

# Messung und graphische Darstellung von Ein- und Zwei-Moden-gequetschten Zuständen des Lichts

Von der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften**  
– Dr. rer. nat. –

genehmigte Dissertation  
von

**Dipl.-Phys. Dipl.-Ing. (FH) Jöran Bauchrowitz**

geboren am 23. April 1980 in Kiel

2013

Referent: Prof. Dr. Roman Schnabel  
Korreferent: Prof. Dr. Karsten Danzmann  
Tag der Promotion: 02.07.2013

# Kurzzusammenfassung

Der Standardprozess für die Produktion von stark gequetschten Zuständen des Lichts ist die entartete optisch-parametrische Verstärkung unterhalb der Pumpschwelle in nichtlinearen, dielektrischen Materialien wie beispielsweise Lithiumniobat oder periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die bisher stärksten gequetschten Zustände des Lichts hergestellt, sowie erstmalig eine graphische Beschreibung der Erzeugung von gequetschten Zuständen mittels optisch-parametrischer Verstärkung entwickelt.

Die in dieser Arbeit entwickelte graphische Beschreibung visualisiert die Interaktion zwischen der nichtlinearen, dielektrischen Polarisation eines Materials mit elektromagnetischen Quantenfeldern. Diese Beschreibung konzentriert sich auf den Transfer vom Grundzustand eines Feldes zu einem gequetschten Vakuumzustand und von einem kohärenten Zustand zu einem hell gequetschten Zustand durch jeweils die Effekte der Nichtlinearität zweiter Ordnung eines Mediums. Die Bilder veranschaulichen die phasenabhängige Verstärkung und Abschwächung vom Quantenrauschen und zeigen die Phasenlagen zwischen allen propagierenden elektromagnetischen Feldern sowie intern induzierten dielektrischen Polarisationen. Des Weiteren kann die graphische Beschreibung benutzt werden, um die Erzeugung von nichtklassischen Zuständen des Lichts durch Effekte höherer Ordnung der nichtlinearen, dielektrischen Polarisation zu erklären. Hierzu gehören beispielsweise der Vier-Wellen-Mischungsprozess und der optische Kerr-Effekt.

Durch die Überlagerung von stark gequetschten Zuständen des Lichts können stark verschränkte Zustände erzeugt werden. Diese wurden im Rahmen dieser Arbeit vermessen, wie sie 1935 im berühmten Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen (EPR) diskutiert und durch Schrödinger im gleichen Jahr mit dem Begriff *steering* (dt. *Steuerung*) verknüpft wurden. Die Verschränkungsquelle des Experiments bestand aus einem halbmonolithischen, optisch nichtlinearen Resonator mit einer Rauschunterdrückung von 11,3 dB und einem monolithischen, optisch nichtlinearen Resonator, der einen bis dato unerreichten Quetschgrad von 12,7 dB lieferte. Mit dieser Verschränkungsquelle wurde eine sechsfache Verbesserung des EPR-steering-Effekts bezüglich bisheriger Experimente beobachtet, verglichen mit dem Reid-Kriterium. Es wurde ein beispiellos niedriges Kovarianzprodukt von etwa  $0,04 < 1$  erzielt, wobei 1 die obere Grenze bezeichnet, unter der Steering möglich ist. Der Steering-Effekt wurde durch einen unconditionierten zwei-Moden-gequetschten, verschränkten Zustand beobachtet, welcher einen gesamten Vakuumzustandsanteil von weniger als 8% (inklusive Detektionsverluste) beinhaltete. Zusammen mit dem erreichten hohen Interferenzkontrast zwischen dem verschränkten Zustand und dem hellen kohärenten Laserfeld ist dieser Zustand kompatibel mit effizienten Anwendungen in Hochleistungslaserinterferometern und fasergekoppelten Netzwerken für Verschränkungsverteilungen.

---

**Schlüsselwörter:** Entartete optisch-parametrische Verstärkung, Ein- und Zwei-Modengequetschte Zustände des Lichts, Zweiparteien-Verschränkung, EPR-Steering, PPKTP.

# Abstract

The standard process for the production of strongly squeezed states of light is degenerate optical parametric amplification (OPA) below threshold in nonlinear dielectric media such as lithium niobate or periodically poled potassium titanyl phosphate. This work presents the generation of the most strongly squeezed states of light so far, as well as the first graphical description of squeezed-light generation via OPA.

The newly developed graphical description visualizes the interaction between the nonlinear dielectric polarization of the medium and the electromagnetic quantum field. It explicitly focuses on the transition from the field's ground state to a squeezed vacuum state, and from a coherent state to a bright squeezed state by the medium's second-order nonlinearity. The pictures visualize the phase-dependent amplification and deamplification of quantum uncertainties, and give the phase relations between all propagating electromagnetic fields, as well as the internally induced dielectric polarizations. The graphical description can also be used to describe the generation of nonclassical states of light via higher-order effects of the nonlinear dielectric polarization, such as four-wave mixing, and the optical Kerr effect.

By superposing strongly squeezed states of light, strongly entangled states can be produced. This work measured states such as those discussed in 1935 in the famous *gedanken experiment* by Einstein, Podolsky and Rosen (EPR) and introduced by Schrödinger in terms of *entanglement* and *steering*. The source of entanglement in this work was composed of a half-monolithic, optically nonlinear cavity providing 11,3 dB squeezing and a monolithic, optically nonlinear cavity providing 12,7 dB squeezing. The latter value is the highest noise suppression up to now. This source of entanglement achieved a six-fold increase of the observed EPR-steering effect with regard to previous experiments, as quantified by the Reid criterion. It achieved an unprecedentedly low conditional variance product of about  $0,04 < 1$ , where 1 is the upper bound below which steering is demonstrated. The steering effect was observed on an unconditional two-mode-squeezed entangled state that contained a total vacuum state contribution of less than 8%, including detection imperfections. Together with the achieved high interference contrast between the entangled state and a bright coherent laser field, this state is compatible with efficient applications in high-power laser interferometers and fiber-based networks for entanglement distribution.

**Keywords:** degenerate optical parametric amplification, squeezed light, two-mode squeezed light, bipartite entanglement, EPR-steering, PPKTP.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen zu gequetschten Zuständen</b>	<b>3</b>
2.1	Optisch-parametrische Quetschlichterzeugung . . . . .	10
2.2	Erzeugung gequetschter Zustände durch den Kerr-Effekt . . . . .	11
2.3	Mathematische Definition der Quadraturoperatoren . . . . .	15
2.4	Kovarianzmatrix . . . . .	18
2.5	Wignerfunktion . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Entwicklung einer graphischen Darstellung der Erzeugung von gequetschten Zuständen</b>	<b>21</b>
3.1	Die nichtlineare Polarisierung von dielektrischen Materialien . . . . .	21
3.2	Graphische Beschreibungen in der Zeitdomäne . . . . .	26
3.3	Graphische Beschreibungen in der Frequenzdomäne . . . . .	32
3.4	Überführung der klassischen optisch-parametrischen Verstärkung auf Quantenfluktuationen . . . . .	34
3.5	Störungstheoretische Betrachtungen . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Grundlagen zu verschränkten Zuständen</b>	<b>41</b>
4.1	Logarithmische Negativität . . . . .	41
4.2	Duan-Verschränkung . . . . .	43
4.3	EPR-Verschränkung . . . . .	44
4.4	Anwendung von verschränkten Zuständen in der Metrologie . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Grundlagen zum Experiment</b>	<b>53</b>
5.1	Nichtlineare Kristalle . . . . .	53
5.2	Phasenanpassung . . . . .	53
5.2.1	Phasenanpassung durch Kristallwinkelanpassung . . . . .	55
5.2.2	Phasenanpassung durch Temperaturregelung . . . . .	57
5.2.3	Kritische Phasenanpassung und Quasi-Phasenanpassung . . . . .	57
5.3	Laservorbereitung . . . . .	57
5.4	Filterresonatoren . . . . .	59
5.5	Phasenschieber . . . . .	60
5.6	Pumplichtvorbereitung . . . . .	60
5.7	Quetschlicht- und Verschränkungserzeugung . . . . .	63
5.7.1	Design und Justage der Quetschlichtresonatoren . . . . .	65
5.7.2	Regelung der Quetschlichtresonatoren . . . . .	66
5.7.3	Erzeugung Ein- und Zwei-Moden-gequetschter Zustände . . . . .	69

5.8	Detektion . . . . .	69
5.9	Gesamtaufbau . . . . .	72
5.10	Charakterisierung der Komponenten . . . . .	72
5.11	Verlustabschätzung und Reinheit . . . . .	72
<b>6</b>	<b>Messungen von gequetschten Zuständen</b>	<b>79</b>
6.1	Quetschlichtmessungen in Abhängigkeit von der Pumpleistung . . . . .	79
6.2	Quetschlichtmessungen von stark gequetschten Zuständen . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Messungen von verschränkten Zuständen</b>	<b>83</b>
7.1	Duan-Kriterium . . . . .	86
7.2	Schwaches EPR-Kriterium . . . . .	88
7.3	Starkes EPR-Kriterium . . . . .	88
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>91</b>
<b>A</b>	<b>Design der Phasenschieber und Resonatoren</b>	<b>95</b>
A.1	Design der neu entwickelten Phasenschieber . . . . .	95
A.2	Zusammenfassung der physikalischen Größen der verwendeten Resonatoren	95
<b>B</b>	<b>Software</b>	<b>101</b>
B.1	Generieren und Quetschen von Rauschfeldern mit Zufallswerten . . . . .	101
B.1.1	C++ Skript zum Ausgeben von Rauschspuren als Textdateien . .	101
B.1.2	Gnuplot-Skript zur graphischen Ausgabe der in Anhang B.1.1 erzeugten Textdateien . . . . .	108
<b>C</b>	<b>Computergesteuerte Verschränkungsmessungen</b>	<b>111</b>
<b>D</b>	<b>Gütemessungen einer Glasfaseraufhängung</b>	<b>113</b>
<b>E</b>	<b>Publikationen</b>	<b>133</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Elektrische Felder mit minimaler Unschärfe . . . . .	5
2.2	Quantentomografie gequetschter Felder . . . . .	6
2.3	Phasorendarstellung von gequetschten Zuständen . . . . .	7
2.4	Übergang zwischen Zeit- und Frequenzdomäne für gequetschte Zustände . . . . .	8
2.5	Veranschaulichung der verschränkten Seitenbänder von gequetschten Zuständen . . . . .	9
2.6	Herleitung der Erzeugung von gequetschten Zuständen in der Phasorendarstellung . . . . .	12
2.7	Ein- und Auskopplung von gequetschten Zuständen . . . . .	13
2.8	Entstehung von Kerr-gequetschten Zuständen . . . . .	14
2.9	Ein-Moden-Wignerfunktionen . . . . .	20
3.1	Dielektrische Polarisierung von Lithiumniobat . . . . .	22
3.2	Wechselwirkung zwischen verschiedenen, optischen Polarisierungen in einem Medium . . . . .	22
3.3	Optischer Transfer an einer dielektrischen Kennlinie . . . . .	24
3.4	Dielektrische Kennlinie eines realen Mediums . . . . .	25
3.5	Wechselwirkung der Ordnungen der Polarisierung im Phasorendiagramm . . . . .	27
3.6	Monochromatischer Transfer an einer dielektrischen Kennlinie . . . . .	28
3.7	Entstehung gequetschter Zustände anhand der dielektrischen Kennlinie . . . . .	29
3.8	Entstehung amplitudengequetschter Zustände anhand der dielektrischen Kennlinie . . . . .	30
3.9	Entstehung phasengequetschter Zustände anhand der dielektrischen Kennlinie . . . . .	31
3.10	Übergang von gequetschten zu hell gequetschten Zuständen . . . . .	32
3.11	Phasenlage der Phasoren von Pumpfeld und gequetschtem Feld . . . . .	33
3.12	Dielektrische Abschwächung einer kohärenten Amplitude in der Frequenzdomäne . . . . .	35
3.13	Dielektrische Verstärkung einer kohärenten Amplitude in der Frequenzdomäne . . . . .	36
3.14	Gequetschte Zustände durch dielektrische Verstärkung in der Frequenzdomäne . . . . .	37
3.15	Phasenlagen zwischen Pumpfeld und gequetschtem Feld bei der OPA . . . . .	38
3.16	Analogie zwischen dem Verstärkungsprozess von kohärenten Amplituden und dem Quetschen des Quantenrauschens . . . . .	39
4.1	Verschränkung gequetschter Zustände . . . . .	42
4.2	Logarithmische Negativität in Abhängigkeit der relativen Rauschleistung . . . . .	43

4.3	Wirkung der Optimierungsparameter des starken EPR-Kriteriums . . .	45
4.4	EPR-Verschränkung in Abhängigkeit der Rauschunterdrückung . . . . .	46
4.5	Abhängigkeit der EPR-Verschränkung von Verlusten . . . . .	47
4.6	Asymmetrische Verluste beim S-Klasse-Steering . . . . .	48
4.7	Asymmetrische Verluste beim V-Klasse-Steering . . . . .	49
4.8	EPR-Verschränkung in Abhängigkeit der Verluste beider Detektoren . .	50
4.9	Quantendichte Auslese eines Interferometers mit variablem Verschränkungswinkel . . . . .	51
4.10	Quantendichte Auslese eines Interferometers mit variablem Verschränkungsverhältnis . . . . .	52
5.1	Phasen Anpassung anhand von Dispersionskurven . . . . .	55
5.2	Phasen Anpassung durch Kristalldrehung . . . . .	56
5.3	Phasen Anpassung durch periodische Polung . . . . .	58
5.4	Kritische und Quasi-Phasen Anpassung im Phasorenbild . . . . .	58
5.5	Schematische Darstellung eines nicht-planaren Ringoszillators . . . . .	59
5.6	Resonanzsimulation eines frequenzoptimierten Phasenschiebers . . . . .	61
5.7	Transferfunktionen der optimierten Phasenschieber . . . . .	62
5.8	Explosionsansicht von den Öfen dieser Arbeit . . . . .	64
5.9	Photographien von den Öfen dieser Arbeit . . . . .	65
5.10	Bode-Diagramm der monolithischen Kontrollstrahlregelung . . . . .	67
5.11	Bode-Diagramm der monolithischen Pumpphasenregelung . . . . .	68
5.12	Justage der Sichtweite am Oszilloskop . . . . .	71
5.13	Photographien von dem Experimentaufbau . . . . .	73
5.14	Schematische Darstellung des gesamten Experimentaufbaus . . . . .	74
5.15	Linearitätsmessung eines homodynen Detektors . . . . .	75
5.16	Probemessung der Quadraturen eines gequetschten Zustands . . . . .	75
5.17	Spektrale Analyse der monolithischen Quetschlichtquelle mit Alice . . .	76
5.18	Linearität der elektronischen Subtraktion bzw. Addition der Detektorausgänge . . . . .	76
6.1	Gequetschte Zustände in Abhängigkeit von der Pumpleistung . . . . .	80
6.2	Vermessung der gequetschten Zustände dieser Arbeit . . . . .	81
6.3	Verlustabschätzung anhand der gemessenen Zustände . . . . .	82
7.1	Messspuren der Verschränkungsmessung . . . . .	84
7.2	Veranschaulichung der verschränkten Zustände . . . . .	87
8.1	Zeitliche Entwicklung der experimentell erreichten EPR-Verschränkungen	92
A.1	Neu entwickelter Phasenschieber für 50 mm Strahlhöhe . . . . .	96
A.2	Neu entwickelter Phasenschieber für 75 mm Strahlhöhe . . . . .	97
A.3	Phasenschieberring . . . . .	98
C.1	Schema der Datenaufnahmekarte . . . . .	112
C.2	Spektrale Analyse von computergestützten Quetschlichtmessungen . . . .	112

D.1	Schematische Darstellung der Gütemessung einer Glasfaseraufhängung .	114
D.2	Photographien von der Faseraufhängung . . . . .	115
D.3	Zeitabhängiges Leistungsspektrum von zwei Fasermode . . . . .	116
D.4	Zuordnung der Violinmoden im Bereich zwischen 350 und 650 Hz . . . .	117
D.5	Die Güte der ersten Violinmode in Abhängigkeit vom Druck . . . . .	117



## Tabellenverzeichnis

5.1	Übersicht der Eigenschaften verwendeter nichtlinearer Medien . . . . .	54
5.2	Abschätzung der einzelnen Verlustquellen dieses Experiments . . . . .	77
7.1	Alle Messungen zur vollständigen Bestimmung des verschränkten Zustands	85
7.2	Die drei nötigen Messungen zur Bestimmung des Duan- und des schwachen EPR-Kriteriums . . . . .	85
D.1	Zuordnung der gefundenen Fasermode . . . . .	114



# Glossar

## Abkürzungen

A	Homodyner Detektor <i>Alice</i>
AA	Anti-Aliasing
AOM	Akustooptischer Modulator
AR	Antireflektierend
ASqz	Anti-Quetschung einer Quadratur (engl. <i>Anti-squeezing</i> )
a.u.	Unskalierte Einheit in grafischen Darstellungen (engl. <i>arbitrary unit</i> )
B	Homodyner Detektor <i>Bob</i>
BHD	Balancierte Homodyndetektion
BPM	Kritische Phasen Anpassung (engl. <i>Birefringent Phase Matching</i> )
BS	Strahlteiler (engl. <i>Beam Splitter</i> )
BS $\infty$	Strahlteiler, an dem die Verschränkung entsteht
Cov	Kovarianz
CV	Kontinuierliche Variablen (engl. <i>Continuous Variables</i> )
DAC	Computergestützte Datenerfassung (engl. <i>Data Acquisition</i> )
DBS	Dichroitischer Strahlteiler (engl. <i>Dichroic Beam Splitter</i> )
DN	Dunkelrauschen (engl. <i>Dark Noise</i> )
EOM	Elektrooptischer Modulator
EPR	Einstein, Podolsky und Rosen
FSR	Freier Spektralbereich (engl. <i>Free Spectral Range</i> )
FWHM	Halbwertsbreite (engl. <i>Full Width at Half Maximum</i> )
GW	Gravitationswelle
GRIIRA	Durch grün induzierte Infrarotabsorption (engl. <i>Green-Induced Infrared Absorption</i> )
HR	Hochreflektierend
HSqz	Halbmonolithischer Quetschlichtresonator (engl. <i>Hemilithic Squeezed Light Source</i> )
InGaAs	Indium-Gallium-Arsenid
KTP	Kaliumtitanylphosphat
LiNbO <sub>3</sub>	Lithiumniobat
LO	Elektrischer bzw. optischer lokaler Oszillator
MC	Filterresonator (engl. <i>Mode Cleaner</i> )
MgO	Magnesiumoxid
MSqz	Monolithischer Quetschlichtresonator (engl. <i>Monolithic Squeezed Light Source</i> )

NPRO	Nicht-planarer Ringoszillator (engl. <i>Non-planar Ring-Oscillator</i> )
OPA	Optisch parametrische Verstärkung (engl. <i>Optical Parametric Amplification</i> )
OPO	Optisch parametrische Oszillation (engl. <i>Optical Parametric Oscillation</i> )
PBS	Polarisationsstrahlteiler (engl. <i>Polarization Beam Splitter</i> )
PDH	Pound-Drever-Hall-Verfahren für die Regelung von Resonatoren [1, 2]
PM	Phasenanpassung (engl. <i>Phase Matching</i> )
PPKTP	Periodisch gepoltes Kaliumtitanylphosphat
p-pol	Parallel polarisiert
PS	Leistungsspektrum (engl. <i>Power Spectrum</i> )
PSD	Spektrale Leistungsdichte (engl. <i>Power Spectral Density</i> )
PZT	Piezoelement (engl. <i>Piezoelectric Transducer</i> )
QDM	Quantendichte Metrologie (engl. <i>Quantum-Dense Metrology</i> )
QE	Quanteneffizienz
QPM	Quasi-Phasenanpassung (engl. <i>Quasi-Phase Matching</i> )
RBW	Auflösebandbreite (engl. <i>Resolution Bandwidth</i> )
SHG	Frequenzverdopplung (engl. <i>Second-Harmonic Generation</i> )
SNF	Simon Normalform [3]
s-pol	Senkrecht polarisiert
Sqz	Quetschung einer Quadratur bzw. eines Feldes (engl. <i>Squeezing</i> )
SWT	Sweepzeit (engl. <i>Sweep time</i> )
TEC	Peltier-Element (engl. <i>Thermoelectric Cooler</i> )
TEM <sub>mn</sub>	Transversalelektromagnetische Welle mit der horizontalen Ordnung $m$ und der vertikalen Ordnung $n$
vac	Vakuumrauschen
Var	Varianz
VBW	Videobandbreite (engl. <i>Video Bandwidth</i> )
vis	Sichtweite (engl. <i>Visibility</i> )
zp	Nullpunktsfluktuation (engl. <i>Zero-Point Fluctuation</i> )

## Symbole und Konstanten

$\langle X \rangle$	Erwartungswert von $X$
$\hat{a}$	Vernichtungsoperator
$\hat{a}^\dagger$	Erzeugungsoperator
$B$	Bandbreite
$c_0$	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ( $= 2,998 \cdot 10^8$ m/s)
$\text{Cov}(X,Y)$	Kovarianz von $X$ und $Y$
$E$	Energie
$E_{\mathcal{N}}$	logarithmische Negativität [4, 5]
$\mathcal{E}$	Elektromagnetisches Feld
$\mathcal{E}_{g,h/A B}^2$	EPR-Reid-Verschränkungswert

$\exp(x)$	Natürliche Exponentialfunktion
$f_{\text{res}}$	Frequenzauflösung
$f_s$	Abtastrate
$\mathcal{F}$	Finesse
FSR	Freier Spektralbereich (engl. <i>Free Spectral Range</i> )
FWHM	Halbwertsbreite (engl. <i>Full Width at Half Maximum</i> )
$h$	Plancksches Wirkungsquantum ( $= 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js)
$\hbar$	Reduziertes Plancksches Wirkungsquantum ( $= h/(2\pi) = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Js)
$\hat{H}$	Hamiltonoperator
$I$	Intensität
$\Im(x)$	Imaginärteil von $x$
$i$	Imaginäre Zahl
$\hat{i}$	Photostromoperator
$l$	Länge
$l_c$	Kohärenzlänge
$L$	Verlust (engl. <i>Loss</i> )
$L_{\text{esc}}$	Auskoppelverluste
$L_{\text{ges}}$	Gesamtverlust
$L_{\text{PD}}$	Verluste durch die Quanteneffizienz der Photodioden
$L_{\text{prop}}$	Propagationsverluste
$L_{\text{vis},\infty}$	Überlagerungsverlust am Verschränkungsstrahlteiler (engl. <i>Visibility</i> )
$L_{\text{vis,det}}$	Überlagerungsverlust am homodynen Strahlteiler (engl. <i>Visibility</i> )
$n_{o/a,x,y}$	ordentlicher/außerordentlicher Brechungsindex des Materials $x$ für die Wellenlänge $y$
$p$	Druck
$p_i$	Wahrscheinlichkeit, dass sich ein System im Zustand $i$ befindet (engl. <i>Probability</i> )
$\hat{p}$	Impulsoperator
$P$	Leistung
$P_{\text{sh}}$	Leistung des zweiten harmonischen Feldes (engl. <i>Second Harmonic</i> )
$P_{\text{th}}$	Pumpschwelle
$\hat{P}$	siehe $\hat{X}_{\theta/1/2}^{A/B}$
$\mathcal{P}$	Dielektrische Polarisierung
$\text{Pr}(A)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens des Ereignisses $A$ (engl. <i>Probability</i> )
$\hat{q}$	Ortsoperator
$Q$	Güte
$r$	Quetschparameter (engl. <i>Squeezing Parameter</i> )
$R$	Reflexion
$\Re(x)$	Realteil von $x$
$\hat{S}(\xi)$	Quetschoperator
SNF	Simon Normalform [3]
$t$	Zeit
$T$	Transmission

$T_{\text{esc}}$	Auskoppeltransmission (engl. <i>Escape</i> )
$U$	elektrische Spannung
$V_x^y$	$x$ -ste Violinmode der unteren Faser bzw. $y$ -ste Violinmode der oberen Faser
$\text{Var}(X)$	Varianz von $X$
$W$	Wignerfunktion
$\hat{X}_{\theta/1/2}^{A/B}$	Quadratur der elektrischen Felder, ggf. wird der verwendete Detektor (A oder B) angegeben. Sie kann in Abhängigkeit vom Quadraturwinkel $\theta$ oder mit 1 bzw. 2 bezeichnet werden. $\hat{X}_1$ (oder auch $\hat{X}^+$ bzw. $\hat{X}$ ) wird als Amplitudenquadratur definiert, die je nach benutzter Definition proportional zum Realteil oder identisch mit dem Realteil der elektrischen Felder ist. $\hat{X}_2$ (oder auch $\hat{X}^-$ bzw. $\hat{P}$ ) wird als Phasenquadratur definiert, welche je nach verwendeter Definition proportional zum Imaginärteil oder identisch mit dem Imaginärteil der elektrischen Felder ist.
$\alpha$	Kohärente Amplitude
$\gamma$	Kovarianzmatrix
$\Delta X$	Standardabweichung von $X$
$\Delta^2 X$	Varianz von $X$
$\epsilon_0$	Dielektrizitätskonstante im Vakuum ( $\approx 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m)
$\zeta$	Phasenraumvektor
$\eta_{\text{esc}}$	Auskoppeleffizienz (engl. <i>Escape</i> )
$\eta_{\text{ges}}$	Gesamteffizienz
$\eta_{\text{PD}}$	Quanteneffizienz der Photodioden
$\eta_{\text{prop}}$	Propagationseffizienz
$\eta_{\text{vis},\infty}$	Verschränkungseffizienz (engl. <i>Visibility</i> )
$\eta_{\text{vis,det}}$	Kontrasteffizienz am homodynen Strahlteiler (engl. <i>Visibility</i> )
$\lambda$	Wellenlänge
$\mu$	Reinheit eines Quantenzustands
$\nu_{\infty}$	Verschränkungssichtweite (engl. <i>Visibility</i> )
$\nu_{\text{det}}$	Sichtweite am homodynen Strahlteiler (engl. <i>Visibility</i> )
$\rho$	Dichtematrix
$\hat{\rho}$	Dichteoperator
$\chi^{(i)}$	Elektrische Suszeptibilität $i$ -ter Ordnung
$\omega_0$	Strahltaile
$\Omega$	Seitenbandfrequenz

## Piktogramme

Die in dieser Arbeit verwendeten Piktogramme stammen mit freundlicher Genehmigung aus der *Component Library* von Alexander Franzen.



Laser

	$\chi^{(2)}$ -Medium als monolithischer Resonator
	$\chi^{(2)}$ -Medium als halbmonolithischer Resonator
	Wanderwellenresonator zur räumlichen Modenfilterung
	Photodetektor
	Zweigeteilter Photodetektor
	Akustooptischer Modulator
	Elektrooptischer Modulator
	Anireflexbeschichtete Linsen
	Verzögerungsplatte für 1064 nm und 532 nm
	Strahlteiler
	Polarisationsstrahlteiler
	Dichroitischer Strahlteiler
	Hochreflektierender Spiegel
	Piezoaktuierter Spiegel
	Faraday Rotator
	Faraday Isolator
	Strahlfalle
	Klappspiegel
	Addierer bzw. Subtrahierer
	Mixer
	Signalgenerator
	PID-Regelglied



Computergestützte Datenaufnahme



Lautsprecher

# 1 Einleitung

Gequetschte Zustände des Lichts gehören zu der Klasse der sogenannten *nichtklassischen* Quantenzustände. Sie finden Anwendung im Forschungsgebiet der Quanteninformation [6–10], und werden genutzt, um Quantenteleportation [11–13] und das Einstein-Podolsky-Rosen-Paradox [14–17] zu demonstrieren. Außerdem haben sie Anwendungen in der Quantenmetrologie [18]. Kürzlich wurden sie mit GEO600 erstmalig in einem Gravitationswellendetektor verwendet, um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis unter das Schrotrauschlimit zu senken [19]. Gequetschte Zustände des Lichts wurden 1985 zum ersten Mal erzeugt, dabei nutzten Slusher *et al.* [20] die Vier-Wellen-Mischung in einem Natriumatomstrahl. Im Prinzip kann jeder nichtlineare Prozess, wie beispielsweise die Frequenzverdopplung [21, 22] oder der elektrooptische Kerr-Effekt [23–25], gequetschte Zustände erzeugen. Der erfolgreichste Prozess zur Herstellung von gequetschtem Licht ist die optisch-parametrische Verstärkung. Mit dieser Methode wurden (im Rahmen dieser Arbeit) gequetschte Zustände mit einer Rauschunterdrückung von bis zu 12,7 dB erreicht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ebenfalls eine graphische Darstellung von der Erzeugung von gequetschten Zuständen mittels entarteter optisch-parametrischer Verstärkung (OPA) unterhalb der Pumpschwelle entwickelt [26, 27]. Beginnend bei einem Vakuumzustand oder einem kohärenten Zustand, der in einen gepumpten Kristall läuft, erklärt dieses Modell, wie gequetschte Zustände erzeugt und wie die Phasen der elektrischen und dielektrischen Felder der verschiedenen internen und auslaufenden Frequenzkomponenten zueinander liegen.

Durch Überlagerung von zwei gequetschten Zuständen des Lichts kann Verschränkung hergestellt werden. Seit der Veröffentlichung des historischen Artikels von A. Einstein, N. Podolsky und B. Rosen (EPR) [14] wurde Verschränkung in einem breiten Spektrum von physikalischen Systemen demonstriert [15, 28–32]. Jüngste theoretische und experimentelle Arbeiten in der Quanteninformation [33–35] haben ein Interesse am EPR-Steering entfacht. EPR-Steering ist ein Effekt, der nur in einer Teilmenge der Klasse der verschränkten Zustände beobachtet werden kann. Der Begriff „Steering“ wurde von E. Schrödinger 1935 [36, 37] als Antwort auf das originale EPR-Gedankenexperiment geprägt. Sowohl EPR als auch Schrödinger betrachteten das Beispiel eines idealen, reinen zweiparteien-verschränkten Zustands mit kontinuierlichen Variablen (CV). M. D. Reid schlug 1989 ein Kriterium für EPR-Verschränkung für nicht-idealisierte gaußsche Systeme mit kontinuierlichen Variablen vor, beispielsweise für dekohärente, gemischte gaußsche Zustände [38]. Später leiteten E. G. Cavalcanti *et al.* Kriterien für nicht-idealisierte diskrete Systeme ab [39, 40] und H. M. Wiseman *et al.* entwickelten ein generelles Theorem für ein experimentelles EPR-Steering-Kriterium [33, 34], welches auf diskrete sowie kontinuierlich-variable Observablen angewendet werden kann. Es wurde gezeigt, dass das Reid-Kriterium aus diesem Formalismus abgeleitet werden kann. Die erste Demonstration des EPR-Steerings wurde 1992 durch Z. Y. Ou *et al.* erreicht, gefolgt von ei-

nigen anderen Experimenten im CV-Regime [16, 41–48]. 2003 legte W. P. Bowen *et al.* im gaußschen Regime experimentell dar, dass EPR-Verschränkung eine Unterklasse der Verschränkung darstellt [16]. 2004 demonstrierte J. C. Howell das EPR-Paradox für kontinuierliche Variablen von einzelnen Photonen mittels Post-selection [49]. Ein Review-Artikel über diese Experimente wurde 2009 veröffentlicht [50]. Außerdem wurde EPR-Steering in einigen Experimenten mit diskreten Variablen beobachtet, die auf Photonenzählen und Post-selection basieren [35, 51–53]. Kürzlich wurde gezeigt, dass die inhärente Asymmetrie im Steering-Szenario zum sogenannten *one-way steering* führen kann, wo eine Partei die andere *steuern* kann, jedoch nicht anders herum [54]. Einige Quanteninformationsprotokolle für unkontionierte CV-Verschränkung sind bekannt. Für alle Protokolle sind für nützliche Anwendungen quantitative starke nichtklassische Eigenschaften erforderlich. Zum Beispiel kann *dense coding* die Kapazität von Quanteninformationskanälen steigern, erfordert aber mehr als 4,8 dB von zwei-Moden-Quetschung zum Unterbieten von klassischen Systemen [9]. Analog hängt die sichere Bitrate der Quantenschlüsselverteilung im CV-Regime von der Stärke der Verschränkung ab [55]. In der Quantenmetrology versprechen neueste theoretische und experimentelle Arbeiten verbesserte Sensitivität mittels verschränkter Zustände [56]. Für diese Anwendung hat unkontionierte CV-Verschränkung den bedeutenden Vorteil, dass sie in einem stationären Zustand verfügbar ist, denn es erlaubt fortlaufende Beobachtungen eines einzelnen Quantenobjekts in Situationen, in denen das beobachtete System nicht (einfach) reproduziert werden kann und somit eine Mittlung über wiederholte Messungen keine Option bietet.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde starkes, unkontioniertes EPR-Steering im gaußschen Regime mittels zwei-Moden-Quetschung kontinuierlich beobachtet. Die Stärke des EPR-Steering wurde mit  $\mathcal{E}^2 = 0,041 \pm 0,005 < 1$  quantifiziert, wobei 1 die Grenze darstellt, über der kein Steeringeffekt mehr möglich ist. Dieser Wert ist die stärkste unkontionierte EPR-Verschränkung, die bis zu diesem Zeitpunkt gemessen wurde und ist eine mehr als sechsfache Verbesserung gegenüber bisher erreichten Werten [47]. Die Verbesserung wurde durch starke Quetschlichtquellen [57] ermöglicht, welche simultan und stabil etwa 10 dB detektierbare Rauschunterdrückung lieferten. Eine spezielle Eigenschaft des EPR-Zustandes dieser Arbeit ist seine niedrige Verunreinigung durch einen Vakuumzustand von 8%. Die EPR-Verschränkung lag in einer klar abgegrenzten TEM<sub>00</sub>-Mode und ist deshalb ideal geeignet für Anwendungen in optischen Netzwerken und Hochleistungslaserinterferometern.

## 2 Grundlagen zu gequetschten Zuständen

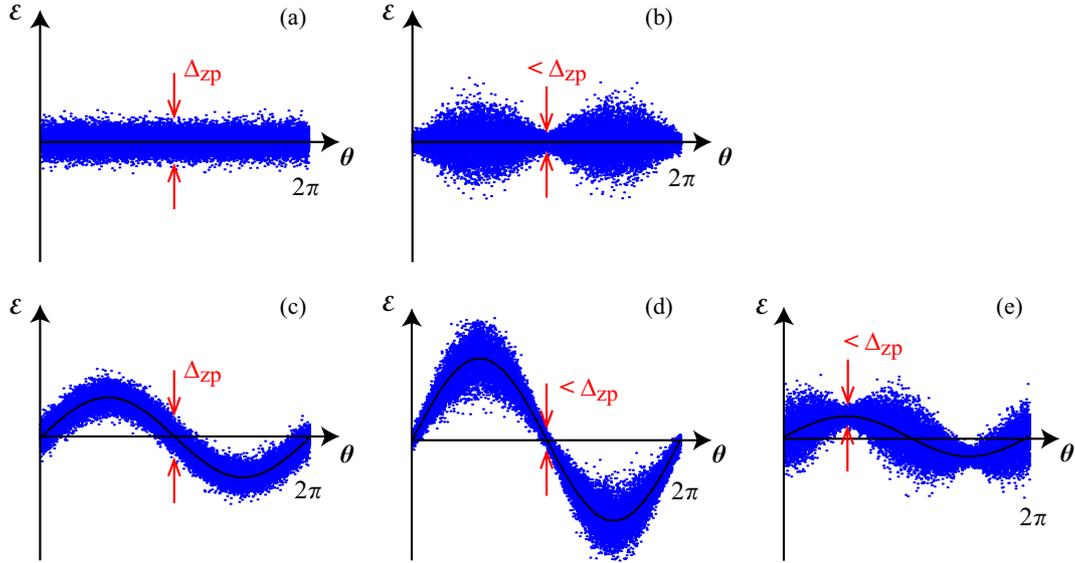
Gequetschte Zustände gehören zur Kategorie des *nichtklassischen* Lichts und sind somit auf *klassische* Weise nicht vollständig beschreibbar. Daher wurden eine Vielzahl von Graphiken entwickelt, die die speziellen Eigenschaften der gequetschten Zustände anschaulich beschreiben. Dieses Kapitel konzentriert sich auf die anschauliche Beschreibung der Entstehung und der Eigenschaften von gequetschten Zuständen, wobei viele dieser Graphiken präsentiert werden.

Ein Quantenfeld befindet sich in einem gequetschten Zustand [58–61], wenn die Unschärfe seiner Feldstärke in einem Bereich seiner Phase  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) schmaler ist als seine Nullpunktsschwankungen. In diesem Fall muss die Unschärfe des um  $90^\circ$  phasenverschobenen Feldes mindestens um den inversen Faktor größer als die Nullpunktsschwankungen sein. Dies wird durch die Heisenbergsche Unschärferelation vorgegeben. Die Abhängigkeit der Quantenfluktuationen eines elektrischen Feldes von seiner Phase kann durch Quadraturoperatoren  $\hat{X}(\theta)$  ausgedrückt werden, die die Rauschleistung des Feldes bei der Phase  $\theta$  beschreiben. Für elektrische Felder mit kohärenter Anregung können die Quadraturen in Bezug auf den kohärenten Phasor beschrieben werden. Gewöhnlich wird die Quadratur, die die Rauschleistung der Amplitude eines kohärenten Quantenfeldes beschreibt, *Amplitudenquadratur* genannt. Die orthogonale Quadratur, die die Rauschleistung eines elektrischen Quantenfeldes bei seinen Nulldurchgängen beschreibt, wird *Phasenquadratur* genannt. Abbildung 2.1a stellt die phasenunabhängigen Nullpunktsschwankungen von einem elektrischen Feld über eine volle Periode der Phase von 0 bis  $2\pi$  dar. So ein Feld hat im Mittel keine Photonen und wird als in seinem Grundzustand (Vakuumzustand) bezeichnet. Die Quantenfluktuationen von einem gequetschten Vakuumzustand sind phasenabhängig, wie Abbildung 2.1b zeigt. Abbildung 2.1c zeigt einen kohärenten Zustand, welcher durch phasenabhängige Verstärkung beispielsweise in einen phasengequetschten Zustand (siehe Abbildung 2.1d) oder in einen amplitudengequetschten Zustand (siehe Abbildung 2.1e) überführt werden kann. Gequetschte Zustände mit kohärenter Anregung werden auch als hell gequetschte Zustände (*bright squeezing*) bezeichnet [62]. Experimentell können die elektrischen Fluktuationen durch Quantentomographie mit Hilfe des Schwebungssignals mit einem homodynem Lokaloszillator der selben Frequenz reproduziert werden, siehe Abbildung 2.2. Je nach Phase zwischen dem lokalen Oszillator und dem zu vermessenden Feld kann der Quadraturwinkel  $\theta$  eingestellt werden und die Varianz  $\text{Var}(\hat{X}_\theta)$  gemessen werden.

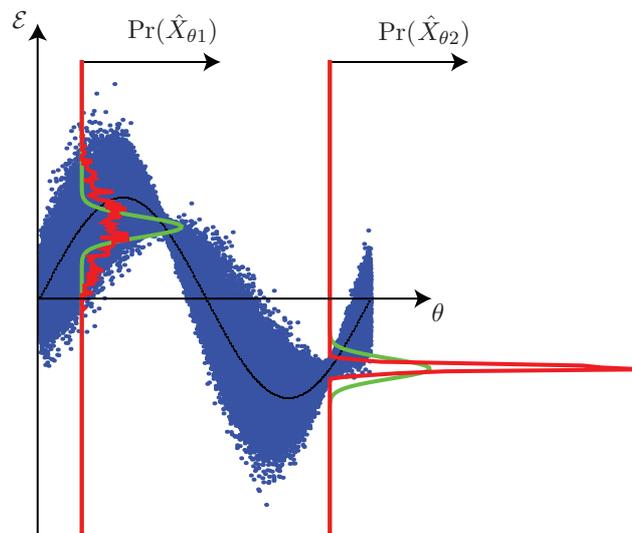
Im Phasorendiagramm wird das elektrische Feld eines klassischen Laserstrahls durch einen Phasor dargestellt. Durch die exakt beschreibbare Amplitude und Phase eines klassischen elektrischen Feldes werden die entsprechenden Größen seines Phasors exakt definiert. Die Unschärferelation verlangt jedoch, dass der Phasor ein gaußverteiltes Rauschen an seinem Ende tragen muss, das die Quantenunsicherheit der Quadraturen des

Lichtfeldes beschreibt, siehe Abbildung 2.3c. Selbst ohne kohärentes Lichtfeld sind diese Quantenfluktuationen vorhanden, siehe Abbildung 2.3a. Diese Fluktuationen können zwar nicht vermieden werden, doch das Unschärfelimit gilt lediglich für das Produkt von zwei orthogonalen Quadraturen einer Observablen, z.B. der Amplitudenquadratur  $\hat{X}_1$  und der Phasenquadratur  $\hat{X}_2$ . Somit kann die Varianz einer Quadratur gequetscht werden wenn die Varianz der dazu orthogonalen Quadratur zunimmt, siehe Abbildung 2.3b, d und e. Die Verbindung zwischen dem Phasorenbild und der Zeitentwicklung von gequetschten Zuständen ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

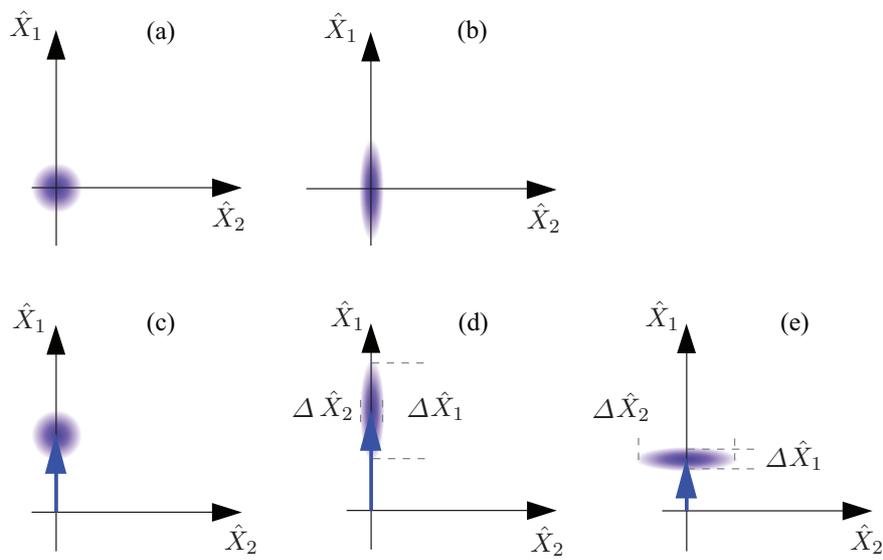
In der Frequenzdomäne lässt sich das gequetschte Quantenrauschen spektral aufspalten und durch die Schwebung der kohärenten Amplitude eines Trägers bei  $f_0$ , mit seinen verschränkten, oberen und unteren Quantenrausch-Seitenbändern bei den Frequenzen  $\pm\Omega_i$  beschreiben, siehe Abbildung 2.5.



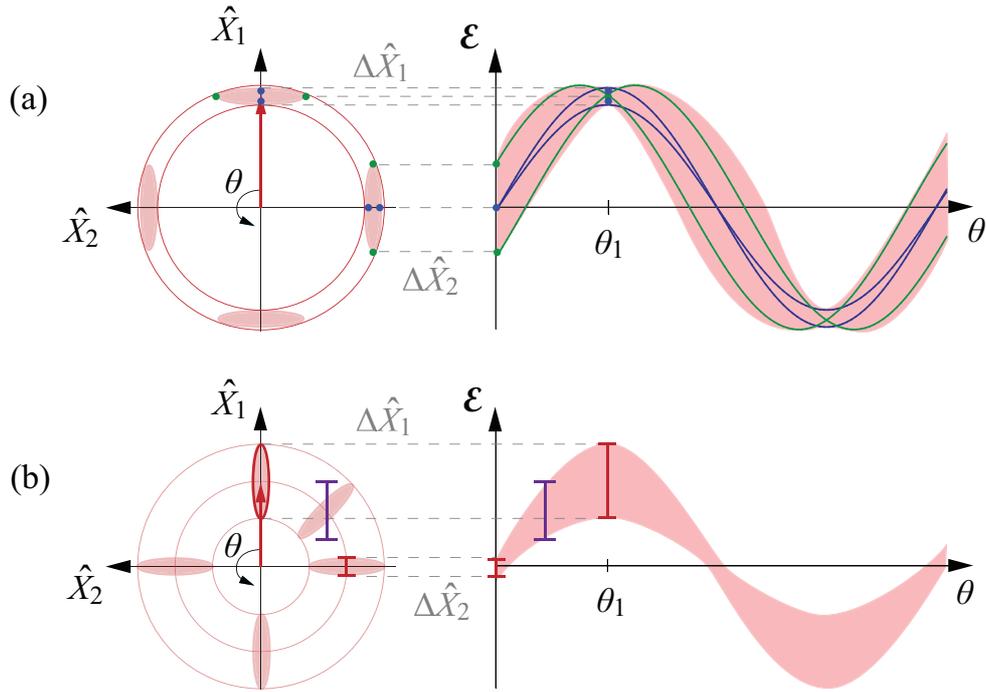
**Abbildung 2.1:** Statistiken von Messungen von elektrischen Feldern für fünf verschiedene Zustände minimaler Unschärfe [63] der selben optischen Mode [60]. (a) Selbst ohne Aussenden eines elektrischen Feldes sind statistische Fluktuationen naturgemäß bei allen Frequenzen in allen räumlichen Moden vorhanden. Dieses statistische Hintergrundrauschen wird auch als Grundzustand, Quantenfluktuation, Vakuumfluktuation oder Nullpunktsfluktuation  $\Delta_{zp}$  bezeichnet. Seine Unschärfe hängt nicht von der Phase  $\theta$  ab. (b) zeigt einen gequetschten Vakuumzustand. Er wird durch eine phasenabhängige (optisch-parametrische) Verstärkung der Nullpunktsfluktuationen erzeugt. (c) illustriert einen kohärenten Zustand. Dieser Zustand wird auch als verschobener Vakuumzustand bezeichnet. (d) zeigt einen phasengequetschten Zustand, da seine Unschärfe in der Phasenquadratur kleiner ist als die Nullpunktsfluktuationen  $\Delta_{zp}$ . Da die Abschwächung der Phasenquadratur an eine Verstärkung der Amplitudenquadratur gekoppelt ist, werden sowohl die Fluktuationen in der Amplitudenquadratur als auch das kohärente Feld beim Quetschprozess verstärkt. Da das kohärente Feld beim Quetschen der Phasenquadratur verstärkt wird, nennt man diesen Prozess auch *amplification*. (e) wird als amplitudengequetschter Zustand bezeichnet, da die Unschärfe des Zustands in der Amplitudenquadratur kleiner ist als die Nullpunktsfluktuationen  $\Delta_{zp}$ . Da die Abschwächung der Amplitudenquadratur auch auf das kohärente Feld wirkt, wird auch das kohärente Feld bei diesem Quetschprozess abgeschwächt. Wegen des abgeschwächten kohärenten Feldes wird das Quetschen der Amplitudenquadratur auch *deamplification* genannt. Für alle diese Zustände entspricht das Unschärfeprodukt vom elektrischen Feld an der orthogonalen Phase der untere Grenze, die durch die Heisenbergsche Unschärferektion beschrieben ist. Die Graphiken sind Illustrationen, können aber experimentell durch Quantentomographie mit Hilfe des Schwebungssignals mit einem homodynen Lokalszillator der selben Frequenz reproduziert werden. Die Zufallswerte dieser Grafik wurden mit einem im Rahmen dieser Arbeit maßgeblich weiterentwickelten C++-Skript errechnet und mit Gnuplot ausgegeben (siehe Anhang B).

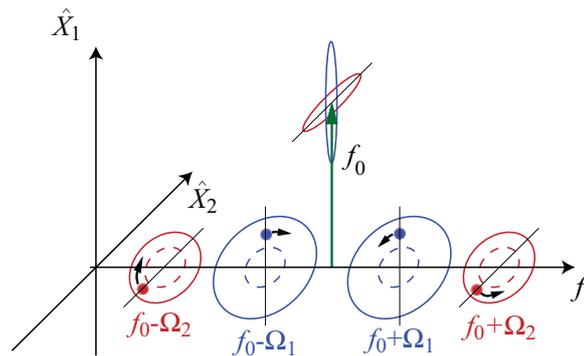


**Abbildung 2.2:** Quantentomografie eines misch-gequetschten Zustands (vgl. Abbildung 2.1). Experimentell können die elektrischen Quantenfluktuationen mit Hilfe des Schwingungssignals mit einem homodynen, lokalen Oszillator der selben Frequenz reproduziert werden (vgl. Kapitel 5.8). In rot sind die gaußschen Statistiken des Zustands bei der Phase  $\theta_1$  und  $\theta_2$  gezeigt und mit der Statistik des Vakuums (grün) verglichen. Verglichen mit der Statistik des Vakuums liegt bei  $\theta_1$  eine breite, gaußsche Verteilung vor, die Quadratur  $\hat{X}_{\theta_1}$  ist anti-gequetscht. Die Statistik bei  $\theta_2$  hingegen ist schmaler als die des Vakuums und somit die zugehörige Quadratur  $\hat{X}_{\theta_2}$  gequetscht.



**Abbildung 2.3:** Phasorendarstellung von gequetschten Zuständen [64, 65]. Analog zur Zeitdomänenendarstellung in Abbildung 2.1 zeigt (a) den Vakuumzustand, (b) einen gequetschten Vakuumzustand, (c) einen kohärenten Zustand, (d) einen phasengequetschten Zustand und (e) einen amplitudengequetschten Zustand.





**Abbildung 2.5:** Frequenzdomänenrepräsentation von Quantenrauschen für einen verschobenen amplitudengequetschten (rot) bzw. phasengequetschten (blau) Zustand bei der optischen Frequenz  $f_0$  [42, 65, 67, 68]. Das Quantenrauschen des Trägers bei  $f_0$  ist bei der Fourierfrequenz  $\Omega_i$  durch die Schwebung zwischen oberem und unterem Seitenband bei der optischen Frequenz  $f_0 \pm \Omega_i$  gegeben. Die gestrichelten Kreise symbolisieren den Vakuumzustand des Quantenrauschens der Seitenbänder. Gequetschtes Licht wird durch optisch-parametrische Verstärkung erzeugt und vermehrt das Quantenrauschen bei allen Seitenbandfrequenzen  $f_0 \pm \Omega_i$  innerhalb des Verstärkungsprofils der Quetschlichtquelle. Dieses Rauschen ist quantenkorreliert so dass jedes Seitenbandpaar  $f_0 \pm \Omega_i$  gequetschtes Rauschen bei der einseitigen Fourierfrequenz  $\Omega_i$  erzeugt. Die in blau bei  $f_0 \pm \Omega_1$  eingezeichneten verschränkten Seitenbänder sind analog zur Amplitudenmodulation verschränkt, was durch die blauen Punkte veranschaulicht wird. Diese Korrelation führt zur verstärkten Amplitudenschwankungen und abgeschwächten Phasenschwankungen, was durch die blaue Ellipse bei  $f_0$  verdeutlicht wird. Die beiden in rot eingezeichneten Seitenbänder sind analog zur Phasenmodulation verschränkt, wodurch sich das rote, ellipsenförmige Quantenrauschen bei  $f_0$  ergibt. Die zwei hier gezeigten Paare von Seitenbändern sind lediglich Beispiele aus einem kontinuierlichen Spektrum von Fourierfrequenzen.

## 2.1 Optisch-parametrische Quetschlichterzeugung

Optisch-parametrische Verstärkung (OPA) basiert auf der nichtlinearen dielektrischen Polarisation zweiter Ordnung in optischen Kristallen. Sie wird durch die Suszeptibilität  $\chi^{(2)}$  beschrieben. Typische Kristallmaterialien sind Lithiumniobat ( $\text{LiNbO}_3$ ) und Kaliumtitanylphosphat (KTP). Für die Erzeugung von gequetschtem Licht mittels entarteter OPA unterhalb der Pumpschwelle [60, 69–76] wird ein einzelner Laserstrahl mit moderater Leistung (ca. 100 mW) in den Kristall fokussiert, der als Pumpfeld für den OPA-Prozess dient. Zusätzliche Laserfelder brauchen nicht eingestrahlt zu werden, denn naturgemäß laufen Nullpunktsschwankungen in allen Frequenzen in alle Ausbreitungsrichtungen und somit auch in den Kristall. Ist die Intensität des Pumpfeldes hoch genug, wird eine anharmonische Oszillation der Ladungen und somit eine nichtlineare dielektrische Polarisation des Kristalls erzeugt. Dadurch zerfällt ein Teil des Pumpfeldes in Paare von Signal- und Idlerfeldern deren Frequenzsumme jeweils der Pumpfeldfrequenz entspricht. Für stark gequetschte Lichtfelder muss eine möglichst hohe Anharmonizität erzeugt, und somit eine möglichst hohe Pumpintensität verwendet werden. Dennoch darf die Pumpschwelle des Kristalls nicht überschritten werden, damit die spontane Emission die induzierte Emission dominiert. Der OPA-Betrieb unterhalb der Schwelle wird auch „spontane parametrische Abwärtskonversion“ genannt, da verschränkte Photonenpaare [77, 78] generiert werden. Bei der entarteten OPA sind Signal- und Idlerfeld ununterscheidbar, da sie die selbe Frequenz, Polarisation und Ausbreitungsrichtung besitzen. Zusätzlich wird der nichtlineare Kristall zwischen zwei oder mehr Spiegel mit hoher Reflektivität für das Signal- bzw. Idlerfeld platziert. Diese Spiegel bilden einen optischen Resonator, in dem nur das Signal- bzw. Idlerfeld mit einer wohldefinierten Ausbreitungsrichtung einer transversalen, räumlichen Mode konstruktiv mit sich selbst interferiert. Um die Wahrscheinlichkeit der spontanen Abwärtskonversion in diese Mode zu maximieren, muss der Pumpstrahl so ausgerichtet werden, dass seine Taille und Ausbreitungsrichtung zum Signal- bzw. Idlerfeld passt. Das Pumpfeld und Signal- bzw. Idlerfeld gleich schnell durch den Kristall propagieren, kann für viele bekannte Materialien durch Stabilisierung des Kristalls auf eine bestimmte Temperatur realisiert werden, der sogenannten Phasenanpassungstemperatur (siehe Kapitel 5.2). Schlussendlich verlässt ein einzelner Laserstrahl den Kristall, der aus dem nun etwas schwächeren Pumpfeld und aus dem abwärtskonvertierten Feld besteht. Diese beiden Felder können durch einen wellenlängenselektiven Spiegel voneinander getrennt werden. Der Quetscheffekt wird am entarteten Signal- bzw. Idlerfeld beobachtet. Es tritt in einem Vakuumzustand in den Kristall ein und wird im Kristall durch stimulierte Abwärtskonversion in einen gequetschten Vakuumzustand konvertiert. Falls anfangs ein kohärenter Zustand überlagert mit dem Pumpfeld vorliegt, beispielsweise durch Einstrahlen eines zweiten kohärenten Laserstrahls mit halber Pumpfeldfrequenz, wird er in einen „hellen“ [62] gequetschten Zustand des Lichts konvertiert. Das Wort „hell“ sollte nicht wörtlich genommen werden, denn dieser Laserstrahl besitzt gewöhnlich eine viel geringere Intensität als der Pumpstrahl.

Quetschlichtquellen werden durch optische Pumpfelder angeregt, welche den Dipolen im nichtlinearen Kristall eine einheitliche Schwingung aufzwingen. Diese Anregung

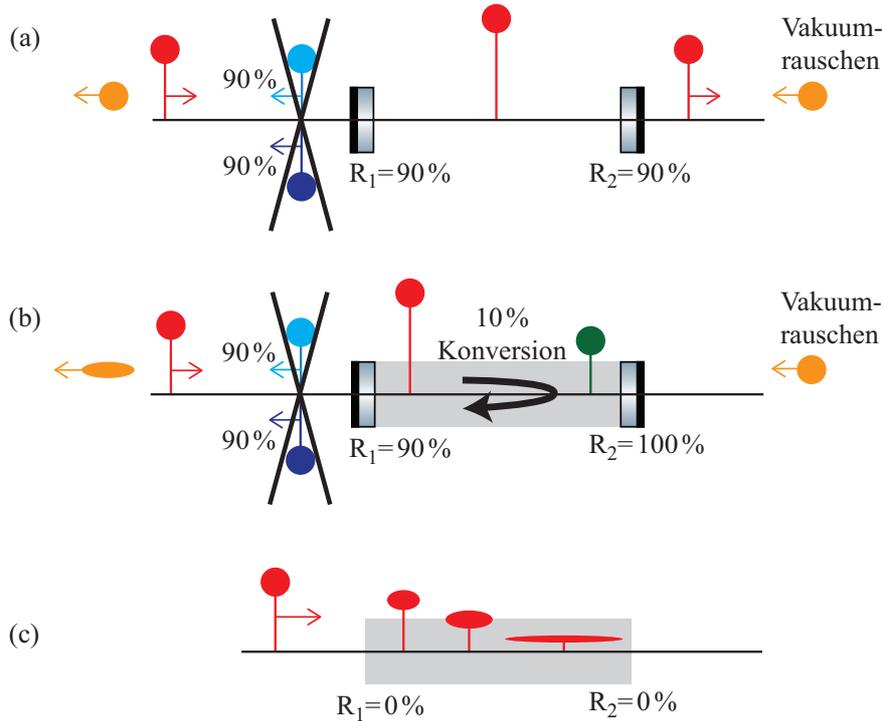
trägt die Phaseninformation des Pumpfeldes. Strahlt man ein kohärentes Feld mit halber Pumpfeldfrequenz (entartete optisch-parametrische Verstärkung) in eine unterhalb ihrer Laserschwelle gepumpte Quetschlichtquelle, so wird dieses Feld je nach Phasenlage zu der durch die Pumpe angeregten Dipolschwingung abgeschwächt ( $\phi = 0^\circ$  vgl. Formel 3.9) oder verstärkt ( $\phi = 90^\circ$  vgl. Formel 3.9). Wird ein umlaufendes, kohärentes Feld durch die Pumpe abgeschwächt, so führt eine Erhöhung der Pumpleistung bis zur Pumpschwelle zur völligen Abschwächung der kohärenten Amplitude des fundamentalen Feldes. Trotzdem spricht man beim Quetschprozess immer von spontaner parametrischer Abwärtskonversion (engl. *down-conversion*). Hierbei wird die Hochkonversion der kohärenten Amplitude des fundamentalen Feldes nicht berücksichtigt, lediglich die Tatsache, dass das Quantenfeld (z.B. im Vakuumzustand) der fundamentalen Frequenz beim Quetschprozess korrelierte Photonen gewinnt. Erhöht man die Pumpleistung über die Pumpschwelle hinaus, so tritt der Laserprozess ein, der ein *helles*, fundamentales Feld produziert. Dieser Verstärkungsprozess ist in Phase mit den angeregten Dipolschwingungen des Kristalls und somit  $90^\circ$  Phasenverschoben zum einlaufenden kohärenten Feld, was vollständig abgeschwächt wurde. Dieser phasenabhängige Verstärkungs- und Abschwächungsprozess gilt nicht nur für kohärente Felder sondern auch für Quantenfluktuationen und ist die Ursache von optisch parametrisch gequetschten Zuständen.

Effiziente Quetschlichtquellen werden knapp unterhalb der Pumpschwelle betrieben, da dort die Emission durch Vakuumfluktuationen (spontane Emission) maximal stimuliert wird. Oberhalb der Pumpschwelle tritt die durch das kohärente Feld stimulierte Emission ein, das Pumpfeld wird abgeräumt und ein *helles*, fundamentales Feld entsteht. Die Energie der Pumpe wird somit von der fundamentalen kohärenten Amplitude des elektrischen Feldes abgeräumt (stimulierte Emission) und nicht von seinen Quantenfluktuationen (spontane Emission). Somit steht die Energie nicht mehr für den Quetschlichtprozess zur Verfügung, was zu einem geringeren Quetscheffekt führt.

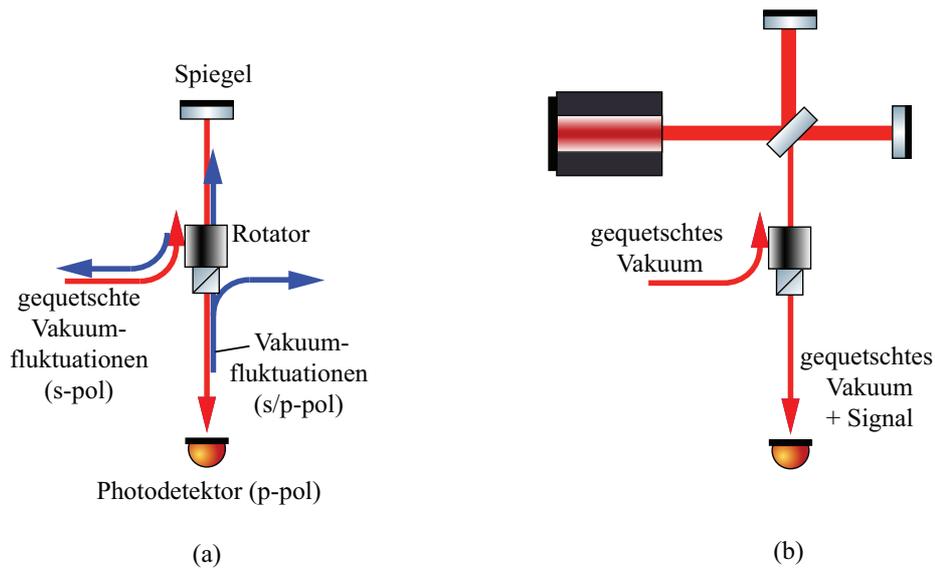
Wie ein nichtlineares Medium in einem Resonator zu gequetschtem Licht führt, ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Diese Abbildung geht von der Grundidee aus, dass durch destruktive Interferenz an einem Resonator Quantenfluktuationen reduziert werden können. Um keine Vakuumfluktuationen von der anderen Seite des Resonators einzukoppeln, werden ein hochreflektierender Resonatorendspiegel und ein nichtlineares Medium benötigt. Die Einkopplung von gequetschten Zuständen und die Auskopplung von Vakuumfluktuationen in optische Systeme zeigt Abbildung 2.7. Durch Rotatoren werden die optischen Polarisierungen gedreht und somit eingekoppelte Felder nach Reflexion nicht wieder Ausgekoppelt. Dadurch können mit Rotatoren gequetschte Felder in die Detektionsports von Interferometern eingekoppelt werden.

## 2.2 Erzeugung gequetschter Zustände durch den Kerr-Effekt

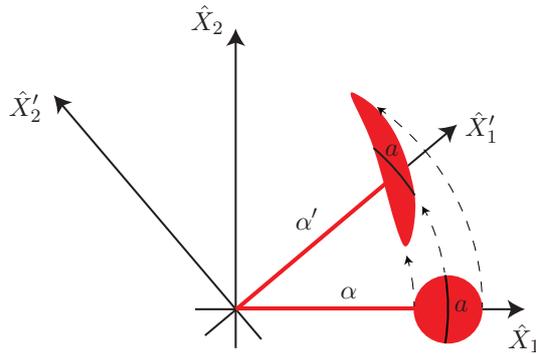
Durch den optischen Kerr-Effekt können nicht-gaußsche, gequetschte Zustände erzeugt werden [23–25]. Dieser Effekt beruht auf dem intensitätsabhängigen Brechungsindex [79]



**Abbildung 2.6:** Herleitung der Erzeugung von gequetschten Zuständen in der Phasendarstellung. a) Das Prinzip einer Quetschlichtquelle beruht darauf, dass sich die Reflexion eines einlaufenden Quantenfeldes an einem Resonator (ohne Medium,  $R_1 = R_2$ ) mit dem aus dem Resonator transmittierten Feld samt Quantenrauschen auslöscht. Dabei ist das von links einlaufende Quantenfeld in rot, reflektierter Phasor in hellblau und der aus dem Resonator transmittierter Phasor in dunkelblau dargestellt. Da sich die beiden Felder auslöschen, wurden sie in der Abbildung durchgestrichen. Da das Quantenrauschen von links durch den Resonator transmittiert, transmittiert auch Vakuumrauschen von rechts nach links (in orange dargestellt) durch den Resonator. Somit kann im Setup (a) kein Quetscheffekt beobachtet werden. Setzt man nun die Spiegelreflektivität  $R_2$  auf 1 um das Quantenrauschen von rechts nicht einzukoppeln, wird das Quantenfeld von links vollständig reflektiert (dunkelblauer Phasor größer als hellblauer Phasor). b) Abhilfe schafft ein Resonator, der zusätzlich zu  $R_2 = 1$  ein nichtlineares Medium (in grau dargestellt) beinhaltet. Wenn in dem nichtlinearen Medium ein Teil des fundamentalen Feldes durch die Pumpe weg konvertiert, dann können die beiden blauen Phasoren gleich groß werden und es wird kein Quantenrauschen nach links auslaufen. Diese Situation entsteht an der Pumpschwelle, bei der folglich theoretisch unendlich starke Quetschung erwartet wird. Außerhalb des Resonators können somit theoretisch unendlich stark gequetschte Zustände vorliegen, erzeugt durch die Überlagerung von dem direkt am Resonator reflektierten Feld mit aus dem Resonator transmittierten Feld. Innerhalb des Resonators können keine unendlich stark gequetschten Zustände erzeugt werden. Oberhalb der Pumpschwelle nimmt der Quetschgrad ab, weil mehr Licht aus dem Resonator transmittiert wird als an ihm reflektiert. c) Bei einem einfachen Durchlauf durch ein nichtlineares Medium wird der Quetschgrad mit zunehmender Kristalllänge bzw. Pumpleistung immer größer und das kohärente Feld verliert beim Quetschen der Amplitudenquadrat und gewinnt beim Quetschen der Phasenquadrat an Intensität. (a) bis (c) diskutiert die Abschwächung einer kohärenten Amplitude und somit die Abschwächung der Amplitudenquadrat der Quantenfluktuationen. Gequetschte Amplitudenquadraturen führen zu anti-gequetschten Phasenquadraturen (vgl. Formel 3.9). Eine gequetschte Phasenquadrat wird generiert, wenn das fundamentale Feld im Resonator verstärkt wird.



**Abbildung 2.7:** Die Graphiken zeigen, wie gequetschte Zustände durch einen Rotator in optische Systeme eingekoppelt werden können [66]. Das Einkoppeln von gequetschten Zuständen ist analog mit einem Auskoppeln von Vakuumfluktuationen verbunden. (a) Nur von links kommende, s-polarisierte Felder gelangen als p-polarisierte Felder zum Detektor (rote Pfeile). Vakuumfluktuationen, die vom Detektor aus gehen (in blau eingezeichnet), werden durch den Rotator nach rechts (s-pol) oder nach links (p-pol) ausgekoppelt. Da gewöhnlich nur in einer optischen Polarisation gequetschte Fluktuationen in optische Systeme eingekoppelt werden, sollte auch nur diese Polarisation ausgelesen werden. Dies kann beispielsweise mit einem balancierten, homodynen Detektor (vgl. Kapitel 5.8) erreicht werden. (b) Mit Hilfe eines Rotators kann zwischen Interferometer und Detektor ein Port geöffnet werden, um gequetschte Zustände in das Interferometer einzukoppeln und Vakuumfluktuationen auszukoppeln.



**Abbildung 2.8:** Erzeugung eines nicht-gaußschen, Kerr-gequetschten Zustands aus einem kohärenten Feld mit Hilfe des optischen Kerr-Effekts [80, 81]. Durch den intensitätsabhängigen Kerr-Effekt erfahren verschiedene Amplituden verschiedene Rotationen im Phasenraum. Somit wird die Varianz des Schrotrauschs der kohärenten Amplitude  $\alpha$  vom Eingangsfeld (roter Kreis) durch den Kerr-Effekt bananenförmig auseinander gezogen. Die gequetschte Quadratur ist schräg gegenüber der Amplitudenquadratur (nicht eingezeichnet). Da dieser Effekt die Photonenzahl erhält, bleiben die Amplitudenfluktuationen am Schrotrauschniveau. Gleich große Amplituden erfahren die gleiche Rotation, somit bleibt beispielsweise die Länge des Kreissegments  $a$  erhalten.

$$\begin{aligned}
 n &= n_0 + \frac{n_2}{2n_0} \cdot I \\
 &= n_0 + \frac{3\chi^{(3)}}{4n_0^2\epsilon_0c_0} \cdot 2n_0\epsilon_0c_0\mathcal{E}^2 \\
 &= n_0 + \frac{3}{2n_0}\chi^{(3)}\mathcal{E}^2.
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Durch diesen Zusammenhang ist die Phasengeschwindigkeit der elektrischen Felder im Kristall gemäß

$$c_M = c_0/n \tag{2.2}$$

intensitätsabhängig. Dabei bezeichnet  $\mathcal{E}$  die elektrische Feldstärke,  $I$  die Intensität,  $\chi^{(3)}$  die nichtlineare optische Suszeptibilität dritter Ordnung,  $\epsilon_0$  die Permittivität des Vakuums und  $c_0$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Für positive Koeffizienten werden somit Quantenfluktuationen mit größerer Amplitude den Kristall langsamer durchlaufen als Quantenfluktuationen mit geringer Amplitude. Dadurch laufen die Quantenfluktuationen in der Phasenquadratur auseinander und es entstehen nicht-gaußsche, gequetschte Zustände des Lichts, siehe Abbildung 2.8. Im Gegensatz zu den optisch-parametrisch gequetschten Zuständen ist beim Quetschprozess des optischen Kerr-Effekts kein zweites harmonisches Pumpfeld nötig und es tritt daher auch keine quadraturabhängige Verstärkung auf. Der Quetschprozess tritt somit nicht direkt durch Abschwächung einer Quadratur sondern indirekt durch ein amplitudenabhängiges Auseinanderlaufen des Quantenfeldes auf.

## 2.3 Mathematische Definition der Quadraturoperatoren

Dieses Kapitel bietet eine kurze Einführung in die Quantenmechanik und in die daraus entwickelten Definitionen für die Quadraturoperatoren. Detailliertere Beschreibungen können beispielsweise Referenz [82] entnommen werden. Der Hamiltonoperator für das Teilchenbild (oben) und für das Wellenbild (unten) lautet

$$\begin{aligned}\hat{H} &= \hbar\omega \left( \overbrace{\hat{a}^\dagger \hat{a}}^{\hat{n}} + \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \hat{q}^2.\end{aligned}\tag{2.3}$$

Es gelten die Kommutatoren

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar\tag{2.4}$$

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1.\tag{2.5}$$

Dabei ist  $\hbar$  das reduzierte plancksche Wirkungsquantum,  $\omega$  die Kreisfrequenz des Oszillators,  $\hat{n}$  der Teilchenzahloperator,  $m$  die Masse des schwingenden Teilchens und  $\hat{q}$  und  $\hat{p}$  sind der Orts- und Impulsoperator. Der Erzeugungsoperator  $\hat{a}^\dagger$  und der Vernichtungsoperator  $\hat{a}$  kann beispielsweise über

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{q} - \frac{i}{\sqrt{m\hbar\omega}} \hat{p} \right)\tag{2.6}$$

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \hat{q} + \frac{i}{\sqrt{m\hbar\omega}} \hat{p} \right)\tag{2.7}$$

oder über

$$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (\hat{p} + im\omega\hat{q})\tag{2.8}$$

$$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2m\hbar\omega}} (\hat{p} - im\omega\hat{q})\tag{2.9}$$

definiert werden. Die Heisenbergsche Unschärferelation [63] für die Unschärfe  $\Delta\hat{A}$  des Operators  $\hat{A}$  und die Unschärfe  $\Delta\hat{B}$  des Operators  $\hat{B}$  lautet

$$(\Delta\hat{A})^2(\Delta\hat{B})^2 \geq \frac{1}{4} \left| \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right|^2\tag{2.10}$$

wobei  $\hat{A}$  und  $\hat{B}$  zwei beliebige, komplementäre Operatoren darstellen. Ein *gequetschter Zustand* besitzt eine Quadratur, dessen Varianz unter der Vakuumvarianz liegt. Für diese Quadratur gilt

$$(\Delta\hat{A})^2 < \frac{1}{2} \left| \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle \right|\tag{2.11}$$

Für die Quadraturoperatoren gibt es keine einheitliche Definition. Im Folgenden sind die drei üblichen Definitionen gegenübergestellt. Im ersten Kasten auf der nächsten Seite ist die Varianz der elektrischen Vakuumfluktuationen  $\langle(\Delta\hat{X}_{\text{vac}})^2\rangle$  auf 1, im zweiten Kasten auf  $1/2$  und im dritten Kasten auf  $1/4$  normiert.  $\hat{X}_1$  bezeichnet dabei die Amplitudenquadratur und  $\hat{X}_2$  die Phasenquadratur.

- Definition  $\langle(\Delta\hat{X}_{\text{vac}})^2\rangle = 1$ :

$$\begin{aligned}
 \Re(\hat{a}) &:= \frac{\hat{X}_1}{2} & \Rightarrow & & \hat{a} &= \frac{\hat{X}_1 + i\hat{X}_2}{2} & \Rightarrow & & \hat{X}_1 &= \hat{a} + \hat{a}^\dagger \\
 \Im(\hat{a}) &:= \frac{\hat{X}_2}{2} & \Rightarrow & & \hat{a}^\dagger &= \frac{\hat{X}_1 - i\hat{X}_2}{2} & \Rightarrow & & \hat{X}_2 &= -i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \\
 [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] &= 1 & \Rightarrow & & [\hat{X}_1, \hat{X}_2] &= 2i & \Rightarrow & & \hat{H} &= \frac{1}{4} \cdot \hbar\omega(\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2) \\
 & & & & & & & & & \langle(\Delta\hat{X}_1)^2\rangle\langle(\Delta\hat{X}_2)^2\rangle \geq 1
 \end{aligned}$$

- Definition  $\langle(\Delta\hat{X}_{\text{vac}})^2\rangle = 1/2$ :

$$\begin{aligned}
 \Re(\hat{a}) &:= \frac{\hat{X}_1}{\sqrt{2}} & \Rightarrow & & \hat{a} &= \frac{\hat{X}_1 + i\hat{X}_2}{\sqrt{2}} & \Rightarrow & & \hat{X}_1 &= \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{\sqrt{2}} \\
 \Im(\hat{a}) &:= \frac{\hat{X}_2}{\sqrt{2}} & \Rightarrow & & \hat{a}^\dagger &= \frac{\hat{X}_1 - i\hat{X}_2}{\sqrt{2}} & \Rightarrow & & \hat{X}_2 &= \frac{-i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)}{\sqrt{2}} \\
 [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] &= 1 & \Rightarrow & & [\hat{X}_1, \hat{X}_2] &= i & \Rightarrow & & \hat{H} &= \frac{1}{2} \cdot \hbar\omega(\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2) \\
 & & & & & & & & & \langle(\Delta\hat{X}_1)^2\rangle\langle(\Delta\hat{X}_2)^2\rangle \geq \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

- Definition  $\langle(\Delta\hat{X}_{\text{vac}})^2\rangle = 1/4$ :

$$\begin{aligned}
 \Re(\hat{a}) &:= \hat{X}_1 & \Rightarrow & & \hat{a} &= \hat{X}_1 + i\hat{X}_2 & \Rightarrow & & \hat{X}_1 &= \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{2} \\
 \Im(\hat{a}) &:= \hat{X}_2 & \Rightarrow & & \hat{a}^\dagger &= \hat{X}_1 - i\hat{X}_2 & \Rightarrow & & \hat{X}_2 &= \frac{-i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)}{2} \\
 [\hat{a}, \hat{a}^\dagger] &= 1 & \Rightarrow & & [\hat{X}_1, \hat{X}_2] &= \frac{i}{2} & \Rightarrow & & \hat{H} &= \hbar\omega(\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2) \\
 & & & & & & & & & \langle(\Delta\hat{X}_1)^2\rangle\langle(\Delta\hat{X}_2)^2\rangle \geq \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

Für alle Definitionen gilt einheitlich, dass die Amplitudenquadratur  $\hat{X}_1$  nur von  $\hat{q}$  abhängig ist, was dem klassischen Ort entspricht und die Phasenquadratur  $\hat{X}_2$  nur von  $\hat{p}$  abhängig ist, was dem klassischen Impuls entspricht, vgl. Formel (2.6) bis (2.9). Durch den Quetschparameter  $r$  können gequetschte Zustände unabhängig von der Normierung des Vakuums beschrieben werden. Die Umrechnung erfolgt für eine Vakuumnormierung auf eins über  $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle = \exp(-2r)$ , für eine Vakuumnormierung auf

$1/2$  über  $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle = 0,5 \cdot \exp(-2r)$  und für eine Vakuumnormierung auf  $1/4$  über  $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle = 0,25 \cdot \exp(-2r)$ . Ebenfalls unabhängig von der Vakuumnormierung errechnet sich die relative Rauschunterdrückung über „relative Rauschunterdrückung in dB“ =  $10 \cdot \lg(\exp(-2r))$ .

## 2.4 Kovarianzmatrix

Um gaußsche ein-Moden- bzw. zwei-Moden-Zustände vollständig zu beschreiben werden Kovarianzmatrizen verwendet. Sei

$$\gamma_{1\text{Mod}} = \begin{pmatrix} \text{Var}(\hat{X}) & \text{Cov}(\hat{X}, \hat{P}) \\ \text{Cov}(\hat{P}, \hat{X}) & \text{Var}(\hat{P}) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

die Kovarianzmatrix eines gaußschen ein-Moden-Zustandes, so wird durch Überlagerung von zwei (verschiedenen) gaußschen ein-Moden-Zuständen an einem Strahlteiler die Kovarianzmatrix

$$\gamma_{2\text{Mod}} = \begin{pmatrix} \text{Var}(\hat{X}^A) & \text{Cov}(\hat{X}^A, \hat{P}^A) & \text{Cov}(\hat{X}^A, \hat{X}^B) & \text{Cov}(\hat{X}^A, \hat{P}^B) \\ \text{Cov}(\hat{P}^A, \hat{X}^A) & \text{Var}(\hat{P}^A) & \text{Cov}(\hat{P}^A, \hat{X}^B) & \text{Cov}(\hat{P}^A, \hat{P}^B) \\ \text{Cov}(\hat{X}^B, \hat{X}^A) & \text{Cov}(\hat{X}^B, \hat{P}^A) & \text{Var}(\hat{X}^B) & \text{Cov}(\hat{X}^B, \hat{P}^B) \\ \text{Cov}(\hat{P}^B, \hat{X}^A) & \text{Cov}(\hat{P}^B, \hat{P}^A) & \text{Cov}(\hat{P}^B, \hat{X}^B) & \text{Var}(\hat{P}^B) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

eines gaußschen zwei-Moden-Zustands generiert.  $\hat{X}$  bezeichnet die Amplitudenquadratur,  $\hat{P}$  die Phasenquadratur und die Indizes A und B kennzeichnen die beiden unterschiedlichen Detektoren. Die Varianz eines Operators wird durch  $\text{Var}(\hat{O}) := \Delta^2\hat{O} := \langle\hat{O}^2\rangle - \langle\hat{O}\rangle^2$  und die Kovarianz von zwei Operatoren durch  $\text{Cov}(\hat{O}, \hat{Q}) := \langle\hat{O} \cdot \hat{Q}\rangle - \langle\hat{O}\rangle\langle\hat{Q}\rangle$  beschrieben. In schwarz und grün sind die korrelierten bzw. anti-korrelierten Observablen bzw. Observablenpaare eingetragen. Die Kovarianzen orthogonaler Quadraturen an einem Detektor sind orange markiert. Das gleichzeitige Messen von orthogonalen Quadraturen an einem Detektor ist nicht möglich. Im Rahmen dieser Arbeit werden reine Zustände, die bezüglich  $\hat{X}$  bzw.  $\hat{P}$  gequetscht sind betrachtet. Die orthogonalen Quadraturen  $\hat{X}$  und  $\hat{P}$  weisen somit keine Korrelationen auf. Deshalb werden ihre Kovarianzen im Rahmen dieser Arbeit auf Null gesetzt. Messungen von den orthogonalen Quadraturen  $\hat{X}$  und  $\hat{P}$  an verschiedenen Detektoren wurden mit blau gekennzeichnet und im Rahmen dieses Experiments direkt gemessen. Wie alle Einträge der Kovarianzmatrix eines zwei-Moden-gequetschten Zustands aus Messwerten errechnet werden können, ist in Kapitel 7 aufgezeigt.

Besitzt ein amplitudengequetschtes Vakuumfeld eine um -12,7 dB gequetschte  $\hat{X}$ -Quadratur und eine um 19,9 dB anti-gequetschte  $\hat{P}$ -Quadratur, führt dies zu einer Kovarianzmatrix von

$$\gamma_{\text{MSqz}} = \begin{pmatrix} 0,054 & 0 \\ 0 & 97,724 \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Ist ein Feld mit einem Verhältnis von -11,3 dB zu 17,3 dB phasengequetscht, ergibt sich

$$\gamma_{\text{HSqz}} = \begin{pmatrix} 53,703 & 0 \\ 0 & 0,074 \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Diese beiden Matrizen wurden für eine Vakuumvarianz von eins berechnet und entsprechen den gemessenen, gequetschten Zuständen aus Kapitel 6.2. Beide Zustände wurden an einem 50/50-Strahlteiler

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

mit einer relativen Phase von  $90^\circ$  zueinander überlagert, wodurch sich mit der direkten Summe

$$\gamma_{\text{MSqz}} \oplus \gamma_{\text{HSqz}} = \begin{pmatrix} 0,054 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 97,724 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 53,703 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,074 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

seiner beiden Teilsysteme idealerweise die Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned} \gamma_\infty &= \hat{B} (\gamma_{\text{MSqz}} \oplus \gamma_{\text{HSqz}}) \hat{B}^T \\ &= \begin{pmatrix} 26,88 & 0 & 26,82 & 0 \\ 0 & 48,90 & 0 & -48,82 \\ 26,82 & 0 & 26,88 & 0 \\ 0 & -48,82 & 0 & 48,90 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

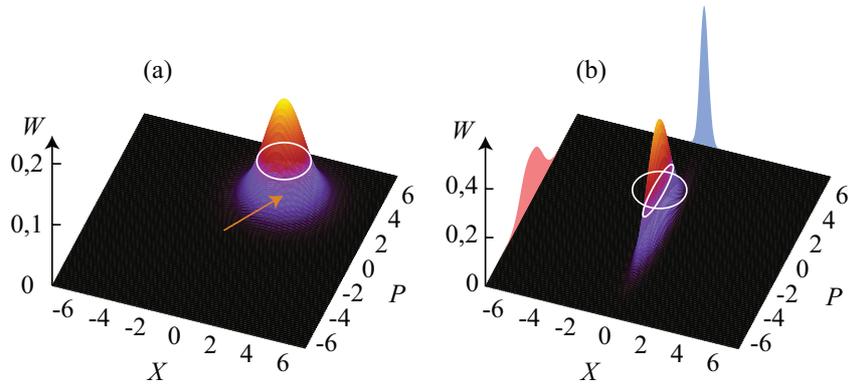
für den zwei-Moden-gequetschten Zustand errechnet [83]. Solche Zustände, die nicht durch eine direkte Summe  $\gamma_\infty \neq \gamma_1 \oplus \gamma_2$  ausgedrückt werden können, werden inseparabel genannt (vgl. Kapitel 4).

## 2.5 Wignerfunktion

Optische Zustände können durch die Wignerfunktion [84]

$$W(\zeta) = (2\pi \det[\gamma])^{-\dim[\gamma]} \exp \left[ -\frac{1}{2} \zeta^T \gamma^{-1} \zeta \right] \quad (2.19)$$

vollständig beschrieben werden.  $\det[\gamma]$  und  $\dim[\gamma]$  bezeichnen die Determinante und die Dimension der Kovarianzmatrix  $\gamma$  und  $\zeta$  ist der Phasenraumvektor, der die beteiligten



**Abbildung 2.9:** Wignerfunktion (a) eines verschobenen Vakuumszustands und (b) eines gequetschten Vakuumszustands mit -12,7 dB gequetschter zu 19,9 dB anti-gequetschter Quadratur [85]. Die Varianzen (in weiß dargestellt) der Quadraturen können den Höhenlinien entnommen werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichte einer Quadratur erhält man, indem man die Wignerfunktion über die orthogonale Quadratur integriert. Sie ist in (b) für die Phasenquadratur in hellem rot und für die Amplitudenquadratur in hellem blau projiziert.

Parteien A,B,C,... gemäß  $\hat{\zeta} = (\hat{X}^A, \hat{P}^A, \hat{X}^B, \hat{P}^B, \dots)$  beschreibt. Für ein-Moden-Zustände vereinfacht sich die Wignerfunktion zu

$$W = \frac{1}{2\pi\sqrt{\text{Var}(\hat{X})\text{Var}(\hat{P})}} \cdot \exp \left[ -0,5 \left( \frac{(x - x_0)^2}{\text{Var}(\hat{X})} + \frac{(y - y_0)^2}{\text{Var}(\hat{P})} \right) \right]. \quad (2.20)$$

In Abbildung 2.9 sind die Wignerfunktionen eines verschobenen Vakuumszustands und eines gequetschten Vakuumszustands dargestellt. Die Wignerfunktion ist eine rekonstruierte Quasi-Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Zustands und oft der beste Kompromiss zwischen der klassischen Phasenraumdicke und dem korrekten quantenmechanischen Verhalten. Sie wird als Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung bezeichnet, da sie beispielsweise negativ werden kann, was keiner reellen Wahrscheinlichkeit entspricht. Kohärente und parametrisch gequetschte Zustände gehören zu der Klasse der reinen, gaußschen Zustände und haben darum immer eine rein positive Wignerfunktion [86].

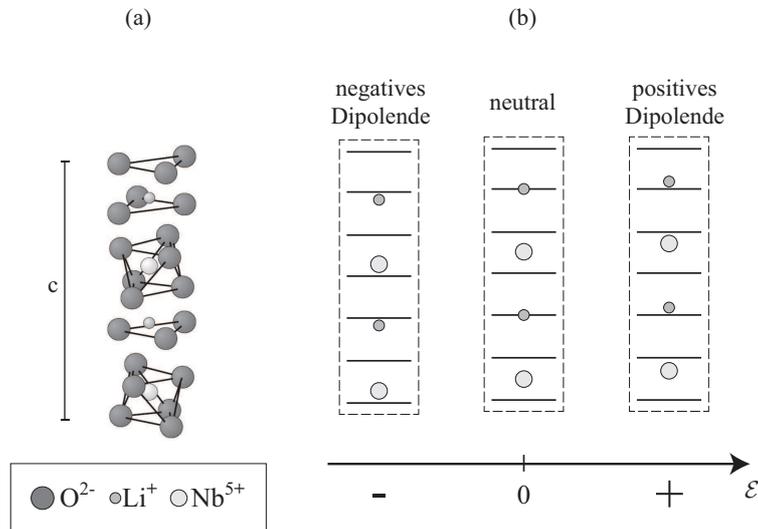
## 3 Entwicklung einer graphischen Darstellung der Erzeugung von gequetschten Zuständen

Quantenoptik ist ein Feld, das größtenteils auf algebraischen Operator-Methoden aufgebaut ist. Die in diesem Kapitel entwickelte, graphische Beschreibung stellt erstmalig eine visualisierte Methode zum Verständnis der phasenabhängigen Verstärkung eines nichtlinearen  $\chi^{(2)}$ -Prozesses vor, welche die Erzeugung von gequetschten, optischen Feldern beschreibt [26, 27]. Sie geht davon aus, dass ein Quantenzustand (z.B. ein Vakuumzustand oder ein kohärentes Feld) in ein nichtlineares Medium einläuft und erklärt anhand der nichtlinearen  $\mathcal{P}/\mathcal{E}$ -Kennlinie eines Mediums den Quetschprozess von elektrischen Quantenfluktuationen, Verstärkung und Abschwächung der kohärenten Felder sowie die Phasenbeziehungen aller elektrischen Felder und dielektrischen Polarisationsfelder.  $\mathcal{P}$  bezeichnet dabei das dielektrische Polarisationsfeld und  $\mathcal{E}$  das elektrische Feld. Der Transfer von klassischem Rauschen zu gequetschtem Rauschen kann dabei ohne Zuhilfenahme der Quantenphysik erklärt werden. Die Herleitung dieser Beschreibung ist Inhalt dieses Kapitels und anhand von Abbildungen erklärt.

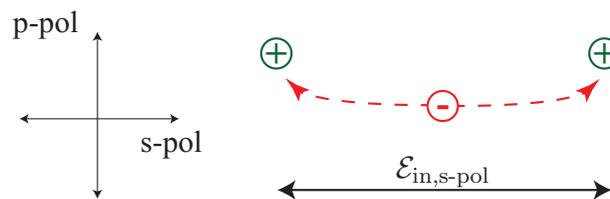
### 3.1 Die nichtlineare Polarisation von dielektrischen Materialien

Durchläuft eine elektromagnetische Welle ein Medium (beispielsweise das Ferroelektrika  $\text{LiNbO}_3$  oder das Ferroelektrika PPKTP), so schwingen die Ladungen des Mediums mit der Lichtfrequenz. Die dadurch entstehenden, mit der Lichtfrequenz schwingenden Dipole sind in Abbildung 3.1 skizziert. Da die Ladungen einer nichtlinearen Rückstellkraft unterliegen, bekommt die dielektrische Polarisation Frequenzanteile höherer Ordnung [87–89]. Die Dipole strahlen somit ein elektrisches Feld aus, welches sowohl die Frequenz des anregenden elektrischen Lichtfeldes, als auch höhere Harmonische dieser Frequenz enthält. Die optischen Polarisierungen der einzustrahlenden elektrischen Felder und des gequetschten elektrischen Feldes werden durch den Kristalltyp definiert und können unterschiedlich sein. Beispielsweise tragen für unkritisch phasenangepasste, mit Magnesiumoxid dotierte Lithiumniobatkristalle Signal- und Idler-Welle die gleiche Polarisation. Diese Polarisation ist zu der Polarisation des zweiten harmonischen Feldes orthogonal. Warum die verschiedenen Polarisierungen in einem Kristall aneinander koppeln, ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Durch die Kopplung brauchen die verschiedenen optischen Polarisierungen im Folgenden nicht differenziert werden.

Für kleine elektrische Felder sind die nichtlinearen Anteile der Polarisation vernachlässigbar klein. Nichtlineare Effekte werden für Feldstärken deutlich, die mit interatomaren elektrischen Feldstärken (normalerweise  $10^5$ - $10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ) vergleichbar sind [92]. Die dielektri-



**Abbildung 3.1:** Schematische Darstellung des LiNbO<sub>3</sub>-Kristalls bei Einwirkung eines elektrischen Feldes [90, 91]. (a) Dargestellt ist eine volle Wiederholung der Kristallstruktur entlang c. (b) Durch Einstrahlung eines optischen, elektrischen Feldes verschieben sich die Kationen (durch Kreise dargestellt) relativ zu den Ebenen der Sauerstoff-Oktaeder (durchgezogene Linien) mit der Lichtfrequenz. Die Dipolschwingungen bilden das dielektrische Polarisationsfeld des Mediums.



**Abbildung 3.2:** Die Grafik zeigt eine Kristallstruktur, in der die negativen Ladungen (in rot dargestellt) durch ein rein s-polarisiertes elektrisches Feld  $\mathcal{E}_{in,s-pol}$  bewegt werden. Durch Asymmetrie der positiven Ladungen (in grün dargestellt) enthält das entstehende dielektrische Polarisationsfeld sowohl s-polarisierte (s-pol) als auch p-polarisierte (p-pol) Anteile.

sche Polarisierung von einem Medium kann durch ein elektrisches Feld  $\mathcal{E}(f_1, f_2)$ , welches zwei Frequenzen beinhaltet durch

$$\mathcal{P}(\mathcal{E}) = \epsilon_0 \left\{ \chi^{(1, f_1)} \mathcal{E}(f_1) + \chi^{(1, f_2)} \mathcal{E}(f_2) + \left( \sqrt{\chi^{(2, f_1)}} \mathcal{E}(f_1) + \sqrt{\chi^{(2, f_2)}} \mathcal{E}(f_2) \right)^2 \right\} + \dots, \quad (3.1)$$

beschrieben werden, wobei im Folgenden ein frequenzunabhängiges  $\chi$  angenommen wird [93]. Damit gilt

$$\mathcal{P}(\mathcal{E}) = \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \mathcal{E}}_{\mathcal{P}^{(1)}} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(2)} \mathcal{E}^2}_{\mathcal{P}^{(2)}} + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(3)} \mathcal{E}^3}_{\mathcal{P}^{(3)}} + \dots \quad (3.2)$$

Hierbei ist  $\epsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante im Vakuum und  $\chi^{(i)}$  die elektrische Suszeptibilität  $i$ -ter Ordnung.  $\chi^{(1)}$  ist für die Absorption und die Lichtbrechung verantwortlich,  $\chi^{(2)}$  für Frequenzverdopplung, elektrooptische Effekte, parametrische Oszillation usw. und  $\chi^{(3)}$  ist für den quadratischen Kerr-Effekt, den intensitätsabhängigen Brechungsindex, Vier-Wellen-Mischung, Selbstfokussierung usw. verantwortlich. Die geraden Ordnungen der Suszeptibilität  $\chi^{(2, 4, 6, \dots)}$  sind bei zentrosymmetrischen Kristallen nicht vorhanden [92], vgl. Abbildung 3.3. Die Nichtlinearität niedrigster Ordnung dieser Kristalle ist  $\chi^{(3)}$ . Für Festkörper mit hoher Nichtlinearität zweiter Ordnung gilt [92]

$$\chi^{(1)} \approx 1, \quad \chi^{(2)} \approx 10^{-13} - 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{V}}, \quad \chi^{(3)} \approx 10^{-23} - 10^{-17} \frac{\text{m}^2}{\text{V}^2}. \quad (3.3)$$

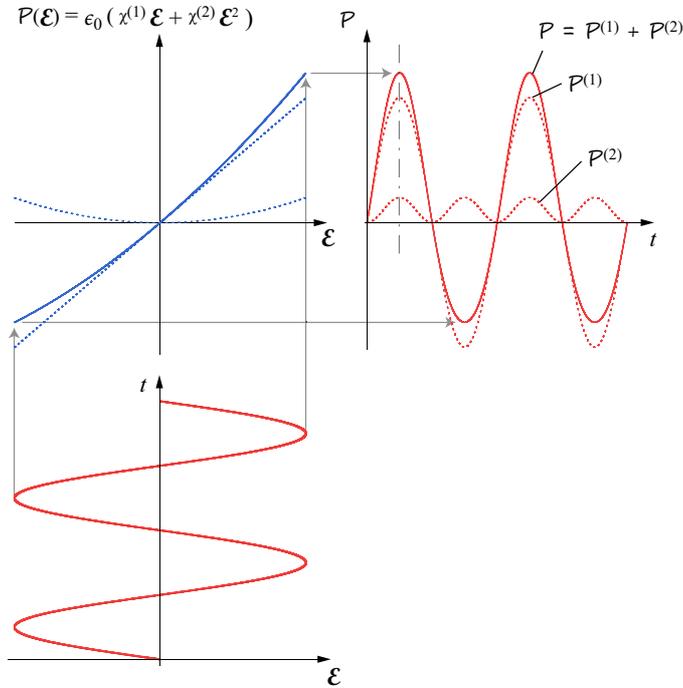
Da die nichtlinearen Suszeptibilitäten um viele Größenordnungen kleiner sind als die Suszeptibilität erster Ordnung, sind anharmonische Effekte für kleine Feldstärken vernachlässigbar. Gleichung 3.2 kann als dielektrische Kennlinie der Ladungen interpretiert werden, siehe Abbildung 3.3. Die graphische Transformation eines elektrischen Feldes an dieser Kennlinie veranschaulicht die verursachte Ladungstrennung im Kristall. Der lineare Anteil und die verschiedenen nichtlinearen Anteile der nichtlinearen Ladungstrennung können dargestellt werden und somit auch jede Frequenzkomponente des auslaufenden elektrischen Feldes. Eine realitätsgetreue dielektrische Kennlinie ist in Abbildung 3.4 visualisiert.

Betrachtet man ein einzelnes elektromagnetisches Feld  $\mathcal{E} = A \cos(\omega t + \phi)$  beim Übergang in ein Polarisationsfeld gemäß Formel 3.2, so erhält man die Polarisierungen

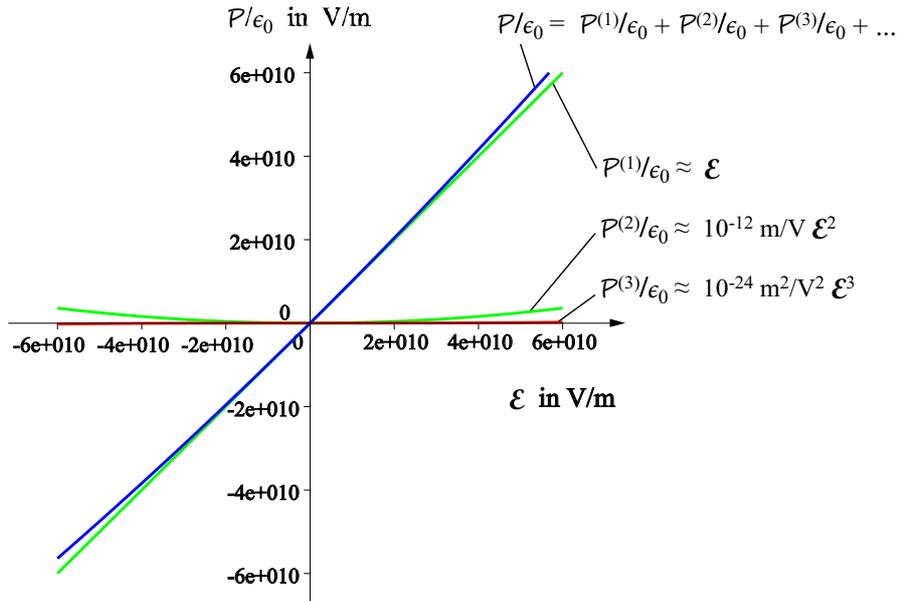
$$\mathcal{P}^{(1)}(\mathcal{E}) = \epsilon_0 \chi^{(1)} A \cos(\omega t + \phi) \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(2)}(\mathcal{E}) &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \{A \cos(\omega t + \phi)\}^2 \\ &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \frac{1}{2} A^2 \{1 + \cos(2\omega t + 2\phi)\} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(3)}(\mathcal{E}) &= \epsilon_0 \chi^{(3)} \{A \cos(\omega t + \phi)\}^3 \\ &= \epsilon_0 \chi^{(3)} \frac{1}{4} A^3 \{3 \cos(\omega t + \phi) + \cos(3\omega t + 3\phi)\}. \end{aligned} \quad (3.6)$$



**Abbildung 3.3:** [94, 95] Oben links ist eine nichtlineare dielektrische Kennlinie bis zur zweiten Ordnung dargestellt (vergleiche Formel 3.2). Sie beschreibt, wie in einem Medium durch eingestrahlte elektrische Felder (unterer Graph) interne dielektrische Polarisationsfelder (Graph oben rechts) entstehen. Diese Polarisationsfelder beschreiben die Auslenkung der Ladungen im Kristall. Da die bewegten Ladungen im Kristall elektrische Felder abstrahlen, sind die Polarisationsfelder proportional zu den elektrischen Feldern, die der Kristall emittiert. Die dielektrische Kennlinie (durchgezogene blaue Linie oben-links) setzt sich aus einem linearen Anteil (gestrichelte Gerade), einem quadratischen Anteil (gestrichelte Parabel) zusammen. Analog setzt sich die entstehende Polarisation (durchgezogene Linie im Graphen rechts-oben) aus einem Anteil  $\mathcal{P}^{(1)}$  erster Ordnung und einem Anteil  $\mathcal{P}^{(2)}$  zweiter Ordnung zusammen. Ein eingestrahltes Feld  $\mathcal{E} = \sin(\omega t)$  wird durch den quadratischen Anteil  $\mathcal{P}^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \sin^2(\omega t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} \{0.5 - 0.5 \cdot \cos(2 \cdot \omega t)\}$  der Polarisation in ein Feld doppelter Frequenz (verantwortlich für „Frequenzverdopplung“ im Allgemeinen) und in einen Gleichanteil, der als Gleichrichtung bezeichnet wird, konvertiert. Das Polarisationsfeld  $\mathcal{P}$  muss symmetrisch zu seinen Extrema sein (siehe Symmetrieachse), da der Hinweg der Ladungstrennung auf der dielektrischen Kennlinie dem Rückweg auf der Kennlinie gleicht. Aus dem gleichen Grund muss die Polarisation zweiter Ordnung  $\mathcal{P}^{(2)}$  überall dort Extrema haben, wo die Polarisation erster Ordnung  $\mathcal{P}^{(1)}$  Extrema hat.



**Abbildung 3.4:** Eine typische dielektrische Kennlinie für Materialien mit hoher Suszeptibilität zweiter Ordnung lautet  $\frac{\mathcal{P}(\mathcal{E})}{\epsilon_0} \approx \mathcal{E} + 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{V}} \mathcal{E}^2 + 10^{-24} \frac{\text{m}^2}{\text{V}^2} \mathcal{E}^3 + \dots$  [79] und ist in blau aufgetragen. Sie setzt sich maßgeblich aus einem linearen und einem quadratischen Anteil (beides in grün dargestellt) zusammen. Die Polarisation dritter Ordnung (roter Graph) sowie höhere Ordnungen der Polarisation sind vernachlässigbar.

Die dielektrische Polarisation  $\mathcal{P}^{(1)}$  erzeugt die Frequenz  $f$ . Die Polarisation  $\mathcal{P}^{(2)}$  erzeugt die Frequenz  $2f$  und einen Gleichanteil, der als optische Gleichrichtung bezeichnet wird.  $\mathcal{P}^{(3)}$  erzeugt die Frequenzen  $f$  und  $3f$ . Gequetschte Zustände entstehen durch destruktive Interferenz von Polarisationen unterschiedlicher Ordnung. Für reelle und positive Werte für  $\chi^{(1)}, \chi^{(2)}$  und  $\chi^{(3)}$  kann keine Frequenzkomponente destruktiv interferieren. Um gequetschte Zustände zu erzeugen muss somit das einlaufende Feld erweitert werden. Mischt man zwei elektrische Felder

$$\mathcal{E} = A \cos(\omega t + \phi) - B \cos(2\omega t), \quad (3.7)$$

erhält man für die Polarisationen erster, zweiter und dritter Ordnung laut Formel 3.2

$$\mathcal{P}^{(1)}(\mathcal{E}) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \{A \cos(\omega t + \phi) - B \cos(2\omega t)\} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{P}^{(2)}(\mathcal{E}) \\ &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \{A^2 \cos^2(\omega t + \phi) + B^2 \cos^2(2\omega t) - 2AB \cos(\omega t + \phi) \cos(2\omega t)\} \\ &= \epsilon_0 \chi^{(2)} \left\{ \frac{1}{2} A^2 [1 + \underbrace{\cos(2\omega t + 2\phi)}_{\propto 2\omega}] + \frac{1}{2} B^2 [1 + \underbrace{\cos(4\omega t)}_{\propto 4\omega}] - AB [\underbrace{\cos(\omega t - \phi)}_{\propto \omega} + \underbrace{\cos(3\omega t + \phi)}_{\propto 3\omega}] \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(3)}(\mathcal{E}) = \frac{1}{4}\epsilon_0\chi^{(3)}\{ & -3A^2B \cos(2\phi) + 3A^3 \cos(\omega t + \phi) + 6AB^2 \cos(\omega t + \phi) \\ & - 6A^2B \cos(2\omega t) - 3B^3 \cos(2\omega t) + A^3 \cos(3\omega t + 3\phi) + 3AB^2 \cos(3\omega t - \phi) \\ & - 3A^2B \cos(4\omega t + 2\phi) + 3AB^2 \cos(5\omega t + \phi) - B^3 \cos(6\omega t)\}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

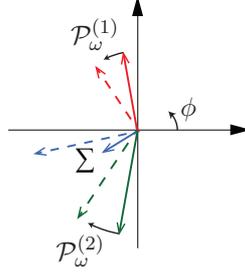
Wie anhand der Superposition von der Polarisation erster Ordnung  $\mathcal{P}_\omega^{(1)}$  (Formel 3.8) mit der *Differenzfrequenz* (Abwärtskonversion) der Polarisation zweiter Ordnung  $\mathcal{P}_\omega^{(2)}$  (Formel 3.9) gequetschte Zustände entstehen, wird für die Zeitdomäne in Kapitel 3.2 und für die Frequenzdomäne in Kapitel 3.3 hergeleitet. Dort wird beschrieben, wie die Fluktuationen eines Quantenfeldes sowohl in die Polarisation erster als auch zweiter Ordnung koppeln. Interferieren die Fluktuationen in diesen beiden Polarisationen destruktiv, entstehen gequetschte Zustände. Eine Summenfrequenz kann keiner Frequenz entsprechen, die die Summe bildet ( $f \neq 0$ ). Daher können Summenfrequenzen (Beispielsweise  $3\omega$  oder  $4\omega$  in Formel 3.9) keine gequetschten Zustände hervorbringen.

## 3.2 Graphische Beschreibungen in der Zeitdomäne

Um durch optisch-parametrische Verstärkung gequetschte Zustände zu erzeugen, strahlt man ein elektromagnetisches Feld  $\mathcal{E} = A \cos(\omega t + \phi) - B \cos(2\omega t)$  in einen Kristall. Dieses Feld besteht aus einem fundamentalem Feld  $\mathcal{E}_{\text{fund}} = A \cos(\omega t + \phi)$ , welches gequetscht wird und einem Pumpfeld  $\mathcal{E}_{\text{pump}} = B \cos(2\omega t)$  bei der doppelten Frequenz. Im nichtlinearen Medium interferiert die Komponente  $\mathcal{P}_\omega^{(2)} = -\epsilon_0\chi^{(2)}AB \cos(\omega t - \phi)$  der Polarisation zweiter Ordnung (Formel 3.9) mit der fundamentalen Frequenzkomponente  $\mathcal{P}_\omega^{(1)} = \epsilon_0\chi^{(1)}A \cos(\omega t + \phi)$  der Polarisation erster Ordnung (Formel 3.8). Wenn alle Komponenten positiv sind, ergeben die Phasen  $\phi = \pm 90^\circ, \pm 270^\circ, \dots$  eine Verstärkung des fundamentalen Feldes. Die Phasen  $\phi = \pm 0^\circ, \pm 180^\circ, \dots$  ergeben eine Abschwächung des fundamentalen Feldes. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 3.5 im Phasorenbild veranschaulicht. Laut der Quantenmechanik gilt dieser optisch-parametrische Verstärkungsprozess nicht nur für klassische Amplituden, sondern auch für Quantenfluktuationen und ist für die optisch-parametrische Erzeugung von gequetschtem Licht verantwortlich.

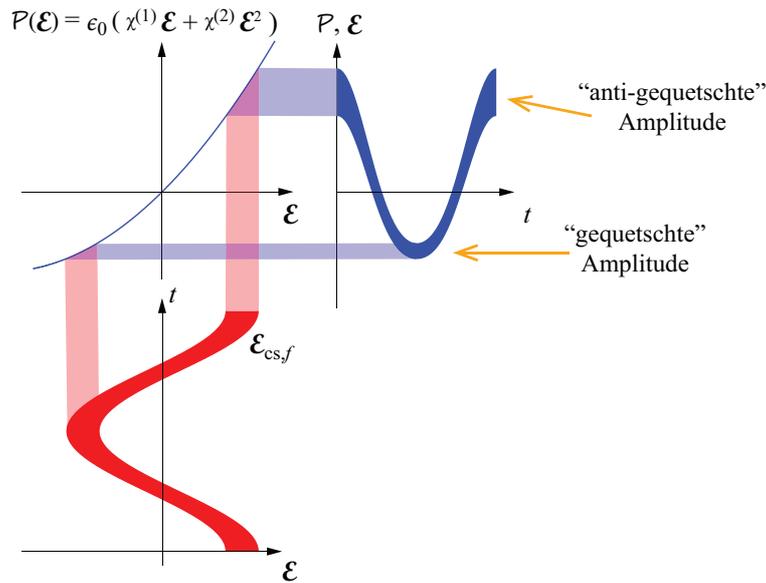
Ein monochromatisches, elektrisches Feld  $\mathcal{E}_{\text{cs},f}$  mit der Frequenz  $f$  erzeugt eine Polarisation, deren negative Amplitude gequetscht und deren positive Amplitude anti-gequetscht ist, siehe Abbildung 3.6. Da sich die gequetschten Minima und die anti-gequetschten Maxima im Mittel aufheben, ist das entstandene Polarisationsfeld nicht gequetscht. Um ein gequetschtes Polarisationsfeld zu erhalten, muss somit ein zusätzliches elektromagnetisches Feld (*Pumpfeld*) mit doppelter Frequenz wirken. Durch ein Anregungsfeld der Frequenz  $2f$  können Felder der Frequenz  $f$  sowohl an der positiven Amplitude, als auch an der negativen Amplitude gequetscht werden.

Abbildung 3.7 beschreibt die Konversion von einem Vakuumzustand in einen gequetschten Vakuumzustand durch optisch-parametrische Verstärkung. Das einlaufende Feld  $\mathcal{E}^{\text{in}}$  kommt in Abbildung 3.7 von unten. Seine relevanten Komponenten sind Nullpunktsschwankungen  $\mathcal{E}_{\text{vac},f}^{\text{in}}$  bei der fundamentalen Frequenz  $f$  und das klassische Pumpfeld  $\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}}$  bei der harmonischen Frequenz  $2f$ . Das Gesamtfeld erzeugt eine nichtlineare



**Abbildung 3.5:** Im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung zur Wechselwirkung der Polarisation erster und zweiter Ordnung im Phasorendiagramm. Der von  $\omega$  abhängige Teil der Polarisation  $\mathcal{P}_\omega^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)} A \cos(\omega t + \phi)$  erster Ordnung ist in rot, der von  $\omega$  abhängige Teil der Polarisation  $\mathcal{P}_\omega^{(2)} = -\epsilon_0 \chi^{(2)} AB \cos(\omega t - \phi)$  zweiter Ordnung ist in grün und ihre Summe  $\Sigma$  ist in blau dargestellt. Die Summe wird in Abhängigkeit vom Winkel  $\phi$  größer bzw. kleiner, was der quadraturabhängigen Verstärkung des Quantenfeldes entspricht.

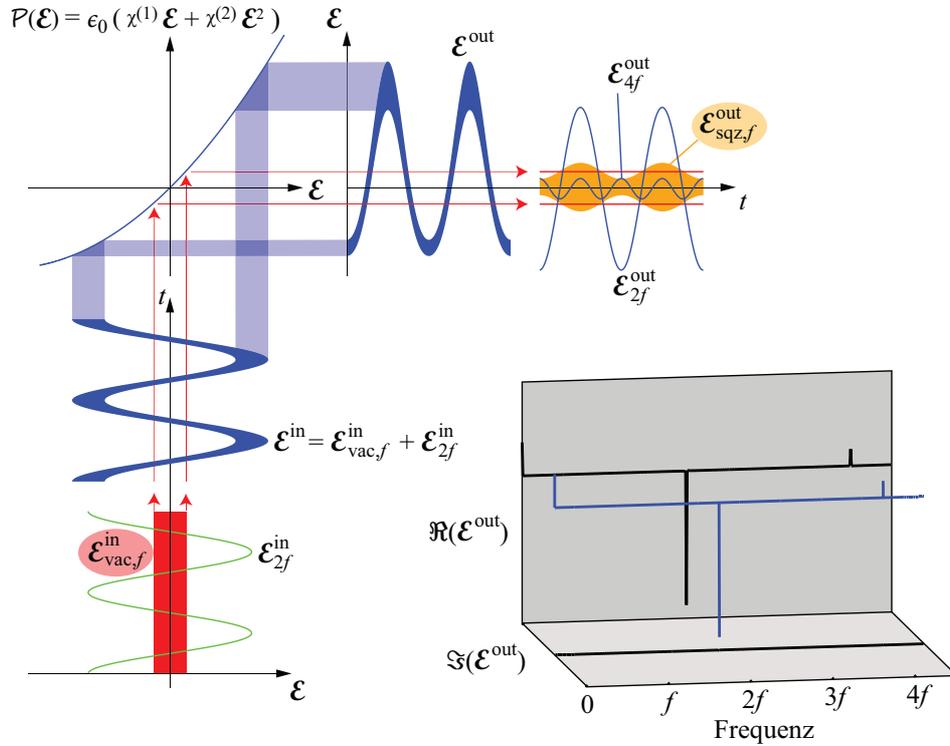
Ladungstrennung innerhalb des Kristalls, welche direkt proportional zu den elektrischen Komponenten des auslaufenden Feldes  $\mathcal{E}^{\text{out}}$  ist. Der Graph zeigt, dass das Zusammenspiel zwischen den zwei Frequenzkomponenten des einlaufenden Feldes zu einer phasenabhängigen Verstärkung und Abschwächung der Quantenunschärfe bei der fundamentalen Frequenz führt. Zusätzlich zum gequetschten Quantenrauschen  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}^{\text{out}}$  verlassen klassische Felder bei den Frequenzen  $2f$  und  $4f$  das dielektrische Medium. Die Amplitude bei der Frequenz  $2f$  wird durch die Polarisation  $\mathcal{P}^{(1)}(\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}})$  erster Ordnung des Pumpfeldes und die Amplitude bei der Frequenz  $4f$  durch die Polarisation  $\mathcal{P}^{(2)}(\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}})$  zweiter Ordnung hervorgerufen. In aktuellen Experimenten werden die Komponenten bei der Frequenz  $4f$  größtenteils unterdrückt, da die Phasenanpassungsbedingung nur für die Frequenzen  $f$  und  $2f$  erfüllt ist. Dadurch interferieren die  $4f$ -Komponenten, die an verschiedenen Stellen im Kristall entlang der Richtung vom Pumpfeld erzeugt werden, größtenteils destruktiv. Die Frequenz  $2f$  muss jedoch mit einem Dichroiten vom resultierenden elektrischen Feld  $\mathcal{E}^{\text{out}}$  entfernt werden, um ein monochromatisches, gequetschtes Feld zu detektieren. Der Vergleich des auslaufenden Quantenrauschens  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}^{\text{out}}$  mit dem einlaufenden Vakuumfeld  $\mathcal{E}_{\text{vac},f}^{\text{in}}$  (horizontale Linien über  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}^{\text{out}}$ ) zeigt den Quetscheffekt. Das Pumpfeld  $\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}}$  erzeugt die Quetschung, da es die einlaufende Unschärfe auf der nichtlinearen, dielektrischen Kennlinie bewegt. Die Maxima des Pumpfeldes produzieren eine Verstärkung der Unschärfe, seine Minima führen zur Abschwächung der Unschärfe. Beides geschieht zweimal pro fundamentaler Periode. Je stärker das Pumpfeld ist, desto stärker ist die optisch-parametrische Verstärkung. Da der Verstärkungsprozess mit der Amplitude des Pumpfeldes skaliert, spielen die Quantenfluktuationen des Pumpfeldes für diesen Prozess keine signifikante Rolle. Die Abbildung zeigt Standardabweichungen des Vakuumrauschens, die um einen Faktor von etwa 2 gequetscht sind. Dies entspricht einer gequetschten Varianz von 4 bzw. einer Unterdrückung der Rauschleistung um 6 dB. Aktuelle Experimente (siehe Kapitel 6) erreichen eine Reduzierung der Rauschleistung von fast 20 (13 dB).



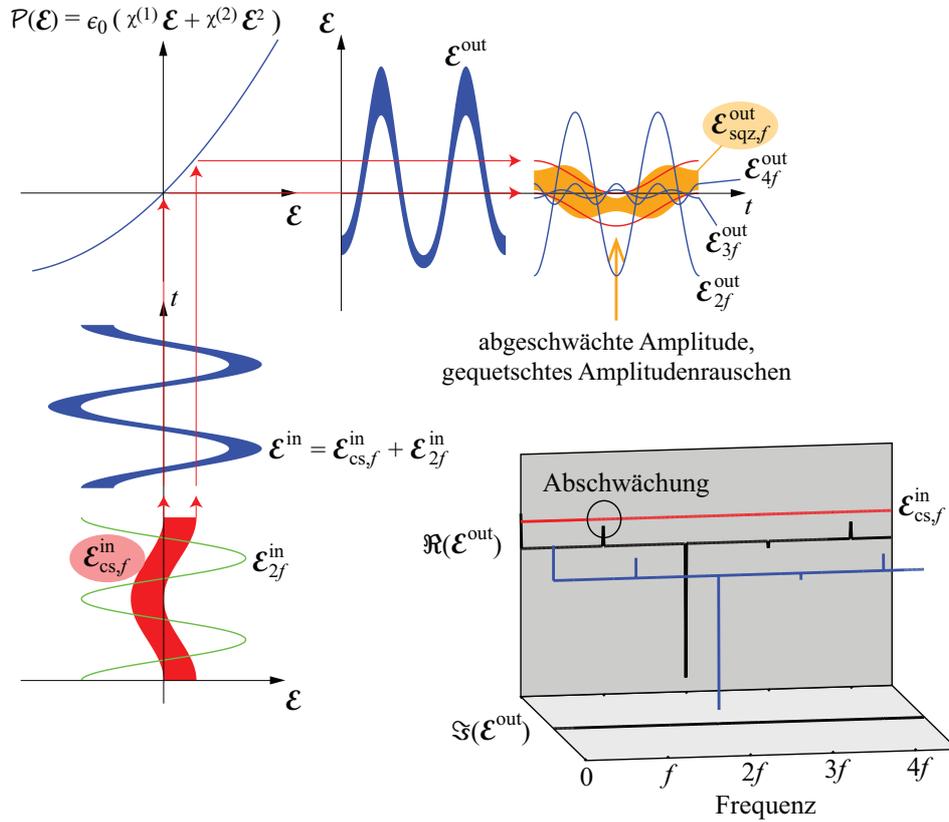
**Abbildung 3.6:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung von der dielektrischen Polarisation eines Mediums für ein monochromatisches elektrisches Feld (vgl. Abbildung 2.1c). Das Amplitudenquadraturrauschen von einem eingestrahlt elektrischen Feld wird an flachen Bereichen der Kennlinie in ein kleines und an steilen Bereichen der Kennlinie in ein großes Polarisationsrauschen übertragen. Somit werden die Minima des Polarisationsfeldes gequetscht und die Maxima anti-gequetscht. Betrachtet man eine gesamte Periode des auslaufenden Feldes, heben sich diese beiden gegenläufigen Effekte auf.

Abbildung 3.8 veranschaulicht die optisch-parametrische Erzeugung von amplitudengequetschten Zuständen. Dafür läuft ein kohärenter Zustand  $\mathcal{E}_{cs,f}^{\text{in}}$  zusammen mit seinem Pumpfeld  $\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}}$  von unten in das Bild. Ihre relative Phase bestimmt, welche Art von Quetschung erzeugt wird. Die gewählte Phase in Abbildung 3.8 führt bei der fundamentalen Frequenz zu einer Abschwächung der kohärenten Verschiebung und somit zur Abschwächung der Unschärfe seiner Amplitude. Der Unschärfbereich des Eingangsfeldes wird dadurch in die auf der rechten Seite des Bildes dargestellte Unschärfe des Ausgangsfeldes überführt. Sie gehört zu einem amplitudengequetschten Zustand, wie er in Abbildung 2.1e gezeigt ist. Gequetschte Zustände mit kohärenten Verschiebungen werden auch *hell* gequetschte Zustände genannt [62]. Das auslaufende Feld trägt die Frequenzen  $2f$ ,  $3f$  und  $4f$ , die separiert werden müssen, um den Zustand bei der fundamentalen Frequenz  $f$  zu erhalten. Wieder werden in aktuellen Experimenten normalerweise die Frequenzen höherer Ordnung wegen fehlender Phasen Anpassung weitestgehend unterdrückt. Eine Phasenverschiebung des Pumpfeldes um die Hälfte seiner Wellenlänge erzeugt eine verstärkte, kohärente Verschiebung bei der fundamentalen Frequenz mit einer gequetschten Phasenquadratur, siehe Abbildung 3.9.

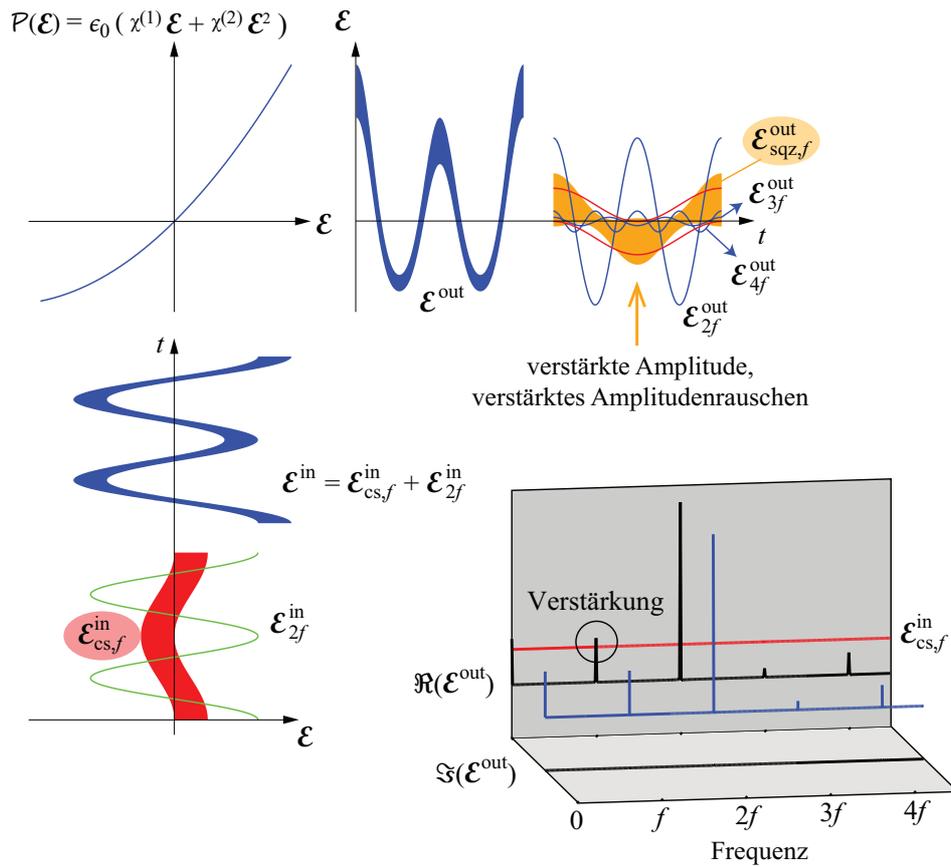
Anhand Abbildung 3.7 kann der Transfer vom Vakuumrauschen  $\mathcal{E}_{\text{vac},f}$  zum gequetschten Vakuumrauschen  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}$  verstanden werden. Aus den an dieser Abbildung diskutierten graphischen Überlegungen folgt, dass Quantenrauschen  $\mathcal{E}_{\text{vac},f}$  mit einer Amplitude bei



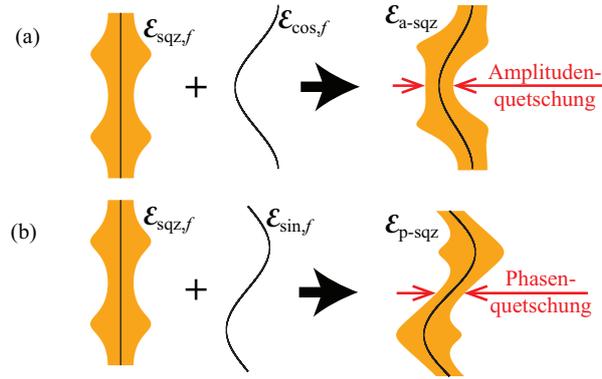
**Abbildung 3.7:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung zur Entstehung von gequetschten Vakuumzuständen. Die Polarisation  $\mathcal{P}(\mathcal{E}) = \epsilon_0(\chi^{(1)}\mathcal{E} + \chi^{(2)}\mathcal{E}^2)$  (Graph oben links) beschreibt die Trennung von Ladungen eines nichtlinearen Materials zweiter Ordnung durch die elektrische Komponente eines optischen Eingangsfeldes. Dieser Graph illustriert, wie ein einlaufendes Quantenfeld (von unten) in ein auslaufendes Quantenfeld (nach rechts) projiziert wird. Das einlaufende Feld besteht aus einem klassischen Pumpfeld  $\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}}$  bei der Frequenz  $2f$  und Nullpunktsfluktuationen  $\mathcal{E}_{\text{vac},f}^{\text{in}}$  (vgl. Abbildung 2.1a) von einem Feld der Frequenz  $f$ . Die Überlagerung  $\mathcal{E}^{\text{in}}$  dieser beiden Felder wird in eine zeitabhängige dielektrische Polarisation überführt, welche die Quelle von (und daher direkt proportional zu) der elektrischen Komponente des auslaufenden Feldes  $\mathcal{E}^{\text{out}}$  ist. Die Quantenunschärfe des auslaufenden Feldes zeigt eine phasenabhängige Verstärkung. Rechts unten ist in blau das komplexe Spektrum von  $\mathcal{E}^{\text{out}}$  errechnet. Der Realteil  $\Re(\mathcal{E}^{\text{out}})$ , und somit der Kosinusanteil des Spektrums, ist auf die vertikale, dunkle Fläche und der Imaginärteil  $\Im(\mathcal{E}^{\text{out}})$ , und somit der Sinusanteil, ist auf die horizontale, helle Fläche projiziert. Die spektrale Zerlegung zeigt klassische Amplituden bei den Frequenzen  $2f$  und  $4f$  jedoch keine Anteile bei der fundamentalen Frequenz  $f$ , da das Pumpfeld  $\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}}$  die fundamentale Frequenz nur verstärken oder abschwächen aber nicht erzeugen kann (siehe dazu Formel 3.9). Zusätzlich zu den kohärenten Amplituden verlässt der gequetschte Vakuumzustand  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}^{\text{out}}$  (vgl. Abbildung 2.1b) den Kristall.



**Abbildung 3.8:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung zur Entstehung von amplitudengequetschten Zuständen. Das einlaufende Feld  $\mathcal{E}^{\text{in}}$  besteht aus einem verschobenen Vakuumzustand  $\mathcal{E}^{\text{in}}_{\text{cs},f}$  (kohärenter Zustand) bei der Frequenz  $f$  (vgl. Abbildung 2.1c) und einer klassischen Pumpfeldamplitude bei  $2f$ . Die Phase zwischen den zwei Komponenten ist so gewählt, dass die Minima des Pumpfeldes mit den Extrem des fundamentalen Feldes übereinstimmen. Das auslaufende Feld  $\mathcal{E}^{\text{out}}$  ist in blau dargestellt. Das komplexe Spektrum von  $\mathcal{E}^{\text{out}}$  gibt Auskunft über seine kohärenten Amplituden bei den Frequenzen  $2f$ ,  $3f$  und  $4f$  (vgl. Formel 3.9), sowie über die Abschwächung der kohärenten Verschiebung bei der Frequenz  $f$ . Filtert man die fundamentale Frequenz aus dem Feld, erhält man den amplitudengequetschten Zustand  $\mathcal{E}^{\text{out}}_{\text{sqz},f}$  (vgl. Abbildung 2.1e). Durch die Abbildung ist offensichtlich, dass eine Schiebung der Phase des harmonischen Eingangsfeldes  $\mathcal{E}^{\text{in}}_{2f}$  um  $180^\circ$  zu einem phasengequetschten, auslaufenden Feld führt (vgl. Abbildung 2.1d).



**Abbildung 3.9:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung zur Entstehung von phasengequetschten Zuständen. Sind die Nulldurchgänge des fundamentalen Feldes  $\mathcal{E}_{2f}^{\text{in}}$  in Phase mit den Minima des Pumpfeldes  $\mathcal{E}_{\text{cs},f}^{\text{in}}$ , wird die fundamentale Amplitude verstärkt und die Phasenquadratur gequetscht.



**Abbildung 3.10:** Die Erzeugung von gequetschtem Vakuum  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}$  wurde in Abbildung 3.7 erläutert. Die Superposition dieses gequetschten Vakuums  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}$  mit (a) einer klassischen Amplitude  $\mathcal{E}_{\text{cos},f}$  führt zu amplitudengequetschten Zuständen  $\mathcal{E}_{\text{a-sqz}}$  und die Superposition von gequetschtem Vakuum mit (b) einer klassischen Amplitude  $\mathcal{E}_{\text{sin},f}$  führt zu phasengequetschten Zuständen  $\mathcal{E}_{\text{p-sqz}}$ . Die Verstärkung der klassischen Amplitude wird hier nicht berücksichtigt (vgl. Abbildung 2.1b,d,e).

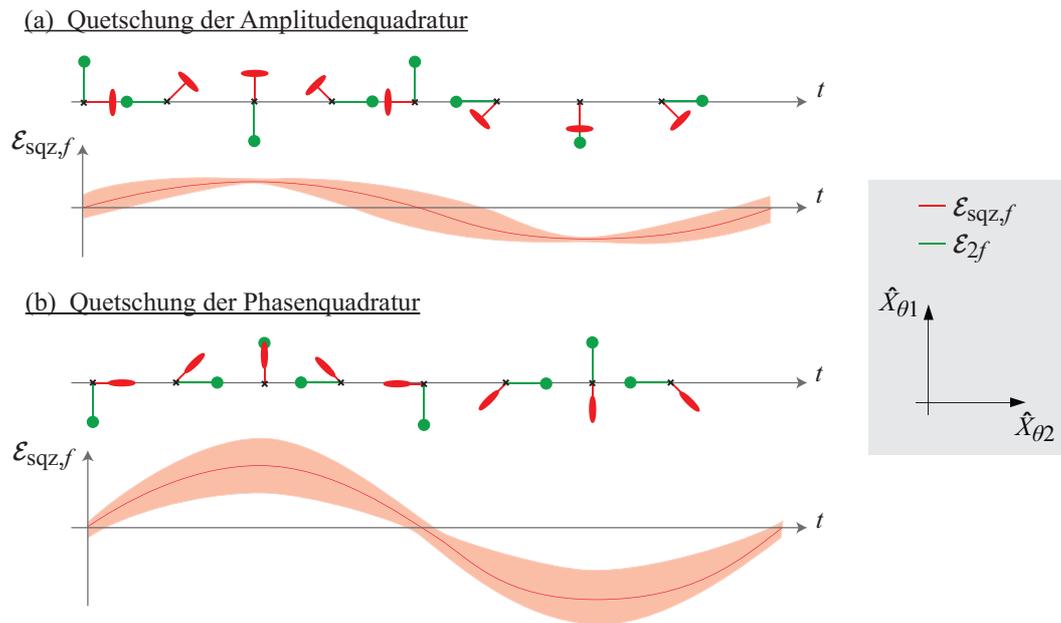
der fundamentalen Frequenz  $f$  in ein gequetschtes Rauschen  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}$  mit einer Amplitude bei der Frequenz  $f$  transformiert wird, siehe Abbildung 3.10. Die Phasenrelation zwischen dem gequetschten Quantenrauschen  $\mathcal{E}_{\text{sqz},f}$  und der Amplitude  $\mathcal{E}_{\text{cos},f}$  bzw.  $\mathcal{E}_{\text{sin},f}$  ergibt amplitudengequetschte  $\mathcal{E}_{\text{a-sqz}}$  bzw. phasengequetschte  $\mathcal{E}_{\text{p-sqz}}$  Felder. Die Quetschung der Quadraturen anhand der nichtlinearen, dielektrischen Kennlinie der Ladungen lässt sich ohne Einschränkung auf Phasendiagramme und ihrer Zeitentwicklung übertragen, siehe Abbildung 3.11.

### 3.3 Graphische Beschreibungen in der Frequenzdomäne

Alternativ zur graphischen Beschreibung der Quetschlichterzeugung in der Zeitdomäne kann die Erzeugung von gequetschtem Licht in der Frequenzdomäne verstanden werden. Dazu transformiert man Gleichung (3.2) zu

$$\tilde{\mathcal{P}}(\tilde{\mathcal{E}}) = \epsilon_0\chi^{(1)}\tilde{\mathcal{E}} + \epsilon_0\chi^{(2)}\tilde{\mathcal{E}} * \tilde{\mathcal{E}} + \tilde{\mathcal{O}}^3. \quad (3.11)$$

Dabei transformiert die Multiplikation  $\mathcal{E}^2$  in der Zeitdomäne zu der Faltung  $\tilde{\mathcal{E}} * \tilde{\mathcal{E}}$  in der Frequenzdomäne. Die nichtlineare Gleichung 3.11 führt je nach Phasenlage zwischen fundamentalem Feld und Pumpfeld zu einer Abschwächung oder zu einer Verstärkung des fundamentalen Feldes. Die Abschwächung des fundamentalen Feldes ist in Abbildung 3.12 dargestellt. Das einlaufende Feld  $\tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}$  besteht dabei aus einem fundamentalen Feld bei der Frequenz  $f$  und einem Pumpfeld bei der Frequenz  $2f$ . Die lineare Polarisation  $\tilde{\mathcal{P}}^{(1)}$  ist proportional zum einlaufenden Feld (rechts oben dargestellt). Die Polarisation  $\tilde{\mathcal{P}}^{(2)}$  zweiter Ordnung ist proportional zur Faltung des einlaufenden Feldes mit sich selbst und kann somit graphisch aus seinem zweiseitigen Spektrum konstruiert werden (rechts unten dargestellt). Die Summe der Spektren der beiden Polarisationen ergibt

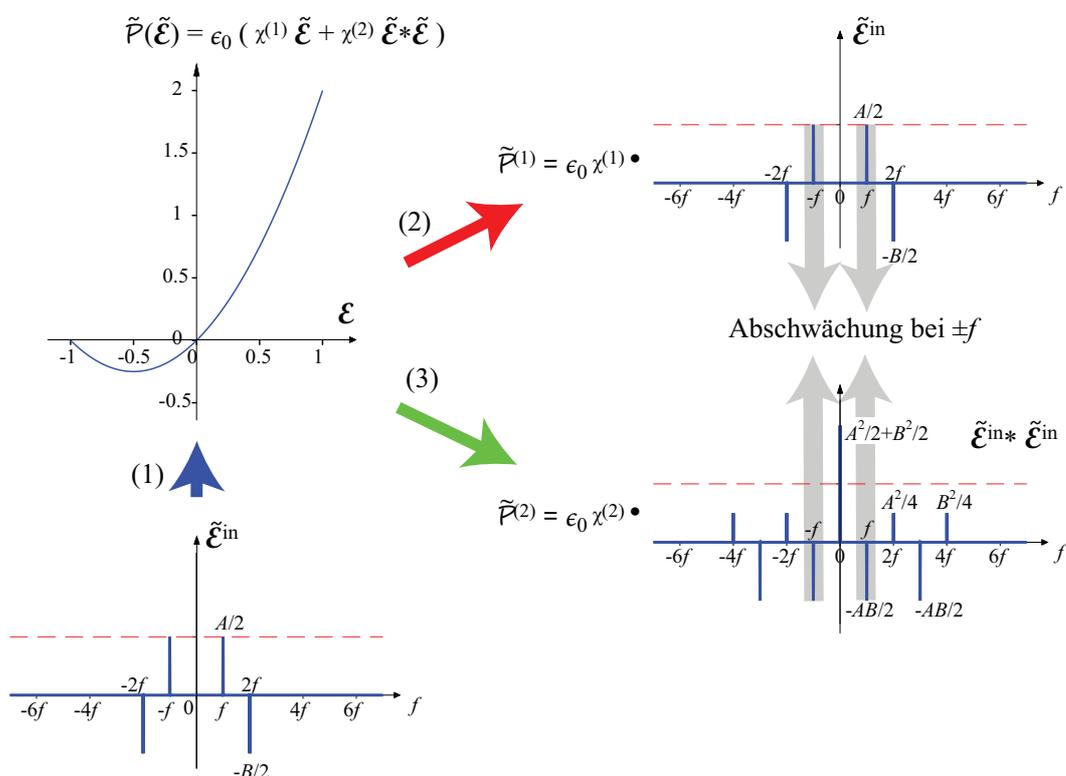


**Abbildung 3.11:** Da anhand der in dieser Arbeit entwickelten graphischen Beschreibung der optisch-parametrischen Quetschlichterzeugung alle beteiligten elektrischen Felder und alle dielektrischen Polarisationsfelder erfasst wurden, kann die Zeitentwicklung des vollständigen Phasorendiagramms für alle beteiligten Felder aufgetragen werden. Ist das Pumpfeld  $\mathcal{E}_{2f}$  negativ, befindet man sich in einem flacheren Bereich der Kennlinie relativ zur Steigung der Kennlinie bei  $\mathcal{P}(\mathcal{E} = 0)$  und es entsteht folglich  $\hat{X}_1$ -Quetschung (vgl. Abbildung 3.7). Ist das Pumpfeld positiv, befindet man sich in einem steilen Bereich der Kennlinie und es entsteht  $\hat{X}_1$ -Antiquetschung (vgl. Abbildung 3.7). (a) Amplitudengequetschte Zustände entstehen, wenn die Extrema des einlaufenden fundamentalen Feldes mit den Minima des harmonischen Feldes in Phase liegen. (b) Phasengequetschte Zustände entstehen, wenn die Nulldurchgänge des einlaufenden fundamentalen Feldes mit den Minima des harmonischen Feldes in Phase liegen.

eine abgeschwächte fundamentale Amplitude. Ändert man die Phasenlage des fundamentalen Feldes um  $90^\circ$ , so wird das fundamentale Feld verstärkt, siehe Abbildung 3.13. Diese phasenabhängige Verstärkung gilt nicht nur für kohärente Amplituden, sondern auch für Quantenfluktuationen, wodurch die Entstehung gequetschter Zustände in der Frequenzdomäne illustriert werden können, siehe Abbildung 3.14. Diese Abbildung beinhaltet die beiden vorangegangenen Abbildungen (vgl. mit Abbildung 3.12 und 3.13). Bei der fundamentalen Frequenz befindet sich jedoch keine klassische Amplitude sondern Quantenrauschen. Dieses wird durch die nichtlineare dielektrische Kennlinie zur Frequenz  $3f$  transferiert und bei der fundamentalen Frequenz gequetscht. Aus dieser Abbildung wird die Bedeutung der dritten und vierten harmonischen Frequenz deutlich. Damit keine Energie in die vierte harmonische Frequenz und kein Rauschen zur dritten harmonischen Frequenz transferiert wird (wie beispielsweise in [96]), sollten beide Frequenzen im Quetschlichtresonator jeweils destruktiv interferieren. Der Verlust durch die Hochkonversion der zweiten harmonischen Frequenz zur vierten harmonischen Frequenz kann durch Messung der vierten harmonischen Frequenz direkt beobachtet werden. Der Verlust durch die Konversion zur dritten harmonischen Frequenz kann überprüft werden, indem zusätzlich zum zweiten harmonischen Pumpfeld ein helles Feld bei der fundamentalen Frequenz eingestrahlt wird.

### 3.4 Überführung der klassischen optisch-parametrischen Verstärkung auf Quantenfluktuationen

Für die Betrachtungen in diesem Kapitel wird das Pumpfeld als Kosinusfeld definiert. Somit stellt sich Abschwächung für fundamentale Sinusfelder und Verstärkung für fundamentale Kosinusfelder ein, siehe Abbildung 3.15. Elektrische Fluktuationen können als elektrische Felder unterschiedlicher Phase und Amplitude gedeutet werden, von denen beim Messprozess nur eines realisiert. Obwohl nur eines dieser Felder beim Messprozess realisiert, können für alle diese Felder schon im Vorfeld Verstärkungsprozesse betrachtet werden. Somit können die elektrischen Fluktuationen des fundamentalen Feldes beim Quetschprozess in Sinus- und Kosinusanteile differenziert werden. Der optisch-parametrische Verstärkungsprozess gilt nicht nur für kohärente Amplituden, sondern auch für Quantenfluktuationen. Deshalb kann Abbildung 3.15 auf Quantenfluktuationen übertragen werden, siehe Abbildung 3.16a. Wenn ein kohärentes Feld abgeschwächt wird, wird auch das Rauschen in Phase mit dem kohärenten Feld abgeschwächt und es entsteht ein amplitudengequetschter Zustand. Dementsprechend entsteht bei einer Verstärkung eines kohärenten Feldes eine Abschwächung  $90^\circ$  außer Phase und somit ein phasengequetschter Zustand, siehe Abbildung 3.16b. Durch diese Betrachtungen kann der klassische optisch-parametrische Verstärkungsprozess auf Quantenfluktuationen überführt werden.

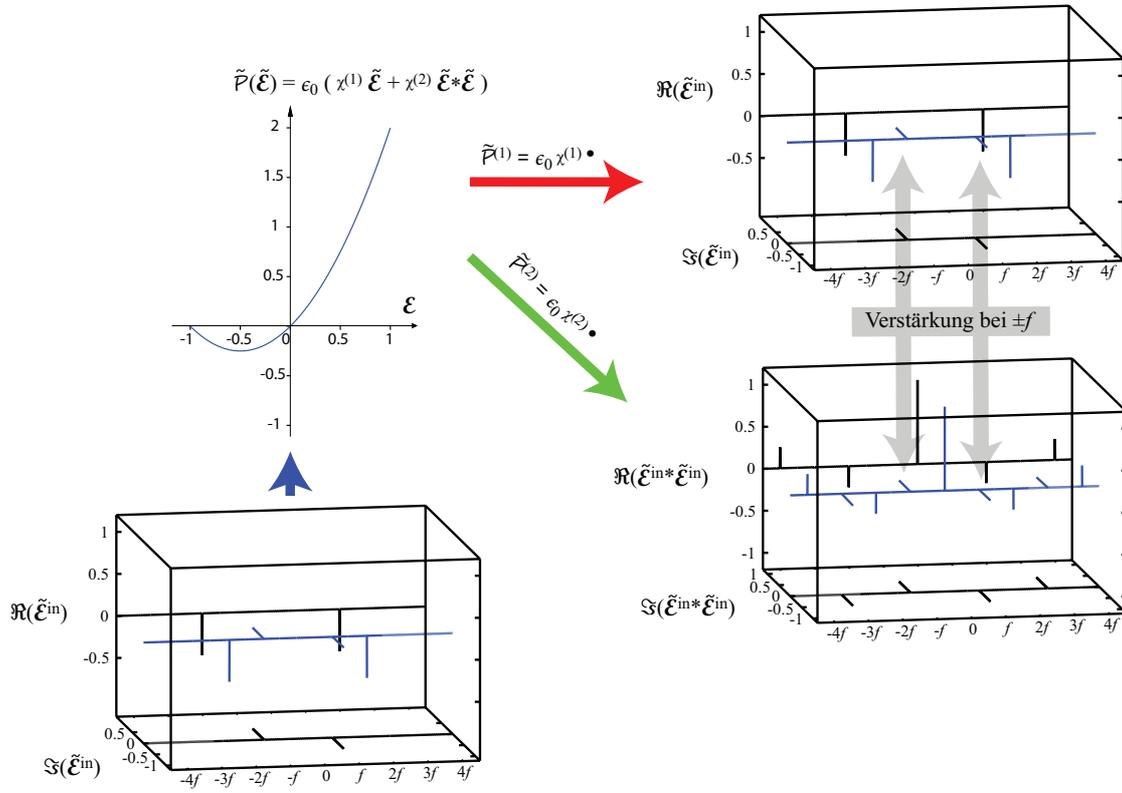


**Abbildung 3.12:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung der optisch-parametrischen Abschwächung einer klassischen Amplitude der Frequenz  $f$  in der Frequenzdomäne am beidseitigen Spektrum. (1) Die Fouriertransformierte eines einlaufendes elektrisches Feldes  $\mathcal{E}^{\text{in}} = A \cos \omega t - B \cos 2\omega t$  lautet  $\tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}} = A\delta(f) - B\delta(2f)$ . In einem  $\chi^{(2)}$ -Medium transformiert sich ein einlaufendes Feld  $\tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}$  in (2) eine lineare Polarisation  $\tilde{\mathcal{P}}^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}$  welche proportional zum einlaufenden Feld ist und in (3) eine Polarisation zweiter Ordnung  $\tilde{\mathcal{P}}^{(2)} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}} * \tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}$  welche proportional zur Faltung des einlaufenden Feldes mit sich selbst ist. Die Superposition von den Polarisationen  $\tilde{\mathcal{P}}^{(1)}$  und  $\tilde{\mathcal{P}}^{(2)}$  verursacht eine Abschwächung der fundamentalen Frequenz  $f$ . Ändert man das einlaufende Feld zu  $\tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}(f) = A\delta(f - 90^\circ) - B\delta(2f) \hat{=} A\delta(f) + B\delta(2f)$  wird das fundamentale Feld der Frequenz  $\pm f$  verstärkt (siehe dazu Abbildung 3.13).

### 3.5 Störungstheoretische Betrachtungen

In diesem Kapitel wurde der dielektrischen Polarisation ihre Taylor-Entwicklung bis zur zweiten Ordnung (siehe Formel 3.2) zugrunde gelegt. Diese Formel ist eine Näherung. Sie gilt für sich wenig ändernde elektromagnetische Felder. In diesem diskreten Modell gilt für das auslaufende elektrische Feld pro Wechselwirkungslänge  $\Delta l$

$$\mathcal{E}_\omega^{\text{out}, \Delta l} = \frac{\mathcal{P}_\omega^{(1)} + \mathcal{P}_\omega^{(2)}}{\epsilon_0} = A[\chi^{(1)} \cos(\omega t + \phi) - \chi^{(2)} B \cos(\omega t - \phi)], \quad (3.12)$$



**Abbildung 3.13:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung der optisch-parametrischen Verstärkung einer klassischen Amplitude bei der Frequenz  $f$  in der Frequenzdomäne am beidseitigen Spektrum. Diese Graphik kann analog zu Abbildung 3.12 betrachtet werden, wobei die Phase des fundamentalen Feldes  $\tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}(f_1)$  um  $90^\circ$  verschoben wurde. Dies entspricht einer um  $180^\circ$  verschoben Pumplichtphase  $\tilde{\mathcal{E}}^{\text{in}}(f_2)$ .

und somit für seine Extrema

$$\mathcal{E}_{\omega,\pm}^{\text{out},\Delta l} = \mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}}(\chi^{(1)} \pm \chi^{(2)} B). \quad (3.13)$$

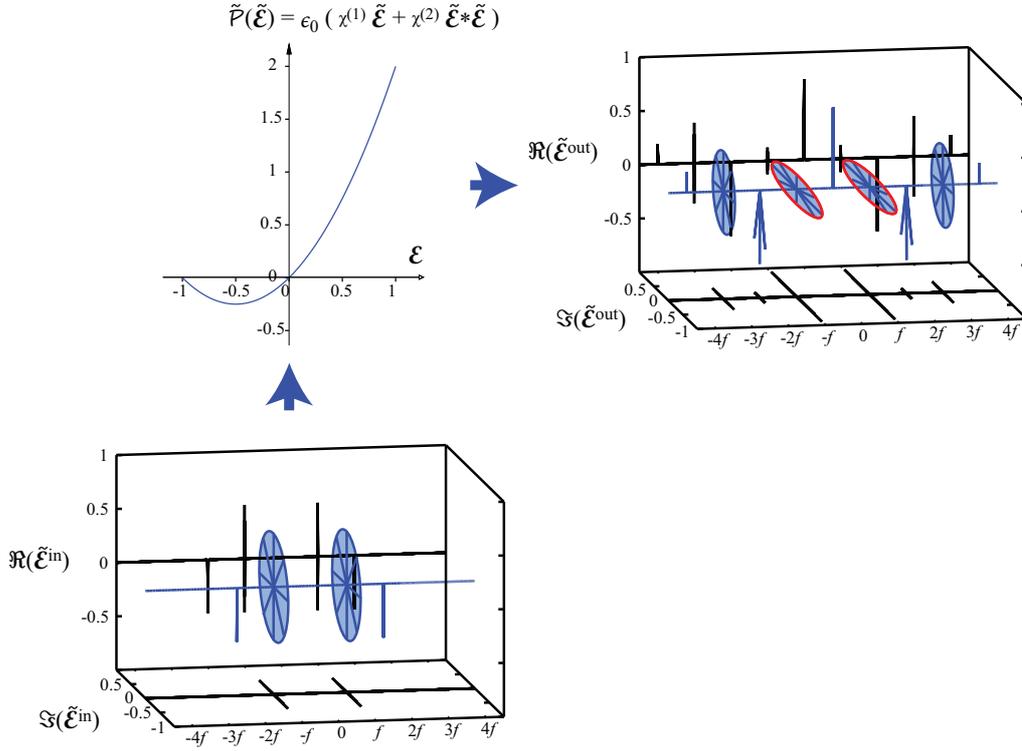
Dabei gilt das Minuszeichen für  $\phi = 0^\circ$  und das Pluszeichen für  $\phi = 90^\circ$ . Für die Änderung der Extrema des elektrischen Feldes pro Wechselwirkungslänge gilt

$$\Delta \mathcal{E}_{\omega,\pm}^{\Delta l} = \mathcal{E}_{\omega,\pm}^{\text{out},\Delta l} - \mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}} = \mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}}(\chi^{(1)} \pm \chi^{(2)} B - 1). \quad (3.14)$$

Erweitert man das Modell auf eine weitere Wechselwirkungslänge, so muss  $\mathcal{E}_{\omega}^{\text{out}}$  als einlaufendes Feld  $\mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}}$  für die zweite Wechselwirkungslänge betrachtet werden. In Abhängigkeit der Kristalllänge  $L$  ergibt sich

$$\mathcal{E}_{\omega,\pm}^{\text{out},L} = \mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}}(\chi^{(1)} \pm \chi^{(2)} B)^{\frac{L}{\Delta l}}. \quad (3.15)$$

Laut Formel 3.13 werden die Fluktuationen im Maximum um den Faktor  $1 + \epsilon$  verstärkt und im Minimum um den Faktor  $1 - \epsilon$  abgeschwächt. Somit ergibt sich nach Heisenberg

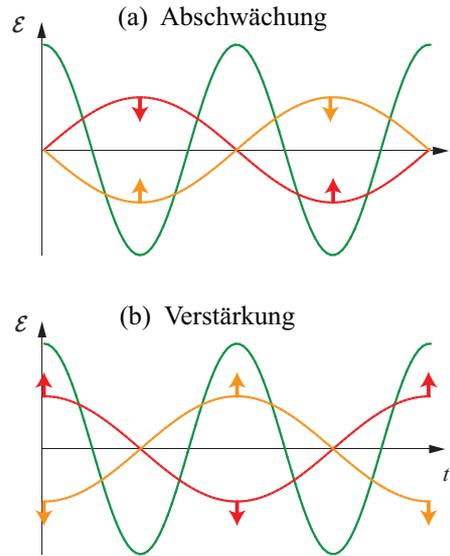


**Abbildung 3.14:** Eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Darstellung der Entstehung von gequetschten Zuständen in der Frequenzdomäne. Je nach Phasenlage eines eingestrahlteten elektrischen Feldes  $\tilde{\mathcal{E}}_{\text{in},f}$  entsteht Verstärkung (rote Ellipsen horizontal, vgl. Abbildung 3.13) bzw. Abschwächung (rote Ellipsen vertikal, vgl. Abbildung 3.12) bei  $\pm f$ . Da dieser Verstärkungsprozess sowohl für klassische Amplituden, als auch für Quantenfluktuationen gilt, können die blauen Striche bei  $\pm f$  als verschiedene Realisierungen des Rauschfeldes beim Messprozess gedeutet werden. Bei den Frequenzen  $\pm f, \pm 3f$  sind keine klassischen Amplituden vorhanden, die blauen Striche erleichtern lediglich die dreidimensionale Darstellung. Dadurch beschreiben die Kreise im unteren Bild Vakuumfluktuationen, welche durch die optisch-parametrische Verstärkung gequetscht werden (rote Ellipsen).

ein Produkt von  $(1 + \epsilon) \cdot (1 - \epsilon) = 1 - \epsilon^2$ , welches in erster Ordnung Störungstheorie die Unschärferelation erfüllt. Diese Modell kann somit als qualitative Näherung herangezogen werden.

Den Übergang zu einem kontinuierlichen Modell kann die Rückkopplung von intern erzeugten Feldern, die zu neuen Eingangsfeldern werden, beschreiben. In Abhängigkeit der durchlaufenen Länge  $l$  des Kristalls ergibt sich mit dem Ansatz für diskrete Differentialgleichungen der exponentielle Verlauf

$$\mathcal{E}_{\omega,\pm}^{\text{out}}(l) = \mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}} e^{[(\chi^{(1)} - 1 \pm \chi^{(2)} B) \frac{l}{\Delta l}]}. \quad (3.16)$$



**Abbildung 3.15:** Aus Abbildung 3.11 lassen sich die Phasenlagen von Pumpfeld (grün) und gequetschtem Feld (rot oder orange) für (a) Abschwächung und (b) Verstärkung entnehmen. Abschwächung und Verstärkung unterscheiden sich um eine Phasenverschiebung des fundamentalen Feldes von  $90^\circ$ .

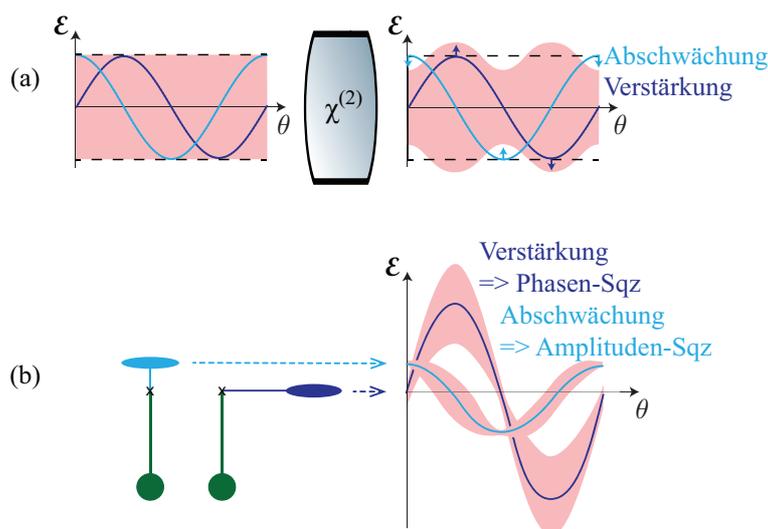
Diese Formel erfüllt die Heisenbergsche Unschärferelation

$$\mathcal{E}_{\omega,+}^{\text{out}}(l) \cdot \mathcal{E}_{\omega,-}^{\text{out}}(l) = (\mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}})^2 e^{[2(\chi^{(1)}-1)\frac{l}{\Delta l}]} \quad (3.17)$$

$$\approx (\mathcal{E}_{\omega}^{\text{in}})^2 \quad (3.18)$$

mit der Näherung  $\chi^{(1)} - 1 \approx 0$ , da sich das quadratische Eingangsfeld ergibt.

Um die Quantenmechanik quantitativ exakt zu beschreiben, müssen herangezogene Modelle den Maxwell-Gleichungen genügen. Trotz der Näherungen in Formel 3.2 wird der Quetschlichtprozess im graphischen Modell dieses Kapitels anschaulich und quantitativ richtig beschrieben. Abweichungen ergeben sich erst in zweiter Ordnung Störungstheorie.



**Abbildung 3.16:** Analogie zwischen dem Verstärkungsprozess einer kohärenten Amplitude und dem Quetschen des Quantenrauschens. (a) Die Varianz des Vakuumrauschens (links, vgl. Abbildung 2.1a) kann als eine Statistik unterschiedlicher Realisierungen (Phase und Amplitude) eines elektrischen Feldes beim Messprozess gedeutet werden. In hellblau ist eine mögliche Realisierung einer Kosinuskomponente und in lila eine mögliche Realisierung einer Sinuskomponente des Rauschens eingezeichnet. Nehmen wir nun an, dass ein  $\chi^{(2)}$ -Medium alle Kosinus-Komponenten des Quantenrauschens abschwächt und alle Sinus-Komponenten des Quantenrauschens verstärkt, vgl. Abbildung 3.15. Somit entsteht ein gequetschtes Vakuumrauschen (rechts, vgl. Abbildung 2.1b). (b) Schickt man ein fundamentales Kosinusfeld (in hellblau dargestellt, vgl. Abbildung 2.1c) in die Quetschlichtquelle, so wird das fundamentale, kohärente Feld durch das Pumpfeld (in grün dargestellt) abgeschwächt. Das gequetschte Rauschen auf dem fundamentalen Kosinusfeld, welches Sinus- und Kosinusanteile hat, wird als amplitudengequetscht (vgl. Abbildung 2.1e) beschrieben. Schickt man ein fundamentales Sinusfeld (in lila dargestellt) in die Quetschlichtquelle, so wird das Feld verstärkt und phasengequetscht (vgl. Abbildung 2.1d).



## 4 Grundlagen zu verschränkten Zuständen

Zwei oder mehr Subsysteme bezeichnet man als verschränkt oder inseparabel, wenn sie nicht unabhängig voneinander beschrieben werden können. Kann der Dichteoperator von zwei räumlich getrennten Systemen A und B hingegen als konvexe Summe

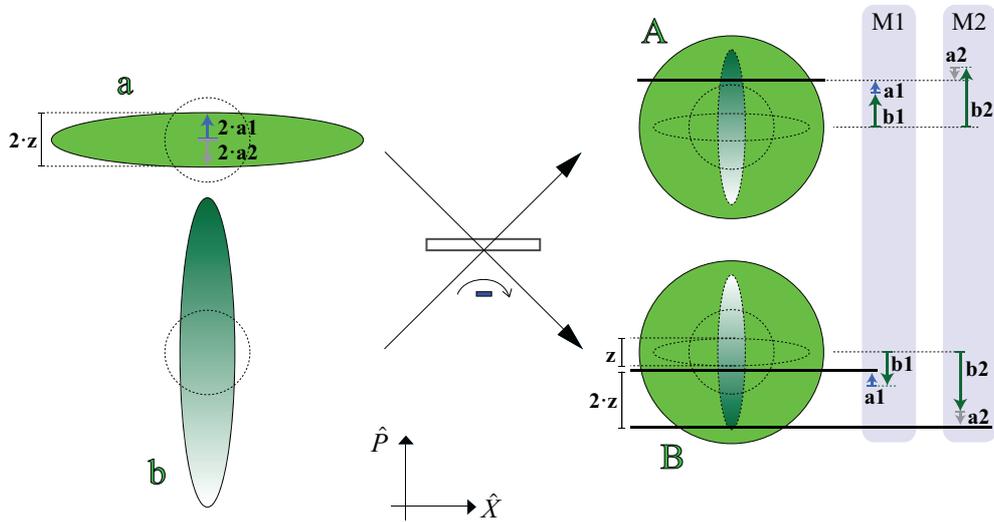
$$\hat{\rho}_{AB} = \sum_i p_i \hat{\rho}_{i,A} \otimes \hat{\rho}_{i,B} \quad (4.1)$$

dargestellt werden, so sind diese Systeme separabel [97].  $p_i$  gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass sich ein System im Zustand  $i$  befindet. Verschränkte Systeme können zum Beispiel durch eine gemeinsame Wellenfunktion beschrieben werden, bei der die Wahrscheinlichkeit, mit denen eine Eigenschaft des einen Subsystems gemessen wird, von der Messung des anderen Subsystems abhängt. Verschränkung kann mit kontinuierlichen Variablen realisiert werden, indem man an einem Strahlteiler einen gequetschten Zustand mit einem Vakuumzustand überlagert. Verschränkung mit einem Vakuumzustand wird als V-Klasse-Verschränkung bezeichnet [13]. Optimale EPR-Verschränkung erhält man, wenn zwei unabhängige, gequetschte Zustände, a und b, orthogonal an einem Strahlteiler überlagert werden, was S-Klasse-Verschränkung (*Super-Klasse*) genannt wird [13], siehe Abbildung 4.1 [11, 16]. Die beiden Moden A und B, die den Strahlteiler verlassen, können nicht unabhängig voneinander beschrieben werden. Sie kreieren einen Zweiparteien-verschränkten Zustand, der auch *zwei-Moden-gequetschter Zustand* genannt wird. Lokal sind durch die Verschränkung in den Moden A und B verstärkte Quantenfluktuationen entstanden, wodurch die beiden Moden lokal jeweils einen thermischen Zustand bilden und ihre Varianz (grüner Kreis) über der Vakuumvarianz liegt. Zur Quantifizierung verschränkter Zustände sind verschiedene Kriterien üblich, wobei im Folgenden die logarithmische Negativität, das Duan-Kriterium und das EPR-Kriterium vorgestellt wird.

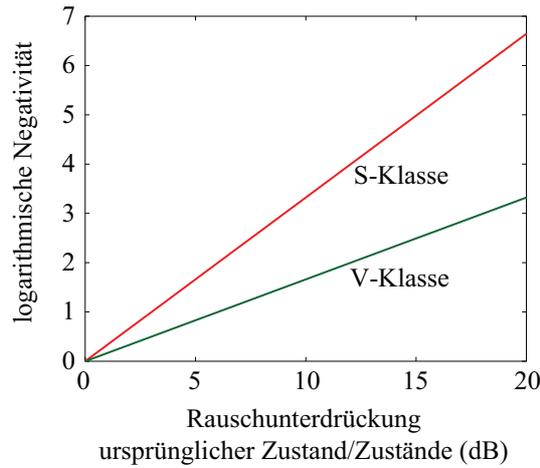
### 4.1 Logarithmische Negativität

Für alle zweiparteien-gaußsche Zustände ist die logarithmische Negativität  $E_{\mathcal{N}}$  eine notwendige und hinreichende Bedingung für Separabilität [4, 5]. Zur Berechnung der logarithmischen Negativität wird die Kovarianzmatrix  $\gamma$  des zwei-Moden-verschränkten Zustands in vier Blöcke

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_A & \gamma_C \\ \gamma_C^T & \gamma_B \end{pmatrix} \quad (4.2)$$



**Abbildung 4.1:** Im Rahmen dieser Arbeit erarbeitete graphische Erklärung der konditionierten Varianzen durch die zwei Möglichkeiten M1 und M2 [98]. Überlagert man die Varianz a eines phasengequetschten Zustands mit der Varianz b eines amplitudengequetschten Zustands an einem 50/50-Strahlteiler, so entsteht ein verschränkter Zustand, der aus dem Teilsystem A und dem Teilsystem B besteht. Die gestrichelten Kreise kennzeichnen die Vakuumvarianz und die gestichelten Ellipsen in den Teilsystemen kennzeichnen die Varianzen a und b, welche sich durch den Strahlteiler halbiert haben. Das Minuszeichen definiert den Phasensprung am Strahlteiler, wodurch der dunkle und der helle Anteil von Varianz b, der im Teilsystem B vorhanden ist, um  $180^\circ$  gedreht und somit vertauscht dargestellt wird. Vermisst man im Teilsystem A die Phasenquadratur (horizontale Linie), so wird wegen der Verschränkung eine Vermessung der Phasenquadratur im Teilsystem B einen antikorrelierten Wert ergeben. Die Differenz der Phasenmessungen kann aus den 2 entgegengesetzten Möglichkeiten M1 und M2 hergeleitet werden. M1 entwickelt sich aus dem längsten nach oben gerichteten Phasor  $2 \cdot a_1$  in Zustand a, und dem zugehörigen Phasor b1, der zur vorgegebenen Phasenmessung in A führt. M2 entwickelt sich aus dem längsten nach unten gerichteten Phasor  $2 \cdot a_2$  aus Zustand a, der mit dem Phasor b2 zur Phasenmessung führt. Daraus ergibt sich die Unschärfe der Phasendifferenz, die durch die 2 horizontalen Linien in Teilsystem B begrenzt ist. Dieser Bereich ( $2 \cdot z$ ) entspricht der Unschärfe des phasengequetschten Zustands a. Analog können durch vertikale Linien Amplitudenquadraturmessungen dargestellt werden. Ihre Korrelation entspricht der Unschärfe des amplitudengequetschten Zustands b. Somit können sowohl die Abweichungen für Phasenquadraturmessungen als auch die Abweichungen für Amplitudenquadraturmessungen gleichzeitig kleiner sein als die Vakuumvarianz.



**Abbildung 4.2:** Nach Formel 4.3 berechneter Zusammenhang zwischen logarithmischer Negativität und der Rauschunterdrückung der Zustände, die verschränkt wurden. Für zwei gequetschte Zustände mit einer Rauschunterdrückung von jeweils 10 dB erwartet man eine logarithmische Negativität von etwas über 3.

aufgeteilt. Daraus ergibt sich die logarithmische Negativität

$$E_{\mathcal{N}} = \begin{cases} -0,5 \log_2(f(\gamma)), & \text{wenn } f(\gamma) < 1, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3)$$

mit

$$f(\gamma) = \frac{\det[\gamma_A] + \det[\gamma_B]}{2} - \det[\gamma_C] - \sqrt{\left(\frac{\det[\gamma_A] + \det[\gamma_B]}{2} - \det[\gamma_C]\right)^2 - \det[\gamma]}. \quad (4.4)$$

Der lineare Zusammenhang zwischen logarithmischer Negativität und der Rauschunterdrückung der Ursprungszustände ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

## 4.2 Duan-Verschränkung

Das Duan-Kriterium [99] ist eine Bedingung für Inseparabilität, die auf der totalen Varianz eines Paares von Einstein-Podolsky-Rosen-artigen Operatoren für Systeme mit kontinuierlichen Variablen beruht. Sie ist ein elegantes Kriterium für die Zustände des Lichts, da sie im direkten Zusammenhang mit dem Quetschgrad steht. Sie liefert eine hinreichende Bedingung für Verschränkung von jedem zweiparteien-Zustand mit kontinuierlichen Variablen. Für alle gaußschen Zustände ist das Duan-Kriterium eine notwendige und hinreichende Bedingung für Inseparabilität. Für eine Vakuumnormierung auf eins liegt Duan-Verschränkung bei

$$\langle (\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2 \rangle + \langle (\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2 \rangle < 4 \quad (4.5)$$

vor. Ein „Erweitertes Duan-Kriterium“ wurde 2009 erarbeitet [34]. Es besagt, dass eine Duan-Verschränkung kleiner zwei ein hinreichendes aber nicht notwendiges Kriterium für die EPR-Verschränkung ist.

### 4.3 EPR-Verschränkung

Das Reid-Kriterium [38] der Verschränkung nach Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) [14] beruht wie auch die Duan-Verschränkung auf der totalen Varianz eines Paares von Einstein-Podolsky-Rosen-artigen Operatoren für Systeme mit kontinuierlichen Variablen, steht somit ebenfalls in direktem Zusammenhang mit dem Quetschgrad der Zustände des Licht [34]. Es wird häufig verwendet um die Verschränkung von gequetschten Zuständen zu quantifizieren und wird oft durch den Steering-Begriff (dt. *Steuerung*) beschrieben. Er kann wie folgt beschrieben werden. Eine Partei, welche häufig *Alice* genannt wird, sendet wiederholt ein definiertes, physikalisches System zu einer Partei, welche häufig als *Bob* bezeichnet wird. Nun erklärt Alice, dass sie die Ergebnisse der Messungen von Bob an dem System genauer prognostizieren kann, als es das Limit zulässt, welches durch die Heisenbergsche Unschärferelation für separablen Zustände gilt. Dieses System liegt dazu in einem geteilten Steering-Zustand vor, wobei Bob nur einen Teil des zwei-Moden-verschränkten Zustands vermisst. Somit erhält Bob für die Messungen von zwei nicht-kommutierenden Observablen eine breite Verteilung. Wenn Bob seine Messergebnissen und die Vorhersagen von Alice auswertet, erkennt er, dass die Abweichung geringer ist, als es die Heisenbergsche Unschärferelation für einem reinen, separablen Zustand erlaubt. Demzufolge scheint es, als ob Alice eine *Steuerung* des Phasenraums von Bob's Messergebnissen durchführt, indem sie lediglich an ihrem Teilsystem Messungen vornimmt. Anders als durch den Begriff „Steering“ suggeriert werden könnte, werden durch Alice's Messungen an ihrem Teilsystem keine Informationen mit dem Teilsystem von Bob ausgetauscht. Nur durch ihre Vorhersagen erkennt Bob, dass ihre Kenntnis das fundamentale Limit für separable Zustände und ihre nicht-kommutierenden Observablen, wie Ort und Impuls, übersteigt. Diese Abweichung kann theoretisch beliebig klein werden, obwohl für jeden Zustand  $[\hat{X}, \hat{P}] \neq 0$  gilt. Dieses Phänomen ist unter dem Namen *EPR-Paradoxon* [14] bekannt geworden. Damit dieses Limit beliebig klein wird, müssen die verwendeten Zustände beliebig stark gequetscht werden können. Die höchste gemessene Rauschunterdrückung liegt bei 12,7 dB (siehe Kapitel 6.2).

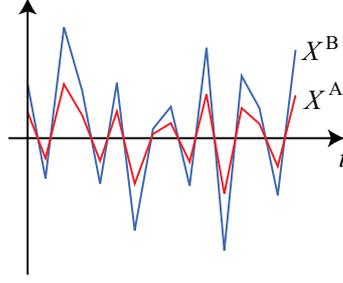
Quantitativ kann das EPR-Steering über das starke EPR-Reid-Kriterium

$$\mathcal{E}_{B|A}^2 = \min_g \text{Var}(\hat{X}^B - g \cdot \hat{X}^A) \cdot \min_h \text{Var}(\hat{P}^B + h \cdot \hat{P}^A) \quad (4.6)$$

bzw. über das schwache EPR-Reid-Kriterium

$$\mathcal{E}_{B|A}^2 = \text{Var}(\hat{X}^B - \hat{X}^A) \cdot \text{Var}(\hat{P}^B + \hat{P}^A) \quad (4.7)$$

definiert werden [38, 100].  $\mathcal{E}_{B|A}^2$  ist dabei ein Maß für die Aussagen, die Alice über Bob machen kann. Die Diskussion von Aussagen  $\mathcal{E}_{A|B}^2$ , die Bob über Alice machen kann, läuft



**Abbildung 4.3:** Wirkung der Optimierungsparameter  $g$  und  $h$  des starken EPR-Kriteriums. Um  $\min_g \langle (\hat{X}^B - g \cdot \hat{X}^A)^2 \rangle$  aus Formel 4.6 zu erfüllen muss für die Abbildung  $g = 2$  gewählt werden. Die Diskussion für  $\min_h \langle (\hat{P}^B + h \cdot \hat{P}^A)^2 \rangle$  erfolgt analog.

analog zu  $\mathcal{E}_{B|A}^2$ . Definiert man für die Vakuumfluktuationen  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$ , so ergibt sich starke EPR-Verschränkung für

$$\mathcal{E}_{B|A}^2 < 1. \quad (4.8)$$

Die Optimierungsparameter  $g$  und  $h$  sind für unterschiedliche Verluste zwischen den beiden verschränkten Feldern ungleich eins, siehe Abbildung 4.3. Sie können beispielsweise mit Hilfe der verwendeten Elektronik justiert werden, die die Ausgänge der Detektoren subtrahiert. Bei Messungen sind die Optimierungsfaktoren  $g$  und  $h$  im allgemeinen nicht bekannt. Deshalb muss  $\min_g$  und  $\min_h$  aus der Formel 4.6 substituiert werden, indem man die entsprechenden Ableitungen Null setzt [9]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dg} \langle (\hat{X}^A - g \cdot \hat{X}^B)^2 \rangle &\stackrel{!}{=} 0 \\ \frac{d}{dh} \langle (\hat{P}^A + h \cdot \hat{P}^B)^2 \rangle &\stackrel{!}{=} 0. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Damit erhält man die Verstärkungsfaktoren ( $\langle \hat{X}^A, \hat{X}^B \rangle = \langle \hat{X}^B, \hat{X}^A \rangle$ )

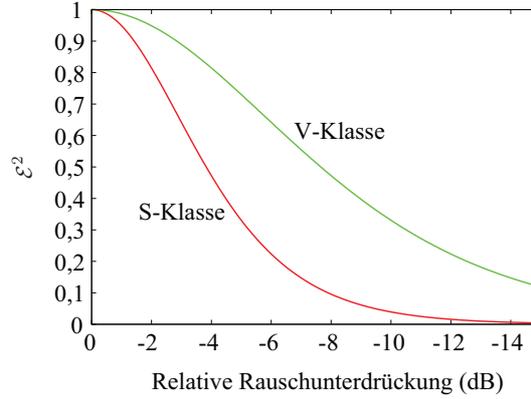
$$\begin{aligned} g &= \frac{\langle \hat{X}^A, \hat{X}^B \rangle}{\langle (\hat{X}^B)^2 \rangle} \\ h &= -\frac{\langle \hat{P}^A, \hat{P}^B \rangle}{\langle (\hat{P}^B)^2 \rangle}. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Setzt man  $g$  und  $h$  aus den Formeln 4.10 in die Formel 4.6 ein, so ergibt sich

$$\mathcal{E}_{A|B}^2 = \left( \text{Var}(\hat{X}^A) - \frac{\text{Cov}^2(\hat{X}^A, \hat{X}^B)}{\text{Var}(\hat{X}^B)} \right) \cdot \left( \text{Var}(\hat{P}^A) - \frac{\text{Cov}^2(\hat{P}^A, \hat{P}^B)}{\text{Var}(\hat{P}^B)} \right). \quad (4.11)$$

Diese Formel kann verwendet werden, um von Kovarianzmatrizen auf das starke EPR-Reid-Kriterium zu schließen.

Die Abhängigkeit der EPR-Verschränkung von den gequetschten Varianzen ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Für die optischen Gesamtverluste  $L_{\text{ges}} = 1 - \eta_{\text{ges}}$  ergibt sich für



**Abbildung 4.4:** EPR-Verschränkung in Abhängigkeit der Rauschunterdrückung bzw. des Quetschparameters  $r$  für Zustände der V-Klasse ( $\mathcal{E}^2 = 1/\cosh^2(r)$ ) und der S-Klasse ( $\mathcal{E}^2 = 1/\cosh^2(2r)$ ).

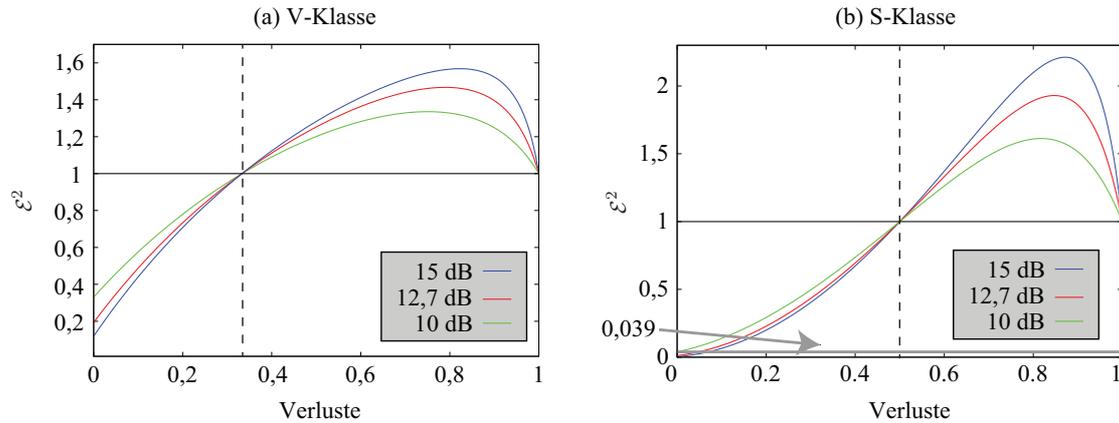
die V-Klasse-EPR-Verschränkung [48]

$$\mathcal{E}^2 = 4 \left( \frac{(1 - \eta_{\text{ges}})e^{-2r} + \eta_{\text{ges}}}{(1 - \eta_{\text{ges}})e^{-2r} + \eta_{\text{ges}} + 1} \right) \cdot \left( \frac{(1 - \eta_{\text{ges}})e^{+2r} + \eta_{\text{ges}}}{(1 - \eta_{\text{ges}})e^{+2r} + \eta_{\text{ges}} + 1} \right) \quad (4.12)$$

und für die S-Klasse-EPR-Verschränkung [16]

$$\mathcal{E}^2 = 4 \left( 1 - \eta_{\text{ges}} + \frac{2\eta_{\text{ges}} - 1}{\eta_{\text{ges}}(\Delta^2 \hat{X} + \Delta^2 \hat{X}^{-1} - 2) + 2} \right)^2. \quad (4.13)$$

Damit lässt sich die Abhängigkeit der EPR-Verschränkung von Verlusten, die symmetrische auf die Pfade zu Alice und Bob wirken, graphisch darstellen, siehe Abbildung 4.5. Unabhängig vom ursprünglichen Quetschgrad ist ab einer Verunreinigung von  $1/3$  für V-Klasse-Zustände bzw.  $1/2$  für S-Klasse-Zustände keine EPR-Verschränkung mehr möglich. Die Steering-Teilsysteme A und B können auch asymmetrische Verluste aufweisen. Diese werden für S-Klasse-Steering anhand Abbildung 4.6 erklärt. Dabei wird der verlustfreie Fall, starke Verluste bei Detektor B und 100% Verluste bei Detektor B betrachtet und diskutiert. Für V-Klasse-Steering werden die asymmetrischen Verluste in Abbildung 4.7 erklärt. Die Diskussion erfolgt analog zu Abbildung 4.6. Aus Abbildung 4.7 ist ersichtlich, dass die Verschränkung im verlustfreien Fall für beide Detektoren gleich ist. Mit zunehmenden Verlusten werden die Vorhersagen der Partei B über das Messergebnis bei A immer ungenauer, steigen (bei  $1/3$  Verlusten) über die Vorhersagegenauigkeit von Vakuumfluktuationen und enden bei der Vorhersagegenauigkeit eines thermischen Zustands. Die Vorhersagen der Partei A über das Messergebnis bei B hingegen bleiben stets genauer als die Vorhersagen der Vakuumfluktuationen bis sie bei 100% Verlust dort enden. Somit gibt es aufgrund der asymmetrischen Verluste einen Bereich, in denen A das Messergebnis von B genauer als das Vakuumrauschen vorhersagen kann, B allerdings das Messergebnis von A nicht genauer als das Vakuumrauschen vorhersagen kann (engl. *one-way steering*) [54]. Außerdem lässt sich durch die Abbildungen 4.6 und 4.7 der Verlauf der EPR-Verschränkung in Abhängigkeit von optischen Verlusten bei beiden Detektoren graphisch analysieren, siehe Abbildung 4.8.

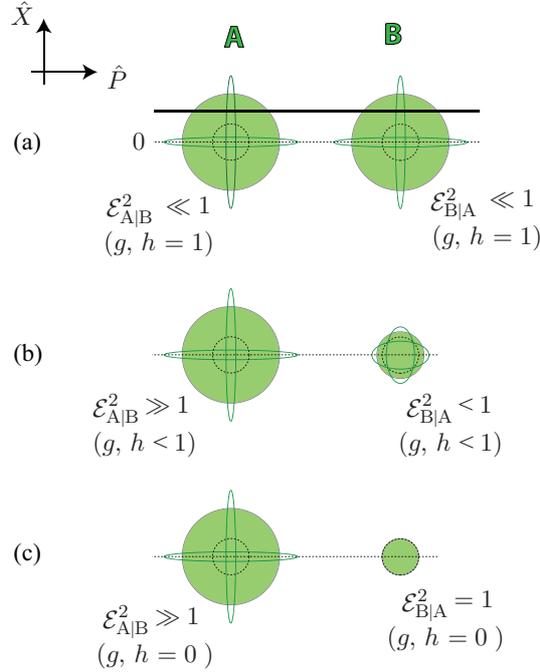


**Abbildung 4.5:** Abhängigkeit EPR-Verschränkung von symmetrischen, optischen Gesamtverlusten mit einer Normierung von  $\text{Var}(\hat{X}^{\text{vac}}) = 1$  [16, 48]. (a) V-Klasse-EPR-Verschränkung lässt sich unabhängig vom ursprünglichen Quetschgrad nur unterhalb eines Verlustes von  $1/3$  erzeugen. (b) Für die S-Klasse-EPR-Verschränkung liegt diese Grenze bei  $1/2$ . Die graue Linie kennzeichnet den im Rahmen dieser Arbeit erzeugten verschränkten Zustand von  $\mathcal{E}^2 = 0,039$  (vgl. Kapitel 7.3).

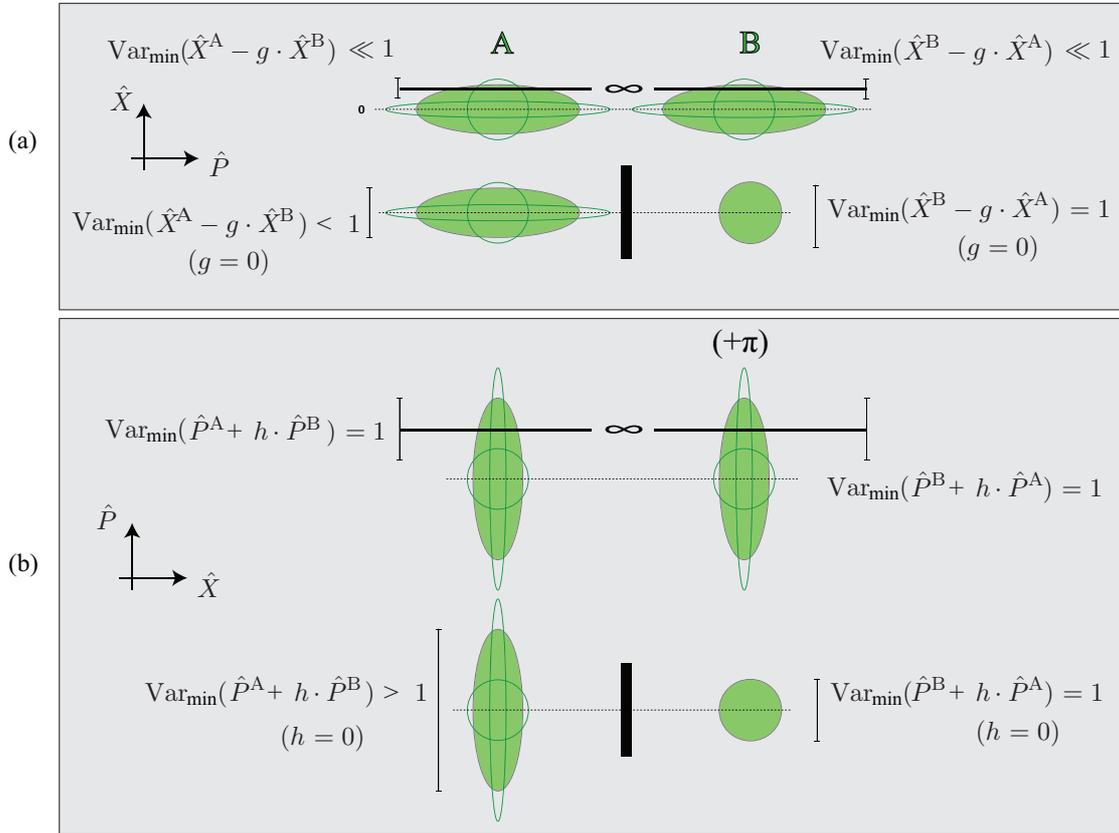
## 4.4 Anwendung von verschränkten Zuständen in der Metrologie

Die Quantenmetrologie benutzt verschränkte Zustände um die Sensitivität von Messungen zu verbessern [18, 101–105]. Bis jetzt wurde der Fokus auf die Messung nur einer von zwei nicht kommutierenden Observablen gelegt. Mit den verschränkten Zuständen dieser Arbeit wurde ein Laserinterferometer aufgebaut, das Informationen über zwei nicht kommutierende Observablen liefert, dessen Unschärfen unterhalb des Grundzustandes des Messsystems liegen [106]. Dieses Experiment zeigt die Machbarkeit der Quantendichten Metrologie (QDM), welche den Anstieg der Informationen von Messungen in Analogie zum quantendichten Verschlüsseln in der Quanteninformationswissenschaft bezeichnet. Die zusätzlichen Informationen werden in diesem Experiment genutzt, um zwischen den eigentlichen Messsignalen und parasitären Signalen wie beispielsweise gestreuten und frequenzverschobenen Photonen zu unterscheiden. Diese Herangehensweise kann benutzt werden, um mit gequetschtem Licht verbesserte Gravitationswellendetektoren an nicht quantenrausclimitierten Detektionsfrequenzen in Form eines Kanals unterhalb des Schrotrauschens zu verbessern.

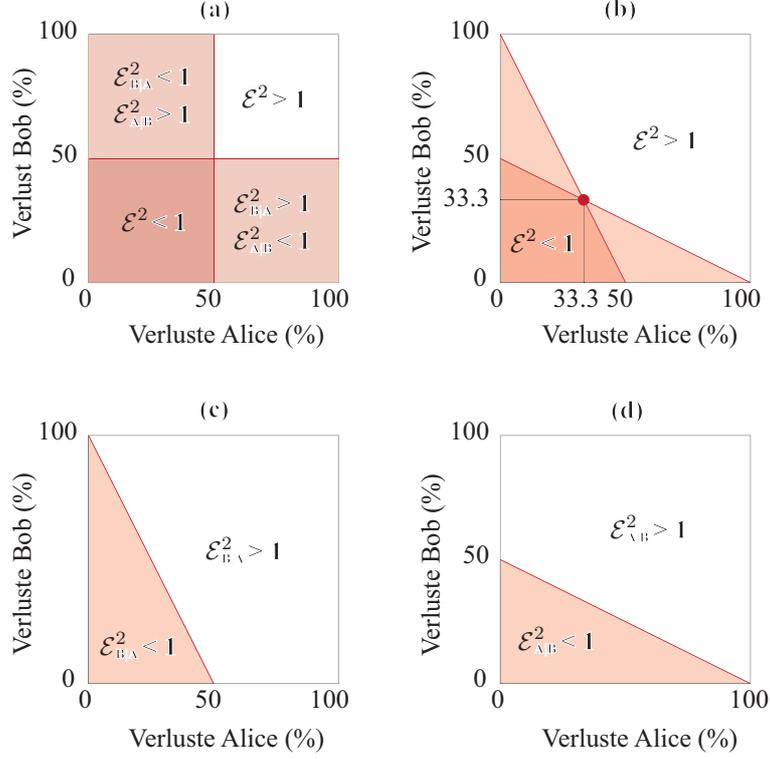
Das Messsignal eines Interferometers liegt ausschließlich in der Amplitudenquadratur  $\hat{X}_1$ . Um parasitäre Signale zu erkennen wird das Messsignal an einem balancierten Strahlteiler aufgeteilt wodurch jeder Detektor die Hälfte des zu vermessenden Signals empfängt. Damit nicht die Hälfte des Signals verloren geht, wird der Quadraturwinkel der Verschränkung in aktuellen Experimenten [106] optimiert, siehe Abbildung 4.9. Das Einstellen des Quadraturwinkels bedarf zusätzlicher Regelung und kann durch Aufprägen eines einzelnen Seitenbands mittels akustooptischem Modulator realisiert werden. Alternativ zum Einstellen der Messungen über den Quadraturwinkel kann die Aufteilung der



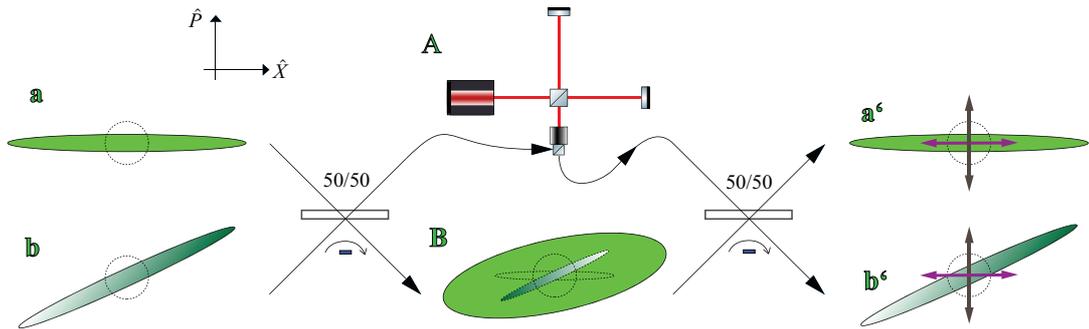
**Abbildung 4.6:** Im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Graphik für Asymmetrie der Verluste bei den Detektoren A und B für S-Klasse-verschränkte Zustände nach Formel 4.6. (a) zeigt einen verschränkten Zustand, (b) zeigt den selben Zustand, wobei dem Subsystem B hohe Verluste zugefügt wurden. In (c) wurden dem Subsystem B 100 % Verluste zugefügt, wodurch es einem (unverschränkten) Vakuumzustand entspricht. Die beiden Ellipsen kennzeichnen die beiden Varianzen der ursprünglichen Zustände, aus denen der verschränkte Zustand zusammengesetzt ist. Der gestrichelte Kreis deutet die Größe eines Vakuumzustandes an. (a) Sind die Verluste bei der Detektion von A und B gleich, sind sowohl die Amplitudenquadraturen (horizontale Linie entspricht einer Amplitudenmessung), als auch die Phasenquadraturen verschränkt. Es gilt  $\mathcal{E}_{B|A}^2 = \mathcal{E}_{A|B}^2$ . Wo und welche Verluste aufgetreten sind ist dabei unwichtig, es ist lediglich die Höhe der Verluste entscheidend. (b) Sind die Verluste bei der Detektion von Subsystem B nahe 1, so ist dieser Sub-Zustand nur minimal größer als ein Vakuumzustand. A kann den vakuumähnlichen Zustand B steuern, da ein Teil der Korrelationen erhalten geblieben ist ( $\mathcal{E}_{B|A}^2 < 1$ ). B kann jedoch mit dem geringen Teil der Korrelationen keinen annähernd unkorrelierten thermischen Zustand *steuern* ( $\mathcal{E}_{A|B}^2 \gg 1$ ). (c) Führt man Subsystem B 100 % Verluste zu, so liegt dort ein (unverschränkter) Vakuumzustand vor. Somit muss jeweils der Mittelwert vorhergesagt werden ( $g, h = 0$ ). Die Vakuumvarianz lässt sich von Subsystem A mit der Genauigkeit der Varianz des Vakuums vorhersagen ( $\mathcal{E}_{B|A}^2 = 1$ ). Subsystem B muss einen unverschränkten, thermischer Zustand steuern, wodurch sich ein hoher EPR-Wert ergibt ( $\mathcal{E}_{A|B}^2 \gg 1$ ).



**Abbildung 4.7:** Graphik einer im Rahmen dieser Arbeit mitentwickelten Darstellung asymmetrischer Verluste beim V-Klasse-Steering nach Formel 4.6 (vgl. Abbildung 4.6) [54]. (a) stellt die Amplitudenmessungen, (b) die Phasenmessungen dar. Das Koordinatensystem für die Phasenmessungen wurde gedreht, um Korrelationen der Phasenquadraturen horizontal darzustellen. Der jeweils obere Zustand zeigt die Verschränkung ohne Verluste. Beim jeweils unteren Zustand wurden dem Subsystem B 100 % Verluste zugefügt, wodurch bei B ein (unverschränkter) Vakuumzustand vorliegt. Alle dunkelgrünen Ellipsen und Kreise stellen die Varianzen der ursprünglichen, unverschränkten Zustände dar. Seitlich ist für jedes Subsystem die bedingte Varianz eingezeichnet und formell angegeben. Dabei sind durch die Optimierungsparameter  $g$  und  $h$  die Varianzen minimiert worden. Die Varianz der Phasensumme (b) kann nicht kleiner als 1 werden. Nur die Varianz der Amplitudendifferenz (a) kann unter 1 fallen, somit kann nur durch diesen Term EPR-Verschränkung entstehen.

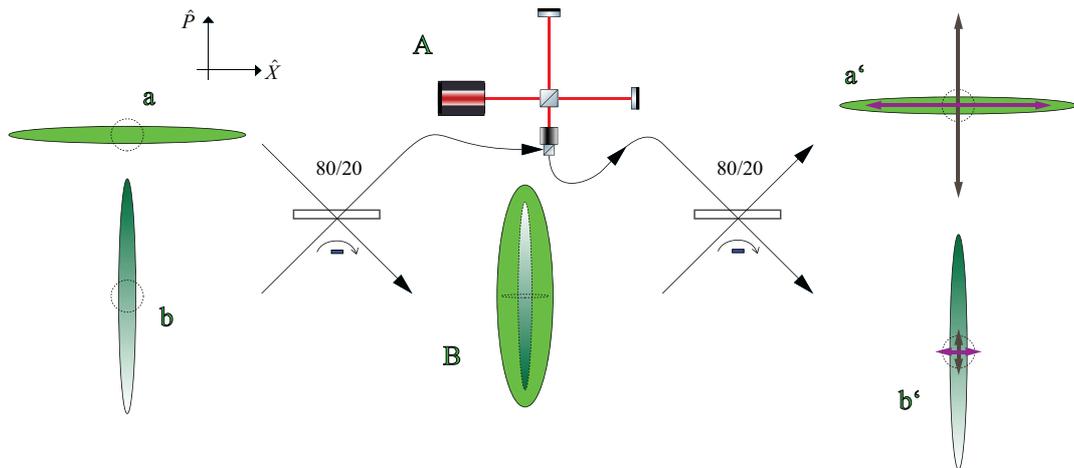


**Abbildung 4.8:** Werden zwei Lichtmoden an einem 50/50-Strahlteiler verschränkt, so kann das EPR-Steering in Abhängigkeit von den Verlusten der beiden Detektoren Alice (A) und Bob (B), unabhängig vom Quetschgrad, dargestellt werden. Der weiße Bereich bezeichnet dabei Verschränkung aber kein Steering, der dunkle Bereich kennzeichnet beidseitiges Steering und der Zwischenbereich markiert, dass nur ein Detektor steeren kann (one-way steering). (a) S-Klasse-steering (Quetschgrad  $r_1 = r_2$ ). Wenn ein Detektor weniger als 50% Verluste hat, kann er den anderen Detektor steeren [16]. (b) V-Klasse-steering. Für Verluste  $< 33.3\%$  werden beide EPR-Steering-Kriterien geschlagen [48]. Die Geraden neigen sich im Vergleich zu den Geraden der S-Klasse-Zustände. Abbildung (b) wird nun für beide Detektoren getrennt betrachtet, woraus Abbildung (c) und Abbildung (d) resultiert. (c) V-Klasse-Verschränkung mit Steering von Alice zu Bob. Je nach Verlust von Bob braucht Alice mehr oder weniger Reinheit um steeren zu können. (d) V-Klasse-Verschränkung mit steering von Bob zu Alice. Je nach Verlust von Alice braucht Bob mehr oder weniger Reinheit um steeren zu können.



**Abbildung 4.9:** Gequetschte Zustände können unter beliebigen Winkeln verschränkt werden. Ein Signal in Phasenquadratur (z.B. von einer Gravitationswelle) ist als brauner Pfeil, ein Signal in Amplitudenquadratur (z.B. Streulicht) als lila Pfeil eingezeichnet. Die Vermessung der Zustände  $a'$  und  $b'$  erfolgt unter jeweils dem Quadraturwinkel für den die Rauschunterdrückung am stärksten ist. Kleine Verschränkungswinkel haben den Vorteil, dass in  $b'$  enthaltene Phasenquadratursignale mit einer guten Rauschunterdrückung vermessen werden können und trotzdem Informationen über die Amplitudenquadratur vorliegen.

Messsignale über das Teilungsverhältnis der Strahlteiler eingestellt werden, siehe Abbildung 4.10. Dieses Schema ist im Rahmen dieser Arbeit entstanden. Es liefert optimale Messergebnisse und kann mit orthogonal verschränkten Zuständen realisiert werden.



**Abbildung 4.10:** Im Rahmen dieser Arbeit entwickeltes Schema um quantendichte Metrologie zu realisieren. Betrachtet man zwei orthogonal gequetschte Zustände  $a$  und  $b$ , die an einem Strahlteiler mit willkürlichem Teilungsverhältnis (hier: 80/20) verschränkt werden, können im verlustfreien Fall durch einen zweiten, identischen Strahlteiler die ursprünglichen Zustände zurückgewonnen werden. Signale, die im Teilsystem A gewonnen werden, werden durch den zweiten Strahlteiler ungleichmäßig auf die zu vermessenden Zustände  $a'$  und  $b'$  aufgeteilt. Phasenquadraturmessungen am Zustand  $a'$  enthalten dadurch einen großen Anteil der Phasenquadratursignale (braune Pfeile), trotzdem sind in Amplitudenquadraturmessungen am Zustand  $b'$  Informationen über Signale außerhalb der Phasenquadratur (lila Pfeile) enthalten. Damit kann die Wahl des Teilungsverhältnisses der Strahlteiler als Alternative zur Wahl des Verschränkungswinkels (siehe Abbildung 4.9) betrachtet werden. Das Schema dieser Graphik erlaubt orthogonale Verschränkung und liefert trotzdem optimale Auslese der Signale.

## 5 Grundlagen zum Experiment

### 5.1 Nichtlineare Kristalle

Das Wichtigste um hohe Konversionen zur zweiten Harmonischen, bzw. um stark gequetschte und verschränkte Zustände zu erzeugen, ist die Wahl der nichtlinearen Kristalle. Aufgrund ihrer hervorragenden Eigenschaften [107] wurden in dieser Arbeit zum einen 7% magnesiumoxiddotiertes Lithiumniobat ( $7\% \text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ ) für die Frequenzverdopplung und zum anderen periodisch gepoltes Kaliumtitanylphosphat (PPKTP) für die Quetschlichtresonatoren verwendet, siehe Tabelle 5.1. Durch die Wahl dieser Kristalle konnte ein Nd:YAG-Laser (siehe Kapitel 5.3) mit einer Wellenlänge von 1064 nm verwendet werden. Bei der Frequenzverdopplung zu 532 nm wird ein starkes, grünes Feld im Resonator erzeugt. Da starke grüne Felder in KTP zu Grauschleierbildung führen [108, 109], wurde zur Frequenzverdopplung ein  $\text{MgO}:\text{LiNbO}_3$ -Kristall verwendet. Das Dotieren des Lithiumniobatkristalls mit Magnesiumoxid hat die Vorteile, die Zerstörschwelle des Kristalls zu erhöhen und die durch grün induzierte Infrarotabsorption (GRIIRA) zu reduzieren.

### 5.2 Phasenanpassung

Der Brechungsindex jedes Materials ist frequenzabhängig ( $n_{f1} \neq n_{f2}$ ). Deshalb durchläuft Licht je nach seiner Frequenz einen Kristall mit unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit. Für optimale Wechselwirkung zwischen Lichtfeldern unterschiedlicher Frequenzen, z.B. bei der Frequenzverdopplung oder der Quetschlichterzeugung, müssen die Lichtfelder gleich schnell durch den Kristall propagieren.

Durch den Zusammenhang mit dem Absorptionskoeffizient  $\alpha$  haben dielektrische Medien mit niedriger Absorption im sichtbaren Bereich einen ähnlichen Brechungsindexverlauf. Die Kristalle aus dem hier beschriebenen Experiment bestehen aus Lithiumniobat ( $\text{LiNbO}_3$ ) bzw. aus periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat (PPKTP). Die für das Experiment relevanten Brechungsindizes lassen sich aus den Sellmeier-Gleichung ( $\lambda$  wird in  $\mu\text{m}$  eingesetzt)[112]

$$n_{\text{PPKTP},z}^2 = 4.59423 + \frac{0.06206}{\lambda^2 - 0.04763} + \frac{110.80672}{\lambda^2 - 86.12171} \quad (5.1)$$

**Tabelle 5.1:** Optimale nichtlineare Medien zur Erzeugung der zweiten harmonischen Frequenz und zur Erzeugung von gequetschten Zuständen bei einer Wellenlänge von 1064 nm.

<b>7% MgO:LiNbO<sub>3</sub></b>	<b>PPKTP</b>
Anwendung: Frequenzverdopplung	Anwendung: Quetschlichtquellen
Nichtlinearität: $d_{31} = -4,7 \text{ pm/V}$ [110]	Nichtlinearität: $d_{33} = 13,7 \text{ pm/V}$ [111]
Phasenanpassung: Typ I, BPM	Phasenanpassung: Typ I, QPM
Temperatur: $\approx 60 \text{ }^\circ\text{C}$	Temperatur: $\approx 35 \text{ }^\circ\text{C}$
Brechungsindizes: $n_{o,532\text{nm}} = 2.3231$ [92] $n_{a,1064\text{nm}} = 2.1560$ [92]	Brechungsindizes: $n_{532\text{nm}} = 1.889$ [112] $n_{1064\text{nm}} = 1.8305$ [112, 113]
Absorption: @1064 nm < 0.1 %/cm @532 nm < 4 %/cm	Absorption: @1064 nm < 0.6 %/cm [111] @532 nm < 2 %/cm [111]
GRIIRA: 0.7 %/cm [107]	GRIIRA: vernachlässigbar [107]
Zerstörschwelle (10 ns): @1064 nm: 250 MW/cm <sup>2</sup> [107] @532 nm: 50 MW/cm <sup>2</sup> [107]	Zerstörschwelle (10 ns): @1064 nm: 500 MW/cm <sup>2</sup> [107] @532 nm: 100 MW/cm <sup>2</sup> [107]

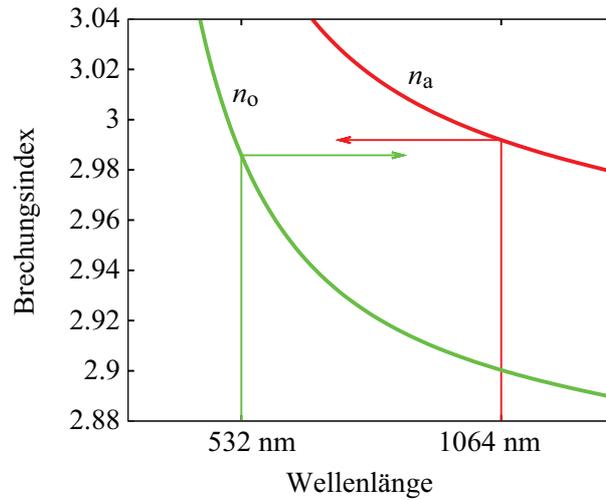
bzw. [92]

$$\begin{aligned}
 n_{\text{LiNbO}_3, \text{o}}^2 &= 2.3920 + \frac{2.5112\lambda^2}{\lambda^2 - (0.217)^2} + \frac{7.1333\lambda^2}{\lambda^2 - (16.502)^2} \\
 n_{\text{LiNbO}_3, \text{a}}^2 &= 2.3247 + \frac{2.2565\lambda^2}{\lambda^2 - (0.210)^2} + \frac{14.503\lambda^2}{\lambda^2 - (25.915)^2}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

für 0.4–3.1  $\mu\text{m}$  errechnen. Um die Dispersion zu kompensieren werden die in anisotropen Medien vorhandenen doppelbrechenden Eigenschaften genutzt, siehe Abbildung 5.1.

Phasenanpassung in doppelbrechenden Kristallen teilt man in *Typ I* und *Typ II* ein [115], wobei die wählbaren Polarisierungen vom Kristalltyp abhängen. Bei der Phasenanpassung vom Typ I haben Signal- und Idler-Welle die gleiche Polarisation. Diese Polarisation ist orthogonal zu der Polarisation des zweiten harmonischen Feldes. Bei der Phasenanpassung vom Typ II haben Signal- und Idler-Welle orthogonale Polarisation zueinander. Die Polarisation der zweiten harmonischen Welle gleicht somit entweder der Signal- oder der Idler-Polarisation.

Phasenanpassung kann entweder durch Winkel Anpassung oder durch Temperatur Anpassung erreicht werden.



**Abbildung 5.1:** Ordentlicher  $n_o$  und außerordentlicher  $n_a$  Brechungsindex von  $\text{LiNbO}_3$ , das mit 5-mol. % MgO dotiert wurde bei  $21^\circ\text{C}$  [114]. Ändert man die Temperatur (bzw. Winkel) vom Material, so verschieben sich die Kurven und es kann optimale Phasenanpassung  $n_o(532\text{ nm}) = n_a(1064\text{ nm})$  erreicht werden.

### 5.2.1 Phasenanpassung durch Kristallwinkelanpassung

Der Brechungsindex  $n_o$  für ordentlich polarisierte Wellen zeigt keine Kristallwinkelabhängigkeit. Für außerordentlich polarisierte Wellen gilt die elliptische Abhängigkeit

$$\frac{1}{n_a^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_a^2} \quad (5.3)$$

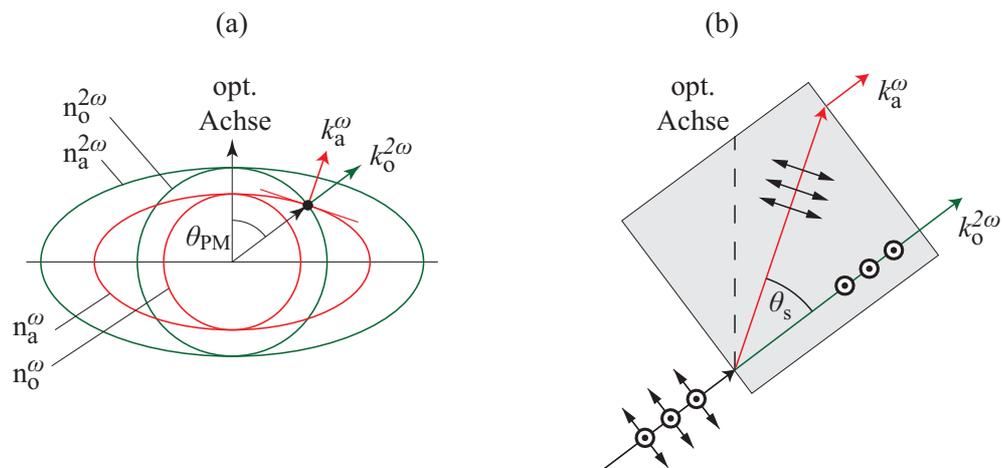
für den Winkel  $\theta$ , der zwischen der optischen Achse des Kristalls und der Richtung der Wellen definiert ist. Somit kann Phasenanpassung durch Kristalldrehung erreicht werden (siehe dazu Abbildung 5.2), was unabhängig von Giordmaine [116] und Maker *et al.* [117] vorgeschlagen wurde. Für positive ( $n_a > n_o$ ), einachsige Kristalle kann der Winkel  $\theta$  durch einsetzen von  $n_a^\omega(\theta) = n_o^{2\omega}$  in Formel 5.3 errechnet werden. Damit erhält man

$$\frac{1}{n_o^2(2\omega)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2(\omega)} + \frac{\sin^2 \theta}{n_a^2(\omega)}. \quad (5.4)$$

Für negative ( $n_a < n_o$ ), einachsige Kristalle ergibt sich mit  $n_a^{2\omega}(\theta) = n_o^\omega$  für den Winkel  $\theta$

$$\frac{1}{n_o^2(\omega)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2(2\omega)} + \frac{\sin^2 \theta}{n_a^2(2\omega)}. \quad (5.5)$$

Durch die Phasenanpassung über den Winkel der Kristallachse sind nur kleinere Nichtlinearitäten  $\chi^{(2)}$  als bei der Phasenanpassung durch Temperaturanpassung erreichbar. Außerdem laufen bei der Methode der Winkelanpassung ordentlicher und außerordentlicher Strahl nicht parallel („räumlicher Walk-Off“) was die Kristalllänge und die Konversionseffizienz limitiert.



**Abbildung 5.2:** Phasenanpassung durch Winkelabhängigkeit der Brechungsindizes für ordentlichen und außerordentlichen Strahl in einem positiven, einachsigen Kristall für die a-a-Frequenzverdopplung [92]. (a) Der Brechungsindex für ordentlichen  $n_o^\omega$  und außerordentlichen  $n_a^\omega$  Strahl des fundamentalen elektrischen Feldes ist in rot und der Brechungsindex für ordentlichen  $n_o^{2\omega}$  und außerordentlichen  $n_a^{2\omega}$  Strahl des zweiten harmonischen elektrischen Feldes ist in grün aufgetragen. Phasenanpassung wird erreicht, wenn fundamentales und zweites harmonisches Feld den gleichen Brechungsindex erfahren. Dies ist zwischen dem außerordentlichen  $n_a^\omega$  fundamentalen Feld und dem ordentlichen zweiten harmonischen  $n_o^{2\omega}$  Feld für den Winkel  $\theta_{PM}$  zur optischen Achse gegeben. Die Richtung von  $k_a^\omega$  entspricht der Normalen der roten Ellipse. (b) Durch die Phasenanpassung laufen ordentlicher und außerordentlicher Strahl auseinander.

### 5.2.2 Phasenanpassung durch Temperaturregelung

Um eine möglichst gute Phasenanpassung im Rahmen dieses Experiments zu realisieren wurde für die Frequenzverdopplung (SHG) und Quetschlichtquellen (MSqz, HSqz) die Temperaturregelung der Kristalle gewählt. Ändert man die Temperatur von doppelbrechenden Materialien, so können die Brechungsindizes  $n_a(f_1)$  und  $n_o(f_2)$  von dem fundamentalen und dem harmonischen Feld aneinander angeglichen werden.

### 5.2.3 Kritische Phasenanpassung und Quasi-Phasenanpassung

In der Realität ist ideale Phasenanpassung äußerst schwer möglich, da kleinste Abweichungen zur optimalen Phasenanpassung sich im Lauf durch den Kristall zu destruktiver Phasenlage entwickeln. Daher wird diese Art der Phasenanpassung „Kritische Phasenanpassung“ genannt.

Um das Auseinanderlaufen der Phasen zu verhindern, verwendet man periodisch gepolte Kristalle [118]. Die Phasenanpassung durch periodische Polung eines Kristalls wird „Quasi-Phasenanpassung“ genannt. Entfernen sich Lichtfelder während ihrer Propagation durch den Kristall aufgrund ihrer unterschiedlichen Geschwindigkeiten, kann durch Umpolen des Kristalls bewirkt werden, dass die Lichtfelder wieder Zusammenlaufen. Polt man einen Kristall nach jeder Kohärenzlänge

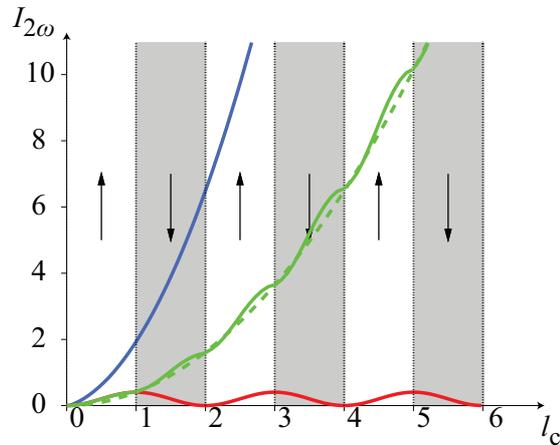
$$l_c = \frac{\lambda_{\text{fundamental}}}{4(n_{f2} - n_{f1})} \quad (5.6)$$

um, wird der Phasenunterschied zwischen den Feldern nie größer als  $\pi$  und somit ist die Wechselwirkung der Lichtfelder im gesamten Kristall konstruktiv, siehe Abbildung 5.3 und Abbildung 5.4. Für die Quasi-Phasenanpassung ergibt sich ein effektive Nichtlinearität [107] von

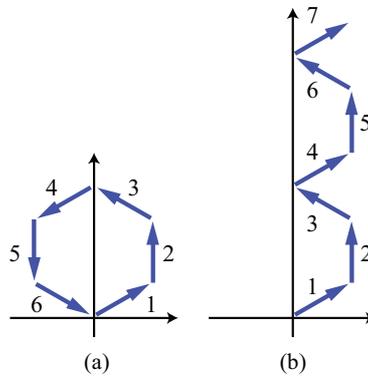
$$d_{\text{eff}} \approx \frac{2}{\pi} d_{\text{bulk}}. \quad (5.7)$$

## 5.3 Laservorbereitung

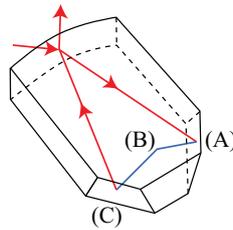
Wegen seiner vielseitigen Vorteile, wie beispielsweise hervorragender Rauscheigenschaften, wurde das Laserlicht zum Betreiben der nichtlinearen Kristalle (vgl. Kapitel 5.1) von einem nicht-planaren Ringoszillator (NPRO), siehe Abbildung 5.5, eines Nd:YAG-Dauerstrichlasers erzeugt (vgl. Abbildung 5.14). Er wurde von COHERENT im Rahmen der Mephisto-Familie hergestellt und liefert etwa 1,8 W bei einer Wellenlänge von 1064 nm in der fundamentalen TEM<sub>00</sub>-Mode. Um eine reine, lineare Polarisation zu erhalten, wurde mit Hilfe einer Kombination von einer  $\lambda/4$ - und einer nachfolgenden  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte die elliptische Polarisation des Lasers beseitigt. Durch einen nachfolgenden Isolator wurde der Laser vor Rückreflexen und somit vor Frequenzsprüngen (*mode hopping*) geschützt. Schließlich wurden dem fundamentalen Lichtfeld durch einen



**Abbildung 5.3:** Phasenanpassung durch periodische Polung [118]. Aufgetragen ist die Intensität  $I_{2\omega}$  der zweiten Harmonischen gegenüber der Kohärenzlänge  $l_c$  des Kristalls. In rot und blau sind keine und optimale Phasenanpassung in einem einheitlich gepolten Kristall dargestellt. In grün ist die Quasi-Phasenanpassung in einem periodisch gepolten Kristall dargestellt. Hier nimmt die Kurve bis zum Ende der ersten Kohärenzlänge  $l_c = 1$  stetig zu und läuft identisch mit der roten Kurve zu ihrem Maximalwert. Dann wird der Kristall umgepolt, damit die Intensität weiter steigt.



**Abbildung 5.4:** Kritische (a) und Quasi-Phasenanpassung (b) im Phasorenbild (vgl. Abbildung 5.3). Phasor „1“ ist der Phasor des ersten Drittels der Kohärenzlänge und gibt Auskunft über Amplitude (Länge des Phasors) und Phase (Richtung des Phasors) der zweiten Harmonischen. Phasor „2“ kennzeichnet das zweite Drittel der Kohärenzlänge, Phasor „3“ das dritte Drittel, usw. (a) Ohne Phasenanpassung haben die innerhalb der zweiten Kohärenzlänge des Kristalls entstehenden Phasoren „4,5,6“ entgegengesetzte Phasenlage zu den Phasoren „1,2,3“, die innerhalb der ersten Kohärenzlänge des Kristalls entstanden sind. Somit ist die resultierende Amplitude nach 2 Kohärenzlängen Null. (b) Bei der Quasi-Phasenanpassung wird der Kristall nach einer Kohärenzlänge (nach Phasor „3“) umgepolt, so dass sich die entstehenden Amplituden nie destruktiv überlagern.



**Abbildung 5.5:** Die Abbildung zeigt einen nicht-planaren Ringoszillator (NPRO). Die ebene Fläche (roter Strahlengang), die durch einlaufenden und auslaufenden Strahl definiert wird, wird nach der ersten Reflexion (A) verlassen, dann wird der Strahl an der oberen Fläche des Kristalls reflektiert (B) und durch die dritte Reflexion (C) wieder in die ebene Fläche eingekoppelt. NPROs sind optimal geeignet, um intrinsisch stabile Laser aufzubauen, da sie eine monolithische Kombination von Ringresonator, optischer Diode und aktivem Medium bilden [119].

elektrooptischen Modulator (EOM) eine Phasenmodulation bei 124,1 MHz aufgeprägt. Diese wurde im Experiment verwendet, um die Länge des Frequenzverdopplungsresonators sowie um die Länge der Filterresonatoren zu regeln. Diese Phasenmodulation wurde relativ hoch gewählt, damit auch sie durch die niedrige Bandbreite der Filterresonatoren (2,28 MHz und 1,25 MHz) unterdrückt wird. Trotzdem lag die Modulation nahe genug an der Bandbreite des Frequenzverdopplungsresonators (66 MHz), um auf das harmonische Feld aufgeprägt zu werden. Somit konnte mit dieser Phasenmodulation auch die Länge des Filterresonators für das harmonische Feld geregelt werden.

## 5.4 Filterresonatoren

Um das fundamentale Feld und das im Rahmen dieses Experiments erzeugte harmonische Feld (vgl. Kapitel 5.6) zu filtern, sowie um eine Referenzmode für die gequetschten Felder und die lokalen Oszillatoren zu definieren, wurden Ringresonatoren verwendet, wie sie Anfangs bei LIGO eingesetzt wurden [120]. Diese Filterresonatoren (MC, englisch: *Mode Cleaner*) hatten den Zweck, die  $TEM_{00}$ -Mode einer Frequenz räumlich zu filtern, Strahlversatz zu entkoppeln bzw. Strahllagefluktuationen zu unterdrücken, sowie über die Linienbreite Phasenfluktuationen zu reduzieren. Die Filterresonatoren, die im Rahmen dieser Arbeit hergestellt wurden, bestanden aus drei Spiegeln. Diese waren in einem gleichschenkligen Dreieck mit einer Schenkellänge von etwa 20 cm und einer Basislänge von etwa 2 cm angeordnet. Daraus ergab sich eine Umlauflänge von etwa 24 cm und somit ein freier Spektralbereich (FSR) von 714 MHz. Die drei Spiegel wurden auf einen hohlen Aluminiumblock geklebt, wodurch sie einen monolithischen, stabilen Wanderwellenresonator formten. Die Filterresonatoren wurden in paralleler Polarisierung betrieben, wobei die beiden flachen Spiegel der Basis eine Transmission von 1 % für das fundamentale und eine Transmission von 5500 ppm für das harmonische Feld hatten und Ein- bzw. Auskoppelspiegel bildeten. Der dritte Spiegel war hochreflektierend, wurde durch eine Piezoelement aktuiert und hatte für die Filterresonatoren für das fundamentale Feld einen Krümmungsradius von -1 m und für den Filterresonator für das harmonische Feld

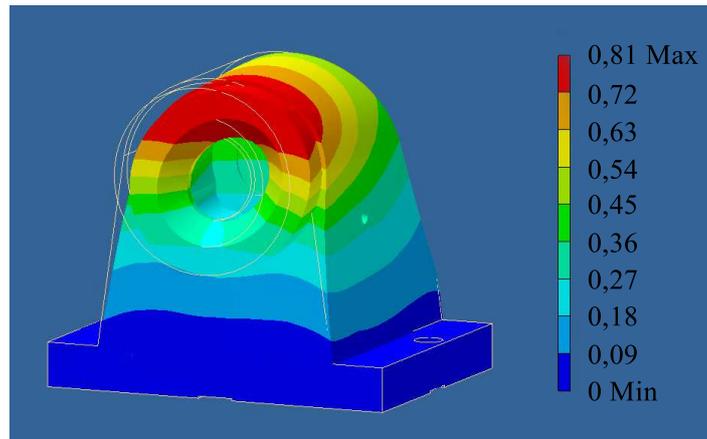
einen Krümmungsradius von  $-0,1$  m. Damit ergab sich für das fundamentale Feld eine Linienbreite von  $2,28$  MHz und eine Strahltaile von  $371,4$   $\mu\text{m}$  und für das harmonische Feld eine Linienbreite von  $1,25$  MHz und eine Strahltaile von  $262,6$   $\mu\text{m}$ , wobei die Strahltaile jeweils mittig zwischen Ein- und Auskoppelspiegel lagen. Die Filterresonatoren wurden mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren [1, 2] und der  $124,1$  MHz-Phasenmodulation der Laservorbereitung (vgl. Kapitel 5.3) mit einer resonanten Photodiode in Reflexion der Resonatoren stabilisiert. Die Phasenmodulation der Laservorbereitung konnte für den Filterresonator des harmonischen Feldes verwendet werden, da diese Phasenmodulation des fundamentalen Feldes nahe genug an der Bandbreite des Resonators der Frequenzverdopplung (FWHM =  $66$  MHz) lag, um auf das frequenzverdoppelte Feld aufgeprägt zu werden. Dadurch konnte auf einen separaten, elektrooptischen Modulator für den Filterresonator für das harmonische Feld verzichtet werden. Durch die niedrige Bandbreite der Filterresonatoren konnten auch die Phasenmodulationen für ihre Regelschleifen weitgehend unterdrückt werden und wurden nicht auf das transmittierte, gefilterte Feld übertragen. Auf Spannungsverstärker für die piezogesteuerten Spiegel wurde verzichtet, da das elektrische Rauschen der Verstärker über die Spiegel Phasenrauschen auf die optischen Felder aufprägen würde. Die verwendeten Piezoelemente, die über Standardregelkreise im Niederspannungsbereich betrieben wurden, verfügten über eine hohe Bandbreite, konnten aber keinen ganzen freien Spektralbereich regeln. Deshalb wurden die Filterresonatoren mit jeweils zwei Peltier-Elementen an den Seitenwänden der Aluminiumabstandshalter beklebt. Durch die hohe Bandbreite der thermischen Aktuierung konnten die Resonatoren in die Nähe der Resonanz gebracht werden und es wurden außerdem Längenänderungen der Aluminiumabstandshalter durch Temperaturschwankungen vermieden. Anhang A.2 bietet eine tabellarische Übersicht der Resonatorenkennwerte.

### 5.5 Phasenschieber

Um die Phase der Lichtfelder zueinander zu kontrollieren, wurden in diesem Experiment durch Piezoelemente aktuierte Spiegel benutzt. Die Halter dieser Spiegel haben Resonanzfrequenzen, die ungewollt in das Lichtfeld einkoppeln. Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Arbeit neue Phasenschieber aus Messing designt, siehe dazu Anhang A.1. Diese Phasenschieber wurden mit Simulationen in Autodesk-Inventor auf möglichst hohe Eigenresonanzen optimiert, siehe Abbildung 5.6. Die Transferfunktionen der Phasenschieber ist Abbildung 5.7 zu entnehmen. Die in dieser Arbeit entwickelten Phasenschieber werden seitdem in allen Experimenten der Quanteninterferometrie Hannover eingesetzt, um störende Resonanzen zu vermeiden.

### 5.6 Pumplichtvorbereitung

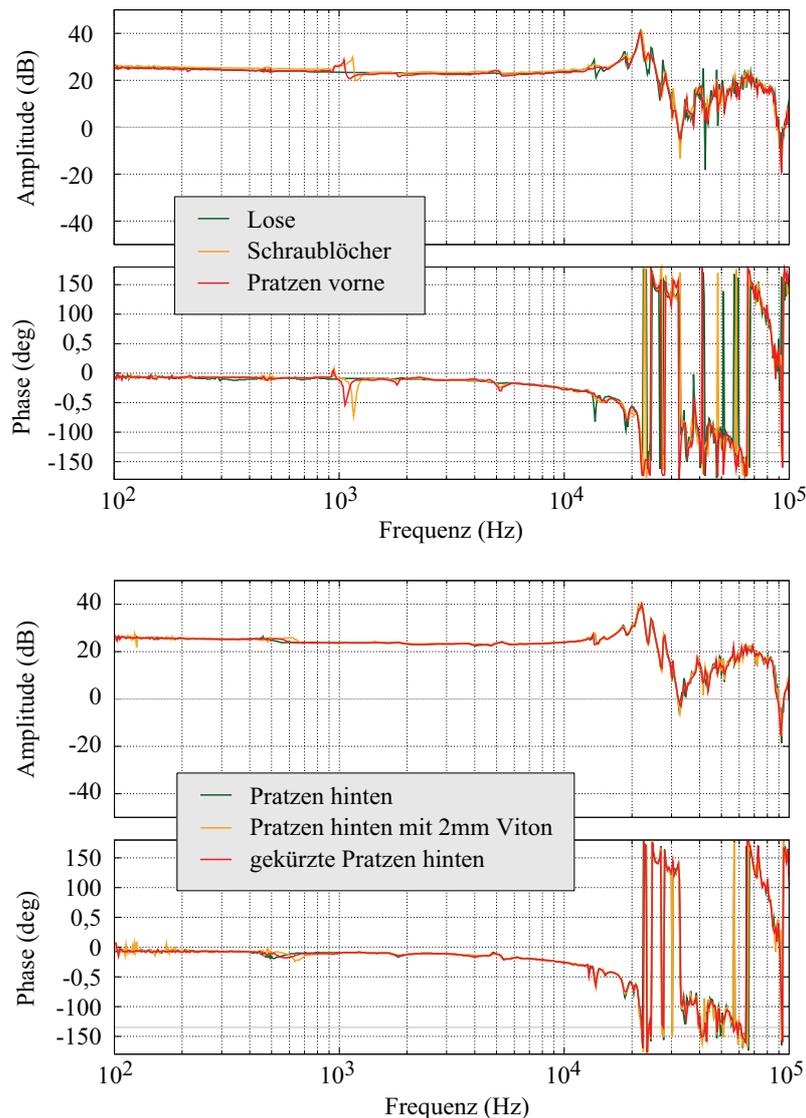
Im optimalen Arbeitspunkt benötigte jeder der Quetschlichtresonatoren eine Pumpleistung von etwa  $60$ - $80$  mW bei der zweiten harmonischen Frequenz (vgl. Abbildung 5.14). Zur Erzeugung dieses Pumpfeldes wurde ein halbmonolithischer, optisch nichtlinearer Resonator gebaut, siehe Abbildung 5.8 und 5.9. Für diesen Resonator wurde ein plan-



**Abbildung 5.6:** Simulation der niedrigsten Resonanzfrequenz (6436 Hz) des neu designten Phasenschiebers mit dem Programm *Autodesk Inventor*. Der Phasenschieber wurde für ( $\varnothing 25 \times 9.1$  mm)-Spiegel bei einer Strahlhöhe von 50 mm entworfen. Optimiert wurde der Phasenschieber auf eine möglichst hohe kleinste Resonanzfrequenz.

konvexer ( $R = 8$  mm) 7% magnesiumoxiddotierten Lithiumniobatkristall (vgl. Kapitel 5.1) mit den Dimensionen  $2,5 \times 2 \times 6,5$  mm<sup>3</sup> verwendet. Identisch zum halbmonolithischen Quetschlichtresonator (vgl. Kapitel 5.7) wurde die konvexe Fläche für beide Wellenlängen hochreflektierend (HR) und die plane Seite für beide Wellenlängen antireflektierend (AR) beschichtet. Der Auskoppelspiegel hatte einen Abstand von 23,5 mm zur planen Kristallseite, eine Reflexion von  $R = 90$  % für das fundamentale und weniger als 2 % Reflexion für das harmonische Feld. Die Phasen Anpassung wurde durch Temperaturregelung vom Typ I bei etwa 60,7 °C erreicht (vgl. Kapitel 5.2), wobei 1,6 W des fundamentalen Lichtfeldes der Wellenlänge  $\lambda = 1064$  nm in senkrechter Polarisierung zu knapp 1,3 W parallel polarisiertem Licht der Wellenlänge  $\lambda = 532$  nm frequenzverdoppelt wurden. Durch diese hohe Konversionseffizienz von 81 % stand sowohl für das fundamentale als auch für das harmonische Feld genug Leistung zur Verfügung, um Folgeexperimente integrieren zu können. Um die Resonatorlänge zu regeln, wurde das fundamentale Feld mit 124,1 MHz phasenmoduliert, in Transmission des Resonators detektiert und elektronisch demoduliert. Das so erzeugte Fehlersignal wurde über einen Spannungsverstärker auf den Koppelspiegel des Resonators zurückgeführt und somit die Resonatorlänge geregelt. Diese Technik ist vergleichbar mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren (PDH) [2].

Das erzeugte Pumpfeld lief durch einen Faraday-Isolator, um einen stabilen Betrieb der SHG zu ermöglichen. Die optimale Pumpleistung für die Quetschlichtquellen von 60 mW schwankte um etwa  $\pm 2$  mW. Da der Quetschgrad von der Pumpleistung abhängt, schwankte somit auch die Stärke der Quetschung. Außerdem verändert sich die Kristalllänge durch Absorption eines schwankenden Pumpfeldes kontinuierlich, wodurch Phasenfluktuationen entstehen, die den gequetschten Zustand limitieren [121]. Des Weiteren ist die Verstärkung des Kontrollfeldes und die Verstärkung der Phasenmodulationen des Kontrollstrahls abhängig von der Pumpleistung einer Quetschlichtquelle. Durch die schwankenden Phasenmodulationen leidet die Stabilität aller mit ihnen betriebenen

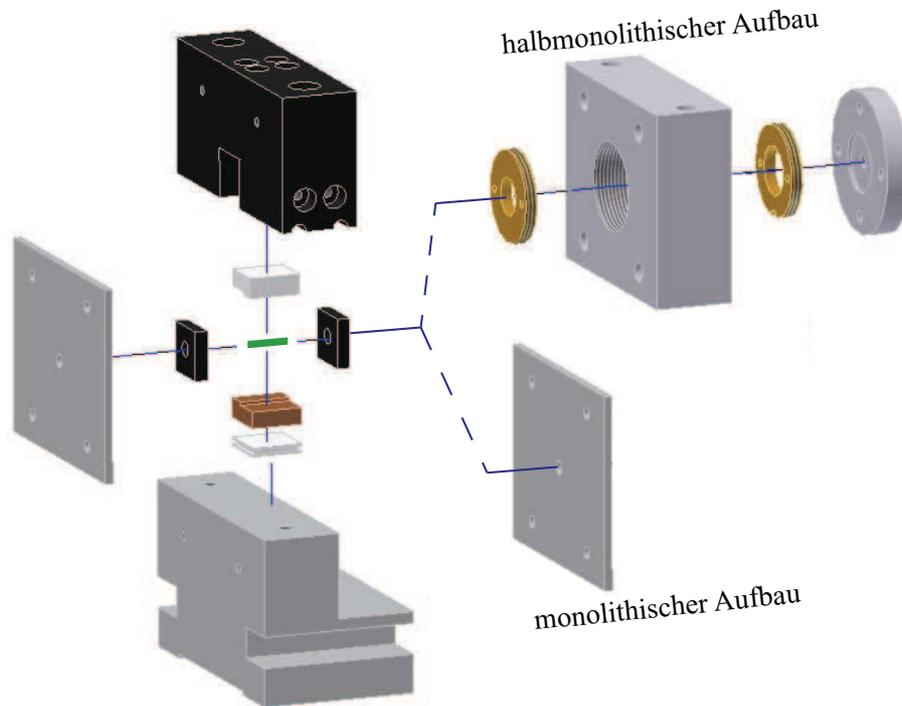


**Abbildung 5.7:** Transferfunktionen der neu designten Messingphasenschieber, die eine Unity-Gain-Frequenz von 4 kHz erreichen, für unterschiedliche Befestigungsmethoden. Die verwendeten Aluminiumpratzen von *Thorlabs* (Artikelnummer: CL5) sollten lotrecht in der hinteren Hälfte des Phasenschiebers angebracht werden, um ihre Resonanz zu minimieren. Pratzen aus Messing weisen ein ähnliches Resonanzverhalten auf und bieten somit keinen Vorteil. Die oberen beiden Graphen zeigen das Bode-Diagramm für einen Phasenschieber ohne Befestigung (grün), einen Phasenschieber, dessen Schraublöcher benutzt wurden (orange) und einen Phasenschieber, der in der vorderen Hälfte mit Pratzen befestigt wurde (rot). Die zwischen 400 Hz und 800 Hz liegende Resonanz ist nicht vorhanden, wenn der Phasenschiebers nicht am Tisch befestigt wird, kann somit durch die Befestigungsart optimiert werden. Die unteren beiden Graphen zeigen, dass die Phasenschieber optimale Resonanzeigenschaften aufweisen, wenn sie mit Aluminiumpratzen in der hinteren Hälfte des Phasenschiebers lotrecht befestigt werden. Die designten Resonanzen des Phasenschiebers liegen über 6.4 kHz. Die Simulationen ergaben für die horizontale Mode 6.46 kHz, die frontale Mode 6.49 kHz, die Schrauben-Mode 10.02 kHz, die vertikale Mode 13.32 kHz, die seitliche Violinmode 15.60 kHz und die frontale Violinmode 16.68 kHz. Die etwa bei 22 kHz liegenden Resonanzen der Spiegel ( $\varnothing 25 \times 9.1$  mm) könnten in noch höhere Bereiche geschoben werden, indem kleinere Spiegel verwendet werden.

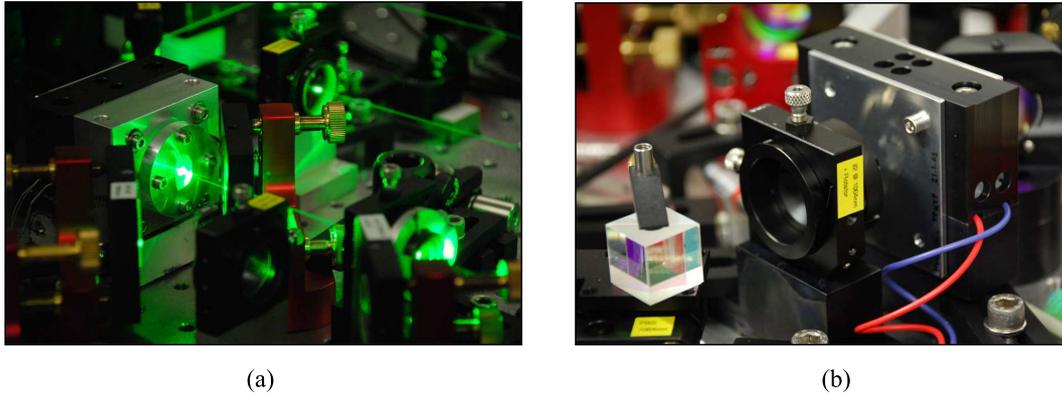
Regelkreise. Um alle Probleme zu minimieren, die eine schwankende Pumpleistung verursacht, wurde die Leistung des Pumpfelds mit einem im Rahmen dieser Arbeit designten und in senkrechter Polarisation betriebenen Mach-Zehnder-Interferometer stabilisiert. Dieses Interferometer stand auf einem monolithischen Halterungssockel wobei die Interferometerarme möglichst klein designt wurden, um einen stabilen Betrieb zu ermöglichen. Da das Pumpfeld der Frequenzverdopplungseinheit lediglich um wenige Prozent schwankte, konnte das Mach-Zehnder-Interferometer mit einem 90% reflektierenden Strahlteiler betrieben werden. Durch diese hohe Reflexion wurden starke Leistungsschwankungen im unregelmäßigen Betrieb konzeptionell vermieden, welche beispielsweise Justagearbeiten erschweren. Zur Regelung des Mach-Zehnder-Interferometers wurde eine Photodiode benutzt, die hinter dem anschließend folgenden Ringresonator aufgebaut wurde. Dadurch wurde auf die Leistung der räumlich gefilterten Mode stabilisiert. Mit diesem Ringresonator (vgl. Kapitel 5.4), der in paralleler Polarisation betrieben wurde, wurden die TEM<sub>00</sub>-Mode des Pumplichts gefiltert sowie Phasenfluktuationen reduziert. Anschließend wurden mit Polarisationsstrahlteilern Rückstände der parallelen Polarisation ausgekoppelt um reines, senkrecht polarisiertes Pumplicht für die Quetschlichtresonatoren bereit zu stellen. Die Leistung des Pumplichts konnte für beide Quetschlichtresonatoren separat mit Hilfe von Kombinationen aus  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten und Polarisationsstrahlteilern eingestellt werden und wurde von im Aufbau integrierten Photodioden digital angezeigt.

## 5.7 Quetschlicht- und Verschränkungserzeugung

In der Gravitationsphysik Hannover wurde im Rahmen dieser Arbeit erstmalig eine Regelung für einen monolithischen Quetschlichtresonator (MSqz, vgl. Abbildung 5.8 und 5.9) realisiert. Durch Beschichtung der gekrümmten Endflächen des nichtlinearen Kristalls bildete dieser einen monolithischen Resonator, wodurch die Verluste innerhalb des Resonators konzeptionell minimiert wurden. Die Regelung von Monolithen gestaltet sich höchst komplex, da die Regelung der Laserfrequenz nicht nur auf den Regelkreis des Monolithen, sondern auf alle Regelkreise des Experiments wirkt. Da sich die Regelung von einem zweiten monolithischen Quetschlichtresonator im gleichen Experiment noch weitaus komplizierter gestaltet als die Regelung von einem monolithischen Quetschlichtresonator, wurde die zweite Quetschlichtquelle in dieser Arbeit halbmonolithisch (HSqz, vgl. Abbildung 5.8 und 5.9) aufgebaut. Der halbmonolithische Resonator wurde durch eine beschichtete Kristallendfläche und einem separaten, piezoaktuierten Spiegel geregelt. Die Experimentplanung dieser Arbeit umfasste zusätzlich einen zweiten halbmonolithischen Quetschlichtresonator, mit identischem Design zum ersten. Durch diese zwei identischen, halbmonolithischen Quetschlichtresonatoren können zwei hochgradig identische Zustände verschränkt werden, wobei sich im Rahmen dieser Arbeit hauptsächlich auf die Verschränkung eines monolithischen mit einem halbmonolithischen Resonator konzentriert wurde (vgl. Abbildung 5.14).



**Abbildung 5.8:** Die Graphik zeigt eine Explosionsansicht der monolithischen und halbmonolithischen Öfen dieser Arbeit. In diesem Experiment wurden zwei halbmonolithische Öfen (für die Frequenzverdopplung sowie als halbmonolithischer Quetschlichtresonator) und ein monolithischer Ofen (als monolithischer Quetschlichtresonator) aufgebaut. Direkt auf den Sockel (unteres Bauteil) wurde ein von oben und unten mit Wärmeleitpaste bestrichenes Peltier-Element (weiß) angebracht, um die Temperatur des Kristalls zu steuern. Der Kristall (grün) wurde durch einen Kupferwinkel (braun) von unten und durch einen Winkel (weiß) aus Macor von oben fixiert, wobei er jeweils durch eine 0,05 mm dünne Indiumfolie (nicht eingezeichnet) geschützt wurde. Das Macor diente der Temperaturisolierung wobei durch die Indiumfolie und den unteren Kupferwinkel eine gute Wärmeleitung zum Peltier-Element gewährleistet war. Um die Temperatur des Kristalls zu messen, wurde ein Heißleiter mit Wärmeleitpaste (nicht eingezeichnet) in den unteren Winkel eingeführt. Die in schwarz dargestellten Bauteile wurden aus Polyoxymethylen (POM) gefertigt und bewirkten ausgezeichnete thermische Stabilität und Dimensionsstabilität. Die in gelb eingezeichneten Messingscheiben klemmten einen durch einen Vitonring geschützten piezoaktuierten Koppelspiegel (nicht eingezeichnet). Die in grau abgebildeten Bauteile wurden aus Aluminium zur Halterung und als Staubschutz gefertigt.



**Abbildung 5.9:** Die Photographien zeigen im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Öfen. (a) zeigt das Design der halbmonolithischen Öfen, wie sie in dieser Arbeit für die Frequenzverdopplung (siehe Photo) und für den halbmonolithischen Quetschlichtresonator verwendet wurde. (b) zeigt einen monolithischen Ofen. Dieser wurde für die monolithische Quetschlichterzeugung verwendet.

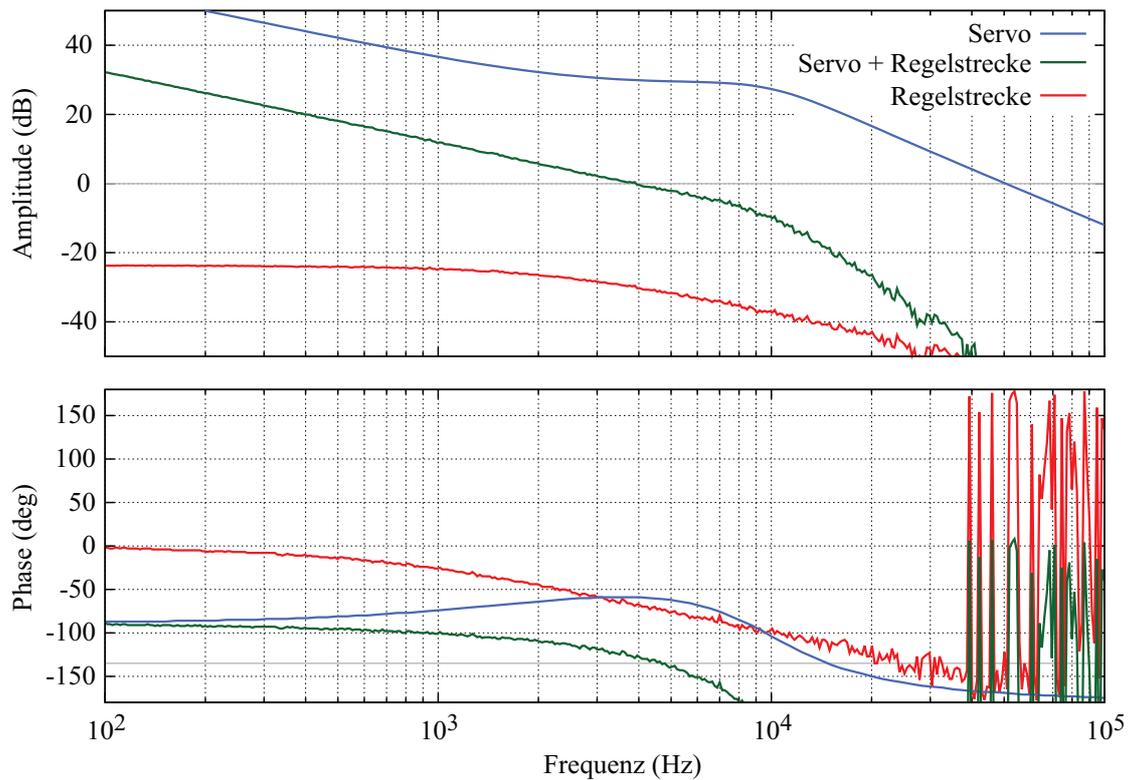
### 5.7.1 Design und Justage der Quetschlichtresonatoren

Der Resonator des Monolithen wurde durch einen  $1 \times 2 \times 8,9 \text{ mm}^3$  großen Kristall mit bikonvexen Endflächen (Krümmungsradius 12 mm) gebildet, welche dielektrisch beschichtet wurden. Der konvex-plane Kristall (Krümmungsradius 12 mm) des halbmonolithischen Resonators maß  $1 \times 2 \times 9,3 \text{ mm}^3$  wobei die plane Seite antireflexbeschichtet war und einen Abstand zum konkav-konvexen, piezoaktuierten Auskoppelspiegel (Krümmungsradius -25/20 mm) von 23,5 mm besaß. Aus Stabilitätsgründen wurde der Auskoppelspiegel direkt mit dem Ofen verbunden. Sowohl der monolithische als auch der halbmonolithische Quetschlichtresonator wurde an einer Kristallendfläche für die fundamentale Wellenlänge 1064 nm und die harmonische Wellenlänge 532 nm hochreflektierend ( $R \approx 99,98\%$ ) beschichtet. Die Auskoppelspiegel hatten jeweils eine Leistungsreflektivität von  $R = 90\%$  für das fundamentale und  $R = 20\%$  für das harmonische Feld. Dadurch ergab sich ein freier Spektralbereich (FSR) für den monolithischen Quetschlichtresonator von etwa 9,2 GHz und für den halbmonolithischen Quetschlichtresonator mit einer optischen Umlauflänge von 81,04 mm ein FSR von etwa 3,7 GHz. Aus den Reflexionen der Resonatorspiegel der Quetschlichtquellen ergab sich eine Finesse von 60 für das fundamentale und eine Finesse von 3,7 für das harmonische Feld. Durch die niedrige Finesse für das harmonische Feld ergab sich gleichzeitige Resonanz für beide Felder. Durch die niedrige Finesse konnte das Pumpfeld nicht mit Hilfe des von Quetschlichtresonatoren transmittierten Spektrums justiert werden. Für die Justage wurden deshalb etwa 80 mW des fundamentalen Feldes an der hochreflektierenden Seite der Quetschlichtresonatoren eingekoppelt. Dadurch wurden die Quetschlichtresonatoren als Frequenzverdopplungsquellen betrieben, wobei die räumliche Mode des fundamentalen Feldes identisch mit der gequetschten Mode und die räumliche Mode des frequenzverdoppelten Lichts identisch mit der Mode des Pumpfeldes waren. Nach Einstellen der Phasenanpassungstemperatur emittierten die Quetschlichtresonatoren etwas weniger als 1 mW grünes Licht

in den Pfad des Pumpfeldes. Dieses Feld wurde genutzt, um die Quetschlichtresonatoren rückwärts auf den Modenfilter des Pumplichts zu justieren. Durch die Symmetrie der auskoppelnden und einkoppelnden Moden konnte somit trotz niedriger Finesse der Quetschlichtquellen der Pfad der Mode des Pumpfeldes optimal justiert werden. Der 80 mW starke Kontrollstrahl emittierte neben dem frequenzverdoppelten Feld auch etwa 1 mW des fundamentalen Feldes in den Pfad für das gequetschte Feld. Da die räumliche Mode des emittierten Feldes identisch mit der gequetschten Mode des Resonators war, konnte so der gequetschte Pfad justiert werden. Die Strahltaillen und das Design der wichtigsten Resonatoren dieser Arbeit ist in Anhang A.2 zusammengefasst.

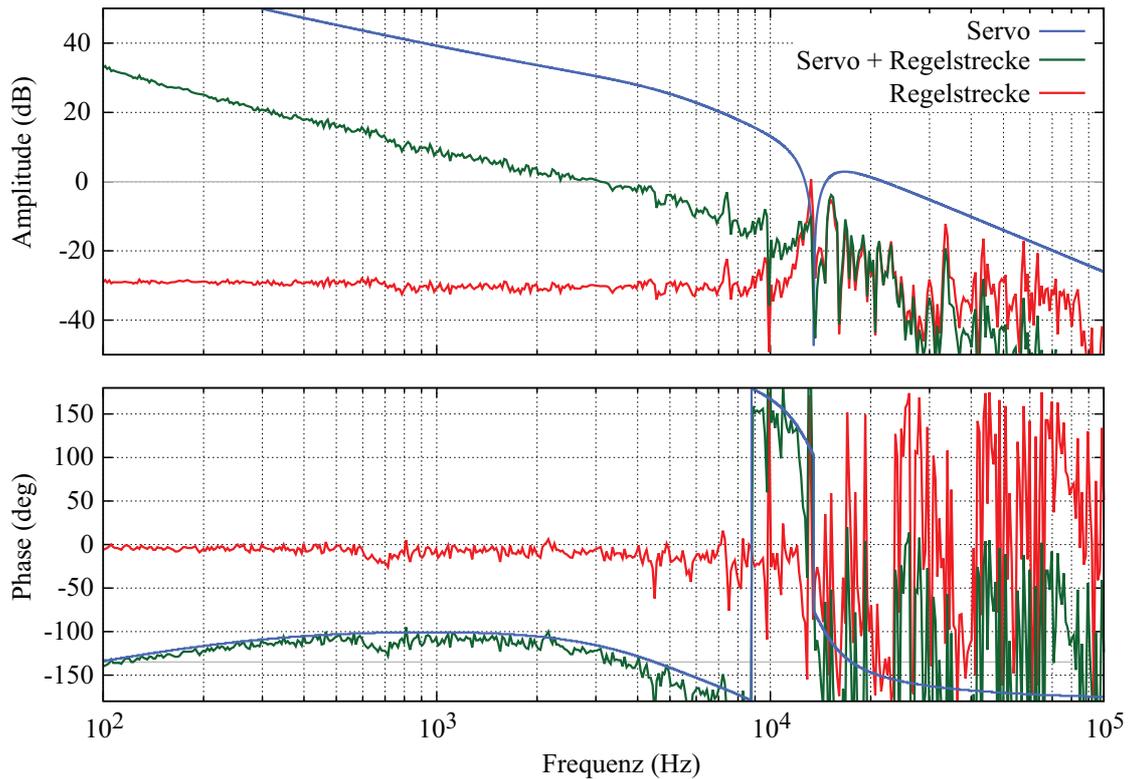
### 5.7.2 Regelung der Quetschlichtresonatoren

Die nichtlinearen Kristalle beider Quetschlichtresonatoren wurden jeweils thermisch mit einem Heißeiter und einem Peltier-Elementen verbunden, um die Phasen Anpassung über Temperaturregelung des Kristalls auf ca. 37,8°C (MSqz) bzw. 35,9°C (HSqz) zu gewährleisten (vgl. Kapitel 5.2). Die Quetschlichtresonatoren wurde mit etwa 60 mW senkrecht polarisiertem, frequenzverdoppeltem Licht betrieben. Außerdem wurde durch die hochreflektierende Endfläche jedes Kristalls ein senkrecht polarisiertes Kontrollfeld von etwa 0,8 mW der fundamentalen Wellenlänge mit einer Phasenmodulation im Radiofrequenzbereich (MSqz mit 68,8 MHz und HSqz mit 47,8 MHz) injiziert. Die Phasenmodulationen wurden genutzt, um die Länge der Quetschlichtresonatoren mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren (PDH) [2] auf Resonanz zu halten, wobei der halbmonolithische Resonator durch seinen piezoaktuierten Endspiegel und der monolithische Resonator durch die Laserfrequenz geregelt wurde. Die Regelung des Monolithen über die Laserfrequenz wurde gewählt, da vorangegangene Regelungen von Monolithen über die thermische Ausdehnung zu Verlusten aufgrund von suboptimaler Phasen Anpassung führten. Die Laserfrequenz von Mephisto-Lasern (vgl. Kapitel 5.3) kann langsam über die Temperatur des Laserkristalls über einige GHz geändert werden (FWHM = 300 mHz). Außerdem ist eine schnelle Regelung über etwa 200 MHz über ein Piezoelement möglich. Um eine optimale Regelung zu gewährleisten, wurden im Rahmen dieser Arbeit die schnelle und die langsame Regelung kombiniert. Die Frequenzen unterhalb von einem Hertz wurden thermisch, und die höheren Frequenzen über einen Verstärker ( $\pm 200$  V) vom Piezoelement des Lasers gesteuert. Diese Regelung des Monolithen über die Laserfrequenz war empfindlich auf Änderungen der Pumpleistung, da sich durch Absorption die Kristalllänge verstimmt. Regelungen der Laserfrequenz waren für instantane Pumpleistungsänderungen bis etwa 20 mW möglich, somit dauerte das Einstellen der optimalen Pumpleistung für eine Quetschlichtquelle etwa 4 Sekunden. Da die Regelung der Frequenzverdopplung keine schnellen Regelungen vertrug, lief die Regelung der Laserfrequenz über einen 1 Hz PI-Regler. Erst wenn der monolithische Quetschlichtresonator nahe bei seiner Resonanz lag, wurden PI-Regler für höhere Frequenzen zur Stabilisierung des Regelkreises aktiviert. Außerdem lagen die Phasenmodulationen innerhalb der Linienbreite der Resonatoren und wurden deshalb in Abhängigkeit der Pumpphase verstärkt. Diese phasenabhängige Verstärkung wurde genutzt, um die Pumpphase zu regeln. Für beide Regelkreise wurde der an den Quetschlichtresonatoren reflektierte Kontrollstrahl demoduliert, der mit



**Abbildung 5.10:** Das Bode-Diagramm zeigt die Transferfunktion des Kontrollstrahls des monolithischen Quetschlichtresonators. Der offene Regelkreis ist in rot dargestellt. Durch Simulieren von Reglern (blau), die auf diesen Regelkreis wirken konnte die grüne Regelstrecke designt werden. Sie enthält ein 1 Hz- und ein 2,5 kHz-PI-Glied sowie ein  $PT_2$ -Glied der Güte  $Q = 0,9$  bei 10 kHz. Für diese Regelung wurde eine *unity gain*-Frequenz von 4 kHz simuliert.

einem Faraday-Rotator und einem Polarisationsstrahlteiler von dem einlaufenden Feld getrennt wurde. Dabei lag die Demodulationsphase der Pumpphasenregelung orthogonal zu der Demodulationsphase der Resonatorlängenregelung. Die Fehlersignale wurden von analogen Rückkoppelungsreglern aufgegriffen, verstärkt von je einem 0 – 400 V Hochspannungsverstärker und anschließend über die Lasertemperatur (Resonatorlänge MSqz), einen piezoaktuierten Koppelspiegel (Resonatorlänge HSqz) und mit Phasenschiebern (Pumpphase für MSqz und HSqz) zurückgeführt. Die Transferfunktion des Kontrollstrahls des monolithischen Quetschlichtresonators ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Die in Abbildung 5.10 simulierten Regler wurden elektronisch durch ein 1 Hz-, ein 250 Hz- und ein 2,5 kHz-PI-Regler sowie durch einen 20 kHz-Tiefpass zweiter Ordnung der Güte  $Q = 1$  umgesetzt und führten zu einer stabilen Regelung. Die Transferfunktion der Phase der Pumpe des monolithischen Quetschlichtresonators ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Die in Abbildung 5.11 simulierten Regler wurden elektronisch durch einen 100 Hz- und ein 4,466 kHz-PI-Regler, einen Kerbfilter bei 13,497 kHz mit einer Güte von  $Q = 5000$  sowie durch einen 5 kHz-Tiefpass zweiter Ordnung der Güte  $Q = 0,7$  umgesetzt und führten zu einer stabilen Regelung.



**Abbildung 5.11:** Das Bode-Diagramm zeigt Transferfunktionen der Phase des Pumpfelds des monolithischen Quetschlichtresonators. Der offene Regelkreis ist in rot dargestellt. Durch Simulieren von Reglern (blau), die auf diesen Regelkreis wirken konnte die grüne Regelstrecke designt werden. Sie enthält ein 100 Hz- und ein 4,466 kHz-PI-Glied, einen Kerbfilter der Güte  $Q = 5000$  bei 13,5 kHz sowie ein  $PT_2$ -Glied der Güte  $Q = 0,7$  bei 5 kHz. Für diese Regelung wurde eine *unity gain*-Frequenz von 3 kHz simuliert.

### 5.7.3 Erzeugung Ein- und Zwei-Moden-gequetschter Zustände

Das gequetschte Licht wurde durch Typ I [115] parametrische Abwärtskonversion in periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat (PPKTP) erzeugt (vgl. Kapitel 5.1). Um das Quantenrauschen des Kontrollfeldes zu minimieren, wurde es mit Hilfe der Quetschlichtresonatoren abgeschwächt, wodurch amplitudengequetschte Zustände entstanden. Die von der monolithischen und von der halbmonolithischen Quetschlichtquelle erzeugten amplitudengequetschten Zustände wurden an einem 50/50-Strahlteiler überlagert, wodurch zwei-Moden gequetschte Zustände (*verschränkte Zustände*) des Lichts entstanden. Ein einzelnes Seitenband wurde auf eines der gequetschten Eingangsfelder aufmoduliert, indem es mit 80 MHz-frequenzverschobenem Licht von einem akustooptischen Modulator (Crystal Technology, Model 3080-194) überlagert wurde. Dieses Seitenband wurde zum Einstellen des Quadraturwinkels der Verschränkung zwischen den beiden eingehenden, gequetschten Zuständen benutzt. Durch einen piezoaktuierten Spiegel (vgl. Kapitel 5.5) im Quetschlichtpfad des monolithischen Resonators konnten so beliebige Verschränkungswinkel geregelt werden. Die Phasenmodulationen von 68,8 MHz und 47,8 MHz, die zur Regelung der optisch-parametrischen Verstärker auf die Kontrollstrahlen aufgeprägt wurden, lagen nah genug an der Bandbreite der Quetschlichtresonatoren von 156 MHz und 61 MHz um auf die beiden gequetschten Felder aufgeprägt zu werden. Somit konnten diese Phasenmodulationen zusätzlich verwendet werden, um die Quadraturen der gequetschten Felder bei der homodynen Detektion zu regeln.

## 5.8 Detektion

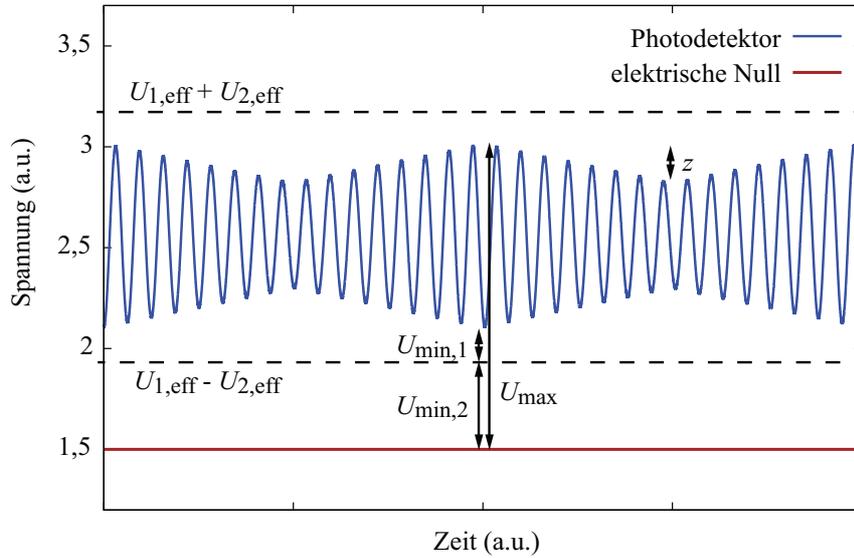
Um die Varianzen des Quantenrauschens von optischen Feldern in beliebigen Quadraturen auszulesen, wurden balancierte, homodyne Detektoren verwendet, wie sie 1983 von Yuen und Chan [122] vorgeschlagen wurden. Balancierte, homodyne Detektoren bestehen aus einem 50/50-Strahlteiler, der beide Eingangsfelder gleichmäßig auf zwei Photodioden verteilt. Ein zu vermessendes Signalfeld  $\hat{s} = s + \delta\hat{s}$ , wird in den einen Eingang des Strahlteilers gegeben.  $s$  beschreibt die klassische, kohärente Amplitude des Signalfeldes und  $\delta\hat{s}$  seine Quantenfluktuationen. In den anderen Eingang des Strahlteilers wird ein schrotrauschbegrenzter, heller, lokaler Oszillator  $\hat{l} = l + \delta\hat{l}$  selber Frequenz gegeben. Der Photostrom  $\hat{i}$  der beiden Photodioden wird subtrahiert, wodurch sich die Leistungen der beiden einlaufenden Felder weg heben. Die Varianz eines Eingangsfeldes skaliert jedoch mit der Intensität des anderen Eingangsfeldes. Dadurch ergibt sich die Varianz des Photostroms zu

$$\text{Var}(\hat{i}) \propto l^2 \text{Var}(\hat{X}^s) + s^2 \text{Var}(\hat{X}^l). \quad (5.8)$$

Da die Intensität des Signalfeldes sehr gering in Relation zur Intensität des lokalen Oszillators ist, kann die Varianz  $\text{Var}(\hat{X}^l)$  der Quadraturen des lokalen Oszillators vernachlässigt werden und es wird eine beliebige Varianz  $\text{Var}(\hat{X}^s)$  des Signalfeldes vermessen. Diese Quadratur kann durch die relative Phase der beiden Eingangsfelder eingestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit betrug die Leistung der schrotrauschbegrenzten ( $\text{Var}(\hat{X}^l) = 1$ ), lokalen Oszillatoren  $l^2 = 10 \text{ mW}$ , wodurch eine Rauschunterdrückung

von  $\text{Var}(\hat{X}^s) = 0,0537$  ( $=12,7$  dB) und somit auch eine Abschwächung vom  $0,8$  mW schwachen Kontrollstrahl auf  $s^2 = 0,043$  mW erreicht worden ist. Aus diesen Werten und Formel 5.8 ergibt sich ein relativer Rauschbeitrag des lokalen Oszillators von etwa 8 % für die Messungen dieser Arbeit. Da für Quantenfelder mit einer Leistung von  $0,27$  mW bereits der Rauschbeitrag des lokalen Oszillators dominiert, kann diese Messmethode nicht verwendet werden um *hell* [62] gequetschte Quantenfelder zu vermessen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei balancierte, homodyne Detektoren, Alice und Bob, für senkrecht polarisiertes Licht aufgebaut (vgl. Abbildung 5.14). Um einen optischen, lokalen Oszillator für die homodynen Detektoren zu erhalten, wurden etwa  $60$  mW der Leistung hinter der Laservorbereitung (vgl. Kapitel 5.3) abgezweigt. Dann wurde die TEM<sub>00</sub>-Mode mit einem parallel polarisiert betriebenen Ringresonator gefiltert (vgl. Kapitel 5.4) um optimale Modenanpassung am Strahlteiler des homodynen Detektors an das gequetschte Feld zu erreichen. Zwischen dem Resonator und dem homodynen Detektor wurde das Feld auf einen piezoaktuierten Spiegel (vgl. Kapitel 5.5) unter einem Winkel zwischen ein- und auslaufenden Feld von etwa  $20^\circ$  justiert. Der relativ kleine Winkel wurde gewählt, um Strahlversätze zu vermeiden. Jeder homodyne Detektor wurde mit zwei spezialangefertigten und aufeinander abgestimmten InGaAs-Photodioden, die von *Laser Components* hergestellt wurden, bestückt. Durch ihre Quanteneffizienz von  $> 99\%$  wurde das Detektionsfeld mit weniger als 1 % der Vakuummode verunreinigt. Durch eine Subtraktion der Photoströme der beiden Dioden eines homodynen Detektors wurden unerwünschte Rauschbeiträge unterdrückt. Diese Gleichtakt-Unterdrückung kann optimiert werden, indem die Strahlteiler der homodynen Detektoren möglichst exakt auf ein Teilungsverhältnis von 50:50 justiert werden. Zu diesem Zweck wurden die Strahlteiler der homodynen Detektoren auf horizontal fein justierbare Rotationshalter geklemmt. Durch die Feinjustage des Einfallswinkels wurden die subtrahierten Photoströme beider homodyner Detektoren im Millivoltbereich unempfindlich gegenüber einer Änderung der Leistung des lokalen Oszillators von 0 bis  $20$  mW. Eine sensible Verlustquelle für gequetschte Zustände ist die Anpassung der Moden von lokalem Oszillator und dem gequetschten Feld an dem Strahlteiler der homodynen Detektoren. Sie wird durch die Sichtweite (engl. *Visibility*) [123] quantifiziert. Experimentell wurde sie optimiert, indem ein Klappspiegel in jeweils einem Arm der homodynen Detektoren eingefügt wurde und so der lokale Oszillator und die gequetschte Mode einzeln auf den selben Filterresonator (vgl. Kapitel 5.4) justiert wurden. Für die Feinjustage der Sichtweite wurden die Leistungen beider Moden aneinander angeglichen. Beide Moden wurden gleichzeitig von einer Photodiode detektiert und mit einem Oszilloskop angezeigt, siehe Abbildung 5.12. Durch einen piezoaktuierten Spiegel im Strahlengang des lokalen Oszillators wurde die optische Weglänge des lokalen Oszillators und somit die relative Phase zwischen beiden Feldern variiert. Dadurch wurde ein schwebungsähnliches Signal (blau) detektiert.  $z$  ist nicht von Bedeutung, da dieser Parameter durch den piezoaktuierten Spiegel selbst geregelt werden kann. Durch Leistungsanpassung beider Moden konnte  $U_{\min,2}$  minimiert werden, wodurch sich  $U_{1,\text{eff}} - U_{2,\text{eff}}$  der elektrischen Null des Messsystems annäherte. Eine Minimierung von  $U_{\min,1}$  führte zu einer optimalen Modenanpassung am Strahlteiler des homodynen Detektors. Die Sichtweite  $\nu$  kann durch die minimale ( $U_{\min} = U_{\min,1} + U_{\min,2}$ )



**Abbildung 5.12:** Justage der Sichtweite von zwei Moden am Oszilloskop. Das Signal des Photodetektors (blau) bekommt durch einen piezoaktuierten Spiegel im Strahlengang des lokalen Oszillators einen Strahlversatz  $z$ . Durch minimieren von  $U_{\min,2}$  kann die Leistung beider Moden angeglichen werden ( $U_{1,\text{eff}} - U_{2,\text{eff}} =$  „elektrische Null“). Optimale Modenanpassung am Strahlteiler des homodynen Detektors wird für  $U_{\min,1} = 0$  erreicht.

und maximale ( $U_{\max}$ ) Spannung durch

$$\nu = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}} \quad (5.9)$$

ermittelt werden, wobei sie durch die Kontrasteffizienz

$$\eta_{\text{vis}} = \nu^2 \quad (5.10)$$

quadratisch in die Verlustrechnung eingeht. Betrieben wurde jeder homodyne Detektor mit etwa 10 mW Lokaloszillatorleistung wodurch sich ein Dunkelrauschabstand von etwa 22 dB unter dem Vakuumrauschen ergab.

Um die Quadraturwinkel zu regeln, wurden die auf die Kontrollstrahlen aufgeprägten Phasenmodulationen wiederverwendet. Durch die optisch-parametrische Verstärkung wurde die 68,8 MHz-Phasenmodulation des Kontrollstrahls des Monolithen auf sein gequetschtes Feld und die 47,8 MHz-Phasenmodulation auf das gequetschte Feld der halbmonolithischen Quetschlichtquelle übertragen. Die Ausgänge der homodynen Detektoren wurden entweder mit der Phasenmodulation des monolithischen Pfades oder mit der Phasenmodulation des halbmonolithischen Pfades demoduliert. Maximiert man das mit 68,8 MHz bzw. 47,8 MHz demodulierte Signal, so misst man die Phasenquadratur der monolithischen bzw. halbmonolithischen Quetschlichtquelle. Die Nulldurchgänge der demodulierten Ausgänge liefern die jeweiligen Amplitudenquadraturen. Die demodulierten Ausgänge konnten durch die Phase der lokalen Oszillatoren geregelt werden. Die Kreuz-

korrelationsmessungen zwischen den beiden Detektoren wurden mit Hilfe des Leistungsverzweigers PMT-1+ von *Mini-Circuits* aufgenommen.

## 5.9 Gesamtaufbau

Der Experimentaufbau zur Erzeugung von verschränkten Zuständen ist in Form einer Photographie in Abbildung 5.13 und in einer vereinfachten, schematischen Form in Abbildung 5.14 mit originalgetreuer Ausrichtung aller Komponenten dargestellt. Eine monolithische (a) und eine halbmonolithische (b) Quetschlichtquelle erzeugten in der Amplitudenquadratur gequetschte Lichtfelder bei einer Wellenlänge von 1064 nm. Diese wurden mit einer an (d) justierbaren, relativen Phase von  $\pi/2$  an einem 50:50-Strahlteiler (e) überlagert, wodurch ein zwei-Moden-gequetschter Zustand entstand. Die Quadraturamplituden  $\hat{X}$  und  $\hat{P}$  von den zwei resultierenden Moden wurden mit zwei balancierten, homodynen Detektoren, Alice und Bob, detektiert. Beide Detektionsergebnisse wurden passiv subtrahiert und dann mit einem Spektrumanalysator bei einer Fourierfrequenz von 5 MHz und einer Auflösungsbreite von 300 kHz vermessen.

## 5.10 Charakterisierung der Komponenten

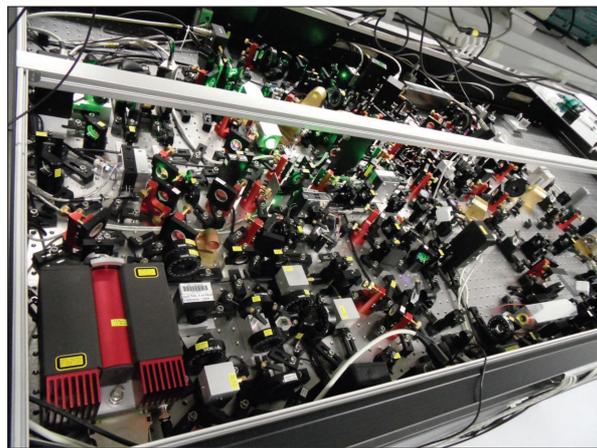
Das Laserrauschen wurde mit Hilfe eines balancierten, homodynen Detektors an einem Spektrumanalysator untersucht. Hierbei zeigte sich, dass der Laser bis etwa 4 MHz durch technisches Rauschen begrenzt und oberhalb dieser Frequenz Schrotrauschlimitiert war. Deshalb wurden die erzeugten gequetschten Zustände bei einer Seitenbandfrequenz von 5 MHz untersucht. Durch eine Überprüfung der Linearität wurde für beide homodynen Detektoren Schrotrauschbegrenzung im Messbereich nachgewiesen, siehe Abbildung 5.15. Anschließend wurde das Sättigungsverhalten der homodynen Detektoren untersucht. Dabei ergab sich je nach Quetschlichtresonator und homodynem Detektor für einen optischen, lokalen Oszillator mit 20 mW eine Höchstgrenze der Kontrollstrahlleistung von 1,1 bis 2,2 mW und für einen optischen, lokalen Oszillator mit 10 mW eine Höchstgrenze der Kontrollstrahlleistung von über 2 mW. Um eine Sättigung der Photodioden der homodynen Detektoren zu vermeiden und trotzdem ausreichend Dunkelrauschabstand zu gewährleisten wurde für die optischen, lokalen Oszillatoren eine Leistung von jeweils 10 mW und für die Kontrollstrahlen eine Leistung von etwa 0,9 mW gewählt. Anschließend wurde das zeitliche (siehe Abbildung 5.16) und das spektrale Verhalten der gequetschten Zustände kontrolliert (siehe Abbildung 5.17). Die Linearität der Sub-Box, welche die Messungen der homodynen Detektoren elektronisch subtrahiert bzw. addiert, wurde überprüft und in Abbildung 5.18 dokumentiert.

## 5.11 Verlustabschätzung und Reinheit

In Experimenten lassen sich Verluste nicht vermeiden. Sie werden im Folgenden näher betrachtet. Die Verluste  $L$  bewirken ein Einkoppeln von Vakuumfluktuationen  $\hat{X}_{\text{vac}}$  in

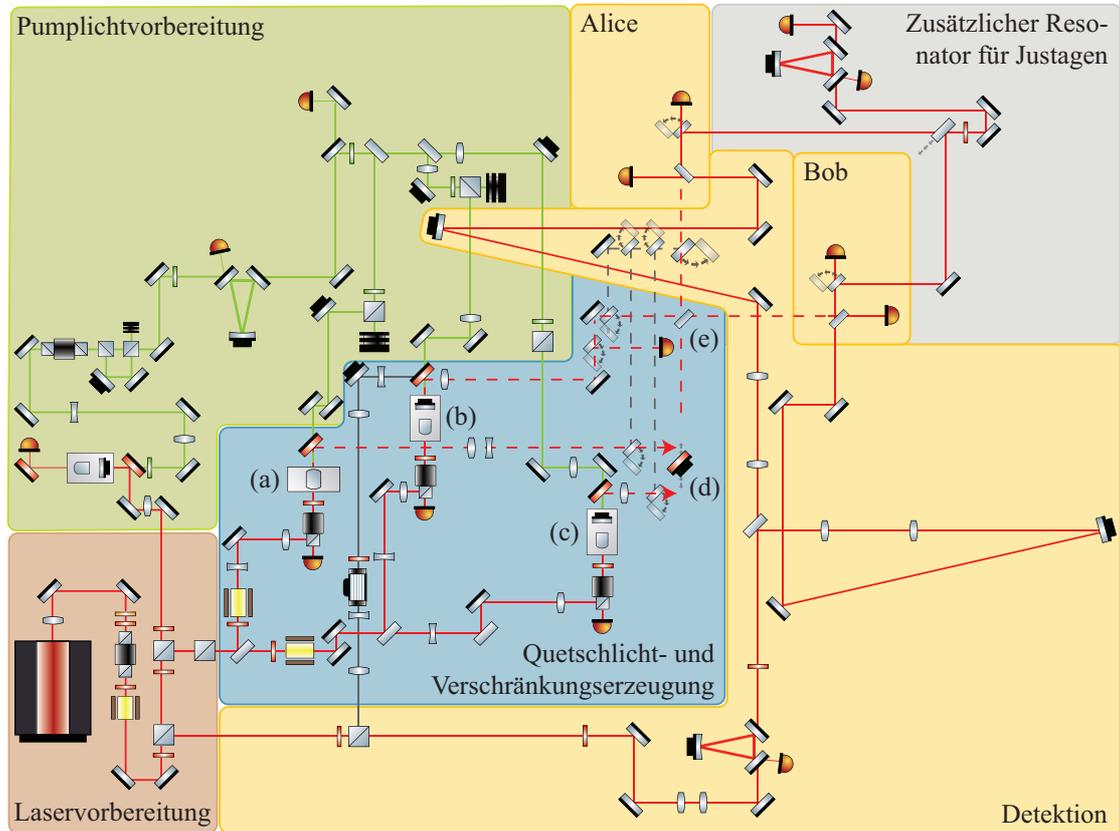


(a)

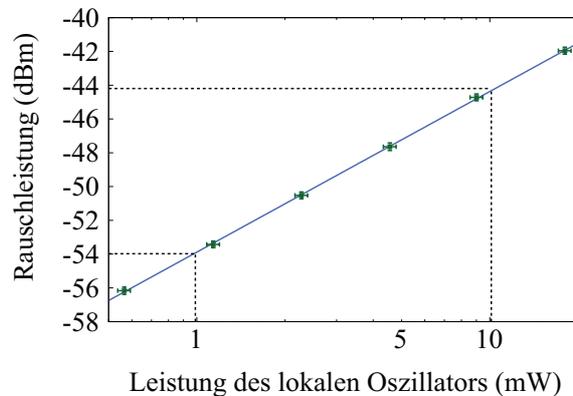


(b)

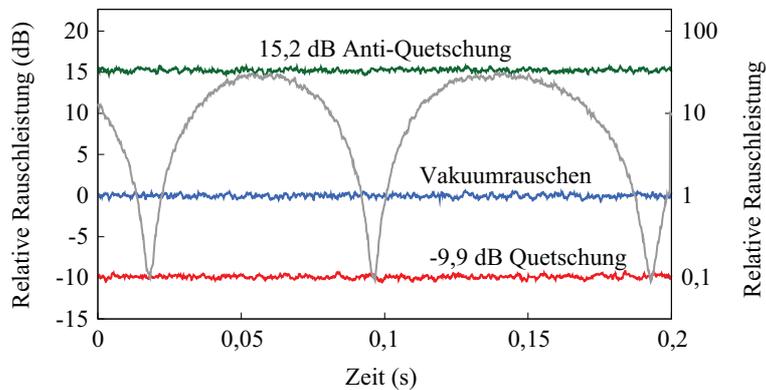
**Abbildung 5.13:** Photographien von dem Experimentaufbau. (a) Die im Rahmen dieses Experiments erstellte elektronische Steuerung des optischen Aufbaus. (b) Durch einen platzsparenden Aufbau der Verschränkungsquelle, sowie durch die hohe Konversionseffizienz der Frequenzverdopplungseinheit von etwa 81 %, steht ausreichend Platz und Leistung zur Verfügung um die starke Verschränkungsquelle in nachfolgenden Experimenten zu nutzen.



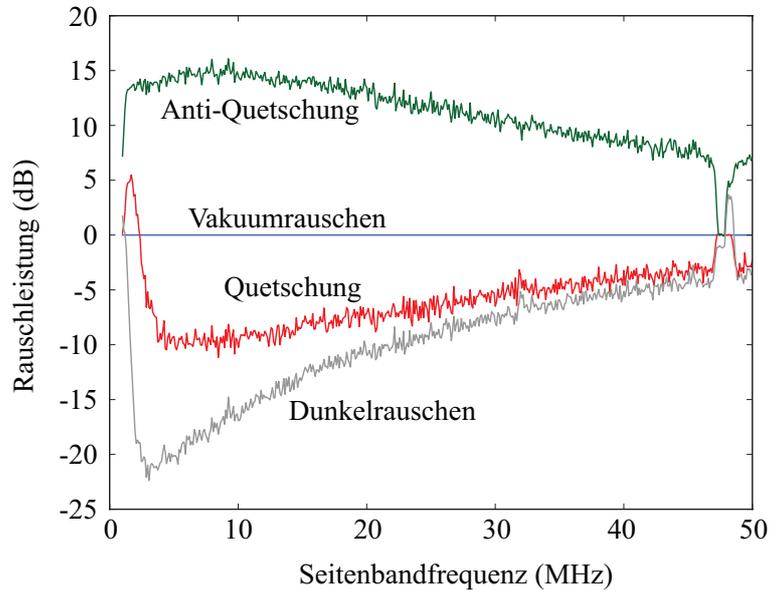
**Abbildung 5.14:** Abgebildet ist eine vereinfachte schematische Darstellung des Experimentaufbaus mit originalgetreuer Ausrichtung aller Komponenten. Die Bedeutung der Piktogramme ist im Glossar aufgelistet. Die mit rotem, grünem, blauem und gelbem Hintergrund markierten Teilbereiche des Experiments werden in den Kapiteln 5.3, 5.6, 5.7 und 5.8 beschrieben. Die gestrichelten Pfade kennzeichnen die gequetschten bzw. hinter dem 50/50-Strahlteiler (e) verschränkten Zustände, wobei grau gestrichelte Linien Hilfspfade darstellen. Durch den in grau markierten Bereich konnten die Moden des verschränkten Zustands optimal mit den Moden der optischen, lokalen Oszillatoren für Alice und Bob überlappt werden. Durch den verschiebbaren, piezoaktuierten, dichroitischen Strahlteiler (d) im blauen Bereich konnte eine Verschränkung zwischen der monolithischen Quetschlichtquelle (a) und einer halbmonolithischen Quetschlichtquelle (b) (obere Konfiguration) oder eine Verschränkung zwischen zwei baugleichen halbmonolithischen Quetschlichtquellen (b) und (c) (untere Konfiguration) mit identischen Modenanpassungsbedingungen in Kontroll- und Quetschlichtpfaden realisiert werden.



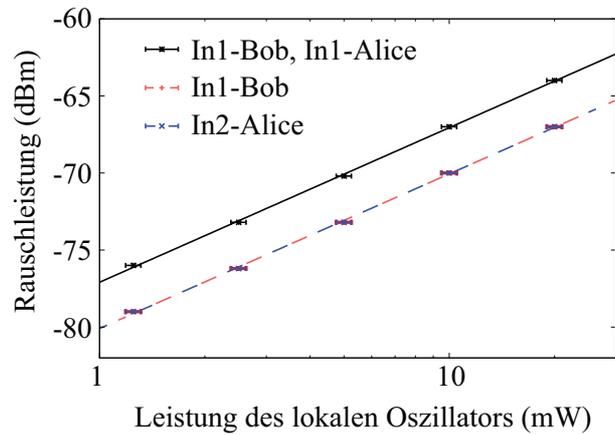
**Abbildung 5.15:** Überprüfung der Linearität eines homodynen Detektors bei 5 MHz. Im gesamten Messbereich der Detektoren führte eine Verzehnfachung der Leistung  $P_{LO}$  des lokalen Oszillators zu einem Anstieg der Rauschleistung um 10 dBm. Dies zeigt, dass die Detektoren durch Schrotrauschen ( $\propto P_{LO}$ ) limitiert waren. Zusätzliche Rauschquellen wie beispielsweise technisches Rauschen ( $\propto P_{LO}$ ) würden zusätzliche Rauschleistung einkoppeln.



**Abbildung 5.16:** Beispielhafte Vermessung eines gequetschten Zustands, der von der monolithischen Quetschlichtquelle erzeugt wurde. Durch Verändern der Phasenlage zum lokalen Oszillator wurden die Varianzen der Quadraturen eines gequetschten Zustands gemessen. Die graue Spur zeigt die relative Rauschleistung in Abhängigkeit der relativen Phase zum lokalen Oszillator. Verwendet wurden gewöhnliche Photodioden, die Pumpleistung betrug 60 mW und das Dunkelrauschen lag 21,8 dB unter dem Vakuumrauschlevel.



**Abbildung 5.17:** Spektrale Analyse einer Messung der monolithischen Quetschlichterzeugung mit Alice. Der Lokaloszillatorleistung betrug 10 mW und die Pumpleistung 60 mW.



**Abbildung 5.18:** Überprüfung der Linearität der elektronischen Subtraktion bzw. Addition der Detektorausgänge. Sowohl die Linearität von Bob, die Linearität von Alice als auch die Linearität von Bob und Alice wurden im Rahmen der Messgenauigkeit optimal eingestellt.

das Lichtfeld  $\hat{X}_{\text{orig}}$ . Dies kann über die Strahlteilergleichung

$$\begin{pmatrix} \hat{X}^{\text{A}} \\ \hat{X}^{\text{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-L} & \sqrt{L} \\ -\sqrt{L} & \sqrt{1-L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X}_{\text{orig}} \\ \hat{X}_{\text{vac}} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

beschrieben werden [67]. Es ergibt sich für den Ausgang A und somit für das verlustbehaftete Lichtfeld

$$\hat{X}^{\text{A}} = \sqrt{1-L} \cdot \hat{X}_{\text{orig}} + \sqrt{L} \cdot \hat{X}_{\text{vac}} \quad (5.12)$$

$$\text{Var}(\hat{X}^{\text{A}}) = (1-L) \cdot \text{Var}(\hat{X}_{\text{orig}}) + L \cdot \text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}). \quad (5.13)$$

Der andere Ausgang  $\hat{X}^{\text{B}}$  trägt den ausgekoppelten Teil des ursprünglichen Lichtfeldes. Die optischen Verluste für das vorliegende Experiment wurden laut Tabelle 5.2 abgeschätzt. Dabei führte die justierte Sichtweite von 99,3% an dem Überlagerungsstrahl-

**Tabelle 5.2:** Abschätzung der einzelnen Verlustquellen dieses Experiments.

Verlustquelle	Bezeichnung	Abschätzung
Auskopplung aus MSqz	$L_{\text{esc,MSqz}}$	$2,0 \pm 1,8 \%$
Auskopplung aus HSqz	$L_{\text{esc,HSqz}}$	$3,0 \pm 1,8 \%$
Eine Linse	$L_{\text{Linse}}$	$0,25 \pm 0,1 \%$
Ein Spiegel	$L_{\text{Spiegel}}$	$0,02 \pm 0,005 \%$
Ein Strahlteiler	$L_{\text{BS}}$	$0,2 \pm 0,1 \%$
Ein dichroitischer Strahlteiler	$L_{\text{DBS}}$	$0,02 \pm 0,005 \%$
Ein Polarisationsstrahlteiler	$L_{\text{PBS}}$	$0,5 \pm 0,1 \%$
Überlagerung der gequetschten Moden	$L_{\text{vis},\infty}$	$1,4 \pm 0,2 \%$
Überlagerung einer Mode mit einem lokalen Oszillator	$L_{\text{vis,det}}$	$1,0 \pm 0,2 \%$
Photodioden eines Detektors	$L_{\text{PD}}$	$1,0 \pm 1,0 \%$

teiler für die gequetschten Moden zu einem Verlust von  $L_{\text{vis},\infty} = 1,4\%$  und eine justierte Sichtweite von 99,5% an den homodyn Detektoren führte zu einem Verlust von  $L_{\text{vis,det}} = 1,0\%$ . Die Auskoppelverluste  $L_{\text{esc}}$  aus dem monolithischen (MSqz) und halbmonolithischen (HSqz) Resonator beinhalten die resonatorinternen Verluste  $L_{\text{in}}$ , die über die Auskoppelleffizienz  $\eta_{\text{esc}} = 1 - L_{\text{esc}} = T/(T + L_{\text{in}})$  und die Transmission der Auskoppelspiegel für das fundamentale Feld von  $T = 10,5 \pm 0,5\%$  berechnet werden können. Die geschätzten Auskoppelverluste führen zu resonatorinternen Verlusten von  $L_{\text{in,MSqz}} = 0,0021$  und  $L_{\text{in,HSqz}} = 0,0032$ . Diese Werte decken sich mit Absorptionswerten von 0,1-0,3%/cm [107] für PPKTP, unter Berücksichtigung von internen Verlusten des halbmonolithischen Aufbaus.

Der Klappspiegel-Pfad der monolithischen Quetschlichtquelle beinhaltete einen Strahlteiler und einen dichroitischen Strahlteiler sowie drei Spiegel und drei Linsen. Daraus ergab sich ein Gesamtverlust von  $L_{\text{ges,MSqz}} = 4,9 \pm 3,4\%$ . Der Pfad für die halbmonolithische Quetschlichtmessung setzte sich ebenfalls aus einem Strahlteiler, einem dichroitischen Strahlteiler und drei Spiegel zusammen, jedoch aus nur zwei Linsen. Hieraus ergab sich ein Gesamtverlust von  $L_{\text{ges,HSqz}} = 5,7 \pm 3,3\%$ .

Die Gesamtverluste für die Verschränkungsmessung setzten sich aus den Gesamtverlusten des monolithischen und des halbmonolithischen Pfads zusammen. Die Gesamtverluste des monolithischen Pfads wurden mit seiner Auskoppel-effizienz, zwei Strahlteilern und zwei dichroitischen Strahlteilern, drei Linsen, der Verschränkungssichtweite und der Detektionssichtweite sowie der Quanteneffizienz der Photodioden auf 6,4% geschätzt. Die Verluste des halbmonolithischen Pfads bildeten seine Auskoppel-effizienz, zwei Strahlteiler und ein dichroitischer Strahlteiler, zwei Linsen und zwei Spiegel sowie die selben Sichtweiten und Quanteneffizienz und errechneten sich zu 7,2%. Damit wurden die Verluste der Verschränkung zwischen den beiden Pfaden auf 6,8% geschätzt.

Reine Zustände [124, 125] sind Zustände mit minimaler Unschärfe [63]. Aus der auf eine Vakuumvarianz von eins normierten Kovarianzmatrix  $\gamma$  eines Zustands kann seine Reinheit

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\det \gamma}}. \quad (5.14)$$

berechnet werden. Reine Zustände haben eine Reinheit von ( $\mu = 1$ ) und maximal unreine Zustände würden eine Reinheit von  $\mu = 0$  aufweisen. Für gequetschte Zustände kann dieser Zusammenhang vereinfacht werden. Dazu werden ihre Kovarianzmatrizen durch Basistransformationen in die Form

$$\gamma_{1\text{Mod}} = \begin{pmatrix} \text{Var}(\hat{X}) & 0 \\ 0 & \text{Var}(\hat{P}) \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

überführt. Somit ergibt sich die Reinheit aus den auf eine Vakuumvarianz von eins normierten, verlustbehafteten Varianzen zu

$$\mu_{1\text{Mod}} = \frac{1}{\sqrt{\text{Var}(\hat{X})\text{Var}(\hat{P})}}. \quad (5.16)$$

Setzt man die verlustbehafteten, gequetschten, auf eine Vakuumvarianz von eins normierten Varianzen laut Formel 5.13 ein, so ergibt sich die Reinheit unabhängig von der Vakuumnormierung zu

$$\mu_{1\text{Mod}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (L - L^2)(\exp(-2r) + \exp(2r) - 2)}}. \quad (5.17)$$

Die Formel zeigt, dass der Einfluss von Verlusten auf die Reinheit vom Quetschparameter  $r$  abhängig ist. Dies ist offensichtlich, da beispielsweise eine Vakuummode nicht durch Vakuum verunreinigt werden kann und somit ihre Reinheit erhalten bleibt.

## 6 Messungen von gequetschten Zuständen

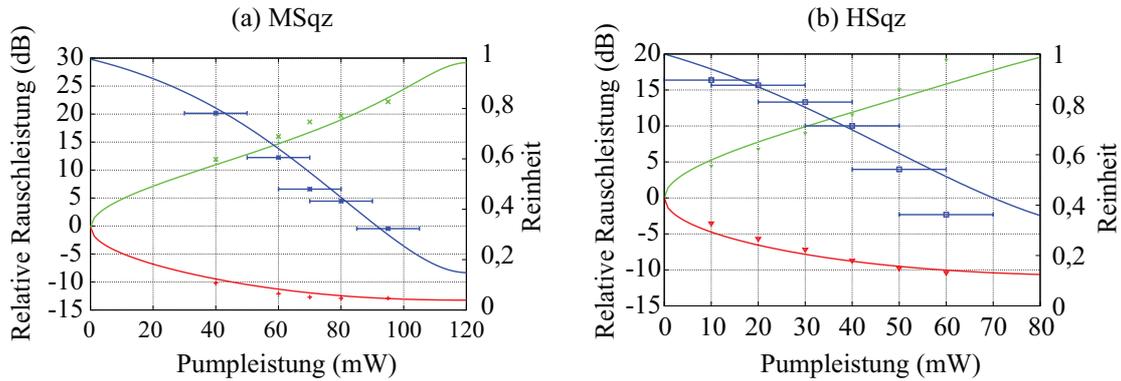
### 6.1 Quetschlichtmessungen in Abhängigkeit von der Pumpleistung

Die gequetschte (Sqz) und anti-gequetschte (ASqz) Quadraturvarianz kann durch folgende Formel beschrieben werden [74, 123]

$$V_{\text{Sqz/ASqz}}(\Omega) = 1 \mp \eta_{\text{ges}} \frac{4\sqrt{\frac{P_{\text{sh}}}{P_{\text{th}}}}}{\left(1 \pm \sqrt{\frac{P_{\text{sh}}}{P_{\text{th}}}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Omega}{\kappa}\right)^2}. \quad (6.1)$$

Dabei wird die gesamten optische Effizienz  $\eta_{\text{ges}} = \eta_{\text{esc}}\eta_{\text{prop,PD}}$  durch die Propagations- und Detektionseffizienz  $\eta_{\text{prop,PD}}$  und die nichtlineare Auskoppelleffizienz  $\eta_{\text{esc}} = T/(T + L_{\text{in}})$  des Resonators beschrieben.  $T$  bezeichnet die Transmission der Auskoppelspiegel bei 1064 nm mit einem Wert von  $T = 0,105$  und  $L_{\text{in}}$  bezeichnet die Umlaufverluste im Resonator.  $P_{\text{sh}}$  ist die parametrische Pumpleistung,  $P_{\text{th}}$  die Pumpschwelle und  $\Omega/\kappa = 2\pi f/\kappa$  das Verhältnis zwischen Detektionsseitenbandfrequenz  $f$  und der Abklingrate  $\kappa$  des Resonators. Die Abklingrate ist definiert durch  $\kappa = c(T + L_{\text{in}})/(nl)$ , der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$ , dem Brechungsindex  $n = 1,83$  [112, 113] von KTP für 1064 nm und der Umlauflänge  $l = 2 \cdot 8,9$  mm für den monolithische Quetschlichtresonator sowie für den halbmonolithischen Quetschlichtresonator eine Kristallumlaflänge von  $l = 2 \cdot 9,3$  mm bei einem Luftspalt zum Auskoppelspiegel von 23,5 mm.

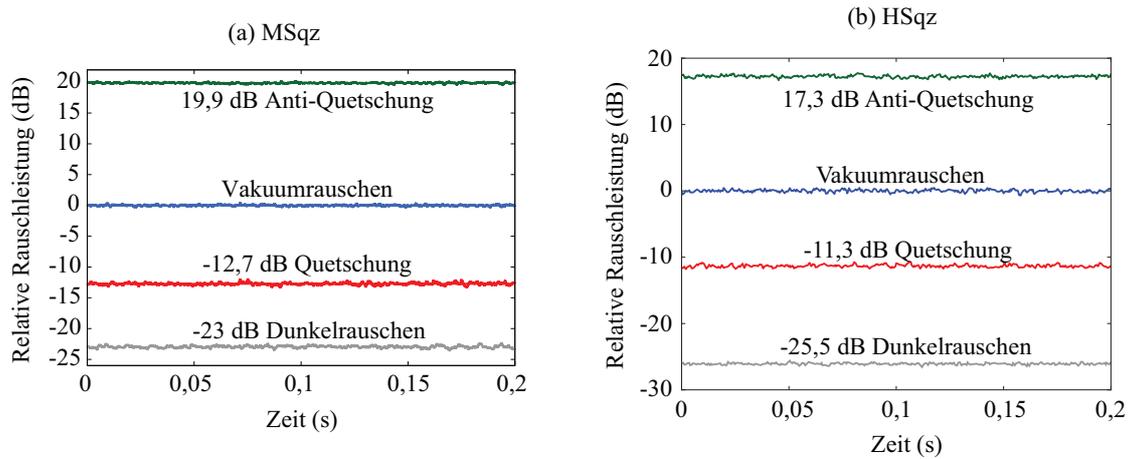
Um die Quetschlichtquellen zu charakterisieren und die Detektionseffizienz der Messaufbauten zu bestimmen wurden Quetschlichtmessungen in Abhängigkeit von der Pumpleistung vorgenommen, siehe Abbildung 6.1. Daraus ging eine optimale Pumpleistung für die monolithische Quetschlichtquelle von 80 mW und eine Pumpleistung für die halbmonolithische Quetschlichtquelle von etwa 60 mW hervor. Da mit zunehmender Pumpleistung der Quetschgrad für alle Messungen stieg, wurden die Messungen nicht durch Phasensausrichten limitiert. Außerdem konnten theoretische Modelle (Formel 6.1 und 5.16) an die Messwerte angeglichen werden. Daraus ging für den monolithischen (MSqz) und den halbmonolithischen (HSqz) Quetschlichtresonator eine Pumpschwelle von 120 mW und 100 mW, sowie optische Gesamtverluste  $L_{\text{ges}} = 1 - \eta_{\text{ges}}$  von 4,5% und etwa 7% (vgl. Kapitel 5.11 und Abbildung 6.3) hervor. Die Auskoppelleffizienzen  $\eta_{\text{esc}}$  und somit die Verluste  $L_{\text{in}}$  innerhalb der Resonatoren sowie die Detektions- und Propagationseffizienzen  $\eta_{\text{prop,PD}}$  können aus den beiden theoretischen Modellen (Formel 6.1 und 5.16) nicht entnommen werden, da sich die Modellanalysen im Rahmen der Messgenauigkeit nur auf das Produkt  $\eta_{\text{esc}}\eta_{\text{prop,PD}}$  auswirken. Die Werte und die Ursachen dieser beiden Verluste wurden in Kapitel 5.11 ausführlich diskutiert.



**Abbildung 6.1:** Gequetschte Zustände in Abhängigkeit von der Pumpleistung. In rot und grün ist die gequetschte und die anti-gequetschte Quadratur aufgetragen, die jeweils der linken Achse zugeordnet sind. In blau ist die Reinheit der jeweils rechten Achse zu entnehmen. Durch anpassen an theoretische Modelle wurden die folgende Parameter ermittelt. (a) Für die monolithische Quetschlichtquelle (MSqz) wurde eine Pumpschwelle von 120 mW, optische Gesamtverluste von 4,5 %, sowie ein vernachlässigbares Phasenrauschen ermittelt. Die Sichtweite betrug 99,8 % und der optische lokale Oszillator hatte bei den Messungen eine Leistung von 20 mW. (b) Die halbmonolithische Quetschlichtquelle (HSqz) zeigte eine Pumpschwelle von 100 mW, optische Gesamtverluste von etwa 7 % und ebenfalls ein vernachlässigbares Phasenrauschen. Der optische lokale Oszillator hatte bei den Messungen eine Leistung von 10 mW.

## 6.2 Quetschlichtmessungen von stark gequetschten Zuständen

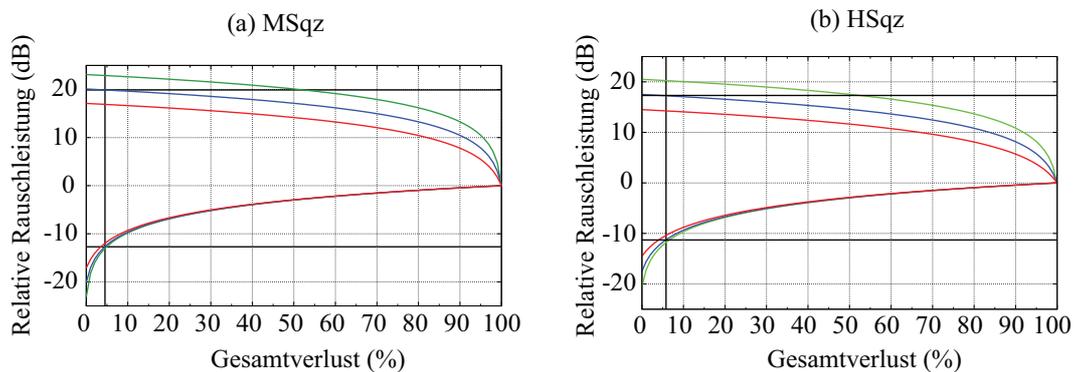
Abbildung 6.2 zeigt die Rekordmessungen der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Quetschlichtquellen. Durch Blockieren des gequetschten Lichts wurde das Vakuumrauschen gemessen. Die roten und grünen Spuren zeigen das Rauschen in der gequetschten und anti-gequetschten Quadratur. Die Messungen mit der halbmonolithischen Quetschlichtquelle (HSqz) ergaben eine um 11,3 dB gequetschte Quadratur bei einer anti-Quetschung von 17,3 dB, die Messungen mit der monolithischen Quetschlichtquelle (MSqz) ergaben eine um 12,7 dB gequetschte Quadratur bei einer anti-Quetschung von 19,9 dB. Die Pumpleistungen für die monolithische und die halbmonolithischen Quetschlichtquelle betragen 80 mW und 50 mW und die Leitungen der lokalen Oszillatoren betragen 20 mW und 25 mW. Die Messungen wurden mit dem hochpassgefilterten AC-Ausgang der homodynen Detektoren an einem *FSU*-Spektrumanalysator von Rohde & Schwarz gemessen. Alle Spuren wurden bei einer Seitenbandfrequenz von 5 MHz (zero-span) mit einer Auflösungsbreite (RBW) von 300 kHz, einer Videobandbreite (VBW) von 300 Hz und einer Sweepzeit (SWT) von 200 ms aufgenommen. Bei den Messungen wurde die Phase des lokalen Oszillators mit der Hand justiert. Für die Messungen der monolithischen Quetschlichtquelle wurde auf ein Kontrollfeld verzichtet, um gequetschtes Vakuum (ohne kohärente Amplitude) zu erzeugen. Dadurch wurde die Länge des Resonators nicht automatisch geregelt. Durch den stabilen Messaufbau und der großen Bandbreite des Monolithen von 156 MHz, blieb der Resonator innerhalb der Messzeit (einige Sekunden)



**Abbildung 6.2:** Quetschlichtmessungen der monolithischen (MSqz) und der halbmonolithischen (HSqz) Quetschlichtquelle bei einer Seitenbandfrequenz von 5 MHz. Alle Spuren wurden auf das Vakuumrauschen (blau Spur) des optischen lokalen Oszillators auf dem homodynen Detektor normiert. Die roten Spuren zeigen das Rauschen in der gequetschten Quadratur der Felder. Die grünen Spuren zeigen die Anti-Quetschung in der orthogonalen Quadratur. Die Pumpleistung der monolithischen Quetschlichtquelle betrug 80 mW und die der halbmonolithischen Quetschlichtquelle betrug 50 mW. Die Leistung des optischen lokalen Oszillators betrug 20 mW für den monolithischen und 25 mW für den halbmonolithischen Resonator. Alle Spuren wurden mit einer Auflösungsbreite (RBW) von 300 kHz und einer Videobandbreite (VBW) von 300 Hz aufgenommen. Das Dunkelrauschen der Detektoren wurde nicht von den Messdaten abgezogen.

resonant. Eine Rauschunterdrückung von 12,7 dB ist der nach meinem Wissen der bis zu dem Zeitpunkt der Messung stärkste beobachtete Quetschgrad. Er wurde genutzt, um die Sensitivität eines Sagnac-Interferometers zu verbessern [57]. Vorangegangene Quetschfaktoren von über 10 dB wurden in [126, 127] gemessen.

Verluste verringern den Quetschgrad von gequetschten Zuständen gemäß Formel 5.13. Dadurch konnten mit Hilfe der gemessenen Wertepaare von Quetschung und Anti-Quetschung die gesamten Verluste für die monolithische Quetschlichtquelle auf 4,5% und für die halbmonolithische Quetschlichtquelle auf 5,8% geschätzt werden, siehe dazu Abbildung 6.3 (vgl. Kapitel 5.11 und 6.1). Aus den Wertepaaren ergab sich für den gequetschten Zustand der monolithischen Quetschlichtquelle eine Reinheit (vgl. Kapitel 5.11) von 0,44 und für den gequetschten Zustand der halbmonolithischen Quetschlichtquelle eine Reinheit von 0,50.



**Abbildung 6.3:** Gesamtverlustabschätzung für die Quetschlichtquellen. Nach Formel 5.13 ergeben sich je nach Quetschgrad Paare bestehend aus einer Quetschungs- und einer Anti-Quetschungskurve. (a) Eine ursprüngliche Rauschunterdrückung von 17,1 dB kennzeichnen die roten, 20,1 dB die blauen und 23,1 dB die grünen Kurven. Trägt man die gemessene Rauschunterdrückung der monolithischen Quetschlichtquelle (MSqz) von  $-12,7$  dB Quetschung zu  $19,9$  dB anti-Quetschung (vgl. Abbildung 6.2) als horizontale Linien ein, passen diese Werte zu dem blauen Kurvenpaar und es ergibt sich ein Gesamtverlust von 4,5%. Ohne Verluste ergibt sich für die monolithische Quetschlichtquelle dadurch eine Rauschunterdrückung von 20,1 dB. (b) In diese Graphik wurde das Kurvenpaar für 14,5 dB in rot, für 17,5 dB in blau und für 20,5 dB Rauschunterdrückung in grün dargestellt. Analog zur Vorgehensweise in (a) führen die Messungen der halbmonolithischen Quetschlichtquelle (HSqz) von  $-11,3$  dB zu  $17,3$  dB (vgl. Abbildung 6.2) gemäß dem blauen Kurvenpaar zu einem Gesamtverlust von 5,8% für eine verlustfreie Quetschlichtquelle mit 17,5 dB Rauschunterdrückung.

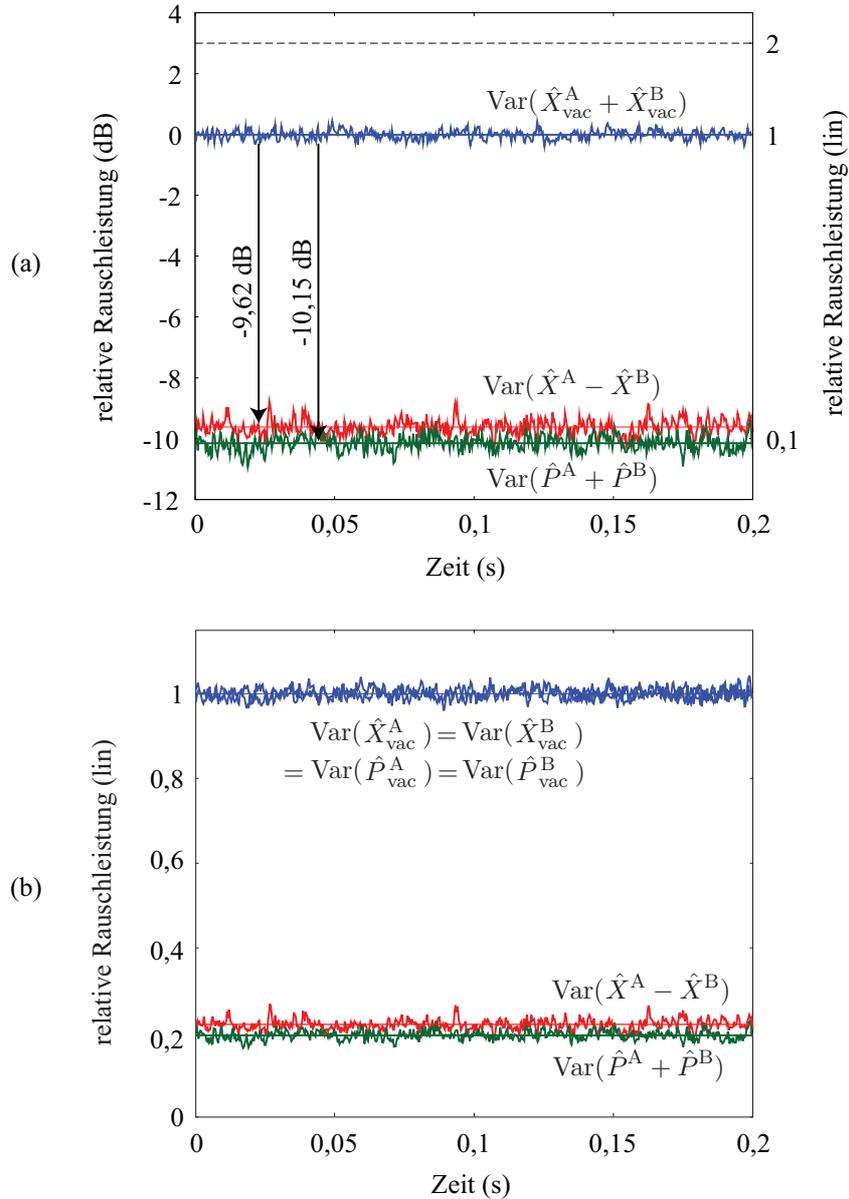
## 7 Messungen von verschränkten Zuständen

Um verschränkte Zustände zu erzeugen, wurde sowohl die monolithische als auch die halbmonolithische Quetschlichtquelle mit Hilfe der Phasenmodulationen der Kontrollstrahlen längenstabilisiert (vgl. Kapitel 5.7.2). Um die Quantenfluktuationen der (schwachen) Kontrollstrahlen zu minimieren, wurden sie mit Hilfe der Quetschlichtresonatoren abgeschwächt, wodurch jeweils ein amplitudengequetschter Zustand mit einer Rauschunterdrückung von über 10 dB (vgl. Kapitel 6.2) erzeugt wurde. Diese Zustände wurden an einem 50/50-Strahlteiler mit einer relativen Phase von  $\pi/2$  überlagert (vgl. Kapitel 5.7.3). Diese Phase wurde für die Messungen dieses Kapitels manuell geregelt. Der verschränkte Zustand wurde von zwei homodynem Detektoren, Alice und Bob, detektiert (vgl. Kapitel 5.8).

Die im Rahmen dieser Arbeit mit einer Datenaufnahmekarte aufgenommene V-Klasse-verschränkten Zustände sind in Anhang C aufgeführt. Der Schwerpunkt dieser Arbeit und Inhalt dieses Kapitels liegt jedoch auf S-Klasse-verschränkten Zuständen, die mittels Spektrumanalysatoren aufgenommen wurden. Alle Verschränkungsmessungen wurden bei einer Seitenbandfrequenz von 5 MHz aufgenommen, die Leistung der lokalen Oszillatoren betrug jeweils 10 mW, die Auflösungsbreite (RBW) lag bei 300 kHz und die Videobandbreite (VBW) wurde auf 300 Hz gesetzt. Das Dunkelrauschen lag etwa 22 dB unter dem Vakuumrauschen eines einzelnen Detektors. Der im Rahmen dieser Arbeit erzeugte verschränkte Zustand wurde durch die Messungen in Tabelle 7.1 vollständig charakterisiert.  $\hat{X}$  und  $\hat{P}$  bezeichnen die Amplituden- und Phasenquadratur. Durch die Indizes A und B können die Messwerte den Detektoren *Alice* und *Bob* zugeordnet werden und der Index vac kennzeichnet die Messung der Vakuumfluktuationen. Drei der Messungen aus Tabelle 7.1 sind in Tabelle 7.2 in verschiedenen Normierungen aufgeführt. Diese drei Messungen sind ausreichend, um das Duan-Kriterium und das schwache EPR-Kriterium zu quantifizieren. Ihre Messspuren sind graphisch in Abbildung 7.1 veranschaulicht und werden für das Duan-Kriterium in Kapitel 7.1 und für das schwache EPR-Kriterium in Kapitel 7.2 diskutiert. Die Höhe der Spuren entspricht der Rauschunterdrückung der gequetschten Quadraturen. Die unterschiedlichen Quetschgrade der beiden Quellen führten zu unterschiedlich hohen Spuren. Aus den Messwerten konnte die Kovarianzmatrix

$$\gamma = \begin{pmatrix} 18,41 & (0) & 18,09 & -0,42 \\ (0) & 35,49 & 0,23 & -34,95 \\ 18,09 & 0,23 & 17,98 & (0) \\ -0,42 & -34,95 & (0) & 34,61 \end{pmatrix} \quad (7.1)$$

rekonstruiert werden (vgl. Kapitel 2.4). Die Einträge der Matrix sind jeweils mit einem Fehler von 5% behaftet und auf  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$  normiert. Die Kovarianzen



**Abbildung 7.1:** Darstellung der Messspuren für eine Vakuumnormierung auf 0,5 (a) und auf 1 (b). (a) Verschränkung nach der Normierung von  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 0,5$  in logarithmischer Darstellung. Mit dieser Normierung lautet das Duan-Kriterium  $\text{Var}(\hat{X}^A - \hat{X}^B) + \text{Var}(\hat{P}^A + \hat{P}^B) < 2$  und das schwache EPR-Kriterium  $\mathcal{E}_{A|B}^2 = \text{Var}(\hat{X}^A - \hat{X}^B) \cdot \text{Var}(\hat{P}^A + \hat{P}^B) < 1$ . In dieser Normierung können Rauschunterdrückungen von Summen oder der Differenzen von zwei Quadraturen direkt abgelesen werden. (b) Verschränkung nach der Normierung von  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$  in linearer Darstellung. Mit dieser Normierung lautet das Duan-Kriterium  $\text{Var}(\hat{X}^A - \hat{X}^B) + \text{Var}(\hat{P}^A + \hat{P}^B) < 4$  und das schwache EPR-Kriterium  $\mathcal{E}_{A|B}^2 = \text{Var}(\hat{X}^A - \hat{X}^B) \cdot \text{Var}(\hat{P}^A + \hat{P}^B) < 4$ . Diese Normierung ist mathematisch vorteilhaft, wenn sowohl Varianzen von einzelnen Quadraturen als auch Summen oder Differenzen von Varianzen betrachtet werden sollen. Alle Spuren wurden mit einer Auflösungsbreite (RBW) von 300 kHz und einer Videobandbreite (VBW) von 300 Hz aufgenommen. Das Dunkelrauschen der Detektoren lag 22 dB unter dem Vakuumrauschen und wurde nicht von den Messdaten abgezogen.

**Tabelle 7.1:** Alle Messungen zur vollständigen Bestimmung des verschränkten Zustands. Durch die in blau gekennzeichneten Messungen wurden die (unkorrelierten) Werte der Nebendiagonale der Kovarianzmatrix bestimmt.

Messung	Ermittelter Wert	Normierter, linearisierter Wert
$\langle(\hat{X}_{\text{vac}}^A)^2\rangle$	-70,74 dBm	1
$\langle(\hat{X}_{\text{vac}}^B)^2\rangle$	-70,77 dBm	1
$\langle(\hat{X}_{\text{vac}}^A + \hat{X}_{\text{vac}}^B)^2\rangle$	-67,72 dBm	2
$\langle(\hat{X}^A)^2\rangle$	-58,09 dBm	18,41
$\langle(\hat{X}^B)^2\rangle$	-58,19 dBm	18,11
$\langle(\hat{P}^A)^2\rangle$	-55,23 dBm	35,56
$\langle(\hat{P}^B)^2\rangle$	-55,34 dBm	34,91
$\langle(\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2\rangle$	-77,34 dBm	0,11
$\langle(\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2\rangle$	-77,87 dBm	0,10
$\langle(\hat{X}^A + \hat{P}^B)^2\rangle$	-53,53 dBm	26,24
$\langle(\hat{P}^A - \hat{X}^B)^2\rangle$	-53,47 dBm	26,61

**Tabelle 7.2:** Aufgelistet sind die drei nötigen Messungen (vgl. Tabelle 7.1) für das Duan-Kriterium und das schwache EPR-Kriterium. Es sind die Normierungen des Vakuums auf  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 0,5$  und  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$  errechnet.

Messung	Ermittelter Wert	$\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := 0,5$	$\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := 1$
$\langle(\hat{X}_{\text{vac}}^A + \hat{X}_{\text{vac}}^B)^2\rangle$	-67,72 dBm	0,00 dBm	3,01 dBm
$\langle(\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2\rangle$	-77,34 dBm	-9,62 dBm	-6,61 dBm
$\langle(\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2\rangle$	-77,87 dBm	-10,15 dBm	-7,14 dBm

wurden durch die Identitäten

$$\begin{aligned}
\langle\hat{X}^A\hat{X}^B\rangle^2 &= \langle\hat{X}^B\hat{X}^A\rangle^2 = -0,5\{\langle(\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2\rangle \cdot 2 - \langle(\hat{X}^A)^2\rangle - \langle(\hat{X}^B)^2\rangle\} = 18,09 \\
\langle\hat{P}^A\hat{P}^B\rangle^2 &= \langle\hat{P}^B\hat{P}^A\rangle^2 = 0,5\{\langle(\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2\rangle \cdot 2 - \langle(\hat{P}^A)^2\rangle - \langle(\hat{P}^B)^2\rangle\} = -34,95 \\
\langle\hat{X}^A\hat{P}^B\rangle^2 &= \langle\hat{P}^B\hat{X}^A\rangle^2 = 0,5\{\langle(\hat{X}^A + \hat{P}^B)^2\rangle \cdot 2 - \langle(\hat{X}^A)^2\rangle - \langle(\hat{P}^B)^2\rangle\} = -0,42 \\
\langle\hat{X}^B\hat{P}^A\rangle^2 &= \langle\hat{P}^A\hat{X}^B\rangle^2 = -0,5\{\langle(\hat{P}^A - \hat{X}^B)^2\rangle \cdot 2 - \langle(\hat{P}^A)^2\rangle - \langle(\hat{X}^B)^2\rangle\} = 0,23
\end{aligned} \tag{7.2}$$

bestimmt. Die Werte in Klammern sind auf Null gesetzt worden, da sie keine Korrelationen aufweisen sollten. Sie können beispielsweise durch  $45^\circ$ -Messungen und dem Zusammenhang

$$\langle\hat{X}^A\hat{P}^A\rangle^2 = \langle(\hat{X}_{45^\circ})^2\rangle - 0,5\{\langle(\hat{X}^A)^2\rangle + \langle(\hat{P}^A)^2\rangle\} \tag{7.3}$$

errechnet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde darauf verzichtet, diese unkorrelierten Werte exakt zu bestimmen, da hierzu eine weitere anspruchsvolle Regelschleife mit geringem Fehlereinfluss nötig gewesen wäre [13, 46, 128]. Durch Nullsetzung der unkorrelierten Einträge der Kovarianzmatrix verschlechtert sich das starke EPR-Kriterium.

Die  $\hat{P}$ -Quadratur zeigt im Vergleich mit der  $\hat{X}$ -Quadratur etwa eine doppelt so große Varianz, da von dem monolithischen Quetschlichtresonator etwa 3 dB mehr anti-Quetschung produziert worden ist. Die ermittelte Kovarianzmatrix charakterisiert den gaußschen Zweiparteien-Zustand vollständig. Aus ihr können die Wignerfunktionen (vgl. Kapitel 2.5) der beiden Subsysteme berechnet werden, siehe Abbildung 7.2. In (a) wird die gemeinsame zwei-Moden-Quasiwahrscheinlichkeitsverteilung des verschränkten Zustands gezeigt. (b) zeigt die Varianzen bei Alice und bei Bob (gestrichelte, lila Kreise). Die Messungen der vier Operatoren  $\hat{X}^A$ ,  $\hat{P}^A$ ,  $\hat{X}^B$  und  $\hat{P}^B$  ergeben breite, Gauß-verteilte Messstatistiken, die in hellrot und hellblau dargestellt sind. Der in dieser Arbeit erzeugte, verschränkte Zustand erreichte in beiden Quadraturen eine um einen Faktor von fünf verringerte, konditionierte Varianz (oranger Kreis) verglichen mit der Vakuumvarianz (schwarze Kreise). Aus der Kovarianzmatrix (vgl. Formel 7.1) errechnet sich eine Reinheit von  $\mu = 1/\sqrt{\det \gamma} = 0,20$  und für die logarithmische Negativität (unkorrelierte Einträge null gesetzt, vgl. Kapitel 4.1) ergibt sich  $f(\gamma) = 0,0101$  und  $E_{\mathcal{N}} = 3,3$ . Der verschränkte Zustand wurde im Folgenden auf das Duan-, sowie auf das schwache und das starke EPR-Kriterium untersucht.

## 7.1 Duan-Kriterium

Zur Untersuchung eines Zustands auf Duan-Verschränkung (vgl. Kapitel 4.2) sind 3 Messungen nötig. Sie sind mit Hilfe elektronischer Subtrahierung bzw. Addierung der Ausgänge der homodyn Detektoren und eines Spektrumanalysators aufgenommen worden, siehe Tabelle 7.2. Je nach Normierung ergibt sich für die Duan-Verschränkung

$$\text{Var}(\hat{X}^A - \hat{X}^B)_{0,5v} + \text{Var}(\hat{P}^A + \hat{P}^B)_{0,5v} < 2 \quad (7.4)$$

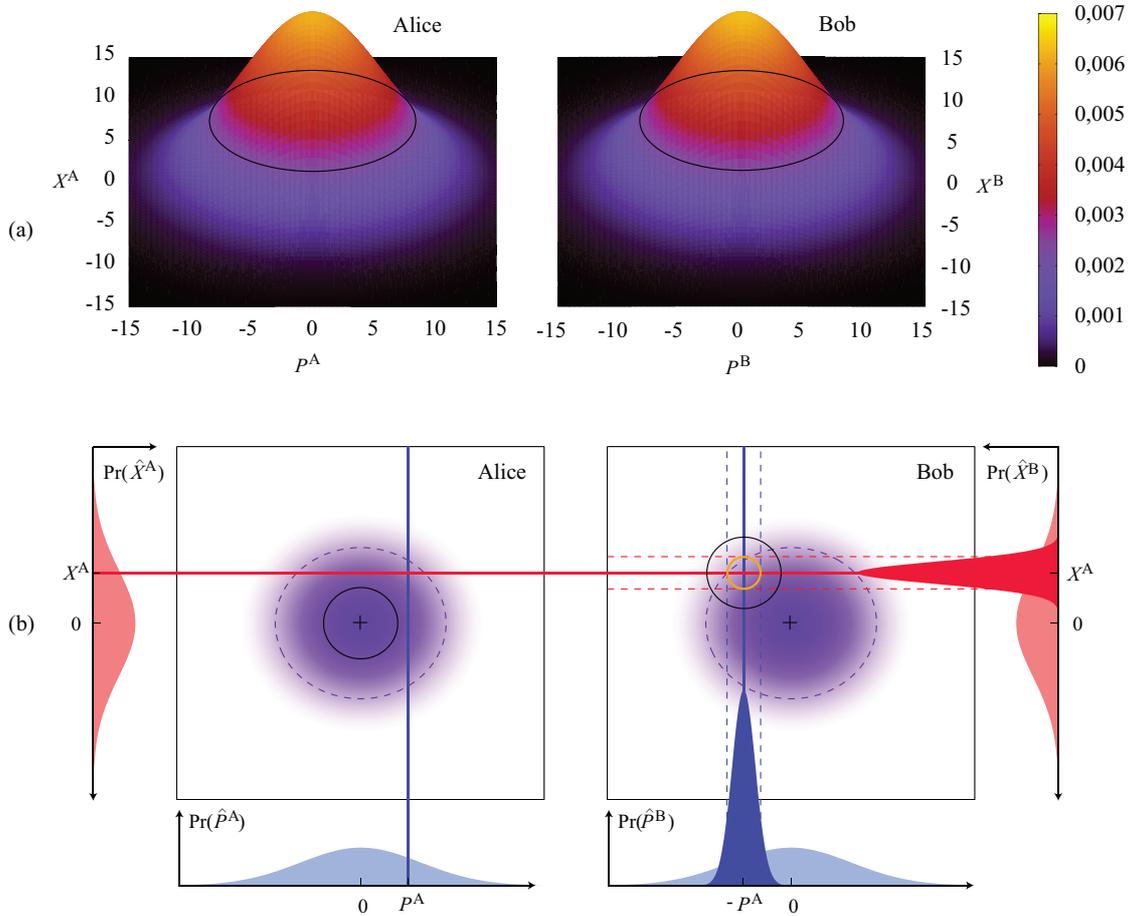
$$\text{Var}(\hat{X}^A - \hat{X}^B)_v + \text{Var}(\hat{P}^A + \hat{P}^B)_v < 4. \quad (7.5)$$

Der Index  $0,5v$  kennzeichnet die Normierung  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 0,5$  und der Index  $v$  steht für die Normierung  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$ . Für die vorliegenden Messwerte (siehe Tabelle 7.2) errechnet sich somit eine Duan-Verschränkung von

$$10^{-\frac{9,62}{10}} + 10^{-\frac{10,15}{10}} = 0,21 < 2 \quad (7.6)$$

$$10^{-\frac{6,61}{10}} + 10^{-\frac{7,14}{10}} = 0,41 < 4. \quad (7.7)$$

Graphisch kann die Duan-Verschränkung Abbildung 7.1 entnommen werden. Die Varianz der Summe der Phasenquadraturen und die Varianz der Differenz der Amplitudenquadraturen sind je ein Faktor von ein Zehntel unter dem Vakuumrauschlevel. Dadurch liegt auch die Summe von 0,21 bzw. 0,41 der beiden Messungen deutlich unter der Obergrenze für Duan-Verschränkung von 2 bzw. 4.



**Abbildung 7.2:** Rekonstruktion der verschränkten Wignerfunktionen von Alice (A) und Bob (B) aus den Messdaten. (a) zeigt links die Wignerfunktion von dem Subsystem, das von dem Detektor Alice erfasst wurde. Rechts wird die Wignerfunktion gezeigt, die bei Detektor Bob vorlag. Beide Funktionen entsprechen thermischen Zuständen, sind annähernd rotationssymmetrisch und identisch. (b) Die Varianzen der Zustände entsprechen Höhenlinien der Wignerfunktionen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Amplitudenquadraturen sind in hellrot eingezeichnet. Durch eine Messung  $X^A$  (rote Linie) erhält Alice Kenntnis über das Messergebnis von Bob. Die Unschärfe dieser Kenntnis ist durch die dunkelrote, gaußsche Verteilung bzw. durch die zwei gestrichelten, roten Linien dargestellt. Sie ist geringer als die Vakuumvarianz (durchgezogener, schwarzer Kreis), da sie der Varianz des amplitudengequetschten Ursprungszustandes entspricht. Durch eine Messung  $P^A$  (linke, blaue Linie) erhält Alice Kenntnis gemäß der dunkelblauen, gaußschen Verteilung bzw. durch die gestrichelten, blauen Linien dargestellt. Dieser Bereich entspricht dem phasengequetschten Ursprungszustand und ist wiederum kleiner als die Vakuumvarianz. Die roten und blauen gestrichelten Linien ergeben einen Kreis (in orange dargestellt), welcher die konditionierte Unschärfe widerspiegelt, mit der Alice die Messergebnisse von Bob ermitteln kann. Dieser orange Unschärfekreis entspricht etwa einem Fünftel der Vakuumvarianz, welche separierbare Zustände limitiert.

## 7.2 Schwaches EPR-Kriterium

Das schwache EPR-Kriterium (vgl. Kapitel 4.3) setzt die Optimierungsfaktoren  $g$  und  $h$  aus Formel 4.6 eins und es folgt

$$\mathcal{E}_{g,h=1}^2 = \langle (\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2 \rangle \cdot \langle (\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2 \rangle \quad (7.8)$$

Diese Formel errechnet für symmetrische Verschränkungspfade mit ideal aneinander angepassten Detektoren den selben EPR-Wert wie die Formel 4.6. Je asymmetrischer der Messaufbau, desto mehr verschlechtert sich der EPR-Wert mit der Annahme  $g = h = 1$  gegenüber dem starken EPR-Kriterium (Formel 4.6). Die Annahme  $g = h = 1$  kann durch die Symmetriebedingungen des Aufbaus gut bestätigt werden. Zur Untersuchung des schwachen EPR-Kriteriums sind 3 Messungen nötig. Sie sind mit Hilfe elektronischer Subtraktion bzw. Addition der Ausgänge der homodyn Detektoren und einem Spektrumanalysator aufgenommen worden, siehe Tabelle 7.2. Je nach Normierung ergibt sich nach Formel 7.8 für das schwache EPR-Kriterium

$$\langle (\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2 \rangle_{0,5v} \cdot \langle (\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2 \rangle_{0,5v} < 1 \quad (7.9)$$

$$\langle (\hat{X}^A - \hat{X}^B)^2 \rangle_v \cdot \langle (\hat{P}^A + \hat{P}^B)^2 \rangle_v < 4. \quad (7.10)$$

Der Index  $0,5v$  kennzeichnet die Normierung  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 0,5$  und der Index  $v$  steht für die Normierung  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$ . Für die vorliegenden Messwerte errechnet sich somit eine EPR-Verschränkung von

$$\mathcal{E}_{0,5v,g,h=1}^2 = 10^{-\frac{9,62}{10}} \cdot 10^{-\frac{10,15}{10}} = 0,011 < 1 \quad (7.11)$$

$$\mathcal{E}_{v,g,h=1}^2 = 10^{-\frac{6,61}{10}} \cdot 10^{-\frac{7,14}{10}} = 0,042 < 4. \quad (7.12)$$

Graphisch kann die Einstein-Podolsky-Rosen-Verschränkung Abbildung 7.1 entnommen werden. Die Varianz der Summe der Phasenquadraturen und die Varianz der Differenz der Amplitudenquadraturen sind je ein Faktor von ein Zehntel unter dem Vakuumrauschlevel. Dadurch liegt auch das Produkt mit 0,01 bzw. 0,04 der beiden Messungen deutlich unter der Obergrenze der schwachen EPR-Verschränkung von  $\mathcal{E}_{A|B}^2 = 1$  bzw. 4.

## 7.3 Starkes EPR-Kriterium

Bei Messungen zum starken EPR-Kriterium (vgl. Kapitel 4.3) nach Formel 4.6 wird mit Hilfe der Optimierungsfaktoren  $g$  und  $h$  das Ergebnis des schwachen EPR-Kriteriums verbessert. Die starke EPR-Verschränkung nach Formel 4.11 kann errechnet werden, indem die Werte aus der Kovarianzmatrix (Formel 7.1) eingesetzt werden und es ergibt sich

$$\mathcal{E}_{A|B}^2 = \left( 18,41 - \frac{18,09^2}{17,98} \right) \cdot \left( 35,49 - \frac{(-34,95)^2}{34,61} \right) = 0,041 \pm 0,005 \quad (7.13)$$

$$\mathcal{E}_{B|A}^2 = \left( 17,98 - \frac{18,09^2}{18,41} \right) \cdot \left( 34,61 - \frac{(-34,95)^2}{35,49} \right) = 0,039 \pm 0,005 \quad (7.14)$$

Die Grenze der starken EPR-Verstärkung liegt durch die Normierung der Kovarianzmatrix von  $\text{Var}(\hat{X}_{\text{vac}}) := \text{Var}(\hat{P}_{\text{vac}}) := 1$  bei  $\mathcal{E}^2 = 1$ . Für eine „Steuerung“ von B nach A wurde eine EPR-Verschränkung von  $\mathcal{E}_{A|B}^2 = 0,041$  gemessen. Vertauscht man die Rollen der Detektoren Alice und Bob, so ergibt sich eine „Steuerung“ von A nach B von  $\mathcal{E}_{B|A}^2 = 0,039$ . Diese Ergebnisse sind etwas besser als die Ergebnisse des schwachen EPR-Kriteriums (vgl. Formel 7.12). Diese Verbesserung wurde durch die frei wählbaren Optimierungsparameter  $g$  und  $h$  des starken EPR-Kriteriums erzielt.

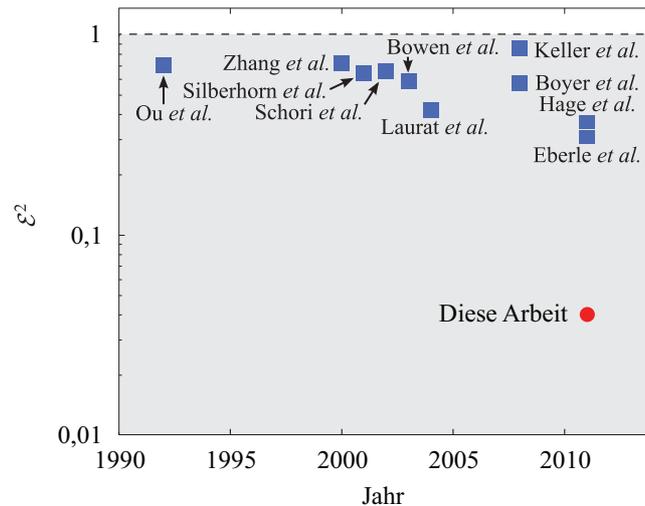


## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden stark gequetschte und stark Einstein-Podolsky-Rosen-verschränkte Zustände des Licht erzeugt und diese Erzeugung in zum Teil neu entwickelten graphischen Darstellungen veranschaulicht.

Eine neu entwickelte graphische Darstellung betrifft die Konversion von Vakuumzuständen und kohärenten Zuständen des Lichts zu gequetschten Zuständen durch die optisch-parametrische Verstärkung [26, 27]. Sie kombiniert die Quantenunschärfe von optischen Feldern mit der nichtlinearen dielektrischen Polarisierung von kristallinen Medien. Dadurch ergibt sich sowohl die Unschärfe der elektrischen Felder als auch die Unschärfe der dielektrischen Polarisierung, die durch das einlaufende elektrische Feld induziert wird. Die Graphiken erklären nicht die generelle Herkunft von Quantenunschärfen. Diese werden durch die Heisenbergsche Unschärferelation beschrieben und wurden als gegeben vorausgesetzt. In Übereinstimmung mit Formel 3.2 präsentiert die graphische Beschreibung die Physik der optisch-parametrischen Verstärkung an einer Stelle innerhalb eines gepumpten Kristalls. *Quantitativ* ist das Bild nur korrekt für einen infinitesimal kleinen Effekt. In derzeitigen Experimenten akkumulieren sich die infinitesimalen Schritte über die Kristalllänge und gewöhnlich auch über mehrere Resonatorumläufe zu einem messbaren Effekt auf. Da die graphische Beschreibung einen einzigen Schritt *aufbläst* um ihn sichtbar zu machen, kann das Bild nicht benutzt werden, um die Heisenbergsche Unschärferelation exakt zu bestätigen. Es bestätigt die Heisenbergsche Unschärferelation jedoch in erster Ordnung Störungstheorie. Die graphische Näherung kann beliebige weitere nichtlineare Effekte wie beispielsweise den Effekt der Quetschlichterzeugung beim Frequenzverdopplungsprozess beschreiben. Sie kann auch geradlinig erweitert werden um die Effekte der Polarisierung höherer Ordnungen auf Quantenunschärfen zu beschreiben. Dadurch kann sie beispielsweise auch die Quetschlichterzeugung durch Vier-Wellen-Mischung oder durch den Kerr-Effekt [23–25] beschreiben. Für eine Beschreibung von der Erzeugung von gequetschtem Licht mit Hilfe des Kerr-Effekts muss die Polarisierung zur dritten Ordnung erweitert werden. Die zweite Ordnung kann vernachlässigt werden um sich auf den Term dritter Ordnung zu fokussieren. Isotrope, zentrosymmetrische optische Materialien weisen generell keine Nichtlinearität zweiter Ordnung auf, so dass die dritte Ordnung ihre niedrigste Ordnung der Nichtlinearität ist.

Im experimentellen Rahmen dieser Arbeit wurde unkonditioniertes EPR-Steering mit kontinuierlichen Messungen von orts- und impulsähnlichen Variablen demonstriert. Die Stärke des Steeringeffekts wurde im Vergleich zu früheren Messungen signifikant verbessert und mit Hilfe von Formel 4.6 zu  $\mathcal{E}^2 = 0,04$  quantifiziert, siehe Abbildung 8.1. Dieser Wert entspricht einer Inseparabilität von  $0,41 < 4$  gemäß dem Duankriterium [99] und einer logarithmischen Negativität [4, 5] von  $-\log_2(f(\gamma))/2 = 3.3$ . Diese starke Verschränkung wurde durch Quetschlichtquellen ermöglicht, die mit einer Rauschun-



**Abbildung 8.1:** Die Graphik zeigt die stetige experimentelle Verbesserung von unconditionierter EPR-Verschränkung ( $\mathcal{E}^2 < 1$ , graue Fläche) in verschiedenen physikalischen Systemen mit kontinuierlichen Variablen [50]. Der EPR-Wert wurde bezüglich Formel 4.6 ermittelt. In allen Experimenten wurde gaußsche Verschränkung, sogenannte zwei-Moden-Quetschung, betrachtet. Den ersten experimentellen Nachweis erbrachte 1992 Ou *et al.* [15] mit  $\mathcal{E}^2 = 0,70$  mittels Typ II parametrischer Abwärtskonversion. 2003 erreichte Bowen *et al.* [16]  $\mathcal{E}^2 = 0,56$  mit zwei gequetschten Moden, die individuell mittels Typ I parametrischer Abwärtskonversion erzeugt wurden. 2004 verbesserte J. Laurat *et al.* [43] den Wert auf  $\mathcal{E}^2 = 0,42$ . Vor kurzem erreichte B. Hage *et al.* [129] einen Wert von  $\mathcal{E}^2 = 0,36$  mittels Interferenz zwischen zwei gequetschten Moden, ähnlich zu [16]. Mit einer einzelnen Mode, die mit einer Vakuummode an einem balancierten Strahlteiler verschränkt wurde, liegt die stärkste beobachtete EPR-Verschränkung bei  $\mathcal{E}^2 = 0,31$  und wurde von T. Eberle *et al.* [130] erzielt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Stärke der EPR-Verschränkung um nahezu eine Größenordnung auf  $\mathcal{E}^2 = 0,04$  verbessert.

---

terdrückung von bis zu 12.7 dB [57] alle vorherigen, veröffentlichten Werte übertreffen. Durch den platzsparenden Aufbau der Verschränkungsquelle, ausreichend Leistung dank einer Frequenzverdopplungseinheit hoher Konversionseffizienz ( $\approx 81\%$ ) und durch die hohe Qualität von der räumlichen Mode des Zustands konnte die Verschränkungsquelle dieser Arbeit für quantendichte Messungen verwendet werden [106]. Neben der Anwendung der Verschränkungsquelle in komplexen, optischen Netzwerken, wie beispielsweise in Interferometern, wo eine exzellente Modenanpassung nötig ist um eine hohe Gesamteffizienz zu erreichen, demonstrieren die Verschränkungsmessungen dieser Arbeit das wegweisende Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky, Rosen und Schrödinger in einem nie da gewesenen Ausmaß.



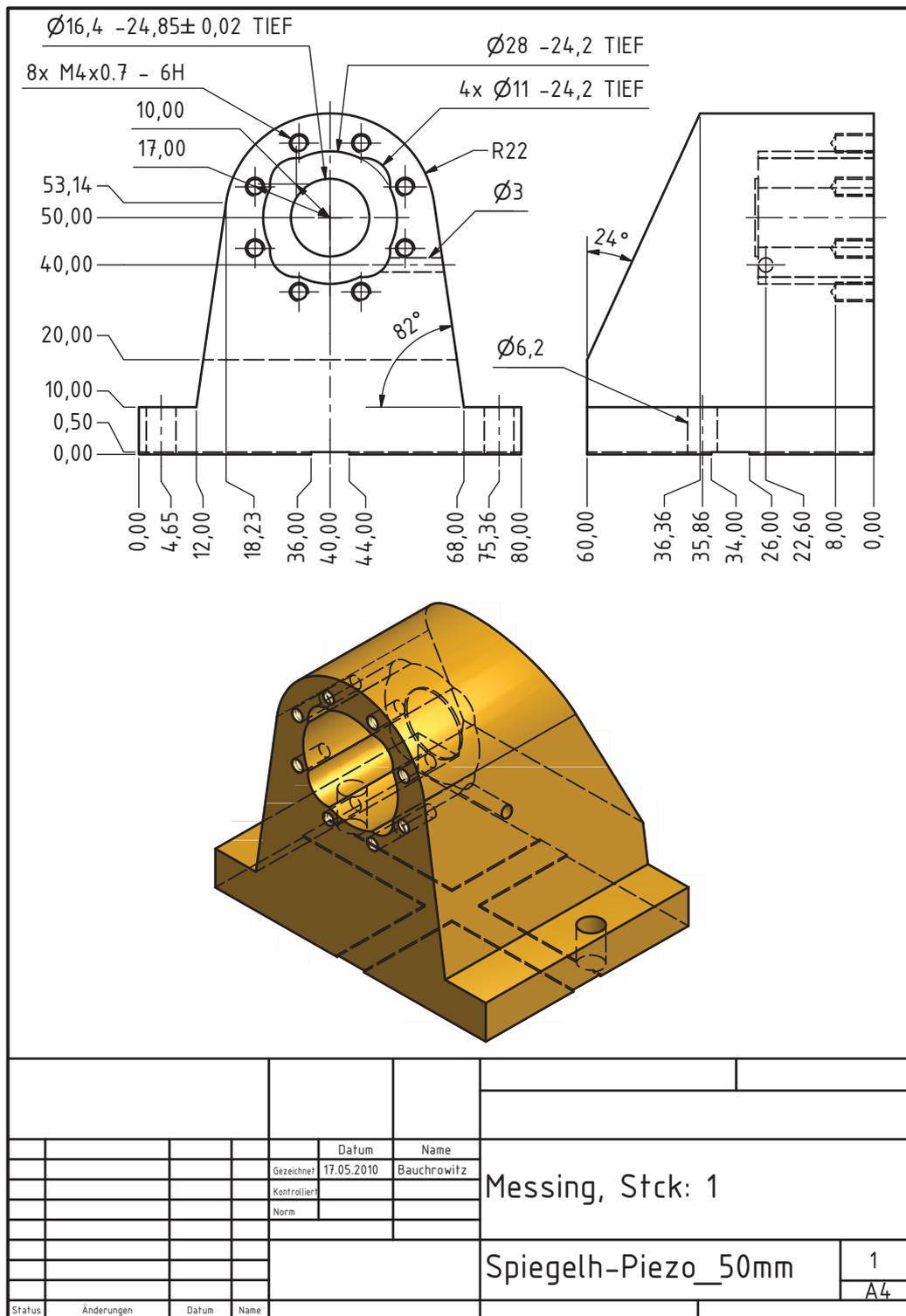
## A Design der Phasenschieber und Resonatoren

### A.1 Design der neu entwickelten Phasenschieber

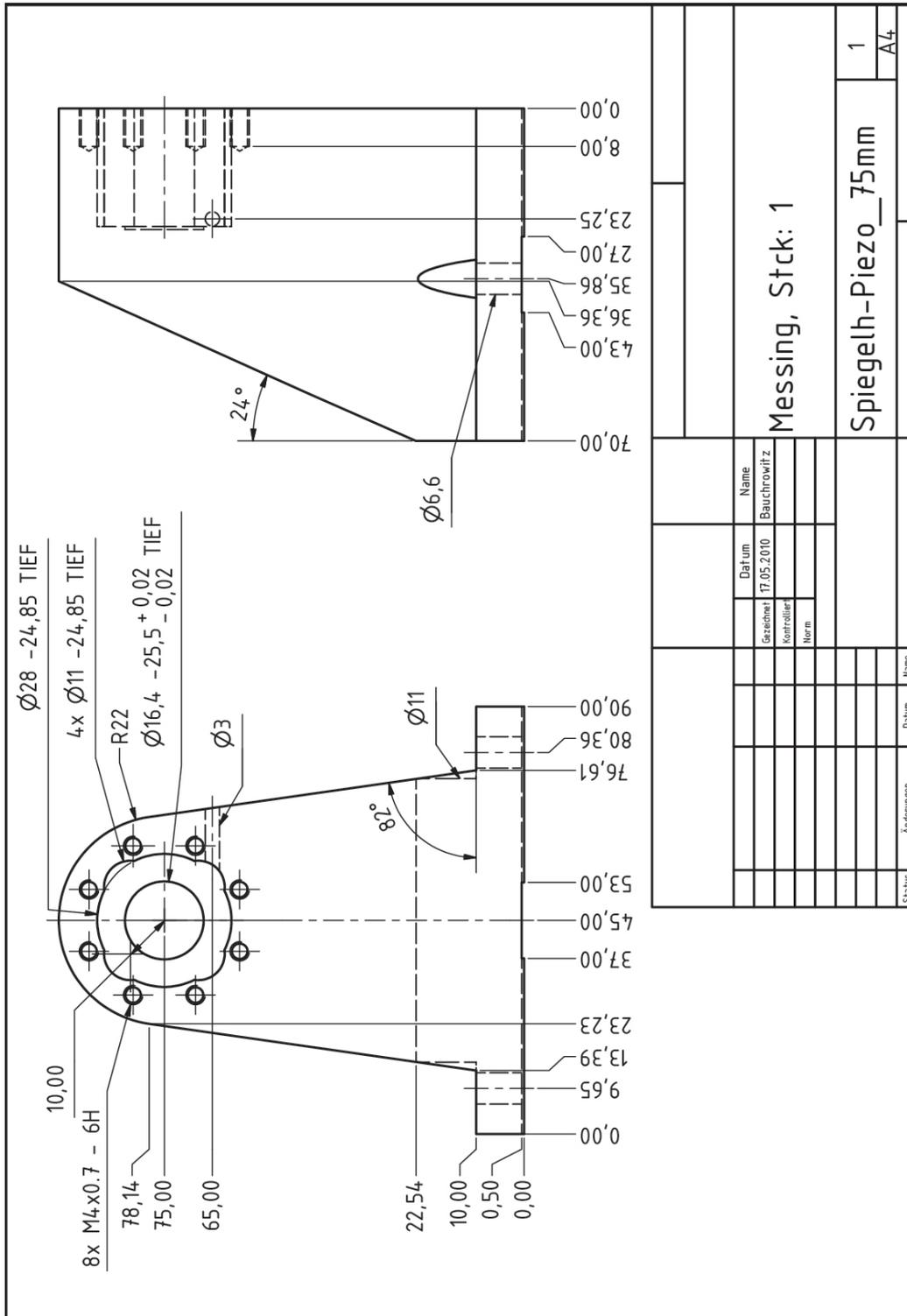
Im Rahmen dieser Arbeit wurde mit Hilfe von Resonanzsimulationen in Autodesk Inventor ein Design für Phasenschieber entwickelt, um stabile Regelungen mit hohen Unity-Gain-Frequenzen zu realisieren. Die technischen Zeichnungen für eine Strahlhöhe von 50 mm sind Abbildung A.1 und für eine Strahlhöhe von 75 mm sind Abbildung A.2 zu entnehmen. In den Zeichnungen ist die Toleranz der inneren Senkung der Phasenschieber auf  $\pm 0,02$  mm festgelegt, um eine definierte Vorspannung des Piezoaktuators zu gewährleisten. Die Tiefe der Senkung errechnet sich aus der Länge des Piezoaktuators, der Dicke des Spiegels und einem von 1 mm auf 0,5 mm gepressten Vitonring. Für die Phasenschieber ist ein Stahlring vorgesehen, dessen technische Zeichnung Abbildung A.3 zu entnehmen ist. Die Vorspannung der Piezoelemente wird durch einen Vitonring mit 25,0 mm äußerem Durchmesser und 19,0 mm innerem Durchmesser erreicht, der durch den Stahlring von 1,0 mm auf 0,5 mm gepresst wird. Der äußere Durchmesser der Piezoelemente sollte nur geringfügig kleiner als der Durchmesser des Spiegels sein, da sich sonst der Spiegel um den Piezo biegt. Sowohl das Befestigen der Phasenschieber mit Schrauben ohne Pratzen als auch das Befestigen mit Messingpratzen erbringt keine Vorteile für die Transferfunktion des Phasenschiebers. Um störende Resonanzen zu vermeiden sollte jedoch drauf geachtet werden, dass die Messingpratzen lotrecht am hinteren Teil des Phasenschiebers angebracht werden.

### A.2 Zusammenfassung der physikalischen Größen der verwendeten Resonatoren

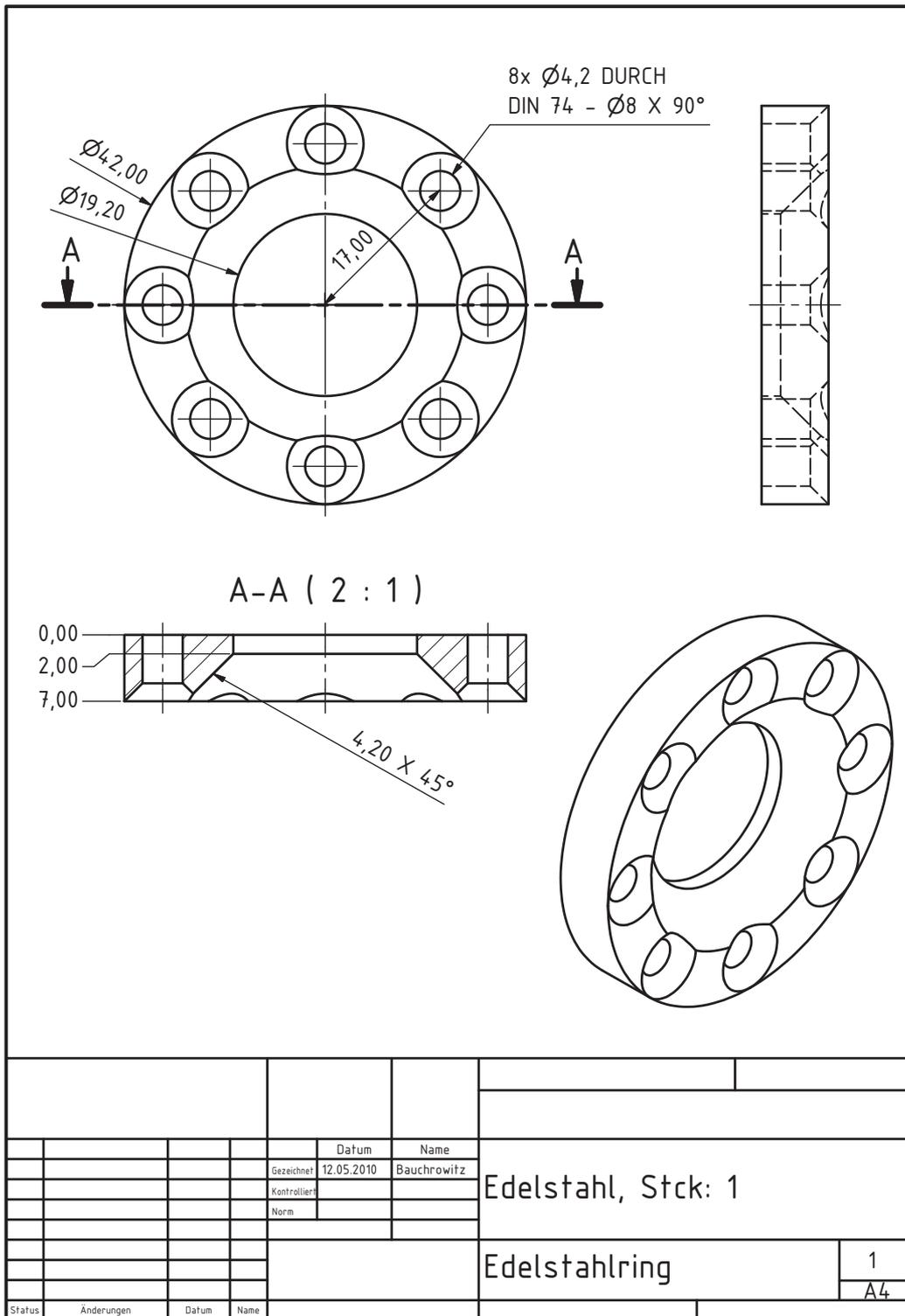
Im Folgenden ist das Design der Resonatoren dieses Experiments und die damit verbundenen Formeln zusammengefasst. Eine detaillierte Beschreibung der Resonatoren ist Kapitel 5 zu entnehmen.



**Abbildung A.1:** Technische Zeichnung eines neu entwickelten Phasenschiebers aus Messing für Scans über 3 Fringes mit einer Wellenlänge von  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ . Design für Spiegelmaße von  $(\text{Ø}25 \times 6,35) \text{ mm}$ , einer Piezolänge von 18 mm und einem Vitonring ( $\text{Ø}_{\text{außen}} = 25,0 \text{ mm}$ ,  $\text{Ø}_{\text{innen}} = 19,0 \text{ mm}$ ), der von 1 mm auf 0,5 mm gepresst wird. Simuliert liegt seine niedrigste Resonanzfrequenz bei 6,5 kHz, und es wurde eine stabile Regelung bis 4 kHz realisiert.



**Abbildung A.2:** Technische Zeichnung eines neu entwickelten, optimierten Phasenschiebers aus Messing für eine Strahlhöhe von 75 mm (vgl. Abbildung A.1). Aus den Simulationen geht für ihn eine niedrigste Resonanzfrequenz von 4,5 kHz hervor.



**Abbildung A.3:** Neu entwickelter Edelstahlring für Phasenschieber, um den Phasenschieberspiegel an das Piezoelement zu pressen. Durch die tiefe Phase beträgt die Apertur für Lichtfelder unter einem Einfallswinkel von 45° 10.75 mm.

	Spiegel	$r_{1064/532}^2$ [%]	$\mathcal{F}_{1064/532}$	FSR ( $L$ [mm])	FWHM <sub>1064/532</sub> [MHz]	$\omega_{0,1064/532}$ [ $\mu\text{m}$ ]
<b>MSqz (PPKTP)</b> (s-pol)	Pumpe Kontrolle	89,5 $\pm$ 0,5 / 20 99,98 / 99,98	60 / 3,7	9,2 GHz ( $L = 8,9$ )	156 / 2300	32,8 / 22,8
<b>HSqz (PPKTP)</b> (s-pol)	Koppel Kristall	89,5 $\pm$ 0,5 / 20 99,98 / 99,98	60 / 3,7	3,7 GHz ( $L = 9,3 + 23,5$ )	61 / 925	32,7 / 22,8
<b>SHG (LiNbO<sub>3</sub>)</b> (s-pol 1064, p-pol 532)	Koppel Kristall	90 / 1 99,98 / 99,98	60 / 1	3,9 GHz ( $L = 6,5 + 23,5$ )	66 / 3500	24,0 / 17,0
<b>MC 1064</b> (s-pol; p-pol)	Koppel Endspiegel	99,96; 99,0 / - 99,999 / -	7755; 312 / -	713,8 MHz ( $L \approx 420$ )	0,092; 2,28 / -	371,4 / -
<b>MC 532</b> (s-pol; p-pol)	Koppel Endspiegel	- / -; 99,45 - / 99,999	- / -; 569	713,8 MHz ( $L \approx 420$ )	- / -; 1,25	- / 262,6

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} &\approx \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \\
\mathcal{F} &= \frac{\text{FSR}}{\text{FWHM}} \\
\text{FSR} &= \frac{c_0}{n_1 L_1 + n_2 L_2 + \dots}
\end{aligned} \tag{A.1}$$

mit

$$\begin{aligned}
n_{\text{KTP},1064/532} &= 1,83/1,889 \\
n_{\text{LiNbO}_3,1064} &= 2,23
\end{aligned} \tag{A.2}$$



## B Software

### B.1 Generieren und Quetschen von Rauschfeldern mit Zufallswerten

Das in Anhang B.1.1 aufgeführte Skript ist eine Weiterentwicklung (Skript aufgeräumt, Fehlermeldungen behoben, ausführliche Kommentare eingefügt, for-Schleifen eingefügt um Animationen zu ermöglichen,...) aus [131]. Es errechnet Rauschfelder und gibt sie in den Textdateien „fttrace.dat“ und „werte.dat“ aus. Für eine graphische Ausgabe (siehe Beispielsweise Abbildung 2.1) dieser Textdateien ist in Anhang B.1.2 ein Gnuplot-Skript entwickelt worden.

#### B.1.1 C++ Skript zum Ausgeben von Rauschspuren als Textdateien

```
// (mehrfach ausführen => wird an Dateien angehängt)
// Diese Dateien werden beim Ausführen erzeugt:
//      * fttrace.dat (Spalte 1: Zeigt die Schritte (FTSTEPS)
//                  Spalte 2: Fortlaufende Datenpunkte jedes Schritts
//                  Spalte 3:
//      * werte.dat   (entspricht den Squeezing-traces)

# include <iostream>    // vom mir eingefügt, um Fehlermeldungen zu beheben
# include <string>     // vom mir eingefügt, um Fehlermeldungen zu beheben
# include <fstream>    // vom mir eingefügt, um Fehlermeldungen zu beheben
# include <cmath>      // vom mir eingefügt, um Fehlermeldungen zu beheben
# include <math.h>
using namespace std;   // vom mir eingefügt, um Fehlermeldungen zu beheben

#define PI 3.1415

#define ANZAHL 100     // "ANZAHL"-1: Punkte je Schritt (x-Achse), z.B. 100 s
#define FTSTEPS 100   // "FTSTEPS"-1: Unterteilungen y-Achse, z.B. 250
//                  <= Anzahl (sonst Fehlermeldung)
#define SCHRITTE 200  // Super: 200 Schritte (je 100 Punkte)
//                  <200 => sinus wird eckig
#define GAUSSNORM 25  // Höhe von Gausskurve (1= Normierter Gauss)

// Achtung: wenn ANZAHL*SCHRITTE zu groß => große Datei => PCL6 druckt nicht.
//          = 500*200: Problem bei Paper arxiv
//          = 100*200: seit 14.6.2012
```

```

double sqzfactor = 2;          // Squeezing-Faktor frei wählbar (Vac=1, Sqz=z.B. 3)
double zeit = 2*PI;          // Länge des E-Feldes, z.B.: 2*PI
double stepsize = zeit/(SCHRITTE);
                        // -1 damit in Phasen-Sqz keine falschen Werte bei 0 sind.
                        // kleiner (z.B. 2*PI/200) => genauer
                        // größer (z.B. 2*PI/20) => Stufenförmiger Sinus,
                        //                               Sinus hat 20 Teile
double amplitudeDerKohaerentenAnregung=0/sqzfactor; // Anregung frei wählbar (z.B. 20)
double ywertextrem=0;          // Für Skalierung
double phasenstart=0; // 0: Rauschen minimal bei 0
                        // PI/4: Rauschen mittel bei 0, wird größer
                        // PI/2: Rauschen maximal bei 0

double xwertzufall[ANZAHL*SCHRITTE], ywertzufall[ANZAHL*SCHRITTE];
double xwert[ANZAHL*SCHRITTE], ywert[ANZAHL*SCHRITTE], ywert_mittel[ANZAHL*SCHRITTE];
double xwertrot[ANZAHL*SCHRITTE], ywertrot[ANZAHL*SCHRITTE];
double phasenwerte[ANZAHL*SCHRITTE];
double phase, angle, drehmatrix[2][2];
double ymin,ymax,ftaufloesung;
double fttrace[FTSTEPS], vac[FTSTEPS], ftworkvalue;
float ywert_mittel_float, sigma;
int ftbin, k, l, w;

// Prototypen
void makenoise(void);
double gaussran(void);
void output(void);
void rotate(double);
void reduce(void);
void makeFieldTrace(void);
int main()
{
    std::remove("fttrace.dat"); // Loeschung von "fttrace.dat" falls vorhanden
    std::remove("werte.dat"); // Loeschung von "werte.dat" falls vorhanden

    makenoise(); // erzeugt rand. sqz.Quad.: => xwert,ywert

    for(l=0;l<SCHRITTE;l++)

//    for(phase=phasenstart;phase<zeit+phasenstart;phase=phase+stepsize)
//        // z.B. "...phase=PI;phase<4*Pi;..." => Länge der Spur = 3*PI
//        // phasenstart = 0 => Rauschen minimal bei 0
//        //             = PI/2 => Rauschen maximal bei 0
//        //             = PI/4 => Rauschen mittel, wird groesser
    {

//        cout << std::endl << "l: " << l; // Kontrollanzeige
        phase=phasenstart+l*stepsize;

```

```

    for(int i=1;i<FTSTEPS;i++)
    {
        phasenwerte[i+1*FTSTEPS]=phase;
    }
//    cout << std::endl << "phasenwerte:  " << phasenwerte; // Kontrollanzeige

    rotate(-1 * phase); // rotiert sqz.Quad.:      => xwert,ywert
    reduce();           // Sinus+ sqz.Quad.:      => xwert,ywert

    makeFieldTrace(); // schreibt "fttrace.dat"

    phase=phase+stepsize;
}

    output();           // schreibt "werte.dat" mit: => xwert,ywert
//    makeFieldTrace(); // schreibt "fttrace.dat"

//    system("pause"); // => Ausgabe verschwindet nicht gleich wieder
    return 0;
}

// #####
// #####    makenoise()    #####
// #####

void makenoise(void)
{
    int i;
    for (i=1;i<ANZAHL*SCHRITTE;i++)
    {
//    xwert[i]=gaussran() * sqzfactor; // Quadratur vom Anti-Sqz
//    ywert[i]=gaussran() / sqzfactor; // Quadratur vom Sqz
        xwertzufall[i]=gaussran() * sqzfactor; // Quadratur vom Anti-Sqz
        ywertzufall[i]=gaussran() / sqzfactor; // Quadratur vom Sqz
//    cout << std::endl << "xwert[i]:  " << xwert[i]; // Kontrollanzeige

        if(abs(ywertextrem)<abs(ywertzufall[i]))
        {
            ywertextrem=abs(ywertzufall[i]);
        }
//    cout << std::endl << "ywertextrem:  " << ywertextrem; // Kontrollanzeige

    }
}
}

```

```
// #####
// ##### gaussran() #####
// #####

double gaussran(void) // return gset: Gaussverteilter Zufallswert ]-inf;+inf[
                    // jedes Mal wenn "gaussran()" aufgerufen wird,
                    // gibt er nur einen Wert zurück.
{
    double v1, v2, rsq, fac, gset;
    int count;
    rsq=0;
    for(count=2;count>1;count++)
    {
        v1 = 2* (double)rand()/RAND_MAX -1; // "rand": Random
                                           // "(double)rand()": Zufahlszahlen > 0
                                           // "RAND_MAX": Groesstmoegliche Zufallszahl
                                           // => v1,v2: Zufallszahlen [-1;1]

        v2 = 2* (double)rand()/RAND_MAX -1;
        rsq = v1*v1 + v2*v2; // "rsq": Zwischen 0 und 2
// cout << std::endl << "rsq: " << rsq; // Kontrollanzeige
        if(rsq<1 && rsq !=0) break; // "&&": beides muss wahr sein
                                   // "!": Logisches nicht
                                   // => Schleife laeuft so lange bis
                                   // 0 < "rsq" < 1
    }
    fac = sqrt(-2 * log(rsq) / rsq); // "log()": natuerlicher Logarithmus
// cout << std::endl << "fac: " << fac; // Kontrollanzeige
    gset = v1 * fac;

    return gset;
}

// #####
// ##### rotate() #####
// #####

void rotate(double angle)
{
    drehmatrix[1][1] = cos(angle);
    drehmatrix[1][2] = -1 * sin(angle);
    drehmatrix[2][1] = sin(angle);
    drehmatrix[2][2] = cos(angle);

    for(k=1;k<ANZAHL+1;k++)
    {
        wertrot[k+1*ANZAHL] = drehmatrix[1][1] * wertzufall[k+1*ANZAHL] +
```

```

        drehmatrix[1][2] * ywertzufall[k+1*ANZAHL];
wertrot[k+1*ANZAHL] = drehmatrix[2][1] * xwertzufall[k+1*ANZAHL] +
        drehmatrix[2][2] * ywertzufall[k+1*ANZAHL];
    }

    for(k=1;k<ANZAHL;k++)
    {
        xwert[k+1*ANZAHL]=xwertrot[k+1*ANZAHL];
        ywert[k+1*ANZAHL]=ywertrot[k+1*ANZAHL];
    }
}

// #####
// ##### reduce() #####
// #####

void reduce(void)
{
    double helper;
    int n;
    for(n=1;n<ANZAHL+1;n++)
    {
        helper = (2 * (double)rand()/RAND_MAX -1) * (stepsize/2);
        xwert[n+1*ANZAHL]=helper + phase; // xwert = Phase + Phasenrauschen
        ywert_mittel[n+1*ANZAHL]= amplitudeDerKohaerentenAnregung * sin(phase-phasenstart);
        ywert_mittel_float=ywert_mittel[n+1*ANZAHL]; // brauche ich nochmal als float
        // "...sin(...)" => Sinus mit Sqz
        // "...cos(...)" => Cosinus mit Sqz
        ywert[n+1*ANZAHL]=ywert[n+1*ANZAHL] + ywert_mittel_float;
        // ywert = ywert + Sinus

//         if(abs(ywertextrem)<abs(ywert[n]))
//         {
//             ywertextrem=abs(ywert[n]);
//         }
//         cout << std::endl << "ywertextrem: " << ywertextrem; // Kontrollanzeige
    }
}

// #####
// ##### output() #####
// #####

// for(int i=0;i<ANZAHL*SCHRITTE;i++)
// {
//     if(ywertextrem < ywert[i]) ywertextrem = ywert[i];

```

```
// }
// cout << std::endl << "ywertextrem: " << ywertextrem; // Kontrollanzeige

void output(void)
{
    int j;
    FILE *fp;
    fp=fopen("werte.dat","a");    // Von Franzen: "a"
                                   // Überschreiben: "w"
                                   // ein Durchgang => Punktzahl = "ANZAHL"
    for(j=1;j<ANZAHL*SCHRITTE;j++)
    {
        fprintf(fp,"%f %f %f\n",xwert[j], ywert[j], ywert_mittel[j]);
    }
    fclose(fp);
}

// #####
// #####  makeFieldTrace() #####
// #####

void makeFieldTrace(void)
{
    ymax = amplitudeDerKohaerentenAnregung + (ywertextrem*sqzfactor)*sqzfactor;
        // Problem: Ist Schätzwert. Einzelne Rauschbeiträge können darüber liegen.
        // Größer => Breitere Gauss
// ymax = 22; // Diese Zeile Einkommentieren, damit Gauss richtige
                // breite haben
                // ywertextrem: Abschätzen mit Kontrollanzeige
    ymin = -1 * ymax;

// ftaufloesung=(ymax - ymin)/FTSTEPS;
    ftaufloesung=(ymax - ymin)/(FTSTEPS-1);
        // -1, weil es immer nur "FTSTEPS"-1 Punkte gibt
// cout << std::endl << "ftaufloesung: " << ftaufloesung; // Kontrollanzeige

    int f;
    for(f=1;f<FTSTEPS;f++)
    {
        fttrace[f]=0; // Vordefinition: Vektor hat "FTSTEPS" Nullen
    }
// cout << std::endl; // Kontroll-Lücke
    for (f=1;f<ANZAHL;f++)
    {
        ftworkvalue = ywert[f+1*ANZAHL]; //
        if(ftworkvalue<ymin || ftworkvalue>ymax){continue;}
            // Die "ywert" sollen "FTSTEPS-1" Ampiltudenabschitten
    }
}
```

```

//      zugeordnet werden. Da die Werte gaussverteilt sind,
//      sind wenige außerhalb => nicht beachten
// "||" => wahr, wenn mind. ein Operand wahr ist.
// wenn wahr, dann "continue" => bricht iteration ab,
//      startet mit nächstem f
// => stoppt for-Schleifen-Durchgang,
//      wenn nicht innerhalb ]ymin-ymax[
ftworkvalue = ftworkvalue - ymin; // Werte liegen in ]ymin-ymax[ => ]0-2*ymax[
ftbin = (int)(ftworkvalue/ftaufloesung +1); // Werte liegen in [1,2,..,FTSTEPS-1]
// (int):      Rundet ab
// (int)(...+1): Rundet im Endeffekt auf
fttrace[ftbin]=fttrace[ftbin]+1;
// y-Achse: von "ftbin"=1 bis ftbin="FTSTEPS-1"
// fttrace z.B.: 0,0,4 => 0 im niedrigsten und mittleren ftbin,
//      von 5 "ywert" liegen 4 im hoechsten ftbin,
//      ein Wert ausserhalb der ftbins (nicht erfasst)
}

for (f=1;f<FTSTEPS;f++)
{
// ywert_mittel=0;
sigma=1/ftaufloesung; // Schritte pro Amplitude
// vac[f]=(ANZAHL-1)*(1/(sigma*sqrt(2*PI)))
//      *exp(-0.5*pow((f-((FTSTEPS-1)/2+0.5)-ywert_mittel*sigma)/sigma,2));
//      => Nicht auf 1 Normierter Gauss
vac[f]=GAUSSNORM*(1/(sigma*sqrt(2*PI)))
//      *exp(-0.5*pow((f-((FTSTEPS-1)/2+0.5)-ywert_mittel_float*sigma)/sigma,2));
//      Mitte von FTSTEPS= FTSTEPS-1/2+0.5
}

//File schreiben
int hh;
FILE *fp;
fp=fopen("fttrace.dat","a"); // append data at end of the file:  "a"
//      Überschreiben:      "w"
//      ein Durchgang => Punktzahl = "FTSTEPS"

for(hh=1;hh<FTSTEPS;hh++)
{
fprintf(fp,"%f %f %f %f\n",phase,(ymin + hh * ftaufloesung),
//      GAUSSNORM*fttrace[hh]/(ANZAHL-1), vac[hh]);
//      // phase, Ampl von min zu max      ,
}

//      for(hh=1;hh<FTSTEPS*SCHRITTE;hh++) //Außerhalb von phasen-Schleife speichern
//      {
//      fprintf(fp,"%f %f %f\n",phasenwerte[hh],(ymin + hh * ftaufloesung),
//      //      vac[hh]);
//      }

```

```
fclose(fp);  
}
```

## B.1.2 Gnuplot-Skript zur graphischen Ausgabe der in Anhang B.1.1 erzeugten Textdateien

```
reset  
unset multiplot  
  
##### Auskommentieren für Bildschirmausgabe #####  
set terminal postscript eps color solid  
set output "Franzen.eps"  
  
set multiplot  
  
#set xtics 0.5  
#set ytics 0.5  
#set ytics ("1/2" 0.5, "1" 1, "2" 1.5)  
  
##### fttrace.dat (Hilfsdatei) #####  
set size 1,0.7  
#set xrange [460:470]  
#set yrange [0:4]  
  
set origin 0,2.4  
plot "fttrace.dat" u 1 lw 8 title "fttrace.dat u 1 (phase)"  
  
set origin 0,1.7  
plot "fttrace.dat" u 2 lw 8 title "fttrace.dat u 2 (Ampl von min zu max)"  
  
set origin 0,1  
plot "fttrace.dat" u 3 w l lw 8 lc rgb "red" title "fttrace.dat u 3 (fttrace[hh]),\  
"fttrace.dat" u 4 w l lw 8 lc rgb "green" title "fttrace.dat u 4 (vac[hh])"  
  
##### werte.dat (Sqz-Trace) #####  
set size 1,1  
set autoscale  
#set xrange [0:20]  
#set yrange [0:4]  
  
#set title "Franzen-sqz"  
#set xlabel "time"  
#set ylabel "Ampl"  
set noborder  
set noxtics  
set noytics  
unset key
```

```
set yrange [-15:15]

set origin 0,0
plot "werte.dat" u 1:2 w dots lw 8 lc rgb "blue" ,\
     "werte.dat" u 1:3 w lines lw 2 lc rgb "black"

# title "fe"

unset multiplot
```



## C Computergesteuerte Verschränkungsmessungen

Im Gegensatz zu Messungen, die mit Hilfe von Spektrumanalysatoren aufgenommen werden, sind Quetschlicht- und Verschränkungsmessungen, die computergestützt aufgenommen werden, erheblich aufwändiger. Es koppeln bei computergestützten Messungen diverse Rauschquellen und Alias-Frequenzen [132] ein. Das in dieser Arbeit verwendete Schema wurde in Abbildung C.1 dargestellt, in Abbildung C.2 spektral analysiert und unter Verwendung von Python-Scripten ausgewertet. Für eine Pumpleistung von 60 mW wurde eine Rauschunterdrückung von -8,5 dB zu 14,6 dB gemessen. Für die Verschränkung dieses Zustands mit einem Vakuumzustand wurde die Kovarianzmatrix

$$\gamma_{\text{DAC}} = \begin{pmatrix} 0,59 & (0) & 0,43 & 0,13 \\ (0) & 14,34 & 0,29 & -13,71 \\ 0,43 & 0,29 & 0,55 & (0) \\ 0,13 & -13,71 & (0) & 15,65 \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

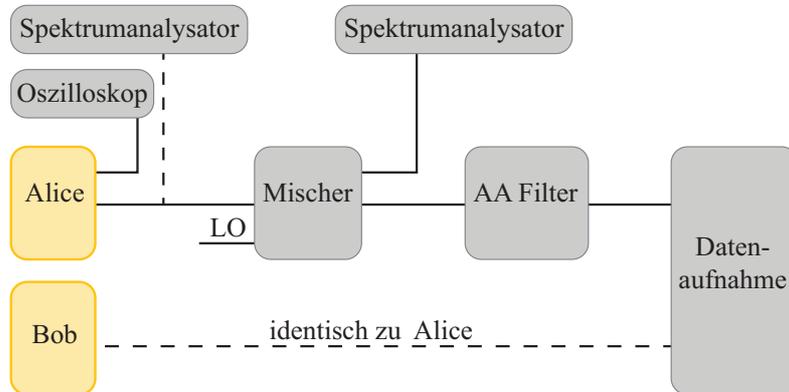
ermittelt. Die Standardabweichung jedes einzelnen Eintrags betrug 0,01. Es ergab sich durch Basistransformation eine Simon Normalform [3] von

$$\text{SNF}_{\text{DAC}} = \begin{pmatrix} 2,90 & -2,90 \cdot 10^{-19} & 2,69 & 2,02 \cdot 10^{-17} \\ -6,16 \cdot 10^{-18} & 2,90 & -2,58 \cdot 10^{-17} & -2,18 \\ 2,69 & -4,94 \cdot 10^{-17} & 2,93 & 7,56 \cdot 10^{-17} \\ 7,18 \cdot 10^{-18} & -2,18 & 4,30 \cdot 10^{-17} & 2,93 \end{pmatrix}. \quad (\text{C.2})$$

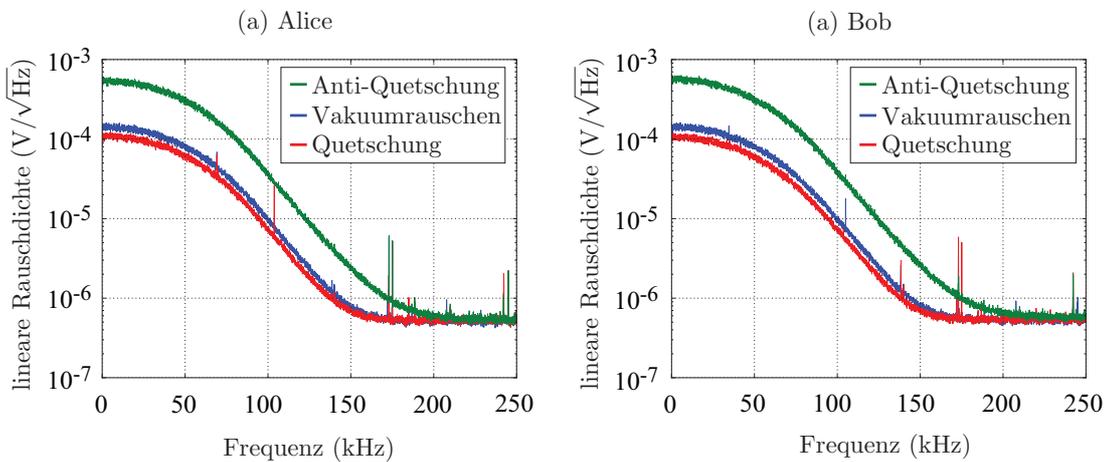
Daraus errechneten sich eine Duan-Verschränkung, eine starke EPR-Verschränkung und eine Separabilität nach Peres-Horodecki [3] von

$$\begin{aligned} \text{Duan} &= 2,85 \pm 0,01 \\ \mathcal{E}_{\text{A|B}}^2 &= 0,540 \pm 0,006 \\ \mathcal{E}_{\text{B|A}}^2 &= 0,554 \pm 0,006 \\ \text{PHS} &= -0,555 \pm 0,002 \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

wobei der V-Klasse-verschränkte Zustand eine Reinheit von  $\mu = 0,464 \pm 0,003$  besaß. Vergleichsmessungen an Spektrumanalysatoren (vgl. Abbildung C.1) zeigen, dass die Verschränkung durch einkoppelnde Rauschquellen der computergestützten Datenaufnahme limitiert sind. Die (zeitaufwändige) Beseitigung dieser Rauschquellen wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt, würde jedoch zu deutlich stärkeren Verschränkungsmessungen führen, vgl. Kapitel 7.



**Abbildung C.1:** Setup um die Daten der homodynen Detektoren Alice und Bob mit Hilfe der Datenaufnahmekarte PCI-6251 von *National Instruments* auszuwerten. Die verwendete Datenaufnahmekarte konnte die Daten mit einer maximale Abtastrate von  $f_s = 500$  kHz aufnehmen. Somit mussten die Daten der bei einer Seitenbandfrequenz von 5 MHz gequetschten Zustände mit einem elektrischen lokalen Oszillator (LO) auf 0 Hz heruntergemischt werden. Durch das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem [132]  $f_s > 2f_{\max}$  bedingte Alias-Frequenzen wurden mit einem sechspoligen Tiefpass (AA Filter) bei 35 kHz entfernt. Der Dunkelrauschabstand zum Vakuumrauschen betrug 19,3 dB bei einer Lokaloszillatorleistung von 10 mW. Die Spektrumanalysatoren dienten dem Aufspüren von Rauschquellen.



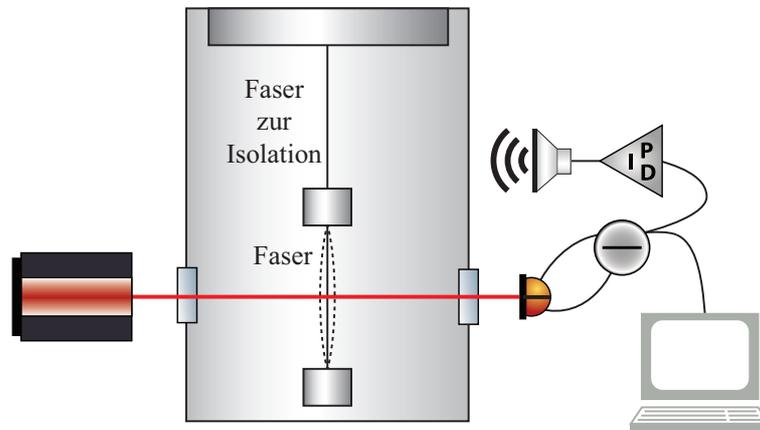
**Abbildung C.2:** Untersuchung des spektralen Verhaltens von Quetschlichtmessungen der computergestützten Datenaufnahme von den homodynen Detektoren (a) Alice und (b) Bob. Durch die nötige Elektronik (vgl. Abbildung C.1) koppeln diverse, limitierende Rauschquellen in die Messungen. Eine Beseitigung der lokalen Maxima würde deutlich stärkere Verschränkungsmessungen ermöglichen.

## D Gütemessungen einer Glasfaseraufhängung

Losgelöst vom eigentlichen Thema dieser Arbeit wurden die Resonanzen einer Glasfaseraufhängung druckabhängig untersucht, woraus sich bemerkenswerte Ergebnisse erzielen ließen. Dazu wurde ein bestehender Versuchsaufbau [133] maßgeblich weiterentwickelt, siehe Abbildung D.1 und D.2. Der übernommene Versuchsaufbau bestand aus einer Doppelpendelaufhängung. Nahe an der unteren Faser war ein elektrostatischer Aktuator angebracht, welcher schwach an die Faser koppelte. Mit Hilfe eines Funktionsgenerators und viel Geduld gelang kurzzeitig eine schwache Anregung einer Violinmode. Die untere Faser wurde durch einen Laser ausgelesen und an einem Spektrumanalysator ausgewertet. Im Folgenden ist die im Rahmen dieser Arbeit erfolgte Weiterentwicklung des Experiments aufgeführt. Durch eine neu entwickelte Anregungsmethode, die akustisch in die Vakuumaufhängung einkoppelt, können die Moden der Faser erstmalig effektiv angeregt werden. Eine Regelschleife und diverse, speziell entwickelte, elektronische Filter erlaubten der akustischen Anregung, einzelne Moden gezielt und extrem stark anzuregen. Zur Drucksteuerung wurden analoge Druckventile installiert. Die Datenaufnahme wurde computergesteuert, indem Positionsmessungen der Faseraufhängung mit Hilfe einer Datenaufnahmekarte erfasst wurden. Die Ergebnisauswertung wurde mit selbst entwickelten Skripten durchgeführt.

Zu den Gütemessungen des Faseraufhängungssystems wurden beliebige Moden beliebig stark angeregt. Nachdem die Anregung ausgeschaltet wurde, begann der Messvorgang. Abbildung D.3 zeigt eine beispielhafte Messung der ersten Violinmode bei einem Druck von  $p = 3 \cdot 10^{-6}$  hPa mit einer Abtastrate von  $f_s = 1$  kHz und einer Frequenzauflösung von  $f_{\text{res}} = 0,5$  mHz sowie der Mode bei 475,1 Hz bei einem Druck von  $p = 1,2 \cdot 10^{-6}$  hPa mit einer Abtastrate von  $f_s = 1,5$  kHz und einer Frequenzauflösung von  $f_{\text{res}} = 2$  mHz. Durch frequenzabhängige, akustische Rückkopplungen konnten Resonanzen gefunden werden, die sich auf die Wechselwirkungen zwischen den Violinmoden der Faser zur Isolation und der unteren, durch den Laserstrahl erfassten Faser zurückführen lassen, siehe Tabelle D.1 (vgl. Abbildung D.1). Die gefundenen Violinmoden (grau hinterlegt) bestätigen die berechneten Frequenzen sehr gut. Ordnet man die berechneten Differenzfrequenzen der ersten 25 Violinmoden der unteren Faser mit den ersten 15 Violinmoden der oberen Faser, so ergibt sich Abbildung D.4. Es wurde eine Mode gefunden (in rot dargestellt), die sich nicht durch die gut bestätigten, berechneten Frequenzen erklären lässt.

Die Druckabhängigkeit der Güte von Faserresonanzen ist generell kaum untersucht. Durch den Umbau des Experiments konnten zur Druckabhängigkeit erstmalig systematische Messungen durchgeführt werden, siehe Abbildung D.5. Die Ergebnisse dieser Messungen wurden mit theoretischen Modellen verglichen, die herangezogenen Modelle konnten die Messergebnisse jedoch nicht exakt beschreiben.



**Abbildung D.1:** Im Rahmen dieser Arbeit grundlegend verbessertes Schema zur Gütemessung einer Glasfaseraufhängung. Ein Laserstrahl trifft auf eine Faser, die in einem Vakuumtank (stufenlos regulierbar bis ca.  $8,4 \cdot 10^{-7}$  hPa) aufgehängt ist. Ihr Schatten wird von einer zweigeteilten Photodiode detektiert. Durch Subtraktion der beiden Photoströme wird die Bewegung der Faser von einer Datenaufnahmekarte erfasst und mit einem Computer analysiert. Die verschiedenen Resonanzen der Faser können extrem stark angeregt werden, indem der Photostrom mit Hilfe variabler Filter phasenrichtig akustisch rückgekoppelt wird.

**Tabelle D.1:** Zuordnung der gefundenen Violinmoden. Die oberen Indizes geben die Violinmode der oberen Faser und die unteren Indizes geben die Violinmode der unteren Faser wieder. Die Frequenzen errechnen sich aus den Differenzfrequenzen der Violinmoden der oberen und der unteren Faser, welche durch nichtlineare Kopplung entstehen. Den Berechnungen wurden die Frequenzen  $V_1 = 221,9$  Hz und  $V^1 = 370,7$  Hz zugrunde gelegt. Die grau hinterlegten Frequenzen konnten durch speziell entworfene, elektronische Filter in der Rückkopplung angeregt werden.

Violinmode [Hz]	$V^0$	$V^1$	$V^2$	$V^3$	$V^4$
$V_0$	-	370,7	741,4	1112,1	1482,8
$V_1$	221,9	148,8	519,5	890,2	1260,9
$V_2$	443,8	73,1	297,6	668,3	1039,0
$V_3$	665,7	295,0	75,7	446,4	817,1
$V_4$	887,6	516,9	146,2	224,5	595,2
$V_5$	1109,5	738,8	368,1	2,6	373,3
$V_6$	1331,4	960,7	590,0	219,3	151,4
$V_7$	1553,3	1182,6	811,9	441,2	70,5

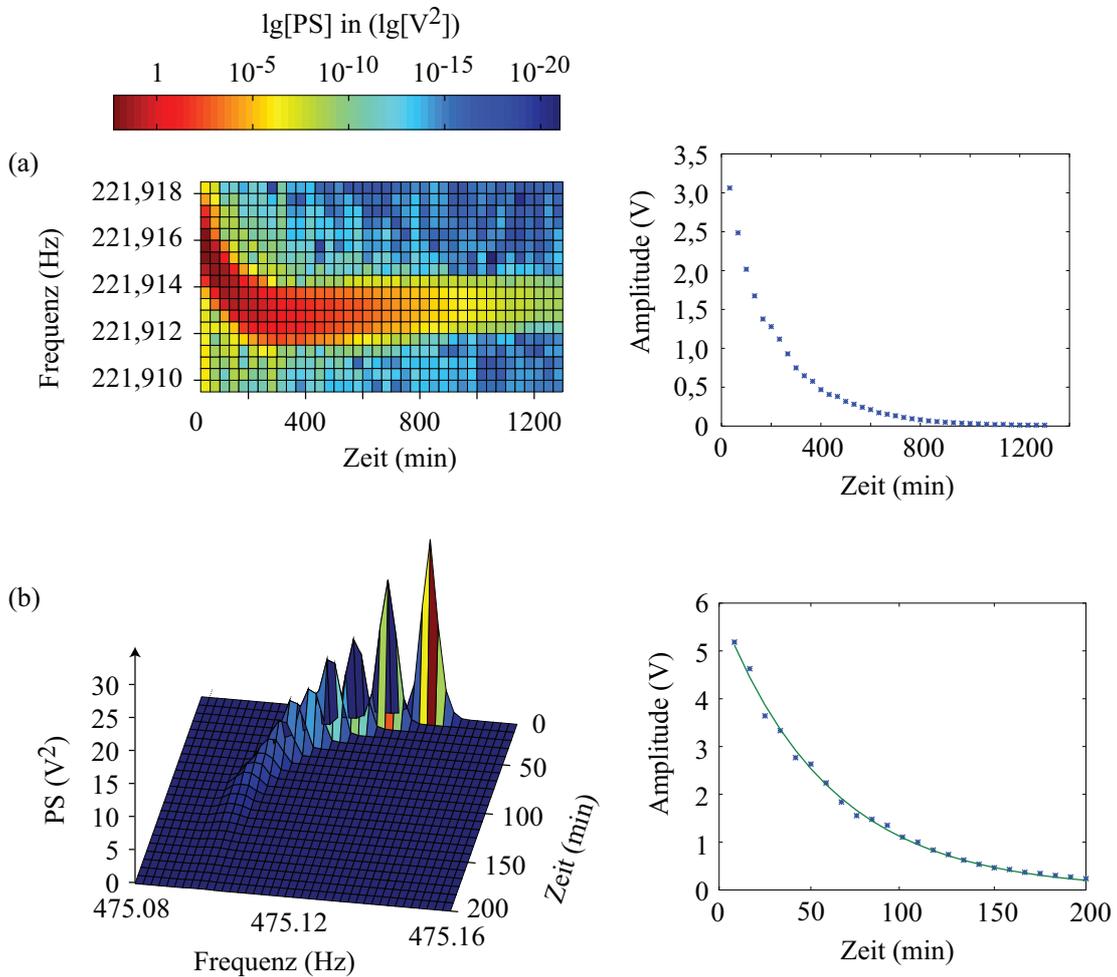


(a)

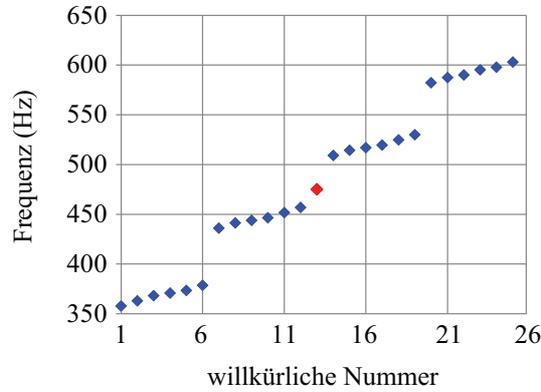


(b)

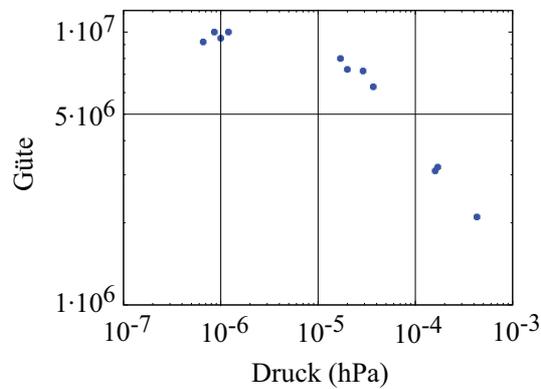
**Abbildung D.2:** Photographien von der Faseraufhängung. (a) Doppelpendelaufhängung bestehend aus zwei Quarzglasfasern und zwei Quarzblöcken. Die obere Faser war etwa  $(240 \pm 5)$  mm lang, und diente der seismischen Isolation, die untere Faser war etwa  $(280 \pm 5)$  mm lang und hatte einem Durchmesser von etwa  $220 \mu\text{m}$ . Die Quarzblöcke hatten an der Oberseite Ausfräsungen, waren etwa 55 mm hoch, hatten einen Durchmesser von 50 mm und ein Einzelgewicht von etwa 220 g. (b) An den oberen Teil des Tanks, mit einem Abstand von etwa 720 mm zur Bodenfläche, wurde eine Metallplatte und eine Quarzglasplatte geklemmt. Die Metallplatte hatte eine Höhe von etwa 20 mm. Die Quarzglasplatte maß etwa  $220 \times 170 \times 30 \text{ mm}^3$ . An diese Platte wurde die obere Quarzglasfaser des Doppelpendels geschweißt.



**Abbildung D.3:** Im Rahmen dieser Arbeit entstandene Gütemessungen einer Glasfaseraufhängung. (a) Im logarithmisch aufgetragenen, zeitabhängigen Leistungsspektrum konnte der nichtlineare Verlauf der ersten Violinmode (221,9 Hz), der im Hochvakuum aufgehängten Glasfaser, auf Stundenskala beobachtet werden. Von dem exponentiellen Abfall kann auf eine Güte von  $Q = 8,4 \cdot 10^6$  geschlossen werden. (b) Gütemessung einer Mode bei 475,1 Hz im Hochvakuum. Durch die Frequenzauflösung von  $f_{\text{res}} = 2$  mHz ergeben sich Zeitsegmente von  $1/f = 500$  s. Jedes Maximum im Plot kann somit als eine Einzelmessung aufgefasst werden. Von dem exponentielle Abfall kann auf eine Güte von  $Q = 5,3 \cdot 10^6$  geschlossen werden. Diese Auswertungen zeigen die Nichtlinearitäten der Moden deutlich, was nur durch eine extrem starke Anregung zu erreichen ist.



**Abbildung D.4:** Zuordnung der Violinmoden im Bereich zwischen 350 Hz und 650 Hz. Die blauen Punkte zeigen die errechneten Moden. Die Rechnung konnte experimentell gut bestätigt werden (vgl. Tabelle D.1). Die in rot dargestellte Frequenz (475,1 Hz) passt nicht in die gut bestätigte Rechnung, lässt sich jedoch stark anregen (vgl. Abbildung D.3b).



**Abbildung D.5:** Gütemessung der ersten Violinmode der unteren Glasfaser in Abhängigkeit vom Luftdruck. Bis zu einem Druck von etwa  $10^{-5}$  hPa ist die Dämpfung der Mode durch das Gas im Tank dominiert, wobei die doppellogarithmische Darstellung ein linearen Zusammenhang vermuten lässt. Ist genug Gas abgepumpt, so ist die Güte durch die Stauchung und Dehnung der Faser in der Nähe der Schweißnähte begrenzt.



## Literaturverzeichnis

- [1] Drever, W. P.; Hall, J. L.; Kowalski, F. V.; Hough, J.; Ford, G. M.; Munley, A. J.; Ward, H.: Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B.* 31 (1983), 97–105
- [2] Black, E. D.: An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics* 69 (2001), Nr. 1, 79–87
- [3] Simon, R.: Peres-Horodecki Separability Criterion for Continuous Variable Systems. *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000), Nr. 12, 2726–2729
- [4] Vidal, G.; Werner, R. F.: Computable measure of entanglement. *Physical Review A* 65 (2002), Nr. 3, 032314
- [5] Eisert, J.; Scheel, S.; Plenio, M. B.: Distilling Gaussian States with Gaussian Operations is Impossible. *Phys. Rev. Lett.* 89 (2002), Nr. 13, 137903
- [6] Yuen, H.; Shapiro, J.: Optical communication with two-photon coherent states – Part I: Quantum-state propagation and quantum-noise reduction. *IEEE Transactions on Information Theory* 24 (1978), Nr. 6, 657–668
- [7] Yamamoto, Y.; Haus, H. A.: Preparation, measurement and information capacity of optical quantum states. *Reviews of Modern Physics* 58 (1986), Nr. 4, 1001–1020
- [8] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C.: Can the channel capacity of a light-wave communication system be increased by the use of photon-number-squeezed light? *Physical Review Letters* 58 (1987), Nr. 25, 2656–2659
- [9] Braunstein, S. L.; Loock, P. van: Quantum information with continuous variables. *Reviews of Modern Physics* 77 (2005), Nr. 2, 513–577
- [10] Smith, G.; Smolin, J. A.; Yard, J.: Quantum communication with Gaussian channels of zero quantum capacity. *Nature Photonics* 5 (2011), Nr. 10, 624–627
- [11] Furusawa, A.; Sørensen, J. L.; Braunstein, S. L.; Fuchs, C. A.; Kimble, H. J.; Polzik, E. S.: Unconditional quantum teleportation. *Science* 282 (1998), Nr. 5389, 706–709
- [12] Bowen, W. P.; Treps, N.; Buchler, B. C.; Schnabel, R.; Ralph, T. C.; Bachor, H.; Symul, T.; Lam, P. K.: Experimental investigation of continuous-variable quantum teleportation. *Physical Review A* 67 (2003), Nr. 3, 032302
- [13] DiGuglielmo, J.; Hage, B.; Franzen, A.; Fiurášek, J.; Schnabel, R.: Experimental characterization of Gaussian quantum-communication channels. *Phys. Rev. A* 76 (2007), 012323

- [14] Einstein, A.; Podolsky, B.; Rosen, N.: Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Physical Review* 47 (1935), Nr. 10, 777–780
- [15] Ou, Z. Y.; Pereira, S. F.; Kimble, H. J.; Peng, K. C.: Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox for Continuous Variables. *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992), Nr. 25, 3663–3666. – WOS:A1992HZ98000002
- [16] Bowen, W. P.; Schnabel, R.; Lam, P. K.; Ralph, T. C.: Experimental Investigation of Criteria for Continuous Variable Entanglement. *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003), Nr. 4, 043601
- [17] Steinlechner, S.; Bauchrowitz, J.; Eberle, T.; Schnabel, R.: Strong Einstein-Podolsky-Rosen steering with unconditional entangled states. *Phys. Rev. A* 87 (2013), 022104
- [18] Schnabel, R.; Mavalvala, N.; McClelland, D. E.; Lam, P. K.: Quantum metrology for gravitational wave astronomy. *Nature Communications* 1 (2010), Nr. 121, 1–10
- [19] LIGO Scientific Collaboration: A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit. *Nature Physics* 7 (2011), Nr. 12, 962–965
- [20] Slusher, R. E.; Hollberg, L. W.; Yurke, B.; Mertz, J. C.; Valley, J. F.: Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity. *Physical Review Letters* 55 (1985), Nr. 22, 2409–2412
- [21] Pereira, S. F.; Xiao, M.; Kimble, H. J.; Hall, J. L.: Generation of squeezed light by intracavity frequency doubling. *Physical Review A* 38 (1988), Nr. 9, 4931–4934
- [22] Tsuchida, H.: Generation of amplitude-squeezed light at 431 nm from a singly resonant frequency doubler. *Optics Letters* 20 (1995), Nr. 21, 2240–2242
- [23] Bergman, K.; Haus, H. A.: Squeezing in fibers with optical pulses. *Opt. Lett.* 16 (1991), Nr. 9, 663–665
- [24] Zhang, K. S.; Coudreau, T.; Martinelli, M.; Maître, A.; Fabre, C.: Generation of bright squeezed light at  $1.06\ \mu\text{m}$  using cascaded nonlinearities in a triply resonant cw periodically-poled lithium niobate optical parametric oscillator. *Physical Review A* 64 (2001), Nr. 3, 033815
- [25] Dong, R.; Heersink, J.; Corney, J. F.; Drummond, P. D.; Andersen, U. L.; Leuchs, G.: Experimental evidence for Raman-induced limits to efficient squeezing in optical fibers. *Opt. Lett.* 33 (2008), Nr. 2, 116–118
- [26] Bauchrowitz, J.; Westphal, T.; Schnabel, R.: A graphical description of optical parametric generation of squeezed states of light. *arXiv:1206.2527* (2012)
- [27] Bauchrowitz, J.: Entangled light enhanced interferometer. PhD report at the Albert-Einstein-Institut Hannover, May 2011. – Forschungsbericht
- [28] Aspect, A.; Grangier, P.; Roger, G.: Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *Gedankenexperiment*: A New Violation of Bell’s Inequalities. *Phys. Rev. Lett.* 49 (1982), Nr. 2, 91–94

- 
- [29] Hagle, E.; Maître, X.; Nogues, G.; Wunderlich, C.; Brune, M.; Raimond, J. M.; Haroche, S.: Generation of Einstein-Podolsky-Rosen Pairs of Atoms. *Physical Review Letters* 79 (1997), 1–5
- [30] Rowe, M. A.; Kielpinski, D.; Meyer, V.; Sackett, C. A.; Itano, W. M.; Monroe, C.; Wineland, D. J.: Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection. *Nature* 409 (2001), Nr. 6822, 791–794
- [31] Blinov, B. B.; Moehring, D. L.; Duan, L.-M.; Monroe, C.: Observation of entanglement between a single trapped atom and a single photon. *Nature* 428 (2004), Nr. 6979, 153–157
- [32] Horodecki, R.; Horodecki, P.; Horodecki, M.; Horodecki, K.: Quantum entanglement. *Reviews of Modern Physics* 81 (2009), Nr. 2, 865–942
- [33] Wiseman, H. M.; Jones, S. J.; Doherty, A. C.: Steering, Entanglement, Nonlocality, and the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox. *Phys. Rev. Lett.* 98 (2007), 140402
- [34] Cavalcanti, E. G.; Jones, S. J.; Wiseman, H. M.; Reid, M. D.: Experimental criteria for steering and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physical Review A* 80 (2009), Nr. 3, 032112
- [35] Saunders, D. J.; Jones, S. J.; Wiseman, H. M.; Pryde, G. J.: Experimental EPR-steering using Bell-local states. *Nature Physics* 6 (2010), Nr. 11, 845–849
- [36] Schrödinger, E.: Discussion of Probability Relations between Separated Systems. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 31 (1935), 555–563
- [37] Schrödinger, E.: Probability relations between separated systems. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 32 (1936), 446–452
- [38] Reid, M. D.: Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using non-degenerate parametric amplification. *Phys. Rev. A* 40 (1989), Nr. 2, 913
- [39] Cavalcanti, E. G.; Reid, M. D.: Uncertainty relations for the realization of macroscopic quantum superpositions and EPR paradoxes. *Journal of Modern Optics* 54 (2007), Nr. 16-17, 2373–2380
- [40] Cavalcanti, E. G.; Drummond, P. D.; Bachor, H. A.; Reid, M. D.: Spin entanglement, decoherence and Bohm's EPR paradox. *Opt. Express* 17 (2009), Nr. 21, 18693–18702
- [41] Zhang, Y.; Wang, H.; Li, X.; Jing, J.; Xie, C.; Peng, K.: Experimental generation of bright two-mode quadrature squeezed light from a narrow-band nondegenerate optical parametric amplifier. *Phys. Rev. A* 62 (2000), 023813
- [42] Schori, C.; Sørensen, J. L.; Polzik, E. S.: Narrow-band frequency tunable light source of continuous quadrature entanglement. *Phys. Rev. A* 66 (2002), 033802
- [43] Laurat, J.; Coudreau, T.; Keller, G.; Treps, N.; Fabre, C.: Compact source of Einstein-Podolsky-Rosen entanglement and squeezing at very low noise frequencies. *Phys. Rev. A* 70 (2004), Nr. 4, 042315

- [44] Yonezawa, H.; Braunstein, S. L.; Furusawa, A.: Experimental Demonstration of Quantum Teleportation of Broadband Squeezing. *Phys. Rev. Lett.* 99 (2007), 110503
- [45] Keller, G.; D'Auria, V.; Treps, N.; Coudreau, T.; Laurat, J.; Fabre, C.: Experimental demonstration of frequency-degenerate bright EPR beams with a self-phase-locked OPO. *Opt. Express* 16 (2008), Nr. 13, 9351–9356
- [46] D'Auria, V.; Fornaro, S.; Porzio, A.; Solimeno, S.; Olivares, S.; Paris, M. G. A.: Full Characterization of Gaussian Bipartite Entangled States by a Single Homodyne Detector. *Phys. Rev. Lett.* 102 (2009), 020502
- [47] Wang, Y.; Shen, H.; Jin, X.; Su, X.; Xie, C.; Peng, K.: Experimental generation of 6 dB continuous variable entanglement from a nondegenerate optical parametric amplifier. *Opt. Express* 18 (2010), Nr. 6, 6149–6155
- [48] Eberle, T.; Händchen, V.; Duhme, J.; Franz, T.; Werner, R. F.; Schnabel, R.: Strong Einstein-Podolsky-Rosen entanglement from a single squeezed light source. *Phys. Rev. A* 83 (2011), 052329
- [49] Howell, J. C.; Bennink, R. S.; Bentley, S. J.; Boyd, R. W.: Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox Using Momentum- and Position-Entangled Photons from Spontaneous Parametric Down Conversion. *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004), 210403
- [50] Reid, M. D.; Drummond, P. D.; Bowen, W. P.; Cavalcanti, E. G.; Lam, P. K.; Bachor, H. A.; Andersen, U. L.; Leuchs, G.: *Colloquium* : The Einstein-Podolsky-Rosen paradox: From concepts to applications. *Rev. Mod. Phys.* 81 (2009), 1727–1751
- [51] Bennet, A. J.; Evans, D. A.; Saunders, D. J.; Branciard, C.; Cavalcanti, E. G.; Wiseman, H. M.; Pryde, G. J.: Arbitrarily Loss-Tolerant Einstein-Podolsky-Rosen Steering Allowing a Demonstration over 1 km of Optical Fiber with No Detection Loophole. *Phys. Rev. X* 2 (2012), 031003
- [52] Wittmann, B.; Ramelow, S.; Steinlechner, F.; Langford, N. K.; Brunner, N.; Wiseman, H. M.; Ursin, R.; Zeilinger, A.: Loophole-free Einstein-Podolsky-Rosen experiment via quantum steering. *New Journal of Physics* 14 (2012), Nr. 5, 053030
- [53] Smith, D. H.; Gillett, G.; Almeida, M. P. d.; Branciard, C.; Fedrizzi, A.; Weinhold, T. J.; Lita, A.; Calkins, B.; Gerrits, T.; Wiseman, H. M.; Nam, S. W.; White, A. G.: Conclusive quantum steering with superconducting transition-edge sensors. *Nature Communications* 3 (2012), 625
- [54] Händchen, V.; Eberle, T.; Steinlechner, S.; Samblowski, A.; Franz, T.; Werner, R. F.; Schnabel, R.: Observation of one-way Einstein-Podolsky-Rosen steering. *Nature Photonics* 6 (2012), Nr. 9, 596–599
- [55] Furrer, F.; Franz, T.; Berta, M.; Leverrier, A.; Scholz, V. B.; Tomamichel, M.; Werner, R. F.: Continuous Variable Quantum Key Distribution: Finite-Key Analysis

- of Composable Security against Coherent Attacks. *Phys. Rev. Lett.* 109 (2012), 100502
- [56] Giovannetti, V.; Lloyd, S.; Maccone, L.: Advances in quantum metrology. *Nature Photonics* 5 (2011), Nr. 4, 222–229
- [57] Eberle, T.; Steinlechner, S.; Bauchrowitz, J.; Händchen, V.; Vahlbruch, H.; Mehmet, M.; Müller-Ebhardt, H.; Schnabel, R.: Quantum Enhancement of the Zero-Area Sagnac Interferometer Topology for Gravitational Wave Detection. *Physical Review Letters* 104 (2010), Nr. 25, 251102
- [58] Yuen, H.: Two-photon coherent states of the radiation field. *Physical Review A* 13 (1976), Nr. 6, 2226–2243
- [59] Walls, D. F.: Squeezed states of light. *Nature* 306 (1983), Nr. 5939, 141–146
- [60] Breitenbach, G.; Schiller, S.; Mlynek, J.: Measurement of the quantum states of squeezed light. *Nature* 387 (1997), Nr. 6632, 471–475
- [61] Dodonov, V. V.: ‘Nonclassical’ states in quantum optics: a ‘squeezed’ review of the first 75 years. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* 4 (2002), Nr. 1, R1–R33
- [62] Oliveira, F. A. M. de; Knight, P. L.: Bright Squeezing. *Physical Review Letters* 61 (1988), Nr. 7, 830–833
- [63] Heisenberg, W.: Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* 43 (1927), Nr. 3, 172–198
- [64] Yariv, A.: *Quantum Electronics*. 3rd edition. John Wiley & Sons Inc, 1989
- [65] McClelland, D. E.; Mavalvala, N.; Chen, Y.; Schnabel, R.: Advanced interferometry, quantum optics and optomechanics in gravitational wave detectors. *Laser Photonics Rev.* 5 (2011), Nr. 5, 677–696
- [66] Caves, C. M.: Quantum-mechanical noise in an interferometer. *Physical Review D* 23 (1981), Nr. 8, 1693–1708
- [67] Bachor, H.-A.; Ralph, T. C.: *A Guide to Experiments in Quantum Optics*. 2nd edition. Wiley-VCH, 2004
- [68] Hage, B.; Samblowski, A.; Schnabel, R.: Towards Einstein-Podolsky-Rosen quantum channel multiplexing. *Phys. Rev. A* 81 (2010), 062301
- [69] Wu, L.-A.; Kimble, H. J.; Hall, J. L.; Wu, H.: Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion. *Physical Review Letters* 57 (1986), Nr. 20, 2520–2523
- [70] Ourjoumtsev, A.; Tualle-Brouiri, R.; Laurat, J.; Grangier, P.: Generating Optical Schrödinger Kittens for Quantum Information Processing. *Science* 312 (2006), Nr. 5770, 83–86
- [71] Laurat, J.; Coudreau, T.; Treppe, N.; Maître, A.; Fabre, C.: Conditional Preparation

- of a Quantum State in the Continuous Variable Regime: Generation of a sub-Poissonian State from Twin Beams. *Phys. Rev. Lett.* 91 (2003), Nr. 21, 213601
- [72] Feng, S.; Pfister, O.: Quantum Interference of Ultrastable Twin Optical Beams. *Physical Review Letters* 92 (2004), Nr. 20, 203601
- [73] Villar, A. S.; Cruz, L. S.; Cassemiro, K. N.; Martinelli, M.; Nussenzveig, P.: Generation of Bright Two-Color Continuous Variable Entanglement. *Phys. Rev. Lett.* 95 (2005), 243603
- [74] Takeno, Y.; Yukawa, M.; Yonezawa, H.; Furusawa, A.: Observation of -9 dB quadrature squeezing with improvement of phase stability in homodyne measurement. *Opt. Express* 15 (2007), Nr. 7, 4321–4327
- [75] Neergaard-Nielsen, J. S.; Nielsen, B. M.; Hettich, C.; Mølmer, K.; Polzik, E. S.: Generation of a Superposition of Odd Photon Number States for Quantum Information Networks. *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006), 083604
- [76] Lam, P. K.; Ralph, T. C.; Buchler, B. C.; McClelland, D. E.; Bachor, H.-A.; Gao, J.: Optimization and transfer of vacuum squeezing from an optical parametric oscillator. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* 1 (1999), Nr. 4, 469–474
- [77] Hong, C. K.; Ou, Z. Y.; Mandel, L.: Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference. *Phys. Rev. Lett.* 59 (1987), Nr. 18, 2044–2046
- [78] Bouwmeester, D.; Pan, J.-W.; Mattle, K.; Eibl, M.; Weinfurter, H.; Zeilinger, A.: Experimental quantum teleportation. *Nature* 390 (1997), Nr. 6660, 575–579
- [79] Boyd, R. W.: *Nonlinear Optics*. Academic Press, 2008. – 3. Auflage. – ISBN 9780121216825
- [80] Bachor, H.-A.: *A guide to experiments in quantum optics*. 1st edition. Wiley-VCH, März 1998. – ISBN 9783527292981
- [81] Heersink, J.; Josse, V.; Leuchs, G.; Andersen, U. L.: Efficient polarization squeezing in optical fibers. *Opt. Lett.* 30 (2005), Nr. 10, 1192–1194
- [82] Gerry, C.; Knight, P.: *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2005
- [83] Weedbrook, C.; Pirandola, S.; García-Patrón, R.; Cerf, N. J.; Ralph, T. C.; Shapiro, J. H.; Lloyd, S.: Gaussian quantum information. *Rev. Mod. Phys.* 84 (2012), Nr. 2, 621–669
- [84] Wigner, E.: On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium. *Phys. Rev.* 40 (1932), 749–759
- [85] Lvovsky, A. I.; Raymer, M. G.: Continuous-variable optical quantum-state tomography. *Rev. Mod. Phys.* 81 (2009), Nr. 1, 299–332
- [86] Hudson, R.: When is the wigner quasi-probability density non-negative? *Reports on Mathematical Physics* 6 (1974), Nr. 2, 249–252

- 
- [87] Burstein, E.; Oberly, J.; Plyler, E.: The infrared properties of magnesium oxide and their interpretation. *Proceedings Mathematical Sciences* 28 (1948), 388–400. – 10.1007/BF03170802
- [88] Born, M.; Huang, K.: *Dynamical theory of crystal lattices*. Oxford : Clarendon Press, 1954
- [89] Kleinman, D. A.: Nonlinear Dielectric Polarization in Optical Media. *Phys. Rev.* 126 (1962), Nr. 6, 1977–1979
- [90] Abrahams, S. C.; Reddy, J. M.; Bernstein, J. L.: Ferroelectric lithium niobate. 3. Single crystal X-ray diffraction study at 24°C. *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 27 (1966), 997–1012
- [91] Abrahams, S. C.; Levinstein, H. J.; Reddy, J. M.: Ferroelectric lithium niobate. 5. Polycrystal X-ray diffraction study between 24° and 1200°C. *Journal of Physics and Chemistry of Solids* 27 (1966), 1019–1026
- [92] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C.: *Fundamentals of photonics*. 2nd edition. Wiley-Interscience, Februar 2007. – ISBN 9780471358329
- [93] Bergmann, L.; Schaefer, C.; Niedrig, H.: *Lehrbuch der Experimentalphysik: Band 3 Optik*. 10. Auflage. Gruyter, September 2004. – ISBN 3110170817
- [94] Yariv, A.: *Quantum Electronics*. 2nd edition. John Wiley & Sons Inc, 1975
- [95] Saleh, B. E. A.; Teich, M. C.: *Fundamentals of photonics*. Wiley, August 1991. – first edition. – ISBN 9780471839651
- [96] Ast, S.; Samblowski, A.; Mehmet, M.; Steinlechner, S.; Eberle, T.; Schnabel, R.: Continuous-wave nonclassical light with gigahertz squeezing bandwidth. *Opt. Lett.* 37 (2012), Nr. 12, 2367–2369
- [97] Weihs, G.; Jennewein, T.; Simon, C.; Weinfurter, H.; Zeilinger, A.: Violation of Bell’s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions. *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), 5039–5043
- [98] Bauchrowitz, J.: Entangled light enhanced Interferometer. PhD report at the Albert-Einstein-Institut Hannover, Oct 2009. – Forschungsbericht
- [99] Duan, L.-M.; Giedke, G.; Cirac, J. I.; Zoller, P.: Inseparability Criterion for Continuous Variable Systems. *Phys. Rev. Lett.* 84 (2000), Nr. 12, 2722–2725
- [100] Reid, M. D.: The Einstein-Podolsky-Rosen Paradox and Entanglement 1: Signatures of EPR correlations for continuous variables. *arXiv:quant-ph/0112038* (2001)
- [101] Arthurs, E.; Goodman, M. S.: Quantum Correlations: A Generalized Heisenberg Uncertainty Relation. *Phys. Rev. Lett.* 60 (1988), 2447–2449
- [102] D’Ariano, G. M.; Lo Presti, P.; Paris, M. G. A.: Using Entanglement Improves the Precision of Quantum Measurements. *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001), 270404
- [103] Giovannetti, V.; Lloyd, S.; Maccone, L.: Quantum-Enhanced Measurements: Beating the Standard Quantum Limit. *Science* 306 (2004), Nr. 5700, 1330–1336

- [104] Giovannetti, V.; Lloyd, S.; Maccone, L.: Quantum Metrology. *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006), 010401
- [105] Genoni, M. G.; Paris, M. G. A.; Adesso, G.; Nha, H.; Knight, P. L.; Kim, M. S.: Optimal estimation of joint parameters in phase space. *arXiv:1206.4867* (2012)
- [106] Steinlechner, S.; Bauchrowitz, J.; Meinders, M.; Müller-Ebhardt, H.; Danzmann, K.; Schnabel, R.: Quantum-Dense Metrology. *arXiv:1211.3570* (2012)
- [107] Goda, K.: *Optimum Choice of Nonlinear Crystals toward Higher Levels of Squeezing at 1064 nm.* 2006. – unveröffentlicht
- [108] Boulanger, B.; Rousseau, I.; Fève, J. P.; Maglione, M.; Ménaert, B.; Marnier, G.: Optical Studies of Laser-Induced Gray-Tracking in KTP. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 35 (1999), Nr. 3, 281–286
- [109] Wang, S.; Pasiskevicius, V.; Laurell, F.: Dynamics of green light-induced infrared absorption in  $\text{KTiOPO}_4$  and periodically poled  $\text{KTiOPO}_4$ . *J. Appl. Phys.* 96 (2004), Nr. 4, 2023–2028
- [110] Eckardt, R.; Masuda, H.; Fan, Y.; Byer, R.: Absolute and relative nonlinear optical coefficients of KDP,  $\text{KD}^*\text{P}$ ,  $\text{BaB}_2\text{O}_4$ ,  $\text{LiIO}_3$ ,  $\text{MgO:LiNbO}_3$ , and KTP measured by phase-matched second-harmonic generation. *Quantum Electronics, IEEE Journal of* 26 (1990), Nr. 5, 922–933
- [111] Bierlein, J. D.; Vanherzeele, H.: Potassium titanyl phosphate: properties and new applications. *Journal of the Optical Society of America B* 6 (1989), Nr. 4, 622–633
- [112] Kato, K.; Takaoka, E.: Sellmeier and Thermo-Optic Dispersion Formulas for KTP. *Applied Optics* 41 (2002), Nr. 24, 5040–5044
- [113] Wiechmann, W.; Kubota, S.; Fukui, T.; Masuda, H.: Refractive-index temperature derivatives of potassium titanyl phosphate. *Optics Letters* 18 (1993), Nr. 15, 1208–1210
- [114] Zelmon, D. E.; Small, D. L.; Jundt, D.: Infrared corrected Sellmeier coefficients for congruently grown lithium niobate and 5 mol.% magnesium oxide-doped lithium niobate. *Journal of the Optical Society of America B* 14 (1997), Nr. 12, 3319–3322
- [115] Midwinter, J. E.; Warner, J.: The effects of phase matching method and of uniaxial crystal symmetry on the polar distribution of second-order non-linear optical polarization. *British Journal of Applied Physics* 16 (1965), Nr. 8, 1135–1142
- [116] Giordmaine, J. A.: Mixing of Light Beams in Crystals. *Phys. Rev. Lett.* 8 (1962), 19–20
- [117] Maker, P. D.; Terhune, R. W.; Nisenoff, M.; Savage, C. M.: Effects of Dispersion and Focusing on the Production of Optical Harmonics. *Phys. Rev. Lett.* 8 (1962), 21–22
- [118] Fejer, M. M.; Magel, G. A.; Jundt, D. H.; Byer, R. L.: Quasi-Phase-Matched Second Harmonic Generation: Tuning and Tolerances. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 28 (1992), Nr. 11, 2631–2654

- 
- [119] Meier, T.: *Current Lock mit hoher Bandbreite - Kopplungen zwischen Frequenz und Leistung bei nicht-planaren Ringoszillatoren*, Universität Hannover, Diplomarbeit, 2005
- [120] Uehara, N.: *Ring mode cleaner for the initial LIGO 10 watt laser*. 1997. – Internal LIGO Report, Stanford University, Stanford, Calif., USA
- [121] Franzen, A.; Hage, B.; DiGuglielmo, J.; Fiurášek, J.; Schnabel, R.: Experimental Demonstration of Continuous Variable Purification of Squeezed States. *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006), Nr. 15, 150505
- [122] Yuen, H. P.; Chan, V. W. S.: Noise in homodyne and heterodyne detection. *Optics Letters* 8 (1983), Nr. 3, 177–179
- [123] Wu, L.-A.; Xiao, M.; Kimble, H. J.: Squeezed states of light from an optical parametric oscillator. *J. Opt. Soc. Am. B* 4 (1987), Nr. 10, 1465–1475
- [124] Paris, M. G. A.; Illuminati, F.; Serafini, A.; De Siena, S.: Purity of Gaussian states: Measurement schemes and time evolution in noisy channels. *Phys. Rev. A* 68 (2003), 012314
- [125] Serafini, A.; Illuminati, F.; Paris, M. G. A.; De Siena, S.: Entanglement and purity of two-mode Gaussian states in noisy channels. *Phys. Rev. A* 69 (2004), 022318
- [126] Vahlbruch, H.; Mehmet, M.; Chelkowski, S.; Hage, B.; Franzen, A.; Lastzka, N.; Goßler, S.; Danzmann, K.; Schnabel, R.: Observation of Squeezed Light with 10-dB Quantum-Noise Reduction. *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008), 033602
- [127] Mehmet, M.; Vahlbruch, H.; Lastzka, N.; Danzmann, K.; Schnabel, R.: Observation of squeezed states with strong photon-number oscillations. *Phys. Rev. A* 81 (2010), 013814
- [128] D’Auria, V.; Porzio, A.; Solimeno, S.; Olivares, S.; Paris, M. G. A.: Characterization of bipartite states using a single homodyne detector. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* 7 (2005), Nr. 12, 750–753
- [129] Hage, B.; Janoušek, J.; Armstrong, S.; Symul, T.; Bernu, J.; Chrzanowski, H.; Lam, P.; Bachor, H.: Demonstrating various quantum effects with two entangled laser beams. *Eur. Phys. J. D* 63 (2011), Nr. 3, 5
- [130] Eberle, T.; Händchen, V.; Duhme, J.; Franz, T.; Werner, R. F.; Schnabel, R.: Gaussian Entanglement for Quantum Key Distribution from a Single-Mode Squeezing Source. *arXiv:1110.3977* (2011)
- [131] Franzen, A.: *Erzeugung von gequetschtem Licht für die Gravitationswellen-Astronomie*, Universität Hannover, Diplomarbeit, 2004
- [132] Shannon, C.: Communication in the Presence of Noise. *Proceedings of the IRE* 37 (1949), Nr. 1, 10–21
- [133] Goßler, S.: *The suspension systems of the interferometric gravitational-wave detector GEO600*, University of Hannover, Dissertation, 2004



## Danksagung

An dieser Stelle möchte ich meinem Baby und meiner Frau danken, die mit ihrer grenzenlosen Liebe mein Leben begleiten. Tobias Westphal verdanke ich unzählige Tage, in denen der Institutsalltag zu einer Faszination der Realität geworden ist. Für viele unglaublich interessante Stunden im Labor möchte ich Sebastian Steinlechner danken. Mein Dank gilt Prof. Dr. Roman Schnabel, der die Quanteninterferometrie der Leibniz Universität Hannover aufgebaut, und zu einer unbegreifbaren Informationsquelle hat werden lassen. Zu guter Letzt möchte ich Prof. Dr. Karsten Danzmann für ein Arbeitsklima in den Arbeitsgruppen der Gravitationsphysik Hannover danken, das alle Wege grenzenlos öffnet.



# Lebenslauf

## Personalien

Name: Jöran Bauchrowitz  
Wohnort: Ottweilerstr. 3, 30559 Hannover  
Geburtsdatum: 23. April 1980  
Geburtsort: Kiel (Schleswig - Holstein)  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: verheiratet

## Schule und Beruf

Schulbildung: 09/86 – 07/92 Volksschule Vaterstetten  
09/92 – 07/98 Realschule Vaterstetten, mathematischer Zweig  
09/98 – 07/00 Fachoberschule München, Fachrichtung Technik  
Wehrdienst: 11/00 – 08/01 Grundwehrdienst, Feldjäger  
Studium: 10/01 – 04/06 FH München, Studiengang: Physikalische Technik  
Fachrichtung: Technische Physik  
Schwerpunktfächer: Physik, Elektronik, Mathematik  
Abschluss: Dipl.-Ing. (FH)  
04/06 – 09/08 TU Clausthal  
Studiengang: Erg. Physik/Physikalische Technologien  
Schwerpunktfächer: Quantenmechanik, Elektrodynamik  
Abschluss: Dipl.-Phys.  
10/08 – 07/13 LU Hannover, Promotion Physik  
Thema: „Messung und graphische Darstellung von Ein- und Zwei-Moden-gequetschten Zuständen des Lichts“  
Praktika: 09/98 – 01/99 Siemens AG, Metallpraktikum  
02/99 – 07/99 Deutsche Telekom NL2 München, Elektropraktikum  
08/99 – 09/99 Photogrammetrie GmbH, Vermessungsarbeiten  
08/02 – 02/03 European Southern Observatory, Optiklabor  
02/04 – 07/04 Platz Ingenieure GmbH, Projektplanung und -steuerung  
11/05 – 03/06 FH München, Vakuum-, Dünnschicht- und Messtechniklabore (Diplomarbeit)  
10/07 – 09/08 TU Clausthal, Labore der Physikalischen Technologien (Diplomarbeit)  
Ferientätigkeit: 08/00 – 09/00 Hotel Iberostar Club Cala Barca (Mallorca), Animation  
Stipendien: 10/08 – 09/11 International Max Planck Research School of Gravitational Wave Astronomy



## E Publikationen

### 2013

29. J. Bauchrowitz, T. Westphal, R. Schnabel,  
„*A graphical description of optical parametric generation of squeezed states of light*“,  
arXiv:1206.2527
28. S. Steinlechner, J. Bauchrowitz, M. Meinders, H. Müller-Ebhardt, K. Danzmann,  
R. Schnabel,  
„*Quantum-Dense Metrology*“,  
arXiv:1211.3570
27. S. Steinlechner, J. Bauchrowitz, T. Eberle, R. Schnabel,  
„*Strong Einstein-Podolsky-Rosen steering with unconditional entangled states*“,  
Phys. Rev. A **87** (2013), 022104
26. J. Aasi, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Einstein@Home all-sky search for periodic gravitational waves in LIGO S5 data*“,  
Phys. Rev. D **87** (2013), 042001
25. J. Aasi, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Search for gravitational waves from binary black hole inspiral, merger, and ring-down in LIGO-Virgo data from 2009–2010*“,  
Phys. Rev. D **87** (2013), 022002

### 2012

24. P. A. Evans, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Swift follow-up observations of candidate gravitational-wave transient events*“,  
Astrophysical Journal Supplement Series **203** (2012), Nr. 2
23. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , X.-L. Zhang,  
„*Search for Gravitational Waves Associated with Gamma-Ray Bursts during LIGO Science Run 6 and Virgo Science Runs 2 and 3*“,  
The Astrophysical Journal **760** (2012), Nr. 1
22. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Implications for the Origin of GRB 051103 from LIGO Observations*“,  
The Astrophysical Journal **755** (2012), Nr. 1, 2
21. J. Aasi, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,

- „The characterization of Virgo data and its impact on gravitational-wave searches“,  
Classical and Quantum Gravity **29** (2012), Nr. 15, 155002
20. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„All-sky search for gravitational-wave bursts in the second joint LIGO-Virgo run“,  
Phys. Rev. D **85** (2012), 122007
19. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Upper limits on a stochastic gravitational-wave background using LIGO and Virgo  
interferometers at 600–1000 Hz“,  
Phys. Rev. D **85** (2012), 122001
18. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Search for gravitational waves from intermediate mass binary black holes“,  
Phys. Rev. D **85** (2012), 102004
17. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Implementation and testing of the first prompt search for gravitational wave transients with electromagnetic counterparts“,  
Astronomy & Astrophysics **539** (2012), A124
16. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Search for gravitational waves from low mass compact binary coalescence in LIGO’s sixth science run and Virgo’s science runs 2 and 3“,  
Phys. Rev. D **85** (2012), 082002
15. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„All-sky search for periodic gravitational waves in the full S5 LIGO data“,  
Phys. Rev. D **85** (2012), 022001
14. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„First low-latency LIGO+Virgo search for binary inspirals and their electromagnetic counterparts“,  
Astronomy & Astrophysics **541** (2012), A155
13. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Erratum: Search for gravitational waves from binary black hole inspiral, merger, and ringdown [Phys. Rev. D 83, 122005 (2011)]“,  
Phys. Rev. D **86** (2012), Nr.6, 069903

## 2011

12. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Search for gravitational waves from binary black hole inspiral, merger, and ring-down“,  
Phys. Rev. D **83** (2011), 122005
11. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„Directional Limits on Persistent Gravitational Waves Using LIGO S5 Science

---

*Data*“,

Phys. Rev. Lett. **107** (2011), 271102

10. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit*“,  
Nature Physics **7** (2011), Nr.12, 962–965
9. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Beating the Spin-down Limit on Gravitational Wave Emission from the Vela Pulsar*“,  
The Astrophysical Journal **737** (2011), Nr.2, 93
8. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Search for Gravitational Wave Bursts from Six Magnetars*“,  
The Astrophysical Journal Letters **734** (2011), Nr.2, L35

## 2010

7. T. Eberle, S. Steinlechner, J. Bauchrowitz, V. Händchen, H. Vahlbruch, M. Mehmet, H. Müller-Ebhardt, R. Schnabel  
„*Quantum Enhancement of the Zero-Area Sagnac Interferometer Topology for Gravitational Wave Detection*“,  
Phys. Rev. Lett. **104** (2010), 251102
6. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Search for gravitational waves from compact binary coalescence in LIGO and Virgo data from S5 and VSR1*“,  
Phys. Rev. D **82** (2010), Nr.10, 102001
5. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Calibration of the LIGO gravitational wave detectors in the fifth science run*“,  
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **624** (2010), Nr.1, 223–240
4. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*First Search for Gravitational Waves from the Youngest Known Neutron Star*“,  
The Astrophysical Journal **722** (2010), Nr.2, 1504–1513
3. J. Abadie, . . . , J. Bauchrowitz, . . . , J. Zweizig,  
„*Predictions for the rates of compact binary coalescences observable by ground-based gravitational-wave detectors*“,  
Classical and Quantum Gravity **27** (2010), Nr.17, 173001

## 2008

2. J. Bauchrowitz, „*Sol-Gel-Abscheidung von ultradünnen Vanadiumoxidschichten und deren Charakterisierung mit Augerelektronenspektroskopie und Rasterkraftmikro-*

*skopie*“, Clausthal University of Technology, Diplomarbeit, 2008

## **2006**

1. J. Bauchrowitz, „*Erzeugung und Charakterisierung dünner Schichten*“, Munich University of Applied Sciences, Diplomarbeit, 2006

## Verwendete Hilfsmittel

Neben den im Text genannten Hilfsmitteln wurden das Programm *JamMT* von Nico Lastzka zum Simulieren optischer Strahlengänge, *Finesse* von Andreas Freise zur Simulation von Resonatoren und *FilterPro* von Texas Instruments Incorporated zum Simulieren elektrischer Filter verwendet. Platinenlayouts wurden im Programm *Eagle* von Cadsoft erstellt. Mathematische Berechnungen wurden mit *Gnuplot* und *GNU Octave, Version 3.2.4* durchgeführt und gegebenenfalls graphisch ausgegeben. Das Diagramm mit der Zuordnung der Violinmoden wurde mit *Microsoft Excel 2010* erstellt. Computergestützte Verschränkungsmessungen wurden mit *Python* ausgewertet. Auf Quantenfluktuationen basierende Simulationen wurden mit *C++* erstellt. CAD-Zeichnungen und Resonanzsimulationen wurden mit *Autodesk Inventor 2009* erstellt. Diese Arbeit wurde mit  $\text{\LaTeX}_\varepsilon$  gesetzt und mit *TeXnicCenter* kompiliert. Vektorgrafiken wurden mit *Adobe Illustrator CS5* erstellt, wobei die Piktogramme der *Component Library* von Alexander Franzen verwendet wurden. Pixelgrafiken wurden mit *Adobe Photoshop CS5* erstellt und editiert.



## Selbständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ausschließlich unter Zuhilfenahme der genannten Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

---

Jöran Bauchrowitz