

**Nicht-adiabatische
Halbleitereinzelelektronenpumpe
unter Magnetfeldeinfluss**

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften

Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Christoph Leicht

geboren am 19.01.1980 in Schweinfurt

2013

Referent: PD. Dr. H. W. Schumacher

Korreferent: Prof. Dr. R. J. Haug

Tag der Promotion: 11.12.2013

Meiner Tochter Leonie

Inhaltsverzeichnis

Kurzzusammenfassung	V
Abstract	VII
1. Einleitung - Neudefinition des Ampere	1
2. Physikalische Grundlagen	5
2.1. Isolierte Quantenpunkte	5
2.2. Ladungstransport bei schwacher Tunnelkopplung: Coulombblockade	6
2.3. Das Feld der quantisierten Stromquellen	9
2.3.1. Turnstiles und Pumpen	10
2.3.2. Adiabatischer und nicht-adiabatischer Einzelladungstransport	11
3. Modellierung der verwendeten Halbleiterstrukturen	15
3.1. Design der Halbleiterstrukturen	15
3.2. Semi-klassisches Modell des Pumpprozesses	17
3.3. Modellierung des spinlosen Einteilchenmodells mit Ratengleichungen	24
3.4. Decay - Cascade - Modell	31
4. Systematische Untersuchungen ohne externes Magnetfeld	37
4.1. DC - Charakteristik des Quantenpunktes	37
4.2. Transversale Modifikationen der Potentiallandschaft	39
4.2.1. Kanalbreitenvariation	40
4.2.2. Änderung der Kanalgeometrie	42
4.2.3. Einfluss eines Halbleiter - Sidegates	45
4.3. Temperaturabhängigkeit	48
4.4. Frequenzabhängigkeit der Quantisierung	52
4.5. Zusätzliche Potentialbarriere	56
4.6. Fazit	58
5. Auswirkungen eines senkrechten Magnetfelds	59
5.1. Quantisierungsverbesserung durch Magnetfeld	60
5.1.1. Betrachtung der Quantisierungsverbesserung	60

5.1.2.	Entwicklung der Plateaus höherer Ordnung	62
5.1.3.	Pumpverhalten bei hohen Feldstärken sowie bei Umkehr der Magnetfeldrichtung	64
5.2.	Auswirkungen auf die 2D - Charakteristik	71
5.2.1.	Entwicklung in hohen senkrechten Magnetfeldern	71
5.2.2.	Abrundung der Einfangkante	79
5.3.	Anwendung: Erzeugung angeregter Zustände in QH-Randkanälen .	82
5.4.	Anwendung: Quantisierte Halbleiterspannungsquelle	88
5.5.	Fazit	95
6.	Präzisionsmessungen des Pumpstroms	97
6.1.	Messunsicherheiten	98
6.1.1.	Typ A - Unsicherheit	99
6.1.2.	Typ B - Unsicherheit	101
6.1.3.	Die Angabe von Messunsicherheiten	101
6.2.	Präzisionsstrommessung mit einem Kryostromkomparator	102
6.2.1.	Funktionsprinzip des Kryostromkomparators	102
6.2.2.	Messaufbau zur Skalierung eines quantisierten Pumpstroms .	107
6.2.3.	Präzisionsmessungen des quantisierten Stroms einer QSQ . .	117
6.2.4.	Fazit	126
6.3.	Stromkompensationsmethode	128
6.3.1.	Rauscharmer Verstärker	128
6.3.2.	Stromkompensationstest	129
6.3.3.	Verbesserter Messaufbau	132
6.3.4.	Optimierung der Rauschbeiträge	133
6.3.5.	Fazit	136
7.	Zusammenfassung	137
	Anhang	139
A.	Probenherstellung	141
A.1.	Epitaktischer Aufbau des Probenmaterials	141
A.2.	Prozessierung	142
B.	Messtechnik	147
B.1.	Kryostaten	147
B.2.	Standard - Messgeräteaufbau	152
C.	Rauschuntersuchung der Probenstabverkabelung	155

Literaturverzeichnis	159
Nomenklatur	169
Publikationen	173
Lebenslauf	175
Danksagung	177

Kurzzusammenfassung

Nicht-adiabatische Halbleitereinzelektronenpumpen gelten als eine der potentiellen Kandidaten für ein zukünftiges Quantenstromnormal. Diese Arbeit untersucht ob diese Einzelektronenpumpen für eine solche Anwendung geeignet sind und umfasst dabei zwei Aspekte: Zum einen die Abhängigkeit der Pumpeigenschaften von unterschiedlichen Betriebs- und Designparametern, zum anderen die Entwicklung von Messtechniken für hochpräzise rückgeführte Messungen der erzeugten Pumpströme in der Größenordnung von 10^{-10} A auf ppm - Niveau.

Bei den untersuchten Einzelektronenpumpen handelt es sich um GaAs/AlGaAs-Halbleiterstrukturen mit einem geometrisch erzeugten schmalen Kanal und zwei metallischen Topgates. Durch Anlegen geeigneter Gleich- und Wechselspannungen an die Topgates wird eine dynamische Potentiallandschaft mit Quantenpunkt erzeugt, die einen nicht-adiabatischen Ladungstransport induziert. Im Idealfall wird dabei genau ein Elektron der Ladung e pro Zyklus der Frequenz f von Source zu Drain gepumpt und somit ein Pumpstrom von $I = ef$ erzeugt.

Im Rahmen der Arbeit wurde ein auf Ratengleichungen basierendes Einteilchenmodell entwickelt, das die Auswirkungen von verschiedenen Fehlermechanismen auf den Pumpprozess beschreibt, die die Pumppräzision beeinträchtigen können. Durch Anwendung des Decay-Cascade-Modells, das das Zurücktunneln der Elektronen beim Einfangen als dominierenden Fehlerprozess betrachtet, konnte der ideale Arbeitspunkt der Pumpe ermittelt werden. Zudem ermöglicht dieses Modell anhand einer nicht rückgeführten Pumpstrommessung eine Voraussage über die maximal zu erwartende Präzision einer Einzelektronenpumpe.

Durch systematische Untersuchungen wurde gezeigt, welche Auswirkungen Variationen von Betriebsparametern und Änderungen der Pumpstruktur auf die Pumppräzision haben. Hierbei wurden durch eine spezielle Kanalform und durch Anlegen eines senkrechten Magnetfeldes reproduzierbar signifikante Verbesserungen in der Pumppräzision von mehreren Größenordnungen erreicht.

Im Rahmen der systematischen Untersuchungen wurden zwei weitere Anwendungsmöglichkeiten für die untersuchten Einzelektronenpumpe entwickelt: Zum einen konnte gezeigt werden, dass eine Einzelektronenpumpe es ermöglicht, einzelne Elektronen mit einstellbarer Energie in Quanten-Hall-Randkanäle zu injizieren, wodurch man ein wertvolles Werkzeug für Untersuchungen von Einzelladungs-

anregungen in Randkanälen erhält. Zum anderen wurde erstmals die Erzeugung einer quantisierten Spannung auf reiner Halbleiterbasis gezeigt, die bisher supraleitenden Josephson-Schaltungen vorbehalten war. In dem neuen Halbleiterbauteil erzeugt eine Pumpe einen quantisierten Strom, der über eine monolithisch verbundene Quanten-Hall-Struktur daraus eine definierte Spannung produzieren kann. Ein direkter Vergleich dieser Quantenspannung mit einer Josephson-Spannung könnte in Zukunft einen alternativen Ansatz zum Schluss des quantenmetrologischen Dreiecks ermöglichen.

Durch die im Rahmen der Arbeit weiterentwickelte Messtechnik konnte der Strom von Einzelelektronenpumpen rückgeführt und hochpräzise gemessen werden. Mittels eines modifizierten Kryostromkomparators war es möglich, einen Einzelelektronenpumpstrom von ≈ 192 pA um den Faktor 4501 hochzuskalieren und mit einer Unsicherheit von < 10 ppm zu messen. Diese Messung stellt die derzeit weltweit präziseste Quantenstrommessung mit einem Kryostromkomparator dar. Zudem konnten mit der ermittelten Präzision und dem Verlauf der gemessenen Stromkurve die Voraussagen des Decay-Cascade-Modells für diese Pumpe bestätigt werden.

Zusätzlich wurde ein alternativer Messaufbau, basierend auf der Stromkompensationsmethode, entwickelt und getestet. Dabei wurde der Pumpstrom durch einen sehr genau bekannten Gegestrom im Wesentlichen kompensiert und lediglich der kleine verbleibende Differenzstrom verstärkt und gemessen. Hiermit wurde die Auswirkung der Messunsicherheit des Verstärkers auf die Gesamtunsicherheit um mehrere Größenordnungen reduziert. Die systematische Unsicherheit des Aufbaus wurde somit weitestgehend durch den Unsicherheitsbeitrag des Kompensationsstroms bestimmt. Durch Nutzung eines $1\text{ G}\Omega$ -Hochpräzisionswiderstands und einer Josephson-Spannung zur Erzeugung des Kompensationsstroms konnte eine systematische Unsicherheit von nur 2,5 ppm erreicht werden. Testmessungen zeigten ein geringes Messsignalrauschen, was bei den erwarteten Stromstärken für zukünftige Messungen quantisierter Pumpströme geringe statistische Unsicherheiten bei geringen Messzeiten verspricht.

Zusammenfassend wurden im Rahmen dieser Arbeit Wege zur Verbesserung der Pumppräzision nicht-adiabatischer Halbleitereinzelelektronenpumpen entwickelt sowie die zur rückgeführten Charakterisierung des Pumpstroms notwendige Messtechnik deutlich weiterentwickelt.

Basierend auf den so gewonnenen Erkenntnissen erscheinen die untersuchten Pumpen weiterhin als hervorragende Kandidaten für eine Verwendung in einem Quantenstromnormal.

Schlagnworte: Quantenpunkt, Einzelladungstransport, Einzelelektronenpumpe, SET-Pumpe, Neudefinition Ampere, Präzisionsstrommessung

Abstract

The semiconductor based non-adiabatic single-electron pump has been considered as a possible candidate for future quantum current standards. This thesis investigated the suitability of these pumps for this application covering two main aspects: firstly, the dependence of the device properties on different operation- and design parameters. The second aspect is the development of a suitable technique for highly precise and traceable measurements of the pump current in the 100 pA range on the part-per-million (ppm) level.

The pumps have been implemented in a GaAs/AlGaAs-heterostructure by defining a small channel and depositing two metallic topgates across this channel. Application of suitable dc and ac voltage signals on the gates generates a dynamic quantum dot potential landscape which induces non-adiabatic charge transport. Ideally, this leads to the transfer of exactly one electron of charge e per modulation cycle of frequency f from source to drain. The corresponding quantized current is $I = ef$.

The work contributed to the development of a single-particle model based on rate equations. It describes the influence of various error mechanisms on the pump process and the corresponding precision. By applying the decay cascade model which considers backtunneling of electrons during the capturing process as the dominating error mechanism the ideal point of operation could be determined. Furthermore, the model predicts the smallest possible uncertainty from a low-resolution current measurement as function of the voltage parameters.

Systematic investigations have been performed to determine the effect of certain operation and device parameters on the pump precision. Significant improvements by several orders of magnitude could be reproducibly achieved by applying a perpendicular magnetic field and using a certain channel geometry.

During the course of the systematic investigations two additional applications have been developed: firstly, the emission of single electrons with tuneable energy into quantum-Hall-edge channels could be demonstrated. This pump device thus becomes a valuable tool for the investigation of single-particle excitations in edge channels. Furthermore, a quantized voltage source has been realized entirely in a semiconductor material system. This functionality has so far only been achieved in superconducting Josephson junctions. In this novel semiconductor structure a

pump generates a quantized current which can be converted in a corresponding quantized voltage via a monolithically connected quantum-Hall structure. The direct comparison of the voltage output with a Josephson based source may become an alternative route for the closure of the quantum metrological triangle.

The second part of the work represents a significant advancement of a traceable and highly precise current measurement technique. To this end a quantized pump current of ≈ 192 pA was scaled up by a factor of 4501 using a modified cryogenic current comparator, and subsequently measured with an uncertainty of < 10 ppm. To date this measurement constitutes the most precise quantized current measurement using a cryogenic current comparator. Moreover, the measurement allowed the verification of the current-voltage characteristic as predicted by the decay cascade model within the determined uncertainty for this pump.

In addition, an alternative setup based on the method of current compensation has been developed and tested. Here the pump current is approximately compensated by a well known current and only the remaining difference is amplified and measured. Hereby the contribution of the uncertainty of the amplifier to the total uncertainty budget can be reduced by several orders of magnitude. The systematic uncertainty of the setup is therefore mainly determined by the uncertainty of the compensating current. Using a $1\text{ G}\Omega$ high-precision resistor and a Josephson voltage source for the generation of the compensating current a systematic uncertainty of only 2.5 ppm could be achieved. First measurement runs show a low noise-level which for the expected pump-currents of future evaluations promises small statistical uncertainties at relatively short measurement times.

In summary, this work developed routes for improving the precision of non-adiabatic single-electron pumps and significantly advanced the measurement techniques for a traceable characterization of pump currents. Based on the gained understanding one can conclude that the studied pumps continue to be excellent candidates for the application as quantum current standard.

Keywords: Quantum dot, single-electron transport, single-electron pump, SET-pump, Re-definition of the Ampere, Precision current measurement

1. Einleitung - Neudefinition des Ampere

Nicht nur in der Wissenschaft und der Wirtschaft, sondern auch im täglichen zwischenmenschlichen Umgang benötigt man zum Beschreiben von Maßangaben Konventionen, um eine korrekte Information einer Größe zu übermitteln. Grundsätzlich wird der Wert einer Größe stets ausgedrückt als das Produkt eines Zahlenwertes und einer Einheit [1]. Dabei fungiert die Einheit als Dimension, also als eine Art Bezugsgröße. Der Zahlenwert beschreibt die Relation dieser Bezugsgröße zur gewünschten Maßangabe. Dies erfordert global geltende Definitionen der Bezugsgrößen. Für eine weltweite Anerkennung sollten sie möglichst so gewählt werden, dass sie für jedermann leicht verfügbar, räumlich und zeitlich konstant und mit großer Genauigkeit bestimmbar sind.

Im Laufe der Geschichte entwickelten sich verschiedene Einheitensysteme. Darunter auch das für physikalische Größen weltweit gebräuchlichste, das sogenannte Internationale Einheitensystem mit der Abkürzung SI (franz.: **S**ystème **i**nternational d'**u**nités). Es fußt auf dem metrischen System, das im Jahre 1875 aus der Unterzeichnung der Meterkonvention von 17 Staaten in Paris entsprang. Verabschiedet wurde das SI im Jahr 1960 von der 11. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM, **C**onférence **G**énérale des **P**oids et **M**esures) und bis heute beruht es auf sieben definierten Basiseinheiten (Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol und Candela). Dabei richten sich die Definitionen einer Einheit auch nach praktischen Gesichtspunkten und können geändert werden. Über solchen Schritt entscheidet die CGPM auf der Basis einer Empfehlung des Internationalen Komitees für Maß und Gewicht (CIPM, **C**omité **I**nternational des **P**oids et **M**esures). Dabei ist abzuwägen, ob die Vorteile einer Neudefinition, wie zum Beispiel eine Reduzierung der Unsicherheiten, eventuelle Nachteile, wie zum Beispiel allgemeine Verständlichkeit oder Schwierigkeiten der Darstellung, genügend übertreffen. Auch muss sichergestellt werden, dass mit einer Neudefinition weder jetzt noch in absehbarer Zukunft ein Skalensprung einhergeht. Die erstrebenswerteste Lösung ist dabei immer eine Definition auf Basis von Naturkonstanten [2]. Hierbei ist jedoch auf eventuelle physikalische Abhängigkeiten zwischen den Naturkonstanten zu achten, um die Konsistenz zu bewahren.

Die fundamentale elektrische Einheit Ampere ist bis heute sehr umständlich definiert als die „Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von 1 Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern pro Meter Leiterlänge die Kraft 2×10^{-7} Newton hervorrufen würde“. (engl.: *The ampere is that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite length, of negligible circular cross-section, and placed 1 metre apart in vacuum, would produce between these conductors a force equal to 2×10^{-7} newton per metre of length.* [1]): Das Ampere ist somit definiert über die mechanischen Einheiten Kilogramm, Meter und Sekunde unter Zuhilfenahme klassischer elektrodynamischer Gesetze und legt bei genauerer Betrachtung lediglich einen Zahlenwert für die magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 12,566370614 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ fest [1]. Des Weiteren birgt es zwei Kritikpunkte: Zum einen ist das Ampere direkt von der zeitlichen Unbeständigkeit des Urkilogramms [3] betroffen, zum anderen ist eine experimentelle Darstellung der Definition nur unter hohem technischen Aufwand und mit hoher Unsicherheit zu realisieren. Die praktische Darstellung findet deshalb unter Zuhilfenahme des ohmschen Gesetzes durch den Quanten-Hall- und Josephson-Effekt statt. Diese Darstellung ist also bereits über die beiden genannten Quanteneffekte an die Naturkonstanten e und h angebunden.

Um zukünftig auch die Basiseinheiten über Naturkonstanten zu definieren, sprach 2005 das CIPM die Empfehlung aus, Änderungen in der derzeitigen Definition des Amperes sowie dreier weiterer Einheiten vorzunehmen [4]. Im Gegensatz zur derzeitigen Situation, bei der die praktische Darstellung der elektrischen Einheiten auf komplett andere Weise als die eigentliche Definition geschieht, soll in Übereinstimmung mit dem *Mise en pratique* [5] eine neue Definition gefunden werden, die auf Naturkonstanten basiert, aber auch direkt rückführbare Messungen ermöglicht.

Die wohl anschaulichste und natürlichste Methode zur Definition eines elektrischen Stromes wäre es, die Anzahl von Elektronen, die pro Zeitintervall fließen, direkt zu bestimmen, da dies direkt auf die Definition der elektrischen Stromstärke $I = dQ/dt$ (zeitliche Änderung der Ladung Q) zurückgreift [6, 7]. Als vielversprechende Umsetzung dieses Ansatzes gelten Stromstandards, die auf Einzelelektronentunneln basieren und über $I = e \cdot f$ einen direkten Bezug zwischen Strom und Frequenz liefern können. Bei den gängigsten Varianten, den Einzelelektronenpumpen sowie den Einzelelektronen-Turnstiles, geschieht dies, indem durch eine Wechsellspannung mit der Frequenz f pro Zyklus ein einzelnes Elektron mit der Elementarladung e kontrolliert durch einen Quantenpunkt bewegt und so ein Stromfluss I initiiert wird.

Bisher ließen sich mit diesen sogenannten Quantenstromquellen (QSQ) jedoch

lediglich sehr kleine Ströme der Größenordnung von bis zu 100 pA erzeugen. Deshalb gelang es ihnen bisher nur in Spezialgebieten Bedeutung zu erlangen, wie in der Metrologie der kleinen Ströme.

Um den praktischen Nutzwert zu steigern und dem gesamten Bereich der elektrischen Metrologie gerecht zu werden, müssen für eine metrologisch nutzbare Einzelelektronenpumpe zwei wesentliche Punkte erreicht werden:

Zum einen muss sichergestellt werden, dass die relative Unsicherheit des erzeugten Stroms unter 10^{-7} liegt, um eine Verbesserung gegenüber der bisherigen Ampere-Realisierung zu erhalten. Zum anderen werden für weitreichende metrologische Anwendungen Stromgrößen von etwa $I = 1 \mu\text{A}$ benötigt, was bedeutet, dass der erzeugte Strom durch entsprechende Techniken hochskalierbar sein muss, ohne dabei die Unsicherheit zu sehr zu vergrößern [8]. Des Weiteren sind Verbesserungen in der Handhabung und der Stabilität erstrebenswert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden dafür auf GaAs/AlGaAs basierende, nicht-adiabatische Einzelelektronenpumpen detailliert untersucht. Diese Einzelelektronenpumpen gelten als eine der vielversprechendsten Kandidaten, obige Voraussetzungen in absehbarer Zeit erfüllen zu können.

In **Kapitel 2** werden zunächst die physikalischen Grundlagen eines isolierten Quantenpunktes sowie der Coulombblockade diskutiert, die essentiell für die späteren Untersuchungen in dieser Arbeit sind. Anschließend wird ein Überblick über das Feld der quantisierten Stromquellen gegeben.

Kapitel 3 befasst sich näher mit der untersuchten Halbleiterstruktur und beinhaltet verschiedene Modelle zur Beschreibung des Pumpprozesses. Zunächst wird auf anschauliche und semi-klassische Weise der Ladungstransport von Source zu Drain beschrieben und auf die Abhängigkeiten von externen Steuerparametern eingegangen. Es folgt ein einfacher Ansatz für eine quantitative Beschreibung. Dabei wird der Ladungstransport über einen Quantenpunkt mit nur einem spinlosen Zustand durch Tunnelraten beschrieben. Beim sogenannten Decay-Cascade-Modell wird der die Qualität der Quantisierung bestimmende Fehlermechanismus des Rücktunnelns von Elektronen aus dem Quantenpunkt während des Einfangprozesses modelliert. Dabei wird ein Qualitätsfaktor bestimmt, der eine Beurteilung einer metrologischen Eignung einer Pumpe auch ohne Präzisionsmessung erlaubt.

In **Kapitel 4** werden systematische Untersuchungen von Betriebsparametervariationen einer Pumpe ohne angelegtes Magnetfeld angestellt. Es wird gezeigt, dass die Pumppräzision durch Anpassen der Potentiallandschaft mittels Kanalformvariation oder durch ein Sidegate beeinflusst werden kann. Bei einer Temperaturerhöhung der Probenumgebung von 50 mK auf 600 mK konnte kein signifikanter Einfluss auf die Plateauqualität ausgemacht werden. Abschließend wird gezeigt,

dass eine dritte Potentialbarriere hinter der eigentlichen Pumpstruktur einen oftmals bei einigen Kanalformen auftretenden Leckstrom verringern kann.

In **Kapitel 5** wird untersucht, welchen Einfluss ein senkrecht zur Elektronenebene angelegtes Magnetfeld auf den Pumpstrom der Einzelelektronenpumpe hat. Dabei wird gezeigt, dass sich durch ein Magnetfeld von mehreren Tesla Stärke die Quantisierung des Pumpstroms signifikant verbessern kann. Eine Analyse der Messkurven mit dem Decay-Cascade-Modell zeigt, dass die Präzision der Pumpe dabei um bis zu mehrere Größenordnungen zunehmen kann. Weitere Untersuchungen zeigen, wie sich unterschiedliche Betriebsparameter der Pumpe auf die Entwicklung des Pumpstroms bei Magnetfeldeinfluss auswirken.

Kapitel 6 zeigt nach einer kurzen Einführung in das Feld der Messunsicherheiten zwei im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und getestete Präzisionsmessverfahren zur hochgenauen Bestimmung eines Einzelelektronenpumpstroms. Zunächst wird beschrieben, wie ein Kryostromkomparator (CCC) modifiziert und betrieben wurde, um kleine Pumpströme von wenigen hundert pA bis in den μA -Bereich hochzukalieren. Bei dieser Messmethode wurde für den untersuchten Pumpstrom von $\approx 192\text{ pA}$ eine relative Gesamtunsicherheit von $< 10\text{ ppm}$ erreicht. Diese Präzision konnte bei einer CCC-basierten Quantenstrommessung bis dato weltweit noch nie erreicht werden.

Abschließend wird eine weitere Präzisionsmessmethode vorgestellt, die auf einer Stromkompensation basiert. Testmessungen zeigen, dass bei dieser Methode nur ein sehr geringes Messsignalrauschen auftritt, wodurch niedrige statistische Messunsicherheiten bei moderaten Messzeiten ermöglicht werden. Als relative systematische Unsicherheit kann für diesen Messaufbau $\approx 2,5\text{ ppm}$ erreicht werden.

Kapitel 7 fasst die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf zukünftige Entwicklungen bei Hochpräzisionsmessungen von Quantenströmen.

2. Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für den späteren Verlauf der Arbeit nötigen physikalischen Grundlagen beschrieben. Dazu wird in Kapitel 2.1 die Physik des Quantenpunkts und in Kapitel 2.2 der Coulombblockade-Effekt, der hier essentielle physikalische Effekt für quantisierten Ladungstransport, erläutert. Kapitel 2.3 bietet einen Überblick über das Feld der quantisierten Stromquellen.

2.1. Isolierte Quantenpunkte

Zum Verständnis der Funktionsweise einer Einzelelektronenpumpe werden in diesem und dem darauffolgenden Unterkapitel die grundlegenden Aspekte von Quantenpunkten sowie deren Transportmechanismen bei schwacher Tunnelkopplung vorgestellt. Von einem Quantenpunkt kann man sprechen, wenn die geometrische Abmessung eines Ladungsträgerreservoirs nicht wesentlich größer als die Fermiwellenlänge ist. Für die Elektronen bewirkt dies eine starke Bewegungseinschränkung in alle drei Raumrichtungen, so dass ein nulldimensionales Elektronensystem mit vollständig quantisiertem Energiespektrum entsteht. Festgelegt wird dieses Energiespektrum durch die spezifische Form des Einschlusspotentials. Um die elektrischen Zustände eines QDs näherungsweise zu beschreiben, kann das stark vereinfachende Modell der konstanten Wechselwirkung (engl.: *Constant Interaction Model*, CIM) [24] verwendet werden. Dabei wird angenommen, dass die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Elektronen konstant, also unabhängig vom Ladungszustand, ist und sich durch die Gesamtkapazität C_Σ des QDs beschreiben lässt. Dies führt dazu, dass für QDs mit mehreren Elektronen nicht nur die durch das Einschlusspotential hervorgerufene Einteilchenenergieaufspaltung zu beachten ist, sondern auch die durch die Coulombabstoßung der Elektronen hervorgerufene Energiedifferenz, die um Größenordnungen darüber liegen kann.

Explizit ergibt sich [25, 24] bei einer Änderung der Besetzung des QDs von n zu $n + 1$ Elektronen, eine Änderung seines elektrochemischen Potentials μ_{dot} um die sogenannte Additionsenergie $\Delta\mu$, mit

$$\Delta\mu = \mu_{\text{dot}}(n) - \mu_{\text{dot}}(n + 1) = \Delta E + \frac{e^2}{C_\Sigma} \quad , \quad (2.1)$$

wobei $\Delta E = E(n+1) - E(n)$ die Erhöhung der Einteilchenenergie und $E_{CB} = \frac{e^2}{C_\Sigma}$ der Beitrag der Coulombabstoßung ist.

Um einzelne Elektronen kontrolliert beeinflussen und detektieren zu können, ist es Voraussetzung, dass die Einzelelektroneneffekte nicht von thermischen Effekten verdeckt werden. Dies impliziert die Forderung

$$\frac{e^2}{C_\Sigma} \gg k_B T \quad , \quad (2.2)$$

wobei die thermische Energie der Elektronen $k_B T$ durch die Boltzmannkonstante k_B und die Temperatur T bestimmt ist. Um diese Forderung zu erfüllen, bieten sich zwei Wege an. Zum einen durch Erhöhung von E_{CB} mittels Verkleinerung der QD-Größe und damit der Kapazität C_Σ , zum anderen durch Absenkung der Temperatur. Da wir durch das verwendete Halbleitermaterial und dessen Strukturierung in der Minimierung der QD-Größe beschränkt werden, wurden die meisten Messungen in Kryostaten bei Temperaturen von 50 mK, einige wenige bei Temperaturen von 300 mK, durchgeführt.

Für Quantenpunkte mit nur wenigen einzelnen Elektronen ($n = 1 \dots 5$), wie sie während des Pumpprozesses vorkommen, gilt das CIM streng genommen nicht. Das effektive Potential, das jedes Elektron wahrnimmt, ändert sich hierbei sehr stark bei einer Landungs- oder Anregungsänderung des Quantenpunktes. Dies kann zu einer sehr komplizierten Coulomb-Wechselwirkung führen und als Resultat ein sehr unterschiedliches Anregungsspektrum bei einem zusätzlichen Elektron auf dem QD haben. Eine genaue Betrachtung ist allerdings aufgrund der durch die Bauart bedingten Streuung der geometrischen Abmessungen des QDs kaum möglich. Bei einfachen Transportphänomenen des QDs, wie die Coulombblockadeeffekte, kann das CIM zur Beschreibung jedoch herangezogen werden.

2.2. Ladungstransport bei schwacher Tunnelkopplung: Coulombblockade

In diesem Abschnitt wird ein Quantenpunkt betrachtet, dem es möglich ist, über zwei Tunnelbarrieren Ladungsaustausch zwischen sich und zwei Zuleitungen zu betreiben (siehe Darstellung in Abbildung 2.1)¹. Da mit einer solchen Struktur über eine Steuerspannung ein Stromfluss aus aufeinanderfolgenden einzelnen Elektronen gesteuert werden kann, nennt man sie auch „Einzelelektronentransistor“

¹Dies entspricht in etwa dem Aufbau der in dieser Arbeit untersuchten Pumpstrukturen, mit dem Unterschied, dass die Energie des Quantenpunktes nicht unabhängig durch eine eigene Gatespannung U_G gesteuert werden kann, sondern stets mit den Tunnelbarrieren und deren Transparenz verknüpft ist.

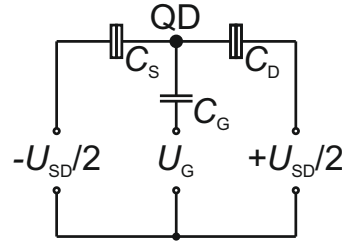


Abbildung 2.1.: Ersatzschaltbild eines Quantenpunktes mit zwei Tunnelbarrieren und kapazitiv gekoppeltem Steuergate.

(engl.: *single electron transistor*, SET). Die Gesamtkapazität dieses QDs setzt sich zusammen aus der Summe der einzelnen Kapazitäten (C_G zum Steuergate, C_S zur Source-Zuleitung und C_D zur Drain-Zuleitung):

$$C_{\Sigma} = C_G + C_S + C_D \quad . \quad (2.3)$$

Um keinen unkontrollierten Ladungstransport über die Tunnelbarrieren zu erhalten, der die Einschlusseigenschaften beeinträchtigt, ist es nötig, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons möglichst entweder im QD oder in den Zuleitungen lokalisiert ist, also der Überlapp der Wellenfunktionen von innerhalb und außerhalb des QDs zwar vorhanden, aber sehr gering ist. Dies erfordert Tunnelwiderstände größer als das Widerstandsquantum h/e^2 [26]. Mit der zweiten Voraussetzung, einer genügend niedrigen Temperatur ($e^2/C_{\Sigma} \gg k_B T$), wird der Ladungstransport über den Quantenpunkt bei keiner oder nur sehr geringer Biasspannung bestimmt durch das Spektrum der Additionsenergien: Ohne Biasspannung ist das Tunneln von Elektronen in oder aus dem QD nur möglich, wenn die Additionsenergie identisch mit der Fermienergie der Zuleitungen ist. Dies ist dargestellt in Abbildung 2.2 (A), wobei der nur geringfügige Beitrag der Einteilchenenergie außer Acht gelassen und somit das Spektrum jeweils durch $\Delta\mu \approx E_{CB} = e^2/C_{\Sigma}$ genähert wurde. Verändert man das elektrochemische Potential des QDs durch eine Variation der Steuerspannung U_G (siehe Abbildung 2.2 (B)), werden die Tunnelprozesse blockiert. Quantenpunktzustände, die energetisch unterhalb der Fermienergie der Zuleitung liegen, sind stets mit Elektronen besetzt. Aufgrund von fehlenden freien Zuständen gleicher Energie in Source und Drain ist ein Heraustunneln der Elektronen auch nicht möglich. Da diese Transportblockade hauptsächlich durch die elektrostatische Abstoßung der Coulomb-Wechselwirkung verursacht wird, wird sie auch als „Coulombblockade“ bezeichnet. Für den extremen Fall, nämlich wenn die Fermienergie genau zwischen den QD-Zuständen liegt, besteht eine Energielücke von $E_{CB}/2$, die überwunden werden muss, um den QD entweder durch Hinzufügen oder Entfernen eines Elektrons negativ oder positiv zu laden. Da im Bereich des Quantentransports QD-Ladeprozesse weitaus häufiger von Interesse

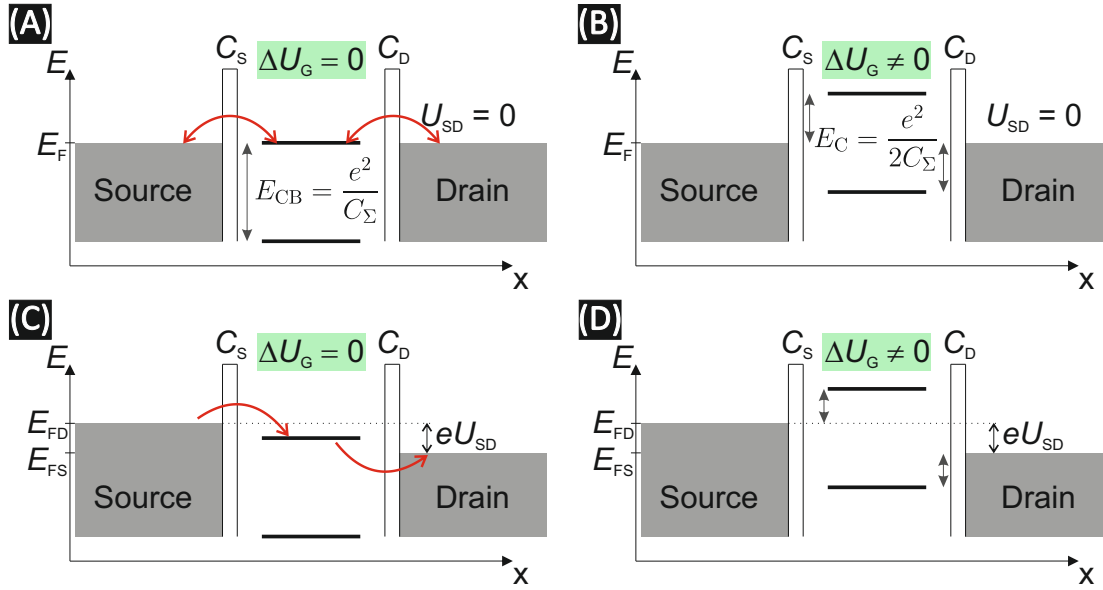


Abbildung 2.2.: Schematische Darstellung der Energiediagramme bei elektrischem Transport über einen Quantenpunkt mit schwacher Tunnelkopplung und Coulombblockade. Je nach Biasspannung U_{SD} und Gatespannung U_G kann der SET in einen transmittierenden (A und C) oder einen durch Coulombeffekte blockierenden (B und D) Bereich eingestellt werden.

sind als spektroskopische Betrachtungen von isolierten QDs, ist es gebräuchlicher, $E_C = E_{CB}/2$ anstatt E_{CB} als Ladeenergie zu bezeichnen:

$$E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma} \quad . \quad (2.4)$$

Die Ladeenergie ist eine der wichtigsten charakteristischen Größen zur Beschreibung eines SETs und wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit noch des Öfteren erwähnt werden.

Messtechnisch lässt sich die Coulombblockade durch Anlegen einer Source-Drain-Spannung U_{SD} mit Strommessung leicht sichtbar machen. Für identische Tunnelbarrieren ($C_S = C_D$) verschiebt U_{SD} symmetrisch die Fermienergien für Source $E_{F,S}$ und Drain $E_{F,D}$, so dass $E_{F,S} - E_{F,D} = eU_{SD}$ ist. Solange die Biasspannung $|U_{SD}| < 2E_C/e$ bleibt, ist Ladungstransport nur möglich, wenn sich ein QD-Zustand innerhalb der Verschiebung der Fermienergien eU_{SD} befindet (Abbildung 2.2 (C)). Ist dies nicht der Fall, wie in Abbildung 2.2 (D), ist der Stromfluss trotz Biasspannung wieder blockiert. Bei $|U_{SD}| \geq 2E_C/e$ setzt der Strom wieder ein, da sich hier ganz unabhängig von der Gatespannung U_G immer ein Zustand zwischen den Fermienergien befindet. Es existieren somit zwei Steuerparameter, mit denen sich von der Blockade in den Transportbereich und wieder zurück wechseln lässt. Trägt man den gemessenen Strom über die zwei Spannungen U_{SD} und U_G auf, zeigen sich rautenförmige Blockade- und Transportbereiche,

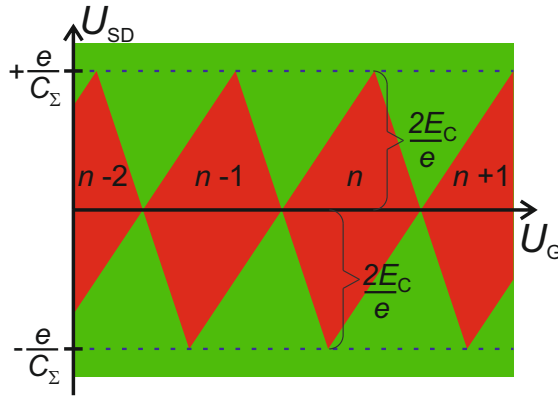


Abbildung 2.3.: Skizze einer Coulomb-Diamant Messung. Der Strom über den Quantenpunkt ist abhängig von den Steuerparametern U_{SD} und U_G dargestellt. Nur in den grün eingefärbten Bereichen ist ein Stromfluss möglich, in den roten Regionen wird er durch Coulombeffekte blockiert.

genannt Coulomb-Diamanten. Abbildung 2.3 zeigt eine Skizze einer solchen Messung (Coulombmessungen von den in dieser Arbeit verwendeten Pumpstrukturen werden in Kapitel 4.1 besprochen). In den roten Bereichen unterbindet die Coulombblockade einen Stromfluss, $I_{CB} = 0$. Der Zustand entspricht Abbildung 2.2 (C), direkt auf der U_G -Achse Abbildung 2.2 (A). In den grünen Bereichen ist Stromfluss messbar, $I_{CB} \neq 0$. In der Region zwischen den blauen, gestrichelten Linien befindet sich, äquivalent zu Abbildung 2.2 (C), nur ein QD-Zustand zwischen den Fermileveln der Zuleitungen. Außerhalb dieser Linien ist die Biasspannung so groß ($|U_{SD}| \geq e/C_\Sigma = 2E_C/e$), dass stets ein oder mehr QD-Niveaus im SD-Fenster liegen und dadurch immer ein Strom über den SET fließen kann. Durch das Coulombdiamanten-Diagramm können somit mittels einer relativ einfachen Messung die Ladeenergie E_C eines QDs sowie die Kopplung der Gateelektrode (sogenannter Hebelarm) an den QD bestimmt werden.

2.3. Das Feld der quantisierten Stromquellen

Um eine wissenschaftliche Positionierung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Forschungsarbeiten zu ermöglichen, wird in diesem Kapitel ein Überblick über das Feld des Einzelladungstransportes gegeben.

Beim Versuch, die verschiedenen Einzelelektronentransport-Methoden (eine umfassende Aufzählung ist in Ref. [9] zu finden) in Kategorien einzuteilen, stößt man aufgrund der vielfältigsten Ansätze rasch an Grenzen. Im Laufe der über 20 Jahre andauernden Forschungen auf diesem Gebiet etablierte es sich, die Strukturen (bis auf einige sehr exotische Ansätze, die außer Acht gelassen werden) in ihrer technischen Funktionsweise in sogenannte Turnstiles und Pumpen, in ihrer

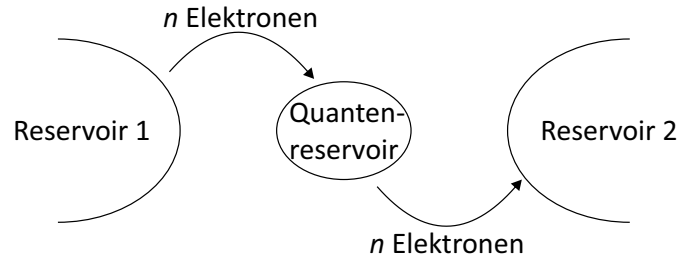


Abbildung 2.4.: Schematische Abbildung des verallgemeinerten Transportmechanismus.

physikalischen Funktionsweise jedoch in adiabatischen sowie nicht-adiabatischen Ladungsträgertransport zu unterteilen.

2.3.1. Turnstiles und Pumpen

Der Transportmechanismus funktioniert bei beiden Arten auf eine ähnliche Weise (Abbildung 2.4:

Wird das Bauteil im sogenannten quantisierten Arbeitsregime betrieben, werden als erstes eine definierte Anzahl n an Elementarladungen e von einem großen Reservoir auf einen Quantenpunkt oder ein ähnliches kleines, abgeschlossenes Areal geladen, um zeitlich versetzt in ein anderes großes Reservoir emittiert zu werden. Dies wiederholt sich mit der Frequenz f der steuernden Wechselspannung und erzeugt einen durch die Frequenz festgelegten Stromfluss $I = n \cdot e \cdot f$. L. J. Geerligs *et al.* konnten dies bereits 1990 an Strukturen nachweisen [10], bei denen drei metallische QDs nur sehr schwach über vier statische Aluminiumoxid-Tunnelkontakte miteinander und mit Source und Drain gekoppelt sind. Kapazitiv an die mittlere Insel gekoppelte Wechselspannungen bis 40 MHz verändern das Potentialgefüge des Quantenpunkts (QDs) und damit die Tunnelkopplungen so, dass einzelne Elektronen die Struktur passieren können. Bei den hier betrachteten Quantenstromvarianten benötigen die Elektronen für einen definierten Lade- und Entladeprozess des QDs eine passende Vorzugsrichtung. Die Ursache dieser Vorzugsrichtung ist das Unterscheidungskriterium zwischen Turnstile und Pumpe. Während bei Elektronenpumpen die Vorzugsrichtung z.B. direkt durch die kapazitive Wirkung der Wechselspannung erzeugt wird, benötigen Turnstiles eine Source-Drain-Spannung, um die generelle Stromrichtung festzulegen. Es muss sich dabei nicht zwangsläufig um verschiedene Strukturen handeln. Manche Strukturen können allein durch Änderung der Betriebsparameter sowohl als Turnstile als auch als Pumpe betrieben werden [11].

2.3.2. Adiabatischer und nicht-adiabatischer Einzelladungstransport

Bei dieser Unterscheidung betrachtet man nicht die externe Ursache des Ladens und Entladens, sondern die Art der Kopplung des QDs an seine direkte Umgebung. Ein quantisierter Ladungsträgertransport setzt immer voraus, dass pro Zyklus eine bestimmte, gleichbleibende Anzahl an Ladungsträgern transportiert wird. Die dafür benötigte Diskretisierung der Ladungsträger im QD wird üblicherweise durch eine Energielücke, wie beispielsweise durch die Ladeenergie (engl.: *charging energy*, siehe Kapitel 2.2), erzeugt. Des Weiteren muss die Asymmetrie der Kopplung vom QD zu Source und Drain zwischen dem Lade- und Entladeprozess umgedreht werden. Genau bei diesem Ablauf von Laden - Umdrehen der Asymmetrie - Entladen - Umdrehen der Asymmetrie werden die Unterschiede von adiabatischem und nicht-adiabatischem Transport deutlich. Die meisten Quantenstrombauteile lassen sich einem von drei verschiedenen Typen zuordnen:

1. Der gesamte Transportprozess verläuft (quasi-)adiabatisch

In diesem Fall verläuft der komplette Pumpprozess im annähernden unmittelbaren Gleichgewicht: Source und Drain haben identische Temperatur und identisches elektrochemisches Potential (es existieren somit keine adiabatischen Turnstiles). Des Weiteren steht das QD zu jedem Zeitpunkt in einem genügend hohen Austausch mit Source oder Drain, dass es immer mit einem von beiden equilibrieren kann und somit im lokalen Gleichgewicht steht. In Abbildung 2.5(A) ist eine adiabatische Pumpe dargestellt, die von Pothier *et al.* [12] im Jahre 1992 vorgestellt wurde. Es handelt sich dabei um zwei Al-Inseln, die über drei Al/Al₂O₃ Tunnelkontakte miteinander und zu Source und Drain verbunden sind. Zusätzlich sind die Inseln kapazitiv an zwei Spannungen U_{G1} und U_{G2} gekoppelt.

Eine solche Struktur wird durch ein Phasendiagramm charakterisiert, wie in Abbildung 2.5(B) dargestellt (siehe [13] und Kapitel 2.2). Dieses Diagramm zeigt Bereiche für U_{G1} und U_{G2} , in denen sich aufgrund der Coulombabstoßung bei ausreichend niedriger thermischer Anregung stabile Ladungskonfigurationen ausbilden. Insbesondere grenzen an den Tripelpunkten (gefüllte und offene Kreise) drei Bereiche aneinander, die einen sequentiellen Ladungstransport ermöglichen. Hierzu wählt man eine Trajektorie, die jeweils nur einen Tripelpunkt umkreist. An den Grenzflächen werden Ladungen verschoben, dabei ist die erforderliche Asymmetrie zwischen Laden und Entladen durch den Aufenthaltsort (bezüglich des Dots) der zu verschiebenden Ladung gegeben. Hier wird deutlich, dass für niedrige Fehleraten dem System ausreichend Zeit gegeben werden muss, um den jeweiligen stabilen Ladungszustand zu erreichen. Diese Verweilzeit ist charakterisiert durch die

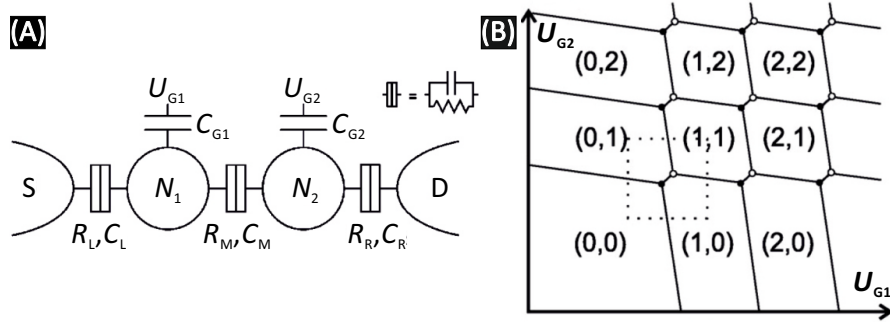


Abbildung 2.5.: (A) Ersatzschaltbild für Pothiers adiabatische Einzelelektronenpumpe, bestehend aus drei Tunnelkontakten sowie zwei metallischen Inseln deren Potential kapazitiv über zwei Spannungen U_{G1} und U_{G2} beeinflusst werden kann. (B) Phasendiagramm für eine Doppel-QD-Struktur. Die Zahlen stehen für die Elektronenzahl im jeweiligen QD. Aus Ref. [13].

RC -Zeitkonstante der Tunnelbarrieren, wobei $R_{L,M,R}$ und $C_{L,M,R}$ den effektiven Widerstand und die Kapazität der Tunnelkontakte darstellen (siehe Abbildung 2.5(A)). Um zu verhindern, dass Quantenfluktuationen die Genauigkeit beeinträchtigen muss der Tunnelwiderstand $R_{L,M,R}$ groß gegenüber dem Widerstandsquantum $R_K = h/e^2$ sein. Typische Kapazitäten für Al-basierte Tunnelkontakte sind von der Größenordnung 1 fF, so dass sich eine RC -Zeit von $t_{RC} \approx 0,1$ ns ergibt. Eine verbesserte Version mit 7 Tunnelkontakten und 6 Inseln wurde 1996 am NIST² von M. W. Keller gezeigt [14], welche eine Fehlerrate von 0,01 ppm bei einer Frequenz von < 10 MHz aufwies. Lange Zeit hielt man deshalb adiabatischen Transport für die vielversprechendste Einzelladungstransport-Variante. Für die Nutzung als Stromstandard scheiterte man jedoch an den physikalisch bedingt niedrigen Pumpfrequenzen von wenigen MHz, denn mit anwachsender Frequenz f steigt die Fehlerrate mit $\exp(-a/RCf)$ und erreicht 1 für $f = 1$ GHz [14, 15, 16]. Eine metrologische Verwendung findet adiabatischer Einzelelektronentransport allerdings bei Experimenten zum sogenannten „indirekten Quantenmetrologischen Dreieck“ [17]. Diese zielen ab auf eine fundamentale Konsistenzprüfung der drei metrologisch relevanten, elektrischen Quanteneffekte (Quanten-Hall-, AC-Josephson- und Einzelladungstransport-Effekt). Eine aktuelle Übersicht dazu findet sich in Ref. [18].

2. Adiabatisches Laden und Entladen, vollständig entkoppelter Quantenpunkt

Eine Möglichkeit, die erforderliche Verweilzeit zu umgehen, besteht darin, variable Barrieren zu verwenden, wodurch nur eine Insel benötigt wird. Bei diesem Trans-

²National Institute of Standards and Technology, USA

port verläuft lediglich das Laden und Entladen adiabatisch, d.h. der QD ist zu diesen Zeiten mit Source bzw. Drain so stark gekoppelt, dass der Ladungsaustausch im unmittelbaren Gleichgewicht erfolgt. Nach Lade- bzw. Entladevorgang entkoppelt der QD instantan, d.h. es ist kein Ladungsaustausch mehr möglich und der Gleichgewichtszustand wird eingefroren. Die Fehlerrate wird somit bestimmt durch Ladungsfluktuationen, während sich der QD mit Source oder Drain im thermischen Gleichgewicht befindet. Bei gegebener Additionsenergie $\Delta\mu$ (siehe Kapitel 2.1) lässt sich die Fehlerrate P_{err} abschätzen als [19]

$$P_{\text{err}} = e^{-\Delta\mu/2k_{\text{B}}T} / \left(\frac{1}{2} + e^{-\Delta\mu/2k_{\text{B}}T} \right) \quad , \quad (2.5)$$

wobei k_{B} die Boltzmannkonstante und T die Temperatur darstellen.

3. Nicht-adiabatisches Laden und Entladen

Zu dieser Kategorie zählen die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Pumpstrukturen.

Der im zweiten Punkt beschriebene Idealfall lässt sich nur schwer realisieren, da üblicherweise der Energiezustand des QDs mit der variablen Barriere koppelt. Des Weiteren führt eine zu schnelle Entkopplung zu Quantenfluktuationen im Elektronengas von Source und Drain [20]. Eine geeignete Alternative stellt daher das nicht-adiabatische Laden und Entladen dar, bei dem der Entkopplungsprozess nicht instantan, sondern in einer endlichen Zeit geschieht. Dabei wird in Kauf genommen, dass der Energiezustand während des Entkoppelns variiert. Eine Fehlerrate wurde von V. Kashcheyevs und B. Kästner in Ref. [33] hergeleitet für den Fall, dass $|d\mu_n/dt|\tau_{\text{E}} > k_{\text{B}}T$, wobei τ_{E} die charakteristische Entkopplungszeit darstellt und μ_n das elektrochemische Potential für den Ladungszustand n des QDs. Die Fehlerrate hängt vom Verhältnis der Rücktunnelraten aufeinanderfolgender Ladungszustände ab und wird in Kapitel 3.4 näher betrachtet.

3. Modellierung der verwendeten Halbleiterstrukturen

In diesem Kapitel wird ein genauerer Blick auf die in dieser Arbeit verwendeten Einzelelektronenpumpen geworfen. Dazu wird in Kapitel 3.1 zunächst auf den strukturellen Aufbau der Pumpstruktur eingegangen und danach in Kapitel 3.2 die Funktionsweise der Pumpen auf semi-klassische Art erklärt. Kapitel 3.3 zeigt ein einfaches Modell, bei dem der Pumpvorgang im Einteilchenmodell mittels Tunnelratengleichungen beschrieben wird. Um für eine Elektronenpumpe eine Abschätzung zu erhalten, welche minimale Quantisierungspräzision zu erwarten ist, wird in Kapitel 3.4 ein Modell beschrieben, das es ermöglicht, aus einer einfachen Messung einen dimensionslosen Qualitätsfaktor mit Unsicherheitsvoraussage zu extrahieren.

3.1. Design der Halbleiterstrukturen

Die in dieser Arbeit untersuchten Einzelelektronenpumpen basieren auf einer n-dotierten GaAs/AlGaAs-Heterostruktur mit einem in einer Tiefe von 90 nm epitaktisch erzeugten zweidimensionalen Elektronengas (2DEG). Die verwendeten Wafer (epitaktischer Aufbau siehe Anhang A.1) zeigen bei einer Temperatur von 4 K eine Ladungsträgerdichte n_e und Beweglichkeit μ_e von

- $n_e = 2,77 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$ und $\mu_e = 0,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ für Wafer P640;
- $n_e = 2,08 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$ und $\mu_e = 1,0 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ für Wafer P652;
- $n_e = 2,09 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$ und $\mu_e = 2,0 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ für Wafer P948;
- $n_e = 2,83 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$ und $\mu_e = 3,2 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ für Wafer H064;

Der benötigte QD im 2DEG wird erzeugt durch eine Kombination aus einer geometrischen Eingrenzung der Halbleiterstruktur mit einer zusätzlichen Definition durch Feldeffekteinfluss zweier Topgates. Im Gegensatz zu einer reinen Topgate-Definition hat dies einige Vorteile. Zum einen können leicht sehr kleine QDs mit

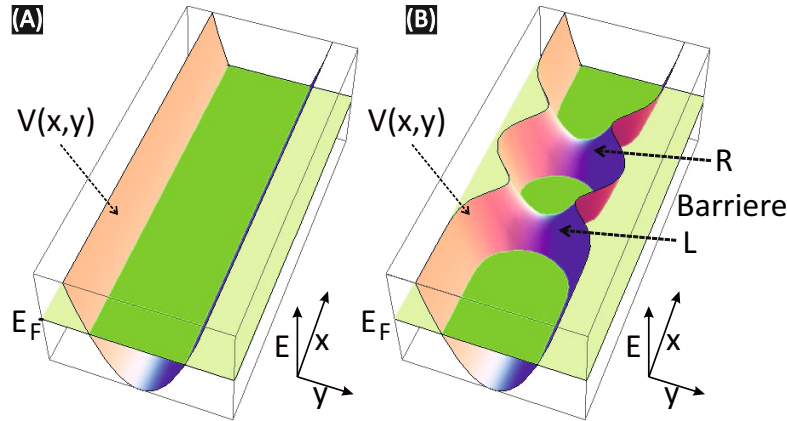


Abbildung 3.1.: Dreidimensionale Skizze der Potentiallandschaft des lithographisch erzeugten Kanals ohne (A) und mit (B) zwei über Steuerelektroden erzeugten Tunnelbarrieren L und R.

weit weniger als 10 Elektronen geschaffen werden, zum anderen lässt sich die Potentialbarriere zu Source und Drain gut kontrollieren, ohne den QD dabei zu sehr zu beeinflussen [21]. Durch lithographische Verfahren (siehe Anhang A.2) werden dazu gezielt in bestimmten Bereichen lediglich Teile der oben liegenden Dotierschicht der Heterostruktur entfernt. Dies beseitigt das darunter liegende 2DEG, ohne die Ladungsträgerbeweglichkeit im angrenzenden 2DEG zu vermindern [22], und erzeugt geometrisch definierte Kanäle. Die Maße der Engstellen sind so gewählt, dass durch die erzeugten Einschlusspotentiale das Elektronengas in eine weitere Richtung quantisiert und quasi-eindimensionale leitende Kanäle entstehen; dargestellt in Abbildung 3.1 (A). Über diesen Kanälen werden jeweils drei 100 nm breite, metallische Topgates aufgebracht, von denen jedoch üblicherweise nur zwei verwendet werden. An diese Topgates angelegte statische Potentialdifferenzen bezüglich des 2DEGs ($U_L = U_L^{\text{DC}}$ beziehungsweise $U_R = U_R^{\text{DC}}$) verändern durch Feldeffekteinfluss direkt die Potentiallandschaft $V(x, y)$ des Kanals. Bei genügend negativen Spannungen erheben sich unter den Topgates zwei Potentialbarrieren, zwischen denen sich der gewünschte QD ausbildet (dargestellt in Abbildung 3.1 (B)). Das zusätzliche dritte Gate liegt in dieser Konfiguration auf Masse-Potential, um einen eventuell störenden Einfluss zu minimieren.

Um Einfluss auf die elektronischen Eigenschaften des Kanals nehmen zu können, wurden drei unterschiedliche Kanalstrukturen untersucht. Abbildung 3.2 zeigt die elektronenmikroskopischen Aufnahmen. Bei der in Abbildung 3.2(A) dargestellten Struktur wurde die Engstelle über eine Strecke von $10 \mu\text{m}$ in ihrer Breite konstant gehalten, während bei Abbildung 3.2(B) und 3.2(C) versucht wurde, einen möglichst kontinuierlichen Übergang zur Engstelle zu erzeugen. Bei der Struktur in Abbildung 3.2(C) wurde lediglich zur weiteren Einflussnahme auf das Pumpver-

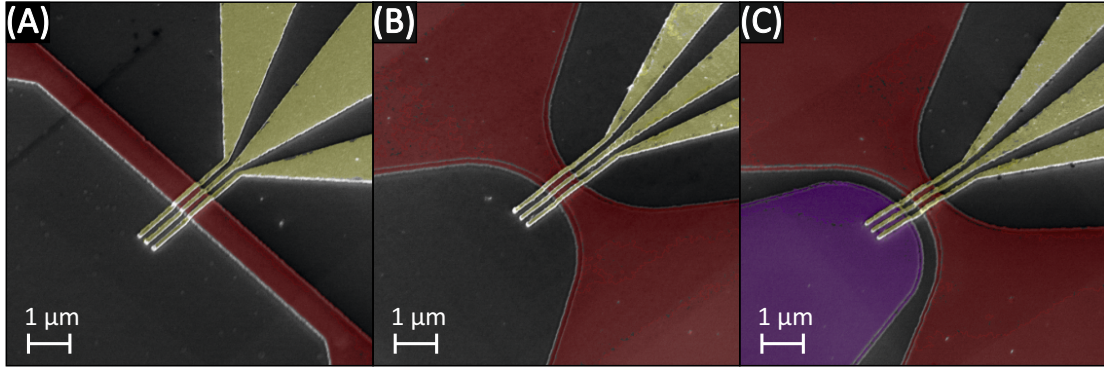


Abbildung 3.2.: Elektronenmikroskopisches Bild der verwendeten Kanalgeometrien: (A) Kanal konstanter Breite, (B) kontinuierliche Engstelle, (C) kontinuierliche Engstelle mit Sidegate. Die funktionalen Strukturen wurden jeweils eingefärbt.

halten ein Halbleiter-Sidegate hinzugefügt. Für alle Varianten erwies sich eine geometrisch erzeugte Breite des Kanals (an der engsten Stelle) von 800 nm und 900 nm als am erfolgreichsten. Unter anderem aufgrund der Sidewall-Depletion (siehe Kapitel 4.2.1), die stark von der verwendeten Heterostruktur abhängig ist, ist die effektive Breite des Einschlusspotentials viel geringer und beträgt zwei bis vier Fermiwellenlängen λ_F . Diese berechnet sich nach Ref. [23] für den Wafer P652 zu

$$\lambda_F = \sqrt{\frac{2\pi}{n_e}} \approx 55 \text{ nm} \quad . \quad (3.1)$$

Bei dem in Abbildung 3.2 (B) und (C) gezeigten Kanal wurde ein möglichst adiabatischer¹ Engstellenübergang angestrebt. Diesen erhält man, wenn die Krümmungsradien der Engstelle so gering sind, dass sich das Potential innerhalb einer Strecke von λ_F nur sehr wenig ändert. Dies wurde im Design so weit wie möglich berücksichtigt. Hiermit erhoffte man sich eine Verbesserung für den Pumpprozess zu erreichen (siehe Kapitel 4.2.2).

3.2. Semi-klassisches Modell des Pumpprozesses

Pumpen eines einzelnen Elektrons pro Frequenzzyklus

Als erster Schritt wird auf möglichst anschauliche und klassische Weise das Funktionsprinzip der Halbleiterpumpen für den Fall $I = 1ef$ erläutert. Dazu wird der komplette Pumpzyklus zeitlich in mehrere Phasen unterteilt, deren Potentialverläufe in Abbildung 3.3 (A - D) skizziert sind.

¹Nicht zu verwechseln mit dem adiabatischen oder nicht-adiabatischen Ladungstransport beim Pumpen

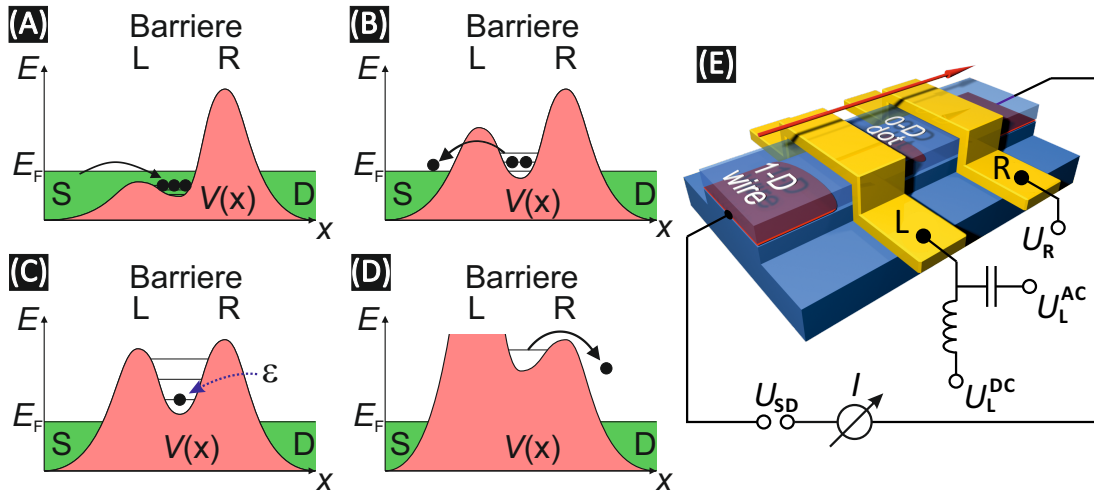


Abbildung 3.3.: Schematische Darstellung der Potentiallandschaft $V(x)$ für die charakteristischen Phasen eines Pumpzyklus bei $I = 1ef$: (A) Equilibrieren mit Source; (B) Zurücktunneln von überzähligen Elektronen; (C) Abgeschlossener, initialisierter QD; (D) Auswurf des geladenen Elektrons zu Drain; (E) Beschaltungsskizze der Halbleiterpumpstruktur.

Durch das Anlegen einer Wechselspannung $U_L^{AC} = U_L^{amp} \cos(\omega t)$ zusätzlich zur Gleichspannung U_L^{DC} an das linke Gate (siehe Abbildung 3.3 (E)) wird die entsprechende Potentialbarriere moduliert. Da eine Änderung der Barrierenhöhe die Potentiallandschaft nicht nur unter dem Gate, sondern auch in der näheren Umgebung beeinflusst, bewirkt eine Gatespannungsmodulation auch eine Modulation des elektrochemischen Potentials des QDs sowie dessen Tunnelkopplungen Γ_L an Source S und Γ_R an Drain D .

Für genügend hohe Amplituden U_L^{amp} wird in der ersten Hälfte (Abbildung 3.3(A)) des Zyklus $0 < \omega t < \pi$ sowohl die Eingangsbarriere als auch der QD so weit unter die Fermienergie E_F abgesenkt, dass sich der QD zu Source öffnet und Elektronen in den QD equilibrieren.

Durch die Erhöhung der Barriere in der zweiten Phase $\pi < \omega t < 3\pi/2$ (Abbildung 3.3(B)) wird der QD wieder immer mehr von Source entkoppelt und hebt sich energetisch über E_F . Da die Kopplung Γ_L anfangs jedoch noch sehr hoch ist, können Elektronen zurück nach Source tunneln.

Erst für das letzte Elektron ist Γ_L zu gering, um den QD während des Ladezyklus verlassen zu können (Abbildung 3.3(C)). Der QD ist mit einem Elektron initialisiert.

In der letzten Phase $3\pi/2 < \omega t < 2\pi$ wird das elektrochemische Potential ϵ des besetzten Zustandes im QD immer weiter angehoben. Während die Tunnelkopplung Γ_L zu Source dabei weiter sinkt, nimmt die Kopplung Γ_R zu, bis das Elektron nach Drain tunneln kann (Abbildung 3.3(D)).

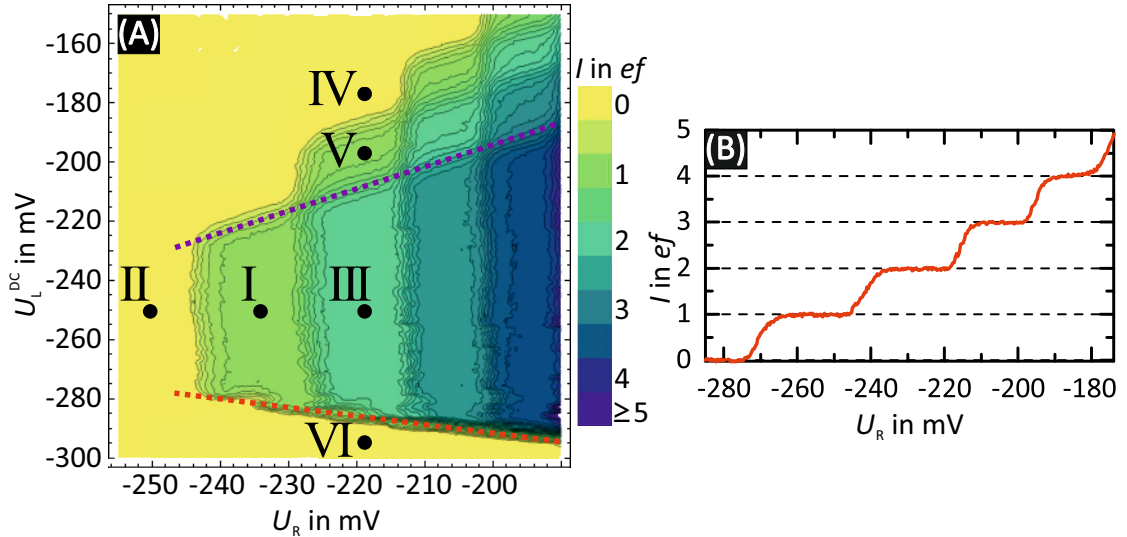


Abbildung 3.4.: (A) Typische Messung eines quantisierten Pumpstroms $I = nef$ als Funktion der DC-Gatespannungen U_R und U_L^{DC} . Die dargestellte Messung (Datensatz: hlx65B6E) wurde aufgenommen bei folgenden Parametern: $B = 0$; $f = 300$ MHz; HF-Leistung $p = -13$ dBm; $U_{\text{SD}} = 0$; drittes Gate auf Massepotential. (B) Pumpstrom $I = nef$ als Funktion von U_R für $U_L^{\text{DC}} = -260$ mV aus (A).

Pro Zyklus der Frequenz f wird somit eine Elementarladung e transferiert und ein Pumpstrom von $I = 1ef$ erzeugt. Da die Entkopplungsprozesse nicht instantan, sondern in einer endlichen Zeit erfolgen, existieren auch immer endliche Wahrscheinlichkeiten, dass statt einem Elektron keines oder sogar zwei Elektronen gepumpt werden. Auf diese Fehlermechanismen wird in der theoretischen Betrachtung noch genauer eingegangen. Bisher wurden stets die für den Fall $I = 1ef$ idealen Frequenz- und Spannungswerte angenommen. Nun wird eine Variation dieser Größen untersucht und ein Überblick über den Parameterraum für quantisiertes Pumpen geschaffen.

Abhängigkeit von den Gatespannungen U_R und U_L^{DC}

Abbildung 3.4 (A) zeigt eine typische Messung des Stroms einer Halbleiterpumpe als Funktion der DC-Spannungen des linken (U_L^{DC}) und rechten (U_R) Gates. Ausgehend von dem im vorigen Abschnitt erklärten Fall $I = 1ef$ (Punkt I in Abbildung 3.4 (A)), wird nun die Spannung U_R am rechten Gate negativer gestellt. Dies verringert nicht nur die Tunnelkopplung Γ_R zwischen dem QD und Drain. Die Energie des QDs als auch die Tunnelkopplung Γ_L zur Source werden dadurch erhöht. Bei genügend negativer Spannung U_R (Punkt II in Abbildung 3.4 (A); Skizze des Potentialverlaufs siehe Abbildung 3.5 (A)) wird in der zweiten Pumpphase auch das letzte Elektron bei der QD-Initialisierung zu Source zurücktunneln

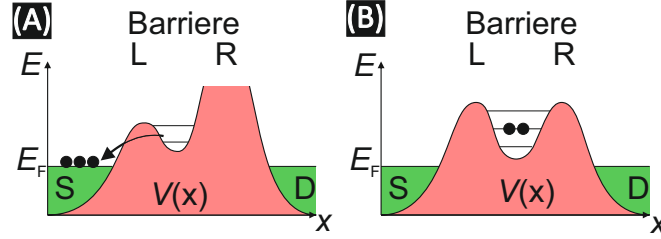


Abbildung 3.5.: Schematische Darstellung der Potentiallandschaft $V(x)$ des abgeschlossenen QDs für (A) $I = 0$ und (B) $I = 2ef$.

und der Pumpstrom bricht zusammen.

Verändert man (erneut ausgehend von Punkt I; $I = 1ef$) die Spannung U_R am rechten Gate in die positive Richtung, tritt der umgekehrte Fall ein. Die Energie des QDs sowie die Tunnelkopplung Γ_L verringern sich, bis in Pumpphase zwei schon für das vorletzte Elektron Γ_L zu gering wird, um den QD zu verlassen (Punkt III in Abbildung 3.4 (A); Skizze des Potentialverlaufs siehe Abbildung 3.5(B)). In Pumpphase drei werden beide Elektronen zu Drain emittiert und ein Pumpstrom von $I = 2ef$ resultiert. Führt man dies zu immer positiveren U_R fort, wird der QD mit immer mehr Elektronen initialisiert. Ein Strom von $I = n ef$ wird gepumpt, wobei n die Anzahl der Elektronen auf dem initialisierten QD ist. Irgendwann (dies kann von Probe zu Probe bei sehr unterschiedlichen Spannungen sein) wird jedoch entweder die rechte Barriere zu niedrig, um den QD in der ersten und zweiten Phase von Drain ausreichend zu entkoppeln, oder der QD zu groß und dessen Energiezustände verschmieren. In beiden Fällen ist der Pumpstrom nicht mehr quantisiert.

Stellt man den von der Pumpe erzeugten Strom I als Funktion der Gatespannung nur des rechten Gates U_R dar, erhält man einen stufenförmigen Verlauf von I (ein typischer Graph ist in Abbildung 3.4 (B) dargestellt), dessen Eigenschaften wie Plateaulänge sowie Steigungen zwischen den Plateaus im weiteren Verlauf der Arbeit eine große Rolle spielen werden.

Ausgehend vom Fall $I = 2 ef$ (Punkt III in Abbildung 3.4 (A)) wird nun der Einfluss einer Variation des Gleichspannungsanteils des linken Gates U_L^{DC} bei einer konstanten Spannung U_R beschrieben. Eine Änderung von U_L^{DC} in eine negative Richtung verringert zum einen die Tunnelkopplung Γ_L des QD zu Source, erhöht aber auch die Energie des QD. Beides führt dazu, dass ab einer gewissen Spannung U_L^{DC} (Punkt IV in Abbildung 3.4 (A)) selbst zum Zeitpunkt um $\omega t = \pi$ (Γ_L maximal, Energie des QD minimal) kein Elektron mehr auf den QD equilibrieren kann. Sei es, weil Γ_L zu niedrig wurde, und/oder der QD die Fermienergie E_F nicht mehr unterschreitet. Der Pumpstrom fällt von $I = 2 ef$ über eine sehr kurze $I = 1 ef$ -Stufe, die durch den geringen energetischen Abstand der Besetzungszustände

des QD entsteht, auf $I = 0$.

Für positivere Spannungen von U_L^{DC} (Punkt V in Abbildung 3.4 (A)) ist die QD-Energie selbst im oberen Umkehrpunkt der linken Barriere, also für $U_L = U_L^{\text{DC}} + U_L^{\text{amp}}$, wie auch die Kopplung Γ_R zu Drain zu gering, um beide Elektronen des QDs zu emittieren. Sobald ein Elektron zu Drain getunnelt ist, sinkt das elektrochemische Potential des mit dem verbleibenden Elektron besetzten Zustands um $\Delta\mu$, also mindestens um $E_{\text{CB}} = e^2/C_\Sigma$. Durch die daraus resultierende geringere Kopplung Γ_R ist die rechte Barriere für das letzte Elektron nicht passierbar. Der Pumpstrom sinkt von $I = 2 ef$ auf $I = 1 ef$. Die so entstehenden kleinen Plateaus, bei denen weniger Elektronen emittiert werden als in den QD geladen wurden, werden im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Nebenplateaus bezeichnet. Wird U_L^{DC} noch weiter in positive Richtung verändert (Punkt VI in Abbildung 3.4 (A)), kann keines der beiden Elektronen mehr zu Drain emittiert werden und auch hier fällt der Pumpstrom auf 0 ab. Für Quantisierungsstufen höherer Ordnung ($n = 3, 4, 5, \dots$) gilt dies analog.

Erweitert man die obigen Erkenntnisse auf das ganze Spektrum von U_R und U_L^{DC} , kann man alle vier Grenzen, die die quantisierte Pumpregion aufspannen, phänomenologisch den vier Fehlermechanismen zuordnen. An diesen Kanten erreicht jeweils der entsprechende Fehlermechanismus einen kritischen Einfluss und bringt den Einzelladungstransport zum Erliegen (oder wird unkontrolliert). Die in Abbildung 3.4 (A) rot gestrichelte Grenze entspricht der sogenannten „Einfangkante“, die dadurch gekennzeichnet ist, dass kein mit Elektronen geladener QD initialisiert werden kann. Entsprechend wird die violett gestrichelte Grenze „Entladekante“ genannt, da hier der Effekt dominiert, dass nicht mehr alle Elektronen aus dem QD emittiert werden können. Für eine genauere Betrachtung wird in Kapitel 3.3 ein Ansatz für eine theoretische Beschreibung des $I = 1 ef$ -Zustandes vorgestellt.

Abhängigkeit von der Amplitude U_L^{amp} der Barrierenmodulation

Bisher wurde immer eine geeignete Amplitude U_L^{amp} der angelegten Wechselspannung angenommen. In Abbildung 3.6 sind für eine typische Elektronenpumpe drei $U_L^{\text{DC}} - U_R$ -Plots dargestellt, wobei bei ansonsten identischen Parametern die Leistung am HF-Generator einmal $p_{\text{links}} = -22$ dBm, einmal $p_{\text{mitte}} = -21$ dBm und einmal $p_{\text{rechts}} = -19$ dBm beträgt. Dies entspricht ungefähr einer Amplitude von $U_{L, \text{links}}^{\text{amp}} \approx 80$ mV, $U_{L, \text{mitte}}^{\text{amp}} \approx 90$ mV sowie $U_{L, \text{rechts}}^{\text{amp}} \approx 100$ mV. Eine genaue Umrechnung ist aufgrund der fehlenden Impedanzanpassung an der Halbleiterpumpe nicht möglich. Wie man aus dem bisher Gesagten erwartet, kann bei einer zu geringen Amplitude (in der Abbildung links) der QD nicht mehr vollständig und

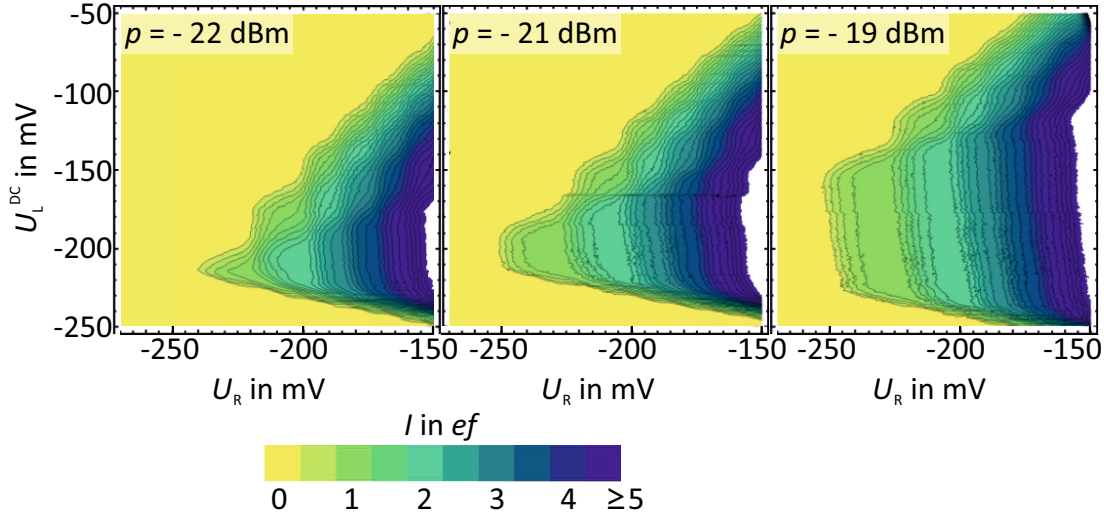


Abbildung 3.6.: Drei Messungen des quantisierten Pumpstroms $I = nef$ als Funktion der DC-Gatespannungen U_R und U_L^{DC} mit jeweils unterschiedlicher HF-Leistung von $p = -22$ dBm, $p = -21$ dBm sowie $p = -19$ dBm. Pumpparameter bei Betrieb: $B = 0$; $f = 500$ MHz, $U_{\text{SD}} = 0$; drittes Gate auf Massepotential. Datensätze: hl2EC46, hl2ED11, hl2EEE2.

definiert initialisiert und ebenso nicht mehr vollständig nach Drain entleert werden. Darunter leidet die Quantisierung. Erst ab einer ausreichend hohen Amplitude erreicht die Plateauausdehnung in U_R -Richtung ihre maximale Länge. Durch eine weitere Erhöhung der Amplitude vergrößert sich die quantisierte Pumpregion zwar nicht mehr in U_R -Richtung, jedoch immer weiter in U_L^{DC} -Richtung. Der QD kann nun auch bei immer negativeren U_L^{DC} mit Elektronen geladen werden, aber auch bei noch positiveren U_L^{DC} die Elektronen emittieren. Da die maximale Höhe der linken Barriere nur durch die Durchbruchspannung $U_{\text{DB}} \gg U_L$ der Schottky-Barriere zwischen Gates und Halbleiter limitiert ist, kann mit einer genügend hohen HF-Amplitude das vollständige Entleeren des QDs sichergestellt werden (ab einer gewissen Höhe der linken Barriere existiert kein Quantenpunkt mehr). Eine weitere Veränderung der Pumpregion bezüglich U_R fällt wegen der zwar vorhandenen, jedoch relativ geringen Kreuzkopplung von U_L an die rechte Barriere sehr gering aus.

Anzumerken ist jedoch, dass durch eine zunehmende Amplitude U_L^{amp} bei gleichbleibender Frequenz f die energetische Änderung der linken Barriere mit der Zeit ($\partial U_L^{\text{AC}} / \partial t$) ansteigt. Dies bedeutet, dass für den in Kapitel 3.4 näher betrachteten Rücktunnelprozess der Elektronen zu Source (vergleiche Abbildung 3.3) weniger Zeit zur Verfügung steht. Dies äußert sich in einer höheren Rate von Pumpfehlern (ein Elektron pro Pumpzyklus zu viel oder zu wenig) und damit einer schlechteren Quantisierungsqualität.

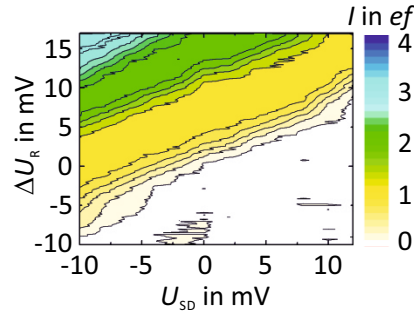


Abbildung 3.7.: Darstellung des quantisierten Pumpstroms $I = nef$ als Funktion der DC-Gatespannung U_R sowie einer angelegten Biasspannung U_{SD} . Pumpparameter der Elektronenpumpe P652-5-42-900 bei Betrieb: $B = 0$; $p = -13$ dBm; $f = 320$ MHz, $U_E^{DC} = -220$ mV; drittes Gate auf Massepotential, Datensatz: hlx446E0.

Abhängigkeit von einer angelegten Source-Drain-Spannung U_{SD}

Wichtig für eine Nutzung der Pumpe als Stromquelle ist die Kenntnis der internen Impedanz. Diese lässt sich bestimmen, indem man untersucht, bei welcher Source-Drain-Spannung weiterhin quantisiertes Pumpen möglich ist. Da die Form der Potentialbarrieren von Device zu Device sowie sogar von Einkühlzyklus zu Einkühlzyklus sehr unterschiedlich sein können, ist es schwer, dazu eine genaue Angabe zu machen. Bei den meisten Pumpen waren Source-Drain-Spannungen von $U_{SD} = \pm 10$ mV absolut unkritisch, mitunter konnte sogar bis $U_{SD} = \pm 100$ mV quantisierter Ladungstransport erzielt werden.

In Abbildung 3.7 ist der Pumpstrom I abhängig von der Biasspannung U_{SD} sowie von der rechten Gatespannung U_R einer typischen Einzelelektronenpumpe dargestellt. Außer einer Verschiebung der Plateaupositionen bezüglich U_R ruft eine Biasspannung in diesem Spannungsbereich keinen Effekt hervor. Die Verschiebung resultiert hauptsächlich aus der Veränderung des elektrochemischen Potentials am Eingang der Pumpe (siehe dazu auch weiterführende Untersuchungen in Ref. [28]), der mit einer Anpassung der Barrierenhöhe entgegenzuwirken ist, um den Arbeitspunkt der Pumpe zu halten. Eine genauere Betrachtung, unter anderem der Einfluss der Biasspannung auf die Energie der emittierten Elektronen, wird in Kapitel 5.3 gezeigt.

Abhängigkeit von der Frequenz f der Barrierenmodulation

Da es sich um einen nicht-adiabatischen und auf Tunneleffekten basierenden Pumpprozess handelt, kann man mit den obigen Erläuterungen der einzelnen Pumpphasen eine grobe Abschätzung wagen: Je niedriger die Pumpfrequenz ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der zweiten Pumpphase der QD nicht schnell

genug von Source entkoppelt wird, ein zusätzliches Elektronen zurücktunnelt, und dadurch der QD mit zu wenig Elektronen initialisiert wird.

Allerdings erhöht sich auch die Wahrscheinlichkeit, dass in Phase 3 nicht alle Elektronen zu Drain emittiert werden, je höher die Frequenz ist. Es öffnet sich somit ein Fenster, in dem durch die Frequenz ausgelöste Fehler im Pumpprozess minimal sind. Sowohl oberhalb, als auch unterhalb von diesem Fenster wird der Pumpstrom stark von $I = nef$ abweichen. Diese Frequenzabhängigkeit wurde 2007 von Kästner *et al.* in Ref. [27] vorhergesagt und schließlich auch durch experimentelle Daten (siehe Kapitel 4.4 sowie Ref. [29]) bekräftigt.

3.3. Modellierung des spinlosen Einteilchenmodells mit Ratengleichungen

Es existieren mehrere komplexe Theoriemodelle, die jeweils einzelne Bereiche des Transportvorgangs beschreiben. Im Folgenden wird ein einfacher Ansatz zur theoretischen Beschreibung des Pumpprozesses über einen QD mit nur einem spinlosen Energiezustand vorgestellt. Das Grundprinzip für dieses Modell besteht darin, dass der gesamte Ladungstransport lediglich durch die Tunnelraten über die Barrieren und die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden soll [31].

Um die zeitliche Veränderung von Besetzungszuständen eines Quantenpunktes mathematisch zu beschreiben, bietet es sich an, die zeitliche Entwicklung für jeden diskreten Zustand durch eine Ratengleichung auszudrücken [32]:

$$\frac{dP_n}{dt} = \sum_{n'} (W_{n \leftarrow n'} P_{n'} - W_{n' \leftarrow n} P_n) \quad , \quad (3.2)$$

dabei beschreibt $P_n(t)$ bzw. $P_{n'}(t)$ die Besetzungswahrscheinlichkeit des n -ten bzw. n' -ten Zustandes und $W_{n \leftarrow n'}$ bzw. $W_{n' \leftarrow n}$ die Übergangswahrscheinlichkeit eines Überganges vom n' -ten zum n -ten, bzw. vom n -ten zum n' -ten Zustand. Somit steht der Term $\sum_{n'} W_{n \leftarrow n'} P_{n'}$ für alle möglichen Übergänge, bei denen P_n erhöht wird, $\sum_{n'} W_{n' \leftarrow n} P_n$ für alle möglichen Übergänge, bei denen P_n verringert wird.

Der Einfachheit halber beschränken wir uns im Folgenden auf eine eindimensionale Pumpstruktur. Diese soll aus zwei Tunnelbarrieren bestehen, die zwischen Source und Drain einen Quantenpunkt definieren, der zu jedem Zeitpunkt immer nur einen einzigen besetzbaren, spinfreien Zustand ε besitzt. Es existieren nun nur noch zwei mögliche Zustände: P_0 : der QD ist unbesetzt; P_1 : der QD ist mit einem Elektron besetzt. Eine Besetzung des Zustandes im QD durch ein Elektron ist unabdingbar um einen Pumpstrom erzeugen zu können. Daher ist lediglich die

Besetzungswahrscheinlichkeit P_1 von Interesse. Da sich P_1 nur durch Tunneln von Elektronen durch die Barrieren R und L verändern lässt, können die Terme der Ratengleichung 3.2 durch die jeweilige Kopplung und damit durch die Tunnelraten ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \sum_{n'} W_{n \leftarrow n'} P_{n'} &= (\Gamma_L + \Gamma_R) F_1 P_0; \\ \sum_{n'} W_{n' \leftarrow n} P_n &= (\Gamma_L + \Gamma_R) F_0 P_1, \end{aligned} \tag{3.3}$$

wobei F_1 bzw. F_0 über die Fermiverteilung die Wahrscheinlichkeit definiert, ob ein Energieniveau besetzt bzw. unbesetzt ist. Da im Einelektronenbild $F = F_1 = 1 - F_0$ und $P = P_1 = 1 - P_0$ gilt, vereinfacht sich die Ratengleichung 3.2 zu:

$$\dot{P} = (\Gamma_L + \Gamma_R)(F - P). \tag{3.4}$$

Zur Vereinfachung der Gleichungen werden im Folgenden sämtliche Größen in ihrer Skalierung und ihrem Offset geeignet dimensionslos gewählt.

Zur Lösung dieser Gleichung werden einige physikalische Eigenschaften dieser Pumpstruktur herangezogen: Die angelegten Gatespannungen, die die Tunnelbarrieren hervorrufen, werden im Folgenden durch die dimensionslosen Parameter

$$\begin{aligned} V_L(t) &= V_L^{\text{DC}} + V_L^{\text{amp}} \cos(\omega t) \quad \text{und} \\ V_R(t) &= V_R^{\text{DC}} \end{aligned} \tag{3.5}$$

beschrieben. Beide Spannungen wirken symmetrisch auf den dazwischenliegenden Quantenpunkt. Dies ermöglicht es, einen Wert für den ersten quasigebundenen Zustand ε des QDs zu definieren:

$$\varepsilon(t) = -[V_L(t) + V_R]. \tag{3.6}$$

Durch die Beziehung

$$\varepsilon + \xi_0 = 0 \tag{3.7}$$

wird die relative Position von ε bezüglich der Fermienergie festgelegt. Der dimensionslose Parameter ξ_0 kann somit aufgefasst werden als eine dimensionslose Beschreibung der Fermienergie in den Zuleitungen.

Ferner wird in Ref. [30] gezeigt, dass die Tunnelrate einer Potentialbarriere exponentiell von ihrer Höhe und damit exponentiell von ihrer Gatespannung abhängt. Allerdings ist zu beachten, dass eine Gatespannung nicht nur auf den Ort direkt unter ihr wirkt. Bei den geringen Abständen zwischen den Gates müssen für jede

Barriere beide Gatespannungen berücksichtigt werden. Die Stärke dieses Übersprechens eines Gates auf die Tunnelkopplung der jeweils anderen Barriere wird durch einen dimensionslosen Parameter $0 < \gamma < 1$ beschrieben. Man erhält somit für beide Tunnelkopplungen eine kosinusförmige Zeitabhängigkeit:

$$\begin{aligned}\Gamma_L(V_L, V_R) &= \exp[V_L(t) - \gamma V_R] = \exp[V_L^{\text{DC}} + V_L^{\text{amp}} \cos(\omega t) - \gamma V_R]; \\ \Gamma_R(V_L, V_R) &= \exp[V_R - \gamma V_L(t)] = \exp[V_R - \gamma V_L^{\text{DC}} - \gamma V_L^{\text{amp}} \cos(\omega t)].\end{aligned}\quad (3.8)$$

Da es sich bei den Gleichungen 3.5 um lineare Gleichungen handelt, können die Zeiteinheiten so gewählt werden, dass im Term $\omega = 2\pi f$ die Frequenz $f = 1$ gesetzt werden kann, ohne die allgemeine Gültigkeit zu verletzen.

Im Grunde ist über die drei Parameter γ , ξ_0 und V_L^{amp} als Variablen schon der gesamte Bereich des quantisierten Ladungstransportes festgelegt. Um diesen Bereich darstellen zu können, müssen bezüglich der Temperatur T des Systems für die weiteren Berechnungen zwei essentielle Annahmen gemacht werden:

1. T ist viel kleiner als die Amplitude der Modulation des Energielevels. Dies ermöglicht es, die Fermifunktion in Gleichung 3.4 durch eine Stufenfunktion zu ersetzen.

2. T ist dennoch viel größer als die Tunnelraten und die Modulationsfrequenz. Dies erlaubt es, zur Lösung die Ratengleichung 3.4 zu verwenden [27].

Da ein Laden des QDs nur möglich ist, solange sich das Energielevel des QD unterhalb des Fermilevels befindet, bzw. ein Entladen des QDs nur möglich ist, solange sich das Energielevel über dem Fermilevel befindet, werden zunächst die Zeitpunkte der Levelkreuzungen bestimmt. Aufgrund der kosinusförmigen Modulation ergeben sie sich zu $t = t_0 + m$ sowie $t = -t_0 + m$. Die ganze Zahl m berücksichtigt die Wiederholung für jeden Frequenzzyklus. Über die Bedingung $\varepsilon + \xi_0 = 0$ (Gleichung 3.7) bei einer Levelkreuzung kann t_0 bestimmt werden zu

$$t_0 = \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{\xi_0 - V_R - V_L^{\text{DC}}}{V_L^{\text{amp}}}. \quad (3.9)$$

Der Wertebereich von V_L^{DC} und V_R , bei dem t_0 bei festem V_L^{amp} einen realen Wert hat, spannt in dieser Modellvorstellung einen Bereich auf, in dem Ladungstransport, unabhängig von den weiteren Parametern, überhaupt möglich ist. Betrachtet man eine Schwingung mit einem bezüglich Kosinus verschobenen Anfangswert $t = -t_0$ und dem entsprechendem Endwert $t = 1 - t_0$, befindet sich das Energielevel des QD im Zeitintervall $-t_0 < t < +t_0$ energetisch unterhalb des Fermilevels, im Zeitintervall $+t_0 < t < 1 - t_0$ darüber.

Behandelt man die Ratengleichung für beide Fälle getrennt, erhält man für das erste Intervall einen Ausdruck, bei dem lediglich die Möglichkeit beachtet werden

muss, dass ein Elektron auf den QD tunnelt. Das Heraustunneln ist auf Grund der zu geringen Energie des QD-Levels nicht möglich. Es ergibt sich:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = [\Gamma_L(t) + \Gamma_R(t)][1 - P(t)], \quad \text{für } -t_0 < t < +t_0. \quad (3.10)$$

Für das zweite Intervall muss entsprechend lediglich das Heraustunneln aus dem QD berücksichtigt werden. Ein Tunneln in den QD ist energetisch nicht möglich. Die Ratengleichung vereinfacht sich für diese Situation auf:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -[\Gamma_L(t) + \Gamma_R(t)][P(t)], \quad \text{für } +t_0 < t < 1 - t_0. \quad (3.11)$$

Damit $P(t)$ eine eindeutige Lösung annimmt, werden für die Zeit periodische Randbedingungen definiert. Dies ermöglicht es, den in den QD fließenden Strom zu bestimmen. Durch die linke Barriere und somit von Source ermittelt er sich zu

$$I_L = \frac{\Gamma_L(t)}{\Gamma_L(t) + \Gamma_R(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t}. \quad (3.12)$$

Durch die rechte Barriere und damit von Drain ergibt sich für den Strom auf den QD analog:

$$I_R = \frac{\Gamma_R(t)}{\Gamma_L(t) + \Gamma_R(t)} \frac{\partial P(t)}{\partial t}. \quad (3.13)$$

Übereinstimmend würde sich bei Strommessungen in einer der Zuleitungen unter idealen Bedingungen ergeben:

$$I_{\text{DC}} = \int_0^1 I_L(t) dt = \int_0^1 I_R(t) dt. \quad (3.14)$$

Abbildung 3.8 zeigt eine Skizze des Pumpstroms von Source nach Drain als Funktion der Parameter V_L^{DC} und V_R . Für die Parameter γ , ξ_0 und V_L^{amp} wurden willkürliche, aber mit den Randbedingungen verträgliche Werte verwendet. Die graue Fläche symbolisiert den Bereich, in dem der gewünschte Ladungstransport möglich ist.

Zunächst werden die Umstände ohne Wechselspannung beschrieben ($V_L^{\text{amp}} = 0$). Die in den vier Ecken violett eingezeichneten Piktogramme stellen für die entsprechenden Spannungen die zugehörigen Barrierehöhen dar.

Die blaue Linie L kennzeichnet die Gatespannungen, bei denen die Tunnelkoppelung durch die linke Barriere $\Gamma_L = 1$ ist. Dies entspricht genau der Grenze zwischen dem oberen Bereich, bei dem innerhalb einer Zyklusdauer $\Delta t = 1$ die Tunnelrate $\Gamma_L \gg 1$ wird und somit die linke Barriere für Elektronen zeitweise durchlässig ist, und dem unteren Bereich, in dem stets $\Gamma_L \ll 1$ gilt, also die linke Barriere immer undurchlässig bleibt. Für die rechte Barriere existiert eine entsprechende grüne Linie R für die $\Gamma_R = 1$ gilt. Links von R kann kein Ladungsaustausch über

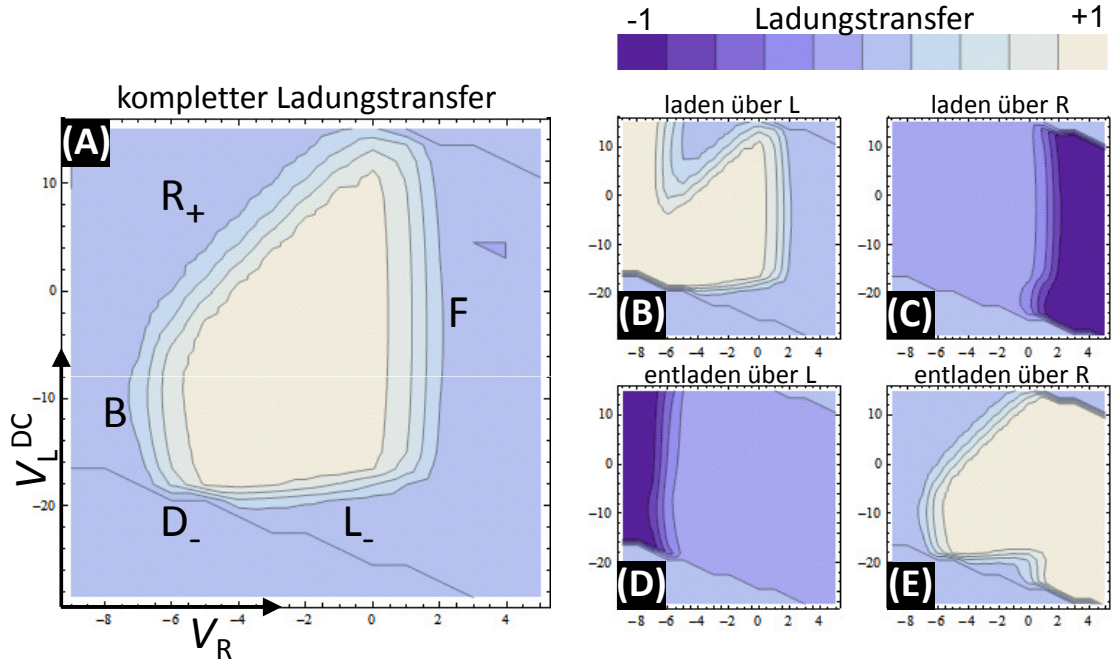


Abbildung 3.9.: Numerische Berechnung des Ladungstransfers über den QD einer Einzelelektronenpumpe mit nur einem Besetzungszustand. (A) Netto-Ladungstransfer von Source zu Drain; (B-C) Getrennte Darstellung der einzelnen Ladungsbewegungen.

von Source, erfolgen. Die möglichen Werte von V_L^{DC} und V_R werden somit durch die L_- -Linie begrenzt, da es nur oberhalb von ihr einen Zeitbereich während $\Delta t = 1$ gibt, bei dem die linke Barriere durchlässig wird. Der Schnittpunkt der D_- -Linie und der L_- -Linie markiert einen äußersten Eckpunkt (d) der Pumpregion. Die obere Grenze für V_L^{DC} und V_R wird definiert durch die Voraussetzung, dass ein Entladen des QD nur durch die rechte Barriere zu Drain geschehen darf. Nur unterhalb der D_+ -Linie wird ε über das Fermilevel gehoben und ein Entladen des QD ist energetisch möglich. Da die rechte Barriere allerdings durchlässig werden muss, fällt der Bereich über R_+ weg. Der Schnittpunkt von D_+ und R_+ liefert den anderen äußersten Eckpunkt (b) der quantisierten Region. Durch diese zwei Eckpunkte (b) und (d) sowie den Linien R_+ und L_- wird über vertikale Linien (B und F) die gesamte Pumpregion aufgespannt.

Für eine qualitative Erläuterung der Regionengrenzen ist in Abbildung 3.9 (A) eine numerische Lösung der Gleichung 3.14 mit den Parametern $\gamma = 1/3$, $\xi_0 = -4,5$ und $V_L^{\text{amp}} = 20$ gezeigt. Die vier Begrenzungen (B, R_+ , F und L_-) gründen auf vier verschiedenen Effekten, die den Nettostrom außerhalb der Pumpregion zusammenbrechen lassen.

An der Stufe B wird der QD im Zeitintervall $-t_0 < t < +t_0$ komplett mit einem Elektron von Source geladen. Der daraus resultierende Strombeitrag ist

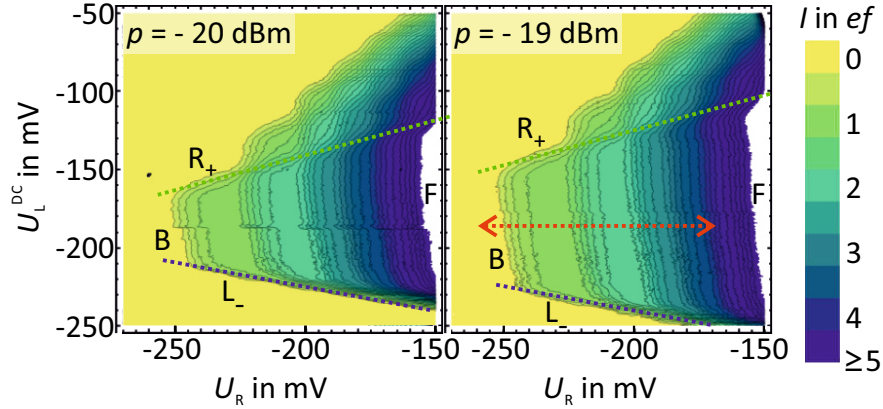


Abbildung 3.10.: Zwei Messungen des quantisierten Pumpstroms $I = nef$ als Funktion der DC-Gatespannungen U_R und U_L^{DC} mit jeweils unterschiedlicher HF-Leistung von $p = -20$ dBm sowie $p = -19$ dBm. Pumpparameter bei Betrieb: $B = 0$; $f = 500$ MHz, $U_{\text{SD}} = 0$; drittes Gate auf Massepotential, Datensätze: hlx2EDF1, hlx2EEE2.

in Abbildung 3.9 (B) dargestellt. Jedoch wird bei einer zu durchlässigen linken Barriere innerhalb des Zeitintervalls $+t_0 < t < 1 - t_0$ das Elektron wieder zurück zu Source emittiert (Strombeitrag dargestellt in Abbildung 3.9 (D)). Der effektive Nettostrom fällt somit links von der Grenze B auf $I_{\text{DC}} = 0$ ab. Außerhalb der Begrenzung R_+ bricht der Nettostrom zusammen, da in der Zeit $+t_0 < t < 1 - t_0$ der QD nicht ausreichend nach Drain entladen werden kann. An der Kante F wird zwar innerhalb von $+t_0 < t < 1 - t_0$ das Elektron stets nach Drain entladen (Strombeitrag in Abbildung 3.9 (E) dargestellt), jedoch ist links von der Grenze F die rechte Barriere so durchlässig, dass innerhalb $-t_0 < t < +t_0$ ein Elektron wieder zurück auf den QD tunnelt (Strombeitrag in Abbildung 3.9 (C) dargestellt). Als Resultat fällt auch hier der effektive Nettostrom auf $I_{\text{DC}} = 0$ ab. Die Grenze L_- ergibt sich, wie oben schon gezeigt, aus der zu geringen Durchlässigkeit der linken Barriere und damit ungenügendem Laden des QDs von Source.

Vergleicht man diese Modellkonstruktion mit gemessenen Daten (Abbildung 3.10 zeigt zwei Messungen bei unterschiedlicher HF-Amplitude), können alle vier Stufen (B, R_+ , F und L_-) auch dort ermittelt werden. Ersichtlich ist, dass die L_- -Linie eine andere Steigung aufweist. Dies resultiert sehr wahrscheinlich aus der Tatsache, dass in dem beschriebenen Einelektronenbild keine angeregten Zustände existieren und daher nicht berücksichtigt werden können. Durch ein weiteres Absenken der rechten Barriere und damit auch von ε könnten sich zusätzliche Transportkanäle durch die linke Barriere zu angeregten Zuständen öffnen. Ebenfalls im Einklang steht das Modell mit dem Experiment (vergleiche Kapitel 3.2) in Hinsicht auf eine Amplitudenveränderung. In beiden Fällen ändert sich die Position von B und F nicht, R_+ und L_- jedoch bewegen sich mit zunehmender

Amplitude stetig auseinander.

3.4. Decay - Cascade - Modell

Für eine Beschreibung des Transportprozesses mit Berücksichtigung mehrerer Elektronenzustände im QD kann man den Umstand ausnutzen, dass durch Erhöhung der Hochfrequenzamplitude sich lediglich die Plateaus in U_L^{DC} -Richtung verlängern. Denn bei einer genügend hohen Amplitude spielen die dadurch weit entfernten Fehlermechanismen der R_+ und L_- -Linie für eine Messung in der Mitte der Plateaus (entlang dem roten Doppelpfeil in Abbildung 3.10 (rechts)) keine entscheidende Rolle mehr und können vernachlässigt werden. Für die niedrigen Quantisierungsstufen ($I = nef$ mit $n = 1..4$) kann aufgrund der Entfernung zusätzlich auch auf eine Berücksichtigung der F-Linie verzichtet werden. Daraus folgt, dass für diesen Bereich der entscheidende Prozess für eine Abweichung vom quantisierten Stromwert $I = nef$ hauptsächlich ein Zurücktunneln von Elektronen vom geladenen QD zu Source ist. Da im Zeitintervall $+t_0 < t < 1 - t_0$ die Elektronen zu Drain emittiert werden, bleibt für den Rücktunnelprozess nur die Zeit $-t_0 < t < +t_0$. Zu dieser Zeit kann die rechte Barriere als komplett undurchlässig angesehen werden, wodurch $\Gamma_R \approx 0$. Die Problemstellung vereinfacht sich dadurch auf den Fall eines QDs, der durch eine wachsende Potentialbarriere allmählich von einer Zuleitung abgekoppelt wird. Der Ladezustand des QDs nach vollständigem Entkoppeln zu Source entspricht der Anzahl der in einem vollen Frequenzzyklus gepumpten Elektronen. Eine Skizze der Potentiallandschaft ist in Abbildung 3.11 (B) dargestellt. Für diese Art der dynamischen QD Initialisierung wurde von V. Kashcheyevs und B. Kästner in Ref. [33] ein sogenanntes „Decay - Cascade - Modell“ entwickelt, das im Folgenden nur kurz angeschnitten wird. Eine Besonderheit dieses Modells ist, dass sich aus einer einzelnen U_R - I -Messkurve mehrere spezifische Parameter bestimmen lassen, die eine Prognose über die zu erwartende Quantisierungsgenauigkeit der Pumpe ermöglichen. Der große Vorteil dieses Ansatzes ist, dass man ohne aufwändige Hochpräzisionsmessungen eine erste Auskunft über die Qualität der gemessenen Pumpe erhält.

In solch einem Mehrteilchen-QD kann angenommen werden, dass die Tunnelbarriere für höhere Ladungszustände durchlässiger ist. Ist die exponentielle Zerfallsrate Γ_{n+1} des $n + 1$ -ten Zustands hinreichend viel höher als Γ_n des n -ten Zustands (Abbildung 3.11 (A)), lässt sich durch eine Zeitskalenseparation jeder Besetzungszustand getrennt betrachten. Für die zeitliche Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_n(t)$ eines QD, der mit $n = 0, 1, 2, \dots$ Elektronen besetzt ist und nur eine Tunnelbarriere besitzt, modifiziert sich Ratengleichung 3.11 zum

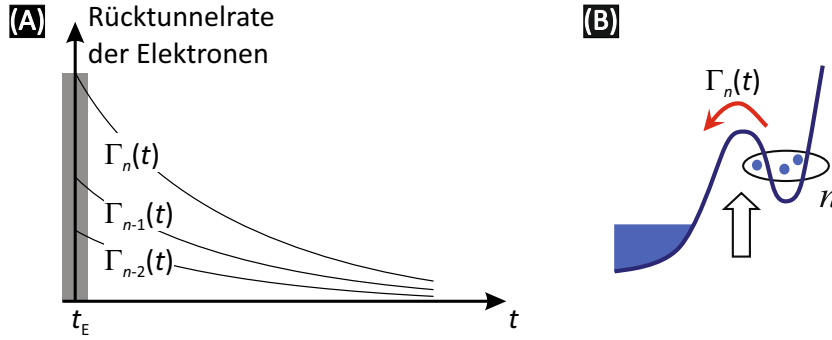


Abbildung 3.11.: (A) Graphische Darstellung der Rücktunnelraten der Elektronen verschiedener Besetzungszustände n bei der QD-Initialisierung. (B) Skizze der betrachteten Potentiallandschaft für den vereinfachten Fall: Ein QD wird durch eine stetig wachsende Tunnelbarriere von einer Zuleitung entkoppelt.

Ausdruck:

$$\frac{dP_n}{dt} = -\Gamma_n(t)P_n(t) + \Gamma_{n+1}(t)P_{n+1}(t). \quad (3.15)$$

Neben den für eine Lösung nötigen Randbedingungen $\Gamma_0 \equiv 0$ und $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ wird angenommen, dass für alle n die gleiche Zeitabhängigkeit von $\Gamma_n(t)$ besteht, nämlich

$$\frac{\Gamma_{n+1}(t)}{\Gamma_n(t)} \equiv e^{\delta_n} = \textit{konstant}. \quad (3.16)$$

Das Ratenverhältnis $\Gamma_{n+1}(t)/\Gamma_n(t)$ ist also sowohl unabhängig von der Zeit t als auch von der zur Barrierenerzeugung angelegten Gatespannung V_L . Betrachtet man die Zeit $t \rightarrow \infty$, ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung P_n nur noch vom dimensionslosen Integral $X_n \equiv \int_{t_E}^{+\infty} \Gamma_n(t)dt$ abhängig, wobei t_E den Zeitpunkt der Entkopplung des QDs von der Zuleitung angibt. Unter Voraussetzung einer maximalen Zeitskalenseparation, nämlich

$$\dots \gg X_{n+1} \gg X_n \gg X_{n-1} \gg \dots, \quad (3.17)$$

löst sich die Gleichung 3.15 für $t \rightarrow +\infty$ zu

$$\begin{aligned} P_N(t \rightarrow +\infty) &= e^{-X_N} && \text{für } n = N, \\ P_n(t \rightarrow +\infty) &= e^{-X_n} - e^{-X_{n+1}} && \text{für } 0 < n < N, \end{aligned} \quad (3.18)$$

wobei N die anfängliche Anzahl von Elektronen auf dem QD darstellt.

Angewandt auf die hier untersuchten Pumpstrukturen ergibt sich für den theo-

retisch ermittelten Pumpstrom I_{theo} :

$$I_{\text{theo}} = ef \langle n \rangle = ef \sum_n n P_n(t \rightarrow \infty) = ef \sum_n e^{-X_n} = ef \sum_n e^{-\int_{t_E}^{+\infty} \Gamma_n(t) dt} \quad , \quad (3.19)$$

dabei ist $\langle n \rangle$ die mittlere Anzahl der eingeladenen Elektronen. Mit der exponentiellen Zeitabhängigkeit von Γ_n setzt sich der gepumpte Strom I_{theo} somit aus der Summe von Doppelsexponentialfunktionen zusammen, jede stellvertretend für eine Besetzungszustandsänderung. Hieraus resultiert: Je unterschiedlicher die Wahrscheinlichkeit zweier aufeinander folgender Besetzungszustandsänderungen ist, desto größer sind auch die Abstände zwischen den Anstiegen der Exponentialfunktion wodurch die Stufenform des Pumpstroms ausgeprägter wird. Für eine Verknüpfung dieser theoretischen Betrachtungen mit experimentellen Messdaten ist es nötig, Gleichung 3.19 so umzuformen, dass sie von experimentell leicht zugänglichen Steuerparametern abhängt. Dies lässt sich ermöglichen mit der Annahme, dass sich die Tunnelraten exponentiell mit der Höhe der Tunnelbarriere ändern. Eine Änderung der Gatespannung U_R bewirkt, obwohl $\Gamma_R \approx 0$ bleibt, eine Änderung der QD Energie sowie der linken Barrierenhöhe mit deren Tunnelkopplung. Es besteht somit eine exponentielle Abhängigkeit zwischen U_R und $\Gamma_n(t)$ sowie allen weiteren anderen Zerfallsraten. V. Kashcheyevs und B. Kästner präsentierten die Umformung:

$$\ln X_n = -\alpha_n U_R + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i \quad . \quad (3.20)$$

Ihr Vorteil ist, dass die Parameter α_n sowie δ_n phenomenologische Konstanten sind, die sich aus experimentellen Messdaten leicht extrahieren lassen. Dies liefert für den gepumpten Strom aus Gleichung 3.19 die entscheidene Gleichung:

$$I_{\text{theo}} = ef \sum_n e^{-e^{\alpha_n U_R + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i}} \quad . \quad (3.21)$$

Diese Gleichung lässt sich über ein Anpassen von α_n sowie δ_n an übliche U_R - I -Messkurven anfitzen (siehe Beispiel in Abbildung 3.13; die Messdaten sind in schwarz, der Fit in rot dargestellt). Dabei hat der Parameter α die Aufgabe, die unterschiedlichen Anstiege zwischen den Plateaus der Messkurve zu normieren. Dies trägt dem Umstand Rechnung, dass die Hebelwirkung der angelegten Gatespannungen U_R auf die Tunnelkopplung Γ_L von Device zu Device sowie sogar bei unterschiedlichen Einkühlzyklen stark differieren kann. Der Startwert des n -ten Plateaus bezüglich der normierten Gatespannung $\alpha_n U_R$ (Punkt der größten Steigung der jeweiligen Doppelsexponentialfunktion) wird durch $\sum_{i=0}^{n-1} \delta_i$ festgelegt. δ_n

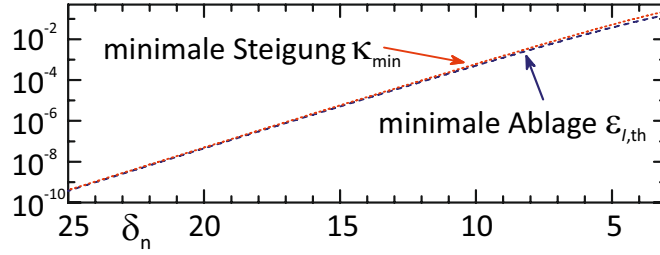


Abbildung 3.12.: Abhängigkeit der minimalen Steigung κ_{\min} des Plateaus sowie der minimalen Ablage $\varepsilon_{I,\text{th}}$ an der gleichen Stelle auf des n -ten Plateaus vom Fitparameter δ_n , für den Fall identischer Anstiege zwischen den Plateaus.

ist somit nicht nur ein Maß für das Tunnelratenverhältnis (Gleichung 3.16), sondern im System der normierten Spannung eine Maßangabe für die Länge des n -ten Plateaus (wobei δ_0 als Ausnahme die Position der B-Linie (vergleiche Kapitel 3.3) festlegt).

Zwar ist es aufgrund der doppel-exponentiellen Abhängigkeit niemals möglich, ein vollständig flaches Plateau zu erhalten oder auch den exakten Quantisierungswert von nef zu erreichen, allerdings ist sowohl die minimale Plateausteigung κ_{\min} (mit $\kappa = dI_{\text{theo}}/d(\alpha_n U_R)$) als auch die theoretische Ablage $\varepsilon_{I,\text{th}} = I_{\text{theo}}/(nef) - 1$ dieses Punktes kleiner, je größer δ_n ist. Die Abhängigkeit vom κ_{\min} sowie $\varepsilon_{I,\text{th}}$ von δ_n lässt sich durch Gleichung 3.21 einfach berechnen und ist in Abbildung 3.12 für den Fall identischer Anstiege zwischen den Plateaus ($\alpha_n = \alpha$), grafisch dargestellt.

Für eine untersuchte Messkurve bedeutet dies, dass eine größere Steigung oder ein längeres Plateau auf eine Zunahme der Quantisierung und damit auf eine Abnahme der theoretischen Ablage $\varepsilon_{I,\text{th}}$ hinweisen.

Es ist somit ein theoretisch ermittelter Wert, der die physikalische Grenze der Präzision einer Pumpe aufzeigt. Damit kann δ_1 als eine Art Qualitätsparameter einer Einzelelektronenpumpe angesehen werden, da er eine Analyse der erzielbaren Ablage des wichtigen $I = 1ef$ -Plateaus und damit die minimal erreichbare Unsicherheit der Stromquantisierung erlaubt.

Für das in Abbildung 3.13 gezeigte Beispiel wurde der gemessene Pumpstrom I (schwarz dargestellt) abhängig von der rechten Gatespannung U_R nach dem Decay-Cascade-Modell gefittet (rot dargestellt). Die Einzelelektronenpumpe wurde bei der Messung mit einer Frequenz von $f = 675$ MHz und einem Magnetfeld von $B = 4,2$ T betrieben. Der Fit weist für diesen Plateauverlauf einen Skalierungsfaktor von $\alpha = 0,84 \pm 0,02$ auf. Die Unsicherheit von $u_\alpha = 0,02$ ergibt sich aus der Berücksichtigung der Streuung der Messwerte. Der Verlauf der Messkurve lässt sich mit diesem Skalierungsfaktor sehr gut beschreiben. Für die Länge des ersten Plateaus resultiert ein Qualitätsparameter von $\delta_1 = 22,3 \pm 0,5$, was einer minimalen theoretischen Ablage von $\varepsilon_{I,\text{th}} = (5,8 \pm 3,3) \cdot 10^{-9}$ entspricht. Die untersuchte

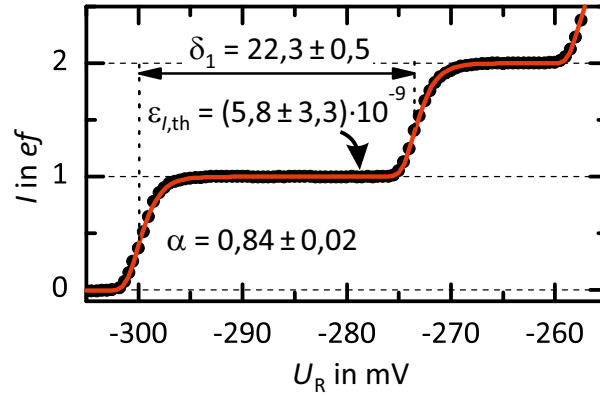


Abbildung 3.13.: Beispiel für einen Decay-Cascade-Fit an einem gemessenen Pumpstrom I abhängig von der rechten Gatespannung U_R . Die Einzelelektronenpumpe wurde bei einer Frequenz von $f = 675$ MHz und einem Magnetfeld von $B = 4,2$ T betrieben. Mit einem Skalierungsfaktor von $\alpha = 0,84 \pm 0,02$ beschreibt der Decay-Cascade-Fit (rot) die Messdaten (schwarz) sehr gut. Für das erste Plateau erhält man einen Parameter $\delta_1 = 22,3 \pm 0,5$. Dies liefert für die flachste Stelle des Fits eine minimale theoretische Ablage von $\varepsilon_{I,\text{th}} = (5,8 \pm 3,3) \cdot 10^{-9}$.

Einzelelektronenpumpe sollte somit an der flachsten Stelle des Plateaus aus theoretischer Sicht eine ausreichende Pumppräzision für eine metrologische Verwendung aufweisen.

δ_1 ermöglicht es somit, die metrologische Eignung einer Pumpe ohne eine metrologisch präzise Messung zu bewerten und hat sich daher als wichtigster, praktisch relevanter Parameter zur Beurteilung der hier untersuchten Einzelelektronenpumpen etabliert.

4. Systematische Untersuchungen ohne externes Magnetfeld

Im Hinblick auf das Ziel, ein mögliches Stromnormal zu schaffen, wurden systematische Untersuchungen von verschiedenen Devices durchgeführt. Das Augenmerk wurde hierbei immer auf eine Maximierung der Plateaulänge (quantifiziert durch den Parameter δ_1) und damit der Stromquantisierung (vergleiche Kapitel 3.4) gerichtet. Dazu wurden die Elektronenpumpen in verschiedenen Parameterbereichen und unter unterschiedlichen Arbeitsbedingungen vermessen und auf eine etwaige Vergrößerung der Plateaulänge hin untersucht. In diesem Kapitel werden dazu Variationen von verschiedenen steuerbaren Parametern und ihre Auswirkung auf eine Quantisierungsqualität betrachtet. Der Einfluss eines externen Magnetfeldes wird dabei zunächst außer Acht gelassen.

4.1. DC - Charakteristik des Quantenpunktes

Die Erfahrung zeigt, dass trotz identischer lithographischer Strukturen sich die Pumpeigenschaften stark unterscheiden können. Für verschiedene Pumpen und verschiedene Einkühlzyklen können die Arbeitsparameter sowie die Qualität der Stromquantisierung von „sehr vielversprechend“ bis hin zur Untauglichkeit, einen Pumpstrom zu produzieren, stark streuen.

Einfache DC-Messungen ($U_L = U_E^{\text{DC}}$) geben schon ohne Hochfrequenzeinkopplung Hinweise, ob der Zustand der zu vermessenden Pumpstruktur grundsätzlich einen quantisierten Strom ermöglichen kann.

In Abbildung 4.1 ist der an einer typischen Pumpstruktur gemessene Strom I_{SD} durch den Quantenpunkt als Funktion von beiden Gatespannungen (U_L, U_R) dargestellt, wobei dem Kanal eine Source-Drain-Spannung von $U_{\text{SD}} = 50 \mu\text{V}$ aufgeprägt wurde. Die für kleine Quantenpunkte charakteristischen Coulomb-Blockade-Oszillationen sind sowohl von U_L als auch von U_R abhängig. Die für den Pumpprozess nötige Voraussetzung, dass das Inselpotential durch beide Topgates kontrolliert werden kann, ist somit erfüllt und als gleichmäßige Streifen erkennbar. Des Weiteren existieren keine Kreuzungen der Coulomb-Blockade-Maxima, was ein Indiz dafür wäre, dass sich nicht ein einzelner, sondern mehrere Quantenpunkte

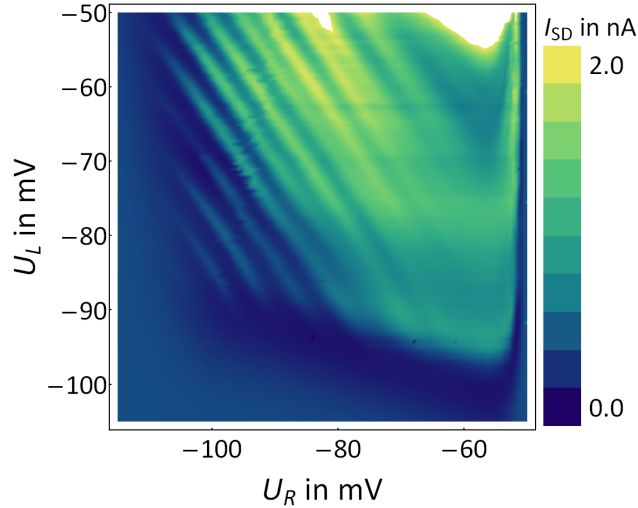


Abbildung 4.1.: Coulomb - Blockade - Messung: Strom durch die Struktur als Funktion der rechten Gatespannung U_R sowie der linken Gatespannung U_L . Datensatz: hlx2C674.

zwischen den Barrieren ausgeformt hätten. Gründe dafür können Ladungsträgerinhomogenitäten sowie Störstellen im Kanal sein. Es konnte zwar schon quantisierter Pumpstrom für Devices mit mehreren eingeschlossenen Quantenpunkten beobachtet werden [34], jedoch liefern diese unweigerlich, aufgrund unterschiedlicher Gate-QD-Hebelarme der einzelnen QDs, nur eine weitaus niedrigere Quantisierungspräzision. Eine Pumpe mit einem einzelnen Quantenpunkt ist somit immer zu bevorzugen, was einen erneuten Einkühlzyklus oder auch einen Austausch des Devices erforderlich machen kann.

Um eine grobe Abschätzung der Ladungsenergie E_C des QDs zu erhalten, kann die Coulomb-Diamant-Messung herangezogen werden (vergleiche Kapitel 2.2). Dabei wird zusätzlich zur Source-Drain-Spannung U_{SD} die Spannung einer der beiden Gateelektroden (hier beispielsweise U_L) variiert. Trägt man den differentiellen Strom dI_{SD}/dU_{SD} durch die Struktur als Funktion von U_{SD} und U_L auf (Abbildung 4.2), erhält man mehrere rautenförmige Coulomb-Blockade-Bereiche. Im Gegensatz zu üblichen QD-Spektroskopien (Abbildung 2.2 in Kapitel 2.2) ist die Größe der Rauten jedoch stark von der Gatespannung abhängig. Dies folgt aus der Tatsache, dass die Gatespannungen nicht nur die Energie des QDs verändern, sondern die komplette Potentiallandschaft und damit die QD-Größe und QD-Form. Für zunehmend negativere U_L wird der QD sowie dessen Gesamtkapazität C_Σ kleiner, und die Ladungsenergie E_C steigt an. Sie ermittelt sich [35] für die letzte sichtbare Raute zu $E_C \approx 0,7 \text{ meV}$. Anzumerken ist, dass es sich hierbei um ein offenes sowie statisches Quantenpunktsystem mit schwach transparenten Tunnelbarrieren handelt. Für den dynamischen Fall, bei dem die Pumpe einen quan-

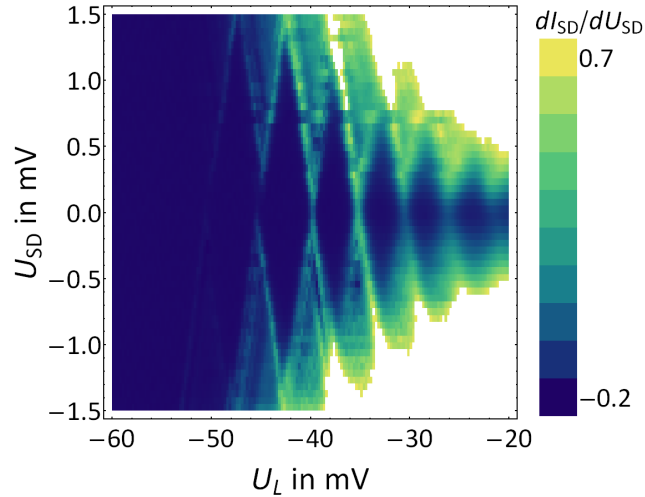


Abbildung 4.2.: Coulomb-Blockade-Diamant: Ableitung des Stroms durch die Struktur als Funktion der Vorspannung U_{SD} sowie der linken Gatespannung U_L . Datensatz: hlx2A755.

tisierten Strom erzeugt, wird der QD durch das angelegte HF-Signal moduliert. Die für den quantisierten Pumpprozess ausschlaggebende Ladungsenergie ist die zum Zeitpunkt des Entkoppelns des QD von der Zuleitung (siehe Kapitel 3.4). Für diesen von Drain isolierten Zustand ist natürlich keine Biasstrom-Spektroskopie und damit keine triviale Bestimmung von E_C möglich. Derzeit wird von V. Kashcheyevs ein theoretisches Modell entwickelt, das auch beinhaltet, wie sich E_C ermitteln lässt. Mithilfe einer Tunnelratenbestimmung und der Auswirkung einer Barrierenänderung auf den energetischen Zustand des QDs, soll sich für experimentelle Messdaten E_C als Fitparameter extrahieren lassen. Derzeit lässt sich nur anmerken, dass sich im Arbeitsregime die Kapazität und Größe des QDs verringert und somit die Ladungsenergie erhöht. L. P. Kouwenhoven *et al.* gibt in Ref. [24] an, dass sich bei einer Verkleinerung eines QDs von wenigen 10 Elektronen auf ein einzelnes die Additionsenergie etwa versechsfacht. Man kann somit folgern, dass sich auch für den quantisiert pumpenden Arbeitsbereich eine Ladungsenergie im einstelligen meV-Bereich ergibt.

4.2. Transversale Modifikationen der Potentiallandschaft

Die zwei Topgate-Elektroden ermöglichen eine Manipulation der Potentiallandschaft lediglich in einer Dimension. Die andere Dimension wird hauptsächlich bei der lithographischen Definition des Kanals festgelegt. Um in dieser Richtung über-

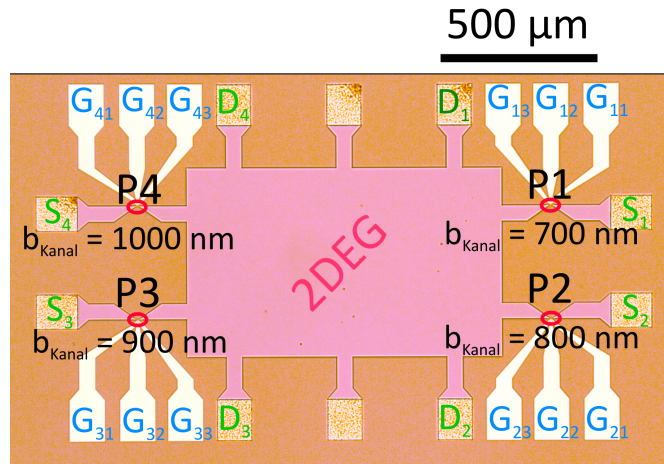


Abbildung 4.3.: Lichtmikroskopisches Foto eines Proben-Chips mit vier Pumpen mit unterschiedlichen Kanalbreiten. Die funktionalen Strukturen wurden eingefärbt.

hauptsächlich eine Modifikationsmöglichkeit zu erhalten, wurden verschiedene Variationen des Kanals hergestellt. Zum einen wurde schlicht die geometrische Kanalbreite von 700 nm bis 1000 nm variiert, zum anderen die komplette Kanalgeometrie geändert. Des Weiteren wurden Versuche unternommen, mit einem lateralen Halbleitersidegate die Ladungsträgerdichte im Kanal zu beeinflussen.

4.2.1. Kanalbreitenvariation

Die am einfachsten zu realisierende Modifikationsmöglichkeit ist die Änderung der Kanalbreite. Diese hat direkten Einfluss auf die Größe und, durch die analog einhergehende Änderung der Ladungsträgerdichte im Kanal, auch auf die energetische Tiefe des QDs. Um die ideale Kanalbreite zu bestimmen, wurden bei der Herstellung auf einigen Device-Chips jeweils vier bis auf die Kanalbreite identische Pumpstrukturen erzeugt (siehe Abbildung 4.3). Die Abstufung der geometrischen Kanalbreiten b_{geom} erfolgt in 100 nm-Schritten von $b_{\text{geom}} = 700$ nm der Pumpe P1 bis $b_{\text{geom}} = 1000$ nm der Pumpe P4. Eine feinere Abstufung erschien nicht sinnvoll, da bei verschiedenen Einkühlzyklen die Ladungsträgerdichte zu sehr variieren kann und den Effekt der Kanalbreitenvariation übersteigt. Für den Ladungstransport durch einen Kanal muss allerdings zwischen der geometrischen und effektiven Kanalbreite unterschieden werden. Die effektive Kanalbreite b_{eff} ist bei Halbleitermaterial wie dem hier verwendeten üblicherweise um einige hundert Nanometer geringer als die geometrische. Dafür verantwortlich ist das Zusammenwirken von mehreren Effekten: Einmal sind die Konsequenzen der lithographischen Strukturierung zu nennen. Da es sich bei der Kanalstrukturierung um einen isotropen Ätzprozess handelt, verringert eine 50 nm tiefe Ätzung die Kanalbreite schon um mindestens 100 nm. Zusätzlich können unerwünschterweise durch Unterspülung

der beim Ätzschritt den Kanal schützenden Lackschicht weitere Bereiche der Dotierschicht am Rand des Kanals zersetzt und das 2DEG weiter eingeeengt werden. Letzteres ist ein rein herstellungsspezifisches Problem, das nur auf eventuellen Prozessfehlern beruht. Des Weiteren bewirkt die Rauigkeit des Kanalrandes, vor allem bei sehr langen Kanälen, potentiell kritische Engstellen. Hauptursache ist ein physikalischer Effekt im Halbleiter, die sogenannte Sidewall-Depletion. Hierbei handelt es sich um von der Ladungsträgerdichte abhängige Bandverbiegungen beim Übergang von leitenden zu nicht-leitenden Probenbereichen (also der Rand des 2DEGs). Dies bewirkt, dass Ladungstransport erst in einigem Abstand vom Kanalrand möglich ist. Dieser Effekt wurde schon 1986 von H. van Houten *et al.* [22] beobachtet. K. K. Choi *et al.* bestimmte 1987 in Ref. [36] für ein ähnliches Materialsystem die Ausdehnung der Sidewall-Depletion auf wenige hundert Nanometer pro Rand. Dies deckt sich mit der Tatsache, dass beim hier verwendeten Herstellungsverfahren (vergleiche Anhang A) und Wafer-Material (vergleiche Kapitel 3.1) kein Kanal mit $b_{\text{geom}} = 700$ nm auf Temperaturen von unterhalb $T < 1$ K abgekühlt werden konnte, ohne seine Leitfähigkeit zu verlieren. Dabei ist die Beobachtung von P. Mirovsky anzumerken, dass allein das Aufbringen von metallischen Topgates schon geringe Potentialbarrieren ausbildet, die die minimale Kanalbreite zusätzlich erhöhen. Die Gesamtheit der Effekte bewirkt bei den in dieser Arbeit untersuchten Proben somit eine Differenz zwischen geometrischer b_{geom} und effektiver b_{eff} Kanalbreite von ungefähr $b_{\text{geom}} - b_{\text{eff}} \approx 700$ nm bis 750 nm. Da die effektive Kanalbreite für jede Struktur und jeden Einkühlzyklus erneut bestimmt werden müsste, ist der Übersichtlichkeit halber in dieser Arbeit (wenn nicht explizit anders angegeben) stets die geometrische Kanalbreite b_{geom} gemeint.

Bei Pumpmessungen ($I = n e f$) mit unterschiedlichen Kanalbreiten hat die Erfahrung gezeigt, dass breitere Kanäle $b_{\text{geom}} = 1000$ nm tendenziell mehr Quantisierungsstufen aufweisen; also Stromquantisierung auch bei einer höheren Anzahl n simultan gepumpter Elektronen auftritt. Dies ist allerdings häufig verknüpft mit einer Verkürzung der Plateaulänge und somit mit einer Verringerung der Quantisierungspräzision. Ein breiterer Kanal bedeutet einen größeren QD und damit kleinere energetische Abstände zwischen den Besetzungszuständen mit n und $n+1$ Elektronen. Dies bewirkt ein geringeres Tunnelratenverhältnis $\Gamma_{n+1}(t)/\Gamma_n(t)$ und somit kleinere δ_n .

Kanalbreiten von $b_{\text{geom}} = 800$ nm und $b_{\text{geom}} = 900$ nm lieferten die besten Messergebnisse. Da Pumpstrukturen mit $b_{\text{geom}} = 900$ nm Kanalbreite robuster gegenüber ungewollten elektrostatischen Entladungen beim Einkühlen sowie beim Nachfüllen von flüssigem Helium in den Kryostaten sind (vergleiche Kapitel B), lieferten diese die meisten und besten Ergebnisse.

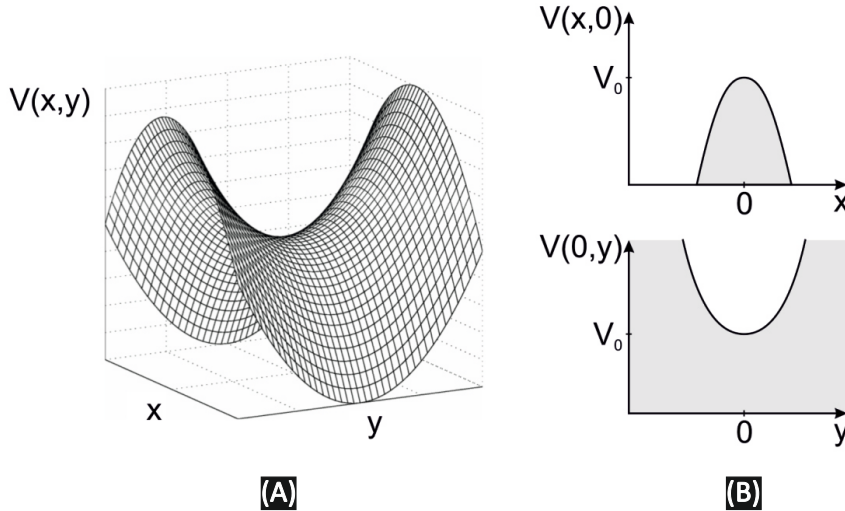


Abbildung 4.4.: Schema des sattelförmigen Potentialverlaufs eines Quantenpunkt-kontaktes (A). In (B) sind Schnitte des Potentials durch das Zentrum der Engstelle skizziert. Grau eingefärbte Bereiche kennzeichnen elektronisch verbotene Zonen.

4.2.2. Änderung der Kanalgeometrie

Eine weitere Modifikationsmöglichkeit besteht in einer Umgestaltung der Kanalgeometrie. Die ursprüngliche Idee war, einerseits den Quantenpunkt so wenig wie möglich zu deformieren, andererseits jedoch das Risiko zu verringern, die Leitfähigkeit im Kanal zu verlieren. Dazu sollte die Kanallänge minimiert werden. Theoretisch lassen sich nach Ref. [30] kurze Engstellen durch ein sattelförmiges Potential $V(x, y)$ (siehe Abbildung 4.4 (A)) beschreiben:

$$V(x, y) = V_0 - \frac{1}{2}m^*\omega_x^2x^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_y^2y^2 \quad . \quad (4.1)$$

V_0 beschreibt dabei das elektrostatische Potential in der Mitte des Sattelpunkts, wobei m^* die effektive Masse bezeichnet. Der Potentialverlauf (und damit die Krümmung) in Richtung $(x, 0)$ und $(0, y)$ wird über die Eigenfrequenzen ω_x und ω_y der jeweiligen harmonischen Potentiale $V(x, 0)$ und $V(0, y)$ beschrieben (Abbildung 4.4 (B)). Bei kurzen Engstellen mit abruptem Übergang zwischen 2DEG und Kanal erhöht sich die Wahrscheinlichkeit, dass evaneszente Moden, also Elektronenwellen, deren Energien etwas zu gering sind, um über das Potential V_0 zu gelangen, einfach durch die Barriere tunneln. Dies könnte sich unvorteilhaft auf die Tunnelratenverhältnisse und damit auf die Plateaulänge auswirken. Aus diesem Grund wurde angestrebt, einen kontinuierlichen Übergang zwischen 2DEG und Kanal zu erzeugen. Sind die Krümmungsradien so groß, dass sich das Potential innerhalb einer Strecke, die von der Größenordnung her der Fermiwellenlänge entspricht, nur sehr wenig ändert, erhält man eine Engstelle, an der die Transporteigenschaften lediglich über die schmalste Stelle bestimmt werden. Man spricht

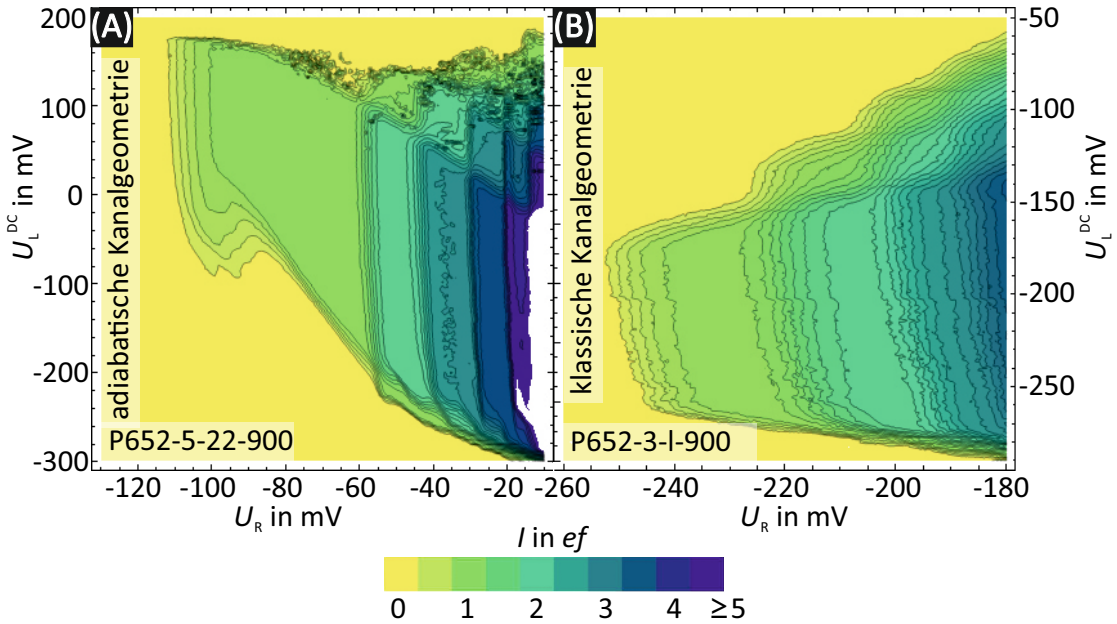


Abbildung 4.5.: Vergleich der quantisierten Pumpregionen zweier unterschiedlicher Kanalgeometrien. (A) Messung t1h19151 der Probe P652-4-22-900 mit einer adiabatischen Kanalgeometrie. Aufgenommen bei einer Wechselspannungsfrequenz von $f = 200$ MHz, einer HF - Leistung von $p = -3,5$ dBm sowie einer negativen Spannung von $U_{SG} = -600$ mV am Sidegate und $U_{3G} = -20$ mV am dritten Topgate. (B) Messung hlX2EEE2 der Probe P652-3-1-900 mit einer klassischen Kanalgeometrie (langer Kanal konstanter Breite). Aufgenommen bei einer Wechselspannungsfrequenz von $f = 500$ MHz und einer HF - Leistung von $p = -19$ dBm.

dann von einem adiabatischen Transport innerhalb des Kanals. Ein Tunneln der evaneszenten Wellen ist aufgrund der hohen Krümmungsradien in x -Richtung kaum möglich. Auch treten innerhalb des Kanals, wie in Ref. [37] gezeigt, keine Intermodenstreuungen auf. Zwar bricht die Adiabaticität am Ausgang des Kanals zusammen und Intermodenstreuungen treten unausweichlich auf, jedoch ist die Wahrscheinlichkeit der Rückstreuung einer Mode in den Kanal sehr gering, solange die Breite W_{\max} am Ausgang weit größer als die schmalste Stelle W_{\min} in der Mitte ist.

Mit diesen Vorgehensweisen wurde zum ursprünglichen „klassischen“ Design eines langgestreckten Kanals mit konstanter Kanalbreite (siehe Abbildung 3.2 (A) in Kapitel 3.1) ein parabelförmiger Kanalverlauf (siehe Abbildung 3.2 (B) in Kapitel 3.1) angefertigt. Diese im Folgenden „adiabatisch“ genannten Pumpstrukturen weisen tatsächlich auffällige Abweichungen in ihren Messergebnissen auf. Im Folgenden werden die Unterschiede lediglich kurz angesprochen und erst in späteren Kapiteln näher diskutiert:

Im Vergleich zum klassischen Pumpdesign konnte schon bei Raumtemperatur für identische Kanalbreiten von $b = 900$ nm ein erheblicher Rückgang des

durchschnittlichen Kanalwiderstands von $R_{\text{klassisch}, T=300\text{ K}} \approx (200 \pm 30)\text{ k}\Omega$ auf $R_{\text{adiabatisch}, T=300\text{ K}} \approx (60 \pm 10)\text{ k}\Omega$ gemessen werden. $R_{T=300\text{ K}}$ hat sich somit gedrittelt. Für Temperaturen von $T < 1\text{ K}$ weisen adiabatische Kanäle mit $b = 900\text{ nm}$ durchgängig relativ stabile Widerstandswerte von $R_{\text{adiabatisch}, T < 1\text{ K}} \approx (4 \pm 1)\text{ k}\Omega$ auf. Für das klassische Analogon ist ein Streuen der Widerstandswerte von $R_{\text{klassisch}, T < 1\text{ K}} = 5\text{ k}\Omega$ bis $20\text{ k}\Omega$ nicht außergewöhnlich. Der Modalwert liegt bei $R_{\text{klassisch}, T < 1\text{ K}} = 11\text{ k}\Omega$. Erfahrungsgemäß sind adiabatische Kanäle beim Einkühlen tatsächlich etwas robuster.

Beim Pumpbetrieb ist auffällig, dass sich die $U_{\text{R}} - U_{\text{L}}^{\text{DC}}$ -Gateplots von adiabatischen Pumpen (Abbildung 4.5(A)) oftmals stark von denen klassischer Kanäle (Abbildung 4.5(B)) unterscheiden. Gut zu erkennen ist eine Verzerrung der Pumpregion beim adiabatischen Kanal. Anzumerken ist aber, dass die verwendete Probe P652-4-22-900 zusätzlich über ein Side-Gate (vergleiche Kapitel 4.2.3) verfügt und unter Verwendung einer dritten Potentialbarriere (vergleiche Kapitel 4.5) betrieben wurde. Beides hat Einfluss auf die Symmetrie des QD und kann die Verzerrung verstärken. Allerdings zeigten auch adiabatische Pumpstrukturen ohne dritte Potentialbarriere und ohne Sidegate dieses Verhalten. Trotzdem können in Abbildung 4.5(A) alle Pumpzustände der Pumpregion, soweit sichtbar, identifiziert werden. Auffällig ist, dass sich bei adiabatischen Kanälen oftmals ohne Magnetfeld nur das erste Plateau oder auch nur Teile davon in den Messkurven zeigen, bevor der Strom in positiver oder negativer Richtung durchbricht. Ein möglicher Grund ist, dass durch die hohe Ladungsträgerdichte hinter dem Exitgate die Barrierenstruktur auf der Ausgangsseite sehr steil verläuft. Im Gegensatz zu einem flacheren Potentialverlauf eines klassischen Kanals können Elektronen schon bei viel positiveren U_{R} -Spannungen von Drain zurück in den Quantenpunkt tunneln und damit zum Zeitpunkt der Öffnung des QD zu Source einen unkoordinierten Stromfluss hervorrufen (siehe Kapitel 4.5). Auf der Eingangsseite der Pumpe ist der Effekt nicht so fatal. Ein steilerer und schmalerer Potentialbarrierenverlauf wirkt sich zwar negativ auf den Entkopplungsprozess beim Laden des QDs aus, jedoch kann ein tieferer und kleiner QD höhere Ladeenergien mit sich bringen. In den Messdaten würde sich dies bemerkbar machen durch weniger steile Anstiege, aber dafür viel längere Plateaus. Letzteres konnte bei den Messungen auch tatsächlich bestätigt werden. Allerdings lediglich für das erste Plateau. Für $I = nef$ mit $n \geq 2$ zeigte sich eher das Gegenteil. Der Anstieg war scharf und für alle restlichen Plateaus annähernd identisch, die Plateaulänge jedoch sehr klein. Es ist nicht ausgeschlossen, dass sich durch ein zweites Elektron das Potentialgefüge und damit das Pumpverhalten bei solch kleinen Quantenpunkten extrem ändern kann. Erst durch Erzeugen einer dritten Potentialbarriere hinter dem Exitgate (Kapitel 4.5), einer Ladungsträgerverarmung im Kanal durch ein Side-Gate (Kapitel

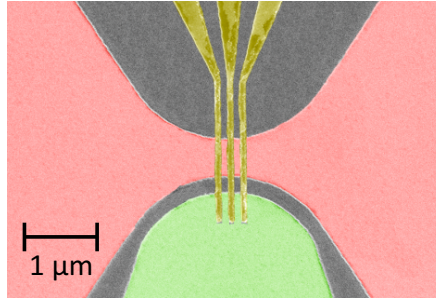


Abbildung 4.6.: Rasterelektronenmikroskopisches Bild einer Pumpgeometrie (leitender Kanal ist rot, die Topgates gelb eingefärbt) mit grün eingefärbtem Halbleiter-Sidegate zur Ladungsträgerdichtevariation im Kanal.

4.2.3) oder Anlegen eines Magnetfelds von mehreren Tesla Stärke (Kapitel 5.1) lässt sich die quantisierte Region auf mehrere Plateaus erweitern. Da das erste Plateau bei Deltaanalysen dennoch eine durchwegs höhere Quantisierung auch bei höheren Pumpfrequenzen als klassische Kanäle erwarten ließ, wurde trotz einigen Ungereimtheiten bezüglich der $U_R - U_L^{\text{DC}}$ -Entwicklung die Untersuchung an adiabatischen Kanälen sogar bevorzugt.

Ein wichtiger Punkt ist, dass durch den adiabatischen Verlauf die Ladungsträgerdichte im Kanal nur geringfügig beeinflusst wird (vergleiche auch Kapitel 5). Der QD lässt sich dadurch schärfer definieren, was ein möglicher Grund für das längere erste Plateau wäre. Über die in Kapitel 5.3 dargelegten Magnetfeldmessungen konnte sogar bestätigt werden, dass die Randkanäle im Quanten-Hall-Regime [38] bis direkt an die Pumpstruktur heran reichen und nicht wie bei klassischen Strukturen bereits vorher im Kanal miteinander streuen.

4.2.3. Einfluss eines Halbleiter - Sidegates

Um bei laufenden Messungen in-situ die transversale Potentialgeometrie verändern zu können, wurde bei einigen Proben der Kanal mit einem lateralen Sidegate versehen. Dazu wurde wie auf dem REM-Bild in Abbildung 4.6 auf einer Seite der Kanalmesa (rot eingefärbt) im Abstand von 200 nm die Dotierschicht nicht weggeätzt und das darunterliegende 2DEG (grün eingefärbt) als planare Feldefektelektrode benutzt.

Durch Anlegen von negativen Spannungen U_{SG} bis zu einem Volt konnte die Ladungsträgerdichte im Kanal soweit abgesenkt werden, dass schlussendlich kein Transport mehr möglich war. In Abbildung 4.7 ist für Spannungen von $U_{\text{SG}} = 0 \text{ mV}$ bis $U_{\text{SG}} = -1000 \text{ mV}$, bei ansonsten identischen Arbeitsparametern, das Pumpregime der Pumpe P652-5-22-900 abgebildet. Für die Anregungsfrequenz von $f = 200 \text{ MHz}$ wurde eine Leistung von $p = -3,5 \text{ dBm}$ gewählt. An das dritte Gate (vergleiche Kapitel 4.5) wurde eine negative Spannung von $U_{3\text{G}} = -20 \text{ mV}$ angelegt.

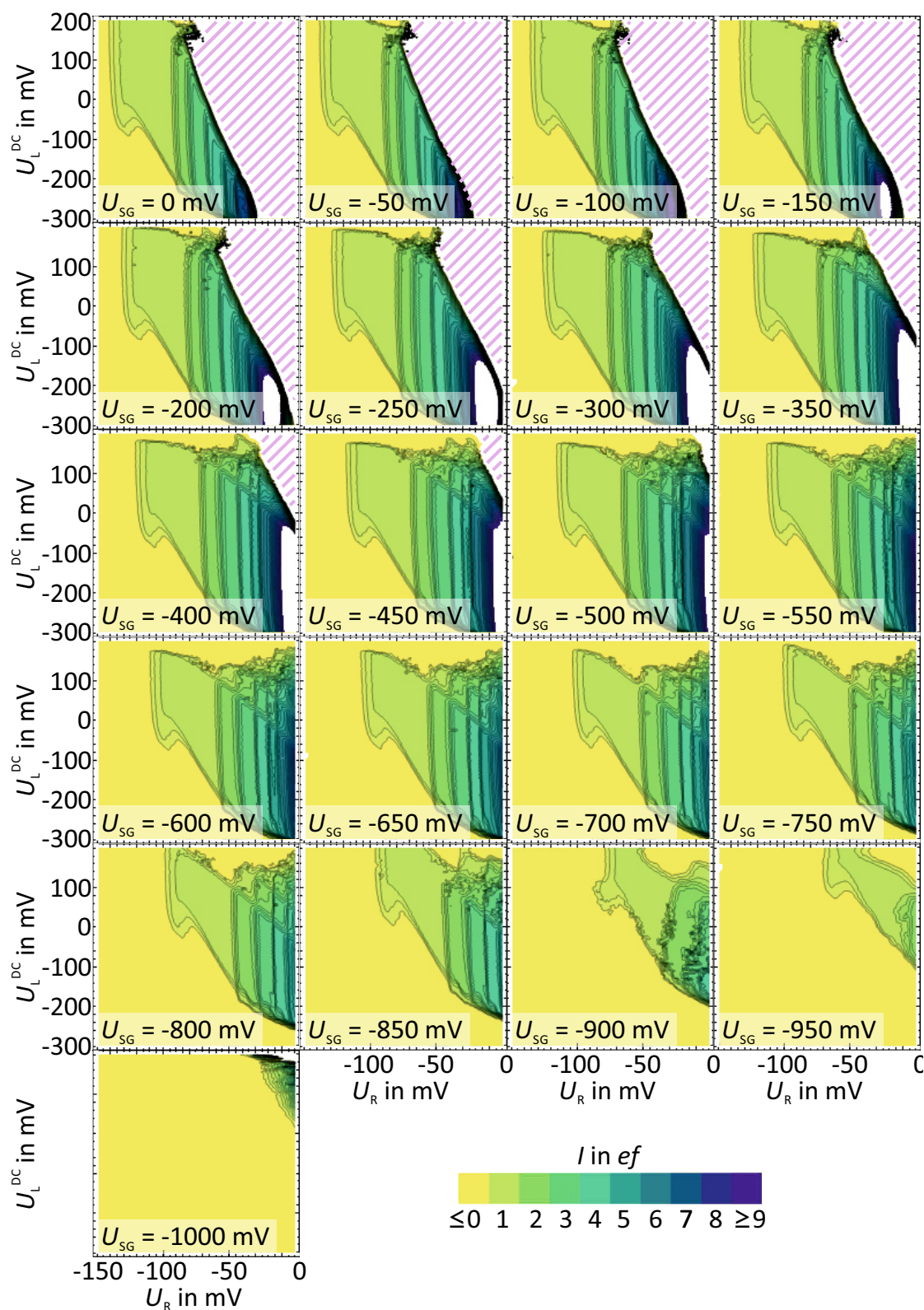


Abbildung 4.7.: 2D-Pumpregime der Einzelelektronenpumpe P652-5-22-900 für verschiedene Sidegatespannungen von $U_{\text{SG}} = 0 \text{ mV}$ bis $U_{\text{SG}} = -1000 \text{ mV}$. Datensätze: tlh179C9.

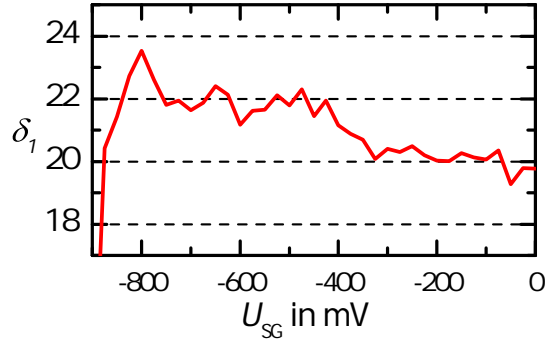


Abbildung 4.8.: Qualitätsfaktor δ_1 als Funktion der Spannung U_{SG} eines transversalen, lateralen Sidegates.

Durch die abnehmende Ladungsträgerdichte verliert der Verlauf der Potentiallandschaft, explizit die Definition der Barrieren und des QDs, an Schärfe, wodurch die Landschaft bezogen zur Fermienergie zunehmend angehoben wird. Dies äußert sich zum Beispiel in der Verschiebung des quantisierten Regimes zu positiveren rechten Gatespannungen U_R . Zusätzlich verringert der glattere Potentialverlauf den Einfluss einer Barrierenmodulation des linken Gates auf die Bewegung der Besetzungszustände im QD, wodurch sich die Pumpregion in vertikaler, also in U_L^{DC} -Richtung verkleinert.

Des Weiteren verbreitern sich die Barrieren und der pinkfarbene schraffierte, die quantisierte Region bei $U_{SG} = 0$ mV bis $U_{SG} = -450$ mV begrenzende Leckstrom (Die Umstände dieses Effektes sind in Kapitel 4.5 beschrieben) wird zunehmend unterdrückt. Allerdings werden die Potentialbarrieren dadurch nicht nur räumlich breiter, sondern auch energetisch niedriger.

Untersucht man die nach Kapitel 3.4 normierte Länge des ersten Plateaus δ_1 als Funktion der Sidegatespannung U_{SG} (Abbildung 4.8), stellt man einen Anstieg von δ_1 für negativere U_{SG} fest. Dieser erstreckt sich von $\delta_1(U_{SG} = 0 \text{ mV}) = 19,8$ bis $\delta_1(U_{SG} = -800 \text{ mV}) = 23,5$, ehe der Kanal vollständig durch das Sidegate abgeschnürt wird und das Pumpregime kollabiert. Eine Reduzierung der QD-Größe findet somit tatsächlich statt. Maximal wurde für δ_1 eine Steigerung von 15% beobachtet, was für diesen Fall eine Verbesserung der theoretisch vorhergesagten Ablage $\varepsilon_{I,\text{th}} = I_{\text{theo}}/(ef) - 1$ um mehr als eine Größenordnung bedeutet (siehe Kapitel 3.4). Allerdings war bei den meisten untersuchten Sidegate-Proben kein Einfluss der Sidegates messbar und/oder die Leckströme zwischen Sidegate und Kanal viel zu hoch. Letzteres schließt eine praktische Verwendung für Präzisionsmessungen aus und das Sidegate-Prinzip wurde vorerst nicht weiter verfolgt. Für andere mögliche Experimente kann ein Sidegate jedoch sehr nützlich sein. So wurden in Ref. [39] Berechnungen zu Spin-Verschränkungen in wie hier ver-

wendeten QDs angestellt: Um für eine maximale Spin-Verschränkung nur den Spin-Singlett-Zustand zu erhalten, muss dieser vom Spin-Triplett-Zustand separiert werden. Dies benötigt eine hohe Energielücke zwischen diesen Zuständen. Die Ergebnisse besagen, dass diese Energielücke vom Verhältnis zwischen longitudinaler (l_x) und transversaler (l_y) QD-Größe bestimmt wird. Dieses Verhältnis lässt sich durch ein Sidegate direkt beeinflussen und sollte es ermöglichen, die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Spinverschränkungen zu erhöhen.

4.3. Temperaturabhängigkeit

In Referenz [20] beschreiben V. Kashcheyevs et al. die Temperaturabhängigkeit einer Einzelelektronenpumpe. Dabei unterscheiden sie zwei Temperaturbereiche: Oberhalb einer spezifischen Temperatur T_{th} lässt sich der Pumpprozess durch ein thermisches Modell beschreiben. Die Initialisierung des QD wird dabei durch die Temperaturverbreiterung der Fermienergie der Zuleitung bestimmt. Eine Temperaturverringerng verbessert demnach die Plateauqualität solange, bis T_{th} erreicht wird. Die Plateaustufenform unterliegt einer einfachen exponentiellen Abhängigkeit von der rechten Gatespannung U_{R} und ist nach Referenz [20] bestimmt durch

$$\frac{I_{\text{therm}}}{ef} = F(U_{\text{R}}) = \frac{1}{e^{-e\hat{U}_{\text{R}}/k_{\text{B}}T_{\text{L}}} + 1} \quad . \quad (4.2)$$

$F(U_{\text{R}})$ ist hierbei die Fermiverteilung, die die Besetzungswahrscheinlichkeit der Energieniveaus in der linken Zuleitung definiert und von der Temperatur der Zuleitung T_{L} sowie von der rechten Gatespannung $U_{\text{R}} \propto \hat{U}_{\text{R}}$ abhängt. Abbildung 4.9 (A) skizziert den entsprechenden Plateauanstieg von $I = 0$ auf $I = 1ef$. Charakteristisch ist der symmetrische Kurvenverlauf, der durch die gelb eingefärbten Hilfsflächen verdeutlicht werden soll.

Unterhalb von T_{th} wird die Selektivität des Quantenpunktes durch das Decay-Cascade-Modell (Kapitel 3.4) beschrieben. Hierbei wird die Plateauqualität durch das Zerfallsratenverhältnis bestimmt wodurch sich für die Plateaustufenform eine doppel-exponentielle Abhängigkeit von der rechten Gatespannung U_{R} ergibt (vergleiche Gleichung 3.21 bezüglich Konstante K):

$$\frac{I_{\text{theo}}}{ef} = e^{-e^{-\alpha U_{\text{R}} + K}} \quad . \quad (4.3)$$

Eine Skizze des für dieses Modell typischen Kurvenverlaufs ist in Abbildung 4.9 (B) dargestellt. Durch die zwei unterschiedlich großen, gelb eingefärbten Flächen lässt sich gut der durch die unterschiedlichen Anstiege hervorgerufene charakteristische asymmetrische Verlauf erkennen.

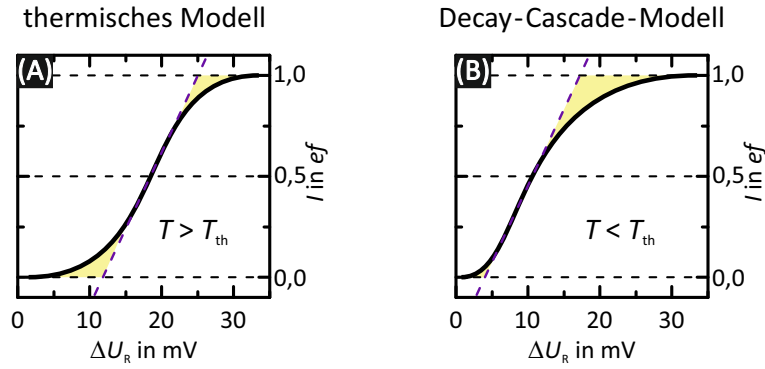


Abbildung 4.9.: Skizze der Plateaustufenform für zwei unterschiedliche Initialisierungsmodelle nach Referenz [20]. Dargestellt sind das thermischen Modell (A) sowie das Decay - Cascade - Modell (B).

Falls der Zerfall durch thermische Emission dominiert wird (also nicht wie vorher die Temperatur der Zuleitung entscheidend ist, sondern die Temperatur des Quantenpunktes), kann auch unterhalb T_{th} die Plateauqualität durch weiteres Abkühlen verbessert werden. Wenn jedoch Tunnelprozesse die Zerfallsratenverhältnisse dominieren, ist eine weitere Verbesserung über die Temperatur nicht möglich. Eine Untersuchung der Pumppräzision abhängig von der Temperatur ist zur Unterscheidung der Initialisierungsprozesse von Bedeutung.

In dem für diese Untersuchung benutzten Mischungskryostaten konnte die Temperatur nur sehr eingeschränkt in einem kleinen Modifikationsfenster variiert werden. Dazu wurde nach Erreichen der Basistemperatur des Kryostaten von ungefähr $T_{\text{Mk,Basis}} = 50 \text{ mK}$ die Mischkammer durch einen eingebauten Heizer bis auf $T_{\text{Mk,max}} = 600 \text{ mK}$ erwärmt. Welche tatsächliche Elektronentemperatur die Pumpstruktur während des Pumpvorgangs besitzt, kann allerdings nicht direkt ermittelt werden. Aufgrund der Nähe zu der wärmeeintragenden Kupfer - HF - Leitung sowie deren Leistungseintrag durch die angelegte Wechselspannung wird die Elektronentemperatur jedoch über der Mischkammertemperatur liegen. Abbildung 4.10 zeigt das quantisierte Pumpregime der adiabatischen Pumpe P652-5-22-900 für sieben verschiedene Temperaturen von $T_{\text{Mk}} = 50 \text{ mK}$ bis $T_{\text{Mk}} = 600 \text{ mK}$. Die Hochfrequenz wurde dazu auf $f = 200 \text{ MHz}$ mit einer Leistung von $p = -3,5 \text{ dBm}$ eingestellt. Des Weiteren wurde eine Spannung von $U_{\text{SG}} = -600 \text{ mV}$ an das Sidegate sowie von $U_{\text{3G}} = -20 \text{ mV}$ an das dritte Topgate angelegt. Auffällige Unterschiede im 2D-Plot treten nicht auf. Lediglich ab $T_{\text{Mk}} = 200 \text{ mK}$ tritt ein leichtes Verschieben des Pumpregimes zu negativeren Werten von U_{R} auf (siehe Abbildung 4.11 (A)). Dieser Effekt lässt sich durch die Verbreiterung der Fermikante erklären. Bei zunehmender Temperatur existieren Elektronen mit Energien die über $E_{\text{F}, T=0 \text{ K}}$ liegen. Dies ermöglicht bereits bei negativeren Gatespannungen U_{R} eine ausreichende Equilibrierung des Quantenpunktes. Der Umstand, dass

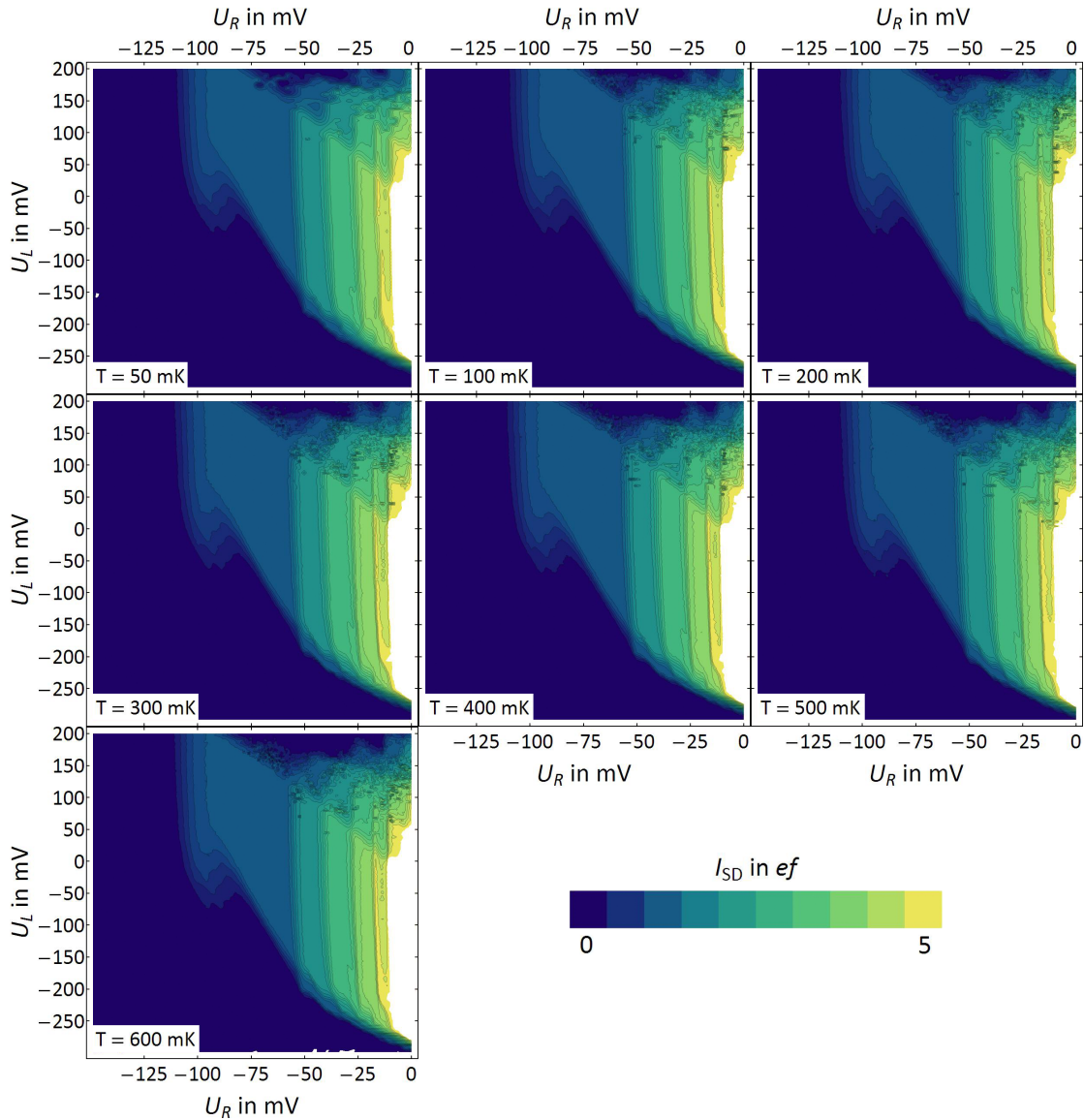


Abbildung 4.10.: Quantisiertes Pumpregime für verschiedene Mischkammertemperaturen von $T_{\text{Mk}} = 50 \text{ mK}$ bis $T_{\text{Mk}} = 600 \text{ mK}$.

die Verschiebung erst bei $T_{\text{Mk}} = 200 \text{ mK}$ einsetzt, legt nahe, dass die elektronische Temperatur trotz weiteren Abkühlens nicht unter 100 mK fällt.

Da sich an der Plateaustruktur innerhalb des Temperaturfensters kaum eine Änderung zeigt, lässt sich folgern, dass $T_{\text{th}} > 600 \text{ mK}$ liegt und die Temperatureffekte der Zuleitung bei der QD-Initialisierung nicht zum Tragen kommen. Unterstützt wird dies durch die Tatsache, dass die Plateauanstiege - wie man in Abbildung 4.11 (B) erkennen kann - dem Decay-Cascade-Modell entsprechend sehr asymmetrisch verlaufen.

Bei der Untersuchung der Flachheit des ersten Plateaus konnte im Rahmen der zu diesem Zeitpunkt noch sehr großen Messunsicherheit kein Unterschied zwischen $T_{\text{Mk}} = 50 \text{ mK}$ und $T_{\text{Mk}} = 600 \text{ mK}$ ermittelt werden. Bei der in Abbildung 4.12 dar-

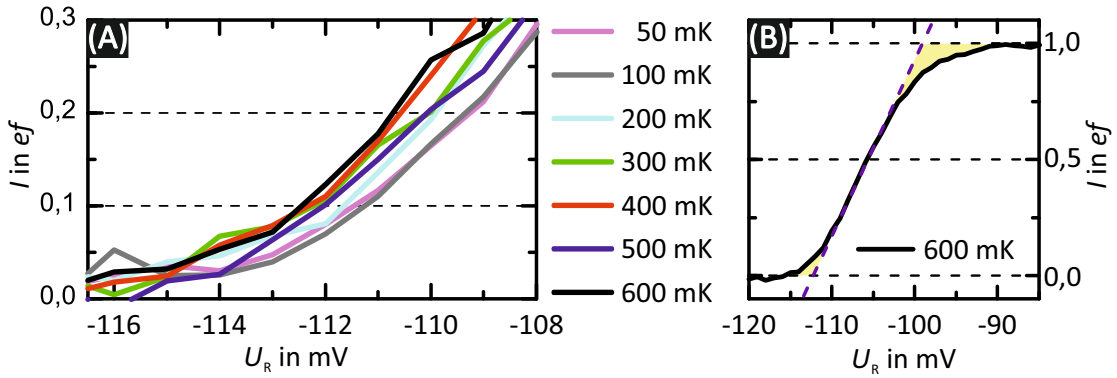


Abbildung 4.11.: (A) Einsatzpunkt des quantisierten Pumpenvorgangs für verschiedene Mischkammertemperaturen von $T_{Mk} = 50$ mK bis $T_{Mk} = 600$ mK bei fester Gatespannung $U_L^{DC} = 120$ mV. (B) Pumpeinsatzpunkt für $U_L^{DC} = 120$ mV, zur Illustration des bei $T_{Mk} = 600$ mK weiterhin asymmetrisch verlaufenden Plateauanstiegs.

gestellten Deltaanalyse zeichnet sich zwar ein leichter Trend zu kürzeren Plateaus bei höherer Temperatur ab, allerdings kann aufgrund der wenigen Messpunkte nicht ausgeschlossen werden, dass es sich hierbei um ein zufälliges Konstrukt einer statistischen Streuung handelt. Würde es sich um einen thermischen Effekt der Quantenpunktelektronen handeln, würde man eine weitaus größere Temperaturabhängigkeit mit größeren Unterschieden in den δ_n erwarten.

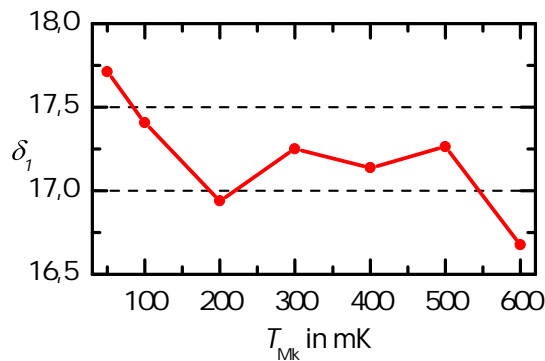


Abbildung 4.12.: Qualitätsfaktor δ_1 als Funktion der Mischkammertemperatur T_{Mk} bei ansonsten identischen Betriebsparametern.

T_{th} kann sich von Device zu Device stark unterscheiden. Um sicherzustellen, dass man sich unter T_{th} befindet, sollte immer eine möglichst niedrige Probertemperatur angestrebt werden.

4.4. Frequenzabhängigkeit der Quantisierung

Dass das Pumpregime eine Abhängigkeit von der angelegten Frequenz aufweist, wurde bereits im Kapitel 3.2 kurz angesprochen. Im Folgenden wird der experimentell beobachtete Verlauf näher betrachtet. Abbildung 4.13 zeigt die $U_R - U_L^{\text{DC}}$ -Pumpcharakteristik für Antriebsfrequenzen von $f_{\text{min}} = 20$ MHz bis $f_{\text{max}} = 500$ MHz in 20 MHz-Schritten. Zur besseren Visualisierung wurde jeweils nicht der Strom direkt, sondern dessen Gradient $\nabla I(U_R, U_L)$ geplottet. Bereiche mit großer Stromänderung sind dunkel eingefärbt, Bereiche mit geringer Stromänderung, wie z.B. $I = 0$ oder auf dem $I = 1 * ef$ -Plateau, sind hell dargestellt. Bei einer Betrachtung fallen als erstes die Größenänderungen des $I = 1 * ef$ -Plateau in U_L -Richtung auf. Dies ist ein direkter Hinweis, dass die an der Pumpstruktur anliegende HF-Amplitude für verschiedene Frequenzen stark unterschiedlich ist. Eine generelle Abnahme der Amplitude zu höheren Frequenzen hin ist bedingt durch die im Messaufbau verwendeten Koaxialkabel des HF-Signals, deren Dämpfung sich mit zunehmender Frequenz erhöht. Allein das im Probenstab verbaute Edelstahl-*Semi-Rigid*-Kabel erhöht bei der Frequenzanhebung von $f_{\text{min}} = 20$ MHz auf $f_{\text{max}} = 500$ MHz seine Dämpfung von -57 dB/100 m auf -292 dB/100 m. Dies bewirkt bei der verwendeten Kabellänge von 2,8 m für die Amplitudenspannung eine Änderung des Dämpfungsfaktors $D = U_{L,\text{Ausgang}}^{\text{amp}} / U_{L,\text{Eingang}}^{\text{amp}}$ von $D(f = 20 \text{ MHz}) \approx 0,8$ auf $D(f = 500 \text{ MHz}) \approx 0,4$. Die zusätzlich entstehenden Einbrüche mit ihren Minima im Bereich um $f = 60$ MHz, $f = 140$ MHz, $f = 240$ MHz, $f = 320$ MHz, $f = 400$ MHz resultieren höchstwahrscheinlich aus der fehlenden 50Ω -Anpassung der HF-Leitung an der Pumpstruktur. Dies führt zu Reflexionen am offenen Ende und kann bei bestimmten Frequenzen zu starker destruktiver Interferenz mit erheblicher Amplitudenverringerng führen.

Des Weiteren erkennt man eine Verdrehung oder Abrundung der Begrenzungskanten im Bereich negativer Gatespannungen U_R und U_L , also der vorderen Begrenzungskante der Pumpregion und der Einfangkante. Dies tritt vor allem bei höheren Frequenzen auf, zeigt sich aber auch schon bei einigen bestimmten niedrigen Frequenzen. Die Ursache dieses Effekts konnte bisher noch nicht zweifelsfrei entschlüsselt werden.

Eine mögliche Erklärung wären kapazitive Kopplungseffekte des Hochfrequenzsignals an das Exitgate. Die Wechselspannung koppelt dabei mit zunehmender Frequenz stärker kapazitiv in den Zuführungen oder direkt auf dem Chip an die DC-Leitung. Die DC-Leitung wird aufgrund einer anderen Länge, eines anderen Materials und einer fehlenden Schirmung eine andere Resonanzfrequenz als die HF-Leitung aufweisen und somit mit je nach Anregungsfrequenz unterschiedlicher Phasenverschiebung mitschwingen. Im negativsten Fall schwingen linkes und

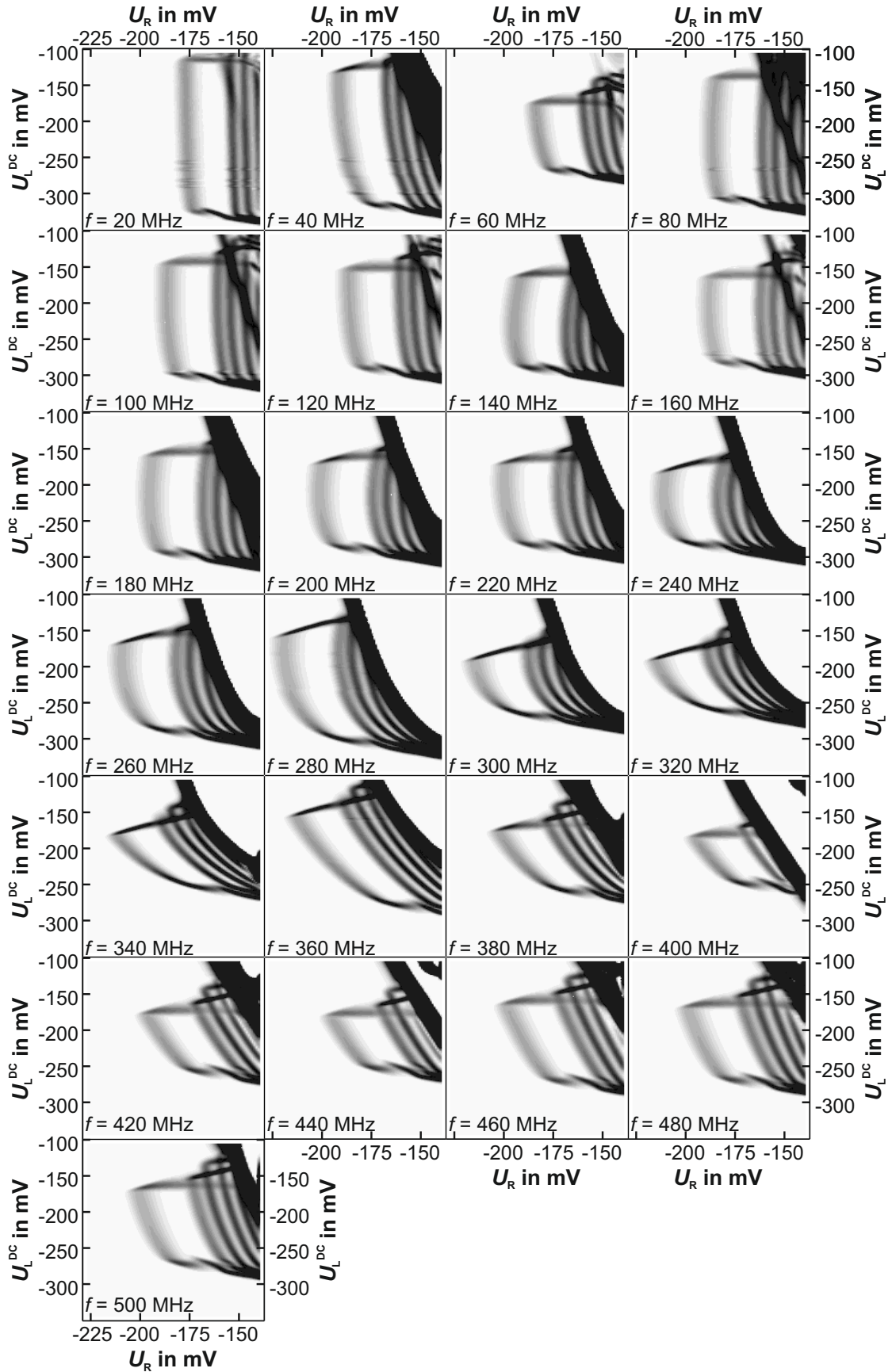


Abbildung 4.13.: Ableitung des Pumpstroms als Funktion der Gatespannungen U_R und U_L^{DC} für verschiedene Pumpfrequenzen f . Die Pumpe P652-5-41-900 wurde betrieben mit einer HF-Leistung $p = -12$ dBm, $B = 0$ T, $U_{3G} = -180$ mV.

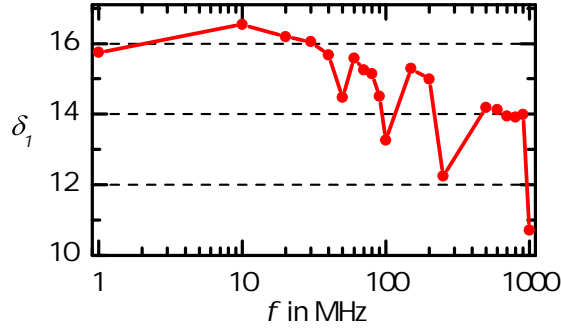


Abbildung 4.14.: Qualitätsfaktor δ_1 als Funktion der Pumpfrequenz f . Die Daten wurden extrahiert aus 2D-Plots der Probe P652-5-1-900

rechtes Gate gleichphasig und unterbinden für hohe Barrieren (negative U_R und U_L) den Pumptransport. Dies würde erklären, wieso für manche Frequenzen der Abrundungseffekt stärker, für manche Frequenzen schwächer ausfällt. In Abbildung 4.13 könnte man diesen Effekt den Frequenzen $f = 40$ MHz und $f = 80$ MHz zuordnen. Bei $f = 40$ MHz tritt trotz niedriger Frequenz eine ausgeprägte Abrundung auf, die bei $f = 80$ MHz fast gänzlich verschwunden ist.

Eine zweite Erklärungsmöglichkeit beruht auf dem von P. W. Brouwer 2001 in Referenz [40] beschriebenen Source-Drain Gleichrichtereffekt. Sehr negative Gatespannungen erzeugen eine hohe Barriere mit großer entvölkerter Zone. Wird diese Barriere zusätzlich moduliert, entstehen durch die Elektronenwanderung Wechselströme in Source. Die Gate-Source-Kopplung ist abhängig von der Impedanz von Source, welche sehr komplexen Abhängigkeiten unterliegt. Dies führt zu ebenfalls sehr komplexen Frequenzabhängigkeiten des Phasengangs. Im negativsten Fall trifft der Ladezeitpunkt des QDs genau zusammen mit dem Zeitpunkt, an dem das chemische Potential von Source bezüglich des Gleichgewichtswertes durch den Wechselstrom am stärksten erniedrigt wird. Für eine vollständige Equilibrierung des QDs muss daher mit positiveren rechten Gatespannungen gegengesteuert werden. Da bei negativen Gatespannungen das Zeitfenster zum Equilibrieren am kleinsten ist, zeigt sich hier der Effekt am ausgeprägtesten. Es entsteht an der Einfangkante eine abgerundete Form, die sich für höhere Frequenzen zu positiveren U_L^{DC} verschiebt. Diese Erklärung ist auch konsistent mit der für den im Magnetfeld beobachteten Verdrehungseffekt (vergleiche Kapitel 5.2.1 und 5.2.2).

Denkbar wäre auch eine Mischform aus beiden Interpretationen, wobei je nach Situation entweder der eine oder der andere Effekt überwiegt, sich aber beide in sehr ähnlicher Weise in den Messungen offenbaren. Eine quantitative Aussage lässt sich jedoch mit den vorliegenden Daten nicht treffen. Dies würde weiterer und gezielter Untersuchungen bedürfen.

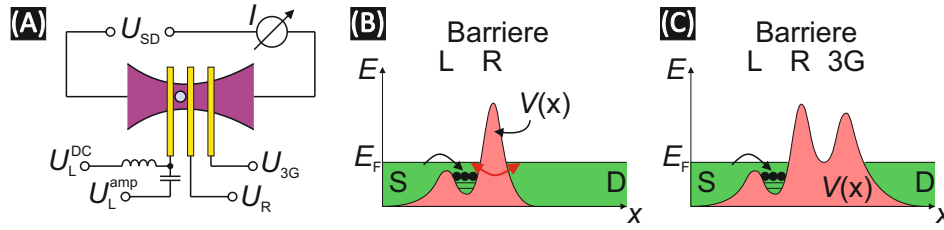


Abbildung 4.15.: (A) Messaufbau zur Schaffung einer zusätzlichen Potentialbarriere hinter dem Exitgate. Potentiallandschaft $V(x)$ einer Pumpstruktur mit adiabatischer Kanalgeometrie ohne (B) sowie mit (C) zusätzlicher, dritter Potentialbarriere.

Untersucht man die Quantisierungsgenauigkeit, zeigen sich die in Kapitel 3.2 angesprochen Frequenzabhängigkeiten. Dazu wurde für einen Pumpfrequenzbereich von $f = 1$ MHz bis 1 GHz die Entwicklung der Qualität des $I = 1ef$ -Plateaus untersucht und geplottet (Abbildung 4.14). Für eine bessere Darstellbarkeit ist hierbei die Frequenz logarithmisch aufgetragen. Auffallend ist, dass die Quantisierung zunächst mit zunehmender Frequenz bis auf einen Maximalwert ansteigt (in diesem Fall bei $f = 10$ MHz), im weiteren Verlauf jedoch stark abnimmt. Je niedriger die Frequenz ist, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Quantenpunkt beim Laden nicht schnell genug vom Fermisee der Zuleitung entkoppelt wird, um ein Tunneln von Elektronen von der Zuleitung zurück in den Quantenpunkt zu verhindern. Die Wahrscheinlichkeit für einen definierten Ladezustand reduziert sich damit. Im Gegenzug erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für einen undefinierten Ladezustand für zunehmende Frequenzen ebenso, da die Zeitkonstanten der Zerfallsprozesse für die einzelnen Besetzungszustände nicht beliebig klein und beliebig verschieden sein können. Je mehr Zeit für die Zerfallsprozesse vorhanden ist, desto präziser ist der endgültige Ladezustand des Quantenpunkts. Die anzustrebende Pumpfrequenz ist damit eingegrenzt auf einen Bereich, in dem der Einfluss beider Fehlermechanismen noch nicht zu groß ist. Dieses Frequenzfenster kann von Device zu Device unterschiedlich sein. Im Hinblick auf eine möglichst genaue Strommessung muss somit für jede Pumpe einzeln der maximal mögliche Pumpstrom (je höher der Strom, desto weniger fallen systematische absolute Messunsicherheiten ins Gewicht) bestimmt werden, für den eine Delta-Analyse nicht schon eine zu niedrige Pumppräzision erwarten lässt. Für die in der Abbildung 4.14 analysierte Pumpstruktur wäre bereits bei einer Frequenz über 20 MHz eine Ablage von mehr als 5ppm zu erwarten. Der entsprechende Strom läge somit unterhalb von $I = ef \approx 3,2$ pA. Dies wäre für eine sinnvolle Präzisionsmessung nicht ausreichend (vergleiche Kapitel 6).

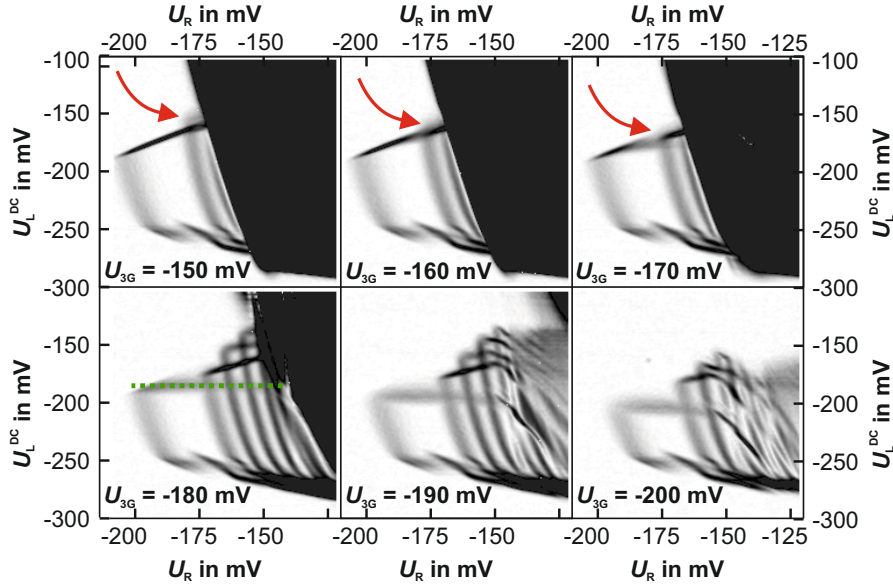


Abbildung 4.16.: Ableitung des Stroms I als Funktion von U_R und U_L^{DC} für verschiedene Gatespannungen $U_{3\text{G}}$ einer dritten Potentialbarriere. Die gemessene Pumpe P652-5-41-900 hat eine adiabatische Kanalgeometrie und wurde betrieben bei $f = 500$ MHz, $p = -14$ dBm, $U_{\text{SD}} = 0$, $B = 0$.

4.5. Zusätzliche Potentialbarriere

In Kapitel 4.2.2 wurde schon darauf hingewiesen, dass adiabatische Pumpgeometrien bei Betrieb ohne Magnetfeld oftmals nur Teile der quantisierten Region zeigen. Wie in Abbildung 4.15 (B) dargestellt, scheint die Exitbarriere aufgrund der hohen Ladungsträgerdichte so schmal zu werden, dass schon bei relativ negativen Gatespannungen U_R die Barriere während des Ladevorgangs transparent wird und ein Leckstrom entsteht. Auch wenn das gesamte $I = 1ef$ -Plateau sichtbar ist, kann ein ungenügender Abstand zwischen Arbeitspunkt der Pumpe und sichtbarem Einsatz des Stromdurchbruchs dennoch einen für Präzisionsmessungen zu großen Leckstrom bedeuten.

Aus diesem Grund wurde versucht, wie in Abbildung 4.15 (A) und (C) dargestellt, die Potentialbarriere am Ausgang der Pumpe künstlich durch eine zusätzliche Barriere mit Hilfe des ansonsten nicht genutzten 3. Gates zu verstärken. In Abbildung 4.16 sind für verschiedene Gatespannungen $U_{3\text{G}}$ die quantisierten Pumpregionen gezeigt. Bei Spannungen $U_{3\text{G}} \geq -150$ mV konnten keine Veränderungen beobachtet werden, weshalb die zugehörigen 2D-Plots nicht dargestellt wurden. Bei Spannungswerten, die näher an der pinch-off-Spannung $U_{3\text{G}, \text{p.o.}} = -205$ mV liegen, zeigte sich ein Einfluss. Zunächst ($U_{3\text{G}} = -150$ mV bis -170 mV) ist noch keine Erweiterung der Region erkennbar, jedoch sieht man eine leichte Abflachung der Auswurfkante und eine Verkleinerung des $1ef$ -Nebenplateaus (roter Pfeil). Bei $U_{3\text{G}} = -180$ mV konnte der Leckstrom soweit unterdrückt werden, dass das

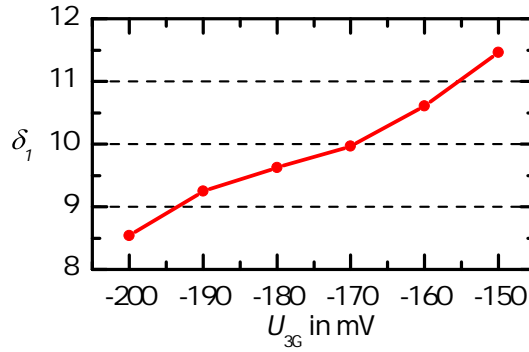


Abbildung 4.17.: Deltaanalyse des ersten Pumpplateaus für verschiedene Spannungen U_{3G} eines dritten Barrierengates. Die Daten wurden aus den in Abbildung 4.16 dargestellten Messungen extrahiert.

$4ef$ -Plateau vollständig sichtbar wurde. Auffällig ist, dass die Auswurfkante des $1ef$ -Plateaus nun parallel zur U_R -Achse verläuft (grün gepunktet). Dies bedeutet, dass für $I = 1ef$ die rechte Barriere keinen Einfluss mehr auf die Emission der Elektronen nach Drain hat. Es scheint, dass hier die weiter entfernte dritte Potentialbarriere zur relevanten Exitbarriere geworden ist. Dafür spricht auch die Verschiebung der Auswurfkante für negativere U_{3G} . Eine höhere Exitbarriere kann nur durch negativere U_L^{DC} und damit durch eine höhere linke Barriere kompensiert werden. Über den Verlauf der Plateaus höherer Ordnung lässt sich keine Aussage treffen, da diese bei $U_{3G} \geq -170$ mV vom Leckstrom verdeckt sind.

Für Spannungen von $U_{3G} < -180$ mV wird der Leckstrom zwar noch weiter unterdrückt, es treten jedoch Resonanzeffekte auf, ausgelöst durch den zweiten entstehenden QD zwischen Barriere R und 3G. Diese führen zu einer komplexen Plateaustruktur, während gleichzeitig das $1ef$ -Plateau schrumpft. Bei $U_{3G} = -210$ mV ist die 3G-Barriere so hoch, dass jeglicher Strom blockiert wird.

Es lässt sich also mit einem dritten Gate tatsächlich der Eintritt des Leckstroms verschieben, allerdings zeigt eine in Abbildung 4.17 dargestellte Deltaanalyse dieser Pumpe einen Abfall von δ_1 mit zunehmend negativer werdender Gatespannung U_{3G} . Die Quantisierungsqualität nimmt hier somit durch Benutzung eines dritten Gates ab. Die Verwendung einer dritten Potentialbarriere kann somit eine hilfreiche Möglichkeit zur besseren Darstellung von Messdaten sein, ist jedoch bei Präzisionsmessungen aufgrund der Qualitätseinbußen nur mit Bedacht zu verwenden.

4.6. Fazit

In diesem Kapitel wurden Untersuchungen beschrieben, die Pumpräzision ohne Anlegen eines Magnetfelds durch Variation verschiedener experimenteller Parameter zu optimieren. Es zeigte sich, dass Anpassungen der Potentiallandschaft großen Einfluss auf die Stromquantisierung haben können. Eine Änderung der Kanalgeometrie von einem einfachen langgestreckten Kanal zu einem adiabatischen verlaufenden Kanal verlängerte, auf Kostens der Plateaus höherer Ordnung, bei nahezu allen untersuchten Proben das $I = 1ef$ -Plateau stark. Ebenfalls konnte durch ein neben dem Kanal verlaufendes Sidegate der Kanal künstlich eingeengt werden. Dies zeigte einen positiven Effekt auf die Plateauqualität.

Während eine Temperaturvariation der Probenumgebung von $T_{\text{Mk}} = 50 \text{ mK}$ nach $T_{\text{Mk}} = 600 \text{ mK}$ nahezu keine messbaren Auswirkungen hatte, zeigten frequenzabhängige Messungen, dass die Quantisierung mit zunehmender Frequenz nachlässt.

Durch eine zusätzliche Potentialbarriere hinter dem Exitgate konnte der oftmals bei adiabatischen Kanalformen auftretende Leckstrom unterbunden werden. Allerdings stellte sich heraus, dass sich durch eine dritte Barriere die Plateauqualität verschlechtern kann.

5. Auswirkungen eines senkrechten Magnetfelds

In Kapitel 3.4 wurde gezeigt, dass die Plateaulänge stark von den Tunnelraten der einzelnen Zustände abhängig ist. Ein möglicher Weg, diese Tunnelraten direkt beeinflussen zu können, ist der Einsatz eines externen Magnetfeldes. Cunningham *et al.* zeigte schon im Jahre 2000 in Ref. [41], dass bei Einzelladungstransport via akustische Oberflächenwellen (engl.: *surface acoustic waves* = SAW) ein zum 2DEG senkrechtes Magnetfeld einen Einfluss auf die Potentiallandschaft hat und eine Änderung der Quantisierungsqualität hervorruft. Das Resultat war jedoch, dass mit zunehmendem senkrechten Magnetfeld sich die Quantisierung verschlechterte und oberhalb von etwa 300 mT sich kein quantisierter Strom mehr erzeugen ließ.

Obwohl nicht-adiabatische Einzelladungspumpen von den Abmessungen und dem Materialsystem der Strukturen her SAW - Bauteilen sehr ähnlich sind und auch einen verwandten Transportmechanismus haben, unterscheiden sie sich erheblich in ihrer Potentialmodulation. Bei ersten Tests zeigte sich, dass die Auswirkungen des Magnetfeldes jedoch genau gegensätzlich sind und eine hohe Quantisierungsverbesserung eintrat [42, 43]. Der Einfluss eines Magnetfeldes auf Elektronen in statischen Potentiallandschaften sowie auf Elektron - Elektron - Wechselwirkungen wurde bereits ausführlich untersucht [44, 45, 46, 47]. Zeitabhängige Potentiallandschaften sind jedoch noch relativ unerforscht.

In diesem Kapitel werden Messungen vorgestellt, bei denen die Einzelelektronenpumpen einem senkrecht zur 2DEG - Fläche angelegtem Magnetfeld ausgesetzt waren. Im ersten Abschnitt wird dabei explizit auf die Quantisierungsverbesserung eingegangen. Darauf werden weitere experimentelle Beobachtungen - einige auch noch nicht umfassend erklärbar - vorgestellt. Im Anschluss werden zwei neue Anwendungsmöglichkeiten einer Halbleiterpumpe im Magnetfeld präsentiert: Die Erzeugung von Einzelelektronenanregungen in QH - Randkanälen und eine nur auf Halbleitermaterial basierende Quantenspannungsquelle.

5.1. Quantisierungsverbesserung durch Magnetfeld

Ein großer Unterschied der beiden verwendeten Kanalgeometrien (siehe Kapitel 4.2.2) besteht in der Ladungsträgerdichte im Kanal. Während sich diese bei adiabatischen Kanälen aufgrund der geringen Krümmungsradien nur gering von der eines ausgedehnten 2DEGs unterscheidet, kann sie bei langen und engen Kanälen durch Störstellen oder Rauigkeiten am Kanalrand stark differieren. Reproduzierbare Aussagen bei höheren Magnetfeldern wie Korrelationen mit Füllfaktoren oder ähnlichem sind deshalb eher für adiabatische Kanäle möglich. Allerdings zeigt diese Pumpenart auch eine Vielzahl von komplexen und nicht einfach erklärbaren Eigenheiten. Zusätzlich erschwert das oftmals bei geringen Magnetfeldstärken nicht vollständig sichtbare $1ef$ -Plateau sowie fehlende Plateaus höherer Ordnung die Untersuchungen für die Bereiche $B < 3$ T. Aus diesen Gründen wird im Folgenden zunächst mit einer einfachen parallelen Kanalgeometrie die prinzipielle Quantisierungsverbesserung untersucht und im späteren Verlauf für höhere Magnetfeldbereiche die Beobachtungen an adiabatischen Kanälen gezeigt.

5.1.1. Betrachtung der Quantisierungsverbesserung

Bei nahezu ¹ allen getesteten Pumpstrukturen zeigte sich, dass sich die Quantisierungsqualität durch ein angelegtes senkrecht zum 2DEG verlaufendes Magnetfeld signifikant verbessern lässt.

Abbildung 5.1 (A) zeigt die Ableitung dI/dU_R des Stroms der Pumpstruktur P652-3-1-800 mit klassischer Kanalgeometrie als Funktion der Magnetfeldstärke B sowie der rechten Gatespannung U_R . Die Messung wurde durchgeführt bei einer Temperatur von $T = 40$ mK, einer festen Spannung $U_L^{\text{DC}} = 360$ mV, einer Pumpfrequenz von $f = 50$ MHz sowie einer HF-Leistung von $p = -16$ dBm. Die roten Linien stellen die Anstiege zwischen den Plateaus dar, während die grünen Flächen für die Bereiche mit nahezu konstantem Strom $I = nef$ stehen. Die eingezeichnete Zahl n beschreibt auch hier die Anzahl der pro Frequenzzyklus simultan gepumpten Elektronen und damit die Ordnung des Plateaus.

Auffallend ist, dass sich mit zunehmender Feldstärke die Stufenkanten zunächst zwischen $B = 0$ T und $B = 0,3$ T zu positiveren U_R -Spannungen verschieben, zwischen $B = 0,3$ T und $B = 3$ T jedoch eine Verschiebung zu negativeren U_R -

¹Einzige Ausnahme stellt eine untersuchte Elektronenpumpe dar, bei der sich aus dem einzelnen Quantenpunkt durch das zunehmende Confinement des Magnetfeldes ein Doppelquantenpunkt bildet. Dies verkürzt das $1ef$ -Plateau sehr stark, verlängert dafür jedoch extrem das $2ef$ -Plateau. Weitere Betrachtungen sind in der Dissertation von P. Mirovski zu finden.

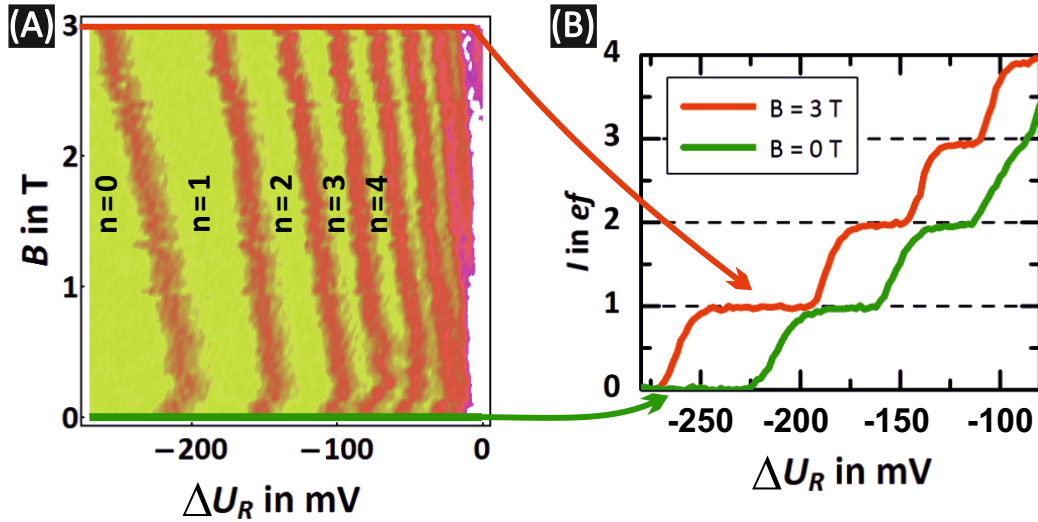


Abbildung 5.1.: (A) Ableitung dI/dU_R des Pumpstroms der Struktur P652-3-1-800 mit klassischer Kanalgeometrie als Funktion der Magnetfeldstärke B sowie der rechten Gatespannung U_R . (B) Direkte Darstellung des Pumpstroms I aus Abbildung (A) für zwei Magnetfeldstärken $B = 0$ T sowie $B = 3$ T.

Spannungen erfolgt. Des Weiteren ist klar eine Verbreiterung des $n = 1$ -Bereichs zu erkennen, ebenso wie eine Verschmälerung und eine Intensivierung der dazugehörigen Stufenkanten. Stellt man für $B = 0$ T und $B = 3$ T den gemessenen Pumpstrom direkt in Einheiten von I/ef dar (Abbildung 5.1 (B)), sieht man deutlich die steileren Anstiege sowie die Verlängerung des $I = 1ef$ -Plateaus. Beide Effekte bewirken nach dem Decay-Cascade-Modell eine Verbesserung der Stromquantisierung.

Die beobachtete Verschiebung der Stufenkanten kann zurückgeführt werden auf die Erhöhung des von den Elektronen wahrgenommenen Einschusspotentials. Dieser Effekt wird in Kapitel 5.2.1 näher erläutert. Die durch das zunehmende Confinement lokalisierte Aufenthaltswahrscheinlichkeit verringert den Überlapp der Wellenfunktionen innerhalb und außerhalb des QDs und damit die Tunnelwahrscheinlichkeiten. Dies führt dazu, dass bei der QD-Initialisierung schon bei negativerer rechter Gatespannung U_R (und damit energetisch höherer Lage des QDs) das letzte Elektron daran gehindert wird, zu Source zurück zu tunneln und somit zu Drain gepumpt werden kann. Gleiches gilt für $n > 1$.

Zusätzlich ändert ein Magnetfeld Tunnelraten in einer weit komplexeren Art und Weise. J. D. Fletcher *et. al* stellen dazu in Ref. [52] eine numerische Rechnung auf, die beschreibt, wie diese magnetfeldabhängigen Tunnelraten den Rücktunnelprozess der Elektronen bei der Initialisierung des QDs selektiver gestalten und dadurch die Ursache für die steileren Anstiege zwischen den Plateaus sind. Allerdings beschränken sich ihre Berechnungen auf lediglich drei Magnetfeldwerte

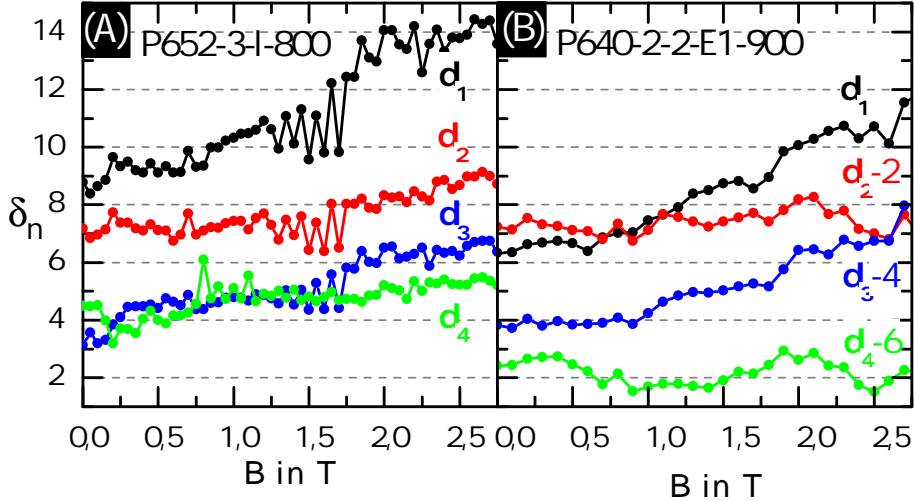


Abbildung 5.2.: Darstellung der Qualitätsfaktoren δ_n der ersten vier Plateaus abhängig vom Magnetfeld B für zwei klassische Pumpstrukturen. (A) Messdaten tlh0A7A7 der Struktur P652-3-1-800 mit den Betriebsparametern $U_R = -550$ mV bis -200 mV, $U_L^{\text{DC}} = -360$ mV, $f = 50$ MHz, $p = -16$ dBm. (B) Messdaten tlh1CFEA der Struktur P640-2-2-E1-900 mit den Betriebsparametern $U_R = -200$ mV bis -60 mV, $U_L^{\text{DC}} = -40$ mV, $f = 100$ MHz, $p = -11,5$ dBm. Zur deutlicheren Darstellung wurden in (B) δ_2 um -2 , δ_3 um -4 und δ_4 um -6 vertikal verschoben.

für eine spezifische Potentiallandschaft mit gaussförmigen Potentialbarrieren. Zum einen kommen sie zum Schluss, dass durch das erhöhte Confinement des Magnetfelds die Barrieren schärfer und selektiver werden. Eine geringe Höhenänderung der Barriere bewirkt eine stärkere Änderung der Tunnelkopplung als ohne Magnetfeld. Zum anderen wird angeführt, dass eine Magnetfelderhöhung eine Erhöhung der energetischen Abstände der Besetzungszustände mit sich bringt und dadurch die Selektivität der Barrieren weiter erhöht wird. Eine Betrachtung einer Frequenzabhängigkeit, wie in Kapitel 4.4 gezeigt, findet nicht statt. Es wird lediglich eine Frequenz angenommen, die niedrig genug ist, dass alle angeregten Zustände im QD zerfallen, bevor sie beim Initialisierungsprozess zum Tragen kommen. Eine analytische und gemeingültige Analyse fehlt jedoch auch dort. Dies belegt die Komplexität der Vorgänge, die durch Anlegen eines senkrechten Magnetfeldes ausgelöst werden.

5.1.2. Entwicklung der Plateaus höherer Ordnung

Pumpstrukturen mit langen Kanälen konstanter Breite zeigen, wie schon angesprochen, durchwegs eine schlechtere Plateauqualität, dafür meist jedoch auch Plateaus höherer Ordnung ($I = nef$ mit $n = 2, 3, \dots$). Bei Untersuchungen fiel auf, dass, wie in Abbildung 5.2 ersichtlich, sich der positive Effekt des Magnetfeldes

unterschiedlich stark auf die Entwicklung der einzelnen Pumpplateaus auswirkt.

Für zwei Pumpstrukturen, A: P652-3-l-800 aus Kapitel 5.1.1 (Abbildung 5.2 (A)) und B: P640-2-2-E1-900 (Abbildung 5.2 (B)) wurden, abhängig vom angelegten Magnetfeld, die Qualitätsparameter δ_n mit $n = 1, 2, 3, 4$ ermittelt und aufgetragen. Die Proben unterscheiden sich dabei sowohl in ihrer Kanalbreite ($b_{\text{geom,A}} = 800 \text{ nm}$, $b_{\text{geom,B}} = 900 \text{ nm}$), Kanallänge ($l_A = 10 \text{ }\mu\text{m}$, $l_B = 2 \text{ }\mu\text{m}$) als auch in ihrem Wafermaterial und somit ihrer 2DEG-Ladungsträgerdichte (siehe Kapitel 3.1: P640: $n_{e,A} = 2,77 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$; P652: $n_{e,B} = 2,08 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$). Aus letzterem sowie den ungleichen Anregungsfrequenzen ($f_A = 50 \text{ MHz}$; $f_B = 100 \text{ MHz}$) resultieren die unterschiedlichen Hochfrequenzleistungen ($p_A = -16 \text{ dBm}$; $p_B = -11,5 \text{ dBm}$) die benötigt wurden, um quantisierten Ladungstransport zu erzeugen.

Trotz der vielen Abweichungen in den Randbedingungen ist in beiden Proben ein ähnliches Verhalten ersichtlich: Die Parameter δ_1 und δ_3 , stehend für das erste sowie für das dritte Plateau, zeigen einen weitaus größeren Anstieg mit wachsendem Magnetfeld als die Parameter δ_2 und δ_4 , stehend für das zweite sowie für das vierte Plateau. Ob es sich für die ungeradzahigen Plateaus um einen nicht-linearen Verlauf handelt, kann nicht zweifelsfrei bestimmt werden. Allerdings zeigt sich insbesondere bei Pumpstruktur B eine von einem linearen Verlauf starke Abweichung. Für die Entwicklung der δ -Parameter der geradzahigen Plateaus lässt sich aufgrund des geringen Anstiegs und der großen Fluktuationen der einzelnen Werte keine Aussage treffen.

Rechnet man die δ_n um in die theoretischen minimal zu erwartenden Ablagen $\varepsilon_{I,\text{th}} = I_{\text{theo}}/(nef) - 1$, erhält man für das erste Plateau der Pumpe A eine Verringerung der Ablage von $\delta_{1,A}(B = 0\text{T}) = 8,6 \hat{=} \varepsilon_{I,\text{th,A}}(B = 0) = 2,2 \times 10^{-3}$ auf $\delta_{1,A}(B = 2,75\text{T}) = 13,2 \hat{=} \varepsilon_{I,\text{th,A}}(B = 2,75) = 3,1 \times 10^{-5}$, was knapp zwei Größenordnungen Verbesserung entspricht. Auch beim dritten Plateau erhält man eine Reduzierung der Ablage um den Faktor 16. Die Pumpstruktur B erreicht ebenfalls einen Gewinn bezüglich der Ablage um mehr als zwei Größenordnungen. $\delta_{1,B}(B = 0\text{T}) = 6,3 \hat{=} \varepsilon_{I,\text{th,B}}(B = 0) = 1,7 \times 10^{-2}$ ändert sich hierbei auf $\delta_{1,B}(B = 2,75\text{T}) = 11,7 \hat{=} \varepsilon_{I,\text{th,B}}(B = 2,75) = 1,3 \times 10^{-4}$. Obwohl das dritte Plateau schon ohne Magnetfeld mit $\delta_{3,B}(B = 0\text{T}) = 7,8$ eine etwas ausgeprägtere Quantisierung zeigt, wird auch bei dieser Probe durch ein 2,75 T hohes, angelegtes Magnetfeld keine Verbesserung von mehr als zwei Größenordnungen wie beim ersten Plateau erreicht, jedoch um den Faktor 41.

Eine vollständige Erklärung für die Beobachtungen ist derzeit noch nicht möglich, da zu viele Faktoren unterschiedlich dazu beitragen können. Die verschiedenen Entwicklungen der Tunnelratenverhältnisse der geraden und ungeraden Plateaus könnten sich gemäß der Näherung der Einteilchen-Molekularfeldtheorie als sequenzielles Auffüllen von Orbitalen erklären lassen [24]. Auch ist es denkbar,

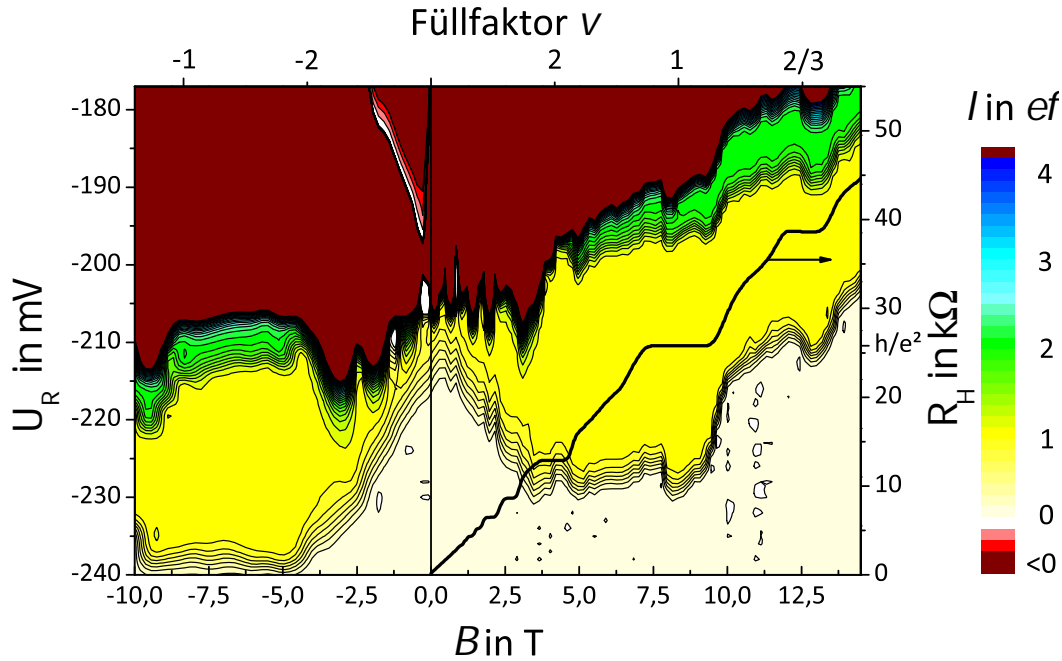


Abbildung 5.3.: Pumpstrom I der Messreihe tlh21CB5 der Pumpstruktur P652-5-31-900 als Funktion der rechten Gatespannung U_R sowie des Magnetfeldes B für beide Magnetfeldrichtungen. Die Betriebsparameter sind im Text angegeben. Zusätzlich eingezeichnet ist eine Quanten-Hall-Messung eines ungestörten 2DEGs.

dass es sich hierbei um eine Auswirkung der unterschiedlichen Spinrichtungen der gepumpten Elektronen handelt. Das höchstwahrscheinlich ovalförmige Einschlusspotential verkompliziert eine genaue Interpretation der Magnetfeldabhängigkeit ebenso wie das aufgrund der geringen Elektronenzahlen eigentlich nicht mehr heranziehbare Modell der konstanten Wechselwirkungen. Wegen der oftmals sehr schlechten Resultate bezüglich der zu erwartenden Ablage wurden keine weiteren und damit genaueren Untersuchungen höherzahliger Plateaus angestellt, sondern sich auf die Optimierung des ersten Plateaus konzentriert. Anzumerken ist, dass aufgrund der relativ kurzen Plateaus Abweichungen von der exakten Doppelpotentialform sehr wahrscheinlich sind. Diese wurde jedoch zur δ_n - und Ablagenbestimmung angenommen. Die realen Ablagen können somit geringfügig von den hier berechneten abweichen, jedoch keinesfalls um eine Größenordnung.

5.1.3. Pumpverhalten bei hohen Feldstärken sowie bei Umkehr der Magnetfeldrichtung

Im Folgenden werden die Eigenschaften der Einzelelektronenpumpe im höheren Magnetfeld untersucht. Um reproduzierbare Ergebnisse zu erhalten, eignen sich adiabatische Kanäle mit zum 2DEG nahezu identischer Ladungsträgerdichte in-

nerhalb des Kanals. Nur so lassen sich Aussagen über Korrelationen zwischen Pumpmerkmalen und Füllfaktoren treffen. Obendrein zeigte sich bei den Messungen, dass adiabatische Kanäle im Magnetfeld durchwegs eine weit höhere Quantisierungsqualität erreichen.

Abbildung 5.3 zeigt die Entwicklung des Pumpstroms als Funktion der rechten Barrierenspannung U_R für verschiedene Magnetfelder von $B = -10$ T bis $+14,5$ T. Positive Magnetfeldstärken bedeuten, dass die Feldlinien senkrecht auf der Probenoberfläche stehen und aus dieser herausführen. Negative Magnetfeldstärken symbolisieren eine umgekehrte Feldrichtung. Die mit einem 900 nm breiten Kanal ausgestattete Elektronenpumpe P652-5-31-900 wurde betrieben bei einer Temperatur $T = 50$ mK, einer Frequenz $f = 280$ MHz und einer Hochfrequenzleistung von $p = -11,5$ dBm. Die DC-Spannung der linken Barriere ist für die verschiedenen Magnetfelder allerdings nicht identisch. Durch Änderung der Magnetfeldstärke ändern sich auch die Form, die Größe sowie die Position der quantisierten Pumpregion bezüglich U_L^{DC} und U_R . Um sicher zu stellen, dass der Arbeitspunkt auf dem Pumpplateau verbleibt, wurde für jeden Magnetfeldwert ein kompletter $U_L^{DC} - U_R$ -Plot aufgezeichnet. Anschließend wurde jeder einzelne 2D-Plot analysiert, der U_L^{DC} -Wert für den idealen Betriebszustand bestimmt und die dazugehörigen U_R -abhängigen 1D-Messungen aller Magnetfelder zusammengefügt. Zur besseren Visualisierung ist in schwarz eine Quanten-Hall-Messung [38] an einem ausgedehnten und ungestörten 2DEG des identischen Wafers überlagert.

Die Messungen wurden ohne dritte Potentialbarriere ($U_{3G} = 0$) vorgenommen. Dies in Verbindung mit der adiabatischen Kanalgeometrie bewirkt üblicherweise, dass bei geringen Magnetfeldstärken nur ein Teil des ersten Pumpplateaus sichtbar ist, bevor Leckströme einsetzen. Interessanterweise gibt es wohl eine Abhängigkeit des Einsatzpunktes dieses in Abbildung 5.3 dunkelrot dargestellten Leckstroms von der Magnetfeldstärke und in diesem Fall auch von deren Feldrichtung. Bei Erhöhung der Magnetfeldstärke setzt der Leckstrom zunächst schon bei immer negativeren U_R ein. Bei annähernd allen getesteten adiabatischen Pumpen lässt sich dies bei Betriebsfrequenzen oberhalb von $f = 200$ MHz bis zu einem dem Füllfaktor $\nu = 2$ entsprechenden Magnetfeld (hier ungefähr $B = 4,5$ T) beobachten, unabhängig von der Feldrichtung. Erst mit zunehmender Feldstärke scheinen die Elektronen genügend stark im QD lokalisiert oder die Tunnelbarrieren genügend opak zu werden, so dass der Leckstrom für den Spannungsbereich des ersten Plateaus unterbunden wird. Während bei negativer Feldrichtung dieser Effekt stagniert, setzt bei positiver Feldrichtung der Leckstrom für weiter zunehmende Magnetfeldstärke bei immer positiveren U_R ein. Dies könnte auf einen nicht exakt symmetrischen Kanalverlauf mit erhöhter Rauigkeit oder Störstellen an einer Kanalseite hindeuten. Aufgrund der Chiralität der Randkanäle würde dann der

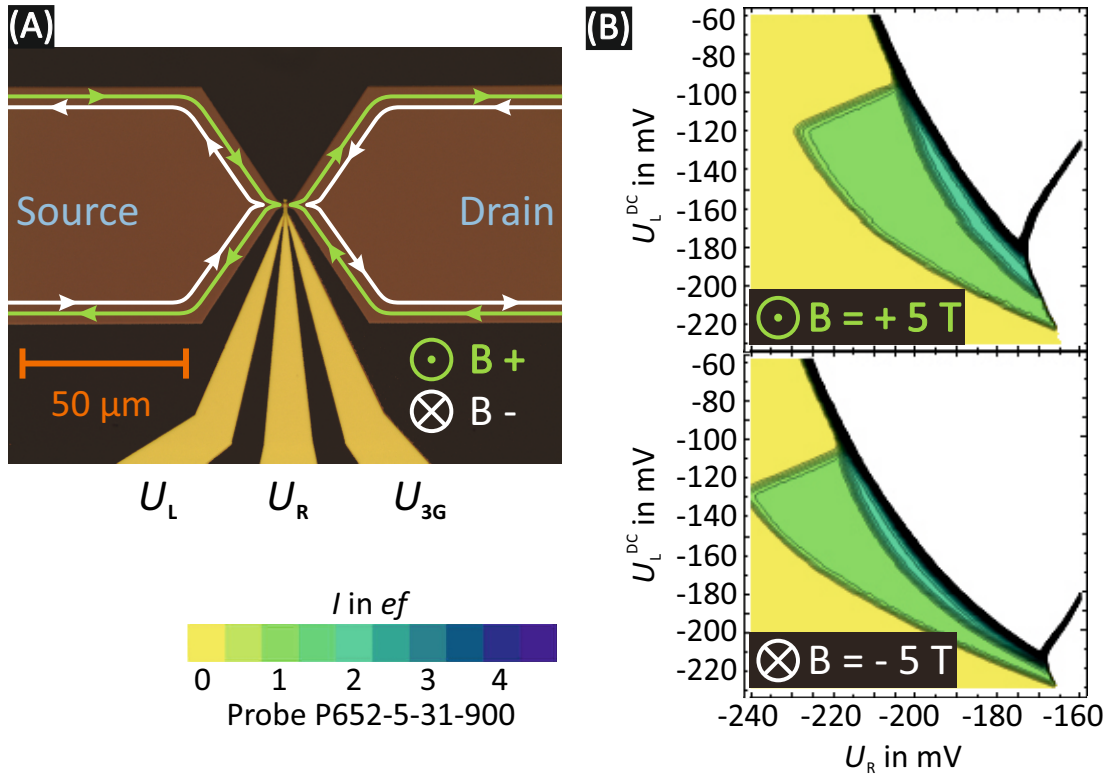


Abbildung 5.4.: (A) Skizze der Randkanalverläufe in der Pumpstruktur für die beiden Magnetfeldrichtungen. (B) 2D-Pumpregime der Struktur P652-5-31-900 bei zwei entgegengesetzten Magnetfeldrichtungen und einer Feldstärke von $B = 5 \text{ T}$. Weitere Betriebsparameter waren für beide Plots identisch: $f = 280 \text{ MHz}$, $p = -11,5 \text{ dBm}$. Die Daten stammen aus Messreihe tlh21CB5.

für den Leckstrom relevante, zum QD hinlaufende Randkanal in Drain bei unterschiedlichen Magnetfeldrichtungen unterschiedliche Potentialstörungen erfahren, die sich direkt auf den Leckstrom auswirken können.

Über den gesamten Magnetfeldbereich zeigen sich jedoch Ausbuchtungen des Leckstromeinsatzes hin zu negativeren Spannungen, die unter Beachtung einer leichten Ladungsträgerverarmung im Kanal ganzzahligen Füllfaktoren zugeordnet werden können. Es scheint sich die Kopplung der Exitbarriere an diesen Stellen so weit zu erhöhen, dass diese bei der ohnehin hohen Kopplung einen stark merklichen Einfluss auf den Einsatzpunkt des Leckstroms hat.

Bei negativer Magnetfeldrichtung rutscht die U_R -Spannung, bei der der Pumpstrom von $I = 0$ auf $I = 1ef$ ansteigt, von $B = 0$ bis $B = +3 \text{ T}$ zu negativeren U_R -Spannungswerten. Eine Vermutung wäre, dass die in Kapitel 4.4 beschriebene kapazitive Kopplung der Gates an die Source- und Drainleitungen dies bewirkt. Das HF-Gate verläuft auf einer relativ langen Strecke von $32 \mu\text{m}$ in einem mittleren Abstand von $4,5 \mu\text{m}$ neben der Sourcezuleitung her. Wie in Abbildung 5.4 (A) skizziert, verlaufen die Randkanäle bei negativer Magnetfeldrichtung so, dass für

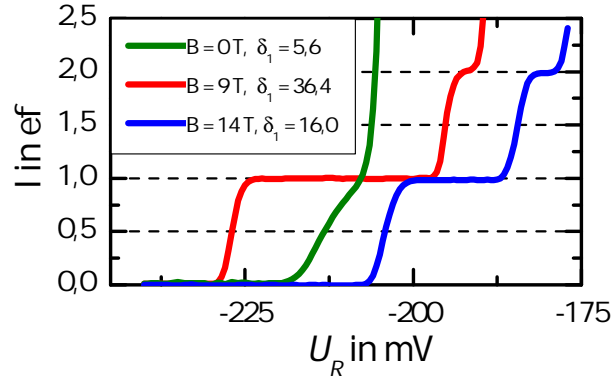


Abbildung 5.5.: Direkte Darstellung des Pumpstroms I aus Abbildung 5.3 für drei Magnetfeldstärken $B = 0 \text{ T}$, $B = 9 \text{ T}$ sowie $B = 14 \text{ T}$.

den zum Laden des QDs wichtigen einlaufenden Randkanal auf der Source-Seite eine Kopplung zum hochfrequenten Gate begünstigt wird. Dies würde ein stärker verdrehtes $U_L^{\text{DC}} - U_R$ -Pumpspektrum hervorrufen. In den einzelnen $U_L^{\text{DC}} - U_R$ -Plots obiger Messung kann eine solche unterschiedliche Verdrehung bei Feldumkehr sogar beobachtet werden. Abbildung 5.4 (B) zeigt als Beispiel die Messungen bei $B = 5 \text{ T}$ und $B = -5 \text{ T}$. Eine Feldrichtungsumkehr ruft hierbei eine Zunahme der Verdrehung um $\beta \approx 4^\circ$ hervor.

Eine starke Magnetfeldabhängigkeit des Pumpeinsatzpunktes ist auch bei umgedrehter Feldrichtung gegeben. Ebenso wie der Leckstrom ist zunächst eine Verschiebung zu negativeren U_R zu erkennen. Wie schon bei den klassischen Kanalgeometrien beobachtet, ist ein Ladungstransport mit senkrecht angelegtem Magnetfeld bei U_R Spannungswerten möglich, bei denen während der Ladephase ohne Magnetfeld alle Elektronen aus dem QD tunneln und daher kein Pumpen stattfinden kann. Etwa ab Füllfaktor $\nu = 2$, also sobald nur noch zwei Randkanäle zum Ladungstransport zur Verfügung stehen, stagniert diese Verschiebung und ist ab etwa Füllfaktor $\nu = 1$ rückläufig zu positiveren U_R . An der Vergrößerung der gelben Fläche sowie am Verdichten der die Plateauflanken symbolisierenden Höhenlinien erkennt man, dass sich mit zunehmendem Magnetfeld die Plateauqualität zunächst verbessert, oberhalb von $B = 9 \text{ T}$ allerdings wieder etwas verschlechtert. Genau wie beim Leckstrom sind auch beim Pumpeinsatz dem Füllfaktor zuzuordnende Ausbuchtungen sichtbar, die auf eine Erniedrigung der effektiven Barrierentransparenz schließen lassen. Als Erklärung erscheinen zwei Möglichkeiten sinnvoll:

Zum einen ist die Barrierenbreite sehr von den Abschirmeigenschaften [48] der Elektronen in den Randkanälen abhängig. Hervorgerufen durch die Oszillation der Zustandsdichte an der Fermikante, ist der Abschirmeffekt abhängig vom Füllfaktor. Dieser Effekt ist bei einem ganzzahligen Füllfaktor nur sehr schwach, jedoch

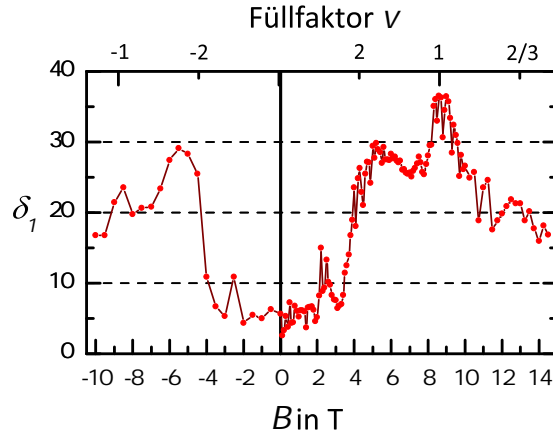


Abbildung 5.6.: Quantisierungsparameter δ_1 als Funktion von der Magnetfeldstärke sowie -richtung, ermittelt aus den Messdaten von Abbildung 5.3.

bei einem nicht ganzzahligen Füllfaktor sehr stark. Eine mit dem Füllfaktor periodische Magnetfeldmodulation der Barrierenbreite ist somit sicherlich ein möglicher Auslöser dieser Ausbuchtungen.

Zum anderen lassen sich die Ausbuchtungen den Sprüngen der Fermienergie zuordnen, die bei den Übergängen zwischen den einzelnen Landauniveaus auftreten [49, 50, 51].

Im Abbildung 5.5 wurden die korrespondierenden $I - U_R$ -Messungen für die Magnetfelder $B = 0$ T (grün), $B = +9$ T (rot) sowie für $B = 14$ T (blau) übereinander gelegt. Die Längenunterschiede der Plateaus sowie die dazugehörigen unterschiedlichen Steigungen sind gut zu erkennen. Die rote Kurve weist eindeutig die beste Quantisierung auf. Es muss jedoch angemerkt werden, dass für $B = 0$ T nur ein kleiner Teil des Plateaus sichtbar ist und die Berechnung somit zwangsläufig den Qualitätsfaktor δ_1 verfälscht. Aber auch wenn man konservativ eine identische Plateaulänge zu $B = 9$ T annimmt (was bisher auch bei Proben ohne Leckstrom noch nie beobachtet werden konnte), liegt der Grad der Quantisierung aufgrund des weitaus flacheren Anstiegs weit darunter.

Für eine systematischere Untersuchung der Quantisierung wurde für alle gemessenen Magnetfelder der Parameter δ_1 ermittelt und in Abbildung 5.6 in Abhängigkeit vom Magnetfeld aufgetragen. Entsprechend den kurzen Plateaus und der geringen Steigung zeigt sich für $|B| < 4$ T unabhängig von der Feldrichtung ein extrem kleines δ_1 . Für Werte von $\delta_1 < 10$ sind analog Kapitel 3.4 am flachsten Plateaupunkt Ablagen von $\varepsilon_{I,\text{th}} = I_{\text{theo}}/(ef) - 1 > 1\%$ zu erwarten, die für metrologische Anwendungen natürlich indiskutabel sind.

Ab etwa $|B| = 4$ T steigt δ_1 stark an. Dies resultiert jedoch hauptsächlich aus der zunehmenden Verdrängung des Leckstroms. Denn damit geht eine Vergrö-

ßerung des Bereichs des $1ef$ -Plateaus, das zur Berechnung von δ_1 herangezogen werden kann, einher. δ_1 trifft somit für $|B| < 4$ T keine Aussagen über den tatsächlichen Decay-Cascade-Prozess, da der Einsatzpunkt des zweiten Plateaus nicht bekannt ist. Dennoch wurde δ_1 berechnet, da es wenigstens einen groben Anhaltspunkt gibt, mit welchen Ablagen in den sichtbaren Plateaubereichen zu rechnen ist. Bei einem Füllfaktor von $\nu = 2$ ist das $1ef$ -Plateau komplett sichtbar und es zeigt sich ein lokales Maximum für δ_1 . Hierbei wird bei beiden Feldrichtungen annähernd ein $\delta_1 \approx 30$ erreicht, was einer theoretischen Ablage von weniger als $10^{-11} \cdot ef$ entspricht. Während für negative Felder auch das absolute Maximum erreicht ist und höhere Feldstärken keine Verbesserung bringen, ist für eine positive Feldrichtung das absolute Maximum erst bei $\nu = 1$ zu finden.

Es ist somit immer ratsam, bei Probestests auch die umgekehrte Feldrichtung zu untersuchen, um für Präzisionsmessungen den optimalen Arbeitspunkt verwenden zu können.

Im Folgenden werden drei weitere magnetfeldabhängige Messungen gezeigt. Es handelt sich dabei um die Einzelelektronenpumpe P652-5-41-900 aus der identischen Fertigungsreihe wie die vorige Probe P652-5-31-900. Sie stimmt mit dieser in der adiabatischen Kanalgeometrie, der Kanalbreite $w = 900$ nm sowie in der Ladungsträgerdichte des freien 2DEGs von $n_{e,B} = 2,08 \cdot 10^{11}$ 1/cm² überein. Bei dieser Probe wurde ebenfalls der Pumpstrom als Funktion des Magnetfeldes B und der rechten Gatespannung U_R aufgezeichnet, jedoch bei zwei unterschiedlichen Frequenzen (Abbildung 5.7 (A): $f_A = 500$ MHz, Abbildung 5.7 (B) und (C): $f_{B,C} = 50$ MHz) und zwei unterschiedlichen Gatespannungen (Abbildung 5.7 (A) und (B): $U_{3G,A,B} = 0$ mV, Abbildung 5.7 (C): $U_{3G,C} = -180$ mV) des dritten Gates. Zu jedem Plot wurde der Quantisierungsparameter δ_1 abhängig vom Magnetfeld berechnet und in Abbildung 5.7 (D), (E) und (F) dargestellt. Die nötige HF-Leistung wurde beim höchsten Magnetfeld und bei $f = 500$ MHz zu $p = -10$ dBm bestimmt und für alle drei Messungen konstant gehalten. Um Plateauverschiebungen und -verbiegungen weitestgehend nicht in die Messungen einfließen zu lassen, musste die ansonsten für jeden 2D-Plot feste Gatespannung U_L^{DC} für beide Frequenzen unterschiedlich gewählt werden ($f = 500$ MHz: $U_{L,A}^{DC} = -215$ mV, $f = 50$ MHz: $U_{L,B,C}^{DC} = -200$ mV). Bei $f = 500$ MHz zeigt sich, neben dem störenden Leckstrom und den füllfaktorabhängigen Ausbuchtungen, genau wie bei der Probe P652-5-31-900 bei $f = 280$ MHz ein Anwachsen des ersten Plateaus sowie von δ_1 mit dem Magnetfeld. Leider verschiebt sich der Einsatzpunkt des rot eingefärbten Leckstroms direkt bei $\nu = 1$ so stark zu negativen U_R -Werten, dass er bis in das erste Plateau hineinreicht und die Berechnung für δ_1 stark verfälscht. Die Auswirkungen sind in Abbildung 5.7 (D) durch den plötzlichen Abfall sowie den plötzlichen Anstieg von δ_1 knapp oberhalb von $B = 8$ T zu beobachten. Höhe-

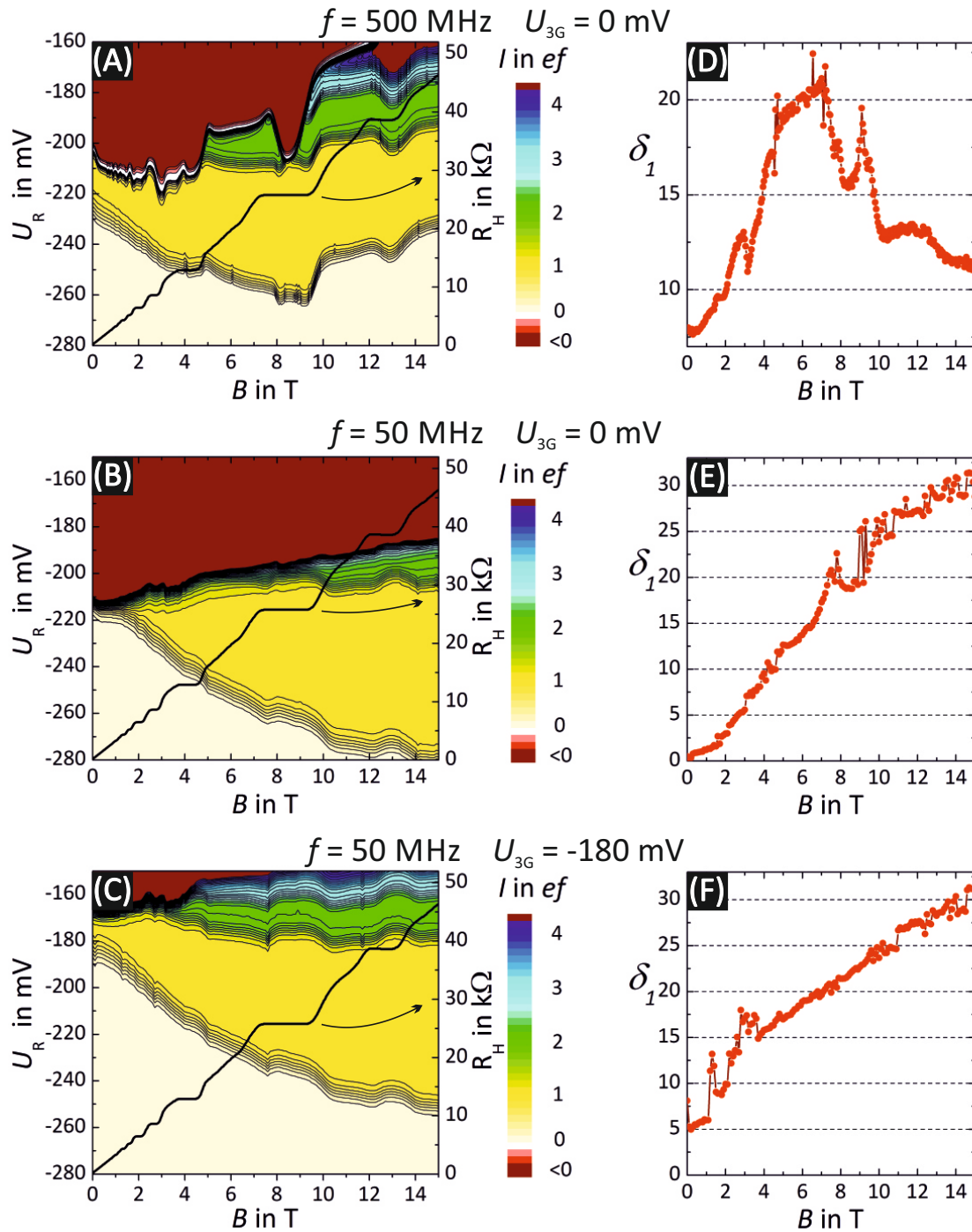


Abbildung 5.7.: (A-C) Pumpstrom I der Elektronenpumpe P652-5-41-900 abhängig von der rechten Gatespannung U_R und dem Magnetfeld B . Aufgenommen bei unterschiedlichen Pumpfrequenzen f und Spannungen U_{3G} am dritten Gate. (D-C) Aus den Daten des jeweils nebenstehenden Plots berechnete Quantisierungsparameter δ_1 als Funktion des Magnetfeldes B . Die verwendeten Betriebsparameter zur Aufnahme der Datensätze tlh2C2B4 (A,D), tlh2F1BD (B,E) und tlh2F126 (C,F) sind im Text angegeben.

re Magnetfeldstärken scheinen die Quantisierung wieder zu schwächen. Legt man jedoch nur eine relativ geringe Frequenz von $f = 50$ MHz an die Pumpstruktur an (Abbildung 5.7 (B) und (C)), existiert bei $\nu = 1$ kein Maximum in der Plateaulänge. Da die Vermutung bestand, dass der in Abbildung 5.7 (B) sehr weit in die quantisierte Region reichende Leckstrom das erste Plateau unterhalb von $B = 10$ T zu stark künstlich verkürzt wurde eine ansonsten identische Messung bei angelegter moderat negativer Spannung von $U_{3G} = -180$ mV an das dritte Gate durchgeführt (Abbildung 5.7 (C)). Der in Abbildung 5.7 (F) dargestellte Verlauf von δ_1 mit dem Magnetfeld zeigt oberhalb von $B \approx 4$ T einen nahezu linearen Anstieg. Für $B < 4$ T ist die Berechnung nicht fehlerfrei, da auch hier wieder der Leckstrom in das erste Plateau hineinreicht. Eine negativere Spannung war allerdings für U_{3G} nicht möglich, da ansonsten die Plateaulänge für alle Magnetfelder negativ beeinflusst worden wäre. Beide Deltaanalysen des ersten Plateaus zeigen, dass für $f = 50$ MHz eine Anhebung der Magnetfeldstärke auch bis weit in das fraktionale Quanten - Hall - Regime δ_1 vergrößert.

Es lässt sich somit vermuten, dass im fraktionalen Regime eine längere Zeit von Nöten ist, um den Quantenpunkt ebenso genau zu initialisieren wie im integralen Quanten - Hall - Regime. Ein Zurückfallen der Einsatzpunkte der Pumpplateaus zu positiveren U_R - Spannungen bekräftigt die Annahme, dass die Tunnelkopplung für $\nu < 1$ stark reduziert wird. Anzumerken ist auf jeden Fall, dass bisher bei keiner Pumpmessung auch bei Magnetfeldstärken bis $B = 30$ T (entspricht $\nu < 1/3$) Stromplateaus bei $I = 2/3ef$ oder gar $I = 1/3ef$ auftraten.

5.2. Auswirkungen auf die 2D - Charakteristik

Bisher wurde bei den Magnetfelduntersuchungen hauptsächlich die Änderung der Quantisierungsqualität untersucht. Dazu ist es nach Kapitel 3.4 legitim, bei genügend hoher Frequenzamplitude den Fokus auf die Abhängigkeit des Pumpstroms von der rechten Gatespannung U_R zu legen. Im folgenden Abschnitt werden jedoch für komplette $U_L^{DC} - U_R$ - Pumpregionen verschiedene Entwicklungen im Magnetfeld betrachtet.

5.2.1. Entwicklung in hohen senkrechten Magnetfeldern

In Abbildung 5.8 ist die $U_L^{DC} - U_R$ - Pumpregion der Elektronenpumpe P652-5-41-900 für Magnetfelder von $B = 0$ T bis $B = 10$ T in 0,5 T - Schritten dargestellt. Um die $U_L^{DC} - U_R$ - Charakteristik möglichst wenig zu verzerren, wurde die Messung bei einer niedrigen Pumpfrequenz von $f = 100$ MHz durchgeführt. Die HF - Leistung wurde mit $p = -12$ dBm genügend hoch gewählt, damit sich auch bei $B = 10$ T

das erste Plateau vollständig ausbilden konnte. Die Mischkammertemperatur des Kryostaten lag bei $T = 50$ mK. Damit bei der verwendeten adiabatischen Kanalgeometrie auch bei $B = 0$ T das zweite und dritte Plateau sichtbar und nicht von einem Leckstrom überdeckt werden, wurde unter dem dritten Gate mit einer konstanten Spannung von $U_{3G} = -180$ mV eine zusätzliche Potentialbarriere hinter der Exitbarriere erzeugt (vergleiche Kapitel 4.5).

Zunächst wird der Magnetfeldbereich von $B = 4$ T bis $B = 10$ T betrachtet. Deutlich ist zu erkennen, dass die Pumpplateaus (insbesondere für $I = 1ef$) mit zunehmendem Magnetfeld in U_L^{DC} -Richtung schmaler, aber dafür in U_R -Richtung länger werden und an der linken Kante spitz zulaufen (siehe gestrichelte Linien in Abbildung 5.8 bei $B = 4$ T und $B = 10$ T). Zusätzlich verdichten sich die Konturlinien beim Übergang von einem Plateau zum anderen. Die Plateauverlängerung sowie das Verdichten der Konturlinien wurde schon in Kapitel 5.1.1 beobachtet, mit dem Resultat, dass die Quantisierung des Pumpstroms mit zunehmendem Magnetfeld verbessert wird. Die nun hier vorliegenden 2D-Plots erlauben eine etwas genauere Analyse: Zunächst betrachtet man die in Kapitel 3.3 im Einteilchenmodell hergeleitete Konstruktion der Pumpregion für $B = 0$, die in Abbildung 5.9 (A) nochmals dargestellt ist. In diesem Einteilchenmodell wird für ein spinloses Teilchen der gesamte Pumptransport über die Transparenzen der beiden Potentialbarrieren mit den dazugehörigen Tunnelkopplungen beschrieben. Es zeigte sich, dass Ladungstransport nur in dem in Abbildung 5.9 grau eingefärbten Bereich möglich ist. Diese Region ist festgelegt durch die Linie R_+ , oberhalb der die Transparenz der rechten Barriere zu niedrig ist, durch die Linie L_- , unterhalb der die Transparenz der linken Barriere zu niedrig ist, sowie durch die Linien B und F . B und F sind über die Schnittpunkte mit den Linien D_- und D_+ definiert, die wiederum über die HF-Amplitude, den Hebelarm γ und die Fermienergie von Source und Drain festgelegt sind.

Durch das angelegte Magnetfeld nehmen die Elektronen eine Erhöhung ihres Einschlusspotentials im QD wahr. Die dadurch lokalisiere Aufenthaltswahrscheinlichkeit verringert den Überlapp der Wellenfunktionen innerhalb und außerhalb des QDs und verringert damit auch die Tunnelwahrscheinlichkeiten über beide Barrieren zu Source und Drain. Durch die geringere Transparenz der beiden Barrieren verschieben sich die Linien R und L wie in Abbildung 5.9 (B). Die grüne R -Linie, die den Übergang der rechten Barriere von transparent zu opaque beschreibt, verschiebt sich nach unten. Da die HF-Amplitude konstant bleibt, verschiebt sich somit auch die R_+ -Linie nach unten. Auf die gleiche Art verschieben sich die blaue L -Linie, die die Transparenz der linken Barriere beschreibt, sowie die L_- -Linie nach oben. Die resultierende graue Pumpregion wird somit

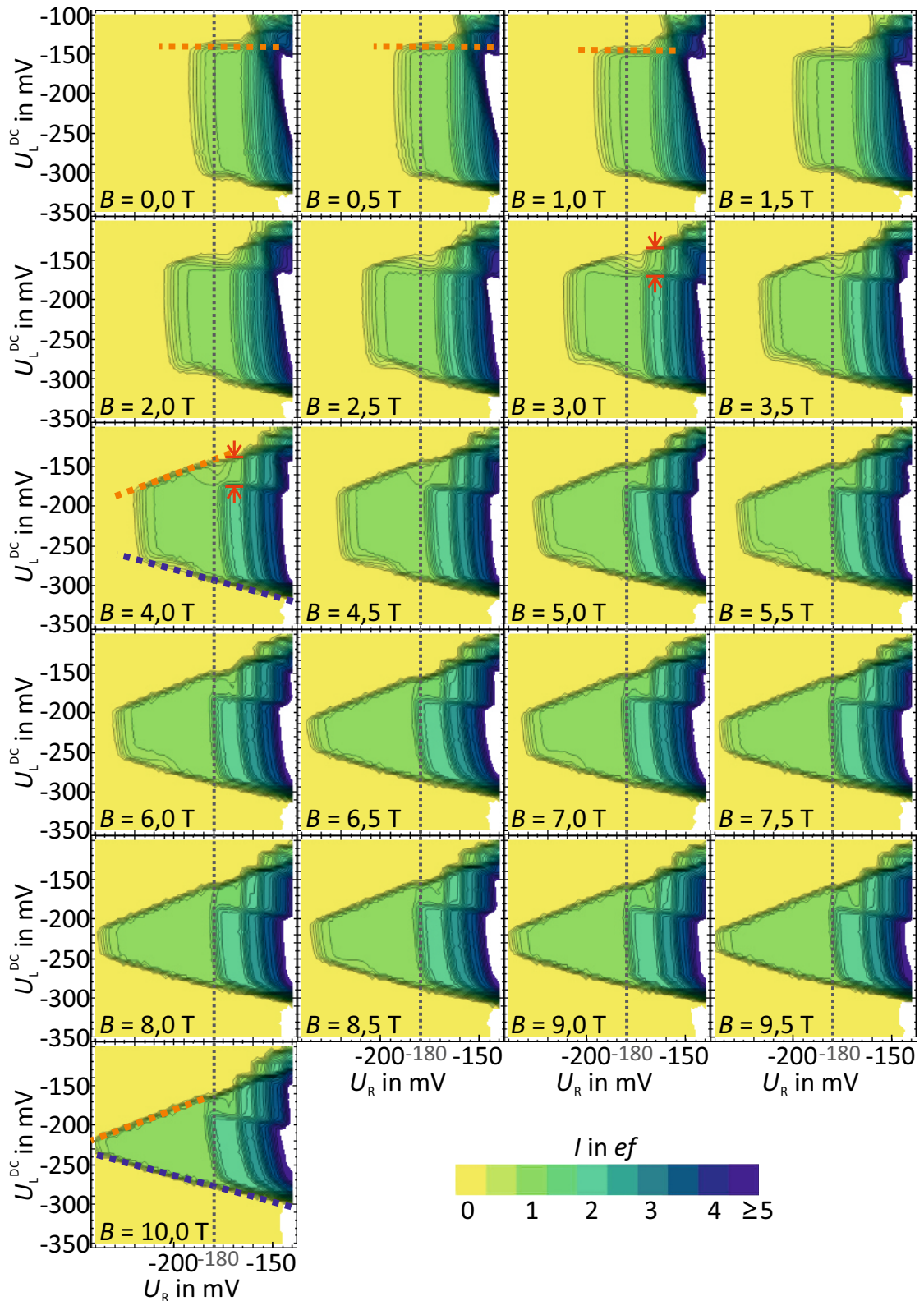


Abbildung 5.8.: 2D-Plots der quantisierten Pumpregion bei unterschiedlichen Magnetfeldern. Die Messdaten tlh2D9AC (und folgende) der Probe P652-5-41-900 wurden aufgenommen bei $f = 100$ MHz, $p = -12$ dBm und $U_{3G} = -180$ mV.

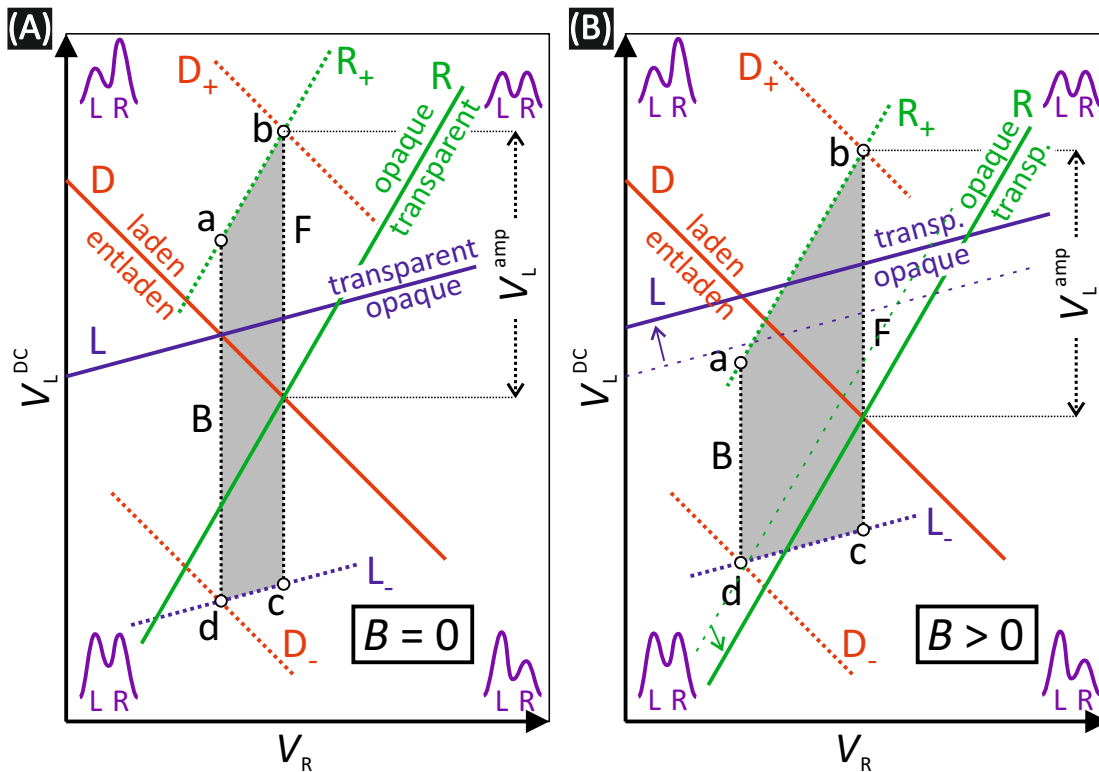


Abbildung 5.9.: Konstruktion der Pumpregion für das Einteilchenmodell aus Kapitel 3.3 unter Zuhilfenahme von quantenmechanischen Gesichtspunkten ohne (A) und mit (B) senkrechtem Magnetfeld. Effektiver Ladungstransport von Source nach Drain existiert im grauen Bereich. Bezüglich des Magnetfeldes wurde lediglich die Verringerung der Barrierentransparenz berücksichtigt, nicht aber eventuelle Effekte auf die einzelnen chemischen Potentiale.

in V_R -Richtung breiter, in V_L^{DC} schmaler. Die Veränderung der Pumpregion ist augenscheinlich ähnlich einer HF-Amplitudenverkleinerung. Bei einer Amplitudenveränderung würde sich jedoch auch D_+ sowie D_- verschieben, wodurch sich die Pumpregion verglichen mit dem Magnetfeldeffekt in V_R -Richtung verkleinern würde. Anzumerken ist, dass bei dieser Konstruktion unter Magnetfeldeinfluss keine Sprünge und Verschiebungen der einzelnen elektrochemischen Potentiale berücksichtigt wurden. Dies würde die rote D -Linie und damit auch D_- und D_+ verschieben. Aller Voraussicht nach hätte dies aber einen geringeren Einfluss auf die Pumpgeometrie als die Verschiebung der R_+ - und L_- -Linie.

Verglichen mit den in Abbildung 5.8 gezeigten Messungen von $B = 4 \text{ T}$ bis $B = 10 \text{ T}$ beschreibt das Einteilchenmodell die an den Messdaten ersichtliche Plateauverlängerung qualitativ sehr gut. Wie bereits in Kapitel 3.3 erwähnt, ergibt sich die schräg nach unten verlaufende Einfangkante aus dem Laden der Elektronen in angeregte Zustände. Dies wird im Einteilchenmodell nämlich nicht berücksichtigt. Die Änderung der Plateauregion von $B = 4 \text{ T}$ bis $B = 10$ ist somit dem zunehmenden Confinement durch das Magnetfeld zuzusprechen.

Als nächstes wird der Magnetfeldbereich von $B = 0$ T bis $B = 4$ T in Abbildung 5.8 genauer betrachtet. Hierbei ist ersichtlich, dass das erste Pumpplateau bei $B = 0$ T eine nahezu rechteckige Form hat, diese sich mit zunehmendem Magnetfeld bis $B = 4$ T aber in die übliche Trapezform verwandelt. Hierbei handelt es sich nur um einen indirekten Magnetfeldeffekt:

Wie bereits weiter oben beschrieben, wurde für die Messung über die Gate-spannung $U_{3G} = -180$ mV eine weitere Potentialbarriere hinter der Exitbarriere erzeugt, um für kleine Feldstärken den bei adiabatischen Kanalstrukturen öfter auftretenden Leckstrom zu unterbinden (siehe Kapitel 4.5 und Kapitel 5.1.3). Da das Exit- sowie das dritte Gate identische Breite und identischen Abstand zum 2DEG haben, kann man davon ausgehen, dass gleiche Gatespannungen im Wesentlichen auch gleiche Barrierenhöhen erzeugen. Für rechte Gatespannungen $U_R < U_{3G}$, also $U_R < -180$ mV, ist daher die Exitbarriere höher als die dritte Potentialbarriere und somit für den Elektronenauswurfprozess aus dem QD dominierend. Bei $U_R > U_{3G}$, also $U_R > -180$ mV, ist die dritte Barriere für den Auswurfprozess dominierend.

Um dies in den Messdaten zu verdeutlichen, wurde in Abbildung 5.8 in die 2D-Plots bei $U_R = -180$ mV eine graue gestrichelte Linie eingezeichnet. Links davon ist die Exitbarriere dominierend, rechts davon die dritte Potentialbarriere. Für geringe Magnetfelder ist der Großteil der orangefarben markierten Auswurfkante rechts von der grauen Linie und damit von der dritten Potentialbarriere bestimmt. Das Exitgate dient hier lediglich als Plungergate: Eine Änderung von U_R hat somit hauptsächlich eine Auswirkung auf die energetische Höhe des QDs und kaum eine Auswirkung auf die Transparenz der dritten Potentialbarriere. Dies macht sich bemerkbar im Verlauf der Auswurfkante (oben), die als Resultat rechts von der grauen Linie parallel zur U_R -Achse verläuft.

Mit zunehmendem Magnetfeld wächst die Pumpregion wie weiter oben beschrieben nach links zu negativeren Gatespannungen U_R . Die Auswurfkante verlängert sich hierdurch immer weiter in den Bereich links von der grauen Linie, wo der Auswurfprozess durch die Exitbarriere dominiert wird. Da an diesem Ort die Transparenz der Exitbarriere über einen Hebelarm γ auch von der linken Gatespannung U_L^{DC} abhängt, nimmt die Auswurfkante ihren üblichen schrägen Verlauf an, der im Einteilchenmodell vorhergesagt wird (grüne gestrichelte R_+ -Linie in Abbildung 5.9 (A)).

Um die vorigen Überlegungen zu bestätigen, wurden mit der gleichen Probe bei sehr hohem Magnetfeld ($B = 15$ T) und niedriger Pumpfrequenz ($f = 50$ MHz) zweimal die Pumpregion gemessen (siehe Abbildung 5.10). Die Messungen unterscheiden sich lediglich in der Spannung U_{3G} . Bei der links aufgetragenen Messung war $U_{3G} = 0$ und keine dritte Potentialbarriere wurde erzeugt. Bei der rechts

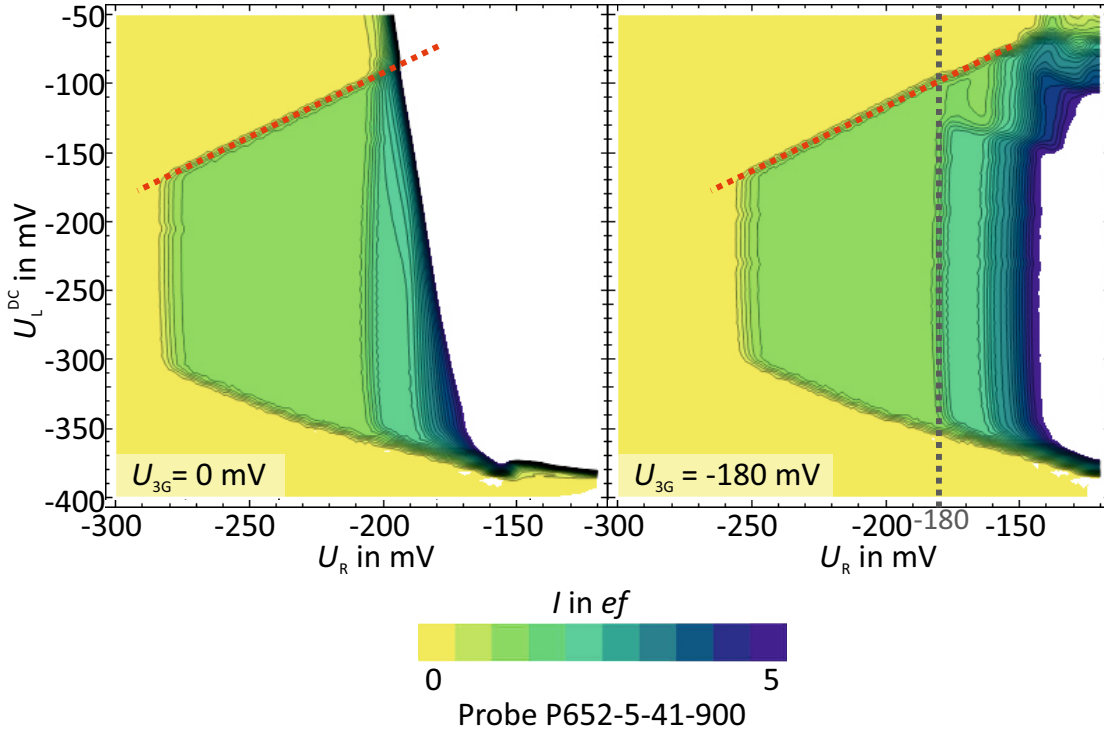


Abbildung 5.10.: Darstellung des Einflusses einer dritten Potentialbarriere auf die 2D-Pumpcharakteristik der Elektronenpumpe P652-5-41-900 bei einem Magnetfeld von $B = 15$ T. Die Betriebsparameter unterscheiden sich abgesehen von der Spannung des dritten Gates (links: $U_{3G} = 0$ mV, Datensatz tlh2F0DF; rechts: $U_{3G} = -180$ mV, Datensatz tlh2F098) nicht und sind: $f = 50$ MHz, $p = -10$ dBm.

aufgetragenen Messung wurde (wie bei den Messungen von Abbildung 5.8) mit $U_{3G} = -180$ mV eine dritte Potentialbarriere erzeugt.

Die im rechten 2D-Plot von Abbildung 5.10 eingezeichnete graue gestrichelte Linie bei $U_R = -180$ mV beschreibt auch hier wieder die Grenze zwischen: „Auswurfprozess wird durch die Exitbarriere dominiert“ (links der Grenze) und „Auswurfprozess wird durch die dritte Potentialbarriere dominiert“ (rechts der Grenze). Die rot markierte Auswurfkante links von der grauen Linie im rechten 2D-Plot ($U_{3G} = -180$ mV) stimmt sehr gut mit der Auswurfkante im linken 2D-Plot ($U_{3G} = 0$ mV) überein. Beide Kanten zeigen den gleichen schrägen Verlauf mit Abhängigkeit von U_R und U_L^{DC} , wie es durch das Einteilchenmodell auch beschrieben wird. Es lässt sich somit bestätigen, dass bei dieser Elektronenpumpe der Auswurfprozess im hohen Magnetfeld trotz dritter Potentialbarriere (mit $U_{3G} = -180$ mV) für $U_R < -180$ mV durch die Exitbarriere dominiert wird.

Eine weitere in Abbildung 5.8 bemerkenswerte Auswirkung eines externen Magnetfeldes ist die mit Magnetfeld zunehmende Verbreiterung der Nebenplateaus (rote Pfeile bei $B = 3$ T und $B = 4$ T). Wie in Kapitel 3.2 beschrieben, entste-

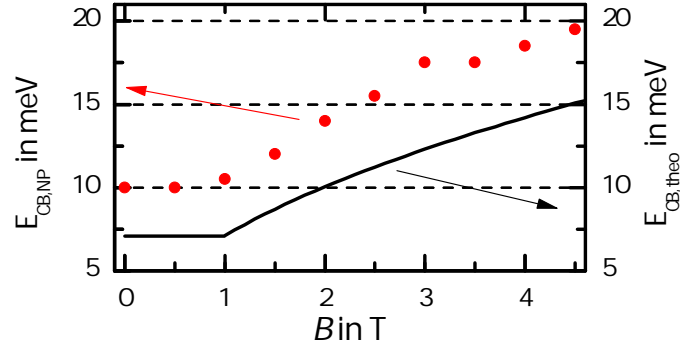


Abbildung 5.11.: Vergleich der Korrelation der Seitenplateaubreite (mit angenommenem Hebelarm von 0,36 auf meV skaliert) und der Coulombaufspaltung (grob abgeschätzt über das Kapazitätsmodell unter Zuhilfenahme der magnetischen Länge l_B für die QD-Dimension) mit dem Magnetfeld B .

hen die Nebenplateaus, wenn weniger Elektronen emittiert werden, als anfangs in den QD geladen werden. Nachdem das erste Elektron von beispielsweise zwei geladenen die Exitbarriere überwunden hat, weist das im QD verbleibende Elektron gegenüber dem Ladezustand $n = 2$ eine um die Coulombabstoßung E_{CB} geringere Energie auf. Im Spannungsbereich der Nebenplateaus ist die Energie des verbleibenden Elektrons auch am Umkehrpunkt der HF-Wechselspannung aufgrund der zu niedrigen linken Potentialbarriere (weniger stark negative U_L^{DC} -Spannungen) zu gering, damit auch das zweite Elektron den QD verlassen kann. Die Breite des Nebenplateaus in vertikaler U_L^{DC} -Richtung (siehe rote Pfeile bei $B = 3$ T und $B = 4$ T in Abbildung 5.8) ist somit ein Maß für die Energie E_{CB} der Elektronen im QD, die durch das Magnetfeld erhöht wird.

Abbildung 5.11 zeigt die aus der Nebenplateausbreite berechnete Energie $E_{CB,NP}$ als Funktion des Magnetfeldes von $B = 0$ T bis $B = 4,5$ T (rote Punkte).

Zur Berechnung von $E_{CB,NP}$ wurde für die in Abbildung 5.8 dargestellten 2D-Plots von $B = 0$ T bis $B = 4,5$ T die Breite des ersten Nebenplateaus $\Delta U_{L,NP}^{DC}$ in U_L^{DC} -Richtung bestimmt. Die Umrechnung in elektrostatische Energie erfolgte sehr vereinfacht über den Faktor $0,5e$, unter der Annahme, dass sich der QD mittig zwischen dem HF-Gate und dem Exitgate befindet:

$$E_{CB,NP} = 0,5e \Delta U_{L,NP}^{DC} \quad . \quad (5.1)$$

Die resultierenden Energiewerte sind in Abbildung 5.11 rot eingezeichnet.

Zur theoretischen Abschätzung von E_{CB} wurde ein sehr vereinfachtes Kapazitätsmodell herangezogen und daraus genäherte Werte $E_{CB,theo}$ berechnet:

Hierzu wurde zunächst die magnetische Länge l_B herangezogen, die dem Bahnradius eines Elektrons im Grundzustand auf dem untersten Landau-Niveau ent-

spricht und damit als Anhaltspunkt für die QD-Größe im Magnetfeld angenommen wurde:

$$l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{|e| B}} \quad (5.2)$$

Der QD-Durchmesser ohne Magnetfeld wurde mit $d_0 = 50$ nm abgeschätzt. Mit diesen Größenangaben wurde die Kapazität des QD berechnet. Dazu wurde der QD genähert zu einer kreisförmigen Scheibe mit dem Durchmesser $d_{\text{Scheibe}} = 2 l_B$, deren Kapazität sich wie folgt berechnet:

$$C_{\text{Scheibe}} = 4 \varepsilon_0 \varepsilon_r d_{\text{Scheibe}}, \quad \text{mit } d_{\text{Scheibe}} = \begin{cases} d_0, & \text{wenn } d_0 < l_B, \\ 2 l_B, & \text{wenn } d_0 > l_B. \end{cases} \quad (5.3)$$

mit der Dielektrizitätskonstante ε_0 und der Permittivität $\varepsilon_r = 12,4$ von GaAs. Berechnet man für diese Kapazität die Energie der Coulombabstoßung E_{CB} , erhält man:

$$E_{\text{CB,theo}} = \frac{e^2}{C_{\text{Scheibe}}} = \frac{e^2}{4 \varepsilon_0 \varepsilon_r d_{\text{Scheibe}}} \quad (5.4)$$

Der resultierende Verlauf von $E_{\text{CB,theo}}$ wurde in Abbildung 5.11 in schwarz aufgetragen.

Vergleicht man diese Kurve mit den roten Messwerten, zeigt sich ein sehr ähnlicher magnetfeldabhängiger Verlauf. Die Verbreiterung der Nebenplateaus kann also durch eine effektive Verkleinerung des QDs im senkrechten Magnetfeld erklärt werden.

Im Folgenden wird die Magnetfeldabhängigkeit für höhere Pumpfrequenzen untersucht: Abbildung 5.12 zeigt eine magnetfeldabhängige Messung der identischen Probe P652-5-41-900, bei einer weitaus höheren Frequenz von $f = 500$ MHz. Die HF-Leistung wurde zwischen den Messungen bei $B = 4$ T und $B = 5$ T von $p = -14$ dBm auf $p = -12$ dBm angehoben, um für die höheren Feldstärken ausreichend Amplitude zur vollständigen Darstellung des $1ef$ -Plateaus zu haben. Anzumerken ist, dass in diesen Messungen keine Spannung U_{3G} am dritten Gate anlag. Dies ist erkennbar im weiss dargestellten Leckstrom, sowie an der üblichen Position der Nebenplateaus. Charakteristisch für die hohe Frequenz ist die sehr stark verdrehte, bei niedrigen Frequenzen vertikal verlaufende, vordere Kante (pinkfarben gekennzeichnet bei $B = 1$ T und $B = 5$ T) der Plateaus. Betrachtet man den Verlauf der pinkfarbenen Hilfslinien, erkennt man eine Zunahme dieser Verdrehung mit zunehmender Magnetfeldstärke. Bei $B = 7$ T ist dies soweit fortgeschritten, dass eine klare Abgrenzung zwischen vorderer Plateaukante (pinkfarben) und Einfangkante (orangefarben) kaum noch möglich ist. Eine Messung des Öffnungswinkels β zwischen beiden Kanten ergibt $\beta = 118^\circ$ bei $B = 1$ T, $\beta = 145^\circ$ bei $B = 5$ T sowie $\beta = 150^\circ$ bei $B = 7$ T.

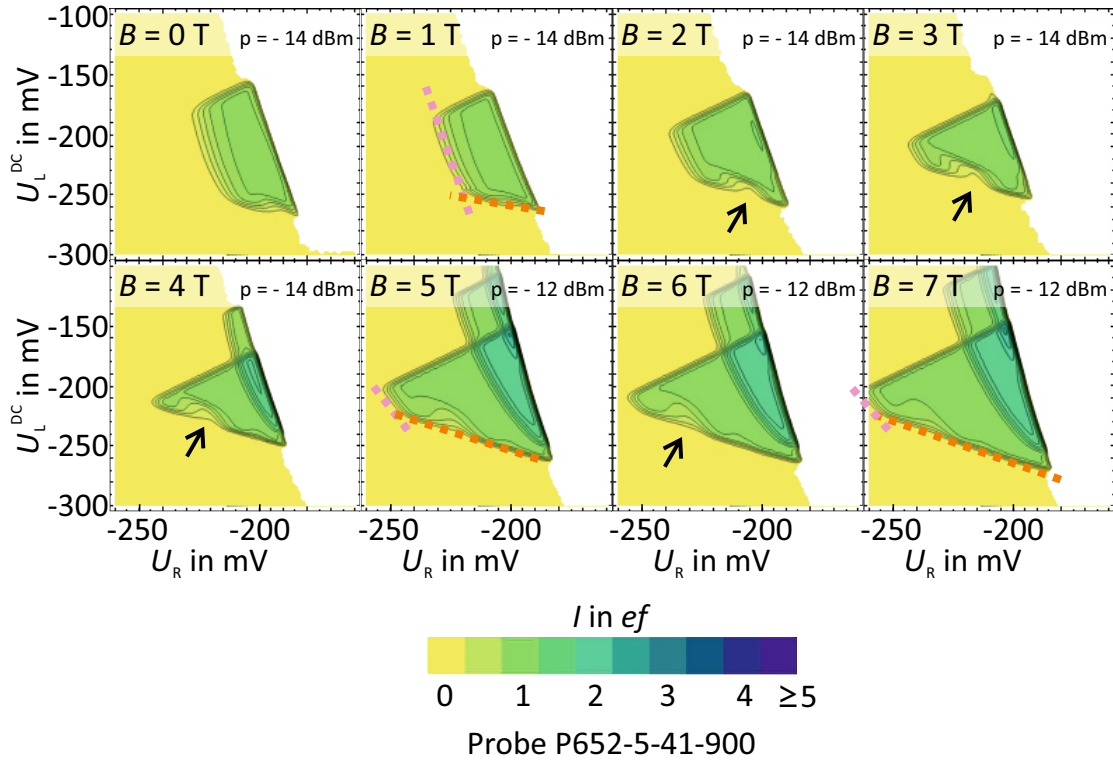


Abbildung 5.12.: 2D-Plots der quantisierten Pumpregion bei unterschiedlichen Magnetfeldern. Im Gegensatz zu Abbildung 5.8 wurden diese Messdaten tlh2D174 (und folgende) ohne dritte Potentialbarriere und mit einer höheren Pumpfrequenz von $f = 500$ MHz sowie Leistung p betrieben.

Eine frequenzabhängige Messung unter Magnetfeldeinfluss wird im folgenden Kapitel 5.2.2 untersucht.

Verfolgt man bei den vorigen Messungen die Entwicklung der Einfangkante, erkennt man eine weitere Struktur an der unteren Einfangkante (Pfeile in Abbildung 5.12). Hierbei handelt es sich wie in Referenz [28] beschrieben, um einen Effekt des Ladens der Elektronen in spezifische angeregte Zustände des QDs.

Die Struktur trat bei mehreren Proben und Einkühlzyklen auf. Eine systematische Untersuchung des Ladens in angeregte Zustände war nicht das Ziel dieser Arbeit und wird daher nicht im Detail diskutiert.

5.2.2. Abrundung der Einfangkante

Die Abbildung 5.13 zeigt die 2D-Pumpcharakteristik der Probe P652-5-31-900 für verschiedene Anregungsfrequenzen von $f = 25$ MHz bis $f = 300$ MHz. Dabei wurde die Elektronenpumpe bei $T = 50$ mK mit einer konstanten HF-Leistung von $p = -11,5$ dBm und unter Einfluss eines $B = 8$ T starken senkrechten Magnetfelds betrieben. Die Feldstärke von $B = 8$ T wurde deshalb gewählt, da bei dieser

Höhe und bei dieser Frequenz die an der Einfangkante entstehenden Strukturen durch Laden in angeregte Zustände (vergleiche Kapitel 5.2.1) nicht auftraten. Wie man an den weißen Leckstrom-Bereichen erkennen kann, wurde auf eine dritte Potentialbarriere verzichtet.

Die vordere $1ef$ -Plateaukante verläuft bei $f = 25$ MHz noch nahezu vertikal und somit unabhängig von der Spannung U_R , und demzufolge auch unabhängig von der Exitbarrierenhöhe. Wie auch bei den frequenzabhängigen Messungen ohne Magnetfeld in Kapitel 4.4 (Abbildung 4.13) beobachtet und diskutiert, tritt sowohl eine zunehmende Verdrehung als auch Abrundung der vorderen Begrenzungskante des Pumpregimes und der Einfangkante zu höheren Antriebsfrequenzen hin auf. Dass sich diese Effekte durch Magnetfeldeinfluss verstärken, wurde in Kapitel 5.2.1 dargelegt.

Eine weitaus markantere Abweichung zu den Messungen ohne externes Magnetfeld ist die Entwicklung der Einfangkante im Bereich der Plateaus höherer Ordnung. Während in Abbildung 4.13 sich zwar ebenfalls die Begrenzungskanten der höheren Plateaus mit zunehmender Frequenz abrunden, laufen die Einfangkanten aller Plateaus zu positiveren U_R -Spannungen hin annähernd zusammen. Unter Einwirkung von hohen Magnetfeldern wie hier bei $B = 8$ T ist dies nur bei niedrigen Frequenzen zu beobachten. Bei beispielsweise $f = 75$ MHz sowie $f = 175$ MHz sieht man eindeutig einen kantigen Verlauf des $I = 2ef$ -Plateaus (durch pinkfarbene Pfeile gekennzeichnet). Für Frequenzen ab $f = 260$ MHz glättet sich die Ecke zu einer weiten Rundung. Die Einfangkante für das zweite Plateau verläuft dabei mit einigen mV Abstand in U_L^{DC} -Richtung zur Einfangkante des ersten Plateaus. Verantwortlich hierfür könnte folgendes sein: Das Laden und Emittieren der gepumpten Elektronen findet aus und in verschiedenen Edge-Kanälen mit unterschiedlichen kapazitiven Kopplungen zu den Gates oder Source statt. Die lokalen chemischen Potentiale in den Edge-Kanälen können ebenfalls sehr unterschiedlich sein. Kopplungseffekte wie Source zu Gate (Kapitel 4.4), Gate zu Randkanal (Kapitel 5.1.3) und wie hier besonders HF-Gate zu DC-Gate werden ihren Beitrag leisten, der durch das Magnetfeld zusätzlich verstärkt wird. Dies scheint bei $f = 280$ MHz sowie $f = 300$ MHz dazu zu führen, dass die Pumpeinsatzkante und Einfangkante miteinander verschmelzen. Eine Änderung des Parameters U_L^{DC} hat somit nahezu den gleichen Einfluss wie eine Änderung des normalerweise unabhängigen Parameters U_R .

Dieser Effekt trat auch bei anderen Devices auf, wie die in Abbildung 5.14 dargestellte Messung der Pumpe P652-5-41-900 zeigt. Auch hier wurde wieder eine moderate Magnetfeldstärke von $B = 8,5$ T benutzt. Für eine identische HF-Leistung von $p = -12$ dBm, aber unterschiedliche Pumpfrequenzen von $f = 50$ MHz bis $f = 500$ MHz wurde ebenfalls die 2D-Pumpcharakteristik aufgenommen. Wäh-

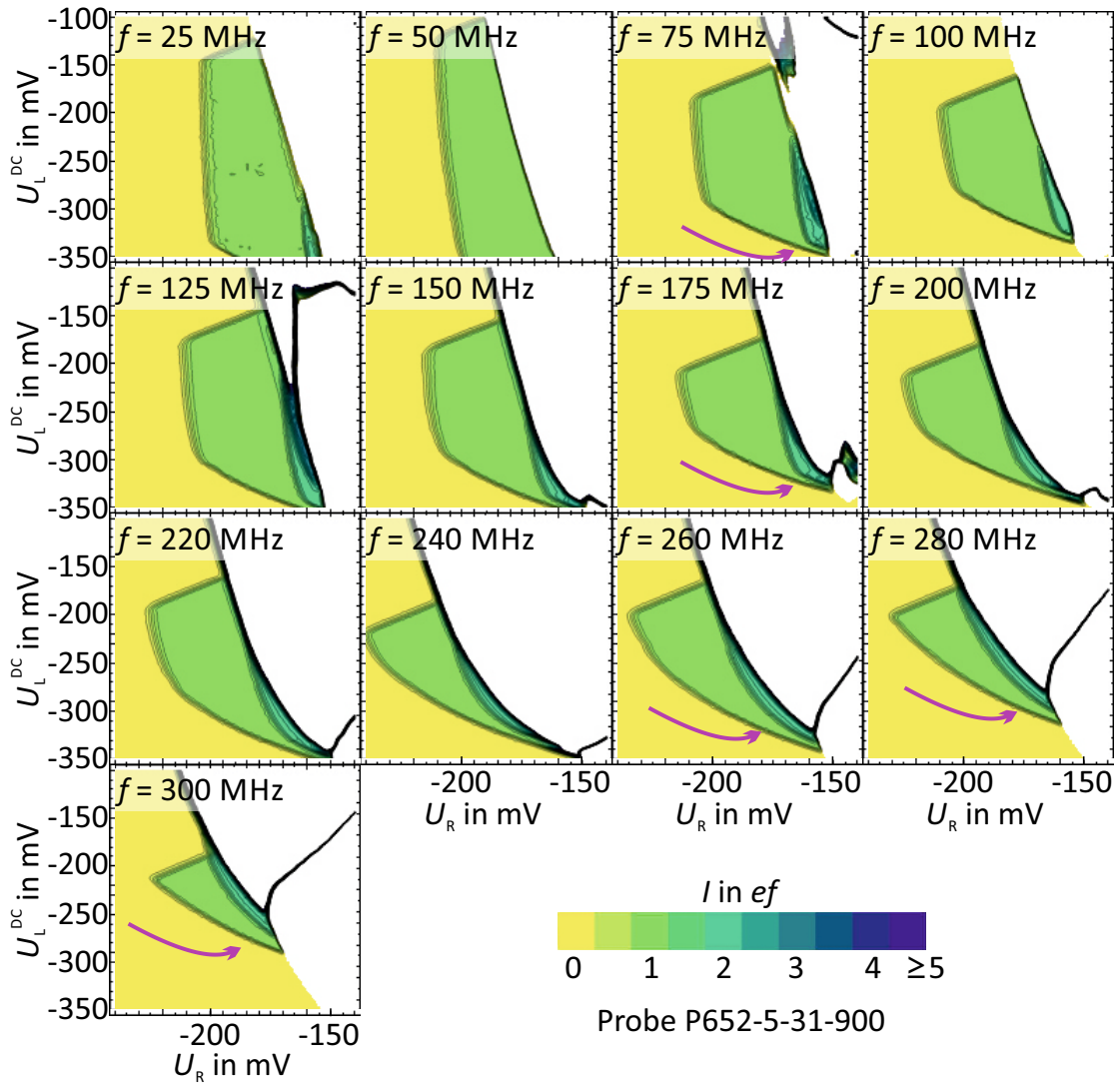


Abbildung 5.13.: Darstellung der frequenzabhängigen Abrundung der Einfangkante der Elektronenpumpe P652-5-31-900 bei einem Magnetfeld von $B = 8 T$ und einer HF-Leistung von $p = -11,5 \text{ dBm}$. Der Datensatz ist tlh27B7E (und folgende).

rend bei $f = 100 \text{ MHz}$ noch eine scharf ausgeprägte Ecke zu erkennen ist, ist bei $f = 300 \text{ MHz}$ wieder die Verschmelzung zu beobachten (pinkfarbener Pfeil). Die Messungen bei $f = 400 \text{ MHz}$ und $f = 500 \text{ MHz}$ zeigen für das $1ef$ -Plateau wieder eine kantige Eckstruktur. Die vordere Kante ist aufgrund der hohen Frequenz zwar wieder verdreht, jedoch sieht man eine klare Abgrenzung zur Einfangkante. Leider können sich aufgrund des bereits im $1ef$ -Bereich beginnenden Leckstroms die Verläufe der Kanten höherer Plateaus nicht ausbilden. Es ist aber wahrscheinlich, dass die höheren Plateaus wie auch ohne angelegtes Magnetfeld (siehe Abbildung 4.13) einen weit weniger abgerundeten Verlauf haben. Dies deutet auf eine Art Resonanz bei einer Frequenz um $f \approx 300 \text{ MHz}$ hin, die eine wohl eher negative Wirkung auf die Bildung der Pumpregion hat.

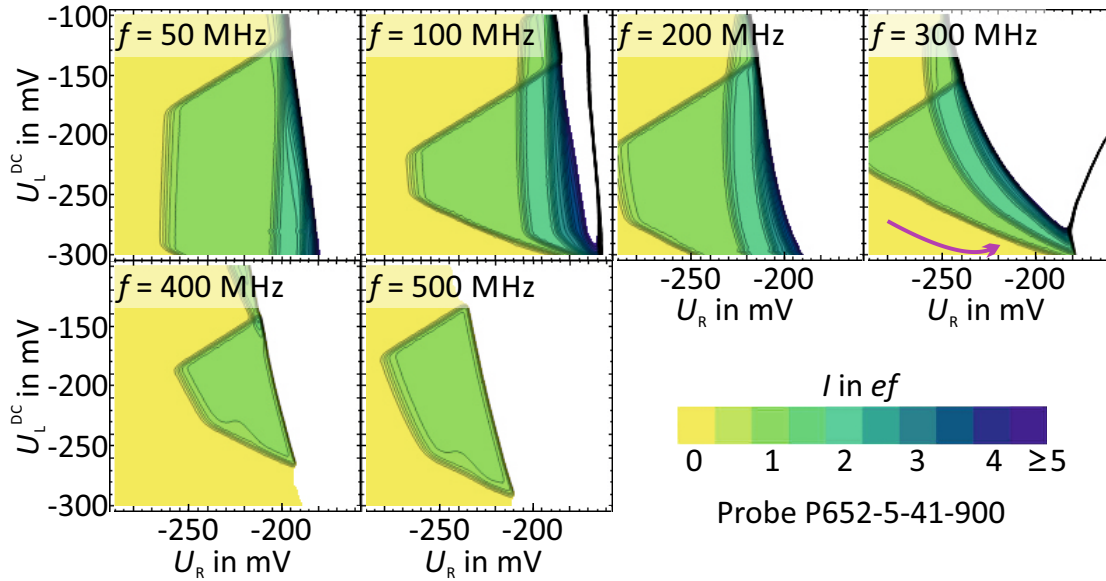


Abbildung 5.14.: Darstellung der frequenzabhängigen Abrundung der Einfangkante der Elektronenpumpe P652-5-41-900 bei einem Magnetfeld von $B = 8,5 T$ und einer HF-Leistung von $p = -12 \text{ dBm}$. Die Datensätze sind tlh27B7E und folgende.

5.3. Anwendung: Erzeugung angeregter Zustände in QH-Randkanälen

Mit der Fähigkeit der hier verwendeten Elektronenpumpe, auch bei hohen Magnetfeldern einzelne Elektronen noch separat befördern zu können, ergeben sich interessante Aspekte für neue Anwendungsgebiete auch abseits der Metrologie:

Während Quanten-Hall-Randkanäle schon routinemäßig in grundlegenden physikalischen Experimenten wie Elektronen-Interferometern [53, 54] benutzt werden, existieren auch in der aktuellen Forschung noch viele Magnetfeldeffekte, die bisher nicht zweifelsfrei bestätigt werden können. Beispielsweise wurde bereits 1994 in theoretischen Arbeiten [55, 56] die Existenz von sogenannten „*gapless neutral edge excitations*“ (GNEE) vorhergesagt. Der experimentelle Nachweis konnte bisher nicht zweifelsfrei erbracht werden und stellt ein aktuelles Forschungsthema dar. Die Vorgehensweise mehrerer Arbeitsgruppen ist, mit Quantenpunktkontakten angeregte Randzustände zu erzeugen und dadurch die GNEE auf direkte Art zu messen [57, 58]. Allerdings kann bei Quantenpunktkontakten die Emissionsstatistik nicht so genau kontrolliert werden, wie es für eine eindeutige Demonstration nötig wäre. Weitere theoretische Arbeiten [59, 60] postulierten für den fraktionalen Quanten-Hall-Bereich die Notwendigkeit des Auftretens von „*counterpropagating edge excitations*“, also angeregte Randzustände, die den eigentlichen Ausbreitungsrichtungen der Randkanäle entgegenlaufen und dabei die Möglichkeit haben, Energie trotz Ladungsneutralität zu transportieren. Während sie bei Untersuchungen an

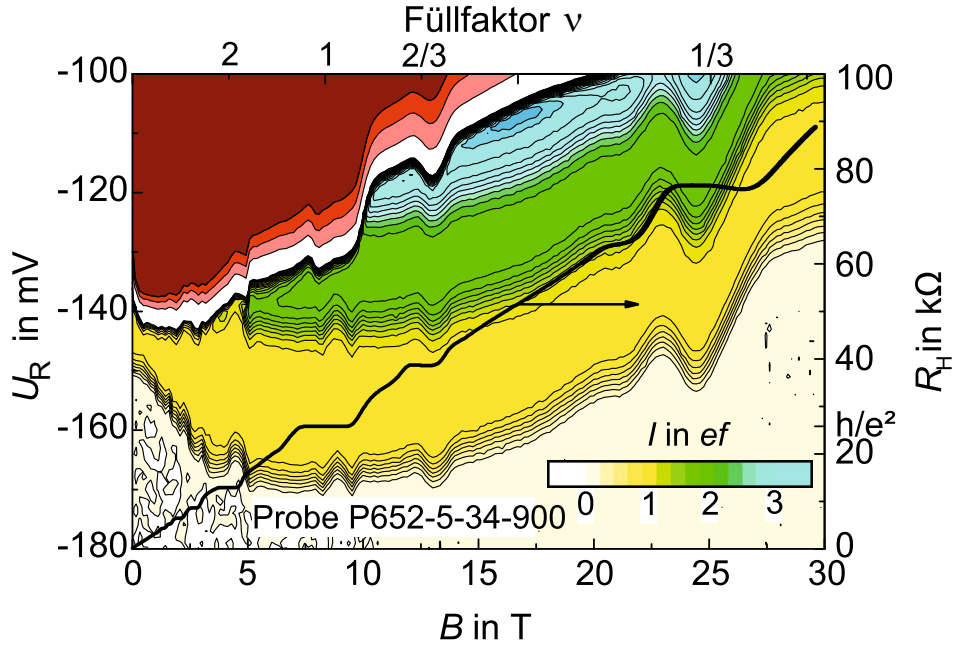


Abbildung 5.15.: Pumpstrom I der Probe P652-5-31-900 als Funktion der rechten Gatespannung U_R sowie eines senkrechten Magnetfeldes bis $B = 30$ T. Der Datensatz tlh21EC6 wurde am HMFL (siehe Anhang B.1) aufgenommen mit den Betriebsparametern $f = 300$ MHz, $p = -12$ dBm, $U_L^{\text{DC}} = -160$ mV, $U_{3G} = 0$ mV und $T < 1$ K. Zusätzlich eingezeichnet ist eine Quanten-Hall-Messung eines ungestörten 2DEGs.

Edge Magneto Plasmonen [61, 62] nicht belegt werden konnten, zeigten erstmals 2009 Shot-Noise-Messungen in Ref. [63] erste Anzeichen ihrer Existenz.

Hier könnte die Halbleitereinzelelektronenpumpe direkt als mögliches Messwerkzeug ansetzen [51]. Sie erlaubt es, sowohl im integralen als auch fraktionalen Quanten-Hall-Regime einzelne angeregte Elektronen mit einstellbarer Energie in die Randkanäle zu injizieren. Dies könnte eine Untersuchung von etwaigen angeregten Randzuständen und Relaxationsprozessen ermöglichen. Da die Pumpe nicht nur mit einer durchgängigen Sinusschwingung, sondern auch mit nur einzelnen zeitlich getrennten Pulsen betrieben werden kann, ist sogar die Voraussetzung für zeitaufgelöste Messungen geschaffen.

Für eine Anwendung als Quelle von angeregten Zuständen ist es Voraussetzung, dass sowohl die Eingangs- als auch die Ausgangspotentialbarriere des QDs direkt an das ungestörte Quanten-Hall-Regime anknüpfen. Dies unterbindet eine zusätzliche Verbreiterung der Energieverteilung $p(E_F)$ des emittierten Elektrons und begünstigt die Injektion des Elektrons in einen Randkanal. Erreichen kann man diese direkte Anbindung des QD an das Quanten-Hall-Medium durch den adiabatischen Engstellenübergang. Wie in Kapitel 4.2.2 beschrieben, wird die Ladungsträgerdichte im Kanal somit nahezu konstant und identisch mit der des unbeschränkten 2DEG gehalten. Abbildung 5.15 zeigt eine Messung einer quantisiert

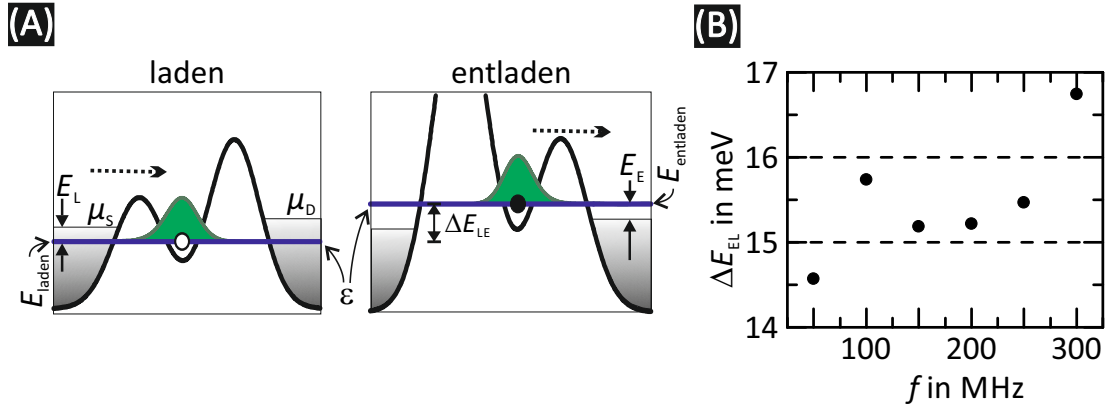


Abbildung 5.16.: (A) Skizze des Potentialverlaufs beim Laden und Entladen des QDs. (B) Abschätzung des Energiezuwaches ΔE_{LE} eines Elektrons als Funktion der Pumpfrequenz. Aus Ref. [67].

pumpenden Struktur mit adiabatischem Kanal, bei der ein angelegtes senkrechtes Magnetfeld bis zu einer Feldstärke von $B = 30$ T gesteigert wurde. Die sichtbaren Oszillationen in den Plateaupositionen bezüglich U_R fallen genau mit der überlagerten Quanten-Hall-Messung zusammen. Diese wurde an einem Stück des identischen Wafers, jedoch an einem ausgedehnten und ungestörten 2DEG aufgenommen. Durch diese Kongruenz lässt sich schlussfolgern, dass der Quantenpunkt direkt mit dem ausgedehnten und ungestörten 2DEG wechselwirkt. Ob die Qs-zillationen von den Sprüngen der Fermienergie bei den einzelnen Übergängen der Füllfaktoren stammen [51] oder durch die Gate-Source Kopplung (Kapitel 4.4) zwischen linkem Gate und einlaufendem Randkanal ausgelöst werden, ist nicht zweifelsfrei feststellbar. Wichtig ist in diesem Fall nur, dass der QD direkt mit den Randkanälen interagiert. Man kann somit folgern, dass bei der in Abbildung 5.15 gezeigten Messung Elektronen je nach Feldstärke direkt aus einem integralen oder fraktionalen Quanten-Hall-Randkanal in den QD geladen und im Umkehrschluss auch injiziert werden.

Bei einer Injektion von angeregten Elektronen in QHE-Randzustände nach Drain ist natürlich deren Energieüberschuss E_E bezüglich des chemischen Potentials und deren Energieverteilung $p(E_E)$ von Interesse, sowie ob, wie und in welchem Bereich E_E variiert werden kann. Abbildung 5.16 (A) zeigt eine Skizze des Einlade- und Auswurf-Prozesses eines Pumpvorgangs mit der im folgenden notwendigen Nomenklatur. Durch die ans linke Gate angelegte, sinusförmige Anregungsspannung $U_L^{AC} = U_L^{amp} \cos(\omega t)$ wird die Energie des Besetzungszustandes im QD $\varepsilon(t) = \varepsilon^{amp} \cos(\omega t) + \varepsilon^{offset}$ zeitlich moduliert. Die elektrochemischen Potentiale von Source μ_S sowie von Drain μ_D lassen sich durch eine angelegte Biasspannung $U_{SD} \equiv (\mu_S - \mu_D)/|e|$ einstellen. Die Energie des Elektrons beim Laden ergibt sich somit

zu $E_{\text{laden}} = \mu_S - E_L$, beim Entladen zu $E_{\text{entladen}} = \mu_D + E_E$.

Die Emissionsenergie E_E hängt von drei extern einstellbaren Faktoren ab: Der Pumpfrequenz f , der Gatespannung U_R sowie der Biasspannung U_{SD} . Eine Möglichkeit, um E_E experimentell zu bestimmen, wäre, hinter den Pumpenausgang zusätzliche Gates für Potentialbarrieren aufzubringen und diese, wie z.B. in Ref. [64, 65, 66], als Energiefilter zu verwenden. In Ref. [66] erhielt J. D. Fletcher *et al.* bei Messungen an einem sehr ähnlichen Pumpendesign für den Energieüberschuss der emittierten Elektronen einen Wert von $E_E \approx 150$ meV mit einer Energieverbreiterung von ≈ 8 meV. Die in dieser Arbeit untersuchten Pumpstrukturen sollten etwas geringere Werte aufweisen, da hier schon eine kleinere HF-Amplitude für den Pumpbetrieb ausreichend ist. Ein Aufbau um dies zu überprüfen wird derzeit erstellt.

Eine grobe Abschätzung, welchen gesamten Energiezuwachs $\Delta E_{LE} = E_L + E_E$ man beim Elektron erwarten kann, wurde bereits 2008 von B. Kaestner in Ref. [67] anhand der vertikalen Plateauverbreiterung durch Erhöhen der HF-Leistung vorgenommen. Angewandt auf die Messungen der hier untersuchten Elektronenpumpe, ergeben sich Energien von $\Delta E_{LE} \approx 14$ meV bis 17 meV bei den Antriebsfrequenzen von $f = 50$ MHz bis 300 MHz (siehe Abbildung 5.16 (B)).

Im Folgenden wird die maximale Energieverbreiterung $p(E_E)$ abgeschätzt, die ein emittiertes Elektron im ungünstigsten Fall aufweisen kann. Dazu wird der in [20] diskutierte Fall des Ladens des QDs abgeändert, um den Entladeprozess zu beschreiben. Der Tunnelrate Γ_R wird eine Zeitkonstante

$$\tau = \frac{2}{\omega g} \quad (5.5)$$

zugeordnet, die beschreibt, mit welcher Geschwindigkeit sich Γ_R ändert. Der Parameter $g \equiv \ln \Gamma_R^{\max}/\Gamma_R^{\min}$ ist definiert über die maximale Γ_R^{\max} und minimale Tunnelrate Γ_R^{\min} während eines Pumpzyklus. Es lässt sich ein Parameter

$$\Delta_{\text{ptb,R}} \equiv \dot{\epsilon}\tau \quad (5.6)$$

definieren, der beschreibt, wie stark sich eine Änderung der linken Gatespannung U_L im Zeitintervall τ auf das chemische Potential $\epsilon(t)$ des QDs und damit auf die Tunnelkopplung Γ_R auswirkt. Ferner nimmt man an, dass Γ_R exponentiell von $\epsilon(t)$ abhängt. Die maximal zu erwartende Energieverbreiterung tritt an der Stelle auf, an der $\epsilon(t)$ die schnellste Wertänderung erfährt. Um diesen Punkt ($\omega t \approx 3\pi/2$) lässt sich über Linearisierung

$$\epsilon(t) \approx \epsilon^{\text{amp}}\omega t + \mu_D \quad (5.7)$$

setzen. Die Problematik vereinfacht sich damit auf einen dynamischen QD, der zum Zeitpunkt $t \rightarrow -\infty$ vollständig besetzt ist und sich kontinuierlich nach Drain

entleert. Die Entleerungsrate

$$\Gamma_R(t) = \Gamma_R^0 \exp\left(\frac{1}{2}\omega g t\right) = \Gamma_R^0 \exp(t/\tau) \quad (5.8)$$

steigt dabei exponentiell an, wobei Γ_R^0 die Entleerungsrate zum Zeitpunkt $\varepsilon(t) = \varepsilon(t=0) = \mu_D$ repräsentiert.

Die Berechnung der Emissionszeitpunkte liefert ein Maximum der Verteilung bei

$$t_{\text{em}} = \tau \ln \frac{1}{\Gamma_R^0 \tau}. \quad (5.9)$$

Anzumerken ist, dass $\Delta_{\text{ptb,R}}$, also die Hebelwirkung der Barrierenspannung auf das QD-Potential, identisch mit der Breite der Energieverteilung ist. Diese ermittelt sich für $t = t_{\text{em}}$ zu $\Delta_{\text{ptb,R}} = 2\varepsilon^{\text{amp}}/g$. Falls eine möglichst scharfe Energieverteilung erwünscht ist, kann diese über eine Anpassung der Selektivität $s = g/\varepsilon^{\text{amp}}$ der rechten Barriere (z. B. durch Änderung der Barrierenform) optimiert werden. Allerdings wird sie durch die Energieunschärfe $\hbar\Gamma_R(t_{\text{em}})\tau \geq \hbar$ und Gleichung 5.5 auf eine Größenordnung von

$$\hbar\Gamma_R(t_{\text{em}}) = (g/2)\hbar\omega \quad (5.10)$$

limitiert. Für die verwendeten Frequenzen ergibt sich somit eine minimale Energieverbreiterung von einigen μeV .

Gleichung 5.9 zeigt, dass die Emissionsenergie $E_E = \varepsilon t_{\text{em}} - \mu_D$ logarithmisch von der Frequenz ω und der Tunnelrate Γ_R^0 abhängt. Mit Gleichung 5.7 erhält man für den Energieüberschuss eines emittierten Elektrons

$$E_E \approx \varepsilon^{\text{amp}}\omega t_{\text{em}} = \dot{\varepsilon} t_{\text{em}} = \Delta_{\text{ptb,R}} \ln \frac{\varepsilon^{\text{amp}}\omega}{\Delta_{\text{ptb,R}}\Gamma_R^0}. \quad (5.11)$$

Da üblicherweise die Tunnelrate Γ_R^0 exponentiell von der rechten Barrierenhöhe und damit von U_R abhängt, kann über die Barrierenspannung direkt die Emissionsenergie verändert werden. Die höchste Energie erhält man, wenn sich der Arbeitspunkt der Pumpe möglichst weit am Anfang des Plateaus befindet. Dies bringt natürlich eine Abweichung des Pumpstroms von ef , also eine Erhöhung der Wahrscheinlichkeit mit sich, dass bei einem Pumpzyklus kein Elektron transportiert wird. Bei einem durchschnittlich langen Plateau können jedoch einige meV variiert werden und die Fehlerwahrscheinlichkeit bleibt dennoch unter 1%.

Zusätzlich lässt sich die Energie E_E nach Gleichung 5.11 durch ein Anheben der Amplitude ε^{amp} der QD-Modulation erhöhen. Da sich dies jedoch nur logarithmisch auf E_E auswirkt, ist die Steigerung nur relativ gering.

Trotz der ebenfalls nur logarithmischen Abhängigkeit der Energie E_E von der Pumpfrequenz f ist f dennoch ein wichtiger Parameter, da er direkt die Anzahl

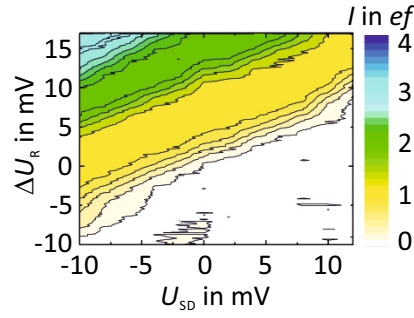


Abbildung 5.17.: Darstellung des quantisierten Pumpstroms $I = nef$ als Funktion der DC-Gatespannung U_R sowie einer angelegten Bias/-spannung U_{SD} . Pumpparameter der Elektronenpumpe P652-5-42-900 bei Betrieb: $B = 0$; $p = -13$ dBm; $f = 320$ MHz, $U_L^{DC} = -220$ mV; drittes Gate auf Massepotential, Datensatz hl446E0.

der emittierten Elektronen vorgibt. Semiklassisch erklärt ist die Folge einer höheren Frequenz, dass das emittierte Elektron aufgrund der Zeitabhängigkeit des Tunneleffekts erst bei einer niedrigeren Tunnelkopplung den QD verlassen kann. Bei einer konstanten rechten Barriere findet der Auswurfprozess somit erst zu einem späteren Zeitpunkt bei höherem ε und somit einer höheren Energie E_E statt.

Eine effiziente Erweiterung des Energiebereichs lässt sich aber durch eine Anpassung der Biasspannung U_{SD} erzielen. Durch eine angelegte negative Biasspannung sinkt μ_D ab. Dies hat zur Folge, dass der Zustand $\varepsilon = \mu_D$ früher im Pumpzyklus auftritt und Γ_R^0 herabgesetzt wird. Es lässt sich somit formulieren, dass $E_E \propto -|e|U_{SD}$. Gleichzeitig erhöht sich durch eine negative U_{SD} die Wahrscheinlichkeit, dass ein zweites Elektron gepumpt wird. Abbildung 5.17 zeigt den Pumpstrom der verwendeten Elektronenpumpe abhängig von der Biasspannung U_{SD} und der rechten Gatespannung U_R . Legt man über die Pumpstruktur eine negative Biasspannung zur Erhöhung der Emissionsenergie an, verschiebt sich auch das Plateau zu negativeren U_R -Spannungen, wodurch wiederum eine höhere Emissionsenergie ermöglicht wird. Die Einflüsse von U_{SD} und U_R auf E_E kompensieren sich somit nicht, sondern verstärken sich sogar. Im Decay-Cascade-Modell lässt sich dies wie folgt erklären: Der Zeitpunkt t_E , an dem das kaskadenartige Rücktunneln der Elektronen zu Source (vergleiche Kapitel 3.4 und Ref. [33]) beginnt, wird durch die Bedingung $\varepsilon(t_E) = \mu_S$ bestimmt. Die dazugehörige Rücktunnelrate $\Gamma_L(\varepsilon(t_E))$ bestimmt maßgeblich die Anzahl der schlussendlich eingeladenen Elektronen pro Pumpzyklus. Um diese Anzahl für ein höheres μ_S konstant zu halten, muss durch eine negativere U_R -Spannung der QD energetisch angehoben werden, was Γ_R^0 verringert.

Da sich für eine E_E -Regelung die Parameter f , U_{SD} und U_R beim Betrieb der Pumpe kombinieren lassen, sollten Anregungsenergien möglich sein, die von

einigen μeV (vorgegeben durch die Energieverbreiterung) bis zu mehreren 10 meV gewählt werden können. Eine zusätzliche Möglichkeit für eine Erniedrigung von E_E besteht darin, die Exitbarriere phasenverschoben zur Anregungsfrequenz zu oszillieren. Untersuchungen zum Betrieb einer Einzelelektronenpumpe mit zwei oszillierenden Barrieren werden derzeit an der PTB von F. Stein im Rahmen ihrer Doktorarbeit durchgeführt.

Um ein Aufheizen der Randkanäle durch die injizierten und hochenergetischen Elektronen zu minimieren, sollte die Pumprate entweder durch Reduzierung der Pumpfrequenz f oder durch einen möglichen Pulsbetrieb der Pumpe mit längerer Totzeit zwischen den Zyklen niedrig gehalten werden.

5.4. Anwendung: Quantisierte Halbleiterspannungsquelle

Die übliche Methode in der Metrologie zur Erzeugung hochpräziser Spannungen basiert auf der Nutzung des Josephson - Effekts [69]. Dieser bereits 1962 durch B. D. Josephson [68] theoretisch vorhergesagte Effekt beschreibt den Tunnelstrom zwischen zwei schwach gekoppelten Supraleitern. Wird dieser Übergang mit einer elektromagnetischen Mikrowelle der Frequenz f_J bestrahlt, entstehen zwischen den beiden Supraleitern diskrete Spannungswerte. Diese sind neben f_J lediglich noch von zwei Naturkonstanten und einer Ordnungszahl n_J abhängig [70]:

$$U_J = n_J \cdot \frac{h}{2e} \cdot f_J \quad , \quad (5.12)$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum ist. Solche Josephson - Spannungsnormale liefern relative Unsicherheiten von weniger als 10^{-10} bei einem Spannungsbereich von $U_J = 0 \text{ V}$ bis 10 V [71].

Aber nicht nur Supraleiter, sondern auch Halbleiterbauelemente sind aus der elektrischen Quantenmetrologie nicht mehr weg zu denken. Allen voran der zur Darstellung des elektrischen Widerstands benutzte Quanten - Hall - Effekt, bei dem sich in einem 2DEG eine quantisierte Hall - Spannung senkrecht zum Elektronenfluss und zu einem externen Magnetfeld ausbildet. Aus dem Verhältnis der quantisierten Spannung zum Strom lässt sich ein Hall - Widerstand definieren, der ebenfalls nur vom Planckschen Wirkungsquantum h , der Elementarladung e und einer Ordnungszahl (hier der Füllfaktor ν der Landauniveaus, bestimmt durch die Ladungsträgerdichte des 2DEGs und der Magnetfeldstärke) abhängt [72, 38]:

$$R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} = \frac{R_K}{\nu} \quad , \quad (5.13)$$

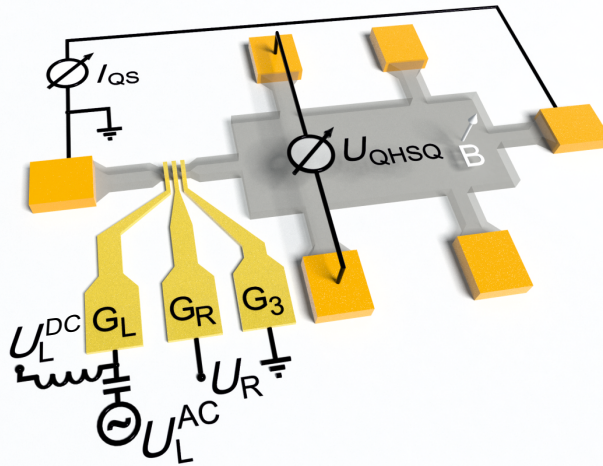


Abbildung 5.18.: Skizze der verwendeten Halbleiterstruktur mit Anschlussbelegung. Die Einzelelektronenpumpe erzeugt einen Quantenstrom I_{QS} , der über dem monolithisch verbundenen Hallbar eine quantisierte Spannung U_{QHSQ} hervorruft.

mit dem nach seinem Entdecker „von-Klitzing-Konstante“ genannten Widerstand $R_K = (h/e^2)$. Aktuelle Verfahren erlauben für verschiedene Materialsysteme eine übereinstimmende Darstellung des Widerstandes mit Unsicherheiten von bis zu 10^{-9} [72, 77, 78, 79, 80].

Weitere in Halbleitermaterialien schon beobachtete Quantisierungseffekte sind zum Beispiel die eindimensionale Leitwertquantisierung [73, 74], Ladungsquantisierung [75] und die Stromquantisierung mittels Einzelladungstransport durch eine hochfrequente Wechselspannung [76]. Auf letzterem Effekt basieren die in dieser Arbeit behandelten Einzelelektronenpumpen. Die Erzeugung einer quantisierten Spannung unter ausschließlicher Verwendung von Halbleitermaterialien konnte bisher nicht gezeigt werden. Mit der im folgenden untersuchten Methode war dies jedoch zum ersten Mal möglich [81].

Dazu wurde in einem gemeinsamen Herstellungsverfahren eine Halbleitereinzelelektronenpumpe mit einem monolithisch verbundenen Quanten-Hall-Widerstand gefertigt (siehe Abbildung 5.18). Die Elektronenpumpe liefert im Betrieb einen auf der Naturkonstante e sowie auf der Zeit basierenden Quantenstrom $I_{QS} = nef$, der in den in Serie verbundenen Quanten-Hall-Widerstand fließt und dort die Hall-Spannung $U_H = R_H \cdot I_H$ hervorruft. Als Ausgangsspannung der quantisierten Halbleiterspannungsquelle erhält man somit

$$U_{QHSQ} = R_H \cdot I_{QS} = \frac{n}{\nu} \frac{hf}{e}, \quad (5.14)$$

wobei über die Anzahl der simultan pro Frequenzzyklus transportierten Elektronen n sowie über den durch die Magnetfeldstärke einstellbaren Füllfaktor ν die Quantisierungsstufen eingestellt werden können. Die Ausgangsspannung sollte

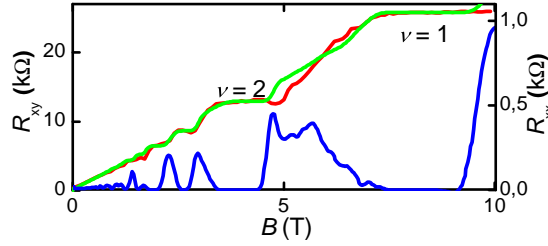


Abbildung 5.19.: Quanten-Hall- und Shubnikov-de-Haas-Messungen an der verwendeten Halbleiterstruktur.

somit auf einer Quantisierungsstufe neben der Pumpfrequenz f lediglich durch die zwei Naturkonstanten h und e bestimmt sein. Obwohl die Spannungserzeugung hier auf komplett anderen physikalischen Effekten beruht, existiert bis auf einen Faktor eine zur Josephson-Spannungsquelle identische Abhängigkeit. Abbildung 5.18 zeigt eine nicht maßstabgerechte Skizze der Halbleiterstruktur. Die Einzel-Elektronenpumpe P652-5-43-900 mit adiabatischer, 900 nm breiter Kanalgeometrie befindet sich im direkten Kontakt zu einem $1000 \mu\text{m} \times 600 \mu\text{m}$ ausgedehnten 2DEG-Areal, an dem die erzeugte Hall-Spannung U_{QHSQ} abgegriffen wird. Abbildung 5.19 stellt drei Messungen dar. In rot ist eine Messung an genau dieser Struktur bei einer Temperatur von $T = 350 \text{ mK}$ mit ausgeschalteter Elektronenpumpe und einem extern aufgeprägten Strom von $I_{\text{H}} \approx 10 \text{ nA}$ aufgetragen. In grün dargestellt ist eine Messung an einem mehrere mm^2 großen Hallbar aus demselben Wafer. Sie wurde ebenfalls bei einer Temperatur von $T = 350 \text{ mK}$, jedoch in einem anderen Kryostaten und mit einem aufgeprägten Strom von $I_{\text{H}} = 1 \mu\text{A}$ aufgezeichnet. Diese beide Kurven zeigen die charakteristischen Quanten-Hall-Plateaus bei Widerstandswerten von $R_{\text{xy}} = (1/\nu)(h/e^2)$. Sie treten beim integralen Quanten-Hall-Effekt bei Magnetfeldstärken auf, bei denen die Landau-Niveaus entweder vollständig besetzt oder entvölkert sind. Über die Beziehung [38]

$$\nu = \frac{n_e h}{e B} \quad (5.15)$$

berechnet sich für Füllfaktor $\nu = 1$ das benötigte Magnetfeld zu $B(\nu = 1) = 8,64 \text{ T}$, für $\nu = 2$ zu $B(\nu = 2) = 4,32 \text{ T}$. Die gute Übereinstimmung der beiden Kurven zeigt, dass sich trotz der zusätzlichen Elektronenpumpe, wie erwartet, keine Änderung in der Ladungsträgerdichte von $n_e = 2,09 \cdot 10^{11} \text{ 1/cm}^2$ ergeben hat. Die blaue Messkurve in Abbildung 5.19 zeigt den longitudinalen Widerstand R_{xx} über den Hallbar mit den charakteristischen Shubnikov-de-Haas-Oszillationen, der zeitgleich mit der grün dargestellten Hall-Messung R_{xy} aufgenommen wurde.

Die Plateaus bei $\nu = 1$ und $\nu = 2$ sind besonders breit und versprechen eine hohe Ausgangsspannung U_{QHSQ} , daher wurde das Hauptaugenmerk der Untersuchungen auf die entsprechenden Magnetfeldstärken gelegt. Im fraktionalen

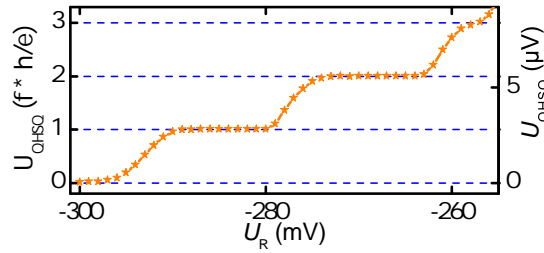


Abbildung 5.20.: Ausgangsspannung U_{QHSQ} der Halbleiterstruktur QHSQ1 als Funktion der rechten Gatespannung U_{R} der Elektronenpumpe. Der Datensatz hlx4CE68 wurde aufgenommen bei Füllfaktor $\nu = 1$. Die Betriebsparameter der Elektronenpumpe sind im Text angegeben.

Quanten-Hall-Bereich (oberhalb von $B(\nu = 1) = 8,64 \text{ T}$) existieren zwar noch breitere Plateaus bei höherem Widerstand und damit höherer Ausgangsspannung (z.B. bei $\nu = 2/3$ und $\nu = 1/3$), jedoch waren im verwendeten Kryostaten die entsprechenden sehr hohen Magnetfeldstärken nicht erreichbar. Bei den zwei in diesem Experiment verwendeten Halbleiterstrukturen (P652-5-26-900 (QHSQ1) und P652-5-43-900 (QHSQ2)) ergaben sich dennoch bei Pumpfrequenzen im GHz-Bereich Ausgangsspannungen U_{QHSQ} von mehreren μV .

Eine quantisierte Spannungsquelle benötigt diskrete Werte in der Ausgangsspannung, die eine gewisse Robustheit aufweisen. Dies bedeutet, dass U_{QHSQ} ausreichend unempfindlich gegenüber Störungen durch Fluktuationen der Betriebsparameter sein muss. Im Folgenden werden diese untersucht.

Abbildung 5.20 zeigt die von QHSQ1 produzierte Ausgangsspannung, wobei die Spannung U_{R} des rechten Gates der Pumpe und damit die Anzahl der pro Frequenzzyklus gepumpten Elektronen durchgestimmt wurde. Die Messung wurde bei einem Magnetfeld von $B = 8,4 \text{ T}$, also $\nu = 1$, und einer Temperatur von $T = 350 \text{ mK}$ aufgenommen. Die Pumpe arbeitete bei einer Frequenz von $f = 675 \text{ MHz}$, einer HF-Leistung von $p = -16 \text{ dBm}$ und einer linken Gatespannung von $U_{\text{L}}^{\text{DC}} = -325 \text{ mV}$. Abhängig von der linken Gatespannung erhält man durch den Pumpstrom vorgegebene Plateaus in der Ausgangsspannung bei $U_{\text{QHSQ}} = n \frac{h}{e} f$ mit $n = 1, 2, 3$.

Eine Abhängigkeit der Ausgangsspannung von den beiden Gleichspannungen der Pumpgates ist in Abbildung 5.21 für die identische Struktur, jedoch in einem anderen Abkühlzyklus, dargestellt. Die Betriebsparameter sind unverändert $B = 8,4 \text{ T}$, $f = 675 \text{ MHz}$, $p = -16 \text{ dBm}$. Es zeigt sich ein ausgedehntes Plateau der Ausgangsspannung U_{QHSQ} für $n = 1$ über einen großen $U_{\text{L}}^{\text{DC}} - U_{\text{R}}$ -Spannungsbereich. Kleine Variationen in U_{L}^{DC} oder U_{R} haben somit in der Mitte des Plateaus kaum einen Effekt auf U_{QHSQ} . Die Größe und Form des Plateaus der Ausgangsspannung wird direkt durch die $U_{\text{L}}^{\text{DC}} - U_{\text{R}}$ -Pumpstromcharakteristik vorgegeben.

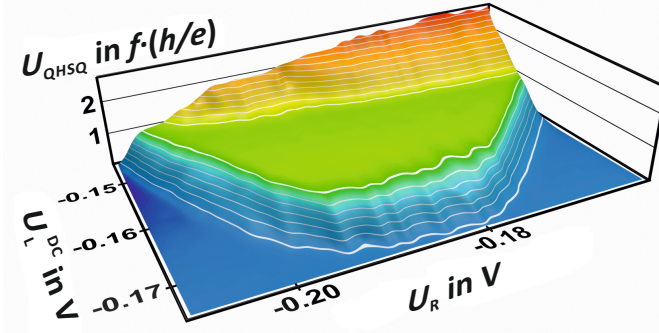


Abbildung 5.21.: Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_{QHSQ} von den DC-Spannungen U_{L}^{DC} und U_{R} der Pumpgates. Die Betriebsparameter sind unverändert zu Abbildung 5.20.

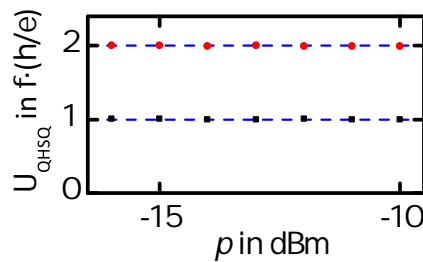


Abbildung 5.22.: Ausgangsspannung U_{QHSQ} bei $\nu = 1$ für einen Betrieb der Elektronenpumpe bei $I = 1ef$ (schwarze Messpunkte, $U_{\text{R}} = -285\text{ mV}$) und $I = 2ef$ (rote Messpunkte, $U_{\text{R}} = -266\text{ mV}$) mit einer Pumpfrequenz von $f = 1,1\text{ GHz}$. Im Bereich von $p = -16\text{ dBm}$ bis $p = -10\text{ dBm}$ zeigt sich für U_{QHSQ} keine Abhängigkeit von der HF-Leistung p . Die Messdaten hl4D061 (und folgende) wurden bei einer linken Gatespannung von $U_{\text{L}}^{\text{DC}} = -325\text{ mV}$ aufgenommen.

Eine Variation der HF-Leistung ist für $n = 1$ sowie für $n = 2$ in Abbildung 5.22 geplottet. Wie schon in Kapitel 3.2 für den Pumpstrom gezeigt, vergrößert nach Erreichen einer minimalen HF-Leistung (also einer minimalen Amplitude U_{L}^{AC}) eine zusätzliche Erhöhung von p lediglich die Ausdehnung des Pumpplateaus in U_{L}^{DC} -Richtung. Dies verläuft für die Ausgangsspannung U_{QHSQ} natürlich analog. Im Bereich von $p = -10\text{ dBm}$ bis -16 dBm , entsprechend einer Amplitude von ungefähr $U_{\text{L}}^{\text{AC}} \approx 100\text{ mV}$ bis 200 mV , konnte innerhalb der Messunsicherheit keine Abweichung von $U_{\text{QHSQ}} = 1 \frac{h}{e} f$ (schwarze Quadrate) sowie $U_{\text{QHSQ}} = 2 \frac{h}{e} f$ (rote Kreise) festgestellt werden. Die statistische Messunsicherheit σ ist nicht eingezeichnet, da sie kleiner als die Symbolgröße der Messpunkte ist. Die QHSQ1 wurde bei diesen Messungen mit einer Frequenz von $f = 1,1\text{ GHz}$ bei einem Magnetfeld von gleichbleibenden $B = 8,4\text{ T}$ betrieben. Die U_{L}^{DC} - und U_{R} -Werte wurden so gewählt, dass sich der Arbeitspunkt in der Mitte des zweidimensionalen Plateaus befindet, und über alle Messpunkte konstant gehalten. Eine ausreichende Störungsempfindlichkeit von U_{QHSQ} gegenüber p kann somit angenommen werden.

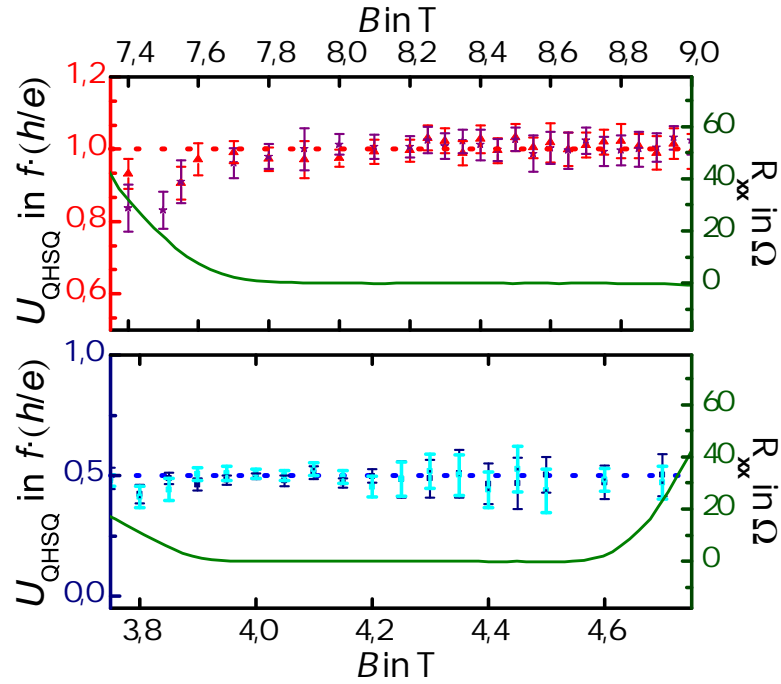


Abbildung 5.23.: Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_{QHSQ} vom Magnetfeld um den Bereich der Füllfaktoren $\nu = 1$ (oben) und $\nu = 2$ (unten). Die unterschiedlichen Farben der Messpunkte symbolisieren die unterschiedlichen Richtungen, in denen B durchfahren wurde. Zusätzlich ist in grün die Shubnikov - de - Haas - Messung des ausgedehnten 2DEG eingezeichnet. Die Messdaten entstammen Datensatz hl4BF64. Die Betriebsparameter der Elektronenpumpe sind im Text angegeben.

Um die stets auftretenden Offsetspannungen und auch relativ kurzzeitige Driften des Offsets zu eliminieren, wurde die Ausgangsspannung U_{QHSQ} bei QHSQ1 durch eine provisorische Lock - In Technik gemessen. Dazu wurde bei jedem Messpunkt die Elektronenpumpe je nach Messung zwischen 200 und 800 mal ein- und ausgeschaltet. Dies geschah durch ein schnelles (5 bis 12 mal pro Sekunde) Verschieben der U_{R} -Spannung in sehr negative Spannungsbereiche und zurück zum gewünschten Arbeitspunkt. Nach jedem Schaltvorgang wurde die Ausgangsspannung mit einem DLPVA Spannungsverstärker (Verstärkungsfaktor 1000 ($\pm 1\%$), Eingangsimpedanz von 1 G Ω) angehoben und mit einem normalen AD-Wandler ausgelesen. Für die resultierende statistische Unsicherheit, erzeugt durch Rauschbeiträge, erhält man $< 0,005 \mu\text{V}$. Die Messunsicherheit wird limitiert durch die systematische Unsicherheit des Spannungsverstärkers von 1%.

In Abbildung 5.23 ist die Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_{QHSQ} vom Magnetfeld um den Bereich der Füllfaktoren $\nu = 1$ und $\nu = 2$ aufgetragen. Diese Messung wurde an QHSQ2 vorgenommen. Da zu diesem Messzeitpunkt obige Lock - In - Messung noch nicht zur Verfügung stand, wurde die Ausgangsspannung

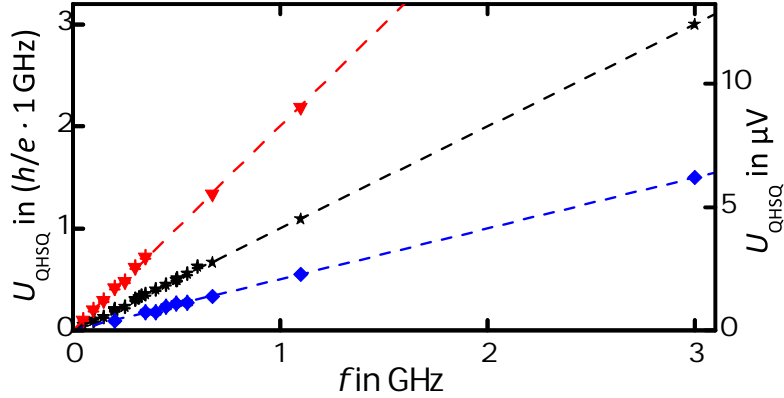


Abbildung 5.24.: Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung U_{QHSQ} als Funktion des Magnetfeldes B . Die Messdaten wurden zusammengetragen aus verschiedenen Messungen beider Halbleiterstrukturen die unter anderem auch bei unterschiedlichen Einkühlzyklen aufgenommen wurden. Die Datenpunkte in Form schwarzer Sternchen entsprechen einer Messung bei $\nu = 1$ mit einem Pumpstrom $I = 1ef$. Die roten Dreiecke symbolisieren Messungen bei $\nu = 1$ mit einem Pumpstrom $I = 2ef$. Die blauen Rauten stehen für $\nu = 2$ mit einem Pumpstrom $I = 1ef$.

über ein kalibriertes Nanovoltmeter HP 34420 gemessen. Um die Offsetspannung zu eliminieren, wurde vor jedem einzelnen Gatespannungssweep die Offsetspannung bei ausgeschalteter Elektronenpumpe bestimmt. Dazu wurde, wie schon beschrieben, U_{R} weit in den negativen Bereich gebracht. Um eine Aussage über die Typ A - Unsicherheit (siehe Kapitel 6.1) der U_{QHSQ} - Werte treffen zu können und diese gleichzeitig möglichst gering zu halten, wurde über mehrere Datenpunkte an der flachsten Stelle des $n = 1$ Plateaus einer $U_{\text{QHSQ}}(U_{\text{R}})$ - Messkurve gemittelt. Die Typ A - Unsicherheit wurde direkt aus der Varianz der zur Berechnung herangezogenen Datenpunkte bestimmt. Die daraus resultierenden Fehlerbalken (1σ - Unsicherheit) wurden in das Diagramm mit eingezeichnet. Bezüglich U_{L}^{DC} wurde die Elektronenpumpe wieder in der Mitte des Plateaus betrieben, diesmal bei einer Frequenz von $f = 320$ MHz und einer HF - Leistung von $p = -6$ dBm. Um einen guten Anhaltspunkt für die Ausdehnung und Position des Hall - Plateaus zu bekommen, wurde der in Abbildung 5.19 schon eingezeichnete longitudinale Widerstand R_{xx} mitgeplottet. Für die Bereiche, in denen R_{xx} nahezu verschwindet, liegt U_{QHSQ} innerhalb seiner Unsicherheit auf dem theoretisch erwarteten Wert von $U_{\text{QHSQ}} = 1 \frac{h}{e} f$ für $\nu = 1$ bzw. $U_{\text{QHSQ}} = 0,5 \frac{h}{e} f$ für $\nu = 2$.

Abschließend wurde die Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung untersucht. Etwaige Fluktuationen der Pumpfrequenz können vernachlässigt werden, da die kalibrierte HF - Quelle eine weit höhere als die geforderte Stabilität aufweist (die systematische Unsicherheit liegt unter 10^{-7}). Die in Abbildung 5.24 dargestellten Messpunkte wurden aus verschiedenen Messungen beider QHSQ -

Strukturen mit beiden unterschiedlichen Messmethoden und auch aus unterschiedlichen Einkühlzyklen zusammengetragen. Die roten dreiecksförmigen Messpunkte entsprechen U_{QHSQ} -Messungen mit zwei pro Frequenzzyklus transportierten Elektronen (zweites Pumpplateau; $n = 2$) und einem Füllfaktor $\nu = 1$ entsprechenden Magnetfeld. Die Sternsymbole entsprechen Messungen beim ersten Pumpplateau ($n = 1$) und einem Füllfaktor von ebenfalls $\nu = 1$. Die blauen Rauten sind ebenfalls aufgenommen bei $n = 1$, das Magnetfeld entspricht jedoch etwa der Hälfte entsprechend einem Füllfaktor $\nu = 2$. Die statistischen Messunsicherheiten von 1σ wurden nur für die Messpunkte eingezeichnet, bei denen sie aufgrund ihrer geringen Größe überhaupt sichtbar waren. Trotz der teilweise sehr unterschiedlichen Messumstände der einzelnen Datenpunkte stimmen sie mit den theoretisch vorhergesagten Werte (entsprechende gestrichelte Linien) sehr gut überein. Dies beweist, dass die erzeugte Spannung U_{QHSQ} in Einheiten von h/e quantisiert. Für den Faktor U_{QHSQ}/f berechnet sich aus der Ausgleichsgeraden der Messpunkte von $n = \nu = 1$ ein Wert von $U_{\text{QHSQ}}/f = 4,1330 \mu\text{V}/\text{GHz}$. Dieser weicht vom theoretischen Wert $h/e = 4,1356 \mu\text{V}/\text{GHz}$ weniger als $0,1\%$ ab. Im Rahmen der systematischen Unsicherheit des Messaufbaus (siehe oben) stimmt der gemessene Wert also mit dem erwarteten Quantisierungswert sehr gut überein.

Die bisher mit dieser Unsicherheit maximal erreichte Halbleiterquantenspannung liegt bei $U_{\text{QHSQ}} = 12,4 \mu\text{V}$. Dies ist jedoch kein endgültiges Limit. Durch Optimierung der Pumpstruktur und der Betriebsmodi (z.B. Veränderung der Antriebswellenform [82]), aber auch durch schlichte Parallelisierung von mehreren Halbleiterpumpen [83, 34, 84], kann der Strom durch die Hall-Struktur und damit die Ausgangsspannung U_{QHSQ} signifikant erhöht werden. Des weiteren lässt sich die Ausgangsspannung U_{QHSQ} linear mit der Anzahl der in Serie geschalteten Hall-Strukturen hochskalieren [85]. Bei einer nicht unrealistischen Verwendung von zehn parallelen Halbleiterpumpen und 100 in Serie geschalteten Hall-Strukturen sollten sich Ausgangsspannungen von mehreren mV erzielen lassen. Dies würde auch die Messunsicherheiten drastisch senken und könnte in Zukunft metrologische Anwendungen ermöglichen, wie z.B. den Schluss des quantenmetrologischen Dreiecks über einen direkten Vergleich von Josephson-Effekt und QHSQ.

5.5. Fazit

In diesem Kapitel wurden Untersuchungen angestellt, welche Auswirkungen ein externes, senkrecht zum 2DEG angelegten Magnetfeld auf die Pumpeigenschaften einer Einzelelektronenpumpe hat. Es zeigte sich, dass durch ein Magnetfeld von mehreren Tesla Stärke sich durch längere und ausgeprägtere Plateaustrukturen im Pumpstrom die Stromquantisierung signifikant verbessert. Bei Auswer-

tungen nach dem Decay-Cascade-Modell aus Kapitel 3.4 stellte sich heraus, dass sich durch die Verbesserung der Stromquantisierung die Ablage des Pumpstroms vom quantisierten Wert ef um mehrere Größenordnungen verringert. Der aus dem Decay-Cascade-Modell entstammende Parameter δ_1 , der die Qualität einer Stromquantisierung beschreibt, erreicht durch den Magnetfeldeinfluss Werte von $\delta_1 > 35$. Für Werte $\delta > 18$ stellt das Modell eine für metrologische Zwecke erforderliche Präzision des Pumpstroms mit einer Ablage $\varepsilon_{I,\text{th}} < 100$ ppb in Aussicht. Ohne Magnetfeld konnte eine solch gute Stromquantisierung noch nicht reproduzierbar erreicht werden.

Desweiteren wurde untersucht, wie sich unterschiedliche Betriebsparameter der Pumpe (unterschiedliche Gatespannungen und Pumpfrequenzen) auf die Entwicklung des Pumpstroms bei Magnetfeldeinfluss auswirken: Hohe Pumpfrequenzen ($f > 200$ MHz) zeigen, dass sich eine Quantisierungsverbesserung nur bis zu einem Füllfaktor von $\nu = 1$ beobachten lässt. Für niedrige Frequenzen konnte dagegen innerhalb des untersuchten Bereichs kein Magnetfeld gefunden werden, bei dem die Quantisierung ein Maximum zeigte. Mit zunehmendem Magnetfeld verbesserte sich auch stets die Quantisierung.

Abschließend wurden in diesem Kapitel zwei Anwendungsbeispiele für halbleiterbasierte Einzelelektronenpumpen diskutiert. Zum einen wurde gezeigt, dass die untersuchten Einzelelektronenpumpen hervorragend geeignet sind, um Elektronen mit einer einstellbaren, definierten Energie in QHE-Randkanäle zu injizieren. Man erhält damit ein wertvolles Werkzeug zur Untersuchung von Randkanaleffekten. Zum anderen wurde eine Verwendung als quantisierte Halbleiterspannungsquelle vorgestellt. Dabei erzeugt die Einzelelektronenpumpe einen quantisierten Pumpstrom, der wiederum über eine monolithisch verbundene Quanten-Hall-Struktur eine definierte Spannung produzieren kann. Ein direkter Vergleich dieser QHSQ-Spannung mit einer Josephson-Spannung könnte in Zukunft ein Schritt Richtung Schluss des quantenmetrologischen Dreiecks sein.

6. Präzisionsmessungen des Pumpstroms

Die bisherigen Untersuchungen zielten immer darauf ab, möglichst lange Pump/-plateaus zu erhalten, da dies nach Kapitel 3 die höchste Quantisierungspräzision verspricht. Zur Verwendung der Einzelelektronen als möglicher Stromstandart ist es jedoch unabdingbar, diese vorhergesagte Präzision auch messtechnisch nachzuweisen. Kommerzielle Messverfahren erlauben allerdings bei den zu erwartenden Stromstärken der Größenordnung $I \approx 100 \text{ pA}$ nur Unsicherheiten von mehr als 0,1 %. Spezielle metrologische Messmethoden sollten hier aber Messungen mit geringeren Unsicherheiten ermöglichen.

In diesem Kapitel werden nach einer kurzen Einführung in die Theorie der Messunsicherheiten zwei Techniken beschrieben, die für eine präzise Messung des Pumpstroms einer Einzelelektronenpumpe genutzt werden können. Kapitel 6.2 zeigt eine Messmethode mit einem modifizierten Kryostromkomparator. Solche Kryostromkomparatoren werden bislang hauptsächlich zur präzisen Stromskalierung in der QHE-Metrologie verwendet. Der angepasste Messaufbau ermöglichte die bisher genaueste Hochskalierung eines Einzelelektronenpumpstroms in den μA -Bereich. Die darauf basierende Präzisionsmessung erreichte bei einem Pumpstrom von $I \approx 192,2 \text{ pA}$ eine relative Unsicherheit von 10 ppm. Kapitel 6.3 stellt zudem eine Messmethode vor, bei der über einen gut bekannten Kompensationsstrom der Einfluss von systematischen Fehlern von Messverstärkern auf die Gesamtunsicherheit drastisch reduziert werden kann. Mit dem untersuchten Aufbau sollen in Zukunft Messungen mit relativen Unsicherheiten von bis zu 2,5 ppm erreichbar sein.

Hiermit wurde die bisher genaueste Bestimmung eines Einzelelektronenpumpstroms an der PTB ermöglicht. Die im Folgenden vorgestellte Messung erreichte bei einem Pumpstrom von $I \approx 192,2 \text{ pA}$ eine relative Unsicherheit von 10 ppm. Kapitel 6.3 stellt eine alternative Messmethode vor, bei der über einen gut bekannten Kompensationsstrom der Einfluss von systematischen Fehlern von Messverstärkern drastisch reduziert werden kann. Mit dem untersuchten Aufbau sollen in Zukunft Messungen mit relativen Unsicherheiten von bis zu 2,5 ppm durchgeführt werden.

6.1. Messunsicherheiten

Jedes Ergebnis einer vorgenommenen Messung stellt nicht den tatsächlichen Wert der gemessenen Größe dar, sondern lediglich einen Schätzwert oder eine Näherung. Damit ein Messergebnis eine vollständige, quantitative Aussage liefern kann, setzt dies stets die Angabe der Unsicherheit des Schätzwertes voraus. Diese definiert einen Wertebereich um den Schätzwert sowie eine Wahrscheinlichkeit, mit der der wahre Wert in diesem Wertebereich liegt. Um Messwerte international vergleichbar zu machen, ist es nötig, ein einheitliches Verfahren zur Ermittlung von Messunsicherheiten festzulegen. In der Metrologie entwickelte sich das 1995 aufgelegte und 2008 überarbeitete Kompendium „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ (GUM) [86] zum Standardwerk und wird von allen führenden Metrologieinstituten beachtet.

Inhaltlich teilt der GUM die Quellen der Messunsicherheit je nach Art der Schätzwertermittlung in zwei Kategorien ein und liefert einen Leitfadens zu deren Berechnung sowie Methoden, um die Einflussgrößen zu kombinieren. Es wird unterschieden zwischen der Typ A - Unsicherheit, bei der sich der Schätzwert aus Einzelbeobachtungen ermitteln lässt (statistische Unsicherheiten), und der Typ B - Unsicherheit (systematische Unsicherheit), der alle anderen Unsicherheitsquellen zugeordnet werden. Hintergrund dieser Klassifizierung sind die unterschiedlichen Ausgangspunkte der Unsicherheitsberechnung. Die Typ A - Unsicherheit erhält man aus einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, die aus einer beobachteten Häufigkeitsverteilung hergeleitet wird. Dagegen resultiert die Typ B - Unsicherheit aus einer nur angenommenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, die darauf fußt, wie stark man annimmt, dass ein bestimmtes Ereignis eintritt. Bevor für beide Typen die Unsicherheitsbestimmung kurz angerissen wird, soll zunächst auf den Messwert selbst eingegangen werden.

Um eine gewünschte Messgröße Y zu erhalten, wird diese in den meisten Fällen nicht direkt gemessen, sondern wird durch N_U andere Größen $X_i = X_1, X_2, \dots, X_{N_U}$ ausgedrückt, mit denen sie über eine Funktionsbeziehung verknüpft ist:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_{N_U}) \quad (6.1)$$

Diese Eingangsgrößen X_i lassen sich nicht absolut messen, sondern man erhält lediglich deren Eingangsschätzwerte $\hat{x}_i = \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{N_U}$ die jeweils mit einer Unsicherheit behaftet sind. Für den Schätzwert \hat{y} der Messgröße Y gilt analog:

$$\hat{y} = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{N_U}) \quad (6.2)$$

Dies impliziert, dass auch \hat{y} mit einer Unsicherheit behaftet ist. Durch Mehrfachmessungen unter jeweils identischen Messbedingungen wird für jeden Eingangs-

schätzwert \hat{x}_i ein Satz von n_W Einzelschätzungen $\{q_{k,i}\}$ erzeugt, wobei die Einzelschätzungen $q_{k,i}$ per Zufall variieren.

Der beste Schätzwert \hat{x}_i für den Erwartungswert¹ μ_E einer Eingangsgröße X_i ist das arithmetische Mittel \bar{q}_i aus allen Einzelschätzungen $q_{k,i}$:

$$\hat{x}_i = \bar{q}_i = \frac{1}{n_W} \sum_{k=1}^{n_W} q_{k,i} \quad (6.3)$$

Für den Schätzwert \hat{y} ergibt sich

$$\hat{y} = f \left(\frac{1}{n_W} \sum_{k=1}^{n_W} q_{k,1}, \frac{1}{n_W} \sum_{k=1}^{n_W} q_{k,2}, \dots, \frac{1}{n_W} \sum_{k=1}^{n_W} q_{k,N_U} \right) \quad (6.4)$$

Falls f eine lineare Funktion bezüglich der \hat{x}_i ist und bei jeder Wiederholungsmessung alle $q_{k,i}$ gemessen werden, ergibt sich

$$\hat{y} = \frac{1}{n_W} \sum_{k=1}^{n_W} f(q_{k,1}, q_{k,2}, \dots, q_{k,N_U}) = \frac{1}{n_W} \sum_{k=1}^{n_W} \hat{y}_k \quad (6.5)$$

6.1.1. Typ A - Unsicherheit

Die statistische Unsicherheit der Messung resultiert aus den in den Werten unterschiedlichen Einzelschätzungen $q_{k,i}$. Diese Variationen werden durch sich zufällig ändernde Einflüsse auf die Messung oder Ähnlichem hervorgerufen.

Die experimentelle Varianz s^2 der Werte von $q_{k,i}$, welche näherungsweise² die Varianz σ^2 der Wahrscheinlichkeitsverteilung von q ist, wird folgendermaßen definiert:

$$s^2(q_{k,i}) = \frac{1}{n_W - 1} \sum_{k=1}^{n_W} (q_{k,i} - \bar{q}_i)^2 \quad (6.6)$$

Bei - wie hier stets angenommenen - normalverteilten Einzelschätzungen $q_{k,i}$, ist der beste Schätzwert für die Standardunsicherheit $u_s(\hat{x}_i)$ die Standardabweichung σ . Für $\sigma^2 \approx s^2$ lässt sie sich mit der experimentellen Standardabweichung s annähern, die sich wie folgt berechnet:

$$\sigma(q_{k,i}) \approx s(q_{k,i}) = \sqrt{\frac{1}{n_W - 1} \sum_{k=1}^{n_W} (q_{k,i} - \bar{q}_i)^2} \quad (6.7)$$

¹Beim Erwartungswert handelt es sich um den Mittelwert einer Verteilung bei unendlichen Wiederholungen.

²Theoretisch wird für die Verteilung der Einzelschätzwerte stets eine Normalverteilung/Gaußverteilung angenommen. Dies ist jedoch im Experiment nicht unbedingt exakt gegeben oder zweifelsfrei bestimmbar, denn es würde eine unendliche Menge an Messpunkten erfordern.

Für den Eingangsschätzwert \hat{x}_i berechnet sich $u_s(\hat{x}_i)$ zu

$$u_s(\hat{x}_i) = \frac{1}{\sqrt{n_W}} s(q_{k,i}) \quad . \quad (6.8)$$

Bei dem Ergebnis einer Messung, wie beispielsweise des erzeugten Stroms einer Einzelelektronenpumpe, ist üblicherweise nicht die Standardunsicherheit der Einzelschätzungen $q_{k,i}$ von Interesse, sondern das Unsicherheitsmaß des berechneten Schätzwertes des Messergebnisses \hat{y} . Im Falle von Eingangsgrößen X_i , die unabhängig voneinander sind, lässt sich diese sogenannte kombinierte Varianz $u_A^2(\hat{y})$ und kombinierte Typ A - Standardunsicherheit $u_A(\hat{y})$ berechnen:

$$u_A^2(\hat{y}) = \sum_{i=1}^{N_U} \left(\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_i} \right)^2 \cdot u_s^2(\hat{x}_i) \quad , \quad (6.9)$$

sowie

$$u_A(\hat{y}) = \sqrt{u_A^2(\hat{y})} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_U} \left(\frac{\partial f}{\partial \hat{x}_i} \right)^2 \cdot u_s^2(\hat{x}_i)} \quad . \quad (6.10)$$

Eine wichtige Eigenschaft der Typ A - Unsicherheit ist, dass sie durch eine Erhöhung der Anzahl von Einzelschätzungen, also durch Erhöhung der Messanzahl bei identischen Messbedingungen, kleiner wird.

Theoretisch würde dies für eine Strommessung bedeuten, dass mit beliebig langer Messzeit auch beliebig kleine Unsicherheiten möglich wären. Jedoch kann es schwierig bis unmöglich sein, für sehr lange Messdauern immer die identischen Messbedingungen aufrecht zu erhalten. Unvermeidbare Störeinflüsse wie elektrostatische Entladungen bei Wartungsarbeiten am Kryostaten (allen voran das unumgängliche Auffüllen des Flüssigheliumvorrats alle drei bis vier Tage) oder Spannungsspitzen und -schwankungen im Stromnetz oder der Messerde können eine plötzliche Änderung der Pumpcharakteristik und damit der benötigten Betriebs/-parameter zur Folge haben. Es ist somit erstrebenswert, die Variationen der Einzelschätzungen (üblicherweise das „Rauschen des Messsignals“ genannt) zu minimieren. Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit der Varianz s^2 von den Streuabständen der Einzelschätzungen ($q_{k,i} - \bar{q}_i$) in Gleichung 6.6 benötigt man bei einer Verdopplung der Messpunktstreuung für eine identische Typ A - Unsicherheit die vierfache Messzeit. Quelle dieser Streuung sind Fluktuationen im Messsignal mit unterschiedlicher Amplitude und Frequenz (Rauschen). Die für die folgenden Messungen wichtigen Rauschbeiträge lassen sich in zwei Kategorien unterteilen: intrinsisches und parasitäres Rauschen.

Beim intrinsischen Rauschen handelt es sich um Fluktuationen, die durch die Messmethode und verwendete Bauteile vorgegeben werden und sich nicht eliminieren lassen. Beispiele dafür sind das Johnson - Nyquist - Rauschen eines Wider-

standes, das Schrotrauschen eines Quantenstroms oder das RTS-Rauschen (engl. random telegraph signal).

Als parasitäres Rauschen sieht man jegliche möglichst zu vermeidende und von außerhalb kommende Rauschbeiträge. Sei es die Antennenwirkung von nicht ausreichend geschirmten Zuleitungen oder Bauteilen und dadurch Einfangen von elektromagnetischen Streufeldern, oder Resonanzen von Schwingkreisen im Messaufbau.

Um in einem vertretbaren Zeitrahmen eine ausreichend geringe Typ A-Unsicherheit zu erhalten, ist eine Minimierung des Stromrauschens, allen voran des parasitären Rauschens, somit essentiell.

6.1.2. Typ B - Unsicherheit

Die Bewertung einer Typ B-Unsicherheit fällt im allgemeinen schwerer als die der Typ A-Unsicherheit. Hierbei kann der Schätzwert \hat{x}_i eines Eingangswertes X_i nicht durch wiederholte Einzelbewertungen gewonnen werden. Die zugehörige Varianz $u_B^2(\hat{x}_i)$ sowie Standardunsicherheit $u_B(\hat{x}_i)$ muss laut GUM durch eine wissenschaftliche Beurteilung ermittelt werden. Dazu sollen alle verfügbaren Informationen über ein mögliches Streuverhalten des Eingangswertes X_i herangezogen werden. Als Informationsquellen schließt der GUM dazu explizit auch folgendes ein:

- frühere Messdaten
- Erfahrungen oder allgemeine Erkenntnisse über das Verhalten sowie über die Eigenschaften relevanter Materialien und Gerätschaften
- Herstellerspezifikationen
- Aus Kalibrationen oder anderen Zertifikaten erlangte Daten
- Unsicherheiten von Referenzdaten aus Handbüchern.

Die erhaltenen Typ B-Unsicherheiten müssen individuell bewertet, gewichtet und in die Gesamtunsicherheit einberechnet werden. Ein einfaches „Rezept“ wie bei einer Typ A-Unsicherheit ist nicht möglich. Ferner ist zu beachten, dass eine Typ B-Unsicherheit nicht durch Erhöhung der Messzeit verringert werden kann.

6.1.3. Die Angabe von Messunsicherheiten

Es stellt sich die Frage, welche Aussage über einen Messwert in einer Messunsicherheitsangabe überhaupt steckt. Für eine Normalverteilung mit Erwartungswert

μ_E und der Standardabweichung σ umfasst das Intervall $\mu_E \pm \sigma$ 68,3% der Verteilung. Auf die Unsicherheit $u_A(\hat{x}_i)$ bezogen bedeutet dies, dass für eine reine statistische Unsicherheit sich der wahre Wert y mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% im Intervall $\hat{x}_i \pm u_A(\hat{x}_i)$ bewegt [87]. In einigen Fällen reicht für dieses im GUM *confidence intervall* (Vertrauensbereich) genannte Intervall eine 68,3%ige Wahrscheinlichkeit nicht. Insbesondere für kommerzielle und sicherheitsrelevante Messergebnisse kann eine erweiterte Unsicherheitsangabe notwendig sein. Die erweiterte Unsicherheit u erhält man, indem man die kombinierte Unsicherheit $u_A(y)$ mit einem Erweiterungsfaktor k multipliziert:

$$u = k \cdot u_A(y) \quad . \quad (6.11)$$

Hierbei ist zu beachten, dass k prinzipiell von der Anzahl der Einzelschätzungen n_W abhängt und sich bei $n_W < 200$ der dazugehörige Vertrauensbereich merklich verändert [87]. Für den Fall $k = 2$ und $n_W > 200$ erhält man einen Vertrauensbereich mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,4%, für $k = 3$ sogar von 99,7%. In Anlehnung an die Statistik, bei der die statistische Unsicherheit einer idealen Gauß-Verteilung durch die Standardabweichung σ gegeben ist, spricht man häufig auch bei der experimentellen Unsicherheit u von einer 1σ -, 2σ - oder 3σ -Unsicherheit (für $u = k \cdot u_A(y)$ mit $k = 1, 2, 3$).

Im Rahmen dieser Arbeit wird bei Angaben einer Unsicherheit, sofern nicht explizit anders angegeben, stets die einfache kombinierte Unsicherheit $u_A(y)$ verstanden ($k = 1$).

6.2. Präzisionsstrommessung mit einem Kryostromkomparator

6.2.1. Funktionsprinzip des Kryostromkomparators

Zur metrologischen Untersuchung von Strömen mit höchster Genauigkeit werden üblicherweise Kryostromkomparatoren (englisch: *Cryogenic Current Comparator*, CCC) verwendet [88, 89]. Es handelt sich dabei nicht um ein herkömmliches Messgerät zur direkten Strommessung, sondern um eine Art supraleitenden Transformator. Im ursprünglichen Sinne ist er konzipiert, um mit Unsicherheiten kleiner 10^{-9} zwei Ströme miteinander zu vergleichen, oder exakt ausgedrückt: um das Stromstärkenverhältnis zweier Ströme hochpräzise festzulegen. Ein übliches Anwendungsbeispiel in der Metrologie ist die Benutzung in einer Widerstandsmessbrücke zum Vergleich von Widerständen und der Rückführung der Widerstandseinheit auf den QHE. Ein solcher CCC kann aber auch zur präzisen Skalierung

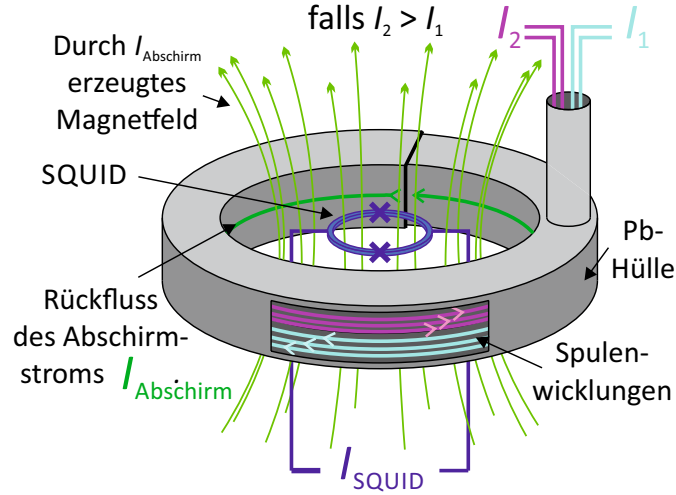


Abbildung 6.1.: Skizze eines Kryostromkomparators für den Fall $N_2 \cdot I_2 > N_1 \cdot I_1$.

und damit Charakterisierung eines quantisierten Pumpstroms verwendet werden. Dies wird in diesem Kapitel gezeigt.

Ein einfacher CCC-Aufbau (siehe Abbildung 6.1) lässt sich grob in vier wesentliche Bestandteile gliedern: einen Primärkreis, einen Sekundärkreis, eine supraleitende Schirmung sowie einen SQUID (*superconducting quantum interference device*) als Magnetfeld-Null-detektor. Sowohl Primärkreis als auch Sekundärkreis haben jeweils eine Spule mit wählbarer Windungszahl (Primärkreis: N_1 , Sekundärkreis: N_2 , Gesamtwindungszahl: je nach CCC einige 1000 bis mehrere 10000 [90], hier: 4647). Diese Spulen verlaufen bei einem wie hier verwendeten CCC in einem kreisförmig gebogenen supraleitenden Rohr (oft aus Blei), bei dem die Enden sich zwar überlappen, aber gegeneinander elektrisch isoliert sind. Aufgrund des perfekten Diamagnetismus eines Supraleiters induzieren die Ströme I_1 des Primärkreises sowie I_2 des Sekundärkreises einen Suprastrom I_{Abschirm} (Abschirmstrom genannt) auf der Innenseite des einhüllenden Rohrs, dessen Betrag exakt dem Gesamtnettostrom $I_{\text{netto}} = I_1 \cdot N_1 + I_2 \cdot N_2$ durch die Röhre entspricht, jedoch in umgekehrter Richtung verläuft $I_{\text{Abschirm}} = -I_{\text{Netto}}$ (Meissner-Ochsenfeld Effekt). Der Innenbereich des Rohrs ist dadurch magnetfeldfrei. Aufgrund des Ampèreschen Gesetzes $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_r \mu_0 \sum_j I_j$ fließt der Abschirmstrom auf der Aussenseite des Rohres zurück und erzeugt außerhalb des Rohrs ein dem Gesamtnettostrom I_N entsprechendes Magnetfeld (siehe Abbildung 6.1). Dieses verschwindet nur dann, wenn auch der Nettostrom $I_N = 0$ ist, also wenn

$$I_1 \cdot N_1 = -I_2 \cdot N_2 \quad , \quad (6.12)$$

und somit

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1} \quad . \quad (6.13)$$

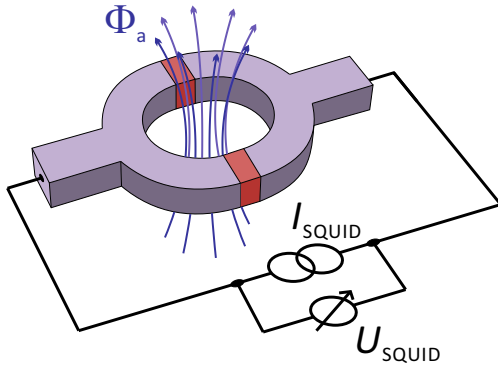


Abbildung 6.2.: Skizze eines typischen DC-SQUIDs aus einem supraleitenden Ring (violett) mit zwei Josephson-Kontakten (rot). Erstellt nach Vorlage von Referenz [92].

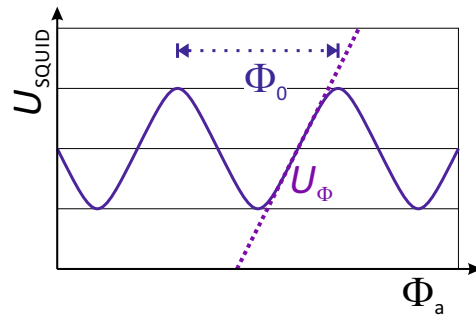


Abbildung 6.3.: Spannungsabfall über dem SQUID U_{SQUID} als Funktion des ihn durchdringenden magnetischen Flusses Φ_a mit pinkfarbenen eingezeichneten Fluss - zu - Spannung - Transferfunktion U_{Φ} .

Durch die Verwendung eines SQUID als Magnetfeld - Nulldetektor lassen sich hervorragend kleine Unsicherheiten von weniger als 1 ppb bei einem Stromvergleich von Strömen im μA - bis mA - Bereich erzielen. Der SQUID wird dazu über eine „pick - up loop“ genannte, verstärkende Spulenanordnung an das Magnetfeld des äußeren Abschirmstroms angekoppelt und kann magnetische Flussänderungen in Höhe eines Bruchteils des elementaren Flussquants $\Phi_0 = h/(2e) \approx 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$ detektieren. Der physikalische Hintergrund eines SQUIDs liegt dabei in der Kombination zweier Quanteninterferenzeffekte: der Flussquantisierung in supraleitenden Ringen sowie des Josephson - Effektes. Die in diesem Fall hauptsächlich verwendeten Gleichstrom (DC) - SQUIDs bestehen aus einem supraleitenden Ring, der durch zwei Josephson - Kontakte³(rot eingefärbt) unterbrochen ist (Siehe Abbildung 6.2). Wäre der supraleitende Ring nicht unterbrochen, würde aufgrund der Flussquantisierung ein ihn durchdringender magnetischer Fluss Φ_a stets durch einen im Ring angeregten Kreisstrom auf ein ganzzahliges Vielfaches von Φ_0 erhöht oder abgesenkt werden. Durch die Josephson - Kontakte in einem SQUID ist es möglich, diesen Kreisstrom zu detektieren. Prägt man dem SQUID einen konstanten Betriebsstrom I_{SQUID} auf, fällt über den Josephson - Kontakten eine messbare Spannung ab, die durch den Kreisstrom moduliert wird. Trägt man die gemessene Spannung abhängig vom magnetischen Fluss durch den SQUID - Ring auf, erhält man, wie in Abbildung 6.3 dargestellt, eine periodische, sinusähnliche Modulation der SQUID - Spannung U_{SQUID} mit der Periodizität von $1 \Phi_0$. Eine ma-

³Josephson - Kontakte sind üblicherweise zwei supraleitende Elektroden, die durch eine dünne normalleitende oder isolierende Barriere voneinander getrennt sind. Die Tunnelkopplung der Barriere ist jedoch stark genug, dass sie von Cooper - Paaren durchtunnelt werden kann.

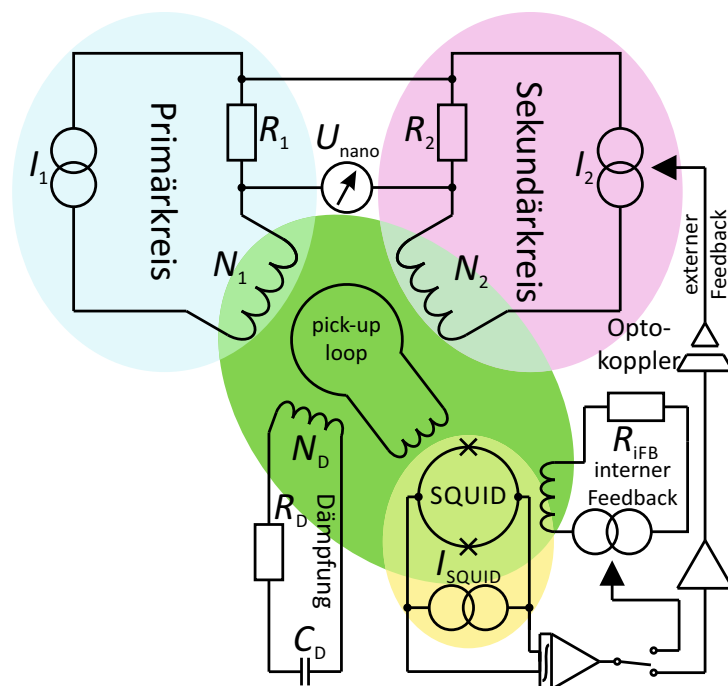


Abbildung 6.4.: Vereinfachtes Schaltbild eines Kryostromkomparator-Messaufbaus, wie er für einen üblichen Widerstandsvergleich benutzt wird. Die blauen, rosafarbenen und gelben Einfärbungen zeigen die drei Hauptbestandteile eines CCCs. Der grün hinterlegte Teil des Aufbaus wird bei Betrieb auf Temperaturen von $T = 4,2\text{K}$ abgekühlt um die Bauelemente in die nötige supraleitende Phase zu versetzen.

agnetische Flussänderung durch den SQUID lässt sich durch Abzählen der Perioden (dies wird aber nur selten praktiziert) zusammen mit einer Messung der Änderung von U_{SQUID} sehr genau bestimmen. Eine absolute Messung des Magnetfeldes ist somit mit einem SQUID nicht möglich, aber bei der Verwendung in einem CCC auch nicht nötig. Der Referenz-„Nullpunkt“ bei einer Strommessung mittels CCC lässt sich durch Abschalten oder Umpolen der Ströme im Primär- und Sekundärkreis bestimmen.

Im Folgenden soll zunächst der Aufbau eines CCC-basierten Widerstandsvergleichs (Abbildung 6.4) beschrieben werden: Dabei wird durch einen Primärstrom I_1 im CCC ein Magnetfeld erzeugt, das üblicherweise gut abschätzbar ist. Dem Sekundärkreis wird ein entsprechender Kompensationsstrom aufgeprägt, der das Magnetfeld von I_1 größtenteils kompensiert. Der kleine überbleibende Rest wird durch den SQUID sofort erfasst, der daraufhin über eine Regelschleife die im Sekundärkreis befindliche Stromquelle ansteuert und den Kompensationsstrom I_2 solange anpasst, bis das Magnetfeld im CCC auf Null abgefallen ist. Idealerweise

bewegt sich der Arbeitsbereich des SQUIDs dabei auf der Flanke um den optimalen Arbeitspunkt. Dieser liegt im empfindlichsten Messbereich des SQUIDs, also an der Stelle mit der größtmöglichen Fluss-zu-Spannung-Transferfunktion U_Φ . Sie wird definiert als

$$U_\Phi = \left(\frac{\partial U_{\text{SQUID}}}{\partial \Phi_a} \right)_{\text{max}} \quad (6.14)$$

Dieser Betriebsmodus, bei dem der SQUID durch Rückkopplung auf den Sekundärkreis einen festen Arbeitspunkt mit konstanter Anzahl von Flussquanten zugewiesen bekommt, wird naheliegenderweise „externer FLL-Modus“ (FLL = flux locked loop) genannt. Durch Verwendung eines kalibrierten und temperaturstabilisierten Drahtwiderstands oder sogar eines Quanten-Hall-Widerstands als R_2 im Sekundärkreis lassen sich sehr präzise Aussagen mit geringster Unsicherheit über einen Messwiderstand R_1 im Primärkreis treffen. Das in Abbildung 6.4 dargestellte Nanovoltmeter, das die Differenz der Spannungsabfälle U_{nano} über den Widerständen R_1 und R_2 misst, liefert für R_1 die Höhe der Abweichung von $R_2 N_1 / N_2$. Der Vollständigkeit halber soll erwähnt werden, dass ein Widerstandsvergleich, dessen Verhältnis R_1 / R_2 sich nicht über das Windungszahlverhältnis N_1 / N_2 einstellen lässt, einen dem Sekundärkreis angegliederten und in Abbildung 6.4 nicht eingezeichneten Kompensationskreis benötigt. Eine genaue Beschreibung des CCC-QHE-Messaufbaus ist in Referenz [91] gegeben.

Der für den FLL-Modus benötigte Rückkopplungspfad vom SQUID bis zur I_2 -Stromquelle ist der empfindlichste Bereich des CCCs bezüglich Störeinflüssen. Die vier wesentlichen Faktoren, die die Stabilität des SQUIDs negativ beeinflussen, sind [91]:

1. Da der SQUID nicht unterscheiden kann, ob der Fluss Φ_a vom CCC herrührt oder von externen Magnetfeldern aus dem Umfeld stammt, werden auch Änderungen von Störfeldern detektiert und an die rückgekoppelte Stromquelle weitergegeben. Der dadurch erzeugte Strom im Sekundärkreis führt zu einem Rauschen der Brückenspannung.
2. Ein Stromrauschen in den Windungen des CCCs erzeugt ein Rauschen des Flusses Φ_a . Wenn der Arbeitspunkt durch diese Dynamik zu weit verlassen wird, treten Regelprobleme des SQUIDs auf.
3. Zu schnelle Stromänderungen im Primärkreis, wie sie unter Umständen beim Ein- und Ausschalten des Primärstroms I_1 oder durch extern verursachte Störungen auftreten können, können die Regelgeschwindigkeit des SQUIDs mit Rückkopplung übersteigen und der SQUID verliert seinen FLL-Arbeitspunkt.

4. Durch die Induktivitäten und Kapazitäten der supraleitenden CCC - Drähte entsteht ein LC - Schwingkreis, dessen sogenannte LC - Eigenresonanz üblicherweise im Bereich von mehreren 10 kHz liegt und die Regelbandbreite des FLL - Feedbacks beschränkt. Durch externe Leitungen entsteht weitere kapazitive Last, die die Resonanzfrequenz zunehmend erniedrigt, aber aufgrund des niederohmigen Widerstands die Resonanz nicht dämpft. Untersuchungen dazu werden im nächsten Unterkapitel diskutiert.

Der hier verwendete CCC bietet zusätzlich noch einen Kreis für einen internen Feedback. Es wird das Ausgangssignal des SQUIDs verstärkt, integriert und über einen Feedbackwiderstand $R_{f,iFLL}$ auf eine separate Spule direkt an den SQUID gekoppelt [93]. Die Verwendung eines internen Feedbackkreises zusätzlich zum externen hat den Vorteil, dass die periodische Kennlinie des SQUIDs verkippt und somit ein flacherer linearer Verlauf im FLL - Modus erzeugt wird. Dies wiederum bewirkt einen störunanfälligeren Betrieb des SQUIDs [91, 93].

Ein weiteres Element zur Stabilisierung des Regelkreises ist der Dämpfungskreis. Dieser besteht aus einer an die *pick-up loop* angekoppelten Spule, die mit einem RC - Glied ($R_D = 240 \Omega$, $C_D = 100 \text{ nF}$) versehen ist. Hierdurch werden die vor allem bei Stromumkehrungen im Primär- und Sekundärkreis auftretenden steilen Stromrampen etwas geglättet und parasitäre Resonanzen, wie die Eigenresonanz des CCCs, gedämpft [93].

6.2.2. Messaufbau zur Skalierung eines quantisierten Pumpstroms

Um eine im Primärkreis befindliche Quantenstromquelle mittels CCC messen zu können, musste der übliche CCC - Messaufbau abgewandelt werden. Dabei wurden während der Messungen stetig Umbauten und Verbesserungen realisiert. Der in Abbildung 6.5 dargestellte Messaufbau zeigt die zuletzt verwendete Anordnung. Als die größte Herausforderung stellte sich die Verknüpfung der drei an sich schon sehr komplexen Einzelexperimente (Betrieb der Einzelelektronenpumpe, des Kryostromkomparators sowie des Quanten - Hall - Experiments) zu einem funktionierenden Gesamtexperiment heraus. Erschwerend kam hinzu, dass jedes Einzelexperiment räumlich von den restlichen getrennt werden musste (verschiedene Labore). Um den Quanten - Hall - Widerstand in den benötigten Zustand von $T < 4 \text{ K}$ und $\nu = 2$ zu versetzen, wird ein Kryostat und eine fixe Magnetfeldstärke von mehreren Tesla benötigt. Letzteres übertrifft die kritische Feldstärke der im CCC verwendeten supraleitenden Bauelemente bei weitem und schließt einen ortsnahen Betrieb (z.B. im gleichen Kryostaten) aus. Gleiches gilt für den sehr komplexen Aufbau des Einzelelektronenexperiments. Auch hier sind für gute

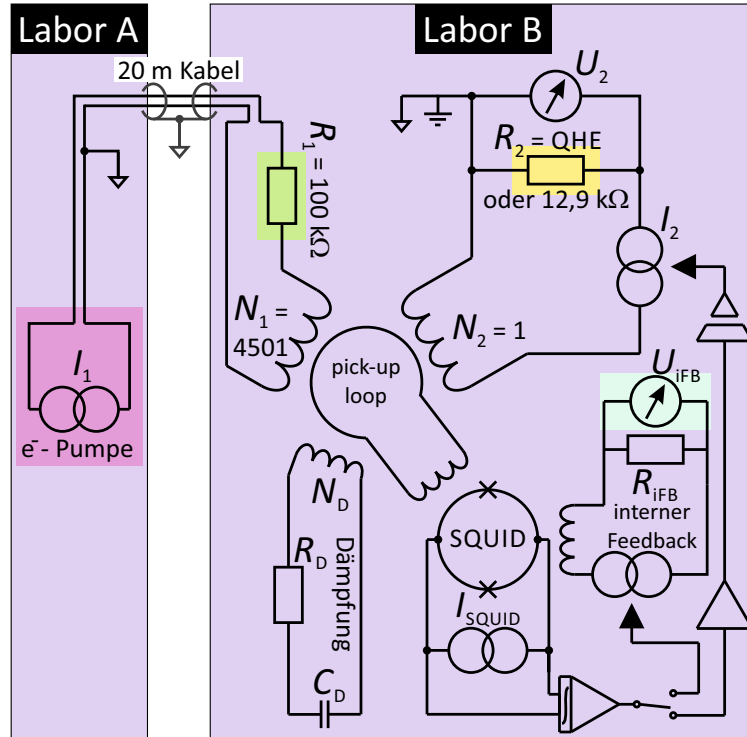


Abbildung 6.5.: Vereinfachte Darstellung des verwendeten Aufbaus über zwei Labore zur präzisen Messung eines Quantenstroms einer Einzelelektronenquelle.

Pumpeigenschaften (vergleiche Kapitel 5) starke Magnetfelder sowie sehr niedrige Temperaturen ($T < 300$ mK) nötig. Um extrem aufwändige Umrüstarbeiten an anderen Kryostaten zu umgehen, wurde für dieses Experiment trotz der recht hohen Entfernung zum CCC der übliche, in den vorigen Kapiteln meist genutzte 20 T-Entmischungskryostat in Labor A verwendet. Der CCC wurde in einem separaten Labor B in einer Transportkanne für flüssiges Helium bei $T = 4$ K betrieben. Dies stellte sicher, dass mechanische Störungen (z.B. durch die obligatorischen Vakuum- und Rotationspumpen der Kryostaten), die den Betrieb des CCCs negativ beeinflussen, minimiert wurden.

Im späteren Verlauf des Experiments wurde auf die Verwendung des QHE als R_2 verzichtet und an dessen Stelle ein kalibrierter und temperaturstabilisierter Drahtwiderstand mit nahezu identischem Widerstandswert verwendet. Zwar zeigten Rauschmessungen am CCC keine signifikanten Störungseinflüsse durch den QHE-Aufbau, aber Lieferengpässe für flüssiges Helium zwangen zu einer Stilllegung des QHE-Kryostaten, um ausreichend Kühlmittel für einen Weiterbetrieb der QSQ und des CCC zur Verfügung zu haben. Vor dem Umbau wurde der Drahtwiderstand mit dem QHE kalibriert. Für den Messwert $R_{2,DW}$ ergab sich:

Widerstandswert $R_{2,DW}$	=	$(12906,4175 \pm 0,0001) \Omega$
Abweichung von $R_{K-90}/2$	=	1082,4 ppb
zeitliche Drift	=	15 ppb/a
Luftdruck bei Messung	=	997,0 mbar
Druckkoeffizient von $R_{2,DW}$	=	0,17 ppb/mbar

Die Typ B - Unsicherheit wurde aus mehreren ehemaligen QHE - Vergleichsmessungen bestimmt.

Als weitaus kritischer zeigten sich jedoch kapazitive Beiträge der Verkabelung die, wie schon beschrieben, die Resonanzfrequenz des LC - Schwingkreises stark absenken können.

Im Folgenden soll zunächst diskutiert werden, welche Auswirkungen eine niedrige CCC - Resonanzfrequenz auf den CCC - Betrieb hat.

Zum einen gilt: Je niedriger die CCC - Resonanzfrequenz ist, desto niederfrequenter Störungen können den Schwingkreis anregen. Dadurch kann sich auch der niederfrequenter Rauschpegel stark erhöhen.

Weitaus kritischer ist jedoch der Einfluss der CCC - Resonanz auf den FLL - Feedbackregelkreis des SQUIDS: Hauptregler im FLL - Feedback ist ein Integrator, der über die Ansteuerung der Stromquelle im Sekundärkreis SQUID - Auslenkungen immer entgegensteuern will (Gegenkopplung). Der Integrator hat eine frequenzabhängige Verstärkung mit einer Tiefpasscharakteristik. Ist die Resonanzfrequenz des CCCs so niedrig, dass sie in den Bereich der Regelbandbreite des FLL - Feedbacks hineinreicht, werden durch den Regelkreis auch Frequenzen verstärkt, die den LC - Schwingkreis des CCCs anregen. Hierbei tritt eine Phasendrehung in der Regelungsschleife auf und aus der Gegenkopplung wird eine Mitkopplung. Die Resonanzamplitude schaukelt sich immer weiter auf, bis der lineare Regelbereich des SQUIDS überschritten wird. Die SQUID - Regelung wird dadurch instabil, der SQUID kann nicht mehr an seinem Arbeitspunkt gehalten werden und das System beginnt zu schwingen.

Es ist somit wichtig, dass die Resonanzfrequenz über der Grenzfrequenz der FLL - Bandbreite liegt. Aufgrund der hohen Induktivitäten der hohen Windungszahlen im Primärkreis ist der Beitrag dieses Kreises auf die CCC - Eigenresonanz sehr ausschlaggebend. Um die kapazitive Last der Verkabelung des Primärkreises zu minimieren, wurde sie untersucht und wird im Folgenden diskutiert:

Ein kritischer Faktor ist die Entfernung zwischen Labor A und Labor B. Um die QSQ in den Primärkreis der CCC zu integrieren, musste ein 20 m langes Spezialkabel⁴ verwendet werden. Dadurch ergab sich insgesamt eine Leitungslänge

⁴Das verwendete Kabel ist ein eigens für CCC - Messungen hergestelltes Kabel mit 4 Adern.

(ohne Spule) des Primärkreises von etwa 50 m, die zu einer nicht vernachlässigbaren kapazitiven Last führte. Ein anderer kritischer Faktor ist die Verkabelung der supraleitenden Spule des CCCs. Beim verwendeten CCC sind die 4647 Spulenwindungen in Windungspakete ($2^0 = 1$ bis $2^{11} = 2048$ Windungen, sowie zusätzlich 1, 2, 4, 16, 17, 512 Windungen) gepackt. Um jederzeit das Windungsverhältnis beeinflussen zu können, müssen die Windungspakete im Warmen verschaltbar sein. Für jedes Wicklungspaket führt somit ein Kabel in die Heliumkanne, in der sich der CCC befindet, hinein und wieder heraus. Beim verwendeten Windungsverhältnis von $N_1/N_2 = 4501/1$ mussten sehr viele Wicklungspakete hintereinandergeschaltet werden. Alle Zuleitungen zu den Paketen verlaufen allerdings in einem Strang. Dies erhöht zusätzlich die kapazitive Last auf den CCC.

Um den Einfluss dieser zwei kapazitiven Beiträge (des 20 m langen Kabels sowie der Verkabelung der Wicklungspakete) auf die Eigenresonanzfrequenz des CCCs zu untersuchen wurde für verschiedene Konfigurationen des Primärkreises der Spannungsabfall U_2 über den $12,9 \text{ k}\Omega$ -Drahtwiderstand R_2 im Sekundärkreis frequenzabhängig mit einem Spektrumanalysator gemessen und die resultierende spektrale Leistungsdichte $S_V(f_S)$ abhängig von der Frequenz f_S bestimmt. Über den Widerstand R_2 sowie das Windungsverhältnis lässt sich diese zu einer spektralen Leistungsdichte $S_I(f_S)$ umrechnen und daraus der Stromrauschpegel $\sqrt{S_I}$ bezüglich I_1 bestimmen:

$$\sqrt{S_I} = \sqrt{S_V} \cdot \frac{N_1}{N_2 \cdot R_2} \quad (6.15)$$

Die gemessenen Rauschspektren sind in Abbildung 6.6 dargestellt. Zu erkennen ist, dass in jedem Spektrum ein Resonanzpeak bei hohen Frequenzen auftritt, dessen Amplitude und Resonanzfrequenz sich für unterschiedliche Konfigurationen verschiebt. Es handelt sich hierbei um die CCC-Eigenresonanz deren Frequenz, wie schon angesprochen, üblicherweise bei mehreren 10 kHz liegt aber hier durch die kapazitiven Lasten stark verringert wurde.

Zunächst werden die drei unteren Spektren (rot, grün, schwarz) diskutiert. Für diese Messungen wurde im Primärkreis zunächst das 20 m Kabel zum Labor A entfernt und der Primärkreis an dieser Stelle auf Masse gelegt. Bis auf die Reihenfolge und Anzahl der verwendeten Wicklungspakete sind die Messparameter identisch. Es zeigt sich, dass sich durch Ändern der Verschaltungsreihenfolge die Eigenresonanzfrequenz des CCCs verschiebt und dabei auch die Resonanzamplitude verändert. Für willkürlich angeordnete Wicklungspakete (schwarze Messung) liegt das Resonanzmaximum von $\sqrt{S_I} = 860 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei einer Frequenz von $f_S = 6,8 \text{ kHz}$.

Diese sind paarweise verdreht, durch Teflon isoliert und doppelt gegen elektromagnetische Störeinflüsse geschirmt.

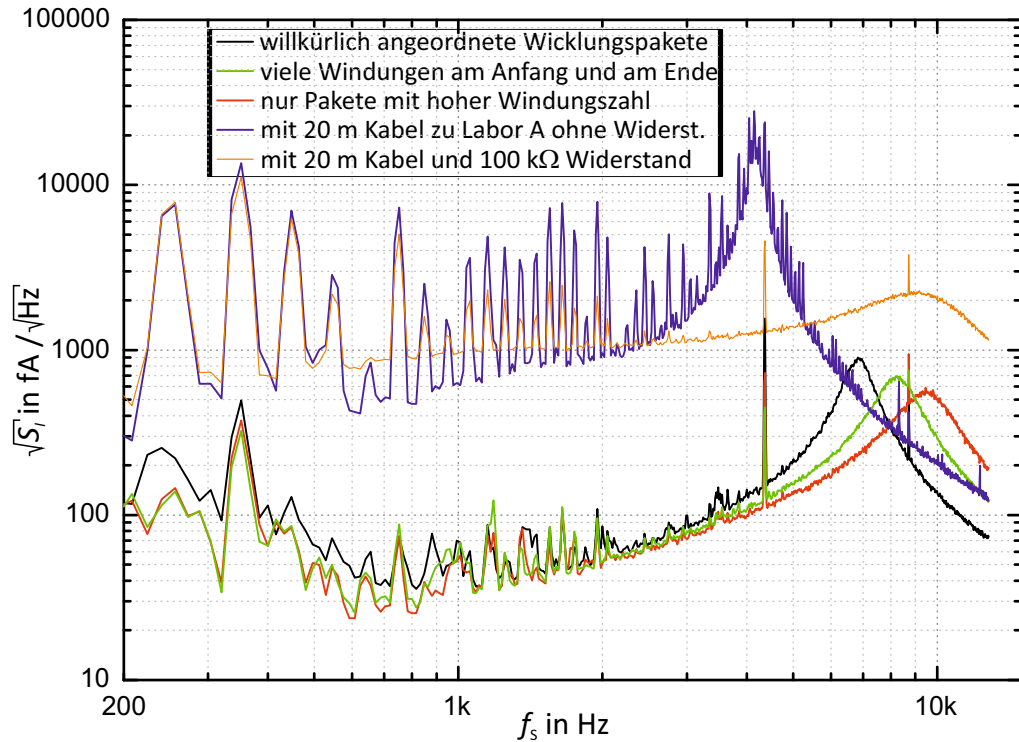


Abbildung 6.6.: Spektralanalyse des Spannungsabfalls U_2 über dem Widerstand R_2 für verschiedene Anordnungen der CCC-Wicklungspakete sowie mit angeschlossener Verbindungsleitung zwischen den Labors.

Werden die Wicklungspakete jedoch sortiert (grüne Messung), wobei die hohen Windungszahlen am Anfang und am Ende liegen und die geringen Windungszahlen in der Mitte (Reihenfolge: Eingang -> 2048 -> 256 -> 128 -> 4 -> 16 -> 512 -> 512 -> 1024 -> Ausgang), verschiebt sich die Resonanz zu einer höheren Frequenz von $f_S = 8,1$ kHz mit einer niedrigeren Amplitude von $\sqrt{S_I} = 670$ fA/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Bei der roten Messung wurden die Wicklungspakete mit den geringeren Windungszahlen (4 Windungen, 16 Windungen sowie 128 Windungen) entfernt (Reihenfolge: Eingang -> 2048 -> 256 -> 512 -> 512 -> 1024 -> Ausgang). Der Resonanzpeak verschiebt sich dadurch zu einer noch höheren Frequenz von $f_S = 9,3$ kHz bei einem noch geringeren Pegel von $\sqrt{S_I} = 550$ fA/ $\sqrt{\text{Hz}}$.

Die Verbindungskabel zu den Wicklungspaketen verursachen also eine nicht zu vernachlässigende kapazitive Last auf den CCC. Durch die Sortierung mit hohen Windungszahlen am Anfang und am Ende konnte diese merklich gesenkt werden. Hintergrund ist folgendes: Für AC-Signale (z.B. Rauschen, Signaländerungen) im Primärkreis wirkt jede einzelne Windung durch ihre Selbstinduktivität als Impedanz, wodurch effektiv über jede Windung ein kleines AC-Potential abfällt. Über Wicklungspakete mit hoher Windungszahl fällt somit mehr Potential ab, als über Pakete mit geringen Windungszahlen. Die Kapazitäten der Zuleitungen wirken

sich umso mehr aus, je höher die Potentialdifferenzen zwischen ihnen ist. Bei der sortierten Reihenfolge mit hoher Windungszahl am Anfang und am Ende existieren somit zwei Kabel mit maximaler Potentialdifferenz (Eingang und Ausgang) und mehrere mit ähnlichem Potential (von den Paketen mit niedrigen Windungszahlen) dazwischen. Dies verursacht weniger kapazitive Last, als wenn niedrige Windungszahlen am Anfang und Ende stehen, denn dann existieren mehrere Kabel zwischen denen eine hohe Potentialdifferenz besteht. Durch Weglassen der Pakete mit sehr niedrigen Windungszahlen (und deren Zuleitungen) wird die kapazitive Last weiter verringert, obwohl der durch die gesamte Primärspule erzeugte Fluss Φ nicht maßgeblich verringert wird ($\Phi_{4352}/\Phi_{4500} = 4352/4500 \approx 96,7\%$).

Da bei üblichen CCC - Widerstandsvergleichen die Windungszahlverhältnisse weitaus geringer sind (z.B. $N_1/N_2 = 100/1$) und dadurch weniger Wicklungspakete hintereinander geschaltet werden müssen, kamen diese kapazitiven Einflüsse bisher noch nicht so ausgeprägt zum Tragen und wurden daher vorher noch nicht untersucht.

Nun werden die zwei oberen Spektren (orangefarbene und blaue Messung) in Abbildung 6.6 betrachtet. Diese wurden mit sortierten Wicklungspaketen und einem Windungszahlverhältnis von $N_1/N_2 = 4500/1$ aufgenommen. Bei der Messung der blauen Kurve wurde zusätzlich das nach Labor A führende 20 m lange Kabel angeschlossen. Das Rauschspektrum zeigt für Frequenzen unter 5 kHz im Vergleich zur grünen Messungen ohne 20 m Kabel einen etwa um den Faktor 10 verstärkten Rauschpegel mit schmalen Peaks. Ursache hierfür sind über das lange Kabel zusätzlich eingekoppelte Störsignale (z.B. der 50 Hz Wechselspannung des Stromnetzes, Vibrationen des Kabels, ausgelöst durch vom Kabel nicht weit entfernte Vakuumpumpen, etc.). Auch der Resonanzpeak hat sich zu einer viel kleineren Frequenz von $f_S = 4,1$ kHz verschoben und sein Rauschpegel auf $\sqrt{S_I} = 27,5$ pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ vergrößert. Dies resultiert aus der hohen parasitären Kapazität des Kabels. Der starke *roll-off* bei Frequenzen oberhalb 5 kHz folgt aus dem Tiefpassverhalten der SQUID - Regelung. Oberhalb der CCC - Resonanz kann die Feedbackschleife des SQUIDs Flussänderungen nicht mehr nachregeln und dementsprechend nicht mehr an den Sekundärkreis weiterleiten, an dem das Rauschspektrum gemessen wurde.

Für die orangefarbene Messkurve in Abbildung 6.6 wurde in den Primärkreis ein Widerstand mit $R_1 = 100$ k Ω eingesetzt⁵. Für niedrige Frequenzen folgt die orangefarbene Messkurve dem Verlauf der blauen Kurve. Bei Frequenzen $f_s > 600$ Hz verringern sich die Amplituden der schmalen Peaks, und der Verlauf wird allgemein glatter. Am eindrucksvollsten ist jedoch, dass sich die Frequenz der CCC - Resonanz auf $f_S = 8,9$ kHz mehr als verdoppelt und der entsprechende Pegel um

⁵In der Abbildung 6.5 des Messaufbaus wurde der betreffende Widerstand R_1 grün unterlegt.

eine Größenordnung auf $\sqrt{S_I} = 2,2 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ abfällt. Der Widerstand R_1 im Primärkreis wirkt somit als Dämpfungswiderstand für den LC-Schwingkreis des CCCs. Anzumerken ist, dass sich der Widerstand R_1 im Pumpstromkreis befindet und die Elektronenpumpe dagegen anpumpen muss. P. Mirovsky konnte aber im Rahmen seiner Untersuchungen an der PTB zeigen, dass Impedanzen im Pumpstrom von bis zu mehreren $\text{M}\Omega$ keinen Einfluss auf den Pumpstrom haben.

Allerdings stellte sich die Frage, ob der Spannungsabfall über R_1 nicht zu unerwünschten Leckströmen⁶ in der Source-Drain-Verkabelung der Elektronenpumpe im Kryostaten führt. Bei einer Impedanz von $100 \text{ k}\Omega$ und der Forderung, dass der Pumpstrom weniger als 1 ppm verfälscht werden darf, fordert dies Isolationswiderstände zu Masse (und zwischen Source und Drain) größer $100 \text{ G}\Omega$. Dies ließ sich erst mit fertig eingestelltem CCC-Messaufbau überprüfen. Das Ergebnis soll aber schon an dieser Stelle vorweggenommen werden: Zum Test wurden Messungen mit angeschlossener und im $1e_f$ -Pumpplateau betriebener Einzelelektronenpumpe durchgeführt, wobei der Widerstand $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ gegen einen $1 \text{ M}\Omega$ -Widerstand ausgetauscht wurde. Hierdurch wird ein Leckstrom um den Faktor 10 erhöht. Da in beiden Situationen im Rahmen einer Typ A-Unsicherheit $< 5 \text{ ppm}$ jedoch ein identischer Pumpstrom gemessen wurde, ist davon auszugehen, dass kein signifikanter Leckstrom auftritt. Der Isolationswiderstand ist somit ausreichend.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass durch eine Sortierung der Reihenfolge der Wicklungspakete und durch den Einbau eines $100 \text{ k}\Omega$ Widerstandes in den Primärkreis die Eigenresonanzfrequenz des CCCs signifikant erhöht und seine Amplitude verringert werden konnte.

Als nächstes wurde untersucht, ob mit dieser Resonanz ein stabiler FLL-Regelkreis möglich ist:

Beim verwendeten CCC ließ sich die Bandbreite der Regelschleife beeinflussen. Durch Änderung des Strombereichs (*Range*) der über den FLL-Feedback angesteuerten Stromquelle kann die Gesamtverstärkung der Regelschleife verändert werden. Ein höherer Strombereich erzeugt bei identischer SQUID-Auslenkung einen höheren Regelstrom im Sekundärkreis. Die Gesamtverstärkung des FLL-Regelkreises wird somit hochskaliert. Durch Einstellung eines geringeren Strombereichs wird die Gesamtverstärkung kleiner. Um den Zusammenhang mit der Veränderung der Regelbandbreite zu verstehen, ist in Abbildung 6.7 ein Beispiel eines typischen Frequenzgangs eines Integrators in grün dargestellt. Bei dieser doppel-logarithmischen Auftragung der Verstärkung als Funktion der Frequenz

⁶Hierbei ist nicht der in den vorigen Kapitel angesprochene Leckstrom über die Exitbarriere der Elektronenpumpe gemeint, sondern die Verfälschung des Pumpstroms durch einen Strompfad zu Masse durch mangelnde Kabelisolierung.

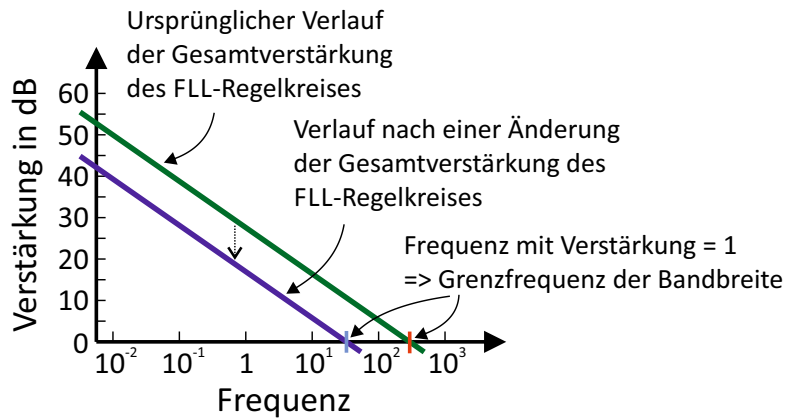


Abbildung 6.7.: Skizze einer typischen Kennlinien eines Verstärkerregelkreises mit Integrator (grün). Bei doppel-logarithmischer Auftragung zeigt die Abhängigkeit der Verstärkung von der Frequenz einen linearen Verlauf mit einer Tiefpasscharakteristik. Durch eine Verringerung der Gesamtverstärkung um einen fixen Faktor verschiebt sich die neue Kennlinie parallel nach unten (dunkelblau). Gleichzeitig verändert sich die Grenzfrequenz der Regelbandbreite (rot und hellblau eingezeichnet).

ergibt sich ein linearer Verlauf, wobei die Verstärkung mit zunehmender Frequenz abnimmt. Oberhalb der Grenzfrequenz (rot eingezeichnet), die die Bandbreite der Regelung vorgibt, ist die Verstärkung < 1 und Signale werden nicht verstärkt, sondern gedämpft. Wird nun die Gesamtverstärkung, z.B. durch Wahl eines kleineren Strombereichs der Stromquelle, um einen gewissen Faktor verringert, äußert sich dies in einer linearen Verschiebung der Kennlinie nach unten. Die resultierende dunkelblaue Kennlinie besitzt eine geringere Grenzfrequenz (hellblau eingezeichnet), die Bandbreite wird geringer.

Bei einer Grenzfrequenz größer als die Eigenresonanzfrequenz des CCCs beginnt das System wie oben beschrieben zu schwingen. Ist die Grenzfrequenz geringfügig kleiner als die Eigenresonanz, schwingt das System zwar noch nicht, einzelne Störsignale nahe der Grenzfrequenz können jedoch aufgrund der geringen Güte der Eigenresonanz (kein scharfer, sondern eher breiter Peak) trotzdem in den Schwingkreis einkoppeln und verstärken den Rauschpegel. Hieraus resultiert eine erhöhte Grundaussteuerung des SQUIDs und einzelne Pegelspitzen können die maximale lineare Aussteuerung des SQUIDs übersteigen. Diese können durch die FLL-Rückkopplung nicht mehr kompensiert werden und der im Sekundärkreis erzeugte Strom wäre signifikant verfälscht.

Es ist somit nötig, mit der Grenzfrequenz einen ausreichend großen Abstand zur Eigenresonanzfrequenz einzuhalten. Die Bandbreite der Regelung (und somit die Grenzfrequenz) darf jedoch auch nicht zu gering werden:

Bei zu kleiner Bandbreite erhält man für die Einschwingvorgänge beim Ein-

und Ausschalten einer zu messenden QSQ⁷ zu große Zeitkonstanten. Zum einen äußert sich dies aufgrund der höheren Totzeit⁸ in einer längerer Messzeit, um eine identische Typ A - Unsicherheit zu erhalten. Zum anderen ist es möglich, dass kleine statistische Signalschwankungen nicht mehr detektiert werden können und Informationen über den Strom I_1 dadurch verloren gehen. Der im Sekundärkreis erzeugte Strom wäre auch hier signifikant verfälscht. Zusätzlich kann es bei zu hohen Zeitkonstanten durchaus passieren, dass Langzeitdriften des Systems nicht mehr ausreichend durch Ein- und Ausschaltvorgänge kompensiert werden können.

Um die ideale Bandbreite des FLL-Feedbacks zu ermitteln, wird üblicherweise mit mehreren Testmessungen eine systematische Untersuchung hierzu durchgeführt. Dabei wird ein konstanter Strom in den Primärkreis eingespeist und für verschiedene Strombereichseinstellungen der Stromquelle im Sekundärkreis der erzeugte Strom I_2 gemessen. Solange der CCC in einem stabilen Bereich arbeitet, ist der gemessene Strom I_2 unabhängig vom Strombereich der Quelle und hat immer den gleichen Wert. Wird die Regelbandbreite zu klein oder zu groß, verfälscht sich der gemessene Strom I_2 und skaliert mit dem eingestellten Strombereich.

Da kein System zur Verfügung steht, das niedrige Ströme in der Größenordnung eines Pumpstroms (≈ 100 pA) mit ausreichend hoher Qualität erzeugen kann, wurde für die Untersuchung der FLL-Regelbandbreite eine Einzelelektronenpumpe als Stromquelle für den Primärkreis verwendet. Diese wurde für alle Messungen bei identischem Arbeitspunkt (an der flachsten Stelle des $1ef$ -Plateaus, $f = 400$ MHz, $p = -19$ dBm, $B = 5$ T, $U_L^{DC} = -118$ mV, $U_R = -113$ mV) betrieben.

Der Strombereich der Sekundärkreisstromquelle lässt sich über zwei Parameter einstellen. Der erste Parameter wählt zunächst eine grobe Einstellung der Stromquelle ($I_{\max, \text{SQ}} = 1 \mu\text{A}, 10 \mu\text{A}, 100 \mu\text{A}, 1 \text{mA}, 10 \text{mA}, 100 \text{mA}$). Der zweite Parameter ist ein Stromteiler ($s_t = 1/1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots, 1/64$), der sich hinter der Stromquelle befindet und zusammen mit $I_{\max, \text{SQ}}$ eine feinere Abstufung des resultierenden Strombereichs $I_{\max, \text{FB}}$ ermöglicht:

$$I_{\max, \text{FB}} = s_t \cdot I_{\max, \text{SQ}}. \quad (6.16)$$

Die Messungen des im Primärkreis gepumpten Stroms I für verschiedene Strombereiche $I_{\max, \text{FB}}$ der Sekundärkreisstromquelle sind in Abbildung 6.8 dargestellt. Hierzu wurde mit einem kalibrierten Voltmeter HP 3568A der Spannungsabfall über dem Widerstand R_2 bestimmt und damit I_2 berechnet. Die Berechnung er-

⁷Ein- und Ausschaltvorgänge der Quantenstromquelle werden für die Messung benötigt, um unumgängliche Offsetströme zu kompensieren.

⁸Als Totzeit wird hier die Zeit bezeichnet, in der der Strom noch nicht auf einen ausreichend präzisen Wert eingeschwungen ist. Messpunkte, die in diesem Zeitraum aufgenommen wurden, können nicht zur Messwertbestimmung herangezogen werden.

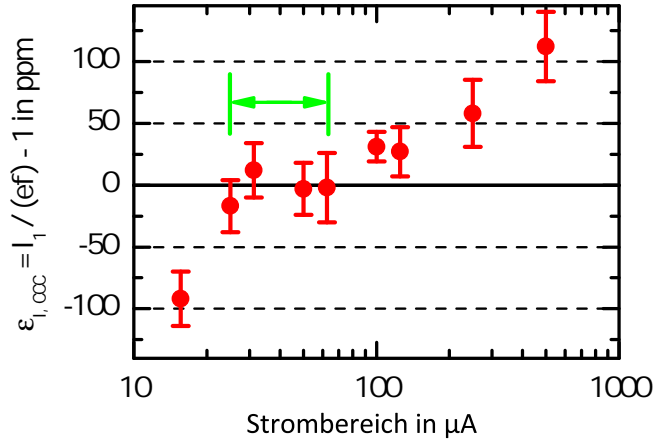


Abbildung 6.8.: Ablage $\varepsilon_{I,CCC}$ des für den Primärkreis ermittelten Stroms $I_1 = I_2 N_2 / N_1$ von dem theoretischen Wert ef für verschiedene Strombereichseinstellungen des Feedbackkreises. Der Strom im Primärkreis wurde durch eine in der Plateaumitte betriebene Einzelelektronenpumpe erzeugt.

folgte nach den Gleichungen 6.20, 6.21, 6.22 und 6.23, die erst im folgenden Kapitel 6.2.3 besprochen werden. Um dem Eingangswiderstand des Multimeters von $R_{\text{Eingang}} > 10 \text{ G}\Omega$ Rechnung zu tragen, wird dieser im Folgenden stets direkt in R_2 mit einberechnet. Mit dem ermittelten Wert I_2 wurde über das Windungszahlverhältnis N_2/N_1 ein Stromwert $I_1 = I_2 N_2 / N_1$ für den Primärkreis berechnet. Solange der CCC in einem stabilen Regime arbeitet, sollte der berechnete Strom I_1 gleich dem gepumpten Strom I sein. Der erwartete Wert von I ist dabei $1ef$. Daher wurde in Abbildung 6.8 für die verschiedenen Strombereiche $I_{\text{max,FB}}$ die Ablage $\varepsilon_{I,CCC} = I_1/(ef) - 1 = I_2 N_2 / (N_1 ef) - 1$ des ermittelten Stroms I_1 vom theoretischen Wert ef mit seiner Typ A - Unsicherheit aufgetragen.

Betrachtet man den Verlauf der Messwerte, fällt auf, dass für hohe und niedrige Strombereiche $I_{\text{max,FB}}$ eine starke Ablage $\varepsilon_{I,CCC}$ von ef auftritt. Allerdings existiert ein Bereich von $I_{\text{max,FB}} = 25 \mu\text{A}$ bis $I_{\text{max,FB}} = 62,5 \mu\text{A}$ (siehe grüne Markierung in Abbildung 6.8), in dem für vier verschiedene Strombereichseinstellungen die Strommesswerte innerhalb ihrer Unsicherheit ein Plateau zeigen und mit ef übereinstimmen.

Für den Strombereich $I_{\text{max,FB}} = 15,625 \mu\text{A}$ wird ein Strom I_1 gemessen, der unterhalb des erwarteten Wertes und aller anderen gemessenen Werte liegt. Die Bandbreite ist mit dieser Einstellung zu gering und Stromumschaltvorgänge können nicht ausreichend einschwingen.

Bei Strombereichen $I_{\text{max,FB}} \leq 100 \mu\text{A}$ liegt der gemessene Strom I_1 über dem erwarteten Wert und steigt mit zunehmendem $I_{\text{max,FB}}$ an. Dies legt nahe, dass Pegelspitzen den linearen Aussteuerbereich des SQUIDs überschreiten und somit durch den FLL-Feedback nicht mehr erfasst werden können. Passiert dies haupt-

sächlich während des Zustands mit ausgeschalteter QSQ, liefert die Berechnung der Stromdifferenzen zwischen Ein- und Ausschaltzustand zu hohe Werte. Dies ist hier der Fall.

Im Strombereich $I_{\max,FB} = 25 \mu\text{A}$ bis $I_{\max,FB} = 62,5 \mu\text{A}$ stimmen die Messwerte innerhalb ihrer 1σ -Unsicherheit miteinander überein. Keine der beiden Fehlerquellen zeigt einen messbaren Einfluss. Da zusätzlich die Ablage $\varepsilon_{I,CCC}$ des Stroms I_1 so gering ist, dass I_1 innerhalb der Unsicherheit mit dem theoretischen Wert ef übereinstimmt, kann für diese Strombereichseinstellungen von einem stabil arbeitenden System ausgegangen werden. Der gemessene Strom I_1 ist somit im Bereich seiner Unsicherheit gleich dem Strom I der QSQ. Anzumerken ist jedoch, dass diese Methode keine 100%ige Sicherheit bieten kann das jeglicher Einfluss beider Fehlerquellen ausgeschlossen ist. Hierfür würde es einen exakt bekannten Strom der Größenordnung $\approx 100\text{pA}$ im Primärkreis erfordern. Die präzisen Quellen, die diese Stromstärke erzeugen können, sind jedoch genau die verwendeten Halbleitereinzelelektronenpumpen[82]. Für den derzeitigen Stand der Technik handelt es sich somit um die genauest mögliche Untersuchung zur Einstellung der Bandbreite des FLL-Feedbacks.

Bedenkt man, dass die derzeitigen besten kommerziellen Strommessgeräte wie das Keithley 6430 Sub-Femtoamperemeter für diesen Strombereich nur Unsicherheiten von etwa 1000 ppm erlauben, zeigt sich die hohe Qualität des hier verwendeten Messaufbaus.

6.2.3. Präzisionsmessungen des quantisierten Stroms einer QSQ

Das vorige Unterkapitel zeigte, dass ein stabiler Betrieb eines CCCs auch für die erwarteten kleinen Pumpströme und dem damit einhergehenden hohen Windungszahlverhältnis und FLL-Regelkreiseinstellungen möglich ist. Im Folgenden wird der Betrieb einer Einzelelektronenpumpe im CCC-Messaufbau untersucht. Nach der Diskussion des Ein- und Ausschaltvorganges einer Einzelelektronenpumpe im Messaufbau wird die bisher genaueste rückgeführte CCC-Messung eines Quantenstroms gezeigt.

Um optimale Umschaltzeiten (Zeitdauer, für die der Pumpstrom ein- und ausgeschaltet wird) für die Messung der QSQ zu ermitteln, wurden zunächst Rauschmessungen des Messaufbaus bis Frequenzen von $f_s = 100 \text{ mHz}$ durchgeführt. Da eine Messung des Spektrums mit angeschlossener Elektronenpumpe zu riskant für den schmalen Halbleiterkanal wäre, wurde der Primärkreis in Labor A am oberen Ende des Probenstabs unterbrochen. Die blaue Messkurve in Abbildung 6.9 zeigt das Rauschspektrum mit offener Leitung und ohne Masseverbindung.

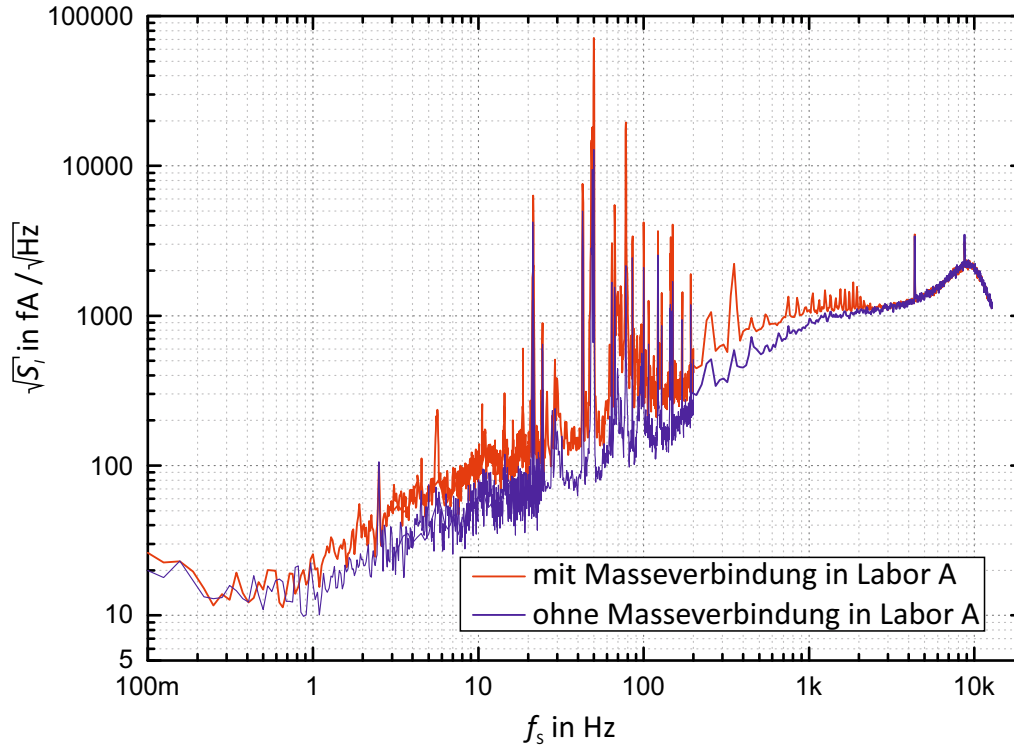


Abbildung 6.9.: Rauschspektren am fertigen Messaufbau ohne angeschlossene Elektronenpumpe zur Ermittlung der idealen Schaltfrequenzen zum Ein- und Ausschalten des Pumpstroms.

Für die rote Messkurve wurde ein Leitungsende mit der Masse des Kryostaten verbunden, der selbst keine Verbindung zur Erde hat. Die leichte Erhöhung des Rauschlevels im Frequenzbereich zwischen $f_s = 1$ Hz und $f_s = 3$ kHz ist für die Messungen nicht kritisch. Sie resultiert aller Wahrscheinlichkeit nach aus mechanischen Schwingungen des Kryostaten sowie 50 Hz-Netzeinkopplungen, die durch die Masseverbindung der Leitung und der langen Leitung zur Erdverbindung in Labor B in das System eingebracht werden. Der niederfrequente Bereich $f_s < 1$ Hz zeigt nur einen recht geringen Rauschpegel von ungefähr $\sqrt{S_I} \approx 15$ fA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ und eignet sich daher gut als Frequenz $f_{\text{on/off}}$ zum Umschalten. Um zu überprüfen ob diese Zeit ausreichend ist, um die nötige Präzision beim Einschwingen des Stromhubs zu erlangen, wurde dies für drei verschiedene Methoden, die QSQ ein- und auszuschalten, untersucht.

Bei der ersten Methode wurde U_R alternierend zwischen Plateaumitte und einem sehr negativen Wert, bei dem kein quantisiertes Pumpen stattfindet, hin und her geschaltet. Die in Abbildung 6.10 (A) dargestellte Messung wurde aus $z_{\text{max}} = 100$ Schaltzyklen berechnet. Ein Zyklus besteht aus einem 38 s dauernden Schaltzustand „ein“ mit eingeschaltetem Pumpstrom plus einem ebenfalls 38 s dauernden Schaltzustand „aus“ mit ausgeschaltetem Pumpstrom. Es existieren

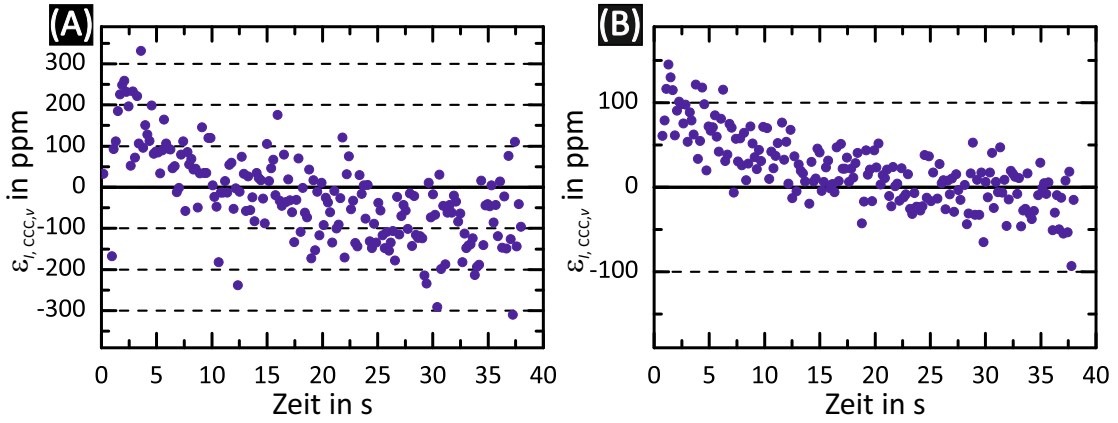


Abbildung 6.10.: Darstellung des Einschwingvorgangs bei Schaltung des Pumpstroms über die Spannung U_R . Geplottet ist die über alle Schaltvorgänge gemittelte Ablage $\varepsilon_{I,CCC,v}$ für die jeweiligen Zeitpunkte in einem Schaltzustand. Die Messung tlh3BF83 (A) zeigt den Fall, bei der durch eine Veränderung von U_R die Pumpe ein- und ausgeschaltet wurde, während bei Messung (B) tlh3C113 die Spannung U_R für beide Schaltzustände so gewählt wurde, dass die Pumpe immer ausgeschaltet bleibt.

somit insgesamt $w_{\max} = 2z_{\max} = 200$ Schaltzustände, wobei der Pumpstrom bei den ungeradzahigen w „ein“ und den geradzahigen w „aus“ ist. Für U_R wurden dazu $U_{R,1} = -112$ mV für eingeschalteten Pumpstrom und $U_{R,0} = -140$ mV für ausgeschalteten Pumpstrom bei $B = 5$ T und $T < 100$ mK gewählt. Die Spannung am linken Gate der Pumpe wurde während der Messung nicht verändert und lag bei $U_L^{\text{DC}} = -118$ mV, moduliert mit einer Hochfrequenz von $f = 400$ MHz und $p = -19$ dBm. Während jedes Schaltzustandes wurden $v_{\max} = 200$ Messpunkte $I_{2,w,v}$ von I_2 aufgenommen. Zur Erstellung der Messkurve wurden jeweils die Mittelwerte der Differenzen $\Delta I_{2,w,v}$ der einzelnen Messpunkte zweier aufeinander folgender Schaltzustände gebildet:

$$\Delta I_{2,w,v} = I_{2,w,v} - I_{2,w+1,v} \quad \text{mit } w = 1, 3, 5, \dots, w_{\max} - 1; v = 1, 2, 3, \dots, v_{\max}, \quad (6.17)$$

$$\Delta I_{2,w,v} = -I_{2,w,v} + I_{2,w+1,v} \quad \text{mit } w = 2, 4, 6, \dots, w_{\max} - 2; v = 1, 2, 3, \dots, v_{\max}. \quad (6.18)$$

Darauf wird für jeden Messpunktindex v das arithmetische Mittel $\Delta I_{2,\text{mean},v}$ der entsprechenden 199 Differenzen $\Delta I_{2,w,v}$ gebildet:

$$\Delta I_{2,\text{mean},v} = \frac{1}{w_{\max}} \sum_{w=1}^{w_{\max}-1} \Delta I_{2,w,v} \quad \text{mit } v = 1, 2, 3, \dots, v_{\max}, \quad (6.19)$$

in die Ablage $\varepsilon_{I,CCC,v} = \Delta I_{2,\text{mean},v} N_2 / (N_1 e f) - 1$ umgerechnet und über die Zeit aufgetragen.

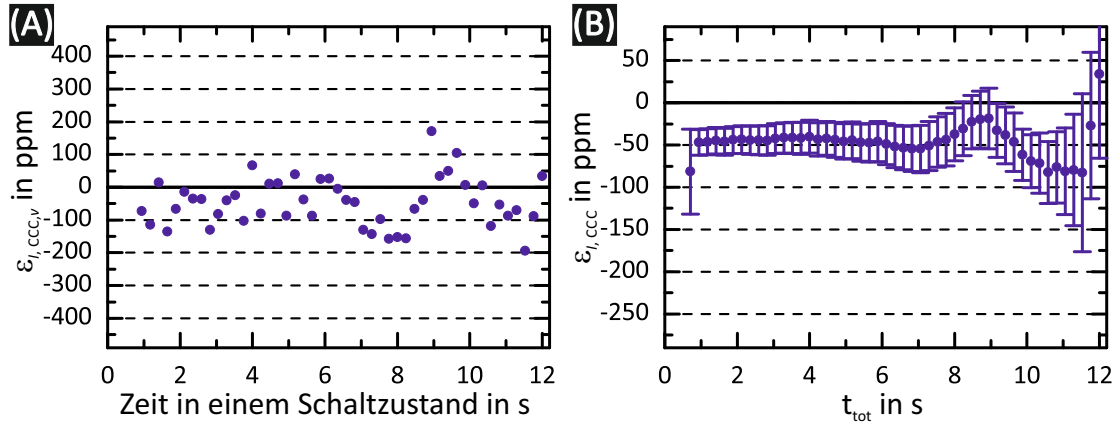


Abbildung 6.11.: Darstellung des Einschwingvorgangs bei Schaltung des Pumpstroms über die Spannung U_L^{DC} . (A) Plot der Ablagen $\varepsilon_{I,CCC,v}$ für die jeweiligen Zeitpunkte in einem Schaltzustand. (B) Gesamte berechnete Ablage $\varepsilon_{I,CCC}$ als Funktion der Totzeit t_{tot} . Datensatz für beide Abbildungen ist tlh42938.

Man kann am Verlauf der Datenpunkte schon deutlich erkennen, dass man auch bei 38 s Einschwingzeit noch nicht von einer ausreichenden Präzision ausgehen kann. Eine Vergleichsmessung, bei der die Elektronenpumpe bei beiden Schaltzuständen ausgeschaltet war ($U_{R,1} = -168$ mV; $U_{R,0} = -140$ mV), ist in Abbildung 6.10 (B) dargestellt. Auch hier (Datenpunkte berechnet wie in Abbildung 6.10) zeigt sich ein ausgeprägtes Einschwingverhalten, obwohl dies ohne Pumpstrom und somit ohne Stromhub nicht vorliegen sollte. Es liegt die Vermutung nahe, dass beim Umschalten von $U_{R,1}$ zu $U_{R,0}$ und zurück eine kapazitive Kopplung mit zu hoher Zeitkonstante zwischen der Gatezuleitung für U_R und einer anderen Gate- oder Stromleitung existiert. Dies könnte am Verlauf der Leitungen im Probenstab liegen, die zu diesem Zeitpunkt noch bis auf die HF-Leitung alle nebeneinander und nicht voneinander geschirmt verliefen. Eine Präzisionsmessung ist mit dieser Methode in einer vertretbaren Zeit somit nicht möglich.

Bei der zweiten Methode (Abbildung 6.11) wurde nicht die Spannung U_R des rechten Gates in den stark negativen Bereich gefahren, um den Pumpstrom auszuschalten, sondern die DC-Spannung U_L^{DC} des linken Gates. Für den Einschaltzeitpunkt wurde mit $U_{L,1}^{\text{DC}} = -118$ mV ebenfalls die Mitte des $1ef$ -Plateaus gewählt. Die Spannung zum Ausschalten des Pumpstroms lag fern ab von der Pumpregion bei $U_{L,0}^{\text{DC}} = -155$ mV. Die restlichen Parameter der Pumpe wurden identisch zur ersten Methode gewählt, so auch die Spannung am rechten Gate von $U_R = -112$ mV. Bei der Messmethode wurde die Länge eines Schaltzustandes allerdings auf 12 s mit $v_{\text{max}} = 50$ Messpunkten verkürzt, die Anzahl der Schaltzyklen aber auf $w_{\text{max}} = 300$ erhöht. Zur Berechnung des Einschwingverlaufs wurde analog zur ersten Schaltmethode vorgegangen. Der Verlauf in Abbildung 6.11 (A) zeigt - bis auf die ersten drei Messpunkte die außerhalb des Anzeigebereichs liegen

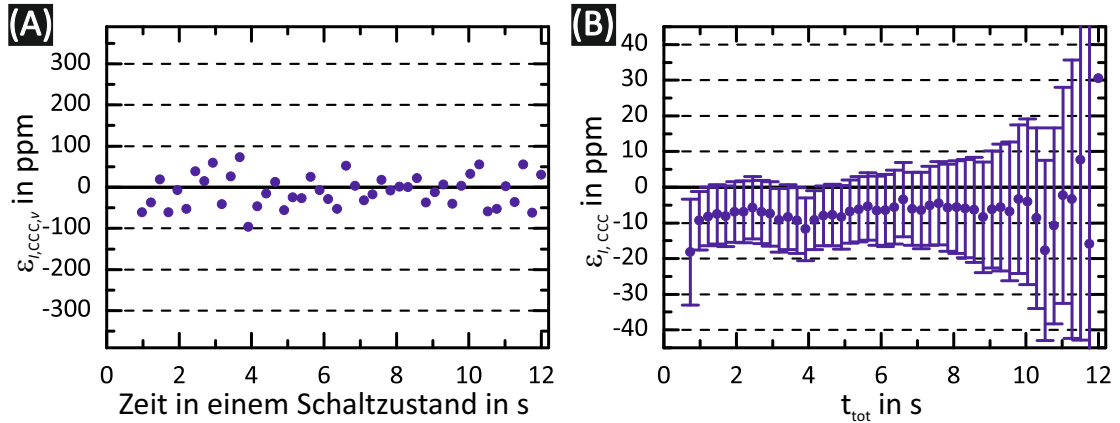


Abbildung 6.12.: Darstellung des Einschwingvorgangs bei Schaltung des Pumpstroms über eine Veränderung der HF-Amplitude. (A) Plot der Ablagen $\varepsilon_{I,CC,v}$ für die jeweiligen Zeitpunkte in einem Schaltzustand. (B) Gesamte berechnete Ablage $\varepsilon_{I,CC}$ als Funktion der Totzeit t_{tot} . Datensatz für beide Abbildungen ist tlh45E67.

- trotz kürzerer Schaltzustände kaum einen sichtbaren Einschwingvorgang mehr. Der Grund für diesen Unterschied liegt wahrscheinlich in der HF-Leitung, über die die Spannung U_L zur Probe gebracht wird. Sie verläuft im Probenstab separat in einem Semi-Rigid-Koaxialkabel. Die kapazitive Kopplung an die Strom- und Gateleitungen ist damit deutlich kleiner.

Abbildung 6.11 (B) zeigt die berechnete Ablage $\varepsilon_{I,CC}$ der gesamten Messung (mit zugehöriger 1σ -Unsicherheit analog Gleichung 6.23), abhängig von der Zeit, die als Totzeit t_{tot} am Anfang jedes Schaltzustandes ignoriert wurde. Ab einer Totzeit von etwa $t_{tot} = 1,0$ s tritt keine signifikante Änderung der Ablage mehr auf. Lediglich die Unsicherheit nimmt aufgrund der stetig sinkenden Anzahl von berücksichtigten Messpunkten zu. Bei einer Totzeit von $t_{tot} < 8$ s scheint die Ablage zu driften. Jedoch bleiben die vorherigen Ablagen stets innerhalb der 1σ -Unsicherheit. Die absolute Ablage ist dabei nicht entscheidend und resultiert nur aus der nicht im optimalen Arbeitspunkt betriebenen Einzelelektronenpumpe. Ob es sich bei der Drift um einen systematischen oder lediglich einen statistischen Effekt aufgrund der nur noch geringen Anzahl von Messpunkten, die zur Auswertung zur Verfügung standen, handelt, ist nicht feststellbar. Ein systematischer Effekt ist allerdings sehr unwahrscheinlich.

Bei der dritten Schaltmethode werden sämtliche DC-Spannungen beibehalten und lediglich die Amplitude der HF-Spannung U_L^{AC} durch Verringern der HF-Leistung von $p_1 = -14$ dBm auf $p_0 = -36$ dBm für den Ausschaltvorgang drastisch abgesenkt. Die linke Potentialbarriere der Elektronenpumpe bleibt somit nahezu konstant (was den Pumpvorgang unterbindet) und - wie auch die rechte Potentialbarriere - intransparent für Elektronen. Gleichfalls erfordert die Implementierung

dieser Messmethode in den Messaufbau einen weitaus höheren Arbeitsaufwand als die vorherigen Methoden und birgt ein gewisses Risiko, die angeschlossene Einzelelektronenpumpe zu zerstören und wurde deshalb erst am Ende der Untersuchungen getestet.

Abbildung 6.12 (A) zeigt den Einschwingvorgang für eine QSQ, betrieben bei $f = 1200$ MHz, $U_L^{\text{DC}} = -106$ mV, $U_R = -117$ mV, $B = 5$ T, $T < 100$ mK. Die Auswertung erfolgte analog zu den anderen Methoden, wobei ein Schaltzustand in 12 s $v_{\text{max}} = 50$ Messpunkte lieferte und $z_{\text{max}} = 100$ Schaltzyklen durchgeführt wurden. Der Graph zeigt einen Verlauf ohne sichtbare Einschwingvorgänge. Die im Vergleich zu den vorherigen Abbildungen geringe Streuung um den Nullpunkt resultiert aus dem drei mal besseren Signal- zu - Rausch - Verhältnis aufgrund der dreifachen Anregungsfrequenz von $f = 1200$ MHz.

Betrachtet man auch für diese Methode die Abhängigkeit der Ablage $\varepsilon_{I,\text{CCC}}$ von der Totzeit t_{tot} in Abbildung 6.12 (B), erkennt man ab $t_{\text{tot}} > 1$ s keine signifikante Änderung der Ablage mehr. Vergleicht man dies unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Skalierung (unterschiedliche Pumpfrequenz f) mit der Abbildung 6.11 (B) der zweiten Methode, sieht man, dass trotz höheren Stromhubs beim Schalten der Einschwingvorgang noch zügiger stattfindet. Da bei der dritten Methode auch alle Ablagen innerhalb ihrer 1σ -Unsicherheit gut übereinstimmen, ist sie, sofern eine getaktete HF - Amplitudenabsenkung möglich ist, für Präzisionsmessungen zu bevorzugen.

Nachdem alle Voruntersuchungen abgeschlossen waren, wurden erste Hochpräzisionsmessungen von Einzelelektronenpumpströmen mit dem CCC - Messaufbau durchgeführt.

Im Folgenden wird die beste rückgeführte Messung eines quantisierten Einzelelektronenpumpstroms mit der bislang kleinsten an der PTB erreichten Unsicherheit präsentiert und diskutiert. Zugleich handelt es sich hierbei um die weltweit präziseste Quantenstrommessung, die mit einem CCC - basiertem Messaufbau durchgeführt wurde.

Bei dieser Präzisionsmessung (Abbildung 6.13) war die Ein- und Ausschaltmethode des Pumpstroms über eine HF - Amplitudenmodulierung noch nicht im Messaufbau implementiert. Daher wurde auf die Methode der Änderung der DC - Spannung zwischen $U_L^{\text{DC}} = -150$ mV und $U_L^{\text{DC}} = -106$ mV zurückgegriffen.

Für verschiedene rechte Gatespannungen ($U_R = -118,5$ mV, -118 mV, $-117,5$ mV, -117 mV, $-116,5$ mV, -116 mV, $-115,5$ mV, $-114,5$ mV) der Elektronenpumpe wurden über jeweils $z_{\text{max}} = w_{\text{max}}/2 = 200$ Schaltzyklen und $v_{\text{max}} = 50$ Messpunkte pro Schaltzustand ($t_v = 12$ s) die Stromwerte I_{CCC} , ihre Ablage $\varepsilon_{I,\text{CCC}}$ und ihre Typ A - Unsicherheit bestimmt. Die QSQ P948-4-F2-900 wurde bei einer HF - Frequenz von $f = 1200$ MHz, einer HF - Leistung von $p = -15$ dBm und einem

Magnetfeld von $B = 5 \text{ T}$ betrieben. Das Windungsverhältnis des CCCs wurde zu $N_1/N_2 = 4501/1$ gewählt.

Um Driften des Offsets so weit wie möglich nicht in die Messwertbestimmung einfließen zu lassen, wurden für die Berechnung der Stromdifferenzen drei aufeinander folgende Schaltzustände (an - aus - an oder aus - an - aus) herangezogen. Für diese Triple - Auswertung wurde zunächst für jeden Schaltzustand der Mittelwert der Messpunkte unter Berücksichtigung einer Totzeit von $t_{\text{tot}} = 6 \text{ s}$ (entspricht $v_{\text{tot}} = 25$ ignorierten Messpunkten) berechnet:

$$I_{2,\text{mean},w} = \frac{1}{v_{\text{max}} - v_{\text{tot}}} \sum_{v=v_{\text{tot}}+1}^{v_{\text{max}}} I_{2,w,v} \quad \text{mit } w = 1, 2, 3, \dots, w_{\text{max}}. \quad (6.20)$$

Für einen Triple berechnet sich die Stromdifferenz $\Delta I_{2,\text{Triple},w}$ zu

$$\Delta I_{2,\text{Triple},w} = \left| \frac{I_{2,\text{mean},w} + I_{2,\text{mean},w+2}}{2 \cdot I_{2,\text{mean},w+1}} \right| \quad \text{mit } w = 1, 2, 3, \dots, w_{\text{max}} - 2. \quad (6.21)$$

Für die Ablage $\varepsilon_{I,\text{CCC}}$ ergibt dies somit

$$\varepsilon_{I,\text{CCC}} = \frac{1}{w_{\text{max}} - 2} \frac{N_2}{N_1 \cdot ef} \sum_{w=1}^{w_{\text{max}}-2} (\Delta I_{2,\text{Triple},w}) - 1, \quad (6.22)$$

bei einer 1σ - Unsicherheit von

$$u_A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{w_{\text{max}} - 2}} \sqrt{\frac{1}{w_{\text{max}} - 3} \cdot \sum_{w=1}^{w_{\text{max}}-2} \left(\varepsilon_{I,\text{CCC}} - \Delta I_{2,\text{Triple},w} \frac{N_2}{N_1 \cdot ef} - 1 \right)^2}, \quad (6.23)$$

wobei der Faktor $\sqrt{3}$ dem Umstand Rechnung trägt, dass durch die Auswertung über Triple nahezu jeder Messpunkt dreimal in die Berechnung einfließt. Für eine Bestimmung der Unsicherheit muss dies kompensiert werden.

Die acht ermittelten Stromwerte $I_{\text{CCC}} = I_2 N_2 / N_1$ der QSQ sind mit ihrer Ablage und Typ A - Unsicherheit in Tabelle 6.1 niedergelegt.

Abbildung 6.13 zeigt die ermittelten Ablagen $\varepsilon_{I,\text{CCC}} = I_{\text{CCC}} / (ef) - 1$ der Stromwerte I_{CCC} vom theoretischen Wert ef abhängig von der eingestellten rechten Gatespannung U_R .

Von $U_R = -118,5 \text{ mV}$ bis $U_R = -115,5 \text{ mV}$ nähern sich die Messwerte mit zunehmender rechter Gatespannung asymptotisch $\varepsilon_{I,\text{CCC}} = 0$ an. Bei $U_R = -115,5 \text{ mV}$ (grüner Pfeil) ist die Ablage $\varepsilon_{I,\text{CCC}} = -8,4 \text{ ppm}$ des Messwertes sogar geringer als seine 1σ - Unsicherheit von $u_A = 8,6 \text{ ppm}$. Erst bei $U_R = -114,5 \text{ mV}$ wird ein deutlich zu hoher Stromwert gemessen. Es beginnt der Anstieg zum $2ef$ - Plateaus. Der Verlauf der Messwerte entspricht genau dem erwarteten Plateauverlauf eines

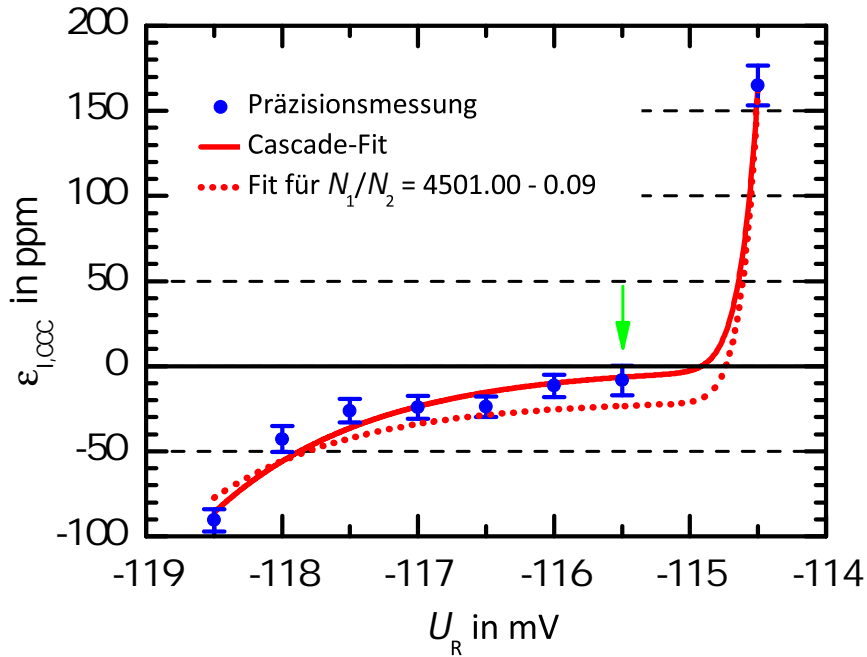


Abbildung 6.13.: Darstellung der Präzisionsmessungen tlh412AC und folgende. Mit einer relativen Unsicherheit von 10 ppm wurde der Quantenstrom der Einzelelektronenpumpe P948-4-F2-900 mittels CCC gemessen. Zusätzlich eingezeichnet sind zwei *Cascade*-Fits, wobei einmal ein künstlich eingefügter systematischer Messfehler von 20 ppm miteinbezogen wurde. Die Elektronenpumpe wurde bei einer HF-Frequenz von $f = 1200$ MHz und einem Magnetfeld von $B = 5$ T betrieben. Die weiteren Parameter sind im Text angegeben.

Gatespannung U_R in mV	gemittelter Strom I_{CCC} in pA	Ablage $\varepsilon_{I,CCC}$ in ppm	Typ A - Unsicherheit u_A in ppm
-118,5	192,24377	-90,5	6,5
-118,0	192,25292	-42,9	7,6
-117,5	192,25612	-26,3	6,9
-117,0	192,25650	-24,3	6,7
-116,5	192,25660	-23,8	6,0
-116,0	192,25896	-11,6	6,6
-115,5	192,25955	- 8,4	8,6
-114,5	192,29299	165	11,8

Tabelle 6.1.: Tabelle der in anschauliche Größen umgerechneten Messwerte der Präzisionsmessung der Quantenstromquelle P948-4-F2-900.

Pumpstroms aus einer Einzelelektronenquelle, entsprechend den Vorhersagen des Decay-Cascade-Modells.

Um darzulegen, wie die ermittelten Ablagen $\varepsilon_{I,CCC}$ der Messwerte zu bewerten sind, wird im Folgenden untersucht, in wie weit die $\varepsilon_{I,CCC}$ mit der minimalen theoretisch zu erwartenden Ablage $\varepsilon_{I,th}$ aus dem Decay-Cascade-Modell übereinstimmen:

Hierzu wurde anhand der Präzisionsmesswerte ein Decay-Cascade-Fit analog Kapitel 3.4 erstellt. Dieser ist Abbildung 6.13 rot eingezeichnet. Innerhalb einer 2σ -Unsicherheit stimmt er mit den Messwerten überein. Aus dem Fit errechnet sich ein Bewertungsparameter für das erste Plateau von $\delta_1 = 15$. Nach dem Decay-Cascade-Modell erhält man für $\delta_1 = 15$ am Ort des flachsten Anstiegs des Plateaus eine Ablage von $\varepsilon_{I,th} \approx -5,8$ ppm. Der flachste Anstieg wäre bei den Messwerten im Spannungsbereich von $-115 \text{ mV} > U_R > -115,5 \text{ mV}$ zu erwarten. Hier erfolgte keine Präzisionsmessung. Der nächstgelegene Messwert ($U_R = -115,5 \text{ mV}$, grüner Pfeil) passt allerdings mit einer ermittelten Ablage von $\varepsilon_{I,CCC} = -8,4$ ppm (mit $u_A = 8,6$ ppm) sehr gut zum theoretischen Wert des Fits von $\varepsilon_{I,th} \approx -5,8$ ppm.

Für eine genaue Bewertung muss zudem die Typ B-Unsicherheit berücksichtigt werden: Ein wichtiger Faktor ist der Beitrag des Messgeräts, das die Spannung U_2 (und damit I_2) misst. Eine zeitnahe Kalibrierung des verwendeten Multimeters (HP3458A) durch eine Josephson-Spannungsquelle ergab eine Unsicherheit von $U_{B,U_2} = 1$ ppm. Nahezu zu vernachlässigen ist dagegen die Typ B-Unsicherheit der Pumpfrequenz f der Einzelelektronenpumpe. Sie konnte beim verwendeten 50 GHz-Frequenzgenerator HP83650A zu $U_{B,HF} = 5$ ppb ermittelt werden. Die Typ B-Unsicherheiten des Stromverhältnisses eines CCCs liegen bis auf den Beitrag der FLL-Feedback-Regelschleife ebenfalls im niedrigen ppb Bereich [91, 93].

Der Typ B-Unsicherheitsbeitrag des FLL-Feedbacks ist für die kleinen Pumpströme allerdings weitestgehend unbekannt. Er setzt sich zusammen aus den Fehlern, die bei einer zu geringen Bandbreite entstehen können (siehe Kapitel 6.2.2) sowie aus der minimalen Auflösung der Flussmessung durch den SQUID. Frühere Messdaten, Kalibrationen, Herstellerspezifikation oder ähnliche Daten stehen für eine Bewertung der Typ B-Unsicherheit in diesem Strombereich nicht zur Verfügung. Um dennoch die Typ B-Unsicherheit zu quantifizieren, wurde wie folgt vorgegangen: Es wurde angenommen, dass eine systematische Unsicherheit des CCCs von 20 ppm vorliegt. Zur einfacheren Berechnung wurde hierfür eine Abweichung im Windungsverhältnis von $N_1/N_2 = (4501 - 0,09)/1$ zugrunde gelegt. Hiermit wurde erneut ein Decay-Cascade-Fit berechnet und in Abbildung 6.13 rot gepunktet eingezeichnet. Zu sehen ist, dass der Verlauf deutlich von den Messwerten abweicht und auch nicht innerhalb einer 2σ -Unsicherheit zu erklären ist.

Der systematische Unsicherheitsbeitrag des CCCs sollte somit weit unterhalb von 20 ppm liegen, was dementsprechend auch für den Typ B- Unsicherheitsbeitrag der FLL-Feedbackschleife gelten sollte.

Berücksichtigt man den Verlauf sowie die Werte der Messpunkte, die theoretisch bestimmte minimalen Ablage und die Typ B- Unsicherheit durch den Messaufbau, kann man schlussfolgern, dass bei dieser Präzisionsmessung der Strom einer QSQ erfolgreich mit einer Gesamtunsicherheit von $u < 10$ ppm bestimmt werden konnte. Die vorhandene minimale Ablage der Messwerte von $\varepsilon_{I,CCC}(U_R = -115,5 \text{ mV}) = -8,4$ ppm ist der nicht ausreichenden Quantisierung geschuldet, die die Elektronenpumpe bei der verwendeten Pumpfrequenz von $f = 1,2$ GHz aufwies. Zusätzlich ist hervorzuheben, dass die aus dem Decay - Cascade - Modell ermittelte minimale Ablage mit dieser Messung erstmals an der PTB quantitativ überprüft werden konnte. Es zeigt sich also, dass dieses Modell den realen Pumpstrom sehr gut beschreiben kann.

Die bis dato besten Messungen eines Quantenstroms mit Hilfe eines CCCs wurden am LNE (*Laboratoire national de métrologie et d'essais*), dem französischen Metrologieinstitut, durchgeführt. Allerdings wurde die von L. Devoille *et al.* in Referenz [94] angegebene relative Messunsicherheit von $u = 13$ ppm nur durch eine Mittelung über vier einzelne Messreihen bestimmt. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte und oben präsentierte Messung mit einer Unsicherheit von $u < 10$ ppm und einer minimalen Ablage von $\varepsilon_{I,CCC} = -8,4$ ppm stellt damit die bis jetzt weltweit präziseste rückgeführte CCC - Messung eines Quantenstroms dar.

6.2.4. Fazit

Bei der demonstrierten Messung handelt es sich um die bisher genaueste Messung eines quantisierten Einzelelektronenpumpstroms der PTB. Die hierbei ermittelten Stromwerte zeigen eine nur sehr geringe Ablage vom theoretischen Wert $1ef$ von $\varepsilon_{I,CCC} = -8,4$ ppm bei einer Gesamtunsicherheit von $u < 10$ ppm. Dies ist etwa zwei Größenordnungen genauer als der bisher an der PTB verwendete Messaufbau. Hierbei erfolgte die Strommessung über ein Keithley 6430 Sub - Femtoampermeter (eines der besten kommerziellen Strommessgeräte) und beschränkte die relative Unsicherheit für Pumpströme $I < 200$ pA auf $u > 0,1$ %.

Die Höhe der Ablage ergab sich aus der begrenzten Stromquantisierung, die die untersuchte Einzelelektronenpumpe bei der Pumpfrequenz von $f = 1,2$ GHz aufwies. Sowohl der über die Messwerte repräsentierte Plateauverlauf, als auch die aus den Messwerten ermittelte Ablage bestätigen - durch die sehr gute Übereinstimmung mit den theoretisch erwarteten Werten - das Decay - Cascade - Modell.

Vorher veröffentlichte CCC - Messungen von Quantenströmen metallischer SET - Pumpen zeigten eine deutlich größere Ablage bei einer höheren Unsicherheit [94]. Die Ergebnisse stellen somit die weltweit beste CCC - basierte Präzisionsmessung einer Einzelelektronenpumpe dar.

Allerdings konnte kürzlich am NPL (*National Physical Laboratory*), dem nationalen Metrologieinstitut von Großbritannien, mit einer anderen Messmethode ein Quantenstrom mit einer noch höheren Präzision vermessen werden. S. P. Giblin *et al.* zeigten 2012 in Referenz [82] eine Strommessung an einer ähnlichen Einzelelektronenpumpe, bei der der Strom, über mehrere Messwerte unterschiedlicher Gattespannungen gemittelt, mit einer relativen Gesamtunsicherheit von $u = 1,2$ ppm dem theoretischen Wert $1ef$ entsprach. Der verwendete Messaufbau ähnelt dem in Kapitel 6.3 besprochenen Aufbau. Anzumerken ist jedoch, dass bisher nur eine der dabei untersuchten QSQs diese Präzision zeigte. Zudem wurde die dort untersuchte QSQ nicht wie in dieser Arbeit mit einer sinusförmigen Hochfrequenz angetrieben, sondern mit einer speziell angepassten Hochfrequenz - Wellenform, die eine verbesserte Stromquantisierung mit höherem δ_1 ermöglicht.

Eine Möglichkeit zur weiteren Optimierung der CCC - Messungen wäre es, die FLL - Regelschleife des SQUIDs anzupassen und damit die Regelstrecke des Sekundärkreises zu minimieren: Bei üblichen CCC - basierten Widerstandsvergleichen wird dafür der Großteil des Stromes dem Sekundärkreis fest aufgeprägt und lediglich der verbleibende Korrekturstrom durch den SQUID - Feedback erzeugt. Wenn dieser Korrekturstrom um den Faktor 10.000 kleiner als I_2 ist, ist eine eventuelle Unsicherheit durch die Feedbackregelschleife von $u_B \approx 10$ ppm unkritisch. Bei den bisher durchgeführten Pumpstrommessungen basiert der gesamte Sekundärstrom I_2 auf der SQUID - Feedbackinformation und der volle Unsicherheitsbeitrag kommt zum Tragen. Da der ungefähre zu messende Strom I_{CCC} durch die gewählte Anregungsfrequenz f bekannt ist, ließe sich auch hier ein fester Strom dem Sekundärkreis aufprägen und damit die resultierende Typ B - Unsicherheit verringern.

Im Zuge der hier durchgeführten Messungen sowie bei weitergehenden Untersuchungen der CCC - Elektronik und Regelung an der PTB durch D. Drung hat sich aber ergeben, dass bei Primärstromstärken < 1 nA mit dem CCC voraussichtlich keine deutlich besseren Unsicherheiten als $u < 10$ ppm erzielbar sind. Die systematische Unsicherheit einer wie hier durchgeführten CCC - Messung ist letztendlich durch die minimale Auflösung der Flussmessung durch den SQUID begrenzt. Bei den gegebenen Parametern ist eine Flussauflösung von besser als $10^{-6} \Phi_0$ nicht realisierbar. Selbst für einen aktuell in Entwicklung befindlichen Hochwindungs - CCC, der ein Windungsverhältnis von $N_1/N_2 = 30.000/1$ erlauben würde, wäre bei einer Typ B - Unsicherheit der Flussmessung von $u_B = 10^{-6} \Phi_0$ für eine reproduzierbare Messung mit einer relativen Gesamtunsicherheit von $u = 0,1$ ppm

ein Pumpstrom von $I > 3 \text{ nA}$ nötig. Ein solch hoher Strom ist mit den derzeit zur Verfügung stehenden Einzelelektronenpumpen nicht erzielbar. Somit sind die aktuellen CCC-basierten Experimente für einen direkten Schluss des quantenmetrologischen Dreiecks mit $u < 0,1 \text{ ppm}$ mit den hier untersuchten Pumpen mit Pumpraten um 1 GHz nicht geeignet.

Aufgrund dieser Beschränkung der Unsicherheiten und der Komplexität des Experiments wurde auf eine weitere Messung einer Einzelelektronenpumpe, die einen besser quantisierten Strom liefert, verzichtet.

Als alternative und vielversprechendere Messmethode wurde daher die im folgenden Unterkapitel beschriebene Methode mit Stromkompensation aufgebaut und erste Testmessungen an SET-Pumpen durchgeführt.

6.3. Stromkompensationsmethode

Im Folgenden wird eine alternative Messmethode beschrieben, die zum Ende dieser Arbeit an der PTB aufgebaut und getestet wurde. Diese so genannte Stromkompensationsmethode folgt einer Entwicklung des NPLs, das diese Methode zur Messung eines Stroms einer Halbleitereinzelelektronenpumpe verwendet hat. Das NPL konnte mit dieser Art Messung eine Unsicherheit von $1,2 \text{ ppm}$ an einer Pumpe mit optimierter Wellenform erreichen. Diese Methode verspricht einerseits einen einfachen Messaufbau, andererseits eine rauscharme Messmethode für eine geringe Typ A - Unsicherheit bei moderaten Messzeiten.

6.3.1. Rauscharmer Verstärker

Moderne Halbleiteroperationsverstärker ermöglichen durch ihre geringen Rauschpegel von $\sqrt{S_I} < 1 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ die Herstellung von rauscharmen Stromverstärkern mit hohen Verstärkungsfaktoren. Der im Folgenden verwendete, von der PTB entwickelte Strom - Spannungswandler (das stark vereinfachte Schaltbild des Verstärkers entspricht dem in Abbildung 6.14 blau hinterlegten Teil des Schaltkreises) erzeugt in der Ausgangsspannung ein RMS-Rauschen von $\sqrt{S_U} \approx 20 \text{ }\mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$. Durch die im Gegenkopplungspfad befindliche Transimpedanz von $R_{Tr} \approx 10 \text{ G}\Omega$ ergibt sich ein Eingangsstromrauschen von $\sqrt{S_I} \approx 2 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Dies verspricht, bei den gewählten Pumpströmen in vertretbarer Messzeit eine Typ A - Unsicherheit im ppm-Bereich zu erreichen. Ein Problem stellt jedoch die Typ B - Unsicherheit dar. Diese wird im Verstärker entscheidend durch die Typ B - Unsicherheit der Trans/-im/-pe/-danz geprägt. Hierbei handelt es sich nicht um einen Präzisionswiderstand, sondern um einen üblichen $10 \text{ G}\Omega$ - Dickfilmwiderstand mit einer Toleranz von 1% . Eine Kalibrierung von Widerständen $> 100 \text{ M}\Omega$ ist aufgrund des begrenzten Span-

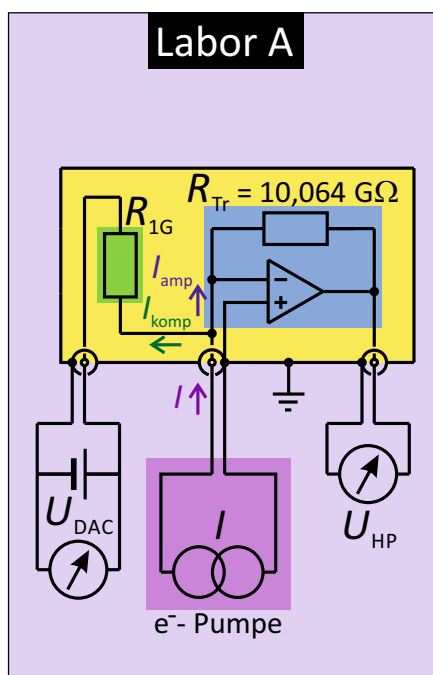


Abbildung 6.14.: Vereinfachte Darstellung des Testaufbaus der Stromkompensationsmethode.

nungspegels der CCC-Stromquellen nicht mit dem zur Verfügung stehenden CCC durchführbar. Durch Kalibrierung mittels einer Josephson-Spannungsquelle (Typ B- Unsicherheit $< 10 \text{ ppb}$) und einem HP 3458A Multimeter (Typ B- Unsicherheit 1 ppm) wurde die Transimpedanz unter Berücksichtigung von Offsetspannungen zu $R_{Tr}(295 \text{ K}) = 10,03888 \text{ G}\Omega$ bestimmt. Technisch bedingt erreicht eine solche Kalibrierung allerdings keine Unsicherheit unter 10 ppm . Des Weiteren besitzt die Transimpedanz mit einem Temperaturkoeffizienten von TK_{100} eine relativ hohe Temperaturabhängigkeit von $\alpha_{Tr} = 100 \text{ ppm/K}$. Obwohl die Labore über Klimaanlage temperaturstabilisiert sind, sind Schwankungen von $\pm 0,5 \text{ K}$ innerhalb einer Messung dennoch möglich. Ein Verstärker dieser Bauart wird somit in absehbarer Zeit eine Typ B- Unsicherheit von $u_{B,amp} = 100 \text{ ppm}$ nicht unterschreiten und kann - als einzelnes Messgerät verwendet - keine Verbesserung zu einer CCC-Messung erreichen.

6.3.2. Stromkompensationstest

Eine Möglichkeit, den Unsicherheitsbeitrag des Verstärkers für Strommessungen zu verringern, ist durch eine Methode gegeben, die auf Stromkompensation beruht (Brückenverfahren) [82]. Kurz zusammengefasst wird dabei der Strom, der in den Verstärker fließt, durch einen sehr genau bekannten Gegenstrom im Wesentlichen kompensiert. Dies reduziert die Regelstrecke um mehrere Größenordnungen und

die Auswirkung der Typ B- Unsicherheit des Verstärkers auf die gesamte Typ B- Unsicherheit wird drastisch reduziert.

Um einen solchen Messaufbau zu realisieren, wurde zunächst ein im Folgenden erklärter Testaufbau untersucht und die prinzipielle Funktionsweise getestet. Wie aus Abbildung 6.14 ersichtlich, wurde an den Stromeingang des Verstärkers parallel zur Elektronenpumpe H064-4-F2-900 (violett eingefärbt) ein Präzisionswiderstand (grün eingefärbt) mit einem Widerstandswert $R_{1G} = 1 \text{ G}\Omega$ angeschlossen und dieser über einen DAC (engl.: *Digital-Analog Converter*) mit einer Spannung U_{DAC} versorgt. Hierdurch wird ein Strom I_{komp} erzeugt, dessen Stromrichtung entgegengesetzt zu dem in den Verstärker fließenden Strom I_{amp} verläuft und diesen größtenteils kompensiert. I_{amp} besteht hierdurch nicht mehr aus dem gesamten Pumpstrom I , sondern lediglich aus einem um I_{komp} verringerten Rest $I_{\text{amp}} = I - I_{\text{komp}}$. Hintergrund ist, je genauer der Kompensationsstrom I_{komp} den Pumpstrom I abbildet, desto geringer wird das Stromverhältnis I_{amp}/I und damit der Einfluss der Typ B- Unsicherheit des Verstärkers auf die Messung des gesamten Pumpstroms I .

Ähnlich wie in Kapitel 6.2.3 wird der Strom der Elektronenpumpe zum Unterdrücken von Offseteffekten ein- und ausgeschaltet. In diesem Fall wird jedoch zusätzlich eine simultane Schaltung der Spannung U_{DAC} benötigt, um den Kompensationsstrom I_{komp} während der Schaltzustände mit $I = 0$ ebenfalls zu deaktivieren. Ein Multimeter HP3458A misst die Spannung U_{HP} am Ausgang des Verstärkers, ein weiteres HP3458A die Spannung am Ausgang der DAC- Spannungsquelle U_{DAC} . Der Pumpstrom I lässt sich somit für jeden Messpunkt berechnen zu

$$I = I_{\text{amp}} + I_{\text{komp}} = \frac{U_{\text{DAC}}}{R_{1G}} + \frac{U_{\text{HP}}}{R_{\text{Tr}}} \quad . \quad (6.24)$$

Eine erste Testmessung des gepumpten Stroms einer SET- Pumpe mit diesem Messaufbau ist in Abbildung 6.15 dargestellt. Dabei wurde entlang der flach/-sten Stelle des $1ef$ -Plateaus von $U_{\text{R}} = -206 \text{ mV}$ bis $U_{\text{R}} = -195 \text{ mV}$ in 1 mV -Schritten jeweils der Strommesswert I_{KS} bestimmt. Dazu wurden mit einer Zyk/-len/-fre/-quenz von $f_{\text{on/off}} = 1 \text{ Hz}$ die Elektronenpumpe (über Änderung der HF- Amplitude $U_{\text{L}}^{\text{amp}}$) sowie die DAC- Spannungsquelle ein- und ausgeschaltet. In jedem der $w_{\text{max}} = 122$ Schaltzustände wurden $v_{\text{max}} = 60$ Messpunkte von U_{HP} sowie U_{DAC} aufgezeichnet und hieraus jeweils $I_{w,v}$ berechnet. Der gemessene Strom I_{KS} sowie die Typ A- Unsicherheit u_{A} wurden analog der in Kapitel 6.2.3 beschriebenen Triple- Auswertung berechnet, wobei in jedem Schaltzustand $v_{\text{tot}} = 20$ Messwerte ignoriert wurden. Für den Betrieb der Elektronenpumpe wurde $U_{\text{L}}^{\text{DC}} = -105 \text{ mV}$, $B = 10 \text{ T}$ sowie eine Treiberfrequenz von $f = 1 \text{ GHz}$ verwendet.

Abbildung 6.15(A) zeigt alle aufgenommenen Strommesswerte I_{KS} . Trotz kleinem Ausschnitt auf der I_{KS} - Achse stellt sich ein normaler Plateauverlauf dar,

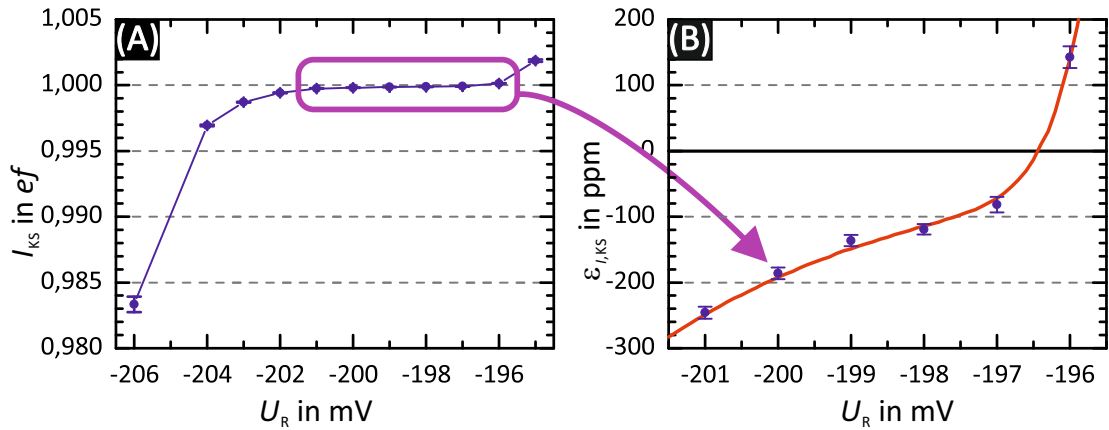


Abbildung 6.15.: Messung des Stroms einer SET-Pumpe mit dem Testaufbau der Stromkompensationsmethode (Datensatz tlh4C37D). (A) Ermittelter Pumpstrom I_{KS} für verschiedene rechte Gatespannungen U_R . (B) Vergrößerter Bereich aus (A) und dargestellt als Ablage $\varepsilon_{I,Ks}$.

der, auch aufgrund der kaum sichtbaren 1σ -Unsicherheiten, eine geringe Ablage vermuten lässt. Bei starker Vergrößerung (Abbildung 6.15(B)) des zuvor sehr flach erscheinenden Plateaubereichs zeigt sich jedoch ein anderes Bild. Zwar sind die 1σ -Unsicherheiten weiterhin sehr klein, die Ablage $\varepsilon_{I,Ks} = I_{KS}/(ef) - 1$ liegt jedoch bei allen Messwerten deutlich über der Typ A- Unsicherheit.

Die Typ B- Unsicherheit des Messaufbaus, die maßgeblich durch die Unsicherheiten des Widerstandes R_{1G} sowie der Multimeter bestimmt wird, lässt sich zu $u_B \approx 10$ ppm bis 20 ppm ermitteln. Sie liegt also fast eine Größenordnung unter der gemessenen Ablage. Eine Analyse der Messwerte nach dem Decay-Cascade-Modell (Kapitel 3.4) liefert den in Abbildung 6.15(B) rot eingezeichneten Decay-Cascade-Fit. Aus dem Fit errechnet sich ein Bewertungsparameter für das erste Plateau zu $\delta_1 \approx 11,7$. Nach dem Decay-Cascade-Modell ergibt sich für $\delta_1 \approx 11,7$ eine minimale theoretische Ablage von $\varepsilon_{I,th} = -127$ ppm am Ort des flachsten Anstieges ($U_R \approx 198$ mV). Diese Werte stimmen sehr gut mit den experimentellen Werten und deren Typ A- Unsicherheiten überein. Die Ablage ist daher auf die verwendete Einzelelektronenpumpe zurückzuführen, die keine ausreichende Quantisierung im Pumpstrom zeigte.

Diese Messungen mit der Stromkompensationsmethode demonstrieren bereits das Potential dieses Messaufbaus für Präzisionsmessungen von QSQs. Trotz eines sehr einfachen Aufbaus ermöglicht sie Messungen mit Unsicherheiten durchzuführen, die durch kommerzielle Messgeräte nicht erreicht werden (das Sub-Femtoamperemeter Keithley 6430, das zu den präzisesten kommerziellen Strommessgeräten zählt, erreicht für diesen Strombereich lediglich Unsicherheiten im Bereich von 1000 ppm).

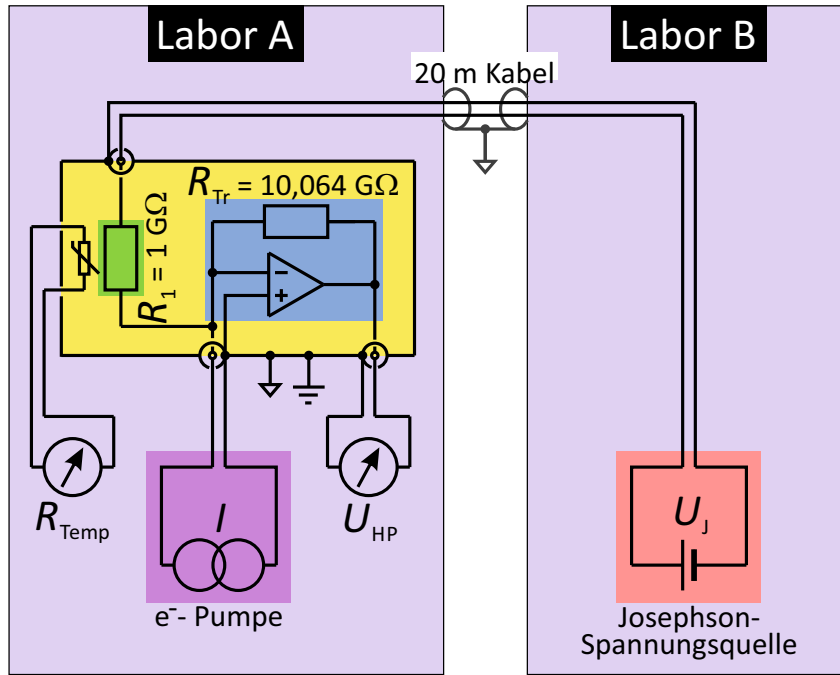


Abbildung 6.16.: Skizze des verbesserten Messaufbaus mit hochpräzisem 1 G Ω -Widerstand R_1 und Josephson-Spannungsquelle.

6.3.3. Verbesserter Messaufbau

Nach den prinzipiellen Funktionstests von Verträglichkeit des Aufbaus mit einer Einzelelektronenpumpe, Ansteuerung der Messgeräte sowie simultane Taktung der Pumpe und Spannungsquelle wurde ein verbesserter und endgültiger Messaufbau (siehe Abbildung 6.16) geschaffen. Das Ziel war hierbei, die erreichbaren Unsicherheiten auf ein Minimum zu reduzieren.

Als erstes wurde die bauteilspezifische Typ B- Unsicherheit optimiert, da diese das ultimative Unsicherheitslimit einer Messmethode vorgibt und im bisherigen Aufbau den maßgeblichen Faktor der Gesamtunsicherheit darstellte. Dazu tauschte man als erstes den vorhandenen $R_{1G} = 1 \text{ G}\Omega$ Widerstand gegen einen Hochpräzisionswiderstand R_P (siehe Foto in der Abbildung 6.17) mit annähernd gleichem Wert, aber kleinerer Typ B- Unsicherheit. Eine zeitnahe Kalibrierung über ein Hamon- Widerstandsnetzwerk mit $10 \times 100 \text{ M}\Omega$ Widerständen [95] lieferte folgende Werte:

$$\begin{aligned} \text{Widerstandswert } R_P(296 \text{ K}) &= 1,0000525 \text{ G}\Omega \\ \text{Typ B- Unsicherheit } u_{B,RP} &= 2,5 \text{ ppm} \\ \text{zeitliche Drift} &= 12 \text{ ppm/a} \\ \text{Temperaturkoeffizient} &= 1 \text{ ppm/K} \end{aligned}$$

Um den Einfluss der Temperaturschwankungen des Labors zu minimieren, wurde stets ein in dem Widerstandsgehäuse fest verbauter Thermistor ausgelesen und für jeden Messpunkt der resultierende Widerstandswert R_P errechnet.

Die DAC-Spannungsquelle mit Multimeter wurde gegen eine Josephson-Spannungsquelle (in Abbildung 6.16 rot unterlegt) ausgetauscht, deren relative Unsicherheit unter 1 ppm liegt. Um keinen negativen Einfluss vom Streumagnetfeld des Einzelelektronenexperiments auf die Josephson-Spannungsquelle zu erhalten, wurde letztere über ein 20 m langes Kabel⁹ in einem separaten Labor B untergebracht.

Die Unsicherheitsbilanz für die Typ B- Unsicherheit des Messaufbaus ist in Tabelle 6.2 dargestellt:

Bauteil	Typ B- Unsicherh.	Typ B- Beitrag für Messaufbau
Widerstand R_P	$u_{B,RP} = 2,5 \text{ ppm}$	$u_{B,RP,MA} = I_{\text{komp}}/I \cdot u_{B,RP} \approx \mathbf{2,5 \text{ ppm}}$
Verstärker	$u_{B,\text{ampl}} = 100 \text{ ppm}$	$u_{B,\text{ampl},MA} = I_{\text{ampl}}/I \cdot u_{B,\text{ampl}} < \mathbf{0,1 \text{ ppm}}$
Voltmeter U_{HP}	$u_{B,UHP} = 1 \text{ ppm}$	$u_{B,UHP,MA} = I_{\text{ampl}}/I \cdot u_{B,UHP} \ll \mathbf{0,1 \text{ ppm}}$
Josephson-Sp. U_J	$u_{B,UJ} < 1 \text{ ppb}$	$u_{B,UJ,MA} = I_{\text{komp}}/I \cdot u_{B,UJ} < \mathbf{1 \text{ ppb}}$
Gesamt		$u_B \approx \mathbf{2,5 \text{ ppm}}$

Tabelle 6.2.: Bilanz der Typ B- Unsicherheit der Stromkompensationsmethode in verbesserter Ausbaustufe.

Das Typ B- Unsicherheitsbudget des Messaufbaus wird nahezu vollständig durch den Beitrag des Widerstands R_P bestimmt und wird durch die eingeschränkte Kalibrierbarkeit solch hoher Widerstände begrenzt. Die gesamte erreichbare Typ B- Unsicherheit des optimierten Aufbaus liegt damit bei etwa 2,5 ppm und ist somit etwa um den Faktor 4 niedriger als bei dem in Kapitel 6.2 untersuchten CCC- Messaufbau.

6.3.4. Optimierung der Rauschbeiträge

Die Gesamtunsicherheit des optimierten Stromkompensations- Messaufbaus ist durch die Typ B- Unsicherheit $u_B \approx 2,5 \text{ ppm}$ begrenzt. Damit bei vertretbaren Messzeiten die Gesamtunsicherheit nicht unnötig durch eine hohe Typ A-

⁹Anzumerken ist, dass im Gegensatz zum CCC- Experiment, bei dem dasselbe Kabel zu Schwierigkeiten führte, in dieser Beschaltung aufgrund nur geringer Induktivitäten die kapazitive Last nicht nachteilig war. Maximal fungiert das Kabel in diesem Messaufbau als Tiefpassfilter, der bei Schaltvorgängen der Spannungsquelle die Zeitkonstante der Spannungsrampe geringfügig erhöht. Zusätzlich werden etwaige hochfrequente Störeinträge etwas abgedämpft.

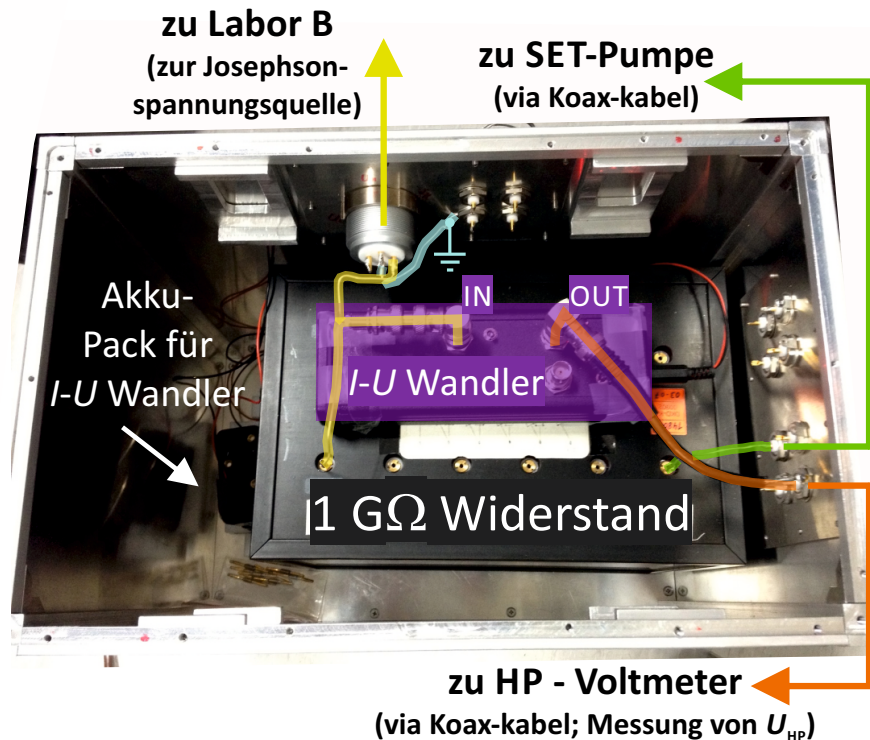


Abbildung 6.17.: Foto der in Abbildung 6.16 gelb hinterlegten metallischen Schirmungsbox mit dem schwarzen $1\text{ G}\Omega$ -Hochpräzisionswiderstand und der violett eingefärbten Verstärkerschaltung.

Unsicherheit erhöht wird, werden im Folgenden verschiedene Untersuchungen an- gestellt, um das Rauschen des Messsignals zu verringern:

Vorweg sind die zwei dominanten intrinsischen Rauschquellen zu nennen, deren Einflüsse unvermeidbar sind. Zum einen der schon oben angesprochene Verstärker mit einem Eingangsstromrauschen von $\sqrt{S_I} \approx 2\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, zum anderen der Wi- derstand R_p , der ein Stromrauschen von $\sqrt{S_I} \approx 4\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ erzeugt. Zwar könnte man durch Erhöhen des Widerstandswertes das Stromrauschen signifikant verrin- gern (z.B. $\sqrt{S_I} \approx 1,3\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei $R = 10\text{ G}\Omega$), jedoch würde dies im Gegenzug die Typ B- Unsicherheit des Widerstandes um ein Vielfaches erhöhen. Anzumer- ken ist an dieser Stelle, dass der Pumpstrom einer Einzelelektronenpumpe kein Schrotrauschen aufweist, solange die Pumpe im quantisierten Bereich betrieben wird. Ursache hierfür ist der getaktete Elektronentransport durch die Einzelelek- tronpumpe. Dies wurde an der Universität Hannover durch Rauschmessungen an baugleichen Einzelelektronenpumpen von Maire *et al.* festgestellt [96].

Als erste Maßnahme wurden die für elektromagnetische Einstreuung gefähr- detsten Komponenten in einer komplett verschließbaren Metallbox (siehe Foto in Abbildung 6.17; in Abbildung 6.16 gelb eingefärbt) untergebracht und getestet. Dabei zeigten sich vor allem die im Foto gelb, blau, orangefarben und grün einge-

färbten Leitungen, die zwischen dem $1\text{ G}\Omega$ Widerstand (schwarze Box), Verstärker (violett eingefärbt) und den festen Anschluss-Buchsen der Metallbox verlaufen, als extrem empfindlich auf mechanische Schwingungen. Erst durch Austausch gegen starre Drahtstücke konnte dies unterbunden werden.

Ähnliches zeigte sich bei weiteren Testmessungen, bei denen die Kabel außerhalb der Box variiert wurden. Dabei wurden jeweils kurze Messungen ($w_{\max} = 13$, $f_{\text{on/off}} = 0,106\text{ Hz}$, $t_{\text{tot}} = 2,3\text{ s}$) aufgenommen und aus der Typ A- Unsicherheit (analog Gleichung 6.23) das Stromrauschen ermittelt. Für den reinen Messaufbau (Josephson - Spannungsquelle, Widerstand, Verstärker, Multimeter) ohne angeschlossene Halbleiterpumpe wurde ein Stromrauschen von $\sqrt{S_I} \approx 6,7\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ ermittelt, wobei alleine die Josephson - Spannungsquelle über das 20 m Kabel ein Spannungsrauschen verursachte, das für diesen Messaufbau einem Stromrauschen von $\sqrt{S_I} \approx 1,1\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ entspricht.

Den größten parasitären Rauschbeitrag zeigten Teflon - isolierte, flexible Koaxialkabel. Diese waren aufgrund ihres hohen Isolationswiderstandes ursprünglich für die Verbindung zwischen Probenstab mit QSQ und Messaufbau (in Abbildung 6.17 grün eingezeichnet) geplant, ließen aber das Stromrauschen um den Faktor 12 auf $\sqrt{S_I} \approx 80\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ ansteigen. Ursache hierfür ist der hohe piezoelektrische Effekt von Teflon. Durch Verwendung eines handelsüblichen Koaxialkabels des Herstellers Radiall hingegen, konnte mit $\sqrt{S_I} \approx 6,8\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ kein signifikantes Zusatzrauschen beobachtet werden.

Durch Anschluss des Probenstabs mit ausgeschalteter QSQ stieg das Stromrauschen auf $\sqrt{S_I} \approx 12,9\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ an und verschlechterte sich im Pumpbetrieb nur marginal auf $\sqrt{S_I} \approx 13,3\text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Da diese Differenz innerhalb der Messunsicherheit liegt, resultiert der zusätzliche Rauschbeitrag aus der inneren Verdrahtung des Probenstabs, die durch Vakuum - und He - Förderpumpen des Kryostaten unvermeidbar in Vibration versetzt wird.

Bei dem vorliegenden Gesamtrauschen des Aufbaus sollte dennoch für eine Pumpfrequenz von $f = 1\text{ GHz}$ ($I \approx 160\text{ pA}$) und eine Messzeit von 4 Minuten pro Messwert eine Typ A - Unsicherheit von unter $u_A < 10\text{ ppm}$ ermöglicht werden. Für eine angestrebte Typ A - Unsicherheit von $u_A < 2\text{ ppm}$ würde die Messzeit jedoch etwa 100 Minuten betragen.

Da die QSQ im damals aktuellen Einkühlzyklus nur bei Pumpfrequenzen von $f < 100\text{ MHz}$ eine für Präzisionsmessungen ausreichende Quantisierung zeigte, hätte dies eine zu lange Messzeit von mehr als 10 Stunden pro Messwert erfordert. Aus diesem Grund wurde mit diesem Aufbau an der QSQ im Rahmen dieser Arbeit keine Präzisionsmessung durchgeführt.

Nach Ausbau der Elektronenpumpe aus dem Kryostaten wurden weitere Verbesserungen an der Verkabelung des Probenstabs vorgenommen, um das Rauschen

des Messsignals bei Präzisionsmessungen weiter zu reduzieren. Dieser optimierte Probenstab konnte jedoch im Rahmen dieser Arbeit aufgrund eines Engpasses in der Versorgung mit flüssigem Helium nicht mehr mit dem Stromkompensations-Messaufbau getestet werden. Da die Auswirkung der verbesserten Verkabelung des Probenstabs auf das Messsignal bei diesem Messaufbau daher nicht angegeben werden können, werden die Untersuchungen im Anhang C beschrieben und diskutiert.

6.3.5. Fazit

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein weiterer Präzisionsmessaufbau erstellt, der über eine Stromkompensationsmethode die Beiträge der Typ B - Unsicherheit eines Stromverstärkers auf die Gesamtunsicherheit des Aufbaus stark verringert. Der optimierte Aufbau erlaubt eine niedrige Typ B - Unsicherheit von nur $u_B = 2,5$ ppm. Erste Testmessungen zeigten ein im Vergleich zum CCC - SET - Messaufbau sehr geringes Rauschlevel des Messsignals bei der Stromkompensationsmethode. Dies verspricht für die zu messenden Pumpströme zusätzlich eine kleine Typ A - Unsicherheit bei angemessenen Messzeiten. Aus terminlichen und logistischen Gründen konnten allerdings mit diesem Aufbau keine Präzisionsstrommessungen einer Einzelelektronenpumpe mit ausreichender Quantisierung durchgeführt werden. Zwar sind soweit alle Komponenten ausreichend getestet, eine abschließende Messung konnte jedoch aufgrund eines Versorgungsengpasses mit flüssigem Helium in Verbindung mit der nur zeitlich begrenzten Verfügbarkeit der aus verschiedenen fremden Fachbereichen geliehenen Geräte (wie der Josephson - Spannungsquelle oder dem Hochpräzisionswiderstand) nicht mehr durchgeführt werden. Derartige Präzisionsmessungen sind im Rahmen zukünftiger Forschungsarbeiten an der PTB geplant.

7. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Eignung von nicht-adiabatischen Halbleiter-einzelektronenpumpen für ein zukünftiges auf $I = ef$ basierendes Quantenstromnormal untersucht. Die Untersuchungen umfassten dabei zwei unterschiedliche Aspekte. Zum einen wurde die Abhängigkeit der Pumpeigenschaften von verschiedenen Parametern, wie Pumpfrequenz und Magnetfeld, untersucht. Zum anderen wurde Messtechnik zur hochpräzisen rückgeführten Messung von Pumpströmen der Größenordnung 10^{-10} A auf ppm-Niveau entwickelt und eingesetzt.

Die untersuchten Einzelektronenpumpen wurden aus einer GaAs/AlGaAs-Halbleiter-Heterostruktur gefertigt. Dabei wurde zunächst durch eine geometrische Einengung des 2DEGs der Heterostruktur ein dünner leitender Kanal erzeugt und im Anschluss senkrecht über diesen Kanal metallische Topgates gelegt. Durch negative Spannungen an zwei der Topgates wurde ein Quantenpunkt mit Tunnelbarrieren mit einstellbarer Transparenz zu Source und Drain erzeugt. Durch eine zusätzliche hochfrequente Wechselspannung (MHz bis GHz) an einem Gate konnte ein nicht-adiabatischer SET-Pumpprozess induziert werden. Im Idealfall wird dabei genau ein Elektron pro Frequenzzyklus gepumpt und somit ein Strom von $I = ef$ erzeugt.

Die Präzision der Quantisierung des Pumpstroms dieser Einzelektronenpumpen wird bestimmt über Fehler im Pumpprozess: Werden in einem Frequenzzyklus durch solche Fehler kein Elektron oder mehrere Elektronen transportiert, ist der Pumpstrom $I \neq ef$. Durch ein auf Ratengleichungen basierendes Einteilchenmodell wurde der nicht-adiabatische Pumpprozess eines Elektrons theoretisch beschrieben und die Grenzen des Arbeitsbereichs der Pumpe verschiedenen Fehlermechanismen zugeordnet. Durch Anwendung des sogenannten Decay-Cascade-Modells, das das Zurücktunneln der Elektronen beim Einfang in den Quantenpunkt als dominierenden Fehler berücksichtigt, konnte der ideale Arbeitspunkt der Pumpe ermittelt werden. Zudem ermöglicht dieses Modell eine Voraussage über die Präzision der Einzelektronenpumpen nur anhand der Kurvenform einer nicht rückgeführten Strommessung.

Systematische Untersuchungen zeigten, welche Auswirkungen Betriebsparametervariationen auf die vorhergesagte Pumppräzision haben. Quantisierungsverbesserungen konnten durch Verwendung einer angepassten Kanalform mit kuvenförmigen

gem Engstellenverlauf, durch Einfluss eines lateralen Sidegates und allen voran durch ein senkrecht zum 2DEG angelegtes Magnetfeld erreicht werden. Durch ein Magnetfeld von mehreren Tesla Stärke konnte aus dem Decay-Cascade-Modell eine Reduktion der Fehlerrate um mehrere Größenordnungen ermittelt werden. Als Ursache für diesen positiven Effekt konnte das zunehmende Confinement der Elektronen des Quantenpunkts im senkrechten Magnetfeld ermittelt werden.

Im Rahmen der systematischen Untersuchungen wurden neben einer Verwendung als Stromstandard zwei weitere neuartige Anwendungsmöglichkeiten für eine halbleiterbasierte Einzelelektronenpumpe vorgestellt. Zum einen wurde gezeigt, dass die untersuchten Einzelelektronenpumpen hervorragend geeignet sind, um einzelne Elektronen mit einer einstellbaren und definierten Energie gezielt in QHE-Randkanäle zu injizieren. Hierdurch erhält man ein wertvolles Werkzeug zur zukünftigen Untersuchung von wohldefinierten Einzelladungsanregungen in Randkanälen. Zum anderen wurde erstmals die Erzeugung einer quantisierten Spannung durch ein Halbleiterbauteil demonstriert. Die war bislang nur auf Basis supraleitender Josephson-Schaltungen möglich. In dem neuen Halbleiterbauteil erzeugt die Einzelelektronenpumpe einen quantisierten Pumpstrom, der wiederum über eine monolithisch verbundene Quanten-Hall-Struktur daraus eine definierte Spannung produzieren kann. Ein direkter Vergleich dieser Quantenspannung mit einer Josephson-Spannung könnte in Zukunft einen alternativen Ansatz zum Schluss des quantenmetrologischen Dreiecks ermöglichen.

Die Weiterentwicklung der Messtechnik ermöglichte zudem rückgeführte Präzisionsmessungen des erzeugten Stroms dieser Einzelelektronenpumpen. Mittels eines modifizierten Kryostromkomparators war es möglich, den Pumpstrom von ≈ 192 pA einer Einzelelektronenpumpe um den Faktor 4501 hochzuskalieren und mit einer relativen Unsicherheit von < 10 ppm zu messen. Diese Messung ist die bisher weltweit genaueste Messung eines Quantenstroms mit Hilfe eines Kryostromkomparators. Die hierbei ermittelte Präzision der Pumpe sowie der Verlauf der gemessenen Stromkurve zeigte eine sehr genaue Übereinstimmung mit den Vorhersagen des Decay-Cascade-Modells und bestätigten damit den Rücktunnelprozess beim Einladen als maßgebliche Fehlerquelle des Pumpprozesses. Anhand der minimalen Flussauflösung des SQUIDs wurde zudem die erreichbare Präzision solcher Kryostromkomparator-basierten Strommessungen abgeschätzt. Es zeigte sich, dass bei den aktuell erreichbaren Pumpströmen keine Unsicherheiten weit unter 10 ppm erzielbar sind.

Aus diesem Grund wurde ein alternativer Messaufbau, basierend auf der Stromkompensationsmethode, entwickelt und getestet. Dabei wurde der Pumpstrom durch einen sehr genau bekannten Gegenstrom im Wesentlichen kompensiert. Lediglich der kleine verbleibende Differenzstrom wurde verstärkt und gemessen.

So wurde die Auswirkung der durch den Verstärker verursachten Unsicherheit auf die Gesamtunsicherheit um mehrere Größenordnungen reduziert. Die systematische Unsicherheit des Messaufbaus wurde somit weitestgehend durch den Unsicherheitsbeitrag des Kompensationsstroms bestimmt. Durch Nutzung einer Josephson-Spannungsquelle und eines $1\text{ G}\Omega$ -Hochpräzisionswiderstandes zur Erzeugung des Kompensationsstroms konnte eine systematische Gesamtunsicherheit von nur 2,5 ppm erreicht werden. Testmessungen zeigten, dass bei dieser Messmethode zudem nur ein sehr geringes Messsignalrauschen auftritt. Die daraus resultierende geringe statistische Unsicherheit verspricht bei den erwarteten Pumpströmen geringe Messzeiten von nur wenigen Stunden. Eine Präzisionsmessung einer Einzelelektronenpumpe mit guten Quantisierungseigenschaften konnte im Rahmen dieser Arbeit aufgrund eines Versorgungsengpasses mit flüssigem Helium allerdings nicht mehr durchgeführt werden.

Mit diesen etablierten Präzisionsmessmethoden können in zukünftigen Arbeiten weitere Präzisionsstrommessungen an Einzelelektronenpumpen durchgeführt werden. Die daraus resultierenden Messergebnisse sollten für ein detaillierteres Verständnis des Pumpprozesses und damit zur Entwicklung von weiterführenden theoretischen Modellen sehr hilfreich sein. Dies wiederum kann Aufschluss über weitere Anpassungen der Pumpstruktur geben, um damit die Quantisierungspräzision des Pumpstroms als auch die Pumpfrequenz und damit den die Höhe des Pumpstroms weiter erhöht werden kann.

Abschließend ist zu sagen, dass sich bei den Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit die nicht-adiabatischen Halbleitereinzelelektronenpumpen weiterhin als hervorragende Kandidaten für eine Verwendung in einem Quantenstromnormal erwiesen haben und dass die Forschungsarbeiten diesbezüglich unbedingt fortgeführt werden sollten.

A. Probenherstellung

Die Herstellung der für diese Arbeit verwendeten Einzelelektronenpumpen basiert zu weiten Teilen auf Standard-Lithographieverfahren für GaAs-Halbleitermaterial. Diese wurden im Rahmen dieser Arbeit lediglich für die jeweiligen gewünschten Strukturen angepasst. Die Herstellung der Elektronenpumpen fand dabei in Chargen (sogenannte „*Batches*“) statt, bei der in einem Prozessierungsverlauf gleich mehrere Elektronenpumpen mit nur kleinen Designmodifikationen hergestellt wurden. Größere Designvariationen waren dabei nicht möglich, da diese ebenso wie eine Veränderung im Wafermaterial immer einen aufwändigen Vortest zur Bestimmung der optimalen Belichtungs dosis für die Elektronenstrahlolithographie benötigen.

A.1. Epitaktischer Aufbau des Probenmaterials

Als Ausgangsmaterial für die Prozessierung kamen von K. Pierz in der PTB eigens epitaktisch hergestellte $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ -Heterostrukturen zur Anwendung (Abbildung A.1 (A)). Die Schichtdicken und Materialien wurden dabei so ausgewählt, dass die resultierende Bandstruktur des Leitungsbandes (LB) mit E_C und Valenzbandes (VB) mit E_V (Abbildung A.1 (B)) in einer Tiefe von 90 nm bis 100 nm ein 2DEG ausbildet.

Eine 10 nm dicke isolierende GaAs-Deckschicht schützt die Struktur vor äußeren Einflüssen und erlaubt die Aufbringung von Feldeffektelektroden ohne zusätzlichen Isolator. Die darunter liegende 50 nm dicke Dotierschicht besteht aus $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$. Ihr sind Silizium-Atome beigemischt, die als Donator fungieren und somit diese Schicht n-dotieren. Die nächst tiefere Schicht, ein je nach gewünschter 2DEG-Tiefe 30 nm bis 42 nm dicker Spacer, hat die Aufgabe, die Silizium-Ionenrümpfe räumlich von den Ladungsträgern des 2DEGs zu trennen. Dies hat zur Folge, dass sich die Ladungsträgerbeweglichkeit erhöht, da die Streuung der Elektronen an den Ionenrümpfen durch eine Glättung des Potentialverlaufs verringert wird. Die letzte Schicht, ein GaAs Buffer mit einer Höhe von 1 μm , soll zum einen eventuelle Unregelmäßigkeiten und Unreinheiten des Substrates ausgleichen, zum anderen bildet sich am Übergang zum Spacer das 2DEG aus. Grund dafür ist die unterschiedliche Bandlücke von GaAs und $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$, wodurch

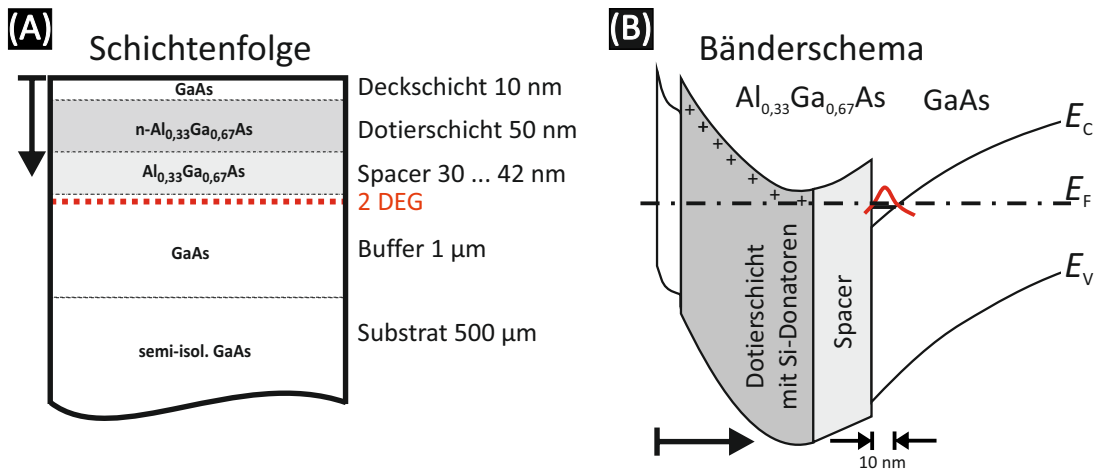


Abbildung A.1.: Skizze der Schichtenfolge (A) des zur Elektronenpumpenherstellung verwendeten Halbleitermaterials mit zugehörigem Bänderschema (B).

ein Sprung in den Bandkanten des LB und VB entsteht. Am Übergang entsteht durch Diffusion der Elektronen ein elektrisches Feld, das das LB des GaAs- Buffers unter die Fermienergie E_F drückt. Durch den Potentialunterschied wandern die Ladungsträger von Si- Donatoren in den entstandenen dreiecksförmigen Potentialtopf und füllen ihn bis zur Fermikante auf. Bei einem Potentialtopf mit einer Breite im Bereich der Fermiwellenlänge λ_F wird die Bewegung der Elektronen in dieser Richtung quantisiert und eine freie Bewegung ist nur noch entlang des senkrecht dazu stehenden 2DEGs möglich.

A.2. Prozessierung

Da sich die Strukturierung aller angefertigten Proben sehr stark ähnelt, wird lediglich der aktuelle Stand der Prozessierung erläutert. Zur Wahrung der Übersichtlichkeit werden die folgenden Prozessschritte stichpunktartig aufgeführt.

Vorbereitung

- Abspalten eines Stückes vom 2 Zoll- Halbleiterwafer
- 10 min Acetonbad im Ultraschallgerät; Abspritzen mit Isopropanol und Trocknen mit Stickstoff
- Aufkleben des Probenstückes mit TEM- Wachs auf 3 Zoll großen Silizium- Dummywafer

Herstellung der Mesa

- 30 s Dip in 30 %iger Salzsäure (HCL), die nochmals frisch 1:3 mit Reinstwasser (H₂O) verdünnt wurde; Spülen mit H₂O, Trocknen mit N₂.
- 5 min Ausheizen auf *Hotplate* bei 160° C; danach 120 s in Hexamethyldisilazan-Atmosphäre
- Aufbringen von maN-2403 Negativlack; bei 45 s und 3000 1/min Lackdicke auf etwa 90 nm verringern.
- Ausbacken des Lackes auf *Hotplate* für 120 s bei 90° C
- Elektronenstrahlbelichtung der Mesastruktur.
- 120 s Entwickeln in AZ 726 *mif* Developer; 60 s Bad in H₂O; Trocknen mit N₂.
- 5 s Überspülen mit 30 %iger Salzsäure (HCL), die frisch 1:3 mit Reinstwasser (H₂O) verdünnt wurde.
- 130 s Bad in Ätzlösung (H₂SO₄ : H₂O₂ : H₂O = 1 : 8 : 1600)
- 130 s Spülen in H₂O; Trocknen mit N₂.

Herstellung der ohmschen Kontakte

- Aufbringen von Polymethylmethacrylat (PMMA) Positivlack: AR-P 641.03 bei 90 s und 2000 1/min; Ausbacken auf *Hotplate* für 10 min bei 160° C.
- Aufbringen einer zweiten PMMA Schicht: AR-P 671.02 bei 90 s und 2000 1/min; Ausbacken auf *Hotplate* für 10 min bei 160° C.
- Elektronenstrahlbelichtung der Felder für die ohmschen Kontakte.
- 60 s Entwickeln in Glasgower Entwickler.
- 60 s Entwickeln in IPA; Trocknen mit N₂.
- Aufdampfen von etwa 250 nm Ni/AuGe- Gemisch im Verhältnis Ni:AuGe = 42 : 589.
- Zum *Lift-off* für einige Minuten ins Aceton - Bad; Spülen mit IPA, Trocknen mit N₂.
- Einlegieren im Ofen durch Erhitzen auf 450° C für 30 s.

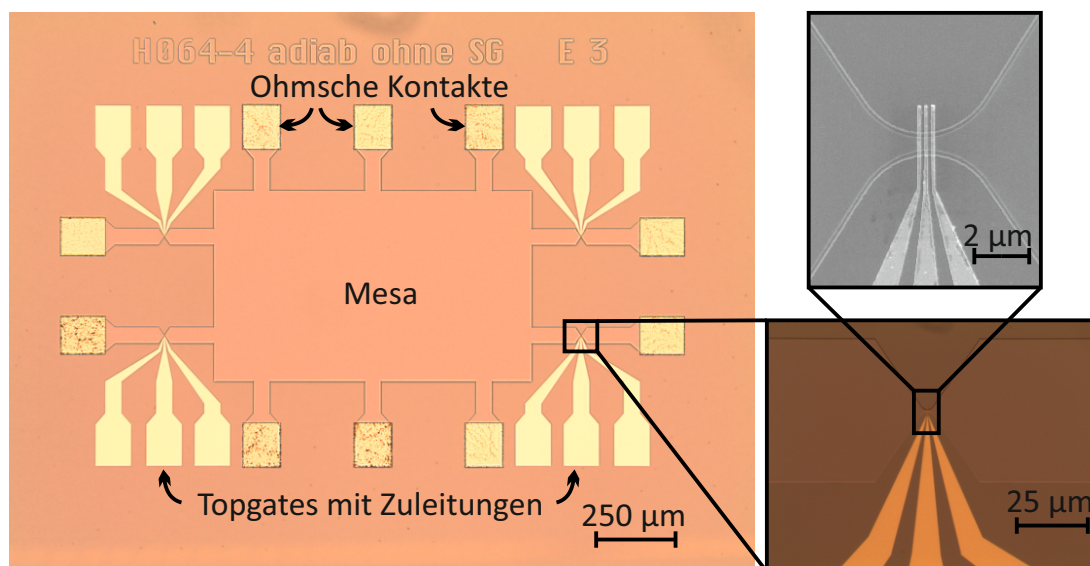


Abbildung A.2.: Fotos (links und rechts unten) sowie elektronenmikroskopische Aufnahme (rechts oben) einer fertiggestellten, typischen Probenstruktur mit vier Einzelelektronenpumpen.

Herstellung der Topgates

- Aufbringen von PMMA Positivlack: AR-P 641.04 bei 90 s und 4000 1/min; Ausbacken auf *Hotplate* für 10 min bei 160° C.
- Aufbringen einer zweiten PMMA Schicht: AR-P 671.02 bei 90 s und 4000 1/min; Ausbacken auf *Hotplate* für 10 min bei 160° C.
- Elektronenstrahlbelichtung der Topgatestrukturen.
- 60 s Entwickeln in Glasgower Entwickler.
- 60 s Entwickeln in IPA; Trocknen mit N₂.
- Aufdampfen von 20 nm Ti und 20 nm Au.
- Für *Lift-off* für einige Stunden ins Aceton-Bad; dabei einige Sekunden mit Ultraschall; Spülen mit IPA, Trocknen mit N₂.

Fertigstellung der Proben

- Abspalten einer Probenstruktur vom Waferstück; ein Foto einer fertigen Probe ist in Abbildung A.2 zu sehen.
- Einkleben mit Silberleitlack in Aluminium-HF-Chiphalter

- Bonden der Zuleitungen zwischen Chiphalter und Pumpenkontakten mit Aluminiumdraht.
- Einbau in Probenstab des Kryostaten.

B. Messtechnik

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Messsysteme verwendet. Zwei Messaufbauten, die bei den Präzisionsmessungen Anwendung fanden, wurden bereits im Kapitel 6 vorgestellt. Da für den Betrieb der untersuchten Einzelelektronenpumpen Temperaturen von $T < 1$ K und Magnetfelder mit einer Feldstärke von mehreren Tesla essentiell waren, wird im folgenden Abschnitt zunächst eine kurze Beschreibung der verwendeten Kryostaten gegeben. Im darauffolgenden Teil wird kurz der Messaufbau der Nicht-Präzisionsmessungen erläutert.

B.1. Kryostaten

^3He -Kryostat mit 16 T Magnet

Bei den ^3He -Kryostaten handelt es sich um die einfachste Kryostatenart, die in der Lage ist, die für den Betrieb der Einzelelektronenpumpen nötigen Temperaturen von $T < 1$ K bereit zu stellen. Der für die angestellten Untersuchungen zur Verfügung stehende HelioxTL ^3He -Kryostat (Abbildung B.1) des Herstellers Oxford Instruments war zusätzlich mit einem supraleitenden Magneten ausgestattet, der senkrecht zur Probenoberfläche orientierte Magnetfelder von bis zu $B = 16$ T erzeugen konnte.

Das Kühlprinzip ist recht einfach [98, 99]: Durch Abpumpen wird der Dampfdruck eines ^4He -Reservoirs (1K Topf) erniedrigt und dadurch auf ungefähr $T = 1,5$ K abgekühlt. In einen thermisch angekoppelten Probenraum wird reines, gasförmiges ^3He eingeleitet, das mit einem Siedepunkt von $T_{\text{SP}} = 3,32$ K kondensiert und sich sammelt. Ist genügend flüssiges ^3He vorhanden, wird eine angeschlossene Adsorptionspumpe eingeschaltet (es handelt sich hierbei meist um Aktivkohle, die für die Adsorption auf $T = 4,3$ K gekühlt und zur Desorption auf $T = 40$ K bis 50 K geheizt wird). Durch diese Dampfdruckverringerung lässt sich das flüssige ^3He und damit der Probenraum auf bis zu $T_{\text{base}} = 300$ mK abkühlen. Ist der Vorrat an flüssigem ^3He aufgebraucht, wird das an der Aktivkohle adsorbierte ^3He desorbiert und erneut einkondensiert. Dieser sogenannte single-shot-Modus erlaubt Standzeiten bei $T_{\text{base}} = 300$ mK von bis zu 12 Stunden. Aus diesem Grund wurde der zur Verfügung stehende ^3He -Kryostat auch nur für weni-



Abbildung B.1.: Foto des verwendeten ^3He - Systems. Der eigentliche Kryostat ist für ein einfacheres Handling in den Boden eingelassen (roter Pfeil).

ge kurze Vorcharakterisierungen der Einzelelektronenpumpen benutzt und die eigentlichen Messungen hauptsächlich in einem Mischungskryostaten durchgeführt. Der große Vorteil dieses Kryostaten besteht darin, dass die Endtemperatur sehr rasch erreicht wird, was einen Probenwechsel in zwei Stunden und damit einen hohen Probendurchsatz ermöglicht.

Durch Fortschritte bei der Probenherstellung (unter anderem auch durch die Verwendung von adiabatischen Kanälen) konnte die Reproduzierbarkeit der Struktur erhöht und damit der Ausschuss von nicht funktionierenden Elektronenpumpen stark reduziert werden. Dies ermöglichte es, im späteren Verlauf der Forschungsarbeiten auf den zeitaufwändigen Schritt der Vorcharakterisierung zu verzichten und die Proben nach Herstellung direkt im Mischungskryostaten zu untersuchen.

Mischungskryostat mit 20 T Magnet

Mischungskryostaten (auch Entmischungskryostaten oder Verdünnungskryostaten) haben im Gegensatz zu ^3He - Kryostaten mehrere Vorteile. Zum einen sind sie in der Lage, eine weitaus niedrigere Endtemperatur zu erreichen (je nach Bauart bis zu $T_{\text{base}} = 5 \text{ mK}$), zum anderen verläuft die in diesen Kryostaten verwendete ^3He - ^4He - Mischungskühlung in einem Kreislauf, der es ermöglicht, die Endtemperatur dauerhaft zu halten. Die Kühlleistung basiert hierbei auf der physikalischen Eigenschaft, dass ein ^3He - ^4He - Gemisch bei Temperaturen unterhalb von etwa 1 K zwei flüssige Phasen auszubildet. Aufgrund der unterschiedlichen Dichten entsteht eine obere (konzentrierte) Phase, die hauptsächlich aus ^3He - Atomen besteht sowie eine untere (verdünnte) Phase, die zu lediglich etwa 6 % aus ^3He und zu 94 % aus ^4He besteht. Bei Temperaturen $T < 2,2 \text{ K}$ ist ^4He suprafluid, verhält sich somit wie eine ideale Flüssigkeit, in der sich die ^3He - Atome reibungsfrei bewegen können, ähnlich gasförmigem ^3He in einem annähernden Vakuum. Entzieht man der

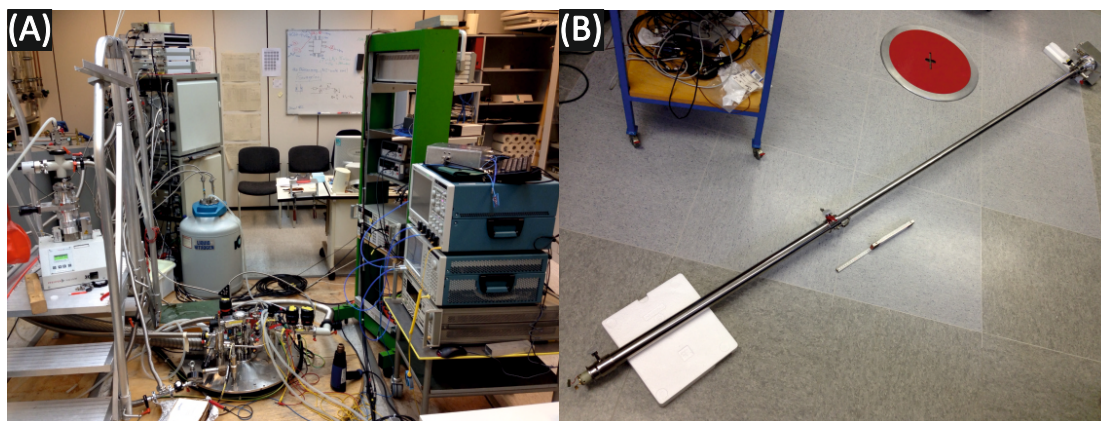


Abbildung B.2.: (A) Foto des verwendeten Mischungskryostaten, der in den Boden eingelassen wurde und auf einem eigenen Fundament steht, um möglichst wenig Gebäudevibrationen einzukoppeln. (B) Foto des ca. 3 m langen Probenstabs, mit dem die am unteren Ende (im Bild links unten) befestigten Proben in die Mischkammer des Kryostaten eingebracht werden. Alle Messleitungen werden innerhalb des Stabes von der Probenstruktur bis zum oberen (im Bild rechts oben) geführt.

verdünnten Phase durch lokales Erhitzen ^3He - Atome, werden diese durch die konzentrierte Phase nachgeliefert. Beim Passieren der Grenzfläche von konzentrierter zu verdünnter Phase wirkt dies für die ^3He - Atome wie ein Phasenübergang von flüssig zu gasförmig. Dieser Phasenübergang benötigt Energie, die dem System als Wärmeenergie entzogen wird und als Kühlleistung wahrgenommen wird. Theoretisch sind hierdurch extrem niedrige Temperaturen möglich, da sich auch bei $T = 0\text{ K}$ ein ähnlicher Anteil von ^3He - Atomen in der verdünnten Phase befinden würde. Durch Temperatureinträge, wie durch das lokale Erhitzen oder nicht vermeidbare thermische Kopplungen des Gehäuses, stabilisiert sich die Endtemperatur jedoch stets bei einigen mK. Neben weitaus höheren Anschaffungskosten ist gegenüber einem ^3He - Kryostaten jedoch üblicherweise der Austausch einer zu messenden Probe zeitaufwändiger und kann bis zu 12 Stunden dauern.

Der für diese Arbeit zur Verfügung stehende und hauptsächlich genutzte Mischungskryostat (Abbildung B.2 (A)), ein KelvinoxTLM des Herstellers Oxford Instruments, war ausgestattet mit einem supraleitenden Magneten, der eine maximale Feldstärke von $B = 20\text{ T}$ an der Stelle der Messprobe ermöglichte. Die baulich bedingte, minimale Endtemperatur von $T_{\text{base}} \leq 15\text{ mK}$ wurde jedoch aufgrund spezifischer Veränderungen am Probenstab (Abbildung B.2(B))(wie z.B. Einbau mehrerer *Semi-Rigid* Hochfrequenzkabel, etc) nicht erreicht und lag bei den meisten Messungen im Bereich von $T_{\text{base}} = 40\text{ mK}$ bis 75 mK . Messdaten, die in diesem Kryostaten aufgenommen wurden, sind stets an dem Präfix „tlm“ im Dateinamen zu erkennen.

Hochmagnetfeldlabor Nijmegen

Die üblicherweise zur Verfügung stehenden Kryostaten können Magnetfelder bis maximal $B = 20$ T erreichen. Die magnetfelderzeugende Spule ist hierbei aus einem supraleitenden Material hergestellt, meist Legierungen von Niob. Im Kryostaten befinden sich diese Spulen im flüssigen Helium, wodurch sie auf dessen Siedetemperatur von $T = 4,15$ K oder durch Erniedrigung des Dampfdrucke etwas darunter abgekühlt werden. Doch bei Magnetfeldstärken von über $B = 20$ T und der damit verbundenen hohen Stromdichte in der Spule sinkt die kritische Temperatur T_C des Supraleiters so drastisch ab, dass das System nicht mehr in der supraleitenden Phase gehalten werden kann.

Da jedoch das Pumpverhalten bei Füllfaktoren von $\nu \leq 1/3$ interessant erschien, man aber für das Erzeugen der Potentiallandschaft der Pumpe in der möglichen Ladungsträgerdichte des Wafermaterials beschränkt war, wurden einige wenige Messungen (z.B. die Messungen, über die in Kapitel 5.3 berichtet wurde) im „High Field Magnet Laboratory“, dem Hochmagnetfeldlabor (Abbildung B.3(F)) der Radboud Universität in Nijmegen, Niederlande, durchgeführt. Dort stand ein ^3He -Kryostat mit einer Basistemperatur von $T_{\text{base}} = 350$ mK zur Verfügung, der in einen normaleitenden Bitter-Magneten (Abbildung B.3(A-B)) eingebracht wurde. Bitter-Magneten verwenden statt einer herkömmlichen Spule versetzt angeordnete Kupferscheiben [100]. Der verwendete Magnet erreichte eine maximale Feldstärke von $B = 33$ T und benötigte hierfür einen Strom von ca $I_{\text{mag}} = 34.000$ A bei einer Gleichspannung von $U = 500$ V (vergleiche Fotos in Abbildung B.3(C-D)). Die Leistung von maximal 17 MW wird größtenteils in Wärmeenergie umgewandelt, die durch einen leistungsfähigen Wasserkühlkreis (der Kühlwasserdurchfluss durch den Magneten beläuft sich auf 140 l/s bei einem Wasserdruck von 25 bar; Foto der Kühlwasserförderpumpen siehe Abbildung B.3(E)) mit Kühltürmen und großem Wasserspeicher abgeführt werden muss. Ein Betrieb des Magneten bei $B > 10$ T war wegen der hohen Wärmeabgabe nur für eine sehr begrenzte Zeitdauer und aufgrund des hohen Stromverbrauchs nur in den Nachtstunden möglich.

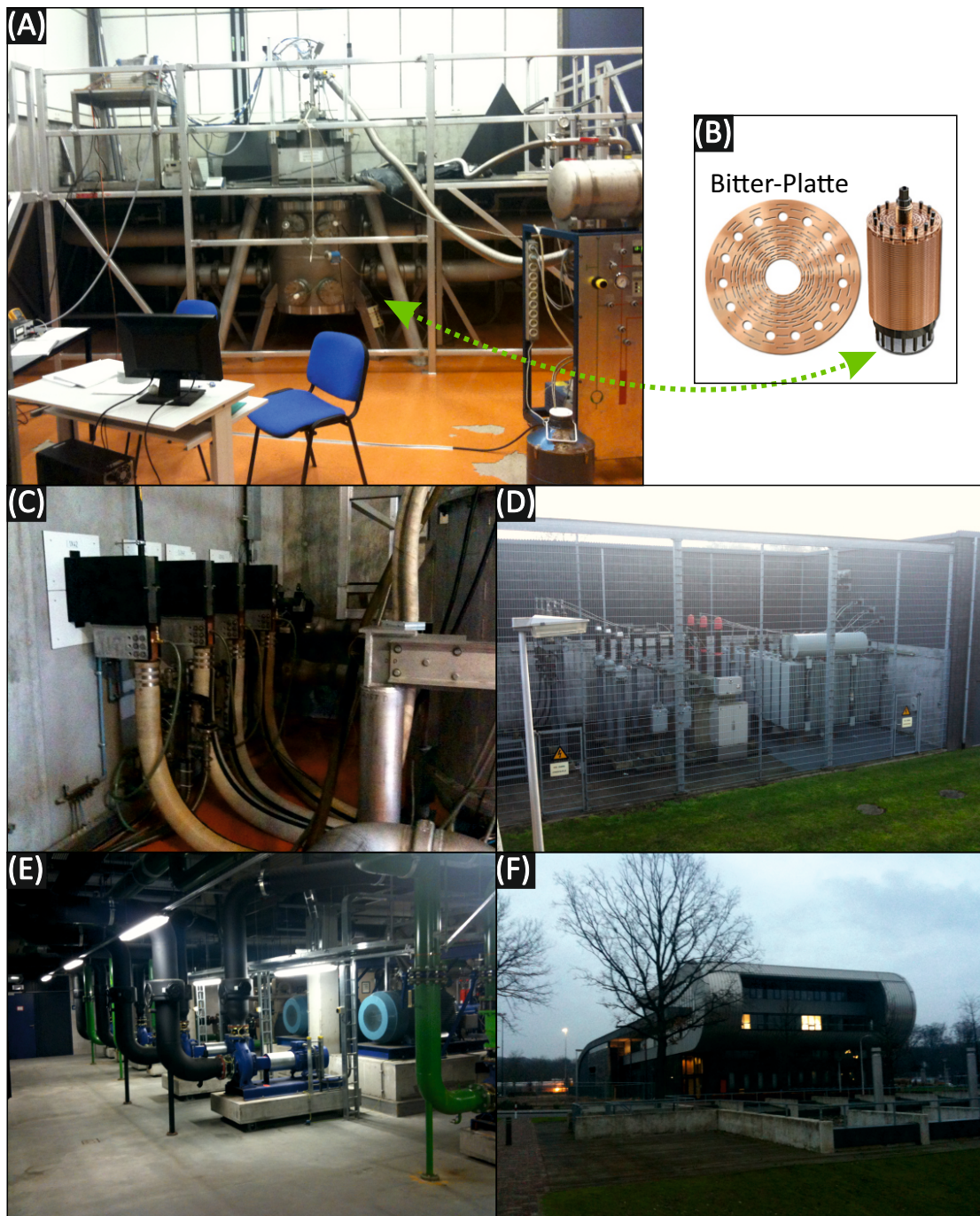


Abbildung B.3.: Fotos vom Hochmagnetfeldlabor der Radboud Universität in Nijmegen, Niederlande. (A) Normalleitender 33 T Bitter - Magnet (grüner Pfeil) mit den Kühlwasser - Leitungen. (B) Typischer Aufbau eines Bitter - Magneten. (C) Stromanschlüsse eines Bitter - Magneten, durch die im vollen Betrieb ca. 34.000 A bei 500 V fließen. (D) Laboreigenes Umspannwerk. (E) Förderpumpen für den Kühlwasser - Kreislauf zwischen Magneten, Wasserspeicher und Kühltürmen. (F) Außenansicht des Hochmagnetfeldlabors

B.2. Standard - Messgeräteaufbau

In Abbildung B.4 ist schematisch der Geräteaufbau für den Betrieb und die Messungen der Einzelelektronenpumpen dargestellt. Von der sich im Kryostaten befindlichen Pumpstruktur führen 24 Konstantan-DC-Leitungen über den Probenstab zu einer eigens hergestellten Matrixbox. Diese verschließbare, metallische Box ermöglicht es, die drei¹ mit der Pumpstruktur verbundenen Leitungen mit Gehäusebuchsen zu konnektieren. Zur Versorgung des rechten Gates mit Spannung fand eine über BNC-Kabel verbundene Keithley 2636A SMU Verwendung. Die Drain-Leitung wurde über ein 20 cm kurzes Triax-Kabel direkt an den Remote-Vorverstärker des Keithley 6430 Femto-Amperemeter SMU angeschlossen.

Für die Hochfrequenzspannung des linken Gates wurde bei Raumtemperatur über einen Bias-T die Hochfrequenz U_L^{AC} (aus einem 50 GHz HF 83650A Frequenz-Synthesizer) mit dem DC-Anteil U_L^{DC} (aus einem Keithley 2636A SMU) kombiniert und über sehr breitbandige SMA-Koaxialkabel an den Probenstab geführt. An die Pumpstruktur gelangt das Signal über im Probenstab verlegte halbstarre *Semi-Rigid*-Koaxialkabel mit Edelstahlaussenleiter.

Zur Vermeidung von Erdschleifen wurden die Messgeräte über Trenntrafos von der Stromnetz-Erde separiert. Ebenfalls wurden die GPIB-Datenverbindung zum Messrechner über Optokoppler galvanisch getrennt. Zur Erdung wurde zwischen Kryostatenmasse und Messerde eine niederohmige Verbindung geschaffen. Die zusätzliche Erdverbindung über die Kryostaten-Steuergeräte lässt sich durch Abziehen des Switch-Heater-Kabels (wird nur für Magnetfeldänderungen benötigt) trennen.

Der Messaufbau für Präzisionsmessungen war ähnlich. Es wurde lediglich der Source- und Drain-Kontakt der Pumpe nicht mit einem SMU Keithley 6430 Sub-Femtoamperemeter, sondern mit den in den jeweiligen Kapitel dargestellten Messapparaturen verbunden. Zusätzlich wurden zeitweise die DC-Spannungsquellen der Gates gegen batteriebetriebene Digital-Analog-Wandler ausgetauscht.

¹Bei den meisten Messungen wurde der Kontakt des dritten (der Übersicht halber in Abbildung B.4 nicht dargestellten) Gates auf Massepotential gelegt. Sollte jedoch eine Spannung angelegt werden, wurde jeweils eine zu U_R identische Methode gewählt.

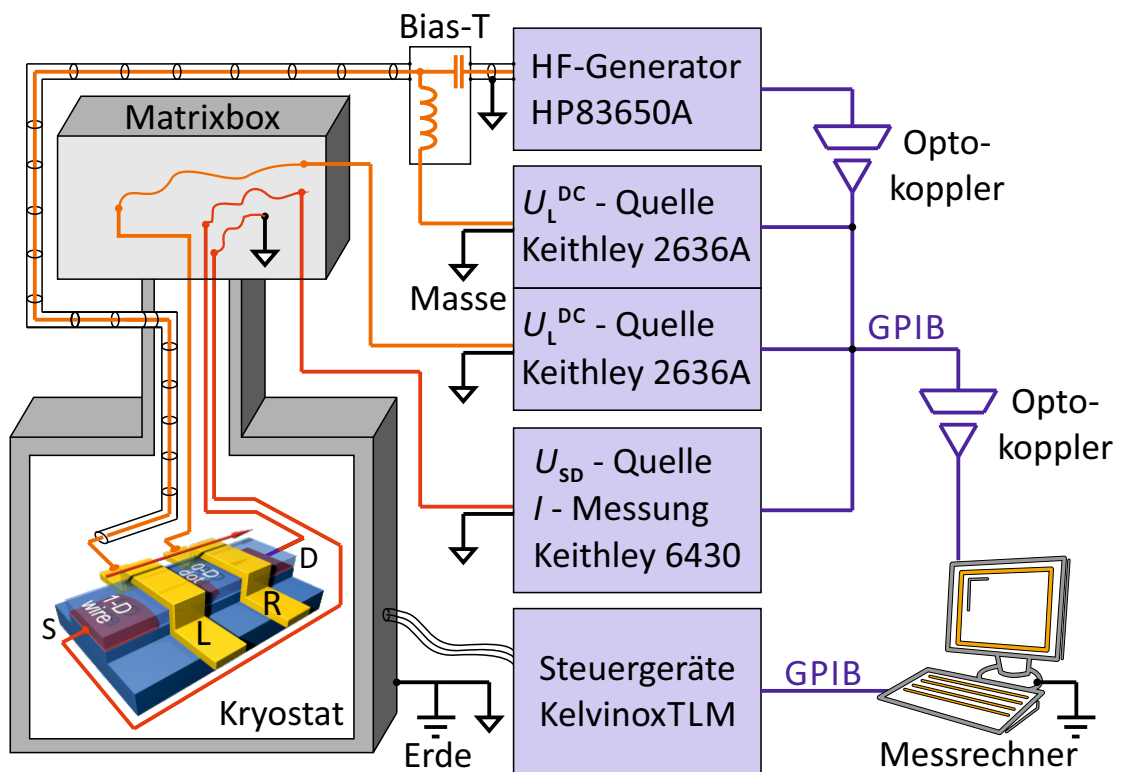


Abbildung B.4.: Anschlussplan des Standard-Messaufbaus für Messungen ohne spezielle Anforderungen an die Präzision.

C. Rauschuntersuchung der Probenstabverkabelung

Im Folgenden werden die Untersuchungen gezeigt, die im Rahmen des Umbaus der Verkabelung im Probenstab des 20 T-TLM-Kryostaten durchgeführt wurden. Dieser Umbau wurde durchgeführt, um den Rauschbeitrag der Verkabelung von Source- und Drainzuleitung der Elektronenpumpe im Probenstab zu minimieren und gegen mechanische Vibrationen möglichst unempfindlich zu gestalten. Ein erhöhtes Rauschen des Messsignals vergrößert die Typ A-Unsicherheit einer Messung und führt zu längeren Messzeiten.

Das bis dato verwendete Kabel war das originale, vom Kryostaten-Hersteller Oxford Instruments verbaute Flachbandkabel aus 12 twisted-pair Konstantan-Drahtpaaren. Die Drähte sind einzeln durch eine Lackschicht isoliert und durch ein Syntetikgewebe miteinander verbunden. Da im Probenstab auf einer Länge von knapp zwei Metern keine Möglichkeit einer Kabelfixierung besteht, wurden auf dieser Strecke für Source und Drain zwei halbstarre *Semi-Rigid*-Kabel eingezogen, von denen bereits zwei für die HF-Signalübertragung verbaut waren. Innenleiter und Schirmung sind bei dieser Art von Koaxialkabeln nicht aus einzelnen Litzen, sondern aus massivem Metall (in diesem Fall Edelstahl) gefertigt. Hierdurch werden Kabelvibrationen weitestgehend unterbunden und Testmessungen zeigten keinerlei zusätzlichen Rauschbeitrag. Nachteil dieser Kabel ist jedoch der recht hohe Wärmeeintrag in den Kryostaten. Aus diesem Grund verlegte man das Kabel nur vom warmen Ende bis zur $T = 1\text{ K}$ -Stufe und verwendete für den kalten Bereich bis zur Probe flexiblen, isolierten Draht.

Hierfür wurde ein Messaufbau verwendet, der aus einem Low-Noise-Stromverstärker und Frequenzanalysator bestand. Der Rauschbeitrag von etwa 20 verschiedenen in einem geschirmten Rohr verlaufenden Kabeln sowie deren Verhalten bei mechanischen Störungen (Klopfen, Bewegungen und Vibrationen) wurde untersucht. Interessanterweise ließen sich Abhängigkeiten vom Material der Kabelisolation und des Leiters finden. Manganin-Drähte zeigten durchwegs eine weit höhere Anfälligkeit für mechanische Störungen als Drähte aus Konstantan oder Kupfer. Bezüglich der Isolierungen konnte festgestellt werden, dass Lackisolierungen sehr unterschiedlich sensibel sind. Eine Isolierung aus Baumwolle oder Seide

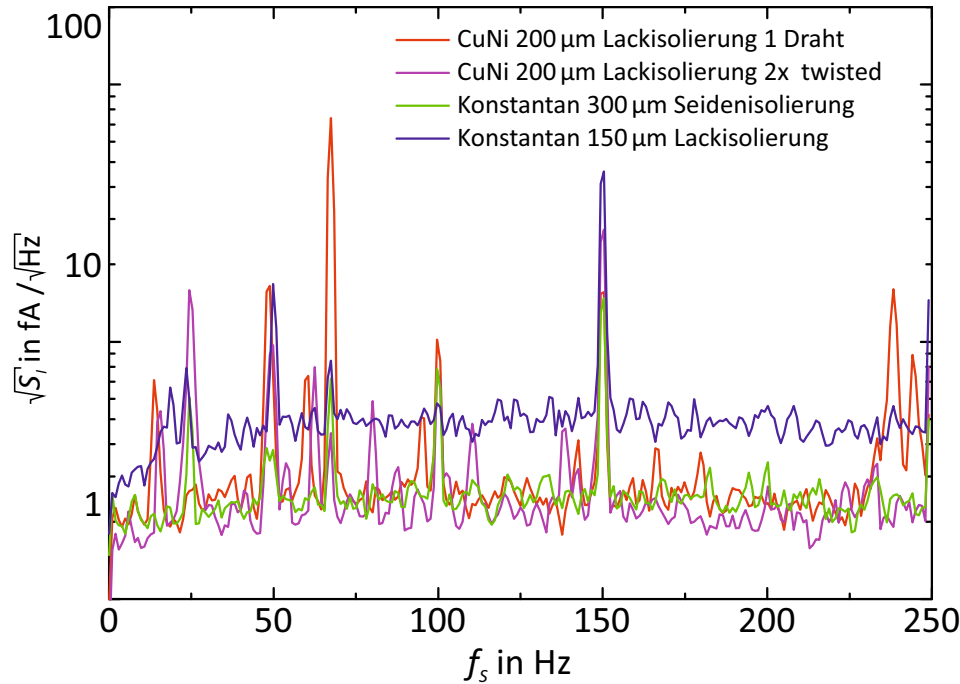


Abbildung C.1.: Rauschspektren von verschiedenen, in einem geschirmten Rohr verlaufenden Kabeln aus unterschiedlichen Materialien.

erwies sich jedoch als extrem robust gegenüber mechanischen Störungen.

Für die Kabel mit den besten Eigenschaften ist in Abbildung C.1 das gemessene Rauschspektrum dargestellt.

Den geringsten Rauschbeitrag zeigte, wie schon erwähnt, seidenisolierter Konstantandraht (grüner Graph). Weitere seidenisolierte Konstantan- oder Kupfer-Drähte zeigten annähernd identisches Verhalten. Bis auf wenige Peaks, die hauptsächlich von der 50 Hz-Netzspannung herrührten, zeigt die Messkurve lediglich das Eingangsstromrauschen des verwendeten Femto-Ultra-Low-Noise-Stromverstärkers von $\sqrt{S_I} \approx 1,5 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Auch mechanische Störungen änderten den Pegel nur geringfügig. Als nahezu ebenbürtig erwies sich ein $200 \mu\text{m}$ dickes CuNi-Kabel mit Lackisolierung. Sowohl als einzelner Draht (orange), als auch als twisted-Pair (violett) war im Ruhezustand nur das Verstärkerrauschen messbar. Lediglich bei mechanischen Störungen zeigten sich, verglichen mit sei/-den/-iso/-liertem Kabel, eine leicht erhöhte Empfindlichkeit (wahrscheinlich durch piezoelektrische Aktivität des Isolierlacks). Standard-Konstantandraht mit Lackisolierung (blau) erhöhte hingegen den Rauschpegel schon im Ruhezustand merklich auf $\sqrt{S_I} \approx 4 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Es besteht eine vage Vermutung, dass dieser Effekt (im Gegensatz zu reinem CuNi-Draht) auf dem zusätzlichen Anteil von etwa 1 % Mangan im Konstantan beruht. Dies würde auch das extrem schlechte Rauschverhalten aller Manganin-Drähte (etwa 12 % Mangan) erklären. Eine stichhaltige Beurteilung würde jedoch weitaus tiefergehendere Untersuchungen benötigen die im Rahmen

dieser Arbeit nicht möglich waren.

Aufgrund der schlechten Isoliereigenschaften der Seiden- oder Baumwollisolierungen von nur wenigen $M\Omega$ fiel die Wahl auf die lackisolierten CuNi-Kabel. Messungen bei Raumtemperatur zeigten beim fertig umgerüsteten Probenstab keine signifikante Rauschverstärkung mehr. Wie groß der Effekt der neuen Verkabelung im Probenstab auf das Messwerttrauschen bei Präzisionsmessungen ist, konnte aufgrund des Versorgungsengpasses mit flüssigem Helium nicht mehr im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Bureau International des Poids et Mesures: *The International System of Units (SI)*.
8th edition, (2006).
<http://www.bipm.org/utis/common/pdf/si_brochure_8_en.pdf>
- [2] Conférence Générale des Poids et Mesures: *Resolutions adopted at the 23rd meeting of the CGPM*.
Resolution 12, (2007).
<<http://www.bipm.org/utis/en/pdf/Resol23CGPM-EN.pdf>>
- [3] G. Girard,
Metrologia **31**, 317, (1994).
- [4] Comité international des poids et mesures: *Recommendation of the International Committee for Weights and Measures*.
Recommendation 1, (2005).
<<http://www.bipm.org/cc/CIPM/Allowed/94/CIPM-Recom1CI-2005-EN.pdf>>
- [5] BIPM: Consultative Committee for Electricity and Magnetism Working Group on the SI: *Mise en pratique for the ampere and other electric units in the International System of Units (SI)* .
Draft #1, (2011).
<<http://www.bipm.org/cc/CCEM/Allowed/26/CCEM-09-05.pdf>>
- [6] Conférence Générale des Poids et Mesures: *Resolutions adopted at the 24rd meeting of the CGPM*.
Resolution 1, (2011).
<http://www.bipm.org/utis/en/pdf/24_CGPM_Resolution_1.pdf>
- [7] BIPM: Consultative Committee for Units: *The International System of Units (SI)*.
Draft Chapter 2 of the 9th SI brochure, (2010).
<http://www.bipm.org/utis/common/pdf/si_brochure_draft_ch2.pdf>

- [8] European Association of National Metrology Institutes: *Quantum ampere: Realisation of the new SI ampere*.
JRP Summary Report of JRP SIB07 Qu-Ampere, (2013).
<http://www.euramet.org/fileadmin/docs/EMRP/JRP/JRP_Summaries_2011/SI_JRPs/SIB07_Publishable_JRP_Summary.pdf>
- [9] J. P. Pekola, O.-P. Saira, V. F. Maisi, A. Kemppinen, M. Möttönen, Yu. A. Pashkin, D. V. Averin,
Cond. Mat., arXiv:1208.4030v1, (2012).
- [10] L. J. Geerligs, V. F. Anderegg, P. A. M. Holweg, J. E. Mooij, H. Pothier, D. Esteve, C. Urbina, M. H. Devoret,
Phys. Rev. Lett. **64**, 2691, (1990).
- [11] L. P. Kouwenhoven, A. T. Johnson, N. C. van der Vaart, C. J. P. M. Harmans, C. T. Foxon,
Phys. Rev. Lett. **67**, 1626, (1991).
- [12] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve, M. H. Devoret,
Europhys. Lett. **17**, 249-254, (1992).
- [13] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, L. P. Kouwenhoven,
Rev. Mod. Phys. **75**, 1-22, (2002).
- [14] M. W. Keller, J. M. Martinis, N. M. Zimmerman, A. H. Steinbach,
Appl. Phys. Lett. **69**, 1804, (1996).
- [15] J. M. Martinis, M. Nahum, H. D. Jensen,
Phys. Rev. Lett. **72**, 904, (1994).
- [16] M. W. Keller, A. L. Eichenberger, J. M. Martinis, N. M. Zimmerman,
Science **285**, 1706, (1999).
- [17] K. K. Likharev, A. B. Zorin,
J. Low Temp. Phys. **59**, 347, (1985).
- [18] H. Scherer, B. Camarota,
Meas. Sci. Technol. **23**, 124010, (2012).
- [19] G. Yamahata, K. Nishiguchi, A. Fujiwara,
Appl. Phys. Lett. **98**, 222104, (2011).
- [20] V. Kashcheyevs, J. Timoshenko,
Phys. Rev. Lett. **109**, 216801, (2012).

- [21] Y. Nagamune, H. Sakaki, L. P. Kouwenhoven, L. C. Mur, C. J. P. M. Harmans, J. Motohisa, H. Noge,
Appl. Phys. Lett. **64**, 2379, (1994).
- [22] H. van Houten, B. J. van Wees, M. G. J. Heijman, and J. P. Andre,
Appl. Phys. Lett. **49**, 1781, (1986).
- [23] C. Leicht,
Herstellung von Quantenpunktkontakten auf HgTe/CdHgTe - Heterostrukturen,
Diplomarbeit, Universität Würzburg, (2008).
- [24] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing, S. Tarucha,
Rep. Prog. Phys. **64**, 701-736, (2001).
- [25] L. P. Kouwenhoven, N. C. van der Vaart, A. T. Johnson, W. Kool, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, A. A. M. Staring, C. T. Foxon,
Z. Phys. B: Condens. Matter **85**, 367, (1991).
- [26] A. N. Korotkov,
Molecular Electronics, eds. J. Jortner und M. A. Ratner, Blackwell, (1996).
- [27] B. Kaestner, V. Kashcheyevs, S. Amakawa, M. D. Blumenthal, L. Li, T. J. B. M. Janssen, G. Hein, K. Pierz, T. Weimann, U. Siegner, H. W. Schumacher,
Phys. Rev. B **77**, 153301, (2008).
- [28] L. Fricke, F. Hohls, N. Ubbelohde, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, C. Leicht, P. Mirovsky, K. Pierz, H. W. Schumacher, R. J. Haug,
Phys. Rev. B **83**, 193306, (2011).
- [29] B. Kaestner, C. Leicht, P. Mirovsky, V. Kashcheyevs, E. V. Kurganova, U. Zeitler, K. Pierz, H. W. Schumacher,
ICPS 2010 Seoul Korea, arXiv:1007.2062v1, (2010).
- [30] M. Büttiker,
Phys. Rev. B **41**, R7906, (1990).
- [31] C. Leicht, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, P. Mirovsky, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher,
Physica E **42**, 911, (2010).
- [32] Ritmars Zole,
Bachelor-Arbeit, University of Latvia, (2009).
- [33] V. Kasheyevs, B. Kaestner,
Phys. Rev. Lett. **104**, 186805, (2010).

- [34] S. J. Wright, M. D. Blumenthal, M. Pepper, D. Anderson, G. A. C. Jones, C. A. Nicoll, D. A. Ritchie,
Phys. Rev. B **80**, 113303, (2009).
- [35] S. Amakawa, K. Tsukagoshi, K. Nakazato, H. Mizuta, B. W. Alphenaar,
Research Signpost **37**, 661, (2004).
- [36] K. K. Choi, D. C. Tsui, K. Alavi,
Appl. Phys. Lett. **50**, 110, (1987).
- [37] L. I. Glazman, M. Jonson,
Condens. Matter **1**, 5547, (1989).
- [38] R. J. Haug,
Semicond. Sci. Technol. **8**, 131, (1993).
- [39] G. Gumbs, D. Huang, M. D. Blumenthal, S. J. Wright, M. Pepper, Y. Abranyos,
Semicond. Sci. Technol. **24**, 115001, (2009).
- [40] P. W. Brouwer,
Phys. Rev. B **63**, 121303(R), (2001).
- [41] J. Cunningham, V. I. Talyanskii, J. M. Shilton, M. Pepper, A. Kristensen, P. E. Lindelof,
Phys. Rev. B **62**, 1564, (2000).
- [42] B. Kaestner, C. Leicht, V. Kashcheyevs, K. Pierz, U. Siegner, H. W. Schumacher,
Appl. Phys. Lett. **94**, 012106, (2009).
- [43] S. J. Wright, M. D. Blumenthal, G. Gumbs, A. L. Thorn, M. Pepper, T. J. B. M. Janssen, S. N. Holmes, D. Anderson, G. A. Nicoll, D. A. Ritchie,
Phys. Rev. B **78**, 233311, (2008).
- [44] V. Fock,
Z. Phys. **47**, 446-448, (1928).
- [45] C. Darwin,
Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **27**, 86, (1931).
- [46] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage, L. P. Kouwenhoven,
Phys. Rev. Lett. **77**, 3613, (1996).

- [47] M. Ciorga, A. Wensauer, M. Pioro-Ladriere, M. Korkusinski, J. Kyriakidis, A. S. Sachrajda, P. Hawrylak, *Phys. Rev. Lett* **88**, 256804, (2002).
- [48] A. Siddiki, F. Marquardt, *Phys. Rev. B* **75**, 045325, (2007).
- [49] R. E. Prange, S. M. Girvin, eds., *The Quantum Hall Effect*, (Springer Verlag, 1986).
- [50] J. H. Davies, *The Physics of Low-Dimensional Semiconductors*, Cambridge University Press, (1998).
- [51] C. Leicht, P. Mirovsky, B. Kaestner, F. Hohls, V. Kashcheyevs, E. V. Kurganova, U. Zeitler, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher, *Semicond. Sci. Technol.* **26**, 055010, (2011).
- [52] J. D. Fletcher, M. Kataoka, S. P. Giblin, Sunghun Park, H.-S. Sim, P. See, D. A. Ritchie, J. P. Griffiths, G. A. C. Jones, H. E. Beere, T. J. B. M. Janssen, *Phys. Rev. B* **86**, 155311, (2012).
- [53] Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak, M. Heiblum, D. Mahalu, H. Shtrikman, *Nature* **422**, 415, (2003).
- [54] I. Neder, N. Ofek, Y. Chung, M. Heiblum, D. Mahalu, V. Umansky, *Nature* **448**, 333, (2007).
- [55] I. L. Aleiner, L. I. Glazman, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2935, (1994).
- [56] C. d. C. Chamon, X. G. Wen, *Phys. Rev. B* **49**, 8227, (1994).
- [57] C. Altimiras, H. le Sueur, U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly, F. Pierre, *Nature Physics* **6**, 34, (2010).
- [58] G. Granger, J. P. Eisenstein, J. L. Reno, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 086803, (2009).
- [59] X. G. Wen, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2206, (1990).
- [60] A. H. MacDonald, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 220, (1990).

- [61] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, K. West, *Phys. Rev. B* **45**, 3894, (1992).
- [62] G. Ernst, N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3748, (1997).
- [63] A. Bid, N. Ofek, M. Heiblum, V. Umansky, D. Mahalu, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 236802, (2009).
- [64] A. Palevski, M. Heiblum, C. P. Umbach, C. M. Knoedler, A. N. Broers, R. H. Koch, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1776, (1989).
- [65] F. Hohls, M. Pepper, J. P. Griffiths, G. A. C. Jones, D. A. Ritchie, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 212103, (2006).
- [66] J. D. Fletcher, M. Kataoka, H. Howe, P. See, S. P. Giblin, J. P. Griffiths, G. A. C. Jones, I. Farrer, D. A. Ritchie, T. J. B. M. Janssen, *Cond. Mat.*, arXiv:1212.4981v2, (2013).
- [67] B. Kaestner, V. Kashcheyevs, G. Hein, K. Pierz, U. Siegner, H. W. Schumacher, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 192106, (2008).
- [68] B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **1**, 251, (1962).
- [69] I. M. Mills, P. J. Mohr, T. J. Quinn, B. N. Taylor, E. R. Williams, *Metrologia* **43**, 227, (2006).
- [70] C. A. Hamilton, R. L. Kautz, R. L. Steiner, F. L. Lloyd, *IEEE Electron Device Lett.* **6**, 623, (1985).
- [71] R. Behr, O. Kieler, J. Kohlmann, F. Müller, L. Palafox, *Meas. Sci. Technol.* **23**, 124002, (2012).
- [72] K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494, (1980).
- [73] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848, (1988).
- [74] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones, *J. Phys. C* **21**, L209, (1988).

- [75] M. A. Kastner,
Rev. Mod. Phys. **64**, 849, (1992).
- [76] K. K. Likharev,
Proc. IEEE **87**, 606, (1999).
- [77] F. Delahaye, T. J. Witt, E. Pesel, B. Schumacher, P. Warnecke,
Metrologia **34**, 211, (1997).
- [78] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, M. I. Katsnelson, I. V. Grigorieva, S. V. Dubonos, A. A. Firsov,
Nature **438**, 197, (2005).
- [79] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer, P. Kim,
Nature **438**, 201, (2005).
- [80] A. Tzalenchuk, S. Lara-Avila, A. Kalaboukhov, S. Paolillo, M. Syväjärvi, R. Yakimova, O. Kazakova, T. J. B. M. Janssen, V. Fal'ko, S. Kubatkin,
Nature Nanotech **5**, 186, (2010).
- [81] F. Hohls, A. C. Welker, C. Leicht, L. Fricke, B. Kaestner, P. Mirovsky, A. Müller, K. Pierz, U. Siegner, H. W. Schumacher,
Phys. Rev. Lett. **109**, 056802, (2012).
- [82] S. P. Giblin, M. Kataoka, J. D. Fletcher, P. See, T. J. B. M. Janssen, J. P. Griffiths, G. A. C. Jones, I. Farrer, D. A. Ritchie,
Nature Commun. **3**, 930, (2012).
- [83] P. Mirovsky, B. Kaestner, C. Leicht, A. C. Welker, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher,
Appl. Phys. Lett. **97**, 252104, (2010).
- [84] V. F. Maisi, Y. A. Pashkin, S. Kafanov, J.-S. Tsai, J. P. Pekola,
New J. Phys. **11**, 113057, (2009).
- [85] W. Poirier, A. Bounouh, F. Piquemal, J. P. André,
Metrologia **41**, 285, (2004).
- [86] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OILM: *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*.
JCGM 100:2008, GUM 1995 with minor corrections, (2008).
<http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf>
- [87] J. Hoffmann,
Taschenbuch der Messtechnik, Fachbuchverlag Leipzig, 6. Auflage, (2011).

- [88] I. K. Harvey,
Rev. Sci. Instrum. **43**, 1626, (1972).
- [89] J. Gallop, F. Piquemal,
The SQUID Handbook vol II, ed J. Clarke, A. I. Braginski (Weinheim: Wiley-VCH) pp 95 - 137, (2006).
- [90] T. B. J. M. Janssen, A. Hartland,
Physica B **284-288**, 1790, (2000).
- [91] M. Götz, D. Drung, E. Pesel, H.-J. Barthelmeß, C. Hinrichs, C. Aßmann, M. Peters, H. Scherer, B. Schumacher, Th. Schurig,
IEEE Trans. Instrum. Meas. **58**, 1176, (2009).
- [92] R. W. Simmonds,
Nature **492**, 358, (2012).
- [93] D. Drung, M. Götz, E. Pesel, J.-H. Storm, C. Aßmann, M. Peters, Th. Schurig,
Supercond. Sci. Technol. **22**, 114004, (2009).
- [94] L. Devoille, N. Feltin, B. Steck, B. Chenaud, S. Sassine, S. Djordevic, O. Séron, F. Piquemal,
Meas. Sci. Technol. **23**, 124011, (2012).
- [95] P. P. Capra, F. Galliana,
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements **58**, 2726, (2009).
- [96] N. Maire, F. Hohls, B. Kaestner, K. Pierz, H. W. Schumacher, R. J. Haug,
Appl. Phys. Lett. **92**, 082112, (2008).
- [97] D. Drung: *Rauscharmer Präzisions-Stromverstärker*.
Erfindungsmeldung Physikalisch-Technische Bundesanstalt Berlin Fachbereich 7.2, (2012).
<<http://www.ptb.de/cms/fachabteilungen/abt7/fb-72/ag-720.html>>
- [98] O. V. Lounasmaa,
Experimental Principles and Methods Below 1K, Academic Press Orlando, (1974).
- [99] F. Pobell,
Matter and methods at low temperatures, Springer Verlag, Berlin, (1992).

- [100] K. Coyne: *Magnets: From Mini to Mighty*.
National High Magnetic Field Laboratory, Los Alamos, U.S.A., (2008).
<[http://www.magnet.fsu.edu/education/tutorials/magnetacademy/magnets/
fullarticle.html](http://www.magnet.fsu.edu/education/tutorials/magnetacademy/magnets/fullarticle.html)>

Nomenklatur

α	Parameter zur Normierung der rechten Gatespannung
b_{geom}	geometrische Breite des Kanals der Elektronenpumpe
b_{eff}	effektive Breite des Kanals der Elektronenpumpe
B	magnetische Flussdichte
C	Kapazität
C_{Σ}	Gesamtkapazität eines Quantenpunktes
D	Dämpfungsfaktor
δ_n	Parameter für das Maß der Quantisierungsqualität des n -ten Plateaus
Δ_{ptb}	Hebelwirkung der Barrierenspannung auf das Quantenpunkt-Potential
e	Elementarladung
E	Einteilchenenergie
E_C	Ladeenergie eines Quantenpunktes
E_{CB}	Coulombblockadeenergie
E_F	Fermienergie
ΔE_{LE}	Energiezuwachs eines Elektrons beim Pumpvorgang
ε	elektrochemisches Potential des quasigebundenen Zustandes im Quantenpunkt
ε_0	Dielektrizitätskonstante
$\varepsilon_{I,\text{CCC}}$	Ablage eines Messwerts einer CCC-Präzisionsstrommessung von $1ef$
$\varepsilon_{I,\text{CCC}}$	Ablage eines Messwerts einer Präzisionsmessung mittels Stromkompensationsmethode von $1ef$
$\varepsilon_{I,\text{th}}$	Ablage des theoretisch ermittelten Stroms vom Wert nef
f	Frequenz; in dieser Arbeit üblicherweise die Pumpfrequenz
F	Fermiverteilung
Φ	magnetischer Fluss
Φ_0	Flussquant
Φ_a	Magnetischer Fluss durch einen SQUID
γ	Parameter für das Maß des Übersprechens von einem Gate auf die jeweils andere Barriere

Γ	Tunnelrate
Γ_L	Tunnelkopplung über die linke Potentialbarriere der Elektronenpumpe
Γ_R	Tunnelkopplung über die rechte Potentialbarriere der Elektronenpumpe
Γ_n	Tunnelrate des n -ten Elektrons über die linke Potentialbarriere der Elektronenpumpe
h	Plancksches Wirkungsquantum
I	elektrische Stromstärke; in dieser Arbeit üblicherweise der Pumpstrom einer Einzelelektronenpumpe
I_1	Strom im Primärkreis eines CCCs
I_2	Strom im Sekundärkreis eines CCCs
I_{CCC}	Messwert einer CCC-Präzisionsstrommessung
I_{KS}	Messwert einer Präzisionsstrommessung mittels Stromkompensationsmethode
I_{theo}	aus Ratengleichungen ermittelter, theoretischer Pumpstrom
$I_{max,FB}$	Strombereich der Stromquelle im CCC, die über den SQUID-Feedback gesteuert wird
k_B	Boltzmannkonstante
κ_{min}	minimale Steigung des Plateaus
l	Länge des Kanals der Elektronenpumpe
l_x, l_y	longitudinale und transversale Größe des Quantenpunktes
λ_F	Fermiwellenlänge
m^*	effektive Masse
μ	elektrochemisches Potential
μ_0	magnetische Feldkonstante
$\Delta\mu$	Additionsenergie
μ_{dot}	elektrochemisches Potential des Quantenpunktes
μ_e	Ladungsträgerbeweglichkeit
n	Anzahl der Elektronen
$\langle n \rangle$	mittlere Anzahl der eingeladenen Elektronen
n_e	Ladungsträgerdichte
n_W	Anzahl der Einzelschätzungen
ν	Füllfaktor der Landau-Niveaus
N_1	Windungszahl der Spule im Primärkreis eines CCCs
N_2	Windungszahl der Spule im Sekundärkreis eines CCCs
p	Leistung der Pumpfrequenz
$p(E_E)$	Energieverteilung des emittierten Elektrons
P_{err}	Fehlerrate einer Einzelelektronenquelle

P_n	Besetzungswahrscheinlichkeit für n Elektronen eines Quantenpunktes
$q_{k,i}$	Wert einer Einzelschätzung
Q	elektrische Ladung
R	elektrischer Widerstand
R_1	Ohmscher Widerstand im Primärkreis eines CCCs
R_2	Ohmscher Widerstand im Sekundärkreis eines CCCs
R_K	Widerstandsquantum (Von - Klitzing - Konstante)
R_P	Hochpräzisionswiderstand im Stromkompensationsmessaufbau
R_{xx}	longitudinaler Widerstand eines Hallbars
R_{xy}	transversaler Widerstand eines Hallbars (Hall - Widerstand)
s	experimentelle Standardabweichung
s^2	experimentelle Varianz
$\sqrt{S_1}$	Rauschpegel eines elektrischen Stroms
σ	Standardabweichung einer Normalverteilung
σ^2	Varianz einer Normalverteilung
t	Zeit
t_0	Zeitpunkt der Kreuzung des Energielevels des Quantenpunktes mit der Fermienergie in einem Frequenzzyklus
t_E	Zeitpunkt des Entkoppelns des Quantenpunktes von Source
t_{em}	Emissionszeitpunkt eines Elektrons aus dem Quantenpunkt in einem Pumpzyklus
t_{tot}	Totzeit; Zeit die für eine Messwertbestimmung nicht herangezogen wird
Δt	Frequenzzyklusdauer
T	Temperatur
τ	Zeitkonstante der Änderung von Γ_R
τ_E	Entkopplungszeitkonstante des Quantenpunktes von Source
u	Standardunsicherheit
u_A	Typ A - Standardunsicherheit
u_A^2	kombinierte Varianz der Typ A - Unsicherheit
u_B	Typ B - Standardunsicherheit
u_B^2	kombinierte Varianz der Typ B - Unsicherheit
U	Spannung
U_J	Josephsonspannung
U_L^{DC}	DC - Steuerspannung des linken Gates der Elektronenpumpe
U_L^{amp}	Wechselspannungsamplitude des linken Gates der Elektronenpumpe
U_L^{AC}	Wechselspannung des linken Gates der Elektronenpumpe

U_R	Steuerspannung des rechten Gates der Elektronenpumpe
U_{3G}	Steuerspannung eines zusätzlichen dritten Gates der Elektronenpumpe
U_{SD}	Source - Drain - Spannung
U_{SG}	Steuerspannung eines lateralen Sidegates
U_{QHSQ}	Ausgangsspannung einer quantisierten Halbleiterspannungsquelle
v_{\max}	Anzahl der Messpunkte pro Schaltzustand bei einer Präzisionsmessung
V_L	dimensionsloser Parameter für die linke Gatespannung
V_R	dimensionsloser Parameter für die rechte Gatespannung
$V(x)$	eindimensionale Potentiallandschaft
$V(x, y)$	zweidimensionale Potentiallandschaft
ω	Kreisfrequenz der Pumpfrequenz
$\omega(x), \omega(y)$	Eigenfrequenzen der jeweiligen harmonischen Potentiale $V(x, 0)$ und $V(0, y)$
$W_{n \leftarrow n'}$	Übergangswahrscheinlichkeit vom n' -ten zum n -ten Zustand
z_{\max}	Anzahl der Schaltzyklen (Strom ein - Strom aus) während einer Präzisionsmessung
x	Raumrichtung entlang der Pumprichtung der Elektronen
\hat{x}_i	Eingangsschätzwert
X_i	Eingangsgrößen einer Messung
ξ_0	dimensionsloser Parameter für die Fermienergie
y	Raumrichtung entlang der Probenoberfläche, senkrecht zur Pumprichtung der Elektronen
\hat{y}	Schätzwert der Messgröße Y
Y	Messgröße
z	Raumrichtung senkrecht zur Probenoberfläche
z_{\max}	Anzahl der Schaltzustände des Stroms während einer Präzisionsmessung

Publikationen

Einige Teile dieser Arbeit wurden bereits vorab veröffentlicht:

1. *Single-parameter quantized charge pumping in high magnetic fields.*
B. Kaestner, C. Leicht, V. Kashcheyevs, K. Pierz, U. Siegner, H. W. Schumacher, Appl. Phys. Lett. **94**, 012106, (2009).
2. *Non-adiabatic pumping of single electrons affected by magnetic fields.*
C. Leicht, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, P. Mirovsky, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher, Physika E **42**, 911, (2010).
3. *Generation of energy selective excitations in quantum Hall edge states.*
C. Leicht, P. Mirovsky, B. Kaestner, F. Hohls, V. Kashcheyevs, E. V. Kurganova, U. Zeitler, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher, Semicond. Sci. Technol. **26**, 055010, (2011).
4. *Integrated quantized electronics: a semiconductor quantized voltage source.*
F. Hohls, A. C. Welker, C. Leicht, L. Fricke, B. Kaestner, P. Mirovsky, A. Müller, K. Pierz, U. Siegner, H. W. Schumacher, Phys. Rev. Lett. **109**, 056802, (2012).
5. *Characterization of a GHz non-adiabatic single-electron pump using a cryogenic current comparator.*
B. Kaestner, C. Leicht, F. Hohls, M. Götz, D. Drung, K. Pierz, F. J. Ahlers, H. W. Schumacher, Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), 2012 IEEE Conference on, 706, (2012).

Weitere Arbeiten:

1. *Synchronized single electron emission from dynamical quantum dots.*
P. Mirovsky, B. Kaestner, C. Leicht, A. C. Welker, T. Weimann, K. Pierz, H. W. Schumacher, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 252104, (2010).
2. *Magnetic field enhanced robustness of quantized current plateaus in single and double quantum dot non-adiabatic single charge pumps.*
P. Mirovsky, C. Leicht, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, K. Pierz, H. W. Schumacher, Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), 2010 IEEE Conference on, 119, (2010).
3. *Investigation of Serial Quantum Hall arrays as a Quantum Resistance Standard.*
J. Könemann, C. Leicht, F. J. Ahlers, E. Pesel, K. Pierz, H. W. Schumacher, *J. Phys.: Conf. Ser.*, **334**, 012017, (2011).
4. *A quantized current source with mesoscopic feedback.*
L. Fricke, F. Hohls, N. Ubbelohde, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, C. Leicht, P. Mirovsky, K. Pierz, H. W. Schumacher, R. J. Haug, *Phys. Rev. B*, **83**, 193306, (2011).
5. *Towards quantized current arbitrary waveform synthesis.*
P. Mirovsky, L. Fricke, F. Hohls, B. Kaestner, C. Leicht, K. Pierz, H. W. Schumacher, *J. Appl. Phys.*, **113**, 213704, (2013).

Eigene Konferenzbeiträge:

1. *Single-parameter quantized charge pumping in magnetic fields.*
C. Leicht, B. Kaestner, V. Kashcheyevs, K. Pierz, U. Siegner, H. W. Schumacher, DPG Frühjahrstagung, Dresden (2009)
2. *Controlled emission of single electrons and holes into quantum Hall edge states.*
C. Leicht, B. Kaestner, P. Mirovsky, E. V. Kurganova, U. Zeitler, K. Pierz, H. W. Schumacher, Horiba-19th International Conference on „The Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics and Nanotechnology (HMF-19)“, Fukuoka Japan (2010).

Lebenslauf

von Christoph Leicht, geb. am 19. Januar 1980 in Schweinfurt

1986 -1988 Besuch der Kath. Grundschule St. Christophorus in Kirchhundem

1988 -1990 Besuch der Grundschule Schwebheim

1990 -1999 Besuch des Alexander-von-Humboldt Gymnasiums in Schweinfurt

1999 -2000 Besuch des Gymnasiums Marianum Buxheim bei Memmingen

Juni 2000 Abitur

2000 -2001 Wehrdienst bei der 1./Panzerartilleriebataillon 355 Wildflecken

2001 -2008 Studium der Nanostrukturtechnik an der Fakultät Physik und
Astronomie der Julius-Maximilians-Universität in Würzburg

2007 -2008 Diplomarbeit am Lehrstuhl für Experimentelle Physik III bei
Prof. Dr. L. W. Molenkamp und Prof. Dr. H. Buhmann,
Titel der Arbeit: „*Herstellung von Quantenpunktkontakten
auf HgTe/CdHgTe-Heterostrukturen*“

seit 2008 Forschungsarbeiten zur Anfertigung der Dissertation an der
Physikalisch-Technischen Bundesanstalt Braunschweig,
Abteilung 2.53: Halbleiterphysik und Magnetismus,
Betreuer PD. Dr. H. W. Schumacher.

Danksagung

Ich möchte allen Personen, die mir auf verschiedenste Weise diese Dissertation ermöglicht haben, danken. Insbesondere gilt dieser Dank:

- Herrn PD. Dr. U. Siegner für die freundliche Aufnahme in seine Abteilung „Elektrizität“ der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt.
- Herrn PD. Dr. H. W. Schumacher für die interessante Themenstellung und die kompetente Betreuung während der gesamten Zeit der Doktorarbeit.
- Herrn Prof. Dr. R. J. Haug für die freundliche Übernahme des Korreferats.
- Dr. B. Käster, meinem Mentor, für die Anleitung, Betreuung, fachliche Unterstützung und alle den vielen messtechnischen, lithographischen und theoretischen Hilfen ohne die diese Dissertation nicht möglich gewesen wäre.
- Herrn PD Dr. F. Hohls für die kompetente Leitung der Arbeitsgruppe, die vielen kleinen und großen Hilfen beim Messen sowie die fruchtbaren fachlichen Diskussionen.
- Herrn Dr. D. Drung und Herrn Dr. M. Götz für die intensive Unterstützung bei den Präzisionsstrommessungen.
- Herrn Dr. T. Weimann für die Elektronenstrahlolithographie der Proben.
- Herrn Dr. K. Pierz und Herrn H. Marx das Wachstum des erstklassigen Wafermaterials.
- Herrn U. Becker, Herrn S. Droste und Herrn E. Pesel für die Hilfe bei technischen Fragen und Problemen.
- André Müller für die „Rückendeckung“ im Büro und den vielen, vielen lustigen Stunden.
- Lukas Fricke und Philipp Mirovsky für zahlreiche fruchtbare Diskussionen.
- Kathrin Störr für die elektronenmikroskopischen Aufnahmen

- Herrn Dr. U. Zeitler und Frau E. V. Kurganova für das Ermöglichen der Hochmagnetfeldmessungen am HMFL - Nijmegen und für die nette Gastfreundschaft.
- Friederike Stein für die Fortführung dieser interessanten Forschungsarbeiten.
- allen anderen und ehemaligen Mitgliedern des Fachbereichs 2.5 für die fruchtbaren Diskussionen und Aktivitäten sowohl fachlicher als auch nichtfachlicher Art.
- meinen Freunden für ihre Unterstützung und die vielen schönen Stunden.
- meinen Eltern Marlies und Ingo Leicht und meiner Schwester Simone, für alle die Unterstützungen in meinem Leben, die mich zu dem gemacht haben, was ich heute bin.

Ganz besonders möchte ich meiner Frau Andrea Leicht danken, die mich in jeder Hinsicht, sei es moralisch, kulinarisch oder durch tatkräftige Hilfe, unterstützt und motiviert hat. Viele Dank, dass es dich gibt.

Ein ganz, ganz lieber Dank geht noch an meine Tochter Leonie Leicht, die mir mit ihrem süßen Lächeln täglich neuen Mut zum Durchhalten gegeben hat. Ihr möchte ich diese Arbeit widmen.

