

Bestimmung des Einflusses thermischer Strahlung auf eine optische Strontium-Gitteruhr

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.
genehmigte Dissertation
von

Dipl.-Phys. Thomas Middelmann
geboren am 14.11.1979 in Berlin

2013

Referent: PD Dr. Christian Lisdat
Korreferent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel
Tag der Promotion: 31.05.2013

Zusammenfassung

Optische Uhren haben das Potential, nach einem Bruchteil der Mittelungsdauer 100-mal genauer als die besten Cäsium-Atomuhren zu sein. Dies entspricht einer relativen Unsicherheit der Uhrenfrequenz in der Größenordnung von 10^{-18} und erfordert die genaue Kenntnis systematischer Frequenzverschiebungen, um diese auszuschließen oder zu korrigieren. In optischen Strontium-Gitteruhren wird ein Ensemble ultrakalter Strontiumatome in einem optischen Gitter gehalten, sodass der Referenzübergang $5s^2\ ^1S_0$ – $5s5p\ ^3P_0$ im Lamb-Dicke-Regime spektroskopiert werden kann. Die bei weitem größte systematische Frequenzverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs wird durch seine hohe Empfindlichkeit gegenüber Schwarzkörperstrahlung (BBR) verursacht. Die Kenntnis der resultierenden BBR-Verschiebung limitierte die erreichbare Unsicherheit der Uhr auf etwa 1×10^{-16} .

In dieser Arbeit wurde erstmals ein experimenteller Ansatz verfolgt, um die Empfindlichkeit des Strontium-Uhrenübergangs gegenüber BBR zu bestimmen. Die resultierende Linienverschiebung beträgt demnach $2,277\,8(23)$ Hz bei einer Umgebungstemperatur von 300 K. Die erreichte Unsicherheit trägt mit 5×10^{-18} zur relativen systematischen Unsicherheit der Uhrenfrequenz bei. Die Bestimmung basiert auf einer Präzisionsmessung der Differenz der statischen Polarisierbarkeiten der Uhrenzustände $\Delta\alpha_{dc} = \alpha(5s5p\ ^3P_0) - \alpha(5s^2\ ^1S_0) = 4,078\,73(11) \times 10^{-39}$ Cm²/V. Dazu wurde die DC-Stark-Verschiebung des Uhrenübergangs im genau bekannten elektrischen Feld eines Plattenkondensators gemessen, der in dieser Arbeit entwickelt wurde. Die so gewonnene statische Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{dc}$ entspricht dem ersten Term einer Reihenentwicklung der Empfindlichkeit gegenüber BBR. Höhere Ordnungen werden als dynamischer Anteil der BBR-Verschiebung zusammengefasst. Dieser Anteil wurde unter Verwendung von $\Delta\alpha_{dc}$ und weiteren, aus Messungen bekannten, Observablen modelliert.

Um die ultrakalten Atome im elektrischen Feld abzufragen, wurde eine neuartige Transportmethode entwickelt, bei der das Gitter der magischen Wellenlänge (813 nm) eingesetzt wird, um die Atome aus der Präparationsregion in den Kondensator zu befördern. Dazu werden das Interferenzmuster und die Foki der weit verstimmteten Gitterstrahlen durch simultane Translation der Gitteroptiken bewegt. Auf diese Weise konnten ultrakalte Atome in 250 ms über 5 cm bzw. mehreren Rayleigh-Längen transportiert werden, ohne signifikante Verluste oder Aufheizung der Atome.

Im Zuge dieser Arbeit wurde die erste Frequenzmessung mit der Strontium-Gitteruhr der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) durchgeführt. In dieser wurde die Frequenz des ^{87}Sr -Uhrenüberganges zu $429\,228\,004\,229\,872,9(5)$ Hz bestimmt. Dabei trug die Strontium-Gitteruhr selbst mit $1,5 \times 10^{-16}$ zur Gesamtunsicherheit bei.

Ferner wurde das thermische Strahlungsfeld einer kryogenen Schwarzkörperumgebung modelliert und ein Konzept für eine entsprechende Umgebung der Atom entwickelt, welche in die Strontium-Gitteruhr der PTB implementiert werden kann.

Stichworte: Optische Strontium-Gitteruhr, Optisches Gitter, Langstreckentransport ultrakalter Atome, DC-Stark-Verschiebung, Polarisierbarkeit, Schwarzkörperverschiebung, BBR-Verschiebung.

Abstract

Optical clocks have the potential to be 100 times more accurate than current best cesium atomic clocks within a fraction of the averaging time. This corresponds to a fractional uncertainty of the clock frequency on the level of 10^{-18} and requires high-accuracy knowledge of systematic frequency shifts, such that they can be avoided or corrected for. In strontium optical lattice clocks an ensemble of ultracold strontium atoms is confined in an optical lattice, to allow for spectroscopy of the reference transition $5s^2\ ^1S_0$ - $5s5p\ ^3P_0$ in the Lamb-Dicke regime. The by far largest systematic frequency shift of the strontium clock transition is caused by its high sensitivity to blackbody radiation (BBR). The knowledge of the resulting frequency shift limited the achievable clock uncertainty to about 1×10^{-16} .

In this thesis for the first time an experimental approach was followed, to determine the sensitivity of the strontium clock transition to blackbody radiation. At an environmental temperature of 300 K the resulting frequency shift corresponds to 2.277 8(23) Hz. The achieved uncertainty contributes with 5×10^{-18} to the fractional systematic uncertainty of the clock frequency. The determination is based on a precision measurement of the difference of static polarizabilities of the two clock states $\Delta\alpha_{dc} = \alpha(5s5p\ ^3P_0) - \alpha(5s^2\ ^1S_0) = 4.078\ 73(11) \times 10^{-39}$ Cm²/V. For this the dc Stark shift of the clock transition has been measured in the accurately known electric field of a precision plate capacitor, which has been developed in this work. The attained static polarizability difference $\Delta\alpha_{dc}$ corresponds to the first term of a power series of the sensitivity to BBR. Higher orders are accumulated as dynamic part of the BBR shift. Which has been modelled using $\Delta\alpha_{dc}$ and experimental data for other atomic properties.

To interrogate the ultracold atoms in the electric field a novel transport technique has been developed, which uses the magic wavelength (813 nm) optical lattice to convey the atoms. For this, the interference pattern is translated together with the foci of the far-detuned lattice beams, by simultaneous translation of the lattice optics. In this way ultracold atoms have been transported within 250 ms over 5 cm, or several Rayleigh ranges respectively without significant atom loss or heating.

In the course of this work the first frequency measurement with the strontium lattice clock of Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) has been performed. The frequency of the ⁸⁷Sr clock transition was measured to be 429 228 004 229 872.9(5) Hz. The strontium lattice clock itself contributed with 1.5×10^{-16} to the overall fractional uncertainty.

Furthermore the thermal radiation field in a cryogenic blackbody environment was modelled and a draft of a corresponding environment of the atoms was designed, which is suitable to be implemented in the strontium lattice clock of PTB.

Keywords: strontium optical lattice clock, frequency measurement, long-range transport of ultracold atoms, dc Stark shift, polarizability, blackbody shift, BBR shift.

Publikationen

T. Middelmann, S. Falke, C. Lisdat, and U. Sterr.

„High accuracy correction of blackbody radiation shift in an optical lattice clock“

Physical Review Letters, **109**, 263004, 2012.

T. Middelmann, S. Falke, C. Lisdat, and U. Sterr.

Long-range transport of ultracold atoms in a far-detuned one-dimensional optical lattice.

New Journal of Physics, **14**, 073020, 2012

St. Falke, H. Schnatz, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, St. Vogt,

S. Weyers, B. Lipphardt, G. Grosche, F. Riehle, U. Sterr, and Ch. Lisdat.

The ^{87}Sr optical frequency standard at PTB.

Metrologia, **48**, 399, 2011.

T. Middelmann, Ch. Lisdat, St. Falke, J. S. R. Vellore Winfred, F. Riehle, and U. Sterr.

Tackling the blackbody shift in a strontium optical lattice clock.

IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, **60**, 2550, 2011.

Ch. Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, F. Riehle, and U. Sterr.

Collisional losses, decoherence, and frequency shifts in optical lattice clocks with bosons.

Physical Review Letters, **103**, 090801, 2009.

J. S. R. Vellore Winfred, Ch. Lisdat, T. Middelmann, T. Legero, F. Riehle, and U. Sterr.

Decoherence and losses by collisions in a ^{88}Sr lattice clock.

Frequency Standards and Metrology, Proceedings of the 7th Symposium, Ed. Lute Maleki S.223–227. World Scientific, 2009.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	7
2.1	Optische Uhren	7
2.1.1	Funktionsprinzip	7
2.1.2	Stabilität einer optischen Uhr	10
2.1.3	Strontium als Referenz einer optischen Uhr	12
2.2	Atome in elektrischen Feldern	15
2.2.1	Der Stark Effekt	15
2.2.2	Atome im thermischen Strahlungsfeld	18
2.2.3	Atome gefangen im optischen Gitter	23
3	Die optische Strontium-Gitteruhr der PTB	29
3.1	Präparation und Abfrage der Atome	29
3.1.1	Kühlen und Fangen der Strontiumatome	29
3.1.2	Der Uhrenlaser	32
3.1.3	Abfrage des Uhrenübergangs in ^{87}Sr und ^{88}Sr	33
3.1.4	Stabilisierung des Uhrenlasers auf den Uhrenübergang	35
3.2	Frequenzmessung des ^{87}Sr -Uhrenübergangs	37
3.2.1	Anbindung an die Cäsium-Fontänenuhr CSF1	37
3.2.2	Systematische Frequenzverschiebungen	38
3.2.3	Ergebnis und Unsicherheitsbudget	45
4	Langstreckentransport ultrakalter Atome	49
4.1	Experimentelle Realisierung eines mechanisch bewegten optischen Gitters	49
4.1.1	Anforderungen an den Transport	49
4.1.2	Der optomechanische Aufbau	50
4.1.3	Transportbedingte Beeinträchtigungen des optischen Gitters	53
4.2	Langstreckentransport in einem stark verstimmtten optischen Gitter	56
4.2.1	Effizienter Transport ultrakalter Atome	56
4.2.2	Einsatz in einer optischen Uhr	60
4.2.3	Diskussion und Ausblick	64

5	Präzisionsmessung der DC-Stark Verschiebung	67
5.1	Motivation	67
5.2	Störungen durch externe Felder	69
5.2.1	Einkopplungsmechanismen	69
5.2.2	Abweichungen vom unendlich ausgedehnten Kondensator	72
5.3	Der Kondensator	76
5.3.1	Konzept und Aufbau	76
5.3.2	Parallelität und Plattenabstand	77
5.3.3	Elektrische Eigenschaften	83
5.4	Abfrage der Atome im Kondensator	86
5.4.1	Das Messverfahren	86
5.4.2	Vermessung des elektrischen Feldes mit den Atomen als Sonde	92
5.4.3	Messergebnis und Unsicherheitsbudget	97
5.5	Bestimmung der Schwarzkörper-Verschiebung	101
5.5.1	Dynamischer Anteil der Verschiebung	101
5.5.2	Isotopabhängigkeit	105
5.5.3	Die Schwarzkörperverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs	107
5.6	Diskussion und Ausblick	108
6	Zur Abfrage der Atome in einer kryogenen Umgebung	113
6.1	Die Umgebung der Atome	113
6.2	Modellierung des thermischen Strahlungsfeldes	114
6.3	Entwurf einer kryogenen Schwarzkörper-Umgebung	117
6.4	Zusammenfassung und Ausblick	120
7	Zusammenfassung und Ausblick	121

Kapitel 1

Einleitung

Die Grundlage jeglichen Messens ist eine Übereinkunft über die Einheiten, in welchen die Messung ausgedrückt wird. Diese Grundlage wird heute durch das Internationale Einheiten System SI (für Franz.: „Système international d’unités“) gebildet. Nach diesem können alle physikalischen Einheiten aus sieben Basiseinheiten (Meter, Sekunde, Kilogramm, Ampere, Kelvin, Mol und Candela) abgeleitet werden [1]. Die Sekunde ist die am genauesten realisierte Basiseinheit und wird zur Definition von drei weiteren SI-Basiseinheiten (Meter, Ampere und Candela) verwendet. Nachdem 1955 die erste funktionsfähige Cäsium-Atomuhr präsentiert wurde [2], ist die Sekunde seit 1967 als ein Vielfaches der Periodendauer elektromagnetischer Wellen, die resonant mit dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturkomponenten des Grundzustands des ^{133}Cs -Atoms sind, definiert [3].

Die genaue Realisierung der Sekunde ist entscheidend für die Funktion von Mobilfunknetzen, Internet, internationalem Börsenhandel und globalen Navigationssystemen (wie dem GPS, Engl. für: „Global Positioning System“). Ebenso wird z.B. bei der Langbasisinterferometrie (VLBI für Engl.: „Very Long Baseline Interferometry“) für astronomische bzw. geodätische Untersuchungen mit hoher räumlicher Auflösung eine sehr genaue Zeitbasis zum Datenabgleich zwischen den einzelnen Teleskopen benötigt [4]. Noch genauere Zeitmessungen werden für metrologische Zwecke und zur Überprüfung grundlegender physikalischer Theorien, wie der Relativitätstheorie oder der Quantenelektrodynamik, benötigt. Basierend auf dem ^{133}Cs -Hyperfeinstrukturübergang, der definitionsgemäß eine Übergangsfrequenz von 9 192 631 770 Hz hat [3], werden heute relative Ungenauigkeiten von wenigen 10^{-16} erreicht [5, 6, 7]. Neben der Genauigkeit ist die Stabilität ein weiteres wichtiges Merkmal einer Uhr. Sie gibt an, wie reproduzierbar das Messergebnis ist. In heutigen Cäsium-Fontänen-Uhren wird, nach einer Messdauer τ typischerweise eine relative Instabilität von wenigen $10^{-13}/\sqrt{\tau}$ erreicht, sodass nach einer Messdauer von einigen Stunden eine relative Instabilität von 10^{-15} unterschritten wird.

Die bemerkenswerte Genauigkeit und Stabilität heutiger Atomuhren wird von optischen Uhren noch übertroffen. Denn die etwa 10 000-fach höheren Frequenzen optischer atomarer Übergänge entsprechen einer Messung der Zeit in 10 000-fach kürzeren Intervallen. Zudem ändert sich die Größe verschiedener atomstrukturbedingter systematischer Effekte deutlich weniger als die Frequenz der Übergänge, weshalb sich

der relative Einfluss auf die Genauigkeit der Uhr reduziert. Optische Uhren haben das Potential, bis zu 100-fach genauer und bis zu 1 000-fach stabiler als die heutigen Cs-Fontänen-Uhren zu werden.

Bereits als die Cäsium-Atomuhren als Grundlage für die Zeiteinheit gewählt wurden, galt es als erstrebenswert, Atomuhren bei optischen Frequenzen zu betreiben [8], jedoch war dies technisch noch nicht umsetzbar. Optische Uhren¹ in der heutigen Form wurden durch einige entscheidende Entdeckungen und Erfindungen der letzten Jahrzehnte, wie der Entwicklung der hochauflösenden Laserspektroskopie (Nobelpreise für Physik 1981 [9, 10] und 1989 [11]), dem Laserkühlen und -fangen von Atomen (Nobelpreis für Physik 1997 [12, 13, 14]), ausreichend stabilen und schmalbandigen Lasern [15, 16] und dem modengekoppelten Frequenzkamm [17, 18] ermöglicht. Letzterer ist von besonderer Wichtigkeit, da er das elektronische Zählen der Schwingungen optischer Strahlung ermöglicht und so die zuvor eingesetzten, sehr aufwendigen harmonischen Frequenzketten [19] ersetzt. Für die Entwicklung des optischen Frequenzkamms erhielten Theodor Hänsch und John L. Hall im Jahr 2005 den Nobelpreis für Physik [20, 21].

Als Referenzen für optische Uhren werden heute Übergänge sowohl in atomaren Ionen wie $^{27}\text{Al}^+$ [22], $^{40}\text{Ca}^+$ [23], $^{88}\text{Sr}^+$ [24], $^{115}\text{In}^+$ [25, 26], $^{171}\text{Yb}^+$ [27, 28], $^{199}\text{Hg}^+$ [29] als auch in neutralen Atomen, wie ^{24}Mg [30], ^{87}Sr [31, 32], ^{88}Sr [33], ^{171}Yb [34] und ^{199}Hg [35], untersucht. Die bisher geringste relative Ungenauigkeit von $8,6 \times 10^{-18}$ wurde mit einer $^{27}\text{Al}^+$ -Ionenuhr am National Institute of Standards and Technology (NIST) in Boulder (USA) erreicht [36]. Unter den optischen Frequenzstandards mit neutralen Atomen werden Strontium-Gitteruhren am intensivsten untersucht. Es wurden bereits mehrere Strontium-Gitteruhren mit einer systematischen Unsicherheit unter 2×10^{-16} vorgestellt [37, 38, 39]. Der ^{87}Sr -Uhrenübergang ist der optische Übergang, dessen Frequenz am häufigsten und mit der besten Übereinstimmung in verschiedenen Forschungsinstituten gemessen wurde. Die Abweichungen liegen im Sub-Hz-Bereich, d.h. sie unterscheiden sich relativ zueinander um weniger als 2×10^{-15} . Die Unsicherheiten der gemessenen Frequenzen werden dabei von der Unsicherheit der Anbindung an die jeweilige Cäsium-Referenz dominiert. Direkte Frequenzvergleiche optischer Übergänge hingegen zeigen die bereits realisierten Eigenschaften optischer Uhren. In Frequenzvergleichen von Übergängen gleicher Spezies konnten Übereinstimmungen der gemessenen Frequenzen von $2,5 \times 10^{-17}$ ($^{27}\text{Al}^+ - ^{27}\text{Al}^+$ [36]) und $1,6 \times 10^{-16}$ ($^{87}\text{Sr} - ^{87}\text{Sr}$ [39]) demonstriert werden.

Hochgenaue Messungen der Frequenzverhältnisse zwischen Übergängen unterschiedlicher Spezies (z. B. $^{27}\text{Al}^+ - ^{199}\text{Hg}^+$ [29]) können zur Überprüfung grundlegender physikalischer Modelle eingesetzt werden. So können z. B. kosmologische Modelle, die annehmen, dass sich Naturkonstanten im Zuge der Entwicklung des Universums änderten und implizieren, dass sie heute noch geringfügig driften, getestet werden. Denn hochgenaue Frequenzmessungen atomarer Übergänge können verwendet werden, um zeitliche Änderungen von Naturkonstanten, wie der Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ oder

¹Obwohl es sich bei den heute im Experimentierstadium befindlichen optischen Uhren im engeren Sinne nicht um Uhren (wie den Cs-Fontänen-Uhren bzw. Atomuhren) sondern um Frequenzstandards handelt, werden diese hier, wie in der Fachliteratur allgemein üblich, als „optische Uhren“ bezeichnet.

des Elektron-Proton-Massenverhältnisses $\mu = m_e/m_p$, zu identifizieren oder zumindest obere Grenzen für möglicherweise vorhandene Änderungen anzugeben [40, 41, 42].

Um auch optische Uhren, die sich in unterschiedlichen Instituten befinden, miteinander vergleichen zu können, sind ausreichend stabile Verbindungen zwischen ihnen erforderlich. Hierzu können z. B. Telekommunikationsglasfasern eingesetzt werden [43, 44]. Durch Phasenstabilisierung des transmittierten Laserlichts konnte eine relative Instabilität von bis zu 4×10^{-19} über eine Strecke von 920 km demonstriert werden [45]. Allerdings ist man dabei auf die, per entsprechend ausgerüsteter Glasfaser verbundenen, Institute limitiert. Größere Flexibilität bieten transportable optische Uhren, wie sie zur Zeit an einigen Metrologie- und Forschungsinstituten entwickelt werden (siehe z. B. Zitate [46, 47]). Darüber hinaus wird im Rahmen des „Space Optical Clocks“ (SOC) Projekts [48, 49] der ESA (European Space Agency) angestrebt, mittelfristig eine optische Gitteruhr im Weltraum einzusetzen, die als extraterrestrische Referenz dienen und relativistische Untersuchungen sowie die Kartierung des Gravitationspotentials der Erde ermöglichen soll. Damit soll an das „Atomic Clock-Ensemble in Space“ (ACES) Experiment der ESA [50] angeknüpft werden, bei dem gegen Ende dieses Jahres eine Cs-Atomuhr in Mikrogravitation auf der internationalen Raumstation ISS installiert werden soll.

Die Sensitivität einer Uhr auf das Gravitationspotential ergibt sich durch die Gravitationsrotverschiebung, die von Albert Einstein gemäß der Allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagt [51] und bereits 1980 mit hoher Genauigkeit bestätigt [52] wurde. Die Gravitationsrotverschiebung beschreibt den Einfluss des am Ort der Uhr herrschenden Gravitationspotentials Φ auf die Frequenz der Uhr. Sie führt dazu, dass sich die Frequenzen zweier Uhren, die unterschiedlichen Gravitationspotentialen ausgesetzt sind, um $\Delta\Phi/c^2$ unterscheiden. An der Erdoberfläche entspricht dies einem Gangunterschied von $1,09 \times 10^{-16}$ pro Meter Höhenunterschied. Die für optische Uhren angestrebte relative systematische Unsicherheit von 10^{-18} entspricht somit einer Höhenempfindlichkeit relativ zum Geoid im Zentimeterbereich. Entsprechend genaue, transportable optische Uhren könnten bei der Geoidbestimmung als Ergänzung existierender Techniken eingesetzt werden [53].

Die in optischen Uhren angestrebte relative Unsicherheit von 10^{-18} erfordert eine genaue Untersuchung von störungsbedingten Frequenzverschiebungen des verwendeten Uhrenübergangs, damit diese vermieden oder genau korrigiert werden können. Eine Störquelle, auf die der Strontium-Uhrenübergang im Vergleich zu anderen optischen Uhrenübergängen besonders empfindlich reagiert, ist die immer vorhandene thermische Strahlung der atomaren Umgebung. Diese wird bei homogener Umgebungstemperatur in guter Näherung durch die Abstrahlung eines „Schwarzen Körpers“ beschrieben. Deshalb wird die durch sie hervorgerufene Linienverschiebung als Schwarzkörperstrahlungsverschiebung oder BBR²-Verschiebung bezeichnet. Der durch die BBR-Verschiebung verursachte Unsicherheitsbeitrag ergibt sich aus der Kenntnis der Umgebungstemperatur und aus der Kenntnis der atomaren Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld bekannter Temperatur. Der erste Beitrag muss für jede Uhr individuell bestimmt werden, während der zweite Beitrag für alle Uhren, die den glei-

²BBR steht für Englisch „blackbody radiation“, zu Deutsch: „Schwarzkörperstrahlung“.

chen Uhrenübergang verwenden, gleichermaßen gilt. Die Kenntnis der aus Atomstrukturrechnungen bekannten atomaren Reaktion limitierte die systematische Unsicherheit aller Strontium-Gitteruhren im Vorfeld dieser Arbeit auf $> 7 \times 10^{-17}$.

Die Relevanz der BBR-Verschiebung für Atomuhren wurde vergleichsweise spät erkannt. Obwohl sie auch in Cäsium-Atomuhren bei Raumtemperatur eine relative Größe von etwa 2×10^{-14} hat [54], wurde sie erst 1982 zum ersten Mal in Bezug auf den Cäsium-Uhrenübergang erwähnt [55]. Wenngleich sie bei der damals erreichten Genauigkeit bereits signifikant war, fand sie erst seit den 1990er Jahren Berücksichtigung. Die erste experimentelle Untersuchung wurde 1997 von Andreas Bauch und Roland Schröder an der PTB³ durchgeführt, indem sie die Umgebungstemperatur von 300 K bis 460 K variierten. Ein Jahr darauf folgte eine am BNM-LPTF⁴-Observatorium zu Paris durchgeführte Messung der DC-Stark-Verschiebung [56], durch welche die Unsicherheit entscheidend reduziert werden konnte. Eine Übersicht über weitere theoretische und experimentelle Untersuchungen der BBR-Verschiebung des Cäsium-Uhrenübergangs findet sich in [54]. Bei denjenigen Übergängen, die als Referenzen für optische Uhren untersucht werden, ist die relative Größe der BBR-Verschiebung generell geringer als die des Cs-Uhrenübergangs. Allerdings gibt es unter ihnen große Unterschiede. Während die relative Größe der BBR-Verschiebung bei Raumtemperatur im Falle des Al⁺-Uhrenübergangs lediglich 8×10^{-18} beträgt [57], ist sie bei den Uhrenübergängen in neutralen Atomen wie Ytterbium und Strontium mit etwa 2×10^{-15} bzw. 5×10^{-15} deutlich größer [57].

Die atomare Reaktion, also die BBR-Verschiebung durch ein bekanntes thermisches Strahlungsfeld, kann als AC-Stark-Effekt durch die Kopplung der Zustände des Uhrenübergangs an andere atomare Zustände beschrieben werden [58]. Demzufolge kann die BBR-Verschiebung als eine Reihenentwicklung in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt werden, deren erster Term proportional zur Differenz der statischen Polarisierbarkeiten der beiden Uhrenzustände und zur vierten Potenz der Temperatur ist. Bei Raumtemperatur befindet sich die spektrale Verteilung der BBR im mittleren Infraroten, während die relevanten Übergänge für den Fall von Strontium im Sichtbaren oder nahen Infraroten liegen. Deshalb ist der erste Term der Reihenentwicklung ausschlaggebend und die BBR-Verschiebung kann als Wirkung eines statischen elektrischen Feldes mit gleicher rms⁵-Amplitude zuzüglich einer „dynamischen Verschiebung“ beschrieben werden. Letztere fasst die Terme höherer Ordnungen zusammen. Entsprechend ermöglicht eine Messung der Linienverschiebung im statischen elektrischen Feld (DC-Stark-Verschiebung), die atomare Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld bekannter Temperatur durch Messungen zu quantifizieren.

Zur Bestimmung der atomaren Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld bekannter Temperatur, basierend auf einer Messung der DC-Stark-Verschiebung des Uhrenübergangs, wurde im Zuge dieser Arbeit ein Präzisionsplattenkondensator entwickelt, der einige Zentimeter entfernt von der üblichen Position der Atome in die vorhandene Strontium-Gitteruhr der PTB integriert wurde. Im zentralen Bereich zwi-

³PTB steht für: Physikalisch-Technische Bundesanstalt

⁴BNM-LPTF steht für: Bureau National de Métrologie - Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences

⁵„rms“ steht für Engl.: „root mean square“, zu Deutsch: „quadratischer Mittelwert“.

schen den Feldplatten ist das elektrische Feld mit einer relativen Unsicherheit von 12×10^{-6} bekannt. Um die Atome dorthin zu transportieren, wurde eine neuartige Transportmethode entwickelt, bei der ein mechanisch bewegtes Interferenzmuster zweier Laserstrahlen (eindimensionales optisches Gitter) dazu verwendet wird, die in ihm gefangenen Atome zu transportieren. Basierend auf der Messung der DC-Stark-Verschiebung konnte auch die zusätzliche dynamische Verschiebung, unter Einbezug weiterer aus Messungen bekannter atomarer Eigenschaften, berechnet werden.

Ein anderer Ansatz zur experimentellen Untersuchung der BBR-Verschiebung ist die Abfrage des Uhrenübergangs bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen. In einer kryogenen Umgebung kann die BBR-Verschiebung sogar soweit reduziert werden, dass ihre relative Größe nur noch etwa 2×10^{-17} beträgt. Auch hier ist die entwickelte Transportmöglichkeit von entscheidendem Vorteil, da sie es ermöglicht, die Atome in eine spezielle BBR-Umgebung zu transportieren, in welcher der notwendige optische Zugang auf zwei Öffnungen reduziert werden kann. Im Zuge dieser Arbeit wurde ein Konzept für eine gekühlte Umgebung sowie ein einfaches Modell zur Beschreibung des resultierenden thermischen Strahlungsfeldes entwickelt. Dabei handelt es sich um ein thermisches Strahlungsfeld, welches durch punktuell eindringende thermische Strahlung anderer Temperatur modifiziert wird.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kapitel 2 werden die für diese Arbeit besonders relevanten physikalischen Grundlagen optischer Gitteruhren und der Verschiebungen atomarer Übergänge in elektrischen Feldern zusammengefasst. In Kapitel 3 wird die Funktionsweise der Strontium-Gitteruhr der PTB im Detail beschrieben und die erste an der PTB durchgeführte Frequenzmessung des ^{87}Sr -Uhrenübergangs vorgestellt. Die im Zuge dieser Arbeit entwickelte Transportmethode und ihre Verwendung zum Langstreckentransport ultrakalter Atome wird in Kapitel 4 vorgestellt. In Kapitel 5 wird die Messung der statischen Polarisierbarkeitsdifferenz der Energieniveaus des Uhrenübergangs beschrieben, deren Ergebnis zusammen mit weiteren bekannten atomaren Parametern in Kapitel 5.5 zur Bestimmung der BBR-Verschiebung verwendet wird. Der Entwurf einer kryogenen Umgebung der Atome und die Modellierung des thermischen Strahlungsfeldes werden in Kapitel 6 vorgestellt. Abschließend folgt eine Zusammenfassung und Einordnung der erzielten Ergebnisse in Kapitel 7.

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit besonders relevanten physikalischen Grundlagen optischer Uhren zusammengefasst. In Abschnitt 2.1 wird zuerst das Funktionsprinzip einer optischen Uhr am Beispiel einer optischen Gitteruhr erläutert. Dann wird die Allan-Abweichung zur Analyse der Stabilität einer optischen Uhr eingeführt und Strontium als Referenz einer optischen Uhr vorgestellt. In Abschnitt 2.2 wird die Stark-Verschiebung atomarer Energieniveaus durch statische und oszillierende elektrische Felder erläutert und zur Berechnung der Schwarzkörperverschiebung durch ein bekanntes thermisches Strahlungsfeld verwendet. In diesem Zusammenhang werden der Kenntnisstand, welcher in der Fachliteratur im Vorfeld dieser Arbeit vorlag, resümiert und verschiedene experimentelle Untersuchungsmöglichkeiten diskutiert. In Abschnitt 2.2.3 wird das Fallenpotential des optischen Gitters als eine Folge des Stark-Effektes beschrieben, und es werden die damit zusammenhängenden Fallenfrequenzen, die axialen Schwingungsseitenbänder, die „magische Wellenlänge“ und die Lamb-Dicke-Bedingung eingeführt.

2.1 Optische Uhren

2.1.1 Funktionsprinzip

Eine Uhr mit einer Taktfrequenz im oder nahe dem visuellen Spektralbereich wird als optische Uhr bezeichnet. Um eine genaue Frequenz ν zu realisieren, wird ein atomarer Übergang als Referenz eingesetzt. Entscheidendes Merkmal dieses sogenannten Uhrenübergangs ist, dass er mit hoher Güte $Q = \nu/\Delta\nu$ abgefragt werden kann, bzw. die realisierbare Linienbreite $\Delta\nu$ des Übergangs möglichst gering ist. Die Spektroskopie des Uhrenübergangs erfolgt durch das Licht des Uhrenlasers. Damit es eine geringe Linienbreite hat, wird seine Frequenz auf eine Mode eines ultrastabilen Resonators hoher Finesse stabilisiert. Die geringe Linienbreite entspricht einer hohen oberen Grenze für die Kurzzeitstabilität der Uhr. Eine hohe Langzeitstabilität der Uhr wird erreicht, indem die Frequenz des Lichts resonant mit dem Uhrenübergang gehalten wird. Die Schwebung des Uhrenlaserlichtes mit der Zinke eines Frequenzkamms ermöglicht es, die Frequenz mit elektronischen Hochfrequenzzählern auszulesen, sodass ein Zeitsignal

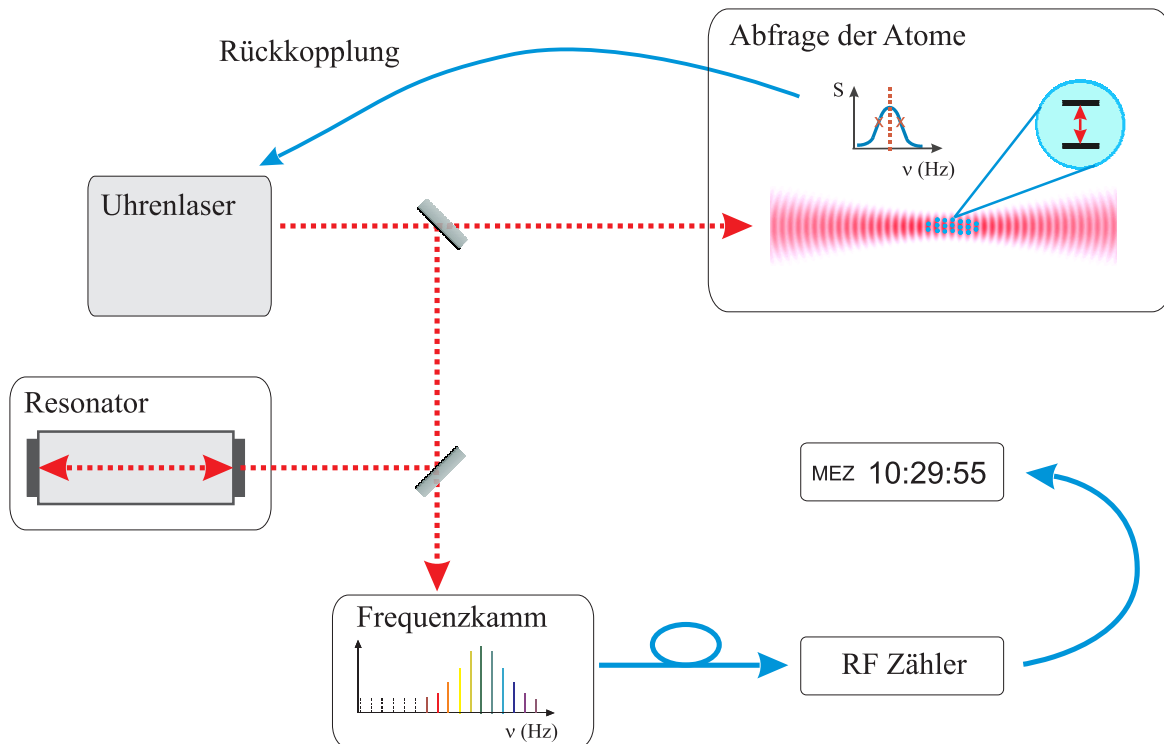


Abb. 2.1: Prinzip einer optischen Uhr am Beispiel einer Gitteruhr. Die Frequenz des Uhrenlaserlichts wird auf einen optischen Resonator und den atomaren Uhrenübergang stabilisiert und mittels eines Frequenzkamms und Hochfrequenzzählern ausgelesen, sodass ein Zeitsignal generiert werden kann.

generiert werden kann. In Abb. 2.1 ist der Aufbau einer optischen Uhr am Beispiel einer optischen Gitteruhr schematisch dargestellt.

Als Referenzen für optische Uhren werden sowohl Übergänge in atomaren Ionen als auch in neutralen Atomen untersucht. Das Einfangen und Halten einzelner Ionen ist – wegen ihrer elektrischen Ladung – mit vergleichsweise geringem Aufwand möglich. Die Kurzzeitinstabilität von optischen Ionenuhren wird jedoch durch das mit dem quantenmechanischen Messprozess inhärent verbundene Quantenprojektionsrauschen des einzelnen Ions begrenzt [59]. Im Gegensatz dazu ist die Präparation von neutralen Atomen zwar aufwändiger, macht aber die gleichzeitige Abfrage von N Atomen möglich und führt so zu einem um \sqrt{N} verringerten Quantenprojektionsrauschlimit bzw. zu einer um \sqrt{N} geringeren Kurzzeitinstabilität. Entsprechend werden die geringsten Kurzzeitinstabilitäten von $< 5 \times 10^{-16}/\sqrt{\tau}$ nach einer Messdauer τ von Gitteruhren realisiert [60, 61, 62]. Dies wurde kürzlich durch den Vergleich zweier ^{87}Sr -Gitteruhren eindrucksvoll gezeigt, bei dem eine Instabilität von 1×10^{-17} bereits nach einer Mittelungsdauer von $\tau = 1000$ s erreicht wurde [60]. Eine vergleichbare Instabilität wurde in der $^{27}\text{Al}^+$ -Ionenuhr erst nach einer Mittelungsdauer von 46 Stunden erreicht [36]. Um auch mit Ionen ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis zu erzielen, werden bereits Ionenuhren entwickelt, bei denen bis zu 10 Ionen gleichzeitig abgefragt werden können [26].

Um atomare Übergänge mit hoher Güte aufzulösen, müssen drei Bedingungen erfüllt sein:

(i) Die natürliche Linienbreite des atomaren Übergangs setzt eine obere Grenze für seine Güte Q und muss entsprechend gering sein (typischerweise im Sub-Hz-Bereich).
(ii) Damit die Linienbreite nicht durch den Doppler-Effekt erster Ordnung beeinträchtigt wird, dürfen sich die Atome während des Abfragepulses lediglich um deutlich weniger als die Abfragewellenlänge bewegen (Lamb-Dicke-Bedingung, Abschnitt 2.2.3). Die Lokalisierung eines Ions kann durch Laserkühlung in einer Paul-Falle [63] sehr gut erreicht werden, ohne dass dabei die innere Niveaustuktur wesentlich gestört wird, da die Ionen im feldfreien Sattelpunkt eines oszillierenden Quadrupolpotentials gehalten werden. Um eine äquivalente Lokalisierung relativ zum Abfragestrahl auch für neutrale Atome zu erreichen, werden diese in einem sogenannten „optischen Gitter“ gehalten. Dieses wird durch die stehende Welle interferierender Laserstrahlen erzeugt, deren elektrisches Feld zu einer AC-Stark-Verschiebung der atomaren Energieniveaus führt, sodass ein attraktives periodisches Potential erzeugt wird. Damit die Frequenz des Uhrenübergangs trotz der AC-Stark-Verschiebungen der atomaren Energieniveaus unverändert bleibt, wird das optische Gitter bei der „magischen Wellenlänge“ [64, 65] betrieben, bei der die AC-Stark-Verschiebungen der beiden beteiligten Energieniveaus gleich groß sind (Abschnitt 2.2.3).

(iii) Die Kohärenzzeit des Abfragelichts muss größer als der Kehrwert der angestrebten Linienbreite sein. Um dies zu erreichen, wird der Uhrenlaser nach dem Pound-Drever-Hall-Verfahren [66] auf einen Fabry-Pérot-Resonator hoher Finesse (\sim einige 10^5) stabilisiert. Dieser ist sorgfältig von Vibrationen und Temperaturschwankungen abgeschirmt und besitzt im zeitlichen Mittel eine hohe Längenstabilität im Bereich von Femtometern pro Sekunde. Durch die Stabilisierung der Laserfrequenz auf eine Resonatormode wird die Längenstabilität auf die Frequenzstabilität des Lasers übertragen. Auf diese Weise konnten Linienbreiten im Sub-Hz-Bereich demonstriert [15, 16] werden und relative Instabilitäten von bis zu 1×10^{-16} auf Zeitskalen von wenigen Sekunden [16], limitiert durch das thermische Rauschen der dielektrischen Beschichtungen, erreicht werden.

Als Alternativen für Fabry-Pérot-Resonatoren werden „Spektrales Lochbrennen“ (engl.: „spectral-hole burning“) und „Flüstergewölbe-Resonatoren“ (engl.: „whispering-gallery resonators“) untersucht. Beim Spektralen Lochbrennen wird die Frequenz des Lasers auf ihren im Absorptionsprofil eines Kristalls hinterlassenen spektralen Abdruck stabilisiert. Dabei konnte bereits eine Instabilität von 1×10^{-15} auf Zeitskalen von wenigen Sekunden demonstriert werden [67]. Flüstergewölbe-Resonatoren sind Ringresonatoren, welche aus runden, axialsymmetrischen Glaskörpern bestehen, in welchen Licht unter Totalreflexion umläuft und dabei mit sich selbst interferiert. Mit einem Flüstergewölbe-Resonator konnte bereits eine Instabilität von $6 \times 10^{-14}/\sqrt{7}$ bei einer Integrationsdauer von 100 ms demonstriert werden [68]. Theoretische Analysen weisen auf weiteres Verbesserungspotential hin [69].

2.1.2 Stabilität einer optischen Uhr

Im Allgemeinen gibt die Instabilität eines Messgeräts an, wie sehr sich nacheinander durchgeführte Messungen der selben Größe unterscheiden. Um den Vergleich mit anderen Messgeräten zu erleichtern, wird sie häufig als relative Instabilität, bezogen auf die gemessene Größe, angegeben. Die Instabilität einer absoluten Referenz, z. B. einer Atomuhr oder eines atomaren Frequenzstandards, gibt an, welche statistische Unsicherheit nach einer bestimmten Messdauer τ bzw. n Einzelmessungen erreicht werden kann. Liegt bei der Messung der Frequenz ν_0 ausschließlich weißes Frequenzrauschen¹ vor, so sinkt die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (\bar{\nu} - \nu_i)^2}{n(n-1)}} \quad (2.1)$$

des arithmetischen Mittelwerts $\bar{\nu}$ mit $1/\sqrt{n}$ bzw. mit $\sqrt{\tau_c/\tau}$, wenn die Einzelmessungen ν_i regelmäßig nach einer bestimmten Zykluszeit τ_c erfolgen.

Neben der Frage, welche statistische Unsicherheit nach langen Messdauern erreicht werden kann, ist es interessant, wie schnell eine bestimmte statistische Unsicherheit erreicht werden kann. Dies wird durch die relative Kurzzeitininstabilität beschrieben. Für optische Uhren wird diese üblicherweise durch den Vorfaktor des $1/\sqrt{\tau}$ -Verlaufs beschrieben, also der Instabilität, welche nach einer Messdauer von einer Sekunde erreicht werden kann. Da allerdings die Zykluszeit τ_c üblicher Weise länger als eine Sekunde ist, ist dies eher ein theoretischer Wert, der den Verlauf für Messdauern ab einigen 10 s angibt.

Solange ausschließlich weißes Frequenzrauschen und keine Drift vorliegen, kann die Instabilität durch Gleichung 2.1 beschrieben werden. Treten jedoch andere Rauscharten, wie flicker-Rauschen² oder eine Drift auf, so divergiert Gleichung 2.1 und ist nur bedingt geeignet, um die Messdaten zu untersuchen. Eine Alternative bietet die 1966 von David W. Allan [70] vorgeschlagene und heute nach ihm benannte Allan-Abweichung. Während sich die Standardabweichung aus den Differenzen der Einzelwerte zum Mittelwert der Gesamtheit berechnet, wird die Allan-Abweichung aus den Differenzen aufeinander folgender Mittelwerte bestimmt. Deshalb ermöglicht sie eine Analyse der Messdaten jenseits der Standardabweichung des arithmetischen Mittelwerts sowie eine Abschätzung der erreichbaren Instabilität. Neben der einfachen Allan-Abweichung werden heute auch abgewandelte Formen verwendet; so z. B. die modifizierte Allan-Abweichung [71], welche die Unterscheidung zwischen weißem Phasenrauschen und flicker-Phasenrauschen ermöglicht oder die totale Allan-Abweichung [72, 73], die eine präzisere Einschätzung der Instabilität und eine bessere Ausnutzung der vorhandenen Daten ermöglicht. Jedoch wird in dieser Arbeit meist die einfache Allan-Abweichung σ_y verwendet und deshalb auf die mathematische Einführung der anderen Formen verzichtet.

¹Die spektrale Rauschleistungsdichte der Frequenzfluktuationen ist frequenzunabhängig.

²Bezeichnet nach dem Englischen „to flicker“, zu Deutsch: „funkeln“, die spektrale Rauschleistungsdichte ist proportional zu $1/\nu$.

Die Allan-Varianz σ_y^2 ist definiert über den Erwartungswert der quadratischen Abweichung aufeinander folgender Mittelwerte \bar{y}_j, \bar{y}_{j+1} , der sich bei unendlich langer Mittelungsdauer τ ergibt [71]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{j+1} - \bar{y}_j)^2 \rangle. \quad (2.2)$$

Für einen endlichen Datensatz kann die Allan-Varianz folgendermaßen abgeschätzt werden: Wird eine Frequenz mit dem nominellen Wert ν_0 n -mal gemessen, mit einer Zeit τ_c zwischen zwei Einzelmessungen und in jeder Messung i wird eine relative Abweichung $y_i = (\nu_i - \nu_0)/\nu_0$ aufgezeichnet, dann können für Zeitintervalle der Dauer τ $M = \lfloor n/\ell \rfloor$ Mittelwerte über $\ell = \lfloor \tau/\tau_c \rfloor$ Werte berechnet werden:

$$\bar{y}_j(\tau) = \frac{1}{\ell} \sum_{i=\ell j+1}^{(j+1)\ell} y_i. \quad (2.3)$$

Entsprechend ergibt sich für einen endlichen Datensatz eine Abschätzung der Allan-Varianz [74] von:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{j=0}^{M-1} (\bar{y}_{j+1} - \bar{y}_j)^2, \quad (2.4)$$

deren Quadratwurzel die Allan-Abweichung ist. Das Konfidenzintervall der Allan-Abweichung ist abhängig von den beteiligten Rauscharten. Für weißes Frequenzrauschen kann es, wenn $M \gg 1$ ist mit

$$U(\sigma_y(\tau)) = \frac{\sigma_y(\tau)}{\sqrt{M-1}} \quad (2.5)$$

abgeschätzt werden [74].

Für weißes Frequenzrauschen ist σ_y wie σ in Gleichung 2.1 proportional zu $1/\sqrt{\tau}$. Entsprechend lässt sich für ein vorliegendes Signal-Rausch-Verhältnis S/R die zu erwartende Instabilität eines Frequenzstandards berechnen. Wird eine atomare Linie mit der Übergangsfrequenz ν und der FWHM³ Linienbreite $\Delta\nu$ nach dem Rabi-Schema (Abschnitt 3.1.3) abgefragt, so beträgt die zu erwartende Allan-Abweichung [75, 76]

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{K} \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \frac{1}{S/R} \sqrt{\tau_c/\tau}, \quad (2.6)$$

dabei ist τ_c (wie oben) die für eine Einzelmessung benötigte Zykluszeit und der Faktor

$$K = \Delta\nu \left. \frac{d}{d\nu} \frac{S(\nu)}{S} \right|_{\nu=\nu_0 \pm \Delta\nu/2} \quad (2.7)$$

ist abhängig von der Linienform $dS(\nu)/d\nu$ an den Punkten, an denen die Linie abgefragt wird. Für die Abfrage eines Rabi- π -Puls-Linienprofils [77] an den Halbwertspunkten $\nu = \nu_0 \pm \Delta\nu/2$ ergibt sich mit $S = S(\nu_0)$: $K = 1,515$.

³FWHM steht für engl. „full width at half maximum“ und bedeutet volle Halbwertsbreite.

Die ultimativ erreichbare Instabilität einer optischen Uhr ist durch das Quantenprojektionsrauschen [59, 78] der N abgefragten Atome gegeben, da es das Signal-Rausch-Verhältnis für den Fall von Rabi-Spektroskopie auf

$$\frac{S}{R} \leq \sqrt{\frac{N}{p_e(1-p_e)}} \quad (2.8)$$

begrenzt, indem es zu Schwankungen der detektierten atomaren Anregungswahrscheinlichkeit p_e führt. Mit Gleichung 2.6 ergibt sich als untere Grenze der nach einer Mittelungsdauer τ erreichbaren Instabilität

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{K} \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{N} \frac{\tau_c}{\tau}}. \quad (2.9)$$

Deshalb ist die erreichbare Kurzzeitinstabilität umso geringer, je mehr Atome gleichzeitig abgefragt werden können.

Entscheidend, um dies auszuschöpfen, ist der Uhrenlaser (Abschnitt 3.1.2). Dieser ermöglicht durch eine lange Kohärenzzeit auch eine lange Abfragedauer τ_{uhr} , welche die resultierende FWHM Linienbreite $\Delta\nu = 0,799/\tau_{uhr}$ (Rabi-Abfrage) bestimmt. Allein aufgrund dieses Zusammenhangs führt eine längere Kohärenzzeit des Abfragelasers zu einer geringeren Instabilität. Hinzu kommt, dass zwischen den Abfragen der atomaren Linie die Totzeit liegt, innerhalb der die atomare Probe präpariert und detektiert wird. Während dieser Totzeit muss der Uhrenlaser die Frequenz des atomaren Übergangs möglichst stabil beibehalten und muss deshalb eine hohe Kurzzeitstabilität haben. Dies stellt hohe Anforderungen an den im Uhrenlaser eingesetzten Referenzresonator. Weitere Aspekte, welche durch die Totzeit bzw. die gepulste Abfrage des Uhrenübergangs auftreten und zuerst von G. John Dick mathematisch analysiert wurden, werden als Dick-Effekt bezeichnet [79]. Dieser beschreibt die Auswirkung von Frequenzfluktuationen des Abfragelasers in Kombination mit der gepulsten Abfrage, welche dazu führt, dass Rauschen bei Frequenzen von Vielfachen der reziproken Zykluszeit zu Frequenzschwankungen führt. Der Dick-Effekt wird ebenfalls durch eine längere Abfragedauer, bzw. ein besseres Tastverhältnis von Abfrage- zu Totzeit reduziert. Für eine detaillierte Beschreibung wird auf die Fachliteratur [80, 81, 75, 78] verwiesen.

2.1.3 Strontium als Referenz einer optischen Uhr

Unter den für optische Uhren mit neutralen Atomen untersuchten Spezies ist Strontium der Vorreiter. Neben den bereits weit fortgeschrittenen und gut übereinstimmenden Untersuchungen an Forschungsinstituten in aller Welt⁴, zeichnet es sich dadurch aus, dass alle notwendigen Laserfrequenzen mit Diodenlasersystemen zugänglich sind. Neben dem meist verwendeten fermionischen ⁸⁷Sr-Isotop ermöglicht das bosonische ⁸⁸Sr-Isotop wegen seiner einfacheren Niveau-Struktur und höheren Isotopenhäufigkeit

⁴Eine Übersicht über einige bisher angefertigte Doktorarbeiten findet sich in [82]. Die in den letzten Jahren durchgeführten Frequenzmessungen des ⁸⁷Sr-Uhrenübergangs sind in Abschnitt 3.2.3 in Abb. 3.9 dargestellt.

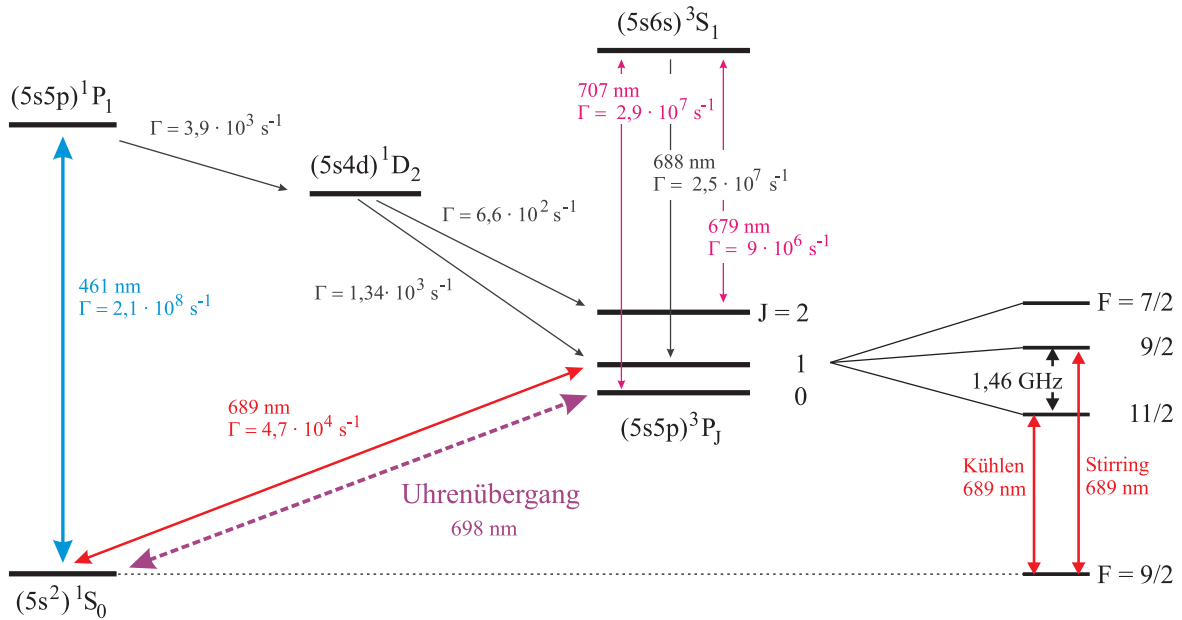


Abb. 2.2: Termschema des Strontiumatoms. Eingezeichnet sind die für das Laserkühlen und Fangen der Atome relevanten Niveaus und Übergänge. Rechts ist die, im ^{87}Sr Isotop vorhandene, Hyperfeinstruktur-Aufspaltung des 3P_1 -Zustands schematisch eingezeichnet. Angegeben sind ferner die, den Übergängen entsprechenden Wellenlängen und Zerfallsraten Γ .

eine einfachere Handhabung, was z.B. in transportablen Uhren von Bedeutung ist. Allerdings muss für den Uhrenübergang in ^{88}Sr eine endliche Übergangswahrscheinlichkeit erst induziert werden.

Strontium hat als Erdalkali-Metall zwei Elektronen außerhalb der abgeschlossenen inneren Elektronenorbitale. Das Termschema (Abb. 2.2) der Energiezustände dieser beiden Elektronen teilt sich in das Singlet-System (Elektronenspins antiparallel) und das Triplet-System (Elektronenspins parallel). Gemäß den quantenmechanischen Auswahlregeln im Russel-Saunders-Modell der Spin-Bahn-Kopplung dürfen sich die Drehimpulsquantenzahlen für den Gesamtspin S , den Gesamtbahnrehimpuls L und den Elektronengesamtdrehimpuls J bei optischen Übergängen (elektrischen Dipolübergängen) lediglich um $\Delta S = 0$, $\Delta L = 1$, $\Delta J = 0, \pm 1$ und $J = 0 \nrightarrow J = 0$ ändern. Demnach sind Übergänge zwischen dem Singlet- und dem Triplet-System verboten. Mit steigender Kernladungszahl Z verliert das LS-Kopplungsmodell an Gültigkeit und geht in das jj-Kopplungsmodell über. In den dazwischenliegenden Kopplungsfällen gilt das Interkombinationsverbot bereits abgeschwächt. Ein Beispiel für einen Interkombinationsübergang ist der Übergang $1S_0 - 3P_1$, seine natürliche Linienbreite beträgt im Magnesiumatom ($Z = 12$) $\approx 31 \text{ Hz}$ [83], im Kalziumatom ($Z = 20$) $\approx 380 \text{ Hz}$ [84] und im Strontiumatom ($Z = 38$) [85] $\approx 7 \text{ kHz}$. Während dieser Übergang im Magnesiumatom als Uhrenübergang eingesetzt werden soll [30] und im Kalziumatom als Uhrenübergang eingesetzt wurde [86], ist seine Linienbreite im Strontiumatom dafür bereits zu groß.

Drei der vier stabilen Strontiumisotope: ^{84}Sr (0,6%⁵), ^{86}Sr (9,9%) und ^{88}Sr (82,6%) sind Bosonen, sie haben einen Kernspin von $I = 0$. Lediglich das Isotop ^{87}Sr (7,0%) ist ein Fermion mit einem Kernspin von $I = 9/2$. Dieser ist die Ursache für eine Reihe wichtiger spektroskopischer Eigenschaften. Die Hyperfein(HF-)Wechselwirkung zwischen Kernspin I und Elektronengesamtdrehimpuls J kann durch den Gesamtdrehimpuls F beschrieben werden. Die HF-Wechselwirkung führt einerseits zum Auftreten der Hyperfeinstruktur (HFS) der atomaren Energieniveaus, was die Laserkühlung und Zustandspräparation komplizierter macht (Abschnitt 3.1). Andererseits führt sie zu einer Zustandsbeimischung des Zustands $^3\text{P}_1$ zum Zustand $^3\text{P}_0$, sodass die Dipolübergangswahrscheinlichkeit für den Übergang $^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$ endlich wird. Dieser äußerst schmale Übergang mit einer natürlichen Linienbreite von ≈ 1 mHz [64] wird im Strontiumatom als Uhrenübergang bezeichnet. In beiden beteiligten Zuständen („Uhrenzustände“) ist $J = 0$; beide Zustände weisen deshalb auch im fermionischen ^{87}Sr keine HFS auf.

Auch im weit häufigeren, bosonischen ^{88}Sr Isotop kann eine solche Zustandsbeimischung durch ein äußeres Magnetfeld [87] oder zirkularpolarisiertes Licht der magischen Wellenlänge [88] erreicht werden. Darüber hinaus wurden Techniken vorgeschlagen, um die beiden $J = 0$ - Zustände unter Verwendung von EITA⁶-Schemata als Uhrenzustände zu nutzen [89, 90, 91]. Im Weiteren soll nun die erstgenannte Möglichkeit erläutert werden, da sie im Rahmen dieser Arbeit Anwendung findet.

Ein Strontiumatom mit magnetischen Dipolmoment $\vec{\mu}$ in einem statischen Magnetfeld $\vec{\mathcal{B}}$ kann nach 1. Ordnung Störungstheorie durch den Hamiltonian $H = H_0 + H_s$ mit dem Störterm $H_s = \vec{\mu} \cdot \vec{\mathcal{B}}$ beschrieben werden [87, 92]. Damit ergibt sich aus dem reinen Zustand $|j\rangle$ der gemischte Zustand

$$|j'\rangle = |j\rangle + \sum_i \frac{\langle i | \vec{\mu} \cdot \vec{\mathcal{B}} | j \rangle}{\hbar \Delta_{ij}} |i\rangle \quad (2.10)$$

durch Addition der Beimischungen aller möglichen Zustände $|i\rangle$, mit der Kreisfrequenzdifferenz Δ_{ij} zum Zustand $|j\rangle$. Wegen der Abschwächung der Beimischungen um $1/\Delta_{ij}$ ist es ausreichend, lediglich die Beimischung des Zustands $^3\text{P}_1$ zu berücksichtigen [87]. Dann ist die Rabi-Frequenz Ω des induzierten $^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$ Übergangs [87]:

$$\Omega = \frac{1}{\hbar^2 \Delta_{FS}} \langle ^1\text{S}_0 | d | ^3\text{P}_0 \rangle \langle ^3\text{P}_1 | \mu | ^3\text{P}_0 \rangle (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{\mathcal{B}}) \quad (2.11)$$

dabei sind $\langle ^1\text{S}_0 | d | ^3\text{P}_0 \rangle$ und $\langle ^3\text{P}_1 | \mu | ^3\text{P}_0 \rangle$ die reduzierten Matrixelemente des elektrischen bzw. des magnetischen Dipolmoments, Δ_{FS} die Feinstrukturaufspaltung zwischen den Zuständen $^3\text{P}_1$ und $^3\text{P}_0$ in Einheiten der Kreisfrequenz, $\vec{\mathcal{B}}$ das statische Magnetfeld und $\vec{\mathcal{E}}$ das elektrische Feld linear polarisierter Strahlung, resonant mit dem Übergang $^1\text{S}_0 - ^3\text{P}_0$.

Durch das Magnetfeld wird eine quadratische Zeeman-Verschiebung Δ_B und durch das Abfragelicht, resonant mit dem induzierten Übergang, eine AC-Stark-Verschiebung Δ_L verursacht. Diese können verwendet werden, um die Rabi-Frequenz Ω des

⁵Isotopenhäufigkeit gemäß der „Atomic Weights and Isotopic Compositions“ Datenbank des „NIST Physical Measurement Laboratory“ (<http://www.nist.gov/pml/data/comp.cfm>).

⁶Die Abkürzung EITA steht für „elektromagnetisch induzierte Transparenz und Absorption“.

induzierten Übergangs auszudrücken [87]:

$$\begin{aligned}\Omega &= \xi \sqrt{|\Delta_L \Delta_B|} \cos \theta \\ &= \xi \sqrt{\kappa \beta} \sqrt{I} |\vec{\mathcal{B}}|^2 \cos \theta,\end{aligned}\tag{2.12}$$

wobei $\xi = 0,3$ ein dimensionsloser Faktor ist und θ der Winkel zwischen statischem $\vec{\mathcal{B}}$ - und linear polarisiertem $\vec{\mathcal{E}}$ -Feld ist. Die AC-Stark-Verschiebung des Abfragelichts $\Delta_L = \kappa I$ ist linear abhängig von der Intensität I des Abfragestrahls am Ort der Atome. Der Koeffizient wurde in [33] zu $\kappa = 130(18)$ Hz/(W/cm²) bestimmt (während in [87] $\kappa = 180$ Hz/(W/cm²) berechnet wurde). Der Koeffizient der quadratischen Zeeman-Verschiebung $\Delta_B = \beta |\vec{\mathcal{B}}|^2$ beträgt gemäß [93] $\beta = -23,3$ Hz/mT², in guter Übereinstimmung mit [87].

Ein großer Vorteil dieser Methode ist, dass im Gegensatz zu den EITA-Methoden keine zusätzlichen Laser benötigt werden, während das notwendige Magnetfeld mit den ohnehin vorhandenen Spulen der magneto-optischen Falle erzeugt werden kann. Weil mit verschiedenen Kombinationen von Abfrage-Intensität I und Magnetfeld $\vec{\mathcal{B}}$ die gleiche Rabi-Frequenz erreicht werden kann, verbleibt ein Freiheitsgrad, der zur Untersuchung und Minimierung der auftretenden Frequenzverschiebungen eingesetzt werden kann.

2.2 Atome in elektrischen Feldern

2.2.1 Der Stark Effekt

Die Wirkung eines elektrischen Feldes auf die Spektrallinien eines Atoms wurde zuerst von Johannes Stark beobachtet [94]. Befindet sich ein Atom in einem elektrischen Feld \mathcal{E} so wird die Energie des Zustandes $|i\rangle$ um

$$\delta E_i = -\frac{1}{2} \alpha_i \langle \mathcal{E}^2 \rangle - \frac{1}{24} \gamma_i \langle \mathcal{E}^4 \rangle \dots\tag{2.13}$$

verschoben [95, 96]. Im Falle eines statischen (DC) Feldes ist das quadratisch gemittelte elektrische Feld $\langle \mathcal{E}^2 \rangle = \mathcal{E}^2$ und die gemittelte vierte Potenz des elektrischen Feldes ist entsprechend $\langle \mathcal{E}^4 \rangle = \mathcal{E}^4$. Im Fall eines oszillierenden (AC) Feldes sind die Polarisierbarkeit $\alpha_i = \alpha_i(\omega)$ und die Hyperpolarisierbarkeit $\gamma_i = \gamma_i(\omega)$ frequenzabhängig. Die Hyperpolarisierbarkeit beschreibt die Abweichung von der quadratischen Abhängigkeit bei hohen Feldstärken. Sowohl die Polarisierbarkeit, als auch die Hyperpolarisierbarkeit sind im Allgemeinen Tensoren.

Die Polarisierbarkeit lässt sich aufteilen in Tensoren nullter-, erster- und zweiter Stufe, in der Form: $\alpha_i = \alpha_{i,skal} + \alpha_{i,vec} + \alpha_{i,ten}$. Der skalare Anteil beschreibt die gemeinsame Verschiebung des Zustands $|i\rangle$ und seiner m_F -Unterniveaus. Die Tensoren höherer Stufen beschreiben die Verschiebung der m_F -Unterniveaus. Da als Uhrenzustände im Strontiumatom ($J = 0$)-Zustände ausgewählt wurden, ergibt sich die Linienverschiebung im Fall von ⁸⁸Sr allein aus dem skalaren Anteil der Polarisierbarkeit. Auch im Fall von ⁸⁷Sr dominiert der skalare Anteil; wegen der vorhandenen Hyperfeinstruktur

führen jedoch auch der vektorielle und der tensorielle Anteil zu Linienverschiebungen. Der vektorielle Anteil ist nur dann von null verschieden, wenn das verursachende Feld nicht linear polarisiert ist und führt dann zu einer symmetrischen Aufspaltung der m_F -Komponenten. Der tensorielle Anteil verschiebt hingegen auch den Mittelpunkt zweier $\pm m_F$ -Komponenten [97, 98].

Im Bereich der in dieser Arbeit relevanten Feldstärken (bis zu 140 kV/m) dominiert der quadratische Term aus Gleichung 2.13, der Term vierter Ordnung stellt lediglich eine geringfügige Modifikation dar. Im Photonen-Bild wird er durch 2-Photonen-Prozesse verursacht und ist auf Grund der \mathcal{E}^4 -Abhängigkeit besonders bei hohen Intensitäten, wie der des Gitterstrahls, von Belang. Dies wurde in [97] untersucht und wird in den Abschnitten 3.2.2 und 5.4.3 aufgegriffen.

Die Polarisierbarkeit setzt sich aus einer Reihe von elektrischen und magnetischen Multipoltermen zusammen [65]: $\alpha_i^{(\text{mult})} = \alpha_i^{(\text{E1})} + \alpha_i^{(\text{M1})} + \alpha_i^{(\text{E2})} \dots$ und wird bestimmt vom elektrischen Dipolanteil (E1)⁷. Der magnetische Dipol- (M1) und der elektrische Quadrupol- (E2) Anteil führen zu Abweichungen, welche als systematische Unsicherheiten Berücksichtigung finden (Abschnitte 2.2.2 und 3.2.2).

Die Wirkung eines externen elektrischen Feldes der Form $\mathcal{E}(\omega) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ auf die Energie eines atomaren Niveaus kann als eine kleine Störung nach erster Ordnung Störungstheorie beschrieben werden. Für die Energieverschiebung des Zustands $|i\rangle$ ergibt sich als Funktion der Kreisfrequenz⁸:

$$\delta E_i(\omega) = \frac{1}{2\hbar} \sum_k \frac{\omega_{ik} \left| \langle i | e \vec{r} \cdot \vec{\mathcal{E}} | k \rangle \right|^2}{\omega_{ik}^2 - \omega^2}. \quad (2.14)$$

$\langle i | e \vec{r} \cdot \vec{\mathcal{E}} | k \rangle$ ist das Matrixelement des Skalarprodukts von Dipoloperator $e \vec{r}$ und elektrischem Feld $\vec{\mathcal{E}}$ zwischen den Zuständen $|i\rangle$ und $|k\rangle$ und ω_{ik} ist die dem Übergang entsprechende Kreisfrequenz. Dabei ist e die Elementarladung und \vec{r} der Ortsoperator. Es können vier Bereiche unterschieden werden [58]:

1. *Quasi statische Störung*: Ist die Frequenz der Störung kleiner als die natürliche Linienbreite der atomaren Übergänge, so folgen die atomaren Niveaus der Störung adiabatisch und die Verschiebung kann zu jedem Zeitpunkt gemäß Gleichung 2.13 wie für ein statisches Feld berechnet werden.
2. *Langsam variierende Störung*: Ist die Frequenz der Störung größer als die natürliche Linienbreite, aber viel geringer als die Frequenz der atomaren Übergänge, so können die atomaren Niveaus der Störung nicht länger folgen und reagieren mit einer Verschiebung gemäß Gleichung 2.13 und der statischen Polarisierbarkeit auf das quadratisch gemittelte elektrische Feld $\langle \mathcal{E}^2 \rangle$.
3. *Schnell variierende Störung*: Ist die Frequenz der Störung deutlich größer als die Linienbreite und die sich gemäß 1.) ergebende Verschiebung, so muss die

⁷Da in der vorliegenden Arbeit nahezu ausschließlich der Dipolanteil betrachtet wird, wird die elektrische Dipolpolarisierbarkeit $\alpha_i^{(\text{E1})}$ in dieser Arbeit als Polarisierbarkeit α_i bezeichnet.

⁸Zur Herleitung siehe Zitat [99], Seiten 1279 und 1317.

Frequenzabhängigkeit der Polarisierbarkeit gemäß Gleichung 2.14 berücksichtigt werden.

4. *Resonante Störung*: Ist die Störung resonant mit einem atomaren Übergang, so weist Gleichung 2.14 eine Definitionslücke auf. Es handelt sich dann um die von Isidor I. Rabi untersuchte resonante Wechselwirkung mit einem Zwei-Niveau-System [77].

Wird eine Störung durch das elektrische Feld $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \cos \omega t$ einer monochromatischen, linear polarisierten elektromagnetischen Welle verursacht, so kann Gleichung 2.14 umgeschrieben werden zu

$$\begin{aligned} \delta E_i(\omega) &= \frac{e^2}{\hbar} \langle \mathcal{E}^2 \rangle \sum_k \frac{\omega_{ik} |\langle i | r | k \rangle|^2}{\omega_{ik}^2 - \omega^2} \\ &= \frac{1}{\hbar} \langle \mathcal{E}^2 \rangle \sum_k \frac{\omega_{ik} d_{ik}^2}{\omega_{ik}^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Dabei wird ausgenutzt, dass das induzierte Dipolmoment parallel zur Richtung des elektrischen Feldes ist. $\langle \mathcal{E}^2 \rangle = \vec{\mathcal{E}}_0^2/2$ bezeichnet das quadratisch gemittelte elektrische Feld. In der zweiten Zeile werden die reduzierten Matrixelemente des Dipoloperators d_{ik} gemäß Gleichung 2.19 verwendet, vektorielle und tensorielle Anteile werden somit vernachlässigt, können aber unter Verwendung von $3J$ - bzw. $6J$ -Symbolen berücksichtigt werden [100]. Durch einen Koeffizientenvergleich mit dem ersten Summanden in Gleichung 2.13 ergibt sich die skalare Polarisierbarkeit eines Atoms im Zustand $|i\rangle$ in Abhängigkeit von der Frequenz des elektrischen Feldes:

$$\begin{aligned} \alpha_i(\omega) &= \frac{2}{\hbar} \sum_k \frac{\omega_{ik} d_{ik}^2}{\omega_{ik}^2 - \omega^2} \\ &= \frac{e^2}{m_e} \sum_k \frac{f_{ik}}{\omega_{ik}^2 - \omega^2} \\ &= 2\pi\epsilon_0 c^3 \sum_k \frac{2J_k + 1}{2J_i + 1} \frac{A_{ki}}{\omega_{ik}^4 - \omega_{ik}^2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Das Vorzeichen von $\alpha_i(\omega)$ hängt davon ab, ob die Frequenz ω der Störung kleiner (positiv) oder größer (negativ) als die Frequenz der atomaren Resonanz ω_{ik} ist. Für den statischen Fall ergibt sich mit $\omega = 0$:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{e^2}{m_e} \sum_k \frac{f_{ik}}{\omega_{ik}^2} \\ &= \frac{2}{\hbar} \sum_k \frac{d_{ik}^2}{\omega_{ik}}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Zur Berechnung aus Oszillatorstärken f_{ik} bzw. Einsteinkoeffizienten A_{ki} werden die

Zusammenhänge [101, 102]:

$$\begin{aligned} f_{ik} &= \frac{2m_e}{e^2\hbar} \omega_{ik} d_{ik}^2 \\ &= \frac{2\pi\varepsilon_0 m_e c^3}{e^2} \frac{2J_k + 1}{2J_i + 1} \frac{A_{ki}}{\omega_{ik}^2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

bzw. für die reduzierten Matrixelemente des Dipoloperators d_{ik} :

$$\begin{aligned} d_{ik}^2 &= |\langle i | e \vec{r} | k \rangle|^2 \\ &= \frac{h\varepsilon_0 c^3}{2} \frac{2J_k + 1}{2J_i + 1} \frac{A_{ki}}{\omega_{ik}^3} \end{aligned} \quad (2.19)$$

verwendet. Dabei bezeichnet J die Drehimpulsquantenzahl des jeweiligen Zustands und m_e die Masse des Elektrons. Die Oszillatorstärken erfüllen im nichtrelativistischen Fall die Thomas-Reiche-Kuhn Summenregel [103, 104, 105]:

$$\sum_k f_{ik} = N, \quad (2.20)$$

wobei N die Zahl der Valenzelektronen ist (d. h. für Strontium: $N = 2$). Im relativistischen Fall müssen Korrekturen berücksichtigt werden [106].

2.2.2 Atome im thermischen Strahlungsfeld

Jeder Körper emittiert und absorbiert thermische Strahlung; dabei sind die gerichtete spektrale Emission und Absorption einer Oberfläche gleich groß. Wie stark eine Oberfläche mit ihrer Umgebung per Strahlungsaustausch wechselwirkt, wird nach dem Kirchhoffschen Strahlungsgesetz durch den gerichteten spektralen Emissionsgrad $\epsilon = 0 \dots 1$ beschrieben. Dieser gibt die Emission einer Oberfläche verglichen mit der eines idealen, sogenannten „Schwarzen Strahlers“ ($\epsilon = 1$) an [107]. Dem Kirchhoffschen Strahlungsgesetz zufolge stellt sich in jedem optisch abgeschlossenen Hohlraum, der sich im thermischen Gleichgewicht befindet, eine Strahlungsenergiedichte ein, welche allein von der Temperatur des Hohlraums bestimmt wird. Hat der Hohlraum eine im Vergleich zu seiner Oberfläche kleine Öffnung, so dass eindringende Strahlung bei vielen Reflexionen absorbiert und somit nicht wieder nach außen dringt, dann erscheint die Öffnung nach außen hin absolut schwarz. Ein solcher „Hohlraumstrahler“ stellt in der Praxis die beste Realisierung eines Schwarzen Strahlers dar.

Die spektrale Energiedichte je Frequenzintervall $d\omega$, die sich in dem Hohlraum bei einer Temperatur T einstellt, wird durch die Planck-Verteilung

$$\rho_\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{e^{h\nu/k_B T} - 1} d\omega \quad (2.21)$$

beschrieben. Das zeitlich quadratisch gemittelte elektrische Feld an jedem Ort innerhalb des Hohlraums ergibt sich durch Integration der spektralen Strahlungsenergiedichte zu

$$\langle \mathcal{E}^2 \rangle = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_0^\infty \rho_\omega d\omega = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15c_0^3 \varepsilon_0 h^3} T^4 = c_1 \cdot T^4, \quad (2.22)$$

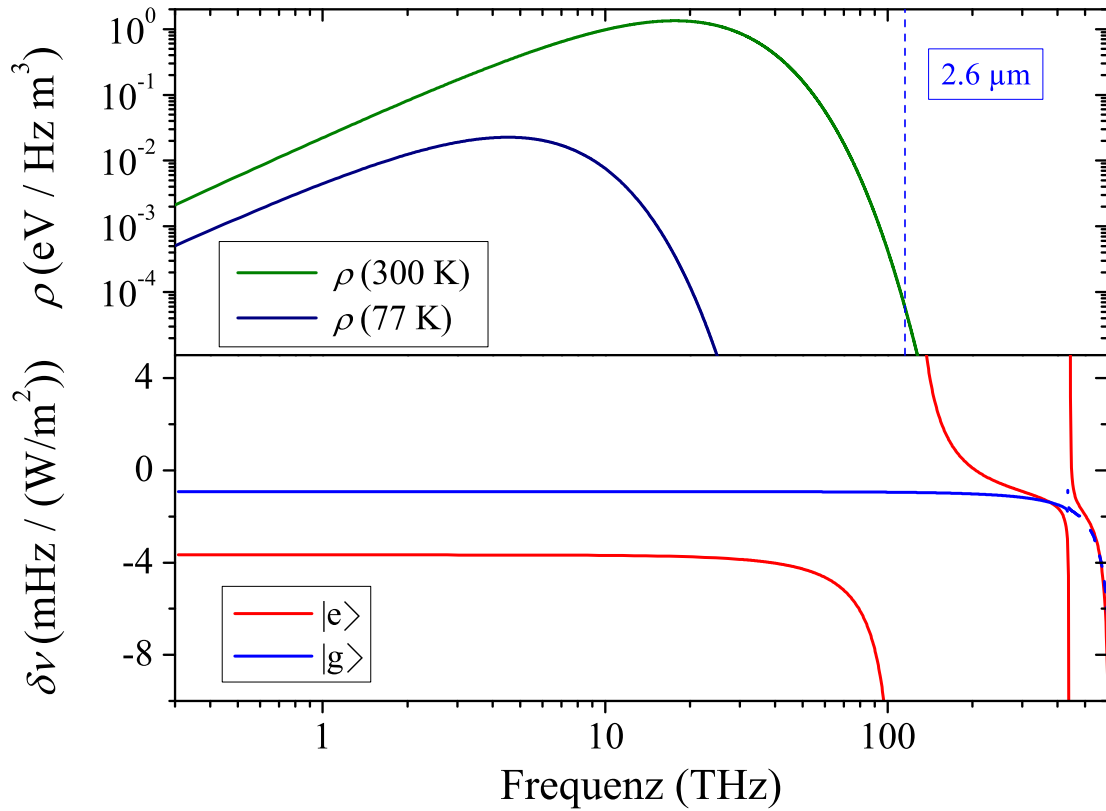


Abb. 2.3: Oben: Spektrale Energiedichte in einem optisch abgeschlossenem Hohlraum der Temperatur $T = 300$ K (grün) bzw. $T = 77$ K (ultramarin). Der Übergang ${}^3P_0 - {}^3D_1$ bei $2,6 \mu\text{m}$ bzw. 115 THz ist blau gestrichelt angedeutet. Unten: Berechnete AC-Stark-Verschiebung der beiden Uhrenzustände $|g\rangle = {}^1S_0$ (blau) und $|e\rangle = {}^3P_0$ (rot) in Abhängigkeit von der Frequenz.

mit der Konstanten $c_1 = 8,545 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2 \text{K}^4}$. In der Strontium-Gitteruhr der PTB wird dieser ideale Hohlraum nicht perfekt realisiert, statt dessen sind die Atome umgeben von einer Vakuumkammer mit örtlichen Temperaturgradienten und unterschiedlichen Oberflächen. Dies muss bei einer Unsicherheitsabschätzung berücksichtigt werden (Abschnitt 3.2.2).

Um die Wirkung thermischer Strahlung auf den Strontium Uhrenübergang zu beschreiben, muss die spektrale Verteilung der thermischen Strahlung in Bezug zu den relevanten atomaren Übergängen gebracht werden (Abb. 2.3). Bei Raumtemperatur liegt 99% der Energiedichte der Temperaturstrahlung eines idealen Hohlraumstrahlers im Frequenzbereich von 3 THz – 67 THz, mit dem Maximum bei etwa 17 THz. Wird die spektrale Energiedichte (Gleichung 2.21) je Wellenlängenintervall $d\lambda$ betrachtet, so ergibt sich der entsprechende Wellenlängenbereich von $4,5 \mu\text{m}$ – $100 \mu\text{m}$, allerdings mit dem Maximum bei etwa $10 \mu\text{m}$. Während die relevanten Übergänge, welche eine nicht verschwindende Kopplungsstärke zu einem der Uhrenzustände haben, bei Wellenlängen von $2,6 \mu\text{m}$ und darunter bzw. bei Frequenzen von 115 THz und darüber liegen. Es handelt sich demnach um den in Abschnitt 2.2 besprochenen Bereich 3.).

Die Energieänderung eines Zustands kann somit durch Einsetzen von Gleichung 2.21 in Gleichung 2.15 gemäß der Relation in Gleichung 2.22 und Integration über das gesamte Spektrum berechnet werden [58]:

$$\delta E_i = \frac{e^2}{2\varepsilon_0\pi^2c^3} \sum_k |\langle i | r | k \rangle|^2 \int_0^\infty \frac{2\omega_{ik}}{\omega_{ik}^2 - \omega^2} \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} d\omega. \quad (2.23)$$

Das Integral kann mit $x = \hbar\omega/(k_B T)$ und $y = \hbar\omega_{ik}/(k_B T)$ umgeschrieben werden in die dimensionslose Funktion [58]

$$\begin{aligned} F(y) &= \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} \left(\frac{2y}{y^2 - x^2} \right) dx \\ &\approx \frac{2\pi^4}{15} y^{-1} + \frac{16\pi^6}{63} y^{-3} + \frac{16\pi^8}{15} y^{-5} \dots \quad \text{wenn } y \gg 1, \end{aligned} \quad (2.24)$$

welche sich im Bereich $y \approx 1$ stark ändert, für $y \gg 1$ aber durch die angegebene Reihenentwicklung genähert werden kann. Die Übergangsmatrixelemente $|\langle i | r | k \rangle|$ können mit Hilfe der Gleichungen 2.18 auch durch Oszillatorstärken (bzw. Einsteinkoeffizienten) ausgedrückt werden, damit ist

$$\delta E_i = \frac{e^2 \hbar}{2\varepsilon_0\pi^2c^3m_e} \left(\frac{k_B T}{\hbar} \right)^3 \sum_k \frac{f_{ik}}{2\omega_{ik}} F \left(\frac{\hbar\omega_{ik}}{k_B T} \right). \quad (2.25)$$

Da die Energien der relevanten Übergänge groß gegenüber der thermischen Energie sind und somit $y \geq 18$ gilt, ist die Bedingung $y \gg 1$ erfüllt. Die Energieänderung des Zustands $|i\rangle$ kann aufgeteilt werden in einen statischen Anteil $\delta E_i^{(stat)}$, welcher der Stark-Verschiebung eines statischen Feldes entspricht, und einen dynamischen Anteil $\delta E_i^{(dym)}$:

$$\delta E_i = \delta E_i^{(stat)} + \delta E_i^{(dym)}. \quad (2.26)$$

Der statische Anteil $\delta E_i^{(stat)}$ berechnet sich gemäß Gleichung 2.22 und dem ersten Term in Gleichung 2.13 zu

$$\delta E_i^{(stat)} = -\frac{1}{2} \alpha_i \langle \mathcal{E}^2 \rangle = -\frac{c_1}{2} \alpha_i T^4, \quad (2.27)$$

mit der statischen Polarisierbarkeit α_i gemäß Gleichung 2.17. Der dynamische Anteil kann durch Subtraktion des statischen Anteils im Integranden von Gleichung 2.25 berechnet werden. Das dimensionslose Integral (Gleichung 2.24) lautet dann [86]:

$$\begin{aligned} G(y) &= \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} \left(\frac{2y}{y^2 - x^2} - \frac{2}{y} \right) dx \\ &\approx \frac{16\pi^6}{63} y^{-3} + \frac{16\pi^8}{15} y^{-5} + \frac{256\pi^{10}}{33} y^{-7} \dots \quad \text{wenn } y \gg 1, \end{aligned} \quad (2.28)$$

und der dynamische Anteil der BBR-Verschiebung ist

$$\begin{aligned}\delta E_i^{(\text{dyn})} &= \frac{e^2 \hbar}{2\varepsilon_0\pi^2 c^3 m_e} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^3 \sum_k \frac{f_{ik}}{2\omega_{ik}} G\left(\frac{\hbar\omega_{ik}}{k_B T}\right) \\ &= \frac{1}{2\varepsilon_0\pi^2 c^3} \left(\frac{k_B T}{\hbar}\right)^3 \sum_k d_{ik}^2 G\left(\frac{\hbar\omega_{ik}}{k_B T}\right).\end{aligned}\quad (2.29)$$

Die Frequenzverschiebung des Uhrenüberganges kann analog als Summe $\Delta\nu_{\text{BBR}} = \Delta\nu_{\text{dc}} + \Delta\nu_{\text{dyn}}$ aus einem statischen Anteil

$$\Delta\nu_{\text{dc}}(T) = -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \langle \mathcal{E}^2 \rangle = -\frac{c_1}{2h} \Delta\alpha_{\text{dc}} T^4 \quad (2.30)$$

und einer dynamischen Verschiebung

$$\Delta\nu_{\text{dyn}}(T) = [\delta E_e^{(\text{dyn})}(T) - \delta E_g^{(\text{dyn})}(T)]/h \quad (2.31)$$

ausgedrückt werden. Hier bezeichnen g und e den Grundzustand bzw. den angeregten Zustand des Uhrenübergangs und

$$\Delta\alpha_{\text{dc}} = \alpha_e - \alpha_g \quad (2.32)$$

die Differenz der statischen Polarisierbarkeiten der beiden Uhrenzustände.

Die statische Polarisierbarkeit des Grundzustands $|g\rangle = {}^1\text{S}_0$ wurde in Atomstrukturechnungen (relativistische Multi-Konfigurationsverfahren) unter Berücksichtigung optischer Dipolübergänge zu $\alpha_g = 3,2504(33) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V}$ berechnet [108]. Der Beitrag des Übergangs ${}^1\text{S}_0\text{-}{}^1\text{P}_1$ beträgt über 95%. Die resultierende Verschiebung durch das quadratisch gemittelte elektrische Feld der Schwarzkörperstrahlung bei 300 K beträgt $\delta E_g^{(\text{stat})}(300 \text{ K})/h = -1,6981(17) \text{ Hz}$, dabei entspricht die Unsicherheit einem Bruchteil von 4×10^{-18} der Uhrenfrequenz $\nu_{\text{uhr}} = 429 \text{ THz}$. Abweichungen durch Beiträge höherer Multipolübergänge (Abschnitt 2.2.1) werden in [109] abgeschätzt zu M1: $2 \times 10^{-4} \text{ Hz} / \nu_{\text{uhr}} = 5 \times 10^{-19}$ und E2: $2 \times 10^{-10} \text{ Hz} / \nu_{\text{uhr}} = 5 \times 10^{-25}$. Auf einem Unsicherheitsniveau von 1×10^{-18} müssen demnach auch Korrekturen der M1-Übergänge überprüft werden.

Die statische Polarisierbarkeit des angeregten Zustands $|e\rangle = {}^3\text{P}_0$ wurde mit den gleichen theoretischen Methoden wie die des Grundzustands zu $\alpha_e = 7,554(59) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V}$ bestimmt [109]. Wegen ihrer deutlich größeren Unsicherheit limitierte sie im Vorfeld der vorliegenden Arbeit die Kenntnis der BBR-Verschiebung auf $\geq 7 \times 10^{-17}$. Anders als im Fall des Grundzustands wird die Polarisierbarkeit im angeregten Zustand nicht so deutlich von einem Übergang bestimmt. Den größten Beitrag von 61% liefert der Übergang ${}^3\text{P}_0\text{-}{}^3\text{D}_1$. Zusätzlich kommt hinzu, dass die Frequenzen der Feinstrukturübergänge ${}^3\text{P}_0\text{-}{}^3\text{P}_1$ (M1) und ${}^3\text{P}_0\text{-}{}^3\text{P}_2$ (E2) bei 6 THz bzw. 17 THz, gerade im zentralen Bereich der Verteilung der Schwarzkörperstrahlung bei 300 K (Abb. 2.3) liegen. Eine Abschätzung der Multipolbeiträge zur Verschiebung ergibt jedoch, dass sie mit M1: $2 \times 2,4 \times 10^{-5} \text{ Hz} / \nu_{\text{uhr}} = 5,6 \times 10^{-20}$ und E2: $2 \times 2,5 \times 10^{-8} \text{ Hz} / \nu_{\text{uhr}} = 5,8 \times 10^{-23}$ beitragen und entsprechend vernachlässigt werden können [109].

Die dynamische Verschiebung $\delta E_g^{(\text{dyn})}$ des Grundzustands kann auf dem bisher erreichten Unsicherheitsniveau von 7×10^{-17} und einer Temperatur von 300 K vernachlässigt werden. Die dynamische Verschiebung $\delta E_e^{(\text{dyn})}$ des angeregten Zustands ist bei einer Temperatur von 300 K jedoch deutlich größer, da die Dipolübergänge ausgehend vom angeregten Zustand bei niedrigeren Energien liegen als die vom Grundzustand ausgehenden Dipolübergänge und somit der Einfluss der BBR-Strahlung größer ist. Die resultierende Verschiebung wurde bisher mit $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300 \text{ K}) = 0,160(16) \text{ Hz}$ bzw. 4% der statischen Verschiebung $\delta E_e^{(\text{stat})}(300 \text{ K})/h$ [109]⁹ angegeben. Die Unsicherheit der dynamischen Verschiebung von 10% wurde, basierend auf dem Einstein-Koeffizienten des Übergangs $5s4d \ ^3D_1 - ^3P_0$, welcher mit über 96% zur dynamischen Verschiebung beiträgt, abgeschätzt. Die Unsicherheit des Einstein-Koeffizienten wurde als die Hälfte der Differenz zwischen gemessener und berechneter Lebensdauer des Zustands $5s4d \ ^3D$ abgeschätzt [111].

Beruhend auf Atomstrukturrechnungen beträgt die Schwarzkörperverschiebung des Strontium Uhrenübergangs bei 300 K demnach $\Delta\nu_{\text{BBR}} = 2,406(35) \text{ Hz}$. Ihre Unsicherheit trägt mit 8×10^{-17} zur relativen Unsicherheit der Frequenz des Uhrenübergangs bei. Ein Vergleich der Unsicherheiten des statischen und des dynamischen Anteils zeigt, dass der dominierende Unsicherheitsbeitrag von der Kenntnis der statischen Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ des Uhrenübergangs herrührt. Darüber hinaus muss auch die Unsicherheit der Umgebungstemperatur einbezogen werden. Eine Unsicherheit der Umgebungstemperatur von 1 K führt bei Raumtemperatur zu einem Unsicherheitsbeitrag von 7×10^{-17} .

Um den Unsicherheitsbeitrag der BBR-Verschiebung zu reduzieren, müssen sich die Atome entweder in einer ausreichend kalten Umgebung befinden, sodass die BBR-Verschiebung selbst gering ist und entsprechend genauer korrigiert werden kann, oder die Umgebungstemperatur sowie die Reaktion der Atome auf diese müssen ausreichend gut bekannt sein. Erstere Variante erfordert einen kryogenen Aufbau. Letztere Variante ist besonders für transportable Strontium-Gitteruhren, aber auch sonst interessant, da ein kryogener Aufbau mit großem zusätzlichen Aufwand verbunden ist.

Mit einer kryogenen Umgebung wäre neben einer Frequenzmessung mit stark reduzierter BBR-Verschiebung auch eine direkte Messung der BBR-Verschiebung bzw. der atomaren Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld bei Raumtemperatur möglich, indem die Frequenzdifferenz zwischen den Abfragen bei unterschiedlichen Temperaturen bestimmt wird. Dazu muss die zwischen den Abfragen liegende Zeit kurz gehalten werden, oder es muss eine entsprechend stabile Referenz („Ablage“) verwendet werden, welche die Frequenz beibehält, während die Umgebungstemperatur angepasst wird. Um die Zeit zwischen den Abfragen bei unterschiedlicher Temperatur kurz zu halten könnten die Atome abwechselnd in zwei separaten Umgebungen bei unterschiedlichen Temperaturen abgefragt werden, sodass die Stabilität des Uhrenlasers als Ablage genügt. In beiden Fällen könnte die Unsicherheit der atomaren Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld bei Raumtemperatur auf $< 10^{-17}$ reduziert werden. Jedoch würde im ersten Fall sowohl die Instabilität der Ablage als auch der Strontium-Git-

⁹Hier ist berücksichtigt, dass der in [109] publizierte Wert von 2,6% wegen eines algebraischen Fehlers zu gering ausfällt und um einen Faktor 1,5 korrigiert werden muss [110].

teruhr beitragen, während im zweiten Fall lediglich die Instabilität der Strontium-Gitteruhr zur statistischen Unsicherheit beitragen würde. Die erreichbare Unsicherheit würde letztlich durch die Temperaturkenntnis der beiden Umgebungen bestimmt. Eine Unsicherheit von 50 mK hätte bei Raumtemperatur einen Unsicherheitsbeitrag von etwa 4×10^{-18} zur Folge. Zusätzlich muss evtl. in die gekühlte Umgebung eindringende Raumtemperaturstrahlung berücksichtigt werden. Auch dieser Effekt kann in den Bereich von wenigen 10^{-18} reduziert werden (siehe Abschnitt 6.2 und [111]).

Eine andere Möglichkeit, die Kenntnis der BBR-Verschiebung durch eine Messung zu verbessern, ist, die statische Verschiebung des Uhrenübergangs zu messen und die Unsicherheit der dynamischen Verschiebung durch erneute Berechnung gemäß Gleichung 2.29 aus Oszillatorstärken unter Einbezug der gemessenen statischen Verschiebung und weiterer bekannter Größen (wie der magische Wellenlängen, Lebensdauern einzelner Zustände, Thomas-Reiche-Kuhn-Summen (Gleichung 2.20)) zu reduzieren. Auf diese Weise ist, wie dies in Abschnitt 5.5.1 beschrieben wird, eine Reduktion der BBR-Unsicherheit auf etwa 5×10^{-18} möglich. Eine weitere Verbesserung kann durch erneute Messung der für die dynamische Verschiebung besonders relevanten Oszillatorstärken erreicht werden [112].

In beiden Szenarien müssen die Atome in speziell konzipierten Umgebungen untersucht werden. Das Einbringen derartiger Umgebungen am üblichen Abfrageort ist im bestehenden Experiment schwierig bis unmöglich (siehe Kapitel 5 und 6). Deshalb wurde im Zuge dieser Arbeit ein bewegbares optische Gitter entwickelt, welches den Transport der Atome um bis zu 10 cm hin und zurück innerhalb eines Abfragezyklus ermöglicht (Kapitel 4 und [113]).

2.2.3 Atome gefangen im optischen Gitter

Befindet sich ein Atom im Zustand $|i\rangle$ in einem Laserstrahl der Intensität $I = c\epsilon_0\langle\mathcal{E}(\omega)^2\rangle$, so ändert sich seine potentielle Energie gemäß Gleichung 2.13. Je nach dem, ob die Frequenz des Laserstrahls rot- oder blau-verstimmt gegenüber den relevanten atomaren Resonanzen ist, ergibt sich gemäß Gleichung 2.16 ein anziehendes bzw. abstoßendes Potential, welches mit der radialen Entfernung r vom Zentrum des Laserstrahls abnimmt. Ein eindimensionales optisches Gitter wird durch die Interferenz zweier entgegelaufender Laserstrahlen erzeugt. Die stehende Welle der Interferenz führt dazu, dass die Intensität in Strahlrichtung z periodisch zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz wechselt. Jede konstruktive Interferenz bildet im rot-verstimmten Fall ein Potentialminimum und wird als ein Gitterplatz bezeichnet. Für den Fall der Interferenz eines in sich zurück reflektierten, fokussierten Gauß-Strahl, dessen elektrisches Feld gemäß [114], Gleichung 3.1-7, beschrieben wird, ergibt sich das Potential eines eindimensionalen optischen Gitters innerhalb der Rayleigh-Zone ($|z| < z_0$) unter Vernachlässigung der Wellenfrontkrümmung zu

$$U(r, z) = -U_0 \exp\left(\frac{-2r^2}{w(z)^2}\right) \cos^2\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \quad (2.33)$$

mit dem extremalen Potential $U_0 = 4P\alpha_i/(\pi c\epsilon_0 w(z)^2)$ und dem Strahlradius $w(z) = w_0\sqrt{1 + (\frac{z}{z_0})^2}$. Hier sind $z_0 = \pi w_0/\lambda$ die Rayleigh-Länge, λ die Wellenlänge und P die

Leistung eines Einzelstrahls. Mit einer Reihenentwicklung um das Potentialminimum jedes Gitterplatzes kann das Potential durch den parabolischen Verlauf eines harmonischen Oszillators approximiert werden. Entsprechend der Potentialkrümmung ergeben sich die Fallenfrequenzen in axialer und radialer Richtung zu [115]

$$\begin{aligned}\nu_z^{(h)} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{m_a} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} U(r, z) \right)_{r,z=0}} = \frac{1}{2\pi w_0 \lambda} \sqrt{\frac{32\pi\alpha_i P}{c\epsilon_0 m_a}} \\ \nu_r^{(h)} &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{m_a} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} U(r, z) \right)_{r,z=0}} = \frac{1}{2\pi w_0^2} \sqrt{\frac{16\alpha_i P}{c\pi\epsilon_0 m_a}},\end{aligned}\quad (2.34)$$

wobei m_a die Masse eines Atoms ist. Die auf ein Atom im Gitter wirkende Kraft ist

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U. \quad (2.35)$$

Die Kraft in radialer Richtung für $z = 0$ in Abhängigkeit von der Entfernung vom Zentrum des Gitterstrahls

$$\vec{F}(r, z = 0) = \frac{4U_0 r}{w_0^2} \exp\left(\frac{-2r^2}{w_0^2}\right) \vec{e}_r \quad (2.36)$$

wird, da sie der Gradient des Potentials ist, auf der Strahlflanke maximal, während sie im Zentrum verschwindet. Analoges gilt für die Kraft in axialer Richtung und $r = 0$:

$$\vec{F}(r = 0, z) = \frac{2\pi U_0}{\lambda} \sin\left(\frac{4\pi z}{\lambda}\right) \vec{e}_z. \quad (2.37)$$

Damit ist die maximale Kraft entlang der Gitterachse $F_{\max}(r = 0, z) \propto U_0 \propto 1/w_0^2$ und in radialer Richtung $F_{\max}(r, z = 0) \propto 1/w_0^3$. Sie muss jeweils größer sein als die Kräfte, welche in der jeweiligen Richtung auf die Atome wirken (z.B. Gravitation oder Beschleunigung während Transport).

In Abb. 2.2.3 ist das Gitterpotential und die Kraft des Gitters in radialer Richtung (a) und axialer Richtung (b) dargestellt für die zum Transport im bewegten Gitter (Kapitel 4) und zur Spektroskopie im Kondensator (Kapitel 5) verwendeten Fallenparameter. Die Neigung des Potentialtopfs aufgrund der Gravitation (oder einer äquivalenten Kraft in axialer Richtung, wie z. B. der Beschleunigung im bewegten Gitter) ist jeweils in rot eingezeichnet. Um dies auch in Relation zur Temperatur der Atome (hier wird $T_z = T_r = 2 \mu\text{K}$ angenommen) zu setzen, ist jeweils die Energieverteilung der Atome in grün eingezeichnet. Für die Besetzung $N(n_z)$ der quantisierten Schwingungsniveaus n_z in axialer Richtung mit den Energien

$$E_{n_z} = h\nu_z^{(h)}(n_z + 1/2) \quad (2.38)$$

wird die Boltzmann-Verteilung

$$N(n_z) \propto \exp(E_{n_z}/k_B T_z) \quad (2.39)$$

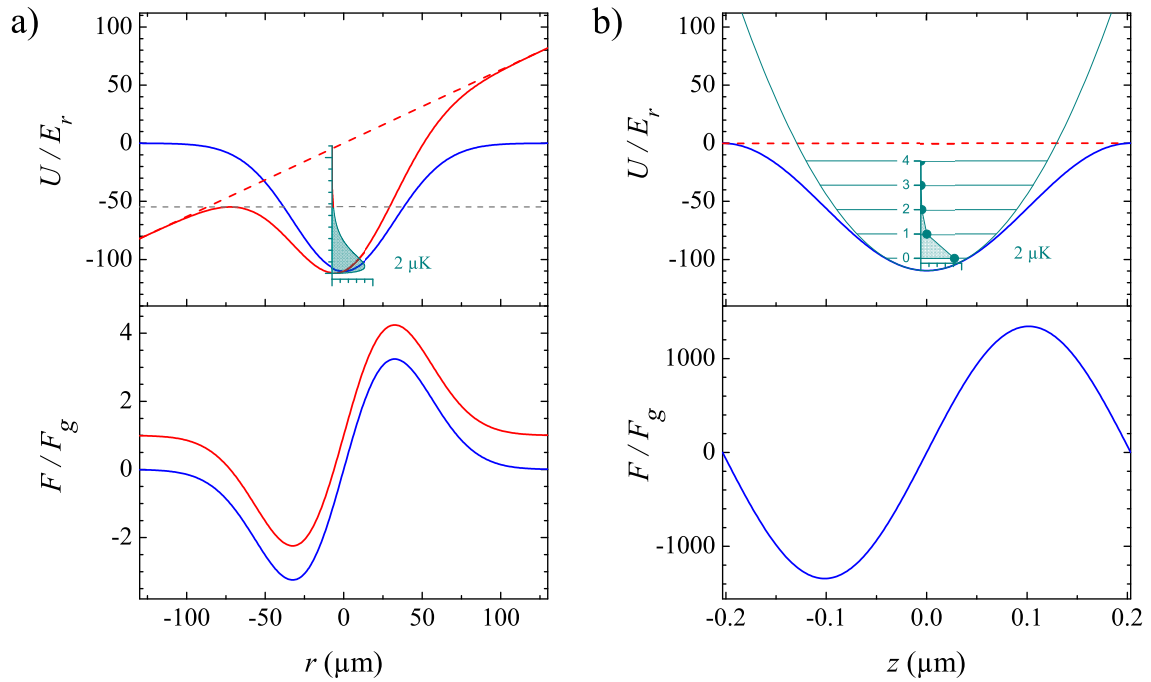


Abb. 2.4: Fallenpotential und Kraft des Gitters: a) Oben: Potential in Rückstoßenergien E_r in radialer Richtung ohne (blau) und mit (rot) Berücksichtigung der Gravitation (rot-gestrichelt). Die Verteilung der Zustandsdichte (thermische Verteilung für ein 2D-Gas) ist in grün eingezeichnet. Unten: Kraft, welche das Gitter auf die Atome in radialer Richtung ausübt, relativ zum Betrag der Gravitationskraft F_g ohne (blau) und mit (rot) Berücksichtigung der Gravitation. b) Oben: Potential in Rückstoßenergien E_r in axialer Richtung, der Einfluss einer Beschleunigung von der Größe Gravitation ist rot-gestrichelt angedeutet. Das Potential der harmonischen Näherung und die entsprechenden Energieniveaus sind in grün eingezeichnet, ebenso wie deren Besetzung (Boltzmann-Verteilung). Unten: Kraft des Gitters in axialer Richtung, relativ zum Betrag der Gravitationskraft F_g . Berechnet für eine effektive Gitterleistung von $P = 0,43$ W, einen Gittertailenradius $w_0 = 65$ μm und $\lambda = 813$ nm.

verwendet. Für die Besetzung der Schwingungsniveaus n_r in radialer Richtung wird eine zwei dimensionale Energieverteilung mit

$$N(n_r) \propto \sqrt{h\nu_r} \exp(n_r h\nu_r^{(h)} / k_B T_r) \quad (2.40)$$

angenommen. Dabei sind die radialen Schwingungsniveaus wegen der hohen Dichte nicht eingezeichnet. Die Absenkung des Potentials durch die Gravitation um etwa 50% ist grau-gestrichelt gekennzeichnet und der darüber liegende Teil der radialen Energieverteilung ist rot eingefärbt, um anzudeuten, dass dieser verdampfen kann.

Lamb-Dicke-Bedingung

Gefangen im optischen Gitter sind die Atome in axialer Richtung in ihrer Bewegung stark eingeschränkt, und die charakteristische Oszillatoramplitude in axialer Richtung

beträgt

$$z_{\text{osz}} = \sqrt{h/m_a \nu_z}. \quad (2.41)$$

Ist z_{osz} deutlich geringer als die Wellenlänge λ_{spek} des, mit dem Gitterstrahl überlagerten Spektroskopiestrahls, so sind die Atome relativ zum Spektroskopiestrahl gut lokalisiert. Das Verhältnis von charakteristischer Oszillatoramplitude zu Wellenlänge λ_{spek} des Spektroskopiestrahls

$$\eta_z = \frac{z_{\text{osz}}}{\lambda_{\text{spek}}} = \frac{1}{\lambda_{\text{spek}}} \sqrt{\frac{h}{2m_a \nu_z}} = \sqrt{\frac{\nu_{rs}}{\nu_z}} \quad (2.42)$$

wird als Lamb-Dicke-Parameter bezeichnet [116] und entspricht der Wurzel aus dem Verhältnis von Rückstoßfrequenz des Spektroskopielichtes $\nu_{rs} \approx 4,7$ kHz zu Fallenfrequenz. Die Lamb-Dicke-Bedingung

$$\eta_z \ll 1 \quad (2.43)$$

entspricht somit der Forderung dass die Atome longitudinal stark lokalisiert sind bzw., dass die longitudinale Fallenfrequenz deutlich größer als die Rückstoßfrequenz des Spektroskopielichtes ist. Ist diese Bedingung erfüllt, so wird eine Rückstoßverschiebung durch Absorption von Photonen des Spektroskopielichtes stark unterdrückt. Sind zusätzlich alle spektroskopischen Anforderungen erfüllt, sodass der Träger von den Schwingungsseitenbändern getrennt werden kann, so kann der Träger ohne Beeinträchtigung durch den Dopplereffekt erster Ordnung und ohne Rückstoßverschiebung spektroskopiert werden. Der Doppler-Effekt zweiter Ordnung (Abschnitt 3.2.2, Gleichung 3.5) wird allerdings nicht ausgeschlossen.

Unter Berücksichtigung der mittleren thermischen Besetzung der axialen Fallenniveaus

$$\langle n_z \rangle = \frac{\sum_{n_z} n_z \exp(-E_{n_z}/k_B T_z)}{\sum_{n_z} \exp(-E_{n_z}/k_B T_z)} \quad (2.44)$$

ergibt sich der effektive Lamb-Dicke-Parameter

$$\eta_z^{\text{eff}} = \eta_z \sqrt{\langle n_z \rangle + 1/2} \quad (2.45)$$

welcher gemäß obiger Bedingung $\eta_z^{\text{eff}} \ll 1$ sein muss [98]. All dies gilt für die parallele Überlagerung von Gitter- und Abfragestrahl. Ist dies nicht gegeben, muss der Lamb-Dicke-Parameter in radialer Richtung berücksichtigt werden [85].

Axiale Schwingungsseitenbänder

Bei der Anregung mit dem Uhrenlaser können die Atome zusätzlich Schwingungsenergie aufnehmen bzw. abgeben und in ein anderes Schwingungsniveau übergehen. Entsprechend treten Schwingungsseitenbänder im Abstand der aufgenommenen oder abgegebenen Schwingungsenergie vom Träger auf. Ist der Lamb-Dicke-Parameter $\eta_z \ll 1$, so sind die Amplituden der Schwingungsseitenbänder gegenüber dem Träger stark unterdrückt und die Seitenbandspektren werden auf die Seitenbänder erster Ordnung

reduziert. Für $\nu_{\text{spek}} = \nu_{\text{uhr}} + \nu_z$, also den Übergang auf ein höheres Schwingungsniveau, ergibt sich das blaue¹⁰ Seitenband erster Ordnung und für $\nu_{\text{spek}} = \nu_{\text{uhr}} - \nu_z$, also den Übergang auf ein niedrigeres Schwingungsniveau, ergibt sich das rote¹⁰ Seitenband erster Ordnung. Da die Energieniveaus des Gitters gemäß einer Boltzmann-Verteilung besetzt sind, ist das Seitenband welches einer Reduktion der Schwingungsenergie entspricht, also das rote, geringer ausgeprägt als das blaue¹⁰ Seitenband. Aus dem Flächenverhältnis der Seitenbänder kann die axiale Temperatur der Atome bestimmt werden. Bei einer Temperatur T_z ist das Seitenbandflächenverhältnis^{10, 11} [117]

$$\frac{A_{\text{rot}}}{A_{\text{blau}}} = 1 - \frac{\exp(-E_0/k_B T_z)}{\sum_{n_z} \exp(-E_{n_z}/k_B T_z)} \quad (2.46)$$

Der harmonische Oszillator wird im Gitter nur näherungsweise realisiert. Tatsächlich ist das Potential in axialer Richtung nicht parabolisch, sondern sinusförmig und in radialer Richtung Gauß-förmig, weshalb die Form der Seitenbänder von der für einen harmonischen Oszillator erwarteten abweicht. Diese Abweichung führt in erster Näherung zu einer gegenüber dem harmonischen Oszillator reduzierten axialen Seitenbandfrequenz $\nu_z(n_z) = \nu_z^{(h)} - \nu_{\text{rg}}(n_z + 1)$ [117]. Dabei bezeichnet $\nu_{\text{rg}} = E_{\text{rg}}/h \approx 3,4$ kHz die Frequenz, welche der Rückstoßenergie $E_{\text{rg}} = (\hbar k)^2/2m_a$ eines Gitterphotons entspricht.

Neben den axialen Seitenbändern können auch radiale Seitenbänder auftreten, wenn der Abfragestrahl nicht parallel zum Gitter ausgerichtet ist. Diese werden in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht untersucht. Für eine detailliertere Beschreibung auf die Fachliteratur verwiesen (z. B. [85]). Allerdings beeinflusst die Besetzung der radialen Fallenniveaus die Form der axialen Seitenbänder, da die Atome, je nach dem in welchem radialen Zustand sie sich befinden, im Mittel ein unterschiedliches axiales Fallenpotential erfahren [117].

Das in [117] vorgestellte Modell zur Beschreibung der axialen Seitenbänder nimmt deshalb an, dass die Seitenbänder vom Träger ausgehend gemäß der Besetzung der radialen Fallenniveaus (Boltzmann-Verteilung) exponentiell ansteigen und zur Trägerabgewandten Seite linear abfallen, womit der entarteten 2D-Energieverteilung der radialen Fallenniveaus Rechnung getragen wird. Für jeden axialen Ausgangszustand n_z kann der Beitrag zum blauen Seitenband als Funktion der Frequenzverstimmung δ durch

$$\sigma_{\text{blau}}^{n_z}(\delta) = \frac{a(n_z)^2}{\nu_z(n_z)} \left[1 - \frac{\delta}{\nu_z(n_z)} \right] \exp \left(-a(n_z) \left[1 - \frac{\delta}{\nu_z(n_z)} \right] \right) \Theta(\nu_z(n_z) - \delta) \quad (2.47)$$

beschrieben werden; mit der Heaviside-Funktion Θ und

$$a(n_z) = \frac{\nu_z(n_z)}{\nu_{\text{rg}}} \frac{h\nu_z^{(h)}}{k_B T_r}. \quad (2.48)$$

¹⁰Wenn die Spektroskopie durch Anregung vom Grund- in den angeregten Zustand: $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ ausgeführt wird (in dieser Arbeit bei der Spektroskopie von ⁸⁸Sr). Wird die Spektroskopie jedoch durch Abregung $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ ausgeführt, so kehren sich die Verhältnisse gerade um (in dieser Arbeit bei der Spektroskopie von ⁸⁷Sr).

¹¹Das Seitenbandflächenverhältnis entspricht etwa dem Seitenbandamplitudenverhältnis.

Die Form des blauen Seitenbands ergibt sich dann als Summe der mit der Boltzmann-Verteilung gewichteten Seitenbandbeiträge aller axialen Ausgangszustände:

$$\sigma_{\text{blau}}(\delta) \propto \sum_{n_z} \exp(-E_{n_z}/k_B T_z) \sigma_{\text{blau}}^{n_z}(\delta). \quad (2.49)$$

Das rote Seitenband kann dann mithilfe des Seitenbandflächenverhältnisses (Gleichung 2.46) berechnet werden.

Magische Wellenlänge

Um die Spektroskopie des Uhrenübergangs trotz der Verschiebung der atomaren Energieniveaus zur Erzeugung eines attraktiven Potentials ohne Störung zu ermöglichen, wird das optische Gitter bei der sogenannten magischen Wellenlänge λ_m betrieben [64, 65], bei welcher die Polarisierbarkeiten $\alpha_i(\lambda)$ im Grundzustand $|g\rangle = {}^1S_0$ und im angeregten Zustand $|e\rangle = {}^3P_0$ gleich groß sind:

$$\alpha_g(\lambda_m) = \alpha_e(\lambda_m). \quad (2.50)$$

Dies hat zudem den Vorteil, dass auch die Falleneigenschaften (Gleichungen 2.33 und 2.34) in beiden Zuständen $|g\rangle$ und $|e\rangle$ identisch sind. Die magische Wellenlänge kann aus den atomaren Oszillatorstärken gemäß Gleichungen 2.16 und 2.50 [118, 65, 119] bzw. komplexeren Modellen [112] berechnet oder experimentell bestimmt werden. Zur groben experimentellen Bestimmung wurde der Unterschied der Fallenfrequenzen in den beiden Zuständen $|g\rangle$ und $|e\rangle$ verwendet, um die magische Wellenlänge zu finden [120]. Zur genaueren Bestimmung wird die Leistungsabhängigkeit der AC-Stark-Verschiebung des Uhrenübergangs durch das Gitterlicht minimiert ([31] und [38] bzw. Abschnitt 3.2.2).

Kapitel 3

Die optische Strontium-Gitteruhr der PTB

In diesem Kapitel wird in Abschnitt 3.1 Aufbau und Funktionsweise der Strontium-Gitteruhr der PTB beschrieben. Eine detailliertere Beschreibung einzelner Komponenten des Aufbaus findet sich in [92]. Daneben wurde der Betrieb des Experiments mit ^{87}Sr in [38, 111] und mit ^{88}Sr in [113, 121, 122, 123] beschrieben. In Abschnitt 3.2 wird die erste an der PTB durchgeführte Frequenzmessung des ^{87}Sr -Uhrenübergangs vorgestellt. Diese ist das Ergebnis der Zusammenarbeit mehrerer Arbeitsgruppen und wurde bereits in [38] veröffentlicht.

3.1 Präparation und Abfrage der Atome

3.1.1 Kühlen und Fangen der Strontiumatome

Strontium wird bei einer Temperatur von $T \approx 500 \text{ }^\circ\text{C}$ in einem Ofen verdampft. Die verdampften Atome treten durch mehrere kleine Kanäle ins Vakuum aus und bilden einen Atomstrahl. Dieser tritt durch eine Apertur von 2 mm Durchmesser, welche divergente Atome ausblendet und zudem als differenzielle Pumpstufe zwischen der Ofen- und der Hauptkammer dient. Der so kollimierte Atomstrahl durchläuft einem Zeeman-Abbremsler, an dessen Ende die langsamsten Atome durch eine zweidimensionale optische Melasse in Richtung der magneto-optischen Falle (MOT, engl. für „magneto optical trap“), abgelenkt werden. Hier kreuzen sich drei jeweils in sich zurück reflektierte und gegenläufig zirkular polarisierte Laserstrahlen. Der Ort der MOT wird festgelegt durch das Feld zweier Spulen, welche sich in Anti-Helmholtz-Konfiguration ober- und unterhalb der MOT befinden. Sie erzeugen ein Magnetfeld, welches im Zentrum verschwindet und nach außen linear mit dem Abstand ansteigt.

Zum Bremsen, Ablenken und Fangen wird blaues (461 nm) Licht verwendet, welches leicht rot-verstimmt (32 MHz) gegenüber dem Singlet-Übergang: $^1\text{S}_0 - ^1\text{P}_1$ ist. Durch diesen Übergang wird ein beinahe geschlossenes 2-Niveau-System realisiert. Es gibt jedoch eine Leckrate von $\approx 1/50\,000$ über den Verlustkanal $^1\text{P}_1 \rightarrow ^1\text{D}_2 \rightarrow ^3\text{P}_{1,2}$ (Abschnitt 2.1.3, Abb. 2.2). Atome im Zustand $^3\text{P}_1$ fallen über den Interkombinations-

übergang ${}^3P_1 \rightarrow {}^1S_0$ in den Grundzustand zurück. Atome im Zustand 3P_2 sind für den Kühlkreislauf verloren. Um diese wieder mit einzubinden, wird Rückpumplicht eingestrahlt, d.h. Licht resonant mit den Übergängen ${}^3P_2 - {}^3S_1$ und ${}^3P_0 - {}^3S_1$ bei 707 nm und 679 nm. Dadurch werden auch Atome, welche unabsichtlich in den Zustand 3P_2 gepumpt werden, letztlich in den Grundzustand 1S_0 zurück gebracht. Bis hierher unterscheidet sich der Kühlvorgang für ${}^{87}\text{Sr}$ und ${}^{88}\text{Sr}$ durch einen Frequenzunterschied aufgrund der Isotopieverschiebung und den Umstand, dass der 707 nm Rückpumper im Fall von ${}^{87}\text{Sr}$ frequenzmoduliert wird, um der vorhandenen HFS gerecht zu werden. Durch Doppler-Kühlung werden so Temperaturen von $T \approx 3$ mK (${}^{87}\text{Sr}$) und $T \approx 5$ mK (${}^{88}\text{Sr}$) bei einer Atomzahl von 2×10^6 in 300 ms (${}^{87}\text{Sr}$) bzw. 20 ms (${}^{88}\text{Sr}$) erreicht.

Da der Grundzustand keine (nutzbare, ${}^{87}\text{Sr}$) Struktur hat, ist Sub-Doppler-Kühlen wie bei Alkali-Atomen nicht möglich. Deshalb wird zum weiteren Kühlen der deutlich schmalere Interkombinationsübergang ${}^1S_0 - {}^3P_1$ bei 689 nm (rot) eingesetzt. Aufgrund seiner geringen Linienbreite von 7,4 kHz [85] ist jedoch der fangbare Geschwindigkeitsbereich sehr klein und entspricht einer weit geringeren Temperatur, als mit der blauen Kühlung erreichbar. Um dieses Hindernis zu umgehen, wird das Licht der roten MOT mit 30 kHz und einem Spitze-Spitze-Frequenzhub von 3 MHz frequenzmoduliert. Nach dieser sog. Breitband-Phase von 90 ms beträgt die Temperatur der Atome etwa 50 μK . Nun folgt die Einfrequenz-Phase, in welcher die Frequenzmodulation ausgeschaltet und die Intensität stark reduziert wird, mit einer Dauer von 50 ms. Nach den beiden roten Kühlphasen werden Temperaturen von wenigen μK erreicht. Je nach Verstimmung und Leistung der MOT Strahlen sind hier höhere oder geringere Atomzahlen und Temperaturen einstellbar. Bei einer blauen Ladezeit von 400 ms können $2,5 \times 10^6$ ${}^{88}\text{Sr}$ Atome bei einer Temperatur von $T = 2$ μK gefangen werden.

Für ${}^{87}\text{Sr}$ Atome sind die roten Kühlphasen wegen der HFS der 1S_0 und 3P_1 Zustände komplizierter (Abschnitt 2.1.3, Abb. 2.2). Die rote MOT wird zwischen den HFS-Komponenten $F = 9/2$ im Grund- und $F' = 11/2$ im angeregten Zustand betrieben. So ist die Multiplizität des angeregten Zustands höher als die des Grundzustandes, und das zirkular polarisierte Licht der MOT Strahlen kann von allen m_F -Zuständen absorbiert werden. Im Unterschied zu Alkaliatomen, bei welchen die Landé-Faktoren g_F im den Grund- und im angeregten Zustand etwa gleich groß sind, sind sie in Erdalkaliatomen unterschiedlich, da der Landé-Faktor des Grundzustands ($J = 0$) durch den Landé-Faktor des Kerns bestimmt wird (für ${}^{87}\text{Sr}$ ist $g_F({}^1S_0, F = 9/2) \approx 1,4 \times 10^{-4} \ll g_F({}^3P_1, F')$ [85]). Wie der Landé-Faktor ist die Zeeman-Aufspaltung im angeregten Zustand 3P_1 , $F' = 11/2$ deutlich größer als im Grundzustand und somit ist auch die Übergangsfrequenz zwischen den einzelnen Zeeman-Unterniveaus unterschiedlich. Da in der MOT die Zeeman-Aufspaltung mithilfe des Magnetfeldgradienten zur Bündelung der Atome im Ortsraum eingesetzt wird, führen die unterschiedlichen Landé-Faktoren dazu, dass nicht alle Zustände eingefangen werden. Um dies zu vermeiden und die Effizienz der Kühlung zu steigern, wird zusätzlich Licht auf dem $\Delta F = 0$ -Übergang eingestrahlt, für welchen die Differenz der Landé-Faktoren 4,5 mal geringer ist [124]. Dieses sog. „Stirring“-Licht (engl. „Rühren“) dient dazu, die Besetzung der Zeeman-Unterniveaus umzuverteilen und wird mit den MOT Strahlen überlagert. Dennoch liegen die für ${}^{87}\text{Sr}$ erreichten Temperaturen geringfügig über den für ${}^{88}\text{Sr}$ erreichten und die Atomzahl ist etwas niedriger, bzw. die blaue Ladezeit entsprechend länger

(s.o.).

Um die Atome in ein optisches Gitter zu laden, wird ein fokussierter und in sich zurück reflektierter Laserstrahl, bereits während sämtlicher MOT-Phasen mit der MOT überlagert. Dadurch werden die Atome in das Gitter hinein gekühlt. Das Gitterlicht bei der, für den Uhrenübergang magischen Wellenlänge von 813 nm (siehe Abschnitt 2.2.3) wird von einem Ti:Saphir-Laser erzeugt und gelangt über eine polarisationserhaltende optische Faser mit großem Modenfelddurchmesser zum Experiment.

Die Leistung des Gitterstrahls beträgt bis zu 600 mW. Sie wird durch Teilreflexionen an den Fenstern der Vakuumkammer und an den Gitteroptiken reduziert. Dies führt zu einer Reduktion der Modulationstiefe des Gitters auf 86 % der Falltiefe. Somit kann bei einem $1/e^2$ -Gitterstrahltaillenradius von $w_0 = 32 \mu\text{m}$, wie während der Frequenzmessung eingesetzt, eine maximale Gittermodulationstiefe von $U_0 = 537 E_{rg}$ und bei einem $1/e^2$ -Gitterstrahltaillenradius von $w_0 = 65 \mu\text{m}$, wie während der Transport- und DC-Stark-Messungen eingesetzt, eine maximale Gittermodulationstiefe von $U_0 = 132 E_{rg}$ erreicht werden. Dabei ist $E_{rg} = \hbar^2 k^2 / 2m_a$ die Rückstoßenergie eines Photons des Gitterstrahls mit der Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda_g$, $\lambda_g = 813 \text{ nm}$ und m_a die Masse eines ^{87}Sr - bzw. ^{88}Sr -Atoms.

Die Atomwolke in der Einzelfrequenz-MOT wird durch die Gravitation scheibenförmig verzerrt. Deshalb ist das Gitter in den hier präsentierten Messungen horizontal ausgerichtet, um so, wegen des größeren Überlapps mit der Einzelfrequenz-MOT, mehr Atome in das Gitter laden zu können. Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu vielen Strontium-Gitteruhren, in welchen das Tunneln zwischen den Gitterplätzen durch Verwendung eines vertikalen Gitters unterdrückt wird. In einem vertikalen Gitter, welches der Erdbeschleunigung g ausgesetzt ist unterscheidet sich das Potential benachbarter Gitterplätze um die Gravitationspotentialdifferenz $m_a g \lambda_g / 2$. Dabei ist m_a die Masse eines Strontiumatoms und $\lambda_g = 813 \text{ nm}$ die Wellenlänge des Gitterstrahls. Diese Potentialdifferenz der in den Gitterplätzen lokalisierten Wannier-Stark-Zustände entspricht in einem vertikalen Gitter einer Frequenz von etwa 880 Hz. Sie sollte jedoch mindestens so groß sein, dass die Wannier-Stark-Seitenbänder gut aufgelöst werden können – dies wird bereits in einem um wenige Grad geneigten Gitter erreicht – kann der Uhrenübergang auch in einem flachen Gitter ohne Beeinträchtigung durch Tunneln spektroskopiert werden [125].

Wenn, wie in dieser Arbeit, ein horizontales Gitter eingesetzt wird, muss Tunneln jedoch komplett vermieden, bzw. verbundene Linienverbreiterungen oder Verschiebungen soweit reduziert werden, dass sie nicht mehr ins Gewicht fallen. Je flacher das Gitter, desto weniger kann Tunneln vernachlässigt werden, da es zu einer Delokalisierung der Atome, bzw. zum Auftreten einer Bandstruktur kommt. Die Größe der verbundenen Linienverbreiterungen oder Verschiebungen kann durch die Breite der besetzten Energiebänder abgeschätzt werden [125]. Die Breite der Energiebänder nimmt stark ab mit steigender Gittertiefe und sinkender Schwingungsquantenzahl. Deshalb wird Tunneln in dieser Arbeit durch ein tiefes Gitter ($U_0 \sim 100 E_{rg}$) und eine geringe Temperatur der Atome ($\sim 2 \mu\text{K}$) – sodass nur die untersten Energieniveaus besetzt sind – unterdrückt (dies wird in Abschnitt 3.2.2 aufgegriffen).

3.1.2 Der Uhrenlaser

Der 698 nm Uhrenlaser wurde detailliert in [123] beschrieben. Er besteht aus einem Steuer-Laser (ECDL¹ in Littman-Konfiguration [126]) dessen Frequenz nach dem Pound-Drever-Hall (PDH) Verfahren [127] auf die TEM₀₀-Mode eines ultrastabilen Resonators stabilisiert wird. Durch diese Stabilisierung erhält er eine Kurzzeitstabilität von $2 \times 10^{-15}/\sqrt{\tau(\text{s})}/\text{s}$ und eine Linienbreite von etwa 1 Hz [46]. Mit einem Doppelpass-AOM (Resonator-Offset-AOM) kann die Frequenzdifferenz zwischen Resonatormode und Laserfrequenz eingestellt werden, sodass die Laserfrequenz durch einen Messrechner gesteuerten Synthesizer abgestimmt werden kann.

Der ultrastabile Resonator des Uhrenlasers hat eine Finesse von 330 000 und befindet sich in einer Temperatur-stabilisierten Vakuumkammer. Der Resonator wird durch eine spezielle Halterung, einen Vibrationsisolationstisch und eine akustische Isolationsbox von seismischen und akustischen Störungen abgeschirmt. Die hochreflektierenden Resonatorspiegel sind an einen 100 mm langen Abstandhalter angeschoben. Der zylindrische Abstandhalter hat einen hohlen Kern und ist aus ULE²-Glas gefertigt. Da sich seine Länge aufgrund von Alterungsprozessen verringert, kommt es zu einer Drift des Resonators von etwa 0,03 Hz/s.

An den Steuer-Laser wird ein Folge-Laser injektionsgekoppelt. Das Licht des Folge-Lasers gelangt durch einen Schalt-AOM und eine optische Faser zu den Atomen (Abb 3.1). Das Pulsen des Abfragestrahls und die Frequenzänderungen zur Adressierung der unterschiedlichen m_F -Komponenten des Uhrenübergangs bei der Abfrage der Atome (Abb. 3.4) werden durch den Schalt-AOM bewerkstelligt.

Um sicherzustellen, dass zwischen der Position der Atome im Gitter und dem Uhrenlaser eine konstante Phasenbeziehung besteht, wird eine Weglängenstabilisierung eingesetzt. Diese wurde detailliert in [128] beschrieben und wird hier in Kürze dargestellt. Die Interferenz des Gitterstrahls mit sich selbst kommt durch Reflexion am Gitterspiegel zustande, dadurch hat das Interferenzmuster eine feste Phasenbeziehung zum Gitterspiegel und somit auch die Position der Atome im Gitter. Zur Abfrage des atomaren Übergangs wird der Uhrenlaserstrahl durch den Gitterspiegel mit dem Gitterstrahl überlagert. Der Rückreflex des Uhrenlaserstrahls vom Gitterspiegel verläuft zurück zum Uhrenlaser und kann dort zur optischen Weglängenstabilisierung zwischen Uhrenlaser und Gitterspiegel eingesetzt werden (Abb 3.1). In der Anordnung eines Michelson-Interferometers, mit einem lokalen Arm und einem langen Arm, der sich bis zum Gitterspiegel erstreckt in welchem der Schalt-AOM im Doppelpass durchlaufen wird, wird die Schwebung der beiden Strahlen von einer Photodiode aufgezeichnet.

Zur optischen Weglängenstabilisierung wird das Signal der Schwebung verwendet, um Störungen, welche beim Durchlaufen des langen Interferometerarms aufgesammelt werden, durch den Schalt-AOM zu kompensieren. Dies wird durch den Umstand erschwert, dass die Weglängenstabilisierung nur aufrechterhalten werden kann, solange der Uhrenlaserstrahl auf die Atome trifft bzw. der lange Arm des Interferometers geöffnet ist. Durch den gepulsten Betrieb der Weglängenstabilisierung kommt es zu geringen

¹ECDL steht für engl. „extended cavity diode laser“, zu deutsch: Diodenlaser mit erweitertem Resonator.

²ULE steht für „ultra low expansion“, zu deutsch: „ultra-geringe Ausdehnung“.

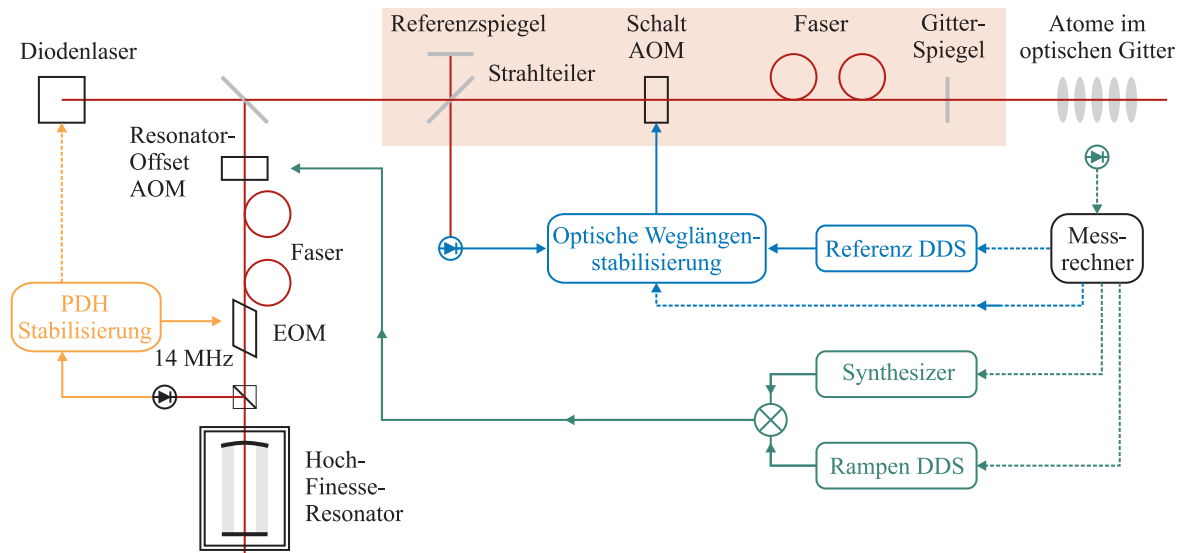


Abb. 3.1: Schematische Darstellung (entnommen aus [128]) der optischen Weglängenstabilisierung zwischen Gitter-Reflexionsspiegel und Uhrenlaser (blau), der Kurzzeitstabilisierung des Uhrenlasers auf den Resonator (orange) und der Stabilisierung des Uhrenlasers auf den atomaren Übergang (grün). Das Michelson-Interferometer der Weglängenstabilisierung ist rot hinterlegt. Der Referenzspiegel wird ebenfalls für die nicht eingezeichnete Faserlängenstabilisierung zwischen Uhrenlaser und Frequenzkamm eingesetzt. Der Übersichtlichkeit halber sind Steuer- und Folge-Laser als „Diodenlaser“ zusammengefasst und der Resonator-Offset-AOM, welcher tatsächlich im Doppelpass eingesetzt wird, ist schematisch im Einzelpass dargestellt.

Phasenexkursionen zu Beginn des Abfragepulses, da erst mit Beginn des Uhrenpulses die Rückkopplungsschleife geschlossen werden kann. Die Auswirkungen dieser Effekte auf die Frequenz des Uhrenlasers wurden in [128] detailliert untersucht. Sämtliche damit verbundenen Störungen tragen weniger als $< 2 \times 10^{-17}$ zur relativen Unsicherheit der Uhrenfrequenz bei.

3.1.3 Abfrage des Uhrenübergangs in ^{87}Sr und ^{88}Sr

Die Abfrage des Uhrenübergangs erfolgt in dieser Arbeit in Rabi-Anregung, d.h. durch einen π -Puls. Im Fall von ^{88}Sr werden die Atome wenige Millisekunden nach Ausschalten der roten MOT durch einen entsprechenden π -Puls angeregt. Zur Induktion des Uhrenübergangs (Abschnitt 2.1.3) wird ein Magnetfeld von bis zu 3 mT bzw. typischer Weise 0,6 mT eingesetzt.

Im Fall von ^{87}Sr ist die Situation aufgrund der Zeeman-Aufspaltung der m_F -Unterniveaus komplexer. Die verwendeten Kühl-, Fallen-, Präparations- und Detektionsphasen sind in Abb. 3.2 schematisch dargestellt. Da es keine $m_F = 0$ Komponente gibt, erfährt jede spektrale Komponente des Uhrenübergangs eine Zeeman-Verschiebung. Deshalb wird die magnetfeldfreie Übergangsfrequenz durch Mittelung der Frequenzen der beiden extremalen Zeeman-Komponenten $m_F = +9/2$ und

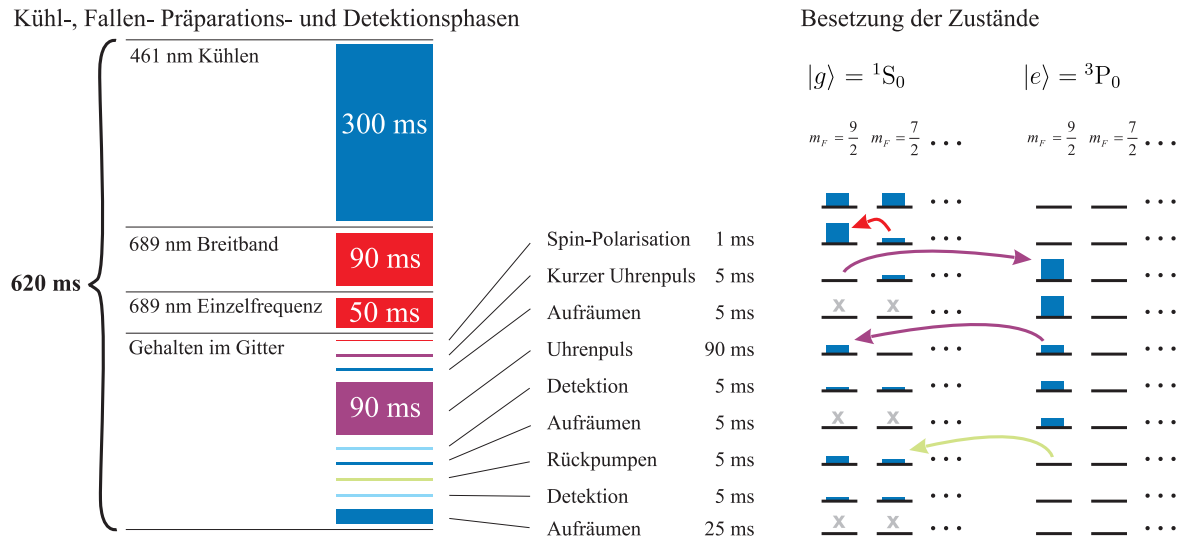


Abb. 3.2: Abfragezyklus für ^{87}Sr : Links ist die Abfolge der Kühl- und Fallen- und Präparationsphasen dargestellt. Rechts wird die Besetzung der beiden Uhrenzustände und ihrer m_F -Unterniveaus gezeigt.

$m_F = -9/2$ bestimmt. So wird die Zeeman-Aufspaltung und damit das vorliegende Magnetfeld stets mit aufgezeichnet.

Vor der Abfrage werden die Atome Spin-polarisiert; damit der Uhrenübergang zwischen den gewünschten m_F -Unterniveaus abgefragt wird, Stöße unterdrückt werden und die Signalamplitude erhöht wird. Dazu wird ein rechts- bzw. links-zirkular polarisierter Lichtpuls, mit einer Dauer von 1 ms, welcher resonant mit dem $\Delta F = 0$ 1S_0 - 3P_1 Übergang ist, verwendet. Dieser pumpt die Atome in das gewünschte Unterniveau $m_F = +9/2$ bzw. $m_F = -9/2$. Die Quantisierungsachse wird währenddessen durch ein homogenes Magnetfeld von etwa $23 \mu\text{T}$ festgelegt, das parallel zur Gitterpolarisationsrichtung durch die MOT-Spulen in Helmholtz-Konfiguration erzeugt wird. Dann wird das Magnetfeld auf 1,8 mT erhöht, um die m_F -Aufspaltung zu vergrößern und ein kurzer, intensiver π -Puls resonant mit dem Uhrenübergang 1S_0 - 3P_0 $m_F = +9/2$ bzw. $m_F = -9/2$ und $\Delta m_F = 0$ bringt alle Atome, welche sich im extremalen m_F -Zustand befinden, in den angeregten Uhrenzustand. Zur Komplettierung der Spin-Polarisierung werden alle, noch im Grundzustand befindlichen Atome durch einen 461 nm Aufräum-puls (resonant mit dem Übergang 1S_0 - 1P_1) entfernt. Alle zurückgebliebenen $\approx 2 \times 10^4$ ^{87}Sr Atome befinden sich im Zustand 3P_0 $m_F = +9/2$ bzw. $m_F = -9/2$. Nun wird das Magnetfeld wieder auf vorigen Wert gesenkt und es folgt der Uhrenabfrage- π -Puls von etwa 90 ms Dauer, der die Atome auf dem $\Delta m_F = 0$ Übergang wieder in den Grundzustand zurückbringt.

Die Detektion verläuft für Strontium ^{87}Sr und ^{88}Sr nach dem gleichen Schema. Zuerst werden die im Zustand 1S_0 befindlichen Atome durch Anregung mit 461 nm Licht und Messung der resultierenden Fluoreszenz detektiert, gefolgt von einem 461 nm Aufräum-puls, um sicher zu stellen, dass keine Atome im Zustand 1S_0 zurückbleiben. Dann werden die, noch im Zustand 3P_0 befindlichen Atome, durch Rückpumplicht bei 707 nm und 679 nm (Abschnitt 2.1.3, Abb. 2.2) in den Grundzustand gebracht und

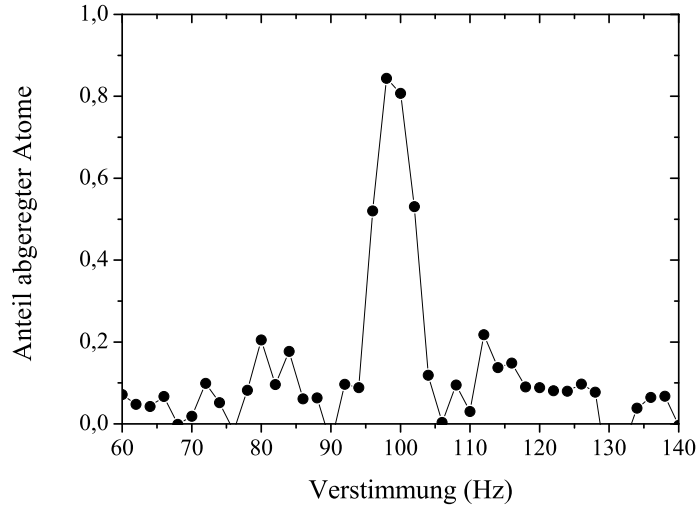


Abb. 3.3: Hochaufgelöstes, Fourier-limitiertes Spektrum einer extremalen Zeeman-Komponente des Uhrenübergangs von ^{87}Sr , aufgezeichnet mit einer Uhrenpulsdauer von 90 ms. Der Nullpunkt der Verstimmung liegt etwa bei der Übergangsfrequenz ohne Magnetfeld.

in analoger Weise detektiert. Die Zahl der Atome im angeregten Zustand wird auf die Summe der Atome in beiden Detektionsphasen normiert. Abb. 3.3 zeigt die Linie des ^{87}Sr -Uhrenübergangs mit einer Fourier limitierten Linienbreite von 10 Hz und hoher Abregungswahrscheinlichkeit.

3.1.4 Stabilisierung des Uhrenlasers auf den Uhrenübergang

Zur Stabilisierung der Frequenz des Uhrenlasers auf den ^{88}Sr -Uhrenübergang werden die linke und die rechte Flanke des Linienprofis (an den Punkten maximaler Steigung) abwechselnd abgefragt und die Linienposition bzw. der Frequenzoffset ν_{off} der Uhrenlaserfrequenz zur Uhrenübergangsfrequenz bestimmt. Dann wird die Frequenz des Uhrenlasers über den Resonator-Offset-AOM um einen Bruchteil $G = 0,7$ des Frequenzoffsets ν_{off} korrigiert.

Damit die Resonator-Drift (Abschnitt 3.1.2) nicht zu systematischen Abweichungen führt, wird diese in erster Ordnung kompensiert, indem zur Frequenz des Synthesizers, welcher den Resonator-Offset-AOM steuert, die sich linear ändernde Frequenz eines Rampen-DDS addiert (Frequenzmischer in Abb 3.1) wird. Die Driftrate des Rampen-DDS wird nach jeder Bestimmung der Linienposition angepasst, indem sie um $\beta\nu_{\text{off}}/\tau_z$ mit $\beta = 0,05$ geändert wird. Die Zeitkonstante für das Setzen der Driftrate ist

$$\tau_{\text{drift}} = \frac{-\tau_z}{\ln\left(1 - \frac{\beta}{G}\right)} \xrightarrow{G \gg \beta} \tau_z \frac{G}{\beta}, \quad (3.1)$$

welche mit einer typischen Zykluszeit von $\tau_z = 2,5$ s für ^{87}Sr (für die vier in Abb. 3.4, links dargestellten Abfragen der Linie in Situation A) etwa $\tau_{\text{drift}} = 35$ s beträgt.

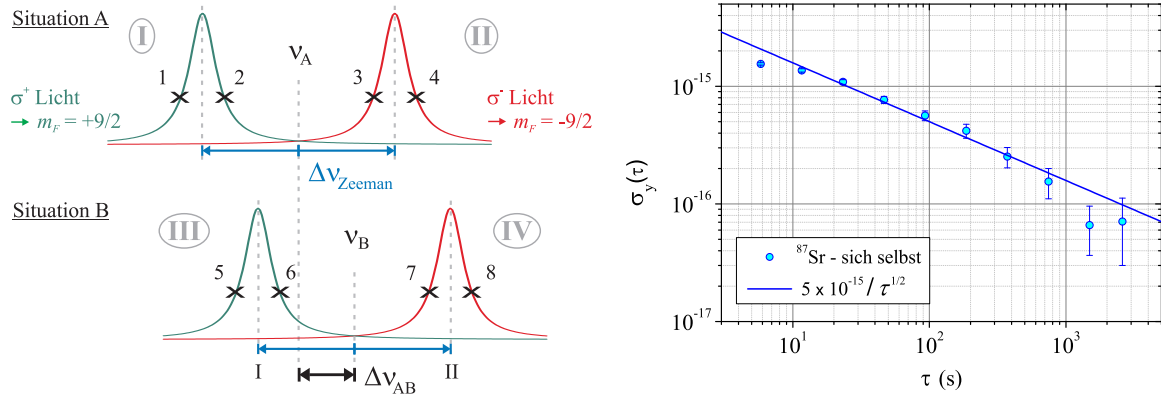


Abb. 3.4: Links: Zur Bestimmung der ungestörten Übergangsfrequenz sind vier Abfragen der Atome notwendig (Situation A). Im Schema der alternierenden Stabilisierung werden die Atome in zwei Situationen A und B abwechselnd abgefragt. Eine detailliertere Beschreibung findet sich im Text. Rechts: Relative Stabilität der ^{87}Sr Gitteruhr gegenüber sich selbst, bestimmt nach dem Schema der alternierenden Stabilisierung.

Dennoch kann die Stabilisierung auf den atomaren Übergang durch Nichtlinearitäten in der Resonatordrift beeinträchtigt werden. Der Frequenzfehler ν_{err} , welcher sich durch eine konstante Änderung der Driftrate $\ddot{\nu}_{\text{res}}$ ergibt, wird unter der Annahme bestimmt, dass die Korrektur der Driftrate, der Änderung der Resonatordrift innerhalb einer Zykluszeit τ_z , entspricht. Dann ist

$$\ddot{\nu}_{\text{res}} \cdot \tau_z = \frac{\beta}{\tau_z} \nu_{\text{err}} \quad (3.2)$$

und damit ist der Frequenzfehler

$$\nu_{\text{err}} = \ddot{\nu}_{\text{res}} \frac{\tau_z^2}{\beta} . \quad (3.3)$$

Dies wird in Abschnitt 3.2.2 aufgegriffen.

Die Stabilisierung auf den ungestörten ^{87}Sr -Uhrenübergang wird durch seine HFS erschwert (Abschnitt 3.1.3). Der Uhrenlaser wird deshalb in zwei unabhängigen Regelschleifen I und II an den $m_F = +9/2$ und den $m_F = -9/2$ Uhrenübergang angeregt. Beide Regelschleifen werden abwechselnd, durch Abfragen der linken und rechten Flanke des Linienprofils der jeweiligen m_F Komponente des Uhrenübergangs aktualisiert. Somit muss die in Abb. 3.2 dargestellte Abfolge viermal durchlaufen werden, um einen Wert für die magnetfeldfreie Übergangsfrequenz, bzw. für den Frequenzoffset ν_{off} zu erhalten (Situation A in Abb. 3.4, links). Die Frequenzdifferenz zwischen den beiden Regelschleifen I und II, bzw. die Zeeman-Aufspaltung zwischen den beiden m_F Komponenten beträgt typischer Weise wenige 100 Hz (je nach Magnetfeld während der Spektroskopie). Das Umschalten der Uhrenlaserfrequenz wird durch den Schalt-AOM des Uhrenlasers (Abschnitt 3.1.2) bewerkstelligt.

Zur Untersuchung von systematischen Störeinflüssen wird die sogenannte alternierende Stabilisierung [86] eingesetzt. Bei der die Frequenzdifferenz zwischen zwei

Situationen A und B, die sich lediglich um eine Änderung des zu untersuchenden Störeinflusses unterscheiden, gemessen wird. Dazu wird das Stabilisierungsschema um zwei weitere Regelschleifen III und IV erweitert (Abb. 3.4, Situation B) und die Differenz der in den Situationen A und B bestimmten Mittelwerte ist die Frequenzverschiebung des Uhrenübergangs, welche durch den untersuchten Störeinfluss hervorgerufen wird.

Um die Qualität des Ankoppelns an den Uhrenübergang zu untersuchen und die im aktuellen Aufbau erreichbare Stabilität zu bestimmen, wird die alternierende Abfrage des Uhrenübergangs in zwei identischen Situationen (A und B) eingesetzt. Die Stabilität der Frequenzdifferenz zwischen den beiden Situationen wird mit Hilfe der Allan Abweichung (Abschnitt 2.1.2) ausgewertet. Bei der Bestimmung dieser Frequenzdifferenz ist die Zykluszeit doppelt so lang wie im Uhrenbetrieb bzw. beim Vergleich mit einer anderen Uhr. Wegen der verdoppelten Zykluszeit und dem Beitrag zweier unabhängiger Uhrenübergangsabfragen wird die Stabilität der alternierenden Stabilisierung gemäß Gleichung 2.6 um einen Faktor $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ gegenüber dem Uhrenbetrieb reduziert. Mit der Methode der alternierenden Stabilisierung können Frequenzverschiebungen mit einer relativen³ statistischen Unsicherheit von 10^{-16} bereits nach einer Messdauer von 2500 s bestimmt werden (Abb. 3.4, rechts).

3.2 Frequenzmessung des ^{87}Sr -Uhrenübergangs

Die in diesem Abschnitt präsentierten Ergebnisse sind das Resultat der Zusammenarbeit mehrerer Arbeitsgruppen und wurden bereits in Falke et al., *Metrologia* **48** 399 (2011) publiziert. Sie werden hier, mit geringfügigen Aktualisierungen (BBR-Korrektur), wiederholt. Zuerst wird in Abschnitt 3.2.1 die Anbindung an die Cäsium-Fontänenuhr der PTB beschrieben. In Abschnitt 3.2.2 werden Korrekturen und systematischen Unsicherheiten des Strontiumfrequenzstandards dargelegt, und in Abschnitt 3.2.3 werden sämtliche Unsicherheiten und Korrekturen zusammengefasst und das Ergebnis der Frequenzmessung präsentiert.

3.2.1 Anbindung an die Cäsium-Fontänenuhr CSF1

Die Frequenz des ^{87}Sr -Uhrenübergangs wurde an drei Tagen im Oktober 2010 mit der Cäsium-Fontänenuhr CSF1 der PTB gemessen. Dazu wurde der Strontium-Uhrenlaser wie in den Abschnitten 3.1.3 und 3.1.4 beschrieben auf den Strontium-Uhrenübergang stabilisiert. Die Frequenz des Uhrenlasers von 429 THz wurde parallel von einem Er-dotierten Faserfrequenzkamm gemessen, der auf das 100 MHz-Signal eines Wasserstoff-Masers referenziert war. Ein 5 MHz Signal desselben Wasserstoff-Masers wurde parallel von der Cs-Fontänenuhr CSF1 gemessen. Dabei befand sich die Strontium-Gitteruhr und der Frequenzkamm in einem Gebäude und die Cs-Fontänenuhr CSF1 und der Wasserstoff-Maser in einem anderen, etwa 200 m entfernten Gebäude. In Abb. 3.5 werden die relativen Instabilitäten der Frequenzen zwischen der Sr-Gitteruhr und der Cs-Fontänenuhr (rot), der Sr-Gitteruhr und dem H-Maser (orange)

³bezogen auf die Frequenz des Uhrenübergangs

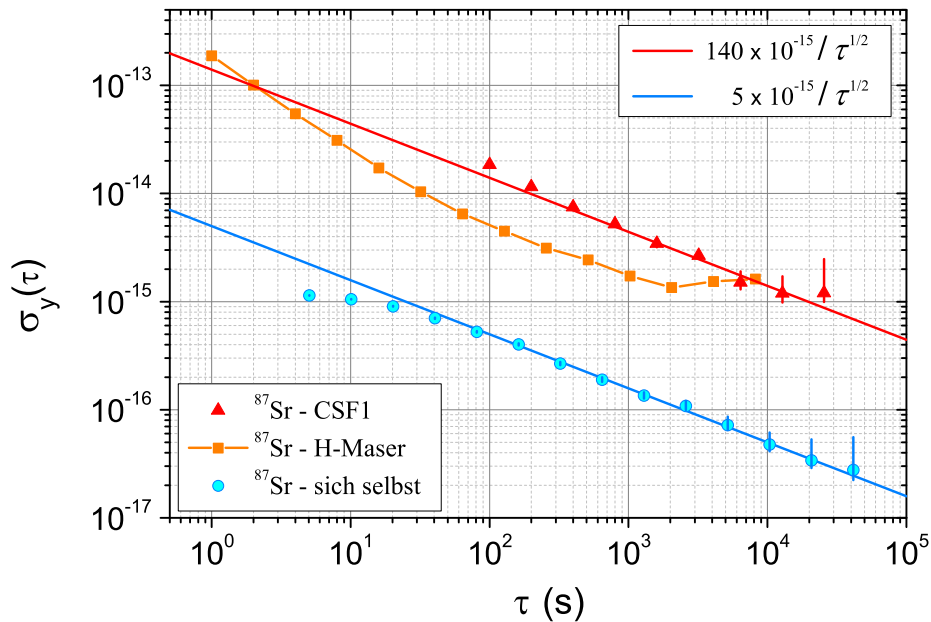


Abb. 3.5: Instabilitäten der Frequenz zwischen der Sr-Gitteruhr und Cs-Fontänenuhr CSF1 (rote Dreiecke), der Sr-Gitteruhr und dem H-Maser (orange Quadrate) und der Sr-Gitter-Uhr in einer alternierenden Stabilisierung verglichen mit sich selbst (türkise Punkte), dargestellt durch die relative Totale Allan Abweichung. Eingezeichnet sind auch die Trendlinien der Instabilitäten der beiden Uhren, wobei die tatsächliche Instabilität der Sr-Gitteruhr um mindestens einen Faktor 2 geringer ist, als in der hier präsentierten alternierenden Stabilisierungsmessung (vgl. Abschnitt 3.1.4).

und der Sr-Gitteruhr in einer alternierenden Stabilisierung verglichen mit sich selbst (vgl. Abb. 3.4) gezeigt.

Die Untersuchung des 200 m langen Koaxialkabels zwischen den beiden Gebäuden, über welches das 100 MHz Radiofrequenzsignal übertragen wurde ergab, dass durch dieses verursachte Frequenzfluktuationen unterhalb von $1,5 \times 10^{-16}$ liegen [38].

Die relative systematische Unsicherheit der Cs-Fontänenuhr CSF1 beträgt $7,6 \times 10^{-16}$. Aus der Messdauer von 60 500 s und der relativen Instabilität der Cs-Fontänenuhr CSF1 von $1,4 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau/s}$ ergibt sich eine relative statistische Unsicherheit von $5,7 \times 10^{-16}$. Eine weitere relative Unsicherheit von 4×10^{-16} ergibt sich aufgrund von Temperaturschwankungen von 0,2 K (Spitze-Spitze) im Raum der Cs-Fontäne, welche zu Phasenschüben in der Radiofrequenz-Elektronik der Cs-Fontäne führen können.

3.2.2 Systematische Frequenzverschiebungen

AC Stark Verschiebungen

Obwohl während der Abfrage des Uhrenübergangs alle nicht benötigten Laserstrahlen durch mechanische Verschlussblenden geblockt und die Fenster der Vakuumkammer von Streulicht abgeschirmt werden, führen AC-Stark-Verschiebungen der unvermeid-

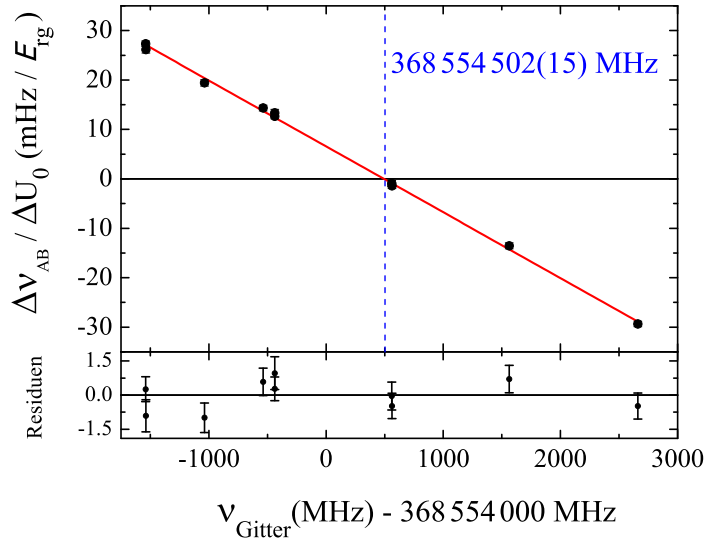


Abb. 3.6: Bestimmung der magischen Wellenlänge. Dargestellt ist die durch das Gitterlicht verursachte AC-Stark-Verschiebung des Uhrenübergangs pro Falltiefe in Abhängigkeit von der Frequenz des Gitterlasers. Der Lineare Fit dient zur Bestimmung des Nullpunkts der Verschiebung, seine Steigung beträgt $1,348(15) \times 10^{-2} (\text{mHz}/E_{rg})/\text{MHz}$. Darunter: Residuen des Fits zusammen mit den statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte.

lichen Strahlungsquellen (Gitter- und Abfragestrahl, sowie thermische Strahlung) zu den größten Unsicherheitsbeiträgen in einer Strontiumgitteruhr. Die weitaus größte Verschiebung, welche zudem auch zum größten Unsicherheitsbeitrag führt, wird durch die thermische Strahlung der Umgebung der Atome verursacht.

Gitter- und Abfragelicht

Das Gitterlicht führt bei nicht perfekt realisierter magischer Wellenlänge zu einer verbleibenden AC-Stark-Verschiebung mit einer in erster Ordnung linearen Abhängigkeit von der Falltiefe. Wegen der hohen Intensität des Gitterstrahls müssen als Beiträge höherer Ordnungen ebenfalls Hyperpolarisierbarkeits-, M1- und E2-Beiträge berücksichtigt werden (Abschnitt 2.2.1). Für sie wird, gemäß [97] und der Gittertiefe von $125 E_{rg}$ während der Frequenzmessung, eine obere Grenze von 2×10^{-17} bestimmt.

Die magische Wellenlänge wurde bestimmt, indem in die Frequenzdifferenz zwischen hoher ($\sim 350 E_{rg}$) und niedriger ($\sim 130 E_{rg}$) Falltiefe in alternierenden Stabilisierungsmessungen bei verschiedenen Gitterfrequenzen gemessen wurde. Die Frequenzverschiebung pro Falltiefe ist in Abb. 3.6 in Abhängigkeit von der Gitterfrequenz dargestellt. Die in den alternierenden Stabilisierungsmessungen bestimmten Frequenzdifferenzen $\Delta\nu_{AB}$ wurden um einen kleinen Beitrag der Hyperpolarisierbarkeit korrigiert [97] und mit der Differenz der durchschnittlichen Gittertiefe normiert. Die durchschnittliche Gittertiefe berücksichtigt die Ausdehnung der Atomwolken innerhalb der Gitterplätze, welche von den Schwingungsfrequenzen der Falle und der

Temperatur der Atome abgeleitet wurde. Dazu wurde die Temperatur der Atome im Gitter aus dem Verhältnis der Seitenbandamplituden (Abschnitt 2.2.3, Gleichung 2.46) bestimmt. Vektor-Verschiebungen (Abschnitt 2.2.1) werden durch die lineare Polarisation des Gitterstrahls, welche parallel zum Magnetfeld orientiert ist minimiert und durch die Mittelung der $m_F = \pm 9/2$ Komponenten zusätzlich unterdrückt. Die, der magischen Wellenlänge entsprechende Frequenz wurde zu $368\,554\,502(15)$ MHz bestimmt, in Übereinstimmung mit den Werten in [32, 37].

Während der Frequenzmessung wurde das Gitter bei einer um 9 GHz niedrigeren Frequenz betrieben. Deshalb wird eine Korrektur von $-2(5) \times 10^{-17}$, basierend auf der mittleren Gittertiefe bei den Atomen und der Steigung in Abb. 3.6, vorgenommen. Die Unsicherheit berücksichtigt dabei auch, dass die in anderen Instituten ermittelte Steigung größer ist [129]. Diese Inkonsistenz hat darüber hinaus keinen entscheidenden Einfluss.

Die Intensität des Abfragelichtes war während der Frequenzmessung geringer als $0,6 \text{ mW/cm}^2$. Für die resultierende AC-Stark-Verschiebung kann gemäß dem in [33] bestimmten Koeffizienten von $\delta_{\text{clock}} = 13(2) \text{ Hz}/(\text{Wcm}^{-2})$ eine obere Grenze von $2(2) \times 10^{-17}$ relativ zur Frequenz des Uhrenübergangs, bestimmt werden.

Thermische Strahlung

Das thermische Strahlungsfeld, welchem die Atome während der Frequenzmessung ausgesetzt waren, wird im Wesentlichen von der Umgebung bei Raumtemperatur bestimmt, modifiziert durch die thermische Strahlung des Ofens. Diese beiden Beiträge werden in Analogie zu dem in Abschnitt 6.2 vorgestellten Modell unabhängig von einander betrachtet.

Zur Korrektur der BBR-Verschiebung aufgrund der Umgebung bei Raumtemperatur wurde die Temperatur der Vakuumkammer während der Frequenzmessung an zehn Punkten mit Pt100-Sensoren aufgezeichnet. Temperaturänderungen über einen Tag waren an den einzelnen Punkten typischer Weise kleiner als 0,1 K. Die Unterschiede zwischen den Temperaturen an den einzelnen Punkten waren deutlich größer. Die maximale Temperaturdifferenz betrug 4,2 K. Hinzu kommt die spezifizierte Unsicherheit der Pt100-Sensoren von 0,5 K. Die repräsentative Temperatur wird unter der Annahme bestimmt, dass sie mit gleichmäßiger Wahrscheinlichkeit innerhalb des Intervalls von 5,2 K liegt. Gemäß [130] liegt der anzunehmende Wert für den Fall einer rechteckigen Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Mitte der Verteilung und beträgt hier $296,8(16)$ K. Die bei dieser Temperatur vorliegende BBR-Verschiebung wird gemäß Gleichung 5.37 zu $-2,179(49)$ Hz bzw. $-5,07(11) \times 10^{-15}$ berechnet. Dabei werden die im Zuge dieser Arbeit durchgeführten Messungen der DC-Stark Verschiebung des Uhrenübergangs (Kapitel 5) und die anschließende Bestimmung atomaren Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld (Kapitel 5.5) bereits zugrunde gelegt. Die Unsicherheit wird nach dem Gauß'schen Fortpflanzungsgesetz von Messunsicherheiten berechnet. Im Unterschied zur BBR-Korrektur, welche in der Originalpublikation dieser Frequenzmessung [38] gemäß [109] vorgenommen wurde, ist die nun verwendete BBR-Korrektur $1,7 \times 10^{-15}$ geringer. Dies wird im Resümee dieser Frequenzmessung (Abschnitt 3.2.3) aufgegriffen.

Obwohl es zwischen Ofen und Atomen keine direkte Sichtlinie gibt, muss die thermische Strahlung aus dem heißen Ofen berücksichtigt werden, da der Ofen während der Spektroskopie nicht geschlossen wurde und seine thermische Strahlung auch durch Reflexionen an den Wänden des Zeeman-Abbremsers in die Vakuumkammer und durch weitere Reflexionen auch zu den Atomen gelangen kann.

Als ungünstigster Fall wird deshalb angenommen, dass der Zeeman-Abbremsler als Wellenleiter fungiert und sämtliche Schwarzkörperstrahlung des Ofens bis in die Vakuumkammer dringt. Entsprechend wird die Schwarzkörperstrahlung betrachtet, welche von einer kleinen Öffnung in der Wand der Vakuumkammer, mit der Fläche der Kollimierungsblende des Ofens (Abschnitt 3.1.1), abgestrahlt würde, wenn sich diese auf der Temperatur des Ofens von $T = 793$ K befindet. Die unter diesen Umständen zusätzlich auftretende BBR-Verschiebung kann mit dem in [111] bzw. Abschnitt 6.2 entwickelten Modell beschrieben werden. Die zusätzliche BBR-Verschiebung setzt sich aus einem Beitrag $\Delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{dir})}$, aufgrund der direkten Sichtlinie zwischen der gedachten Öffnung und den Atomen, und einem Beitrag $\Delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{diff})}$ von diffus gestreuter Strahlung zusammen:

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{dir})}(793 \text{ K}) &\approx \frac{\Theta}{4\pi} \Delta\nu_{\text{BBR}}(793 \text{ K}) \\ \Delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{diff})}(793 \text{ K}) &\approx \frac{\Theta}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} \Delta\nu_{\text{BBR}}(793 \text{ K}).\end{aligned}\tag{3.4}$$

Dabei ist Θ der Raumwinkel unter welchem die Atome die gedachte Öffnung, mit einem Durchmesser von 2 mm, sehen und $\epsilon \approx 0,2$ [131] der Emissionsgrad der Stahlwände der Vakuumkammer, mit einem Durchmesser von 335 mm.

Gemäß Gleichung 5.37 $\Delta\nu_{\text{BBR}}(793 \text{ K}) = 154$ K. Da aber die Temperatur des Ofens bzw. der gedachten Öffnung weit über der Referenztemperatur in Gleichung 5.37 von $T_0 = 300$ K liegt, wird zur Abschätzung der Schwarzkörperverschiebung auch die T^8 -Temperaturabhängigkeit der dynamischen Verschiebung (Restglied in Gleichung 5.37) berücksichtigt und gemäß Abb. 5.15 mit zusätzlichen 50 Hz abgeschätzt. Damit ergibt sich $\Delta\nu_{\text{BBR}}(793 \text{ K}) = 204$ Hz sowie $|\delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{dir})}| < 2$ mHz und $|\delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{diff})}| < 10$ mHz. Die Summe dieser Beiträge ist kleiner als $2,8 \times 10^{-17}$ relativ zur Uhrenfrequenz.

Frequenzverschiebungen durch den Zeeman-Effekt

Eine Frequenzverschiebung durch den linearen Zeeman-Effekt wird durch die Mittelung der $\Delta m_F = 0$, $m_F = +9/2$ und $\Delta m_F = 0$, $m_F = -9/2$ Übergangsfrequenzen ausgeschlossen, wenn das Magnetfeld während den vier Abfragen zur Bestimmung eines Datenpunktes (vgl. Abb. 3.4, Situation A) konstant ist. Es konnte lediglich eine geringe Drift des Magnetfeldes festgestellt werden. Unter der Annahme, dass die Drift linear ist führt sie während einer einzelnen Abfrage (~ 625 ms) zu einer Änderung der Übergangsfrequenz von $< 0,23$ mHz. Da die beiden abgefragten $m_F = \pm 9/2$ -Übergänge in entgegengesetzte Richtungen verschoben werden, verursacht die Magnetfelddrift eine Verschiebung von $< 0,23$ mHz pro Datenpunkt (vier Abfragen, vgl. Abb. 3.4, Situation A). Dies entspricht 5×10^{-19} relativ zur Uhrenfrequenz und wird vernachlässigt.

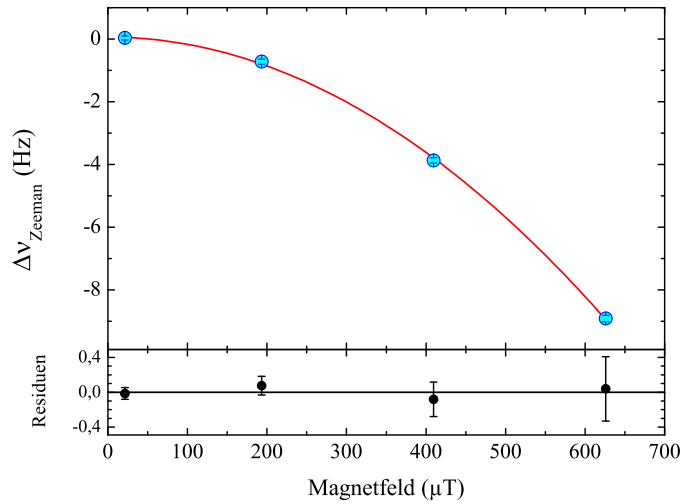


Abb. 3.7: Quadratische Zeeman-Verschiebung, gemessen mit dem Schema der alternierenden Stabilisierung. Jeder Messpunkt entspricht einer Stabilisierungsmessung, in welcher die Atome in Situation A dem Magnetfeld von $23 \mu\text{T}$ und in Situation B dem jeweiligen Magnetfeld (Abszisse) von bis zu $630 \mu\text{T}$ ausgesetzt sind. Die eingezeichnete Linie ist ein Fit der Form $y = aB^2 + c$, die Residuen des Fits sind darunter abgebildet.

Eine Frequenzverschiebung durch den quadratischen Zeeman-Effekt zeigt für die beiden

$\Delta m_F = 0$, $m_F = \pm 9/2$ Übergänge in die gleiche Richtung und wird durch die Mittelung nicht unterdrückt. Sie muss deshalb korrigiert werden, was durch die stets mit aufgezeichnete Zeeman-Aufspaltung vereinfacht wird. Dazu wurde die quadratische Zeemann Verschiebung unter Verwendung des Schemas der alternierenden Stabilisierung (vgl. Abb. 3.4, links) bestimmt, indem in Situation A ein Magnetfeld von $23 \mu\text{T}$ und in Situation B ein Magnetfeld von bis zu $630 \mu\text{T}$ verwendet wurde. Das Magnetfeld wurde unter Verwendung des Koeffizienten für die lineare Zeeman-Verschiebung [93] kalibriert. Die resultierenden Frequenzdifferenzen sind in Abb 3.7 abgebildet. Ein Fit der Form $y = aB^2 + c$ ergibt für den quadratischen Koeffizienten $a = -23,0(3) \text{ Hz/mT}^2$, was in guter Übereinstimmung mit dem Wert in [93] ist. Somit wurde für das Magnetfeld von $23(1) \mu\text{T}$ während der Frequenzmessung eine Korrektur der quadratischen Zeeman-Verschiebung von $0,28(4) \times 10^{-16}$ veranschlagt.

Dichteverchiebung

Obwohl s-Wellenstöße zwischen identischen Fermionen durch das Pauli-Prinzip unterdrückt werden und Beiträge höherer Partialwellen aufgrund der geringen atomaren Temperatur ausgefroren sind, wurden dichteabhängige Frequenzverschiebungen in Strontium-Gitteruhren beobachtet und führten zu einer intensiven Diskussion [60, 132, 133, 134, 135]. Durch räumliche Inhomogenitäten des Abfragestrahls oder durch die Besetzung unterschiedlicher Schwingungsniveaus des Gitters, können sich

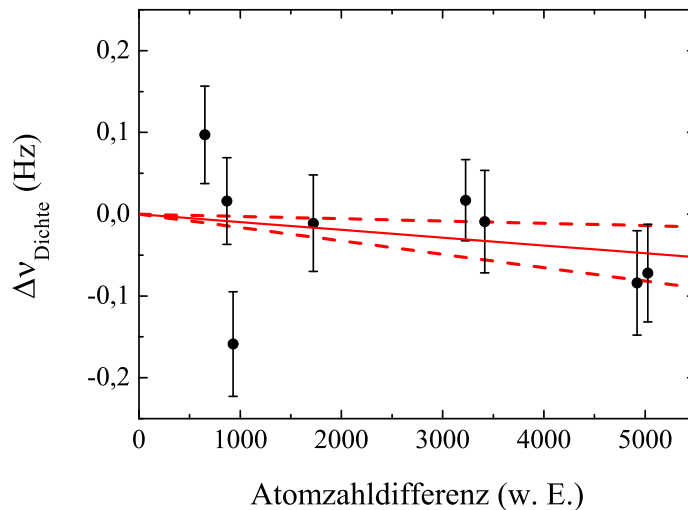


Abb. 3.8: Untersuchung einer möglichen Dichteverschiebung. Gemessen wurde die Frequenzdifferenz zwischen der Referenzatomzahl von etwa 10^4 (bzw. 600 in den willkürlichen Einheiten (w. E.) der Abszisse) und der jeweils untersuchten Atomzahl. Die durchgezogene Linie repräsentiert einen linearen Fit ohne Offset, dessen statistische Unsicherheit durch die gestrichelten Linien bezeichnet wird.

für unterschiedliche Atome unterschiedliche Rabi-Frequenzen ergeben. Dann sind diese unterscheidbar und s-Wellenstöße und verbundene Linienverschiebungen sind möglich. Um dies zu vermeiden wurde während der Messungen auf eine gute Ausrichtung des Abfragestrahls und auf eine gute Strahlqualität geachtet. Zur Untersuchung einer möglicherweise dennoch vorliegenden Dichteverschiebung wurde die Atomzahl im Gitter durch unterschiedlich lange 461 nm MOT-Phasen variiert und die relative Verschiebung in Messungen nach dem Schema der alternierenden Stabilisierung aufgezeichnet. Die sich ergebenden Messpunkte sind in Abb. 3.8 dargestellt. Da keine signifikante Abhängigkeit der Temperatur der Atome im Gitter von der jeweiligen Atomzahl beobachtet wurde, wird davon ausgegangen, dass die Dichte proportional zur Atomzahl ist. Im vorliegenden Aufbau konnte die absolute Atomzahl lediglich mit geringer Genauigkeit bestimmt werden, während relative Unterschiede mit hoher Genauigkeit und guter Reproduzierbarkeit bestimmt werden konnten. Deshalb wird darauf verzichtet, die willkürlichen Einheiten der Abszisse in Abb. 3.8 in Atomzahlen umzurechnen.

Theoretische Betrachtungen [134] ergeben, dass eine Dichteverschiebung stark von der jeweiligen Anregungswahrscheinlichkeit abhängen kann, welche zur Streuung der Messdaten beiträgt und durch die Unsicherheit des Fits in Abb. 3.8 berücksichtigt wird. Da die Anregungswahrscheinlichkeit während der Frequenzmessung nicht so gut kontrolliert wurde, wie in den Messungen zur Untersuchung der Dichteverschiebung, wird die aus dem Fit resultierende Unsicherheit verdreifacht auf die Frequenzmessung übertragen. Damit ergibt sich eine Korrektur der Frequenzmessung von $0,1(2) \times 10^{-16}$.

Weitere Korrekturen und Unsicherheiten

Gravitationsrotverschiebung Da die effektive Position der Atome in der Cäsium-Fontäne 11(10) cm oberhalb der Position der Strontiumatome liegt, ergibt sich wegen der Gravitationsrotverschiebung eine Korrektur von $0,1(1) \times 10^{-16}$. Die Höhendifferenz wurde mittels Triangulation zwischen den beiden 200 m von einander entfernten Gebäuden bestimmt.

Linienversatz Trotz der sorgfältigen Präparation der m_F -Zustände für die Uhrenübergangsabfrage (Abb. 3.2) können eventuell Atome in benachbarten m_F -Zuständen vorhanden sein, die nicht vollständig entfernt wurden. Diese führen dann zu einem asymmetrischen Untergrund und verursachen dadurch einen Linienversatz(oder engl. „line pulling“). Während der Frequenzmessung betrug die Aufspaltung zwischen benachbarten Zeeman-Komponenten lediglich 25 Hz. Jedoch kann aufgrund der guten Signalqualität (vgl. Abb. 3.3) die Besetzung benachbarter Niveaus nicht größer als 5 % sein. Dies führt zu einer Unsicherheit von 4×10^{-17} .

Servo-Fehler Die Kurzzeitstabilität zwischen zwei Datenpunkten wird durch den Resonator des Uhrenlasers bestimmt. Die Drift der Resonatorlänge wird (wie in Abschnitt 3.1.4 beschrieben) in erster Ordnung korrigiert. Falls Nichtlinearitäten der Resonatordrift auftreten führen diese jedoch zu einem Servo-Fehler. Während der Frequenzmessung wurden Änderungen der Driftrate $\ddot{\nu}_{\text{res}}$ von bis zu $2 \times 10^{-5} \text{ Hz/s}^2$ beobachtet. Der gemäß Gleichung 3.3 resultierende Servo-Fehler beträgt 2,5 mHz bzw. 6×10^{-18} .

AOM-Chirp Die optische Weglängenstabilisierung zwischen dem Uhrenlaseraufbau und den Atomen wird, wie die Abfrage des atomaren Übergangs, gepulst betrieben. Sämtliche damit verbundenen Störungen tragen weniger als $< 2 \times 10^{-17}$ zur relativen Unsicherheit der Uhrenfrequenz bei (Abschnitt 3.1.2).

Effizienz des Schalt-AOM Der Schalt-AOM des Uhrenlasers, welcher auch eingesetzt wird um die Flanken und die unterschiedlichen m_F -Komponenten des Uhrenübergangs zu adressieren, kann durch eine frequenzabhängige Effizienz zu systematisch unterschiedlicher Intensität, und dadurch zu systematisch unterschiedlicher Anregungswahrscheinlichkeit führen. Eine Messung der Leistung des Uhrenlaserstrahls hinter der Faser zu den Atomen, in Abhängigkeit von der AOM-Frequenz ergab, dass dies lediglich mit 2×10^{-18} zur relativen Unsicherheit beiträgt.

Tunneln zwischen den Gitterplätzen Im Gegensatz zu den meisten Strontium-Gitteruhren wird in dieser Arbeit ein horizontales Gitter eingesetzt, sodass Tunneln zwischen den Gitterplätzen nicht – wie in einem vertikalen Gitter durch energetische Verstimmung – unterdrückt wird (Abschnitt 3.1.1). Deshalb ist ein tieferes Gitter erforderlich, um Tunneln zwischen den Gitterplätzen zu vermeiden. Während der Frequenzmessung betrug die Gittermodulationstiefe $125 E_{rg}$ und die Temperatur der

Atome $5 \mu\text{K}$, damit befinden sich 77 % der Atome im niedrigsten Energieband (Abschnitt 2.2.3). Als obere Grenze einer systematischen Unsicherheit aufgrund von Tunneln der Atome zwischen benachbarten Gitterplätzen, wird die halbe Breite des ersten angeregten Energiebands von $1,6 \times 10^{-17}$ [125] relativ zur Uhrenfrequenz angenommen.

Doppler-Effekt zweiter Ordnung Als Doppler-Effekt zweiter Ordnung wird die relativistische Zeitdilatation aufgrund der Bewegung der Atome bezeichnet. Die resultierende Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ kann, für eine mittlere quadratische Geschwindigkeit $\langle v^2 \rangle$, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit c ist ($\langle v^2 \rangle \ll c^2$), abgeschätzt werden zu

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx \frac{1}{2} \frac{\langle v^2 \rangle}{c^2}. \quad (3.5)$$

Sie führt damit lediglich zu einer systematischen Unsicherheit von $\ll 10^{-18}$ relativ zur Uhrenfrequenz und kann damit vernachlässigt werden.

3.2.3 Ergebnis und Unsicherheitsbudget

Die Übergangsfrequenz des $5s^2 \ ^1\text{S}_0 - 5s5p \ ^3\text{P}_0$ Uhrenübergangs in ^{87}Sr beträgt gemäß der präsentierten Frequenzmessung $429\,228\,004\,229\,872,9(5)$ Hz. Die einzelnen Unsicherheitsbeiträge wurden in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2 beschrieben und sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Der ermittelte Wert ist in guter Übereinstimmung mit den in anderen Instituten gemessenen Frequenzen des ^{87}Sr -Uhrenübergangs [37, 136, 137, 138, 39]. In Abb. 3.9 wird er mit den genauesten Messungen anderer Institute verglichen. Der ^{87}Sr -Uhrenübergang wurde bereits im Jahr 2009 vom Comité International des Poids et Mesures (CIPM) als sekundäre Repräsentation der Sekunde (engl. „secondary representation of the second“) empfohlen [140]. Der dem CIPM im September 2012 vom Consultative Committee for Time and Frequency (CCTF) empfohlene Wertebereich [139] ist in Abb. 3.9 grau-gestrichelt markiert.

In der hier beschriebenen Frequenzmessung, wie auch in den am JILA (Boulder, USA) [37], an der Universität Tokyo (Japan) [137], von den Instituten NICT, CREST und PRESTO (Tokyo, Japan) [138] und am SYRTE [39] durchgeführten Frequenzmessungen des ^{87}Sr -Uhrenübergangs, wurde die erreichte Genauigkeit durch die Rückführung auf die SI-Sekunde begrenzt, während die relative systematische Unsicherheit des jeweiligen Strontium-Frequenzstandards als deutlich geringer abgeschätzt wurde. In der hier präsentierten Frequenzmessung, der Frequenzmessung am JILA [37] und in den kürzlich am SYRTE [39] durchgeführten Frequenzmessungen ist sie bereits $< 2 \times 10^{-16}$ und wird begrenzt durch die Kenntnis der BBR-Korrektur.

Mit der im Zuge dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Bestimmung der BBR-Verschiebung (Kapitel 5 und 5.5 bzw. Abschnitt 5.5.3) können in Zukunft zehnfach geringere systematische Unsicherheiten für die Strontium-Gitteruhr erreicht werden, wenn die Umgebungstemperatur der Atome entsprechend genau (auf ~ 70 mK bei Raumtemperatur) bekannt ist, was für die hier beschriebene, bereits zwei Jahre zuvor durchgeführte Frequenzmessung, nicht der Fall ist. Deshalb führt die nun vorhandene und hier auch verwendete Kenntnis der BBR-Korrektur noch nicht zu einer deutlich

Tab. 3.1: Frequenzkorrekturen und deren Unsicherheiten

Quelle	Korrektur (10^{-16})	Unsicherheit (10^{-16})
Gitter (Skalar & Tensor)	-0,2	0,5
Hyperpolarisierbarkeit	0	0,2
E2- & M1-Stark-Verschiebungen	0	0,2
Abfragelaser	0,2	0,2
Thermische Strahlung (Raumtemperatur)	50,8	1,1
Thermische Strahlung (Ofen)	0,28	0,28
Zeeman-Effekt zweiter Ordnung	0,28	0,04
Dichteverschiebung	0,1	0,2
Gravitationsrotverschiebung	0,1	0,1
Linienversatz	0	0,4
Servo-Fehler	0	0,06
AOM-Chirp	0	0,2
Effizienz des Schalt-AOM	0	0,02
Tunneln	0	0,16
Bilanz Sr	51,5	1,4
fs Frequenzkamm und 200 m RF-Verbindung	0	1,5
RF-Elektronik	0	4,0
Realisierung der Sekunde	-	7,6
Messstatistik (60 500 s)	-	5,7
Bilanz aller Beiträge	51,5	10,5

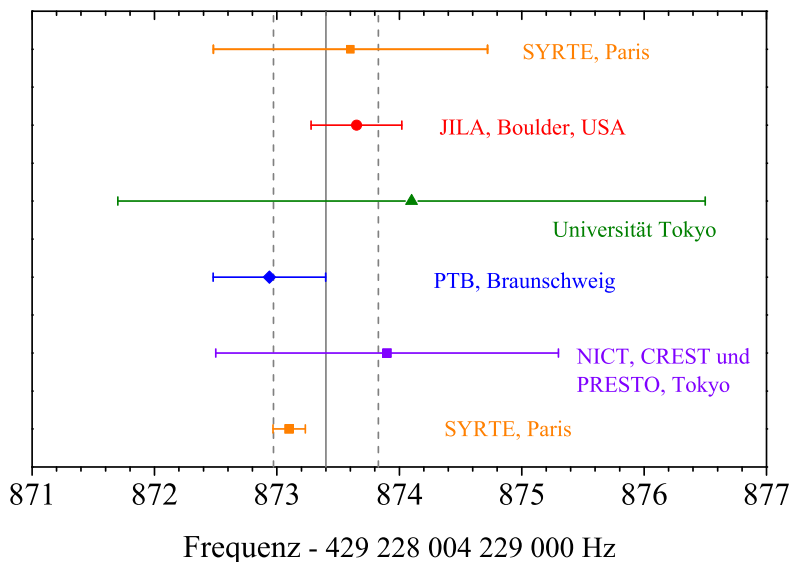


Abb. 3.9: In verschiedenen Instituten gemessene Frequenzen des ^{87}Sr -Uhrenübergangs (SYRTE [136, 39], JILA [37], Universität Tokyo [137], PTB [38], sowie NICT, CREST und PRESTO [138]). Die gestrichelten Linien markieren die Empfehlung des CCTF für die Frequenz des ^{87}Sr -Uhrenübergangs als alternative Repräsentation der Sekunde [139].

verbesserten Sr-Unsicherheitsbilanz. Allerdings ist nun die Größe der angebrachten BBR-Korrektur (Abschnitt 3.2.2) um $1,7 \times 10^{-16}$ geringer als in der Originalpublikation der hier beschriebenen Frequenzmessung [38]. Dieser Unterschied von 75 mHz ist bereits größer als die systematische Gesamtunsicherheit der Strontium-Gitteruhr selbst. Gegenüber der deutlich größeren Gesamtunsicherheit der Frequenzmessung von 500 mHz ist der Unterschied jedoch vernachlässigbar klein und der publizierte Frequenzwert muss nicht geändert werden. Experimente zur Messung der BBR-Verschiebung des Strontium-Uhrenübergangs werden auch in den Gruppen um Hidetoshi Katori (Universität Tokyo, Japan), Jun Ye (JILA, USA) und Patrick Gill (NPL, GB) vorbereitet.

Weitere große Unsicherheitsbeiträge werden durch die anderen AC-Starkverschiebungen, insbesondere durch die Qualität der magischen Wellenlänge des Gitters verursacht. Die Unsicherheit, welche von der AC-Stark-Verschiebung durch das Gitter hervorgerufen wird, kann durch eine akkurate Realisierung der magischen Wellenlänge und durch eine Intensitätsstabilisierung des Gitterstrahls auf unter 1×10^{-17} reduziert werden. Auch die Unsicherheit, die für einen möglichen Linienversatz durch Atome in benachbarten m_F -Zuständen berücksichtigt wurde, kann durch eine detailliertere Untersuchung des Linienversatzes bei unterschiedlich großen Zeeman-Aufspaltungen reduziert werden. Ähnlich ist die Situation für die anderen Beiträge. Auch diese sollten durch einen detailliertere Untersuchung auf unter 10^{-17} reduziert werden können.

Eine zusätzliche Verbesserung ergibt sich, wenn Laser mit schmalere Linienbreite [16, 61, 62] und geringerer Instabilität zur Abfrage eingesetzt werden. Durch die längere Abfragepulsdauer wird die Unsicherheit durch AOM-Chirp reduziert. Gleichzeitig sinkt

die notwendige Intensität des Abfragepulses, sodass auch die AC-Stark-Verschiebung durch das Abfragelicht geringer ausfällt.

Kapitel 4

Langstreckentransport ultrakalter Atome in einem stark verstimmtten optischen Gitter

Dieses Kapitel beschreibt den Aufbau und Betrieb eines bewegbaren eindimensionalen optischen Gitters, bei dem nicht allein das Interferenzmuster, sondern auch die Foki der Gitterstrahlen bewegt werden. Dazu werden die Gitteroptiken mittels luftgelagerter Verschiebetische simultan verschoben. In Abschnitt 4.1 wird die experimentelle Realisierung des bewegbaren Gitters beschrieben. Anhand der gemessenen Abweichungen von einer perfekten Translation der Optiken wird die Beeinträchtigung der Falleneigenschaften während des Transports untersucht. In Abschnitt 4.2 wird der effiziente Atomtransport über eine Distanz von 5 cm mit kaum messbarem Aufheizen der Atome sowie die Integration in den Uhrenbetrieb der Strontium-Gitteruhr beschrieben. Ein Teil der in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse wurde bereits in Middelman et al., *New Journal of Physics* **14** 073020 (2012) veröffentlicht und wird hier ausführlicher dargestellt.

4.1 Experimentelle Realisierung eines mechanisch bewegten optischen Gitters

4.1.1 Anforderungen an den Transport

Ziel ist es, die Atome zur Abfrage mit dem Uhrenlaser in eine wenige Zentimeter entfernte Umgebung zu transportieren, um sie dort unter gut kontrollierten Bedingungen abzufragen (Kapitel 5 und 6). Die typische Zyklusdauer, welche für eine Abfrage benötigt wird, beträgt 300 ms (^{88}Sr) bzw. 600 ms (^{87}Sr). Eine zusätzliche Transportdauer geht zweifach ein, da die Atome zur Detektion des angeregten Anteils wieder zurück transportiert werden müssen. Um die Zyklusdauer nicht allzu sehr zu verlängern, ist es deshalb erstrebenswert, die Transportdauer kurz zu halten. Weitere Anforderungen an den Transport sind, dass das Verhältnis von angeregten und nicht angeregten Atomen durch den Transport nicht beeinflusst wird, dass die Spektrosko-

pie nicht durch etwaige Restbewegung oder durch Aufheizen der Atome beeinträchtigt wird und dass Transportverluste das Signal-Rausch-Verhältnis nicht reduzieren.

Es liegt nahe, das ohnehin schon vorhandene optische Gitter für den Transport einzusetzen. Dazu wäre es am einfachsten, die Frequenz der beiden Gitterstrahlen gegeneinander zu verstimmen und die Atome im laufenden Interferenzmuster zu transportieren. Jedoch wird das Gitter mit der magischen Wellenlänge betrieben, was bedeutet, dass es gegenüber der nächsten atomaren Resonanz stark verstimmt ist und somit die Wechselwirkungsenergie zwischen Gitterstrahl und Atomen gering ist (Abschnitt 2.2.3). Deshalb wird der Gitterstrahl fokussiert, um ein ausreichend tiefes Fallenpotential zu erzielen, das die Atome gegen Gravitation und ihre eigene Bewegung hält. Damit ist ein Transport auf das Zentrum der Rayleigh-Zone beschränkt, also auf etwa einen Zentimeter. Um den Transport über etwa 50 mm in einem bewegten Gitter durch Verstimmung der Gitterstrahlen gegeneinander zu realisieren, müsste die Rayleigh-Länge zumindest 60 mm betragen. Dies würde einen Strahltaillenradius von etwa $w_0 \approx 0,13$ mm erfordern. Wegen des schwächeren horizontalen Einschlusses wäre dann im horizontalen Gitter eine 8-fach höhere Gitterleistung als im aktuellen Aufbau vorhanden notwendig (Abschnitt 2.2.3, Gleichung 2.36 und dort gemachte Folgerungen). Werden jedoch die optischen Komponenten des Gitters (und somit auch der Gitterfokus) zusammen mit den Atomen bewegt, so sind weit größere Transportdistanzen auch mit einem stärker fokussierten Strahl möglich.

Im Zuge dieser Arbeit wurde ein Aufbau konzipiert und aufgebaut, der die Gitteroptiken auf beiden Seiten der Vakuumkammer simultan verschiebt (Abb. 4.1). Dazu sind die optischen Komponenten an luftgelagerten Verschiebetischen montiert, welche von speziell konstruierten Gerüsten gehalten werden. Dies ist in Abb. 4.1 schematisch dargestellt.

4.1.2 Der optomechanische Aufbau

Die mechanische Bewegung der optischen Komponenten bringt zusätzliche Komplikationen mit sich. Zum einen kann der Überlapp der beiden Gitterstrahlen durch die Bewegung beeinträchtigt werden, zum anderen können Vibrationen auftreten, welche die Atome aufheizen oder die Uhrenspektroskopie stören.

Die beiden Gitterfoki von hin- und rücklaufendem Strahl müssen während der Bewegung und für alle Transportdistanzen überlappen, damit das Gitter erhalten bleibt. Bereits für einen Strahltaillenradius $w_0 = 65 \mu\text{m}$, der in Bezug auf die Falleneigenschaften eher groß ist¹, resultieren hohe Anforderungen an die Ausrichtung der Bewegungsachsen beider Verschiebetische aufeinander (besser als $100 \mu\text{rad}$). Zudem sollte positionsabhängiges und dynamisches Nicken und Gieren der Verschiebetische vermieden werden bzw. geringer als wenige $5 \mu\text{rad}$ sein. Auch Vibrationen sollten möglichst nicht auftreten, um transportverursachtes Heizen und Störungen bei der Uhrenspektroskopie zu vermeiden. Deshalb wurden luftgelagerte Verschiebetische (ABL 10100 der Firma Aerotech) ausgewählt, welche diesen Anforderungen genügen.

In den Verschiebetischen kommen bürstenlose Linearmotoren zum Einsatz, wo-

¹Vgl. Abb. 2.2.3 und den dort diskutierten Einfluss der Gravitation.

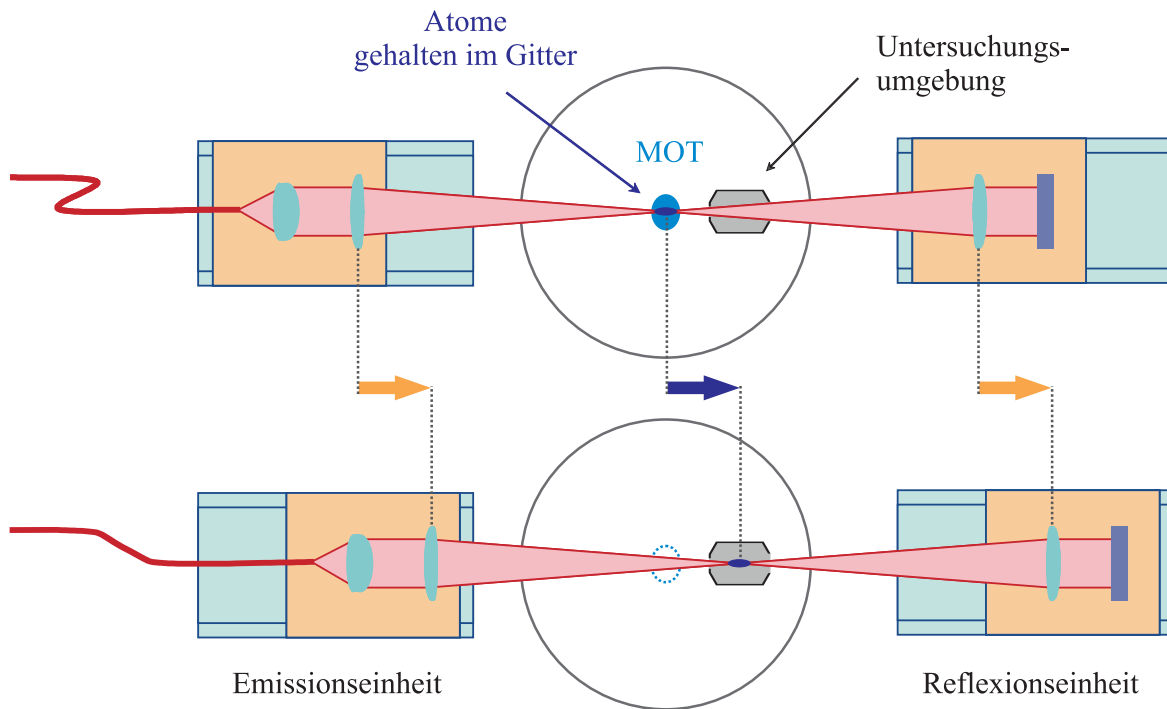


Abb. 4.1: Schematische Darstellung der Anordnung zur Realisierung des bewegten optischen Gitters. Atome werden von der magneto-optischen Falle (MOT) in das Gitter geladen (oberer Teil) und in die Untersuchungsumgebung transportiert (unterer Teil), indem die optischen Komponenten des Gitters auf beiden Seiten der Vakuumkammer von luftgelagerten Verschiebetischen verschoben werden.

durch in Verbindung mit dem Luftlager Vibrationen auf ein Minimum reduziert werden. Der bewegte Schlitten umschließt die Schiene U-förmig und wird durch attraktive Magnetfelder auf die Schiene gepresst. Ein Luftpolster zwischen Schiene und Schlitten sorgt für einen geringen Abstand. Das Gesamtgewicht einer Verschiebeeinheit beträgt 6,4 kg, die bewegte Masse ohne Zuladung beträgt 1,9 kg. Dabei ist jede Verschiebeeinheit 310 mm lang und 160 mm breit, bei einer Höhe von 50 mm. Sie ermöglichen eine Verschiebung um bis zu 100 mm, eine maximale Geschwindigkeit von 300 mm/s und eine maximale Beschleunigung von 10 m/s².

Da die Verschiebetische im wesentlichen aus Aluminium gefertigt sind, haben sie keine hohe Eigensteifigkeit. Deshalb ist für einen optimalen Betrieb die Ebenheit ($1\ \mu\text{m}$ über $50 \times 50\ \text{mm}^2$) und die Stabilität der Basis, an der sie montiert werden entscheidend. Um sie in das vorhandene Experiment zu integrieren, sind sie hängend an je einer eigenen Basisplatte montiert, die aus spannungsarmem Dural (EN AW 5083) PTB-intern gefertigt wurde. Jede der beiden Basisplatte hat eine Ebenheit von besser als $3\ \mu\text{m}$ über ihre gesamte Fläche ($310 \times 160\ \text{mm}^2$) und ist 60 mm stark. Um das Eigengewicht zu reduzieren, sind in die Rückseite Taschen gefräst. Eine zentrale Belastung mit 8 kg führt zu einer Durchbiegung von ca. $1\ \mu\text{m}$. Jede Basisplatte hat drei Füße, die auf einem Gerüst, wie in Abb. 4.2 gezeigt, aufsetzen.

Die beiden Gerüste sind aus schwachmagnetischem Stahl (EN 1.4301) gefertigt

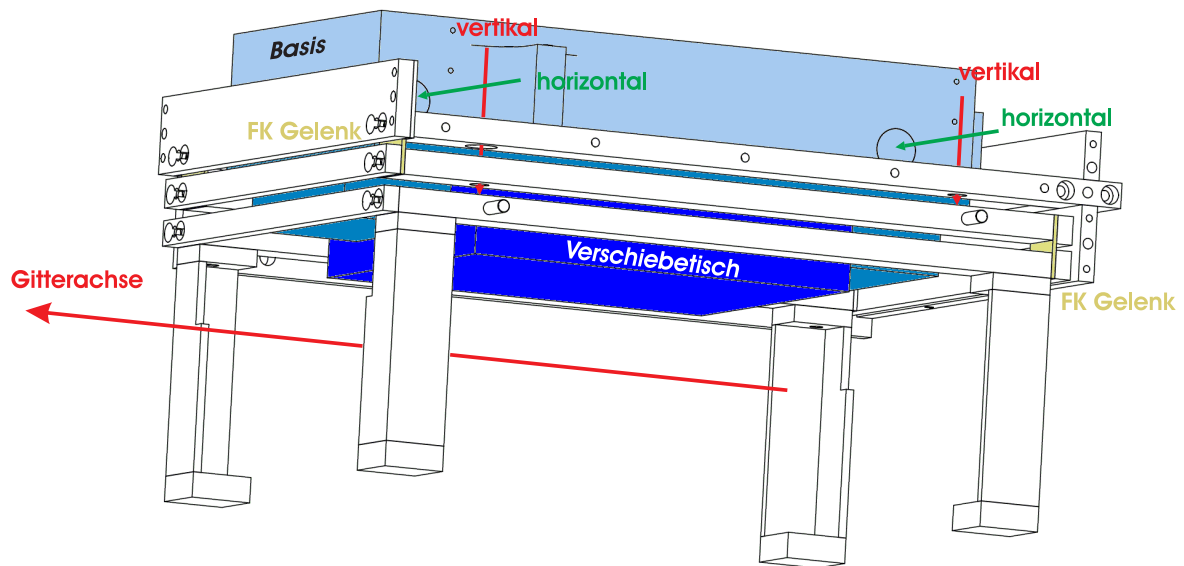


Abb. 4.2: Verschiebetisch-Gerüst. Die Basisplatte, an welcher der luftgelagerte Verschiebetisch hängt, wird unterstützt von drei übereinanderliegenden Rahmen die jeweils durch Festkörpergelenke (FK) verbunden sind. Dies ermöglicht sowohl eine Winkel- als auch eine Positionsänderung in vertikaler Richtung. Um die Basisplatte auf dem obersten Rahmen in der horizontalen Ebene zu positionieren, kann sie mit Feingewindeschrauben (je zwei links und rechts) verschoben werden.

und bestehen aus drei übereinander befindlichen Rahmen, die jeweils auf einer Seite durch Festkörpergelenke verbunden sind. Der unterste Rahmen wird von vier Füßen unterstützt durch diese am optischen Tisch befestigt. Auf dem obersten Rahmen setzen die drei Füße der Basis auf. Eine Durchbiegung des obersten Rahmens wird durch seitlich angeschraubte, vertikal ausgerichtete Platten verhindert. In Abb. 4.2 ist die entsprechende, dem Betrachter zugewandte Trägerplatte nicht eingezeichnet, da sie die Justage-Mimik verdecken würde. Den Festkörpergelenken jeweils gegenüber erlauben je zwei Mikrometerschrauben die Distanz zwischen dem obersten und dem mittleren, bzw. dem mittleren und dem untersten Rahmen einzustellen. So können präzise vertikale Verkippungen von bis zu $\pm 1^\circ$ bzw. Höhenänderungen von bis zu ± 5 mm eingestellt werden. In die Füße sind ca. 1 mm herausragende Bronze-Stifte eingesetzt, damit die Füße gut auf dem obersten Stahlrahmen gleiten. Durch je zwei Feingewindeschrauben auf jeder Seite des Gerüsts kann die Basisplatte in der horizontalen Ebene positioniert werden (± 7 mm bzw. $\pm 1^\circ$). Bis auf die geschweißten Füße des Gerüsts sind alle Verbindungen durch Schrauben realisiert, um Verspannungen durch das Schweißen zu vermeiden.

Damit die eingestellte Positionierung der Basisplatten fixiert werden kann, können die einzelnen Rahmen relativ zum Obersten arretiert werden. Dazu ragen Stifte, welche in den jeweiligen Rahmen eingepasst sind, durch die seitlichen Trägerplatten (in Abb. 4.2 wie erwähnt nicht eingezeichnet) hindurch und können durch eine aufschieb-
bare Platte (Spielpassung) an der Trägerplatte arretiert werden. Für die horizontale Arretierung werden zwei Klemmbügel eingesetzt, die oberhalb der Basis verlaufen und

die Füße der Basis auf die Auflage drücken. Sie werden durch Schrauben von oben an den seitlichen Trägerplatten festgezogen. Sowohl die Fixierung der Verschiebetische auf ihrer jeweiligen Basisplatte als auch die Fixierung der Optikgrundplatte an der die Optiken montiert sind, können den optimalen Betrieb beeinträchtigen. Entsprechend sollten die Verbindungsschrauben wechselweise und idealer Weise unter Beobachtung der positionsabhängigen Verkipfung der Verschiebetische angezogen werden

Die Optiken sind dicht an den Verschiebetischen befestigt, damit das zusätzliche Trägheitsmoment möglichst gering ist. Justagefreiheitsgrade der Optiken sind auf das Nötigste reduziert, um eine hohe Stabilität zu gewährleisten. Die Gitteremissionsoptiken sind in einer mikrooptischen Bank montiert. Das Gitterlicht wird aus einer kommerziellen polarisationserhaltenden LMA Faser emittiert, und durch eine Linse, deren Position in Strahlrichtung einstellbar ist, kollimiert. So tritt es durch eine $\lambda/2$ -Platte, einen polarisierenden Strahlteiler und die Gitterlinse. Letztere kann mittels einer zweiachsigen XY-Mimik lateral positioniert werden. Die Linse hat eine Brennweite von $f_{\text{lat}} = 400$ mm und fokussiert den Gitterstrahl auf einen Tailenradius $w_0 = 65$ μm . Durch die zweite Gitterlinse am Reflexionsschlitten wird der Strahl wieder kollimiert und vom Gitterspiegel reflektiert. Auch die zweite Gitterlinse ist an einer X-Y-Mimik montiert, jedoch kommt hier keine mikrooptische Bank zum Einsatz, da der Spiegel ohnehin separat und justierbar montiert ist. Die grobe Ausrichtung der Optiken auf dem Emissionsschlitten kann durch Positionierung der Optikgrundplatte vorgenommen werden. Zur Feinausrichtung der Gitterstrahlrichtung auf die Bewegungsachse des Schlittens wird die laterale Positionierung der Gitterlinse verwendet und die Parallelität auf besser als 130 μrad eingestellt.

4.1.3 Transportbedingte Beeinträchtigungen des optischen Gitters

Es gibt drei wesentliche Fehlerquellen, die den Überlapp der Gitterfoki beeinflussen. Diese wurden vor Inbetriebnahme des bewegten Gitters untersucht und quantifiziert:

1. *Statisches Gieren und Nicken der Schlitten in Abhängigkeit von ihrer Position.* Zur Untersuchung wird ein Autokollimator² eingesetzt und die Verkipfung eines auf dem Schlitten montierten Spiegels bei verschiedenen Schlittenpositionen aufgezeichnet. Das statische Gieren wird vor allem von der Qualität der Verschiebetische bestimmt und ist für beide Einheiten $< \pm 5$ μrad . Das statische Nicken der auf den Basisplatten (Abschnitt 4.1.2) montierten Verschiebetische im aufrechten Betrieb, ist ebenfalls $< \pm 5$ μrad . Im Überkopfbetrieb kommt jedoch das Nicken des Gerüsts hinzu. Im Fall der Emissionseinheit heben sich diese Beiträge beinahe auf, im Fall der Reflexionseinheit haben sie beide die gleiche Richtung und führen zu einer Gesamtverkipfung von $< \pm 13$ μrad . Die statische Verkipfung beider Optiken relativ zueinander ist damit $< \pm 15$ μrad . Ihr Effekt wird durch die Reflexion etwa verdoppelt und führt zu einem radialem Versatz zwischen den Foki von etwa $\Delta r_s = 13$ μm .

²Eine Leihgabe von Herrn A. Just, Arbeitsgruppe 5.23

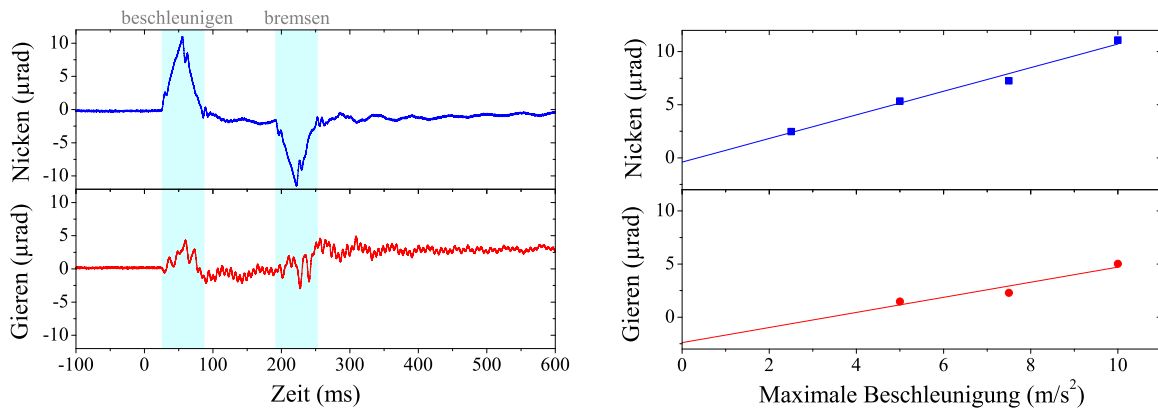


Abb. 4.3: Dynamisches Nicken und Gieren einer Verschiebeeinheit in Überkopf-Montage. Links: Während einer Bewegung um 50 mm, mit linearem Beschleunigungsprofil, unter Ausschöpfung des vollen Leistungsvermögens ($a_{\max} = 10 \text{ m/s}^2$, $v_{\max} = 300 \text{ mm/s}$) aufgezeichnete Verkipfung (Mittelwert von 16 Spuren). Die Beschleunigungs- und die Bremsphase sind türkis hinterlegt. Rechts: Spitzenverkipfung in Abhängigkeit von der maximalen Beschleunigung. Die lineare Abhängigkeit des dynamischen Nickens von der Beschleunigung wird durch die lineare Anpassung und den kaum vorhandenen Achsenabschnitt bestätigt. Für das Gieren trifft dies nicht zu, da die Amplitude geringer ist und positionsabhängiges Gieren hinzukommt.

2. *Dynamisches Gieren und Nicken aufgrund der Beschleunigung* (Abb. 4.3): Zur Untersuchung trifft ein aufgeweiteter Laserstrahl auf den Spiegel, der auf dem Schlitten montiert ist. Ein Teil des zurückreflektierten Lichtes wird durch einen Strahlteiler ausgekoppelt und auf eine Vierquadranten-Photodiode fokussiert. Eine Positionsänderung x auf der Photodiode entspricht dann einem Winkel $\beta = x/(2f)$, wobei f die Brennweite der fokussierenden Linse ist. Bezogen auf ihre Schienen weisen die Schlitten vor allem ein Trägheitsmoment in vertikaler Richtung auf, entsprechend ist das dynamische Nicken etwa dreimal größer als das dynamische Gieren ($< \pm 3 \mu\text{rad}$). Das dynamische Nicken ist proportional zur Beschleunigung und beträgt bei der maximalen Beschleunigung von 10 m/s^2 $12 \mu\text{rad}$ ($16 \mu\text{rad}$) und ist der Beschleunigung entgegengerichtet. Bei der Verschiebung des Gitters werden beide Schlitten gleichzeitig in die gleiche Richtung beschleunigt, was dazu führt, dass die beiden Gitterfoki extremal auseinander laufen. Es resultiert ein radialer Versatz der beiden Foki von etwa $\Delta r_{\text{dyn,max}} = 26 \mu\text{m}$ bei maximaler Beschleunigung.
3. *Auseinanderlaufen der Foki wegen Fehlausrichtung der Bewegungsachsen*. Zur Feinausrichtung der Bewegungsachsen aufeinander werden die Gitteroptiken ohne den Gitterspiegel eingesetzt und zuerst der Strahl hinter der Gitterlinse der Reflexions-Einheit durch Variation der relativen Schlittenposition kollimiert. Dann wird er durch eine ortsfeste Linse der Brennweite f fokussiert und die Schlitten werden um Δz hin und her gefahren. Die Position des Fokus in der Brennebene ändert sich dabei um Δx und wird mit einer Strahlprofilkamera aufgezeich-

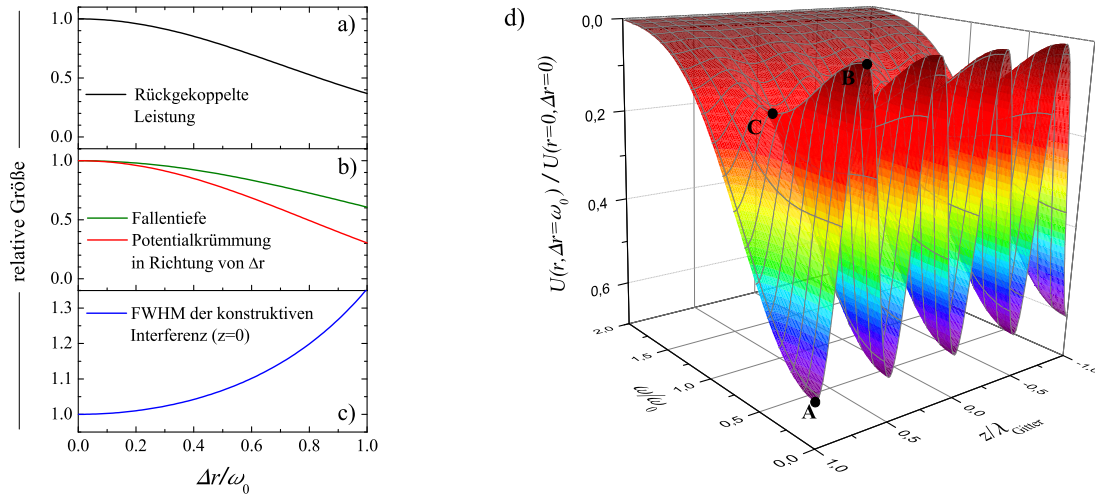


Abb. 4.4: Auswirkungen eines radialen Strahlversatzes Δr auf das Gitterpotential. a) Abfall des zurück in die Faser gekoppelten Lichtes als Funktion von Δr . b) Potentialtiefe im Zentrum eines Gitterplatzes (grün) und Potentialkrümmung gemäß Gl. 4.4. c) Halbwertsbreite (FWHM) der konstruktiven Interferenz ($z = 0$) in Richtung des radialen Versatzes. d) Aus dem Interferenzmuster zweier paralleler Laserstrahlen mit einem radialen Strahlversatz $\Delta r = w_0$ resultierendes Fallenpotential.

net. Der Winkel zwischen den beiden Bewegungsrichtungen berechnet sich zu $\beta = \Delta x \cdot f_{lat} / f \cdot \Delta z$. Nun kann die Ausrichtung durch Justage des Gerüsts auf der Reflexionsseite optimiert werden. Die so erzielbare verbleibende Fehlausrichtung der Bewegungsachsen ist $\beta \leq 50 \mu\text{rad}$. Der entsprechende radiale Versatz der beiden Foki beträgt $\Delta r_a = 2\beta \cdot \Delta z \leq 10 \mu\text{m}$. Durch diese Vorgehensweise wird die unter 1. besprochene statische Verkippung der Optiken teilweise durch eine Fehlausrichtung kompensiert. Wird der Gitterspiegel in der Mitte der Transportstrecke justiert, so kann $\Delta r_a \leq \pm 5 \mu\text{m}$ erreicht werden.

Zusammenfassend lässt sich der maximale, während des Transports zu erwartende radiale Versatz der beiden Gitterfoki als Summe der Beiträge aus 2. und 3. abschätzen, da 1. in 3. enthalten ist. Damit ergibt sich für $\Delta r_{max} \approx 31 \mu\text{m}$.

Ein gutes Maß zur optischen Quantifizierung des radialen Versatzes ist der Anteil optischer Leistung, welcher zurück in die Faser gekoppelt wird. Dieser wird auf der anderen Seite der Faser durch einen Faraday Isolator ausgekoppelt und mit einer Photodiode gemessen. Der zurück auf die Faser treffende Strahl wird durch die selben Strahlparameter beschrieben, wie der von der Faser emittierte Strahl. Deshalb wird der Anteil des zurück gekoppelten Lichts durch die Faltung des Strahlprofils mit sich selbst beschrieben, also durch ein Gauß-Profil, das $\sqrt{2}$ -mal breiter ist als das Gauß-Profil des einlaufenden Strahls (Abb. 4.4a):

$$P/P_{\max} = \exp(-\Delta r^2/w_0^2), \quad (4.1)$$

Damit ergibt sich für den radialen Versatz der beiden Foki:

$$|\Delta r| = w_0 \sqrt{\ln(P/P_{\max})}. \quad (4.2)$$

Das Fallenpotential ist proportional zum Quadrat der Summe der elektrischen Felder beider Laserstrahlen und wird im Fokus für den Fall $\Delta r = 0$ durch Gleichung 2.33 mit $z = 0$ beschrieben. Bei einem radialen Strahlversatz Δr verringert sich das Fallenpotential im Zentrum einer Gitterplatzes wie

$$U_0(\Delta r)/U_0 = \exp(-\Delta r^2/2w_0^2) = \sqrt{P/P_{\max}}, \quad (4.3)$$

in Abb. 4.4b in grün dargestellt. Neben der Reduktion der Amplitude der konstruktiven Interferenz kommt es durch den radialen Versatz auch zu einer Verbreiterung der konstruktiven Interferenz (Abb. 4.4c) in der Richtung des Versatzes, was eine Verringerung der Potentialkrümmung in dieser Richtung zur Folge hat. Da sich die Fallenfrequenzen gemäß Gleichung 2.34 aus der Potentialkrümmung ergeben, wird die radiale Entartung der Fallenschwingungen somit aufgehoben.

Die Potentialkrümmung (rote Kurve in Abb. 4.4b) beschreibt der Term zweiter Ordnung einer Reihenentwicklung um das Potentialminimum in Abhängigkeit vom radialen Strahlversatz:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} U(r, z, \Delta r) \right)_{r,z=0} = U_0 (1 - \Delta r^2/2w_0^2) \exp(-\Delta r^2/2w_0^2). \quad (4.4)$$

Für die Fallenfrequenzen ν_x , ν_y und ν_z gilt in guter Näherung im Bereich $\Delta r < w_0$, unter der Annahme das der radiale Versatz o.B.d.A. in x -Richtung vorliegt:

$$\begin{aligned} \nu_x(\Delta r)/\nu_x(\Delta r = 0) &\approx \sqrt{1 - \Delta r^2/2w_0^2} \exp(-\Delta r^2/4w_0^2) \\ \nu_{y,z}(\Delta r)/\nu_{y,z}(\Delta r = 0) &\approx \exp(-\Delta r^2/4w_0^2) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Je nach dem, wie tief das Gitterpotenzial relativ zur Temperatur der Atome oder relativ zu den auf die Atome wirkenden Beschleunigungen ist, müssen für größere Strahlversätze Sattelpunkte des Potentials zwischen benachbarten Gitterplätzen berücksichtigt werden. Dies ist in Abb. 4.4d für einen radialen Strahlversatz von $\Delta r = w_0$ dargestellt. Normalerweise kann der Abstand zwischen den Punkten A und B als Potentialtiefe betrachtet werden. Bei einem radialen Strahlversatz wird der Potenzialwall zwischen benachbarten Gitterplätzen auf die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und C reduziert. Für den in Abb. 4.4d dargestellten Fall entspricht diese zusätzliche Reduktion $0,14 \times U(r = 0, \Delta r = 0)$ und für $\Delta r = w_0/2$ etwa $0,05 \times U(r = 0, \Delta r = 0)$ und ist somit noch unkritisch.

4.2 Langstreckentransport in einem stark verstimmtten optischen Gitter

4.2.1 Effizienter Transport ultrakalter Atome

Die Untersuchungen der Transporteigenschaften des bewegten Gitters wurden mit ^{88}Sr Atomen durchgeführt. Wegen der im Vergleich zu ^{87}Sr höheren Häufigkeit, ist

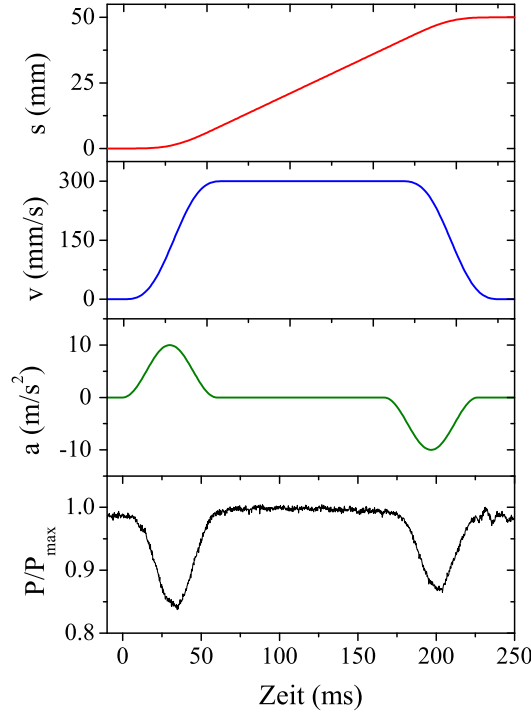


Abb. 4.5: Trajektorie zur Bewegung des Gitters, um das Leistungsvermögen der luftgelagerten Verschiebeeinheiten voll auszuschöpfen und gleichzeitig Rucke, durch ein sinusförmiges Beschleunigungsprofil zu vermeiden. Ein 50 mm Transport ist dauert < 230 ms. Abgebildet sind (von oben nach unten) die zurückgelegte Strecke s , die Geschwindigkeit v , die Beschleunigung a und das normierte Signal P/P_{\max} des zurückreflektierten Gitterlichts.

so die Präparationsdauer kürzer bzw. das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (S/R) besser (Abschnitt 3.1.3).

Ein geeignetes Beschleunigungsprofil $a(t)$ für den Transport der Atome ermöglicht eine kurze Transportdauer, vermeidet mechanische Anregungen des Aufbaus durch einen geringen Ruck $j(t) = \dot{a}(t)$ und kann leicht an unterschiedliche Transportdistanzen angepasst werden kann. Dazu wurde im Gegensatz zu [141] ein sinusförmiges Beschleunigungsprofil ausgewählt:

$$a(t) = \pm a_{\max} \sin[\pi(t - t_0)/t_{\text{ramp}}]^2. \quad (4.6)$$

Mit der maximalen Beschleunigung $a_{\max} = 10 \text{ m/s}^2$ und einer Dauer der Beschleunigungsphase $t_{\text{ramp}} = 60 \text{ ms}$ wird die maximale Geschwindigkeit von $v_{\max} = 300 \text{ mm/s}$ erreicht. Diese Geschwindigkeit wird solange beibehalten wie nötig, um die angestrebte Transportdistanz zurückzulegen. Dann folgt die Abbremsphase welche äquivalent zur Beschleunigungsphase ist. Eine typische Trajektorie, bei der die Transportdistanz von 50 mm innerhalb von 230 ms zurückgelegt wird, zeigt Abb. 4.5.

Da die Beschleunigung des Gitters in axialer Richtung stattfindet, werden die Faleneigenschaften durch die Beschleunigung selbst kaum beeinflusst (vgl. Abb. 2.2.3b).

Da auch die Änderung der Beschleunigung auf Zeitskalen geschieht, die lang im Vergleich zur reziproken axialen Fallenfrequenz ($\nu_z \approx 70$ kHz) sind, kann der Transport als adiabatisch betrachtet werden [142]. Dies bedeutet auch, dass die exakte Form des Beschleunigungsprofils nicht kritisch für das bewegte Gitter an sich ist, sondern lediglich eine indirekte Wirkung durch Erschütterungen des Aufbaus hat.

Um zu beurteilen, wie stark sich der Überlapp der Gitterfoki während des Transports ändert, wird die Leistung des zurück in die optische Faser geloppelten Lichtes aufgezeichnet (Abschnitt 4.1.3). Dieses wird mit einem Faraday-Isolators der sich Gitterlaser-seitig vor der Faser befindet ausgekoppelt. Gemäß Gleichung 4.1 bzw. Abb. 2.2.3a kann aus der Änderung des zurück in die Faser gekoppeltem Anteils der Versatz Δr zwischen den Foki bestimmt werden. Während des Transports bleibt die Leistung des zurück in die Faser gekoppelten Lichts über 84 % der Ausgangsleistung bei optimaler Justage. Dies entspricht gemäß Gleichung 4.1 bzw. Abb. 2.2.3a einem radialen Versatz der beiden Gitterfoki von $\Delta r = 0,4 w_0 = 26 \mu\text{m}$ und ist, wie in Abschnitt 4.1.3 befunden, nicht kritisch für die Falleneigenschaften. Während der Beschleunigungsphasen sinkt der zurückgekoppelte Anteil erwartungsgemäß am stärksten. Dies ist auf das beschleunigungsabhängige Nicken der Optiken (vgl. Abb 4.3) zurückzuführen. An der Start- und der Zielposition ist der zurückgekoppelte Anteil gleich groß und steigt lediglich während der Geschwindigkeitstraverse um weniger als 1,5 % vom Ausgangswert an. Damit beträgt der positionsabhängige Versatz der beiden Gitterfoki etwa $\Delta r_a \leq \pm 8 \mu\text{m}$.

Die Transporteffizienz wird bestimmt, indem die Atome 50 mm hin und zurück transportiert werden. Die Anzahl der transportierten Atome wird verglichen mit der Anzahl der im unbewegten Gitter nach der gleichen Zeit detektierten Atome. Die für einen Rundlauf erreichte Transporteffizienz beträgt 96 % und bestätigt die Erwartungen, dass sich die Falleneigenschaften während des Transports lediglich unwesentlich ändern. Die Qualität der Strahlüberlagerung wurde auch durch Spektren der axialen Seitenbänder des Uhrenübergangs, die mit unterschiedlichen Abfragepositionen aufgezeichnet wurden, bestätigt. Zur Spektroskopie der schwachen axialen Seitenbänder wird der Uhrenübergang stark gesättigt (Uhrenpulsdauer $\tau_{uhr} = 1,5$ s bei einer Intensität von etwa $I_{uhr} \approx 6$ W/cm² und einem Magnetfeld von 3 mT). Zusätzlich wird eine deutlich höhere Dichte der Atome im Gitter (Dauer der 461 nm MOT-Phase ca. 1000 ms) verwendet, um so durch erhöhte Verluste im angeregten Uhrenzustand [121] einen höheren Kontrast und zusätzlich eine Stoßverbreiterung des Uhrenübergangs zu erreichen. Um die Atome nach unterschiedlichen Transportdistanzen von bis zu 50 mm abzufragen, wurde vor und nach dem Uhrenpuls eine Transportphase von 300 ms Dauer eingefügt. Die axiale Fallenfrequenz ν_z schwankte um etwa 1,5 %, in Übereinstimmung mit der optischen Untersuchung.

Um transportverursachtes Heizen der Atome zu untersuchen, werden ebenfalls die axialen Seitenbänder verwendet. Dazu werden Seitenbandspektren (Abb. 4.6) aufgezeichnet, nachdem die Atome einmal oder viermal 50 mm hin und zurück transportiert wurden und nachdem die Atome gleich lang im unbewegten Gitter gehalten wurden. Dabei wird die in Abb. 4.5 präsentierte Trajektorie verwendet. An jedem Wendepunkt wird eine Pause von 0,4 s eingefügt, um ein resonantes Aufschwingen des Aufbaus und Überlastungen der Stromversorgung der Verschiebetische zu vermeiden. Für die

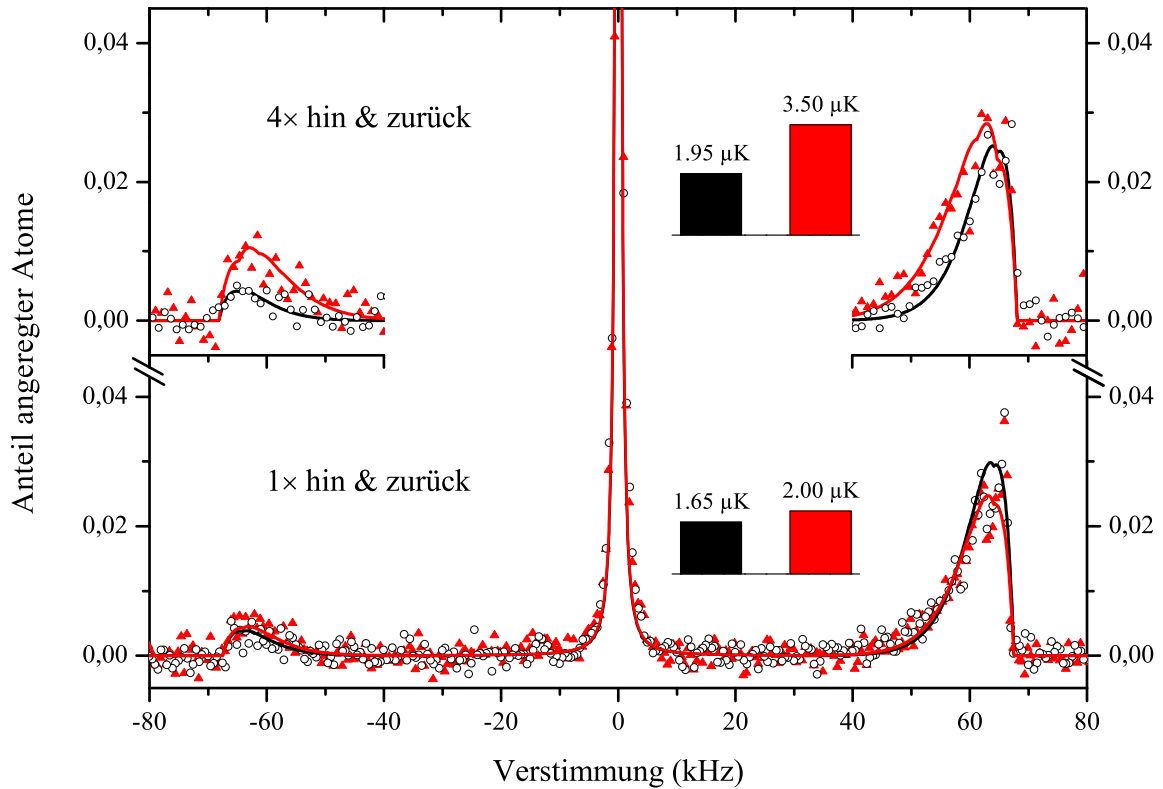


Abb. 4.6: Spektren der axialen Schwingungsseitenbänder, nachdem die Atome einmal (Hauptgraph) und viermal (obere Einschübe) 50 mm hin und zurück transportiert (rot-gefüllte Dreiecke) oder die gleiche Zeit im unbewegten Gitter gehalten wurden (schwarze Ringe). Die durchgezeichneten Kurven sind Kombinationen aus Fits an den Träger und die Seitenbänder, letztere gemäß [117].

Spektren mit vier Rundläufen werden die Atome 7,1 s im Gitter gehalten bevor sie detektiert werden. Da die $1/e$ -Lebensdauer der Atome im Gitter etwa $\tau \approx 4$ s beträgt, gehen somit viele Atome verloren und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis S/R ist geringer. Deshalb wird für diesen Fall in Abb. 4.6 die Mittelung von vier Spektren gezeigt. Die axiale Temperatur wird wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, aus dem Flächenverhältnis von rotem und blauem Seitenband (Gleichung 2.46), bestimmt. Damit ergibt sich für einen Rundlauf eine axiale Temperatur von $1,65 \mu\text{K}$ ohne, bzw. $2 \mu\text{K}$ mit Transport und für vier Rundläufe $1,95 \mu\text{K}$ ohne und $3,5 \mu\text{K}$ mit Transport. Dies impliziert eine geringe Heizrate von $0,2 \mu\text{K}$ für einen Transport über eine Distanz von 50 mm und bestätigt die Erwartung, dass der Transport als adiabatisch eingestuft werden kann.

Schwankungen der Strahlposition mit der Fallenfrequenz oder Fluktuation der Fallentiefe bzw. der Potentialkrümmung mit der doppelten Fallenfrequenz können zu parametrischem Heizen der Atome führen [143]. Jedoch weist das Rauschspektrum des zurück in die Faser gekoppelten Lichts (Abb. 4.7) während des Transports lediglich leicht erhöhte Beiträge mit Frequenzen um 100 Hz auf, die weit unterhalb der axialen

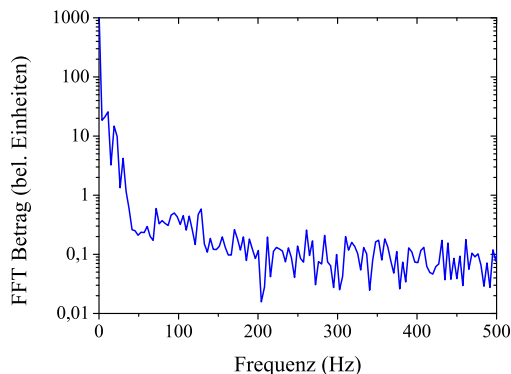


Abb. 4.7: Rauschspektrum des in Abb. 4.5 gezeigten Anteils des, zurück in die Faser gekoppelten Lichts. Die radialen Fallenfrequenzen liegen typischer Weise oberhalb von 180 Hz.

Fallenfrequenz von $\nu_z = 68$ kHz und auch deutlich unterhalb der radialen Fallenfrequenz von $\nu_z = 200$ Hz liegen. Dies erscheint konsistent mit der ermittelten geringen Heizrate.

Um den Verlauf der Spektren zu beschreiben (durchgezogene Linien in Abb. 4.6) wurde das in Abschnitt 2.2.3 vorgestellte Modell verwendet. Zur Anpassung an die gemessenen Spektren wurde die radiale Temperatur T_r , die axiale Fallenfrequenz ν_z und die Amplitude verwendet. Für alle vier Spektren ergibt sich eine radiale Temperatur von etwa $T_r \approx 3 \mu\text{K}$ und kein signifikantes Heizen. Der Umstand, dass die radiale Temperatur T_r nicht mit der axialen Temperatur T_z übereinstimmt wird wahrscheinlich durch den langen Abfragepuls verursacht, wie auch in [117] angenommen wird. Diese Annahme wird durch die radiale Temperatur von $T_r = 1,4(3) \mu\text{K}$, die, mit und ohne vorherigen Transport, aus Flugzeitbildern der thermischen Expansion der Atome bestimmt wurde, bestätigt. Auch wenn aus letzteren Messungen kein Heizen abgeleitet werden kann sind sie (unter Berücksichtigung der Unsicherheiten) konsistent mit den axialen Temperaturen T_z , die aus den Seitenbändern bestimmt wurden. Beim Vergleich der beiden Temperaturbestimmungsmethoden ist zu berücksichtigen, dass die absoluten Temperaturwerte wegen der unterschiedlichen theoretischen Modelle systematisch von einander abweichen können. Dabei ist die Methode der Temperaturbestimmung aus dem Seitenband-Flächenverhältnis sensibler und besser geeignet, um relative Änderungen der Temperatur der Atome zu untersuchen.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts zeigen, dass der Transport von ultrakalten Atomen in einem mechanisch bewegten optischen Gitter mit geringen Verlusten und kaum messbarem Heizen realisiert werden konnte. Im nächsten Abschnitt wird die Implementierung in den Abfragezyklus der Strontium-Gitteruhr beschrieben.

4.2.2 Einsatz in einer optischen Uhr

Im Betrieb einer optischen Uhr ist ein hohes Tastverhältnis zwischen Abfragepuls und Totzeit erstrebenswert, um eine hohe Stabilität zu erreichen (Abschnitt 2.1.2).

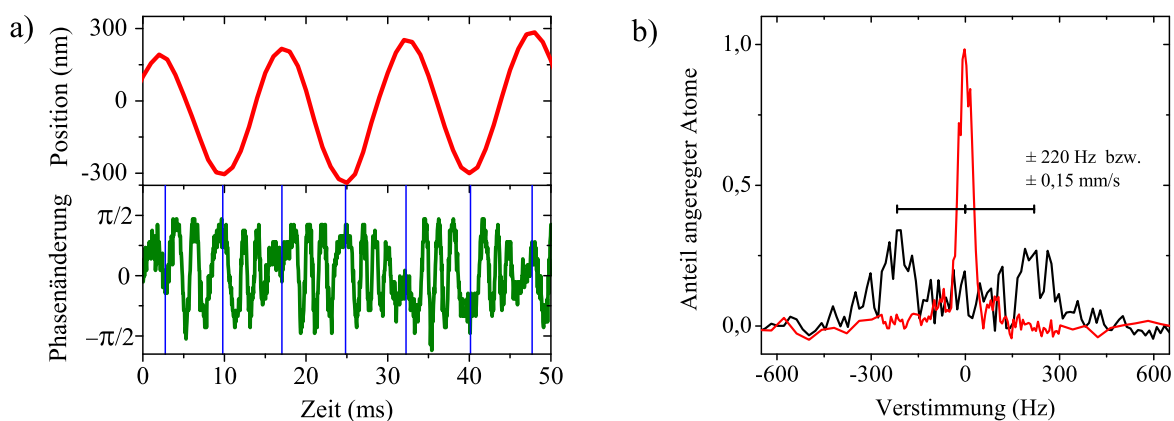


Abb. 4.8: a) Oberer Graph: Oszillation der Position des Reflexionsschlittens bei Erreichen der Zielposition, aufgezeichnet durch die Ansteuerung der Verschiebetische. Unterer Graph: Phasenänderung des Abfragelichts welches vom Gitterspiegel zurück reflektiert wird. Eine durchlaufene Phasenänderung von 2π entspricht einer Bewegung des Gitterspiegels um ≈ 400 nm. b) Spektrum des ^{88}Sr Uhrenübergang ohne (schwarze Linie) und mit (rote Linie) Weglängenstabilisierung.

Deshalb sollte die Totzeit, welche durch den Transport verursacht wird, möglichst gering sein. Damit dies möglich ist, muss die Transportdauer kurz sein, d.h. auch, dass die Spektroskopie bereits kurz nach dem Transport möglich sein muss. Da jedoch die optischen Komponenten des Gitters mechanisch bewegt werden, können Restbewegungen zu einer starken Beeinträchtigung der Uhr führen (z. B. durch den Doppler-Effekt erster Ordnung).

Deshalb wird nun zuerst der Einfluss von Restbewegung des Gitter-Aufbaus kurz nach Ankunft an der Abfrageposition untersucht. Wegen der hohen Beschleunigung ($a = 10 \text{ m/s}^2$) und der großen bewegten Masse (jeweils etwa 1,5 kg) ist eine Restbewegung der Gitteroptiken in axialer Richtung zu erwarten. Die Atome folgen jeder Bewegung des Gitterspiegels synchron, da die Laufzeit des Lichts zwischen Gitterspiegel und Atomen kurz gegenüber der Dauer der mechanischen Bewegungen ist.

Bei Erreichen der Zielposition misst die Ansteuerung der Verschiebetische eine gedämpfte Oszillation der Position des Reflexionsschlittens mit einer Amplitude von einigen 100 nm bei einer Frequenz von ≈ 60 Hz (Abb. 4.8a) mit einer Dämpfungskonstante von einigen 100 ms. Um die Stabilität nicht zu beeinträchtigen, ist es nicht sinnvoll das Abklingen der Oszillation abzuwarten. Kurz (etwa 10 ms) nach Ankunft an der Zielposition wird die Aufnahme einer schmalen Linie jedoch von der Doppler-Modulation durch die Restbewegung verhindert (Abb. 4.8b). Die Frequenzbreite von etwa 220 Hz entspricht einer Geschwindigkeitsamplitude von 0,15 mm/s, bzw. etwa der doppelten Geschwindigkeit, welche von der Oszillation des Reflexionsschlittens abgeleitet werden kann.

Zur detaillierteren Untersuchung der, durch die Restbewegung auftretenden Störungen wurde das Interferenzsignal zwischen Abfragelicht, welches vom Gitterspiegel zurück reflektiert wird, und einem Referenzstrahl (vgl. Abb. 3.1) beobachtet. Die-

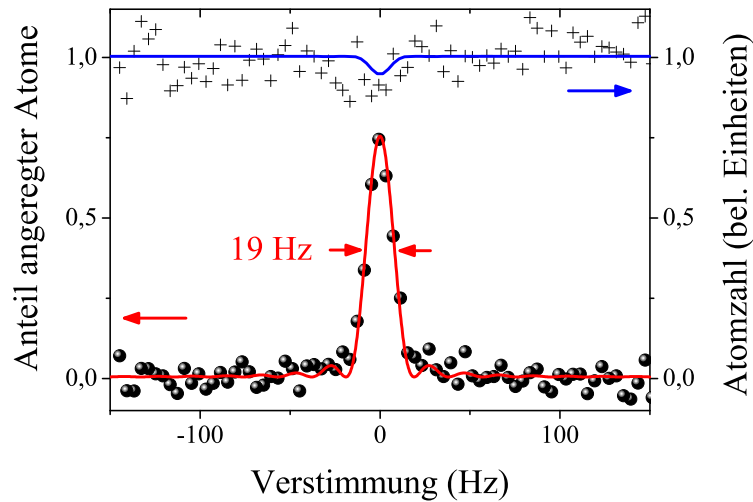


Abb. 4.9: Hochaufgelöstes Spektrum des ^{88}Sr Uhrenübergangs (Punkte), aufgezeichnet bereits 10 ms nach einem Transport über 50 mm unter Verwendung der Trajektorie in Abb. 4.5. an der Zielposition aufgezeichnet. Die Atomzahl (Kreuze) weist einen kaum signifikanten Einbruch bei der Frequenz des Uhrenübergangs auf. Dies wird gemäß $^3\text{P}_0 - ^3\text{P}_0$ Stößen während des Rücktransports erwartet (blaue Linie).

ses Signal erlaubt es, Phasenänderungen des zurückreflektierten Abfragelichts aufzuzeichnen (Abb. 4.8a, unten). Die aus der Phasenänderung abgeleiteten Wendepunkte sind in Abb. 4.8a unten durch blaue vertikale Linien markiert und sind konsistent mit der Oszillation des Reflexionsschlittens. Aus der akkumulierten Phasenänderung zwischen zwei Wendepunkten kann die Oszillationsamplitude des Gitterspiegels bestimmt werden. Sie ist etwa doppelt so groß, wie die des Reflexionsschlittens. Die erhöhte Positions- und Geschwindigkeitsoszillationsamplitude kann, durch beschleunigungsabhängige Verkipfung des Gitterspiegels erklärt werden, konsistent mit der in Abschnitt 4.1.3 ermittelten Abhängigkeit des dynamischen Nickens von der Beschleunigung.

Um ein hochaufgelöstes Spektrum des Uhrenübergangs aufzeichnen zu können, muss die Phase des Abfragelichts am Ort der Atome während der Abfrage konstant sein. Dies wird durch die Stabilisierung der optischen Weglänge zwischen dem Uhrenlaseraufbau und dem Gitterspiegel erreicht (Abschnitt 3.1.2). Durch die Weglängenstabilisierung [128] wird die Frequenzmodulation aufgrund des Doppler-Effekts unterdrückt (Abb. 4.8b), und es können Fourier-limitierte Spektren mit dem gleichen Signalkontrast wie ohne Transport aufgezeichnet werden (Abb. 4.9). Was zeigt, dass verbleibende Phasenfluktuationen eine Amplitude von geringer als 1 rad haben. Dennoch werden die Anforderungen an die Weglängenstabilisierung erhöht, da größere Störungen kompensiert werden müssen. Bei einer Frequenzmessung sind Phasenfehler während des Abfragepulses besonders kritisch, deshalb muss dann durch eine sorgfältige Analyse der verbleibenden Phasenfehler der Stabilisierung sichergestellt werden, dass diese Störungen die Genauigkeit der Strontium-Gitteruhr nicht beeinträchtigen.

Für die im nächsten Kapitel beschriebene Messung der statischen Polarisierbarkeitsdifferenz des Uhrenübergangs ist die hier erreichte Unterdrückung der Phasenfehler jedoch ausreichend.

Ein weiterer Nebeneffekt des Transports ist, dass während der Dauer des Rücktransports Atome im angeregten Zustand $^3\text{P}_0$ miteinander kollidieren können [121, 144] und somit zu zusätzlichen Verlusten führen können. Die Atomzahl weist, in dem hochaufgelösten Spektrum des Uhrenübergangs in Abb. 4.9 einen kaum signifikanten Einbruch bei der atomaren Resonanz auf. Dies ist in Übereinstimmung mit dem für die vorliegenden Parameter berechneten Verlust wegen $^3\text{P}_0 - ^3\text{P}_0$ Stößen (blaue Linie). Verluste durch Stöße von Atomen in unterschiedlichen Zuständen sind deutlich geringer. Unter den normalen Betriebsbedingungen werden keine signifikanten Verluste beobachtet, die den Betrieb der Strontium-Gitteruhr beeinträchtigen.

Bisher wurden die kritischen Punkte: Transporteffizienz, transportbedingtes Heizen der Atome, Restbewegung des Gitteraufbaus und durch Stöße während des Rücktransports einzeln untersucht. Nun soll gezeigt werden, dass auch der Uhrenbetrieb tatsächlich möglich ist und wie groß die Beeinträchtigung der Stabilität durch den Transport ist.

In einem typischen Abfragezyklus werden die ^{88}Sr -Atome innerhalb von 180 ms präpariert (Abschnitt 3.1.1) und durch einen π -Puls von 80 ms Dauer (limitiert durch die Kohärenzzeit des Uhrenlasers) abgefragt. Die Bestimmung des Anteils angeregter Atome beansprucht weitere 40 ms. Somit werden für eine Abfrage der atomaren Linie ohne Transport etwa 300 ms benötigt. Zur Abfrage der Atome an einer Position abseits der MOT werden die Atome im bewegten Gitter an diese Position transportiert, abgefragt und wieder zurück transportiert, um detektiert zu werden. Für den Transport selbst werden hier jeweils 250 ms pro Richtung eingefügt und zusätzlich an jeder Position eine Wartezeit von weiteren 250 ms, um eine Überlastung des Stromreglers der Verschiebetische zu vermeiden. Damit verlängert sich die Zeit für eine Abfrage der atomaren Linie mit Transport auf etwa 1,3 s. Nach Abschluss der hier präsentierten Messungen wurde eine Trajektorie entworfen, welche eine Überlastung des Stromreglers durch eine reduzierte maximale Beschleunigung von $a_{\text{max}} = 8 \text{ m/s}^2$ vermeidet. Dies führt zu einer Verlängerung der Transportdauer um lediglich 15 ms und ermöglicht somit eine Zyklusdauer von 800 ms.

Zur Untersuchung der Uhrenstabilität wird das in Abschnitt 3.1.4 vorgestellte Schema der alternierenden Stabilisierung verwendet. Aus den Differenzen der Offsetfrequenzen der alternierenden Stabilisierungsschleifen wird die Allan-Abweichung (Abschnitt 2.1.2) berechnet. Um die Instabilität mit und ohne Transport zu vergleichen, werden zwei separate alternierende Stabilisierungsmessungen durchgeführt, in der einen werden die Atome in beiden Stabilisierungsschleifen A und B (vgl. Abb. 3.4) transportiert und in der anderen werden sie in beiden Stabilisierungsschleifen am Ort der MOT abgefragt (Abb. 4.10). Die Instabilität unterscheidet sich mit und ohne Transport um einen Faktor 3,3, während gemäß Gleichung 2.6 ein Faktor 2 wegen der längeren Zyklusdauer zu erwarten wäre. Die zusätzliche Beeinträchtigung der Instabilität wird wahrscheinlich durch die höhere Sensitivität auf die Einkopplung von Frequenzfluktuationen des Abfragelasers verursacht (Dick-Effekt, siehe Abschnitt 2.1.2).

Da in einer alternierenden Stabilisierung das Linienzentrum in zwei unabhängige

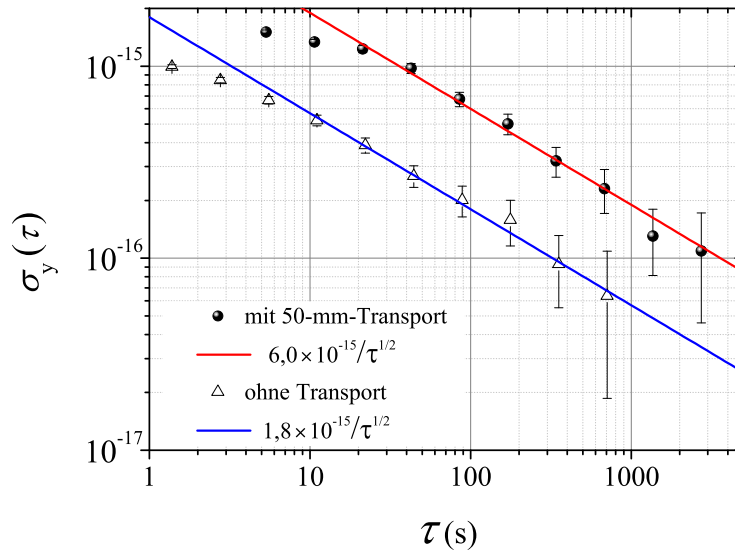


Abb. 4.10: Instabilität mit (Punkte) und ohne (Dreiecke) Transport, bestimmt in zwei alternierenden Stabilisierungsmessungen, in denen der Uhrenlaser in zwei unabhängigen, abwechselnd aktualisierten Stabilisierungsschleifen auf den Uhrenübergang stabilisiert wird.

gen Stabilisierungsschleifen bestimmt wird, ist die Zyklusdauer τ_c doppelt so groß wie im Uhrenbetrieb. Dies und das Rauschen zweier Stabilisierungsschleifen führt zu einer Beeinträchtigung der hier ermittelten Stabilität gegenüber der im Uhrenbetrieb erreichbaren Stabilität um einen Faktor 2 (s. a. Abschnitt 3.1.4). Somit impliziert die mit Transport erreichte Instabilität von $6 \times 10^{-15} / \sqrt{\tau}$ eine Uhrenstabilität von $< 3 \times 10^{-15} / \sqrt{\tau}$, da dann auch der Einfluss des Dick-Effekts reduziert wird. Unter Verwendung der oben erwähnten Trajektorie mit reduzierter Beschleunigung kann die Instabilität zusätzlich um einen Faktor 1,3 reduziert werden. Eine weitere Verbesserung kann durch Laser mit geringerer Linienbreite und Instabilität [16, 61] erreicht werden. Mit einer Abfragepulsdauer von 1 s resultiert mit Rabi-Spektroskopie eine Fourier-limitierte Linienbreite von 0,8 Hz. Dies würde die Instabilität um einen Faktor 6 (vgl. Gleichung 2.6) auf $\approx 4 \times 10^{-16} / \sqrt{\tau}$ senken.

4.2.3 Diskussion und Ausblick

In diesem Kapitel wurde eine neue Transportmethode entwickelt, die es ermöglicht, ultrakalte Atome in einer optischen Gitteruhr zur Abfrage in eine spezielle Umgebung zu befördern. Mit dieser können die Atome in 250 ms über eine Distanz von 50 mm transportiert werden. Transportbedingte Nebeneffekte wie Verluste oder Heizen sind gering bzw. kaum messbar. Die Transporteffizienz für eine Transportdistanz von 50 mm beträgt 98%. Transportbedingtes Heizen der Atome war mit der üblicherweise eingesetzten Temperaturbestimmungsmethode aus Flugzeitbildern der ther-

mischen Expansion der Atomwolke nicht nachweisbar. Unter Verwendung der axialen Seitenbänder zur Temperaturbestimmung konnte eine geringe Heizrate von $0,2 \mu\text{K}$ pro 50-mm-Transport ermittelt werden. Diese ist im Vergleich zur Temperatur der Atome von etwa $2 \mu\text{K}$ gering. Weder die geringen Verluste noch die moderate Heizrate haben einen negativen Einfluss auf die Abfrage des Uhrenübergangs. Diese kann – dank der optischen Weglängenstabilisierung (Abschnitt 3.1.2 bzw. [128]) – bereits 10 ms nach dem Transport mit sub-Hz-Auflösung erfolgen. Die Untersuchungen zeigen, dass, auch wenn die Atome von der Präparations- und Detektionsposition um 50 mm zur Abfrageposition und zurück transportiert werden, ein hochstabiler Uhrenbetrieb möglich ist. Die transportbedingt längere Zykluszeit und die entsprechende Beeinträchtigung der Frequenzstabilität sind akzeptabel. Somit können nun Untersuchungen systematischer Effekte – wie der Schwarzkörperverschiebung – in einer speziellen Umgebung mit hoher Präzision durchgeführt werden.

Der Bedarf für Transportmöglichkeiten gefangener Ionen [145, 146], ultrakalter Atome [147] oder sogar quantenentarteter Gase [148, 149, 150], um diese von der Präparationsregion in eine spezielle Umgebung zu befördern, in der die Umgebungsbedingungen (elektrische oder magnetische Felder, optischer Zugang, Vakuum) besser kontrolliert werden können, ist in vielen Experimenten vorhanden. Entsprechend den jeweils vorliegenden Randbedingungen wurden hierzu unterschiedliche Techniken entwickelt und eingesetzt. Zum Langstreckentransport ultrakalter Atome werden oftmals bewegbare magnetische Fallen [151, 152, 153] oder optisch-magnetische Hybridfallen [154] verwendet. Wenn magnetische Fallen jedoch nicht anwendbar sind, wie zum Beispiel für Erdalkali-Atome im Grundzustand, können rein optische Fallen eingesetzt werden. So sind z. B. fokussierte optische Dipolfallen (optische Pinzetten), bei denen die fokussierende Linse mechanisch verschoben wird, eine bewährte Methode zum Langstreckentransport ultrakalter Atome [148, 155, 156]. Da bei diesen der longitudinale Einschluss schwach ist, sind die in Strahlrichtung möglichen Beschleunigungen entsprechend gering, was zu längeren Transportdauern führt. In optischen Gittern ist der longitudinale Einschluss erheblich stärker, sodass auch hohe Beschleunigungen verwendet werden können. In nahe der atomaren Resonanz betriebenen optischen Gittern, bei denen eine Fokussierung der Gitterstrahlen nicht notwendig ist, kann eine laufende Welle, durch Frequenzverstimmung der beiden Gitterstrahlen gegeneinander, zum Langstreckentransport eingesetzt werden [157]. Dies wurde ebenso mit einer Kombination aus Gauß- und Bessel-Strahlen erfolgreich umgesetzt [141]. Kürzlich wurde auch das Interferenzmuster evaneszenter Wellen entlang einer optischen Nanofaser zum Transport kalter Atome verwendet [158].

Im Zuge dieser Arbeit wurde zum ersten Mal ein stark verstimmtes optisches Gitter zum Langstreckentransport ultrakalter Atome eingesetzt. Dazu wurde erstmals ein bewegtes optisches Gitter durch Bewegung aller beteiligten Optiken realisiert, was hohe Anforderungen an den optomechanischen Aufbau mit sich bringt, da die beiden Gitterfoki während des Transports stets im lateralen Überlapp bleiben müssen. Die hier entwickelte Technik kann bei den meisten eindimensionalen Gittergeometrien und für unterschiedlichste Anwendungen eingesetzt werden. Sie ist von Vorteil, wenn die nötigen Fallentiefen nur mit fokussierten Strahlen erreicht werden können. Die verwendeten Beschleunigungen von bis zu $1 g$ und Geschwindigkeiten von bis zu 300 mm/s

entsprechen den maximalen, für die luftgelagerten Verschiebeeinheiten spezifizierten Werten. Die Methode ermöglicht es, gefangene Teilchen mit präzise einstellbarer kinetischer Energie zur Kollision zu bringen oder diese als Sonde einzusetzen, um Felder zu kartographieren (Abschnitte 5.4.2 und 5.6). Die Encoderauflösung der eingesetzten Verschiebetische ermöglicht eine axiale Auflösung von bis zu 20 nm. So könnten Atome z. B. in kontrollierter Weise nahe an Oberflächen gebracht werden und die auftretenden Wechselwirkungen untersucht werden [159, 160].

Kapitel 5

Präzisionsmessung der DC-Stark Verschiebung

In diesem Kapitel wird die erste Präzisionsmessung der DC-Stark Verschiebung des Strontium-Uhrenübergangs beschrieben. Mit Abschnitt 5.1 wird dieses Kapitel eingeleitet und die Motivation für die durchgeführten Messungen gegeben. In Abschnitt 5.2 werden mögliche Störungen durch externe Felder mathematisch und mit Hilfe von Simulationen nach der Methode der finiten Elemente analysiert. Konzept, Herstellung und Vermessung des entsprechend konstruierten Plattenkondensators werden in Abschnitt 5.3 vorgestellt. In Abschnitt 5.4 wird die Abfrage der Atome im Kondensator beschrieben. Dabei werden die Atome im bewegten Gitter als Sonde zur Vermessung des elektrischen Feldes eingesetzt und die statische Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ des Uhrenübergangs bestimmt. In Abschnitt 5.5 werden die Ergebnisse dieser Messungen zusammen mit weiteren aus Messungen bekannten atomaren Eigenschaften zur Bestimmung der Schwarzkörperverschiebung eingesetzt. Abschnitt 5.6 fasst die erzielten Ergebnisse zusammen und ordnet sie in den fachlichen Kontext ein.

5.1 Motivation

Die hier präsentierte Messung der Differenz der statischen Polarisierbarkeiten $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ des Strontium-Uhrenübergangs entspricht gemäß Abschnitt 2.2.2 einer Messung des Hauptanteils der Linienverschiebung durch Schwarzkörperstrahlung (BBR) bei Temperaturen im Bereich der Raumtemperatur und darunter. Zugleich handelt es sich um die erste experimentelle Untersuchung der BBR-Verschiebung in einer Strontium-Gitteruhr. Damit dient sie einerseits der Überprüfung des auf Atomstrukturechnungen basierenden Werts und ermöglicht andererseits eine Reduzierung des entscheidenden Beitrags zur systematischen Unsicherheit in Strontium-Gitteruhren (Abschnitt 3.2.3). Die Unsicherheit des im Vorfeld dieser Arbeit bekannten, berechneten $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ -Wertes wurde mit 1,4% angegeben [109] und limitierte die systematische Unsicherheit in Strontium-Gitteruhren auf $> 7 \times 10^{-17}$. Um den Unsicherheitsbeitrag von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ durch eine Messung um einen Faktor 20 auf 4×10^{-18} zu reduzieren, ist es erforderlich, das elektrisch Feld \mathcal{E} am Ort der Atome mit einer Unsicherheit $U(\mathcal{E})/\mathcal{E} < 4 \times 10^{-4}$ zu

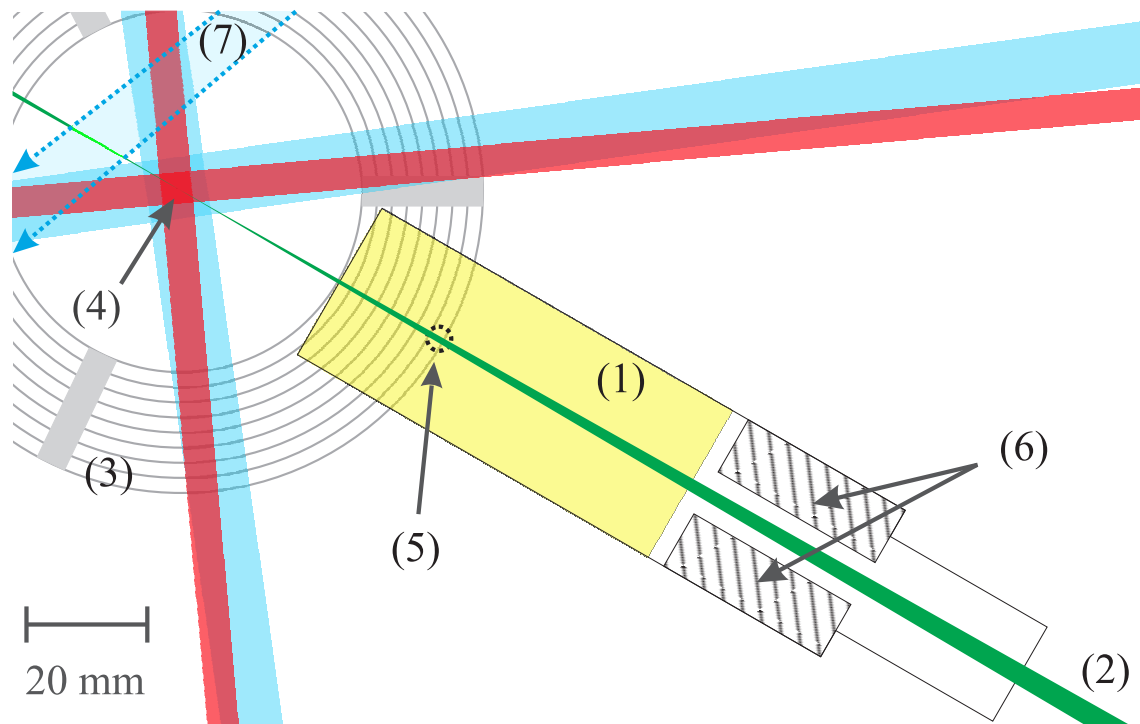


Abb. 5.1: Horizontaler Schnitt durch Kondensator und MOT. Der Kondensator (1) ist entlang des Gitterstrahls (2) orientiert und ragt zwischen die Spulen (3) der MOT (4). Seine Vorderkante ist ca. 31 mm von der MOT entfernt. Die Untersuchungsregion (5) befindet sich 19(2) mm von der Vorderkante innerhalb des Kondensators, etwa 50 mm entfernt von den Abstandhaltern (6). Auf der anderen Seite der MOT verläuft der Atomstrahl (7) jeweils etwa 15 mm horizontal und vertikal versetzt, oberhalb der hier gezeigten Ebene an der MOT vorbei.

kennen. Dies kann in einem Plattenkondensator realisiert werden, dessen Plattenabstand und die an ihm abfallende Spannungsdifferenz mit relativen Unsicherheiten von $< 2 \times 10^{-4}$ bekannt sind. Beträgt die angelegte Spannungsdifferenz z. B. 400 V, so wird der Uhrenübergang um etwa 20 kHz verschoben, und eine statistische Unsicherheit der Frequenzverschiebung von $\Delta\nu/\nu < 1 \times 10^{-4}$ kann in wenigen Minuten erreicht werden.

Im Zuge der vorliegenden Arbeit wurde ein Präzisionsplattenkondensator entwickelt, der obigen Anforderungen entspricht und einige Zentimeter abseits der MOT in das Vakuum-System der Strontium-Gitteruhr der PTB integriert wurde (Abb. 5.1). Die Atome können nun mit dem bewegbaren Gitter (Kapitel 4) von der MOT in den Kondensator und zurück transportiert werden. Die Zykluszeit verlängert sich dadurch um 540 ms. So werden die Probleme umgangen, die mit einem Kondensator am Ort der MOT verbunden wären. Dieser müsste neben der MOT auch den etwa 15 mm oberhalb verlaufenden Atomstrahl einschließen, sodass sich die MOT ausreichend tief in seinem Inneren befindet. Damit er noch zwischen die MOT-Spulen passt, dürfte die Plattenstärke nicht mehr als 5 mm betragen, was auch die Anfälligkeit für Unebenheiten durch Biegung und Verspannung der Feldplatten erhöhen würde. Wegen

des größeren Plattenabstands müssten die Feldplattenflächen größer sein, um ein ausreichend homogenes \mathcal{E} -Feld zu erzeugen. Darüber hinaus wäre der Kondensator dem Niederschlag des Atomstrahls ausgesetzt, was evtl. dielektrische Oberflächen zur Folge haben könnte. Dielektrische Oberflächen in der Nähe der Atome sollten generell vermieden werden, da sie Oberflächenladungen tragen können, die das Feld verzerren.

5.2 Störungen durch externe Felder

5.2.1 Einkopplungsmechanismen

Eine wichtige, konzeptionelle Frage ist: Wie können externe Felder, z. B. das Feld des Gitterlasers bei nicht exakt magischer Wellenlänge oder das der Temperaturstrahlung oder andere Streufelder, die Messung von $\Delta\alpha$ beeinflussen?

Sind die Atome neben dem Feld des Kondensators $\vec{\mathcal{E}}^{(k)} = \Delta V/d \cdot \vec{e}_z$ einem zusätzlichen, statischen Feld $\vec{\mathcal{E}}_s = \mathcal{E}_{s,x}\vec{e}_x + \mathcal{E}_{s,y}\vec{e}_y + \mathcal{E}_{s,z}\vec{e}_z$ ausgesetzt, so wird die Verschiebung des Uhrenübergangs beschrieben durch:

$$\delta\nu_{\text{dc}} = -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \left[\mathcal{E}_{s,x}^2 + \mathcal{E}_{s,y}^2 + \left(\mathcal{E}_{s,z} + \frac{V}{d} \right)^2 \right]. \quad (5.1)$$

Um dies zu messen, werden die Atome im Fall A bei einer Potentialdifferenz zwischen den Feldplatten von $\Delta V_A \equiv 0$ und im Fall B bei einer Potentialdifferenz von $\Delta V_B = V \neq 0$ abgefragt. Die sich ergebende Frequenzdifferenz ist

$$\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AB})} = \delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{B})} - \delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{A})} = -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \left[\left(\mathcal{E}_{s,z} + \frac{V}{d} \right)^2 - \mathcal{E}_{s,z}^2 \right], \quad (5.2)$$

wenn sich die Streufeldkomponenten $\mathcal{E}_{s,x}$ und $\mathcal{E}_{s,y}$ zwischen den beiden Abfragen nicht ändern. Streufeldkomponenten orthogonal zur Richtung des Kondensatorfeldes können die Messung von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ somit nur beeinflussen, wenn sie sich zeitlich ändern. Dies gilt analog für die x - und y -Komponenten von oszillierenden Feldern, deren Frequenz deutlich größer als die reziproke Uhrenpulsdauer ist (Abschnitt 2.2.1).

Um dies auch für die z -Komponente eines oszillierenden Feldes beurteilen zu können, ist ein weiterer Schritt notwendig. Handelt es sich dabei um ein Feld der Form $\mathcal{E}_{s,z} = \mathcal{E}_{z,0} \cos(\omega t)$, welches gemäß Abschnitt 2.2.1 dem Fall 3 entspricht und somit eine Verschiebung proportional zum Quadrat seines Effektivwerts hervorruft, so ergibt sich für die z -Komponente in Gleichung 5.1 durch Integration über eine Schwingungsperiode $T = 2\pi/\omega$:

$$\begin{aligned} \left(\mathcal{E}_{s,z} + \frac{V}{d} \right)^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{V}{d} + \mathcal{E}_{z,0} \cos(\omega t) \right)^2 dt \\ &= \frac{V^2}{d^2} + \frac{1}{T} \int_0^T (\mathcal{E}_{z,0} \cos(\omega t))^2 dt, \end{aligned} \quad (5.3)$$

da die Integrale der gemischten Terme verschwinden. Somit ist der Einfluss eines oszillierenden Streufeldes in z -Richtung äquivalent zu dem oszillierenden Streufelder in x - und y -Richtung. Im Fall von oszillierenden Feldern muss allerdings auch die frequenzabhängige Polarisierbarkeitsdifferenz einbezogen werden, deshalb geht die Anforderung an die zeitliche Konstanz sowohl auf die Amplituden- als auch die Frequenzstabilität oszillierender Streufelder (wie das des Gitterstrahls) über.

Zur Untersuchung des Einflusses eines statischen Streufeldes in z -Richtung ist es hilfreich, Gleichung 5.2 umzuschreiben zu

$$\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AB})} = -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \left[\frac{V^2}{d^2} + 2\frac{V}{d}\mathcal{E}_{\text{s},z} \right]. \quad (5.4)$$

Dies verdeutlicht, dass das Vorzeichen des Streufeldbeitrags durch das der angelegten Spannung bestimmt wird, während der Beitrag des Kondensatorfeldes unabhängig vom Vorzeichen der angelegten Spannung ist. Werden die Atome in einer dritten Situation C abgefragt, in welcher die Potentialdifferenz $\Delta V_{\text{C}} = -V$ der Feldplatten gegenüber Situation B umgepolt wird, so ist

$$\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AC})} = -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \left[\frac{V^2}{d^2} - 2\frac{V}{d}\mathcal{E}_{\text{s},z} \right]. \quad (5.5)$$

und der Mittelwert der Gleichungen 5.4 und 5.5

$$\Delta\nu_{\text{dc}} = \frac{\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AB})} + \Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AC})}}{2} = -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \frac{V^2}{d^2} \quad (5.6)$$

wird durch ein statisches Streufeld nicht beeinflusst. Aus der Differenz der Gleichungen 5.4 und 5.5 ergibt sich der Beitrag der z -Komponente des Streufeldes $\mathcal{E}_{\text{s},z}$ zu den Verschiebungen $\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AB})}$ und $\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AC})}$ von

$$\Delta\nu_{\text{s}} = \frac{\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AC})} - \Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AB})}}{2} = \frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{h} \frac{V}{d} \mathcal{E}_{\text{s},z} \quad (5.7)$$

und ermöglicht somit die Messung der Streufeldkomponente $\mathcal{E}_{\text{s},z}$ in Kondensatorfeldrichtung.

Der Einfluss externer Streufelder lässt sich folgendermaßen zusammenfassen: Da nicht die Übergangsfrequenz selbst, sondern deren Verschiebung, gemessen wird und da diese eine quadratische Abhängigkeit von der Feldstärke hat, sind andere Parameter, wie die Realisierung der magischen Wellenlänge oder die Kenntnis der BBR-Verschiebung nicht kritisch, solange sie zeitlich konstant sind. Sogar statische elektrische Felder, die orthogonal zum Kondensatorfeld sind, verschieben lediglich die Frequenz des Scheitelpunktes der Parabel. Kritischer sind statische elektrische Felder, die in Richtung des Kondensatorfeldes ausgerichtet sind. Diese verschieben den Scheitelpunkt der Parabel entlang der Feldachse und führen – unerkannt – zu einem systematischen Fehler. Sie können durch Umpolen der angelegten Spannung gemäß Gleichung 5.7 bestimmt und ihre Auswirkung kann gemäß Gleichung 5.6 unterdrückt werden.

Die Wirkung eines sich zeitlich ändernden Streufeldes ist je nach Zeitskala, auf welcher die Änderung stattfindet, unterschiedlich. Der Fall eines oszillierenden Streufeldes dessen Periodendauer kurz gegenüber der typischen Uhrenpulsdauer (0,06 s) ist, wurde oben bereits als unkritisch befunden. Unkritisch sind ebenfalls Streufeldänderungen auf Zeitskalen größer als die Zeit sind, welche zur Abfrage der Atome in den drei Situationen (A, B, C) benötigt wird (etwa 5 s), da diese korrigiert werden können. Kritisch sind Streufeldänderungen auf dazwischen liegenden Zeitskalen, also zwischen 0,06 s und 5 s.

Angenommen die Streufeldkomponente $\mathcal{E}_{s,i}$ ändert sich zwischen den Situationen A und B um $\Delta\mathcal{E}_{s,i,B}$ bzw. zwischen den Situationen A und C um $\Delta\mathcal{E}_{s,i,C}$, mit $i = x, y, z$, so ergeben sich Gleichungen 5.4 und 5.5 in der modifizierter Form:

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AB},i)} &= -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \left[\frac{V^2}{d^2} + 2\frac{V}{d}\mathcal{E}_{s,z} + 2\frac{V}{d}\Delta\mathcal{E}_{s,z,B} + 2\mathcal{E}_{s,i}\Delta\mathcal{E}_{s,i,B} + \Delta\mathcal{E}_{s,i,B}^2 \right] \\ \Delta\nu_{\text{dc}}^{(\text{AC},i)} &= -\frac{\Delta\alpha_{\text{dc}}}{2h} \left[\frac{V^2}{d^2} - 2\frac{V}{d}\mathcal{E}_{s,z} - 2\frac{V}{d}\Delta\mathcal{E}_{s,z,C} + 2\mathcal{E}_{s,i}\Delta\mathcal{E}_{s,i,C} + \Delta\mathcal{E}_{s,i,C}^2 \right].\end{aligned}\quad (5.8)$$

Für den Fall einer zeitlichen Änderung der $\mathcal{E}_{s,z}$ -Komponente werden jeweils die letzten beiden Summanden um $\mathcal{E}_{s,z}/(V/d)$ bzw. $\Delta\mathcal{E}_{s,z,B}/(V/d)$ gegenüber dem dritten Summanden unterdrückt und können vernachlässigt werden, unter der realistischen Annahme dass $\mathcal{E}_{s,z} \ll V/d$ und $\Delta\mathcal{E}_{s,z,B} \ll V/d$.

Durch Einsetzen der dritten Summanden aus den Gleichungen 5.8 in Gleichung 5.6 ergibt sich der Beitrag der Streufeldänderungen zur Linienverschiebung:

$$\begin{aligned}\frac{U(\Delta\nu_{\text{dc}}, \Delta\mathcal{E}_{s,z})}{\Delta\nu_{\text{dc}}} &\approx \frac{d}{V} (\Delta\mathcal{E}_{s,z,C} - \Delta\mathcal{E}_{s,z,B}) \\ &\approx \frac{d}{V} 2 U(\mathcal{E}_{s,z}, \Delta\mathcal{E}_{s,z}),\end{aligned}\quad (5.9)$$

welcher hier als eine Unsicherheit $U(\Delta\nu_{\text{dc}}, \Delta\mathcal{E}_{s,z})$ der Linienverschiebung $\Delta\nu_{\text{dc}}$, verursacht durch die Streufeldänderungen $\Delta\mathcal{E}_{s,z}$ ausgedrückt wird. Dabei sind in der zweiten Zeile die Änderungen der Streufeldkomponente durch

$$U(\mathcal{E}_{s,i}, \Delta\mathcal{E}_{s,i}) = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta\mathcal{E}_{s,i,B}^2 + \Delta\mathcal{E}_{s,i,C}^2} \quad i = x, y, z \quad (5.10)$$

zusammengefasst, um so eine Unsicherheitsabschätzung zu vereinfachen. Die quadratische Mittelung wird vorgenommen, da die beiden Änderungen i.A. als unabhängig angesehen werden müssen.

Die relative Änderung bzw. Unsicherheit von $\Delta\nu_s$ (Gleichung 5.7) ergibt sich als Verhältnis von halbiertes Summe der beiden dritten Summanden in den Gleichungen 5.8 und $\Delta\nu_s$ gemäß Gleichung 5.6 zu:

$$\begin{aligned}\frac{U(\Delta\nu_s, \Delta\mathcal{E}_{s,z})}{\Delta\nu_s} &\approx \frac{1}{\mathcal{E}_{s,z}} (\Delta\mathcal{E}_{s,z,C} + \Delta\mathcal{E}_{s,z,B}) \\ &\approx \frac{2}{\mathcal{E}_{s,z}} U(\mathcal{E}_{s,z}, \Delta\mathcal{E}_{s,z}).\end{aligned}\quad (5.11)$$

In die Unsicherheit der Linienverschiebung $U(\Delta\nu_{\text{dc}}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},z})$ geht somit die Differenz der Änderungen des Streufeldes ein, während in die Unsicherheit Streufeldbeitrags $U(\Delta\nu_{\text{s}}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},z})$ die Summe der Änderungen des Streufeldes eingeht. Entsprechend wird eine eventuell vorliegende gerichtete Drift unterdrückt bzw. verstärkt. Für Änderungen der Streufeldkomponenten orthogonal zum Kondensatorfeld (z-Richtung) entfällt in den beiden Gleichungen 5.8 jeweils der dritte Summand. Ohne eine Annahme darüber zu machen, ob die zeitliche Änderung größer oder kleiner als die jeweilige Streufeldkomponente ist, ergibt sich dann in analoger Weise für die relative Änderung der Linienverschiebung

$$\begin{aligned} \frac{U(\Delta\nu_{\text{dc}}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j})}{\Delta\nu_{\text{dc}}} &= \frac{d^2}{V^2} (2\mathcal{E}_{\text{s},j}(\Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{B}} + \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{C}}) + \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{B}}^2 + \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{C}}^2) \\ &\approx \frac{4d^2}{V^2} (\mathcal{E}_{\text{s},j} U(\mathcal{E}_{\text{s},j}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j}) + U(\mathcal{E}_{\text{s},j}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j})^2). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Die relative Änderung von $\Delta\nu_{\text{s}}$ (Gleichung 5.7) ergibt sich als Verhältnis von halbiertes Summe der beiden letzten Summanden in den Gleichungen 5.8 und Gleichung 5.6 zu:

$$\begin{aligned} \frac{U(\Delta\nu_{\text{s}}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j})}{\Delta\nu_{\text{s}}} &= \frac{d}{2V\mathcal{E}_{\text{s},z}} (2\mathcal{E}_{\text{s},j}(\Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{B}} - \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{C}}) + \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{B}}^2 - \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j,\text{C}}^2) \\ &\approx \frac{2d}{V\mathcal{E}_{\text{s},z}} (\mathcal{E}_{\text{s},j} U(\mathcal{E}_{\text{s},j}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j}) + U(\mathcal{E}_{\text{s},j}, \Delta\mathcal{E}_{\text{s},j})^2) \end{aligned} \quad (5.13)$$

mit $j = x, y$.

Da Streufeldkomponenten orthogonal zur Kondensatorfeldrichtung nicht durch das Kondensatorfeld verstärkt werden, wird ihre zeitliche Änderung um einen Faktor d/V unterdrückt gegenüber der Änderung der Streufeldkomponente parallel zur Kondensatorfeldrichtung $\mathcal{E}_{\text{s},z}$. Im Gegensatz zu den orthogonalen Streufeldkomponenten kann die parallele Streufeldkomponente jedoch gemessen und somit besser eingeschätzt werden. Deshalb muss die zeitliche Änderung der orthogonalen Streufeldkomponenten separat abgeschätzt werden. Eine entsprechende Abschätzung wird am Ende von Abschnitt 5.4.2 vorgenommen.

5.2.2 Abweichungen vom unendlich ausgedehnten Kondensator

Während im vorigen Abschnitt analysiert wurde, wie eine Präzisionsmessung der DC-Stark-Verschiebung durch externe Felder beeinträchtigt wird, soll nun untersucht werden, mit welcher Genauigkeit das elektrische Feld im vorliegenden Fall realisiert werden kann. Zur Erzeugung eines genau bekannten elektrischen Feldes eignet sich am besten ein Plattenkondensator. Dessen elektrisches Feld ist bei unendlich großen, parallelen Feldplatten durch die Differenz der an den beiden Feldplatten angelegten Spannungen V_1 und V_2 sowie den Plattenabstand d zu $\vec{\mathcal{E}} = (V_1 - V_2)/d$ gegeben. Für einen endlichen Plattenkondensator im feldfreien Raum trifft dies nur für die Mittelsenkrechte der Feldplatten zu. Zum Rand hin unterscheidet sich das Feld immer stärker von dem eines unendlich ausgedehnten Kondensators. Ein weiterer Unterschied

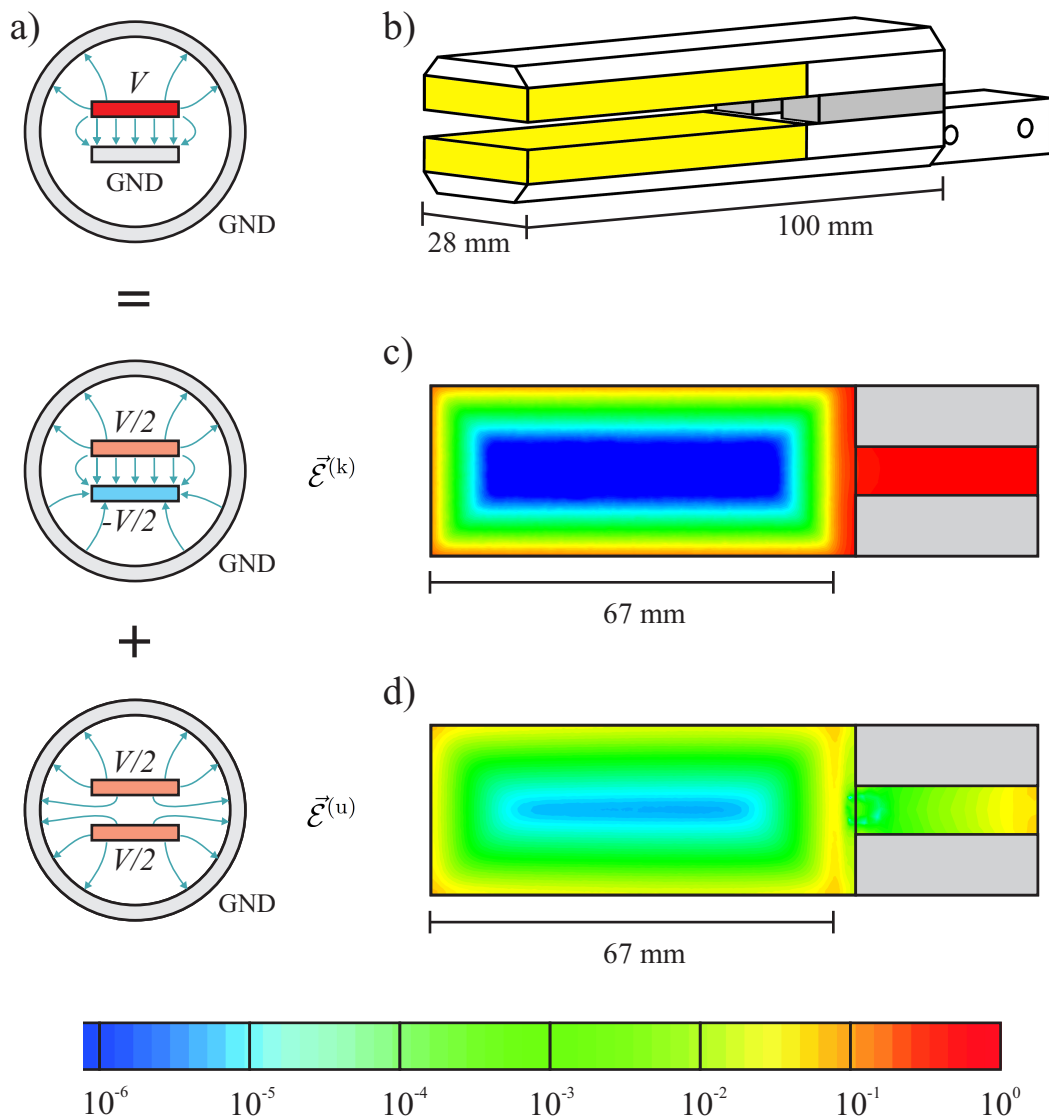


Abb. 5.2: Das elektrische Feld des Kondensators. a.) Das elektrische Feld eines Plattenkondensators in einer geerdeten Sphäre kann in die Felder $\mathcal{E}^{(k)}$ und $\mathcal{E}^{(u)}$ zerlegt werden. $\mathcal{E}^{(k)}$ entspricht dem Fall, dass an den Feldplatten die Spannungen $\pm V/2$ angelegt werden, und $\mathcal{E}^{(u)}$ dem Fall, dass beide Feldplatten auf dem gleichen Potential $V/2$ gegenüber der umgebenden Sphäre liegen. b.) Skizze des Kondensators, die Elektroden sind gelb hervorgehoben. c.) Für die Symmetrieebene des Kondensators berechnete Abweichung des Feldbetrags, vom Feld V/d eines unendlich ausgedehnten Kondensators, wenn die Spannungen $\pm V/2$ angelegt werden. d.) Relative Größe der $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente 1 mm oberhalb der Symmetrieebene, wenn an beiden Platten $V/2$ anliegt, bezogen auf das Feld V/d . Beide Felder wurden nach der Methode der finiten Elemente (FEM) unter Verwendung der Software COMSOL Multiphysics berechnet.

ergibt sich, wenn die Umgebung nicht potentialfrei ist, dann wird das Feld zusätzlich verzerrt. Dies kann durch die Zerlegung des elektrischen Feldes $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}(V_1, V_2)$ in zwei

Summanden beschrieben werden:

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}^{(k)} + \vec{\mathcal{E}}^{(u)}$$

$$\vec{\mathcal{E}}(V_1, V_2) = \vec{\mathcal{E}}\left(\frac{V_1 - V_2}{2}, -\frac{V_1 - V_2}{2}\right) + \vec{\mathcal{E}}\left(\frac{V_1 - V_2}{2}, \frac{V_1 - V_2}{2}\right). \quad (5.14)$$

Dabei ist $\vec{\mathcal{E}}^{(k)}$ das Feld welches sich ergibt, wenn an beiden Platten die entgegengesetztgleiche Spannung $\pm(V_1 - V_2)/2$ anliegt und $\vec{\mathcal{E}}^{(u)}$ ist das Feld welches sich ergibt, wenn an beiden Platten die gleiche Spannung $(V_1 - V_2)/2$ anliegt. Dies ist in Abb. 5.2a für den Fall eines Plattenkondensators innerhalb einer geerdeten (GND) Umgebung schematisch dargestellt. Dabei wurde der Einfachheit halber $V_1 = 0$ (GND) gewählt. In diesem Fall entspricht $\vec{\mathcal{E}}^{(k)}$ zwischen den Feldplatten dem Feld in einer potentialfreien Umgebung, während $\vec{\mathcal{E}}^{(u)}$ die Verzerrung des Feldes durch die Wechselwirkung mit der geerdeten Umgebung beschreibt.

Der entsprechend den räumlichen Gegebenheiten des vorhandenen Experiments konzipierte Kondensator ist in Abb. 5.2b skizziert. Die Elektroden sind gelb hervorgehoben, die einander zugewandte Feldplattenfläche hat eine Größe von 28 mm × 67 mm. Der Plattenabstand beträgt $d = 5$ mm. Der Kondensator wird detaillierter in Abschnitt 5.3 beschrieben. Das elektrische Feld des Kondensators wurde nach der Methode der finiten Elemente (FEM) unter Verwendung der Software COMSOL Multiphysics berechnet. Im zugrunde liegenden Modell befindet sich der Kondensator innerhalb einer geerdeten Sphäre (Vakuumkammer) mit einem Radius von 170 mm und ist in ihr wie im Experiment platziert, d.h. mit einem Abstand von 30 mm zwischen Kondensatorspitze und Sphärenzentrum. Darüber hinaus sind auch die MOT-Spulen entsprechend ihren Abmessungen und ihrer Lage (Abb. 5.1) als geerdete Elektroden enthalten. Tatsächlich kommt es zwischen den Spulen zu einem Spannungsabfall von bis zu 2 V. Da dieser jedoch gering ist gegenüber den an den Feldplatten anliegenden Spannungen (von einigen 100 V), kann er vernachlässigt werden. Die am hinteren Ende der unteren Feldplatte (vgl. Abb. 5.2b) angreifende Halterung wird durch geerdete Flächen berücksichtigt. Die relative Abweichung des Feldbetrags $|\vec{\mathcal{E}}^{(k)}|$ vom Feld eines unendlich ausgedehnten Plattenkondensators ist in Abb. 5.2c in Abhängigkeit von der lateralen Position auf der Symmetrieebene des Kondensators logarithmisch dargestellt. Es weicht ab einer Eindringtiefe von 10 mm um weniger als 1 ppm von dem eines unendlich ausgedehnten Kondensators ab. Dies gilt entsprechend in einem zentralen Bereich von 8 mm × 47 mm. Auf parallelen Ebenen ober- bzw. unterhalb der Symmetrieebene ist der Bereich sogar noch größer, da dort Randeffekte, aufgrund des geringeren Abstands zur oberen bzw. unteren Feldplatte, stärker unterdrückt werden. In diesem Fall (Feldplattenpotentiale $\pm V/2$) entspricht das mittlere Potential der beiden Feldplatten dem der umgebenden, geerdeten Vakuumkammer. Ist dies nicht der Fall, so ergibt sich eine Asymmetrie, die zu einer Verzerrung des Feldes im Kondensator führt und gemäß Gleichung 5.14 durch den Beitrag des Feldes $\mathcal{E}^{(u)}$ zwischen Kondensator und Umgebung beschrieben werden kann. Die Größe der $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente, wenn an beiden Platten die Spannung $V/2$ anliegt, relativ zum Feld V/d eines unendlich ausgedehnten Kondensators ist in Abb. 5.2d in Abhängigkeit von der lateralen Position

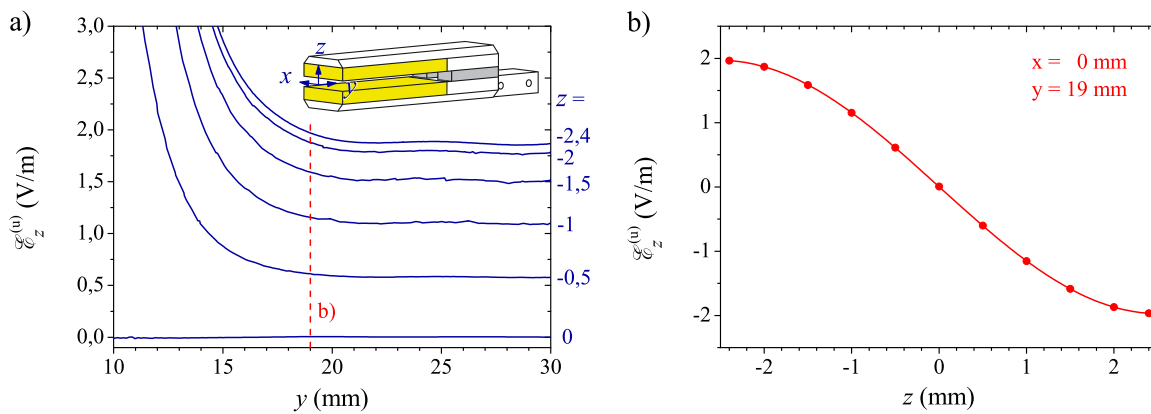


Abb. 5.3: In FEM-Simulationen berechnete $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente für den Fall das beide Feldplatten auf einem Potential von 350 V gegenüber einer geerdeten Umgebung liegen: a) entlang der Symmetrieachse (y) und für Parallelen in unterschiedlichen Höhen (z); b) entlang der z -Achse (vertikal) an der Position $y = 19$ mm. Der Koordinatenursprung befindet sich an der Kondensatorspitze, wie in der Skizze in a) rechts oben dargestellt.

1 mm oberhalb der Symmetrieebene des Kondensators dargestellt.

Entscheidende Eigenschaft des Feldes $\mathcal{E}^{(u)}$ zwischen Kondensator und Umgebung ist, dass es proportional zur Potentialdifferenz zwischen mittlerem Potential der Feldplatten und Umgebung ist. Wird diese Potentialdifferenz umgepolt, so wird auch $\mathcal{E}^{(u)}$ invertiert. Werden jedoch die an den Feldplatten anliegenden Spannungen umgepolt, sodass das mittlere Feldplattenpotential gleich bleibt, so ändert sich $\mathcal{E}^{(u)}$ nicht und wird durch das Messschema (Gleichung 5.6) unterdrückt. Die z -Komponente $\mathcal{E}_z^{(u)}$ (orthogonal zu den Feldplatten) kann gemäß Gleichung 5.7 ebenfalls aus den gleichen Daten bestimmt werden (sofern andere Beiträge zu \mathcal{E}_z identifiziert werden können, wie dies in Abschnitt 5.4.2 beschrieben wird). Da $\mathcal{E}_z^{(u)}$ proportional zum mittleren Potential der beiden Feldplatten ist, ist es im Allgemeinen proportional zu den am Kondensator angelegten Spannungen. Eine solche Spannungsabhängigkeit tritt auch auf, wenn eine der beiden Feldplatten einen zu geringen Widerstand gegen Masse hat und somit ein Spannungsteiler dazu führt, dass nur ein Teil der vermeintlich angelegten Spannung tatsächlich an der entsprechenden Feldplatte abfällt. Diese Thematik wird in Abschnitt 5.4.2 eingehender untersucht.

Die Größe des $\mathcal{E}^{(u)}$ -Feldes wird durch alle ladungstragenden Komponenten in der Umgebung des Kondensators beeinflusst. Die FEM-Rechnungen zeigen, dass die MOT-Spulen den Effekt der ohne sie durch die geerdete Vakuumkammer vorhanden wäre mehr als verdoppeln. Dennoch ist eine qualitative Analyse auch in einem vereinfachten Modell, das lediglich den Kondensator und die geerdete Vakuumkammer berücksichtigt, möglich. Da im Experiment nur die $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente zugänglich ist, wurde diese in dem vereinfachten Modell detaillierter untersucht. Liegen beide Feldplatten auf einem Potential von 350 V gegenüber der geerdeten Sphäre, so ergibt sich die in Abb. 5.3 dargestellte Abhängigkeit der $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente von der Eindringtiefe und der Höhe im Kondensator. Auf der Symmetrieachse ($z = 0$) verschwindet die $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente.

Oberhalb der Symmetrieachse ist sie negativ und unterhalb positiv, während die $\mathcal{E}_x^{(u)}$ - und die $\mathcal{E}_y^{(u)}$ -Komponenten für diese Fälle verschwinden. Für Parallelen zur Symmetrieachse, die seitlich (in x -Richtung) versetzt sind, behält auch die $\mathcal{E}_x^{(u)}$ -Komponente einen endlichen Wert, während die $\mathcal{E}_y^{(u)}$ -Komponente weiterhin gleich null ist. Für die 2 mm in x -Richtung und $-1,5$ mm in z -Richtung versetzte Parallele zur Symmetrieachse ergeben sich die Endwerte $\mathcal{E}_x^{(u)} = 1,8$ V/m und $\mathcal{E}_z^{(u)} = 2,9$ V/m. Die $\mathcal{E}_x^{(u)}$ -Komponente ist unkritisch, da die $\Delta\nu_{\text{dc}}$ -Messung nach dem in Abschnitt 5.2.1 vorgestellten Messschema nur unwesentlich von ihr beeinflusst wird. Die $\mathcal{E}_z^{(u)}$ -Komponente jedoch ist größer als auf der $x = 0$ -Ebene und steigt $\mathcal{E}_z^{(u)}$ im zentralen Bereich etwa linear mit der Entfernung von der Symmetrieachse des Kondensators an, mit etwa $1,2$ (V/m)/mm. Diese Steigung wird, wenn die Spulen miteinbezogen werden, mehr als verdoppelt.

5.3 Der Kondensator

5.3.1 Konzept und Aufbau

Der Kondensator ist entlang des Gitterstrahls ausgerichtet (Abb. 5.1), seine vordere Kante ist 31 mm von der MOT entfernt und ragt zwischen die Spulen der MOT. Die beiden Feldplatten sind durch zwei Abstandhalter verbunden (Abb. 5.4), die im hinteren, den Atomen abgewandten Bereich entlang des Gitterstrahls angeordnet sind und mit den Feldplatten durch Anschieben kontaktiert sind. Dadurch wird eine Beeinflussung des Abstandes oder der Plattenparallelität durch einen Klebstoff vermieden. Als Abstandhalter werden Parallelendmaße eingesetzt, deren Parallelität besser als $0,5 \mu\text{rad}$ ist. Um die Anschubeigenschaften zu verbessern, sind sowohl die Feldplatten als auch die Abstandhalter aus dem selben Material – einer Glaskeramik (Zerodur) – gefertigt. Zerodur [161] zeichnet sich durch einen sehr geringen Temperaturexpansionskoeffizienten von $< 1 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ ($0^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}$) und hohe Beständigkeit aus. So wird die Beibehaltung des Abstandes auch über längere Zeiträume von einigen Monaten und bei unterschiedlichen Temperaturen (s. u.) sichergestellt.

Die Feldplatten (100 mm lang, 28 mm breit und 10 mm stark) haben eine Ebenheit¹ von 60 nm und eine Rauheit² von $R_a < 2$ nm und $R_z < 10$ nm. Sie sind im Feldbereich ($67 \text{ mm} \times 28 \text{ mm}$, in den Abb. 5.1 bzw. Abb. 5.4 gelb dargestellt) mit einer teiltransparenten, 20 nm starken Goldschicht bedampft worden [163], die von einer 5 nm starken Haftvermittlungsschicht aus Aluminium auf den Zerodur-Platten gehalten wird. Auch die vertikalen Stirn- und Seitenflächen der Feldplatten sind mit einer etwas dickeren, opaken Goldschicht überzogen, um unkontrollierte Oberflächenladungen in der Nähe der Atome zu vermeiden. Durch die Teiltransparenz der Feldplatten wird eine interferometrische Verifikation des Abstandes bzw. der Feldplattenparallelität ermöglicht.

Die Teiltransparenz der Goldschicht weist Inhomogenitäten auf, die auf Aluminiumoxid-Reste voriger Bedampfungen (das Aufdampfen stabiler Goldschichten bedurf-

¹Die Ist-Fläche liegt zwischen zwei parallelen Ebenen im genannten Abstand.

² R_a ist der mittlere Abstand der Messpunkte zur Mittellinie und R_z ist der maximale Spitze-Tal-Abstand je Rasterlinie, gemittelt über alle Rasterlinien, hier in einem Testbereich von $300 \mu\text{m} \times 600 \mu\text{m}$ mit einem Interferenzmikroskop [162] gemessen.

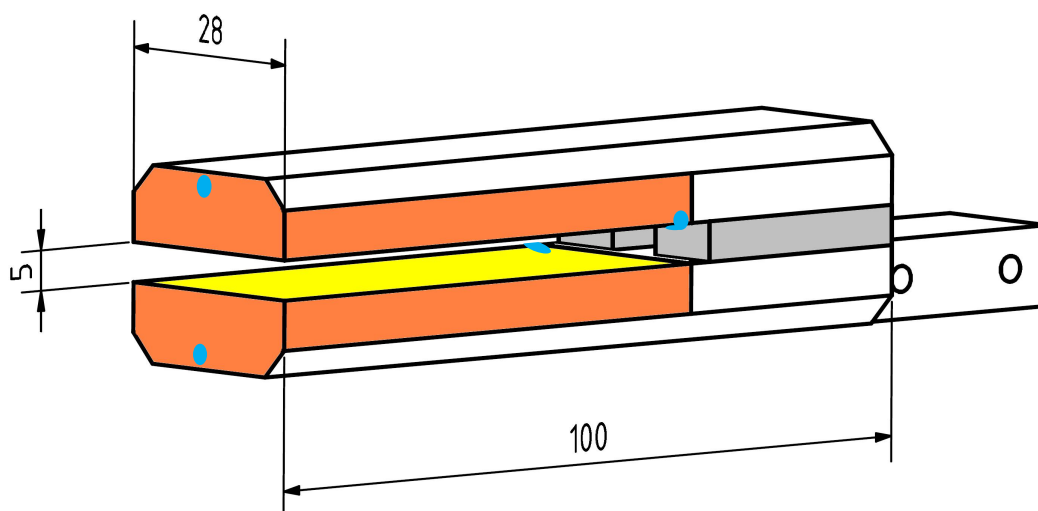


Abb. 5.4: Skizze des Kondensators. Die Innenseiten der Feldplatten sind mit einer teiltransparenten Goldschicht (gelb), die Seitenflächen der Feldplatten mit einer dickeren, opaken (orange) Goldschicht beschichtet. Jede Feldplatte ist an zwei Punkten elektrisch kontaktiert (türkis).

te mehrerer Anläufe) zurückzuführen sind. Nicht-taktile Rauheitsuntersuchungen mit einem Interferenzmikroskop (in Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe von Herrn Krüger-Sehm [162]) ergaben, dass diese nur wenige Nanometer stark sind, was auch in Übereinstimmung mit den zuvor aufgedampften Schichtdicken ist. Um sicherzustellen, dass die Strukturen unter der Goldschicht liegen, wurde eine optische Untersuchung durchgeführt. Dazu wurde ein fokussierter Laserstrahl (Taillenradius $w_0 < 100 \mu\text{m}$) nahezu senkrecht auf die Schicht gerichtet und über die Strukturen gescannt. Dabei wurde die transmittierte und die reflektierte Intensität synchron aufgezeichnet. Trifft der Laserstrahl substratseitig auf die Schicht, so führen die Strukturen zu positionsabhängigen Schwankungen der transmittierten wie auch der reflektierten Intensität. Wird die gleiche Untersuchung von der Substrat abgewandten Seite durchgeführt, so schwankt lediglich die transmittierte Intensität. Dies bestätigt, dass die Strukturen unter der Goldschicht liegen.

Gehalten wird der Kondensator am hinteren Teil der unteren Platte (Abb. 5.4), indem er flächig zwischen zwei Stützen der Halterung gepresst wird. Die Halterung selbst ist aus Aluminium gefertigt und ist über drei Stahlstangen im äußeren Endflansch eines CF-40-Membranbalgs befestigt. Dieser ermöglicht eine Justage der Kondensatorposition. Alle für die Halterung des Kondensators und die Vakuumbauteile verwendeten Materialien sind aus leicht magnetischem Edelstahl (EN 1.4301) oder weniger magnetischen Metallen.

5.3.2 Parallelität und Plattenabstand

Die Länge der als Abstandhalter eingesetzten Parallelendmaße wurde in einem Interferenzkomparator [164] zu $5\,001\,847\,(8)\text{ nm}$ und $5\,001\,842\,(8)\text{ nm}$ bestimmt [165].

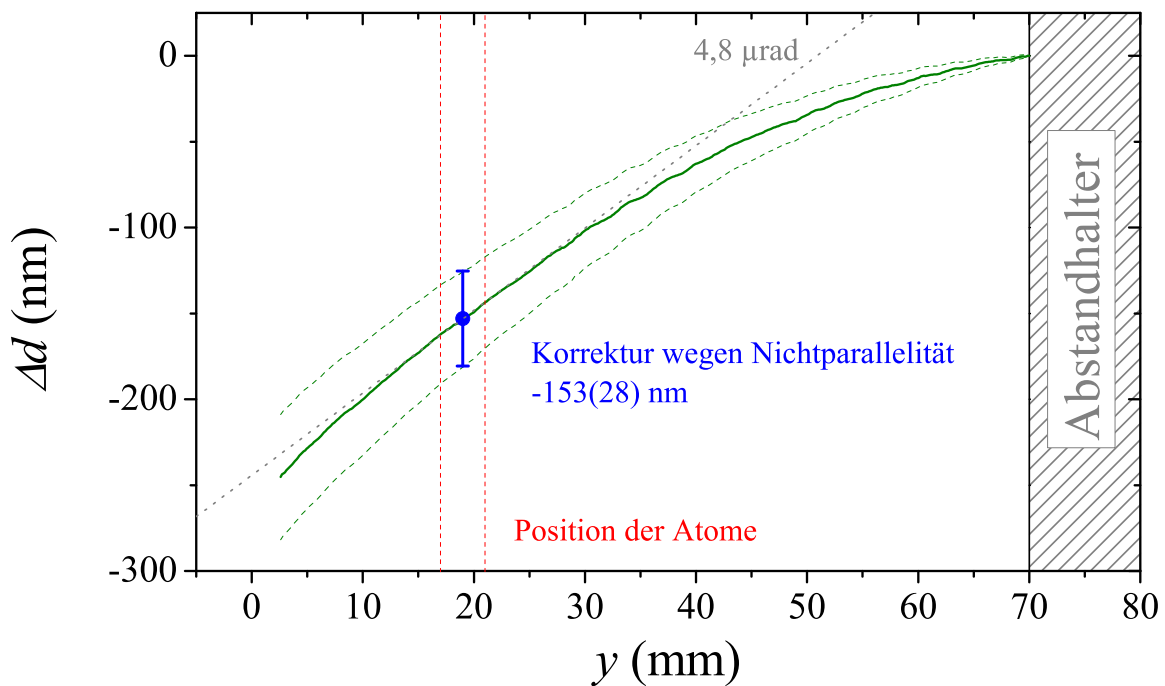


Abb. 5.5: Änderung des Plattenabstand Δd in Abhängigkeit von der Position y relativ zur Vorderkante der unteren Feldplatte, bestimmt durch Addition der Oberflächenprofile der beiden Feldplatten. Das Konfidenzband der einfachen Messunsicherheit ist gestrichelt eingezeichnet. Die Position der Atome lag während der $\Delta\alpha$ -Messungen innerhalb der rot-gestrichelten, vertikalen Linien. Die an der Position der Atome notwendige Korrektur ist als blauer Punkt eingezeichnet. Die Tangente (grau-gepunktet) an die Plattenabstandsänderung am Ort der Atome hat eine Steigung von $4,8 \mu\text{rad}$.

Diese Länge wird durch das Anschieben direkt als Plattenabstand umgesetzt. Der Anschlag verursacht aufgrund der Topographie (Abweichung von der Parallelität, Unebenheit) der Abstandhalter eine Unsicherheit von 8 nm pro Abstandhalter, die sich quadratisch gemittelt auf den Plattenabstand überträgt. Im Feldbereich wird der Plattenabstand um die Dicke der teiltransparenten Al-Au-Beschichtungen, d.h. um $50(15) \text{ nm}$ verringert. Wird die Unebenheit der Feldplatten lediglich als Unsicherheit berücksichtigt, so kann der Plattenabstand mit Sub-Mikrometer-Genauigkeit angegeben werden, welche in [111] als notwendig befunden wurde.

Zur genaueren Bestimmung des Plattenabstands am Ort der Atome muss zusätzlich die imperfekte Parallelität der Feldplatten berücksichtigt werden. Diese ergibt sich aus der Parallelität der Abstandhalter und den Oberflächenprofilen der beiden Feldplatten. Die Oberflächenprofile der Feldplatten wurden vor der Beschichtung PTB-intern [166] mit einem kalibrierten Fizeau-Interferometer vermessen. Unter der Annahme, dass die beiden Feldplatten im Anschubbereich parallel sind, können die beiden Oberflächenprofile addiert werden, um die Änderung des Plattenabstands in Abhängigkeit von der Distanz zu den Abstandhaltern zu bestimmen. Dies ist in Abb. 5.5 dargestellt. Das gestrichelt markierte Konfidenzband ergibt sich aus der quadratischen Addition

folgender Unsicherheitsbeiträge:

1. *Unsicherheit der relativen Positionierung der beiden Oberflächenprofile:*
Die beiden Feldplatten befinden sich nicht exakt übereinander, da der Anschlag der oberen Feldplatte an die beiden, bereits an der unteren Feldplatte angeschobenen Abstandhalter, durch die geometrische Überbestimmung erschwert wurde. Infolgedessen ist die obere Feldplatte 1,5 mm gegenüber der unteren Platte in Richtung der Abstandhalter versetzt. Dies wird bei der Addition der Oberflächenprofile berücksichtigt. Für die Positionierung der Oberflächenprofile relativ zueinander wird eine Unsicherheit von 1 mm angenommen. Diese pflanzt sich durch Multiplikation mit der Ableitung der summierten Oberflächenprofile, als Beitrag zur Unsicherheit des positionsabhängigen Plattenabstands fort.
2. *Parallelität der Abstandhalter:*
Die Parallelität der Abstandhalter ist besser als $0,5 \mu\text{rad}$. Die resultierende Unsicherheit wird durch lineare Extrapolation bestimmt.
3. *Unsicherheit der Ebenheitsmessung:*
Die Messunsicherheit der Ebenheitsmessungen mit dem kalibrierten Fizeau-Interferometer beträgt 5,5 nm über 300 mm und verursacht hier eine mit zunehmender Distanz von den Abstandhaltern linear ansteigende Unsicherheit.

Damit ergibt sich an der Position der Atome eine Korrektur des Plattenabstands wegen imperfekter Parallelität von $-153,1(277)$ nm. Der Neigungswinkel der Feldplatten gegeneinander beträgt an der Position der Atome $y = 19(2)$ mm etwa $5 \mu\text{rad}$. Somit führt die Positionsunsicherheit der Atome zu einer zusätzlichen Unsicherheit von 10 nm.

Alle für den Plattenabstand während der Spektroskopie des Uhrenübergangs relevanten Größen, Korrekturen und Unsicherheitsbeiträge sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Die Unsicherheit welche sich wegen der Eigenbiegung der beiden Feldplatten im endgültigen Aufbau an der Position der Atome ergibt, wird durch quadratische Addition der Unsicherheiten beider Biegelinien (von jeweils 14%) zu 13 nm berechnet. Die Dilatation der Abstandhalter im Vakuum beträgt unter der Annahmen eines isotropen Körpers und der Verwendung der Poissonzahl und des E-Moduls von Zerodur [161] $2,8(1)$ nm. Die Temperatur des Kondensators betrug während der spektroskopischen Messungen bis zu 25°C . Dies führt zu einer Längenänderung der Parallelendmaße von $< 2,5$ nm gegenüber der Länge bei den interferometrischen Messungen. Die Verbiegung der Feldplatten durch einen Temperaturgradienten wird, unter der Annahme einer Temperaturdifferenz zwischen Außen- und Innenseite einer Feldplatte von $0,1^\circ\text{C}$, zu maximal 3 nm pro Feldplatte abgeschätzt.

Um eine mögliche zeitliche Drift der Abstandhalterlänge zu quantifizieren, wurde ein drittes Parallelendmaß der gleichen Charge nach etwa 15 Monaten erneut vermessen. Der Längenunterschied betrug etwa 3 nm und ist aufgrund der Unsicherheiten der beiden Messungen von jeweils 8 nm nicht signifikant. Im Unterschied zu diesem

Tab. 5.1: Unsicherheitsbudget des Plattenabstands am Ort der Atome.

Beitrag	Größe (nm)	Unsicherheit (nm)
Mittlere Länge der Abstandhalter	5 001 844,5	11,3
Anschub / Topographie	0	11,3
Schichtdicken	-50	15
Feldplattenparallelität	-153,1	27,7
Position der Atome	0	10
Biegung der Feldplatten	0	13
Elektrostatische Anziehung	0	0,04
Kompression durch Luftdruck	2,8	0,1
Erwärmung der Abstandhalter	0	2,5
Erwärmung der Feldplatten	0	6,0
Plattenabstand am Ort der Atome	5 001 644,2	39,5

Parallelendmaß wurde der Kondensator drei Mal auf $< 55^\circ\text{C}$ erwärmt³. Deshalb wurde auch der Einfluss einer äquivalenten Erwärmung auf das Referenzparallelendmaß untersucht. Die resultierende Längenänderung betrug 2 nm und ist, aufgrund der Messunsicherheiten von jeweils 8 nm, nicht signifikant.

Um die Feldplattenparallelität unabhängig zu überprüfen wurde der Kondensator als Fabry-Pérot-Interferometer (FPI) in Reflexion eingesetzt und mit einem aufgeweiteten Laserstrahl unter senkrechtem Einfall bei den Wellenlängen $\lambda = 532$ nm und $\lambda = 633$ nm untersucht⁴. Durch leichte mechanische Belastung der oberen Platte und die dadurch verursachte Verschiebung der Interferenzstreifen konnte festgestellt werden, dass sich der Abstand zur Spitze hin verringert. Dies entspricht den Erwartungen gemäß den vorher an den einzelnen Platten durchgeführten Ebenheitsmessungen.

Während der Kondensator im endgültigen Aufbau am hinteren Ende der unteren Platte gehalten wird, und infolgedessen beide Platten die gleiche Eigenbiegung erfahren, wurde bei den FPI-Messungen die untere Platte von einer ringförmigen Auflage (mit einem Durchmesser von ca. 56 mm) unterstützt, sodass sie sich kaum bog. Deshalb verringert sich der Plattenabstand zur Kondensatorspitze hin durch die Eigenbiegung der oberen Platte zusätzlich. Dieser Umstand muss beim Vergleich der FPI-Messungen mit der Kombination aus Abstandhalterlänge und Oberflächenprofilen berücksichtigt werden. Dazu wird die Biegelinie der oberen Platte für das Elastizitäts-Modul von Zerodur [161] und einen rechteckigen Querschnitt gemäß der Biegegleichung für einen Balken berechnet [167, 168]. Der Verlauf des Plattenabstands wie er sich gemäß der Plattenparallelität, der Abstandhalterlänge und der Biegelinie der oberen Platte ergibt ist in Abb. 5.6 dargestellt (blaue Linie). Das gestrichelt markierte Konfidenzband

³Um das zur elektrischen Kontaktierung verwendete Epoxidharz auszuhärten und zur Erreichung des Ultrahochvakuums wurde der Kondensator auf maximal 55°C erwärmt. Dabei wurde er über > 24 Stunden erwärmt und über > 6 Tage abgekühlt, um die thermischen Eigenschaften des Materials nicht zu beeinträchtigen.

⁴Die interferometrische Untersuchung der Parallelität der Kondensatorplatten wurde in Zusammenarbeit mit Herrn Franke [165] durchgeführt.

ergibt sich durch quadratische Addition der Unsicherheit des Plattenabstands bei den Abstandhaltern (Punkt (1) in Abb. 5.6), der Unsicherheit der Plattenparallelität gemäß dem in Abb. 5.5 gezeigten Konfidenzband und der Unsicherheiten durch Biegung der Feldplatten. Die Unsicherheit der Biegelinie der oberen Platte wird mit 14% abgeschätzt. Die Unsicherheit, welche durch die geringe Verbiegung der unteren Platte hervorgerufen wird, wird in Form eines Winkels von $0,2 \mu\text{rad}$ berücksichtigt.

Unter diesen Bedingungen treten drei Interferenzstreifen (zwei bei $\lambda = 633 \text{ nm}$ und einer bei $\lambda = 532 \text{ nm}$) auf. Sie sind senkrecht zur Kondensatorachse ausgerichtet, was in guter Übereinstimmung mit den Ebenheitsmessungen der einzelnen Platten und den Abstandhalterlängen ist. Um den destruktiven FPI-Interferenzstreifen Plattenabstände zuzuordnen, müssen die unter Reflexion an den Beschichtungen auftretenden Phasensprünge berücksichtigt werden. Diese weichen von π bzw. 0 ab, sobald die Beschichtungen das Licht teilweise absorbieren. Zusätzlich ist zu berücksichtigen, dass die Reflexionen nicht wie in einem FPI an zwei Grenzflächen stattfinden, sondern an einem Vielschichtsystem, sodass die Reflexion an mehreren Grenzflächen sowie die Ausbreitung des Lichtes in den Schichten berücksichtigt werden müssen. Diese Berechnung kann auf elegante Weise mit einem Transfermatrixmodell durchgeführt werden, wie es z.B. in [169, 170] beschrieben wird. In diesem werden die beteiligten Schichten durch Fresnel-Koeffizienten, basierend auf ihren komplexen Brechungsindices $\hat{n} = n - ik$ beschrieben. Der Raum zwischen den Feldplatten wird ebenfalls als eine Schicht berücksichtigt, deren Schichtdicke d variiert wird. Die am FPI reflektierte Intensität wird als Betragsquadrat des Reflexionskoeffizienten des Systems berechnet. Der Abstand $d_{\min}(\lambda)$ bei dem sie minimal wird, ist der Feldplattenabstand bei destruktiver Interferenz.

Zur Berechnung der Plattenabstände die bei den Interferenzstreifen vorliegen, wird der Plattenabstand bei den Abstandhaltern als Vorwert verwendet. Deshalb handelt es sich nicht um eine völlig unabhängige Abstandsmessung. Jedoch ist der, für die resultierenden Abstände verbleibende Spielraum von $\lambda/2$ groß, gegenüber den Unsicherheiten und Abweichungen der beiden Methoden von $\sim 20 \text{ nm}$. Die bei der Berechnung verwendeten Parameter sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Die FPI-Messungen wurden an Luft durchgeführt, deshalb wird der Brechungsindex der Luft gemäß den modifizierten Edlèn Gleichungen [173] und den klimatischen Bedingungen zum Zeitpunkt der Messung berechnet. Da das Transmissionsvermögen der einzelnen Feldplatten mit $T_o = 0,27$ für die obere und $T_u = 0,24$ für die untere Feldplatte größer ist als erwartet ($T = 0,12$), werden für die Schichtdicken ($D_{u,o}(\text{Al})$ und $D_{u,o}(\text{Au})$) geringere Werte verwendet als die bei der Herstellung eingestellten Dicken. Die Unsicherheiten derselben werden so gewählt, dass auch die Werte der Herstellungsparameter enthalten sind. Auch die Unsicherheiten der Real- und Imaginärteile der Brechungsindices werden mit 20% großzügig abgeschätzt, da die optischen Eigenschaften dünner Schichten abhängig von den konkreten Herstellungsbedingungen sind [171, 172].

Die aus diesen Berechnungen resultierenden Plattenabstände sind in Abb. 5.6 in Abhängigkeit vom Abstand von der Kondensatorspitze, welcher durch Vermessung der Interferenzmuster ermittelt wurde, dargestellt. Bei den dargestellten Messpunkten handelt es sich um:

Tab. 5.2: Parameter zur Berechnung der FPI-Plattenabstände $d_{\min}(\lambda)$

Parameter	Wert bei $\lambda = 532 \text{ nm}$	Wert bei $\lambda = 633 \text{ nm}$
Vakuumwellenlänge (nm)	532,290008382	632,9913748
$n(\text{Zerodur})$	1,546 [161]	1,540 [161]
$n(\text{Luft}) - 1$	$2,703(10) \times 10^{-4}$	$2,687(10) \times 10^{-4}$
$d(\text{Vorwert})$ (nm)	5001794,5	5001794,5
$D_{u,o}(\text{Al})$ (nm)	3,3(17) [171]	3,3(17) [171]
$n(\text{Al})$	0,90(18) [171]	1,4(3) [171]
$k(\text{Al})$	6,4(13)	7,6(15)
$D_{u,o}(\text{Au})$ (nm)	14(6)	14(6)
$n(\text{Au})$	0,46(9) [172]	0,18(4) [172]
$k(\text{Au})$	2,4(5) [172]	3,0(6) [172]
$d_{\min}(\lambda) = d(\text{Vorwert})$ (nm)	-221(17)	-45(23)

- (1) Mittlere Abstandshalterlänge abzüglich der Schichtdicken, d.h. 5 001 794,5 (220) nm
- (2) Minimum eines destruktiven Interferenzstreifens bei $\lambda = 633 \text{ nm}$
- (3) Minimum eines destruktiven Interferenzstreifens bei $\lambda = 532 \text{ nm}$
- (4) Minimum eines destruktiven Interferenzstreifens bei $\lambda = 633 \text{ nm}$

Die Unsicherheiten der Plattenabstände bei den Interferenzstreifen werden aus den Unsicherheiten der Parameter in Tabelle 5.2 bestimmt. Um die Fortpflanzung der Unsicherheiten im verwendeten Transfermatrixmodell zu bestimmen, werden für acht Eingangsparameter ($n(\text{Al})$, $k(\text{Al})$, $n(\text{Au})$, $k(\text{Au})$, $D_u(\text{Al})$, $D_u(\text{Au})$, $D_o(\text{Al})$, $D_o(\text{Au})$) je drei Werte, zentral und an den Rändern des jeweiligen Unsicherheitsintervalls, verwendet. Für jede der 3^8 möglichen Kombinationen wird der Abstand berechnet, bei dem es in Reflexion zu einer destruktivem Interferenz kommt. Der Mittelwert der resultierenden Verteilung der Abstandswerte wird als Plattenabstand verwendet, mit einer Unsicherheit entsprechend der oberen und unteren Grenze der Verteilung. Zu dieser Unsicherheit kommt der Unsicherheitsbeitrag des Brechungsindex der Luft hinzu, der separat abgeschätzt und quadratisch addiert wird.

Der in Abb. 5.6 dargestellte Vergleich der beiden Abstandsbestimmungsmethoden zeigt, dass sie in guter Übereinstimmung miteinander sind. Die Positionsabhängigkeit des Plattenabstands wie sie gemäß den Oberflächenprofilen erwartet wird, wird durch die FPI-Messungen bestätigt. Da es sich um die Interferenzstreifen zweier unterschiedlicher Wellenlängen handelt, unterstreicht dies die Konsistenz mit dem als Vorwert verwendeten Plattenabstand bei den Abstandhaltern.

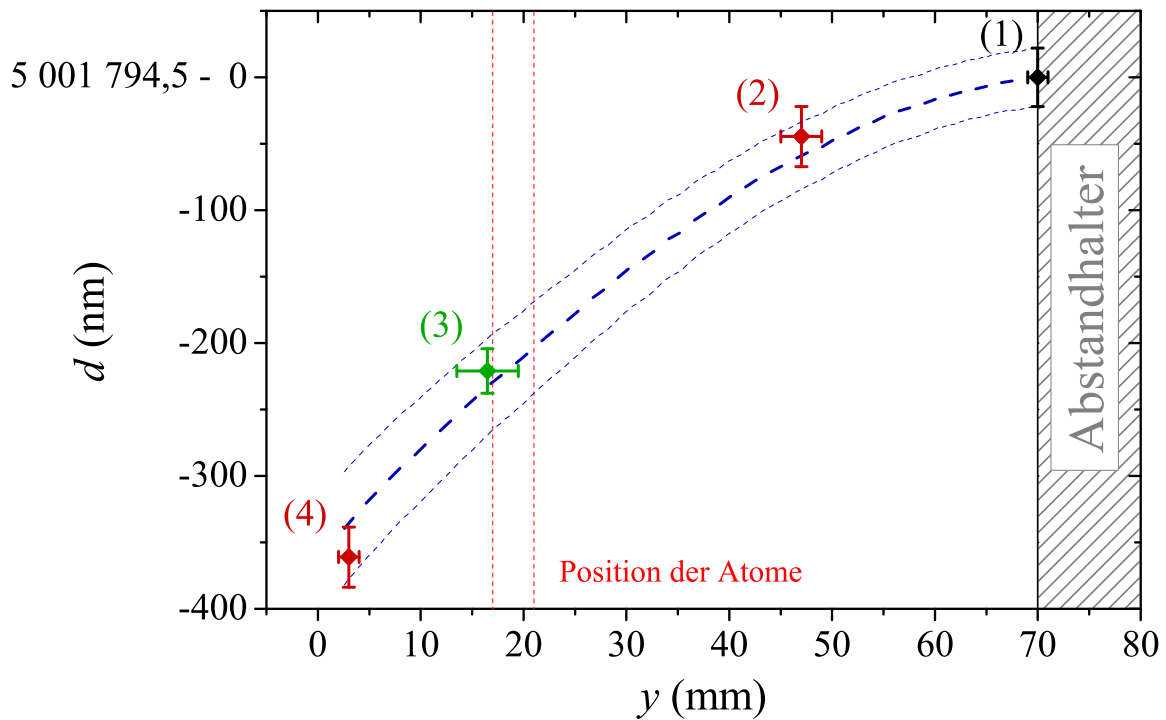


Abb. 5.6: Vergleich der Plattenabstände die beim Einsatz des Kondensators als Fabry-Pérot-Interferometer (FPI) in Reflexion ermittelt wurden (Punkte (2): $\lambda = 633$ nm, Punkt (3): $\lambda = 532$ nm und Punkt (4): $\lambda = 633$ nm) mit dem Plattenabstand gemäß der mittleren Abstandhalterlänge abzüglich der Schichtdicken (Punkt (1)), unter Berücksichtigung der Plattenparallelität (Abb. 5.5) und der Biegung der Platten bei der FPI-Messung (blaue Linie), die relevanten Unsicherheiten werden durch das gestrichelt markierte Konfidenzband berücksichtigt

5.3.3 Elektrische Eigenschaften

Zur elektrischen Kontaktierung sind Kapton-isolierte Kupferdrähte vorne und hinten (blau in Abb. 5.4) an jeder Feldplatte mit silbergefülltem, lösungsmittelfreiem Epoxid aufgeklebt. Der elektrische Widerstand zwischen den beiden Anschlüssen einer Platte beträgt 27Ω bzw. 42Ω und wird hauptsächlich von den geklebten Kontakten verursacht. Mit dem selben Epoxid (dessen Wärmeleitfähigkeit etwa der von Zerodur entspricht) ist ein PT-100-Temperaturmesswiderstand von unten an den Kondensator geklebt. Die acht Zuleitungen (vier zur Temperaturmessung und je zwei zum Anschluss der Feldplatten) verlaufen entlang der Stangen, welche den Kondensator halten. Die vier Zuleitungen zu den Platten sind über eine Durchführung und geschirmte MHV-Kabel mit einem HV-Schalter verbunden. In jeder der vier Zuleitungen ist jeweils ein $10 \text{ k}\Omega$ Widerstand zur Strombegrenzung eingebaut. Da jede Platte zwei Zuleitungen hat, sind jeweils zwei der Widerstände parallelgeschaltet, sodass sie mit $5 \text{ k}\Omega$ zum Vorwiderstand einer Platte beitragen.

Im HV-Schalter werden vier Reed-Relais verwendet, um die beiden Ausgänge in beliebiger Kombination (TTL-gesteuert) mit den beiden Eingängen zu verbinden. Die

Spannungsmessung erfolgt direkt an der Spannungsquelle, vor den Eingängen des HV-Schalters. So kann die Spannung am Kondensator umgepolt werden, ohne dass sich die gemessene Spannung ändert. Damit das Schalten der Spannung nicht zu Spannungseinbrüchen führt, ist auch in den beiden Eingängen des HV-Schalters je ein $10\text{ k}\Omega$ Widerstand in Reihe geschaltet, sodass der Vorwiderstand jeder Platte $15\text{ k}\Omega$ beträgt. Um zu überprüfen, ob der Endwert der Spannung hinter dem HV-Schalter durch das Umpolen beeinflusst wird, wurde statt des Kondensators das Spannungsmessgerät hinter dem Schalter angeschlossen. Der Unterschied zur Messung vor dem Kondensator betrug weniger als 1 ppm und der Unterschied des Spannungsbetrags in den beiden Schalterstellungen war geringer als 2 ppm .

Das verwendete Spannungsmessgerät (HP 3458A) wurde PTB-intern unter Verwendung eines Multifunktionskalibrators (Fluke 5720A) als TransfERNormal mit einem Josephson-Effekt-kalibrierten Spannungsnormale verglichen [174]. Die resultierende Unsicherheit setzt sich aus dem quadratischen Mittel der Unsicherheit von $7,8\text{ ppm}$, gemäß den Spezifikationen des Spannungsmessgeräts (HP 3458A) bei der Vergleichsspannung $V = 700\text{ V}$ und der Unsicherheit von $5,0\text{ ppm}$, mit welcher die Einheit Volt bei der internen Kalibrierung realisiert werden konnte, zusammen und beträgt $9,26\text{ ppm}$. Die interne Kalibrierung ergab, dass die Anzeige des Spannungsmessgeräts (HP 3458A) $7,5\text{ ppm}$ oberhalb des tatsächlichen Spannungswertes liegt. Sie wird bei der Messdatenauswertung entsprechend korrigiert. Zusätzlich wird das Spannungsmessgerät an jedem Messtag mittels einer Autokalibrierungs-Funktion intern abgeglichen, dieser Abgleich führte jedoch zu keinen signifikanten Änderungen der Messergebnisse (Einfluss geringer als 1 ppm). Ein Spannungsmesspunkt wird über 1000 Perioden der Netzspannung d. h. in 20 s , aufgezeichnet und von einem Messrechner ausgelesen. Zwischen zwei Spannungsmesspunkten liegen 50 s bzw. 10 Messpunkte der Polarisierbarkeitsdifferenz. Nach einem Umschalten der am Messgerät anliegenden Spannung

Es werden eine bzw. zwei Spannungsquellen (Fluke 415B) eingesetzt, je nach dem, ob nur an einer oder an beiden Feldplatten von 0 V verschiedene Potentiale angelegt werden. Unter den vorliegenden Laborbedingungen und im aufgewärmten und gleichmäßig belasteten Zustand weicht eine neu eingestellte Spannung um weniger als 50 ppm von ihrem Endwert ab. Dieser wird mit Zeitkonstanten von wenigen Minuten erreicht und ändert sich noch im sub- 5 ppm Bereich über 1000 s ⁵. Der Effektivwert der Restwelligkeit der Spannungsquellen ist gemäß Spezifikationen $< 100\text{ }\mu\text{V}$ und der Spitze-Tal-Wert ist $< 100\text{ mV}$. Um den ohnehin geringen Einfluss der Restwelligkeit oder anderer Einflüsse der 50 Hz Netzfrequenz zu unterdrücken, wird in den Messungen zur Bestimmung von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ mit einer Uhrenpulsdauer von 60 ms , einem Vielfachen der Periodendauer der Netzfrequenz, gearbeitet.

Der Widerstand zwischen den Kondensatorplatten wird nicht durch den Widerstand der Abstandhalter, welcher $> 4\text{ T}\Omega$ ist⁶, sondern durch die imperfekte Isolierung der Zuleitungen gegen Masse verursacht. Deshalb wird der Widerstand gegen Masse für jede Kondensatorplatte (mitsamt Zuleitungen) einzeln bestimmt. Dazu wird an eine

⁵Ein Einschwingen der am Spannungsmessgerät angezeigten Spannung aufgrund des Leistungsabfalls im Messgerät war – falls vorhanden – nicht signifikant ($< 1\text{ ppm}$).

⁶Gemäß dem spezifischen Widerstand von Zerodur $\rho_s = 2,6 \times 10^{13}\text{ }\Omega\text{ cm}$ [161] und den Abmessungen der Abstandhalter.

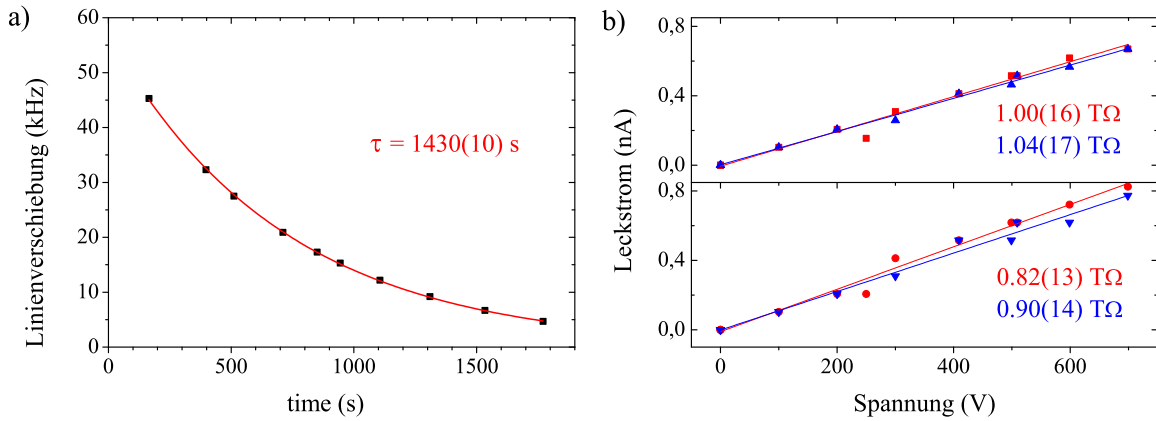


Abb. 5.7: Entladung und Strom-Spannungs-Kennlinien des Kondensators: Links: Frequenzverschiebung des Uhrenüberganges in Abhängigkeit von der Entladungszeit. Rechts: Strom-Spannungs-Kennlinien der oberen (oben) und der unteren (unten) Kondensatorplatte gegen Masse jeweils in zwei HV-Schalter-Relais-Kombinationen.

Feldplatte eine Spannung gegen Masse angelegt und der Leckstrom mit einem elektrisch schwebenden Transimpedanzverstärker gemessen. Die andere Kondensatorplatte liegt dabei auf Masse. Die resultierenden Strom-Spannungs-Kennlinien verlaufen sehr linear und ergeben Widerstände von $1,02(16) \text{ T}\Omega$ für die obere und $0,86(13) \text{ T}\Omega$ für die untere Kondensatorplatte (Abb. 5.7b). Damit kann der Widerstand zwischen den Platten des Kondensators als die Summe der Widerstände der Platten gegen Masse zu $R \approx 1,9 \text{ T}\Omega$ abgeschätzt werden.

Um die Entladung des Kondensators zu untersuchen, ohne diesen durch ein Spannungsmessgerät zu entladen, wird die Frequenzverschiebung des Uhrenüberganges eingesetzt. Der geladene Kondensator wird durch öffnen sämtlicher Relais des HV-Schalters von der Spannungsversorgung abgetrennt und die Frequenz des Uhrenlasers abgestimmt, bis der Uhrenübergang getroffen wird. Die in Abb 5.7a gezeigte Entladungskurve ist das Resultat einer einzigen Entladung. Der exponentielle Fit $y(x) = e^{-2x/\tau}$ ergibt eine Zeitkonstante von $\tau = 1430(10) \text{ s}$.

Ähnlich wie der Widerstand wird auch die Kapazität des beschalteten Kondensators von der Kapazität der Zuleitungen dominiert. Denn die Kapazität des Kondensators selbst beträgt etwa $C = \epsilon_0 A/d = 3,3 \text{ pF}$, während die Kapazität der Zuleitungen einer Platte zu etwa 400 pF abgeschätzt wird und etwa 100-mal größer ist. Entsprechend sind auch die Zeitkonstanten $\tau = RC$ für Auf- und Entladung, der Zuleitungen etwa 100-mal größer als für die Auf- und Entladung des Kondensators. Deshalb handelt es sich bei der aufgezeichneten Entladung um die Summe der Entladungen der Zuleitungen beider Feldplatten. Da die Entladung einer Feldplatte mitsamt Zuleitungen über einen Widerstand von etwa $R_e \approx 1 \text{ T}\Omega$ stattfindet, während sie über einen Widerstand von $R_a = 15 \text{ k}\Omega$ aufgeladen wird, beträgt die Aufladungszeit nur einen Bruchteil $R_a/R_e = 1,5 \times 10^{-8}$ der Entladungszeit. Die kritische Aufladungszeit bis eine tolerierte Abweichung der Kondensatorspannung $\Delta V/V = 10^{-6}$ von der angelegten Spannung V erreicht ist, verlängert sich um einen Faktor $\xi = \ln(V/\Delta V) \approx 14$. Damit ergibt sich

eine Aufladungszeit von 0,3 ms.

Die sich aus der Entladungszeit gemäß $\tau = R_e C$ ergebende Kapazität $C \approx 1500$ pF ist allerdings größer als die abgeschätzte Kapazität der Zuleitungen von etwa 400 pF je Feldplatte. Weitere Entladungskurven, welche kurz vor Abschluss der Messungen, nach dem gleichen Verfahren, aufgezeichnet werden lassen sich nur durch die Addition zweier exponentieller Abfälle mit unterschiedlichen Zeitkonstanten erklären. Die kürzere Zeitkonstante liegt jedoch immer über 17 s. Es ist offen, warum sich die Zeitkonstanten geändert haben. Um auszuschließen, dass eine kritische Reduktion der Spannung am Kondensator vorliegt, wird der Leckstrom gemessen, indem der Spannungsabfall über den Vorwiderständen des HV-Schalters aufgezeichnet wird. Bei einer konstanten Spannung von 700 V wird kein Spannungsabfall über den Vorwiderständen des HV-Schalters im 100 μ V Bereich festgestellt. Damit haben Leckströme höchstens eine Stärke von 10 nA und beeinflussen eine Spannungsmessung erst im 0,2 ppm Bereich.

5.4 Abfrage der Atome im Kondensator

5.4.1 Das Messverfahren

Zur Abfrage der Atome im Kondensator werden diese wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben in das Gitter geladen, mit dem bewegten Gitter (Kapitel 4) in den Kondensator transportiert, dort bei der gewählten Feldstärke auf dem Uhrenübergang angeregt und danach wieder zurück zur MOT-Position transportiert, um dort im jeweiligen Zustand detektiert zu werden. Für den Transport wird eine Trajektorie eingesetzt, bei der die Beschleunigung Dreieck-förmig auf einen Maximalwert von 8 m/s² erhöht und wieder gesenkt wird, sodass die maximal mögliche Geschwindigkeit von 0,3 m/s erreicht wird. Diese wird so lange gehalten, wie nötig ist, um die angestrebte Position im Kondensator – nach dem Abbremsen (äquivalent zur Beschleunigung) – zu erreichen. Um den Vergleich der Messungen zu erleichtern sollte die Zyklusdauer unabhängig von der jeweils verwendeten Transportdistanz sein. Deshalb wird vom Hauptprogramm generell eine Wartezeit (270 ms je Transportphase) eingeräumt, in welcher alle nötigen Transportdistanzen zurückgelegt werden können.

Um die Verschiebung des Uhrenübergangs zu messen, werden drei Frequenzdifferenzen aufgezeichnet:

$$\Delta\nu_i = \nu_{\text{res}} - \nu_i \quad i = A, B, C \quad (5.15)$$

Hier ist ν_{res} die um die lineare Drift korrigierte Frequenz der Resonatormode, auf welche der Uhrenlaser (Abschnitt 3.1.2) stabilisiert wird. ν_A ist die Frequenz des Uhrenübergangs wenn an beiden Kondensatorplatten das gleiche Potential $\Delta V_A \equiv 0$ anliegt, ν_B die Frequenz des Uhrenübergangs im Feld bei einer Potentialdifferenz zwischen den Feldplatten von $\Delta V_B \equiv \Delta V$ und ν_C im Feld der umgepolten Potentialdifferenz $\Delta V_C \equiv -\Delta V$. Die drei Feldsituationen werden wie in Abb. 5.8 dargestellt immer wieder durchlaufen, und in jeder wird die linke und die rechte Flanke des Uhrenübergangs abgefragt. Die Zykluszeit, um eine Flanke des Uhrenübergangs abzufragen, beträgt 840 ms. Entsprechend wird jede Feldsituation für ca. 1,7 s beibehalten, und

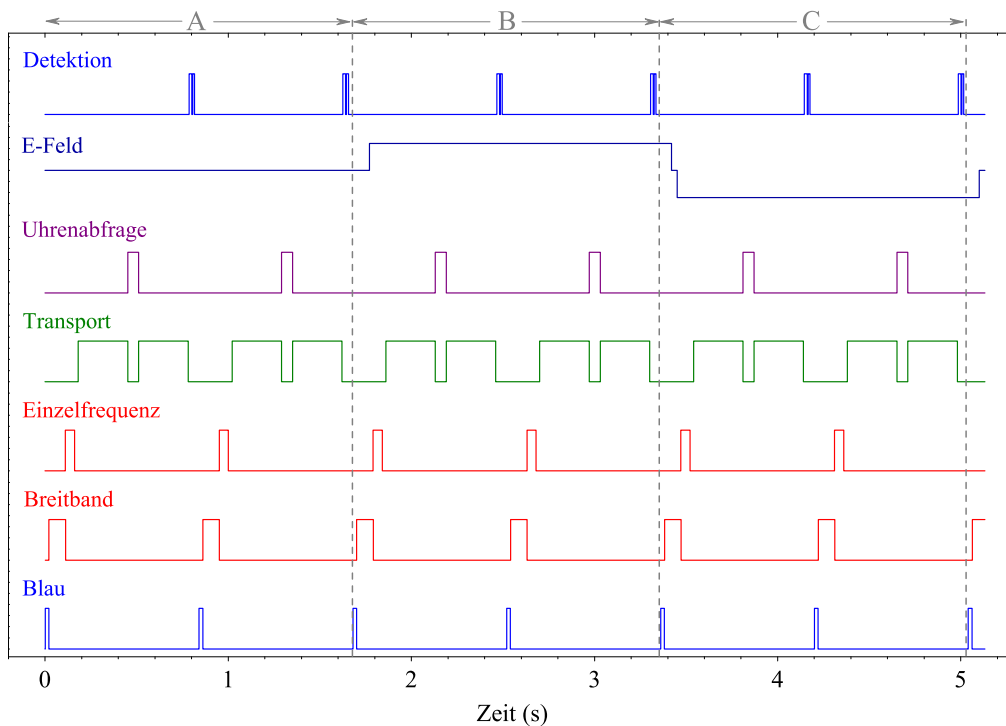


Abb. 5.8: TTL-Schaltsequenzen, wie sie in den Stabilisierungsmessungen mit 3 Zyklen (A, B, C) eingesetzt werden, um in drei unabhängigen Regelschleifen an den Uhrenübergang in drei unterschiedlichen Feldsituationen anzuregulieren. In jedem Zyklus wird einmal die linke und einmal die rechte Flanke der Linie angesteuert.

in jeder wird die Frequenz der Linie durch eine unabhängige Stabilisierungsschleife angesteuert.

Da die DC-Stark-Verschiebung groß im Vergleich zur Linienbreite ist, hat jede der drei Stabilisierungsschleifen einen eigenen Frequenzvorwert. Dieser wird über den Resonator-Offset-AOM eingestellt (Abschnitt 3.1.2). Die jeweilige Frequenz des Uhrenlasers wird, wie das elektrische Feld, bereits zu Beginn eines Zyklus eingestellt. Der HV-Schalter, der die am Kondensator anliegenden Spannungen schaltet, wird nicht, wie alle zeitkritischen Schaltsequenzen vom Patterngenerator, sondern vom Messprogramm direkt gesteuert. Durch eine Abfrageroutine wird sichergestellt, dass dies vor der ersten Transportphase geschieht. Letztere ist deutlich länger als die Aufladdauer des Kondensators (Abschnitt 5.3.3), sodass der Kondensator zu Uhrenpulsbeginn stets vollständig aufgeladen ist. Dies wird auch durch eine Messung bestätigt, in welcher die Zeit zwischen HV-Schalten und Uhrenpuls um 400 ms verlängert wurde. Innerhalb der statistischen Unsicherheit von 4 ppm treten keine signifikanten Unterschiede der jeweiligen $\Delta\alpha_{dc}$ -Werte auf.

Im Vorfeld der Messungen wurden periodische Signalschwankungen mit einer Periodendauer von etwa 20 Messzyklen festgestellt, je nach Dauer der Zykluszeit modulo 20 ms. Bei diesen handelte es sich um ein Aliasing der 50 Hz Netzfrequenz, die Modulationen auf dem B-Feld sowie auf Frequenz und Intensität des Lichtes der roten

Einfrequenz-MOT verursachte, wodurch die Einfrequenz-MOT periodisch einen leichten vertikalen Schubs (Impulsübertrag, der auch zu einem Positionsversatz führte) erhielt und somit die Gitterladeeffizienz periodisch beeinflusste. Um nicht sensitiv auf diese Störungen zu sein, wurde in den folgenden Messungen die gesamte Schaltsequenz (Abb. 5.8) von einem Schmidt-Trigger ausgelöst, welcher an die 50 Hz Netzfrequenz angekoppelt war. Die Verzögerung zu diesem wurde so eingestellt, dass die Gitterladeeffizienz am größten war.

Die Verschiebung des Uhrenüberganges im statischen elektrischen Feld \mathcal{E} berechnet sich aus den gemäß Gl. 5.15 gemessenen Frequenzdifferenzen (analog zu Gleichung 5.6 in Abschnitt 5.2) zu

$$\Delta\nu_{\text{dc}} = \frac{\nu_{\text{B}} + \nu_{\text{C}}}{2} - \nu_{\text{A}}, \quad (5.16)$$

und die Polarisierbarkeitsdifferenz des Uhrenübergangs kann analog zu Gleichung 5.6 berechnet werden:

$$\Delta\alpha_{\text{dc}} = 2h \frac{d^2}{\Delta V^2} \Delta\nu_{\text{dc}}. \quad (5.17)$$

Dabei ist die Feldplattenpotentialdifferenz $\Delta V = \Delta V_{\text{B}} = -\Delta V_{\text{C}}$. Durch die Mittelung der beiden Frequenzen ν_{B} und ν_{C} in Gleichung 5.16 wird, wie in Abschnitt 5.2 diskutiert, der Einfluss einer vorliegenden statischen Streufeld-Komponente $\mathcal{E}_{\text{s,z}}$ in Kondensatorfeldrichtung unterdrückt, sofern diese zeitlich konstant ist. Sie kann analog zu Gleichung 5.7 in Abschnitt 5.2 berechnet werden zu

$$\mathcal{E}_{\text{s,z}} = \frac{h}{\Delta\alpha} \frac{d}{\Delta V} \Delta\nu_{\text{s}}, \quad (5.18)$$

mit

$$\Delta\nu_{\text{s}} = (\nu_{\text{C}} - \nu_{\text{B}})/2. \quad (5.19)$$

Abb. 5.9a zeigt die Instabilitäten von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und $\Delta\nu_{\text{s}}$ in einer Messung, bei der beide Feldplatten in allen Zyklen geerdet sind. Die Instabilität von $\Delta\nu_{\text{s}}$ ist geringer, da es sich um die Hälfte der Differenz zweier Stabilisierungsschleifen handelt (Gleichung 5.19), während es sich bei $\Delta\nu_{\text{dc}}$ um die volle Differenz handelt (Gleichung 5.16). Dies führt, bei gleichen Rauschbeiträgen in allen drei Zyklen, zu einem Faktor 2 zwischen den beiden gezeigten Instabilitäten. Da $\Delta\nu_{\text{dc}}$ jedoch die Differenz zwischen Zyklus A und dem Mittelwert der Zyklen B und C ist, wird der Faktor 2 auf $\sqrt{2}$ reduziert. Dies wird in Abb. 5.9a auch durch die Trendlinien verdeutlicht. Die im Fall von geerdeten Feldplatten erreichte Instabilität zeigt, dass ohne einen Beitrag durch das Kondensatorfeld eine Instabilität von $< 0,13$ Hz erreicht werden kann (grün-gestrichelte Linie in Abb. 5.9a). Diese Instabilität entspricht einer relativen statistischen Unsicherheit von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$, welche, mit steigender Potentialdifferenz der Feldplatten ΔV – und in Folge dessen steigender Linienverschiebung – sinkt (grün-gestrichelte Linie in Abb. 5.9b). Die statistischen Unsicherheiten der $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ -Messungen (Dreiecke in Abb. 5.9b) liegen nur geringfügig darüber, was jedoch durch die kürzeren Messdauern bedingt wird.

Die Instabilität einer Messung mit angelegtem Feld zeigt Abb. 5.9c. Sie wurde mit den Potentialkombinationen A: -350 V / -350 V, B: -350 V / 350 V und C: 350 V /

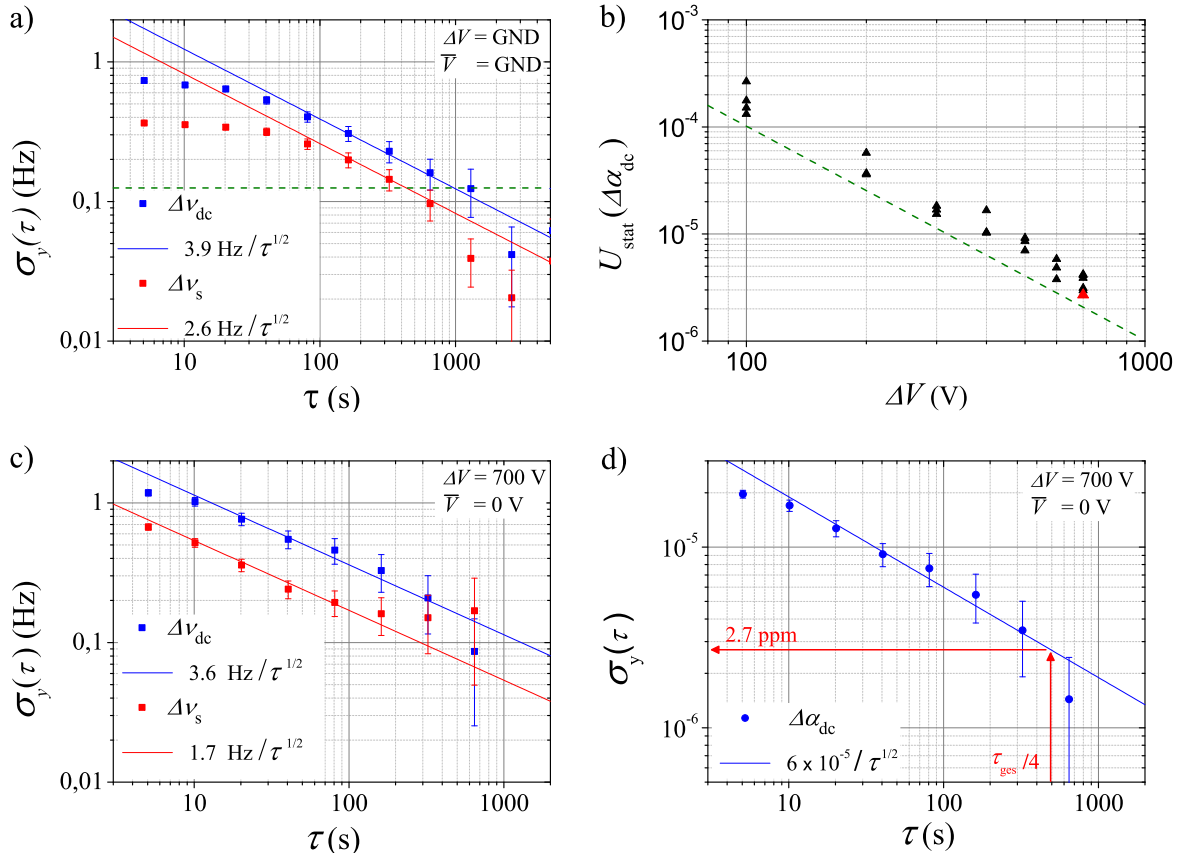


Abb. 5.9: a) Instabilität der DC-Stark-Verschiebung $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und des Streufeldanteils an der Verschiebung $\Delta\nu_s$, wenn beide Platten auf Masse (GND) liegen. b) Statistische Unsicherheit der verwendeten Messungen (Dreiecke) und aus der Allan-Abweichung der Nullmessung (a) abgeleitete untere Grenze (grün-gestrichelt) für die, unter den vorliegenden Bedingungen mindestens erreichbare statistische Unsicherheit in Abhängigkeit von der Potentialdifferenz ΔV der Feldplatten. c) Instabilität von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und $\Delta\nu_s$ bei einer Potentialdifferenz von $\Delta V = 700 \text{ V}$ und einem mittleren Feldplattenpotential $\bar{V} = 0 \text{ V}$ (rotes Dreieck in (a)). d) Relative Instabilität der gleichen Messung bezogen auf die Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$. Durch Pfeile skizziert ist die Vorgehensweise zur Ermittlung der statistischen Unsicherheit dieser Messung (beschrieben im Text).

–350 V, bzw. anders ausgedrückt, bei einer Potentialdifferenz zwischen den Feldplatten von $\Delta V = 700 \text{ V}$ und einem mittleren Feldplattenpotential von $\bar{V} = 0 \text{ V}$ (in Zyklen B und C) aufgezeichnet. In dieser Messung ist der Unterschied zwischen den Allan-Abweichungen von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und $\Delta\nu_s$ größer als erwartet. Dies liegt an einem schlechteren Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) im feldfreien Zyklus A, welches dadurch verursacht wird, dass die tatsächliche Linienbreite nicht ganz mit der im Stabilisierungsprogramm eingegebenen übereinstimmt. Während die Allan-Abweichung für $\Delta\nu_{\text{dc}}$ dem erwarteten $1/\sqrt{\tau}$ -Verlauf folgt, stagniert die Allan-Abweichung von $\Delta\nu_s$ bei etwa 0,17 Hz nach einer Mittelungszeit von 100 s bis 600 s. In dieser Messung betrug der Streufeld verursachte Anteil der Verschiebung $\Delta\nu_s = 20,55(17) \text{ Hz}$, bzw. das Streufeld $23,9(2) \text{ V/m}$.

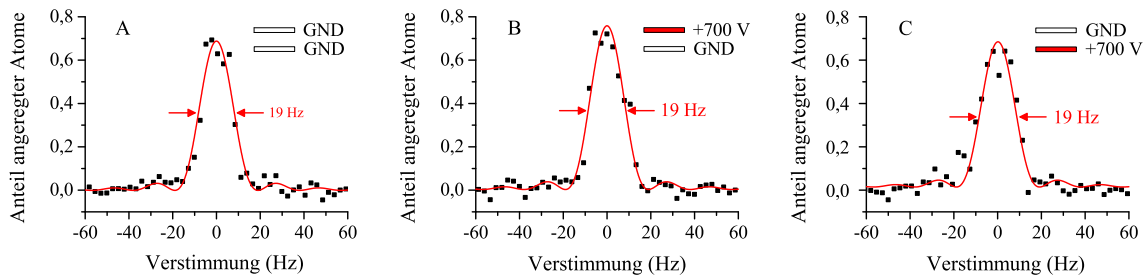


Abb. 5.10: Der ^{88}Sr Uhrenübergang in den drei Feldsituationen: A – ohne Feld, B – Feld abwärts gerichtet, C – Feld aufwärts gerichtet. Hier abgefragt mit einer Uhrenpulsdauer von 56 ms (In den Messungen zur Bestimmung von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ betrug sie 60 ms.). Im elektrischen Feld von $\mathcal{E}^{(k)} = \pm 140$ kV/m (Zyklus B und C) ist keine signifikante Verbreiterung gegenüber der feldfreien Situation (Zyklus A) vorhanden.

Bei der Auswertung der Messdaten werden $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ und $\mathcal{E}_{s,z}$ punktweise (d. h. nach jeder Abfrage der sechs Flanken, bzw. für jedes Messdatentripel $\{\nu_A, \nu_B, \nu_C\}$) unter Einbezug der aktuellen, gemäß der Kalibrierung korrigierten (Abschnitt 5.3.3) Spannung berechnet. So wird vermieden, dass eine geringe Drift der Spannung die Ergebnisse beeinflusst. Da die Frequenzdifferenz (bzw. ein Messdatentripel $\{\nu_A, \nu_B, \nu_C\}$) zehnmal häufiger gemessen wurde als die Spannung, wird die Spannung für den jeweils aktuellen Wert linear interpoliert. Als Resultat einer Stabilisierungsmessung werden die Mittelwerte von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ und $\mathcal{E}_{s,z}$ aus den punktweise bestimmten Werten berechnet. Der einem Mittelwert zugeordnete Spannungswert wird durch quadratische Mittelung berechnet, da die Linienverschiebung vom Quadrat der Spannungsdifferenz abhängig ist.

Aufgrund der punktweisen Berechnung kann auch die relative Instabilität von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ berechnet werden (Abb. 5.9d), die zur Bestimmung der statistischen Unsicherheit $U_{\text{stat}}(\Delta\alpha_{\text{dc}})$ einer Stabilisierungsmessung verwendet wird. Diese wird als der Wert des $1/\sqrt{\tau}$ -Verlaufs nach einem Viertel der Messzeit τ_{ges} abgeschätzt. Nach dieser Zeit kann aus den Messdaten sichergestellt werden, dass der $1/\sqrt{\tau}$ -Verlauf noch die zutreffende Beschreibung ist. Wegen der punktweisen Berechnung enthält $U_{\text{stat}}(\Delta\alpha_{\text{dc}})$ sowohl die statistische Unsicherheit der Frequenzmessung als auch die der Spannungsmessung. Die in Abb. 5.9b ermittelte statistische Unsicherheit von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ von 2,7 ppm (rotes Dreieck in Abb. 5.9c) entspricht etwa dem oben ermittelten Limit durch die Instabilität des Streufeldes und kann in dieser Messung auch durch die punktweise einbezogene Spannungsmessung nicht verbessert werden.

Um eine Systematik aufgrund der Reihenfolge der Zyklen auszuschließen wurde eine Stabilisierungsmessung durchgeführt, in welcher statt drei vier Zyklen verwendet werden. Dazu wird ein Zyklus, in welchem beide Feldplatten geerdet sind, zwischen Zyklus B und C eingefügt. So ist jede Feldplatte, bevor sie auf ein bestimmtes Potential gelegt wird, geerdet. Es ergibt sich weder für $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ noch für $\mathcal{E}_{s,z}$ ein signifikanter Unterschied zur Vergleichsmessung bei den gleichen Potentialdifferenzen. Der relative Unterschied beträgt für $\Delta\alpha_{\text{dc}}$: $-2,3(48)$ ppm und für $\mathcal{E}_{s,z}$: $-0,9(12)\%$.

Der Uhrenübergang in den drei Feldsituationen ist in Abb. 5.10 für die größte ein-

gesetzte Feldstärke von 140 kV/m abgebildet. Bei der Aufzeichnung der drei Scans wurde analog zu den Stabilisierungsmessungen mit drei Zyklen gearbeitet, sodass die drei Scans abwechselnd, also quasi gleichzeitig durchgeführt werden. Dadurch wird der relative Einfluss einer nicht kompensierten Drift des Referenz-Resonators des Uhrenlasers verringert, führt jedoch wegen der erhöhten Scandauer zu einer geringen Linienverbreiterung, die in allen drei Situationen gleich groß ist. Es ist keine signifikante Verbreiterung des Uhrenüberganges im Feld gegenüber der feldfreien Situation (Zyklus A) vorhanden. Der Uhrenübergang wird in allen drei Situationen durch erhöhte Verluste im angeregten Zustand $|e\rangle$, aufgrund von $|e\rangle + |e\rangle$ Stößen während des Rücktransports geringfügig verbreitert (Abschnitt 4.2.2 und [113]). In der in Abb. 5.10 gezeigten Messung sind die Verluste im angeregten Zustand ca. 20% höher als im Grundzustand $|g\rangle$ und führen zu einer Verbreiterung um etwa 1 Hz. Da diese Linienverbreiterung homogen und klein gegenüber der Linienbreite ist, hat sie keinen wesentlichen Einfluss auf die Messung der Linienverschiebung.

Um unerwartete Einflüsse von Gitterfrequenz, Gitterleistung sowie Uhrenpulsleistung und Magnetfeldstärke zur Induktion des Uhrenübergangs auszuschließen, wurden diese in Scans des Uhrenübergangs in den drei Feldsituationen, analog zu Abb. 5.10 untersucht. Doch weder die Änderung der Gitterfrequenz um 20 GHz noch die Änderung der Gitterleistung im Bereich von 300 mW bis 480 mW führten zu signifikanten Unterschieden von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ mit Unsicherheiten im 20 ppm-Bereich oder $\mathcal{E}_{\text{s,z}}$ mit Unsicherheiten im 3%-Bereich. Auch die gemeinsame Erhöhung von Uhrenlaserleistung und Absenkung der Magnetfeldstärke (um die gleiche Rabi-Frequenz zu erhalten) änderten das Ergebnis von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ im 20 ppm-Bereich nicht. Lediglich die Änderung von $\mathcal{E}_{\text{s,z}}$ fiel etwas größer aus, sie betrug $-6(4)\%$. Evtl. hängt dies mit dem Spannungsabfall zwischen den MOT-Spulen zusammen. Dieser ist stromabhängig und beträgt bei der üblichen Stromstärke von 5 A etwa 2 V. Er führt somit zu einem elektrischen Feld von etwa 400 V/m zwischen den Spulen, welches geringfügig zu der umgebungsbedingten Verzerrung des Kondensatorfeldes beiträgt (Abschnitt 5.2).

In Abb. 5.11 ist das Ergebnis einer Messung der Linienverschiebung $\Delta\nu_{\text{dc}}$ in Abhängigkeit von der Potentialdifferenz ΔV der beiden Feldplatten abgebildet. Jeder Punkt entspricht einer Stabilisierungsmessung mit einer Dauer zwischen 1000 s und 3000 s. Die Frequenzunsicherheiten wurden wie oben beschrieben ermittelt, die Spannungsunsicherheiten entsprechen den Spezifikationen des Spannungsmessgeräts. Die Unsicherheit der Kalibrierung wird hier noch nicht berücksichtigt, da diese alle gemessenen Spannungen gerichtet beeinflusst und deshalb später als systematische Unsicherheit berücksichtigt wird. Bei den rechts und darunter abgebildeten Residuen handelt es sich um die Abstände der Messpunkte zur angepassten Fit-Funktion $y(x) = ax^2$ in der jeweiligen Dimension. Diese Messreihe wurde mit den Potentialkombinationen A: GND / GND, B: GND / +V, C: +V / GND aufgezeichnet. Die $\mathcal{E}_{\text{s,z}}$ -Komponente dieser Messung ist in Abb. 5.12d rot dargestellt. Der Vergleich mit einer äquivalenten Messreihe mit den Potentialkombinationen A: $-V / -V$, B: $-V / +V$, C: $+V / -V$ zeigt, dass der resultierende Wert für $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ sich lediglich um 12 ppm unterscheidet, was innerhalb einer Standardabweichung liegt. Für einen Beitrag der Hyperpolarisierbarkeit kann aus den Messdaten lediglich eine obere Grenze abgeleitet werden, da ein $y(x) = ax^2 + bx^4$ -Fit an unterschiedliche Messreihen für den Fitparameter b unter-

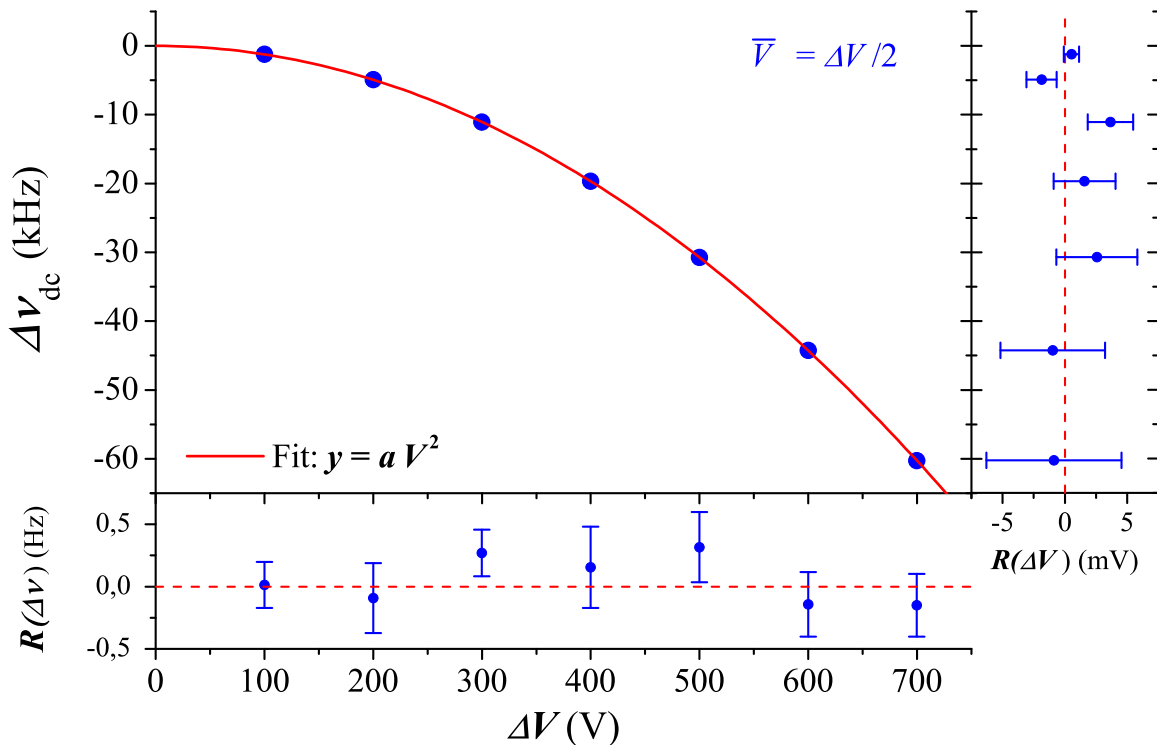


Abb. 5.11: DC-Stark-Verschiebung $\Delta \nu_{\text{dc}}$ in Abhängigkeit von der Potentialdifferenz ΔV zwischen den beiden Feldplatten, für den Fall dass $\bar{V} = \Delta V / 2$, berechnet gemäß Gleichung 5.16. Jeder Punkt entspricht einer Stabilisierungsmessung. Die rote Linie repräsentiert einen parabolischen Fit der Form $y = a \Delta V^2$. Berücksichtigt sind die statistischen Unsicherheiten der Frequenz- und Spannungsmessung, sowie die Unsicherheiten der Spannungsmessung gemäß den Spezifikationen des Spannungsmessgeräts. Die unten und rechts dargestellten Residuen entsprechen der Abweichung des Fits von den Messpunkten in der jeweiligen Dimension. Das Ergebnis für a ändert sich im Fall $\bar{V} = 0$ lediglich innerhalb der Unsicherheit um 12 ppm. Die in der selben Messung ermittelten Werte für $\mathcal{E}_{s,z}$ sind in Abb. 5.12d in rot dargestellt.

schiedliche Vorzeichen ergibt. Deshalb ist es wahrscheinlich, dass eine Nichtlinearität der Spannungsmessung innerhalb der spezifizierten Unsicherheiten vorliegt. Eine solche könnte auch an unterschiedlichen Tagen unterschiedliche Richtungen haben⁷; diese Problematik wird in Abschnitt 5.4.3 aufgegriffen.

5.4.2 Vermessung des elektrischen Feldes mit den Atomen als Sonde

Das Elektrische Feld des Kondensators wurde bereits in Abschnitt 5.2.2 mit Hilfe von Simulationen theoretisch untersucht. Nun wird es auch experimentell untersucht, mit dem Ziel, eine geeignete Position zur Abfrage der Atome im Kondensator festzulegen und zu untersuchen, wie gut die tatsächlich erreichte Homogenität des elektrischen

⁷Gemäß den Erfahrungen mit dem verwendeten Gerät [174].

Feldes ist.

Der Kondensator ist wie in Abschnitt 5.1 beschrieben entlang des Gitterstrahls ausgerichtet, sodass seine Symmetrieachse mit der Gitterachse zusammenfällt. Tatsächlich ist dies nicht exakt der Fall, wie durch die Vermessung von Fotos festgestellt werden konnte. Die Gitterachse verläuft etwa 1 mm bis 2 mm unterhalb der Symmetrieachse des Kondensators und kann an der letztlich verwendeten Position der Atome im Kondensator um bis zu 2 mm seitlich versetzt liegen. Gemäß den durchgeführten Simulationen des elektrischen Feldes (Abschnitt 5.2.2) ist dies ausreichend, um die Atome in den zentralen Feldbereich des Kondensators zu transportieren (vgl. Abb. 5.2c). Da die Atome sich nicht auf der Symmetrieachse befinden kommt es zu einer Streufeldkomponente aufgrund der geometrischen Asymmetrie, die aber durch das Umpolschema (Gleichungen 5.6 bzw. 5.16) ausreichend unterdrückt wird. Die optimale Position entlang der Gitterachse sollte so tief innerhalb des Kondensators liegen, dass die Inhomogenität des Feldes nicht mehr von Randeffekten (u.a. durch die in axialer Richtung gegeneinander leicht versetzten Feldplatten) dominiert wird, und die dielektrischen Oberflächen der Abstandhalter noch möglichst weit entfernt sind.

Als experimentelle Indikatoren zur Einschätzung der Homogenität des elektrischen Feldes stehen dank des bewegbaren Gitters die positionsabhängige Änderung der Linienverschiebung bzw. die sich aus ihr ergebende Änderung des elektrischen Feldes, und die positionsabhängige Größe der Streufeldkomponente $\mathcal{E}_{s,z}$ zur Verfügung. In entsprechenden Messungen werden die Atome unterschiedlich tief in den Kondensator transportiert und die jeweilige Linienverschiebung gemäß Gleichung 5.16 in Stabilisierungsmessungen bestimmt. Aus der Linienverschiebung und der zugehörigen Potentialdifferenz kann das elektrische Feld $\mathcal{E}^{(k)}$ des Kondensators berechnet werden.

In Abb. 5.12a ist die Änderung des mittleren elektrischen Feldes bezogen auf das Feld an der Referenzposition in Abhängigkeit von der Eindringtiefe in den Kondensator dargestellt. Als Referenzposition wird die Position, an der die Messungen zur Bestimmung von $\Delta\alpha_{dc}$ durchgeführt werden, gewählt. Diese befindet sich 19(2) mm von der Vorderkante der unteren Feldplatte entfernt innerhalb des Kondensators. In einer ± 2 mm-Umgebung um die Referenzposition ändert sich der Feldbetrag um weniger als 5 ppm. Die Parallelität der Feldplatten (Abschnitt 5.3.2, Abb. 5.5) führt zu einer Änderung des elektrischen Feldes, die bezogen auf die gleiche Referenzposition in Abb. 5.12a grün eingezeichnet ist. An der Referenzposition wird die positionsabhängige Änderung der Feldstärke bereits von der Parallelität der Feldplatten bestimmt. Sie liegt somit bereits im angestrebten zentralen Feldbereich.

Gemäß den Simulationen in Abschnitt 5.2 sollte dieser Bereich bereits bei geringeren Abständen von der Vorderkante erreicht werden. Die Abweichung vom simulierten Feldverlauf kann durch eine Kombination aus leicht asymmetrischer Anordnung und externen Streufeldern verursacht werden. Die Asymmetrie in der Anordnung kommt durch zweierlei zu Stande: (i) dadurch, dass sich die Atome nicht auf der Symmetrieachse des Kondensators befinden (s.o), und (ii) da sich die beiden Feldplatten nicht exakt übereinander befinden (Abschnitt 5.3.2). Diese Asymmetrie beeinflusst auch die Positionsabhängigkeit der Streufeldkomponente $\mathcal{E}_{s,z}(y)$. Während das elektrische Feld des Kondensators $\mathcal{E}^{(k)}$ unabhängig vom mittleren Potential des Kondensators gegenüber der Umgebung ist, ist dies für $\mathcal{E}_{s,z}$ nicht der Fall. Für den Fall einer großen

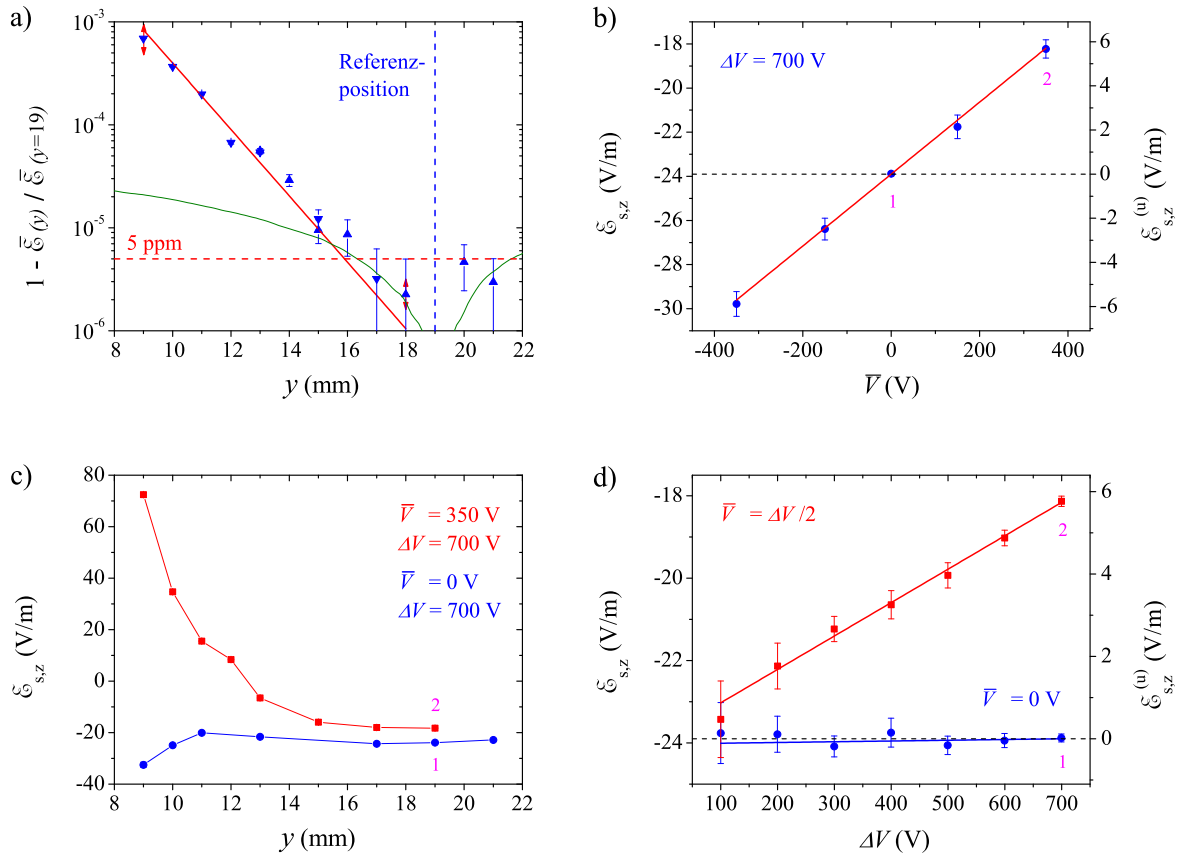


Abb. 5.12: a) Abweichung des gemittelten elektrischen Feldes von dem Feld an der Referenzposition ($y = 19$ mm) in Abhängigkeit vom Abstand y zur Vorderkante der unteren Kondensatorplatte. Berechnet aus der Linienverschiebung $\Delta\nu_{dc}$. Jeder Punkt entspricht einer Stabilisierungsmessung. Die Fehlerbalken repräsentieren die statistische Unsicherheit. Die Messungen wurden an zwei Tagen aufgezeichnet (auf- und abwärts gerichtete Dreiecke). b) Die z -Komponente des Streufeldes $\mathcal{E}_{s,z}$ bzw. ihr Anteil $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ (Gleichung 5.20) in Abhängigkeit vom mittleren Potential \bar{V} der beiden Feldplatten, bei einer Potentialdifferenz von $\Delta V = 700$ V und ein linearer Fit an die Messpunkte. c) $\mathcal{E}_{s,z}$ in Abhängigkeit vom Abstand y , für den Fall $\bar{V} = 350$ V (rot) und $\bar{V} = 0$ V (blau). d) $\mathcal{E}_{s,z}$ bzw. der Anteil $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ in Abhängigkeit von ΔV für den Fall $\bar{V} = \Delta V/2$ (rot) und $\bar{V} = 0$ V (blau), sowie jeweils ein linearer Fit an die Messpunkte. Die mit 1 bzw. 2 gekennzeichneten Punkte wurden jeweils unter den gleichen Bedingungen aufgezeichnet.

Differenz zwischen mittlerem Feldplattenpotential \bar{V} und dem Potential der Umgebung ist $\mathcal{E}_{s,z}$ deutlich stärker von der Position abhängig (Abb. 5.12c, rot), als für den Fall $\bar{V} = 0$ V (Abb. 5.12c, blau). Analog ist die Situation für die Abhängigkeit der $\mathcal{E}_{s,z}(\Delta V)$ -Komponente von der an den Feldplatten angelegten Potentialdifferenz ΔV (Abb. 5.12d).

Gemäß den experimentellen Beobachtungen setzt sich das Streufeld $\mathcal{E}_{s,z}$ aus zwei

unterschiedlichen Beiträgen zusammen:

$$\mathcal{E}_{s,z} = \mathcal{E}_{s,z}^{(0)} + \mathcal{E}_{s,z}^{(u)}. \quad (5.20)$$

$\mathcal{E}_{s,z}^{(0)}$ ist ein spannungsunabhängiger Beitrag, der vor allem durch unterschiedliche Austrittsarbeiten der Goldschichten auf den Feldplatten verursacht wird. Die Austrittsarbeit von Gold beträgt etwa 5,1 eV [175]. Aus den durchgeführten Messungen ergibt sich $\mathcal{E}_{s,z}^{(0)} \approx 24$ V/m, dies würde einer Differenz der Austrittsarbeiten von 0,12 eV bedeuten, was im Rahmen der für Gold gemessenen Unterschiede je nach kristallographischer Gitterebene entlang der Oberfläche liegt [175, 176].

$\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ ist die z-Komponente des bereits in Abschnitt 5.2 mittels FEM-Simulationen untersuchten Feldes zwischen Kondensator und seiner Umgebung. $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ ist proportional zur Potentialdifferenz zwischen dem mittleren Feldplattenpotential und dem Potential der Umgebung. Für den Fall dass die Umgebung durch eine geerdete Sphäre mit den Abmessungen der Vakuumkammer beschrieben werden kann, steigt $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ im zentralen Bereich etwa linear mit der Entfernung von der Symmetrieachse des Kondensators an (Abb. 5.3b).

Aus den Daten in Abb. 5.12b und d ergibt sich $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}(\bar{V} = 350 \text{ V}) = 5,76(15)$ V/m, was gemäß der, in den Simulationen ermittelten Steigung von etwa 2,5 (V/m)/mm, eine Entfernung der Atome von der Symmetrieachse von etwa 2,3 mm bedeuten würde. Gemäß der bereits erwähnten Foto-Vermessung können sich die Atome bis zu $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8$ mm von der Symmetrieachse entfernt befinden. Somit hat der Umgebungseffekt etwa die nach den Simulationen erwartete Größe. Allerdings beziehen die Simulationen nicht die komplette reale Geometrie mit ein, so dass aus dem Vergleich nicht auf die tatsächlich vorliegende Entfernung von der Symmetrieachse geschlossen werden kann.

Abweichungen der in den Simulationen angenommenen Geometrie ergeben sich z. B. durch die leichte Krümmung der Feldplatten, den Versatz von 1,5 mm der beiden Feldplatten gegeneinander und die Halterungen der MOT-Spulen (vgl. Abb. 5.1 in Abschnitt 5.1). Hinzu kommt, dass zwischen der oberen und der unteren MOT-Spule eine Spannung von ca. 2 V abfällt. Dies führt zu einem Feld zwischen den Spulen von etwa 400 V/m, was in den Simulationen nicht berücksichtigt wurde. Ein weiterer Unterschied ergibt sich durch eventuell vorhandene Ladungen auf dielektrischen Oberflächen (Abstandhalter des Kondensators, Isolierung der MOT-Spulen, Detektionsoptik). Es gibt jedoch kein Indiz dafür, dass diese einen signifikanten Beitrag liefern. Die Bestrahlung des Kondensators und seiner Umgebung mit intensiver (> 90 mW/cm²) UV-Strahlung im Bereich von 300 nm bis 400 nm zwischen zwei Messungen, führte zu keinen signifikanten Änderungen von $\mathcal{E}_{s,z}$.

Die auftretenden Spannungsabhängigkeit von $\mathcal{E}_{s,z}$ (Abb. 5.12d), wenn das mittlere Feldplattenpotential $\Delta V \neq 0$ ist, könnte auch daraufhin weisen, dass die tatsächlich am Kondensator abfallenden Spannung, durch einen Spannungsteiler aufgrund zu geringer Widerstände der Feldplatten gegen Masse, reduziert wird. Dies wurde bereits ausgeschlossen durch die in Abschnitt 5.3.3 beschriebenen Messungen: der Spannungsabfälle über den Vorwiderständen, der Entladungszeitkonstanten und der Messung der Widerstände gegen Masse.

In Abb. 5.12b ist die \mathcal{E}_z -Komponente bzw. ihr $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ -Anteil für verschiedene \bar{V} bei gleichem $\Delta V = 700$ V dargestellt. Die durch einen linearen Fit ermittelte Steigung beträgt $0,0163(9) \text{ m}^{-1}$ und ist doppelt so groß wie die, analog aus den in Abb. 5.12d in rot dargestellten Daten ermittelte von $0,0081(6) \text{ m}^{-1}$. Der Faktor 2 kommt dadurch zu Stande, dass \mathcal{E}_z in Abb. 5.12d über der Potentialdifferenz der Feldplatten ΔV aufgetragen ist. Wobei für die in rot dargestellten Daten gilt $\Delta V = 2\bar{V}$, während \mathcal{E}_z in Abb. 5.12b über \bar{V} aufgetragen ist. Diese Übereinstimmung bestätigt die Erwartung, dass allein das mittlere Feldplattenpotential \bar{V} für die Größe des spannungsabhängigen Anteils von \mathcal{E}_z verantwortlich ist, unabhängig vom konkreten Potential der einzelnen Feldplatten.

Die Voraussetzung dafür, dass der Beitrag von $\mathcal{E}_{s,z}$ zum elektrischen Feld durch das Umpolschema gemäß Gleichung 5.6 bzw. Gleichung 5.16 abgezogen wird, ist, dass $\mathcal{E}_{s,z}$ in allen drei Zyklen (A,B,C) gleichermaßen vorliegt. Im Unterschied zum Anteil $\mathcal{E}_{s,z}^{(0)}$ ist jedoch $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ nicht vorhanden, wenn das mittlere Feldplattenpotential $\bar{V} = 0$ und die Potentialdifferenz $\Delta V = 0$ sind. D. h. in einer Messung mit den Feldplattenpotentialkombinationen A: GND / GND, B: GND / +V, C: +V / GND ist $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ in Zyklus A nicht vorhanden, wohl aber in den Zyklen B und C. Damit bewirkt die Berechnung der Linienverschiebung gemäß Gleichung 5.16 nur noch eine Unterdrückung des Beitrags von $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ aber keine komplette Korrektur. Dennoch kann $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ wie $\mathcal{E}_{s,z}^{(0)}$ behandelt werden, solange es kleiner als einige 100 V/m ist. Erst dann wird eine signifikante Änderung von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ hervorgerufen. In den durchgeführten Messungen ist $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)} < 6 \text{ V/m}$. Die entsprechende Korrektur, da es in Zyklus A nicht vorhanden ist, ist geringer als ein Bruchteil von 2×10^{-9} der Linienverschiebung und kann somit vernachlässigt werden.

Die Inhomogenität der elektrischen Feldstärke über die Atomwolke führt in erster Linie zu einer Verbreiterung des Uhrenübergangs. Entlang der Kondensatorachse wird die Inhomogenität des Feldes von den leicht zueinander geneigten Feldplatten bestimmt. Der Winkel zwischen den Feldplatten beträgt am Ort der Atome etwa $5 \mu\text{rad}$ (Abb. 5.5) und die Ausdehnung der Atome im Gitter $< 200 \mu\text{m}$. Damit beträgt die Änderung des Abstands über die Atomverteilung etwa $1,5 \text{ nm}$ bzw. $0,3 \text{ ppm}$ relativ zum Plattenabstand und die relative Änderung der Frequenzverschiebung beträgt entsprechend $0,6 \text{ ppm}$. Orthogonal zur Symmetrieachse des Kondensators wird die Inhomogenität der elektrischen Feldstärke von $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ bestimmt. In den Messungen beträgt $|\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}| = 6 \text{ V/m}$ wenn das Kondensatorfeld $|\mathcal{E}_z^{(k)}| = 140 \text{ kV/m}$ ist. Unter der Annahme, dass sich die Atome 2 mm entfernt von der Symmetrieachse befinden, ergibt sich damit ein Gradient von 3 (V/m)/mm . Die Ausdehnung der Atome im Gitter beträgt in radialer Richtung etwa $20 \mu\text{m}$. Über diese Distanz ändert sich $\mathcal{E}_{s,z}^{(u)}$ und somit auch $\mathcal{E}_z^{(k)}$ um $0,43 \text{ ppm}$. Unter der Annahme, dass dies sowohl für die x - als auch für die z -Richtung zutrifft wird die Inhomogenität über die Atomwolke durch quadratische Addition der drei Raumrichtungen zu $0,7 \text{ ppm}$ zusammengefasst und verursacht somit eine Verbreiterung um etwa $0,08 \text{ Hz}$, was gegenüber der Linienbreite von 19 Hz vernachlässigt werden kann.

Die zeitliche Variation der $\mathcal{E}_{s,z}$ -Komponente ganzer Stabilisierungsmessungen war geringer als $0,3 \text{ V/m}$ über 6 Stunden. Dies entspricht $2,1 \text{ ppm}$ des elektrischen Feldes bei einer Potentialdifferenz der Feldplatten von $\Delta V = 700 \text{ V}$. Da jedoch für jeden

Datenpunkt $\mathcal{E}_{s,z}$ gemessen und korrigiert wird und die Zeit zur Aufnahme eines Datenpunktes etwa 5 s beträgt, sind Änderungen auf längeren Zeitskalen unkritisch. Auch die Allan-Abweichung einzelner Messungen weist auf keine größeren zeitlichen Änderungen von $\Delta\nu_s$ während einer einzelnen Messung hin. Z. B. ergibt sich aus der in Abb. 5.9c dargestellten Allan-Abweichung von $\Delta\nu_s$, dass sich $\Delta\nu_s$ in 600 s um weniger ändert als 0,17 Hz bzw. $\mathcal{E}_{s,z}$ entsprechend um weniger als 0,2 V/m. Die hierdurch verursachte Unsicherheit von $\Delta\alpha_{dc}$ ist bereits in der statistischen Unsicherheit enthalten, welche gemäß Abschnitt 5.4.1 bzw. Abb. 5.9d aus der Allan-Abweichung von $\Delta\alpha_{dc}$ abgeleitet wird. Die Tag-zu-Tag-Änderung der $\mathcal{E}_{s,z}$ -Komponente waren im Allgemeinen $< 0,5$ V/m. Lediglich ab dem Tag, als die Widerstände in die Eingänge des HV-Schalters eingebaut wurden, änderte sich $\mathcal{E}_{s,z}$ von $-23,1(3)$ V/m auf $-17,9(2)$ V/m und blieb danach bei diesem Wert, bis die Position des Kondensators leicht geändert wurde, dies änderte $\mathcal{E}_{s,z}$ zu etwa $-21,5(2)$ V/m. Diese Änderungen sind jedoch unkritisch und haben keinen Einfluss auf die Messung von $\Delta\alpha_{dc}$, da der Einfluss von $\mathcal{E}_{s,z}$ durch das Messverfahren unterdrückt wird und die Änderungen von $\mathcal{E}_{s,z}$ während einzelner Messungen (wie oben beschrieben) gering waren.

Für den Unsicherheitsbeitrag zeitlicher Änderungen der orthogonal zum Kondensatorfeld gerichteten Streufeldkomponenten $\mathcal{E}_{s,x}$ und $\mathcal{E}_{s,y}$ ist es ausreichend eine obere Grenze abzuschätzen, da deren Auswirkungen auf $\Delta\alpha_{dc}$ um einen Faktor $d/\Delta V$ gegenüber der Auswirkung von $\mathcal{E}_{s,z}$ unterdrückt werden (Abschnitt 5.2.1). Gemäß Gleichung 5.12 muss dazu auch die Größe von $\mathcal{E}_{s,x}$ und $\mathcal{E}_{s,y}$ abgeschätzt werden. Naheliegende Ursachen für Streufeldkomponenten orthogonal zum Kondensatorfeld sind: (i) die Position der Atome liegt seitlich neben der Symmetrieachse des Kondensators (s. a. Abschnitt 5.2.2) (ii) die Verzerrung des Feldes aufgrund des elektrischen Feldes der MOT-Spulen (s. o.). Zur Abschätzung einer oberen Grenze wird deshalb angenommen, dass $\mathcal{E}_{s,x}$ und $\mathcal{E}_{s,y}$ kleiner als 100 V/m sind und sich um weniger als 10 V/m während eines Zyklus ändern. Dies verursacht gemäß Gleichung 5.12 eine relative Unsicherheit von $\Delta\nu_{dc}$ bzw. $\Delta\alpha_{dc}$ von etwa 0,2 ppm je Richtung, bzw. quadratisch addiert etwa 0,3 ppm.

5.4.3 Messergebnis und Unsicherheitsbudget

Die Messungen der DC-Stark-Verschiebung, welche zur Bestimmung der Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{dc}$ verwendet werden, wurden in drei Messreihen, jeweils an unterschiedlichen Messtagen in Stabilisierungsmessungen aufgezeichnet. In all diesen Messungen wurden die Atome 19(2) mm tief in den Kondensator transportiert. Jede Messreihe besteht aus mindestens sieben Messungen bei jeweils einer Potentialdifferenz zwischen den Feldplatten von $\Delta V = 100, 200, \dots, 700$ V. Das mittlere Potential beider Feldplatten betrug in zwei Messreihen $\bar{V} = 350$ V und in einer Messreihe $\bar{V} = 0$ V. Aus diesen Messungen wird hier ein gewichteter Mittelwert berechnet. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen:

- (i) Für jede Stabilisierungsmessung i mit einem Spannungsnennwert V (für die Potentialdifferenz ΔV) wird der Mittelwert $\Delta\alpha_{dc,i}^{(V)}$, wie in Abschnitt 5.4 beschrieben, berechnet. Jedem dieser Werte wird eine Unsicherheit zugeordnet, welche

durch quadratische Addition von statistischer Unsicherheit (Bestimmung wie in Abschnitt 5.4 beschrieben) und Unsicherheit der Potentialdifferenz der Feldplatten gemäß den Spezifikationen des Spannungsmessgeräts berechnet wird. Alle weiteren Unsicherheitsbeiträge wurden nicht für jede Einzelmessung bestimmt und werden in Tabelle 5.3 als systematische Unsicherheiten berücksichtigt.

- (ii) Um den Einfluss einer spannungsabhängigen Systematik zu minimieren, wird zunächst für jeden Spannungsnennwert V (aus mindestens drei $\Delta\alpha_{\text{dc},i}^{(V)}$ -Werten) der gewichtete Mittelwert $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}^{(V)}}$ (Gleichung 5.22) und dessen Unsicherheit (Gleichung 5.23) berechnet.
- (iii) Aus den $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}^{(V)}}$ -Werten wird wiederum der gewichtete Mittelwert $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}}$ für alle Messungen berechnet

$$\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}} = 4,07873(11) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V} \quad (5.21)$$

mit der Unsicherheit gemäß Tabelle 5.3.

Der gewichtete Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \frac{x_i}{U(x_i)^2}}{\sum_i \frac{1}{U(x_i)^2}} \quad (5.22)$$

sowie die Unsicherheit des gewichteten Mittelwerts

$$U(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{\sum_i \frac{1}{U(x_i)^2}}} \quad (5.23)$$

basieren auf der Annahme, dass die verwendeten Eingangswerte in unkorrelierten Messungen bestimmt wurden und sich nicht durch unterschiedliche systematische Abweichungen unterscheiden. Tatsächlich weisen die in Schritt (ii) bestimmten $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}^{(V)}}$ eine Spannungsabhängigkeit auf, welche durch eine Leistungsabhängigkeit der Spannungsmessung und eventuell durch einen Beitrag der Hyperpolarisierbarkeit verursacht sein kann. Am Ende von Abschnitt 5.4.1 wurde bereits angesprochen, dass die spannungsabhängige Abweichung für unterschiedlichen Messreihen unterschiedliche Vorzeichen hat, was darauf hinweist, dass die Hyperpolarisierbarkeit nicht der alleinige Grund für die Spannungsabhängigkeit sein kann. Hier werden nun die je Spannungsnennwert berechneten Mittelwerte auf eine Spannungsabhängigkeit untersucht.

Die relative Abweichung der $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}^{(V)}}$ -Werte vom gewichteten Mittelwert aller Werte $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}}$ (Gl. 5.21) ist in Abb. 5.13a in Abhängigkeit vom Spannungsnennwert V dargestellt. Ein parabolischer Fit ohne linearen Anteil (grün in Abb. 5.13a) ergibt einen parabolischen Anteil von $b = -3,9(28) \times 10^{-11} \text{ V}^{-2}$ und einen konstanten Anteil welcher um 12 ppm von $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}}$ abweicht. Um dieser Abweichung trotz der verwendeten Gewichtung gerecht zu werden, wird sie als systematische Unsicherheit (Tabelle 5.3) berücksichtigt, da sowohl eine versteckte Systematik, als auch die Hyperpolarisierbarkeit zu

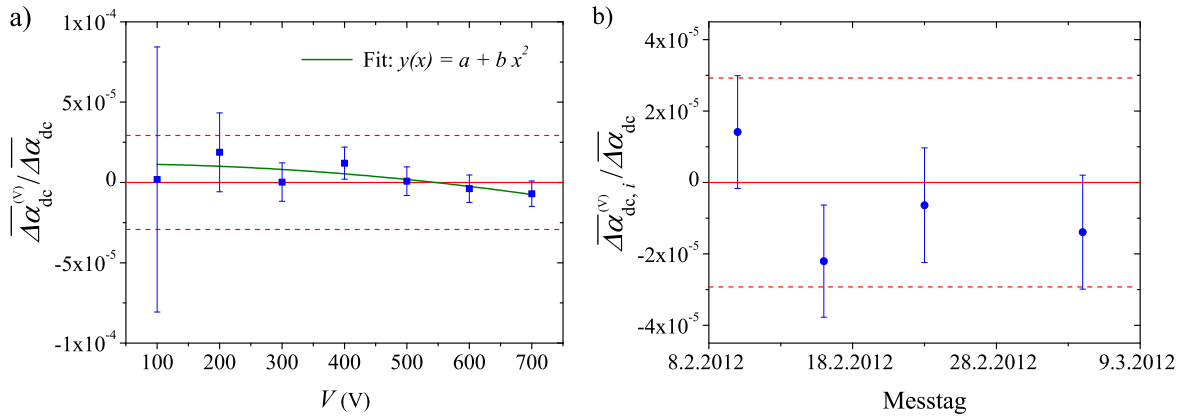


Abb. 5.13: Streuung der $\overline{\Delta\alpha_{dc}}$ -Werte innerhalb der Gesamtunsicherheit gemäß Tabelle 5.3 (rot in beiden Graphen). a) Relative Abweichung der gewichteten Mittelwerte je Spannungsnennwert $\overline{\Delta\alpha_{dc}^{(V)}}$ vom gewichteten Mittelwert aller Werte $\overline{\Delta\alpha_{dc}}$ in Abhängigkeit vom Spannungsnennwert V . Ein parabolischer Fit ohne linearen Anteil ist grün eingezeichnet. Die Unsicherheit welche sich gemäß Tabelle 5.3 ergibt ist durch rot-gestrichelte Linien angedeutet. b) Mittelwerte $\overline{\Delta\alpha_{dc,i}^{(v)}}$ einzelner Messungen welche bei der gleichen Potentialdifferenz von $\Delta V = 700$ V an vier Messtagen aufgezeichnet wurden. Die Fehlerbalken berücksichtigen die statistische Unsicherheit sowie die Unsicherheit der Spannungsmessung gemäß den Spezifikationen des Messgeräts.

der verbleibenden Spannungsabhängigkeit führen können. Wird die parabolische Abhängigkeit der $\overline{\Delta\alpha_{dc}^{(V)}}$ -Werte von der Spannung tatsächlich durch die Differenz der Hyperpolarisierbarkeiten der beiden Uhrenzustände $\Delta\gamma_{dc}$ verursacht, so kann $\Delta\gamma_{dc}$ gemäß Gleichung 2.13 berechnet werden zu $\Delta\gamma_{dc} = -12 \times b \times d^2 \times \Delta\alpha_{dc} = 4,8 \times 10^{-53} \text{ Cm}^4 \text{V}^{-3}$.

Neben den bei der Gewichtung berücksichtigten Unsicherheiten der Frequenz- und Spannungsmessung sind weitere Unsicherheiten zu berücksichtigen, die nicht für jede Messung einzeln bestimmt wurden und somit systematische Unsicherheiten sind. Sie wurden bereits in den vorigen Abschnitten bestimmt und werden im folgenden zusammengetragen. Die Fortpflanzung der Unsicherheiten der Messgrößen gemäß dem GUM-Leitfaden [130] vereinfacht sich wenn die relativen Unsicherheiten betrachtet werden, da die Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{dc}$ gemäß der Bestimmungsgleichung 5.17 lediglich linear bzw. quadratisch von den Messgrößen abhängt. Die relativen Unsicherheiten von Messgrößen mit linearer Abhängigkeit (Frequenzdifferenzen) bleiben erhalten während sich die von Messgrößen mit quadratischer Abhängigkeit (elektrische Feldstärke bzw. Plattenabstand und Potentialdifferenz) verdoppeln. Alle Unsicherheitsbeiträge sind in Tabelle 5.3 relativ zu $\Delta\alpha_{dc}$ zusammengefasst und werden im Folgenden wie dort nummeriert beschrieben:

1. Die Bestimmung des Feldplattenabstands am Ort der Atome wurde bereits in Abschnitt 5.3.2 beschrieben und die Fortpflanzung der dort ermittelte Unsicherheit wird in Tabelle 5.3 als einer der prominentesten Unsicherheitsbeiträge aufgeführt.
2. Der größte Unsicherheitsbeitrag resultiert aus der Rückführung der Einheit Volt,

Tab. 5.3: Unsicherheitsbudget der Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$

Beitrag	Unsicherheit $\times 10^{-6}$
1. Feldplattenabstand	15,8
2. Realisierung der Einheit Volt	18,5
3. Statistische Unsicherheit (Frequenz & Spannung)	4,0
4. Unvollständige Aufladung	5,0
5. Umpolen & Spannungsdrift	2,0
6. Parasitärer Spannungsteiler	0,3
7. Beeinflussung von $\mathcal{E}^{(k)}$ durch Randeffekte	2,0
8. zeitlich variierende Streufelder	0,3
9. Feldverzerrung durch Umgebung	0,002
10. Nichtquadratischer Verlauf (Hyperpolarisierbarkeit)	12,0
Gesamtunsicherheit	28,0

gemäß der in Abschnitt 5.3.3 beschriebenen PTB-internen Kalibrierung.

- Als statistische Unsicherheit wird die Unsicherheit des gewichteten Mittels aller Werte $\overline{\Delta\alpha_{\text{dc}}}$, wie oben beschrieben, gemäß Gleichung 5.23 berechnet.
- Der Grad der Aufladung wurde bereits in Abschnitt 5.3.3 untersucht. Dort wurde die Aufladungszeit zu 0,3 ms abgeschätzt. In Abschnitt 5.4.1 konnte durch einen um bis zu 400 ms verzögerten Uhrenpuls kein signifikanter Unterschied festgestellt werden. Deshalb wird für die eventuell unvollständige Aufladung eine systematische Unsicherheit von 5 ppm angenommen.
- Die Qualität des Umpolens wurde ebenfalls in Abschnitt 5.3.3 untersucht. Die gemessenen Unterschiede lagen stets unterhalb von 2 ppm, selbst bei Vorliegen einer weit größeren Spannungsdrift als in einer der verwendeten Messungen. Deshalb wird als maximaler Spannungsunterschied zwischen den Zyklen B und C 2 ppm angenommen. Der dadurch mögliche Unterschied der Linienverschiebungen in den Zyklen B und C ist dann < 4 ppm. Damit ist der Einfluss auf die zwischen den Zyklen B und C gemittelte Linienverschiebung < 2 ppm.
- Ein möglicher Weise vorliegender parasitären Spannungsteiler bzw. im Zuge dessen auftretende Leckströme wurden in Abschnitt 5.3.3 mit $< 0,15$ ppm bezogen auf die am Kondensator anliegende Potentialdifferenz quantifiziert, entsprechend werden hier 0,3 ppm berücksichtigt.
- Die Abweichung des elektrischen Feldes aufgrund von Randeffekten wurde in Abschnitt 5.4.2 / Abb. 5.12a untersucht. Die eingezeichnete lineare Extrapolation weist darauf hin, dass die Auswirkung von Randeffekten am Ort der Atome geringer als 1 ppm ist, was auch nach den Feldsimulationen zu erwarten ist. Die Variation im Bereich von 5 ppm und die geringe Ortsabhängigkeit in der Umgebung der Atome wird durch die Messstatistik und die leichte Krümmung der

Feldplatten dominiert. Letztere wurde bereits in die Unsicherheit des Plattenabstands am Ort der Atome einbezogen. Damit führt die Feldinhomogenität zu einem Beitrag von 2 ppm zur Unsicherheit von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$.

8. Für die Unsicherheit durch zeitliche Variation von Streufeldern wurde am Ende von Abschnitt 5.4.2 eine obere Grenze abgeschätzt.
9. Die durch das Feld zwischen Kondensator und Umgebung hervorgerufene Feldverzerrung an einen Ort abseits von der Symmetrieachse des Kondensators wurde in Abschnitt 5.2.2 an Hand von Simulationen und im Abschnitt 5.4.2 experimentell untersucht. Die Unsicherheit, welche durch eine unvollständige Unterdrückung verbleibt, wurde in Abschnitt 5.4.2 zu geringer als 0,002 ppm abgeschätzt.
10. Die Abweichung vom quadratischen Verlauf der Abhängigkeit der Linienverschiebung von der Feldstärke wurde oben in Zusammenhang mit Abb. 5.13a diskutiert und kann sowohl durch eine Leistungsabhängigkeit der Spannungsmessung, als auch die Hyperpolarisierbarkeit verursacht sein.

Die Messungen wurden bei geringen Atomzahlen von etwa 1100 Atomen im Gitter bzw. zwei bis drei Atomen pro Gitterplatz durchgeführt, sodass ein Einfluss von Stößen nicht zu erwarten ist. Eine Erhöhung der Atomzahl um etwa das 14-fache führte zu einer Erhöhung von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ um 12 ppm, was jedoch in Anbetracht der Unsicherheiten der beiden Messungen, von jeweils 16 ppm, nicht signifikant ist.

5.5 Bestimmung der Schwarzkörper-Verschiebung

Mit der im vorigen Kapitel beschriebenen Messung der statischen Polarisierbarkeitsdifferenz des Uhrenübergangs $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ ist der Hauptteil der atomaren Reaktion auf Schwarzkörperstrahlung bei einer Umgebungstemperatur von exakt 300 K für ^{88}Sr präzise bekannt. In Abschnitt 5.5.1 wird beschrieben, wie diese Messung dazu verwendet werden kann, auch die Kenntnis der dynamischen Verschiebung zu verbessern um die Größe der BBR-Verschiebung basierend auf Messungen bestmöglich zu bestimmen. In Abschnitt 5.5.2 wird die Übertragbarkeit der Ergebnisse auf das ^{87}Sr -Isotop dargestellt. Und in Abschnitt 5.5.3 werden die gewonnenen Ergebnisse zusammengeführt, um die Schwarzkörperverschiebung bei exakt bekannter Umgebungstemperatur anzugeben. Die hier präsentierten Ergebnisse wurden von der gesamten Arbeitsgruppe erzielt und sind bereits im Anhang zu Middelman et al. *Physical Review Letters* **109**, 263004 (2012) veröffentlicht worden. Sie werden hier etwas detaillierter dargestellt.

5.5.1 Dynamischer Anteil der Verschiebung

Der dynamische Anteil der BBR-Verschiebung des Uhrenübergangs $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300\text{ K})$ kann gemäß den Gleichungen 2.29 und 2.19 aus den Übergangsfrequenzen ω_{ik} und den Einsteinkoeffizienten A_{ki} der relevanten Übergänge berechnet werden. Auch die in den vorigen Abschnitten aus Messungen bestimmte Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$

kann gemäß den Gleichungen 2.17 und 2.19 aus den gleichen Eingangsgrößen – in anderer Gewichtung – berechnet werden. Der Übergang $5s4d\ ^3D_1 - ^3P_0$ bei $2,6\ \mu\text{m}$ trägt z. B. mit 96% zur dynamischen Verschiebung $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300\ \text{K})$ und mit 61% zur Polarisierbarkeit des 3P_0 -Zustands bei (Abschnitt 2.2.1). Somit stehen $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300\ \text{K})$ und $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ nur in indirektem Zusammenhang.

Auch andere aus Messungen bekannte Observablen, wie:

- die statische Polarisierbarkeit des Grundzustands α_g ,
- die magische Wellenlänge bei $813\ \text{nm}$ (Gleichung 2.50),
- die Ableitung $\frac{d}{d\omega}\Delta\alpha$ bei der magischen Wellenlänge $\lambda_m = 813\ \text{nm}$, sowie
- $\Delta\alpha(\omega_{\text{uhr}})$ bei der Uhrenfrequenz

können aus den gleichen Eingangsgrößen bestimmt werden. Um all diese aus Messungen gewonnenen Kenntnisse in die Bestimmung der dynamischen Verschiebung einfließen zu lassen, werden die zugrunde liegenden Einsteinkoeffizienten A_{ki} so angepasst, dass die berechneten und die gemessenen Werte dieser Observablen bestmöglich übereinstimmen. Dies wird durch einen Fit nach der Methode der kleinsten Quadrate realisiert, bei dem für alle eingehenden Parameter Anfangswerte basierend auf Messungen verwendet werden.

Dabei werden folgende Typen von Parametern unterschieden:

- Observablen, an deren Werte der Fit angepasst wird (Typ D),
- Einsteinkoeffizienten A_{ki} , deren Werte als Fitparameter dienen (Typ F) und
- Einsteinkoeffizienten A_{ki} , deren Korrelation mit den Observablen so gering ist, dass sie als unverändert angenommen werden.
- Drei besonders stark mit den Observablen korrelierte Einsteinkoeffizienten A_{ki} :
 $A(5s5p\ ^1P_1 \rightarrow 5s^2\ ^1S_0)$ bei $\lambda = 461\ \text{nm}$,
 $A(5s4d\ ^3D_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0)$ bei $\lambda = 2,6\ \mu\text{m}$ und
 $A(5s6s\ ^3S_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0)$ bei $\lambda = 679\ \text{nm}$
 werden sowohl als Typ D als auch als Typ F behandelt.

Die in den Rechnungen verwendeten Daten werden in den Tabellen 5.4, 5.5 und 5.6 wiedergegeben, wie sie in [187] publiziert sind: Tabelle 5.4 enthält die Eingangsdaten und Fitergebnisse, in Tabelle 5.5 sind die Übergänge zum Zustand $5s^2\ ^1S_0$ aufgelistet und in Tabelle 5.6 sind die Übergänge zum Zustand $5s5p\ ^3P_0$ zusammengefasst.

Für die wichtigsten Übergänge existieren experimentell bestimmte Oszillatorstärken, Linienstärken oder Lebensdauern⁸, aus welchen die jeweiligen A_{ki} abgeleitet werden. Dabei werden die Unsicherheiten der publizierten Werten berücksichtigt. Lediglich für den oben bereits erwähnten $2,6\ \mu\text{m}$ -Übergang wird wegen der Diskrepanz der Literaturwerte [112, 188] eine größere Unsicherheit angenommen, um so eine falsche

⁸Zur Umrechnung von Oszillatorstärken und Einsteinkoeffizienten siehe Abschnitt 2.2.1 und zur Umrechnung der Linienstärken [101, 102].

Beschränkung aufgrund der oben erwähnten Dominanz dieses Übergangs zu vermeiden.

Beiträge von Übergängen ausgehend vom $5s5p\ ^3P_0$ in höher liegende ns und nd Zustände werden durch Wasserstoffwellenfunktionen abgeschätzt (Tabelle 5.6). Diesen Beiträgen wird eine durchschnittliche Übergangsenergie entsprechend der jeweiligen Ionisierungsenergie zugeordnet. Analog wird für Beiträge von Übergängen ausgehend vom $5s^2\ ^1S_0$ in höher liegende np Zustände basierend auf [189] vorgegangen. Als zusätzliche Bedingungen werden Thomas-Reiche-Kuhn (TRK)-Summen (Abschnitt 2.2.1) verwendet. Für diese werden Unsicherheiten entsprechend den zu erwartenden relativistischen Korrekturen von etwa 5% der Zustandsenergie angenommen [106].

Für die statische Polarisierbarkeit des Grundzustands wird der experimentell bestimmte Wert von $\alpha_g = 3,1(3) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V}$ [184] verwendet, obwohl dessen Unsicherheit größer ist als die des bereits in Abschnitt 2.2.2 erwähnten, in Atomstrukturrechnungen ermittelten Werts, um so ausschließlich experimentell bestimmte Werte eingehen zu lassen. Der im Fit ermittelte Wert der statischen Polarisierbarkeit des Grundzustands liegt mit einer Abweichung von $0,6 \times \sigma$ vom Eingangswert deutlich näher am theoretisch vorhergesagten Wert. Dabei wird die verwendete Unsicherheit des jeweiligen Eingangswerts mit σ bezeichnet. Außer für den oben erwähnten A_{ki} des $2,6\ \mu\text{m}$ -Übergangs und für die Frequenz der magischen Wellenlänge von $368554,7(15)\ \text{GHz}$ [97], entspricht σ der jeweils angegebenen Messunsicherheit. Die Unsicherheit der magischen Wellenlänge wird auf $1,5\ \text{GHz}$ erhöht, um Isotopieverschiebungen und Korrekturen durch 2-Photonen-Prozesse (Hyperpolarisierbarkeit) einzuschließen.

Insgesamt werden die eingehenden Eckdaten (Typ D) durch den Fit gut getroffen. Lediglich für drei der Typ-D-Parameter sind die aus dem Fit resultierenden Abweichungen größer als $1 \times \sigma$. Die größte Abweichung von $5,4 \times \sigma$ ergibt sich für $\Delta\alpha(\omega_{\text{uhr}})$. Da bei der Messung von $\Delta\alpha(\omega_{\text{uhr}})$ die Intensität des Uhrenlaserlichts bei den Atomen genau bekannt sein muss, könnte dies auch auf unberücksichtigte systematische Beiträge bei der entsprechenden Messung zurückzuführen sein. Die insgesamt gute Übereinstimmung zeigt, dass das verwendete Modell eine konsistente Beschreibung der Zusammenhänge liefert.

Mit den so angepassten und den nicht variierten Einsteinkoeffizienten A_{ki} werden gemäß Gleichung 2.29 die dynamischen Verschiebungen der beiden Uhrenniveaus zu $\delta E_g^{(\text{dyn})}/h = -2,8\ \text{mHz}$ und $\delta E_e^{(\text{dyn})}/h = -150,4\ \text{mHz}$ berechnet.

Eine Unsicherheitsabschätzung nach dem Fortpflanzungsgesetz von Messunsicherheiten erscheint aufgrund der teils indirekten Zusammenhänge zwischen eingehenden Messgrößen und Ergebnis nicht adäquat. Für solche Fälle wird im GUM-Leitfaden die „Monte Carlo Methode“ empfohlen [190]. Dazu werden für die aus Messungen bekannten Observablen (Typ D) zufällige Werte, gemäß einer dem jeweiligen Unsicherheitsintervall entsprechenden Normalverteilung, angenommen. Für jeden Eingangsdatensatz wird $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300\ \text{K})$ berechnet. Die resultierende Verteilung der $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300\ \text{K})$ -Werte ist in Abb. 5.14a dargestellt. Um auch den Unsicherheitsbeitrag der nicht in den Fit einbezogenen Einsteinkoeffizienten festzustellen, werden die relevanteren um bis zu 15% variiert. Sie sind in Tabellen 5.5 und 5.6 mit einem Sternchen markiert. Die resultierende Änderung von $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300\ \text{K})$ beträgt bis zu $1,0\ \text{mHz}$ und wird zur Unsicherheit aus der Monte Carlo Simulation addiert. Damit ergibt sich der dynamische Anteil

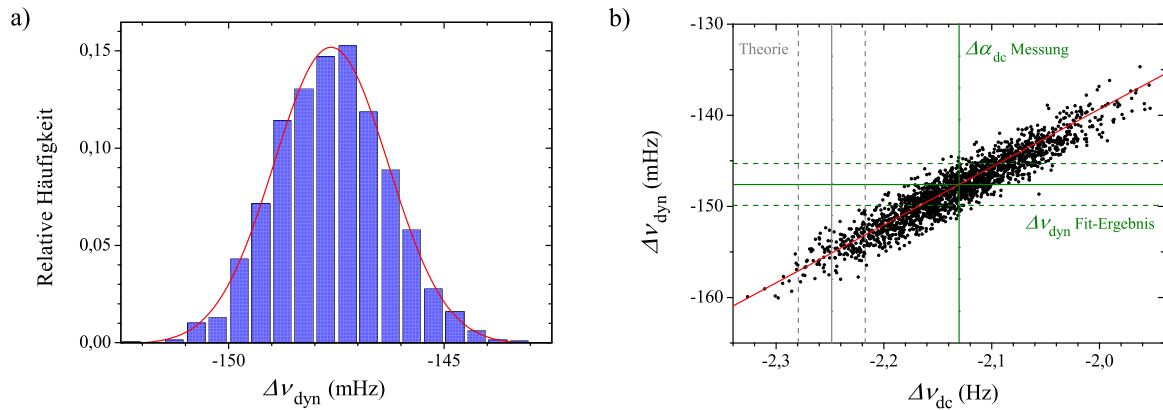


Abb. 5.14: Zur Bestimmung der Unsicherheit des dynamischen Anteils der BBR-Verschiebung: a) Verteilung der $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K)-Werte (blaue Balken), resultierend aus einer Monte-Carlo-Simulation mit 2000 zufälligen Eingangsdatensätzen. Das Zentrum der angepassten Gauß-Verteilung (rot-durchgezogen) liegt bei $-147,6(13)$ mHz. b) Variation des dynamischen Anteils mit dem Wert von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ (300 K), wenn für diesen in der Monte Carlo Simulation eine 1 000-fach größere Unsicherheit angenommen wird. Die rote Trendlinie hat eine Steigung von $63,6$ mHz/Hz. Eingezeichnet sind auch der Wert von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ (300 K) wie er sich aus der $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ -Messung ergibt, der theoretisch berechnete Wert [109] sowie der in diesem Abschnitt bestimmte dynamische Anteil der BBR-Verschiebung $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K). Die Unsicherheiten dieser Werte sind gestrichelt dargestellt.

der BBR-Verschiebung des Uhrenübergangs zu $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K) = $147,6(23)$ mHz. Dieser Wert ist etwa 8% geringer als der in [109]⁹ berechnete Wert. Da der gemessene Wert des statischen Anteils der BBR-Verschiebung etwa 5% unter dem in [109] berechneten liegt, wird, aufgrund der sowohl in $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K) als auch in $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ eingehenden Einsteinkoeffizienten, eine Änderung von $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K) in dieser Richtung erwartet.

Um die beim Fitten der Einsteinkoeffizienten vorliegende Korrelation des dynamischen und des statischen Anteils der BBR-Verschiebung zu untersuchen, wird die Monte Carlo Simulation mit einer 1 000-fach größeren Unsicherheit von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ wiederholt. Die resultierende Streuung der $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K)-Werte ist in Abb. 5.14b in Abhängigkeit vom jeweiligen statischen Anteil $\Delta\nu_{\text{dc}}$ (300 K) dargestellt. Die vorhandene Korrelation wird durch die rot eingezeichnete Trendlinie, mit einer Steigung von $63,6$ mHz/Hz, verdeutlicht. Diese geringe Steigung verdeutlicht, dass $\Delta\nu_{\text{dc}}$ (300 K) (grüne vertikale Linie in Abb. 5.14b) mit $\sigma = 60$ μ Hz weit genauer bekannt ist, als dies bei der Bestimmung von $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K) relevant ist. Allerdings unterscheidet sich der theoretisch bestimmte Wert von $\Delta\nu_{\text{dc}}$ (300 K) (graue vertikale Linie in Abb. 5.14b) so stark vom experimentell bestimmten, dass die Korrelation mit $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ (300 K) bereits signifikant ist. Was gemäß der oben geführten Diskussion auch erwartet wird.

Eine zukünftige, noch genauere Berechnung des dynamischen Anteils der BBR-Verschiebung nach der vorgestellten Methode ist möglich, sobald eine genauere Messung des Einsteinkoeffizienten A_{ki} des bereits erwähnten Übergangs: $5s4d\ ^3D_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0$

⁹Hier wurde das Erratum zu [109] bereits berücksichtigt.

bei $\lambda = 2,6 \mu\text{m}$ vorliegt, da dieser mit etwa 96% zu $\Delta\nu_{\text{dyn}}(300 \text{ K})$ beiträgt. Die verbleibenden Beiträge entfallen hauptsächlich auf die Übergänge bei den Wellenlängen 461 nm (1,8%), 679 nm (0,75%), 474 nm (0,44%) und 483 nm (0,43%) (Tabellen 5.4 und 5.6), womit über 99% der Beiträge abgedeckt sind. Lediglich für den 461-nm-Übergang ist der Einsteinkoeffizient mit hoher Genauigkeit bekannt. Aber auch der Einfluss TRK-Summen auf die dynamische Verschiebung kann unter Einbezug relativistischer Korrekturen optimiert werden.

5.5.2 Isotopabhängigkeit

Um die für ^{88}Sr bestimmten Ergebnisse auch in Frequenzstandards mit ^{87}Sr zu verwenden, müssen die Auswirkungen der Isotopieverschiebung und der Hyperfeinaufspaltung im ^{87}Sr -Isotop aufgrund des Kernspins ($^{87}\text{I} = 9/2$ während $^{88}\text{I} = 0$) berücksichtigt werden (siehe auch Abschnitt 2.1.3).

Die endliche Masse des Atomkerns M wird in nicht-relativistischer Näherung berücksichtigt, indem die Elektronenmasse m_e in der Schrödinger-Gleichung durch die reduzierte Masse

$$\mu = \frac{Mm_e}{M + m_e} \quad (5.24)$$

ersetzt wird [195]. Zusammen mit der reduzierten Masse skalieren auch andere atomare Einheiten. So wird die atomare Längeneinheit a_0 (Bohr-Radius) ersetzt durch

$$a = \frac{m_e}{\mu} a_0 \quad (5.25)$$

und die atomare Energie-Einheit E_h (Hartree-Energie) wird ersetzt durch

$$E = \frac{\mu}{m_e} E_h. \quad (5.26)$$

Die reduzierten Massen in ^{87}Sr und ^{88}Sr unterscheiden sich um

$$q = \frac{{}^{87}\mu}{{}^{88}\mu} = 1 - 7 \times 10^{-8}. \quad (5.27)$$

In dieser Näherung skalieren die Matrixelemente des Dipoloperators d_{ik} wie Längen:

$$\frac{{}^{87}d_{ik}}{{}^{88}d_{ik}} = \frac{{}^{87}a}{{}^{88}a} = \frac{1}{q} \quad (5.28)$$

und die Übergangsfrequenzen skalieren wie Energien:

$$\frac{{}^{87}\omega_{ik}}{{}^{88}\omega_{ik}} = \frac{{}^{87}E_{ik}}{{}^{88}E_{ik}} = q. \quad (5.29)$$

Diese Näherung kann gemäß Gleichung 2.17 auf die statische Polarisierbarkeit im Zustand $|i\rangle$ übertragen werden. Der Unterschied der statischen Polarisierbarkeiten bzw. der statischen Anteile der BBR-Verschiebung beider Isotope beträgt entsprechend:

$$\frac{{}^{87}\Delta\nu_{\text{dc}}}{{}^{88}\Delta\nu_{\text{dc}}} = \frac{{}^{87}\alpha_i}{{}^{88}\alpha_i} = \frac{1}{q^3} = 1 + 2 \times 10^{-7}. \quad (5.30)$$

Die dynamische Verschiebung des Zustands $|i\rangle$ (Gleichung 2.29) kann durch Ersetzen des Integrals $G(y)$ mit dem ersten Term der Reihenentwicklung gemäß Gleichung 2.28 zu

$$\delta E_i^{(\text{dyn})} \approx \frac{8\pi^4}{63\varepsilon_0 c^3} \left(\frac{k_B T}{\hbar} \right)^6 \sum_k \frac{d_{ik}^2}{\omega_{ik}^3}. \quad (5.31)$$

genähert werden. Der Unterschied der dynamischen Verschiebungen beider Isotope wird entsprechend zu

$$\frac{{}^{87}\Delta\nu_{\text{dyn}}}{{}^{88}\Delta\nu_{\text{dyn}}} = \frac{{}^{87}\delta E_i^{(\text{dyn})}}{{}^{88}\delta E_i^{(\text{dyn})}} = \frac{1}{q^5} = 1 + 4 \times 10^{-7} \quad (5.32)$$

abgeschätzt.

Diese Abschätzungen beschreiben den sogenannten normalen Masseneffekt. Effekte aufgrund der Korrelation der Elektronenimpulse vermittelt durch die Kernbewegung (spezifischer Masseneffekt) und Ladungsverteilungsunterschiede der Kerne beider Isotope (Volumeneffekt) sowie die Hyperfeinaufspaltung werden nicht berücksichtigt.

Deshalb werden $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ gemäß den Gleichungen 2.17 und 2.29 aus Dipolmatrixelementen d_{ik} und Übergangsfrequenzen ω_{ik} unter Einbezug aller aus Messungen bekannten Isotopieverschiebungen analog zum vorigen Abschnitt berechnet. Für Übergänge, für die keine gemessenen Isotopieverschiebungen gefunden wurden, wird die Isotopieverschiebung mit 150 MHz abgeschätzt, was größer ist als die gemessenen Isotopieverschiebungen der entscheidend beitragenden Übergänge. Der Unterschied der Dipolmatrixelemente d_{ik} wird gemäß Gleichung 5.28 berechnet. Wo vorhanden werden auch experimentelle Daten der HFS-Aufspaltung berücksichtigt. Da sich bei der Hyperfeinaufspaltung der Linienschwerpunkt nicht verschiebt, hat dies in erster Näherung keine Auswirkung auf $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und $\Delta\nu_{\text{dyn}}$. Selbst die große Hyperfeinaufspaltung des stark beitragenden Übergangs $5s4d \ ^3D_1 \rightarrow 5s5p \ ^3P_0$ [196] führt lediglich zu einer geringen Korrektur von $< 10^{-6}$. Deshalb wird die Hyperfeinaufspaltung nicht berücksichtigt, wenn keine experimentellen Daten vorliegen.

Aus diesen Rechnungen ergibt sich eine Änderung des statischen Anteils der BBR-Verschiebung von

$${}^{88}\Delta\nu_{\text{dc}} - {}^{87}\Delta\nu_{\text{dc}} = 2,98 \ \mu\text{Hz} \quad (5.33)$$

bzw. eine relative Änderung des statischen Anteils der BBR-Verschiebung von $1,4 \times 10^{-6}$ und eine Änderung der dynamischen Verschiebung von

$${}^{88}\Delta\nu_{\text{dyn}} - {}^{87}\Delta\nu_{\text{dyn}} = 0,5 \ \mu\text{Hz} \quad (5.34)$$

bzw. eine relative Änderung der dynamischen Verschiebung von $3,4 \times 10^{-6}$. Die so berechneten Unterschiede zwischen den beiden Isotopen sind weniger als eine Größenordnung größer als die im Rahmen der normalen Massenverschiebung abgeschätzten Unterschiede (Gleichungen 5.30 und 5.32). Sie liegen trotz der eher großzügigen Abschätzung noch weit unter den im Zuge dieser Arbeit für $\Delta\nu_{\text{dc}}$ und $\Delta\nu_{\text{dyn}}$ erreichten Messunsicherheiten von 60 μHz und 2,3 mHz.

5.5.3 Die Schwarzkörperverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs

Mit der in Kapitel 5 gemessenen statischen Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ des Uhrenübergangs berechnet sich der statische Anteil der BBR-Verschiebung mit den Gleichungen 2.22 und 2.30 für die Referenztemperatur $T_0 = 300$ K zu

$$\Delta\nu_{\text{dc}}(T_0) = -2,13023(6) \text{ Hz.} \quad (5.35)$$

Zusammen mit dem in Abschnitt 5.5.1 bestimmten dynamischen Anteil der BBR-Verschiebung von

$$\Delta\nu_{\text{dyn}}(T_0) = -0,1476(23) \text{ Hz} \quad (5.36)$$

kann nun die BBR-Verschiebung in Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur T angegeben werden:

$$\Delta\nu_{\text{BBR}}(T) = \Delta\nu_{\text{dc}}(T_0) \frac{T^4}{T_0^4} + \Delta\nu_{\text{dyn}}(T_0) \left[\frac{T^6}{T_0^6} + \mathcal{O}\left(\frac{T^8}{T_0^8}\right) \right]. \quad (5.37)$$

Diese ist sowohl für ^{87}Sr als auch für ^{88}Sr anwendbar, da, wie in Abschnitt 5.5.2 gezeigt wurde, die Isotop-bedingten Unterschiede geringer als die hier angegebenen Unsicherheiten sind. Dabei skaliert der dynamische Anteil in der Umgebung von T_0 und für geringere Temperaturen in guter Näherung mit der sechsten Potenz der Temperatur. Bei höheren Temperaturen werden Abweichungen in der Ordnung von T^8 relevant, sie werden durch das Restglied $\mathcal{O}(T^8/T_0^8)$ abgeschätzt. Die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Ordnungen wird in Abb 5.15 veranschaulicht. Die Abweichungen der vollständigen BBR-Verschiebung¹⁰ (schwarze Punkte) von der T^4 -Abhängigkeit (schwarze Trendlinie) werden durch die dynamische Verschiebung (rote Quadrate) beschrieben. Diese wiederum unterscheiden sich von einer reinen T^6 -Abhängigkeit (rote Trendlinie) um eine Differenz (blaue Dreiecke), welche proportional zu T^8 (blaue Trendlinie) wächst. Alle Trendlinien sind ausgehend vom jeweiligen Wert bei 300 K eingezeichnet. Hin zu höheren Temperaturen muss berücksichtigt werden, dass dann auch die Unsicherheiten der Übergänge relevant werden, die bei $T = 300$ K noch von untergeordneter Wichtigkeit sind. Nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz verschiebt sich das Maximum der BBR-Verteilung im Wellenlängenspektrum von $\lambda_{\text{max}} = 10 \mu\text{m}$ bei $T = 300$ K zu $\lambda_{\text{max}} = 6 \mu\text{m}$ bei $T = 500$ K und rückt somit deutlich näher an die atomaren Übergänge, bei Wellenlängen von $2,6 \mu\text{m}$ und darunter, heran.

Die BBR-Korrektur, die in jeder Frequenzmessung des Sr-Uhrenübergangs vorgenommen werden muss, hat nach Gleichung 5.37 bei der Referenztemperatur von $T_0 = 300$ K eine Größe von $2,2778(23)$ Hz. Verglichen mit der bisher verwendeten Korrektur¹¹ von $2,354(32)$ Hz ist sie 76 mHz oder $1,8 \times 10^{-16}$ der Uhrenfrequenz geringer. Diese Abweichung ist von gleicher Ordnung wie die systematische Unsicherheit

¹⁰Berechnet gemäß den Gleichungen 2.29 und 2.19.

¹¹Im Gegensatz zum Text in Abschnitt 2.2.2 wird hier der in [109] publizierte Wert angegeben, ohne das dazugehörige Erratum zu berücksichtigen, da dieser Wert auch in den Frequenzmessungen [136, 37, 137, 38] des Sr-Uhrenübergangs verwendet wurde, die vor der Publikation der Ergebnisse dieser Arbeit durchgeführt wurden.

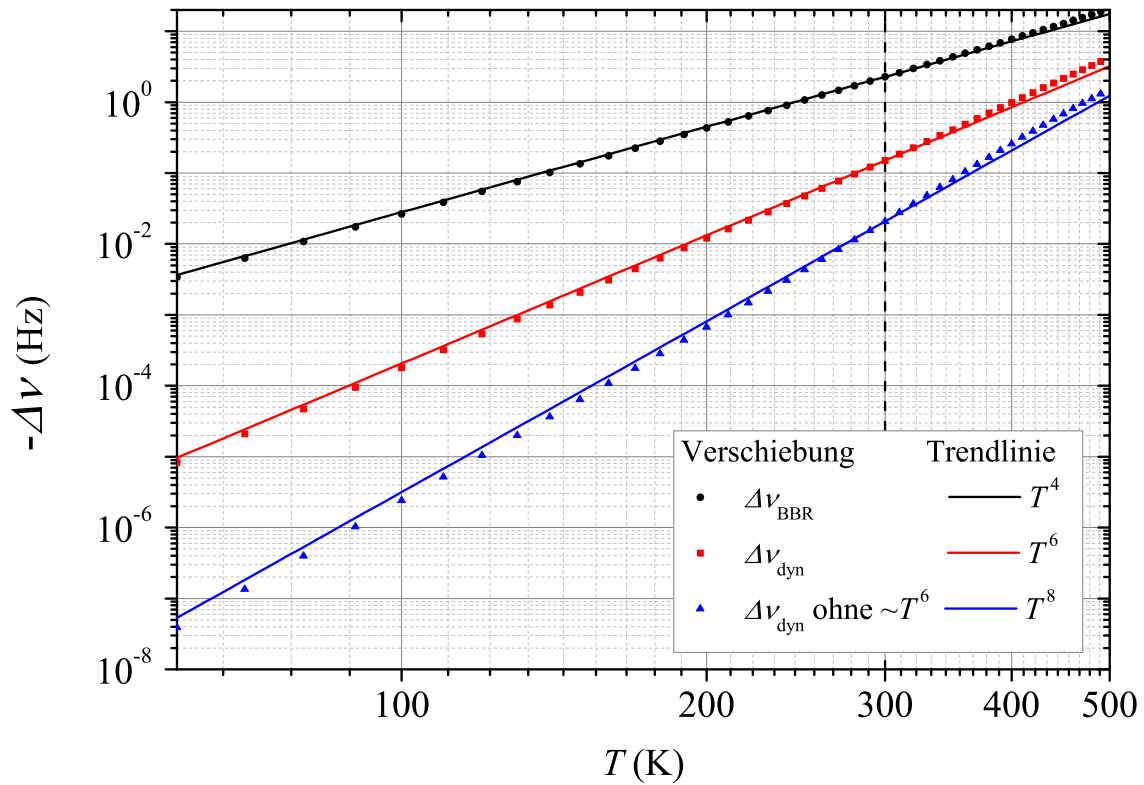


Abb. 5.15: Analyse der Temperaturabhängigkeit der BBR-Verschiebung: Die volle BBR-Verschiebung (schwarze Punkte) ist in guter Näherung $\propto T^4$ (schwarze Trendlinie). Die dynamische Verschiebung (rote Quadrate) ist $\propto T^6$ (rote Trendlinie). Die dynamische Verschiebung abzüglich der $\propto T^6$ -Abhängigkeit (blaue Dreiecke) ist in $\propto T^8$ (blaue Trendlinie). Die Trendlinien beziehen sich auf den jeweiligen Wert bei $T = 300$ K (schwarz gestrichelte Vertikale).

der besten Sr-Gitteruhren. Jedoch ist sie etwa eine Größenordnung kleiner als die Unsicherheiten der bisherigen Frequenzmessungen, da diese durch die Unsicherheit der jeweiligen Cs-Fontäne limitiert werden. Insofern müssen die bisherigen Frequenzmessungen wegen dieser Diskrepanz nicht korrigiert werden.

5.6 Diskussion und Ausblick

Die in diesem Kapitel präsentierte Messung der statischen Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}} = 4,07873(11) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V}$ ist eine der genauesten Messungen der DC-Stark-Verschiebung überhaupt [197, 198]. Gegenüber dem aus Atomstrukturrechnungen vorhergesagten Wert von $\Delta\alpha_{\text{dc,theo}} = 4,304(59) \text{ Cm}^2/\text{V}$ [109] wurde die Unsicherheit 500-fach reduziert auf weniger als 30 ppm. Der theoretische Wert weicht zudem um mehr als das dreifache seiner Unsicherheit vom gemessenen Wert ab. Diese Diskrepanz führte bereits zu einer Optimierung der zugrunde liegenden theoretischen Modelle, sodass sie nun, durch Berücksichtigung höherer Ordnungen, den gemessenen

Wert mit einer Abweichung von 0,05% reproduzieren [199].

Mit dem nun gemessenen $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ wird der Unsicherheitsbeitrag des statischen Anteils der Schwarzkörperverschiebung zur systematischen Unsicherheit der Strontium-Gitteruhren bei Raumtemperatur (300 K) von 7×10^{-17} auf $1,4 \times 10^{-19}$ reduziert. Darüber hinaus kann nun die statische Polarisierbarkeit des angeregten Zustands $|e\rangle = {}^3\text{P}_0$ als Summe der statischen Polarisierbarkeit im Grundzustand $|g\rangle = {}^1\text{S}_0$: $\alpha_g = 3,2504(33) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V}$ [108] und dem gemessenen Wert von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ zu $\alpha_e = 7,3301(33) \times 10^{-39} \text{ Cm}^2/\text{V}$ berechnet werden. Dabei wird die Unsicherheit durch den Beitrag von α_g dominiert.

Basierend auf der Messung von $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ wurde auch der dynamische Anteil der BBR-Verschiebung unter Einbezug weiterer aus Messungen bekannter, atomarer Parameter wie die magische Wellenlänge bei 813 nm und den Einsteinkoeffizienten der relevanten Übergänge, bestimmt. Des Weiteren wurde sichergestellt, dass die gemessene statische Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ des ${}^{88}\text{Sr}$ -Uhrenübergang trotz Isotop-bedingter Unterschiede auf ${}^{87}\text{Sr}$ übertragen werden kann. Die so mit hoher Genauigkeit bestimmte Linienverschiebung durch Schwarzkörperstrahlung exakt bekannter Temperatur trägt mit lediglich 5×10^{-18} zur systematischen Unsicherheit einer Strontium-Gitteruhr bei Raumtemperatur bei. Die verbleibende Unsicherheit wird dominiert durch die Unsicherheit des dynamischen Anteils der Linienverschiebung. Um sie weiter zu verringern, ist eine genauere Bestimmung des Einsteinkoeffizienten $A(5s4d {}^3\text{D}_1 \rightarrow 5s5p {}^3\text{P}_0)$ erforderlich, der mit etwa 96% zum dynamischen Anteil beiträgt. Dies kann durch eine Messung der Lebensdauer des Zustands $5s4d {}^3\text{D}_1$ unter Berücksichtigung des Verzweigungsverhältnisses zum Zustand $5s5p {}^3\text{P}_0$ geschehen, wie dies für den entsprechenden Zustand in ${}^{171}\text{Yb}$ bereits durchgeführt wurde [200]. Aus Atomstrukturrechnungen ergibt sich für diesen Zustand eine Lebensdauer von 2172(24) ns bzw. ein Verzweigungsverhältnis zum Zustand $5s5p {}^3\text{P}_0$ von 0,5953(12) [199].

Im Vergleich zu anderen Messungen der DC-Stark-Verschiebung, in welchen der Plattenabstand des eingesetzten Kondensators in situ durch Vermessung des freien Spektralbereichs bestimmt wurde [201, 197, 198], wurde der Plattenabstand in dieser Arbeit durch hochstabile Parallelendmaße realisiert und vor Einbau des Kondensators in die Vakuumapparatur interferometrisch verifiziert. Auf diese Weise kann der Kondensator auch an einem Ort eingesetzt werden, an dem kein optischer Zugang orthogonal zum Kondensator vorhanden ist. Eine Besonderheit der hier präsentierten Messungen ist, dass sich der Kondensator abseits von der Präparations- und Detektionsregion befindet und die Atome mit einem bewegten optischen Gitter im Grundzustand hinein transportiert, angeregt und im angeregten Zustand zurück transportiert werden. Dies reduziert die Anforderungen an Transparenz und Größe des Kondensators und ermöglicht zudem die ortsabhängige Vermessung des Kondensatorfeldes mit hoher Präzision. Im Unterschied zu Messungen der DC-Stark-Verschiebung in Atom-Interferometern [202, 203] oder Fontänen-Experimenten [56] befinden sich die Atome während der Spektroskopie an einem festen Ort und bewegen sich nicht durch den Kondensator hindurch. Dies reduziert die Unsicherheit durch Randeffekte und örtliche Änderungen des elektrischen Feldes und erhöht die mögliche Wechselwirkungsdauer. Werden die Atome im bewegten Gitter als Messsonde eingesetzt, so kann, in Kombination mit dem durch das Umpolschema gemessenen Streufeld, die lokale Differenz

der Austrittsarbeiten der beiden Feldplatten bestimmt werden. Da das Kondensatorfeld zur Vergrößerung der Auswirkung des Streufeldes führt, sind mit höheren Feldern auch genauere Messungen der Austrittsarbetsdifferenz denkbar. Allerdings müssen dann auch die Streufelder aufgrund der endlichen Geometrie des Kondensators entsprechend gut kontrolliert werden. Dies könnte alternativ zu sogenannten Kelvin-Sonden bzw. alternativ zur Kelvin-Sonden-Kraftmikroskopie [204] eingesetzt werden.

Typ	Eigenschaft	Fitergebnis	Literaturwert	Quelle
DF	$A(5s5p\ ^1P_1 \rightarrow 5s^2\ ^1S_0)$ bei 461 nm	$-0,017\ \sigma$	$1,9001(14) \times 10^8$	[177]
F	$A(4s5d\ ^1P_1 \rightarrow 5s^2\ ^1S_0)$ bei 231 nm	$6,6 \times 10^6\ s^{-1}$	$1,7 \times 10^7\ s^{-1}$	[178]
DF	$A(5s4d\ ^3D_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0)$ bei 2,6 μm	$2,67 \times 10^5\ s^{-1}(-0,3\ \sigma)$	$2,9(8) \times 10^5\ s^{-1}$	siehe Text
DF	$A(5s6s\ ^3S_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0)$ bei 679 nm	$7,55 \times 10^6\ s^{-1}(-2,7\ \sigma)$	$8,9(5) \times 10^6\ s^{-1}$	[179]
F	$A(5s5d\ ^3D_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0)$ bei 483 nm	$3,34 \times 10^7\ s^{-1}$	$3,3(2) \times 10^7\ s^{-1}$	[180, 181]
F	$A_{\text{eff}}(^3D_1 \text{ Kont.} \rightarrow ^3P_0)$ bei $\lambda \approx 316\ \text{nm}$	$9,71 \times 10^7\ s^{-1}$	$5,6 \times 10^7\ s^{-1}$	[182]
D	$5s^2\ ^1S_0$ Thomas-Reiche-Kuhn Summe	1,97	2,0(1)	[183]
D	$5s5p\ ^3P_0$ Thomas-Reiche-Kuhn Summe	1,99	2,0(1)	[183]
D	$\Delta\alpha(5s^2\ ^1S_0 - 5s5p\ ^3P_0)$	$-9 \times 10^{-5}\ \sigma$	$4,07873(11) \times 10^{-39}\ \text{cm}^2/\text{V}$	diese Arbeit
D	Statische Polarisierbarkeit $5s^2\ ^1S_0$	$0,6\ \sigma$	$3,1(3) \times 10^{-39}\ \text{cm}^2/\text{V}$	[184]
D	$\frac{d}{d\omega}\Delta\alpha$ bei der magischen Wellenlänge	$-2,6\ \sigma$	$2,2(2) \times 10^{-5}\ \text{Hz}/(E_r \cdot \text{MHz})$	[185]
D	Magische Wellenlänge bei 813 nm	$3 \times 10^{-4}\ \sigma$	$368554,7(15)\ \text{GHz}$	[97], siehe Text
D	$\Delta\alpha(\omega_{\text{thr}})$	$-5,4\ \sigma$	$-13(2)\ \text{Hz}/(\text{W cm}^{-2})$	[33]
u	Magische Wellenlänge bei 390 nm	767344 GHz	768917(18) GHz	[186]

Tab. 5.4: Eingangsdaten und Fitergebnisse zur Bestimmung des dynamischen Anteils der BBR-Verschiebung, wie in [187] publiziert sind. mit Typ D werden experimentell bestimmte Daten bezeichnet, die als Eingangsdaten des Fits verwendet werden. Mit Typ F werden Parameter bezeichnet, die beim Fitten variiert wurden. Ungenutzte Daten sind mit u markiert.

Oberer Zustand	Wellenlänge	A_{ki} (s^{-1})	Quelle
$5s5p\ ^3P_1$	689 nm	$4,69(11) \times 10^4$	[191]
$5s5p\ ^1P_1$	461 nm	$1,9001(14) \times 10^8$	[177] F
$5s6p\ ^1P_1$	293 nm	$1,9 \times 10^6$	[178]
$5s7p\ ^1P_1$	257 nm	$5,3 \times 10^6$	[178]
$5s8p\ ^1P_1$	243 nm	$1,8 \times 10^7$	[178]
$5s9p\ ^1P_1$	236 nm	$1,15 \times 10^7$	[178]
$5s10p\ ^1P_1$	231 nm	$6,6 \times 10^6$	[178] F
$4d5p\ ^1P_1$	243 nm	$1,7 \times 10^7$	[178]
Rydberg und Kont. 1P_1	≈ 218 nm	$\approx 10^7$	abgeschätzt nach [189] *

Tab. 5.5: Übergänge welche im Zustand $5s^2\ ^1S_0$ enden, wie sie in [187] publiziert sind. Übergänge deren Einsteinkoeffizienten beim Fitten variiert wurden sind mit einem F markiert. Übergänge die alternativ als freie Parameter eingesetzt werden sind mit einem Sternchen markiert.

Oberer Zustand	Wellenlänge	A_{ki} (s^{-1})	Quelle
$5s6s\ ^3S_1$	679 nm	$8,9(5) \times 10^6$	[179] F
$5s7s\ ^3S_1$	433 nm	$3,1(2) \times 10^6$	[180, 181]
$5s8s\ ^3S_1$	378 nm	$9,1 \times 10^5$	[192]
$5s9s\ ^3S_1$	355 nm	$5,0 \times 10^5$	[192]
$5s10s\ ^3S_1$	344 nm	$3,1 \times 10^5$	[192]
$5p^2\ ^3P_1$	474 nm	$3,9(3) \times 10^7$	[180, 181] *
$4d^2\ ^3P_1$	330 nm	$5,9(9) \times 10^7$	[193, 181] *
$5s4d\ ^3D_1$	2603 nm	$2,9(8) \times 10^5$	siehe Text F
$5s5d\ ^3D_1$	483 nm	$3,3(2) \times 10^7$	[180, 181] F
$5s6d\ ^3D_1$	394 nm	$1,48 \times 10^7$	[112]
$5s7d\ ^3D_1$	363 nm	$7,9 \times 10^6$	[192]
$5s8d\ ^3D_1$	348 nm	$4,7 \times 10^6$	[192]
$5s9d\ ^3D_1$	339 nm	$3,1 \times 10^6$	[192]
Rydberg und Kont. 3S_1	≈ 316 nm	$1,1 \times 10^7$	[194] *
Rydberg und Kont. 3D_1	≈ 316 nm	$5,6 \times 10^7$	[194] F

Tab. 5.6: Übergänge welche im Zustand $5s5p\ ^3P_0$ enden, wie sie in [187] publiziert sind. Übergänge deren Einsteinkoeffizienten beim Fitten variiert wurden sind mit einem F markiert. Übergänge die alternativ als freie Parameter eingesetzt werden sind mit einem Sternchen markiert.

Kapitel 6

Zur Abfrage der Atome in einer kryogenen Umgebung

In diesem Kapitel werden theoretische und experimentelle Voruntersuchungen zur Konstruktion einer Schwarzkörperumgebung dargestellt, welche bei Temperaturen von flüssigem Stickstoff (77 K) eingesetzt und in das vorhandene Experiment integriert werden kann. Abschnitt 6.1 gibt einen kurzen Überblick über die Anforderungen, in Abschnitt 6.2 wird ein Modell zur Beschreibung des thermischen Strahlungsfeldes unter Berücksichtigung eindringender Raumtemperaturstrahlung entwickelt und in Abschnitt 6.3 wird der Entwurf einer geeigneten Umgebung vorgestellt. Abgeschlossen wird dieses Kapitel durch einen Ausblick in Abschnitt 6.4. Die in diesem Kapitel präsentierten Untersuchungen wurden bereits in Middelman et al., *IEEE Trans. Instrum. and Meas.* **60** 2550 (2011), veröffentlicht und werden hier ausführlicher dargestellt.

6.1 Die Umgebung der Atome

In den vorigen Kapiteln wurde die atomare Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld basierend auf Experimenten bestimmt und ihre Kenntnis um mehr als eine Größenordnung verbessert.

Um die BBR-Korrektur in einer Strontium-Gitteruhr angeben zu können, muss jedoch auch das thermische Strahlungsfeld bzw. dessen charakteristische Temperatur bekannt sein. Bei Raumtemperatur $T_{RT} = 300$ K trägt die Temperaturunsicherheit mit $U(T_{RT}) \times 7,3 \times 10^{-17}$ zur relativen Unsicherheit der Uhr bei. Um mit der relativen systematischen Unsicherheit der Uhr in den 10^{-18} -Bereich vorzustoßen, muss die Unsicherheit der Raumtemperatur somit $U(T_{RT}) \leq 50$ mK sein. Dies ist in einer typischerweise verwendeten Vakuumkammer schwer zu erreichen. Schon deshalb ist die Abfrage der Atome in einer Umgebung mit wohlbekannter Temperaturverteilung unumgänglich.

Die Abfrage der Atome in einer kryogenen Umgebung hätte eine wesentlich geringere BBR-Verschiebung zur Folge [32] und würde auch die Anforderungen an die Kenntnis der Temperatur deutlich senken. Bei einer Umgebungstemperatur von flüssigem Stickstoff ($T_{LN} = 77$ K) ist die BBR-Verschiebung 230-fach geringer als bei Raumtem-

peratur und die Unsicherheit dieser Temperatur trägt nur noch mit $U(T_{LN}) \times 1,1 \times 10^{-18}$ zur relativen Unsicherheit der Uhr bei. Der Unsicherheitsbeitrag aufgrund der Kenntnis der atomaren Reaktion sinkt sogar auf $< 2 \times 10^{-21}$ (vgl. Gleichung 5.37). Darüber hinaus würden Frequenzmessungen bei verschiedenen Temperaturen unter (oder auch oberhalb) der Raumtemperatur, eine direkte Messung der BBR-Verschiebung ermöglichen, wie dies bereits in Abschnitt 2.2.2 diskutiert wurde.

Wenn die Umgebungstemperatur T_{LN} mit $U(T_{LN} \leq 1 \text{ K})$ realisiert ist, sind die Unsicherheitsbeiträge dieser Umgebung noch nicht signifikant. Die größte Fehlerquelle stellen dann Öffnungen dar, durch welche thermische Strahlung höherer Temperatur eindringen kann. Zur Beschreibung der Auswirkung eines derart modifizierten thermischen Strahlungsfeldes wird im folgenden Abschnitt ein einfaches Modell entwickelt. Im darauf folgenden Abschnitt werden die gewonnenen Erkenntnisse zum Design einer gekühlten Umgebung verwendet, welche in die Strontium-Gitteruhr der PTB integriert werden kann.

6.2 Modellierung des thermischen Strahlungsfeldes

Das einfachste Modell einer gekühlten Umgebung ist ein Hohlraum, dessen Innenwände die Temperatur T_{LN} haben. Damit die Atome hinein und hinaus gelangen, hat der Hohlraum eine kleine Öffnung mit Radius r . Durch diese kann jedoch auch thermische Strahlung von außerhalb, welche durch die Temperatur T_{RT} beschrieben wird, eindringen. Die Energiedichte der thermischen Strahlung am Ort der Atome ist dann die Summe der von den Wänden des Hohlraums ausgehenden Strahlung und der durch die Öffnung eindringenden Strahlung. Diese beiden Beiträge werden separat betrachtet.

Die thermische Strahlung der Umgebung bei Raumtemperatur $T_{RT} = 300 \text{ K}$, welche durch die Öffnung eintritt, trifft die Atome direkt aus einem Raumwinkel $\Theta \approx \pi r^2 / L^2$, wenn L der Abstand zwischen Eintrittsöffnung und Atomen ist. Sie führt zu einer Linienverschiebung von

$$\Delta\nu_{\text{BBR}}^{(\text{dir})}(T_{RT}) \approx \frac{\Theta}{4\pi} \Delta\nu_{\text{BBR}}(T_{RT}). \quad (6.1)$$

Die BBR-Verschiebung $\Delta\nu_{\text{BBR}}(T_{RT})$ durch thermische Strahlung bei Raumtemperatur $T_{RT} = 300 \text{ K}$ kann gemäß Gleichung 5.37 berechnet werden. Zur Abschätzung der von den Wänden des Hohlraums ausgehenden Strahlung wird angenommen, dass sich innerhalb des Hohlraums ein Strahlungsgleichgewicht zwischen den ein und aus fließenden Energieströmen bzw. Leistungen einstellt. Dies sind:

- (1) einfallende thermische Strahlung der Raumtemperatur $\Phi^{(\text{RT})}(\nu)$,
- (2) thermische Abstrahlung der Hohlrauminnenwände $\Phi^{(\text{LN})}(\nu)$,
- (3) Absorption an den Hohlrauminnenwänden $\Phi^{(\text{abs})}(\nu)$ und
- (4) Abstrahlung durch die kleine Öffnung $\Phi^{(\text{leck})}(\nu)$.

Der Einfachheit halber werden folgende Annahmen gemacht:

- Der Hohlraum ist sphärisch und hat einen Radius R .
- Durch die kleine Öffnung eintretende Strahlung stammt aus dem gesamten Halbraum, eine endliche Länge der Eintrittsöffnung wird somit vernachlässigt.
- Es findet diffuse Reflexion an den Hohlrauminnenwänden, welche einen spektralen Absorptionsgrad $a(\nu)$ haben, statt.
- Die Energiedichte $\rho^{(\text{cav})}$ im Hohlraum ist räumlich homogen und isotrop, da der Beitrag der Inhomogenität durch Gleichung 6.1 beschrieben wird.

Dies ist in Abb. 6.1a veranschaulicht. Damit ergibt sich für die spektralen Energieströme:

$$\begin{aligned}
 \Phi^{(\text{RT})}(\nu) &= \pi r^2 c \rho(T_{\text{RT}}, \nu) / 4 \\
 \Phi^{(\text{LN})}(\nu) &= \pi(4R^2 - r^2) a(\nu) c \rho(T_{\text{LN}}, \nu) / 4 \\
 \Phi^{(\text{abs})}(\nu) &= -\pi(4R^2 - r^2) a(\nu) c \rho^{(\text{cav})}(\nu) / 4 \\
 \Phi^{(\text{leck})}(\nu) &= -\pi r^2 c \rho^{(\text{cav})}(\nu) / 4.
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Dabei ist $a(\nu)$ der spektrale Absorptionsgrad und c die Lichtgeschwindigkeit. Mit der spektralen Energiedichte

$$\rho(T, \nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \tag{6.3}$$

eines Hohlraumstrahlers der Temperatur T ist die spektrale Energiedichte im Hohlraum gegeben durch

$$\rho^{(\text{cav})}(\nu) = \frac{(4R^2 - r^2) a(\nu) \rho(T_{\text{LN}}, \nu) + r^2 \rho(T_{\text{RT}}, \nu)}{(4R^2 - r^2) a(\nu) + r^2}. \tag{6.4}$$

Für den Grenzfall einer kleinen Eintrittsöffnung ($r^2 \ll a(\nu)R^2$) beträgt der Beitrag der eindringenden Raumtemperaturstrahlung etwa $\Theta/4\pi \cdot 1/a(\nu) \cdot \rho(T_{\text{RT}}, \nu)$ (wenn $R = L$). Eine Reflektivität von 50 % würde zu einem Beitrag führen, der doppelt so groß ist wie der Beitrag gemäß Gleichung 6.1. Der Faktor, um welchen die Raumtemperaturstrahlung gegenüber der thermischen Strahlung der gekühlten Umgebung selbst unterdrückt wird, berechnet sich zu

$$u = \frac{4R^2}{r^2} \frac{\int_0^\infty \rho(T_{\text{LN}}, \nu) d\nu}{\int_0^\infty \rho(T_{\text{RT}}, \nu) / a(\nu) d\nu} \quad \text{wenn } a(\nu) \gg \frac{r^2}{R^2} \tag{6.5}$$

Kleine Absorptionsgrade sollten generell vermieden werden, da sonst mit $a \rightarrow 0$ auch $u \rightarrow 0$ bzw. $\rho^{(\text{cav})}(\nu) \rightarrow \rho(T_{\text{RT}}, \nu)$ folgt (vgl. Abschätzungen am Ende von Abschnitt 6.3).

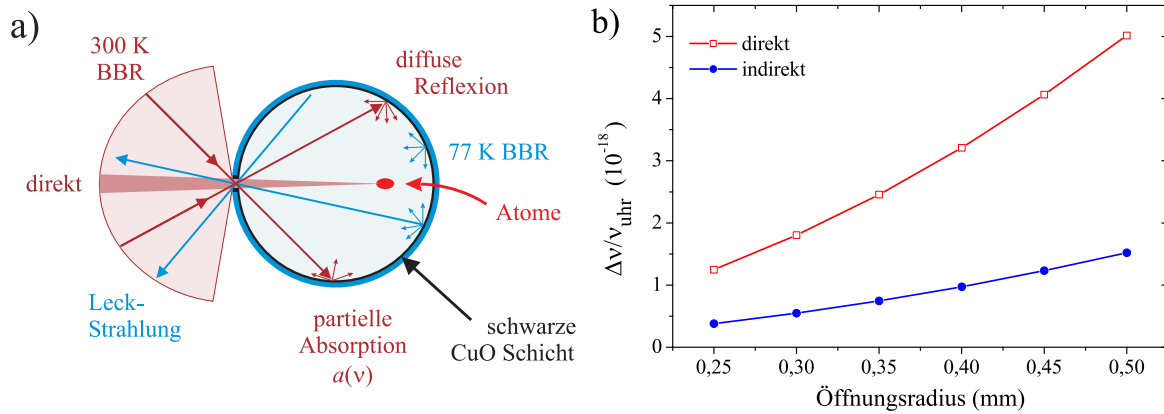


Abb. 6.1: a) Veranschaulichung des modellierten kalten Hohlraums. Die Atome sind der T_{RT} -Strahlung, welche durch die Eintrittsoffnung eindringt, direkt und indirekt (durch Reflexion an den Hohlraumwänden) ausgesetzt. b) Relative Beiträge zur BBR-Verschiebung, welche von der eindringenden T_{RT} -Strahlung durch direkte (rot) und indirekte Bestrahlung der Atome hervorgerufen werden, bestimmt nach dem im Text beschriebenen Modell, in Abhängigkeit vom Öffnungsradius r , für einen Hohlraumradius $R = 10$ mm, einen Abstand der Atome zur Eintrittsoffnung von $L = 15$ mm und einer Abschätzung des spektralen Absorptionsgrades $a(\nu)$ gemäß dem Spektrum des gerichteten spektralen Reflexionsgrades von CuO (Abb. 6.2) (siehe Text).

Als eine Möglichkeit zur Herstellung einer schwarzen Oberfläche, die auch bei ungünstigen Aspektverhältnissen aufgebracht werden kann, wurde Kupfer(II)-Oxid (CuO) untersucht. Dazu wurde die Oberfläche von Kupfer-Proben thermisch oxidiert. Die CuO-Schicht wurde weder durch Erhitzen auf 550 K noch durch Abkühlen auf 77 K beschädigt. Um einzuschätzen, wie schwarz die hergestellte CuO-Schicht im mittleren Infrarot ist, wurde der $12^\circ/12^\circ$ -gerichtete spektrale Reflexionsgrad $R(\nu)$ gemessen (Abb. 6.2) [205].

Zur quantitativen Einstufung wird ein Hohlraum mit Radius $R = 10$ mm angenommen, dessen Innenwände mit CuO beschichtet sind. Für den spektralen Absorptionsgrad von CuO wird hier angenommen, dass dieser gemäß $a(\nu) = 1 - R(\nu)$ aus dem $12^\circ/12^\circ$ -gerichteten spektralen Reflexionsgrad $R(\nu)$ berechnet werden kann. Da diffuse Reflexion vernachlässigt wird, entspricht dies nur einer oberen Grenze von $a(\nu)$.

Durch spektrale Integration von Gleichung 6.4 ergibt sich die Energiedichte im Hohlraum. Aus dieser kann gemäß Gleichung 2.22 und Gleichung 2.30 die entsprechende Verschiebung

$$\Delta\nu^{(\text{cav})} \approx -\frac{\Delta\alpha}{2h} \frac{\rho^{(\text{cav})}}{\varepsilon_0}, \quad (6.6)$$

unter Vernachlässigung des dynamischen Anteils der BBR-Verschiebung berechnet werden.

Die relative Größe der zusätzlichen Linienverschiebung (bezogen auf die Uhrenfrequenz) durch den direkten ($\Delta\nu^{(\text{dir})}$) und den indirekten ($\Delta\nu^{(\text{ind})} = \Delta\nu^{(\text{cav})} - \Delta\nu^{(\text{LN})}$) Einfluss der eindringenden Raumtemperaturstrahlung, ist in Abb. 6.1 in Abhängigkeit

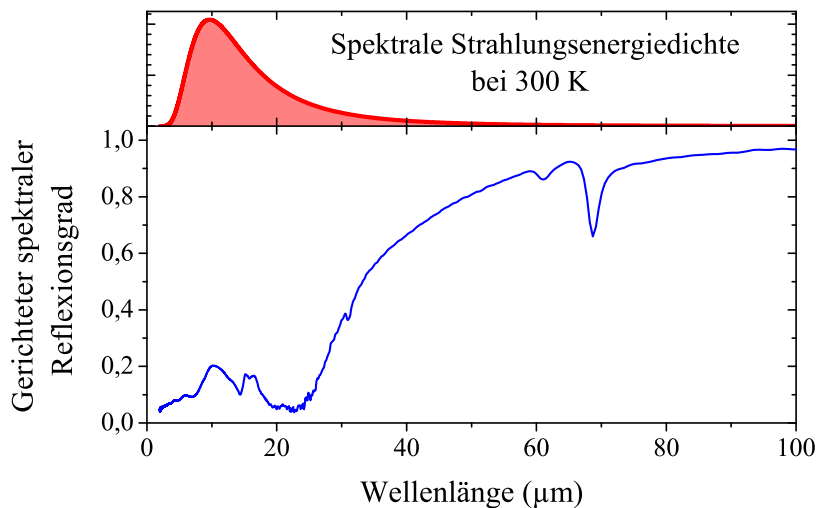


Abb. 6.2: Gerichteter spektraler Reflexionsgrad ($12^\circ/12^\circ$) einer mit Kupfer(II)-Oxid (CuO) beschichteten Kupferprobe [205]. Darüber ist die Verteilung der spektralen Strahlungsenergiedichte eines Schwarzen Körpers bei der Temperatur $T_{\text{RT}} = 300\text{ K}$ in beliebigen Einheiten dargestellt.

vom Radius der Eintrittsöffnung dargestellt. Dabei wurde angenommen, dass sich die Atome $L = 15\text{ mm}$ entfernt von der Eintrittsöffnung befinden. Beide Beiträge sind proportional zur Fläche der Eintrittsöffnung. Für Öffnungsradien im dargestellten Bereich sind sie noch deutlich geringer als die Linienverschiebung durch die Abstrahlung der T_{LN} -Umgebung selbst, deren relative Größe etwa $2,2 \times 10^{-17}$ beträgt. Bei der Abschätzung des indirekten Anteils handelt es sich um eine obere Grenze, da angenommen wurde, dass die einfallende T_{RT} -Strahlung aus dem gesamten Halbraum kommt. Zudem wurde für den spektralen Absorptionsgrad $a(\nu)$ nur eine obere Grenze verwendet, welche lediglich zeigt, dass eine ausreichende Unterdrückung realisierbar scheint. Eine definitive Aussage kann erst nach direkten Messungen des spektralen Absorptionsgrades einer CuO-Probe gemacht werden. Für eine reale Umgebung ist es schwierig, die Größe des indirekten Anteils exakt anzugeben. Deshalb sollte der Radius der Eintrittsöffnung möglichst gering sein, d. h. $r \ll L$ und $r \ll R$.

6.3 Entwurf einer kryogenen Schwarzkörper-Umgebung

Eine gekühlte Umgebung am Ort der MOT zu realisieren, ist im bestehenden Aufbau quasi unmöglich, da hier der optische Zugang für die MOT Strahlen und der Zugang für die Atome gegeben sein muss. Mit dem bewegten Gitter ist es möglich, die Atome einige Zentimeter zur Seite zu transportieren, an einen Ort, an dem der optische Zugang lediglich für den Gitter- und den Abfragestrahl gegeben sein müssen. Dann sind nur zwei Eintrittsöffnungen notwendig, eine der MOT zugewandte, durch welche die Atome eintreten, und eine der MOT abgewandte Eintrittsöffnung. Letztere

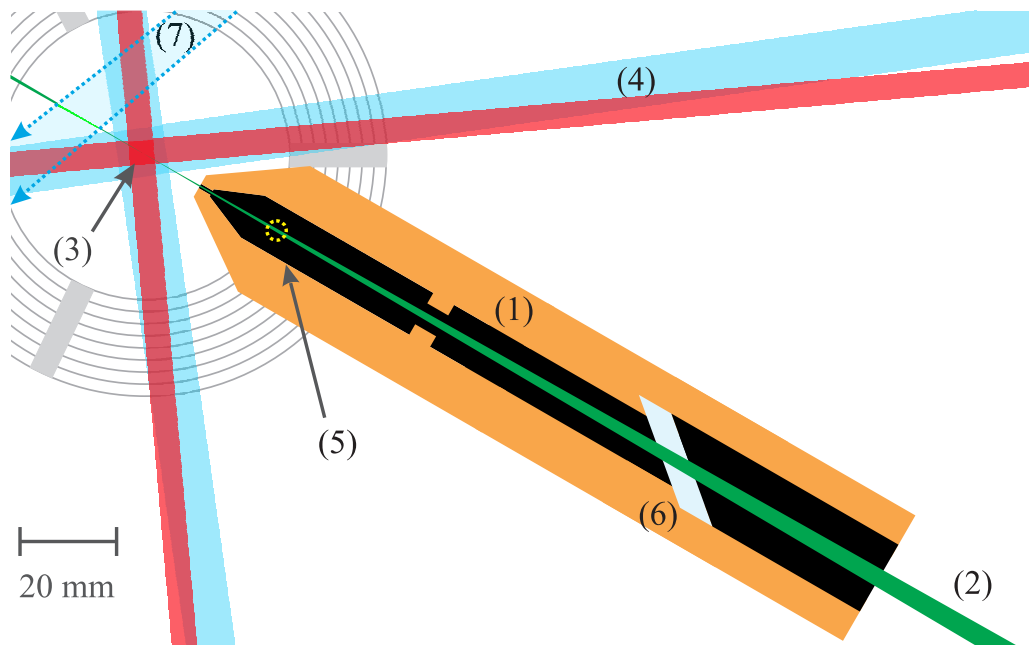


Abb. 6.3: Skizze der vorgeschlagenen gekühlten Umgebung (1), entlang des Gitterstrahls (2) in unmittelbarer Nähe der MOT (3) und der MOT-Strahlen (4). Eingezeichnet ist auch die Abfrageposition der Atome (5), das verkippte rückwärtige Saphir-Fenster (6) und der Atomstrahl (7).

kann durch ein Saphir-Fenster gebildet werden, welches transparent für die Laserstrahlen und opak für Schwarzkörperstrahlung ist. Die Größe der Eintrittsöffnung für die Atome sollte, gemäß dem in Abschnitt 6.2 entwickelten Modell, möglichst gering sein, ohne die mit dem Transport verbundene Verschiebung der Foki des Gitter- und des Abfragestrahls (Abschnitte 4.1.3 und 4.2.1) zu behindern. Ihre Größe kann am geringsten sein, wenn sie sich auf halber Transportdistanz befindet. Ihr Radius sollte größer als der doppelte $1/e^2$ -Radius der Strahlen an dieser Position sein, sodass die Strahlen auch bei einem Versatz der Foki nicht gebeugt werden. Damit ergibt sich ein notwendiger Radius von etwa 0,35 mm bis 0,5 mm, wenn eine Transportdistanz von 30 mm verwendet wird. Damit die gekühlte Umgebung durch einen 35-CF-Flansch der Vakuumkammer eingebracht werden kann, sollte ihr Außendurchmesser geringer als 35 mm sein.

Abb. 6.3 zeigt einen entsprechenden Entwurf. Die gekühlte Umgebung wird durch ein dickwandiges Kupferrohr gebildet, welches sich in Richtung der MOT konisch verjüngt. Der Innendurchmesser des Rohrs beträgt etwa 10 mm und die Innenwände sind durch eine Kupfer(II)-Oxid-Schicht geschwärzt. Da eine solche Beschichtung, wie in Abschnitt 6.2 beschrieben, durch thermische Oxidation hergestellt werden kann, ist auch die Beschichtung von Hohlräumen, wie den Innenwänden der Eintrittsöffnung oder des Kupferrohrs, möglich. Um den Raumwinkel der eindringenden T_{RT} -Strahlung zu reduzieren, hat die Eintrittsöffnung eine endliche Länge von wenigen Millimetern. Zusätzlich ist sie mit einem Innengewinde versehen, um Hohlleiter-Effekte durch strei-

fenden Einfall zu unterdrücken.

Das Fenster, welches die MOT-abgewandte Eintrittsöffnung bildet, ist gegen die Laserstrahlen geneigt (etwa im Brewster-Winkel). Um einen störenden Einfluss von reflektierter Laser- oder thermischer Strahlung am Ort der Atome zu vermeiden bzw. zu reduzieren, dient eine Blende. Auf diese Weise ergibt sich ein guter Hohlraumstrahler, für welchen die Reflektivität des Fensters eine untergeordnete Rolle spielt [206].

Das rückwärtige Fenster kann durch reflektierte und absorbierte Laserstrahlung zu einer Erwärmung des hinteren Teils führen. Dabei kann durch das reflektierte Laserlicht eine Erwärmung der Innenwände erfolgen. Bei einer Leistung von 25 mW, welche von einer $< 100 \mu\text{m}$ starken CuO-Schicht mit einer Wärmeleitfähigkeit von $20 \text{ W}/(\text{m K})$ auf einer Fläche von etwa $2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ absorbiert wird, werden die Innenwände um etwa $70 \mu\text{K}$ erwärmt. Das absorbierte Laserlicht hingegen wird das Fenster erwärmen. Bei einer absorbierten Leistung von 25 mW und einer Wärmeleitfähigkeit des Saphir-Fensters von $400 \text{ W}/(\text{m K})$ ergibt sich eine Temperaturerhöhung an der Durchtrittsstelle von weniger als 20 mK. Somit führen diese Effekte zu keiner relevanten Temperaturänderung (vgl. Abschätzungen in Abschnitt 6.1).

Gegenüber dem in Abschnitt 6.2 modellierten sphärischen Hohlraum mit Radius $R = 10 \text{ mm}$ ist die Innenfläche des die Atome einschließenden zylindrischen Hohlraums größer. Auch insofern stellen die dort gemachten Abschätzungen eine obere Grenze für den indirekten Einfluss der T_{RT} -Strahlung im vorgestellten Entwurf dar. Zusätzlich zu der in Abschnitt 6.2 diskutierten Unterdrückung (Gleichung 6.5) kommt die Unterdrückung durch die endliche Länge der Eintrittsöffnung hinzu. Beträgt deren Länge 2 mm bei einem Durchmesser von 1 mm, so wird die direkt in den Hohlraum einfallende T_{RT} -Strahlung auf einen Raumwinkelanteil von etwa 10 % des Halbraums begrenzt. Hieraus kann eine untere Grenze für den notwendigen Absorptionsgrad im langwelligen Bereich abgeleitet werden. Damit dieser genügt, um die Leistung der T_{RT} -Strahlung für Wellenlängen $> 60 \mu\text{m}$, welche bereits viermal so groß wie die Leistung P_{LN} eines Hohlraumstrahlers bei der Temperatur T_{LN} ist, um z. B. eine Faktor 20 zu reduzieren, muss in diesem spektralen Bereich $a(\nu) > 0,005$ gelten.

Die Kühlung des Hohlraums erfolgt von hinten nach dem Prinzip eines Kühlfingers durch den thermischen Kontakt mit einem Flüssigstickstoff-Reservoir. Um die Wärmeaufnahme der gekühlten Umgebung durch Bestrahlung von außen gering zu halten, wird die äußere Oberfläche durch hoch reflektierend poliertes Kupfer gebildet. Ein verbleibendes praktisches Problem ist die differenzielle Pumpstufe, welche durch die kleine Eintrittsöffnung bedingt ist, da sie zu einem höheren Druck im Hohlraum führt. Dadurch könnte der Einsatzbereich des Hohlraums auf niedrige Temperaturen begrenzt werden. Um dies zu verhindern, könnten weitere Pumpkanäle durch Gewindedurchgangsbohrungen realisiert werden, die so ausgerichtet sind, dass durch sie eindringende Strahlung möglichst oft reflektiert werden muss, bevor sie auf die Atome trifft.

6.4 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Kapitel wurde ein Modell zur Abschätzung der Strahlungsenergiedichte in einem gekühlten Hohlraum vorgestellt, der durch ein kleines Leck mit der Umgebung bei Raumtemperatur verbunden ist. Basierend auf diesem Modell sowie der Untersuchung von eigens hergestellten Kupfer(II)-Oxid-Proben wurde eine kryogene Umgebung entworfen, die eine Abfrage der Atome in einem thermischen Strahlungsfeld ermöglicht, welches sich nur geringfügig von dem eines Hohlraumstrahlers bei 77 K unterscheidet. So ist eine Reduktion der Schwarzkörperverschiebung auf etwa $2,2 \times 10^{-17}$ und ihrer Unsicherheit auf wenige 10^{-18} der Uhrenfrequenz möglich.

Die kryogene Umgebung kann auch zur Messung der atomaren Reaktion auf ein thermisches Strahlungsfeld bei Raumtemperatur eingesetzt werden, wenn die Umgebungstemperatur der Atome systematisch variiert und jeweils die Frequenz des Uhrenübergangs gemessen wird. Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 diskutiert, würde dies auch eine Messung der atomaren Reaktion mit einer ähnlichen Unsicherheit wie in Abschnitt 5.5.3 bereits erreicht ermöglichen.

Bei einer Schwarzkörperumgebung, in die thermische Strahlung anderer Temperatur eindringen kann, muss beachtet werden, dass die eindringende Strahlung mit wenigen Reflexionen abklingt. Deshalb darf der Absorptionsgrad auch im langwelligen Bereich keine zu geringen Werte annehmen, was besonders bei streifendem Einfall kritisch ist. Um dies sicherzustellen, sind Messungen des gerichteten spektralen Reflexionsgrads (auch bei größeren Einfallswinkeln) und der Emissivität der gekühlten Umgebung selbst bzw. einer vergleichbaren Probe notwendig.

Eine zusätzliche Verringerung der einfallenden Strahlungsleistung könnte durch eine gekühlte CuO-beschichtete Platte erreicht werden, die gegenüber der gekühlten Umgebung (jenseits des Atomstrahls, vgl. Abb. 6.3) angebracht wird, in deren Mitte eine Bohrung den Durchtritt des Gitter- und des Abfragestrahls ermöglicht.

Eine bei der Verwendung von Kupfer(II)-Oxid zu berücksichtigende Problematik stellen Oberflächenladungen dar, die wegen der geringen Leitfähigkeit evtl. nicht abgeführt werden. Die Streufelder von Oberflächenladungen können zu signifikanten Linienverschiebungen führen. Der Einfluss derartiger Streufelder wurde kürzlich in einer Strontium-Gitteruhr am Pariser SYRTE untersucht [207]. Die relative Größe der auftretenden Linienverschiebungen betrug bis zu 10^{-13} und konnte durch UV-Licht auf das Niveau von 10^{-18} reduziert werden. Eine taktile Messung des Widerstands der im Zuge dieser Arbeit angefertigten Kupfer(II)-Oxid-Proben ergibt einen Widerstand im 100 Ω -Bereich. Dieser sollte an sich ausreichen, um Oberflächenladungen zu vermeiden. Allerdings bleibt fraglich, ob dieser Widerstand repräsentativ für den Abfluss aller Oberflächenladungen ist. Alternativ könnte auch eine Graphitoberfläche verwendet werden. Graphit weist sowohl eine hohe Emissivität als auch eine gute elektrische Leitfähigkeit entlang der kovalenten Bindungen der Basalebene auf.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde die weltweit erste Präzisionsmessung der DC-Stark-Verschiebung des $5s^2\ ^1S_0$ – $5s5p\ ^3P_0$ Uhrenübergangs im Strontiumatom durchgeführt. Basierend auf dieser Messung konnte – unter Verwendung weiterer aus Messungen bekannter atomarer Eigenschaften – die Schwarzkörperverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs mit bisher nicht erreichter Genauigkeit bestimmt werden.

Voraussetzung für die Messung der DC-Stark-Verschiebung war die Entwicklung einer Transportmethode, mittels der die Atome in der Strontium-Gitteruhr in eine spezielle Umgebung (hier ein Plattenkondensator) befördert werden können, um sie dort in einem genau bekannten elektrischen Feld abzufragen. Die dazu entwickelte Transportmethode kann auch für zukünftige Untersuchungen der Atome in einer gekühlten Schwarzkörperumgebung eingesetzt werden. Für diese Untersuchungen wurde in dieser Arbeit bereits der Entwurf einer gekühlten Umgebung entwickelt und das zu erwartende thermische Strahlungsfeld modelliert. Des Weiteren wurde im Zuge dieser Arbeit die erste Frequenzmessung des Strontium-Uhrenübergangs an der PTB durchgeführt. In dieser wurde die Frequenz des ^{87}Sr -Uhrenübergangs zu $429\,228\,004\,229\,872,9(5)$ Hz bestimmt. Der Beitrag der Strontium-Gitteruhr zur Gesamtunsicherheit betrug $1,5 \times 10^{-16}$, er wurde dominiert durch den Unsicherheitsbeitrag der Schwarzkörperverschiebung. Ein Ziel der vorliegenden Arbeit war es deshalb, die Schwarzkörperverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs aufgrund von Messungen zu quantifizieren. Im Folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und in den jeweiligen Kontext eingeordnet.

Transport ultrakalter Atome

Die genaue Untersuchung von Effekten, die zu systematischen Unsicherheiten der Uhr führen, erfordert eine exakte Kontrolle der relevanten Parameter. Um dies in der Strontium-Gitteruhr der PTB zu ermöglichen, wurde eine neuartige Transportmethode entwickelt, mit der die ultrakalten Atome schnell und effizient in eine spezielle Umgebung transportiert werden können, um dort unter definierten Bedingungen angeregt zu werden. Zur Spektroskopie werden die Atome in der stehenden Welle eines in sich zurück reflektierten Laserstrahls (eindimensionales optisches Gitter) gehalten. Damit das optische Gitter die Spektroskopie möglichst wenig beeinträchtigt, wird es bei der

magischen Wellenlänge von 813 nm betrieben und ist stark verstimmt gegenüber den atomaren Resonanzen. Um dennoch eine ausreichende Fallentiefe zu erreichen, wird der Gitterstrahl auf die Atome fokussiert.

Zur Beförderung der Atome wird das Interferenzmuster zusammen mit dem Fokus durch simultane Bewegung der Gitteroptiken verschoben. Dadurch bleiben die Fallenparameter unabhängig von der zurückgelegten Transportdistanz erhalten. Um die Optiken zu bewegen, werden zwei luftgelagerten Verschiebeeinheiten eingesetzt, die an speziell konstruierten Gerüsten befestigt sind und präzise positioniert werden können.

Mit der neuen Transportmethode wurden ultrakalte Atome in weniger als 250 ms über Distanzen von mehr als 5 cm befördert. Transportbedingte Verluste sind gering ($\sim 2\%$) und Änderungen der atomaren Temperatur sind nicht signifikant. Die Implementierung des Transports in den üblichen Uhrenabfragezyklus zeigte, dass die im Uhrenbetrieb erreichte Stabilität durch den Transport – entsprechend der längeren Zyklusdauer – verringert wird. Dies erhöht die erforderliche Mittelungsdauer, beeinträchtigt jedoch nicht die erreichbare Genauigkeit.

Bei der hier entwickelten Transportmethode wird zum ersten Mal ein optisches Gitter dadurch bewegt, dass die Gitteroptiken simultan bewegt werden. Sie reiht sich in die anderen Transportmöglichkeiten ultrakalter Atome im freien Raum [147, 208, 148, 149, 150, 158] ein und hat den Vorteil, dass sie einen schnellen Transport in einem fokussierten Laserstrahl über große Distanzen (d.h. viele Rayleigh-Längen) ermöglicht. Dies ist von besonderer Wichtigkeit für stark-verstimmte optische Fallen oder für Fallen, bei denen aus anderen Gründen hohe Laserintensitäten erforderlich sind. Mit dem bewegbaren Gitter können die Atome auch als atomare Sonde eingesetzt werden, um z. B. elektrische oder magnetische Felder mit hoher räumlicher Auflösung von bis zu 20 nm zu kartieren, zum Beispiel zur Untersuchung von Casimir-Polder-Kräften nahe dielektrischer Oberflächen [160, 159] oder zur Messung der Differenz der Austrittsarbeiten der Feldplatten eines Kondensators, wie dies in Abschnitt 5.6 skizziert wurde. Daneben sind auch Stoßexperimente ultrakalter Teilchen mit kontrollierter kinetischer Energie denkbar.

Experimentelle Bestimmung der Schwarzkörperverschiebung

Die Schwarzkörperverschiebung kann als eine Reihenentwicklung in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt werden, deren erster Term proportional zur Differenz der statischen Polarisierbarkeiten der beiden Uhrenzustände $\Delta\alpha_{\text{dc}} = \alpha(5s5p\ ^3P_0) - \alpha(5s^2\ ^1S_0)$ und zur vierten Potenz der Temperatur ist. Im Temperaturbereich um 300 K liegt das Frequenzspektrum der Schwarzkörperstrahlung weit unterhalb der Frequenzen der relevanten atomaren Übergänge. Deshalb ist der erste Term der Reihenentwicklung ausschlaggebend für die Größe der Schwarzkörperverschiebung. Die Terme höherer Ordnungen müssen als dynamische Verschiebung zusätzlich berücksichtigt werden. Um den ersten Term mit hoher Genauigkeit zu bestimmen, wurde die Linienverschiebung im statischen elektrischen Feld eines Plattenkondensators gemessen.

Dazu wurden die Atome mit dem bewegbaren Gitter zwischen die Feldplatten eines Kondensators transportiert, um dort die DC-Stark-Verschiebung des Strontium-Uhrenübergangs in einem exakt bekannten homogenen elektrischen Feld mit hoher

Genauigkeit zu messen. Zur Erzeugung des elektrischen Feldes wurde ein Plattenkondensator aus präzise gefertigten Glaskeramikkomponenten aufgebaut, indem diese optisch miteinander kontaktiert wurden. Als Abstandhalter wurden Parallelendmaße mit bis auf 8 nm genau bekannter Länge verwendet. Die Feldplatten wurden mit einer teiltransparenten Gold-Aluminium-Schicht bedampft, sodass der Kondensator als FPI¹ eingesetzt werden konnte, um den Plattenabstand interferometrisch zu überprüfen. Der Plattenabstand am Ort der Atome wurde mit einer relativen Unsicherheit von 8 ppm bestimmt. FEM-Simulationen² des elektrischen Feldes des Kondensators zeigen, dass mit der verwendeten Geometrie eine Abweichung vom angestrebten Wert von weniger als 1 ppm im zentralen Bereich erreicht werden kann. Zur experimentellen Vermessung des elektrischen Feldes wurden die Atome im bewegbaren Gitter als Sonde eingesetzt. So konnte sichergestellt werden, dass die positionsabhängigen Änderungen des elektrischen Feldes im Innern des realen Kondensators geringer als 5 ppm sind.

Als Resultat dieser Messungen wurde die Differenz der statischen Polarisierbarkeiten der beiden Uhrenzustände zu $\Delta\alpha_{\text{dc}} = \alpha(5s5p\ ^3P_0) - \alpha(5s^2\ ^1S_0) = 4,078\ 73(11) \times 10^{-39}\ \text{Cm}^2/\text{V}$ bestimmt. Mit der relativen Unsicherheit von 30 ppm handelt es sich um eine der genauesten Messungen der DC-Stark-Verschiebung überhaupt [198, 197]. Gegenüber dem im Vorfeld dieser Arbeit bekannten theoretischen Wert [109] konnte die Unsicherheit des statischen Anteils der Schwarzkörperverschiebung etwa 500-fach reduziert werden, sodass sie nur noch mit $< 2 \times 10^{-19}$ zur systematischen Unsicherheit einer Strontium-Gitteruhr bei etwa 300 K beiträgt. Aufbauend auf dieser Messung konnte die Schwarzkörperverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs zum ersten Mal basierend auf experimentellen Daten bestimmt werden. Dies erforderte zusätzlich zum statischen Anteil der Schwarzkörperverschiebung auch die Bestimmung der dynamischen Verschiebung. Zu deren Bestimmung wurden in der Arbeitsgruppe Berechnungen durchgeführt, in welchen außer der Messung der Polarisierbarkeitsdifferenz auch weitere aus Messungen bekannte Größen, wie die magische Wellenlänge und die Einsteinkoeffizienten der relevanten Übergänge und weitere atomare Parameter, verwendet wurden. Insgesamt konnte so die Schwarzkörperverschiebung, die durch das thermische Strahlungsfeld eines perfekten schwarzen Strahlers bei 300 K verursacht wird, zu 2,277 8(23) Hz bestimmt werden.

Die Unsicherheit der atomaren Reaktion auf Schwarzkörperstrahlung mit genau bekannter Temperatur nahe 300 K konnte somit um mehr als eine Größenordnung verringert werden, sodass sie nun mit 5×10^{-18} zur systematischen Unsicherheit einer Strontium-Gitteruhr beiträgt. Der dominierende Unsicherheitsbeitrag in gängigen Strontium-Gitteruhren resultiert nun aus der Kenntnis der repräsentativen Temperatur der Umgebung. Damit dieser ebenso weit reduziert wird, muss die Unsicherheit der Temperatur auf weniger als 70 mK reduziert werden. Bisher wurde bestenfalls 1 K realisiert [37, 39].

Die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen der statischen Polarisierbarkeitsdifferenz $\Delta\alpha_{\text{dc}}$ wurden bereits zur Verbesserung theoretischer Modelle aufgegriffen.

¹Fabry-Pérot-Interferometer

²Die Simulationen wurden nach der Finite-Elemente-Methode (FEM), unter Verwendung der Software COMSOL Multiphysics, durchgeführt.

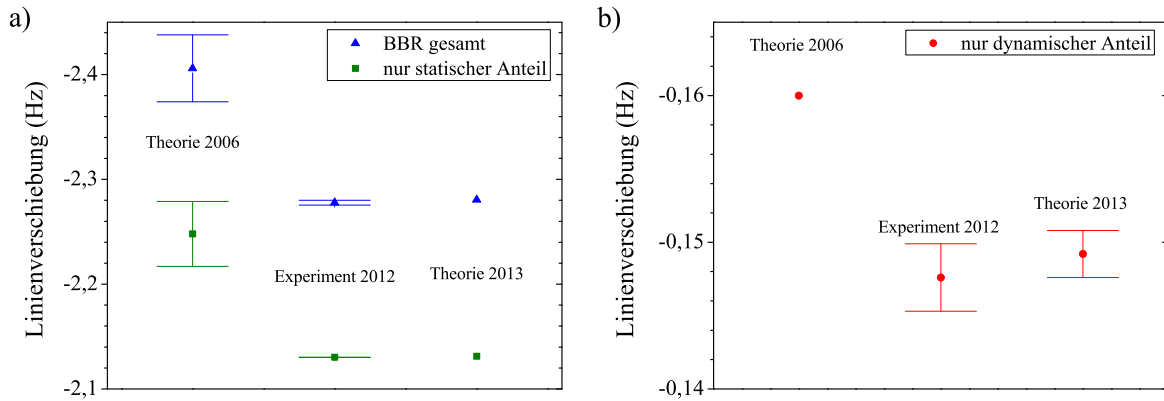


Abb. 7.1: Unterschiedliche Bestimmungen der Schwarzkörperverschiebung bei einer Umgebungstemperatur von 300 K: a) Gesamte BBR-Verschiebung (blaue Dreiecke) und statischer Anteil der BBR-Verschiebung (grüne Quadrate). b) Dynamischer Anteil der BBR-Verschiebung. Jeweils wie sie 2006 [109] und 2013 [199] theoretisch, sowie 2012 in dieser Arbeit bzw. in [187] experimentell, bestimmt wurden.

Während der im Jahr 2006 publizierte [109] Wert um über 5 % bzw. um mehr als das Dreifache seiner Unsicherheit vom gemessenen Wert abweicht, konnten die zugrunde liegenden Modelle nun durch Berücksichtigung höherer Ordnungen korrigiert werden, sodass sie den gemessenen Wert mit einer Abweichung von 0,05 % reproduzieren [199]. Die jeweils für die Schwarzkörperverschiebung bzw. für ihren statischen und ihren dynamischen Anteil bestimmten Werte sind in Abb. 7.1 dargestellt.

Die Unsicherheit der atomaren Reaktion wird nun dominiert durch die Unsicherheit des dynamischen Anteils. Um dessen Unsicherheit weiter zu verringern, ist eine genauere Bestimmung des Einsteinkoeffizienten $A(5s4d\ ^3D_1 \rightarrow 5s5p\ ^3P_0)$ erforderlich. Dies kann durch eine Messung der Lebensdauer des Zustands $5s4d\ ^3D_1$ unter Berücksichtigung des Verzweungsverhältnisses zum Zustand $5s5p\ ^3P_0$ geschehen, ähnlich wie dies für den entsprechenden Zustand in Ytterbium bereits durchgeführt wurde [200]. Die theoretischen Modelle ergeben für diesen Zustand eine Lebensdauer von 2 172(24) ns bzw. ein Verzweungsverhältnis zum Zustand $5s5p\ ^3P_0$ von 0,595 3(12) [199].

Je genauer die Reaktion der Atome auf ein thermisches Strahlungsfeld einer bestimmten Temperatur bekannt ist, desto wichtiger wird es, auch die Temperatur entsprechend genau zu kennen. Um die systematische Unsicherheit einer Strontium-Gitteruhr auf etwa 1×10^{-18} zu senken, wäre eine Kenntnis der repräsentativen Temperatur mit einer Unsicherheit von 10 mK erforderlich. Von Vitali D. Ovsiannikov et al. wurde vorgeschlagen, niedrige Rydberg-Zustände ($n = 40$) der Strontium-Atome selbst zur präzisen Thermometrie einzusetzen [209], da diese etwa 200-mal sensibler auf thermische Strahlung bei 300 K reagieren, als der Uhrenübergang. Allerdings erfordert dies zwei zusätzliche Laser mit Wellenlängen bei 319 nm und $2,4\ \mu\text{m}$. Damit sich die Rydberg-Atome nicht gegenseitig stören, müssen sie zudem in einem dreidimensionalen Gitter gehalten werden.

Zur Abfrage der Atome in einer kryogenen Umgebung

Eine andere Möglichkeit, den Unsicherheitsbeitrag der Schwarzkörperverschiebung zu reduzieren, ist, die Atome in einer kryogenen Umgebung abzufragen. Bei einer Temperatur von 77(1) K würde der resultierende Unsicherheitsbeitrag noch $1,1 \times 10^{-18}$ betragen. Allerdings müssen dann auch etwaige Öffnungen, durch welche thermische Strahlung höherer Temperatur eindringen kann, berücksichtigt werden. Dies wurde im Zuge dieser Arbeit anhand eines einfachen Modells untersucht, welches aufzeigt, dass es möglich ist, auch derartige Inhomogenitäten des thermischen Strahlungsfeldes auf dem Niveau von 1×10^{-18} zu kontrollieren. Im Zuge dessen wurde auch ein entsprechender Entwurf einer kryogenen Umgebung entwickelt, die in die Strontium-Gitteruhr der PTB integriert werden kann. Eine kryogene Umgebung ermöglicht neben einer genauen Frequenzmessung auch die direkte Messung der Differenz der Schwarzkörperverschiebungen bei unterschiedlichen Umgebungstemperaturen. Auf diese Weise ist ebenfalls eine Bestimmung der Schwarzkörperverschiebung bei 300 K mit einer ähnlichen Unsicherheit wie der nun bereits erreichten möglich. Vor allem aber würde diese Messung die Konsistenz der verwendeten Modelle prüfen.

Optische Uhren

Nachdem nun die Korrektur der Schwarzkörperverschiebung des Strontium-Uhrenübergangs in einer Umgebung bei Raumtemperatur mit einem Beitrag zur systematischen Unsicherheit der Uhr von bis hinab zu 5×10^{-18} möglich ist, wurde die entscheidende Barriere aus dem Weg geräumt, welche seit Jahren eine Stagnation der systematischen Unsicherheit der Strontium-Gitteruhren bei etwa 1×10^{-16} verursachte [32]. Nun werden Strontium-Gitteruhren bald systematische Unsicherheiten von wenigen 10^{-17} erreichen und damit weiterhin zu den genauesten optischen Uhren zählen. Dabei rücken dann andere systematische Unsicherheitsbeiträge wie die AC-Stark-Verschiebungen durch Gitter- und Abfragelicht in den Vordergrund. Zudem wurde auch die Dichteverschiebung in Strontium-Gitteruhren kürzlich mit hoher Genauigkeit untersucht [60] und schmalbandigere Laser entwickelt, die zu den geringsten bisher erreichten Uhreninstabilitäten von $< 5 \times 10^{-16}/\sqrt{\tau}$ führen [60, 61, 62].

Ähnlich wie in dieser Arbeit für den Sr-Uhrenübergang wurde auch für den Yb-Uhrenübergang die Sensitivität auf Schwarzkörperstrahlung bestimmt [198, 200], so dass der resultierende Unsicherheitsbeitrag $1,1 \times 10^{-18}$ relativ zur Yb-Uhrenfrequenz beträgt. Zur Reduktion der Sensibilität auf Schwarzkörperstrahlung haben Valeriy I. Yudin et al. [210] ein Schema vorgeschlagen, bei dem eine synthetische Frequenz als Linearkombination der Frequenzen zweier Uhrenübergänge, wie dem Quadrupol- und dem Oktupol-Uhrenübergang in $^{171}\text{Yb}^+$ verwendet wird, die weniger sensibel auf Schwarzkörperstrahlung reagiert.

Wenn in naher Zukunft neben den $^{27}\text{Al}^+$ und $^{88}\text{Sr}^+$ -Ionenuhren [36, 211] auch die mit ^{87}Sr , ^{171}Yb und $^{171}\text{Yb}^+$ betriebenen optische Uhren systematische Unsicherheiten im Bereich von 1×10^{-17} und darunter erreichen, liegen diese weit unter den systematischen Unsicherheiten der Cs-Primärnormale und können nur noch durch gegenseitige Vergleiche, mit Hilfe von Glasfaserverbindungen oder transportablen optischen Uhren,

unter Beweis gestellt werden. Die hochgenauen Frequenzverhältnismessungen können dann dazu dienen, fundamentale Theorien zu testen und zu überprüfen, ob Naturkonstanten wie die Feinstrukturkonstante α oder das Proton-Elektron-Massenverhältnis m_e/m_p , tatsächlich konstant sind oder geringfügig driften [41], wie dies in manchen kosmologischen Modellen angenommen wird.

Vor einer möglichen Neudefinition der SI-Sekunde müssen sich optische Uhren dann auch in der Praxis bewähren, indem sie als sekundäre Repräsentationen der Sekunde zur TAI³ beitragen [212]. Als ein erster Schritt in diese Richtung wurde kürzlich eine metrologisch wichtige, am Pariser LNE-SYRTE durchgeführte Vergleichsmessung publiziert [39], bei der zwei Sr-Gitteruhren mit drei Cs-Fontänenuhren über viele Monate regelmäßig miteinander verglichen wurden, womit die höhere Genauigkeit optischer Uhren demonstriert wurde. Dabei konnte einerseits gezeigt werden, dass die beiden Sr-Gitteruhren innerhalb ihrer kombinierten systematischen Unsicherheit von $1,6 \times 10^{-16}$ übereinstimmen. Andererseits betrug die relative Gesamtunsicherheit der Frequenzmessung des Sr-Uhrenübergangs 3×10^{-16} , limitiert allein durch die systematische Unsicherheit der Cs-Primärnormale.

³TAI steht für Engl. „international atomic time“, zu Deutsch „Internationale Atomzeit“.

Literaturverzeichnis

- [1] Das System der Einheiten. *PTB-Mitteilungen*, 122(1), 2012.
- [2] L. Essen and J. V. L. Parry. An atomic standard of frequency and time interval: A caesium resonator. *Nature*, 176:280–282, 1955.
- [3] E. Göbel, I. M. Mills, and A. J. Wallard, editors. *The International System of Units (SI)*. Bureau International des Poids et Mesures, Organisation Intergouvernementale de la Convention du Mètre, 8th edition edition, 2006.
- [4] Sheperd Doleman, Tao Mai, Alan E. E. Rogers, John G. Hartnett, Michael E. Tobar, and Nitin Nand. Adapting a cryogenic sapphire oscillator for very long baseline interferometry. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 123:582, 2011.
- [5] Ruoxin Li, Kurt Gibble, and Krzysztof Szymaniec. Improved accuracy of the NPL-CsF2 primary frequency standard: evaluation of distributed cavity phase and microwave lensing frequency shifts. *Metrologia*, 48(5):283, 2011.
- [6] J. Guéna, M. Abgrall, D. Rovera, Ph. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M. E. Tobar, R. LI, K. Gibble, A. Clairon, and S. Bize. Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 59:391–410, 2012.
- [7] Thomas E Parker. Long-term comparison of caesium fountain primary frequency standards. *Metrologia*, 47(1):1–10, 2010.
- [8] S. A. Diddams, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, and C. W. Oates. Standards of time and frequency at the outset of the 21st century. *Science*, 306:1318–1324, 2004.
- [9] N. Bloembergen. Nonlinear optics and spectroscopy. *Science*, 216:4550, 1982, Volume 216, Number 4550.
- [10] A. L. Schawlow. Spectroscopy in a new light. In *Nobel lecture on 8th of December 1981*.
- [11] N. F. Ramsey. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.*, 62:541–552, 1990.

-
- [12] S. Chu. The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 70:685–706, 1998.
- [13] C. N. Cohen–Tannoudji. Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.*, 70:707–719, 1998.
- [14] W. D. Phillips. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70:721–741, 1998.
- [15] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3799–3802, 1999.
- [16] T. Kessler, C. Hagemann, C. Grebing, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, L. Chen, and J. Ye. A sub-40 mHz linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity. *Nature Photonics*, 6:687–692, 2012.
- [17] S. A. Diddams, D. J. Jones, J. Ye, S. T. Cundiff, and J. L. Hall. Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb. *Phys. Rev. Lett.*, 84:5102–5105, 2000.
- [18] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Absolute optical frequency measurement of the Cesium D_1 line with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3568–3571, 1999.
- [19] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, and G. Zinner. First phase-coherent frequency measurement of visible radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 76:18–21, 1996.
- [20] Theodor W. Hänsch. Nobel lecture: Passion for precision. *Rev. Mod. Phys.*, 78:1297, 2006.
- [21] John L. Hall. Nobel lecture: Defining and measuring optical frequencies. *Rev. Mod. Phys.*, 78:1279, 2006.
- [22] T. Rosenband, P. O. Schmidt, D. B. Hume, W. M. Itano, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, K. Kim, S. A. Diddams, J. C. J. Koelemeij, J. C. Bergquist, and D. J. Wineland. Observation of the $^1S_0 - ^3P_0$ clock transition in $^{27}\text{Al}^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 98:220801–1–4, 2007.
- [23] M. Chwalla, J. Benhelm, K. Kim, G. Kirchmair, T. Monz, M. Riebe, P. Schindler, A. S. Villar, W. Hänsel, C. F. Roos, R. Blatt, M. Abgrall, G. Santarelli, G. D. Rovera, and Ph. Laurent. Absolute frequency measurement of the $^{40}\text{Ca}^+ 4s\ ^2S_{1/2} - 3d\ ^2D_{5/2}$ clock transition. *Phys. Rev. Lett.*, 102:023002, 2009.
- [24] H. S. Margolis, G. P. Barwood, G. Huang, H. A. Klein, S. N. Lea, K. Szymaniec, and P. Gill. Hertz-level measurement of the optical clock frequency in a single $^{88}\text{Sr}^+$ ion. *Science*, 306:1355–1358, 2004.

- [25] J. von Zanthier, Th. Becker, M. Eichenseer, A. Yu. Nevsky, Ch. Schwedes, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, Th. Udem, T. W. Hänsch, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev. Absolute frequency measurement of the In^+ clock transition with a mode-locked laser. *Opt. Lett.*, 25:1729–1731, 2000.
- [26] K. Pyka, N. Herschbach, J. Keller, and T.E. Mehlstäubler. A high-precision rf trap with minimized micromotion for an In^+ multiple-ion clock. arXiv:1206.5111v1, 6 2012.
- [27] N. Huntemann, M. Okhapkin, B. Lipphardt, S. Weyers, Chr. Tamm, and E. Peik. High-accuracy optical clock based on the octupole transition in $^{171}\text{Yb}^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 108:090801, Nov. 2011.
- [28] S. A. King, R. M. Godun, S. A. Webster, H. S. Margolis, L. A. M. Johnson, K. Szymaniec, P. E. G. Baird, and P. Gill. Absolute frequency measurement of the $^2\text{S}_{1/2} - ^2\text{F}_{7/2}$ electric octupole transition in a single ion of $^{171}\text{Yb}^+$ with 10^{-15} fractional uncertainty. *New J. Phys.*, 14(1):013045, 2012.
- [29] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist. Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place. *Science*, 319:1808–1812, 2008.
- [30] J. Friebe, M. Riedmann, T. Wübbena, A. Pape, H. Kelkar, W. Ertmer, O. Terra, U. Sterr, S. Weyers, G. Grosche, H. Schnatz, and E. M. Rasel. Remote frequency measurement of the $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$ transition in laser cooled ^{24}Mg . *New J. Phys.*, 13:125010, 2011.
- [31] Masao Takamoto, Feng-Lei Hong, Ryoichi Higashi, and Hidetoshi Katori. An optical lattice clock. *Nature*, 435:321–324, 2005.
- [32] A. D. Ludlow, T. Zelevinsky, G. K. Campbell, S. Blatt, M. M. Boyd, M. H. G. de Miranda, M. J. Martin, J. W. Thomsen, S. M. Foreman, Jun Ye, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, Y. Le Coq, Z. W. Barber, N. Poli, N. D. Lemke, K. M. Beck, and C. W. Oates. Sr lattice clock at 1×10^{-16} fractional uncertainty by remote optical evaluation with a Ca clock. *Science*, 319:1805–1808, 2008.
- [33] Xavier Baillard, Mathilde Fouché, Rodolphe Le Targat, Philip G. Westergaard, Arnaud Lecallier, Yann Le Coq, Giovanni D. Rovera, Sebastien Bize, and Pierre Lemonde. Accuracy evaluation of an optical lattice clock with bosonic atoms. *Opt. Lett.*, 32:1812–1814, 2007.
- [34] N. D. Lemke, A. D. Ludlow, Z. W. Barber, T. M. Fortier, S. A. Diddams, Y. Ji-ang, S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and C. W. Oates. Spin-1/2 optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.*, 103:063001, 2009.

- [35] L. Yi, S. Mejri, J. J. McFerran, Y. Le Coq, and S. Bize. Optical lattice trapping of ^{199}Hg and determination of the magic wavelength for the ultraviolet $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$ clock transition. *Phys. Rev. Lett.*, 106:073005, 2011.
- [36] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband. Frequency comparison of two high-accuracy Al^+ optical clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 104:070802, 2010.
- [37] Gretchen K. Campbell, Andrew D. Ludlow, Sebastian Blatt, Jan W. Thomsen, Michael J. Martin, Marcio H. G. de Miranda, Tanya Zelevinsky, Martin M. Boyd, Jun Ye, Scott A. Diddams, Thomas P. Heavner, Thomas E. Parker, and Steven R. Jefferts. The absolute frequency of the ^{87}Sr optical clock transition. *Metrologia*, 45:539–548, 2008.
- [38] St. Falke, H. Schnatz, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, St. Vogt, S. Weyers, B. Lipphardt, G. Grosche, F. Riehle, U. Sterr, and Ch. Lisdat. The ^{87}Sr optical frequency standard at PTB. *Metrologia*, 48:399–407, 2011.
- [39] R. Le Targat, L. Lorini, Y. Le Coq, M. Zawada, J. Guéna, M. Abgrall, M. Gurov, P. Rosenbusch, D. G. Rovera, B. Nagórny, R. Gartman, P. G. Westergaard, M. E. Tobar, M. Lours, G. Santarelli, A. Clairon, S. Bize, P. Laurent, P. Lemonde, and J. Lodewyck. Experimenting an optical second with strontium lattice clocks. arXiv:1301.6046, 2013.
- [40] N. Kolachevsky, A. Matveev, J. Alnis, C.G. Parthey, T. Steinmetz, T. Wilken, R. Holzwarth, T. Udem, and T.W. Hänsch. Testing the stability of the fine structure constant in the laboratory. *Space Science Reviews*, 148:267, 2009.
- [41] S. Blatt, A. D. Ludlow, G. K. Campbell, J. W. Thomsen, T. Zelevinsky, M. M. Boyd, J. Ye, X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, A. Brusch, P. Lemonde, M. Takamoto, F.-L. Hong, H. Katori, and V. V. Flambaum. New limits on coupling of fundamental constants to gravity using ^{87}Sr optical lattice clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 100:140801, 2008.
- [42] M. T. Murphy, V. V. Flambaum, S. Muller, and C. Henkel. Strong limit on a variable proton-to-electron mass ratio from molecules in the distant universe. *Science*, 320:1611–1613, 2008.
- [43] H. Schnatz, O. Terra, K. Predehl, T. Feldmann, T. Legero, B. Lipphardt, U. Sterr, G. Grosche, T. W. Hänsch, R. Holzwarth, Th. Udem, Z. Lu, L. Wang, W. Ertmer, J. Friebe, A. Pape, E.-M. Rasel, M. Riedmann, and T. Wübbena. Phase-coherent frequency comparison of optical clocks using a telecommunication fiber link. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 57:175–181, 2010.
- [44] Miho Fujieda, Motohiro Kumagai, Shigeo Nagano, Atsushi Yamaguchi, Hidekazu Hachisu, and Tetsuya Ido. All-optical link for direct comparison of distant optical clocks. *Opt. Express*, 19:16498, Aug. 2011.

- [45] K. Predehl, G. Grosche, S. M. F. Raupach, S. Droste, O. Terra, J. Alnis, Th. Legero, T. W. Hänsch, Th. Udem, R. Holzwarth, and H. Schnatz. A 920-kilometer optical fiber link for frequency metrology at the 19th decimal place. *Science*, 336:441, 2012.
- [46] Stefan Vogt, Christian Lisdat, Thomas Legero, Uwe Sterr, Ingo Ernsting, Alexander Nevsky, and Stephan Schiller. Demonstration of a transportable 1 Hz-linewidth laser. *Appl. Phys. B*, 104:741–745, Aug. 2011.
- [47] Marco Schioppo. *Development of a Transportable Strontium Optical Clock*. PhD thesis, Università Degli Studi di Firenze Dipartimento di Fisica e Astronomia, 2011.
- [48] S. Schiller, G. M. Tino, P. Lemonde, U. Sterr, A. Görlitz, N. Poli, A. Nevsky, and C. Salomon. The space optical clocks project, 2010. Proc. Intl. Conf. Space Optics (ESA, 2010).
- [49] S. Schiller, A. Görlitz, A. Nevsky, S. Alighanbari, S. Vasilyev, C. Abou-Jaoudeh, G. Mura, T. Franzen, U. Sterr, S. Falke, Ch. Lisdat, E. Rasel, A. Kulosa, S. Bize, J. Lodewyck, G. M. Tino, N. Poli, M. Schioppo, K. Bongs, Y. Singh, P. Gill, G. Barwood, Y. Ovchinnikov, J. Stuhler, W. Kaenders, C. Braxmaier, R. Holzwarth, A. Donati, S. Lecomte, D. Calonico, and F. Levi. The space optical clocks project: Development of high-performance transportable and breadboard optical clocks and advanced subsystems. arXiv:1206.3765, 2012.
- [50] L. Cacciapuoti and Ch. Salomon. Space clocks and fundamental tests: The ACES experiment. *Eur. Phys. J. Special Topics*, 172:57–68, 2009.
- [51] A. Einstein. Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes. *Annalen der Physik*, 35:898–908, 1911.
- [52] R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, E. L. Blomberg, T. E. Hoffman, G. U. Nystrom, B. F. Farrel, R. Dechel, P. B. Eby, C. R. Baugher, J. W. Watts, D. L. Teuber, and F. D. Wills. Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser. *Phys. Rev. Lett.*, 45:2081–2084, 1980.
- [53] C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, and D. J. Wineland. Optical clocks and relativity. *Science*, 329:1630 – 1633, 2010.
- [54] Peter Rosenbusch, Shougang Zhang, and André Clairon. Blackbody radiation shift in primary frequency standards. In *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, pages 1060–1063, 2007.
- [55] Wayne M. Itano, L. L. Lewis, and D. J. Wineland. Shift of $^2S_{1/2}$ hyperfine splittings due to blackbody radiation. *Phys. Rev. A*, 25:1233–1235, 1982.
- [56] E. Simon, P. Laurent, and A. Clairon. Measurement of the Stark shift of the Cs hyperfine splitting in an atomic fountain. *Phys. Rev. A*, 57:436–439, 1998.

- [57] T. Rosenband, W. M. Itano, P. O. Schmidt, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, J. C. Bergquist, and D. J. Wineland. Blackbody radiation shift of the $^{27}\text{Al}^+ \ ^1\text{S}_0 - \ ^3\text{P}_0$ transition. arXiv:physics/0611125v2, 2006. Proc. of the 20th European Frequency and Time Forum , pp 289-292, 27-Mar-06.
- [58] John W. Farley and William H. Wing. Accurate calculation of dynamic Stark shifts and depopulation rates of Rydberg energy levels induced by blackbody radiation. Hydrogen, helium, and alkali-metal atoms. *Phys. Rev. A*, 23:2397–2424, 1981.
- [59] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland. Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47:3554–3570, 1993.
- [60] T. L. Nicholson, M. J. Martin, J. R. Williams, B. J. Bloom, M. Bishof, M. D. Swallows, S. L. Campbell, and J. Ye. Comparison of two independent sr optical clocks with 1×10^{-17} stability at 10^3 s. *Phys. Rev. Lett.*, 109:230801, 2012.
- [61] C. Hagemann, C. Grebing, T. Kessler, S. Falke, C. Lisdat, H. Schnatz, F. Riehle, and U. Sterr. Providing 1^{-16} short-term stability of a $1.5 \mu\text{m}$ laser to optical clocks. arXiv:1208.1634, 2012.
- [62] Y. Y. Jiang, A. D. Ludlow, N. D. Lemke, R. W. Fox, J. A. Sherman, L.-S. Ma, and C. W. Oates. Making optical atomic clocks more stable with 10^{-16} level laser stabilization. *Nature Photonics*, 5:158–161, 2011.
- [63] Wolfgang Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 62:531–540, 1990.
- [64] Hidetoshi Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. In P. Gill, editor, *Proceedings of the Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology, 9–14 September 2001, St. Andrews, Scotland*, pages 323–330, Singapore, 2002. World Scientific.
- [65] Hidetoshi Katori, Masao Takamoto, V. G. Pal’chikov, and V. D. Ovsiannikov. Ultrastable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. *Phys. Rev. Lett.*, 91:173005, 2003.
- [66] Ch. Salomon, D. Hils, and J. L. Hall. Laser stabilization at the mHz-level. *J. Opt. Soc. Am. B*, 5:1576–1587, 1988.
- [67] Michael J. Thorpe, Lars Rippe, Tara M. Fortier, Matthew S. Kirchner, and Till Rosenband. Frequency-stabilization to 6×10^{-16} via spectral-hole burning. *Nature Photonics*, 5:688, 2011.
- [68] J. Alnis, A. Schliesser, C. Y. Wang, J. Hofer, T. J. Kippenberg, and T. W. Hänsch. Thermal-noise-limited crystalline whispering-gallery-mode resonator for laser stabilization. *Phys. Rev. A*, 84:011804, 2011.

- [69] Akobuije Chijioke, Qun-Feng Chen, Alexander Yu. Nevsky, and Stephan Schiller. Thermal noise of whispering gallery resonators. arXiv:1107.0276v1 [quant-ph], Feb. 2012.
- [70] D. W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. *Proc. IEEE*, 54:221–230, 1966.
- [71] David W. Allan and James Barnes. A modified “Allan variance” with increased oscillator characterization ability. In *Proceedings of the 35th Ann. Freq. Control Symposium*, pages 470–475, Ft. Monmouth, NJ 07703, May 1981. Electronic Industries Association.
- [72] Charles A. Greenhall, Dave A. Howe, and Donald B. Percival. Total variance, an estimator of long-term frequency stability. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 46:1183, 1999.
- [73] D.A. Howe. The total deviation approach to long-term characterization of frequency stability. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 47:1102–1110, 1999.
- [74] D.B. Sullivan, D.W. Allan, D.A. Howe, and F.L. Walls. Characterization of clocks and oscillators. NIST tech. note 1337, NIST, U.S Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology, March 1990. online unter: <http://tf.nist.gov/cgi-bin/showpubs.pl>.
- [75] Fritz Riehle. *Frequency Standards: Basics and Applications*. Wiley-VCH, Weinheim, 2004.
- [76] Masao Takamoto, Tetsushi Takano, and Hidetoshi Katori. Frequency comparison of optical lattice clocks beyond the Dick limit. *Nature Photonics*, 5:288–292, 2011.
- [77] Harold J. Metcalf and Peter van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, New York, Berlin, Heidelberg, 1999.
- [78] U. Sterr, T. Legero, T. Kessler, H. Schnatz, G. Grosche, O. Terra, and F. Riehle. Ultrastable lasers - new developments and applications. *Proc. SPIE*, 7431:74310A, July 2009.
- [79] G. John Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. In *Proceedings of 19th Annu. Precise Time and Time Interval Meeting, Redondo Beach, 1987*, pages 133–147, Washington, DC, 1988. U.S. Naval Observatory.
- [80] Giorgio Santarelli, Claude Audoin, Ala’a Makdissi, Philippe Laurent, G. John Dick, and André Clairon. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Contr.*, 45:887–894, 1998.

-
- [81] Audrey Quessada, Richard P Kovacich, Irène Courtillot, André Clairon, Giorgio Santarelli, and Pierre Lemonde. The Dick effect for an optical frequency standard. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 5:S150–S154, 2003.
- [82] Sebastian Blatt. *Ultracold Collisions and Fundamental Physics with Strontium*. PhD thesis, University of Colorado, 2011.
- [83] J. Keupp, A. Douillet, T.E. Mehlstäubler, N. Rehbein, E.M. Rasel, and W. Ertmer. A high-resolution Ramsey-Bordé spectrometer for optical clocks based on cold Mg atoms. *Eur. Phys. J. D*, 36:289–294, 2005.
- [84] Felix Vogt. *Creation of cold and dense ensembles of calcium atoms*. PhD thesis, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [85] Martin M. Boyd. *High Precision Spectroscopy of Strontium in an Optical Lattice: Towards a New Standard for Frequency and Time*. PhD thesis, Graduate School of the University of Colorado, 2007.
- [86] Carsten Degenhardt, Hardo Stoehr, Christian Lisdat, Guido Wilpers, Harald Schnatz, Burghard Lipphardt, Tatiana Nazarova, Paul-Eric Pottie, Uwe Sterr, Jürgen Helmcke, and Fritz Riehle. Calcium optical frequency standard with ultracold atoms: Approaching 10^{-15} relative uncertainty. *Phys. Rev. A*, 72:062111, 2005.
- [87] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, C. W. Oates, C. W. Hoyt, Z. W. Barber, and L. Hollberg. Magnetic field-induced spectroscopy of forbidden optical transitions with application to lattice-based optical atomic clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 96:083001, 2006.
- [88] Vitaly D. Ovsiannikov, Vitaly G. Pal’chikov, Alexey V. Taichenachev, Valeriy I. Yudin, Hidetoshi Katori, and Masao Takamoto. Magic-wave-induced $^1s_0 - ^3p_0$ transition in even isotopes of alkaline-earth-metal-like atoms. *Phys. Rev. A*, 75:020501(R), 2007.
- [89] Tao Hong, Claire Cramer, Warren Nagourney, and E. N. Fortson. Optical clocks based on ultranarrow three-photon resonances in alkaline earth atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 94:050801, 2005.
- [90] Robin Santra, Ennio Arimondo, Tetsuya Ido, Chris H. Greene, and Jun Ye. High-accuracy optical clock via three-level coherence in neutral bosonic ^{88}Sr . *Phys. Rev. Lett.*, 94:173002, 2005.
- [91] Thomas Zanon-Willette, Andrew D. Ludlow, Sebastian Blatt, Martin M. Boyd, Ennio Arimondo, and Jun Ye. Cancellation of Stark shifts in optical lattice clocks by use of pulsed Raman and electromagnetically induced transparency techniques. *Phys. Rev. Lett.*, 97:233001, 2006.

- [92] Joseph Sundar Raaj Vellore Winfred. *Investigation of collisional losses and decoherence in a 1-D optical lattice clock with ^{88}Sr* . PhD thesis, Fakultät für Mathematik und Physik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2010.
- [93] Martin M. Boyd, Tanya Zelevinsky, Andrew D. Ludlow, Sebastian Blatt, Thomas Zanon-Willette, Seth M. Foreman, and Jun Ye. Nuclear spin effects in optical lattice clocks. *Phys. Rev. A*, 76:022510, 2007.
- [94] J. Stark. Beobachtungen über den effekt des elektrischen feldes auf spektrallinien i. quereffekt. *Annalen der Physik*, 43:965, 1914.
- [95] V. A. Davydkin and V. D. Ovsiannikov. The hyperpolarisability of an excited atom. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 19:2071–2083, 1986.
- [96] A. D. Buckingham. Birefringence resulting from the application of an intense beam of light to an isotropic medium. *Proc. Phys. Soc. B*, 69:344, 1956.
- [97] P. G. Westergaard, J. Lodewyck, L. Lorini, A. Lecallier, E. A. Burt, M. Zawada, J. Millo, and P. Lemonde. Lattice-induced frequency shifts in Sr optical lattice clocks at the 10^{-17} level. *Phys. Rev. Lett.*, 106:210801, 2011.
- [98] Philip Westergaard. *Horloge à réseau optique au Strontium: en quête de la performance ultime*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure des telecommunications, 2010.
- [99] C. Cohen-Tannoudji. *Quantum Mechanics*, volume 2. John Wiley & Sons, 1977.
- [100] Carsten Degenhardt, Hardo Stoehr, Uwe Sterr, Fritz Riehle, and Christian Lisdat. Wavelength dependent ac-Stark shift of the $^1\text{S}_0$ - $^3\text{P}_1$ transition at 657 nm in Ca. *Phys. Rev. A*, 70:023414, 2004.
- [101] R. C. Hilborn. Einstein coefficients, cross sections, f values, dipole moments, and all that. *Am. J. Phys.*, 50:982–986, 1982. and erratum in: *Am. J. Phys.* **51**, 471 (1983).
- [102] Robert C. Hilborn. Erratum: Einstein coefficients, cross sections, f values, dipole moments, and all that [*am. j. phys.* **50**, 982 (1982)]. *Am. J. Phys.*, 51(5):471, 1983.
- [103] W. Thomas. Über die Zahl der Dispersionselektronen, die einem stationären Zustande zugeordnet sind (Vorläufige Mitteilung). *Naturwissenschaften*, 13:627, 1925.
- [104] F. Ladenburg, R. und F. Reiche. Dispensionsgesetz und Bohrsche Atomtheorie. *Naturwissenschaften*, 12:672, 1924.
- [105] W. Kuhn. Über die Gesamtstärke der von einem Zustande ausgehenden Absorptionslinien. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 33:408, 1925.

-
- [106] V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, and M. V. Marchenko. Relativistic effects in Sr, Dy, Yb II, and Yb III and search for variation of the fine-structure constant. *Phys. Rev. A*, 68:022506, Aug 2003.
- [107] R. Siegel and J. R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Taylor & Francis, Washington, DC, USA, 1992.
- [108] S. G. Porsev and A. Derevianko. High-Accuracy Calculations of Dipole, Quadrupole, and Octupole Electric Dynamic Polarizabilities and van der Waals Coefficients c_6 , c_8 , and c_{10} for Alkaline-Earth Dimers. *J. Exp. Theor. Phys.*, 102:195–205, 2006.
- [109] Sergey G. Porsev and Andrei Derevianko. Multipolar theory of blackbody radiation shift of atomic energy levels and its implications for optical lattice clocks. *Phys. Rev. A*, 74:020502, 2006. Siehe auch Erratum S. Porsev and A. Derevianko *Phys. Rev. A* 86, 029904(R) (2012).
- [110] S.G. Porsev and A. Derevianko. Persönliche Korrespondenz. 2012.
- [111] T. Middelmann, Ch. Lisdat, St. Falke, J. S. R. Vellore Winfred, F. Riehle, and U. Sterr. Tackling the blackbody shift in a strontium optical lattice clock. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 60:2550–2557, 2011.
- [112] S. G. Porsev, Andrew D. Ludlow, Martin M. Boyd, and Jun Ye. Determination of Sr properties for a high-accuracy optical clock. *Phys. Rev. A*, 78:032508, 2008.
- [113] T. Middelmann, S. Falke, C. Lisdat, and U. Sterr. Long-range transport of ultracold atoms in a far-detuned one-dimensional optical lattice. *New J. Phys.*, 14:073020, 2012.
- [114] Bahaa E. A. Saleh and M. C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons Inc., 1991.
- [115] S. Friebel, C. D’Andrea, J. Walz, M. Weitz, and T. W. Hänsch. CO₂-laser optical lattice with cold rubidium atoms. *Phys. Rev. A*, 57:R20, 1998.
- [116] Tetsuya Ido and Hidetoshi Katori. Recoil-free spectroscopy of neutral Sr atoms in the Lamb-Dicke regime. *Phys. Rev. Lett.*, 91:053001, 2003.
- [117] S. Blatt, J. W. Thomsen, G. K. Campbell, A. D. Ludlow, M. D. Swallows, M. J. Martin, M. M. Boyd, and J. Ye. Rabi spectroscopy and excitation inhomogeneity in a one-dimensional optical lattice clock. *Phys. Rev. A*, 80:052703, 2009.
- [118] Hidetoshi Katori, Tetsuya Ido, and Makoto Kuwata-Gonokami. Optimal design of dipole potentials for efficient loading of Sr atoms. *J. Phys. Soc. Jap.*, 68:2479–2482, 1999.
- [119] Kai Guo, Guangfu Wang, and Anpei Ye. Dipole polarizabilities and magic wavelengths for a sr and yb atomic optical lattice clock. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 43(13):135004, 2010.

- [120] Masao Takamoto and Hidetoshi Katori. Spectroscopy of the $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ clock transition of ^{87}Sr in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 91:223001, 2003.
- [121] Ch. Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, F. Riehle, and U. Sterr. Collisional losses, decoherence, and frequency shifts in optical lattice clocks with bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 103:090801, 2009.
- [122] J. S. R. Vellore Winfred, Ch. Lisdat, T. Middelmann, T. Legero, F. Riehle, and U. Sterr. Decoherence and losses by collisions in a ^{88}Sr lattice clock. In Lute Maleki, editor, *Frequency Standards and Metrology, Proceedings of the 7th Symposium*, pages 223–227. World Scientifics, 2009. Asimolar Conference Grounds, Pacific Grove, CA, USA, 5-11 October 2008.
- [123] Thomas Legero, Christian Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, Harald Schnatz, Gesine Grosche, Fritz Riehle, and Uwe Sterr. Interrogation laser for a strontium lattice clock. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 58:1252–1257, 2009.
- [124] Takashi Mukaiyama, Hidetoshi Katori, Tetsuya Ido, Ying Li, and Makoto Kuwata-Gonokami. Recoil-limited laser cooling of Sr atoms near the Fermi temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 90(11):113002, 2003.
- [125] Pierre Lemonde and Peter Wolf. Optical lattice clock with atoms confined in a shallow trap. *Phys. Rev. A*, 72:033409, 2005.
- [126] K. Liu and M. G. Littman. Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers. *Opt. Lett.*, 6:117–118, 1981.
- [127] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, 31:97–105, 1983.
- [128] Stephan Falke, Mattias Misera, Uwe Sterr, and Christian Lisdat. Delivering pulsed and phase stable light to atoms of an optical clock. *Appl. Phys. B*, 2:301, 2012.
- [129] P. Lemonde. *Persönliche Korrespondenz*. 2010.
- [130] Evaluation of measurement data – guide to the expression of uncertainty in measurement. BIPM JCGM 100:2008, 2008.
- [131] Y. Namba. Specular spectral reflectance of aisi304 stainless steel at near-normal incidence. *Proc. SPIE*, 362:93, 1982.
- [132] G. K. Campbell, M. M. Boyd, J. W. Thomsen, M. J. Martin, S. Blatt, M. D. Swallows, T. L. Nicholson, T. Fortier, C. W. Oates, S. A. Diddams, N. D. Lemke, P. Naidon, P. Julienne, Jun Ye, and A. D. Ludlow. Probing interactions between ultracold fermions. *Science*, 324:360–363, 2009.

-
- [133] Matthew D. Swallows, Michael Bishof, Yige Lin, Sebastian Blatt, Michael J. Martin, Ana Maria Rey, and Jun Ye. Suppression of collisional shifts in a strongly interacting lattice clock. *Science*, 331:1043–1046, 2011.
- [134] Kurt Gibble. Decoherence and collisional frequency shifts of trapped bosons and fermions. *Phys. Rev. Lett.*, 103:113202, 2009.
- [135] A. M. Rey, A. V. Gorshkov, and C. Rubbo. Many-body treatment of the collisional frequency shift in fermionic atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 103(26):260402, 2009. siehe auch Erratum *Phys. Rev. Lett.* **105**, 049901 (2010).
- [136] X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, F. Chapellet, M. Abgrall, G. D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, S. Bize, G. Santarelli, A. Clairon, P. Lemonde, G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz. An optical lattice clock with spin-polarized ^{87}Sr atoms. *Eur. Phys. J. D*, 48:11–17, 2008.
- [137] F.-L. Hong, M. Musha, M. Takamoto, H. Inaba, S. Yanagimachi, A. Takamizawa, K. Watabe, T. Ikegami, M. Imae, Y. Fujii, M. Amemiya, K. Nakagawa, K. Ueda, and H. Katori. Measuring the frequency of a sr optical lattice clock using a 120 km coherent optical transfer. *Opt. Lett.*, 34:692–694, 2009.
- [138] Atsushi Yamaguchi, Nobuyasu Shiga, Shigeo Nagano, Ying Li, Hiroshi Ishijima, Hidekazu Hachisu, Motohiro Kumagai, and Tetsuya Ido. Stability transfer between two clock lasers operating at different wavelengths for absolute frequency measurement of clock transition in ^{87}Sr . *Appl. Phys. Express*, 5:022701, 2012.
- [139] Consultative committee for time and frequency (cctf) report of the 19th meeting (13–14 september). Technical report, Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), 2012.
- [140] Report of the 98th meeting of the Comité International des Poids et Mesures (CIPM). Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Sevres, Paris Cedex ISSN 1016-5893 ISBN 13-978-92-822-2238-6, 2009.
- [141] Stefan Schmid, Gregor Thalhammer, Klaus Winkler, Florian Lang, and Johannes Hecker Denschlag. Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice. *New J. Phys.*, 8:159, 2006.
- [142] A. Couvert, T. Kawalec, G. Reinaudi, and D. Guéry-Odelin. Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime. *Europhys. Lett.*, 83:13001, 2008.
- [143] T. A. Savard, K. M. O’Hara, and J. E. Thomas. Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps. *Phys. Rev. A*, 56(2):R1095–R1098, 1997.
- [144] A. Traverso, R. Chakraborty, Y. N. Martinez de Escobar, P. G. Mickelson, S. B. Nagel, M. Yan, and T. C. Killian. Inelastic and elastic collision rates for triplet states of ultracold strontium. *Phys. Rev. A*, 79:060702(R), 2009.

- [145] D. Kielpinski, C. Monroe, and D. J. Wineland. Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer. *Nature*, 417:709, 2002.
- [146] S. Sturm, A. Wagner, B. Schabinger, J. Zatorski, Z. Harman, W. Quint, G. Werth, C. H. Keitel, and K. Blaum. g factor of hydrogenlike $^{28}\text{Si}^{13+}$. *Phys. Rev. Lett.*, 107:023002, 2011.
- [147] Markus Greiner, Immanuel Bloch, Theodor W. Hänsch, and Tilman Esslinger. Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance. *Phys. Rev. A*, 63:031401(R), 2001.
- [148] T. L. Gustavson, A. P. Chikkatur, A. E. Leanhardt, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Transport of Bose–Einstein condensates with optical tweezers. *Phys. Rev. Lett.*, 88:020401–1–4, 2002.
- [149] A. E. Leanhardt, A. P. Chikkatur, D. Kielpinski, Y. Shin, T. L. Gustavson, W. Ketterle, and D. E. Pritchard. Propagation of Bose-Einstein condensates in a magnetic waveguide. *Phys. Rev. Lett.*, 89:040401, 2002.
- [150] C. Klempt, T. Henninger, O. Topic, J. Will, St. Falke, W. Ertmer, and J. Arlt. Transport of a quantum degenerate heteronuclear Bose-Fermi mixture in a harmonic trap. *Eur. Phys. J. D*, 48:121–126, 2008.
- [151] Sophie Schlunk, Adela Marian, Peter Geng, Allard P. Mosk, Gerard Meijer, and Wieland Schöllkopf. Trapping of rb atoms by ac electric fields. *Phys. Rev. Lett.*, 98:223002, 2007.
- [152] K. Nakagawa, Y. Suzuki, and M. Horikoshi und J.B. Kim. Simple and efficient magnetic transport of cold atoms using moving coils for the production of Bose-Einstein condensation. *Appl. Phys. B*, 81:791 – 794, 2005.
- [153] H. J. Lewandowski, D. M. Harber, D. L. Whitaker, and E. A. Cornell. Simplified system for creating a Bose-Einstein condensate. *J. Low Temp. Phys.*, 132:309, 2003.
- [154] A. Griesmaier, A. Aghajani-Talesh, M. Falkenau, J. Sebastian, A. Greiner, and T. Pfau. A high flux of ultra-cold chromium atoms in a magnetic guide. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 42:145306, 2009.
- [155] T. G. Tiecke, M. R. Goosen, A. Ludewig, S. D. Gensemer, S. Kraft, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and J. T. M. Walraven. Broad feshbach resonance in the $^6\text{Li}-^{40}\text{K}$ mixture. *Phys. Rev. Lett.*, 104:053202, 2010.
- [156] R. H. Parker, M. R. Dietrich, K. Bailey, J. P. Greene, R. J. Holt, M. R. Kalita, W. Korsch, Z.-T. Lu, P. Mueller, T. P. O’Connor, J. Singh, I. A. Sulai, and W. L. Trimble. Efficient, tightly-confined trapping of ^{226}Ra . *Phys. Rev. C*, 86:065503, 2012.

- [157] Ekkehard Peik, Maxime Ben Dahan, Isabelle Bouchoule, Yvan Castin, and Christophe Salomon. Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams. *Phys. Rev. A*, 55:2989–3001, 1997.
- [158] Philipp Schneeweiss, Samuel T. Dawkins, Rudolf Mitsch, Daniel Reitz, Eugen Vetsch, and Arno Rauschenbeutel. A nanofiber-based optical conveyor belt for cold atoms. *Appl. Phys. B*, 110:279–283, 2013.
- [159] A. L. Marchant, S. Händel, T. P. Wiles, S. A. Hopkins, and S. L. Cornish. Guided transport of ultracold gases of rubidium up to a room-temperature dielectric surface. *New J. Phys.*, 13:125003, 2011.
- [160] J. M. Obrecht, R. J. Wild, M. Antezza, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, and E. A. Cornell. Measurement of the temperature dependence of the Casimir-Polder force. *Phys. Rev. Lett.*, 98:063201, 2007.
- [161] *Katalog der Firma Schott: ZERODUR® Glass Ceramic Temperature stable precision and quality in series (2009)*.
- [162] A. Felgner and R. Krüger-Sehm. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Arbeitsgruppe 5.14: Rauheitsmessverfahren, Bundesallee 100, 38116 Braunschweig.
- [163] D. Hagedorn. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Arbeitsgruppe 5.54: Oberflächentechnologie, Bundesallee 100, 38116 Braunschweig.
- [164] Peter Franke and René Schödel. Interferometrische Kalibrierung von Parallelendmaßen. *PTB-Mitteilungen*, 120:16–22, 2010.
- [165] F. Lechelt, H.-H. Ernst, and P. Franke. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Arbeitsgruppe 5.43: Interferometrische Kalibrierung von Parallelendmaßen, Bundesallee 100, 38116 Braunschweig.
- [166] A. Linkogel and M. Schulz. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Arbeitsgruppe 4.21: Form- und Wellenfrontmetrologie, Bundesallee 100, 38116 Braunschweig.
- [167] O. Ludwig. *Technische Tabellen*. Fachbuchverlag Dr. Pfanneberg & Co., Giessen, 1958.
- [168] Valentin Popov. *Balkenbiegung Biegelinie*. Vorlesung 20 im Vorlesungsskript Mechanik I, TU-Berlin, Wintersemester 2006-2007.
- [169] G. Bartl, H. Bettin, M. Krystek, T. Mai, A. Nicolaus, and A. Peter. Volume determination of the avogadro spheres of highly enriched ^{28}Si with a spherical fizeau interferometer. *Metrologia*, 48:S96, 2011.
- [170] D. Meschede. *Optik, Licht und Laser*. Teubner, Wiesbaden (D), 2005.
- [171] D. Y. Smith. *Handbook of Optical Constants of Solids*, chapter The optical properties of metallic aluminum, pages 369 – 406. Academic Press, 1998.

- [172] D. W. Lynch and W. R. Hunter. *Handbook of Optical Constants of Solids*, chapter Gold (Au), pages 286 – 295. Academic Press, 1998.
- [173] G. Bönsch, A. Nicolaus, and U. Brand. Wavelength measurement of a 544 nm FM-I₂-stabilised He-Ne laser. *Optik*, 107:127–131, 1998.
- [174] R. Zirpel. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Clever Lab und Arbeitsgruppe 2.11: Gleichstrommesstechnik, Bundesallee 100, 38116 Braunschweig.
- [175] H.B. Michaelson. The work function of the elements and its periodicity. *J. Appl. Phys.*, 48:4729, 1977.
- [176] N A Robertson, J R Blackwood, S Buchman, R L Byer, J Camp, D Gill, J Hanson, S Williams, and P Zhou. Kelvin probe measurements: investigations of the patch effect with applications to ST-7 and LISA. *Classical and Quantum Gravity*, 23(7):2665–2680, 2006.
- [177] Masami Yasuda, Tetsuo Kishimoto, Masao Takamoto, and Hidetoshi Katori. Photoassociation spectroscopy of ⁸⁸Sr: Reconstruction of the wave function near the last node. *Phys. Rev. A*, 73:011403, 2006.
- [178] W. H. Parkinson, E. M. Reeves, and F. S. Tomkins. Neutral calcium, strontium and barium: determination of f values of the principal series by the hook method. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 9(2):157, 1976.
- [179] G. Jönsson, C. Levinson, A. Persson, and C. G. Wahlström. Natural radiative lifetimes in the ¹P₁ and ¹F₃ sequences of Sr I. *Z. Phys. A*, 316:255, 1984.
- [180] Gustavo García and José Campos. Transition probabilities for triplet levels of Sr(I). *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 39(6):477–483, 1988.
- [181] J. E. Sansonetti and G. Nave. Wavelengths, transition probabilities, and energy levels for the spectrum of neutral strontium (Sr I). *J. Phys. Chem. Ref. Data*, 39(3):033103, 2010.
- [182] Gebhard von Oppen. Stark-Effekt-Untersuchungen an Strontium durch Nachweis von $\Delta\mu = 1$ -level-crossing-Signalen mit linearpolarisiertem Licht. *Z. Phys. A*, 248:41–52, 1971.
- [183] E. U. Condon and G. H. Shortley. *The Theory of Atomic Spectra*. Cambridge University Press, 1953.
- [184] Henry L. Schwartz, Thomas M. Miller, and Benjamin Bederson. Measurement of the static electric dipole polarizabilities of barium and strontium. *Phys. Rev. A*, 10:1924–1926, 1974.
- [185] Rudolphe Le Targat. *Horloge à réseau optique au Strontium : une 2ème génération d’horloges à atomes froids*. PhD thesis, Ecole nationale supérieure des telecommunications - ENST (13/07/2007), 2007.

-
- [186] M. Takamoto, H. Katori, S. I. Marmo, V. D. Ovsiannikov, and V. G. Pal'chikov. Prospects for optical clocks with a blue-detuned lattice. *Phys. Rev. A*, 102:063002, 2009.
- [187] T. Middelmann, S. Falke, C. Lisdat, and U. Sterr. High accuracy correction of blackbody radiation shift in an optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.*, 109:263004, 2012.
- [188] D. A. Miller, L. You, J. Cooper, and Alan Gallagher. Collisional energy transfer between excited-state strontium and noble-gas atoms. *Phys. Rev. A*, 46:1303–1309, 1992.
- [189] W. R. S. Garton, J. P. Connerade, M. A. Baig, J. Hormes, and B. Alexa. Measurement of oscillator strengths in the ultraviolet by magneto-optical rotation. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 16(3):389, 1983.
- [190] Evaluation of measurement data – supplement 1 to the „guide to the expression of uncertainty in measurement“ – propagation of distributions using a monte carlo method. BIPM JCGM 101:2008, 2008.
- [191] R. Drozdowski, M. Ignaciuk, J. Kwela, and J. Heldt. Radiative lifetimes of the lowest 3P_1 metastable states of Ca and Sr. *Z. Phys. D*, 41:125–131, 1997.
- [192] H. G. C. Werij, C. H. Greene, C. E. Theodosiou, and A. Gallgher. Oscillator strengths and radiative branching ratios in atomic Sr. *Phys. Rev. A*, 46:1248–1260, 1992.
- [193] F. M. Kelly and M. S. Mathur. Lifetimes of some triplet levels of neutral strontium. *Can. J. Phys.*, 54:800–804, 1976.
- [194] Gebhard von Oppen. Doppelresonanzuntersuchungen des Einflusses eines elektrischen Feldes auf die Zeemann Aufspaltung des $5s5p\ ^3p_1$ Terms im Sr i-Spektrum. *Z. Phys.*, 227:207–215, 1969.
- [195] Hermann Haken and Hans Christoph Wolf. *Atom- und Quantenphysik*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1980.
- [196] B. A. Bushaw, H. J. Kluge, J. Lantzsch, R. Schwalbach, J. Stenner, H. Stevens, K. Wendt, and K. Zimmer. Hyperfine structure in $5s4d\ ^3D-5snf$ transitions of ^{87}Sr . *Z. Phys. D*, 28:275–281, 1993.
- [197] K. E. Miller, D. Krause, and L. R. Hunter. Precise measurement of the Stark shift of the rubidium and potassium D1 lines. *Phys. Rev. A*, 49:5128, 1994.
- [198] J. A. Sherman, N. D. Lemke, N. Hinkley, M. Pizzocaro, R. W. Fox, A. D. Ludlow, and C. W. Oates. High accuracy measure of atomic polarizability in an optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.*, 108:153002, 2012.

- [199] M. S. Safronova, S. G. Porsev, U. I. Safronova, M. G. Kozlov, and Charles W. Clark. Blackbody-radiation shift in the sr optical atomic clock. *Phys. Rev. A*, 87:012509, 2013.
- [200] K. Beloy, J. A. Sherman, N. D. Lemke, N. Hinkley, C. W. Oates, and A. D. Ludlow. Determination of the $5d6s\ ^3D_1$ state lifetime and blackbody-radiation clock shift in Yb. *Phys. Rev. A*, 86:051404, 2012.
- [201] L. R. Hunter, D. Krause, K. E. Miller, D. J. Berkeland, and M. G. Boshier. Precise measurement of the Stark shift of the cesium D1 line. *Opt. Commun.*, 94:210, 1992.
- [202] A. Miffre, M. Jacquy, M. Büchner, G. Tréneç, and J. Vigué. Measurement of the electric polarizability of lithium by atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 73:011603, 2006.
- [203] K. Zeiske. Atominterferometrie in statischen elektrischen Feldern. PTB-Bericht PTB-Opt-48, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1995.
- [204] M. Nonnenmacher, M. P. O’Boyle, and H. K. Wickramasinghe. Kelvin probe force microscopy. *Appl. Phys. Lett.*, 58(25):2921, 1991.
- [205] C. Monte and M. Kehrt. Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Fachbereich 7.3: Detektorradiometrie und Strahlungsthermometrie, Abbestr. 2-12, 10587 Berlin.
- [206] Alexander V. Prokhorov and Leonard M. Hanssen. Effective emissivity of a cylindrical cavity with an inclined bottom: I. isothermal cavity. *Metrologia*, 41:421–431, 2004.
- [207] J. Lodewyck, M. Zawada, L. Lorini, M. Gurov, and P. Lemonde. Observation and cancellation of a perturbing dc stark shift in strontium optical lattice clocks. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 59:411, 2012.
- [208] D. Schrader, S. Kuhr, W. Alt, M. Müller, V. Gomer, and D. Meschede. An optical conveyor belt for single neutral atoms. *Appl. Phys. B*, 73:819–824, 2001.
- [209] Vitali D. Ovsiannikov, Andrei Derevianko, and Kurt Gibble. Rydberg spectroscopy in an optical lattice: Blackbody thermometry for atomic clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 107:093003, 07 2011.
- [210] V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. V. Okhapkin, S. N. Bagayev, Chr. Tamm, E. Peik, N. Huntemann, T. E. Mehlstäubler, and F. Riehle. Atomic clocks with suppressed blackbody radiation shift. *Phys. Rev. Lett.*, 107:030801, 2011.
- [211] Alan A. Madej, Pierre Dubé, Zichao Zhou, John E. Bernard, and Marina Gerts-volf. $^{88}\text{Sr}^+$ 445-THz single-ion reference at the 10^{-17} level via control and cancellation of systematic uncertainties and its measurement against the si second. *Phys. Rev. Lett.*, 109:203002, 2012.

- [212] Patrick Gill. When should we change the definition of the second? *Phil. Trans. R. Soc. A*, 369(1953):4109–4130, 2011.

Lebenslauf

Thomas Middelman

Geburtsdatum: 14.11.1979
Geburtsort: Berlin-Wilmersdorf
Familienstand: verheiratet, zwei Kinder

Wissenschaftliche Mitarbeit

seit 07/2012	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (Braunschweig) in der Arbeitsgruppe: „Interferometrie an prismatischen Körpern“
07/2008 – 06/2012	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (Braunschweig) in der Arbeitsgruppe: „Quantenoptik mit kalten Atomen“
11/2007 – 02/2008	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fritz-Haber-Institut der Max-Planck-Gesellschaft (Berlin) in der Arbeitsgruppe: „Anion Deceleration“

Studium

10/2000 – 10/2007	Student der Technischen Universität Berlin Studium der Physik
06/2006 – 10/2007	Fritz-Haber-Institut der Max-Planck-Gesellschaft (Berlin) Diplomarbeit in der Arbeitsgruppe: „Anion Deceleration“
09/2004 – 08/2005	Erasmus-Austauschstudent an der Rijksuniversiteit Groningen (NL) Studium der Physik

Zivildienst

09/1999 - 07/2000	Freies Bildungswerk im Studienhaus Rüspe e.V. (NRW)
-------------------	---

Schulische Bildung

1998 – 1999	Rudolf-Steiner-Schule Berlin-Dahlem (Berlin) Abschluss: Abitur
1986 – 1998	Freie Waldorfschule Kreuzberg (Berlin)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit ergreifen, allen zu danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein ganz besonderer Dank gilt

- Herrn Dr. Uwe Sterr für die Möglichkeit diese Arbeit durchzuführen, für viele hilfreiche Gespräche und insbesondere für das in mich gesetzte Vertrauen bei der Planung der Aufbauten sowie der Durchführung und Auswertung der Experimente, sowie das unermüdliche Engagement auch zu später Stunde.
- Herrn PD Dr. Christian Lisdat – meinem Doktorvater – für viele zielorientierte Anregungen und wertvolle Diskussionen, die zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen, sowie für spontane Unterstützung im Labor, trotz vieler anderer Verpflichtungen und für vieles mehr.
- Herrn Prof. Dr. Fritz Riehle für inspirierende Darstellungen, die besonders zum Überblick über die relevanten Fragestellungen und deren Verständnis beitrugen, insbesondere auch für die spontane Einsatzbereitschaft bei akuten Fragen.
- Herrn Dr. Harald Schnatz, Herrn Dr. Peter Becker und Frau Birgitt Voss für die Unterstützung bei administrativen Dingen.
- Herrn Prof. Dr. Ernst M. Rasel für die Übernahme der Begutachtung dieser Arbeit.
- Frau Anne-Dore Göldner-Pauer, Frau Franziska Lorenz und Frau Sigrid Guttner für die Unterstützung bei der Terminplanung für Abgabe und Disputation dieser Arbeit.
- Herrn Dr. S. Raaj Vellore Winfred für die Einweisung in das Experiment.
- Herrn Dr. Stephan Falke für die Zusammenarbeit im Labor und viele nützliche Tipps und Tricks.
- Frau Dr. Gesine Grosche für fachliche Tipps und ihre Ratschläge bei Dingen, die über das rein Fachliche hinaus gehen.
- Herrn André Uhde und Herrn Patrick Knigge für die Zusammenarbeit bei der Herstellung der Verschiebetischgerüste.
- Herrn Jörn Falke und Herrn André Uhde für viele andere feinmechanische Spezialanfertigungen, wie der Kondensatorhalterung, optomechanische Komponenten der Verschiebeoptiken etc.
- Herrn Dipl.-Ing. Michael Müller für seine Beratung bei der Materialauswahl und Konstruktionstipps beim Bau der Verschiebetischgerüste.
- Herrn Dipl.-Ing. Andreas Just für die mehrjährige Leihgabe eines Autokollimators.
- Herrn Dipl.-Ing. Peter Franke für die Beratung bei der Entwicklung des Plattenkondensators und insbesondere für die Unterstützung bei dessen Vermessung als Fabry-Pérot-Interferometer.
- Herrn Frank Lechelt und Herrn Hans-Henning Ernst für das optische Kontaktieren der Kondensatorkomponenten und für die Längenmessung der Abstandhalter.

- Herrn Dr. Daniel Hagedorn für die Zusammenarbeit bei der Herstellung der Feldplattenbeschichtungen.
- Frau Dipl.-Phys. Miriam Friedemann für die Beratung zur elektrischen Kontaktierung der Beschichtungen und die Unterstützung im Reinraumzentrum.
- Herrn Dipl.-Phys. Karsten Pyka für verschiedene nützliche Leihgaben.
- Frau Astrid Linkogel und Herrn Dr. Michael Schulz für die Ebenheitsmessungen der Feldplatten.
- Herrn Dr. Gerd-Dietmar Willenberg für die Beratung zur Entwicklung des Kondensators und den Hinweis auf die Relevanz der Austrittsarbeiten der Feldplatten.
- Herrn Dr. Thomas Legero und Herrn Dr. Thomas Kessler für die Einarbeitung in die FEM-Software und hilfreiche Tipps.
- Herrn Roland Zirpel für die Leihgabe des Spannungsmessgerätes und dessen Kalibrierung.
- Herrn Dipl.-Ing. Andreas Koczwarra, Herrn Dipl.-Ing. Matthias Misera und Frau Marion Wengel für viele kleine elektronische Spezialanfertigungen.
- Herrn Dipl.-Ing. André Felgner und Herrn Dr.-Ing. Rolf Krüger-Sehm für die Rauheitsuntersuchungen der Kondensatorplatten.
- Herrn Dr. Jörg Hollandt, Herrn Dr. Christian Monte und Herrn Matthias Kehrt für die Beratung zur Herstellung einer kryogenen Schwarzkörperumgebung und die Messungen der gerichteten Reflektivität der Kupfer-II-Oxid-Proben.
- meinen Büro-Mitstreitern, den Herren Dr. Christian Hagemann, Dipl.-Phys. Stefan Vogt, Dipl.-Ing. Sebastian Häfner, Dipl.-Ing. Andreas Koczwarra, Dr. S. Raaj Vellore Winfred und Dr. Osama Terra für die angenehme Atmosphäre und die netten Gespräche zwischendurch.
- meinen Mitstreitern im Schreibzimmer, den Herren Dipl.-Phys. Oliver Appel, Dr. Christian Hagemann und Dipl.-Phys. Max Kahmann insbesondere für den zweiten Monitor und die Überlassung seines Schreibtisches.
- den Herren Dr. Sebastian Kraft, Dr. Stephan Schultz und Dr. Sebastian Raupach für ermunternde Gespräche und spontane Tipps.
- Herrn Dr. René Schödel und meiner neuen Arbeitsgruppe für das meiner Doppelbelastung entgegengebrachte Verständnis.
- der Frau die ich liebe – Almut Middelman – dafür, dass sie sich um unsere Kinder gekümmert hat und mir trotz der zahllosen langen Nächte nicht weggelaufen ist ;-) und dafür, dass die Beziehung zu meinen Kindern trotz der vielen „Fehlzeiten“ so gut ist.
- meinen beiden Kindern Lara und Frederik dafür, dass sie sich so freuten wenn ich nach Hause kam.

Darüber hinaus möchte ich auch allen Kollegen und Freunden danken, die mich in den schwierigen und anstrengenden Zeiten unterstützten!