
**Charakterisierung und Optimierung
von
Halbleiter-Einzelelektronenpumpen**

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der
**Gottfried Wilhelm Leibniz Universität
Hannover**

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Naturwissenschaften

- Dr. rer. nat. -

genehmigte Dissertation

von

MASt Dipl.-Mus. Friederike Stein

geboren am 23.08.1984 in Hameln

2016

Referent: PD Dr. F. Hohls

Korreferent: Prof. Dr. R. Haug

Tag der Promotion: 10.03.2017

Meiner Familie

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	xi
Kurzzusammenfassung	xiii
Abstract	xv
1 Einleitung - Das Ampere	1
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Quantenpunkte	5
2.1.1 Geschlossene und offene Quantenpunkte	5
2.2 Ladungstransport durch geschlossene Quantenpunkte	6
2.2.1 Adiabatische Drehkreuze und Pumpen	10
2.2.2 Nicht-adiabatisches Pumpen im dynamischen Quantenpunkt	12
2.2.3 Abhängigkeit des dynamischen QPs von den DC-Gatespannungen beim Einzel-Gate Betrieb	14
2.3 Ladungstransport in Einzelelektronenpumpen	16
2.3.1 Ladungstransport im Rücktunnelregime	16
2.3.2 Erweitertes Modell zum Ladungstransport	20
2.3.3 Phänomenologischer Ansatz zum Ladungstransport	23
3 Proben und Messtechnik	27
3.1 Probenherstellung	27
3.1.1 Materialsystem	27
3.1.2 Prozessierung und Design	28
3.2 Experimenteller Aufbau	31
3.2.1 Kryosystem	31
3.2.2 Probenaufnahme und Probenträger	34
3.2.3 Allgemeiner Messaufbau	35
3.2.4 Spezielle Messinstrumente	37
ULCA (<i>ultrastable low-noise current amplifier</i>)	37
Josephson-Array	40
4 Optimierung des Pumpbetriebs	45
4.1 Einfluss des Magnetfeldes	45
4.1.1 Auswirkungen auf die Pumpstromcharakteristik	45
4.2 Optimierung der Pulsform	50
4.2.1 Charakteristische Verbesserungen	50
4.2.2 Fazit	52

5	Verifikation der Pumpenquantisierung	53
5.1	Messverfahren	54
5.1.1	Kalibrierungen	54
5.1.2	Fehlerbetrachtung	55
	Die Typ-A Unsicherheit	57
	Die Typ-B Unsicherheit	57
5.2	Erste 545MHz-Präzisionsmessung	57
5.2.1	Die Messung	58
5.2.2	Das Ergebnis: 0.2 ppm	62
5.2.3	Stabilitätsbeurteilung	63
	Allan-Deviation	63
	Rauschbeiträge, Allan-Deviation anhand eines sechs- stündigen Präzisionspunktes	63
5.3	1 GHz-Präzisionsmessung	65
5.3.1	Die Messung	65
	Rauschbeiträge	67
5.3.2	Ergebnis und Fazit	68
5.4	Optimierung des Aufbaus	69
5.4.1	Josephson-Kompensation und Frequenzrückführung . .	69
5.4.2	Stabilitätsbewertung und effektive Messzeitoptimierung	72
5.4.3	Fazit	75
5.5	Neuer Weltrekord	75
5.5.1	Ergebnis: 0.16 ppm	78
5.6	Robustheitstests	78
5.6.1	Variation des linken Gates	78
5.6.2	Verfahren zu Robustheitstest	80
5.6.3	Magnetfeldvariation	81
5.6.4	Bias-Spannungen	81
5.6.5	Frequenzvariation	83
5.6.6	Probenvariation	84
5.6.7	Antriebsvariation	84
5.7	Fazit	84
6	Regimeuntersuchungen	87
6.1	Der Zwei-Gate-Betrieb	87
6.1.1	Die Veränderungen der 2D-Charakteristik	87
6.1.2	Schnitte in der 2D-Charakteristik	91
6.1.3	Fehlerraten	95
6.1.4	Temperaturabhängigkeit	96
6.1.5	Fazit	97
6.2	Einfluss der Entkopplungsgeschwindigkeit	98
6.2.1	Gate-Gate-Pumpstromcharakteristiken mit optimierter Pulsform	99
6.2.2	Schnitte im 2D-Plot	101
6.2.3	Variation der Entkopplungsgeschwindigkeit	104
6.2.4	Diskussion	107
7	Zusammenfassung und Ausblick	109
A	Entkopplungszeitpunkt im Zwei-Gate-Betrieb	111

Danksagung	123
Lebenslauf	125
Liste der Publikationen	127
Abkürzungsverzeichnis	129
Physikalische Konstanten	131
Symbolverzeichnis	133

Abbildungsverzeichnis

2.1	QP-Schema	6
2.2	Ladungstransport durch einen QP	8
2.3	Coulombdiamanten	9
2.4	Ladungstransport von Turnstiles	10
2.5	Adiabatische, metallische Einzelelektronenpumpe	12
2.6	Rasterelektronenbild einer verwendeten halbleiterbasierten Einzelelektronenpumpe	13
2.7	Transportprozess einer nicht-adiabatischen Pumpe bei Modulation eines Gates	14
2.8	Typische Pumpcharakteristik einer Einzelelektronenpumpe	15
2.9	Schema zum Zerfallsratenmodell	17
2.10	Simulation der Präzision im Zerfallsratenmodell	20
2.11	Schema des erweiterten Modells zum Ladungstransport	21
2.12	Kurvenverläufe im Sinne des erweiterten Modells zum Ladungstransport	23
2.13	Kurvenverläufe unterschiedlicher Verhältnisse von kT/Δ_{ptb}	24
3.1	Materialsystem	28
3.2	Bilder verwendeter Probenstrukturen	29
3.3	Prozesse zur MESAstrukturierung	29
3.4	Prozesse zu Ohmschen Kontakten und Topgates	30
3.5	Kryosystem	33
3.6	Probenträger	33
3.7	Schematischer Aufbau der regulären Messapparatur	34
3.8	Aufbau des Messracks	36
3.9	Arbiträrwellengenerator	37
3.10	Ultrastable low-noise current amplifier (ULCA)	38
3.11	Schematisches Schaltbild des ULCA's	39
3.12	Schematische Strom-Spannungs-Kennlinien für schwach und stark gedämpfte Josephsonkontaktstellen	41
3.13	Schematische Darstellung eines programmierbaren Josephson-Spannungsnormals	42
3.14	Programmierbares Josephson-Spannungsnormal	43
4.1	Magnetfeldvariation $B > 0$	46
4.2	Magnetfeldvariation $B < 0$	47
4.3	Randkanäle	48
4.4	Schnitte innerhalb der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Strom-Spannungscharakteristik bei $U_1^{dc} = -212$ mV für Magnetfelder (a) $B > 0$ T und (b) $B < 0$ T.	49
4.5	Optimierung der Pulsform	51

4.6	Stromspannungscharakteristik für unterschiedliche Antriebspulse	52
5.1	Aufbau für Präzisionsmessungen	58
5.2	Übersichtssweep und Modulationspuls bei 545 MHz	59
5.3	Ein- und Ausphasen der Strommessung bei 545 MHz	60
5.4	Präzisionspunkte in Abhängigkeit des rechten Gates U_2^{dc} bei 545 MHz	61
5.5	Schematische Darstellung einer Allan-Deviation	64
5.6	Allan-Deviation eines Präzisionspunktes bei 545 MHz	64
5.7	Allgemeiner Aufbau für eine zweikanalige Präzisionsmessung	65
5.8	Übersichtsmessung der Strom-Spannungscharakteristik entlang U_2^{dc} bei 1 GHz	66
5.9	Präzisionsmessung bei 1 GHz	67
5.10	Allan-Deviation eines Präzisionspunktes bei 1 GHz	68
5.11	Allgemeiner Aufbau für zweikanalige Präzisionsmessung und Josephsonkompensation	70
5.12	Schematische zeitliche Darstellung der Datengewinnung und -verarbeitung	73
5.13	Allan-Deviation zur Voltmeterstabilität	73
5.14	Übersichtskurve bei 600 MHz und zugehörige Präzisionsmessung	76
5.15	Allan-Deviation einer 20 h Langzeitmessung bei 600 MHz	77
5.16	Abhängigkeit der Präzision vom linken Gate U_1^{dc}	79
5.17	Abhängigkeit der Präzision vom Magnetfeld	81
5.18	Abhängigkeit der Präzision von Biasspannungen	82
5.19	Abhängigkeit der Präzision von der Betriebsfrequenz	83
6.1	Schema zur Zwei-Gate-Modulation	88
6.2	$U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristiken bei Ein- und Zwei-Gate-Modulation	89
6.3	Schnitte innerhalb der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristiken bei Variation des Amplitudenverhältnisses r	92
6.4	Fits zu Schnitten in den $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristiken bei Ein- und Zwei-Gate-Modulation	93
6.5	Fitparameter in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r	93
6.6	Entwicklung der Abschätzung der minimalen Fehlerrate P_{err} bei Variation des Amplitudenverhältnisses r	95
6.7	Temperaturabhängigkeiten bei Ein- und Zwei-Gate-Modulation	96
6.8	$U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Pumpstromcharakteristik bei optimierter Pulsform	100
6.9	Schnitte innerhalb der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristik bei optimierter Pulsform	102
6.10	Fitergebnisse der Schnitte innerhalb der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristik bei optimierter Pulsform	102
6.11	Schema der Entkopplung für unterschiedliche Entkopplungsgeschwindigkeiten	103
6.12	Variation des Modulationpulses für unterschiedliche Entkopplungsgeschwindigkeiten	104
6.13	Schnitte innerhalb der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristiken unter Variation der Entkopplungsgeschwindigkeit	105
6.14	Fits an die Schnitte innerhalb der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristiken unter Variation der Entkopplungsgeschwindigkeit	105

6.15	Fitergebnisse innerhalb der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken unter Variation der Entkopplungsgeschwindigkeit	106
------	---	-----

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER

Kurzzusammenfassung

Institut für Festkörperphysik
Fakultät für Mathematik und Physik

Doktor der Naturwissenschaften

Charakterisierung und Optimierung von Halbleiter-Einzelektronenpumpen

von Friederike STEIN (geb. Matthaei)

Diese Arbeit demonstriert die Einzelektronenpumpen auf Basis einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur als vielversprechenden Kandidaten zur Realisierung des Ampere nach einer Neudefinition des internationalen Einheitensystems im Jahr 2018. Mit Hilfe eines neuartigen Verstärkers und eines optimierten Messverfahrens konnte der Strom einer Einzelektronenpumpe auf 0,16 ppm validiert werden. Damit erreicht dieser Ansatz eine höhere Genauigkeit als die beste mögliche Realisierung des Ampere im aktuellen SI und rechtfertigt somit die geplante Revision des Systems.

Die vorliegende Arbeit beschreibt zudem ein Verfahren zur Optimierung der Messroutinen zur Bestimmung kleiner Ströme im Bereich von ca. 100 pA. Es konnten sowohl Beiträge des statistischen als auch des systematischen Fehlers gesenkt werden. Das optimierte Messverfahren ermöglichte weiterhin eine Bestätigung der Unabhängigkeit der Präzision von den wichtigsten Betriebsparametern der Einzelektronenpumpe. Diese Eigenschaft gilt neben der Präzision als Grundvoraussetzung für den neuen Quantenstromstandard.

Weitere Messungen analysierten die vorherrschenden Fehlermechanismen während des Transportzyklus. Es konnte gezeigt werden, dass durch den Betriebsmodus theoretisch vorhergesagte Fehlermechanismen kontrolliert werden können. Dies erlaubt einen Betrieb der Einzelektronenpumpen mit niedrigen Fehlerraten ohne die sonst übliche Verwendung eines Magnetfeldes. Theoretisch abgeleitete Fehlerbeiträge konnten um mehr als sechs Größenordnungen gesenkt werden.

Stichworte: Einzelektronenpumpe, internationales Einheitensystem (SI), dynamischer Quantenpunkt

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ UNIVERSITÄT HANNOVER

Abstract

Institut für Festkörperphysik
Fakultät für Mathematik und Physik

Doktor der Naturwissenschaften

Charakterisierung und Optimierung von Halbleiter-Einzelelektronenpumpen

von Friederike STEIN (geb. Matthaei)

This thesis demonstrates the single-electron pump based on a heterostructure of GaAs/AlGaAs as a promising candidate for the realization of the ampere after a revision of the international system of units in 2018. By means of a novel ultrastable low-noise current amplifier and an optimized measurement procedure the accuracy of a single-electron pump could be confirmed on 0,16 ppm. In this way the ansatz reaches a better accuracy than the best possible realization of the ampere of the current SI and therefore underpins the planned revision of the system.

Moreover, this thesis describes a method to optimize the measurement routines for the determination of currents in the range of about 100 pA. Contributions of statistical and systematic errors could be reduced. The improved measurement procedure offered the possibility to confirm the independence of precision against the variation of the main driving parameters. This property accounts besides the precision for a basic prerequisite of the novel quantum current standard.

Further measurements analyze the predominant error mechanisms during the transport cycle. It is shown that with the aid of the transport mode theoretically predicted error mechanisms can be controlled. This enables an operation of single-electron pumps with low error rates without the common application of magnetic fields. Theoretically deviated error contributions could be reduced by more than six orders of magnitude.

Keywords: Single-electron pump, international system of units (SI), dynamic quantum dot

Kapitel 1

Einleitung - Das Ampere

Eine Messung kann nicht genauer sein als die mögliche erreichbare Präzision einer Realisierung der entsprechenden Einheit. In diesem Sinne ist es ein dauerhaftes Bestreben der Metrologie, diese Unsicherheiten der Einheitenrealisierung entsprechend ihrer Definition zu senken. Da im aktuellen SI-System die Definitionen einiger Einheiten nicht mehr den heutigen Ansprüchen genügen, sind für das Jahr 2018 Neudefinitionen geplant. Dabei werden die Ideen der Quantenmetrologie verfolgt, wonach eine Einheit ihre beste Definition über physikalische Fundamentalkonstanten bzw. über atomare Eigenschaften erhält. Erste Gedanken dazu hatten bereits James Maxwell im Jahr 1870 bzw. Max Planck dreißig Jahre später. Definitionen dieser Art haben den Vorteil, dass sie Invarianten der Natur verwendet, die sowohl unabhängig von der Zeit als auch vom Ort sind. Die Realisierung des Meters bzw. der Sekunde, die SI-Basiseinheiten für die Größen Länge und Zeit, sind bereits zwei erfolgreich etablierte Definitionen, die im Sinne der Quantenmetrologie verfasst wurden.

Die aktuelle Definition des Ampere, der elektrischen Basiseinheit im SI, aus dem Jahre 1948 lautet: *1 A ist die Stärke des zeitlich konstanten elektrischen Stromes, der im Vakuum zwischen zwei parallelen, unendlich langen, geraden Leitern mit vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt und dem Abstand von 1 m zwischen diesen Leitern eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ Newton pro Meter Leiterlänge hervorrufen würde.*

Zum einen basiert diese Definition auf idealisierten Annahmen bezüglich der Eigenschaften der Leiter (unendlich lang und dünn), die in der experimentellen Praxis nicht umgesetzt werden können, zum anderen ist sie durch die Verknüpfung mit einer Kraft unmittelbar an die Einheit der Masse gekoppelt. Das Kilogramm ist jedoch durch die Definition über eine physikalische Maßverkörperung (das „Urkilogramm“) Schwankungen unterworfen, die folglich auch der Genauigkeit der Realisierung des Ampere Grenzen setzen.

Das Internationale Komitee für Maß und Gewicht (CIPM) hat im Jahr 2005 die Vorbereitung zur Neudefinition der Einheiten Kilogramm, Ampere, Kelvin und Mol beschlossen. Im folgenden Jahr sind mögliche Umsetzungen veröffentlicht worden. Für die Definition des Amperes wurde 2006 folgende Neuformulierung vorgeschlagen [46, 5]:

„Das Internationale Einheitensystem, das SI, wird dasjenige Einheitensystem sein, in dem die Elementarladung e exakt $1,6021766208 \cdot 10^{-19}$ Coulomb ist.“

Für die revidierte Definition des Ampere bedeutet das, dass die Fundamentalkonstante „Elementarladung“ e einen festen Wert zugeordnet bekommt und sich damit ein Strom I der Stärke 1 A beim Transport von genau $1/(1,6021766208 \cdot 10^{-19})$ Elektronen pro Sekunde ergibt. Voraussetzung für die Neudefinition ist jedoch, dass die experimentelle Realisierung des zukünftigen „Quanten-Ampere“ mit einer Genauigkeit erfolgen kann, die der Realisierung des „klassischen“ Ampere mindestens ebenbürtig ist. Letzteres ist durch Kombination von experimentellen Volt- und Ohm-Darstellungen (also über die Ausnutzung des Ohm'schen Gesetzes) im bestehenden SI mit einer Unsicherheit von etwa $0,3 \mu\text{A}/\text{A}$ möglich [8, 20, 25].

Für die Realisierung des neuen „Quanten-Ampere“ gelten sogenannte „Einzelelektronenpumpen“ als vielversprechende Kandidaten. Sie ermöglichen den getakteten, kontrollierten Elektronentransport und damit die Erzeugung eines Stroms der Stärke $I = \langle n \rangle e f$, wobei e die Elementarladung, $\langle n \rangle$ die Zahl der pro Zyklus durchschnittlich transportierten Elektronen und f die Transportfrequenz (Taktfrequenz) sind.

Einzelelektronentransfer-Schaltkreise werden seit Mitte der 80er Jahre untersucht [19, 10]. Die ersten Schaltungen dieser Art wurden auf der Basis metallischer Tunnelkontakte [21] hergestellt, wenig später auch auf der Basis von Halbleitersystemen [38]. Als erster Prototyp eines Quantennormals für Gleichstrom gilt eine metallische Tunnelkontakt-Pumpe aus dem Jahr 1993 [44], die eine metrologisch relevante Genauigkeit von besser als $1 \cdot 10^{-6}$ erreichte. 1996 wurde am NIST (*National Institute of Standards and Technology*) mit einer Einzelelektronenpumpe aus sieben metallischen Tunnelkontakten eine relative Genauigkeit des Elektronentransfers von $1,5 \cdot 10^{-8}$ bei 5 MHz demonstriert [35]. Dieser Wert wurde allerdings in einem *shuttle*-Experiment ermittelt, bei dem eine Ladungsinsel zyklisch mit einem Elektron be- und entladen wird, d.h. im Wechselstromverfahren. Aufgrund der in metallischen Tunnelkontakten limitierten Tunnelraten nahm die Transportgenauigkeit im Betrieb dieser Pumpen mit Frequenzen oberhalb von 10 MHz drastisch ab.

Moderne Pumpen, die auf modulierbaren Barrieren in Halbleiterstrukturen aus GaAs/AlGaAs oder Si (engl. *tunable-barrier pumps*) [7, 29, 28, 31] basieren, sind dieser Limitierung der Betriebsfrequenz nicht unterworfen. Diesen Strukturen wurden sehr früh schon vielversprechendere Eigenschaften zugesprochen als vergleichbar großen Strukturen metallischer Art [36]. Betriebsfrequenzen bis in den GHz-Bereich wurden in Halbleiterstrukturen bereits demonstriert [7]. Vor den Resultaten, die in dieser Arbeit vorgestellt werden, wurde die höchste Genauigkeit einer GaAs-basierten Halbleiter-Einzelelektronenpumpe von Giblin 2012 veröffentlicht [23]. In diesem Experiment wurde

eine Übereinstimmung des Stromes I der Pumpe mit dem nominellen Wert ef mit einer Gesamtunsicherheit von $1,2 \mu\text{A}/\text{A}$ erreicht, limitiert durch die eingesetzte Messtechnik.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass mit Hilfe deutlich verbesserter Messtechnik, die auf einem neuartigen Verstärker für kleine Ströme beruht, der bis dato bestehende Genauigkeitsrekord übertroffen werden konnte. In den im Folgenden vorgestellten Experimenten wurde nachgewiesen, dass der von einer GaAs-Pumpe erzeugte Strom innerhalb der Unsicherheit von nur $0,16 \text{ ppm}$ mit dem quantisierten Erwartungswert übereinstimmte. In dem optimierten Messaufbau wurde die Stromstärkemessung auf den Quantenhall-Effekt und den Josephson-Effekt zurückgeführt und ist damit konform zum neuen SI, in dem die aus diesen Effekten abgeleiteten Größen SI-Darstellungen von Ohm und Volt sind. Durch die Steigerung des Messgenauigkeit konnten zudem Fehlermechanismen nachgewiesen und deren Einfluss im Pumpbetrieb kontrolliert, insbesondere reduziert, werden.

Die Dissertationsschrift ist wie folgt gegliedert:

In Kapitel 2 werden zunächst die grundlegenden theoretischen Betrachtungen der verwendeten Systeme eingeführt.

Kapitel 3 stellt die notwendigen technischen Voraussetzungen vor. Diese umfassen sowohl die Herstellung der verwendeten Bauteile, als auch den experimentellen Messaufbau einschließlich wichtiger Messinstrumente.

Das vierte Kapitel beschäftigt sich mit gängigen Methoden zur Verbesserung des Pumpbetriebs. Diese werden in diesem Rahmen vorgestellt, jedoch nicht detailliert untersucht.

Zur Validierung der Einzelelektronenpumpen wird im folgenden Kapitel 5 ein Messverfahren erläutert und weiterentwickelt. Durch einen neuartigen Transimpedanzverstärker und ein optimiertes Messverfahren konnte die Präzision des erzeugten Pumpstromes auf weniger als $0,16 \text{ ppm}$ belegt werden. Damit ist ein neuer Weltrekord erzielt worden, der die Möglichkeiten der aktuellen Definition im SI, wie oben erläutert, übersteigt. Unter Zuhilfenahme der verbesserten Messmethode konnte die Unabhängigkeit der Präzision der Einzelelektronenpumpe unter Variation der wichtigsten Betriebsparameter demonstriert werden.

Das Kapitel 6 beinhaltet die Untersuchungen der dynamischen Prozesse während des Pumpzyklus. Hier konnten zum einen die theoretisch vorhergesagten Fehlermechanismen gesteuert und zum anderen die davon abhängige Präzision beeinflusst werden. Durch einen speziellen Antrieb der Einzelelektronenpumpen war es möglich, ohne den Einfluss des Magnetfeldes, die Fehlerraten um mehr als sechs Größenordnungen zu senken.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Quantenpunkte

Ein Quantenpunkt (QP, engl. *quantum dot*) ist ein mesoskopisches System. Es liegt im Übergangsbereich der makroskopischen Welt, in der die Gesetze der klassischen Physik gelten, zur mikroskopischen Welt, in der die Quantenmechanik zur Anwendung kommt. Häufig werden QPe aus einem Halbleitermaterial hergestellt und haben eine Größe im Bereich von 100 Nanometern. Das Besondere dieser Strukturen ist, dass die Ladungsträger in der Größenordnung ihrer de-Broglie-Wellenlänge in den drei Raumrichtungen lokalisiert sind. Ein QP verhält sich damit wie ein Potentialtopf, das bedeutet, dass sich im Sinne der Quantenmechanik diskrete Energieniveaus der Ladungsträger bilden. Dem QP können nun als 0-dimensionalem System Elektronen hinzugefügt oder entfernt werden, wofür Energie benötigt bzw. freigesetzt wird. Dieses charakteristische Verhalten ist dem eines Atoms sehr ähnlich, weshalb QPe auch als *künstliche Atome* bezeichnet werden.

In der folgenden Arbeit wird mit elektrostatisch definierten Quantenpunkten gearbeitet. Dabei ist zunächst durch das verwendete Halbleitermaterial (vgl. 3.1.1) ein zweidimensionales Elektronengas (2DEG) vorgegeben, das den Einschluss in der x - y -Ebene garantiert. Durch lithographische Prozesse erfolgt die Strukturierung eines eindimensionalen Elektronenkanals, der im Folgenden mittels Elektronenstrahlolithographie und Metallisierung mit Elektroden versehen wird. Durch Anlegen geeigneter Spannungen an die Elektroden erfolgt elektrostatisch der Einschluss in der verbleibenden Dimension.

2.1.1 Geschlossene und offene Quantenpunkte

Für eine theoretische Betrachtung lässt sich der QP mit wenigen Größen beschreiben. Abbildung 2.1 stellt in (a) ein Schema und in (b) das zugehörige Schaltbild dar. Zunächst ist der Quantenpunkt über die Zuleitungen Source und Drain mit der Außenwelt verbunden. Die Kopplung zu den Zuleitungen wird über Tunnelbarrieren beschrieben, die auch experimentell variabel sein können. Das Potential im QP lässt sich über ein kapazitiv gekoppeltes Steuergate einstellen. Somit kann von offenen QPen, die einen nahezu klassisch

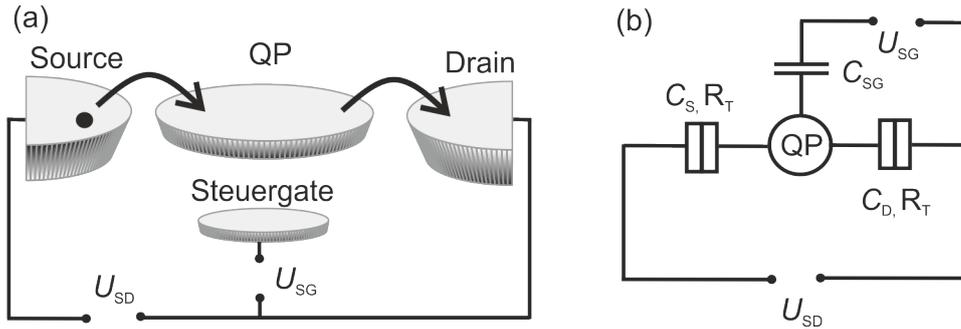


ABBILDUNG 2.1: (a) Schema des Ladungstransportes über einen QP in lateraler Geometrie. Der QP ist über Tunnelbarrieren mit den Zuleitungen Source und Drain verbunden. Durch eine Spannung U_{SD} kann ein Ladungstransport hervorgerufen werden, der über ein kapazitiv gekoppeltes Steuergate kontrolliert wird. (b) zugehöriges Schaltbild.

ungehinderten Ladungstransport zulassen, zu geschlossenen QPen gewechselt werden. Letztere sollen im Folgenden betrachtet werden.

2.2 Ladungstransport durch geschlossene Quantenpunkte

Der Ladungstransport durch geschlossene QPe soll im Folgenden anhand des Modells konstanter Wechselwirkung (engl. *constant-interaction model*, CIM) beschrieben werden [39, 40, 37]. Dieses Modell reduziert die QP-Betrachtung auf Coulomb-Wechselwirkungen der Elektronen und die Einteilchenenergien. Wir betrachten einen QP wie in Abb. 2.1 dargestellt. Der QP ist links und rechts über einen Tunnelkontakt mit den Zuleitungen Source bzw. Drain verbunden. Diese Tunnelkontakte können über Oxidschichten oder auch als variable Tunnelkontakte über elektrostatische Potentialbarrieren geformt werden. Zusätzlich ist der QP kapazitiv an ein Steuergate gekoppelt. Die Kapazität des QPs ergibt sich als Gesamtkapazität aller benachbarten Kapazitäten zu $C_{\Sigma} = C_S + C_D + C_{SG}$, wobei C_S , C_D , C_{SG} jeweils die Kapazitäten der Tunnelkontakte bzw. der Steuergateelektrode sind. Die Tunnelkontakte werden zusätzlich durch den Tunnelwiderstand R_T beschrieben. Sind die Abmessungen des QPs hinreichend klein und die Tunnelwiderstände R_T hinreichend groß, so sind die Energiezustände des QP quantisiert, d.h. die im QP lokalisierten Ladungen beschränken sich auf ganzzahlige Vielfache der Elementarladung e . Eine Biasspannung U_{SD} verschiebt die elektrochemischen Potentiale der Zuleitungen, die Steuergatespannung U_{SG} die Energiezustände des QPs. Durch diese Wirkungen kann eine Biasspannung U_{SD} zwischen den Zuleitungen einen Ladungstransport über den QP induzieren, der wiederum durch das Steuergate kontrolliert wird.

Im CIM werden mehrere Annahmen gemacht. Zum einen soll die Berechnung der Energieniveaus unabhängig von der Anzahl der im QP enthaltenen Elektronen, also auch von den Coulomb-Wechselwirkungen mit anderen Elektronen sein. Außerdem werden die Coulomb-Wechselwirkungen über die Gesamtkapazität C_Σ des QPs beschrieben. Insbesondere wird vorausgesetzt, dass C_Σ konstant ist und nicht von der Anzahl der QP-Elektronen abhängt. Damit ergibt sich die Energie des Grundzustands des mit n Elektronen besetzten QPs zu

$$U_n = \frac{(e(n - n_0) - C_{\text{SG}}U_{\text{SG}})^2}{2C_\Sigma} + \sum_{i=1}^n E_i, \quad (2.1)$$

wobei $n = n_0$ für $U_{\text{SG}} = 0$ und e die Elementarladung ist. Dabei repräsentiert $C_{\text{SG}}U_{\text{SG}}$ die durch die Gatespannung im QP induzierte Ladung (kontinuierlich). E_i sind die Einteilchenenergien. Zur Vereinfachung nehmen wir weiterhin $n_0 = 0$ für $U_{\text{SG}} = 0$ an. Die Grundzustandsenergie des n -ten Grundzustands vereinfacht sich somit zu

$$U_n = \frac{(en - C_{\text{SG}}U_{\text{SG}})^2}{2C_\Sigma} + \sum_{i=1}^n E_i. \quad (2.2)$$

Im QP wird das elektrochemische Potential definiert als $\mu_{\text{QP}}(n) \equiv U_n - U_{n-1}$. Mit Gleichung 2.2 ergibt sich

$$\begin{aligned} \mu_{\text{QP}}(n) &= \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{e^2}{C_\Sigma} - \frac{eC_{\text{SG}}U_{\text{SG}}}{C_\Sigma} + E_n \\ &= e\phi_n + E_n. \end{aligned}$$

Das elektrochemische Potential des QPs ergibt sich somit als Summe aus chemischem Potential des Einteilchenenergiezustands E_n und dem diskreten und kontinuierlichen Anteil des elektrostatischen Potentials $e\phi_n$.

Bei einer fixen Steuergatespannung U_{SG} und genügend transparenten Barrieren ist der QP bis zum größtmöglichen elektrochemischen Potential $\mu_{\text{QP}}(n)$ unterhalb der elektrochemischen Potentiale der Zuleitungen μ_S und μ_D gefüllt. Soll nun der QP mit einem weiteren Elektron geladen werden, so muss die Additionsenergie $\Delta\mu$ aufgebracht werden:

$$\Delta\mu = \mu_{\text{QP}}(n+1) - \mu_{\text{QP}}(n) = \Delta E + \frac{e^2}{C_\Sigma}. \quad (2.3)$$

Die Additionsenergie $\Delta\mu$ ist die Summe des Beitrags der Coulombabstoßung, der sogenannten Ladeenergie $E_L = e^2/C_\Sigma$, und der Erhöhung der Einteilchenenergie $\Delta E = E_{n+1} - E_n$. Aus Gleichung 2.3 lässt sich erkennen, dass die Additionsenergie besonders groß für große Abstände der Einteilchenenergien und kleine QP-Kapazitäten C_Σ wird. Der Beitrag der Coulombabstoßung

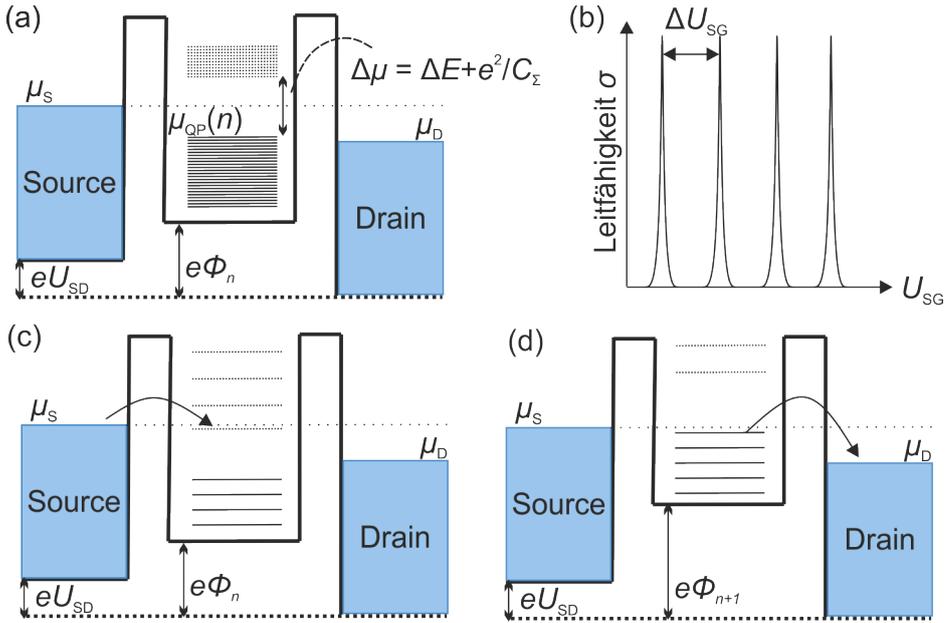


ABBILDUNG 2.2: (a) Potentialverlauf innerhalb eines QPs mit Coulombblockade. Die weißen Rechtecke beschreiben die Tunnelbarrieren. (b) Coulombblockade-Oszillationen in Abhängigkeit des Steuergates. (c) Laden des $(n + 1)$ ten Elektrons von der Zuleitung Source in den QP. (d) Entladen des $(n + 1)$ ten Elektrons nach Drain.

liegt in den betrachteten Systemen meist einige Größenordnungen über der Erhöhung der Einteilchenenergien. Ist die thermische Energie der Elektronen $k_B T$ hinreichend klein, d.h.

$$\frac{e^2}{C_\Sigma} \gg k_B T, \quad (2.4)$$

wobei k_B die Boltzmannkonstante und T die Temperatur der Elektronen ist, so können folgende Transporteigenschaften sichtbar gemacht werden:

Die Zuleitungen Source und Drain sind bis zu ihrem elektrochemischen Potential μ_S bzw. μ_D mit Elektronen gefüllt. Es gilt $U_{SD} = (\mu_S - \mu_D)/e$. In diesem Fall ergibt sich ein Ladungstransport genau dann, wenn mindestens ein Energiezustand des QPs zwischen den elektrochemischen Potentialen der Zuleitungen liegt,

$$\mu_S \geq \mu_{QP}(n) \geq \mu_D \quad (2.5)$$

für ein $n \in \mathbb{N}$ und $U_{SD} \geq 0$. Liegt kein möglicher Energiezustand des QPs zwischen den elektrochemischen Potentialen der Elektronenreservoirs, d.h. $\mu_{QP}(n) < \mu_D < \mu_S < \mu_{QP}(n+1) \quad \forall n \in \mathbb{N}$, befindet sich der QP im Bereich der sogenannten *Coulomb-Blockade* [2, 19] (vgl. Abb. 2.2(a)). In diesem Bereich kann kein Ladungstransport stattfinden, da das zugehörige elektrochemische Potential $\mu_{QP}(n+1)$ oberhalb der Potentiale der Zuleitungen liegt. Dies impliziert, dass sich ein Stromfluss durch Erhöhung von U_{SD} forcieren lässt, sodass mindestens ein $n \in \mathbb{N}$ existiert für das $\mu_S \geq \mu_{QP}(n) \geq \mu_D$ gilt.

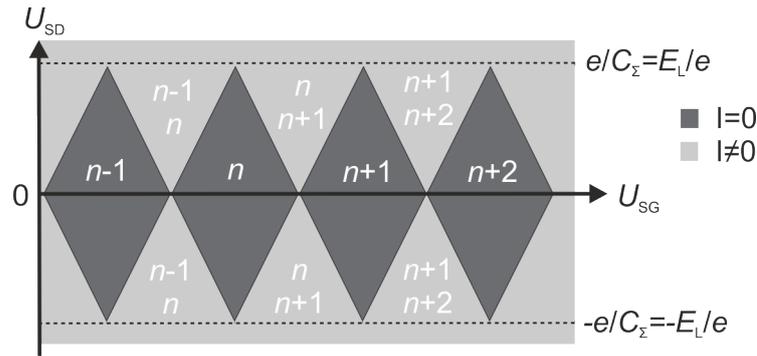


ABBILDUNG 2.3: Schematische Darstellung der Coulomb-Diamanten, d.h. der Stromfluss über einen QP in Abhängigkeit von Biasspannung U_{SD} und Steuergatespannung U_{SG} . Bereiche der Coulomb-Blockade sind dunkel eingefärbt. Innerhalb der Bereiche sind die energetisch zulässigen Potentiale aufgeführt.

Da sich die elektrochemischen Potentiale des QPs kontinuierlich über die Steuergatespannung U_{SG} einstellen lassen, ergibt sich eine zweite Möglichkeit, den Stromfluss durch den QP zu beeinflussen. Mit Hilfe des kapazitiv gekoppelten Steuergates können die elektrochemischen Potentiale $\mu_{QP}(n)$ durch das Fenster des potentiellen Ladungstransports $\mu_S \geq \mu_{QP}(n) \geq \mu_D$ gefahren werden. Die Bereiche der Coulomb-Blockade bei sehr kleiner Biasspannung U_{SD} lassen sich, wie in Abb. 2.2(b) schematisch gezeigt, sichtbar machen. Dabei beschreibt die Lage der Peaks genau die Situation des n -fachen und $(n+1)$ -fachen Besetzungszustands. Aus der Bedingung $\mu_{QP}(n, U_{SG}) = \mu_{QP}(n+1, U_{SG} + \Delta U_{SG})$ leitet sich dann $\Delta U_{SG} = e/C_{SG}$ ab, unter der Annahme, dass die Einteilchenenergien E_n vernachlässigbar klein sind [1].

Abbildung 2.3 zeigt schematisch den Zusammenhang der Variation von U_{SG} und U_{SD} . In Dunkelgrau sind die Bereiche der Coulomb-Blockade kenntlich gemacht. Hier ist kein Stromfluss möglich. Ein Schnitt entlang der U_{SG} -Achse um $U_{SD} \approx 0$ entspricht der Situation in Abb. 2.2(b), die oben erläutert wurde. Betrachtet man die Variation der Biasspannung U_{SD} im ungünstigsten Fall, so liegt die Mitte zweier elektrochemischer Potentiale des QPs genau auf Höhe der Potentiale der Zuleitungen. Es muss somit die volle Ladeenergie E_L aufgebracht werden, um einen Ladungstransport hervorzurufen. Für eine Biasspannung $U_{SD} \geq E_L/e$ wird immer mindestens ein Elektron transportiert.

Der Ladungstransport über das $(n+1)$ -te Elektron wird in Abb. 2.2(c) und (d) behandelt. Sobald das $(n+1)$ -te Elektron den QP besetzt hat, erhöht sich das elektrostatische Potential um $e\phi_{(n+1)} - e\phi_{(n)} = e^2/C_\Sigma$. Mit $\mu_{QP}(n+1) > \mu_D$ kann das Elektron im Folgenden zur Zuleitung Drain den QP verlassen. Das Rücktunnelereignis des Elektrons zurück nach Source ist aufgrund der deutlich geringeren freien Zustände in der Zuleitung Source sehr

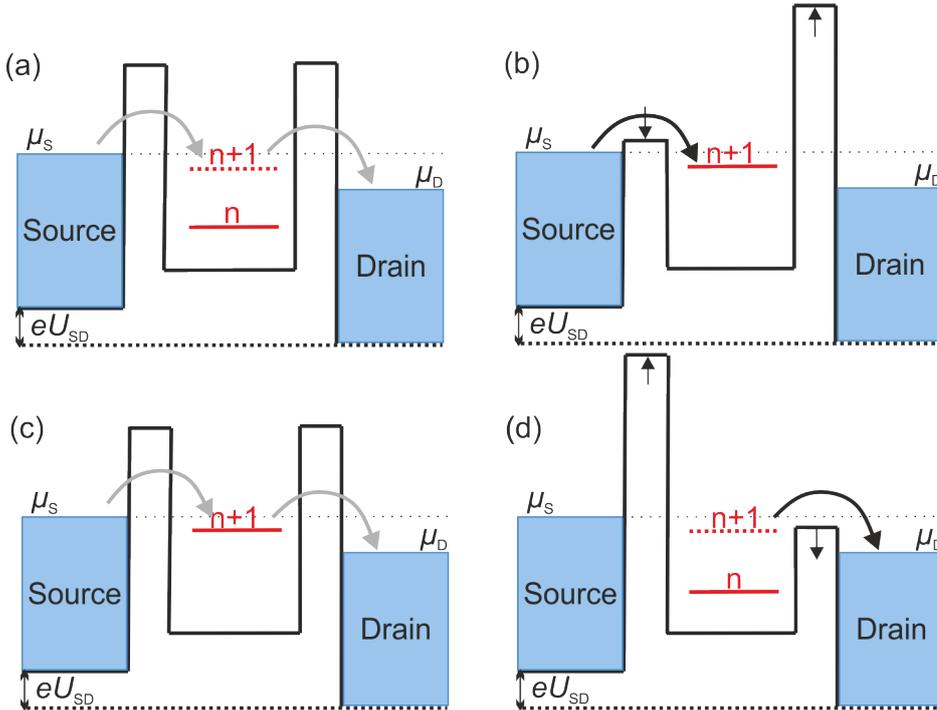


ABBILDUNG 2.4: Potentialverlauf des QPs. (a)-(d) zeigen den Transportmechanismus von Turnstiles. Graue Pfeile beschreiben eine schlechte Kopplung zu den Zuleitungen, d.h. einen unwahrscheinlichen Tunnelprozess, schwarze einen wahrscheinlichen [38].

unwahrscheinlich. Im Falle des Verlassens des QPs nach Drain fällt das elektrochemische Potential des QP wieder auf das vorherige Niveau von $\mu_{QP}(n)$ zurück und ein neues Elektron kann den QP laden. Diese wiederholten Zyklen von Laden und Entladen des QPs werden auch als Einzelelektronentunneln (engl. *single electron tunneling*, SET) bezeichnet.

2.2.1 Adiabatische Drehkreuze und Pumpen

Die eingeführten Systeme lassen sich nun durch periodisches Ansteuern der QP definierenden Gates zum Transport einzelner Elektronen heranziehen. Die Einzelelektronentransfer-Proben lassen sich in zwei Hauptgruppen einteilen: Drehkreuze (sog. engl. *Turnstiles*) und Pumpen. Der Grund für die Einteilung liegt in der Notwendigkeit einer Biasspannung an den Zuleitungen Source und Drain. Bei Turnstiles wird eine solche Biasspannung für einen definierten Betrieb, d.h. für die Vorgabe der Transportrichtung, benötigt. Im Gegensatz dazu benötigen Pumpen keine Biasspannung, sondern legen die Transportrichtung durch ihre Betriebsweise fest.

Eine weitere Einteilung wird vorgenommen durch Betrachtung der Mechanismen während des Transportprozesses. So wird im adiabatischen Betrieb die Frequenz sehr niedrig gehalten, um den Elektronen immer einen

Gleichgewichtszustand bzw. den energetischen Grundzustand zu ermöglichen.

Im weiteren Verlauf werden zwei Beispiele sowohl für einen adiabatischen Betrieb eines Turnstiles als auch einer Pumpe gezeigt. Dabei werden zwei unterschiedliche Umsetzungen betrachtet, eine Halbleiter- wie auch eine metallische Struktur. Bei den Halbleiterstrukturen wird in der Regel mit variablen Potentialbarrieren gearbeitet, wohingegen sich metallische Strukturen durch fixe, von der Prozessierung vorgegebene Barrieren auszeichnen.

Beispiele eines adiabatischen Turnstile-Betriebs sind in [38] (Halbleiterstruktur) und [10] (metallische Struktur) gegeben. In Abb. 2.4 ist exemplarisch ein Transportprozess einer Halbleiter-basierten Einzelelektronenquelle dargestellt. Der Pumpprozess beginnt mit einer geringen Kopplung des unbesetzten $(n + 1)$ -ten-Energiezustands des QPs zu den Zuleitungen Source und Drain bei einer angelegten Biasspannung U_{SD} . Werden nun die Potentialbarrieren mit einer um π phasenverschobenen RF-Modulation versehen, d.h. die linke Barriere wird abgesenkt und simultan die rechte Barriere erhöht, so öffnet sich der Transportkanal zu Source, ein Elektron kann den QP besetzen und ein möglicher Leckstrom wird durch die Erhöhung der rechten Barriere unterdrückt. Anschließend (s. Abb. 2.4(c)) hebt sich die linke Barriere, während die rechte sich absenkt. Die Kopplungen zu den Zuleitungen entsprechen der Situation in (a), allerdings ist nun der $(n + 1)$ -te Zustand besetzt. Das Entladen dieses Elektrons nach Drain erfolgt in (d), wenn die linke Barriere erhöht und die rechte Barriere abgesenkt ist und so die Tunnelwahrscheinlichkeit nach Drain hoch ist. Der QP wird nach diesem Prozess wieder in die Ausgangsposition von (a) versetzt und der Zyklus beginnt von vorn. Folglich kann ein Strom der Form $I = ef$ generiert werden, wobei f die Frequenz des Pumpzyklus beschreibt. Die Fehlerabschätzung erfolgt über die Bestimmung der Tunnelwiderstände und Kapazitäten und den sich daraus ergebenden typischen Leckzeiten. Die Turnstile-Fehlerrate wird auf ca. 1% abgeschätzt.

Eine metallische, adiabatische Pumpe wurde 1992 von Pothier vorgestellt [48]. Bei dieser Form der metallischen Pumpen handelt es sich um nicht steuerbare, fixe Potentialbarrieren als Tunnelblockaden, die über Oxidschichten zwischen zwei metallischen Zuleitungen realisiert werden (vgl. Abb. 2.5(a)). Die Stärke der Tunnelkoppelung wird bei der Prozessierung über die Dicke der Isolatorschicht eingestellt, die üblicherweise im Bereich von wenigen Nanometern liegt. Bei dem betrachteten Bauteil sind zwei Ladungsinseln durch genannte Tunnelbarrieren sowohl von den Zuleitungen als auch untereinander nur schwach gekoppelt (s. Abb. 2.5(b)). Durch Steuergates (U_1, U_2) lassen sich nun die elektrochemischen Potentiale der Inseln variieren. Auf diese Weise erhält man einen stabilen Ladungszustand der Inseln in Abhängigkeit von U_1 bzw. U_2 . Ein solches Ladungsdiagramm findet sich in Abb. 2.5(c). Hierbei

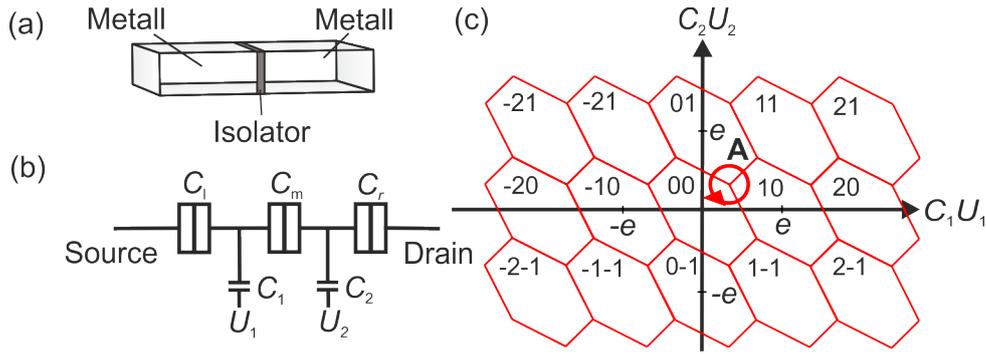


ABBILDUNG 2.5: (a) Schematische Darstellung eines Tunnelwiderstands in metallischen Strukturen. (b) Schaltskizze für eine adiabatische Pumpe nach Ref. [48]. (c) Besetzungsdiagramm des doppelten Quantenpunktes. Durch eine um π -phasenverschobene Modulation der kapazitiv gekoppelten Gates links und rechts wird der um den Tripelpunkt A markierte Weg durchlaufen. Durch sukzessive Verschiebung des Elektrons wird auf diesem Weg genau ein Elektron pro Zyklus transportiert[48].

wird zur Vereinfachung ein Ladungszustand (n_1, n_2) als Grundzustand $(0, 0)$ gesetzt. Moduliert man die Spannungen U_1 bzw. U_2 mit phasenverschobenen RF-Signalen mit kleiner Amplitude analog zum Turnstilefall (s.o.), so wird ein Weg, wie exemplarisch um Punkt A in Abb. 2.5(c) markiert, durchlaufen. Liegt dieser, wie dargestellt, um einen Tripelpunkt, d.h. im Kreuzungspunkt dreier benachbarter Ladungszustände, so wird, abgesehen von seltenen Kottunnelprozessen, genau ein Elektron transferiert. Startet man mit einem unbesetzten System $(0, 0)$, lädt beim Überschreiten eines Bereichs zum nächsten ein Elektron in den linken QP $(1, 0)$, schiebt dieses beim Übertritt in den stabilen Zustandsbereich $(0, 1)$ in den zweiten QP und wirft ihn im folgenden Feld $(0, 0)$ wieder aus, so ist genau ein Elektron transportiert worden. Die Richtung des Transfers wird somit sowohl durch die Phasenverschiebung des RF-Signals, als auch durch Wahl des Triplepunktes festgelegt.

Im Gegensatz zu dem bereits vorgestellten Betriebsmodus werden in der vorliegenden Arbeit nicht-adiabatische Pumpen verwendet, weshalb diese ausführlicher im folgenden Abschnitt beschrieben werden.

2.2.2 Nicht-adiabatisches Pumpen im dynamischen Quantenpunkt

Charakteristisch für nicht-adiabatisches Pumpen ist das Entkoppeln des QPs von der Zuleitung Source, bevor er nach Drain geöffnet wird. Somit kann der Besetzungszustand des QPs sich deutlich von dem Gleichgewichtswert unterscheiden.

Für die praktische Umsetzung wird eine Halbleiterstruktur mit dynamischen Barrieren, wie sie in dieser Arbeit verwendet wurde, betrachtet. Aus

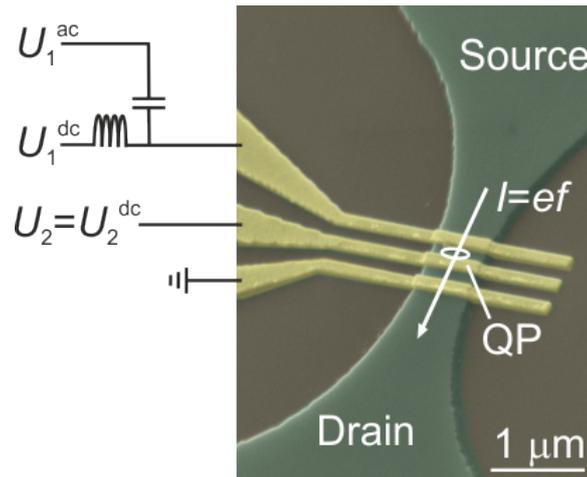


ABBILDUNG 2.6: Rasterelektronenbild (REM) einer verendeten halbleiterbasierten Einzelelektronenpumpe in Falschfarben. Grün eingefärbte Flächen zeigen den eindimensionalen Elektronenkanal, braun eingefärbte das Substrat, gelb eingefärbte die Schottky-Gatefinger. Für Details siehe Kapitel 3.1.

einer GaAs/AlGaAs Heterostruktur wird ein eindimensionaler Elektronenkanal herausgeätzt, der wiederum mit Gateelektroden belegt wird. Eine detaillierte Beschreibung der verwendeten Strukturen ist in den Abschnitten 3.1.1 und 3.1.2 zu finden.

Für den Betrieb werden die DC-Spannungen der Gateelektroden U_1 , U_2 in den Bereich vollständiger Stromunterdrückung, den Pinch-off, gefahren. Damit wird im Elektronenkanal ein Potentialverlauf festgelegt, wie er in Abb. 2.7(a) schematisch dargestellt ist. Im Regelbetrieb wird nur die linke Barriere mit einer RF-Frequenz moduliert [29, 18], im einfachsten Fall mit einer Sinuswellenform. Der Pumpzyklus beginnt mit der Einladephase, wie in Abb. 2.7(b) dargestellt. Das elektrochemische Potential $\mu_{QP}(n)$ einer möglichen QP-Besetzung unterschreitet das elektrochemische Potential der Zuleitung Source μ_S . Diese Zustände können durch eine gut durchlässige Barriere besetzt werden. Mit Hilfe der Plungerwirkung der Gates werden die Potentiale innerhalb des QPs durch Anheben der linken Barriere simultan bewegt. Die Plungerwirkung ersetzt die Notwendigkeit der Modulation der zweiten Elektrode und ist in variierender Kopplungsstärke immer vorhanden [29]. Parallel dazu verändert sich die Tunnelwahrscheinlichkeit der Elektronen in Abhängigkeit der Barrierenhöhe. Sobald die besetzten QP-Zustände das Potential der Zuleitung Source μ_S überschritten haben, beginnt das Zeitfenster des Rücktunnelns. Durch eine noch nicht vollständig geschlossene Tunnelbarriere wandern die Elektronen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zur Zuleitung Source zurück (Abb. 2.7(c)). Wir sprechen von einem fertig initialisiertem QP, sobald nahezu kein Rücktunnelereignis mehr stattfinden kann (Abb. 2.7(d)). Die letzte Phase des Pumpzyklus ist das Entladen des QPs zur Zuleitung

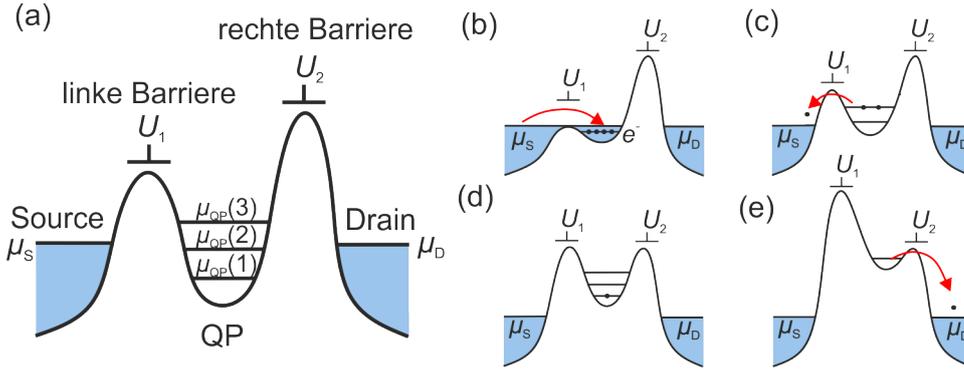


ABBILDUNG 2.7: (a) Potentialverlauf durch einen QP mit variablen Barrieren ohne Biasspannung, $U_{SD} = 0$. (b) Einladephase: Elektronen aus der Zuleitung Source besetzen den QP. (c) Sobald das Energieniveau das elektrochemische Potential μ_S überschritten hat, setzt ein Rücktunnelprozess ein. Elektronen können, solange die Barriere noch durchlässig ist, nach Source zurücktunneln. (d) Beim fertig initialisierten QP ist der Rücktunnelprozess abgeschlossen und (e) das Elektron wird nach Drain ausgeladen.

Drain (Abb. 2.7(e)). In dieser Situation ist die Tunnelwahrscheinlichkeit der QP-Elektronen nach Drain stark erhöht, da sich die Potentiale der Elektronen durch die Plungerwirkung deutlich nach oben verschoben haben und somit die Barriere nach Drain durchlässiger wird.

Der abgebildete Fall demonstriert einen Ladungstransport von genau einem Elektron pro Pumpzyklus, d.h. es kann genau ein Strom der Form $I = 1ef$ generiert werden. Allerdings ist dies der idealisierte Fall und betrachtet nicht die möglichen Fehlermechanismen von zwei oder keinem transferierten Elektron. Der erläuterte Pumpprozess von dynamischen QP'en wurde in mehreren Schritten auch unter Beachtung der genannten Fehlermechanismen theoretisch beschrieben. Diese Modelle werden im Abschnitt 2.3 eingeführt. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Anzahl der transferierten Elektronen über die DC-Gatespannungen vorzugeben. Diese Abhängigkeiten werden folgend erklärt.

2.2.3 Abhängigkeit des dynamischen QPs von den DC-Gatespannungen beim Einzel-Gate Betrieb

Der Zusammenhang des Pumpbetriebs mit den DC-Gatespannungen der linken und rechten Elektrode ist im Verlauf der Untersuchungen von Bedeutung und soll daher an dieser Stelle eingeführt werden. Ausführlich ausgearbeitet ist dieser Zusammenhang in [42].

Abbildung 2.8 zeigt eine typische, quantisierte Strom-Spannungscharakteristik einer Einzelelektronenpumpe. Aufgetragen ist der Pumpstrom in Einheiten von ef gegen die beiden Steuergates U_1^{dc} und U_2^{dc} . Generiert wurde der Strom durch Modulation des linken Steuergates U_1^{dc} mit einem Spannungspuls nach

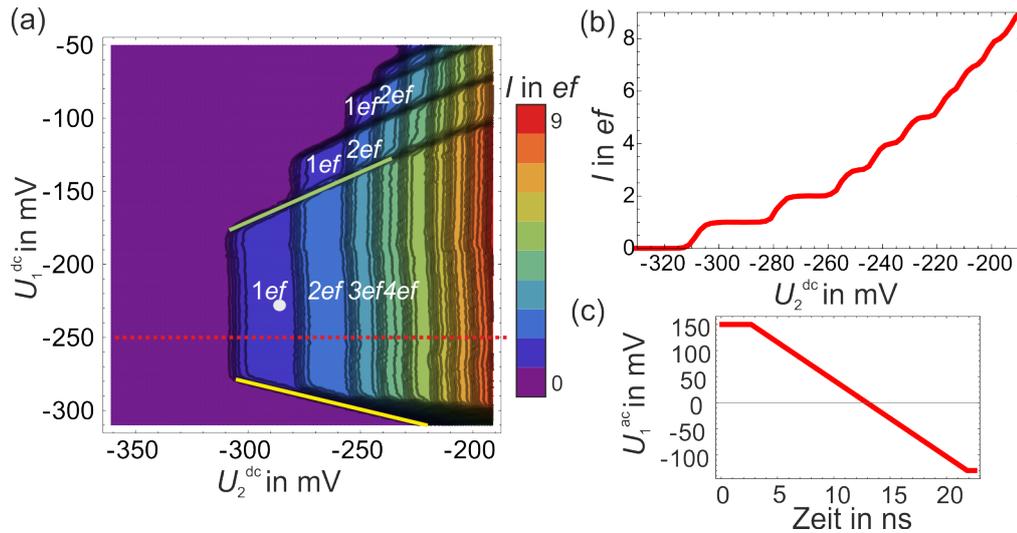


ABBILDUNG 2.8: (a) Typische Pumpcharakteristik einer Einzelelektronenpumpe. Pumpstrom in Abhängigkeit der dc-Spannungen an U_1 und U_2 . Anzahl der transferierten Elektronen pro Zyklus ist farblich markiert. Betriebsparameter: $B = -6T$, $f = 44\text{MHz}$. (b) Ein Schnitt entlang der U_2 -Achse bei fixem $U_1 = -250\text{mV}$, (c) der sich repetierende Modulationspuls des linken Gates.

Abb. 2.8(c). Wir betrachten zunächst einen Schnitt entlang der U_2^{dc} -Achse bei fixem $U_1^{dc} = -250\text{mV}$ (vgl. Abb. 2.8(b)), dargestellt durch die rot gestrichelte Linie in (a)). Bei rechter Gatespannung $U_2^{dc} < -310\text{mV}$ ist die Tunnelkopplung der Energieniveaus des QPs zur Zuleitung Source gut und zu Drain schlecht. Folglich wandern nach dem Einladeprozess, der Bevölkering der Energieniveaus des QPs unterhalb des chemischen Potentials der Zuleitung Source μ_S , alle Elektronen wieder zur Zuleitung Source zurück. Es wird kein Strom generiert. Beim Stimmen des rechten Gates U_2^{dc} in positive Richtung taucht der QP tiefer unterhalb des Fermi-niveaus der Zuleitung Source, und die Tunnelkopplung der Energieniveaus zur Zuleitung Source nimmt ab, sodass für wenige Elektronen die Rücktunnelwahrscheinlichkeit nicht ausreicht, um den QP wieder zu verlassen. Man spricht vom initialisierten QP, der die gefangenen Elektronen im weiteren Verlauf des Pumpzyklus nach Drain auswirft. Weitere Details dieses Prozesses werden im folgenden Unterkapitel 2.3 erläutert. Charakteristisch sind die ausgeprägten Quantisierungsplateaus von ein und mehreren Elektronen, die sich bei $I = \langle n \rangle ef$ ausbilden mit $\langle n \rangle \approx 0, 1, 2, \dots$, wobei $\langle n \rangle$ die Anzahl der durchschnittlich transportierten Elektronen ist.

Der Betriebsbereich einer Einzelelektronenpumpe wird weiterhin durch zwei Linien begrenzt (s. gelbe und grüne Linie in Abb. 2.8(a)). Die gelbe Linie wird als *Einfangkante* beschrieben [42], d.h. auch hier reicht die Modulation des QP-Niveaus während des ganzen Zyklusses nicht unterhalb des

chemischen Potentials μ_S der Zuleitung Source. Elektronen werden nicht eingeladen. Bei größeren linken Gatespannungen U_1^{dc} reicht der Modulationspuls nicht mehr aus, um die Elektronen auszuladen. Die Tunnelwahrscheinlichkeit aus dem noch sehr niedrigen Elektronenniveau des QPs reicht nicht, um die rechte Barriere zu überwinden. Man spricht von der *Ausladekante* (grüne Linie) [42]. Die Betriebsparameter für einen idealen Betrieb, d.h. innerhalb des Bereichs mit den geringsten anzunehmenden Fehlern, finden sich daher in der Mitte des ersten Hauptplateaus (mit einem Kreis in Abb. 2.8(a) gekennzeichnet). Hier sind die Fehler von mangelndem Ein- bzw. Ausladen vernachlässigbar. Weiterhin bilden sich sogenannte Nebenplateaus aus. Diese Plateaus sind oberhalb der Hauptplateaus angesiedelt und entstehen durch unvollständiges Ausladen. So werden beispielsweise trotz dreier eingeladenen Elektronen nur zwei oder ein Elektron ausgeladen.

Das Vergrößern der Modulationsamplitude schiebt die Ladekanten zwar auseinander und stellt somit ein ausreichendes Ein- bzw. Ausladen sicher [43], beeinflusst allerdings auch die Geschwindigkeit des Entkoppelns des QPs. Die Initialisierungs- und Entkopplungsphase sind für den Pumpprozess entscheidend und bergen neue Fehlermechanismen. Diese werden im folgenden Unterkapitel beschrieben.

2.3 Ladungstransport in Einzelelektronenpumpen

In diesem Kapitel werden drei Arbeiten vorgestellt, die den physikalischen Prozess des Ladungstransports durch nicht-adiabatische Einzelelektronenpumpen mit dynamischen Barrieren beschreiben. Ideen zu den Arbeiten entstanden unter anderem durch den Bedarf einer frühzeitigen Bewertung der Güte einer Pumpe, d.h. der Festlegung einer oberen Grenze der erreichbaren Genauigkeit. Die Modelle von Kashcheyevs, Kästner und Timoshenko sind aufeinander aufbauend in den Jahren 2010 bis 2014 entwickelt und formuliert worden (vgl. [32],[34],[33]). Sie werden chronologisch im weiteren Verlauf des Kapitels erläutert. Modelle anderer Autoren werden an geeigneter Stelle genannt, jedoch nicht zur weiteren Analyse der Messungen in dieser Arbeit herangezogen.

2.3.1 Ladungstransport im Rücktunnelregime

In der Arbeit von Kashcheyevs und Kästner [32] werden dynamische QPe betrachtet, die durch elektrostatische Potentiale definiert werden, z.B. Gate- oder SAW- (surface-acoustic-wave) gesteuerte Pumpen. Der Ladungstransport wird auf die konkurrierenden Prozesse des sich anhebenden Energieniveaus des QPs und den sich von der Zuleitung Source entkoppelnden QP zurückgeführt. Kennzeichnend für das Modell sind Rücktunnelprozesse der Elektronen im QP zurück zur Zuleitung Source. Diese setzen ein, sobald

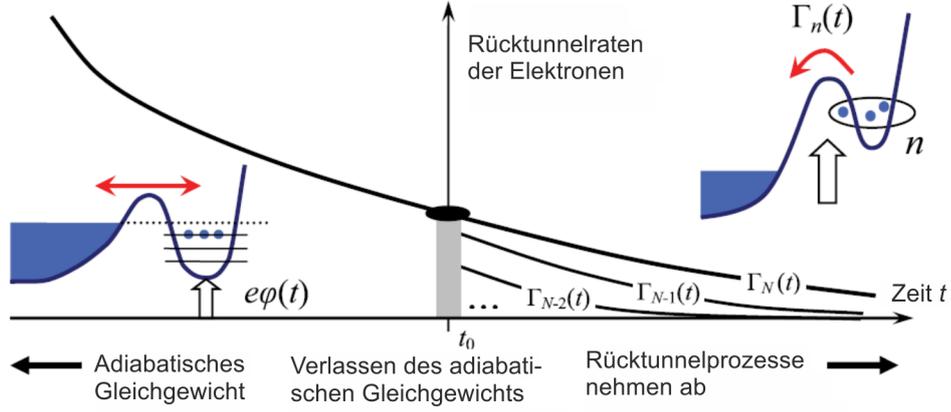


ABBILDUNG 2.9: Übersichtsbild zu dem Modell der Zerfallsraten nach Kashcheyevs und Kästner [32].

sich die QP-Niveaus energetisch oberhalb des Fermineaus der Zuleitung befinden. Die Verhältnisse der Rücktunnelraten sind in diesem Modell durch den Spannungsparameter U gesteuert und definieren die Anzahl der initialisierten Elektronen, die dann im weiteren Verlauf des Zyklus nach Drain emittiert werden. Eine finale Gleichung, abgeleitet aus den Rücktunnelraten der zunächst im QP befindlichen Elektronen, beschreibt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der gefangenen bzw. transportierten Elektronen. Sie wird als Fitkurve für die individuelle Strom-Spannungscharakteristik einzelner Elektronenpumpen angewendet und erlaubt es, einen Qualitätsfaktor δ abzuleiten. Dieser stellt eine theoretische Abschätzung der erreichbaren Präzision dar.

Zum Zeitpunkt $t = t_0$ verlässt der mit N Elektronen besetzte QP das adiabatische Gleichgewicht, das Energieniveau der N Elektronen liegt oberhalb der Fermienergie (vgl. Abb. 2.9). Die Besetzungsänderung $dP_n(t)/dt$ des n -ten Energieniveaus kann ausgedrückt werden mit Hilfe der Besetzungswahrscheinlichkeiten P_i und Tunnelraten Γ_i des n -ten und des nächsthöheren $(n + 1)$ -ten Energieniveaus :

$$dP_n(t)/dt = -\Gamma_n(t)P_n(t) + \Gamma_{n+1}(t)P_{n+1}(t), \quad (2.6)$$

wobei $\Gamma_n(t)$ die Relaxationsrate des Ladungszustands mit n Elektronen im QP zur Zuleitung Source ist. Weiterhin wird angenommen, dass genau ein Besetzungszustand zum Zeitpunkt $t = t_0$ vorliegt und die Rücktunnelraten Γ_n für $t \rightarrow \infty$ verschwinden, d.h.

$$P_n(t_0) = \delta_{n,N} \quad \text{und} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma_n(t) = 0. \quad (2.7)$$

Zusätzlich wird vorausgesetzt, dass der nicht gefüllte QP nur Elektronen aufnehmen kann und die Verteilung normiert ist:

$$\Gamma_0 \equiv 0 \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) = 1. \quad (2.8)$$

Für $n < N$ ergibt sich eine allgemeine Lösung der Gleichung 2.6 zu

$$P_n(t) = \int_{t_0}^t e^{-\int_{t'}^t \Gamma_n(\tau) d\tau} \Gamma_{n+1}(t') P_{n+1}(t') dt' \quad (2.9)$$

und

$$P_N(t) = e^{-\int_{t_0}^t \Gamma_N(\tau) d\tau} \quad \text{für} \quad n = N. \quad (2.10)$$

Für eine bessere Anschauung wird zunächst

$$\Gamma_n(t)/\Gamma_{n-1}(t) \equiv e^{\delta_n} = \text{const.} \quad (2.11)$$

gesetzt. Mit dieser gleichen zeitlichen Abhängigkeit der Rücktunnelraten lässt sich Gleichung 2.6 deutlich vereinfachen. Ist X_n als $X_n \equiv \int_{t_0}^{\infty} \Gamma_n(t) dt$ gegeben, kann mit der entscheidenden Bedingung, dass sich die berücksichtigten Rücktunnelraten von $t = t_0$ bis $t = \infty$ deutlich unterscheiden, auch Zeitskalenseparation genannt, d.h.

$$\dots \gg X_{n+1} \gg X_n \gg X_{n-1} \gg \dots \quad (2.12)$$

aus Gleichung 2.9 für den Grenzfall $t = \infty$ gefolgert werden:

$$\begin{aligned} P_n(\infty) &= e^{-X_n} - e^{-X_{n+1}} \quad \text{für} \quad 0 \leq n < N \\ P_N(\infty) &= e^{-X_N} \quad \text{für} \quad n = N. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Unter der berechtigten Annahme, dass $X_N \gg 1$, also eine gemäßigt abnehmende Zerfallsrate vorliegt, findet sich ein $n' < N$, sodass

$$X_{n'+1} > 1 > X_{n'} \quad \text{und} \quad X_{n'+1} \gg X_{n'} \quad (2.14)$$

gilt.

Damit kommen nur noch drei mögliche Besetzungszustände in Betracht: $P_{n'+1}$, $P_{n'}$ und $P_{n'-1}$. Für den Fall $X_{n'+1} \gg 1$ und $X_{n'} \ll 1$ ergibt sich $P_{n'} \rightarrow 1$, der $(n' + 1)$ -Besetzungszustand wird folglich zerfallen, wohingegen der n' -Zustand stabil ist.

Lässt man die Bedingung aus Gleichung 2.8 fallen und löst Gleichung 2.9 mit Hilfe der Zeitskalenseparation 2.12 direkt, erhält man

$$P_n(\infty) = e^{-X_n} \prod_{m=n+1}^N (1 - e^{-X_m}). \quad (2.15)$$

Unter der Voraussetzung 2.14 ergibt sich hier ein Besetzungszustand von $P_{n'} \rightarrow 1$ mit $X_{n'} \ll X_{n'+1} \approx 1$.

Um den Bogen zu experimentellen Realisierungen zu schlagen, verknüpfen Kashcheyevs und Kästner in [32] die Rücktunnelraten mit einer Gatespannung U . Letztere bestimmt die Höhe der den QP einschließenden Barriere, die wiederum einen exponentiellen Zusammenhang mit den Raten aufweist und alle Raten analog beeinflusst. Es folgt

$$\ln X_n = \alpha_n U + \sum_{j=1}^n \delta_j, \quad (2.16)$$

wobei die Konstanten α_n und δ_j experimentell zu bestimmen sind. Es lässt sich zeigen, dass die Unterschiede der hergeleiteten $P_n(\infty)$'s mit und ohne der Annahme 2.8 für $\delta > 6$ vernachlässigbar sind. Im weiteren Verlauf werden daher Ergebnisse der ersten Lösungsmethode verwendet.

Liegt nun ein Pumpstrom vor, der durch zeitliche Variation der Potentialbarrieren mit einer Frequenz f hervorgerufen wird, so lässt sich dieser folgendermaßen modellieren:

$$I = ef \langle n \rangle \equiv ef \sum_n n P_n(\infty) = ef \sum_n e^{-X_n} = ef \sum_n e^{-e^{\alpha_n U + \sum_{j=1}^n \delta_j}}, \quad (2.17)$$

dabei wird davon ausgegangen, dass das Emittieren zur Zuleitung Drain erst nach der Initialisierungsphase einsetzt und das Auswerfen vollständig erfolgt. Die Gleichung 2.17 wird nun herangezogen, um experimentell realisierte Pumpströme zu fiten. Die Fitparameter α_n dienen dazu, den Pumpstrom zu normieren, da bei der experimentellen Umsetzung die Gates zur Definition des QPs schon bei verschiedenen Einkühlzyklen der Proben unterschiedliche Wirkungen auf den QP haben, der sog. Hebelarm verändert sich. Der Hebelarm dient dazu, Gatespannungen in das chemische Potential des QPs umzurechnen. In der Regel ergeben sich α_n 's von ähnlicher Größe, sodass als Maß der Pumpgüte eines Plateaus direkt das zugehörige δ_n betrachtet werden kann.

Unterscheiden sich die Tunnelraten unterschiedlicher Besetzungszustände stark, so ergeben sich große δ_n 's, die Güte steigt. Ein simuliertes Beispiel für drei unterschiedliche δ -Faktoren ist in Abb. 2.10 dargestellt [32]. Das Inset der Abbildung zeigt den auf ef normierten Strom I in Abhängigkeit der skalierten Spannung U/δ . Die Quantisierungsstufen sind deutlich zu erkennen. Betrachtet man die Abweichungen $(n - \langle n \rangle)^2$ zum nominellen Plateauwert n , sind diese für $\delta = 6$ noch von bedeutender Größe und nehmen nahezu exponentiell mit dem Anstieg des Gütefaktors δ ab.

Eine spätere Veröffentlichung von Fricke et al. [16] verallgemeinert das eben eingeführte Zerfallsratenmodell, indem es die Additionsenergie $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1$ und die Temperatur T der Elektronen mit einbezieht. Außerdem wird

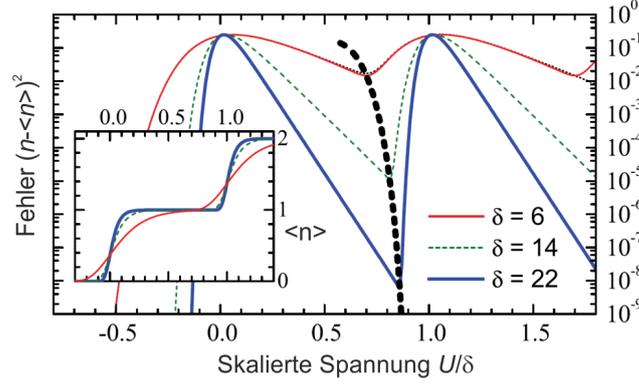


ABBILDUNG 2.10: Simulation eines Pumpstromes anhand des Zerfallsratenmodells für unterschiedliche Qualitätsfaktoren δ , dargestellt als Fehler $(n - \langle n \rangle)^2$ zum nominellen Plateauwert $I = nef$ mit $n \in \mathbb{N}$. Das Inset zeigt den direkten Pumpstrom I in Einheiten von ef . Die dick schwarz gepunktete Linie markiert die Punkte bester Präzision am Punkt der geringsten Steigung [32].

das Zerfallsratenmodell entwickelt unter der Annahme, dass die Rücktunnelprozesse zu unterschiedlichen Zeiten einsetzen, d.h.

$$\dot{P}_n(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0^{n+1} \\ \Gamma_{n+1}P_{n+1}(t), & t_0^{n+1} \leq t \leq t_0^n \\ -\Gamma_n P_n(t) + \Gamma_{n+1}P_{n+1}(t), & t_0^n < t. \end{cases} \quad (2.18)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird auf das Zerfallsratenmodell [32] verwiesen werden, das eine frühzeitige grobe Abschätzung der möglichen Genauigkeit einer Einzelelektronenpumpe anhand von Übersichtsmessungen zulässt. Präzisionsmessungen haben gezeigt, dass das Modell bei hoher Auflösung nicht zwangsläufig eine gute Übereinstimmung mit Messdaten liefert [22, 23]. Daher wurde ein weiterer Ansatz verfolgt, der in 2.3.3 behandelt wird und die Analyse von charakteristischen Pumpkurven ermöglicht, die unter dem Einfluss bislang nicht erforschter physikalischer Prozesse stehen.

2.3.2 Erweitertes Modell zum Ladungstransport

Das von Kashcheyevs und Timoshenko in [34] entwickelte Modell versucht, unter Berücksichtigung weiterer energetischer Größen, den Einfangprozess in den QP möglichst umfassend zu beschreiben. Zum einen werden Quantenfluktuationen, zum anderen das Verhältnis von Barrierenänderung zu Energieniveaushiftung im QP und die Temperatur einbezogen. Allerdings handelt es sich um ein Modell, das nur einen einzigen Besetzungszustand berücksichtigt, und es werden bislang angeregte Zustände außer Acht gelassen.

Bei den Rücktunnelraten liegt - wie im obigen Zerfallsratenmodell - ein exponentieller Zusammenhang zur Zeit t vor, erzeugt durch die Modulation

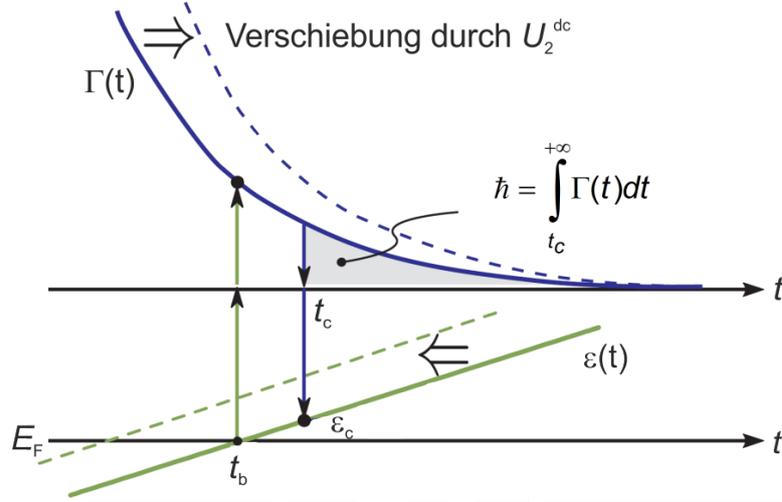


ABBILDUNG 2.11: Tunnelrate $\Gamma(t)$ in exponentieller Abhängigkeit zur Zeit t (blau), wohingegen das Energieniveau ε einen linearen Zusammenhang hat (grün). Eine Veränderung der rechten Gatespannung U_2^{dc} verschiebt die Abhängigkeiten wie exemplarisch abgebildet (vgl. [16]).

auf dem linken Steuergate U_1^{ac} . Insbesondere wird ein Zeitpunkt t_c definiert, der den Moment beschreibt, um den herum das letzte Tunnelereignis zu erwarten ist, d.h. $\int_{t_c}^{\infty} \Gamma(t) dt \equiv \hbar$ (s. Abb. 2.11). Es folgt:

$$\Gamma(t) = \pi \Gamma_c e^{-(t-t_c)/\tau}, \quad (2.19)$$

mit $\Gamma_c \equiv \hbar/\pi\tau$. Γ_c ist somit antiproportional zur Entkopplungszeit τ , d.h. groß für starke Anstiege des Modulationspulses U_1^{ac} , und ist ein Maß für Quantenfluktuationen.

Wichtig für das Modell ist außerdem eine neue Energieskala Δ_{ptb} . Sie beschreibt die Veränderung der Energieniveaus während des Zeitfensters τ , in dem die Tunnelrate Γ auf ihr $1/e$ -faches gefallen ist, $\Delta_{ptb} \equiv \dot{\varepsilon}\tau$. Damit ergibt sich für die Energieniveaus $\varepsilon(t)$ des QPs eine lineare zeitliche Abhängigkeit

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_c + \Delta_{ptb}(t - t_c)/\tau. \quad (2.20)$$

Abbildung 2.11 veranschaulicht die erwähnten zeitlichen Zusammenhänge. Ob in einem Transportzyklus ein Elektron gefangen oder verloren wird hängt davon ab, wie das Energieniveau ε zum Entkopplungszeitpunkt t_c zum Fermienergie E_F steht. Die Höhe von ε_c lässt sich über die Gatewirkung des rechten Steuergates U_2^{dc} einstellen. Es ergibt sich

$$\varepsilon_c = -\alpha U_2^{dc} \Delta_{ptb} + \text{const.} \quad (2.21)$$

Dabei ist α der Fitparameter, der aus dem Zerfallsratenmodell [32] gewonnen wurde. Sobald das Energieniveau $\varepsilon(t)$ zum Zeitpunkt t_b das Fermienergie E_F

überschritten hat, d.h. $\varepsilon(t_b) = E_F$, setzen Rücktunnelprozesse ein. Auch in diesem Modell wird davon ausgegangen, dass nach abgeschlossenem Initialisierungprozess das Auswerfen der Elektronen nach Drain vollständig und fehlerfrei durch die weitere Modulation am linken Steuergate U_1 erfolgt.

Mit den obigen Annahmen wird nun über den Ansatz eines effektiven Einteilchen-Hamiltonoperators eine Lösung vorgestellt:

$$n_f = \int \frac{f(\epsilon)}{2\pi^2\Gamma_c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{x + e^{-x}}{2} + i\frac{\Delta_{ptb}}{2\pi\Gamma_c} \left(x - \frac{\epsilon - \varepsilon_c}{\Delta_{ptb}} \right)^2 \right] dx \right|^2 d\epsilon. \quad (2.22)$$

Diese Stufenfunktion $n_f(\varepsilon_c)$ bzw. $n_f(U_2^{dc})$ beschreibt den Ladungstransport in Abhängigkeit dreier energetischer Größen Δ_{ptb} , Γ_c und $k_B T$, wobei k_B die Boltzmannkonstante und T die Temperatur der Elektronen darstellt. Da diese Lösung für die Auswertung experimenteller Daten zu umständlich ist, extrahiert Kashcheyevs drei Grenzfälle, die den Kurvenverlauf bei jeweils einem dominierenden Fehlermechanismus beschreiben. Die drei Grenzfälle ergeben sich zu:

$$n_f = f(\varepsilon_c) \quad \text{für } \Delta_{ptb}, \Gamma_c \rightarrow 0, \quad (2.23)$$

$$n_f = (2/\pi) \tan^{-1} e^{-\varepsilon_c/\Gamma_c} \quad \text{für } kT, \Delta_{ptb} \rightarrow 0, \quad (2.24)$$

$$n_f = e^{-e\varepsilon_c/\Delta_{ptb}} \quad \text{für } kT, \Gamma_c \rightarrow 0. \quad (2.25)$$

Alle drei Grenzfälle sind bereits in der Literatur beschrieben: der Fall 2.23 beschreibt ein plötzliches Entkoppeln des QPs (engl. *sudden decoupling*), dabei sind die Größen Δ_{ptb} und Γ_c vernachlässigbar. Der Kurvenverlauf spiegelt die Fermiverteilung wieder, d.h. die thermische Verteilung der Zuleitung Source und ist symmetrisch unter Variation von U_2^{dc} bzw. $-\varepsilon_c \rightarrow \varepsilon_c$ [60].

Der zweite Grenzfall 2.24 wurde von Flensberg in [15] erörtert. Auch dieser Fall zeigt sich in einer symmetrischen Kurve. Allerdings ist hier nur die Größe Γ_c der Quantenfluktuationen relevant.

Das Zerfallsratenmodell ist in Gleichung 2.25 aufgegriffen [32]. In diesem Grenzfall ist der Parameter Δ_{ptb} dominant.

Da eine endliche Temperatur lediglich eine Verbreiterung bzw. ein „Aus-schmieren“ des Kurvenverlaufs bedeutet, setzt Kashcheyevs in [34] die Temperatur $T = 0$. Eine nicht-perturbative Betrachtung von Gleichung 2.22 liefert einen exemplarischen Kurvenverlauf, der sich durch Verschiebung des Verhältnisses Γ_c/Δ_{ptb} ergibt (s. Abb. 2.12) mit $\Gamma_c > kT$. Die Kurve entwickelt sich von einer deutlich asymmetrischen Kurve aus dem Grenzfall 2.25 hin zu Fall 2.24.

Ein ganz analoges Verhalten ergibt sich für $kT > \Gamma_c$ und einer Verschiebung des Verhältnisses von kT/Δ_{ptb} .

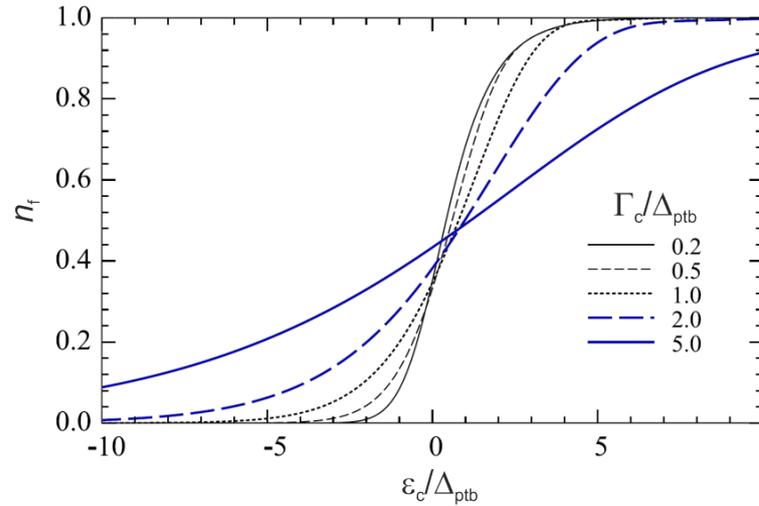


ABBILDUNG 2.12: Einfangwahrscheinlichkeit $n_f(\varepsilon_c/\Delta_{ptb})$ bei $T = 0$. Das Verhältnis von Γ_c/Δ_{ptb} wird variiert. Der Verlauf wechselt von einer asymmetrischen zu einer symmetrischen Stufe [34].

In der Praxis ist es schwierig einen dem Modell vollständig entsprechenden Kurvenverlauf zu generieren. In der Regel handelt es sich um Mischfälle, bei denen sich in unterschiedlichen Verhältnissen alle Fehlermechanismen überlagern. Durch gezieltes Betreiben der Pumpen lassen sich jedoch die Mechanismen in dem Maße steuern, dass dominante Fehlerbeiträge unterschiedlicher Mechanismen zu Tage treten können. Damit kann die Quantisierungsqualität der Pumpen um mehrere Größenordnungen gesteigert werden. Untersuchungen dieser Art sind Bestandteil dieser Arbeit und werden in Kapitel 6 vorgestellt.

Wichtig wird das korrekte Einordnen des Kurvenverlaufs auch im Hinblick auf Präzisionsmessungen, die am Punkt der geringsten Abweichungen zum nominellen Stromwert ef aufgenommen werden. Dieser Punkt variiert je nach Fitmodell und beeinflusst somit die Wahl der Parameter.

2.3.3 Phänomenologischer Ansatz zum Ladungstransport

Wie schon erwähnt, richtet sich dieser Ansatz, der in Ref. [33] erarbeitet wird, an die Grenzen des Zerfallsratenmodells [32], das in 2.3.1 erläutert wurde. Messungen in hoher Auflösung zeigen deutliche Abweichungen zu eben genanntem Modell [22, 23]. Diese Abweichungen werden vor allem auf notwendige Temperaturkorrekturen zurückgeführt, denn im erweiterten Modell (vgl. Kap. 2.3.2), wird die Formel des Zerfallsratenmodells für $T \rightarrow 0$ reproduziert. Betrachtet wird in dem heuristisch motivierten Ansatz die erste Quantisierungsstufe, die experimentell in der Regel die beste Quantisierung liefert.

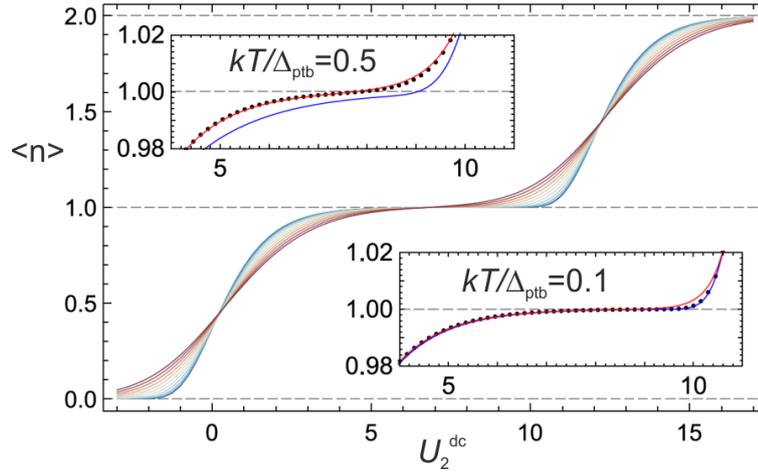


ABBILDUNG 2.13: Durchschnittlich transportierte Elektronen $\langle n \rangle$ in Abhängigkeit von der Gatespannung U_2^{dc} . Das Verhältnis von kT/Δ_{ptb} wurde von 0 bis 1 variiert, entsprechend die Kurvenfärbung von blau nach rot. Die Insets zeigen neben den exakten numerischen Lösungen in schwarz aus [34] den heuristischen Fit in rot bzw. den Fit des Zerfallsratenmodells in blau. Die Graphik ist [33] entnommen.

Es kann gezeigt werden, dass die Korrekturen zum Zerfallsratenmodell durch das Verhältnis von Temperatur T und Δ_{ptb} bestimmt werden. So wird das Zerfallsratenmodell für ein Verhältnis von $kT/\Delta_{\text{ptb}} > 0.1$ abgelöst durch eine heuristische Formel, die den thermischen Fehler beschreiben kann:

$$\langle n \rangle = 1 - e^{-\alpha_S(U-U_S)} + e^{\alpha_T(U-U_T)}. \quad (2.26)$$

Exemplarisch ist diese Entwicklung in Abb. 2.13 abgebildet. Die Fitparameter α_S bzw. α_T beschreiben das Einlaufen auf das erste Plateau (engl. *shoulder*), bzw. das Auslaufen (engl. *tail*). Dabei kann das Verhältnis von α_S/α_T als Näherung für kT/Δ_{ptb} angesehen werden, wie aus numerischen Daten gefolgert werden kann. Betrachtet wird die Entwicklung des Kurvenverlaufs für unterschiedliche Verhältnisse von kT/Δ_{ptb} , errechnet als exakte numerische Lösung nach [33]. Es ergibt sich z.B. für größere thermische Energien mit $kT/\Delta_{\text{ptb}} \geq 0,5$ eine deutliche Verbreiterung der Stufen sowie eine größere Steigung am flachsten Punkt der Kurve. Die Insets zeigen jeweils Fits an die exakten numerisch gewonnenen Lösungen nach [34] in einem Bereich von $\pm 0.02 \langle n \rangle$ um das erste Plateau herum. Für das Verhältnis $kT/\Delta_{\text{ptb}} = 0.5$ zeigt der heuristische Fit eine deutlich bessere Übereinstimmung, wohingegen im Fall von $kT/\Delta_{\text{ptb}} \leq 0.1$ das Zerfallsratenmodell die bessere Wahl bleibt.

Desweiteren ergänzt Kashcheyevs den Gütefaktor δ_2 aus dem Zerfallsratenmodell zur ursprünglichen Beschreibung um den Beitrag des Verhältnisses aus Additionsenergie $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1$ und Δ_{ptb} . Der Gütefaktor wird hier somit postuliert als

$$\delta_2 = \ln \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} + \frac{\Delta\mu}{\Delta_{ptb}}. \quad (2.27)$$

Mit dieser neuen Beschreibung soll der Tatsache Rechnung getragen werden, dass die Rücktunnelprozesse verschiedener Besetzungszustände zu unterschiedlichen Zeitpunkten einsetzen. Der zusätzliche Term beschreibt die energetische Verschiebung während der Zeit, die gebraucht wird, um einen „offeneren“ Ladungszustand zu schließen.

Allgemein soll die oben eingeführte Fitformel 2.26 eine zuverlässige und vergleichbare Auswertung ermöglichen, die eine unabhängige Bewertungsmöglichkeit einer Einzelelektronenstromquelle liefert. Diese Bewertungsmöglichkeit anhand eines neuen Gütefaktors, abgeleitet aus der Fitfunktion, wird im experimentellen Teil aufgegriffen und detailliert erörtert (s. Kapitel 6).

Kapitel 3

Proben und Messtechnik

In diesem Kapitel werden alle für die Messungen im Rahmen dieser Arbeit erforderlichen Voraussetzungen vorgestellt. Dazu zählen zum einen die Herstellung der verwendeten Bauteile, zum anderen die notwendigen Instrumente im Labor einschließlich des Kryosystems zum Erreichen der Temperaturen um 100 mK. Diejenigen Instrumente, denen eine besondere Bedeutung zukommt, werden hierbei ausführlich eingeführt.

3.1 Probenherstellung

Die für diese Arbeit verwendeten Bauelemente beruhen auf einem etablierten Fertigungsprozess, der seit einigen Jahren an der PTB verwendet wird. Die Probenherstellung wurde von T. Gerster, Dr. C. Leicht oder unter der Anleitung von Dr. C. Leicht durchgeführt. Aktuelle Erkenntnisse zeigen, dass Optimierungsbedarf bei den unterschiedlichen Fertigungsprozessen besteht. Untersuchungen dieser Art stehen jedoch nicht im Fokus dieser Forschungsarbeit und werden daher nicht weiter behandelt.

3.1.1 Materialsystem

GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen bieten das Ausgangsmaterial der verwendeten Devices. Diese werden in der PTB von H. Marx und Dr. K. Pierz mit Hilfe von Molekularstrahlepitaxie (MBE) gewachsen. Eine solche modulationsdotierte 2DEG-Struktur ist in der Schichtenfolge und mit zugehörigem Bändermodell schematisch in Abb. 3.1 gezeigt. Die Technik der MBE erlaubt es, unterschiedliche Materialien in Schichten bis zu weniger als 1 nm Dicke aufzubringen.

Durch eine vernachlässigbare Gitterfehlانpassung zwischen GaAs und AlGaAs ist ein nahezu fehlerfreies epitaktisches Wachstum möglich, und es lässt sich die Bandlücke ($E_C - E_V$) durch die Konzentration des Aluminiums (Al) gezielt vergrößern. Zunächst wird auf einen kommerziell erworbenen GaAs-Wafer eine Pufferschicht von ca. 1 μm GaAs aufgetragen, um mögliche Versetzungen und Verunreinigungen zu eliminieren.

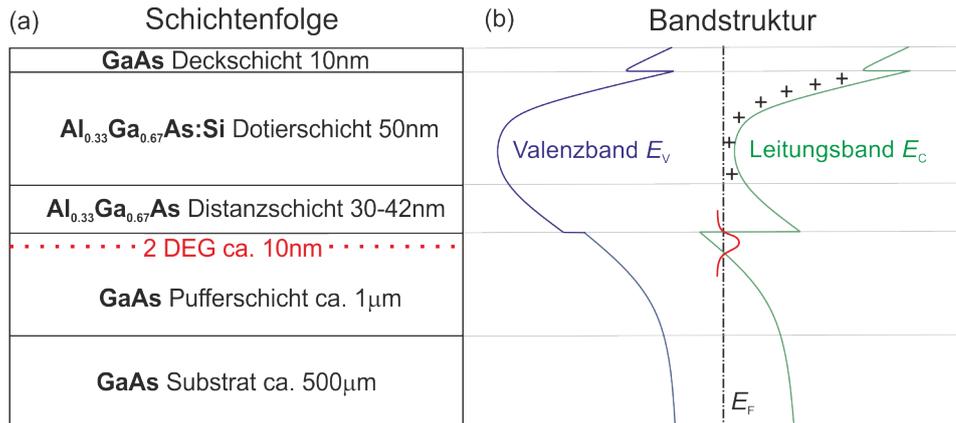


ABBILDUNG 3.1: (a) Schichtenfolge der verwendeten GaAs/AlGaAs-Heterostruktur (b) Schema der zugehörigen Bandstruktur

Auf eine $\text{Al}_{0.33}\text{Ga}_{0.67}\text{As}$ Distanzschicht von typischerweise 30 nm Dicke folgt die 50 nm dicke, Si-dotierte AlGaAs-Dotierschicht. Eine Deckschicht aus reinem GaAs schützt die AlGaAs-Schicht vor Zersetzung durch Oxidation. Die Elektronen aus der Dotierschicht sammeln sich auf Grund der kleineren Bandlücke im GaAs und hinterlassen die positiven Atomrümpfe in der Dotierschicht. Durch die räumliche Ladungsverteilung entsteht ein dreieckiger Quantentopf an der GaAs/AlGaAs-Grenzfläche mit einem mit Leitungselektronen besetzten ersten Subniveau. Der Ladungsträgertransport ist nur in der Schichtebene (x - y -Richtung) möglich, deshalb spricht man von einem 2-dimensionalen Elektronengas (2DEG). Typische Ladungsträgerdichten liegen bei $2\text{-}3 \times 10^{15}/\text{m}^2$. Durch die Dicke der Distanzschicht lässt sich sowohl die Ladungsträgerdichte als auch die Elektronenbeweglichkeit einstellen, da sie die Coulomb-Fernstreuung an den positiven Si-Atomrümpfen verringert. Übliche Beweglichkeiten in den verwendeten Strukturen liegen bei Werten von $\mu \approx 300 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Das 2DEG befindet sich in einer Tiefe von ca. 90-100 nm unter der Oberfläche. Die Ladungsträgerverarmung in der GaAs-Deckchicht ermöglicht eine direkte Aufbringung der Feldeffekt(Gate)-Elektroden auf die Probenoberfläche ohne eine zusätzliche Isolatorschicht.

3.1.2 Prozessierung und Design

Prozessiert werden immer Bruchstücke eines fertig gewachsenen 2-Zoll-Wafers. Auf diesen Stücken lassen sich 20-40 Bauteile fertigen, die nach Abschluss der Prozessierung in einzelne Bauteile gespalten und dann vermessen werden können.

Ein solches Bauteil ist in Abb. 3.2(a) gezeigt. An einem Hallbar liegen vier Pumpstrukturen, die je nach Bedarf gebondet werden können. In dieser Arbeit wird jeweils nur eine Pumpe allein betrieben. In Abb. 3.2(b) und (c) sind zwei unterschiedliche Designs abgebildet. Das neue Pumpendesign

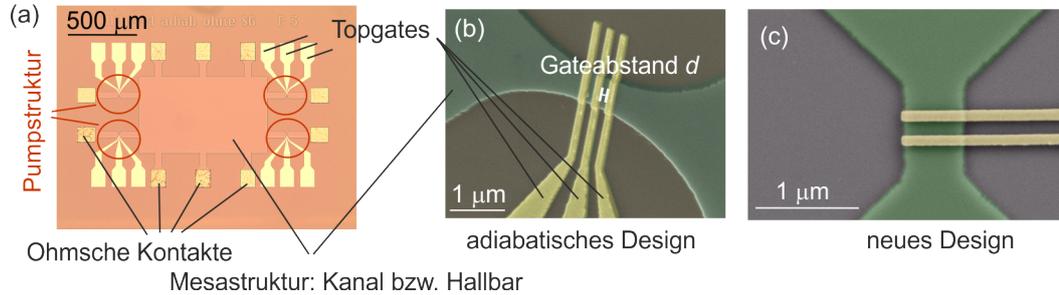


ABBILDUNG 3.2: (a) Lichtmikroskopbild eines verwendeten Bauteils, (b) REM-Aufnahme der Pumpstruktur in Falschfarben des adiabatischen Designs nach Dr. C. Leicht (vgl. [43]) (c) neues Design nach T. Gerster.

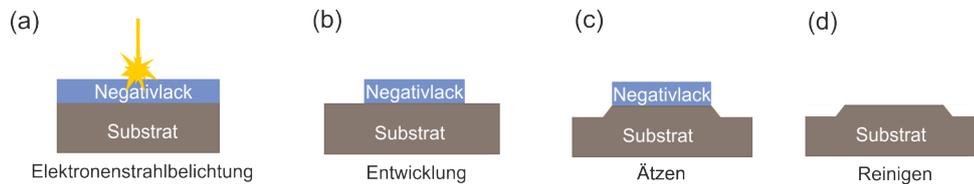


ABBILDUNG 3.3: Schritte zur Mesostrukturierung (a) Positivlack wird mit Hilfe von Elektronenstrahlen belichtet und in (b) entwickelt. (c) Probe nach dem Ätzprozess und (d) nach dem Reinigen.

verzichtet auf ein drittes Gate, das üblicherweise funktionslos geerdet wird. Weiterhin sind die Kanalverläufe eckig geformt und nicht abgerundet wie im adiabatischen Design.

Um Verunreinigungen durch z.B. Lagerung zu entfernen, wird ein Bruchstück des 2-Zoll-Wafers zunächst 10 min in Aceton im Ultraschallgerät gereinigt, dann mit Isopropylalkohol (C_3H_8O) gespült und mit sauberem Stickstoffgas trocken geblasen. Anschließend wird es mit Hilfe von TEM (Transmissionselektronenmikroskop)-Wachs auf einen Silizium-Dummywafer geklebt.

Durch Herausätzen definierter Bereiche aus dem Material wird zunächst eine Mesa strukturiert. In unserem Fall sollen ein Hallbar und vier Pumpkanäle strukturiert werden. Diesem Prozess liegen vier Schritte zu Grunde: die Elektronenstrahlbelichtung, das Entwickeln, das Ätzen und die Reinigung (vgl. Abb. 3.3). Diese Schritte werden im Folgenden genauer beschrieben.

Zum Entfernen von Oxid wird das Probenstück vor weiterer Bearbeitung 30 s in verdünnte 30% Salzsäure (HCl) gedippt. Die Verdünnung mit Reinstwasser (H_2O) erfolgt im Verhältnis 1:3 (HCl: H_2O). Anschließend wird

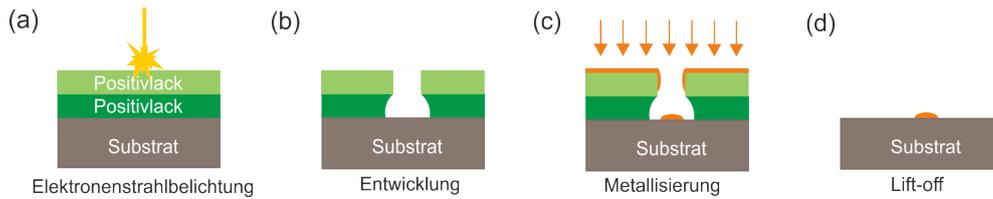


ABBILDUNG 3.4: Schritte zu Ohmschen Kontakten und Topgates (a) Positivlack wird mit Hilfe von Elektronenstrahlen belichtet und in (b) entwickelt mit Hilfe des *undercuts*. (c) Metallisierung der Probe und (d) *Lift-off*.

das Probenstück mit Reinstwasser (H_2O) gespült und mit Stickstoff (N_2) getrocknet. Nach einem fünfminütigen Ausbacken bei 160°C auf einer Heizplatte und einem zweiminütigen Verweilen in Hexamethyldisilazan-Atmosphäre zur Verbesserung der Haftung wird maN-2403 Negativlack aufgebracht, der bei 3000 rpm 45 s für eine Lackdicke von ca. 300 nm aufgeschleudert wird. Zum Aushärten erfolgt ein Ausbacken des Lackes auf der Heizplatte für 120 s bei 90°C . Nun wird die Mesastruktur mit Hilfe von Elektronenstrahlbelichtung geschrieben (Abb. 3.3(a)). Die Strukturen werden folgend 120 s mit AZ 726 (MIF) Developer entwickelt (Abb. 3.3(b)), eine Minute im H_2O -Bad gespült und mit Stickstoff (N_2) getrocknet. Die geschriebenen Strukturen lassen sich bereits jetzt im Mikroskop kontrollieren. Es folgt ein kurzes Überspülen mit verdünnter 30%iger Salzsäure (HCl), um kurzfristig entstandenes Oxid zu entfernen. Ein Bad in einer Ätzlösung aus Schwefelsäure (H_2SO_4), 30%iger Wasserstoffperoxidlösung (H_2O_2) und Wasser (H_2O) im Verhältnis (1:8:1600) ätzt die gewünschten Strukturen (Abb. 3.3(c)). Das Probenstück wird abschließend zum Reinigen ca. 60 s mit Reinstwasser (H_2O) gespült und mit Stickstoffgas (N_2) getrocknet (Abb. 3.3(d)).

Durch den Ätzprozess kommt es üblicherweise zu einer sogenannten *Sidewalldpletion*, d.h. es entsteht einem Bereich zwischen geätztem und nicht-geätztem Halbleitermaterial in dem keine Ladungsträger vorhanden sind. Diese Sidewalldpletion lässt sich durch den Ätzprozess nur schwer steuern. Um genau diesen Teil der den QP definierenden Grenze besser kontrollieren zu können, wurde kürzlich eine Pumpe entwickelt [3], die den QP allein über Gatewirkungen definiert. Allerdings hat diese Pumpe den metrologischen Nachteil, dass sie keine einfache Betriebsweise aufweist, sondern aufgrund der zahlreichen Parameter eine lange Charakterisierungsphase benötigt.

Die stichprobenartig im REM vermessenen Kanalbreiten liegen dann zwischen 550 nm und 700 nm für beide Designtypen, wobei eine Sidewalldpletion von ungefähr 340 nm berücksichtigt werden muss. Die Topgates haben eine Breite von 100 nm und ihre Zentren liegen ca. 150 nm voneinander entfernt (s. Abb. 3.2(b,c)).

Der nächste Schritt der Prozessierung ist die Herstellung der Ohmschen

Kontakte, der mit Positivlacken und anschließendem Metallisieren durchgeführt wird (vgl. Abb. 3.4). Für diesen Prozess werden auf das Probenstück Positivlacke aus Polymethylmethacrylat (PMMA) AR-P 641.03 und AR-P 671.02 nacheinander aufgebracht, bei jeweils 2000 rpm 90 s geschleudert und anschließend 10 min bei 160° C auf der Heizplatte ausgebacken. Die Elektronenstrahlbelichtung erfolgt nun auf den Feldern der Ohmschen Kontakte (Abb. 3.4(a)). Die anschließende Entwicklung findet für jeweils 60 s in einer Lösung aus 10 ml Ethylmethyleketon, 247,5 ml Methylisobutyleketon, 742,5 ml Isopropylalkohol bzw. in Isopropylalkohol statt. Das Probenstück wird danach mit N₂-Gas getrocknet. Der hier ausgenutzte sog. *undercut*-Effekt beschreibt den größeren Entwicklungsbereich des unteren Positivlackes, der den späteren Lift-off erleichtert (Abb. 3.4(b)). In einer Gesamtschichtdicke von ca. 250 nm werden sukzessiv Ni, AuGe und Ni durch thermisches Verdampfen auf das Probenstück aufgebracht (Abb. 3.4(c)). Ein Lift-off erfolgt anschließend für einige Stunden im Aceton-Bad (Abb. 3.4(d)). Nach einer Spülung mit Isopropylalkohol und dem Trocknen mit N₂-Gas werden die Kontakte im Legierofen bei 450° C für 30 s einlegiert, um einen Kontakt zwischen der Probenoberfläche und dem 2DEG zu gewährleisten.

Die Herstellung der Topgates erfolgt analog zu den Ohmschen Kontakten (vgl. Abb. 3.4). Obige Positivlacke werden wieder nacheinander aufgebracht, allerdings diesmal zum Erreichen einer geringeren Schichtdicke mit 4000 rpm geschleudert und anschließend wie bereits beschrieben ausgebacken. Nach der Elektronenstrahlbelichtung der Topgatestrukturen wird wie oben entwickelt und anschließend im thermischen Verdampfer mit 20 nm Titan (Ti) und 20 nm Gold (Au) metallisiert. Der Lift-off wird analog zum Schritt bei der Prozessierung der Ohmschen Kontakte durch eine Spülung mit Isopropylalkohol beendet und die Probe anschließend mit N₂ getrocknet.

Zur sicheren Lagerung werden die Proben mit Schutzlack (AZ5214E) versehen, der in Aceton vor der weiteren Verwendung wieder entfernt wird. Den Abschluss bildet eine Spülung mit Isopropylalkohol.

3.2 Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel wird der grundsätzliche experimentelle Aufbau erläutert. Im Verlaufe der Messungen wurden einige Details zur Optimierung der Präzisionsmessungen geändert. Diese werden später in Zusammenhang mit entsprechenden Messungen aufgeführt.

3.2.1 Kryosystem

Vermessen wurden die beschriebenen Proben in einem kommerziellen Oxford Instruments He³He⁴-Mischungskryostaten (KelvinoxTLM) mit integriertem supraleitenden Magnetsystem. Das Magnetsystem erreicht Feldstärken bis

20 T in der Probenkammer, auch Mischungskammer genannt. Die Magnetfeldrichtung steht senkrecht zur Probenoberfläche.

Ein solcher Mischungskryostat nutzt den Phasenübergang des He^3He^4 -Gemisches unterhalb der kritischen Temperatur von ca. 0,86 K. In diesem Temperaturbereich entsteht ein Gemisch, das sich horizontal in zwei Schichten teilt. Die obere Schicht enthält eine hohe Konzentration an He^3 -Atomen, in der unteren befinden sich hauptsächlich He^4 -Atome. Beide Schichten befinden sich im thermodynamischen Gleichgewicht. Man spricht auch von der quasiflüssigen bzw. quasigasförmigen Phase aufgrund der Suprafluidität von He^4 unterhalb von 2,2 K. Durch lokales Erwärmen können der verdünnten Phase He^3 -Atome entzogen werden. Parallel werden der oberen Schicht He^3 Atome zugeführt. Das Gleichgewicht ist gestört. Zur Wiederherstellung wandern He^3 -Atome der He^3 -reichen Phase in die He^3 -arme Phase. Dieser Prozess benötigt Energie, die der Umgebung in Form von Wärme entzogen wird. Dieser Kühlprozess kann Temperaturen bis zu wenigen mK erreichen. Aufgrund der elektrischen Zuleitungen des Probenstabes, speziell der Hochfrequenzleitungen, die vermehrt thermische Energie bis in die Mischungskammer leiten, werden in dem verwendeten System nur 100 mK statt der spezifizierten 15 mK erreicht.

Die leicht erhöhte Endtemperatur des Systems ist dennoch für die Untersuchungen der beschriebenen Bauelemente unkritisch, da folgende Aussagen zu den zu untersuchenden QP-Systemen gemacht werden können: Die Kapazität des QPs kann mit Hilfe einer runden Scheibe mit dem Durchmesser d zu

$$C = 4\epsilon_r\epsilon_0 d \quad (3.1)$$

genähert werden, wobei für die Dielektrizitätskonstante von GaAs $\epsilon_r \approx 13$ angenommen wird und ϵ_0 die elektrische Dielektrizitätskonstante sei. Weiterhin schätzen wir unseren QP mit einem Durchmesser von 200 nm ab. Dies ist eine Abschätzung nach oben, da die Gateabstände d (s. Abb. 3.2(b)) mit 150 nm tendenziell kleinere QPe vermuten lassen. Dann ergibt sich eine Kapazität des QP aus Gleichung 3.1 zu $C \approx 92$ aF. Damit bestünde eine Ladeenergie von $E_L = e^2/(2C_\Sigma) \approx 870 \mu\text{eV}$. Bei der üblichen Temperatur des Mischkryostaten von 100 mK wäre die thermische Energie bei ca. $E_{\text{therm}} \approx 9 \mu\text{eV}$ anzusiedeln und damit fast zwei Größenordnungen unterhalb der zu erwartenden Energieaufspaltung des QPs. Somit ist trotz möglicher Aufheizungseffekte während des Pumpbetriebs damit zu rechnen, dass die Quantisierung der Nanostruktur sichtbar ist.

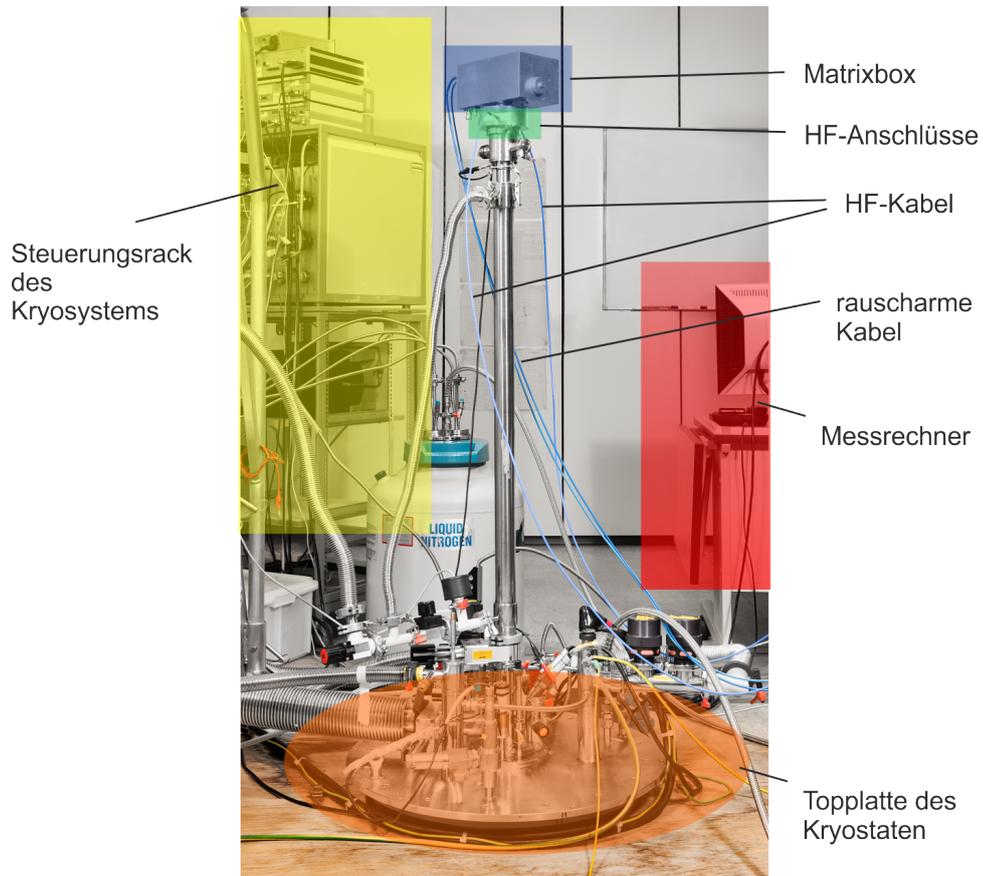


ABBILDUNG 3.5: Kryosystem mit Anschlüssen. Der Kryostat ist in den Boden eingelassen. Abgebildet sind die Topplatte mit den Versorgungsanschlüssen des Kryostaten und der obere Teil des Probenstabes, der in den Kryostaten eingelassen wurde.

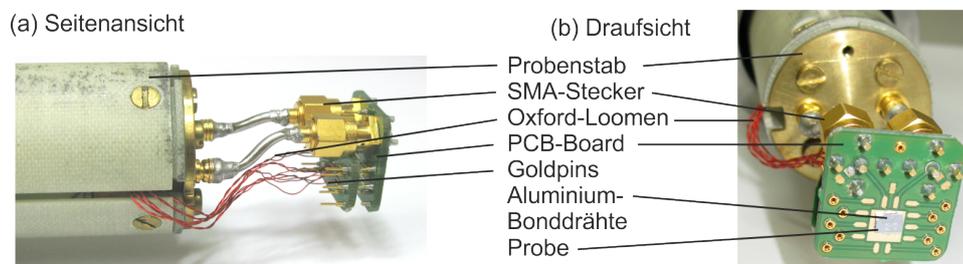


ABBILDUNG 3.6: Probenträger mit Probe am Probenstab
(a) Seitenansicht (b) Draufsicht.

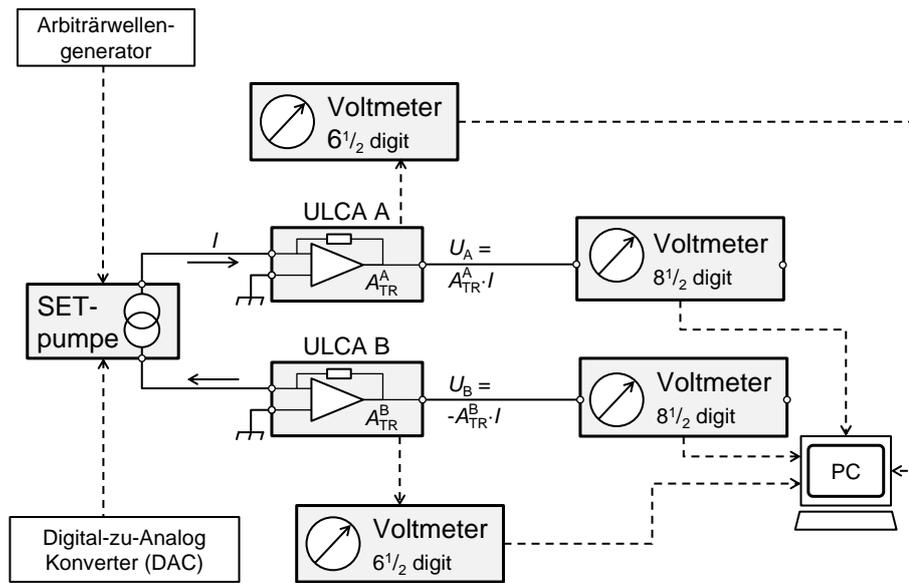


ABBILDUNG 3.7: Schematischer Aufbau der regulären Messapparaturen ohne Ausrichtung auf Präzisionsmessungen

3.2.2 Probenaufnahme und Probenträger

Die fertig prozessierten Proben werden nach dem Vereinzeln und Reinigen auf Leiterplatten (engl. *PCB, printed circuit board*) geklebt. Diese dienen sowohl der Kontaktierung, als auch einem standardisierten Einbau in den Probenstab. Als Kleber wird ein Silberleitlack (Hans Wolbring Leitsilber 200N) verwendet. Die Probenkontakte der wenige Quadratmillimeter großen Probe werden mit Hilfe eines Aluminiumdrahtbonders (Westbond) mit den Kontakten des Boards verbunden (s. Abb. 3.6).

Die Kontaktierung und Fixierung des Probenträgers am Probenstab erfolgt über zwei SMA-Stecker, die auf das PCB-Board gelötet sind. Die HF-Kabel, zwei Edelstahl-semi-rigid-Kabel, sind fest im Probenstab installiert. Als DC-Kabel werden die regulären Oxford-Loomen verwendet. Über vergoldete Steckpins werden die DC-Verbindungen, wie sie in Abb. 3.6(a) zu sehen sind, realisiert. Eine anfängliche Steckverbindung über einen Board-zu-Board-Stecker (samtec FTMH-105-03-L-DV) wurde im Laufe der Arbeit verworfen, da sie bei niedrigen Temperaturen keine durchgängig stabile Verbindung gewährleistet.

3.2.3 Allgemeiner Messaufbau

Eine schematische Darstellung des Messaufbaus ist in Abb. 3.7 dargestellt. Die Kommunikation der Mess- und Steuergeräte erfolgt über GPIB-Verbindungen und Glasfaser zur galvanischen Trennung. Eine Anordnung der Messinstrumente im Labor ist in Abb. 3.8 dargestellt.

Die Einzelelektronenpumpe wird mit Hilfe eines DAC's (Digital-zu-Analog-Konverters) zur Erzeugung der Potentialbarrieren und eines zweikanaligen Arbiträrwellengenerators mit einer Samplingrate von 12 GS/s (Tektronic AWG 7122C) zur Erzeugung des Modulationspulses angesteuert. Der DAC wurde unter anderem von U. Becker an der PTB entwickelt, um Bedürfnisse verschiedener Experimente flexibel zu bedienen. Kontaktiert sind die AC- bzw. DC-Spannungsquellen über Bias-T's mit Bandbreiten von 6 GHz bis 12 GHz. Das Hochfrequenzsignal wird außerdem über Filter (LP, Mini-circuits VLF-5500+) oder (LP, Mini-circuits SBLP-1870+) geglättet, um Diskretisierungsstufen, die Einfluss auf die Pumpcharakteristik haben, zu unterdrücken. Der generierte Strom I wird sowohl an der Zuleitung Source, als auch an der Zuleitung Drain mit einem neuartigen Verstärker verstärkt. Der sogenannte ULCA (engl. *Ultrastable low-noise current amplifier*) wurde in den letzten Jahren von Dr. D. Drung an der PTB entwickelt und ist speziell auf die Bedürfnisse der Einzelelektronenmessung ausgerichtet [12, 11, 13]. Da er für die Messungen dieser Arbeit eine zentrale Rolle spielt, wird er im folgenden Kapitel separat vorgestellt. Das verstärkte und in Spannung umgewandelte Signal wird folgend mit einem 8^{1/2} - Stellen Voltmeter (Agilent/Keysight 3458A) ausgelesen.

Der Verstärkungsfaktor des ULCA's ist mit einem Temperaturkoeffizienten von 0,13 ppm/K leicht temperaturabhängig. Eine sehr genaue Bestimmung der Verstärkung kann durch integrierte Temperatursensoren gewährleistet werden. Diese werden daher mit 6^{1/2} - Stellen Voltmetern (Keysight 34410A) ausgelesen und liefern einen Korrekturfaktor der Verstärkung. Diese Temperaturabhängigkeit ist vor allem bei Messungen hoher Präzision relevant. Bei ersten Messungen wurden auch die ADC's (Analog-zu-Digital-Konverter) zur Temperatúrauslesung verwendet. Diese können in das modulare Messsystem, in dem sich die DAC's (s.o.) befinden, integriert werden.

Die elektrischen Zuleitungen erfolgen von den DC-Spannungsquellen bis zur Matrixbox am Probenstabskopf (s. Abb. 3.5) mit kommerziellen Koaxialkabeln. Die DC-Leitungen sind am Probenstab mit Hilfe einer Matrixbox mit den vom Hersteller Oxford Instruments verbauten Flachbandkabeln innerhalb des Probenstabes verbunden und ermöglichen so einen variablen Anschluss. Die Flachbandkabel bestehen aus zwölf *twisted-pair* Konstantan-Drahtpaaren, die einzeln durch eine Lackschicht isoliert sind und über ein Synthetikgewebe zusammengehalten werden. Der DC-Widerstand dieser Kabel liegt bei ca. 225 Ω . Für die Hochfrequenz wurden „flexible semi-rigid“

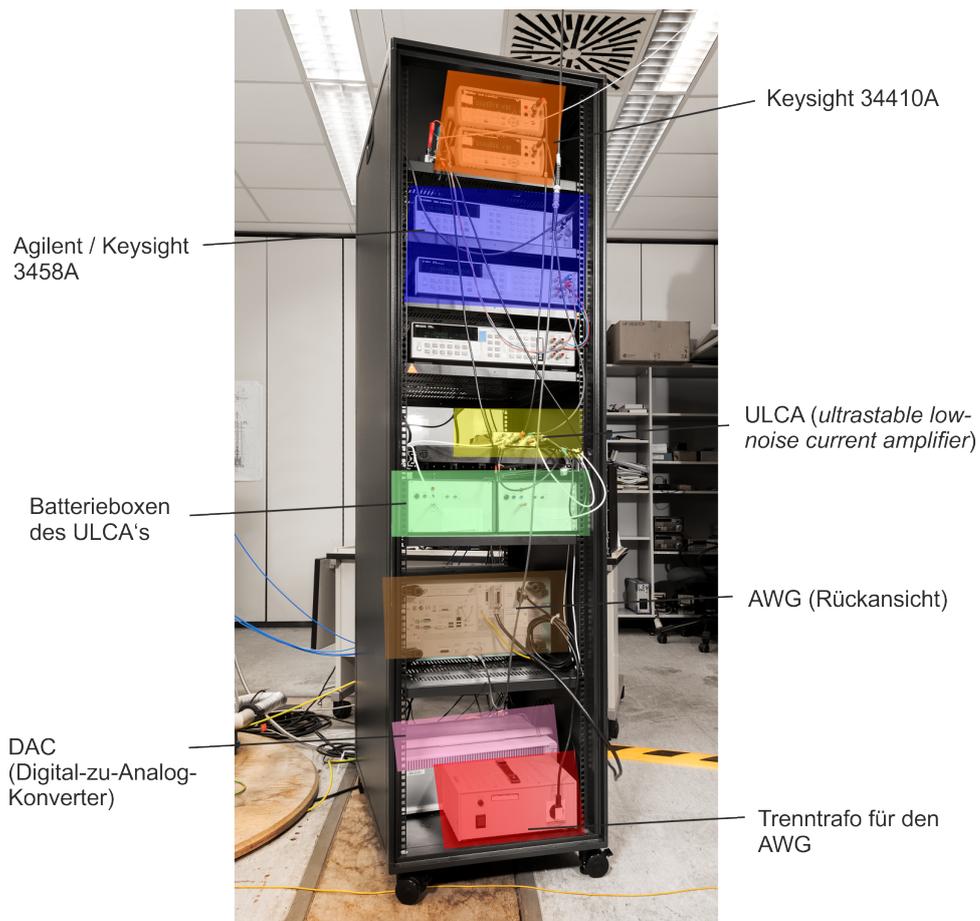


ABBILDUNG 3.8: Aufbau des Messracks, Messinstrumente sind farblich gekennzeichnet.

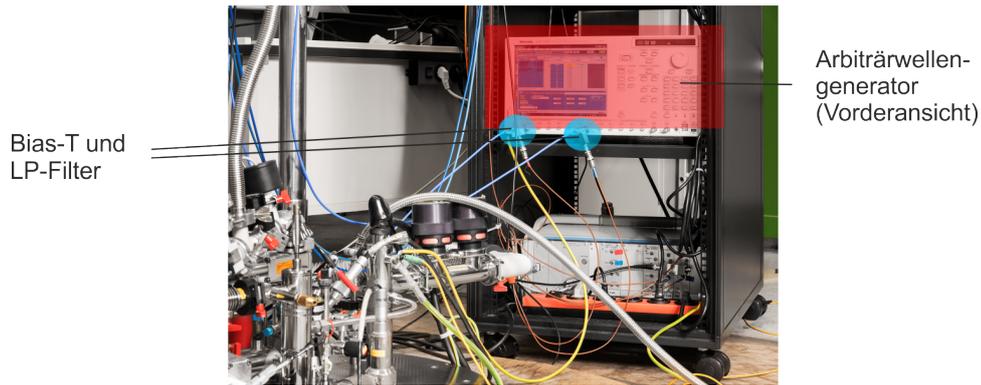


ABBILDUNG 3.9: Vorderansicht des Arbiträrwellengenerators mit HF-Anschlüssen.

Kabel (Huber+Suhner MULTIFLEX 141) von 1,5 m Länge verwendet, die nach einem 3 dB Dämpfungsglied am oberen Probenstabkopf mit halbstarren „Semi-rigid“-Kabeln bis zum Probenträger weitergeführt werden. Die ca. 2,8 m langen, halbstarren Koaxialkabel zur HF-Übertragung bestehen aus einem massiven Innenleiter und einer massiven Schirmung aus Edelstahl. Die Kontaktierung erfolgt über SMA- und MCX-Steckverbinder. Für die Strommessung an Source und Drain wurden vom Probenstab bis zum ULCA spezielle rauscharme Triaxkabel (Huber+Suhner G_01330_HT-11) verwendet.

Als Messprogramm zum Ansteuern und Auslesen der Instrumente dient „MODULAB“, eine modulare LabView Messumgebung, die von Dr. F.J. Ahlers in der PTB entwickelt wurde und individuell an die verwendeten Geräte angepasst wird.

3.2.4 Spezielle Messinstrumente

Nach der kompakten Zusammenstellung der verwendeten Messinstrumente soll in diesem Unterkapitel noch einmal gesondert auf den ULCA und die Josephsonspannungsquelle eingegangen werden, die im weiteren Verlauf der Arbeit eine entscheidende Rolle spielen und nicht zu den standardmäßigen Laborausrüstungen zählen. Die Josephsonspannungsquelle dient im Rahmen der Präzisionsmessungen sowohl der Kalibrierung der Spannungsmesser, als auch der Kompensation des generierten Stroms bzw. der Spannung.

ULCA (*ultrastable low-noise current amplifier*)

Als Grundlage der folgenden Ausführungen dient eine Veröffentlichung von Dr. D. Drung zur Entwicklung des ULCA (s. [12]). Entwickelt wurde der ULCA, nachdem die Messungen sehr kleiner Ströme im sub-nA-Bereich mit Hilfe eines CCCs (engl. *Cryogenic Current Comparator*, Kryostromkomparator) aufgrund zu starker Verstärkungen von Rauschgrößen an ihre Grenzen stießen. Die wichtigsten Eigenschaften des ULCA sind bereits sein

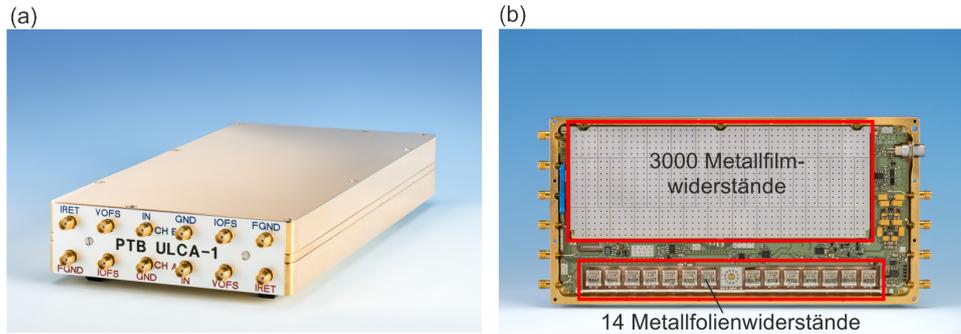


ABBILDUNG 3.10: (a) Außenansicht des ULCA 1.2 und 1.3
(b) Leiterplatte des ULCA mit Widerstandsnetzwerken

Name. So ist zum einen die Stabilität (*ultrastable*) ein wichtiges Kriterium für genaues Messen. Eine sehr genaue Vermessung des Verstärkungsfaktors mit einer Rückführung auf den Quantenhalleffekt mit nur 0,014 ppm Unsicherheit und die geringe Drift von unter 0,1 ppm pro Woche, bzw. 5 ppm pro Jahr, sind entscheidende Beiträge für einen geringen Messfehler. Zum anderen verhilft ein geringes Rauschen (*low-noise*) von $2,4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ zu einem kleineren statistischen Fehler. Mit diesen Eigenschaften kann ein Strom von 100 pA mit einer Unsicherheit von nur 0,1 ppm innerhalb von 10 Stunden validiert werden unter der Annahme, dass mit Stromumpolung, ohne zusätzliches Rauschen und bei zeitnaher Kalibrierung gemessen wird. Damit liegt die erreichbare Unsicherheit dieser Verstärker ca. zwei Größenordnungen unter den herkömmlichen Verstärkern [56].

Weiterhin ist der ULCA ein sehr handliches, kompaktes Gerät, das bei Raumtemperatur betrieben wird (s. Abb. 3.10). Das Gehäuse ist aus einem massiven Kupferblock hergestellt, um die thermische Stabilität zu optimieren. Betrieben wird der ULCA mit 12 V Akkus, die in Intervallen von vier Wochen geladen werden müssen. Der Betriebsstrom ist mit 11 mA gering. Ein weiterer Vorteil des niedrigen Betriebsstromes ist die Temperaturstabilität nahe der Raumtemperatur. Weiterentwicklungen der ULCA besitzen Akkuboxen mit zwei separaten Akkus, die einen kontinuierlichen Betrieb durch abwechselndes Laden und Versorgen zulassen. Der Akkubetrieb dient sowohl der galvanischen Trennung zur Vermeidung von Masseschleifen, als auch der Reduzierung von Störungen durch eine 50 Hz-Netzversorgung. Der ULCA ist somit sehr einfach zu handhaben und erspart aufwendige Apparaturen, die im Bereich der Präzisionsmessungen meist Tieftemperaturen erfordern [23, 27].

Umgesetzt wird die Verstärkung des ULCA über ein zweistufiges System. Die erste Stufe sorgt für eine 1000-fache Stromverstärkung des Eingangsstromes (s. Abb. 3.11), in unserem Fall erzeugt durch eine Einzelelektronenpumpe. Die zweite liefert die Strom-Spannungs-Wandlung. Die gesamte Transresistanz, das Verhältnis von Ausgangsspannung zu Eingangsstrom, beträgt

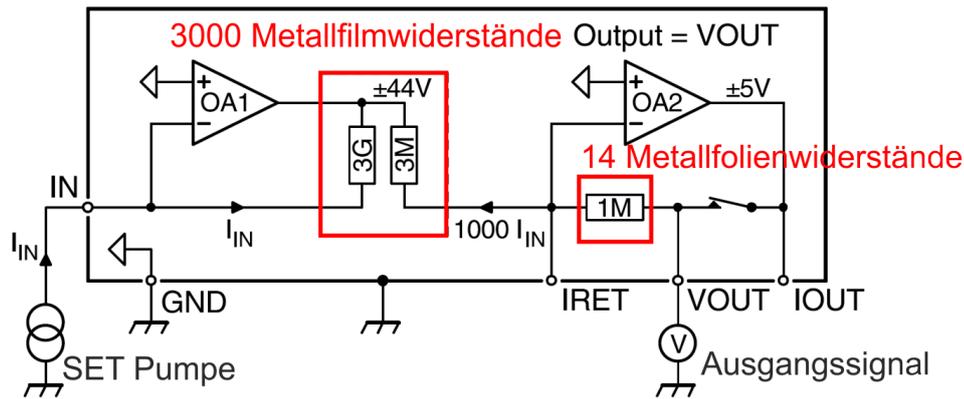


ABBILDUNG 3.11: Schematisches Schaltbild des ULCAs [12].

$A_{TR} = G_{IN} R_{OUT} = 10^3 \cdot 10^6 \Omega$, wobei G_{IN} der Verstärkungsfaktor der ersten Stufe und $R_{OUT} = 1M\Omega$ der Feedbackwiderstand der zweiten Stufe ist. Die Darstellung der Operationsverstärker OA1 und OA2 sind vereinfachende Zusammenfassungen komplizierter Schaltungen vieler monolithischer Operationsverstärker. Dadurch konnte einerseits ein sehr geringes Eingangsrauschen erreicht werden, das deutlich unter dem Rauschen weiterer Komponenten des ULCAs liegt und andererseits ein sehr hoher Gesamt-open-loop-Gain von ca. 10^9 .

Charakteristisch für den ULCA ist außerdem die Ausnutzung eines Widerstandsverhältnisses, das über ein Widerstandsnetzwerk aus 3000 NiCr-Metallfilmwiderständen (s. Abb. 3.10(b)) realisiert ist, innerhalb dessen sich mögliche Driften aufheben. Zum einen ist es durch seine spezielle Auswahl an Widerständen aus einer Herstellungsreihe sehr temperaturstabil, zum anderen haben Metallfilmwiderstände die Eigenschaft besonders rausch- und driftarm zu sein. Sie sind ferner mit sehr kleinen Toleranzen verfügbar. Dennoch bleibt aufgrund geringer Unterschiede der Widerstände ein kleiner Temperaturkoeffizient, der um ca. 0,13 ppm/K liegt. Die Veränderung der Transresistanz durch thermische Schwankungen lässt sich durch Auslesen eines Temperatursensors im Inneren des Verstärkers aufgrund des linearen Zusammenhangs leicht retrospektiv herausrechnen. Der typische Transferkoeffizient liegt bei ca. 1,9 mV/K und wird in Zusammenhang mit einer Kalibrierung bestimmt.

Der gesamte Rauschbeitrag des ULCAs ist dominiert vom Nyquist-Rauschen innerhalb des Widerstandsnetzwerks und liegt bei ca. $2,4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Hierin ist ein marginaler Anteil von $< 0,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ des Eingangsverstärkers enthalten. Der Rauschbeitrag wurde über eine Allan-Deviation bestimmt (s. 5.2.3) [12].

Für die Anwendung des ULCAs im Rahmen der Präzisionsmessung sind außerdem Einschwingzeiten zu berücksichtigen. Wie in Kapitel 5 noch detailliert erläutert wird, ist zur Unterdrückung von Offset- und Drifteffekten

ein periodisches Umschalten bzw. An- und Ausschalten nötig. Hierfür ist es wichtig, die Einschwingzeiten der verwendeten Instrumente zu kennen, um die fehlerbehafteten Messpunkte zu identifizieren. Für den ULCA ergeben sich sinnvoll zu berücksichtigende Einschwingzeiten von ca. 3 s, nach denen die relativen Abweichungen zum kalibrierten Verstärkungsfaktor deutlich unter 0,1 ppm gefallen sind [12].

Kalibriert werden sowohl die Eingangsstufe, also das Widerstandsnetzwerk, als auch die Ausgangsstufe mit den Metallfolienwiderständen mit Hilfe eines CCC's. Für die erste Stufe wird ein Strom zunächst im Stromverstärker ca. 1000fach verstärkt und dann im CCC mit Hilfe des Windungszahlverhältnisses mit dem Eingangsstrom verglichen. Die Kalibrierung der Ausgangsstufe erfolgt unter Zuhilfenahme eines kalibrierten, d.h. auf den Quantenhallwiderstand zurückgeführten 12,9 k Ω -Widerstand. Die hohe Genauigkeit des CCC's garantiert die Genauigkeit der Kalibrierfaktoren auf bis zu 0,01 ppm ($k = 1$) pro Stufe.

Außerdem ermöglicht der ULCA neben der Strom-Spannungs-Wandlung inklusive Verstärkung grundsätzlich auch eine reine Stromgenerierung, die allerdings in unserer Anwendung nicht verwendet wird. Daher wird auf Erläuterungen an dieser Stelle verzichtet (für Details s. [12]). In jüngster Zeit sind Varianten des ULCA's entwickelt worden, die auf verschiedene Aspekte hin optimiert wurden. Beispielsweise kann der Fokus auf eine verbesserte Stabilität gelegt werden auf Kosten des Rauschens oder vice versa [9].

Josephson-Array

Im Jahr 1990 wurde der Josephson-Effekt für die Darstellung des Volt eingeführt. Seither wird viel an der Optimierung der Darstellung gearbeitet. Als Grundlage des Überblicks dient eine Veröffentlichung von R. Behr [4], der die Entwicklungen an der PTB maßgeblich vorangetrieben hat. Der Ursprung lässt sich auf die Entdeckung des Effektes vor 55 Jahren datieren. Er begann mit einem einzelnen Josephson-Kontakt, der nur wenige Millivolt liefern konnte. Inzwischen können integrierte Schaltungen von 10.000 bis 300.000 Kontakten gebaut werden, die standardmäßig bis 10 V Ausgangsspannung liefern. Eine wichtige Erneuerung ist die Möglichkeit der programmierbaren Josephsonreihen, um u.a. auch AC-Spannungen darstellen zu können.

Bereits 1962 sagte Brian Josephson den besagten Effekt voraus [26]. Der Josephson-Effekt beschreibt den Stromfluss durch eine Tunnelbarriere, die sich zwischen zwei Supraleitern befindet. Dieser Effekt konnte innerhalb eines Jahres von Shapiro experimentell nachgewiesen werden [50]. Josephson-Kontakte existieren in vielen Varianten. Die wichtigsten Realisierungen sind Verbindungen aus Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter (SNS) und Supraleiter-Isolator-Supraleiter (SIS). Die Funktionsweise beider Typen

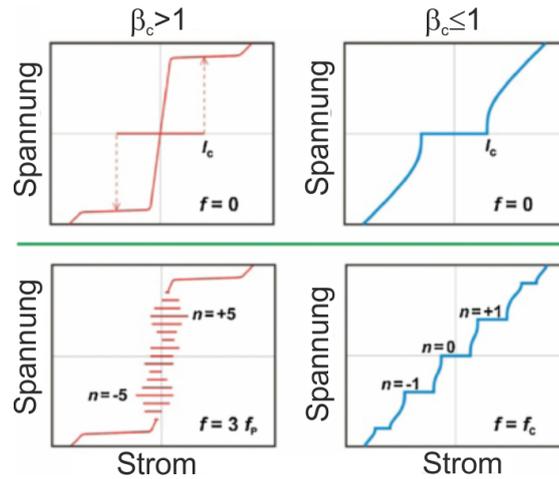


ABBILDUNG 3.12: Schematische Strom-Spannung-Kennlinien für schwach und stark gedämpfte Josephsonkontaktstellen. Obere Abbildungen ohne, untere mit Mikrowelleneinstrahlung [4].

ist ähnlich. Zunächst können bei Anschluss an eine Stromquelle Elektronenpaare (Cooperpaare) ungehindert von einem Supraleiter über die wenige Nanometer dicke Zwischenschicht in den anderen Supraleiter tunneln.

Die erste Josephson-Gleichung, der DC-Josephson-Effekt, beschreibt mit $I = I_c \sin \phi$ den Suprastrom bei 0 V durch die Barriere, wobei I_c der kritische Strom ist und ϕ die Phasendifferenz der Wellenfunktionen links und rechts der Barriere.

Der AC-Josephson-Effekt beschreibt einen AC-Suprastrom bei einer geringen Spannung über die Barrieren. Seine Frequenz ergibt sich zu:

$$f_J = (2e/h)V, \quad (3.2)$$

wobei e die Elementarladung und h die Planckkonstante darstellen. Josephsons Vorhersage war, dass bei Anlegen einer Spannung eine Mikrowellenfrequenz vom Kontakt emittiert würde. Shapiro drehte diese Beziehung um und zeigte, dass die Einstrahlung eines Signals der Frequenz f die Oszillationen blockieren kann und Stufen konstanter Spannung hervorruft:

$$V_n = n(h/2e)f = nK_J^{-1}f, \quad (3.3)$$

wobei K_J die Josephson-Konstante ist und $n \in \mathbb{N}$ gilt. Diese diskreten Spannungsstufen werden auch Shapiro-Stufen genannt und sind schematisch in Abb. 3.12 dargestellt.

Das charakteristische Verhalten kann mit Hilfe des *resistively-capacitively-shunted-junction* Modells beschrieben werden [53, 45]. Hieraus leitet sich der dimensionslose McCumber-Parameter β_c ab, der eine Klassifizierung der Josephson-Kontakte aufgrund spezifischer Josephson-Kontakt-Parameter, wie

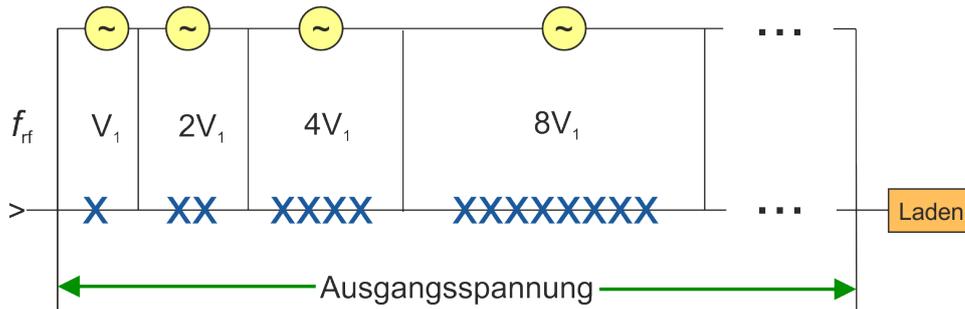


ABBILDUNG 3.13: Schematische Darstellung eines programmierbaren Josephson-Spannungsnormals [4].

z.B. Kapazität und Widerstand zulässt. In Abb. 3.12 sind schematische Strom-Spannungs-Kennlinien aufgetragen, für links $\beta_c > 1$ und für rechts $\beta_c \leq 1$.

Der Zusammenhang von Frequenz f und Spannung V_n , wie er in Gleichung 3.3 gegeben ist, war der gedankliche Auslöser für eine metrologische Anwendung im Rahmen eines Spannungsnormals [54]. Da sich die Stufenanzahl nicht beliebig erweitern ließ, versuchte man große Reihenschaltungen der Josephson-Kontakte zu realisieren, um eine gewünschte Gesamtspannung von ca. 1 V zu erreichen. Hierfür musste sich jeder Josephson-Kontakt auf einer entsprechenden Shapiro-Stufe befinden. Voraussetzungen dafür waren gleichmäßige Mikrowellenleistungen an den Josephson-Kontakten und vergleichbare Parameter der Josephson-Kontakte.

Komplexere Schaltungen mehrerer Josephson-Kontakte wurden möglich unter Verwendung von Josephson-Kontakten mit einem McCumber-Parameter $\beta_c \leq 1$ und Mikrowelleneinstrahlung. Die erste Realisierung eines solchen Digital-zu-Analog-Konverters mit metrologischer Genauigkeit im Design einer binären Reihenschaltung (s. Abb. 3.13) erfolgte von Hamilton et al. [24]. Inzwischen sind diese Systeme bis zu 10 V kommerziell zu erwerben. Hierfür werden Josephson-Kontakte nahe ihrer optimalen Frequenz betrieben, die sich aus dem kritischen Strom I_c und dem Widerstand im Normalzustand ableiten lässt.

Ein solches programmierbares Josephson-Spannungsnormals (PJVS, engl. *programmable Josephson voltage standard*) mit 1 V-Ausgangsspannung wurde auch in dieser Arbeit verwendet. Der Aufbau ist in Abb. 3.14 dargestellt. Es wurden sogenannte SINIS (Supraleiter-Isolator-Normalleiter-Isolator-Supraleiter)-Josephson-Kontakte, eine Variation der bereits beschriebenen SNS Josephson-Kontakte, genutzt. Betrieben wurde der verwendete PJVS bei ca. 70 GHz, entsprechend einer Auflösung von ca. $140 \mu\text{V}$.

Der etwa einen Quadratzentimeter große Chip wird an einem Probenstab im Heliumbad bei ca. 4.2 K betrieben. Über eine PLL (engl. *phase locked loop*, EIP 578B) wird er mit einer konstanten Mikrowellenfrequenz versorgt. Eine

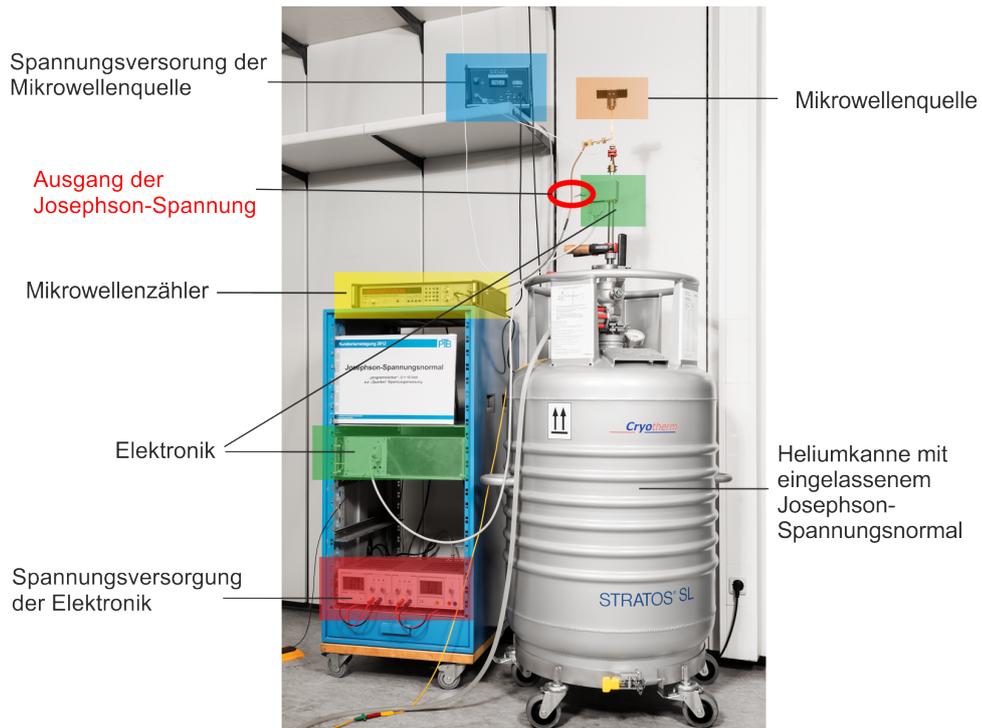


ABBILDUNG 3.14: Programmierbares Josephson-Spannungsnormal mit 1 V-Output.

computergesteuerte Elektronik ermöglicht die gezielte Ansteuerung der Reihenschaltung. Die ausgegebene Spannung des Josephson-Spannungsnormal an der Elektronik des Probenstabs wird über ein Kabel aus zwei verdrehten Kupferleitern und einem Schirm (Marke Guildline) zum weiteren Aufbau geführt. Die Kupferleiter bestehen aus einem etwa 0,7 mm dicken Kupferdraht. Der Vorteil der Kabel zeigt sich in besonders kleinen Thermospannungen von $< 1 \mu\text{V}$.

Kapitel 4

Optimierung des Pumpbetriebs

Einzelelektronenpumpen haben ein großes Potential im Hinblick auf das revidierte SI-System. In diesem Sinne wurde in der Vergangenheit viel Forschungsarbeit investiert, um die Genauigkeit dieser Bauteile zu steigern. Im folgenden Kapitel werden die inzwischen etablierten Methoden zur Optimierung vorgestellt.

4.1 Einfluss des Magnetfeldes

Erste Arbeiten zur Verbesserung der Pumpqualität von Einzel-Gate-modulierten GaAs-basierten Einzelelektronenpumpen durch ein senkrechtes externes Magnetfeld sind in den Jahren 2008 und 2009 von Wright et al. und Kästner et al. veröffentlicht worden [58, 30]. Spätere Analysen bestätigen diesen Effekt [42] und sind in hoher Präzision vermessen worden [23]. Quantisierungen konnten bei GaAs-basierten Einzelelektronenpumpen bis 30 T gemessen werden [41].

Die Hintergründe dieser Methode sind bislang noch nicht vollständig geklärt. In dieser Arbeit sind die Auswirkungen des Magnetfeldes nicht Zentrum der Untersuchungen, deshalb wird nur ein grober Überblick über die Erfahrungen gegeben.

4.1.1 Auswirkungen auf die Pumpstromcharakteristik

Vermessen wurde eine Probe im adiabatischen Design (s. Abb. 3.2(b)) mit einer Elektronenmobilität von $\mu \approx 280 \text{ m}^2/\text{Vs}$ und einer Ladungsträgerdichte von $n_S = 2,09 \cdot 10^{15} / \text{m}^2$. Als Modulationspuls wurde eine Pulsform verwendet wie sie im nächsten Abschnitt erläutert wird (s. Abschnitt 4.2). Diese führt unter anderem zu einer Veränderung der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Pumpstromcharakteristik, d.h. die Stufenkanten verschieben sich in Abhängigkeit der Entkopplungsgeschwindigkeit. Dieser Aspekt wird in Kapitel 6 aufgegriffen.

Es wurde zunächst eine U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik aufgenommen. Dargestellt ist in Abb. 4.1 und 4.2 die Ableitung des Pumpstromes in U_2^{dc} -Richtung. Das Magnetfeld wurde variiert von 16 T bis 3 T, wobei der Bereich zwischen 3 T und 0 T ausgelassen wurde, da hier eine sehr schlechte Quantisierung des

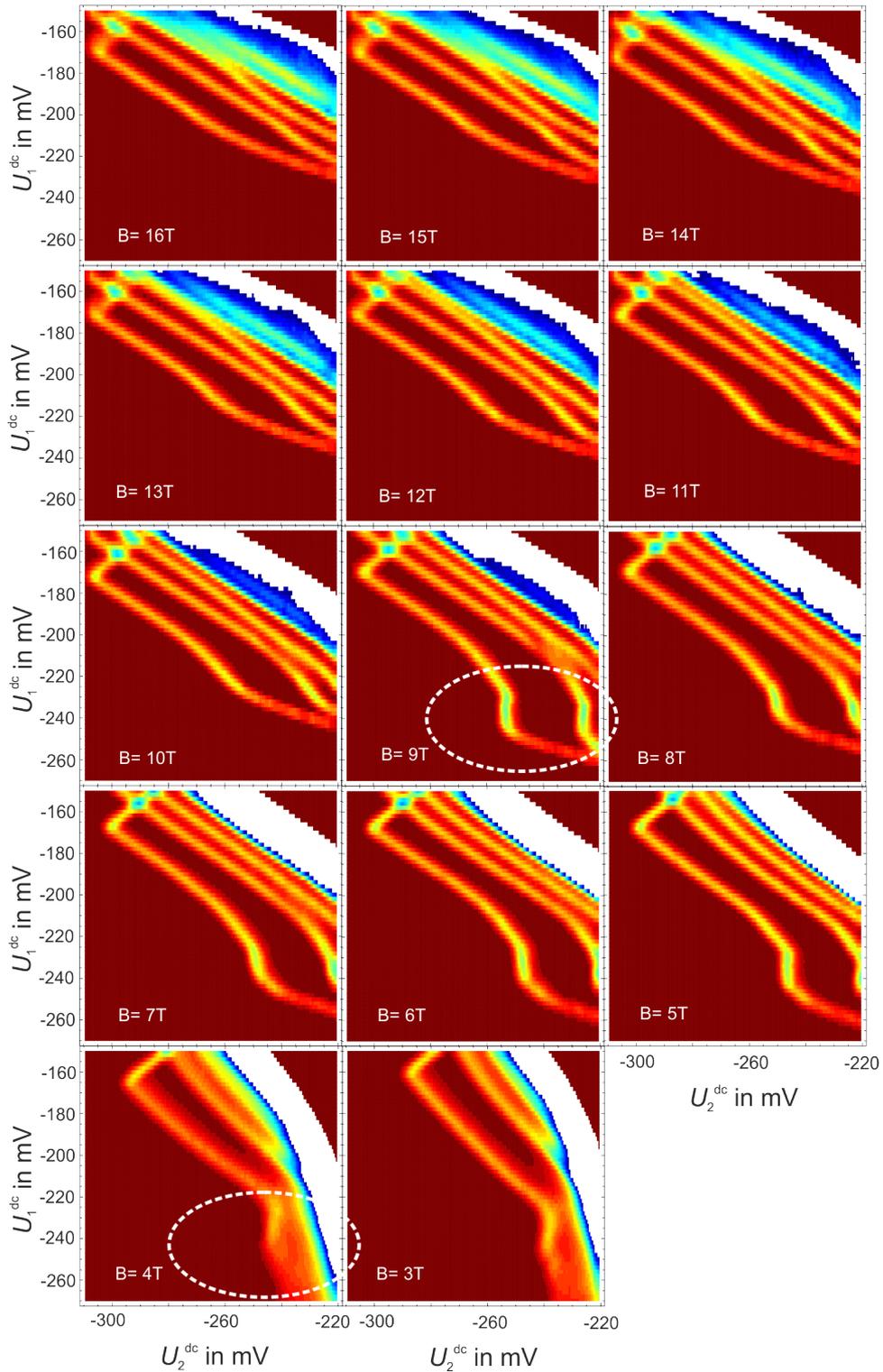


ABBILDUNG 4.1: Auswirkungen des Magnetfeldes $B > 0$ auf den Pumpstrom in der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristik. Dargestellt ist der Pumpstrom als Ableitung entlang der U_2^{dc} -Achse. Die Betriebsfrequenz lag bei $f = 545$ MHz.

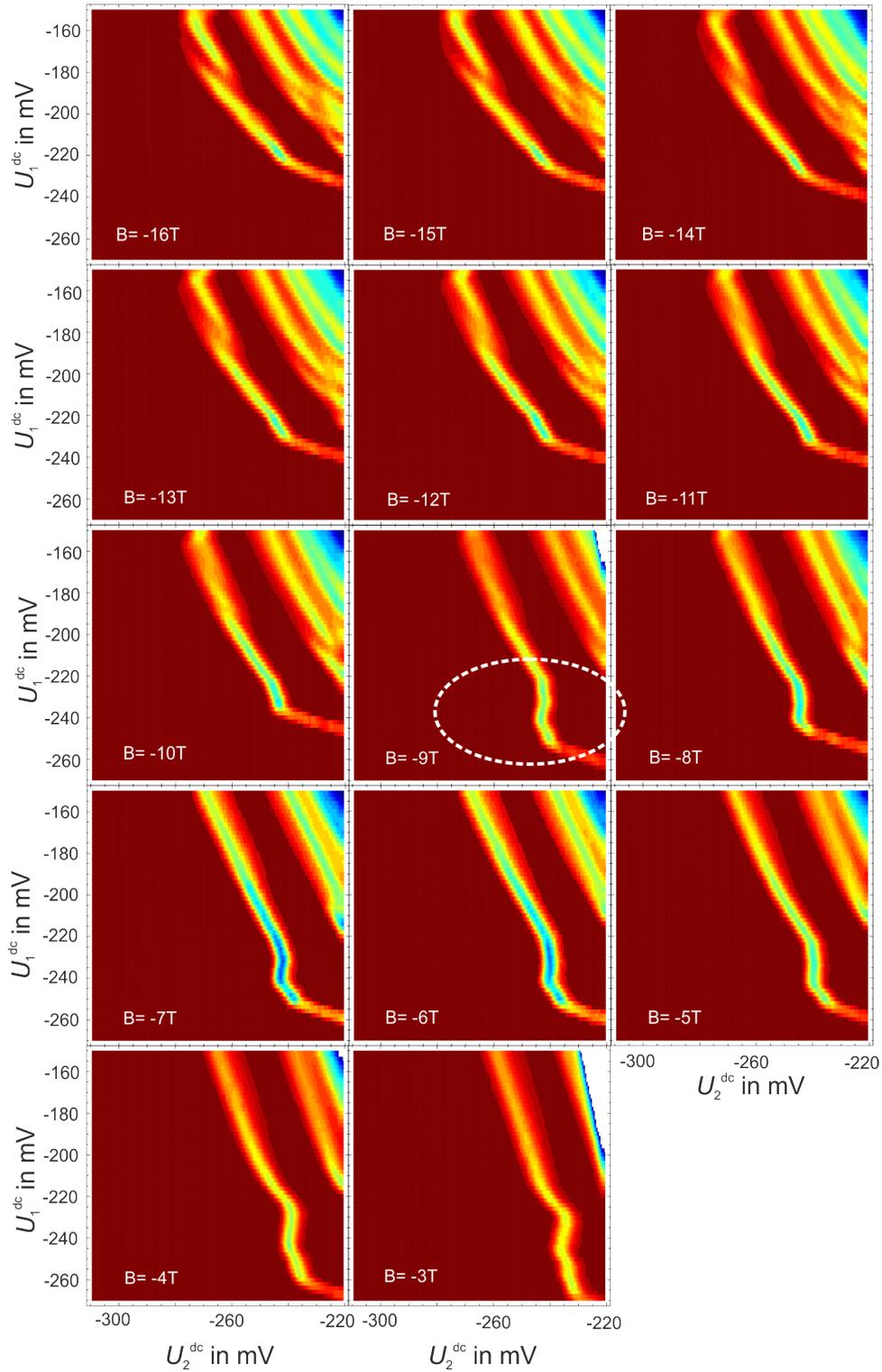


ABBILDUNG 4.2: Auswirkungen des Magnetfeldes $B < 0$ auf den Pumpstrom in der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristik. Dargestellt ist der Pumpstrom als Ableitung entlang der U_2^{dc} -Achse. Die Betriebsfrequenz lag bei $f = 545$ MHz.

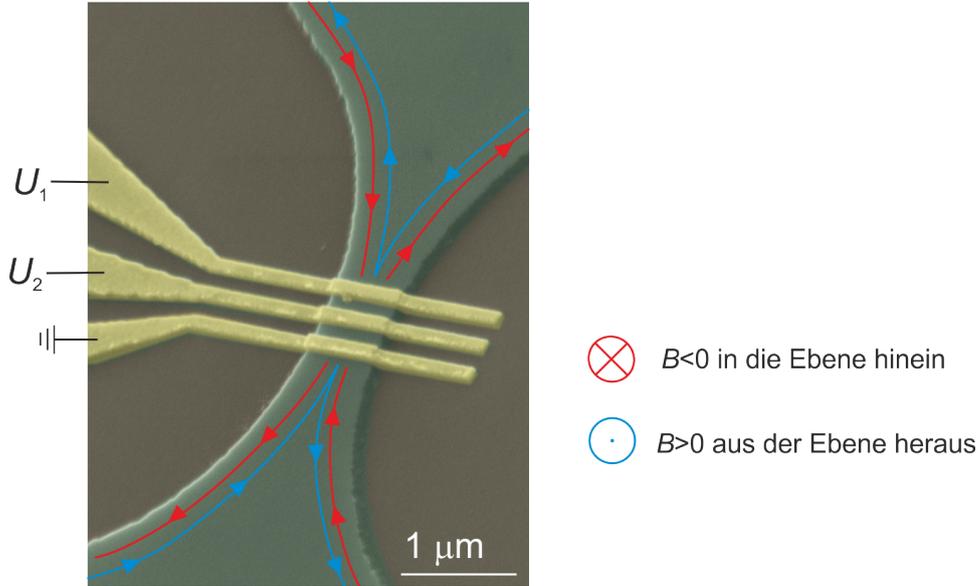


ABBILDUNG 4.3: Idealisierte Darstellung möglicher Randkanäle bei Magnetfeldern $B < 0$ und $B > 0$.

Stromes vorlag. Das Magnetfeld ist immer senkrecht zur Probenoberfläche ausgerichtet. Dabei bewirken positive Magnetfeldstärken aus der Fläche austretende und negative in die Ebene hineinführende Feldlinien. Zu erkennen sind nun deutliche Veränderungen der Pumpregion in den Bereichen von 4 T auf 5 T und von 9 T auf 10 T. Diese sind in der genannten Abbildung weiß gestrichelt gekennzeichnet. Die erste Veränderung zeigt das Entstehen eines deutlich quantisierten Bereichs innerhalb von $-250 \text{ mV} < U_2^{dc} < -230 \text{ mV}$, der bei höheren Magnetfeldern von $B > 10 \text{ T}$ wieder verschwindet. Die gleiche Messung wurde auch für Felder von -16 T bis -3 T durchgeführt (s. Abb. 4.2). Hier lassen sich ähnliche, nicht ganz so deutliche Abhängigkeiten feststellen. Vor allem bei niedrigen Feldern fällt der relevante Pumpbereich aus dem vermessenen Bereich, weshalb für diese Magnetfelder kaum eine Aussage getroffen werden kann. Um die beschriebenen Magnetfelder herum sind die Veränderungen nicht so augenfällig.

Eine mögliche Erklärung wäre der Einfluss der Bulk-Füllfaktoren auf das Pumpverhalten. In diesem Falle würde die Anzahl der Randkanäle (s. Abb. 4.3) ausschlaggebend sein, die wiederum den Tunnelprozess beim Initialisieren des QPs beeinflussen. Verwendet man eine Überschlagsrechnung, die den Füllfaktor und damit die vorliegenden Randkanäle bestimmt,

$$\nu = \frac{n_S}{\frac{eB}{h}}, \quad (4.1)$$

wobei e die Elementarladung und h das Plancksche Wirkungsquantum sind, so erreicht man einen Füllfaktor $\nu = 2$ für ein Magnetfeld von ungefähr $B \approx 4,3 \text{ T}$ und einen Füllfaktor von $\nu = 1$ für ein Feld von $B \approx 8,6 \text{ T}$ bei einer Bulk-Ladungsträgerdichte von $n_S = 2,09 \cdot 10^{15} / \text{m}^2$. Ein Füllfaktor von $\nu = 1$

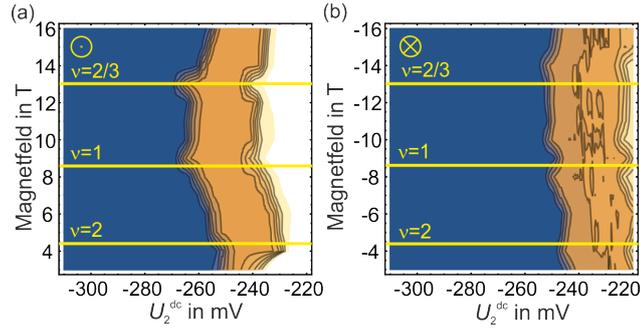


ABBILDUNG 4.4: Schnitte innerhalb der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Strom-Spannungscharakteristik bei $U_1^{dc} = -212$ mV für Magnetfelder (a) $B > 0$ T und (b) $B < 0$ T.

bzw. 2 impliziert, dass nur ein bzw. zwei Randkanäle zum Ladungstransport beitragen. Je nachdem, an welcher Stelle der QP innerhalb der Kanalstruktur lokalisiert ist, ist der Effekt der Magnetfeldänderung ein anderer.

Visualisiert werden kann dieses Verhalten durch die Betrachtung der Lage der Randkanäle in der Probe. In Abbildung 4.3 sind die Verläufe der Randkanäle in Bezug auf die Probengeometrie schematisch dargestellt. Hierbei sind die Richtungen der Magnetfelder B von Bedeutung, da sie die Lage der Randkanäle definieren. Möglicherweise führen Kopplungen der Gates auf die Kanäle zu unterschiedlichen Effekten in Abhängigkeit der Magnetfeldrichtung [43]. Ähnliche Auswirkungen könnten allerdings auch Störstellen oder Unregelmäßigkeiten in der Ätzstruktur des Kanals zeigen, die die Form und Ankopplung des QPs zu den Zuleitungen beeinflussen und somit die Tunnelkopplung verändern.

Da allerdings die deutlichsten Änderungen genau im Bereich der Magnetfelder auftreten, in denen sich der Füllfaktor ändert, d.h. auch die Anzahl der beteiligten Randkanäle, liegt es nahe, eine Korrelation zwischen diesen Effekten herzustellen.

Diese These wird gestützt durch die Darstellung der Pumpströme bei fester linker Gatespannung U_1^{dc} unter Variation des Magnetfeldes, wie in Abb. 4.4 aufgeführt. Die Stromeinsatzpunkte bzw. Stufenkanten variieren sichtbar stärker um die eingezeichneten Füllfaktoren herum.

Eine Analyse des Kanalwiderstandes in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke ließ keinen Zusammenhang der Engstelle mit den Pumpcharakteristiken erkennen. Es wird daher davon ausgegangen, dass das Pumpverhalten primär von Bulkeigenschaften und zugehörigen Ladungsträgerdichten beeinflusst wird. Da die Magnetfeldabhängigkeiten in dieser Arbeit eine untergeordnete Rolle spielen, wird an dieser Stelle - u.a. aufgrund einer zu geringen Datenbasis - von einer detaillierteren Erklärung abgesehen.

4.2 Optimierung der Pulsform

Die Ideen zu einer Pulsformoptimierung entstammen der Beobachtung, dass die Pumpqualität einer GaAs/AlGaAs-basierten Einzelelektronenpumpe im Einzel-Gate-Betrieb bei höherer Pumpfrequenz deutlich abnimmt. Vollständig geklärt ist dieser Effekt noch nicht. Möglich wäre, dass die verkürzten Relaxationsraten nach Source, die Rücktunnelprozesse während des Einfangprozesses, die Fehlerrate erhöhen [31]. Eine andere Erklärung wären vermehrte Rücktunnelprozesse, die durch nichtadiabatische Anregungen bei höheren Frequenzen die Quantisierung verschlechtern [15].

Giblin et al. verfolgten daher in einer Arbeit von 2012 [23] die Idee, auf die physikalischen Prozesse während des Initialisierens des QPs einzugehen. Er verwendete einen Puls, der sich aus einem „langsamen“ und einem „schnellen“ Teil zusammensetzt. Insbesondere ermöglicht der langsame Puls den Elektronen die Rücktunnelprozesse in der Initialisierungsphase, wobei das Auswerfen für die Präzision als unkritisch betrachtet wird und daher auch mit kurzen Zeitskalen funktioniert. In dieser Arbeit legen Giblin et al. die Verbesserung der Quantisierung durch Veränderung der Pulsform dar, die auch in dieser Arbeit so beobachtet werden konnte [23].

4.2.1 Charakteristische Verbesserungen

Grundlage dieses Abschnitts sind Messungen an einer Probe im neuen Design (s. Abb. 3.2(c)) mit einer Mobilität von $\mu \approx 218 \text{ m}^2/\text{Vs}$ und einer Ladungsträgerdichte von $n_S = 2,01 \cdot 10^{15} / \text{m}^2$, an der Frequenzuntersuchungen, wie sie in Kapitel 5 näher erläutert werden, durchgeführt wurden. Unter anderem können hier die Verbesserungen durch den neuen Antrieb gezeigt werden.

Der verwendete Puls ist schematisch in Abbildung 4.5(a) (in rot) dargestellt. Er ist zusammengesetzt aus einem Teil einer 100 MHz- und einem Bereich einer ≈ 570 MHz-Sinus-Modulation. Die Gesamtfrequenz ergibt sich wieder zu einer 300 MHz-Schwingung. Markiert sind die Bereiche der Pulsform, innerhalb derer die vier unterschiedlichen Prozesse des Decay-Cascade-Modells (s. Unterkapitel 2.3.1 und Abb. 4.5(b)) angenommen werden [23]. So wird in (i) der QP geladen, in (i*) setzt der Rücktunnelprozess ein, ab dem Zustand (ii) gehen wir von einem fertig initialisierten QP aus, der die gefangenen Elektronen in (iii) nach Drain emittiert. Es wird vermutet, dass die Fehler im Transportprozess vor allem in der Initialisierungsphase auftreten, also innerhalb der ersten drei Stadien, nicht aber durch unvollständiges Entladen. Deshalb wird in der Entladephase Zeit gewonnen, wodurch höhere Taktfrequenzen möglich werden. Der Vergleich des optimierten Kurvenverlaufs mit den Zeitverläufen herkömmlicher Sinusschwingungen, die lange zum Antrieb dieser Pumpen verwendet wurden und noch werden, ist in Abbildung 4.6 graphisch erfasst.

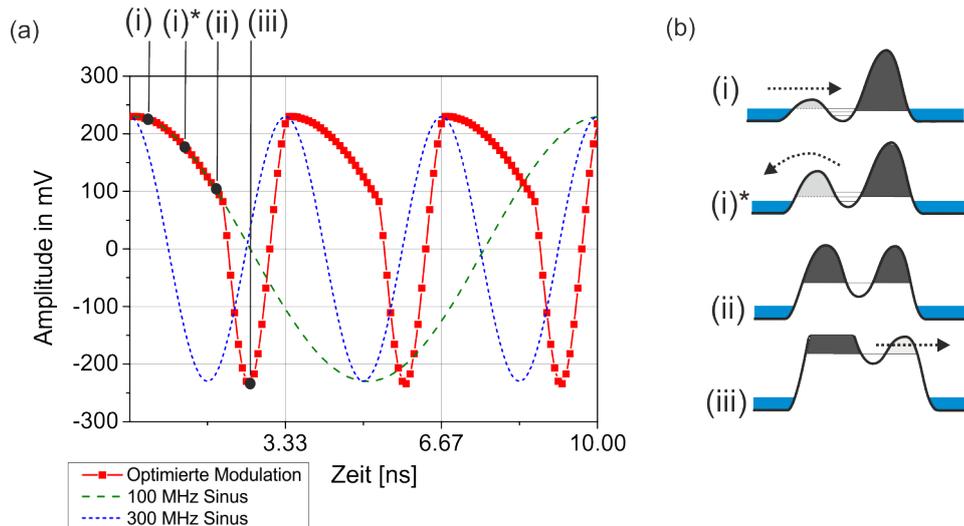


ABBILDUNG 4.5: (a) Vergleich einer 300 MHz Sinus-Modulation (blau) mit einer optimierten Pulsform (rot) und einer 100 MHz Sinusschwingung (grün). Markiert sind Positionen, an denen die physikalischen Prozesse des Cascade-Modells vermutet werden [23]. (b) Transportphasen des Decay-Cascade Modells.

Bei einem 100 MHz-Sinus-Antrieb kann innerhalb von 10 ns ein Elektron gepumpt werden (grün). Innerhalb dieses Zeitintervalls liefert die optimierte Pulsform (rot) den dreifachen Beitrag. Die Erhöhung des Endstromes stellt weiterhin ein wichtiges Ziel dar, da das Quantenstromnormal für praktische Anwendungen geeignet sein muss. Ein weiterer Vorteil bei höheren Strömen liegt in einem besseren Signal-zu-Rauschverhältnis im Rahmen von Präzisionsmessungen zur Validierung der Pumpen auf ihre Fehlerraten.

Der Vorteil der optimierten Pulsform (rot) gegenüber einer herkömmlichen 300 MHz-Sinus-Antriebsmodulation (blau) wird in der Stromspannungscharakteristik $I-U_2^{dc}$ in Abbildung 4.6(a) und (b) deutlich. Die Tatsache, dass nicht nur die Plateauregion länger, sondern auch das Ein- bzw. Auslaufen auf das $1ef$ -Niveau deutlich steiler erfolgt, lässt auf eine bessere Quantisierung schließen. Diese Vermutung wird in Präzisionsmessungen in Abb. 4.6(b) bestätigt. Für diese Messung werden Punkte auf dem Plateau gewählt und über einen langen Zeitraum gemittelt. Das vollständige Verfahren wird in Kapitel 5 erläutert. Während für die optimierte Pulsform ein heuristischer Fit (s. Abschnitt 2.3.3) eine Plateauregion andeutet, die auf den ersten Blick eine Ausdehnung von ca. 6 – 8 mV hat, kann für den Sinusantrieb eine solche Region nicht ausgemacht werden, da das ef -Niveau mit nicht zu vernachlässigender Steigung durchschritten wird. Auf Grund dieser Steigung ist es äußerst schwierig die Pumpe am optimalen Arbeitspunkt zu stabilisieren und damit eine Übereinstimmung des Pumpstromes mit dem nominellen Stromwert ef zu erzielen.

Die Übersichtsscans in Abb. 4.6(a) zeigen, dass der Kurvenverlauf der

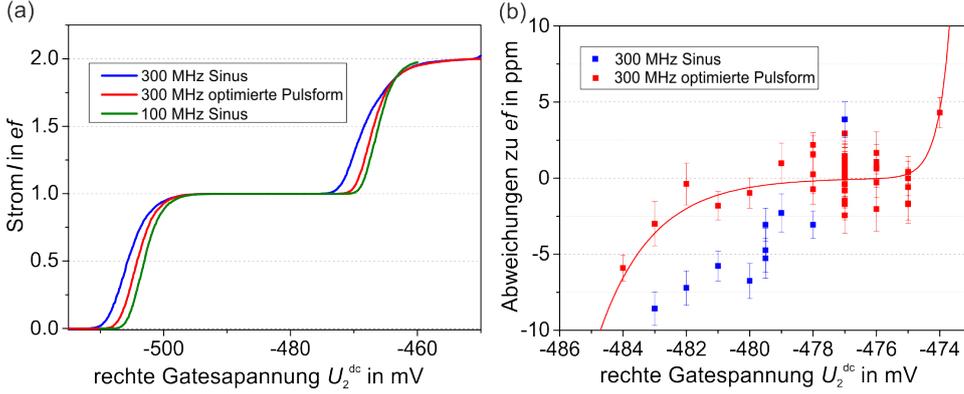


ABBILDUNG 4.6: (a) Stromspannungscharakteristik für einen Pumpenbetrieb bei einer 300 MHz, einer 100 MHz Sinusmodulation und mit Hilfe einer optimierten Pulsform bei 300 MHz. Zur Vergleichbarkeit wurde die 100 MHz Kurve um -15mV in U_2^{dc} -Richtung verschoben. (b) Daten großer Genauigkeit im Bereich des präzisesten Pumpens mit Hilfe einer Sinusmodulation und einer optimierten Pulsform, dargestellt als Abweichung zum erwarteten Strom von $I = ef$ in ppm. Die Fehlerbalken entsprechen der statistischen Unsicherheit für $k = 1$. Ein Fit (rot) nach dem Modell aus 2.3.3 ist eingefügt, um die Plateauregion zu visualisieren.

optimierten Pulsform der des 100 MHz-Sinus-Antriebs deutlich ähnelt. Dies bestätigt wiederum die These, dass die QP-Initialisierung der entscheidende Prozess ist, die in beiden Fällen auf identischen Zeitskalen basiert. Giblin konnte in seiner Arbeit sogar eine Erhöhung der Frequenz um den Faktor ≈ 5 bei gleicher Quantisierungsqualität beobachten [23].

4.2.2 Fazit

Die in diesem Kapitel vorgestellten Verfahren zur Verbesserung der Pumpqualität, zum einen der Einsatz des Magnetfeldes, zum anderen die Erhöhung der Pumpfrequenzen, sind gängige Methoden. Im Jahr 2008 wurde der Effekt des Magnetfeldes auf Pumpcharakteristiken erstmalig dargestellt [58]. Vier Jahre später stellten Giblin et al. die Methode der Pulsformoptimierung vor [23]. Alle diese Methoden ermöglichen GaAs-basierte Einzelelektronenpumpen standardmäßig bei Frequenzen um 500 MHz, entsprechend Strömen von $\approx 80\text{ pA}$, zu betreiben. Die erreichten messbaren Unsicherheiten dieser Pumpen liegen in der Regel im sub-ppm-Bereich (s. Kapitel 5), wobei theoretische Vorhersagen der Pumpgenauigkeiten durchaus Größenordnungen darunter liegen können [23, 49].

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein weiteres Verfahren vorgestellt (s. Kapitel 6), das bislang noch nicht eingesetzt wird und Pumpfehlerraten sogar um mehrere Größenordnungen reduzieren kann.

Kapitel 5

Verifikation der Pumpenquantisierung

Der Einzelelektronenstromquelle kommt eine besondere Bedeutung im Rahmen metrologischer Forschung zu. Sie gilt als aussichtsreichster Kandidat für eine Realisierung im Rahmen der Neudefinition des Ampere im Jahre 2018. Hierfür muss jedoch gewährleistet sein, dass die geforderten Genauigkeiten bei der Erzeugung des quantisierten Stromes erreicht werden. Zwei Möglichkeiten ergeben sich bei dieser Bestimmung. Zum einen kann die Einordnung der Güte über eine Fehlerdetektion erfolgen [16, 17], dieses Verfahren, bei dem jeder einzelne Pumpfehler ausgewertet wird, wird innerhalb der Arbeitsgruppe „Niedrigdimensionale Elektronensysteme“ der PTB Braunschweig verfolgt, ist jedoch nicht Bestandteil der vorliegenden Forschungsarbeit.

Zum anderen kann der Strom als mittlerer Strom vermessen und mit dem Sollwert verglichen werden. Dieses Verfahren wurde im Rahmen dieser Arbeit verfolgt und optimiert. Dabei konnte unter Anwendung eines neuartigen Verstärkers, des ULCA (s. Abschnitt 3.2.3), eine bislang unerreichte Genauigkeit demonstriert werden, die sogar die beste Realisierung des aktuellen SI's übertrifft.

Bei der Bestimmung der Genauigkeiten einer Pumpe fließen viele Faktoren ein. Zunächst hat die Pumpe intrinsisch eine begrenzte Genauigkeit. Der Transportprozess, wie in Kapitel 2 erläutert, unterliegt quantenmechanischen Gesetzen (Tunnelprozesse) und findet somit nicht mit einer absoluten Sicherheit statt. Die bislang betrachteten, intrinsisch bedingten Fehlerraten, die durch theoretische Modellierungen über entsprechende Fitfunktionen (s. Kapitel 2) genähert werden, liegen meist einige Größenordnungen unterhalb der möglichen, messtechnisch bedingten Auflösung. Weitere mögliche Fehlermechanismen werden erst erforscht werden können, wenn die notwendigen Auflösungen erreicht werden.

Die größte Herausforderung stellt die Messtechnik dar, denn sie limitiert momentan die Validierung der Einzelelektronenpumpen. Um die Pumpqualität zu bewerten, werden zwei Unsicherheiten betrachtet: die Typ-A und die Typ-B Unsicherheit. Beide werden im folgenden Kapitel erläutert. Lange Mittelungszeiten sind erforderlich, um den statistischen Fehler (Typ-A) zu

senken, der sich im zugrunde liegenden Rauschen des Aufbaus widerspiegelt. Typ-B Fehler werden über Spezifikationen und Stabilitätsuntersuchungen der Messinstrumente gewonnen. Dominiert werden diese durch die Beiträge des ULCA und der verwendeten Multimeter. Im Laufe der Arbeit konnte letzterer durch Optimierung des Messverfahrens jedoch deutlich gesenkt werden.

5.1 Messverfahren

Präzisionsmessungen erfordern vor allem eine gute und systematische Planung. Sobald eine Pumpe vorliegt, die eine entsprechende Genauigkeit bei einer Frequenz von über 500 MHz erwarten lässt, werden die Messinstrumente kalibriert, um die Rückführung zu ermöglichen. Eine Frequenz in dieser Größenordnung ist notwendig, da das Signal-zu-Rauschverhältnis die nötige Messzeit für eine gewünschte Genauigkeit von $\ll 1$ ppm festlegt. Die Genauigkeit $\ll 1$ ppm war insofern ein Ziel, da einerseits das revidierte SI-System die Erreichbarkeit von $\leq 0,1$ ppm fordert, um die Genauigkeit der aktuellen Ampere-Definition mindestens äquivalent abzulösen, und andererseits der damalige Weltrekord einer Strommessung an einer Einzelelektronenpumpe aus dem Jahr 2012 von Giblin [23] mit 1.2 ppm einen Ansporn darstellte.

5.1.1 Kalibrierungen

Kalibriert werden müssen sämtliche Instrumente des Aufbaus, die Einfluss auf das Ergebnis der Messung haben.

Für den getakteten Transport ist daher die Rückführung auf die Zeit notwendig. Hierfür wurde für die folgenden Messungen der AWG mit Hilfe eines Frequenzzählers gegen die hauseigene 10 MHz-Referenz kalibriert, die wiederum auf der Frequenz der hauseigenen Atomuhr basiert. Aufgrund der Spezifikationen des Gerätes kann dies in Intervallen von ca. zwei Monaten erfolgen und ermöglicht damit einen Fehler unterhalb von 0.01 ppm.

Weiterhin wurde der ULCA in achtwöchigen Kalibrierintervallen auf den Quantenhalleffekt rückgeführt. Langzeitstabilitätsmessungen lassen auf einen zuverlässigen Kalibrierwert schließen.

Für Kalibrierungen von Multimeter und ADC's wurde der PJVS verwendet. Im gewünschten Spannungsbereich werden diskrete Werte vom PJVS angefahren und mit dem zu kalibrierenden Messinstrument ausgelesen. Lineare Interpolation der Messwerte in Abhängigkeit der Sollwerte liefert einen Kalibrierfaktor mit entsprechender Unsicherheit.

Wichtig sind vor allem die Kalibrierungen der $8\frac{1}{2}$ -Stellen Multimeter, die den generierten und verstärkten Strom auslesen. Da die Gainfaktoren der Multimeter mit ihrem Fehler direkt auf den Messwert wirken, fallen ihre Schwankungen sehr ins Gewicht. Die Kurzzeitschwankungen der Multimeter

forderten tägliche Kalibrierintervalle. Eine detaillierte Analyse der betreffenden Stabilitäten befinden sich in Abschnitt 5.2.3.

Für die Temperatúrauslesung der ULCA's wurden zunächst zwei ADC's kalibriert. Diese sind in der DAD-Box integriert (s. Abschnitt 3.2.3). Für spätere Messungen wurden diese gegen die $6^{1/2}$ -Stellen Multimeter ausgetauscht. Durch die sehr stabilen Eigenschaften der $6^{1/2}$ -Stellen Multimeter erübrigt sich eine engmaschige Kalibrierung.

Der Unsicherheitsbeitrag innerhalb eines Jahres kann folgendermaßen exemplarisch abgeschätzt werden: Laut Spezifikationen ist eine Drift in diesem Zeitraumes von max. 0.0035% für den Messwert und 0,0007% des 1V-Spannungsbereich bei einer Temperaturstabilität von ca. $\pm 5^\circ\text{C}$ anzunehmen. Gehen wir von einem Temperaturkoeffizienten des Temperatursensors des ULCA's von ca. 1.9 mV/K und einer Drift des Gainfaktors des ULCA's von 0.3 ppm/K aus, so lässt sich der Unsicherheitsbeitrag des Verstärkungsfaktors des ULCA's P_{Gain} bei 25°C abschätzen als:

$$\begin{aligned}
 U_{\text{KS } 34410\text{A}}(25^\circ\text{C}) &= 1.9 \text{ mV/K} \cdot (273 \text{ K} + 25 \text{ K}) \approx -566 \text{ mV} \\
 \Rightarrow \text{ Fehler der Spannungsmessung:} & \\
 & - 566 \text{ mV} \cdot 0,0035\% + 1000 \text{ mV} \cdot 0,0007\% \\
 & \approx 0,02 \text{ mV} + 0,007 \text{ mV} = 0,027 \text{ mV} \quad (5.1) \\
 \Rightarrow \text{ Fehler in K:} & \\
 & 0,027 \text{ mV} / (1,9 \text{ mV/K}) = 0,0513 \text{ K} \\
 P_{\text{Gain}} &= 0,0513 \text{ K} \cdot 0.3 \text{ ppm/K} = 15,4 \text{ ppb},
 \end{aligned}$$

wobei $U_{\text{KS } 34410\text{A}}(25^\circ\text{C})$ das Ergebnis der Spannungsmessung des Temperatursensors bei 25°C darstellt. Der Unsicherheitsbeitrag bei der temperaturabhängigen Gainkorrektur von $P_{\text{Gain}} = 15,4 \text{ ppb}$ liegt nach einem Jahr immer noch ca. eine Größenordnung unter den größten Typ-B Unsicherheitsbeiträgen (s. 5.2.3), sodass eine jährliche Kalibrierung die Qualität der Messung nicht nennenswert beeinflusst.

5.1.2 Fehlerbetrachtung

Für die Analyse der Messdaten ist es von entscheidender Bedeutung, die auftretenden Fehler richtig einzuordnen und bewerten zu können. Zu diesem Zweck hat der GUM (engl. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*) Richtlinien eingeführt, die an dieser Stelle zunächst in allgemeiner Form vorgestellt werden [6]. Die spezifischen Fehlerbetrachtungen der Messung werden jeweils im Abschnitt der betrachteten Messung behandelt.

Um zu beurteilen, ob ein Messwert für seinen Anwendungszweck geeignet ist, dient die Angabe seiner Messunsicherheit, denn keine Messung ist

absolut genau. Das Ergebnis hängt ab von einer Vielzahl von Einflussgrößen: dem Messverfahren, dem Anwender, den Umgebungsbedingungen etc. Bei einer wiederholten Messung liefert der arithmetische Mittelwert den besten Schätzwert zum prinzipiell unbekanntem wahren Wert. Die Standardabweichung und Anzahl der Messergebnisse liefern Informationen zur Stabilität des Schätzwertes.

Der GUM verfolgt den Ansatz, ein Messergebnis als bestmöglichen Schätzwert zusammen mit seiner zugehörigen Messunsicherheit auszudrücken. Mit diesem Ansatz kann eine Wahrscheinlichkeit angegeben werden, mit der der wahre Wert mit dem Schätzwert innerhalb der Messunsicherheit übereinstimmt. Daraus wird deutlich, dass der wahre Wert nie bekannt sein wird. Die Messunsicherheit ordnet dem Messergebnis ein Vertrauensniveau zu.

Es gibt zwei Möglichkeiten Messunsicherheiten zu berücksichtigen. Zunächst ergibt sich die statistische Unsicherheit, die sogenannte Typ-A Unsicherheit, durch repetitives Messen. Zusätzlich können sich noch andere Unsicherheitseinflüsse, sogenannte Typ-B Unsicherheiten, auswirken, die etwa aus Kalibrierscheinen, Gerätespezifikationen, vorherigen Messungen, Literatur oder ähnlichen Quellen bezogen werden. Die beiden Unsicherheitstypen werden in den folgenden Abschnitten erklärt.

Es bezeichne Y die Ausgangsgröße, die die gemessene Größe darstellt. Dann lässt sich diese Ausgangsgröße mittels einer mathematischen Funktion f aus einer Vielzahl von Eingangsgrößen X_i berechnen:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (5.2)$$

Üblicherweise sind die wahren Werte der Eingangsgrößen X_i nicht bekannt. Man kennt lediglich ihre Schätzwerte x_i und die ihnen zugeordneten Unsicherheiten $u(x_i)$. Die Schätzwerte ergeben sich als Erwartungswerte der Eingangsgröße X_i mit

$$x_i = E[X_i] = \int_{-\infty}^{+\infty} g_i(\xi_i) \xi_i d\xi_i, \quad (5.3)$$

wobei g_i die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von X_i bezeichne. Die zugeordnete Standardunsicherheit u_{x_i} ergibt sich dann als

$$u_{x_i} = (E[X_i - E[X_i]]^2)^{1/2} = \text{Var}[X_i]^{1/2}. \quad (5.4)$$

Mittels dieser beigeordneten Unsicherheiten kann ein bester Schätzwert y für die Ausgangsgröße Y bestimmt werden. Zu diesem besten Schätzwert y gehört eine kombinierte Standardunsicherheit $u_c(y)$. Zusätzlich kann eine erweiterte Unsicherheit $U = k u_c(y)$ ermittelt werden, die durch einen Erweiterungsfaktor k das Standardunsicherheitsintervall vergrößert und damit den Grad des Vertrauens erhöht. Eine Ausgangsgröße Y mit ihrer Unsicherheit

wird dann in der Form $Y = y \pm U$ angegeben.

In dieser Arbeit wird, sofern nicht anders angegeben, für Unsicherheiten der Erweiterungsfaktor $k = 1$ angenommen.

Die Typ-A Unsicherheit

Die sogenannte Ermittlungsmethode A oder der Typ-A Fehler nutzt Kenntnisse aus der statistischen Verteilung und liefert den besten Schätzwert einer Eingangsgröße X_i als arithmetischen Mittelwert vieler Einzelmessungen:

$$x_i = \bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (5.5)$$

wobei n die Anzahl der Messungen und q_k das Ergebnis der Einzelmessung der Eingangsgröße X_i sind. Die zugehörige empirische Standardabweichung des Mittelwerts liefert die Standardunsicherheit mit

$$u(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2} \quad (5.6)$$

Die Typ-B Unsicherheit

Bei dieser Ermittlungsmethode, dem Typ-B Fehler, erfolgt die Einschätzung des Fehlers einer Eingangsgröße X_i über eine von der aktuellen Messung unabhängigen Bestimmung, d.h. einer nicht statistischen Betrachtung. Diese kann von früheren Messungen, aus Erfahrungen über Eigenschaften von Meßgeräten, aus Gerätespezifikationen des Herstellers, aus Referenzdaten aus Handbüchern oder ähnlichen Quellen stammen.

Liegen Informationen zu allen Eingangsgrößen X_i vor, die unabhängig voneinander sind, so lassen sich die Angaben der Unsicherheiten der X_i kombinieren, um Rückschlüsse auf die Unsicherheit der Ausgangsgröße Y zu ziehen:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}. \quad (5.7)$$

5.2 Erste 545MHz-Präzisionsmessung

Die Ergebnisse der folgenden Abschnitte wurden bereits veröffentlicht und sind in [52] zu finden. Die hier diskutierte Messung stellt die erste Präzisionsmessung unter Verwendung des ULCA's dar und wurde im weiteren Verlauf der Arbeit optimiert.

Vermessen wurde eine Einzelelektronenpumpe im adiabatischen Design (s. Abb. 3.2(b)) bei 16 T im beschriebenen Mischkryostaten bei einer Basistemperatur von ca. 100 mK. Die Ladungsträgerdichte lag bei $n_s = 2,83 \times$

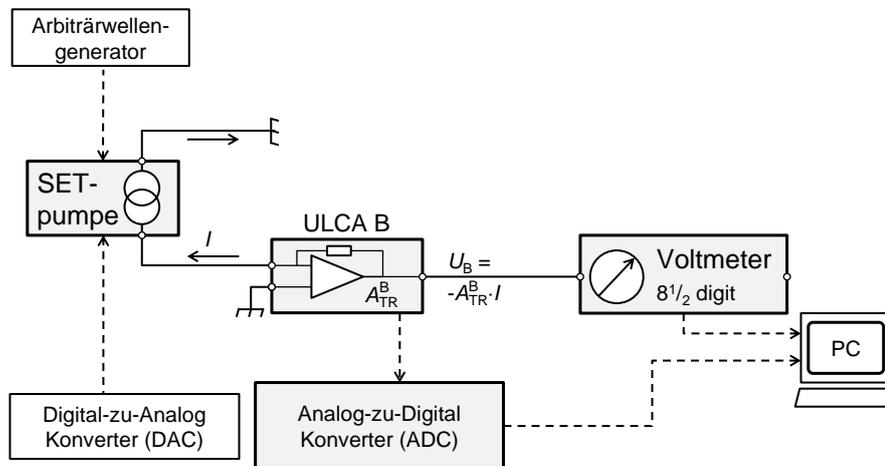


ABBILDUNG 5.1: Schematischer Aufbau der ersten Präzisionsmessung.

10^{15} m^{-2} , die Ladungsträgermobilität bei $320 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Für diese Messungen waren sowohl -3 dB Dämpfungsglieder an den HF-Leitungen verbaut, als auch die $5,5 \text{ GHz}$ -Filter an der AC-Spannungsquelle. Der allgemeine Aufbau ist realisiert wie in Abb. 5.1 dargestellt. In diesem Falle wurde nur ein Strom auf der Drain-Seite der Pumpe vermessen. Der Source-Kontakt lag auf Masse.

5.2.1 Die Messung

Für eine Präzisionsmessung hat es sich als hilfreich herausgestellt, zur Vorbereitung der Messung eine Routine zu verfolgen. Zum einen erleichtert es die Darstellung der Ergebnisse, zum anderen kann es sich nachträglich als wichtig herausstellen, um z.B. Veränderungen der Probe durch lokale Aufladungseffekte zu erkennen und anhand dieser Messungen bewerten zu können.

Der Modulationspuls wurde wie in Abschnitt 4.2 erläutert gewählt (s. Abb. 5.2 Inset). In diesem Falle wurde das erste Fünftel einer 150 MHz Sinuspulsform für die „Einfangphase“ verknüpft mit den letzten drei Vierteln eines $1,5 \text{ GHz}$ -Sinuspulses. Die resultierende Frequenz lag bei 545 MHz .

Nach einer Charakterisierung der gewünschten Pumpregion in einer U_1^{dc} - U_2^{dc} -Abhängigkeit erfolgt ein Schnitt innerhalb dieser Charakteristik entlang der U_2^{dc} -Achse in höherer Auflösung (s. Abb. 5.2). Die erste Quantisierungsstufe kann mit Hilfe des heuristischen Fits (s. Abschnitt 2.3.3) analysiert werden. Anhand des abgeleiteten besten Arbeitspunktes wird eine diskrete Menge von U_2^{dc} -Gatespannungspunkten um diesen Punkt herum gewählt, die

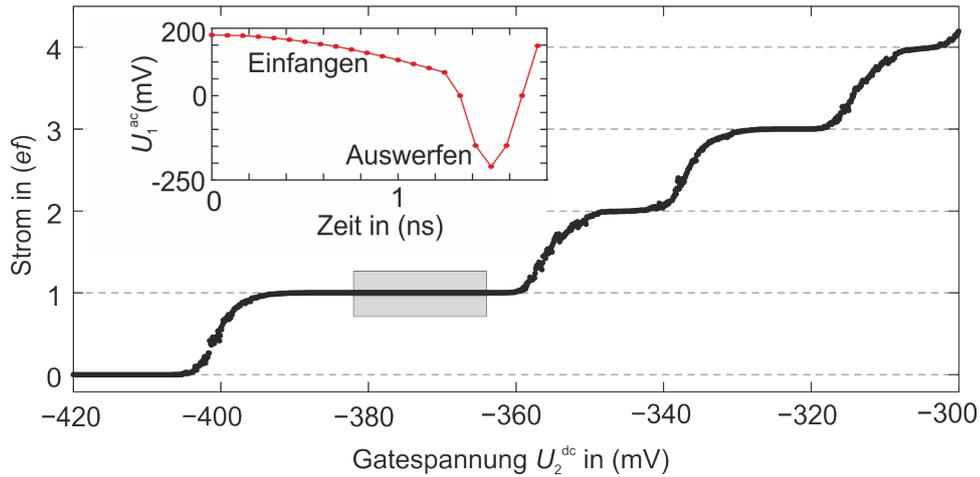


ABBILDUNG 5.2: Übersichtssweep einer Einzelelektronenpumpe bei 545 MHz und 16 T. Graue Box zeigt relevanten Bereich für folgende Präzisionsmessung. Der verwendete Modulationspuls ist im Inset dargestellt.

darauffolgend in hoher Auflösung vermessen werden (s. graue Box in Abb. 5.2).

Um Offsets und Driften in der Strommessung zu eliminieren, wurde die Hochfrequenz periodisch an- und ausgeschaltet. Durch die hohen Potentialbarrieren im vermessenen Bereich ist der Stromfluss bei ausgeschalteter Hochfrequenz blockiert, sodass sich statische Offsets bestimmen lassen. Offsets und Driften entstehen z.B. durch Temperaturschwankungen innerhalb des Messsystems. Ein voller Zyklus hatte eine Dauer von ca. 43,7 s und ergibt sich aus einer An- und den jeweils benachbarten halben Aus-Phasen. Abb. 5.3 zeigt exemplarisch gewonnene Datenpunkte mit einem markierten vollen Zyklus an einem Arbeitspunkt mit $\langle n \rangle \approx 1$. Jeder einzelne Datenpunkt wurde mit einer Integrationszeit von $\tau \approx 200$ ms aufgenommen, gefolgt von einem Autozero des Multimeters. Die Gesamtzeit zur Erfassung eines Datenpunktes inklusive der Kommunikation belief sich auf 291 ms.

Die Autozerofunktion des Multimeter dient der Reduktion interner Offsetdriften. Wenn diese Funktion aktiviert ist, trennt das Multimeter das Eingangssignal und führt eine Nullmessung nach jeder Messung durch. Der bestimmte Offset wird vom vorhergehenden Messwert subtrahiert. Somit reduziert die aktivierte Autozerofunktion die effektive Messzeit um ca. 50%. Ohne die aktivierte Funktion gewinnt die Messung zwar hinsichtlich der effektiven Messzeit, wird jedoch durch ein erhöhtes Rauschen einbüßen. Ein ausgewogener Gebrauch dieser Funktion ist erstrebenswert, wird im Rahmen der Optimierung der Präzisionsmessungen umgesetzt und dort diskutiert (s. Unterkapitel 5.4).

Einschwingzeiten des ULCA's erfordern weiterhin die Verwerfung mindestens der ersten 3 s nach einem Umschalteereignis. Diese Punkte sind in Abb. 5.3 rot markiert, wobei der erste der 11 verworfenen Punkte außerhalb des

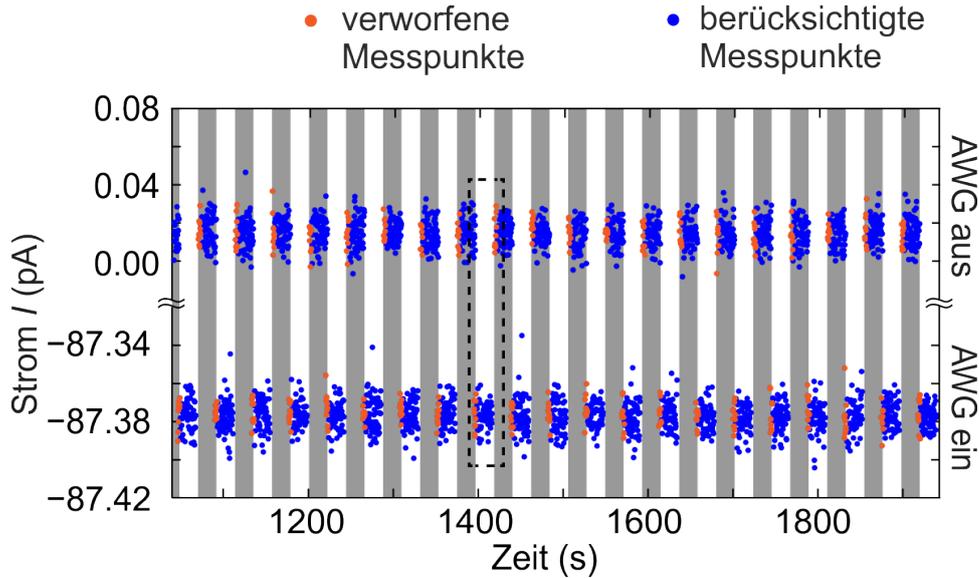


ABBILDUNG 5.3: Ein- und Ausphasen der Strommessung bei 545 MHz. Gainfaktoren des ULCA's und des Multimeters sind bereits berücksichtigt. Gestrichelte Box markiert einen vollen Zyklus der Länge 43,7 s.

Parameterbereichs der Graphik liegt. Die Präzisionspunkte werden wie folgt berechnet: Für einen Offset-korrigierten Zyklusmittelwert wird innerhalb eines vollen Zyklus der Mittelwert beider halben Off-Phasen vom Mittelwert der On-Phase subtrahiert. Der Mittelwert dieser Offset-korrigierten Zyklusmittelwerte liefert den gewünschten Präzisionswert mit seiner Standardabweichung, dem statistischen Fehler.

Die resultierenden Präzisionswerte sind in Abb. 5.4 in Abhängigkeit des rechten Gates U_2^{dc} als Abweichung vom nominellen Strom $\delta I = (I - ef)/ef$ abgebildet. Die roten Datenpunkte entsprechen Präzisionsmesswerten geringerer Genauigkeit und dauerten jeweils ca. 55 min. Sie dienen der Lokalisierung des Plateaus. Datenpunkte höherer Präzision sind in schwarz abgebildet und über 330 bzw. 500 volle Zyklen, entsprechend einer Zeit von ca. 4-6 Stunden, gemittelt. Alle Datenpunkte wurden über einen Zeitraum von einer Woche aufgenommen und demonstrieren damit die gute Stabilität während des Experimentes. Die Fehlerbalken repräsentieren den einfachen statischen Fehler (Typ-A für $k = 1$). In Abhängigkeit der Messzeit werden kombinierte Unsicherheiten von bis zu 0,6 ppm erreicht. Über einen Bereich von ca. 10 mV stimmen die Messwerte mit dem Sollwert $I = ef$ überein.

Zur weiteren Analyse der gewonnenen Präzisionspunkte stellt sich die Frage, wie sich ein mögliches Plateau definieren lässt. In der Literatur werden dabei keine Kriterien eingeführt und willkürlich Bereiche zur Mittelung der Präzisionsmesspunkte gewählt. Ein Bestreben war es, eine Routine zu entwickeln, die möglichst robust diese Bestimmung der Mittelungsintervalle übernimmt. Hierfür dient zunächst der heuristische Fit (s. 2.3.3), der über

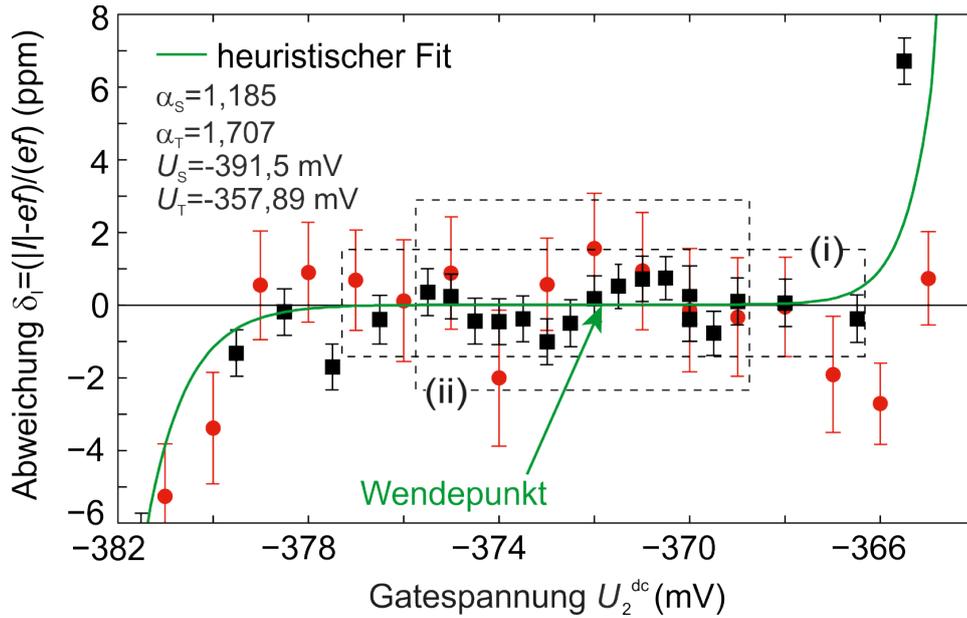


ABBILDUNG 5.4: Präzisionspunkte in Abhängigkeit des rechten Gates U_2^{dc} für $\langle n \rangle \approx 1$. Fehlerbalken zeigen die statistische Standardunsicherheit (Typ A- Fehler für $k = 1$). Grüne Kurve stellt einen Fit nach dem heuristischen Modell dar (s. 2.3.3) mit abgeleitetem Wendepunkt. Die gestrichelten Boxen markieren Intervalle anhand zweier unterschiedlicher Kriterien zur Plateaubestimmung.

einen Datensatz von $(-382 \text{ mV}, 14,3 \text{ ppm})$ bis $(-362 \text{ mV}, 835 \text{ ppm})$ gewonnen wird und den Wendepunkt bei $U_2^{\text{dc}} = -371,9 \text{ mV}$ liefert. Letzterer repräsentiert den Punkt des stabilsten Pumpens in Abhängigkeit der Gatespannung U_2^{dc} .

Für das erste Kriterium wird ein unvoreingenommener Referenzstromwert aus der Mittelung der Präzisionspunkte um $\pm 2 \text{ mV}$ um den Wendepunkt herum verwendet. Das Intervall wird solange vergrößert, bis der erste Präzisionspunkt nicht mehr mit seiner erweiterten Typ-A Unsicherheit ($k = 2$) mit dem Referenzwert übereinstimmt. Wird über dieses Intervall gemittelt, in Abb. 5.4 mit (i) gekennzeichnet, ergibt sich eine Abweichung des nominellen Stromwertes von $\delta I \pm u_k = (-0,094 \pm 0,194) \text{ ppm}$, mit u_k der kombinierten Unsicherheit für $k = 1$.

Das zweite Kriterium, in Abb. 5.4 mit (ii) markiert, beruht vollständig auf dem heuristischen Fit und betrachtet das Intervall, innerhalb dessen die Abweichungen des Fits betragsmäßig nicht mehr als $0,1 \text{ ppm}$ vom Sollstrom $-ef$ abweichen. Dieses Kriterium liefert einen Mittelwert von $\delta I \pm u_k = (-0,057 \pm 0,205) \text{ ppm}$. Die kombinierte Standardunsicherheit bezieht einen Typ-A Fehler von ca. $0,159 \text{ ppm}$ mit ein. Da dieses Kriterium das deutlich konservativere ist, wird es auch für folgende Messungen zu Auswertungszwecken herangezogen.

Bei dieser Fehlerbetrachtung geht der Typ-B Beitrag, wie er in Tabelle

Beitrag (Typ B)	Rel. Unsicherheit in ppm ($k = 1$)	Abgeleitet von
ULCA Transresistanz	0.10	Kalibrierung gegen QHE (Interpolation), incl. T Korrektion
Voltmetergain	0.08	Tägliche Kalibrierung gegen PJVS (Interpolation)
SI Wert von e	0.02	CODATA 2010 [47]
Pumpfrequenz f	0.01	Kalibrierung gegen 10 MHz Referenz
Endliche Kabelisolierung	0.01	Widerstandsmessungen
Gesamt	0.13	Wurzel der Quadratsumme

TABELLE 5.1: Aufschlüsselung der dominierenden Typ-B Messunsicherheitsbeiträge. Alle dargestellten Beiträge sind konservative Abschätzungen der oberen Grenzen.

5.1 aufgeschlüsselt ist, mit ein. Innerhalb der Messperiode von vier Monaten wurde die Transresistanz des ULCA dreimal in Abständen von acht Wochen gegen den Quantenhalleffekt mit dem hauseigenen 14-bit CCC kalibriert. Die Veränderung des Kalibrierwertes wurde auf $-0,42$ ppm validiert. Die jährliche Drift des ULCA's läge bei ca. $-1,3$ ppm und damit leicht unter den typischen Driften eines ULCA's [12]. Das Voltmeter (hp3458A) wurde täglich gegen den PJVS kalibriert und zeigte typische Driften von ca. $0,02$ ppm pro Tag. Der arbiträre Wellengenerator wurde betrieben unter Verwendung seiner internen Uhr. Diese wurde wiederum wiederholt gegen die 10 MHz Referenz der Atomuhr der PTB mit Hilfe eines Frequenzzählers vermessen. Endliche Kabelisolierungen mit einem Widerstand von $R_w > 100$ M Ω resultieren in einem effektiven Stromteiler durch den Eingangswiderstand des ULCA's von $R_{in} \approx 1\Omega$. Dies führt zu einer Abweichung des gemessenen Stromes von ca. R_{in}/R_w . Der gesamte Beitrag des Typ-B Fehlers kann mit $0,13$ ppm für einen Erweiterungsfaktor von $k = 1$ abgeschätzt werden. Damit ist das Fehlerbudget dominiert von den Beiträgen der ULCA Transresistanz und des Voltmetergains.

5.2.2 Das Ergebnis: 0.2 ppm

Die aufgeführte direkte Strommessung bei 545 MHz, entsprechend einem Strom von ca. $|I| \approx 87,4$ pA, hat somit erstmalig quantisierten Ladungstransfer auf nur $0,2$ ppm validieren können. Unabhängig von der Auswertungsroutine ist der Strom innerhalb seines Fehlers konsistent mit $-ef$ und unabhängig vom Steuerparameter V_2^{dc} innerhalb eines Bereiches von ca. 10 mV.

Mit dieser Unsicherheit von $0,2$ ppm wird eine bessere Realisierung als die theoretisch bestmögliche des aktuellen SI's erreicht. Eine solche Realisierung könnte auch indirekt durch die Kombination der bestmöglichen Darstellungen von Volt und Ohm erfolgen. Dabei gilt die Realisierung des Ohms über den

Thompson-Lampard Kondensator [25] mit einer Unsicherheit von 0,02 ppm als führend. Realisierungen des Volts können über ein Mercury Elektrometer [8] oder über eine Spannungswaage [20] jeweils mit einer Unsicherheit von 0,27 ppm umgesetzt werden. Damit wäre letztere Realisierung auch die, die die mögliche Genauigkeit einer Umsetzung limitiert.

5.2.3 Stabilitätsbeurteilung

Stabilitätsbeurteilungen sind wichtig, um den Gewinn von langen Messzeiten abzuschätzen. Würden Driften nach gewissen Zeiten auftreten, kann langes Mitteln negative Effekte auf den Messwert haben. Zu diesem Zweck wurde von David W. Allan eine Analysemethode vorgestellt, um u.a. weißes und $1/f$ -Rauschen und Driften zu qualifizieren. Als weißes Rauschen gelten dabei unkorrelierte, gleichverteilte Fluktuationen, $1/f$ -Rauschen beschreibt ein mit steigender Frequenz abnehmendes Rauschen. Ursprünglich war die Allan-Varianz bzw. Allan-Deviation als Maß für die Stabilitäten von Uhren und Oszillatoren entwickelt.

Allan-Deviation

Mathematisch kann die Allan-Deviation folgendermaßen beschrieben werden: Ausgehend von einem Datensatz von Messpunkten $y_i(t)$ aus äquidistanten Zeitintervallen der Länge τ_0 , können nun sukzessive Gruppen von $n, n+1, \dots$ Punkten zusammengefasst und über den Zeitraum $\tau = n \cdot \tau_0$ (bzw. $\tau = (n+1)\tau_0$) zu $\overline{y_l(\tau)}$ für $l = 1, \dots, \lfloor \#y_i/n \rfloor$ (bzw. $\lfloor \#y_i/(n+1) \rfloor$) gemittelt werden. Die Allan-Varianz wird definiert als:

$$\sigma_y^2(\tau) \equiv \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{\lfloor \#y_i/n \rfloor} (\overline{y_l(\tau)} - \overline{y_{l+1}(\tau)})^2 \quad (5.8)$$

Hieraus lässt sich die Allan-Deviation als $\sqrt{\sigma_y^2(\tau)}$ berechnen. Aus einer entsprechenden Allan-Deviation kann ein Zusammenhang zu weißem Rauschen, $1/f$ -Rauschen oder Driften hergestellt werden [57]. Eine schematische Darstellung ist in Abb. 5.5 zu sehen.

Rauschbeiträge, Allan-Deviation anhand eines sechsständigen Präzisionspunktes

In diesem Sinne wurde eine Allan-Deviation als Funktion der Integrationszeit an der vorliegenden Präzisionsmessung durchgeführt (s. Abb. 5.6). Dank der großen zeitlichen Stabilität des ULCA's sind Messungen über längere Zeitperioden möglich. Wie in Abschnitt 3.2.4 erläutert, liegen typische Kurzzeitfluktuationen in der Größenordnung von 0,1 ppm. Anhand eines ca. sechsständigen Präzisionsmesspunktes aus der vorangehenden Messung lässt sich

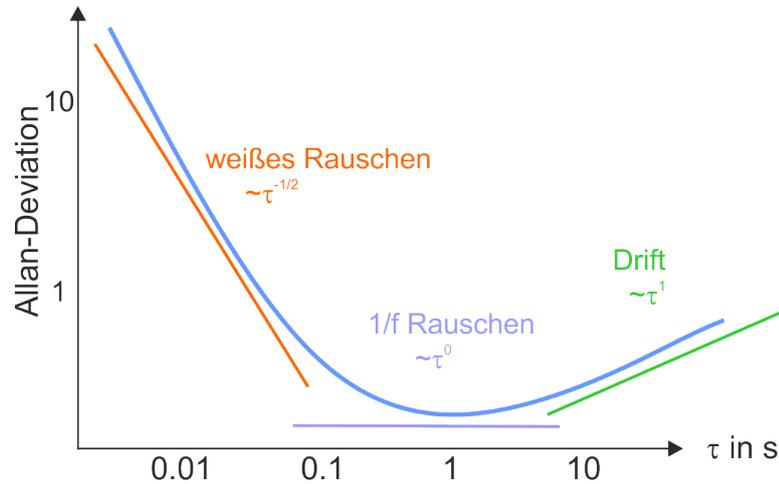


ABBILDUNG 5.5: Schematische Darstellung der Rauscheinflüsse innerhalb einer Allan-Deviation.

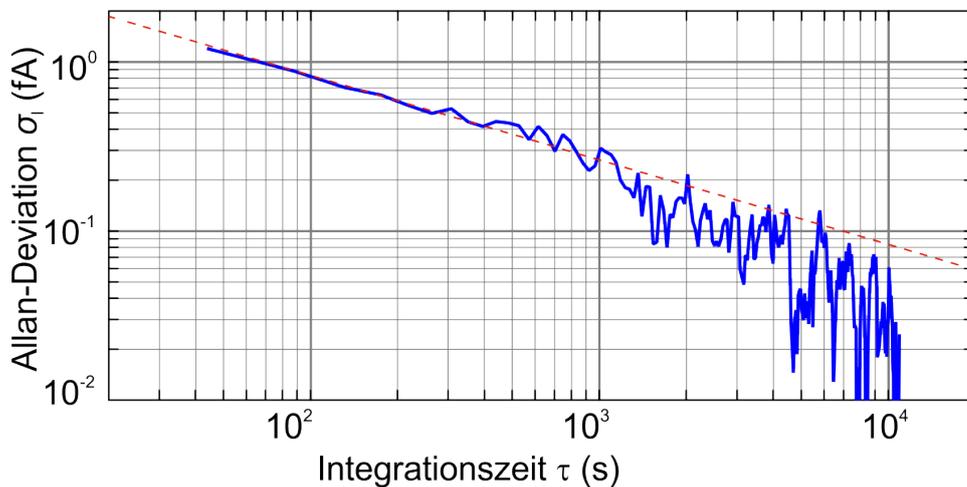


ABBILDUNG 5.6: Allan-Deviation anhand der Zeitreihe eines Präzisionspunktes der 545 MHz Messung der Dauer von sechs Stunden zeigt vollständig weißes Rauschen. Die rote gestrichelte Linie zeigt das Rauschen von $4,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$.

der ausschließliche Beitrag des weißen Rauschens erkennen (s. Abb. 5.6). Dieses Rauschen ist mit einer rot gestrichelten Linie gekennzeichnet. Es beläuft sich auf ca. $4,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, berechnet anhand von Gleichung (2) aus Referenz [12]. Da das ULCA-Rauschen mit $2,4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ bewertet wurde, ergibt sich das zusätzliche Rauschen der Probe und der Verkabelung mit $\sqrt{(4,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}})^2 - (2,4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}})^2} \approx 3,8 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Weiterentwicklungen des ULCA mit deutlich niedrigerem Rauschen könnten daher nur dann Vorteile bieten, wenn das Rauschen des Aufbaus deutlich gesenkt werden könnte, sodass die Messung dadurch nicht mehr dominiert wäre.

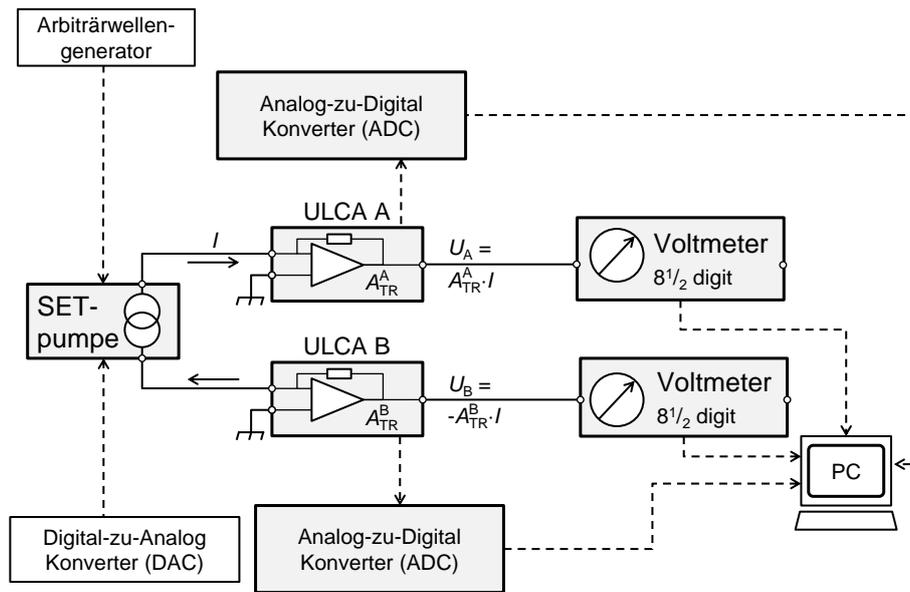


ABBILDUNG 5.7: Allgemeiner Aufbau für eine zweikanalige Präzisionsmessung. Erweiterte Form des Aufbaus in Abb. 5.1.

5.3 1 GHz-Präzisionsmessung

Ein weiteres Ziel, das es zu erreichen gilt, ist, einen Strom der Einzelelektronenpumpen > 100 pA zu generieren, um in eine Größenordnung zu kommen, die für praktische Anwendungen nutzbar ist. Zu diesem Zweck wurde die folgende Präzisionsmessung anhand einer durch Zwei-Gate-Modulation betriebenen Pumpen bei einer Frequenz von 1 GHz durchgeführt. Trotz eines vielversprechenden Übersichtsscans konnte eine nicht mehr ausreichende Quantisierung beobachtet werden. Diese Eigenschaft wurde dank der hohen Auflösung erkannt, wäre allerdings mit den bislang üblichen Messmethoden bzw. -auflösungen nicht darstellbar gewesen.

5.3.1 Die Messung

Die verwendete Probe ist im adiabatischen Design (vgl. 3.1.2) hergestellt. Vermessen wurde sie bei einem Magnetfeld von $B = 16$ T. Für den Antrieb der Probe wurde eine Zwei-Gate-Modulation gewählt. Dafür wird das Hochfrequenzsignal invertiert an das zweite Gate gekoppelt. Zur Erhaltung der Stromrichtung dient eine kleine Phasenverschiebung der Hochfrequenzsignale. Dies führt zu einer Reduktion der Plungerwirkung des linken Gates U_1 , wie in Referenz [16] vorgeschlagen. Nähere Details zu diesem Transportprozess werden in Kapitel 6 gegeben.

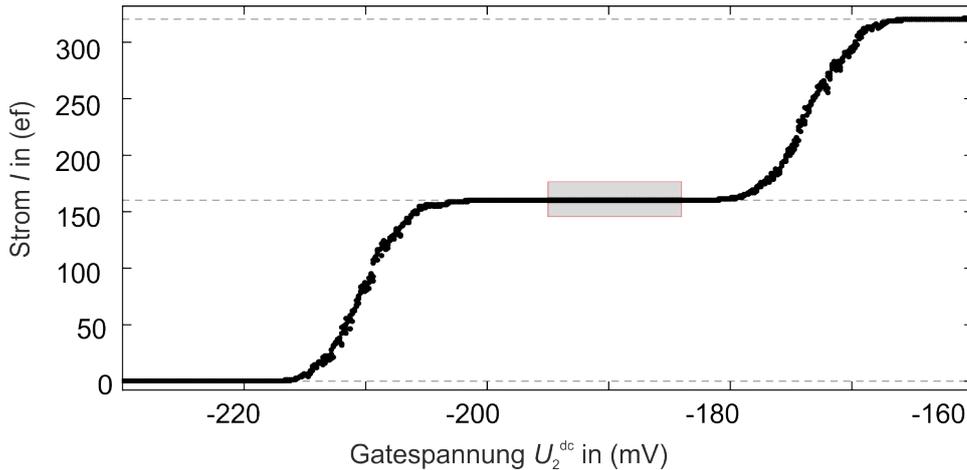


ABBILDUNG 5.8: Übersichtsmessung der Strom-Spannungscharakteristik entlang U_2^{dc} . Aufgenommen bei einem Magnetfeld von $B = 16$ T für eine Frequenz von $f = 1$ GHz, entsprechend einem Strom von $I \approx 160$ pA.

Zusätzlich wurde bei dieser Messung ein weiterer ULCA an der Source-Zuleitung eingesetzt (s. Abb. 5.7). Damit konnte innerhalb der gleichen Messzeit die statistische Unsicherheit um den Faktor $\sqrt{2}$ gesenkt werden. Einen weiteren Vorteil bietet die unabhängige Messung beider Ströme durch die Identifizierungsmöglichkeit von Leckströmen der Gates in die Zuleitungen.

In Abbildung 5.8 ist eine Übersichtsmessung zur Strom-Spannungscharakteristik gezeigt. Die graue Box markiert denjenigen Bereich des ausgedehnten Plateaus, der für eine Präzisionsmessung herangezogen wird. Die verrauschten Anstiege der Plateaus, wie sie auch in der 545 MHz-Messung zu finden waren, spiegeln ein starkes RTS-Rauschen (engl. *random telegraph signal*) wider, das durch Umladungen innerhalb der QP-Struktur bedingt wird. Diese Umladungen entsprechen effektiv einer Gatespannungsverschiebung im Bereich von wenigen Millivolt. Sie beeinflussen daher bei einem nicht ausreichend ausgeprägtem Plateau die Gesamtstabilität und Reproduzierbarkeit der Messungen stark.

Durch das vorhandene RTS-Rauschen gestaltete es sich außerdem als schwierig, eine Prognose der Genauigkeit durch Fits zu bestimmen. Visuelle Analyse einfacher Übersichtsmessungen ohne zyklisches An- und Ausschalten der Hochfrequenz ließen nicht auf eine nennenswerte Steigung um den Wendepunkt herum schließen, obwohl ein Versuch eines phänomenologischen Fits (s. Abschnitt 2.3.3) an die Übersichtsmessungen bereits eine signifikante Steigung von $\approx 0,65$ ppm/mV um den Punkt des präzisesten Pumpens suggerierte.

Zur Gewinnung der Präzisionspunkte wurden die gleichen Techniken wie für die vorherige 545 MHz-Messung angewandt. Präzisionspunkte beider Kanäle zeigten im Rahmen ihrer Unsicherheiten gute Übereinstimmungen, sodass

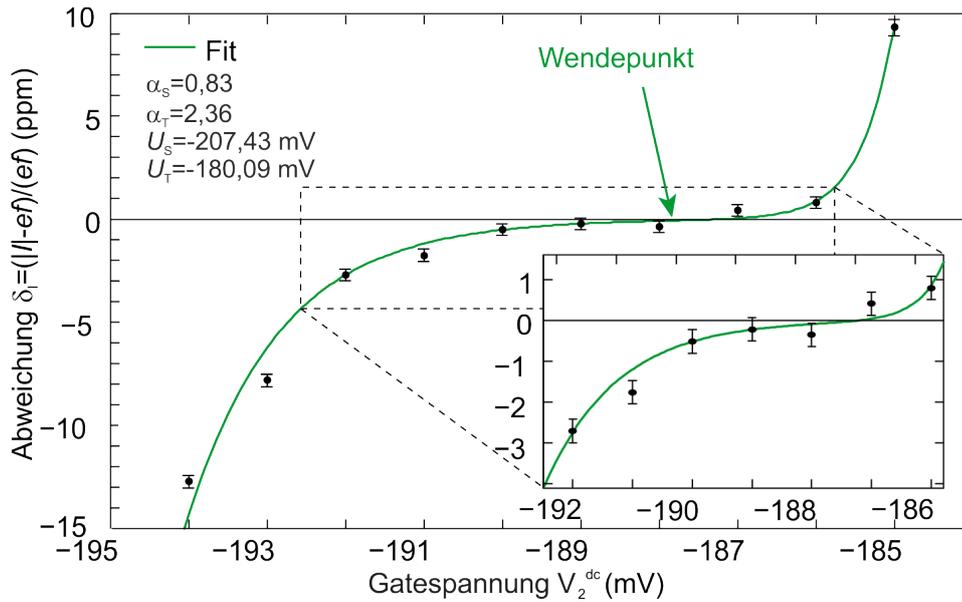


ABBILDUNG 5.9: Präzisionsmessung zur Übersichtsmessung (vgl. Abb. 5.8). Fehlerbalken beschreiben die statistische Unsicherheit für $k = 1$. Messpunkte sind kombinierte Werte aus Drain- und Sourcestrom. Die grüne Kurve zeigt die Fitfunktion nach Abschnitt 2.3.3. Das Inset zeigt einen Zoom in die Plateaumitte.

sich Leckströme ausschließen ließen. Die Kombination der Präzisionsmesspunkte beider Kanäle sind in Abb. 5.9 aufgeführt. Dabei wurden 300 volle Zyklen entsprechend einer Dauer von ca. 3,5 Stunden ausgewertet. Die Fehlerbalken erreichen für die Typ-A Unsicherheit typischerweise ca. 0,29 ppm pro Punkt und damit kombinierte Unsicherheiten von ca. $u_k \approx 0,32$ ppm.

Der grüne Fit ist analog zur 545 MHz-Messung mit Hilfe des Modells aus 2.3.3 gewonnen worden und liefert den Wendepunkt bei $U_2^{dc} = -187,9$ mV, an dem die höchste Präzision zu erwarten ist. Der theoretische Fehler für ein überschüssiges bzw. ein zu viel verlorenes Elektron (P_2 bzw. P_0) an diesem Punkt läge bei $\approx 0,05$ ppm, und die Steigung an diesem Punkt beläuft sich auf ungefähr 0,16 ppm/mV (s. phänomenologisches Modell aus Abschnitt 2.3.3 bzw. 6.1.3). Mit den erzielten Auflösungen ist es nun möglich diesen Verlauf tatsächlich abzubilden. Gleichzeitig steigen damit die Ansprüche an die maximal tolerierbaren Fehlerraten, die mindestens eine Größenordnung unterhalb der Auflösung liegen sollten. In diesem Beispiel zeigt sich, dass für eine Frequenz von 1 GHz, die Präzision der Pumpe für einen Gesamtfehler im Bereich von 0,1 ppm nicht ausreichend ist.

Rauschbeiträge

Eine ca. sechsstündige Messung bei $U_2^{dc} = -186$ mV liefert die Grundlage der folgenden Rauschanalyse (s. Abb. 5.10). Abgebildet ist das Rauschen beider

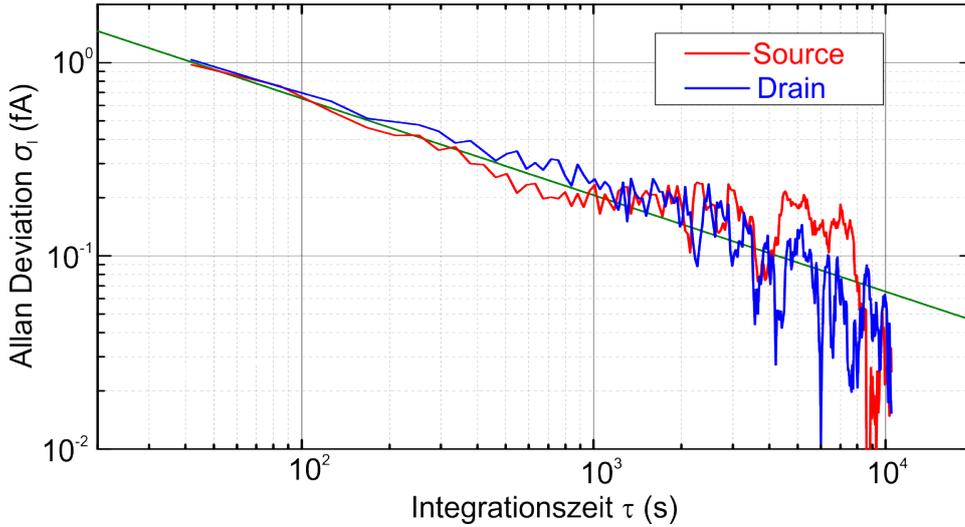


ABBILDUNG 5.10: Allan-Deviation in Abhängigkeit der Integrationszeit für einen ca. sechsständigen Präzisionspunkt der 1 GHz-Messung bei $U_2^{\text{dc}} = -186$ mV.

Kanäle, die mit zwei unterschiedlichen ULCAs verstärkt wurden (Serienbezeichnung: ULCA 1.2 und ULCA 1.3). Das Gesamttrauschen jedes Kanals konnte auf einen Wert von $3,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ gesenkt werden mit einem entsprechenden Anteil der Probe bzw. der Verkabelung von ca. $2,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$.

5.3.2 Ergebnis und Fazit

Insgesamt konnte mit diesem Experiment gezeigt werden, dass eine zweikanalige Messung deutliche Vorteile gegenüber einer einkanaligen bietet. Zum einen reduziert sich die benötigte Messzeit um den Faktor 2 für den gleichen statistischen Fehler bzw. es kann der statistische Fehler in gleicher Messzeit um den Faktor $\sqrt{2}$ gesenkt werden. Zum anderen erreicht man eine Kontrolle über mögliche Fehlfunktionen, wie z.B. die Leckströme aus den Gates in den Kanal.

Auffällig war das Schwanken der Rauschbeiträge trotz gleicher Kontakte. Diese Schwankungen lassen sich sehr wahrscheinlich auf eine schlechte Steckverbindung zurückführen und sollten somit grundlegend geändert werden (s. Unterkapitel 5.4).

Entscheidend ist bei diesem Versuch jedoch die Erkenntnis, dass grobe Übersichtsmessungen nur bedingt Prognosen zur Präzision zulassen. Effekte wie starkes RTS-Rauschen gefährden die Zuverlässigkeit einer Prognose. Diese Messung demonstriert daher die Notwendigkeit der Überprüfung von Quantisierungen von Einzelelektronenpumpen bei hoher Auflösung. Da derartige Messungen sehr zeitintensiv sind, ist es erstrebenswert, diese Kontrolle zu optimieren, sodass eine schnelle Charakterisierung möglich wird. Um dies zu erreichen, wurde im Folgenden das Potential der Messmethode untersucht und weiter optimiert.

Ein weiterer kritischer Punkt bei der Anwendung der GaAs-basierten Einzelelektronenpumpen scheint zu Tage zu treten. Aus noch nicht geklärten Gründen ist es schwierig, diese Art der Einzelelektronenpumpen im GHz-Frequenzbereich zu betreiben. Die Betriebsroutine zeigt, dass sich Transportprozesse im 500 MHz-Bereich zuverlässig realisieren lassen. Der Betrieb bei höheren Frequenzen erweist sich, wie auch hier, sehr häufig als nicht ideal und bleibt einigen wenigen Einzelexemplaren dieser Pumpen vorbehalten [23, 27]. Interessante, alternative Systeme wären eventuell Si-basierte Einzelelektronenpumpen. Hier ist es in jüngster Zeit mehrfach gelungen, zu höheren Frequenzen vorzudringen [18, 55, 61, 62]. Si-Pumpen, die ihre Funktion mit Hilfe lokalisierter Zustände, d.h. mit Hilfe von Dotieratomen oder Fangstellen (engl. *traps*) erlangen, sind durch hohe Ladungsenergien des QPs weniger sensitiv auf Temperatureinflüsse [55]. Weiterhin zeigen sie durch deutlich unterschiedliche Rücktunnelraten der einzelnen Besetzungsniveaus ausgeprägte Quantisierungsplateaus bei hohen Frequenzen [62] auch ohne Magnetfeld. Bedingt durch den Fertigungsprozess der Si-basierten Einzelelektronenpumpen ergeben sich hohe Ausschussraten bei den Bauteilen, die durch große Stückzahlen in der Produktion kompensiert werden. Auch fehlen bei diesen Pumpen bislang Analysen im sub-ppm-Bereich, die mögliche Vorzüge erst untermauern können.

5.4 Optimierung des Aufbaus

Im folgenden Unterkapitel wird auf die Verbesserungsmöglichkeiten des Aufbaus, die schon im vorangegangenen Unterkapitel angeklungen sind, eingegangen. Dabei liegt der Fokus auf der Verkürzung der Rückführungskette, d.h. der Reduktion des systematischen Fehlers und der effektiven Ausnutzung der Messzeit. Die Vorteile einer besonders effektiven zeitlichen Ausnutzung liegen in der Reduktion des statistischen Fehlers innerhalb der gleichen Messzeit. Die Motivation für diese Optimierung im Allgemeinen liefert weiterhin das Streben, die Marke der 0.1 ppm Unsicherheit, die für die Neudefinition anvisiert wird, beim Betrieb der Einzelelektronenpumpen zu unterschreiten. Außerdem liefert dieses Tool der Präzisionsmessungen die Möglichkeit, Pumpen auf bislang unerreichte Genauigkeit hin zu testen und zu bewerten. Hierzu zählen unter anderem die Einordnung der vorherrschenden Fehlermechanismen, die in Kapitel 6 aufgegriffen werden. Die folgenden Inhalte dieses Kapitels sind bereits in *Metrologia* (s. Ref. [51]) veröffentlicht.

5.4.1 Josephson-Kompensation und Frequenzrückführung

Ein großer Typ-B Unsicherheitsbeitrag rührt von der Gainstabilität der Voltmeter (hp3458A) her (s. Abschnitt 5.2). Um diesen Fehler zu reduzieren, wurde eine Messanordnung gewählt, bei der die generierten Spannungen am

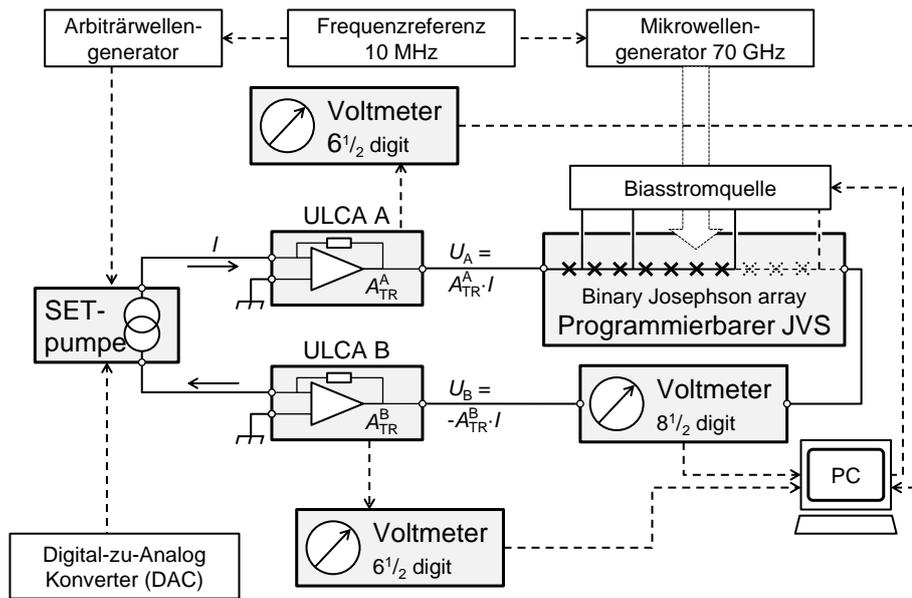


ABBILDUNG 5.11: Schema der Pumpstrommessung mit zwei ULCA Kanälen. Die Ausgangsspannungen der ULCA's werden mit Hilfe eines PJVS kompensiert und ein kleines Differenzsignal am Voltmeter vermessen. Eine Frequenzreferenz taktet sowohl den Arbiträrwellengenerator als auch die Mikrowellenquelle des PJVS.

ULCA durch einen entsprechenden Beitrag des PJVSs kompensiert werden. Damit betrifft die Gainunsicherheit nur noch einen kleinen Differenzbeitrag zwischen generiertem Strom und einer möglichen Spannung des PJVS.

Abbildung 5.11 stellt die Veränderungen schematisch dar. Der PJVS wurde in Reihe mit den zwei ULCA Kanälen A und B und dem $8\frac{1}{2}$ -Stellen Voltmeter geschaltet. Das Spannungsdifferenzsignal $U_A - U_B = (A_{TR}^A + A_{TR}^B) \cdot I$ (ergibt sich zu ≈ 200 mV bei einer Pumpfrequenz von 600 MHz) wurde kompensiert mit dem PJVS und das verbleibende Differenzsignal von weniger als ± 70 μ V wurde anschließend mit dem Voltmeter ausgelesen. Diese Methode kann den systematischen Beitrag, der von der Unsicherheit des Gainfaktors der Voltmeter herrührt, um mehr als eine Größenordnung zu 0,003 ppm senken, verglichen mit einem Beitrag von 0,08 ppm aus Tabelle 5.1. Dabei wurden sowohl Kalibrierintervalle des Voltmeters von maximal drei Monaten mit einer absoluten Gainschwankung von 0,3 ppm, als auch die kleinsten Betriebsfrequenzen berücksichtigt.

Im Vergleich zum ersten Aufbau wurde ein Rubidium Frequenz Standard (FS725 — 10 MHz) als 10 MHz Referenz eingesetzt. Dieser taktet den Arbiträrwellengenerator und die Mikrowellenquelle des PJVS. Da beide, der

Beitrag (Typ B)	Rel. Unsicherheit in ppm ($k = 1$)	Abgeleitet von
ULCA Kalibrierung von A_{TR}	0.015	Kalibrierung gegen QHE
Stabilität von A_{TR} (ULCA)	0.08	Beinhaltet Kurzzeitfluktuationen und Driften
Andere Effekte von A_{TR}	0.014	Beinhaltet Einschwingzeiten, Temperaturkorrekturen und Nichtlinearitäten
Voltmetergain	0.003	Tägliche Kalibrierung gegen PJVS (Interpolation)
Endliche Kabelisolierung	0.01	Widerstandsmessungen
Gesamt	0.084	Wurzel der Quadratsumme

TABELLE 5.2: Aufschlüsselung der dominierenden Typ-B Messunsicherheitsbeiträge für den optimierten Messaufbau. Alle dargestellten Beiträge sind konservative Abschätzungen der oberen Grenzen. Die Aufschlüsselung gilt zunächst für eine einkanalige Messung. Da im ungünstigsten Fall davon ausgegangen werden muss, dass die Beiträge des ULCA korreliert sind, lässt sich das Budget für die Zweikanalmessung übertragen.

Pumpstrom und die gemessene Spannung, rückgeführt auf den PJVS proportional zur Frequenz und die ULCA Ausgangsspannungen proportional zum Strom sind, kann der Unsicherheitsbeitrag durch die Frequenz vollständig vom Unsicherheitsbudget gestrichen werden.

Alle verbleibenden Fehlerbeiträge sind in Tabelle 5.2 aufgelistet. Die betrachteten Beiträge sind für einen Erweiterungsfaktor von $k = 1$ angegeben. In einem Zeitraum von fünf Monaten, in der die relevanten Messungen für dieses und die folgenden zwei Unterkapitel durchgeführt wurden, wurden die ULCA in Intervallen von acht Wochen viermal kalibriert. Die Standardunsicherheit für diese Kalibrierungen wird mit 0,015 ppm angegeben. Für die Auswertung der Einzelmessungen wurde jeweils eine Transresistenz zwischen den Kalibrierwerten interpoliert. Die Aufschlüsselung der ULCA-Komponenten erfolgte durch Langzeitmessungen und Entwicklungen der ULCA-Stabilität durch Dietmar Drung [12, 9]. Da keine ausreichende Datenbasis vorliegt, um Korrelationen der ULCA auszuschließen, kann dieses Budget sowohl für die einkanalige als auch die zweikanalige Messung angenommen werden. Es werden für eine zweikanalige Messung keine Verbesserungen durch statistische Mittelungen angesetzt.

Dominierend im Budget des ULCA sind die Beiträge durch Kurzzeitfluktuationen und Driften, die im Rahmen der Stabilität der Transresistenz A_{TR} mit 0,08 ppm abgeschätzt werden. Die Unsicherheiten der Kalibrierung bzw. der Einschwingzeiten, Temperaturkorrekturen und Nichtlinearitäten sind mit 0,15 ppm bzw. 0,014 ppm nachrangig. Insgesamt trägt der

ULCA mit 0,083 ppm zur totalen Typ-B Unsicherheit von 0,084 ppm bei und dominiert somit das Budget deutlich. Eine mögliche Weiterentwicklung wäre der Einsatz eines zweiten PJVS. Diese Konfiguration senkt zwar nicht das Fehlerbudget, gibt jedoch die Möglichkeit Korrelationen zu erkennen. So können beispielsweise Leckströme erkannt und eine Messung bzgl. einer solchen Fehlerquelle bewertet werden.

Zur weiteren Senkung des systematischen Fehlerbudgets müsste eine Weiterentwicklung des ULCA's zum Einsatz kommen, die bereits getestet und charakterisiert wurde [9].

5.4.2 Stabilitätsbewertung und effektive Messzeitoptimierung

Nach der Reduktion des systematischen Fehlers soll nun die effektive Messzeitausnutzung optimiert werden. Diese Optimierung führt zu einer Reduktion des statistischen Fehlers bei gleicher Messzeit. Zur Veranschaulichung sind in Abbildung 5.12 alle betreffenden Zeitintervalle aufgeführt.

Für diese Optimierung wurde zunächst der Gebrauch der Autozero-Funktion des Voltmeters analysiert. Die aktivierte Autozero-Funktion garantiert, dass interne Offsetfehler vor der folgenden Messung auf Null gesetzt werden. Dafür entkoppelt das Gerät intern das Inputsignal und macht eine Nullmessung, die dann algebraisch vom folgenden Messwert subtrahiert wird. Damit führt eine kontinuierliche Autozero-Funktion zu einem Messzeitverlust von 50%, garantiert jedoch geringst mögliches Rauschen. Wird ein Voltmeter mit inaktiver Autozero-Funktion verwendet, wird nur eine initiale Nullmessung durchgeführt und von allen folgenden Messwerten subtrahiert. Hierdurch kann die zeitliche Ausnutzung maximiert werden. Allerdings wird die Genauigkeit der Messung nach einiger Zeit unter dem vergrößerten Rauschen leiden. Ziel der Untersuchung war es, einen günstigen Zeitpunkt zu finden, zu dem eine Nullmessung sinnvoll ist, d.h. das Rauschen noch ausreichend klein und die zeitliche Ausnutzung ausreichend groß. In diesem Sinne konnte eine Zeitspanne von ca. 3 s ermittelt werden, nach der eine Autozero-Messung mit der Dauer von 40 ms notwendig wird, um weiterhin ca. eine Größenordnung unter dem intrinsischen ULCA-Rauschen zu bleiben. Die Gesamtzeit zu dieser Datengewinnung beläuft sich einschließlich eines Kommunikationszuschlags auf 3,129 ms.

Es wurden zwei Messungen von ca. 30 min Länge mit der oben gewählten Autozero-Einstellung ausgeführt. Die erste Messung stand unter der Bedingung, dass keine Eingangsspannung anliegt, bei der zweiten wurde eine Eingangsspannung von 0,1 V angelegt. Diese Eingangsspannung wurde durch den PJVS generiert. Der Grund für diese Herangehensweise ist, die möglichen Bedingungen einer Messung zu simulieren. Bei der Betriebsfrequenz einer Pumpe von ca. 600 MHz würde eine Spannung von ca. 100 mV durch

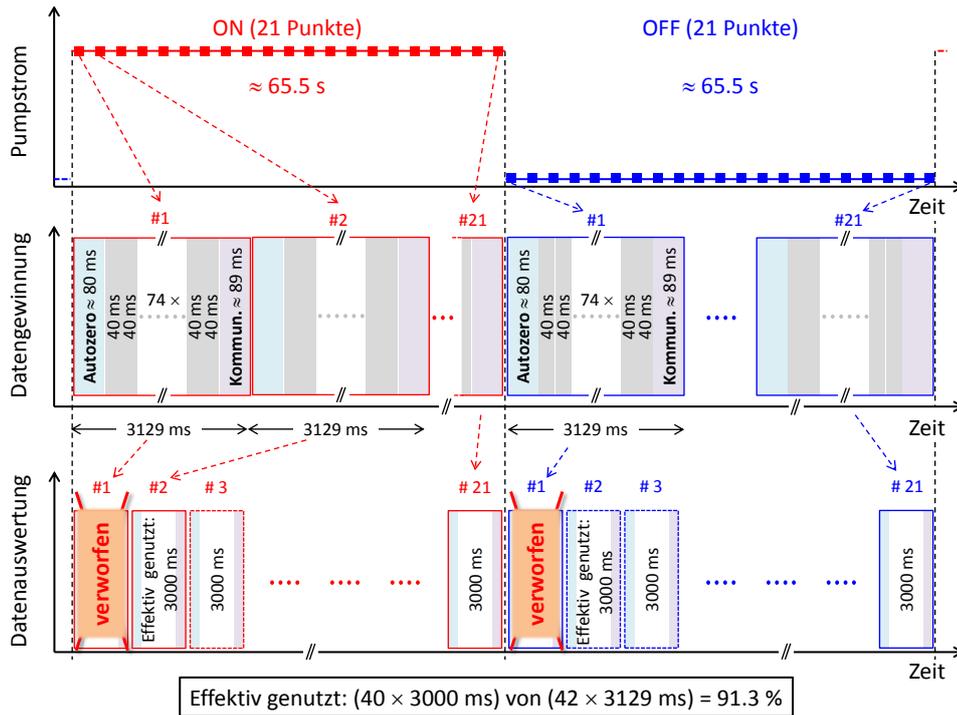


ABBILDUNG 5.12: Schematische zeitliche Darstellung der Datengewinnung und -verarbeitung. Jeder Halbzyklus des Pumpbetriebes (d.h. On- bzw. Off-Phase) besteht aus 21 Punkten. Jeder dieser Punkte besteht aus einem Datensatz wie im mittleren Feld gezeigt. Die Integrationszeit des Voltmeters war auf 40 ms gesetzt. Nur der erste der insgesamt 75 Messpunkte des Datensatzes wurde mit einem Autozero gemessen. Zusammen mit 89 ms Kommunikationsüberhang dauert ein Messpunkt im Halbzyklus daher 3,129 s. Der erste Messpunkt eines jeden Halbzyklus muss auf Grund der Einschwingzeiten des ULCAs verworfen werden. Die effektive Messzeitausnutzung lag somit bei $\approx 91\%$.

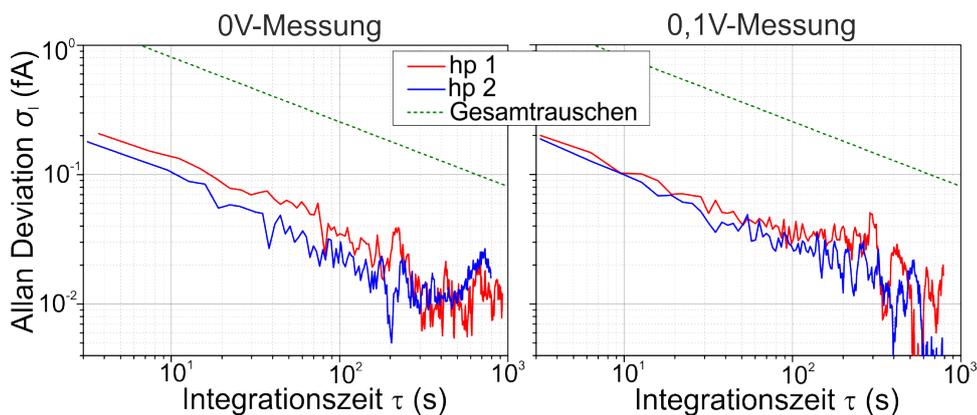


ABBILDUNG 5.13: Allan-Deviation zur Voltmeterstabilität der hp3458A. Linker Graph zeigt eine ca. 30 min Messung von 0 V mit folgender Einstellung: 40 ms Autozero gefolgt von 3 s Messzeit. Rechter Graph zeigt eine entsprechende Messung von 0,1 V generiert durch den PJVS. Grün gestrichelt dargestellt ist das Gesamtrauschen von $3,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ des Aufbaus, abgeleitet aus der Messung zu Abb. 5.10.

Betrachtete Anpassung	Alte Einstellung	Neue Einstellung	Analyse-methode
Autozero-Funktion des Voltmeters	Integrationszeit: 1PLC $\hat{=}$ 20ms 1 Autozero once gefolgt von 10 Messpunkten 200ms Datenerfassung +91ms Overhead \approx 291ms/Punkt	Integrationszeit: 2PLC $\hat{=}$ 40ms 1 Autozero once gefolgt von 75 Messpunkten 3000ms Datenerfassung +129ms Overhead \approx 3129ms/Punkt	Analyse der Driften des Voltmeters für 0V Eingangsspannung Allan Deviation Analyse für eine Langzeitmessung
Zykluslänge	$75 \cdot 291\text{ms} \cdot 2 \approx 44\text{s}$	$21 \cdot 3129\text{ms} \cdot 2 \approx 131\text{s}$	Abschätzung des $1/f$ Rauschbeitrags des ULCA
Verworfenen Zeiten	$11 \cdot 291\text{ms} = 3,2\text{s}$	$1 \cdot 3,129\text{s}$	Einschwingzeiten des ULCA
Effektive Messzeitausnutzung	$(200\text{ms}/291\text{ms}) \cdot (44\text{s} - 3,2\text{s} \cdot 2) / 44\text{s} \approx 59\%$	$(3\text{s}/3,129\text{s}) \cdot (131\text{s} - 3,129\text{s} \cdot 2) / 131\text{s} \approx 91\%$	

TABELLE 5.3: Gegenüberstellung der Zeitintervalle für eine optimierte Messzeitausnutzung von alten und neuen Parametereinstellungen.

den ULCA erzeugt, die bei einer Messung ohne Kompensation vom Voltmeter ausgelesen würde. Die Version der 0V-Eingangsspannung tritt bei einer Kompensationsmessung ein.

Eine Allan-Deviation Analyse (s. Abb. 5.13) konnte das Rauschlevel demonstrieren, das weiterhin um ca. eine Größenordnung unterhalb des Gesamttrauschens des Aufbaus von $3,5\text{fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ lag, das in der Messung zu Abb. 5.10 bestimmt wurde.

Für die Präzisionsmessung muss die Umschaltzeit zwischen An- und Ausphasen des Stroms bzw. des Arbiträrwellengenerators festgelegt werden. Als Ansatzpunkt galt hier, das $1/f$ -Rauschen weiterhin unterhalb der restlichen Rauschbeiträge zu halten. Es ist anzunehmen, dass eine systematische Optimierung dieser Umschaltzeit über Allan-Deviationen von Langzeitmessungen unter Berücksichtigung aller relevanten Rauschkomponenten des Aufbaus keine signifikante Verbesserung mehr liefert, deshalb wurde von diesen zeitaufwändigen Messungen abgesehen.

Unter Berücksichtigung der Einschwingzeiten des ULCA und den dadurch zu verwerfenden Messpunkten nach jedem Umschaltereignis, lässt sich die effektive Messzeitausnutzung, wie in Abb. 5.12 aufgeführt, bestimmen. Tabelle 5.3 stellt diese in Bezug zu den anfänglich gewählten Einstellungen. Dabei ergibt sich eine 59%ige Ausnutzung im alten Modus im Vergleich zu

einer Ausnutzung von 91% der Messzeit mit den neuen Parametern. In der Praxis bedeutet dies, dass dieselbe statistische Unsicherheit in nur 2/3 der Zeit erreichen werden kann. Eine weitere Optimierung des statistischen Fehlers ließe sich durch eine rauschärmere Verkabelung realisieren. Zusammen mit einem reduzierten intrinsischen ULCA-Rauschen könnte damit die Messzeit bei gleicher Genauigkeit weiter gesenkt werden [9, 14].

5.4.3 Fazit

Mit den eingeführten Verbesserungen wurden die Voraussetzungen geschaffen, um die genaueste Strommessung an Einzelelektronenpumpen ein weiteres Mal abzulösen. Dies sollte gut realisierbar sein, da sich der systematische Fehler deutlich gesenkt hat und der Zeitbedarf, um dieses Niveau zu erreichen, deutlich geringer ist.

Eine Vorabenschätzung lässt erwarten, dass beim Betrieb einer Einzelelektronenpumpe bei 500 MHz, entsprechend einem Strom von ≈ 80 pA und einem Gesamtrauschen von $3,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ in 24 Stunden eine Gesamtunsicherheit von ca. 0,177 ppm erreicht werden sollte. In einer effektiven Messzeit von $24 \text{ h} \cdot 91\% \approx 78624 \text{ s}$ erhält man ein absolutes Rauschen von $3,5 \text{ fA} \cdot \sqrt{\text{s}}/\sqrt{78624 \text{ s}} \approx 0,0125 \text{ fA}$, entsprechend einer Typ-A Unsicherheit von $0,0125 \cdot 10^{-15} \text{ A}/(80 \cdot 10^{-12} \text{ A}) \approx 0,156 \text{ ppm}$. Zusammen mit der verringerten Typ B Unsicherheit von 0,084 ppm sollte damit eine Gesamtunsicherheit von $\sqrt{(0,084 \text{ ppm})^2 + (0,156 \text{ ppm})^2} \approx 0,177 \text{ ppm}$ möglich werden. Das Ergebnis wird im nächsten Unterkapitel 5.5 vorgestellt.

5.5 Neuer Weltrekord

Mit dem neuen Aufbau wurde zunächst wie üblich eine Stromcharakterisierung in $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Abhängigkeit vorgenommen bei einem Magnetfeld von $B = 9,2 \text{ T}$ und einer optimierten Pulsform, wie in 4.2 erläutert. Es wurde eine Pumpfrequenz von 600 MHz gewählt, entsprechend einem Strom von $I \approx 96 \text{ pA}$. Zum Einsatz kam eine Probe im herkömmlichen Design (s. Abb. 3.2(b)) mit einer Elektronenmobilität von $\mu \approx 280 \text{ m}^2/\text{Vs}$ und einer Ladungsträgerdichte von $n_S = 2,09 \cdot 10^{15}/\text{m}^2$, die bereits bei Messungen in Kapitel 4 zum Einsatz kam. Anhand der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Abhängigkeit wurde ein Schnitt entlang U_2^{dc} -Achse bei $U_1^{\text{dc}} = -210 \text{ mV}$ innerhalb eines insensitiven Bereichs bzgl. der U_1^{dc} -Achse gemacht (s. Abb. 5.14(a)). Innerhalb des grau markierten Bereichs wurden bei $\langle n \rangle \approx 1$ die Ströme für diskrete U_2^{dc} -Spannungswerte mit hoher Genauigkeit vermessen. Dabei wurden die Einstellungen der Ein- und Ausphasen bzw. der Autozero-Funktion des Voltmeters so gewählt wie im vorangegangenen Unterkapitel erläutert. Die Auswertung erfolgte analog zu Abschnitt 5.2. Zunächst wurde der Bereich in 1 mV-Schritten abgerastert,

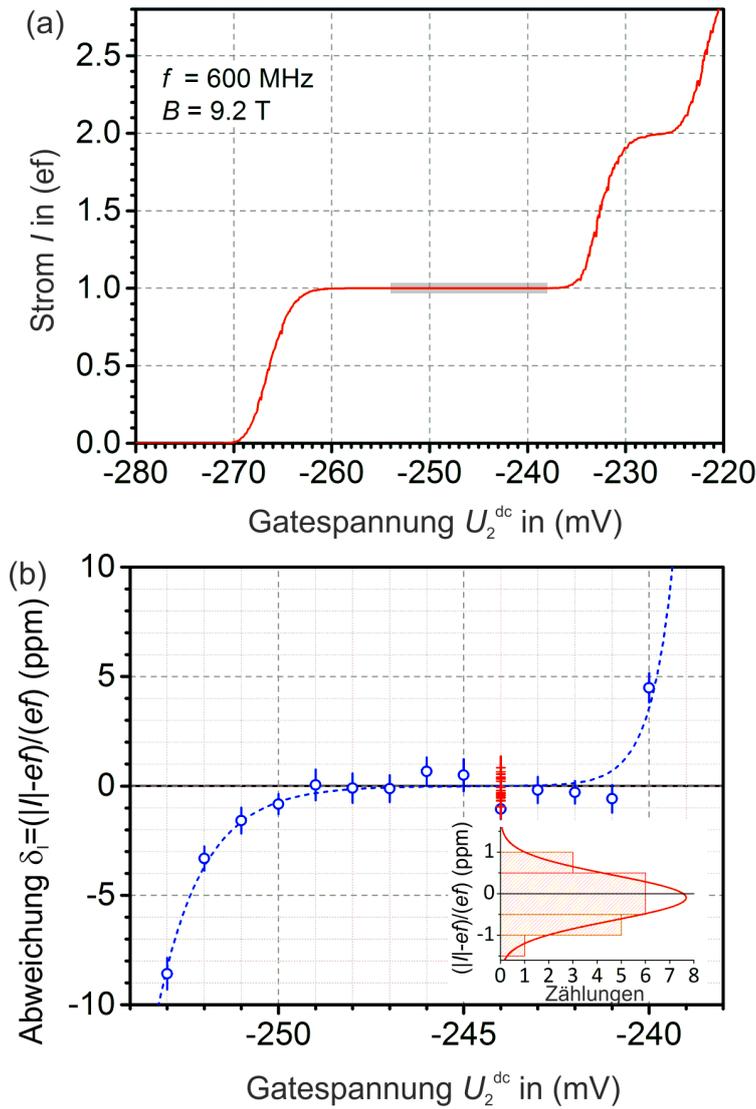


ABBILDUNG 5.14: (a) Übersichtskurve der Strom-Spannungs-Charakteristik bei $B = 9,2$ T, $U_2^{\text{dc}} = -210$ mV und $f = 600$ MHz. Der graue Bereich markiert die Region der Präzisionsmessung. (b) Präzisionsmessung im in (a) markierten Bereich um den flachsten Punkt des Plateaus für $\langle n \rangle = 1$, als Abweichung zum nominellen Stromwert ef in ppm. Jeder Datenpunkt wurde über eine Zeitspanne von einer Stunde gemittelt. Fehlerbalken entsprechen der Typ-A Unsicherheit. Die gepunktete Linie ist anhand des heuristischen Fits aus 2.3.3 erstellt. Bei $U_2^{\text{dc}} = -244$ wurde anschließend für weitere 20 h gemittelt, dargestellt als rote Datenpunkte für je eine Stunde Mittelungszeit. Das Inset zeigt ein Histogramm der Verteilung an diesem Punkt. Die Halbwertsbreite stimmt hierbei sehr gut mit der bestimmten Typ-A Unsicherheit von $0,6$ ppm überein. Eine Mittelung über alle 21 Messpunkte liefert eine bisher unerreichte Genauigkeit mit einem Wert von $(-0,1 \pm 0,16)$ ppm totaler Unsicherheit für $k = 1$.

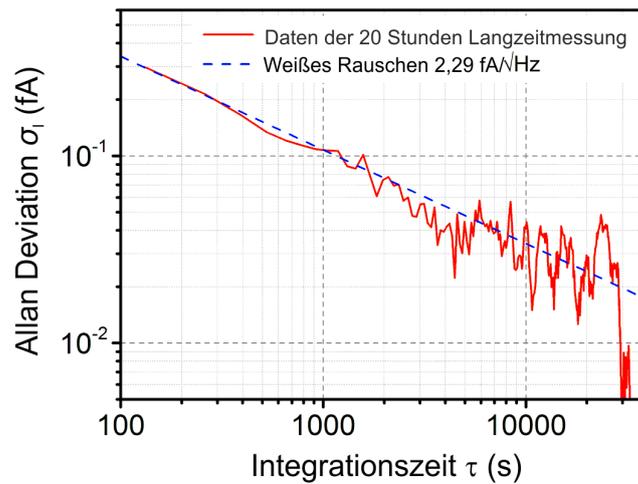


ABBILDUNG 5.15: Allan-Deviation von einer 20 h Langzeitmessung und einer Pumpfrequenz von $f = 600$ MHz. Die Zykluszeit belief sich auf 131 s, wobei davon 119 s der effektiven Datenakquirierung dienen. Die Daten entsprechen einem weißen Rauschen von ca. $2,29 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, markiert durch die blau gestrichelte Linie im Plot.

wobei die Messpunkte über jeweils eine Stunde gemittelt wurden. Die erreichten Typ-A Unsicherheiten lagen bei ca. $0,6 \text{ ppm}$. Anhand eines Fits nach Abschnitt 2.3.3 an diese Messdaten konnte ein optimaler Arbeitspunkt bestimmt werden. An diesem Punkt wurden weitere 20 Datenpunkte von einer Stunde Dauer gemittelt. Abb. 5.14(b) zeigt die gewonnenen Präzisionswerte. Das Histogramm an diesem Arbeitspunkt demonstriert die Verteilung der Datenpunkte. Der zugehörige Gaußfit passt mit seiner Halbwertsbreite von $0,55 \text{ ppm}$ dabei sehr gut zur bestimmten Typ-A Unsicherheit von $0,6 \text{ ppm}$.

Eine Allan-Deviation der 20 Stunden-Messung ist in Abbildung 5.15 dargestellt. Sie enthüllt ein effektives Gesamtrauschen von ca. $2,3 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Wird berücksichtigt, dass mit zwei unabhängigen ULCAs parallel gemessen wurde, kann auf ein Gesamtrauschen von $2,3 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}} \cdot \sqrt{2} = 3,25 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ geschlossen werden. Wird das intrinsische Rauschlevel jedes ULCA-Kanals mit $2,4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ angesetzt, ergibt sich ein effektives Rauschen der Verkabelung bzw. der Probe von ca. $2,2 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Damit zeigt sich ein leicht verbessertes Rauschen im Vergleich zu den ersten Messungen in Unterkapitel 5.2, das auf den Austausch der schlechten Steckverbindung an der Probenaufnahme zurückzuführen ist. Ersetzt wurde der Board-zu-Board-Stecker (samtec FTMH-105-03-L-DV) durch eine Steckverbindung von Goldpins, die auf einem zum Probenboard baugleichen PCB fest verlötet wurden.

5.5.1 Ergebnis: 0.16 ppm

Die Mittelung der eben demonstrierten 21 Messwerte um den Punkt des präzisesten Pumpens herum liefert dabei eine Übereinstimmung mit ef von $(-0,1 \pm 0,16)$ ppm totaler Unsicherheit. Hierbei überwiegt der Beitrag der Typ-A Unsicherheit von 0,13 ppm gegenüber des Typ-B Beitrags von 0,084 ppm. Dieses Ergebnis mit einer Unsicherheit von 0,16 ppm stellt die bislang genaueste Strommessung an Einzelelektronenpumpen dar und ist ein weiterer Schritt zum Ziel der anvisierten Genauigkeit von 10^{-7} für das revidierte SI-System 2018. Diese Genauigkeit ist einen Meilenstein für zukünftige Quantenstromquellen. Tatsächlich konnte die Abschätzung aus Abschnitt 5.4.3 dank eines leicht reduzierten Rauschens und einer Betriebsfrequenz bei 600 MHz sogar noch leicht unterboten werden.

5.6 Robustheitstests

Die eingeführten Verbesserungen der Messtechnik machen es möglich, Pumpen in kurzer Zeit auf sub-ppm-Level zu charakterisieren. Damit können Grundvoraussetzungen des vielversprechendsten Kandidaten eines neuen Stromstandards getestet werden: die Robustheit und Universalität des Pumpetriebs von Einzelelektronenpumpen. Die Unabhängigkeit der erreichten Präzision von Betriebsparametern dieser Pumpen, wie Frequenz, Magnetfeld, Bias- oder Gatespannungen ist außerdem relevant in Bezug auf integrierte Schaltungen. So sind sowohl die selbstreferenzierten Quantenstromnormale [17] als auch der Parallelbetrieb mehrerer Pumpen darauf angewiesen, bei entsprechender Parametervariation mit geringer Fehlerrate zu arbeiten. Der Betrieb auf einem Chip fordert insbesondere die Insensibilität gegenüber der Magnetfeldwahl. Zusätzlich können Reihenschaltungen Biasspannungen verursachen. Außerdem vereinfacht ein möglicher Betrieb bei gleicher Frequenz die Umsetzung mehrerer simultan betriebener Einzelelektronenpumpen deutlich, da Hochfrequenzleitungen in den Kryosystemen reduziert werden können. Damit sinkt der Wärmeeintrag in diese Systeme, die auf diese Weise einen stabilen Betrieb gewährleisten können. Die Unabhängigkeit des Probedesigns spiegelt die Universalität des Pumpmechanismus wieder, der auch für unterschiedlich geformte QPe Gültigkeit hat.

Soweit nicht anders erwähnt, wird für folgende Präzisionsmessungen das verbesserte Typ-B Unsicherheitsbudget von 0.084 ppm angesetzt.

5.6.1 Variation des linken Gates

Zur Demonstration der Robustheit in der U_1^{dc} -Abhängigkeit wurde zunächst eine Pumpstromcharakteristik für die $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Abhängigkeit aufgenommen (s. Abb. 5.16(a)). Die Pumpe wurde dabei mit einer Frequenz von $f =$

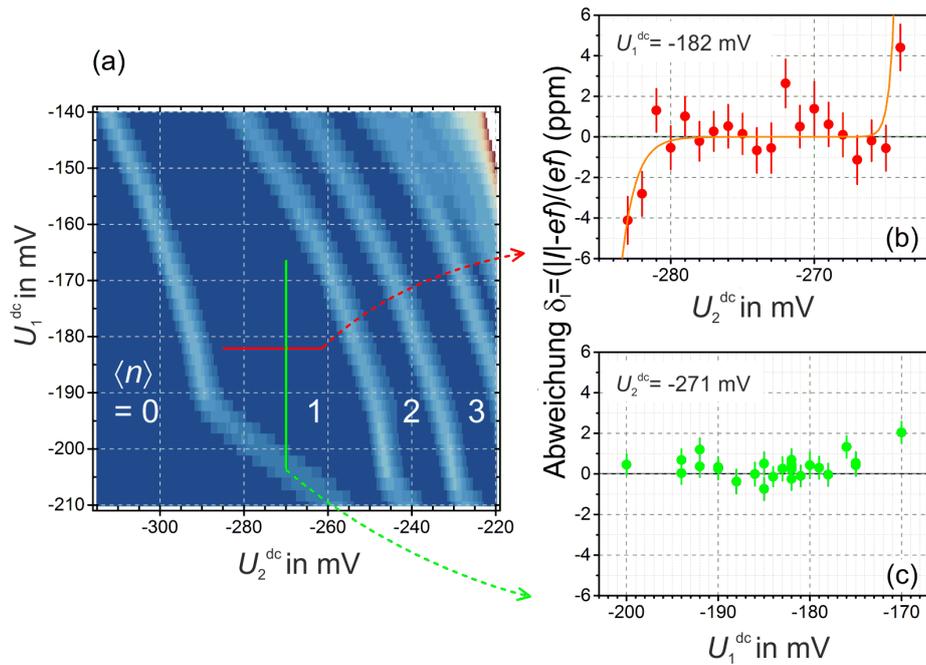


ABBILDUNG 5.16: (a) Konturgraph des abgeleiteten Stromes bei einer Betriebsfrequenz von $f = 600$ MHz und einem Magnetfeld von $B = 12$ T in Richtung des rechten Gates U_2^{dc} . Hellere Bereiche ergeben sich in Regionen großer Stromänderungen, d.h. den Stufen, blau auf Plateaus, den Regionen geringer Stromänderungen. (b) Präzisionsmessungen des Stromes entlang der rechten Gateachse U_2^{dc} . Der heuristische Fit, in orange, wurde anhand des Modells aus Abschnitt 2.3.3 gewonnen. Die Mittelungszeiten der Punkte betragen ca. 45 min. Die erreichten statistischen Unsicherheiten lagen bei ca. 1,1 ppm. (c) Präzisionsmessungen des Stromes entlang der linken Gateachse U_1^{dc} . Die Mittelungszeit der Punkte lag bei ca. 3 h. Die erreichten statistischen Unsicherheiten lagen bei ca. 0,55 ppm. Die Fehlerbalken entsprechen in allen Bildern der einfachen Typ-A Unsicherheit.

600 MHz in einem Magnetfeld von $B = 12$ T betrieben. Es wurde ein Schnitt in dem breiten Bereich des ($\langle n \rangle \approx 1$)-Plateaus entlang der U_2^{dc} -Achse bei $U_1^{\text{dc}} = -182$ mV gewählt. In dem relevanten Bereich dienten Präzisionsmessungen mit Mittelungszeiten von ca. 45 min (s. Abb. 5.16(b)) an diskreten U_2^{dc} -Spannungswerten zur Lokalisierung des Punktes des präzisesten Pumpens, unter Anwendung des heuristischen Fitmodells aus Abschnitt 2.3.3. Unter Fixierung dieses Punktes wurde im Folgenden das linke Gate U_1^{dc} variiert. Die resultierenden Präzisionspunkte, aufgenommen innerhalb von ca. 3 h, sind in Abb. 5.16(c) zu finden. Es zeigt sich ein großer Bereich um den Startwert von $U_1^{\text{dc}} = -182$ mV herum, der eine gute Übereinstimmung mit dem nominellen Wert ef liefert. Mittelt man die gewonnenen Punkte in einem Bereich von -192 mV $< U_1^{\text{dc}} < -172$ mV, so erhält man eine sehr gute Übereinstimmung zu ef mit $(I - ef)/ef = (0,052 \pm 0,208)$ ppm gesamtter Unsicherheit. Für diese Messung wurde noch das alte Setup verwendet, das mit einer Typ-B Unsicherheit von 0,13 ppm verbunden ist. Die $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristik lässt jedoch für den Wert von $U_1^{\text{dc}} = -200$ mV eine Abweichung vermuten, die sich nicht in den Präzisionsdaten wiederfindet. Diese Diskrepanz lässt sich auf die zeitliche Distanz der Messdatengewinnung von vierzehn Tagen zurückführen, in denen kleine Umladungen in der QP-Struktur zu kleinen Verschiebungen in der Pumpregion führen. Solche Umladungen erzeugen Verschiebungen, die sich in den untersuchten Strukturen üblicherweise auf 1 – 2 mV belaufen. Trotz dieser kleinen Unstimmigkeit lässt die insgesamt ausgezeichnete Übereinstimmung zum erwarteten Strom in einem Bereich von ca. 20 mV auf einen großen möglichen Arbeitsbereich der Pumpe in U_1^{dc} -Richtung mit entsprechend hoher Präzision schließen.

5.6.2 Verfahren zu Robustheitstest

Für die folgenden Unterkapitel wurde das gleiche Schema angewendet, um die Robustheit der Quantisierung zu überprüfen. Da in vorangehenden Abschnitten diese Techniken angewandt wurden, soll an dieser Stelle auf ähnlich wiederkehrende Abbildungen verzichtet werden. Sollte eine Auswertung von dem hier vorgestellten Verfahren abweichen, wird dies erwähnt. Zunächst dient die Charakterisierung der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Abhängigkeit der Lokalisierung des Arbeitsbereiches der Pumpe in U_1^{dc} -Richtung (analog in Abb. 5.16(a) dargestellt). Nach erfolgter Festlegung dieses Parameters wird eine Übersichtskurve in U_2^{dc} -Abhängigkeit an diesem Punkt aufgenommen, die die grobe Einordnung des optimalen Betriebsbereiches bzgl. des U_2^{dc} -Parameters zulässt. Dieser wird dann mit den Messtechniken für Präzisionsmessungen vermessen. Es ergeben sich Messkurven analog zu Abb. 5.16(b). Anhand des Fitkriteriums aus Abschnitt 5.2 lässt sich ein Präzisionswert bestimmen, der in den Graphiken zur entsprechenden Parametervariation aufgeführt ist.

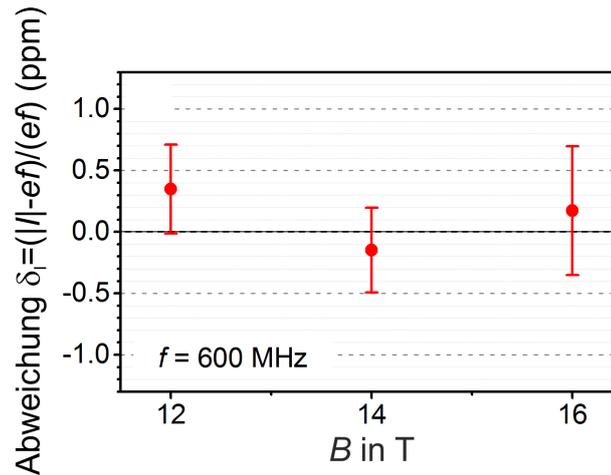


ABBILDUNG 5.17: Ergebnis von Präzisionsmessungen entlang eines Schnittes in U_2^{dc} -Richtung im Zentrum des ersten Plateaus. Das Magnetfeld wurde variiert. Die relevanten Messungen wurden innerhalb eines Einkühlzyklus gewonnen. Für diese Messung stand noch das alte Setup zur Verfügung, weshalb ein systematischer Fehlerbeitrag von 0,13ppm angesetzt wurde. Die Fehlerbalken entsprechen den Gesamtunsicherheiten für einen Erweiterungsfaktor von $k = 1$.

5.6.3 Magnetfeldvariation

Die untersuchte Pumpe liefert bei Variation des Magnetfeldes in einem großen Bereich eine sehr gute Quantisierung. Dabei lässt sich - wie in Kapitel 4 erläutert - vermuten, dass diese Unempfindlichkeit gegenüber der Quantisierungsqualität vor allem innerhalb eines QuantenHall-Plateaus zu erwarten ist. Im demonstrierten Fall wird die Messung auf dem 2/3-Plateau vorgenommen.

Da die Datengewinnung noch mit dem ersten Aufbau ausgeführt wurde, wird ein Typ-B Unsicherheitsbeitrag von 0,13 ppm berücksichtigt.

5.6.4 Bias-Spannungen

Für die Variation der Bias-Spannungen wurde das Schema von oben angewandt. Es ergeben sich in der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Abhängigkeit durch das Anlegen einer Bias-Spannung an Source deutliche Verschiebungen. Daher ist eine $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakterisierung unerlässlich. Die Verschiebungen für Bias-Spannungen an Drain sind vernachlässigbar. Erklären lassen sich die Verschiebungen des Arbeitsbereiches durch die Verschiebung des elektrostatischen Potentials der Zuleitung Source μ_S . Senkt sich das Potential μ_S ab, so ist zur Simulation der analogen Situation ohne Bias-Spannung weniger Potentialbarriere nötig, d.h. die Gatespannungen schieben in positive Richtung. Für das angehobene Potential μ_S gilt diese Beschreibung in umgekehrter Form. Bei der untersuchten Probe wurden für eine Variation der Biasspannung an Source von $U_{\text{Source}} = 10 \text{ mV}$ nach $U_{\text{Source}} = -10 \text{ mV}$ Verschiebungen des linken Gates U_1^{dc} von -25 mV bzw. des rechten Gates U_2^{dc} von -30 mV beobachtet. Der

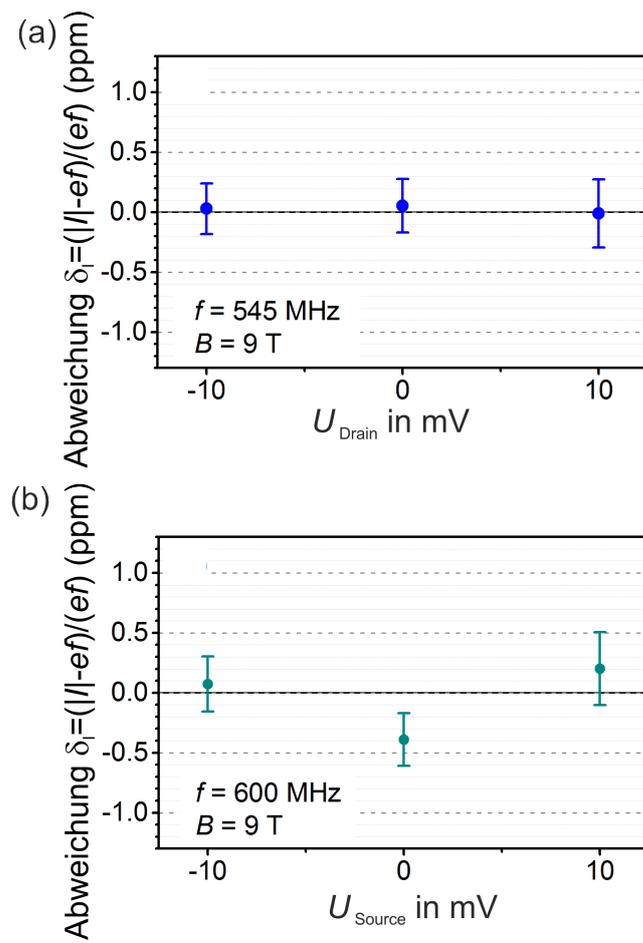


ABBILDUNG 5.18: Ergebnis von Präzisionsmessungen entlang eines Schnittes in U_2^{dc} -Richtung im Zentrum des ersten Plateaus. Die relevanten Messungen wurden innerhalb eines Einkühlzyklus gewonnen. Die Fehlerbalken entsprechen den Gesamtunsicherheiten für einen Erweiterungsfaktor von $k = 1$. (a) Variation der Biasspannung an Drain (b) Variation der Biasspannung an Source.

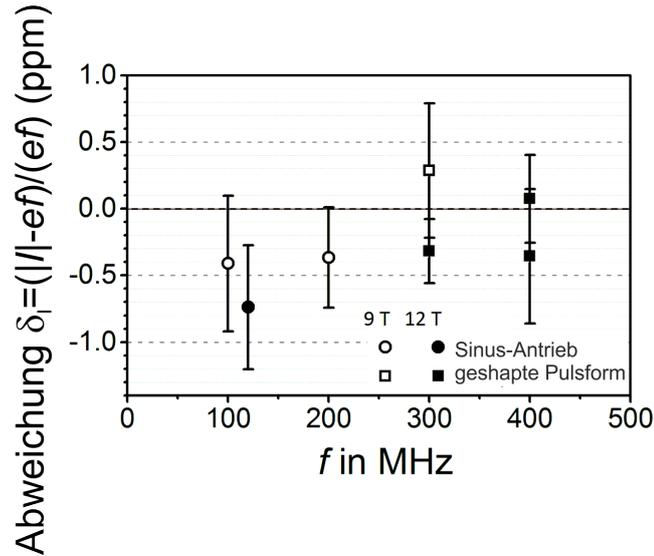


ABBILDUNG 5.19: Ergebnis von Präzisionsmessungen entlang eines Schnittes in U_2^{dc} -Richtung im Zentrum des ersten Plateaus bei unterschiedlichen Magnetfeldern B und unterschiedlichen Antriebspulsen. Die relevanten Messungen wurden innerhalb eines Einkühlzyklus gewonnen. Die Fehlerbalken entsprechen den Gesamtunsicherheiten für einen Erweiterungsfaktor von $k = 1$. Abweichungen für niedrige Frequenzen lassen sich auf Grund der geringen Datenbasis als statistische Streuung erklären. Für die Auswertung wurden die Grenzen des Fitkriteriums erweitert. Detaillierte Angaben finden sich im Text.

kleinere Hebelarm des rechten Gates steht im Einklang mit der Vermutung, dass sich der QP im Initialisierungsprozess näher am linken Gate befindet.

Für das Auswerfen nach Drain ist die Höhe des elektrostatischen Potentials μ_D nicht ausschlaggebend, da die Elektronen meist bei weit höheren Energien ausgeworfen werden. Daher ist keine Abhängigkeit in der $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Charakteristik zu erkennen.

Für die Realisierung von integrierten Schaltungen ist folglich eine Regelung ratsam, die die Verschiebungen des Arbeitsbereiches ausgleichen kann. Innerhalb des erweiterten Fehlers ($k = 2$) ist eine sehr gute Übereinstimmung mit ef zu finden.

5.6.5 Frequenzvariation

Für die Variation der Frequenzen wurde eine Probe im neuen Design vermessen (s. Abb. 3.2(c)). Da diese Probe jedoch deutliche Einbußen in der Quantisierung bei hohen Frequenzen zeigte, musste auf eine Analyse der Frequenzen $f \geq 500$ MHz verzichtet werden. Für die Auswertung der Frequenzen $f = 100$ MHz bis $f = 300$ MHz wurde weiterhin das Vertrauensintervall aus dem Fitkriterium von 0,01 ppm auf 0,1 ppm und für Frequenzen

von $f = 400$ MHz auf $0,2$ ppm erhöht. Diese Erweiterung wurde vorgenommen, um mindestens zwei Präzisionspunkte für die Mittelung zur Verfügung zu haben. Der abgeschätzte Fehler durch dieses Verfahren entspricht einer Unsicherheit, die ca. eine Größenordnung unterhalb der bestimmten Typ-A Unsicherheit liegt.

Innerhalb der erweiterten Unsicherheit für $k = 2$ stimmen die Messpunkte gut mit dem zu erwartenden Wert überein. Bei niedrigen Frequenzen ist eine leichte Tendenz zu negativen Abweichungen zu erkennen. Aufgrund der geringen Anzahl an Datenpunkten lassen sich diese Werte nur durch reine statistische Streuung erklären. Eine systematische Abweichung bei diesen Frequenzen ist im Rahmen des aktuellen Verständnisses des Pumpprozesses nicht zu erwarten.

5.6.6 Probenvariation

Neben der Probe, die für die Frequenzvariation vermessen wurde, wurde eine weitere Probe von Thomas Gerster im neuen Design (s. Abb. 3.2(c)) auf ihre Präzision untersucht und lieferte eine Übereinstimmung mit dem gewünschten Stromwert mit einer Genauigkeit von $(0,067 \pm 0,202)$ ppm. Auf das Design wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen, da es nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist.

5.6.7 Antriebsvariation

Auch eine Variation des Antriebs konnte eine gute Quantisierung reproduzieren. Dafür wurde eine Zwei-Gate-Modulation gewählt, die im Kapitel 6 näher erläutert wird. Da dieser Betriebsmodus im Moment noch auf niedrige Frequenzen angewiesen ist, war eine Klassifizierung auf $0,2$ ppm nicht realisierbar. Allerdings konnte bei dieser Betriebsweise eine Genauigkeit auf sub-ppm-Level erzielt werden.

5.7 Fazit

Für zukünftige Quanten-Strom-Standards ist es notwendig, hohe Genauigkeiten zu erzielen. In dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass mit Hilfe neuer Messmethoden die bisherige Genauigkeit von Präzisionsstrommessungen an Einzelelektronenpumpen von $1,2$ ppm [23] abgelöst und um fast eine Größenordnung auf $0,16$ ppm reduziert werden konnte. Damit ist eine bessere Realisierung gelungen als herkömmliche Methoden des aktuellen SI es theoretisch zuließen. Mit Weiterentwicklungen des ULCA's und einer rauschärmeren Verkabelung des Kryosystems sollte es in naher Zukunft realisierbar sein, die Hürde der Unsicherheit von $0,1$ ppm bei dieser Art der Einzelelektronenpumpen zu nehmen [12, 9, 14].

Insgesamt konnten bereits drei Proben auf dem Level von 0,2 ppm oder besser vermessen werden. In der Zeit der Präzisionsmessungen wurden acht Proben getestet. Zwei dieser Proben schieden im Vorfeld aufgrund technischer Fehlfunktionen, wie defekten Gates oder schlechten Probenkontakten, aus. Die verbliebenen sechs Proben konnten alle mit Präzisionsmessungen validiert werden. Allerdings unterschieden sich die Pumpeigenschaften zwischen den Einkühlzyklen stark. Anhand einer groben Vorcharakterisierung mit Hilfe einer $U_1^{\text{dc}}-U_2^{\text{dc}}$ -Abhängigkeit und Schnitten innerhalb dieser bis auf eine Genauigkeit von 10^{-4} wurden die geeigneten Proben ausgewählt und ggf. für bessere Pumpeigenschaften erneut eingekühlt. Präzisionsmessungen auf sub-ppm-Level sind durchschnittlich nur in jedem zweiten Einkühlzyklus durchgeführt worden.

Dank eines niedrigen Typ-B Fehlerbudgets und eines hohen Anteils effektiver Messzeit lassen die vorgestellten Optimierungen der Messmethode nicht nur die Verbesserung der Unsicherheit um ein Fünftel in einem Viertel der Zeit zu, sondern ermöglichen die systematische Untersuchung der Pumpen. Hierzu zählen u.a. die Überprüfung der Abhängigkeiten der Quantisierung bzgl. der Betriebsparameter einer Pumpe und die Sondierung der dem Pumpprozess zugrunde liegenden physikalischen Prozesse. Diese werden im folgenden Kapitel 6 behandelt.

Die demonstrierte Unabhängigkeit der Quantisierungsqualität in Abhängigkeit der wichtigsten Betriebsparameter beinhaltet die Möglichkeit der Realisierung integrierter Schaltungen, insbesondere der selbstreferenzierten Einzelelektronenpumpen, deren grundsätzliche Funktion bereits vorgestellt werden konnte [17, 16]. Diese Schaltungen erfordern den simultanen Betrieb mehrerer Pumpen auf einem Chip. Dies stellt hohe Anforderungen an ihre Verlässlichkeit und Stabilität in einem breiten Betriebsparameterbereich, die anhand der obigen Messungen gezeigt werden konnten.

Kapitel 6

Regimeuntersuchungen

6.1 Der Zwei-Gate-Betrieb

Der Zwei-Gate-Betrieb von Einzelelektronenpumpen wurde mit den Arbeiten von Kaestner et al. und Fujiwara et al. [18, 29] abgelöst, die einen einfacheren Ein-Gate-Betrieb fanden. Jedoch zeigt eine neuere Veröffentlichung von Yamahata et al. [59], dass ein Zwei-Gate-Betrieb, das sog. *sudden-decoupling limit* [34] leichter zugänglich macht. Die Motivation für die Untersuchungen in diesem Kapitel 6.1 geht zurück auf Veröffentlichungen von Fricke et al. [16] und Kashcheyevs et al. [33]. Diese sagen bei reduzierter Plungerwirkung des linken Gates auf das Energieniveau des QPs, dargestellt in der Größe Δ_{ptb} , eine Verbesserung der Quantisierung voraus. In dem folgend demonstrierten Fall wird sogar eine Verbesserung um mehrere Größenordnungen erreicht. Die Reduzierung der Plungerwirkung des linken Gates durch kompensierende, invertierte Modulation des rechten Gates lässt sich anschaulich nachvollziehen und kann modell-theoretisch belegt werden, wie es im folgenden Kapitel gezeigt wird. Die Reduzierung der Fehlerraten zieht einen sogenannten Regimewechsel nach sich (vgl. Abschnitt 2.3.2), der entsteht, sobald die Fehler durch Rücktunnelprozesse soweit unterdrückt sind, dass ein neuer Fehlermechanismus auftritt.

Für das vorliegende Kapitel 6.1 wurden theoretische Betrachtungen aus der Zusammenarbeit mit Vyacheslavs Kashcheyevs verwendet, die über private Korrespondenz erfolgten und nicht veröffentlicht sind. Detailliertere Berechnungen sind im Anhang A aufgeführt.

6.1.1 Die Veränderungen der 2D-Charakteristik

Die Messungen wurden an der gleichen Probe vorgenommen, die bereits bei Untersuchungen in Abschnitt 4.1.1 zum Einsatz kam. Eine AC-Modulation wird für die Zwei-Gate-Modulation an beiden Gates vorgesehen (s. Abb. 6.1(a) und (b)). Dabei erfolgt die Modulation des rechten Gates mit dem invertierten Signal des linken Gates mit einem Amplitudenverhältnis r . Zur Erhaltung der Stromrichtung liegt eine kleine Phasenverschiebung von 15° zwischen linkem und rechtem Gate vor, sodass das rechte Gate vorläuft und

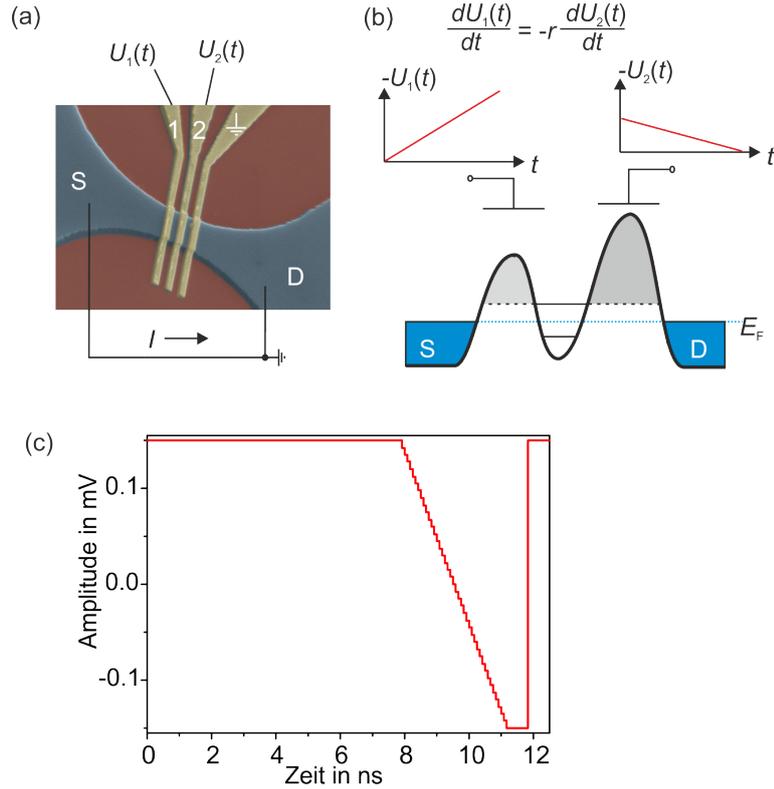


ABBILDUNG 6.1: (a) SEM-Bild der Probe mit den zwei modulierten Gates, (b) Schema zur Zwei-Gate-Modulation. An das rechte Gate wird eine Modulation gekoppelt, die invertiert zur Modulation des linken Gates passiert und im Amplitudenverhältnis r . (c) Pulsform der 84,5 MHz-Modulation am Arbiträrwellengenerator erzeugt.

eine komplette Durchlässigkeit des QPs verhindert. Für den anvisierten Zwei-Gate-Betrieb wurde außerdem eine spezielle Pulsform bei 84,5 MHz verwendet, wie in Abb. 6.1(c) dargestellt. Zur Glättung der Diskretisierungsstufen des AWGs wurde weiterhin ein Tiefpass-Filter eingesetzt (Mini-circuits SBLP-1870+). Innerhalb der Pulsform ist das lange Plateau vor der Rampe nicht ganz einwandfreien Hochfrequenz-Eigenschaften der Probenstabverkabelung zuzuschreiben. Um mögliche Reflektionseffekte in der Pulsform zu vermeiden, die deutlichen Einfluss auf die Strom-Spannungs-Charakteristiken zeigen, wurde eine Wartezeit von $t_{wait} \approx 7,9$ ns eingefügt. Es folgt eine Spannungsrampe von -150 mV bis 150 mV innerhalb von $t_{ramp} \approx 3,3$ ns. Das Niveau von 150 mV wird für weitere $0,67$ ns gehalten, um ein Auswerfen der Elektronen zu garantieren.

Zunächst soll die Situation der Zwei-Gate-Modulation mathematisch erfasst werden. Es lassen sich das erste Energieniveau $\mu_1(t)$ des QPs und die Potentialbarriere $E_{top}(t)$ durch

$$\begin{aligned} E_{top}(t) &\equiv E_0 - \alpha_{1b}U_1(t) - \alpha_{2b}U_2(t) \\ \mu_1(t) &\equiv \mu_0 - \alpha_{1p}U_1(t) - \alpha_{2p}U_2(t) \end{aligned} \quad (6.1)$$

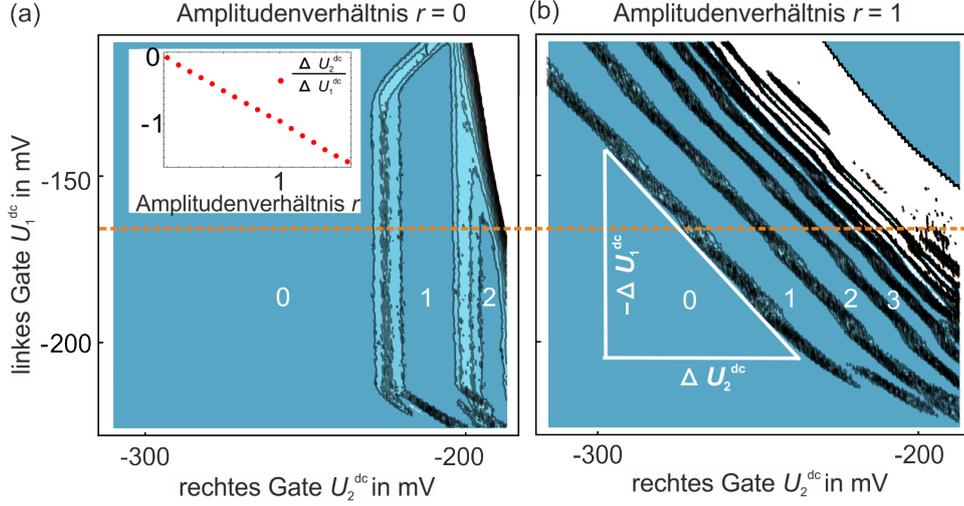


ABBILDUNG 6.2: U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken (a) bei Ein-Gate-Modulation und (b) bei Zwei-Gate-Modulation. Die Zahlen n markieren die Bereiche von $\langle n \rangle$ transportierten Elektronen pro Zyklus. Ein Schema zur Bestimmung der Kippung der Pumpregionen ist in (b) dargestellt. Das Inset in (a) zeigt diese Kippung in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r . Orange-gestrichelte Linie markiert die Lage von höher auflösenden Schnitten für die Analyse im nächsten Abschnitt 6.1.2.

beschreiben, wobei α_{1p} , α_{2p} die Hebelwirkung der Gatespannungen $U_1(t)$, $U_2(t)$ auf das Energieniveau des QPs und α_{1b} , α_{2b} auf die Eingangsbarrierrhöhe ausdrücken. Für weitere Betrachtungen, die auf den Pumpbereich fokussieren, werden die Gatespannungen als

$$\begin{aligned} U_1(t) &\equiv -\dot{U} \cdot (t - t_0) + U_1^{dc} \\ U_2(t) &\equiv r\dot{U} \cdot (t - t_0) + U_2^{dc} \end{aligned} \quad (6.2)$$

eingeführt. Unter zu Hilfenahme der obigen Definitionen und

$$\Gamma(t) = \Gamma_0 e^{-(E_{top}(t) - \mu_1(t))/\Delta_b}, \quad (6.3)$$

wobei Δ_b eine charakteristische Energieskala darstellt, die von der Form der Tunnelbarriere abhängt [31], kann die Wirkung der invertierten Modulation des zweiten Gates auf die Energieniveaus beschrieben werden. Sei nun Δ_{ptb} die Kopplung der Höhe des Energieniveaus an die Barrierrhöhe,

$$\begin{aligned} \Delta_{ptb} &\equiv \frac{\frac{d\mu_1(t)}{dt}}{\frac{d|\ln\Gamma(t)|}{dt}} = \Delta_b \frac{\frac{d\mu_1(t)}{dt}}{\frac{dE_{top}(t)}{dt} - \frac{d\mu_1(t)}{dt}} \\ &= \Delta_b \frac{\alpha_{1p} - r\alpha_{2p}}{\alpha_{1b} - \alpha_{1p} - r(\alpha_{2b} - \alpha_{2p})}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{d\Delta_{ptb}}{dr} = \frac{(\alpha_{1p}\alpha_{2b} - \alpha_{1b}\alpha_{2p})\Delta_b}{(\alpha_{1b} - \alpha_{1p} + r(-\alpha_{2b} + \alpha_{2p}))^2} < 0 \quad (6.5)$$

Das negative Vorzeichen von $d\Delta_{ptb}/dr$ leitet sich aus der berechtigten Annahme ab, dass das Verhältnis der Hebelarme auf die Barriere größer als das Verhältnis der Hebelarme auf den QP ist, d.h. $\alpha_{1b}/\alpha_{2b} - \alpha_{1p}/\alpha_{2p} > 0$. Damit kann durch ein größeres Amplitudenverhältnis r die Bewegung des Energieniveaus gesenkt werden, bis nach einem möglichen Stillstand ein Absenken des Energieniveaus einsetzt, das jedoch mit dem Mechanismus des „Hereintunnelns“ neue Beschreibungen erfordert.

Mit den oben erläuterten experimentellen Einstellungen wurden nun U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r aufgenommen. Es zeigt sich, wie in Abb. 6.2 dargestellt, dass sich die Stufenkanten der Platearegionen verkippfen. Diese Verkippung, ausgedrückt in $\Delta U_2^{dc}/\Delta U_1^{dc}$, zeigt einen linearen Zusammenhang zum Amplitudenverhältnis r (s. Inset von Abb. 6.2). Dieses Verhalten lässt sich theoretisch belegen unter Verwendung der bereits eingeführten Theorien aus Unterkapitel 2.3.2 und den obigen Definitionen.

Unter der Bedingung $\int_{t_c}^{\infty} \Gamma(t)dt = 1$ und damit

$$\log\left(\int_{t_c}^{\infty} \Gamma(t)dt\right) = \log(1) = 0 \quad (6.6)$$

lässt sich der Entkopplungszeitpunkt t_c bestimmen.

Mit $\mu(t_c) = \varepsilon_c$ erhält man die Position des Energieniveaus zum Entkopplungszeitpunkt. Relevant ist die Abhängigkeit dieser Position von den Offsetspannungen der Gates U_1^{dc} und U_2^{dc} . Diese können als Koeffizienten aus ε_c bestimmt werden.

Bezieht man die Definition von Δ_{ptb} mit ein und berechnet ein α_{DC} aus dem Zerfallsratenmodell nach der Gleichung $\varepsilon_c = -\alpha U_2^{dc} \Delta_{ptb} + konst.$ nach Ref. [34], so lässt sich folgende Gleichung aufstellen:

$$\varepsilon_c = \mu_1(t_c) = \alpha_{DC} \Delta_{ptb} (-U_2^{dc} - rU_1^{dc}) + konst., \quad (6.7)$$

wobei die Konstante nicht mehr von den Gatespannungen U_1^{dc} und U_2^{dc} abhängt. Außerdem kann gezeigt werden, dass das Produkt $\alpha_{DC} \Delta_{ptb}$ nur schwach von r abhängt, sodass die Linien gleicher Entkopplungsenergien ε_c in etwa die Steigung des negativen Amplitudenverhältnis $-r$ haben sollten.

Genau dieses Verhalten konnte in der obigen Messung demonstriert werden (s. Abb. 6.2). Diese Messung dient als Beweis für das gewünschte Funktionsprinzip. Auffällig in den U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken ist bereits, dass die Stufenverläufe steiler werden und somit eine bessere Quantisierung erhoffen

lassen. Diese Entwicklung wird im nächsten Abschnitt systematisch untersucht.

6.1.2 Schnitte in der 2D-Charakteristik

Die folgenden Abbildungen und Analysen beziehen sich auf Schnitte innerhalb der vorhergehend erläuterten U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken bei einer festen linken Gatespannung von $U_1^{dc} = -165$ mV. Es wurden im Laufe der Messungen identische Analysen bei linken Gatespannungen von $U_1^{dc} = -192,5$ mV und $U_1^{dc} = -137,5$ mV durchgeführt, die vergleichbare Ergebnisse lieferten. Allerdings lagen diese Schnitte an der unteren bzw. oberen Kante des ersten Plateaubereiches, weshalb Einflüsse der Grenzbereiche nicht ausgeschlossen werden können. Aus diesem Grund wird der mittlere Schnitt als Diskussionsgrundlage dieses Kapitels dienen.

Abbildung 6.3 zeigt die Entwicklung des ersten Plateaus bei einer linken Gatespannung von $U_1^{dc} = -165$ mV. Es ist zu erkennen, dass sich für größere Amplitudenverhältnisse r die Plateaubereiche ausdehnen. Dies ist auf deutlich steileres Ein- bzw. Auslaufen auf das Plateau zurückzuführen. Um diese Entwicklung bewerten zu können, wurden Fits aus dem Zerfallsratenmodell 2.3.1 und aus der phänomenologischen Betrachtung 2.3.3 bestimmt. Als Datenbasis für die Fits dienen die Messwerte, die nicht mehr als 5% vom nominellen Plateauwert ef abweichen, d.h. $(u_1^{dc}, u_2^{dc}, i) | i \in [ef \pm 5\%]$, da sich diese Werte ca. zwei Größenordnungen oberhalb des Rauschlevels von $2 \cdot 10^{-4}$ befinden und genügend Informationen für den Fit liefern.

Zwei exemplarische Kurven bei einem Amplitudenverhältnis von $r = 0$ und $r = 1,4$ sind in Abb. 6.4 dargestellt. Es zeigt sich, dass für die kleinen Amplitudenverhältnisse beide Fitmodelle gut die Verläufe der Datenpunkte widerspiegeln können. Da es sich beim Decay-cascade-Fit, dem Fit des Zerfallsratenmodells, um einen Ansatz mit weniger Fitparametern handelt und gleichzeitig eine physikalische Beschreibung beinhaltet, ist er an dieser Stelle zu bevorzugen.

Für größere Amplitudenverhältnisse weicht der Decay-cascade-Fit signifikant von den Datenpunkten ab, während der phänomenologische Fit weiterhin eine gute Übereinstimmung liefert.

In Anbetracht dieser Tatsache sind in Abb. 6.5 die Fitparameter, die auf Grundlage des Zerfallsratenmodells gewonnen wurden, nur bis zu einem Amplitudenverhältnis von $r = 1$ dargestellt. Es lassen sich zwei typische Entwicklungen festhalten. Zum einen nimmt die Plateaulänge $U_2^{(2)} - U_2^{(1)}$, bestimmt mit Hilfe des Zerfallsratenmodells, linear mit dem Amplitudenverhältnis r ab, zum anderen fallen auch die Fitparameter $1/\alpha_S$ und $1/\alpha_{DC}$ deutlich mit dem Amplitudenverhältnis r . Die Übereinstimmung dieser beiden Fitparameter lässt sich über die Taylorentwicklung des Zerfallsratenmodells herleiten, unter Beachtung der Rücktunnelfehler, die das „Einlaufen“

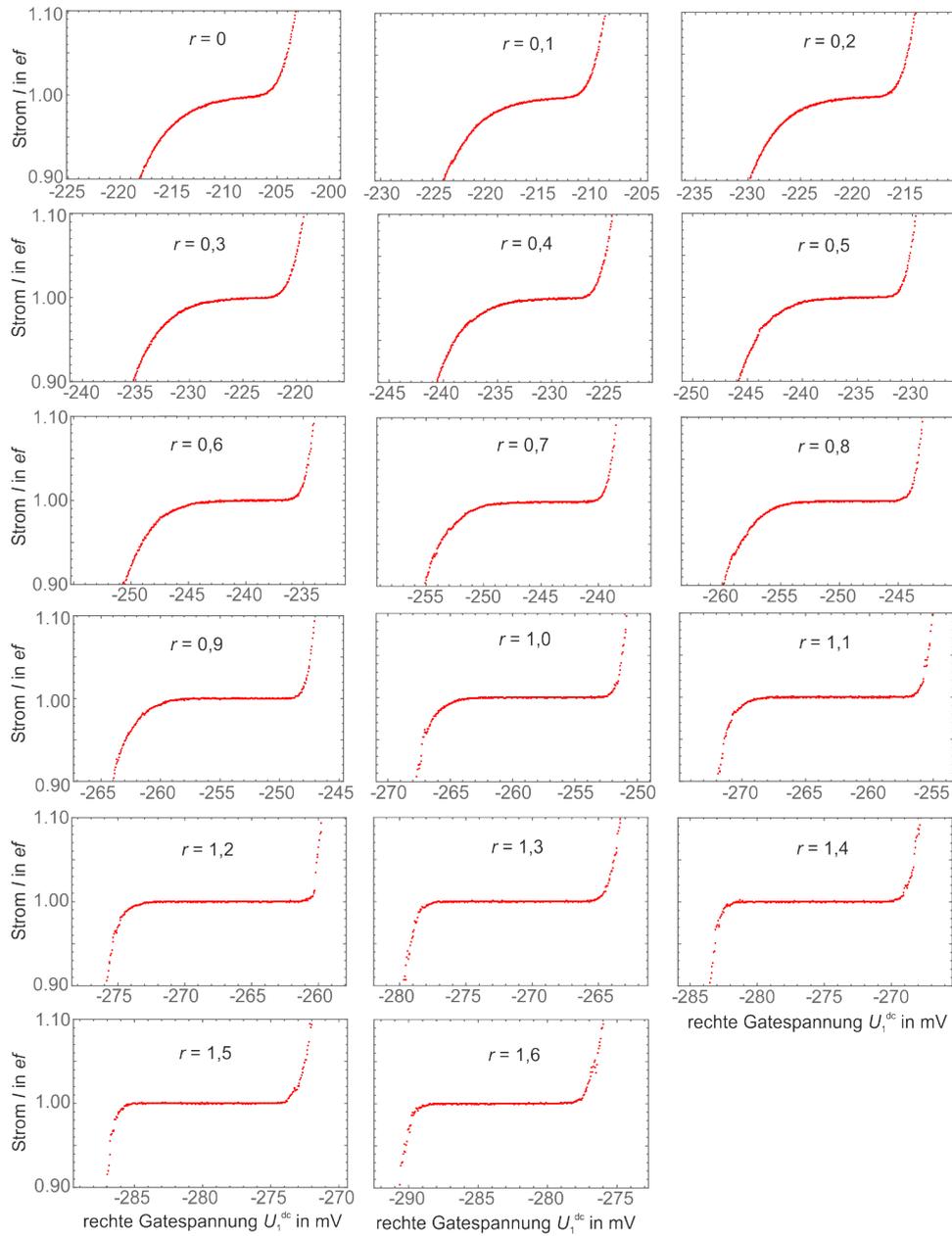


ABBILDUNG 6.3: Schnitte innerhalb der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken aus Abschnitt 6.1.1. Dargestellt ist der Strom in Einheiten von ef und einem Plateaubereich von $\pm 10\%$ in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r bei einer linken Gatespannung $U_1^{dc} = -165$ mV.

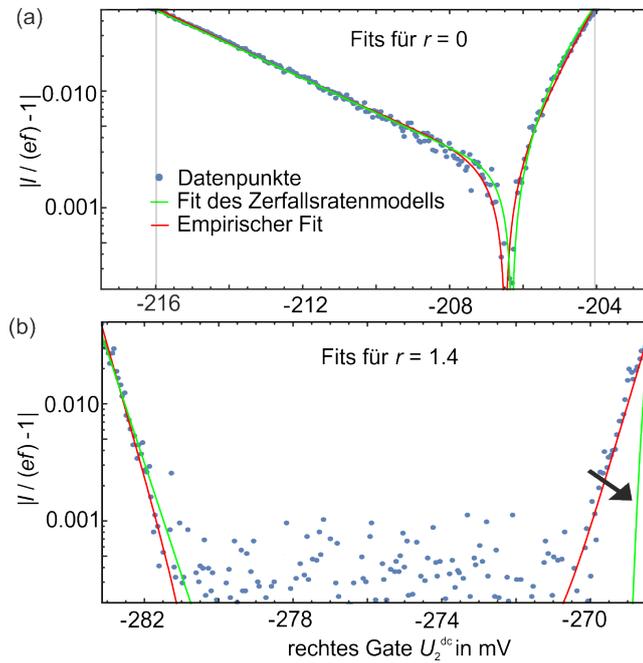


ABBILDUNG 6.4: Datenpunkte von Schnitten in den U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken aus Abb. 6.2 bei $U_2^{dc} = -165$ mV mit Mittelungszeiten pro Datenpunkt von ca. 300 ms für Auflösungen bis 10^{-4} . Fits des Zerfallsratenmodells sind in grün, des empirischen Fits in rot dargestellt für (a) ein Amplitudenverhältnis von $r = 0$ und (b) ein Amplitudenverhältnis von $r = 1,4$.

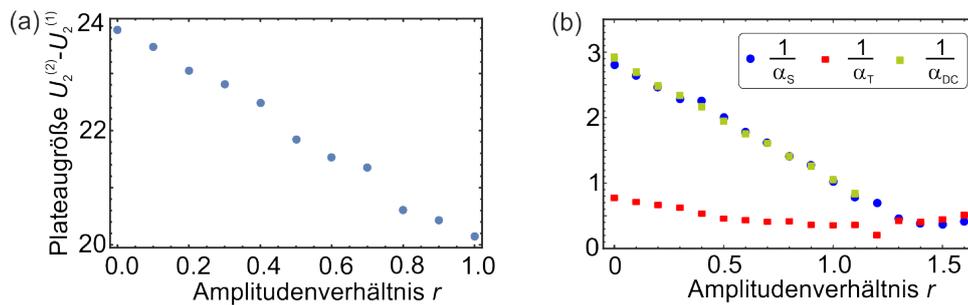


ABBILDUNG 6.5: (a) Entwicklung der Plateaulänge $U_2^{(2)} - U_2^{(1)}$ bestimmt über Fits nach dem Zerfallsratenmodell in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r . (b) Entwicklung der Fitparameter α_{DC} aus dem Zerfallsratenmodell, α_s und α_T aus dem empirischen Modell in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r .

ins Plateau bestimmen.

Die Reduktion der Plateaulänge lässt sich folgendermaßen erklären: Zunächst wird mit $\varepsilon_c^{(n)}$ der Entkopplungspunkt bezeichnet, wenn U_2^{dc} auf der n -ten Stufe liegt, entsprechend dem Übergang von $n-1$ zu n gepumpten Elektronen. Für den Fall, dass die QP-Energien stationär wären, würde $\varepsilon_c^{(2)} = \varepsilon_c^{(1)} + E_c$ gelten, wobei E_c die Additionsenergie darstellt. Sobald $\Delta_{ptb} > 0$, wäre das Elektron für $\varepsilon_c^{(1)} + E_c$ jedoch immer noch nicht gefangen und U_2^{dc} müsste noch kleiner werden, damit das zweite Elektron nahe der Fermienergie im QP verbleiben könnte. Dieser Zusammenhang lässt sich mit einem weiteren Term ausdrücken, der eine zusätzliche Verschiebung der Energien beschreibt, um einen offeneren QP zu schließen: $\varepsilon_c^{(2)} = \varepsilon_c^{(1)} + E_c + \Delta_{ptb} \ln \Gamma_2/\Gamma_1$.

Für $\Delta_{ptb} \gg 0$ führt der zusätzliche Term $\ln \Gamma_2/\Gamma_1$ zu einer größeren notwendigen Verschiebung der rechten Gatespannung U_2^{dc} , d.h. das Plateau wird länger, während sich bei der Verkleinerung von Δ_{ptb} die Plateaulänge verkürzt. Genauer ergibt sich:

$$\begin{aligned} \varepsilon_c^{(2)} - \varepsilon_c^{(1)} &= E_c + \Delta_{ptb} \ln \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} \\ U_2^{(2)} - U_2^{(1)} &= (-\alpha_{DC} \Delta_{ptb})^{-1} (E_c + \Delta_{ptb} \ln \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}), \end{aligned} \quad (6.8)$$

wobei hier die Gleichung $\varepsilon_c = -\alpha U_2^{dc} \Delta_{ptb} + konst.$ nach Ref. [34] verwendet wurde. Die Verkürzung des Plateaus bei einer Verkleinerung von Δ_{ptb} wird durch die Tatsache ersichtlich, dass sich das Produkt $\alpha_{DC} \Delta_{ptb}$ nur schwach mit dem Amplitudenverhältnis r ändert.

Die Invarianz dieses Produktes erklärt ebenso die Entwicklung der Fitparameter α_{DC} bzw. α_S .

Zusätzlich ist zu erkennen, dass sich die Fitparameter α_S und α_T des heuristischen Modells annähern. Diese Entwicklung beschreibt den vermuteten Übergang von einem asymmetrischen zu einem symmetrischen Kurvenverlauf. Der asymmetrische Verlauf wird dabei den Rücktunnel-dominierten Prozessen zugeordnet, wohingegen die symmetrischen Verläufe für eine plötzliche Entkopplung sprechen, die die thermische Energieverteilung der Elektronen in den Zuleitungen widerspiegeln. Eine komplette Kompensation der Bewegung des Energieniveaus wird bei einer vollständig symmetrischen Kurve, d.h. $\alpha_S = \alpha_T$ vermutet. Bei der vorliegenden Messung wird diese Kompensation bei einem Amplitudenverhältnis von $r = 1,4$ erreicht. Dieser Wert kann sich bei unterschiedlichen Einkühlzyklen durch die Veränderung der QP-Struktur und der zugehörigen Hebelarme verändern.

Der verwendete Zwei-Gate-Betriebsmodus demonstriert also, dass durch gezielte Ansteuerung des QPs Fehlermechanismen gesteuert und unterdrückt werden können. Tatsächlich kann eine deutliche Verbesserung der Quantisierungsqualität erwirkt werden. Die Berechnung dieser Fehlerraten erfolgt im

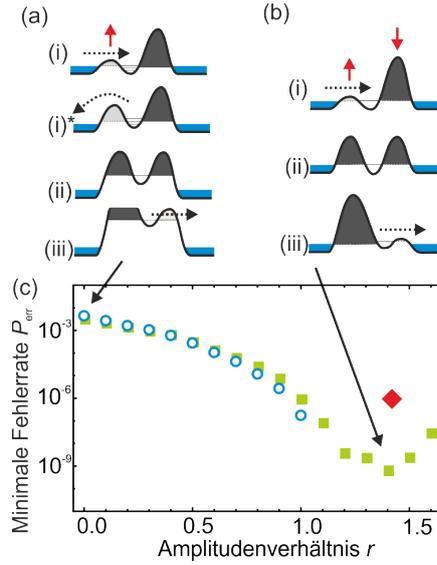


ABBILDUNG 6.6: Entwicklung der Abschätzung der minimalen Fehlerrate P_{err} nach dem Zerfallsratenmodell (blaue Kreise) und dem empirischen Modell (grüne Quadrate). Rote Raute zeigt Ergebnis einer Präzisionsmessung für $r = 1,4$. Markiert sind Bereiche der Ein-Gate-Modulation (a) und der Zwei-Gate-Modulation für vollständige Kompensation der Plungerwirkung der Gates (b).

nächsten Unterkapitel 6.1.3.

6.1.3 Fehlerraten

Zur Bestimmung der theoretischen Fehlerraten werden Berechnungen anhand der benutzten Fitmodelle verwendet. Dabei wird für das Zerfallsratenmodell eine minimale Fehlerrate am optimalen Arbeitspunkt von

$$P_{err} \approx 2\delta_2 e^{-\delta_2} \quad (6.9)$$

nach Gleichung (3.10) aus Referenz [31] angegeben mit $\delta_2 = \alpha_{DC}(U_2^{(1)} - U_2^{(2)})$.

Für das heuristische Fitmodell nach Gleichung (2.26) ergibt sich der resultierende, minimale Fehler an der Stelle, an der sich die Rate eines verlorenen Elektrons P_0 und eines überschüssigen Elektrons P_2 vollständig kompensieren, d.h.

$$P_0(U_2^{best}) = P_2(U_2^{best}) \quad (6.10)$$

$$U_2^{best} = \frac{\alpha_S U_2^{(1)} + \alpha_T U_2^{(2)}}{\alpha_S + \alpha_T}. \quad (6.11)$$

Im Rahmen dieses Ansatzes wird dieser Spannungswert zum optimalen Arbeitspunkt. Die zugehörige Fehlerrate an diesem Punkt ergibt sich zu:

$$P_{err} = 2 \cdot e^{-\frac{\alpha_S \alpha_T}{\alpha_S + \alpha_T} (U_2^{(2)} - U_2^{(1)})}. \quad (6.12)$$

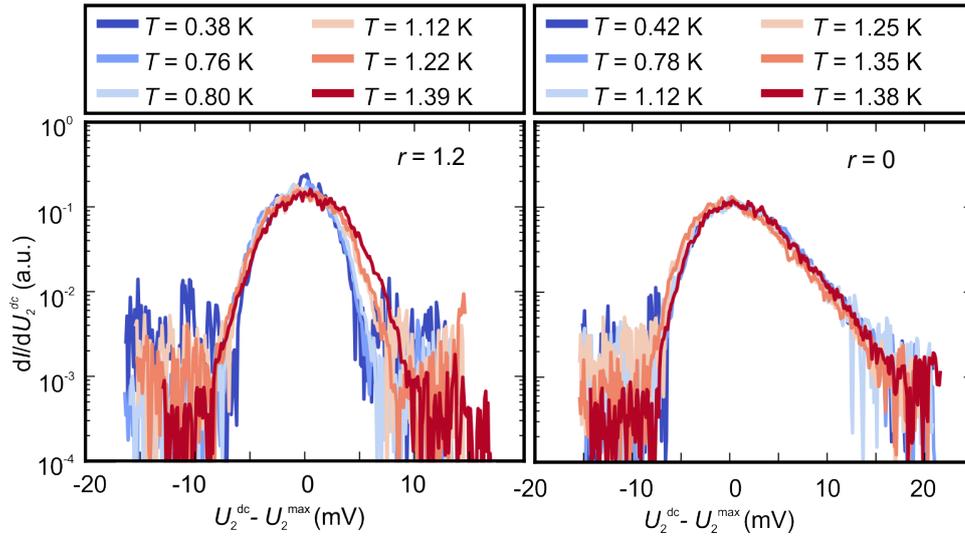


ABBILDUNG 6.7: Temperaturabhängigkeit der Stufenverläufe für ein Amplitudenverhältnis von $r = 1,2$ und $r = 0$ (mit freundlicher Genehmigung von T. Wenz).

Abbildung 6.6 zeigt die resultierenden Fehlerraten der zwei Fitmodelle in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses r . Sowohl die Fehlerraten, abgeleitet aus den Fits des Zerfallsratenmodells, als auch aus den heuristischen Fits lassen auf eine deutliche Verbesserung der Fehlerraten schließen. Über den gesamten betrachteten Bereich ergibt sich eine Verbesserung von mehr als sechs Größenordnungen. Da es momentan technisch noch nicht möglich ist, die Quantisierung auf diesem Niveau zu überprüfen, dient eine Präzisionsmessung lediglich zur Abschätzung der oberen Grenze des Fehlers (roter Datenpunkt in Abb. 6.6). Diese bestätigt die Quantisierungsverbesserung auf eine Fehlerrate von weniger als 1 ppm. Diese Pumpqualität konnte bei der betrachteten Probe mit der üblichen Ein-Gate-Modulation nicht ohne Magnetfeld erreicht werden.

Da der Fit des Zerfallsratenmodells gute Übereinstimmung mit den Messdaten für $r = 0$ liefert, ist die Annahme, es handelt sich in diesem Modus um den dominierenden Fehler des Rücktunnelprozesses, naheliegend. Die vorliegende Messung demonstriert, dass auf Grund des veränderten Betriebs der Fehler, der durch Rücktunnelprozesse verursacht wird, durch einen kompensierenden Zwei-Gate-Betrieb unterdrückt werden kann. Der resultierend dominante Fehler könnte thermischen Anregungen der Elektronen zugeschrieben werden. Um diese Zuordnung tatsächlich zu belegen, wurden im nächsten Unterkapitel 6.1.4 Temperaturvariationen durchgeführt.

6.1.4 Temperaturabhängigkeit

Die dargestellten Messungen in Abb. 6.7 wurden mit freundlicher Genehmigung von Tobias Wenz zur Verfügung gestellt. Für die folgende Betrachtung

wurde aus Anschauungsgründen die Stufe von $I = 0ef$ zu $I = 1ef$ berücksichtigt. Es gibt bislang keinen physikalischen Anhaltspunkt, der einen Unterschied zwischen dem Einlaufen auf die erste und dem auf die zweite Stufe (wie bisher betrachtet) vermuten lässt.

In dieser Graphik zeigt sich, dass sich der symmetrische Kurvenverlauf bei einer Zwei-Gate-Modulation bei zunehmender Temperatur oberhalb von $\approx 1\text{ K}$ verbreitert. Im Gegensatz dazu steht ein sich nicht verändernder Kurvenverlauf im Ein-Gate-Betrieb. Erklären lässt sich dieser Zusammenhang über einen Fehlerprozess, der im Ein-Gate-Betrieb dominant gegenüber der Temperaturverteilung der Elektronen und daher die Veränderung der Temperaturverteilung nicht beobachtbar ist. Der Zwei-Gate-Betrieb hingegen bildet über den Kurvenverlauf direkt die Energieverteilung der Elektronen in der Zuleitung Source ab. Große Amplituden des Modulationspulses und der Zwei-Gate-Betrieb könnten für ein Aufheizen der Elektronen im Reservoir auf ca. 1 K ursächlich sein. Die Energieverteilung der Elektronen ist über die Fermiverteilung $f(E)$ gegeben, die bei steigender Temperatur T eine zunehmende Abrundung aufweist und somit im Einklang mit der Verbreiterung der Stufenkante steht.

Die Daten der aufgeführten Messung (s. Abb. 6.7) wurden in einem neuen Einkühlzyklus gewonnen, weshalb sich in diesem Fall durch veränderte Hebelarme die komplette Kompensation des Energieniveaus bei einem Amplitudenverhältnis von $r = 1,2$ ergab. Außerdem traten vermehrt Fluktuationen auf, die eine quantitative Aussage verwehren.

6.1.5 Fazit

Die vorgestellten Untersuchungen belegen, dass die etablierten theoretischen Betrachtungen des Pumpprozesses die physikalischen Mechanismen gut darstellen können. Unter Verwendung des erweiterten Modells zum Ladungstransport [34] wurde ein Regimewechsel gezeigt, der den Übergang zweier vorhergesagter Grenzfälle beschreibt. Der erste Grenzfall verläuft asymmetrisch an den Stufen der Strom-Spannungs-Charakteristik und wird geprägt durch einen Fehlerprozess der Rücktunnelereignisse. Der zweite hingegen wird durch die thermischen Anregungen der Elektronen der Zuleitung Source charakterisiert und ergibt einen symmetrischen Stufenverlauf. Der vermutete Regimewechsel konnte über Messungen bei Temperaturvariation belegt werden, die eine Stufenverbreiterung bei $T > 1\text{ K}$ für den thermischen Grenzfall zeigten. Im Gegensatz dazu war der Stufenverlauf im Rücktunnel-dominierten Betriebsmodus, d.h. bei Ein-Gate-Modulation, invariant gegenüber der Temperaturvariation.

Weiterhin konnte eine Verbesserung der theoretisch vorhergesagten Fehlerraten von ca. sechs Größenordnungen für das *sudden decoupling limit*,

dem thermischen Grenzfall, erreicht werden. Eine Präzisionsmessung konnte die Verbesserung bis auf sub-ppm-Level untermauern. Technisch ist es noch nicht möglich, geringere Unsicherheiten zu erzielen. Damit ist gezeigt, dass sich GaAs-basierte Einzelelektronenpumpen auch ohne Magnetfeld mit großer Präzision betreiben lassen.

Bei den vorliegenden Messungen trat jedoch die Schwierigkeit auf, die Betriebsfrequenz f zu erhöhen. Es lässt sich vermuten, dass der Zwei-Gate-Betrieb bei vollständiger Kompensierung der Elektronenniveau-Bewegung sehr empfindlich auf Signalstörungen reagiert. Reflektionen innerhalb der Hochfrequenzleitungen verursachen in dem Bereich des Modulationspulses vermeintlich konstanter Steigung Schwankungen, die den Einfangprozess kritisch stören können. Für diese Hypothese spricht, dass auch die U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken nahe der vollständigen Kompensierung der Elektronenniveau-Bewegung Unregelmäßigkeiten im Verlauf der Stufenkanten aufweisen. Beispielsweise liegen die Stromeinsatzpunkte in diesen Charakteristiken nicht mehr auf einer Linie, sondern schwanken um diese herum. Zusätzlich weisen die Stufenkanten unterschiedliche Breiten auf, die einhergehen mit den Abweichungen zur Linie der Stromeinsatzpunkte.

Um diesen Betriebsmodus weiter zu optimieren, sind zum einen Verbesserungen in den Hochfrequenzleitungen nötig, zum anderen ist eine Klärung der Ursache der möglicherweise hohen Elektronentemperaturen hilfreich. Wäre die Modulation beider Gates Ursache für die Aufheizungseffekte der Elektronen in den Zuleitungen, könnte eine Reduktion der Kopplung der Gates an das Reservoir die Präzision durch Verkürzung der Stufenbreite weiter erhöhen.

Interessante Betrachtungen könnten weiterhin Entwicklungen bei Temperaturvariation mit besseren Auflösungen bieten. Fits an entsprechenden Kurvenverläufen bei festem Verhältnis von Γ_c/Δ_{ptb} ließen bei bekannter thermischer Energie kT einen Schluss auf die Größe der Energieskala Δ_{ptb} zu.

Interessant wäre außerdem der Einfluss des Magnetfeldes auf diesen Betriebsmodus. Dies könnte die Frage klären, ob durch die prognostizierten stärkeren Unterschiede der Rücktunnelraten, der Fehler des Rücktunnelprozesses bereits unterhalb des Fehlers liegt, der durch thermische Einflüsse erzeugt wird, oder ob auch hier ein Zwei-Gate-Betrieb die Quantisierungsqualität weiter verbessern könnte.

6.2 Einfluss der Entkopplungsgeschwindigkeit

Im Sinne eines optimalen Pumpbetriebs wurden Untersuchungen der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Pumpstrom-Charakteristik mit optimierter Pulsform zur Lokalisierung des Bereichs größter Genauigkeit vorgenommen. Dabei traten Merkmale auf, die auf einen Einfluss der Entkopplungsgeschwindigkeit v_τ auf die Präzision

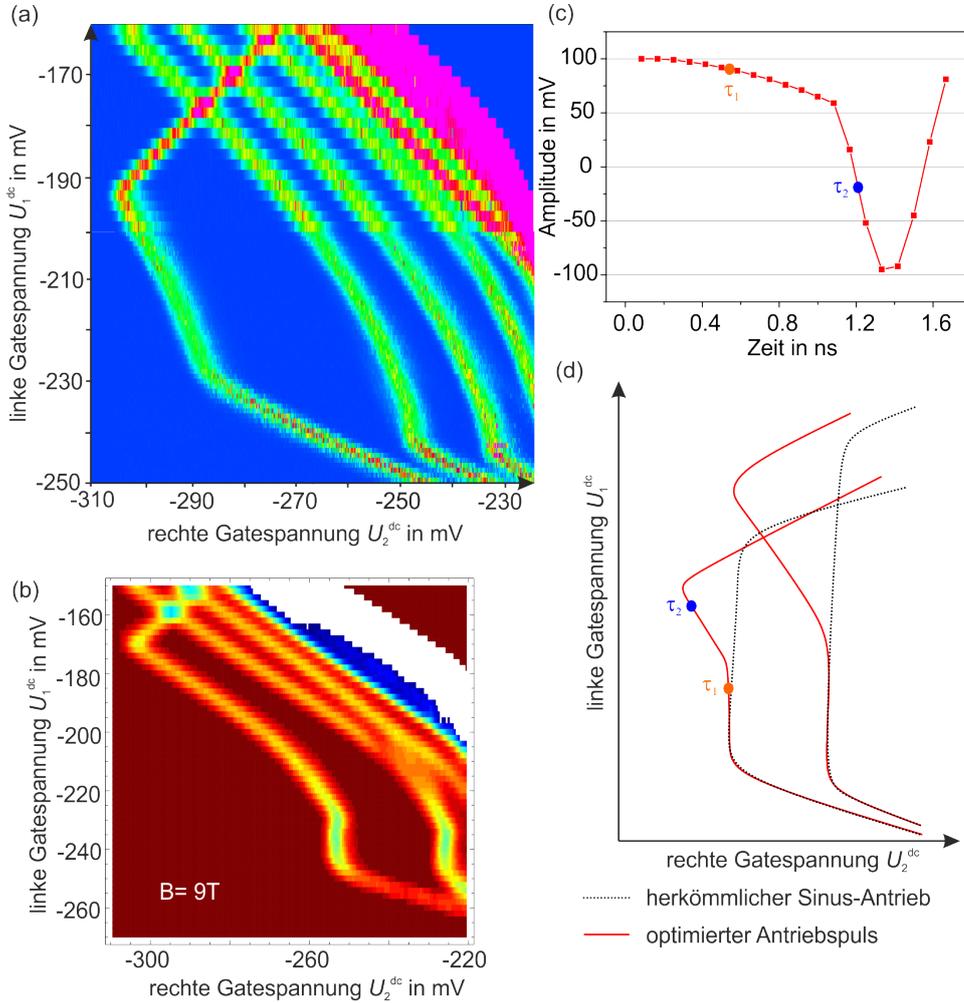
hindeuten. Im folgenden Unterkapitel 6.2 werden erste Messungen zu diesem Sachverhalt vorgestellt. Eine theoretische Betrachtung der Entkopplungsgeschwindigkeit v_τ erfolgte zu SAW-getriebenen Pumpen im Jahr 1999 von Flensburg et al. [15]. Hier stellt Flensburg bereits eine Limitierung der Genauigkeit des erzeugten Pumpstromes durch den nicht-adiabatischen Pumpprozess fest. Die Grundideen dieser Betrachtung wurden allgemeiner auch in der theoretischen Beschreibung des Pumpprozesses für Einzelelektronenpumpen mit modulierten Barrieren von Kashcheyevs 2012 [34] aufgegriffen.

Der Effekt der Entkopplungsgeschwindigkeit v_τ auf die Stromeinsatzpunkte für Si-basierte Ein-Gate-modulierte Einzelelektronenpumpen wurde außerdem in einer initialen Arbeit von Fujiwara [18] im Jahr 2008 vorgestellt.

6.2.1 Gate-Gate-Pumpstromcharakteristiken mit optimierter Pulsform

Bei Anwendung der optimierten Pulsform ist u.a. die Veränderung der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik auffällig, zu der es bislang jedoch noch keine Arbeiten gibt. Typische U_1^{dc} - U_2^{dc} -Pumpstromcharakteristiken sind in Abbildung 6.8(a) und (b) gegeben. Letztere ist ein Ausschnitt aus Abb. 4.1. Vermessen wurde in (a) eine Probe im adiabatischen Design mit einer Ladungsträgerdichte von $n_S = 2,09 \cdot 10^{15} / \text{m}^2$ und einer Mobilität von $\mu = 281 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Die Messung dieses Abschnitts zur Abb. 6.8(a), wie auch Messungen des folgenden, wurden bei 9 T und einer Betriebsfrequenz von $f = 600 \text{ MHz}$ mit optimierter Pulsform (s. Abb. 6.8(c)) aufgenommen. Die schematische Darstellung (s. Abb. 6.8(d)) illustriert die auf das Wesentliche reduzierte Stromspannungscharakteristik. Die Ausprägung dieser reduzierten Form (in rot) hängt ab von Pulsform, Probe und Einkühlzyklus und kann variieren, wie die beiden Beispiele in (a) und (b) demonstrieren.

Typisch für U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik bei einem Betrieb mit optimierter Pulsform ist dabei in der Regel ein Bereich bei kleineren U_1^{dc} -Offsets, in dem sich der Stromeinsatzpunkt bezüglich des rechten Gates U_2^{dc} nicht oder nur wenig ändert. Für größere U_1^{dc} -Offsets verschiebt sich der Stromeinsatzpunkt hin zu kleineren rechten Gatespannungen U_2^{dc} . Dabei kann auch die absolute Verschiebung des Stromeinsatzpunktes zur Verschiebung bzgl. der linken Gatespannung U_1^{dc} für positivere linke Gatespannungen zunehmen. Eine Erklärung liegt in den unterschiedlichen Entkopplungsgeschwindigkeiten v_τ beim Initialisierungsprozess. Während bei Punkt τ_1 dieser Prozess im „langsamen“ Teil des Modulationspulses stattfindet, wird bei größeren linken Gatespannungen U_1^{dc} der Initialisierungsprozess zu späteren Zeiten innerhalb der Pulsform verschoben. In dieser Phase liegen größere Entkopplungsgeschwindigkeiten $v_{\tau 2}$ vor. Diese Beobachtung steht im Einklang mit den Arbeiten von Fujiwara, der ebenfalls eine Verschiebung des Stromeinsatzpunktes in Abhängigkeit der Entkopplungsgeschwindigkeit beobachten konnte [18].



ABILDUNG 6.8: (a) U_1^{dc} - U_2^{dc} -Pumpstromcharakteristik als Ableitung in U_2^{dc} -Richtung dargestellt bei 9 T und einer Betriebsfrequenz von $f = 600$ MHz mit optimierter Pulsform. Das Bild setzt sich aus zwei Messungen unterschiedlicher Auflösung zusammen, weshalb Farbskala und Schärfe variieren. (b) U_1^{dc} - U_2^{dc} -Pumpstromcharakteristik als Ableitung in U_2^{dc} -Richtung, Ausschnitt aus Abb. 4.1 bei 9 T und einer Taktfrequenz von $f = 545$ MHz. (c) Verwendete Pulsform für die Pumpstromcharakteristik in (a) mit einer Betriebsfrequenz von 600 MHz. (d) Schematische Veränderung der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik für einen Sinus-Antrieb (schwarz gestrichelt) im Vergleich zu einer U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik bei optimierter Pulsform (rot). Als Linien dargestellt sind die Stufen zum 1 ef- bzw. 2 ef-Plateau. Markiert sind zwei Punkte τ_1 und τ_2 innerhalb der Graphik, die unterschiedlich große Entkopplungsgeschwindigkeiten v_τ repräsentieren.

Die Variation dieser Charakteristik lässt sich in der nicht vollständig kontrollierbaren Ausbildung des QPs während des Einkühlprozesses begründen. Innerhalb dessen wird die Potentiallandschaft im Elektronenkanal durch die Ionisierung der Dotanden geprägt. Die Tunnelraten und Energieniveaus variieren und beeinflussen das Pumpverhalten, das unter anderem in der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik zu Tage tritt. Ein zusätzlich verstärkender Effekt auf die U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken kann von Kopplungen der Gatebewegung auf die Zuleitung Source oder das zweite Gate herrühren, wie sie in Ref. [43] beschrieben wurden. Dabei würde eine kapazitive frequenzabhängige Kopplung auf das rechte Gate durch unterschiedliche Phasenverschiebungen den Pumpprozess stören können. Eine frequenzabhängige Kopplung auf die Zuleitung Source könnte Potentiale in der Zuleitung verursachen, die wiederum den Einfangprozess beeinflussen. Diese Effekte sind allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht näher untersucht worden.

Auffällig ist außerdem, dass die Quantisierung sich innerhalb der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik veränderte. Dieser Zusammenhang wird im folgenden Abschnitt erläutert.

6.2.2 Schnitte im 2D-Plot

Innerhalb der demonstrierten U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik lassen sich bei manchen Proben schon auf den ersten Blick gute und schlechte Quantisierungsbereiche ausmachen (s. Abb. 6.8(b)). Innerhalb des U_1^{dc} -insensitiven Bereichs sind typischerweise steilere Stufenkanten zu erkennen, die sich bei größeren U_1^{dc} -Offsets ausdehnen. Es ist daher anzunehmen, dass sich die Quantisierungsqualität in diesen Bereichen verschlechtert. Als Maß für die Quantisierungsqualität wird - wie im vorangehenden Unterkapitel aus dem Modell aus 2.3.3 - am optimalen Arbeitspunkt ein minimaler theoretischer Fehler P_{err} nach Gleichung 6.12 abgeschätzt.

Um die Quantisierungsqualität zu beurteilen, wurden Messungen mit statistischen Unsicherheiten von ca. 1 ppm und weniger durchgeführt. Die genaue Vorgehensweise zur Datenakquirierung erfolgt analog zu den Darstellungen in Kapitel 5. An dieser Stelle werden daher nur die relevanten Ergebnisse präsentiert. Abbildung 6.9(a) veranschaulicht farblich kodiert die Lage der entsprechenden Schnitte entlang der rechten Gatespannung U_2^{dc} für sieben unterschiedliche linke Gatespannungen U_1^{dc} . In der gleichen Abbildung sind in (b) die zugehörigen Schnitte mit hoher Präzision gezeigt. Die Datenpunkte erreichen dabei Genauigkeiten von < 1 ppm. Um das Auge zu leiten und eine Bewertungsmöglichkeit zu bekommen, sind die Datenpunkte mit Fits, wie oben erwähnt, nach dem heuristischen Modell aus Abschnitt 2.3.3 versehen. Für den Fit gehen im Allgemeinen Datenpunkte mit Abweichungen

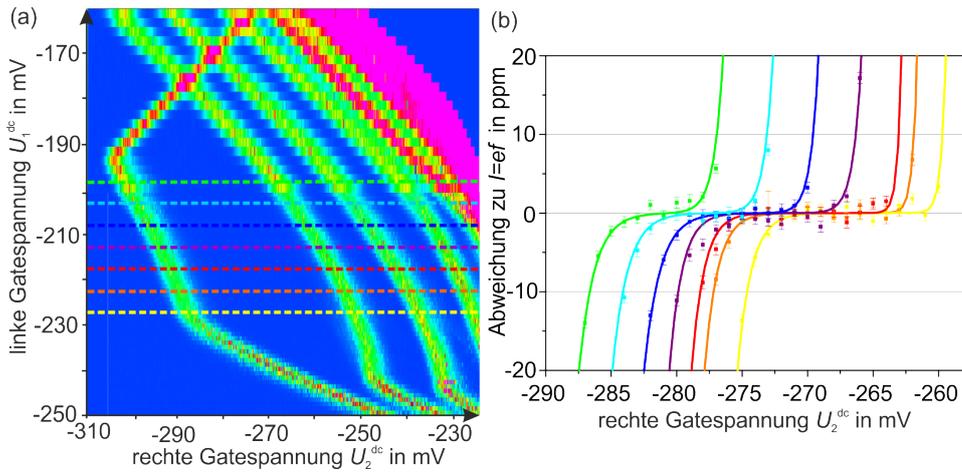


ABBILDUNG 6.9: (a) U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik bei optimierter Pulsform. Sieben Schnitte in U_2^{dc} -Abhängigkeit sind farblich markiert. (b) Mit hoher Präzision vermessene Schnitte aus (a) mit identischer Farbkodierung. Datenpunkte sind mit ihrem statistischen Fehler für $k = 1$ angegeben. Ein Messpunkt bei $U_1^{dc} = -223$ und $U_2^{dc} = -273$ mV beinhaltet eine ungeklärte Störung, weshalb dort ein Fehler von > 2 ppm auftritt.

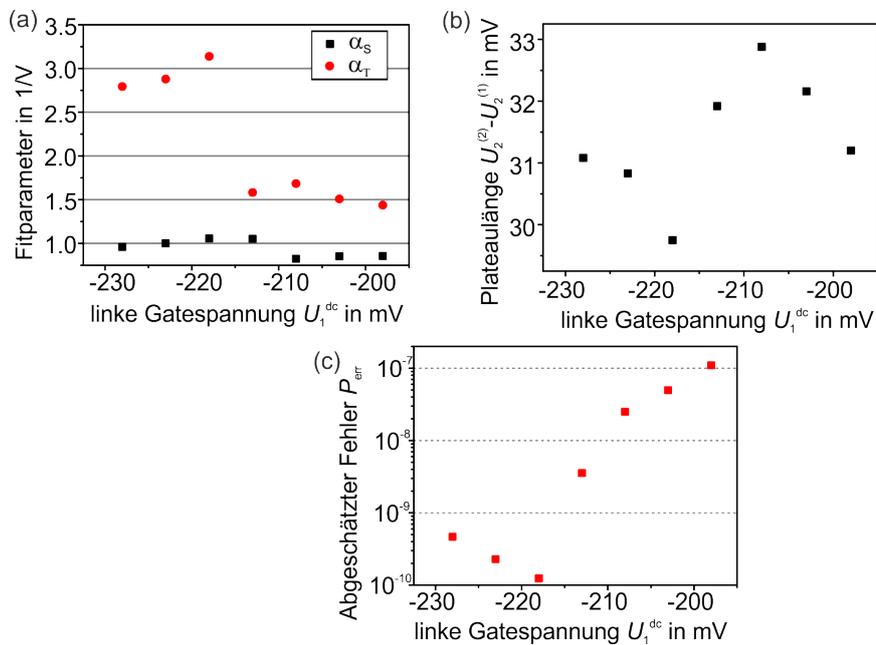


ABBILDUNG 6.10: Analyse der Kurvenverläufe der Schnitte in der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristik (s. Abb. 6.9(a)) durch die Fitfunktion nach 2.3.3 [33]: (a) Entwicklung der Exponenten, (b) Entwicklung der Plateaulänge und (c) resultierende Abschätzung des minimalen Fehlers.

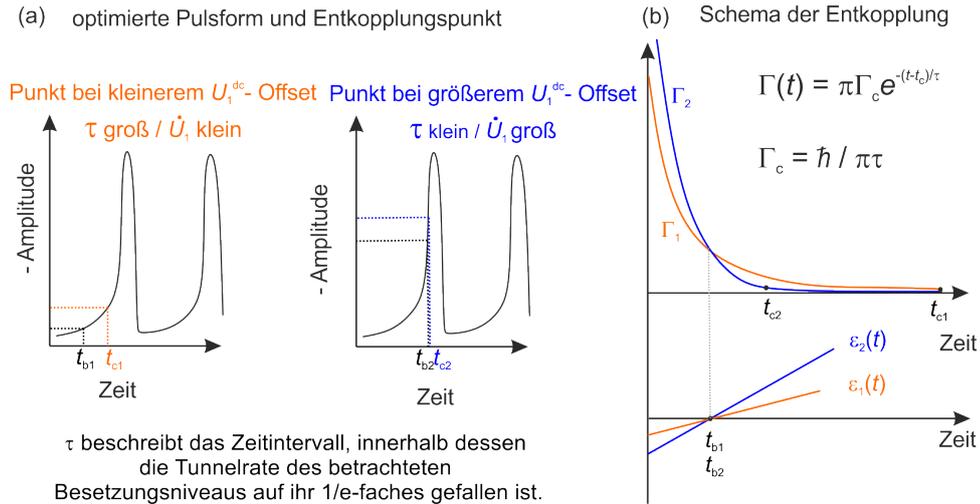


ABBILDUNG 6.11: (a) Schema des optimierten Antriebspulses mit markierten Punkten für den Beginn des Rücktunnels und der Entkopplung für unterschiedliche U_1^{dc} -Offsets. (b) Schema der Entkopplung nach Abschnitt 2.3.2 für unterschiedliche Entkopplungsraten.

vom nominellen Stromwert ef bis ca. ≈ 1000 ppm mit ein. Aus Anschauungsgründen sind in Abbildung 6.9(b) nur Datenpunkte mit Abweichungen < 20 ppm dargestellt.

Abbildung 6.10 fasst die Entwicklung der Kurvenverläufe zusammen. Es zeigt sich (s. Abb. 6.10(a)), dass sich der Fitparameter α_S nur wenig verändert, wohingegen der Parameter α_T sich im Bereich von $U_1^{dc} = -220$ mV bis $U_1^{dc} = -210$ mV von $\alpha_T \approx 3$ auf $\alpha_T \approx 1,5$ halbiert. Diese Veränderung lässt vermuten, dass aufgrund des schnelleren Anhebens der Barriere ein bislang unbedeutender Fehlermechanismus dominant wird. Die Wahrscheinlichkeit, ein zusätzliches Elektron einzufangen, beschrieben durch α_T , nimmt zu.

Wird die optimierte Pulsform - wie in Abb. 6.11(d) skizziert - betrachtet, so können für unterschiedliche Offsets der linken Gatespannung U_1^{dc} (wie oben erläutert) unterschiedliche Zeitpunkte des Rücktunnelbeginns t_{b1} und t_{b2} innerhalb der Pulsform angenommen werden. Beim Betrachten der schematischen Darstellung der Tunnelraten und Verschiebungen der Energieniveaus (nach Abschnitt 2.3.2 [34]) führt eine größere Entkopplungsgeschwindigkeit v_τ zu einem kleineren τ , d.h. einem kleineren Zeitintervall innerhalb dessen die Tunnelrate auf ihr 1/e-faches gefallen ist. Dies hat zur Folge, dass die Tunnelrate sämtlicher Energieniveaus, insbesondere des betrachteten zweiten Energieniveaus, zwar zunächst deutlich höher ist, aber durch den exponentiellen Zusammenhang im Verlauf der Zeit schneller fällt. Somit sinkt die Zeit, die zwischen Rücktunnelbeginn t_b und dem sicheren Einfangen t_c vergangen ist, erheblich, sobald die Entkopplung im Bereich des steilen Anstiegs der Pulsform liegt, d.h. τ klein ist. Damit steigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron im QP verbleibt und nicht zur Zuleitung Source zurücktunnelt. Der

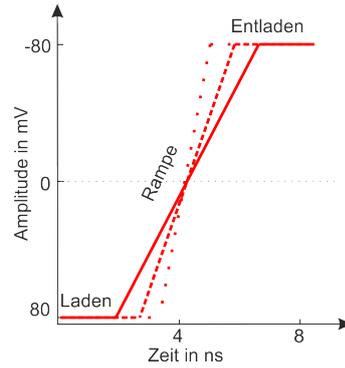


ABBILDUNG 6.12: Variation des Modulationspulses für unterschiedliche Entkopplungsgeschwindigkeiten

Effekt der Verkürzung dieses Zeitintervalls ist im Falle des ersten Plateaus ein mit größerer Wahrscheinlichkeit gefangenes zweites Elektron.

Da die Plateaulänge $U_2^{(2)} - U_2^{(1)}$ keine systematische Entwicklung zeigt, sondern lediglich um $(31, 3 \pm 1, 6)$ mV schwankt, ergibt sich eine minimale Fehlerrate nach Gleichung 6.12 von $< 1 \cdot 10^{-9}$ für $U_1^{dc} < -215$ mV und von $> 1 \cdot 10^{-9}$ bis zu 10^{-7} für linke Gatespannungen $U_1^{dc} > -215$ mV.

Da aufgrund der Wellenform und der begrenzten Bandbreite der Hochfrequenzleitungen keine verlässliche Aussage über die Hebegeschwindigkeiten der Barrieren getroffen werden kann, ist eine quantitative Aussage der vorgestellten Messungen schwierig.

Allerdings lassen die Messungen vermuten, dass sich auch hier eine bewusste Steuerung der Fehlermechanismen realisieren lässt. Diese Idee wird im folgenden Abschnitt aufgegriffen.

6.2.3 Variation der Entkopplungsgeschwindigkeit

In diesem Unterkapitel sollen die beobachteten Abhängigkeiten unabhängig von der optimierten Pulsform demonstriert werden. Daher wird ein Puls verwendet, der idealerweise im kompletten Pumpprozess eine konstante Entkopplungsgeschwindigkeit v_τ aufweist (s. Abb. 6.12). Die Datenbasis lässt noch keine quantitativen Aussagen zu. Sie gibt jedoch einen sehr guten Ausblick für weiterführende Messungen.

Betrieben wurde die Pumpe bei einer Frequenz von $f = 122$ MHz. Der verwendete Modulationspuls beginnt mit einer konstanten Einladephase bei gleicher Spannung $U_{load} = 80$ mV, gefolgt von einer stufenweise erzeugten Rampe und einer Ausladephase bei konstanter Spannung $U_{unlaod} = -80$ mV (s. Abb. 6.12, idealisiert ohne Diskretisierungsstufen des AWG's). Die Verweilzeiten von Lade- und Entladephase sind identisch. Variiert wird die Zeit, die auf die Rampe verwendet wird, d.h. die Anzahl der Diskretisierungsstufen zwischen 80 mV und -80 mV. Da die Gesamtfrequenz erhalten bleiben soll, wird die Länge der Lade- bzw. Entladephase angepasst.

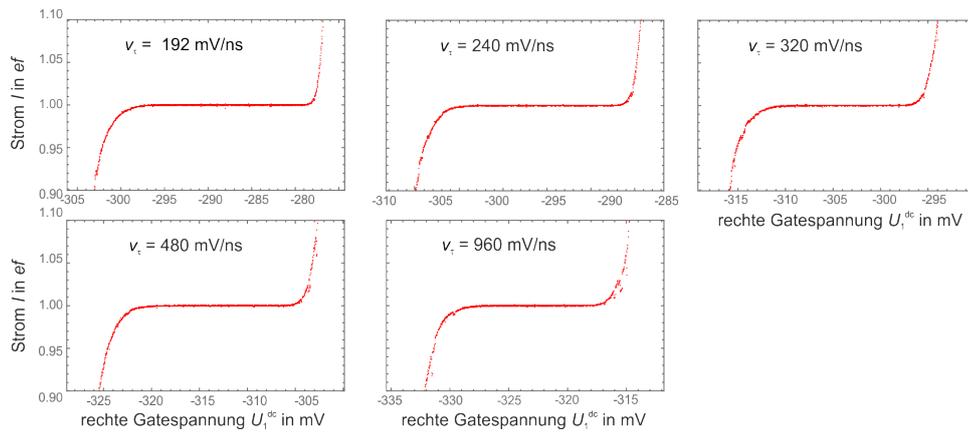


ABBILDUNG 6.13: Schnitte innerhalb der U_1^{dc} - U_2^{dc} -Charakteristiken bei $U_1^{dc} = -260$ mV.

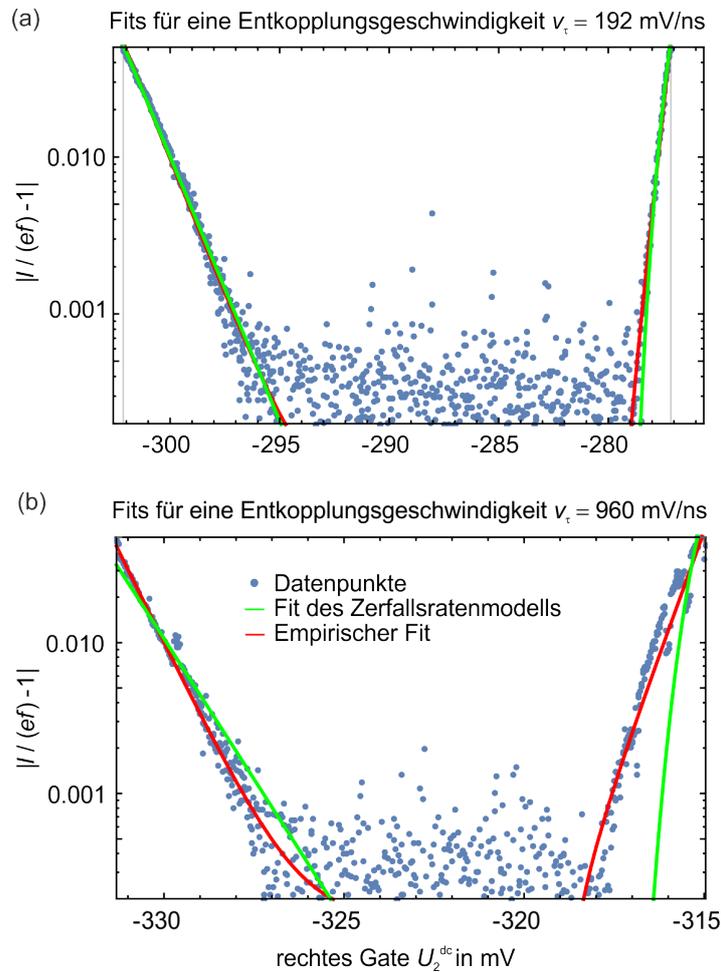


ABBILDUNG 6.14: Exemplarische Fits des Zerfallsratenmodells (s. Abschnitt 2.3.1) und des heuristischen Ansatzes (s. Abschnitt 2.3.3) für eine Entkopplungsgeschwindigkeit von $v_\tau = 960$ mV/ns und $v_\tau = 192$ mV/ns.

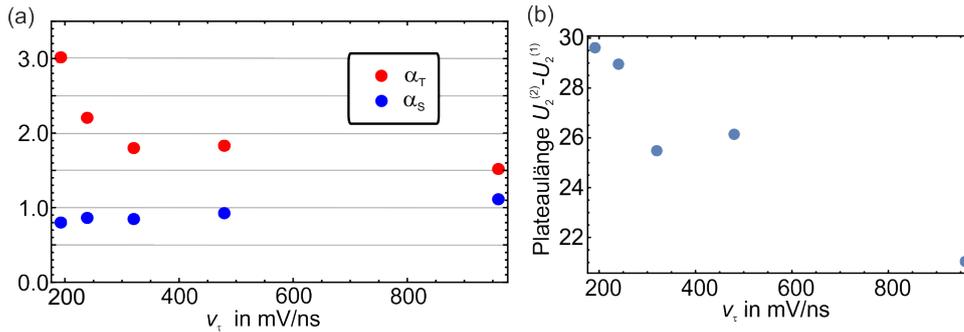


ABBILDUNG 6.15: Fittergebnisse des phänomenologischen Ansatzes (s. Abschnitt 2.3.3) für Entkopplungsgeschwindigkeiten von $v_\tau = 960$ mV/ns und $v_\tau = 192$ mV/ns. Der Ausreißer bei $v_\tau = 320$ mV/ns lässt sich auf Störungen des HF-Signals zurückführen. Die Fehlerbalken liegen im Bereich der Größe des Datenpunktes.

Für die weitere Analyse wurden Schnitte innerhalb der $U_1^{dc}-U_2^{dc}$ -Strom-Spannungs-Charakteristiken (s. Abb. 6.13) bei einer linken Gatespannung von $U_1^{dc} = -260$ mV gewählt. Ein Einfluss der Hochfrequenzstörungen, die die Entkopplungsgeschwindigkeiten verändern, ist an dieser Stelle nicht auszuschließen. Zur Bewertung der Messungen werden Fits des phänomenologischen Ansatzes (s. Kapitel 2) verwendet (vgl. Abb. 6.14), da der Fit des Zerfallsratenmodells nur für langsame Entkopplungsgeschwindigkeiten v_τ gute Übereinstimmung mit den Messdaten zeigt. Einschränkend fallen allerdings vermehrte Fluktuationen für größere Entkopplungsgeschwindigkeiten v_τ ins Gewicht, die die Verlässlichkeit der Fits reduzieren. Dennoch können eine Verkürzung des ersten Plateaus und eine Abnahme der Steilheit zur zweiten Stufe für größere Entkopplungsgeschwindigkeiten v_τ festgestellt werden. Dabei verändert sich der Fitparameter α_S kaum, wohingegen eine Reduzierung des Fitparameters $\alpha_T \approx 3$ auf $\alpha_T \approx 1$ zu verzeichnen ist.

Damit zeigen sich gute Übereinstimmungen zu den Vermutungen, die sich aus dem Betrieb mit der optimierten Wellenform ergaben. Die Entwicklung der Fitparameter α_S und α_T ist im Einklang mit den Ergebnissen aus dem vorangehenden Abschnitt 6.2.2. Es bestätigt sich die Annahme, dass die Fehler eines überschüssig gepumpten Elektrons auf die Entkopplungsgeschwindigkeit v_τ zurückzuführen sind.

Das *Flensberg*-Regime, das in Kapitel 2 als ein Grenzfall behandelt wurde, ist durch die Dominanz der Fehlermechanismen durch Quantenfluktuation auf Grund von schnellen Entkopplungsgeschwindigkeiten gekennzeichnet. Möglicherweise handelt es sich auch hier um einen Regimewechsel vom Zerfallsraten-dominierten Betrieb hin zu einem Betrieb im *Flensberg*-Regime. Weiterführende Messungen, die einen vollständig symmetrischen Kurvenverlauf einschließlich weiterer Stufenverbreiterung für größere Entkopplungsgeschwindigkeiten zeigen, müssten diese Vermutung jedoch noch bestätigen.

6.2.4 Diskussion

Im vorangehenden Unterkapitel traten vor allem Schwierigkeiten bzgl. der realen Modulationspulsformen auf, die für die Analyse nur idealisiert angenommen werden konnten. Die Untersuchungen lassen keine Schlüsse auf die effektiven Entkopplungszeiten zu, da die tatsächliche Pulsform an der Probe nicht bekannt ist. Zusätzlich zu möglichen Reflektionen wird die begrenzte Bandbreite der HF-Zuleitungen die Pulsform verändern. Wie empfindlich kleinste Störungen die Prozesse beeinflussen, kann an dieser Stelle nicht abgeschätzt werden. Weiterführende Messungen könnten hier Aufschluss geben.

Dennoch konnten Hinweise auf einen möglichen Regimewechsel vom Zerfallsraten-Regime hin zum Flensburg-Regime demonstriert werden. Die Reduzierung eines Fehlers im Flensburg-Regime ist allerdings mit Einführung des Betriebs mittels optimierter Pulsform bereits erfolgt. Die durchgeführten Untersuchungen belegen die Vermutungen, dass die Initialisierungsphase für die erreichte Genauigkeit eine Schlüsselfunktion hat. Lange Entkopplungszeiten während der Initialisierungsphase können die Quantisierungsqualität deutlich verbessern, da die Fehler eines zusätzlich transportierten Elektrons abnehmen.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden Untersuchungen an GaAs/AlGaAs-basierten Einzelelektronenpumpen vorgestellt. Diese Bauteile ermöglichen einen getakteten Transport einzelner Elektronen. Nach Einschluss der Elektronen aus dem zweidimensionalen Elektronengas mittels eines geätzten Kanals wird ein Quantenpunkt über die elektrostatische Wirkung von Topgates geformt. Durch Modulation der den Quantenpunkt definierenden Barrieren lässt sich ein Strom $I = \langle n \rangle e f$ erzeugen, wobei $\langle n \rangle$ die Anzahl der durchschnittlich pro Zyklus transportierten Elektronen ist, e die Elementarladung und f die Transportfrequenz.

Durch diesen definierten Transport repräsentieren die Einzelelektronenpumpen einen vielversprechenden Kandidaten zur Realisierung eines neuen Stromnormals, das in der Revision des SI-Systems im Jahr 2018 vorgesehen ist. Kriterien, die ein solches Stromnormal erfüllen sollte, sind eine gewünschte Genauigkeit von mindestens $1 \cdot 10^{-7}$, - um die Praktikabilität zu gewährleisten - ein Strom von > 100 pA und die Unabhängigkeit der Funktionalität von den gewählten Betriebsparametern. Diese Unabhängigkeit garantiert, dass das zu erreichende Ziel kein Produkt des Zufalls darstellt.

In dieser Arbeit konnte experimentell erstmals die Funktionalität dieser Bauteile mit einer Unsicherheit von nur 0,16 ppm bei einer Betriebsfrequenz von $f = 600$ MHz belegen. Dabei ist diese Unsicherheit weiterhin messtechnisch limitiert. Der generierte Strom von $I \approx 96$ pA liegt damit nah am gewünschten Bereich und die ermittelte Unsicherheit übertrifft die bislang bestmögliche Realisierung des aktuellen SI-Systems. Durch Einsatz eines neuartigen Verstärkers (ULCA) konnte das Ergebnis dabei in einer deutlich verkürzten Messzeit von nur 21 Stunden erreicht werden. Mit den Ausführungen dieser Arbeit bzw. den zugehörigen Veröffentlichungen [52, 51] ist eine Anleitung gegeben, die die Messung kleiner Ströme im Bereich von 100 pA mit großer Genauigkeit erlaubt. Durch die in der Arbeit erläuterten Verbesserungen der Messmethode sind weitere Versuche an Einzelelektronenpumpen vorgenommen worden, die große Bereiche der Betriebsparameter versprechen, innerhalb derer die Pumpe mit gewünschter Präzision arbeitet.

Durch Einsatz neuer Varianten des ULCAs werden weitere Verbesserungen möglich werden. Hierbei steht die Abwägung der Vorteile der unterschiedlichen Varianten an, da geringe Rauschbeiträge Einbußen in der Stabilität mit sich bringen. Außerdem sollte durch rauscharme Zuleitungen innerhalb des Kryosystems der statistische Fehler weiter gesenkt werden können, sodass die angestrebten Genauigkeiten in kürzeren Zeitspannen erreicht werden können. Der Einsatz eines zweiten programmierbaren Josephson-Spannungsnormals erlaubt die Untersuchung möglicher Leckströme und Korrelationen, die mit der aktuellen Methode verborgen bleiben.

Der zweite Teil der Untersuchungen befasst sich mit den dynamischen Prozessen des Elektronentransports. Theoretische Betrachtungen propagieren die Existenz dreier relevanter Fehlermechanismen. Es konnte gezeigt werden, dass durch gezielten Antrieb Fehlermechanismen unterdrückt werden können und damit einen deutlich zuverlässigeren Betrieb erlauben. Die theoretischen Vorhersagen lassen auf eine Reduzierung des dominierenden Fehlers von $P_{err} \approx 10^{-3}$ zu $P_{err} \approx 10^{-9}$ schließen, d.h. auf eine Reduzierung des dominierenden Fehlers um ca. sechs Größenordnungen, ohne die Anwendung eines äußeren Magnetfeldes.

Weitere Temperaturanalysen könnten in diesem Zusammenhang einen Rückschluss auf die energetische Größe Δ_{ptb} zulassen. Darüberhinaus könnten Untersuchungen im Magnetfeld Erkenntnisse über die dort vorliegenden Fehlermechanismen liefern.

Versuche zur Variation der Entkopplungsgeschwindigkeiten lassen eine Korrelation zu den erreichten Genauigkeiten vermuten. Aufgrund noch nicht optimierter Hochfrequenzleitungen ist zu diesem Zeitpunkt jedoch keine quantitative Auswertung möglich.

Insgesamt kristallisiert sich diese Form der Einzelelektronenpumpe als sehr solide Realisierung eines Stromnormals heraus. Es ist jedoch zu beachten, dass bislang Betriebsfrequenzen von $f \gg 500$ MHz die Ausnahme sind und in der Regel die dazugehörigen Genauigkeiten nicht den Anforderungen des Stromstandards entsprechen. Ein möglicher Weg höhere Frequenzen zu erreichen, ist die Erhöhung der Ladeenergie der Quantenpunkte. Vielversprechend sind möglicherweise Si-basierte Einzelelektronenpumpen, die kürzlich Ladeenergien > 10 meV erzielt haben [55], jedoch ohne Verifizierung auf sub-ppm-Level.

Die weitere Entwicklung der Messtechnik mit den vorgestellten Verbesserungen sollte die angestrebte Validierung der Einzelelektronenstromquellen auf 0,1 ppm möglich machen.

Anhang A

Entkopplungszeitpunkt im Zwei-Gate-Betrieb

Die folgenden Herleitungen zu den Inhalten aus Kapitel 6.1 entstammen der privaten Korrespondenz mit Vyacheslavs Kashcheyevs und basieren auf den theoretischen Betrachtungen aus Ref. [32, 34, 33].

Zunächst soll die Abhängigkeit des Entkopplungszeitpunkts ε_c von der linken und rechten Gatespannung U_1^{dc} und U_2^{dc} gezeigt werden.

Dafür definieren wir die Barrierenhöhe $E_{top}(t)$ und die Höhe des ersten Energieniveaus $\mu_1(t)$.

$$\begin{aligned} E_{top}(t) &\equiv E_0 - \alpha_{1b}U_1(t) - \alpha_{2b}U_2(t) \\ \mu_1(t) &\equiv \mu_0 - \alpha_{1p}U_1(t) - \alpha_{2p}U_2(t), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

wobei α_{1p} , α_{2p} die Hebelwirkung der Gatespannungen U_1 , U_2 auf das Energieniveau des QPs und α_{1b} , α_{2b} auf die Eingangsbarrierenhöhe ausdrücken. Für weitere Betrachtungen werden die Gatespannungen als

$$\begin{aligned} U_1(t) &\equiv -\dot{U} \cdot (t - t_0) + U_1^{dc} \\ U_2(t) &\equiv r\dot{U} \cdot (t - t_0) + U_2^{dc} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

angegeben.

Für die Tunnelrate $\Gamma(t)$ verwenden wir die Definition

$$\Gamma(t) = \Gamma_0 e^{-(E_{top}(t) - \mu_1(t))/\Delta_b}, \quad (\text{A.3})$$

wobei Δ_b eine charakteristische Energieskala darstellt, die von der Form der Tunnelbarriere abhängt [31]. Mit den obigen Darstellungen kann nun folgende Schlussfolgerungen gezogen werden, die sich direkt aus der Definition für t_c nach Ref. [34] ableitet:

$$\begin{aligned} \int_{t_c}^{\infty} \Gamma(t) dt &= 1 \\ \log(1) &= \log \int_{t_c}^{\infty} \Gamma(t) dt = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Damit ist der Wert des Entkopplungszeitpunktes t_c in Abhängigkeit der übrigen Parameter angegeben und ermöglicht die Angabe der Höhe des Energieniveaus zum Entkopplungszeitpunkt t_c durch $\mu(t_c) = \varepsilon_c$. Aus dieser Gleichung lassen sich dann die Koeffizienten von U_1^{dc} bzw. U_2^{dc} extrahieren, die wiederum Aufschluss über die Lage der Entkopplung innerhalb der Gate-Gate-Charakteristik erlauben. Diese Koeffizienten ergeben sich zu:

$$\frac{-\alpha_{1p}\alpha_{2b} + \alpha_{1b}\alpha_{2p}}{-\alpha_{1b} + \alpha_{1p} + r(\alpha_{2b} - \alpha_{2p})} \quad (\text{A.5})$$

im Falle von U_2^{dc} bzw.

$$\frac{r(-\alpha_{1p}\alpha_{2b} + \alpha_{1b}\alpha_{2p})}{-\alpha_{1b} + \alpha_{1p} + r(\alpha_{2b} - \alpha_{2p})} \quad (\text{A.6})$$

für U_1^{dc} .

Um diese Koeffizienten einordnen zu können, bestimmen wir Δ_{ptb} und α_{DC} . Nach der Definition von Δ_{ptb} lässt sich Folgendes zeigen:

$$\begin{aligned} \Delta_{ptb} &\equiv \frac{\frac{d\mu_1(t)}{dt}}{\frac{d|\ln \Gamma(t)|}{dt}} = \Delta_b \frac{\frac{d\mu_1(t)}{dt}}{\frac{dE_{top}(t)}{dt} - \frac{d\mu_1(t)}{dt}} \\ &= \Delta_b \frac{\alpha_{1p} - r\alpha_{2p}}{\alpha_{1b} - \alpha_{1p} - r(\alpha_{2b} - \alpha_{2p})}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Wenn wir nun das α_{DC} aus dem Zerfallsratenmodell [32] berechnen wollen, gelingt dies z.B. über die Definition des Rücktunnelzeitpunktes t_b , wenn das Energieniveau das elektrostatische Potential μ der Zuleitung Source kreuzt, d.h.

$$\mu(t_b) = \mu. \quad (\text{A.8})$$

Verwendet man nun die Definitionen des Zerfallsratenmodells [32] mit $X = \int_{t_b}^{\infty} \Gamma(t) dt$ und setzt den oben gewonnenen Rücktunnelzeitpunkt t_b ein, erhält man das gewünschte α_{DC} über

$$X = -\alpha_{DC} U_2^{dc} + const. \quad (\text{A.9})$$

als $\alpha_{DC} = (-\alpha_{1p}\alpha_{2b} + \alpha_{1b}\alpha_{2p}) / ((\alpha_{1p} - r\alpha_{2p})\Delta_b)$. Damit können die Koeffizienten von U_2^{dc} und U_1^{dc} nun ausgedrückt werden als:

$$\frac{-\alpha_{1p}\alpha_{2b} + \alpha_{1b}\alpha_{2p}}{-\alpha_{1b} + \alpha_{1p} + r(\alpha_{2b} - \alpha_{2p})} = -\alpha_{DC} \Delta_{ptb} \quad (\text{A.10})$$

im Falle von U_2^{dc} und

$$\frac{r(-\alpha_{1p}\alpha_{2b} + \alpha_{1b}\alpha_{2p})}{-\alpha_{1b} + \alpha_{1p} + r(\alpha_{2b} - \alpha_{2p})} = -r\alpha_{DC} \Delta_{ptb} \quad (\text{A.11})$$

im Falle von U_1^{dc} .

Dadurch erhalten wir den bekannten Zusammenhang

$$\varepsilon_c = \mu_1(t_c) = \alpha_{DC} \Delta_{ptb} (-U_2^{dc} - rU_1^{dc}) + konst., \quad (\text{A.12})$$

wobei die Konstante nicht mehr von den Gatespannungen U_1^{dc} und U_2^{dc} abhängt. Außerdem kann gezeigt werden, dass das Produkt $\alpha_{DC} \Delta_{ptb}$ nur schwach von r abhängt, sodass die Linien gleicher Entkopplungsenergien ε_c in etwa die Steigung des negativen Amplitudenverhältnis $-r$ haben sollten.

Literatur

- [1] R. C. Ashoori u. a. „Single-electron capacitance spectroscopy of discrete quantum levels“. In: *Physical Review Letters* 68 (20 1992), S. 3088. DOI: 10.1103/PhysRevLett.68.3088. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.3088>.
- [2] D. V. Averin und K. K. Likharev. „Coulomb Blockade of Single-Electron Tunneling, and Coherent Oscillations in Small Tunnel Junctions“. In: *Journal of Low Temperature Physics* 62.3-4 (1986), S. 345–373. ISSN: 1573-7357. DOI: 10.1007/bf00683469. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF00683469>.
- [3] Myung-Ho Bae u. a. „Precision measurement of a potential-profile tunable single-electron pump“. In: *Metrologia* 52.2 (2015), S. 195–200. ISSN: 1681-7575. DOI: 10.1088/0026-1394/52/2/195. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/52/2/195>.
- [4] Ralf Behr u. a. „Development and metrological applications of Josephson arrays at PTB“. In: *Measurement Science and Technology* 23.12 (2012), S. 124002. DOI: 10.1088/0957-0233/23/12/124002. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/23/12/124002>.
- [5] BIPM. *BIPM 2015 Draft of the ninth SI Brochure*. 2015. URL: <http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure-draft-2016.pdf>.
- [6] BIPM. *Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (JCGM 100:2008)*. 2008.
- [7] M. D. Blumenthal u. a. „Gigahertz quantized charge pumping“. In: *Nature Physics* 3.5 (Mai 2007), S. 343–347. DOI: 10.1038/nphys582. URL: <http://www.nature.com/nphys/journal/v3/n5/full/nphys582.html>.
- [8] W. K. Clothier u. a. „A Determination of the Volt“. In: *Metrologia* 26.1 (1989), S. 9–46. ISSN: 1681-7575. DOI: 10.1088/0026-1394/26/1/003. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/26/1/003>.
- [9] Drung D und Krause C. „Ultrastable low-noise current amplifiers with extended range and improved accuracy“. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* (2016).
- [10] Michel H. Devoret, Daniel Esteve und Cristian Urbina. „Single-electron transfer in metallic nanostructures“. In: *Nature* 360.6404 (Dez. 1992), S. 547–553. DOI: 10.1038/360547a0.

- [11] D. Drung u. a. „Improving the traceable measurement and generation of small direct currents“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* accepted for publication (2015). ISSN: 1089-7623. DOI: 10.1109/TIM.2015.2440564. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.2015.2440564>.
- [12] D. Drung u. a. „Ultrastable low-noise current amplifier: A novel device for measuring small electric currents with high accuracy“. In: *Review of Scientific Instruments* 86.2 (2015), S. 024703. ISSN: 1089-7623. DOI: 10.1063/1.4907358. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4907358>.
- [13] D. Drung u. a. „Validation of the ultrastable low-noise current amplifier as travelling standard for small direct currents“. In: *Metrologia* (). DOI: 10.1088/0026-1394. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/52/6/756>.
- [14] Krause C Drung D und Scherer H. „Measurement of sub-picoampere direct currents with uncertainties below ten attoamperes“. In: *submitted to Rev. Sci. Instrum.* (2016).
- [15] Karsten Flensberg, Qian Niu und Michael Pustilnik. „Nonadiabaticity and single-electron transport driven by surface acoustic waves“. In: *Physical Review B* 60.24 (1999), R16291–R16294. DOI: 10.1103/physrevb.60.r16291. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.60.R16291>.
- [16] Lukas Fricke u. a. „Counting Statistics for Electron Capture in a Dynamic Quantum Dot“. In: *Physical Review Letters* 110.12 (2013), S. 126803. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.110.126803. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.126803>.
- [17] Lukas Fricke u. a. „Self-Referenced Single-Electron Quantized Current Source“. In: *Physical Review Letters* 112 (2014), S. 226803. DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.226803. URL: <http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.112.226803>.
- [18] Akira Fujiwara, Katsuhiko Nishiguchi und Yukinori Ono. „Nanoampere charge pump by single-electron ratchet using silicon nanowire metal-oxide-semiconductor field-effect transistor“. In: *Applied Physics Letters* 92.4, 042102 (2008), S. 042102. DOI: 10.1063/1.2837544. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.2837544>.
- [19] T. A. Fulton und G. J. Dolan. „Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions“. In: *Physical Review Letters* 59.1 (1987), S. 109–112. DOI: 10.1103/PhysRevLett.59.109. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.109>.

- [20] T. Funck und V. Sienknecht. „Determination of the volt with the improved PTB voltage balance“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 40.2 (1991), S. 158–161. ISSN: 0018-9456. DOI: 10.1109/tim.1990.1032905. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIM.1990.1032905>.
- [21] L. J. Geerligs u. a. „Frequency-Locked Turnstile Device for Single Electrons“. In: *Physical Review Letters* 64.22 (1990), S. 2691–2694. DOI: 10.1103/PhysRevLett.64.2691. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.2691>.
- [22] S P Giblin u. a. „An accurate high-speed single-electron quantum dot pump“. In: *New Journal of Physics* 12.7 (2010), S. 073013. DOI: doi:10.1088/1367-2630/12/7/073013. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/12/7/073013>.
- [23] S P Giblin u. a. „Towards a quantum representation of the ampere using single electron pumps“. In: *Nature Communications* 3 (2012), S. 930. DOI: doi:10.1038/ncomms1935.
- [24] C.A. Hamilton, C.J. Burroughs und R.L. Kautz. „Josephson D/A converter with fundamental accuracy“. In: *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 44.2 (1995), S. 223–225. DOI: 10.1109/19.377816. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/19.377816>.
- [25] A Jeffery u. a. „Determination of the von Klitzing constant and the fine-structure constant through a comparison of the quantized Hall resistance and the ohm derived from the NIST calculable capacitor“. In: *Metrologia* 35.2 (1998), S. 83–96. ISSN: 0026-1394. DOI: 10.1088/0026-1394/35/2/3. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/35/2/3>.
- [26] B. D. Josephson. „Possible new effects in superconductive tunnelling“. In: *Physics Letters* 1.7 (1962), S. 251–253. ISSN: 0031-9163. DOI: 10.1016/0031-9163(62)91369-0.
- [27] B. Kaestner u. a. „Characterization of a GHz non-adiabatic single-electron pump using a cryogenic current comparator“. In: *2012 Conference on Precision electromagnetic Measurements* (2012), S. 706–707. DOI: 10.1109/cpem.2012.6251125. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/CPEM.2012.6251125>.
- [28] B. Kaestner u. a. „Robust single-parameter quantized charge pumping“. In: *Applied Physics Letters* 92.19 (2008), S. 192106. DOI: 10.1063/1.2928231. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.2928231>.

- [29] B. Kaestner u. a. „Single-parameter nonadiabatic quantized charge pumping“. In: *Physical Review B* 77.15 (2008), S. 153301. DOI: 10.1103/PhysRevB.77.153301. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.77.153301>.
- [30] B. Kaestner u. a. „Single-parameter quantized charge pumping in high magnetic fields“. In: *Applied Physics Letters* 94.1 (2009), S. 012106. DOI: 10.1063/1.3063128. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3063128>.
- [31] Bernd Kaestner und Vyacheslavs Kashcheyevs. „Non-adiabatic quantized charge pumping with tunable-barrier quantum dots: a review of current progress“. In: *Rep. Prog. Phys.* 78.10 (2015), S. 103901. DOI: 10.1088/0034-4885/78/10/103901. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/78/10/103901>.
- [32] Vyacheslavs Kashcheyevs und Bernd Kaestner. „Universal Decay Cascade Model for Dynamic Quantum Dot Initialization“. In: *Physical Review Letters* 104.18 (2010), S. 186805. DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.186805. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.186805>.
- [33] Vyacheslavs Kashcheyevs und Janis Timoshenko. „Modeling of a tunable-barrier non-adiabatic electron pump beyond the decay cascade model“. In: *29th Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM 2014)* (2014), S. 536–537. DOI: 10.1109/cpem.2014.6898496. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/CPEM.2014.6898496>.
- [34] Vyacheslavs Kashcheyevs und Janis Timoshenko. „Quantum Fluctuations and Coherence in High-Precision Single-Electron Capture“. In: *Physical Review Letters* 109.21 (2012), S. 216801. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.109.216801. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.216801>.
- [35] Mark W. Keller u. a. „Accuracy of electron counting using a 7-junction electron pump“. In: *Applied Physics Letters* 69.12 (1996), S. 1804–1806. DOI: 10.1063/1.117492. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.117492>.
- [36] A. N. Korotkov. „Coulomb Blockade and Digital Single-Electron Devices“. In: *arXiv* (1996). DOI: arXiv:cond-mat/9602165.
- [37] L P Kouwenhoven, D G Austing und S Tarucha. „Few-electron quantum dots“. In: *Reports on Progress in Physics* 64.6 (2001), S. 701–736. ISSN: 1361-6633. DOI: 10.1088/0034-4885/64/6/201. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/64/6/201>.

- [38] L. P. Kouwenhoven u. a. „Quantized Current in a Quantum-Dot Turnstile Using Oscillating Tunnel Barriers“. In: *Physical Review Letters* 67.12 (1991), S. 1626–1629. DOI: 10.1103/PhysRevLett.67.1626. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.1626>.
- [39] L. P. Kouwenhoven u. a. „Single electron charging effects in semiconductor quantum dots“. In: *Zeitschrift für Physik B - Condensed Matter* 85.3 (1991), S. 367–373. ISSN: 1434-6036. DOI: 10.1007/bf01307632. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/BF01307632>.
- [40] Leo P Kouwenhoven u. a. „Electron transport in quantum dots“. In: *Mesoscopic electron transport*. Springer, 1997, S. 105–214.
- [41] C Leicht u. a. „Generation of energy selective excitations in quantum Hall edge states“. In: *Semiconductor Science and Technology* 26.5 (2011), S. 055010. ISSN: 1361-6641. DOI: 10.1088/0268-1242/26/5/055010. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0268-1242/26/5/055010>.
- [42] C. Leicht u. a. „Non-adiabatic pumping of single electrons affected by magnetic fields“. In: *Physica E* 42.4 (2010), S. 911–914. DOI: 10.1016/j.physe.2009.11.109. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physe.2009.11.109>.
- [43] Christoph Leicht. „Nicht-adiabatische Halbleitereinzelelektronenpumpe unter Magnetfeldeinfluss“. Diss. Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2013.
- [44] J M Martinis, M Nahum und H D Jensen. „Metrological accuracy of the electron pump“. In: *Physical Review Letters* 72 (6 1994), S. 904. DOI: 10.1103/PhysRevLett.72.904. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.904>.
- [45] D. E. McCumber. „Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions“. In: *J. Appl. Phys.* 39.7 (1968), S. 3113. DOI: 10.1063/1.1656743. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1656743>.
- [46] Ian M Mills u. a. „Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1 (CI-2005)“. In: *Metrologia* 43.3 (2006), S. 227. DOI: 10.1088/0026-1394/43/3/006. URL: <http://sx.doi.org/10.1088/0026-1394/43/3/006>.
- [47] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor und David B. Newell. „CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010“. In: *Review of Modern Physics* 84.4 (2012), S. 1527–1605. ISSN: 1539-0756. DOI: 10.1103/revmodphys.84.1527. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.84.1527>.

- [48] H. Pothier u. a. „Single-Electron Pump Based on Charging Effects“. In: *Europhysics Letters* 17.3 (1992), S. 249–254. DOI: 10.1209/0295-5075/17/3/011. URL: <http://dx.do.org/10.1209/0295-5075/17/3/011>.
- [49] Alessandro Rossi u. a. „An Accurate Single-Electron Pump Based on a Highly Tunable Silicon Quantum Dot“. In: *Nano Letters* 14.6 (2014), S. 3405–3411. ISSN: 1530-6992. DOI: 10.1021/nl500927q. URL: <http://dx.doi.org/10.1021/nl500927q>.
- [50] Sidney Shapiro. „Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations“. In: *Physical Review Letters* 11.2 (1963), S. 80–82. DOI: 10.1103/PhysRevLett.11.80. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.11.80>.
- [51] F. Stein. „Robustness of single-electron pumps at sub-ppm current accuracy level“. In: *Metrologia* (2017).
- [52] F. Stein u. a. „Validation of a quantized-current source with 0.2 ppm uncertainty“. In: *Applied Physics Letters* 107 (2015), S. 103501. DOI: 10.1063/1.4930142. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4930142>.
- [53] W. C. Stewart. „CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTICS OF JOSEPHSON JUNCTIONS“. In: *Appl. Phys. Lett.* 12.8 (1968), S. 277. DOI: 10.1063/1.1651991. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1651991>.
- [54] B N Taylor u. a. „On the Use of the AC Josephson Effect to Maintain Standards of Electromotive Force“. In: *Metrologia* 3.4 (1967), S. 89–98. DOI: 10.1088/0026-1394/3/4/001. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/3/4/001>.
- [55] G C Tettamanzi, R Wacquez und S Rogge. „Charge pumping through a single donor atom“. In: *New Journal of Physics* 16.6 (2014), S. 063036. ISSN: 1367-2630. DOI: 10.1088/1367-2630/16/6/063036. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/16/6/063036>.
- [56] G-D Willenberg. „EUROMET.EM-S24: Supplementary comparison of small current sources“. In: *Metrologia* 50.1A (2013), S. 01002–01002. DOI: 10.1088/0026-1394/50/1a/01002. URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0026-1394/50/1A/01002>.
- [57] T.J. Witt. „Using the Allan variance and power spectral density to characterize DC nanovoltmeters“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 50.2 (2001), S. 445–448. ISSN: 0018-9456. DOI: 10.1109/19.918162. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/19.918162>.
- [58] S. J. Wright u. a. „Enhanced current quantization in high-frequency electron pumps in a perpendicular magnetic field“. In: *Physical Review B* 78.23 (2008), S. 233311. DOI: 10.1103/PhysRevB.78.233311. URL:

- <http://journals.aps.org/prb/abstract/10.1103/PhysRevB.78.233311>.
- [59] Gento Yamahata, Katsuhiko Nishiguchi und Akira Fujiwara. „Accuracy evaluation and mechanism crossover of single-electron transfer in Si tunable-barrier turnstiles“. In: *Physical Review B* 89.16 (2014), S. 165302. ISSN: 1550-235X. DOI: 10.1103/physrevb.89.165302. URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevB.89.165302>.
- [60] Gento Yamahata, Katsuhiko Nishiguchi und Akira Fujiwara. „Accuracy evaluation of single-electron shuttle transfer in Si nanowire metal-oxide-semiconductor field-effect transistors“. In: *Applied Physics Letters* 98.22 (2011), S. 222104. ISSN: 0003-6951. DOI: 10.1063/1.3595683. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.3595683>.
- [61] Gento Yamahata, Katsuhiko Nishiguchi und Akira Fujiwara. „Gigahertz single-trap electron pumps in silicon“. In: *Nature Communications* 5 (2014), S. 5038. ISSN: 2041-1723. DOI: 10.1038/ncomms6038. URL: <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms6038>.
- [62] Gento Yamahata u. a. „Gigahertz single-electron pumping in silicon with an accuracy better than 9.2 parts in 10⁷“. In: *Appl. Phys. Lett.* 109.1 (2016), S. 013101. DOI: 10.1063/1.4953872. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4953872>.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Personen danken, die mich auf dem Weg zur Dissertation unterstützt und begleitet haben.

Im Besonderen bedanken möchte ich mich bei Herrn PD. Dr. H. W. Schumacher für die motivierende Leitung, verbunden mit dem Gefühl, hier einen wichtigen Beitrag innerhalb der Forschungsarbeit leisten zu können. Für die thematische und experimentelle Betreuung gilt mein Dank meinem Mentor, Herrn PD. Dr. F. Hohls, der immer ein offenes Ohr hatte, wenn Diskussionsbedarf bestand. Herrn Prof. Dr. R. J. Haug danke ich für die inspirativen Diskussionen im Rahmen der PTB-Doktorandenbetreuung und die Übernahme des Korreferats.

Wertvoll waren auch die Hilfestellungen und Einführungen von Dr. B. Kästner, die mir den Zugang zu diesem Themengebiet ermöglicht haben. Herrn Dr. C. Leicht danke ich sowohl für die labortechnische Einführung als auch für die praktische Anleitung im Rahmen der Probenherstellung. In diesem Zusammenhang möchte ich außerdem Dr. T. Weimann für die Elektronenstahlithographie, Herrn Dr. K. Pierz und Herrn H. Marx für das Wachstum des Wafermaterials und P. Hinze für die Rasterelektronenmikroskopieaufnahmen meinen Dank sagen.

Ein großer Dank gilt M. Busse, der jederzeit bei Aufgaben im Labor eingesprungen ist und auch in stressigen Situationen Humor bewahrte. Ebenso möchte ich meinem Bürokollegen M. Kruskopf danken für viele aufmunternde Gespräche und seinen Rat bei den üblichen Problemen des Arbeitsalltags.

Darüber hinaus richtet sich mein Dank an meine Kollegen und ehemaligen Kollegen L. Fricke, T. Wenz, T. Gerster und N. Ubbelohde für projektbezogene Diskussionen.

Für die gute Zusammenarbeit im Rahmen von Kalibrierungen und Messungen des neuartigen Verstärkers danke ich Dr. D. Drung und C. Krause, wie auch den Kollegen aus Fachbereich 2.6. Dr. M. Götz, E. Pesel, ebenso Dr. H. Scherer für die produktive Kooperation bei Veröffentlichungen.

Danke sage ich auch Frau C. Becker für organisatorische und menschliche Unterstützung.

Besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mir durch tatkräftige Unterstützung im privaten Bereich ein entspanntes Arbeiten ermöglicht haben. Nicht zuletzt gilt dieser Dank auch meinem Mann Martin und unserer Tochter Clara, durch deren Anwesenheit ich immer Kraft und Mut schöpfen konnte und die mir die Zeit und den Raum für diese Arbeit gegeben haben.

Lebenslauf

Name:	Friederike Stein (geb. Matthaei)
Geboren:	23.08.1984
Geburtsort:	Hameln
Nationalität:	deutsch
Familienstand:	verheiratet, eine Tochter
<hr/>	
1990-1994	Grundschule Wangelist
1994-1996	Orientierungsstufe Süd in Hameln
1996-2003	Viktoria-Luise-Gymnasium Hameln
2003	Abitur
<hr/>	
10.2003-09.2007	Mathematik an der Leibniz Universität Hannover
09.2005	Vordiplom
10.2004-09.2007	Künstlerische Ausbildung (Violoncello) an der Hochschule für Musik und Theater Hannover
10.2007-07.2008	Mathematik an der Cambridge University, Trinity College
07.2008	Master of Advanced Studies in Mathematics
08.2008-12.2009	Künstlerische Ausbildung (Violoncello) an der Hochschule für Musik und Theater Hannover
12.2009	Diplom
10.2008-04.2010	Vorbereitung auf Kenntnisprüfungen für die Zulassung zur Promotion in Physik an der Leibniz Universität Hannover
04.2010	Zulassung zur Promotion in Physik an der Leibniz Universität Hannover
<hr/>	
03.2010-08.2012	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Festkörperphysik, Abteilung ATMOS
09.2012- ...	Wissenschaftliche Mitarbeiterin an der Physikalisch Technischen Bundesanstalt, Arbeitsgruppe 2.53 Niedrigdimensionale Elektronensysteme
09.2013-06.2014	Elternzeit

Liste der Publikationen

Teile der Arbeit wurden bereits veröffentlicht und sind zu finden unter:

- F. Stein, D. Drung, L. Fricke, H. Scherer, F. Hohls, C. Leicht, M. Goetz, C. Krause, R. Behr, E. Pesel, K. Pierz, U. Siegner, F. J. Ahlers und H. W. Schumacher, Validation of a quantized-current source with 0.2 ppm uncertainty, *Applied Physics Letters*, 2015, 107, 103501
- F. Stein, R. Behr, M. Gotz, E. Pesel, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher und F. Hohls, Robustness of single-electron pumps at sub-ppm level, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2016
- F. Stein, T. Gerster, R. Behr, M. Götz, E. Pesel, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher und F. Hohls, Accuracy verification of single-electron pumps with 0.2 ppm uncertainty, *Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2016
- F. Stein, H. Scherer, T. Gerster, R. Behr, M. Götz, E. Pesel, C. Leicht, N. Ubbelohde, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher und F. Hohls, Robustness of single-electron pumps at sub-ppm current accuracy level, *Metrologia*, angenommen, 2016
- F. Stein, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, T. Wenz, C. Leicht, K. Pierz, H. W. Schumacher und F. Hohls, Tunneling error suppression in non-adiabatic charge pumps, in Vorbereitung

Weitere Publikationen:

- F. Matthaei, S. Heidorn, K. Boom, C. Bertram, A. Safiei, J. Henzl und K. Morgenstern, Coulomb attraction during the carpet growth mode of NaCl, *J. Phys.: Condens. Matter*, 2012, 24, 354006
- S. Heidorn, C. Bertram, J. Koch, K. Boom, F. Matthaei, A. Safiei, J. Henzl, and K. Morgenstern, Influence of Substrate Surface-Induced Defects on the Interface State between NaCl(100) and Ag(111), *The Journal of Physical Chemistry C*, 2013, 117 (31), 16095-16103

- K. Boom, M. Müller, F. Stein, St. Ernst, and K. Morgenstern, Adsorption of a Switchable Industrial Dye on Au(111) and Ag(111), *The Journal of Physical Chemistry C*, 2015, 119 (31), 17718-17724

- S. P. Giblin, M-H. Bae, G. Yamahata, P. See, J. D. Fletcher, T. J. B. M. Janssen, M. Seo, N. Kim, A. Fujiwara, J. P. Griffiths, G. A. C. Jones, I. Farrer, D. A. Ritchie, D. Drung, C. Krause, F. Stein und M. Kataoka, Universality of the tunable-barrier electron pump at the part-per-million level, Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2016

Abkürzungsverzeichnis

AlGaAs	A luminium G allium A rsenid
ADC	A nalog-zu- D igital- K onverter
CIM	C onstant- i nteraction m odel
CIPM	C omité i nternational des P oids et M esures, Internationales Komitee für Maß und Gewicht
CCC	C ryogenic C urrent C omparator Kryostromkomparator
2DEG	Z wei- d imensionales E lektronengas
GaAs	G allium A rsenid
GPiB	G eneral P urpose I nterface B us
HF	H ochfrequenz
MBE	M olecular B eam E pitaxy Molekularstrahlepitaxie
MCX	M iniature C oa X
NIST	N ational I nstitute of S tandards and T echnology
OA	O perational A mplifier Operationsverstärker
PMMA	P oly m ethyl m ethacrylat
PJVS	P rogrammable J osephson V oltage S tandard Programmierbarer Josephson-Spannungsnormal
QP	Q anten p unkt
REM	R asterelektronen m ikroskop
RTS	R andom T elegraph S ignal N oise
SET	S ingle electron t unneling
SAW	S urface a coustic w ave
SI	frz. S ystème international d'unités Internationales Einheitensystem
SMA	S ub- M iniature A
TEM	T ransmissionselektronen m ikroskop
ULCA	U ltrastable l ow-noise C urrent A mplifier
ac	a lternating c urrent
dc	d irect c urrent
ADC	A nalog to D igital C onverter, Analog-zu-Digital-Konverter
AWG	A rbiträr W ellen G enerator
JVS	J osephson V oltage S tandard

Physikalische Konstanten

Elementarladung (CODATA 2014)	$e = 1.602\,176\,620\,8 \times 10^{-19} \text{ C}$
Josephson-Konstante (CODATA 2014)	$K_J = 483\,597.8525 \times 10^9 \text{ Hz V}^{-1}$
Plancksches Wirkungsquantum	$\hbar = 6.582\,119\,514 \times 10^{-16} \text{ eVs}$
Boltzmann-Konstante	$k_B = 1.380\,648\,52 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Dielektrizitätskonstante	$\epsilon_0 = 8.854\,187\,817 \times 10^{-12} \text{ C V}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Dielektrizitätskonstante von GaAs	$\epsilon_r = \approx 13$

Symbolverzeichnis

A_{TR}	Transresistenz des ULCA's
C_S	Kapazität des linken Tunnelkontaktes
C_D	Kapazität des rechten Tunnelkontaktes
C_{SG}	Kapazität des Steurgates
C_Σ	Gesamtkapazität des idealisierten QPs
E_F	Ferminiveau
E_i	Einteilchenenergien
E_L	Ladeenergie
E_C	Leitungsband
$E_{top}(t)$	Höhe der Eingangspotentialbarriere
E_0	Offset der Höhe der Eingangspotentialbarriere
E_V	Valenzband
f	Frequenz, Pumpfrequenz
$f(y)$	Mathematische Funktion zum Modell der Messgröße
I	Strom
I_c	kritischer Strom eines Josephsonkontaktes
$\langle n \rangle$	Anzahl der durchschnittlich transferierten Elektronen
n_S	Ladungsträgerdichte
k	Erweiterungsfaktor
P_0	Rate eines verlorenen Elektrons
P_2	Rate eines zweiten Elektrons
P_{err}	gesamte theoretisch abgeleitete Fehlerrate
P_n	Besetzungswahrscheinlichkeit des n -ten Energieniveaus eines QPs
P_{Gain}	Gainfehler des ULCA's
\bar{q}	Mittelwert der Einzelmessungen
q_k	Einzelmessung
r	Amplitudenverhältnis des Modulationspulses am ersten und zweiten Gate
R_T	Tunnelwiderstand
R_w	Kabelisolationswiderstand
R_{in}	Eingangswiderstand des ULCA's
T	Temperatur
t_0	Zeitpunkt des Verlassens des adiabatischen Gleichgewichts, Energieniveaus kreuzen das Ferminiveau der Zuleitung
t_0	Zeitpunkt, an dem die Spannungsrampe beginnt (Kapitel 6)
t_b	Zeitpunkt, an dem die Energieniveaus das Ferminiveau kreuzen
t_c	Entkopplungszeitpunkt des QPs
t_{wait}	Dauer der Einladephase im Modulationspuls
t_{ramp}	Dauer der Spannungsrampe im Modulationspuls

U	erweiterte Unsicherheit
u_c	kombinierte Standardunsicherheit
u_k	kombinierte Standardunsicherheit
U_l	linke Gatespannung
U_r	rechte Gatespannung
U_n	Grundzustandsenergie des mit n Elektronen besetzten QPs
U_{SD}	Biasspannung
U_{SG}	Steuergatespannung
U_1	Gatespannung am linken Gate
U_2	Gatespannung am rechten Gate
U_1^{dc}	DC Spannung des linken Gates
U_1^{ac}	AC Spannungsmodulation des linken Gates
U_2^{dc}	DC Spannung des rechten Gates
U_2^{ac}	AC Spannungsmodulation des rechten Gates
U_2^{best}	rechte Gatespannung an dem Punkt, wenn sich die Fehler P_0 und P_1 genau aufheben
$U_2^{(1)}$	rechte Gatespannung in der Mitte der ersten Stufe
$U_2^{(2)}$	rechte Gatespannung in der Mitte der zweiten Stufe
U_S	Position der ersten Stufe
U_T	Position der zweiten Stufe
$U_{KS34410A}$	Spannungsmessung am Keysight 34410A
u_{x_i}	beigeordnete Standardunsicherheit der Eingangsgröße X_i
v_τ	Entkopplungsgeschwindigkeit
X_i	Eingangsgröße im mathematischen Modell der Messgröße
x_i	Schätzwert der Eingangsgröße X_i im mathematischen Modell der Messgröße
Y	Ausgangsgröße im mathematischen Modell der Messgröße
y	Schätzwert der Ausgangsgröße Y im mathematischen Modell der Messgröße
α_S	Fitparameter des Modells [33], zum Beschreiben der Schulter des ersten Plateaus
α_T	Fitparameter des Modells [33], zum Beschreiben des Auslaufens des ersten Plateaus
α_{DC}	Fitparameter des Zerfallsratenmodells [32]
α_n	Fitparameter aus dem Zerfallsratenmodell
α_{1p}	Hebelwirkung der linken Gatespannung U_1 auf das Energieniveau
α_{1b}	Hebelwirkung der linken Gatespannung U_1 auf die linke Barrierenhöhe
α_{2p}	Hebelwirkung der rechten Gatespannung U_2 auf das Energieniveau
α_{2b}	Hebelwirkung der rechten Gatespannung U_2 auf die linke Barrierenhöhe
δ_j	Fitparameter aus dem Zerfallsratenmodell
Δ_{ptb}	Maß für die Veränderung der Höhe des Energieniveaus im Vergleich zur Barrierenänderung
Δ_b	Energieskala, die von der Form der Tunnelbarriere abhängt
η	Gütefaktor des phänomenologischen Ansatzes

$e\phi_n$	elektrostatiches Potential des QPs
ε	Höhe des Energieniveaus im QP
ε_c	Höhe des Energieniveaus des QPs zum Zeitpunkt der Entkopplung
$\varepsilon_1(t)$	langsam entkoppelndes Energieniveau
$\varepsilon_2(t)$	schnell entkoppelndes Energieniveau
Γ_2	Tunnelrate des zweiten Energieniveaus
Γ_1	Tunnelrate des ersten Energieniveaus
Γ_n	Tunnelrate zwischen n -tem Energieniveau und der Zuleitung Source
Γ_c	Maß für Quantenfluktuationen im Modell von [34]
$\Delta\mu$	Additionsenergie
μ_{QP}	elektrochemisches Potential des QPs
$\mu_1(t)$	Höhe des ersten Energieniveaus
μ_0	Offset der Höhe des ersten Energieniveaus
μ	Elektronenmobilität
τ	Zeitfenster innerhalb dessen die Tunnelrate auf ihr $1/e$ -faches abgefallen ist