

# Atomoptische Experimente mit Bose-Einstein Kondensaten

Vom Fachbereich Physik der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades  
Doktor der Naturwissenschaften  
Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation

von

Dipl. Phys. Kai Bongs  
geboren am 23.06.1969, in Lübeck

1999

Referent : Prof. Dr. W. Ertmer

Koreferent : Prof. Dr. K. Danzmann

Tag der Promotion : 20. Juli 1999

## Zusammenfassung

Die seit kurzer Zeit experimentell realisierbare Bose-Einstein Kondensation verdünnter atomarer Gase eröffnet der Atomoptik und Quantenoptik durch die Verfügbarkeit langreichweitig kohärenter Materiewellen neue Perspektiven. Insbesondere atomoptische Elemente profitieren von den erweiterten Möglichkeiten, die Dynamik von Bose-Einstein Kondensaten durch lokale Manipulation der makroskopischen Kondensatwellenfunktion zu beeinflussen. Die vorliegende Arbeit zeigt die Grundlagen und wesentlichen Anwendungsmöglichkeiten atomoptischer Elemente für quantenlimitierte Messungen mit kohärenten Materiewellen auf. Eingebunden in den SFB 407 'Quantenlimitierte Messungen an Atomen, Molekülen und Photonen' konnte das Ziel erreicht werden, mit einer neu entwickelten Apparatur wichtige Aspekte einer kohärenten Atomoptik 'am Quantenlimit' zu vermessen und zu analysieren.

Besonders wichtig und hilfreich für das konkrete Design des Experiments waren detaillierte theoretische Analysen der Verdampfungskühlung von Atomen in Magnetfallen im Rahmen dieser Arbeit. Die wesentlichen numerisch und experimentell gewonnenen Ergebnisse, insbesondere entscheidende Parameter-Bedingungen der Verdampfungskühlung werden vorgestellt und in ihrer Relevanz zur Erzeugung von BEC identifiziert. Die realisierte Apparatur erzeugt Bose-Einstein Kondensate mit Teilchenzahlen bis zu einigen  $10^5$  und stabil einstellbaren Temperaturen mit einer Taktrate von 20-30 Sekunden.

Einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit bildet die flexible Erzeugung kohärenzerhaltender atomoptischer Elemente auf der Basis von Dipolpotentialen. Die Realisierung der fundamentalen Elemente Spiegel, Phasenschieber und Strahlteiler mit Lichtschnitten wird vorgestellt. Die Analyse der Dynamik der Kondensatwellenfunktion bei der Reflexion an einem Spiegel führt zur Entwicklung eines 'Kohärenzdetektors' für Materiewellen. Mit der Beobachtung von Materiewelleninterferenzen nach der Wechselwirkung gelingt der Nachweis der kohärenzerhaltenden Eigenschaften der verwandten Dipolpotentiale.

Als einen ersten Schritt auf dem Weg zu einer integrierten, kohärenten Atomoptik wird ein Materiewellenleiter für Bose-Einstein Kondensate in Form von röhrenförmigen Lichtgeometrien demonstriert. Bose-Einstein Kondensate wurden in diesen Wellenleiter umgeladen und der Transport der Atome über bis zu 1 mm für Zeiten bis zu 55 ms demonstriert.

Fundamentale Fragestellungen bezüglich 'Revivals' und Irreversibilität der quantenmechanischen Entwicklung treten bei der Untersuchung der Dynamik von Bose-Einstein Kondensaten beim nichtadiabatischen Transfer in Kastenpotentiale auf. Hierzu werden erste Experimente in röhrenförmigen Lichtgeometrien mit steilem Potentialanstieg vorgestellt.

Die konventionelle Atomoptik wird durch ein Konzept zur kohärenten Manipulation der Phase der Kondensatwellenfunktion zu einer holographischen Atomoptik erweitert. Exemplarisch wird die holographische Erzeugung von Vortexpotentialen diskutiert.

## Abstract

The recent observation of Bose-Einstein condensation in dilute atomic vapors opens new routes in atom and quantum optics based on the usage of coherent matter waves. In particular, atom optical elements will take advantage of extended possibilities to influence the dynamics of Bose-Einstein condensates by local manipulation of the macroscopic condensate wave function. This work shows fundamental aspects and applications of atom optical elements for quantum limited measurements with coherent matter waves. A new apparatus for Bose-Einstein condensation was built and important aspects of coherent atom optics at the quantum limit were measured and analyzed.

A detailed theoretical analysis of evaporative cooling of atoms in magnetic traps presented in this work was of major importance for the design of the experiment. The major results of numerical and experimental investigations, especially important parameters for evaporative cooling are presented and their relevance for production of BEC is identified. In the experimental setup Bose-Einstein condensates of several  $10^5$  atoms and with stable and adjustable temperature are produced every 20-30 seconds.

Another main topic of this work is the flexible generation of coherence preserving atom optical elements on the basis of dipole potentials. The realization of the fundamental elements mirror, phase shifter and beamsplitter based on sheets of light is presented. The analysis of the dynamics of condensate wave functions under reflection off a mirror leads to the development of a 'coherence detector' for matter waves. The observation of matter wave interference after interaction with dipole potentials is a clear indication for the coherence preserving properties of these potentials.

A first step towards integrated coherent atom optics is the demonstration of a matter waveguide for Bose-Einstein condensates with donut-shaped light geometries. Bose-Einstein condensates were transferred into this waveguide and the transport of the atoms over 1 mm distance and for times up to 55 ms was demonstrated.

Fundamental questions concerning 'revivals' and irreversibility of the quantum mechanical evolution of systems occur in investigations of the dynamics of Bose-Einstein condensates after non-adiabatic transfer into box potentials. First experiments concerning these questions in donut-shaped light geometries with steep walls are presented.

A concept for the coherent manipulation of the phase of condensate wave functions leads from conventional atom optics to holographic atom optics. The holographic production of vortex states is discussed as an example.

Schlagworte

Bose-Einstein Kondensation

Atomoptik

Materiewelleninterferenz

Keywords

Bose-Einstein condensation

atom optics

matter wave interference

## Danksagung

Ich möchte mich hiermit bei allen Personen ganz herzlich bedanken, die mich in dieser Arbeit begleitet und unterstützt haben.

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. Ertmer, danke ich für die umfassende Betreuung und die Möglichkeit meine Interessen bei einer interessanten Aufgabenstellung zu verwirklichen. Die zahlreichen Diskussionen und die stete persönliche Förderung haben meine Arbeit sehr befruchtet.

Herrn Prof. Dr. Danzmann danke ich für die Übernahme des Koreferats und für die Impulse, die zur Aufnahme dieser Doktorarbeit geführt haben.

Diese Arbeit hat von den intensiven Diskussionen mit Herrn Dr. Klaus Sengstock und Herrn Dr. Gerhard Birkl sehr profitiert. Durch ihren Einsatz haben sie entscheidend zum Erfolg der Experimente beigetragen und viele Formalitäten erleichtert. Dafür danke ich ihnen ganz herzlich. Bei Herrn Dr. Klaus Sengstock möchte ich mich noch für das Korrekturlesen und die persönliche Unterstützung bedanken.

Die Mitarbeit von Dipl.-Phys. Sven Burger hat die positive Atmosphäre in unserer Arbeitsgruppe wesentlich geprägt. Er hatte zusammen mit den Diplomanden Michael Roemer, Claus Fühner, Thomas Südmeyer, Nils Bantleon, Milutin Kovacev und Stefanie Dettmer einen entscheidenden Anteil am Gelingen dieser Arbeit. Ich danke ihnen allen sehr für die hervorragende Zusammenarbeit.

Der gesamten Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Ertmer danke ich sehr für die freundliche Aufnahme und die stete Unterstützung bei Problemen aller Art.

Diese Arbeit wurde durch die Hilfe zahlreicher Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter im Institut sehr erleichtert. Stellvertretend für alle danke ich Herrn Dr. Gaul, Frau Krämer, Frau Griese und Herrn Heidekrüger für die Unterstützung.

Meine Eltern und Schwester haben mich während der ganzen Promotionszeit mit ihrer Hilfe und ihrem Verständnis begleitet und mir damit die Arbeit erleichtert. Ihre Fürsorge und Förderung haben mein Studium entscheidend geprägt. Hierfür bedanke ich mich ganz besonders herzlich.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Bose-Einstein Kondensation</b>	<b>6</b>
2.1	Die Quantenstatistik der Bose-Einstein Kondensation . . . . .	6
2.1.1	Bose-Einstein Kondensation wechselwirkungsfreier Gase . . . . .	7
2.1.2	Korrekturen und Gültigkeitsüberlegungen . . . . .	10
2.2	Die Kondensatwellenfunktion . . . . .	12
2.2.1	Das wechselwirkungsfreie Gas . . . . .	13
2.2.2	Berücksichtigung von Wechselwirkungen . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Experimentelle Realisierung der Bose-Einstein Kondensation</b>	<b>21</b>
3.1	Ensemblepräparation durch Laserkühlung . . . . .	22
3.1.1	Auswahl des Elements . . . . .	22
3.1.2	Grundlagen der Laserkühlung . . . . .	23
3.1.3	Einfang von Atomen . . . . .	24
3.1.4	Chirpkühlung und Umlenkung . . . . .	26
3.1.5	Magnetooptische Falle . . . . .	30
3.1.6	Phasenraumdichteerhöhung . . . . .	33
3.2	Magnetfalle . . . . .	34
3.2.1	Grundlagen der magnetischen Speicherung von Atomen . . . . .	35
3.2.2	Wahl des Magnetfallentyps . . . . .	36
3.2.3	Experimentelle Realisierung der Magnetfalle . . . . .	40
3.2.4	Messung der Schwingungsfrequenzen in der Magnetfalle . . . . .	47
3.3	Modenanpassung an die Magnetfalle . . . . .	48
3.3.1	Das lasergekühlte Ensemble . . . . .	48
3.3.2	Phasenraumdichteänderung bei Umladung in die Magnetfalle . . . . .	49
3.3.3	Einfluß von Fehlanpassung . . . . .	52
3.3.4	Phasenraumdichteerhöhung durch adiabatische Kompression . . . . .	54
3.4	Detektionssystem . . . . .	55
3.4.1	Detektionsaufbau . . . . .	55

3.4.2	Erzielbare Auflösung . . . . .	56
3.5	Experimentelle Bestimmung von Ensembleparametern . . . . .	60
3.5.1	Teilchenzahlbestimmung mittels Absorptionsmessung . . . . .	60
3.5.2	Ensembleradien und ihre Bestimmung . . . . .	61
3.5.3	Temperaturbestimmung . . . . .	66
3.5.4	Teilchenzahl und zentrale Dichte im Kondensat . . . . .	66
3.5.5	Flugzeit-Bild eines typischen Bose-Einstein Kondensats . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Verdampfungskühlung</b>	<b>70</b>
4.1	Prinzipien der Verdampfungskühlung . . . . .	71
4.1.1	Stöße . . . . .	73
4.1.2	Elastische Stöße . . . . .	73
4.1.3	Stöße mit dem Hintergrundgas . . . . .	74
4.1.4	Inelastische Zwei-Körper-Stöße . . . . .	74
4.1.5	Inelastische Drei-Körper-Stöße . . . . .	75
4.2	Das Verhältnis von 'guten' zu 'schlechten' Stößen . . . . .	76
4.2.1	Elemente für die Bose-Einstein Kondensation . . . . .	78
4.2.2	Magnetfalle und Ensemblepräparation . . . . .	79
4.2.3	Grenzen der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung . . . . .	81
4.3	Stabilität der Verdampfungskühlung . . . . .	82
4.3.1	Zeitliche Variation der Potentialhöhe . . . . .	82
4.3.2	Anfangsbedingungen für die Optimierung . . . . .	83
4.3.3	Wahl der zeitlichen Schrittweite . . . . .	84
4.4	Weitere Effekte . . . . .	84
4.4.1	Heizprozesse und Abschirmung . . . . .	84
4.4.2	Dimensionalität der Verdampfung . . . . .	85
4.5	Quantitative Untersuchungen . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Atomoptische Experimente</b>	<b>102</b>
5.1	Quelle kohärenter Materiewellen . . . . .	103
5.1.1	Parameter der erzeugten Bose-Einstein Kondensate . . . . .	103
5.1.2	Auskopplung aus der Magnetfalle . . . . .	103
5.2	Dipolpotentiale . . . . .	106
5.3	Spiegel, Strahlteiler und Phasenschieber . . . . .	107
5.3.1	'Idealer' Spiegel . . . . .	110
5.3.2	Dispersiver Spiegel als Kohärenzdetektor . . . . .	117
5.4	Wellenleiter und zweidimensionale Falle . . . . .	120
5.5	Holographische Atomoptik . . . . .	124
<b>6</b>	<b>Ausblick</b>	<b>126</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die Bose-Einstein Kondensation ist eine der bedeutendsten und ungewöhnlichsten Vorhersagen der Quantenstatistik. Als 'Kondensation ohne Wechselwirkung' gibt die Bose-Einstein Kondensation idealer Gase tiefe Einblicke in makroskopische Quantenphänomene und wird in vielen Lehrbüchern zur Statistischen Physik behandelt (siehe z.B. [1]). Sie basiert nur auf der Ununterscheidbarkeit und der Wellennatur der Teilchen als Grundprinzipien der Quantenmechanik, was ihren Charakter als fundamentales Phänomen der Physik verdeutlicht. In einem vereinfachten Bild sind Atome als Wellenpakete mit einer Ausdehnung gemäß ihrer thermischen de Broglie Wellenlänge  $\Lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$  beschreibbar. Wenn sich die Atome so nahe kommen oder so weit abgekühlt werden, daß ihr mittlerer Abstand kleiner wird als  $\Lambda_{dB}$ , wird ihre Ununterscheidbarkeit wichtig. Bei Teilchen mit ganzzahligem Spin (Bosonen) tritt dann (bei endlicher Temperatur) eine stimulierte Besetzung des Grundzustandes auf, die Bose-Einstein Kondensation. Als makroskopisches Quantenphänomen mit Verbindungen zu Superfluidität, Supraleitung und dem Laser gehört die Bose-Einstein Kondensation zu den wichtigsten physikalischen Themen dieses Jahrhunderts und wird als quantenstatistisches Paradigma in verschiedenen Bereichen, wie der Festkörper-, Kern-, Teilchen- und Astrophysik diskutiert [2].

Ein umfangreicher Überblick über die spannende Geschichte der Bose-Einstein Kondensation bis 1965 findet sich in [3]. Bose erklärte 1924 das Spektrum der Schwarzkörperstrahlung mit Hilfe der Statistik der Photonen [4]. Seine Annahmen darüber, wann Photonen als unterschiedliche Teilchen gezählt werden dürfen, führten zur Bose-Statistik. Als entscheidende Erweiterung dieser Arbeit führte Einstein die zusätzliche Anwendung auf massebehaftete Teilchen ein, die Bose-Einstein Statistik [5]. Er erkannte bereits damals die besondere Eigenschaft der neuen Bose-Einstein Verteilungsfunktion: Bei tiefen, aber endlichen Temperaturen kondensiert ein Großteil der Teilchen in den Grundzustand des betrachteten Systems. Besonders bemerkenswert an diesen theoretischen Arbeiten ist, daß sie noch vor der Entwicklung der Quantenmechanik und ohne Kenntnis der Konzepte von Boson und Fermion stattfanden. (Einsteins Arbeit war die erste Anwendung der von de Broglie postulierten Welleneigenschaft

von Teilchen [6] und Schrödinger hat erstmals durch Einsteins Veröffentlichung davon erfahren).

Die erste Anwendung fand die Theorie der Bose-Einstein Kondensation in der Erklärung der Superfluidität von  $^4\text{He}$  durch F. London [7]. Diese Verknüpfung (wie auch die später hergestellte Verbindung zur Supraleitung) machte die Bose-Einstein Kondensation zu einem Kernpunkt umfangreicher theoretischer Arbeiten. Diese Arbeiten involvierten einige der bedeutendsten Physiker dieses Jahrhunderts, unter anderem Tisza, Landau, Bogoliubov, Penrose, Onsager, Feynman, Lee, Yang, Huang, Beliaev und Pitaevskii. Dabei wurden mit elementaren Anregungen, kollektiven Moden, Symmetriebrechung und dem Ordnungsparameter fundamentale Konzepte der modernen theoretischen Physik erstmals eingeführt. Die drei Hauptströmungen in der theoretischen Literatur zur Superfluidität von Helium waren dominiert von London (makroskopische Wellenfunktion und Bose-Einstein Kondensat (BEC)), Feynman (Berechnung von Vielteilchenwellenfunktionen) und Landau (phänomenologische, auf Quasiteilchen basierende Zwei-Flüssigkeiten Theorie). Diese wurden in der Erkenntnis vereinigt, daß die Bose-Einstein Kondensation mit der entsprechenden Vielteilchenwellenfunktion die mikroskopische Grundlage von Landaus Zwei-Flüssigkeiten Hydrodynamik darstellt. Die theoretischen Arbeiten zu superflüssigem Helium mit dem zentralen Konzept der makroskopischen Wellenfunktion und BEC wurden bis ca. 1965 konzeptuell vervollständigt. Ein wesentliches Ziel war seitdem die experimentelle Realisierung der 'reinen' Bose-Einstein Kondensation in einem nahezu idealen Gas, ohne die Komplikationen durch die relativ starken Wechselwirkungen in einer Flüssigkeit.

Die experimentelle Suche nach Bose-Einstein Kondensation in atomaren Gasen galt lange Zeit als aussichtslos, da alle Elemente durch ihre Wechselwirkungen vor Erreichen der Bose-Einstein Kondensation 'klassisch' zum Festkörper oder zur Flüssigkeit kondensieren. Die einzige Ausnahme von diesem thermodynamischen Verbot ist spinpolarisierter Wasserstoff [8, 9], der in ersten Experimenten bereits 1980 erfolgreich stabilisiert werden konnte [10, 11]. Die schnelle Realisierung der Bose-Einstein Kondensation mit diesem Element wurde jedoch durch Depolarisation und inelastische Stöße verhindert. Erst jüngst gelang schließlich die Bose-Einstein Kondensation in Wasserstoff [12].

Ein wichtiger Schritt auf dem Weg zur erfolgreichen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation war die Erkenntnis, daß sich das erforderliche, im thermodynamischen Gleichgewicht aber verbotene Temperatur-Dichte Regime als metastabiler Zustand erreichen läßt. Damit wurde die Anzahl möglicher Elemente für die Bose-Einstein Kondensation wesentlich erweitert. Prinzipiell läßt sich BEC mit jedem bosonischen Element erreichen, sofern die Dichte genügend klein zur Vermeidung inelastischer Stöße gewählt wird und eine Kühlung bis in den Bereich erfolgt, in dem die de Broglie Wellenlänge dem mittleren Atomabstand entspricht. Die Herausforderung bestand somit in der Erzeugung ultrakalter Temperaturen, die mit den konventionellen kryogenischen Methoden nicht zu erreichen waren. Ein neuer Weg zu tiefen Temperaturen wurde in

den 80er Jahren durch die Entwicklung von Laserkühlverfahren aufgezeigt, die die Atomphysik revolutionierten (siehe z.B. [13–18]). Heizprozesse durch spontane Emission verhinderten bisher allerdings die Bose-Einstein Kondensation mit rein optischen Methoden. Die Kombination von Laserkühlverfahren mit der für Wasserstoff entwickelten Verdampfungskühlung in magnetischen Fallen startete eine atemberaubende Entwicklung, die 1995 schließlich zur ersten Realisierung der Bose-Einstein Kondensation in verdünnten Alkali-Gasen führte [20–22] und sich noch immer beschleunigt. So werden in rascher Folge neue Erkenntnisse aus Experimenten mit BEC publiziert, begleitet von zahlreichen theoretischen Veröffentlichungen. An der Fülle der dabei behandelten Themen wird deutlich, daß die Bose-Einstein Kondensation in verdünnten atomaren Gasen nicht nur die Bestätigung eines quantenstatistischen Phänomens ist, sondern sich als ein bedeutendes neues Fenster zur Quantenwelt etabliert hat.

Nachfolgend sollen einige der vielfältigen Experimente mit Bose-Einstein Kondensaten in verdünnten atomaren Gasen diskutiert werden. Die Kühlung der Atome in den niedrigsten Energiezustand des Systems gestattet eine nur noch durch die Heisenbergsche Unschärferelation begrenzte Kontrolle ihres Ortes und Impulses. Ultrakalte Stoßprozesse und ihre quantenstatistische Unterdrückung [23, 24] stellen ein weiteres faszinierendes Gebiet für Experimente mit BEC dar. Die weitreichendsten Konsequenzen hat jedoch die mit der Bose-Einstein Kondensation auftretende Besetzung eines quantenmechanischen Zustands mit einer makroskopischen Anzahl von Atomen. Einerseits verspricht die Analogie zum Laser eine Revolution der Atominterferometrie durch den Einsatz kohärenter Materiewellen [25–27]. Andererseits entspricht die Abbildung der Dichteverteilung eines Bose-Einstein Kondensats der direkten Visualisierung des Betrags der makroskopischen Kondensatwellenfunktion. Durch entsprechende Bildserien läßt sich so die Evolution einer quantenmechanischen Wellenfunktion direkt beobachten. Diese Eigenschaft der Bose-Einstein Kondensate bietet neben fundamentalen Einblicken in die Quantenmechanik einzigartige Möglichkeiten für die Entwicklung atomoptischer Elemente. Die Manipulation der atomaren Bewegung durch verschiedene Potentialgeometrien läßt sich so auf der Ebene der atomaren Wellenfunktion experimentell vermessen und grundlegend verstehen. Dabei ist nicht nur die Entwicklung 'konventioneller' atomoptischer Elemente (wie z.B. Spiegel), die eine direkte Beeinflussung der atomaren Bewegung bewirken, möglich. Der direkte Zugriff auf die Phase der makroskopischen Wellenfunktion mit optischen Dipolpotentialen eröffnet zusätzlich faszinierende Perspektiven in der Wellenfunktionsholographie. Eine erste vielversprechende Anwendung könnte die holographische Erzeugung von Vortexzuständen sein. Diese fundamentale Signatur der Superfluidität konnte bislang trotz vielfältiger Bemühungen zahlreicher Arbeitsgruppen nicht beobachtet werden.

Die Verwirklichung der herausragenden Perspektiven, die sich durch den Einsatz kohärenter Materiewellen in der nichtlinearen Atomoptik [28] und Atominterferometrie ergeben, ist eine aktuelle experimentelle Herausforderung. Eine wesentliche Voraussetzung ist dabei die 'maßgeschneiderte' Präparation und Manipulation kohären-

ter Ensembles, sowie der Einsatz dreidimensionaler Leiterstrukturen für Atome. Die Untersuchung der komplexen Materiewellendynamik in externen Potentialen verschiedenster Form verspricht einen umfangreichen Erkenntnisgewinn und ist die Grundlage dieser Forschungsrichtungen.

Die vorliegende Arbeit diskutiert erste Experimente und theoretische Konzepte im Schnittfeld dieser Fragestellungen. Dabei konzentriert sie sich insbesondere auf die experimentelle Realisierung einer kohärenten Atomoptik einschließlich der Demonstration der fundamentalen Elemente wie Spiegel, Strahlteiler und Phasenschieber. Die Erweiterung zu einer zukünftigen integrierten Atomoptik wird exemplarisch durch die erstmalige Realisierung eines Wellenleiters für Bose-Einstein Kondensate belegt. Schließlich werden die herkömmlichen Verfahren zur kohärenten Manipulation von Bose-Einstein Kondensaten um holographische Methoden erweitert. In dieser Hinsicht wird ein Konzept zur holographischen Phasenbeeinflussung der atomaren Wellenfunktion mit lasergenerierten Dipolpotentialen zur Erzeugung quantisierter Rotationsanregungszustände vorgestellt. Ein weiterer Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit lag auf der theoretischen Analyse der experimentellen Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten durch die Verdampfungskühlung und der Interpretation der atomoptischen Experimente. Letztere wurde in enger Zusammenarbeit mit Prof. Lewenstein und seiner Arbeitsgruppe durchgeführt.

Die vorliegende Arbeit liefert damit einen wesentlichen Beitrag im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 407 „Quantenlimitierte Messungen mit Atomen, Molekülen und Photonen“. Sie konnte das Verständnis quantendominierter Experimente mit Vielteilchensystemen identischer, schwach wechselwirkender Atome wesentlich erweitern.

Die Arbeit ist wie folgt strukturiert: Die theoretischen Grundlagen der Bose-Einstein Kondensation und der mit ihr auftretenden makroskopischen Wellenfunktion werden in Kapitel 2 vorgestellt. Dabei werden insbesondere die für die Interpretation und Auswertung der Experimente wichtigen Gleichungen angegeben. Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte experimentelle Aufbau erlaubt die stabile Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten mit über  $10^5$  Atomen mit einer Taktrate von 20-30 s (Kapitel 3). Die speziell optimierte Magnetfalle erzielt einen überdurchschnittlich starken Ensembleeinschluß bei einem gleichzeitig hervorragenden optischen Zugang (Kapitel 3.2). So ist mit dem Einsatz spezieller Mikroskopobjektive eine in BEC-Experimenten einzigartige Ortsauflösung bei der Detektion möglich (Kapitel 3.4). Eine ausführliche Analyse einschließlich umfangreicher numerischer Simulationen der relativ neuen Technik der Verdampfungskühlung (Kapitel 4) war die Grundlage für die Optimierung des Experiments. Die erzeugten Bose-Einstein Kondensate wurden in umfangreichen Meßserien zur Charakterisierung eines auf einem Lichtschnitt basierenden Spiegels eingesetzt (Kapitel 5.3.1). Durch geeignete Manipulation der Parameter des verwendeten Dipolpotentials wurde die Anwendung als Kohärenzdetektor durch die Erzeugung von Materiewelleninterferenzen demonstriert. Erste Experimente zu einem Wellenleiter für Bose-Einstein Kondensate werden in Kapitel 5.4 vorgestellt. Den Abschluß bildet ein

Ausblick auf die faszinierende Möglichkeit der Erzeugung von Vortexzuständen durch Materiewellenholographie (Kapitel 5.5).

# Kapitel 2

## Bose-Einstein Kondensation

Ein besonders wichtiger Aspekt der Bose-Einstein Kondensation ist, daß ihre Darstellung und theoretische Beschreibung zwei fundamentale physikalische Theorien miteinander verbindet, und zwar Thermodynamik und Quantenstatistik mit der Quantenmechanik. Die quantenstatistische Behandlung der Bose-Einstein Kondensation befaßt sich mit den thermodynamischen Größen, ihren Abhängigkeiten und ihren Fluktuationen. Hier sind insbesondere Temperatur, Dichte, Energie, chemisches Potential und der Anteil der Teilchen im Grundzustand wichtige Parameter zum Verständnis der Kondensation. Die Beschreibung der Kondensatwellenfunktion, ihrer Anregungen, Interferenzen, zeitlichen Entwicklung, usw. erfolgt dagegen mit quantenmechanischen Methoden. Die Deutung atomoptischer Experimente mit Bose-Einstein Kondensaten als Quellen kohärenter Materiewellen ist Teil dieses theoretischen Bereiches.

In diesem Kapitel werden die theoretischen Aspekte der Bose-Einstein Kondensation bezüglich der Quantenstatistik und der Quantenmechanik zusammenfassend dargestellt. Besonderes Gewicht wird dabei auf die für die Auswertung der Experimente wichtigen Gleichungen gelegt.

### 2.1 Die Quantenstatistik der Bose-Einstein Kondensation

Die Bose-Einstein Kondensation ist ein rein quantenstatistischer Effekt, der eine unterhalb einer kritischen Temperatur  $T_c$  plötzlich einsetzende makroskopische Besetzung des Grundzustandes eines bosonischen Systems vorhersagt (d.h. der Anteil der Teilchen im Grundzustand ist nicht klein im Verhältnis zur Gesamtteilchenzahl [5]). Dabei ist die mit der kritischen Temperatur verbundene Energie  $k_B T_c$  wesentlich größer als der Abstand der Energieniveaus des Systems. Die Bose-Einstein Kondensation läßt sich allein aus der Abzählstatistik für die Verteilung der Bosonen auf die Energieniveaus des Systems herleiten, ohne daß eine Wechselwirkung zwischen den Teilchen nötig wäre (das vorausgesetzte thermische Gleichgewicht erfordert allerdings eine Wechselwirkung

in Form elastischer Stöße zwischen den Teilchen).

### 2.1.1 Bose-Einstein Kondensation wechselwirkungsfreier Gase

Für die Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten in schwach wechselwirkenden Gasen sind die Vorhersage der Kondensationstemperatur  $T_c$  sowie die Angabe des temperaturabhängigen Anteils kondensierter Teilchen besonders relevant. Die folgende Behandlung gibt einen Überblick über die entsprechenden thermodynamischen Aspekte der quantenstatistischen Theorie. Die obigen Größen lassen sich am einfachsten durch die großkanonische Beschreibung des Systems erhalten [1]. In diesem Fall werden Energie und Teilchenzahl durch ein an das System gekoppeltes Energie- und Teilchenreservoir über dessen Temperatur  $T$  und chemisches Potential  $\mu$  festgelegt. Die mittlere Besetzungszahl  $N_i$  eines Zustands  $i$  der Energie  $\epsilon_i$  ist dann durch die Bose-Verteilung gegeben:

$$N_i = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (2.1)$$

mit der Boltzmannkonstanten  $k_B \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K. Das chemische Potential  $\mu$  legt bei vorgegebener Temperatur die Besetzungszahl der einzelnen Energieniveaus fest. Sie nimmt mit steigendem  $\mu$  monoton zu, wobei zu beachten ist, daß das chemische Potential immer kleiner als die Energie  $\epsilon_0$  des energetisch niedrigsten Systemzustands sein muß, d.h.

$$\mu < \epsilon_0. \quad (2.2)$$

(Ein chemisches Potential  $\mu > \epsilon_0$  würde die Besetzung des Grundzustandes mit einer negativen Teilchenzahl erfordern, d.h.  $N_0 < 0$ , was physikalisch nicht sinnvoll ist.) Die Besetzung des Grundzustands divergiert für  $\mu \rightarrow \epsilon_0$ , mit Annäherung des chemischen Potentials an die Grundzustandsenergie des Systems wird sie somit makroskopisch. Dies beschreibt den Effekt der Bose-Einstein Kondensation, deren kritische Temperatur  $T_c$  sich ausgehend von der folgenden Nebenbedingung bestimmen läßt:

$$N = \sum_i N_i = \sum_i \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (2.3)$$

Hierbei ist  $N$  die feste Gesamtteilchenzahl des Systems; die Summe erstreckt sich über alle Zustände des Systems. Für Temperaturen oberhalb der kritischen Temperatur und für große Teilchenzahlen läßt sich 2.3 semiklassisch durch ein Integral nähern [29–31]:

$$N = \int_0^\infty \rho(\epsilon) N(\epsilon). \quad (2.4)$$

Dabei ist

$$N(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon - \mu)/k_B T} - 1} \quad (2.5)$$

die kontinuierliche Bose-Verteilung und

$$\rho(\epsilon) = \frac{1}{2\pi\hbar^3} \iint d^3r d^3p \delta\left(\epsilon - \frac{p^2}{2m} - U(\vec{r})\right) \quad (2.6)$$

die energetische Zustandsdichte in einem Potential  $U(\vec{r})$ . Ausführen des Impulsintegrals in 2.4 und Vergleich mit dem Ortsintegral über die Teilchendichte  $n(r)$

$$N = \int d^3r n(\vec{r}) \quad (2.7)$$

ergibt

$$n(\vec{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3(T)} g_{\frac{3}{2}}\left(e^{-(U(r)-\mu)/k_B T}\right), \quad (2.8)$$

mit der Bose-Funktion  $g_\alpha(x) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{x^l}{l^\alpha}$  und der thermischen de Broglie Wellenlänge

$$\Lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}. \quad (2.9)$$

Für Potentiale mit einem bei  $\vec{r} = \vec{0}$  gelegenen Minimum und  $T = T_c$  gilt  $\mu \approx U(\vec{0})$  und damit:

$$D(T_c, n_0) := n(\vec{0}) \cdot \Lambda_{\text{dB}}^3(T_c) g_{\frac{3}{2}}(1) \approx 2,612. \quad (2.10)$$

Die in dieser Gleichung eingeführte Größe

$$D(T, n) = n \Lambda_{\text{dB}}^3(T) \quad (2.11)$$

ist die Phasenraumdichte des Ensembles und eine zentrale Größe zur theoretischen Beschreibung der Bose-Einstein Kondensation. Die Bedingung 2.10 für die Kombination aus Temperatur und Dichte im Fallenzentrum, bei der die Bose-Einstein Kondensation einsetzt, ist somit unabhängig von der Potentialform, solange es sich um ein Potential mit Minimum (im Grenzfall ein Kastenpotential) handelt. Sie gibt allgemein das experimentell zu erreichende Temperatur-Dichte Regime an und ist damit auch die Grundlage für Planung und Durchführung eines Experiments zur Bose-Einstein Kondensation.

Anschaulich bedeutet die Kondensationsbedingung 2.10 das Auftreten von quantenstatistischer 'Bose-Verstärkung' bei der Besetzung des Grundzustands, sobald die thermische de Broglie Wellenlänge der Teilchen in etwa dem mittleren Teilchenabstand  $1/n^3$  entspricht.

Da die zentrale Dichte in einer gegebenen Falle durch Temperatur und Teilchenzahl des betrachteten Ensembles bestimmt wird, läßt sich die Bedingung für das Auftreten von Bose-Einstein Kondensation in eine  $T$ - $N$  Bedingung umschreiben. Dabei ist zu beachten, daß diese Bedingung vom konkreten Fallenpotential abhängt. Für Potentiale der Form

$$U(r) = Ar^\alpha \quad (2.12)$$

läßt sich die kritische Temperatur folgendermaßen in Abhängigkeit von der Teilchenzahl angeben [31]

$$k_B T_c = \left[ \frac{N \hbar^3}{(2m)^{3/2}} \frac{6\sqrt{\pi} A^{3/\alpha}}{\Gamma(1 + 3/\alpha) \zeta(3/2 + 3/\alpha)} \right]^{\frac{1}{3/2 + 3/\alpha}}. \quad (2.13)$$

Der Spezialfall des Kastenpotentials ist durch den Übergang  $\alpha \rightarrow \infty$  eingeschlossen. Für die in dieser Arbeit zur experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation benutzte anisotrope harmonische Falle mit Fallenfrequenzen  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$  folgt die Gleichung

$$k_B T_c \approx 0.94 \hbar (N \omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}. \quad (2.14)$$

Die zur Bose-Einstein Kondensation notwendige kritische Temperatur steigt mit der Stärke des Fallenpotentials an. Die im Rahmen dieser Arbeit realisierte Magnetfalle wurde dementsprechend für einen starken Ensembleanschluß optimiert (Kapitel 3.2). Die  $T_c - N$ -Beziehung aus Gleichung 2.14 bietet zusätzlich eine wichtige Möglichkeit, die Konsistenz der experimentellen Temperatur- und Teilchenzahl-Bestimmung zu überprüfen (Kapitel 3.4).

Den temperaturabhängigen Verlauf des Anteils kondensierter Atome erhält man durch Betrachtung von Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur. Dort bricht allerdings die Näherung 2.4 zusammen, da das Integral die makroskopische Besetzung des Grundzustands nicht erfasst. Die semiklassische Näherung ist aber weiterhin für die angeregten Zustände gültig, so daß unterhalb von  $T_c$  die folgende Gleichung benutzt werden kann:

$$N - N_0 = \int_0^\infty d\epsilon \rho(\epsilon) N(\epsilon). \quad (2.15)$$

Für Potentiale der Form 2.12 ergibt sich [31]

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^{3/2 + 3/\alpha}. \quad (2.16)$$

Zusammenfassend gilt, daß die Bose-Einstein Kondensation für ideale Gase im thermodynamischen Grenzfall immer bei der Temperatur-Dichte Kombination aus 2.10 auftritt, bei der die thermische de Broglie Wellenlänge etwa dem mittleren Teilchenabstand entspricht. Der thermodynamische Grenzfall ist dabei so definiert, daß die Teilchenzahl gegen unendlich geht, während die zentrale Dichte des Ensembles konstant bleibt. Im realisierten Fall eines harmonischen Potentialverlaufs bedeutet dies, daß beim Übergang  $N \rightarrow \infty$  das Produkt  $N \omega_x \omega_y \omega_z$  konstant zu halten ist.

Das konkrete Fallenpotential wirkt sich auf die Temperatur-Teilchenzahl Bedingung für die Bose-Einstein Kondensation 2.13 und auf den Verlauf des Anteils kondensierter Teilchen aus. Dieser steigt unterhalb der kritischen Temperatur in 'steileren' Potentialen schneller an als in 'flachen' Potentialen. Die im Rahmen dieser Arbeit realisierte Magnetfalle (Kapitel 3.2) besitzt für Ensembles bei der kritischen Temperatur

ein rein harmonisches Potential, d.h.  $\alpha = 2$ . Damit folgt unterhalb der kritischen Temperatur ein schneller Anstieg der Grundzustandsbesetzung mit

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3. \quad (2.17)$$

In dieser Falle wird daher der Grundzustand mit abnehmender Temperatur besonders effektiv besetzt, was Experimente mit der 'reinen' Kondensatwellenfunktion unterstützt.

### 2.1.2 Korrekturen und Gültigkeitsüberlegungen

Die obigen Betrachtungen gelten streng genommen nur für nicht-wechselwirkende Teilchen im thermodynamischen Grenzfall mit  $N \rightarrow \infty$ . In der experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation in verdünnten Alkali-Gasen werden dagegen typischerweise Kondensate mit  $10^4$  bis  $10^7$  Atomen erzeugt, die zudem miteinander wechselwirken. Die sich dadurch ergebenden Abweichungen sollen im folgenden für den realisierten Fall eines harmonischen Fallenpotentials kurz erläutert werden.

#### Auswirkungen einer endlichen Teilchenzahl

Eine Konsequenz der endlichen Teilchenzahl ist das Fehlen von Unstetigkeiten in den thermodynamischen Funktionen und die Einführung von Fluktuationen. Damit ist es in realen Experimenten zur Bose-Einstein Kondensation streng genommen nicht mehr möglich, von einem Phasenübergang und einer kritischen Temperatur zu sprechen. Die Breite, über die sich der 'Phasenübergang' bei einer endlichen Teilchenzahl  $N$  erstreckt, entspricht für eine isotrope harmonische Falle mit Fallenfrequenz  $\omega$  einer Änderung des Parameters  $\frac{\hbar\omega}{k_B T}$  um  $O(N^{-2/3})$  [32] oder einer relativen Temperaturänderung von

$$\frac{\delta T}{T} \approx O\left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} N^{-2/3}\right). \quad (2.18)$$

Für die experimentellen Parameter  $\frac{k_B T}{\hbar\omega} \approx O(10^2)$  und  $N > O(10^4)$  liegt dieser Effekt im Bereich von  $< O(10^{-1})$ . Damit ist er zwar beobachtbar, aber die Begriffe Phasenübergang und kritische Temperatur bleiben als experimentelle Richtwerte sinnvoll anwendbar.

Eine weitere Konsequenz der endlichen Teilchenzahl besteht in einer Verringerung des Anteils kondensierter Atome gegenüber dem Grenzfall  $N \rightarrow \infty$  [33]:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0}\right)^3 - \underbrace{\frac{3\bar{\omega}\zeta(2)}{2\omega_{ho}[\zeta(3)]^{2/3}} \left(\frac{T}{T_c^0}\right)^2}_{\text{Korrektur durch endliche Teilchenzahl}} N^{-1/3}, \quad (2.19)$$

wobei die hier auftretende Riemannsche Zeta-Funktion definiert ist durch

$$\zeta(x) = g_x(1) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^x}.$$

Diese Formel gilt für eine anisotrope harmonische Falle mit dem arithmetrischen Mittel

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_x + \omega_y + \omega_z}{3} \quad (2.20)$$

und dem geometrischen Mittel

$$\omega_{ho} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3} \quad (2.21)$$

der Fallenfrequenzen, sowie für  $N > 10^3$ .  $T_c^0$  ist die kritische Temperatur für  $N \rightarrow \infty$ . Aus der Formel 2.19 läßt sich mit  $\frac{N_0}{N} = 0$  die Verschiebung der kritischen Temperatur durch endliche Teilchenzahlen vorhersagen [33] zu

$$\frac{\delta T_c}{T_c^0} = -\frac{\bar{\omega} \zeta(2)}{2\omega_{ho} [\zeta(3)]^{2/3}} N^{-1/3} \simeq -0.73 \frac{\bar{\omega}}{\omega_{ho}} N^{-1/3}. \quad (2.22)$$

In typischen Experimenten mit verdünnten Alkali-Gasen und einer Anzahl von ca.  $10^5$  Atomen entspricht dies einer Verschiebung der kritischen Temperatur um ca. 2% [33].

Eine weitere wichtige Frage, die bei der Betrachtung von endlichen Teilchenzahlen auftritt, betrifft die Äquivalenz der verschiedenen thermodynamischen Ensembles. Diese sind nämlich nur im thermodynamischen Grenzfall beliebig austauschbar. Die korrekte Beschreibung der Experimente mit einem von der Umwelt isolierten Ensemble fester Energie und Teilchenzahl müßte somit über das mikrokanonische Ensemble erfolgen. Ein Vergleich der verschiedenen thermodynamischen Ensembles für den experimentellen Parameterbereich [33,34] ergibt nur geringe Unterschiede in den Werten der thermodynamischen Größen, was allerdings nicht für ihre Fluktuationen gilt. Diese werden in der großkanonischen Betrachtung weit überschätzt, so daß dort von einer Fluktuationskatastrophe gesprochen wird [34], da selbst für  $T \rightarrow 0$  gilt:  $\delta N_0 \approx O(N)$ . Die Untersuchung dieser Fluktuationen in verschiedenen statistischen Ensembles ist Gegenstand aktueller theoretischer Forschung (siehe z.B. [35–38]).

### Auswirkungen der Wechselwirkung

Die Wechselwirkung der Atome untereinander stellt eine entscheidende theoretische Erweiterung dar (siehe vor allem Kapitel 2.2). Sie bewirkt zunächst eine leichte Änderung der kritischen Temperatur, wie aus einer Hartree-Fock Behandlung ersichtlich wird [33]:

$$\frac{\delta T_c}{T_c^0} = -1.3 \frac{a}{a_{ho}} N^{1/6}. \quad (2.23)$$

Die Größe  $a$  ist hierbei die s-Wellen Streulänge ( $a \approx 5\text{nm}$  für  $^{87}\text{Rb}$ ), die die zentrale Größe in der theoretischen Beschreibung verdünnter atomarer Gase bei tiefen Temperaturen darstellt. Die niedrigen Relativgeschwindigkeiten der Teilchen erlauben die Ersetzung des exakten Wechselwirkungspotentials durch ein strukturloses Potential zur theoretischen Beschreibung. Dieses ist durch den skalaren Parameter  $a$  vollständig charakterisiert.

Die über das geometrische Mittel der Fallenfrequenzen gegebene charakteristische Fallenlänge ist

$$a_{\text{ho}} = \left( \frac{\hbar}{m\omega_{\text{ho}}} \right)^{1/2}. \quad (2.24)$$

Für die typischen experimentellen Parameter liegt die Verschiebung 2.23 im Bereich einiger Prozent und damit in der gleichen Größenordnung wie die Verschiebung durch eine endliche Teilchenzahl 2.22, wobei letztere für niedrige Teilchenzahlen dominiert und für hohe Teilchenzahlen vernachlässigbar wird.

Ein weiterer Effekt der interatomaren Wechselwirkung ist die Änderung des Anteils kondensierter Atome [33]:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 - \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} a \left( N^{1/6} \frac{a}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5} \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^3 \right)^{2/5}. \quad (2.25)$$

Für Atome mit positiver Streulänge wird der Kondensatanteil verringert, da in den betrachteten Fällen die Kondensatwellenfunktion räumlich stark vom thermischen Anteil der Atome getrennt ist. Das hohe Wechselwirkungspotential im Kondensat macht in diesem Fall die Streuung von thermischen Atomen in das Kondensat energetisch ungünstiger. In einem Kastenpotential mit vollständigem Überlapp von thermischer Wolke und Kondensat ist die Situation genau umgekehrt, da die thermischen Atome dann aufgrund statistischer Korrelationen einem stärkeren Wechselwirkungspotential unterliegen als Kondensatatome [39].

Die insgesamt durch endliche Teilchenzahl und Wechselwirkung hervorgerufenen Korrekturen sind in den Experimenten zwar meßbar, liegen jedoch nur im Bereich einiger Prozent. Für die Zielrichtung der realisierten Experimente, vorwiegend die Eigenschaften der Kondensatwellenfunktion zu untersuchen und auszunutzen, ist die theoretische Beschreibung von  $T_c$  und  $N$  mit dem großkanonischen Ensemble völlig ausreichend.

## 2.2 Die Kondensatwellenfunktion

Anders als die im vorherigen Abschnitt behandelten thermodynamischen Größen hängt die Wellenfunktion eines Bose-Einstein Kondensats in einer Falle stark von der interatomaren Wechselwirkung ab. In diesem Kapitel wird eine theoretische Beschreibung vorgestellt, mit der diese Wechselwirkung berücksichtigt wird. Es werden die wesentlichen Näherungen und Gleichungen angegeben, die eine korrekte Interpretation experimenteller Daten gewährleisten. Das entwickelte theoretische Verständnis ermöglicht die konkrete Planung von Experimenten mit der makroskopischen Kondensatwellenfunktion.

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird zunächst auf die Eigenschaften der Kondensatwellenfunktion für nicht-wechselwirkende Gase in einer harmonischen Falle ein-

gegangen. Die dabei behandelten Aspekte bezüglich der Signatur des Kondensats im Vergleich zum thermischen Ensemble werden in den folgenden Abschnitten mit dem Fall interatomarer Wechselwirkungen verglichen. Da in diesem Fall keine analytische Lösung mehr möglich ist, werden wichtige Näherungen für verschiedene Parameterbereiche vorgestellt, die auch von besonderer experimenteller Relevanz sind.

### 2.2.1 Das wechselwirkungsfreie Gas

In den bisherigen Experimenten zur Bose-Einstein Kondensation wurden die Atome in einer anisotropen harmonischen Magnetfalle gespeichert. Für nicht-wechselwirkende, 'ideale' Gase entspricht die Kondensatwellenfunktion der Ein-Teilchen Grundzustandswellenfunktion dieses harmonischen Oszillators. Die allgemeine Form des Fallenpotentials ist

$$U(\vec{r}) = \frac{m}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) . \quad (2.26)$$

Für den zugehörigen Ein-Teilchen Hamiltonoperator gilt

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) , \quad (2.27)$$

mit den Energieeigenwerten

$$\epsilon_{n_x n_y n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_z . \quad (2.28)$$

Die Grundzustandswellenfunktion ist gegeben durch

$$\phi(\vec{r}) = \left(\frac{m\omega_{\text{ho}}}{\pi\hbar}\right)^{3/4} e^{-\frac{m}{2\hbar}(\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2)} , \quad (2.29)$$

mit  $\omega_{\text{ho}}$  nach 2.21.

Die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion entlang der Koordinatenachsen ist durch die Gauß'schen Halbwertsbreiten  $\sigma_{r_i}$  gegeben

$$\sigma_{r_i} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_i}} , \quad i = x, y, z . \quad (2.30)$$

Das Verhältnis dieser Längen ist somit durch das reziproke Verhältnis der Wurzeln der entsprechenden Fallenfrequenzen charakterisiert

$$\frac{\sigma_{r_i}}{\sigma_{r_j}} = \sqrt{\frac{\omega_j}{\omega_i}} , \quad i, j = x, y, z . \quad (2.31)$$

Da der Grundzustand des harmonischen Oszillators ein Zustand minimaler Unschärfe ist, folgt für die Impulsbreiten

$$\sigma_{p_i} \propto \frac{1}{\sigma_{r_i}} \quad (2.32)$$

und damit

$$\frac{\sigma_{p_i}}{\sigma_{p_j}} = \sqrt{\frac{\omega_i}{\omega_j}}, \quad i, j = x, y, z. \quad (2.33)$$

Im Gegensatz dazu ist die Impulsverteilung einer thermischen Wolke aufgrund der Gleichverteilung der Energie auf die Bewegungsfreiheitsgrade isotrop.

Die Dichteverteilung oberhalb der kritischen Temperatur ( $T \gg T_c$ ) läßt sich durch die Boltzmannverteilung annähern

$$n(\vec{r}) = n(\vec{0})e^{-U(\vec{r})/k_B T}, \quad (2.34)$$

mit entsprechenden Ausdehnungen

$$\sigma_{r_i}^{\text{th}} = \frac{1}{\omega_i \sqrt{m}}, \quad i = x, y, z \quad (2.35)$$

und ihrem Verhältnis:

$$\frac{\sigma_{r_i}^{\text{th}}}{\sigma_{r_j}^{\text{th}}} = \frac{\omega_j}{\omega_i}, \quad i, j = x, y, z. \quad (2.36)$$

Im nicht wechselwirkenden Bosegas in einer anisotropen harmonischen Falle ist das Auftreten von Bose-Einstein Kondensation gekennzeichnet durch eine Veränderung des Achsenverhältnisses der Dichteverteilung gegenüber der thermischen Wolke. Gleichzeitig tritt eine entsprechende Anisotropie in der Impulsverteilung auf, die im Experiment in Flugzeitbildern sichtbar wird (siehe Kapitel 3.4). Diese Anisotropie wird durch abstoßende interatomare Wechselwirkungen noch verstärkt (siehe Kapitel 2.2.2) und ist eines der wesentlichen experimentellen Kriterien für die Bose-Einstein Kondensation.

### 2.2.2 Berücksichtigung von Wechselwirkungen

In einem realen Gas weicht die Wellenfunktion des Bose-Einstein Kondensats deutlich von der oben betrachteten Grundzustandswellenfunktion des harmonischen Oszillators ab. Die Wechselwirkungen zwischen den Atomen beeinflussen Form und Größe des Bose-Einstein Kondensats in der Falle. Zudem kommt es bei der freien Ausdehnung des Kondensats nach Abschalten der Magnetfalle zu einer Umwandlung von Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie und damit zu einer Änderung der Impulsverteilung. Das Verständnis dieser Effekte ist von entscheidender Bedeutung für nahezu alle betrachteten Experimente. In diesem Abschnitt wird die Theorie zur Wellenfunktion des wechselwirkenden Bose-Einstein Kondensats mit Näherungen für verschiedene Parameterbereiche vorgestellt. Dabei wird im wesentlichen der Darstellung in [33] gefolgt.

Trotz der Bedeutung der Wechselwirkungen für die Kondensatwellenfunktion sind die in atomaren Gasen realisierten Bose-Einstein Kondensate aufgrund ihrer geringen Dichte noch nahezu ideale Gase ( $\bar{n}|a|^3 \ll 1$ ) und 3-Körper Wechselwirkungen können vernachlässigt werden (dies könnte über Durchstimbarkeit der s-Wellen Streulänge

und das Auftreten von Efimov-Zuständen verändert werden [40]). Ausgangspunkt ist der Vielteilchen-Hamiltonoperator inklusive der Zwei-Teilchen Wechselwirkung [33]:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \int d\vec{r} \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \left[ -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + U_{\text{ext}}(\vec{r}) \right] \hat{\Psi}(\vec{r}) \\ &+ \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}') U(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}). \end{aligned} \quad (2.37)$$

$\hat{\Psi}^\dagger(\vec{r})$  und  $\hat{\Psi}(\vec{r})$  sind die Bosonenfeldoperatoren, die am Ort  $\vec{r}$  ein Teilchen erzeugen bzw. vernichten und  $U(\vec{r} - \vec{r}')$  ist das Zwei-Teilchen Potential zwischen den Atomen. Im Heisenberg-Bild ergibt sich die folgende Gleichung für die Zeitentwicklung von  $\hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}, t)$ :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}, t) = \left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{\text{ext}}(r) + \int d\vec{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}', t) U(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}', t) \right] \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}, t). \quad (2.38)$$

Die Lösung dieser Gleichung ist allgemein nur durch aufwendige numerische Rechnungen möglich. Ein Einblick in die grundlegenden physikalischen Eigenschaften des Systems läßt sich über Näherungen für verschiedene Parameterbereiche erreichen.

### Gross-Pitaevskii Gleichung

Die Gross-Pitaevskii Gleichung [41, 42] ist eine der wesentlichen Gleichungen zur Beschreibung der Kondensatwellenfunktion für Temperaturen nahe  $T = 0$ . Mit ihr lassen sich neben der reinen Grundzustandswellenfunktion auch kollektive Anregungen, die Expansion des Kondensats, Interferenzeffekte, Schallausbreitung und Vortextzustände beschreiben. Für niedrige Temperaturen ( $T \ll T_c$ ) kann die Besetzung der höheren Fallenzustände vernachlässigt werden. Die Näherung in niedrigster Ordnung besteht in der Ersetzung der Feldoperatoren durch ihren Erwartungswert:

$$\Phi(\vec{r}, t) \equiv \langle \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \rangle. \quad (2.39)$$

$\Phi(\vec{r}, t)$  ist die sogenannte Kondensatwellenfunktion (oft auch als 'Ordnungsparameter' der Bose-Einstein Kondensation bezeichnet) und besitzt eine wohldefinierte Phase. Die Einführung der Phase in der obigen Näherung entspricht der Annahme einer spontanen Symmetriebrechung. In 2.38 eingesetzt ergibt sich schließlich die Gross-Pitavskii Gleichung:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) = \left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{\text{ext}}(r) + g |\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right) \Phi(\vec{r}, t) \quad (2.40)$$

Die zeitunabhängige Gross-Pitaevskii Gleichung folgt mit dem Separationsansatz

$$\Phi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) \exp(-i\mu t/\hbar)$$

zu

$$\left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U_{\text{ext}}(r) + g\phi^2(\vec{r}) \right) \phi(\vec{r}) = \mu\phi(\vec{r}), \quad (2.41)$$

mit einer durch

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad (2.42)$$

gegebenen Kopplungskonstanten, wobei  $\mu$  das chemische Potential ist.  $\phi(\vec{r})$  ist eine reelle, auf die Gesamtteilchenzahl normierte Funktion  $N = N_0 = \int d\vec{r}\phi^2$  mit  $\phi^2(\vec{r}) = n(\vec{r})$ . Für das in dieser Arbeit verwendete Element  $^{87}\text{Rb}$  ( $m = 1,45 \cdot 10^{-25}$  kg,  $a = 5 \cdot 10^{-9}$  m) ergibt sich eine Kopplungskonstante von

$$g(^{87}\text{Rb}) \approx 4,8 \cdot 10^{-45} [\text{J}][\text{cm}^3] \approx 3,5 \cdot 10^{-22} k_B [\text{K}][\text{cm}^3] \quad (2.43)$$

Die Teilchendichte im Kondensat  $n(\vec{r})$  bestimmt für den Grundzustand die Gesamtenergie des Ensembles:

$$E[n] = \int d\vec{r} \left[ \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla\sqrt{n}|^2 + nU_{\text{ext}}(\vec{r}) + \frac{gn^2}{2} \right] = E_{\text{kin}} + E_{\text{ho}} + E_{\text{int}} \quad (2.44)$$

Die einzelnen Energiebeiträge lassen sich physikalisch wie folgt deuten:  $E_{\text{kin}}$  ist die zur Unschärferelation gehörende kinetische Energie, auch 'Quantendruck' genannt,  $E_{\text{ho}}$  ist die potentielle Energie durch den Einschluß in die Falle und  $E_{\text{int}}$  ist die Wechselwirkungsenergie der Atome. Bei einem plötzlichen, nichtadiabatischen Ausschalten der Falle entfällt der Term  $E_{\text{ho}}$ , aber  $E_{\text{int}}$  bleibt unverändert. Die interne Wechselwirkungsenergie wird in diesem Fall während der Ausdehnung des Kondensats in kinetische Energie umgewandelt. Die danach zur Ausdehnung beitragende Energie ist damit:

$$E_{\text{Ausd}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{int}}. \quad (2.45)$$

Die relative Bedeutung der Wechselwirkungsenergie für die Kondensateigenschaften ist durch das Verhältnis von  $E_{\text{int}}$  zu  $E_{\text{kin}}$  gegeben und läßt sich über die Größenordnung dieser Energiebeiträge im Grundzustand des harmonischen Oszillators abschätzen zu

$$\frac{E_{\text{int}}}{E_{\text{kin}}} \propto \frac{N|a|}{a_{\text{ho}}}. \quad (2.46)$$

Der dimensionslose Parameter  $N|a|/a_{\text{ho}}$  grenzt das lineare Regime des harmonischen Oszillators für  $N|a|/a_{\text{ho}} \ll 1$  vom hydrodynamischen Regime für  $N|a|/a_{\text{ho}} \gg 1$  ab. Letzteres wird in nahezu allen Experimenten zur Bose-Einstein Kondensation mit Elementen mit abstoßender Wechselwirkung erreicht. Die Aufschlüsselung der Energiebeiträge 2.44 liefert noch eine wichtige charakteristische Länge, die Ausheillänge ('healing length'). Sie gibt die minimale Entfernung an, über die die Kondensatwellenfunktion 'ausheilen', d.h. Dichteänderungen ausgleichen kann. Die Kondensatdichte kann nicht auf beliebig kurzen Distanzen von 0 auf einen Wert  $n$  anwachsen, da dies eine Divergenz des Quantendrucks  $E_{\text{kin}}$  zur Folge hätte. Die kürzeste Distanz  $\xi$  für ein solches Anwachsen ist durch das Gleichgewicht zwischen  $E_{\text{kin}} \sim \hbar^2/(2m\xi^2)$  und der Wechselwirkungsenergie  $E_{\text{int}} \sim 4\pi\hbar^2 an/m$  gegeben. Die Ausheillänge ist somit

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi na}}. \quad (2.47)$$

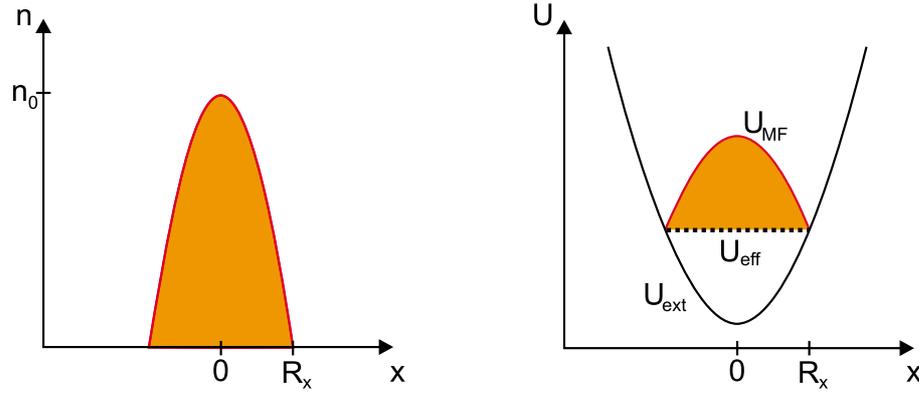


Abbildung 2.2.1: Schematische Darstellung der Dichteverteilung der Kondensatwellenfunktion eines Bose-Einstein Kondensats in Thomas-Fermi Näherung (linker Bildteil). Rechts ist schematisch das effektive auf die Atome wirkende Potential dargestellt, das sich als Summe von Wechselwirkungspotential,  $U_{\text{MF}}$ , und externem Potential ergibt. Das externe Potential (Fallenpotential) wurde als harmonisch angenommen.

Für  $^{87}\text{Rb}$  und eine Dichte von  $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  ergibt sich eine Ausdehnung von  $\xi \approx 0,3 \mu\text{m}$ . Eine Singularität, wie sie z.B. im Zentrum eines Vortex auftritt, erzeugt mindestens ein Loch der Ausdehnung  $\xi$  in der Kondensatwellenfunktion.

### Thomas Fermi-Näherung

Für den besonders wichtigen Fall von Elementen mit einem abstoßenden Wechselwirkungspotential (positive s-Wellen Streulänge) und hoher Teilchenzahl, d.h.  $N|a|/a_{\text{ho}} \gg 1$ , ist die Wellenfunktion des Bose-Einstein Kondensats im wesentlichen durch die Wechselwirkung zwischen den Teilchen bestimmt. Die Vernachlässigung des Beitrags der kinetischen Energie in der Gross-Pitaevskii Gleichung 2.41 ergibt die Thomas-Fermi Näherung für die Dichte des Kondensats:

$$n(\vec{r}) = \phi^2(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\mu - U_{\text{ext}}(\vec{r})}{g} & \text{für } \mu - U_{\text{ext}}(\vec{r}) > 0, \\ 0 & \text{für } \mu - U_{\text{ext}}(\vec{r}) \leq 0. \end{cases} \quad (2.48)$$

Bild 2.2.1 zeigt schematisch die für ein harmonisches Fallenpotential resultierende parabelförmige Dichteverteilung. Durch das dichteabhängige Wechselwirkungspotential  $U_{\text{MF}} = gn(\vec{r})$  befinden sich die Atome in einem effektiv flachen Potential (Bild 2.2.1 rechts). Die zentrale Dichte des Kondensats ist nach Gleichung 2.48

$$n(0) = \frac{\mu}{g} = \frac{\mu m}{4\pi\hbar^2 a}. \quad (2.49)$$

Über die Normalisierungsbedingung  $N = \int d\vec{r} n(\vec{r})$  erhält man das chemische Potential in Abhängigkeit von  $N$ :

$$\mu = \frac{\hbar\omega_{\text{ho}}}{2} \left( \frac{15Na}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}. \quad (2.50)$$

Die mittlere Wechselwirkungsenergie pro Teilchen ist gegeben durch :

$$\frac{E_{\text{int}}}{N} = \frac{2}{7}\mu. \quad (2.51)$$

Aus der Gleichung  $\mu = U(\vec{r})$  ergeben sich unmittelbar die Radien der Kondensatwellenfunktion zu

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \quad (2.52)$$

$$= a_{\text{ho}} \frac{\omega_{\text{ho}}}{\omega_i} \left( \frac{15Na}{a_{\text{ho}}} \right)^{1/5}, \quad i = x, y, z. \quad (2.53)$$

Hier gilt wieder, wie im Fall des thermischen Ensembles (Gleichung 2.36):

$$\frac{R_i}{R_j} = \frac{\omega_j}{\omega_i}, \quad i, j = x, y, z. \quad (2.54)$$

Durch die interatomaren Wechselwirkungen wird eine Änderung des Aspektverhältnisses des Ensembles in der Falle bei Eintritt der Kondensation verhindert. Bei der Ausdehnung des Bose-Einstein Kondensats nach Abschalten der Falle wird die Asymmetrie gegenüber dem idealen Gas noch verstärkt, da der Gradient des interatomaren Wechselwirkungspotentials in Richtungen mit geringem Kondensatradius größer ist als in Richtungen mit großem Kondensatradius. In zigarrenförmigen radialsymmetrischen Fallen mit wesentlich höheren radialen als axialen Fallenfrequenzen wird daher nahezu die gesamte Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie in radialer Richtung umgewandelt. In Flugzeitmessungen bleibt somit der axiale Radius nahezu konstant und kann über Gleichung 2.53 zur Teilchenzahlbestimmung benutzt werden. Die Ausdehnung des Kondensats in radialer Richtung in Flugzeitmessungen liefert dagegen die Wechselwirkungsenergie 2.51 und ermöglicht so eine weitere Methode zur Teilchenzahlbestimmung. Die Nutzung der obigen Gleichungen zur Bestimmung der Parameter der in dieser Arbeit erzeugten Bose-Einstein Kondensate wird in Kapitel 3.4 ausführlich behandelt.

### Anregungen - Hydrodynamische Theorie

Kollektive Anregungen für  $Na/a_{\text{ho}} \gg 1$  werden von der hydrodynamischen Theorie für Superflüssigkeiten beschrieben, die sich im Fall verdünnter atomarer Gase ( $na^3 \ll 1$ ) ebenfalls aus der Gross-Pitaevskii Gleichung ergibt. Sie erlaubt die Vorhersage von Schallgeschwindigkeiten und damit die Beschreibung der Ausbreitung von

lokalen Störungen der Wellenfunktion. Dazu schreibt man die komplexe Kondensatwellenfunktion in der zeitabhängigen Gross-Pitaevskii Gleichung 2.40 mit Funktionen für Betrag und Phase:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sqrt{n(\vec{r}, t)} e^{iS(\vec{r}, t)}. \quad (2.55)$$

Die ortsabhängige Phase  $S(\vec{r}, t)$  legt über

$$n(\vec{r}, t) \vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{2im} (\Phi^* \nabla \Phi - \Phi \nabla \Phi^*) \quad (2.56)$$

das Geschwindigkeitsfeld fest

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla S(\vec{r}, t). \quad (2.57)$$

Die Gross-Pitaevskii Gleichung 2.40 läßt sich damit in Form von zwei gekoppelten Gleichungen für Dichte und Geschwindigkeitsfeld, den hydrodynamischen Gleichungen für Superflüssigkeiten, schreiben:

$$\frac{\partial}{\partial t} n + \nabla \cdot (\vec{v} n) = 0, \quad (2.58)$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \vec{v} + \nabla \left( U_{\text{ext}} + gn - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}} \nabla^2 \sqrt{n} + \frac{mv^2}{2} \right) = 0. \quad (2.59)$$

Bei genügend starker interatomarer Wechselwirkung kann wie bei der Thomas-Fermi Näherung der Term mit  $\hbar^2$  für den kinetischen Druck vernachlässigt werden und die Gleichungen werden in linearisierter Form zu

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta n = \nabla \cdot [c^2(\vec{r}) \nabla \delta n], \quad (2.60)$$

mit der lokalen Schallgeschwindigkeit

$$c(\vec{r}) = \sqrt{\frac{gn(\vec{r}) - U_{\text{ext}}}{m}}. \quad (2.61)$$

Für  $^{87}\text{Rb}$  und eine Dichte von  $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  folgt eine Schallgeschwindigkeit von  $c \approx 1,8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ .

Vortexzustände ergeben im Rahmen dieser Theorie durch Wahl der Phasenfunktion  $S(\vec{r}, t)$ , so daß

$$\Phi(\vec{r}, t) \propto e^{i\kappa\phi}, \quad (2.62)$$

mit dem Winkel  $\phi$  um die Rotationsachse des Vortex und einer ganzen Zahl  $\kappa$ , entsprechend dem quantisierten Drehimpuls  $N\hbar\kappa$  des Vortexzustandes. Durch die mit dem Vortexfluß verbundene kinetische Energie werden die Atome von der Rotationsachse weggedrückt. Das entstehende Loch in der Wellenfunktion wird durch das Gleichgewicht von kinetischer Energie und Wechselwirkungsenergie bestimmt und liegt in der

Gößenordnung der Ausheillänge  $\xi$ . Für sphärische Fallen gilt insbesondere für das Verhältnis von  $\xi$  und dem Radius  $R$  des Kondensats [43]

$$\frac{\xi}{R} = \left( \frac{a_{\text{ho}}}{R} \right)^2. \quad (2.63)$$

Die Tangentialgeschwindigkeit des Vortexzustandes ist eine Funktion der Entfernung  $r_{\perp}$  von der Rotationsachse, entsprechend dem festen Drehimpuls pro Atom  $\hbar\kappa$ :

$$v_{\perp} = \frac{\hbar}{mr_{\perp}}\kappa. \quad (2.64)$$

Die Rotationsfrequenz um die Rotationsachse ist somit ebenfalls vom Radius abhängig:

$$\nu_V = \frac{v_{\perp}}{2\pi r_{\perp}} = \frac{\hbar}{2\pi m r_{\perp}^2}\kappa. \quad (2.65)$$

Für  $^{87}\text{Rb}$  entspricht dies

$$v_{\perp}(^{87}\text{Rb}) \approx 724 \frac{[\mu\text{m}]}{[\text{s}]} \frac{[\mu\text{m}]}{r_{\perp}} \kappa \quad (2.66)$$

bzw.

$$\nu_V(^{87}\text{Rb}) \approx 115 [\text{Hz}] \frac{[\mu\text{m}^2]}{r_{\perp}^2}. \quad (2.67)$$

Die in diesem Kapitel eingeführte Gross-Pitaevskii Gleichung und ihre Erweiterungen zur Beschreibung von Anregungen erklärt nahezu alle bisherigen experimentellen Beobachtungen zur Kondensatwellenfunktion mit großer Genauigkeit. Dies gilt insbesondere für Untersuchungen der Dynamik der Kondensatwellenfunktion ohne Wechselwirkung mit thermischen Atomen, entsprechend der Zielrichtung des realisierten Experiments. Abweichungen treten vor allem bei endlichen Temperaturen auf, wie bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit von Kondensatanregungen [44, 45] und sind Gegenstand aktueller Forschung [38, 46–51]. Anzumerken bleibt, daß die Wechselwirkung von Licht mit Bose-Einstein Kondensaten immer auf die internen Freiheitsgrade der einzelnen Atome wirkt. Eine effektive Beschreibung der Auswirkungen auf die Kondensatwellenfunktion ist über lokale Phasenänderungen durch die Wechselwirkung möglich.

# Kapitel 3

## Experimentelle Realisierung der Bose-Einstein Kondensation

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein flexibles Experiment konzipiert und aufgebaut, das Bose-Einstein Kondensate von  $^{87}\text{Rb}$  hoher Teilchenzahl in schneller Zeitfolge und mit geringen Fluktuationen erzeugt. Das ausgewählte experimentelle Konzept ist in Abbildung 3.0.1 dargestellt und läßt sich insbesondere leicht verschiedenen neuen Anforderungen bezüglich Produktionsrate und Kondensatteilchenzahl anpassen. Darüberhinaus wurde das Magnetfallendesign speziell mit der Zielsetzung eines überdurchschnittlich starken Einschlusses der Atome bei gleichzeitig gutem optischen Zugang konzipiert und realisiert. Es trägt damit wesentlich zur effektiven Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten bei.

Die Entwicklung und der Aufbau eines entsprechend optimierten optischen Detektionssystems ermöglicht die Detektion von Bose-Einstein Kondensaten mit bisher unerreichter Ortsauflösung. Durch die Verwendung einer intensivierten charge coupled device (ICCD-) Kamera mit steuerbarer Belichtungszeit ist zudem eine hohe, exakte zeitliche Auflösung der Detektion möglich. Zur zeitlichen Steuerung des Experiments wurde ein PC-gestütztes Steuerungssystem erstellt. Durch eine Verlagerung der relevanten zeitlichen Taktsignale und Steuerpulse auf die eingesetzten PC-Steuerungskarten ist im realisierten System eine prinzipielle Zeitauflösung von 100 ns möglich.

In den folgenden Unterkapiteln werden die Komponenten des realisierten Experiments zur Bose-Einstein Kondensation im einzelnen vorgestellt und diskutiert. Dabei werden zunächst die verwendeten Laserkühlmechanismen eingeführt. Es folgt eine Erläuterung der eingesetzten Magnetfalle, bevor das Detektionssystem vorgestellt wird. Die Verdampfungskühlung wird als zentraler Schritt im nachfolgenden Kapitel 4 ausführlich analysiert.

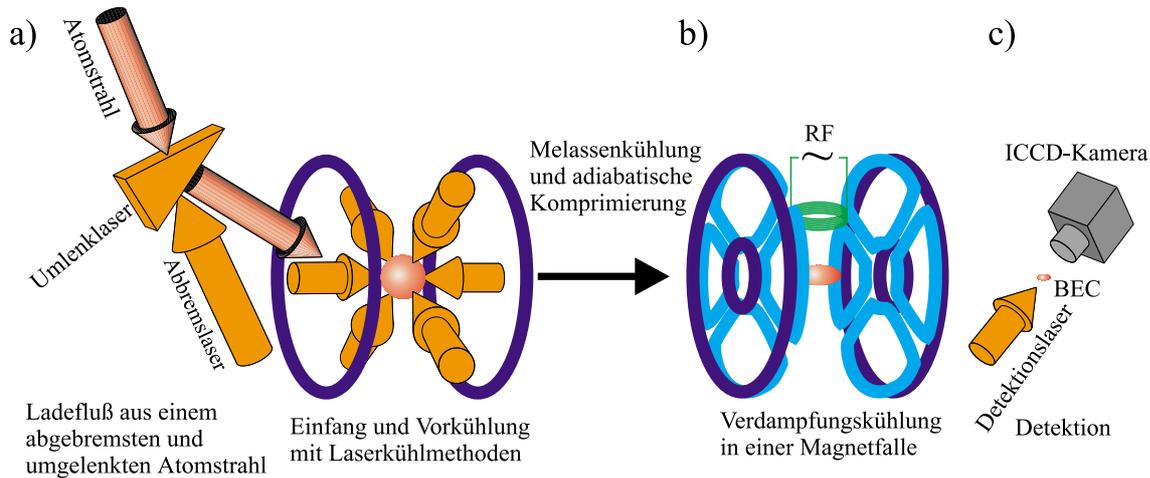


Abbildung 3.0.1: Schematische Darstellung der Schritte zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten im realisierten Experiment. MOT und Magnetfalle befinden sich am gleichen Ort, sind aber zur Veranschaulichung der zeitlichen Abfolge der experimentellen Schritte a)-c) nebeneinander dargestellt.

## 3.1 Ensemblepräparation durch Laserkühlung

In der vorliegenden Arbeit wird eine Kombination verschiedener optimierter Laserkühlverfahren verwendet, um Atomensembles für die Verdampfungskühlung zu präparieren. Die so erzielte stabile Erzeugung von Ensembles hoher Phasenraumdichte und Teilchenzahl bildet die Grundlage für die erreichten kurzen Verdampfungskühlzeiten von 10-20 s (Kapitel 4). Zusammen mit dem schnellen Einfang der Teilchen lassen sich alle 20-30 s Bose-Einstein Kondensate mit über  $10^5$  Atomen erzeugen.

In diesem Kapitel werden nach der Auswahl des Elements und einer kurzen Einführung in die Laserkühlung die eingesetzten Laserkühlverfahren im einzelnen diskutiert. Dabei wird insbesondere auf die Ladestrategie aus einem abgebremsten Atomstrahl eingegangen. Die aufgrund ihrer Flexibilität für diese Arbeit ausgewählte Chirpkühlung [52] wird erstmals in einem Experiment zur Bose-Einstein Kondensation eingesetzt. Es folgt eine kurze Beschreibung der Besonderheiten der zur Speicherung und Kühlung des Ensembles verwendeten magnetooptischen Falle (MOT). Den Abschluß bildet eine Darstellung der zur Umladung des Ensembles in die Magnetfalle eingesetzten Techniken.

### 3.1.1 Auswahl des Elements

Das Element  $^{87}\text{Rb}$  wurde für diese Arbeit aufgrund seiner Stoßparameter und Übergangslinien ausgewählt, die es zu einem hervorragenden Kandidaten für die Bose-Einstein Kondensation machen (siehe Kapitel 4). Zur Laserkühlung auf den im nahen

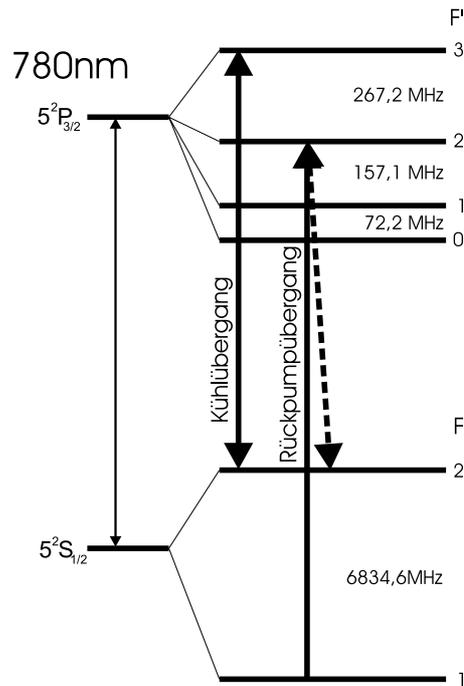


Abbildung 3.1.1: *Hyperfeinstruktur des Übergangs  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$  von  $^{87}\text{Rb}$  bei 780nm mit den verwendeten Linien*

Infrarot liegenden Resonanzfrequenzen von  $^{87}\text{Rb}$  wurden in Zusammenarbeit mit Sven Burger [53] zuverlässige und leistungsstarke Festkörperlaser-Systeme aufgebaut. Die damit zur Verfügung stehende Leistung von ca. 1,5 W erlaubt den schnellen Einfang und die Kühlung vieler Atome. Abbildung 3.1.1 zeigt schematisch die Hyperfeinstruktur der atomaren Niveaus von  $^{87}\text{Rb}$ , die zu den in dieser Arbeit verwendeten Übergangslinien bei 780 nm gehören. Die gesamten Kühlprozesse werden auf dem Übergang vom unteren Niveau mit  $F=2$  ins obere Niveau mit  $F'=3$  realisiert ('Kühlaser'). Eine Ansammlung von Atomen im  $F=1$  Niveau (durch nichtresonante Anregung in das  $F'=2$  Niveau) wird durch einen mit dem  $F=1 - F'=2$  Übergang resonanten Laser verhindert ('Rückpumlaser').

### 3.1.2 Grundlagen der Laserkühlung

Eine ausführliche Beschreibung und Diskussion der Laserkühlung findet sich in [54,55]. Alle in dieser Arbeit verwendeten Laserkühlmechanismen beruhen auf der Absorption von Photonen mit einem definiertem Impuls  $\hbar\vec{k}$  und nachfolgender spontaner Emission. Da bei der spontanen Emission keine Raumrichtung bevorzugt ist ergibt sich im Mittel vieler Absorptions-Emissions Zyklen eine Änderung der Bewegungsrichtung des Atoms. Dieser gemittelten Änderung des atomaren Impulses kann eine Kraft, die sogenannte Spontankraft, zugeordnet werden. Im Fall eines sich in einem Magnetfeld

$\vec{B}$  bewegendes Atom in Wechselwirkung mit einem Lichtfeld der Frequenz  $\omega_L/2\pi$  ist die Spontankraft gegeben durch [56]

$$\vec{F}_{\text{spon}} = \frac{\hbar \vec{k}}{2\tau} \frac{\frac{I}{I_{\text{sat}}}}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}} + \left( \frac{\delta_L - \vec{k} \cdot \vec{v} - g_F m_F \mu_B |\vec{B}|/\hbar}{\Gamma/2} \right)^2}. \quad (3.1)$$

Die Richtung der Kraft ist durch die Richtung der Wellenvektoren  $\vec{k}$  der Photonen festgelegt. Die Abhängigkeit von den atomaren Parametern wird von der Lebensdauer  $\tau$  und der Sättigungsintensität

$$I_{\text{sat}} = \frac{\pi \hbar c}{3\lambda^3 \tau} \quad (3.2)$$

des verwandten Übergangs bestimmt. Die Intensität  $I$  des Lichtes und das Verhältnis der Laserfrequenzverstimmung  $\delta_L = \omega_L - \omega_0$  zur Linienbreite  $\Gamma = 1/\tau$  des Übergangs legen dagegen den Einfluß der Laserparameter auf die Spontankraft fest. Dabei ist  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$  die Resonanzfrequenz des verwendeten atomaren Übergangs. Die auf der Spontankraft 3.1 beruhenden Kühlmechanismen erzeugen durch die ständig auftretende spontane Emission von Photonen einen ihnen entgegenwirkenden Heizprozeß. Die spontan in alle Raumrichtungen emittierten Photonen erzeugen einen 'random walk' im Impulsraum. Die entsprechende Impulsdiffusion wirkt der Verringerung der Impulsbreite durch die von der Dopplerverschiebung abhängende Spontankraft entgegen. Die tiefste erreichbare Temperatur hängt von der Laserintensität und -verstimmung ab. Ihr Minimum, die sogenannte Dopplertemperatur  $T_D$ , wird für niedrige Intensitäten und  $\delta_L = -\Gamma/2$  erreicht:

$$T_D = \frac{\hbar \Gamma}{k_B}. \quad (3.3)$$

Um die Phasenraumdicke des laserpräparierten Ensembles zu maximieren, wird im realisierten Experiment zusätzlich die Polarisationsgradientenkühlung [55] eingesetzt (siehe Kapitel 3.1.6). Dieser Kühlmechanismus funktioniert, solange der atomare Impuls groß gegen den Impuls eines Photons ist. Die Impulsbreite eines so gekühlten Ensembles ist durch diesen Photonenrückstoß  $\hbar k$  begrenzt, womit die minimal erreichbare Temperatur die Rückstoßtemperatur  $T_r$  wird:

$$T_r = \frac{(\hbar k)^2}{2mk_B}. \quad (3.4)$$

Die Zahlenwerte der Parameter von  $^{87}\text{Rb}$ , auf denen die nachfolgenden Betrachtungen beruhen, sind in Tabelle 3.1.1 angegeben.

### 3.1.3 Einfang von Atomen

Ein wichtiger Aspekt der vorliegenden Arbeit war die Auswahl einer Strategie zum schnellen Einfang möglichst vieler Teilchen. Eine hohe Laderate der magnetooptischen

Tabelle 3.1.1: *Parameter zur Laserkühlung von  $^{87}\text{Rb}$  bei 780 nm*

Parameter	
Lebensdauer des angeregten Niveaus	$\tau = 27\text{ns}$
Linienbreite	$\Gamma/2\pi = 5,9\text{MHz}$
Sättigungsintensität	$I_{\text{sat}} = 16\mu\text{W}/\text{mm}^2$
Dopplertemperatur	$T_D = 140\mu\text{K}$
Rückstoßtemperatur	$T_{\text{rec}} = 360\text{nK}$
Rückstoßgeschwindigkeit	$v_{\text{rec}} = 5,8\text{mm/s}$
Maximale Beschleunigung durch Spontankraft	$a_{\text{max}} = 1,1 \cdot 10^5\text{m/s}$

Falle ist die Voraussetzung dafür, bei gegebener Fallenlebensdauer eine hohe Teilchenzahl zu sammeln. Des weiteren beeinflusst die Laderate wesentlich die mögliche experimentelle Taktrate zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten. Folgende Strategien wurden bisher in Experimenten zur Bose-Einstein Kondensation eingesetzt:

1. Gepulste Ladung aus dem Hintergrundgas [20],
2. Doppel-MOT Systeme [57],
3. Einfang aus einem abgebremsten Atomstrahl [21].

Die mit diesen verschiedenen Ladestrategien experimentell bisher erreichte Anzahl kondensierter Atome pro Sekunde in Bezug auf den Ladefluß sind in Fig. 3.1.2 schematisch zusammengefaßt. Der Vergleich zeigt, daß die höchste Produktionsrate gleichzeitig mit der größten Teilchenzahl im Kondensat für einen Einfang aus dem abgebremsten Atomstrahl erreicht wird. Diese Methode bietet zudem noch Erweiterungsperspektiven durch den Einsatz optimierter Atomöfen und die Optimierung der magnetooptischen Falle. Im Gegensatz zu den anderen Ladestrategien liegt die prinzipielle Beschränkung beim Einfang aus dem abgebremsten Atomstrahl nicht in der Lebensdauer, sondern in der Teilchenkapazität der MOT. Zusätzlich entfällt die bei den anderen Strategien auftretende Beschränkung auf Elemente mit geeignetem Dampfdruck bei Zimmertemperatur. Im Rahmen dieser Doktorarbeit wurde dementsprechend eine Ladestrategie aus einem abgebremsten Atomstrahl realisiert. Die Abbremsung erhöht die Einfangrate wesentlich gegenüber dem Einfang aus einem thermischen Atomstrahl. Durch sie wird ein großer Teil der Atome im Strahl auf Geschwindigkeiten unterhalb der maximalen Einfanggeschwindigkeit der magnetooptischen Falle abgebremst (typischerweise 30-50 m/s). Die Verringerung der Geschwindigkeit der Teilchen erfolgt über die Spontankraft 3.1 durch einen Laserstrahl, der dem Atomstrahl entgegengerichtet ist. Zur effektiven Abbremsung muß die dabei auftretende Änderung der Dopplerverstimmung kompensiert werden. Von den dazu gebräuchlichen Methoden der Zeemankühlung [59]

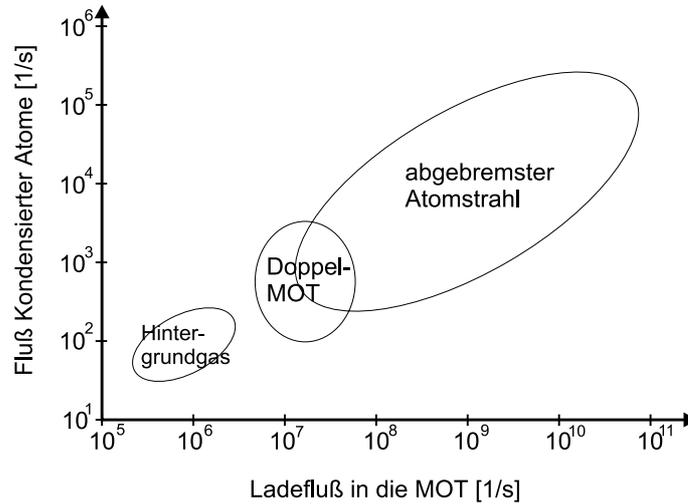


Abbildung 3.1.2: Anzahl der im Mittel kondensierten Atome pro Sekunde über dem Ladefluß der MOT, geordnet nach der Ladestrategie. Die hier angegebenen Bereiche entsprechen den in der BEC online bibliography [58] angegebenen Werten für die ersten Kondensate der verschiedenen Arbeitsgruppen

und Chirpkühlung [52] wurde die letztere ausgewählt. Die realisierten hohen Laserleistungen erlaubten die Realisierung einer gleichzeitigen Nachverstimmung von Kühl- und Rückpump Laser über einen elektrooptischen Modulator mit 20% Wirkungsgrad. So werden störende Restmagnetfelder, wie sie bei der Zeemankühlung auftreten, vermieden. Zudem entfielen beim Design der Vakuumapparatur Einschränkungen durch die Unterbringung von Zeemanspulen.

Durch eine zusätzliche Umlenkzone werden die langsamen von den schnellen Atomen nach der Chirpkühlung getrennt. So wird die Beeinflussung der Fallenregion durch den Atomstrahl und die Abbremslaser minimiert. Zusätzlich zur Umlenkung wird für geeignet gewählte Laserfrequenzen  $\delta_L < 0$  eine kleinere Impulsbreite des Atomstrahls in der Umlenkrichtung erreicht. Dadurch wird die Divergenz des Atomstrahls verringert, so daß mehr Teilchen den Einfangbereich der magnetooptischen Falle erreichen.

Die Details der im Rahmen dieser Doktorarbeit realisierten Ladestrategie werden im folgenden mit den wichtigsten Parametern vorgestellt.

### 3.1.4 Chirpkühlung und Umlenkung

Fig. 3.1.3 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau zum Laden der magnetooptischen Falle in der UHV-Kammer. Der Atomstrahl wird mit Hilfe eines Ofens mit einer 2mm-Öffnung als Düse erzeugt. Der bei einer Temperatur  $T_{\text{Ofen}}$  aus dieser Düse austretende Teilchenfluß  $Q_{\text{Ofen}}$  von Rb-Atomen ergibt sich aus einer einfachen

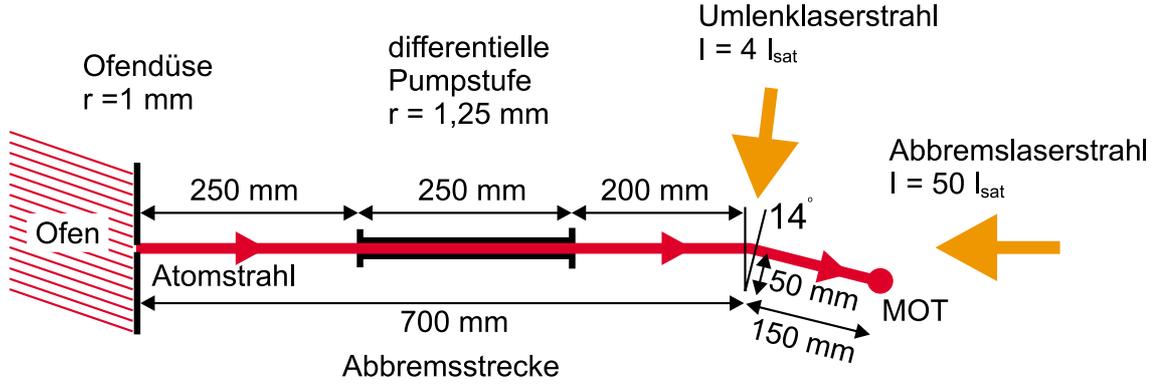


Abbildung 3.1.3: Schematischer Aufbau für Erzeugung, Abbremsung und Umlenkung des Atomstrahls

Abschätzung [60] zu

$$Q_{\text{ofen}} = \frac{1}{4\kappa} n_{\text{ofen}}(T) \bar{v}_{\text{ofen}}(T) A_{\text{Düse}}. \quad (3.5)$$

Der Faktor  $1/\kappa$  gibt die Verringerung des Gesamtflusses bei Verwendung einer Düse endlicher Länge gegenüber einer infinitesimal kurzen Düse an. Bei der verwendeten Blende mit 2mm Dicke gilt [60]

$$\frac{1}{\kappa} \approx 0,68. \quad (3.6)$$

$A_{\text{Düse}} = \pi \text{ mm}^2$  ist die Fläche der Düsenöffnung, aus der die Teilchen austreten. Für die mittlere Geschwindigkeit im Ofen gilt [60]

$$\bar{v}_{\text{ofen}}(T) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}. \quad (3.7)$$

Die Dichte im Ofen ist gegeben durch

$$n_{\text{ofen}}(T) = \frac{p_{\text{ofen}}(T)}{k_B T}, \quad (3.8)$$

wobei der temperaturabhängige Druck für Rubidium (im flüssigen Zustand) genähert werden kann durch

$$\frac{p_{\text{ofen}}(T)}{[\text{Pa}]} = 133 * 10^{15,88253 - \frac{4529,635}{T} + 0,00058663 \cdot T - 2,99138 \cdot \log(T)}. \quad (3.9)$$

In dieser Formel bezeichnet 'log' den dekadischen Logarithmus. Für eine typische Ofentemperatur von  $140^\circ \text{C}$  ergibt sich ein Druck von  $p_{\text{ofen}}(413 \text{ K}) = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ mbar} = 0,29 \text{ Pa}$ . Der resultierende Teilchenfluß aus der Düse von  $Q_{\text{ofen}} = 8,6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$  entspricht einer Betriebsdauer von ca. 223 Stunden pro Gramm Rubidium.

Der Ofen ist an eine Pumpkammer angeflanscht, in der ein Vakuumdruck von unter  $10^{-6} \text{ mbar}$  gehalten wird. Der Atomstrahl wird beim Übergang von dieser Kammer

zur Hauptkammer von einer 25 cm langen differentiellen Pumpstufe mit einem Radius  $r_{\text{Austritt}}$  von 1,25 mm kollimiert. Durch die differentielle Pumpstufe wird zusammen mit speziell ausgewählten UHV-Gettermaterialien (SAES-Getter Typ 707) und einer Ionengetterpumpe (Pumpleistung 120 l/s) ein Druck von wenigen  $10^{-11}$  mbar in der Hauptkammer erzielt.

Die den Atomstrahl begrenzende Austrittsöffnung der differentiellen Pumpstufe befindet sich in einem Abstand  $d \approx 50$  cm von der Düse. Der Teilchenfluß in die Hauptkammer wird dadurch gegenüber dem Fluß aus der Düse um einen Faktor  $(r_{\text{Austritt}}/d)^2 \kappa \approx 9 \cdot 10^{-6}$  verringert (der Faktor  $\kappa$  wird hier angebracht, da der genutzte Strahlanteil nicht durch die endliche Düsenlänge beeinflusst wird). Berücksichtigt man noch den Isotopenanteil von ca. 28%  $^{87}\text{Rb}$  im Atomstrahl, so ergibt sich ein nutzbarer Fluß von

$$Q_{\text{Strahl}} \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}. \quad (3.10)$$

Die Abbremsung der Atome im Atomstrahl erfolgt über die durch einen entgegengerichteten Laserstrahl erzeugte Spontankraft 3.1. Die sich ändernde Dopplerverstimmung der langsamer werdenden Atome wird nach der Methode der Chipkühlung durch eine lineare zeitliche Frequenzänderung des Lasers kompensiert. Eine quasikontinuierliche Laderate wird durch periodische Wiederholung dieses Frequenz-‘Chirps’ erreicht, wobei Kühl- und Rückpump-Laserfrequenz mit einem elektrooptischen Modulator simultan verstimmt werden. Die maximale Abbremsbeschleunigung, d.h. die maximale Steigung der Änderung der Laserfrequenz ist durch die bei vorgegebener Intensität maximale Spontankraft 3.1 festgelegt:

$$a_{\text{max}} = \frac{\hbar k}{2m\tau} \frac{I}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}} \approx \frac{\hbar k}{2m\tau} \quad \text{für } I \gg I_{\text{sat}}. \quad (3.11)$$

Mit den Daten für  $^{87}\text{Rb}$  und einer Dopplerverstimmung bei 780 nm von

$$\Delta\nu_{\text{Doppler}} = 1,28 \cdot \frac{v}{[\text{m/s}]} [\text{MHz}] \quad (3.12)$$

ergibt sich  $(d\nu_L/dt)_{\text{max}} \approx 1,4 \cdot 10^5 \frac{[\text{MHz}]}{[\text{s}]}$  mit der Laserfrequenz  $\nu_L$ . Die minimale Strecke, die bei der Abbremsung der Atome von einer Anfangsgeschwindigkeit  $v_a$  auf eine Endgeschwindigkeit  $v_e$  durchlaufen wird, ist dementsprechend

$$l_{\text{min}} = \frac{v_a^2 - v_e^2}{2a_{\text{max}}}. \quad (3.13)$$

Die höchstmögliche Endgeschwindigkeit der Atome ist durch die maximale Einfanggeschwindigkeit der MOT gegeben. Diese liegt für das realisierte Experiment nach numerischen Simulationen im Bereich von 50 m/s. Bei einem gegebenen Abstand von der Ofendüse bis zur Umlenkzone (entsprechend dem Ende der Chirpkühlzone) von ca. 70 cm ergibt sich aus 3.13 eine maximale Anfangsgeschwindigkeit für die Chirpkühlung von ca. 395 m/s.

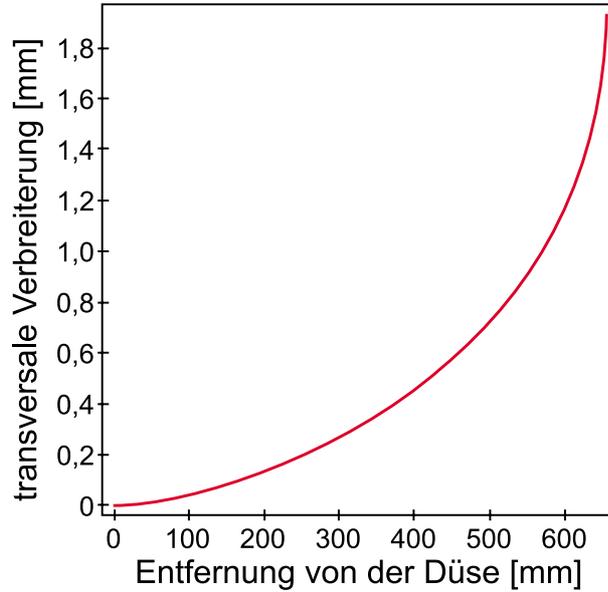


Abbildung 3.1.4: *Transversale Verbreiterung des Atomstrahls durch spontan gestreute Photonen. Die Kurve entspricht dem rms-Radius eines abgebremsten, monoenergetischen Atomstrahls mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 380 m/s. Die Berechnung wurde für  $^{87}\text{Rb}$  und maximale Abbremsbeschleunigung  $a_{\text{max}}$  durchgeführt.*

Die genannten theoretischen Werte für exakt resonante Atome sind instabil gegenüber experimentellen Schwankungen. Eine beliebig kleine Fluktuation führt in diesem Fall zum Verlust der Teilchen für die Chirpkühlung. Wählt man hingegen eine niedrigere Abbremsbeschleunigung als  $a_{\text{max}}$ , so tritt ein selbststabilisierender Effekt auf, der relativ unempfindlich gegen Fluktuationen ist. Zusätzlich tritt in diesem Fall eine Verringerung der longitudinalen Geschwindigkeitsbreite des Atomstrahls auf [61,62].

Die transversale Geschwindigkeitsverteilung des Atomstrahls wird aufgrund der Impulsdiffusion durch die spontane Emission verbreitert. Es tragen ein Drittel der spontan emittierten Photonen in jeder Raumrichtung zur Geschwindigkeitsbreite  $\delta v_{\text{trans}}$  bei. Die durch Diffusion hervorgerufene Breite ist proportional zur Wurzel der Gesamtanzahl der gestreuten Photonen, so daß folgt

$$\delta v_{\text{trans}} \approx \sqrt{\frac{1}{3} \frac{v_a - v_e}{v_{\text{rec}}}} v_{\text{rec}}. \quad (3.14)$$

Der resultierende transversale Radius des Atomstrahls ist in Abbildung 3.1.4 für den Fall einer Anfangsgeschwindigkeit von 380 m/s dargestellt. Die entsprechende zusätzliche Verbreiterung beträgt am Ende der differentiellen Pumpstufe (bei 500 mm) ca. 0,7 mm. Da diese Rechnung vom ungünstigsten Fall ausgeht, sollte der Effekt des transversalen Heizens den nutzbaren Atomfluß um nicht mehr als ca. 25 % verringern. Eine leichte Verbiegung der differentiellen Pumpstufe ist in dieser Hinsicht etwas kri-

tischer. Wird der effektive Radius durch Verbiegung auf 1 mm verringert, so sinkt der Atomfluß um 35 %. Da die maximale Anfangsgeschwindigkeit für das Chirpkühlen bei ca. 395 m/s liegt, ist zudem nur ein Anteil von ca. 55 % der Geschwindigkeitsverteilung einfangbar. Bei Berücksichtigung dieser Effekte wird der maximal nutzbare Atomfluß

$$\tilde{Q}_{\text{Strahl}} \approx 5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}. \quad (3.15)$$

Zusätzlich zur Abbremsung des Atomstrahls wird im realisierten Experiment noch eine Ablenkung der abgebremsten Atome um ca.  $14^\circ$  vorgenommen (Abbildung 3.1.3) [61,63]. Auf diese Weise gelangen nur die einfangbaren Atome in die MOT-Region, was den dort vorhandenen Hintergrundgasdruck niedrig hält. Zusätzlich wird eine Störung der MOT durch schnelle durch sie hindurchfliegende Atome vermieden. Ein weiterer Vorteil ist die schnelle Abschaltbarkeit des Atomstrahls mit dem Umlenkklaserstrahl. Die Umlenkung erfolgt durch einen seitlich eingestrahnten, mit einer Zylinderlinse fokussierten Laserstrahl, dessen Wellenvektoren  $\vec{k}$  jeweils senkrecht auf der Bewegungsrichtung der Atome stehen (Abbildung 3.1.5). Die maximale radiale Beschleunigung für  $\delta_L = 0$  ist wiederum durch  $a_{\text{max}}$  aus 3.11 gegeben. Damit erhält man einen von der Geschwindigkeit  $v$  der Atome abhängigen minimalen Umlenkradius  $r_{\text{min}}$

$$r_{\text{min}} = \frac{v^2}{a_{\text{max}}}. \quad (3.16)$$

In der Praxis wird statt eines resonanten Lichtfeldes ein unterhalb der Resonanz verstimmtes Lichtfeld ( $\delta_L < 0$ , 'rotverstimmt') zur Umlenkung benutzt. Damit erhält man einen etwas größeren Umlenkradius, der wie im Fall der Chirpkühlung mit  $d\nu/dt < (d\nu/dt)_{\text{max}}$  unempfindlich gegenüber Fluktuationen ist. Gleichzeitig wird dabei die Geschwindigkeitsbreite des Atomstrahls in der Umlenkebene verringert.

Die Ladegeometrie mit Chirpkühlung und anschließender Umlenkung der langsamen Atome hat sich im realisierten Experiment hervorragend bewährt. Sie trägt wesentlich zu einer flexiblen und schnellen Ladung der magnetooptischen Falle bei. Die experimentell realisierten Parameter sind im Vergleich zu den genannten theoretischen Werten in Tabelle 3.1.2 aufgeführt. Die Abbremsbeschleunigung und der Umlenkradius sind entsprechend einer selbststabilisierenden Abbremsung und Umlenkung mit gleichzeitiger Kühlung (s.o.) gewählt. Die erzielte Laderate der magnetooptischen Falle entspricht wenigen Prozent des theoretisch nutzbaren Teilchenflusses. Damit ist die mit Chirpkühlung und Umlenkung erzielte Effizienz vergleichbar mit den Werten in Experimenten mit Ladung aus einem zeemangekühlten Atomstrahl [64,65].

### 3.1.5 Magnetooptische Falle

Die 1987 erstmals realisierte magnetooptische Falle [66,67] hat sich zu einem Standardwerkzeug der Laserkühlung von Atomen entwickelt. Sie ist neben der eingesetzten Magnetfalle für die Verdampfungskühlung das zentrale Element des realisierten Experiments. Die magnetooptische Falle dient der Präparation eines Atomensembles hoher

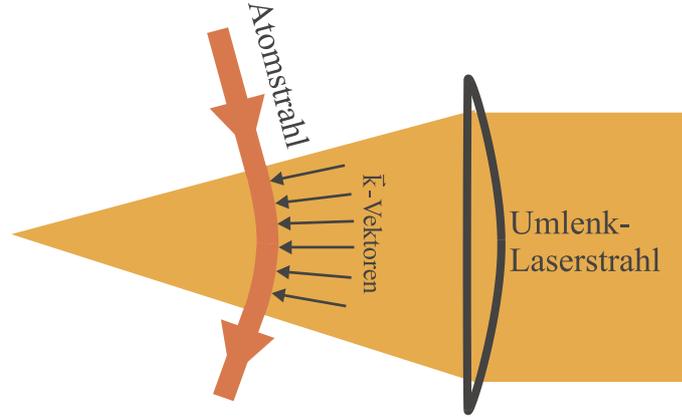


Abbildung 3.1.5: Schematische Darstellung der Umlenkung eines Atomstrahls mit nachgeführten Wellenvektoren

Tabelle 3.1.2: Vergleich theoretisch maximaler und experimentell realisierten Ladeparametern

Parameter	theoretisch	experimentell
Laserintensität-Chirpkühlung	$\infty$	$\approx 50 I_{\text{sat}}$
Laderate	$5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$	$\approx 10^8 \text{ s}^{-1}$
Abbremsbeschleunigung	$1,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}^2$	$8 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$
$d\nu_L/dt$	$1,4 \cdot 10^5 \text{ MHz/s}$	$1,0 \cdot 10^5 \text{ MHz/s}$
Anfangsgeschwindigkeit	$395 \text{ m/s}$	$383 \text{ m/s}$
Endgeschwindigkeit	$50 \text{ m/s}$	$33 \text{ m/s}$
Laserintensität-Umlenkung	$\infty$	$\approx 4 I_{\text{sat}}$
Umlenkradius	23 mm (bei $v=50 \text{ m/s}$ )	$\approx 50 \text{ mm}$

Dichte und niedriger Temperatur. Sie besteht aus der in Abbildung 3.1.6 skizzierten Überlagerung eines Quadrupolmagnetfeldes mit  $\sigma^+$  und  $\sigma^-$  polarisierten Laserstrahlen negativer Verstimmung  $\delta_L < 0$ . Die resultierende Gesamtkraft (im Fall niedriger Intensitäten  $I < I_{\text{sat}}$  als Summe der einzelnen Spontankräfte 3.1) ist gleichzeitig orts- und geschwindigkeitsabhängig. Damit lassen sich die Atome mit der magnetooptischen Falle einfangen, speichern, komprimieren und kühlen. Das primäre Ziel bei der Optimierung der magnetooptischen Falle ist die Speicherung möglichst vieler Teilchen bei hoher Phasenraumdichte. Die dabei erreichte Phasenraumdichte beträgt typischerweise  $10^{-7} \dots 10^{-6}$  und liegt damit um fünf bis sieben Größenordnungen höher als im Atomofen.

Wie die durchgeführten Untersuchungen zur Verdampfungskühlung zeigen (Kapitel 4), ist die Maximierung der Teilchenzahl wichtiger als die Erzielung einer besonders

hohen Dichte oder niedrigen Temperatur. Die maximal in einer MOT erreichbare Phasenraumdicke und Teilchenzahl ist durch Reabsorptionsprozesse begrenzt und hängt von der Zahl der gefangenen Teilchen ab. Eine ausführliche Untersuchung dieser Effekte in verschiedenen Dichteregimes findet sich in [68]. Eine Aufteilung der MOT in Einfang- und Speicherbereich erlaubt eine Verringerung der Reabsorptionsprozesse im Speicherbereich durch Techniken der dark SPOT (dark Spontaneous force Optical Trap) [69] und der daraus abgeleiteten ultra dark SPOT (siehe z.B. [70]). Auf diese Art läßt sich die Dichte des gespeicherten Ensembles im Vergleich zur konventionellen MOT um ein bis zwei Größenordnungen erhöhen, womit in einem gegebenen Volumen mehr Teilchen gefangen werden können. Gleichzeitig ergeben sich etwas höhere Temperaturen des Ensembles, eine etwas verminderte Laderate und eine höhere Fallenlebensdauer.

Der zentrale Punkt bei der Optimierung der MOT in unserem Experiment bestand in der richtigen Kombination von Fallenvolumen, Laderate und Einsatz der dark SPOT Techniken. Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehrfach systematische Untersuchungen der komplexen Abhängigkeiten in verschiedenen Parameter-Regimes durchgeführt. Durch die entsprechende Anpassung der Parameter im konkreten Experiment konnte die MOT im Hinblick auf die obige Zielsetzung effizient optimiert werden.

Die Wahl großer Fallenlaserstrahlen mit einem Durchmesser von 22 mm erhöht die Einfanggeschwindigkeit und das Speichervolumen der MOT. Die Lebensdauer der mit einer Intensität von  $\approx 14 \text{ mW/cm}^2 \approx 9 I_{\text{sat}}$  pro Strahl betriebenen Falle liegt bei ca. 20s. Bei der realisierten Laderate von ca.  $10^8$  Atomen/s wirken sich Dichtebegrenzungen durch Reabsorptionsprozesse in der MOT in ähnlicher Größenordnung wie die Laderatenverringerung in der dark SPOT aus. Die Implementation und der Vergleich der verschiedenen MOT-Techniken ergab somit keine Vorteile für dark oder ultra dark SPOT Fallen. Der Vorteil der höheren Laderate der MOT liegt in einer kürzeren Ladezeit für das untersuchte Regime. Da die innerhalb von 10s einfangbaren  $5 \cdot 10^8$  Atome für die derzeitigen Experimente voll ausreichen, wird durch Einsatz einer einfachen MOT die experimentelle Taktrate maximiert. Die auf maximale Teilchenzahl nach einer Ladezeit von 10s optimierte MOT wird bei folgenden Parametern betrieben: Der Gradient der Fallenmagnetfelder beträgt ca. 1 G/cm und die Verstimmung der Fallenlaserstrahlen beträgt  $\frac{5}{2} \Gamma$ .

Für zukünftige Experimente, die evtl. höhere Teilchenzahlen im Bose-Einstein Kondensat benötigen, kann auf die vorhandene Implementation der dark und ultra dark SPOT zurückgegriffen werden. Die dann nötige Laderate kann durch Erhöhung der Ofentemperatur zur Verfügung gestellt werden. Besonders vielversprechend ist in dieser Hinsicht der Einsatz eines effizienten Recyclingofens mit hohem gerichteten Teilchenfluß.

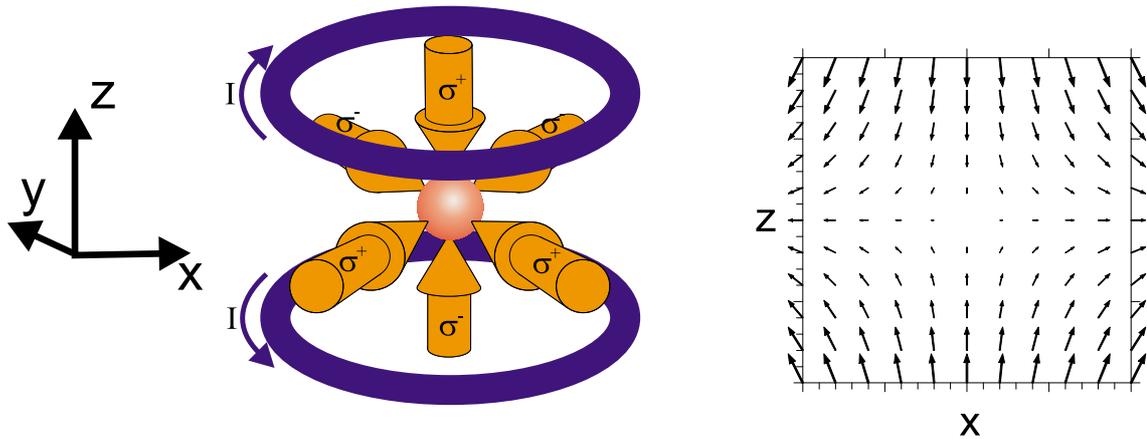


Abbildung 3.1.6: Schematischer Aufbau der magnetooptischen Falle. Im linken Teil der Abbildung ist die Geometrie von Spulen und Laserstrahlen dargestellt. Der rechte Teil der Abbildung zeigt den Verlauf der Magnetfeldlinien des verwendeten Anti-Helmholtz-Feldes in der  $xz$ -Ebene.

### 3.1.6 Phasenraumdichteerhöhung

Vor dem Umladen des in der MOT präparierten Ensembles in die Magnetfalle wird im realisierten Experiment die Phasenraumdichte des Atomensembles über eine Kombination verschiedener Techniken maximiert.

In der magnetooptischen Falle funktionieren die Mechanismen der Polarisationsgradientenkühlung aufgrund der Magnetfeldabhängigkeit der  $m_F$ -Niveaus nur nahe des Fallenzentrums. Beim Einfang vieler Teilchen bei hoher Dichte treten zudem Heizeffekte durch Reabsorption spontan emittierter Photonen auf. Da die magnetooptische Falle mit hohen Lichtintensitäten zum Einfang vieler Teilchen betrieben wird, sind dort kaum niedrigere Temperaturen als die Dopplertemperatur zu erreichen ( $T_{\text{MOT}} \approx 100..150 \mu\text{K}$ ).

Die Optimierung auf hohe Einfangraten und Speicherkapazität bedingt zusätzlich eine relativ niedrige Teilchendichte von  $\approx 3 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$  in der MOT. Diese zur Erzielung hoher Teilchenzahlen notwendigen Einschränkungen werden vor dem Umladen in die Magnetfalle durch die Kombination verschiedener Schritte kompensiert.

Der erste Schritt besteht in einer Erhöhung der Dichte des gefangenen Ensembles durch eine kurzfristige Erhöhung des Magnetfeldgradienten der MOT. Durch diese Kompression kommt es sowohl zu einer Erhöhung der dichteabhängigen Fallenverluste als auch der Ensembletemperatur. Die Temperaturzunahme liegt einerseits an den stärkeren Reabsorptionsprozessen bei höherer Dichte, andererseits an Heizprozessen während der schnellen Kompression. Die Kompressionszeit wird jeweils so optimiert, daß nur geringe Teilchenzahlverluste bei nicht zu starker Aufheizung auftreten. Typischerweise wird der Fallengradient für 50..100 ms von 1 G/cm auf 3-4 G/cm erhöht.

Dabei steigt die Dichte des Ensembles auf  $\approx 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  und die Temperatur auf  $\approx 220 \mu\text{K}$ .

In einem weiteren Schritt wird die Temperatur des komprimierten Ensembles mit Hilfe der Polarisationsgradientenkühlung gesenkt. Dazu werden die vorhandenen MOT-Strahlen genutzt und das Magnetfeld abgeschaltet. Zur Optimierung der Temperatur werden Laserintensitäten von ca.  $1,8 \text{ mW/cm}^2 \approx I_{\text{sat}}$  und Laserverstimmungen von ca. 7,5 Linienbreiten gewählt. Da während dieser Kühlphase eine Ortsdiffusion der Atome stattfindet, sinkt die Dichte leicht. In der dementsprechend kurz gewählten Kühlzeit von 5 ms sinkt die Temperatur des Ensembles auf  $\approx 50 \mu\text{K}$ , während die Dichte kaum abnimmt. Die Phasenraumdicke wird durch Kompression und Nachkühlung um 2 Größenordnungen erhöht.

Eine weitere Erhöhung der Phasenraumdicke wird durch das optische Pumpen der Teilchen in einen einzigen  $m_F$ -Unterzustand erreicht. Gleichzeitig wird dabei die Anzahl der Teilchen erhöht, die in der Magnetfalle gespeichert werden können. Das Umpumpen wird durch einen  $\sigma^+$ -polarisierten Laserpuls realisiert, der mit dem  $F=2 - F'=3$  Übergang von  $^{87}\text{Rb}$  resonant ist. Die Quantisierungsachse wird durch ein definiertes Hilfsmagnetfeld in Richtung der Magnetfallenachse festgelegt, das bis zum Einschalten der Magnetfalle beibehalten wird. Dadurch gelingt es ca. 50% der Atome im gewünschten Hyperfeinzustand ( $F = 2, m_F = 2$ ) in die Magnetfalle umzuladen. Dies entspricht einer Steigerung der Phasenraumdicke und Teilchenzahl in der Magnetfalle um einen Faktor 2,5 gegenüber dem nicht umgepumpten Ensemble.

## 3.2 Magnetfalle

Die Magnetfalle ist ein Kernelement der experimentellen Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten. Sie dient der Speicherung und thermischen Isolation des Atomensembles und ermöglicht so die Erzeugung ultrakalter Ensembles. Der für das realisierte Experiment gewählte Typ der Ioffe-Falle bietet mit seiner steilen Potentialform optimale Voraussetzungen für eine effiziente Verdampfungskühlung (Kapitel 4.2.2). Das bezüglich des optischen Zugangs ausgezeichnete 'Kleeblatt'-Design [71] wurde in Zusammenarbeit mit Michael Roemer [72] und Thomas Südmeyer [73] analysiert und mit Hilfe numerischer Simulationen optimiert. Die nach den gewonnenen Erkenntnissen realisierte Magnetfalle zeichnet sich durch einen überdurchschnittlich starken Ensembleeinschluß, große Stabilität und präzise Einstellbarkeit des Offsetfeldes aus. Darüberhinaus gestattet eine umfangreiche Beschaltung sehr kurze Schaltzeiten und die flexible Änderung der Fallengeometrie und -stärke. Dieses Kapitel gibt nach einer Einführung in die magnetische Speicherung von Atomen und der Auswahlkriterien für den Fallentyp einen Überblick über die Einzelheiten der realisierten Magnetfalle.

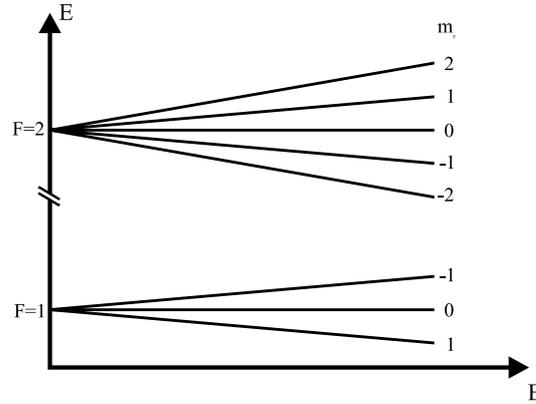


Abbildung 3.2.1: Schematische Darstellung der Magnetfeldabhängigkeit der potentiellen Energie von  $^{87}\text{Rb}$  Atomen für niedrige Magnetfelder (Zeeman-Bereich)

### 3.2.1 Grundlagen der magnetischen Speicherung von Atomen

In einer Magnetfalle können Atome mit einem magnetischen Moment  $\vec{\mu}$  gespeichert werden. Die Speicherung erfolgt durch die Wechselwirkungsenergie des magnetischen Moments mit dem Fallenfeld  $\vec{B}$

$$E_{\text{MF}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad (3.17)$$

Für Atome mit Hyperfeinaufspaltung, kleine Feldstärken und adiabatischem Folgen des magnetischen Moments läßt sich ein Wechselwirkungspotential angeben:

$$U_{\text{ext}}(\vec{r}) = g_F m_F \mu_B |\vec{B}(\vec{r})|, \quad (3.18)$$

mit dem Landé-Faktor  $g_F$  des Hyperfeinstruktur-niveaus der magnetischen Quantenzahl  $m_F$  und dem Bohr'schen Magneton  $\mu_B$ . Das magnetische Moment des Atoms kann dem Magnetfeld adiabatisch folgen, solange die Larmorfrequenz  $\omega_L = g_F \mu_B B / \hbar$  klein ist gegen die relative zeitliche Änderung des Magnetfeldes am Atomort, d.h.

$$\omega_L \gg \frac{|\dot{\vec{B}}|}{B}. \quad (3.19)$$

Für  $^{87}\text{Rb}$  gilt in den beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustands mit  $F = 1$  und  $F = 2$

$$g_{F=1} = -\frac{1}{2} = -g_{F=2}, \quad (3.20)$$

womit sich die in Abbildung 3.2.1 dargestellte Abhängigkeit der potentiellen Energie der Atome vom Magnetfeld ergibt. Da sich im freien Raum keine statischen dreidimensionalen Magnetfeldmaxima, sondern nur -minima durch Spulen- oder Permanentmagnetanordnungen erzeugen lassen [74], ist eine statische magnetische Speicherung von Atomen nur in Zuständen mit  $g_F m_F > 0$  möglich.

Zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten sind magnetische Fallen mit einem verschwindenden Magnetfeldminimum,  $B_0 = 0$ , ungeeignet, da in ihrem Zentrum die Adiabazitätsbedingung 3.19 nicht mehr erfüllt ist. Dies führt bei durch das Fallenzentrum laufenden Atomen zu nichtadiabatischen Spinflips (Majorana-Übergänge) in  $m_F$ -Zustände, die vom Fallenpotential abgestoßen werden. Dieser Verlustprozeß tritt mit höherer Wahrscheinlichkeit bei Atomen auf, die sich aufgrund ihrer niedrigen Energie nah am Fallenzentrum aufhalten, wodurch er der Abkühlung eines Atomensembles in den Fallengrundzustand entgegenwirkt.

### 3.2.2 Wahl des Magnetfallentyps

Die wichtigsten Kriterien bei der Wahl des Magnetfallentyps sind seine Auswirkungen auf die Verdampfungskühlung (Kapitel 4) und die eventuellen Einschränkungen bei Experimenten mit Bose-Einstein Kondensaten. Für die Verdampfungskühlung sind ein steiler Potentialanstieg und ein starker Ensembleeinschluß wesentliche Anforderungen. Experimentelle Einschränkungen können durch oszillierende Fallenfelder oder lange Schaltzeiten auftreten. Eine ausführliche Diskussion und analytische Entwicklung verschiedener Magnetfallenfelder findet sich in [19]. Zur experimentellen Realisierung der Bose-Einstein Kondensation mit verdünnten Alkali-Gasen sind zwei Potentialgeometrien besonders geeignet. Diese werden im folgenden vorgestellt und verglichen.

#### Die TOP-Falle

Die TOP- (Time averaged Orbiting Potential) Falle [75] ermöglicht die Nutzung eines leicht realisierbaren Quadrupolmagnetfeldes zur Bose-Einstein Kondensation. Dies gelingt durch eine schnelle, beschleunigte Bewegung des Feldnullpunktes, wodurch Spinflipverluste vermieden werden. Dazu wird das Quadrupolmagnetfeld mit Gradient  $B'_{\text{TOP}}$  mit einem rotierenden Offsetfeld (Abbildung 3.2.2) überlagert, so daß der Nullpunkt in der Ebene des Offsetfeldes eine Kreisbahn beschreibt. Durch geeignete Wahl von Rotationsfrequenz  $\omega_{\text{off}}$  und Betrag  $B_{\text{off}}$  des Offsetfeldes wird ein am Fallensboden effektiv harmonisches Potential erzeugt. Die Krümmung des Potentials [75]

$$B''_{\text{TOP}} \approx B'^2_{\text{TOP}}/2B_{\text{off}} \quad (3.21)$$

geht im Außenbereich in einen linearen Anstieg über. Die Frequenz  $\omega_{\text{off}}$  muß dabei wesentlich höher sein als die Oszillationsfrequenzen  $\omega_i$ ,  $i = x, y, z$  im resultierenden zeitgemittelten Potential (Adiabazität der Schwerpunktsbewegung). Gleichzeitig darf durch eine zu hohe Rotationsfrequenz, die mit schnell wechselnden Magnetfeldern einhergeht, die Adiabazitätsbedingung 3.19 nicht verletzt werden. D.h. in diesem Fall muß gelten:

$$\omega_L \gg \omega_{\text{off}} \gg \omega_i, \quad i = x, y, z. \quad (3.22)$$

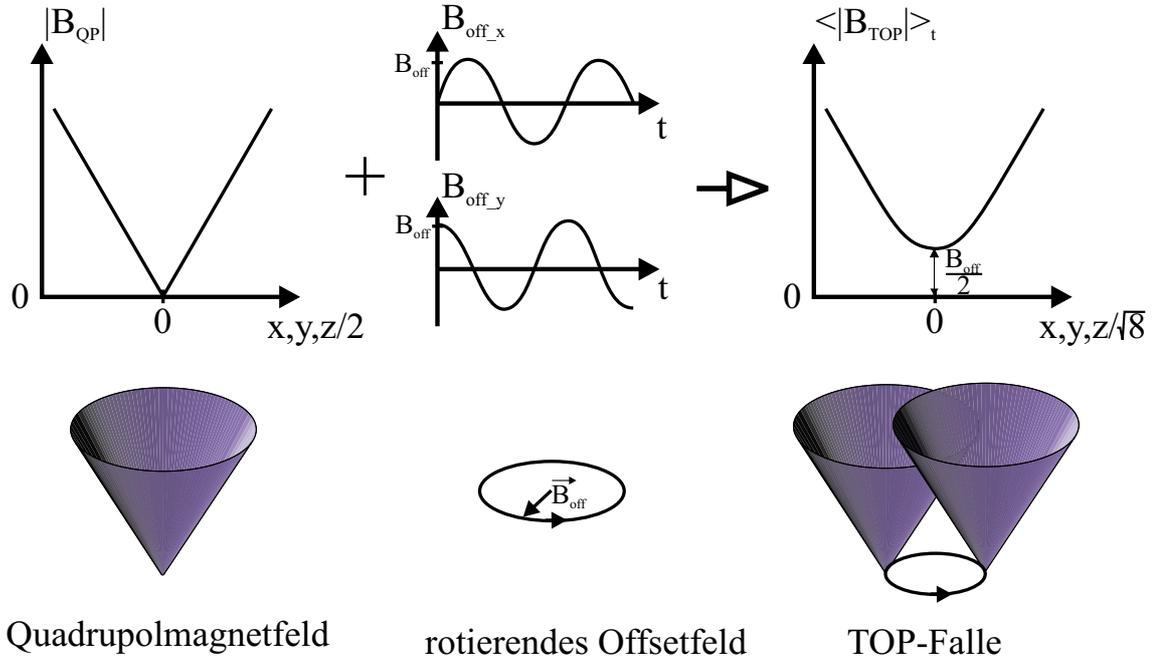


Abbildung 3.2.2: Magnetfeldkonfiguration der TOP-Falle

Die Speicherung heißer Ensembles ist in diesem Fallentyp durch die von Quadrupolnullpunkt beschriebene Kreisbahn ('circle of death') begrenzt. Im Moment des Nullpunktdurchgangs treten sehr schnelle Änderungen der Magnetfeldrichtung bei gleichzeitig kleinem Magnetfeldbetrag auf, so daß die Adiabazitätsbedingung 3.19 nicht mehr erfüllt ist. Atome in der Nähe des 'circle of death' gelangen durch Majorana-Übergänge in nichtgefangene  $m_F$ -Zustände. Die resultierende Fallenhöhe entspricht einer Abschneidenergie [71] von

$$k_B T_t \approx \frac{1}{2} g_F m_F \mu_B B_{\text{off}}. \quad (3.23)$$

Für  $^{87}\text{Rb}$  im  $(F = 2, m_F = 2)$ -Zustand entspricht einer Fallentiefe von  $5k_B T$  ein rotierendes Offsetfeld von

$$B_{\text{off}} = 30 \frac{T}{[\text{mK}]} [\text{G}]. \quad (3.24)$$

Technisch gesehen ist die TOP-Falle aufgrund der einfachen Spulenanordnung relativ leicht zu realisieren und bietet einen guten optischen Zugang. Leitende Materialien in Fallennähe verursachen allerdings über Wirbelströme Störungen des rotierenden Offsetfeldes. Die Begrenzung der Fallenhöhe durch den 'circle of death' verlangt ein relativ großes Offsetfeld nach dem Umladen. Die entsprechend niedrige Potentialkrümmung 3.21 bedingt einen relativ schwachen Einschluß des Ensembles. Dadurch werden gerade in der kritischen Anfangsphase der Verdampfungskühlung (Kapitel 4) keine optimalen Stoßparameter erreicht. Die oszillierenden Felder verkürzen bei der

RF-Verdampfungskühlung die effektive Wechselwirkungszeit mit dem RF-Feld und müssen über höhere RF-Feldstärken ausgeglichen werden. Der entscheidende Nachteil der TOP-Konfiguration besteht jedoch in der Notwendigkeit, Experimente in der Falle mit dem rotierenden Offsetfeld exakt zu synchronisieren.

### Die Ioffe-Falle

Mit der Ioffe-Falle [76] steht eine statische Magnetfalle zur Verfügung, die wesentliche Nachteile der TOP-Falle vermeidet. Durch vielfältige Realisierungsmöglichkeiten mit verschiedenen Spulenkonfigurationen läßt sie sich für die jeweiligen experimentellen Zielsetzungen und Rahmenbedingungen optimieren. Die Ioffe-Falle erreicht einen steilen Potentialverlauf durch ein zweidimensionales Quadrupolfeld, dem ein senkrecht zur Quadrupolebene ausgerichtetes Magnetfeld mit harmonischem Betragsverlauf überlagert ist (Abbildung 3.2.3). Damit ergibt sich in der Quadrupolebene entsprechend der TOP-Falle ein harmonischer Feldverlauf in Zentrum, der im Außenbereich linear wird. Im Gegensatz zur TOP-Falle ist das Atomensemble in einer optimierten Ioffe-Falle nach dem Umladen bis in diesen linearen Bereich ausgedehnt. Wie in Kapitel 4.2.2 erläutert, ist dies vorteilhaft für die Verdampfungskühlung. Durch ein entsprechendes Vorgehen beim Umladen und Komprimieren ist durch die lineare Potentialform zudem noch ein Gewinn an Phasenraumdichte möglich (Kapitel 3.3.4).

In der senkrecht zum Quadrupolfeld liegenden Achse ist der Feldverlauf dagegen harmonisch. Analytisch ergibt sich in niedrigster nichttriviale Ordnung ein zylindersymmetrischer Verlauf des Betrages des Magnetfeldes [19]:

$$\vec{B}(\vec{r}) = B_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + B'_\rho \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ -z \end{pmatrix} + \frac{B''_x}{2} \begin{pmatrix} x^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \\ -xy \\ -xz \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Die charakteristischen Fallenparameter sind der radiale Gradient  $B'_\rho$  in der Quadrupolebene (xy-Ebene mit  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ ), die axiale Krümmung  $B''_x$  entlang der zu dieser Ebene senkrechten Achse (z-Achse) und das Offsetfeld im Fallenzentrum  $B_0$ . Die radiale Krümmung nahe des Fallenzentrums (d.h.  $\rho < B_0/B'_\rho$ ) läßt sich nähern als

$$B''_\rho = \frac{B_\rho^2}{B_0} - \frac{B''_x}{2}. \quad (3.26)$$

Der Übergang vom harmonischen zum linearen Potentialverlauf in radialer Richtung erfolgt für  $B'_\rho \cdot \rho \approx B_0$  und wird überschritten von Atomensembles mit einer Temperatur

$$T > T_{\text{lin}} \approx \frac{m_{FGF}\mu_B B_0}{k_B} \approx 67 \mu\text{K} \frac{m_{FGF} B_0}{[\text{G}]}. \quad (3.27)$$

Die radiale Krümmung läßt sich in dieser Fallenkonfiguration flexibel durch Änderung des Offsetfeldes  $B_0$  einstellen, was mit einer Änderung der Fallenform, d.h. des Aspektverhältnisses von axialer zu radialer Ausdehnung einhergeht. Ein phasenangepaßtes

Umladen des mit Laserkühlmethoden präparierten Ensembles in die Magnetfalle erfordert dabei eine nahezu sphärische Magnetfalle, die bei einem hohen Offsetfeld entsteht. Für die anschließende Verdampfungskühlung ist eine möglichst hohe elastische Stoßrate vorteilhaft, die durch adiabatische Kompression durch Absenken des Offsetfeldes einstellbar ist. Begrenzt wird die Kompression in radialer Richtung nur durch die Adiabazitätsbedingung 3.19. Dabei ist anzumerken, daß die Larmorfrequenz in der Ioffe-Falle im Gegensatz zur TOP-Falle nur groß gegenüber der Fallenfrequenz der Schwerpunktsbewegung der Atome sein muß. Das Offsetfeld kann somit 1 bis 2 Größenordnungen niedriger gewählt werden als in der TOP-Falle. So sind deutlich höhere Fallenfrequenzen in radialer Richtung erzielbar. Diese erlauben trotz der meist niedrigeren Frequenz in axialer Richtung eine ähnliche oder höhere Komprimierung des Ensembles im Vergleich zur TOP-Falle.

Die Ioffe Falle besitzt axial zwei Instabilitätspunkte, ab denen der radiale Einschluß nicht mehr gewährleistet ist. Dies geschieht, durch die Interferenz der Terme  $B''_x \cdot xy$  und  $B''_x \cdot xz$  mit dem radialen Gradienten  $B'_\rho$  (Gleichung 3.25). Aus Gleichung 3.25 erhält man als Bedingung für radialen Einschluß [77]

$$|x| < \frac{B'_\rho}{B''_x} - \frac{B_0}{2B'_\rho}. \quad (3.28)$$

Dieser Wert ist bei Annahme einer linearen Abhängigkeit aller Feldkomponenten von den Spulenströmen nur von den Designparametern der Magnetfalle abhängig. Besondere Bedeutung kommt hier dem Verhältnis  $\frac{B'_\rho}{B''_x}$  zu. Diese Erkenntnis wurde in der vorliegenden Arbeit durch die gewählte Optimierungsstrategie beim Magnetfallenentwurf berücksichtigt (Kapitel 3.2.3). Der Einfluß der Instabilitätspunkte wird besonders deutlich, wenn man die expandierte Magnetfalle bei Umladung der MOT betrachtet. Bei einem angenommenen Aspektverhältnis zwischen radialer zu axialer Achse von 2:1 und Anpassung der Magnetfalle durch Erhöhung des Offsetfeldes folgt  $B_0 = 2B'^2_\rho / B''_x$  (nach Gleichung 3.26) und damit

$$|x| < 0. \quad (3.29)$$

Ein Ensemble mit einem größeren Aspektverhältnis kann also nicht modenangepaßt in eine Ioffe-Falle umgeladen werden. Die in dieser Arbeit verwendeten lasergekühlten Ensembles haben ein Aspektverhältnis von ca.  $\sqrt{2}$ :1. Die Modenanpassung erfolgt daher mit  $B_0 \approx B'^2_\rho / B''_x$  und die Instabilitätspunkte liegen  $\frac{B'_\rho}{2B''_x} \approx 9$  mm vom Fallenzentrum entfernt. Die auf diese Weise limitierte Fallenausdehnung stellt auch für die Umladung sehr großer atomarer Wolken keine Beschränkung dar.

Der obige Vergleich zwischen TOP- und Ioffe-Magnetfalle ergab eine klare Entscheidung zugunsten der Ioffe-Falle für das realisierte Experiment. Maßgeblich dafür war neben den günstigen Parametern für die Verdampfungskühlung vor allem die zeitliche Konstanz der Experimentierbedingungen. Das spezifische, entsprechend der experimentellen Anforderungen ausgewählte Spulendesign und seine Optimierung wird im nächsten Kapitel im Detail erläutert.

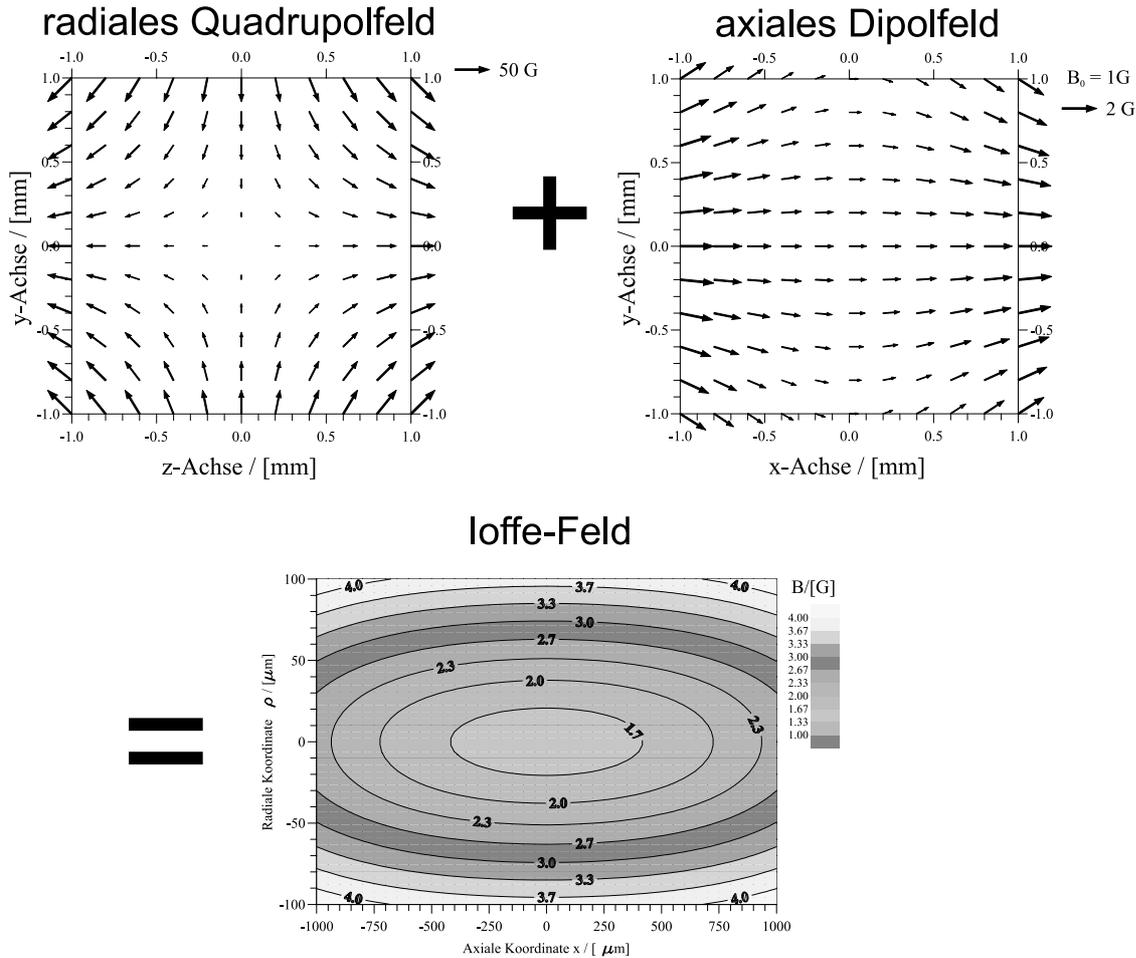


Abbildung 3.2.3: Magnetfeldkonfiguration der Ioffe-Falle. Der im unteren Teil der Abbildung dargestellte Verlauf des Magnetfeldbetrages wird durch die Überlagerung eines radialen Quadrupolfeldes mit einem axialen Dipolfeld mit harmonischen Betragsverlauf erzielt (oberer Bildteil)

### 3.2.3 Experimentelle Realisierung der Magnetfalle

Die nach den vorhergehenden Argumenten ausgewählte Ioffe-Magnetfalle im Kleeblatt-Design wurde im Rahmen dieser Arbeit in ihren Designparametern sorgfältig optimiert. Dies führte zum Aufbau einer Falle mit steilem Fallenpotential und ausgezeichnetem optischen Zugang. Besonderer Wert wurde auf eine flexible Beschaltung und die Unterdrückung von Fluktuationen gelegt. Im folgenden werden die wesentlichen Merkmale der realisierten Magnetfalle im einzelnen diskutiert.

## Optischer Zugang und Optimierung der Feldstärken

Ein wesentlicher Vorteil der Kleeblattfalle ist die in Abbildung 3.2.4 oben gezeigte Zusammenfassung der Spulen in zwei parallelen Ebenen. Dies ermöglichte den Einsatz einer 28mm breiten Vakuum-Glaszelle mit einem ungehinderten, zweidimensionalen optischen Zugang zum Fallenzentrum. Der entsprechend ausgelegte 30 mm breite Zwischenraum zwischen den Spulenebenen ermöglicht den Einsatz von Spezialoptiken zur höchstauflösenden Detektion (Kapitel 3.4). Durch Schaffung eines zusätzlichen optischen Zugangs von 22mm Durchmesser durch die Spulenebenen gelingt die Einstrahlung aller Lichtfelder zur Realisierung einer großvolumigen MOT (Kapitel 3.1.5). Zusätzlich bietet der so optimierte Spulenaufbau vielfältige Möglichkeiten zur Einstrahlung weiterer Lichtfelder zur Manipulation der atomaren Ensembles.

Mit den durch den optischen Zugang gegebenen Randbedingungen wurde die Spulenanordnung optimiert (siehe [72] und [73]). Die Entkopplung der Feldparameter  $B'_\rho$ ,  $B''_x$  und  $B_0$  durch Erzeugung der entsprechenden Feldkomponenten mit verschiedenen Spulenkfigurationen war ein wichtiges Kriterium für die Wahl des Kleeblatt-Designs. Dies ist die Voraussetzung für eine unabhängige Optimierung der einzelnen Fallenparameter über die Optimierung der erzeugenden Spulenkfiguration. Die in Abbildung 3.2.4 unten gezeigten Spulen haben folgende Funktion: Die Quadrupolspulen erzeugen am Fallenzentrum ein zweidimensionales Quadrupolfeld mit hohen Gradienten  $B'_\rho$ . Die Dipolspulen dienen der Erzeugung eines axialen Feldes mit um das Fallenzentrum zentriertem harmonischen Betragsverlauf. Über die Helmholtzspulen wird schließlich das Offsetfeld im Fallenzentrum  $B_0$  unabhängig von den anderen Fallenparametern eingestellt. Die zusätzlich zur Grundkonfiguration in das Falldesign aufgenommenen positionierbaren Spulen erlauben eine mechanische Feinjustage dieses Offsetfeldes mit ca. 10 mG Genauigkeit.

Eine weitere Randbedingung für die Felddoptimierung war die vorgegebene Verwendung von Kupferkapillarrohr mit 4mm Durchmesser für die Spulenwicklungen (Siehe Kapitel 3.2.3). Durch numerische Integration des Bios-Savart Gesetzes wurde die optimale Lage der einzelnen Spulenwindungen ermittelt. Die Reihenfolge der Optimierung wurde durch die Auswirkung der jeweils erzeugten Feldkomponente auf die Verdampfungskühlung bestimmt (siehe Kapitel 4.5). So wurden die für den Ensembleeinschluß besonders wichtigen radialen Feldgradienten der Quadrupolspulen vor der axialen Feldkrümmung der Dipolspulen optimiert (dementsprechend wurden die Quadrupolspulen näher am Fallenzentrum positioniert als die restlichen Spulen). Die zur Einstellung des Offsetfeldes verwendeten Helmholtzspulen und positionierbaren Spulen wurden entsprechend der so erhaltenen Ergebnisse dimensioniert. Mit dieser Optimierungsstrategie wurde gleichzeitig erreicht, daß die Instabilitätspunkte der Ioffe-Falle (Kapitel 3.2.3) erst weit entfernt vom Fallenzentrum auftreten (typischerweise erst bei  $|x| = 1..1.85$  cm) und keine Einschränkung darstellen. Die anhand der numerischen Simulationen sorgfältig gefertigten Spulen stimmen in allen Feldparametern besser

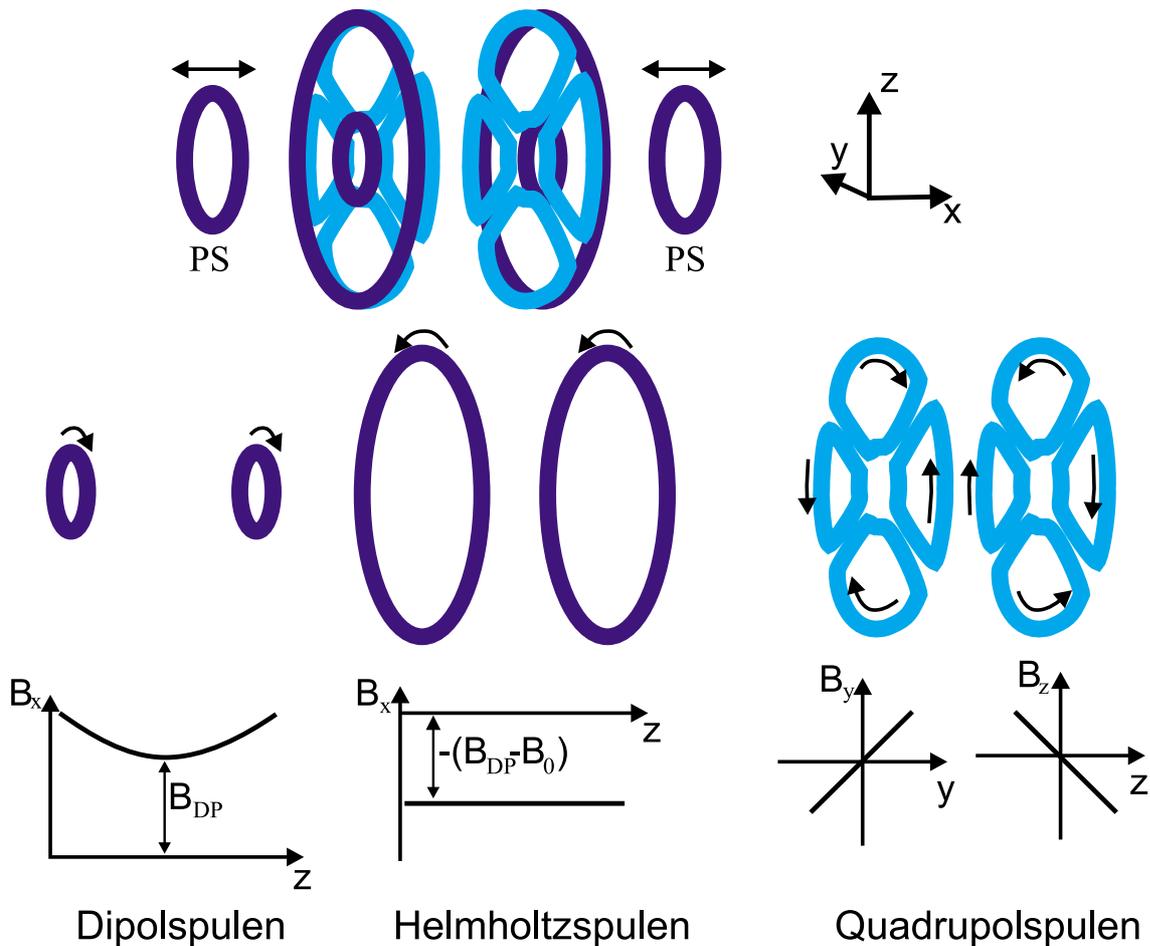


Abbildung 3.2.4: Schematische Darstellung der Spulenkonfiguration der im Experiment realisierten Kleeblattfalle. Die Gesamtkonfiguration ist im oberen Bildteil mit Angabe der Koordinatenachsen wiedergegeben. Im unteren Bildteil sind die einzelnen Spulenpaare mit der jeweils erzeugten Feldkomponente dargestellt. Die positionierbaren Spulen (PS) dienen der mechanischen Feineinstellung des Offsetfeldes. Die Flußrichtung des Stromes in den Spulen ist durch die Pfeile im unteren Bildteil angedeutet.

als 15% mit den Berechnungen überein [73]. Insbesondere gelingt die Feinjustage des Offsetfeldes der komprimierten Magnetfalle mit den positionierbaren Spulen im Bereich  $B_0 = 1$  G. Bei einem typischen experimentellen Betriebsstrom von 400 A und einem Offsetfeld von ca. 1,5 G beträgt das geometrische Mittel der Feldkrümmungen  $\overline{B''} \approx 9 \cdot 10^3$  G/cm<sup>2</sup>. Dieser Wert charakterisiert den Einschluß des gefangenen Ensembles. Mit dem im internationalen Vergleich überdurchschnittlich hohen Einschluß ist die Voraussetzung für eine besonders effiziente Verdampfungskühlung gegeben (siehe Kapitel 4). Weitere Spulendaten sind zur Vollständigkeit in Tabelle 3.2.1 angegeben.

Tabelle 3.2.1: Zusammenfassung der wichtigsten Parameter der realisierten Magnetfalle für einen Strom von 400 A, siehe auch [73]. Die angegebenen Schwingungsfrequenzen sind für  $^{87}\text{Rb}$  im ( $F = 2, m_F = 2$ )-Zustand angegeben.

radialer Gradient $B'_\rho$	323 G/cm
axiale Krümmung $B''_x$	175 G/cm <sup>2</sup>
Offsetfeld $B_0$	1,5 G
gemessene radiale Schwingungsfrequenz	340 Hz
gemessene axiale Schwingungsfrequenz	17 Hz
Änderung des radialen Gradienten mit dem Spulenabstand	-7,8 (G/cm)/mm
Änderung der axialen Krümmung mit dem Spulenabstand	-8 (G/cm <sup>2</sup> )/mm
Änderung des Offsetfeldes mit dem Spulenabstand	-9,4 G/mm
Änderung des Offsetfeldes mit dem Abstand der positionierbaren Spulen	$\approx 0,1$ G/mm
gemessene Gesamtleistung einschließlich Zuleitungen und Schaltern	ca. 17 kW
gemessene Kühlwassererwärmung	ca. 10° C

### Optimierung der Schaltzeiten

Durch die Optimierung der Abschaltzeit gelingt die Untersuchung von Bose-Einstein Kondensaten ohne meßbaren Einfluß der Abschaltdynamik. Eine geringe Beeinflussung der atomaren Bewegung wird im realisierten Experiment durch eine Schaltzeit von unter 300  $\mu\text{s}$  gewährleistet. Diese liegt deutlich unter der für die Dynamik der atomaren Schwerpunktbewegung relevanten Zeitskala, die durch die kürzeste Schwingungsperiode der gefangenen Atome von ca. 3 ms gegeben ist.

Die Abschaltzeit ist physikalisch durch die Zeit zur Dissipation der magnetischen Feldenergie des gewünschten Fallenfeldes begrenzt. Bei einer durch technische Begrenzungen maximal zulässigen Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$  ist die höchstmögliche Dissipationsrate durch  $\dot{E} = U_{\text{ind}} \cdot I(t)$  gegeben. Ein gegebenes Fallenfeld läßt sich daher umso schneller abbauen, je höher die zu seiner Erzeugung verwendeten Spulenströme sind. Da das Magnetfeld einer Spule vom Produkt aus Windungszahl und Stromstärke bestimmt wird, bedeutet dies eine Optimierung zu möglichst wenig Windungen. Durch eine Realisierung der Spulen mit 10 bis 20 Windungen wurde ein Kompromiß zwischen schneller Schaltbarkeit und dem Einfluß der Felder der Zuleitungen sowie dem ohmschen Leitungsverlust ( $\propto I^2$ ) gefunden. Bei einem Strom von 400 A läßt sich so das gewünschte Fallenfeld erzeugen und innerhalb von 300  $\mu\text{s}$  abschalten, wobei Effekte durch parasitäre Kapazitäten bereits enthalten sind. Die Energie des Magnetfeldes von ca. 7,5 J wird dabei bei einer Spannung von ca. 500 V über Varistoren abgeführt.

Zur Kühlung der Spulen sind diese aus wasserdurchströmten Kupferkapillarrohren

mit 4 mm Außen- und 2 mm Innendurchmesser gewickelt. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Kühlsystem würde einen sicheren Betrieb der Spulen bis zu Strömen von ca. 750 A gewährleisten. Beim typischen Betrieb mit einem Strom von 400 A wird eine geringe Erwärmung von ca. 10° C gegenüber dem einströmendem Kühlwasser erzielt.

### Minimierung von Fluktuationen

Ein wesentlicher Aspekt beim Entwurf der Magnetfalle war die Minimierung von Fluktuationen zur Vermeidung von Heiz- und Verlustprozessen. Heizprozesse durch Fluktuationen des Magnetfeldes lassen sich mit Hilfe eines einfachen Modells aus [78] abschätzen, wonach man folgende charakteristische Zeit für ein exponentielles Anwachsen der Energie des gefangenen Ensembles erhält:

$$\tau_{\text{heizen}} = \frac{1}{\pi^2 \nu_{\text{Falle}}^2 S(2\nu_{\text{Falle}})}. \quad (3.30)$$

Die Falle wird dabei über die Fallenfrequenz  $\nu_{\text{Falle}}$  charakterisiert, während die Fluktuationen über das Leistungsspektrum des Magnetfeldrauschens  $S(\nu)$  berücksichtigt werden. Nach [77] läßt sich  $S(\nu) \approx \epsilon^2 / \Delta\nu$  annehmen, mit  $\epsilon$  als den rms Fluktuationen des Magnetfeldes in einer Bandbreite von  $\Delta\nu$ . Mit einer induktivitätsbegrenzten Bandbreite von  $\approx 1$  kHz und einer mittleren Fallenfrequenz von 125 Hz in der realisierten Magnetfalle erhält man

$$\tau_{\text{heizen}} \approx \frac{6 \cdot 10^{-3} [\text{s}]}{\epsilon^2}. \quad (3.31)$$

Die verwendeten Netzgeräte (EMI Typ: ESS30-500) weisen eine relative rms-Restwelligkeit von ca.  $10^{-3}$  auf. Die durch Stromrauschen der Netzgeräte verursachte Heizrate heizt das Ensemble demnach mit einer Zeitkonstanten von  $\tau_{\text{heizen}} \approx 170$  s auf. Dieser Heizprozeß ist gegenüber den typischen experimentellen Zeitkonstanten vernachlässigbar.

Neben den allgemeinen Heizprozessen ist insbesondere die Stabilität des Offsetfeldes im Fallenzentrum kritisch, da es für die Verdampfungskühlung auf wenige 10 mG stabil gehalten werden muß (siehe Kapitel 4.5). In diesem Fall sind verschiedene Frequenzregimes der Fluktuationen zu betrachten. Hochfrequente Fluktuationen mit  $\nu > 100$  Hz tragen entsprechend obiger Betrachtung als Heizprozeß bei, beeinflussen den relativ langsamen Verdampfungsprozeß aber nicht (siehe Kapitel 4.3.3). Niederfrequente Schwankungen des Offsetfeldes (bis zu einigen 10 Hz) verursachen dagegen starke Fluktuationen zwischen verschiedenen Verdampfungszyklen. Sie wirken sich somit kritisch auf die Stabilität der Teilchenzahl der erzeugten Bose-Einstein Kondensate aus und werden durch besondere Maßnahmen unterdrückt. Das Offsetfeld ergibt sich aus der Differenz der etwa 100-fach größeren Felder der Dipol- und der Helmholtzspulen und ist dementsprechend besonders empfindlich auf relative Stromschwankungen. Eine bedeutende Reduktion der Empfindlichkeit des Offsetfeldes gegenüber Stromschwankungen wird in dieser Arbeit durch einen Betrieb aller Spulen in Serie erreicht.

Eine Feinjustage des Offsetfeldes erfolgt rein mechanisch durch Verschiebung der positionierbaren Spulen mit einer Genauigkeit von etwa  $0,1 \text{ G/mm}$ .

Neben Stromfluktuationen wurde auch der Einfluß von mechanischen Schwankungen untersucht und minimiert. Auch hier ist die Stabilisierung des Offsetfeldes am kritischsten. Nach Tabelle 3.2.1 müssen relative Bewegungen der Spulenebenen um mehr als  $1 \mu\text{m}$  für ein auf  $10 \text{ mG}$  stabiles Offsetfeld vermieden werden. Eine entsprechende Stabilisierung gelang durch die feste Verankerung der Spulen in speziellen Halterungen aus hochfestem glasfaserverstärkten Kunststoff und deren gegenseitige Verstrebung. Diese Maßnahme unterdrückt insbesondere die kritischen niederfrequenten Schwingungen. Einen wesentlichen Beitrag liefert in dieser Hinsicht auch das Kühlsystem, das Fluktuationen durch übermäßige thermische Schwankungen verhindert.

### Elektrische Beschaltung

Die elektrische Beschaltung dient einerseits dem extrem stabilen Fallenbetrieb während der Verdampfungskühlung, erlaubt aber andererseits die flexible Beeinflussung der verschiedenen Fallenparameter. Damit wird sowohl eine effiziente Verdampfungskühlung, als auch die definierte adiabatische Komprimierung und Dekomprimierung des gefangenen Ensembles ermöglicht. Über spezielle IGBT (Isolated Gate Bipolar Transistor, Typ CM600HA von Mitsubishi Electric) als Schalter und Varistoren (VARiable resISTOR, Siemens Typ SIOV B80K230) zum Abführen der Feldenergie werden gleichzeitig kurze Schaltzeiten erzielt. Der Aufbau regelbarer, niederohmiger Widerstände ( $R > 0,0027 \Omega$ ) wurde durch den Einsatz wassergekühlter Mosfetbänke gelöst (je 100 parallel geschaltete Mosfets, Typ IRFP460, Spannungsfestigkeit  $500 \text{ V}$ ,  $R_{\text{on}} = 0,27 \Omega$ ).

Die elektrische Beschaltung der einzelnen Spulen ist in Abbildung 3.2.5 schematisch dargestellt. Abbildung 3.2.5 a zeigt die Schalterstellungen und den Stromfluß beim Betrieb der magnetooptischen Falle. Sie wird durch die antiparallel beschalteten Helmholtzspulen realisiert. Der Stromfluß wird durch die Mosfetbank 2 und einen Regler auf einen Wert eingestellt, der über das rechnergestützte Steuerungssystem vorgegeben wird. Dies ermöglicht einen spannungsgeregelten Betrieb der Netzgeräte bei höchstmöglicher Spannung, die bei Umschalten auf Magnetfallenbetrieb einen schnellen Anstieg des Spulenstroms gewährleistet. Die Schalterstellungen und der Stromfluß für den Betrieb der Magnetfalle sind in Abbildung 3.2.5 b dargestellt. Während der Verdampfungskühlung sind alle Mosfetbänke gesperrt, so daß die in Reihe geschalteten Spulen alle vom gleichen Strom durchflossen werden. Die Modenanpassung beim Umladen des Ensembles aus der MOT in die Magnetfalle wird durch Erhöhung des Offsetfeldes erreicht. Dazu wird der Widerstand der parallel zu den Helmholtzspulen geschalteten Mosfetbank 1 über das Steuerungssystem auf einen entsprechend optimierten Wert verringert. Bei der nachfolgenden adiabatischen Kompression wird dieser Widerstand bis zur Sperrung der Mosfetbank gleichmäßig erhöht. Eine adiabatische Dekomprimierung der Magnetfalle ist sowohl mit Hilfe der Mosfetbank 1

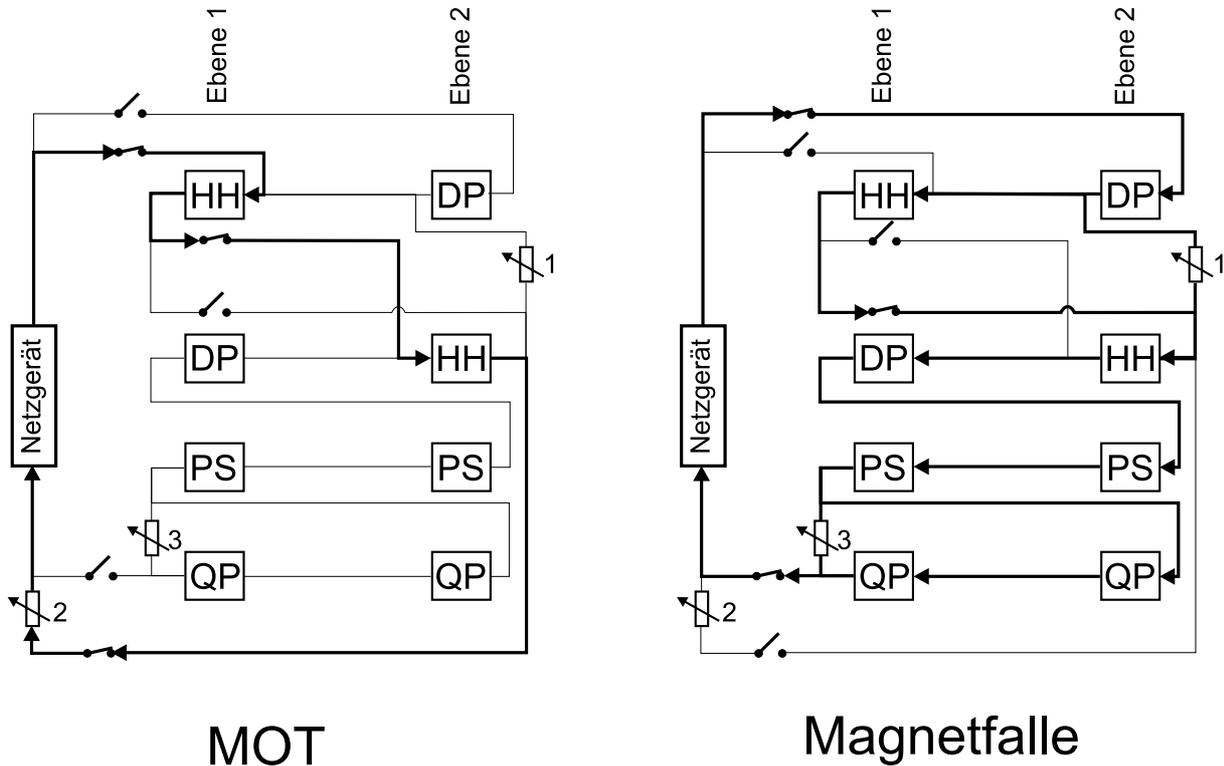


Abbildung 3.2.5: Schematische Darstellung der Verschaltung der Magnetfallenspulen mit Schalterstellungen bei MOT-Betrieb und Magnetfallen-Betrieb. Die Schalter-Symbole stehen jeweils für eine Kombination eines IGBT mit einem Varistor. Die regelbaren Widerstände sind durch elektrisch angesteuerte Mosfetbänke realisiert worden. Die Spulen in den einzelnen Spulenebenen sind durch rechteckige Rahmen mit den entsprechenden Abkürzungen symbolisiert. Dabei steht HH für Helmholtzspule, DP für Dipolspule, PS für positionierbare Spule und QP für die intern miteinander verbundenen Quadrupolspulen.

(analog zur Kompression) als auch mit Hilfe der Mosfetbank 3 möglich. Letztere ist parallel zu den Quadrupolspulen geschaltet und ermöglicht die Veränderung des radialen Feldgradienten in der Magnetfalle. Durch den Einsatz von Mosfetbank 1 und 3 können die wesentlichen Feldparameter der Magnetfalle variabel und unabhängig voneinander beeinflusst werden. Die axiale Krümmung des Fallenpotentials mußte für die in dieser Arbeit realisierten Experimente nicht verändert werden. Eine prinzipielle Ansteuerungsmöglichkeit über die Stromsteuerung der Netzgeräte ist für spätere Experimente problemlos zu integrieren.

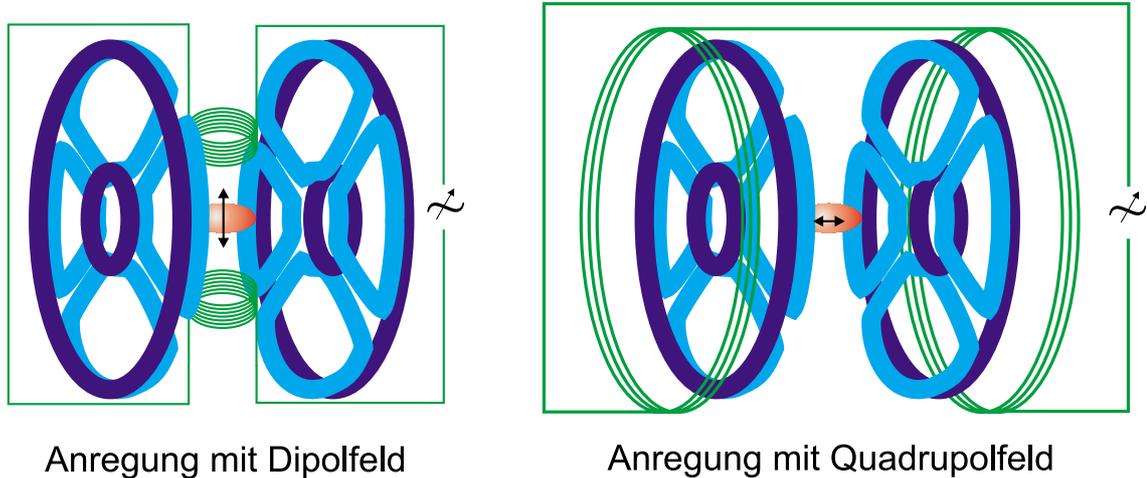


Abbildung 3.2.6: Schematische Darstellung des Aufbaus zur Bestimmung der Fallenfrequenzen der Magnetfalle. Das linke Bild zeigt die Spulenkonfiguration zur Anregung der radialen Schwingung durch Überlagerung eines sinusförmig modulierten Dipolmagnetfeldes (Anregungsspulen in Helmholtz-Konfiguration). Die Anregung der axialen Schwingung erfolgte entsprechend der im rechten Bild gezeigten Überlagerung eines sinusförmig modulierten Quadrupolmagnetfeldes (Anregungsspulen in Anti-Helmholtz-Konfiguration).

### 3.2.4 Messung der Schwingungsfrequenzen in der Magnetfalle

Die zum harmonischen Fallenpotential gehörenden Schwingungsfrequenzen charakterisieren den Einschluß des gefangenen Ensembles und bestimmen damit seine Eigenschaften (Kapitel 2.48 und 3.4). Mit der experimentellen Bestimmung dieser Frequenzen wurde eine wesentliche Grundlage zur quantitativen Auswertung der Meßergebnisse geschaffen. Der schematische Aufbau zur Messung der Fallenfrequenzen ist in Abbildung 3.2.6 dargestellt. Zur Messung wurde das verdampfungsgekühlte Ensemble zu Schwingungen in der mit  $400 \pm 1$  A betriebenen Magnetfalle angeregt und gleichzeitig die Potentialhöhe durch Einstrahlung eines RF-Feldes begrenzt. Die Beobachtung der Fallenverlustrate in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz lieferte mit den niedrigsten Resonanzfrequenzen die gesuchten Fallenfrequenzen:

$$\begin{aligned}\nu_\rho &= 340 \pm 1 \text{ Hz,} \\ \nu_x &= 17 \pm 0,2 \text{ Hz.}\end{aligned}$$

### 3.3 Modenanpassung an die Magnetfalle

Ein wichtiger Aspekt beim Umladen des Atomensembles in die Magnetfalle ist die Minimierung des auftretenden Verlustes an Phasenraumdichte. Dies wird durch eine genaue Anpassung von Atomensemble und Magnetfallenpotential in Ort und Ausdehnung erreicht. In Zusammenarbeit mit Claus Fühner [79] und Thomas Südmeyer [73] wurden detaillierte Untersuchungen zu dieser Modenanpassung vorgenommen. Dabei wurde insbesondere eine Vorgehensweise zur Maximierung der Phasenraumdichte gefunden und der Einfluß von Fehlanpassungen abgeschätzt. In diesem Kapitel werden die grundlegenden Überlegungen mit den wichtigsten Gleichungen und Ergebnissen dargestellt.

#### 3.3.1 Das lasergekühlte Ensemble

Die Energie- und Dichteverteilung eines Teilchenensembles in einer magnetooptischen Falle hängt in komplexer Weise vom jeweiligen Dichteregime und den Laserparametern ab. Durch die Polarisationsgradientenkühlung vor dem Umladen (Kapitel 3.1.6) wird eine weitgehend ortsunabhängige, thermische Energieverteilung erzielt. Die Energie ergibt sich aus der Temperatur und der Teilchenzahl:

$$E^{\text{Lk}} = \frac{3}{2} N k_B T^{\text{Lk}}. \quad (3.32)$$

Die Dichte des laserpräparierten Ensembles wird hier mit einer Gaußverteilung genähert

$$n^{\text{Lk}}(\vec{r}) = n_0^{\text{Lk}} e^{-\left(\frac{x}{R_x^{\text{Lk}}}\right)^2 - \left(\frac{\rho}{R_\rho^{\text{Lk}}}\right)^2}. \quad (3.33)$$

Die Verteilung ist rotationssymmetrisch um die x-Achse, entsprechend der Symmetrie des MOT-Quadrupol-Magnetfeldes (Abbildung 3.1.6). Die Radialkoordinate in der yz-Ebene ist  $\rho = \sqrt{y^2 + z^2}$ . Die  $\frac{1}{e}$ -Breiten  $R_x^{\text{Lk}}$  und  $R_\rho^{\text{Lk}}$  bestimmen die Ausdehnung der Wolke. Die zentrale Dichte wird über die Normierungsbedingung  $N = \int d^3r n_0^{\text{Lk}}$  bestimmt:

$$n_0^{\text{Lk}} = \frac{N}{\pi^{3/2} R_x^{\text{Lk}} R_\rho^{\text{Lk}}}. \quad (3.34)$$

Die maximale Phasenraumdichte (im Zentrum des Ensembles) ist damit

$$D^{\text{Lk}} = n_0^{\text{Lk}} \Lambda_{\text{dB}}^3(T^{\text{Lk}}). \quad (3.35)$$

Durch Messung von Temperatur, Teilchenzahl und Ausdehnung der thermischen Wolke lassen sich die obigen Werte bestimmen (siehe Kapitel 3.4).

### 3.3.2 Phasenraumdichteänderung bei Umladung in die Magnetfalle

In diesem Unterkapitel wird die Phasenraumdichte nach dem Umladen in die Magnetfalle mit thermodynamischen Überlegungen bestimmt. Ausgehend von der Energie und der Dichteverteilung des lasergekühlten Ensembles wird zunächst die Energie des gefangenen Ensembles bestimmt. Mit der Dichteverteilung 3.33 und dem Fallenpotential,  $U(\vec{r})$ , läßt sich die potentielle Energie des umgeladenen Ensembles berechnen:

$$E_{\text{pot}} = \int d^3r n^{\text{Lk}}(\vec{r}) U(\vec{r}). \quad (3.36)$$

Diese Gleichung gilt unter der Bedingung, daß die Magnetfalle in kurzer Zeit eingeschaltet wird, so daß während des Einschaltvorgangs keine Energie übertragen wird. Zusammen mit der kinetischen Energie aus Temperaturmessungen 3.32 erhält man die gesuchte Gesamtenergie des gefangenen Ensembles

$$E = E_{\text{pot}} + \frac{3}{2} N k_B T^{\text{Lk}}. \quad (3.37)$$

Nach Einstellung des thermischen Gleichgewichts ist diese Energie nach dem Virialsatz (siehe z.B. [80]) auf potentielle und kinetische Energie verteilt. Dies wird in der folgenden Darstellung deutlich:

$$E = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{\alpha}\right) N k_B T. \quad (3.38)$$

Der Parameter  $\alpha$  charakterisiert das dreidimensionale Fallenpotential entsprechend einem Potenzpotential  $U(\vec{r}) = r^\alpha$ . Der Grenzfall des freien Ensembles wird analog zum Kastenpotential für  $\alpha \rightarrow \infty$  angenommen. Für die in dieser Arbeit realisierte Ioffe-Falle (Kapitel 3.2) gilt je nach Offsetfeld  $\alpha = 2$  (hohes Offsetfeld) oder  $\alpha = 6/5$  (Offsetfeld  $\rightarrow 0$ ) [81].

Die aus Gleichung 3.38 erhaltene Temperatur  $T$  bestimmt zusammen mit der umgeladenen Teilchenzahl die Dichteverteilung im Fallenpotential im thermischen Gleichgewicht:

$$n(\vec{r}) = n_0 e^{-U(\vec{r})/k_B T}. \quad (3.39)$$

Die zentrale Dichte  $n_0$  folgt wiederum aus der Normierungsbedingung  $N = \int d^3r n(\vec{r})$  (Es wird, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, ein Fallenpotential mit  $U(0)=0$  angenommen). Die Phasenraumdichte nach dem Umladen des lasergekühlten Ensembles ist damit

$$D = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3(T). \quad (3.40)$$

Für eine konkrete Berechnung der potentiellen Energie 3.36 ist der Einfluß der Gravitation zu berücksichtigen. Diese entspricht einem zusätzlichen magnetischen Potentialgradienten von

$$B'_{\text{grav}} = \frac{mg}{m_{\text{FGF}} \mu_B} \approx \frac{14,3}{m_{\text{FGF}}} \frac{\text{G}}{\text{cm}}. \quad (3.41)$$

In Fallen mit einem in Gravitationsrichtung linearen Potentialanstieg führt dies zu einem asymmetrischen Einschluß. Dieser Effekt wirkt sich besonders bei niedrigen Fallengradienten nachteilig aus. Nach den in [73] dargestellten Untersuchungen zum modenangepaßten Transfer in eine lineare Falle sind ohne Gravitationseinfluß typischerweise Fallengradienten um 20 G/cm ideal. Die sich mit Berücksichtigung der Gravitation ergebende starke Asymmetrie verhindert in diesem Fall einen optimal angepassten Transfer. Der im Rahmen dieser Arbeit realisierte Transfer findet dementsprechend in eine harmonischen Falle (Ioffe-Falle mit hohem Offsetfeld) statt. Das verwendete harmonische Fallenpotential bleibt durch Hinzufügen des Gravitationsterms in der Form unverändert. Die einzige Auswirkung der Gravitation besteht in einer räumlichen Verschiebung des Fallenzentrums um

$$\Delta z_{\text{grav}} = -\frac{B'_{\text{grav}}}{B''_z} \approx -143 \text{ mm} \frac{1}{m_{\text{FGF}} B''_z / ([\text{G}]/[\text{cm}^2])}. \quad (3.42)$$

Diese Verschiebung wird im Experiment durch eine entsprechende Verschiebung der MOT kurz vor dem Umladen kompensiert. Durch eine speziell entwickelte Regelelektronik wird eine konstante Verschiebung unabhängig von den Gradienten des MOT-Magnetfeldes erreicht. Die Kompression der MOT kann somit ohne Änderung der Position der Fallenzentren optimiert werden. Auf diese Weise ist eine optimale Modenanpassung von lasergekühltem Ensemble und Magnetfalle möglich. Hierzu wird zunächst das Aspektverhältnis der Magnetfalle über die Wahl des Offsetfeldes an die Form des lasergekühlten Ensembles angepaßt. Die axiale Krümmung der Magnetfalle wird dabei konstant auf maximalem Wert gehalten und nur die radiale Krümmung variiert. Die genaue Einstellung des Offsetfeldes erfolgt über eine parallel zu den Helmholtzspulen geschaltete Mosfetbank (siehe Kapitel 3.2.3). Die Anpassung von Ausdehnung und Temperatur des lasergekühlten Ensembles an die so vorgegebene Magnetfalle erfolgt durch eine optimierte Kombination von Kompression der MOT und anschließender Polarisationsgradientenkühlung. Das entsprechend abgestimmte Design der Magnetfalle gewährleistet dabei die Zugänglichkeit des nötigen Temperatur-Dichte Regimes mit Laserkühlmethoden.

Die realisierte harmonische Potentialform mit angepasstem Aspektverhältnis ermöglicht als einzige eine perfekte Modenanpassung eines lasergekühlten Ensembles mit gaußförmiger Dichteverteilung 3.33 an die Magnetfalle. Wie sich analytisch zeigen läßt (siehe [73]), wird diese erreicht, wenn die Dichteverteilung des in der Magnetfalle thermalisierten Ensembles exakt der Dichteverteilung vor Einschalten der Magnetfalle entspricht. Dies ist möglich, da eine thermische Verteilung in einer harmonischen Falle durch eine gaußförmige Dichteverteilung charakterisiert ist. Im modenangepaßten Fall tritt beim Umladen keine Temperaturänderung auf, d.h. es gilt  $T = T^{\text{Lk}}$  (Im Fall  $T^{\text{Lk}} \neq T$  würde nach dem Umladen eine Umwandlung zwischen kinetischer und potentieller Energie stattfinden, wodurch sich eine andere Dichteverteilung ergäbe). Nach den Gleichungen 3.39 und 3.26 gilt für die benutzte harmonische Ioffe-Falle (siehe Kapitel

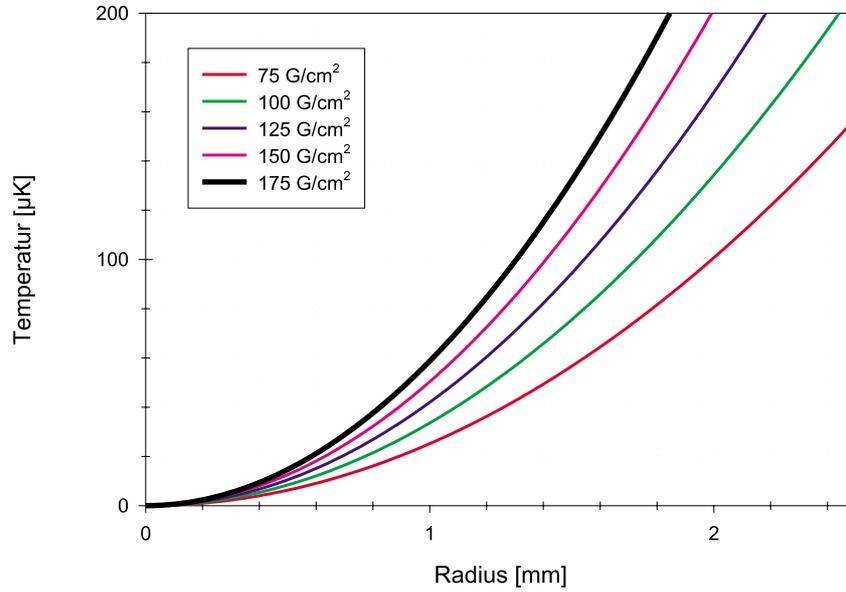


Abbildung 3.3.1: *Ensembleausdehnung in Abhängigkeit von seiner Temperatur für einen modenangepaßten Transfer in eine Magnetfalle mit der Feldkrümmung als Parameter.*

3.2.2)

$$n(x, \rho) = n_0 e^{-\frac{m_{FGF}\mu_B}{2k_B T} (B''_x x^2 + B''_\rho \rho^2)}. \quad (3.43)$$

Der Vergleich mit der Dichteverteilung 3.33 liefert die notwendige Ausdehnung des Ensembles in Abhängigkeit von seiner Temperatur für einen modenangepaßten Transfer bei einer vorgegebenen Magnetfeldkrümmung (siehe auch Abbildung 3.3.1):

$$R_{x,\rho}^{\text{Lk}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_{FGF}\mu_B B''_{x,\rho}}}. \quad (3.44)$$

Diese Bedingung wird im in dieser Arbeit realisierten Experiment durch die entsprechende Optimierung der Laserkühlung erfüllt. Durch den hier beschriebenen modenangepaßten Transfer in die harmonische Magnetfalle tritt keine Änderung der Phasenraumdicke auf, da sich die Ensembleparameter nicht ändern.

### 3.3.3 Einfluß von Fehlanpassung

Mit der Abschätzung der Toleranzen bei der Modenanpassung wurde eine wesentliche Fragestellung bezüglich der experimentellen Optimierung untersucht (siehe auch [73]). Da es sich beim betrachteten Prozeß um eine Maximierung handelt, ist für kleine Abweichungen der Parameter nur eine vernachlässigbare Änderung der erzielten Phasenraumdichte zu erwarten. Die Untersuchungen dienen zum einen dem qualitativen Verständnis, zum anderen der quantitativen Bestimmung der Änderungen bei Fehlanpassung. Zur Beschreibung wurden folgende Parameter eingeführt:

- Krümmungsanpassung

Zur Charakterisierung der Fehlanpassung der Fallenkrümmung relativ zur optimalen Krümmung dienen die Parameter

$$\alpha_x = \frac{m_F g_F \mu_B B''_x}{k_B T^{\text{Lk}} / 2 R_x^{\text{Lk}}}, \quad (3.45)$$

$$\alpha_\rho = \frac{m_F g_F \mu_B B_\rho^2 / B_0}{k_B T^{\text{Lk}} / 2 R_\rho^{\text{Lk}}}. \quad (3.46)$$

Für die Betrachtung der Ensembleausdehnung in der Magnetfalle,  $R_{x,\rho}^{\text{Mf}}$ , relativ zur optimalen Ausdehnung (entsprechend der Ausdehnung des lasergekühlten Ensembles) gilt dementsprechend

$$\frac{R_{x,\rho}^{\text{Mf}}}{R_{x,\rho}^{\text{Lk}}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{x,\rho}}}. \quad (3.47)$$

- Ortsanpassung

Die Distanz  $\Delta_{x,\rho}$  zwischen Zentrum des lasergekühlten Ensembles und Zentrum der Magnetfalle wird in Einheiten der Ensembleausdehnung  $R_{x,y,z}^{\text{Lk}}$  parametrisiert

$$\epsilon_{x,y,z} = \frac{\Delta_{x,y,z}}{R_{x,y,z}^{\text{Lk}}}. \quad (3.48)$$

Mit diesen Parametern läßt sich das Verhältnis der Phasenraumdichten nach und vor dem Transfer schreiben als [73]

$$\frac{D^{\text{Mf}}}{D^{\text{Lk}}} = \frac{\sqrt{\alpha_x \alpha_\rho}}{\left( \frac{1}{2} + \frac{1+2\epsilon_x^2}{6} \alpha_x + \frac{1+2\epsilon_y^2+2\epsilon_z^2}{3} \alpha_\rho \right)^3}. \quad (3.49)$$

Für den Fall räumlich isotroper Fehlanpassung der Krümmung ( $\alpha_x = \alpha_\rho = \alpha$  und  $\epsilon_x = \epsilon_y = 0, \epsilon_z = \epsilon$ ) gilt

$$\frac{D^{\text{Mf}}}{D^{\text{Lk}}} = \frac{\alpha^{3/2}}{\left( \frac{1}{2} + \frac{3+2\epsilon^2}{6} \alpha \right)^3}. \quad (3.50)$$

Dieses Verhältnis der Phasenraumdichten ist in Abbildung 3.3.2 dargestellt. Für op-

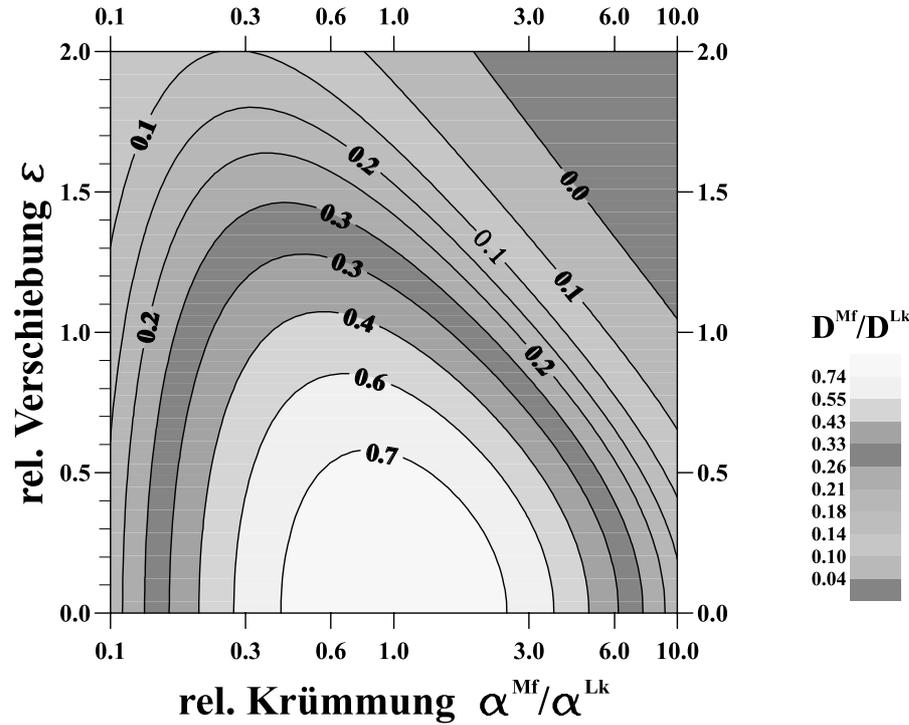


Abbildung 3.3.2: Relative Änderung der Phasenraumdichte  $D^{\text{Mf}}/D^{\text{Lk}}$  beim Umladen des lasergekühlten Ensembles in die Magnetfalle. Parameter sind die relative Verschiebung  $\epsilon$  des Fallenzentrums und die relative Fehlanpassung der Potentialkrümmung  $\alpha = \alpha^{\text{Mf}}/\alpha^{\text{Lk}}$ .

timale Verschiebung ( $\epsilon = 0$ ) fällt die Phasenraumdichte erst bei Abweichungen vom Krümmungsparameter um einen Faktor 4 ( $\alpha = 0,24$  bzw.  $\alpha = 4,1$ ) auf die Hälfte ab. Dies entspricht einer Ausdehnungsfehlanpassung des Ensembles um einen Faktor 2. Für ideale Fallenkümmung ( $\alpha = 1$ ) ergibt sich eine Halbierung der Phasenraumdichte bereits für eine Verschiebung um weniger als einen  $\frac{1}{e}$ -Ensembleradius ( $\epsilon = 0,88$ ). Ein Ergebnis der obigen Betrachtungen ist, daß eine exakte Anpassung von Fallen- und Ensemblezentrum kritischer ist als die Anpassung der Ensembleausdehnung. Dies läßt sich über die Auswirkungen der verschiedenen Fehlanpassungen intuitiv verstehen: Eine Ensembleverschiebung bewirkt immer eine höhere potentielle Energie im plötzlich eingeschalteten Fallenpotential. Damit thermalisiert das Ensemble bei einer höheren Temperatur, die eine größere Ausdehnung des gefangenen Ensembles verursacht. Die Phasenraumdichte sinkt durch die gleichzeitige Temperaturerhöhung und Dichteverringering besonders stark. Für eine Krümmungsfehlanpassung wirken hingegen gegenläufige Prozesse, wie in Abbildung 3.3.3 dargestellt. Eine zu hohe Krümmung der Magnetfalle (entsprechend einer zu großen Ensembleausdehnung nach der Laserkühlung) bewirkt ebenfalls ein Aufheizen des Ensembles durch einen zu hohen Ge-

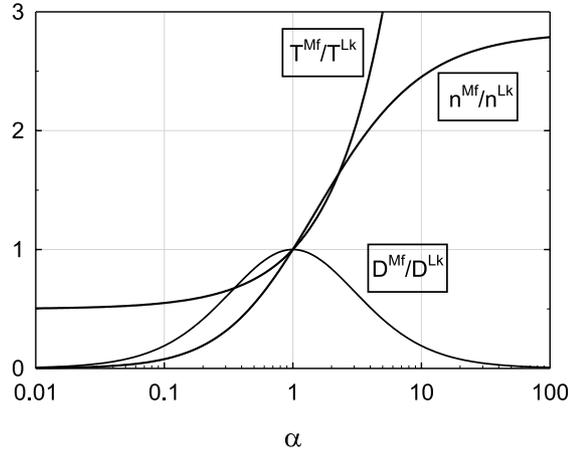


Abbildung 3.3.3: *Relative Änderung von Temperatur, Dichte und Phasenraum-dichte beim Umladen des lasergekühlten Ensembles in die Magnetfalle als Funktion der relativen Fehlanpassung der Potentialkrümmung.*

winn an potentieller Energie. Das starke Fallenpotential sorgt aber in diesem Fall für einen Dichtezuwachs nach der Rethermalisierung. Der Verlust an Phasenraum-dichte erfolgt in diesem Fall durch den größeren Aufheizverlust im Vergleich zum Gewinn durch die größere Ensembledichte. Eine zu niedrige Krümmung des Fallenpotentials bewirkt den umgekehrten Effekt durch eine gleichzeitige Verringerung von Temperatur und Dichte des rethermalisierten Ensembles.

### 3.3.4 Phasenraum-dichteerhöhung durch adiabatische Kompression

In diesem Kapitel wird die vorhergehende Analyse des modenangepaßten Transfers um die optimale Vorgehensweise zur Maximierung der Phasenraum-dichte in der komprimierten Magnetfalle ergänzt. Untersuchungen zum optimalen Transfer des lasergekühlten Ensembles in eine in zwei Dimensionen lineare Falle ergeben eine maximale Phasenraum-dichteerhöhung um einen Faktor  $\pi^2/4 \approx 2,47$  [73]. Dieser ohne Berücksichtigung des Gravitationseinflusses erhaltene Wert könnte dazu verleiten, einen Transfer in die entsprechende Ioffe-Falle (mit niedrigem Offsetfeld) zu realisieren. Neben der Gravitationsproblematik (Kapitel 3.3.2) ergibt eine genaue Analyse unter Einbeziehung der Komprimierung der Magnetfalle weitere Vorteile für die im Rahmen dieser Arbeit realisierte Transferstrategie. Die eingesetzte Ioffe-Falle ist im komprimierten Zustand für

das relativ heiße Ensemble vor der Verdampfungskühlung in einer Dimension harmonisch und in zwei Dimensionen näherungsweise linear. Im realisierten Fall des Transfers des lasergekühlten Ensembles in eine rein harmonische Ioffe-Falle findet bei der adiabatischen Kompression der Falle eine Änderung der Fallenpotentialform statt. Diese Änderung bewirkt (im Gegensatz zur Kompression) eine Änderung der Phasenraum-dichte [82]. Zusammen mit Claus Fühner durchgeführte Untersuchungen [79] ergeben eine relative Phasenraum-dichtenderung von

$$\frac{D_{\text{komprimiert}}}{D_{\text{unkomprimiert}}} = \exp\left(\frac{3}{\alpha_{\text{komprimiert}}} - \frac{3}{\alpha_{\text{unkomprimiert}}}\right), \quad (3.51)$$

mit  $\alpha$  aus Gleichung 3.38. Für den Grenzfall verschwindenden Offsetfeldes in der komprimierten Falle ergibt sich somit

$$\frac{D_{\text{komprimiert}}}{D_{\text{unkomprimiert}}} = e^{5/2-3/2} = e \approx 2,72. \quad (3.52)$$

Da sich die Phasenraum-dichte bei der adiabatischen Komprimierung der bereits anfangs in zwei Dimensionen linearen Falle nicht ändert, zeigt dies den Vorteil der realisierten Umladestrategie.

## 3.4 Detektionssystem

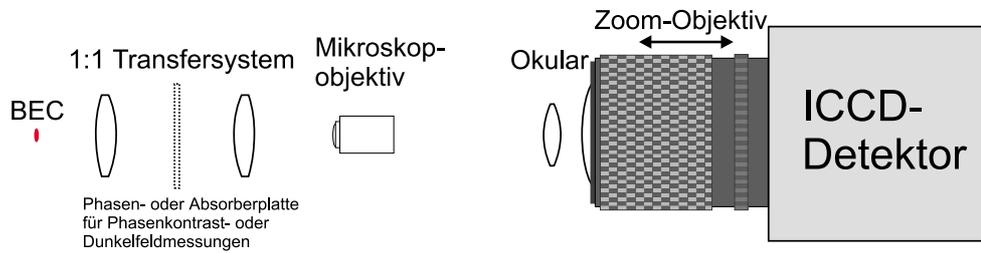
Das im Rahmen dieser Arbeit in unserer Arbeitsgruppe aufgebaute Detektionssystem zeichnet sich durch große Flexibilität und höchste Auflösung aus (siehe auch [53, 83, 84]). Es ermöglicht einerseits die zuverlässige Bestimmung der Parameter des atomaren Ensembles in der MOT und während der Verdampfungskühlung, andererseits die höchstauflösende Beobachtung von Bose-Einstein Kondensaten. Dabei stehen Absorptionsmessung, die Dunkelfeld- und die Phasenkontrastmethode als bildgebende Verfahren zur Verfügung. Eine schnelle und reproduzierbare Maßstabsänderung um einen Faktor 4 ohne neue Scharfeinstellung gelingt durch den Einsatz eines Zoomobjektivs. Ein elektronisch angesteuerter ICCD-Detektor ermöglicht eine Detektion mit geringer Photonenzahl und hoher zeitlicher Auflösung im sub- $\mu\text{s}$  Bereich. In diesem Abschnitt werden der Aufbau und generelle Betrachtungen zur höchstauflösenden Detektion vorgestellt.

### 3.4.1 Detektionsaufbau

Der Aufbau des Detektionssystems einschließlich der vielseitigen Detektionsmöglichkeiten wird in [53, 83, 84] detailliert vorgestellt. Hier soll ein schematischer Überblick des Aufbaus und der Detektionsgeometrie gegeben werden.

In Abbildung 3.4.1 ist die Optik und ICCD-Kamera des Detektionssystems schematisch dargestellt, wobei zwei Alternativen zur Verfügung stehen. Mikroskopobjektiv,

### Beobachtung mit Bildtransfer:



### Direkte Beobachtung:

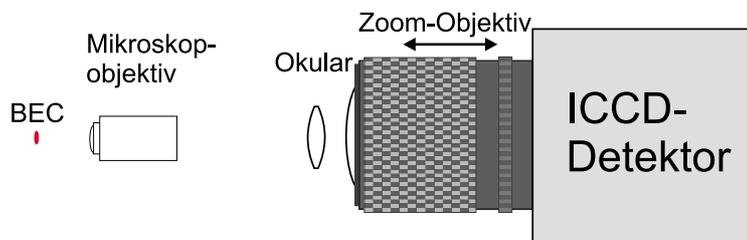


Abbildung 3.4.1: Schematische Darstellung der alternativen Detektionsaufbauten

Okular und Zoomobjektiv bilden in beiden Alternativen ein Mikroskop mit Abbildung auf den ICCD-Detektor der Kamera. Das Zoomobjektiv ermöglicht als Besonderheit eine stufenlose und reproduzierbare Maßstabsänderung der Abbildung. Im oberen Aufbau ermöglicht ein 1:1 Transfersystem einen flexiblen Wechsel zwischen Absorptions-, Dunkelfeld- und Phasenkontrastmessungen. Der untere Aufbau erreicht durch direkte Abbildung des Ensembles mit einem kommerziellen Mikroskopobjektiv (Fa. Mitutoyo) höchste Auflösungen. Eine Ergänzung dieses Aufbaus zum Einsatz in Dunkelfeld- und Phasenkontrastmessungen ist geplant. Die gewählte Detektionsgeometrie ist als Grundlage für die Diskussionen in den folgenden Kapiteln in Abbildung 3.4.2 schematisch dargestellt.

## 3.4.2 Erzielbare Auflösung

Zur Realisierung einer höchstaufösenden Detektion sind neben der Auswahl der Optik noch einige Effekte bezüglich der Rückwirkung auf das zu detektierende Objekt zu berücksichtigen. Die wichtigsten Aspekte werden im folgenden abgeschätzt und diskutiert.

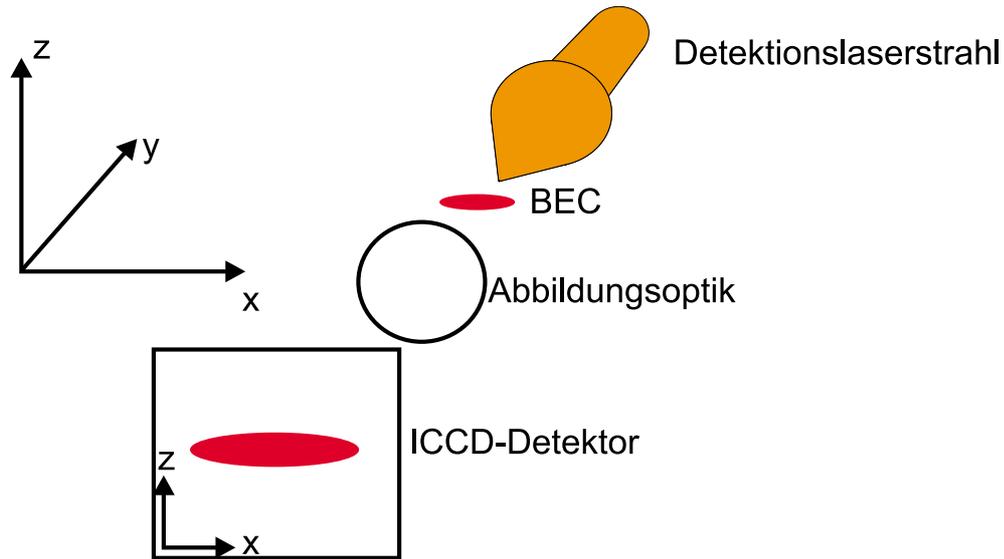


Abbildung 3.4.2: Schematische Darstellung der Detektionsgeometrie

### Auflösung und Tiefenschärfe

Die Auflösung eines Detektionssystems ist durch die numerische Apertur, N.A., der Detektionsoptik begrenzt auf ca.

$$\text{Auflösung} = \frac{\lambda}{2 \cdot \text{N.A.}} . \quad (3.53)$$

Dieser Wert wird für eine hohe numerische Apertur nicht von einfachen Linsensystemen erreicht, da bei diesen Linsenfehler, wie sphärische Aberration, die Auflösung begrenzen. Das aufgebaute Transfersystem mit einer numerischen Apertur von  $\text{N.A.} \approx 0,2$  erzielt durch den Einsatz von Achromaten eine linsenfehlerbegrenzte Auflösung von ca.  $5 \mu\text{m}$ . Eine beugungsbegrenzte Abbildung mit höchster Auflösung wird im Rahmen dieser Arbeit durch entsprechend korrigierte Mikroskopobjektive mit großem Arbeitsabstand erreicht. Die eingesetzten Mitutoyo-Objektive erlauben Auflösungen bis zu  $1,5 \mu\text{m}$ .

Die maximale Auflösung der eingesetzten Optik ist allerdings nicht das einzige Kriterium bei der Abbildung atomarer Wolken mit dreidimensionaler Ausdehnung. Um die mögliche Auflösung ausnutzen zu können, muß die Ausdehnung der atomaren Wolke in Detektionsrichtung kleiner sein als der Tiefenschärfebereich dieser Optik. Dieser ist für eine bestimmte numerische Apertur ca.

$$\text{Tiefenschärfebereich} = \frac{\lambda}{2 \cdot (\text{N.A.})^2} . \quad (3.54)$$

Eine Möglichkeit, diese Begrenzung durch geringe Tiefenschärfe zu vermeiden, ist die selektive Abbildung von Schichten ausgedehnter Atomwolken, z.B. durch Auswahl mit einem zweiten Laser [85].

### Wechselwirkung mit der abzubildenden Atomwolke

Bei der höchstauflösenden Abbildung ist die Aufheizung und Beschleunigung des atomaren Ensembles durch Wechselwirkung mit dem Probestrahl nicht mehr vernachlässigbar [77]. Die Aufheizung bewirkt ein 'Verwaschen' der Strukturen durch seitliche Diffusion der Atome. Die Beschleunigung in Richtung des Probestrahls kann die Wolke aus dem Tiefenschärfebereich der Abbildung bewegen und so die Auflösung beeinträchtigen. Der zur Beschleunigung notwendige Impulsübertrag erfolgt durch die Spontankraft 3.1, wobei die spontan emittierten Photonen die Aufheizung des Ensembles bewirken. Bei der spontanen Streuung von  $N_p$  Photonen erhalten die Atome eine mittlere Geschwindigkeit in Richtung des Probestrahls von

$$v_{\text{PS}} = N_p v_{\text{rec}}, \quad (3.55)$$

bei einer (nahezu) isotropen Geschwindigkeitsbreite von [86]

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{N_p} v_{\text{rec}}. \quad (3.56)$$

Bei einer Belichtungsdauer von  $\Delta t$  mit zeitlich konstanter Lichtintensität führt dies zu einer longitudinalen Bewegung der Atome von

$$y_{\text{PS}} = \frac{1}{2} v_{\text{PS}} \cdot \Delta t = \frac{\Gamma}{4} \frac{I_p / I_{\text{sat}}}{1 + I_p / I_{\text{sat}} + (2\delta_L / \Gamma)^2} v_{\text{rec}} \cdot (\Delta t)^2 \quad (3.57)$$

$$= 0,054 [\mu\text{m}] \frac{(\Delta t)^2}{[\mu\text{s}]^2} \frac{I_p / 16 \frac{[\text{W}]}{[\text{m}^2]}}{1 + I_p / 16 \frac{[\text{W}]}{[\text{m}^2]} + (\delta\nu_L / 2,95 \text{ MHz})^2} \quad (3.58)$$

und einer radialen Ortsunschärfe von [86]

$$z_{\text{rms}} = \frac{v_{\text{rms}} \cdot \Delta t}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{\Gamma}{6} \frac{I_p / I_{\text{sat}}}{1 + I_p / I_{\text{sat}} + (2\delta_L / \Gamma)^2} v_{\text{rec}} \cdot (\Delta t)^3} \quad (3.59)$$

$$= 0,014 [\mu\text{m}] \left( \frac{\Delta t}{[\mu\text{s}]} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{I_p / 16 \frac{[\text{W}]}{[\text{m}^2]}}{1 + I_p / 16 \frac{[\text{W}]}{[\text{m}^2]} + (\delta\nu_L / 2,95 \text{ MHz})^2}}, \quad (3.60)$$

wobei die gestreute Photonenzahl durch

$$N_p = \frac{\Gamma \cdot \Delta t}{2} \frac{I_p / I_{\text{sat}}}{1 + I_p / I_{\text{sat}} + (2\delta_L / \Gamma)^2}, \quad (3.61)$$

mit der Intensität  $I_p$  des Probestrahls ersetzt wurde. Bei einer resonanten Absorptionaufnahme werden im realisierten Experiment typischerweise 10..100 Photonen pro Atom gestreut. Aus der Abhängigkeit der Bewegung von der Rückstoßgeschwindigkeit ergibt sich ein Vorteil für schwerere Atome wie  $^{87}\text{Rb}$  mit entsprechend niedrigen  $v_{\text{rec}}$  im Vergleich zu  $^{23}\text{Na}$  oder  $^7\text{Li}$ .

Für niedrige Intensität des Probestrahls,  $I_p \ll I_{\text{sat}}$ , gilt näherungsweise

$$y_{\text{PS}} \propto I_p \cdot (\Delta t)^2 \quad (3.62)$$

und

$$z_{\text{rms}} \propto \sqrt{I_p} \cdot (\Delta t)^{3/2}. \quad (3.63)$$

Für eine feste zu detektierende Photonenzahl  $N_d = I_p \cdot \Delta t$  ist demzufolge für die höchstauflösende Detektion die Kombination einer hohen Intensität mit einer möglichst kurzen Belichtungszeit zu wählen. Dies gilt insbesondere für die nahresonante Absorptionsabbildung, wobei abzuwägen ist zwischen exakter Teilchenzahlbestimmung mit  $I_p \ll I_{\text{sat}}$  oder exakter Ortsabbildung mit hohen Intensitäten. Die für die höchstauflösende Abbildung notwendigen kurzen Belichtungszeiten im Bereich einiger  $\mu\text{s}$  lassen sich mit der verwendeten ICCD-Kamera problemlos realisieren. Mit der Dunkelfeld- oder Phasenkontrastmethode lassen sich die spontanen Heizraten drastisch reduzieren und so Einschränkungen in der Auflösung vermeiden. Eine entsprechende Erweiterung des höchstauflösenden Abbildungskonzeptes mit den Mitutoyo-Mikroskopobjektiven ist geplant.

### Maßstab und Intensität des Probestrahls

Die zur Detektion notwendige Intensität wird neben der Detektoreffizienz  $\eta_{\text{det}}$  vor allem von der auf ein Pixel abgebildeten Objektfläche  $A$  bestimmt. Die Anzahl der pro Kamerapixel zu detektierenden Photonen,  $N_d$ , hängt über die Poissonstatistik von der maximal zulässigen Schwankungsbreite ab. Bei einer Detektion von einem Anteil  $\eta_{\text{det}}$  der einfallenden Photonen und einer Belichtungszeit  $\Delta t$  ist die notwendige Intensität des Probestrahls

$$I_p = \frac{\hbar\omega_L N_d}{\eta_{\text{det}} A \Delta t} \approx 3,5 \frac{[\text{W}]}{[\text{m}^2]} \cdot \frac{N_d}{A/[\mu\text{m}^2] \cdot \Delta t/[\mu\text{s}]}. \quad (3.64)$$

Die Abschätzung auf der rechten Seite gilt für die verwendete Detektionswellenlänge,  $\lambda = 780 \text{ nm}$ , und die Detektionseffizienz der ICCD-Kamera von  $\eta_{\text{det}} \approx 0,07$ . Für eine durch die Poissonstatistik begrenzte Schwankungsbreite von 10% ist die Detektion von mindestens  $N_d = 100$  Photonen pro Kamerapixel notwendig. Bei einem Maßstab von  $1 \mu\text{m}$  pro Pixel und einer Belichtungszeit von  $20 \mu\text{s}$  ist eine Probestrahlintensität von  $I_p \approx 17 \text{ W/m}^2 > I_{\text{sat}}$  notwendig. Bei einer resonanten Absorptionsabbildung bewegen sich die Atome dabei in Detektionsrichtung nach  $3,58 \text{ um}$   $y_{\text{PS}} \approx 11 \mu\text{m}$ . Die Aufheizung ergibt nach 3.60 gleichzeitig eine Ortsunschärfe von  $z_{\text{rms}} \approx 0,9 \mu\text{m}$ . Die maximal sinnvolle numerische Apertur  $\text{N.A.} \approx 0,19$  ist in diesem Fall durch die notwendige Tiefenschärfe von  $11 \mu\text{m}$  gegeben. Die resultierende Auflösungsgrenze beträgt ca.  $2,1 \mu\text{m}$ . Höhere Auflösungen, für die ein entsprechend größerer Maßstab notwendig ist, lassen sich somit mit der resonanten Absorptionsdetektion nicht sinnvoll verbinden. Zur höchstauflösenden Detektion von Strukturen in Bose-Einstein Kondensaten, wie etwa

Vortices (Kapitel 5.5), ist der Einsatz von weitverstimten Detektionsverfahren wie Dunkelfeld- und Phasenkontrastmessung notwendig.

### 3.5 Experimentelle Bestimmung von Ensembleparametern

Die experimentellen Techniken zur Bestimmung von Ensembleparametern sind im Rahmen dieser Arbeit in zweierlei Hinsicht optimiert worden (siehe auch [53, 83]). Mit einer schnellen Charakterisierung der Atomwolken vor und während der Verdampfungskühlung wurden die Bedingungen für eine effiziente Optimierung des Experiments geschaffen. Zur Optimierung von Laderate und Teilchenzahl der MOT werden im wesentlichen die in [70, 83] beschriebenen Fluoreszenzlichtmessungen sowie die abbildende Beobachtung der MOT-Fluoreszenz mit CCD-Kameras eingesetzt. Die Fluoreszenzbeobachtung mit CCD-Kameras aus verschiedenen Richtungen dient dabei zur qualitativen Optimierung der Magnetfeldkompensation und der optischen Melasse.

Quantitative Messungen von Temperatur und Teilchenzahl werden mit dem in Kapitel 3.4 vorgestellten Detektionssystem vorgenommen. Die damit realisierte zuverlässige Ermittlung der Parameter der erzeugten Bose-Einstein Kondensate bildet die Grundlage zur Auswertung der in Kapitel 5 vorgestellten Experimente. In diesem Kapitel werden die Verfahren zur Parameterbestimmung der atomaren Ensembles von der MOT bis zum Bose-Einstein Kondensat vorgestellt. Neben der direkten Teilchenzahlbestimmung mittels Absorptionsmessung wird dabei insbesondere auf Längenmessungen zur Parameterbestimmung in verschiedenen Regimes eingegangen.

#### 3.5.1 Teilchenzahlbestimmung mittels Absorptionsmessung

Das verwendete Verfahren zur Teilchenzahlbestimmung aus der Absorption der atomaren Wolke beruht auf folgenden Annahmen:

1. Die von einem Atom spontan gestreute Leistung trägt nicht zum detektierten Signal bei.

Diese Annahme ist gut erfüllt, wenn der Anteil des von der Detektionsoptik abgedeckten Raumwinkels klein ist gegen  $4\pi$ , d.h.

$$\frac{(\text{N.A.})^2}{4} \ll 1. \quad (3.65)$$

Mit der numerischen Apertur der verwendeten Detektionsoptik,  $\text{N.A.} < 0,28$  (20-fach Mitutoyo Mikroskopobjektiv), werden maximal 2% des gesamten Raumwinkels zur Detektion genutzt. Die Bedingung 3.65 ist somit immer gut erfüllt.

2. Dispersive Effekte der Atomwolke führen nicht zur Ablenkung des Probestrahls aus dem Detektionsstrahlengang.

3. Die Tiefenschärfe der Detektionsoptik ist wesentlich größer als die Ausdehnung der atomaren Wolke in Detektionsrichtung.

Unter diesen Voraussetzungen wird die auf ein Flächenelement  $A$  treffende Lichtintensität,  $I_A$ , von einem Atom um

$$\Delta I = -\frac{P_{\text{atom}}(I)}{A} \quad (3.66)$$

abgeschwächt. Die von einem Atom spontan gestreute Leistung,  $P_{\text{atom}}$  ist abhängig von Intensität und Verstimmung des Probestrahls [56]:

$$P_{\text{atom}} = \frac{\hbar\omega_L\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + (2\delta_L/\Gamma)^2}. \quad (3.67)$$

Betrachtet man die Atomzahl  $N$  als kontinuierliche Variable, so gilt für die atomzahlabhängige Lichtintensität

$$\frac{dI_A(N)}{dN} = \frac{\hbar\omega_L\Gamma}{2A} \frac{I_A(N)/I_{\text{sat}}}{1 + I_A(N)/I_{\text{sat}} + (2\delta_L/\Gamma)^2}. \quad (3.68)$$

Integration nach Trennung der Variablen liefert die entlang des Probestrahls in einer Säule der Querschnittsfläche  $A$  vorhandene Atomzahl

$$N_A = \frac{2AI_{\text{sat}}}{\hbar\omega_L\Gamma} \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{2\delta_L}{\Gamma} \right)^2 \right] \cdot \ln \left( \frac{I_A(0)}{I_A(N_A)} \right) + \frac{I_A(0) - I_A(N_A)}{I_{\text{sat}}} \right\}. \quad (3.69)$$

Der Term  $I_A(0) - I_A(N_A)$  kann für  $I_A(0) \ll I_{\text{sat}}$  vernachlässigt werden. In diesem Fall vereinfacht sich die Teilchenzahlbestimmung in der Praxis, da keine absolute Kalibrierung der Kamera (inklusive von Verlusten in der Optik) nötig ist. Ist  $A$  die Fläche in der Objektebene, die auf ein Kamerapixel abgebildet wird, so ergibt eine Summation über alle Pixel die abgebildete Teilchenzahl. Für  $^{87}\text{Rb}$  gilt

$$N = 3,4 \frac{A}{[\mu\text{m}^2]} \sum_{\text{allePixel}} \left\{ \left[ 1 + \left( \frac{\delta\nu_L}{2,95 [\text{MHz}]} \right)^2 \right] \cdot \ln \left( \frac{I_A(0)}{I_A(N_A)} \right) + \frac{I_A(0) - I_A(N_A)}{16 \text{ W/m}^2} \right\}. \quad (3.70)$$

### 3.5.2 Ensembleradien und ihre Bestimmung

Die charakteristischen Radien der Dichteverteilung des Ensembles in der Magnetfalle oder nach einer definierten Flugzeit sind wichtige Größen zur Parameterbestimmung. Sie werden in dieser Arbeit zur Bestimmung der Enembletemperatur, der Teilchenzahl und der zentralen Dichte der Kondensatwellenfunktion genutzt. In diesem Abschnitt wird dazu der experimentell besonders wichtige Fall einer harmonische Falle betrachtet (d.h.  $k_B T < m_{FGF} \mu_B B_0$ ). Das Fallenpotential wird dabei durch die gemessenen

Fallenfrequenzen  $\omega_x = 2\pi \cdot 17 \text{ Hz}$  und  $\omega_\rho = 2\pi \cdot 340 \text{ Hz}$  (siehe Tabelle 3.2.1) charakterisiert:

$$U(r) = \frac{1}{2}m \left( \omega_x^2 x^2 + \omega_\rho^2 \rho^2 \right). \quad (3.71)$$

Als radiale Koordinate wurde  $\rho$  mit  $\rho^2 = y^2 + z^2$  gewählt. In folgenden werden zunächst die theoretischen Dichteverteilungen für thermische Ensembles und Kondensatwellenfunktionen angegeben. Anschließend folgt die Beschreibung der Bestimmung der jeweiligen charakteristischen Radien aus den Detektordaten.

### Thermische Wolke

Die Dichteverteilung des thermischen Ensembles in der Magnetfalle ist nach der semiklassischen Gleichung 2.8

$$n_{\text{sk}}(\vec{r}) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3(T)} g_{\frac{3}{2}} \left( e^{\left[ \mu - \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_\rho^2 \rho^2) \right] / k_B T} \right). \quad (3.72)$$

In der semiklassischer Näherung folgt für die Dichteverteilung des thermischen Ensembles nach einer Flugzeit  $t$  nach Abschalten der Magnetfalle [77]

$$n_{\text{TOF}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\Lambda_{\text{dB}}^3} \prod_{i=x,y,z} \left( \frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \cdot g_{\frac{3}{2}} \left( \exp \left\{ \frac{1}{k_B T} \left[ \mu - \frac{m}{2} \left( \sum_{i=x,y,z} i^2 \left( \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \right) \right] \right\} \right). \quad (3.73)$$

### Bose-Einstein Kondensat

Die Kondensatwellenfunktion ist in Thomas-Fermi Näherung (Kapitel 2.2.2) im betrachteten Potential 3.71 durch folgende Dichteverteilung charakterisiert (siehe auch Gleichung 2.48):

$$n(\vec{r}) = \max \left\{ \frac{\mu - \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_\rho^2 \rho^2)}{g}, 0 \right\}. \quad (3.74)$$

Im realisierten Regime hoher Teilchenzahlen und -dichten im Kondensat wird die Expansion der Kondensatwellenfunktion wesentlich durch die Wechselwirkungsenergie der Atome bestimmt. Eine theoretische Beschreibung ausgehend von der Thomas-Fermi Näherung zeigt, daß dabei die Parabelform 3.74 der Dichteverteilung erhalten bleibt und nur die Achsen reskaliert werden [87]. Für die in dieser Arbeit realisierte zylindersymmetrische Falle expandieren die Radien der zigarrenförmigen Bose-Einstein Kondensatwellenfunktion gemäß (in niedrigster Ordnung in  $\epsilon_A$ )

$$R_{y,z}(t) = R_\rho(t) = R_\rho(0) \sqrt{1 + \tau^2}, \quad (3.75)$$

$$R_x(t) = R_x(0) \left( 1 + \epsilon_A^2 [\tau \arctan(\tau) - \ln(\sqrt{1 + \tau^2})] \right). \quad (3.76)$$

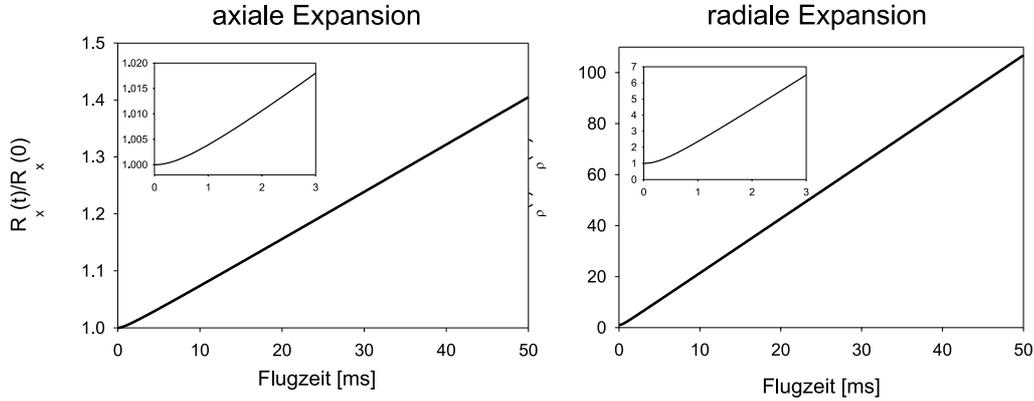


Abbildung 3.5.1: Zeitliche Entwicklung der Radien der Kondensatwellenfunktion in der axialen ( $R_x$ ) und der radialen ( $R_z$ ) Richtung nach Abschalten der Magnetfalle. Der Ausschnitt im eingebetteten Graphen zeigt die Expansion in radialer Richtung während der ersten ms, in denen die Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie umgewandelt wird.

Der Parameter  $\epsilon_A = \frac{\omega_x}{\omega_\rho} = \frac{R_\rho(0)}{R_x(0)}$  entspricht dem Aspektverhältnis der Falle und beträgt in der vorliegenden Arbeit  $\epsilon_A = \frac{1}{20}$  (siehe Tabelle 3.2.1). Die Zeitentwicklung wird durch den dimensionslosen Parameter  $\tau = \omega_\rho t$  charakterisiert. Die Radien  $R_x$ ,  $R_y$  und  $R_z$  geben den Abstand von Zentrum der Wellenfunktion bis zu ihrem Verschwinden an. Die durch die Gleichungen 3.75 und 3.76 beschriebene Entwicklung der Radien der Kondensatwellenfunktion ist in Abbildung 3.5.2 für die Fallenparameter aus Tabelle 3.2.1 dargestellt. Abbildung 3.5.1 zeigt deutlich die Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie innerhalb von ca. 1 ms. Der Großteil der Wechselwirkungsenergie trägt zur Expansion in radialer Richtung bei. Diese führt zu einer Umwandlung von der anfänglichen Zigarrenform in eine diskusähnliche Form der Wellenfunktion nach etwa 10 ms (Abbildung 3.5.2). Dieses Verhalten wird durch die experimentell beobachtete Flugzeitserie in Abbildung 3.5.3 gut wiedergegeben.

Die gewählte Detektionsgeometrie (Kapitel 3.4.1) bietet den Vorteil, die Kondensatwellenfunktion unabhängig vom unkondensierten Anteil des Ensembles detektieren zu können, wenn entsprechend lange Flugzeiten gewählt werden. Da die Kondensatwellenfunktion in der axialen Richtung (senkrecht zur Detektionsrichtung) kaum expandiert, nimmt ihre optische Dichte nur linear mit der Flugzeit ab. Die optische Dichte, der in alle Richtungen gleichmäßig expandierenden thermischen Wolke nimmt dagegen quadratisch mit der Flugzeit ab. Dieses Verhalten ist auch der Abbildung 3.5.3 zu entnehmen.

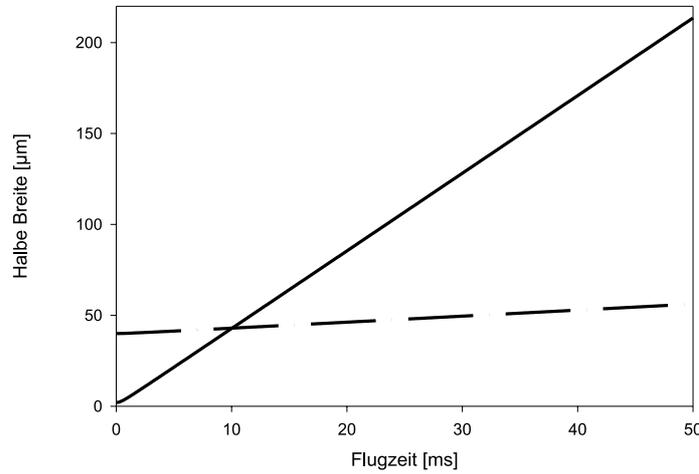


Abbildung 3.5.2: Zeitliche Entwicklung der Radien einer typischen Kondensatwellenfunktion nach Abschalten der Magnetfalle. Die anfängliche Ausdehnung beträgt in der axialen Richtung  $R_x(0) = 40 \mu\text{m}$  und in der radialen Richtung  $R_z = 2 \mu\text{m}$ .

### Bestimmung der charakteristischen Radien aus den detektierten Daten

Die Abbildung in die CCD-Ebene entspricht einer Integration der Verteilung in Detektionsrichtung, d.h. entlang der  $y$ -Achse (siehe Bild 3.4.2). Die detektierte zweidimensionale Verteilung der thermischen Wolke ist demnach [77]

$$\tilde{n}_{\text{sk}}(x, z) = \frac{\tilde{n}_0}{g_2(e^{\mu/k_B T})} g_2 \left( e^{(\mu - \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_z^2 z^2))/k_B T} \right), \quad (3.77)$$

bzw. nach einer Flugzeit  $t$

$$\tilde{n}_{\text{TOF}}(\vec{r}, t) = \frac{\tilde{n}_0}{g_2(e^{\mu/k_B T})} \prod_{i=x,y,z} \left( \frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \cdot g_2 \left( \exp \left\{ \frac{1}{k_B T} \left[ \mu - \frac{m}{2} \left( \sum_{i=x,y,z} i^2 \left( \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \right) \right] \right\} \right). \quad (3.78)$$

Vor der Auswertung der detektierten Daten werden diese so normiert, daß sie die integrierte Dichteverteilung 3.77 wiedergeben. Im Fall von Absorptionsmessungen geschieht dies analog zu dem in Kapitel 3.5.1 diskutierten Vorgehen.

Die Bestimmung der charakteristischen Radien der thermischen Verteilung erfolgt abhängig vom Temperaturregime:

Für  $T > T_c$  wird eine Gaußfunktion an die Flügel der gemessenen Dichteverteilung

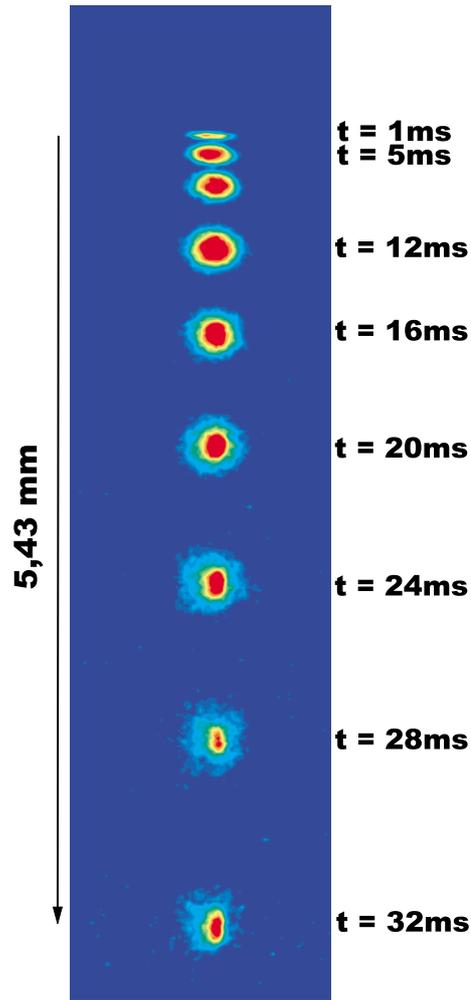


Abbildung 3.5.3: Zeitliche Entwicklung eines Bose-Einstein Kondensats nach Abschalten der Magnetfalle. Die Flugzeitserie wurde durch Absorptionsabbildungen verschiedener Kondensate aufgenommen und in einem Bild zusammengesetzt.

angepaßt:

$$n_{\text{Fit-th}}(x, z) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}}. \quad (3.79)$$

Diese Näherung ist umso besser, je höher die Temperatur ist, da  $e^{\mu/k_B T} \ll 1$  für  $T \gg T_c$  und  $g_2(x) \approx x$  für  $x \ll 1$  gelten. Abschätzungen ergeben auch nahe der Kondensationstemperatur noch Fehler unter 20 % [77].

Bei Messungen unterhalb der Kondensationstemperatur wird die Dichteverteilung durch eine zweikomponentige Verteilung angenähert. Die eine Komponente gibt die Dichteverteilung der thermischen Wolke wieder, während die andere die Kondensatwellenfunktion beschreibt. Dabei muß die thermische Wolke auch im Zentrum gut durch die angepaßte Funktion wiedergegeben werden, die obige Gaußfunktion ist also unzu-

reichend. Dies ist für die exakte Bestimmung der Parameter der im Zentrum befindlichen Kondensatwellenfunktion notwendig. Für das Temperaturregime  $T < T_c$  kann das chemische Potential im thermischen Anteil der Dichteverteilung vernachlässigt werden ( $e^\mu \approx 1$ ). Die charakteristischen Radien der thermischen Verteilung und der Kondensatwellenfunktion werden somit durch Anpassung der folgenden Funktion an die Meßdaten bestimmt

$$n_{\text{Fit-BEC}}(x, z, t) = \underbrace{a_1 \cdot g_2 \left( e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2(t)} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2(t)}} \right)}_{\text{thermische Wolke}} + \underbrace{a_2 \cdot \max \left\{ 1 - \left( \frac{x^2}{R_x^2(t)} + \frac{z^2}{R_z^2(t)} \right), 0 \right\}}_{\text{Kondensat}}. \quad (3.80)$$

Die Parameter  $a_1$  und  $a_2$  dienen der Berücksichtigung unterschiedlicher Amplituden und werden nicht weiter verwendet.

Die Radien der Kondensatwellenfunktion in der Magnetfalle sind durch die Gleichungen 3.75 und 3.76 mit den Radien aus Flugzeitmessungen verknüpft.

### 3.5.3 Temperaturbestimmung

Die Temperatur des Ensembles wird aus den nach Kapitel 3.5.2 ermittelten charakteristischen Radien  $\sigma_{x,z}$  der thermischen Wolke bestimmt. Bei Messung in der Magnetfalle oder vernachlässigbaren Flugzeiten folgt die Enembletemperatur unmittelbar aus dem Vergleich der Gleichungen 3.77 und 3.79 bzw. 3.80:

$$T = \frac{m\omega_{x,z}^2 \sigma_{x,z}^2}{k_B} \approx 10^{-8} \text{ K} \cdot \frac{\omega_{x,z}^2}{[\text{s}^{-2}]} \frac{\sigma_{x,z}^2}{[\text{mm}^2]}. \quad (3.81)$$

Für die realisierte Falle bei Betrieb mit 400 A und Messung in axialer Richtung folgt

$$T = 114 \mu\text{K} \cdot \sigma_x^2 / [\text{mm}^2].$$

Flugzeitmessungen bieten eine weitere Möglichkeit der Temperaturbestimmung, die durch Messungen zu verschiedenen Zeiten auch unabhängig von der Kenntnis der Fallenfrequenzen ermittelt werden kann. Die Temperatur folgt aus den Gleichungen 3.78 und 3.79 bzw. 3.80 zu

$$T = \frac{m\sigma_{x,z}^2}{k_B} \frac{\omega_{x,z}^2}{1 + \omega_{x,z}^2 t^2} \approx 1,05 \cdot 10^{-5} \text{ nK} \frac{\frac{\omega_{x,z}^2}{[\text{s}^{-2}]} \frac{\sigma_{x,z}^2}{[\mu\text{m}^2]}}{1 + \omega_{x,z}^2 t^2}. \quad (3.82)$$

Bei Messung der charakteristischen Länge in  $\sigma_{x,z1}$  und  $\sigma_{x,z2}$  zu verschiedenen Flugzeiten  $t_1$  und  $t_2$  folgt die Temperatur aus

$$T = \frac{m}{k_B} \frac{\sigma_{x,z1}^2 - \sigma_{x,z2}^2}{t_1^2 - t_2^2} \approx 10,5 \text{ nK} \frac{(\sigma_{x,z1}^2 - \sigma_{x,z2}^2) / [\mu\text{m}^2]}{(t_1^2 - t_2^2) / [\text{ms}^2]}. \quad (3.83)$$

### 3.5.4 Teilchenzahl und zentrale Dichte im Kondensat

Die Radien des Kondensats in der Magnetfalle  $R_{x,z}(0)$  (siehe Kapitel 3.5.2) bestimmen in der Thomas-Fermi Näherung (Kapitel 2.2.2) mit den Gleichungen 2.53 und 2.24 die Teilchenzahl im Kondensat:

$$N = \sqrt{\frac{\hbar}{225 a^2 m \omega_{\text{ho}}}} \left( \frac{R_i^2(0) \omega_i^2 m}{\hbar \omega_{\text{ho}}} \right)^{5/2} \\ \approx 2,6 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{[\text{s}^{-1}]}{\omega_{\text{ho}}}} \left( \frac{R_i^2(0) \omega_i^2}{[\mu\text{m}^2] [\text{s}^{-2}]} \frac{\omega_{\text{ho}}}{[\text{s}^{-1}]} \right)^{5/2} \quad \text{für } i = x, z. \quad (3.84)$$

Dabei ist  $\omega_{\text{ho}}$  das in Gleichung 2.21 definierte geometrische Mittel der Fallenfrequenzen. Mit den Daten der Magnetfalle beim Betrieb mit 400 A ( $\omega_{\text{ho}} = 785 \text{ s}^{-1}$ ,  $\omega_x = 107 \text{ s}^{-1}$  und  $\omega_z = 2136 \text{ s}^{-1}$ ) folgt

$$N \approx 7,5 \cdot 10^{-4} \left( \frac{R_x(0)}{[\mu\text{m}]} \right)^5 \quad (3.85)$$

bzw.

$$N \approx 2,4 \cdot 10^3 \left( \frac{R_z(0)}{[\mu\text{m}]} \right)^5. \quad (3.86)$$

Die zentrale Dichte des Kondensats folgt in der Thomas-Fermi Näherung mit den Gleichungen 2.49 und 2.53 aus den Kondensatradien:

$$n_0 = \frac{m^2 \omega_i^2 R_i^2(0)}{8\pi \hbar^2 a} \approx 1,5 \cdot 10^7 \text{ cm}^{-3} \frac{\omega_i^2}{[\text{s}^{-2}]} \frac{R_i^2(0)}{[\mu\text{m}^2]}. \quad (3.87)$$

Mit den Daten der Magnetfalle beim Betrieb mit 400 A folgt

$$n_0 \approx 1,7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3} \frac{R_x^2(0)}{[\mu\text{m}^2]} \quad (3.88)$$

bzw.

$$n_0 \approx 6,8 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \frac{R_z^2(0)}{[\mu\text{m}^2]}. \quad (3.89)$$

### 3.5.5 Flugzeit-Bild eines typischen Bose-Einstein Kondensats

In diesem Abschnitt wird exemplarisch die Auswertung des Flugzeitbildes in Abbildung 3.5.4 demonstriert. Das Bild zeigt deutlich die asymmetrische Dichteverteilung der Kondensatwellenfunktion in der nahezu symmetrischen thermischen Wolke. Die Ermittlung der Parameter der Verteilungen muß in diesem Fall durch Anpassung der Verteilungsfunktion nach Gleichung 3.80 erfolgen. Abbildung 3.5.5 zeigt die angepaßte Verteilung im Vergleich zu Schnitten durch die gemessene Verteilung. Die Anpassung

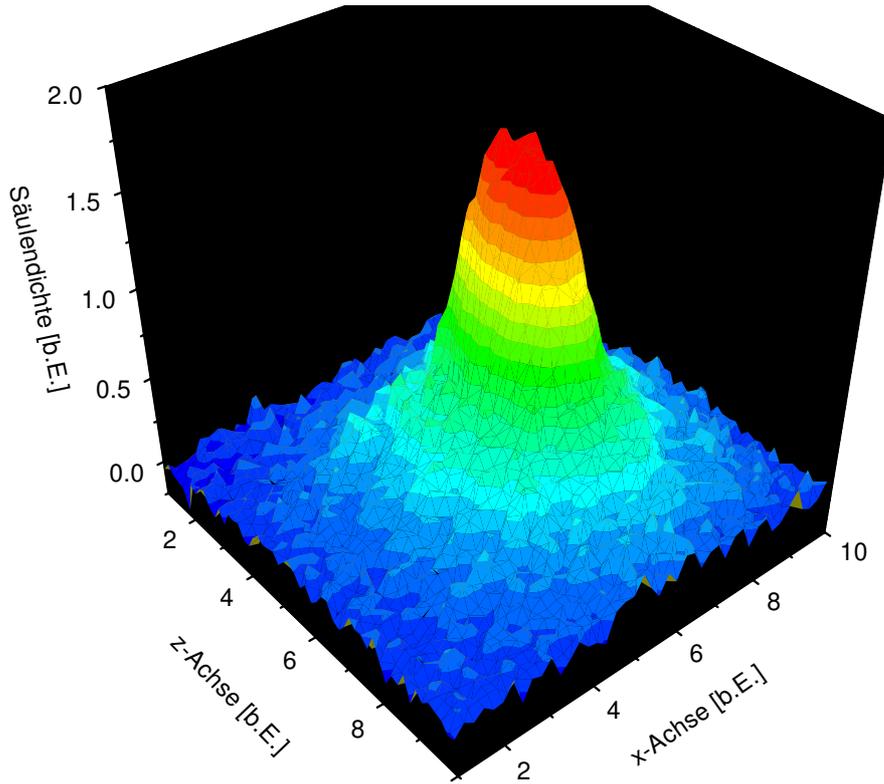


Abbildung 3.5.4: Flugzeitbild eines Bose-Einstein Kondensats mit thermischer Wolke 14 ms nach Abschalten der Magnetfalle. Die Abbildung entstand durch eine resonante Absorptionsmessung und anschließende Normierung entsprechend dem Vorgehen bei der Teilchenzahlbestimmung (Kapitel 3.5.1). Die als Höhe aufgetragene Säulendichte entspricht der Zahl der auf ein Kamerapixel abgebildeten Teilchen.

ergibt

$$\tilde{n}(x) \propto 0,6 \cdot g_2 \left( e^{-\frac{x^2}{2 \cdot (93 [\mu\text{m}])^2}} \right) + 0,9 \cdot \max \left\{ 1 - \frac{x^2}{(51 [\mu\text{m}])^2}; 0 \right\}, \quad (3.90)$$

$$\tilde{n}(z) \propto 0,6 \cdot g_2 \left( e^{-\frac{z^2}{2 \cdot (83 [\mu\text{m}])^2}} \right) + 0,9 \cdot \max \left\{ 1 - \frac{z^2}{(73 [\mu\text{m}])^2}; 0 \right\}. \quad (3.91)$$

Die Ausdehnung der thermischen Wolke liefert nach Gleichung 3.82 und den Fallenfrequenzen aus Tabelle 3.2.1 die Temperatur des Ensembles:

$$T_x \approx 320 \text{ nK}, \quad (3.92)$$

$$T_z \approx 370 \text{ nK}. \quad (3.93)$$

Diese Temperaturen stimmen im Rahmen einer Unsicherheit von ca. 20% gut überein. Die Radien der Kondensatwellenfunktion in der Magnetfalle betragen nach den

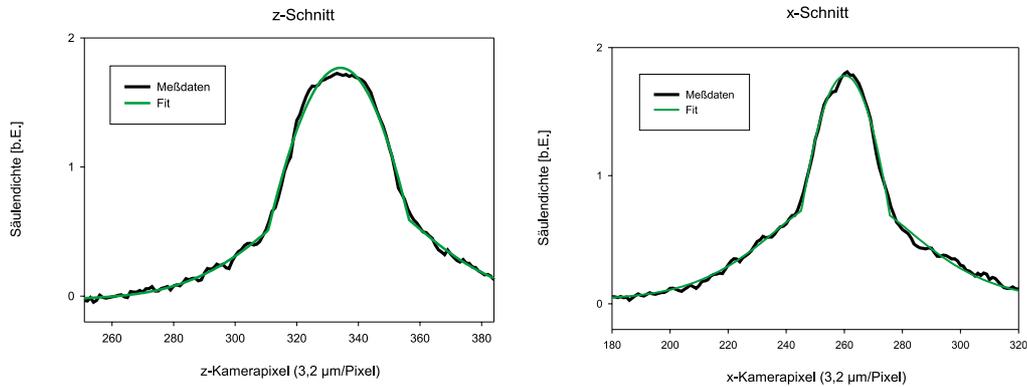


Abbildung 3.5.5: *Schnitte durch die Dichteverteilung des Ensembles aus Abbildung 3.5.4. Zusätzlich zu den Meßdaten sind die an die Verteilung angepassten theoretischen Dichteverteilungen (Gleichung 3.80) dargestellt.*

Gleichungen 3.75 und 3.76:

$$R_x(0) \approx 46 \mu\text{m}, \quad (3.94)$$

$$R_z(0) \approx 2,4 \mu\text{m}. \quad (3.95)$$

Mit Gleichung 3.84 folgt die Teilchenzahl in der Kondensatwellenfunktion

$$N_{\text{BEC}} \approx 1,6..1,9 \cdot 10^5. \quad (3.96)$$

Die zentrale Dichte des Bose-Einstein Kondensats folgt schließlich mit Gleichung 3.87:

$$n_0 \approx 3,6..3,9 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}. \quad (3.97)$$

Die in diesem Kapitel vorgestellte Apparatur zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten ist die Grundlage für die in Kapitel 5 beschriebenen atomoptischen Experimente. Insbesondere der gute optische Zugang und die oben demonstrierten Detektionsmöglichkeiten wurden in vielfältiger Weise zur Manipulation und Charakterisierung der Entwicklung der Kondensatwellenfunktion eingesetzt.

# Kapitel 4

## Verdampfungskühlung

Die Verdampfungskühlung ist eine zentrale Technik in Experimenten zur Bose-Einstein Kondensation. Sie ist bisher die einzige Technik, die eine Kühlung und Komprimierung verdünnter atomarer Gase bis zu der Phasenraumdicke ermöglicht, bei der Bose-Einstein Kondensation auftritt. Den ersten Vorschlägen, mit Hilfe der Verdampfungskühlung Bose-Einstein Kondensation zu erreichen [88–90], folgte eine rasante Entwicklung. Die erste experimentelle Demonstration dieser Technik zur Kühlung von atomarem Wasserstoff gelang 1987 [91] als Startpunkt einer Serie immer weiter verbesserter Experimente [92–94]. Der Vorschlag, die Potentialhöhe in einer Magnetfalle durch Einstrahlung von RF-Feldern zu manipulieren [95, 96], machte die effiziente Verdampfungskühlung von Alkali-Atomen möglich. Schon ein Jahr nach der 1994 erfolgten Demonstration der Verdampfungskühlung bei Alkali-Atomen [97, 98] wurde die Bose-Einstein Kondensation in diesen Systemen erreicht [20–22]. Entscheidend für den Erfolg war dabei eine Optimierung der Experimente für die Verdampfungskühlung. Heute ist die Technik der Verdampfungskühlung als Standardtechnik zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten in über 15 Labors weltweit im Einsatz.

Die Optimierung des gesamten Experiments entsprechend den Anforderungen der Verdampfungskühlung als grundlegende Voraussetzung für die Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten wurde in dieser Arbeit konsequent verfolgt. Die prinzipiellen Verluste der Verdampfungskühlung konnten so durch die Identifikation und optimierte Wahl der entscheidenden experimentellen Parameter minimiert werden. Ein grundlegendes Verständnis für den Einfluß der verschiedenen Parameter auf die Verdampfungskühlung wurde im Rahmen umfangreicher numerischer Untersuchungen in Zusammenarbeit mit Claus Fühner [79] gewonnen. Die entsprechenden Ergebnisse und diesbezügliche experimentelle Untersuchungen sind in einer Vorveröffentlichung am Ende dieses Kapitels zusammengefaßt.

Dieses Kapitel beginnt mit einer Einführung in die Prinzipien der Verdampfungskühlung. Dabei werden insbesondere die Einflüsse der verschiedenen experimentellen Parameter qualitativ beurteilt und generelle Optimierungskriterien aufgezeigt. Diese Untersuchungen werden durch die quantitativen Ergebnisse der anschließenden

Vorabveröffentlichung vervollständigt.

## 4.1 Prinzipien der Verdampfungskühlung

Die Verdampfungskühlung ist ein alltägliches Phänomen, das beispielsweise bei der Abkühlung einer heißen Tasse Kaffee auftritt. Der Mechanismus der Verdampfungskühlung besteht in der bevorzugten Entfernung von Atomen mit höherer als der mittleren Energie aus einem gefangenen Ensemble. Die restlichen Atome in der Falle rethermalisieren daraufhin infolge elastischer Stöße zu einer niedrigeren Temperatur. Dieser Prozeß, der bei Kaffee aufgrund der hohen Verdampfungsenthalpie sehr effizient funktioniert, ist in verdünnten atomaren Gasen mit einem hohen Teilchenverlust verbunden. Typischerweise gelangt nur ein Atom von 1000 anfänglich vorhandenen Atomen nach der Verdampfungskühlung in das erzeugte Bose-Einstein Kondensat. Das Verständnis des komplexen Zusammenwirkens der verschiedenen Prozesse während der Verdampfungskühlung von atomaren Gasen ist daher wesentlich für die effiziente und stabile Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten. Die grundlegende Voraussetzung für die Verdampfungskühlung ist eine kurze Thermalisierungszeit im Vergleich zur Lebensdauer des Ensembles. Einen allgemeinen Überblick über dieses Gebiet geben [99, 100], weshalb hier nur eine kurze Beschreibung der wesentlichen Prozesse als Grundlage für die weiteren Kapitel erfolgt. Abbildung 4.1.1 zeigt schematisch die prinzipiellen Vorgänge bei der Verdampfungskühlung verdünnter atomarer Gase. Die Speicherung der Atome in einer Falle mit endlicher Potentialhöhe  $\epsilon_t$  ermöglicht es Atomen mit einer Energie  $\epsilon > \epsilon_t$ , die Falle zu verlassen. Die in der Falle verbleibenden Atome nähern sich durch thermalisierende Stöße einem neuen thermischen Gleichgewicht bei niedrigerer Temperatur. Durch die sinkende Temperatur wird die Verdampfungsrate exponentiell verringert (in etwa wie  $e^{-\epsilon_t/k_B T}$  [99]), bis die Kühlrate durch Heizprozesse kompensiert wird. Zur weiteren Kühlung ist daher eine zeitliche Absenkung der Potentialhöhe der Falle nötig (Abbildung 4.1.1 rechts). Von den verschiedenen Möglichkeiten, die Potentialhöhe der Falle zu steuern [91, 92, 95, 96, 101–103] wurde die Einstrahlung von Radiofrequenzfeldern (RF-Feldern) für das im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Experiment ausgewählt. Mit der RF-Verdampfungskühlung läßt sich eine scharf definierte und leicht über die RF-Frequenz verschiebbare Abschneidekante erzeugen. Sie basiert auf der in Bild 4.1.2 skizzierten magnetfeldabhängigen Kopplung der magnetischen Hyperfeinunterzustände durch ein RF-Feld. Dadurch werden Spinflipübergänge von gefangenen in abgestoßene  $m_F$ -Zustände an Orten mit

$$|g_F \mu_B B(\vec{r})| = \hbar \omega_{\text{RF}} \quad (4.1)$$

induziert. Über die Frequenz des RF-Feldes,  $\omega_{\text{RF}}$ , läßt sich dabei die potentielle Energie der Abschneidekante,  $\epsilon_t$ , exakt festlegen:

$$\epsilon_t = |m_F g_F \mu_B (B(\vec{r}_t) - B_0)| = |m_F| \hbar (\omega_{\text{RF}} - \omega_{\text{RF}0}). \quad (4.2)$$

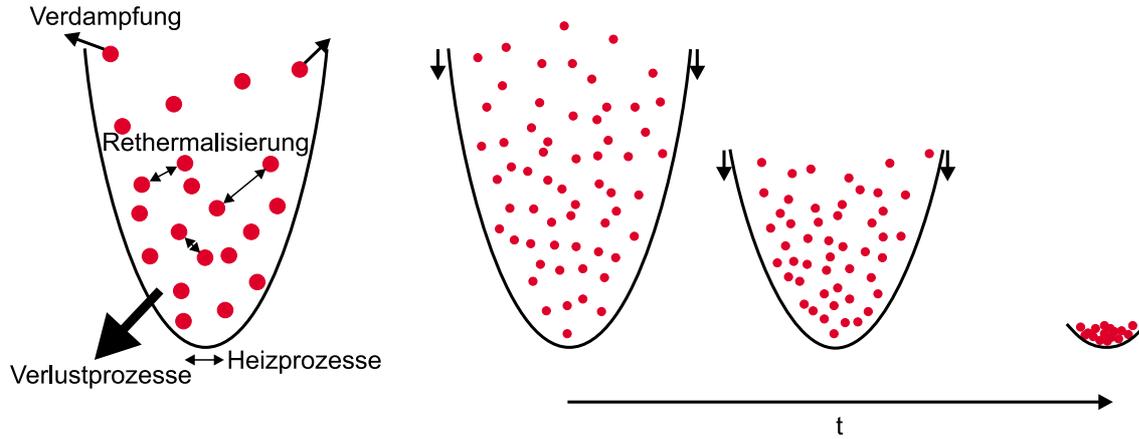


Abbildung 4.1.1: Prinzip der Verdampfungskühlung atomarer Gase in Fallen. Im linken Bildteil sind die verschiedenen Prozesse während der Verdampfungskühlung schematisch dargestellt. Der rechte Bildteil zeigt die Vorgehensweise zur Aufrechterhaltung und einer hohen Verdampfungsrate und Steuerung der Verdampfungskühlung durch zeitliches Absenken der Potentialhöhe.

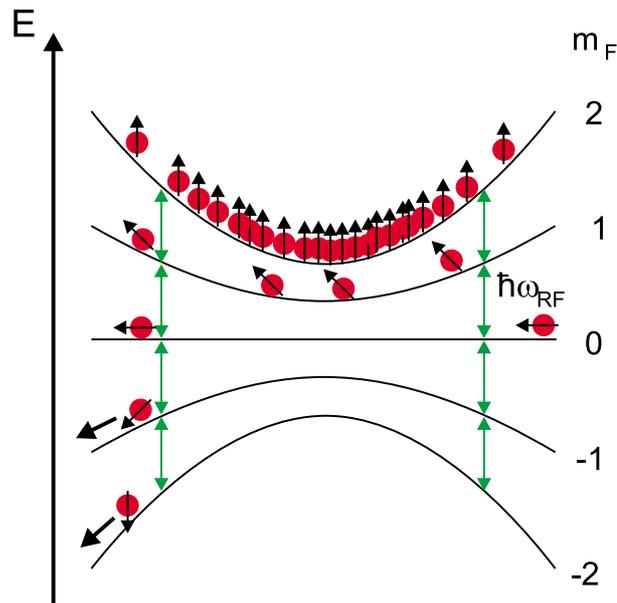


Abbildung 4.1.2: Schematische Darstellung des Prinzips der RF-Verdampfungskühlung. An den Orten, an denen der Abstand der Potentiale für benachbarte  $m_F$ -Zustände der Energie der RF-Photonen entspricht, werden Spinflipübergänge induziert. Diese führen schließlich zu Zuständen, die vom Fallenpotential abgestoßen werden.

Hier ist  $m_F$  der magnetische Hyperfeinunterzustand der gefangenen Atome und  $\omega_{\text{RF}0}$  die dem Fallenboden beim Offsetfeld  $B_0$  entsprechende Offsetfrequenz:

$$\omega_{\text{RF}0} = |g_F \mu_B B_0|. \quad (4.3)$$

Die Dynamik der Verdampfungskühlung wird neben der Potentialhöhe durch die verschiedenen Stoßprozesse bestimmt. Die unterschiedlichen Abhängigkeiten der Rethermalisierungs- und Verlustraten von Temperatur und Dichte des Ensembles legen in komplexer Weise zusammen mit Fallenpotential und Anfangsbedingungen die optimale zeitliche Steuerung der Potentialhöhe fest [81, 104–108]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein auf den Stoßprozessen basierender Graph als einfaches Hilfsmittel zur schnellen Abschätzung und Bewertung der komplexen Parameterabhängigkeiten identifiziert (Kapitel 4.2). In diesem Kapitel werden im Hinblick auf die Diskussion dieses Graphen die für die Verdampfungskühlung wesentlichen Stoßprozesse eingeführt.

### 4.1.1 Stöße

Die Untersuchung kalter und ultrakalter Stöße ist ein eigenes faszinierendes Gebiet der Physik. Eine ausführliche Behandlung findet sich z.B. in den Übersichtsartikeln [109–111]. Zur Beschreibung der Verdampfungskühlung genügt die Betrachtung weniger ultrakalter Stoßprozesse: Die elastischen Stöße zwischen gefangenen Atomen sind der entscheidende Rethermalisierungsprozeß. Verlustprozesse treten durch Stöße mit dem Hintergrundgas auf, sowie durch inelastische zwei- und drei-Körper Stöße zwischen gefangenen Atomen. Im folgenden werden diese Stoßprozesse mit den entsprechenden Stoßraten und Stoßparametern vorgestellt. Dabei wird davon ausgegangen, daß die Stoßparameter im betrachteten Regime tiefer Temperaturen unabhängig von der Temperatur, d.h. der kinetischen Energie der stoßenden Atome sind. Diese Annahme ist für die Elemente  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^{23}\text{Na}$  und  ${}^{87}\text{Rb}$  gut erfüllt. Bedeutende Abweichungen treten bei  ${}^{85}\text{Rb}$  und  ${}^{133}\text{Cs}$  auf [112, 113].

### 4.1.2 Elastische Stöße

Die Rethermalisierungszeit des Ensembles bestimmt die Kühlrate bei gegebener Fallenhöhe. Diese Zeit ist grundlegend mit der Rate elastischer Stöße verknüpft. So werden zur Thermalisierung einer gestörten Verteilung ca. 4-5 elastische Stoßzeiten  $\tau_{\text{el}}$  benötigt [114, 115]. Die mittlere Zeit zwischen zwei elastischen Stößen eines Atoms wird durch seinen Stoßquerschnitt  $\sigma$  und die mittlere Relativgeschwindigkeit der Teilchen bestimmt:

$$\tau_{\text{el}} = \frac{1}{n\sigma\bar{v}\sqrt{2}}. \quad (4.4)$$

Die mittlere Relativgeschwindigkeit zweier Atome ist  $\sqrt{2}\bar{v}$  mit der analog zu Formel 3.7 gegebenen mittleren thermischen Geschwindigkeit der Atome

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}. \quad (4.5)$$

Im hier betrachteten Grenzfall niedriger Temperaturen wird der Stoßquerschnitt  $\sigma$  durch s-Wellen Stöße dominiert. Mit der elementabhängigen s-Wellen-Streulänge  $a$

ergibt sich ein energieunabhängiger Stoßquerschnitt

$$\sigma = 8\pi a^2. \quad (4.6)$$

Mit den Daten für  $^{87}\text{Rb}$  ergibt sich eine elastische Stoßrate von

$$\frac{1}{\tau_{\text{el}}} \approx 1,4 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{s}} \frac{n}{[\text{cm}^{-3}]} \sqrt{\frac{T}{[\mu\text{K}]}}. \quad (4.7)$$

Das im realisierten Experiment verwendete Element  $^{87}\text{Rb}$  zeichnet sich durch den in Tabelle 4.1.1 angegebenen Wert von  $a$  aus. Es hat eine fast doppelt so große s-Wellen-Streulänge wie  $^{23}\text{Na}$  und damit einen fast viermal größeren elastischen Stoßquerschnitt. Die daraus folgende schnelle Rethermalisierung trägt wesentlich zur effizienten Verdampfungskühlung von  $^{87}\text{Rb}$  bei.

### 4.1.3 Stöße mit dem Hintergrundgas

Durch die mit ca. 30-40 mK relativ niedrige Falltiefe der Magnetfalle führen nahezu alle Stöße gefangener Atome mit Atomen aus dem Hintergrundgas zum Fallenverlust. Dies gilt insbesondere während der Verdampfungskühlung, wenn die Fallhöhe durch die RF-Einstrahlung herabgesetzt ist. Der Fallenverlust bei Stößen mit dem Hintergrundgas gewährleistet eine gute thermische Isolation des gefangenen Ensembles, da die hohe Energie des Hintergrundgasatoms nicht auf das Ensemble übertragen wird. Die mittlere durch Hintergrundgasstöße begrenzte Fallenlebensdauer  $\tau_{\text{HG}}$  ist linear vom Hintergrundgasdruck abhängig. In der Zeit  $\tau_{\text{HG}}$  verringert sich die Anzahl gefangener Teilchen um einen Faktor  $\frac{1}{e}$ . Durch diesen Verlustprozeß wird die maximal zur Verdampfungskühlung nutzbare Zeit begrenzt. Der im Rahmen dieser Arbeit erreichte Hintergrundgasdruck von ca.  $10^{-11}$  mbar gewährleistet eine Fallenlebensdauer von

$$\tau_{\text{HG}} \approx 50 \text{ s}. \quad (4.8)$$

Bei der realisierten experimentellen Taktrate von 20-30 s mit einer Verdampfungszeit von 10-20s stellt die Fallenlebensdauer somit keine wesentliche Einschränkung dar.

### 4.1.4 Inelastische Zwei-Körper-Stöße

Bei Stößen zwischen zwei gefangenen Atomen kann es durch Spin-Spin-Kopplung oder Kopplung des Spins mit dem Bahndrehimpuls der Relativbewegung der Teilchen zu einer Änderung der magnetischen Quantenzahl kommen. In der magnetischen Falle kommt es dabei zur Erzeugung von Atomen, die vom Fallenpotential abgestoßen werden. Dieser Verlustprozeß ist entsprechend der Beteiligung von zwei gefangenen Teilchen proportional zur Dichte des gefangenen Ensembles. Die Verlustrate durch inelastische Zwei-Körper-Stöße (auch 'dipolarer Verlust' genannt) ist

$$\frac{1}{\tau_{\text{dip}}} = G_{\text{dip}} \cdot n. \quad (4.9)$$

Die Dichteabhängigkeit der Zwei-Körper-Verluste bewirkt bevorzugt Verluste von Atomen im Fallenzentrum, wo die Ensembledichte am größten ist. Da diese Atome eine relativ niedrige potentielle Energie besitzen, wird dabei die mittlere Energie (d.h. die Temperatur) des gefangenen Ensembles erhöht. Dipolare Verluste stellen somit auch einen Heizprozeß dar.

Die Zwei-Körper-Verlustrate weist die gleiche Dichteabhängigkeit auf wie die elastische Stoßrate (Gleichung 4.4). Das Verhältnis von rethermalisierenden elastischen Stößen zu Zwei-Körper-Verlusten hängt somit nur von der Temperatur des Ensembles ab. Die Zwei-Körper-Stöße begrenzen die Verdampfungskühlung damit in der niedrigsten erreichbaren Temperatur. Diese ist prinzipiell erreicht, wenn beide Stoßraten gleich groß sind, d.h. für

$$T = T_{\text{dip}} = \frac{\pi m G_{\text{dip}}^2}{16 k_B \sigma^2}. \quad (4.10)$$

Für  $^{87}\text{Rb}$  im ( $F=1$ ,  $m_F = -1$ )-Zustand ist beispielsweise  $T_{\text{dip}} \approx 10^{-16}$  K [23]. Die effizient durch Verdampfungskühlung erreichbaren Temperaturen liegen allerdings wesentlich höher als diese Grenztemperatur. Verlangt man  $\tau_{\text{dip}} = R\tau_{\text{el}}$ , so erhält man als Grenztemperatur  $T_G = R^2 T_{\text{dip}}$ . Die durch Zwei-Körper Stöße vorgegebene Grenztemperatur liegt bei Alkali-Atomen selbst für  $R = 1000$  noch deutlich unter den typischerweise erreichten Kondensationstemperaturen. Dies steht im Gegensatz zur Situation bei atomarem Wasserstoff, wo die Verdampfungskühlung durch die sehr kleine s-Wellen Streulänge am BEC-Phasenübergang sehr ineffizient wird [12].

Die in Tabelle 4.1.1 für  $^{87}\text{Rb}$  angegebene Konstante  $G_{\text{dip}}$  ist im Vergleich zu anderen Alkali-Atomen (siehe z.B. [99]) sehr niedrig. Dies liegt an der für Rb auftretenden destruktiven Interferenz in den Übergangsamplituden verschiedener Zwei-Körper-Stoßprozesse [116, 117]. (Dieser Effekt verringert auch die Relaxationsrate beim Stoß von Atomen mit unterschiedlichen Hyperfeinzuständen. So ist die gleichzeitige Speicherung und Untersuchung von Kondensaten von  $^{87}\text{Rb}$  in verschiedenen Hyperfeinzuständen in einer Magnetfalle [118] möglich.  $^{87}\text{Rb}$  bietet somit neben sehr niedrigen Verlusten während der Verdampfungskühlung vielfältige Untersuchungsmöglichkeiten in der Magnetfalle.)

### 4.1.5 Inelastische Drei-Körper-Stöße

Bose-Einstein Kondensate von verdünnten atomaren Gasen sind metastabil. Der Relaxationsprozeß vom unterkühlten atomaren Gas zum Festkörper beginnt mit der Bildung von Molekülen. Energie- und Impulserhaltung setzen dabei die Beteiligung von mindestens drei Teilchen voraus. Die Verlustrate ist dementsprechend proportional zum Quadrat der Dichte des gefangenen Ensembles

$$\frac{1}{\tau_{3b}} = L_{3b} \cdot n^2. \quad (4.11)$$

Tabelle 4.1.1: *Stoßparameter für  $^{87}\text{Rb}$* 

s-Wellen-Streulänge	$a = 5(..6) \cdot 10^{-9} \text{ m}$ [119]
Zwei-Körper-Stöße ( $F=2, m_F=2$ )	$G_{\text{dip}} = 10^{-14} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^3$ [120]
Zwei-Körper-Stöße ( $F=1, m_F=-1$ )	$G_{\text{dip}} < 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^3$ [23]
Drei-Körper-Stöße	$L_{3b} = 4 \cdot 10^{-29} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^6$ [23]

Durch die quadratische Dichteabhängigkeit begrenzen die Drei-Körper-Stöße die Effizienz der Verdampfungskühlung bei hohen Dichten. Dadurch kann die Verdampfungszeit durch Wahl hoher Dichten (und dementsprechend schneller Rethermalisierung) nicht beliebig verringert werden. Die Drei-Körper-Verluste legen somit eine untere Zeitgrenze für die effiziente Verdampfungskühlung fest.

## 4.2 Das Verhältnis von 'guten' zu 'schlechten' Stößen

Die oben diskutierten atomaren Stoßprozesse bestimmen wesentlich die Eignung eines Elements zur Verdampfungskühlung bei verschiedenen Temperatur-Dichte Kombinationen. In diesem Abschnitt wird ein effektiver Weg aufgezeigt, die entsprechenden Auswirkungen abzuschätzen. Die charakteristische Größe für die erzielbare Kühlleistung ist das Verhältnis der rethermalisierenden elastischen ('guten') Stöße zu den Verluststößen ('schlechte' Stöße) [99]

$$R(T, n) = \frac{\frac{1}{\tau_{\text{el}}}}{\frac{1}{\tau_{\text{HG}}} + \frac{1}{\tau_{\text{dip}}} + \frac{1}{\tau_{3b}}}. \quad (4.12)$$

Dieses Verhältnis gibt an, wieviele elastische Stöße ein gefangenes Atom im gefangenen Ensemble im Mittel macht, bevor es durch einen Verlustprozeß aus der Falle entfernt wird. Für die Verdampfungskühlung eines Ensembles vom Umladen in die Magnetfalle bis zur Bose-Einstein Kondensation sind ca. 500 [99] elastische Stöße pro Atom zur Rethermalisierung notwendig. Das Verhältnis  $R(T, n)$  sollte also während der Verdampfungskühlung im Mittel mindestens 500 betragen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die dreidimensionale Auftragung dieses Verhältnisses über Temperatur und Dichte als wesentliches Hilfsmittel zur qualitativen Diskussion der Verdampfungskühlung identifiziert. Mit dem entsprechenden Graphen für das jeweilige Element lassen sich bereits ohne Simulation viele grundlegende Aussagen treffen. Dies wird im folgenden am Beispiel des Graphen in Abbildung 4.2.1 im einzelnen gezeigt. Diese Abbildung wurde für die Parameter  $\tau_{\text{HG}} = 100 \text{ s}$ ,  $G_{\text{dip}} = 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$  und  $L_{3b} = 4 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ , sowie die Masse von  $^{87}\text{Rb}$  berechnet. Die Auftragung von  $R(T, n)$  als z-Koordinate erleichtert

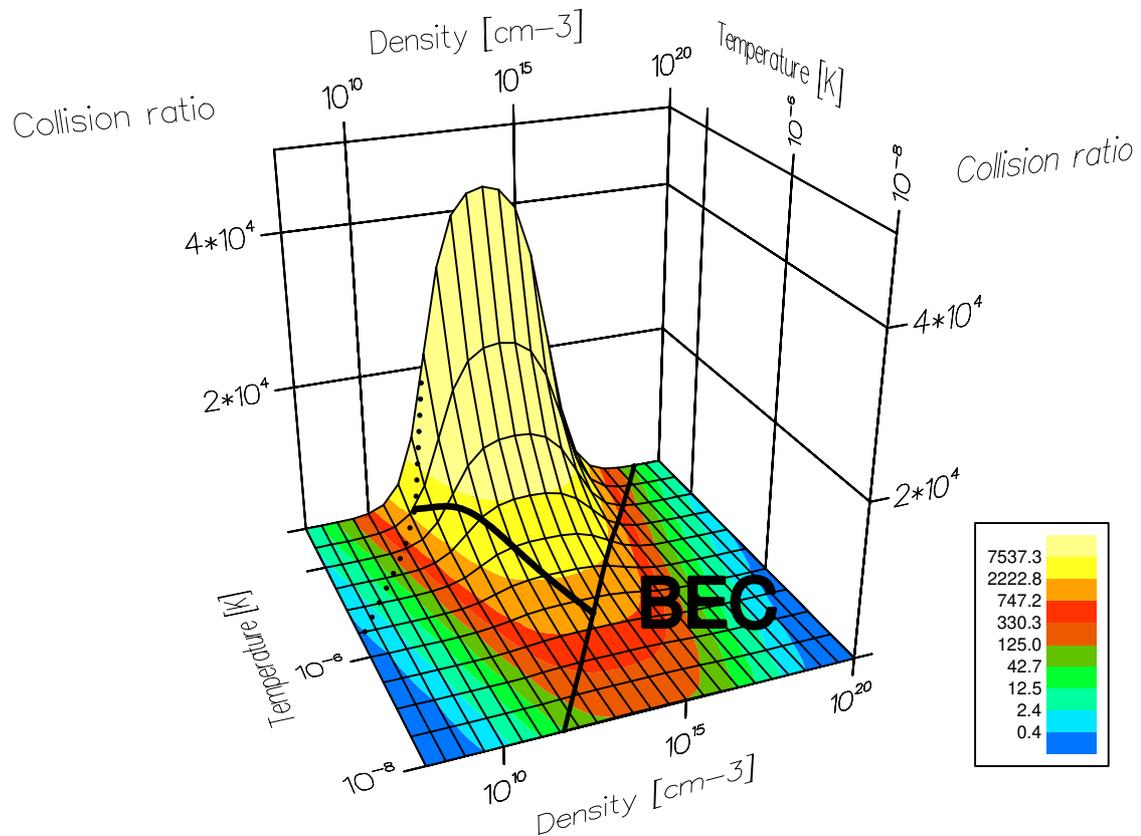


Abbildung 4.2.1: Verhältnis elastischer Stöße im Ensemble zu Verluststößen,  $R(T, n)$ , in Abhängigkeit von Temperatur und Dichte für die Parameter:  $\tau_{\text{HG}} = 100 \text{ s}$ ,  $G_{\text{dip}} = 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $L_{3\text{b}} = 4 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$  sowie die Masse von  $^{87}\text{Rb}$   $m = 1,45 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ . Die durchgezogene Linie kennzeichnet die Phasenraumdichte, bei der BEC auftritt. Die gestrichelte Linie kennzeichnet einen Bereich konstanter Phasenraumdichte, der durch adiabatische Umwandlung typischer MOT-Parameter erreichbar ist. Die durchgezogene Linie, die die gestrichelte Linie mit der BEC-Linie verbindet, ist eine typische simulierte Verdampfungstrajektorie.

die Identifikation von Temperatur-Dichte Bereichen, in denen eine effiziente Verdampfungskühlung möglich ist: Je höher der Wert von  $R(T, n)$  ist, d.h. je höher der Graph über der  $T - n$ -Ebene liegt, desto kürzer ist die Rethermalisierungszeit bezogen auf die Fallenlebensdauer. In Bereichen mit hohem  $R(T, n)$  finden pro Atom besonders viele elastische rethermalisierenden Stöße statt, bevor es durch einen Verlustprozess aus der Falle entfernt wird. Dies erlaubt eine Verdampfung mit relativ großer Potentialhöhe, bei der dem Ensemble relativ viel Energie pro verdampftem Atom entzogen wird.

Zur Orientierung sind in Graph 4.2.1 die Kombinationen von Temperatur und Dichte gekennzeichnet, die nach Gleichung 2.10 zur kritischen Phasenraumdichte  $D = 2,612$  führen. Die so ermittelte Linie wurde auf den Graphen projiziert, um die Werte von  $R(T, n)$  am Phasenübergang zur Bose-Einstein Kondensation zu veranschaulichen. Eine entsprechende Linie konstanter Phasenraumdichte  $D = 2 \cdot 10^{-7}$  markiert typische mit Laserkühlmethoden und adiabatischer Verformung der Falle erreichbare Kombinationen von Temperatur und Dichte.

Die Temperatur-Dichte-Ebene in Graph 4.2.1 läßt sich anhand der Verlustraten in Bereiche verschiedener Stoßregimes einteilen. Der Bereich niedriger Dichte ( $n < 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ) wird von Verlustprozessen durch Stöße mit thermischen Atomen aus dem Hintergrundgas dominiert. Er läßt sich durch Verbesserung des Vakuums zu niedrigeren Dichten verschieben. Dadurch wird das Verhältnis der Stoßraten,  $R$ , bei den entsprechenden Kombinationen von Temperatur und Dichte erhöht. Im Bereich mittlerer Dichte ( $10^{12} \text{ cm}^{-3} < n < 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) sind Zwei-Körper-Stöße der wesentliche Verlustprozeß. Das Verhältnis  $R(T, n)$  wird hier nur über die Temperatur des Ensembles bestimmt. Effiziente Verdampfungskühlung bis zur Bose-Einstein Kondensation bedeutet in diesem Bereich, daß der BEC-Phasenübergang bei möglichst hoher Temperatur, d.h. bei möglichst hoher Dichte überschritten wird. Die dabei mögliche Dichte wird durch zunehmende Dominanz von Drei-Körper-Stößen im Bereich hoher Dichten ( $n > 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) begrenzt. Der rasche Abfall von  $R(T, n)$  mit der Dichte in diesem Bereich verhindert eine effiziente Verdampfungskühlung bei hohen Dichten.

### 4.2.1 Elemente für die Bose-Einstein Kondensation

Die Werte von  $R(T, n)$  am BEC-Phasenübergang (durchgezogene Linie in Abbildung 4.2.1) geben Aufschluß über die grundlegende Frage, ob das betrachtete Element für die Verdampfungskühlung bis zur Bose-Einstein Kondensation geeignet ist. Der BEC-Phasenübergang kann prinzipiell nur dann mit der Verdampfungskühlung erreicht werden, wenn gilt

$$\max\{R(T_c(n), n)\} \geq 1.$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die den Phasenübergang markierende (durchgezogene) Linie in Graph 4.2.1 durch Bereiche mit  $R(T, n) \geq 1$  verläuft. Anhand dieser Linie lassen sich gleichzeitig die Kombinationen von Temperatur und Dichte zu  $D(T, n) = 2,612$  mit  $R(T, n) \gg 1$  identifizieren. Bei diesen kann die Bose-Einstein Kondensation effizient mit Verdampfungskühlung erreicht werden. Das im Rahmen dieser Arbeit entsprechend ausgewählte Element  $^{87}\text{Rb}$  zeichnet sich durch den weiten Bereich in der Dichte ( $n = 5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$  bis  $3 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  bei  $\tau_{\text{HG}} = 50 \text{ s}$ ) aus, in dem der BEC-Phasenübergang bei der jeweiligen kritischen Temperatur  $T_c(n)$  mit  $R > 1000$  erreicht werden kann. Die Verdampfungskühlung bis zur Bose-Einstein Kondensation kann für  $^{87}\text{Rb}$  innerhalb dieses Parameterbereichs mit sehr hoher Effizienz erfolgen.

## 4.2.2 Magnetfalle und Ensemblepräparation

Das Fallenpotential ist für die Verdampfungskühlung in zweierlei Hinsicht von besonderer Wichtigkeit. Zum einen wird der Startpunkt der Verdampfungskühlung durch die adiabatische Kompression des laserpräparierten Ensembles im Fallenpotential festgelegt. Zum anderen bestimmt die Potentialform, wie sich die Ausdehnung des gefangenen Ensembles mit der Temperatur ändert. Diese Abhängigkeit ist wesentlich für die Steuerung der Ensembleparameter durch die zeitliche Variation der Potentialhöhe.

### Startpunkt der Verdampfungskühlung

Bei der in BEC-Experimenten mit Alkali-Atomen verwendeten Vorkühlung mit Laserkühlmethoden werden keine optimalen Parameter zum Starten der Verdampfungskühlung erreicht. Der Wert von  $R(T, n)$  ist für typische Parameter nach der Laserkühlung von  $T = 50 \mu\text{K}$  und  $n \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  mit  $R \approx 100$  zu niedrig für eine effiziente Verdampfungskühlung (bei dem Wert von  $n$  wurden bereits Verluste beim Umladen in die Magnetfalle berücksichtigt). Eine der wesentlichen Aufgaben der Magnetfalle ist es, durch adiabatische Kompression des Ensembles einen günstigen Startpunkt für die Verdampfungskühlung zu erreichen. Durch eine adiabatische Änderung der Stärke des Magnetfallenpotentials lassen sich Temperatur und Dichte des gefangenen Ensembles bei konstanter Phasenraumdichte ändern (d.h.  $D(T, n) = n\Lambda_{\text{dB}}^3(T) = \text{const.}$ ). Die in Kapitel 3.3.2 diskutierten Effekte durch Änderung der Potentialform werden hier zur Vereinfachung vernachlässigt. In Abbildung 4.2.1 entspricht die adiabatische Änderung der Potentialstärke einer Verschiebung des Startpunktes parallel zur Linie, die den BEC-Phasenübergang kennzeichnet (gestrichelte Linie). Durch eine Erhöhung der Fallenpotentials erfolgt eine Verschiebung des Startpunktes zu Bereichen höherer Dichte (und damit auch höherer Temperatur), in denen  $R(T, n)$  wesentlich größer ist. Der so erreichte Startpunkt liegt für typische Magnetfallen immer noch weit vor dem Maximum von  $R$ . Die Magnetfalle muß für eine effiziente Verdampfungskühlung somit für die Erzielung möglichst hoher Fallenpotentiale optimiert sein. Mit der in dieser Arbeit realisierten Magnetfalle läßt sich für die obigen Anfangsbedingungen und  $3 \cdot 10^8$  Atomen in der Magnetfalle eine Dichte von  $n \approx 1,6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  nach der adiabatischen Kompression erzielen. Bei der zugehörigen Temperatur von  $T = 300 \mu\text{K}$  ergeben sich mit  $R \approx 4000$  bereits sehr gute Bedingungen für den Start der Verdampfungskühlung.

Mit den sich in der Diskussion befindlichen Mikrofallen [121–123] läßt sich im Vergleich zu den bisher in BEC-Experimenten eingesetzten Fallen ein wesentlich stärkerer Einschluß der gefangenen Atome erzielen. In diesem Fall sind Begrenzungen der Effizienz der Verdampfungskühlung durch Drei-Körper Stöße bei hohen Dichten zu beachten. Die Optimierung der Falle sollte in diesem Fall nicht auf maximale Potentialstärke ausgerichtet sein.

Ein laserpräpariertes Ensemble mit einer beliebigen Temperatur-Dichte-Kombination konstanter Phasenraumdichte führt nach adiabatischer Kompression der

Magnetfalle zu einem festen Startpunkt.<sup>1</sup> Die Präparation des Ensembles mit der Laserkühlung wird im realisierten Experiment daher in erster Linie in Bezug auf eine hohe Teilchenzahl und Phasenraumdicke optimiert. Temperatur oder Dichte sind als Kriterien nur in Bezug auf die mögliche Verformbarkeit der Magnetfalle zur Modenanpassung wichtig.

### Trajektorien hoher Effizienz

Die Verdampfungskühlung von hohen zu niedrigen Temperaturen ist bei derjenigen Dichte am effizientesten, bei der  $R$  für die jeweilige Temperatur maximal ist. Dies entspricht im Bild 4.2.1 dem 'Grat' bei der konstanten Dichte  $n \approx 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . Mit der Nebenbedingung, den Bose-Einstein Phasenübergang bei möglichst hohem  $R$  zu erreichen, verschiebt sich der optimale Endpunkt der Verdampfungskühlung zu einer höheren Dichte. Es ist allerdings zu beachten, daß dieser Endpunkt zwar für die Verdampfungskühlung optimal ist, die Lebensdauer des erzeugten Bose-Einstein Kondensats aber durch die hohen Stoßraten bei hoher Dichte relativ kurz sein kann. Eine lange Lebensdauer des effizient erzeugten Bose-Einstein Kondensats kann in diesem Fall durch eine adiabatische Expansion der Falle erreicht werden.

Da der Startpunkt normalerweise bei deutlich niedrigerer Dichte als der 'Grat' maximaler Effizienz liegt, ist eine Dichteerhöhung während der Verdampfungskühlung notwendig, um die Effizienz zu optimieren. Gelingt dabei eine so starke Dichteerhöhung, daß die Rethermalisierungsrate steigt, so wird das wichtige Regime der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung erreicht [99]. In diesem Regime steigen Effizienz und Verdampfungsrates während der Verdampfungskühlung, so daß gleichzeitig eine schnelle und effiziente Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten möglich ist.

Die Auswahl eines steilen Fallenpotentials erlaubt die entsprechende Steuerung der Parameter des Ensembles während der Verdampfungskühlung durch die Wahl der Potentialhöhe. Der Einfluß der Potentialform soll hier am Beispiel von Potenzpotentialen verdeutlicht werden [104]:

In einem d-dimensionalen Potential der Form

$$U(r) = r^\alpha \quad (4.13)$$

stellt sich in einer klassischen atomaren Wolke eine Dichteverteilung nach der Boltzmann-Statistik ein:

$$n(r) \propto e^{-\frac{r^\alpha}{k_B T}}. \quad (4.14)$$

---

<sup>1</sup>Voraussetzung ist dabei ein modenangepaßtes Umladen und eine Kompression der Magnetfalle bis zu einem festen Fallenpotential sowie eine konstante Teilchenzahl. Eine höhere Teilchenzahl des laserpräparierten Ensembles führt dagegen zu einem günstigeren Startpunkt bei höherer Dichte und Temperatur. Dies liegt daran, daß ein modenangepaßtes Umladen mit höherer Teilchenzahl bei konstanter Dichte eine schwächere Magnetfalle erfordert. Die adiabatische Kompression bis zum maximalen Fallenpotential führt dementsprechend zu höherer Dichte und Temperatur.

Damit skaliert das Volumen des Ensembles (unabhängig von seiner Definition) in  $d$  Dimensionen wie [104]

$$V \propto T^{d/\alpha}. \quad (4.15)$$

Aus dieser Formel ist ersichtlich, daß die Dichtesteigerung bei gegebener Abnahme der Temperatur umso größer ist, je steiler das Fallenpotential vom Fallenzentrum aus ansteigt. Die elastische Stoßrate,  $1/\tau_{\text{el}}$ , ist nach Gleichung 4.4 proportional zur Dichte und zur Wurzel der Temperatur des Ensembles. Erhöht sich die Dichte während der Verdampfung schneller, als die Wurzel der Temperatur sinkt, so nimmt die elastische Stoßrate zu. Diese Voraussetzung für eine selbstbeschleunigende Verdampfungskühlung läßt sich nur in genügend steilen Fallen erreichen. Eine Abschätzung mit 4.15 liefert  $n\sqrt{T} \propto V^{-1}T^{1/2} \propto T^{1/2-3/\alpha}$ . Somit ist

$$\alpha > 6$$

die Bedingung für einen prinzipiell möglichen Anstieg der elastischen Stoßrate. Damit ist beispielsweise in einem Kastenpotential keine selbstbeschleunigende Verdampfungskühlung möglich.

Die im Experiment während der Verdampfung eingesetzte Ioffe-Falle mit niedrigem Offsetfeld bietet in dieser Hinsicht optimale Voraussetzungen. Für die realisierte Kleeblattfalle (Kapitel 3.2) lassen sich entsprechend der Ensembletemperatur folgende Grenzfälle unterscheiden: Für hohe Temperaturen ( $T \gg 100\mu\text{K}$ ) ist die komprimierte Falle in zwei Dimensionen linear ( $\alpha = 1$ ) und in einer Dimension harmonisch ( $\alpha = 2$ ). Für niedrige Temperaturen ( $T \ll 100\mu\text{K}$ ) ist sie dagegen dreidimensional harmonisch. Somit gilt

$$V \propto \begin{cases} T^{5/2} & \text{für } T \gg 100\mu\text{K}, \\ T^{3/2} & \text{für } T \ll 100\mu\text{K} \end{cases}. \quad (4.16)$$

Durch den in zwei Dimensionen linearen Potentialanstieg für heiße atomare Ensembles wird gerade die kritische Anfangsphase der Verdampfungskühlung begünstigt. Die explizite Optimierung der Phasenraumtrajektorie durch zeitliche Steuerung der Potentialhöhe wird in Kapitel 4.5 ausführlich diskutiert.

Eine weitergehende Optimierung der Steilheit der Falle scheint nur durch prinzipiell andere Potentialgeometrien wie die Kombination von Magnetfallen mit optischen Dipolpotentialen möglich [124]. Entsprechende zukünftige Experimente weisen damit noch ein großes Potential für Verbesserungen der Effizienz der Verdampfungskühlung auf, eventuell bis zur kontinuierlichen Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten als cw-Atomlaser.

### 4.2.3 Grenzen der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung

Das für Alkali-Atome in konventionellen Magnetfallen wichtige Regime der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung 4.2.2 ist nicht grundsätzlich erstrebenswert. Aus

Abbildung 4.2.1 ist ersichtlich, daß die selbstbeschleunigende Verdampfungskühlung besonders vorteilhaft ist, wenn der Startpunkt der Verdampfungskühlung im Bereich Hintergrundgas-dominiertes Verlustprozesse liegt. In diesem in bisherigen BEC-Experimenten realisierten Fall ist mit der Erhöhung der Dichte während der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung auch eine Erhöhung der Effizienz verbunden.

Wenn die Dichte des Ensembles allerdings so groß wird, daß Drei-Körper-Stöße den wesentlichen Verlustprozeß darstellen, ist das Regime der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung sogar schädlich. Es führt dann zu einem sehr schnellen Anstieg der Verluste und damit zu einer ineffizienten Verdampfungskühlung. Dieser Fall kann in zukünftigen Experimenten mit anderen Elementen oder in stärkeren Fällen wie Mikromagnetfallen [121–123] und optischen Fallen [24, 124–126] auftreten. Beim Einsatz dieser Fallen ist darauf zu achten, daß bei der adiabatischen Kompression die Grenze des Dichtebereiches, in dem Drei-Körper-Stöße dominieren, erreicht, aber nicht überschritten wird. Nach Abbildung 4.2.1 ist dann eine effiziente Verdampfungskühlung bei konstanter Dichte möglich (evtl. durch adiabatische Expansion der Falle während der Verdampfungskühlung).

### 4.3 Stabilität der Verdampfungskühlung

Neben den Bedingungen für eine effiziente Verdampfungskühlung wurde im Rahmen dieser Arbeit in Zusammenarbeit mit Claus Fühner die Voraussetzungen für eine stabile Verdampfungskühlung untersucht. Eine hohe Reproduzierbarkeit der Parameter der verdampfungsgekühlten Ensembles trotz unvermeidlicher Fluktuationen in den Anfangsbedingungen ist ein wichtiger Aspekt bei der experimentellen Anwendung der Verdampfungskühlung. In diesem Abschnitt werden die wesentlichen Erkenntnisse aus den umfangreichen numerischen Simulationen [79] (siehe auch Kapitel 4.5) und experimentellen Erfahrungen zusammengefaßt.

#### 4.3.1 Zeitliche Variation der Potentialhöhe

Die zeitliche Variation der Potentialhöhe  $\epsilon_t(t)$  ist im Experiment das wichtigste Instrument zur Steuerung der Ensembleparameter Dichte und Temperatur während der Verdampfungskühlung. Die optimale Potentialhöhe hängt dabei von dem jeweiligen Verhältnis von rethermalisierenden Stößen zu Verlustprozessen (siehe Abbildung 4.2.1) sowie von der Rethermalisierungsrate ab. Ein exponentieller Verlauf von  $\epsilon_t(t)$  berücksichtigt diese Abhängigkeiten nur unzureichend. Unsere numerischen Simulationen unter Variation der Anfangsbedingungen [79] ergaben für diesen Verlauf deutlich weniger Teilchen nach der Verdampfungskühlung als für die optimale Wahl der Potentialhöhen. Nochmals deutlich schlechtere Ergebnisse werden bei der experimentell einfach zu implementierenden linearen Variation der Potentialhöhe,  $\epsilon_t(t) \propto t$ , erzielt. Diese Realisierung der Verdampfungskühlung hängt wesentlich kritischer von den Anfangsbedin-

gungen ab als bei einer exponentiellen Variation der Potentialhöhe und führt häufig nicht mehr zur Bose-Einstein Kondensation. Eine Annäherung der optimalen Funktion  $\epsilon_t(t)$  durch nur wenige lineare Abschnitte führt dagegen zu ähnlicher Teilchenzahl im Kondensat wie die optimale Funktion (siehe Kapitel 4.5). Diese Strategie wurde im Rahmen dieser Arbeit aufgrund ihrer hohen Effizienz und der einfachen Optimierung am laufenden Experiment implementiert.

Die obigen Erkenntnisse lassen sich mit einem einfachen Modell erklären: Unter Vernachlässigung von Verlustprozessen und Annahme einer festen Rethermalisierungsrate ist eine zeitlich konstante Effizienz der Verdampfungskühlung durch eine Potentialhöhe gewährleistet, die jeweils einem konstanten Vielfachen der zeitlich variierenden mittleren Ensembleenergie entspricht. Dies führt zu einer zeitlich konstanten relativen Änderungsrate der Temperatur, d.h. einem exponentiellen Verlauf der Temperatur. Durch eine entsprechende exponentielle Variation der Potentialhöhe wird meist die Bose-Einstein Kondensation erreicht. Die Möglichkeit der Steigerung der Effizienz durch den Effekt der selbstbeschleunigenden Verdampfungskühlung wird aber nicht ausgenutzt. Ein linearer Verlauf der Potentialhöhe entspricht hingegen einer immer schneller werdenden Änderung der relativen Potentialhöhe, was eine zunehmend schnellere Rethermalisierungsrate erfordert. Anfangs kann diese meist durch eine selbstbeschleunigende Verdampfungskühlung effizient erreicht werden. Gegen Ende der Verdampfungskühlung wird dagegen eine immer schnellere relative Temperaturänderung durch eine immer niedrigere relative Potentialhöhe erzwungen. Diese führt zu einer sehr ineffizienten Verdampfungskühlung. Die Wahl einer aus mehreren linearen Verläufen zusammengesetzten zeitlichen Änderung der Potentialhöhe vermeidet die jeweiligen Nachteile der obigen Strategien. Sie erlaubt einerseits die mit linearen Verläufen mögliche Nutzung von Effizienzgewinnen durch die selbstbeschleunigende Verdampfungskühlung. Andererseits läßt sich durch ein langsames Absenken der Potentialhöhe bei niedrigen Temperaturen eine ineffiziente Verdampfungskühlung vermeiden.

### 4.3.2 Anfangsbedingungen für die Optimierung

Die Anfangsbedingungen, für die der zeitliche Verlauf  $\epsilon_t(t)$  der Potentialhöhe optimiert wurde, sind entscheidend für die Stabilität des Experiments gegenüber Fluktuationen. Ein wesentliches Ergebnis der Untersuchungen aus Kapitel 4.5 ist, daß sich günstigere als die zur Optimierung benutzten Anfangsbedingungen stabilisierend auf die Parameter der erzeugten Bose-Einstein Kondensate auswirken. Im Rahmen dieser Arbeit wurde jeweils eine einmalige Optimierung der Verdampfungskühlung zu Beginn einer Meßserie für die ungünstigsten Anfangsbedingungen vorgenommen, die durch Fluktuationen auftreten können. Dadurch gelang eine sehr reproduzierbare Produktion von Bose-Einstein Kondensaten innerhalb der einzelnen Meßserien.

### 4.3.3 Wahl der zeitlichen Schrittweite

Die einzelnen linearen Verläufe der Potentialhöhe werden in der vorliegenden Arbeit durch die Aneinanderreihung vieler stufenförmiger Änderungen der Potentialhöhe angenähert. Die zeitliche Dauer einer Stufe ist dabei konstant und beeinflusst die Effizienz der Verdampfungskühlung nicht, solange sie kleiner als ca. 1 % der gesamten Verdampfungskühlzeit ist (siehe Kapitel 4.5). Bei der Wahl einer optimalen Stufendauer ist zu berücksichtigen, daß die exakte Potentialhöhe der Falle nicht nur durch die eingestrahlte RF-Frequenz, sondern auch durch das Offsetfeld der Magnetfalle bestimmt wird. Dieses Offsetfeld unterliegt Fluktuationen durch Strom- und Geometrieschwankungen der Falle, sowie durch Hintergrundmagnetfelder (hauptsächlich 50 Hz-Schwankungen durch die Laborstromversorgung). Durch die Wahl einer größeren Stufendauer als die längste charakteristische Fluktuationszeit gelingt die Unterdrückung dieser Fluktuationen. Die auf diese Art eingeführte effektive Potentialhöhe ist wesentlich für die reproduzierbare Produktion von Bose-Einstein Kondensaten.

## 4.4 Weitere Effekte

In diesem Abschnitt werden zur Vervollständigung der Darstellung noch einige zusätzlich zu beachtenden Effekte bei der Verdampfungskühlung diskutiert.

### 4.4.1 Heizprozesse und Abschirmung

Heizprozesse sind neben inelastischen Stößen die wesentliche Ursache für eine begrenzte Lebensdauer der erzeugten Bose-Einstein Kondensate. Eine ausführliche Behandlung der Heizprozesse findet sich in [127, 128]. Ein intensiv diskutierter Heizprozeß ist der Energieübertrag durch streifende Stöße mit Atomen aus dem Hintergrundgas. Führen diese Stöße nicht zum Fallenverlust, so können Energien bis zur Potentialhöhe der Magnetfalle übertragen werden. Diese Höhe entspricht im realisierten Experiment ca.  $k_B \cdot 30$  mK, d.h. ein einziger streifender Stoß kann ein Ensemble mit  $10^5$  Atomen um 300 nK aufheizen und damit ein Bose-Einstein Kondensat 'schmelzen'. Damit streifende Stöße nicht zur dramatischen Aufheizung des gefangenen Ensembles führen, sind große Potentialhöhen zu vermeiden. Dazu bietet sich die Abschirmung des Bose-Einstein Kondensats durch Einstrahlung eines RF-Feldes an. In dieser Arbeit wurde durch die entsprechende Festlegung einer maximalen Potentialhöhe eine Verlängerung der Kondensatlebensdauer um einen Faktor 10 beobachtet. Die besten Resultate wurden dabei für RF-Abschneidekanten knapp über dem Fallenboden erzielt, die auch anderen Heizprozessen entgegenwirken.

### 4.4.2 Dimensionalität der Verdampfung

Während der Verdampfungskühlung werden idealerweise alle Teilchen mit Energien oberhalb der Potentialhöhe aus dem Ensemble entfernt, bevor sie mit anderen gefangenen Teilchen stoßen. Diese Voraussetzung ist bei der RF-Verdampfungskühlung bei typischen experimentellen Dichten und Fallenvolumina im allgemeinen gut erfüllt. Die Abschneidekante im Fallenpotential umschließt bei dieser Technik das gefangene Ensemble und kann in jeder Dimension erreicht werden. Die Gravitation führt allerdings durch eine Verschiebung des Fallenzentrums eine Asymmetrie ein, die dafür sorgt, daß die Abschneidekante für Temperaturen

$$T < 0,3 \text{ K} \cdot \frac{[\frac{\text{G}}{\text{cm}^2}]}{B''_z} \quad (4.17)$$

nur noch im unteren Fallenbereich wirksam ist [79]. Für die in dieser Arbeit verwendete Falle ergibt sich nach Tabelle 3.2.1 eine entsprechende Temperatur von ca.  $4 \mu\text{K}$ . Für die in diesem Regime niedrigdimensionaler Abschneidekante ist zur Aufrechterhaltung einer effizienten Verdampfung eine starke Kopplung der verschiedenen Schwingungsfreiheitsgrade in der Falle notwendig. Dies ist in der im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten, stark asymmetrischen Ioffe-Falle gegeben [129], so daß auch im Temperaturbereich kurz vor dem Erreichen der Bose-Einstein Kondensation (ca.  $600 \text{ nK}$ ) effizient gekühlt werden kann.

## 4.5 Quantitative Untersuchungen

Die bisher aufgeführten, qualitativen Kriterien zur Optimierung der Verdampfungskühlung wurden in Zusammenarbeit mit Claus Fühner [79] mit umfangreichen numerischen Simulationen untermauert und quantifiziert. Die wesentlichen Simulationsergebnisse wurden durch experimentelle Untersuchungen zur Verdampfungskühlung bestätigt. In diesem Kapitel folgt ein Vorabdruck einer im Rahmen dieser Arbeit erstellten Veröffentlichung, in der die Simulationen und Experimente ausführlich dargestellt sind.

# Optimizing Evaporative Cooling towards Bose-Einstein Condensation - Theory and Experiment -

K. Bongs, C. Fühner, S. Burger, G. Birkl, K. Sengstock, and W. Ertmer

*Institut für Quantenoptik, Universität Hannover  
Welfengarten 1, D 30167 Hannover*

The process of evaporative cooling of dilute atomic gases to achieve Bose-Einstein condensation (BEC) is studied with the goal of optimizing the cooling strategy, and to give a guideline for the design of a BEC experiment. We compare detailed numerical simulations based on the classical Boltzmann Transport equation with experimental data. We calculate the number of atoms at the onset of condensation dependent on all relevant experimental parameters, such as trap parameters, starting conditions and collisional rate constants for various atomic species. The influence of fluctuations in experimental parameters is investigated in order to achieve stable evaporation runs for BEC. The comparison of our numerical simulations with our experimental results on a BEC of  $^{87}\text{Rb}$  is made to proof the validity of our assumptions and calculations, and to check calculated evaporation trajectories.

## I. INTRODUCTION

Bose-Einstein condensation (BEC) is a pure quantum statistical effect which manifests itself in a macroscopic population of the ground state wave function of a bosonic system at finite temperature [1]. BEC takes place when the bosonic particle separation is smaller than their thermal de Broglie wavelength  $\Lambda_{dB}$ . This is formally expressed by the inequality  $D = n\Lambda_{dB}^3 \geq 2.612$ . Here,  $D$  is the phase space density and  $n$  the particle density of the sample. BEC in dilute atomic vapors was first observed in 1995 for alkali atoms [2–4] and in 1998 for atomic hydrogen [5].

The necessary phase space density in a nearly noninteracting atomic vapor can up to now only be achieved by evaporative cooling which in this context was first studied for spin-polarized and magnetically trapped atomic hydrogen [6] and later applied to alkaline atoms [7]. This technique relies on the removal of atoms out of the high-energy tail of the energy distribution function of a thermally isolated sample and on the rethermalization of the remaining atoms to a lower temperature. Successive repetition or continuous realization of the removal of the high energy tail at decreasing energy of the sample represent a powerful tool of cooling an atomic sample to the high phase space densities needed for BEC.

In all successful experimental realizations so far, thermal isolation was achieved by storing the atoms in a specific internal state in a magnetic trap. The trapping force arises from the Zeeman shift of the atomic energy levels in a magnetic field with a local, three-dimensional minimum. The removal of atoms with highest thermal energy is realized by the introduction of a finite trap height. In a magnetic trap this can be done by an RF electromagnetic field inducing transitions from bound to unbound magnetic states at a differential Zeeman energy shift (i.e. Zeeman splitting) between the respective atomic states corresponding to the energy of the RF photons. As the potential energy together with the Zeeman splitting varies in space with the value of the magnetic field an appro-

priate choice of the RF frequency results in a spatially selective removal of atoms in regions of high potential energy.

The mechanisms of evaporative cooling have been described in [8–10] and numerically simulated in [11,12]. An overview of mechanisms and processes in evaporative cooling is given in [13]. These early investigations on evaporative cooling concentrated on the temporal variation of the frequency of the RF-field as a key to controlling evaporation for a fixed combination of trap and atomic parameters. This led to a profound understanding of the principle of evaporative cooling (see for example [13,9,11] and references therein). Nevertheless, for the design of future BEC experiments as reliable and efficient sources for coherent matter waves, a comprehensive knowledge of the role and interplay of many experimental parameters influencing evaporative cooling is necessary.

Based on the initial work of references [10,11] in this paper, we present detailed numerical simulations of optimized phase space trajectories for the evaporative cooling of dilute atomic vapors in magnetic traps. In particular, we investigate the influence of trap parameters, starting conditions as accessible by laser cooling, collisional parameters, fluctuations, properties of the atomic species, and the characteristics of the temporal variation of the truncation energy for evaporative cooling. In addition, we present experimental results for BEC of rubidium atoms in a static magnetic trap ('cloverleaf trap', [22]). This allows us to directly confirm the validity of our simulations. The design of our setup as well as our strategy for evaporative cooling have been based on the simulations presented here.

The comprehensive discussion given in this paper should give a general basis for designing future experimental setups for Bose-Einstein condensation by evaporative cooling in magnetic traps.

The paper is organized in the following way: Section II describes the processes of evaporative cooling followed by a detailed discussion of our numerical model and different optimization strategies in section III. Section IV presents

the results of our numerical simulations of evaporative cooling. The influence of trap parameters, starting conditions, collisional parameters, fluctuations, stepwise evaporation and the differences between various alkali atoms are discussed in detail. In section V, we present our experimental investigations of evaporative cooling leading to Bose-Einstein condensation. We describe our experimental setup and show absorptive images of Bose-Einstein condensates achieved by implementing evaporative cooling trajectories resulting from our simulations. An experimental investigation of experimental optimization strategies and the influence of stepwise approximation of optimized cooling trajectories confirm our numerical simulations.

## II. BASICS OF EVAPORATIVE COOLING

The basis for every investigation on evaporative cooling of dilute atomic samples is the knowledge of the rate constants for elastic and inelastic collisions involving the trapped atoms. Elastic collisions between trapped atoms dominate the dynamics of rethermalization leading to evaporation thus setting a lower limit on the achievable cooling time. On the other hand two- and three-body collisions of trapped atoms as well as collisions between trapped atoms and background gas atoms represent loss processes and set an upper limit on the available cooling time. In addition, these loss processes limit the cooling efficiency given by the number of remaining atoms at the onset of BEC. The interplay of evaporation and loss processes for different combinations of density and temperature determines to which extent evaporative cooling is possible and whether the BEC phase transition can be reached in principle. Therefore, a good measure for the feasibility of evaporative cooling is the ratio of the rate of elastic collisions to the rate of loss collisions. This gives the mean number of rethermalizing collisions for a trapped atom before it is lost from the trap. Clearly, this number should be much larger than unity for evaporative cooling to work. This collision ratio is plotted as a function of density and temperature for rubidium atoms  $^{87}\text{Rb}$  ( $F = 2$ ,  $m_F = 2$ ) in Fig. 1, which allows to discuss cooling trajectories in phase space and to depict the limitations of evaporative cooling. The line of constant phase space density  $D = 2.612$  defines the region in phase space where BEC occurs. The collision ratio at this line determines whether and for which densities and temperatures the Bose-Einstein phase transition can be reached via evaporative cooling. Only a large collision ratio allows to evaporatively cool the atoms without being dominated by loss processes. For our example of  $^{87}\text{Rb}$  ( $F = 2$ ,  $m_F = 2$ ) feasible densities at condensation range from  $10^{13}$  to  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  with the according temperatures ranging from  $100 \text{ nK}$  to  $10 \mu\text{K}$ .

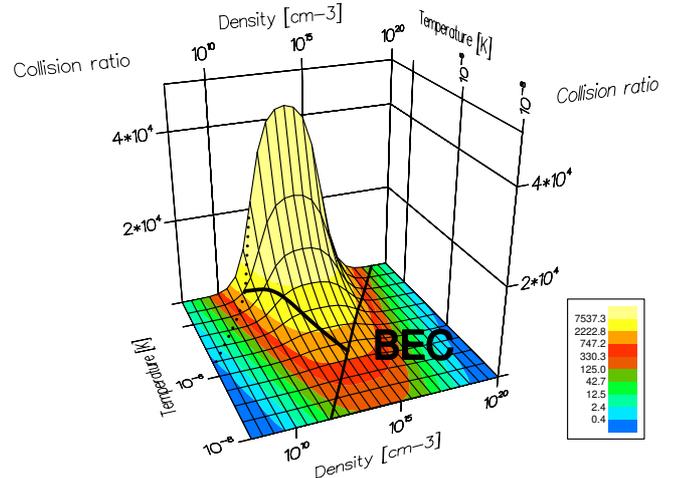


FIG. 1. Ratio of 'good to bad' collisions as a function of temperature and density, shown for the assumed *standard parameters* of  $^{87}\text{Rb}$ .

## III. THEORETICAL MODEL FOR EVAPORATIVE COOLING

Our simulations are based on a classical model of evaporative cooling. Quantum-statistical effects would only become important during the final stage of evaporation right before the BEC phase transition. Neglecting these effects does not significantly alter the numerical results since an overwhelming fraction of the dynamics is happening at low phase space densities.

The numerical model includes elastic collisions leading to rethermalization and evaporation, loss processes like background gas scattering, two- and three-body collisions, as well as the effect of changing the truncation energy,  $\epsilon_t$ , during evaporation. The truncation energy,  $\epsilon_t$ , given as the minimum energy for which atoms are removed during an evaporation step. It is the purpose of this paper to present simulations for a whole class of experimental realizations of evaporative cooling experiments rather than for a specific case.

In addition to choosing the right trap parameters and initial conditions for the atomic sample, the temporal evolution of the truncation energy,  $\epsilon_t$ , is critically defining the number of atoms in the condensate. As the arising optimization problem could not be solved analytically, we investigated global and local numerical optimization strategies. The global strategy is based on the optimization of coefficients in predefined ansatz functions for  $\epsilon_t(t)$ . Local optimization strategies optimize evaporation for every single timestep similar to the one introduced in [11]. A direct comparison of both strategies resulted in the choice of a robust local optimization method for all further simulations presented here, leading to cooling trajectories reasonably optimized for all interesting sets of parameters.

### A. Evaporation model

Several models have been used to describe evaporative cooling, reaching from analytical scaling laws [13,14] to Monte Carlo methods [15,16]. For our purpose, the best compromise between accuracy and computation speed is given by a model based on the Boltzmann transport equation developed by Luiten *et al.* [10].

This model is founded on three assumptions:

*a. The atomic ensemble can be treated as a classical gas.* The Boltzmann equation describes the evolution of the phase space distribution of the trapped particles and the Boltzmann distribution instead of the exact Bose-Einstein distribution is used to characterize the gas. This approximation is justified for all but the final steps of evaporation, i. e. as long as  $n\Lambda_{dB}^3 \lesssim 1$ . The very final steps where a quantum statistical treatment would be more appropriate are important for the process of condensation itself but they should not alter the overall dynamics of evaporative cooling significantly.

*b. The ensemble is sufficiently ergodic.* An atom passes all (energetically) allowed regions in phase space within reasonable time scales. In particular, this allows for a description of the sample with a distribution function only depending on energy, simplifying the calculations. In the magnetic traps used so far to reach BEC this assumption is typically well satisfied.

*c. All atoms with an energy higher than the truncation threshold,  $\epsilon_t$ , are removed from the trap before they collide with another atom.* Depending on the method of evaporation used, atoms with an energy equal to or higher than  $\epsilon_t$  might be removed from the sample only at certain spatial regions of the trap. It is assumed that these regions are reached before the atoms collide and lose their high energy.

The validity of assumptions *b* and *c* depends on the respective experimental realization of the evaporation process and has to be discussed in more detail. If RF-induced evaporation is used, like in all successful BEC experiments so far, there is an evaporation surface surrounding the atom cloud. This leads to three-dimensional evaporation if the cloud is centered around the minimum of the magnetic potential. A slight offset from the center, e.g. due to gravity, becomes increasingly important for lower temperatures (in harmonic traps for  $k_B T < (mg)^2 / (\mu_B \beta)$  with the curvature of the magnetic field  $\beta$ ). This leads to a reduction in dimensionality of evaporation. In this case, only a strong coupling of the atom motion in different dimensions can ensure that all atoms with energies higher than the evaporation threshold can reach the evaporation surface before a collision with another atom occurs. A Ioffe trap with a high aspect ratio in the atom distribution, like our standard trap (see below), leads to a strong coupling of all degrees of freedom of a single particle [17] so that this effect should only have a minor influence on the results of our simulations. In other cases deviations from our simulations for the last steps of

evaporation before reaching BEC have to be expected.

We apply the model to Ioffe-type static magnetic traps with a nonvanishing field at the trap minimum. The model is versatile enough to be used for trap configurations reaching from three dimensional harmonic traps to traps harmonic in one dimension and linear in the other two. This allows us to cover the most common traps used in BEC experiments, which are either Ioffe-type or effectively harmonic traps (TOP-traps [18]). The general three dimensional trapping potential  $U(x, y, z)$  near the trap center used in our model is given by [19]:

$$U(x, y, z) = \sqrt{U_\rho^2 \rho^2 + (U_0 + U_{zz} z^2)^2} - U_0 \quad (1)$$

with  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $U_\rho = g_F m_F \mu_B B_\rho$ ,  $U_{zz} = \frac{1}{2} g_F m_F \mu_B B_{zz}$ , and  $U_0 = g_F m_F \mu_B B_0$ .  $g_F$  is the Landé factor,  $m_F$  is the magnetic quantum number and  $\mu_B$  is the Bohr magneton. The field parameters are the offset field at the trap center  $B_0$ , the radial gradient  $B_\rho$  and the axial curvature  $B_{zz}$ .

We use the truncated Boltzmann distribution  $f(\epsilon)$  as approximation for the exact energy distribution function of the particles in a trap with finite height  $\epsilon_t$ . As was shown in [10] and verified in [11], this truncated energy distribution function agrees reasonably well with the real energy distribution function.

$$f(\epsilon) = n_0 \Lambda_{dB}^3 e^{-\frac{\epsilon}{kT}} \Theta(\epsilon_t - \epsilon) \quad (2)$$

Here,  $f(\epsilon)d\epsilon$  is the probability of finding a particle in the energy interval between  $\epsilon$  and  $\epsilon + d\epsilon$ ,  $\Theta(x)$  is the Heavyside step function and the thermal de Broglie wavelength is given by  $\Lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{m kT}}$ . The normalization constant  $n_0$ , which is equal to the particle density at the trap center for infinitely deep traps, is given by the normalization condition

$$N = \int_0^\infty \rho(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon, \quad (3)$$

with the number of trapped atoms,  $N$ , and the density of states

$$\begin{aligned} \rho(\epsilon) &= (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3p d^3r \delta(\epsilon - U(\vec{r}) - p^2/2m) \\ &= A(\epsilon^3 + 2U_0\epsilon^2), \end{aligned} \quad (4)$$

with  $A = (2m\pi^2)^{3/2} / [(2\pi\hbar)^3 2U_\rho^2 \sqrt{U_{zz}}]$ . In this model, a trapped ensemble is fully described by the thermodynamic variables  $T$  ('quasi-temperature'),  $n_0$  (or  $N$ ) and  $\epsilon_t$ .

The model for the dynamics of the evaporation process is based on two differential equations for the particle number  $N$  and the total energy  $E$ , developed in [9,10]:

$$\dot{N} = \dot{N}_{ev} + \dot{N}_t + \dot{N}_{bg} + \dot{N}_{2b} + \dot{N}_{3b} \quad (5)$$

$$\dot{E} = \dot{E}_{ev} + \dot{E}_t + \dot{E}_{bg} + \dot{E}_{2b} + \dot{E}_{3b} \quad (6)$$

including effects of evaporation, truncation, background gas scattering and 2- and 3-body inelastic collisions. The individual processes will be described in detail in the following paragraphs:

The collision of two particles with energies below the truncation energy may redistribute their energies in such a way, that one atom with higher energy leaves the trap leaving an atom with lower energy behind. This process is the essential gain process of evaporative cooling. The corresponding equations for the loss of particles,  $\dot{N}_{\text{ev}}$ , and energy,  $\dot{E}_{\text{ev}}$ , are given by:

$$\dot{N}_{\text{ev}} = -n_0^2 \sigma \bar{v} e^{-\eta} V_{\text{ev}} \quad (7)$$

$$\dot{E}_{\text{ev}} = \left\{ \epsilon_t + \left( 1 - \frac{X_{\text{ev}}}{V_{\text{ev}}} \right) \right\} \dot{N}_{\text{ev}} \quad (8)$$

Here,  $\sigma = 8\pi a^2$  is the low-temperature atomic scattering cross section with the s-wave scattering length  $a$ ,  $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m}$  is the mean velocity, and  $\eta = \epsilon_t/kT$  is the truncation energy in units of  $k$  times the quasi-temperature  $T$ . The effective volume for elastic collisions,  $V_{\text{ev}}$ , and the volume  $X_{\text{ev}}$  are given in the appendix.

Since evaporative cooling is controlled by varying the truncation energy,  $\epsilon_t$ , with time, a contribution by particles 'spilling' over the truncation border when  $\epsilon_t$  is lowered has to be considered. To allow for a study of sudden and large changes in  $\epsilon_t$ , the differential expressions from [10] have been replaced by integrals. For a finite step in truncation energy,  $\delta\epsilon_t$ , the integral over Luiten's expressions ([10]) over the spilled part of the distribution give:

$$\delta N_t = - \int_{\epsilon_t - \delta\epsilon_t}^{\epsilon_t} d\epsilon \rho(\epsilon) f(\epsilon) \quad (9)$$

$$\delta E_t = - \int_{\epsilon_t - \delta\epsilon_t}^{\epsilon_t} d\epsilon \epsilon \rho(\epsilon) f(\epsilon) \quad (10)$$

Note that spilling does not change the quasi-temperature of the sample, since only the truncation edge of the distribution is modified; the shape of the distribution remains unchanged. This means that despite of a reduction in mean energy of the sample the quasi-phase space density (which is calculated using the quasi-temperature) remains constant.

Explicit expressions for the above integrals are given in the appendix.

The background gas collisions are included by

$$\dot{N}_{\text{bg}} = \frac{N}{\tau_{\text{bg}}} \quad (11)$$

$$\dot{E}_{\text{bg}} = \frac{E}{N} \dot{N}_{\text{bg}} \quad (12)$$

with a sample lifetime,  $\tau_{\text{bg}}$ , due to background gas collisions. Background gas collisions are assumed to cause

particle loss and respective loss in energy but not to change the quasi-temperature of the sample.

The remaining contributions to the evaporation equations are the loss rates and the corresponding heating rates due to dipolar relaxation processes (occurring in inelastic two body collisions) and three body recombination (occurring in inelastic three body collisions):

$$\dot{N}_{2\text{b}} = - \int d^3r G_{\text{dip}} n^2(\vec{r}) \quad (13)$$

$$\dot{E}_{2\text{b}} = - \int d^3r G_{\text{dip}} e(\vec{r}) n(\vec{r}) \quad (14)$$

$$\dot{N}_{3\text{b}} = - \int d^3r L_{3\text{b}} n^3(\vec{r}) \quad (15)$$

$$\dot{E}_{3\text{b}} = - \int d^3r L_{3\text{b}} e(\vec{r}) n^2(\vec{r}) \quad (16)$$

with the dipolar relaxation constant,  $G_{\text{dip}}$ , the three body recombination constant,  $L_{3\text{b}}$ , the particle density,  $n(\vec{r})$ , and the energy density,  $e(\vec{r})$ , which are given by:

$$n(\vec{r}) = \int d^3p f(\vec{r}, \vec{p}) \quad (17)$$

$$e(\vec{r}) = \int d^3p f(\vec{r}, \vec{p}) \left( \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}) \right) \quad (18)$$

Here  $f(\vec{r}, \vec{p}) = f(\frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}))$  in analogue to equation 2 is the probability density of finding an atom at position  $(\vec{r}, \vec{p})$  in phase space:

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \exp \left( - \frac{(\frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}))}{kT} \right) \cdot \Theta \left( \epsilon_t - \left( \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r}) \right) \right) \quad (19)$$

For moderate densities as typical above  $T_c$ , three-body recombination is not a dominating process for alkaline atoms since the rate constants  $L_{3\text{b}}$  are small. Densities at which three-body recombination rates become comparable to dipolar relaxation rates are achieved only in tight magnetic traps during the last evaporation steps before reaching BEC. However the precision to which these rate constants are known still allows the possibility that three-body processes are the dominant loss processes. For this reason, we have investigated the consequences of larger values for these constants in section IV E. Burt *et al.* [20] recently investigated the influence of two- and three-body recombination for  $^{87}\text{Rb}$  in the  $F = 1, m_F = -1$  state just before the onset of BEC and found three-body recombination to be the dominant loss process in this dense regime.

During evaporative cooling, the quasi-temperature,  $T$ , can be directly calculated from the known total energy  $E$ , the truncation energy,  $\epsilon_t$ , and the particle number,  $N$ , using the integral

$$E = \int_0^{\epsilon_t} d\epsilon \epsilon \rho(\epsilon) f(\epsilon, T) \quad (20)$$

More explicit expressions for the above formulas are given in the appendix.

### B. Global and local optimization strategies

We optimize the process of evaporative cooling with respect to a maximum particle number at the Bose-Einstein phase transition. An alternative optimization approach of maximizing the number of particles per second reaching the BEC phase transition results in shorter evaporation times but less particles in the condensate and shall not be further pursued here, as we concentrate on high particle numbers in the condensate. The optimization for each parameter set is done by varying the temporal evolution of the truncation energy,  $\epsilon_t(t)$ . Optimizing the number of atoms at the BEC phase transition is equivalent to optimizing the total gain in phase space density over the total loss in particle number from the starting point to a phase space density  $D \geq 2.612$ . With the phase space density of the truncated distribution given by

$$D = n_0 \Lambda_{\text{dB}}^3, \quad (21)$$

this results in the maximization of the ratio

$$\frac{D_{\text{end}} - D_{\text{start}}}{N_{\text{end}} - N_{\text{start}}}. \quad (22)$$

This leads to a variational problem for the truncation energy,  $\epsilon_t(t)$  (or equivalently  $\eta(t)$ ). As this problem could not be solved analytically or implemented in a closed form in numerical simulations, we investigated several optimization approaches in order to find one approach leading to stable results within acceptable computation time. For global optimization strategies we used the following ansatz functions:

$$\eta(t) = a \quad (23)$$

$$\eta(t) = a + bt \quad (24)$$

$$\eta(t) = a + bt^2 \quad (25)$$

with constants  $a$  and  $b$ . Unfortunately these ansatz functions cannot easily be used in an experimental realization, as  $\eta$  is a function of the time-dependent temperature. For the purpose of a direct experimental implementation we also studied the following time-dependent functions of the truncation energy,  $\epsilon_t$ , which are easily converted into cut-off frequencies for RF-induced evaporation:

$$\epsilon_t = a + bt \quad (26)$$

$$\epsilon_t = ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (27)$$

with time constant  $\tau$ .

As an approach different from the global optimization given by eqn.(22) we investigated the local optimization of gain in phase space density versus relative particle loss for each differential step during the evaporation process as it was introduced in [11]. This approach results in maximizing the condition

$$-\frac{dD/D}{dN/N} \quad (28)$$

at all times during evaporative cooling. Numerical simulation allows a stepwise optimization without the need of following a predefined functional dependence. In addition, the experimental implementation of the resulting time-dependence of  $\epsilon_t$  is straightforward. Local optimization cannot fully account for truncation effects, as increased lowering of the truncation energy can lead to a higher efficiency in later steps but might not give optimized performance in the actual step due to particle loss via spilling. This dependence on the size in change of the truncation energy occurs as a contribution proportional to  $d\epsilon_t$  in

$$dD(T, N, \epsilon_t) = \frac{\partial D}{\partial T} dT + \frac{\partial D}{\partial N} dN + \frac{\partial D}{\partial \epsilon_t} d\epsilon_t \quad (29)$$

or equivalently proportional to  $d\eta$  in

$$dD(T, N, \eta) = \frac{\partial D}{\partial T} dT + \frac{\partial D}{\partial N} dN + \frac{\partial D}{\partial \eta} d\eta \quad (30)$$

For local optimization of evaporative cooling these contributions proportional to  $d\epsilon_t$  or  $d\eta$  are neglected. Using the phase space density dependence on  $\epsilon_t$ , eqn. (29), for numerical simulation leads to fast depletion of the sample. This is due to optimization towards too low truncation energies because effects of spilling are not included. This approach was not further investigated by us. Using the differential  $dD$  depending on  $\eta$ , (eqn. (30)), takes into account spilling effects during the following time step although still ignoring those occurring due to changing  $\eta$ . In addition, we investigated the effect of neglecting (including) the contribution of spilling due to a change in  $\eta$  on  $dN$ , which resulted in slightly lower (higher) optimum settings for the truncation energy during the next step. The phase space density

$$D = \frac{N}{\zeta} \quad (31)$$

given in Ref. [10] with the single-atom partition function

$$\zeta = \int_0^{\epsilon_t} d\epsilon \rho(\epsilon) e^{-\frac{\epsilon}{kT}} \quad (32)$$

leads to the following set of partial derivatives for local optimization:

$$\frac{\partial D}{\partial T} = -\frac{N}{\zeta T} \quad (33)$$

$$\frac{\partial D}{\partial N} = \frac{1}{\zeta} \quad (34)$$

for  $d\eta = 0$ .

Due to the intrinsic inclusion of truncation effects, global optimization seems to be preferable over local optimization. On the other hand, for reasons of computation speed and the lack of simple ansatz functions, local optimization is more efficient for testing a broad range of parameters as it is the objective of this work. We numerically implemented all of the above strategies and compared the results in the range of typical experimental parameters. The results for the different approaches are shown in Fig. 2.

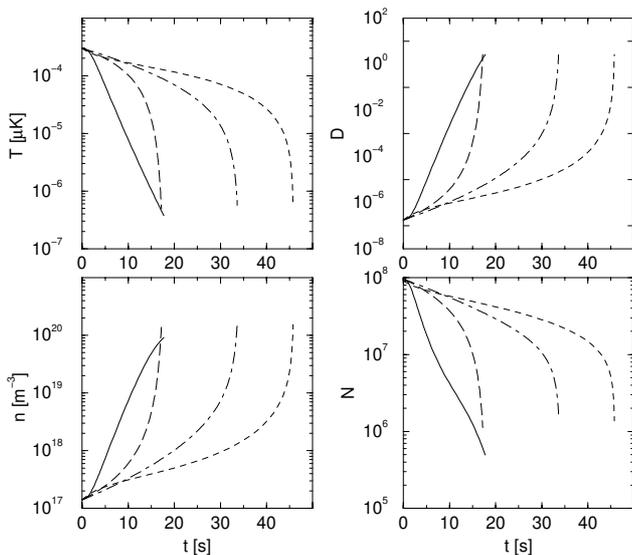


FIG. 2. Comparison of different optimization strategies for *standard parameters* as defined in section IV B. The investigated global strategies were exponential (solid) and linear (dashed) ansatz functions for  $\epsilon_t$  as well as the ansatz  $\eta_t(t) = \text{const.}$  (long dashed). The results are compared to the local optimization strategy chosen for most of our simulations (dot-dashed). Shown is the time dependence of different parameters during evaporative cooling. The endpoint of each trajectory is given by reaching the phase space density for BEC.

All strategies give comparable results for the total efficiency of evaporative cooling, i.e. the total number of atoms at the phase transition. Deviations are found in the time required to reach the BEC phase transition. Taking the overall cooling efficiency as a criterion for an optimized cooling process, the comparison shows that both global and local strategies are suitable. With the major advantage of local optimization of requiring about three times less computation time and being more robust against a change in experimental parameters, we chose this method for our systematic study of evaporative cooling as given below. From the two possible approaches for local optimization (neglecting or including

the contribution of  $d\eta$  to  $dN$ ) we chose the one containing the contribution of  $d\eta$  to  $dN$  since it led to a slightly higher atom number at BEC.

## IV. RESULTS OF SIMULATION

### A. Adiabatic compression

As can be seen in Fig. 1, the efficiency of evaporative cooling as a means to achieve BEC in dilute alkali vapors is strongly dependent on the ability to prepare sufficiently cold and dense samples prior to evaporation: For evaporative cooling along an efficient phase space trajectory the ratio of elastic to loss collisions must have the highest possible value. In addition, a high phase space density at the beginning leads to faster evaporation and more particles at the onset of BEC. Laser cooling techniques have proven to be extremely valuable for the initial preparation stage, e.g. trapping of atoms in a MOT and a short period of polarization gradient cooling afterwards.

For evaporative cooling the atom samples have to be transferred into a magnetic trap with minimum heating or loss in density (phase matching). Subsequently they are compressed adiabatically in order to enhance the elastic collision rate and to get run-away evaporation [13] started. As adiabatic compression changes the phase space density only slightly (see below), it can be regarded as moving the sample along a line of constant phase space density (dotted line in Fig. 1). This shows that the laser cooling stage should be optimized for maximum phase space density, assuming the atom number stays constant.

Different initial temperature - density ratios for a given phase space density lead to the same final state in the magnetic trap after adiabatic compression, as long as perfectly matched transfer into the trap is possible. The particle number and the phase space density completely determine temperature and density of an atomic ensemble in a given magnetic trap (see the formulas below). As long as the density stays low enough for three-body recombination to be negligible, evaporative cooling is most efficient in the tightest magnetic trap achievable.

The influence of the starting conditions temperature  $T$ , particle number  $N$ , and density  $n$  of the laser cooled sample on the dynamics during evaporative cooling are studied in section IV D. We define the starting conditions as the parameter set  $T$ ,  $N$  and  $n$  after laser cooling and transfer into a perfectly matched magnetic trap. Adiabatic compression changes the parameters to the ones of the final trap used for the simulation. During compression, the trap shape changes from a three-dimensional harmonic potential (with high initial offset field  $B_0$  in eq. (1)) to a potential with prolate (cigar shape) equipotential surfaces. This potential is characterized by a small

offset field  $B_0$ , giving rise to a harmonic radial field dependence for small values of  $x$  and  $y$ , and a linear dependence for large amplitudes of  $x$  or  $y$ . This change in trap shape causes a slight change in phase space density [21]:

$$D_{\text{end}} = \frac{1}{e^3} e^{\frac{12+6\frac{U_0}{kT_{\text{end}}}}{3+2\frac{U_0}{kT_{\text{end}}}}} D_{\text{start}} \quad (35)$$

Using

$$D_{\text{start}} = n_{\text{start}} \Lambda_{\text{dB}}^3(T_{\text{start}}) \quad (36)$$

leads to an equation determining  $T_{\text{end}}$ :

$$D_{\text{end}}(T_{\text{end}}) = \frac{N}{\zeta(T_{\text{end}})} \quad (37)$$

which then immediately gives:

$$n_{\text{end}} = \frac{D_{\text{end}}}{\Lambda_{\text{dB}}^3(T_{\text{end}})} \quad (38)$$

### B. Standard parameters

In the following subsections, the effect of a variation of different experimental parameters on the efficiency of evaporative cooling will be discussed in detail. In order to allow for a direct evaluation of the influence of a specific parameter, all other parameters are set to a set of standard values. These *standard parameters* are readily achievable for a sample of  $^{87}\text{Rb}$  atoms collected in a MOT and transferred into a mode matched magnetic trap, before adiabatic compression:

$$T_{\text{start}} = 100 \mu\text{K}, \quad N_{\text{start}} = 10^8$$

and central density  $n_{\text{start}} = 10^{10} \text{cm}^{-3}$  (39)

The *standard magnetic trap* after compression is a Ioffe trap with the parameters:

$$B_0 = 1.4 \text{Gauss}, \quad B_\rho = 350 \frac{\text{Gauss}}{\text{cm}}$$

$$B_{zz} = 190 \frac{\text{Gauss}}{\text{cm}^2} \quad (40)$$

The above values correspond to the typical experimental parameters in our experiment as will be discussed in section V. The collisional processes are characterized by:

$$\tau_{bg} = 100 \text{s}, \quad G_{\text{dip}} = 10^{-14} \text{s}^{-1} \text{cm}^3,$$

$$L_{3b} = 4 \cdot 10^{-30} \text{s}^{-1} \text{cm}^3, \quad a = 94 a_0 \quad (41)$$

with the Bohr radius  $a_0$  and a background gas collision time  $\tau_{bg}$  corresponding to a background pressure of about  $10^{-11}$  mbar.

If not mentioned explicitly,  $^{87}\text{Rb}$  is taken as *standard element* with mass  $m = 1.45 \cdot 10^{-25} \text{kg}$  and the atomic parameters

$$F = 2, \quad m_F = 2, \quad g_F = \frac{1}{2} \quad (42)$$

### C. Trap parameters

Careful design is necessary to select the appropriate type of trapping potential as the most important experimental element for evaporative cooling is the magnetic trap. Its position dependent potential simultaneously provides confinement of atoms, an energy selective mechanism for evaporative cooling, and allows for an increase in particle density with decreasing temperature.

In general, a tightly confining trap is preferable in order to get a large increase in phase space density for a given number of lost particles, as it allows to cool the sample in a density regime with a high ratio of elastic to loss collisions (see Fig.1).

The specific technical realization of the magnetic trapping potential defines the symmetry properties of the trap. As figure-of-merit, the geometric mean  $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}}$  of the oscillation frequencies in the harmonic part of the trapping potential has been identified. [22] For the Ioffe traps considered here,  $\bar{\omega} = \omega_\rho^2 \omega_z$  with

$$\omega_\rho = \sqrt{\frac{2g_F m_F \mu_B B_\rho^2}{m B_0}} \quad (43)$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B B_{zz}}{m}} \quad (44)$$

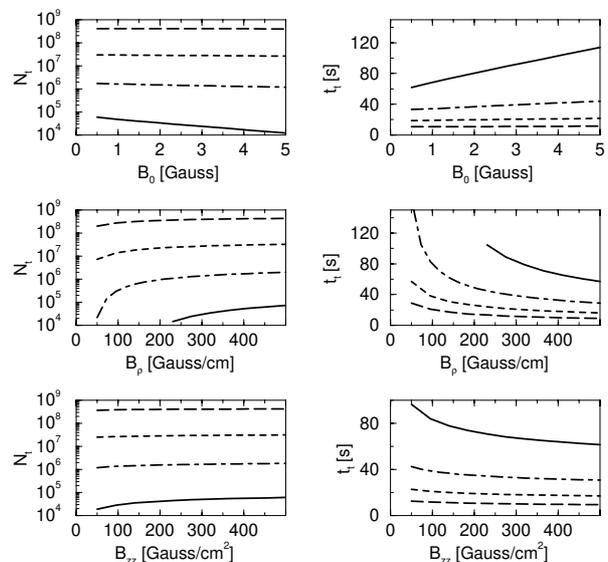


FIG. 3. Number of atoms in the evaporatively cooled ensemble at the BEC phase transition,  $N_t$ , and cooling time,  $t_t$ , as a function of the trap parameters: offset field,  $B_0$ , radial gradient,  $B_\rho$ , and axial curvature,  $B_{zz}$ . The simulations were done for initial atom numbers of  $N_{\text{start}} = 10^7$  (solid),  $N_{\text{start}} = 10^8$  (dot-dashed),  $N_{\text{start}} = 10^9$  (dashed) and  $N_{\text{start}} = 10^{10}$  (long dashed).

Fig. 3 shows the number of atoms at the BEC phase transition,  $N_t$ , and the time for evaporative cooling as a function of the trap parameters  $B_0$ ,  $B_\rho$  and  $B_{zz}$ . Clearly,  $B_\rho$  influences evaporation most strongly as it enters with a higher order in  $\bar{\omega}$  than  $B_{zz}$ . The influence of  $B_0$  is reduced for sufficiently low values due to the consequently dominating linear part of the radial potential (which is independent of  $B_0$ ). This can be explained by the fact that atoms only reside in the harmonic part of the radial potential for energies corresponding to temperatures below  $T \approx 70 \mu\text{K} \times m_F g_F B_0 [\text{Gauss}]$ . For small  $B_0$ , this means that only the final steps of evaporation (when the cooling trajectory has already reached the 'ridge of the hill' in Fig. 1) are influenced by the value of  $B_0$ . Fig. 3 shows a stronger influence of the trap parameters for weak traps and low initial atom numbers. This can also be deduced from Fig.1: For tight traps or large particle numbers at the beginning of evaporation, adiabatic compression will shift the sample in the magnetic trap to a region of high collision ratios. After already having reached the ridge of the 'collision ratio hill' in Fig. 1, no further improvement in efficiency can be achieved by higher particle number and tighter traps, and the cooling efficiency approaches a limiting value.

#### D. Starting conditions

As already pointed out in the discussion of Fig. 1, an important goal in the initial preparation of an atom sample by laser cooling techniques is to obtain high phase space density after the sample is transferred to the magnetic trap. Besides the phase space density, the number of atoms at the onset of evaporation seems to be of major importance as - together with temperature - it determines the particle density and thus the collision ratio in the magnetic trap. This is fully confirmed by the simulation results shown in Fig. 4.

Here, we assumed a perfect phase matching of the atom sample created by the preparatory process of laser cooling and the atom sample trapped in the uncompressed magnetic trap, which is then adiabatically compressed before the beginning of evaporation. Fig. 4 shows the number of atoms and the density at the phase transition to BEC as well as the time required for evaporation as a function of the initial starting conditions. Increasing efficiency for lower initial temperature and higher initial density is observed, as the necessary increase in phase space density to reach BEC is reduced with a higher initial phase space density. The dramatic gain in atom number at the BEC phase transition for higher initial particle number has two reasons: Obviously, a larger initial particle number causes more particles to remain in the end. Second, there is an increase in cooling efficiency for higher initial particle number. This is due to cooling along a phase space trajectory with higher density and temperature which occurs as more atoms are compressed in a given trapping

potential. From Fig. 1 it can be seen that in this case evaporation takes place at a higher rate of elastic to loss collisions.

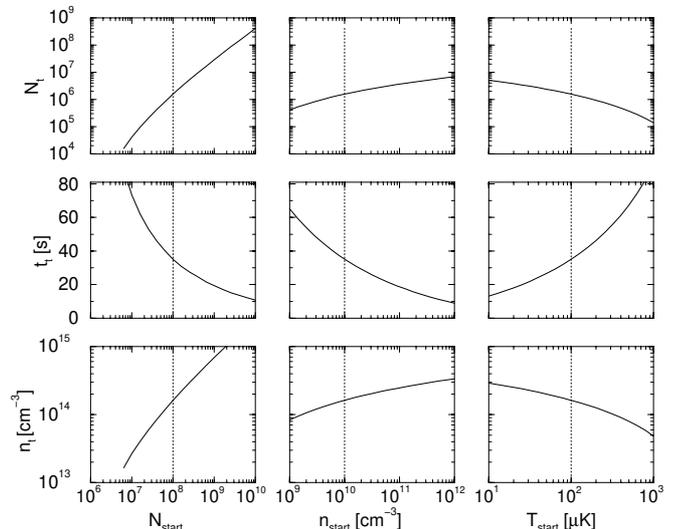


FIG. 4. Number of atoms,  $N_t$ , density,  $n_t$ , and cooling time,  $t_t$ , at the BEC phase transition as function of starting conditions of a laser prepared ensemble. The dotted lines indicate the *standard parameters* used while varying the other parameters.

As a key result, to have more particles at the beginning of evaporation is better than to have less particles at slightly lower temperature, because the number of particles leads to a higher density and thus faster and more efficient cooling in addition to the pure increase in number.

#### E. Collisional parameters

As discussed in section II, the dynamics of evaporative cooling is strongly influenced by the rate constants for elastic and inelastic collisions as well as the background gas collision rate. In order to account for the uncertainties in the known values of collisional parameters and to motivate efforts to experimentally influence these parameters we study the effects of changes in the elastic s-wave scattering length,  $a$ , the dipolar relaxation constant,  $G_{\text{dip}}$ , the rate constant for three-body recombination,  $L_{3b}$  and the background gas collision time,  $\tau_{\text{bg}}$ . The latter can be controlled by adjusting the background gas pressure, while the scattering length might be tuned by magnetic or optical fields (e.g. Feshbach resonances, [23]). The results displayed in Fig. 5 show a strong dependence on the s-wave scattering length  $a$ , which enters quadratically in the calculation of the elastic collision rate. An increase in  $a$  shifts the whole graph in Fig. 1 to higher values for the ratio of elastic to loss collisions thus improving the cooling efficiency.

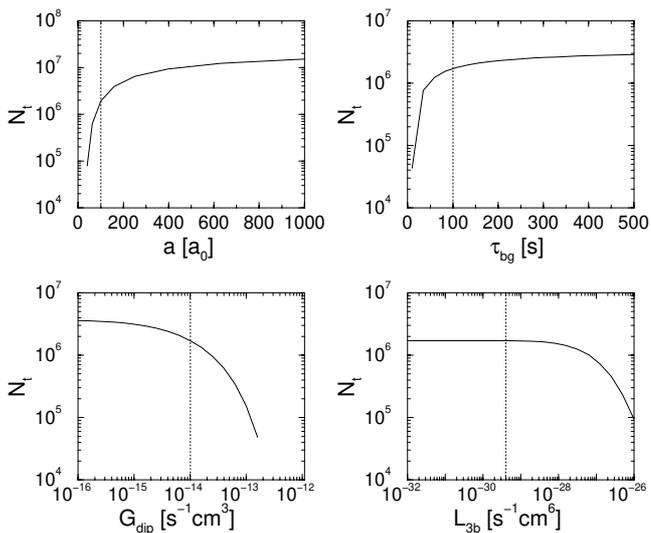


FIG. 5. Number of atoms at the phase transition to BEC,  $N_t$ , as a function of the collisional parameters.

Tuning of the scattering length by external fields proves to be an important experimental technique for evaporative cooling. In addition, it is evident from Fig. 5 that the exact knowledge of the value of  $a$  is essential for an accurate modelling of the evaporative cooling process.

As expected, an increasing lifetime of the atom sample due to an increased background gas collision time  $\tau_{bg}$  favors the number of atoms at BEC as the ratio of elastic to loss collisions is increased for low particle densities, where background gas collisions are the dominant loss process. As a result, the left part of the graph in Fig. 1 is shifted to higher collision ratios, allowing to start evaporation with higher efficiency. On the other hand, for  $\tau_{bg}$  being already larger than the dipolar relaxation time at the beginning of evaporative cooling, an additional increase in  $\tau_{bg}$  only results in minor advantages for the cooling process.

At medium densities, the dipolar relaxation rate  $G_{dip}$  has a similar effect on the ratio of elastic to loss collisions as the background gas scattering rate has at low densities and the three-body recombination rate  $L_{3b}$  at high densities. Reducing these inelastic collision rates increases the cooling efficiency in the respective density range.

For typical parameters, the dipolar relaxation rate has a major effect on evaporation efficiency because it influences the part of the phase space trajectories with the highest collision ratios (Fig. 1) where all optimized cooling trajectories tend to be. Three-body recombination has a negligible effect on the cooling efficiency for our typical parameters (dotted line in Fig. 5), with particle density staying below  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  during evaporation.

## F. Fluctuations

An important issue for the experimental investigation of BEC is the effect of fluctuations in the experimental

parameters on the number of atoms at the phase transition to BEC for multiple realizations of an evaporative cooling cycle which has been optimized for one specific set of experimental parameters. We assume the initial particle number,  $N_{start}$ , and the initial temperature  $T_{start}$  as being subject to fluctuations during experimentation. Figure 6 shows the dependence of the atom number at the BEC phase transition for a fixed cooling trajectory  $\epsilon_t(t)$  on the above parameters.

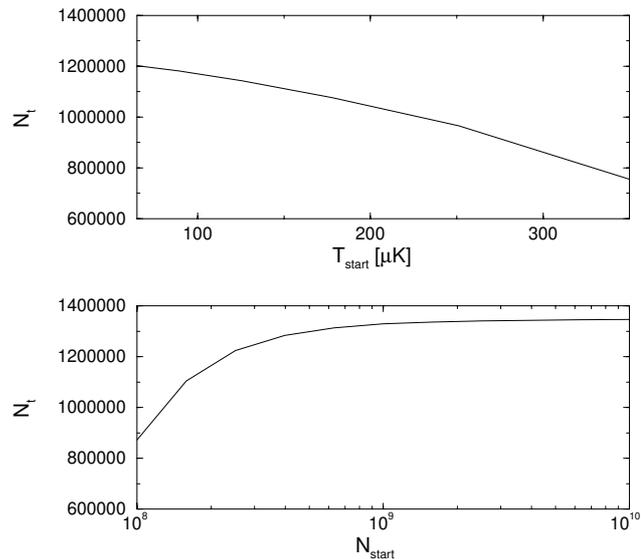


FIG. 6. Number of atoms at the phase transition to BEC,  $N_t$ , for a given cooling trajectory  $\epsilon_t$ , optimized for *standard parameters* ( $N_{start} = 10^8$  and  $T_{start} = 100 \mu\text{K}$ ), as a function of initial particle number,  $N_{start}$ , and initial temperature,  $T_{start}$ .

It is clear that reducing the initial particle number,  $N_{start}$ , or increasing the initial temperature,  $T_{start}$ , results in less condensed atoms. On the other hand, for lower initial temperature or higher initial particle number, the total number of atoms at the BEC phase transition saturates at a value slightly higher than for the parameter set used for optimization. This behaviour suggests a strategy to reduce the influence of fluctuations in the initial conditions on the number of condensed particles, as it might be desirable for multiple realizations of a condensation cycle: An optimization for the worst case of the expected fluctuations will result in a final particle number always equal or larger than the one calculated but with a bandwidth of particle number fluctuations which is strongly reduced due to the saturation of the final particle number for conditions better than the conditions used for optimization. This is one of the most important results given by our simulations.

## G. Stepwise evaporation

An important issue of experimental concern is the implementation of a numerically determined continuous

truncation curve  $\epsilon_t(t)$  in the experiment. The arising questions are whether a stepwise approximation of  $\epsilon_t(t)$  is acceptable and how many steps and thus how many optimization parameters are necessary. In a series of simulations we modified the previously determined optimized evaporation trajectory. Evaporation using the optimized trajectory takes a cooling time of  $t_t = 38\text{s}$ . The largest possible time between steps leading to a maximum allowable degradation of the evaporation efficiency can be deduced from Fig. 7.

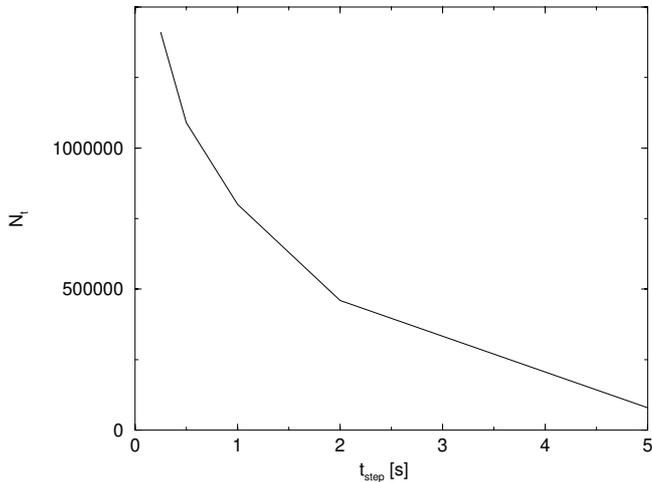


FIG. 7. Number of atoms at the phase transition to BEC,  $N_t$ , for stepwise approximation of the continuous truncation curve,  $\epsilon_t(t)$ , as a function of temporal length of the steps,  $t_{\text{step}}$ .

For this graph, the optimized truncation curve was split into steps of equal duration  $t_{\text{step}}$  using:

$$\epsilon_{t_{\text{step}}}(t) = \epsilon_t(nt_{\text{step}}) \text{ for } nt_{\text{step}} \leq t < (n+1)t_{\text{step}} \quad (45)$$

with  $n$  an integer. Following the continuous truncation curve results in an atom number of  $1.6 \times 10^6$  at the phase transition to BEC. As evaporation times for our parameters are typically several tens of seconds, a stepwise evaporation needs about 100 steps to reach efficiencies within 5% of continuous truncation. This proves the feasibility of a stepwise approximation of a given cooling trajectory,  $\epsilon_t(t)$ , but also shows that it leads to far too many parameters for optimization during the experiment. In order to reduce the number of parameters for online optimization, we approximated the optimized truncation curve,  $\epsilon_t(t)$ , by a linear interpolation connecting points between which the truncation energy,  $\epsilon_t$  (upper graph in Fig. 8), or the number of trapped atoms,  $N$  (center graph in Fig. 8), decreased to a given fraction. The number of linear interpolation steps and the resulting number of particles at the BEC phase transition obtained with the second strategy are presented in the lower graph of Fig. 8, clearly showing that 3 to 4 steps (or equivalently 8

to 10 parameters) are sufficient to reach efficiencies close to a continuous change in  $\epsilon_t$ .

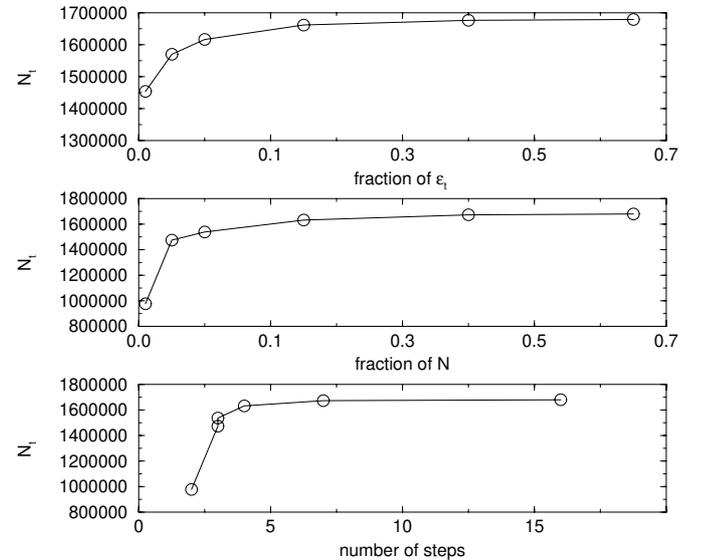


FIG. 8. Number of atoms at the phase transition to BEC,  $N_t$ , for a linear interpolation of  $\epsilon_t(t)$  between points where  $\epsilon_t$  (upper graph) or  $N$  (center graph) are reduced to a given fraction of the previous value. The lower graph gives  $N_t$  as a function of the number of steps following the procedure given in the center graph.

This result shows that already a limited number of linear frequency sweeps connected together to a complete cooling trajectory are sufficient to reach nearly ideal cooling efficiency. For commercially available rf-generators this can be much easier implemented than an evaporation run divided into 100 or more predefined frequency settings.

## H. Comparison of the Elements ${}^7\text{Li}$ , ${}^{23}\text{Na}$ , and ${}^{87}\text{Rb}$

For designing a new experimental setup for evaporative cooling of (alkali) atoms, the choice of the appropriate element is an important question. Besides good conditions for trapping and precooling, the achievable efficiency in evaporative cooling is of major interest. The relevant atom parameters are the cross sections for elastic and inelastic collisions, the particle mass and the Zeeman shift for the trapping state giving the strength of the trapping potential. A low mass seems to be favourable, since for the performance of a magnetic trap the influence of gravity is weaker and lower mass leads to a larger deBroglie wavelength at equal temperature. As shown in Figs. 9 and 10, these advantages of  ${}^7\text{Li}$  and  ${}^{23}\text{Na}$  are more than compensated by the effect of the large s-wave scattering length of  ${}^{87}\text{Rb}$  at similar inelastic collision rates.

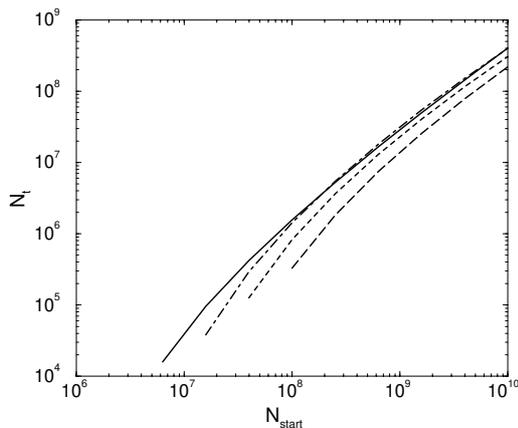


FIG. 9. Number of atoms at the phase transition to BEC,  $N_t$ , for different elements as a function of the number of atoms at the beginning of evaporative cooling,  $N_{\text{start}}$ . The simulations were performed for a given trap ( $B_\rho = 350$  G/cm,  $B_{zz} = 190$  G/cm<sup>2</sup> and  $B_0 = 1.4$  G), initial density  $n_{\text{start}} = 10^{10}$  cm<sup>-3</sup> and typical initial temperatures accessible in a MOT ( $T_{Li} = 200\mu\text{K}$ ,  $T_{Na} = 100\mu\text{K}$  and  $T_{Rb} = 100\mu\text{K}$ ): <sup>7</sup>Li ( $F = 2, m_F = 2$ ) (long dashed), <sup>23</sup>Na ( $F = 1, m_F = -1$ ) (dashed), <sup>87</sup>Rb ( $F = 1, m_F = -1$ ) (dot-dashed) and <sup>87</sup>Rb ( $F = 2, m_F = 2$ ) (solid). The lower endpoint of each graph is given by the minimum value of  $N_{\text{start}}$  necessary to achieve BEC with more than  $10^4$  atoms.

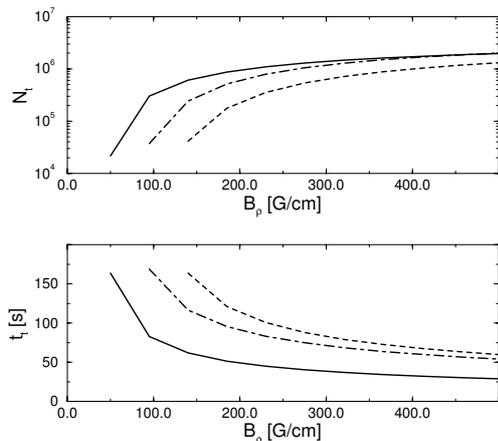


FIG. 10. Number of atoms at the phase transition to BEC,  $N_t$ , and cooling time,  $t_t$ , for different elements as a function of the radial trap gradient  $B_\rho$ . The simulations were performed for a trap with  $B_{zz} = 190$  G/cm<sup>2</sup> and  $B_0 = 1.4$  G, initial density  $n_{\text{start}} = 10^{10}$  cm<sup>-3</sup> and typical initial temperatures accessible in a MOT ( $T_{Li} = 200\mu\text{K}$ ,  $T_{Na} = 100\mu\text{K}$  and  $T_{Rb} = 100\mu\text{K}$ ). The investigated elements were <sup>23</sup>Na ( $F = 1, m_F = -1$ ) (dashed), <sup>87</sup>Rb ( $F = 1, m_F = -1$ ) (dot-dashed) and <sup>87</sup>Rb ( $F = 2, m_F = 2$ ) (solid).

The comparison of <sup>87</sup>Rb in the states ( $F = 1, m_F = -1$ ) and ( $F = 2, m_F = 2$ ) mainly shows the effect of the weaker trapping potential for the ( $F = 1, m_F = -1$ )-state, which can be compensated by a stronger trap or larger initial particle number.

## V. EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS

We applied our numerical simulations to design and implement an experiment which produces Bose-Einstein condensates of rubidium atoms. Based on simulations, we optimized the design of the magnetic trap, selected the starting conditions for atoms precooled in a MOT, and developed a reliable and experimentally feasible scheme for evaporative cooling. A stable and reproducible production of condensates allows us to further investigate the properties of coherent matter waves. We used our experimental setup to test results of our simulations. Specifically, we investigated predictions for the optimization of evaporative cooling as well as the dependence of the achievable number of atoms in the condensate as a function of experimentally accessible parameters.

### A. Experimental setup

A schematic of our experimental setup is shown in Fig. 11. The central part is an atomic beam-loaded MOT, which is switched to a Ioffe-type magnetic trap for rf-evaporative cooling.

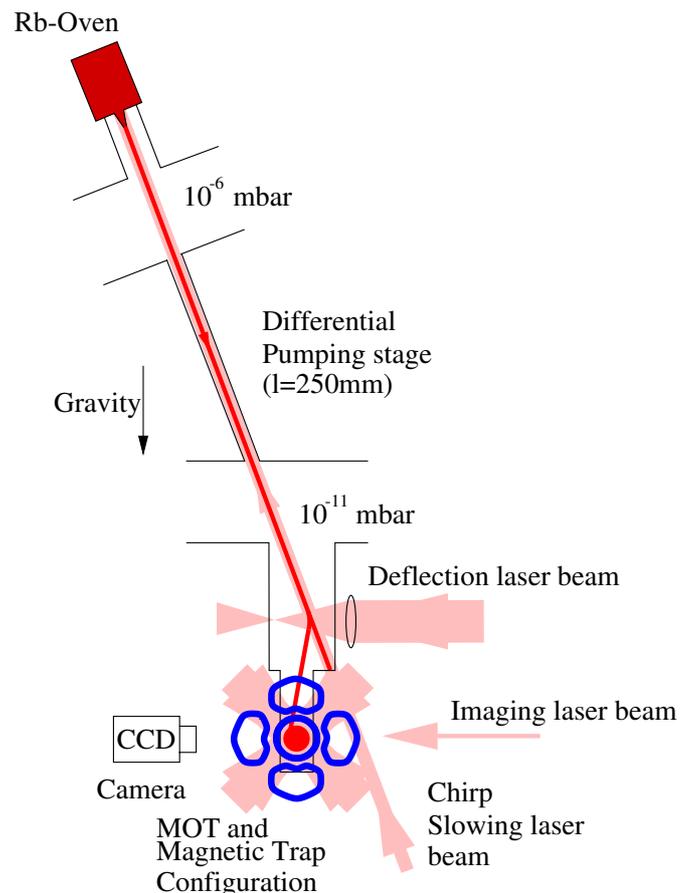


FIG. 11. Scheme of the experimental setup

The underlying concept of a chirp-slowed [24] and deflected [25] atom beam captured in a MOT at ultra high vacuum conditions simultaneously allows for a high loading rate and a low residual gas pressure of about  $10^{-11}$  mbar. Together with other loss mechanisms, this leads to a lifetime in the magnetic trap of  $\approx 50$  s. We currently capture up to  $10^9$  atoms in the MOT, typically  $\approx 5 \times 10^8$  atoms within a few s of loading time (loading rate  $\approx 10^8/s$ ). These atoms are further cooled in an optical molasses, pumped to the ( $F = 2, m_F = 2$ ) hyperfine state and transferred to the magnetic trap with an overall efficiency of 50%. Subsequent adiabatic compression of the magnetic trap leads to sufficiently high elastic collision rates to start efficient evaporative cooling. The magnetic trap is a Ioffe-type trap in the cloverleaf design [22]. The resulting magnetic field has a radial gradient of 325 Gauss/cm and an axial curvature of 175 Gauss/cm<sup>2</sup> at a current of 400A. Operated with an offset field of 1.4 Gauss, the resulting vibrational frequencies in the central harmonic part of the potential are 340 Hz along the two radial and 17 Hz along the axial direction. The switch-off time for the magnetic field is  $\approx 200\mu s$ . RF-induced evaporation is controlled by a radio-frequency synthesizer whose output is sent to a 10 W rf-amplifier.

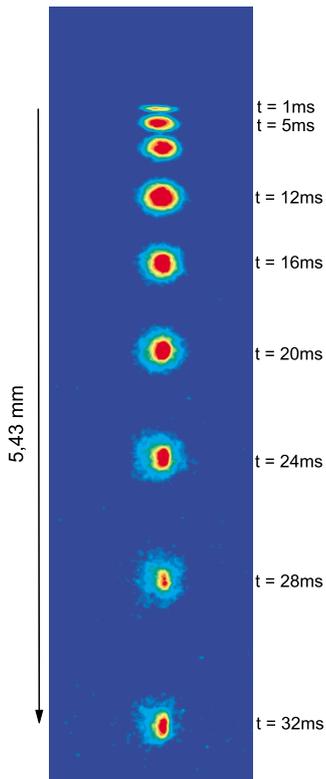


FIG. 12. Absorptive images of atom clouds cooled below  $T_c$  and released from the magnetic trap. Multiple images at different times of free fall under the influence of gravity were combined to form a time of flight series. The asymmetric expansion of the central part of the cloud, typical for a Bose-Einstein condensate, is clearly visible.

The rf magnetic field for evaporation is produced by a small (diameter  $\simeq 5$ cm) coil placed about 15cm from the center of the magnetic trap. We achieve evaporative cooling down to BEC currently within 10s. For optimization of evaporation this time can be varied between 10s and 30s. Typical atom numbers after evaporation are  $10^5$  to  $10^6$  atoms at the condensation temperature  $T_c$ . Particle numbers and temperatures for the measurements described here are calculated from resonant absorption images of atom clouds. We can perform phase contrast-, dark field- as well as absorption imaging. Fig. 12 shows a set of images for a cloud of atoms cooled below  $T_c$  and then released from the magnetic trap. A characteristic feature for the condensed part of atoms is the faster expansion in the radial direction during the free fall [2,3] under the influence of gravity.

### B. Experimental optimization of evaporation trajectories

We studied the optimization strategy for evaporation trajectories consisting of a variable number of successive linear rf-sweeps. This presents the most practical experimental implementation of a simulated cooling trajectory while still allowing to reach nearly optimum efficiencies as found by the simulations in section IV G.

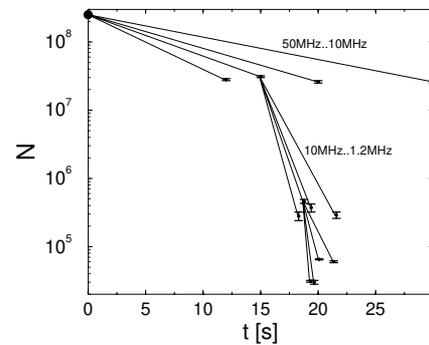


FIG. 13. Experimental optimization of evaporative cooling for a trajectory consisting of three linear rf-sweep segments. Each segment was optimized for particle number. The optimized trajectory (dark line) leads to Bose-Einstein condensation. For each segment the range of the rf-sweep is given.

TABLE I. Number of atoms remaining after an optimized rf cooling trajectory consisting of a combination of the given number of linear sweep segments.

	$N_{remaining}$	sweep-time	
1 lin. sweep	$29000 \pm 5000$	29,4 s	no BEC
2 lin. sweeps	$45000 \pm 3000$	25,3 s	BEC
3 lin. sweeps	$65000 \pm 1000$	20,1 s	BEC

Each linear sweep runs between fixed rf-frequencies and is optimized for maximum final particle number by varying the sweep-time. This leads to slightly different end temperatures as the truncation height  $\eta$  is different for different sweep-times. The variation in particle number after each specific rf-sweep is much larger, which causes our optimization for particle number to be essentially equal to an optimization for phase space density. A typical optimization procedure for an evaporation trajectory consisting of three linear sweeps is shown in Fig. 13. After finding the best sweep-time for the first evaporation segment, the second linear sweep is optimized, and so on. In this example, the best evaporation trajectory leads to Bose-Einstein condensation with a number of  $N=65000$  atoms remaining. For each segment the less efficient trajectories are characterized by larger particle losses. The optimization procedure was carried out for a total number of one, two and three linear sweeps ending about 20 kHz (i.e. 300 – 400 nK) above the potential minimum. The respective number of atoms remaining in the trap is given in Table I. As predicted by simulations (section IV G) a single linear sweep doesn't lead to condensation. This is due to the increasingly faster change in truncation energy relative to the quasitemperature for a pure linear decrease in RF-frequency. If rethermalization isn't fast enough this leads to high spilling losses at low temperature. Combining two or three linear sweep segments leads to higher particle number and to condensation. As predicted by our simulations the number of atoms in the condensate could be increased only slightly by using a higher number of linear sweep segments.

### C. Influence of stepwise approximation of continuous evaporation trajectories

An important prediction of our simulations is given by the fact, that an approximation of an optimized evaporation trajectory,  $\epsilon_t$  by finite steps doesn't substantially affect the efficiency of evaporation as long as the duration of each step remains sufficiently short (section IV G).

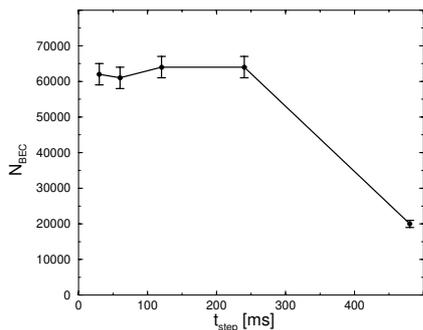


FIG. 14. Number of Bose-Einstein-condensed atoms as a function of the duration for rf-steps used to approximate an optimized rf-trajectory for evaporative cooling

For an experimental implementation of evaporation trajectories this is an important issue and deserves experimental investigation. In order to verify this prediction we used rf-steps of variable duration and magnitude to approximate a beforehand experimentally optimized cooling trajectory, similar to the procedure used in the simulations. The result as shown in Fig. 14 clearly confirms our simulation results. As predicted, a nearly constant atom number for step durations below 240 ms and a sharp decrease in efficiency for longer steps can be observed. For a total time of 20s required for evaporation, the optimized evaporation trajectory,  $\epsilon_t$ , can be approximated by about 80 fixed rf-frequencies grouped into 3 linear sweep segments without a significant loss in cooling efficiency.

## VI. CONCLUSION

In this paper we give a comprehensive description of numerical simulations of evaporative cooling of atoms in magnetic traps. We want to give a general guideline for designing, implementing and optimizing an experiment for Bose-Einstein condensation. We performed simulations for a whole class of experiments, in which the trapping potential can be derived from a general functional form. We present the influence of all relevant parameters and identify the ones which have the strongest effect and thus should be optimized first. We investigated the effects of fluctuations in experimental parameters and compare the different evaporation behavior for various alkali species.

Our model is based on the classical Boltzmann transport equation, since quantum statistical effects only modify the final steps of evaporation having minor effect on the overall dynamics. We used the truncated Boltzmann distribution to approximate the exact energy distribution. Our model contains changes in particle number and energy caused by the evaporation process, by changes in the truncation energy and losses due to background collisions, 2-body and 3-body collisions. We identified that a map of the ratio of the rate of elastic collisions over the rate of loss processes as a function of temperature and density is very helpful to understand the evaporation dynamics.

We investigated the numerical implementation of global and local optimization strategies. Taking the overall cooling efficiency as criterion for an optimized cooling process, we found that although both strategies give similar results, local (i.e. stepwise) optimization has the advantage of being robust against fluctuations of experimental parameters and requiring about three times less computation time.

In an extensive set of simulations we studied the influence of all relevant experimental parameters. We calculated the number of atoms remaining at the BEC phase

transition for a broad range of parameter sets and could identify the most important parameters. We confirmed that the strength of the trapping potential is extremely important. We could show that for Ioffe-type traps with sufficiently low offset field the radial gradient most strongly influences the cooling efficiency. For the starting conditions of laser cooled samples in a MOT the most relevant parameter is the initial particle number  $N_{\text{start}}$ . The collection and precooling stage should be optimized with respect to high particle number even at the effect of reducing the initial phase space density.

With regard of the still remaining uncertainties in the known values of the collisional parameters and tunability of these parameters by external fields (e.g. Feshbach resonances) we studied the effect of changes in the collision parameters. We found that most important parameter indeed is the elastic scattering length. The background gas collision lifetime has to be sufficiently long not to limit the sample lifetime. At least for the case of rubidium and the typical range in density used so far three body processes do not have a major influence on the evaporation dynamics (This is different from the dynamics within a BEC, which are not taken into account here). On the other hand we found that it will not be possible to evaporatively cool atoms at significantly higher densities since 3-body processes will be a limiting factor then. This important issue has to be taken into account for designing next generation experiments for BEC.

Concerning fluctuations of experimental parameters such as the initial particle number,  $N_{\text{start}}$ , and temperature,  $T_{\text{start}}$ , we found that fluctuations around the values used for an optimization procedure cause a strong degradation of the cooling efficiency for deviations in the 'bad' direction whereas deviations in the 'good' direction lead to a saturation in the evaporation efficiency. For this reason we conclude that optimization of evaporative cooling should be performed for the worst possible values of these parameters which will reduce the bandwidth of the occurring atom number at the BEC phase transition.

In a final set of simulations we investigated evaporative cooling of various alkali species (Li, Na, Rb). We found that although evaporation dynamics in principle should be profiting from the lower mass of the lighter alkalis this effect is more than compensated by a large scattering length. Thus rubidium is a good choice for a BEC experiment.

In the experimental section we described our experiment used to successfully produce BEC of rubidium atoms. In a Ioffe-type trap ('cloverleaf trap') we currently produce condensates in an extremely reliable fashion. The design of the setup and the evaporative cooling process are based on the numerical simulations presented in this paper. This proves the validity of our simulations. In a set of experimental investigations we studied the approximation of a previously optimized continuous evaporation trajectory by a fixed number of linear frequency sweeps or a fixed number of frequency settings of variable length

of the timestep. We compared these investigations to numerical simulations of approximating a continuous cooling trajectory by the respective methods. We found that a previously theoretically optimized cooling trajectory can be approximated by either method without significant loss in evaporation efficiency but found it most feasible to use a set of three to four linear frequency sweeps during the evaporation process. We showed that it is very convenient to use this experimental implementation to directly optimize evaporative cooling in the experiment.

This comprehensive investigation of numerical simulations and experimental verification of evaporative cooling should allow to design, optimize, and successfully run experiments which are directed towards Bose-Einstein condensation of dilute atomic vapors.

#### Acknowledgement

This work is supported by the DFG under the SFB 407 and the European Union under the TMR-network Coherent Matter Wave Interactions'.

## VII. APPENDIX

Most of the formulas used in the evaporation model have been explicitly derived in [10]. For completeness, we give the explicit forms used in our calculations and some useful definitions:

$$\tilde{U}_0 = \frac{U_0}{kT} \quad (46)$$

$$\tilde{U} = \frac{U}{kT} \quad (47)$$

$$x = 1 + \frac{2}{3}\tilde{U}_0 \quad (48)$$

$$\zeta_\infty^0 = 6A(kT)^4 \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \zeta &= \int_0^\infty d\epsilon \rho(\epsilon) e^{-\frac{\epsilon}{kT}} \\ &= \zeta_\infty^0 \left\{ x - e^{-\eta} \left[ \left( \frac{1}{6}\eta + \frac{1}{2}x \right) \eta + x \right] \right\} \end{aligned} \quad (50)$$

$$\eta_t = \frac{\epsilon_t - U(\rho, z)}{kT} \quad (51)$$

$$P\left(\frac{3}{2}, \eta_t\right) = -2\sqrt{\eta_t/\pi} e^{-\eta_t} + \text{erf}(\sqrt{\eta_t}) \quad (52)$$

Explicit formulas for  $V_{ev}$  and  $X_{ev}$ :

$$\begin{aligned} V_{ev} &= \zeta_\infty^0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \left\{ \left[ \frac{1}{24}\eta^4 + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9}\tilde{U}_0 \right) \eta^3 + \left( \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\tilde{U}_0 \right) \eta^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( 4 + 2\tilde{U}_0 \right) \eta + \left( 5 + \frac{8}{3}\tilde{U}_0 \right) \right] e^{-\eta} + \left( 1 + \frac{2}{3}\tilde{U}_0 \right) \eta \right. \\ &\quad \left. + \left( 5 + \frac{8}{3}\tilde{U}_0 \right) \right\} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} X_{ev} &= \zeta_\infty^0 \Lambda_{\text{dB}}^3 \left\{ x - e^{-\eta} \left( \frac{1}{120}\eta^5 + \frac{1}{24}x\eta^4 + \frac{1}{6}x\eta^3 + \frac{1}{2}x\eta^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + x\eta + x \right) \right\} \end{aligned} \quad (54)$$

The explicit formulas for two- and three-body loss processes are:

$$\dot{N}_{2b} = -4\pi G_{dip} n_0^2 \int_0^{z_{max}} dz \int_0^{\rho_{max}} d\rho \rho e^{-\frac{2U}{kT}} \left\{ \frac{4}{\pi} \eta_t e^{-2\eta_t} - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\eta_t} e^{-\eta_t} \operatorname{erf}(\sqrt{\eta_t}) + (\operatorname{erf}(\sqrt{\eta_t}))^2 \right\} \quad (55)$$

$$\dot{E}_{2b} = -4G_{dip} n_0^2 kT \int_0^{z_{max}} dz \int_0^{\rho_{max}} d\rho \rho \left\{ e^{-2\eta} \eta_t [4\eta + 6] - \sqrt{\pi \eta_t} [2(\eta + \tilde{U}) + 6] \operatorname{erf}(\sqrt{\eta_t}) e^{-(\eta + \tilde{U})} + \pi \left[ \frac{3}{2} + \tilde{U} \right] \operatorname{erf}^2(\sqrt{\eta_t}) e^{-2\tilde{U}} \right\} \quad (56)$$

$$\dot{N}_{3b} = -4\pi L_{3b} n_0^3 \int_0^{z_{max}} dz \int_0^{\rho_{max}} d\rho \rho \left\{ -2\sqrt{\eta_t/\pi} e^{-\eta} + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta_t}) e^{-\tilde{U}} \right\}^3 \quad (57)$$

$$\dot{E}_{3b} = -4\pi L_{3b} n_0^3 \int_0^{z_{max}} dz \int_0^{\rho_{max}} d\rho \rho e^{-3\tilde{U}} P^2\left(\frac{3}{2}, \eta_t\right) \left\{ \left(\frac{3}{2}kT + U\right) P\left(\frac{3}{2}, \eta_t\right) - 2/\sqrt{\pi} \eta_t^{\frac{3}{2}} e^{-\eta_t} kT \right\} \quad (58)$$

with

$$\rho_{max}(z) = \sqrt{(\epsilon_t + U_0)^2 - (U_0 + U_{zz} z^2)^2} / U_\rho \quad (59)$$

$$z_{max} = \epsilon_t / U_{zz} \quad (60)$$

The integrals occurring in these expressions were solved numerically.

Formula for the derivation of the quasi-temperature  $T$ :

$$E = \frac{\zeta_\infty^0}{\zeta} \left\{ y - e^{-\eta} \left[ \left( \left( \frac{1}{6} + \frac{1}{6}y \right) \eta + \frac{1}{2}y \right) \eta + y \right] \right\} NkT \quad (61)$$

with

$$y = 4 + 2\tilde{U}_0 \quad (62)$$

- 
- [1] A. Einstein, Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss. **1924**, 261 (1924),  
A. Einstein, Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss. **1925**, 3 (1925)
- [2] M. J. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Science **269**, 198 (1995).
- [3] K. B. Davis, M. -O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995)
- [4] C.C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995)  
C.C. Bradley, et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 985 (1997)
- [5] D. G. Fried, T.C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss, D. Kleppner and T.J. Greytak, Phys. Rev. Lett **81**, 3811 (1998)
- [6] N. Masuhara, J.M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner and T.J. Greytak, Phys. Rev. Lett. **61**, 935 (1988),  
J.M. Doyle, J.C. Sandbury, I.A. Yu, C.L. Leson, D. Kleppner and T.J. Greytak, Phys. Rev. Lett. **67**, 603 (1991)

- [7] W. Petrick, N.H. Anderson, J.R. Ensher and E.A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **74**, 3352 (1995),  
K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.A. Joffe, M.R. Andrews and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **74**, 5202 (1995)
- [8] H. F. Hess, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986).
- [9] J. T. M. Walraven in *Quantum Dynamics of simple systems*, Proceedings of SUSSP 44, ed. by G. -L. Oppo, S. M. Barnett, E. Riis and M. Wilkinson (Institute of Physics Publishing, Bristol, 1996).
- [10] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, Phys. Rev. A **53**, 381 (1996).
- [11] C. A. Sackett, C. C. Bradley, and R. G. Hulet, Phys. Rev. A **55**, 3797 (1997).
- [12] K. Berg-Sorensen, Phys. Rev. A **55**, 1281 (1997)
- [13] W. Ketterle and N. J. van Druten, in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, edited by B. Bederson and H. Walther (Academic Press, San Diego, 1996), No.36.
- [14] K. B. Davis, M. -O. Mewes, and W. Ketterle, Appl. Phys. B **60**, 155 (1995).
- [15] H. Wu and C. J. Foot, J. Phys. B **29**, 321 (1996).
- [16] M. Holland, J. Williams, K. Coackley, and J. Cooper, Quantum Semiclass. Opt. **8**, 571 (1996).
- [17] E. L. Surkov, J. T. M. Walraven, and G. Shlyapnikov, Phys. Rev. A **53**, 3403 (1996).
- [18] W. Petrich, M.H. Anderson, J. R. Ensher und E.A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **74**, 3352 (1995)
- [19] T. H. Bergemann, P. Mc Nicholl, J. Kycia, H. Metcalf, and N. L. Balazs, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2249 (1989).
- [20] E.A. Burt, R.W. Ghrist, C.J. Myatt, M.J. Holland, E.A. Cornell und C.E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **79**, 337 (1997)
- [21] P. W. H. Pinsky, A. Mosk, M. Weidemüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans, and J. T. M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **78**, 990 (1997)
- [22] M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **77**, 416 (1996)
- [23] S. Inouye et al., Nature **392**, 151 (1998)
- [24] W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall und M. Zhu, Phys. Rev. Lett. **54**, 996 (1985)
- [25] J. Nellesen, J.H. Müller, K. Sengstock and W. Ertmer, JOS A B **9**, 2149 (1989)

# Kapitel 5

## Atomoptische Experimente

Einen Schwerpunkt dieser Arbeit bildet der Einsatz einer zuverlässigen Quelle kohärenter Materiewellen zur Entwicklung und Charakterisierung einer Atomoptik mit kohärenten Ensembles. Dazu wurden exemplarisch wichtige kohärenzerhaltende atomoptische Elemente wie ein erstmals voll kohärenter Spiegel, ein Strahlteiler, ein Phasenschieber und ein Wellenleiter entwickelt, eingesetzt und vermessen. Im Rahmen der Experimente zu dieser Arbeit wurden dazu mehr als 2000 Bose-Einstein Kondensate erzeugt, in den Experimenten eingesetzt, aufgezeichnet und ausgewertet. So wurden in Zusammenarbeit mit Sven Burger [53] umfangreiche Untersuchungen zum Einsatz verschiedener Dipolpotentialgeometrien durchgeführt. Weitere Experimente, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, finden sich in [84, 130]. Dabei wurden insbesondere bei der Charakterisierung von Lichtschnitten und röhrenförmigen Laguerre-Gauß Moden in der Atomoptik Beiträge geleistet. Die bei diesen Untersuchungen gewonnenen Erkenntnisse führten zur Beobachtung von Materiewelleninterferenzen bei Reflexion von Bose-Einstein Kondensaten an einem speziellen dispersiven Spiegel. Dieser Spiegel läßt sich in weiteren Experimenten als flexibler Kohärenzdetektor verwenden, womit er ein wesentliches Entwicklungswerkzeug für die kohärente Atomoptik darstellt.

In diesem Kapitel werden zunächst Experimente zur Charakterisierung der in Kapitel 3 detailliert beschriebenen Apparatur zur Erzeugung kohärenter Materiewellen vorgestellt. Die Materiewellen stehen dabei in Form von Bose-Einstein Kondensaten zur Verfügung, die aus der Magnetfalle ganz oder teilweise ausgekoppelt werden (gepulster Atomlaser). Es folgen die Ergebnisse aus den umfangreichen Meßserien zur Untersuchung der vielfältigen Einsatzmöglichkeiten weitverstimmter Dipolpotentiale in der Atomoptik. Als Ausblick folgt am Ende des Kapitels ein Schema zur holographischen Erzeugung von Vortextuständen.

## 5.1 Quelle kohärenter Materiewellen

Ein wesentliches Ziel beim Entwurf der Apparatur zur Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten war neben der in umfangreichen Meßserien bewiesenen Zuverlässigkeit und Stabilität, die exakte Einstellbarkeit der experimentellen Parameter. Mit den in Kapitel 3.4 vorgestellten Verfahren wurden die erzeugten Bose-Einstein Kondensate diesbezüglich in systematischen Meßserien zur Verdampfungskühlung (Kapitel 4) charakterisiert. Zusätzlich wurde die gepulste Auskopplung aus der Magnetfalle demonstriert.

### 5.1.1 Parameter der erzeugten Bose-Einstein Kondensate

Die wichtigsten Parameter der in dieser Arbeit erzeugten kalten atomaren Ensembles waren Temperatur und Teilchenzahl, die wiederum den Anteil an Teilchen in der Kondensatwellenfunktion festlegen. Für die im Rahmen dieser Doktorarbeit durchgeführten Untersuchungen wurde die Teilchenzahl der untersuchten Kondensatwellenfunktionen im Bereich von  $10^4$  bis  $10^5$  Atomen eingestellt. Die Einstellung der Ensembleparameter wurde dabei vor allem über die mit hoher Präzision einstellbare Endfrequenz der Verdampfungskühlung erreicht. In Abbildung 5.1.1 ist beispielhaft dargestellt, wie exakt auf diese Art ein Ensemble präpariert werden kann. Die in der Abbildung angegebenen Frequenzen sind die jeweiligen Endfrequenzen der Verdampfungskühlung. Das bei einer Endfrequenz von 1096 kHz erzeugte Ensemble hat eine Temperatur knapp oberhalb der kritischen Temperatur  $T_c$ . Durch Einstellung einer um 2 kHz niedrigeren Endfrequenz wird der Phasenübergang zur Bose-Einstein Kondensation überschritten und es bildet sich eine makroskopisch besetzte Kondensatwellenfunktion aus. Durch weitere Absenkung der Endfrequenz wird der Anteil der nichtkondensierten Atome immer weiter verringert, bis bei 1048 kHz schließlich eine nahezu reine Kondensatwellenfunktion erzeugt wird. So kann entsprechend den jeweiligen experimentellen Anforderungen die Produktion von thermischen Wolken verschiedener Temperaturen bis hin zu nahezu reinen Bose-Einstein Kondensatwellenfunktionen gesteuert werden.

### 5.1.2 Auskopplung aus der Magnetfalle

Die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen zur Entwicklung und Charakterisierung atomoptischer Elemente basieren auf der Auskopplung des gesamten gefangenen Ensembles durch Abschalten der Magnetfalle. Durch die kurzen Abschaltzeiten (Kapitel 3.2.3) tritt dabei keine meßbare Beeinflussung des Ensembles auf und die nachfolgenden Untersuchungen werden nicht durch die Magnetfelder der Falle beeinträchtigt. Zusätzlich wurde die gepulste Auskopplung von Teilen von Bose-Einstein Kondensaten aus der Magnetfalle demonstriert und so die Voraussetzung für diesbezügliche zukünftige Experimente geschaffen. Abbildung 5.1.2 zeigt exemplarisch die Auskopplung eines Teils der Kondensatwellenfunktion aus der Magnetfalle. Für diese Aufnahmen wur-

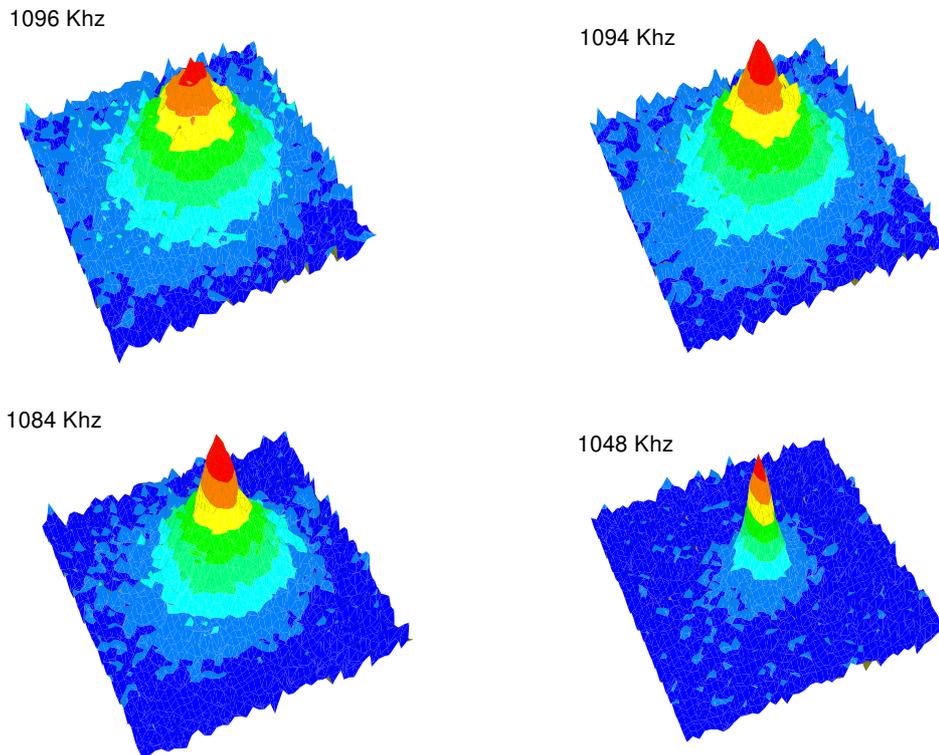


Abbildung 5.1.1: *Serie von Absorptionsabbildungen von atomaren Ensembles nach der Verdampfungskühlung mit verschiedenen Endfrequenzen. Die Flugzeit nach Abschalten der Magnetfalle betrug jeweils 25 ms. Die Serie zeigt deutlich, wie der Phasenübergang zur Bose-Einstein Kondensation mit sinkender Endfrequenz überschritten wird und sich bei niedrigen Endfrequenzen nahezu alle Teilchen in der Kondensatwellenfunktion präparieren lassen.*

de ein Teil der Kondensatwellenfunktion durch Einstrahlung eines RF-Feldes in den ( $F = 2, m_F = 0$ )-Hyperfeinzustand transferiert. Da dieser Zustand nur geringfügig vom Fallenmagnetfeld beeinflusst wird, fällt der ausgekoppelte Teil der Atome unter dem Einfluß der Schwerkraft aus der Fallenregion heraus und steht weiteren Experimenten zur Verfügung. Die gepulste Auskopplung wird dabei durch eine schnelle Variation der Resonanzfrequenz verursacht. Zur Stabilisierung der Auskoppelparameter gegenüber Offsetfluktuationen der Magnetfalle wurde die auskoppelnde RF-Frequenz schnell über einen weiten Bereich durchgestimmt. Diese Offsetfluktuationen werden durch Hintergrundmagnetfelder hervorgerufen, die beispielsweise durch die Stromzuführungen zu den verschiedenen Geräten entstehen. Eine Schwankung von 10 mG entspricht im Fall von  $^{87}\text{Rb}$  bereits einer Fluktuation des Fallenpotentials um  $\approx 700\text{nK} \cdot k_B$ . Bei sehr kalten Ensembles wie Bose-Einstein Kondensaten (typ.  $T_c \approx 600\text{ nK}$ ) führt demnach eine Fluktuationsamplitude von wenigen mG bereits zu einer unregelmäßigen Aus-

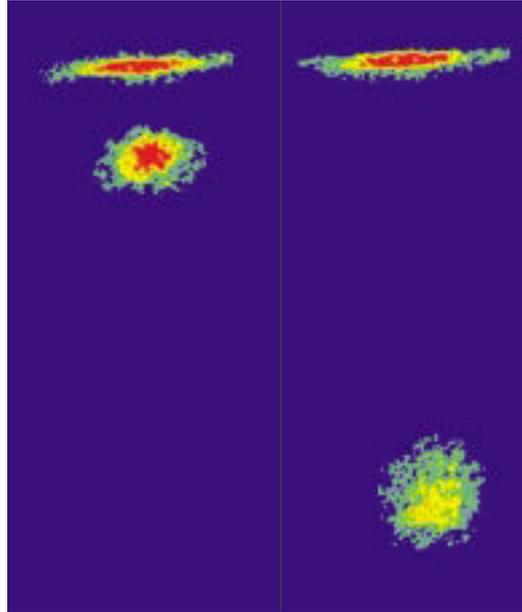


Abbildung 5.1.2: Aufnahme von Bose-Einstein Kondensaten nach der Auskopplung eines Teils der Kondensatwellenfunktion aus der Magnetfalle. Die Absorptionenaufnahmen zeigen die atomaren Ensemble jeweils 1 ms nach Abschalten der Magnetfalle. Die Auskopplung fand im linken Bild 4 ms und im rechten Bild 9 ms vor dem Abschalten der Magnetfalle statt.

kopplung. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 5.1.3 schematisch dargestellt. Der in Bild a dargestellte ideale Fall ohne Fluktuationen ist nur durch eine aufwendige Abschirmung zu erreichen [27], die den optischen Zugang einschränkt. Eine definierte Auskopplung trotz Feldfluktuationen ist durch die in Abbildung 5.1.3 c gezeigte sehr schnelle Verstimmung der auskoppelnden RF-Frequenz über den gesamten Fluktuationbereich möglich [25, 131]. Zur Realisierung einer kontinuierlichen Auskopplung bei Vorhandensein von fluktuierenden Hintergrundmagnetfeldern wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neues Konzept entwickelt: Die in Abbildung 5.1.3 d skizzierte Auskopplung mit einem gleichförmigen RF-Frequenzspektrum mit einer Frequenzbreite entsprechend der maximal zu erwartenden Fluktuationsamplitude. Die Anwendung dieses Auskoppelmechanismus auf Bose-Einstein Kondensate wirft zudem interessante Fragen bezüglich der Eigenschaften der ausgekoppelten Wellenfunktion auf. Die gleichzeitige Auskopplung im gesamten Fallenbereich bewirkt ein ortsabhängiges Potential durch die interatomaren Wechselwirkungen zwischen dem ausgekoppelten und dem in der Falle verbleibenden Teil der Wellenfunktion. Die entsprechend unterschiedliche lokale Phasenentwicklung der Wellenfunktion beeinflusst gemäß Kapitel 5.5 die weitere Entwicklung der Materiewellen. Die Beobachtung der ausgekoppelten Atome ermöglicht somit Rückschlüsse auf den Teil der Wellenfunktion, der in der Falle ver-

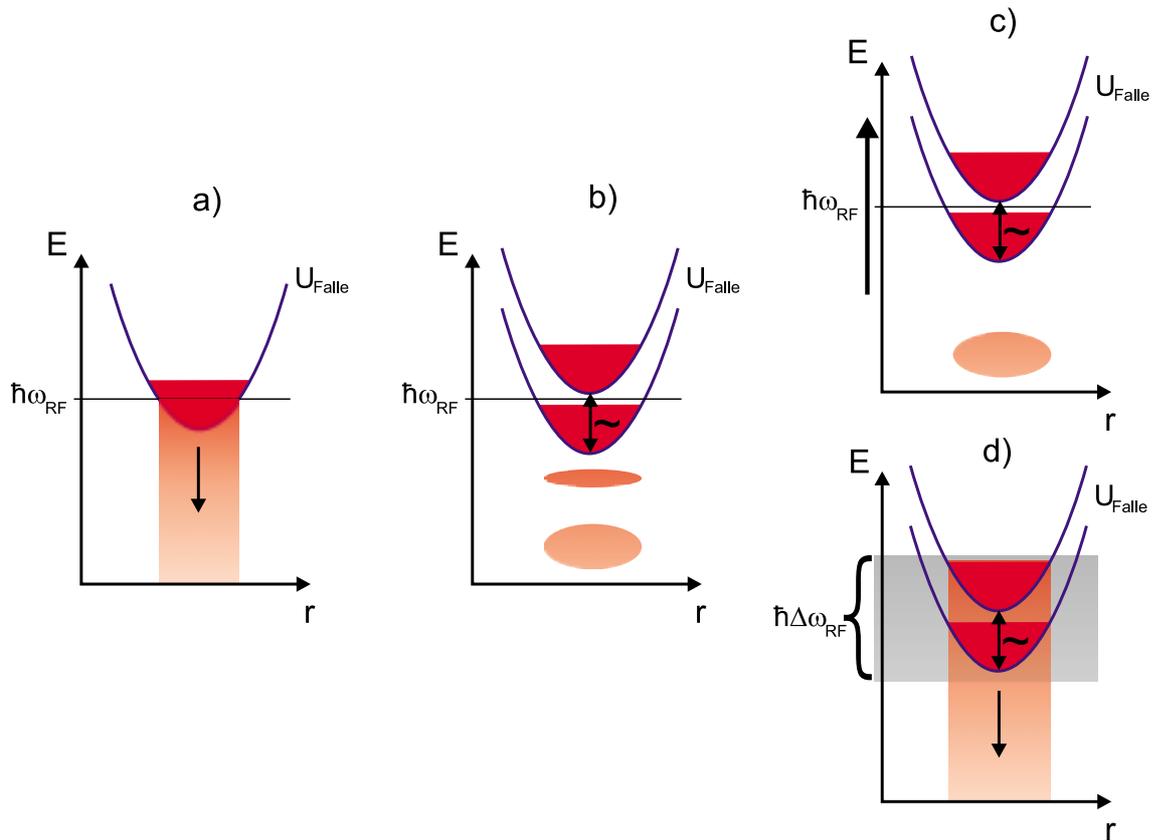


Abbildung 5.1.3: Schematische Darstellung der Auskopplung von atomaren Ensembles aus einer Magnetfalle durch Einstrahlung von RF-Feldern. In Bild a) ist der ideale Fall eines konstanten Fallenshifts dargestellt, in dem die kontinuierliche Auskopplung mit einer festen RF-Frequenz gelingt. Bild b) zeigt die Situation bei Offsetschwankungen des Magnetfeldes, die eine definierte Auskopplung mit fester RF-Frequenz verhindern. Bild c) zeigt eine Lösung, um definierte Auskoppelpulse trotz Offsetschwankungen zu erhalten. In Bild d) ist das in dieser Arbeit entwickelte neue Konzept zu einer vom Offsetfeld unabhängigen kontinuierlichen Auskopplung dargestellt.

bleibt.

## 5.2 Dipolpotentiale

Laser bieten flexible Möglichkeiten zur Erzeugung von Dipolpotentialen mit variabler Geometrie [132–135]. Die vielseitigen Manipulationsmöglichkeiten des Laserlichtes mit elektrooptischen und akustooptischen Elementen gestattet dabei zeitliche Variationen der Potentiale im sub- $\mu\text{s}$  Bereich. Durch den Einsatz von Lasern mit einer weit von den atomaren Resonanzen verstimmtten Frequenz wird die Rate spontaner Prozesse

vernachlässigbar klein. Damit sind diese Dipolpotentiale zur kohärenten Manipulation der atomaren Wellenfunktion hervorragend geeignet.

Für die Experimente in der vorliegenden Arbeit wurde ein diodengepumpter Fastkörperlaser mit einer maximalen Ausgangsleistung von 5,5 W bei einer Wellenlänge von 532 nm ausgewählt. Diese Wellenlänge ist von den nächstliegenden atomaren Resonanzen von  $^{87}\text{Rb}$  bei 420, 780 und 795 nm so weit entfernt, daß spontane Prozesse vernachlässigt werden können. Das Wechselwirkungspotential der Atome mit dem Lichtfeld entsteht in diesem Fall durch den AC-Stark Effekt [77]:

$$U_{\text{DP}}(\vec{r}) = - \sum_i \frac{\hbar \Omega_i^2(\vec{r})}{4} \left( \frac{1}{\omega_i - \omega_L} + \frac{1}{\omega_i + \omega_L} \right). \quad (5.1)$$

Die Summation in dieser Gleichung erstreckt sich über alle atomaren Niveaus. Die Rabi-Frequenz für den Übergang zum atomaren Niveau  $i$  ist definiert durch

$$\Omega_i^2(\vec{r}) = \frac{\Gamma_i^2 I(\vec{r})}{2 I_{\text{sat},i}}. \quad (5.2)$$

In dieser Gleichung sind  $I_{\text{sat},i} = \pi \hbar c / 3 \lambda_i^3 \tau_i$  die in Gleichung 3.2 definierte Sättigungsintensität und  $\Gamma_i = 1/\tau_i$  die Linienbreite des Übergangs mit der Lebensdauer  $\tau_i$ . Die Ortsabhängigkeit des Dipolpotentials wird durch das Lichtfeld mit der ortsabhängigen Intensität  $I(\vec{r})$  erzeugt. Eine ausführliche Behandlung der Dipolpotentiale findet sich in [53]. Eine grobe Abschätzung für die Größenordnung des mit dem verwendeten Laser erzeugten Dipolpotentials liefert die ausschließliche Betrachtung des Übergangs bei 780 nm. Diese Abschätzung unterschätzt das reale Potential etwas, da der Übergang bei 420 nm zwar näher an der Laserwellenlänge liegt als der Übergang bei 795 nm, aber eine wesentlich kleinere Oszillatorstärke aufweist. Unter zusätzlicher Vernachlässigung des nichtresonanten Terms  $\propto 1/(\omega_i + \omega_L)$  folgt

$$U_{\text{DP}}(\text{vecr}) \approx 10^{-2} \frac{\hbar}{[\text{s}]} \frac{I(\vec{r})}{[\text{W}]/[\text{m}^2]}. \quad (5.3)$$

Die eingesetzten Lichtfeldgeometrien und ihre Erzeugung werden im folgenden vorgestellt.

### 5.3 Spiegel, Strahlteiler und Phasenschieber

Spiegel, Strahlteiler und Phasenschieber sind grundlegende Elemente zur Manipulation von Materiewellen, die in Analogie zur Optik zum Aufbau verschiedenster Atominterferometer ausreichen. In der vorliegenden Arbeit wurden diese Elemente auf der Basis von Dipolpotentialen in Form von Lichtschnitten entwickelt und analysiert. Dabei wurde erstmals ihre Anwendung auf Bose-Einstein Kondensate demonstriert und durch Beobachtung von Materiewelleninterferenzen der Kohärenzerhalt bei der Wechselwirkung nachgewiesen. Die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten von Lichtschnitten in

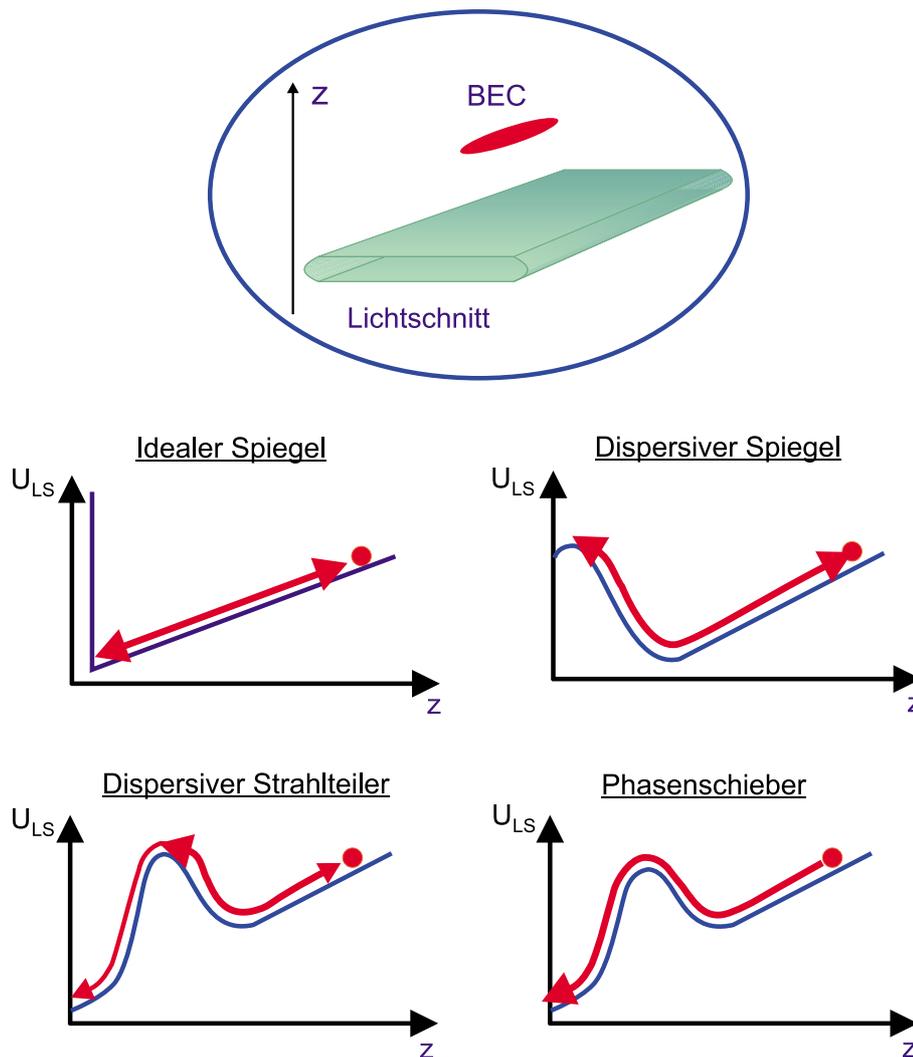


Abbildung 5.3.1: Schematische Darstellung der experimentellen Geometrie der Experimente zur Charakterisierung von Lichtschnittpotentialen in der kohärenten Atomoptik (oberer Bildteil). Im unteren Bildteil sind verschiedene parameterabhängige Anwendungen von Lichtschnittpotentialen veranschaulicht. In den Diagrammen ist jeweils das resultierende Potential aus Dipolpotential und Gravitationspotential dargestellt. Dieses Potential bestimmt die Dynamik der Materiewellen nach dem Ausschalten der Magnetfalle. Zur Veranschaulichung ist die prinzipielle Entwicklung der atomaren Ensemble durch Pfeile angedeutet. Der Punkt markiert jeweils die Position des Ensembles in der Magnetfalle.

der Atomoptik und die verwendete experimentelle Geometrie sind in Abbildung 5.3.1 schematisch dargestellt. Die Abbildung zeigt, wie durch die Wahl der Lichtschnittintensität und -höhe in Relation zur Fallhöhe der atomaren Ensembles die Anwendungen als Spiegel, Strahlteiler und Phasenschieber realisiert wurden. Der 'ideale' Spiegel ent-

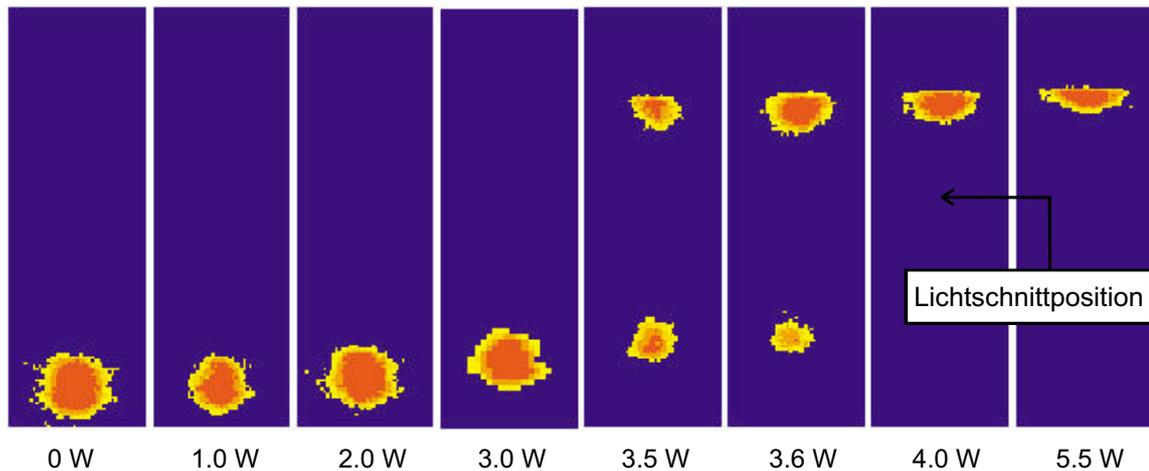


Abbildung 5.3.2: Regimes im Einsatz eines Lichtschnittpotentials vom Phasenschieber über einen dispersiven Strahlteiler bis zum 'idealen' Spiegel. Die verschiedenen Regimes sind in Abhängigkeit von der Laserleistung dargestellt. Die zum Dipolpotential beitragende Leistung beträgt ca. 60 % der angegebenen Laserleistung. Die Absorptionsabbildungen wurden jeweils nach einer Zeit von 10 ms nach Abschalten der Magnetfalle aufgenommen und der Lichtschnitt wurde  $230\ \mu\text{m}$  unterhalb der Magnetfalle eingestrahlt. Mit Steigerung der Lichtschnittintensität werden die atomaren Ensembles zunächst nur in ihrer Position beeinflusst. Dies entspricht einer Phasenverschiebung der Materiewellen. Ab einer Laserleistung von ca. 3,5 W werden Teile der Ensembles reflektiert, wobei das Teilungsverhältnis über die Laserleistung gewählt werden kann. Oberhalb einer Leistung von 4 W wird das gesamte Ensemble reflektiert. Die dispersive Reflexion bei 4 W gegenüber der Reflexion bei 5,5 W Laserleistung wird in diesem Bild durch den Ort der reflektierten Wolke deutlich. Die dispersive Verzögerung des Wellenpakets bewirkt eine tiefere Position der Atome bei der festen Flugzeit von 10 ms.

spricht einer Reflexion des Ensembles mit einem klassischen Umkehrpunkt in einem Bereich des Dipolpotentials mit steilem Potentialanstieg. Die Entwicklung eines extrem dispersiven Spiegels gelang durch die Verlagerung des klassischen Umkehrpunktes in die Nähe des Maximums des Dipolpotentials. Eine weitere leichte Absenkung der Lichtschnittintensität führt dazu, daß die Teile des Ensembles mit hoher kinetischer Energie die Potentialbarriere überwinden können, während die niederenergetischen reflektiert werden. Dieses Regime entspricht einem dispersiven Strahlteiler, dessen Teilungsverhältnis variabel einstellbar ist. Durch die Einstrahlung von Lichtschnitten mit niedriger Intensität konnte zusätzlich ein Phasenschieber für de Broglie Wellen demonstriert werden. In diesem Fall wird die gesamte Materiewelle mit einer variabel einstellbaren Verzögerung transmittiert. Abbildung 5.3.2 zeigt den experimentellen

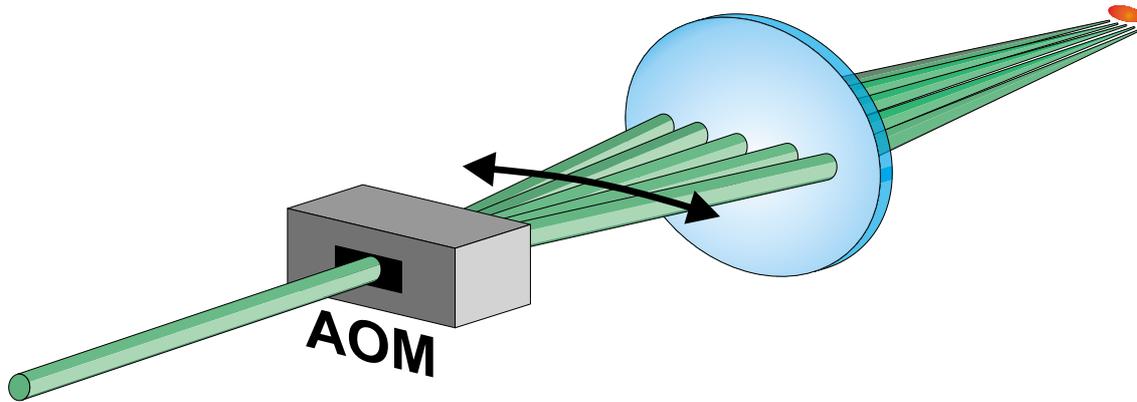


Abbildung 5.3.3: Schematische Darstellung der Erzeugung der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Lichtschnitte. Durch die schnelle räumliche Modulation ist das erzeugte Potential äquivalent zum Potential eines statischen Lichtschnittes.

Übergang zwischen den verschiedenen diskutierten Regimes in Abhängigkeit von der Potentialhöhe des Lichtschnitts.

Die Erzeugung der flachen Lichtfelder kann durch Fokussierung mit Zylinderlinsen oder durch schnelle räumliche Modulation eines fokussierten Laserstrahls erfolgen. Für die Experimente in dieser Arbeit wurde das in Abbildung 5.3.3 schematisch dargestellte Modulationsschema ausgewählt. Durch eine schnelle räumliche Modulation mit einem akustooptischen Modulator wird ein effektives Dipolpotential erzeugt, das dem eines Lichtschnitts entspricht. Die Periode der räumlichen Modulation des Laserstrahls wurde kurz gegen die charakteristischen Zeiten der Dynamik der Materiewelle gewählt (siehe auch Kapitel 5.5). Ein Einfluß der Modulationsfrequenz auf die Messungen wurde zusätzlich durch einen Vergleich von Messungen mit verschiedenen Modulationsfrequenzen ausgeschlossen. Die Vorteile des gewählten Erzeugungsschemas sind die sehr ebene Oberfläche und die Variabilität der erzeugten Lichtschnitte. Die Parameter des erzeugten Lichtschnitts konnten sehr flexibel über die Modulationsamplitude und Laserleistung variiert werden. Die Messungen wurden mit einem Lichtschnitt mit einer zeitgemittelten Breite zwischen  $100\ \mu\text{m}$  und  $300\ \mu\text{m}$  sowie einer Höhe entsprechend einer Strahltaile von ca.  $10\ \mu\text{m}$  durchgeführt. Durch eine Leistung von bis zu  $3\ \text{W}$  gelang dabei die Totalreflexion der atomaren Ensembles bis zu einer Fallhöhe von ca.  $300\ \mu\text{m}$ .

Im folgenden werden die wesentlichen Resultate der Meßserien zur Anwendung von Lichtschnitten als Spiegel vorgestellt:

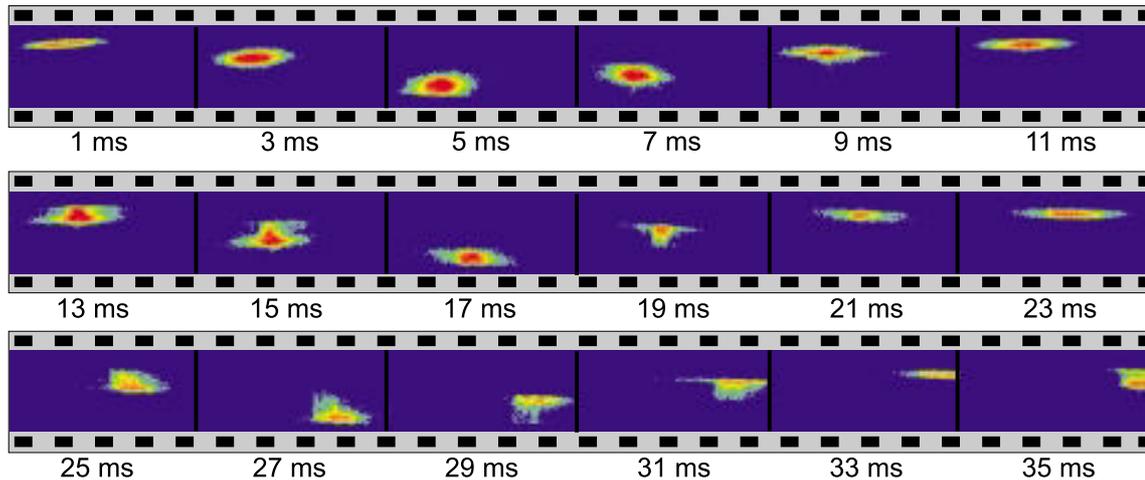


Abbildung 5.3.4: *Absorptionsoptionen der dreifachen Reflexion von Bose-Einstein Kondensaten an einem abstoßenden Lichtschnitt-Dipolpotential in einer Flugzeitserie. Unter den einzelnen Bildern ist die jeweilige Flugzeit nach Abschalten der Magnetfalle angegeben. Durch eine leichte Neigung des Lichtschnitts gegenüber der horizontalen Ebene bewegt sich das atomare Ensemble aus dem abgebildeten Bereich heraus.*

### 5.3.1 'Idealer' Spiegel

Spiegel sind ein Schlüsselement der Atomoptik und Gegenstand zahlreicher experimenteller Untersuchungen [136–141]. Im Rahmen dieser Doktorarbeit konnte mit der Entwicklung eines kohärenzerhaltenden Spiegels ein wichtiger Beitrag zu diesem aktuellen Forschungsgebiet geleistet werden. Mit den Untersuchungen zur Reflexion von Bose-Einstein Kondensaten an Lichtschnitten konnte erstmals ein Spiegel für diese neue Form der Materiewellen demonstriert werden.

Abbildung 5.3.4 zeigt eine typische Flugzeitserie von Bose-Einstein Kondensaten nach Abschalten der Magnetfalle mit dreifacher Reflexion am Lichtschnitt-Dipolpotential. Der verwendete Lichtschnitt wurde für diese Messung ca.  $155\ \mu\text{m}$  unterhalb der Magnetfalle mit einer Leistung von  $3\ \text{W}$  eingestrahlt. Dieses Regime entspricht der Realisierung eines nahezu 'idealen' Spiegels ohne Dispersion.<sup>1</sup> Die ersten beiden Bilder zeigen die Entwicklung des Bose-Einstein Kondensats während des freien Falls, nur unter Einfluß der Gravitation. Nach  $5\ \text{ms}$  trifft das Ensemble auf den Lichtschnitt auf, zu erkennen an der scharfen Kante im unteren Bereich der Dichteverteilung. Daraufhin bewegen sich die Atome wieder nach oben, bis sie den oberen Umkehrpunkt nach ca.  $10\text{--}11\ \text{ms}$  erreichen. An diesem Punkt tritt eine Refokussierung in vertikaler Richtung auf. Beim folgenden zweiten Herabfallen des Ensembles entstehen Struktura-

<sup>1</sup>Ein theoretischer Vergleich der Dynamik der Kondensatwellenfunktion bei Reflexion an einem Dipolpotential mit den genannten Parametern zeigte keine qualitativen Unterschiede zur Reflexion an einem Stufenpotential.

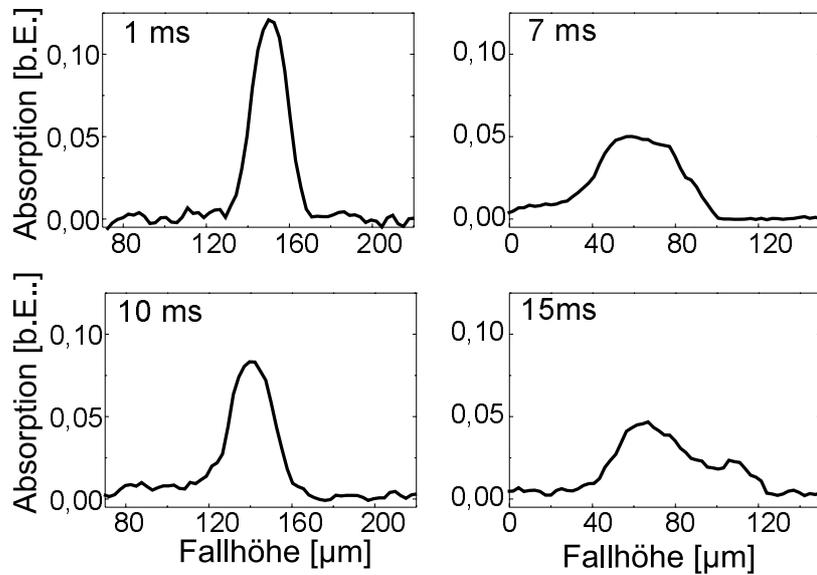
ren in vertikaler Richtung. Diese sind nach 15 ms besonders deutlich, kurz vor dem zweiten Auftreffen auf den Lichtschnitt nach 17 ms. Während der weiteren Entwicklung trifft das Bose-Einstein Kondensat noch ein drittes Mal auf das Dipolpotential auf, bevor es sich aus dem abgebildeten Bereich herausbewegt. Die langsame seitliche Bewegung ist auf eine leichte Neigung des Lichtschnitts gegenüber der horizontalen Ebene zurückzuführen.

Die Analyse der Daten und der Vergleich mit der Theorie erfolgte anhand von vertikalen Schnitten durch die Dichteverteilung der atomaren Ensemble. Die theoretische Verifikation und Interpretation der Daten wurde in enger Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe von Prof. Lewenstein und mit Prof. Rzażewski durchgeführt. Zur Simulation der Dynamik der Kondensatwellenfunktion wurde die Gross-Pitaevskii Gleichung 2.40 in einer Dimension numerisch integriert. Die entsprechenden experimentellen und theoretischen Schnitte sind in Abbildung 5.3.5 für charakteristische Flugzeiten dargestellt. Ausgangspunkt der numerischen Simulation waren die experimentell gemessenen Fallenfrequenzen und eine Teilchenzahl von  $N = 5 \cdot 10^4$  Atomen in der Kondensatwellenfunktion. Der Vergleich der Schnitte in Abbildung 5.3.5 zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung von Theorie und Experiment.

Um die quantenmechanischen Einflüsse auf die auffällige Refokussierung und darauffolgende Zweiteilung der Wellenfunktion zu untersuchen, wurde ein systematischer Vergleich mit der Reflexion einer thermischen Wolke durchgeführt. Die Untersuchungen zur Dynamik thermischer Ensembles mit einer Temperatur knapp oberhalb der Kondensationstemperatur zeigten dabei überraschend ähnliche Effekte wie bei der Reflexion von Bose-Einstein Kondensaten. Abbildung 5.3.6 zeigt eine Flugzeitserie mit der Reflexion einer thermischen Wolke an einem ca.  $230 \mu\text{m}$  unterhalb der Magnetfalle eingestrahlt Lichtschnitt. In diesen Bildern ist ebenfalls deutlich eine Refokussierung am oberen Umkehrpunkt mit darauffolgender Zweiteilung des Ensembles zu sehen. Durch die Analyse der klassischen Bewegung eines thermischen Ensembles mit endlicher Geschwindigkeitsbreite konnte dieses Verhalten auf die dispersive Reflexion verschiedener Geschwindigkeitsklassen am Gravitationspotential zurückgeführt werden:

Die Teilchen bewegen sich entsprechend ihrer Anfangsgeschwindigkeiten auf unterschiedlichen Wurfparabeln mit verschiedenen Periodizitäten. Am ersten oberen Umkehrpunkt der Parabel für eine verschwindende Anfangsgeschwindigkeit kommt es zum Schnitt der verschiedenen Trajektorien und damit zur Refokussierung des Ensembles. Im weiteren Verlauf trennen sich die Bahnen der Teilchen mit positiver von denen mit negativer Anfangsgeschwindigkeit. Dadurch entsteht bei einer genügend großen Geschwindigkeitsbreite die Zweiteilung des Ensembles. Durch eine genauere Analyse läßt sich noch die Temperaturabhängigkeit dieser Phänomene bestimmen:

## Experiment



## Theorie

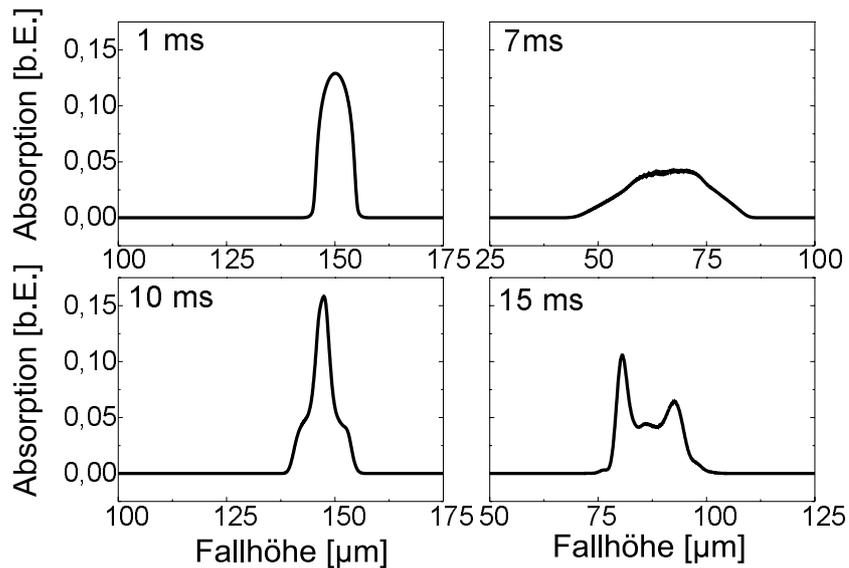


Abbildung 5.3.5: *Senkrechte Schnitte durch die Dichteverteilung der atomaren Ensembles in Abbildung 5.3.4 nach ausgewählten Flugzeiten (oberer Bildteil). Der untere Bildteil zeigt die entsprechende numerische Simulation für  $5 \cdot 10^4$  Atome. Das erste Bild nach einer Flugzeit von 1 ms entspricht der atomaren Verteilung kurz nach Abschalten der Magnetfalle. Der Schnitt nach 7 ms zeigt die verbreiterte Dichteverteilung kurz nach der Reflexion. Nahe dem oberen Umkehrpunkt nach ca. 10 ms tritt eine Refokussierung in vertikaler Richtung auf. Die Dichteverteilung nach 15 ms Flugzeit, unmittelbar vor dem zweiten Auftreffen auf den Lichtschnitt, zeigt eine deutliche Zweiteilung der Wellenfunktion.*

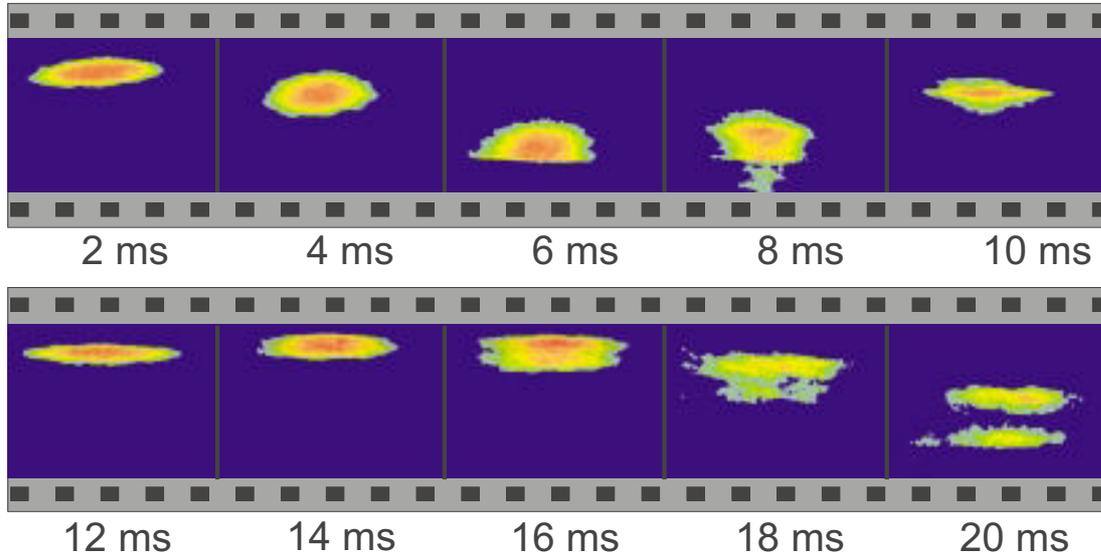


Abbildung 5.3.6: Serie von Absorptionsoptionen von thermischen Ensembles bei der Reflexion an einem Lichtschnitt. Die Temperatur der Ensembles wurde mit ca. 700 nK knapp oberhalb der Kondensationstemperatur gewählt. Die Fallstrecke vom Zentrum der Magnetfalle bis zum Lichtschnitt beträgt ca. 230  $\mu\text{m}$ . Die Zeitangaben unter den einzelnen Bildern entsprechen den Flugzeiten nach Abschalten der Magnetfalle.

### Simulation der Entwicklung eines thermischen Ensembles bei Reflexion an einem Lichtschnitt

Die klassische Bewegungsgleichung von Teilchen, die zum Zeitpunkt  $t = 0$  aus einer Höhe  $z_0$  und mit einer Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  auf einen idealen Spiegel fallen lautet bis zum zweiten Auftreffen auf den Spiegel:

$$z(t) = \begin{cases} z_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 & \text{für } t \leq t_a, \\ -v_a (t - t_a) - \frac{1}{2} g (t - t_a)^2 & \text{für } t_a < t < t_a + \tau_p. \end{cases} \quad (5.4)$$

Der erste Auftreffzeitpunkt,  $t_a$ , die Auftreffgeschwindigkeit,  $v_a$ , und die Periodizität,  $\tau_p$ , sind

$$t_a = \frac{1}{g} \left( v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gz_0} \right), \quad (5.5)$$

$$v_a = -\sqrt{v_0^2 + 2gz_0}, \quad (5.6)$$

$$\tau_p = \frac{2}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gz_0}. \quad (5.7)$$

Die Periodizität hängt wie die Auftreffgeschwindigkeit nicht vom Vorzeichen der Anfangsgeschwindigkeit ab. Durch die Abhängigkeit des Auftreffzeitpunkts von  $v_0$  entsprechen sich die Bahnen mit gleichem Betrag der Anfangsgeschwindigkeit bis auf eine

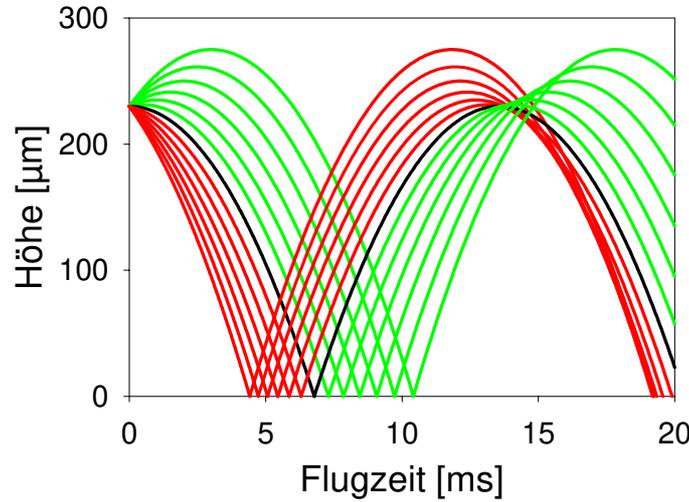


Abbildung 5.3.7: *Simulation der Trajektorien von Teilchen, die aus einer festen Höhe von  $230 \mu\text{m}$  und mit verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten auf einen Spiegel fallen und reflektiert werden (siehe auch [84]).*

Verschiebung entlang der Zeitachse. Diese Abhängigkeiten sind in der in Abbildung 5.3.7 dargestellten Simulation von Bahnen verschiedener Anfangsgeschwindigkeiten wiedergegeben. In dieser Abbildung ist deutlich die Refokussierung am oberen Umkehrpunkt der Trajektorie mit verschwindender Anfangsgeschwindigkeit zu erkennen. Die Breite zu diesem Zeitpunkt läßt sich durch die Einführung der Näherung

$$\sqrt{v_0^2 + 2gz_0} \approx \sqrt{2gz_0} \left( 1 + \frac{v_0^2}{4gz_0} \right)$$

abschätzen, wobei die Annahme  $\frac{v_0^2}{4gz_0} \ll 1$  gemacht wurde, entsprechend einer kleinen Anfangsgeschwindigkeit im Vergleich zur Auftreffgeschwindigkeit bei  $v_0 = 0$ . Zum Zeitpunkt  $t = 2\sqrt{2z_0/g}$ , an dem die Teilchen mit  $v_0 = 0$  den oberen Umkehrpunkt erreichen, folgt mit dieser Näherung

$$z \left( 2\sqrt{\frac{2z_0}{g}} \right) \approx z_0 \left[ 1 - 4\sqrt{2} \left( \frac{v_0^2}{4gz_0} \right)^{3/2} \right] \approx z_0.$$

Die auf die Refokussierung folgende Trennung der Bahnen, die Teilchen mit positiver und negativer Anfangsgeschwindigkeit entspricht, ist zu späteren Zeiten in Abbildung 5.3.7 wiedergegeben.

Um die Auswirkung der endlichen Ortsbreite des Ensembles in der Magnetfalle abzuschätzen, wurden entsprechend gewichtete Simulationen für endliche Orts- und Geschwindigkeitsbreiten durchgeführt. Die Verteilungsfunktion wurde dabei durch eine

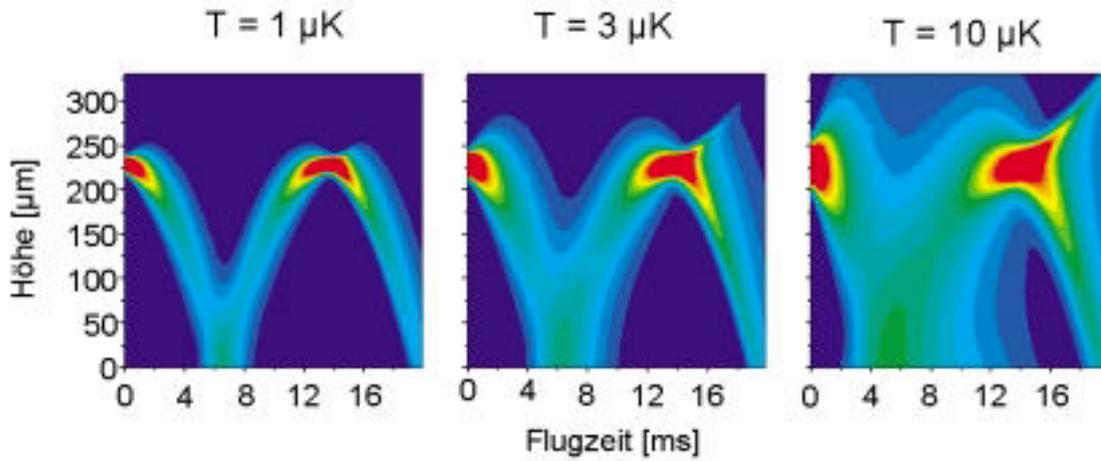


Abbildung 5.3.8: Simulation der Trajektorien von thermischen Ensembles mit verschiedenen Temperaturen. Das Zentrum der Magnetfalle wurde  $230 \mu\text{m}$  über dem Spiegel angenommen.

klassische Boltzmannverteilung für die gegebene Magnetfalle angenähert und hängt nur von der Temperatur des Ensembles ab:

$$f(v_0, z) \propto e^{-\frac{m}{2k_B T} [v_0^2 + \omega_p^2 (z - z_0)^2]} \approx \exp \left\{ \frac{[\mu\text{K}]}{T} \left[ \left( \frac{v_0}{14 [\text{mm}]/[\text{s}]} \right)^2 + \left( \frac{z - z_0}{6,5 [\mu\text{m}]} \right)^2 \right] \right\}. \quad (5.8)$$

Abbildung 5.3.8 zeigt die Simulationen der Ensembletrajektorien für verschiedene Anfangstemperaturen. Dargestellt sind jeweils eindimensionale vertikale Schnitte durch die Dichteverteilung in Abhängigkeit von der Flugzeit nach Abschalten der Magnetfalle. Am oberen Umkehrpunkt tritt für jede betrachtete Anfangstemperatur eine Refokussierung des Ensembles auf. Die spätere Zweiteilung hängt dagegen stark von der Temperatur ab und nimmt mit steigender Temperatur zu. Zur genaueren Analyse der Temperaturabhängigkeit der Zweiteilung wurden die in Abbildung 5.3.9 wiedergegebenen Simulationen der Dichteverteilung des Ensembles zu den festen Zeiten  $t = 16 \text{ ms}$  und  $t = 18 \text{ ms}$ , aber bei variabler Anfangstemperatur durchgeführt. Die simulierten Schnitte zeigen, daß die Zweiteilung nach einer Flugzeit von  $16 \text{ ms}$ , d.h. näher am Refokussierungspunkt, bereits bei niedrigeren Temperaturen auftritt als nach  $18 \text{ ms}$  Flugzeit. Die nach  $16 \text{ ms}$  zu beobachtende Zweiteilung verschwindet allerdings bereits bei Temperaturen oberhalb von ca.  $9 \mu\text{K}$ . In diesem Temperaturbereich tritt nach  $18 \text{ ms}$  Flugzeit eine deutliche Zweiteilung auf. Der Abstand der sich ausbildenden Maxima der Dichteverteilung wächst mit der Flugzeit, wobei das obere Maximum immer oberhalb der Höhe der Magnetfalle liegt. Die deutliche Zweiteilung des im Experiment beobachteten Ensembles nach  $20 \text{ ms}$  (siehe Abbildung 5.3.6) mit einer Temperatur von

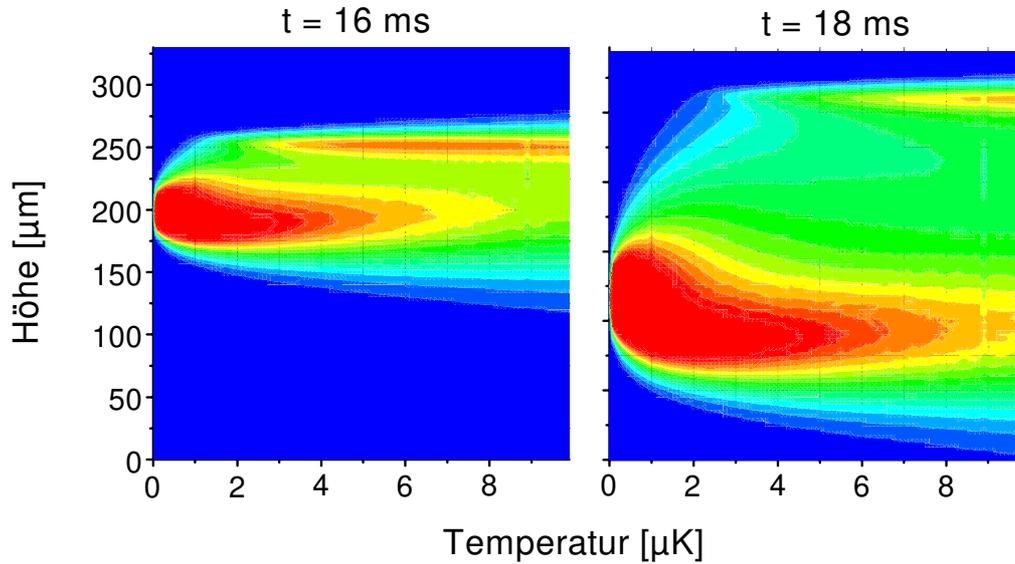


Abbildung 5.3.9: *Simulation der Dichteverteilung von thermischen Ensembles 16 ms und 18 ms nach Abschalten der Magnetfalle in Abhängigkeit von der Ensembletemperatur. Der vertikale Strich bei ca.  $9 \mu\text{K}$  ist ein numerisches Artefakt.*

ca.  $700 \text{ nK}$  kann somit nicht ausschließlich durch die Reflexion am Gravitationspotential erklärt werden. In diesem Fall ist der Einfluß des eingesetzten Dipolpotentialspiegels entscheidend. Für die gewählten experimentellen Parameter ist die Dispersion dieses Spiegels nicht mehr zu vernachlässigen und trägt zur Ausbildung der Zweiteilung bei.

Eine wichtige Erkenntnis war, daß die bei der Reflexion von thermischen Ensembles auftretende Dichteverteilung mit zwei breiten Maxima keine weiteren inneren Strukturen aufweist. Die in Abbildung 5.3.5 gezeigte theoretische Dichteverteilung nach 15 ms Flugzeit besitzt dagegen wesentlich schmalere Maxima mit einem kleinen zentralen Nebenmaximum. Diese zusätzliche innere Struktur bei der dispersiven Reflexion kohärenter Materiewellen am Gravitationspotential läßt sich qualitativ als Interferenzeffekt bei der Überlagerung verschiedener Geschwindigkeitsklassen deuten.

### 5.3.2 Dispersiver Spiegel als Kohärenzdetektor

Die im vorherigen Kapitel entdeckte Ausbildung von Strukturen bei der Reflexion von Materiewellen wurde mit dispersiven Spiegeln näher untersucht. Entsprechend der Analyse der Reflexion von thermischen Ensembles ist dabei eine deutliche Verstärkung der Strukturen zu erwarten. Die durch die Anpassung der Fallhöhe und den Lichtschnittparametern einstellbare Dispersion ermöglichte die gezielte Erzeugung von Materiewelleninterferenzen bei der Reflexion von Bose-Einstein Kondensaten. Die in Abbildung 5.3.10 gezeigte Beobachtung dieser Interferenzen ist ein Nachweis für die lang-

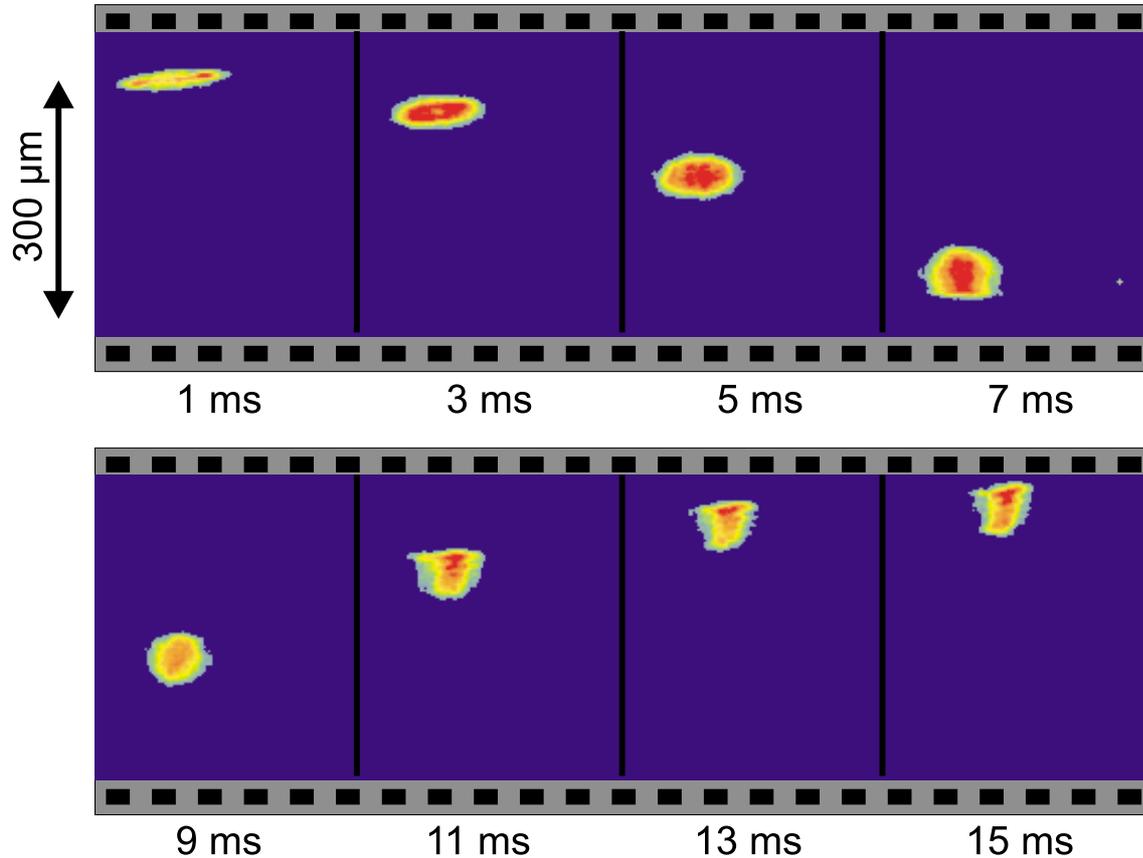


Abbildung 5.3.10: Serie von Dunkelfeldaufnahmen von Bose-Einstein Kondensaten bei der dispersiven Reflexion an einem Lichtschnitt zur Demonstration der Kohärenz des reflektierten Ensembles. Die Fallstrecke vom Zentrum der Magnetfalle bis zum Lichtschnitt beträgt ca.  $270\ \mu\text{m}$ . Die Zeitangaben unter den einzelnen Bildern entsprechen den Flugzeiten nach Abschalten der Magnetfalle. Nach der Reflexion des Ensembles bilden sich bereits vor dem oberen Umkehrpunkt horizontale Interferenzstrukturen aus.

reichweitige Kohärenz der Bose-Einstein Kondensate. Die Dauer des freien Falls beträgt für dieses Experiment nahezu 7 ms. Das Bild nach 7 ms zeigt die ungefähre Position des Lichtschnitts durch die scharfe Kante an der Unterseite der Dichteverteilung. Die Materiewelleninterferenzen bilden sich bereits nach 11 ms aus, deutlich vor dem Erreichen des oberen Umkehrpunktes nach ca. 15 ms. Dies ist ein eindeutiger Hinweis auf den Einfluß der Spiegeldispersion, die in diesem Fall für die Ausbildung der Strukturen verantwortlich ist. Die Entwicklung der Interferenzstruktur ist in den in Abbildung 5.3.11 gezeigten senkrechten Schnitten durch die Dunkelfeldaufnahmen in Abbildung 5.3.10 deutlich zu erkennen. Das Auftreten der Interferenzstrukturen nach der Wechselwirkung mit dem Lichtschnitt beweist den Kohärenzerhalt der verwendeten Dipolpotentiale.

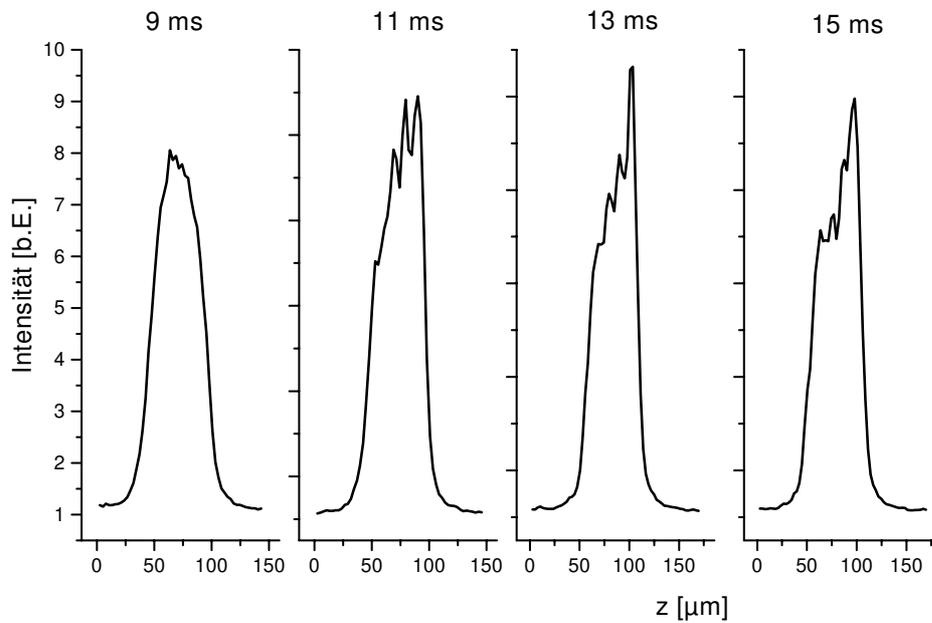


Abbildung 5.3.11: *Senkrechte Schnitte durch die in Abbildung 5.3.10 unten gezeigten Dunkelfeldaufnahmen der Dichteverteilungen der Wellenfunktionen nach der Reflexion am Lichtschnitt. Der Abstand der sich ausbildenden Interferenzmaxima beträgt ca.  $10\ \mu\text{m}$ . Der Interferenzkontrast wird durch das Auflösungsvermögen der zur Zeit dieser Aufnahmen eingesetzten Optik von ca.  $8\ \mu\text{m}$  reduziert.*

Eine wichtige Anwendung des in dieser Arbeit entwickelten dispersiven Spiegels ist die Nutzung als 'Kohärenzdetektor'. Damit wird eine einfache Möglichkeit zur Beurteilung des Kohärenzerhalts neuartiger atomoptischer Elemente eröffnet. Eine Erweiterung des obigen Kohärenzdetektors gelang unter Ausnutzung einer leichten Neigung des dispersiven Spiegels. Damit lassen sich im Gegensatz zu den in Abbildung 5.3.10 gezeigten horizontalen Interferenzstreifen auch schräge Strukturen beobachten. Diese sind der in Abbildung 5.3.12 dargestellten Serie von Phasenkontrastaufnahmen von reflektierten Bose-Einstein Kondensaten zu erkennen. In dieser Serie wird der Lichtschnitt nach ca. 6 ms erreicht und das Ensemble zeigt nach der Reflexion zunächst keine Strukturen. Erst nach einer langen Entwicklungszeit nach insgesamt 18 ms Flugzeit tritt eine schräge Zweiteilung des Ensembles auf. Im Fall des hier vorgestellten schrägen dispersiven Spiegels ist im Gegensatz zum horizontalen Spiegel auch ein Kohärenznachweis eines Ensembles mit verschwindender Geschwindigkeitsbreite vorstellbar. Durch die Schrägstellung des Spiegels erreichen die unterschiedlichen Bereiche der Materiewellenfunktion das Dipolpotential in verschiedenen Höhen. Durch die Gravitation haben sie bei der Reflexion unterschiedliche Geschwindigkeiten, die zu

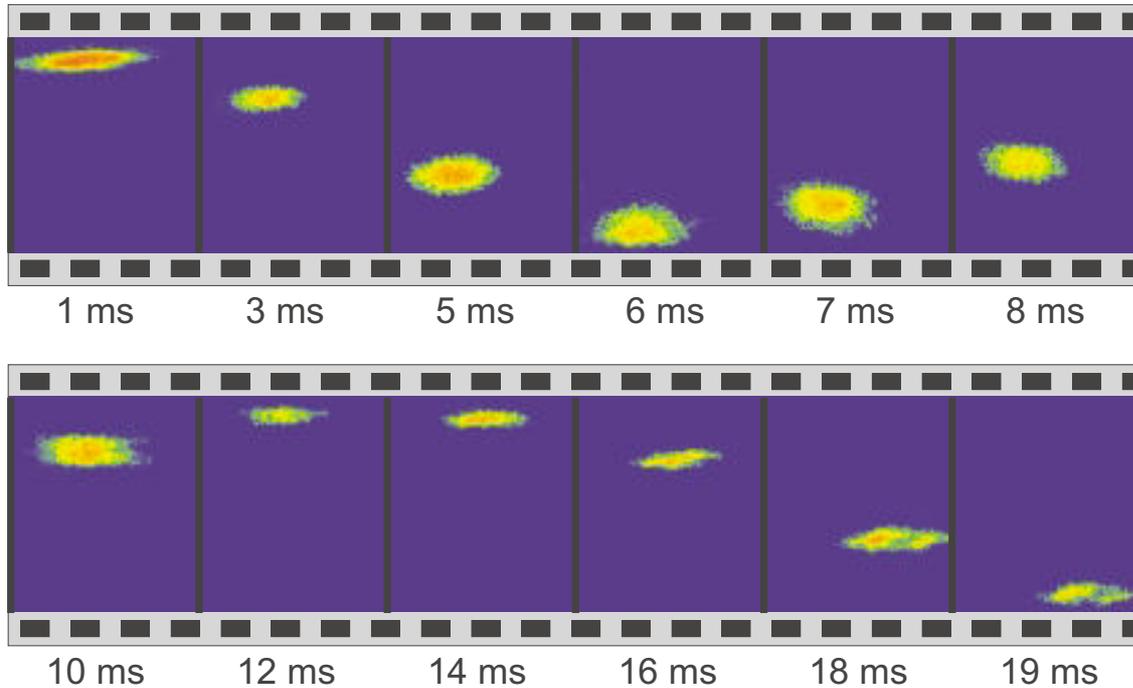


Abbildung 5.3.12: Serie von Phasenkontrastaufnahmen von Bose-Einstein Kondensaten bei der dispersiven Reflexion an einem leicht geneigten Lichtschnitt. Die Fallstrecke vom Zentrum der Magnetfalle bis zum Lichtschnitt beträgt ca.  $200\ \mu\text{m}$ . Die Aufnahmen wurden mit einer Verstimmung des Detektionslasers von ca. 6 Linienbreiten gegenüber der atomaren Resonanz durchgeführt. Die Zeitangaben unter den einzelnen Bildern entsprechen den Flugzeiten nach Abschalten der Magnetfalle. In den Bildern nach 18 und 19 ms tritt eine schräge Teilung des Ensembles auf.

verschiedenen Phasenverschiebungen während der dispersiven Reflexion führen. Bei der weiteren Entwicklung der Wellenfunktion bewirken diese Phasenverschiebungen die Ausbildung von Interferenzstrukturen.

Die verschiedenen Regimes des vorgestellten Kohärenzdetektors erlauben eine weitgehende Anpassung an die jeweilige experimentelle Situation durch eine entsprechende Ausrichtung des Lichtschnitts. Dadurch ist eine flexible Einsetzbarkeit in zukünftigen Experimenten gewährleistet.

## 5.4 Wellenleiter und zweidimensionale Falle

Röhrenförmige Dipolpotentiale ermöglichen im Gegensatz zu den bereits vorgestellten Lichtschnittgeometrien einen zweidimensionalen Ensembleeinschluß und damit den Aufbau dreidimensionaler Leiterstrukturen für kohärente Materiewellen. Ihre Anwendung besteht weniger in der direkten Manipulation der Bewegung der Ensembles, als

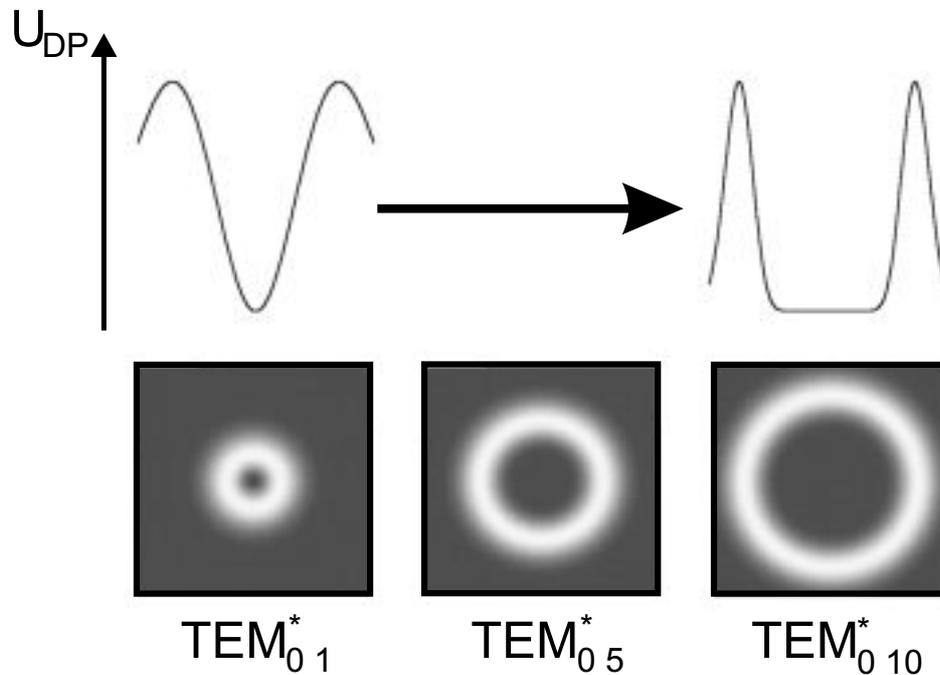


Abbildung 5.4.1: Schematische Darstellung des Übergangs vom harmonischen Potential bis zum Kastenpotential bei Variation der Ordnung der eingesetzten  $TEM_{0x}^*$ -Moden.

vielmehr in der Beschränkung der möglichen Bewegungsrichtungen. Der zweidimensionale Einschluß der Materiewellen verhindert bei horizontaler Lage der Leiterstrukturen eine Beschleunigung des Ensembles durch die Gravitation. Die dadurch realisierbaren langen Beobachtungszeiten beseitigen eine wesentliche Einschränkung bei der Nutzung von Materiewellen in interferometrischen Anwendungen. Zusätzlich ermöglichen diese Dipolpotentiale den gezielten Transport von in Magnetfallen erzeugten Bose-Einstein Kondensaten. Im Rahmen dieser Arbeit gelang die erstmalige Demonstration dieses Transports in einer leicht geneigten  $TEM_{05}^*$  Laguerre-Gauß Mode.

Die verwandten Laguerre-Gauß Moden werden holographisch erzeugt, was den Einsatz unterschiedlicher Potentialformen durch den Wechsel des computergenerierten Hologramms ermöglicht. Abbildung 5.4.1 zeigt beispielhaft den Übergang vom harmonischen Potential im  $TEM_{01}^*$ -Mode zum nahezu kastenförmigen Potential im  $TEM_{010}^*$ -Mode. Für die vorgestellten Experimente wurden Laserlichtfelder im  $TEM_{05}^*$ -Mode eingesetzt. Durch Veränderung der Fokussierung wurde dabei der maximale Abstand der Intensitätsmaxima zwischen ca. 20 und 80  $\mu\text{m}$  gewählt.

Abbildung 5.4.2 zeigt beispielhaft die Entwicklung des atomaren Ensembles bis zu 50 ms nach Abschalten der Magnetfalle. Das in diesen Experimenten verwendete röhrenförmige Lichtfeld hatte eine Innendurchmesser von ca. 20  $\mu\text{m}$  und war um ca.  $2^\circ$ - $3^\circ$  gegenüber der horizontalen Ebene geneigt. Die Umladung erfolgte in diesem Fall

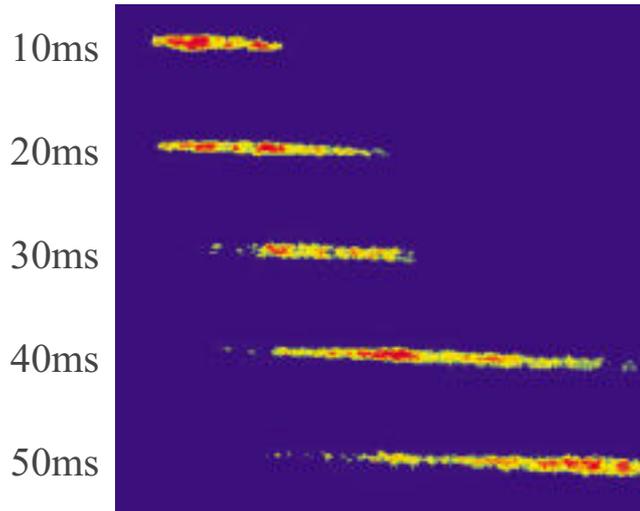


Abbildung 5.4.2: Serie von Absorptionsbildern von Bose-Einstein Kondensaten nach der Umladung in ein mit einer  $TEM_{05}^*$ -Lichtmode generiertes Dipolpotential. Die angegebenen Zeiten entsprechen der Entwicklungszeit im Dipolpotential nach Abschalten der Magnetfalle.

nichtadiabatisch, so daß viele Wellenleitermoden besetzt wurden. Weitere Experimente verfolgen die adiabatische Umladung und Nutzung anderer Ordnungen von Laguerre-Gauß Moden zur Realisierung von Ein-Moden Wellenleitern für Materiewellen [53]. Die hier vorgestellten Materiewellenleiter eignen sich durch ihre geringen transversalen Ausdehnungen im Bereich einiger  $\mu\text{m}$  zur Nutzung in integrierten Bauelementen. Die realisierten Experimente stehen somit an der Schnittstelle zwischen der herkömmlichen und der integrierten Atomoptik.

Die Kombination eines Donut-Lichtfeldes mit zwei dazu senkrechten Lichtschnitten entspricht einer dreidimensionalen Dipolfalle. Die radiale Abhängigkeit des Potentials ist dabei entsprechend Abbildung 5.4.1 von harmonisch bis kastenförmig variierbar. Von fundamentalem Interesse ist in dieser Hinsicht die zeitliche Evolution eines nichtadiabatisch in ein Kastenpotential umgeladenen Bose-Einstein Kondensats. Bei einer kohärenten Entwicklung wird nach einer bestimmten Zeit eine angenäherte Wiederherstellung der ursprünglichen Wellenfunktion erwartet ('Revival') [142]. Die Güte dieser Wiederherstellung ist abhängig von den Parametern der Falle und des Bose-Einstein Kondensats und ein Maß für das Auftreten von 'Quasi-irreversiblen' Effekten in der Quantenmechanik [142].

Im Rahmen dieser Arbeit wurden diesbezüglich erste Untersuchungen der Dynamik der Kondensatwellenfunktion nach dem nichtadiabatischen Transfer in eine  $TEM_{05}^*$  Laguerre-Gauß Mode durchgeführt. Eine Flugzeitserie für die ersten ms der Entwicklung nach Abschalten der Magnetfalle ist in Abbildung 5.4.3 wiedergegeben. Die ersten

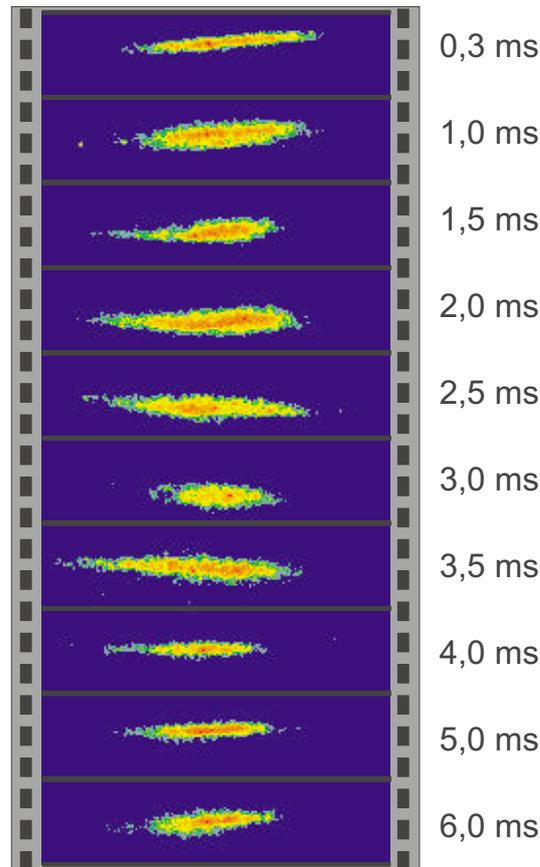


Abbildung 5.4.3: Serie von Absorptionsbildern von Bose-Einstein Kondensaten nach der nicht-adiabatischen Umladung in ein mit einer  $TEM_{05}^*$  Laguerre-Gauß Mode generiertes Dipolpotential. Die angegebenen Zeiten entsprechen der Entwicklungszeit im Dipolpotential nach Abschalten der Magnetfalle.

Bilder zeigen den nahezu freien Fall im dunklen Bereich des Lichtfeldes, bis nach 1,5 ms die erste Reflexion am Dipolpotential stattfindet. Die weitere Evolution zeigt eine komplexe Dynamik, wobei die Beobachtungszeiten durch die Bewegung der Wellenfunktion entlang der Achse der Laguerre-Gauß Mode begrenzt waren. Aktuelle Arbeiten ermöglichen durch den zusätzlichen Einsatz von Lichtschnitten einen dreidimensionalen Einschluß in der Dipolfalle. Dieser schafft die Voraussetzung zur Beobachtung von Revivals in zukünftigen Experimenten [53]. Für realistische experimentelle Parameter (Fallendimensionen der Dipolfalle ca.  $40 \times 100 \mu\text{m}$ ) ist dafür eine Beobachtungszeit im Bereich von einer Sekunde notwendig [142], die nur in einer dreidimensionalen Falle erreicht werden kann. Eine Diskussion weiterer Experimente zur Entwicklung der Kondensatwellenfunktion in Dipolpotentialen findet sich in [53].

## 5.5 Holographische Atomoptik

Die Ausdehnung von Bose-Einstein Kondensaten in der Magnetfalle im Bereich von einigen bis zu einigen hundert  $\mu\text{m}$  eröffnet die Möglichkeit der lokalen Manipulation der Kondensatwellenfunktion. Lokale Amplitudenänderungen bewirken eine Dichteänderung der atomaren Verteilung und wurden beispielsweise zur Messung der Schallgeschwindigkeit eingesetzt [143]. Eine lokale Phasenbeeinflussung der Kondensatwellenfunktion bewirkt hingegen nach Gleichung 2.57 die Änderung des lokalen Geschwindigkeitsfeldes der Wellenfunktion. Die wohl faszinierendste Anwendung dieser lokalen Beeinflussungsmöglichkeiten ist die holographische Erzeugung nahezu beliebiger Materiewellenfunktionen. In diesem Kapitel wird als Ausblick ein Konzept zur holographischen Erzeugung von Vortezuständen (Kapitel 2.2.2) vorgestellt.

Die zeitliche Entwicklung einer Wellenfunktion wird durch die folgende Gleichung bestimmt [144]:

$$\Phi(\vec{r}, t) = e^{-iHt/\hbar} \Phi(\vec{r}, 0), \quad (5.9)$$

mit dem Hamiltonoperator

$$H = H_0(\vec{r}) + U_{\text{DP}}(\vec{r}). \quad (5.10)$$

Hier ist  $U_{\text{DP}}$  der Anteil des Hamiltonoperators, der durch ein extern aufgeprägtes Dipolpotential erzeugt wird. Mit der Definition  $\Phi_0(\vec{r}, t) = e^{-iH_0 t/\hbar} \Phi(\vec{r}, 0)$  läßt sich die Phasenbeeinflussung der Wellenfunktion durch das Dipolpotential veranschaulichen. Wirkt das Dipolpotential für eine kurze Zeitspanne  $\Delta t$ , so folgt für die Zeitentwicklung der Wellenfunktion

$$\Phi(\vec{r}, \Delta t) = \Phi_0(\vec{r}, \Delta t) e^{-iU_{\text{DP}}(\vec{r})\Delta t/\hbar}. \quad (5.11)$$

Durch ein kurzzeitig eingestrahktes Lichtfeld wird demnach nur die Phase der Wellenfunktion geändert. Eine 'kurze' Zeitspanne bedeutet in diesem Fall, daß die Einstrahldauer des Lichtfeldes wesentlich kürzer sein muß als die charakteristische Zeit der Entwicklung der Wellenfunktion, d.h.  $\Delta t \ll \tau_{\text{char}}$ . Diese ist im Fall der Kondensatwellenfunktion gegeben durch das Verhältnis von Ausheillänge (2.47) und Schallgeschwindigkeit (2.61)

$$\tau_{\text{char}} = \frac{\xi}{c}. \quad (5.12)$$

Für  $^{87}\text{Rb}$  und eine Dichte von  $n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  folgt  $\tau_{\text{char}} \approx 170 \mu\text{s}$ .

Nach Gleichung 2.62 zeichnet sich ein Vortezustand durch eine Phase  $\kappa\phi$  aus, wobei  $\phi$  in Zylinderkoordinaten der Winkel um die Rotationsachse und  $\kappa$  eine ganze Zahl ist. Durch Einstrahlung eines Lichtfeldes mit

$$I(\phi) = I_0 \frac{\phi}{\pi} \quad (5.13)$$

und  $U_{\text{DP}}(I_0)\Delta t/\hbar = \kappa\pi$  wird der Kondensatwellenfunktion die Phase eines Vortezustandes aufgeprägt.

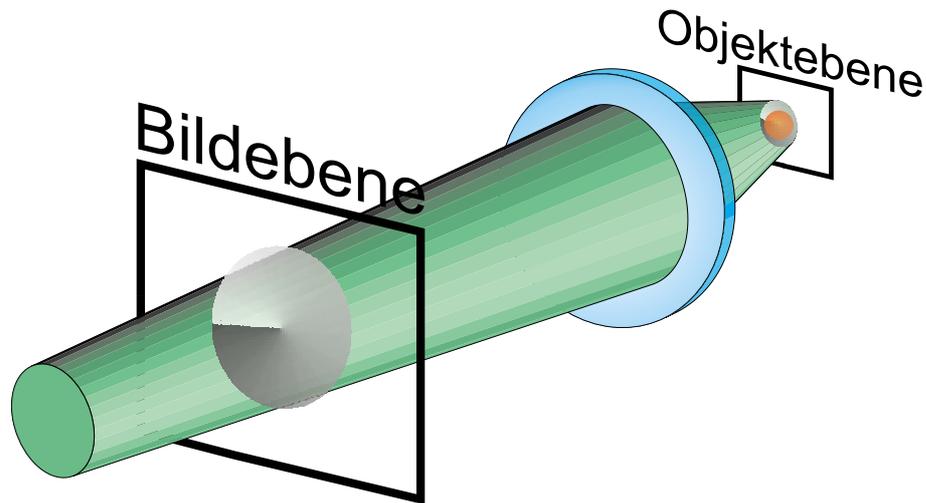


Abbildung 5.5.1: Schematische Darstellung der Erzeugung von Vortezuständen in Bose-Einstein Kondensaten. Das durch adiabatische Verformung der Magnetfalle radialsymmetrische Bose-Einstein Kondensat befindet sich in der Objektebene eines abbildenden Linsensystems. Durch dieses Linsensystem wird ein Laserstrahl auf die Materiewellenfunktion eingestrahlt, nachdem er in der Bildebene ein Absorptionsdia passiert hat. Das von diesem Dia transmittierte Intensitätsprofil wird in die Objektebene abgebildet.

Numerische Untersuchungen in Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe von Prof. Lewenstein zeigen, daß diese Phase nach einer Entwicklungszeit im Bereich von  $\tau_{\text{char}}$  zur Ausbildung des entsprechenden Vortezustandes führt. Für  $I_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2$  entsprechend einer auf  $0,01 \text{ mm}^2$  fokussierten Laserleistung von  $3 \text{ W}$ , erhält man mit der Abschätzung 5.3 ein maximales Dipolpotential von  $U_{\text{DP}}(I_0) \approx 3 \hbar / [\mu\text{s}]$  (für eine Laserwellenlänge von  $532 \text{ nm}$  und Rb als Element). Mit einer Einstrahldauer von  $\approx 1 \mu\text{s}$  kann der Wellenfunktion somit die Phase eines Vortezustandes 1. Ordnung aufgeprägt werden. Das experimentelle Schema zur Erzeugung des notwendigen Intensitätsprofils ist in Abbildung 5.5.1 dargestellt. Das Intensitätsprofil wird durch die Abbildung eines mit einem Laserstrahl beleuchteten Absorptionsdias an den Ort der Kondensatwellenfunktion übertragen. Die verwendeten Absorptionsdias wurden mit computergenerierten Intensitätsprofilen mit einer Auflösung von ca.  $10 \mu\text{m}$  belichtet. Durch eine verkleinernde Abbildung kann der kritische Hell-Dunkel Übergang bei  $\phi = 0$  am Ort des Kondensats auf ca.  $1\text{-}2 \mu\text{m}$  genau definiert werden. Die entsprechenden Simulationen zeigen für diesen Wert noch eine Besetzung des Vortezustandes mit über  $50 \%$  der Atome, so daß eine Beobachtung realistisch erscheint. Die Simulationen sagen für entsprechend längere Belichtungszeiten zudem die Ausbildung von Vortezuständen höherer Ordnung voraus. Experimente zur Erzeugung und Charakterisierung der verschiedenen Vortezustände sind derzeit in Arbeit.

# Kapitel 6

## Ausblick

Mit der Konzeption und dem Aufbau einer zuverlässigen Apparatur zur Erzeugung kohärenter Materiewellen in Form von Bose-Einstein Kondensaten wurde in dieser Arbeit die Voraussetzung für umfangreiche weitere Untersuchungen zur kohärenten und nichtlinearen Atomoptik geschaffen. Sowohl die realisierten atomoptischen Elemente als auch die vorgestellten Konzepte weisen den Weg zu neuartigen Bausteinen der Atomoptik und komplexen interferometrischen Systemen.

Mit einem im Aufbau befindlichen Modulationsystem für die verwandten Dipolpotentiale [130] stehen nahezu alle aus der Lichtoptik bekannten Elemente zur kohärenten Manipulation von Materiewellen zur Verfügung. Die in dieser Arbeit demonstrierten Materiewellenspiegel können durch zweidimensionale Modulation der Lichtfelder in beliebigen Winkeln geneigt und gekrümmt werden. Die zusätzlich mögliche Erzeugung von Dipolpotentialgeometrien niedriger Potentialhöhe und wählbarer Form eröffnet einen Weg zur Erzeugung von dispersiven und refraktiven atomoptischen Elementen wie Prismen und Linsen. Die fokussierten Laserstrahlen, aus denen diese Elemente durch zeitliche Mittelung des mit ihnen verbundenen Dipolpotentials erzeugt werden, ermöglichen eine Vielzahl klassischer Interferenzexperimente: Die Beobachtung der Beugung von Bose-Einstein Kondensaten an einem entsprechend erzeugten 'Draht', Spalt, Doppelspalt und Gitter ergänzt die bisherigen atomoptischen Manipulationsmöglichkeiten. In dieser Hinsicht gelangen in unserer Arbeitsgruppe bereits erste Experimente zur Wechselwirkung von Bose-Einstein Kondensaten mit einem einzelnen 'Lichtdraht' [53]. Die einzelnen atomoptischen Elemente können durch gleichzeitige oder zeitlich getaktete Einstrahlung der sie generierenden Lichtfelder zu umfangreichen Systemen kombiniert werden. Eine wesentliche Erweiterung der so geschaffenen Atomoptik mit kohärenten Materiewellen wird durch die Entwicklung kontinuierlicher Atomlaser möglich. Einen ersten Schritt stellt die kontinuierliche Auskopplung von Materiewellen mit niedriger Geschwindigkeitsbreite aus gefangenen Bose-Einstein Kondensaten dar. In dieser Hinsicht ist sowohl das in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Konzept zur breitbandigen RF-Auskopplung, als auch die bereits exemplarisch demonstrierte Auskopplung aus Dipolfallen [53] wegweisend.

Die in dieser Arbeit exemplarisch vorgestellten Materiewellenleiter lassen sich sowohl zu dreidimensionalen Leiterstrukturen als auch zu Dipolfallen erweitern. Aktuelle Untersuchungen in unserer Arbeitsgruppe befassen sich mit der adiabatischen Expansion der Magnetfalle. Mit dieser Technik wird ein adiabatischer Transfer in verschiedenste Materiewellenleiter ermöglicht. Die adiabatische Besetzung nur einer transversalen Mode des Dipolpotentials gewährleistet einen wohldefinierten Transport der Materiewellen. Gleichzeitig verspricht der Einsatz röhrenförmiger Laguerre-Gauß Moden mit steilem Potentialanstieg in diesen Experimenten die Realisierung eindimensionaler, entarteter Quantensysteme. Senkrecht eingestrahlte Lichtschnitte ermöglichen den Abschluß der zweidimensionalen Röhrenpotentiale zu einer dreidimensionalen Falle. Der Einsatz von Laguerre-Gauß Moden unterschiedlicher Ordnung erlaubt nach einem nichtadiabatischen Transfer Vergleiche der Evolution der Kondensatwellenfunktion in verschiedenen Fallenpotentialen. Abhängig von der interatomaren Wechselwirkungsenergie der Bose-Einstein Kondensate vor dem Transfer stellt sich im Dipolpotential eine neue Temperatur ein. Die Variation dieser Temperatur ermöglicht Untersuchungen über das 'Schmelzen' von Bose-Einstein Kondensaten [145].

Eine wesentliche Erweiterung der bisherigen atomoptischen Elemente ist durch die lokale Beeinflussung von Phase und Amplitude von Materiewellenfunktionen mit Dipolpotentialen erzielbar. Damit werden holographische Elemente zur Präparation von Materiewellen realisierbar. Das in Kapitel 5.5 vorgestellte Konzept zur Erzeugung von Vortextzuständen durch Phasenbeeinflussung der Kondensatwellenfunktion wird in unserer Arbeitsgruppe als ein erster Schritt zu einer holographischen Atomoptik verfolgt.

Aufbauend auf den hier vorgestellten Arbeiten wird in naher Zukunft die 'Quantenkontrolle' und umfassende Manipulation von langreichweitig kohärenten Materiewellenfunktionen durch Dipolpotentiale erreichbar. Die in dieser Arbeit begonnene Entwicklung entsprechender atomoptischer Elemente ist ein entscheidender Schritt zu neuartigen Atominterferometern für Messungen am 'Quantenlimit' und zur Integration der Atomoptik in Mikrosystemen.

# Literaturverzeichnis

- [1] K. Huang, *Statistical Mechanics* (John Wiley and Sons, New York), 1987
- [2] A. Griffin, D.W. Snoke und S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*, Cambridge University Press, Cambridge (1995)
- [3] A. Griffin in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" on "Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases"*, Varenna 7-17 July 1998, ed. von M. Inguscio, S. Stringari und C. Wieman
- [4] S.N. Bose, *Z. Phys.* **26**, 178 (1924)
- [5] A. Einstein, *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.* p. 261 (1924) und p. 3 (1925)
- [6] L. de Broglie, *Nature* **112**, 540 (1923)  
L. de Broglie, *Dissertation* 1924  
L. de Broglie, *Annales de Physique* **10**, 2 (1925)
- [7] F. London, *Nature* **141**, 643 (1938)  
F. London, *Phys. Rev.* **54**, 947 (1938)  
F. London, *J. Phys. Chem.* **43**, 49 (1939)
- [8] C.E. Hecht, *Physica* **25**, 1159 (1959)
- [9] W.C. Stwalley und L.H. Nosanow, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 910 (1976)
- [10] I.F. Silvera und J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 164 (1980)
- [11] R.W. Cline, D.A. Smith, T.J. Greytak und D. Kleppner, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 2117 (1980)
- [12] D.G. Fried, T.C. Kilian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss, D. Kleppner und T.J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998)
- [13] E. Arimondo, W.D. Phillips und F. Strumia, *Laser Manipulation of Atoms and Ions*, North-Holland, Amsterdam (1992)
- [14] H. Metcalf und P. van der Straten, *Phys. Rep.* **244**, 203 (1994)

- [15] C.S. Adams und E. Riis, Progress in Quantum Electronics **21**, 1 (1997)
- [16] S. Chu, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998)
- [17] C.N. Cohen-Tannoudji, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998)
- [18] W.D. Phillips, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998)
- [19] T. Bergemann, G. Erez und H.J. Metcalf, Phys. Rev. A **35**, 1535 (1987)
- [20] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman und E.A. Cornell, Science **269**, 198 (1995)
- [21] K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.A. Joffe, M.R. Andrews und W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995)
- [22] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett und R.G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995)  
C.C. Bradley, C.A. Sackett und R.G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **78**, 985 (1997)
- [23] E.A. Burt, R.W. Ghrist, C.J. Myatt, M.J. Holland, E.A. Cornell und C.E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **79**, 337 (1997)
- [24] D.M. Stamper-Kurn, M.R. Andrews, A.P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger und W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **80**, 2027 (1998)
- [25] M.-O. Mewes *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997)
- [26] E.W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S.L. Rolston und W.D. Phillips, Science **283**, 1706 (1999)
- [27] I. Bloch, T.W. Hänsch und T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999)
- [28] L. Deng, E.W. Hagley, J.W. En, M. Trippenbach, Y. Band, P.S. Julienne, J.E. Simsarian, K. Helmerson, S.L. Rolston und W.D. Phillips, Nature **398**, 218 (1999)
- [29] V.V. Goldman, I.F. Silvera und A.J. Leggett, Phys. Rev. B **24**, 2870 (1981)
- [30] D.A. Huse und E. Siggia, J. Low Temp. Physics **46**, 137 (1982)
- [31] V. Bagnato, D.E. Pritchard und D. Kleppner, Phys. Rev. A **35**, 4354 (1987)
- [32] R.K. Pathria, Phys. Rev. A **58**, 1490 (1998)
- [33] F. Dalfovo, S. Giorgini, L.P. Pitaevskii und S. Stringari, preprint 27.5.1998, Veröffentlichung in Rev. Mod. Physics vorgesehen
- [34] N.L. Balazs und T. Bergemann, Phys. Rev. A **58**, 2359 (1998)

- [35] P. Navez, D. Bitouk, M. Gajda, Z. Idziaszek und K. Rzążewski, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1789 (1997)
- [36] M. Wilkens und C. Weiss, *J. Mod. Opt.* **44**, 1801 (1997)
- [37] M. Holthaus, E. Kalinowski und K. Kirsten (1998) e-print cond-mat/9804171
- [38] S. Giorgini, L. Pitaevskii und S. Stringari, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5040 (1998)
- [39] E.A. Burt, R.W. Christ, C.J. Myatt, M.J. Holland, E.A. Cornell und C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997)
- [40] A. Bulgac, e-print cond-mat/9902131, 10.02.1999
- [41] E.P. Gross, *J. Math. Phys.* **4**, 195 (1963)
- [42] L.P. Pitaevskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **40** 646 (1961) [*Sov. Phys. JETP* **13**,451 (1961)]
- [43] G. Baym und C. Pethick, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 6 (1996)
- [44] D.S. Jin, M.R. Matthews, J.R. Ensher, C.E. Wieman und E.A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 764 (1997)
- [45] D.M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, S. Inouye, M.R. Andrews und W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 500 (1998)
- [46] D.A.W. Hutchinson, E.Zaremba und A. Griffin, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1842 (1997)
- [47] R.J. Dodd, M. Edwards, C.W. Clark und K. Burnett, *Phys. Rev. A* **57**, R32 (1998)
- [48] L.P. Pitaevskii und S. Stringari, *Phys. Lett. A* **235**, 398 (1997)
- [49] W.V. Liu, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4056 (1997)
- [50] P.O. Fedichev, G.V. Shlyapnikov und J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2269 (1998)
- [51] A. Minguzzi und M.P. Tosi, *J. Phys.: Condens. Matter* **9**, 10211 (1997)
- [52] W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall und M. Zhu, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 996 (1985)
- [53] S. Burger, Dissertation, unveröffentlicht
- [54] Sonderheft zur Laserkühlung, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 11 (1989)

- [55] C. Cohen-Tannoudji, "Atomic Motion in Laser Light" in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, eds. J. Dalibard, J.M. Raimond und J. Zinn-Justin, Elsevier Science Publishers B.V. (1992)
- [56] V.S. Letokhov und V.G. Minogin, *Phys. Rep.* **71**, 1 (1981)
- [57] C.J. Myatt, E.A. Burt, R.W. Ghrist, E.A. Cornell und C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997)
- [58] *BEC online bibliography*, <<http://amo.gasou.edu/bec.html/popular.html>> (Version vom 4. Juni 1999)
- [59] J.V. Prodan, W.D. Phillips und H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1149 (1982)
- [60] N.F. Ramsey, "Molecular Beams", Oxford University Press, New York, 1956
- [61] J. Nellesen, Dissertation, Universität Bonn (1990)
- [62] K. Sengstock, Diplomarbeit, Universität Bonn (1989)
- [63] J. Nellesen, J.H. Müller, K. Sengstock und W. Ertmer, *JOSA B* **9**, 2149 (1989)
- [64] W. Ketterle, priv. Mitteilung (1998)
- [65] W. Phillips, priv. Mitteilung (1998)
- [66] D. Pritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman und R. Watts, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 310 (1986)
- [67] E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987)
- [68] C. Townsend, N. Edwards, C. Cooper, K. Zetie, C. Foot, A. Steane, P. Szipfger, H. Perrin und J. Dalibard, *Phys. Rev. A* **52**(2), 1423 (1995)
- [69] W. Ketterle, K. Davis, M. Joffe und D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **70**(15), 2253 (1993)
- [70] S. Burger, Diplomarbeit, Universität Hannover (1996)
- [71] M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee und W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 416 (1996)
- [72] M. Roemer, Diplomarbeit, Universität Hannover (1997)
- [73] T. Südmeyer, Diplomarbeit, Universität Hannover (1998)
- [74] W.H. Wing, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984)

- [75] W. Petrich, M.H. Anderson, J. R. Ensher und E.A. Cornell, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3352 (1995)
- [76] Y. Gott, M.S. Ioffe und V. Tel’Kovskii, *Nucl. Fusion*, 1962 Suppl., Pt. 3, 1045 und 1284 (1962)
- [77] W. Ketterle in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" on "Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases"*, Varenna 7-17 July 1998, ed. von M. Inguscio, S. Stringari und C. Wieman
- [78] T.A. Savard, K.M. O’Hara und J.E. Thomas, *Phys. Rev. A* **56**, R1095 (1997)
- [79] C. Fühner, Diplomarbeit, Universität Hannover (1997)
- [80] W. Brenig, *Statistische Theorie der Wärme*, Springer (1992)
- [81] O.J. Luiten, M.W. Reynolds und J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996)
- [82] P.W.H. Pinsky, A. Mosk, M. Weidemüller, M.W. Reynolds, T.W. Hijmans und J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 990 (1997)
- [83] N. Bantleon, Diplomarbeit, Hannover 1998
- [84] S. Dettmer, Diplomarbeit, Hannover 1999
- [85] M.R. Andrews, C.G. Townsend, H.-J. Miesner, D.S. Durfee, D.M. Kurn und W. Ketterle, *Science* **275**, 637 (1997)
- [86] M.A. Joffe, W. Ketterle, A. Martin und D.E. Pritchard, *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 2257 (1993)
- [87] Y. Castin und R. Dum, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996)
- [88] C. Lovelace, C. Mehanian, T.J. Tommila und D.M. Lee, *Nature* **318**, 30 (1985)
- [89] H.F. Hess, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986)
- [90] T. Tommila, *Europhys. Lett.* **2**, 789 (1986)
- [91] H.F. Hess, G.P. Kochanski, J.M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner und T.J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 672 (1987)
- [92] N. Masuhara, J.M. Doyle, J.C. Sandberg, D. Kleppner, T.J. Greytak, H.F. Hess und G.P. Kochanski, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988)
- [93] J.M. Doyle, J.C. Sandberg, N. Masuhara, I.A. Yu, D. Kleppner und T.J. Greytak, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2244 (1989)

- [94] J.M. Doyle, J.C. Sandberg, I.A. Yu, C.L. Cesar, D. Kleppner und T.J. Greytak, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 603 (1991)
- [95] D.E. Pritchard, K. Helmerson und A.G. Martin in *Atomic Physics 11*, ed. von S. Haroche, J.C. Gay und G. Grynberg, World Scientific, Singapore (1989), S. 179
- [96] T.W. Hijmans, O.J. Luiten, I.D. Setia und J.T.M. Walraven, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2235 (1989)
- [97] K.B. Davis, M.-O. Mewes, M.A. Joffe und W. Ketterle, *Fourteenth International Conference on Atomic Physics, Boulder, Colorado, 1994, Book of Abstracts, 1M-7*, University of Colorado, Boulder, Colorado (1994).
- [98] W. Petrich, M.H. Anderson, J.R. Ensher und E.A. Cornell, *Fourteenth International Conference on Atomic Physics, Boulder, Colorado, 1994, Book of Abstracts, 1M-3*, University of Colorado, Boulder, Colorado (1994).
- [99] W. Ketterle und N.J. van Druten, *Adv. in Atomic, Molecular and Optical Physics*, Vol. 36 (1996), ed. von B. Bederson und H. Walther
- [100] J.T.M. Walraven in *Quantum Dynamics of Simple Systems*, ed. von G.L. Oppo, S.M. Barnett, E. Riis und M. Wilkinson, Inst. of Physics Publ., London (1996), S. 315
- [101] O.J. Luiten, Ph.D. Thesis, Universität Amsterdam (1993)
- [102] C.S. Adams, H.J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich und S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3577 (1995)
- [103] I.D. Setija, H.G.C. Werij, O.J. Luiten, M.W. Reynolds, T.W. Hijmans und J.T.M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2257 (1993)
- [104] K.B. Davis, M.-O. Mewes und W. Ketterle, *Appl. Phys. B* **60**, 155 (1995)
- [105] C.A. Sackett, C.C. Bradley und R.G. Hulet, *Phys. Rev. A* **55**, 3797 (1997)
- [106] H. Wu und C.J. Foot, *J. Phys. B* **29**, L321 (1996)
- [107] M. Holland, J. Williams, K. Coackley und J. Cooper, *Quantum and Semiclassical Optics* **8**, 571 (1996)
- [108] H. Wu, E. Arimondo und C.J. Foot, *Phys. Rev. A* **56**, 560 (1997)
- [109] T. Walker und P. Feng in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, ed. von B. Bederson und H. Walther, Academic Press, San Diego (1994), Vol. 34, S. 125

- [110] J. Weiner in *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, ed. von B. Bederson und H. Walther, Academic Press, San Diego (1995), Vol. 35, S. 45
- [111] B.J. Verhaar in *Atomic Physics*, ed. von D.J. Wineland, C.E. Wieman und S.J. Smith, AIP, New York (1995), Vol. 14, S. 351
- [112] M. Arndt, M.B. Dahan, D. Guery-Odelin, M.W. Reynolds und J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 625 (1997)
- [113] J. Söding, D. Guery-Odelin, P. Desbiolles, G. Ferrari und J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1869 (1998)
- [114] D.W. Snoke und J.P. Wolfe, *Phys. Rev. B* **39**, 4030 (1989)
- [115] D.W. Snoke, W.W. Rühle, Y.-C. Lu und E. Bauser, *Phys. Rev. B* **45**, 10979 (1992-I)
- [116] J.P. Burke Jr., J.L. Bohn, B.D. Esry und C.H. Greene, *Phys. Rev. A* **55**, R2511 (1997)
- [117] P.S. Julienne, F.H. Mies, E. Tiesinga und C.J. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1880 (1997)
- [118] C.J. Myatt, E.A. Burt, R.W. Ghrist, E.A. Cornell und C.E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 586 (1997)
- [119] H.M.J.M. Boesten, C.C. Tsai, J.R. Gardner, D.J. Heinzen und B.J. Verhaar, *Phys. Rev. A* **55**, 636 (1997)
- [120] H.M.J.M. Boesten, A.J. Moerdijk und B.J. Verhaar, *Phys. Rev. A* **54**, R29 (1996)
- [121] J. Fortagh, A. Grossmann, C. Zimmermann und T.W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5310 (1998)
- [122] J.D. Weinstein und K.G. Libbrecht, *Phys. Rev. A* **52**, 4004 (1995)
- [123] J. Denschlag, D. Cassetari und J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2014 (1999)
- [124] D.M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A.P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger und W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998)
- [125] N. Davidson, H.J. Lee, C.S. Adams, M. Kasevich und S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 1311 (1995)
- [126] C.S. Adams, H.J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich und S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 3577 (1995)

- [127] C.J. Myatt, Ph. D. Thesis, University of Colorado (1997)
- [128] E. Cornell, J.R. Ensher und C.E. Wieman in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" on "Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases"*, Varenna 7-17 July 1998, ed. von M. Inguscio, S. Stringari und C. Wieman
- [129] E.L. Surkov, J.T.M. Walraven und G.V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **49**, 4778 (1994)
- [130] Milutin Kovacev, Diplomarbeit, Universität Hannover (1999)
- [131] M.R. Andrews *et al.*, *Science* **275**, 637 (1997)
- [132] S. Chu, J.E. Bjorkholm, A. Ashkin und A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986)
- [133] W.D. Phillips in *Laser Manipulation of Atoms and Ions, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXVIII* ed. von E. Arimondo, W.D. Phillips und F. Strumia, North-Holland, Amsterdam (1992), S. 289
- [134] T. Takekoshi und R.J. Knize, *Optics Lett.* **21**, 77 (1995)
- [135] J.D. Miller, R.A. Cline und D.J. Heinzen, *Phys. Rev. A* **47**, R4567 (1993)
- [136] M.A. Kasevich *et al.*, *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990)
- [137] C.G. Aminoff *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993)
- [138] T.M. Roach *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 629 (1995)
- [139] P. Szriftgiser *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4 (1996)
- [140] A. Landragin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1464 (1996)
- [141] A. Sidorov *et al.*, *Quant. Semiclass. Opt.* **8**, 713 (1996)
- [142] P. Villain, L. Dobrek und M. Lewenstein, Vorabveröffentlichung (1999)
- [143] M.R. Andrews *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 553 (1997)
- [144] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloë, *"Quantum Mechanics"*, Wiley (1977)
- [145] M. Lewenstein, priv. Mitteilung (1999)

# Lebenslauf

23.06.1969 geboren in Lübeck als Sohn von Hanno Bongs und Antje Bongs,  
geb. Heyn

## Schulbildung:

1975-1979 Grundschule in Langenhagen  
1979-1981 Orientierungsstufe der Brinker Schule in Langenhagen  
1982-1988 Gymnasium Langenhagen  
1988 Allgemeine Hochschulreife

1988-1990 Zivildienst  
Sommer 1990 10 wöchiges Praktikum am Laser Zentrum Hannover

## Studium:

Oktober 1990 Aufnahme des Studiums der Physik an der Universität Hannover  
6.10.1992 Vordiplom in Physik  
März 1993 Aufnahme in die Studienstiftung des Deutschen Volkes  
März 1993 Praktikum an der University of Glasgow in der Arbeitsgruppe von  
Prof. J. Hough am Prototypen für einen Gravitationswellendetektor  
1994-1995 Diplomarbeit am Institut für Atom- und Molekülphysik unter  
Prof. K. Danzmann.  
Titel der schriftlichen Arbeit: „Automatische Gain-Kontrolle  
für Fabry-Perot-Resonatoren mit variablen Verlusten“  
18.10.1995 Abschluß des Studiums, Diplom in Physik  
seit 10/95 Doktorarbeit am Institut für Quantenoptik in der Arbeitsgruppe von  
Prof. W. Ertmer; Arbeitsgebiet: „Atomoptische Experimente mit  
Bose-Einstein Kondensaten“.