# EIN RAUSCHARMES MATERIEWELLEN-GYROSKOP HOHER GENAUIGKEIT

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

> zur Erlangung des Grades Doktor der Naturwissenschaften - Dr. rer. nat. genehmigte Dissertation von

> > Dipl.-Phys. Peter Berg, geboren am 15.12.1983 in Tallinn

Referent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel Korreferent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer Tag der Disputation: 10. Februar 2014

#### Zusammenfassung

Der Welle-Teilchen-Dualismus der Materie gehört zu den fundamentalen Postulaten der Quantenmechanik. Er impliziert das Auftreten von Interferenzeffekten bei der Überlagerung zweier Materiewellen. Ausgehend von dieser Grundlage wird die Anwendbarkeit von Atominterferometern insbesondere auf dem Gebiet der Inertialsensorik seit etwa 25 Jahren intensiv erforscht. Dabei gewinnt neben der Beschleunigungsmessung auch die Rotationsratenbestimmung über den Sagnac-Effekt immer mehr an Bedeutung. Aufgrund der höheren relativistischen Energie erlauben Materiewellen gegenüber Licht in der Sagnac-Interferometrie einen kompakteren Aufbau bei einem vergleichbaren Signalzu-Rausch-Verhältnis.

Die Analyse der Signalstabilität und der Genauigkeit eines dualen atomaren Sagnac-Interferometers, basierend auf Laser-gekühlten <sup>87</sup>Rb-Atomen, ist Gegenstand dieser Dissertation. Das Interferometer wird durch Beugung der auf flachen Parabelbahnen propagierenden Materiewellen mithilfe gepulster Lichtgitter realisiert. Letztere induzieren gleichzeitig Raman-Übergänge zwischen den beiden Uhrenzuständen des <sup>87</sup>Rb-Atoms, wodurch eine Verschränkung zwischen den internen und externen quantenmechanischen Zuständen erzeugt wird. Diese Kopplung dient der zustandsselektiven Floureszenzdetektion, die sich an die Interferometrie anschließt. Aus der Korrelation zweier gegenläufiger Interferometer lässt sich ein Rotationssignal getrennt von einem Beschleunigungssignal bestimmen.

Dank einer symmetrisierten Mach-Zehnder-Geometrie mit einer Fläche von 41 mm<sup>2</sup> wurde die Instabilität des Signals auf 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  reduziert und eine Auflösung von 26 nrad/s nach 100 s Integrationszeit erreicht. Neben der Einführung der neuen Geometrie waren die Verbesserung der Detektion auf ein normiertes Signalrauschen von  $5 \cdot 10^{-4}/\sqrt{\text{Hz}}$  sowie eine Akustikisolierung der Experimentplattform Voraussetzungen für diese Ergebnisse. Zusätzliche Messungen mit Seismometern ließen auf residuale Rotationsvibrationen als Hauptlimitierung der Signalstabilität schließen. Als nächst größte Rauschquelle bei 60 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  wurde die Detektion zusammen mit der atomoptischen Strahlteilerintensität identifiziert.

Die erstmalige Bestimmung der Erdrotationsrate mit diesem Gyroskop ergab eine Abweichung von -0.08 % von dem erwarteten Wert mit einer Unsicherheit von 1,1 %. Den größten systematischen Fehler bilden Unsicherheiten der Strahlteilerphasenfronten gefolgt von der Bestimmung der atomaren Driftgeschwindigkeit. Die Vermessung der Phasenfrontfehler basierte auf der Kontrastbestimmung des Interferenzsignals. Eine genauere Messmethode, die in der Positionsverschiebung der Interferometer besteht, konnte entlang einer räumlichen Dimension der Phasenfronten eingesetzt werden. Die Kompensation der Phasenfrontfehler mittels einer adaptiven Optik wird vorgestellt und ein Ausblick für zukünftige Atomgyroskope gegeben.

Schlagwörter: Atominterferometer, Sagnac-Effekt, Rotationsmessung, Stabilität, Genauigkeit

#### Abstract

The wave-particle-duality of matter is one of the fundamental postulates in quantum mechanics. It implies interference when superimposing two matter waves. Based on this principle the applicability of atom interferometers especially in the field of inertial sensing is intensively investigated since about 25 years. Among the measurement of accelerations an increasing interest is attracted by the determination of rotation rates via the Sagnac effect. Due to their higher relativistic energy matter waves allow a more compact experimental setup with a comparable signal to noise ratio as compared to light waves.

The analysis of both, the signal stability and the accuracy of a dual atomic Sagnac interferometer based on laser cooled <sup>87</sup>Rb atoms is the subject of this thesis. The interferometer is implemented by pulsed light gratings which cause diffraction of the matter waves propagating on flat parabolic trajectories. By the use of the gratings Raman transitions between the clock states of the <sup>87</sup>Rb atom are driven. Thereby an entanglement between the internal and the external quantum mechanical states is induced. This coupling is employed in the state selective flourescence detection right after the interferometry sequence. The correlation of two counter propagating interferometers allows for distinction between accelerations and rotations.

Thanks to a symmetrised Mach-Zehnder geometry with an enclosed area of 41 mm<sup>2</sup> the instability of the signal has been reduced to 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  with a resolution of 26 nrad/s after 100 s of integration. Among the introduction of the novel geometry the improvement of the detection noise to a level of  $5 \cdot 10^{-4} / \sqrt{\text{Hz}}$  as well as an acoustic isolation paved the way to the achieved results. By comparison with the signal of auxiliary seismic sensors the main limitation of the stability could be inferred to originate from residual rotational vibrations. Moreover, the detection together with the atom optical beam splitter intensity was identified as the second largest noise source at 60 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$ . The first determination of the earth rotation rate with this gyroscope resulted in a deviation of -0.08 % from the expected value with an inaccuracy of 1.1 %. Uncertainties of the beam splitter phasefronts contributed largest to the systematic error followed by the determination of the atomic drift velocity. The characterisation of the phasefronts was based on measurements of the interference fringe contrast. A more accurate measurement procedure consisting in shifting the interferometers was employed along one spatial dimension of the phasefronts. The compensation of the phase front errors with the help of adaptive optics is introduced and an outlook for future atom gyroscopes is given.

**Keywords**: Atom interferometer, Sagnac effect, rotation measurement, stability, accuracy

# INHALTSVERZEICHNIS

1	Einleitung Theoretische Grundlagen der Atominterferometrie						
2							
	2.1	Strahlt	eilung durch stimulierte Raman-Übergänge	7			
		2.1.1	Zeitentwicklung der Zustände	9			
		2.1.2	Rabi-Oszillationen	11			
		2.1.3	Differentielle AC-Stark-Verschiebung	12			
		2.1.4	Doppler-Frequenzverschiebung	12			
	2.2	Interfe	rometer-Geometrien und Interferenzsignale	13			
		2.2.1	Anregungswahrscheinlichkeit und Laserphase	14			
		2.2.2	Inertiale Phasenbeiträge	16			
		2.2.3	Kontra-propagierende Interferometer	18			
	2.3	Die Se	nsitivitätsfunktion	19			
		2.3.1	MZ-Geometrie	20			
		2.3.2	sMZ-Geometrie	21			
		2.3.3	Sensitivität im Fourier-Raum	22			
		2.3.4	Transferfunktionen für Inertialkräfte	24			
3	Experimentelle Umsetzung 2						
	3.1	Aufba	u des Experiments	27			
		3.1.1	Atomquellen	29			
		3.1.2	Interferometrie	31			
		3.1.3	Detektion	35			
		3.1.4	Vibrationsisolierung der Plattform	37			
		3.1.5	Akustikisolierung	38			
		3.1.6	Experimentsteuerung	39			
	3.2	Ablaut	f eines Zyklus	39			
		3.2.1	Ladephase und bewegte Melasse	39			
		3.2.2	Präparation und Interferometrie	40			
		3.2.3	Detektion	41			

	3.3	3 Kenngrößen der Interferometer						
		3.3.1	Temperatur und Wolkengröße	44				
		3.3.2	Strahlteilereffizienz	45				
		3.3.3	Amplitude des Kosinussignals	46				
	3.4	Signala	auswertung	47				
4	Stab	oilität		49				
	4.1	Signalı	rauschen	50				
		4.1.1	Normierungsrauschen	50				
		4.1.2	Strahlteilerrauschen	57				
	4.2	$\vec{k}_{\rm eff}$ -una	abhängiges Phasenrauschen	58				
		4.2.1	Die Mikrowellen-Referenz des Raman-Lasersystems	59				
		4.2.2	Verstärkerelektronik der 7 GHz-Frequenzkette	61				
		4.2.3	Der Raman-Referenz-DDS	61				
		4.2.4	Die Raman-Laserphasenstabilisierung	63				
		4.2.5	Lichtfeld-induziertes Phasenrauschen	63				
		4.2.6	Magnetfeldrauschen	64				
	4.3	$\vec{k}_{\rm eff}$ -abl	hängiges Phasenrauschen	68				
		4.3.1	Beschleunigungsrauschen	68				
		4.3.2	Rotationsrauschen	72				
		4.3.3	Rotationsbewegungen des Spiegels	76				
		4.3.4	Luftturbulenzen	78				
		4.3.5	Phasenfrontrauschen	79				
	4.4	Langze	eitstabilität	82				
	4.5	Zusam	menfassung	83				
5	Mes	Messung der Erdrotation 85						
	5.1 Unsicherheit in der Signalauswertung		erheit in der Signalauswertung	85				
		5.1.1	Extrempunktbestimmung des Kosinussignals	86				
		5.1.2	Langzeitstabilität	88				
	5.2	Die Er	drotationsrate	89				
	5.3	Der Sk	alierungsfaktor für Rotationen	89				
		5.3.1	Der Betrag der sensitiven Fläche	90				
		5.3.2	Die Neigung der Flächennormalen	94				
	5.4	Statisc	he Phasenfrontfehler	95				
		5.4.1	Horizontale Phasenfrontfehler	95				
		5.4.2	Vertikale Phasenfrontfehler	97				
	5.5	Dynam	nische Phasenfrontfehler	00				
	5.6	5.6 Magnetfeldgradienten		01				
	5.7	AC-Stark-Verschiebung						
	5.8	Zwei-F	Photonen-Lichtfeld-Verschiebung	04				
	5.9	Zusam	menfassung	07				

6	Diskussion und Ausblick	109
A	Relevante Daten	113
Li	iteraturverzeichnis	115
Al	bbildungsverzeichnis	127
Ta	abellenverzeichnis	131
Da	anksagung	133
Pu	ublikationsliste	135
Le	ebenslauf	137

KAPITEL 1

# EINLEITUNG

Rotationsmessungen besitzen einen weiten Anwendungsbereich, der sich von der relativistischen Grundlagenforschung über die Erdbeobachtung bis hin zur Navigation erstreckt. Die Anforderungen an die hierbei eingesetzten Rotationssensoren unterscheiden sich je nach Anwendungsfeld bezüglich der Stabilität und Genauigkeit.

In der Grundlagenforschung wird die Rotationserfassung zur Messung des Lense-Thirring-Effekts eingesetzt. Er wurde von den Physikern Lense und Thirring im Jahre 1918 vorhergesagt und beschreibt die Wirkung eines sich drehenden mechanischen Körpers als Raumzeitverzerrung auf seine Umgebung [1]. Diese Verzerrung versetzt einen zweiten Körper, der sich im Gravitationsfeld des sich bereits drehenden Objekts befindet, in eine Rotation. Ein Satellit, der sich über einem der Pole der Erde befindet, wird demnach durch die Umdrehung der Erde in eine Rotation von einigen  $10^{-15}$  rad/s versetzt. Das bislang ehrgeizigste wissenschaftliche Projekt zum Nachweis des Lense-Thirring-Effekts bestand in der Mission Gravity-Probe-B. Sie wies nach einer Integrationszeit von einem Jahr als Resultat eine gemessene Rotationsrate von  $4.9 \pm 1.1 \cdot 10^{-15}$  rad/s auf [2]. Die Sensoren, die hierbei zur Anwendung kamen, bestanden aus rotierenden supraleitenden Kugeln, aus deren Präzessionsbewegung mithilfe von SQUID-Sensoren auf eine induzierte Rotation des Satelliten geschlossen werden konnte [3].

Für die Erdbeobachtung ist die Erdrotationsrate sowohl Gegenstand als auch Mittel aktueller wissenschaftlicher Forschung. So wird beispielsweise seit Mitte des 20. Jahrhunderts die Abnahme der Tageslänge kontinuierlich registriert. Diese Abnahme besitzt ihren Ursprung in Reibungsverlusten, die durch bremsende Drehmomente der Gezeiten entstehen. Insbesondere für die Technik besitzt diese Verlangsamung der Erdrotation Konsequenzen. Bei einer kritischen Abweichung von der Referenztageslänge wird die koordinierte Weltzeit UTC über eine Schaltsekunde an die Rotationsrate der Erde angepasst. Zusätzlich zur steten Abnahme der Winkelgeschwindigkeit führen unter anderem Atmosphären- und Ozeanströmungen, Massenumverteilung im Erdkern und in der Erdkruste neben dem saisonal bedingten Schmelzen der Eis- und Schneemassen zu mehr oder weniger periodischen Schwankungen der Rotationsrate [4–7]. Darüber lassen sich sowohl Rückschlüsse auf geophysikalische Prozesse im Erdinneren anstellen als auch die Auswirkungen etwaiger Klimaveränderungen der Erde studieren. Die Schwankungen der Rotationsrate liegen bei diesen Effekten im Bereich einiger  $10^{-12}$  rad/s. Dadurch variiert die Tageslänge um wenige Millisekunden. Die gängigen Messmethoden für die Erdrotation bestehen aus der Verwendung des Global Positioning System, der Very Long Baseline-Interferomery, dem Satellite Laser Ranging, dem Lunar Laser Ranging und der Doppler-Orbitographie mittels eines Satelliten. Allen diesen Messverfahren liegt die Erfassung elektromagentischer Wellen über große, teils astronomische Distanzen und die Korrelation mehrerer bodengestützter Stationen zugrunde. Ihre Genauigkeit reicht bis in die Größenordnung von  $10^{-14}$  rad/s [8–10].

Im Bereich der Navigation werden zur Kurshaltung teilweise noch heute elektromechanische Kreisel eingesetzt [11]. Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird auch auf diesem Gebiet nach neuen potentiellen Instrumenten zur Vermessung der Richtungsänderung geforscht. Auch für die aktive Flugstabilisierung werden kleinste Rotationsbewegungen des Flugzeugs erfasst und nötigenfalls kompensiert. Die hierbei eingesetzten Inertialsensoren bestehen aus faserbasierten Lasergyroskopen mit einer Sensitivität von  $10^{-6}$  rad/s/ $\sqrt{Hz}$ . Sie verkörpern eine optische Methode zur Messung von Rotationen, die auf den Welleneigenschaften der verwendeten Laserstrahlen basiert.

Die Theorie von der Wellennatur des Lichts verdankt ihre Akzeptanz im frühen 19. Jahrhundert in großem Maß den experimentellen Entdeckungen von Young zur Beugung und Interferenz von Licht [12]. Aus den gewonnenen Erkenntnissen entwickelte sich bald das vertiefte Forschungs- und Anwendungsfeld der Interferometrie. Hinter diesem Begriff steht meist ein Versuchsaufbau, bei dem eine einfallende Lichtwelle an einem Strahlteiler in zwei Teilwellen aufgespalten wird. Diese werden nach Durchlaufen individueller optischer Strecken wieder überlagert. Die Lichtintensität an einem der Ausgänge des Interferometers hängt dabei über eine Kosinus-Funktion von dem Weglängenunterschied der Teilwellen ab. Auftretende Phasenänderungen des Signals können als Maß für die Bewegung der optischen Elemente interpretiert werden. Die wohl bekannteste Verwirklichung eines Interferometers fand in dem von Michelson und Moreley aufgebauten Experiment statt, in dessen Aufbau die beiden Interferometerarme kreuzweise zueinander angeordnet waren [13]. Mach und Zehnder konfigurierten in ihren Refraktometern den Verlauf der Teilwellen derart, dass sie eine Fläche einschlossen [14, 15]. Im Jahre 1913 fand der französische Physiker Sagnac einen linearen Zusammenhang zwischen einer vorhandenen Rotation  $\vec{\Omega}$  und der Phase  $\Phi$  eines optischen Interferometers [16, 17], dessen geometrisch eingeschlossene Fläche  $\vec{A}$  dieser Rotation unterworfen ist:

$$\Phi = \frac{4\pi}{\lambda c} \vec{A} \cdot \vec{\Omega}.$$

 $\lambda$  bezeichnet in dieser Gleichung die Wellenlänge der interferierenden Lichtwellen und *c* die Lichtgeschwindigkeit. Ein derartiges Interferometer lässt sich für die Messung von Rotationen einsetzen. Kurz nach der Erfindung des Lasers im Jahr 1960 wurde von Macek und Davis, basierend auf der nach Sagnac benannten Phasenbeziehung, der Ringlaser erfunden [18, 19], mit dessen Hilfe heutzutage Rotationsauflösungen von bis zu  $1.5 \cdot 10^{-10}$  rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  erreicht werden [20].

Parallel zu der Entwicklung der optischen Interferometrie wurde von de Broglie das Prinzip des Welle-Teilchen-Dualismus auch für Materie postuliert [21]. Von Davisson und Germer wurden im Jahre 1927 für Materiewellen in Form von Elektronen Beugungseffekte demonstriert [22]. Nach der Erfindung von Elektronen-Interferometern in den 1950ern [23] realisierten Maier-Leibnitz und Springer 1962 das erste Neutronen-Interferometer [24]. Einen Meilenstein in der Geschichte der Materiewelleninterferometrie legte das von Ramsey vorgeschlagene Schema zur Interferenz interner Zustände von Molekülen [25]. Dessen Anwendung auf neutrale Atome führte zu der Neudefinition der Sekunde. Daneben gerieten inertial sensitive Materiewellen-Interferometer zunehmend in den Brennpunkt der Forschung [26,27]. Unter anderem wurde der Schluss gezogen, dass auch die Sagnac-Phasenbeziehung sich auf Materiewellen ausweiten lässt [28]. So wurde von Riehle et al. im Jahre 1991 zum ersten Mal in einer optischen Ramsey-Geometrie die Sensitivität eines atomaren Ca-Strahls auf Rotationen demonstriert [29]. In der Gruppe von Kasevich wurde ein auf thermischen Cs-Atomen basierendes kontinuierliches Atominterferometer realisiert, dessen Strahlteiler und Spiegel aus Ramaninduzierten Photonenimpulsüberträgen dreier räumlich getrennter Lichtgitter bestanden [30]. Die Topologie des Materiewellen-Interferometers entsprach dabei der Mach-Zehnder-Geometrie eines optischen Interferometers. Durch die Verwendung von zwei gegenläufigen Atomstrahlen konnte eine Diskriminierung zwischen auftretenden Beschleunigungen und Rotationen erfolgen. Dieses duale Interferometer erlaubte bei einer Frequenz von 30 Hz eine Sensitivität von  $6 \cdot 10^{-10}$  rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , wenn inertial bedingtes Phasenrauschen außer Acht gelassen wurde [31]. Die Abweichung einer gemessenen Erdrotationsrate vom erwarteten Wert betrug für diesen Aufbau  $0.7 \pm 20$  % der Erdrotation [32].

Es wurde schnell klar, dass die Verringerung der atomaren Driftgeschwindigkeit eine Stauchung der Sagnac-Fläche erlaubte und damit einen kompakteren Aufbau eines hochsensitiven Atominterferometers. Mit der Entwicklung der Laserkühlung wurde eine präzise Kontrolle der Driftgeschwindigkeit experimentell umsetzbar [33, 34]. Diesem Ansatz folgte der Aufbau eines gepulsten atomaren Gyroskops auf Grundlage langsamer, Laser-gekühlter Caesium-Atome in der Gruppe von Landragin, das ebenfalls ein duales Mach-Zehnder-Interferometer darstellte [35]. Die geometrische Fläche wurde durch die Wahl steiler atomarer Parabelbahnen aufgespannt, wobei ein gemeinsames Lichtgitter für alle drei atomoptischen Strahlteilerpulse verwendet wurde. Die Demonstration einer Quantenprojektionsrausch-limitierten Erdrotationsmessung mit einer erreichten Stabilität von  $2,4 \cdot 10^{-7}$  rad/s/ $\sqrt{Hz}$  und einer Genauigkeit von 0,1 % der Erdrotation waren das Endergebnis dieses Experiments. Von Stockton et al. wurde im Jahr 2011 eine Rotationsmessung mit einer Abweichung von 0,05 % vom erwarteten Wert präsentiert [36]. Die zugrundeliegende Interferometer-Geometrie bestand dabei aus einer doppelten Mach-Zehnder-Konfiguration mit vier Strahlteilerpulsen. Die Atome wurden dabei in vertikaler Richtung gestartet und erfuhren die Manipulationen über eine gemeinsame ausgedehnte Referenzfläche für die Strahlteilerpulse. In einem für Gravitationsmessungen vorgesehenen Atominterferometer mit einer Fallhöhe von 10 m wurde aus den Phasenbeziehungen, die sich durch die Corioliskraft über die Ausdehnung eines ultra-kalten Ensembles ergaben, eine Information zur Erdrotation extrahiert [37]. Aufgrund eines erhöhten Rauschuntergrundes der Umgebung wies diese Messung eine auf 200 nrad/s beschränkte Stabilität auf. Die Genauigkeit belief sich dabei auf etwa 10 % der Erdrotationsrate.

In dieser Arbeit wird ein gepulstes duales Atominterferometer beschrieben, das mit Laser-gekühlten <sup>87</sup>Rb-Atomen betrieben wird und eine Fläche von 41 mm<sup>2</sup> aufspannt. Diese ist vergleichbar mit derjenigen des bereits erwähnten thermischen Cs-Interferometers [38]. Zur Realisierung einer Mach-Zehnder-Geometrie wurden flache Parabelbahnen für die Atome und drei getrennte Referenzspiegel für die Strahlteilerlichtpulse gewählt. Das Prinzip der mechanisch getrennten Referenzflächen realisiert eine adaptive Optik zur Korrektur von Phasenfrontfehlern, die in der Arbeit von Gauguet et al. den größten systematischen Fehler darstellten [35]. Ferner erlauben die flachen Trajektorien eine Vorstudie zu Satelliten-gestützten Atomgyroskopen, mit deren Hilfe der Lense-Thirring-Effekt nachgewiesen werden könnte [39].

Die experimentelle Umsetzung lässt sich wie folgt zusammenfassen: Jedes der zwei gegenläufig gestarteten atomaren Ensemble wird über die Kombination einer zwei- und einer drei-dimensionalen magneto-optischen Falle erzeugt. In diesem System wird zunächst aus einem thermischen Hintergrundgas von <sup>87</sup>Rb-Atomen, das einem geheizten Reservoir entweicht, ein Atomstrahl geformt. Dieser belädt über eine differentielle Pumpstufe die dreidimensionale magneto-optische Falle, in der sich innerhalb von 200 ms eine Anzahl von einigen 10<sup>8</sup> Atomen ansammelt. Um den Parabelflug der Atome zu initiieren, werden die Lichtfelder der Falle gegeneinander derart in ihrer Frequenz verstimmt, dass die Atome in ein bewegtes Bezugssystem beschleunigt werden. Nach Erreichen einer Geschwindigkeit von 2,79 m/s wird über das anschließende Polarisationsgradientenkühlen für die atomaren Wolken eine Temperatur von bis zu 5,6 µK erzielt. Das darauffolgende Abschalten der Lichtfelder bildet den Abschluss des Startvorgangs, sodass sich das atomare Ensemble auf einer wohldefinierten Parabelbahn im freien Fall befindet. Anschließend gelangen die Atome in den Bereich der Interferometrie. Die Strahlteilung wird mittels eines stimulierten Raman-Überganges zwischen den Hyperfein-Zuständen des <sup>87</sup>Rb-Grundzustandes realisiert. Gleichzeitig wird bei diesem Zwei-Photonen-Prozess ein doppelter Photonenimpuls übertragen, sodass eine Verschränkung zwischen dem äußeren und dem inneren Freiheitsgrad der Atome entsteht. Die Komposition von drei Strahlteilerpulsen erzeugt dabei die Mach-Zehnder-Geometrie. Mit dem ersten dieser drei Lichtpulse wird aus der atomaren Welle eine Superposition aus zwei quantenmechanischen Zuständen erzeugt. Die so entstandenen Teilwellen separieren mit der Geschwindigkeit, die einem Photonenimpulsübertrag des Raman-Lichtfeldes entspricht. Ein nachfolgender Puls invertiert die Separationsrichtung, sodass die Materieteilwellen wieder aufeinander zu driften. Beim Schließen der so

entstandenen Sagnac-Fläche erzeugt ein letzter Lichtpuls eine Überlagerung der Teilwellen. Die Interferenz dieser Wellen enthält dabei die Phaseninformation über die applizierten Strahlteilerpulse. Sie ist in der Besetzungswahrscheinlichkeit der atomaren Zustände kodiert, die durch eine zustandsselektive Floureszenzdetektion ausgelesen wird. Die Phase der Lichtwellen wiederum spiegelt die Bewegung des Laborsystems gegen das Inertialsystem der Atome im freien Fall wieder. Zusätzlich wird sie durch nicht-inertiale physikalische Größen beeinflusst, wie zum Beispiel durch Magnetfelder oder die Frequenz der Lichtfelder. Diese Einflussgrößen können zu einem zusätzlichen Rauschen des Interferenzsignals führen. Zur Reduktion ihres Einflusses wird in der vorliegenden Arbeit eine symmetrisierte Mach-Zehnder-Geometrie eingeführt, bestehend aus sieben Strahlteilerpulsen. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass beide Teilwellen während eines Großteils der Interferometriezeit sich im selben internen Zustand befinden. Dadurch entfällt eine zeitlich differentielle Phasenentwicklung zwischen unterschiedlichen Energiezuständen nahezu vollständig. Gleichzeitig wird gegenüber der Mach-Zehnder-Geometrie eine doppelt so große Fläche aufgespannt.

Der Hauptgegenstand dieser Arbeit besteht in der Ermittlung der Stabilitäts- und der Genauigkeitsgrenzen des soeben beschriebenen Atomgyroskops, dessen vorangehende Entwicklungsstufen bereits in mehreren Arbeiten beschrieben wurden [40-45]. In Kapitel 2 dieser Arbeit findet eine Einführung in die Interferometrie mit kalten Atomen statt. Die theoretischen Gesichtspunkte zu den Strahlteilern und der resultierenden Interferenzphase des Mach-Zehnder-Interferometers werden dabei nur in den wesentlichen Ergebnissen zusammengefasst wiedergegeben. Es wird darin die für diese Arbeit zielführende symmetrisierte Mach-Zehnder-Geometrie vorgestellt und die wesentlichen Merkmale ihrer Sensitivitätsfunktion diskutiert. In Kapitel 3 erfolgt die Beschreibung des experimentellen Aufbaus, insbesondere der Modifikationen und Erweiterungen, die gegenüber den vorhergegangenen Arbeiten vorgenommen wurden. Ebenso wird an dieser Stelle der Ablauf eines experimentellen Zyklus beschrieben sowie die wesentlichen Kenngrößen der Interferometer mit einer sich anschließenden Beschreibung der Datenauswertung. Die Analyse der Stabilität des Interferometers findet in Kapitel 4 statt. Dabei wird zwischen der Stabilität des Interferenzsignals, den  $\vec{k}_{eff}$ -abhängigen und den  $\vec{k}_{eff}$ unabhängigen Phasenrauschbeiträgen unterschieden. Kapitel 5 enthält die Messung der Erdrotation und die Untersuchung der verbleibenden systematischen Fehler. Abschließend findet in Kapitel 6 die Diskussion der Ergebnisse und der künftigen Fortsetzung des Experiments sowie möglicher Konzepte eines zukünftigen Atomgyroskops statt.

KAPITEL 2

# THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER ATOMINTERFEROMETRIE

Ein Atominterferometer setzt sich aus verschiedenen atomoptischen Elementen zusammen, deren theoretische Aspekte im Folgenden diskutiert werden sollen. Die zeitliche und räumliche Anordnung dieser Elemente definiert seine Sensitivität auf inertiale und nicht-inertiale Effekte. Zur Realisierung einer Atomuhr wird beispielsweise eine Geometrie eingesetzt, die maximal sensitiv auf Frequenzänderungen des sie manipulierenden elektromagnetischen Feldes ist. Dabei wird die Interferenz der internen atomaren Zustände für die Bestimmung der Dauer einer Sekunde verwendet. Die externen Zustände liefern einen vernachlässigbar geringen Beitrag. Beim Aufbau eines Inertialsensors sind hingegen die externen Zustände für das Erfassen von Rotationen und Beschleunigungen entscheidend. Die internen Freiheitsgrade der Atome werden hierbei je nach gewähltem Konzept nur für die Detektion der externen Zustände verwendet. Sie beeinflussen jedoch zusätzlich die Interferenzphase mit Beiträgen, deren Größe abhängig von der Interferometer-Geometrie ist. In der vorliegenden Arbeit wird zusätzlich zur konventionellen Mach-Zehnder-Geomterie (MZ) eine symmetrisierte Mach-Zehnder-Geometrie (sMZ) eingeführt. Letztere ist gegenüber der MZ-Geometrie weniger sensitiv auf die Phasenevolution der internen Zustände. Sie wurde für die in dieser Arbeit vorgestellte Erdrotationsmessung (s. Kap. 5) eingesetzt. Die nachfolgenden Abschnitte dienen der Einführung der stimulierten Raman-Übergänge als atomoptische Strahlteiler, der Interferometergeometrien und deren Phasenbeiträge sowie des Sensitivitätsfunktionsformalismus.

### 2.1 Strahlteilung durch stimulierte Raman-Übergänge

Die atomoptische Strahlteilung der Materiewelle, die in einer kohärenten Superposition von internen und externen Zuständen des Atoms besteht, wird in dem vorliegenden



Abbildung 2.1: Der Raman-Übergang im Bild der Energie-Impuls-Relation in einer Dimension. Es handelt sich um einen Zwei-Photonen-Prozess, der die Zustände  $|g\rangle$  und  $|e\rangle$  miteinander zu einem effektiven Zwei-Niveaus-System koppelt. Die internen Zustände sind mit dem Zwei-Photonen-Impuls  $\hbar k_{\rm eff}$  verschränkt. Die Entartung der Impulszustände auf einem internen Zustand wird im Experiment über einen endlichen geometrischen Winkel zwischen dem Impuls  $\vec{p}$  und dem effektiven Wellenvektor  $\vec{k}_{\rm eff}$  aufgehoben. Über die Anpassung der Laserfrequenz  $\delta_{12}$  an die Doppler-Verstimmung ist die Beugung in jeden der Impulszustände möglich.

Experiment über den stimulierten Raman-Prozess realisiert [46, 47]. Dieser stellt einen Zwei-Photonen-Übergang dar, der durch Lichtfelder zwischen den Hyperfein-Niveaus des <sup>87</sup>Rb-Grundzustandes  $|g\rangle = |5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  und  $|e\rangle = |5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  getrieben wird. Die Lichtfelder koppeln an ein intermediäres Energieniveau, das durch den Zustand  $|i\rangle = |5^2P_{3/2}, F = 1\rangle$  repräsentiert wird. Sie sind dabei um den Frequenzunterschied  $\Delta$  zu diesem Niveau verstimmt, um spontane Emission zu vermeiden. Als Illustration dient hierbei die in Abb. 2.1 dargestellte Energie-Impuls-Relation für den Raman-Übergang.

Im Folgenden wird die Zeitentwicklung der quantenmechanischen Zustände basierend auf den Arbeiten zum Zwei-Niveau-System rekapituliert [48]. Darauf werden die für den atomoptischen Strahlteilungsprozess wichtigen Parameter diskutiert, die in der Rabi-Oszillation, der differentiellen AC-Stark-Verschiebung und der Resonanzbedingung in Form der Dopplerverstimmung bestehen.

#### 2.1.1 Zeitentwicklung der Zustände

Die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$$
(2.1)

beschreibt die zeitliche Entwicklung eines quantenmechanischen Zustandes

$$|\Psi(t)\rangle = c_g(t)|g\rangle + c_e(t)|e\rangle + c_i(t)|i\rangle$$
(2.2)

mithilfe des Hamilton-Operators  $\hat{H}$ . Für das oben beschriebene Drei-Niveau-System lässt sich der Hamilton-Operator in der Form

$$\hat{H} = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} + \hbar\omega_g |g\rangle\langle g| + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| + \hbar\omega_i |i\rangle\langle i| - \hat{H}_{WW}$$
(2.3)

niederschreiben, wobei  $\vec{p}$  der Impuls des Atoms und *m* seine Masse ist. Der Einfluss der spontanen Emission wird in dieser Darstellung vernachlässigt. Die Energiebeiträge der jeweiligen Zustände werden mithilfe der entsprechenden Frequenzen  $\omega_g$ ,  $\omega_e$ ,  $\omega_i$  und der reduzierten Planck-Konstante  $\hbar$  ausgedrückt. Der zusätzliche Energiebeitrag

$$\hat{H}_{\rm WW} = \vec{d} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) \tag{2.4}$$

beschreibt die Wechselwirkung des Lichtes mit dem Atom an dem Ort  $\vec{r}$  und beinhaltet das atomare elektrische Dipolmoment  $\vec{d}$  und das elektrische Feld  $\vec{E}(t)$ , das sich aus den beiden Raman-Lichtfeldern  $\vec{E}_1$  und  $\vec{E}_2$  zu der Gleichung

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2} \left( \vec{E}_1 \exp(i[\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t + \phi_1]) + \vec{E}_1 \exp(i[\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t + \phi_2]) \right) + \text{c.c.}$$
(2.5)

zusammensetzt, wobei  $\vec{k}_1$  bzw.  $\vec{k}_2$  der Wellenvektor des jeweiligen Raman-Lichtfeldes ist. Unter der Annahme, dass die Komponente  $\vec{E}_1$  nur an den Übergang  $|g\rangle \rightarrow |i\rangle$  und  $\vec{E}_2$  nur an  $|e\rangle \rightarrow |i\rangle$  koppelt, lässt sich der Wechselwirkungsterm nach Einführung der sogenannten Rabi-Frequenzen

$$\Omega_{1} = \frac{\langle g | \vec{d} \cdot \vec{E}_{1} | i \rangle}{\hbar}$$
$$\Omega_{2} = \frac{\langle e | \vec{d} \cdot \vec{E}_{2} | i \rangle}{\hbar}$$
(2.6)

mithilfe der Gleichung

$$\hat{H}_{WW} = \hbar \Omega_1^* \exp(-\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t + \phi_1) |i\rangle \langle g| + \hbar \Omega_2^* \exp(-\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t + \phi_2) |i\rangle \langle e| + \text{c.c.} \quad (2.7)$$

ausdrücken. Die Anwendung der Vollständigkeitsrelation auf den Exponentialterm,

$$\exp(\pm i\vec{k}\vec{r}) = \int |\vec{p} \pm \hbar\vec{k}\rangle \langle \vec{p}| d^3p \qquad (2.8)$$

und das Einsetzen dieser Beziehung in Gl. 2.7 zeigt, dass bei Absorption oder Emission eines Photons durch das Atom gleichzeitig der Impulszustand  $|\vec{p}\rangle$  in den Zustand  $|\vec{p} \pm \hbar \vec{k}\rangle$  überführt wird [47,49]. Der Index *j* bezeichnet dabei die jeweilige Vektorkomponente mit  $j = \{x, y, z\}$ . Speziell beim Übergang  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$  wird eine Änderung des Impulses von  $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$  induziert. Ordnet man die beiden Raman-Lichtfelder ko-propagierend an, so ist der Impulsübertrag vernachlässigbar. Bei kontra-propagierender Anordnung von  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$  wird näherungsweise der doppelte Ein-Photonen-Impuls auf das Atom übertragen. Durch das Vorzeichen der Differenz der Wellenvektoren lässt sich die Richtung des Impulsübertrages wählen.

Durch Einsetzen der Gleichungen 2.3 und 2.2 in Gl. 2.1 erhält man ein System von drei gekoppelten Differentialgleichungen für die Koeffizienten  $c_g$ ,  $c_e$  und  $c_i$ . Wählt man die Verstimmung  $\Delta$  groß gegen die Rabi-Frequenzen  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  und die Zwei-Photonenverstimmung  $\delta_{12}$ , so kann das intermediäre Energieniveau  $|i\rangle$  adiabatisch eliminiert werden. In der Basis  $|g,\vec{p}\rangle$ ,  $|e,\vec{p}+\hbar\vec{k}_{eff}\rangle$  reduziert sich auf diese Weise der Hamilton-Operator auf die Form

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Omega_g^{AC} & \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} \exp(i(\delta_{12}t + \phi_{\text{eff}})) \\ \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} \exp(-i(\delta_{12}t + \phi_{\text{eff}})) & \Omega_e^{AC} \end{pmatrix}.$$
 (2.9)

Die Definitionen der einzelnen Komponenten lauten

$$\delta_g^{\rm AC} = \frac{|\Omega_1|^2}{4\Delta},\tag{2.10}$$

$$\delta_e^{\rm AC} = \frac{|\Omega_2|^2}{4\Delta},\tag{2.11}$$

$$\Omega_{\rm eff} = \frac{\Omega_1 \Omega_2^*}{2\Delta},\tag{2.12}$$

$$\delta_{12} = \omega_{\rm L} - \left(\omega_{eg} - \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\rm eff}}{m} + \frac{\hbar |\vec{k}_{\rm eff}|^2}{2m}\right),\tag{2.13}$$

$$\omega_{eg} = \omega_e - \omega_g, \tag{2.14}$$

$$\omega_{\rm L} = \omega_1 - \omega_2, \qquad (2.15)$$

$$\vec{k}_{\rm eff} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2, \tag{2.16}$$

$$\phi_{\rm eff} = \phi_1 - \phi_2. \tag{2.17}$$

Die Lösungen der verbleibenden Differentialgleichungen für die Koeffizienten

$$C_g(t) = \exp\left(i\left(\omega_g + \frac{|\vec{p}|^2}{2m\hbar}\right)t\right)c_g(t)$$
(2.18)

$$C_e(t) = \exp\left(i\left(\omega_e + \frac{|\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}|^2}{2m\hbar}\right)t\right)c_e(t)$$
(2.19)

beschreiben die Zeitentwicklung der verschränkten Zustände  $|g, \vec{p}\rangle$  und  $|e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle$ . Sie lassen sich über den Matrixformalismus

$$\begin{pmatrix} C_g(t_0 + \tau) \\ C_e(t_0 + \tau) \end{pmatrix} = M(t_0, \tau, \Omega_{\text{eff}}, \delta_{12}, \phi_{\text{eff}}) \begin{pmatrix} C_g(t_0) \\ C_e(t_0) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} A & B \cdot \exp(i\phi_{\text{eff}}) \\ C \cdot \exp(-i\phi_{\text{eff}}) & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_g(t_0) \\ C_e(t_0) \end{pmatrix}$$
(2.20)

mit den Komponenten

$$A = \exp(i(\delta_{12} - \Sigma^{AC})\tau/2) \left[ \cos\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right) + i\frac{\delta_{12} - \delta^{AC}}{\Omega_{R}}\sin\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right) \right]$$
  

$$B = \exp(i(\delta_{12}(t_{0} + \tau/2) - \Sigma^{AC}\tau/2)) \left[ -i\frac{\Omega_{eff}}{\Omega_{R}}\sin\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right) \right]$$
  

$$C = \exp(-i(\delta_{12}(t_{0} + \tau/2) + \Sigma^{AC}\tau/2)) \left[ -i\frac{\Omega_{eff}}{\Omega_{R}}\sin\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right) \right]$$
  

$$D = \exp(-i(\delta_{12} + \Sigma^{AC})\tau/2) \left[ \cos\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right) - i\frac{\delta_{12} - \delta^{AC}}{\Omega_{R}}\sin\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right) \right]$$
(2.21)

ausdrücken, wobei  $\Sigma^{AC} = \delta_g^{AC} + \delta_e^{AC}$  die Summe der AC-Stark-Verschiebungen der Energieniveaus ist. Die Dauer der Licht-Atom-Wechselwirkung wird dabei mit  $\tau$  bezeichnet, die bei einer beliebigen Anfangszeit  $t_0$  einsetzt. Es seien ferner die effektive Rabi-Frequenz und differentielle AC-Stark-Verschiebung zu

$$\Omega_{\rm R} = \sqrt{\Omega_{\rm eff}^2 + (\delta_{12} - \delta^{\rm AC})^2}$$
(2.22)

$$\delta^{\rm AC} = \delta_e^{\rm AC} - \delta_g^{\rm AC} \tag{2.23}$$

definiert.

#### 2.1.2 Rabi-Oszillationen

Aus dem Absolutbetrag der Zeitentwicklungskoeffizienten ergibt sich durch Quadrieren die Wahrscheinlichkeit, das Atom in dem jeweiligen Zustand vorzufinden. Wenn sich das Atom zu Beginn im Zustand  $|g, \vec{p}\rangle$  befindet, so ist nach einer Wechselwirkungsdauer  $\tau$  mit dem Lichtfeld der angeregte Zustand  $|e \vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle$  mit der Wahrscheinlichkeit

$$P_{e}(\tau) = |C_{g}(t_{0}+\tau)|^{2} = |C|^{2} = \frac{\Omega_{eff}^{2}}{\Omega_{R}^{2}} \sin\left(\frac{\Omega_{R}\tau}{2}\right)^{2}$$
$$= \frac{\Omega_{eff}^{2}}{2\Omega_{R}^{2}} \left(1 - \cos(\Omega_{R}\tau)\right)$$
(2.24)

besetzt. Die Besetzungswahrscheinlichkeit oszilliert mit der Dauer der Licht-Atom-Wechselwirkung. Dies ist die wohlbekannte Rabi-Oszillation [50]. Ist die Bedingung  $\Omega_{\rm R}\tau_{\pi} = \pi$  erfüllt, wird die Besetzungswahrscheinlichkeit vollständig invertiert. Man spricht dann von einem  $\pi$ -Puls. Für  $\Omega_{\rm R}\tau_{\pi/2} = \pi/2$  wird eine Superposition erzeugt, bei der die Wahrscheinlichkeit, das Atom im Zustand  $|e,\vec{p} + \hbar \vec{k}_{\rm eff}\rangle$  vorzufinden,  $P_e = 0.5$  beträgt. Eine Wechselwirkung solcher Dauer wird als  $\pi/2$ -Puls bezeichnet.

#### 2.1.3 Differentielle AC-Stark-Verschiebung

Die AC-Stark-Verschiebungen  $\delta_g^{AC}$  und  $\delta_e^{AC}$  der einzelnen Zustände werden durch den Betrag der jeweiligen Rabi-Frequenzen  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  bestimmt, die wiederum von den Intensitäten der Raman-Lichtfelder über den Zusammenhang  $I_n/I_{\text{sat}} = 2\Omega_n^2/\Gamma^2$  abhängen, mit  $n = \{1, 2\}$ . Die Sättigungsintensität  $I_{\text{sat}}$  und die natürliche Linienbreite  $\Gamma$  sind dabei zusätzliche Einflussgrößen der Rabi-Frequenz. Es kann gezeigt werden, dass die differentielle Verschiebung  $\delta^{AC}$  verschwindet, wenn für eine gegebene globale Verstimmung  $\Delta$  das passende Intensitätsverhältnis  $I_{2,0}/I_{1,0}$  gewählt wird. Berücksichtigt man, dass jedes Lichtfeld auch den jeweils anderen Hyperfeinzustand in seiner Energie verschiebt, so ergibt sich das oben genannte Verhältnis zu

$$\frac{I_{2,0}}{I_{1,0}} = \frac{\Delta - \omega_{eg}}{\Delta + \omega_{eg}}.$$
(2.25)

Eine genauere Berechnung des Intensitätsverhältnisses geschieht unter Einbeziehung der übrigen Hyperfeinzustände des  $|5^2P_{3/2}\rangle$ -Niveaus [51]. Die experimentelle Minimierung der differentiellen AC-Stark-Verschiebung wird in Kap. 3.1.2 und 5.7 beschrieben.

#### 2.1.4 Doppler-Frequenzverschiebung

Aus Gl. 2.24 wird deutlich, dass die Anregungswahrscheinlichkeit maximal ist, wenn die Verstimmung  $\delta_{12}$  zu Null gewählt wird. Hierbei muss sowohl die Energie- als auch die Impulserhaltung erfüllt sein, wie aus der Definition für  $\delta_{12}$  in Gl. 2.13 hervorgeht. Der Term  $\omega_{\rm D} := \vec{p} \cdot \vec{k}_{\rm eff}/m$  suggeriert, dass die Resonanzbedingung von der Winkelstellung  $\alpha_D$  zwischen  $\vec{p}$  und  $\vec{k}_{eff}$  abhängt. Im vorliegenden Experiment sind die Lichtfelder zur Bildung von  $+\dot{k}_{eff}$  und  $-\dot{k}_{eff}$  gleichzeitig vorhanden. Dies wird bewerkstelligt, indem beide Raman-Lichtfelder auf gleichem Wege auf das Atom eingestrahlt werden und anschließend an einem Spiegel reflektiert werden. Um die Entartung der  $\vec{k}_{eff}$ -Vektoren aufzuheben, wird der Winkel zwischen dem anfänglichen Impuls  $\vec{p}$  des Atoms und  $\vec{k}_{eff}$ derart gewählt, dass das Skalarprodukt  $\vec{p} \cdot \vec{k}_{eff}$  von Null verschieden ist. So lassen sich die Richtungen von  $k_{eff}$  über die Laserfrequenz  $\omega_L$  einzeln ansteuern. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Resonanz lediglich zwischen den Impulszuständen  $|\vec{p}\rangle$  und  $|\vec{p} + \hbar \vec{k}_{eff}\rangle$ hergestellt ist, indem der Frequenzbeitrag  $\hbar |\vec{k}_{eff}|^2/(2m)$  berücksichtigt wird. Möglich ist auch die Kopplung an höhere Impulszustände bei sequentieller Einstrahlung von Raman-Strahlteilerpulsen mit entgegengesetzten Vorzeichen von  $k_{eff}$  und der entsprechenden Wahl der Raman-Laserfrequenz.



Abbildung 2.2: Konfiguration der MZ- (*links*) und der sMZ-Geometrie (*rechts*). Die Interferometerfläche wird durch die beiden Pfade  $\chi_1$  und  $\chi_2$  aufgespannt. Der Wellenvektor ist um den Winkel  $\alpha_D$  gegen die horizontale Flugrichtung verkippt, um eine Entartung der  $\vec{k}_{eff}$ -Richtungen aufzuheben. Die Selektion des  $\vec{k}_{eff}$ -Vektors geschieht über die Frequenzverstimmung  $\omega_L$  der Raman-Laser, die der Dopplerverstimmung  $\omega_D$  entsprechen muss.

### 2.2 Interferometer-Geometrien und Interferenzsignale

Die in dieser Arbeit untersuchten Interferometergeometrien bestehen aus der MZ-Geometrie und der sMZ-Geometrie. Sie werden durch unterschiedliche Kombinationen von Raman-Strahlteilerpulsen erzeugt. In Abb. 2.2 sind beide Geometrien einander gegenübergestellt. Die MZ-Geometrie besteht aus einer  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ -Pulsabfolge mit der Puls-Separationszeit *T*, während die sMZ-Geometrie aus insgesamt sieben Strahlteilerpulsen zusammengesetzt ist. Die Richtung der  $\vec{k}_{eff}$ -Vektoren wird dabei im Gegensatz zur MZ-Geometrie von Puls zu Puls alterniert. Dadurch werden die beiden Interferometerarme in entgegengesetzte Richtungen abgelenkt und somit existieren mehr als nur zwei externe Zustände, deren gesonderte analytische Behandlung mithilfe des in [52] vorgestellten Formalismus durchgeführt werden kann. Für die Betrachtung der internen Zustände des Atoms sind die Definitionen der Zeitentwicklungskoeffizienten aus Gl. 2.20 gültig, mit Ausnahme der Resonanzbedingung durch den Photonenrückstoß  $\hbar \vec{k}_{eff}^2/(2m)$ . Diese wird jedoch im Experiment durch Anpassung der Raman-Laserfrequenz eingehalten.

Die zeitliche Sequenz zur Erzeugung der sMZ-Geometrie setzt sich wie folgt zusam-

men: Nach einem intialen  $\pi/2$ -Puls verstreicht eine Zeit  $T_1$ , in der sich die Atome in einer Superposition der beiden internen Zustände befinden. Ein darauffolgender  $\pi$ -Puls lenkt nun auch das bis dahin nicht-manipulierte Wellenpaket ab, sodass sich beide Teilwellen danach im Zustand  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  befinden. Die Energiedifferenz zwischen den Teilwellen, auf der die zeitliche Phasenentwicklung basiert, entspricht nun lediglich dem Unterschied der kinetischen Energien. In diesem Zustand befindet sich das Atom für die Dauer T<sub>0</sub>. Anschließend werden die Wellenpakete durch drei aufeinanderfolgende  $\pi$ -Pulse mit der Separationszeit  $T_1$  zueinander hin gelenkt. Nach einer erneuten Dauer  $T_0$ geschieht ihre Überlagerung durch zwei Strahlteilerpulse, die ebenfalls durch die Zeit  $T_1$ separiert sind. Um den Einfluss von Energieverschiebungen der zwei internen Zustände auf die Interferenzphase gering zu halten, wird die Zeit  $T_1$  kleinst möglich gewählt. Der zeitliche Abstand ist dabei durch die technische Umetzung limitiert. Die Zusammensetzung der Interferenzphase wird in den nächsten beiden Abschnitten beschrieben. Dabei wird zunächst auf die Herleitung der Anregungswahrscheinlichkeit nach einer Interferometriesequenz und die Laserphase  $\phi_{eff}$  eingegangen, woraufhin die inertial induzierten Phasenverschiebungen hergeleitet werden sollen.

#### 2.2.1 Anregungswahrscheinlichkeit und Laserphase

Der Beitrag der Laserphase ergibt sich, wenn die Matrix  $M(t_0, \tau, \Omega_{\text{eff}}, \delta_{12})$  für jeden Zeitabschnitt einer Interferometriesequenz angepasst und sequentiell auf den Anfangszustand  $|\psi(t_0)\rangle = (1,0)$  angewendet wird. Der Endzustand der MZ-Geometrie berechnet sich somit nach der Vorschrift

$$\begin{pmatrix} C_g(2T+3\tau_{\pi/2})\\ C_e(2T+3\tau_{\pi/2}) \end{pmatrix} = M_{\pi/2}M_T M_\pi M_T M_{\pi/2} \begin{pmatrix} C_g(0)\\ C_e(0) \end{pmatrix}.$$
 (2.26)

Die Berechnung lässt sich durch das Multiplizieren der einzelnen Matrixkomponenten für die beiden interferierenden Pfade  $\chi_1$  und  $\chi_2$  durchführen. Für den resonanten Fall, für den  $\delta_{12} = 0$  und  $\delta^{AC} = 0$  gilt und die Laserparamter für alle Lichtpulse gleich sind, erhält man mit den Koeffizienten *A*, *B*, *C* und *D* aus Gl. 2.20 die Wahrscheinlichkeitsamplitude für den Pfad  $\chi_1$  zu

$$\psi_{\chi_1} = C_{\pi/2} D_T B_\pi A_T C_{\pi/2} \exp -i(\phi_{\chi_1,\mathrm{I}} - \phi_{\chi_1,\mathrm{II}} + \phi_{\chi_1,\mathrm{III}})$$
(2.27)

und diejenige des Pfades  $\chi_2$  zu

$$\psi_{\chi_2} = A_{\pi/2} A_T C_{\pi} D_T D_{\pi/2} \exp(-i\phi_{\chi_2,\text{II}}).$$
(2.28)

Die Indizes in römischen Zahlen bezeichnen dabei die Reihenfolge der Laserpulse. Nach [53] kann die Laserphase am Ort des Schwerpunkt der beiden Wellenpakete betrachtet werden, sodass im Folgenden die Beziehung  $\phi_{\chi_1,j} = \phi_{\chi_2,j}$  mit  $j = \{I, II, III\}$ gelte. Während der freien Propagationszeit *T* wird kein Lichtfeld eingestrahlt, weshalb



Abbildung 2.3: Interferenzsignale der MZ- und der sMZ-Geometrie in Abhängigkeit von der Interferenzphase  $\Phi$ . Die Phasenverschiebung um  $\pi$  zwischen den Kosinussignalen der beiden Geometrien rührt von den unterschiedlichen Anfangszuständen der Interferometriesequenz, während die Detektion für beide Geometrien die Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustands  $|e\rangle$  erfasst.

die Rabi-Frequenz  $\Omega_{\rm R} = 0$  ist und sich die Komponenten der Matrix *M* zu

$$A_T = 1 = D_T$$
  

$$B_T = 0 = C_T$$
(2.29)

ergeben. Im Falle eines  $\pi/2$ -Pulses gilt

$$A_{\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = D_{\pi/2}$$
  
$$B_{\pi/2} = \frac{-i}{\sqrt{2}} = C_{\pi/2}$$
 (2.30)

und für einen  $\pi$ -Puls

$$A_{\pi} = 0 = D_{\pi}$$
  
 $B_{\pi} = -i = C_{\pi}.$  (2.31)

Die Wahrscheinlichkeit, das Atom im angeregten Zustand  $|e\rangle$  zu finden, wird im Folgenden als das *Kosinussignal* bezeichnet und ist durch das Betragsquadrat der Summe der einzelnen Pfadamplituden gegeben. Sie lautet

$$P_{e,MZ}(2T + 3\tau_{\pi/2}) = |\psi_{\chi_1} + \psi_{\chi_2}|^2$$
  
=  $|C_{\pi/2}B_{\pi}C_{\pi/2}|^2 + |A_{\pi/2}C_{\pi}D_{\pi/2}|^2$   
+  $[C_{\pi/2}B_{\pi}C_{\pi/2}(A_{\pi/2}C_{\pi}D_{\pi/2})^* \exp(i\Phi_{MZ,L}) + c.c.]$   
=  $\frac{1}{2}(1 - \cos(\Phi_{MZ,L}))$  (2.32)

mit der Interferenzphase

$$\Phi_{\text{MZ},\text{L}} = \phi_{\chi_1} - \phi_{\chi_2} = (\phi_{\text{I}} - \phi_{\text{II}} - \phi_{\text{III}}) - \phi_{\text{II}} = \phi_{\text{I}} - 2\phi_{\text{II}} + \phi_{\text{III}}.$$
 (2.33)

Das Zustandekommen der Interferenzphase ist auch trivial aus Gl. 2.20 erhältlich, indem man berücksichtigt dass beim Übergang  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$  das Vorzeichen der Laserphase  $\phi_{\text{eff}}$  positiv und bei dem umgekehrten Prozess negativ ist.

Für die sMZ-Geomertie ist der Ausgangszustand in dem vorliegenden Experiment durch  $|\psi(t_0)\rangle = (0,1)$  gegeben wie in der Experimentbeschreibung in Kap. 3.2.2 noch ausgeführt wird. Aufgrund der geraden Anzahl von Licht-Atom-Wechselwirkungen ergibt sich für die detektierte Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustandes  $|e\rangle$  die Gleichung

$$P_{e,\text{sMZ}}(2T_0 + 4T_1 + 8\tau_{\pi/2}) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\Phi_{\text{sMZ},\text{L}}))$$
(2.34)

mit den Laserphasenbeiträgen

$$\Phi_{\rm sMZ,L} = \phi_{\rm B} - \phi_{\rm A} = (-\phi_{\rm I} + \phi_{\rm III} - \phi_{\rm IV} + 2\phi_{\rm VI}) - (-\phi_{\rm II} + \phi_{\rm IV} - \phi_{\rm V} + \phi_{\rm VII}) = (\phi_{\rm II} - \phi_{\rm I}) + (\phi_{\rm III} - 2\phi_{\rm IV} + \phi_{\rm V}) + (\phi_{\rm VI} - \phi_{\rm VII}).$$
(2.35)

Verglichen mit dem Kosinussignal der MZ-Geometrie ist das der sMZ-Geometrie um  $\pi$  phasenverschoben, was bei der Auswertung der Rotationsphasenverschiebung zu berücksichtigen ist.

#### 2.2.2 Inertiale Phasenbeiträge

Die durch inertiale Kräfte bedingten Phasenbeiträge lassen sich durch den von Bordé vorgestellten *ABCD* $\xi$ -Matrixformalismus berechnen [54]. Eine Auflistung diverser inertialer Phasenbeiträge wurde in der Arbeit [55] geliefert, bei der verschieden Inertialsensortypen basierend auf der Atominterferometrie berücksichtigt wurden. An dieser Stelle soll eine vereinfachte Herangehensweise skizziert werden. Sie basiert auf der Berechnung des atomaren Trajektorien in einem rotierenden Bezugssystem mit dem Rotationsvektor  $\vec{\Omega}$  [56]. Die Trajektorie bedingt direkt die Interferenzphase des Atominterferometers, da die Phasen der Strahlteilerpulse proportional zum Abstand der Atome zum Spiegel sind. Mithilfe des Wellenvektors  $\vec{k}_{eff}$  lässt sich die Raman-Laserphase  $\phi_{eff}$  auch schreiben als

$$\phi_{\rm eff}(t) = \vec{k}_{\rm eff} \cdot \vec{r}(t), \qquad (2.36)$$

wobei  $\vec{r}$  den Ort des Atoms kennzeichnet. Die Flugbahn der Atome im freien Fall mit dem anfänglichen Orts- und Geschwindigkeitskoordinatensatz ( $\vec{r}_0, \vec{v}_0$ ) wird durch die Erdbeschleunigung  $\vec{g}$  und die Coriolis-Beschleunigung  $\vec{a}_{Cor} = -2\vec{v} \times \vec{\Omega}$  beeinflusst. Die Integration der Bewegungsgleichungen führt zu der zeitabhängigen Trajektorie

$$\vec{r}(t) \approx \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 - \vec{\Omega} \times \left(\vec{v}_0 t^2 + \vec{g}\frac{t^3}{3}\right)$$
(2.37)

in erster Ordnung von  $\vec{\Omega}$ . Die Pulsdauern wurden hier als unendlich kurz angenommen. Für die MZ-Geometrie ergibt das Einsetzen von Gl. 2.36 und 2.37 in Gl. 2.33 die durch Inertialkräfte bedingte Phasenverschiebung des Interferometers

$$\Phi_{\text{MZ,inert}} = \phi_{\text{I}} - 2\phi_{\text{II}} + \phi_{\text{III}} = \phi_{\text{eff}}(0) - 2\phi_{\text{eff}}(T) + \phi_{\text{eff}}(2T)$$
$$= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g}T^2 + 2\left(\vec{k}_{\text{eff}} \times \vec{v}_0\right) \cdot \vec{\Omega}T^2 + 2\left(\vec{k}_{\text{eff}} \times \vec{g}\right) \cdot \vec{\Omega}T^3.$$
(2.38)

Diese Phase besteht aus einem Beschleunigungsterm, einem Rotationsbeitrag und einem Mischterm, ausgedrückt durch die Gleichungen

$$\Phi_{\rm acc} = \vec{k}_{\rm eff} \cdot \vec{g} T^2 \tag{2.39}$$

$$\Phi_{\rm rot} = 2\left(\vec{k}_{\rm eff} \times \vec{v}_0\right) \cdot \vec{\Omega} T^2 \tag{2.40}$$

$$\Phi_{\rm m} = 2\left(\vec{k}_{\rm eff} \times \vec{g}\right) \cdot \vec{\Omega} T^3.$$
(2.41)

Die zum Zeitpunkt des ersten Strahlteilerpulses vorliegende Geschwindigkeit  $\vec{v}_0 = \vec{v}_h + \vec{v}_v$  besteht aus einer horizontalen und einer vertikalen Komponente. Setzt man  $\vec{v}_v = -\vec{g}T$  und damit die Interferometriesequenz symmetrisch um den Apex der Parabelbahn, so bleibt für die Rotationsphase  $\Phi_{\text{rot}}$  nur noch der Term

$$\Phi_{\text{MZ,rot}}^{(0)} = 2\left(\vec{k}_{\text{eff}} \times \vec{v}_h\right) \cdot \vec{\Omega} T^2.$$
(2.42)

Die sMZ-Geometrie wird durch Strahlteilerpulse generiert, bei denen das Vorzeichen von  $\vec{k}_{eff}$  von Puls zu Puls alterniert. Vernachlässigt man die Pulsdauern sowie die Zeit zwischen den Pulsen eines Pulspaares bzw. einer Pulstripels, die in Gl. 2.35 durch Klammern angedeutet sind, und setzt nun die Gleichung für die Trajektorie in den Phasenzusammenhang in Gl. 2.35 ein, so ergeben sich die Phasenbeiträge

$$\Phi_{\rm sMZ,acc} = 2\vec{k}_{\rm eff} \cdot \vec{g}T_0^2 \tag{2.43}$$

$$\Phi_{\rm sMZ,rot}^{(0)} = 4 \left( \vec{k}_{\rm eff} \times \vec{v}_h \right) \vec{\Omega} T_0^2.$$
(2.44)

Die Einbeziehung der Pulsdauern sowie der Zeit zwischen den Pulsen eines Pulspaares bzw. -tripels wird noch in Kap. 5.3.1 durchgeführt.

#### 2.2.3 Kontra-propagierende Interferometer

Die beiden Bestandteile  $\Phi_{acc}$  und  $\Phi_{rot}$  der inertialen Phase werden im vorliegenden Experiment durch den Betrieb zweier gegenläufiger Interferometer unterschieden. Diese Diskriminierung basiert auf der Geschwindigkeitsabhängigkeit des Rotationsphasenbeitrags  $\Phi_{rot}$ , während die Beschleunigungsphase diese Abhängigkeit nicht aufweist. Aufgrund der kontra-propagierenden Trajektorien der beiden atomaren Ensemble besitzen die Raman-Lichtfelder Doppler-Verstimmungen mit entgegengesetzten Vorzeichen. Dies führt dazu, dass das Interferometer '1' mit dem  $+\vec{k}_{eff}$ -Vektor und das Interferometer '2' mit dem  $-\vec{k}_{eff}$ -Vektor manipuliert wird. Die Phasenbeiträge beider Interferometer für die Rotation sind somit von gleichem Vorzeichen, die Beschleunigungsphasen hingegen unterscheiden sich darin. Für die Ermittlung der beiden Inertialkräfte werden deshalb die Halbsumme bzw. die Halbdifferenz

$$\Sigma_{\vec{k}_{\text{eff}}} = \frac{\Phi^{(1)}(\vec{k}_{\text{eff}}) + \Phi^{(2)}(\vec{k}_{\text{eff}})}{2} = \Phi^{(\Sigma)}_{\text{rot}} + \Phi^{(\Sigma)}_{\phi}$$
(2.45)

$$\Delta_{\vec{k}_{\text{eff}}} = \frac{\Phi_1^{(1)}(\vec{k}_{\text{eff}}) - \Phi_2^{(2)}(\vec{k}_{\text{eff}})}{2} = \Phi_{\text{acc}} + \Phi_m + \Phi_{\phi}^{(\Delta)}$$
(2.46)

gebildet, wobei  $\Phi^{(1)}(\vec{k}_{\text{eff}})$  bzw.  $\Phi^{(2)}(\vec{k}_{\text{eff}})$  die Interferenzphasen der beiden Interferometer und  $\Phi^{(\Sigma)}_{\phi}$  bzw.  $\Phi^{(\Delta)}_{\phi}$  die nicht-inertialen Phasenbeiträge der Halbsumme bzw. der Halbdifferenz sind. Zur Eliminierung der nicht-inertialen Phasenbeiträge kann das Interferometer mit von Zyklus zu Zyklus alternierenden Richtungen von  $\vec{k}_{\text{eff}}$  betrieben werden. Die Phasenbeiträge der Inertialkräfte ergeben sich dann aus den Gleichungen

$$\Phi_{\rm rot}^{(\Sigma)} = \frac{\Sigma_{\vec{k}_{\rm eff}} - \Sigma_{-\vec{k}_{\rm eff}}}{2} \tag{2.47}$$

$$\Phi_{\rm acc} = \frac{\Delta_{\vec{k}_{\rm eff}} - \Delta_{-\vec{k}_{\rm eff}}}{2} - \Phi_m. \tag{2.48}$$

Diese Messweise wird auch als  $\vec{k}_{eff}$ -reversible Methode bezeichnet [38]. Man beachte, dass der somit erhältliche Rotationsphasenterm

$$\Phi_{\rm rot}^{(\Sigma)} = 2\left(\vec{k}_{\rm eff} \times \frac{\vec{v}_0^{(1)} - \vec{v}_0^{(2)}}{2}\right) \cdot \vec{\Omega}T^2 = 2\left(\vec{k}_{\rm eff} \times \vec{v}_{\rm avg}\right) \cdot \vec{\Omega}T^2$$
(2.49)

von der Halbdifferenz  $\vec{v}_{avg}$  der initialen Geschwindigkeitsvektoren  $\vec{v}_0^{(1)}$  und  $\vec{v}_0^{(2)}$  abhängt, was bei der Abschätzung systematischer Fehler von Bedeutung ist (s. Kap. 5.3.2). Der Wellenvektor  $\vec{k}_{eff}$  lässt sich auch durch die Rückstoßgeschwindigkeit  $\vec{v}_r$  beschreiben,

die das Atom durch Absorption und Emission der Raman-Lichtfeldphotonen in Strahlteilerrichtung erhält. Es gilt  $\vec{k}_{\text{eff}} = m\vec{v}_r/\hbar$ , womit man Gl. 2.49 in die aus der optischen Interferometrie bekannte Sagnac-Formel

$$\Phi_{\rm rot}^{(\Sigma)} = \frac{2m}{\hbar} \left( \vec{v}_r \times \vec{v}_{\rm avg} \right) \vec{\Omega} T^2 = \frac{2E}{\hbar c^2} \vec{A}_{\rm avg} \cdot \vec{\Omega}$$
(2.50)

überführen kann, wobei  $E = mc^2$  die relativistische Energie und  $\vec{A}_{avg}$  der Normalenvektor der von den Interferometerarmen eingeschlossene Fläche multipliziert mit ihrem Betrag ist.

Der Mischterm  $\Phi_m$  in Gl. 2.48 legt nahe, dass im Falle einer Gravimetermessung für eine möglichst hohe Genauigkeit das Kreuzprodukt  $\vec{k}_{eff} \times \vec{g}$  gleich Null sein sollte. Der Wellenvektor zeigt dabei in Richtung der Erdbeschleunigung, sodass Winkelabweichungen lediglich in zweiter Ordnung störend für die Bestimmung von  $\vec{g}$  sind.

### 2.3 Die Sensitivitätsfunktion

Die Formulierung des Sensitivitätsfunktionsformalismus, der die Antwortfunktion eines Atominterferometers auf die Phasenänderung eines Lokaloszillators während der Interogation eines atomaren Standards beschreibt, vereinfachte bereits in diversen Arbeiten die Analyse des Frequenz- und Phasenrauschens für atomare Standards [57–60]. Auch für das vorliegende Experiment lässt sich dieser Formalismus anwenden, um neben den elektronischen Rauschquellen auch die inertialen Rauschbeiträge quantitativ zu untersuchen. Dabei soll zunächst von dem Phasenrauschen des Lokaloszillators ausgegangen werden.

Das in dieser Arbeit beschriebene Experiment verwendet als Lokaloszillator eine Mikrowellen-Referenz mit einer Trägerfrequenz von 100 MHz, auf welche die Differenzphase  $\phi$  der beiden Raman-Laser stabilisiert ist (s. Kap. 3.1.2). Eine durch Rauschprozesse bedingte Änderung dieser Phase von einem Strahlteilerpuls zum nächsten führt zu einer Schwankung der Anregungswahrscheinlichkeit  $P_e$  am Ausgang des Interferometers. Die Summe über alle auftretenden Phasenänderungen während der Interferometersequenz, welche äquivalent zu Exkursionen der Differenzfrequenz  $\omega_L(t)$  sind, wird durch das zeitliche Integral über die Interferometriesequenz

$$\delta P_{\rm e} = \frac{1}{2} \int_{\rm Int} g(t) \omega_{\rm L}(t) dt = \frac{1}{2} \int_{\rm Int} g(t) d\phi(t) = \frac{1}{2} \delta \Phi \qquad (2.51)$$

zu einer resultierenden Zunahme  $\delta P_e$  zusammengefasst. Letztere wird als Inkrement der Interferenzphase  $\Phi_L$  interpretiert und verfälscht die beabsichtigte Messung von inertial bedingten Phasenverschiebungen. Durch Gl. 2.51 wird die Sensitivitätsfunktion g(t) definiert [58]. Sie beschreibt die Änderung von  $P_e$  nach einem infinitesimal kleinen Sprung der Phase  $\delta \phi$ , der zum Zeitpunkt *t* nach Beginn der Interferometersequenz auftritt. Mathematisch wird dieser Zusammenhang durch die Gleichung

$$g(t) = 2\lim_{\delta\phi\to 0} \frac{\delta P_{\rm e}(t,\delta\phi)}{\delta\phi} = \lim_{\delta\phi\to 0} \frac{\delta\Phi(t,\delta\phi)}{\delta\phi}$$
(2.52)

ausgedrückt. Um bei der Berechnung unabhängig von den Parametern des Kosinussignals zu sein, wird die Sensitivitätsfunktion in Abhängigkeit von der Interferenzphasenverschiebung  $\delta \Phi$  formuliert.



Abbildung 2.4: Sensitivitätsfunktionen der MZ- und der sMZ-Geometrie. Für die Zeit  $\tau_{\pi/2}$  bzw.  $2\tau_{\pi/2}$  der Pulsdauern nimmt g(t) in beiden Geometrien den Verlauf einer trigonometrischen Funktion an. *Links*: Sensitivitätsfunktionen für  $\vec{k}_{\text{eff}}$ -unabhängige Zustände. Die sMZ-Geometrie ist lediglich für die Zeit  $T_1$  maximal sensitiv auf Rauschgrößen dieser Art, während die MZ-Geometrie über die gesamte Zeit T darauf reagiert. *Rechts*: Sensitivitätsfunktion für  $\vec{k}_{\text{eff}}$ -abhängige Größen. Gegenüber der MZ ist die sMZ-Geometrie um einen Faktor 2 sensitiver. Dies liegt an dem doppelten Impulsübertrag von  $2\hbar |\vec{k}_{\text{eff}}|$ .

#### 2.3.1 MZ-Geometrie

Für das Beispiel der MZ-Sequenz lautet die Sensitivitätsfunktion [61]

$$g_{\rm MZ}(t) = \begin{cases} 0 & t \le -(T + 2\tau_{\pi/2}) \\ \sin(\Omega_{\rm R}(t + T + 2\tau_{\pi/2})) & -(T + 2\tau_{\pi/2}) \le t \le -(T + \tau_{\pi/2}) \\ 1 & -(T + \tau_{\pi/2}) \le t \le -\tau_{\pi/2} \\ -\sin(\Omega_{\rm R}(t)) & -\tau_{\pi/2} \le t \le 0 \\ -g_{\rm MZ}(-t) & -\infty < t < \infty \end{cases}$$
(2.53)

Hierbei wurde von erfüllten  $\pi/2$ - bzw.  $\pi$ -Pulsbedingungen ausgegangen und mit  $\delta_{12} = 0 = \delta^{AC}$  der resonante Fall angenommen. Zur Vereinfachung wird hier der Nullpunkt der Zeitachse in die Mitte der Interferometriesequenz gelegt. Die Funktion g(t) ist in Abb. 2.4 dargestellt. Es sei darauf hingewiesen, dass in den Koeffizienten der Matrix M aus Gl. 2.20 die Frequenz  $\omega_L$  stets in der Differenz mit der atomaren Übergangsfrequenz  $\omega_{eg}$  auftritt. Während der freien Evolution und den Strahlteilungsprozessen kann man deshalb nicht zwischen einer Änderung der Laserfrequenz und der Verschiebung der atomaren Energieniveaus unterscheiden. Letztere können beispielsweise durch fluktuierende Magnetfelder induziert werden.

#### 2.3.2 sMZ-Geometrie

Aus Gl. 2.5 folgt, dass die den Atomen aufgeprägte Differenzphase  $\phi$  der Lichtfelder  $\vec{E}_1(t)$  und  $\vec{E}_2(t)$  sowohl ortsabhängige als auch -unabhängige Bestandteile aufweist. Eine Bewegung des Atoms gegen den Wellenvektor  $\vec{k}_{eff}$  wird somit ebenfalls als Phasenänderung im Interferometer registriert. Dieser Umstand wurde bereits in Abschn. 2.2.2 genutzt, um den inertialen Phasenbeitrag des Interferometers herzuleiten. Er hat auch zur Folge, dass gegebenenfalls zwischen  $\vec{k}_{eff}$ -abhängigen und -unabhängigen Beiträgen der Sensitvitätsfunktion unterschieden werden muss. Sind die Impulszustände mit den internen Energiezuständen des Atoms verschränkt, so gilt für beide Freiheitsgrade die selbe Sensitivitätsfunktion. Im Falle einer Entartung mehrerer Impulszustände auf einem internen Zustand hingegen müssen separate Sensitivitätsfunktionen aufgestellt werden. Dies ist für die sMZ-Geometrie der Fall, da hier drei Impulszustände bestehend aus  $|\vec{p}\rangle$  und  $|\vec{p} \pm \hbar \vec{k}_{eff}\rangle$  beteiligt sind, während bei den internen Freiheitsgraden nur die zwei Zustände  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  und  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  involviert werden. Die Sensitivitätsfunktion für  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängige Phasenbeiträge lautet

$$g_{\rm sMZ,\phi}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -(T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2}) \\ \sin(\Omega_{\rm R}(t+T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2})) & -(T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \\ 1 & -(T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \\ -\sin(\Omega_{\rm R}(t+T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2})/2) & -(T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \\ 0 & -(T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \\ 0 & -\sin(\Omega_{\rm R}(t+T_1 + 3\tau_{\pi/2})/2) & -(T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \\ -1 & -(T_1 + \tau_{\pi/2}) \leq t \leq -\tau_{\pi/2} \\ \sin(\Omega_{\rm R}t) & -\tau_{\pi/2} \leq t \leq 0 \\ -g_{\rm sMZ}(-t) & -\infty < t < \infty. \end{cases}$$

$$(2.54)$$

Für die Zeit  $T_0$  liegt keine Sensitivität auf Änderungen der Lokaloszillatorphase und auf Verschiebungen der atomaren Energieniveaus vor. Ausgenommen sind hier jedoch Gradienten in Strahlteilerrichtung, bei denen die Wellenpakete in den zwei Interferometerarmen unterschiedliche Niveauverschiebungen erfahren.

Für die  $k_{\text{eff}}$ -abhängigen Phasenbeiträge ergibt sich die Sensitivitätsfunktion zu

$$g_{\text{sMZ},\vec{k}_{\text{eff}}}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -(T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2}) \\ \sin(\Omega_{\text{R}}(t + T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2})) & -(T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \\ 1 & -(T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \\ 1 + \sin(\Omega_{\text{R}}(t + T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2})/2) & -(T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \\ 2 & -(T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \\ 1 - \sin(\Omega_{\text{R}}(t + T_1 + \tau_{\pi/2})/2) & -(T_1 + 3\tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_1 + \tau_{\pi/2}) \\ 1 & -(T_1 + \tau_{\pi/2}) \leq t \leq -(T_1 + \tau_{\pi/2}) \\ 1 - \sin(\Omega_{\text{R}}t) & -\tau_{\pi/2} \leq t \leq 0 \\ -g_{\text{sMZ},\vec{k}_{\text{eff}}}(t) & -\infty < t < \infty \end{cases}$$

$$(2.55)$$

Während der Zeit  $T_0$  nimmt  $g_{sMZ,\vec{k}_{eff}}$  den doppelten Wert gegenüber der MZ-Geometrie an, was darauf hindeutet, dass die Sensitivität auf Änderungen in  $\vec{k}_{eff} \cdot \vec{r}$  um einen Faktor 2 höher liegt.

#### 2.3.3 Sensitivität im Fourier-Raum

Möchte man den Einfluss einer Rauschgröße auf das Interferenzsignal anhand ihrer spektralen Rauschleistungsdichte analysieren, muss die Antwortfunktion des Interferometers im Fourier-Raum bekannt sein. Sie wird mithilfe der Fourier-Transformation der



Abbildung 2.5: Absolutquadrat der Transferfunktionen für  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängige Effekte. Die höchste Sensitvität liegt für die sMZ-Geometrie um die Frequenz, die der zeitlichen Separation der Strahlteilerpulse entspricht. Sie ist an dieser Stelle höher, als in der MZ-Geometrie, da mehr Strahlteilerpulse für die Erzeugung dieser Geometrie notwendig sind.

Sensitivitätsfunktion gewonnen [62]. Das Vorgehen gründet sich dabei auf der Einführung einer Modulation der Laserphase, sodass sie in der Form  $\phi(t) = A_{\phi} \cos(\omega_{\phi} t + \theta_{\phi})$ niedergeschrieben werden kann [63]. Nach Einsetzen dieser Form in Gl. 2.51 resultiert daraus eine Verschiebung der Interferenzphase von  $\delta \Phi = A_{\phi} \omega_{\phi} \Im \{G(\omega_{\phi})\} \cos(\theta_{\phi})$ . Dabei ist  $\Im G(\omega_{\phi})$  der Imaginärteil der Fourier-Transformierten der Sensitivitätsfunktion

$$G(\omega) = \int \exp(-i\omega t)g(t)dt. \qquad (2.56)$$

Das Mitteln über die alle möglichen Phasen  $\theta_{\phi}$  der Modulation führt der Standardabweichung der Interferenzphase  $\delta \Phi^{\text{rms}} = |A_{\phi} \omega_{\phi} G(\omega_{\phi})|/\sqrt{2}$ . Die sogenannte Transferfunktion

$$H(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\omega} G(\boldsymbol{\omega}) \tag{2.57}$$

ist somit als Antwortfunktion der Interferenzphase auf ein Rauschen mit der Rauschamplitude  $A_{\phi}/\sqrt{2}$  zu verstehen. Die Varianz  $(\sigma_{\Phi}^{\text{rms}})^2$  der Interferenzphase ergibt sich aus

der spektralen Rauschleistungsdichte  $S_{\phi}(\omega)$  über das Integral

$$(\sigma_{\Phi}^{\rm rms})^2 = \int_0^\infty |H(\omega)|^2 S_{\phi}(\omega) d\omega.$$
 (2.58)

Die analytische Form Fourier-Transformierten  $G(\omega)$  lautet für die MZ-Geometrie

$$G_{\rm MZ}(\omega) = \frac{4i\Omega_{\rm R}}{\omega^2 - \Omega_{\rm R}^2} \sin\left(\frac{\omega\left(T + 2\tau_{\pi/2}\right)}{2}\right) \\ \times \left(\cos\left(\frac{\omega\left(T + 2\tau_{\pi/2}\right)}{2}\right) + \frac{\Omega_{\rm R}}{\omega}\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right)$$
(2.59)

Für den Fall der sMZ-Geometrie ist zwischen der Fourier-Transformierten

$$\begin{aligned} G_{\text{sMZ},\phi}(\omega) &= \frac{2i\Omega_{\text{R}}}{4\omega^5 - 5\omega^3\Omega_{\text{R}}^2 + \omega\Omega_{\text{R}}^4} \\ &\times \left(2\omega^3 \left(-\sin((T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) + \sin((T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) + 2\sin((T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2})\omega)\right) \right. \\ &+ \omega^2\Omega_{\text{R}} \left(-4\cos(\tau_{\pi/2}\omega) + \cos((T_1 + \tau_{\pi/2})\omega) + \cos((T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega) - 4\cos((T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega)\right) \\ &- \omega\Omega_{\text{R}}^2 \left(-2\sin((T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) + 2\sin((T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) + \sin((T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2})\omega)\right) \\ &+ \Omega_{\text{R}}^3 (\cos(\tau_{\pi/2}\omega) - \cos((T_1 + \tau_{\pi/2})\omega) - \cos((T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega) + \cos((T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega))) \end{aligned}$$
(2.60)

#### der $\vec{k}_{eff}$ -unabhängigen Sensitivitätsfunktion und derjenigen der $\vec{k}_{eff}$ -abhängigen

$$\begin{split} G_{\rm sMZ,\vec{k}_{\rm eff}}(\omega) = & \frac{2i\Omega_{\rm R}}{4\omega^5 - 5\omega^3\Omega_{\rm R}^2 + \omega\Omega_{\rm R}^4} \\ & \times \left(2\omega^3(\sin((T_1 + \tau)\omega) + \sin((T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega) + 2\sin((T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2})\omega)) \right. \\ & + \omega^2\Omega_{\rm R}(4\cos(\tau_{\pi/2}\omega) + \cos((T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) - \cos((T_0 + T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) - 4\cos((T_0 + 2T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega))) \\ & - \omega\Omega_{\rm R}^2\left(2(\sin((T_1 + \tau_{\pi/2})\omega) + \sin((T_0 + T_1 + 5\tau_{\pi/2})\omega)) + \sin((T_0 + 2T_1 + 6\tau_{\pi/2})\omega))\right) \\ & + \Omega_{\rm R}^3\left(-\cos(\tau_{\pi/2}\omega) - \cos((T_1 + 3\tau_{\pi/2})\omega) + \cos((T_0 + T_1 + 3\tau)\omega) + \cos((T_0 + 2T_1 + 5\tau)\omega))\right) \end{split}$$
(2.61)

zu unterscheiden. Für die resultierenden Transferfunktionen gelte im Folgenden der Zusammenhang

$$H(\boldsymbol{\omega})^2 = H_{\phi}^2(\boldsymbol{\omega}) + H_{\vec{k}_{\text{eff}}}^2(\boldsymbol{\omega}), \qquad (2.62)$$

da sich die Varianzen der einzelnen Größen zum Gesamtrauschen addieren.  $H_{\phi}(\omega)$  ist dabei die Transferfunktion für  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängiges Phasenrauschen, während  $H_{\vec{k}_{eff}}(\omega)$  die  $\vec{k}_{eff}$ -abhängigen Rauscheffekte beschreibt.

Es ist zu beachten, dass das Interferometer gepulst mit einer Zykluszeit  $T_c$  betrieben wird. Die Instabilität einer Messreihe von *n* Phasenwerten eines Atominterferometers wird üblicherweise durch die Allan-Varianz [64]

$$\sigma_{\Phi}^{2}(\tau) = \frac{1}{2} \lim_{n \to \infty} \left[ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left( \left\langle \delta \Phi_{k+1} \right\rangle_{\tau} - \left\langle \delta \Phi_{k} \right\rangle_{\tau} \right)^{2} \right]$$
(2.63)

beschrieben. Die Mittelwerte der Phasenabweichungen über das Messintervall  $\tau = mT_c$ werden hier durch  $\langle \delta \Phi_{k+1} \rangle_{\tau}$  dargestellt, wobei *m* eine natürliche Zahl ist. Für lange Messintervalle  $\tau$  kann gezeigt werden, dass sich die Allan-Varianz über einer Interferometermessung mithilfe der Transferfunktion in die Form

$$\sigma_{\Phi}^2 = \frac{1}{\tau} \sum_{n=1}^{\infty} |H(2\pi n f_c)|^2 S_{\phi}(2\pi n f_c)$$
(2.64)

bringen lässt, wobei  $f_c = 1/T_c$  die Zyklusfrequenz ist [61]. Diese Gleichung gibt eine dem sogenannten Dick-Effekt verwandte Gesetzmäßigkeit wieder, welche die Projektion hochfrequenten Rauschens bei natürlichen Vielfachen der Zyklusfrequenz in den niedrigeren Frequenzbereich besagt.

#### 2.3.4 Transferfunktionen für Inertialkräfte

Bei der Betrachtung inertialer und somit  $\vec{k}_{\text{eff}}$ -abhängiger Rauschbeiträge lässt sich in Gl. 2.51 die Raman-Laserfrequenz  $\omega_{\text{L}}(t)$  durch die Dopplerverstimmung  $\omega_{\text{D}} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}(t)$  ersetzen. Um die Schreibweise zu vereinfachen, seien hier lediglich in Richtung von  $\vec{k}_{\text{eff}}$  wirkende Kräfte angenommen, sodass sie sich auf die Bezeichnungen  $k_{\text{eff}}$  und  $v_k$  reduziert.  $v_k$  ist die Komponente der Geschwindigkeit in  $\vec{k}_{\text{eff}}$ -Richtung. Die Phasenänderung des Interferometers ergibt sich somit zu

$$\delta \Phi_{\text{inert}} = k_{\text{eff}} \int g(t) v_k(t) dt. \qquad (2.65)$$

Zur Herleitung der Transferfunktion inertialer Beiträge wird analog zu der Vorgehensweise im vorangegangenen Abschnitt eine Modulation der zu betrachtenden Größe eingeführt.

#### Beschleunigungen

Im Falle der Beschleunigungen a(t) nehme man einen zeitlichen Verlauf der Form  $a(t) = A_a \cos(\omega_a t + \theta_a)$  an. Durch Integration erhält man die Zeitabhängigkeit der Geschwindigkeit zu  $v_k(t) = A_a \cos(\omega_a t + \theta_a)/\omega_a + C$ , wobei C eine beliebige Konstante der Geschwindigkeit ist, die in der Phasenberechnung der MZ- und der sMZ-Geometrie aufgrund von Symmetriegründen entfällt. Die Mittelung über alle Phasen  $\theta_a$  führt schließlich zu der Transferfunktion für Beschleunigungsrauschen

$$H_{\rm acc}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{|\vec{k}_{\rm eff}|}{\boldsymbol{\omega}^2} H_{\vec{k}_{\rm eff}}(\boldsymbol{\omega})$$
(2.66)

die im Zusammenhang mit der Transferfunktion  $H_{\vec{k}_{eff}}$  für das  $\vec{k}_{eff}$ -abhängige Phasenrauschen steht. In Abb. 2.6 ist die Transferfunktionen der MZ-Geometrie abgebildet. Sie weist Nullstellen für Frequenzen von 1/T' auf, wobei 2T' die Gesamtdauer der Interferometriesequenz ist.



Abbildung 2.6: Absolutquadrat der Transferfunktion für Inertialkräfte am Beispiel der MZ-Geometrie. Die Transferfunktion für Beschleunigungen besitzt Nullstellen für Vielfache der Frequenz 1/T', wenn T' die halbe Gesamtdauer der Interferometriesequenz ist. Im Falle der Rotationen kommen Nullstellen bei 1/2T' hinzu. Die Gründe hierfür sind geometrischer Natur. Rotationen sind antisymmetrisch um das Zentrum der Interferometer-Geometrie, während Beschleunigungen ein symmetrisches Verhalten aufweisen. Die Transferfunktionen der sMZ-Geometrie unterscheiden sich von den obigen Graphen in dem Amplitude um einen Faktor 2 und außerdem im Bereich von Frequenzen, die den Dauern der Strahlteilerpulse entsprechen. Die Beiträge von Vibrationen sind für diese Fourier-Frequenzen aufgrund der Tiefpassfunktion des Interferometers jedoch vernachlässigbar.

#### Rotationen

Bei der Betrachtung der Rotationen gehe man von dem Winkel  $\beta$  der Phasenfronten gegenüber der Fluggeschwindigkeit  $v_k$  der Atome in horizontaler Richtung aus. Der Ursprung des Koordinatensystems sei an die Stelle des mittleren Interfereometriepulses gelegt, wie in Abb. 2.7 dargestellt ist. Jede Rotation der Phasenfronten kann als Drehung um diesen Punkt betrachtet werden, der eine Translation überlagert ist. Für den Winkel  $\beta(t)$  gilt der Zusammenhang

$$\sin(\beta(t)) = \frac{r(t)}{l(t)},\tag{2.67}$$

wobei r(t) der Abstand des Atoms zu einer Referenzphasenfront und  $l(t) = |\vec{v}_h| t := v_h t$ seine Distanz zum Ursprung des Koordinatensystems beschreibt. Entscheidend für die



Abbildung 2.7: Zur Herleitung der Transferfunktion für Rotationen.

Phasenberechnung durch die Sensitvitätsfunktion ist die Geschwindigkeit

$$v_k(t) = \frac{d}{dt} r(t) \approx \frac{d}{dt} \beta(t) l(t) + \beta(t) \frac{d}{dt} l(t)$$
  
=  $\Omega(t) v_h t + \beta(t) v_h.$  (2.68)

Eine Modulation der Rotationsrate  $\Omega(t) = A_{\Omega} \cos(\omega_{\Omega} t + \theta_{\Omega})$  führt nach Einsetzen von Gl. 2.68 in Gl. 2.65 ganz analog zu dem Verfahren in Abschn. 2.3.3 schließlich mit der Übertragung  $-it \rightarrow d/d\omega$  vom Zeit- in den Fourier-Raum zu der Transferfunktion für Rotationen

$$H_{\rm rot}(\omega) = k_{\rm eff} v_h \left( \frac{G_{\vec{k}_{\rm eff}}(\omega)}{\omega} + \frac{d}{d\omega} G_{\vec{k}_{\rm eff}}(\omega) \right).$$
(2.69)

Diese Funktion ist zusammen mit derjenigen für Beschleunigungen in Abb. 2.6 am Beispiel der MZ-Geometrie dargestellt. Sie besitzt gegenüber der Transferfunktion für Beschleunigungen zusätzliche Nullstellen bei Vielfachen von 1/(2T'), wenn 2T' die Gesamtdauer der Interferometriesequenz ist. Dies liegt an dem geometrischen Unterschied von Rotationen gegenüber Beschleunigungen. Sie können als antisymmetrisch um den Mittelpunkt der Interferometer-Geometrie verstanden werden, während die Beschleunigungen symmetrisch um diesen Punkt sind. Die Transferfunktionen der sMZ-Geometrie unterscheiden sich von denjenigen der MZ-Geometrie für Fourier-Frequenzen von einigen 10 kHz. Die Unterdrückung für Inertialkräfte bei solchen Fourier-Frequenzen ist jedoch so hoch, dass diese Unterschiede vernachlässigt werden können. Für die sMZ-Geometrie kann in guter Näherung die Transferfunktion der MZ-Geometrie mit der doppelten Amplitude angenommen werden.

KAPITEL 3

## **EXPERIMENTELLE UMSETZUNG**

In diesem Kapitel wird die experimentelle Realisierung des in Kap. 2 konzeptionell vorgestellten Gyroskops beschrieben. Die Beschreibung umfasst den Aufbau des Experiments, den Ablauf eines Zyklus und die Darstellung der charakteristischen Kenngrößen der Interferometer. Anschließend wird die Vorgehensweise bei der Datenauswertung erläutert. Dabei sei auf die vorhergehenden Arbeiten zum vorliegenden Experiment verwiesen, in denen insbesondere für die Justage der optischen Komponenten und die elektronischen Bestandteile der Experimentansteuerung detailliertere Charakterisierungen vorgenommen worden sind [40,41,43–45].

### **3.1** Aufbau des Experiments

Der Aufbau des Atominterferometers lässt sich in vier Hauptkomponenten unterteilen:

- 1. Die Vakuumkammer auf der Experimentplattform,
- 2. die Lasersysteme zur Erzeugung der für die Manipulation der Atome benötigten Lichtfelder
- die Elektronik zur Erzeugung der Refernenzfrequenzen und zur Stabilisierung der Laser
- 4. und die Experimentsteuerung, welche die Kontrolle eines Experimentzyklus erlaubt.

Das Herzstück des Experiments stellt die aus Aluminium gefertigte Vakuumkammer dar, in der die Laserkühlung, die Atominterferometrie und die Detektion der atomaren Ensemble stattfindet. Sie befindet sich auf einer 120 cm  $\times$  90 cm-Experimentplattform und ist in Abb. 3.1 zu sehen. Die optischen Zugänge der Kammer bestehen aus BK-7-


Abbildung 3.1: Vakuumkammer des Experiments mit eingezeichneten Lichtfeldern. Die Kammer findet auf einer 120 cm × 90 cm-Plattform Platz.

Fenstern, die mit Indiumdichtungen gegen das Aluminiumgehäuse gepresst sind. Die Lichtfelder für die Manipulation der Atome werden auf separaten otischen Tischen erzeugt und über polarisationserhaltende Fasern, Schäfter-Kirchhoff, PMC850-5,2-NA013-3-APC-700-P, zur Experimentplattform geleitet. Das Vakuum von  $3 \cdot 10^{-9}$  mbar<sup>1</sup> wird durch eine Ion-Getter-Pumpe vom Typ Vacom 40DI2HSCNN aufrechterhalten, die über ein Rohrsystem aus kommerziellen CF-Komponenten mit der Kammer verbunden ist und sich ebenfalls auf der Experimentplattform befindet. Zur Abschirmung gegen Magnetfelder ist die Plattform in einen zweiteiligen Mu-Metallkasten mit den Abessungen 122 cm  $\times$  92 cm  $\times$  66 cm eingefasst.

Bei der nun folgenden Beschreibung der einzelnen Komponenten soll auf die Realisierung der Atomquellen, der Interferometrie, der Detektion und auf die Dämpfung mechanischer Schwingungen eingegangen werden. Dabei wird für jedes dieser Module gegebenenfalls auf die Konfiguration der Vakuum-Komponente und die Erzeugung der Lichtfelder eingegangen. Es sei darauf hingewiesen, dass jeder Bestandteil der Atomquellen in zweifacher Ausführung vorhanden ist, da es sich um die Kombination zweier gegenläufiger Atominterferometer handelt. Abschließend wird die Experimentsteuerung skizziert.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Gemessen an der Stelle der Ion-Getter-Pumpe. Dieser Wert wurde durch die Messung mittels einer Heißkathode in der Nähe der Pumpe bestätigt.

# 3.1.1 Atomquellen

Die Atomquellen bestehen aus dem Atomresorvoir und dem Doppel-MOT-System, das sich aus je einer 2D-MOT und einer 3D-MOT für die beiden Interferometer zusammensetzt. Diese Bestandteile sollen nun im Einzelnen beschrieben werden.

### Atomreservoir

Aus einer Ampulle, die in einem heizbaren Swagelok-Rohrsystem eingefasst ist, werden Rb-Atome in den Bereich des dualen MOT-Systems verdampft. Ein Ventil am Rohrsystem erlaubt die Unterbrechung des atomaren Flusses, das jedoch im Verlauf von einigen Monaten vor der Erzielung der hier dokumentierten Ergebnisse nicht geschlossen worden ist. Die Heizung des Reservoirs besteht aus stromdurchflossenen Kupferspulen und teilt sich auf den Bereich der Rb-Ampulle und das Ventil auf. Diese beiden Bereiche werden von zwei getrennten Stromnetzteilen betrieben. Durch die Spulen fließt ein Strom von 3,5 A, was einer Temperatur des Reservoirs von 50 °C entspricht.

### **2D-MOT**

Die aus dem Atomreservoir verdampften <sup>87</sup>Rb-Atome werden in der 2D-MOT zu einem Atomstrahl geformt, um die nachfolgende 3D-MOT zu laden. Zu diesem Zweck wird über vier kreuzweise angeordnete rechteckige Teleskope Licht auf einer Fläche von jeweils 80 mm × 18 mm eingestrahlt, das um –14 MHz zum Kühlübergang  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 3\rangle$  von <sup>87</sup>Rb verstimmt ist. Durch jedes der Teleskope gelangt eine Lichtleistung von 40 mW zu den Atomen. Den Kühllichtfeldern ist Rückpumplicht resonant zum  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 2\rangle$ -Übergang für jede 2D-MOT überlagert. Für den räumlichen Einschluss durch Magnetfeldgradienten sind um jeden optischen Zugang der 2D-MOT reihengeschaltete Kupferspulen gewickelt. Die Kombination der Felder bewirkt einen Gradienten von 18,5 G/cm bei einem Spulenstrom von 3 A.

Über eine differentielle Pumpstufe gelangt der von der 2D-MOT geformte Atomstrahl in die 3D-MOT. Zur Unterstützung wird dabei in longitudinaler Richtung ein sogenannter Pusher-Strahl eingesetzt der um +8 MHz zum Kühlübergang verstimmt ist. Er bewirkt ein Beschleunigen des Atomstrahls in Richtung der 3D-MOT.

Die Realisierung der Kühllichtfelder geschieht anders als bei den vorangegangenen Arbeiten durch Verwendung eines 10 W-Faserlaser-MOPA (engl.: *Master Oscillator Power Amplifier*) bei 1560 nm von NKT-Photonics. Diesem System ist eine Toptica SHGpro-Frequenzverdopplungsstufe mit einer Ausgangsleistung von 5 W nachgeschaltet. Wie in Abb. 3.2 gezeigt, wird die Lichtleistung auf die beiden MOT-Systeme aufgeteilt. Der faserbasierte Masterlaser des MOPA wird über die Temperatur der Faser und über einen Piezo-Aktuator, der eine in die Faser eingelassene Gitterstruktur mechanisch deformiert, in seiner Frequenz stabilisiert. Die Anbindung an den Kühlübergang geschieht mittels einer Schwebungsmessung gegen den Referenzlaser, der auf den atomaren Übergang stabilisiert ist (siehe Abschn. 3.1.3). Die Schwebungsfrequenz wird



Abbildung 3.2: Erzeugung der Lichtfelder für die MOT-Systeme der Atomquellen. Nicht eingezeichnet sind die Lichtwellenleiter, mittels derer das Licht vor den AOM bezüglich des Modenprofils gefilter werden. Ebenso erfolgt vor der Aufteilung auf die MOT-Teleskope eine weitere Modenfilterung. Jedes Lichtfeld erfährt Verluste an insgesamt drei Faserkopplungen. Die Gesamtleistung der 2D-MOT ist auf Quelle '2' verteilt, da für Quelle '1' ein weißer Belag auf den optischen Zugängen die 2D-MOT unwirksam macht. Die Leistung zwischen 2D- und 3D-MOT wurde auf die detektierte Teilchenzahl am Interferometerausgang optimiert. Die Atomzahlen der beiden Quellen reagierten unterschiedlich stark auf Änderungen der 3D-MOT-Lichtintensität.

über einen Frequenz-zu-Spannungswandler mit einem Referenzspannungswert verglichen, woraus sich ein Fehlersignal ergibt. Dieses wird in einem PID-Regler zu einem Stellsignal verarbeitet und auf den Piezo-Aktuator geführt. Das Rückpumplichtfeld wird von einem 1 W-Diodenlaser-MOPA bereitgestellt, der auf die gleiche Weise, wie der Faserlaser-MOPA auf den Referenzlaser stabilisiert ist.

Das Schalten der Intensität sowie weitere notwendige Frequenzverschiebungen des 2D-MOT-Lichtes wird über zwei nacheinander geschaltete AOM (*Akusto-Optische Modula*toren) gesteuert, von denen der erste mit einer Frequenzverschiebung von 126 MHz und der zweite mit 75 MHz jeweils in die +1. Ordnung beugt. Die Rf-Frequenzen werden von einem DDS-Signalgenerator vom Typ LeCroy ArbStudio 1104 bereitgestellt, der wiederum von dem Messrechner zeitlich kontolliert wird (s. Abschn. 3.1.6).

Es sei erwähnt, dass die optischen Zugänge der Quelle '1' in die Vakuumkammer durch einen weißen Belag in ihrer Transmission auf bis zu 50 % pro Fenster beschränkt sind. Der Belag stammt vermutlich aus chemischen Reaktionen der Residuen eines Vakuumdichtklebers Vacseal, der zur Abdichtung entstandener Vakuumlecks verwendet wurde. Der Transmissionsminderung kann zugeschrieben werden, dass für diese Quelle keine Wirksamkeit der 2D-MOT-Lichtfelder registriert werden konnte. Die gesamte verfügbare Lichtleistung wurde aus diesem Grund dem Interferometer '2' zugeführt, sodass die 3D-MOT der Quelle '1' lediglich aus dem Rb-Hintergrunddampf lädt.

### **3D-MOT**

Die 3D-MOT besitzt die Aufgabe, die Atome auf einem kleinen Volumen zu komprimieren, zu kühlen und sie auf eine ballistische Trajektorie in Richtung der sich anschließenden Interferometriezone zu bringen. Die Laderate der 3D-MOT durch die 2D-MOT beträgt  $3,6 \cdot 10^9$  Atome/s. Zirkular polarisierte Lichtfelder mit einem Strahldurchmesser von 30 mm, einer Intensität von 20 mW pro Teleskop und einer Verstimmung von -10 MHz zum Kühlübergang realisieren das Kühlen der Atome. Sie sind in einer 110-Konfiguration bezüglich der Startrichtung der Atome angeordnet. Auch hier wird eine Gesamtleistung von 10 mW an Rückpumplicht zeitgleich mit dem Kühllicht eingestrahlt. Die Magnetfeldgradienten für den räumlichen Einschluss der Atome werden durch zwei vertikal angeordnete Kupferspulen erzeugt, die sich in einem Abstand von  $D = \sqrt{3R}$  zueinander befinden, wobei R = 23 mm den Radius der Spulen bezeichnet. Der Spulenstrom wurde auf die Anzahl der nach der Startsequenz detektierten Atome optimiert und beträgt im stationären Zustand 3 A, womit ein Magnetfeldgradient von 12 G/cm erreicht wird.

Die Kühllichtfelder der 3D-MOT werden ebenfalls von dem faserbasierten MOPA bereitgestellt. Nach einer räumlichen Modenfilterung wird die Intensität auf vier verschiedene Strahlverläufe aufgeteilt, von denen jeder über einen 200 MHz-AOM geschaltet und gegebenenfalls in seiner Frequenz verstellt wird. Die Treiberfrequenz der AOM wird von vier DDS-Karten (engl.: Direct Digital Syntisizer) vorgegeben, die in den Echtzeitrechner integriert sind (s. Abschn. 3.1.6). Jedem der vier Strahlen ist die räumliche Manipulation der Atome in einer von vier Raumrichtungen der MOT zugewiesen, die sich folgendermaßen durch die Einheitsvektoren des in Abb. 3.1 gezeigten Koordinatensystem ausdrücken lassen:  $\vec{e}_y$ ,  $-\vec{e}_y$ ,  $\vec{e}_z$ ,  $-\vec{e}_z$ . Nach den AOM geschieht eine weitere Aufteilung der Lichtfelder auf lichtleitende Fasern, die das Licht zu den sechs Teleskopen jeder 3D-MOT führen. Die Intensitätsbalance der MOT wurde durch  $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen vor den für die Aufteilung verwendeten Polarisationsstrahlteilern eingestellt. Als Optimierungskriterium galt dabei wie schon beim Magnetfeld die nach der Startsequenz detektierte Atomzahl.

# 3.1.2 Interferometrie

### Strahlführung durch die Vakuumkammer

Die Interferometrie findet in drei räumlich getrennten Strahlteilerzonen statt, deren optische Zugänge in die Vakuumkammer einen Durchmesser von 40 mm aufweisen. Ihre Zentren sind in Abständen von 65 mm angeordnet. Die zwei Raman-Lichtfelder werden



Abbildung 3.3: Strahlführung der Raman- un der Detektionslichtfelder auf der Experimentplattform. Die äußeren Spiegelhalter der Raman-Strahlteilerspiegel sind über Piezo-Schrittmotoren ansteuerbar. Die gesamte Spiegelhalterschiene lässt sich sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung verkippen. Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu.

gemeinsam mit gleich orientierter linearer Polarisation durch Fasern zu den insgesamt zwei Kollimationsteleskopen geleitet. Letztere bestehen aus jeweils einer f = 200 mm-Linse mit einem Durchmesser von 50,8 mm, die sich im Abstand f von der Faserfausgangsfacette befinden, wie in Abb. 3.3 gezeigt ist. Dadurch werden die Raman-Lichtfelder auf einen  $1/e^2$ -Radius von 18,4 mm kollimiert. Für die beiden äußeren Zonen stammen die Lichtfelder aus einem einzigen Teleskop. Sie entstehen durch die Aufteilung des ursprünglichen Strahls an einem nicht-polarisierenden Strahlteilerwürfel Qioptiq G335550000 mit einer Kantenlänge von 50 mm. Das Licht für die mittlere Strahlteilerzone wird durch das zweite Teleskop geformt. Auf diese Weise ist das für die AC-Stark-Verschiebung entscheidende Intensitätsverhältnis der Raman-Lichtfelder

und die Polarisation für die beiden gegenläufigen atomaren Ensemble bis auf Imperfektionen am Strahlteilerwürfel immer gleich. Nach dem Austreten aus den Teleskopen passieren die Strahlen  $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen, die aus der anfänglich linearen eine zirkulare Polarisation erzeugen. Hinter der Vakuumkammer werden sie an drei getrennten 2"-Spiegeln des Typs Thorlabs BB2-E03 reflektiert. Auf der Strecke zwischen der Vakuumkammer und den Spiegeln wurde eine Abschirmung gegen Luftturbulenzen mittels Verbindungsröhren aus Kunststoff installiert. Um die Bewegungsfreiheit der Spiegel trotzdem zu gewährleisten, besteht die Verbindung zwischen den Röhren und den Spiegeln aus Polyethylen-Folie. Zwecks der Selektion der Richtung des  $k_{eff}$ -Vektors stehen die Teleskope in einem horizontalen Winkel von 87° bzw. 93° zu den longitudinalen Flugrichtungen der Atome aus Quelle '1' bzw. '2'. Durch die Wahl der passenden Differenzfrequenz zwischen den Raman-Lichtfeldern kann somit zischen den beiden Richtungen  $+\dot{k}_{eff}$  und  $-\dot{k}_{eff}$  der kontra-propagierenden sowie der ko-propagierenden Konfiguration gewechselt werden. Aus vertikaler Richtung ist für die beiden äußeren Strahlteilerzonen die Möglicheit eines sogenannten Blow-Away-Lichtfeldes gegeben. Dieses wird bei der Präparation des atomaren Ensembles eingesetzt und ist resonant zum Kühlübergang des <sup>87</sup>Rb-Übergangs. Damit können Atome im  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Grundzustand aus dem Ensemble entfernt werden.

### Aufhängung der Strahlteilerspiegel

Die retro-reflektiven Spiegel der Raman-Lichtfelder werden im Folgenden auch Strahlteilerspiegel genannt, da sie die Referenzfläche für die Strahlteiler der Materiewellen darstellen. Ihre Aufhängung besteht aus Spiegelhaltern des Typs Newport U100-A, die über jeweils zwei Newport NanoPZ Piezo-Schrittmotoren in ihrer Neigung gesteuert werden können. Der mittlere Spiegelhalter besitzt keine motorisierte Steuerung. Seine Verkippung lässt sich jedoch über die Gesamtneigung der Aluminium-Halterungsschiene verändern, auf der alle drei Spiegelhalter montiert sind (s. Abb. 3.3). Sie wird über eine Dreipunktlagerung ebenfalls mithilfe zweier Piezo-Schrittmotoren des bereits genannten Typs in der vertikalen und der horizontalen Neigung verstellt. Zusätzlich ist für die beiden Dimensionen jeweils ein Piezo-Aktuator montiert, an den eine analoge Spannung zur Steuerung der Spiegelschiene gelegt werden kann.

Für die thermische Stabilität der Schiene sorgt ein Heizstromkreis, zu dem drei 4,7  $\Omega$ -Hochleistungswiderstände gehören, die parallel geschaltet sind und sich unter je einem Spiegelhalter befinden. Die Stromstärke wird durch einen Temperaturregler Newport 350B bei einem Sollwert von 33° C konstant gehalten, der den Widerstand eines an der Halterungsschiene befestigten Thermistors misst. Die Regelung funktioniert deshalb nur in einer Richtung und auch nur so lange, wie die Umgebungstemperatur unterhalb der Schienentemperatur liegt. Aus diesem Grund war für einen stabilen Interferometerbetrieb das Öffnen der Akustikabschirmung (s. Abschn. 3.1.4) notwendig, um eine ausreichende Kühlung zu gewährleisten.

#### Magnetfeld der Interferometrie

Für die Aufhebung der Entartung der magnetischen Unterzustände des <sup>87</sup>Rb-Atoms wird transversal zur Flugtrajektorie des atomaren Ensembles in horizontaler Richtung ein Magnetfeld angelegt. Dieses entsteht aus dem Stromfluss durch zwei an der Kammer anliegende Platinen, die einander gegenüber angebracht sind [41]. Die Stromstärke während der Interferometrie beträgt 1,6 A, woraus eine Magnetfeldstärke von 757 mG in der ersten Strahlteilerzone resultiert. Es liegt ein Gradient von -2,2 mG/cm in longitudinaler Flugrichtung der Kammer vor, der potentiell vom Restmagnetfeld der Ion-Getter-Pumpe stammen kann (s. Kap. 4.2.6).

### Erzeugung der Lichtfelder

Die Raman-Lichtfelder werden durch zwei Diodenlaser-MOPAs erzeugt [65], die auf eine Ausgangsleistung von 2 W spezifiziert sind [66]. Die Ausgansfrequenz des Masterlasers dieses Raman-Lasersystems ist dabei über eine Schwebungsmessung gegen den Referenzlaser stabilisiert. Die Schwebungsfrequenz wird mit dem Signal eines Frequenzgenerators der Frequenz von 1,08 GHz demoduliert und über einen Frequenz-zu-Spannungswandler zur Regelung des Laserdiodenstorms des Masterlasers weitergeleitet. Die Verstimmung gegen den  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 1\rangle$ -Übergang beträgt dabei -750 MHz. An den Masterlaser wird der Slavelaser über eine digitale Phasenstabilisierung angebunden. Die Differenzfrequenz entspricht dabei der Übergangsfrequenz zwischen den beiden Hyperfeinzuständen des <sup>87</sup>Rb-Grundzustandes. Die relative Stabilisierung ist schematisch in Abb. 3.4 dargestellt. Das Schwebungssignal der zwei Raman-Laser wird von einer schnellen Photodiode vom Typ Hamamatsu G-4176 detektiert und auf einen Frequenzmischer geleitet. Am zweiten Eingang des Mischers liegt die aus einer stabilen 100 MHz-Referenz vom Typ Spectradynamics DLR-100-50G erzeugte 7 GHz-Frequenz an [43]. Sie wird durch Frequenzvervielfachung generiert. Die Differenzfrequenz am Ausgang des Mischers wird mittels einer variablen DDS-Frequenz (engl.: Direct Digital Synstisizer) um 165 MHz demoduliert, die ebenfalls auf die 100 MHz-Referenz stabilisiert ist. Somit entsteht ein DC-Signal, das von einem digitalen Phasenlock zu einem Stellsignal verarbeitet wird. Dieses wird über drei Pfade der Frequenzsteuerung des Slavelasers zugeführt: Über die Längenänderung des Piezoaktuators, den Stromtreiber der Laserdiode und die direkte Einkopplung in den Stromkreis der Laserdiode. Die Bandbreite der Phasenstabilisierung beträgt 6.2 MHZ.

Zur Verwirklichung der symmetrisierten Mach-Zehnder-Geometrie (sMZ) werden zwei verschiedene Differenzfrequenzen der Raman-Laser benötigt, um die Richtung des  $\vec{k}_{eff}$ -Vektors zu alternieren. Hierfür werden zwei verschiedene DDS benutzt, die durch einen Frequenzumschalter wahlweise zur Phasenstabilisierung zugeschaltet werden. Auf den Zweck dieser Schaltung wird in Kap. 4.2.1 noch ausführlich eingegangen.

Der Strahlenverlauf der Raman-Laser auf dem optischen Tisch vor dem Eintritt in die Faser ist ebenfalls in Abb. 3.4 gezeigt. Nach der Überlagerung der beiden Raman-Strahlen an einem Polarisationsstrahlteiler wird ein 80 MHz-AOM passiert, dessen +1.



Abbildung 3.4: Strahlführung und Frequenzstabilisierung des Raman-Lasersystems. Das für die sMZ-Geometrie benötigte Umschalten der Laserfrequenz wird mithilfe eines elektronischen Schalters zwischen zwei DDS realisiert.

Ordnung für die Faser der äußeren Teleskope auf der Experimentplattform abgezweigt wird. Die Strahlen sind zu diesem Zeitpunkt noch senkrecht zueinander polarisiert. An einem Polarisationsstrahlteiler mit vorgeschaltetem  $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen wird das zum Annullieren der differentiellen AC-Stark-Verschiebung passende Intensitätsverhältnis der Raman-Strahlen eingestellt. Für das mittlere Teleskop auf der Experimentplattform wird die 0. Ordnung des ersten AOM verwendet, die ebenfalls einen polarisierenden Strahlteiler durchläuft, bevor sie durch einen weiteren AOM gebeugt wird. Die dabei abfallende +1. Ordnung wird in die Faser eingekoppelt. Die Kopplungseffizienzen betragen bis zu 60 %. Die Leistung hinter der Faser für das mittlere Teleskop ist sie auf etwa 75 mW pro Teleskop beschränkt.

# 3.1.3 Detektion

Die Beschreibung der Detektion gliedert sich in die Strahlanordnung auf der Plattform und auf die Erzeugung der Lichtfelder. Letztere ist für das Verständnis der Unterdrückung des Frequenzrauschens des Detektionslichts notwendig, das in Kap. 4.1.1 behandelt wird.

### Strahlanordnung auf der Plattform

Die Detektion der Atome findet in einer gesonderten Detektionszone statt, deren optischer Zugang 30 mm im Durchmesser misst und sich an die drei Strahlteilerzonen anschließt. Atome werden hier von Licht, das resonant zum Kühlübergang des <sup>87</sup>Rb-Atoms ist, zur Floureszenz angeregt. Das Floureszenezlicht wird durch ein vertikal angeordnetes Linsensystem der effektiven Brennweite 60 mm auf die  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  große Fläche einer Hamamatsu S5107 Photodiode fokussiert. Der Photodiodenstrom wird mit einem Transimpedanzverstärker des Typs Femto DLCPA-S in eine Spannung umgewandelt und zur Auswertung an den Messrechner geleitet. Das Licht mit einer Leistung im Bereich von 10 mW für die Detektion wird nach dem Austritt aus einer optischen Faser zunächst kollimiert, bevor es zwei aufeinander folgende polarisierende Strahlteiler durchläuft. Am zweiten dieser Strahlteiler wird ein Bruchteil in der Größenordnung von  $300 \ \mu W$  der Intensität auf eine Korrekturphotodiode abgezweigt, welche die Intensitätsschwankungen während der Detektionssequenz erfasst. Der Hauptstrahl gelangt auf eine Diffusorplatte des Typs Thorlabs ED1-S20-MD und wird anschließend von einer f = 75 mm-Linse zu einem Strahl mit einem Durchmesser von 25 mm kollimiert. Eine Blende schränkt den Strahldurchmesser auf 15 mm ein, um das an den Hintergrundatomen in der Vakuumkammer entstehende Streulicht zu reduzieren. An einem nichtpolarisierenden Strahlteiler geschieht die Aufteilung auf die beiden Detektionszonen der zwei Interferometer. Gleichzeitig wird an dieser Stelle dem Detektionslicht das Rückpumplicht überlagert (s. Abb. 3.3). Vor dem Eintritt in die Vakuumkammer befinden sich  $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen zur Erzeugung zirkular polarisierten Detektionslichts. Aufgrund der Engergieverschiebung der magnetischen Unterzustände bei vorhandenem Magnetfeld hängt die Frequenz des geschlossenen Übergangs von dem Drehsinn der zirkularen Lichtpolarisation ab. Aus diesem Grund wurde darauf geachtet, dass für beide Detektionszonen der gleiche Drehsinn für die Polarisation eingestellt wurde. Um das atomare Ensemble während der Detektion nicht durch den entstehenden Lichtdruck vorzeitig aus der Detektionszone zu entfernen, werden die Detektionstrahlen hinter der Kammer an je einem Spiegel reflektiert. Auf diese Weise entsteht eine eindimensionale optische Melasse-Konfiguration.

### **Erzeugung des Detektionslichts**

Das Licht für die Detektion wird von einem 1 W-Diodenlaser-MOPA erzeugt, der mittels einer Modulations-Transfer-Spektroskopie auf den <sup>87</sup>Rb-Kühlübergang stabilisiert ist. Die Ausgangsfrequenz ist dabei um -55 MHz zum Kühlübergang verstimmt. Das Laserlicht durchläuft zwei hintereinander geschaltete AOM, durch deren Ansteuerung neben dem Detektionslicht auch Laserstrahlung für den in Abschn. 3.1.1 erwähnten



Abbildung 3.5: Erzeugung des Detektionslichts durch den Referenzlaser. Der Laser wird mittels einer Modulations-Transfer-Spektroskopie (MTS) auf den Kühlübergang des <sup>87</sup>Rb-Atoms stabilisiert. Die Treiberfrequenzen für die AOM werden durch spannungsgesteuerte Oszillatoren (VCO) bereitgestellt. AOM '2' wird mit einer zusätzlichen Frequenz, die durch einen Arbitrary Waveform Generator (AWG) erzeugt wird, moduliert. Über Schwebungsmessungen werden die anderen Laser des Experiments auf den Referenzlaser stabilisiert.

Pusher-Strahl und den Blow-Away (s. Abschn. 3.2.2) bereitgestellt wird. Für die Detektion wird für AOM '1' bzw. AOM '2' eine Frequenz von 127 MHz bzw. 72,9 MHz eingestellt, wie in Abb. 3.5 dargestellt ist. Über einen Frequenzmischer wird der Treiberfrequenz von AOM '2' zusätzlich eine Frequenz von 4,6 MHz zugeführt, mit deren Hilfe eine Modulation des Detektionslichts erzielt wird. Sie dient zur Unterdrückung des Frequenzrauschens, wie noch in Kap. 4.1.1 weiter ausgeführt wird.

# 3.1.4 Vibrationsisolierung der Plattform

Die gesamte Experimentplattform ruht auf zwei H-Stahlträgern, welche wiederum zwei passive Isolationsplattformen MinusK 650 BM-1 miteinander verbinden. Zwischen der Experimentplattform und den Stahlträgern befinden sich zwei für die aktive Stabilisierung vorgesehene Isolationsbarren vom Typ TableStable AVI 350 M, die jedoch für die hier erzielten Ergebnisse inaktiv blieben. Ihre aktive Zuschaltung bewirkte eine Erhöhung des Vibrationsrauschens. Die Lagerung der Experimentplattform ist in Abb. 3.6 dargestellt.

Zur Erzielung maximaler Vibrationsdämpfung war für die beiden Vibrationsisolationsplattformen eine Nivellierung notwendig. Empirische Beobachtungen ergaben, dass die östlich gelegene Plattform eine möglichst tiefe Position besitzen musste, während für die westlich gelegene Plattform die höchst mögliche vertikale Lage erforderlich war. Um akustische Resonanzen der Magnetfeldabschrimung zu dämpfen wurde eine Ver-



Abbildung 3.6: Die Experimentplattform auf den Vibrationsisolierungen unter der Akustikabschirmung. Nicht eingezeichnet sind die Noppenschaummatten, mit denen die Akustikabschirmung von innen verkleidet ist.

steifung der Abschirmung durch Stützstreben vorgenommen. Zur Vermeidung dadurch auftretender Verspannungen wurden die aus Holz bestehenden Streben weitestgehend der Form des Mu-Metalls angepasst.

# 3.1.5 Akustikisolierung

Zur akustischen Isolierung der Experimentplattform wurde eine aus mehreren Multiplexplatten bestehende Akustikabdeckung mit den Maßen 319 cm  $\times$  147 cm  $\times$  146 cm um die Plattform errichtet. Die Abdeckung ist von innen mit Noppenschaummatten verkleidet. Für die Durchführung der lichtleitenden Fasern und diverser elektrischer Leitungen zur Experimentplattform besitzt sie eine am Boden befindliche Aussparung. Der Zusammenhalt der einzelnen Platten wird durch Nut-Feder-Gefüge sowie durch Spannverschläge gewährleistet. Um eine ausreichende Kühlung der Experimentplattform bereitzustellen muss die gesamte Abdeckung langfristig leicht geöffnet werden.

# 3.1.6 Experimentsteuerung

Eine detaillierte Beschreibung der Experimentansteuerung ist in der Arbeit [43] gegeben. Sie sei hier nur in Kürze skizziert: Der zeitliche Ablauf eines Experimentzyklus wird von einem FPGA (engl.: Field Programmable Gate Array) gesteuert, der in einen Echtzeitrechner integriert ist. Die Programmierung des FPGAs erfolgt mithilfe der Benutzer-Schnittstelle Labview 2010, die auf einem separaten Windows OS-Messrechner installiert ist. Für jeden Zyklus wird der jeweils aktuelle Parametersatz vom Messrechner zum Echtzeitrechner über ein Ethernet-Kabel transferiert. Vom FPGA aus werden die auf dem Echtzeitrechner installierten DDS-Karten für die 3D-MOT-AOM in ihrer Frequenz festgelegt. Außerdem setzt der FPGA die Spannungswerte an den Ausgängen mehrerer Analogkarten fest sowie die TTL-Signale (engl.: Transistor-Transistor-Logic) für die zeitliche Kontrolle der Licht- und Magnetfelder. Das Auslesen des Detektionssignals sowie diverser Hilfssensoren, wie zum Beispiel zusätzlicher Seismometer, wird über Analog-Eingangskarten realisiert, die ein digitalisiertes Signal an den Messrechner weiterleiten. Dieses wird darauf direkt ausgewertet und auf einem Bildschirm angezeigt oder gegebenenfalls in einer Datei gespeichert.

# 3.2 Ablauf eines Zyklus

Die Dauer eines Experimentzyklus beläuft sich auf eine Zeit von 0,5 s. In dieser Zeit findet das Fangen der Atome, der Startprozess, die Präparation, die Interferometrie und die Detektion statt.

# 3.2.1 Ladephase und bewegte Melasse

Für die Ladephase wird eine Zeit von 260 ms eingeräumt. In dieser Zeit gelten die Einstellungen des in Abschn. 3.1.1 beschriebenen stationären Falls für die Magnet- und Lichtfelder der 2D- und 3D-MOT. Das Ende der Ladephase wird durch das Abschalten der Magnetfelder der 2D-MOT eingeleitet. Ihre Lichtfelder werden 10 ms später abgestellt. Es folgt nun das Abschalten der 3D-Magnetfelder bei gleichzeitiger Verstimmung des 3D-Lasers um -59 MHz von -10 MHz auf -69 MHz unterhalb des Kühlübergangs. Letztere Maßnahme wirkt einem etwaigen Aufheizen der Wolke bei dem unkontrollierten Abklingen der Magnetfelder entgegen. Anschließend werden die 3D-Laser wieder auf ihre ursprüngliche Ausgangsfrequenz gestellt und 2,4 ms später durch entsprechende Frequenzänderung der 3D-MOT-AOM ein bewegtes Bezugssystem für die Atome hergestellt, wodurch diese auf eine definierte Geschwindigkeit beschleunigt werden. Die in die horizontalen Richtungen  $\pm \vec{e}_y$  wirkenden Lichtfelder werden um  $\mp 2,528$  MHz verstimmt, während für die vertikalen Richtungen  $\pm \vec{e}_z$  eine Verstimmung von  $\mp 0,943$  MHz eingestellt wird.

Für das Polaristationsgradientenkühlen wird nach der Beschleunigungsphase die globale Verstimmung der 3D-Lichtfelder über eine lineare zeitliche Rampe der Dauer 1 ms



Abbildung 3.7: Pulsabfolge der MZ- (*links*) und der sMZ-Geometrie (*rechts*). Der Blow-Away-Puls (BA) ist resonant zu den Atomen im  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Zustand und entfernt diese aus dem Ensemble.

um –59 MHz verstellt. Die Intensität wird nach 3 ms innerhalb von 1 ms zeitlich linear herabgesetzt. Die Ansteuerung sowohl der Intensität als auch der Verstimmung erfolgt über einen arbiträren Wellenformgenerator LeCroy ArbStudio 1104, der die Abschwächung der 3D-MOT-AOM bzw. die Referenzspannung an der Frequenzstabilisierung des Faserlasers verstellt.

### 3.2.2 Präparation und Interferometrie

Nach dem Austritt aus der Quelleneinheit befinden sich die Atome im  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Zustand mit einer Entartung der magnetischen Unterzustände. Zwecks der Aufhebung der Entartung wird vor der Interferometrie das in Richtung der Raman-Lichtfelder weisende Interferometriemagnetfeld der Stärke 757 mG eingeschaltet. Alle magnetischen Unterzustände sind danach in etwa gleich stark bevölkert. Um einen hohen Kontrast im Interferometersignal zu erhalten, findet nach einer Flugzeit von 46 ms in der ersten Strahlteilerzone eine Geschwindigkeitsselektion der Atome statt. Für die MZ-Geometrie wird hierzu ein 25  $\mu$ s dauernder  $\pi$ -Puls eingestrahlt [67], der je nach Wahl der Richtung des  $\vec{k}_{eff}$ -Vektors mit einer DDS-Frequenz von 82,458 MHz bzw. 82,873 MHz in seiner Verstimmung eingestellt wird. Der Doppler-insensitive Übergang liegt bei 82,659 MHz. Durch den eingestrahlten  $\pi$ -Puls geschieht ein Populationstransfer eines zum Raman-Lichtfeld resonanten Anteils der Atome in den Zustand  $|5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 0\rangle$ . Der verbleibende Teil der Atome im  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Zustand wird durch einen zum Kühl-übergang des <sup>87</sup>Rb-Atoms resonanten Lichtpuls der Dauer 0,9 ms räumlich aus dem Ensemble entfernt. Dieser Puls wird gemeinhin als Blow-Away bezeichnet.

Die Strahlteilerpulse für die MZ-Geometrie bilden eine  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ -Pulsabfolge mit einer zeitlichen Dauer von 13  $\mu$ s für die  $\pi/2$ -Pulse in den äußeren und 16  $\mu$ s für den  $\pi$ -Puls in der mittleren Strahlteilerzone. Die Zeit zwischen den Strahlteilerpulsen beträgt T = 23 ms. Für die Bildung der sMZ-Geometrie wird eine Sequenz von sieben Strahlteilerpulsen appliziert. Von einem Puls zum nächsten wechselt das Vorzeichen von  $k_{eff}$ . Dazu wird für  $+\dot{k}_{eff}$  eine Frequenz von 82,458 MHz und für  $-\dot{k}_{eff}$  der Wert 82,865 MHz an den zwei DDS eingestellt. Diese Werte wurden als Optimaleinstellungen durch Maximierung des Kontrastes in der sMZ-Geomerie gefunden. Die Dauern der einzelnen Strahlteilerpulse sind in Abb. 3.7 aufgelistet. Sie liegen im Bereich von  $18 - 30 \ \mu$ s. Die ersten beiden Strahlteilerpulse in der sMZ-Implementierung bilden gleichzeitig einen Geschwindigkeitsfilter zur Erhöhung des Kontrastes. Zwischen ihrer zeitlichen Applikation liegt eine Zeit von 4  $\mu$ s. Darauf folgt der Blow-Away-Puls zur Entfernung der nicht transferierten Atome. Der zeitliche Abstand nach Beendigung des ersten Paares bis zum Beginn des nächsten Pulses wurde zu  $T_0 = 25$  ms gewählt. Die drei mittleren Strahlteilerpulsen sind ebenfalls durch eine Zeit von 4  $\mu$ s voneinander separiert. Nach den Strahlteilerpulsen in der mittleren Zone wird nochmals ein Blow-Away-Puls in der letzten Strahlteilerzone für eine Dauer von 4 ms appliziert. Darauf werden die atomaren Teilwellen des Interferometers durch zwei abschließende Strahlteilerpulse einander überlagert.

# 3.2.3 Detektion

Zur Detektion wird die zustandsselektive Fluoreszenzdetektion eingesetzt [68]. Ihre zeitliche Abfolge sowie der Berechnungsalgorithmus des Interferenzsignals wird in den folgenden Unterabschnitten beschrieben.

#### **Zeitliche Abfolge**

Die Detektion beginnt mit der Einstrahlung eines zum <sup>87</sup>Rb-Kühlübergang resonanten 800  $\mu$ s andauernden Lichtpulses mit dem Signalpegel  $S_1$ . Dadurch werden die Atome auf den  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Zustand projiziert. Es handelt sich dabei um einen geschlossenen Übergang. Die dabei entstehende Floureszenzstrahlung wird von der Detektionsphotodiode erfasst. Ein darauffolgender Rückpumperpuls von 200  $\mu$ s Länge überführt die im  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$ -Zustand befindlichen Atome auf das Niveau  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ , worauf nach weiteren 200  $\mu$ s ein erneuter Detektionslichtpuls  $S_2$  der Dauer 800  $\mu$ s das gesamte atomare Ensemble zur Floureszenz anregt. Ein nach 400  $\mu$ s eingestrahlter dritter Detektionspuls  $S_3$  der gleichen Dauer dient zur Positionsbestimmung der atomaren Wolke innerhalb der Detektionszone. Nach einer Dunkelzeit von 42 ms haben die Atome die Detektionszone verlassen. Es wird nun ein Kalibrationspuls des Detektionslichts eingestrahlt, um das Signal der Korrekturphotodiode auf das residuale Streulicht, das auf die Detektionsphotodiode gelangt, zu eichen. Der mittels der Korrekurphotodiode gleichzeitig aufgezeichnete Wert für die Streulichtintensität  $I_i$  des i-ten Detektionspul-



Abbildung 3.8: Lichtpulssequenz der Detektion. Der erste Puls  $S_1$  projiziert die Superoposition der Materiewellen auf den  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Zustand. Es folgt ein Rückpumperpuls, der die verbbleibenden Atome in den F = 2-Zustand transferiert. Der Puls  $S_2$  erfasst die Gesamtatomzahl. Zur Korrektur der Position wird ein dritter Puls  $S_3$  eingestrahlt. Der letzte Lichtpuls dient der Korrektur des Streulichts.

ses wird nach kalibrierter Umrechnung von den erfassten Floureszenzpegeln  $S_i$  abgezogen. Es gelte im Folgenden die Bezeichnung  $N_i := S_i - I_i$ , mit  $i = \{1, 2, 3\}$ , wobei diese Größen die zeitlichen Mittelwerte der Spannungssignale während der Detektionspulses bezeichnen.

### Berechnung der Besetzungswahrscheinlichkeit

Bei einem zeitlich flachen Floureszenzsignal ergibt sich die Besetzungswahrscheinlichkeit  $P_{ex}$  des angeregten Zustandes direkt aus dem Verhältnis

$$\eta_0 := \frac{N_1}{N_2} = P_{\text{ex}}.$$
(3.1)

Aufgrund der begrenzten räumlichen Ausdehnung der Wolke nimmt das zeitliche Floureszenzsignal jedoch eine der Gauß-Glockenkurve ähnliche Form an. Die Höhe des Signalpegels ist deshalb von der Ankunftszeit  $t_{Az}$  der Atome in der Detektionszone abhängig. Der Zeitpunkt des Pulses mit dem Signal  $N_2$  wird so gewählt, dass es auf dem Maximum des zeitlichen Floureszenzsingals zu liegen kommt und somit eine geringe Sensitivität auf Positionsfluktuationen besitzt. Daraus folgt, dass die übrigen Detektionspulse auf den Flanken des Floureszenzprofils appliziert werden müssen. Sowohl das Verhältnis  $N_1/N_2$  als auch  $N_3/N_2$  ist in von  $t_{Az}$  abhängig. Wie durch Messungen überprüft werden konnte, ist der Zusammenhang zwischen  $N_1/N_2$  und  $t_{Az}$  annähernd linear mit einer Proportionalitätskonstante  $\xi$ . Ferner kann diese Funktion als proportional zur Besetzungswahrscheinlichkeit  $P_{ex}$  angenommen werden. Gl. 3.1 nimmt somit die Form

$$\eta := \eta_0 + \xi P_{\text{ex}} t_{\text{Az}} = P_{\text{ex}} (1 + \xi t_{\text{Az}})$$
(3.2)

an. Das Floureszenzsignal  $N_3$  des Korrekturpulses ist nicht abhängig von der Besetzungswahrscheinlichkeit  $P_{ex}$ , da zu diesem Zeitpunkt sich alle Atome in dem angeregten Interferometriezustand befinden. Der Quotient aus  $N_3$  und  $N_2$ 

$$\eta_{\rm kor} := \frac{N_3}{N_2} = \eta_{0_{\rm kor}} + \xi_{\rm kor} t_{\rm Az} \tag{3.3}$$

enthält ebenfalls die Information über die Ankunftszeit, wobei  $\eta_{0_{kor}}$  und  $\xi_{kor}$  beliebige Konstanten des linearen Zusammenhangs sind. Durch Kombination von Gl. 3.2 und 3.3 ergibt sich die Berechnungsvorschrift für die Besetzungswahrscheinlichkeit zu

$$P_{\rm ex} = \frac{\eta}{\frac{\xi}{\xi_{\rm kor}}(\eta_{\rm kor} - \eta_{0_{\rm kor}}) + 1}.$$
(3.4)

Experimentell geschah die Bestimmung des Verhältnisses  $\xi/\xi_{kor}$  durch schrittweise Verschiebung der Ankunftszeit des atomaren Ensembles. Der Wert für das obige Verhältnis wurde so gewählt, dass bei symmetrischer Lage der Detektionspulse um das zeitliche Floureszenzmaximum eine Nullantwort der errechneten Besetzungswahrscheinlichkeit auf die Verschiebung vorlag. Der Wert für  $\eta_{0_{kor}}$  wurde derart bestimmt, dass die Detektion eines vorher vollständig im Zustand  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  präparierten Ensembles den Wert  $P_{ex} = 1$  ergab. Typische Werte waren  $\xi/\xi_{kor} = 1,3$  und  $\eta_{0_{kor}} = 0,87$  für beide Atomquellen. Nach einer Verstellung der Startposition der atomaren Wolken in der MOT musste eine neue Ermittlung der Parameter stattfinden. Ebenso mussten sie angepasst werden, wenn das Geschwindigkeitsfilter durch den Raman-Puls (s. Abschn. 3.2.2) nicht appliziert wurde.

# 3.3 Kenngrößen der Interferometer

Eine für das Atominterferometer wichtige Kenngröße besteht in der Amplitude des Interferenzsignals. Sie bestimmt die Beeinflussung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses durch das Detektionsrauschen. Ihr Betrag wird sowohl durch die Effizienz der einzelnen Strahlteiler bestimmt als auch durch die Kohärenz des Ensembles über die gesamte freie Entwicklungszeit der Atome. Für die Effizienz der Strahlteiler sind wiederum die Temperatur des Ensembles und dessen Wolkengröße relativ zu dem Intensitätsprofil der Strahlteilerlichtfelder die kritischen Parameter [69]. Der Zusammenhang zur Temperatur ergibt sich über die aus der Geschwindigkeitsverteilung bedingten Dispersion der



Abbildung 3.9: Floureszenzmessungen der Atomwolken beim Durchflug resonanter Lichtfelder.

Dopplerfrequenz, sodass die Resonanzbedingung des Raman-Lichtfeldes nicht für alle Atome gleich erfüllt ist. Die Darstellung dieser Charakteristiken ist das Ziel der nachfolgenden Unterabschnitte.

### 3.3.1 Temperatur und Wolkengröße

Die Charakterisierung der Temperatur und der Wolkengröße beider Quellen basiert auf Floureszenzmessungen der Atome beim Durchflug von Lichtfeldern, die zum Kühlübergang resonant waren. Ihr Strahlenverlauf war transversal zur Flugrichtung angeordnet. Das Licht bestand aus den Detektionslichtfeldern, deren Strahlen mittels einer Blende auf einen Durchmesser von 3 mm eingeschränkt wurden. Der Abstand zwischen den Strahlen betrug 227,5 mm. Die Bestimmung der Wolkengrößen und der Temperatur basiert auf Anpassungen von Gauß-Kurven an das Floureszenzsignal der Detekionsphotodioden. Zur Berechnung der Breite der Geschwindigkeitsverteilung wurde die Gleichung

$$\sigma_{\nu_x} = \sqrt{\frac{\sigma_{x_2}^2 - \sigma_{x_1}^2}{t_2^2 - t_1^2}}$$
(3.5)

verwendet, wobei  $\sigma_{x_i}$  die Wolkenradii in Flugrichtung der Atome und  $t_i$  mit  $i = \{1, 2\}$  die Ankunftszeitpunkte der Wolke an den Lichtstrahlen nach Beendigung der Melasse sind. Die Temperatur des Ensembles hängt mit der Geschwindigkeitsverteilung über die

Wolkenparamter	Quelle '1'	Quelle '2'
$\sigma_{x_0}$	2,7 mm	2,3 mm
$T_{\rm at}$	5,6 µK	13,6 µK

Tabelle 3.1: Übersicht über die Parameter der atomaren Ensemble. Die Bestimmung erfolgte anhand einer Floureszenzmessung der Atome beim Durchflug von resonanten Laserstrahlen.

wohlbekannte Gleichung

$$T_{\rm at} = \frac{m\sigma_{\nu_x}^2}{k_{\rm B}} \tag{3.6}$$

zusammen, in der  $k_B$  die Boltzmann-Konstante darstellt. Das Resultat dieser Messung ist in Abb. 3.9 dargestellt. Die ermittelten Werte für die Temperaturen und die anfänglichen Wolkengrößen finden sich in Tab. 3.1. Die niedrigste Temperatur beträgt 5,6  $\mu$ K. In anderen Experimenten wurden Temperaturen von unter 2  $\mu$ K erreicht [70, 71]. Eine Limitierung, die solch niedrige Werte für das vorliegende Experiment verhindert, wird in Restmagnetfeldern von 30 mG während der bewegten Melasse vermutet (s. Kap. 4.2.6).

# 3.3.2 Strahlteilereffizienz

Die Strahlteilereffizienz wird über die Messung einer Rabi-Oszillation ermittelt. Dazu wird nach erfolgter Geschwindigkeitspräparation von Schuss zu Schuss die Dauer eines Raman-Strahlteilerpulses in Schritten von 2 µs verstellt. Das Maximum des normierten Signals liefert direkt die Effizienz des atomoptischen Strahlteilungsprozesses. In Abb. 3.10 ist eine typische Rabi-Oszillation dargestellt, die in einer der äußeren Strahlteilerzonen aufgenommen wurde. Das Maximum liegt bei 46 %. Weitere Messungen ergaben Effizienzen von bis zu 50 %. Die Maximierung der Strahlteilereffizienz erforderte neben der Optimierung der Polarisation vor der Faser des Raman-Lichtes auch die Einhaltung der Resonanzbedingung. Für letztere gab es zwei kritische Einflussgrößen: Die vertikale Ausrichtung der Strahlteilerlichtfelder gegen die Erdbeschleunigung und das Intensitätsverhältnis der Raman-Laser im Zusammenhang mit der differentiellen AC-Stark-Verschiebung. Die vertikale Ausrichtung konnte über die gleichzeitige Raman-Spektroskopie der zwei Ensemble in den beiden äußeren Strahlteilerzonen optimiert werden, indem die Resonanzkurven durch die vertikale Verkippung der Spiegelhalterungsschiene überlagert wurden. Das Intensitätsverhältnis ließ sich durch eine MZ-Geometrie, die in nur einer Strahlteilerzone realisiert wurde, optimieren. Hierzu wurde während der Zeit T ein nicht-resonanter Raman-Puls eingestrahlt und der Phasenversatz, der dabei entstand, durch Anpassung des Intensitätsverhältnisses minimiert. Die Dämpfung der Rabi-Oszillation resultiert sowohl aus der Positions- als auch aus der Geschwindigkeitsverteilung des Ensembles. Diese Dispersionen implizieren räumlich unterschiedlich hohe Rabi-Frequenzen  $\Omega_R$  aufgrund des Gauß-Profils der Raman-Lichtfelder sowie verschiedene Doppler-Verstimmungen  $\omega_D$  der Atome (s. Kap. 2.1.2). Es ist anzumerken, dass während der Geschwindigkeitspräparation ein Teil der Atome in den magnetisch sensitiven Unterzuständen des  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ -Niveaus durch spontane Emission in den  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$ -Zustand gelangen. Sie tragen zu einem inkohärenten Untergrund von 5 % des normierten Signals bei, sodass die Anregungseffizienz reduziert wird. Verringern ließe sich dieser Beitrag durch eine größere globale Verstimmung  $\Delta$ , sodass die spontane Emission nach Gl. 4.1 in stärkerem Maße abnähme, als die benötigte Dauer des Präparationspulses. Für die Umsetzung ist eine Frequenzstabilisierung notwendig, die Frequenzsprünge im Bereich von 1 GHz innerhalb weniger Millisekunden erlaubt. Die Realisierung einer solchen Regelung steht noch aus.

### 3.3.3 Amplitude des Kosinussignals

Das Kosinussignal des Interferometers wird gewonnen, indem die Phase des letzten Strahlteilerlichtfeldes in Schritten von hier 377 mrad verstellt wird. In Abb. 3.11 ist ein solches Signal für beide Interferometer in der MZ-Geometrie dargestellt. Nach der Optimierung der einzelnen Strahlteilerlichtfelder hinsichtlich der Anregungseffizienz des Raman-Übergangs ist für das Interferometer zusätzlich die Parallelität der drei Phasenfronten zueinander erforderlich (s. Kap. 5.4.2). Für die erreichte Amplitude von 17 % ist eine Übereinstimmung von wenigen Mikroradian der drei Neigungswinkel notwendig.



Abbildung 3.10: Rabi-Oszillation in einer der äußeren Strahlteilerzonen. Die Dämpfung resultiert aus der Positions- und der Geschwindigkeitsverteilung.



Abbildung 3.11: Interferenzsignal in Abhängigkeit von der Interferenzphase. *Links*: Kosinussignal der Interferometer in der MZ-Geometrie. Es wird eine Amplitude von 17 % des normierten Signals erreicht. Das starke Rauschen stammt vom Phasenrauschen durch Beschleunigungen. *Rechts*: Kosinussignal der sMZ-Geometrie. Die Amplitude ist kleiner, als in der MZ-Geometrie und beträgt 5 % des normierten Signals. Ihr Mittelwert liegt ebenfalls bei einem geringeren Wert, was ein geringeres Quentenprojektionsrauschen begünstigt.

Das Verfahren für die Justage der Spiegel wurde bereits in vorhergehenden Arbeiten beschrieben [44, 72].

Für die sMZ-Geometrie ergibt sich eine geringere Amplitude von 5 % des normierten Signals, wie in Abb. 3.11 *rechts* zu erkennen ist. Die Beugung in höhere Impulszustände sollte durch das zweifache Anwenden des Blow-Away-Pulses nicht als Ursache in Frage kommen. Eine ausführlichere Studie hierzu steht noch aus. In der Regel ist das Kosinussignal der sMZ-Geometrie gegenüber der MZ-Geometrie stärker verrauscht, da sie eine etwa doppelt so hohe Sensitivität auf inertial bedingtes Rauschen besitzt. Dass dies in den Abbildungen nicht der Fall ist, liegt an verschiedenen Rauschhintergründen während der Messungen.

# 3.4 Signalauswertung

Für die Auswertung des Interferenzsignals wurde ein Kosinussignal von der Form

$$P(\Phi_{\rm L}) = P_{\rm Mp} - A_{\rm Int} \cos(\Phi_0 + \Phi_{\rm L}) \tag{3.7}$$

aufgenommen.  $P_{Mp}$  und  $A_{Int}$  sind dabei die Mittelposition und die Amplitude des Kosinussignals, während  $\Phi_0$  die durch den Einfluss externer und interner Freiheitsgrade entstehende Interferenzphase des Atominterferometers ist. Die Laserphase  $\Phi_L$  wird dabei gesondert notiert. Nach einer Einteilung des erhaltenen Kosinussignals in *n* Messintervalle  $s_i$  mit einer festen Intervalllänge *s* und  $i = \{1, ..., n\}$  werden die Extrempunkte jedes Intervalls bestimmt, um daraus die Mittelposition und die Amplitude zu erhalten (s.



Abbildung 3.12: Kosinussignal einer MZ-Geometrie, das zur Gewinnung der Signalparameter vor jeder eigentlichen Messung aufgenommen wird. Das Signal wird in gleich große Segmente  $s_i$  unterteilt, für die jeweils die Extrempunkte bestimmt werden. Aus diesen ergibt sich als arithmetisches Mittel die Amplitude  $A_{\text{Int}}$  und die Mittelposition  $P_{\text{Mp}}$ . Als Arbeitspunkt der Messung wird die Mittelposition  $P_{\text{Mp}}$  gewählt. Durch Invertierung des Kosinussignals kann die Phase extrahiert werden.

Abb. 3.12). Anschließend werden die arithmetischen Mittelwerte  $P_{Mp}$  und  $A_{Int}$  über die aus den Segmenten  $s_i$  gewonnenen Parameter  $P_{Mp,i}$  und  $A_{Int,i}$  gebildet. Für die Durchführung der eigentlichen Rotationsmessung wird eine feste Laserphase  $\Phi_{L,Mp}$  eingestellt, die der Mittelposition des Signals entspricht. Durch Invertierung der zugrundeliegenden Kosinus-Funktion wird aus den Signalparametern der Phasenwert  $\Phi_0$  gemäß der Gleichung

$$\Phi_0 = \arccos\left(\frac{P(\phi_{\rm L}) - P_{\rm Mp}}{A_{\rm Int}}\right) - \Phi_{\rm L,Mp} \tag{3.8}$$

extrahiert. Für die Korrelationsmessung der beiden Interferometer wird über die vertikale Winkeleinstellung der Strahlteilerspiegel und damit über die Projektion  $\vec{k}_{eff} \cdot \vec{g}$  eine Differenzphase von  $\pi$  der beiden Interferometer eingestellt. Auf diese Weise werden Rauschprozesse, die aus der Amplitude stammen und für beide Quellen gleich sind, im Halbsummensignal der Phase unterdrückt.

# KAPITEL 4

# **STABILITÄT**

Dieses Kapitel befasst sich mit der Stabilität des in dieser Arbeit vorgestellten Atom-Gyroskops. Dabei geht es sowohl um die Kurzzeitstabilität, die nach einer Sekunde Messzeit erreicht wird, als auch um die maximal erreichbare Präzision nach einer Integrationszeit von 100 s. Wird die Stabilität durch sogenanntes weißes Rauschen begrenzt, so lässt sich prinzipiell über eine Mittelung von Einzelmessungen ein beliebig präzises Ergebnis erzielen. Die Präzision steigt mit  $\sqrt{\tau}$ , wenn  $\tau$  die Gesamtmessdauer dieser Mittelung ist. Lässt sich hingegen die Schuss-zu-Schuss-Stabilität um einen Faktor *u* erhöhen, verkürzt sich die Mittelungszeit  $\tau$  für eine beabsichtigte Präzision um  $1/u^2$ .

Zur Darstellung der Präzision in Abhängigkeit von der Mittelungszeit wird im Folgenden Gebrauch von der überlappenden Allan-Standardabweichung [64, 73] (engl.: Allan Standard Deviation, kurz: ASD) gemacht.

Das niedrigste Phasenrauschniveau, das mit den in Kap. 3.3 beschriebenen Kenngrößen auf der Mittelposition des Interferenzsignals gemessen wurde, betrug 13 mrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  in der sMZ-Geometrie. Dies entspricht einem Rotationsrauschen von 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . In Abb. 4.1 ist die ASD dieser Messung dargestellt. Es soll in diesem Kapitel gezeigt werden, wie diese Stabilität erreicht worden ist und welches die verbleibenden Limitierungen sind.

Zunächst soll dabei die Stabilität des Signals, aus dem man die Besetzungswahrscheinlichkeit einer der beiden internen Zustände des Atoms ableitet, quantifiziert werden. Aus der Besetzungswahrscheinlichkeit gewinnt man wiederum die Phaseninformation der Interferenz. Es schließt sich eine Untersuchung der  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängigen Rauschbeiträge an, welche die Interaktion der Raman-Laser mit den internen Zustände der Atome betreffen. Ein weiterer Unterabschnitt widmet sich den  $\vec{k}_{eff}$ -abhängigen Beiträgen. Abschließend wird auf die Langzeitstabilität des Interferometers eingegangen.



Abbildung 4.1: Niedrigstes gemessenes Rotationsrauschen mit der sMZ-Geometrie. Gemessen wurde auf der Mittelposition des Interferenzsignals. Die Unterdrückung des Beschleunigungsrauschens in der Halbsummenphase beider Interferometer beträgt 18 dB.

# 4.1 Signalrauschen

Das Signalrauschen setzt sich zusammen aus dem Normierungsrauschen und dem Strahlteiler-Intensitätsrauschen. Messtechnisch lassen sich diese Mechanismen unterscheiden, indem für das Normierungsrauschen ein aus der MOT gestartetes unpräpariertes atomares Ensemble detektiert wird. Hierzu musste die Ladezeit der MOT gegenüber dem gewöhnlichen Betrieb reduziert werden, damit die Detektionsphotodiode aufgrund der hohen Atomzahl und des daraus folgenden intensiven Floureszenzsignals nicht übersättigte. Das hinzukommende Strahlteilerrauschen wurde analysiert, indem unter Anwendung der Präparation eine Strahlteilerpuls-Sequenz durchlaufen wurde.

# 4.1.1 Normierungsrauschen

Aus der zeitlichen Abfolge der Detektionspulse ergibt sich eine Transferfunktion im Fourier-Raum, wie in Abb. 4.2 dargestellt. Sie beschreibt die Antwort des normierten Signals auf Störungen der Photodiodenspannung. Eine Störfrequenz, deren Periode dem zeitlichen Abstand der Detektionspulse entsprechen, werden nicht registriert. Die Transferfunktion enthält für Vielfache einer solchen Störung Nullstellen. Das erste Maximum der Funktion liegt bei der Frequenz, die dem doppelten zeitlichen Detektionspulsabstand entspricht. Es schließen sich weitere Maxima bei dem Vielfachen dieser Frequenz an. Für die in diesem Experiment verwendete Pulsabfolge liegt das erste Maximum bei



Abbildung 4.2: Transferfunktion des normierten Signals. Für die hier gewählten zeitlichen Dauern der Detektionssequenz ergibt sich ein Maximum bei 400 Hz. Nullstellen liegen bei Fourier-Frequenzen, die dem Vielfachen des Detektionspulsabstands entsprechen.

400 Hz. Rauschprozesse, die in einem Band von 200 bis 600 Hz liegen, bedürfen demnach einer effektiven Unterdrückung.

Das Floureszenzlicht, das auf die Detektionsphotodiode trifft, ist proportional zu der Photonen-Streurate  $R_{Sc}$  eines einzelnen Atoms. Sie folgt der Gleichung

$$R_{Sc} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + 4(\Delta/\Gamma)^2}.$$
(4.1)

Dabei ist  $\Gamma$  die natürliche Linienbreite des Atoms, *I* und *I*<sub>0</sub> die eingestrahlte Lichtintensität und die Sättigungsintensität und  $\Delta$  die Verstimmung zum Kühlübergang. Das Normierungsrauschen teilt sich auf in Mechanismen, die die Streurate nicht beeinflussen und solche, bei denen die Streurate beeinträchtigt wird.

Bei der ersten Klasse führt eine Erhöhung der Teilchenzahl zu einem höheren Signal-zu-Rausch-Verhältnis, weswegen sie der Analyse in [68] folgend als Atomzahl-abhängige Normierungsrauschprozesse bezeichnet werden sollen. Zu diesen gehört das Dunkelrauschen der Verstärkerelektronik und der Detektionsphotodiode sowie jenes residuale Intensitätsrauschen des Streulichts, welches durch die Korrekturphotodiode nicht erfasst wird. Für diese Prozesse skaliert das Signal-zu-Rausch-Verhältnis proportional mit der Atomzahl N. Auch das Quantenprojektionsrauschen gehört zu den Atomzahlabhängigen Rauschprozessen, wenngleich das Signal-zu-Rausch-Verhältnis hier mit  $\sqrt{N}$ steigt. Zur zweiten Klasse gehören nach Gl. 4.1 die Verstimmung  $\Delta$  und derjenige Anteil der Intensität *I*, der mit den Atomen wechselwirkt. Zusätzlich bewirkt das Ankunftszeitrauschen der Atome in der Detektionszone ein Rauschen des Signals. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis lässt sich bei Fluktuationen dieser Art nicht erhöhen, indem man die Teilchenzahl erhöht. Es ist Atomzahl-unabhängig.

Im Folgenden sollen Unterdrückungsmethoden für eine Auswahl dieser Rauschkomponenten vorgestellt werden und deren Beiträge zum Gesamtrauschen der Detektion quantifiziert werden. Dabei wird für die Bestimmung der Atomzahl-abhängigen Rauschbeiträge explizit ein Signalpegel der Detektionsphotodiode entsprechend einer bestimmten Atomzahl verwendet. Die Rauschwerte  $\sigma$  werden bezogen auf den Wert in einer Sekunde angegeben. Die Schuss-zu-Schuss-Schwankungen  $\sigma_{\text{Schuss}} = \sigma \sqrt{f_c}$  ergeben sich unter Einbeziehung der Zyklusfrequenz von  $f_c = 2$  Hz.

### Detektionselektronik

Zur Messung des Rauschens der Detektionselektronik wurden die Photodiodensignale einer Reihe von Experimentzyklen aufgenommen, bei denen keine Atome aus der MOT gestartet und das Detektionslicht ausgeschaltet blieb. Das Signal der Detektionsphotodiode wurde mithilfe eines Auswerteprogramms, das der nominellen Auswerteroutine in LabView entspricht, evaluiert. Dabei wurden numerisch die Spannungswerte, die der typischen Atomzahl und Detektionslichtintensität entsprechen, zu den Signalwerten addiert, um auf diese Weise einen echten Detektionszyklus zu simulieren. Der simulierte Wert für die Gesamtatomzahl  $N = N_1 + N_2$  (s. Kap 3.2.3) betrug 6 V und für die Intensität 4 V. Die übrigen Signale wurden derart gewählt, dass die Population des angeregten Zustandes der Mittelposition des Interferenzsignals entsprach. Das aus dieser Simulation gewonnene Normierungsrauschen ließ sich zu  $2 \cdot 10^{-4}/\sqrt{\text{Hz}}$  bestimmen.

### **Residuales Streulichtrauschen**

Analog zur vorangegangenen Messung des Elektronikrauschens wurde für die Charakterisierung des residualen Streulichtrauschens nun zusätzlich die im nominellen Betrieb verwendete Lichtpulssequenz für die Detektion eingestrahlt. Auch für diese Messung wurden keine Atome gestartet, sondern der oben genannte Spannungswert für die Simulation einer üblichen Atomzahl verwendet. Die so gemessene Standardabweichung betrug typischerweise  $3,3 \cdot 10^{-4}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nach Abzug des Elektronikrauschens erhält man für das residuale Streulichrauschen einen Wert von  $2,7 \cdot 10^{-4}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

#### Ankunftszeitrauschen der Atome

Das Floureszenzsignal hängt von der Position des atomaren Ensembles in der Detektionszone ab, wie in Kap. 3.2.3 bereits beschrieben wurde. Fluktuationen der Position werden auch als Ankunftszeitrauschen bezeichnet [74]. Mit der Einführung eines dritten Floureszenzpulses zur Messung der Ensembleposition konnte eine Unterdrückung des



Abbildung 4.3: Einfluss des Ankunftszeitrauschens auf das normierte Signal. *Links:* Reduktion des Ankunftszeitrauschens mithilfe eines zusätzlichen positionssensitiven Lichtpulses in der Detektionssequenzabfolge. *Rechts:* Einfluss einer Positionsverschiebung in der Detektionszone für verschiedene Besetzungswahrscheinlichkeiten. Zur Manipulation der Besetzungswahrscheinlichkeit wurde ein Strahlteilerpuls appliziert. Für jeweils einen Puls wurde die Position der Wolke verschoben. Die Verschiebung geschah durch Zeitversatz der Detektionssequenz.

atomaren Ankunftszeitrauschens gezeigt werden. Der Vergleich der in Abb. 4.3 dargestellten Allan-Standardabweichung eines Detektionszyklus mit und ohne Anwendung der Positionskorrektur lässt eine Quantifizierung dieser Rauschquelle zu. Aus diesem Vergleich ergibt sich ein Rauschwert von  $\sigma_{Pos} = 1.8 \cdot 10^{-3} / \sqrt{Hz}$ . Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Einführung eines dritten Detektionspulses einen zusätzlichen Rauschbeitrag bedeutet, der durch Intensitäts- und Frequenzrauschen des Lasers erzeugt wird. Das obige Ergebnis gibt möglicherweise nicht vollständig den Beitrag durch Positionsschwankungen wieder.

In einer weiteren Messung wurde die Effizienz der Ankunftszeitkorrektur für verschiedene Höhen des normierten Signals untersucht. Zu diesem Zweck wurde das Ensemble nach erfolgter Geschwindigkeitsselektion mittels eines Raman-Strahlteilerpulses manipuliert. Die Dauer des Pulses legte dabei die Signalhöhe fest. Für verschiedene Signalhöhen wurde nun die Position der Wolken in der Detektionszone schrittweise um 56  $\mu$ m verschoben. Wurde die Ankuftszeit nicht durch den dritten Detektionspuls korrigiert, ergab sich infolge dieser Verschiebung eine Steigung. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. 4.3 rechts als schwarze Linie dargestellt. Bei Anwendung der Positionskorrektur wurden die Steigungen zu flachen Plateaus begradigt, wie man in der gleichen Abbildung an dem roten Graphen sehen kann. Für niedrige Signalamplituden ist jedoch eine gewisse Reststeigung zu erkennen. Aus dem Verhältnis der größten dieser residualen Steigungen und denen des unkorrigierten Signals lässt sich eine Unterdrückung von einem Faktor 6,5 schlussfolgern. Das residuale Rauschen beläuft sich somit auf maximal  $3 \cdot 10^{-4}$ .

### Frequenzrauschen

Die Auwirkung von Frequenzfluktuationen des Detektionslasers auf das Normierungssignal hängt von der mittleren Frequenz ab. Befindet sich der Laser in Resonanz mit den Atomen und somit auf dem Floureszenzmaximum, so ist die Steigung im Frequenzraum an dieser Stelle gleich Null. Eine kleine Änderung der Frequenz bewirkt eine nur geringe Variation der Floureszenz. Auf der Flanke der Foureszenzkurve hingegen ist die Steigung größer als Null. Deshalb steigt hier die Sensitivität auf Frequenzrauschen. Der Beitrag des Frequenzrauschens lässt sich im Experiment abschätzen, indem man die Fluktuationen des Photodiodensignals auf der Flanke des Floureszenzspektrums mit denen auf dem Maximum vergleicht. Sind die ersteren bedeutend größer, so lässt sich der Hauptanteil des Rauschbeitrags auf der Flanke dem Frequenzrauschen zuschreiben und über die Steigung der Flanke sein Betrag abschätzen. Dies ist beispielhaft in



Abbildung 4.4: Signal der Detektionsphotodiode in Abhängigkeit von der Frequenz des Detektionslichts. Die Frequenz wurde mithilfe des Schalt-AOM '2' manipuliert. In grau ist das Spektrum der Leistung des AOM aufgetragen. Es ist der Träger bei zu sehen mitsamt der Seitenbänder bei 72,9 ± 4,6 MHz. Aus der linearen Anpassung lässt sich auf die Frequenzstabilität des Laserlichts schließen, da das Rauschen auf der Flanke höher ist, als am Maximum. Zur Illustration wurden für die Fehlerbalken die Standardabweichungen gewählt und nicht der Fehler.

Abb. 4.4 dargestellt. Das Floureszenzspektrum wurde aufgenommen, indem für verschiedene Frequenzen des in Kap. 3.1.3 eingeführten AOM '2'-Treibers der jeweilige Spannungswert der Detektionsphotodioden aufgezeichnet wurde. Dabei wurden etwa  $2 \cdot 10^6$  Atome mit der im Experiment üblichen Sequenz gestartet, jedoch während der Flugzeit keinerlei weiteren Manipulationen ausgesetzt. Die Besetzung des angeregten Interferometriezustandes lag demnach bei  $P_{ex} = 1$ .

Gegenüber dem Maximum des Floureszenzprofils weist das Photodiodensignal auf der Flanke ein um einen Faktor 3 höheres Rauschen auf. Mit einer ermittelten Steigung der Flanke von 0,57 V/MHz und einer mittleren Standardabweichung der Photodiodenspannung von  $\sigma_U = 0,1$  V ergibt sich ein Frequenzrauschen von  $\sigma_{Laser} = 175$  kHz als Standardabweichung. Dieser Wert weicht um rund 120 kHz von den Charakterisierungen von ECDL-basierten MOPA Lasersystemen aus anderen Arbeiten ab, aus denen Standardabweichungen von 53 kHz [66] und 56 kHz [75] folgen. Aus spektralen Untersuchungen des Fehlersignals haben sich Störfrequenzen ergeben, die dem Vielfachen der Netzfrequenz von 50 Hz entsprechen. Somit liegt es nahe, den vergrößerten Rauschwert auf die Einkopplung dieser Frequenzen in die elektronische Stabilisierung zurückzuführen.

Unter Verwendung der Streurate aus Gl. 4.1 lässt sich aus dem ermittelten Frequenzrauschen des Detektionslichts das Rauschen des normierten Signals für den Resonanzfall errechnen. Da die Nichtlinearität an diesem Punkt eine analytische Betrachtung erschwert, wurde in eine numerische Simulation gewählt. Es wurden Spannungsignale der Photodiode simuliert, deren Höhe durch Gl. 4.1 bestimmt wurde. Für die Verstimmung  $\Delta$  wurde eine Folge von Zufallszahlen generiert, die weißes Frequenzrauschen nachstellen sollten. Der Mittelwert betrug  $\Delta = 0$ . Die Höhe zweier aufeinanderfolgender Spannungssignale wurden zu einem normierten Signal verrechnet. Die Bestimmung der Standardabweichung ergab ein Signalrauschen von  $\sigma_{v,Sim} = 2 \cdot 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}}$  für  $P_e = 1$  für ein angenommenes Intensitätsverhältnis des Detektionslichtes von  $I/I_0 = 0.7$ , wobei  $I_0$ die Sättigungsintensiät des nahresonanten Falles bezeichnet. Dieser Wert liegt nahe den typischerweise im Experiment gemessenen Rauschwerten von  $\sigma = 1, 2 - 3 \cdot 10^{-3} / \sqrt{\text{Hz}}$ , was die Vermutung nahelegt, dass das Normierungsrauschen vom Frequenzrauschen dominiert wird.

Ein Mittel, um das Frequenzrauschen zu unterdrücken, ist die gezielte Verbreiterung des Spektroskopiesignals der Atome. Dadurch erhält man ein am Maximum stark abgeflachtes Spektroskopiesignal mit einem verbreiterten Plateau. Realisiert wurde dies in dem vorliegenden Experiment durch eine Frequenzmodulation des Detektionslaserlichtes, deren Tiefe in der Größenordnung der natürlichen Linienbreite der Atome liegt. Eine Fluktuation der Laserfrequenz erfährt demnach eine reduzierte Antwortamplitude im Floureszenzsignal. Das so entstehende Floureszenzsignal in Abhängigkeit von der Laserfrequenz ist in Abb. 4.4 als roter Graph dargestellt. Für den nominellen Betrieb des Detektionssystems mit Modulation wurde am AOM '2' eine mittlere Frequenz von  $v_{AOM2} = 72.9$  MHz gewählt, während für AOM '1' die Frequenz  $v_{AOM1} = 127$  MHz eingestellt wurde. An diesem Arbeitspunkt ließ sich das geringste Signalrauschen beobachten. Die Modulationstiefe des AOM '2' betrug 4,6 MHz.

Vergleicht man das Signalrauschen im nicht-modulierten Fall mit dem modulierten, so ergibt sich eine Reduktion des Normierungsrauschens um einen Faktor 5, wie in der Allan-Abweichung in Abb. 4.5 zu erkennen ist. Das Rauschen im modulierten Fall besitzt nun einen Wert von  $\sigma = 5 \cdot 10^{-4} / \sqrt{\text{Hz}}$ .



Abbildung 4.5: Unterdrückung des Frequenzrauschens der Detektion durch Frequenzmodulation des Detektionslichts. Die Messung erfolgte für eine Signalamplitude von  $P_e = 1$ .

Als potentielle Ursache für das verbleibende Rauschen kommen das residuale Ankunftszeitrauschen sowie Streulichtschwankungen in Frage, die durch den jeweiligen Korrekturprozess nicht kompensiert werden. Das Quantenprojektionsrauschen war für Messungen dieser Art nicht zu erkennen (s. Abschn. 4.1.2). Im Falle der Streulichtschwankungen kommen insbesondere Luftturbulenzen in Betracht, da das Detektionslicht außerhalb der Vakuumkammer zu der Korrekturphotodiode nicht denselben Weg zurücklegt wie zu den Atomen. Insofern ist auch der Einfluss des Intensitätsrauschens auf die Streurate der Atome nicht mit Hilfe der Korrekturphotodiode zu erfassen. Für eine tiefer gehende Untersuchung müssten zwei Korrekturphotodioden unmittelbar hinter den retroreflektiven Spiegeln des Detektionslichts installiert und das residual durchdringende Detektionslicht registriert werden. Auf diese Weise würde das Licht zu den Atomen und zu den Korrekturphotodioden nahezu den gleichen Turbulenzen ausgesetzt sein. Das Maximum des Spektrums in Abb. 4.4 verläuft nicht ideal flach. Dies lässt sich

auf das blau-verstimmte Seitenband des Laserlichts zurückführen, welches effektiv ein Wegblasen der Atome bewirkt, während die rot-verstimmten Komponenten eine optische Melasse erzeugen und somit kühlen. Das Zusammenspiel der drei Seitenbänder hat somit einen unregelmäßigen Verlauf des Spektrums zu Folge. Des weiteren erkennt man eine Abnahme des Floureszenzsignals im modulierten Fall um etwa 30 %. Sie besitzt ihre Ursache in der Leistungsaufteilung auf nun drei Spektrallinien anstatt auf eine.



Abbildung 4.6: Standardabweichung des normierten Signals unter Anwednung eines  $\pi/2$ -Pulses in Abhängigkeit von der Atomzahl *N*. Auf der x-Achse ist die zur Atomzahl proportionale Spannung der Photodioden aufgetragen. Der 1/N-Verlauf markiert den vom technischen Rauschen dominierten Bereich. Aus dem sich anschließenden  $1/\sqrt{N}$ -Verlauf lässt sich auf das QPN schließen.

# 4.1.2 Strahlteilerrauschen

Die Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Interferometriezustandes durch die Atome hängt nach Gl. 2.24 von der Leistung der Raman-Strahlen ab. Um den Einfluss aller Strahlteilerpulse zusammengenommen auf die Kurzzeitstabilität zu untersuchen, wurde die Interferometersequenz des nominellen Betriebs eingestellt, mit dem Unterschied, dass die Kohärenz der Materiewellen aufgehoben wurde. Zu diesem Zweck wurde zwischen den ersten beiden Strahlteilerpulsen der MZ-Geometrie die Separationszeit T = 23 ms und zwischen den letzten beiden eine Zeit von  $T + \delta T$  mit  $\delta T = 50 \ \mu s$ gewählt. Das Signal enthielt dabei keinerlei Phaseninformation, da kein sinusoidales Interferenzsignal zu sehen war, wenn die Phase des DDS durchgestimmt wurde.

Um den Zusammenhang des verbleibenden Rauschens mit der Atomzahl zu bestimmen, wurden verschiedene Messreihen mit jeweils unterschiedlich langen Ladezeiten der MOT durchgeführt. Die Zyklusdauer einer Sequenz blieb dabei gleich. Das Kurzzeitrauschen dieser Messungen ist in Abb. 4.6 in Abhängigkeit von der Photodiodenspannung  $N_2$  des zweiten Detektionspulses dargestellt, die proportional zur Gesamtatomzahl ist. Man erkennt zwei verschiedene Atomzahlabhängigkeiten. Bis zu einem Wert des Photodiodensignals von etwa 1,6 V weist der Verlauf eine 1/N-Abhängigkeit auf. Für diese Spannungswerte ist technisches Rauschen verantwortlich, das in Abschn. 4.1.1 als das residuale Elektronikrauschen und das residuale Streulichtrauschen der Detektion identifiziert wurde. Ab Spannungen, die größer als 1,6 V sind, ist ein  $1/\sqrt{N}$ -Verlauf erkennbar, welcher auf das Quantenprojektionsrauschen (QPN) als Limitierung hindeutet [76].

Das von den Strahlteilerlichtfeldern verursachte Rauschen hängt nicht von der Atomzahl ab. Es müsste somit als konstanter Untergrund in dem Graphen zu erkennen sein, wie in [35] dargestellt wurde. Da dies jedoch nicht der Fall ist, kann das Strahlteilerrauschen bis hinunter zu einem Rauschniveau von  $5 \cdot 10^{-4}$  als Limitierung ausgeschlossen werden. Aus einer Messung der Intensitätsschwankungen des Raman-Laserlichts auf Zeitskalen der Interferometerzyklusfrequenz ergab sich ein relatives Intensitätsrauschen von 0,6 %, was für einen einzelnen  $\pi/2$ -Strahlteilerpuls in einem Rauschen des normierten Signals von  $3 \cdot 10^{-3}$  resultieren würde. Offensichtlich bewirkt das Zusammenspiel mehrerer Strahlteilerpulse eine Reduktion dieses Rauschens. Aus dem Zusammenhang

 $\sigma_{\rm QPN}^2 = \frac{P_e(1-P_e)}{N} \tag{4.2}$ 

für die Varianz des QPN lässt sich aus der Anregungswahrscheinlichkeit von  $P_e = 0,36$ und einem gemessenen Rauschwert von  $\sigma = 5 \cdot 10^{-4}$  ein Faktor für die Umrechnung von Photodiodenspannung in detektierte Atomzahl von  $1,6 \cdot 10^5$  1/V bestimmen. Für einen Wert von 5 V als Photodiodensignal ergibt sich somit eine Atomzahl von  $9 \cdot 10^5$ detektierten Atomen.

Umgerechnet auf ein Interferenzsignal mit einer Amplitude von 0,15 im typischen Mach-Zehnder Interferometer ergibt sich aus dem Signalrauschen des Interferometers ein Phasenrauschäquivalent von 3,3 mrad. Dieser Rauschwert würde für die konventionelle MZ-Geometrie ein Rotationsrauschäquivalent von 70 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  ergeben. Für die sMZ-Geometrie werden gemeinhin mehr Teilchen detektiert, sodass das technische Rauschen und auch das QPN im normierten Signal niedriger liegt. Außerdem wird hier bei einer Mittelposition gemessen, die weit niedriger liegt, als die des MZ-Interferometers. Nach Gl. 4.2 reduziert dies ebenfalls das QPN. Inkohärente Messungen des Strahlteilerrauschens in der sMZ-Geometrie ergaben als niedrigsten Rauschwert 60 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  für eine Amplitude von 0,05. Die Rauschamplitude war dabei abhängig von der detektierten Teilchenzahl und betrug unter ungünstigen Parametereinstellungen der atomaren Quellen 80 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

# **4.2** $\vec{k}_{eff}$ -unabhängiges Phasenrauschen

Rauschquellen, die sich lediglich aus den Beiträgen der internen Freiheitsgrade der Atome zusammensetzen, sind in erster Ordnung  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängig. Dabei kann zum einen das Lichtfeld, das die Atome manipuliert, in seiner Phase schwanken, zum anderen können auch die Energieniveaus der Atome durch äußere Störeinflüsse gegeneinander verschoben werden.



Abbildung 4.7: Spezifikationen des Phasenrauschens der beiden Mikrowellen-Referenzen bei 100 MHz.

Die technisch am aufwendigsten zu stabilisierende Größe des  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängigen Rauschens ist die relative Phase der beiden Raman-Laser. In [66] wurde bereits das Rauschen der Phasenstabilisierung der Raman-Strahlteilerlichtfelder basierend auf der spektralen Rauschleistungsdichte der Phase analysiert. Dabei wurden die Rauschbeiträge der Mikrowellen-Referenz sowie des Referenz-DDS außer Acht gelassen. Diese Komponenten sollen nun auf ihre Limitierung für die Phasenstabilität hin untersucht werden. Anschließend wird der Einfluss von Intensitätsfluktuationen der Raman-Laser auf das Interferenzsignal analysiert und nachfolgend der Beitrag des Interferometriemagnetfeldes abgeschätzt.

# 4.2.1 Die Mikrowellen-Referenz des Raman-Lasersystems

### Berechnung aus den Spezifikationen

Die vom Hersteller angegebenen Spezifikationen der Mikrowellen-Referenz für das Phasenrauschen beziehen sich auf eine Trägerfrequenz von  $f_1 = 100$  MHz. Für die Raman-Laserstabilisierung wird die Differenzfrequenz des Uhrenübergangs von  $f_2 = 6,834$  GHz benötigt. Sie wird aus der Multiplikation der Referenzfrequenz gewonnen. Das Phasenrauschen ist somit um einen Faktor  $n_f = f_2/f_1$  höher, als das der Mikrowellenreferenz. Die so ermittelte Phasenrauschdichte wurde mit Hilfe der Transferfunktion der MZ-Geometrie gewichtet (s. Kap. 2.3.3) und daraus ein Phasenrauschen von  $2,9 \cdot 10^{-8}$  rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  errechnet. Zum Vergleich wurde ein Signalgenerator vom Typ HP 8665 B als Mikrowellen-Referenz eingesetzt, der mit einem relativ hohen Phasenrauschen spezifiziert war. Stabilisiert man die Raman-Laser auf diesen Signalgenerator, so erhöht sich der aus den Spezifikationen errechnete Wert auf  $4.2 \cdot 10^{-7}$  rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Die analytischen Werte der beiden Referenzen unterscheiden sich um einen Faktor 15.

#### Messung in der MZ-Geometrie

Um die errechneten Rauschwerte mit den realen Phasenrauschbeiträgen zu vergleichen, wurden für beide Mikrowellen-Referenzen interferometrische Vergleichsmessungen zwischen MZ- und der sMZ-Geometrie angestellt, deren ASD in Abb. 4.8 dargestellt sind. Für die MZ-Geometrie wurde mit der Spectradynamics-Referenz ein Rauschwert von 190 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  gemessen. Wurde der Signalgenerator als Referenz verwendet, betrug dieser Rauschbeitrag 670 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Es liegt eine Diskrepanz von einem Faktor 1.6 vor. Ihr Ursprung ist noch ungeklärt und lässt sich in einer Abweichung von der Skalierung des Rauschens mit dem Verhältnis Frequenzverhältnis  $n_f$  vermuten.

Überträgt man den aus den Spezifikationen errechneten Faktor auf die experimentell gemessenen Werte, lässt sich erwarten, dass das Rauschen unter Verwendung der Spectradynamics-Referenz um einen Faktor 15 unterhalb des gemessenen Rauschwerts mit dem Signalgenerators liegt. Die Mikrowellen-Referenz begrenzt die MZ-Geometrie



Abbildung 4.8: Einfluss des Phasenrauschens der 100 MHz-Referenz des Raman-Lasers auf die Stabilität des Gyroskops. *Links:* Verwendung einer Referenz von Spectradynamics. Beide Interferometer-Geometrien weisen eine ähnliche Stabilität auf. *Rechts:* Verwendung des HP 8665 B-Signalgenerators als Referenz. Man erkennt deutlich das höhere Rauschen in der MZ-Geometrie. Durch parallele Seismometer Messungen wurde ein etwaiges höheres Vibrationsrauschen ausgeschlossen.

demnach auf 45 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Das reale Rauschen ist höher und stammt aus dem restlichen Vibrationsrauschen, wie später noch gezeigt wird.

#### Messung in der sMZ-Geometrie

Die gleichen Messungen wurden auch für die sMZ-Geometrie angestellt. Für die erste Mikrowellen-Referenz ließ sich ein Rotationsrauschen von 150 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , für die zweite ein Wert von 170 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  messen. Der Unterschied liegt bei einem Rauschwert von  $8 \cdot 10^{-8}$  rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , der auch durch leicht unterschiedliche Vibrationsrauschniveaus erklärt und nicht signifikant als Auswirkung der Mikrowellen-Referenz identifiziert werden kann.

Um ein höheres Vibrationsrauschen als Ursache für das erhöhte Phasenrauschen in der MZ-Geometrie auszuschließen, wurden parallel die Signale zweier Seismometer aufgezeichnet, die ebenfalls in Abb. 4.8 zu sehen sind. Sie zeigen in beiden Messungen ein vergleichbar hohes seismisches Rauschen, sodass die Rauscherhöhung auf den Signalgenerator zurückgeführt werden kann. Auf eine Korrelation des Interferometers mit den Seismometern wird noch in Abschn. 4.3.2 eingegangen.

Das Ergebnis dieser Messung bestätigt experimentell die Stärke der sMZ-Geometrie hinsichtlich der Unterdrückung von  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängigem Phasenrauschen. Gemäß dem Formalismus der Sensitivitätsfunktion wird das Rauschen der Spectradynamics-Referenz gegenüber der MZ-Geometrie um 28 dB unterdrückt. Die Begrenzung der Kurzzeitstabilität würde somit erst ab einem Rauschniveau von 1,7 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  gegeben sein.

# 4.2.2 Verstärkerelektronik der 7 GHz-Frequenzkette

Die über eine Photodiode gemessene Differenzfrequenz der beiden Raman-Laser wird über einen Mischer mithilfe einer Frequenz von 7 GHz demoduliert (s. Kap 3.1.2). In der Arbeit [43] wurde die Verstärkerelektronik des vorliegenden Experiments zur Erzeugung der 7 GHz-Frequenz charakterisiert. Diese Komponenten würde die MZ-Geometrie bei einem Rauschniveau von 4,2 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Das Rauschen in der sMZ-Geometrie ist mit 0,1 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  völlig zu vernachlässigen

# 4.2.3 Der Raman-Referenz-DDS

Dieser Abschnitt befasst sich mit dem Phasenrauschen des DDS, der zur Steuerung der Raman-Differenzfrequenz eingesetzt wird (s. Kap. 3.1.2). Im Falle der sMZ-Geometrie sind es sogar zwei DDS, die für die entgegengesetzten Richtungen von  $\vec{k}_{eff}$  eingesetzt werden.

### **MZ-Geometrie**

Der Einfluss des Referenz-DDS ließ sich durch eine Schwebungsmessung gegen einen zweiten identischen DDS abschätzen. Der zweite DDS war auf die selbe Mikrowellen-Referenz stabilisiert. Die daraus gewonnene spektrale Rauschleistungsdichte der Phase wurde mit der Transferfunktion der MZ-Geometrie gewichtet und ergab einen Beitrag



Abbildung 4.9: Sensitivitätsfunktion der sMZ-Geometrie auf Rauschen der Referenz-DDS. Korreliertes Rauschen der beiden Frequenzen fällt für den Großteil der gesamten Interferometriezeit 2T' nicht ins Gewicht. Die Sensitivitätsfunktionen haben an diesen Stellen entgegengesetzte Vorzeichen.

von 24 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  für die MZ-Geometrie. Diese Rauschquelle ist somit nicht dominant.

### sMZ-Geometrie mit einem DDS

Während der Strahlteilersequenzen in der sMZ-Geometrie ist ein Frequenzsprung des DDS von 814 MHz notwendig, um die Richtung des effektiven Wellenvektors  $\vec{k}_{eff}$  zu ändern. Damit ist der Raman-Laser gegenüber der vorher initialisierten Superposition und ihrer zeitlichen Phasenentwicklung um 814 MHz verstimmt. Es resultiert daraus eine hohe Empfindlichkeit der Interferenzphase auf die Dauer dieser Verstimmung. Die Verwendung nur eines DDS zur Frequenzmanipulation des Raman-Lasers führte in der sMZ-Geometrie zu einem erhöhten Phasenrauschen um etwa 12 mrad gegenüber der MZ-Geometrie. Dieser Betrag deutet auf Zeitunsicherheiten von  $\delta t = 12 \text{ mrad}/(2\pi \cdot 814 \text{ kHz}) = 2,3 \text{ ns}$  während der Verstimmung des DDS hin. Ein Effekt, durch den sich diese Zeitunsicherheiten erklären lassen, ist die Taktfrequenz des DDS, die bei 300 MHz liegt. Da der DDS auf die aufsteigende Flanke dieser Frequenz reagiert und sie nicht mit der Experimentsequenz synchronisiert ist, können hier Zeitunsicherheiten von maximal  $\delta t = 1/300 \text{ MHz} = 3,3 \text{ ns}$  entstehen.

### sMZ-Geometrie mit zwei DDS

Um den Einfluss von Zeitunsicherheiten zu minimieren, wurde im Experiment ein auf die gleiche Mikrowellen-Referenz stabilisierter zweiter DDS implementiert, welcher kontinuierlich bei der zweiten erforderlichen Frequenz betrieben wurde. Verglichen mit der MZ-Geometrie ließ sich unter solchen Bedingungen kein höheres Phasenrauschen in der sMZ-Geometrie feststellen. Es verbleibt jedoch eine Sensitivität auf unkorreliertes Rauschen der beiden DDS. Wenn die Phasen der DDS nicht gleich sind wird das Wechseln zwischen den beiden DDS innerhalb der Sequenz als ein Phasensprung interpretiert. Das auf diese Weise entstehende Rauschen wird im Vergleich zu der MZ-Geometrie lediglich um einen Faktor  $\sqrt{2}$  unterdrückt. Somit ist die Stabilität des Interferometer durch die DDS auf 17 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  begrenzt.

# 4.2.4 Die Raman-Laserphasenstabilisierung

Das Rauschen, das durch die Phasenstabilisierungselektronik selbst zu diesem Rauschen hinzukommt, wurde in [66] für eine MZ-Geometrie mit T = 23 ms bereits zu 48 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  bestimmt. Dies erfolgte mit Hilfe des Sensitivitätsformalismus unter Verwendung der Rauschleistungsdichte der Laserphase. Für die sMZ-Geometrie erhält man unter Anwendung desselben Formalismus ein Stabilitätsgrenze von 8 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Es kann damit eine Unterdrückung des Phasenrauschens von 15 dB erzielt werden.

# 4.2.5 Lichtfeld-induziertes Phasenrauschen

### Interferometrisch simuliertes Rauschen

In Abschn. 4.1.2 wurde das Intensitätsrauschen der Strahlteiler auf seinen inkohärenten Beitrag hin untersucht. Nun geht es darum, den Phasenrauschbeitrag, der als kohärenter Beitrag gilt und durch das Intensitätsrauschen des Strahlteilers entsteht, zu quantifizieren. Um einen solchen Einfluss zu simulieren, wurde in der sMZ-Geometrie für jeden zweiten Messzyklus die Intensität für den ersten Strahlteilerpuls um 12 % variiert. Dazu wurde die Abschwächung der AOM für die Raman-Laser mit Hilfe eines Wellenformgenerators unterschiedlich stark gewählt. Die Pulslängen blieben unverändert. Der durch diese Variation entstandene Phasenversatz im Rotationssignal betrug 320 mrad.

### Typische Intensitätsfluktuationen

Eine gesonderte Messung der Intensitätsfluktuationen des ersten Strahlteilerpulses relativ zum siebten in der sMZ-Geometrie ergab eine Schuss-zu-Schuss-Abweichung von 0,11 %. Eine lineare Extrapolation des im vorherigen Abschnitt genannten Phasenversatzes zu diesen Intensitätsfluktuationen würde ein Phasenrauschen von 2,9 mrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ und umgerechnet 26 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  bedeuten.
Die Intensitätsmessung erfolgte vor der Faser, die das Raman-Laserlicht zu der Vakuumkammer leitet. Dazu wurde ein Rückreflex von der Faserfacette mit einer Photodiode vom Typ Femto LCA-S-400-K-Si in seiner Leistung vermessen. Das Leistungsverhalten wird durch die Faser nicht signifikant beeinflusst, wie aus dem Vergleich mit Messungen hinter der Faser geschlossen werden konnte.

Polaristationsschwankungen konnten als vernachlässigbar eingestuft werden. Eine Messung der Intensität am Ausgang eines polarisierenden Strahlteilers hinter der Faser ergab ein relatives Intensitätsrauschen, das auf Zeitskalen von einer Sekunde um einen Faktor 4 unter dem gesamten Intensitätsrauschen lag. Da im nominellen Betrieb hinter der Faser keine polarisierende Optik verwendet wird, erwartet man für Polarisationsschwankungen eine darüberhinausgehende Unterdrückung.

Für die MZ-Geometrie wurde eine solche Messung nicht durch geführt. Es ist jedoch zu erwarten, dass der Rauschbeitrag der AC-Stark-Verschiebung in dieser Geometrie geringer ist, da weniger Strahlteilerpulse an der Generierung der Geometrie beteiligt sind.

# 4.2.6 Magnetfeldrauschen

Der Rauschbeitrag des Interferometriemagnetfeldes unterteilt sich im Folgenden in globale zeitliche Fluktuationen des Magnetfeldes und in Positions- und Geschwindigkeitsschwankungen der Atome entlang eines vorhandenen Magnetfeldgradienten. Zunächst soll auf die Herleitung des Modells zur Abschätzun dieser Beiträge eingegangen werden.

## Herleitung des Modells

Mithilfe der Sensitivitätsfunktion in Gl. 2.51 unter Berücksichtigung einer Energieniveauverschiebung infolge eines anliegenden Magnetfeldes, lässt sich die auf diese Weise induzierte Phasenverschiebung des MZ-Interferometers schreiben als

$$\Phi_{\text{MZ},B} = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 = \int_0^{2T} g(t)\omega_B(t)dt$$
  

$$\approx -\int_0^T \omega_B(t)dt + \int_T^{2T} \omega_B(t)dt$$
  

$$= K \left[ -\int_0^T (B(t) + \gamma_1 v_x t)^2 dt + \int_T^{2T} (B(t) + \gamma_1 v_x T + \gamma_2 v_x (t - T))^2 dt \right], \quad (4.3)$$

wobei die Sensitivität während der Strahlteilerpulse vernachlässigt wird.  $\omega_B(t)$  ist die Frequenzverschiebung der magnetisch insensitiven Zustände  $m_F = 0$  der beiden Hyperfein-Niveaus,  $K = 2\pi \cdot 575 \text{ Hz/G}^2$  ist der Skalierungsfaktor für den quadratischen Zeeman-Effekt des <sup>87</sup>Rb-Atoms und B(t) das zeitlich veränderliche Magnetfeld am Ort des ersten Strahlteilerpulses. Die Magnetfeldgradienten  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  werden als nicht von der Magnetfeldstärke B(t) abhängig angenommen, wie später durch eine gesonderte Messung noch bestätigt wird.

Unter der Annahme eines zeitlich konstanten Magnetfeldes  $B(t) = B_0$  reduziert sich Gl. 4.3 auf den Ausdruck

$$\Phi_{\mathrm{MZ},B} \approx K B_0 v_x T^2 [\gamma_1 + \gamma_2]. \tag{4.4}$$

Vernachlässigt werden dabei Terme mit quadratischer Abhängigkeit von den Magnetfeldgradienten  $\gamma_i$  auf den beiden Abschnitten der Interferometersequenz, zu denen auch die Sensitivität der externen Zustände auf das Magnetfeld gehört. Verschiebt man die gesamte Flugtrajektorie der Atome um dx in longitudinaler Richtung, so ergibt sich für Gl. 4.3 ein Zusatzterm, der von dieser Verschiebung abhängig ist:

$$\Phi_{\mathrm{MZ},B} = KB_0 v_x T^2 \left[ \gamma_1 + \gamma_2 \right] - 2KB_0 T dx \gamma_2. \tag{4.5}$$

Die sMZ-Geometrie ist nur während der Zeit  $T_{1,p}$  eines Strahlteilerpulspaares sensitiv auf Magnetfeldschwankungen. Die Phasenverschiebung für das Einzelinterferometer ist für ein zeitlich konstantes Magnetfeld gegeben durch

$$\Phi_{\text{sMZ},B} \approx KT_{1,p}(B_1^2 - B_2^2 + B_3^2 - B_4^2) \approx KT_{1,p}(B_1^2 - B_4^2).$$
(4.6)

Die Änderungen des Magnetfeldes  $B_i$  während der Zeit  $T_{1,p}$  wurden für das *i*-te Strahlteilerpaar als vernachlässigbar angenommen, da  $T_{1,p}$  im Bereich von 40  $\mu$ s liegt. Deshalb erscheinen die  $B_i$  hier als Konstanten. Als Strahlteilerpaar seien hier je zwei Pulse bezeichnet, die in der sMZ-Geometrie durch die Zeit  $T_1$  separiert sind (s. Kap. 2.2). Das Magnetfeld in der Interferometriezone wurde mittels einer Spektroskopie der magnetisch sensitiven Zustände  $m_F = 1$  der Grundzustände in der ersten und in der letzten Strahlteilerzone vermessen und ist in Abb. 4.10 in Abhängigkeit von der Stromstärke dargestellt. Es ergibt sich dabei ein Gradient von  $\gamma = -2.2 \text{ mG/cm}$ , wobei für folgenden Abschätzungen zunächst  $\gamma_1 = \gamma = \gamma_2$  angenommen wurde. Die Messung liefert Erkenntnisse über Restmagnetfelder unter der Magnetfeldabschirmung. Aus einer Extrapolation der gemessenen Magnetfeldstärke in Abhängigkeit von der Stromstärke ist ein vorhandenes Magnetfeld bei abgeschalteter Spule von 34 mG zu verzeichnen. Dieser Wert bestätigt das Ergebnis von Messungen mithilfe eines Magnetometers vom Typ F.W. Bell, Model 7030 Gauss/Tesla Meter, das Restmagnetfelder von 25 mG bei abgeschalteter Interferometriemagnetfeldspule in unmittelbarer Nähe der 3D-MOT '1' erfasste. Da ferner der Unterschied der Magnetfelder zwischen Zone '1' und Zone '2' nicht von der Stromstärke abhängt, ist der Ursprung des Gradienten in Flugrichtung der Atome nicht in der Magnetfeldspule zu suchen. Mögliche Quellen sind die nahe befindliche Ion-Getter-Pumpe und Restmagnetfelder der Rb-Reservoirheizungen. Unter der nun gewonnen Kenntnis der Magnetfeldstärke  $B_0$  und der Gradienten  $\gamma_i$  lassen sich mithilfe der Gleichungen 4.3-4.5 die Phasenrauschbeiträge für die Kombination von zwei gegenläufigen Interferometern berechnen.



Abbildung 4.10: Interferometriemagnetfeldstärke in Abhängigkeit von der Stromstärke der Magnetfeldspule. Die Strahlteilerzone '1' weist ein leicht höheres Magnetfeld auf, als Zone '3', woraus sich ein Gradient abschätzen lässt. Aus dem linearen Verlauf lässt sich auf das Restmagnetfeld bei ausgeschaltetem Spulenstrom interpolieren.

## Abschätzung für die MZ-Geometrie

In Abb. 4.11 findet sich eine aus [44] entnommene Messung der Anregungswahrscheinlichkeit der Atome im magnetisch sensitiven Hyperfein-Unterzustand  $m_F = 1$ . Sie wurde auf der Flanke des Spektroskopiesignals durchgeführt. Zeitgleich wurde mit der gegenläufig gestarteten Atomwolke der in erster Ordnung magnetisch insensitive  $m_F = 0$ -Übergang spektroskopiert, um anderweitige Signaleinflüsse differentiell zu eliminieren. Daraus wurde als obere Grenze eine Standardabweichung der Rotationsphase von  $6,7 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$  bestimmt.

Eine erweiterte Methode besteht in der Anwendung der sogenannten Ramsey-Sequenz. Sie besteht aus zwei Geschwindigkeits-inselektiven  $\pi/2$ -Pulsen mit einer für diese Arbeit verwendeten Separationszeit von 2T = 46 ms. Eine solche Sequenz ist im Gegensatz zur MZ-Geometrie sensitiv auf die Verstimmung der Raman-Laserfrequenz  $\omega_L$  zum atomaren Uhrenübergang. Ebenso besteht eine Sensitivität auf alle verstimmungsrelevanten Einlussgrößen, zu denen auch das Magnetfeld gehört. Eine Phasenverschiebung  $\Phi_{\text{Ram},B}$ in der Ramsey-Sequenz infolge eines Magnetfeldes  $B_0$  lässt sich, unter Vernachlässigung der Gradienten, über die Gleichung

$$\Phi_{\operatorname{Ram},B} = 2KB_0^2 T \tag{4.7}$$



Abbildung 4.11: Spektroskopische Messung zum Rauschen des Magnetfeldes, entnommen aus [44]. *Links:* Gemessen wurde auf der Flanke der Spektroskopie unterschiedlicher magnetischer Unterzustände. Das Rauschen des normierten Signals wurde in ein äquivalentes Magnetfeldrauschen umgerechnet. *Rechts:* ASD des Phasenrauschäquivalents in der MZ-Geometrie. Da das Rauschen des magnetisch insensitiven Übergangs nicht unter demjenigen des sensitiven liegt, ist diese Abschätzung als obere Grenze für das Phasenrauschen anzusehen.

abschätzen, wenn man die Sensitivitätsfunktion dieser für Atomuhren verwendeten Pulsabfolge auswertet [77]. Die Pulslängen wurden hierbei vernachlässigt. Aus einer Fluktuation  $\delta \Phi_{Ram,B}$  der Phase einer Ramsey-Sequenz kann man umgekehrt auf das maximale Rauschen

$$\delta B_{\text{Ram}} = \frac{\delta \Phi_{\text{Ram},B}}{4KB_0 T} \tag{4.8}$$

des Magnetfeldes schließen. Messungen mit dieser Sequenz ergaben Phasenrauschwerte im Bereich von  $\delta \Phi_{\text{Ram},B} = 20 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Das daraus folgende Fluktuieren des Magnetfeldes von Zyklus zu Zyklus beschränkt sich dabei auf  $\delta B_{\text{Ram}} = 0,1$  mG. Nach Gl. 4.4 führt eine solche Variation zu einem Phasenrauschen in der MZ-Geometrie von  $0,2 \text{ mrad}/\sqrt{\text{Hz}}$  und somit zu einem Rotationsrauschen von  $4,2 \text{ nrad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Für beide Quellen korrelierte Geschwindigkeitsschwankungen von charakteristischerweise 0,4 mm/s verursachen gemäß Gl. 4.3 ein Rotationsrauschen von  $0,8 \text{ nrad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Unkorrelierte Schwankungen der Geschwindigkeit führen auf einen ähnlichen Wert von  $0,9 \text{ nrad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Unkorrelierte Schwankungen der Position entlang der Flugtrajektorie von charakteristischerweise 23  $\mu$ m hingegen, die sich nach Gl. 4.4 berechnen lassen, haben eine größere Auswirkung auf die Rotationsphase von 20 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

### Abschätzung für die sMZ-Geometrie

Für die gegebenen Werte des Magnetfeldes und der Gradienten ergibt sich aus Gl. 4.6 eine Phasenverschiebung von 6,2 mrad. Bezieht man das gegenläufige zweite Interferometer mit ein, hebt sich der Beitrag im Rotationssignal auf. Zeitliche Fluktuationen der Magnetfelder zwischen dem ersten um dem letzten Strahlteilerpaar von 0,1 mG wirken sich in einem Rotationsrauschen von 7 prad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  aus.

Der Beitrag durch Positionsfluktuationen entlang des Magnetfeldgradienten verursacht ein Rauschen von 10 prad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Für diese Berechnung wurden die Felder  $B_1$  und  $B_4$  aus den Gradienten und den typischen Positionsfluktuationen von 23  $\mu$ m abgeleitet.

# **4.3** $\vec{k}_{eff}$ -abhängiges Phasenrauschen

Unter den Begriff des  $\vec{k}_{eff}$ -abhängigen Phasenrauschens fallen alle diejenigen Einflüsse, die auf Fluktuationen der optischen Weglänge zwischen den Atomen und dem retroreflektiven Spiegel zurückgeführt werden können. Diese Rauschquellen ändern mit dem Wellenvektor  $\vec{k}_{eff}$  ihre Richtung und auch den Betrag. Sie beziehen sich auf die externen Freiheitsgrade der Atome.

Die Hauptquelle für das  $\vec{k}_{eff}$ -abhängige Rauschen erwartet man intuitiv in den Vibrationen der Experimentplattform bedingt durch äußere Einflüsse, wie Gebäudeschwankungen und Akustikeinwirkungen. Dabei lässt sich zunächst das Augenmerk auf die Unterdrückung der Vibrationen in ihrer Gesamtheit legen, bevor speziell Rotationsbewegungen analysiert werden sollen, die für die Signalstabilität der Halbsummenphase der Interferometer maßgeblich sind. Da der Strahlteilerspiegel für die Raman-Lichtfelder in dem vorliegenden Aufbau nicht starr an die Experimentplattform gekoppelt ist, bedürfen dessen Eigenbewegungen einer gesonderten Betrachtung. Neben den Vibrationen bewirken Luft-Turbulenzen ebenfalls die Änderung des optischen Lichtweges zwischen dem Spiegel und den Atomen und somit auch  $k_{eff}$ -abhängige Phasenverschiebungen. Ein immer wiederkehrender Aspekt ist auch das durch Fluktuationen der MOT bedingte Phasenfrontrauschen [35] aufgrund der räumlichen Inhomogenität der Phasenfronten der Raman-Strahlteiler. Die nachfolgenden Abschnitte dienen der genaueren Untersuchung dieser Einflüsse. Für die Darstellung des Fourier-Spektums der Beschleunigungen und der Rotationen wird die lineare spektrale Dichte (engl.: Linear Spectral Density, kurz: LSD) verwendet. Daneben ist es üblich, die spektrale Leistungsdichte (engl.: Power Spectral Density, kurz: PSD) abzubilden, die das Quadrat der LSD darstellt.

# 4.3.1 Beschleunigungsrauschen

Die Behandlung des Beschleunigungsrauschens konzentriert sich auf die Auswirkungen der vorgenommenen Isolierungsmaßnahmen und die Analyse der Fourier-Frequenzen des residualen Vibrationsrauschen mithilfe von Seismometern.

# Isolierungsmaßnahmen

An dem bestehenden Experiment konnte beobachtet werden, dass das Rotationsrauschen umso niedriger lag, je weniger Beschleunigungsrauschen in das System einkoppeln konnte. Die Installation einer verbesserten Vibrationsisolierung bewirkte eine reproduzierbare Senkung der Instabilität von durchschnittlich 2  $\mu$ rad/s/ $\sqrt{Hz}$  auf ein Ni-



Abbildung 4.12: Vibrationsspektren auf dem Laborboden des Experiments und nach den beschriebenen Isolierungsmaßnahmen. Auffällig sind die residualen Spitzen bei Fourier-Frequenzen von 62 und 72 Hz. Sie stellen eine potentielle Begrenzung einer Korrektur durch die Seismometer dar.

veau von 530 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  [45]. Das Beschleunigungsrauschen verringerte sich dabei von 7,8 · 10<sup>-5</sup> m/s<sup>2</sup>/ $\sqrt{\text{Hz}}$  auf 3,3 · 10<sup>-5</sup> m/s<sup>2</sup>/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Eine weitere Reduktion des Rotationsrauschens erfolgte durch den Aufbau der Akustikabschirmung auf 250 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  mit einem verbleibenden Beschleunigungsrauschen von 1,1 · 10<sup>-5</sup> m/s<sup>2</sup>/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Dieses Ergebnis ließ sich bereits für eine leicht geöffnete Akustikabschirmung erzielen. Diese Maßnahme war nötig, um die im Experimentaufbau entstehende Wärme abzuleiten. Eine weitere Steigerung konnte wiederholbar erreicht werden, wenn die Abschirmung geschlossen wurde und die Klimageräte des Labors für die Dauer einer kurzen Messung abgestellt wurden, um dadurch entstehende Vibrationen zu vermeiden. Es ließ sich unter solchen Bedingungen ein Rauschen von typischerweise 170 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  messen. Die höchste erreichte Sensitivität von 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  wurde durch weitestehende Nauschluss von Personenaktivitäten an einem Wochenende gemessen. In Abb. 4.12 sind die mit Hilfe eines Seismometers vom Typ Guralp CMG 40T gemessenen Vibrationsspektren nach den aufgezählten Isolierungsmaßnahmen zusammen mit einer Messung auf dem Laborboden dargestellt.

### Fourier-Analyse des residualen Rauschens

Da die Antwortfunktion des Seismometers mit einer 3 dB-Frequenz von 50 Hz zu höheren Frequenzen hin abfällt, sind die Anteile des Spektrums ab einer gewissen Frequenz höher zu gewichten. Dies ist exemplarisch für die PSD mit installierter Akustikbox durchgeführt worden und in Abb. 4.13 dargestellt. Dazu wurde zunächst die gesamte PSD der Beschleunigung mit der Transferfunktion des Interferometers multipliziert. Ab einer Fourier-Frequenz von 20 Hz wurde ein zur Antwortfunktion des Seismometers inverses  $f^2$ -Filter appliziert, das auch in [78] erfolgreich für die Korrelation eines Seismometers vom gleichen Typ mit einem Atom-Gravimeter verwendet wurde. Das auf linearer Skala dargestellte resultierende Spektrum zeigt, dass Fourier-Frequenzen von 62 Hz und 72 Hz wesentlich zum Kurzzeitrauschen des Interferometers beitragen. Gemäß dieser Darstellung steuern sie in der gegenwärtigen Situation mit 56 % zum Beschleunigungsrauschen des Interferometers bei. Das Phasenrauschen ergibt sich aus der Fläche unterhalb des Graphen in Abb. 4.13.

Vergleicht man quantitativ über den Sensitivitätsformalismus das aus dem Spektrum berechnete Beschleunigungsrauschen von  $6.9 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$  mit dem tatsächlich im Experiment gemessenen Wert von  $1.1 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ , ergibt sich ein Unterschied von einem Faktor 6.3. Da jedoch die Zuverlässigkeit des Sensitivitätsfunktionsformalismus in [79] quantitativ bestätigt wurde, liegt für das vorliegende Experiment der Schluss nahe, dass die Antwortfunktion des Seismometers relativ zu derjenigen des retroreflektiven Spiegels verschieden sein muss. Dies ist auch dann noch der Fall, wenn man das in [79] beschriebene Kompensationsfilter anwendet. Der Spiegel scheint eine Tiefpassfunktion zu besitzen. Diese Vermutung wird dadurch bestärkt, dass ohne Anwenden des Kompensationsfilters auf das Seismometer eine Reduktion des Interferometerphasenrauschens um einen Faktor 2 erreicht wurde. Die hohen Fourier-Frequenzen wurden dabei weniger stark gewichtet.

Erklärbar wird die Tiefpassfunktion durch den horizontalen Freiheitsgrad des Spiegels, der nur durch die Haftreibungskraft infolge seines Gewichtes in seiner Position gehalten wird. Bei horizontalen Beschleunigungen reicht die Haftreibung nicht aus, damit der Spiegel exakt der Bewegung der Plattform folgt. Im Gegensatz dazu ist in einem Gravimeter die vertikale Dimension entscheidend. In [79] lag der Spiegel direkt auf dem Seismometer auf. Differenzen zur Bewegung des Seismometers treten in einem solchen Fall lediglich durch Verbiegungen des Spiegels auf.

Die Spektren des Beschleunigungsrauschens weisen signifikante Amplitudenspitzen bei höheren Frequenzen von 30 - 72 Hz auf. Es fällt auf, dass insbesondere die Spitze bei 62 Hz sich nicht durch die Installation der Akustikabdeckung dämpfen ließ. Die Eigenschwingung der Experimentplattform scheint demnach nicht vordergründig aus direkten akustischen Einwirkungen zu stammen, sondern durch residuale Erschütterungen durch den Boden, die die Vibrationsisolierungen nicht abschwächen können. Ein Resonanzkörper für die hohen Fourier-Frequenzen lässt sich in den Stahlträgern vermuten, die die Verbindung zwischen den beiden Isolationsplattformen herstellen. Zur Dämpfung könnte eine zusätzliche Versteifung der Träger gegeneinander auf halber Länge vorgenommen werden.

Zusammenfassend lässt sich ein Beschleunigungsphasenrauschen von etwa 100 mrad für die MZ-Geometrie und von 200 mrad für die sMZ-Geometrie festhalten. Dieses Rau-



Abbildung 4.13: Gewichtete PSD der Beschleunigung (*grau*) und der Rotation (*schwarz*), gemessen mit zwei kombinierten Seismometern. Die Gewichtung entspricht der Transferfunktion des Atom-Gyroskops. In den beiden Vibrationsmoden sind verschiedene Fourier-Frequenzen dominant. Die Achsen sind linear skaliert.

schen verschwindet im Halbsummensignal der gegenläufigen Interferometer. Allerdings wird das Auslesen der Phaseninformation des Interferenzsignals durch diese Instabilität erschwert, wie noch in Kap. 5.1 gezeigt wird.

Eine Korrektur diese Rauschens mithilfe zweier Seismometer konnte eine Reduktion von 6 dB bewirken. Eine weitergehende Korrektur scheint durch residuale Vibrationen der Experimentplattform begrenzt zu sein.

Isolierung	<b>Beschl. in</b> $m/s^2/\sqrt{Hz}$	<b>Rotat. in</b> nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Aktive Vibrationsisolierung	$7,8 \cdot 10^{-5}$	2000
Passive Vibrationsisolierung	$3,3 \cdot 10^{-5}$	530
Akustikabschirmung	$3,3 \cdot 10^{-5}$	250
Abschalten der Klimageräte	$8 \cdot 10^{-6}$	170
Wochenendmessung	$6 \cdot 10^{-6}$	120

Tabelle 4.1: Interferometrisch gemessenes Beschleunigungs- und Rotationsrauschen nach diversen Isolierungsmaßnahmen.



Abbildung 4.14: Zur Berechnung des Rotationssignals aus dem Signal der Seismometer. Eingezeichnet sind ebenfalls die Beschleunigungssensoren, deren Signal an zwei verschiedenen Positionen der Experimentplattform mit den Seismometern korreliert wurde.

# 4.3.2 Rotationsrauschen

Bisher bezogen sich die Analysen auf allgemeine Vibrationen der Experimentplattform. Nun soll eine gesonderte Betrachtung des Rotationsrauschens durchgeführt werden, welches gegenüber dem Beschleunigungsrauschen in Abb. 4.1 bereits um 18 dB unterdrückt ist. Die Analyse des Rotationsrauschens gliedert sich in die quantitative Rotationsanalyse mit zwei Seismometern, die Beschreibung der Korrelationsmessung zwischen den Seismometern und dem Interferometer, und die Diskussion der Korrelationslimitierung. Letztere fokussiert sich auf die Eigenvibrationen der Experimentplattform und enthält die Zuhilfenahme von zwei zusätzlichen Beschleunigungsmessern.

### Rotationsanalyse mit zwei Seismometern

Für die Messung des Rotationsrauschens wurde das differentielle Signal zweier Seismometer im Abstand von  $2l_0 = 1$  m wie in Abb. 4.14 gezeigt, ausgelesen. Den Wert für kleine Rotationsraten erhält man aus dem differentiellen Geschwindigkeitssignal  $v_{\text{Seism}}$ der Seismometer gemäß dem geometrischen Verhältnis  $\Omega \approx v_{\text{Seism}}/(2l_0)$ . Das mit der Transferfunktion gewichtete Spektrum der Seismometer für Rotationen ergab einen berechneten Rauschwert von 800 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Mit dem Interferometer wurde am gleichen Messtag ein Wert von 600 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  gemessen, was die quantitative Zuverlässigkeit der Transferfunktion bestätigt. Der Unterschied ist auf Variationen des Rauschniveaus in der Zeit zwischen den beiden Messungen zurückzuführen. Die Gewichtung des Rotationsspektrums mit der Transferfunktion und dem obigen Kompensationsfilter weisen auf einen dominanten Rauschanteil bei Fourier-Frequenzen unterhalb von 10 Hz hin, wie in Abb. 4.13 in dem schwarz unterlegten Graphen zu erkennen ist. Der Bereich um die Fourier-Frequenz von 20 Hz ist gegenüber dem Beschleunigungsphasenrauschen stark unterdrückt, was seine Ursache in der zusätzlichen Nullstelle der Sensitivitätsfunktion für Rotationen besitzt. Es sind jedoch auch Rauschbeiträge vorhanden, die um eine Frequenz von 30 Hz zentriert sind und die offenbar nur im Rotationsbeitrag enthalten sind.

## Interferometer-Seismometer-Korrelation

Um das Rotationssignal der Seismometer mit dem des Interferometers zu korrelieren, wird der Abstand r(t) der Atome zum Spiegel gemäß dem einfachen geometrischen Verhältnis

 $\sim$ 

$$r(t) = \frac{s(t)}{|l_0|} y(t) = \frac{s(t)}{l_0} (v_h t - l_T)$$
(4.9)

berechnet. Wie in Abb. 4.14 dargestellt, ist s(t) die Auslenkung der Seismometerposition relativ zur Flugbahn der Atome,  $l_T$  die Strecke, die während der halben Interferometriezeit T von den Atomen in y-Richtung zurückgelegt wird und  $v_h$  die atomare Geschwindigkeit in horizontaler Richtung. Die Phase im Rotationssignal des Interferometers lässt sich nun nach Gl. 2.33 zu

$$\Phi_{\rm rot} = |\vec{k}_{\rm eff}|(r(0) - 2r(T) + r(2T))$$
  
=  $\frac{|\vec{k}_{\rm eff}|l_T}{l_0}s(2T)$  (4.10)

berechnen. Die Auslenkung ergibt sich dabei aus dem Integral der Seismometersignale, die eine zur Geschwindigkeit proportionale Spannung darstellen, nach

$$s(2T) = \int_{0}^{2T} \frac{(g_1(t) - g_2(t))}{2\kappa} dt$$
  
=  $\sum_{i=1}^{M} \frac{(g_{1,i} - g_{2,i})}{2\kappa f_s}.$  (4.11)

Dabei entspricht M der während der Zeit 2T aufgenommenen Anzahl an Datenpunkten,  $g_{j,i}$  mit  $j = \{1,2\}$  den Datenpunkten der beiden Seismometer,  $\kappa = 400$  V/(m/s) dem Konversionsfaktor der Seismometersignale in ein Geschwindigkeitssignal und  $f_s$  der Auslesefrequenz. Das Auslesen beider Sensoren wurde zeitgleich mit der Interferometersequenz ausgeführt, indem mit einer Analogkarte von National Instruments pro Messzyklus ein Datensatz von M = 9200 Datenpunkten mit einer Rate von  $f_s = 200$  kHz aufgenommen wurde. Dieser wurde mithilfe des Steuerprogramms Labview entsprechend der obigen Vorschrift auf einen Phasenwert reduziert. Das geringste Rotationsrauschen, das auf diese Weise mit den Seismometern gemessen worden ist, beläuft sich



Abbildung 4.15: Zeitserie einer Korrelationsmessung zwischen dem Atomgyroskop und den zwei Seismometern, die zu einem Rotationssensor kombiniert wurden.

auf einen Wert von 135 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  und liegt damit in der Größenordnung des interferometrisch gemessenen Bestwerts.

In Abb. 4.15 ist eine Zeitserie mit der parallelen Aufnahme des Interferometer-Rotationssignals und des Seismometer-Rotationssignals zu sehen. Die Messung wurde in der sMZ-Geometrie durchgeführt. Um auftretende Schwankungen der Seismometersignale auf Zeitskalen von 10 s zu unterdrücken, wurde ein phasenversatzfreies Hochpassfilter mit einer 3 dB-Frequenz von 100 mHz angewendet. Das Rauschen im Rotationssignal konnte in dieser Messung von 200 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  auf 140 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  reduziert werden. Andere Messungen ließen eine Unterdrückung von 600 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  auf 190 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  zu. Eine weitergehende Korrelation konnte auch mit der Anwendung des oben beschriebenen Kompensationsfilters für die Signale der Seismometer bisher nicht erzielt werden. Auch dieses Ergebnis legt residuale Eigenbewegungen des Raman-Spiegels gegenüber der Experimentplattform nahe.

### **Eigenvibrationen der Plattform**

Zur Analyse der Eigenvibrationen der Experimentplattform wurden zwei weitere Beschleunigungsmesser vom Typ Nanometrics Titan zu einem Rotationssensor kombiniert. Dazu wurde zunächst je ein Beschleunigungsmesser mit jeweils einem Guralp-Seismometer fest verschraubt und so die Signale beider Sensorpaare simultan aufgenommen. Die LSD dieser Messung ist in Abb. 4.16 dargestellt.



Abbildung 4.16: Inertiale Rauschspektren von zwei Seismometern und zwei Beschleunigungsmessern. Jeweils ein Seismometer und ein Beschleunigungmesser waren fest miteinander verschraubt. *Links:* Beschleunigungsmessung. *Rechts:* Rotationsmessung. Die Guralp-Seismometer besitzen eine Antwortfunktion, die ab einer 3 dB-Frequenz abfällt. Deshalb ist insbesondere für die Rotationsmessung ab dieser Frequenz das Rauschen der Seismometer geringer

als jenes der Beschleunigungsmesser. Insgesamt ist eine gute Korrelation erkennbar.



Abbildung 4.17: Simultane Messung von zwei Seismometern und zwei Beschleunigungsmessern unter räumlicher Separation. In dieser Messung befanden sich die Beschleunigungsmesser auf dem optischen Tisch der Strahlteilerspiegel. Der Abstand zu den Seismometern lag in der Größenordnung von 1 m auf der Experimentplattform. Die Korrelation war insbesondere für die Rotationen deutlich schlechter, als im Falle einer Verschraubung der Titan- gegen die Guralp-Sensoren. Daraus lässt sich auf eine Eigenvibration des Aufbaus schließen, der eine weitergehende Korrektur des Atomgyroskoprauschens unterbindet.

In einer zweiten Messung wurden die Beschleunigugnsmesser auf den optischen Tisch der Strahlteilerspiegel montiert und wiederum eine Korrelationsmessung gegen die zwei

Seismometer durchgeführt. Diese Messung ist in Abb. 4.17 sowohl für die Beschleunigung als auch für die Rotation gezeigt. Für die Messung auf dem optischen Tisch wurde das Guralp-Signal mit Hilfe des aus der ersten Messung gewonnen Signalverhältnisse zwischen den Titan-Sensoren und den Guralp-Sensoren auf das Signal der Titan-Signale angepasst.

Zu erkennen ist eine schlechtere Korrelation zwischen den Sensorpaaren, wenn die Beschleunigungsmesser sich auf dem optischen Tisch befinden und somit eine größere Distanz zwischen ihnen und den Seismometern vorliegt. Schon die Eigenbewegung des optischen Tisches führt demnach zu einer begrenzten Korrelation zwischen den Guralp-Signalen und dem Interferometer. Insbesondere im Rotationssignal im Fourier-Bereich von 1 - 10 Hz liegt eine starke Abweichung zwischen den Sensoren vor. Berechnungen des dadurch entstehenden zusätzlichen Rotationsrauschens ergaben Werte, die in der gleichen Größenordnung lagen wie das insgesamt gemessene Rotationsrauschen.

# 4.3.3 Rotationsbewegungen des Spiegels

Es stellt sich nun die Frage, inwiefern die Vibrationen der Raman-Spiegel selbst zum Rauschen des Rotationssignals beitragen. Sie wurden mit Hilfe einer Deflektionsmessung untersucht, die im folgenden beschrieben werden soll.

## Aufbau eines Winkelsensors

Für die Deflektionsmessung wurde an die Spiegelschiene ein Spiegel mit der reflektiven Seite rückwärts zu den Raman-Spiegeln des Interferometers befestigt. In einem Abstand von 33 mm wurde ihm ein zweiter Spiegel gegenübergestellt, an dem eine Laserdiode mit einer Emissionswellenlänge von 635 nm sowie eine Quadrantenphotodiode befestigt war (s. Abb 4.18, *links*). Der Einfall des Lichtstrahls der Laserdiode wurde so gewählt, dass der Strahl mehrfach zwischen den Spiegeloberflächen reflektiert wurde und schließlich in der Mitte der Quandrantenphotodiode endete. Die vermutete Gesamtanzahl der Reflexionen betrug in diesem Fall n = 20 und ist mit einer Unsicherheit behaftet, da die Abzählung der Reflexanzahl bei abgenommener  $\mu$ -Metallabschirmung erfolgte. Durch das Aufsetzten der Abschirmung verstellte sich der Winkel der Spiegelflächen zueinander, sodass das Photodiodensignal ohne genaue Kenntnis der Reflexanzahl gesucht werden musste. Ändert man den Winkel der beiden Spiegel um  $\delta\beta$  zueinander, so ändert sich die Position  $\delta x_n$  des *n*-ten Reflexes des Laserstrahls auf der Oberfläche des zweiten Spiegels gemäß der Gleichung

$$\delta x_n = \delta \beta \left( n^2 + n \right) d. \tag{4.12}$$

Um den Konversionsfaktor  $\kappa_{QPD}$  der Quadrantenphotodiode zu bestimmen, der die Verschiebung des Laserflecks auf der sensitiven Fläche in eine Differenzspannung der Quadranten umwandelt, wurde die Photodiode mit Hilfe einer Mikrometerschraube horizontal und vertikal gegen die Laserdiode verfahren. Es ergab sich ein Wert von  $\kappa_{OPD}$  =



Abbildung 4.18: Rotationsrauschen des Strahlteilerspiegels relativ zur Experimentplattform. *Links:* Aufbau eines Winkelsensors zur Dekflektionsmessung. Die Sensitivität skaliert quadratisch mit der Anzahl der Reflexionen des Lichtstrahls. Die Laserdiode und die Quadrantenphotodiode wurden an Spiegel '1', der auf dem optischen Tisch installiert war, befestigt. Spiegel '2' wurde an der Schiene der Strahlteilerspiegel angebracht. Aus der Differenz der Quadrantenspannungen wurde die Rotationsrate der Spiegelschiene abgeleitet. *Rechts:* Aus der Deflektionsmessung gewonnenes Rotationsspektrum.

7,1 · 10<sup>4</sup> V/m. Um diesen Wert zu überprüfen, wurde durch die Aufprägung einer künstlichen Rotationsrate mit Hilfe eines Piezzoaktuators auf die Schiene der Strahlteilerspiegel der entsprechende Phasenwert des Atominterferometers gemessen. Der daraus abgeleitete Winkel ließ zusammen mit der Steigung des Quadrantenphotodiodensignals den Schluss auf den tatsächlichen Konversionsfaktor  $\kappa_{QPD} = 3.9 \cdot 10^4 \text{ V/m}$  zu. Es ergab sich somit eine Diskrepanz von einem Faktor von 1,8 für die horizontale Dimension. Die Ursache für diese Diskrepanz kann in einem Kalibrierungsfehler der Quadrantenphotodiode liegen zuzüglich der Unsicherheit der Anzahl der Lichtreflexe auf den beiden Spiegeloberflächen. Der mit Hilfe des Interferometers ermittelte Faktor wurde zur weiteren Auswertung des Deflektionssignals verwendet, da dieser die direkte Antwort des Interferometers einbezieht.

### Abgeschätzter Rauschbeitrag

Das mithilfe der Deflektionsmessung aufgenommene Rotationssignal lässt eine Abschätzung der Eigenbewegung des Spiegels in Bezug auf die Experimentplattform zu und ist als gewichtete PSD in Abb. 4.18 dargestellt. Für die Gewichtung wurde dabei die Transferfunktion für Rotationen verwendet (s. Kap. 2.3.4). Es ergab sich ein Wert von 92 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Somit gewinnt die Eigenbewegung des Spiegels gegenüber



Abbildung 4.19: Einfluss von Konvektionsströmungen auf die Interferometerphase einer MZ-Geometrie mit = 3 ms. Der Abstand zwischen den Strahlteilerspiegeln und der Vakuumkammer betrug etwa 20 cm. *Links:* Unabgeschirmter optischer Weg zwischen Kammer und Strahlteilerspiegel. In Zone '3' liegen offenbar höhere Konvektionsströmungen vor, als in Zone '1'. *Rechts:* Abschirmung des Strahlweges gegen Luftturbulenzen. Die Phasenschwankungen des Interferometers in Zone '3' sind stark reduziert und entsprechen dem erwarteten Vibrationsrauschen.

der Experimentplattform hinsichtlich der Limitierung des Rotationssignals eine nicht zu vernachlässigende Bedeutung. Sie erklärt zu einem großen Teil die unzureichende Korrelation der Seismometer mit dem Atominterferometer.

# 4.3.4 Luftturbulenzen

Luftturbulenzen spielen eine nicht zu unterschätzende Rolle in der mittelfristigen Stabilität des Interferometersignals. Sie bewirken Brechungindexänderungen und somit Variationen in der optischen Weglänge der Strahlteilerlichtfelder. Von Bedeutung ist dieser Effekt lediglich für die Strecke zwischen den Strahlteilerspiegeln und der Vakuumkammer, da hier die beiden Raman-Lichtfelder nicht mehr gemeinsam propagieren. Für die erreichte Stabilität von 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  war es notwendig, die Raman-Spiegel einzeln gegen die durch Konvektion induzierten Luftströmungen abzuschirmen und den Abstand zwischen den Spiegeln und der optischen Zugänge der Vakuumkammer geringst möglich zu wählen.

### Interferometrisch gemessener Effekt

In Abb. 4.19 sind Zeitserien der Interometerphase mit einer Interrogationszeit von T = 3 ms zu sehen, die den Unterschied zwischen der Abdeckung gegen Luftströmungen und dem Verzicht auf diese Maßnahme zeigen. Es wurde dabei für jede Quelle das für sie erste Strahlteilerfenster gewählt, sodass die beiden atomaren Ensemble an verschie-

denen Orten eine Interferometersequenz durchliefen. Für das Interferometer in Zone '3' erkennt man deutlich einen peak-to-peak-Wert der Interferometerphase von 1,8 rad. Wurde der Strahlweg durch eine Papierabdeckung gegen Luftströmungen abgeschirmt, so betrugen die Schwankungen der Phase nur noch maximal 0,47 rad. Diese Schwankungen passen gut zur analytischen Gewichtung der PSD der Beschleunigung, die einen Phasenrauschwert von 0,35 rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  ergibt. Für den nominellen Betrieb wurde der Strahlweg von den Strahlteilerspiegeln zur Vakuumkammer weitestgehend abgeschirmt.

## Abschätzung des residualen Rauschens

Das residuale Phasenrauschen durch Luftturbulenzen sollte vergleichbar mit demjenigen von anderen Experimenten sein, da es nicht mit der Interrogationszeit *T* skaliert. In [35] wurde eine Phasenstabilität eines Interferometers von 4 mrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  gezeigt, das durch das QPN begrenzt war. Der Beitrag von Luftturbulenzen sollte deshalb bedeutend geringer sein und in einem Bereich von 1 mrad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  eingestuft werden können. Aufgrund der sorgfältigen Abschirmung gegen äußere Luftströmungen kann man von einer Übertragbarkeit dieser Limitierung auf das hier vorgestellt Experiment annehmen. Somit berechnet sich ein Rotationsrauschäquivalent von 21 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  bzw. 9 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  für die MZ- bzw. für die sMZ-Geometrie .Diese Störquelle ist jedoch nur schwer zugänglich und die angegebenen Schätzwerte stellen lediglich obere Grenzen für das durch Luftturbulenzen verursachte residuale Rauschen dar. Eine völlige Unterdrückung dieses Effektes würde durch die Versetzung des Spiegels in die Vakuumkammer erfolgen.

# 4.3.5 Phasenfrontrauschen

Das Phasenfrontrauschen entsteht durch das Positionsrauschen der atomaren Ensemble in den Strahlteilerzonen kombiniert mit den Phasenfrontinhomogenitäten der Strahlteilerlichtfelder. Das Positionsrauschen besitzt seinen Ursprung in der räumlichen Schwankung der MOT-Position, während die Phasenfrontfehler durch Inhomogenitäten der optischen Elemente selbst als auch durch die relative Verkippung der drei Raman-Strahlteilerspiegel zueinander entstehen.

## Geometrische Abschätzung

Die Positionsschwankungen der Ensemble in der MOT wurden für dieses Experiment bereits in den Arbeiten [43] und [45] in guter Übereinstimmung mit [80] für die horizontale Ebene charakterisiert. In Flugrichtung der Atome beträgt die Standardabweichung der Position pro Schuss nach [45]  $\sigma_x = 23 \ \mu$ m und in transversaler Richtung  $\sigma_y = 5 \ \mu$ m für jeweils eine MOT. Nach [44] und [45] führt nur eine differentielle Positionsschwankung der beiden atomaren Wolken in den Strahlteilerzonen zu einer Schwankung der Rotationsphase. Unter Annahme einer Verkippung des ersten Raman-Spiegels von 2  $\mu$ rad zu den übrigen beiden wurde in [44] für die MZ-Geometrie ein Phasenrauschen von 3 mrad pro Schuss abgeschätzt. Der durch lokale Phasenfrontinhomogenitä-



Abbildung 4.20: Positionen der Atome zu den Zeitpunkten der Strahlteilerpulse. Bei einer Winkelfehlstellung ergibt sich für die gegenläufigen Interferometer ein Phasenunterschied, wenn ihre Positionen nicht überlappen.

ten verursachte Rauschwert beträgt nach [81] 4,7 mrad pro Zyklus. Zusammengenommen ergibt sich daraus eine Limitierung von 84 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  bzw. 35 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  für die MZ- bzw. für die sMZ-Geometrie. Diese Werte lassen sich durch Kurzzeitmessungen lediglich über eine Extrapolation aus künstlich verschlechterten Phasenfrontbedingungen bestätigen.

## Phasenrauschen bei Spiegelverkippung

Zur Vermessung möglichen Phasenfrontrauschens wurde in der sMZ-Geometrie die räumliche Separation der beiden atomaren Ensembles von Schuss zu Schuss künstlich verändert, indem die Interferometersequenz in Schritten von 50  $\mu$ s verschoben wurde. Dies bewirkt eine Änderung der Positionsdifferenz der atomaren Ensemble, wie in Abb. 4.20 illustriert ist. Die Messung der Rotationsphase relativ zur unveränderten Position ist in Abb. 4.21 in Abhängigkeit von dieser künstlichen Verschiebung dargestellt und lässt eine Ableitung des Winkels eines Spiegels relativ zu den anderen zu. Für einen Versatz von  $\Delta y_{\text{Sep}} = 1,1$  mm und einer zugehörigen Steigung des Graphen in Abb. 4.21 von  $b = \Delta \phi_{\text{Sep}}/\Delta y_{\text{Sep}} = -0,159 \text{ mrad}/\mu\text{m}$  ließ sich ein Winkel von  $\Delta = \arctan(b/|\vec{k}_{\text{eff}}|) = -4,7 \,\mu\text{rad}$  bestimmen.<sup>1</sup> Das Kurzzeitrauschen an einer Position  $\Delta y_{\text{Sep}} = 0$  betrug 240 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Wurde die Verkippung eines Strahlteilerspiegels nun so verändert, dass über die gleiche Messung sich ein Winkel von 760 nrad ergab,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Genau genommen setzt sich dieser Winkel zusammen aus  $\Delta = \Delta_{12} - \Delta_{23}$ , wobei  $\Delta_{i2}$  der Winkel zwischen den Spiegeln i-ten und dem zweiten Strahlteilerspiegel ist. Man kann in dieser Messung jedoch nicht unterschieden, welcher von beiden Spiegeln gegen den zweiten verkippt ist.



Abbildung 4.21: Halbsummenphase in Abhängigkeit von der räumlichen Separation der beiden Atomwolken in den Strahlteilerzonen. Die Verschiebung wurde durch den Zeitversatz der Interferometersequenz realisiert. *Links:* Verschiedene Strahlteilerverkippungen. Das Phasenfrontrauschen sollte in der stärkeren Verkippung (rot) größer sein, als bei geringer Verkippung(schwarz). *Rechts:* Phasenfrontinhomogenitäten mit hoher Auflösung. Eine verbleibende Steigung wurde subtrahiert. Die Räumliche Separation mit der höchsten Steigung wurde zur Abschätzung des Phasenfrontrauschens verwendet.

ließ sich für die Position  $\Delta y_{Sep} = 0$  ein Rauschwert von 190 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  pro Zyklus messen. Die Winkel in den beiden Messungen unterscheiden sich durch einen Faktor 6,2. Wäre das Phasenfrontrauschen die hauptsächliche Rauschquelle, so müssten sich die Stabilitäten dieser Messungen um denselben Faktor unterscheiden. Da dies nicht der Fall ist, scheiden Phasenfrontfehler als mögliche dominante Rauschquellen aus. Das durch die Verkippung der Strahlteilerspiegel induzierte Phasenrauschen lässt sich soweit reduzieren, wie es die Auflösung der Spiegelansteuerung erlaubt. Der residuale Winkel zwischen den Phasenfronten von 760 nrad, der in der obigen Messung erreicht wurde, reduziert das theoretisch berechnete Phasenrauschen linear auf 0,8 mrad/ $\sqrt{Hz}$ und damit auf eine Rotationsrauschen von 17 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  für die MZ-Geometrie.

### Phasenrauschen durch Phasenfrontinhomogenitäten

Für die Charakterisierung der Inhomogenitäten der einzelnen Strahlteilerlichtfelder lässt sich eine weitere Messung mit erhöhter Auflösung verwenden, die in Abb.4.21 dargestellt ist. Diese wurde allerdings in der MZ-Geometrie unter Anwendung der  $\vec{k}_{eff}$ invertierenden Methode [38] durchgeführt. Aus dieser Messung wurde die differentielle Verschiebung  $\Delta x_{Sep} = 487 \ \mu m$  mit der größten Phasenfrontsteigung ermittelt und in Kombination mit der oben aufgeführten Positionsunsicherheit der Phasenrauschwert zu  $\sigma_{\phi} = 1,2$  mrad pro Schuss bestimmt. Aus der Summe der Varianzen ergibt sich ein Phasenfront-bedingtes Rauschen von 30 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  für die MZ- und 13 nrad/s/ $\sqrt{Hz}$  für die sMZ-Geometrie.

# 4.4 Langzeitstabilität

Zur Charakterisierung der Langzeitstabilität des Interferometers wurde eine Messung auf der Mittelposition des sMZ-Kosinussignals durchgeführt. Dabei wurde die Phase



Abbildung 4.22: ASD einer inertial sensitiven Langzeitmessung in der sMZ-Geometrie. Es wurde zwischen zwei Flanken des Kosinussignals alterniert, indem die Phase  $\Phi_L$  mittels des letzten Strahlteilerpulses pro Schuss um  $\pi$  verstellt wurde. In *rot* und *blau* sind die Messwerte aufgetragen, die jeweils zu einer Flanke gehören. Die *schwarzen* Symbole stellen die Differenz zwischen den zwei Datensätzen dar. Auf diese Weise wird der Flimmer-Untergrund der Mittelposition unterdrückt. Es wird eine Auflösung von 26 nrad/s erreicht.

 $\phi$  des Interferometers mithilfe der variablen Laserphase  $\phi_L$  des dritten Strahlteilerlichtfeldes zwischen den Phasenwerten  $\phi_0$  und  $\phi_0 + \pi$  alterniert.  $\phi_0$  sei dabei der Phasenwert, der der Mittelposition des Kosinussignals entspricht. Auf diese Weise entstanden zwei zeitlich ineinander greifende Datensätze. Beide Datensätze wurden anhand der Parameter ein- und desselben Kosinussignals ausgewertet. Die differentielle Auswertung der Datensätze erlaubte eine Eliminierung von Mittelpositionsschwankungen über lange Zeitskalen. In Abb. 4.22 sind sowohl die Einzeldatensätze als auch die differentielle Auswertung dieser Datensätze in einer ASD dargestellt.

Es ist offensichtlich, dass für Zeitabschnitte von 20 s die Mittelpositionsschwankungen das Fluktuieren des Interferometersignals dominieren, wenn keine differentielle Auswertung geschieht. Im Falle des korrigierten Signals lässt sich eine Mittelung über 100 s

erzielen, wobei eine Auflösung von  $2,6 \cdot 10^{-8}$  rad/s erreicht wurde. Residuale Instabilitäten liegen potentiell in den Amplitudenschwankungen sowie von Phasenfrontfehlern, gekoppelt mit der imperfekten Überlagerung der Interferometerpositionen [45], wie noch in Kap. 5.5 durch das Ergebnis einer Langzeitmessung verdeutlicht wird.

# 4.5 Zusammenfassung

In Tab. 4.2 sind die ermittelten Rauschbeiträge der nicht-inertialen Komponenten des Interferometers dem kleinsten gemessenen Interferometerrauschen gegenübergestellt. Die inertialen Rauschlimitierungen finden sich in Tab. 4.3 wieder. Die Ergebnisse der in diesem Kapitel beschriebenen Messungen und Abschätzungen lassen sich für die beiden Interferometergeometrien wie folgt zusammenfassen: Das Kurzzeitrauschen der MZ-Geometrie betrug in keiner Messung weniger als 170 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Die Summe über alle abgeschätzten nicht-inertial bedingten Rauschbeiträge beläuft sich auf 114 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Um die zuletzt genannten Beiträge zu reduzieren, wurde Gebrauch von der sMZ-Geometrie gemacht, mit der ein Rauschniveau von 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  erreicht wurde. Das für diese Geometrie abgeschätzte  $\vec{k}_{\text{eff}}$ -unabhängige Rauschen würde bei einer Instabilität von 70 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  limitieren.

Mithilfe von Korrelationsmessungen mit Seismometern simultan zum Interferometer konnten residuale Rotationsrauschen der Experimentplattform als dominante Limitierung identifiziert werden. Das kleinste mit den Seismometern gemessene Rauschniveau betrug 135 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Eine Korrektur des Interferometerrauschens konnte die bereits höchste erzielte Stabilität nicht steigern. Als hauptsächliche Limitierung der Korrelation konnte mit Hilfe zweier unterschiedlicher Messmethoden das Rotationsrauschen des retroreflektiven Spiegels gegenüber den Seismometern abgeschätzt werden. In Bezug auf die Langzeitstabilität wurde eine Auflösung von 26 nrad/s nach einer Integrationszeit von 100 s erreicht. Diese Präzision erforderte eine differentielle Messmethode zwischen zwei Flanken des Kosinussignals des Interferometers, um Instabilitäten der mittleren Anregungswahrscheinlichkeit zu korrigieren. Residuale Begrenzungen der Langzeitstabilität liegen in Amplitudenschwankungen des Kosinussignals und Phasenfrontdrifts im Zusammenhang mit der imperfekten Überlagerung der gegenläufigen Interferometer.

Untersuchte	<b>Rauschbeitrag in</b> nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$	
Rauschquelle	MZ	sMZ
Normierung und Strahlteilerintensität	70	60
Raman-Phasenstabilisierung	48	8
Raman-Mikrowellenreferenz	45	1,7
Phasenfronten	30	13
Lichtfeld-induzierte Frequenzverschiebung	26	26
Raman-Referenz-DDS	24	17
Luftturbulenzen	21	9
Magnetfeld	20	0,01
7-GHz-Frequenzkette	4,2	0,1
Summe	110	70
Kleinstes gemessenes Rauschniveau	170	120

Tabelle 4.2: Nicht-inertiale Rauschquellen des Interferometers

Tabelle 4.3: Inertiale Rauschquellen des Interferometers. Während der Rekordmessung mit dem Interferometer wurde kein Seismometersignal aufgenommen. Das angegebene niedrigst gemessene Seismometerrauschen soll die repräsentativ auf die Dominanz des Rotationsrauschens hindeuten

Untersuchte Rauschquelle	<b>Rauschbeitrag in</b> nrad/s/ $\sqrt{Hz}$	
Kleinstes Seismometerrauschen	135	
Eigenschwingungen der Raman-Spiegel	93	

KAPITEL 5

# **Messung der Erdrotation**

In diesem Kapitel sollen die systematischen Unsicherheiten bei der Bestimmung des Absolutwertes der Rotationsrate analysiert werden. Der Fokus liegt dabei auf der symmetrisierten Mach-Zehnder-Geometrie (sMZ). Es findet zunächst eine gesonderte Betrachtung der Amplitude und der Mittelposition des Kosinussignals statt, welches die Antwort des Interferometers auf eine zeitlich linear ansteigende Relativphase ist. Dabei soll es um die verwendete Auswertemethode gehen und den daraus erwachsenden Fehler in der Rotationsratenbestimmung.

Nach einer sich anschließenden kurzen Diskussion des Literaturwertes der Erdrotation wird der Skalierungsfaktor der Interferenzphase für Rotationen in Betracht gezogen und die dazugehörigen Komponenten einzeln auf ihre Unsicherheit hin analysiert.

Ein immer wiederkehrender Aspekt bei der systematischen Analyse sind Phasenfrontfehler [35, 45, 80, 81]. Sie gewinnen in diesem Experiment besonders an Bedeutung, da drei separate Spiegel für die Strahlteilungsprozesse verwendet werden. Ein Unterabschnitt dieses Kapitels befasst sich deshalb mit der Ausrichtung der Phasenfronten zueinander und der verbleibenden Unsicherheiten. Die Quantifizierung dieser Fehler wurde messtechnisch für die horizontale Dimension getrennt von der vertikalen durchgeführt und soll hier auch in dieser Reihenfolge vorgestellt werden. Danach soll auch auf dynamische Phasenfrontfehler eingegangen werden.

Abschließend werden die durch Magnetfeldgradienten und Lichtfelder entstehenden residualen Verschiebungen in der sMZ-Geometrie untersucht. Zur quantitativen Sicherstellung soll dabei vergleichsweise auf die herkömmliche MZ-Geometrie zurückgegriffen und somit die Stärke der sMZ-Geometrie aufgezeigt werden.

# 5.1 Unsicherheit in der Signalauswertung

Die Interferenzphase muss zunächst aus dem Interferenzsignal extrahiert werden, bevor weitere Untersuchungen an Teilphasenbeiträgen stattfinden können. Dabei entstehen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Parameter des Kosinussignals, wie aus Abb. 3.12 in Kap. 3.4 zu erahnen ist. Zudem ist der Mittelwert des Kosinussignal einer zeitlichen Schwankung unterworfen, die durch Temperaturschwankungen der Umgebungsluft verursacht wird. Eine Charakterisierung des Kosinussignals soll in dem nun folgenden Abschnitt erfolgen.

# 5.1.1 Extrempunktbestimmung des Kosinussignals

Aufgrund des hohen Phasenrauschens infolge der Vibrationen (s. Kap. 4.3.1) ist ein bestimmtes Messintervall *s* notwendig, um die Signalparameter  $P_{Mp}$  und  $A_{Int}$  mit einer beabsichtigten Unsicherheit  $u_{komb}$  zu kennen (s. Kap. 3.4). Die Wahrscheinlichkeit, das tatsächliche Maximum bzw. Minimum beim Durchlaufen der Phase zu treffen, steigt mit der Anzahl der Messpunkte.

# Aufnahme eines fortlaufenden Kosinussignals

Die für das gegenwärtige Beschleunigungsrauschen notwendige Zahl *s* an Messzyklen wurde in einer Langzeitmessung ermittelt, bei der ein fortlaufendes Kosinussignal mit der MZ-Geometrie aufgenommen wurde, während die Phase des dritten Strahlteilerpulses verfahren wurde. Abhängig von der gewählten Messintervalllänge *s* zur Bestimmung der Extrema schwankten die Werte von einem Intervall zum nächsten für die Amplitude und die Mittelposition des Kosinussignals. Die dadurch gegebene Unsicherheit der Extrempunktbestimmung ist in Abb. 5.1 in Abhängigkeit von *s* dargestellt. Die Unsicherheit erreicht erst nach einer Anzahl von 100 Messpunkten eine Niveau von  $u(P_{Mp}) = 8 \cdot 10^{-4}$  für die Mittelposition und  $u(A_{Int}) = 9,7 \cdot 10^{-4}$  für die Amplitude. Die starke Abnahme zu Beginn deutet die Dominanz der Unsicherheit durch das Phasenrauschen an. Mit steigender Intevalllänge *s* geht die Dominanz an das Signalrauschen aus Kap. 4.1.1 über.

Eine Simulation mit den an diesem Messtag gemessenen Phasenrauschwerten ist in der Abbildung ebenfalls dargestellt und weist eine stetig abnehmende Unsicherheit auf. Dies ist für die reale Messung nicht der Fall, woraus sich ein sogenannter Flimmer-Untergrund des normierten Signals ableiten lässt. Dieser wurde auch in unabhängigen Messungen der Detektionsinstabilität auf den selben Zeitskalen festgestellt und ist auf technische Faktoren der Detektion zurückzuführen.

Auch für die sMZ-Geometrie, die im Allgemeinen eine geringere Amplitude im Kosinussignal besitzt, gilt die gleiche Begrenzung des normierten Signals. Für die Phase bedeutet dies eine größere Unsicherheit gegenüber der MZ-Geometrie, und zwar um den Faktor, um den sich die Amplituden der Kosinussignale unterscheiden.

# Quantifizierung der Unsicherheit

Für eine Messung, deren Interferenzphase  $\Phi_0 = \pi/2$  beträgt und damit ideal auf der Mittelposition liegt, bedeutet eine Intervall-Länge von s = 100 Messzyklen für die Ex-



Abbildung 5.1: Unsicherheit der Amplitude  $A_{Int}$  und der Mittelposition  $P_{Mp}$  des Kosinussignals der MZ-Geometrie. Es ist eine Länge von s = 100 notwendig, um unter einem Fehler von  $10^{-3}$  zu liegen. Wegen der schnell einsetzenden Drift wurde für das Experiment s = 60 gewählt.

trempunktbestimmung eine Unsicherheit der Phase von

$$u_{\rm Mp}(\Phi_0) = \frac{\partial \Phi_0}{\partial P_{\rm Mp}} u(P_{\rm Mp}) \approx \frac{u(P_{\rm Mp})}{A_{\rm Int}} = 5 \text{ mrad}, \tag{5.1}$$

wenn für die MZ-Geometrie eine Amplitude von 0,15 angenommen wird. Die Amplitude der sMZ-Geometrie beträgt typischerweise 0,05, weshalb auch die Phasenunsicherheit mit  $u_{Mp} = 15$  mrad um einen Faktor 3 höher ist.

Für Phasenwerte  $\Phi_0 + d\Phi$ , die um  $d\Phi$  verschieden von  $\pi/2$  sind, kommt eine zu  $d\Phi$  in erster Ordnung proportionale Unsicherheit hinzu, die durch das Amplitudenrauschen bestimmt wird. Sie wird mit der verwendeten Anzahl von s = 100 Messpunkten aus der Gleichung

$$u_{\rm Amp} \approx \frac{d\Phi}{A_{\rm Int}} u_{A_{\rm Int}}$$
 (5.2)

gewonnen. Für eine Abweichung  $d\Phi = 100$  mrad würde diese Rechnung in der MZ-Geometrie einen systematische Unsicherheit von  $u_{MZ,Amp} = 0.7$  mrad ergeben, für die sMZ-Geometrie  $u_{sMZ,Amp} = 2.1$  mrad.

Die kombinierte Unsicherheit aus der Bestimmung der Extrempunkte erhält man aus der Summe der Varianzen:

$$u_{\rm komb} = \sqrt{u_{\rm Mp}^2 + u_{\rm Amp}^2}.$$
(5.3)



Abbildung 5.2: ASD der Amplituden  $A_{Int}$  und der Mittelpositionen  $P_{Mp}$  des Kosinussignals in der MZ-Geometrie für s = 100. Insbesondere die Amplituden verfallen früh einer starken Drift, weshalb nach 600 s erneut ein Kosinussignal zur Bestimmung der gültigen Parameter aufgenommen werden muss.

Für die Unsicherheiten der Halbsummen- und Halbdifferenzphase der beiden Interferometer gilt der Zusammenhang

$$u_{\Delta,\Sigma} = \frac{\sqrt{u_{\text{komb},1}^2 + u_{\text{komb},2}^2}}{2}.$$
 (5.4)

Aus Gl. 5.2 wird deutlich, dass die Unsicherheit, die durch die Bestimmung der Amplitude einkoppelt, gegenüber der Unsicherheit der Mittelposition als vernachlässigbar einzustufen ist, wenn die Phasenschwankungen geringer als 100 mrad sind und das Signal auf die Mittelposition eingestellt werden kann. Die kombinierte Unsicherheit für die sMZ-Geometrie beläuft sich aus den erfolgten Rechnungen auf 15 mrad.

# 5.1.2 Langzeitstabilität

Die Langzeitstabilität der Amplitude und der Mittelposition ist in Abb. 5.2 mittels einer Allan-Standardabweichung (ASD) dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Unsicherheit der Amplituden '2' nur bis zu einer Mittelungszeit von 1080 s unterhalb eines Wertes von  $1 \cdot 10^{-3}$  bleibt. Ab einer Mittelungszeit von 150 s setzt ein Flimmer-Untergrund ein und geht dann bei 600 s in eine Drift über. Die Gültigkeit der ermittelten Werte für Amplitude und Mittelposition besteht demnach nur für 600 s. Danach muss eine erneute Bestimmung stattfinden.

Um eine möglichst hohe zeitliche Ausbeute der Parametergültigkeit zu erzielen, wurde für die Auswertung der Messungen eine Anzahl von s = 60 Messpunkten für die Parameterermittlung gewählt. Nach Abb. 5.1 ändert eine solche Wahl die Mittelpositionsund Amplitudenunsicherheiten nur geringfügig, erlaubt jedoch eine längere Messzeit unter den gültigen Signalparametern.

Ferner zeigt die Allan-Abweichung für die Mittelposition '2' ab einer Mittelungszeit von 100 s eine periodische Schwankung. Dies ist die Ursache für die fiktive Phasendrift der Langzeitmessung in Kap. 4.4, wenn keine differentielle Messmethode zwischen zwei Flanken des Kosinussignals angewendet wird. Diese Erkenntnis wurde zeitlich nach den im Folgenden vorgestellten Messungen zur Systematik gewonnen, weshalb die optimierte Messmethode hier noch nicht angewendet worden ist.

# 5.2 Die Erdrotationsrate

Vor der Bestimmung der zu erwartenden Signalantwort des Interferometers auf die Erdrotation soll die Rotationsrate selbst hinsichtlich ihres Literaturwertes aufgeführt werden. Ihr Wert wird in [82] mit eine Rate von 7,292115  $\cdot$  10<sup>-5</sup> rad/s mit einer relativen Unsicherheit von 1,4  $\cdot$  10<sup>-8</sup> angegeben. Diese Unsicherheit ist gegenüber den systematischen Fehlern des hier vorgestellten Gyroskops vollkommen zu vernachlässigen, wie im Verlauf des Kapitels noch ersichtlich wird.

# 5.3 Der Skalierungsfaktor für Rotationen

Der Skalierungsfaktor für Rotationen ist aus Gl. 2.49 ersichtlich, die hier noch einmal rekapituliert werden soll:

$$\Phi_{\rm rot}^{(\Sigma)} = 2\left(\vec{k}_{\rm eff} \times \frac{\vec{v}_0^{(1)} - \vec{v}_0^{(2)}}{2}\right) \cdot \vec{\Omega} T^2 = 2\left(\vec{k}_{\rm eff} \times \vec{v}_{\rm avg}\right) \cdot \vec{\Omega} T^2$$
(5.5)

$$=\frac{2E}{\hbar c^2}\vec{A}_{\rm avg}\cdot\vec{\Omega}.$$
(5.6)

 $\vec{v}_0^{(1)}$  und  $\vec{v}_0^{(2)}$  sind dabei die Geschwindigkeitsvektoren der beiden gegenläufigen Interferometer zum Zeitpunkt des ersten Strahlteilerpulses, die sich zum mittleren Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_{avg}$  zusammensetzen. Die Halbsummenphase wird auch mithilfe der von den Interferometerarmen eingeschlossenen Fläche  $\vec{A}_{avg}$  dargestellt. Im Folgenden soll der Betrag  $A_{avg}$  der Fläche und die Neigung ihres Normalenvektors auf ihre Unsicherheiten hin untersucht werden. Man beachte dabei, dass für die sMZ-Geometrie  $\vec{k}_{eff}$  den doppelten Betrag besitzt, wie für die MZ-Geometrie.

# 5.3.1 Der Betrag der sensitiven Fläche

Aus Gl. 5.6 ist ersichtlich, dass sich der Betrag der Fläche  $|\vec{A}_{avg}| := A$  in der Form

$$A = \frac{\hbar T^2 |\vec{k}_{\text{eff}}| |\vec{v}_{\text{avg}}|}{m} \sin(\theta)$$
(5.7)

schreiben lässt.  $\theta$  ist der Winkel zwischen dem Wellenvektor  $\vec{k}_{eff}$  und der atomaren Geschwindigkeit  $\vec{v}_{avg}$ . Unter der Annahme gleicher vertikaler Geschwindigkeitsbeträge der beiden Interferometer kann der Betrag der Fläche auf die horizontale mittlere Driftgeschwindigkeit  $\vec{v}_{h,avg}$  zurückgeführt werden durch die Gleichung

$$A^{(0)} = \frac{\hbar T^2 |\vec{k}_{\text{eff}}| |\vec{v}_{h,\text{avg}}|}{m} \sin(\theta).$$
(5.8)

Die Masse *m* des <sup>87</sup>Rb-Atoms und die reduzierte Planksche Konstante beeinflussen die Phasenbeziehung 5.6 nicht, weshalb sie hier nicht betrachtet werden sollen. Es sei jedoch angemerkt, dass der Betrag der Fläche *A* nicht losgelöst von der atomaren Spezies als Maß für die Interferometersensitivität genannt werden kann. Die Bestimmung der für die Sensitivität maßgeblichen Interrogationszeit *T* bedarf einer gesonderten analytischen Betrachtung. Ebenso soll auch der Betrag des Wellenvektors  $\vec{k}_{eff}$  und der mittleren horizontalen Geschwindigkeit  $\vec{v}_{h,avg}$  bestimmt sowie die geometrische Anordnung dieser Größen zueinander auf ihre Unsicherheit hin abgeschätzt werden.

### **Die Interrogationszeit T**

Die Interrogationszeit *T* bezeichnet in Gl. 5.6 den zeitlichen Abstand von unendlich kurzen Strahlteilerpulsen. Für die vorliegende Arbeit ist jedoch die Pulsdauer  $\tau$  gegenüber dem Pulsabstand *T* nicht mehr zu vernachlässigen, zumal für die sMZ-Geometrie die Summe über die Einzelpulsdauern in der Größenordnung von 100  $\mu$ s liegt. In den Arbeiten [83–85] wurden die Phasenbeiträge inertialer Effekte unter Berücksichtigung der Strahlteilerpulsdauern mithilfe störungstheoretischer Rechnungen ermittelt. Eine vereinfachte Herangehensweise bietet die zeitliche Integration der Sensitivitätsfunktion im Produkt mit der zugehörigen Dopplerverstimmung des Stahlteilerlichtfelds relativ zu den Atomen. Die Interferometerphase lässt sich nach Gl. 2.51 darstellen als

$$\Phi_{\text{inert}} = \int_{-T}^{T} g(t) d\phi(t) = \int_{-T}^{T} g(t) \omega_{\text{L}}(t) dt.$$
 (5.9)

Für den Fall  $\vec{k}_{eff}$ -abhängiger Phasenbeiträge und der zugehörigen Sensitivitätsfunktion  $g_{\vec{k}_{eff}}(t)$  ist die Verstimmung  $\omega_{L}(t)$  des Strahlteilerlasers gegen die Eigenfrequenz der Atome durch die Dopplerfrequenz  $\omega_{D}(t) = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{v}(t)$  zu ersetzen, wobei  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit des Atoms ist. Liegt eine konstante Beschleunigung  $\vec{a}$  vor, nimmt Gl. 5.9 die Form

$$\Phi_{\text{inert}} = \int_{-T}^{T} g_{\text{ext}}(t) \omega_{\text{D}}(t) dt = \int_{-T}^{T} g_{\text{ext}}(t) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}t dt$$
$$= \int_{-T}^{T} g_{\text{ext}}(t) \alpha t dt := \Phi_{\alpha}$$
(5.10)

an. Für die Grenzen des Integrals in Gl. 5.10 sind die Pulslängen  $\tau$  der Strahlteilerpulse zu berücksichtigen. Für den in dieser Arbeit beschriebenen Aufbau ist die Intensität in der mittleren Strahlteilerzone verschieden von denen der äußeren Zonen. Hinzu kommt, dass die Positionen der Atome während der Pulse im Falle der sMZ-Geometrie nicht mit den Zentren der Intensitätsprofile der Raman-Strahlen zusammenfallen. Deshalb sind die Rabi-Frequenzen und damit auch die Pulslängen zur Einhaltung der  $\pi/2$ bzw.  $\pi$ -Puls-Bedingung für die verschiedenen Zonen unterschiedlich. Diesem Unterschied wird durch die Einführung eines variablen Verhältnisses  $q = \Omega_{\rm R}^{(2)} / \Omega_{\rm R}^{(1/3)}$  der Rabi-Frequenzen der äußeren und der mittleren Strahlteilerzone Rechnung getragen. Das Ergebnis der Berechnung in Gl. 5.10 ist für die beiden Interferometergeometrien aufgrund unterschiedlich vieler Strahlteilerpulse verschieden und lautet

$$\Phi_{\alpha,\mathrm{MZ}} \approx \alpha T_0^2 \left(1 + \frac{2\tau}{qT_0} + \frac{4\tau}{\pi T_0}\right) \tag{5.11}$$

$$\Phi_{\alpha,\text{sMZ}} \approx \alpha T_0^2 \left(1 + \frac{(2q+6)\tau}{qT_0} + \frac{6\tau}{\pi T_0} + \frac{3T_1}{T_0}\right).$$
(5.12)

Diese Berechnungen geschahen unter der Annahme perfekt erfüllter  $\pi/2$ -Puls-Bedingungen. Es wurden Terme proportional zu  $\tau^2$  und  $\tau T_1$  vernachlässigt. Für q = 1 reproduziert man mit Gl. 5.11 das Ergebnis aus [83] und [84] für die MZ-Geometrie. Für das in dieser Arbeit beschriebene Experiment sind für die beiden Geometrien die Verhältnisse  $q_{MZ} = 4/3$  und  $q_{sMZ} = 5/3$  einzusetzen, womit sich die Phasenterme

$$\Phi_{\alpha,MZ} \approx \alpha T_0^2 (1 + \frac{3\tau}{2T_0} + \frac{4\tau}{\pi T_0})$$
(5.13)

$$\Phi_{\alpha,\text{sMZ}} \approx \alpha T_0^2 \left(1 + \frac{28\tau}{5T_0} + \frac{6\tau}{\pi T_0} + \frac{3T_1}{T_0}\right)$$
(5.14)

ergeben. Ist die Rotationsrate  $\vec{\Omega}$  klein relativ zu  $\pi/(2T)$  und senkrecht sowohl zu  $\vec{k}_{eff}$  als auch zu  $\vec{v}$ , so ist  $\vec{a}$  durch die Coriolisbeschleunigung zu ersetzten, sodass  $\alpha$  die Form  $\alpha \approx 2|\vec{k}_{eff}||\vec{v}|\sin(\theta)|\Omega|$  annimmt. Die Skalierung mit der Interrogationszeit bleibt somit unverändert (vgl. [85]).

Für die sMZ-Geometrie ist nach Kap. 3.2.2 die Dauer des ersten und des letzten Pulses um 3  $\mu$ s länger gewählt, als es der optimalen  $\pi/2$ -Pulsdauer entsprechen würde. Somit gelten die obigen Gleichungen streng genommen nicht mehr. Um den dabei entstehenden Fehler abzuschätzen, lassen sich die zusätzlichen Zeitspannen auf die einzelnen Pulsdauern aufteilen. Für eine Variation der Pulslängen um  $\pm 1 \ \mu$ s in der sMZ-Geometrie ergibt sich eine Phasenverschiebung von  $\pm 2 \ mrad$ .



Abbildung 5.3: Durchflugsmessung der atomaren Wolke durch zwei Laserstrahl mit 3 mm Durchmesser. Zur Strahlformung des Detektionslichts diente eine Blende. Das Floureszenzlicht der Atome wurd mit den Detektionsphotodioden aufgenommen. Man erkennt deutlich die unterschiedlichen zeitlichen Abstände der Ensemble in den beiden Detektionszonen.

Die Einbeziehung der Pulsdauern ist nicht zu vernachlässigen. Ohne Berücksichtigung der Pulsdauern erhielte man einen systematischen Fehler von -32 mrad vom realen Wert für die sMZ-Geometrie. Wenn man die Pulsdauern einfach zum Pulsabstand  $T_0$  addieren würde, betrüge die Abweichung vom tatsächlichen Phasenwert 5 mrad.

### Der Betrag der atomaren Horizontalgeschwindigkeit

Die mittlere atomare Horizontalgeschwindigkeit  $\vec{v}_{h,avg}$  lässt sich über Durchflugsmessungen der Atome durch zwei zum Kühlübergang resonante Strahlen charakterisieren. Eine solche Messung ergab in der Arbeit [41] eine relative Übereinstimmung der Geschwindigkeiten der beiden Quellen von  $3 \cdot 10^{-4}$  für eine absolute Geschwindigkeit von 5,5 m/s. Die Unsicherheit für die Bestimmung der Geschwindigkeit lag bei 0,2 %. Für den gegenwärtigen Aufbau wurde die Geschwindigkeit auf einen Wert von 2,79 m/s verringert, da die Sensitivität des Interferometers bei gleichbleibender horizontaler Flugstrecke gemäß Gl. 5.6 invers mit der Geschwindigkeit steigt. Zusätzlich mussten wegen einer technischen Überholung des Aufbaus die Teleskope für die 3D-MOT nach einer Demontage neu ausgerichtet werden. Aus diesem Grund ist die Messung zur Charakterisierung der Geschwindigkeit wiederholt worden. Sie wurde mit einer relativen Unsicherheit von 0,6 % zu  $|\vec{v}_h^{(1)}| = 2,79$  m/s für Quelle '1' und zu  $|\vec{v}_h^{(2)}| = 2,782$  m/s für Quelle '2' bestimmt und ist in Abb. 5.3 dargestellt.

Die Unsicherheit für die Bestimmung der Geschwindigkeit bezieht sich auf die für beide Quellen gemeinsamen Messparametern. Dementsprechend ist die Unsicherheit der Differenz geringer und beträgt lediglich  $6 \cdot 10^{-4}$ , begrenzt durch die Güte der Kurvenanpassung in Abb. 5.3. Die Differenz der Geschwindigkeiten beträgt 0,3 % relativ zu der Geschwindigkeit der Quelle '1'. Sie lässt sich durch die Ungenauigkeit in der Ausrichtung der horizontalen 3D-MOT-Teleskope erklären, die in einem Winkel von jeweils  $45^{\circ}$ zu der Startgeschwindigkeit angeordnet sind. Der Betrag der Startgeschwindigkeit hängt dabei vom Winkel  $\alpha(\vec{k}, \vec{e}_v)$  zwischen der beabsichtigten Startrichtung  $\vec{e}_v$  und der Richtung der MOT-Strahlen in der Weise  $|\vec{v}_h| = v_{max} \cos(\alpha(\vec{k}, \vec{e}_v))$  ab, wobei  $v_{max}$  die Geschwindigkeit der Atome bei ko-linearer Ausrichtung der beiden Vektoren ist.  $\vec{k}$  bezeichnet den Wellenvektor eines MOT-Strahls. Die gemessene Differenz der Geschwindigkeiten entspricht somit einer Unsicherheit von  $\delta \alpha = |\vec{v}_h^{(1)} - \vec{v}_h^{(2)}|/(v_{max} \sin(45^{\circ})) = 0,2^{\circ}$ , was eine realistische Genauigkeit bei der Justage der Teleskope darstellt. Für die Interferometerphase ergibt die Unsicherheit bei der Bestimmung der Geschwindigkeit eine Phasenunsicherheit von 39 mrad.

# Die Wellenzahl $|\vec{k}_{eff}|$

Die Unsicherheit in der Kenntnis der tatsächlichen Wellenzahl  $|\vec{k}_{eff}|$  resultiert im Wesentlichen aus der Unsicherheit der Frequenz des Raman-Masterlasers und aus dem Winkel zwischen den zwei Wellenvektoren  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$ . Die Frequenz der D2-Linie von <sup>87</sup>Rb wurde bereits mit einer relativen Genauigkeit von  $1,6 \cdot 10^{-11}$  bestimmt [86]. Ausgehend von einer Fehlbestimmung der Frequenz des Raman-Masterlasers von  $\delta \omega_M = 2\pi \cdot 1$  MHz ergibt sich für die sMZ-Geometrie eine Abweichung der Wellenzahl im Vakuum von  $\delta |\vec{k}_{eff}| = \partial |\vec{k}_{eff}| / \partial \omega_M \delta \omega_M = 0,02 1/m$ . Dies führt zu einer Unsicherheit von 8 nrad der Interferometerphase.

Für den möglichen systematischen Fehler des Winkels zwischen den beiden  $\vec{k}$ -Vektoren sei ein Wert von 0,6 ° angenommen. Die x-Komponente des Wellenvektors ist durch den Zusammenhang

$$|\vec{k}_{\text{eff}}|_x = \cos(0.6^{\circ}/2)(|\vec{k}_1| + |\vec{k}_2|)$$

gegeben. Ihre relative Unsicherheit beträgt für den angenommenen Fehler  $1,2 \cdot 10^{-5}$ . Somit würde die Genauigkeit der Halbsummenphase des Interferometers auf 78  $\mu$ rad begrenzt sein.

## Der Flächenwinkel $\theta$

Der Winkel  $\theta$  zwischen dem Wellenvektor  $\vec{k}_{eff}$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}_{avg}$  beträgt 93°. Die Unsicherheit dieses Winkels erwächst aus der Richtung des Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}$ , deren Unsicherheit in [41] zu 0,3° abgeschätzt wurde. Diese Abschätzung basiert auf der Resonanzbedingung der Raman-Lichtfelder im Zusammenhang der Doppler-Frequenz  $\omega_D = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{p}/m$ . Damit ist der Betrag der Fläche  $A_{avg}^{(0)}$  mit weiteren



Abbildung 5.4: Vom Interferometer aufgespannte Fläche  $\vec{A}$  mit dem zugehörigen Normalenvektor. Die z-Achse des Bezugssystems wurde kolinear mit der Erdbeschleunigung  $\vec{g}$  gewählt, die x-Achse zeigt nach rechtweisend Nord. Es wurden für die Orientierung der Vektoren die Kugelkoordinaten gewählt.

0,03 % behaftet, was einer Phasenverschiebung von 2 mrad in der sMZ-Geometrie entsprechen würde.

# 5.3.2 Die Neigung der Flächennormalen

Die Phasenverschiebung infolge einer Rotation lässt sich interpretieren als Projektion des Flächennormalenvektors  $\vec{A}_{avg}$  auf die Rotationsachse  $\vec{\Omega}$ . Die Unsicherheit in der Ausrichtung der Flächennormalen ergibt sich aus der Unsicherheit der Winkel der einzelnen Komponenten in Gl. 5.5. Dazu gehören die Abweichung  $\vartheta_k$  des Wellenvektors von der Horizontalen, seine horizontale Ausrichtung  $\varphi_k$  relativ zur Drehachse der Erde und die horizontale Drehung  $\vartheta_v$  sowie die vertikale Verkippung  $\vartheta_v$  des mittleren Geschwindigkeitsvektors  $\vec{v}_{avg}$ . Die Unsicherheit für die horizontale Ausrichtung  $\varphi_v$  von  $\vec{v}_{avg}$  ist äquivalent zur Unsicherheit des Winkels  $\theta$ , der bereits in Abschn. 5.3.1 behandelt wurde. Es verbleibt für die Geschwindigkeit die Unsicherheit in vertikaler Richtung in Gestalt der Größe  $\vartheta_v$ . Man lege nun wie in Abb. 5.4 das Bezugssystem in die Normale zur Erdoberfläche, wobei die z-Achse parallel zur Erdbeschleunigung und die x-Achse nach rechtweisend Nord zeigt. Die einzelnen Komponenten von Gl. 5.6 lassen sich in der Vektorschreibweise (x,y,z) mithilfe der Kugelkoordinaten  $(\rho, \varphi, \vartheta)$  wie folgt aufschreiben:

$$\vec{k}_{\text{eff}} = -|\vec{k}| (\sin(\vartheta_k)\cos(\varphi_k), \sin(\vartheta_k)\sin(\varphi_k), \cos(\vartheta_k))$$
  

$$\vec{v} = |\vec{v}| (\sin(\vartheta_v)\cos(\varphi_v), \sin(\vartheta_v)\sin(\varphi_v), \cos(\vartheta_v))$$
  

$$\vec{\Omega} = |\vec{\Omega}| (\sin(\vartheta_0), 0, \cos(\vartheta_0)).$$
(5.15)

Hier wurde  $\rho$  durch den Betrag des jeweiligen Vektors ersetzt. Die Winkel der einzelnen Vektoren betrugen zum Zeitpunkt der Messungen

$$\vartheta_{k} = 90^{\circ} \pm 3.4^{\prime}$$
  

$$\vartheta_{v} = 90^{\circ} \pm 34^{\prime}$$
  

$$\varphi_{k} = -11^{\circ}24^{\prime} \pm 34^{\prime}$$
  

$$\varphi_{v} = \varphi_{k} + 93^{\circ}$$
  

$$\vartheta_{0} = 37^{\circ}37^{\prime} \pm 0.03^{\prime}$$

unter Berücksichtigung der Unsicherheit bei der Bestimmung der Winkel. Setzt man diese Werte mitsamt der Unsicherheiten in Gl. 5.6 ein, so ergibt sich eine maximale Unsicherheit von 15 mrad für die Rotationsphase.

# 5.4 Statische Phasenfrontfehler

Phasenfrontfehler werden im Folgenden getrennt nach den horizontalen und der vertikalen Verläufen der Phasenfronten untersucht. Die messtechnische Quantifizierung in horizontaler Ausrichtung erfolgte mithilfe der in Kap. 4.3.5 beschriebenen Methode, bei der die Interferometersequenz zeitlich versetzt wurde. Für den systematischen Fehler, der durch die vertikale Verkippung entsteht, wird Gebrauch von der Kontrastabhängigkeit des Kosinussignals von den Winkeln der Phasenfronten zueinander gemacht.

# 5.4.1 Horizontale Phasenfrontfehler

Zur Vermessung der horizontalen Phasenfront wurde eine Verschiebung der Interferometersequenz in Zeitschritten von 50  $\mu$ s nach dem Startvorgang durchgeführt (s. Kap. 4.3.5). Die dabei auftretende differentielle Phase zwischen der maximal verschobenen Interferometersequenz und der anfänglichen wurde durch die Anpassung der Spiegelverkippung weitestgehend minimiert. In Abb. 5.5 ist eine solche Messung durch die schwarzen Symbole dargestellt, bei der die absolut gemessene Halbsummenphase zuzüglich eines Phasenwertes von  $2\pi$  aufgetragen ist. Über einen räumlichen Versatz von 1,1 mm ist eine maximaler Phasenversatz von 7 mrad zu verzeichnen.

Um eine Kopplung der vertikalen Spiegelverkippung an diesen Optimierungsprozess zu untersuchen, wurde eine zusätzliche Vergleichsmessung durchgeführt, bei der die Verschiebung der Ensemble in der MOT-Startposition geschah. Technisch wurde das



Abbildung 5.5: Verschiebung der beiden gegenläufgien Interferometer gegeneinander in horizontaler Richtung. Eine Steigung der Halbsummenphase liegt dann vor, wenn die Ausrichtung der einzelnen Phasenfronten nicht in der Summe einen Winkel von Null ergibt. Die Verschiebung mittels der AOM-Leistung verändert lediglich die horizontale Startposition, während die zeitliche Verschiebung der Interferometer auch die vertikale Dimension beeinflusst. Der durch den Pfeil angedeutete Schnittpunkt stellt die perfekte räumliche Überlagerung der Wolken dar.

realisiert, indem die Radiofrequenzleistungen der MOT-AOM variiert und so die Balance der Lichtleistungen in der MOT in horizontaler Richtung verändert wurden. Die Strecke  $\delta(\Delta y_{Sep})$  der Verschiebung wurde durch den Vergleich der Kontrollpulse der Detektion auf die Messung mit Zeitversatz angepasst und der durch die Detektion dabei entstehende systematische Fehler kompensiert. Durch dieses Verfahren wurde eine Verschiebung nur in horizontaler Richtung durchgeführt, im Gegensatz zur Zeitversatzmessung: Hier erfolgte die Verschiebung entlang der Trajektorie der Ensemble, sodass auch eine vertikale Komponente darin enthalten war. Das Ergebnis dieser Messung ist ebenfalls in Abb. 5.5 durch die roten Messsymbole repräsentiert. Die Messungen weisen eine unterschiedliche Steigung auf und deuten somit auf einen residualen vertikalen Phasenfrontfehler hin. Die Unsicherheit für die zweite Messung ist größer als die der ersten aufgrund höherer Langzeitschwankgungen. Eine differentielle Auswertung zum Verschiebungswert  $\delta(\Delta y_{Sep}) = 0$  ergab, dass von dieser Schwankung nicht die Steigung der Geraden betroffen war, sondern die Verschiebung auf der y-Achse.

Der von der horizontalen Verkippung unabhängige Phasenwert sollte in dem Schnittpunkt der beiden Ausgleichsgraden liegen und beträgt  $\Sigma_{\vec{k}_{eff}}(0) = 6,419$  rad. Die Unsicherheit dieser Bestimmung setzt sich zusammen aus den Unsicherheiten der linearen Kurvenanpassung und dem Gesamtfehler der Messung. Er wurde für die vorgenommene Messung zu 21 mrad abgeschätzt.

Die Abweichung vom erwarteten Wert von  $\Phi_{rot}^{(\Sigma)} = 6,503$  rad lässt sich durch die bisher errechnete Unsicherheit der Messung nicht erklären. Die Ursache für die Abweichung ist in der vertikalen Verkippung der Phasenfronten zueinander zu suchen. Eine systematische Messung dieser Verschiebung wird im nun folgenden Abschnitt vorgestellt.

# 5.4.2 Vertikale Phasenfrontfehler

Für vertikale Phasenfrontfehler war eine Messung über die Interferometerphase mit der in Kap. 3.1.1 beschriebenen Aufteilung der Kühllichtfelder nicht möglich. Die Ermittlung der systematischen Abweichung wurde mithilfe einer auf dem Kontrast des Signals basierenden Methode durchgeführt. Es erfolgt außerdem eine Abschätzung der dabei auftretenden Unsicherheiten.

## Phasenfrontabhängigkeit der Amplitude AInt

Die Amplitude des Kosinussignals  $A_{Int}$  hängt von der relativen Spiegelverkippung ab, gemäß der Gleichung [72]

$$A_{\text{Int}}(\Delta_{12}) = A_0 \exp\left(-\frac{\left[k_{eff}\sigma_{z_0}(\Delta_{12} - \Delta_{23})\right]^2}{2}\right) \times \exp\left(-\frac{\left[k_{eff}\sigma_{v_z}(t_1(\Delta_{12} - \Delta_{23}) - 2T\Delta_{23})\right]^2}{2}\right).$$
 (5.16)

 $A_0$  ist dabei die Amplitude bei idealer Ausrichtung der Spiegel zueinander,  $\sigma_{z_0}$  und  $\sigma_{v_z}$  die Breiten der Orts- und Geschwindigkeitsverteilung zum Zeitpunkt des ersten Strahlteilerpulses und  $\Delta_{12}$  bzw.  $\Delta_{23}$  die Winkel der vertikalen Verkippung der ersten bzw. letzten Strahlteilerphasenfront relativ zu der zweiten. Im dualen Betrieb der zueinander gegenläufigen Interferometer vertauschen die Winkel  $\Delta_{12}$  und  $\Delta_{23}$  für das jeweils anderen Interferometer ihre Rollen. Für die Interferometer '1' und '2' lässt sich Gl. 5.16 in die Formen

$$A_{\text{Int},1}(\Delta_{12}) = A_{1,0} \exp\left(-k_{eff}^2 \sigma_{1,z_1}^2 \left[\Delta_{12} - \frac{\sigma_{1,z_0}^2 + \sigma_{1,v_z}^2 t_1(t_1 + 2T)}{\sigma_{1,z_1}^2} \Delta_{23}\right]^2 / 2\right) \\ \times \exp\left(-k_{eff}^2 \sigma_{1,z_1}^2 \Delta_{23}^2 \left[\frac{\sigma_{1,z_3}^2}{\sigma_{1,z_1}^2} - \left(\frac{\sigma_{1,z_0}^2 + \sigma_{1,v_z}^2 t_1(t_1 + 2T)}{\sigma_{1,z_1}^2}\right)^2\right] / 2\right)$$
(5.17)

und

$$A_{\text{Int},2}(\Delta_{12}) = A_{2,0} \exp\left(-k_{eff}^2 \sigma_{2,z_3}^2 \left[\Delta_{12} - \frac{\sigma_{2,z_0}^2 + \sigma_{2,v_z}^2 t_1(t_1 + 2T)}{\sigma_{2,z_3}^2} \Delta_{23}\right]^2 / 2\right) \\ \times \exp\left(-k_{eff}^2 \sigma_{2,z_3}^2 \Delta_{23}^2 \left[\frac{\sigma_{2,z_1}^2}{\sigma_{2,z_3}^2} - \left(\frac{\sigma_{2,z_0}^2 + \sigma_{2,v_z}^2 t_1(t_1 + 2T)}{\sigma_{2,z_3}^2}\right)^2\right] / 2\right)$$
(5.18)

umschreiben.  $\sigma_{i,zj}$  sind dabei die Radii der atomaren Ensemble zum Zeitpunkt des j-ten Strahlteilerpulses des Interferometers 'i' und  $\sigma_{i,v_z}$  die Breite der Geschwindigkeitsverteilung. Nur der jeweils erste Term in den Gleichungen 5.17 und 5.18 ist noch von  $\Delta_{12}$ abhängig, sodass man aus diesem Term die Verschiebung der Gauß-Glockenkurve von Null ablesen kann. Im Falle des Interferometers '1' ergibt sich eine Verschiebung von

$$\Delta_1 = \left(\sigma_{1,z_0}^2 + \sigma_{1,v_z}^2 t_1(t_1 + 2T)\right) / \sigma_{1,z_1}^2 \Delta_{23} =: a\Delta_{23},$$
(5.19)

für das Interferometer '2' beträgt sie

$$\Delta_2 = \left(\sigma_{2,z_0}^2 + \sigma_{2,v_z}^2 t_1(t_1 + 2T)\right) / \sigma_{2,z_3}^2 \Delta_{23} =: b\Delta_{23}.$$
(5.20)

Abhängig von der Temperatur der atomaren Ensemble und ihrer anfänglichen Wolkengröße lässt sich aus der Differenz der Verschiebungen  $\delta \Delta := \Delta_1 - \Delta_2 = \Delta_{23}(a - b)$  auf die Verschiebung des Maximums von Interferometer '1' schließen:

$$\Delta_1 = \frac{\delta \Delta}{1 - b/a}.\tag{5.21}$$

Die Rotationshase ist dabei nach Kap. 4.3.5 proportional zu den Winkeln, wenn die räumliche Überlappung der beiden Ensemble nicht perfekt gewährleistet ist. Somit erhält man die durch vertikale Phasenfronten induzierte Verschiebung des Maximums als

$$\delta\Phi_1 = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{1 - b/a} =: \frac{\delta\Phi}{1 - b/a},\tag{5.22}$$

wobei  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  die Phasenlagen der Maxima repräsentieren.

Zur Veranschaulichung dieses Sachverhalts ist in Abb. 5.6 die Amplitude beider Interferometer in Abhängigkeit des Winkels  $\Delta_{12}$  simuliert worden. Eine reale Messung am Gyroskop, bei der für eine vorher erfolgte horizontale Optimierung der vertikale Winkel  $\Delta_{12}$  durch Verkippen eines Strahlteilerspiegels verändert wurde, ist in Abhängigkeit von der Halbsummenphase der Interferometer in Abb. 5.6 dargestellt. Die Messwertpaare der Interferometer sind nach ihrer zeitlichen Abfolge nummeriert. Eine Messreihe zur Bildung eines in der Graphik dargestellten Mittelwertes dauerte etwa 10*b*.



Abbildung 5.6: Amplitudenabhängigkeit des Kosinussignals von der relativen Verkippung der Strahlteilerspiegel. *Links:* Simulation der Amplitude  $A_{Int}$  der Interferometer in Abhängigkeit von der Phasenfrontverkippung  $\Delta_{12}$  zwischen dem ersten und dem zweiten Strahlteilerspiegel. Die Verkippung  $\Delta_{23}$  bestimmt den Vesatz der Maxima bezüglich der Nullstellung, welche die Parallelität aller Phasenfronten zueinander bedeutet. Aus der Differenz der Maximalstellen lässt sich auf die absolute Verschiebung schließen, wenn man die Parameter der atomaren Wolken kennt. *Rechts:* Messung der Amplitude in Abhängigkeit von der Halbsummenphase. Die Phase ist proportional zum Winkel des Spiegels, der hier zur Variation der Amplitude verstellt wurde. Dies ist jedoch nur der Fall, wenn eine perfekte räumliche Überlappung der beiden atomaren Wolken nicht gegeben ist. Aus den Amplitudenverläufen ist die Berechnung einer Korrekturphase möglich.

### Unsicherheit der Kurvenanpassung

Aus einer Anpassung kleinster Quadrate einer Gauß-Glockenkurve ließen sich die Phasenlagen der Amplitudenmaxima bestimmen. Die Fehler der Anpassung wurden als Unsicherheit für die Bestimmung von  $\delta\Phi$  verwendet. Die sich so ergebende Differenz der Maxima betrug  $\delta\Phi = -50 \pm 21$  mrad. Mit den in Kap. 3.3.1 ermittelten Parametern der Temperatur und der Wolkengröße für die beiden atomaren Ensemble ließ sich eine Abweichung für das Interferometer '1' von  $\delta\Phi_1 = -113$  mrad bestimmen. Der um diesen Fehler korrigierte Phasenwert des Summensignals lag somit bei  $\Phi_1 - \delta\Phi_1 =$  $6,458 \pm 0,047$  rad.

### Unsicherheit der Wolkenparameter

Aus der obigen Bestimmung der Kontrastverläufe lässt sich das Verhältnis der Wolkenradii der beiden Ensemble berechnen. Es ergibt sich hierbei eine Diskrepanz verglichen mit den Durchflugsmessungen aus Kap. 3.3.1. Der Wert für das Verhältnis  $\sigma_{2,z_3}/\sigma_{1,z_1} =$ 1,8, der sich aus der obigen Messung ergibt, unterscheidet sich von dem Wert, der sich aus der Durchflugsmessung zu  $\sigma_{2,z_3}/\sigma_{1,z_1} =$  1,44 ergibt.
Der wahrscheinliche Grund hierfür liegt in der räumlichen Verteilung der Ensemble zum Zeitpunkt der Melassephase. Die Durchflugsmessung ergab für Quelle '2' eine starke Abweichung von einer Gauß-Normalverteilung. Passt man für die Berechnung in Gl. 5.20 den initialen Ensembleradius  $\sigma_{2,z_3}$  auf das oben ermittelte Verhältnis von 1,8 an, erhält man eine Phasenverschiebung von  $\delta \Phi_1 = -151$  mrad. Nähert man die Geschwindigkeitsverteilung  $\sigma_{2,v_z}$  darauf an, erhält man  $\delta \Phi_1 = -102$  mrad. Gewichtet man beide Fehlabschätzungen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit, ergibt sich das arithmetische Mittel für die Phasenverschiebung zu  $\overline{\delta \Phi_1} = -137$  mrad. Die Unsicherheit aus der Unkenntnis der Wolkenparameter beträgt 21 mrad.

Die somit korrigierte Halbsummenphase beträgt  $\Sigma_{\vec{k}_{eff}} = 6,498 \pm 0,053$  rad und weicht um 0,08 % vom erwarteten Wert ab.

Die Ursachen für die Abweichung der Messwerte von der Kurvenanpassung in Abb. 5.6 können in parasitären Reflexen in den Raman-Strahlen liegen, die in Abhängigkeit von der Winkellage die Amplitude des Signals mindern können. Des weiteren lässt sich eine Drift des Kontrastes, insbesondere für das Interferometer '2', beobachten: Der Messwert mit der Nummer 8 besitzt einen deutlich höheren Amplitudenwert, als der Messwert mit der Nummer 2, der bei einem ähnlichen Phasenwert liegt. Diese Drift kann in einer thermisch bedingten Bewegung der Raman-Spiegel begründet sein. Ihre messtechnische Beobachtung wird in dem folgenden Abschnitt gesondert beschrieben.

### 5.5 Dynamische Phasenfrontfehler

Eine Messung der Spiegeldrift in der horizontalen Achse mithilfe des Interferometers wurde durchgeführt, als ein thermisches Gleichgewicht der Spiegelschiene aufgrund einer Störung der Temperaturstabilisierung nicht gegeben war. Diese Messung geschah, wie in Abschn. 5.4.1 bereits beschrieben, durch die sequentielle Signalaufnahme von zueinander räumlich verschobenen Interferometern. Abb. 5.7 enthält eine zur Ausgangsposition differentielle Phasenmessung über eine Zeit von mehr als drei Stunden, wobei die Daten mit Hilfe eines Tiefpassfilters bearbeitet wurden. Für einen großen räumlichen Versatz der Interferometer ist eine höhere Amplitude der Phasenschwankungen zu verzeichnen, als für näher gelegene Positionen. Die Proportionalität zwischen den Schwankungsamplituden spricht für eine thermisch bedingte Drift der Raman-Spiegel. Aus der Messung lässt sich für widrige Temperaturbedingungen im Labor über die Phasenvariation und unter Kenntnis der Positionsabstände  $\delta(\Delta y_{Sep})$  in Abb. 5.7 eine maximale temperaturbedingte Driftrate der Spiegel von  $2,3 \cdot 10^{-9}$  rad/s ableiten. Dies entspricht einer Driftrate von 0,1 mrad/s in der Halbsummenphase.

Unter normalen Bedingungen war die Temperatur der Spiegelschiene jedoch stabil. Aus der obigen Messung lässt sich für einen solchen Fall keine Aussage über die Driftrate anstellen. Sie dient lediglich als Charakterisierung der Drift einer nicht-stabilisierten Raman-Spiegelhalterung.



Abbildung 5.7: Langzeitmessung bei verschiedenen räumlichen Separationen der beiden gegenläufigen Interferometer. Die Ensemble wurden über eine zeitliche Verschiebung der Interferometersequenz gegeneinander verschoben. *Links:* Zeitserie dieser Messung mit einer termischen Störung der thermischen Stabilisierung der Spiegelhalterung. Die Amplitude der Phasenschwankung ist proportional zur Separation der atomaren Ensemble. *Rechts:* ASD der Rotationsphasen der einzelnen Separationen  $\delta(\Delta y_{Sep})$ .

### 5.6 Magnetfeldgradienten

#### Messung des Magnetfeldeinflusses

Das atomare Ensemble wird im magnetisch insensitiven Zustand  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  präpariert. Es verbleibt jedoch eine quadratische Abhängigeit der Energieniveaus vom Magnetfeld. Deshalb hängt die Phase in der MZ-Geometrie nicht nur von der Stärke des Magnetfeldgradienten ab, sondern auch von dem Absolutwert des Magnetfeldes, sofern ein Gradient vorhanden ist. Dies wurde in einer interferometrischen Messung demonstriert, bei der auf der Mittelposition des Kosinussignals gemessen wurde. Nach jeweils einer Anzahl von 30 Messpunkten wurde die Stromstärke der Interferometriemagnetfeldspule und damit auch das Magnetfeld verändert. Diese Messung wurde sowohl für die MZ- als auch für die sMZ-Geometrie durchgeführt und ist in Abb. 5.8 dargestellt. Zwecks eines erleichterten Vergleichs wurden die Phasen jeweils auf das Rotationsratenäquivalent umgerechnet. In der MZ-Geometrie sieht man deutlich den Einfluss der Magnetfeldverstellung, die sich in Form von Phasenspitzen im Rotationssignal äußert. Aber auch für das zeitliche Gleichgewicht des Magnetfeldes erkennt man die Ausbildung von Plateaus, deren Niveau von dem Magnetfeld abhängt. Der Hauptanteil der Phasenverschiebung liegt in der Beschleunigungsphase. Die Variation über die gesamte Messung beträgt 1,3 rad, während sie sich in der Rotationsphase nur um 360 mrad verändert. Für die sMZ-Geometrie ist keine Reaktion des Phasensignals auf die Veränderung des Magnetfeldes im Rahmen der Phasenauflösung zu verzeichnen. Somit ist



Abbildung 5.8: Sensitivität der MZ- und der sMZ-Geometrie auf Magnetfelder im Vergleich. Nach einer Anzahl von 34 Schüssen wurde die Magnetfeldstärke um 143 mG erhöht. Die MZ-Geometrie reagiert sowohl in der Rotations- als auch in der Beschleunigungsphase auf die Variation des Magnetfeldes. Die sMZ-Geometrie weist keine sichtbaren Veränderungen auf. Die Simulation gibt lediglich für die Beschleunigungsphase das reale Verhalten wieder. Im Falle von Rotationen werden lokale Gradienten als Ursache für die Diskrepanz vermutet.

diese Messung eine weitere Demonstration der Stärke der sMZ-Geomtrie gegenüber der MZ-Geometrie hinsichtlich  $\vec{k}$ -unabhängiger Phasenverschiebungen.

#### Vergleich mit der Simulation

Die beobachteten Phasenverschiebungen in der MZ-Geometrie lassen sich teilweise mithilfe der Gl. 4.3 und Gl. 4.4 erklären. Mit der Kenntnis des Magnetfeldes aus Kap. 4.2.6 und des Gradienten wurde die in Abb. 5.8 gestrichelt dargestellte Abhängigkeit der Phase simuliert. Die Steigung der simulierten Beschleunigungsphase weicht nur etwa 23 % von der mittleren gemessenen Steigung ab, was eine akzeptable Übereinstimmung darstellt, zumal der genaue Magnetfeldverlauf innerhalb der Vakuumkammer einer Messung unzugänglich bleibt. Für die Rotationsphase ist die Steigung jedoch um einen Faktor 18 kleiner als mit dem Interferometer gemessen, wenn man von einem räumlichen Versatz der Interferometer von  $\Delta y_{Sep} = 1$  mm ausgeht und um 70 % verschiedene Gradienten  $\gamma_i$  annimmt [44]. Somit lässt sich die Zunahme des Signals nicht durch die beobachteten Gradienten entlang der Flugrichtung der Atome erklären. Aus Messungen des Interferometerkontrasts in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke und der relativen Raman-Spiegelverkippung häuften sich Hinweise auf nicht zu vernachlässigende lokale Magnetfeldgradienten. Eine tiefer gehende Analyse entzieht sich jedoch dem Zugang des Experimentators aufgrund der Begrenzung durch die Vakuumkammer.

In Kap. 4.2.6 wurde die gesamte Phasenverschiebung des Magnetfeldes zu 6,2 mrad für ein Einzelinterferometer der sMZ-Geometrie abgeschätzt. In der Halbsummenphase verschwindet dieser Wert bis auf fehlerhafte Überlappung der atomaren Trajektorien in den Strahlteilerzonen. Ausgehend von einem Fehler dieser Überlappung von 1 mm ergibt sich eine Unsicherheit von 0,02 mrad der Halbsummenphase.

### 5.7 AC-Stark-Verschiebung

Die AC-Stark-Verschiebung beschreibt die Frequenzverschiebung atomaren Energieniveaus infolge der Lichtfelder der einzelnen Raman-Laser. Sie hängt von der Verstimmung  $\Delta$  zum intermediären Niveau und von den Intensitäten der Raman-Lichtfelder ab. Wie bereits in Kap. 2.1.3 eingeführt lässt sich durch ein geeignetes Verhältnis der Intensitäten die differentielle Verschiebung der beiden Hyperfeinzustände gerade aufheben. Die verbleibende Unsicherheit beruht auf der Genauigkeit, mit der diese Kompensation erzielt wurde.

Die Gewichtung der AC-Stark-bedingten Verstimmung  $\delta^{AC}(t)$  mit der Sensitivitätsfunktion g(t) und die anschließende Integration führen auf die folgenden Phasenverschiebung im Interferometer:

$$\Phi_{\rm AC} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)h(t)\delta^{\rm AC}(t)dt.$$
(5.23)

Dabei ist h(t) = 1 während der Strahlteilerpulse und null sonst. Für die sMZ-Geometrie ergibt sich dabei der Phasenbeitrag zu

$$\Phi_{\rm AC} = \frac{\delta_7^{\rm AC}}{\Omega_{\rm R}^{(7)}} + \frac{2\delta_6^{\rm AC}}{\Omega_{\rm R}^{(6)}} - \frac{2\delta_2^{\rm AC}}{\Omega_{\rm R}^{(2)}} - \frac{\delta_1^{\rm AC}}{\Omega_{\rm R}^{(1)}},\tag{5.24}$$

wenn die  $\pi/2$ - bzw. die  $\pi$ -Pulsbedingung für alle Strahlteilerpulse erfüllt ist. Die Größen  $\delta_i^{AC}$  und  $\Omega_R^{(i)}$  repräsentieren dabei entsprechend die differentielle AC-Stark-Verschiebung und die effektive Rabi-Frequenz des i-ten Strahlteilerpulses. Ausgehend von einer langsamen Schwankung der  $\delta_i^{AC}$  im Vergleich zur Dauer eines Strahlteilerpaares lassen sich die Verstimmungen zusammenfassen in dem Ausdruck

$$\Phi_{\rm AC} = 3 \left( \frac{\delta_{6,7}^{\rm AC}}{\Omega_{\rm R}^{(6,7)}} - \frac{\delta_{1,2}^{\rm AC}}{\Omega_{\rm R}^{(1,2)}} \right).$$
(5.25)

Die Verstimmung  $\delta_{i,j}^{AC}$  wird für den *i*-ten und den *j*-ten Puls als identisch angenommen, ebenso auch die effektive Rabi-Frequenz  $\Omega_{R}^{(i,j)}$ . Im Experiment geschah die Einstellung des Intensitätsverhältnisses über das Einstrahlen eines nicht-resonanten Lichtpulses während der Interrogationszeit T = 3 ms einer MZ-Geometrie in einer Strahlteilerzone. Auf der Mittelposition des Kosinussignals wurde die Interferenzphase mit dem Fall verglichen, in dem kein nicht-resonanter Lichtpuls eingestrahlt wurde. Die Differenz wurde durch das Einstellen des richtigen Intensitätsverhältnisses minimiert. Qualitativ das selbe Ergebnis liefert die direkte Optimierung des Kontrastes in der sMZ-Geometrie durch das Anpassen des Intensitätsverhältnisses. Diese Methode wurde für die hier vorliegenden Messungen verwendet. Dabei sei bei der Kontrastoptimierung eine Genauigkeit von 10 % angenommen. Der Kontrast wird dabei hauptsächlich infolge der Resonanzbedingung der Raman-Laser gegenüber den Atomen variiert. Für einen einzelnen  $\pi$ -Puls von  $\tau = 30 \ \mu$ s ist für eine Reduktion der Anregungseffizienz von 10 % eine Verstimmung von 5 kHz nötig. Da die sMZ-Geometrie jedoch aus mehreren Strahlteilerpulsen generiert wird, reicht auch schon eine geringere Verstimmung, um eine Kontrastreduktion von 10 % zu erzeugen. Es sei hier von einer Genauigkeit der AC-Stark-Kompensation von  $\delta^{AC} = 2$  kHz ausgegangen.

Für die äußeren Strahlteilerzonen gehen die Lichtfelder aus der Strahlteilung eines einzelnen Strahls hervor, wie in Kap. 3.1.2 dargestellt. Das Intensitätsverhältnis der Raman-Lichtfelder ist in beiden Zonen also gleich. Somit sollte auch die AC-Stark-Verstimmung gleich sein, wenn die an den verschiedenen Positionen vorliegenden Gesamtintensitäten identisch sind [87]. Aufgrund der Unkenntnis dieser zuletzt genannten Größen sei hier von einem Unterschied der Verstimmung von  $\delta_{6,7}^{AC} - \delta_{1,2}^{AC} = 200$  Hz ausgegangen. Für eine Pulslänge von  $\tau_{\pi} = 30 \ \mu$ s und einer effektiven Rabi-Frequenz von  $\Omega_{R} = \pi/\tau_{\pi}$  ergibt sich aus Gl. 5.25 eine Phasenverschiebung von  $\Phi_{AC} = 36$  mrad im Einzelinterferometer. Für das zweite, gegenläufige Interferometer ergibt sich bei perfekter Überlagerung mit dem ersten der gleiche Phasenbeitrag mit entgegengesetztem Vorzeichen. In der Halbsummenphase  $\Sigma_{\vec{k}_{eff}}$  hebt sich dieser Beitrag genau weg. Eine Imperfektion von 10 % dieser Phasenverschiebung, die durch eine fehlerhafte Überlappung der Trajektorien entstehen würde, entspricht einem Phasenfehler von 4 mrad.

Verglichen mit der in [35] gemessenen Sensitivität von 5 mrad/kHz der Interferometerphase auf die AC-Stark-Verschiebung liegt diese Abschätzung in der gleichen Größenordnung. Eine derartige Vermessung wurde in dem vorliegenden Experiment nicht durchgeführt.

### 5.8 Zwei-Photonen-Lichtfeld-Verschiebung

#### Modell für die Abschätzung

Die Zwei-Phototonen-Lichtfeldverschiebung entsteht aufgrund der Präsenz von nichtresonanten Raman-Strahlenpaaren [88], die potentiell auch andere als den beabsichtigten Übergang treiben könnten. Hierzu gehören für das vorliegende Experiment insbesondere das entgegengesetzte kontra-propagierende Strahlenpaar und der mögliche kopropagierende  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ -Übergang. Der magnetisch sensitive Übergang  $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = \pm 2\rangle$ -Übergang wird in dieser Betrachtung vernachlässigt. Die Frequenzverschiebung infolge des kontra-propagierenden Übergangs ist gegeben durch

$$\delta \omega_{\text{kont}} = \frac{\Omega_{\text{R}}^2}{\pm 8\omega_D} + \frac{\Omega_{\text{R}}^2}{4(\pm 2\omega_D + 4\omega_r)}.$$
(5.26)

Für den ko-propagierenden Übergang lässt sich die Frequenzverschiebung durch die Gleichung

$$\delta \omega_{\rm ko} = \frac{\Omega_{\rm ko}^2}{4(\pm \omega_D + \omega_r)} \tag{5.27}$$

berechnen.  $\Omega_{ko}$  ist dabei die effektive Rabi-Frequenz dieses Übergangs und ließ sich im Experiment zu  $1,4 \times \Omega_R$  quantifizieren. Die gesamte Frequenzverschiebung pro Strahlteilerpuls erhält man aus der Summe der beiden Beiträge

$$\delta \omega_{\rm ZPL} = \delta \omega_{\rm kont} + \delta \omega_{\rm ko}. \tag{5.28}$$

Der resultierende Phasenbeitrag für die Strahlteilersequenz der sMZ-Geometrie ergibt sich analog zu Gl. 5.24 zu

$$\delta\phi_{ZPL} = \frac{\delta\omega_{ZPL}^{(7)}}{\Omega_{R}^{(7)}} + \frac{2\delta\omega_{ZPL}^{(6)}}{\Omega_{R}^{(6)}} - \frac{2\delta\omega_{ZPL}^{(2)}}{\Omega_{R}^{(2)}} - \frac{\delta\omega_{ZPL}^{(1)}}{\Omega_{R}^{(1)}}.$$
(5.29)

Setzt man Gl. 5.26-5.28 in Gl. 5.29 ein, vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$\delta\phi_{\text{ZPL}} \approx \pm \frac{3(\Omega_{\text{R}}^{(1,2)} - \Omega_{\text{R}}^{(6,7)})}{4|\omega_D|},\tag{5.30}$$

wobei das Vorzeichen von der Richtung des anfänglichen  $\vec{k}_{eff}$ -Vektors abhängt und davon ausgegangen wurde, dass für den ersten und zweiten sowie für den sechsten und siebten Strahlteilerpuls jeweils die gleiche Rabi-Frequenz  $\Omega_R^{(1,2)}$  bzw.  $\Omega_R^{(6,7)}$  vorliegt. Verglichen mit der MZ-Geometrie ist die Verschiebung  $\delta \omega_{ZPL}$  drei mal so groß. Eine Phasenverschiebung liegt genau dann vor, wenn die Intensitäten der Raman-Strahlen für das erste und das letzte Strahlteilerpaar nicht gleich sind. Dieser Fall tritt ein, wenn die atomaren Wolken in den verschiedenen Strahlteilerzonen nicht die gleichen relativen Positionen im Gauß-Profil der Raman-Lichtfelder besitzen. Zusätzlich können im konkreten Aufbau dieses Experiments Imperfektionen bei der Aufteilung der Lichtfelder auf die erste und die dritte Strahlteilerzone auftreten (siehe Kap. 3).

Für eine Abschätzung sei zwischen  $\Omega_R^{(1,2)}$  und  $\Omega_R^{(6,7)}$  ein Unterschied von 20 % angenommen. Dies entspricht einer räumlichen Verschiebung von 6 mm relativ zum Zentrum des Gauß-Profils. Der daraus entstehende Phasenfehler beträgt 5 mrad für das Einzelinterferometer.

Für die Halbsummenphase kann man von einer fehlerhaften Überlagerung der Trajektorien von 1 mm ausgehen. Wenn sich die Atomwolken während der Raman-Pulse am Rande der Strahlteilerzonen befinden, verursacht dies eine Phasenverschiebung von 3 mrad. Die Gesamtunsicherheit infolge der Zwei-Photonen-Lichtfeld-Verschiebung beträgt 6 mrad.



Abbildung 5.9: Phasenverschiebung in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Rabi-Frequenzen  $\Omega_R^{(I)}/\Omega_R^{(0)}$  des Raman-Übergangs.  $\Omega_R^{(0)}$  entspricht der maximal einstellbaren Intensität. Für jede Intensität wurde die Pulslänge der Strahlteiler angepasst, um die  $\pi/2$ - bzw.  $\pi$ -Pulsbedingung einzuhalten. Der erwartete Verlauf berechnet sich aus der Vergrößerung der Interrogationszeit *T* infolge der Pulslängenanpassung.

#### Vermessung der residualen Verschiebung

Zur Überprüfung dieser abgeschätzten Phasenverschiebung wurde analog zu [89] die Intensität für alle Strahlteilerpulse mit Hilfe spannungsvariabler Abschwächer für die Leistung der Raman-AOM verstellt. Um Langzeitschwankungen von der Auswertung auszuschließen wurde zwischen der veränderten und der nominellen Intensität alterniert. Die  $\pi/2$ -Puls-Bedingung wurde durch die Anpassung der Pulslängen aufrecht erhalten. Allerdings wurde die Gesamtdauer der Interferometersequenz *T* nicht um die zusätzlichen Pulsdauern kompensiert, sodass für die Beschleunigungs- und für die Rotationsphasen variierende Werte zu erwarten waren. Es musste eine ausreichend orthogonale Ausrichtung der Raman-Strahlen gegen die Erdbeschleunigung *g* stattfinden. Andernfalls verursachte die Pulslängenanpassung aufgrund des Zusammenhangs  $\Phi_{\text{Beschl}} = |\vec{k}_{\text{eff}}|gT^2 \sin(\vartheta_k)$  eine Phasenverschiebung in der Größenordnung von  $\pi/2$  infolge der Änderung in *T*, sodass die Messung nicht für beide alternierende Intensitäten gleichzeitig auf der Mittelposition des Kosinussignals stattfinden konnte.

In Abb. 5.9 ist die differentielle Phase zwischen diesen Betriebsmodi in Abhängigkeit von der Rabi-Frequenz dargestellt. Die Unsicherheiten wurden dabei aus der Bestimmung der Kosinussignalparameter abgeleitet. Die dargestellte Linie ergibt sich aus der erwarteten Zunahme der Rotationsphase mit sich ändernder Pulsdauer gemäß Gl. 5.12. Die Messpunkte folgen der Phasenzunahme infolge der Vergrößerung der sensitiven Fläche. Begrenzt durch die Unsicherheit der einzelnen Messpunkte ist keine Änderung der differentiellen Phase auflösbar. Auch in [89] wurde kein Einfluss der Zwei-Photonen-Lichtverschiebung auf die Rotationsphase eines dualen Gyroskops mit gegenläufigen atomaren Wolken festgestellt.

## 5.9 Zusammenfassung

Die bei der Bestimmung der systematischen Fehler entstandenen Unsicherheiten der sMZ-Geometrie sind in Tab. 5.1 aufgelistet. Nach Kompensation aller bekannten systematischen Fehler beträgt die Abweichung vom erwarteten Wert -0,08 %. Der gesamte unbekannte systematische Fehler beträgt in der Summe 1,1 %. Der in dieser Arbeit gemessene Phasenwert des Interferometers von  $6,498 \pm 0.071$  rad lässt auf eine Rotationsrate von  $5,771 \pm 0,063 \cdot 10^{-5}$  rad/s parallel zum Flächennormalenvektor  $\vec{A}$  und auf eine Erdrotation von  $7,286 \pm 0,080 \cdot 10^{-5}$  rad/s schließen.

Tabelle 5.1: Liste möglicher systematischer Fehler für das Rotationssignal. Die erwartete Phasenverschiebung infolge der Erdrotation beträgt  $\Phi_{\Omega_E} = 6,503$  rad für eine Interrogationszeit  $2T_0 = 50$  ms. Die größte Unsicherheit erwächst aus der vertikalen Ausrichtung der Phasenfronten zueinander, gefolgt von der Bestimmung der atomaren Driftgeschwindigkeit.

Untersuchter Messparameter	Unsicherheit in $\%~\Omega_E$
Phasenfronten vertikal	0,81
Atomare Driftgeschwindigkeit	0,6
Phasenfronten horizontal	0,32
Neigung der Flächennormalen	0,23
Parameter des Kosinussignals	0,17
Zwei-Photonen-Lichtfeld	0,09
AC-Stark-Verschiebung	0,06
Magnetfeldgradient	0,05
Flächenwinkel $\theta$	0,03
Interrogationszeit T	0,03
Wellenzahl $\vec{k}_{eff}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
Erdrotationsrate $\vec{\Omega}_E$	$1,\!4\cdot 10^{-6}$
Summe der Quadrate	1,10
Gemessene Abweichung	-0,08

KAPITEL 6

## **DISKUSSION UND AUSBLICK**

In dieser Arbeit wurde ein Atom-Gyroskop mit einer Instabilität von 120 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  und einer Auflösung von 26 nrad/s nach einer Integration von 100 s vorgestellt. Die Abweichung der gemessenen Erdrotationsrate vom erwarteten Wert betrug -0.08 % mit einer Genauigkeit von 1,1 %.

Die Kurzzeitstabilität wurde hauptsächlich durch residuales Rotationsrauschen der Experimentplattform begrenzt. Für ein niedriges Phasenrauschen des Interferometers war eine passive Vibrationsisolierung, eine Akustikabschirmung und der weitestgehende Ausschluss von Maschinen- und Personenaktivitäten im Gebäude bei einer Wochenendmessung notwendig. Die in naher Zukunft geplante zusätzliche Stabilisierung der Strahlteilerspiegel sollte die Einkopplung von Vibrationen weiter verringern. Um Störungen mit Fourier-Frequenzen von kleiner als 1 Hz zu unterdrücken, liegt es nahe, zu einer passiven Vibrationsisolierung eine aktive Stabilisierung hinzuzufügen [90]. Zu diesem Zweck müssen Beschleunigungssensoren mechanisch starr an die Strahlteilerspiegel gekoppelt werden, um die Bewegungen der Spiegel unverfälscht zu registrieren. Eine Messumgebung mit geringerem seismischen Untergrund, als ihn das Welfenschloss der Leibniz Universität Hannover aufweist, würde die Anforderungen an die Vibrationsisolierung des Systems senken. Von Hu et al. wurde für ein Höhlenlabor ein Seismikuntergrund gemessen, der auf dem Laborboden bereits um zwei Größenordnungen unter dem Vibrationsrauschen des hier vorgestellten Atom-Gyroskops liegt [91]. Als weiteres Beispiel eines rauscharmen Untergrunds sei das Tiefenlabor des Geodätischen Observatoriums in Wettzell genannt [92]. Es ist leicht vorstellbar, dass bereits ein Labor mit separatem Fundament, wie es zum Beispiel die Laboratorien des geplanten HiTech-Gebäudes in Hannover aufweisen, gegenüber dem gegenwärtigen Versuchsort ein geringeres seismisches Rauschen besitzt.

Für die erreichte Stabilität der Rotationsphase war der Einsatz einer neuartigen symmetrisierten Mach-Zehnder-Geometrie (sMZ) notwendig. Das  $\vec{k}_{eff}$ -unabhängige Phasenrauschen in der konventionellen Mach-Zehnder-Geometrie (MZ) wurde durch diese

Wahl um 8 dB unterdrückt. Für die MZ-Geometrie kann eine ähnliche Unterdrückung erreicht werden, wenn die Rotationsphase in der Differenzphase der beiden gegenläufigen Interferometer kodiert ist. Zu diesem Zweck ist die Selektion desselben  $k_{eff}$ -Strahlenpaars für beide Interferometer erforderlich. Ein Konzept, das diese Bedingung erfüllt, wurde bereits in einer vorhergehenden Arbeit vorgeschlagen [42]. Gemäß dieser Idee werden beide Atomwolken in geringen Winkel gegen den gleichen Wellenvektor  $\vec{k}_{eff}$ gestartet. Auf diese Weise ist das Vorzeichen des Wellenvektors für beide gestarteten Ensemble das gleiche. Eine Rauschquelle, die durch dieses Konzept allerdings nicht eliminiert wird, ist die Magnetfeldstärke bei gleichzeitigem Vorhandensein eines Gradienten in Flugrichtung. Auch zeitliche Fluktuationen der differentiellen AC-Stark-Verschiebung werden nur dann unterdrückt, wenn eine räumliche Überlappung der Wolken in den Gauß-Profilen der Strahlteilerlichtfelder gewährleistet ist. Aus diesem Grund ist zusätzlich zur Wahl desselben  $k_{\text{eff}}$ -Vektors für beide Ensemble der Übergang zu der sogenannten Double-Diffraction-Geometrie vorzuziehen [93]. Bei dieser Geometrie befinden sich beide Interferometerarme stets im selben internen Zustand, sodass eine zeitlich differentielle Phasenevolution entfällt. Die Wahl des stimulierten Raman-Übergangs als Strahlteilerprozess bietet für die Double-Diffraction die Möglichkeit der zustandsselektiven Floureszenzdetektion.

Die nach den Rotationsvibrationen größte Rauschquelle der sMZ-Geometrie besteht für das hier vorgestellte Gyroskop in dem Normierungs- und Signalrauschen mit einem Äquivalent von 60 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Der Einfluss dieser Rauschquelle kann durch Steigerung des Kontrastes reduziert werden. Die Amplitude des normierten Kosinussignals für die sMZ-Geometrie betrug 0,05. Für die Double-Diffraction-Geometrie wurde in [93] eine Amplitude von 0,1 erreicht. Beim Übergang zu dieser Topologie würde die bestehende Limitierung auf 30 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  herabgesetzt werden. Eine weitere Steigerung des Kontrastes auf nahezu 100 % sollte durch die Verwendung ultrakalter Ensemble möglich sein [94]. Die Erzeugung solch kohärenter atomarer Wolken mit einer geeignet hohen Repititionsrate von 0,5 Hz und einer Teilchenzahl von 10<sup>5</sup> Atomen wurde bereits beschrieben [95]. Bei einer Steigerung der Atomzahl auf 10<sup>6</sup> läge die zu erreichende Stabilität mit der in dieser Arbeit verwendeten Sagnac-Fläche bei 9 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ .

Die Wahl eines effizienteren Detektionsschemas basierend auf der simultanen Detektion der zwei internen Zustände würde die Reduktion des Signalrauschens auf das Quantenprojektionsrauschen auch auf langen Zeitskalen gewährleisten. Ein mögliches Konzept hierfür besteht in der räumlichen Trennung der Atome, unterteilt nach ihren zwei internen Zuständen. Diese Trennung lässt sich mithilfe eines resonanten Lichtpulses vor der eigentlichen Detektionssequenz realisieren. Die Population der einzelnen internen Zustände wird anschließend gleichzeitig mit zwei verschiedenen Photodioden ausgelesen. Dadurch lässt sich der Einfluss von Intensitäts- und Frequenzschwankungen des Detektionslaserstrahls auf die Detektion stark unterdrücken. Für eine Atomzahl von  $10^8$  wurde auf diese Weise ein Rauschen des normierten Signals von  $1 \cdot 10^{-4}$  pro Schuss erzielt [96].

Der Anteil des Signalrauschens am Rotationsrauschen sinkt auch, wenn die Größe der

geometrisch eingeschlossenen Sagnac-Fläche gesteigert werden kann. Dies ist unabhängig von der gewählten Interferometer-Geometrie unter anderem durch Multi-Photonenimpuls-Überträge auf die Atome möglich [93], die durch sequentielle Raman-Laserpulse eingebracht werden können. Allerdings darf der Kontrast durch die zusätzlichen Pulse nicht in dem Maße abnehmen, in dem die Fläche erhöht wird. Eine Technik zur Erhöhung des Kontrastes wurde von Kovachy et al. in der Gestalt der schnellen adiabatischen Passage gefunden, die für Bragg-Strahlteiler analysiert wurde [97]. Die Übertragung auf Raman-Strahlteiler sollte hierbei unter einem vergleichbaren Kontrastgewinn möglich sein.

Als vielversprechend für die Flächenvergrößerung hat sich die Verwendung von Bloch-Oszillationen [98, 99] und der Einsatz von Multi-Photonen-Bragg-Strahlteilern erwiesen. Mit letzteren konnte ein Impulsübertrag von 102 hk demonstriert werden [100]. Eine weitere Option besteht in der Erhöhung der freien Entwicklungszeit T bei gleichzeitiger Reduktion der atomaren Vorwärtsdriftgeschwindigkeit. Für Atome im freien Fall impliziert dies steilere Flugbahnen und einen höheren Platzverbrauch. Will man diesen umgehen, bleibt die Möglichkeit von Materiewellenleitern. Von Wu et al. wurde ein kompaktes geführtes Interferometer unter Einsatz eines magnetischen Wellenleiters demonstriert [101]. Die dabei erreichte freie Entwicklungszeit belief sich auf 2T = 50 ms. Eine auf diese Weise erzeugte Fläche von 1 cm<sup>2</sup> würde für 10<sup>5</sup> ultrakalter <sup>87</sup>Rb-Atome bereits eine Sensitivität von 12 nrad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$  am Quantenprojektionsrauschlimit implizieren. Ein konkretes Konzept könnte auf der in [102] vorgeschlagenen Erzeugung eines zirkularen magnetischen Wellenleiters basieren, der von zwei atomaren Teilwellen gegenläufig mehrfach umrundet wird. Somit würden systematische Fehler der Magnetfelder eliminiert. Die Verwendung von Dipol-Laserstrahlen, welche die Bahn der atomaren Teilwellen vorgeben, stellt einen weiteren gangbaren Weg zur Implementierung von Materiewellenleitern dar [103].

Hinsichtlich der Genauigkeit der Rotationsratenbestimmung müssen die Phasenfronten der Strahlteilerspiegel eines Interferometers charakterisiert werden können. Es wurde in dieser Arbeit gezeigt, wie die Verwendung von getrennten Strahlteilerspiegeln diesen Zweck erfüllt. Dazu wurde Gebrauch von der einander entgegengesetzten Positionsverschiebung der Atomwolken innerhalb der Strahlteilerlichtfelder gemacht. Diese Verschiebung wurde durch Variation der Lichtfeldintensität in der magneto-optischen Falle bewerkstelligt. Dabei erlaubte der experimentelle Aufbau eine solche differentielle Positionsänderung nur für die horizontale Dimension. Für ein künftiges Interferometer ist die differentielle Kontrolle sowohl der horizontalen als auch der vertikalen Position unabdingbar. Zusätzlich würde die Wahl eines geeigneten Materials für die Halterung der atomoptischen Strahlteilerelemente und einer Temperaturregelung mit vorhandener Wärmesenke thermisch bedingte Bewegungen der Strahlteiler auf langen Zeitskalen unterdrücken.

Eine weitere Limitierung der Genauigkeit stellte die Bestimmung der atomaren Driftgeschwindigkeit dar. Sie hängt in dem beschriebenen System von der Winkelstellung der 3D-MOT-Teleskope zueinander ab und auch von ihrer Intensitätsbalance. Um diesem systematischen Fehler vorzubeugen, muss der Startvorgang in Richtung eines bewegten Lichtgitters bewerkstelligt werden, das nicht aus mehreren Lichtfeldern zusammengesetzt ist. Konkret würde der Einsatz von Bloch-Oszillationen für den Startvorgang verwendet werden [37, 104]. Unter solchen Umständen wäre die Geschwindigkeit der Atome maßgeblich durch die Frequenzkontrolle des sie beschleunigenden Lichtfeldes bestimmt. Für das initiale Laden käme dabei eine harmonische Magnetfalle zum Einsatz, für die bereits Positionsschwankungen von weniger als 5  $\mu$ m pro Experimentzyklus realisiert wurden [95]. Insofern wäre auch das durch die initiale Position der Atome hervorgerufene Phasenfrontrauschen unterdrückt.

## ANHANG A

# **Relevante Daten**

Parameter	Symbol	Wert
Lichtgeschwindigkeit	С	2,99792458 m/s
Reduzierte Plancksche Konstante	ħ	$1,054571628(53) \times 10^{-34} \text{ Js}$
Boltzmann Konstante	k <sub>B</sub>	$1,3806504(24) \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Erdrotationsrate	$\Omega_{\mathrm{E}}$	$7,2921150(1) \times 10^{-5} \text{ rad/s}$

Tabelle A.1: Fundamentale physikalische Größen.

Tabelle A.2: Daten zum D2-Übergang des <sup>87</sup>Rb-Atoms, entnommen aus [86].

Parameter	Symbol	Wert
Atomare Masse	m	$1,443160648(72) \times 10^{-25} \text{ kg}$
Wellenlänge (Vakuum)	λ	780,241209686(13) nm
Wellenlänge (Luft)	$\lambda_{\mathrm{Luft}}$	780,033330(23) nm
Ein-Photon-Rückstoßgeschwindigkeit	$v_r^{(1)}$	5,8845 mm/s
Natürliche Linienbreite	Г	$2\pi \cdot 6,0666(18)$ MHz
Sättigungintensität ( $\sigma^{+/-}$ -Pol., resonant)	Isat	1,66933(35) mW/cm <sup>2</sup>
Sättigungintensität ( $\pi$ -Pol., weit verstimmt)	I <sub>sat,det</sub>	$2,50399(52) \text{ mW/cm}^2$
Zeemanverschiebung des Uhrenübergangs	K	$2\pi \cdot 575,15 \mathrm{Hz/G^2}$



Abbildung A.1: Termschema der D2-Linie des <sup>87</sup>Rb-Atoms, entnommen aus [86].

## LITERATURVERZEICHNIS

[1] J. Lense and H. Thirring.

- Über den Einfluss der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, 19:156–163, 1918.
- [2] C. W. F. Everitt, D. B. DeBra, B. W. Parkinson, J. P. Turneaure, J. W. Conklin, M. I. Heifetz, G. M. Keiser, A. S. Silbergleit, T. Holmes, J. Kolodziejczak, M. Al-Meshari, J. C. Mester, B. Muhlfelder, V. G. Solomonik, K. Stahl, P. W. Worden, W. Bencze, S. Buchman, B. Clarke, A. Al-Jadaan, H. Al-Jibreen, J. Li, J. A. Lipa, J. M. Lockhart, B. Al-Suwaidan, M. Taber, and S. Wang. Gravity probe b: Final results of a space experiment to test general relativity. *Phys. Rev. Lett.*, 106:221101, May 2011. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.221101.
- [3] B. Muhlfelder, J. M. Lockhart, and G. M. Gutt. The Gravity Probe B gyroscope readout system. In 2003 COSPAR Adv. Space Res., volume 32, pages 1397–1400, 2003.
- [4] Charles F Yoder, James G Williams, and Michael E Parke. Tidal variations of earth rotation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012)*, 86(B2):881–891, 1981.
- [5] John Wahr and Zachary Bergen. The effects of mantle anelasticity on nutations, earth tides, and tidal variations in rotation rate. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 87(2):633–668, 1986. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1986.tb06642.x.
- [6] Andrew S Trupin.Effects of polar ice on the earth's rotation and gravitational potential. *Geophysical Journal International*, 113(2):273–283, 1993.
- [7] Richard D Ray, Daniel Jonathan Steinberg, Benjamin Fong Chao, and David Edgar Cartwright.

Diurnal and semidiurnal variations in the earth's rotation rate induced by oceanic tides.

Science, 264(5160):830-832, 1994.

- [8] Douglas Scott Robertson, William Eugene Carter, J Campbell, and Harald Schuh. Daily earth rotation determinations from iris very long baseline interferometry. 1985.
- [9] EF Arias, P Charlot, M Feissel, and J-F Lestrade. The extragalactic reference system of the international earth rotation service, icrs. *Astronomy and Astrophysics*, 303:604–608, 1995.
- [10] Wolfgang Schlüter and Dirk Behrend.
   The international vlbi service for geodesy and astrometry (ivs): current capabilities and future prospects.
   Journal of Geodesy, 81(6-8):379–387, 2007.
- [11] Neil Barbour and George Schmidt. Inertial sensor technology trends. Sensors Journal, IEEE, 1(4):332–339, 2001.
- Thomas Young.
   The bakerian lecture: Experiments and calculations relative to physical optics.
   *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 94:pp. 1–16, 1804.
- [13] A. A. Michelson and E. W. Morley.On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether. *Sideral Messenger*, 6:306–310, 1887.
- [14] L. Zehnder.Ein neuer interferenzrefraktor.Zeitschrift für Instrumentenkunde, 11:275–285, 1891.
- [15] L Mach.Über einen interferenzrefraktor.Zeitschrift für Instrumentenkunde, 12:89–93, 1892.
- [16] M.G. Sagnac.
  - Léther lumineux démontré par l'effet du vent relativ d'éther dans un interférométre en rótation uniforme.

Compt. Rend. des Sc. d. l'Acad d. Sc., 157:1410, 1913.

- [17] M. G. Sagnac.
  - Sur la preuve de la réalité de l'éether lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant.

Compt. Rend. des Sc. d. l'Acad d. Sc., 157:1410–1413, 1913.

[18] W. M. Macek and D. T. M. Davis.Rotation rate sensing with traveling-wave ring lasers.*Applied Physics Letters*, 2(3):67–68, 1963.

DOI: 10.1063/1.1753778.

- [19] E. J. Post.Sagnac effect.*Rev. Mod. Phys*, 39(2):475, 1967.
- [20] K. U. Schreiber, T. Klügel, A. Velikoseltsev, W. Schlüter, G. E. Stedman, and J.-P. R. Wells.

The large ring laser g for continuous earth rotation monitoring. *Journal of Pure and Applied Geophysics*, 166:1485–1498, 2009.

[21] Louis Broglie. The reinterpretation of wave mechanics.

*Foundations of Physics*, 1(1):5–15, 1970. DOI: 10.1007/BF00708650.

- [22] C. Davisson and L. H. Germer. Diffraction of electrons by a crystal of nickel. *Phys. Rev.*, 30:705–740, Dec 1927. DOI: 10.1103/PhysRev.30.705.
- [23] G. Möllenstedt and H. Düker.
   Beobachtungen und messungen an biprisma-interferenzen mit elektronenwellen.
   *Zeitschrift für Physik*, 145(3):377–397, 1956.
   DOI: 10.1007/BF01326780.
- [24] H. Maier-Leibnitz and T. Springer.
   Ein interferometer f
  ür langsame neutronen.
   Zeitschrift f
  ür Physik, 167(4):386–402, 1962.
   DOI: 10.1007/BF01378119.
- [25] N.F. Ramsey.

A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields. *Physical Review*, 78(6):695–699, 1950.

- [26] J. L. Staudenmann, S. A. Werner, R. Colella, and A. W. Overhauser. Gravity and inertia in quantum mechanics. *Phys. Rev. A*, 21:1419–1438, May 1980. DOI: 10.1103/PhysRevA.21.1419.
- [27] F. Hasselbach.

A ruggedized miniature uhv electron biprism interferometer for new fundamental experiments and applications. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, 71(4):443–449, 1988.

DOI: 10.1007/BF01313930.

[28] C.J. Bordé.

Atomic interferometry with internal state labelling. *Phys. Lett. A*, 140(10):126, 1989.

[29]	<ul><li>F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch.J. Bordé.</li><li>Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer.</li><li><i>Phys. Rev. Lett.</i>, 67:177, 1991.</li></ul>
[30]	T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich. Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope. <i>Phys. Rev. Lett.</i> , 78(11):2046–2049, 1997.
[31]	TL Gustavson, A. Landragin, and MA Kasevich. Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope. <i>Classical and Quantum Gravity</i> , 17(12):2385–2398, 2000.
[32]	Todd Lyndell Gustavson. Precision rotation sensing using atom interferometry. Doktorarbeit, stanford university, Februar 2000.
[33]	<ul> <li>D. Sesko, C. G. Fan, and C. E. Wieman.</li> <li>Production of a cold atomic vapor using diode-laser cooling.</li> <li><i>J. Opt. Soc. Am. B</i>, 5(6):1225–1227, Jun 1988.</li> <li>DOI: 10.1364/JOSAB.5.001225.</li> </ul>
[34]	C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Phillips, A. Clairon, and S. Guellati. Laser cooling of cesium atoms below 3 $\mu$ k. <i>EPL (Europhysics Letters)</i> , 12(8):683, 1990.
[35]	A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévèque, W. Chaibi, and A. Landragin. Characterization and limits of a cold-atom sagnac interferometer. <i>Phys. Rev. A</i> , 80:063604, 2009.
[36]	J. K. Stockton, K. Takase, and M. A. Kasevich. Absolute geodetic rotation measurement using atom interferometry. <i>Phys. Rev. Lett.</i> , 107:133001, 2011.
[37]	<ul> <li>Susannah M. Dickerson, Jason M. Hogan, Alex Sugarbaker, David M. S. Johnson, and Mark A. Kasevich.</li> <li>Multiaxis inertial sensing with long-time point source atom interferometry.</li> <li><i>Phys. Rev. Lett.</i>, 111:083001, Aug 2013.</li> <li>DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.083001.</li> </ul>

- [38] DS Durfee, YK Shaham, and MA Kasevich.
   Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope.
   Physical Review Letters, 97(24):240801, 2006.
- [39] C. Jentsch, T. Müller, EM Rasel, and W. Ertmer.Hyper: A satellite mission in fundamental physics based on high precision atom interferometry.

Gen. Rel. Grav., 36(10):2197-2221, 2004.

#### [40] C. Jentsch.

Konzeption und Aufbau eines Experimentes zur quantenlimitierten Inertialsensorik mit lasergekühlten Rubidiumatomen.

Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2004.

#### [41] T. Müller.

Realisierung eines Atominterferometers zur hochauflösenden Inertialsensorik mit kalten Rubidiumatomen.

Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2006.

#### [42] M. Gilowski.

*Quantitative Analyse der Auflösungsbegrenzung eines atomaren Gyroskops.* Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2010.

[43] T. Wendrich.

*High resolution rotation sensor based on cold atom interferometry.* Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2010.

#### [44] Ch. Schubert.

*Groβflächiges Sagnac Interferometer mit kalten Atomen.* Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2012.

#### [45] G. Tackmann.

*Raman interferometry with free-falling and trapped atoms.* Doktorarbeit, Leibniz Unversität Hannover, 2013.

- [46] M. Kasevich, D.S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu. Atomic velocity selection using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 66(18):2297–2300, 1991.
- [47] Kathryn Moler, David S Weiss, Mark Kasevich, and Steven Chu. Theoretical analysis of velocity-selective raman transitions. *Physical Review A*, 45(1):342–348, 1992.
- [48] Bruce W Shore and Peter L Knight. The jaynes-cummings model. *Journal of Modern Optics*, 40(7):1195–1238, 1993.
- [49] P. R. Berman, editor. *Atom Interferometry*. Academic Press, 1997.
- [50] II Rabi, NF Ramsey, and J. Schwinger.Use of Rotating Coordinates in Magnetic Resonance Problems. *Reviews of Modern Physics*, 26(2):167–171, 1954.

#### [51] P. Cheinet. Conception et Réalisation d'un Gravimètre à Atomes Froids. Doktorarbeit, Université Paris VI, 2006.

[52] C.J. Bordé, C. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, C. Bréant, D. Bassi, and G. Scoles.

Optical Ramsey fringes with traveling waves. *Physical Review A*, 30(4):1836–1848, 1984.

#### [53] C.J. Bordé.

Theoretical tools for atom optics and interferometry. Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Series IV Physics, 2(3):509–530, 2001.

[54] C.J. Bordé.

Quantum Theory of Atom-Wave Beam Splitters and Application to Multidimensional Atomic Gravito-Inertial Sensors.

General Relativity and Gravitation, 36(3):475–502, 2004.

[55] K. Bongs, R. Launay, and MA Kasevich.High-order inertial phase shifts for time-domain atom interferometers. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 84(4):599–602, 2006.

#### [56] K. Takase.

*Precision rotation rate measurements with a mobile atom interferometer.* Doktorarbeit, Stanford University, 2008.

[57] G John Dick.

Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. Technical report, DTIC Document, 1987.

[58] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, GJ Dick, and A. Clairon. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to aperiodically interrogated atomic resonator.

- [59] C. Audoin, G. Santarelli, A. Makdissi, and A. Clairon. Properties of an oscillator slaved to a periodically interrogatedatomic resonator. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on, 45(4):877–886, 1998.
- [60] CA Greenhall.
  - A derivation of the long-term degradation of a pulsed atomic frequency standard from a control-loop model.
  - Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on, 45(4):895–898, 1998.
- [61] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Yver-Leduc, and A. Landragin.

Measurement of the sensitivity function in a time-domain atomic interferometer. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 57(6):1141–1148, June 2008.

Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on, 45(4):887–894, 1998.

- [62] Benjamin CANUEL.
   Étude d'un gyromètre à atomes froids.
   Doktorarbeit, Université Paris XI, 2007.
- [63] Brynle Barrett, Pierre-Alain Gominet, Etienne Cantin, Laura Antoni-Micollier, Andrea Bertoldi, Baptiste Battelier, Philippe Bouyer, Jean Lautier, Arnaud Landragin, et al.

Mobile and remote inertial sensing with atom interferometers. *arXiv:1311.7033 [physics.atom-ph]*, 2013.

- [64] David W Allan.Statistics of atomic frequency standards.*Proceedings of the IEEE*, 54(2):221–230, 1966.
- [65] M. Gilowski, Ch. Schubert, M. Zaiser, W. Herr, T. Wübbena, T. Wendrich, T. Müller, E. M. Rasel, and W. Ertmer. Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the mani-

pulation of neutral atoms. *Opt. Comm.*, 280:443, 2007.

[66] P. Berg.

Analyse und Unterdrückung von Phasenrauschen in der Atominterferometrie. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.

- [67] M. Kasevich and S. Chu. Atomic interferometry using stimulated Raman transitions. *Physical Review Letters*, 67(2):181–184, 1991.
- [68] G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, AG Mann, S. Chang, AN Luiten, and C. Salomon.

Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain: A High Stability Cesium Frequency Standard.

- Physical Review Letters, 82(23):4619–4622, 1999.
- [69] S S Szigeti, J E Debs, J J Hope, N P Robins, and J D Close.
   Why momentum width matters for atom interferometry with bragg pulses. *New Journal of Physics*, 14(2):023009, 2012.
- [70] C. Fertig and K. Gibble.
   Measurement and Cancellation of the Cold Collision Frequency Shift in an<sup>{87}</sup> Rb Fountain Clock.
   *Physical Review Letters*, 85(8):1622–1625, 2000.
- [71] Wang Bin, Lü De-Sheng, Qu Qiu-Zhi, Zhao Jian-Bo, Li Tang, Liu Liang, and Wang Yu-Zhu.
  Laser cooling of 87 rb to 1.5 μk in a fountain clock. *Chinese Physics Letters*, 28(6):063701, 2011.

[72] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel.

Self alignment of a compact large-area atomic sagnac interferometer. *New J. Phys.*, submitted, 2011.

- [73] Fritz Riehle.*Frequency standards*.John Wiley & Sons, 2006.
- [74] Jonas Martin Hartwig.
  - Analyse eines atomaren GGravimeter hinsichtlich eines Quantentests des Äquivalenzprinzips.

Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2013.

[75] C. Schubert.

Realisierung eines schmalbandigen diodenlasersystems hoher ausgangsleistung für präzisionsmessungen an <sup>87</sup>rb atomen.

Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2007.

- [76] WM Itano, JC Bergquist, JJ Bollinger, JM Gilligan, DJ Heinzen, FL Moore, MG Raizen, and DJ Wineland.
   Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems. *Physical Review A*, 47(5):3554–3570, 1993.
- [77] G.J. Dick, J.D. Prestage, C.A. Greenhall, and L. Maleki. Local oscillator induced degradation of medium-term stability in passive atomic frequency standards.
  - In Proceedings of the 22nd Precise Time and Time Interval meeting (PTTI), Vienna, VA, pages 487–508, 1990.
- [78] S. Merlet, J. Le Gouët, Q. Bodart, A. Clairon, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and P. Rouchon.
   Operating an atom interferometer beyond its linear range. *Metrologia*, 46:87–94, 2009.
- [79] J. Le Gouët, T. E. Mehlstaubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos.
  Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter. *Appl. Phys. B*, 92:133–144, 2008.
- [80] J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon, and A. Landragin.
  Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope. *Eur. Phys. J D*, 36(3):257–260, 2005.

#### [81] G. Tackmann.

Konzepte für die kohärente manipulation von materiewellen mit der atom-lichtwechselwirkung für die präzisionsatominterferometrie. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2009.

- [82] Gérard Petit and Brian Luzum. Iers conventions. Technical report, IERS Conventions Centre, 2010.
- [83] Achim Peters.
   HIGH PRECISION GRAVITY MEASUREMENTS USING ATOM INTERFERO-METRY.
   Doktorarbeit, Stanford university, 1998.
- [84] Richard Stoner, David Butts, Joseph Kinast, and Brian Timmons. Analytical framework for dynamic light pulse atom interferometry at short interrogation times. *J. Opt. Soc. Am. B*, 28(10):2418–2429, Oct 2011. DOI: 10.1364/JOSAB.28.002418.
- [85] Charles Antoine.

Rotating matter-wave beam splitters and consequences for atom gyrometers. *Phys. Rev. A*, 76:033609, Sep 2007. DOI: 10.1103/PhysRevA.76.033609.

- [86] Daniel Adam Steck.Rubidium 87 D line data, revision 2.1.Online, September 2008.
- [87] T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, Ch. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer, and E. M. Rasel.
  A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium. *Eur. Phys. J. D*, 53:273–281, 2009. DOI: 10.1140/epjd/e2009-00139-0.
- [88] Alexandre GAUGUET.
   Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.
   Doktorarbeit, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2008.
- [89] A. Gauguet, T. E. Mehlstaubler, Lévèque, J. Le Gouet, W. Chaibi, B. Canuel, A. Clairon, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin.
   Off-resonant raman transition impact in an atom interferometer. *Phys. Rev. A*, 78:043615, 2008.
- [90] M. Hauth, C. Freier, V. Schkolnik, A. Senger, M. Schmidt, and A. Peters. First gravity measurements using the mobile atom interferometer gain. *Applied Physics B*, pages 1–7, 2013. DOI: 10.1007/s00340-013-5413-6.
- [91] Zhong-Kun Hu, Bu-Liang Sun, Xiao-Chun Duan, Min-Kang Zhou, Le-Le Chen, Su Zhan, Qiao-Zhen Zhang, and Jun Luo.

Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter.

*Phys. Rev. A*, 88:043610, Oct 2013. DOI: 10.1103/PhysRevA.88.043610.

[92] Celine Hadziioannou, Peter Gaebler, Ulrich Schreiber, Joachim Wassermann, and Heiner Igel.

Examining ambient noise using colocated measurements of rotational and translational motion.

*Journal of Seismology*, 16(4):787–796, 2012. DOI: 10.1007/s10950-012-9288-5.

- [93] T. Lévèque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin. Enhancing the area of a raman atom interferometer using a versatile doublediffraction technique. *Phys. Rev. Lett.*, 103:080405, 2009.
- [94] Giese E., Roura A., Tackmann G., Rasel E. M., Schleich W. P. Double bragg diffraction: A new tool for atom optics. arXiv:1308.5205 [physics.atom-ph], 2013.
- [95] W. Herr.
   Eine kompakte Quelle quantenentarteter Gase hohen Flusses f
  ür die Atominterferometrie unter Schwerelosigkeit.
   Doktorarbeit, Leibniz Universit
  ät Hannover, 2013.
- [96] G. W. Biedermann, X. Wu, L. Deslauriers, K. Takase, and M. A. Kasevich. Low-noise simultaneous fluorescence detection of two atomic states. *Opt. Lett.*, 34(3):347–349, Feb 2009. DOI: 10.1364/0L.34.000347.
- [97] Tim Kovachy, Sheng-wey Chiow, and Mark A. Kasevich. Adiabatic-rapid-passage multiphoton bragg atom optics. *Phys. Rev. A*, 86:011606, Jul 2012. DOI: 10.1103/PhysRevA.86.011606.
- [98] S.-w. Chiow, S. Herrmann, S. Chu, and H. Müller. Noise-immune conjugate large-area atom interferometers. *Phys. Rev. Lett.*, 103:050402, 2009.
- [99] Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khélifa, Fran çois Nez, and Fran çois Biraben. Large momentum beam splitter using bloch oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 102:240402, Jun 2009. DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.240402.
- [100] S.-w. Chiow, T. Kovachy, H.-C. Chien, and M. A. Kasevich.
   102ħk large area atom interferometers.
   *Phys. Rev. Lett.*, 107:130403, 2011.

- [101] Saijun Wu, Edward Su, and Mara Prentiss.
   Demonstration of an area-enclosing guided-atom interferometer for rotation sensing.
   *Phys. Rev. Lett.*, 99:173201, Oct 2007.
   DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.173201.
- [102] CL Garrido Alzar, W Yan, and Landragin A. Towards high sensitivity rotation sensing using an atom chip. 2012.
- [103] G. D. McDonald, H. Keal, P. A. Altin, J. E. Debs, S. Bennetts, C. C. N. Kuhn, K. S. Hardman, M. T. Johnsson, J. D. Close, and N. P. Robins. Optically guided linear mach-zehnder atom interferometer. *Phys. Rev. A*, 87:013632, Jan 2013. DOI: 10.1103/PhysRevA.87.013632.
- [104] J Hecker Denschlag, J E Simsarian, H Häffner, C McKenzie, A Browaeys, D Cho, K Helmerson, S L Rolston, and W D Phillips.
   A bose-einstein condensate in an optical lattice. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 35(14):3095, 2002.

# ABBILDUNGSVERZEICHNIS

2.1	Der Raman-Übergang im Bild der Energie-Impuls-Relation in einer Di-	0
$\mathbf{r}$	Konfiguration day MZ and day a MZ Coometric	12
2.2 2.3	Interferenzsignale der MZ- und der sMZ-Geometrie in Abhängigkeit	13
	von der Interferenzphase $\Phi$	15
2.4	Sensitivitätsfunktionen der MZ- und der sMZ-Geometrie	20
2.5	Absolutquadrat der Transferfunktionen für $\vec{k}_{eff}$ -unabhängige Effekte	22
2.6	Absolutquadrat der Transferfunktion für Inertialkräfte am Beispiel der	
	MZ-Geometrie	25
2.7	Zur Herleitung der Transferfunktion für Rotationen	26
3.1	Vakuumkammer des Experiments mit eingezeichneten Lichtfeldern	28
3.2	Erzeugung der Lichtfelder für die MOT-Systeme der Atomquellen	30
3.3	Strahlführung der Raman- un der Detektionslichtfelder auf der Experi- mentplattform	32
34	Strahlführung und Stabilisierung des Raman-Lasersystems	35
3.5	Erzeugung des Detektionslichts durch den Referenzlaser	37
3.6	Die Experimentplattform auf den Vibrationsisolierungen mit der Akus-	51
	tikabschirmung	38
3.7	Pulsabfolge der MZ- und der sMZ-Geometrie	40
3.8	Lichtpulssequenz der Detektion	42
3.9	Floureszenzmessungen der Atomwolken beim Durchflug resonanter Licht-	
	felder	44
3.10	Rabi-Oszillation in einer der äußeren Strahlteilerzonen	46
3.11	Interferenzsignal in Abhängigkeit von der Interferenzphase	47
3.12	Kosinussignal einer MZ-Geometrie, das zur Gewinnung der Signalpa- rameter vor jeder eigentlichen Messung aufgenommen wird	48
4.1	Niedrigstes gemessenes Rotationsrauschen mit der sMZ-Geometrie	50
4.2	Transferfunktion des normierten Signals	51
4.3	Einfluss des Ankunftszeitrauschens auf das normierte Signal	53

4.4	Signal der Detektionsphotodiode in Abhängigkeit von der Frequenz des Detektionslichts	54
4.5	Unterdrückung des Frequenzrauschens der Detektion durch Frequenz-	51
	modulation des Detektionslichts	56
4.6	Standardabweichung des normierten Signals unter Anwednung eines $\pi/2$ -Pulses in Abhängigkeit von der Atomzahl $N$	57
4.7	Spezifikationen des Phasenrauschens der beiden Mikrowellen-Referenzen bei 100 MHz	59
4.8	Einfluss des Phasenrauschens der 100 MHz-Referenz des Raman-Lasers auf die Stabilität des Gyroskops	60
4.9	Sensitivitätsfunktion der sMZ-Geometrie auf Rauschen der Referenz-DDS	62
4.10	Interferometriemagnetfeldstärke in Abhängigkeit von der Stromstärke der Magnetfeldspule	66
4.11	Spektroskopische Messung zum Rauschen des Magnetfeldes, entnom-	67
4.12	Vibrationsspektren auf dem Laborboden des Experiments und nach den	07
4 1 2		69
4.13	zwei kombinierten Seismometern	71
4.14	Zur Berechnung des Rotationssignals aus dem Signal der Seismometer .	72
4.15	Zeitserie einer Korrelationsmessung zwischen dem Atomgyroskop und den zwei Seismometern, die zu einem Rotationssensor kombiniert wurden	74
4.16	Inertiale Rauschspektren von zwei Seismometern und zwei Beschleuni- gungsmessern	75
4.17	Simultane Messung von zwei Seismometern und zwei Beschleunigungs- messern unter räumlicher Separation	75
4.18	Rotationsrauschen des Strahlteilerspiegels relativ zur Experimentplattform	77
4.19	Einfluss von Konvektionsströmungen auf die Interferometerphase einer	
	MZ-Geometrie mit = $3 \text{ ms}$	78
4.20	Positionen der Atome zu den Zeitpunkten der Strahlteilerpulse	80
4.21	Halbsummenphase in Abhängigkeit von der räumlichen Separation der beiden Atomwolken in den Strahlteilerzonen	81
4.22	ASD einer inertial sensitiven Langzeitmessung in der sMZ-Geometrie .	82
5.1	Unsicherheit der Amplituden $A_{Int}$ und der Mittelpositionen $P_{Mp}$ des Ko- sinussignals der MZ-Geometrie	87
5.2	ASD der Amplituden $A_{\text{Int}}$ und der Mittelpositionen $P_{\text{Mp}}$ des Kosinussi- gnals in der MZ-Geometrie für $s = 100$	88
5.3	Durchflugsmessung der atomaren Wolke durch zwei Laserstrahl mit 3 mm	-
	Durchmesser	92

5.4	Vom Interferometer aufgespannte Fläche $\vec{A}$ mit dem zugehörigen Nor-
	malenvektor. Die z-Achse des Bezugssystems wurde kolinear mit der
	Erdbeschleunigung $\vec{g}$ gewählt, die x-Achse zeigt nach rechtweisend Nord.
	Es wurden für die Orientierung der Vektoren die Kugelkoordinaten ge-
	wählt
5.5	Verschiebung der beiden gegenläufgien Interferometer gegeneinander in
	horizontaler Richtung
5.6	Amplitudenabhängigkeit des Kosinussignals von der relativen Verkip-
	pung der Strahlteilerspiegel
5.7	Langzeitmessung bei verschiedenen räumlichen Separationen der bei-
	den gegenläufigen Interferometer
5.8	Sensitivität der MZ- und der sMZ-Geometrie auf Magnetfelder im Ver-
	gleich
5.9	Phasenverschiebung in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Rabi-Frequenzen
	$\Omega_{\rm R}^{(I)}/\Omega_{\rm R}^{(0)}$ des Raman-Übergangs
A.1	Termschema der D2-Linie des <sup>87</sup> Rb-Atoms

# TABELLENVERZEICHNIS

3.1	Übersicht über die Parameter der atomaren Ensemble	45
4.1	Interferometrisch gemessenes Beschleunigungs- und Rotationsrauschen	
	nach diversen Isolierungsmaßnahmen.	71
4.2	Nicht-inertiale Rauschquellen des Interferometers	84
4.3	Inertiale Rauschquellen des Interferometers	84
5.1	Liste möglicher systematischer Fehler für das Rotationssignal	108
A.1	Fundamentale physikalische Größen	113
A.2	Daten zum D2-Übergang des <sup>87</sup> Rb-Atoms, entnommen aus [86]	113

## Danksagung

Die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit habe ich im Verlauf weniger Monate vor dem Beginn des Abfassens erzielt. Dabei hat es kurze Zeit vorher nicht danach ausgesehen, als könnte man mit diesem Experiment noch Werte erreichen, die irgendwie nach Rekordwerten aussahen. Das Vakuum machte Probleme, Laser versagten ihren Dienst und die Elektronik stellte meine Nerven auf eine Zerreißprobe. Dass zum Schluss doch noch alles so gut funktionierte, ist bei weitem keine Selbstverständlichkeit. Als erstes danke ich meinem Gott dafür, der "alle Dinge trägt mit seinem kräftigen Wort" [Die Bibel, Hebräer 1,3], der den "Weisen ihre Weisheit und den Verständigen ihren Verstand" gibt [ebenda, Daniel 2,21]. Und dieses Tragen habe ich nicht nur im Laboralltag erlebt, sondern durch mein gesamtes Leben.

Ich danke Ernst Rasel dafür, dass er mir gleich nach Abschluss meines Studiums die Promotion in seiner Arbeitsgruppe angeboten hat. Er verstand es stets, die erzielten Ergebnisse als beachtenswerte Errungenschaften anzuerkennen und lieferte häufig Hilfestellungen mit der nötigen Objektivität. Vielen Dank auch an Wolfgang Ertmer, der die Rahmenbedingungen hier am Institut geschaffen und sich als Koreferent meiner Dissertation zur Verfügung gestellt hat. Die Ergebnisse im Labor wurden mit der Hilfe meiner Kollegen, Gunnar Tackmann, Sven Abend und Christian Schubert gewonnen. Ich bin ihnen zu meinem aufrichtigen Dank verpflichtet, da sie mir täglich als Mitstreiter gegen das niemals endende Rauschen, unverstandene Frequenzverschiebungen, Labview-Bugs und die immer wieder leckende Vakuumkammer zur Seite gestanden haben. Ich danke allen Kollegen, die sich der Korrektur meiner Arbeit angenommen haben, darunter Jonas Hartwig, Waldemar Herr und Felix Kösel, die sich auch mitunter in interessante Debatten über ketzerische Fragen zur Atomphysik hinreißen ließen. Danke an alle Kollegen des Instituts, mit denen ein sehr offener und kollegialer Umgang möglich war.

Ich danke meiner lieben Frau Nastja, die insbesondere während der Zeit des Zusammenschreibens so viel Verständnis dafür hatte, dass ich gedanklich ständig irgendwie abwesend war. Mein innigster Dank gilt zuletzt auch meinen Eltern. Sie haben von allen Menschen das meiste zum Werdegang meines Lebens beigetragen, durch die Erziehung, die Fürsorge und die Vermittlung derjenigen Werte, die über eine Doktorarbeit und teils sogar über das Leben hinaus Bestand haben: Gottesfurcht, Fleiß und Genügsamkeit.

## Publikationsliste

- T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, Ch. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer, and E. M. Rasel A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium Eur. Phys. J. D 53 273-281 (2009).
- M. Gilowski, Ch. Schubert, T. Wendrich, P. Berg, G. Tackmann, W. Ertmer, and E. M. Rasel.
   High resolution rotation sensor based on cold Rubidium atoms.
   Procceding, EFTF-IFCS 2009, 1173-1175 (2009).
- G. Tackmann, M. Gilowski, Ch. Schubert, P. Berg, T. Wendrich, W. Ertmer, and E. M. Rasel.
   Phase-locking of two self-seeded tapered amplifier lasers.
   Opt. Expr., Vol. 18, Issue 9, pp. 9258-9265 (2010).
- G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel. Self-alignment of a compact large-area atomic Sagnac interferometer. New J. Phys., 14 015002 (2012).
# Lebenslauf

#### **Persönliche Daten**

Peter Berg,
geboren am 15. Dezember 1983
in Tallinn (Estland),
Staatsangehörigkeit: Deutsch

# Promotion

10/2009-heute	Wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Gruppe von Prof. Dr. Ernst M.
	Rasel am Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover

# Studium

10/2004–09/2009	Allgemeine Physik an der Leibniz Universität Hannover,
	Schwerpunktfach: Optik,
	Diplomarbeit mit dem Thema
	Analyse und Unterdrückung von Phasenrauschen
	in der Atominterferometrie
	in der Gruppe von Prof. Dr. Ernst M. Rasel,
	Abschluss: Diplom

# Zivildienst

09/2003–07/2004 Hausmeisterdienst im Freizeitheim Olfen der Liebenzeller Mission e.V. in Beerfelden/Olfen im Landkreis Erbach

### Schulbildung

- 08/1994–06/2003 Abitur, Wittekind-Gymnasium Lübbecke
- 08/1990–07/1994 Grundschule Gehlenbeck