
Ausmischverluste und instationärer Arbeitsumsatz in Turbinen

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing. Marc Heinz-Otto Biester
geboren am 04. April 1984
in Gehrden

2016

Vorsitzende: Prof. Dr.-Ing. Annika Raatz
1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seume
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Reinhard Niehuis
Tag der Promotion: 07. Oktober 2016

Zusammenfassung

Aus den Impulsverlusten aufgrund von Scherung an den Festkörperwänden und der Ablösung an der Hinterkante einer Turbinenschaufel entsteht ein Verlustgebiet, welches als Nachlauf bezeichnet wird. Dieses wird durch die Schaufelreihen der Turbine transportiert und mischt aus. Die dabei wirkenden Mechanismen sind nur unzureichend erforscht. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher, das Verlustverhalten zu analysieren, durch Kennzahlen zu beschreiben und zu zeigen, ob und wie eine Wirkungsgradsteigerung durch Beeinflussung der Nachlaufausmischung möglich ist.

Die dafür entwickelten und in dieser Arbeit vorgestellten Methoden ermöglichen eine genaue Analyse des instationären Strömungsfeldes, eine Abschätzung der Mischungsverluste und damit eine Identifikation der wirkenden Mechanismen. Zur Separierung der dominierenden Effekte wird darüber hinaus ein neuartiges analytisches Modell hergeleitet, welches die Charakteristiken eines Nachlaufs bei dem Transport in einem umlenkenden Gitter eindimensional beschreibt. Die Verfahren werden zunächst exemplarisch auf einen Referenzfall angewandt und die Ergebnisse diskutiert. Anschließend wird basierend auf den gewonnen Erkenntnissen eine Korrelationsanalyse durchgeführt, bei der die lokale Schaufelbelastung eines Stators und damit die Orientierung des Nachlaufs in dem Schaufelzwischenraum variiert wird. Die integralen Charakteristiken der analysierten Stufe werden dabei nicht verändert.

Die Ergebnisse zeigen, dass eine Ausmischung in einer umlenkenden Schaufelreihe mit einer Zunahme der nachlaufspezifischen Ausmischverluste von ca. 60 % bis 120 % im Vergleich zu der Ausmischung in einer ungestörten Umgebung verknüpft ist. Dabei können zwei in der Tendenz gegenläufige Mechanismen nachgewiesen werden. Die (dominierende) Verlustzunahme folgt aus der Verzerrung des Nachlaufsegments in der Passage. Dieser Verlustzunahme wirkt ein instationärer Arbeitstransport entgegen, der zu einer Zunahme der Totalenthalpie im Nachlaufsegment führt und damit verlustmindernd ist. Auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse werden Empfehlungen für die Auslegung und Gestaltung von Turbinenprofilen abgeleitet und Kennzahlen zur Abschätzung der Intensität der Effekte vorgeschlagen. Es kann gezeigt werden, dass das Konzept der hochumlenkenden Schaufel einer effizienten Nachlaufausmischung entgegensteht.

Abstract

The wake of a turbine blade or vane is the result of losses generated in the boundary layer as well as trailing-edge separation. Mixing takes place and the wake diminishes when transported through the downstream stages. This process, however, differs strongly from what can be observed for wake mixing in an undisturbed environment. The aim of this work is therefore to analyze the mechanisms acting on a wake when convected in a highly turned and accelerated flow, identify figures of merit to assess the loss related to the unsteady wake mixing, and find an answer to the question if and how a reduction of wake-mixing related loss is possible.

Different methods are developed in order to quantify the losses which can be attributed to wake mixing in an environment as described above. A one-dimensional analytical model is derived to separate and analyze the impact of the acting mechanisms. All procedures are applied to a reference case and the results are discussed. Based on the findings, a correlation analysis is performed where the pressure distribution and therefore the orientation of the wake is varied locally while the overall characteristic of the stage is kept constant.

The results show that the mixing in a highly-turning vane leads to an increase in mixing loss of 60 % to 120 % compared to the mixing of a wake in an undisturbed environment. Two opposing effects can be identified. The stretching and compression of the wake in the cross-sectional area causes an increase in loss. The wake segment itself, however, leads to a disturbance in static pressure which in turn allows the transfer of total enthalpy from the surrounding fluid into the wake. This reduces losses associated with the mixing of the wake segment. Based on the findings of the correlation analysis recommendations are made to reduce the wake-mixing loss. It can be shown that the concept of highly turning blades causes an increase in losses associated with wake mixing.

Englischer Titel: Mixing Loss and Unsteady Work in Turbines

Schlagwörter: Nachlauf, instationär, Turbine, Arbeitsumsatz, Ausmischverlust

Keywords: Wake, Unsteady Work, Turbine, Mixing loss

Gewidmet Heinz-Otto Biester

Danksagung

An dieser Stelle bedanke ich mich herzlichst bei all denen, die zu dem Entstehen dieser Arbeit beigetragen haben. Der größte Dank gilt dabei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg R. Seume zum einen für die Möglichkeit die Arbeit an dem von ihm geleiteten Institut durchführen zu dürfen und zum anderen für die Förderung, Ideen und fruchtbaren Diskussionen bei der Umsetzung. Dank gilt dabei auch Herrn Dr.-Ing. Joachim Runkel für die Möglichkeit der Teilnahme an zahlreichen Weiterbildungsmaßnahmen und die daraus resultierende inhaltliche Bereicherung dieser Arbeit. Ein besonderer Dank gebührt der MTU Aero Engines AG für die sehr gute Zusammenarbeit, die gegebenen Anreize und die anteilige Finanzierung der Forschungsarbeit. Dabei sei insbesondere das Engagement von Herrn Dr.-Ing. Yavuz Gündogdu erwähnt, der das Vorhaben während der gesamten Zeit begleitet hat. Dank gilt auch dem Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie, welches durch die entsprechenden finanziellen Förderprogramme diese Arbeit erst ermöglicht hat. Herrn Prof. Dr.-Ing. Reinhard Niehuis danke ich für die Übernahme des Korreferats und Frau Prof. Dr.-Ing. Annika Raatz für die Übernahme des Vorsitizes in dem Promotionsverfahren sowie das Interesse an meiner Arbeit.

Meinen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik danke ich für die Hilfsbereitschaft, die zahlreichen Diskussionen und die überaus angenehme Arbeitsatmosphäre. Ein besonderer Dank gilt dabei Herrn Benedikt Ernst, Herrn Michael Henke, Herrn Dr.-Ing. Florian Herbst und Herrn Jan Winstroth für die Anregungen und Denkanstöße.

Herrn Dr.-Ing. Martin Rose danke ich für den fruchtbaren Austausch und die ergebnisoffenen Diskussionen über das Thema der Arbeit. Mein Dank gilt auch Frau Dr. rer. nat. Christina Brumshagen für das Korrekturlesen der Arbeit. Dem Leibniz Universität IT Service sowie dem Norddeutschen Verbund für Hoch- und Höchstleistungsrechnen danke ich für die gute Zusammenarbeit und die Bereitstellung der Rechenressourcen. Ein herzlicher Dank gilt dem deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt für die Zurverfügungstellung des Strömungslösers sowie dem von Karman Institut für die Bereitstellung der Optimierungssoftware. Zu guter Letzt bedanke ich mich bei den vielen Studenten, die im Rahmen von Studienarbeiten und als wissenschaftliche Hilfskräfte an dem Thema der Arbeit mitgewirkt haben.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Tabellenverzeichnis	ix
Formelzeichen	xi
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit	2
2 Energietransport und Verluste in Turbomaschinen	3
2.1 Verlustdefinition	3
2.2 Verlustentstehung	4
2.3 Verlustbehaftete Strömungen in subsonischen Turbinen	6
2.3.1 Einteilung	6
2.3.2 Grenzschichtströmung	7
2.3.3 Sekundärströmungen	8
2.3.4 Dichtungsleckage	11
2.3.5 Nachlaufströmung	11
2.4 Energiewandlung in Turbomaschinen	18
2.4.1 Notwendigkeit der Instationarität	18
2.4.2 Mechanismus der Energieteilung	18
2.4.3 Quellen instationären Drucks im Schaufelzwischenraum von subsonischen Turbinen	22
2.5 Schlussfolgerungen	26
3 Versuchsbeschreibung	27
3.1 Experimentelle Referenz	27
3.1.1 Beschreibung und Einordnung	27
3.1.2 Strömungsfeld und Eignung der Maschine für die Untersuchungen	29
3.1.3 Validierung	33
3.2 Numerischer Testfall	38
4 Numerische Strömungssimulation	41
4.1 Navier-Stokes'sche Gleichungen und Zustandsgleichungen	41
4.2 Diskretisierung	42
4.3 Turbulenz	43

4.3.1	Größenskalen	43
4.3.2	Statistische Betrachtung	44
4.3.3	Modellierung	44
4.4	Randbedingungen	46
4.5	Verwendeter Strömungslöser	47
4.6	Netztopologie, zeitliche Diskretisierung und Konvergenzkriterien	48
4.7	Fehlerabschätzung und Analyse der Unsicherheit	50
5	Methoden	55
5.1	Vorbemerkung	55
5.2	Modell zur Beschreibung des Nachlaufverhaltens	55
5.2.1	Modellierte Mechanismen	55
5.2.2	Längung bzw. Stauchung des Nachlaufs aufgrund geometrischer Randbedingungen	56
5.2.3	Verzerrung des Nachlaufs aufgrund der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Druck- und Saugseite	58
5.2.4	Stauchung des Nachlaufs aufgrund des <i>Negative-Jet</i>	59
5.2.5	Transformation der Nachlaufströmung	60
5.2.6	Turbulentes Ausmischen des Nachlaufs	61
5.2.7	Bildung des Gesamtmodells	63
5.2.8	Verlustabschätzung	64
5.2.9	Bestimmung der Eingangsparameter	65
5.3	Methodik der Lagrange'schen Analyse	68
5.4	Verlustaufteilung	68
5.4.1	Verluste innerhalb des Schaufelkanals	68
5.4.2	Ausmischverluste	70
5.5	Korrelationsanalyse	72
5.5.1	Parametrisierung und Geometrie	72
5.5.2	Eingrenzung und Betriebspunkt	73
5.5.3	Eingesetztes Optimierungsverfahren	73
5.6	Deskriptive Statistik	74
6	Transportmechanismen im Nachlauf	77
6.1	Nachlaufkonvektion und -deformation	77
6.2	Diskussion der Randbedingungen des analytischen Modells	81
6.3	Ergebnisse des analytischen Modells	81
6.3.1	Untersuchte Varianten	81
6.3.2	Analyse der Längenänderung	82
6.3.3	Analyse des Geschwindigkeitsdefizits	83
6.3.4	Verlustenstehung	83
6.3.5	Zusammenfassung und Interpretation	84
6.4	Nachweis der Energieteilung	85
6.4.1	Zeitgemittelte Betrachtung: Existenz der Energieteilung	85
6.4.2	Zeitdiskrete Lagrange'sche Betrachtung: Verlauf der Energieteilung	88

6.5	Wirkmechanismus der Energieteilung	92
6.6	Übertragbarkeit der Ergebnisse	98
6.7	Überlagerung mehrerer Nachläufe	100
7	Ergebnisse der Korrelationsanalyse	101
7.1	Korrelationsanalyse der Stufencharakteristik und isentropen Mach-Zahl Verteilung	101
7.2	Korrelationsanalyse des Verlustverhaltens des Rotornachlaufs	105
7.3	Korrelationsanalyse der Ausmischverluste und des instationären Arbeit- sumsatz	108
7.4	Korrelationsanalyse der Profilverluste	111
7.5	Zusammenfassung	113
7.6	Vergleich charakteristischer Profilgeometrien	114
8	Schlussfolgerungen und Ausblick	119
8.1	Kurzfassung	119
8.2	Schlussfolgerungen und Empfehlungen für die Auslegung	120
8.3	Ausblick	121
	Literaturverzeichnis	123
A	Ergänzende Ausführungen	139
A.1	Modell zur Bestimmung der Ausmischverluste	139
A.1.1	Drallfreie Strömung	139
A.1.2	Drallbehaftete Strömung	142
A.2	Herleitung der Notwendigkeit einer instationären Strömung	144
A.3	Aufteilung der Energiegleichung und Entropiegenerierung	145
A.4	Analytische Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf . . .	147
A.5	Verhalten des Nachlaufs bei einer Querschnittseinschnürung des Kanals .	148
A.6	Gesamtheit des Gleichungen zur analytischen Beschreibung des Nachlauf- Modells	150
A.6.1	Gleichung zur Bestimmung des relativen Geschwindigkeitsdefizits nach Hill (1962) und Hill et al. (1963)	150
A.6.2	Gleichung zur Bestimmung der Wirbelviskosität	150
A.6.3	Gleichung zur Beschreibung der Geschwindigkeitsverhältnisse . . .	150
A.6.4	Gleichung zur Beschreibung der Nachlaufstauchung durch den <i>Negative- Jet</i>	150
A.6.5	Gleichung zur Bestimmung der von einem Partikel benötigten Zeit für das Durchströmen der Passage	150
A.6.6	Gleichung zur Bestimmung der Länge des Nachlaufsegments am Eintritt	151
A.6.7	Gleichung zur Bestimmung der Länge des Nachlaufsegments am Austritt	151
A.7	Insgesamt mit dem Rotornachlauf verknüpfte Verluste	151
A.8	Messunsicherheit der isentropen Mach-Zahl	152

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

2.1	Verluste im Mittenschnitt von subsonischen Turbinen bei einer Reynolds-Zahl von $Re \approx 200.000$ nach Banieghbal et al. (1995).	6
2.2	Skizze des Hufeisenwirbelsystems nach Sabatino und Smith (2009) (Darstellung oben links) und Wirbelstrukturen im Seitenwandbereich nach Kawai et al. (1990) (rechts).	10
2.3	Abklingverhalten des Nachlaufs berechnet nach Tennekes und Lumley (1972) mit Daten aus Lou und Hourmouziadis (2000).	12
2.4	<i>Negative-Jet</i> Effekt (a) und Visualisierung des Nachlaufs durch Bereiche hoher Entropie in einer Turbine (b) aus Biester et al. (2013a).	14
2.5	Relativer Totaldruckverlust über ein Turbinenprofil	16
2.6	Stromlinien im Relativsystem des Nachlaufs sowie Zyloide eines Nachlaufnahen Partikels (oben) und auf dieses Partikel wirkendes instationäres Druckfeld (unten) nach Kurosaka et al. (1987).	20
2.7	Längemaß und Frequenz von in Turbomaschinen auftretenden instationären Effekten nach R. S. Abhari in LaGraff et al. (2006).	23
2.8	Nachlaufinduzierte Sekundärwirbel zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 nach Biester et al. (2012).	23
2.9	Weg-Zeit-Diagramme des instationären Drucks $p' = p - \bar{p}$ im Mittenschnitt auf der Saugseite eines Stators in der in Abschn. 3.1.1 beschriebenen $1\frac{1}{2}$ -stufigen Versuchsturbine für unterschiedliche Axialabstände aus Biester et al. (2013a).	25
2.10	Statische Druckverteilung und Amplitude der Druckfluktuationen auf der Druckseite und Saugseite des zweiten Stators in Abhängigkeit von der axialen Sehnenlänge.	25
3.1	Schnittbilder der Beschau felung und Nomenklatur (a), Bild der untersuchten Maschine (b) sowie Meridionalansicht des Strömungskanals und untersuchter Bereich (c, aus Biester et al. 2011b).	27
3.2	Einordnung und Vergleich von Turbinen vergleichbar mit der Referenzmaschine (h) im Smith-Diagramm. Linien konstanten isentropen Wirkungsgrads η_{is} in % aus Smith (1965), Einteilung in Hochdruckturbine <i>HDT</i> und (Getriebe)-Niederdruckturbine (<i>G</i>) <i>NDT</i> aus Hourmouziadis (1989).	30
3.3	Zeit- und Umfanggemittelte Entropie s (a), Abströmwinkel β (b) und radiale Komponente der Geschwindigkeit u_R (c) in der Messebene stromab des Rotors auf Basis der Daten von Biester et al. (2013b).	31
3.4	Vergleich der Amplitude der Druckschwankungen auf der Oberfläche des zweiten Stators einer vollen und einer quasi 3D-Berechnung.	32

Abbildungsverzeichnis

3.5	Visualisierung der Nachläufe in der Versuchsturbine.	32
3.6	Vergleich der berechneten und gemessenen normierten isentropen Mach-Zahl Verteilung auf der ersten und zweiten Leitschaufel für die angegebenen Axialspaltweiten mit Daten aus Henke et al. (2016).	34
3.7	Weg-Zeit Diagramm der Druckschwankung $p - \bar{p}$ auf dem zweiten Stator der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten Versuchsturbine bei dem in Tab. 3.2 mit A gekennzeichneten Betriebspunkt. Die Messunsicherheit beträgt 52 Pa.	36
3.8	Weg-Zeit Diagramm der Druckschwankung $p - \bar{p}$ auf dem zweiten Stator der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten Versuchsturbine bei dem in Tab. 3.2 mit B gekennzeichneten Betriebspunkt. Die Messunsicherheit beträgt 52 Pa.	37
4.1	Netz der in Kap. 3 beschriebenen Turbinen. Obige Darstellung zeigt die in Abschn. 3.2 vorgestellte vereinfachte Konfiguration, die untere Darstellung die in Abschn. 3.1.1 vorgestellte Referenzmaschine (letztere aus Biester et al. 2011b).	49
4.2	Netzabhängigkeit des isentropen Wirkungsgrads η_{is}  und Totaldruckverlustbeiwert des Rotors $\zeta_{int,R}$  sowie deren extrapoliertes Wert (--- bzw. ---).	52
5.1	Zusammenhänge zur Bestimmung der Längen und Winkel von einem in eine Schaufelpassage ein- und austretenden Nachlaufsegment. Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu.	57
5.2	(a) Zeit Δt eines Partikels für das Durchströmen des Schaufelkanals des zweiten Stators und (b) isentrope Mach-Zahl Verteilung an Druck- und Saugseite.	59
5.3	Versuchsaufbau von Hill (1962) und Hill et al. (1963) (a) und Überführung der Turbinenströmung in ein vereinfachtes Modell (b) angelehnt an van Zante et al. (2002). In dem Versuch von Hill (1962) und Hill et al. (1963) wird ein Nachlauf längs zur Strömungsrichtung eingebracht, in der Turbine bewegt sich dieser annähernd quer zur Strömungsrichtung. Die Stauchung des Nachlaufs von L_1 auf L_2 ist jedoch für beide Varianten ähnlich.	61
5.4	Modellierte Längenänderung des Nachlaufsegments im Schaufelzwischenraum und Lage von x_M	63
5.5	Verteilung des Totaldrucks (a), der Geschwindigkeit (b) und der Entropie (c) im Nachlauf \blacklozenge und in der freien Strömung \circ sowie deren Massenstrom gewichtetes Mittel (..... bzw. —) stromab des Rotors im Relativsystem. Der Nachlauf wird durch das Kriterium $p_{t,NL} = F_{NL}\bar{p}_t^M$ (\bar{p}_t^M : ---) bestimmt, die Symmetrieachse des Nachlaufs durch Ermittlung von Δs_{\max}	67
5.6	Nomenklatur und Auswertebenen	69
5.7	Schematische Darstellung der im Stators auftretenden Verluste bei numerischen Simulationen mit den aufgeführten Randbedingungen.	71
5.8	Freiheitsgrade der einzelnen Parameter (a-c) und resultierende Profile bei Berücksichtigung der Beschränkung $\Delta\alpha_{\text{abs},1} \leq \pm 0,5^\circ$ (d).	73

6.1	Verteilung des Geschwindigkeitsdefizits $\Delta u_{\text{CFD}} = u - \bar{u} $ in der Passage als Maximalwert und instantaner Wert. Zur Sichtbarmachung des Nachlaufs sind Linien konstanter Entropie überlagert.	78
6.2	Modellierte relative Längenänderung durch geometrische Randbedingungen (a) sowie durch den <i>Negative-Jet</i> (b), Geschwindigkeitsdefizit im Nachlauf (c), Geschwindigkeitsgradient normal zur Mittelachse des Nachlaufs (d), Dissipationsfunktion nach Gl. (2.13) (e) und Wirbelviskosität (f) für die unterschiedlichen Szenarien.	80
6.3	Zeitliches Mittel der Totaltemperatur der zeitdiskreten Simulation (a) und der stationären Simulation mit Ausmischebene (b) sowie Maximalwerte der Entropie der zeitdiskreten Simulation und Linien der mittleren Totalenthalpie (c).	86
6.4	Trajektorie von Partikeln im Nachlauf und in der freien Strömung	88
6.5	Totalenthalpie der im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) befindlichen Partikel	90
6.6	Wert des Integrals des instationären Druckterms der im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) befindlichen Partikel	91
6.7	Entropie der im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) befindlichen Partikel	92
6.8	Instantaner Wert des zeitlichen Druckgradienten als Kontur, Isolinien der Entropie und Vektoren der Differenzgeschwindigkeit $u_i - \bar{u}_i$ für den Zeitpunkt $\frac{t_1}{T} = 0,28$. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.	93
6.9	Instantaner Wert des zeitlichen Druckgradienten als Kontur, Isolinien der Entropie und Vektoren der Differenzgeschwindigkeit $u_i - \bar{u}_i$ für unterschiedliche Zeitpunkte. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.	94
6.10	Skizze der sich aus dem Nachlauf ergebenden Druckänderung auf der Saugseite. Die Bewegung des Nachlaufs in Strömungsrichtung führt für einen ortsfesten Betrachter zu den gezeigten zeitlichen Druckgradienten. .	96
6.11	Instantaner Wert der Druckschwankung $\Delta p = p - \bar{p}$ (Kontur) sowie Isolinien der Entropie für unterschiedliche Zeitpunkte. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.	97
6.12	Instantaner Wert der Druckschwankung $\Delta p = p - \bar{p}$, Isolinien der Entropie und Vektoren der Differenzgeschwindigkeit im Mittenschnitt des zweiten Stators der Versuchsturbine aus Abschn. 3.1.1 für unterschiedliche Zeitpunkte. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen. 99	
7.1	Variation der isentropen Mach-Zahl Verteilung und theoretische zeitlichen Differenz von an Druck- bzw. Saugseite eintretenden Partikeln aller für die Korrelationsanalyse verwendeten Varianten. Die Verteilung der Referenzgeometrie ist durch — gekennzeichnet.	102

7.2	Variation der äquivalenten Durchfluss- und Leistungszahl, des Reaktionsgrads und der kompressiblen Zweifel-Zahl des Stators bei Einhaltung der in Abschn. 5.5 beschriebenen Bedingung von $\Delta\alpha_{\text{abs},1} \leq \pm 0,5^\circ$	103
7.3	Zunahme der Entropie über den Rotor Δs_{01} in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, Strömungswinkel stromauf des Stators $\alpha_{1,\text{abs}}$ in Grad, im Rotornachlauf bei der Konvektion durch den Stator auftretende Verluste $\Delta s_{\text{RNL},12}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, Ausmischverluste durch den Rotornachlauf stromab des Stators $\Delta s_{\text{RNL},2}^X$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ und zusätzlicher relativer Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\Delta s_{\text{IM,rel}}$	106
7.4	Zusätzlicher relativer Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ gemäß Gl. (5.33), Änderung der Totalenthalpie der im Abschnitt 0,25 $\geq \frac{y}{P} < 0,5$ in die Passage des Stators eintretenden Nachlaufpartikel $\frac{\Delta h_{t,\text{NL}}}{(\omega R)^2}$, theoretische zeitliche Differenz von an Druck- und Saugseite eintretender Partikel Δt_{th} in s gemäß Gl. (5.9), Ausmischverluste des Rotornachlaufs im Stator im Verhältnis zu den gesamten durch den Rotornachlauf auftretenden Verlusten s_{loc} gemäß Gl. (5.34) sowie Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{\text{abs},1}$ in Grad.	109
7.5	Profilverluste im Stator $\Delta s_{\text{GSs},12}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, zusätzlicher relativer Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\Delta s_{\text{IM,rel}}$, Maximalwert der Verteilung der isentropen Mach-Zahl der Individuen $\frac{\text{Ma}_{\text{is,max}}}{\text{Ma}_{\text{is,ref}}}$ und Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{\text{abs},1}$ in Grad.	112
7.6	Geometrie der verglichenen Profile	114
7.7	Verteilung der isentropen Mach-Zahl (a, b) und daraus berechnete Zeit t_{th} , die ein an der Druck- und Saugseite eintretendes Partikel für das Durchströmen der Passage benötigt (c).	116
A.1	Analysiertes Kontrollvolumen	141
A.2	Nachlauf gemäß Gl. (A.45) mit Daten aus Lou und Hourmouziadis (2000) für einen Abstand von $3.000\delta_{2,\text{NL}}$ (a) und Abstand $\frac{x}{\delta_{2,\text{NL}}}$, bei dem das Geschwindigkeitsdefizit des Nachlaufs u_s den angegebenen Anteil von u_∞ erreicht.	148
A.3	Schematische Darstellung des Verhaltens des Nachlaufs bei einer Querschnittsänderung	149
A.4	Durch die Ausmischung des Rotornachlaufs entstehende Verluste bezogen auf den insgesamt über den Rotor generierten Verluste Δs_{01} für Ausmischung in einer ungestörten Umgebung und in einem umlenkenden Schaufelgitter.	152

Tabellenverzeichnis

2.1	Charakteristische Kennzahlen zu den in Abb. 2.5 gezeigten Messungen von Hodson und Dawes (1998), Funazaki et al. (1997, 1999) sowie Stadtmüller und Fottner (2001). Zur Bestimmung der Kenngrößen entsprechend den angegebenen Definitionen wurden im Fall von Hodson und Dawes (1998) auf Angaben zu dem Versuchsaufbau von Curtis et al. (1997), Schulte und Hodson (1998) und Stieger und Hodson (2005) zurückgegriffen.	15
3.1	Auslegungspunkt und Randbedingungen	28
3.2	Kennwerte der für die Validierung verwendeten Betriebspunkte.	34
3.3	Kenngrößen und Details des vereinfachten Turbinenmodells.	38
4.1	Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie	51
6.1	Zusammenfassung der im Modell ermittelten charakteristischen Kenngrößen.	82
7.1	Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der angegebenen Größen.	102
7.2	Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.2 gezeigten Größen.	103
7.3	Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.3 dargestellten und weiterer Größen.	107
7.4	Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.4 gezeigten Größen.	110
7.5	Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.5 gezeigten Größen.	111

Tabellenverzeichnis

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
a	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Schallgeschwindigkeit	Gl. (5.6)
A	m^2	Fläche	
$AVDR$		<i>Axial Velocity Density Ratio</i>	$AVDR = \frac{\rho_2 u_{ax,2}}{\rho_1 u_{ax,1}}$
b	m	Breite des Nachlaufs	Gl. (5.14)
BPF	$\frac{1}{\text{s}}$	<i>Blade Passing Frequency</i> , Blattwechsel- frequenz	$BPF = \omega N$
c_w		Widerstandsbeiwert	Gl. (2.20)
d	m	Charakteristische Länge	
D		Relatives Geschwindigkeitsdefizit	$D = \frac{\Delta u}{u}$
e_t	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$	Spezifische totale Energie	Gl. (4.1)
E_{in}	J	Innere Energie	
E_{kin}	J	Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} mu^2$
E_{pot}	J	Potentielle Energie	$E_{pot} = mgz$
\underline{F}_k		Vektor der konvektiven Flüsse	Siehe Abschn. 4.1
\underline{F}_v		Vektor der viskosen Flüsse	Siehe Abschn. 4.1
f	$\frac{1}{\text{s}}$	Frequenz	
f_1, f_2		Bewertungsgröße zur Bestimmung des <i>GCI</i>	Gl. (4.12)
g	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Gravitationskonstante	
G	-	Beliebige Größe	
GCI		<i>Grid-Convergence Index</i>	Gl. (4.12)
H	J	Enthalpie	Gl. (2.1)
H_{12}, H_{32}		Formparameter	Gl. (2.17)
h_t	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$	Massenspezifische Totalenthalpie	Gl. (2.2)
h_K	m	Kanalhöhe	
k^*	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$	Spezifische turbulente kinetische Ener- gie	Gl. (4.9)
k_i	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Vektor der Körperkraft	

Formelzeichen

L	m	Länge	
ΔL_{NJ}	m	Längenänderung aufgrund des <i>Negative-Jet</i>	Gl. (5.10)
l	m	Sehnenlänge	
l_{ax}	m	Axiale Sehnenlänge	
l_m	m	Mischungsweglänge	Gl. (5.15)
L_1	m	Länge des Nachlaufsegments am Eintritt in die Passage	Gl. (5.2)
L_2	m	Länge des Nachlaufsegments am Austritt aus der Passage	Gl. (5.3)
m	kg	Masse	
\dot{m}	$\frac{\text{kg}}{\text{s}}$	Massenstrom	
Ma		Mach-Zahl	$\text{Ma} = \frac{u}{\sqrt{\kappa R_{\text{Gas}} T}}$
n	$\frac{1}{\text{min}}$	Drehzahl	
n_i		Komponenten des Normalenvektors	
N		Anzahl der Schaufeln	
p, p_t	Pa	Statischer und totaler Druck	
P	m	Teilung des Profils	
\underline{Q}		Quellvektor	Siehe Abschn. 4.1
q	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$	Spezifischer Wärmefluss	$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$
R	m	Radius	
R_{Gas}	$\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	Spezifische Gaskonstante	
r		Reaktionsgrad	$\frac{\Delta h_{\text{is},r}}{\Delta h_{\text{is},\text{stufe}}}$
Re		Reynolds-Zahl	Gl. (2.14)
S	$\frac{\text{J}}{\text{K}}$	Entropie	Gl. (2.11)
s	$\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	Spezifische Entropie	Gl. (2.7)
s_{gen}	$\frac{\text{Pa}}{\text{s K}}$	Spezifische Entropiegenerierung	Gl. (2.13)
s_l	m	Lauflänge der umströmten Fläche	
s_w	m	Umfang des Wirbels	Abb. 2.8
Str		Strouhal-Zahl	$\frac{f l_{ax}}{u_{\text{aus,abs}}}$
t	s	Zeit	
t_{th}	s	Theoretische Laufzeit	Gl. (5.8)
T, \tilde{T}	K	Temperatur; Mittlere Temperatur am Ende der Zustandsänderung	Gl. (2.8)
T	s	Periode	
u	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Geschwindigkeit	
u_τ	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Wandschubspannungsgeschwindigkeit	$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$

V		Volumen	
\underline{W}		Vektor der Erhaltungsgrößen	Siehe Abschn. 4.1
w	$\frac{\text{J}}{\text{kg}}$	Spezifische technische Arbeit	$w = \frac{\dot{W}}{\dot{m}}$
x_{ax}	m	Axiale Position	
x_i	m	Vektor der kartesischen Koordinaten	
x_M	m	Axiale Position, an welcher der Nachlauf senkrecht zur Oberfläche der Schaufel steht ($\alpha_{\text{NL}} = \frac{\pi}{2}$)	Abb. 5.4
x, y, z	m	Kartesische Koordinaten	
y^+		Dimensionsloser Wandabstand	$y^+ = \frac{u_{\tau} y \rho}{\eta}$
z_i		Unsicherheit	
Z_w		Zweifel-Zahl nach Gier et al. (2010)	Gl. (7.1)
Z	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	Zirkulation	Gl. (2.24)

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung	Definition
α	°	Strömungswinkel	
β_s	°	Staffelungswinkel	
δ_{ij}		Kronecker-Delta	
δ_1	m	Verdrängungsdicke	Gl. (2.15)
δ_2	m	Impulsverlustdicke	Gl. (2.16)
δ_3	m	Energieverlustdicke	Gl. (2.16)
η	Pa s	Dynamische Viskosität	
η_{is}	$\frac{\text{Pa}}{\text{s}}$	Isentroper Wirkungsgrad	
η_T	$\frac{\text{Pa}}{\text{s}}$	Wirbelviskosität	
ϵ	$\frac{\text{m}}{\text{s}^3}$	Spezifische turbulente Dissipation	Gl. (4.10)
Γ	°	Winkel der Oberflächentangente im engsten Querschnitt (<i>Gage-Angle</i>)	Abb. 7.6
κ		Isentropenexponent	
λ	$\frac{\text{W}}{\text{m K}}$	Spezifische Wärmeleitfähigkeit	
ν	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	Kinematische Viskosität	
ν		Relativer Radius	$\nu = \frac{R}{R_a}$
ω	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$	Winkelgeschwindigkeit	
ω	$\frac{1}{\text{s}}$	Spezifische turbulente Dissipation	Gl. (4.11)

Formelzeichen

Φ	$\frac{\text{Pa}}{\text{s}}$	Dissipationsfunktion	$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$
ϕ		Durchflusszahl	$\frac{u_{ax}}{\omega R}$
Ψ		Leistungszahl	$\Psi = \frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$
ρ	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Dichte	
σ		Standardabweichung; Schließungskoeffizient	Gl. (5.37)
τ_{ij}	Pa	Scher- oder Reibspannungstensor	
τ_w	Pa	Wandschubspannung	
ζ_t		Totaldruckverlust-Beiwert	$\zeta_t = \frac{p_{t,\text{Ein}} - p_{t,\text{Aus}}}{p_{t,\text{Ein}} - p_{\text{Aus}}}$
ζ	m	Hilfskoordinate	Gl. (A.26)

Tiefgestellte Indizes

Index	Bedeutung
∞	Größe der ungestörten Strömung
1	Beginn der Zustandsänderung; Auswerteebene am Eintritt Stators; Netz 1
2	Ende der Zustandsänderung; Auswerteebene am Austritt des Stators; Netz 2
3	Auswerteebene am Austritt des Stator; Netz 3
a	Außen, am Gehäuse
abs	Im Absolutsystem
Aus	Austritt
ax	Axial
Ein	Am Eintritt
ex	Extrapoliert
Ges	Gesamt
i	Innen, an der Nabe
in	Innere
is	Isentrop
IM	Instationäre Mischung
K	Kanal
kin	Kinetisch
komp	Kompressibel
m	Meridional

min	Minimaler Wert
max	Maximaler Wert
NL	Nachlauf, auf den Nachlauf bezogen
η	Kolmogorov'sche Skala
p	Passage
pol	Polytrop
pot	Potentiell
r	Dem Rotor zugehörig
ref	Referenz
R	Radial
R_a	Wert am Gehäuse
t	Total
T	Turbulent
Θ	Umfangskomponente
V1	Dem ersten Stator zugehörig
V2	Dem zweiten Stator zugehörig

Überstreichungen

Symbol	Bedeutung
-	Zeitlicher Mittelwert nach Reynolds
-X	Wert nach Ausmischung
-M	Massenstromgewichteter Mittelwert
~	Massengewichteter Mittelwert nach Favre; Mittlere Austritts- temperatur
'	Schwankungsgröße nach Reynolds
"	Schwankungsgröße nach Favre

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
A	Betriebspunkt A
B	Betriebspunkt B

Formelzeichen

BSL	<i>Baseline</i> Modell
DS	Druckseite
E1	Auswerteebene stromauf des Stators
E2	Auswerteebene stromab des Stators
FS	Verluste der freien Strömung
GSi	In der Grenzschicht generierte Verluste bei einer instationären Betrachtung
GSs	In der Grenzschicht generierte Verluste bei einer stationären Betrachtung
HK	Hinterkante
MUSCL	<i>Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation-Laws</i>
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
RNL	Dem Rotornachlauf zuzuordnende Verluste
SS	Saugseite
SST	<i>Shear-Stress Transport</i>
TRACE	<i>Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment</i>
VK	Vorderkante

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Wirtschaftlichkeit und Umweltverträglichkeit von Kraftwerksanlagen und Flugtriebwerken wird von der Güte des Wandlungsprozesses von chemischer in mechanische Energie und den dafür notwendigen Betriebsmitteln bestimmt. Dem Turbinenteil dieser Anlagen als das die Wellenleistung bereitstellende Bauteil kommt eine besonders hohe Bedeutung zu, da eine Steigerung der Effizienz dieser Komponente zu einer vergleichsweise hohen Wirkungsgradsteigerung des Gesamtsystems führt (siehe z. B. Wisler 1998). Eine Erhöhung der Turbineneffizienz lässt sich dabei durch eine verlustminimierte Strömungsführung erreichen. Schwerpunkt vergangener und aktueller Forschung in der Turbinen-Aerodynamik ist daher die stetige Verbesserung der Strömungsführung und die damit verbundene Reduktion von Verlusten. In den vergangenen Jahrzehnten konnte dadurch die Effizienz der Turbinenstufen signifikant gesteigert werden. Verbesserungen wurden dabei insbesondere durch ein gesteigertes Verständnis und die passive Beeinflussung stationärer Strömungsphänomene erreicht.

Die Berücksichtigung instationärer Effekte hat in jüngster Vergangenheit durch die Erkenntnis an Bedeutung gewonnen, dass die Nachlaufinteraktion in der Niederdruckturbine von Flugtriebwerken eine Erhöhung der aerodynamischen Belastung und damit eine Verringerung der Schaufelzahl bei annähernd gleichen Verlusten erlaubt. Der verantwortliche Mechanismus - die nachlaufinduzierte Grenzschichttransition - ist ein Beispiel dafür, dass nachdem die Optimierung stationärer Effekte als nahezu ausgereift angesehen werden kann, Fortschritte insbesondere in der Ausnutzung instationärer Effekte erwartet werden können. Die vorliegende Dissertation befasst sich daher mit dem instationären Transport von Arbeit in Turbinen. Der Schwerpunkt der Untersuchung liegt dabei auf dem Mechanismus der Energieteilung, der - anders als der oben beschriebene - im gesamten Strömungsfeld auftreten kann und bereits seit den 1950er Jahren bekannt ist. Er beruht auf der Erkenntnis, dass eine stetige Änderung der Energie einer Strömung nur instationär möglich ist. Soll der Strömung Energie entzogen oder hinzugefügt werden, so muss im Absolutsystem ein instationäres Druckfeld vorliegen (siehe Eck 1957 und Dean 1959). Dieses instationäre Druckfeld wird in der Turbomaschine im Wesentlichen durch die Rotation der Laufschaufeln in Verbindung mit dem sich in der Schaufelpassage ausbildenden Druckgradienten erzeugt. Durch die Interaktion von Leit- und Laufschaufeln entsteht jedoch auch in der Passage der Leitschaufeln selbst ein instationäres Druckfeld. Die dafür verantwortlichen Mechanismen sind sowohl potentialtheoretischer Natur als auch das Resultat der durch Scherung an den Festkörperwänden entstehenden Nachläufe und die diese charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizite. Über das Verhalten von letzteren bei dem Transport durch die Schaufelpassage und insbesondere über den Ein-

fluss des dort beobachteten instationären Druckfeldes auf deren Totalenthalpie ist wenig bekannt.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Das Ziel der vorliegenden Dissertation ist es, das Verständnis der Vorgänge bei dem Transport von Nachläufen durch ein hochumlenkendes Beschleunigungsgitter zu verbessern. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den für die nachlaufspezifischen Ausmischverluste relevanten Prozessen und dem instationären Energietransport in der Schaufelpassage. Es wird vermutet, dass die Beschaffenheit der von dem Nachlauf induzierten Druckschwankungen ein Transport von Energie in den Nachlauf begünstigt und somit die mit der Ausmischung des Nachlaufs einhergehenden Verluste reduziert werden.

Um dies zu zeigen wird zunächst in Kap. 2 der Begriff des Verlustes für die beschriebene Problemstellung definiert und die Ursachen für die Entstehung von Verlusten im Allgemeinen erläutert. Darüber hinaus wird auf die Strömung und die Energiewandlung in einer Turbine eingegangen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Nachlauf der Lauf- und Leitschaufel und dessen Ausmischverhalten. Die für die Untersuchungen herangezogenen experimentellen und numerischen Versuche werden in Kap. 3 erläutert und validiert. In Kap. 4 sind Ausführungen zu den verwendeten numerischen Verfahren zu finden. Die untersuchte Problemstellung erfordert die Entwicklung der in Kap. 5 erläuterten Methoden und Modelle zur Erfassung der nachlaufspezifischen Ausmischverluste sowie zur analytischen Beschreibung des Nachlauftransports und der diesen charakterisierenden Kennzahlen.

In Kap. 6 werden auf Basis von numerischen CFD-Berechnungen und den Ergebnissen eines analytischen Modells die bei der Ausmischung dominierenden Mechanismen identifiziert und analysiert. Darüber hinaus wird der Mechanismus der Energieteilung nachgewiesen und die dafür ursächlichen Vorgänge untersucht. Die Ergebnisse einer auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse durchgeführten Korrelationsanalyse werden in Kap. 7 vorgestellt. In Kap. 8 sind die wesentlichen Schlussfolgerungen dieser Arbeit, Empfehlungen zur Reduktion von nachlaufspezifischen Ausmischverlusten in Turbinen und mögliche weiterführende Forschungsthemen zu finden.

2 Energietransport und Verluste in Turbomaschinen

2.1 Verlustdefinition

Im Folgenden soll ein Überblick über den Energiewandlungsprozess in kontinuierlich arbeitenden Strömungsmaschinen gegeben und Verlustgrößen definiert werden. Die Ausführungen in diesem Abschnitt sind an die Arbeiten von Traupel (1977), Bejan (1982), Greitzer et al. (2007), Spurk und Aksel (2008) und Baehr und Kabelac (2012) angelehnt. Die Enthalpie H eines Systems der Masse m ergibt sich aus der inneren Energie $E_{\text{in}} = E_{\text{in}}(T, \rho, m)$, dem Druck p und dem Volumen V des Systems zu

$$H = E_{\text{in}} + pV. \quad (2.1)$$

Wird diese um den Anteil der kinetischen Energie E_{kin} und der potentiellen Energie E_{pot} erweitert, so erhält man die in der Literatur als totale Enthalpie bezeichnete Größe H_{t} . Die Lageenergie E_{pot} ist dabei für die hier behandelten Problemstellungen mit geringen Höhenunterschieden vernachlässigbar. Die spezifische Totalenthalpie h_{t} ist definiert zu

$$h_{\text{t}} := \frac{H_{\text{t}}}{m}. \quad (2.2)$$

Diese kann für die in der vorliegenden Arbeit betrachteten Systeme gemäß dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik lediglich durch den Austausch von Wärme ($q_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{m}}$) und spezifischer technischer Arbeit ($w_{12} = \frac{\dot{W}_{12}}{\dot{m}}$) über die Systemgrenzen zu- bzw. abnehmen. Es gilt

$$h_{\text{t},1} - h_{\text{t},2} = q_{12} - w_{12}. \quad (2.3)$$

Die Indizes bezeichnen dabei den Beginn (1) und das Ende (2) der Zustandsänderung. Bei den in der vorliegenden Arbeit behandelten Prozessen ist der Austausch von Wärme über die Systemgrenzen vernachlässigbar, im Folgenden gilt daher $q_{12} = 0$. Betrachtet man eine Turbine als ein an den Systemgrenzen stationäres System in dem eine Expansion von einem totalen Druck $p_{\text{t},1}$ auf einen totalen Druck $p_{\text{t},2}$ erfolgt, so ergibt sich bei einer isentropen Expansion die abgegebene spezifische technische Arbeit mit Gl. (2.3) zu

$$w_{12,\text{is}} = h_{\text{t},1} - h_{\text{t},2,\text{is}}. \quad (2.4)$$

2 Energietransport und Verluste in Turbomaschinen

Für einen verlustbehafteten Prozess gilt entsprechend

$$w_{12} = h_{t,1} - h_{t,2}. \quad (2.5)$$

Die Differenz der spezifischen Arbeit

$$w_{12, \text{is}} - w_{12} = h_{t,2} - h_{t,2, \text{is}} \quad (2.6)$$

ist gemäß der nach Josiah Willard Gibbs benannten Gibbs'schen Gleichung, welche für Totalgrößen die Form

$$T_t ds = dh_t - \frac{1}{\rho} dp_t \quad (2.7)$$

annimmt, mit $p_{t,2} = p_{t,2, \text{is}} \Rightarrow dp_t = 0$ direkt proportional zu der im Prozess der Energieumwandlung generierten spezifischen Entropie s . Es gilt

$$w_{12, \text{is}} - w_{12} = \int_{2, \text{is}}^2 T_t ds = \tilde{T}_{t,2} (s_2 - s_1). \quad (2.8)$$

Die Temperatur $\tilde{T}_{t,2}$ ergibt sich dabei aus dem Integral in Gl. (2.8) und liegt zwischen der Temperatur $T_{t,2}$ und $T_{t,2, \text{is}}$. Die während eines verlustbehafteten Prozesses generierte Entropie ist demnach proportional zu einem Verlust an Wellenleistung. Der Zusammenhang mit dem oft zur Bewertung der Güte der Energieumwandlung herangezogenen isentropen Wirkungsgrad η_{is} ergibt sich nach Denton (1993) für eine adiabate Turbine und unter der Annahme, dass $\tilde{T}_{t,2} \approx T_{t,2}$ ist, zu

$$\eta_{\text{is}} \approx \frac{h_{t,1} - h_{t,2}}{h_{t,1} - h_{t,2} + T_{t,2} (s_2 - s_1)}. \quad (2.9)$$

Bei dem polytropen Wirkungsgrad wird zur Bewertung der Güte der Expansion die dabei generierte Entropie ins Verhältnis zu der Zunahme der Entropie bei einer isothermen Zustandsänderung gesetzt. Nach Lechner (2010) gilt

$$\eta_{\text{pol}} = 1 - \frac{s_2 - s_1}{R_{\text{Gas}} \ln \frac{p_2}{p_1}}. \quad (2.10)$$

2.2 Verlustentstehung

Die Änderung der Entropie S eines Systems ergibt sich nach Bejan (1982) und Baehr und Kabelac (2012) aus der Differenz der an den Systemgrenzen ein- und austretenden Entropieströme, dem Transport von Entropie durch Wärmeströme über die Systemgrenzen $\frac{\dot{Q}}{T}$ und der Entropiegenerierung im Volumen \dot{S}_{gen} zu

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \sum_{\text{Ein}} \dot{m} s - \sum_{\text{Aus}} \dot{m} s + \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{\text{gen}}. \quad (2.11)$$

Im Folgenden wird von einem stationären Fall mit nur einem Zu- bzw. Abfluss ausgegangen. Weiterhin gilt die Massenerhaltung ($\dot{m} = \text{konst.}$) und wieder $\dot{Q} = 0$, sodass Gl. (2.11) vereinfacht werden kann zu

$$\frac{\partial S}{\partial t} = 0 = \dot{m}(s_{\text{Ein}} - s_{\text{Aus}}) + \dot{S}_{\text{gen}}. \quad (2.12)$$

Aus Gl. (2.12) ist ersichtlich, dass für den hier betrachteten Fall die Entropiezunahme in dem System direkt abhängig von der im Volumen generierten Entropie ist. Die spezifische Entropiegenerierung $s_{\text{gen}} = \frac{\dot{S}_{\text{gen}}}{\dot{m}}$ entspricht somit der Zunahme der spezifischen Entropie im System $s_{\text{Aus}} - s_{\text{Ein}}$. Ausgehend von der Energieerhaltung kann zusammen mit Gl. (2.7) die Änderung der spezifischen Entropie unter Vernachlässigung von Wärmequellen oder Wärmetransport über die Systemgrenzen zu

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{1}{\rho T} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho T} \Phi \quad (2.13)$$

bestimmt werden. Hierbei und im Folgenden wird die Einstein'sche Summenkonvention verwendet, d. h. über doppelt auftretende Indizes innerhalb eines Produkts wird summiert. Der Term $\tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ in Gl. (2.13) bezeichnet die Dissipationsfunktion Φ (siehe Spurk und Aksel 2008 sowie Lakshminarayana 1995). Die Herleitung von Gl. (2.13) ist im Anhang in Abschn. A.3 zu finden. Aus Gl. (2.13) ist ersichtlich, dass sich die spezifische Entropie für den hier betrachteten Fall insbesondere durch Scherkräfte und somit in Abhängigkeit von dem Scher- oder Reibspannungstensors τ_{ij} ändert. Druckkräfte bzw. die damit einhergehende Kompression des Strömungsmediums ($\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \neq 0$) haben für die hier betrachteten subsonischen Strömungen im Vergleich zu Strömungen mit Stoß lediglich einen geringen Einfluss auf die Entropiegenerierung.

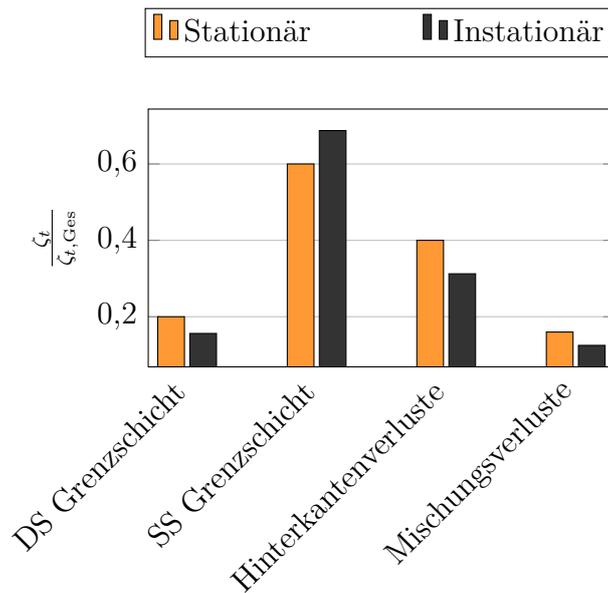


Abbildung 2.1: Verluste im Mittenschnitt von subsonischen Turbinen bei einer Reynoldszahl von $Re \approx 200.000$ nach Banieghbal et al. (1995).

2.3 Verlustbehaftete Strömungen in subsonischen Turbinen

2.3.1 Einteilung

In den vorangehenden Abschnitten wurde gezeigt, dass Verluste in den hier betrachteten adiabaten und kontinuierlich arbeitenden Strömungsmaschinen vor allem aus Scherströmungen resultieren. Diese sind aufgrund der Haftbedingung an festen Wänden sowie der zur Leistungsentnahme erforderlichen Strömungsführung unvermeidbar. Gemäß Sharma und Butler (1987) sowie Denton (1993) ist es zweckmäßig, die durch die Scherung entstehenden Verluste in Turbomaschinen entsprechend ihrer Entstehungsmechanismen in Profilverluste, Sekundärströmungsverluste und Spaltverluste zu unterteilen. Nach Lakshminarayana (1995), Craig und Cox (1970) und Wallis et al. (2001) kann der Detaillierungsgrad der Aufteilung noch erweitert werden und darüber hinaus zwischen Seitenwand- und Leckageverlusten unterschieden werden. In der vorliegenden Arbeit sind insbesondere die Verluste in der zweidimensionalen Mittenschnittströmung von Interesse. Verluste in diesem Bereich resultieren aus der druck- und saugseitigen Grenzschicht, der Blockagewirkung der Hinterkante und den Verlusten durch den Ausmischvorgang des Nachlaufs. Die Anteile dieser Verluste an den Gesamtverlusten sind für eine Turbinenbeschaukelung mit subsonischer Strömung in Abb. 2.1 gezeigt. Die Verlustaufteilung wurde von Banieghbal et al. (1995) nach dem in Denton und Cumpsty (1987) und Denton (1993) beschriebenen Verfahren durchgeführt. Es ist ersichtlich, dass $\approx 80\%$ der Verluste in der Profilhrenzschicht erzeugt werden und lediglich zwischen $12,5\%$ und 16% auf die Ausmischung der Nachlaufströmung entfallen. Im Folgenden werden die

für die Verlustentstehung relevanten Strömungen in der Grenzschicht, in der Seitenwand und im Nachlauf näher beschrieben.

2.3.2 Grenzschichtströmung

Das sich aufgrund der Reibungsbehaftung der Strömung an Festkörperwänden ausbildende Geschwindigkeitsfeld hängt im Wesentlichen von der Dichte ρ , der dynamischen Viskosität η und der die umströmte Geometrie charakterisierenden Länge d ab. Entsprechend der Beschaffenheit dieser Geschwindigkeits-Grenzschicht kann eine Unterscheidung zwischen laminarer und turbulenter Grenzschicht durchgeführt werden. Die bestimmende Kenngröße ist dabei die von Reynolds (1895) eingeführte Reynolds-Zahl

$$\text{Re} = \frac{\rho u d}{\eta}, \quad (2.14)$$

welche das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften darstellt. Nach Traupel (1977), Davidson (2003) und Schlichting und Gersten (2006) ist für eine umströmte flache Platte ab einer Reynolds-Zahl von $\text{Re} > 100.000 \dots 300.000$ mit einer turbulenten Grenzschicht zu rechnen. Kenngrößen zur Beschreibung des lokalen Grenzschichtzustands ergeben sich nach Schlichting und Gersten (2006) aus der integralen Mittelung von Masse-, Impuls- und Energiestrom über die Dicke der Grenzschicht. Letztere ist durch jenen Punkt definiert, in dem die Grenzschichtströmung einen gewissen Prozentsatz der freien Strömungsgeschwindigkeit u_∞ erreicht. Die Parameter der Verdrängungsdicke δ_1 , der Impulsverlustdicke δ_2 und der Energieverlustdicke δ_3 sind ein Maß für die Verminderung von Massen-, Impuls- und Energiedurchsatz in der Grenzschicht. Für die Verdrängungsdicke führt die beschriebene Überlegung auf den Zusammenhang

$$\rho_\infty u_\infty \delta_1 = \int_0^\infty \rho (u_\infty - u) dy \Leftrightarrow \delta_1 = \int_0^\infty \frac{\rho}{\rho_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy. \quad (2.15)$$

Analog ergeben sich die Impuls- und Energieverlustdicke zu

$$\delta_2 = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty}\right) dy \quad \text{und} \quad \delta_3 = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left(1 - \frac{u^2}{u_\infty^2}\right) dy. \quad (2.16)$$

Nach Sturm (1988), Hodson und Howell (2005), Schlichting und Gersten (2006) und Lou und Hourmouziadis (2000) können Ablösung und Zustand der Grenzschicht anhand der Formparameter

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad \text{und} \quad H_{32} = \frac{\delta_3}{\delta_2} \quad (2.17)$$

identifiziert werden. Insbesondere turbulente Grenzschichten sind durch starke Scherung und hohe Geschwindigkeitsgradienten charakterisiert. Gemäß Gl. (2.13) führt dies zu einer hohen Generierung von Entropie, was sich wiederum nach Gl. (2.9) negativ auf den Wirkungsgrad auswirkt. Die in der Grenzschicht der Schaufeln entstehenden Verluste

werden den Profilverlusten zugeordnet, während die in der Grenzschicht der Seitenwand entstehenden Verluste den Seitenwandverlusten zugeordnet werden. Das Geschwindigkeitsfeld innerhalb einer turbulenten Grenzschicht kann in mehrere Abschnitte unterteilt werden. Pope (2000), White und Corfield (2006) sowie Truckenbrodt (2008) differenzieren eine viskose Unterschicht, eine Übergangsschicht und eine vollturbulente Wandschicht. Die viskose Unterschicht bezeichnet darin jenen Abschnitt der Grenzschicht, in dem die molekulare Viskosität dominiert. Turbulente Schwankungsbewegungen werden an dieser Stelle durch die Festkörperwand verhindert. Wird eine Entdimensionierung der Geschwindigkeit und des Wandabstands unter Verwendung der vorliegenden Wandschubspannung und der dynamischen Viskosität des Strömungsmediums zu u^+ und y^+ durchgeführt (für Details siehe z.B. Schlichting und Gersten 2006), so besteht in diesem Abschnitt ein linearer Zusammenhang zwischen u^+ und y^+ . Innerhalb der vollturbulenten Wandschicht dominieren die turbulenten Spannungen. Effekte aufgrund der molekularen Viskosität des Fluids können vernachlässigt werden. Gemäß Pope (2000), White und Corfield (2006) sowie Schlichting und Gersten (2006) kann die Geschwindigkeit in diesem Bereich durch den Zusammenhang

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ \quad (2.18)$$

beschrieben werden.

Der Schwerpunkt einer Vielzahl von aktuellen Forschungsvorhaben ist die Analyse des Einflusses des Nachlaufs von stromauf liegenden Schaufelreihen auf die Grenzschicht von Turbinenprofilen. Insbesondere in Niederdruckturbinen von Flugtriebwerken ist bei Betrieb in großer Höhe ein Teil der Grenzschicht laminar. Die erhöhte Turbulenz der auftreffenden Nachläufe führt zu einer periodischen Transition der Grenzschicht (siehe z.B. Mayle 1991). Unmittelbar stromauf dieser dann transitionellen Grenzschicht kommt es zur Ausbildung einer laminaren Grenzschicht, deren Impuls jenen der vorher existierenden laminaren Grenzschicht übersteigt. Diese so genannte *calmed region* kann Druckgradienten, die sonst zur Ablösung der laminaren Grenzschicht geführt hätten, widerstehen. Die damit einhergehende Verlustreduktion wiegt die zusätzlichen Verluste durch die nachlaufinduzierte Transition auf. Weiter erlaubt der beschriebene instationäre Mechanismus eine Erhöhung der Schaufelbelastung. Details zu dem beschriebenen Mechanismus sind u.a. in den Arbeiten von Banieghbal et al. (1995), Curtis et al. (1997), Hodson et al. (1998), Schulte und Hodson (1998) sowie Hodson und Howell (2005) zu finden.

2.3.3 Sekundärströmungen

Folgt eine gleichgerichtete Strömung mit ungleichförmiger Dichte- oder Geschwindigkeitsverteilung einer gekrümmten Bahn, so kommt es zu dreidimensionalen Fluidbewegungen normal zur Hauptströmungsrichtung. Diese Querströmungen und die daraus resultierenden Wirbelsysteme werden als Sekundärströmungen bezeichnet. Insbesondere in der Turbinenaerodynamik kommt diesen Strömungen aufgrund ihres vergleichsweise hohen Anteils an den Gesamtverlusten von 20 % (siehe Langston 2001) bzw. 30-50 %

und 50 %-70 % (siehe Sharma und Butler 1987 sowie Lakshminarayana 1995), was zu einer Reduktion des Wirkungsgrades von 2-4 %-Punkten führt (Lakshminarayana 1995), eine hohe Bedeutung zu. Zur mathematischen Beschreibung dieser Effekte wird oft die lokale Wirbelstärke $\underline{\omega} = \nabla \times \underline{u}$ betrachtet, siehe Squire und Winter (1951), Hawthorne (1951, 1955), Gersten (1957) und Greitzer et al. (2007). Die Berechnungsmodelle basieren auf der Beobachtung, dass die an einer Schaufel ankommende Strömung durch die Seitenwandgrenzschicht nicht rotationsfrei ist, sondern eine Wirbelkomponente in Umfangsrichtung besitzt. An der Schaufel und im Schaufelkanal wird diese in ihrer Orientierung verändert, sodass in Strömungsrichtung rotierende Wirbelsysteme entstehen. Abbildung Abb. 2.2 zeigt die in einer subsonischen Deckbandturbine auftretenden Sekundärströmungen. Im Folgenden werden deren Formation und der Einfluss auf leistungsbeschreibende Parameter erläutert.

Hufeisen-Wirbel

Beim Auftreffen der Seitenwand-Grenzschicht auf die als stumpfer Körper wirkende Vorderkante eines Turbinenprofils entsteht ein Druckgradient, welcher zur Ablösung der Grenzschicht führt. Die in der Grenzschicht enthaltene Wirbelstärke führt zu der Ausbildung des links oben in Abb. 2.2 gezeigten Wirbelsystems, welches einen Großteil des Grenzschichtfluids bindet (siehe Sharma und Butler 1987). Entsprechend der Passage, in der die Anteile des Hufeisenwirbels transportiert werden, erfolgt eine Einteilung in einen druckseitigen und einen saugseitigen Ast. Der Drehsinn des druckseitigen Astes ist dem des saugseitigen Astes entgegengesetzt. Der druckseitige Ast wird durch den in der Passage vorliegenden Druckgradienten in Richtung Saugseite transportiert und geht in den (im gleichen Drehsinn) rotierenden Kanalwirbel (siehe nachfolgender Abschnitt) über. Der saugseitige Ast folgt zunächst der Profilkontur und wird entweder von der für den Kanalwirbel ursächlichen Querströmung um diesen herumgewickelt (vgl. Moore und Smith 1984, Sieverding 1985, Sharma und Butler 1987 und Langston 2001) oder folgt weiter dem Profil und wird von dem Kanalwirbel von der Seitenwand angehoben und auf der Saugseite des Profils in Richtung Mittenschnitt transportiert (siehe Kawai et al. 1990). Bei laminarer oder transitionellen Grenzschichten (siehe Eckerle und Awad 1991) sowie bei Strömungen mit niedrigem Turbulenzgrad und turbulenter Grenzschicht (vgl. Sabatino und Smith 2009 sowie Praisner und Smith 2006) bilden sich neben dem Hufeisenwirbel die links oben in Abb. 2.2 dargestellten Sekundär-, Tertiär- und Eckenwirbel aus. Nach Sabatino und Smith (2009) interagiert dieses Wirbelsystem mit Strukturen in der turbulenten Grenzschicht und zeigt ein zeitabhängiges Verhalten.

Kanalwirbel

Der Kanalwirbel resultiert aus der Umlenkung der freien Strömung im Gitter und dem damit einhergehenden Druckgradienten zwischen Druck- und Saugseite. Infolge der Reibung besitzt das Fluid in der Grenzschicht der Seitenwand einen geringeren Impuls. Die aus der Umlenkung resultierende zentripetale Beschleunigung des Grenzschichtfluids reicht nicht aus, um den von der freien Strömung aufgeprägten Druckgradienten auszugleichen. Es kommt zu einer Querströmung des Grenzschichtfluids an der Seitenwand in

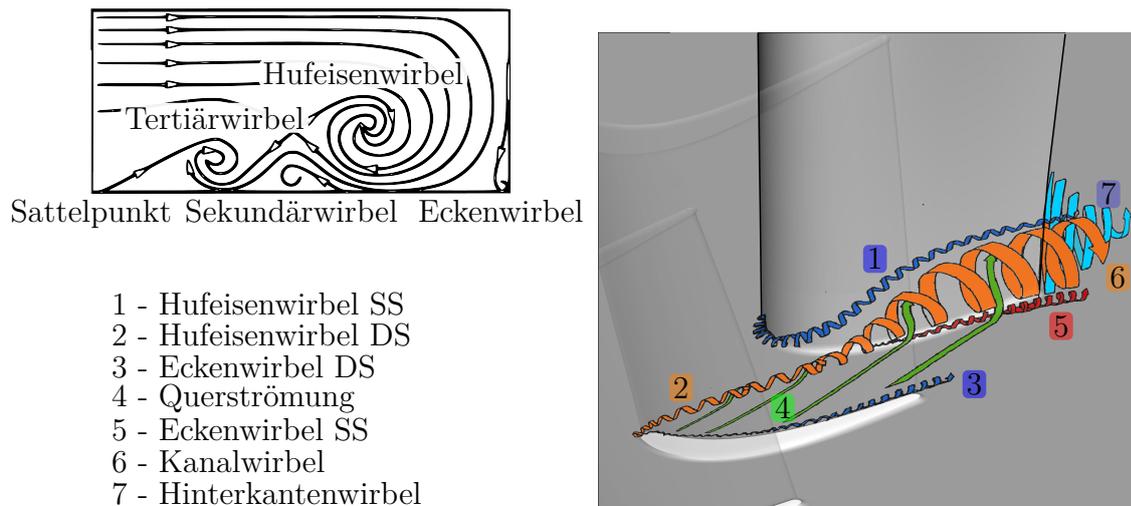


Abbildung 2.2: Skizze des Hufeisenwirbelsystems nach Sabatino und Smith (2009) (Darstellung oben links) und Wirbelstrukturen im Seitenwandbereich nach Kawai et al. (1990) (rechts).

Richtung der Saugseite der Schaufeln. Unmittelbar darüber bzw. darunter kommt es aus Kontinuitätsgründen zu einer Rückströmung von der Saug- zur Druckseite. Es entsteht ein geschlossener Wirbel, der in der Literatur als Kanalwirbel bezeichnet wird (siehe z. B. Lakshminarayana 1995). Die Notwendigkeit der Entstehung dieses Wirbels ergibt sich auch aus der Betrachtung der lokalen Wirbelstärke. Durch die ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Passage wird der eintretende und in Umfangsrichtung gerichtete Wirbelfaden im Gitter verzerrt und zu einem Anteil in Strömungsrichtung gedreht, vgl. Squire und Winter (1951), Hawthorne (1955), Gersten (1957) und Sharma und Butler (1987).

Hinterkantenwirbel

Die Notwendigkeit der Existenz des Hinterkantenwirbels ergibt sich ebenfalls aus der Betrachtung der Wirbelstärke (siehe Hawthorne 1955 und Gersten 1957). Der Hinterkantenwirbel entsteht unmittelbar an der Hinterkante einer Schaufel durch die Scherung zwischen den gegenläufig rotierenden Kanalwirbeln der benachbarten Passagen.

Eckenwirbel

Der Mechanismus zur Entstehung des Eckenwirbels ist ähnlich zu dem des Hufeisenwirbels (siehe Sieverding 1985). Der Kanalwirbel fördert Grenzschichtmaterial in Richtung der Saugseite. Bei dem Auftreffen auf die Saugseite kommt es zur Ausbildung des Eckenwirbels. Der Eckenwirbel rotiert entgegen der Drehrichtung des Kanalwirbels und ist vergleichsweise klein.

2.3.4 Dichtungsleckage

In rotierenden Strömungsmaschinen werden häufig Labyrinthdichtungen eingesetzt. Die Dichtwirkung resultiert aus der Dissipation der kinetischen Energie der Leckageströmung in Wirbelkammern (siehe Eckert und Schnell 1961 sowie Trutnovsky und Komotori 1986). In einer idealen Labyrinthdichtung ist daher der Entropiezuwachs proportional zu dem über der Dichtung anliegenden Druckverhältnis. Darüber hinaus wird das Fluid in den Dichtungen nicht umgelenkt, ist nicht am Arbeitsumsatz beteiligt und interagiert beim Wiedereintritt mit dem Kernstrom und den beschriebenen Sekundärströmungen. Diese Interaktion und das daraus resultierende Verlustverhalten sind u.a. in den Arbeiten von Biester et al. (2011b, 2013b) beschrieben.

2.3.5 Nachlaufströmung

Freier Nachlauf

Die in Abschn. 2.3.2 behandelten Grenzschichten der Druck- und Saugseite laufen an der Hinterkante der umströmten Profile zusammen und gehen in die Nachlaufströmung über. Da die Grenzschichten durch die Scherung stark verlustbehaftet sind, ist die Nachlaufströmung durch einen im Vergleich zur freien Strömung geringeren Impuls und eine erhöhte Entropie gekennzeichnet. Unmittelbar an der Hinterkante von Strömungsprofilen kommt es darüber hinaus zu einer Ablösung der Strömung und zur Ausbildung von Wirbelpaaren, die für den hier relevanten Reynolds-Zahlenbereich an der Hinterkante verbleiben oder als von Kármán'sche Wirbelstraße mit der Strömung transportiert werden (siehe Merker und Baumgarten 2000 sowie Sieverding et al. 2004). Durch diese Wirbelstrukturen kommt es zu weiteren Impulsverlusten. Der Nachlauf ist daher durch ein im System des umströmten Körpers vorliegendes Geschwindigkeitsdefizit charakterisiert, dessen räumliche Ausdehnung im Vergleich zu dem untersuchten Bereich klein ist (siehe Casciaro et al. 2000). Das Geschwindigkeitsdefizit ähnelt dabei unter der Voraussetzung, dass die Teilung der umströmten Körper im Vergleich zu deren Durchmesser groß ist, einer Normalverteilung (siehe Pfeil und Eifler 1976, Tennekes und Lumley 1972, Yu und Lakshminarayana 1994, Kulisa und Dano 2006, Greitzer et al. 2007 sowie Schlichting und Gersten 2006). Die Ausprägung dieses Defizits ist direkt abhängig vom Strömungswiderstand des umströmten Körpers, was aus einem Vergleich der in Anlehnung an Gl. (2.16) berechnete Impulsverlustdicke des Nachlaufs

$$\delta_{2,NL} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho u}{\rho_{\infty} u_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) dy \quad (2.19)$$

mit dem Impulsverlust eines mit der Geschwindigkeit u_{∞} angeströmten Zylinders mit dem Durchmesser d und dem Widerstandsbeiwert c_w

$$c_w \frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2 d = \rho u_{\infty}^2 \delta_2 \iff c_w = \frac{2\delta_{2,NL}}{d} \quad (2.20)$$

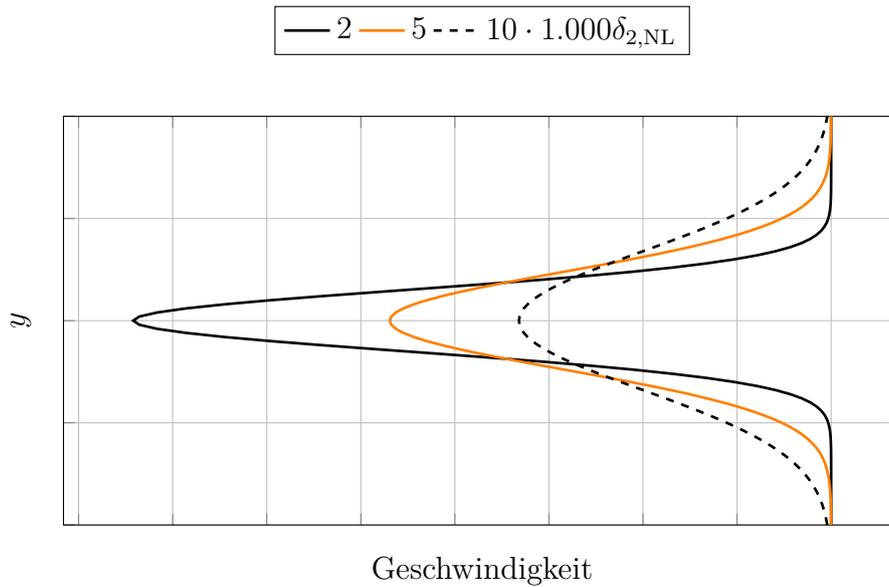


Abbildung 2.3: Abklingverhalten des Nachlaufs berechnet nach Tennekes und Lumley (1972) mit Daten aus Lou und Hourmouziadis (2000).

ersichtlich ist (siehe Pfeil und Eifler 1976). Aus der Betrachtung geht weiter hervor, dass der Nachlauf eines Profils in sehr guter Näherung durch einen querangeströmten Zylinder gleichen Widerstands wiedergegeben werden kann.

In Abb. 2.3 ist der Verlauf des charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizits gemäß der Ausführungen von Tennekes und Lumley (1972) für verschiedene Abstände von einem umströmten Hindernis dargestellt. Mit zunehmendem Abstand mischt sich der Nachlauf weiter aus und gleicht sich der umgebenden Strömung an. Eine Herleitung der dieses Verhalten beschreibenden Gleichungen nach Tennekes und Lumley (1972) und Schlichting und Gersten (2006) sowie eine erweiterte Abschätzung zum Abklingverhalten ist in Abschn. A.4 zu finden. Ein Modell zur Beschreibung der bei der Ausmischung entstehenden Verluste wird für eine drallfreie Strömung in Abschn. A.1.1 erläutert. Für eine drallbehaftete Strömung sind entsprechende Ausführungen in Abschn. A.1.2 zu finden. Neben dem Geschwindigkeitsdefizit kennzeichnet den Nachlauf

1. ein erhöhtes Maß an (anisotroper) Turbulenz (siehe Kürner et al. 2012, Mailach 2010, Stadtmüller und Fottner 2001, Hodson 1985b und Michelassi et al. 2015 sowie Stieger und Hodson 2005, 2004 zur Anisotropie),
2. ein erhöhtes Maß an Wirbelstärke (Sarkar und Voke 2006),
3. eine sich ausbildende Wirbelstraße (Woisetschläger et al. 2008, Kasper et al. 2008, Sieverding et al. 2004),
4. ein konstanter statischer Druck (Greitzer et al. 2007),
5. eine erhöhte statische Temperatur (Van Oudheusden 2005),
6. ein Totaldruckdefizit (Curtis et al. 1997, Schulte und Hodson 1998, Hodson und Dawes 1998, Stieger und Hodson 2005) und

7. ein insbesondere bei subsonischen Strömungen hoher Geschwindigkeit im Mittelwert vorliegendes Totaltemperaturdefizit in der Mittelachse des Nachlaufs bei einer Totaltemperaturerhöhung an den Flanken des Nachlaufs.

Letzteres ist auch dann zu beobachten, wenn eine thermische Interaktion zwischen dem Fluid und dem umströmten Körper auszuschließen ist. Der dafür ursächliche Effekt wird nach seinen Entdeckern *Eckert-Weise-Effekt* genannt (siehe Eckert und Weise 1943) und ist auch in der jüngeren Vergangenheit Thema mehrerer Forschungsarbeiten (siehe Kurosaka et al. 1987, Sieverding et al. 2004, Carscallen et al. 1999 sowie Gostelow et al. 2012). Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der auftretenden Wirbelstraße und wird in Abschn. 2.4.2 näher beschrieben.

Entsprechend dem Funktionsprinzip einer Turbine unterliegt die Strömung im Absolut- oder Relativsystem einer nahezu kontinuierlichen Beschleunigung. Eine Beschreibung des Verhaltens eines Nachlaufs bzw. des diesen charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizits in einer entlang der Mittelachse des Nachlaufs beschleunigten oder verzögerten Strömung ist in Abschn. A.5 zu finden. Darauf aufbauend kann ausgehend von der Annahme eines isentropen Vorgangs und durch Anwendung der in Abschn. A.1.2 oder Abschn. A.1.1 beschriebenen Verfahren zur Abschätzung der Mischungsverluste eine Aussage über den Einfluss von Beschleunigung und Verzögerung auf das Verlustverhalten des Nachlaufs getroffen werden. Eine solche Verlustbetrachtung wurde unter anderem von Denton und Cumpsty (1987), Denton (1993), Rose und Harvey (2000) sowie Greitzer et al. (2007) für ein Ausmischen der Strömung bei konstanter Fläche durchgeführt. Aus der Betrachtung geht hervor, dass eine Verzögerung der Strömung zu einer Erhöhung der Mischungsverluste führt und eine Beschleunigung die Verluste verringert, was sich laut Denton (1993) aus der Verringerung des Geschwindigkeitsdefizits und der damit einhergehenden Geschwindigkeitsgradienten ergibt (siehe auch Abschn. 2.2). Der Verlauf ist dabei asymptotisch. Während durch eine Beschleunigung nur eine vergleichsweise geringe Einsparung an Verlusten zu erwarten ist, steigen die Verluste bei einer Verzögerung rapide. Rose und Harvey (2000) zeigen weiter, dass das beschriebene Verhalten sich für einen Nachlauf mit verringerter Totaltemperatur (z. B. im Fall einer gekühlten Turbinenschaufel) bei sonst gleichen Totaldruck umkehrt. Die Mischungsverluste steigen hier bei einer Beschleunigung der Strömung an.

Nachlauf in Turbomaschinen

Das Abklingverhalten von Nachläufen in Turbomaschinen und die damit einhergehenden Verluste unterscheidet sich deutlich von jenen in einer ungestörten Umgebung. Der Nachlauf folgt der Strömung und wird von den stromab befindlichen Schaufelreihen zerteilt. Das Geschwindigkeitsdefizit führt dabei sowohl zu einer Fehlanströmung als auch zu einer Bewegung des Nachlauffluids entlang dessen Mittellinie in der Schaufelpassage. Die so entstehende (Sekundär-) Strömung bewegt sich in Richtung der Quelle des Nachlaufs mit der in Abb. 2.4a mit Δc gekennzeichneten Geschwindigkeit (*slip velocity*, vgl. Meyer 1958 sowie Kerrebrock und Mikolajczak 1970, 1972). In der Literatur wird dieser Mechanismus als *Negative-Jet* bezeichnet. Die Bewegung des Fluids wird durch die Oberfläche der Schaufel behindert. Es kommt zu einer Ansammlung des Nachlauffluids an der Saug-

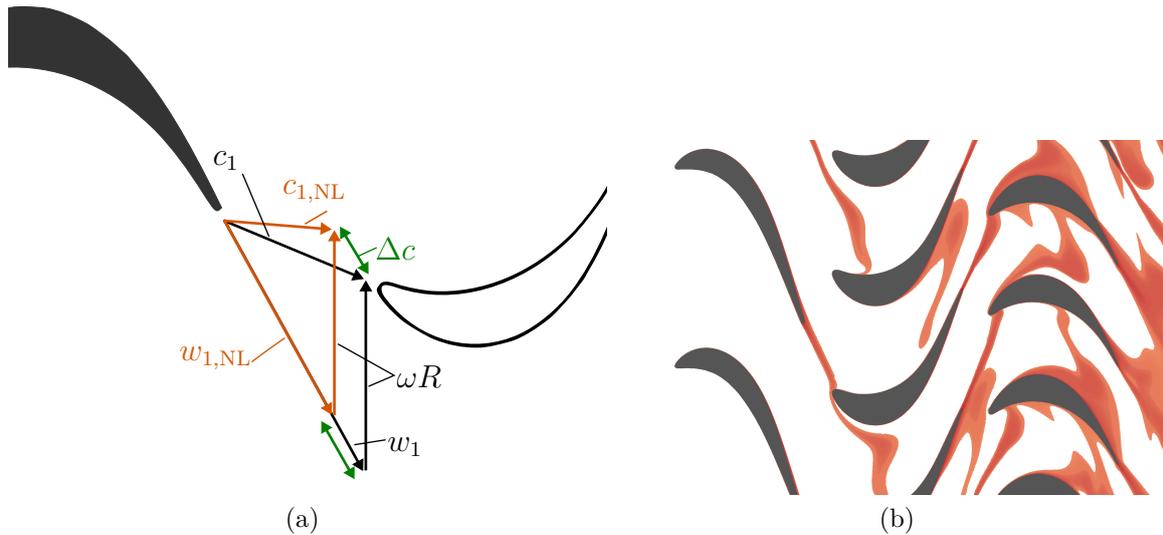


Abbildung 2.4: *Negative-Jet* Effekt (a) und Visualisierung des Nachlaufs durch Bereiche hoher Entropie in einer Turbine (b) aus Biester et al. (2013a).

seite (bei Turbinen) bzw. Druckseite (bei Verdichtern). Der Nachlauf wird insbesondere in Turbinen durch die unterschiedlichen Geschwindigkeiten an Druck- und Saugseite in seiner Orientierung gedreht und stark deformiert (siehe Abb. 2.4b). Dieses Verhalten wurde in der Vergangenheit durch eine Vielzahl von Messungen und numerischen Berechnungen bestätigt, siehe dazu Hodson (1985a,b), Giles (1988), Denton (1993), Arndt (1993), Korakianitis (1993a,b), Busby et al. (1999), Chernobrovkin und Lakshminarayana (2000), Chaluvadi et al. (2001), Miller et al. (2003), Stieger und Hodson (2005) und Biester et al. (2012, 2013a).

Smith (1966) formuliert ausgehend von einer zweidimensionalen Strömung eines reibungsfreien Fluids konstanter Dichte einen Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitsdefizit und der Verzerrung des Nachlaufs. Die Zirkulation für eine Kontrollfläche, welche sich von der Mittellinie des Nachlaufs bis zu dessen Flanke erstreckt, wird dabei als konstant angenommen. Eine Verzerrung des Nachlaufs und damit der beschriebenen Kontrollfläche führt zu einer Änderung des Geschwindigkeitsdefizits und damit zu einer Änderung der Scherung und der damit einhergehenden Verluste (siehe Abschn. 2.2). Gemäß Smith (1966, 1993) kommt es in einem Verdichter durch die Streckung des Nachlaufs zu einer Verringerung des Geschwindigkeitsdefizits. Nach Valkov (1997) entspricht dies einer reversiblen Druckrückgewinnung aus der sekundären kinetischen Energie im Nachlauf. Dieses von Smith (1966, 1993) als *wake recovery* bezeichnete Verhalten wird u.a. von van Zante et al. (2002) bestätigt. Die Stärke des von Smith (1966) beschriebenen Mechanismus ist direkt abhängig von dem Auftreten von (turbulenten) Ausmischvorgängen. Insbesondere in einer Turbine führt die Verzerrung und Stauchung des Nachlaufs zu einer Erhöhung der Turbulenz (siehe Stieger und Hodson 2004, 2005, Michelassi et al. 2015) und damit zu einem erhöhten Impuls-, Energie- und Stoffaustausch. Eine zu Smith (1966) ähnliche Betrachtung zur Beschreibung des Verhaltens des Nachlaufs bei dem Durchqueren der Schaufelpassage einer Turbine wird von Pullan (2004) und Praisner

2.3 Verlustbehaftete Strömungen in subsonischen Turbinen

et al. (2006) durchgeführt. Praisner et al. (2006) kommen zu dem Schluss, dass das Nachlauf-Filament beim Transport durch eine Turbinen-Schaufelreihe gestaucht wird, woraus eine Zunahme des Geschwindigkeitsdefizits resultiert. Pullan (2004) hingegen kommt zu dem Ergebnis, dass der Nachlauf in der Turbinenschaufel gestreckt wird. Allerdings vernachlässigt Pullan den *Negative-Jet* und betrachtet, anders als Praisner et al. (2006), eher den druckseitigen Bereich. Biester et al. (2012) zeigen, dass jene die Form des Nachlaufs verändernden Mechanismen und der damit einhergehende Zuwachs an Turbulenz mit einer Zunahme der Entropie einhergeht. Bereiche sehr hoher Entropiegenerierung sind dabei vor allem nahe dem engsten Querschnitt zu finden.

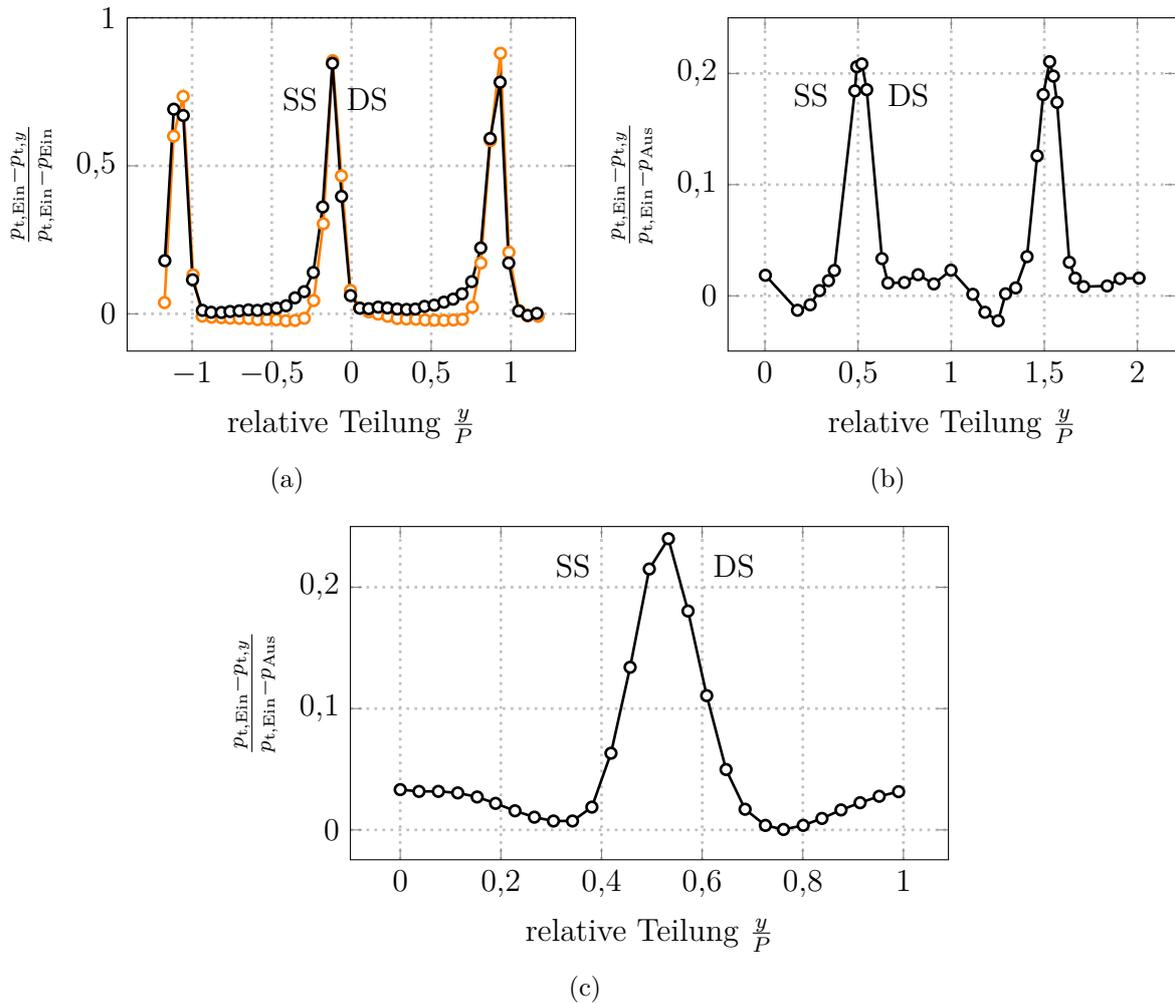
Das Verhalten des Nachlaufs bei dem Transport durch die Schaufelpassage und die daraus resultierenden Verluste sind aufgrund der Überlagerung der hier beschriebenen Effekte und der Beeinflussung der Grenzschicht durch die Nachläufe (siehe Abschn. 2.3.2) schwierig vorherzusagen. Funazaki et al. (1997, 1999), Stadtmüller und Fottner (2001) und Hodson und Dawes (1998)¹ führen Untersuchungen zum Einfluss von Nachläufen auf das Verlustverhalten von Turbinenbeschaufelungen durch. Dazu werden Nachläufe durch ein Speichenrad (Funazaki et al. 1997, 1999) bzw. mittels eines mit Stäben bestückten Bands (Stadtmüller und Fottner 2001, Hodson und Dawes 1998) erzeugt und in einen Windkanal eingebracht, in dem sich ein hochumlenkendes Turbinenprofil befindet. Die Ergebnisse der Untersuchung sind in Abb. 2.5 gezeigt. Aus einem Vergleich der von

Tabelle 2.1: Charakteristische Kennzahlen zu den in Abb. 2.5 gezeigten Messungen von Hodson und Dawes (1998), Funazaki et al. (1997, 1999) sowie Stadtmüller und Fottner (2001). Zur Bestimmung der Kenngrößen entsprechend den angegebenen Definitionen wurden im Fall von Hodson und Dawes (1998) auf Angaben zu dem Versuchsaufbau von Curtis et al. (1997), Schulte und Hodson (1998) und Stieger und Hodson (2005) zurückgegriffen.

	Hodson und Dawes	Funazaki et al.	Stadtmüller und Fottner
Abstand Nachlauf-Kaskade	0,5 l_{ax}	0,63 l_{ax}	0,81 l_{ax}
Reynolds-Zahl $\frac{u_{Aus} l_{ax}}{\nu}$	$1,7 \cdot 10^5$	$\approx 3,7 \cdot 10^5$	$1,72 \cdot 10^5$
Mach-Zahl $\frac{u_{Ein}}{\sqrt{\kappa R_{Gas} T_{Ein}}}$	0,1	<0,05	<0,31
Strouhal-Zahl $\frac{f l_{ax}}{u_{Aus}}$	0,64	$\approx 0,068-0,43$	0,38
Durchflusszahl $\frac{u_{ax, Ein}}{\omega R}$	0,75	0,55	2,97
Umlenkung $\Delta\beta$ in °	93,2	110,0	100,9
Relative Teilung $\frac{P}{l_{ax}}$	0,8	0,86	1,221

¹Die Erkenntnisse von Hodson und Dawes (1998) basieren zum Teil auf Messdaten, für die als Quelle Curtis et al. (1997) angegeben wird. Dort sind jedoch keine derartigen Daten zu finden. Es ist daher anzunehmen, dass die Messdaten erstmals in Hodson und Dawes (1998) veröffentlicht wurden.

2 Energietransport und Verluste in Turbomaschinen



- Anströmung mit Nachläufen
- Anströmung ohne Nachläufe

Abbildung 2.5: Relativer Totaldruckverlust über ein Turbinenprofil nach Funazaki et al. (1997, 1999) (a), Hodson und Dawes (1998) (b) sowie Stadtmüller und Fottner (2001) (c).

Funazaki et al. (1997, 1999) ermittelten und in Abb. 2.5a gezeigten Ergebnisse für den Fall mit (—○—) und ohne (—○—) Nachläufe ist ersichtlich, dass die oben beschriebene Ansammlung des Nachlauffluids an der Saugseite durch den *Negative-Jet* zu einer Erhöhung der Totaldruckverluste in diesem Bereich führt. Ein ähnlicher Trend lässt sich in den in Abb. 2.5c gezeigten Ergebnissen von Stadtmüller und Fottner (2001) erkennen. Die von Hodson und Dawes (1998) gezeigten Ergebnisse in Abb. 2.5b hingegen zeigen einen gegenteiligen Trend. Insbesondere im Bereich der Saugseite sind die Totaldruckverluste geringer. Die Ursache für dieses Verhalten wird von Hodson und Dawes (1998) sowie

2.3 Verlustbehaftete Strömungen in subsonischen Turbinen

Hodson et al. (2012) in dem Mechanismus der Energierteilung vermutet, der in den nachfolgenden Abschnitten näher behandelt werden soll. Die charakteristischen Kennzahlen der Untersuchungen sind in Tab. 2.1 gezeigt. Um eine Vergleichbarkeit zwischen den Untersuchungen herstellen zu können, wurde eine einheitliche Berechnung der Kenngrößen entsprechend den in Tab. 2.1 angegebenen Definitionen durchgeführt. Die erforderlichen Daten zur Bestimmung der Kennzahlen der Versuche von Hodson und Dawes (1998) wurden dabei weiteren Beschreibungen des Versuchsaufbaus ähnlicher Untersuchungen aus den Arbeiten von Curtis et al. (1997), Schulte und Hodson (1998) und Stieger und Hodson (2005) entnommen.

In den Untersuchungen von Funazaki et al. (1997) tritt eine Ablösung der Strömung auf, welche durch die Nachläufe temporär unterdrückt wird. Die Ablösung kann nach Funazaki et al. (1999) dauerhaft vermieden werden, indem die Turbulenz der Zuströmung von 0,5 % auf 4 % erhöht wird. Der in Abb. 2.5 gezeigte Trend ändert sich dadurch nicht und entspricht dem hier gezeigten, sodass eine Ablösung der Strömung als mögliche Ursache für die Abweichung zu den Ergebnissen von Hodson und Dawes (1998) ausgeschlossen werden kann. Eine weitere Ursache für die Diskrepanz zu der von Hodson und Dawes (1998) beobachteten Tendenz wird in den Unterschieden der Strouhal-Zahl und der Durchflusszahl vermutet. Stadtmüller und Fottner (2001) erreichen in ihren Versuchen eine Ähnlichkeit zu den in Flugtriebwerken vorliegenden Mach- und Reynolds-Zahlen. Dies geht jedoch mit einer hohen Axialgeschwindigkeit einher, die durch die begrenzte Rotationsgeschwindigkeit des Nachlaufgenerators zu unrealistischen Durchflusszahlen (siehe Abb. 3.2) und damit nicht realitätsnahen Eintrittswinkeln der Nachläufe in die Kaskade führt. Es wird daher vermutet, dass die Transport- und Deformationsmechanismen sich signifikant von jenen von Funazaki et al. (1997, 1999) und Hodson und Dawes (1998) unterscheiden. Funazaki et al. (1997, 1999) sowie Hodson und Dawes (1998) erreichen durch Vernachlässigung der Mach-Zahl Ähnlichkeit vergleichsweise realistische Durchflusszahlen. Die Eintrittswinkel der Nachläufe sind daher näher an jenen von realen Maschinen und das in Abschn. 2.3.5 beschriebene Verhalten bei der Konvektion von Nachläufen durch die Turbine zutreffend. Die Untersuchungen von Funazaki et al. (1997, 1999) und Hodson und Dawes (1998) unterscheiden sich vor allem in der Strouhal-Zahl, die ein Maß für die Frequenz der Nachläufe ist. Hodson und Dawes (1998) erreicht deutlich höhere Wert, d. h. es werden mehr Nachlaufsegmente je Zeiteinheit durch die Passage transportiert als bei Funazaki et al. (1997, 1999). Bei Funazaki et al. (1997, 1999) ist darüber hinaus die Schaufelbelastung aufgrund der größeren Umlenkung höher, was sich auch in der bereits erwähnten Ablösung zeigt. Die damit einhergehenden Geschwindigkeitsdifferenzen an Druck- und Saugseite führen daher auch zu einer stärkeren Verzerrung des Nachlaufs (siehe Abschn. 5.2.3).

Es wird vermutet, dass die beschriebenen Unterschiede zwischen den Versuchsträgern, den Versuchsaufbauten und der Versuchsdurchführung zu den beobachteten Unterschieden im Verlustverhalten führen. Der von Hodson und Dawes (1998) zur Erklärung der saugseitigen Verlustminderung angeführte Mechanismus der Energierteilung kann anhand anderer Arbeiten weder bestätigt noch widerlegt werden. Im Folgenden soll näher auf die Energierteilung und den Energietransport in der Passage eingegangen werden.

2.4 Energiewandlung in Turbomaschinen

2.4.1 Notwendigkeit der Instationarität

In Abschn. 2.1 wurde gezeigt, dass sich die Totalenthalpie eines strömenden Mediums durch den Austausch von Wärme und Leistung verändert. Dabei wurde jedoch nicht darauf eingegangen, wie der Austausch bewerkstelligt wird. Für diese Arbeit ist vor allem die von Eck (1957) formulierte Frage, ob „*einer Flüssigkeit während ihre Bewegung mit irgendwelchen Mitteln Energie zu- oder abgeführt werden kann, ohne den stetigen Durchfluß zu behindern*“ von besonderem Interesse. Der mathematische Beleg, dass dies möglich ist, wird im Anhang in Abschn. A.2 angelehnt an die Ausführungen von Eck (1957) und Dean (1959), jedoch erweitert für eine verlustbehaftete Betrachtung, erbracht. Das Ergebnis dieser Ausführungen ist die Formulierung

$$\frac{Dh_t}{Dt} = T \frac{Ds}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (2.21)$$

Sie besagt, dass die Änderung der Totalenthalpie eines strömenden Partikels unmittelbar mit der zeitlichen Änderung des vorliegenden statischen Druckfeldes im Absolutsystem verknüpft ist. In einer rotierenden Turbomaschine ist das Druckfeld für einen stehenden Beobachter hochgradig instationär. Die Ursache dafür ist die sich durch die Umlenkung einstellende Druckdifferenz zwischen Druck- und Saugseite in Kombination mit der Rotation der Schaufelreihen. Das instationäre Druckfeld in einem stehenden System ergibt sich dann nach Hodson et al. (2012) und Rose et al. (2013) zu

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\omega \frac{\partial p}{\partial \Theta} \Big|_{\text{rel}}. \quad (2.22)$$

Aus dieser Überlegung folgt, dass sich die Totalenthalpie eines strömenden Mediums lediglich in der rotierenden Schaufelreihe ändern kann und die dem Fluid zugeführte oder entnommene Leistung durch eine Erhöhung der Umlenkung (und damit des Druckgradienten in der Schaufelpassage) sowie, bei Annahme eines konstanten Druckgradienten in der Passage, der Instationarität (Drehzahl) erzielt werden kann. Diese Schlussfolgerung deckt sich mit der Euler'schen Turbinenhauptgleichung. Diese besagt, dass für ein adiabates System die dem Fluid zugeführte oder entnommene Leistung dem Produkt aus Rotationsgeschwindigkeit ωR und Differenz der Umfangskomponente des Geschwindigkeitsvektors u_Θ vor (1) und nach (2) der Stufe ist. Es gilt

$$w_{12} = \omega R (u_{\Theta,2} - u_{\Theta,1}). \quad (2.23)$$

2.4.2 Mechanismus der Energieteilung

Definition

Der Mechanismus der Energieteilung (*energy separation*) beschreibt die Umverteilung von Energie im Sinne von Totalenthalpie innerhalb eines strömenden Mediums, ohne

dass bewegte Bauteile zum Einsatz kommen (siehe Eckert 1986). Dabei sind vor allem jene Vorgänge gemeint, bei denen geleistete Arbeit aufgrund von viskosen Scherkräften oder Wärmeleitung eine untergeordnete Rolle spielen bzw. vernachlässigbar sind. Die Energieteilung äußert sich in einer inhomogenen Verteilung der Totalenthalpie und kann messtechnisch erfasst werden. Die Ursache für das Auftreten der Energieteilung ist für die hier behandelten Strömungen ein instationäres Druckfeld gemäß dem in Gl. (2.21) aufgezeigten Zusammenhang.

Energieteilung im freien Nachlauf

Ein Beispiel der Energieteilung ist die in Abschn. 2.3.5 erwähnte Überhöhung der Totaltemperatur an den Flanken des Nachlaufs bei gleichzeitiger Verringerung der Totaltemperatur in der Mittellinie des Nachlaufs. Gemäß Kurosaka et al. (1987) liegt die Ursache für dieses Verhalten in der Ausbildung der den Nachlauf charakterisierenden Wirbelstraße (siehe z.B. Sieverding et al. 2004, Woisetschläger et al. 2008 und Kasper et al. 2008). Der aus der Drehbewegung des Fluids im Wirbel resultierende verringerte Druck in den Wirbelkernen in Kombination mit dem konvektiven Transport der Wirbel führt zur Ausbildung eines instationären Druckfeldes im Absolutsystem. Wird ein Partikel nahe der Wirbelstrukturen aus dem nachlaufnahen Bereich in Richtung des Zentrums des Nachlaufs bewegt, so erfährt dieses Partikel ein negativen zeitlichen Druckgradienten ($\frac{\partial p}{\partial t} < 0$), da der in axialer Richtung dem Partikel nachfolgende Wirbelkern im Absolutsystem zu einer Abnahme des Drucks in diesem Bereich führt. Die Totalenthalpie dieser Partikel nimmt entsprechend Gl. (2.21) ab. Umgekehrt verhält es sich mit Partikeln, die von der Mitte des Nachlaufs an dessen Flanke befördert werden. Da diese sich im Bereich eines im Absolutsystem positiven zeitlichen Druckgradienten befinden ($\frac{\partial p}{\partial t} > 0$) nimmt ihre Totalenthalpie zu. Dies führt zur Ausbildung von lokalen Bereichen verringerter Totaltemperatur (an der zum Nachlauf gerichteten Seite der Wirbel) und Bereichen erhöhter Totalenthalpie (an der dem Nachlauf abgewandten Seite der Wirbel). Der beschriebene Mechanismus der Energieteilung aufgrund der sich im Nachlauf ausbildenden Wirbelstraße ist ein vergleichsweise hochfrequenter Effekt (siehe dazu Abschn. 2.4.3), was zu entsprechend hohen zeitlichen Gradienten führt. Das beschriebene Verhalten wurde sowohl analytisch basierend auf potentialtheoretischen Betrachtungen von Greitzer et al. (2007) analysiert als auch in numerischen und experimentellen Studien untersucht und bestätigt, siehe Kurosaka et al. (1987), Sieverding et al. (2004), Carscallen et al. (1999) und Gostelow et al. (2012). Im Mittel ergibt sich aufgrund des beschriebenen Mechanismus der erstmals von Eckert und Weise (1943) beschriebene Effekt der verringerten Totaltemperatur im Nachlauf sowie die erhöhte Temperatur an den Nachlaufflanken.

Energieteilung im Nachlauffluid in Turbomaschinen

Ein den Nachlauf in rotierenden Maschinen betreffender und aus Gl. (2.21) resultierender Mechanismus wurde bereits in den 1960er Jahren von Smith (1966) postuliert und bezieht sich auf den Energieaustausch zwischen dem Nachlauffluid und der dieses umgebenden freien Strömung aufgrund des durch die Rotation verursachten instationären Druckfeldes. Das Geschwindigkeitsdefizit des Nachlaufs führt nach Smith (1966) zu einer

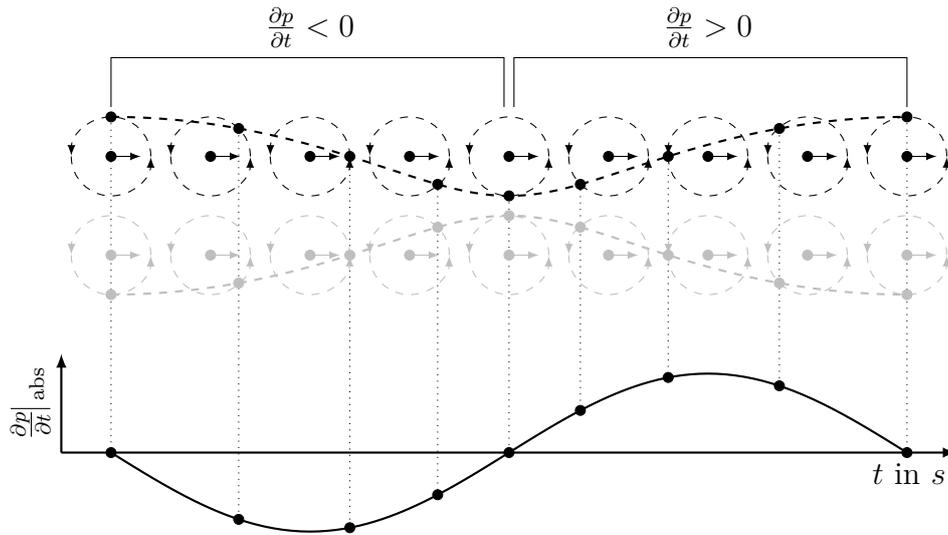


Abbildung 2.6: Stromlinien im Relativsystem des Nachlaufs sowie Zyloide eines nachlaufenden Partikels (oben) und auf dieses Partikel wirkendes instationäres Druckfeld (unten) nach Kurosaka et al. (1987).

längeren Verweildauer des Nachlauffluids in dem im stehenden System hochgradig instationären Druckfeld in der Laufreihe. Bei einem Kompressor wird daher entsprechend dem in Abschn. 2.4.1 ausgeführten Zusammenhang (siehe Gl. 2.21) dem Nachlauffluid mehr Totalenthalpie als der freien Strömung zugeführt. Bei einer Turbine verhält es sich entsprechend entgegengesetzt, d. h. dem Nachlauf wird mehr Totalenthalpie entzogen. Dieser Effekt überlagert die Verzerrung des Nachlaufs und die damit einhergehenden (in Abschn. 2.3.5 beschriebenen) Mechanismen. Für einen Kompressor zeigen Messungen stromab der ersten Stufe (d. h. hinter dem Stator), dass in dem Bereich, in dem der Rotornachlauf zu erwarten ist, eine Erhöhung der Totaltemperatur beobachtet werden kann (siehe Keenan und Bartok 1969 sowie Kerrebrock und Mikolajczak 1970, 1972). Es ist jedoch denkbar, dass das aus der Rotation des Rotors resultierende instationäre Druckfeld die Totaltemperatur im Nachlauf des Eintrittsleitapparates entsprechend dem oben beschriebenen Effekt verändert hat. Der Nachlauf des Drallgebers wird durch den *Negative-Jet* in Richtung der Druckseite transportiert und verbindet sich mit dem Rotor-Nachlauf, was zu der Beobachtung der erhöhten Totaltemperatur im Rotornachlauf führt.

Das den Nachlauf charakterisierende Geschwindigkeitsdefizit führt bei einer Turbine zu einer im Vergleich zur freien Strömung geringeren Umlenkung, während bei einem Kompressor die Umlenkung des Nachlauffluids erhöht wird. Gemäß der Euler'schen Turbinenhauptgleichung (siehe Abschn. 2.4.1) wird daher in einer Turbine dem Nachlauf weniger Totalenthalpie entzogen, in einem Verdichter hingegen wird dem Nachlauf mehr Totalenthalpie hinzugefügt. Diese von Rose und Harvey (2000) als *differential work* bezeichnete Hypothese vernachlässigt jedoch das gemäß Abschn. 2.4.1 für die Energieumwandlung ausschlaggebende instationäre Druckfeld, welches von der freien Strömung aufgeprägt wird. Es besteht daher ein Widerspruch zu der von Smith (1966) formulierten These.

Die in Abschn. 2.3.5 (dort Abb. 2.5b) gezeigten Ergebnisse der von Hodson und Dawes (1998) durchgeführten Messung zeigen eine Erhöhung des Totaldrucks nahe der Saugseite. Diese kann nach Hodson und Dawes (1998) dem Mechanismus der Energieteilung zugeordnet werden. Überlagerungen durch Transportmechanismen in stromauffliegenden Schaufelreihen können hier ausgeschlossen werden, da der in die stehenden Schaufelreihen eingebrachte Nachlauf von einem Stabgitter erzeugt wird. Als Ursache für den Energietransport im Stator zwischen Nachlauf und freier Strömung wird dabei das durch den Nachlauf selbst induzierte Druckfeld ausgemacht. Hodson und Dawes (1998) sowie Hodson et al. (2012) stellen die Hypothese auf, dass der durch den Nachlauf induzierte *Negative-Jet* in einem mit dem Nachlauf wandernden Staupunkt resultiert. Dies führt für einen stehenden Beobachter zu einer Zunahme des Drucks, wenn sich der Nachlauf dem Beobachter nähert ($\frac{\partial p}{\partial t} > 0$) und einer Abnahme des Drucks, wenn der Nachlauf den Beobachter passiert hat ($\frac{\partial p}{\partial t} < 0$). Die Zunahme des Totaldrucks ergibt sich nun aus der Zunahme der Totalenthalpie des Nachlauffluids gemäß Gl. (2.7). Diese wiederum nimmt nach Hodson und Dawes (1998) deshalb in Summe zu, da die Partikel im Nachlauf länger einem positiven als einem negativen $\frac{\partial p}{\partial t}$ ausgesetzt sind. Eine Begründung für die postulierte unterschiedliche Verweildauer wird jedoch nicht gegeben.

Die Existenz der Energieteilung durch das vom Nachlauf induzierte Druckfeld wird von Marx et al. (2013) in dem Statorgitter einer mehrstufigen Turbine durch die Betrachtung von mit der Strömung transportierten Partikeln gezeigt. Die Analysen zeigen eine Zunahme des Totaldrucks der Partikel im Nachlauf. Die vergleichsweise geringe Anzahl der eingebrachten Partikel zu wenigen Zeitpunkten lässt jedoch keinen allgemeingültigen Schluss zu. In den Arbeiten von Rose et al. (2009) und Rose (2010) wird das energetische Verhalten eines Stator-Nachlaufs in einem Rotor ebenfalls durch das Einbringen von Partikeln untersucht, allerdings auch hier mit einer vergleichsweise geringen Anzahl an Partikeln. Die Untersuchungen zeigen, dass ein Austausch von Wärme zwischen der kalten freien Strömung und dem aufgrund der Verluste aufgeheizten Nachlauf stattfindet und das Nachlauffluid in der Turbine weniger Arbeit leistet als das Fluid der freien Strömung, was dem von Smith (1966) beschriebenen Zusammenhang auf den ersten Blick widerspricht. Es wird jedoch auch gezeigt, dass die Axialgeschwindigkeit der Partikel im Nachlauf im Mittel höher ist als jene der freien Strömung. Die Verweildauer des Nachlauffluids in der Passage ist demnach im Vergleich zur freien Strömung verkürzt. Gemäß der von Smith (1966) postulierten These ist daher auch mit einem reduzierten Arbeitsaustausch zu rechnen, die Ergebnisse von Rose et al. (2009) und Rose (2010) stützen daher die Hypothese von Smith (1966). Eine Unterscheidung zwischen Änderungen der Totalenthalpie der Partikel aufgrund von viskosen Effekten, des instationären Druckfelds durch die Rotation nach Gl. (2.22) und des instationären Druckfeldes durch lokale Phänomene wird nicht vorgenommen. Eine solche Aufteilung wird von Marx et al. (2015) für eine Rotorpassage durchgeführt. Darauf aufbauend werden Mechanismen, die in einem Rotor zu einem Totalenthalpietransport führen, identifiziert. Das durch die Potentialwirkung des Rotors entstehende Druckfeld in Kombination mit der Rotation führt insbesondere unmittelbar am Eintritt sowie im strömungsverzögernden Teil der Passage zu einem Zugewinn an Totalenthalpie der Strömungspartikel. Die Zunahme der Totalenthalpie ist besonders für die Partikel der Nachlaufströmung aufgrund deren geringerer

Geschwindigkeit in diesem Bereich aus energetischer Sicht vorteilhaft. Ein weiterer von Marx et al. (2015) benannter Mechanismus betrifft den Transport von Totalenthalpie aufgrund des in der Passage (im Relativsystem) vorliegenden instationären Druckfeldes. Während jene Partikel, die auf der Druckseite der Passage eintreten durch dieses an Totalenthalpie gewinnen, ist bei den Partikeln, welche nahe der Saugseite eintreten das Gegenteil der Fall. In Summe wird durch den Mechanismus des lokalen instationären Druckfeldes in der Passage dem Nachlauf mehr Totalenthalpie entzogen als der freien Strömung, was dem von Rose und Harvey (2000) und Rose (2010) formulierten Konzept der *differential work* widerspricht. Diese Beobachtung deckt sich nicht mit den Ergebnissen aus der von Marx et al. (2013) im Stator durchgeführten Betrachtung, in der eine Zunahme der Totalenthalpie beobachtet wurde. Da die Untersuchungen von Marx et al. (2013) im zweiten Stator der Versuchsturbine durchgeführt wurden, ist eine Überlagerung des betrachteten Nachlaufs mit den Nachläufen der stromauf liegenden Schaufelreihen nicht auszuschließen. In den Arbeiten von Marx et al. (2013, 2015) beschränkt sich die Auswertung auf den Mittenschnitt der ausgewählten Versuchsturbine. Die Zweidimensionalität der Strömung wird angenommen aber nicht gezeigt. Eine Überlagerung mit Querströmungen ist daher nicht auszuschließen. Hodson und Dawes (1998) implizieren ebenfalls eine Zunahme der Totalenthalpie des Nachlauffluids im Stator. Der dort beschriebene Totaldrucküberschuss nahe der Saugseite wird auf das Nachlauffluid des Stabgitters zurückgeführt. Die Übereinstimmung der Position des Nachlauffluids mit dem beobachteten Totaldruckmaximum konnte von Stieger und Hodson (2004, 2005) experimentell bestätigt werden.

Der Vorgang des instationären Energietransports in der Schaufelpassage ist nicht eindeutig geklärt. Einzig die Ursache für die Umverteilung von Totalenthalpie, d.h. ein instationäres Druckfeld innerhalb der Passage, konnte nachgewiesen werden. Aus diesem Grund werden im Folgenden die instationären Druckfluktuationen in der Passage und deren physikalische Ursache näher beschrieben.

2.4.3 Quellen instationären Drucks im Schaufelzwischenraum von subsonischen Turbinen

Instationäre Mechanismen in subsonischen Turbinen können in Abhängigkeit von der Regelmäßigkeit ihres Auftretens in deterministische und nicht-deterministische Vorgänge unterteilt werden, vgl. Kachel und Denton (2004), Rose (2010) und Biester et al. (2012, 2013a). Deterministische Instationarität bezeichnet dabei jene Effekte, die mit einer definierten Frequenz auftreten, wie z. B. periodische Grenzschichtablösung und akustische Resonanz. Nicht-deterministische Effekte, wie z. B. Turbulenz, treten hingegen willkürlich und über ein breites Frequenzspektrum auf. Eine weiterführende Einteilung der instationären Vorgängen in Turbomaschinen in Abhängigkeit von Längenmaß und Frequenz wird von Reza S. Abhari in LaGraff et al. (2006) durchgeführt und ist in Abb. 2.7 gezeigt. Daraus geht hervor, dass die in einer Turbomaschine auftretenden zeitabhängigen Effekte in Frequenz und Längemaß um 5-6 Größenordnungen variieren. Darüber hinaus liegt ein annähernd reziproker Zusammenhang zwischen Längemaß und Frequenz vor, es gilt $f \approx \frac{1}{L}$.

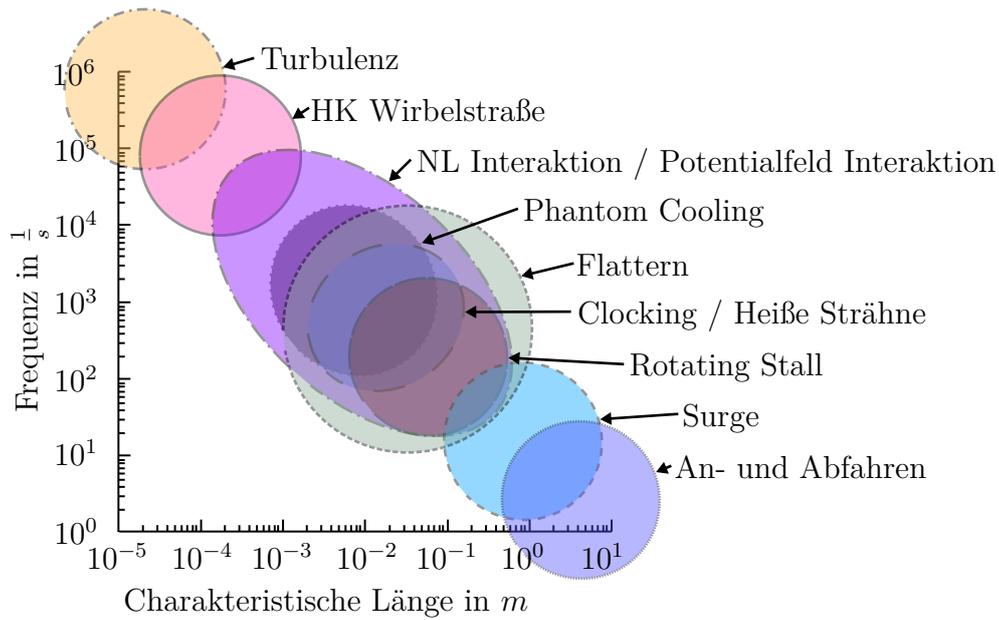


Abbildung 2.7: Längemaß und Frequenz von in Turbomaschinen auftretenden instationären Effekten nach R. S. Abhari in LaGraff et al. (2006).

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Analyse des instationären Totalenthalpietransports im Schaufelzwischenraum von subsonischen Turbinen. Instationäre Effekte wie Flattern und *rotating stall* sowie Temperaturschwankungen durch den Transport von Kühlluft stromaufliegender Schaufeln (*Phantom Cooling*) können vernachlässigt werden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass das instationäre Druckfeld im Schaufelzwischenraum durch die Nachlaufkonvektion die Druckschwankungen aufgrund von Wirbelstraßen im Nachlauf überwiegt.

Bedingung für einen gerichteten Transport von Totalenthalpie ist ein deterministisch instationäres Auftreten von Druckschwankungen. Innerhalb der Schaufelpassage wird dies durch die Nachlaufkonvektion und potentialtheoretisch beschreibbare Effekte erzeugt. Ursache für die nachlaufinduzierten Druckschwankungen ist gemäß Hodson und Dawes (1998) und Hodson et al. 2012 der in Abschn. 2.4.2 beschriebene, mit dem *Neg-*

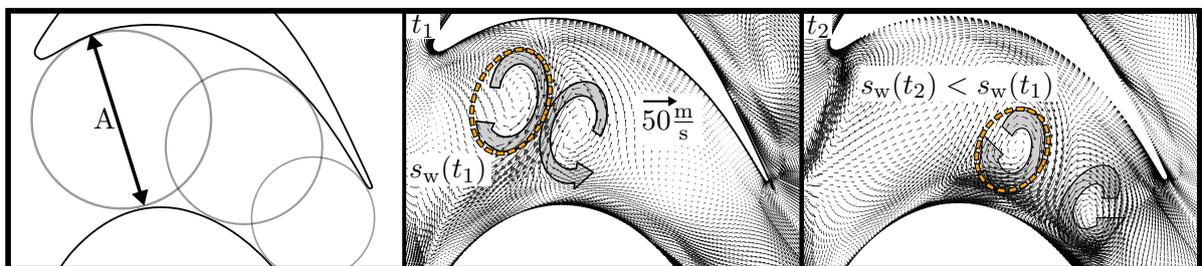


Abbildung 2.8: Nachlaufinduzierte Sekundärwirbel zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 nach Biester et al. (2012).

ative-Jet einhergehende Staupunkt sowie die Blockagewirkung des Nachlauffluids im engsten Querschnitt (siehe Rose 2010). Aus den in Biester et al. (2012, 2013a) publizierten Untersuchungen geht eine von der von Hodson und Dawes (1998) und Hodson et al. (2012) postulierten Staupunkthypothese leicht abweichende Ursache für die nachlaufinduzierten Druckschwankungen hervor. Der Nachlauf bzw. der daraus resultierende *Negative-Jet* führt innerhalb der Schaufelpassage zur Ausbildung des in Abb. 2.8 gezeigten Wirbelpaares und damit zu entsprechenden Geschwindigkeitsänderungen insbesondere in dem Bereich nahe der Saugseite. Biester et al. (2012) formulieren in ihrer Arbeit ausgehend von einer zweidimensionalen Strömung eines reibungsfreien Fluids konstanter Dichte eine Beschreibung für die Amplitude der Druckschwankungen in Abhängigkeit von der Schaufelgeometrie. Wird die Änderung des Totaldrucks aufgrund des Mechanismus der Energieteilung vernachlässigt, so ist die Schwankung des statischen Drucks mit der Fluktuation der Geschwindigkeit verknüpft. Unter Annahme der Gültigkeit der getroffenen Vereinfachungen ergibt sich diese aus der Konstanz der Zirkulation der nachlaufinduzierten Wirbelsysteme. Durch den konvergenten Strömungskanal und die damit einhergehende Kompression der Wirbel (vgl. Zeitpunkt t_1 und t_2 in Abb. 2.8) muss die Geschwindigkeit an deren Randfläche zunehmen, damit die Zirkulation Z konstant bleibt. Es gilt

$$Z_1 = \oint_{s_v(t_1)} u \, dl = Z_2 = \oint_{s_v(t_2)} u \, dl = \text{konst.} \quad (2.24)$$

Die von diesem Modell vorhergesagte Amplitude der Druckschwankung entspricht annähernd jener aus numerischen Simulationen, die von Biester et al. (2012) zum Vergleich herangezogenen werden. Der vorhergesagte lokale Verlauf der Amplitude der Druckfluktuationen wird jedoch nur in Ansätzen getroffen. In den Untersuchungen kann kein durch den *Negative-Jet* verursachter Staupunkt identifiziert werden. Die Beobachtungen und Beschreibungen von Biester et al. (2012, 2013a) liefern darüber hinaus eine Erklärung für die Zunahme der Totalenthalpie im Nachlauf, was in Abschn. 6.4 weiter ausgeführt wird.

Weitere Quellen instationären Drucks im Schaufelzwischenraum resultieren aus der variierenden Versperrung durch die Rotation des Rotors sowie der Stromabwirkung des statischen Druckfeldes in der Rotorpassage. Letztere Interaktion ist insbesondere bei geringen axialen Abständen zwischen stehenden und rotierenden Schaufeln ausgeprägt. Biester et al. (2013a) analysieren die auf der Oberfläche des zweiten Stators der in Abschn. 3.1.1 beschriebenen Turbine auftretenden Druckschwankung als Abweichung zum Mittelwert

$$p' = p - \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt \quad (2.25)$$

in Abhängigkeit vom axialen Abstands zwischen den Schaufelreihen. Die Resultate sind in Abb. 2.9 als Weg-Zeit-Diagramm dargestellt. Daraus geht hervor, dass der Nachlauf zu einer Störung des lokalen Drucks führt, welche in Strömungsrichtung transportiert wird (siehe **NL** in Abb. 2.9). Besonders deutlich ist dies für vergleichsweise große axiale Abstände zwischen den Schaufelreihen (siehe Abb. 2.9c).

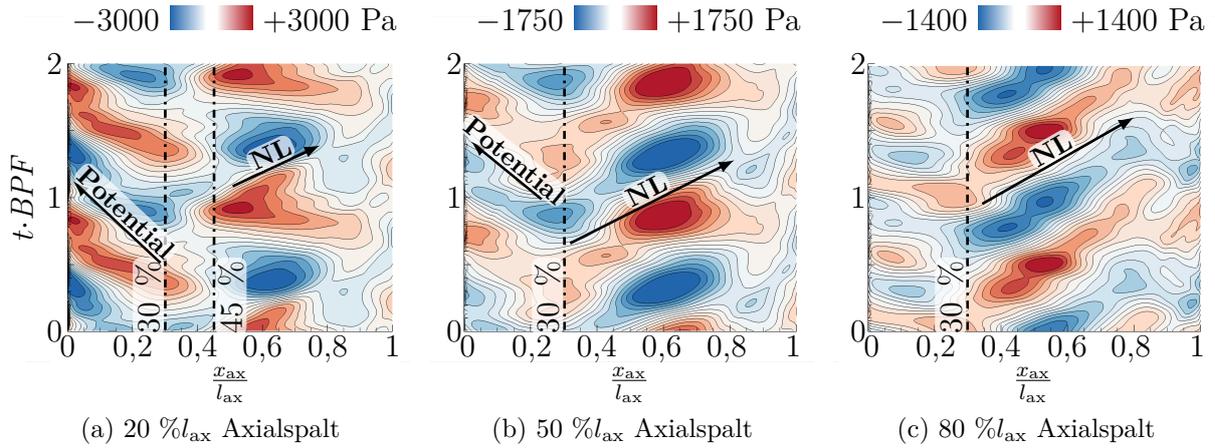


Abbildung 2.9: Weg-Zeit-Diagramme des instationären Drucks $p' = p - \bar{p}$ im Mittenschnitt auf der Saugseite eines Stators in der in Abschn. 3.1.1 beschriebenen $1\frac{1}{2}$ -stufigen Versuchsturbine für unterschiedliche Axialabstände aus Biester et al. (2013a).

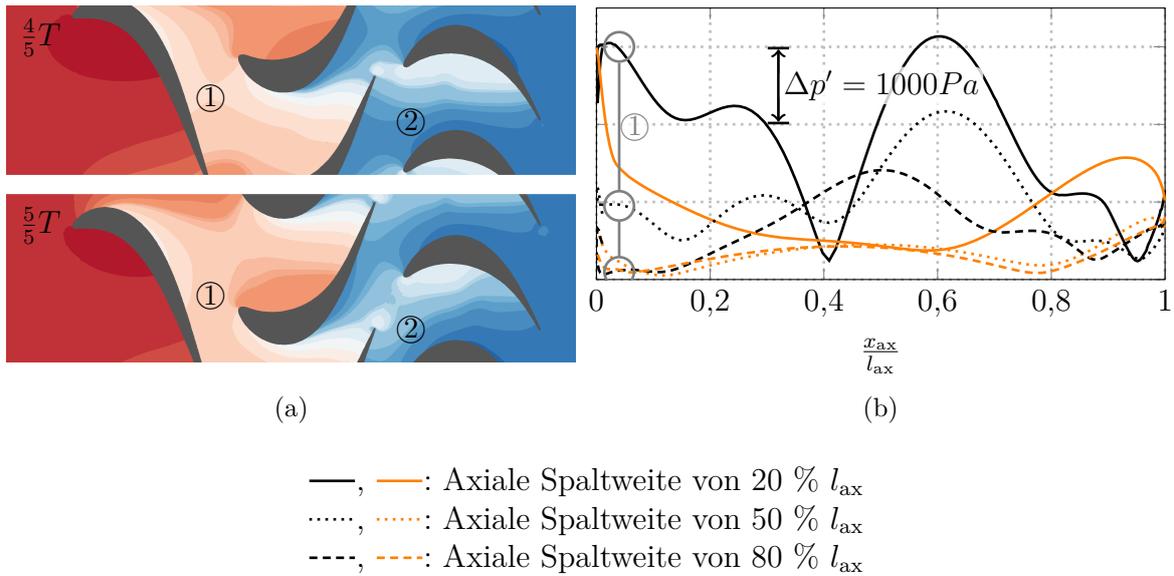


Abbildung 2.10: Statische Druckverteilung (a) und Amplitude der Druckfluktuationen (b) auf der Druckseite (orange) und Saugseite (schwarz) des zweiten Stators in Abhängigkeit von der axialen Sehnenlänge aus Biester et al. (2013a).

Abbildung 2.10 zeigt das instantane statische Druckfeld in der untersuchten Maschine zu zwei Zeitpunkten. Die Interaktion der Druckfelder und deren Variation ist qualitativ durch den Vergleich der in Abb. 2.10a gezeigten Zeitpunkte an den mit ① und ② gekennzeichneten Positionen ersichtlich. Die Druckschwankungen aufgrund der Interaktion der Potentialdruckfelder von Rotor und Stator miteinander führen im Weg-Zeit-Diagramm

Abb. 2.9 zu einem Muster, welches einer Stromaufbewegung entspricht. Diese Muster sind für die unterschiedlichen Axialspalte mit **Potential** in Abb. 2.9 gekennzeichnet. Abbildung 2.10b zeigt die Amplitude der Druckschwankung bei der Blattwechselfrequenz über die axiale Länge der Schaufel. In dem in Abb. 2.10b mit ① gekennzeichneten Bereich ($\lesssim 35\% \frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}}$) fällt die Amplitude der Druckschwankung mit steigendem axialen Abstand exponentiell ab. Dies bestätigt gemäß Parker (1969) die potentialtheoretische Ursache dieser Schwankung. Die Abnahme der nachlaufinduzierten Druckschwankung verhält sich hingegen annähernd linear zum Axialabstand, was aus der zunehmenden Ausmischung des Nachlaufs resultiert. Die Amplitude der nachlaufinduzierten Druckschwankungen erreicht bei $\approx 50 - 60\% \frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}}$ ihr Maximum.

2.5 Schlussfolgerungen

Die in der Vergangenheit durchgeführten Arbeiten zeigen, dass die Konvektion des Nachlaufs im Schaufelzwischenraum von Turbomaschinen von einer Vielzahl an Mechanismen beeinflusst wird. Während bei Verdichtern bereits vereinfachte Modelle existieren, die eine Abschätzung der wirkenden Effekte erlauben, ist dies bei Turbinen nicht der Fall. Die Komplexität des Transports in einer Turbine ist aufgrund der meist sehr hohen Umlenkung und der damit einhergehenden Verzerrung deutlich höher. Ein allgemeingültiges Modell, was eine Beschreibung des Nachlaufs hinsichtlich dessen Längung oder Stauchung unter Berücksichtigung des *Negative-Jet* und der Verzerrung aufgrund von Geschwindigkeitsgradienten in der Passage sowie der turbulenten Ausmischung ermöglicht, ist nicht bekannt. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher ein Modell hergeleitet, welches die genannten Effekte berücksichtigt (siehe Abschn. 5.2) und deren Anteile an dem beschriebenen Verhalten analysiert (siehe Abschn. 6.3).

Der instationäre Transport von Totalenthalpie in der Passage und die verantwortlichen Mechanismen sind aus Sicht des Autors noch nicht zufriedenstellend erforscht. Aus diesem Grund wird der Vorgang des instationären Arbeitsumsatzes in der Schaufelpassage analysiert und die ursächlichen Mechanismen identifiziert. Die in diesem Kapitel gesichteten Arbeiten und Studien beziehen sich auf unterschiedliche Geometrien. Um eine Aussage über die Zusammenhänge zwischen den nachlaufspezifischen Ausmischverlusten und dem Energietransport treffen zu können, wird eine Korrelationsanalyse durchgeführt. Grundlage für die Untersuchungen sind die im nachfolgenden Kapitel vorgestellten experimentellen und numerischen Versuchsaufbauten.

3 Versuchsbeschreibung

3.1 Experimentelle Referenz

3.1.1 Beschreibung und Einordnung

Die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Analysen basieren zum größten Teil auf den Ergebnissen numerischer Simulationen. Es ist daher notwendig, die Güte der Vorhersage insbesondere hinsichtlich der instationären Nachlaufkonvektion zu validieren. Dazu

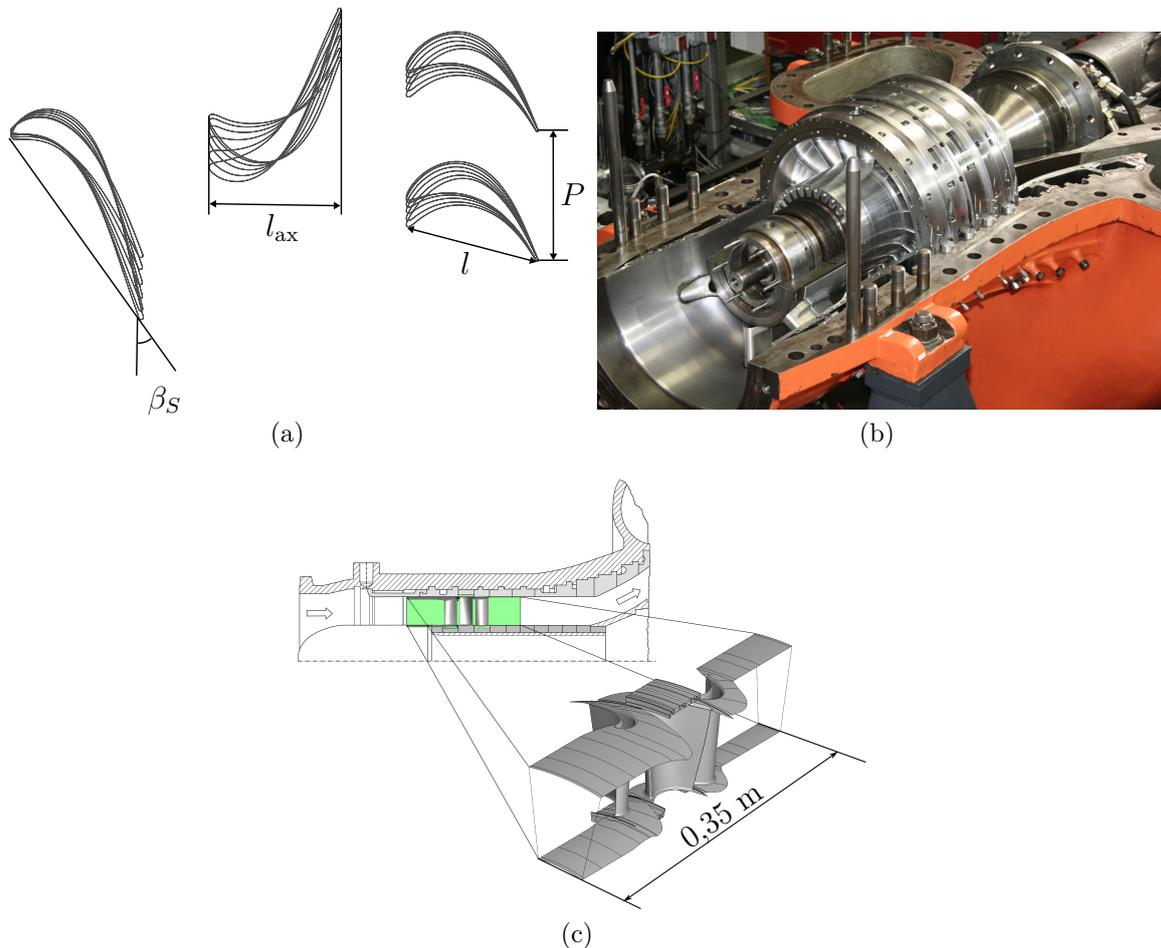


Abbildung 3.1: Schnittbilder der Beschaukelung und Nomenklatur (a), Bild der untersuchten Maschine (b) sowie Meridionalansicht des Strömungskanals und untersuchter Bereich (c, aus Biester et al. 2011b).

3 Versuchsbeschreibung

Tabelle 3.1: Auslegungspunkt und Randbedingungen

Drehzahl n in min^{-1}	7000		
Totaldruck am Eintritt $p_{t,\text{Ein}}$ in kPa	156,7		
Massenstrom \dot{m} in $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$	8,5		
Leistung \dot{W} in kW	278		
	Stator 1	Rotor	Stator 2
Anzahl der Schaufeln N	18	30	36
Aximale Sehnenlänge l_{ax} in mm	40	40	40
Projiziertes Längen- zu Höhenverhältnis h_K/l_{ax}	2,15	2,15	2,15
Verhältnis von Teilung zu Sehnenlänge $\frac{P}{l}$	0,986	0,729	0,722
β_s in $^\circ$	39,08	51,21	67,98
Durchflusszahl $\frac{u_{\text{ax}}}{\omega R}$	-	0,59	-
Leistungszahl $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$	1,95		-
Reaktionsgrad $\frac{\Delta h_{\text{is,r}}}{\Delta h_{\text{is,stufe}}}$	0,55		-
Austritts Reynolds-Zahl nach Gl. (2.14)	$7,54 \cdot 10^5$	$6,48 \cdot 10^5$	$4,17 \cdot 10^5$
Strouhal-Zahl $\frac{f l_{\text{ax}}}{u_{\text{Aus,abs}}}$	-	0,864	0,875

ist eine experimentelle Referenzmaschine erforderlich, die zum einen in ihrer Charakteristik stellvertretend für die in dieser Arbeit diskutierten subsonischen Turbinen ist und zum anderen den wesentlichen Effekt der Nachlaufkonvektion annähernd unbeeinflusst von anderen Effekten wiedergeben kann. Im Rahmen des von dem Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie geförderten Luftfahrtforschungsprogramms LuFo IV wurde zur Analyse des Einflusses des Axialabstands auf die Effizienz eine entsprechende Beschaukelung ausgelegt und in die am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover befindlichen Versuchsturbine integriert. Dabei wurde sichergestellt, dass die Reaktionskräfte durch den konvektiven Transport des Nachlaufs innerhalb der Schaufelpassage messtechnisch erfasst werden können, siehe Biester et al. (2011a). Bei der Turbine handelt es sich um eine $1\frac{1}{2}$ -stufige Konfiguration. Details zum Auslegungsbetriebspunkt und zur Beschaukelung sind in Tab. 3.1 aufgeführt. Die Beschaukelung der Maschine ist in Abb. 3.1a als Schnittbild an unterschiedlichen radialen Positionen gezeigt, die Turbine selbst ist in Abb. 3.1b mit montierten Leitschaufelträgern dargestellt. Letztere erlauben ein Verdrehen der Leitschaufeln zur Kompensation des Clocking-Effektes bei Variation des Axialabstands in der Maschine. Details zu dieser Konstruktion sind Henke et al. (2012) zu entnehmen. Die Maschine verfügt über Labyrinthdichtungen, welche die Leckageströme auf ein Minimum reduzieren. Der Rotor ist darüber hinaus mit einem Deckband versehen, sodass eine Ausbildung des Schaufel-spitzenwirbels verhindert wird. Der Prüfstand erlaubt die Variation des Axialabstands zwischen den Schaufelreihen von 20 % l_{ax} , 50 % l_{ax} und 80 % l_{ax} . Das Schaufelzahlenverhältnis des ersten und zweiten Stators von $\frac{N_{V2}}{N_{V1}} = 2$ wurde so gewählt, dass ein durch den

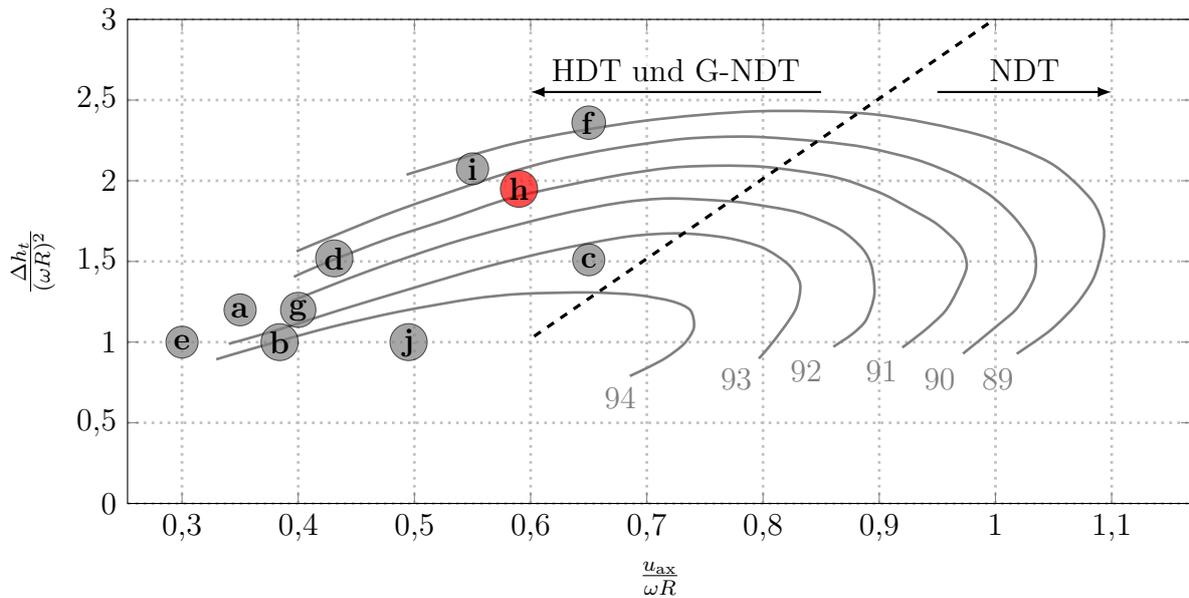
Rotor transportiertes Nachlaufsegment des ersten Stators nur jede zweite Schaufel im zweiten Stator beeinflusst (siehe auch Abb. 2.4b). Dadurch ist die Untersuchung einer Schaufelpassage im zweiten Stator möglich, die von dem Nachlauf des ersten Stators weitgehend unbeeinflusst bleibt.

Im Folgenden wird gezeigt, dass diese Referenzmaschine in einem technisch relevanten Betriebsbereich operiert sowie die Auslegung eine annähernd isolierte Betrachtung der Nachlaufkonvektion ermöglicht und damit die oben definierten Anforderungen als Validierungsfall erfüllt. Abbildung 3.2 zeigt die Leistungszahl $\psi = \frac{h_t}{(\omega R)^2}$ über der Durchflusszahl $\phi = \frac{u_{ax}}{\omega R}$ von ähnlichen Turbinen, die zu Forschungszwecken betrieben werden. In der Abbildung sind darüber hinaus die von Smith (1965) ermittelten Linien konstanten Wirkungsgrades gezeigt, die für Turbinen mit einem Reaktionsgrad von $r \approx 0,5$ ermittelt wurden. Dabei ist zu beachten, dass diese Linien und das von ihnen suggerierte Maximum an Effizienz auf Grundlage von Maschinendaten aus der Zeit vor der Veröffentlichung (1965) bestimmt wurde. Darüber hinaus geht aus der originalen Abbildung von Smith (1965) hervor, dass die Linien konstanten Wirkungsgrades für Durchflusszahlen von $\phi < 0,55$ auf Basis einer sehr geringen Anzahl an Maschinendaten erzeugt wurden. Ein Rückschluss auf die Effizienz der gezeigten Maschinen ist daher mit einer Unsicherheit behaftet. Aus Abb. 3.2 geht hervor, dass die Referenzmaschine sich im Auslegungspunkt durch eine vergleichsweise hohe Leistungsdichte auszeichnet. Die Leistungszahl - als Maß für die Stufenbelastung - ist im oberen Drittel aller dargestellten Maschinen angesiedelt, gleiches gilt für die Durchflusszahl. Nach Hourmouziadis (1989) liegt die Turbine bei den sich im Betriebspunkt einstellenden Kennzahlen in dem Bereich von Hochdruckturbinen oder Niederdruckturbinen mit Getriebestufen in Flugtriebwerken und erfüllt damit die Bedingung der technischen Relevanz. In Abschn. 2.3.5 wurde für eine Übertragbarkeit der Ergebnisse auf den Technikumsmaßstab die Bedeutung maschinennaher Strouhal- und Durchflusszahlen eingegangen. Diese sind in der hier vorgestellten Maschine gegeben.

3.1.2 Strömungsfeld und Eignung der Maschine für die Untersuchungen

Abbildung 3.3 zeigt das Ergebnis von instationären numerischen Simulationen der Turbine für den in Tabelle 3.1 angeführten Betriebspunkt für die Axialspalte von $20 \%l_{ax}$ und $80 \%l_{ax}$ als zeit- und umfangsgemittelte Größe. Details zu dem verwendeten Strömungslöser sind in Kap. 4 zu finden. Bei den Simulationen wurde der Einfluss von Leckageströmen durch die in der Maschine verwendeten Dichtungen analysiert. Eine ausführliche Beschreibung der Ergebnisse dieser Studien sind in Biester et al. (2013b) zu finden. Eine detaillierte Analyse des instationären Strömungsfeldes unter Auswertung der in Umfangsrichtung vorliegenden Umfangsinhomogenität, der daraus resultierenden instationären Wirbelstrukturen und eine Zuordnung der in Abschn. 2.3.3 genannten Sekundärströmungen findet sich in Biester et al. (2011b). Im Folgenden werden lediglich jene Ergebnisse dieser Studien gezeigt, die Rückschlüsse auf die Eignung der Turbine hinsichtlich der in Abschn. 3.1.1 beschriebenen Anforderungen zulassen.

3 Versuchsbeschreibung



- a Giboni et al. (2004) $1\frac{1}{2}$ Stufen, Ruhr-Universität Bochum sowie Anker et al. (2005) $1\frac{1}{2}$ Stufen Universität Stuttgart
- b Rosic und Denton (2008), Wallis et al. (2001) 4 Stufen, Cambridge University
- c Paradiso et al. (2008) $1\frac{1}{2}$ Stufen, Technische Universität Graz
- d Tiedemann und Kost (2001) 1 Stufe, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
- e Chaluvadi et al. (2001) 1 Stufe, University of Cambridge
- f Behr et al. (2007) $1\frac{1}{2}$ Stufen, ETH Zürich
- g Janke et al. (2002) 2 Stufen, ETH Zürich
- h Biester et al. (2011b, 2012) $1\frac{1}{2}$ Stufen, Leibniz Universität Hannover
- i Restemeier (2012) $1\frac{1}{2}$ Stufen, RWTH Aachen
- j Hodson (1985b) 1 Stufe, University of Cambridge

Abbildung 3.2: Einordnung und Vergleich von Turbinen vergleichbar mit der Referenzmaschine (h) im Smith-Diagramm. Linien konstanten isentropen Wirkungsgrads η_{is} in % aus Smith (1965), Einteilung in Hochdruckturbinen *HDT* und (Getriebe)-Niederdruckturbinen (*G*)*NDT* aus Hourmouziadis (1989).

Die innerhalb der Schaufelreihen dominierende Sekundärwirbelstruktur ist der Kanalwirbel. Der Leakagestrom der Dichtungen führt zu einer Verstärkung dieser Wirbelstruktur und der damit einhergehenden Über- bzw. Unterumlenkung der Strömung (Biester et al. 2011b). Darüber hinaus kommt es aufgrund der erhöhten Scherung innerhalb der Strömung zu einer Erhöhung der Entropie in diesem Bereich (siehe auch Abschn. 2.2). Auf Basis der in Abb. 3.3a und Abb. 3.3b gezeigten Verläufe ist eine Abschätzung der radialen Ausdehnung des Kanalwirbels möglich. In Gehäusenähe ist die Ausprägung we-

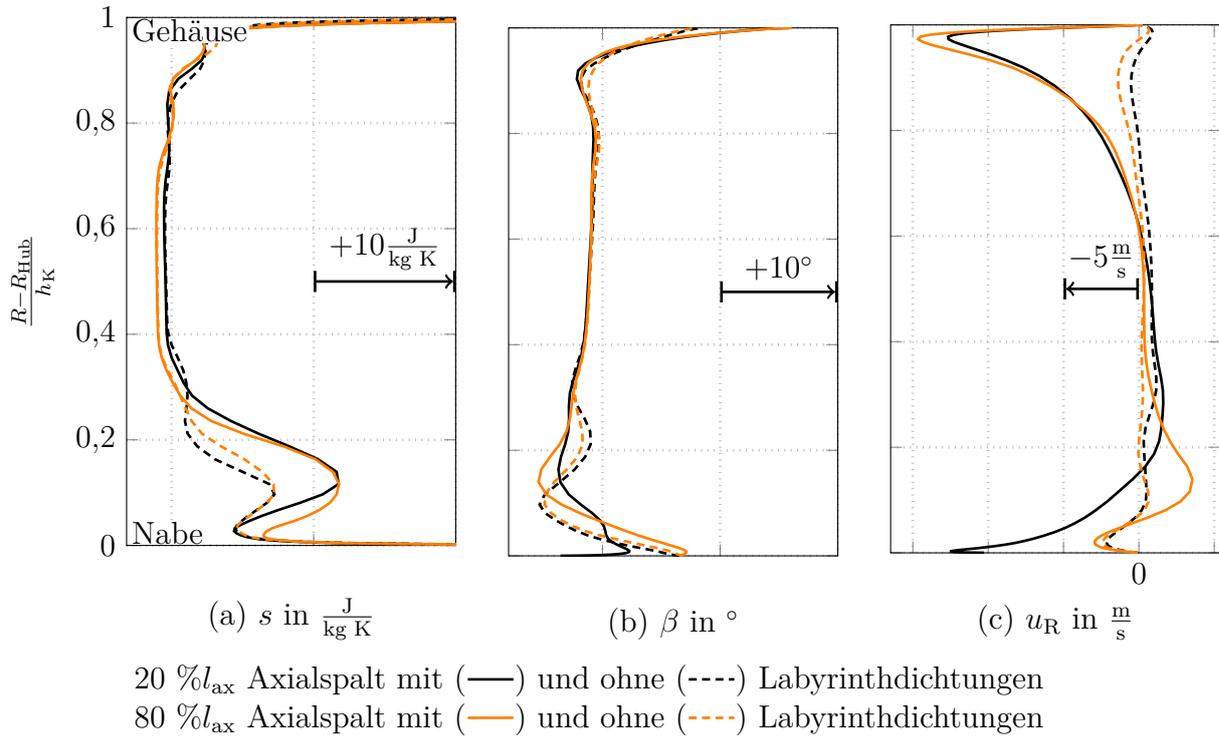


Abbildung 3.3: Zeit- und Umfangsgemittelte Entropie s (a), Abströmwinkel β (b) und radiale Komponente der Geschwindigkeit u_R (c) in der Messebene stromab des Rotors auf Basis der Daten von Biester et al. (2013b).

niger stark und der Kanalwirbel erstreckt sich lediglich bis ca. 70 % der Schaufelhöhe. In Nabennähe erstreckt sich diese Sekundärströmung bis ca. 40 % der Schaufelhöhe. Wie in Abschn. 3.1.1 erwähnt, ist für die in der vorliegenden Arbeit zu untersuchende Problematik eine ungestörte Strömung frei von dreidimensionalen Effekten erforderlich. Als Indikator für diese Anforderung dient die in Abb. 3.3c gezeigte Verteilung der gemittelten Radialkomponente des Geschwindigkeitsvektors. Zwischen den Berechnungen mit- und ohne Dichtungen sind signifikante Diskrepanzen zu beobachten, was die Notwendigkeit einer Betrachtung unter Berücksichtigung von Leckageströmen unterstreicht. Die gezeigte Auswerteebene liegt unmittelbar stromab des Rotors und dem Austritt der Rotorkavität. Das aus dieser austretende Fluid führt zu den beobachteten Abweichungen in Gehäusenähe. Für einen Axialspalt von 20 % l_{ax} , dessen Resultate mit — gekennzeichnet sind, tritt auch in Nabennähe eine große Abweichung auf. Für diesen Fall des kleinsten Axialspalts liegt die Auswerteebene unmittelbar stromauf des Eintritts der Dichtung des zweiten Stators. Das von dieser eingesaugte Fluid führt zu einer radialen Bewegung, die das Strömungsfeld bis zu ca. 20 % der Kanalhöhe beeinflusst. Eine Strömung ohne signifikante Radialkomponente liegt in einem Bereich zwischen 40 % und 60 % der Schaufelhöhe vor. Die Turbine ist daher für die Betrachtung der zweidimensionalen Nachlaufkonvektion sehr gut geeignet.

3 Versuchsbeschreibung

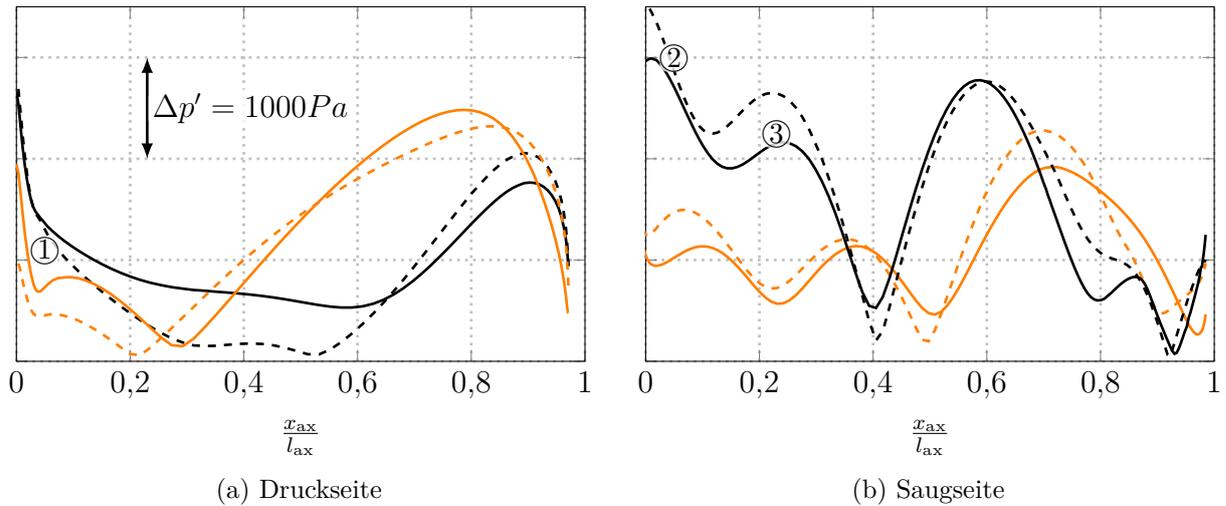
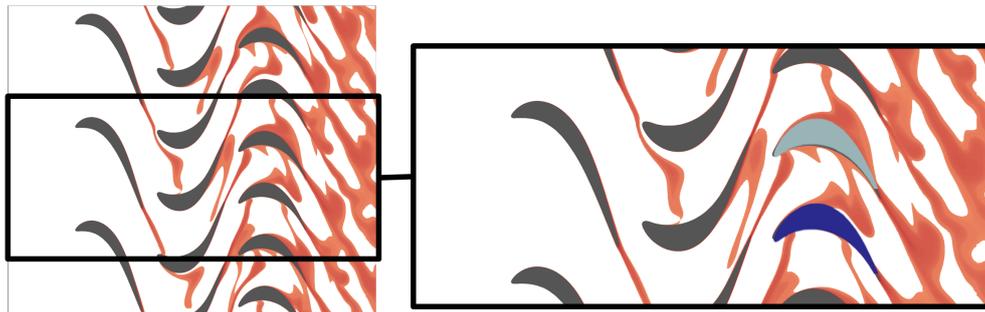


Abbildung 3.4: Vergleich der Amplitude der Druckschwankungen auf der Oberfläche des zweiten Stators einer vollen und einer quasi 3D-Berechnung.



- Bereiche hoher Entropie (Nachlauf)
- Schaufel 1
- Schaufel 2

Abbildung 3.5: Visualisierung der Nachläufe in der Versuchsturbine nach Biester et al. (2013a).

Eine Abschätzung des Einflusses der zeitlichen Abhängigkeit der Seitenwandströmung auf die Instationarität der Strömung in dem Bereich zwischen 40 % und 60 % der Schaufelhöhe kann durch den Vergleich einer Berechnung des gesamten Strömungskanals mit einer quasi dreidimensionalen Berechnung (Q3D), die das Turbinenprofil in einem Schnitt bei 50 % der Kanalhöhe repräsentiert, gezeigt werden. Dabei wird die

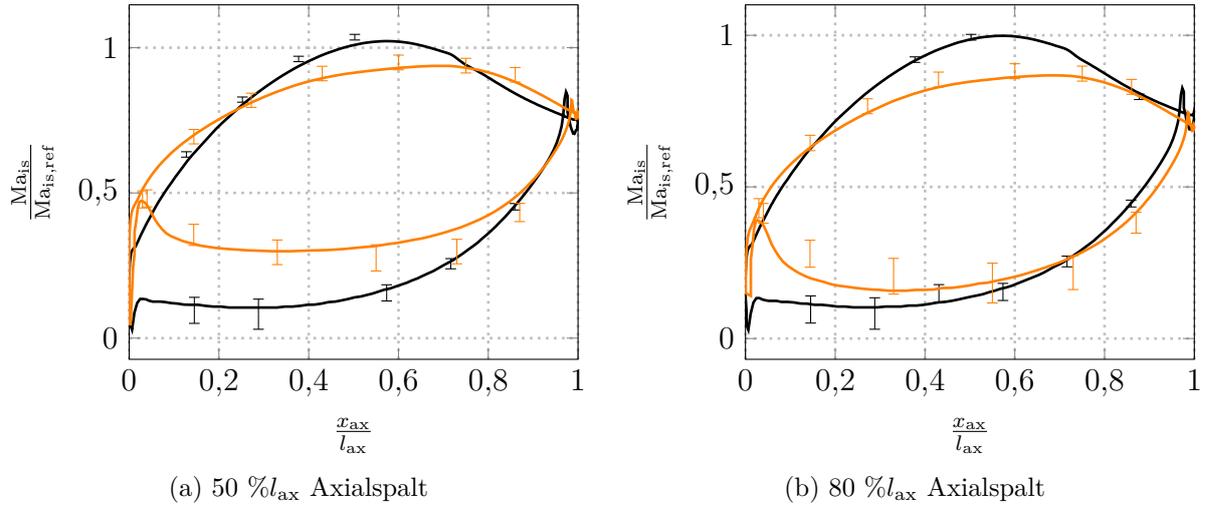
Einschnürung durch die Ausbildung der Grenzschicht im Seitenwandbereich durch ein identisches Verhältnis des Volumenstroms an Ein- und Austritt (*Axial Velocity Density Ratio, AVDR*) berücksichtigt. Als Bewertungsgröße wird die Amplitude der Druckschwankungen $\Delta p = p - \bar{p}$ bei der Blattwechselfrequenz auf der Schaufeloberfläche betrachtet, die die Reaktionskräfte aufgrund der Nachlaufkonvektion repräsentiert (siehe Abschn. 2.4.3). Die Resultate sind in Abb. 3.4 gezeigt. Aufgrund des Schaufelzahlenverhältnisses der Statorreihen in der Referenzmaschine werden zwei benachbarte Schaufeln des zweiten Stators ausgewertet (siehe Abb. 3.5). Aus Abb. 3.4 ist ersichtlich, dass der qualitative Verlauf der lokalen Amplitude der Druckschwankung sehr gut wiedergegeben wird. Abweichungen treten vor allem im vorderen Bereich der Schaufel auf. Unmittelbar an der Schaufelvorderkante kann eine Abweichung von $\Delta(\Delta p) \approx 400 \dots 1000$ Pa beobachtet werden, vgl. ① in Abb. 3.4a und ② in Abb. 3.4b. Weiter stromab bei ca. 10 % bis 40 % der axialen Sehnenlänge liegt die größte beobachtete Abweichung bei $\Delta(\Delta p) \approx 500$ Pa, siehe ③ in Abb. 3.4b. Jene Druckfluktuationen, die aus der Konvektion und Deformation des Nachlaufs resultieren, zeigen einen qualitativ und quantitativ ähnlichen Verlauf. Insbesondere in der Passage, welche weitestgehend von dem Nachlauf des ersten Stators unbeeinflusst bleibt, sind die Abweichungen gering (siehe orange Linien in Abb. 3.4a bzw. schwarze Linien in Abb. 3.4b). In jener Schaufelpassage, in die ebenfalls der Nachlauf des ersten Stators eintritt, sind signifikantere Abweichungen zu beobachten, was der in der Q3D-Betrachtung fehlenden und sonst auftretenden Radialverschiebung des Nachlaufs des ersten Stators im Ringkanal aufgrund der verringerten Umfangskomponente zuzuordnen ist. Die Abweichungen in der Vorhersage liegen in dem Abschnitt stromab von 40 % der axialen Sehnenlänge bei $\Delta(\Delta p) \lesssim 400$ Pa. Für jene Passage, die von dem Nachlauf des ersten Stators unbeeinflusst bleibt (schwarze Linien in Abb. 3.4b), liegen die Werte auf der Saugseite zwischen 50 % und 60 % der axialen Schaufellänge mit $\Delta(\Delta p) \lesssim 100$ Pa deutlich darunter. Die relative Abweichung beträgt in diesem Abschnitt ca. 5 %. Es wird daher davon ausgegangen, dass im Mittenschnitt ein zweidimensionales Strömungsfeld vorliegt und die Maschine für die beschriebenen Zwecke geeignet ist.

3.1.3 Validierung

Stationär

Im folgenden Abschnitt wird die Güte der Vorhersage der verwendeten numerischen Verfahren zur Analyse der Problemstellung auf Basis der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten Referenzmaschine untersucht. Abbildung 3.6 zeigt die Verteilung der isentropen Mach-Zahl in dem von Henke et al. (2016) vermessenen Betriebspunkt (A in Tab. 3.2) für unterschiedliche Axialspaltweiten und bezogen auf eine Referenz-Mach-Zahl $Ma_{is,ref}$. Die Fehlerbalken kennzeichnen dabei die sich aus den Messgrößen ergebende Unsicherheit. Details zur Berechnung sind in Abschn. A.8 zu finden. Es ist ersichtlich, dass der vorhergesagte Oberflächendruck bzw. die daraus gebildete Verteilung der isentropen Mach-Zahl unter Berücksichtigung der Messunsicherheit dem Messwert entspricht. Lediglich auf der Druckseite des zweiten Stators sind geringe Abweichungen zwischen berechnetem und

3 Versuchsbeschreibung



— CFD Leitschaufel 1
 — CFD Leitschaufel 2
 Fehlerbalken zeigen Messwerte

Abbildung 3.6: Vergleich der berechneten und gemessenen normierten isentropen Mach-Zahl Verteilung auf der ersten und zweiten Leitschaufel für die angegebenen Axialspaltweiten mit Daten aus Henke et al. (2016).

gemessenem Wert zu erkennen. Für diese Arbeit ist insbesondere die Strömung nahe der Saugseite relevant. Diese wird in allen gezeigten Fällen im Rahmen der Messunsicherheit korrekt wiedergegeben. Weiterführende Vergleiche des experimentell erfassten und numerisch berechneten stationären Strömungsfeldes wurden von Henke et al. (2016) durchgeführt. Weitere Arbeiten, welche die Fähigkeit des Strömungslösers stationäre und instationäre Vorgänge in Turbomaschinen korrekt wiederzugeben zeigen, sind u. a. in Kügeler (2005), Kügeler et al. (2008), Herbst et al. (2010), Reichstein et al. (2012), Marx et al. (2013), Schneider et al. (2014) und Marx et al. (2015) zu finden.

Tabelle 3.2: Kennwerte der für die Validierung verwendeten Betriebspunkte.

	Betriebspunkt A	Betriebspunkt B
Totaldruckverhältnis $\frac{p_{t,Ein}}{p_{t,Aus}}$	1,369	1,438
Massenstrom \dot{m} in $\frac{kg}{s}$	8,206	8,982
Totaltemperatur am Eintritt T_{Ein} in K	354,6	364,6
Drehzahl in $\frac{1}{min}$	6950	

Instationär

Von besonderer Bedeutung für das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Fähigkeit des Strömungslösers den Nachlauftransport und die damit einhergehenden Reaktionskräfte korrekt wiederzugeben, was im Folgenden überprüft wird. Eine geeignete Vergleichsgröße ist dabei die Amplitude der Druckfluktuationen auf der Oberfläche der Schaufeln in der Maschine (siehe Abschn. 2.4.2), da diese die Reaktionskräfte des Nachlaufs erfasst. Aus Biester et al. (2012) geht hervor, dass für die hier betrachtete Referenzmaschine ein Axialspalt von $50\%l_{ax}$ aufgrund der hohen Amplitude der nachlaufinduzierten Druckschwankungen und vergleichsweise geringen potentialtheoretischen Wechselwirkung für eine Validierung besonders geeignet ist. Die Abbildungen 3.7 und 3.8 zeigen daher die Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche als Weg-Zeit Diagramm sowohl für den von Henke et al. (2016) vermessenen als auch für einen weiteren Betriebspunkt. Eine Übersicht über die Charakteristik der Betriebspunkte ist in Tab. 3.2 zu finden.

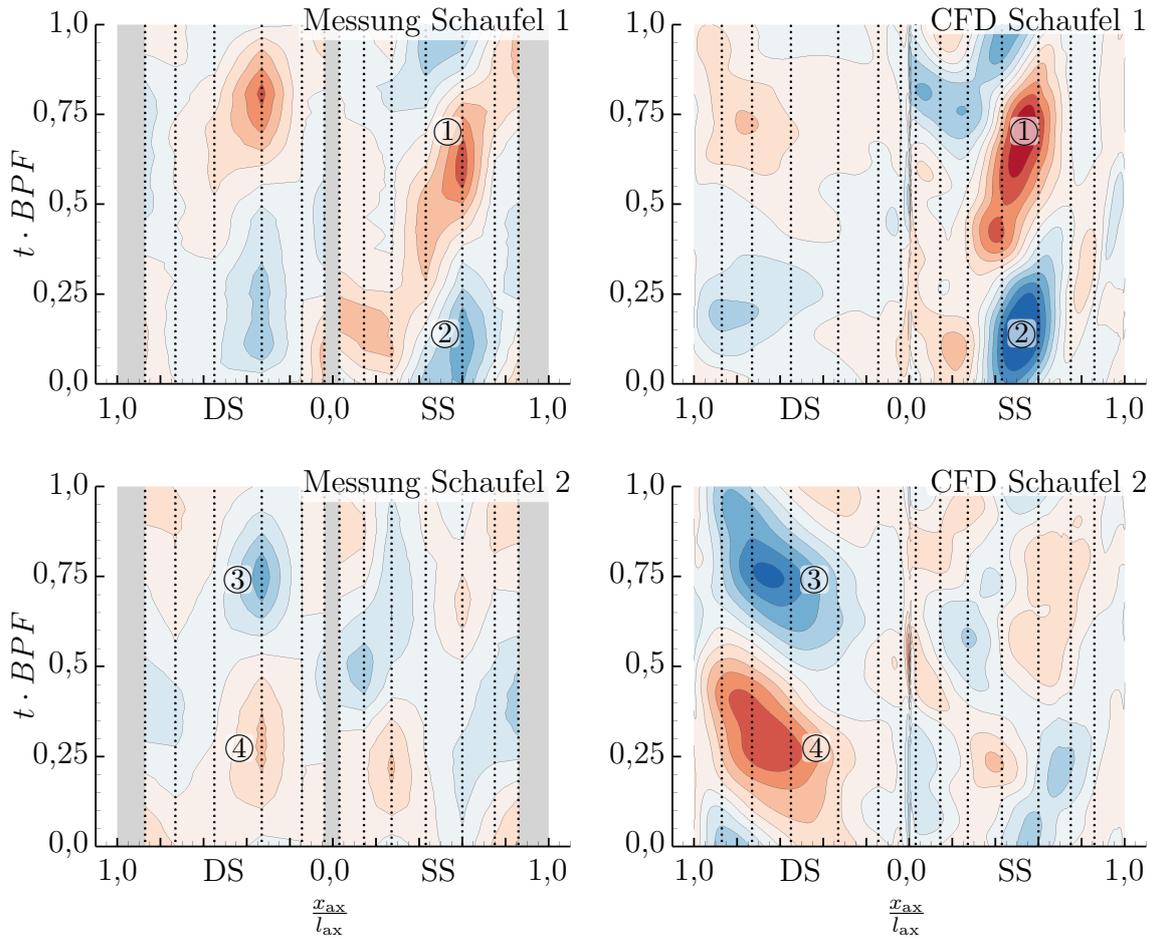
Abbildung 3.7 zeigt das Weg-Zeit Diagramm der Druckschwankung $p - \bar{p}$ für den in Tab. 3.2 mit **A** gekennzeichneten Betriebspunkt auf der Druck- und Saugseite im Euler-Radius als Ergebnis der experimentellen Messung und der CFD-Simulation. Die Lage der instationären Druckaufnehmer ist in Abb. 3.7 mit \cdots gekennzeichnet. Aufgrund des Schaufelzahlenverhältnisses zwischen der ersten und zweiten Leitreihe der Turbine von $\frac{N_{V2}}{N_{V1}} = 2$ (siehe Abschn. 3.1.1) wird nur jede zweite Schaufelpassage des zweiten Stators von dem Nachlauf der ersten Leitreihe beeinflusst. Aus diesem Grund wird die Druckverteilung zweier benachbarter Schaufeln, gekennzeichnet durch Schaufel 1 bzw. Schaufel 2, ausgewertet.

In der Schaufelpassage des zweiten Stators, die nicht von den Nachläufen des ersten Stators beeinflusst wird, kommt es zu hohen Druckschwankungen auf der Saugseite von Schaufel 1 bzw. der Druckseite von Schaufel 2. Diese sind in Abb. 3.7 mit ①, ②, ③ und ④ gekennzeichnet. Während die Amplitude und der Verlauf der auf der Saugseite von Schaufel 1 zu beobachtenden Druckschwankungen gut erfasst wird (siehe ① und ② in Abb. 3.7) ist dies bei den zugehörigen Schwankungen auf der Druckseite nur im Ansatz der Fall (siehe ③ und ④ in Abb. 3.7). Die in der CFD-Simulation vorhergesagte starke Schwankung des Drucks insbesondere im Bereich $0,4 \leq \frac{x_{ax}}{l_{ax}} \leq 0,8$ kann in der Messung nicht beobachtet werden.

Die Verteilung von $p - \bar{p}$ auf der Druckseite von Schaufel 1 bzw. der Saugseite von Schaufel 2 in der vom Nachlauf des ersten Stators beeinflussten Passage zeigt ein weniger deterministisches Bild. Die Druckfluktuationen sind von vergleichsweise geringer Amplitude. Lediglich auf der Druckseite ist ein sich mit der Blattwechselfrequenz wiederholendes Muster zu beobachten. In der Messung ist dabei die stärkste Schwankung bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,4$ zu finden, die Simulationen sagen eine Schwankung geringerer Amplitude bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,8$ vorher.

Für den in Abb. 3.8 gezeigten Betriebspunkt (**B** in Tab. 3.2) ergibt sich eine zu Abb. 3.7 vergleichbare Verteilung von $p - \bar{p}$. Die Amplitude der Druckschwankungen ist aufgrund des höheren Massenstroms größer als bei dem in Abb. 3.7 gezeigten Betriebspunkt. In der vom Nachlauf des ersten Stators unbeeinflussten Passage ist sowohl in der CFD Simulation als auch in der Messung eine Schwankung des statischen Drucks auf der

3 Versuchsbeschreibung



.....: Position der instationären Druckaufnehmer

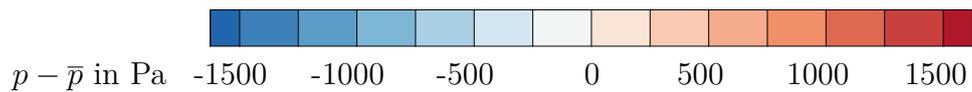
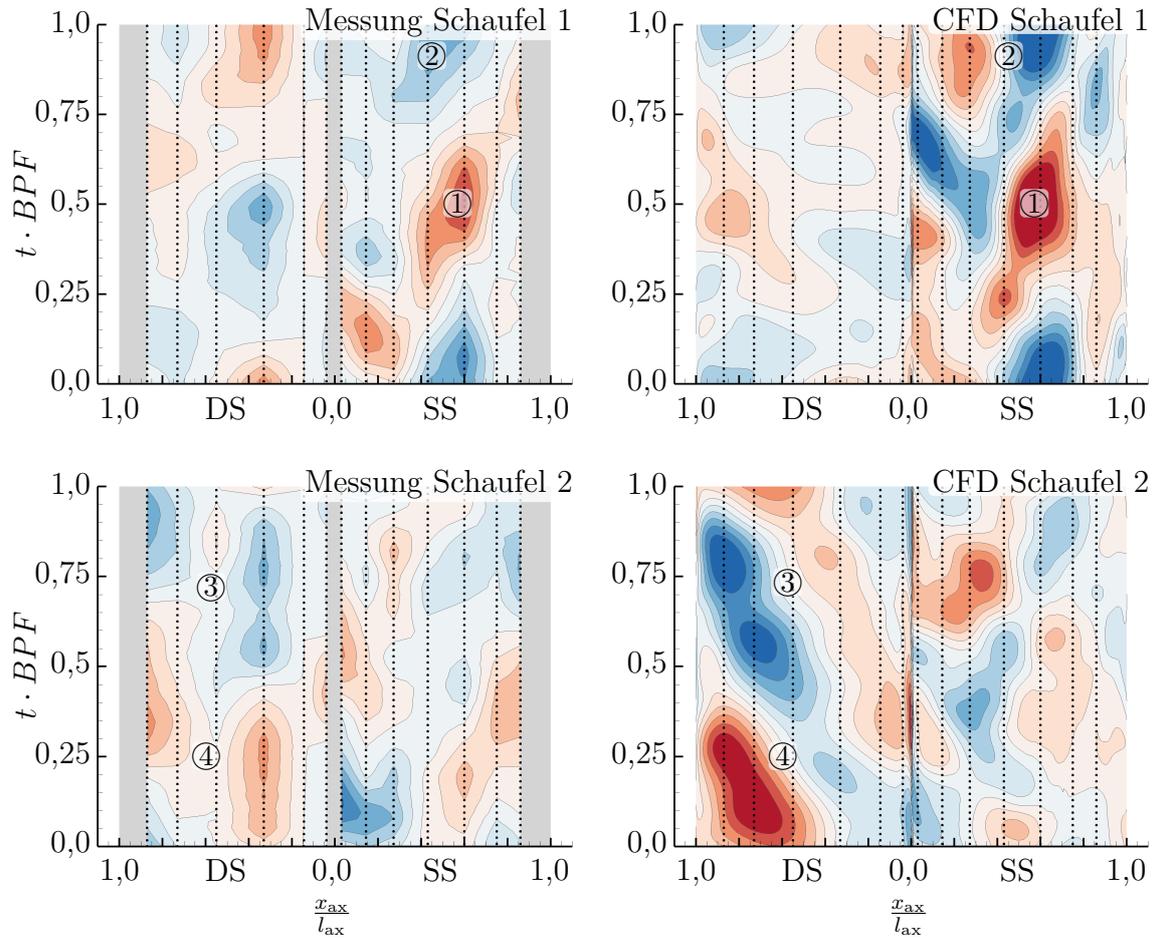


Abbildung 3.7: Weg-Zeit Diagramm der Druckschwankung $p - \bar{p}$ auf dem zweiten Stator der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten Versuchsturbine bei dem in Tab. 3.2 mit **A** gekennzeichneten Betriebspunkt. Die Messunsicherheit beträgt 52 Pa.

Saugseite von Schaufel 1 in den mit ① und ② gekennzeichneten Bereichen von ähnlicher Form und Amplitude zu erkennen. Die in der CFD-Rechnung vorhergesagte zugehörige Schwankung des Drucks auf der Druckseite wird von der Messung nur im Ansatz erfasst (siehe ③ und ④ in Abb. 3.7). Wie schon im Betriebspunkt **A** wird insbesondere an dem Druckaufnehmer an der Position $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,55$ ein weitaus geringerer Druck als von der CFD-Rechnung vorhergesagt gemessen.



.....: Position der instationären Druckaufnehmer

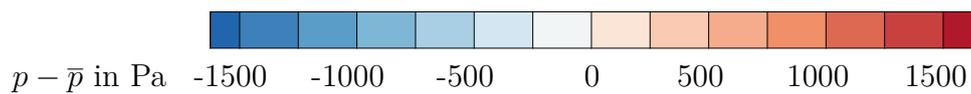


Abbildung 3.8: Weg-Zeit Diagramm der Druckschwankung $p - \bar{p}$ auf dem zweiten Stator der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten Versuchsturbine bei dem in Tab. 3.2 mit **B** gekennzeichneten Betriebspunkt. Die Messunsicherheit beträgt 52 Pa.

Die Druckschwankungen in der Passage, welche vom Nachlauf des ersten Stators beeinflusst wird, zeigt eine geringfügig erhöhte Amplitude im Vergleich zu dem in Abb. 3.7 gezeigten Betriebspunkt. Das resultierende Muster auf der Saugseite stimmt für Messung und CFD-Rechnung überein. Die auf der Druckseite in der Messung zu beobachtende deterministische Schwankung wird nicht von der CFD-Simulation vorhergesagt.

In Abschn. 2.4.3 wurde bereits auf die ursächlichen Effekte für die beobachteten Druckschwankungen und deren Ausprägung in einem Weg-Zeit Diagramm eingegangen. Insbe-

3 Versuchsbeschreibung

sondere in der vom Nachlauf des ersten Stators unbeeinflussten Passage entspricht das auf der Saugseite beobachtete Muster den Erwartungen. Die Amplitude ist im Bereich des engsten Querschnitts ($\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,6$) am höchsten. Die Erkenntnisse der in Abschn. 2.4.3 vorgestellten Arbeiten legen nahe, dass an der dieser Passage zugehörigen Druckseite ebenfalls eine hohe Schwankung des Drucks, wie von der CFD-Simulation vorhergesagt, auftritt. Es wird daher davon ausgegangen, dass Störgrößen den Druckaufnehmer auf der Druckseite bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,55$ beeinflussen und zu der beobachteten Abweichung führen. Die numerische Vorhersage der Druckschwankungen auf der Schaufeloberfläche entspricht innerhalb der beschriebenen Grenzen der experimentellen Beobachtung. Die Konvektion des Nachlaufs und dessen Beschaffenheit wird korrekt durch die CFD-Simulation wiedergegeben. Dies erlaubt die Anwendung der numerischen Verfahren zur Identifizierung der den instationären Arbeitstransport beeinflussenden Mechanismen.

3.2 Numerischer Testfall

In Abschn. 3.1.1 wurde gezeigt, dass die vorgestellte Referenzmaschine stellvertretend für subsonische Hochdruckturbinen und Niederdruckturbinen in Flugtriebwerken steht. Das beobachtete Strömungsfeld in dieser Turbine stellt die Gesamtheit der in Kap. 2 beschriebenen Phänomene dar. Dies erschwert jedoch eine isolierte Betrachtung einzelner Effekte. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Analyse der Ausmischverluste und des instationären Arbeitsumsatzes in Turbinen. Die zum Erreichen dieses Ziels angewendete Methodik ist die Simulation des instationären Strömungsfeldes. Dieses Vorgehen ermöglicht die Adaption bzw. Ableitung eines Testfalls, dessen Komplexität an das zu untersuchende Phänomen angepasst ist und eine isolierte Betrachtung desselben ermöglicht. Im Folgenden wird daher ein numerischer Testfall abgeleitet, der sich hinsichtlich der Geometrie sowie der thermodynamischen und aerodynamischen Zustände an dem Referenzfall orientiert. Eine isolierte Betrachtung des Ausmischverhaltens eines Nachlaufs im Schaufelzwischenraum erfordert eine rein zweidimensionale Strömung um Überlagerungen und Mischung durch Bewegungen in dritter Raumrichtung zu vermeiden. Diese lässt

Tabelle 3.3: Kenngrößen und Details des vereinfachten Turbinenmodells.

Drehzahl n in $\frac{1}{\text{min}}$	7000	
Totaldruck am Eintritt $p_{t,\text{Ein}}$ in kPa	155	
	Rotor	Stator 2
Anzahl der Schaufeln N	30	30
Axiale Sehnenlänge l_{ax} in mm	40	40
Staffelungswinkel β_s in $^\circ$	51,21	67,98
Äquivalente Durchflusszahl $\frac{u_{ax}}{\omega R}$	0,635	-
Äquivalente Leistungszahl $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$	2,03	
Strouhal-Zahl $\frac{f l_{ax}}{u_{\text{Aus,abs}}}$	-	0,865

sich in einem numerischen Modell durch eine quasi dreidimensionale (Q3D) Betrachtung erzwingen. Als Ausgangsebene wird die radiale Ebene im Euler-Radius ($\approx 55\%h_K$). verwendet, in welcher sich auch die Messstellen zur Erfassung des instationären Drucks befinden. In Abschn. 2.4.2 wurde darauf eingegangen, dass die Nachläufe stromaufliegender Statoren aufgrund der Konvektion im Rotor den Rotornachlauf überlagern. Eine isolierte Betrachtung des Rotornachlaufs in der Statorpassage ist dann nicht mehr ohne weiteres möglich. Aus diesem Grund wird der erste Stator der Referenzmaschine durch eine äquivalente Strömung als Randbedingung ersetzt. Darüber hinaus wird abweichend von der unter Abschn. 3.1.1 beschriebenen Referenzmaschine die Teilung des zweiten Stators erhöht, sodass ein Schaufelzahlenverhältnis von $\frac{N_{\text{Rotor}}}{N_{\text{Stator } 2}} = 1$ besteht. Dadurch ist eine effiziente nicht-lineare Berechnung der Turbine möglich. Die aerodynamische Belastung einer Schaufelreihe ist direkt proportional zu deren Teilung. Für den zweiten Stator steigt die Belastung durch die Erhöhung der Teilung entsprechend um den Faktor $\frac{36}{30} = 1,2$. Dies kann unter Umständen zu einer signifikant veränderten Strömungsführung aufgrund von Phänomenen wie Strömungsablösung führen. Um die Gefahr einer Strömungsablösung zu minimieren, wurde die Geometrie des zweiten Stators leicht angepasst. Die durchgeführten Adaptionen betreffen insbesondere die Saugspitze, die um $\approx 3\%$ verringert wurde. Darüber hinaus wird eine turbulente Grenzschicht vorgeschrieben, um gleichzeitig die in Abschn. 2.3.2 beschriebenen Grenzschichteinflüsse durch den Nachlauf zu minimieren. Eine Ablösung wird nicht beobachtet. Die Kenngrößen der resultierenden Turbine sind in Tab. 3.3 angegeben. Die dem Profil zugehörige Verteilung der isentropen Mach-Zahl ist in Abb. 5.2b bzw. Abb. 7.7 gezeigt.

3 *Versuchsbeschreibung*

4 Numerische Strömungssimulation

4.1 Navier-Stokes'sche Gleichungen und Zustandsgleichungen

Das Aufstellen von Masse-, Impuls- und Energiegleichgewicht führt zu Zusammenhängen, die das Verhalten einer Strömung vollständig beschreiben. In Anlehnung an Blazek (2001) und Wurst et al. (2013) ist eine Darstellung der Gleichungen durch einen die konservativen Erhaltungsgrößen beinhaltenden Vektor \underline{W} , einen Flussvektor zur Beschreibung der konvektiven Flüsse \underline{F}_k , einen Flussvektor zur Beschreibung der viskosen Flüsse \underline{F}_v sowie einen Quellvektor \underline{Q} zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \underline{W} dV + \oint_A (\underline{F}_k - \underline{F}_v) dA = \int_V \underline{Q} dV \quad (4.1)$$

zweckmäßig. Der Vektor \underline{W} setzt sich dabei zusammen aus der Dichte ρ , dem Impuls $\rho \underline{u}$ und der spezifischen totalen Energie ρe_t , welche wiederum aus der kinetischen Energie und der inneren Energie folgt. Es gilt

$$\underline{W} = (\rho, \rho u_x, \rho u_y, \rho u_z, \rho e_t)^T.$$

Der konvektive Flussvektor ergibt sich mit dem Normalenvektor \underline{n} zu

$$\underline{F}_k = (\rho u_i n_i, \rho u_x u_i n_i + n_x p, \rho u_y u_i n_i + n_y p, \rho u_z u_i n_i + n_z p, \rho h_t u_i n_i)^T,$$

der viskose Flussvektor aus

$$\underline{F}_v = (0, n_i \tau_{xi}, n_i \tau_{yi}, n_i \tau_{zi}, n_i \Theta_i)^T,$$

wobei Θ_i aus

$$\Theta_j = u_i \tau_{ji} + \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

mit der spezifischen Wärmeleitfähigkeit λ und dem Schubspannungstensor τ bestimmt werden kann. Der Quellvektor \underline{Q} ergibt sich aus der über die Systemgrenzen fließenden Wärme \dot{q} und der wirkenden Körperkraft k zu

$$\underline{Q} = (0, \rho k_x, \rho k_y, \rho k_z, \rho k_i u_i + \dot{q})^T.$$

4 Numerische Strömungssimulation

Gemäß dem Gauß'schen Integralsatz entspricht der Strom einer stetigen und differenzierbaren Größe ϕ über die Oberfläche eines Kontrollvolumens der in dem Gebiet erzeugten bzw. vernichteten Menge, siehe z. B. Greitzer et al. (2007) und Spurk und Aksel (2008). Es gilt

$$\int_V \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dV = \int_A \phi n_i dA. \quad (4.2)$$

Mit der Annahme, dass die betrachteten Größen über das Volumen stetig sind, kann die angegebene integrale Form der Navier-Stokes-Gleichungen in die differentielle Form überführt werden.

Die Navier-Stokes-Gleichungen bilden ein gekoppeltes nicht-lineares Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung. Um die Gleichungen lösen zu können, müssen weitere Zusammenhänge bekannt sein. Für vergleichsweise niedrige Temperaturen und Drücke (siehe Greitzer et al. 2007) kann in sehr guter Näherung ein ideales Gas angenommen werden. Damit ist eine Verknüpfung von Druck, Temperatur und Dichte eines Mediums mit der universellen Gaskonstante R_{Gas} zu

$$\frac{p}{\rho} = R_{\text{Gas}} T \quad (4.3)$$

zulässig. Der Schubspannungstensor τ_{ij} ergibt sich unter Annahme eines Newton'schen Fluids und bei Gültigkeit der Stokes'schen Hypothese aus der dynamischen Viskosität des Mediums und den Geschwindigkeitsgradienten in der Strömung, siehe z. B. Spurk und Aksel (2008). Die Viskosität kann unter der Annahme eines idealen Gases mit ausreichender Genauigkeit nach dem von Sutherland vorgeschlagenen Zusammenhang als Funktion der Temperatur bestimmt werden. Für die in dieser Arbeit betrachteten Fälle mit geringen Änderungen des Drucks und der Temperatur ist darüber hinaus eine Bestimmung der inneren Energie durch Annahme einer konstanten spezifischen Wärmekapazitäten zulässig. Detaillierte Ausführungen zur Lösbarkeit der Gleichungen sind unter anderem in Greitzer et al. (2007), Blazek (2001) und Spurk und Aksel (2008) zu finden.

4.2 Diskretisierung

Die in Abschn. 4.1 ausgeführten Gleichungen sind lediglich für einen kleinen Teil der technisch relevanten Strömungen geschlossen analytisch lösbar. Um eine Berechnung beliebiger Strömungen zu ermöglichen, wird der zu berechnende Bereich räumlich und zeitlich in diskrete Abschnitte zerlegt und die Differentialgleichung aus Abschn. 4.1 in algebraische (Differenzen-) Gleichungen überführt. Mit diesem Vorgehen erhält man anstelle einer kontinuierlichen Lösung eine Approximation derselben für diskrete Zeit- und ortsfeste Punkte. In der strömungsmechanischen Praxis findet dabei insbesondere das Verfahren der finiten Volumina Anwendung. Dabei werden die oben aufgeführten Gleichungen in der hier angegebenen integralen Form für diskrete Volumina gelöst. Weitere Details zu dieser Art der Diskretisierung sowie zu weiteren Diskretisierungsverfahren sind u. a. in Blazek (2001) und Ferziger und Peric (2008) zu finden.

4.3 Turbulenz

4.3.1 Größenskalen

Die erforderliche örtliche und zeitliche Auflösung der in Abschn. 4.2 beschriebenen Diskretisierung des Rechengebiets ergibt sich aus den physikalischen Anforderungen der zu beschreibenden Strömung. Insbesondere bei den hier angenommenen turbulenten Strömungen hoher Reynolds-Zahl (siehe auch Abschn. 2.3.2) erfordern die auftretenden turbulenten Strukturen eine entsprechend angepasste räumliche und zeitliche Auflösung. Die größten turbulenten Strukturen resultieren aus der Geometrie des Rechengebiets und den Kenngrößen der freien Strömung. Die Geschwindigkeits-, Zeit- und Längenskalen sind daher ähnlich zu denen der freien Strömung. Kleinere turbulente Strukturen ergeben sich aus dem von Richardson (1922), Tennekes und Lumley (1972) und Pope (2000) beschriebenen Prozess der Energiekaskade. Dieser bezeichnet den Zerfall der großen turbulenten Strukturen und das damit verknüpfte Entstehen kleinerer turbulenter Strukturen bzw. die Weitergabe von Energie zwischen diesen. Für den hier betrachteten Fall hoher Reynolds-Zahlen der freien Strömung (und damit hohen Reynolds-Zahlen der großskaligen Turbulenz) überwiegen die Trägheitskräfte in den großskaligen Strukturen. Die aus der Energiekaskade resultierende Dissipation ϵ kann daher als unabhängig von der kinematischen Viskosität ν betrachtet werden. Bei den kleinskaligen Strukturen nimmt der Anteil der viskosen Dissipation am Zerfallsprozess weiter zu. Kolmogorov (1941) leitet unter der Annahme isotroper Turbulenz und der Selbstähnlichkeit der turbulenten Strukturen eine Beschreibung der Geschwindigkeits-, Längen- und Zeitskala (η , u_η und τ_η) in Abhängigkeit von den Parametern kinematische Viskosität ν und Dissipation ϵ her. Es gilt

$$\eta \equiv \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad u_\eta \equiv (\epsilon\nu)^{\frac{1}{4}} \quad \text{und} \quad \tau_\eta \equiv \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.4)$$

Diese Skalen werden in der Literatur als Kolmogorov'sche Skalen bezeichnet, siehe z. B. Pope (2000). Wird die Reynolds-Zahl aus diesen Größen gebildet, so hat diese den Wert $Re_\eta = 1$. Dies bedeutet, dass wenn diese Skalen unterschritten werden die Zähigkeitskräfte überwiegen und die Struktur vollends dissipiert. Eine Abschätzung der resultierenden Größenordnung dieser kleinsten überlebenschfähigen Strukturen, bei denen die viskose Dissipation und die Energiezufuhr in Waage sind, wird von Pope (2000) in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl der Problemstellung angegeben zu

$$\eta \approx l_0 Re^{-\frac{3}{4}}, \quad u_\eta \approx u_0 Re^{-\frac{1}{4}} \quad \text{und} \quad \tau_\eta \approx \tau_0 Re^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.5)$$

Daraus geht hervor, dass sowohl die räumliche als auch zeitliche Auflösung des Rechengebiets mit zunehmender Reynolds-Zahl steigen muss. Ein Rechengebiet mit dem Ziel der Wiedergabe von Turbulenz muss daher entsprechend hoch aufgelöst werden, um das gesamte Spektrum der turbulenten Strukturen abbilden zu können. Problematisch ist neben der erforderlichen Auflösung der Diskretisierung auch der Abbruchfehler bei der verwendeten Approximation der Gradienten, was wiederum zu Fehlern in der Lösung führen kann (siehe Farlow 1993). Um diesen zu minimieren, sind wiederum Verfahren

höherer Ordnung notwendig, was die erforderlichen Rechenressourcen stark erhöht. Für technisch relevante Strömungen ist aus heutiger Sicht eine direkte Berechnung turbulenter Strömungen für anwendungsnahe Fälle in einem akzeptablen Zeitrahmen nicht möglich (siehe Herbst et al. 2013).

4.3.2 Statistische Betrachtung

Um eine turbulente Strömung in guter Näherung wiedergeben zu können, wird mit statistischen Methoden gearbeitet. Dabei wird angenommen, dass eine beliebige Größe ϕ durch deren Mittelwert $\bar{\phi}$ und einen Schwankungswert ϕ' wiedergegeben werden kann, $\phi = \bar{\phi} + \phi'$. Für Strömungen variabler Dichte muss dieses von Reynolds (1895) vorgeschlagene Vorgehen erweitert werden, siehe Favre 1992 und Wilcox 1998. Für eine Strömung variabler Dichte gilt analog

$$\phi = \tilde{\phi} + \phi'' \quad \text{mit} \quad \tilde{\phi} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho \phi \, d\tau. \quad (4.6)$$

Durch Einsetzen dieser Zusammenhänge in die in Abschn. 4.1 vorgestellten Navier-Stokes-Gleichungen und anschließende Mittelung folgt die in der Literatur als Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) bekannte Gleichung. Durch die Zerlegung wird ein neuer Term eingefügt, der die auftretenden Scherspannungen aufgrund der turbulenten Fluktuationsbewegung beinhaltet:

$$\tau_{ij} = \tilde{\tau}_{ij} + \tau_{ij}'' \quad \text{mit} \quad \tau_{ij}'' = -\overline{\rho u_i'' u_j''}. \quad (4.7)$$

Dieser Spannungstensor wird als turbulente Scheinspannung oder Reynolds-Spannung bezeichnet und ist nicht bekannt. Eine Lösung des Gleichungssystems ist nicht mehr ohne weiteres möglich. Es müssen weitere Annahmen getroffen werden und die Scheinspannungen modelliert werden. Dies führt zu den Turbulenzmodellen.

4.3.3 Modellierung

Der Reynolds-Spannungstensor kann auf Basis von der Valentin Joseph Boussinesq formulierten Annahme bestimmt werden. Diese besagt, dass die Reynolds-Spannungen proportional zum Gradienten der mittleren Geschwindigkeit sind. Es gilt

$$\tau_{ij}'' = \eta_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} k^*. \quad (4.8)$$

Die Proportionalitätskonstante ist in diesem Fall die in der Literatur als Wirbelviskosität bezeichnete (skalare) Größe η_T . Mathematische Formulierungen, die diese Größe bestimmen, werden als Wirbelviskositätsmodelle bezeichnet. Die Formulierung in Gl. (4.8) lässt eine Anisotropie der Turbulenz nur in sehr engen Grenzen zu. Wirbelviskositätsmodelle lassen sich entsprechend dem gewählten Ansatz und der Anzahl der zu lösenden Differentialgleichungen zur Bestimmung der Wirbelviskosität unterteilen. Als Null-Gleichungs-

Modelle werden jene Modelle bezeichnet, die über einen rein algebraischen Ansatz die Wirbelviskosität bestimmen, siehe z.B. Baldwin und Lomax (1978). Der Vorteil bei diesem Ansatz ist die ressourcenschonende Arbeitsweise und die numerische Stabilität. Nachteilig ist, dass keinerlei Kopplung zwischen den berechneten oder als Randbedingung vorgegebenen turbulenten Größen besteht. Eine solche Kopplung kann durch das Aufstellen einer Transportgleichung realisiert werden. In dem von Prandtl und Wiegkardt (1945) vorgeschlagenen Modell wird dies für die spezifische turbulente kinetische Energie $k^* = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}$ durchgeführt, was auf die Form

$$\frac{Dk^*}{Dt} = \underbrace{\frac{1}{\rho}\tau''_{ij}\frac{u_i}{x_j}}_I - C_D \underbrace{\frac{k^{*\frac{3}{2}}}{l}}_{II} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k^*}{\partial x_j} \right]}_{III} \quad (4.9)$$

führt, siehe z. B. Wilcox (1998). In Gl. (4.9) bezeichnet der mit I gekennzeichnete Term die Produktion, der Term II die Dissipation und Term III den diffusiven Transport der turbulenten kinetischen Energie k^* . Bei den Größen C_D und σ_k handelt es sich um Schließungskoeffizienten, deren Wert zur Berechnung der Gleichungen festgelegt wird. Die Wirbelviskosität $\eta_T = \rho\nu_T$ ergibt sich dann mit der näher zu bestimmenden turbulenten Längenskala l zu $\nu_T = \rho\frac{\sqrt{k^*}}{l}$. Ein ähnlicher Ansatz wird von Spalart und Allmaras (1992) gewählt. Dort wird die Wirbelviskosität direkt als Transportgröße bestimmt. Die Annahme einer Längenskala l ist nicht erforderlich. Dieses Modell zeigt jedoch bei Strömungen mit großen Ablösungen Defizite, siehe z. B. Wilcox (1998). Zur Wiedergabe solcher komplexen Strömungen ist die zusätzliche Modellierung der turbulenten Dissipation zweckmäßig. Verbreitete Modelle in diesem Bereich sind das k - ϵ - sowie das k - ω -Modell. Bei dem k - ϵ -Modell wird zusätzlich zur turbulenten kinetischen Energie k^* die massenspezifischen Dissipation ϵ aus einer Transportgleichung ermittelt. Bei dem k - ω -Modell wird analog die Dissipation pro Einheit der turbulenten kinetischen Energie ω bestimmt. Die turbulente kinetische Energie k^* kann dabei für das k - ϵ -Modell nach Gl. (4.9) berechnet werden. Die Dissipation (Term II in Gl. 4.9) wird dabei durch die Transportgleichung der Dissipation

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k^*} \frac{1}{\rho} \tau''_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k^*} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (4.10)$$

modelliert. Die Wirbelviskosität η_T ergibt sich dann zu $\eta_T = \rho C_\mu \frac{k^{*2}}{\epsilon}$. Die Werte für die Schließungskoeffizienten $C_{\epsilon 1}$, $C_{\epsilon 2}$, C_μ und σ_ϵ können z.B. Wilcox (1998) entnommen werden. Bei dem k - ω -Modell ergibt sich die turbulente kinetische Energie k^* ebenfalls aus Gl. (4.9), hier wird die Dissipation durch $\beta^* k^* \omega$ modelliert. Die Dissipation je Einheit turbulente kinetische Energie ω folgt aus der Lösung von

$$\frac{D\omega}{Dt} = \alpha \frac{\omega}{k^*} \frac{1}{\rho} \tau''_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma \nu_T \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]. \quad (4.11)$$

Unter Verwendung der Schließungskoeffizienten aus Wilcox (1998) oder Weber und Fox (2006) kann die Wirbelviskosität η_T bestimmt werden zu $\eta_T = \rho \frac{k^*}{\omega}$. Ein von Wilcox (2001) durchgeführter Vergleich beider Turbulenzmodelle zeigt, dass das k - ϵ -Modell insbesondere Schwächen bei der Wiedergabe der wandnahen (Grenzschicht-) Strömung zeigt. Die Diskrepanz zum gemessenen Erwartungswert nimmt im Gegensatz zu dem k - ω -Modell mit einem der Strömung entgegengesetzten Druckgradienten zu (siehe auch Menter 1993, 1994). Die Qualität der Vorhersage des k - ω -Modells bei sehr hohen entgegengesetzten Druckgradienten kann nach Menter (1992) auf Basis der von Johnson und King (1985) ausgeführten Überlegung, dass ein proportionaler Zusammenhang zwischen turbulenter kinetischer Energie und turbulenter Schubspannung besteht, durch eine Begrenzung der Wirbelviskosität noch erhöht werden. Kommt es zur Strömungsablösung, so wird diese bei Verwendung des k - ϵ -Modell nach Menter (1993) nicht korrekt wiedergegeben. Bei dem k - ω -Modell erfolgt hingegen gemäß Wilcox (2001) eine zufriedenstellende Wiedergabe der Ablösung. Das k - ϵ -Modell erfordert darüber hinaus im Gegensatz zu dem k - ω -Modell zusätzliche Dämpfungsfunktionen zur Lösung der Gleichungen in der viskosen Unterschicht der Grenzschicht. Das k - ω -Modell kommt ohne entsprechende Terme aus und ist daher in diesem Teil des Rechengebietes numerisch stabiler. Außerhalb der wandnahen Strömung ist das k - ω -Modell dem k - ϵ -Modell jedoch unterlegen. Menter (1993, 1994) umgeht dieses Problem und verknüpft die Stärken beider Ansätze in seinem *Baseline*-Modell (BSL) durch die Verwendung einer Überblendungsfunktion. Innerhalb der Grenzschicht bis ca. $\frac{\delta}{2}$ wird die Wirbelviskosität η_T durch das k - ω -Modell bestimmt, außerhalb der Grenzschicht durch das k - ϵ -Modell. Der Übergangsbereich wird entsprechend der Überblendungsfunktion stetig approximiert. Bei Verwendung der bereits oben angeführten Begrenzung der Wirbelviskosität im k - ω -Modell nach Menter (1992) wird die Qualität der Vorhersage noch weiter erhöht. Dieses Modell wird von Menter (1993, 1994) als *Shear Stress-Transport* Modell (SST) bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wird sowohl das k - ω -Modell in der Formulierung nach Wilcox (1998) als auch das SST-Modell verwendet. Eine verbreitete Modifikation des k - ω -Modells betrifft den Produktionsterm. Insbesondere in Gebieten hoher Normalspannung kommt es zu einer nicht physikalischen Produktion von turbulenter kinetischer Energie. Ein Ansatz dies zu verhindern ist die von Kato und Launder (1993) vorgeschlagene Modifikation des Produktionsterms der turbulenten kinetischen Energie k^* unter Verwendung des Tensors der Wirbelstärke Ω .

4.4 Randbedingungen

Das sich einstellende Strömungsfeld in einem Rechengebiet und damit die Lösung der in Abschn. 4.1 angegebenen Gleichungen wird durch die Werte an den Grenzen und Übergangsebenen des Rechengebiets vorgegeben. Eine triviale Form dieser Randbedingung ist die Geometrie des Strömungsfeldes selbst. Festkörperwände beeinflussen die Strömungsführung und müssen entsprechend wiedergegeben werden. Dies bedeutet das Erfüllen der Haftbedingung unmittelbar an der Wand sowie die Einschränkung der Freiheitsgrade der Strömung senkrecht zur Wand. Die sich dabei ausbildende Grenzschicht kann

durch eine entsprechende Auflösung des Rechengebietes in diesem Bereich berechnet werden (siehe Abschn. 4.3.1) oder unter der Annahme eines definierten Grenzschichtzustands modelliert werden (siehe Abschn. 2.3.2). Ist die Berücksichtigung von in der Grenzschicht stattfindenden oder mit dieser einhergehenden Effekten nicht erwünscht, so kann ohne Haftbedingung gearbeitet werden. Dies kommt einer Betrachtung ohne Wandreibung gleich.

Durch Vorgabe der Zustände an Ein- und Austritt wird der Typ der Problemstellung definiert. Bei rotierenden Turbomaschinen ergibt sich dabei die Herausforderung, dass die Ein- und Austrittsränder des Rechengebiets der Geometrie der Maschine entsprechend nah an den Komponenten liegen. Um die sich einstellende Strömung bei einem theoretisch verlängerten Ein- und Austritt wiederzugeben und Reflektionen zu vermeiden, wird das Strömungsfeld und dessen Charakteristik analysiert und die Randbedingung entsprechend modifiziert. Ansätze zu diesem Vorgehen werden u.a. von Giles (1990) beschrieben. Die Anwendung dieser Verfahren ist nicht nur auf die Ein- und Austrittsränder des gesamten Rechengebietes begrenzt. In rotierenden Maschinen wird zur einfacheren Berechnung eine Aufteilung der Rechengebiete in ein stehendes und ein rotierendes System vorgenommen. Der Übergang zwischen den Systemen kann dabei auf unterschiedliche Weise realisiert werden. In der vorliegenden Arbeit erfolgt bei instationärer Betrachtung eine direkte Übergabe der Strömungsinformationen mittels des von Yang et al. (2003) beschriebenen Ansatzes ohne Informationsverlust. Bei stationären Betrachtungen wird mit einer Mischungsebene gearbeitet, die das Strömungsfeld in Abhängigkeit vom Radius über den Umfang mittelt und diese Radialverteilung als Randbedingung weitergibt. Nachteilig ist bei diesem Vorgehen, dass durch die Reduktion der Dimension des Strömungsfeldes Informationen zu dessen Beschaffenheit verloren gehen.

4.5 Verwendeter Strömungslöser

In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich mit dem Strömungslöser *Turbomachinery Research Aerodynamics Computational Environment* (TRACE) gearbeitet. TRACE wird vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Zusammenarbeit mit anderen Forschungseinrichtungen sowie in enger Kooperation mit MTU Aero Engines entwickelt. Beiträge des Instituts für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover sind insbesondere im Bereich der Transitionsmodellierung zu finden, siehe Herbst et al. (2013), Herbst (2013) und Herbst et al. (2014). Das Programm ist in der Lage, die in Abschn. 4.1 beschriebenen Gleichungen für ein diskretisiertes Rechengebiet zu lösen (siehe Abschn. 4.2). Zur Anwendung kommt dabei das in Abschn. 4.2 beschriebene Verfahren der finiten Volumina. Die Approximation der Ableitungen zur Überführung der in Abschn. 4.1 vorgestellten Differentialgleichungen in algebraische (Differenzen-) Gleichungen erfolgt für die konvektiven Terme (\underline{F}_k in Gl. 4.1) mittels eines Upwind-Verfahrens in Anlehnung an Roe (1981). TRACE speichert die für das finite Volumen bestimmten Werte zellzentriert ab. Die Approximation dieser zellzentrierten Werte auf die Grenzflächen des Volumens erfolgt mittels des *Monotone*

Upstream-Centered Schemes for Conservation-Laws (MUSCL)-Ansatzes. Es wird eine Genauigkeit zweiter Ordnung erreicht. Die diffusiven Terme (\underline{F}_v in Gl. 4.1) werden über ein zentrales Differenzenverfahren zweiter Ordnung approximiert. Die Diskretisierung der zeitlichen Ableitung erfolgt mit einem impliziten Euler-Verfahren zweiter Ordnung. Weitere Details zu den angewandten Verfahren und Dämpfungstermen sind in Kügeler (2005) zu finden.

In der vorliegenden Arbeit wird zur Schließung der gemittelten Navier-Stokes Gleichungen (siehe Abschn. 4.3.2) mit den in Abschn. 4.3.3 vorgestellten k - ω und SST -Turbulenzmodellen unter Anwendung der dort ebenfalls beschriebenen Modifikationen gearbeitet. In Simulationen, in denen ein laminar-turbulenter Übergang der Grenzschicht erfasst wird, kommt das von Kožulović (2007) und Kožulović et al. (2007) vorgestellte Multi-Mode Transitionsmodell zum Einsatz. Dieses ist in der Lage, natürliche Transition, Bypasstransition sowie ablösungsinduzierte und nachlaufinduzierte Transition vorherzusagen.

Die Verknüpfung der finiten Volumina im Rechengebiet ermöglicht eine Überführung der Erhaltungsgleichungen in ein Gleichungssystem. Zu dessen Lösung wird mit einem Prädiktor-Korrektor Verfahren gearbeitet. Dabei wird mit einem expliziten Mehrschritt-Verfahren ein Näherungswert berechnet, der durch ein implizites Verfahren verbessert wird. Details zu diesem Verfahren und anderen Lösungsverfahren sind z. B. in Herrmann (2007) und Meister (2011) zu finden.

4.6 Netztopologie, zeitliche Diskretisierung und Konvergenzkriterien

Die in dieser Arbeit gezeigten numerischen Ergebnisse basieren auf der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten $1\frac{1}{2}$ -stufigen Referenzmaschine (siehe Abschn. 3.1.1) und der daraus abgeleiteten einstufigen Konfiguration zur Analyse der grundlegenden Vorgänge (Abschn. 3.2). Die gewählte Netztopologie beider Problemfälle ist identisch. Es wird mit einem strukturierten Netz bestehend aus Hexaeder-Zellen gearbeitet (siehe Ferziger und Peric 2008).

Abbildung 4.1 zeigt das verwendete Netz und die Topologie für die in Abschn. 3.2 vorgestellte vereinfachte Konfiguration im Schnitt (obige Darstellung). Die strömungsführende Schaufel wird von einem O-Block umschlossen, der ein einfaches Einstellen der Grenzschichtauflösung erlaubt. Entsprechend dem in Abschn. 5.4 beschriebenen Vorgehen wird die Grenzschicht als vollständig turbulent angenommen und die in Abschn. 2.3.2 genannten Gleichungen zur Beschreibung einer turbulente Grenzschicht werden angewandt. Die Auflösung des Rechengebiets im Grenzschichtbereich ist dementsprechend angepasst; der dimensionslose Wandabstand der ersten Zelle liegt bei $y^+ \approx 20$. Der O-Block ist von einem C-Block umgeben, der einen Übergang zu dem H-Block am Eintritt und dem H-Block in der Passage darstellt. Hinter dem H-Block in der Passage umschließt ein G-Block die Hinterkante der Schaufel und verläuft neben dem C-Block in den periodischen Rand. Um eine möglichst genaue Weitergabe der Strömungsinformationen zwischen den Schaufelreihen bei einer instationären Betrachtung zu gewährleisten, wurde die Verteilung der Zellen in Umfangsrichtung an dem Interface zwischen den ro-

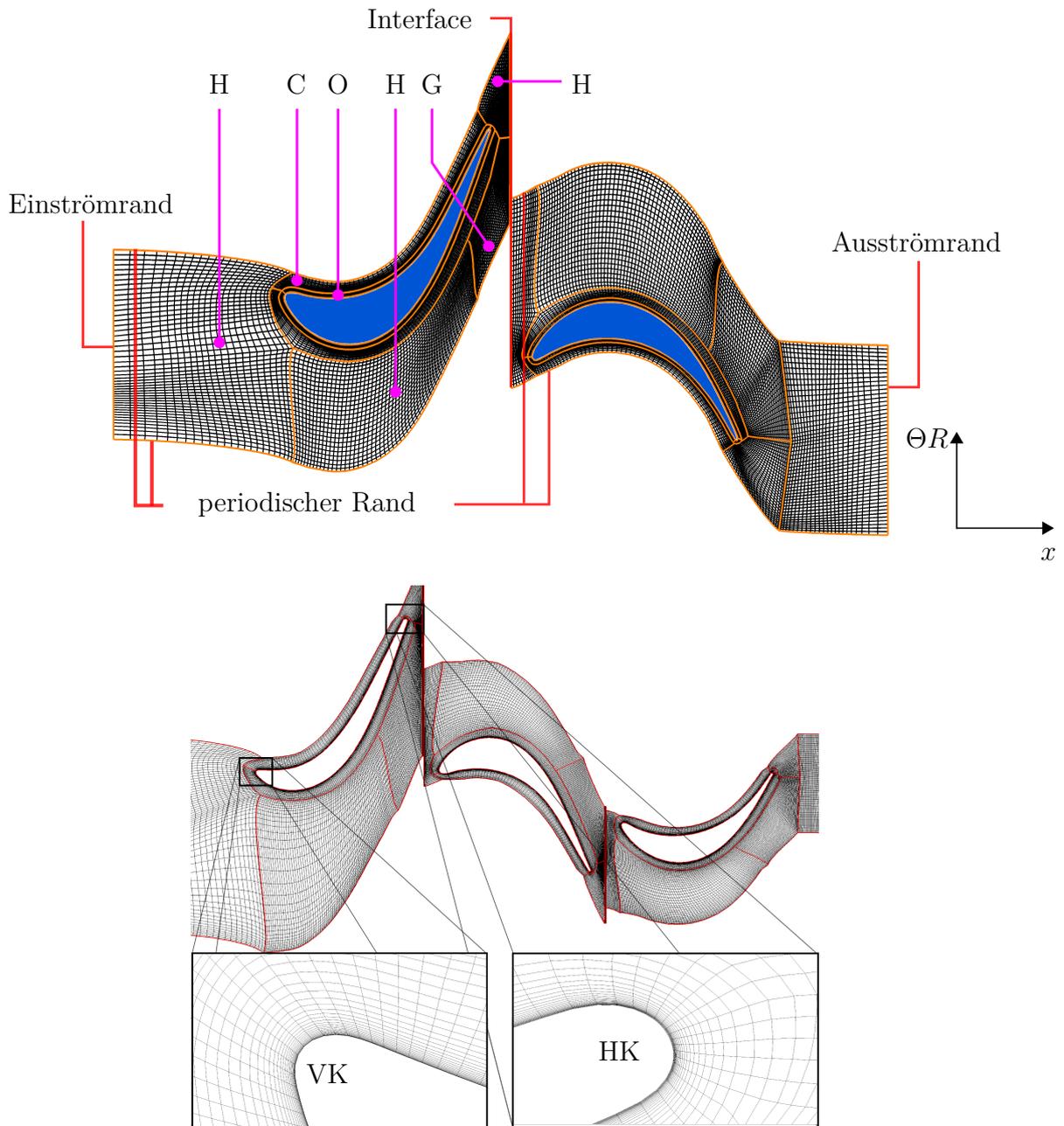


Abbildung 4.1: Netz der in Kap. 3 beschriebenen Turbinen. Obige Darstellung zeigt die in Abschn. 3.2 vorgestellte vereinfachte Konfiguration, die untere Darstellung die in Abschn. 3.1.1 vorgestellte Referenzmaschine (letztere aus Biester et al. 2011b).

tierenden und stehenden Domains aneinander angeglich. Insgesamt besteht das Netz aus ca. 144.000 Volumenzellen.

An der Seitenwand des Schaufelkanals wird mit einer reibungsfreien Wand gearbeitet, da lediglich eine zweidimensionale Betrachtung durchgeführt wird. Für den Fall,

dass Grenzschichtverluste für die Verlustaufteilung ausgeschlossen werden (siehe Abschn. 5.4), wird ebenfalls an der Festkörperwand des zweiten Stators mit einer reibungsfreien Wand gearbeitet. Eine Ausnahme bildet dabei die Hinterkante. Bei dieser wurde zur Dämpfung der sonst dort auftretenden Oszillationen bei der Berechnung mit einer reibungsbehafteten Wand gearbeitet. Um eine möglichst detaillierte Darstellung der Nachlaufkonvektion innerhalb der Passage zu erhalten, wurde der Zeitschritt für die zeitliche Diskretisierung zu $\frac{1}{64}$ der Schaufelwechselfrequenz gesetzt. Die Drehung des Rotors um eine Schaufelteilung wird so in 64 zeitliche Abschnitte unterteilt.

In der unteren Darstellung in Abb. 4.1 ist das Netz zur Berechnung des Strömungsfeldes der Referenzmaschine im Mittenschnitt gezeigt. Im Gegensatz zu dem oben beschriebenen Netz der vereinfachten Variante sind bei einem Vergleich mit der Referenzmaschine Effekte innerhalb der Grenzschicht von Interesse. Die Netzauflösung in diesem Bereich ist daher deutlich höher gewählt; der dimensionslose Wandabstand der ersten Zelle beträgt im Mittel $y^+ \approx 1$. Das in Abb. 4.1 unten dargestellte Netz zeigt je Schaufelreihe nur eine Schaufel, was für eine stationäre Betrachtung ausreichend ist. Für eine instationäre Betrachtung ist ein Angleichen des je Schaufelreihe simulierten Ausschnitts aufgrund der unterschiedlichen Schaufelzahlen erforderlich (Tab. 3.1). Daraus resultiert ein Netz mit 3 Schaufeln des ersten Stators, 5 Schaufeln des Rotors und 6 Schaufeln des zweiten Stators. Für die instationäre Berechnung der Nachlaufkonvektion und den daraus resultierenden Mechanismen wurde die Drehbewegung des resultierenden 60° Segments mit 864 Zeitschritten diskretisiert. Insgesamt besteht das Netz aus ca. 37.000.000 Volumenzellen.

Zur Bestimmung der Konvergenz werden bei allen durchgeführten Simulationen der Massenstrom, das Druckverhältnis und der isentrope Wirkungsgrad der einzelnen Schaufelreihen, der Stufe sowie der Gesamtkonfiguration herangezogen. Eine Simulation wird dann als konvergent angesehen, wenn die Abweichungen der Differenz zwischen Ein- und Austrittsmassenstrom sowie die Änderung der aufgeführten Werte kleiner als 0,01 % sind. Das Konvergenzverhalten des Iterationsverfahrens wird anhand der in Abschn. 4.7 aufgeführten Anforderungen bewertet.

4.7 Fehlerabschätzung und Analyse der Unsicherheit

Unsicherheiten und Fehler in numerischen Simulationen können gemäß ASME (2009) drei Kategorien zugeordnet werden. Die erste Kategorie beschreibt den Fehler durch die Approximation der Wirklichkeit mittels mathematischer Gleichungen, die dabei angenommenen Vereinfachungen und deren Implementierung. Die zweite Kategorie umfasst Fehler bei der Lösung dieser Gleichungen und den dabei zum Einsatz kommenden Verfahren. Die dritte Kategorie beschreibt Fehler aufgrund falscher Eingabeparameter. Der in der vorliegenden Arbeit verwendete Strömungslöser (siehe Abschn. 4.5) wird in einer validierten Form verwendet. Die Implementierung der Erhaltungsgleichungen, Lösungsverfahren, Vereinfachungen und Modelle (siehe Abschn. 4.1 und Abschn. 4.3.3) kann als gültig angesehen werden. Dies geht aus der Vielzahl von Untersuchungen hervor, bei denen die Qualität der Vorhersage anhand experimenteller Messungen stationär als

Tabelle 4.1: Ergebnisse der Netzkonvergenzstudie

Variable	Wert für η_{is}	Wert für $\zeta_{int,R}$
F_s		1,25
r_{32}		1,22
r_{21}		1,43
p	2,0298	1,1279
GCI_1	0,0096	0,2130
GCI_2	0,0046	0,1505
GCI_3	0,0031	0,1204
$GCI_2/GCI_1 r_{21}^p$	0,9961	1,0603
RE_1	0,0076	0,2054
RE_2	0,0037	0,1369
RE_3	0,0025	0,1095
$GCI_{1,p=1}$	0,0114	0,1641
$GCI_{2,p=1}$	0,0070	0,1376
$GCI_{3,p=1}$	0,0085	0,1677
$RE_{1,p=1}$	0,0092	0,1160
$RE_{2,p=1}$	0,0132	0,1663
$RE_{3,p=1}$	0,0145	0,1864

auch instationär bestätigt wurde (siehe Abschn. 3.1.3 sowie z. B. Kügeler 2005, Kügeler et al. 2008, Herbst et al. 2010, Reichstein et al. 2012, Marx et al. 2013 und Schneider et al. 2014). Das maximale Dichte-Residuum bei den hier diskutierten Ergebnissen numerischer Berechnungen liegt bei unter 10^{-3} , das mittlere Dichte-Residuum liegt bei unter 10^{-5} . Nach Ferziger und Peric (2008) ist der Einfluss der durch die Iterationen der Lösungsverfahren verbleibenden Fehler dann vernachlässigbar.

Eine weitere Fehlerquelle, die in die zweite Kategorie fällt, ist die Netzabhängigkeit der Lösung. Zu deren Abschätzung wird eine Netzkonvergenzstudie für die in Abschn. 3.1.1 vorgestellte Versuchsturbine durchgeführt. Aufgrund der Ähnlichkeit der verwendeten Netztopologien und Auflösungen kann angenommen werden, dass die daraus gewonnenen Erkenntnisse für die vereinfachte Turbinenvariante aus Abschn. 3.2 ebenfalls Gültigkeit besitzen. Als Bewertungsgrößen werden der integrale Totaldruckverlustbeiwert des Rotors $\zeta_{int,R}$ sowie der isentrope Wirkungsgrad der gesamten Maschine η_{is} herangezogen. Die Ergebnisse dieser Studie sind in Abb. 4.2 zu finden. Ein asymptotischer Zusammenhang zwischen Netzauflösung und Bewertungsgröße ist deutlich erkennbar. Zur Bewertung der Netzabhängigkeit der Lösung schlägt Roache (1994) den *Grid Convergence Index (GCI)* vor. Dieser berechnet sich aus der Verfeinerung eines Netzes mit der mittleren Zellohne h_2 auf die Zellohne $h_1 < h_2$ und der Abweichung der dazuge-

4 Numerische Strömungssimulation

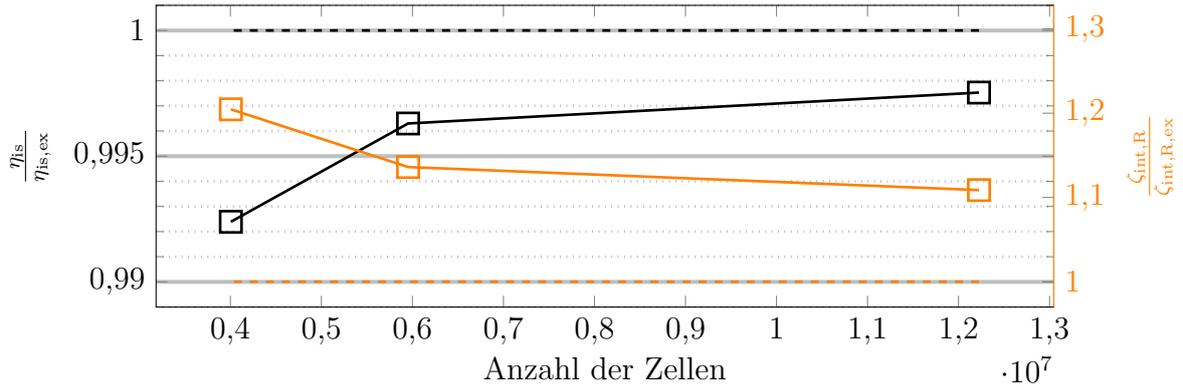


Abbildung 4.2: Netzabhängigkeit des isentropen Wirkungsgrads η_{is} \square und Totaldruckverlustbeiwert des Rotors $\zeta_{int,R}$ \square sowie deren extrapoliertes Wert (--- bzw. ---).

hörigen Bewertungsgröße f_1 bzw. f_2 . Der Grad der Verfeinerung wird dabei durch den Zusammenhang

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1}$$

beschrieben, die Abweichung der Bewertungsgröße wird ausgedrückt durch

$$\epsilon_{21} = \frac{f_2 - f_1}{f_1}.$$

Mit der Ordnung p des Verfahrens, welches für die Berechnung der Bewertungsgrößen verwendet wurde, ergibt sich der GCI für das verfeinerte Netz $_1$ zu

$$GCI_1 = F_s \frac{|\epsilon_{21}|}{r_{21}^p - 1}. \quad (4.12)$$

Darin bezeichnet der Faktor F_s einen Sicherheitsfaktor zur Berücksichtigung von Unsicherheiten. Basiert die Abschätzung lediglich auf zwei Netzen unterschiedlicher Auflösung, so schlägt Roache (1994) einen Wert von $F_s = 3$ vor. Werden, wie hier, drei Netze verwendet, so kann dieser nach Roache (1994) auf $F_s = 1,25$ reduziert werden. Eine weitere Größe zur Abschätzung der Unsicherheit ist die Abweichung der berechneten Bewertungsgröße zu dem mittels einer Richardson-Extrapolation bestimmten Wert

$$f_{ex} = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r_{21}^p - 1}. \quad (4.13)$$

Diese relative Abweichung zum extrapolierten Wert ergibt sich zu

$$RE_1 = \left| \frac{f_{ex} - f_1}{f_{ex}} \right|.$$

4.7 Fehlerabschätzung und Analyse der Unsicherheit

Details zu dem Vorgehen und zur Bestimmung der Ordnung des Verfahrens sind in ASME (2009) und Roache (1994) zu finden. Tabelle 4.1 zeigt die beschriebenen Größen zur Abschätzung der Unsicherheit für die gewählten Bewertungsgrößen sowie die berechnete Ordnung der Verfahren. Zusätzlich wird eine konservative Lösung für eine Ordnung von $p = 1$ angegeben. Aus der Betrachtung geht hervor, dass durch eine weitere Verfeinerung des Netzes lediglich ein geringer Genauigkeitsgewinn zu erwarten ist.

4 Numerische Strömungssimulation

5 Methoden

5.1 Vorbemerkung

Zur Eingrenzung der beim Nachlauftransport in einem hochumlenkenden Ringgitter auftretenden Verlustarten und zur Analyse von deren Interaktion sind weiterführende Überlegungen notwendig. In den nachfolgenden Abschnitten werden die hier verwendeten Methodiken vorgestellt und erläutert.

Die analytische Beschreibung des Zustands des Nachlaufs bei dem Transport durch eine hochumlenkende Turbinenschaufel erlaubt eine isolierte Betrachtung der interagierenden Mechanismen. Ein solches eindimensionales Modell wird in Abschn. 5.2 hergeleitet. Für eine genaue Identifikation und detaillierte Analyse des in Kap. 2 beschriebenen Mechanismus der Energieteilung wird eine Lagrang'sche Betrachtung des Strömungsfeldes durchgeführt. Das Vorgehen wird in Abschn. 5.3 näher erläutert. Die Herangehensweise zur Separierung und Quantifizierung der im Schaufelzwischenraum eines Leitgitters auftretenden Verluste wird in Abschn. 5.4 vorgestellt. Diese Verlustaufteilung erlaubt die Durchführung einer Korrelationsanalyse. Die Details zu dieser Studie sind in Abschn. 5.5 beschrieben. Zur Auswertung der Studie werden Zusammenhangsmaße der deskriptiven Statistik ausgewertet. Diese werden in Abschn. 5.6 näher erläutert.

Die mathematischen Zusammenhänge zur Berechnung der Verluste bei der Ausmischung eines inhomogenen Strömungsfeldes sind im Anhang in Abschn. A.1 zu finden. Dabei wird zwischen einer drallfreien und einer drallbehafteten Strömung unterschieden.

5.2 Modell zur Beschreibung des Nachlaufverhaltens

5.2.1 Modellierte Mechanismen

Für die Strömung in Axialkompressoren, welche sich aufgrund der im Vergleich geringeren Umlenkung stark von einer Turbinenströmung unterscheidet, existieren analytische Modelle zur Beschreibung des Nachlauftransports. Das von Kerrebrock und Mikolajczak (1972, 1970) vorgestellte Modell betrachtet den Transport des Nachlaufs als einen rein konvektiven Vorgang. Die von Smith (1966) beschriebene reversible Druckrückgewinnung (siehe Valkov 1997) wird vernachlässigt. Smith (1993) zeigt, dass diesem Mechanismus eine große Bedeutung zukommt und liefert einen formalen Zusammenhang zur Abschätzung des zu erwartenden Gewinns. In der Arbeit von van Zante et al. (2002) wird basierend auf den Ausführungen von Smith (1966) ein Modell zur Beschreibung des Geschwindigkeitsdefizits im Nachlauf unter Berücksichtigung turbulenter Ausmischung des Nachlaufs hergeleitet. Die turbulente Ausmischung wird dabei durch die von Hill (1962)

und Hill et al. (1963) gefundenen Zusammenhänge abgeschätzt. Effekte aufgrund des *Negative-Jet* und der damit verbundenen Stauchung des Nachlauffluids werden jedoch vernachlässigt. Weitere Anwendungen dieses Modells sind u. a. in Pallot et al. (2015) zu finden. Die Arbeiten von Praisner et al. (2006) und Pullan (2004) greifen die rein nicht-viskose Betrachtung nach Smith (1966) zur qualitativen Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Verzerrung des Nachlaufs und dessen Geschwindigkeitsdefizits bei einer Turbinenströmung auf. Basis ist dabei eine CFD-Simulation.

Dem Autor ist jedoch kein mathematisches Modell bekannt, welches das Verhalten des Nachlaufs und insbesondere des diesen charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizits in der Schaufelpassage einer Turbine formal im Detail und unter Berücksichtigung aller aufgeführten Effekte wiedergibt. Ein solches analytisches Modell wird im Folgenden hergeleitet und später angewandt. Dabei werden die in den folgenden Abschnitten näher erläuterten Vereinfachungen vorgenommen und Annahmen getroffen.

Eine wesentliche Vereinfachung betrifft die Kompressibilität der Strömung. Für die hier durchgeführte Beschreibung ist die Annahme einer inkompressiblen Strömung erforderlich. Beim Durchströmen der Schaufelpassage wird der Nachlauf beeinflusst durch (Details siehe Abschn. 2.3.5)

1. die Längung bzw. Stauchung aufgrund geometrischer Randbedingungen,
2. die Reorientierung des Nachlaufsegments aufgrund der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Druck- und Saugseite in der Passage,
3. die zusätzliche Deformation durch den *Negative-Jet* sowie
4. die turbulente Ausmischung des Nachlaufs.

5.2.2 Längung bzw. Stauchung des Nachlaufs aufgrund geometrischer Randbedingungen

Abbildung 5.1 zeigt in Anlehnung an Abb. 2.4b exemplarisch einen Rotornachlauf an Ein- und Austritt der Schaufelpassage eines Stators. Für einen im Absolutsystem befindlichen Beobachter steht der Rotornachlauf mit dem Winkel α_{rel} zur Rotationsachse. Die Bewegungsrichtung des Nachlaufs im Absolutsystem $\alpha_{\text{abs,NL}} < \alpha_{\text{abs}}$ (vgl. Abb. 2.4a) ergibt sich aus der Geschwindigkeit des Nachlauffluids $u_{1,\text{NL}}$ und der Strömungsrichtung im Relativsystem α_{rel} sowie der Rotationsgeschwindigkeit ωR zu

$$\alpha_{\text{abs,NL}} = \arctan \left(\frac{u_{1,\text{NL}} \sin(\alpha_{\text{rel}}) - \omega R}{u_{1,\text{NL}} \cos(\alpha_{\text{rel}})} \right). \quad (5.1)$$

Der Nachlauf des Rotors trifft auf die Vorderkante des stromab liegenden Stators und ein Segment der Länge L_1 tritt in die Passage der Teilung P ein. Die Länge L_1 kann abgeschätzt werden zu

$$L_1 = \frac{P \sin(\alpha_{\text{abs,NL}})}{\sin(\alpha_{\text{rel}} - \alpha_{\text{abs,NL}}) \tan(\alpha_{\text{rel}})} + \frac{P}{\sin(\alpha_{\text{rel}})}. \quad (5.2)$$

Innerhalb der Passage wird der Nachlauf aufgrund der dort vorliegenden inhomogenen Geschwindigkeitsverteilung in seiner Orientierung verändert. Für Partikel innerhalb der

5.2 Modell zur Beschreibung des Nachlaufverhaltens

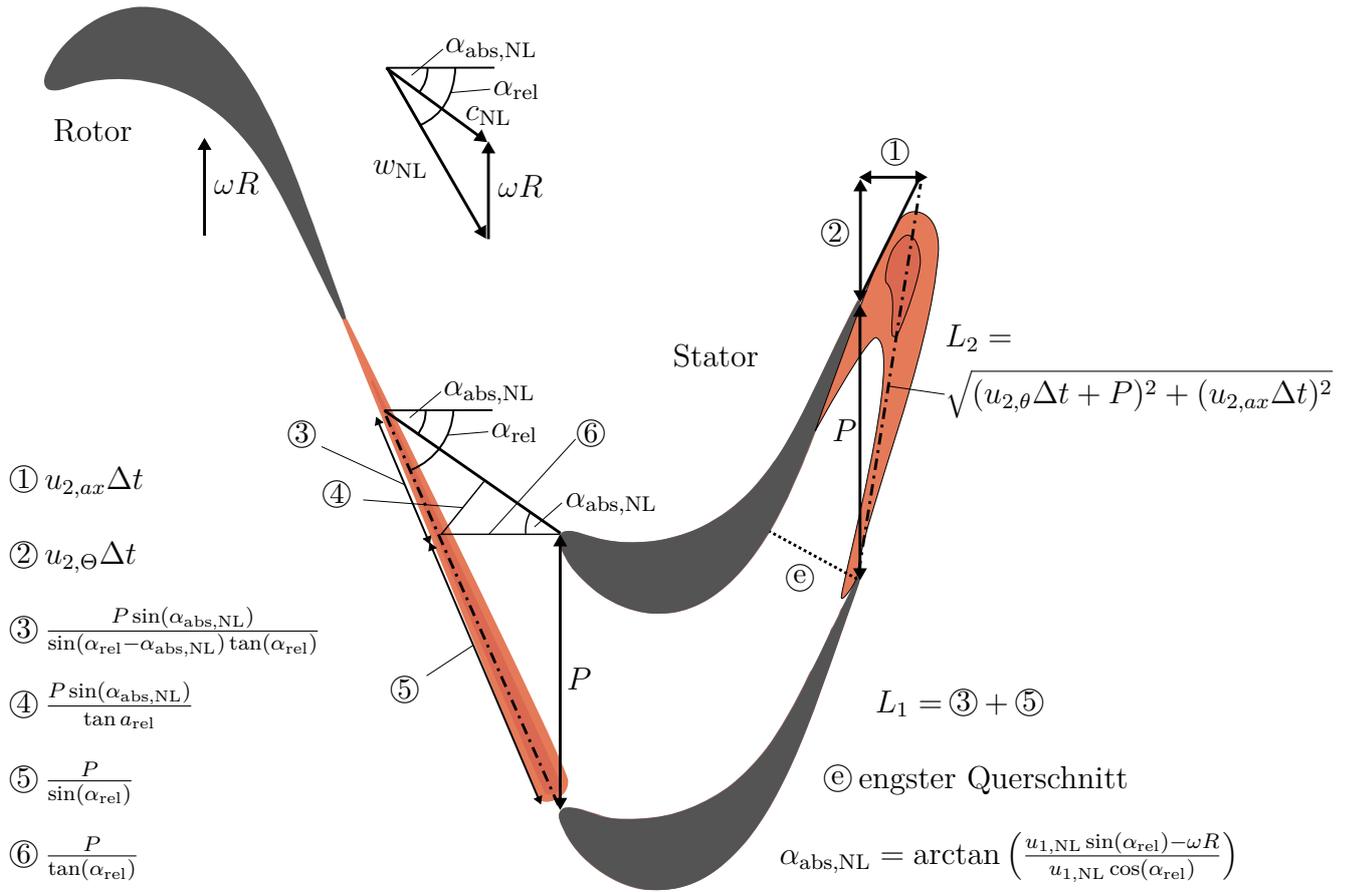


Abbildung 5.1: Zusammenhänge zur Bestimmung der Längen und Winkel von einem in eine Schaufelpassage ein- und austretenden Nachlaufsegment. Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu.

Strömung ergeben sich daher je nach Eintrittsort in die Passage unterschiedliche Verweilzeiten, siehe Abschn. 5.2.3. Eine maximale Abweichung zwischen den Verweilzeiten Δt ergibt sich für die in unmittelbarer Nähe zur Druck- bzw. Saugseite eintretenden Partikel. Daraus lässt sich entsprechend Abb. 5.1 der Austrittswinkel des Nachlaufsegments sowie dessen Länge L_2 zu

$$L_2 = \sqrt{(u_{2,\theta} \Delta t + P)^2 + (u_{2,ax} \Delta t)^2} \quad (5.3)$$

approximieren. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Verzögerung stromab des engsten Querschnitts zu einem Angleichen der Geschwindigkeiten an Druck- und Saugseite führt und die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Nachlaufsegment und freier Strömung vernachlässigbar ist, sodass am Austritt mit der mittleren Geschwindigkeit u_2 gerechnet werden kann.

5.2.3 Verzerrung des Nachlaufs aufgrund der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Druck- und Saugseite

Eine Bestimmung der zeitlichen Differenz Δt von an der Druck- und Saugseite in den Schaufelzwischenraum eintretenden Partikel auf Grundlage integraler Parameter wie Zu- und Abströmwinkel ist mit einer sehr hohen Unsicherheit behaftet. Im Folgenden wird daher ein Ansatz zur Bestimmung von Δt unter Annahme der Kenntnis der lokalen Druckverteilung vorgestellt.

Für ein ideales Gas mit konstanter spezifischer Wärmekapazität kann die isentrope Mach-Zahl an einem Punkt aus dem Totaldruck p_t und dem statischen Druck p zu

$$\text{Ma}_{\text{is}} = \sqrt{\left(\left(\frac{p_t}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \frac{2}{\kappa-1}} \quad (5.4)$$

ermittelt werden (siehe z.B. Greitzer et al. 2007 und Spurk und Aksel 2008). Totale Größen resultieren per Definition aus einer isentropen Aufstauung. Die so bestimmte isentrope Mach-Zahl Ma_{is} ist daher ein Maß für die Geschwindigkeit, die sich unter der Annahme einer verlustfreien Strömung einstellen würde. Weiterhin gilt der Zusammenhang

$$T = \frac{T_t}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \text{Ma}_{\text{is}}^2 \right)}, \quad (5.5)$$

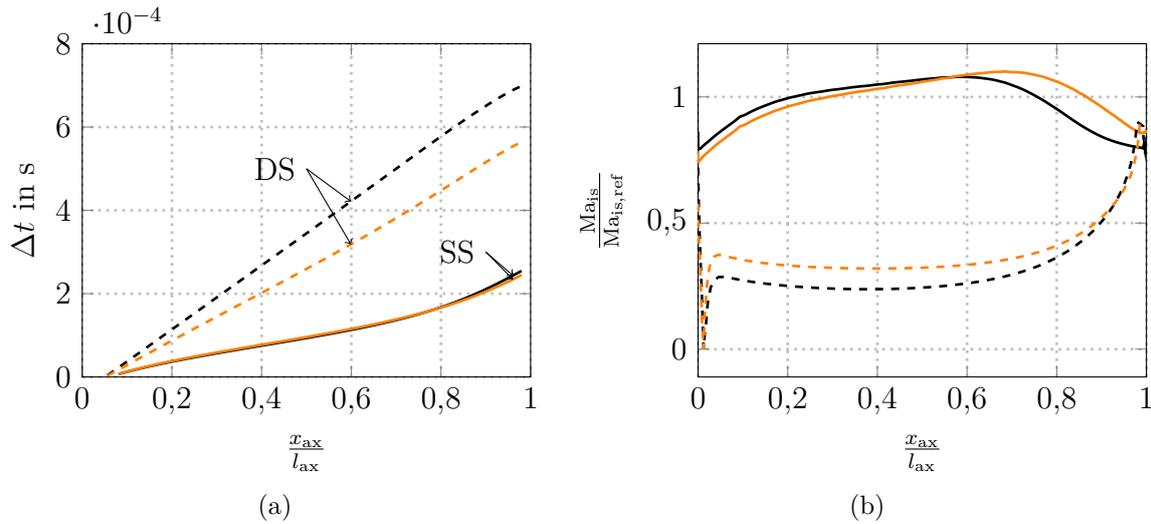
sodass die äquivalente lokale Schallgeschwindigkeit a_{is} zu

$$a_{\text{is}} = \sqrt{\kappa R_{\text{Gas}} T} = \sqrt{\kappa R_{\text{Gas}} \frac{T_t}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \text{Ma}_{\text{is}}^2 \right)}} \quad (5.6)$$

berechnet werden kann. Damit folgt unter Vernachlässigung von Verlusten die Geschwindigkeit an einem Punkt x zu

$$u_{\text{is}} = \text{Ma}_{\text{is}} a_{\text{is}}. \quad (5.7)$$

In einem Leitgitter wird der Strömung keine Arbeit hinzugefügt oder entzogen. Es kann in guter Näherung angenommen werden, dass der Totaldruck und die Totaltemperatur konstant sind. Die Anwendung von Gl. (5.7) mit dem sich auf einem Schaufelprofil einstellenden statischen Druck liefert dann mit der Totaltemperatur und dem Totaldruck der freien Strömung die theoretisch vorliegende wandnahe Geschwindigkeit bei verlustfreier Strömung. Bei bekannter Schaufelgeometrie kann die Lauflänge der umströmten Oberfläche s_1 für die Druck- und Saugseite bestimmt werden. Damit ist auf Basis der statischen Profildrücke in guter Näherung und unter Vernachlässigung instationärer Effekte eine Abschätzung der Zeit, die ein Partikel in unmittelbarer Nähe der Druck- bzw. Saugseite für das Durchqueren der Schaufelpassage benötigt, möglich. Beispielhaft ist dies in Abb. 5.2(a) für die in Abb. 5.2(b) gezeigte Mach-Zahl-Verteilung dargestellt. Um den mit dem Staupunkt einhergehenden Stillstand und die damit verbundene Verfälschung des Ergebnisses zu vermeiden, wird die Auswertung erst bei einer axialen Länge von 5 %



Simulation mit reibungsfreier Wand: --- Druckseite, — Saugseite
 Simulation mit reibungsbehafteter Wand: --- Druckseite, — Saugseite

Abbildung 5.2: (a) Zeit Δt eines Partikels für das Durchströmen des Schaufelkanals des zweiten Stators und (b) isentrope Mach-Zahl Verteilung an Druck- und Saugseite.

begonnen. Die theoretische Laufzeit t_{th} eines Partikels unmittelbar an der Druck- und Saugseite bei reibungsfreier Strömung ergibt sich zu

$$t_{th,SS} = \int_{s_{1,SS}} \frac{1}{u_{is}} ds \quad \text{bzw.} \quad t_{th,DS} = \int_{s_{1,DS}} \frac{1}{u_{is}} ds. \quad (5.8)$$

Die zeitliche Differenz zwischen Druck- und Saugseite Δt_{th} resultiert entsprechend aus

$$\Delta t_{th} = |t_{th,DS} - t_{th,SS}|. \quad (5.9)$$

In einer realen Strömung wird ein Teil des anhaftenden Impulses bei der Zustandsänderung dissipiert. Die tatsächliche Geschwindigkeit ist damit geringer als die nach dem obigen Vorgehen berechnete. Die verlustbehafteten Vorgänge treten dabei gleichermaßen an der Druck- und an der Saugseite auf. Die Differenz zwischen idealer und realer Geschwindigkeit an der Druck- und der Saugseite kann daher als annähernd gleich angenommen werden. Die Zeitliche Differenz Δt_{th} ist dann gemäß Gl. (5.8) und Gl. (5.9) für eine verlustbehaftete und eine verlustfreie Betrachtung annähernd identisch.

5.2.4 Stauchung des Nachlaufs aufgrund des *Negative-Jet*

Der in Abschn. 2.3.5 näher beschriebene *Negative-Jet* führt zu einem konvektiven Transport des Nachlauffluids entlang dessen Mittelachse. Die Geschwindigkeit des *Negative-Jet* entspricht dabei dem Geschwindigkeitsdefizit im relativen System $\Delta u = u_{1,NL} - u_1$, siehe

Abb. 2.4a. Unter der Annahme, dass das gesamte Nachlauf-Fluid mit dem *Negative-Jet* bewegt wird, ändert sich daher die Länge des Nachlaufsegments während des Transports durch die Schaufelpassage um den Betrag

$$\Delta L_{\text{NJ}} = \int_0^{\bar{t}_p} \Delta u d\tau \quad \text{mit} \quad \Delta u = \Delta u \left(\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \right) \quad \text{und} \quad \frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}}(t) = \frac{1}{\bar{t}_p} t. \quad (5.10)$$

Die Zeit \bar{t}_p entspricht dabei dem Mittelwert der Zeit, die sich der Nachlauf in der Passage befindet. Für den hier vorliegenden Fall einer subsonischen Strömung und eines idealen Gases kann eine lineare Verteilung der Axialgeschwindigkeit in der Passage angenommen werden. Die Größe \bar{t}_p kann dann approximiert werden zu

$$\bar{t}_p = \frac{l_{\text{ax}}}{\frac{1}{2}(u_{1,\text{ax}} + u_{2,\text{ax}})}. \quad (5.11)$$

5.2.5 Transformation der Nachlaufströmung

Ein wesentlicher Aspekt bei der hier durchgeführten Betrachtung ist die innerhalb der Passage auftretende Beschleunigung der Strömung und der damit einhergehende Einfluss auf den Nachlauf. Untersuchungen zum Einfluss eines Druckgradienten bzw. der Beschleunigung der Strömung auf das Verhalten eines Nachlaufs wurden u.a. von Hill (1962) und Hill et al. (1963) durchgeführt. In den Arbeiten von Hill (1962) und Hill et al. (1963) stimmen Strömungsrichtung und Mittelachse des Nachlaufs überein (siehe Abb. 5.3a). Der Nachlauf wird in seiner Form durch die hier gezeigte Querschnittserweiterung (was einer Verzögerung entspricht) verändert, was durch die in Abb. 5.3 markierten Bereiche verdeutlicht wird. Die Strömung im Schaufelzwischenraum einer Turbine kann vereinfacht durch einen konvergenten Kanal dargestellt werden. Der Nachlauf der stromaufliegenden Schaufelreihe tritt bei einer Turbinenströmung jedoch annähernd senkrecht zur Strömungsrichtung in den Kanal ein. Das Nachlaufsegment wird hier durch die konvergenten Strömungsführung ebenfalls gestaucht. Die Erkenntnisse aus den Arbeiten von Hill (1962) und Hill et al. (1963) lassen sich daher auf den für diese Arbeit relevanten und in Abb. 5.3b gezeigten Fall übertragen. Eine solche Transformation der Problemstellung wurde bereits von van Zante et al. (2002) für eine Betrachtung in einem Verdichter durchgeführt. Modelliert wird lediglich das Verhalten eines Nachlaufs in einer Strömung mit Geschwindigkeitsgradienten, welche so gewählt werden, dass die resultierenden Längenänderungen der Nachlaufsegmente der Längenänderung durch die in Abschn. 5.2.3 und Abschn. 5.2.4 beschriebenen Effekte entspricht.

Die Änderung der Länge eines Nachlaufsegments aufgrund der in Richtung des Nachlaufs auftretender Beschleunigung oder Verzögerung der umgebenden Strömung ist direkt proportional zu dem Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeiten vor (1) und nach (2) der Geschwindigkeitsänderung. Für eine inkompressible Strömung kann diese abgeschätzt werden zu

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{L_2}{L_1}. \quad (5.12)$$

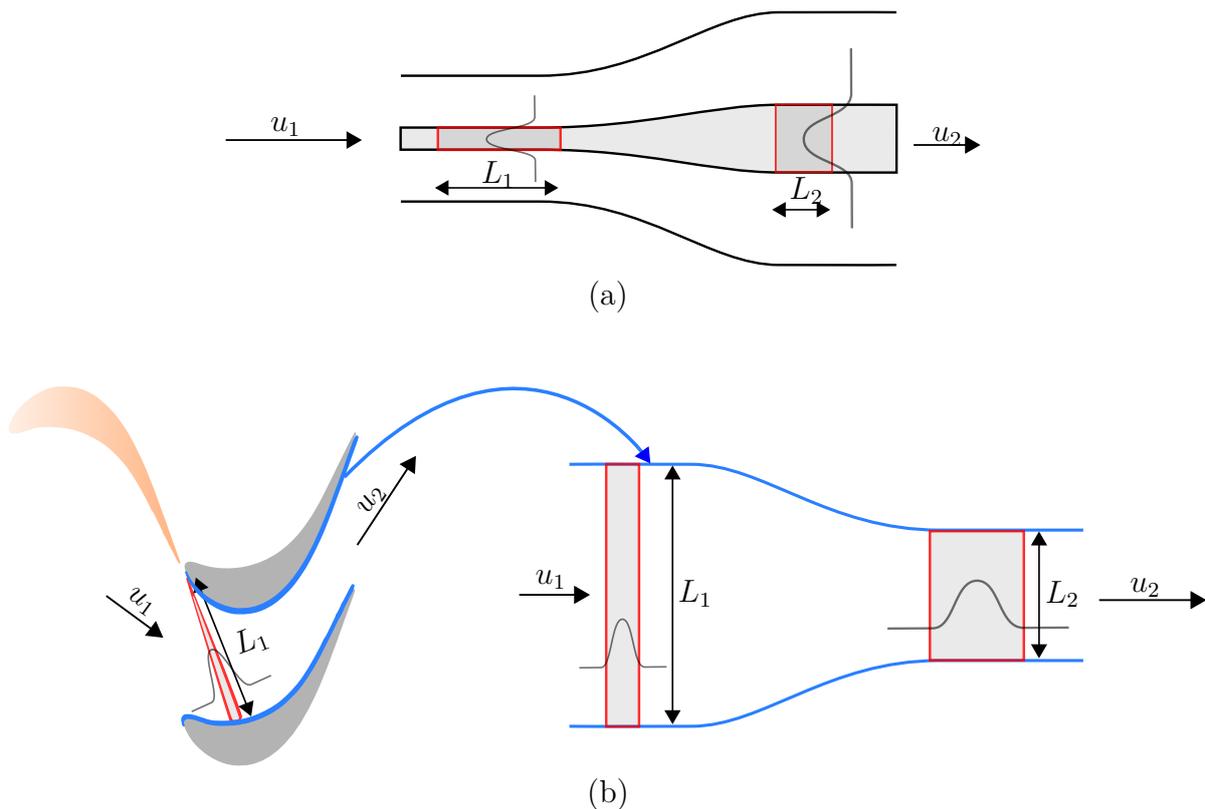


Abbildung 5.3: Versuchsaufbau von Hill (1962) und Hill et al. (1963) (a) und Überführung der Turbinenströmung in ein vereinfachtes Modell (b) angelehnt an van Zante et al. (2002). In dem Versuch von Hill (1962) und Hill et al. (1963) wird ein Nachlauf längs zur Strömungsrichtung eingebracht, in der Turbine bewegt sich dieser annähernd quer zur Strömungsrichtung. Die Stauchung des Nachlaufs von L_1 auf L_2 ist jedoch für beide Varianten ähnlich.

Eine Beschreibung des Verhaltens eines Nachlaufs bei beschleunigter Strömung in Richtung der Mittelachse des Nachlaufs ist in Abschn. A.5 zu finden.

5.2.6 Turbulentes Ausmischen des Nachlaufs

Hill (1962) und Hill et al. (1963) liefern in ihrer Arbeit Korrelationen zur Beschreibung des Abklingverhaltens von Nachläufen unter der Berücksichtigung von Druckgradienten und turbulenter Ausmischung. Diese basieren auf der Impulsgleichung für eine inkompressible, zweidimensionale und turbulente Nachlauf-Strömung sowie der Annahme, dass die turbulenten Spannungen durch die Wirbelviskosität η_T wiedergegeben werden können. Hill (1962) und Hill et al. (1963) zeigen die Anwendbarkeit lediglich für positive Druckgradienten. Die Anwendbarkeit auch auf negative Druckgradienten und damit beschleunigte Strömungen wird postuliert. Die Verteilung des Geschwindigkeitsdefizits wird dabei durch eine Kosinus-Funktion approximiert. Ein Teil der getroffenen Verein-

5 Methoden

fachungen basiert auf der Annahme, dass das relative Geschwindigkeitsdefizit $D = \frac{\Delta u}{u}$ sehr klein ist. Die Anwendbarkeit der Überlegungen wird von Hill et al. (1963) für einen Bereich von $0 < D < 0,5$ experimentell bestätigt. Nach Hill et al. (1963) kann das relative Geschwindigkeitsdefizit D an einer Stelle x berechnet werden zu

$$\frac{D}{D_1} = \left(\frac{u_1}{u} \right)^2 \left(1 + \frac{8\pi^2}{\pi^2 - 4} \frac{D_1^2}{\delta_{2,NL,1}} \int_0^x \frac{\eta_T}{u\delta_{2,NL}} \frac{u_1}{u} d\xi \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (5.13)$$

Die theoretische Breite b des Nachlaufs folgt aus

$$\frac{b}{b_1} = \left(\frac{u_1}{u} \right)^3 \frac{\frac{1}{D_1} - \frac{3}{4}}{\left(\frac{1}{D_1} - \frac{3D}{4D_1} \right) \frac{D}{D_1}}. \quad (5.14)$$

Darin bezeichnen die mit dem Index $_1$ gekennzeichneten Größen den Wert zu Beginn der Betrachtung und $\delta_{2,NL}$ wieder die Impulsverlustdicke des Nachlaufs (siehe Gl. 2.19). Die von Hill et al. (1963) eingeführte (und von van Zante et al. 2002 übernommene) Annahme, dass der Term $\frac{\eta_T}{u\delta_{2,NL}}$ in Gl. (5.13) einen konstanten Wert von $0,032\dots 0,044$ annimmt, hat sich für die hier durchgeführten Untersuchungen als zu dissipativ erwiesen und zu einem zu starken und nicht physikalischen Abklingen des Nachlaufs geführt. Aus diesem Grund wird das Modell erweitert und die Wirbelviskosität lokal bestimmt. Verwendet wird ein Modell, welches auf dem Prandtl'schen Mischungswegansatz basiert (siehe Oertel et al. 2011). Die Wirbelviskosität wird daher im Folgenden zu

$$\eta_T = l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (5.15)$$

bestimmt. Der Mischungsweg l_m wird dabei als die Hälfte der Scherschicht angenommen, was wiederum einem Viertel der Nachlaufbreite entspricht ($l_m = \frac{b}{4}$). Die Größe η_T lässt sich dann ermitteln zu

$$\eta_T = \frac{b^2}{16} \left| \frac{2\Delta u}{b} \right|. \quad (5.16)$$

Nach Hill (1962) und Hill et al. (1963) gilt weiter für das Verhältnis von Verdrängungs- und Impulsverlustdicke des Nachlaufs für den hier betrachteten turbulenten Nachlauf $\frac{\delta_{1,NL}}{\delta_{2,NL}} \cong 1$. Bei der Modellierung wird von einer Rechteck-Verteilung des Geschwindigkeitsdefizits ausgegangen (siehe Abschn. 5.2.9). Die Verdrängungsdicke des Nachlaufs lässt sich dann vereinfacht bestimmen zu

$$\delta_{1,NL} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy \approx \Delta u b. \quad (5.17)$$

Die der Längung des Nachlaufs entsprechende Geschwindigkeit der Strömung u kann aus Gl. (5.12) ermittelt werden zu

$$u = u_1 \frac{L}{L_1}. \quad (5.18)$$

Damit folgt für den die turbulente Ausmischung berücksichtigenden Term

$$\frac{\eta_T}{u\delta_{2,NL}} = \frac{L_1}{8u_1L}. \quad (5.19)$$

5.2.7 Bildung des Gesamtmodells

Zur Bestimmung des lokalen Zustands des Nachlaufs hinsichtlich dessen Geschwindigkeitsdefizits sind weitere Annahmen erforderlich. Aus Abschn. 5.2.2 gehen die Winkel, welche die Mittelachse des Nachlaufs mit der Rotationsachse am Ein- und Austritt bil-

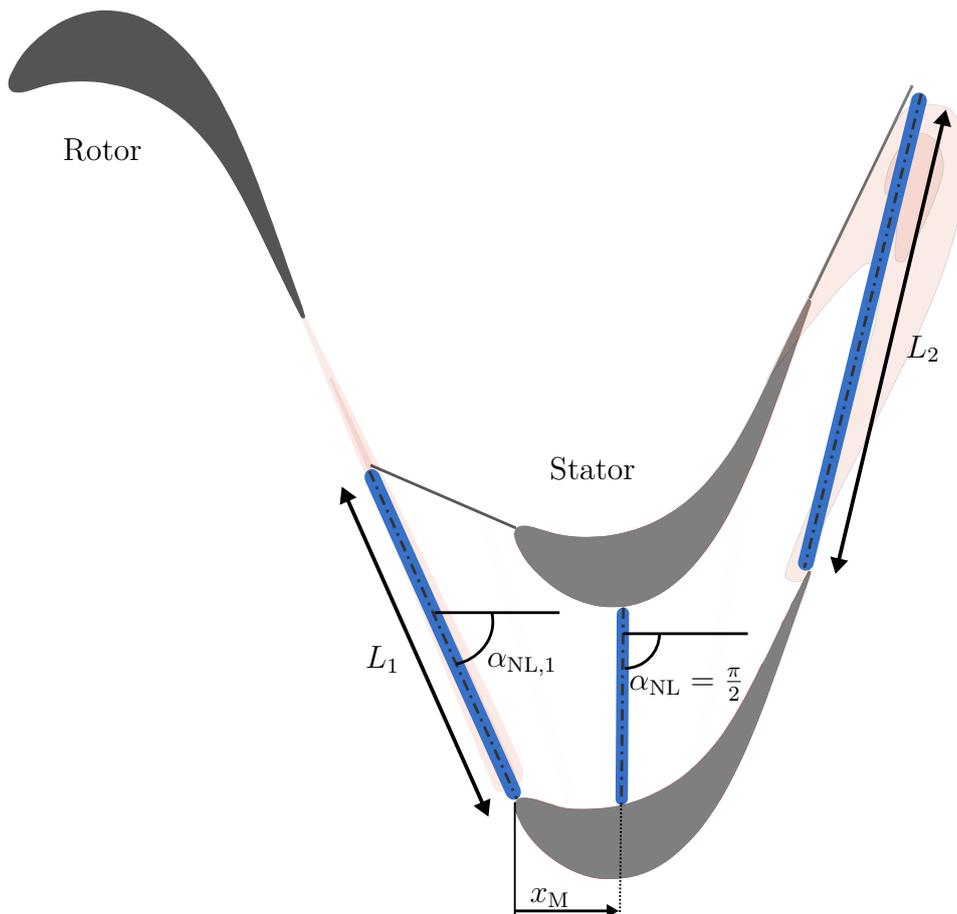


Abbildung 5.4: Modellierte Längenänderung des Nachlaufsegments im Schaufelzwischenraum und Lage von x_M .

5 Methoden

det, hervor. Am Eintritt ist der Nachlauf mit dem Winkel $\alpha_{\text{NL},1} = \alpha_{\text{rel}}$ ausgerichtet, am Austritt kann der Winkel zu

$$\alpha_{\text{NL},2} = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(u_2 \cos(\alpha_{\text{abs},2}) \frac{\Delta t}{L_2}\right) \quad (5.20)$$

bestimmt werden. In Abschn. 6.1 wird gezeigt, dass eine lineare Änderung des Winkels entsprechend

$$\alpha_{\text{NL}}\left(\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}}\right) = (\alpha_{\text{NL},2} - \alpha_{\text{NL},1})\left(\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}}\right) + \alpha_{\text{NL},1} \quad (5.21)$$

angenommen werden kann. Bei einem Winkel von $\alpha_{\text{NL}} = \frac{\pi}{2}$ kann die Länge des Nachlaufs maximal der Teilung P minus der Schaufeldicke an dieser Stelle entsprechen. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass letztere vernachlässigt werden kann. Die dazugehörige axiale Position sei x_{M} , siehe Abb. 5.4. Für die Beschreibung des Verhaltens der Länge L des Nachlaufs existieren daher drei Stützstellen (L_1 bei $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} = 0$, L_2 bei $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} = 1$ und P bei $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} = \frac{x_{\text{M}}}{l_{\text{ax}}}$), was eine Approximation zweiter Ordnung ermöglicht. Die Länge des Nachlaufs kann daher mit der Längenänderung aufgrund des *Negative-Jet* ΔL_{NJ} (siehe Abschn. 5.2.4) bestimmt werden zu

$$L = (L_2 - L_1 - K) \frac{x_{\text{ax}}^2}{l_{\text{ax}}} + K \frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} + L_1 - \Delta L_{\text{NJ}} \quad \text{mit} \quad K = \frac{P + (L_1 - L_2)x_{\text{M}}^2 - L_1}{x_{\text{M}}(1 - x_{\text{M}})}. \quad (5.22)$$

Durch Kombination von Gl. (5.13) mit den Gleichungen Gl. (5.2), Gl. (5.3), Gl. (5.9), Gl. (5.10), Gl. (5.12) und Gl. (5.19) kann das Verhalten des Nachlaufs bezüglich des Geschwindigkeitsdefizits, dessen Turbulenz und räumlichen Ausdehnung vollständig beschrieben werden. Dabei werden jedoch starke Vereinfachungen angenommen. Gleichung 5.10 sowie Gl. (5.13) beinhalten eine Integration und basieren damit nicht nur auf lokalen Größen. Weiterhin ändert sich durch den *Negative-Jet* die Länge des Nachlaufs, was einen entsprechenden Einfluss auf das Geschwindigkeitsdefizit hat. Daraus resultieren wiederum Änderungen der abgeschätzten Turbulenz und eine Rückkopplung auf die durch den *Negative-Jet* verursachte Stauchung. Das hier beschriebene Gleichungssystem ist daher nur iterativ lösbar.

5.2.8 Verlustabschätzung

Das beschriebene Modell gibt Auskunft über die Längung bzw. Stauchung des Nachlaufs, das Geschwindigkeitsdefizit, die daraus resultierenden Konvektion des Nachlauffluids in Richtung der Saugseite sowie die durch die Deformation erzeugte Turbulenz und deren Einfluss. Um eine Aussage über das Verlustverhalten treffen zu können, muss gemäß Gl. (2.13) die Scherspannung τ_{ij} und der Geschwindigkeitsgradient $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ bekannt sein. Für ein inkompressibles Newton'sches Fluid kann τ_{ij} mit der dynamischen Viskosität η

5.2 Modell zur Beschreibung des Nachlaufverhaltens

bestimmt werden zu $\tau_{ij} = \eta \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$. Daraus folgt unter Berücksichtigung der Wirbelviskosität η_T nach Gl. (5.15) für die Dissipationsfunktion (siehe Abschn. 2.2)

$$\Phi = (\eta + \eta_T) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)^2. \quad (5.23)$$

Diese ist mit der Entropiegenerierung aufgrund von Scherung verknüpft und ist daher eine Bewertungsgröße für den Verlust. Für eine inkompressible Strömung kann weiterhin davon ausgegangen werden, dass das den Nachlauf bildende Fluid stets das gleiche Volumen V oder, bei einer reinen zweidimensionalen Betrachtung, die gleiche Fläche $L_1 b_1$ einnimmt. Daraus folgt der Zusammenhang zwischen der Breite b^* des Nachlaufs und dessen Länge L zu

$$b^* = b_1 \frac{L_1}{L}. \quad (5.24)$$

Der Geschwindigkeitsgradient normal zur Mittelachse des Nachlaufs und damit die nachlaufspezifische Verlustgenerierung kann dann approximiert werden zu

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \approx \frac{2\Delta u}{b^*} \Leftrightarrow \Phi = (\eta + \eta_T) \left(\frac{2\Delta u}{b^*} \right)^2. \quad (5.25)$$

Für den Fall, dass turbulente Effekte vernachlässigt werden, folgt aus Gl. (5.13) mit Gl. (5.18)

$$D = D_1 \left(\frac{u_1}{u} \right)^2 \Leftrightarrow \Delta u = \Delta u_1 \frac{u_1}{u} \Leftrightarrow \Delta u = \Delta u_1 \frac{L_1}{L}. \quad (5.26)$$

Damit kann der Gradient in Gl. (5.25) approximiert werden zu

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \approx \frac{2\Delta u_1}{b_1}. \quad (5.27)$$

Bei Vernachlässigung von Turbulenz ist die Verlustgenerierung im Nachlauf daher konstant.

5.2.9 Bestimmung der Eingangsparameter

Das in Abschn. 5.2 vorgestellte Modell erfordert neben der Vorgabe von Zu- und Abströmwinkel, Geschwindigkeit am Ein- und Austritt und geometrischer Parameter noch näher zu bestimmende Eintrittsgrößen wie die Impulsverlustdicke des Nachlaufs $\delta_{2,NL,1}$, die Breite des Nachlaufs b_1 sowie den initialen Geschwindigkeitsdefekt $\Delta u_1 = u_\infty - u_{\min}$. Das Geschwindigkeitsdefizit ist im Absolut- und Relativsystem gleich und wird ebenso wie die Impulsverlustdicke im Relativsystem bestimmt, siehe Abb. 2.4a oder Abschn. 5.2.4. Abbildung 5.5a zeigt die Verteilung des Totaldrucks, der Geschwindigkeit sowie der Entropie in der Messebene E_1 (siehe Abb. 5.6). Der Nachlauf ist durch ein Totaldruckdefizit gekennzeichnet. Der massenstromgemittelte Totaldruck \bar{p}_t^M über die gesamte Teilung ist in Abb. 5.5a durch $---$ gekennzeichnet. Als dem Nachlauf zugehörig wird jener Teil des Strömungsfeldes angenommen, dessen Totaldruck kleiner oder gleich

5 Methoden

$F_{\text{NL}} \cdot \overline{p}_t^M$ mit $F_{\text{NL}} = 95 \%$ ist. Dieser Anteil ist in den in Abb. 5.5a-c gezeigten Diagrammen durch \blacklozenge gekennzeichnet, der zugehörige massenstromgewichtete Mittelwert durch \cdots . Der übrige Teil, der im Folgenden der freien Strömung zugeordnet wird, ist durch \circ bzw. — gekennzeichnet. Die durchgeführte Aufteilung und anschließende gewichtete Mittelung der Anteile entspricht einer Überführung in ein vereinfachtes Strömungsfeld mit einem Nachlauf rechteckiger Form. Mit dieser Vereinfachung kann die Impulsverlustdicke nach Gl. (2.19), die Breite des Nachlaufs sowie das Geschwindigkeitsdefizit leicht bestimmt werden.

5.2 Modell zur Beschreibung des Nachlaufverhaltens

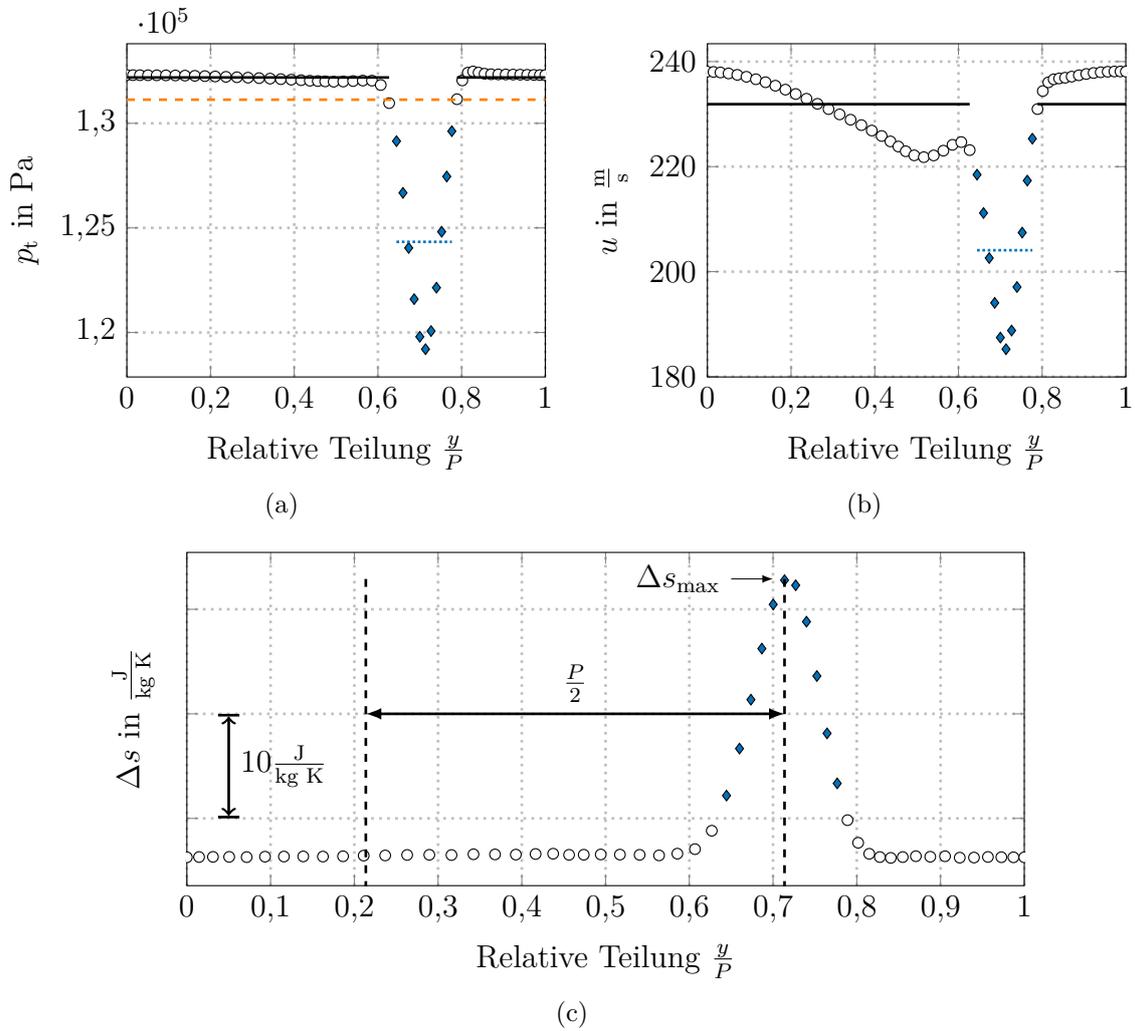


Abbildung 5.5: Verteilung des Totaldrucks (a), der Geschwindigkeit (b) und der Entropie (c) im Nachlauf \blacklozenge und in der freien Strömung \circ sowie deren Massenstrom gewichtetes Mittel (..... bzw. —) stromab des Rotors im Relativsystem. Der Nachlauf wird durch das Kriterium $p_{t,NL} = F_{NL}\bar{p}_t^M$ (\bar{p}_t^M : ---) bestimmt, die Symmetrieachse des Nachlaufs durch Ermittlung von Δs_{\max} .

5.3 Methodik der Lagrange'schen Analyse

Im Rahmen der Arbeit wird das Strömungsfeld durch das Einbringen von masselosen Partikeln analysiert. Von besonderem Interesse sind dabei die auf das Fluid im Nachlauf und in der freien Strömung wirkenden Kräfte sowie die Änderung der thermodynamischen Zustandsgrößen aufgrund des konvektiven und diffusiven Transports. Zur Analyse wird zu jedem berechneten Zeitpunkt ein Partikel in den Nachlauf und in die freie Strömung in der Ebene stromab des Rotors gegeben. Die Umfangsposition zur Einbringung der Partikel wird durch Bestimmung der maximalen spezifischen Entropie Δs_{\max} in der Ebene ermittelt. Dabei wird davon ausgegangen, dass die höchsten Verluste im Nachlauf vorliegen. Jene Partikel, die Rückschlüsse auf die im Nachlauf wirkenden Mechanismen zulassen sollen, werden an der Position von Δs_{\max} eingebracht (siehe Abb. 5.5c). Partikel, die repräsentativ für die freie Strömung sein sollen, werden um jeweils 50 % der Teilung P versetzt eingebracht. Die Partikel geben den Zustand der Strömung an ihrer momentanen Position wieder, jedoch nicht den vom Partikel repräsentierten Masseanteil. Eine Umfangsmittelung aller Partikel in einem axialen Abschnitt gibt daher keine Auskunft über den tatsächlich vorliegenden Mittelwert. Um eine solche Aussage treffen zu können, sind weitere Auswertungen zur Beschaffenheit des Strömungsfeldes (und der Massenverteilung des Nachlaufs) innerhalb der Passage notwendig. Ein solches Vorgehen zur Bestimmung eines Gewichtungsfaktors ist für jedes Partikel einzeln nicht ohne weiteres lösbar. Für eine qualitative Aussage wird daher der Eintritt in die Passage in vier gleichgroße Abschnitte unterteilt. Diese decken jeweils 25 % der Teilung ab. Durch eine Umfangsmittelung der jeweils einen Abschnitt passierenden Partikel ist es möglich eine Aussage über die mittlere Bewegung und Änderung von Charakteristiken (wie Geschwindigkeit oder Druck) der zugehörigen Partikel zu treffen.

5.4 Verlustaufteilung

5.4.1 Verluste innerhalb des Schaufelkanals

In den folgenden Abschnitten wird gezeigt, wie mittels der bisher vorgestellten Methoden die Mischungsverluste analysiert werden können. Dabei wird die in Abb. 5.6 gezeigte Nomenklatur verwendet. Ebene $E0$ kennzeichnet jene Auswerteebene, welche 30 % der axialen Sehnenlänge des Stators l_{ax} stromauf der Vorderkante des Rotors liegt. Ebene $E1$ liegt circa 10 % l_{ax} stromauf der Vorderkante des Stators, Ebene $E2$ wiederum 30 % l_{ax} stromab der Hinterkante des Stators. Die Ebene $\overline{E2}^X$ bezeichnet jene Ebene, in dem die Strömung wieder einen homogenen Zustand erreicht. Sofern nicht anders gekennzeichnet werden im Folgenden immer Größen im Absolutsystem ausgewertet. Die zwischen den Ebenen $E1$ und $E2$ entstehenden Verluste lassen sich entsprechend ihrer Ursache in die folgenden Kategorien einteilen:

- FS:** Verluste aufgrund der Umlenkung, Expansion, Turbulenz und daraus resultierende Scherspannungen innerhalb der freien Strömung,
- GSi/GSSs:** Verluste, die der Grenzschicht zugeordnet werden können, wozu auch der Nachlauf des Stators gezählt wird, sowie

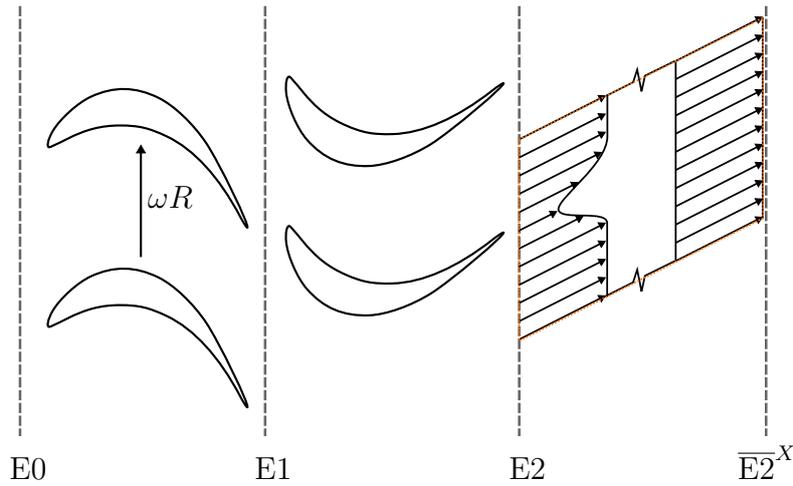


Abbildung 5.6: Nomenklatur und Auswertebenen

RNL: Verluste, die durch die Ausmischung des Nachlaufs des Rotors im Stator auftreten.

Bei jenen Verlusten, die der Profilhrenzschicht zugeordnet werden können, muss aufgrund der in Abschn. 2.3.2 beschriebenen Effekte eine Unterscheidung zwischen stationärer (**GSs**) und instationärer Grenzschicht (**GSi**) vorgenommen werden. Um eine Aussage über den Einfluss eines instationären Arbeitsaustauschs innerhalb der Passage auf die Verluste bei der Ausmischung des Rotornachlaufs treffen zu können, müssen die Ausmischverluste isoliert werden. Die Anwendung numerischer Simulationsverfahren, wie sie in Kap. 4 vorgestellt wurden, erlaubt eine solche Isolation. Dazu ist die Durchführung von mehreren Simulationen mit unterschiedlichen Randbedingungen erforderlich.

Bei einer Simulation unter Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der Lösung mit einem reibungsbehafteten Statorprofil treten zwischen den Ebenen E1 und E2 alle oben genannten Verluste auf. Eine solche Konfiguration wird im Folgenden mit **FS+GSi+RNL** gekennzeichnet, die dazugehörigen Verluste (im Sinne einer Entropiezunahme) mit $\Delta_{s_{\text{FS+GSi+RNL},12}}$. Wird die Wand des Stators als reibungsfrei angenommen, das Ausbilden einer Profilhrenzschicht an dieser Stelle also verhindert, so entstehen Verluste zwischen den Ebenen E1 und E2 lediglich aufgrund der Ausmischung des Rotornachlaufs sowie durch Scherung in der freien Strömung. Dieses Setup wird mit **FS+RNL** abgekürzt, die Verluste sind entsprechend mit $\Delta_{s_{\text{FS+RNL},12}}$ gekennzeichnet. Bei einer stationären Simulation wird mit einer Mischungsebene gearbeitet, welche die Inhomogenitäten in der Strömung am Übergang zwischen rotierenden und stehenden System durch eine Umfangsmittelung eliminiert. Am Eintritt des Stators (E1) liegt dann ein homogenes Strömungsfeld vor. Eine Bilanzierung beginnend mit dieser Ebene beinhaltet daher keine weiteren Verluste, die der Ausmischung des Rotornachlaufs zugeordnet werden können. Eine Durchführung von Simulationen mit und ohne reibungsbehafteter Wand des zweiten Stators führen daher auf Konfigurationen, die lediglich die Verluste aufgrund der Strömungsführung der freien Strömung enthalten (**FS** bzw. $\Delta_{s_{\text{FS},12}}$) sowie jene, die

der (stationären) Grenzschicht zugeordnet werden können (**FS+GSs** bzw. $\Delta s_{\text{FS+GSs},12}$). Eine grafische Darstellung der beschriebenen Zusammenhänge ist in Abb. 5.7 gezeigt.

Die Isolation der oben aufgeführten Verlustarten ist unter der Annahme, dass die gemittelten Strömungsfelder bzw. die daraus im Mittel entstehenden Verluste für den stationären und instationären Fall als annähernd gleich angenommen werden können, durch eine Subtraktion der Entropien möglich. So ergeben sich die durch die Ausmischung des Rotornachlaufs resultierenden Verluste zwischen den Ebenen E1 und E2 $\Delta s_{\text{RNL},12}$ direkt aus der Differenz zwischen $\Delta s_{\text{FS},12}$ und $\Delta s_{\text{FS+RNL},12}$. Es gilt

$$\Delta s_{\text{RNL},12} = \Delta s_{\text{FS+RNL},12} - \Delta s_{\text{FS},12}. \quad (5.28)$$

Eine Abschätzung der Profilverluste ist auf einem ähnlichen Weg möglich. Aufgrund der im Fall der berechneten Konfigurationen mit einer reibungsfreien Wand geringeren Versperrung der Passage ist diese jedoch mit einer Unsicherheit behaftet. Die mit der reduzierten Versperrung einhergehende Erhöhung des Massenstroms führt ggf. zu zusätzlichen Verlusten aufgrund der geänderten Strömungsführung. Bei der zur Bestimmung der Profilverluste durchzuführenden Subtraktion der aus den Berechnungen **FS+RNL+GSi** und **GS+RNL** resultierenden Verluste für den instationären Fall bzw. **FS+GSs** und **FS** für den stationären Fall würden diese den Profilverlusten zugeordnet werden. Diese Unsicherheit ließe sich durch eine Anpassung der Geometrie des reibungsfreien Profils zur Kompensation der Verdrängungsdicke eliminieren. Es wird davon ausgegangen, dass auch ohne eine solche Anpassung eine qualitative Aussage über die Profilverluste getroffen werden kann.

5.4.2 Ausmischverluste

Das oben beschriebene Vorgehen erlaubt die Quantifizierung der einzelnen Verlustarten zwischen den Ebenen E1 und E2. Für die in der vorliegenden Dissertation behandelte Problemstellung ist dies jedoch nicht ausreichend. Es interessiert besonders der Einfluss des instationären Strömungsfelds innerhalb der Passage auf das Ausmischverhalten des Nachlaufs stromab des Schaufelkanals. Um dieses analysieren zu können, ist eine weiterführende Verlustanalyse notwendig. Die in Abschn. A.1.2 und Abschn. A.1.1 beschriebenen Zusammenhänge erlauben eine Bestimmung der stromab einer Auswerteebene aufgrund von Strömungsinhomogenitäten auftretenden Verluste durch Mischung (siehe Gl. A.16 in Abschn. A.1.1). Unter der Annahme, dass die dominierende Strömungsinhomogenität unmittelbar stromab des Rotors dessen Nachlauf ist (siehe Abschn. 5.2.9), kann der Ausmischverlust Δs^X des Rotornachlaufs für eine stationäre Betrachtung bestimmt werden zu

$$\Delta s_{\text{RNL},1}^X = R_{\text{Gas}} \ln \frac{\overline{p_{t,1}}^X}{\overline{p_{t,1}}^M}.$$

Aufgrund der instationären Interaktion von Stator und Rotor und der damit einhergehenden Variation des Strömungswiderstands schwankt der Nachlauf des Rotors in seiner Intensität bei einer instationären Betrachtung. Die zur Bestimmung der im Mittel vorliegenden Mischungsverluste herangezogene Gleichung muss dann (für den in-

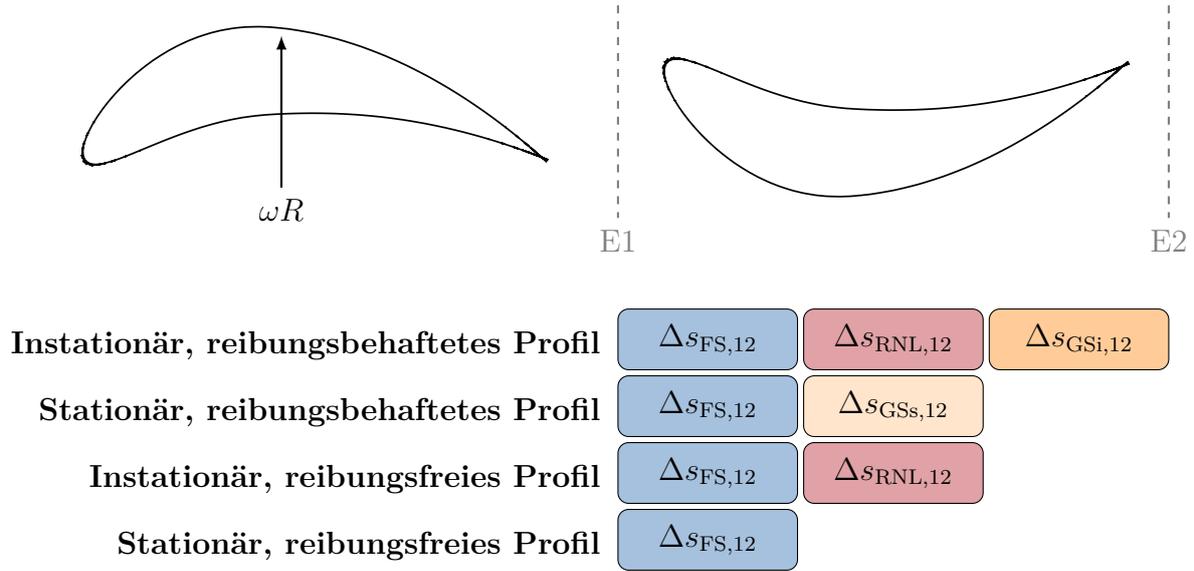


Abbildung 5.7: Schematische Darstellung der im Stators auftretenden Verluste bei numerischen Simulationen mit den aufgeführten Randbedingungen.

stationären Fall) erweitert werden. Zur Abschätzung des mittleren Verlusts wird der instantane Verlust mit dem instantanen Massenstrom in der Auswerteebene gewichtet und ein Mittelwert über die Periode T gebildet. Es gilt

$$\overline{\Delta s_{RNL,1}^X}^M = \frac{R_{\text{Gas}} \int_0^T \ln \frac{\overline{p_{t,1}(t)}^X}{p_{t,1}(t)} \dot{m}(t) d\tau}{\int_0^T \dot{m}(t) d\tau}. \quad (5.29)$$

Die Anwendung der in Abschn. A.1.2 beschriebenen Verfahren auf die Ebene am Austritt des Stators E2 liefert die Verluste aufgrund der Strömungsinhomogenität an dieser Stelle. Für die durchgeführte stationäre Berechnung mit einer reibungsfreien Wand des zweiten Stators und einer Mischungsebene zwischen dem rotierenden und stehenden System ergeben sich dann die Mischungsverluste aufgrund der Strömungsinhomogenität in der freien Strömung zu

$$\Delta s_{FS,2}^X = R_{\text{Gas}} \ln \frac{\overline{p_{t,2}}^X}{p_{t,2}^M}.$$

Bei einer instationären Betrachtung enthält die Ebene auch die Verluste aufgrund der durch den zweiten Stator transportierten Rotornachläufe, es gilt analog zu Gl. (5.29)

$$\overline{\Delta s_{FS,RNL,2}^X}^M = \frac{R_{\text{Gas}} \int_0^T \ln \frac{\overline{p_{t,2}(t)}^X}{p_{t,2}(t)} \dot{m}(t) d\tau}{\int_0^T \dot{m}(t) d\tau}. \quad (5.30)$$

5 Methoden

In Anlehnung an das in Abschn. 5.4 beschriebene Vorgehen ist dann eine Bestimmung der durch den Rotornachlauf verursachten Mischungsverluste stromab von Ebene E2 möglich. Diese ergeben sich zu

$$\Delta s_{\text{RNL},2}^X = \overline{\Delta s_{\text{FS,RNL},2}^X}^M - \Delta s_{\text{FS},2}^X. \quad (5.31)$$

Die innerhalb der Passage des zweiten Stators auftretenden Verluste aufgrund des Rotornachlaufs $\Delta s_{\text{RNL},12}$ ergeben sich aus Gl. (5.28). Durch Kenntnis der in Gl. (5.28), Gl. (5.29) und Gl. (5.31) definierten Größen ist eine Bestimmung der Änderung der Mischungsverluste des Rotornachlaufs Δs_{IM} durch instationäre Vorgänge im zweiten Stator zu

$$\Delta s_{\text{IM}} = \left(\Delta s_{\text{RNL},2}^X + \Delta s_{\text{RNL},12} \right) - \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}^M \quad (5.32)$$

möglich. Zur besseren Vergleichbarkeit wird dieser Anteil außerdem auf den Mischungsverlust aufgrund der Strömungsinhomogenität in der Ebene E1 bezogen. Es folgt

$$\Delta s_{\text{IM,rel}} = \frac{\Delta s_{\text{IM}}}{\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}^M} = \frac{\left(\Delta s_{\text{RNL},2}^X + \Delta s_{\text{RNL},12} \right) - \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}^M}{\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}^M}. \quad (5.33)$$

Diese Größe ist ein direkter Indikator für die aufgrund des Rotornachlaufs und der in Abschn. 5.2 und Abschn. 2.4.2 beschriebenen Vorgänge auftretenden Verluste und daher für die behandelte Problemstellung von besonderem Interesse. Je niedriger dieser Wert ist, desto besser ist die Strömungsführung hinsichtlich der nachlaufspezifischen Ausmischverluste. Der in Gl. (5.33) vorgestellte Bewertungsparameter Δs_{IM} gibt keine Auskunft über den Anteil der einzelnen Verlustarten an den Gesamtverlusten. Als weitere Bewertungsgröße wird daher der Faktor

$$s_{\text{loc}} = \frac{\Delta s_{\text{RNL},12}}{\Delta s_{\text{RNL},2}^X + \Delta s_{\text{RNL},12}} \quad (5.34)$$

eingeführt, der die in der Passage des Stators auftretenden Ausmischverluste in Relation zu den gesamten Ausmischverlusten des Rotornachlaufs setzt.

5.5 Korrelationsanalyse

5.5.1 Parametrisierung und Geometrie

Zur Bestimmung der Sensitivität des Ausmischvorgangs auf die mit der lokalen Druckverteilung verknüpften Deformation und Orientierung des Nachlaufs in der Passage aufgrund der Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen Druck- und Saugseite (siehe Abschn. 5.2) wird eine Geometriestudie auf Basis der in Abschn. 3.2 vorgestellten Turbinengeometrie durchgeführt. Dabei soll die lokale Druckbelastung des Stators verändert werden, ohne die Charakteristik der Stufe und den Betriebspunkt signifikant zu verändern. Die Studie basiert auf dem in Abschn. 3.2 beschriebenen Testfall. Die Referenzgeometrie

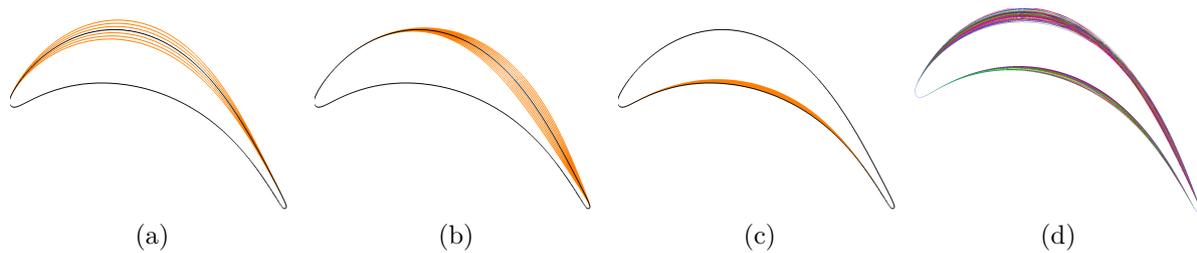


Abbildung 5.8: Freiheitsgrade der einzelnen Parameter (a-c) und resultierende Profile bei Berücksichtigung der Beschränkung $\Delta\alpha_{\text{abs},1} \leq \pm 0,5^\circ$ (d).

wird mittels Bézier-Kurven (siehe z.B. Farin 1996) approximiert. Anschließend wird auf Basis der Kontrollpunkte der Bézier-Kurven eine Parametrisierung vorgenommen, die eine Variation der Schaufelgeometrie auf Grundlage von drei Parametern erlaubt. Die Parameter sind so gewählt, dass die axiale Verteilung der Schaufelbelastung variiert werden kann. Eine Änderung der Metallwinkel der Zu- und Abströmung wird weitestgehend vermieden. Der Staffelungswinkel und der Winkel der Bitangente bleiben unverändert. Abbildung 5.8a-c zeigt die aus einer Änderung der einzelnen Parameter in dem vorgegebenen Bereich möglichen Geometrien.

5.5.2 Eingrenzung und Betriebspunkt

In der durchgeführten Analyse wird der Anströmwinkel der Rotorschaukel als Randbedingung vorgegeben. Die Drehzahl, der Totaldruck und die Totaltemperatur am Eintritt sowie der statische Druck am Austritt sind für alle berechneten Fälle gleich denen der in Abschn. 3.2 vorgestellten Maschine. Die Geometrie des Rotors wird nicht variiert. Die Charakteristik der Maschine und die integrale Belastung des Stators sollen erhalten bleiben. Die durchgeführte Parametrisierung der Geometrie des Stators erlaubt keine signifikante Änderung der Umlenkung dieser Schaufelreihe. Da die Drehzahl und die Geometrie der Rotorschaukeln nicht variiert werden, sind Änderungen der Charakteristik vor allem aufgrund von Variationen des Volumenstroms und daraus resultierenden Änderungen der Geschwindigkeitsdreiecke zu erwarten. Um eine Vergleichbarkeit der aus der Parametrisierung resultierenden Maschinen zu gewährleisten, werden nur jene Individuen der Studie zur Auswertung herangezogen, deren Anströmwinkel des Stators um weniger als $\Delta\alpha_{\text{abs}} \leq \pm 0,5^\circ$ im Vergleich zum Referenzfall variiert. Die resultierenden Varianten sind überlagert in Abb. 5.8d gezeigt.

5.5.3 Eingesetztes Optimierungsverfahren

Um eine größtmögliche Anzahl an Individuen zu finden, die der in Abschn. 5.5.2 beschriebenen Bedingung genügen, wird mit einem Optimierungsverfahren gearbeitet. Verwendet wird der am *von Kármán Institute for Fluid Dynamics* entwickelte Optimierer *Computer Aided Design and Optimization Tool for Turbomachinery Applications* (CADO). Dieser erlaubt die Durchführung von Ein- und Mehrzieloptimierungen bei gleichzeitiger Be-

rücksichtigung von Einschränkungen bei Ziel- und Berechnungsgrößen. Eine detaillierte Beschreibung des Optimierers und der zugrundeliegenden Verfahren ist in Verstraete (2010) und Verstraete (2012) zu finden, Details zu der in dieser Arbeit verwendeten Implementierung des evolutionären Algorithmus sind in Storn und Price (1997) beschrieben. Die Anwendbarkeit des Optimierers auf strömungsmechanische Problemstellungen, ähnlich der in dieser Arbeit behandelten, wurde u. a. durch die Arbeiten von Verstraete (2008), Verstraete et al. (2013), Mueller et al. (2013), Coletti et al. (2013) und Teichel et al. (2013) gezeigt.

5.6 Deskriptive Statistik

Zur Ableitung und Beschreibung von funktionalen Zusammenhängen aus den Resultaten der oben beschriebenen Optimierung werden unterschiedliche statistische Werkzeuge genutzt. Für eine detaillierte Beschreibung statistischer Größen sei auf Hartung et al. (2005), Sachs und Hedderich (2007) und Voigt (2010) verwiesen, an deren Ausführungen das Folgende angelehnt ist.

Besteht eine statistische Abhängigkeit zwischen zwei Größen x und y eines Datensatzes, so ist die (korrigierte) empirische Kovarianz

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1}, \quad (5.35)$$

mit dem arithmetischen Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (5.36)$$

von Null verschieden. Die Kovarianz ist nicht normiert und daher von der Streuung der Größen abhängig. Wird eine Normierung mit dem Produkt der Standardabweichung beider Größen

$$\sigma_x \sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (5.37)$$

durchgeführt, so erhält man den dem Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten ähnlichen Korrelationskoeffizienten

$$r_K = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (5.38)$$

Dieser gibt Auskunft über die Stärke des linearen Zusammenhangs zwischen den untersuchten Größen. Je näher der Betrag des Korrelationskoeffizienten $|r_K|$ bei 1 liegt, desto stärker ist die lineare Abhängigkeit. Bei einem Wert nahe 0 liegt keine lineare Abhän-

gigkeit vor. Für einen Wert von $|r_K| \geq 0,8$ ist ein deutlicher linearer Zusammenhang zu erkennen.

Durch Relation der Standardabweichung auf den arithmetischen Mittelwert ergibt sich der Variationskoeffizient. Dieser gibt Auskunft über relative Abweichung der Größe.

6 Transportmechanismen im Nachlauf

6.1 Nachlaufkonvektion und -deformation

Im Folgenden werden die Ergebnisse der numerischen Berechnung und des analytischen Modells aus Abschn. 5.2 hinsichtlich des Verhaltens des Nachlaufs in der Schaufelpassage vorgestellt, verglichen und diskutiert. Die Basis für die durchgeführte Betrachtung ist dabei der in Abschn. 3.2 vorgestellte Testfall. Um Einflüsse durch die in Abschn. 2.3.2 beschriebene Interaktion von Nachlauf und Grenzschicht zu vermeiden, werden die Ergebnisse einer numerischen Berechnung mit einer reibungsfreien Stator-Wand ausgewertet (siehe Abschn. 5.4).

Abbildung 6.1 zeigt die Differenz Δu_{CFD} zwischen der instantanen Geschwindigkeit u und deren arithmetischem Mittelwert über die Dauer eines Schaufeldurchlaufs T . Es gilt

$$\Delta u_{\text{CFD}} = |u - \bar{u}| \text{ mit } \bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u d\tau.$$

Dargestellt sind die während des Transports des Nachlaufs an jeder Stelle auftretenden Maximalwerte $\Delta u_{\text{CFD,max}}$ (Abb. 6.1a) sowie die instantane Verteilung von Δu_{CFD} zu drei signifikanten Zeitpunkten (Abb. 6.1b-d). Die Nachläufe sind durch ein hohes Maß an Entropie gekennzeichnet (siehe Abschn. 2.3.5). In Abb. 6.1b-d ist daher zur Identifikation der Nachlaufgebiete die Kontur von Δu_{CFD} mit Linien konstanter Entropie überlagert.

Das Verhalten des Nachlaufs bei der Konvektion durch die Passage entspricht den in Abschn. 2.3.5 beschriebenen Beobachtungen. Bei Eintritt des Nachlaufs in den Schaufelzwischenraum ist noch keine signifikante Deformation erkennbar (siehe Abb. 6.1b). Mit fortschreitendem Transport des Nachlaufsegments in der Passage ist bereits eine deutliche Veränderung der Gestalt und Orientierung des Nachlaufsegments zu erkennen. Das in der Passage vorliegende inhomogene Geschwindigkeitsfeld führt zu einer Drehbewegung des Nachlaufs, die annähernd gleichförmig von Ein- zu Austritt verläuft (siehe gestrichelte Linien in Abb. 6.1b-d). Ein Vergleich von Abb. 6.1b und Abb. 6.1c zeigt, dass darüber hinaus die Ausdehnung des Nachlaufs senkrecht zu dessen Symmetrieachse zunimmt. Diese Aufweitung ist das Resultat der durch die Geometrie bedingten Abnahme der Länge des Nachlaufsegments in Richtung der Symmetrieachse. Im weiteren Verlauf ist deutlich der Einfluss des *Negative-Jet* erkennbar. Es kommt zu einer kontinuierlichen Bewegung des Nachlauffluids in Richtung der Saugseite. Die Wirkung des *Negative-Jet* ist insbesondere in zu dem in Abb. 6.1d gezeigten Zeitpunkt, welcher das Ende des Konvektionsvorgangs kennzeichnet, zu erkennen. Der Nachlauf ist zu diesem Zeitpunkt weniger klar definiert als zu Beginn (siehe Abb. 6.1b), was auf einen fortschreitenden Ausmischvorgang schließen lässt.

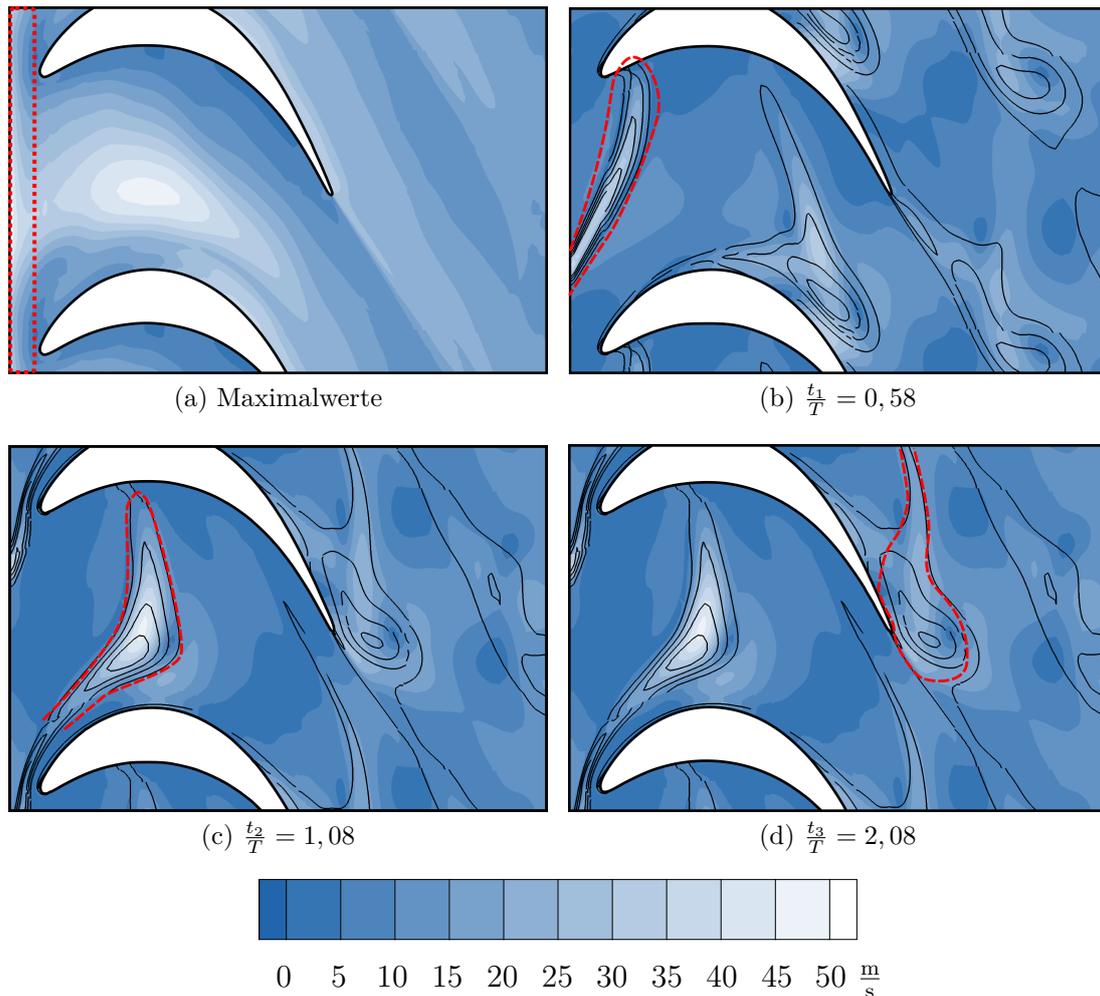


Abbildung 6.1: Verteilung des Geschwindigkeitsdefizits $\Delta u_{\text{CFD}} = |u - \bar{u}|$ in der Passage als Maximalwert und instantaner Wert. Zur Sichtbarmachung des Nachlaufs sind Linien konstanter Entropie überlagert.

Es ist weiterhin zu erkennen, dass das Nachlaufsegment in unmittelbarer Nähe zur Saugseite im Gegensatz zu jenem Teil, der in unmittelbarer Nähe zur Druckseite geführt wird, keine definierte Zerteilung erfährt (siehe Abb. 6.1c und d). Der wandnahe Teil des Nachlaufs folgt an der Saugseite in seiner Orientierung der Schaufelgeometrie und legt sich um diese herum. Im weiteren Verlauf stimmt die Mittelachse dieses vergleichsweise kleinen Anteils des Nachlauffluids und damit die Richtung des *Negative-Jet* mit der Kontur der Schaufel überein, was in dem Bereich nahe der Vorderkante in Abb. 6.1c besonders gut zu erkennen ist. Der *Negative-Jet* wirkt dann der durch die Geometrie vorgeschriebenen Hauptströmungsrichtung entgegen, was zu einer weiteren Längung von diesem Teil des Nachlaufs führt und letztendlich in dessen Zerteilung gipfelt. Die davon betroffenen Abschnitte des Nachlaufs verbleiben entsprechend länger in der Passage.

Aus der Darstellung der lokalen Maximalwerte in Abb. 6.1a geht hervor, dass die Intensität des Rotornachlaufs stark von der Umfangsposition abhängt. Dies ist aus den unterschiedlichen Maximalwerten ersichtlich, welche unmittelbar am Eintritt des betrachteten Bereichs vorliegen (siehe markierter Bereich in Abb. 6.1a). Zum Zeitpunkt $\frac{t_1}{T} = 0,58$ (Abb. 6.1b) liegt im Nachlauf ein initiales Geschwindigkeitsdefizit von ungefähr $\Delta u_{\text{CFD},1} \approx 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ vor. Aus der Darstellung der lokalen Maximalwerte in Abb. 6.1a ist ersichtlich, dass dieses zunächst zunimmt und bei $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \approx 35\%$ den Maximalwert von $\Delta u_{\text{CFD},\text{max}} \approx 46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ erreicht, was dem 1,31-fachen des Eintrittswerts entspricht ($\frac{\Delta u_{\text{CFD},\text{max}}}{\Delta u_{\text{CFD},1}} = 1,31$). Der diesem Maximum zugehörige Zeitpunkt t_2 ist in Abb. 6.1c dargestellt und liegt leicht stromauf des Bereichs der größten Stauchung des Nachlaufs. Weiter stromab fällt das Geschwindigkeitsdefizit kontinuierlich ab und erreicht zum Zeitpunkt t_3 , welcher gemäß Abb. 5.1 das Ende des Transportvorgangs definiert, einen Wert von ungefähr $\Delta u_{\text{CFD},2} \approx 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ($\frac{\Delta u_{\text{CFD},2}}{\Delta u_{\text{CFD},1}} = 0,65$), siehe Abb. 6.1d.

Ein Vergleich zwischen dem beschriebenen Verhalten des Geschwindigkeitsdefizits und dem Zustand des Nachlaufs hinsichtlich dessen Form legt nahe, dass ein Zusammenhang zwischen der Stauchung bzw. Längung, der Verzerrung, der Ausmischung und der Ausprägung des Geschwindigkeitsdefizits Δu_{CFD} vorliegt. Das lokale Maximum von Δu_{CFD} stimmt mit der Lage der größten Stauchung überein, vgl. Abb. 6.1c. Mechanismen, die zu einer Längung des Nachlaufs führen (wie z. B. die Verzerrung innerhalb der Passage), resultieren hingegen ebenso wie die Ausmischung in einer Abnahme des Geschwindigkeitsdefizits. Die beschriebene Bewegung des Nachlauffluids aufgrund des *Negative-Jet* führt weiterhin dazu, dass maximale Werte von Δu_{CFD} in der Passage in Richtung der Saugseite versetzt auftreten. Die Längung des Nachlaufsegments im Zuge der Zerteilung am Eintritt in die Passage führt zu einer Abnahme des Geschwindigkeitsdefizits in unmittelbarer Nähe der Vorderkante.

Aus den Resultaten der Simulation ist nicht ersichtlich, welchen Anteil die einzelnen an der Deformation beteiligten Mechanismen (siehe Abschn. 2.3.5) an der beobachteten Änderung des Geschwindigkeitsdefizits haben. Eine Analyse der einzelnen wirkenden Mechanismen wird daher auf Basis des in Abschn. 5.2 vorgestellten analytischen Modells durchgeführt.

6 Transportmechanismen im Nachlauf

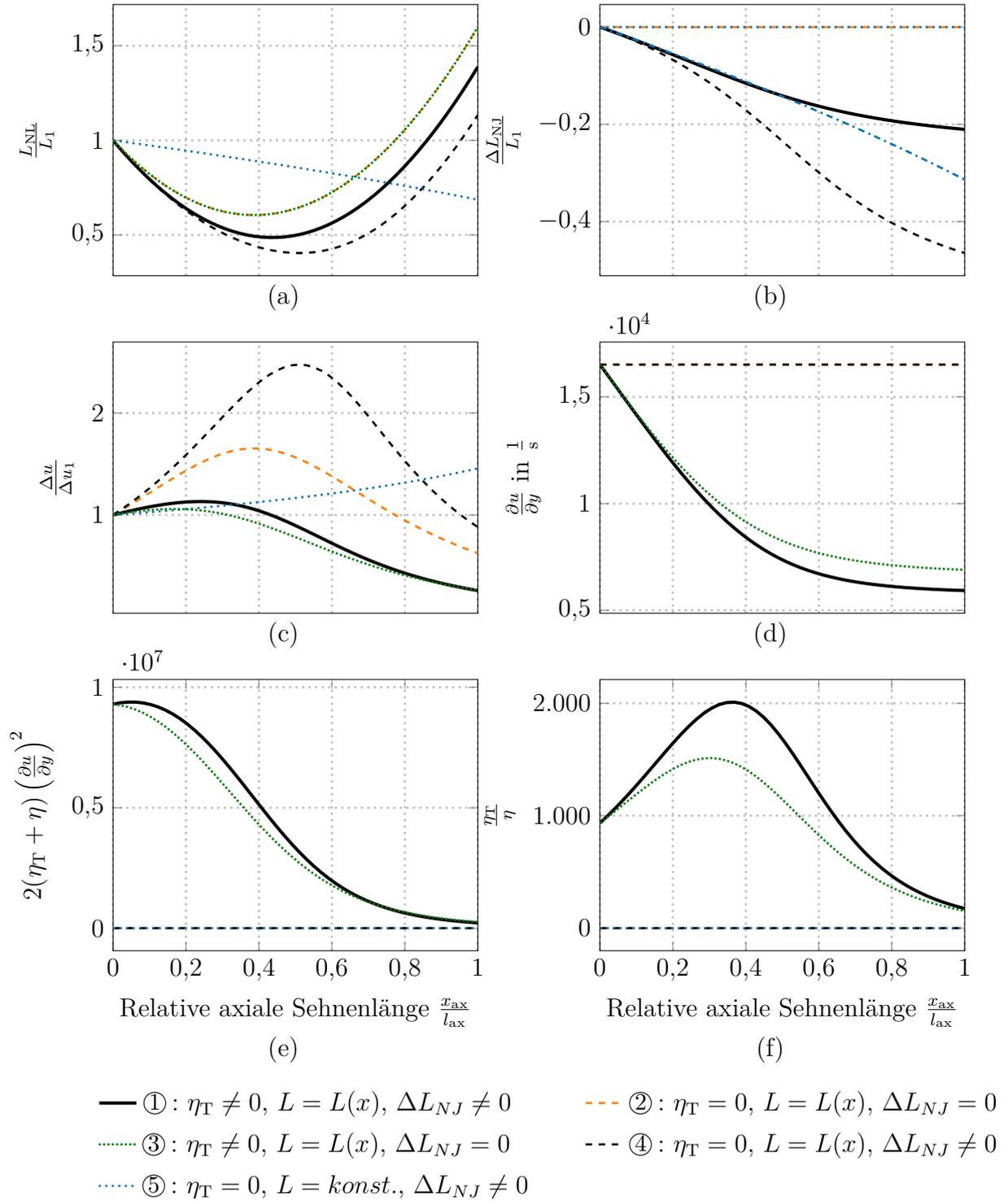


Abbildung 6.2: Modellerte relative Längenänderung durch geometrische Randbedingungen (a) sowie durch den *Negative-Jet* (b), Geschwindigkeitsdefizit im Nachlauf (c), Geschwindigkeitsgradient normal zur Mittelachse des Nachlaufs (d), Dissipationsfunktion nach Gl. (2.13) (e) und Wirbelviskosität (f) für die unterschiedlichen Szenarien.

6.2 Diskussion der Randbedingungen des analytischen Modells

Im Folgenden werden die bei der in Abschn. 5.2 beschriebenen Modellbildung getroffenen Annahmen hinsichtlich der Ein- und Austrittsrandbedingungen anhand der Ergebnisse der numerischen Simulation überprüft und diskutiert. Die in Abschn. 6.1 dargestellten Ergebnisse zeigen die Gültigkeit der hinsichtlich des Ein- und Austrittszustands getroffenen Annahmen. Insbesondere zu Beginn des Vorgangs (Zeitpunkt t_1 in Abb. 6.1b) stimmen die in Abschn. 5.2.2 getroffenen Annahmen zur Abschätzung der Länge, Form und Ausprägung des Nachlaufsegments gut mit den Ergebnissen der Simulation überein. Der Zustand am Ende des Transportvorgangs wird ebenfalls zufriedenstellend wiedergegeben. Die Annahme, dass sich der Winkel zwischen Symmetrielinie des Nachlaufsegments und Rotationsachse annähernd gleichförmig vom Ein- zum Austritt der Passage ändert, kann ebenfalls anhand der Ausführungen in Abschn. 6.1 bestätigt werden. Die wesentlichen Randbedingungen, auf deren Basis eine analytische Abschätzung des Nachlauftransports durchgeführt wird, können als gültig angenommen werden.

6.3 Ergebnisse des analytischen Modells

6.3.1 Untersuchte Varianten

Das in Abschn. 5.2 vorgestellte Modell erlaubt eine separate Analyse der Einflüsse der modellierten Mechanismen auf das Verhalten des Nachlaufs hinsichtlich der Ausprägung des Geschwindigkeitsdefizits, dessen Form und der daraus resultierenden Verluste. Abbildung 6.2 zeigt die Auswertung des Modells für unterschiedliche Szenarien auf Basis des in Abschn. 6.1 diskutierten Falls. Die weiteren für das analytische Modell notwendigen Randbedingungen, wie z. B. die Impulsverlustdicke $\delta_{2,NL}$ des Nachlaufs am Eintritt, werden gemäß dem in Abschn. 5.2.9 beschriebenen Vorgehen ermittelt.

Es werden insgesamt fünf unterschiedliche Varianten analysiert, um die Interaktion von Geschwindigkeitsdefizit, Längenänderung des Nachlaufsegments aufgrund der geometrischen Randbedingungen, *Negative-Jet* und turbulenter Effekte zu separieren. Betrachtet werden daher die folgenden Varianten:

- ① Berücksichtigung des Einflusses der Deformation aufgrund der Geometrie der Schaufeln, des *Negative-Jet* sowie turbulenter Effekte ($\eta_T \neq 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} \neq 0$). Diese Variante ist in Abb. 6.2 mit **—** gekennzeichnet.
- ② Berücksichtigung des Einflusses der geometriebedingten Deformation unter Vernachlässigung des *Negative-Jet* und turbulenter Effekte ($\eta_T = 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} = 0$), **- - -** in Abb. 6.2.
- ③ Berücksichtigung des Einflusses von turbulenten Effekten und der geometrischen Deformation bei Vernachlässigung des *Negative-Jet* ($\eta_T \neq 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} = 0$), **⋯** in Abb. 6.2.
- ④ Berücksichtigung der geometrischen Deformation und des *Negative-Jet* ($\eta_T = 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} \neq 0$) bei Vernachlässigung turbulenter Effekte, **- - -** in Abb. 6.2.

⑤ Analyse der reinen Längenänderung durch den *Negative-Jet* unter Vernachlässigung der geometrischen Deformation ($\eta_T = 0$, $L = \text{konst.}$, $\Delta L_{NJ} \neq 0$), in Abb. 6.2. Signifikante Eckdaten der Analyse sind in Tab. 6.1 zu finden.

6.3.2 Analyse der Längenänderung

Entsprechend den in Abschn. 5.2 getroffenen Annahmen hinsichtlich der Verteilung der Länge des Nachlaufsegments ergibt sich für die Szenarien ①-⑤ das in Abb. 6.2a gezeigte Bild. In Szenario ② (siehe ---), in dem der *Negative-Jet* und turbulente Effekte vernachlässigt werden, wird ein Minimum von $\frac{L_{\min}}{L_1} \approx 60\%$ an der Position $\frac{x_M}{l_{\text{ax}}} \approx 39\%$ erreicht. Wird der *Negative-Jet* berücksichtigt (Szenario ④, siehe ---), so reduziert sich die minimale Länge weiter auf $\frac{L_{\min}}{L_1} \approx 40\%$ bei einer axialen Position von $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} = 51\%$. Die Berücksichtigung turbulenter Effekte bei Vernachlässigung des *Negative-Jet* hat entsprechend der Formulierung des Modells keinen Einfluss auf die Länge des Nachlaufsegments (Szenario ③, siehe). Werden jedoch die Turbulenz sowie der *Negative-Jet* mit einbezogen, so ergibt sich der mit — gekennzeichnete Verlauf von Szenario ①. Das Minimum wird auf $\frac{x_M}{l_{\text{ax}}} \approx 43\%$ verschoben und beträgt $\frac{L_{\min}}{L_1} \approx 49\%$. Werden Turbulenz und geometrisch bedingte Verzerrung des Nachlaufs vernachlässigt (Szenario ⑤), so ergibt sich der in Abb. 6.2a mit gekennzeichnete Verlauf. Das Minimum der Längung liegt dann am Austritt und beträgt $\frac{L_{\min}}{L_1} \approx 69\%$.

Abbildung 6.2b zeigt die relative Längenänderung $\frac{\Delta L_{NJ}}{L_1}$ des Nachlaufsegments durch den *Negative-Jet* in Abhängigkeit von der axialen Position. Die größte Längenänderung von $\frac{\Delta L_{NJ}}{L_1} \approx 46,5\%$ ergibt sich für eine Deformation des Nachlaufs ohne Berücksichtigung von Turbulenz (Szenario ④, siehe ---). Wird die Ausmischung durch turbulente Effekte berücksichtigt, so reduziert sich die Verschiebung auf $\frac{\Delta L_{NJ}}{L_1} \approx 21\%$ (Szenario ①, siehe —). Für eine konstanten Länge des Nachlaufsegments und ohne turbulente Einflüsse ergibt sich eine Verschiebung von $\frac{\Delta L_{NJ}}{L_1} \approx 31,5\%$ (Szenario ⑤, siehe). Allen diskutierten Fällen ist gemein, dass die Reduktion der Länge stetig erfolgt. Der Gradient ist dabei nur für Szenario ⑤ konstant. Ursächlich für die Stärke und den Verlauf der durch den *Negative-Jet* verursachten Verschiebung ist entsprechend der im Modell verwendeten Formulierung das lokale Geschwindigkeitsdefizit Δu (siehe Gl. 5.10). Mit Ausnahme des Szenarios ⑤, in dem Längenänderungen lediglich aufgrund des *Negative-Jet* auftreten,

Tabelle 6.1: Zusammenfassung der im Modell ermittelten charakteristischen Kenngrößen.

Szenario	$\frac{L_{\min}}{L_1}$	$\frac{x_{L_{\min}}}{l_{\text{ax}}}$	$\frac{L_2}{L_1}$	$\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1}$	$\frac{x_{\Delta u_{\max}}}{l_{\text{ax}}}$	$\frac{\Phi_{\max}}{\cdot 10^6}$
① — $\eta_T \neq 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} \neq 0$	0,486	0,428	1,388	1,132	0,244	9,383
② --- $\eta_T = 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} = 0$	0,604	0,387	1,598	1,652	0,387	0,009
③ $\eta_T \neq 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} = 0$	0,604	0,387	1,598	1,058	0,163	9,296
④ --- $\eta_T = 0$, $L = L(x)$, $\Delta L_{NJ} \neq 0$	0,404	0,510	1,134	2,474	0,510	0,009
⑤ $\eta_T = 0$, $L = \text{konst.}$, $\Delta L_{NJ} \neq 0$	0,686	1,0	0,686	1,457	1,0	0,009

wird der Nachlauf bis zum Austritt gestreckt. Die Länge des Nachlaufsegments am Austritt liegt auch bei Berücksichtigung des *Negative-Jet* signifikant über jener am Eintritt und beträgt zwischen $1,13 \leq \frac{\Delta L_2}{L_1} \leq 1,6$, was sich in einem entsprechenden Verhalten des Geschwindigkeitsdefizits äußert.

6.3.3 Analyse des Geschwindigkeitsdefizits

Abbildung 6.2c zeigt den Verlauf des Geschwindigkeitsdefizits im Nachlauf in Abhängigkeit von der axialen Position. Für jene Szenarien ②, ④ und ⑤ (siehe ---, - - - und ·····), in denen der Einfluss der Turbulenz vernachlässigt wird, stimmt die axiale Position des Maximalwertes mit dem Minimalwert der relativen Länge überein. Wird zusätzlich zu den turbulenten Effekten auch die Stauchung durch den *Negative-Jet* vernachlässigt (Szenario ②, siehe ---), so beträgt das maximale Geschwindigkeitsdefizit $\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} \approx 1,65$. Stromab dieses Maximums nimmt das Geschwindigkeitsdefizit kontinuierlich ab und unterschreitet am Austritt den Eingangswert von $\frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} \approx 0,63$. Wird der *Negative-Jet* und die damit verbundene weitere Stauchung des Nachlaufs berücksichtigt (Szenario ④, siehe - - -), so erhöht sich der maximale Geschwindigkeitsdefekt auf einen Wert von $\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} \approx 2,47$. Der qualitative Verlauf ist ähnlich zu jener Betrachtung ohne *Negative-Jet*. Es kommt zu einem stetigen Abfall stromab des Maximalwertes. Am Austritt der Passage ist der Geschwindigkeitsdefekt auf einen Wert von $\frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} \approx 0,88$ gesunken. Wenn nur der *Negative-Jet* bei sonst konstanter Länge des Nachlaufs und ohne Turbulenz betrachtet wird, so kommt es zu einem kontinuierlichen Anstieg des Geschwindigkeitsdefizits mit einem Maximum am Austritt von $\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} \approx 1,45$ (Szenario ⑤, siehe ·····).

Das beschriebene Verhalten unterscheidet sich stark von dem Verhalten bei Berücksichtigung turbulenter Effekte. Bei Vernachlässigung des *Negative-Jet* folgt für die Berechnung mit $\eta_T \neq 0$ (Szenario ③, siehe ·····) ein Maximum von $\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} = 1,06$. Dieses befindet sich bei einer axialen Position von $\frac{x_{\max}}{l_{\max}} \approx 16\%$, was deutlich stromauf zu dem Minimum der Länge des Segments von $\frac{x_{\max}}{l_{\max}} \approx 39\%$ für diesen Fall liegt. Die Geschwindigkeit am Austritt beträgt lediglich $\frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} \approx 0,26$. Wird zusätzlich zu der Turbulenz auch die Verschiebung durch den *Negative-Jet* berücksichtigt, so ergibt sich ein ähnlicher Verlauf zu dem eben beschriebenen. Die Vorhersage von Δu durch das Modell für dieses Szenario ① unter Berücksichtigung aller Faktoren ist in Abb. 6.2c durch — gekennzeichnet. Das Geschwindigkeitsdefizit nimmt zunächst stetig zu und erreicht bei $\frac{x_{\max}}{l_{\max}} = 24,4\%$ einen Maximalwert von $\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} = 1,13$. Der Geschwindigkeitsdefekt nimmt danach bis zum Austritt mit den gezeigten Gradienten ab und erreicht am Austritt einen Wert von $\frac{\Delta u_2}{\Delta u_1} \approx 0,26$.

6.3.4 Verlustenstehung

Auf Basis der Dissipationsfunktion nach Gl. (2.13) ist eine Abschätzung der lokal auftretenden Verlustgenerierung möglich (vgl. Abschn. 5.2). Abbildung 6.2d zeigt den Gradienten der Geschwindigkeit normal zur Mittelachse des Nachlaufs in Abhängigkeit von der axialen Position. Dieser nimmt für jene Fälle, in denen turbulente Effekte vernachlässigt werden, einen konstanten Wert von $\frac{\partial u}{\partial y} \approx 16.500 \frac{1}{s}$ an. Die Ursache für dieses

Verhalten liegt in der Vorgehensweise zur Abschätzung des Geschwindigkeitsgradienten und wurde in Abschn. 5.2.8 bereits vorhergesagt. Jene Fälle, in denen turbulente Effekte berücksichtigt werden, zeigen einen Abfall des initialen Geschwindigkeitsgradienten von $\frac{\partial u}{\partial y} \approx 16.500 \frac{1}{s}$ auf $\approx 5.930 \frac{1}{s}$ bzw. $\approx 6.900 \frac{1}{s}$ für den Fall mit $\Delta L_{NJ} \neq 0$ (Szenario ①, siehe —) bzw. $\Delta L_{NJ} = 0$ (Szenario ③, siehe). Der Verlauf ist bei beiden Varianten ähnlich. Zunächst fällt der Gradient bis $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 60 \%$ stark ab, im Anschluss verbleibt er für $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \gtrsim 60 \%$ auf einem annähernd konstanten Niveau.

Die in Abb. 6.2f dargestellte Wirbelviskosität nimmt für das Szenario ① einen maximalen Wert von $\eta_T = 0,036 \text{ Pa s}$ ($\frac{\eta_T}{\eta} \approx 2.000$) bei einer Position von $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 36,7 \%$ an. Bei Vernachlässigung des *Negative-Jet* (Szenario ③) wandert das Maximum an die Position $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 30,6 \%$ und nimmt einen Wert von $\eta_T = 0,0276 \text{ Pa s}$ ($\frac{\eta_T}{\eta} \approx 1.500$) an. Die vergleichsweise hohe berechnete Wirbelviskosität führt dazu, dass die im Nachlauf generierten Verluste zum größten Teil aus der Turbulenz resultieren. Für jene Analysen, in denen $\eta_T = 0$ gilt, sind diese hingegen vernachlässigbar gering. In Abb. 6.2e ist die Auswertung der Dissipationsfunktion gemäß Gl. (2.13) gezeigt. Das Maximum der lokalen Verlustgenerierung ist für das Szenario ③ ohne *Negative-Jet* in unmittelbarer Nähe des Eintritts zu finden und hat einen Wert von $\Phi_{max} \approx 9,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Pa}}{s}$. Die Verlustentstehung mit *Negative-Jet* (Szenario ①) ist im Maximum höher, es werden Werte um $\Phi_{max} \approx 9,4 \cdot 10^6 \frac{\text{Pa}}{s}$ bei einer axialen Position von $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 5 \%$ beobachtet. Stromab des Maximums fällt die Dissipationsfunktion stark ab, die Verläufe der Berechnungen mit und ohne *Negative-Jet* nähern sich einander an. Auffällig ist weiter, dass die Verlustgenerierung für das Szenario ① insgesamt höher ausfällt.

6.3.5 Zusammenfassung und Interpretation

Aus Abb. 6.2a geht hervor, dass die theoretische Änderung der Länge des Nachlaufsegments zum größten Teil aus der die Geometrie bzw. Reorientierung berücksichtigenden Formulierung in dem Modell resultiert. Der *Negative-Jet* als weitere mögliche Quelle für eine Längenänderung des Nachlaufsegments spielt eine untergeordnete Rolle. Das Nachlaufsegment erreicht entsprechend der Formulierung seine größte Stauchung (Minimum von $\frac{L}{L_1}$) annähernd in jenem Abschnitt, in dem der Nachlauf senkrecht zur Rotationsachse steht. Durch den *Negative-Jet* kommt es dabei zu einer leichten Verschiebung dieses Minimalwertes in stromabwärtige Richtung. Die Ausprägung dieser Verschiebung ist dabei von der Intensität des *Negative-Jet* abhängig. Im weiteren Verlauf des Transports führt die Drehung des Nachlaufs zu einer Verzerrung und Zunahme der Länge des Nachlaufsegments. Dieser Mechanismus wirkt dem *Negative-Jet* entgegen. Der *Negative-Jet* beeinflusst die Länge des Nachlaufsegments und das damit einhergehende Geschwindigkeitsdefizit insbesondere für den Abschnitt stromab von $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,4$ signifikant. In der hier modellierten Ausprägung ist der *Negative-Jet* jedoch nicht ausreichend, um die Längenänderung des Nachlaufsegments in der Tendenz umzukehren.

Ein Vergleich zwischen Abb. 6.2a und Abb. 6.2c zeigt weiterhin, dass die Längung ($\frac{L}{L_1} > 1$) bzw. Stauchung ($\frac{L}{L_1} < 1$) des Nachlaufs entsprechend der Formulierung des Modells (siehe Gl. 5.12) proportional zu einer Ab- bzw. Zunahme des Geschwindigkeitsdefizits ist. Die in einer Turbinenstufe auftretende Deformation des Nachlaufs führt dem-

nach zunächst zu einer Zunahme des Geschwindigkeitsdefizits und anschließend zu einer Abnahme desselben. Das beschriebene Verhalten zeigt sich auch in den in Abschn. 6.1 gezeigten CFD-Simulationen. Die Zu- und anschließende Abnahme des Geschwindigkeitsdefizits ist besonders ausgeprägt für jene Szenarien, in denen die Turbulenz bzw. die äquivalente Viskosität vernachlässigt wird. Dies lässt den Schluss zu, dass das beobachtete Verhalten auf einen rein reibungsfreien Mechanismus zurückzuführen ist. Die beschriebene Tendenz der Erhöhung von Δu auf einen Maximalwert mit anschließendem Abfall dieser Größe bleibt auch bei Berücksichtigung der Turbulenz erhalten. Jedoch wird das maximale Defizit stark gedämpft und steigt nur noch leicht im Vergleich zum Eingangswert. Die Erhöhung im Modell von $\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} \approx 1,13$ liegt dann unter jener der CFD-Simulationen ($\frac{\Delta u_{\max}}{\Delta u_1} \approx 1,31$). Das Geschwindigkeitsdefizit sinkt durch die turbulente Ausmischung am Austritt auf einen Wert, der deutlich unter dem Eingangswert liegt. Dieses Verhalten kann auch in den CFD-Simulationen beobachtet werden. In dem analytischen Modell werden jedoch keinerlei Ausmischeffekte berücksichtigt, was auf eine zu dissipative Modellierung der Turbulenz durch das in Abschn. 5.2.6 beschriebene Verfahren hinweist.

Die Berücksichtigung von Turbulenz in der Modellierung führt zu einer Verschiebung des maximalen Geschwindigkeitsdefizits weg von dem Bereich der maximalen Stauchung in stromaufwärtige Richtung. Dieses Verhalten wird ebenfalls in den in Abschn. 6.1 gezeigten Ergebnissen der CFD-Simulation beobachtet. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die beobachtete Abweichung ihren Ursprung in der Turbulenz des Nachlaufsegments hat.

Es wurde weiter gezeigt, dass der Geschwindigkeitsgradient $\frac{\partial u}{\partial y}$ durch die turbulente Mischung und die damit einhergehende Reduktion des Geschwindigkeitsdefizits mit zunehmender Lauflänge abnimmt (siehe Abb. 6.2d). Insbesondere im Bereich $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} < 40\%$ ergibt sich daher ein vergleichsweise hoher Gradient. Die höchste Wirbelviskosität tritt in dem Bereich der größten Stauchung auf (siehe Abb. 6.2f). Daraus ergibt sich eine besonders hohe lokale Verlustgenerierung im vorderen Bereich der Schaufel (siehe Abb. 6.2e).

Eine weitere Schlussfolgerung resultiert aus der in Abschn. 5.2.8 gezeigten Formulierung zur Beschreibung der Verlustgenerierung. Daraus geht hervor, dass bei Vernachlässigung von Turbulenz die Verlustgenerierung konstant ist. Im Umkehrschluss folgt daraus, dass die Turbulenz für eine nicht konstante Verlustgenerierung ursächlich ist. Die korrekte Wiedergabe derselben ist daher von großer Bedeutung.

6.4 Nachweis der Energieteilung

6.4.1 Zeitgemittelte Betrachtung: Existenz der Energieteilung

Die bisherigen Analysen vernachlässigen den in Abschn. 2.4.2 vorstellten Mechanismus der Energieteilung, der gemäß Abschn. 2.4.2 den Transport von Totalenthalpie zwischen der freien Strömung und dem Nachlauf in Turbinen beeinflussen kann. Die Ergebnisse bestehender Untersuchungen lassen keinen eindeutigen Rückschluss auf die Existenz dieses

6 Transportmechanismen im Nachlauf

Mechanismus und die für den Transport verantwortlichen Phänomene und Strömungsstrukturen zu. In dem folgenden Abschnitt wird daher zunächst die Existenz der Energieteilung in der Schaufelpassage für die verwendete Maschine gezeigt und deren Einfluss auf die Nachlaufströmung sowie die zugehörigen Verluste analysiert. Anschließend wird das Strömungsfeld hinsichtlich der für den Vorgang der Energieteilung verantwortlichen Mechanismen untersucht.

Die Basis für die durchgeführte Betrachtung ist der in Abschn. 3.2 vorgestellte Testfall. Um Einflüsse aufgrund der Grenzschicht und daraus resultierende Rückkopplungen auf das Strömungsfeld zu verhindern, wird in den hier gezeigten Simulationen mit einer reibungsfreien Wand der Statorbeschaufelung gearbeitet.

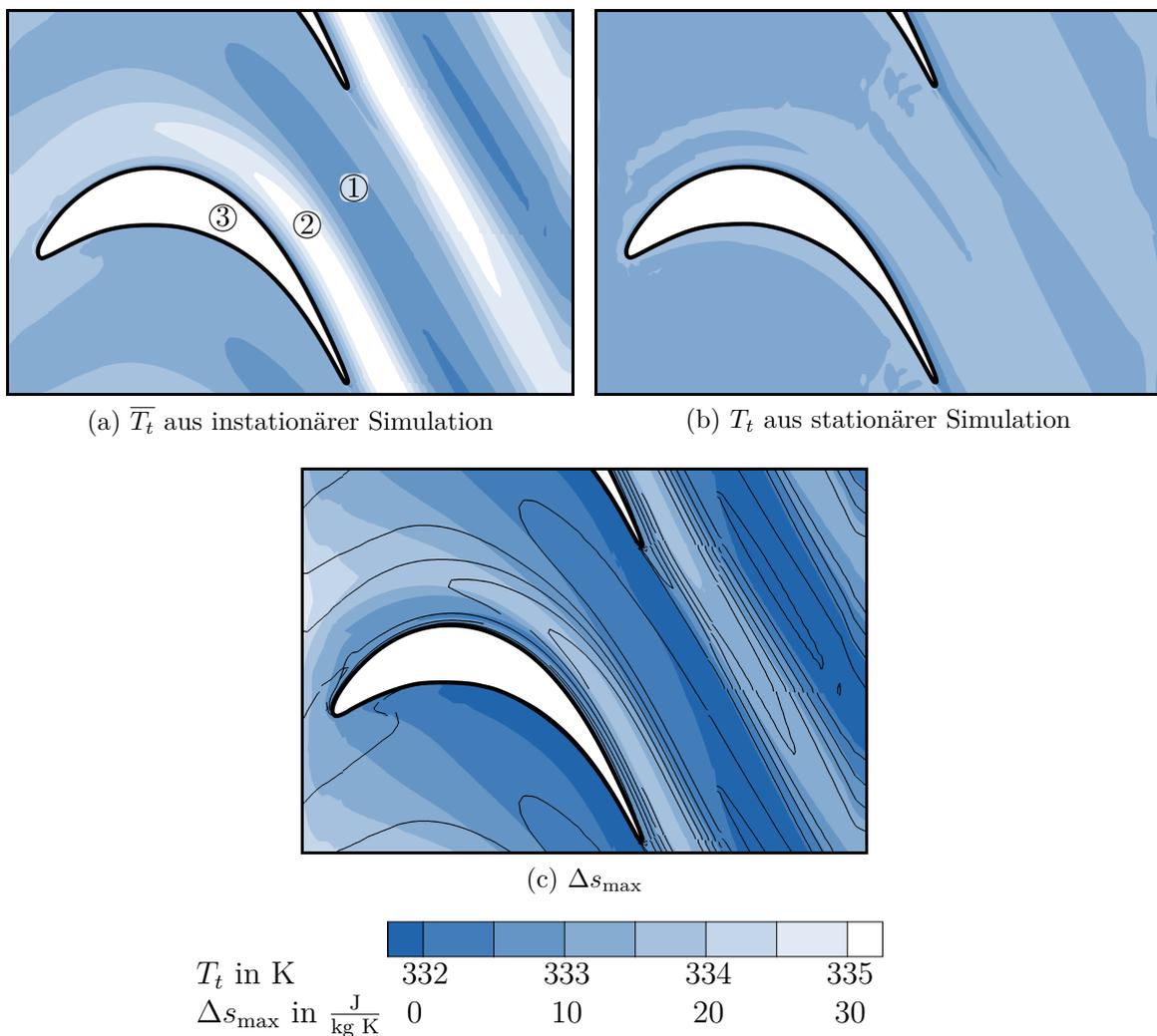
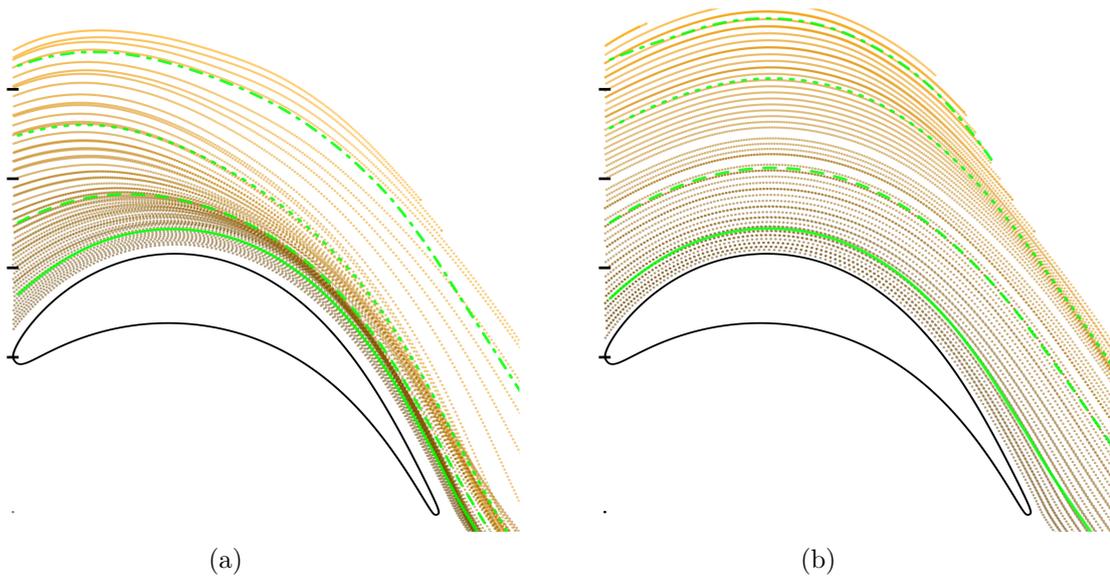


Abbildung 6.3: Zeitliches Mittel der Totaltemperatur der zeitdiskreten Simulation (a) und der stationären Simulation mit Ausmischebene (b) sowie Maximalwerte der Entropie der zeitdiskreten Simulation und Linien der mittleren Totalenthalpie (c).

Abbildung 6.3a und Abb. 6.3b zeigen die Verteilung der Totaltemperatur (welche für die hier betrachteten Fälle qualitativ der Totalenthalpie entspricht) in der Passage als Mittelwert einer zeitdiskreten Simulation und für eine stationäre Simulation mit Mischungsebene. Ein Vergleich beider Fälle gibt daher Auskunft über den Einfluss der Instationarität der Strömung auf diese Größe. Stromab von $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \approx 40\%$ kommt es bei der zeitdiskreten Betrachtung in der Passage zu einer Abnahme der Totaltemperatur in der Nähe der Druckseite (① in Abb. 6.3a) und zu einer Zunahme derselben nahe der Saugseite (② in Abb. 6.3a). Der Maximalwert der Totaltemperatur liegt dabei leicht versetzt über der Saugseite. Unmittelbar an der Saugseite selbst ist ein Gebiet mit vergleichsweise niedriger mittlerer Totaltemperatur zu finden (siehe ③ in Abb. 6.3a). In der stationären Simulation mit Mischungsebene kann hingegen eine homogene Verteilung der Totaltemperatur beobachtet werden. Die Totaltemperatur liegt dabei bei etwa 333 K bis 334 K¹. Da in dem betrachteten Bereich keinerlei bewegte Bauteile zum Einsatz kommen, die eine Umverteilung der Totalenthalpie bewirken könnten, belegt das beobachtete Verhalten das Auftreten des Mechanismus der Energieteilung. Die Ursache ist dabei nach Abschn. 2.4.2 ein instationäres Druckfeld, welches sich innerhalb der Passage gemäß Abschn. 2.4.3 und Abschn. 3.1.3 aufgrund von Nachläufen oder potentialtheoretisch beschreibbaren Effekten einstellt. Der nach Eckert und Weise (1943) benannte Effekt aus Abschn. 2.4.2 kann hier ausgeschlossen werden, da die zeitliche Auflösung der Simulation zu groß gewählt ist, um periodische Druckstörungen im Nachlauf durch Ausbilden einer Wirbelstraße zuzulassen.

Abbildung 6.3c zeigt die während einer Periode auftretende maximale Entropie Δs_{max} an jeder Stelle des Strömungsfeldes als Kontur und gibt damit einen Überblick über die Nachlauftrajektorie. Zur besseren Vergleichbarkeit ist weiterhin die zeitgemittelte Totalenthalpie aus Abb. 6.3a als Linienplot überlagert. Entsprechend den in Abschn. 6.1 und Abschn. 6.3 beschriebenen Vorgängen wird das Nachlauffluid in Richtung der Saugseite transportiert, was durch die dortigen Entropiemaxima bestätigt werden kann. Aus der überlagerten Darstellung ist weiterhin ersichtlich, dass die höchste Totalenthalpie in jenem Bereich auftritt, in dem auch die Verlustmaxima transportiert werden. Die Darstellungen legen nahe, dass in der Passage dem Nachlauffluid durch den Mechanismus der Energieteilung Totalenthalpie hinzugefügt wird. Ein Beleg für dieses Verhalten erfordert jedoch eine nicht ortsfeste (d. h. Lagrange'sche) Betrachtung der Strömung. Diese wird in dem folgenden Abschnitt durchgeführt.

Aus Abb. 6.3c geht weiterhin hervor, dass die höchste Entropie am Eintritt der Passage bei ca. 50 % der Teilung P auftritt. Der Nachlauf des Rotors erreicht hier seine stärkste Ausprägung, was sich auch in dem maximalen Geschwindigkeitsdefizit in diesem Abschnitt widerspiegelt (siehe Abb. 6.1a).



Partikeleintritt in die Passage: Saugseitig  Druckseitig

Abbildung 6.4: Trajektorie von Partikeln im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) in Abhängigkeit von dem Eintrittsort in die Passage und gemittelte Trajektorie für die Abschnitte $0 \leq \frac{y}{P} < 0,25$ —, $0,25 \leq \frac{y}{P} < 0,5$ ---, $0,5 \leq \frac{y}{P} < 0,75$ und $0,75 \leq \frac{y}{P} \leq 1$ - - - -.

6.4.2 Zeitdiskrete Lagrange'sche Betrachtung: Verlauf der Energieteilung

Zur näheren Analyse des in Abschn. 6.4.1 beobachteten Transports von Totalenthalpie in einer Leitreihe wird eine Lagrange'sche Betrachtung durchgeführt. Details zu dieser Methodik, bei der Tracerpartikel in die Strömung eingebracht werden, sind in Abschn. 5.3 beschrieben. Abbildung 6.4 zeigt die Position der in den Rotornachlauf (Abb. 6.4a) und in der freien Strömung (d.h. um $\frac{P}{2}$ zum Nachlauf versetzt, Abb. 6.4b) eingebrachten Partikel im Stator für jeden berechneten Zeitschritt. Die Färbung der Partikel gibt dabei Auskunft über den relativen Eintrittsort (druck- oder saugseitig). Gemäß Abschn. 5.3 wird die Schaufelpassage am Eintritt in vier Abschnitte unterteilt, welche jeweils 25 % der Teilung P einnehmen und der Mittelwert von der diesen Abschnitt passierenden Partikel gebildet. Diese sind in Abb. 6.4 mit

- für den Abschnitt $0 \leq \frac{y}{P} < 0,25$,
 - für den Abschnitt $0,25 \leq \frac{y}{P} < 0,5$,
 - für den Abschnitt $0,5 \leq \frac{y}{P} < 0,75$ und
 - - - - für den Abschnitt $0,75 \leq \frac{y}{P} \leq 1$
- gekennzeichnet.

¹Aufgrund der gewählten Farbskalierung suggeriert Abb. 6.3b eine höhere Inhomogenität als tatsächlich vorliegt.

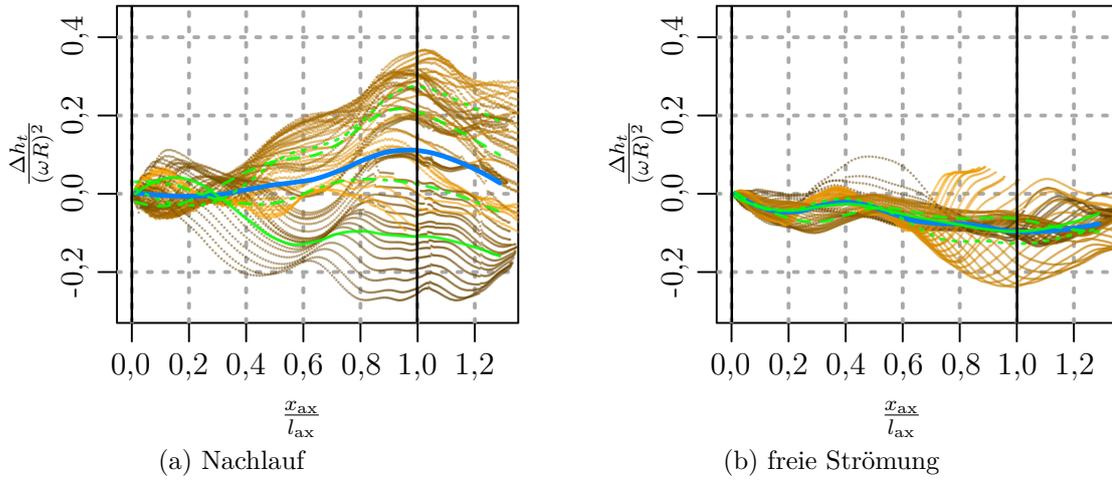
Aufgrund des einen Nachlauf charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizits treten die im Rotornachlauf eingebrachten Partikel im Vergleich zu den Partikeln der freien Strömung etwas in Richtung der Saugseite versetzt in die Schaufelpassage ein. Innerhalb der Schaufelpassage selbst ist eine deutliche Bewegung des Großteils der in den Nachlauf eingebrachten Partikel in Richtung der Saugseite zu erkennen. Dieses aus dem Geschwindigkeitsdefizit des Nachlaufs resultierende Verhalten wurde bereits in Abschn. 2.3.5 beschrieben und charakterisiert den *Negative-Jet*. Auffallend ist, dass eine Akkumulation der betroffenen Partikel nicht unmittelbar an der Saugseite beobachtet werden kann, sondern leicht versetzt zu dieser innerhalb der Passage auftritt. Die am Eintritt nahezu parallel verlaufenden Partikel der Abschnitte $0 \leq \frac{y}{P} < 0,75$ nähern sich bis zum Austritt aneinander an, insbesondere für den Bereich $0,25 \leq \frac{y}{P} < 0,75$ ist die beobachtete Verschiebung besonders stark. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass besonders Partikel des Nachlaufs, die mittig in die Passage eintreten, eine Verschiebung aufgrund des Geschwindigkeitsdefizits erfahren (und damit den *Negative-Jet* definieren). Die Ursache für dieses Verhalten ist die in Abschn. 6.1 beschriebene und in Abschn. 6.3 analysierte Erhöhung des Geschwindigkeitsdefizits aufgrund der Stauchung des Nachlaufs in diesem Bereich. Ein Vergleich von Abb. 6.1a und Abb. 6.4a zeigt, dass die größte Verschiebung der Partikel gerade im Bereich des höchsten Geschwindigkeitsdefizits auftritt. Der *Negative-Jet* muss daher als ein zweidimensionaler Effekt betrachtet werden.

Bei Nachlaufpartikeln, die in der Nähe der Druckseite eintreten ($\frac{y}{P} \geq 75\%$, - - - -), entspricht die Trajektorie der Partikel annähernd der Kontur der Beschaukelung. Als Ursache für dieses Verhalten kann die Intensität des Geschwindigkeitsdefizits identifiziert werden. Der Teil des Rotornachlaufs, der in der Nähe der Druckseite des stromabliegenden Stators eintritt, weist die größte Distanz zur Hinterkante des Rotors auf. Dementsprechend ist der Ausmischvorgang hier am weitesten fortgeschritten, was auch aus dem in Abb. 6.1a gezeigten, vergleichsweise niedrigen maximalen Geschwindigkeitsdefizit in diesem Bereich ersichtlich ist. Darüber hinaus tritt die Erhöhung des Geschwindigkeitsdefizits aufgrund der Deformation des Nachlaufs vor allem im mittleren Schaufelzwischenraum auf (siehe Abb. 6.1a). Aus Abb. 6.4a geht hervor, dass die druckseitig eintretenden Partikel sich außerhalb dieses Bereichs befinden.

Die in Abb. 6.4b gezeigten Partikel der freien Strömung folgen der Geometrie der Beschaukelung und verlaufen parallel. Die Partikel treten durch den fehlenden *Negative-Jet* im Gegensatz zu den im Nachlauf freigesetzten Partikeln näher an der Druckseite ein. Im Folgenden soll die Totalenthalpie der Partikel und deren Änderung analysiert werden.

Abbildung 6.5a und Abb. 6.5b zeigen den Verlauf der Totalenthalpie Δh_t der im Nachlauf und in der freien Strömung platzierten Partikel als Differenz zum Eintrittswert. In Anlehnung an die Leistungszahl ψ wird eine Entdimensionierung mit dem Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit ωR durchgeführt, was den Energietransport veranschaulicht. Die mit — gekennzeichnete Linie in Abb. 6.5 zeigt den Mittelwert aller Partikel in der Passage. Daraus ist ersichtlich, dass die Totalenthalpie der Nachlaufpartikel im Mittel zunimmt. Die Totalenthalpie fällt zunächst bis $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,25$ leicht ab. Dem Nachlauf wird hier Totalenthalpie entzogen. Stromab von $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,25$ nimmt die mittlere Totalenthalpie

6 Transportmechanismen im Nachlauf



Partikeleintritt in die Passage: Saugseitig Druckseitig

Abbildung 6.5: Totalenthalpie der im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) befindlichen Partikel. Der arithmetische Mittelwert der gesamten Passage ist durch — gekennzeichnet, der arithmetische Mittelwert der in Abb. 6.4 definierten Abschnitte entsprechend ihrer dortigen Kennzeichnung.

zu und erreicht bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 1$ ihr Maximum von $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2} = 0,113$. Der Gradient der Änderung von Δh_t ist dabei vor allem im Bereich $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \geq 0,6$ am höchsten.

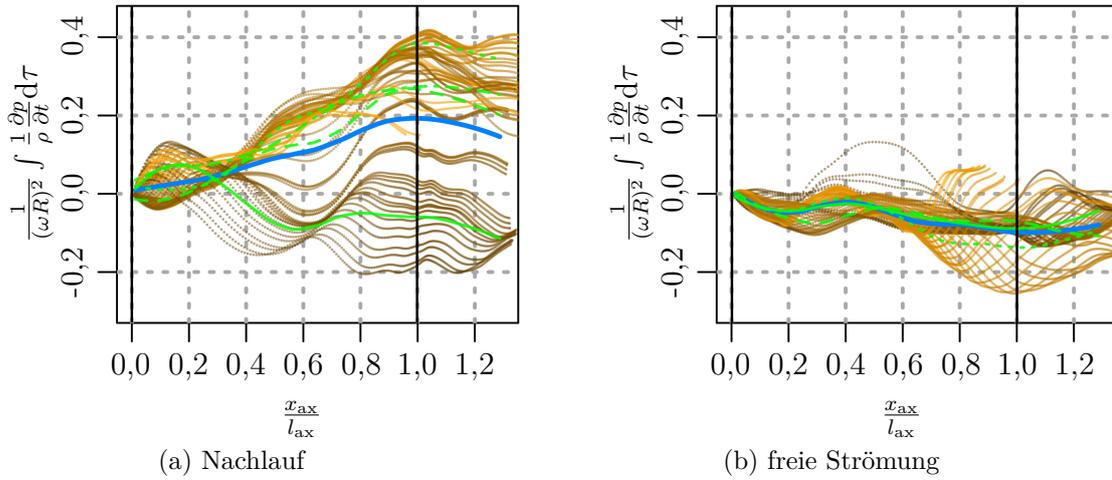
Insbesondere bei Partikeln des Nachlaufs, welche in dem Bereich $25\% \leq \frac{y}{P} < 75\%$ in die Passage eintreten (siehe - - - und · · · · ·), kann ein starker Anstieg der Totalenthalpie beobachtet werden. Die Totalenthalpie von Partikeln, die in dem Bereich $\frac{y}{P} > 75\%$ in die Passage eintreten (siehe - · - · -), bleibt hingegen annähernd konstant. Bei Partikeln, die am Eintritt in die Passage den Bereich $\frac{y}{P} < 25\%$ passieren (siehe —), ist sogar im Mittel eine Abnahme der Totalenthalpie zu beobachten.

Die Totalenthalpie der Partikel in der freien Strömung (Abb. 6.5b) nimmt im Gegensatz zu den Partikeln im Nachlauf im Mittel leicht ab. Nach einem Abfall auf $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2} \approx -0,054$ bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} = 0,19$ kommt es zu einer leichten Zunahme auf $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2} = -0,018$ bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} = 0,4$. Stromab von diesem Punkt nimmt die Totalenthalpie wieder ab und erreicht bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 1$ ein Minimum von $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2} \approx -0,1$. Eine Abhängigkeit von dem Ort des Eintritts ist in diesem Fall nicht zu beobachten.

Das Integral des instationären Drucks $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t}$ über die Zeit, welche ein Partikel bis zum Erreichen des Ortes $\frac{x_{ax}}{l_{ax}}$ benötigt hat, entspricht nach Gl. (2.21) in Abschn. 2.4.2 bzw. Abschn. A.2 der dem Partikel hinzugefügten oder entzogenen Totalenthalpie bis zu diesem Ort abzüglich der Verluste. Es gilt

$$\frac{Dh_t}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + T \frac{Ds}{Dt}.$$

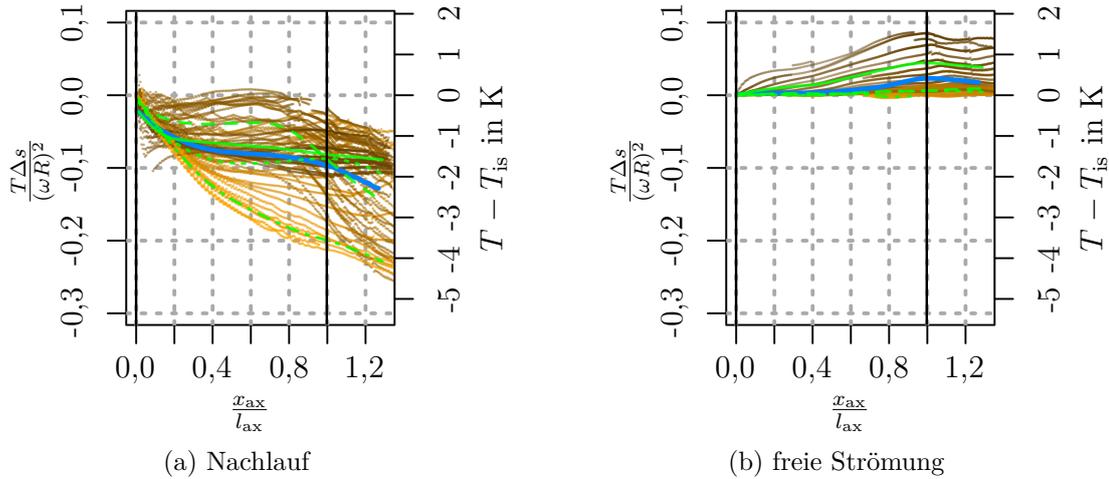
Der Wert des Integrals ist in Abb. 6.6a und Abb. 6.6b entdimensioniert mit dem Quadrat



Partikeleintritt in die Passage: Saugseitig Druckseitig

Abbildung 6.6: Wert des Integrals des instationären Druckterms der im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) befindlichen Partikel. Der arithmetische Mittelwert der gesamten Passage ist durch — gekennzeichnet, der arithmetische Mittelwert der in Abb. 6.4 definierten Abschnitte entsprechend ihrer dortigen Kennzeichnung.

der Rotationsgeschwindigkeit gezeigt. Während die Lage der Maximal- und Minimalwerte der Totalenthalpie mit denen des integrierten instationären Druckterms übereinstimmen, weicht der im Mittel auftretende Anstieg der Totalenthalpie von der instationären Energiezufuhr ab (siehe —). Insbesondere für die Partikel innerhalb der Nachlaufströmung ist die Abweichung zwischen dem Anstieg der Totalenthalpie (Abb. 6.5a) und der instationären Energiezufuhr (Abb. 6.6a) vergleichsweise groß. So liegt der Maximalwert von an der Stelle $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,9$ bei $\frac{1}{(\omega R)^2} \int \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} d\tau \approx 0,2$, während der Maximalwert von $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$ an der Stelle $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,9$ bei $\frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2} \approx 0,113$ liegt. Ursache hierfür ist das Wärme- und Verlustverhalten des Nachlaufs. Abbildung 6.7a und Abb. 6.7b zeigen die Änderung der Entropie der Partikel des Nachlaufs und der freien Strömung im Vergleich zum Eintrittswert. Zur besseren Verdeutlichung der physikalischen Vorgänge ist zusätzlich die Differenz zwischen der Temperatur des Partikels und der theoretischen Temperatur bei isentroper Expansion als zweite Achse gegeben (die dargestellten Linien gelten für beide Skalen). Bei Eintritt in die Passage haben die Partikel im Nachlauf aufgrund der Reibungsverluste in der Grenzschicht eine mittlere statische Temperatur von 330,1 K während die Partikel der freien Strömung lediglich eine Temperatur von 325,9 K aufweisen. Diese Temperaturdifferenz führt zu einem Austausch von Wärme und zu einer Abnahme der Partikeltemperatur über das bei einer isentropen Expansion zu erwartende Temperaturniveau hinaus. Daraus resultiert für die Partikel im Nachlauf eine Abnahme der Entropie um $\frac{T \Delta s}{(\omega R)^2} \approx -0,1$ (siehe — in Abb. 6.7a), was nach dem oben angegebenen Zusammenhang bzw. Gl. (2.21) die Zunahme der Totalenthalpie mindert. Der



Partikeleintritt in die Passage: Saugseitig Druckseitig

Abbildung 6.7: Entropie der im Nachlauf (a) und in der freien Strömung (b) befindlichen Partikel. Der arithmetische Mittelwert der gesamten Passage ist durch — gekennzeichnet, der arithmetische Mittelwert der in Abb. 6.4 definierten Abschnitte entsprechend ihrer dortigen Kennzeichnung.

Wärmeaustausch ist dabei für die Partikel, welche bei $\frac{y}{p} \geq 75\%$ (siehe - - -) in den Schaufelzwischenraum eintreten, besonders hoch. Wie oben beschrieben findet hier im Gegensatz zu den Partikeln, welche bei $\frac{y}{p} < 75\%$ in die Passage eintreten, keine Akkumulation statt. Die damit einhergehende isolierende Wirkung entfällt. Dieser Teil des Nachlaufsegments gleicht daher seine Temperatur schneller an die Temperatur der freien Strömung an, was zu der vergleichsweise starken Abnahme derselben führt. Jene Partikel, die sich innerhalb des in die Nähe der Saugseite transportierten Nachlaufsegments befinden, geben entsprechend deutlich weniger Wärme ab.

In der freien Strömung selbst kann lediglich bei den nahe der Saugseite befindlichen Partikeln (siehe —) ein vergleichsweise starker Anstieg der Entropie beobachtet werden. Ursache ist hier die in Abschn. 6.1 beschriebene Ummantelung der Schaufel mit dem aus heißem Fluid bestehenden Nachlaufsegment (vor dessen Zerteilung) und der damit einhergehende Wärmeaustausch. Daraus folgt eine Zunahme der Entropie der Partikel der freien Strömung, was nach Gl. (2.21) zu einer Änderung der Totalenthalpie auf ein über das von $\frac{1}{(\omega R)^2} \int \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} d\tau$ aufgeprägte Niveau hinaus führt.

6.5 Wirkmechanismus der Energieteilung

In Abschn. 6.4 wurde gezeigt, dass ein gerichteter Transport von Totalenthalpie zwischen der freien Strömung und dem Nachlauf stattfindet. In diesem Abschnitt wird das für diesen Vorgang ursächliche instationäre Druckfeld in der Passage analysiert. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den nachlaufinduzierten Druckschwankungen. Um Einflüsse der Grenzschicht und deren Beschaffenheit von rein nachlaufinduzierten Änderungen des

instantanen Druckfeldes trennen zu können, werden Ergebnisse einer Berechnung mit einer reibungsfreien Profilwand ausgewertet. Ausführungen hinsichtlich weiterer Quellen von Druckschwankungen in der Passage sind in Abschn. 2.4.3 beschrieben.

Abbildung 6.8 und Abb. 6.9 zeigen den instantanen Wert des Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial t}$ für signifikante Zeitpunkte als Kontur. Zur Verdeutlichung der Lage des Nachlaufs sind Linien konstanter Entropie überlagert. Darüber hinaus ist das Geschwindigkeitsfeld als Differenz zwischen augenblicklichem und mittlerem Wert der Geschwindigkeitskomponente als Vektor dargestellt.

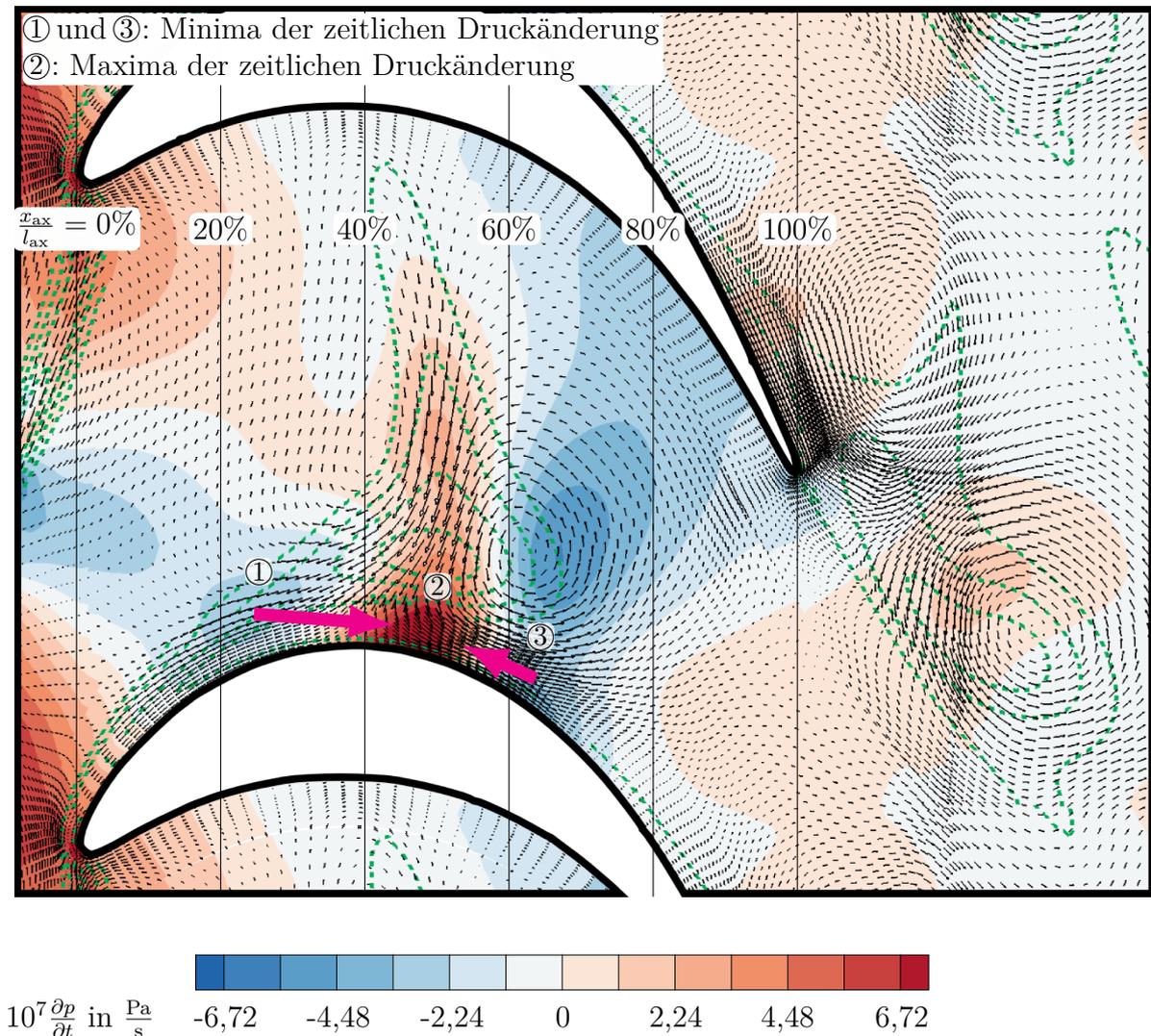


Abbildung 6.8: Instantaner Wert des zeitlichen Druckgradienten als Kontur, Isolinien der Entropie und Vektoren der Differenzgeschwindigkeit $u_i - \bar{u}_i$ für den Zeitpunkt $\frac{t_1}{T} = 0,28$. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.

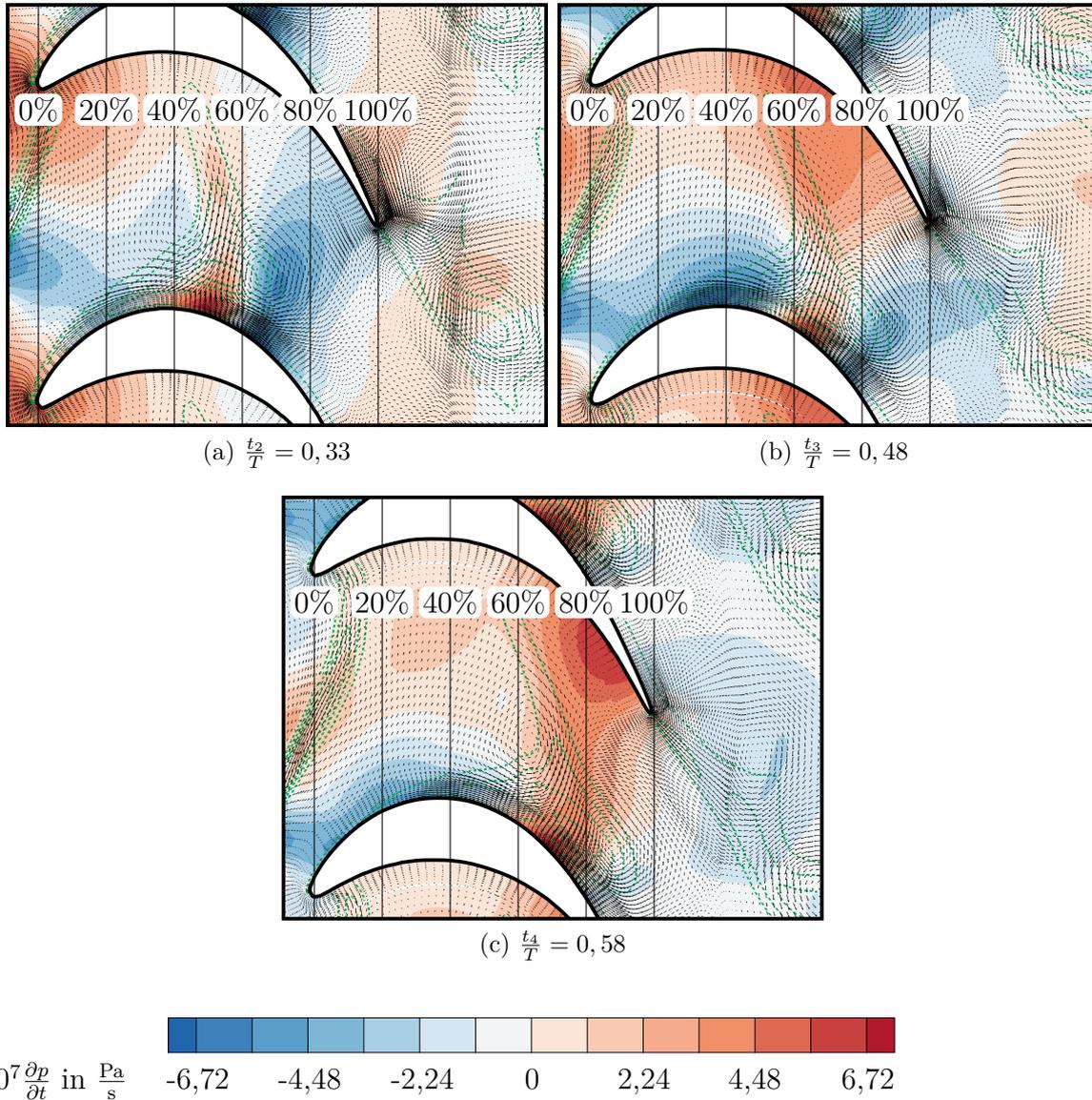


Abbildung 6.9: Instantaner Wert des zeitlichen Druckgradienten als Kontur, Isolinien der Entropie und Vektoren der Differenzgeschwindigkeit $u_i - \bar{u}_i$ für unterschiedliche Zeitpunkte. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.

Aus Abb. 6.8 ist ersichtlich, dass unmittelbar an dem saugseitigen Ende der Symmetrielinie des Nachlaufs (siehe ② in Abb. 6.8) ein Bereich mit deutlich positivem $\frac{\partial p}{\partial t}$ vorliegt. Unmittelbar stromauf bzw. stromab von diesem lokalen Maxima sind lokale Minima zu finden, siehe ① und ③ in Abb. 6.8. Dieses charakteristische Muster kann über einen Zeitraum von $0,28 \leq \frac{t}{T} \leq 0,58$ beobachtet werden mit einer räumlichen Ausdehnung von $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \approx 45\%$ bis $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \approx 80\%$ (siehe Abb. 6.9a-c). Gemäß Abschn. 6.4.2 (dort

Abb. 6.5b) erfahren die Nachlaufpartikel in diesem Bereich eine deutliche Erhöhung der Totalenthalpie aufgrund des instationären Arbeitsterms. Die Partikel befinden sich dabei gemäß Abb. 6.4 nahe dem lokalen Maximum von $\frac{\partial p}{\partial t}$. Dies lässt den Schluss zu, dass die dominierende Ursache für die Änderung der Totalenthalpie die beschriebene Verteilung des zeitlichen Druckgradienten in dem Abschnitt von $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \approx 45\%$ bis $\frac{x_{\text{ax}}}{l_{\text{ax}}} \approx 80\%$ ist.

Im Mittel ist der zeitliche Druckgradient an jeder Position im Feld gleich null. Daraus folgt, dass lediglich eine Umverteilung der Totalenthalpie stattfinden kann. Die in Regionen mit negativem $\frac{\partial p}{\partial t}$ entzogene instationäre Arbeit wird in Regionen mit positivem $\frac{\partial p}{\partial t}$ überführt. Die oben beschriebene Charakteristik der Verteilung des zeitlichen Druckgradienten legt daher einen Transport von Totalenthalpie von den lokalen Minima stromauf bzw. stromab des Nachlaufs zu dem Maximum unmittelbar innerhalb des Nachlaufs nahe (siehe Pfeile in Abb. 6.8). Der Absolutwert des Druckgradienten im lokalen Maximum (siehe ② in Abb. 6.8) muss daher ungefähr doppelt so hoch sein wie jener im lokalen Minimum (siehe ① und ③ in Abb. 6.8), was durch Abb. 6.8 bestätigt werden kann.

Die in Abb. 6.8 und Abb. 6.9 gezeigten Verteilungen des instationären Druckgradienten $\frac{\partial p}{\partial t}$ bedingen, dass der Nachlauf eine Druckstörung entsprechend der in Abb. 6.10 schematisch skizzierten Beschaffenheit verursacht. Nur wenn eine Abnahme des statische Drucks p unmittelbar stromauf des Nachlaufs und eine Zunahme von p unmittelbar stromab desselben vorliegt, ergibt sich aus der Bewegung des Nachlaufs die beobachtete Verteilung von $\frac{\partial p}{\partial t}$. Diese ist wiederum Bedingung für den in Abschn. 6.4 nachgewiesenen Transport von Totalenthalpie. Im Folgenden wird die vermutete Ursache für die beschriebene Beschaffenheit des instationären Druckfeldes erläutert. Die in Abb. 6.8 gewählte Darstellung ermöglicht die Beobachtung des Geschwindigkeitsdefizits und dessen Ausprägung in Abhängigkeit von der Zeit (siehe Vektoren in Abb. 6.8). Die in Abb. 6.8 dargestellten Vektoren lassen erkennen, dass lokale Änderungen des Geschwindigkeitsfeldes durch den *Negative-Jet* in der gesamten Passage auftreten. Insbesondere unmittelbar stromauf bzw. stromab des Nachlaufs sind hohe Abweichungen von der mittleren Geschwindigkeit zu erkennen. Direkt stromauf des Nachlaufs ist die Geschwindigkeit aufgrund der Umlenkung des *Negative-Jet* an der saugseitigen Festkörperwand geringer als im zeitlichen Mittel; unmittelbar stromab ist das Gegenteil der Fall und die Strömung wird über das mittlere Niveau hinaus beschleunigt. Der Nachlauf führt daher für einen festen Beobachter in Wandnähe zunächst zu einer Beschleunigung der Strömung, an die sich eine Verzögerung anschließt. Für eine stationäre Strömung ließe sich diese Geschwindigkeitsänderung unter Annahme eines konstanten Totaldrucks in eine Änderung des statischen Drucks überführen, die den oben beschriebenen und in Abb. 6.10 dargestellten Anforderungen genügt. Es ist jedoch ersichtlich, dass hier die Bedingung einer stationären Strömung nicht erfüllt wird. Die diskutierten instationären Vorgänge und insbesondere die Umverteilung von Totalenthalpie führt zu einer Variation des Totaldrucks in den gezeigten Abschnitten. Die Amplitude des Austauschs (d.h. der Wert von $\frac{\partial p}{\partial t}$) ist in den in Abb. 6.8 mit ① und ③ gekennzeichneten Regionen mit $\frac{\partial p}{\partial t} = 2.652 \dots 2.701 \cdot 10^7 \frac{\text{Pa}}{\text{s}}$ bzw. $\pm 2\%$ annähernd gleich. Daraus wiederum folgt, dass eine Änderung des Totaldrucks aufgrund des instationären Arbeitstransports von ähnlicher Größenordnung sein muss. Für einen qualitativen Vergleich der Drücke unmittelbar stromauf und stromab des Nachlaufs ist daher die Annahme legitim, dass die beschriebene Beschleunigung bzw.

6 Transportmechanismen im Nachlauf

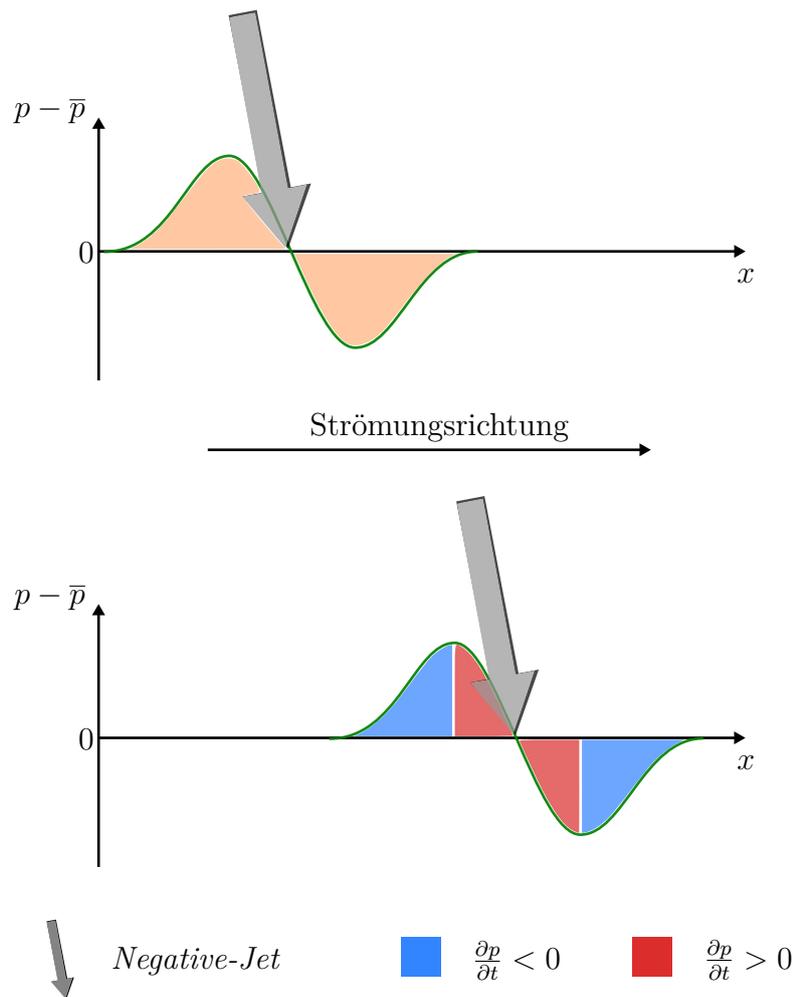


Abbildung 6.10: Skizze der sich aus dem Nachlauf ergebenden Druckänderung auf der Saugseite. Die Bewegung des Nachlaufs in Strömungsrichtung führt für einen ortsfesten Betrachter zu den gezeigten zeitlichen Druckgradienten.

Verzögerung der Strömung zu einer Ab- bzw. Zunahme des statischen Drucks unter bzw. über das mittlere Niveau hinaus führt. In Kombination mit der Bewegung des Nachlaufs mit der Strömung ergibt sich die in Abb. 6.8 bzw. Abb. 6.10 gezeigte charakteristische Verteilung des zeitlichen Druckgradienten.

Abbildung 6.11 zeigt die Differenz zwischen dem instantanen Druck und dem zeitlichen Mittelwert des Drucks $\Delta p = p - \bar{p}$ an jeder Stelle im Strömungsfeld zu den in Abb. 6.8 und Abb. 6.9 dargestellten Zeitpunkten. Die erwartete Erhöhung bzw. Verringerung des Drucks unmittelbar stromauf bzw. stromab des Nachlaufs aufgrund des beschriebenen Zusammenhangs zwischen statischem Druck und nachlaufinduzierter Geschwindigkeitsänderung kann als Ursache für das daraus resultierende instationäre Druckfeld bestätigt werden. Aus Abb. 6.11 ist ersichtlich, dass der Absolutwert der Druckschwankung Δp im Laufe des Transports variiert. Insbesondere in Gebieten, in denen der Nachlauf und

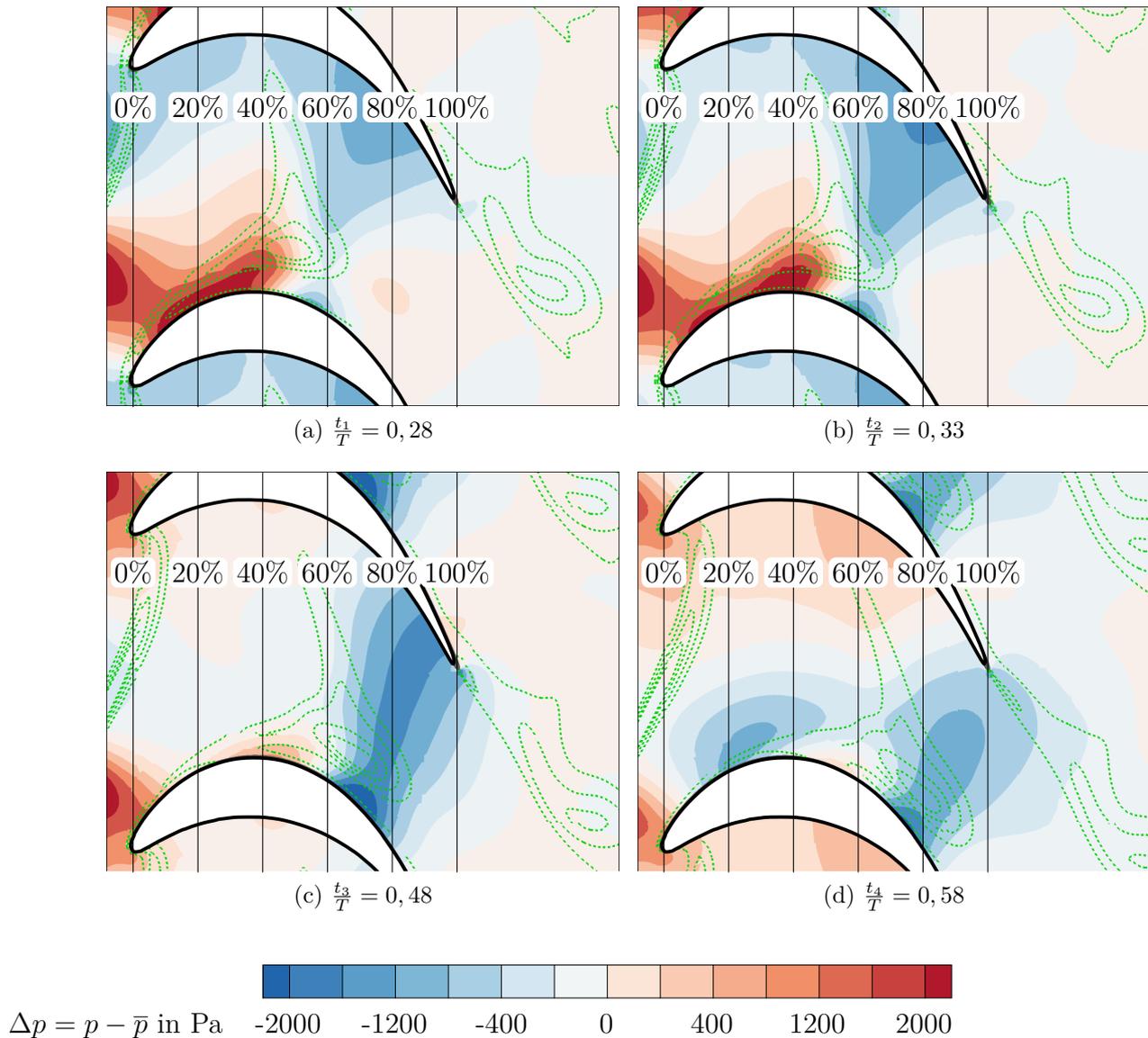


Abbildung 6.11: Instantaner Wert der Druckschwankung $\Delta p = p - \bar{p}$ (Kontur) sowie Isolinien der Entropie für unterschiedliche Zeitpunkte. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.

das diesen charakterisierende Geschwindigkeitsdefizit einen vergleichsweise hohen Wert hat (vgl. Abschn. 6.1 und Abschn. 6.3), ist auch die Amplitude der Druckschwankung vergleichsweise hoch. Mit zunehmendem Abstand zum Eintritt der Passage nimmt entsprechend den in Abschn. 6.3 diskutierten Erkenntnissen der Geschwindigkeitsdefekt ab (siehe Vektoren in Abb. 6.8 und Abb. 6.9). Entsprechend sind auch geringere Druckschwankungen zu beobachten.

Anders als von Hodson und Dawes (1998) postuliert kann kein Staupunkt des *Negative-Jet* beobachtet werden. Die von Hodson und Dawes (1998) formulierte These, dass die Ursache für die Energetisierung der Partikel im Nachlauf ein von dem *Negative-Jet* ausgehender Staupunkt ist (siehe Abschn. 2.4.2), kann daher nicht bestätigt werden. Ein solcher Staupunkt würde unmittelbar stromauf des Nachlaufs in der Nähe der Saugseite zu einer Zunahme des Drucks führen, d. h. $\frac{\partial p}{\partial t} > 0$. Nach Erreichen des Staupunkts würde der Druck wieder abnehmen und es gilt $\frac{\partial p}{\partial t} < 0$. Ein solches Verhalten würde nicht zu der beobachteten Änderung der Totalenthalpie der Partikel aufgrund der Energieteilung führen und kann daher ausgeschlossen werden.

6.6 Übertragbarkeit der Ergebnisse

Die bisherigen Erkenntnisse basieren auf der Betrachtung des in Abschn. 3.2 vorgestellten vereinfachten Testfalls unter Annahme einer reibungsfreien Profilwand. Dieses Vorgehen erlaubt eine isolierte Betrachtung der relevanten Mechanismen, birgt jedoch das Risiko, dass eine Übertragbarkeit auf reale Maschinen nicht gegeben ist. Im Folgenden wird daher die Übertragbarkeit der Ergebnisse durch die Analyse der Strömung der in Abschn. 3.1.1 vorgestellten Referenzmaschine unter Berücksichtigung aller Grenzschichteffekte gezeigt.

Abbildung 6.12 zeigt den Schwankungswert des Drucks als Abweichung zum Mittelwert $p - \bar{p}$ sowie die Vektoren der Differenzgeschwindigkeit $u - \bar{u}$ im Mittenschnitt des zweiten Stators. Das Schaufelzahlenverhältnis der Statorreihen in der Versuchsturbine beträgt $\frac{N_{V2}}{N_{V1}} = 2$ (siehe Abschn. 3.1.1). Bei der hier vorliegenden Relativposition der Statorreihen zueinander tritt in die im oberen Teil von Abb. 6.12a-d gezeigte Passage nahezu ausschließlich der Nachlauf des Rotors ein. Die untere Passage wird darüber hinaus von dem Nachlauf des ersten Stators beeinflusst, wodurch sich die Unterschiede im Strömungsfeld zwischen der oberen und der unteren Passage ergeben.

Die Verteilung des instantanen Schwankungswerts des Drucks ist im oberen Teil der in Abb. 6.12a-d gezeigte Passage qualitativ identisch zu jener des vereinfachten Testfalls (siehe Abschn. 6.5, dort Abb. 6.11). Unmittelbar stromab des Nachlaufs ist nahe der Saugseite ein Gebiet mit verringertem statischen Druck zu erkennen, unmittelbar stromauf ein Gebiet mit einem höheren statischen Druck. Die Amplitude der Schwankung ist hier etwas höher als bei dem vereinfachten Testfall. Da die Intensität des in die Passage eintretenden Rotornachlaufs in beiden Fällen annähernd gleich ist, ist eine mögliche Ursache die zusätzliche Abnahme des Strömungsquerschnitts aufgrund der hier geringeren Teilung sowie der Grenzschicht und der damit einhergehenden Verdrängung.

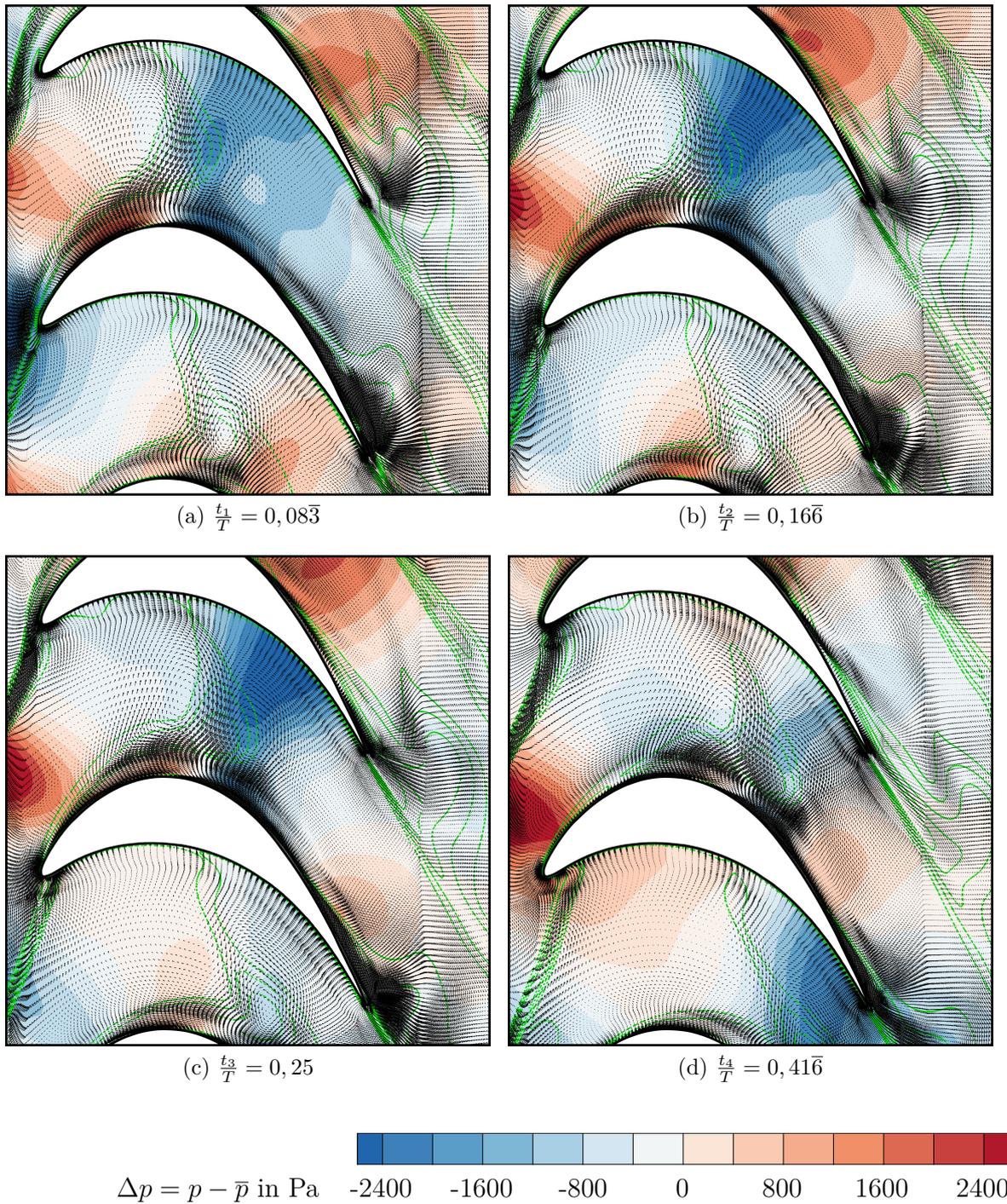


Abbildung 6.12: Instantaner Wert der Druckschwankung $\Delta p = p - \bar{p}$, Isolinien der Entropie und Vektoren der Differenzgeschwindigkeit im Mittenschnitt des zweiten Stators der Versuchsturbine aus Abschn. 3.1.1 für unterschiedliche Zeitpunkte. Die Abbildung basiert auf den Ergebnissen von CFD-Berechnungen.

6.7 Überlagerung mehrerer Nachläufe

Bei den Passagen des zweiten Stators, deren Strömung durch den Nachlauf des ersten Stators gestört wird, ist ein deutlich anderes Verhalten als das in Abschn. 6.5 beschriebene zu beobachten. Die in Abb. 6.12 gezeigten Druckschwankungen innerhalb der Passage unterscheiden sich in Verteilung und Amplitude deutlich von den Druckschwankungen in Passagen, die nicht vom Nachlauf des ersten Stators gestört werden. Das Differenzgeschwindigkeitsfeld ist in seiner Beschaffenheit ebenfalls verschieden, der *Negative-Jet* ist weniger ausgeprägt. Es wird vermutet, dass hier die Zusammenführung des Nachlaufs des ersten Stators mit dem Nachlauf des Rotors zu diesem Verhalten führt. Entsprechend dem in Abschn. 6.5 beschriebenen Zusammenhang zwischen der Differenzgeschwindigkeit und der Druckschwankung ist die charakteristische Verteilung der Druckschwankung mit einer Zunahme des Drucks stromauf des Nachlaufs und einer Abnahme stromab desselben deutlich weniger ausgeprägt.

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

7.1 Korrelationsanalyse der Stufencharakteristik und isentropen Mach-Zahl Verteilung

In dem vorangehenden Kapitel wurde gezeigt, dass der Nachlauf bei dem Transport in einer stark umlenkenden Schaufelreihe in seiner Intensität und Form durch das dort vorliegende Strömungsfeld maßgeblich beeinflusst wird. Darüber hinaus bewirkt der Nachlauf bzw. die damit einhergehende Störung des Geschwindigkeitsfeldes ein instationäres Druckfeld, dessen Beschaffenheit gemäß dem Mechanismus der Energieteilung zu einer Zunahme der Totalenthalpie des Nachlaufmediums führt. Die benannten Einflussfaktoren können sich dabei sowohl positiv als auch negativ auf das Mischungs- und Verlustverhalten auswirken. Entsprechend dem in Abschn. 5.4 beschriebenen Vorgehen kann der Mischungsverlust des Rotornachlaufs bei Ausmischung in dem in Abschn. 3.2 beschriebenen Leitgitter ermittelt werden. Eine isolierte Betrachtung und damit Quantifizierung der Anteile der in Abschn. 5.2, Abschn. 6.1 und Abschn. 6.4 beschriebenen Mechanismen ist aufgrund der starken Kopplung zwischen den Effekten nicht möglich. Auf Basis der in Abschn. 5.5 vorgestellten Korrelationsanalyse ist jedoch eine Abschätzung durchführbar.

Deren Ergebnisse werden in diesem und den nachfolgenden Abschnitten vorgestellt. Die Gesamtheit der Geometrien der in Summe 169 untersuchten Varianten ist in Abschn. 5.5 (dort Abb. 5.8d) zu finden. Die Streuung der isentropen Mach-Zahl Verteilungen der für die Untersuchung herangezogenen Individuen ist in Abb. 7.1a dargestellt. Abbildung 7.1b zeigt die zugehörigen theoretischen Laufzeiten von den an der Druck- und Saugseite eintretenden Partikeln (siehe Abschn. 5.2.3), aus denen sich wiederum eine Variation der Orientierung des Nachlaufsegments in der Passage ergibt. Der engste Querschnitt der Statorpassage und dessen Lage wird im Zuge der Korrelationsanalyse leicht verändert. Daraus folgt die in Abb. 7.1a gezeigte Streuung der Maximal- und Austrittswerte der isentropen Mach-Zahl von $1,08\bar{3} \leq \frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}} \leq 1,1\bar{3}$ und $0,85 \leq \frac{Ma_{is,aus}}{Ma_{is,ref}} \leq 0,8\bar{6}$. Das Verhältnis von Maximaler- zu Austritts-Mach-Zahl variiert dabei zwischen $1,267 \leq \frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,aus}} \leq 1,328$. Die maximale isentrope Mach-Zahl ist zwischen $0,547 \leq \frac{x_{ax}}{l_{ax}} \leq 0,762$ zu finden. Die Geometrievariation führt zu einer Änderung des Winkels der Oberflächentangente im engsten Querschnitt, was annähernd dem Strömungswinkel an dieser Stelle entspricht (siehe Γ in Abb. 7.6). Da der Metallwinkel der Hinterkante konstant bleibt, folgt daraus eine Variation der Umlenkung der Strömung stromab des engsten Querschnitts. In diesem Bereich wird die Strömung lediglich durch die Saugseite geführt, was zu einer starken Belastung der wandnahen Strömung führt. Daraus folgt die beobachtete Variation des Abströmwinkels in einem Bereich von

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

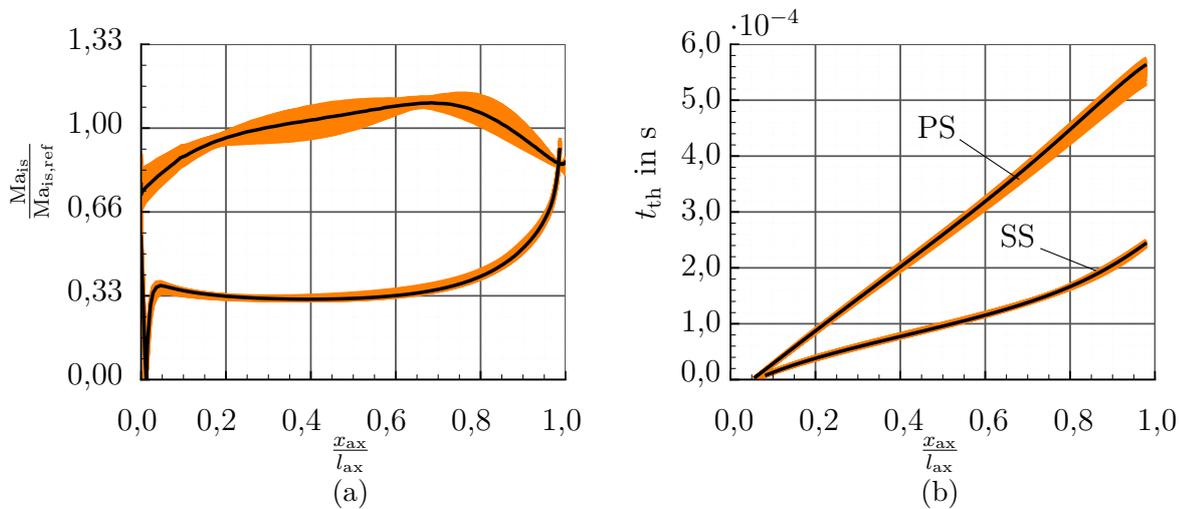


Abbildung 7.1: Variation der isentropen Mach-Zahl Verteilung und theoretische zeitlichen Differenz von an Druck- bzw. Saugseite eintretenden Partikeln aller für die Korrelationsanalyse verwendeten Varianten. Die Verteilung der Referenzgeometrie ist durch — gekennzeichnet.

$-60,12^\circ \leq \alpha_2 \leq -58,68^\circ$. Der reduzierte Massenstrom (bezogen auf die Referenzvariante) variiert in einem Bereich von $0,991 \leq \dot{m}_{red} \leq 1,01$, was einer relativen Schwankung von etwa 0,5 % entspricht. Der Massenstrom durch die Turbine bei sonst gleichen Randbedingungen (Druckverhältnis und Temperatur) kann daher in dem benannten Rahmen als konstant angenommen werden; die Schluckfähigkeit der Turbine bleibt annähernd gleich. Die Schwankung der reduzierten Drehzahl von lediglich etwa 0,04 % ist ebenfalls vernachlässigbar.

Die größte Streuung der theoretischen Laufzeit der Partikel (siehe Abb. 7.1b) ist an der Druckseite zu beobachten. Daraus ergibt sich eine Streuung von $2,82 \cdot 10^{-4} \text{ s} \leq \Delta t_{th} \leq$

Tabelle 7.1: Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der angegebenen Größen.

Größe X	Streuung	\bar{X}	σ_X	$\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ in %
Δt_{th} in s	$2,822 \cdot 10^{-4} \dots 3,374 \cdot 10^{-4}$	$3,148 \cdot 10^{-4}$	$9,013 \cdot 10^{-6}$	2,869
$\frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}}$	1,085 ... 1,138	1,106	0,013	1,167
$\frac{Ma_{is,exit}}{Ma_{is,ref}}$	0,85 ... 0,86	0,86	0,0038	0,449
$\frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,exit}}$	1,267 ... 1,328	1,287	0,014	1,077
α_2 in Grad	-60,121 ... -58,683	-59,4	0,375	-0,631
\dot{m}_{red}	0,991 ... 1,01	1,001	0,005	0,475
n_{red}	0,999 ... 1,001	1	0	0,038

7.1 Korrelationsanalyse der Stufencharakteristik und isentropen Mach-Zahl Verteilung

$3,37 \cdot 10^{-4}$ s. Ziel der Geometrievariation ist die Beeinflussung von Δt_{th} , alle weiteren Schaufelcharakteristiken sollen möglichst unbeeinflusst bleiben. Aus den in Tab. 7.1 gezeigten Variationskoeffizienten der diskutierten Größen geht hervor, dass dies gelungen ist. Der Variationskoeffizient von Δt_{th} liegt um ein vielfaches über dem der anderen Größen.

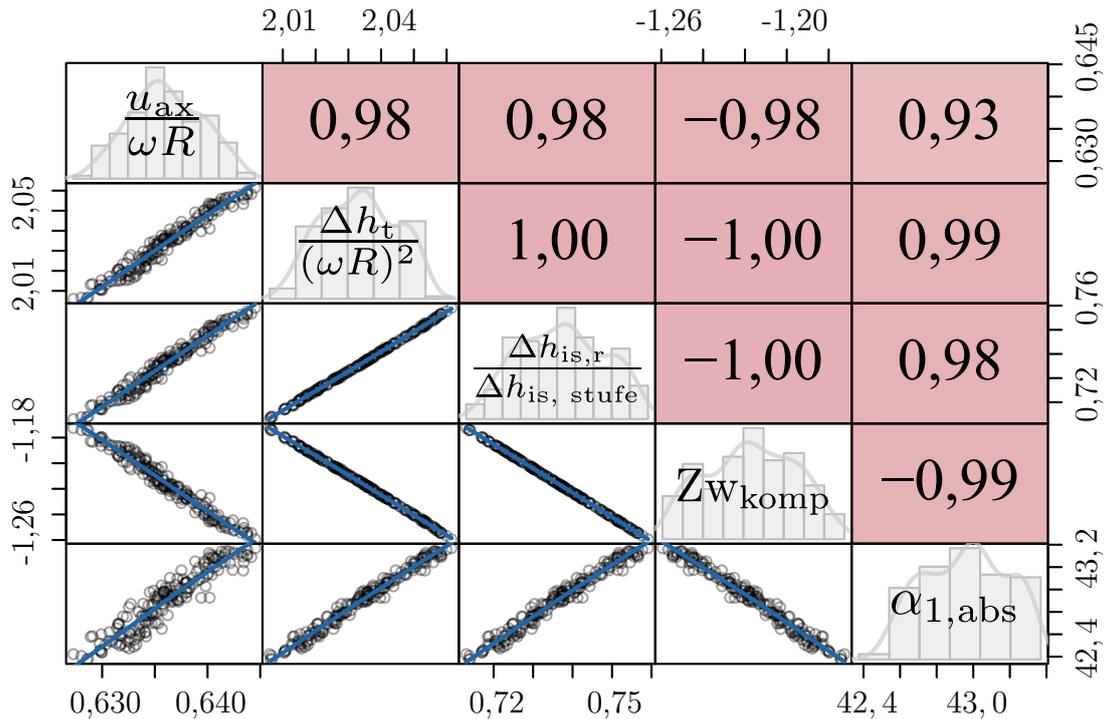


Abbildung 7.2: Variation der äquivalenten Durchfluss- und Leistungszahl, des Reaktionsgrads und der kompressiblen Zweifel-Zahl des Stators bei Einhaltung der in Abschn. 5.5 beschriebenen Bedingung von $\Delta \alpha_{abs,1} \leq \pm 0,5^\circ$.

Tabelle 7.2: Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.2 gezeigten Größen.

Größe	Streuung	\bar{X}	σ_X	$\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ in %
$\phi = \frac{u_{ax}}{\omega R}$	0,627...0,645	0,636	0,004	0,615
$\psi = \frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$	2,006...2,062	2,034	0,014	0,694
$r = \frac{\Delta h_{is,r}}{\Delta h_{is, Stufe}}$	0,713...0,759	0,736	0,012	1,568
Zw	-1,259...-1,172	-1,216	0,022	-1,801
$\Delta \alpha_{abs,1}$	42,375...43,369	42,905	0,271	0,632

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

Abbildung 7.2 zeigt

1. die äquivalente¹ Durchflusszahl $\phi = \frac{u_{\text{ax}}}{\omega R}$,
2. die äquivalente Leistungszahl $\psi = \frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$,
3. den äquivalenten Reaktionsgrad $r = \frac{\Delta h_{\text{is},r}}{\Delta h_{\text{is, Stufe}}}$,
4. die kompressible Zweifel-Zahl Z_w des Stators nach Gier et al. (2010) sowie
5. den Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{\text{abs},1}$

der untersuchten Konfigurationen als grafische Korrelationsmatrix für die Simulationen mit einem reibungsfreien Statorprofil. Diese Darstellung gibt neben der Verteilung der Größen und deren Abhängigkeiten (unterhalb der Diagonalen) Auskunft über die Häufigkeitsverteilung der Werte (Histogramme auf der Diagonalen) und den Korrelationskoeffizienten nach Abschn. 5.6 (oberhalb der Diagonalen). In Tab. 7.2 ist die Streuung, der Mittelwert, die Standardabweichung sowie der Variationskoeffizient der in Abb. 7.2 dargestellten Größen tabellarisch aufgeführt.

Die äquivalente Durchflusszahl $\phi = \frac{u_{\text{ax}}}{\omega R}$ der Individuen liegt in einem Bereich von $0,627 \leq \frac{u_{\text{ax}}}{\omega R} \leq 0,645$, der Variationskoeffizient liegt bei 0,615 % (siehe Tab. 7.2). Die Ursache für diese Streuung ist die oben beschriebene Variabilität des engsten Querschnitts zwischen den Individuen und die damit einhergehende Änderung des Strömungswiderstands. Die daraus resultierende Streuung des Volumenstroms bzw. der Axialgeschwindigkeit führt zu der beobachteten Variation von $\frac{u_{\text{ax}}}{\omega R}$.

Die äquivalente Leistungszahl $\psi = \frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2}$ der Individuen liegt in einem Bereich von $2,0 \leq \frac{\Delta h_t}{(\omega R)^2} \leq 2,06$, der Variationskoeffizient ist ähnlich zu jenem der Durchflusszahl und beträgt 0,694 %. Als Ursache für die Streuung dieser Kenngröße kommt sowohl eine Variation der Umlenkung $\Delta\beta$ der Laufschaufelreihe als auch eine Variation des Volumenstroms in Frage. Die Geometrie der Laufschaufel ist für alle Stufen gleich. Die relative Streubreite der äquivalenten Leistungszahl stimmt nahezu mit jener der Durchflusszahl überein. Es kann daher angenommen werden, dass insbesondere der Einfluss des Volumenstroms auf die Umfangskomponente der Geschwindigkeit für das beobachtete Verhalten ursächlich ist.

Der Abbau statischen Drucks im Stator ist durch die Variabilität des engsten Querschnitts ebenfalls nicht konstant. Dies führt zu der beobachteten Variation des äquivalenten Reaktionsgrades $r = \frac{\Delta h_{\text{is},r}}{\Delta h_{\text{is, Stufe}}}$ von 0,713 ... 0,759, der Variationskoeffizient liegt bei 1,57 %.

Die bisher diskutierten Kenngrößen geben unter anderem Auskunft über die in der Korrelationsanalyse auftretende Variation der Geschwindigkeiten in der Stufe. Die integrale Belastung des Stators geht daraus jedoch nicht hervor. Aus diesem Grund wird die Zweifel-Zahl des Stators nach Zweifel (1945) erweitert für eine kompressible Strömung

¹Da die hier betrachteten Stufen aus einer Laufreihe gefolgt von einer Leitreihe bestehen, haben Änderungen der Beschleunigung oder Umlenkung der Strömung im Stator lediglich einen indirekten Einfluss auf den Arbeitsumsatz im Rotor. Aus diesem Grund wird hier von *äquivalenten* Größen gesprochen.

7.2 Korrelationsanalyse des Verlustverhaltens des Rotornachlaufs

nach Gier et al. (2010) betrachtet. Diese berücksichtigt die Umlenkung der Strömung sowie den durchgesetzten Volumenstrom, es gilt

$$Z_w = \frac{P(\rho_2 u_{m,2} u_{\Theta,2} - \rho_2 u_{m,1} u_{\Theta,1})}{l_{ax}(p_{t,1} - p_2)}. \quad (7.1)$$

Die Geometrievariation erlaubt keine signifikante Änderung des Metallwinkels und damit der Umlenkung im Stator. Es ist daher anzunehmen, dass die beobachtete Streuung dieser Größe von $-1,26 \leq Z_w \leq -1,172$ (was sich in einem Variationskoeffizienten von -1.8 % ausdrückt) zum größten Teil aus der Variation des Volumenstroms resultiert. Aufgrund der konstanten Drehgeschwindigkeit des Rotors kommt es dann zu einer Änderung der Anströmung und damit der Umlenkung der Leitreihe, was zu der beobachteten Streuung dieser Kennzahl führt. Der Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{abs,1}$ variiert dabei entsprechend der in Abschn. 5.5.2 beschriebenen Einschränkung in einem Bereich von $42,375^\circ \leq \alpha_{abs,1} \leq 43,369^\circ$; der Variationskoeffizient beträgt 0,632.

Die Variation des Arbeitsumsatzes (proportional zu ψ), der Beschleunigung in den Schaufelreihen und des Volumenstroms (proportional zu ϕ) in den zur Analyse herangezogenen Stufen ist ebenso wie die Streuung der integralen Schaufelbelastung von Rotor bzw. Stator vergleichsweise gering. Für das Ziel der hier durchgeführten Korrelationsanalyse kann daher davon ausgegangen werden, dass die Charakteristiken der analysierten Stufen annähernd gleich sind. Die in Abschn. 5.5.2 beschriebene Einschränkung des Zuströmwinkels zur Sicherstellung der Vergleichbarkeit ist zweckmäßig. Aus Abb. 7.2 ist darüber hinaus ersichtlich, dass innerhalb der erlaubten Variation zwischen den gezeigten Größen ein linearer Zusammenhang besteht. Eine Zunahme des Zuströmwinkels geht mit einer linearen Zunahme der äquivalenten Durchfluss- und Leistungszahl, des äquivalenten Reaktionsgrads und der Statorbelastung einher. Die Korrelationskoeffizienten aller Größen haben einen Wert von $|r_K| = 0,98 \dots 1,0$. Um sicherzustellen, dass die Beobachtungen in den folgenden Abschnitten nicht aus einer Variation der o.g. Kenngrößen resultiert, wird der Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{1,abs}$ bei allen Auswertungen zusätzlich betrachtet. Eine eventuelle Abhängigkeit der im Folgenden analysierten Kennzahlen von einer der oben diskutierten Größen kann so berücksichtigt werden.

7.2 Korrelationsanalyse des Verlustverhaltens des Rotornachlaufs

In Abschn. 5.4 wurde ein Vorgehen zur Isolierung der dem Rotornachlauf zugehörigen Mischungsverluste beschrieben. Die Ergebnisse einer entsprechenden Analyse werden im Folgenden diskutiert. Abbildung 7.3 zeigt

1. die Zunahme der Verluste über den Rotor Δs_{01} ,
2. die theoretischen Verluste bei Ausmischung der Strömungsinhomogenität stromab des Rotors bei konstanter Fläche $\Delta s_{RNL,1}^X$ gemäß Gl. (5.29),
3. den Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{abs,1}$,

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

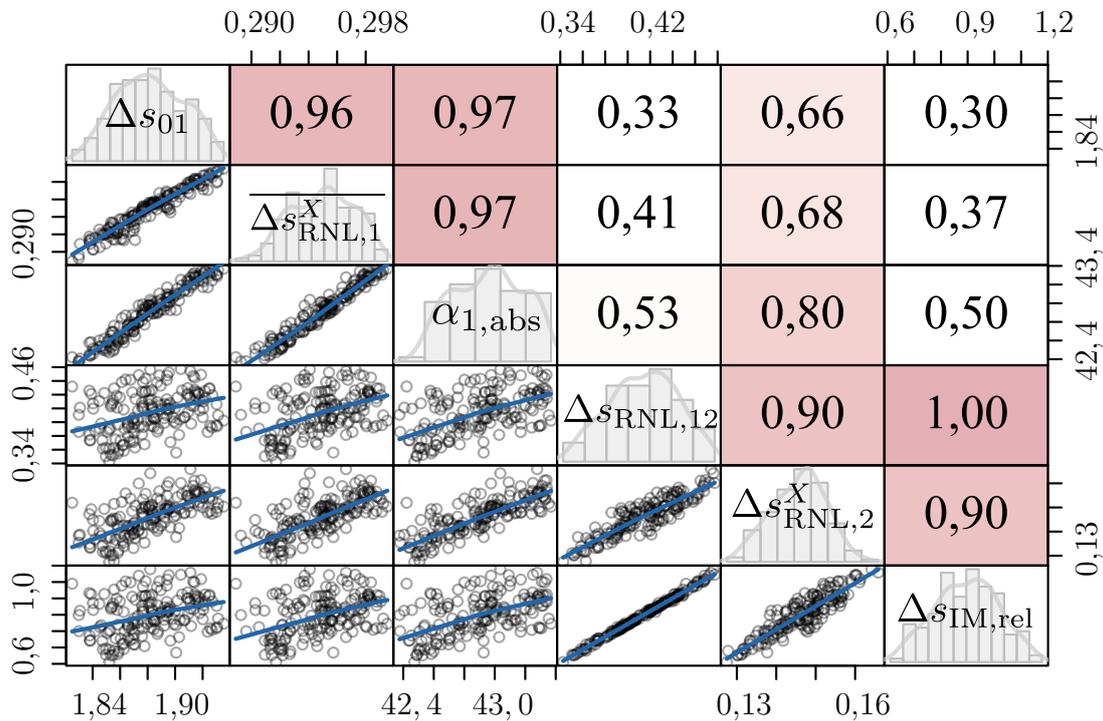


Abbildung 7.3: Zunahme der Entropie über den Rotor Δs_{01} in $\frac{J}{kg K}$, Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\overline{\Delta s_{RNL,1}^X}$ in $\frac{J}{kg K}$, Strömungswinkel stromauf des Stators $\alpha_{1,abs}$ in Grad, im Rotornachlauf bei der Konvektion durch den Stator auftretende Verluste $\Delta s_{RNL,12}$ in $\frac{J}{kg K}$, Ausmischverluste durch den Rotornachlauf stromab des Stators $\Delta s_{RNL,2}^X$ in $\frac{J}{kg K}$ und zusätzlicher relativer Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\Delta s_{IM,rel}$.

4. die durch den Rotornachlauf in der Passage des Stators auftretenden Verluste $\Delta s_{RNL,12}$ gemäß Gl. (5.28),
5. den Anteil der Ausmischverluste durch den Rotornachlauf stromab des Stators $\Delta s_{RNL,2}^X$ gemäß Gl. (5.31) sowie
6. die gesamten Ausmischverluste des Rotornachlaufs bezogen auf die theoretischen Ausmischverluste des Rotornachlaufs in der Eintrittsebene des Stators $\Delta s_{IM,rel}$ nach Gl. (5.33)

als grafische Korrelationsmatrix. Im oberen Dreieck der Matrix sind wieder die Korrelationskoeffizienten nach Abschn. 5.6 dargestellt, im unteren Dreieck die paarweise Abhängigkeit der Größen. Eine Häufigkeitsverteilung der Werte ist auf der Hauptdiagonalen zu finden. In Tab. 7.3 sind die zugehörigen relevanten statistischen Kenngrößen aufgeführt.

Da die Anströmung des Rotors in den untersuchten Konfigurationen homogen ist (siehe Abschn. 3.2), wird der Großteil der in dieser Schaufelreihe generierten Verluste in der

7.2 Korrelationsanalyse des Verlustverhaltens des Rotornachlaufs

Tabelle 7.3: Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.3 dargestellten und weiterer Größen.

Größe X	Streuung	\bar{X}	σ_X	$\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ in %
Δs_{01} in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	1,825...1,935	1,882	0,026	1,397
$\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	0,289...0,3	0,295	0,002	0,83
$\alpha_{1,\text{abs}}$ in Grad	42,375...43,369	42,905	0,271	0,632
$\Delta s_{\text{RNL},12}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	0,343...0,477	0,414	0,031	7,568
$\overline{\Delta s_{\text{RNL},2}^X}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	0,127...0,166	0,146	0,008	5,436
$\Delta s_{\text{IM,rel}}$	0,611...1,178	0,901	0,125	13,846
$\Delta s_{\text{RNL},12} + \overline{\Delta s_{\text{RNL},2}^X}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	0,47...0,641	0,561	0,039	6,897

Profilgrenzschicht erzeugt. Dementsprechend ist die Intensität des Rotornachlaufs und die daraus resultierenden Mischungsverluste $\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$ linear mit den im Rotor erzeugten Verlusten Δs_{01} verknüpft. Für die hier betrachtete Stufe führt ein Anstieg der Verluste in der Passage des Rotors zu einer Zunahme der Ausmischverluste stromab desselben. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 7.3 sehr gut ersichtlich, der Korrelationskoeffizient beträgt $r_K = +0,96$. Die Zunahme der Entropie durch eine ungestörte Ausmischung des Rotornachlaufs bei konstanter Fläche des Strömungskanals nach Abschn. A.1.2 liegt bei $0,29 \leq \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X} \leq 0,3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ und ist damit etwa sieben Mal geringer als der Zuwachs der spezifischen Entropie in der Passage von $1,825 \leq \Delta s_{01} \leq 1,935 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$. Die Geometrie des Rotors wird in dieser Studie ebenso wie die Ein- und Austrittsrandbedingungen nicht verändert, siehe Abschn. 5.5. Die Variationen der Intensität des Rotornachlaufs (bzw. der in der Passage generierten Verluste) resultiert daher hauptsächlich aus Änderungen der Strömungsgeschwindigkeit im Rotor. Eine solche Änderung ist aufgrund der annähernd konstanten Umlenkung direkt mit den in Abschn. 7.1 diskutierten Größen (wie äquivalente Durchfluss- und Leistungszahl) verknüpft, was exemplarisch durch den Abströmwinkel im Absolutsystem $\alpha_{\text{abs},1}$ berücksichtigt wird. Auch hier wird ein linearer Zusammenhang beobachtet, der Korrelationskoeffizient beträgt $r_K = +0,97$. Eine Zunahme von $\alpha_{\text{abs},1}$ geht mit einem Anstieg von Δs_{01} und $\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$ einher.

Der dem Rotornachlauf zugehörige Ausmischverlust über den Stator beträgt $0,343 \leq \Delta s_{\text{RNL},12} \leq 0,477 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$. Dies ist bereits deutlich höher als jene Verluste, welche bei einer ungestörten Ausmischung des Rotornachlaufs in einem Strömungskanal konstanter Fläche entstehen ($0,29 \leq \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X} \leq 0,3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, siehe oben).

Der Anteil des Rotornachlaufs an den Ausmischverlusten stromab des Stators $\overline{\Delta s_{\text{RNL},2}^X}$ liegt mit einem Wert von $0,127 \leq \overline{\Delta s_{\text{RNL},2}^X} \leq 0,166 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ bei ungefähr 50 % der theoretischen Ausmischverluste bei Eintritt in die Passage ($0,29 \leq \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X} \leq 0,3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$). Es besteht ein Zusammenhang zwischen $\overline{\Delta s_{\text{RNL},2}^X}$ sowie dem Anströmwinkel des Stators (und damit mit den in Abschn. 7.1 diskutierten Größen). Der Korrelationskoeffizienten beträgt $r_K = +0,8$. Es wird vermutet, dass die Ursache für dieses Verhalten das

mit der Variation von $\alpha_{\text{abs},1}$ einhergehende veränderte Geschwindigkeitsniveau ist (siehe Abschn. 7.1).

Ein weiterer Zusammenhang kann zwischen den Ausmischverlusten durch den Rotornachlauf stromab des Stators $\Delta s_{\text{RNL},2}^X$ und den bei dem Transport im Stator im Rotornachlauf entstehenden Verlusten $\Delta s_{\text{RNL},12}$ beobachtet werden. Der Zusammenhang ist linear, die Streuung der Werte ist vergleichsweise gering. Der Korrelationskoeffizient beträgt hier $r_K = +0,9$. Dieser Zusammenhang besagt, dass die bei der Konvektion des Rotornachlaufs in der Passage des Stators generierten Verluste auch zu höheren Verlusten stromab des Stators bei der Rückführung in ein homogenes Strömungsfeld führen. Der Wert von $\Delta s_{\text{RNL},12}$ entspricht dabei etwa dem Dreifachen von $\Delta s_{\text{RNL},2}^X$ (siehe auch Abb. A.4).

Bei dem Transport des Rotornachlaufs durch die Passage des Stators bewirken die in Kap. 6 beschriebenen Vorgänge in Summe eine Zunahme der Ausmischverluste im Vergleich zu einer Ausmischung des Rotornachlaufs in einer ungestörten Umgebung, siehe auch Abschn. A.7. Wird von der Summe der Verlustgrößen $\Delta s_{\text{RNL},2}^X + \Delta s_{\text{RNL},12}$ der am Eintritt in die Passage des Stators theoretisch vorliegende Ausmischverlust $\overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$ abgezogen, so folgt die insgesamt durch den Vorgang der Nachlaufkonvektion in einer stark umlenkenden Schaufelreihe zusätzlich eingebrachte Mischungsverlust. Um weiterhin die Abhängigkeit dieser Verluste von der Intensität des Rotornachlaufs zu eliminieren, wird das Ergebnis auf die theoretischen Verluste bei ungestörter Ausmischung des Rotornachlaufs bezogen (siehe Abschn. 5.4, dort Gl. 5.33). Der daraus resultierende Parameter $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ variiert bei der hier durchgeführten Analyse in einem Bereich von $0,611 \leq \Delta s_{\text{IM,rel}} \leq 1,178$, siehe Abb. 7.3 bzw. Tab. 7.3. Die Konvektion des Rotornachlaufs in einer hochumlenkenden Passage führt daher zu einer Zunahme der Mischungsverluste von $\approx 60\% \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$ bis $\approx 120\% \overline{\Delta s_{\text{RNL},1}^X}$. Der Parameter $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ ist weitgehend unabhängig von den in Abschn. 7.1 vorgestellten Kenngrößen zur Beschreibung der Stufencharakteristik, was durch die relativ schwache Abhängigkeit dieser Größe vom Zuströmwinkel $\alpha_{\text{abs},1}$ ersichtlich ist. Der Korrelationskoeffizient nimmt hier einen Wert von lediglich $r_K = +0,5$ an. Für die den absoluten Mischungsverlust beschreibenden Größen $\Delta s_{\text{RNL},2}^X$ und $\Delta s_{\text{RNL},12}$ besteht erwartungsgemäß eine sehr starke Abhängigkeit, die aus der Formulierung von $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ resultiert. Im Folgenden soll analysiert werden, in wie weit der in Abschn. 6.4 beschriebene Austausch von Totalenthalpie einen Einfluss auf den relativen Ausmischverlust $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ hat.

7.3 Korrelationsanalyse der Ausmischverluste und des instationären Arbeitsumsatz

In Abschn. 6.4.2 wurde gezeigt, dass in Summe das Fluid des Rotornachlaufs von dem Austausch von Totalenthalpie in der Schaufelpassage des nachfolgenden Stators profitiert. Ursächlich für den Transport der Totalenthalpie ist dabei der Mechanismus der Energieteilung nach Abschn. 2.4.2. In Abschn. 6.1 und Abschn. 6.3 wurde gezeigt, dass die Konvektion des Rotornachlaufs mit einer Stauchung und Verzerrung desselben einhergeht, was das Geschwindigkeitsdefizit lokal erhöht und die Generierung zusätzlicher

7.3 Korrelationsanalyse der Ausmischverluste und des instationären Arbeitsumsatz

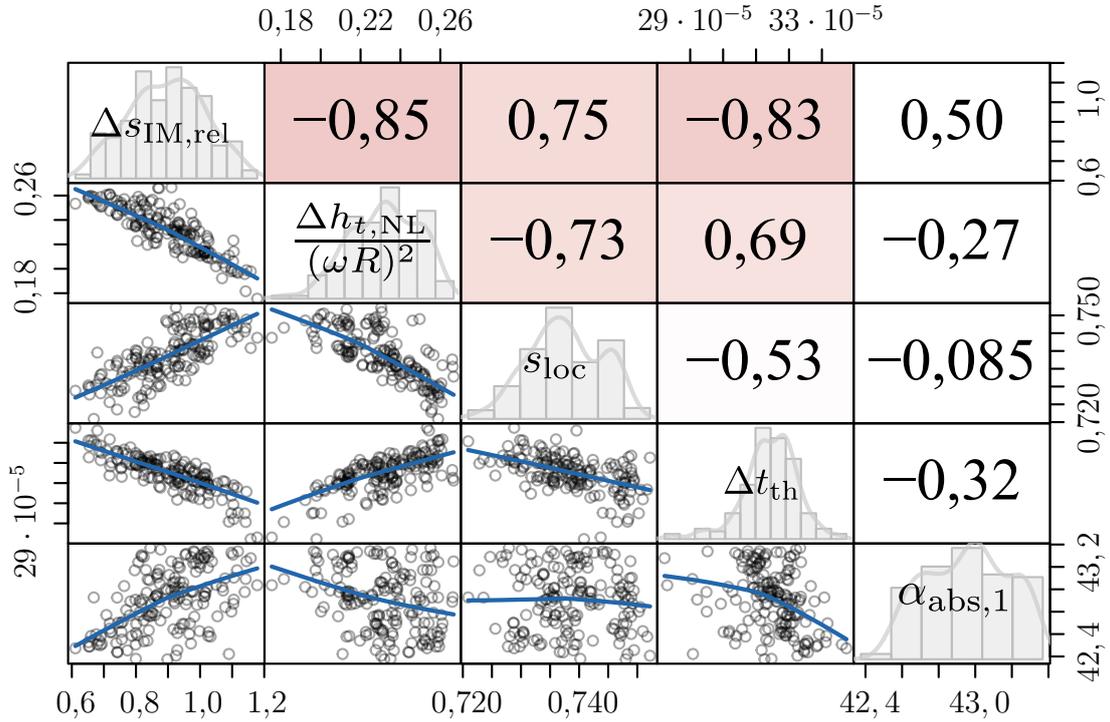


Abbildung 7.4: Zusätzlicher relativer Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\Delta s_{IM,rel}$ gemäß Gl. (5.33), Änderung der Totalenthalpie der im Abschnitt $0,25 \geq \frac{y}{P} < 0,5$ in die Passage des Stators eintretenden Nachlaufpartikel $\frac{\Delta h_{t,NL}}{(\omega R)^2}$, theoretische zeitliche Differenz von an Druck- und Saugseite eintretender Partikel Δt_{th} in s gemäß Gl. (5.9), Ausmischverluste des Rotornachlaufs im Stator im Verhältnis zu den gesamten durch den Rotornachlauf auftretenden Verlusten s_{loc} gemäß Gl. (5.34) sowie Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{abs,1}$ in Grad.

Verluste bedingt. Derselbe Vorgang führt gemäß Abschn. 6.5 zu der Ausbildung des für die Energieteilung erforderlichen gerichteten instationären Druckfelds, welches wiederum in seiner Intensität gemäß der dort vorgestellten Argumentation von der eingebrachten Geschwindigkeitsstörung abhängt. Die insgesamt resultierenden Mischungsverluste ergeben sich aus der Überlagerung dieser Mechanismen. Im Folgenden wird analysiert, in wie weit ein Zusammenhang zwischen den dem Rotornachlauf zugehörigen Mischungsverlusten, dem Totalenthalpiezuwachs des Nachlaufsegments in der Statorpassage und der Intensität der Verlustgenerierung aufgrund der Nachlaufführung besteht.

Die in Abschn. 6.4.2 vorgestellte Mittlung aller Partikel repräsentiert nicht notwendigerweise das Verhalten des gesamten Nachlaufsegments. Eine Berücksichtigung des dem Partikel zugehörigen Massenanteils durch eine entsprechende Wichtung ist bei dem gewählten Vorgehen nicht möglich. Aus einem Vergleich der Trajektorie der Partikel ge-

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

Tabelle 7.4: Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.4 gezeigten Größen.

Größe X	Streuung	\bar{X}	σ_X	$\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ in %
$\Delta s_{\text{IM,rel}}$ in $\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	0,611...1,178	0,901	0,125	13,846
$\frac{\Delta h_{t,\text{NL}}}{(\omega R)^2}$	0,175...0,267	0,232	0,019	8,141
s_{loc}	0,721...0,752	0,739	0,007	0,94
Δt_{th} in s	$2,822 \cdot 10^{-4} \dots 3,374 \cdot 10^{-4}$	$3,148 \cdot 10^{-4}$	$9,013 \cdot 10^{-6}$	2,869
$\alpha_{\text{abs},1}$ in Grad	42,375...43,369	42,905	0,271	0,632

mäß Abb. 6.4 mit der Darstellung des Nachlauftransports in der Passage aus Abb. 6.1 ist ersichtlich, dass jene Partikel, welche in dem Abschnitt $0,25 \geq \frac{y}{P} < 0,5$ in die Passage eintreten, der Trajektorie des mengenmäßig größten Anteils des Nachlaufs folgen. Es wird daher angenommen, dass für eine qualitative Abschätzung der dem Nachlauf zugeführten Totalenthalpie eine Betrachtung nur jener Partikel aus diesem Abschnitt zweckmäßig ist.

Abbildung 7.4 zeigt

1. die zusätzlich durch den Transport des Rotornachlaufs generierten Verluste bezogen auf dessen theoretischen Ausmischverlust $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ gemäß Gl. (5.33),
2. die Änderung der Totalenthalpie der im Abschnitt $0,25 \geq \frac{y}{P} < 0,5$ in die Passage des Stators eintretenden Nachlaufpartikel $\frac{\Delta h_{t,\text{NL}}}{(\omega R)^2}$,
3. die theoretische zeitliche Differenz von an Druck- und Saugseite eintretender Partikel Δt_{th} gemäß Gl. (5.9),
4. die in der Passage des Stators auftretenden Ausmischverluste im Verhältnis zu den gesamten durch den Rotornachlauf auftretenden Verlusten s_{loc} gemäß Gl. (5.34) sowie
5. den Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{\text{abs},1}$

als grafische Korrelationsmatrix. In Tab. 7.4 ist die den gezeigten Größen zugehörige Streuung, die Standardabweichung, der Mittelwert und der Variationskoeffizient aufgeführt.

Die Darstellung der zusätzlichen relativen Mischungsverluste $\Delta s_{\text{IM,rel}}$ gegenüber der Änderung der Totalenthalpie des Rotornachlaufs in der Passage des Stators $\frac{\Delta h_{t,\text{NL}}}{(\omega R)^2}$ zeigt, dass durch eine Erhöhung der Totalenthalpie im Nachlauf eine Reduktion der zusätzlichen relativen Mischungsverluste erreicht werden kann. Die Änderung der Totalenthalpie variiert in der hier vorgestellten Analyse zwischen $0,175 \leq \frac{\Delta h_{t,\text{NL}}}{(\omega R)^2} \leq 0,267$. In diesem Bereich ist eine annähernd lineare Verknüpfung beider Größen zu beobachten, was der Korrelationskoeffizienten von $r_K = -0,85$ verdeutlicht. Der Parameter s_{loc} zeigt, dass die beobachtete Abnahme der zusätzlichen Mischungsverluste aufgrund der Zufuhr von Totalenthalpie vornehmlich die Ausmischverluste innerhalb der Passage des Stators $\Delta s_{\text{RNL},12}$ reduziert. Der Anteil dieser Verluste an den Gesamtverlusten beträgt dabei $0,721 \leq s_{\text{loc}} \leq 0,752$. Die geringe Streubreite dieser Größe im Vergleich zu der in Abschn. 7.2 beschriebenen Streubreite von $\Delta s_{\text{RNL},12}$ und $\Delta s_{\text{RNL},2}^X$ deutet jedoch darauf

hin, dass generell beide Verlustgrößen von dem Vorgang profitieren. Dies entspricht den Erwartungen, da eine Reduktion der nachlaufspezifischen Defizite innerhalb der Statorpassage zu einer Verringerung der Ausmischverluste stromab führt.

Die Orientierung des Nachlaufsegments in der Passage wird gemäß Abschn. 5.2 durch den Parameter Δt_{th} wiedergegeben. Je größer die zeitliche Differenz von an der Druck- oder Saugseite transportierter Partikeln ist, desto stärker ist gemäß Abschn. 5.2 auch die Längung des Nachlaufs am Austritt. Nach Abschn. 6.3 führt dies wiederum zu einer Verringerung der Ausprägung des Geschwindigkeitsdefizits. Daraus resultiert, ebenso wie durch die Zunahme der Totalenthalpie im Nachlauf, eine Reduktion der relativen Mischungsverluste $\Delta s_{IM,rel}$. Der Zusammenhang ist hier in dem Bereich der Variation von $28,22 \cdot 10^{-5} \leq \Delta t_{th} \leq 33,37 \cdot 10^{-5}$ s annähernd linear. Der Korrelationskoeffizient beträgt $r_K = -0,83$.

Die Betrachtung legt nahe, dass die ebenfalls ersichtliche Korrelation zwischen Δt_{th} und der Änderung der Totalenthalpie im Nachlauf $\frac{\Delta h_{t,NL}}{(\omega R)^2}$ mit einem Korrelationskoeffizienten von $r_K = +0,69$ aus der Verknüpfung beider Größen mit dem relativen Mischungsverlust $\Delta s_{IM,rel}$ resultiert. Es ist jedoch auch denkbar, dass die Orientierung des Nachlaufs innerhalb der Passage des Stators das sich ausbildende instationäre Druckfeld in seiner Intensität beeinflusst und dadurch eine weitere Wechselwirkung besteht.

Ein Zusammenhang zwischen $\alpha_{abs,1}$ und der Änderung der Totalenthalpie der Nachlaufpartikel im Stator $\Delta h_{t,NL}$, der theoretischen zeitlichen Differenz von an Druck- oder Saugseite eintretenden Partikeln Δt_{th} und der Verlustaufteilung s_{loc} ist nicht erkennbar. Diese Größen sind daher unabhängig von den in Abschn. 7.1 diskutierten Betriebspunktänderungen.

7.4 Korrelationsanalyse der Profilverluste

Eine Abschätzung der Profilverluste ist bei dem in Abschn. 5.4 beschriebenen Vorgehen mit einer Unsicherheit behaftet. Es wird jedoch davon ausgegangen, dass es sich dabei um eine systematische Unsicherheit handelt und eine qualitative Auswertung dieser Verlustart zulässig ist. Im Folgenden wird untersucht, in wie weit ein Zusammenhang zwischen den Profilverlusten der berechneten Individuen und den Mischungsverlusten bzw. dem instationären Totalenthalpietransport in der Passage des Stators besteht. Abbildung 7.5 zeigt

Tabelle 7.5: Streuung, Mittelwert \bar{X} , Standardabweichung σ_X und Variationskoeffizient $\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ der in Abb. 7.5 gezeigten Größen.

Größe X	Streuung	\bar{X}	σ_X	$\frac{\sigma_X}{\bar{X}}$ in %
$\Delta s_{GSs,12}$ in $\frac{J}{kg \cdot K}$	1,186...1,982	1,426	0,161	11,324
$\Delta s_{IM,rel}$	0,611...1,178	0,901	0,125	13,846
$\frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}}$	1,085 ... 1,138	1,106	0,013	1,167
$\alpha_{abs,1}$	42,375...43,369	42,905	0,271	0,632

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

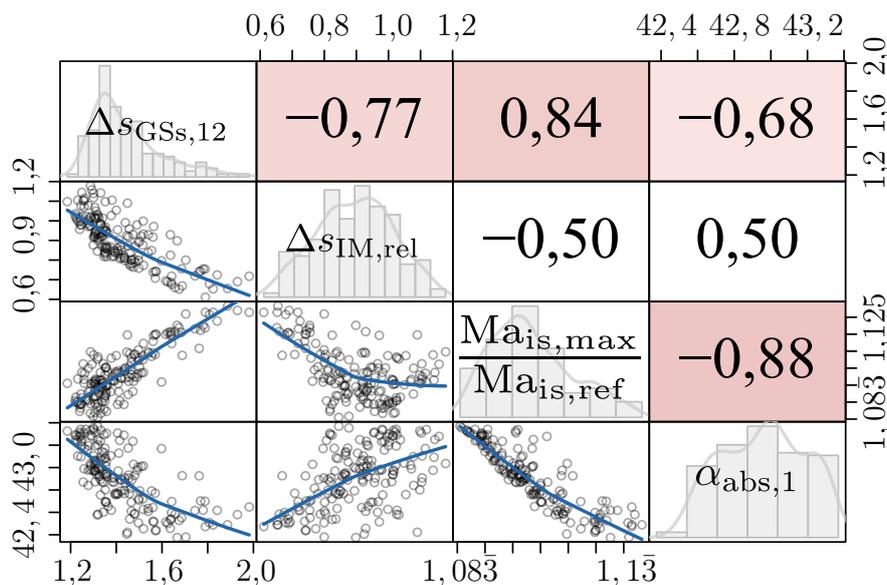


Abbildung 7.5: Profilverluste im Stator $\Delta s_{GSs,12}$ in $\frac{J}{kg \cdot K}$, zusätzlicher relativer Ausmischverlust des Rotornachlaufs $\Delta s_{IM,rel}$, Maximalwert der Verteilung der isentropen Mach-Zahl der Individuen $\frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}}$ und Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{abs,1}$ in Grad.

1. die Profilverluste $\Delta s_{GSs,12}$ gemäß Abschn. 5.4,
2. die zusätzlichen relativen Verluste aufgrund der auf den Rotornachlauf im Stator wirkenden Mechanismen $\Delta s_{IM,rel}$,
3. den Maximalwert der isentropen Mach-Zahl $\frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}}$ sowie
4. den Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{abs,1}$

in einer grafischen Korrelationsmatrix. Die Streuung, der Mittelwert, die Standardabweichung und der Variationskoeffizient von den dargestellten Größen sind in Tab. 7.5 zu finden. Die Profilverluste der Statoren $\Delta s_{GSs,12}$ zeigt eine Streuung von $1,186 \leq \Delta s_{GSs,12} \leq 1,982 \frac{J}{kg \cdot K}$ und entspricht damit dem Zwei- bis Dreifachen der insgesamt durch Mischung des Rotornachlaufs auftretenden Verluste von $0,47 \leq \Delta s_{RNL,2}^X + \Delta s_{RNL,12} \leq 0,64 \frac{J}{kg \cdot K}$ (siehe Tab. 7.3). Einer möglichen Reduktion der zusätzlichen Ausmischverluste $\Delta s_{RNL,2}^X + \Delta s_{RNL,12}$ von bis zu $0,17 \frac{J}{kg \cdot K}$ durch Änderung der Strömungsführung steht ein damit verbundener Zuwachs der Profilverluste von bis zu $0,8 \frac{J}{kg \cdot K}$ gegenüber. Ursache für den Anstieg der Profilverluste ist dabei die Schaufelbelastung und Strömungsführung sowie die damit einhergehenden Einflüsse auf die Grenzschicht (siehe Abschn. 7.6). Aus der in Abb. 7.5 gezeigten Verteilung von $\Delta s_{GSs,12}$ und $\Delta s_{IM,rel}$ geht darüber hinaus hervor, dass ein nicht-linearer Zusammenhang zwischen den Profilverlusten und den zusätzlichen Mischungsverlusten durch die Konvektion des Rotornachlaufs besteht. Die Aussagekraft des Korrelationskoeffizienten ist hier daher nicht gegeben.

Aus Abb. 7.5 ist weiterhin ersichtlich, dass eine Zunahme des Maximalwertes der lokalen isentropen Mach-Zahl $\frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}}$ mit einer Zunahme der Profilverluste verknüpft ist. Die isentrope Mach-Zahl gibt Auskunft über die Strömungsgeschwindigkeit. Je höher diese ist, desto höher sind in dem hier diskutierten Fall mit konstanten Stoffeigenschaften und annähernd gleichen Drücken und Temperaturen die in der Grenzschicht erzeugten Verluste. Der Zusammenhang ist linear. Der Korrelationskoeffizient beträgt $r_K = +0,84$. Die aus der Geometrievariation resultierende Streuung beträgt dabei $1,085 \leq \frac{Ma_{is,max}}{Ma_{is,ref}} \leq 1,138$. Entsprechend der Ausführungen aus Abschn. 7.1 ist die maximale isentrope Mach-Zahl mit dem Zuströmwinkel $\alpha_{abs,1}$ aufgrund der variierenden Versperrung der analysierten Statoren verknüpft. Dies geht auch aus Abb. 7.5 hervor. Durch die Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit steigt der Strömungswiderstand, was zu einem geringeren Durchsatz und damit zu einer Abnahme des absoluten Abströmwinkels des Rotors bzw. Zuströmwinkels des Stators $\alpha_{abs,1}$ führt. Daraus wiederum folgt, dass der Zuströmwinkel des Stators $\alpha_{abs,1}$ und damit die Umlenkung abnimmt, was mit einer Verringerung der integralen Schaufelbelastung einhergeht (siehe auch Zw in Abb. 7.2). Insgesamt überwiegt jedoch der Einfluss der erhöhten Geschwindigkeit (und damit der maximalen isentropen Mach-Zahl) auf die Profilverluste. Der Einfluss der verminderten oder erhöhten Umlenkung führt jedoch zu dem in Abb. 7.5 gezeigten schwächeren Zusammenhang zwischen Profilverlusten und Zuströmwinkel mit einem Korrelationskoeffizienten von $r_K = -0,68$.

7.5 Zusammenfassung

Es konnte gezeigt werden, dass bei dem Transport eines Nachlaufs durch eine hochumlenkende Schaufelreihe die mit der Ausmischung des Nachlaufs einhergehenden Verluste im Vergleich zu der Ausmischung in einer ungestörten Umgebung um 60 % bis 120 % zunehmen. Dabei übersteigen bereits die innerhalb der hochumlenkenden Schaufelreihe generierten Ausmischverluste die Verluste bei Ausmischung in einer ungestörten Umgebung. Als Ursache konnte die Verzerrung des Nachlaufs aufgrund des Geschwindigkeitsfeldes im Schaufelzwischenraum identifiziert werden. Stromab der hochumlenkenden Schaufelreihe führt die weitere Ausmischung des verzerrten Nachlaufs zu Ausmischverlusten, die noch etwa 50 % der Ausmischverluste des ursprünglich in die hochumlenkende Schaufelreihe eintretenden Nachlaufs ausmachen.

Das durch den Nachlauf im Schaufelzwischenraum generierte instationäre Druckfeld führt zu einem Transport von Totalenthalpie von der freien Strömung in den Nachlauf, siehe Abschn. 6.4. Es konnte gezeigt werden, dass dies zu einer Reduktion der Nachlaufverluste führt. Das instationäre Druckfeld ist mit der Orientierung des Nachlaufs im Schaufelzwischenraum und damit mit dessen Verzerrung verknüpft. Eine Isolierung beider Vorgänge ist daher nicht möglich.

Eine Abschätzung der Profilverluste zeigt, dass die Beschaffenheit einer Beschaukelung, deren Strömungsführung im Schaufelzwischenraum die Verzerrung des Nachlaufs und damit die Ausmischverluste reduziert, zu hohen Profilverlusten führt. Die Ursachen für dieses Verhalten werden im nachfolgenden Abschnitt näher untersucht.

7.6 Vergleich charakteristischer Profilgeometrien

Abbildung 7.6 zeigt die Geometrie des Referenzprofils (siehe —), des Profils, welches durch minimale Ausmischverluste gekennzeichnet ist (siehe —), sowie des Profils, für das minimale Profilverluste erreicht werden (siehe ---). Es ist ersichtlich, dass die Unterschiede zwischen den Schaufelgeometrien insbesondere stromauf und stromab des engsten Querschnitts zu finden sind. In Abb. 7.6 ist zu erkennen, dass der Winkel der Oberflächentangente im engsten Querschnitt Γ für die hier untersuchten Varianten deutlich variiert. Die Differenz zwischen Metallwinkel der Hinterkante und Oberflächentangente

- Referenzprofil
- Profil minimaler Ausmischverluste
- Profil minimaler Profilverluste
- $\alpha_{2,M}$: Metallwinkel an der Hinterkante des Stators

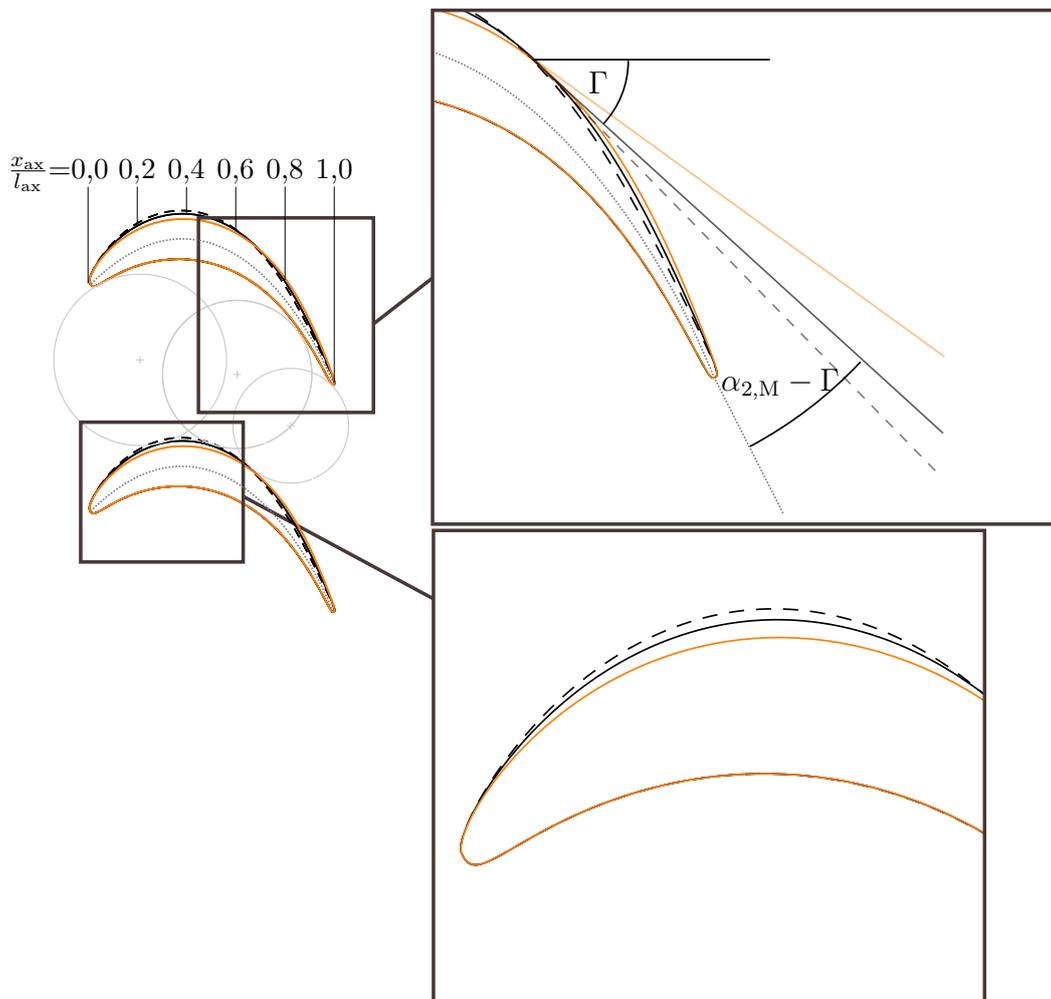


Abbildung 7.6: Geometrie der verglichenen Profile

im engsten Querschnitt ist für das Profil der geringsten Profilverluste am kleinsten. Die größte Abweichung liegt für das Profil der geringsten Ausmischverluste vor. Die Umlenkung erfolgt daher im Fall des Profils der geringsten Profilverluste nahezu vollständig in jenem Teil der Passage, in dem die Strömung von der Druck- und Saugseite geführt wird. Anders verhält es sich bei dem Profil der geringsten Mischungsverluste (siehe —). Die Krümmung stromab des engsten Querschnitts ist deutlich größer. Ein erheblicher Teil der Umlenkung wird lediglich durch die Saugseite geführt. Die Geometrie des Referenzprofils befindet sich zwischen diesen beiden Extremen.

Die Darstellung bestätigt die Eignung der gewählten Parametrisierung des Profils, da die Variation ohne signifikante Änderung des engsten Querschnitts und damit der Kapazität der Turbine durchgeführt wird. Stromauf des engsten Querschnitts sind ebenfalls deutliche Unterschiede erkennbar. Die maximale Dicke des Profils ist für die Variante mit den geringsten Profilverlusten am höchsten.

Abbildung 7.7 zeigt die isentrope Mach-Zahl Verteilung für die Berechnungen mit reibungsbehafteter Profilwand sowie die theoretische Verweilzeit von druck- und saugseitigen Partikeln in der Passage. Aus der in Abb. 7.7a und Abb. 7.7b gezeigten Verteilung der isentropen Mach-Zahl ist ersichtlich, dass deutliche Unterschiede in der lokalen Schaufelbelastung vorliegen. In dem Bereich $0,0 \leq \frac{x_{ax}}{l_{ax}} \leq 0,2$ (① in Abb. 7.7a) ist insbesondere an der Saugseite eine Abweichung im Geschwindigkeitsniveau zu beobachten, was auf eine leichte Variation der Anströmungen schließen lässt. Dies geht auch aus der Variation in der axialen Lage des Staupunktes ($Ma_{is}=0$) hervor.

Bis zum Erreichen des Maximalwertes der isentropen Mach-Zahl von $\frac{Ma_{is}}{Ma_{is,ref}} \approx 1,06$ nahe dem engsten Querschnitt ($\frac{x_{ax}}{l_{ax}} = 0,675$) steigt bei dem Referenzprofil die isentrope Mach-Zahl in dem Abschnitt $0,2 \leq \frac{x_{ax}}{l_{ax}} \leq 0,675$ (② in Abb. 7.7a) monoton (siehe —). Ähnlich verhält es sich für das Profil der geringsten Profilverluste (siehe ---). Die isentrope Mach-Zahl in dem in Abb. 7.7 mit ② gekennzeichneten Abschnitt liegt bei diesem Profil über dem Niveau der Referenzgeometrie. Der Maximalwert von $\frac{Ma_{is}}{Ma_{is,ref}} \approx 1,1$ wird bereits bei $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \approx 0,5$ und damit deutlich vor dem engsten Querschnitt erreicht. Bei dem Profil der geringsten Ausmischverluste (siehe — in Abb. 7.7) ist die isentrope Mach-Zahl in dem Abschnitt ② geringer als bei dem Referenzprofil. In dem Bereich $0,2 \leq \frac{x_{ax}}{l_{ax}} \leq 0,4$ bleibt die isentrope Mach-Zahl annähernd konstant. Stromab von $\frac{x_{ax}}{l_{ax}} = 0,4$ steigt die isentrope Mach-Zahl bis zum engsten Querschnitt auf $\frac{Ma_{is}}{Ma_{is,ref}} \approx 1,05$ an, was annähernd dem Wert der Referenzschaufel entspricht (siehe Abb. 7.7b).

An das Maximum der isentropen Mach-Zahlen schließt sich in allen Fällen eine kontinuierliche Abnahme dieser Größe auf den Abströmwert an, siehe ③ in Abb. 7.7a bzw. Abb. 7.7b. Der Verlauf der isentropen Mach-Zahl ist dabei für die diskutierten Fälle verschieden. Aus Abb. 7.7b ist ersichtlich, dass für den Fall der geringsten Profilverluste (---) die isentrope Mach-Zahl in dem diskutierten Abschnitt die im Vergleich niedrigsten Werte annimmt. Die Abnahme der isentropen Mach-Zahl erfolgt für diese Variante monoton. Ein ähnliches Verhalten kann für das Referenzprofil (siehe —) beobachtet werden. Die isentrope Mach-Zahl liegt jedoch insbesondere in dem Abschnitt $0,7 \leq \frac{x_{ax}}{l_{ax}} \leq 0,8$ über den Werten der Geometrie der geringsten Profilverluste. Das Profil der geringsten Ausmischverluste (siehe —) weicht von dem monotonen Abfall deutlich

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

- Referenzprofil
- Profil minimaler Ausmischverluste
- - - Profil minimaler Profilverluste

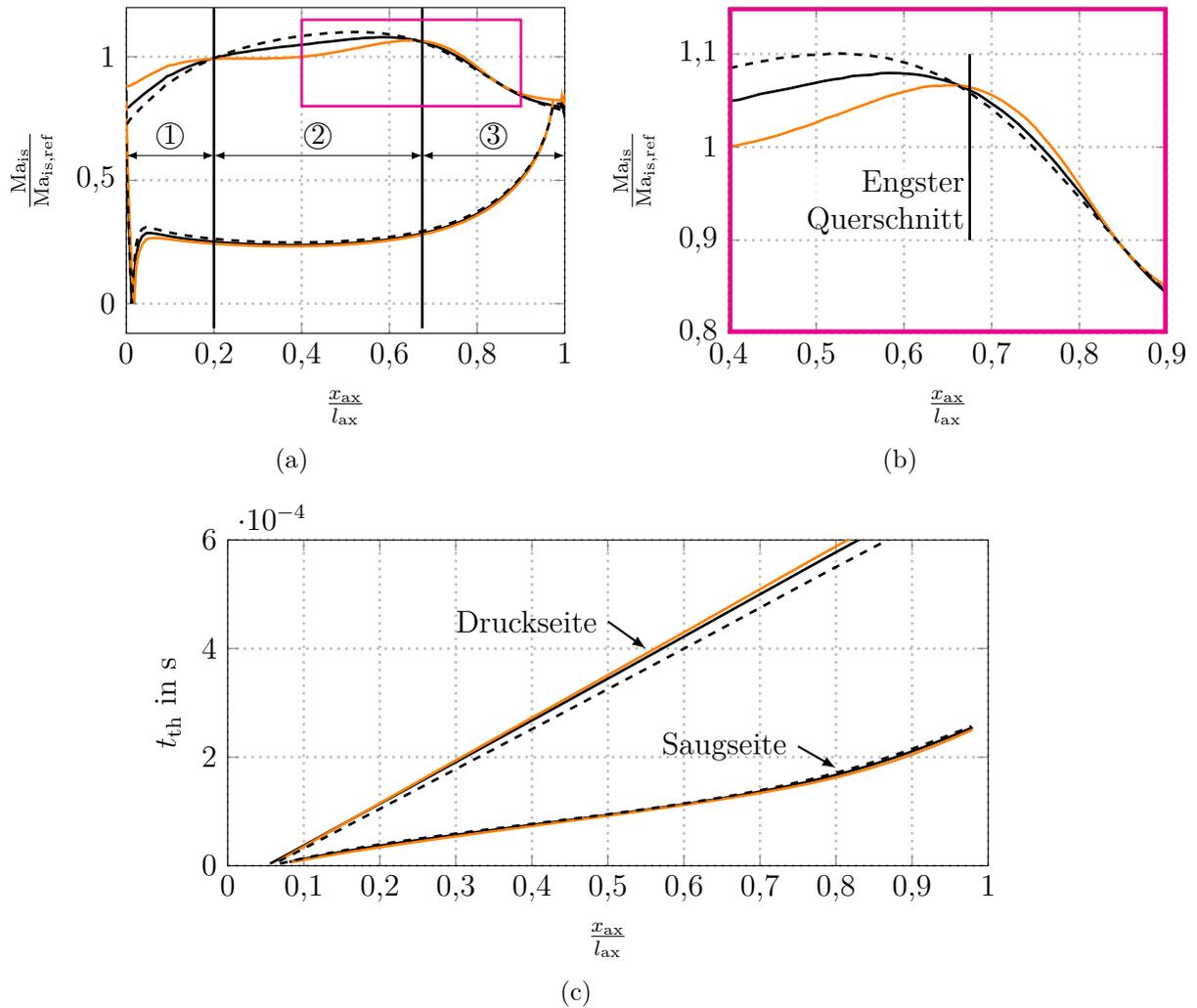


Abbildung 7.7: Verteilung der isentropen Mach-Zahl (a, b) und daraus berechnete Zeit t_{th} , die ein an der Druck- und Saugseite eintretendes Partikel für das Durchströmen der Passage benötigt (c).

ab. Das Niveau der isentropen Mach-Zahl liegt deutlich höher als das der beiden anderen Varianten.

An der Druckseite sind ebenfalls deutliche Unterschiede erkennbar. Während die Geschwindigkeit für die Geometrie der geringsten Profilverluste durch die größere Profildicke ein im Vergleich hohes Niveau erreicht, ist diese für den Fall der geringsten Mischungsverluste erkennbar geringer und liegt unter dem Niveau des Referenzprofils.

Aus der beschriebenen Verteilung der isentropen Mach-Zahl geht die nach Abschn. 5.2.3 berechnete und in Abb. 7.7c gezeigte Laufzeit von in der Strömung befindlichen Partikeln an Druck- und Saugseite hervor. Dabei ist ersichtlich, dass insbesondere die vergleichsweise geringen Unterschiede im Geschwindigkeitsniveau an der Druckseite zu einer Abweichung der Verweilzeit und damit der zeitlichen Differenz Δt_{th} führen. Wie bereits in Abschn. 7.3 beschrieben, ist diese zeitliche Differenz ein Indikator für die Verzerrung des Nachlaufsegments und somit für die mit der Nachlaufkonvektion einhergehenden Verluste. Entsprechend führt die diskutierte Mach-Zahl Verteilung für den Fall minimaler Ausmischverluste zu einer längeren Verweilzeit an der Druckseite und einer kürzeren Verweilzeit an der Saugseite (siehe — in Abb. 7.7c). Für den Fall geringster Profilverluste ist dementsprechend mit einer im Vergleich geringeren zeitlichen Differenz zwischen den Verweilzeiten der druck- und saugseitigen Partikel zu rechnen, was durch Abb. 7.7c bestätigt werden kann.

7 Ergebnisse der Korrelationsanalyse

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

8.1 Kurzfassung

Gegenüber der Ausmischung eines Nachlaufs in einer ungestörten Umgebung kommt es bei dem Ausmischen in einer stark umlenkenden Schaufelreihe zu einem Anstieg der nachlaufspezifischen Ausmischverluste von +60 % bis +120 %. Der Großteil dieser zusätzlichen Verluste wird dabei im Schaufelzwischenraum der umlenkenden Schaufel generiert. Dabei können Mechanismen identifiziert werden, die sich sowohl positiv als auch negativ auf den nachlaufspezifischen Ausmischverlust auswirken.

Eine Zunahme des nachlaufspezifischen Ausmischverlusts ergibt sich aus der Strömungsführung in der Passage und der daraus hervorgehenden Deformation des Nachlaufs. Zur genauen Analyse der Vorgänge wurde auf Basis der Erkenntnisse eigener vorausgehender sowie in der Literatur veröffentlichter Arbeiten ein analytisches Modell entwickelt, welches die einen Nachlauf charakterisierenden Merkmale bei dem Transport in einer stark umlenkenden Schaufelreihe eindimensional beschreibt. Aus einer auf diesem Modell basierenden Analyse geht hervor, dass die beobachtete Variation des den Nachlauf charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizits in der Passage in erster Linie aus der Deformation des Nachlaufs resultiert. Eine Übereinstimmung mit den Ergebnissen von CFD-Simulationen hinsichtlich der Ausprägung des Geschwindigkeitsdefizits in Abhängigkeit von der Position in der Passage wird jedoch erst erreicht, wenn turbulente Effekte und der *Negative-Jet* berücksichtigt werden (siehe Abschn. 6.1 und Abschn. 6.3). Die im Nachlauf entstehenden Verluste sind gemäß der mathematischen Formulierung mit der Drehung und Verzerrung des Nachlaufs aufgrund des im Schaufelzwischenraum vorherrschenden Geschwindigkeitsfeldes verknüpft. Als Kenngröße zur qualitativen Bewertung der nachlaufspezifischen Ausmischverluste kann dabei die aus der lokalen Druckverteilung und der Geometrie der Schaufel zu berechnende theoretische zeitliche Differenz Δt_{th} zwischen an der Druck- und Saugseite eingebrachten Partikeln bei dem Transport durch die Passage bestimmt werden (siehe Abschn. 5.2.3).

Eine Reduktion der nachlaufspezifischen Ausmischverluste kann durch den Austausch von Totalenthalpie zwischen dem Nachlauf und der diesen umgebenden (freien) Strömung erreicht werden. Die Ursache für den Transportvorgang ist entsprechend dem Phänomen der Energieteilung ein instationäres Druckfeld, welches von dem Nachlauf selbst induziert wird. Das den Nachlauf charakterisierende Geschwindigkeitsdefizit führt zu einer Änderung der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung, aus der wiederum eine deterministische Störung des statischen Drucks hervorgeht (siehe Abschn. 6.5). Ein ortsfester Beobachter auf der Saugseite des Profils erfährt bei Annäherung des Nachlaufs zunächst eine Abnahme des statischen Drucks. Nach Erreichen des Maximums des den Nachlauf charakterisierenden Geschwindigkeitsdefizits nimmt der Druck aufgrund der

durch das Geschwindigkeitsdefizit induzierten Störung wieder zu. Ein Staupunkt des *Negative-Jet* wird nicht beobachtet. Die Beschaffenheit der hier beobachteten Druckstörung erlaubt den in Abschn. 6.4 nachgewiesenen Transport von Totalenthalpie von der freien Strömung in den Nachlauf. Die zugehörige Bewertungsgröße ist dabei die durch eine Lagrange'sche Betrachtung zu bestimmende Änderung der Totalenthalpie im Nachlauffluid $\frac{\Delta h_{t,NL}}{(\omega R)^2}$. Der Mechanismus der Energieteilung ist nur dann verlustfrei, wenn das für den Transport erforderliche instationäre Druckfeld aus einem verlustfreien Vorgang resultiert, was hier nicht der Fall ist. Die Verlustentstehung aufgrund der Deformation des Nachlaufsegments in der Passage überwiegt die Verlustreduktion durch die Zufuhr von Totalenthalpie.

Um eine allgemeingültige Aussage über den Einfluss der Strömungsführung auf die nachlaufspezifischen Ausmischverluste treffen zu können, wurde die lokale Druckverteilung einer Turbinenstufe variiert während deren globale Charakteristik nicht verändert wurde. Entsprechend den beschriebenen Zusammenhängen führt dies zu einer Variation der Kenngröße Δt_{th} und damit der Orientierung des Nachlaufs in der Passage im Verlauf des Transportvorgangs. Durch Anwendung einer für diesen Zweck entwickelten Verlustaufteilung ist eine Isolierung der nachlaufspezifischen Ausmischverluste, der Profilverluste und der Expansionsverluste möglich. Die gewonnenen Erkenntnisse erlauben die Ableitung der nachfolgenden Empfehlungen für die Gestaltung von Turbinenprofilen zur Minimierung der nachlaufspezifischen Ausmischverluste.

8.2 Schlussfolgerungen und Empfehlungen für die Auslegung

Die durchgeführten Analysen zur Bewertung der Gesamtverluste und insbesondere der Profilverluste basieren auf numerischen Berechnungen unter Annahme einer vollturbulenten Grenzschicht. Aus der Korrelationsanalyse geht hervor, dass in einem solchen Fall geringe Profilverluste durch eine stetige Beschleunigung der Strömung bis zum engsten Querschnitt und eine daran angeschlossene moderate Verzögerung erreicht werden können. Eine derart gestaltete Geschwindigkeitsverteilung wirkt sich jedoch für die hier analysierte hochbelastete Leitreihe negativ auf die nachlaufspezifischen Ausmischverluste eines in der Passage transportierten Nachlaufs aus (siehe Abschn. 7.6). Für eine Reduktion der Ausmischverluste ist es gemäß der Studie vorteilhaft, wenn die Verweilzeit an der Druckseite in die Strömung eingebrachter Partikel möglichst lang ist, während an der Saugseite das Gegenteil der Fall ist und dadurch der Parameter Δt_{th} möglichst groß wird. Die in der hier gezeigten Studie entsprechend gestalteten Profile erreichen dies in erster Linie durch eine Reduktion der an der Saugseite umströmten Oberfläche. Dies führt jedoch zu einer Minderung der Umlenkung in dem beschleunigenden Teil der Passage, was nachteilig ist, da hier die Umlenkung mit wenig Verlust bewerkstelligt werden kann. Die zur Einhaltung der Stufencharakteristik vorgegebene Umlenkung der Strömung erfolgt dann in dem Abschnitt stromab des engsten Querschnitts. Dort wird die Strömung lediglich durch die Saugseite geführt und verzögert, was die aerodynamische Belastung der Grenzschicht und damit die Profilverluste erhöht. Eine Reduktion

der Umlenkung in diesem Bereich ohne eine Anpassung des Profils stromauf des engsten Querschnitts bedingt eine Reduktion der gesamten Umlenkung der Schaufel und damit der integralen Belastung. Das Konzept der hochumlenkenden Schaufel ist daher mit einer Zunahme der nachlaufspezifischen Ausmischverluste verknüpft.

8.3 Ausblick

Das vorgestellte Modell zur Beschreibung des Nachlaufzustands in Abhängigkeit von der Position in der Passage zeigt bereits eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Ergebnissen hochauflösender CFD-Simulationen. Es ist jedoch zu erwarten, dass bei Strömungen mit einem höheren Geschwindigkeitsniveau die Kongruenz zwischen CFD und dem vorgestellten Modell aufgrund der Annahme einer inkompressiblen Strömung bei der Modellbildung abnimmt. Vor diesem Hintergrund ist eine Erweiterung des Modells unter Berücksichtigung der Kompressibilität wünschenswert. Darüber hinaus ist eine Kalibrierung des Modells durch Einführung entsprechender Koeffizienten denkbar, wodurch sich die Qualität der Vorhersage weiter steigern ließe. Eine damit verbundene quantitativ korrekte Vorhersage der Verluste aufgrund der Deformation des Nachlaufs würde eine Quantifizierung der tatsächlichen Verlustreduktion durch den instationären Transport der Totalenthalpie erlauben. Eine Optimierung der Schaufelgeometrie mit dieser Zielgröße und die dabei gewonnenen Erkenntnisse können zu einer weiteren Verbesserung der Turbineneffizienz führen.

Aus der Modellierung geht weiter die Bedeutung der korrekten Wiedergabe groß- und kleinskaliger Strömungsstrukturen in der Passage hervor. Zur Validierung der gezeigten Ergebnisse, deren Basis vor allem numerische Simulationen bilden, ist eine direkte Vermessung der Nachlaufkonvektion mit Verfahren, die eine Beeinflussung der Strömung ausschließen, erforderlich. Die Ergebnisse zeigen die Bedeutung der korrekten Wiedergabe von Turbulenz bei der Konvektion. Die örtliche und zeitliche Auflösung der Untersuchungen ist entsprechend zu wählen.

Bei der durchgeführten Verlustaufteilung können die Profilverluste nicht exakt bestimmt werden, da die Berechnungen ohne Grenzschichtverluste die veränderte Strömungsführung aufgrund der zusätzlichen Verdrängung durch die Grenzschicht nicht berücksichtigen. Zur Anwendung der vorgestellten Verlustaufteilung auf Studien zu Grenzschichtverlusten ist daher die Entwicklung einer Methodik zur Anpassung der Geometrie für die Berechnungen ohne Wandreibung erforderlich, was in zukünftigen Arbeiten durchgeführt werden kann.

8 *Schlussfolgerungen und Ausblick*

Literaturverzeichnis

- Anker, J. E.; Mayer, J. F. und Casey, M. V. (2005): The impact of rotor labyrinth seal leakage flow on the loss generation in an axial turbine. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy, Band 219(6/2005):S. 481–490. (Zitiert auf Seite 30)
- Arndt, N. (1993): Blade row interaction in a multistage low-pressure turbine. In: Journal of turbomachinery, Band 115(1):S. 137–146. (Zitiert auf Seite 14)
- ASME (2009): Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer. American Society of Mechanical Engineers. (Zitiert auf den Seiten 50 und 53)
- Baehr, H. D. und Kabelac, S. (2012): Thermodynamik, Grundlagen und technische Anwendungen, 15. Auflage. (Zitiert auf den Seiten 3 und 4)
- Baldwin, B. S. und Lomax, H. (1978): Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows, Band 257. American Institute of Aeronautics and Astronautics. (Zitiert auf Seite 45)
- Banieghbal, M.; Curtis, E.; Denton, J.; Hodson, H.; Huntsman, I.; Schulte, V. und Harvey, N. (1995): Wake passing in LP turbine blades. In: 85th Symposium on Loss Mechanisms and Unsteady Flows in Turbomachines. North Atlantic Treaty Organization. (Zitiert auf den Seiten v, 6 und 8)
- Behr, T.; Kalfas, A. und Abhari, R. (2007): Unsteady Flow Physics and Performance of a One-and-1/ 2-Stage Unshrouded High Work Turbine. In: Journal of turbomachinery, Band 129(2):S. 348–359. (Zitiert auf Seite 30)
- Bejan, A. (1982): Entrophy Generation Through Heat and Fluid Flow. Wiley, erste Auflage. ISBN 9780471094388. (Zitiert auf den Seiten 3 und 4)
- Biester, M. H.-O.; Guendogdu, Y. und Seume, J. R. (2013a): Clocking Effects on Surface-Pressure Fluctuations for Variable Axial-Gaps. In: 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. (Zitiert auf den Seiten v, 14, 22, 24, 25 und 32)
- Biester, M. H.-O.; Henke, M.; Guendogdu, Y.; Engel, K. und Seume, J. R. (2012): Unsteady Wake-Blade Interaction: a Correlation between Surface Pressure Fluctuations and Loss Generation. In: ASME Turbo Expo 2012: Power for Land, Sea, and Air, Band 2012(GT69616). (Zitiert auf den Seiten v, 14, 15, 22, 23, 24, 30 und 35)

- Biester, M. H.-O.; Henke, M. und Seume, J. (2011a): Numerically Optimized Design of a 1.5-Stage Turbine Test-Rig Instrumentation. In: Workshop of the DGLR-Section Thermo- and Fluid-Dynamics, CFD and Experiment – Integration of Simulation. (Zitiert auf Seite 28)
- Biester, M. H.-O.; Mueller, L.; Seume, J. R. und Guendogdu, Y. (2011b): Time-Resolved Numerical Investigation of the Interaction of Labyrinth Seal Leakage and Main-Flow in a 1.5-Stage LP Turbine. In: ASME Turbo Expo 2011: Power for Land, Sea, and Air, Band 2011(GT2011-45883):S. 1623–1632. (Zitiert auf den Seiten v, vi, 11, 27, 29, 30 und 49)
- Biester, M. H.-O.; Wiegmann, F.; Guendogdu, Y. und Seume, J. R. (2013b): Time-Resolved Numerical Study of Axial Gap Effects on Labyrinth-Seal Leakage and Secondary Flow in a LP Turbine. In: ASME Turbo Expo 2013: Power for Land, Sea, and Air, Band 2013(GT95628). (Zitiert auf den Seiten v, 11, 29 und 31)
- Blazek, J. (2001): Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications, 1st edition. Elsevier. (Zitiert auf den Seiten 41 und 42)
- Busby, J. A.; Davis, R. L.; Dorney, D. J.; Dunn, M. G.; Haldeman, C. W.; Abhari, R. S.; Venable, B. L. und Delaney, R. A. (1999): Influence of vane-blade spacing on transonic turbine stage aerodynamics: Part II—time-resolved data and analysis. In: Journal of turbomachinery, Band 121(4):S. 673–682. (Zitiert auf Seite 14)
- Carscallen, W.; Currie, T.; Hogg, S. und Gostelow, J. (1999): Measurement and computation of energy separation in the vortical wake flow of a turbine nozzle cascade. In: Journal of turbomachinery, Band 121(4):S. 703–708. (Zitiert auf den Seiten 13 und 19)
- Casciaro, C.; Treiber, M. und Sell, M. (2000): Unsteady transport mechanisms in an axial turbine. In: Journal of turbomachinery, Band 122(4):S. 604–612. (Zitiert auf Seite 11)
- Chaluvadi, V.; Kalfas, A.; Banieghbal, M.; Hodson, H. und Denton, J. (2001): Blade-row interaction in a high-pressure turbine. In: Journal of Propulsion and Power, Band 17(4):S. 892–901. (Zitiert auf den Seiten 14 und 30)
- Chernobrovkin, A. und Lakshminarayana, B. (2000): Unsteady Viscous Flow Causing Rotor-Stator Interaction in Turbines, Part 2: Simulation, Integrated Flowfield, and Interpretation. In: Journal of Propulsion and Power, Band 16(5):S. 751–759. (Zitiert auf Seite 14)
- Coletti, F.; Verstraete, T.; Bulle, J.; Van der Wielen, T.; Van den Berge, N. und Arts, T. (2013): Optimization of a U-Bend for Minimal Pressure Loss in Internal Cooling Channels—Part II: Experimental Validation. In: Journal of Turbomachinery, Band 135(5). (Zitiert auf Seite 74)

- Craig, H. und Cox, H. (1970): Performance estimation of axial flow turbines. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Band 185(1):S. 407–424. (Zitiert auf Seite 6)
- Curtis, E.; Hodson, H.; Baniaghbal, M.; Denton, J.; Howell, R. und Harvey, N. (1997): Development of blade profiles for low-pressure turbine applications. In: Journal of Turbomachinery, Band 119(3):S. 531–538. (Zitiert auf den Seiten ix, 8, 12, 15 und 17)
- Davidson, L. (2003): An introduction to turbulence models. In: Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Sweden. (Zitiert auf Seite 7)
- Dean, R. C. J. (1959): On the Necessity of Unsteady Flow in Fluid Machines. In: Journal of Basic Engineering, Band 81:S. 24–28. (Zitiert auf den Seiten 1, 18 und 144)
- Denton, J. und Cumpsty, N. (1987): Loss Mechanisms in Turbomachines. In: IMechE Proceedings, Band C260/87. (Zitiert auf den Seiten 6, 13 und 148)
- Denton, J. D. (1993): Loss Mechanism in Turbomachines. In: Journal of Turbomachinery, Band 115:S. 621–656. (Zitiert auf den Seiten 4, 6, 13 und 14)
- Eck, B. (1957): Technische Strömungslehre. Springer-Verlag. (Zitiert auf den Seiten 1, 18 und 144)
- Eckerle, W. und Awad, J. (1991): Effect of freestream velocity on the three-dimensional separated flow region in front of a cylinder. In: Journal of fluids engineering, Band 113(1):S. 37–44. (Zitiert auf Seite 9)
- Eckert, B. und Schnell, E. (1961): Axial- und Radialkompressoren. Springer Verlag, zweite Auflage. ISBN -. (Zitiert auf Seite 11)
- Eckert, E. (1986): Energy separation in fluid streams. In: Int. Comm. Heat Mass Transfer, Band 13:S. 127–143. (Zitiert auf Seite 19)
- Eckert, E. und Weise, W. (1943): Messung der Temperaturverteilung auf der Oberfläche schnell angeströmter Körper. In: Forsch. Ing. Wesen, Band 13:S. 246–254. (Zitiert auf den Seiten 13, 19 und 87)
- Farin, G. (1996): Curves and surfaces for computer-aided geometric design: a practical guide, 4th edition. Academic Press. (Zitiert auf Seite 73)
- Farlow, S. J. (1993): Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. Dover Publications, reprint Auflage. ISBN 9780486676203. (Zitiert auf Seite 43)
- Favre, A. J. (1992): Formulation of the statistical equations of turbulent flows with variable density. In: Studies in Turbulence, Springer, S. 324–341. (Zitiert auf Seite 44)
- Ferziger, J. H. und Peric, M. (2008): Numerische Strömungsmechanik. Springer-Verlag. (Zitiert auf den Seiten 42, 48 und 51)

Literaturverzeichnis

- Funazaki, K.; Nobuaki, T. und Tanuma, T. (1999): Effects of Periodic Wake Passing upon Aerodynamic Loss of a Turbine Cascade, Part I: Measurements of Wake-Affected Cascade Loss by Use of a Pneumatic Probe. In: IGTI, ASME Paper. (Zitiert auf den Seiten ix, 15, 16 und 17)
- Funazaki, K.-i.; Sasaki, Y. und Tanuma, T. (1997): Experimental studies on unsteady aerodynamic loss of a high-pressure turbine cascade. In: ASME Paper, Band 97-GT-52. (Zitiert auf den Seiten ix, 15, 16 und 17)
- Gersten, K. (1957): Über den Einfluß der Geschwindigkeitsverteilung in der Zuströmung auf die Sekundärströmung in geraden Schaufelgittern. In: Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens A, Band 23(3):S. 95–101. (Zitiert auf den Seiten 9 und 10)
- Giboni, A.; Wolter, K.; Menter, J. und Pfost, H. (2004): Experimental and numerical investigation into the unsteady interaction of labyrinth seal leakage flow and main flow in a 1.5-stage axial turbine. In: ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air, (GT2004-53024):S. 983–992. (Zitiert auf Seite 30)
- Gier, J.; Franke, M.; Hübner, N. und Schröder, T. (2010): Designing low pressure turbines for optimized airfoil lift. In: Journal of Turbomachinery, Band 132(3):S. 031008. (Zitiert auf den Seiten xiii, 104 und 105)
- Giles, M. B. (1988): Calculation of unsteady wake/rotor interaction. In: Journal of Propulsion and Power, Band 4(4):S. 356–362. (Zitiert auf Seite 14)
- Giles, M. B. (1990): Nonreflecting boundary conditions for Euler equation calculations. In: AIAA journal, Band 28(12):S. 2050–2058. (Zitiert auf Seite 47)
- Gostelow, J. P.; Mahallati, A.; Carscallen, W. und Rona, A. (2012): Encounters with vortices in a turbine nozzle passage. In: International Journal of Rotating Machinery, Band 2012. (Zitiert auf den Seiten 13 und 19)
- Greitzer, E. M.; Tan, C. S. und Graf, M. B. (2007): Internal Flow: Concepts and Applications (Cambridge Engine Technology Series). Cambridge University Press, erste Auflage. ISBN 9780521036726. (Zitiert auf den Seiten 3, 9, 11, 12, 13, 19, 42, 58, 139, 145 und 148)
- Hartung, J.; Elpelt, B. und Klösener, K.-H. (2005): Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik; mit zahlreichen, vollständig durchgerechneten Beispielen. Oldenbourg Verlag. (Zitiert auf Seite 74)
- Hawthorne, W. (1955): Rotational Flow Through Cascades Part I. The Components Of Vorticity. In: The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Band 8(3):S. 266–279. (Zitiert auf den Seiten 9 und 10)
- Hawthorne, W. R. (1951): Secondary circulation in fluid flow. In: Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, Band 206(1086):S. 374–387. (Zitiert auf Seite 9)

- Henke, M.; Biester, M.; Lippl, F. und Gündogdu, Y. (2013): Performance Validation Document für das Vorhaben UWOTurb. interne Publikation. (Zitiert auf Seite 153)
- Henke, M.; Biester, M. H.-O.; Guendogdu, Y.; Lippl, F.; Mass, E. und Seume, J. (2012): Numerical assisted design of a variable rotating vane carrier device for turbine test rigs with split housing structures using a segmented half-ring bearing concept. In: 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 20th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 14th AIAA. (Zitiert auf Seite 28)
- Henke, M.; Wein, L.; Kluge, T.; Gündogdu, Y.; Biester, M. H.-O. und Seume, J. R. (2016): Experimental and Numerical Verification of the Core Flow in a new low pressure turbine. In: ASME Turbo Expo 2016: Power for Land, Sea, and Air, (GT2016-57101). (Zitiert auf den Seiten vi, 33, 34 und 35)
- Herbst, F. (2013): Modellierung des Einflusses von Ausblasungen auf die Grenzschichttransition in hochbelasteten Niederdruckturbinen. Dissertation, Leibniz Universität Hannover. (Zitiert auf Seite 47)
- Herbst, F.; Biester, M.; Fiala, A.; Engel, K. und Seume, J. R. (2010): Validation of RANS-Modelling Approaches for Active Flow Control by Vortex Generating Jets in a Low-Pressure Turbine Cascade. In: Proceedings of the 8th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements ETMM8, 09-11 June 2010, Marseille, France. (Zitiert auf den Seiten 34 und 51)
- Herbst, F.; Fiala, A. und Seume, J. R. (2014): Modeling vortex generating jet-induced transition in low-pressure turbines. In: Journal of Turbomachinery, Band 136(7):S. 071005. (Zitiert auf Seite 47)
- Herbst, F.; Kožulović, D. und Seume, J. R. (2013): Transition Modeling for Vortex Generating Jets on Low-Pressure Turbine Profiles. In: Journal of Turbomachinery, Band 135(1):S. 011038. (Zitiert auf den Seiten 44 und 47)
- Herrmann, N. (2007): Höhere Mathematik: für Ingenieure, Physiker und Mathematiker. Oldenbourg Verlag. (Zitiert auf Seite 48)
- Hill, P. G. (1962): Turbulent wakes in pressure gradients. In: Massachusetts Institute of Technology, Gas Turbine Laboratory Report, Band 65. (Zitiert auf den Seiten iii, vi, 55, 60, 61, 62 und 150)
- Hill, P. G.; Schaub, U. und Senoo, Y. (1963): Turbulent wakes in pressure gradients. In: Journal of Applied Mechanics, Band 30(4):S. 518–524. (Zitiert auf den Seiten iii, vi, 56, 60, 61, 62 und 150)
- Hodson, H. (1985a): An inviscid blade-to-blade prediction of a wake-generated unsteady flow. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 107(2):S. 337–343. (Zitiert auf Seite 14)

- Hodson, H. (1985b): Measurements of wake-generated unsteadiness in the rotor passages of axial flow turbines. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 107(2):S. 467–475. (Zitiert auf den Seiten 12, 14 und 30)
- Hodson, H.; Hynes, T.; Greitzer, E. und Tan, C. (2012): A physical interpretation of stagnation pressure and enthalpy changes in unsteady flow. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 134(6):S. 060902. (Zitiert auf den Seiten 17, 18, 21, 23 und 24)
- Hodson, H.; Schulte, V. und Howell, R. (1998): The calmed region and its significance in low pressure turbines. In: *Proceedings of 1997 workshop on boundary layer transition in turbomachines*, Minnowbrook II, Syracuse Univ., Sep, NASA, Band 1998-206958. (Zitiert auf Seite 8)
- Hodson, H. P. und Dawes, W. N. (1998): On the Interpretation of Measured Profile Losses in Unsteady Wake–Turbine Blade Interaction Studies. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 120(2):S. 276–284. doi:10.1115/1.2841403. (Zitiert auf den Seiten ix, 12, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 24 und 98)
- Hodson, H. P. und Howell, R. J. (2005): Bladerow interactions, transition, and high-lift aerofoils in low-pressure turbines. In: *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Band 37:S. 71–98. (Zitiert auf den Seiten 7 und 8)
- Hourmouziadis, J. (1989): Aerodynamic design of low pressure turbines. In: *AGARD, Blading Design for Axial Turbomachines*. (Zitiert auf den Seiten v, 29 und 30)
- Janke, E.; Hiller, S.; Keskin, A.; Greim, R.; Sell, M.; Pfau, A.; A., K. und Abhari, R. (2002): Wechselwirkung zwischen Deckband-Spaltströmung und der Hauptströmung im Turbinen-Stufenverband. In: *Abschlussbericht AG Turbo Vorhaben 2.1.1.B*. (Zitiert auf Seite 30)
- Johnson, D. und King, L. (1985): A mathematically simple turbulence closure model for attached and separated turbulent boundary layers. In: *AIAA journal*, Band 23(11):S. 1684–1692. (Zitiert auf Seite 46)
- Jones, E.; Oliphant, T.; Peterson, P. et al. (2001): SciPy: Open source scientific tools for Python. [Online; accessed 2015-10-18], URL <http://www.scipy.org/>. (Zitiert auf Seite 144)
- Kachel, C. E. und Denton, J. D. (2004): Experimental and Numerical Investigation of the Unsteady Surface Pressure in a Three-Stage Model of an Axial High Pressure Turbine. In: *ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air*, Band 2004(GT2004-53626):S. 887–902. (Zitiert auf Seite 22)
- Kasper, C.; Rose, M. G.; Staudacher, S. und Gier, J. (2008): A study of unsteady secondary flow in a water flow axial turbine model. In: *ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air*, S. 1031–1039. (Zitiert auf den Seiten 12 und 19)

- Kato, M. und Launder, B. (1993): The modeling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders. In: Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto. (Zitiert auf Seite 46)
- Kawai, T.; Adachi, T. und Shinoki, S. (1990): Visualization study of three-dimensional flows in a turbine cascade endwall region. In: JSME International Journal, Band 33:S. 256–264. (Zitiert auf den Seiten v, 9 und 10)
- Keenan, M. und Bartok, J. (1969): Experimental Evaluation of Transonic Stators. In: NASA CR, Band 54621. (Zitiert auf Seite 20)
- Kerrebrock, J. L. und Mikolajczak, A. A. (1970): Intra-Stator Transport of Rotor Wakes and Its Effect on Compressor Performance. In: Journal of Engineering for Power, Band 92(4):S. 359–368. doi:10.1115/1.3445365. (Zitiert auf den Seiten 13, 20 und 55)
- Kerrebrock, J. L. und Mikolajczak, A. A. (1972): Intra-Stator Transport of Rotor Wakes and Its Effect on Compressor Performance. Technischer Bericht, Pratt and Whitney Aircraft. (Zitiert auf den Seiten 13, 20 und 55)
- Kolmogorov, A. N. (1941): The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. In: Dokl. Akad. Nauk SSSR. Band 30-4, S. 299–303. (Zitiert auf Seite 43)
- Korakianitis, T. (1993a): Influence of stator-rotor gap on axial-turbine unsteady forcing functions. In: AIAA journal, Band 31(7):S. 1256–1264. (Zitiert auf Seite 14)
- Korakianitis, T. (1993b): On the propagation of viscous wakes and potential flow in axial-turbine cascades. In: Journal of turbomachinery, Band 115(1):S. 118–127. (Zitiert auf Seite 14)
- Kožulović, D. (2007): Modellierung des Grenzschichtumschlags bei Turbomaschinenströmungen unter Berücksichtigung mehrerer Umschlagsarten. Forschungsbericht 2007-20, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Antriebstechnik, Köln, erste Auflage. (Zitiert auf Seite 48)
- Kožulović, D.; Röber, T. und Nürnberger, D. (2007): Application of a Multimode Transition Model to Turbomachinery Flows. In: Proceedings of the 7th European Turbomachinery Conference, Athens. (Zitiert auf Seite 48)
- Kügeler, E. (2005): Numerisches Verfahren zur genauen Analyse der Kühleffektivität filmgekühlter Turbinenschaufeln: 8 Tabellen. Dissertation, Forschungsbericht Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Bibliotheks- und Dokumentationswesen. (Zitiert auf den Seiten 34, 48 und 51)
- Kügeler, E.; Nürnberger, D.; Weber, A. und Engel, K. (2008): Influence of Blade Fillets on the Performance of a 15 Stage Gas Turbine Compressor. In: ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air, Band 2008(43161):S. 415–424. (Zitiert auf den Seiten 34 und 51)

- Kulisa, P. und Dano, C. (2006): Numerical simulation of unsteady blade row interactions induced by passing wakes. In: *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Band 25(3):S. 379–392. (Zitiert auf Seite 11)
- Kürner, M.; Rose, M. G.; Staudacher, S.; Gier, J.; Fiala, A. und Patzer, B. (2012): Surface thin film gauge measurements in a two-stage low pressure turbine at low Reynolds number. In: *ASME Turbo Expo 2012: Power for Land, Sea, and Air*, (GT2012-68906):S. 1249–1261. (Zitiert auf Seite 12)
- Kurosaka, M.; Gertz, J.; Graham, J.; Goodman, J.; Sundaram, P.; Riner, W.; Kuroda, H. und Hankey, W. (1987): Energy separation in a vortex street. In: *Journal of Fluid Mechanics*, Band 178:S. 1–29. (Zitiert auf den Seiten v, 13, 19 und 20)
- LaGraff, J. E.; Ashpis, D. E.; Oldfield, M. L. und Gostelow, J. P. (2006): Minnowbrook V: 2006 Workshop on Unsteady Flows in Turbomachinery. In: . (Zitiert auf den Seiten v, 22 und 23)
- Lakshminarayana, B. (1995): *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. Wiley-Interscience, erste Auflage. ISBN 9780471855460. (Zitiert auf den Seiten 5, 6, 9 und 10)
- Langston, L. (2001): Secondary Flows in Axial Turbines - A Review. In: *Journal of Heat Transfer in Gas Turbine Systems*, Band 934:S. 11–26. (Zitiert auf den Seiten 8 und 9)
- Lechner, C. (2010): *Stationäre Gasturbinen*. Springer-Verlag, zweite Auflage. (Zitiert auf Seite 4)
- Lou, W. und Hourmouziadis, J. (2000): Separation Bubbles Under Steady and Periodic-Unsteady Main Flow Conditions. In: *ASME Journal of Turbomachinery*, Band 122:S. 634–643. (Zitiert auf den Seiten v, viii, 7, 12 und 148)
- Mailach, R. (2010): *Unsteady Flow in Turbomachinery*. Habilitation, Dresden, Univ. (Zitiert auf Seite 12)
- Marx, M.; Lipfert, M.; Rose, M. G.; Staudacher, S. und Engel, K. (2015): Unsteady work and wake recovery due to pressure wave interaction in a lp turbine. In: *ASME Turbo Expo 2015: Power for Land, Sea, and Air*, (GT2015-43276). (Zitiert auf den Seiten 21, 22 und 34)
- Marx, M.; Lipfert, M.; Rose, M. G.; Staudacher, S. und Korte, D. (2013): Unsteady Work Processes Within a Low Pressure Turbine Vane Passage. In: *ASME Turbo Expo 2013: Power for Land, Sea, and Air*, (GT2013-94234). (Zitiert auf den Seiten 21, 22, 34 und 51)
- Mayle, R. E. (1991): The 1991 IGTI scholar lecture: The role of laminar-turbulent transition in gas turbine engines. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 113(4):S. 509–536. (Zitiert auf Seite 8)

- Meister, A. (2011): Numerik linearer Gleichungssysteme. In: Numerik linearer Gleichungssysteme: Eine Einführung in moderne Verfahren, Band 1. (Zitiert auf Seite 48)
- Menter, F. R. (1992): Performance of popular turbulence model for attached and separated adverse pressure gradient flows. In: AIAA journal, Band 30(8):S. 2066–2072. (Zitiert auf Seite 46)
- Menter, F. R. (1993): Zonal two equation k-turbulence models for aerodynamic flows. In: AIAA 24th Fluid Dynamics Conference, July 6-9, 1993, Orlando, Florida, Band 2906. (Zitiert auf Seite 46)
- Menter, F. R. (1994): Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. In: AIAA journal, Band 32(8):S. 1598–1605. (Zitiert auf Seite 46)
- Merker, G. P. und Baumgarten, C. (2000): Fluid-und Wärmetransport Strömungslehre. Vieweg+ Teubner Verlag. (Zitiert auf Seite 11)
- Meyer, R. (1958): The Effect of Wakes on the Transient Pressure and Velocity Distribution in Turbomachines. In: Journal of Basic Engineering, Band 80:S. 1544–1552. (Zitiert auf Seite 13)
- Michelassi, V.; Chen, L.; Pichler, R.; Sandberg, R. und Bhaskaran, R. (2015): High-Fidelity Simulations of Low-Pressure Turbines: Effect of Flow Coefficient and Reduced Frequency on Losses. In: ASME Turbo Expo 2015: Power for Land, Sea, and Air. (Zitiert auf den Seiten 12 und 14)
- Miller, R.; Moss, R.; Ainsworth, R. und Horwood, C. (2003): Time-resolved vane-rotor interaction in a high-pressure turbine stage. In: Journal of turbomachinery, Band 125(1):S. 1–13. (Zitiert auf Seite 14)
- Moore, J. und Smith, B. (1984): Flow in a turbine cascade: part 2—measurement of flow trajectories by ethylene detection. In: Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Band 106(2):S. 409–413. (Zitiert auf Seite 9)
- Mueller, L.; Alsalihi, Z. und Verstraete, T. (2013): Multidisciplinary optimization of a turbocharger radial turbine. In: Journal of Turbomachinery, Band 135(2):S. 021022. (Zitiert auf Seite 74)
- Oertel, H.; Böhle, M. und Reviol, T. (2011): Strömungsmechanik: Grundlagen - Grundgleichungen - Lösungsmethoden - Softwarebeispiele. Vieweg Verlag, Friedr. & Sohn Verlagsgesellschaft mbH. ISBN 9783834881106. (Zitiert auf Seite 62)
- Pallot, G.; Kato, D.; Ohta, Y. und Kanameda, W. (2015): Investigation of the Unsteady Flow Field of a Low Speed Single-Stage Axial Compressor. In: Proceedings of International Gas Turbine Congress 2015 Tokyo. Gas Turbine Society of Japan. (Zitiert auf Seite 56)

- Paradiso, B.; Persico, G.; Gaetani, P.; Schennach, O.; Pecnik, R. und Woisetschlager, J. (2008): Blade Row Interaction in a One and a Half Stage Transonic Turbine Focusing on Three Dimensional Effects: Part I-Stator-Rotor Interaction. In: ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air, (GT2008-50291):S. 1847–1858. (Zitiert auf Seite 30)
- Parker, R. (1969): Paper 1: Relation between Blade Row Spacing and Potential Flow Interaction Effects in Turbomachines. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings. SAGE Publications, Band 184-7, S. 1–8. (Zitiert auf Seite 26)
- Pfeil, H. und Eifler, J. (1976): Turbulenzverhältnisse hinter rotierenden Zylindergittern. In: Forschung im Ingenieurwesen A, Band 42(1):S. 27–32. (Zitiert auf den Seiten 11 und 12)
- Pianko, M. und Wazelt, F. (1983): Propulsion and energetics panel working group 14 on suitable averaging techniques in non-uniform internal flows. Technischer Bericht, DTIC Document. (Zitiert auf den Seiten 139 und 142)
- Pope, S. B. (2000): Turbulent flows. Cambridge university press. (Zitiert auf den Seiten 8 und 43)
- Praisner, T. und Smith, C. (2006): The Dynamics of the Horseshoe Vortex and Associated Endwall Heat Transfer—Part II: Time-Mean Results. In: Journal of turbomachinery, Band 128(4):S. 755–762. (Zitiert auf Seite 9)
- Praisner, T. J.; Clark, J. P.; Nash, T. C.; Rice, M. J. und Grover, E. A. (2006): Performance Impacts Due to Wake Mixing in Axial-Flow Turbomachinery. In: ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea, and Air, Band 2006(GT2006-90666):S. 1821–1830. (Zitiert auf den Seiten 14, 15, 56 und 148)
- Prandtl, L. und Wiegkardt, K. (1945): Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz. In: Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math. Phys., Kl, Band 6. (Zitiert auf Seite 45)
- Pullan, G. (2004): Secondary flows and loss caused by blade row interaction in a turbine stage. In: ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air, (GT2004-53743):S. 1247–1257. (Zitiert auf den Seiten 14, 15 und 56)
- Reichstein, G.; Rose, M.; Staudacher, S. und Engel, K. (2012): Numerical Study of Reynolds Number Effects of Cavity Volumes and Seal Gaps on LP Turbine Performance. In: ASME Turbo Expo 2012: Power for Land, Sea, and Air, (GT2012-68261). (Zitiert auf den Seiten 34 und 51)
- Restemeier, M. S. (2012): Einfluss des Schaufelreihenabstandes auf Strömung und Wirkungsgrade in einer subsonischen Axialturbine. Dissertation, Verlag Dr. Hut, München. ISBN 978-3-8439-0729-3. (Zitiert auf Seite 30)

- Reynolds, O. (1895): On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. In: Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A, S. 123–164. (Zitiert auf den Seiten 7 und 44)
- Richardson, L. (1922): Weather prediction by numerical process. Cambridge: University Press. (Zitiert auf Seite 43)
- Roache, P. J. (1994): Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. In: Journal of Fluids Engineering, Band 116(3):S. 405–413. doi:10.1115/1.2910291. (Zitiert auf den Seiten 51, 52 und 53)
- Roe, P. (1981): Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes. In: Journal of Computational Physics, Band 43:S. 357–372. (Zitiert auf Seite 47)
- Rose, M.; Schüpbach, P. und Mansour, M. (2009): The thermodynamics of wake blade interaction in axial flow turbines: Combined experimental and computational study. In: ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air, (GT2009-59655):S. 1693–1705. (Zitiert auf Seite 21)
- Rose, M.; Schüpbach, P. und Mansour, M. (2013): The Thermodynamics of Wake Blade Interaction in Axial Flow Turbines: Combined Experimental and Computational Study. In: Journal of Turbomachinery, Band 135(3):S. 031015. (Zitiert auf Seite 18)
- Rose, M. G. (2010): Unsteady Flow in Axial Turbines. Habilitation, Stuttgart, Univ. (Zitiert auf den Seiten 21, 22 und 24)
- Rose, M. G. und Harvey, N. W. (2000): Turbomachinery Wakes: Differential Work and Mixing Losses. In: Journal of Turbomachinery, Band 122(1):S. 68–77. doi:10.1115/1.555429. (Zitiert auf den Seiten 13, 20 und 22)
- Rosic, B. und Denton, J. D. (2008): Control of Shroud Leakage Loss by Reducing Circumferential Mixing. In: Journal of Turbomachinery, Band 130(2):021010 (Seiten 7). doi:10.1115/1.2750682. (Zitiert auf Seite 30)
- Sabatino, D. und Smith, C. (2009): Boundary layer influence on the unsteady horseshoe vortex flow and surface heat transfer. In: Journal of Turbomachinery, Band 131(1):S. 011015. (Zitiert auf den Seiten v, 9 und 10)
- Sachs, L. und Hedderich, J. (2007): Angewandte Statistik. Springer London, Limited. ISBN 9783540321613. (Zitiert auf Seite 74)
- Sarkar, S. und Voke, P. R. (2006): Large-eddy simulation of unsteady surface pressure over a low-pressure turbine blade due to interactions of passing wakes and inflexional boundary layer. In: Journal of turbomachinery, Band 128(2):S. 221–231. (Zitiert auf Seite 12)
- Schlichting, H. und Gersten, K. (2006): Grenzschicht-Theorie. 10., überarb. Aufl., Springer Berlin. (Zitiert auf den Seiten 7, 8, 11, 12 und 147)

Literaturverzeichnis

- Schneider, C.; Schrack, D.; Kuerner, M.; Rose, M.; Staudacher, S.; Guendogdu, Y. und Freygang, U. (2014): On the Unsteady Formation of Secondary Flow Inside a Rotating Turbine Blade Passage. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 136(6):S. 061004. (Zitiert auf den Seiten 34 und 51)
- Schulte, V. und Hodson, H. (1998): Unsteady wake-induced boundary layer transition in high lift LP turbines. In: *Journal of turbomachinery*, Band 120(1):S. 28–35. (Zitiert auf den Seiten ix, 8, 12, 15 und 17)
- Sharma, O. und Butler, T. (1987): Predictions of endwall losses and secondary flows in axial flow turbine cascades. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 109(2):S. 229–236. (Zitiert auf den Seiten 6, 9 und 10)
- Sieverding, C. H. (1985): Recent Progress in the Understanding of Basic Aspects of Secondary Flows in Turbine Blade Passages. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Band 107(2):S. 248–257. doi:10.1115/1.3239704. (Zitiert auf den Seiten 9 und 10)
- Sieverding, C. H.; Ottolia, D.; Bagnera, C.; Cimadoro, A.; ; Brouckaert, J.-F. und Dese, J.-M. (2004): Unsteady turbine blade wake characteristics. In: *Journal of turbomachinery*, Band 126:S. 551–559. (Zitiert auf den Seiten 11, 12, 13 und 19)
- Smith, L. (1966): Wake Dissipation in Turbomachines. In: *Journal of Basic Engineering*, Band 88D:S. 688–690. (Zitiert auf den Seiten 14, 19, 20, 21, 55 und 56)
- Smith, L. H. (1993): Wake ingestion propulsion benefit. In: *Journal of Propulsion and Power*, Band 9(1):S. 74–82. (Zitiert auf den Seiten 14 und 55)
- Smith, S. (1965): A Simple Correlation of Turbine Efficiency. In: *Von Karman Inst. for Fluid Dyn. Proc. of the Seminar on Adv. Probl. in Turbomachinery*, Pt. 1 24. (Zitiert auf den Seiten v, 29 und 30)
- Spalart, P. R. und Allmaras, S. R. (1992): A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: *AIAA-92-0439, 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 6-9, Reno, NV*, S. 123–164. (Zitiert auf Seite 45)
- Spurk, J. und Aksel, N. (2008): *Fluid Mechanics*. Springer, softcover reprint of hardcover 2nd Auflage. ISBN 9783642092671. (Zitiert auf den Seiten 3, 5, 42, 58 und 145)
- Squire, H. und Winter, K. (1951): The secondary flow in a cascade of airfoils in a nonuniform stream. In: *Journal of the Aeronautical Sciences (Institute of the Aeronautical Sciences)*, Band 18(4). (Zitiert auf den Seiten 9 und 10)
- Stadtmüller, P. und Fottner, L. (2001): A test case for the numerical investigation of wake passing effects on a highly loaded LP turbine cascade blade. In: *ASME Turbo Expo 2001: Power for Land, Sea, and Air, (2001-GT-0311)*. (Zitiert auf den Seiten ix, 12, 15, 16 und 17)

- Stieger, R. und Hodson, H. (2004): The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage. In: ASME Turbo Expo 2004: Power for Land, Sea, and Air, (GT2004-53061):S. 121–129. (Zitiert auf den Seiten 12, 14 und 22)
- Stieger, R. und Hodson, H. (2005): The unsteady development of a turbulent wake through a downstream low-pressure turbine blade passage. In: Journal of turbomachinery, Band 127(2):S. 388–394. (Zitiert auf den Seiten ix, 12, 14, 15, 17 und 22)
- Storn, R. und Price, K. (1997): Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. In: Journal of global optimization, Band 11(4):S. 341–359. (Zitiert auf Seite 74)
- Sturm, W. (1988): Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Einsatz der Ausblasung als Mittel zur aktiven Beeinflussung der Profilgrenzschicht in hochbelasteten Verzögerungsgittern. Dissertation, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr München, München. (Zitiert auf Seite 7)
- Teichel, S.; Verstraete, T. und Seume, J. (2013): Optimized preliminary design of compact axial compressors: a comparison of two design tools. In: 31st AIAA Applied Aerodynamics Conference. S. 24–27. (Zitiert auf Seite 74)
- Tennekes, H. und Lumley, J. L. (1972): A first course in turbulence. MIT press. (Zitiert auf den Seiten v, 11, 12, 43 und 147)
- Tiedemann, M. und Kost, F. (2001): Some aspects of wake-wake interactions regarding turbine stator clocking. In: Journal of turbomachinery, Band 123(3):S. 526–533. (Zitiert auf Seite 30)
- Traupel, W. (1977): Thermische Turbomaschinen. Springer-Verlag, Berlin, dritte Auflage. (Zitiert auf den Seiten 3 und 7)
- Truckenbrodt, E. A. (2008): Fluidmechanik: Band 2: Elementare Strömungsvorgänge dichteändernder Fluide sowie Potential- und Grenzschichtströmungen. Springer, Berlin, vierte Auflage. ISBN 9783540790235. (Zitiert auf Seite 8)
- Trutnovsky, K. und Komotori, K. (1986): Berührungsfreie Dichtungen. VDI, vierte Auflage. (Zitiert auf Seite 11)
- Ueberhuber, C. W. und Ueberhuber, C. W. (1995): Computer-Numerik. 2, Band 2. Springer-Verlag. (Zitiert auf Seite 144)
- Valkov, T. V. (1997): The Effect of Upstream Rotor Vortical Disturbances on the Time-Average Performance of Axial Compressor Stators. Dissertation, GTL Report 227. (Zitiert auf den Seiten 14 und 55)
- Van Oudheusden, B. (2005): Energy separation in steady separated wake flow. In: Journal of fluids engineering, Band 127(3):S. 611–614. (Zitiert auf Seite 12)

Literaturverzeichnis

- van Zante, D. E.; Adamczyk, J. J.; Strazisar, A. J. und Okiishi, T. H. (2002): Wake recovery performance benefit in a high-speed axial compressor. In: *Journal of turbomachinery*, Band 124(2):S. 275–284. (Zitiert auf den Seiten vi, 14, 55, 60, 61 und 62)
- Verstraete, T. (2008): *Multidisciplinary Turbomachinery Component Optimization Considering Performance, Stress, and Internal Heat Transfer*. In: University of Ghent, Ph. D. Thesis. (Zitiert auf Seite 74)
- Verstraete, T. (2010): *Cado: A computer aided design and optimization tool for turbomachinery applications*. In: 2nd Int. Conf. on Engineering Optimization, Lisbon, Portugal, September. (Zitiert auf Seite 74)
- Verstraete, T. (2012): *Multi-disciplinary Optimisation of Turbomachinery components using Differential Evolution*. In: VKI Lecture Series on “Introduction to Optimization and Multidisciplinary Design in Aeronautics and Turbomachinery”. (Zitiert auf Seite 74)
- Verstraete, T.; Coletti, F.; Bulle, J.; Vanderwielen, T. und Arts, T. (2013): *Optimization of a U-Bend for Minimal Pressure Loss in Internal Cooling Channels—Part I: Numerical Method*. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 135(5). (Zitiert auf Seite 74)
- Voigt, M. (2010): *Grundlagen der Probabilistik*. In: *Dritter Dresdner Probabilistik-Workshop*. (Zitiert auf Seite 74)
- von Böckh, P. (2004): *Fluidmechanik: Einführendes Lehrbuch*. Springer, Berlin, zweite Auflage. ISBN 9783540220763. (Zitiert auf Seite 152)
- Wallis, A. M.; Denton, J. D. und Demargne, A. A. J. (2001): *The Control of Shroud Leakage Flows to Reduce Aerodynamic Losses in a Low Aspect Ratio, Shrouded Axial Flow Turbine*. In: *Journal of Turbomachinery*, Band 123(2):S. 334–341. doi:10.1115/1.1354143. (Zitiert auf den Seiten 6 und 30)
- Weber, A. und Fox, R. (2006): *TRACE User’s Manual, Version 5.3*. Manual, German Aerospace Center, Institute of Propulsion Technology. (Zitiert auf Seite 46)
- White, F. M. und Corfield, I. (2006): *Viscous fluid flow*, Band 3. McGraw-Hill New York. (Zitiert auf Seite 8)
- Wilcox, D. C. (1998): *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., zweite Auflage. ISBN 978-0963605153. (Zitiert auf den Seiten 44, 45 und 46)
- Wilcox, D. C. (2001): *Turbulence Modelling: An Overview*. In: *AIAA, 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Januar 8-11, 2001, Band 0724*. (Zitiert auf Seite 46)
- Wisler, D. C. (1998): *The technical and economic relevance of understanding boundary layer transition in gas turbine engines*. In: *Proceedings of 1997 workshop on boundary layer transition in turbomachines, Minnowbrook II, Syracuse Univ., Sep, NASA, Band 1998-206958*. (Zitiert auf Seite 1)

- Woisetschläger, J.; Pecnik, R.; Göttlich, E.; Schennach, O.; Marn, A.; Sanz, W. und Heitmeir, F. (2008): Experimental and numerical flow visualization in a transonic turbine. In: *Journal of visualization*, Band 11(1):S. 95–102. (Zitiert auf den Seiten 12 und 19)
- Wurst, M.; Keßler, M. und Krämer, E. (2013): Aerodynamic and acoustic analysis of an extruded airfoil with a trailing edge device using detached eddy simulation with a discontinuous Galerkin method. In: *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. (Zitiert auf Seite 41)
- Yang, H.; Nuernberger, D.; Nicke, E. und Weber, A. (2003): Numerical Investigation of Casing Treatment Mechanisms With a Conservative Mixed-Cell Approach. In: *ASME Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea, and Air*, Band 2003(GT2003-38483):S. 961–974. (Zitiert auf Seite 47)
- Yu, W.-S. und Lakshminarayana, B. (1994): Numerical simulation of the effects of rotor-stator spacing and wake/blade count ratio on turbomachinery unsteady flows. In: *Unsteady Flows in Aeropropulsion*, Band AD-Vol. 40:S. 113–125. (Zitiert auf Seite 11)
- Zweifel, O. (1945): Die Frage der optimalen Schaufelteilung bei Beschaukelungen von Turbomaschinen, insbesondere bei grosser Umlenkung in den Schaufelreihen. In: *Brown Boveri Mitteilungen*, Band 32(2):S. 436–444. (Zitiert auf Seite 104)

Literaturverzeichnis

A Ergänzende Ausführungen

A.1 Modell zur Bestimmung der Ausmischverluste

A.1.1 Drallfreie Strömung

In Anlehnung an Greitzer et al. (2007) und Pianko und Wazelt (1983) wird im Folgenden ein Modell zur Beschreibung des Verlustes bei Ausmischung eines inhomogenen Strömungsfeldes, erweitert für eine kompressible Strömung, hergeleitet. Die Herleitung erfolgt zunächst für eine drallfreie Strömung. Anschließend wird die Betrachtung für eine drallbehaftete Strömung gezeigt. Aus der Energiegleichung (Gl. 2.3) geht hervor, dass für eine stationäre und adiabate Strömung die Totalenthalpie gleich bleibt. Es gilt

$$h_t = \text{konst.} \Rightarrow T_t = \text{konst.} \quad (\text{A.1})$$

Wird eine homogene Strömung durch ein Hindernis gestört, so ist das Strömungsfeld unmittelbar stromab des Hindernisses inhomogen hinsichtlich der Druck-, Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilung. Die durch Reibungseffekte nicht mehr nutzbare Leistung \dot{W} ergibt sich aus dem Integral der Änderung der Entropie im Volumen. Die mittlere spezifische Entropie unmittelbar stromab des Hindernisses (gekennzeichnet durch den Index 2) folgt aus einer mit dem Massenstrom gewichteten Mittelung zu

$$\bar{s}_2^M = \frac{\int \dot{m} s d\dot{m}}{\dot{m}}. \quad (\text{A.2})$$

Die spezifische Entropie ist im homogenen Strömungsfall (gekennzeichnet durch den Index 1) unabhängig vom Ort, daher gilt $\bar{s}_1^M = s_1$. Die Verlustleistung folgt dann aus

$$\dot{W} = T_t \int_{\dot{m}} (s_2 - s_1) d\dot{m} = T_t \int_{A_2} (s_2 - s_1) \rho_2 u_{x,2} dA_2 = T_t \dot{m} (\bar{s}_2^M - s_1). \quad (\text{A.3})$$

Aus der Gibbs'schen Gleichung (Gl. 2.7) geht hervor, dass die im betrachteten Volumen auftretenden Verluste proportional zu dem Totaldruckverlust über das Volumen sind. Der Totaldruck p_t berechnet sich für eine kompressible Strömung aus

$$p_t = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}, \quad (\text{A.4})$$

A Ergänzende Ausführungen

eine Mittelung wird äquivalent zu Gl. (A.2) durchgeführt. Zusammen mit Gl. (A.3) folgt dann

$$T_t \dot{m} (\bar{s}_2^M - s_1) = -T_t \dot{m} R \ln \frac{\bar{p}_{t,2}^M}{p_{t,1}}. \quad (\text{A.5})$$

Aus Gl. (A.5) geht hervor, dass der massenstromgemittelte Totaldruck an einer fixen Position stromab eines Hindernisses lediglich Auskunft über die bis zu dieser Position aufgetretenen Verluste gibt. Um abschätzen zu können, welche Verluste durch die Ausmischung der Inhomogenität weiter stromab auftreten, sind weitere Betrachtungen erforderlich.

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass sich die Strömung unter der Annahme einer konstanten Fläche A weiter ausmischt, bis wieder ein homogener Zustand (gekennzeichnet durch den Index $_3$) erreicht wird. Da weder Masse hinzu kommt noch abgeführt wird, gilt die Massenerhaltung mit

$$\int_A \rho_2 u_{2,x} dA = \rho_3 u_{3,x} A = \dot{m}. \quad (\text{A.6})$$

Die Änderung des Impulses in einem Kontrollvolumen V mit der Außenfläche A ergibt sich aus dem Fluss von Impuls in das Kontrollvolumen sowie aus den im Volumen wirkenden Körperkräften k_i und äußeren Druck- und Scherkräften (p bzw. τ_{ij}) zu

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) dV + \int_A \rho u_i (u_j n_j) dA = \int_V \rho k_i dV - \int_A p \delta_{ij} n_j dA + \int_A \tau_{ij} n_j dA. \quad (\text{A.7})$$

In einer Turbomaschine tritt eine Störung aufgrund der strömungsführenden Komponenten periodisch auf. Das Kontrollvolumen V sei so angelegt, dass der die Scherung berücksichtigende Term sich aufhebt (siehe Abb. A.1). Weiterhin sei die Gravitationskraft vernachlässigbar. Gleichung A.7 kann dann vereinfacht werden zu

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) dV + \int_A \rho u_i (u_j n_j) dA = - \int_A p \delta_{ij} n_j dA. \quad (\text{A.8})$$

Daraus folgt die Impulsgleichungen in x -Richtung zu

$$\int_A \rho_2 u_{2,x}^2 + p_2 dA = (\rho_3 u_{3,x}^2 + p_3) A = F_x \quad (\text{A.9})$$

und in y -Richtung zu

$$\int_A \rho_2 u_{2,y} u_{2,x} dA = \rho_3 u_{3,y} u_{3,x} A = F_y. \quad (\text{A.10})$$

Weiterhin folgt aus der Energieerhaltung für das beschriebene Beispiel

$$\frac{1}{\dot{m}} \int_A \rho_2 u_{2,x} h_{t,2} dA = \bar{h}_t^M = h_{t,3} = c_p T_3 \left(\frac{\text{Ma}_3^2}{2} (\kappa - 1) + 1 \right). \quad (\text{A.11})$$

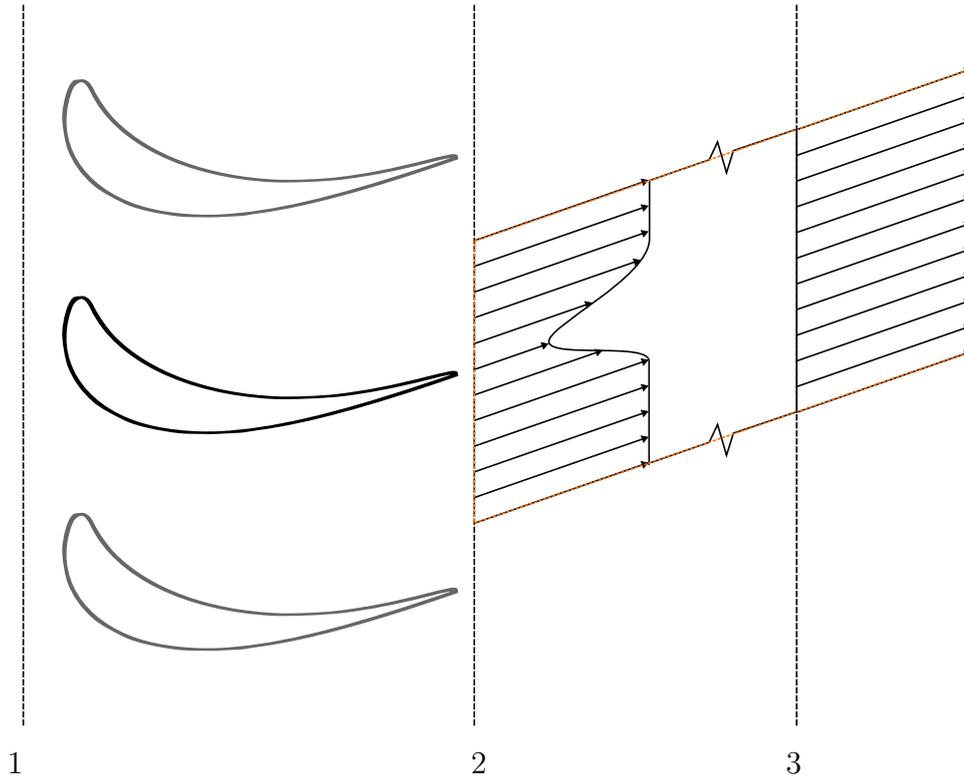


Abbildung A.1: Analysiertes Kontrollvolumen

Mit der Kontinuitätsgleichung Gl. (A.6) folgt aus den Gleichungen Gl. (A.9) und Gl. (A.10) die Geschwindigkeit in x- bzw. y-Richtung zu

$$u_{3,x} = \frac{1}{\dot{m}} (-Ap_3 + F_x) \quad \text{und} \quad u_{3,y} = \frac{F_y}{\dot{m}}. \quad (\text{A.12})$$

Mit dem Zusammenhang $\text{Ma} = \frac{u}{\sqrt{\kappa RT}}$ und unter Annahme einer konstanten spezifischen Wärmekapazität c_p sowie eines idealen Gases folgt aus Gl. (A.11) der statische Druck im ausgemischten Zustand p_3 zu

$$\bar{p}^X = p_3 = \frac{\dot{m}}{2A\kappa u} \left(2\kappa R_{\text{Gas}} T_t - \kappa u_{3,x}^2 - \kappa u_{3,y}^2 + u_{3,x}^2 + u_{3,y}^2 \right). \quad (\text{A.13})$$

Setzt man für die Geschwindigkeiten $u_{3,x}$ und $u_{3,y}$ außerdem die Ausdrücke aus Gl. (A.12) ein, so führt dies auf die Form

$$\bar{p}_{1/2}^X = \frac{1}{A^2(\kappa + 1)} \left(AF_x \pm \sqrt{A^2 \left(F_x^2 \kappa^2 + F_y^2 \kappa^2 - F_y^2 - 2\kappa^2 RT_t \dot{m}^2 - 2\kappa R_{\text{Gas}} T_t \dot{m}^2 \right)} \right). \quad (\text{A.14})$$

Ist der statische Druck im ausgemischten Zustand bekannt, so können die Geschwindigkeiten aus Gl. (A.12) bestimmt werden. Die Dichte ρ_3 ergibt sich dann aus Gl. (A.6).

A Ergänzende Ausführungen

Daraus wiederum lässt sich die Mach-Zahl im ausgemischten Zustand $\text{Ma}_3 = \overline{\text{Ma}}^X$ berechnen. Der Totaldruck im ausgemischten Zustand ist dann

$$\bar{p}_t^X = \bar{p}^X \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \overline{\text{Ma}}^{X2} \right). \quad (\text{A.15})$$

Die Größe $\bar{p}_{t,3}^X$ gibt Auskunft über die aufgrund von Inhomogenitäten im Strömungsfeld auftretenden Mischungsverluste. Die dadurch generierte Entropie Δs kann nun bestimmt werden zu

$$\Delta s_{23}^X = -R_{\text{Gas}} \ln \frac{\bar{p}_{t,3}^X}{\bar{p}_{t,2}^X}. \quad (\text{A.16})$$

A.1.2 Drallbehaftete Strömung

Die Ausführungen im vorangehenden Abschnitt lassen sich nicht ohne Weiteres auf eine Turbomaschinenschaufel übertragen. Problematisch ist vor allem die Drallbehaftung der Strömung, die weitere Annahmen bei der Bestimmung der ausgemischten Größen erfordert. In Anlehnung an Pianko und Wazelt (1983) wird im Folgenden ein Modell zur Wiedergabe der Mischungsverluste einer drallbehafteten Strömung in einem Ringkanal mit konstanten Innen- und Außenradius R_i und R_a hergeleitet, für eine kompressible Strömung erweitert und, soweit möglich, vereinfacht. Dabei ist es zweckmäßig, die betrachteten thermodynamischen Größen auf ihren entsprechenden Wert am äußeren Radius R_a zu beziehen. Für eine beliebige Größe ϕ gilt somit $\phi^* = \frac{\phi}{\phi_{R_a}}$. Im Folgenden wird weiter davon ausgegangen, dass die Strömung rein zweidimensional ist, die Umfangskomponente der Geschwindigkeit sich als Festkörperwirbel beschreiben lässt ($u_\theta^* = R^*$) und die axiale Komponente der Geschwindigkeit sowie die Temperatur der Strömung konstant über den Radius ist ($u_x^* = 1$ und $T^* = 1$). Weiterhin wird von einem idealen Gas ausgegangen, es gilt $\rho^* = \frac{p}{\rho_{R_a}} = \frac{p}{p_{R_a}} = p^*$. Aus der Betrachtung der radialen Kräfte folgt für den Druck p^*

$$\frac{dp^*}{dR^*} = \frac{u_{\theta,R_a}^2}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} \rho^* R^* \Leftrightarrow p^* = \exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}^2}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) = \rho^*. \quad (\text{A.17})$$

Es ergeben sich vier Unbekannte ($u_{\theta,R_a}, u_{x,R_a}, T_{R_a}$ und p_{R_a}), die durch Lösen der Erhaltungsgleichungen für Masse, axialer Impuls, Drall und Energie bestimmt werden können. Die Kontinuitätsgleichung Gl. (A.6) kann mit $\nu = \frac{R_i}{R_a}$ dargestellt werden zu

$$\begin{aligned} \dot{m} &= 2\pi \rho_{R_a} u_{x,R_a} R_a^2 \int_{\nu}^1 \rho^* R^* dR^* \\ &= 2\pi \rho_{R_a} u_{x,R_a} R_a^2 \int_{\nu}^1 R^* \left(\exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}^2}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) \right) dR^*, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

für den axialen Impuls folgt entsprechend

$$F_x = 2\pi R_a^2 \left(\rho_{R_a} u_{x,R_a}^2 + p_{R_a} \right) \int_{\nu}^1 R^* \left(\exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) \right) dR^*. \quad (\text{A.19})$$

Für die Drallerhaltung gilt

$$M = 2\pi \rho_{R_a} u_{\theta,R_a} u_{x,R_a} R_a^3 \int_{\nu}^1 R^{*3} \left(\exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) \right) dR^*, \quad (\text{A.20})$$

für die Energieerhaltung gilt entsprechend

$$\begin{aligned} \dot{m} c_p T_t = \\ 2\pi \rho_{R_a} u_{x,R_a} T_{R_a} R_a^2 c_p \int_{\nu}^1 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \text{Ma}^2 \right) R^* \left(\exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) \right) dR^* \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

mit

$$\text{Ma} = \sqrt{\frac{u_{x,R_a}^2 + (R^* u_{\theta,R_a})^2}{\kappa R_{\text{Gas}} T_{R_a}}}. \quad (\text{A.22})$$

Die Integrale in Gl. (A.18) bis Gl. (A.20) lassen sich lösen zu

$$\int_{\nu}^1 R^* \left(\exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) \right) dR^* = \frac{R_{\text{Gas}} T_{R_a}}{u_{\theta,R_a}^2} \left(1 - \exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a} (\nu^2 - 1)}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} \right) \right) \quad (\text{A.23})$$

und

$$\begin{aligned} & \int_{\nu}^1 R^{*3} \left(\exp \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\theta,R_a}}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} (R^{*2} - 1) \right) \right) dR^* \\ &= \frac{R_{\text{Gas}} T_{R_a}}{u_{\theta,R_a}^4} \left(\exp \left(\frac{u_{\theta,R_a} (\nu^2 - 1)}{2 R_{\text{Gas}} T_{R_a}} \right) \left(2 R_{\text{Gas}} T_{R_a} - u_{\theta,R_a}^2 \nu^2 \right) + u_{\theta,R_a}^2 - 2 R_{\text{Gas}} T_{R_a} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Werden diese in die Gleichungen Gl. (A.18) bis Gl. (A.21) eingesetzt, so können die gesuchten Größen u_{θ,R_a} , u_{x,R_a} , T_{R_a} und p_{R_a} iterativ bestimmt werden. Aus diesen lässt sich dann mittels der in Gl. (A.17) genannten Zusammenhänge die Verteilung im Ringkanal bestimmen. Zur Ermittlung des für die Berechnung der entstandenen Verluste notwendi-

A Ergänzende Ausführungen

gen Totaldrucks \bar{p}_t^X wird äquivalent zu Gl. (A.2) eine Massenstrommittelung über den Ringkanal durchgeführt:

$$\bar{p}_{t3}^X = \frac{2\pi \int_{R_i}^{R_a} \frac{p^2}{R_{\text{Gas}} T_{R_a}} \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \text{Ma}^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} u_{x,R_a} R dR}{\dot{m}} \quad \text{mit}$$

$$p = p_{R_a} \exp\left(\frac{u_{\theta,R_a}^2}{2R_{\text{Gas}} T_{R_a}} \left(\frac{R}{R_a} - 1\right)\right) \quad \text{und} \quad \text{Ma} = \sqrt{\frac{u_{x,R_a}^2 + \left(u_{\theta,R_a} \frac{R}{R_a}\right)^2}{\kappa R_{\text{Gas}} T_{R_a}}}.$$
(A.25)

Eine Lösung zu dem in Gl. (A.25) angegebenen Integral ist nur numerisch möglich. In der vorliegenden Arbeit wird dabei mit den Clenshaw–Curtis Formulierungen in der im SciPy-Paket vorliegenden Implementierung gearbeitet (siehe Jones et al. 2001). Details zu dem Lösungsverfahren sind in Ueberhuber und Ueberhuber (1995) zu finden. Die beim Ausmischvorgang erzeugte Entropie Δs ergibt sich, äquivalent zu der drallfreien Bestimmung, aus Gl. (A.16).

A.2 Herleitung der Notwendigkeit einer instationären Strömung

Im folgenden soll gezeigt werden, dass ein stetiger Austausch von Totalenthalpie ein instationäres Strömungsfeld bedingt. Die Ausführungen sind an die Arbeiten von Eck (1957) und Dean (1959) angelehnt, werden jedoch unter Berücksichtigung von Verlusten durchgeführt. Für eine reibungsfreie, isotherme und inkompressible Strömung folgt aus der Impulsbilanz, dass bei Vernachlässigung von Gravitationskräften die Änderung der Geschwindigkeit direkt mit der Änderung des statischen Drucks p in Strömungsrichtung verknüpft ist. Für eine eindimensionale Strömung in ζ -Richtung gilt

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial \zeta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \zeta}. \quad (\text{A.26})$$

Gemäß Abschn. 2.1 ergibt sich die spezifische Totalenthalpie h_t für den hier betrachteten Fall aus der statischen Enthalpie und der spezifischen kinetischen Energie zu

$$h_t = h + \frac{1}{2} u^2. \quad (\text{A.27})$$

Für die zeitliche Änderung gilt dann entsprechend

$$\frac{\partial h_t}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (\text{A.28})$$

A.3 Aufteilung der Energiegleichung und Entropiegenerierung

Der örtliche Gradient der spezifischen Enthalpie ergibt sich für den hier betrachteten Fall und unter der Annahme kleiner Änderungen aus der Gibbs'schen Gleichung (Gl. 2.7 in Abschn. 2.1) und Gl. (A.27) zu

$$dh = Tds + \frac{1}{\rho}dp \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial \zeta} = T \frac{\partial s}{\partial \zeta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \zeta}. \quad (\text{A.29})$$

Aus Gl. (A.27) folgt mit Gl. (A.29) der örtliche Gradient der Totalenthalpie zu

$$\frac{\partial h_t}{\partial \zeta} = T \frac{\partial s}{\partial \zeta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \zeta} + u \frac{\partial u}{\partial \zeta}. \quad (\text{A.30})$$

Zusammen mit Gl. (A.26) gilt dann

$$\frac{\partial h_t}{\partial \zeta} = -\frac{\partial u}{\partial t} - u \frac{\partial u}{\partial \zeta} + u \frac{\partial u}{\partial \zeta} + T \frac{\partial s}{\partial \zeta} = -\frac{\partial u}{\partial t} + T \frac{\partial s}{\partial \zeta}. \quad (\text{A.31})$$

Die Verknüpfung des örtlichen Gradienten der Totalenthalpie mit der zeitlichen Änderung des Geschwindigkeitsfeldes ist direkt ersichtlich. Eine Lagrange'sche Betrachtung der Problemstellung liefert die Änderung der Totalenthalpie eines der Strömung folgenden Partikels zu

$$\begin{aligned} \frac{Dh_t}{Dt} &= \underbrace{\frac{\partial h_t}{\partial t}}_{= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial t} + T \frac{\partial s}{\partial t} \text{ (siehe Gl. A.30)}} + u \underbrace{\frac{\partial h_t}{\partial \zeta}}_{= -\frac{\partial u}{\partial t} + T \frac{\partial s}{\partial \zeta} \text{ (Gl. A.31)}} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + T \frac{Ds}{Dt}. \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Daraus geht hervor, dass die Änderung der Totalenthalpie eines Fluidelements direkt proportional zu den im Feld vorliegenden zeitlichen Druckgradienten und der Änderung der Entropie ist. Unter der Annahme, dass weder Verluste generiert werden noch Wärmeleitung innerhalb der Strömung auftritt, ist eine Änderung der Totalenthalpie daher lediglich durch ein instationäres Druckfeld möglich.

A.3 Aufteilung der Energiegleichung und Entropiegenerierung

In Anlehnung an die Ausführungen in Greitzer et al. (2007) und Spurk und Aksel (2008) wird im folgenden die Transportgleichung der Entropie hergeleitet. Die Energie eines Kontrollvolumens V wird für den hier betrachteten Fall ohne Wärmequellen, Körperkräfte und Wärmeeintrag über die Systemgrenzen lediglich durch die eingebrachte Leistung von den an den Flächen des Kontrollvolumens angreifenden Scherkräften $\tau_{ij}n_j u_i$ verändert. Die integrale Form der Energiegleichung ist dann

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right) dV + \int_A \rho h_t u_i n_i dA = \int_A \tau_{ij} u_i n_j dA. \quad (\text{A.33})$$

A Ergänzende Ausführungen

Mit dem Gauß'schen Integralsatz Gl. (4.2) sowie unter der Annahme, dass die betrachteten Größen über das Volumen stetig sind, kann Gl. (A.33) unter Anwendung der Leibniz'schen Regel dargestellt werden zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho h_t u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i). \quad (\text{A.34})$$

Mit der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (\text{A.35})$$

sowie dem Zusammenhang

$$h_t = h + \frac{u^2}{2} = e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}$$

lässt sich Gl. (A.34) umformen zu

$$\frac{Dh_t}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_i). \quad (\text{A.36})$$

Die Impulsgleichung in differentieller Form lautet für den hier betrachteten Fall

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (\text{A.37})$$

Wird diese mit u_i multipliziert, so folgt unter Anwendung der Produktregel

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{u_i^2}{2} \right) = -\frac{1}{\rho} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} u_i \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (\text{A.38})$$

Gleichung A.38 entspricht der Änderung der kinetischen Energie eines Partikels. Zieht man diese von Gl. (A.36) ab, so erhält man die Änderung der spezifischen Enthalpie zu

$$\frac{Dh}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt} + \frac{1}{\rho} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (\text{A.39})$$

Die Gibbs'schen Gleichung Gl. (2.7) kann für ein Partikel geschrieben werden zu

$$T \frac{Ds}{Dt} = \frac{Dh}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt}. \quad (\text{A.40})$$

Damit folgt zusammen mit Gl. (A.39) die Änderung der Entropie eines Partikels für den hier betrachteten Fall zu

$$\frac{Ds}{Dt} = \frac{1}{\rho T} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{p}{R} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (\text{A.41})$$

A.4 Analytische Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf

In den Ausführungen von Tennekes und Lumley (1972) wird ein semi-empirische Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitsdefizit u_s (siehe Abb. A.2a) und der Impulsverlustdicke eines Nachlaufs $\delta_{2,NL}$ (vgl. Gl. 2.19) in Abhängigkeit von dem Abstand x vom umströmten Körper zu

$$u_s = u_\infty 1,58 \sqrt{\frac{\delta_2}{x}} \quad (\text{A.42})$$

angegeben. Die Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf kann dann nach Tennekes und Lumley (1972) durch die Funktion

$$\frac{u_\infty - u}{u_s} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{l}\right)^2} \quad (\text{A.43})$$

wiedergegeben werden. Die charakteristische Länge l ergibt sich aus dem Abstand von Symmetrieachse des Nachlaufs und jenem Punkt, bei dem die Geschwindigkeit u ungefähr $\frac{1}{2}u_s$ entspricht (siehe Abb. A.2a). Nach (Tennekes und Lumley 1972) kann diese zu

$$l = \delta_2 0,252 \sqrt{\frac{\delta_2}{x}} \quad (\text{A.44})$$

bestimmt werden. Durch Einsetzen von Gl. (A.42) und Gl. (A.44) in Gl. (A.43) folgt die Funktion zur Beschreibung des in einem 2D-Nachlauf vorherrschende Geschwindigkeitsfeldes zu

$$u(x, y) = u_\infty \left(1 - 1,58 \sqrt{\frac{\delta_2}{x}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_2 0,252 \sqrt{\frac{\delta_2}{x}}}\right)^2} \right). \quad (\text{A.45})$$

Bedingung für die Anwendbarkeit des in Gl. (A.45) angegebenen Zusammenhangs ist die Selbstähnlichkeit des Nachlaufs. Diese Bedingung ist gemäß Tennekes und Lumley (1972) bei Abständen größer dem achtzigfachen des Durchmessers (bzw. der äquivalenten geometrischen Skala) des umströmten Körpers erfüllt.

Gleichung A.45 erlaubt eine Abschätzung, bis wann ein Nachlauf als ausgemischt betrachtet werden kann. Als ausgemischt wird ein Nachlauf dann betrachtet, wenn ein definierter Anteil der ungestörten Strömung $\frac{u_s}{u_\infty}$ erreicht wird. Der Abstand folgt dann aus

$$x_G = \frac{1,58^2 \delta_2}{\frac{u_s}{u_\infty}^2}. \quad (\text{A.46})$$

Nimmt man an, dass ein Nachlauf für einen Wert von $\frac{u_s}{u_\infty} = 0,99$ als ausgemischt angesehen werden kann, so wird dieser Wert bei einem Abstand von $24.964 \delta_{2,NL}$ erreicht. Eine grafische Darstellung von Gl. (A.46) ist in Abb. A.2b gezeigt.

In den Ausführungen von Schlichting und Gersten (2006) wird die Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf aus der Grenzschichtgleichung hergeleitet. Mit dem Widerstands-

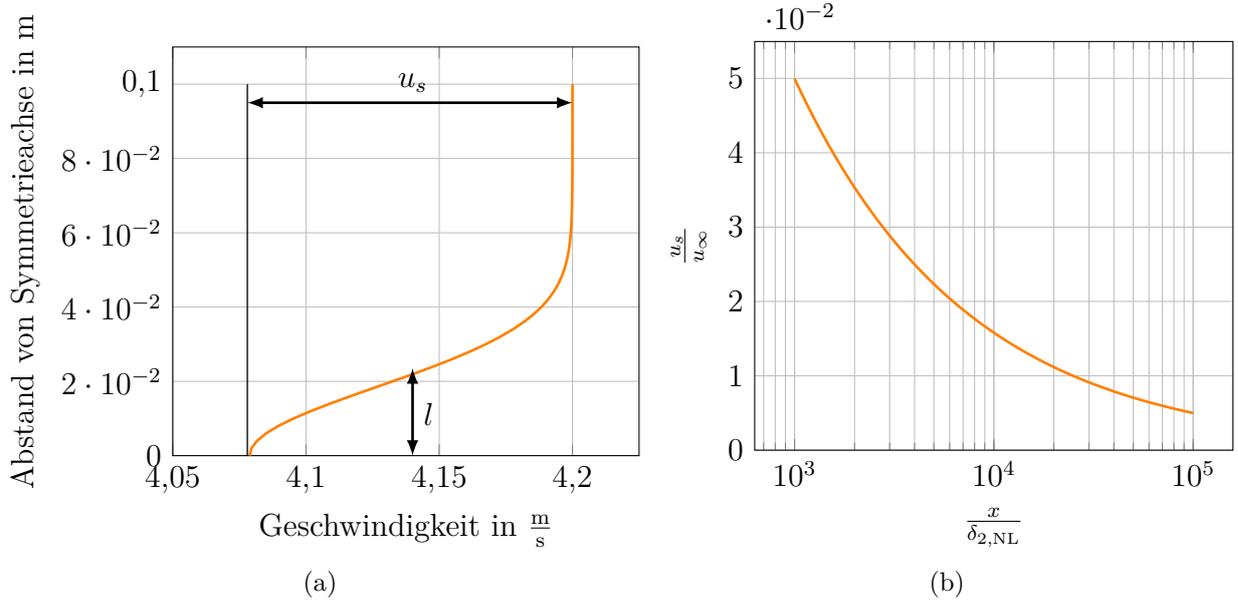


Abbildung A.2: Nachlauf gemäß Gl. (A.45) mit Daten aus Lou und Hourmouziadis (2000) für einen Abstand von $3.000\delta_{2,NL}$ (a) und Abstand $\frac{x}{\delta_{2,NL}}$, bei dem das Geschwindigkeitsdefizit des Nachlaufs u_s den angegebenen Anteil von u_∞ erreicht.

beiwert c_w (siehe Gl. 2.20) und der kinematischen Viskosität ν kann der Nachlauf hinter einem ebenen Körper der Länge L bestimmt werden zu

$$\frac{u_\infty - u(x, y)}{u_\infty} = \frac{c_w}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{u_\infty L}{\nu}} \left(\frac{x}{L}\right)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{y^2 u_\infty}{4x\nu}}. \quad (\text{A.47})$$

A.5 Verhalten des Nachlaufs bei einer Querschnittseinschnürung des Kanals

In Anlehnung an Greitzer et al. (2007) und Denton und Cumpsty (1987) wird im Folgenden der Einfluss von Beschleunigung und Verzögerung auf das Geschwindigkeitsdefizit des Nachlaufs bei Orientierung in Strömungsrichtung beschrieben. Die Beschleunigung ist durch das Verhältnis der freien Geschwindigkeiten vor und nach der Beschleunigung $\frac{u_2}{u_1}$, auch bekannt als de Haller Zahl (Praisner et al. 2006), gegeben. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Beschleunigung der Strömung zwischen den in Abb. A.3 mit ① und ② gekennzeichneten Abschnitten isentrop erfolgt. Weiterhin wird die Strömung als inkompressibel betrachtet ($\Rightarrow \rho = \text{konst.}$) und es wird davon ausgegangen, dass das

A.5 Verhalten des Nachlaufs bei einer Querschnittseinschnürung des Kanals

den Nachlauf definierende Fluid nur einen geringen Teil des gesamten strömenden Fluids ausmacht ($\rho u_1 \gg \rho(u_1 - \Delta u_1)$). Aus der Kontinuitätsgleichung folgt dann

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{A_2}{A_1}. \quad (\text{A.48})$$

Die Impulserhaltung für eine Stromlinie der freien Strömung liefert unter Vernachlässigung von Höhenunterschieden

$$\Delta p_{12} = p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (u_1^2 - u_2^2). \quad (\text{A.49})$$

Für eine Stromlinie im Nachlauf folgt wiederum

$$\Delta p_{12} = \frac{1}{2} \rho [(u_1 - \Delta u_1)^2 - (u_2 - \Delta u_2)^2]. \quad (\text{A.50})$$

Aus den Gleichungen Gl. (A.49) und Gl. (A.50) kann nun der unbekannte Geschwindigkeitsdefekt Δu_2 zu

$$\Delta u_2 = u_2 \pm \sqrt{\Delta u_1^2 - 2\Delta u_1 u_1 + u_2^2} \quad (\text{A.51})$$

bestimmt werden.

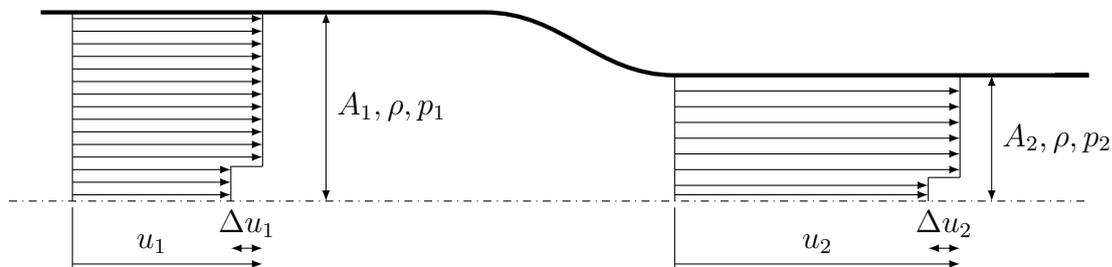


Abbildung A.3: Schematische Darstellung des Verhaltens des Nachlaufs bei einer Querschnittsänderung

A.6 Gesamtheit des Gleichungen zur analytischen Beschreibung des Nachlauf-Modells

Ergänzend zu den Ausführungen in Abschn. 5.2 werden im Folgenden die zu lösenden Gleichungen aufgeführt.

A.6.1 Gleichung zur Bestimmung des relativen Geschwindigkeitsdefizits nach Hill (1962) und Hill et al. (1963)

$$\frac{D}{D_1} = \left(\frac{u_1}{u} \right)^2 \left(1 + \frac{8\pi^2}{\pi^2 - 4} \frac{D_1^2}{\delta_{2,NL,1}} \int_0^x \frac{\eta_T}{u\delta_{2,NL}} \frac{u_1}{u} d\xi \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (\text{A.52})$$

A.6.2 Gleichung zur Bestimmung der Wirbelviskosität

$$\frac{\eta_T}{u\delta_{2,NL}} = \frac{L_1}{8u_1L}. \quad (\text{A.53})$$

A.6.3 Gleichung zur Beschreibung der Geschwindigkeitsverhältnisse

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{L_2}{L_1}. \quad (\text{A.54})$$

A.6.4 Gleichung zur Beschreibung der Nachlaufstauchung durch den *Negative-Jet*

$$\Delta L_{NJ} = \int_0^{\bar{t}_p} \Delta u d\tau \quad \text{mit} \quad \Delta u = \Delta u \left(\frac{x_{ax}}{l_{ax}} \right) \quad \text{und} \quad \frac{x_{ax}}{l_{ax}}(t) = \frac{1}{\bar{t}_p} t. \quad (\text{A.55})$$

Darin ist

$$\bar{t}_p = \frac{l_{ax}}{\frac{1}{2}(u_{1,ax} + u_{2,ax})}. \quad (\text{A.56})$$

A.6.5 Gleichung zur Bestimmung der von einem Partikel benötigten Zeit für das Durchströmen der Passage

Für ein an der Saug- oder Druckseite in die Passage eintretendes Partikel gilt

$$t_{th,SS} = \int_{s_{1,SS}} \frac{1}{u_{is}} ds \quad \text{bzw.} \quad t_{th,DS} = \int_{s_{1,DS}} \frac{1}{u_{is}} ds. \quad (\text{A.57})$$

Darin ist

$$u_{is} = Ma_{is} a_{is} \quad (\text{A.58})$$

A.7 Insgesamt mit dem Rotornachlauf verknüpfte Verluste

und

$$a_{\text{is}} = \sqrt{\kappa R_{\text{Gas}} T} = \sqrt{\kappa R_{\text{Gas}} \frac{T_t}{\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \text{Ma}_{\text{is}}^2\right)}}. \quad (\text{A.59})$$

Die zeitliche Differenz zwischen Druck- und Saugseite Δt_{th} resultiert entsprechend aus

$$\Delta t_{\text{th}} = |t_{\text{th,SS}} - t_{\text{th,DS}}|. \quad (\text{A.60})$$

Die mittlere Zeit kann abgeschätzt werden zu

$$\bar{t}_{\text{p}} = \frac{l_{\text{ax}}}{\frac{1}{2}(u_{1,\text{ax}} + u_{2,\text{ax}})}. \quad (\text{A.61})$$

A.6.6 Gleichung zur Bestimmung der Länge des Nachlaufsegments am Eintritt

$$L_1 = \frac{P \sin(\alpha_{\text{abs,NL}})}{\sin(\alpha_{\text{rel}} - \alpha_{\text{abs,NL}}) \tan(\alpha_{\text{rel}})} + \frac{P}{\sin(\alpha_{\text{rel}})}. \quad (\text{A.62})$$

A.6.7 Gleichung zur Bestimmung der Länge des Nachlaufsegments am Austritt

$$L_2 = \sqrt{(u_{2,\theta} \Delta t + P)^2 + (u_{2,\text{ax}} \Delta t)^2}. \quad (\text{A.63})$$

A.7 Insgesamt mit dem Rotornachlauf verknüpfte Verluste

Bezogen auf die über den Rotor generierten Verluste Δs_{01} ergibt sich das in Abb. A.4 gezeigte Bild für die insgesamt mit den Rotornachlauf verknüpften Verluste. Dargestellt ist jeweils der Mittelwert von Δs_{01} sowie der Mittelwert der relativen Verlustzunahme aller untersuchte Individuen. Die Ausmischung des inhomogenen Strömungsfeldes stromab des Rotors in einer ungestörten Strömung resultiert im Mittel in einem Zuwachs von $\approx 16,25 \% \Delta s_{01}$ während eine Ausmischung in einem umlenkenden Schaufelgitter im Mittel zu einem Zuwachs von in Summe $\approx 37,5 \% \Delta s_{01}$ führt. Die insgesamt durch den Rotor verursachte Verlustentstehung folgt aus $\sum \Delta s$ und ist in in Abb. A.4 dargestellt.

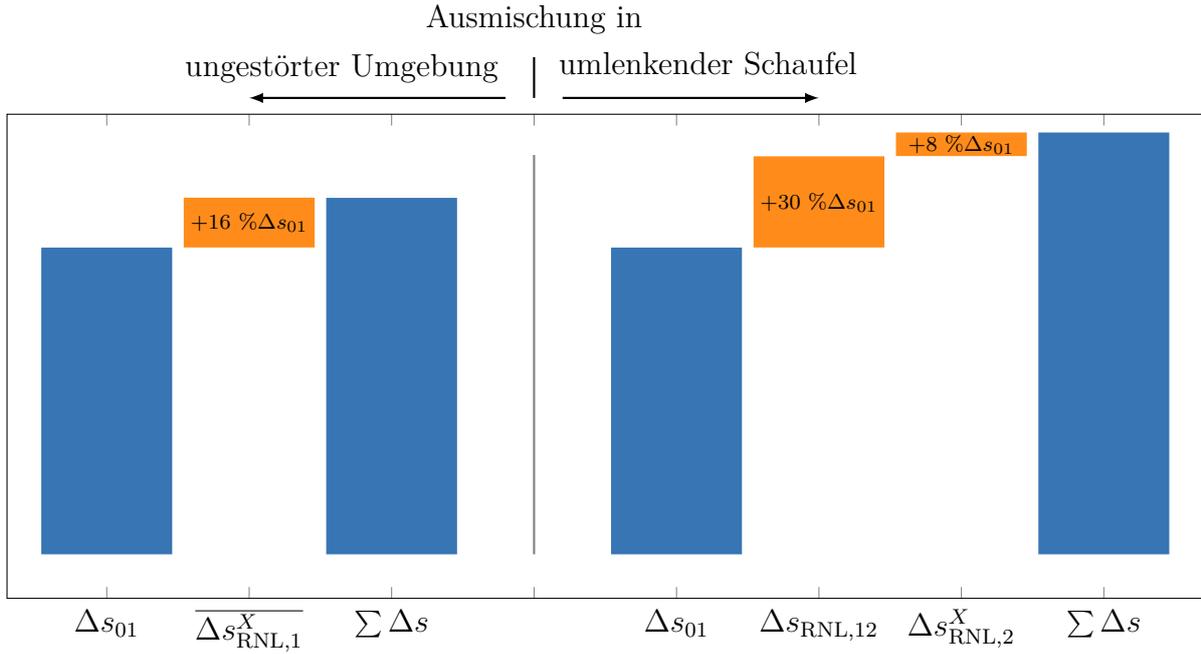


Abbildung A.4: Durch die Ausmischung des Rotornachlaufs entstehende Verluste bezogen auf den insgesamt über den Rotor generierten Verluste Δs_{01} für Ausmischung in einer ungestörten Umgebung und in einem umlenkenden Schaufelgitter.

A.8 Messunsicherheit der isentropen Mach-Zahl

Die zur messtechnischen Bestimmung der isentropen Mach-Zahl

$$\text{Ma}_{\text{is}} = \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[\left(1 + \frac{p_t}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]} \quad (\text{A.64})$$

erfassten Größen des statischen und totalen Drucks unterliegt systematischen und zufälligen Fehlern, welche im Folgenden zusammenfassend als Messunsicherheit bezeichnet werden. Eine Abschätzung des Einflusses der Messunsicherheiten auf die Berechnungsgröße ist mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung möglich. Die wahrscheinliche Unsicherheit ΔG einer von der Unsicherheit Δz_i abhängigen Größe G ergibt sich gemäß von Böckh (2004) zu

$$\Delta G = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial z_i} \Delta z_i \right)^2}. \quad (\text{A.65})$$

Die Anwendung von Gl. (A.65) auf Gl. (A.64) liefert die zu erwartende Unsicherheit $\Delta \text{Ma}_{\text{is}}$ zu

$$\Delta \text{Ma}_{\text{is}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \text{Ma}_{\text{is}}}{\partial p} \Delta p \right)^2 + \left(\frac{\partial \text{Ma}_{\text{is}}}{\partial p_t} \Delta p_t \right)^2}. \quad (\text{A.66})$$

A.8 Messunsicherheit der isentropen Mach-Zahl

Darin bezeichnen Δp und Δp_t die Messunsicherheit der Messkette zur Erfassung des statischen und des totalen Drucks. Die Unsicherheit in der Messung dieser Werte beträgt $\Delta p = 85\text{Pa}$ und $\Delta p_t = 82,4\text{Pa}$, siehe Henke et al. (2013). Die partielle Ableitung von Gl. (A.64) nach p bzw. p_t liefert die Messunsicherheit der isentrope Mach-Zahl. Es gilt

$$\Delta \text{Ma}_{\text{is}} = \sqrt{\frac{1}{\underbrace{\left(\left(\frac{p_t}{p}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right) \frac{2}{\kappa-1}}_{\hat{=}\text{Ma}_{\text{is}}}} \left[\left(\frac{1}{p} \Delta p_t\right)^2 + \left(-\frac{p_t}{p^2} \Delta p\right)^2 \right]} \frac{1}{\kappa} \left(\frac{p_t}{p}\right)^{-\frac{1}{\kappa}}. \quad (\text{A.67})$$

A Ergänzende Ausführungen

Wissenschaftlicher Werdegang

Persönliche Daten

Name	Marc Heinz-Otto Biester
Geburtsdatum	04. April 1984
Geburtsort	Gehrden

Beruflicher Werdegang

Seit 02.2015	Entwicklungsingenieur bei der Siemens AG
10.2009 - 01.2015	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover

Ausbildung

10.2009-10.2016	Promotionsstudium an der Leibniz Universität Hannover. Abschluss: Dr.-Ing.
10.2003 – 09.2009	Studium des Maschinenbaus an der Leibniz Universität Hannover. Abschluss: Diplom Ingenieur (Dipl.-Ing.)
09.2007 – 02.2008	Auslandsaufenthalt an der Universidad Pontificia Comillas, Escuela Técnica Superior de Ingeniería in Madrid, Spanien
06.2003	Abitur an der Marie Curie Schule Ronnenberg

Berlin, im November 2016