# GROSSFLÄCHIGES SAGNAC INTERFEROMETER MIT KALTEN ATOMEN

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation von

Dipl.-Phys. Christian Schubert, geboren am 24.06.1982 in Hannover

2012

Referent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel Korreferent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer Tag der Promotion: 01. Februar 2012

#### Zusammenfassung

Hochauflösende Rotationsmessungen werden für die Navigation, Erdvermessung und Studie fundamentaler Effekte benötigt. Die Anforderungen in diesen Bereichen führen zu präzisen und kompakten Sensoren. Seit der Demonstration des hohen Potentials für die Inertialsensorik sind Inertialsensoren basierend auf der Atominterferometrie Gegenstand aktueller Forschung und Weiterentwicklung.

Die atominterferometrische Messung von Rotationen beruht auf dem Sagnac-Effekt, der proportional zu der von den Interferometerarmen eingeschlossenen Fläche skaliert. Dieser Flächeneinschluss wird im Cold Atom Sagnac Interferometer (CASI) Experiment durch die kohärente Wechselwirkung von lasergekühlten <sup>87</sup>Rb Atomen mit Strahlteilerlichtfeldern in drei räumlich getrennten Zonen realisiert. Dadurch wird eine zur Optik analoge Mach-Zehnder-Geometrie geformt. Eine Diskriminierung zwischen Rotations- und Beschleunigungsbeiträgen erfolgt über zwei gegenläufige Interferometer.

Das Interferometer stellt rigide Anforderungen an die relative Ausrichtung der Strahlteilerwellenfronten in den einzelnen Wechselwirkungszonen. Eine theoretische Modellierung der Auswirkungen relativer Wellenfrontverkippungen zeigt eine notwendige Justagegenauigkeit im mikroradian-Bereich auf, die nur mit dem Atominterferometer selbst realisierbar ist. Letzteres geschieht mit Hilfe unterschiedlicher Interferometergeometrien, deren Sensitivität auf relative Verkippungen sukzessive zunimmt, bis die final angestrebte Mach-Zehnder-Geometrie eingestellt werden kann.

Das Gyroskop erreicht mit einer eingeschlossenen Fläche von  $19 \text{ mm}^2$ , sowie einer Zyklusrate von 2 Hz und einer detektierten Anzahl von  $10^6$  Atomen wird eine Sensitivität auf Rotationen von  $5,3 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$  in einer Messzeit von 1 s. Die Integrationsstabilität zeigt eine hohe Sensitivität auf thermische Schwankungen. Im Gleichgewichtszustand sind Integrationszeiten von 100 s oder höher zu erwarten. Darüber hinaus wird das Potential für weitere Steigerungen der Sensitivität aufgezeigt.

Schlagwörter: Atominterferometer, Gyroskop, Inertialsensor

#### Abstract

High resolution rotation sensors are required for navigation purposes and studies of geophysical and fundamental effects with a demand for compact and precise sensors. Since the high potential has been demonstrated inertial sensors based on atom interferometry have been a topic of research and rapid development.

The measurement of rotations via atom interferometry is based on the Sagnac-effect which scales proportional to the area enclosed by the two interferometer arms. Within the Cold Atom Sagnac Interferometer (CASI) experiment laser cooled <sup>87</sup>Rb atoms are coherently manipulated by beam splitting light fields in three spatially divided interaction zones. This forms an interferometer topology enclosing an area analogous to the Mach-Zehnder-type in optics. The signals of two interferometers with counterpropagating trajectories of the atomic ensembles are compared to distinguish between rotations and accelerations.

The atom interferometer puts high demands on the relative alignment of the beam splitting light fields. Calculated from theory the relative angles have to be aligned in the mircoradian regime which can only be done by the interferometer itself. This is realised by choosing less sensitive interferometer topologies at first. Due to a stepwise optimizing and advancing to more sensitive configurations until the Mach-Zehnder-geometry can finally be adjusted.

With an enclosed area of  $19 \text{ mm}^2$ , a cycle rate of 2 Hz and  $10^6$  detected atoms the sensitivity to rotations of the gyroscope is  $5,3 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$  for a measurement time of 1 s. The integration stability highly depends on thermal fluctuations. Still, in the state of thermal equilibrium integration times of 100 s or higher can be expected. Concluding, the potential for further improvements of the sensitivity are discussed.

Key words: atom interferometer, gyroscope, inertial sensor

# INHALTSVERZEICHNIS

1	$\mathbf{Ein}$	nleitung		
	1.1	Anwendung von Gyroskopen		
	1.2 Atominterferometrie			
	1.3	Einordnung in den internationalen Stand der Technik	4	
	1.4	Cold Atom Sagnac Interferometer	5	
<b>2</b>	The	eorie	7	
	2.1	Zeitentwicklung	8	
	2.2	Berechnung von Phasenverschiebungen im Interferometer	13	
		2.2.1 Pfadintegral	13	
		2.2.2 Sensitivitätsfunktion	17	
		2.2.3 Phasenverschiebung durch relative Strahlteilerverkippungen	26	
	2.3	Reduktion von Anregungseffizienz und Interferometerkontrast	27	
		2.3.1 Anregungseffizienz eines Strahlteilerpulses	28	
		2.3.2 Interferometerkontrast	29	
		$2.3.3  {\rm Kontrastreduktion \ durch \ relative \ Strahlteilerverkippungen}  .$	30	
3 Experimenteller Aufbau		perimenteller Aufbau	<b>31</b>	
	3.1	Vakuumaufbau	31	
		3.1.1 Quellen	33	
		3.1.2 Interferometriebereich	35	
		3.1.3 Detektion	37	
	3.2 Überblick über die verwendeten Lichtfelder		38	
	3.3	Experimentsteuerung	40	
4	We	llenfrontabhängige Kontrastoptimierung	45	
	4.1	Simulation des Interferometerkontrastes	45	
	4.2	Wellenfrontabhängiger Kontrast der symmetrischen Ramsey-Bordé-		
		Geometrie	48	
	4.3	Atominterferometrische Ausrichtung der Strahlteiler	50	

		4.3.1	Interferometrische Grobjustage	50
		4.3.2	Interferometrische Feinjustage	51
<b>5</b>	Inte	erferon	netrische Messungen und Stabilität	53
	5.1	Analys	se der einzelnen Komponenten	53
		5.1.1	Technisches Rauschen und Detektion	54
		5.1.2	Abschätzung von Phasenrauschbeiträgen und -drifts	56
	5.2	Vergle	ich mit dem inertial insensitiven Aufbau	70
	5.3	Messu	ngen mit dem symmetrischen Ramsey-Bordé Interferometer .	72
		5.3.1	Qualitative Demonstration der inertialen Sensitivität	72
		5.3.2	Wellenfrontbedingter Phasenversatz	73
		5.3.3	Sensitivität der symmetrischen Ramsey-Bordé-Konfiguration	74
	5.4	Sensiti	wität des großflächigen Mach-Zehnder-Interferometers	77
6	Dis	kussior	1	81
7	Ausblick			
$\mathbf{A}$	Anł	nang		87

Kapitel 1

# EINLEITUNG

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Analyse und Weiterentwicklung des Cold Atom Sagnac Interferometer (CASI) Experiments, bei dem die Materiewelleninterferometrie, die auf der kohärenten Wechselwirkung zwischen Lichtfeldern und kalten atomaren Ensembles basiert, dazu eingesetzt wird, ein Gyroskop zu realisieren. Zur Motivation dieses Projekts wird zunächst auf Anwendungen von Rotationsmessgeräten in Bereichen mit unterschiedlichen Anforderungen eingegangen und Gyroskope, die auf der Atominterferometrie beruhen, bzgl. ihres möglichen Einsatzziels eingeordnet. Daran schließt sich die Beschreibung der grundsätzlichen Idee hinter der Atominterferometrie an, in der auch deren hohes Potential erläutert wird. Dies führt auf den internationalen Stand der Technik, in den CASI eingeordnet wird. Der abschließende Teil befasst sich mit CASI selbst und beschreibt den Gegenstand dieser Arbeit.

### 1.1 Anwendung von Gyroskopen

Der Einsatzbereich von Rotationsmessgeräten deckt ein breites Spektrum von alltäglichen Anwendungen bis zur Beantwortung fundamentaler Fragestellungen ab, was zu unterschiedlichen Anforderungsprofilen bzgl. der Robust- und Kompaktheit des Aufbaus und der maximal erzielbaren Messgenauigkeit führt.

Höchste Robust- und Kompaktheit sind bei Gyroskopen gefordert, die für die Navigation eingesetzt werden. Sogenannte Inertial Measurement Units (IMU) bieten durch den Einsatz von Beschleunigungs- und Rotationsmessern in allen drei Raumachsen die Möglichkeit, ausgehend von einem Startpunkt, den aktuellen Standort zu berechnen, ohne dass die Notwendigkeit weiterer äußerer Referenzpunkte besteht. Derartige Systeme werden vor allem im Luftverkehr und bei der Seefahrt eingesetzt. Die Beschleunigungsmessung beruht auf Halbleitersensoren, während Rotationsraten durch Fasergyroskope oder aktive Ringlasergyroskope bestimmt werden, die Sensitivitäten in einem Bereich  $3.4 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s} / \sqrt{\text{Hz}}$  bis  $6 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s} / \sqrt{\text{Hz}}$  und eine Integrationsfähigkeit von über 1000 s erreichen [1, 2].

Die Erdbeobachtung in Geophysik und Geodäsie erfordert deutlich höhrere Sensitivitäten, um Variationen in der Erdrotationsrate  $\Omega_E = 7,27 \cdot 10^{-5}$  rad/s zu messen, die Störungen in Bereichen von  $10^{-13}$  rad/s und darunter verursachen. Dies ist mit oben genannten IMUs nicht zugänglich und wird generell nur von wenigen Sensoren erreicht. Ein einzigartiges und technisch hoch anspruchsvolles Gyroskop, das dies leistet, ist der Großring G in Wettzell [3, 4, 5]. Dieses unterirdisch auf einem Zerodurblock aufgebaute Ringlasergyroskop schließt eine Fläche von  $16 \text{ m}^2$  ein und erreicht eine Sensitivität von besser als  $10^{-10} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ , womit durch Integration in den benötigten Sensitivitätsbereich vorgedrungen wird. Eine weitere Möglichkeit zur hochsensitiven Messung von Rotationsraten ist die Very Long Baseline Interferometry (VLBI), bei dem von Quasaren emittierte Radiowellen an mehreren unterschiedlichen Orten auf der Erde durch Radiowellenteleskope detektiert und elektronisch mit korreliert werden. Diese Methode wird z.B. für die Bestimmung der Tageslänge verwendet. Erzielbare Sensitivitäten sind vergleichbar zu denen im Großring G erreichten [6, 4].

Die höchste Genauigkeit wird Gyroskopen bei der Betrachtung fundamentaler Effekte wie etwa dem Lense-Thirring-Effekt abverlangt [7], der eine Raum-Zeit-Verzerrung im Gravitationsfeld eines rotierenden Körpers beschreibt und der in der Erdumlaufbahn in einem Bereich von  $10^{-14}$  rad/s liegt. Erreicht wurde der erste Nachweis durch lange Integrationszeiten des Signals satellitengestützter mechanischer Kreisel im Rahmen des Gravity Probe B Projekts [8].

Eine Lücke, die durch gegenwärtige Messtechnik noch nicht geschlossen ist, besteht bei der mobilen Messung von Rotationsraten für Geophysik und Geodäsie mit einer Genauigkeit, die an große Ringlasergyroskope heranreicht. Atominterferometrische Methoden sind ein im Vergleich zur Lichtinterferometrie oder zu mechanischen Kreiseln junges Gebiet. Sie bieten aber ein hohes Potential, das darüber hinaus prinzipiell auch eine Skalierbarkeit in Bereiche fundamentaler Tests aufweist.

#### 1.2 Atominterferometrie

Der Welle-Teilchen-Dualismus besagt, dass Licht sowohl Teilcheneigenschaften als auch Welleneigenschaften, die zur Interferenz führen, zugeordnet werden können. Demnach besteht Licht aus Photonen, die jeweils den Impuls  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$  mit dem Plankschen Wirkungsquantum  $\hbar$  und dem Wellenvektor  $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$  für die Wellenlänge des Lichts  $\lambda$  haben. Analog kann auch Materie nach de Broglie als Materiewelle [9] betrachtet und für Interferometriezwecke eingesetzt werden, wie 1927 von Davisson und Germer am Beispiel von Elektronen gezeigt wurde [10].

Eine in der Optik gängige Interferometergeometrie ist das Mach-Zehnder-Interferometer, das nach seinen beiden Erfindern aus den Jahren 1891/1892 benannt ist. Es beruht darauf, dass Licht aufgeteilt, umgelenkt und überlagert wird, so dass von den beiden räumlich getrennten Interferomerterarmen eine Fläche  $\vec{A}$  eingeschlossen wird. Rotiert diese Fläche mit einer Rate  $\vec{\Omega}$ , so tritt nach Sagnac eine Phasenverschiebung der Form

$$\Delta \Phi = \frac{E}{\hbar c^2} \vec{A} \cdot \vec{\Omega} \tag{1.1}$$

auf, wobei E die Energie des interferierenden Teilchens und c die Lichtgeschwindigkeit ist [11, 12]. Durch Beugungen an Lichtgittern, die die Rolle der Strahlteilung haben, kann mit Materiewellen eine zum Mach-Zehnder vergleichbare Geometrie erzeugt werden. Der Vergleich von Licht der Wellenlänge  $\lambda = 633$  nm mit der Energie  $E_L = \hbar \omega = \hbar 2\pi \lambda/c$  und Rubidium-87 Atomen mit der Energie  $E_A = mc^2$  für die atomare Masse m zeigt, dass die Phasenverschiebung (Glg. 1.1) für das massive Teilchen um einen Faktor  $5 \cdot 10^{10}$  größer ausfällt, was das Potential der Materiewelleninterferometrie verdeutlicht. Mit einer hohen Kompaktheit bei kleinen eingeschlossenen Flächen und trotz eines geringeren Signal/Rausch-Verhältnisses, weil der realisierbare Atomfluss geringer ist als der Photonenfluss in einem Lichtinterferometer, ermöglicht dieser Skalierungsfaktor Gyroskope mit konkurrenzfähiger Sensitivität und in mobiler Ausführung.

Die theoretische Beschreibung inertial sensitiver Atominterferometer ist auf die Arbeiten von Bordé zurückzuführen [13, 14, 15], die die Phasenentwicklung der Wellenpakete unter Berücksichtigung relativistischer Korrekturen beschreibt. Die Phasenverschiebung durch Rotationen kann demnach als

$$\Delta \Phi = 2\left(\vec{k} \times \vec{v}\right) \cdot \vec{\Omega} T^2 \tag{1.2}$$

für eine Geschwindigkeit der Atome  $\vec{v}$  und eine freie Entwicklungszeit T zwischen den Strahlteilungsprozessen geschrieben werden, was gleichwertig mit der Formulierung durch Sagnac ist (Glg. 1.1). Dabei erfolgt eine Kopplung an das Laborsystem nur während der Atom-Licht-Wechselwirkungen, dazwischen befinden sich die atomaren Ensembles in freier Propagation. Inertiale Phasenverschiebungen treten dann auf, wenn sich das Laborsystem, das durch die Lichtgitter repräsentiert wird, relativ zur Trajektorie der Atome bewegt.

Die rotationsbedingte Phasenverschiebung in einem Atominterferometer wurde 1991 mit der von Bordé vorgeschlagenen Ramsey-Bordé-Geometrie durch Riehle et al. an einem thermischen Calcium-40 Strahl nachgewiesen [16]. Eine Anwendung der Mach-Zehnder äquivalenten Geometrie in einem Gyroskop erfolgte 1995 durch Rasel et al. mit einem thermischen Strahl metastabiler Argon\*-40 Atome [17]. Schließlich wurde 2000 in der Kasevich-Gruppe ein Gyroskop basierend auf einem thermischen Cäsiumstrahl mit einer eingeschlossenen Fläche von  $|\vec{A}| = 22 \text{ mm}^2$ demonstriert, das eine Sensitivität von  $6 \cdot 10^{-10} \text{ rad/s}$  in 1s erreichte [18], was zu diesem Zeitpunkt die Kurzzeitstabilität eines Ringlasergyroskops mit einer eingeschlossenen Fläche von 1 m<sup>2</sup> übertraf [19]. Die Limitierungen der Langzeitstabilität und die Größe dieses Aufbaus sowie die Entwicklung der Laserkühlung von atomaren Ensembles führten zu der Verwendung von kalten Atome für die Interferometrie. Dieser Schritt ermöglicht die Reduktion der atomaren Geschwindigkeit  $\vec{v}$  von mehreren 100 m/s auf wenige m/s, so dass vergleichsweise kompakte Aufbauten möglich werden.

Die für Gyroskope basierend auf der Atominterferometrie verwendete Mach-Zehnder-Geometrie weist zusätzlich auch eine Sensitivität auf Beschleunigungen  $\vec{a}$  auf, die auf die Phasenverschiebung

$$\Delta \Phi = \vec{k} \cdot \vec{a} T^2 \tag{1.3}$$

führen. In einem Gyroskop ist dies ein unerwünschter Effekt, da Vibrationen als Rauschbeitrag einkoppeln können. Andererseits wird dies gezielt ausgenutzt, um Gravimeter zu realisieren, d.h. Geräte, die die lokale Erdbeschleunigung g messen. Auf diesem Feld wurde bereits 1999 zum Lasergravimeter FG5 vergleichbare Sensitivitäten auf Beschleunigungen von  $2 \cdot 10^{-8}$  g in einer Messzeit von 1s demonstriert [20, 21].

Der Ansatz, lasergekühlte atomare Ensembles interferometrisch für die Messung von Rotationen einzusetzen, wird weltweit von mehreren Gruppen u.a. in Stanford, Paris und Hannover (CASI) verfolgt. Für das Erreichen hoher Sensitivitäten existieren zwei Ansätze: die Reduktion des Rauschhintergrunds und die Erhöhung des Skalierungsfaktors, also der eingeschlossenen Fläche. Fundamentale Rauschlimitierung ist das Quantenprojektionsrauschen, das invers mit der Quadratwurzel der detektierten Atomzahl N skaliert. Die Sensitivität eines quantenprojektionsrauschbegrenzten Mach-Zehnder-Atominterferometers auf Rotationen nimmt daher die Form

$$\sigma_{Rot,QPR} = \frac{1}{2\left(\vec{k}\times\vec{v}\right)\vec{\Omega}T^2}\frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{T_Z}{t_{Var}}}$$
(1.4)

an, wobei  $T_Z$  die Zykluszeit und  $t_{Var}$  die Mittelungszeit angeben. Der Interferometerkontrast wurde hierbei als 100 % angenommen. Eine Erhöhung des Skalierungsfaktors ist mit einer Vergrößerung des Wellenvektors  $\vec{k}$  oder der freien Entwicklungszeit T möglich. Die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  wird hingegen bewusst klein gewählt, um die Aufbauten kompakt zu halten.

## 1.3 Einordnung in den internationalen Stand der Technik

Ein Ziel atominterferometrischer Gyroskope ist, die Sensitivität großer Ringlasergyroskope zu erreichen und durch die Skalierbarkeit zu übertreffen. Das dies

	Sensitivität	nach Integration
	in rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$	in $rad/s$
Lichtinterferometer		
Großring G	$9 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-13}$
IMU Fasergyroskop	$3,4\cdot10^{-5}$	$4,8 \cdot 10^{-8}$
IMU Ringlasergyroskop	$6 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$
Atominterferometer thermisch		
Stanford	$6 \cdot 10^{-10}$	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Atominterferometer kalt		
Stanford	$8\cdot 10^{-8}$	
Paris	$2,\!4\cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-8}$
Hannover	$5,3\cdot10^{-7}$	

Tabelle 1.1: Sensitivitäten verschiedener Gyroskope.

grundsätzlich möglich ist, wurde bereits eindrucksvoll mit einem thermischen <sup>137</sup>Cs-Strahl Interferometer in der Gruppe um Kasevich gezeigt [18, 22] (siehe Tab. 1.3). Gleichzeitig sind aber auch kompakte Sensoren angestrebt, weswegen die Verwendung von gepulsten Interferometern mit kalten Atomen bevorzugt wird. Die Gruppe um Landragin konnte hier als erstes einen schrotrauschlimitierten Sensor mit einer Sensitivität von  $2,4 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  bei einer Fläche von  $3,8 \text{ mm}^2$  realisieren [23]. Darüberhinaus wurde erst kürzlich von der Gruppe um Kasevich ein Sensor vorgestellt, der diese Sensitivität um einen Faktor drei übertrifft [24].

Gegenwärtig liegt die Sensitivität des Gyroskops, das in dieser Arbeit beschrieben wird, bei  $5.3 \cdot 10^{-7} \operatorname{rad/s/\sqrt{Hz}}$ . Mit den Maßnahmen, die am Ende dieser Arbeit diskutiert werden, wird angestrebt, ebenfalls in Sensitivitätsbereiche von  $10^{-8} \operatorname{rad/s/\sqrt{Hz}}$  oder sogar darüber hinaus vorzudringen.

#### 1.4 Cold Atom Sagnac Interferometer

Die Grundidee hinter dem CASI Experiment, das auf den Arbeiten [25, ?, 26, 27, 28] basiert, ist die Realisierung eines Materiewelleninterferometers, bei dem lasergekühlte atomare Ensembles durch stimulierte Ramanprozesse kohärent manipuliert werden, um durch einen Flächeneinschluss sensitiv auf Rotationen zu sein. Die atomare Spezies, die verwendet wird, ist Rubidium-87. Im Termschema des <sup>87</sup>Rb-Atoms wird die D2-Linie bei 780 nm [29] für sämtliche Atom-Licht-Wechselwirkungsprozesse wie Laserkühlung und kohärente Manipulation verwendet, die durch herkömmliche Laserdiodentechnik addressierbar ist. Als Interferometerzustände dienen die magnetisch insensitiven Unterzustände der beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustands, deren Übergang durch einen Ramanprozess angeregt werden kann.

Als Quelle für die atomaren Ensembles wird ein gekoppeltes System aus einer zweidimensionalen magnetooptischen Falle und einer dreidimensionalen magnetooptischen Falle verwendet, mit dem Atome gefangen, gekühlt und durch eine bewegte Melassetechnik auf flache Parabelbahnen beschleunigt werden. Nach dem Start erfolgt ein Präparationsschritt, der zu einer definierten Geschwindigkeitsklasse im Interferometergrundzustand führt und Atome im angeregten Zustand entfernt. Daran anschließend passieren die atomaren Ensembles drei räumlich getrennte Atom-Licht-Wechselwirkungszonen, in denen die kohärente Manipulation stattfindet. In diesem Aufbau ist eine Mach-Zehnder-Geometrie mit einer Basislänge von 15 cm möglich. Nach der Interferometrie wird das Signal, auf das durch die Atom-Licht-Wechselwirkungen inertiale und nicht inertiale Einflüsse Phasenverschiebungen aufgeprägt sind, durch eine zustandsselektive Floureszenzdetektion ausgelesen.

Da die verwendete Interferometergeometrie sowohl auf Rotationen als auch auf Beschleunigungen sensitiv ist, wird ein Doppelinterferometer verwendet. Das zweite Interferometer ist symmetrisch zum ersten angeordnet, so dass die atomaren Ensembles der beiden Interferometer kontrapropagierende Trajektorien haben. Die Wechselwirkungen beider Interferometer mit den Strahlteilerlichtfeldern findet gleichzeitig statt, wodurch zwischen Rotations- und Beschleunigungsbeiträgen diskriminiert und insbesondere Beschleunigungsrauschen unterdrückt werden kann.

Im Folgenden wird zunächst auf die theoretischen Grundlagen (Kap. 2), sowie den experimentellen Aufbau (Kap. 3) eingegangen. Ein zentraler Punkt dieser Arbeit ist die Diskussion der Auswirkungen relativer Strahlteilerverkippungen auf den Interferometerkontrast (Kap. 4), worauf die interferometrische Ausrichtung der Strahlteiler zueinander aufbaut. Letzter Teil ist die Analyse von Rauschquellen und veränderlichen Phasenverschiebungen (Kap. 5.1), sowie die Bestimmung der Sensitivität des Interferometers auf Rotationen (Kap. 5.3.3 und 5.4). Dabei sind die wesentlichen Punkte dieser Arbeit:

- Die Diskussion der wellenfrontbedingten Kontrastreduktion führt zu einer Technik, die Strahlteiler mit dem Interferometer selbst so zueinander auszurichten, dass eine Fläche von 19 mm<sup>2</sup> eingeschlossen wird, was ohne diese Technik in dem Experiment nicht möglich war.
- 2. Basierend auf dem dadurch erhöhten Skalierungsfaktor ist es möglich, eine Sensitivität auf Rotationen von  $5.3 \cdot 10^{-7}$  rad/s in einer Messzeit von 1s zu erreichen, was einer Verbesserung des Systems gegenüber vorangegangen Arbeiten an diesem Experiment um einen Faktor 10 darstellt.

## KAPITEL 2

# THEORIE

Die Verwendung eines Atominterferometers als Rotationssensor stellt die Anforderung, eine Konfiguration zu finden, die sensitiv auf inertiale Einflüsse ist. Dazu bietet sich eine Mach-Zehnder-Geometrie in der Analogie zur Optik an, bei der Trajektorien der Atome eine Fläche  $\vec{A}$  einschließen (siehe Abb. 2.1). Einfach betrachtet wird hierbei ein atomares Ensemble kohärent aufgespalten, umgelenkt und überlagert, wodurch in den Interferometerausgängen Interferenzen auftreten. Dabei wird die Strahlteilung über Lichtfelder realisiert, die bei der Wechselwirkung mit den Atomen den Photonenimpuls übertragen und dadurch eine Ablenkung bewirken. Quantenmechanisch wird das Interferometer durch ein Zweiniveausystem beschrieben, bei dem zu Beginn ein Zustand  $|g\rangle$  vorliegt, der in eine Superposition  $c_a(t)|a\rangle + c_g(t)|g\rangle$  überführt und schließlich zur Interferenz gebracht wird.



Abbildung 2.1: Interferometergeometrien. Dargestellt sind rechts: Mach-Zehnder-Geometrie und links: symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie. Hier bezeichnet  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit des atomaren Ensembles,  $\vec{k}$  den effektiven Wellenvektor und T bzw. T' die Zeiten freier Entwicklung. Die dünnen Pfeile deuten die Atom-Licht-Wechselwirkungen an, bei denen die Atome in die Superposition zweier Impuls- (und Energie-) zustände überführt werden. Durch die transversale Komponente des Impulsübertrags zur Anfangsgeschwindigkeit wird ein Flächeneinschluss  $\vec{A}$  ermöglicht, der das Interferometer sensitiv auf die Rotationsrate  $\vec{\Omega}$  werden lässt.

Dabei bezeichnet  $|g\rangle$  den Grundzustand mit Koeffizient  $c_g(t)$  und  $|a\rangle$  den angeregten Zustand mit Koeffizient  $c_a(t)$ . Die zeitliche Entwicklung dieser Koeffizienten ist abhängig von Potentialen sowie insbesondere inertialen Einflüssen und wird im Folgenden diskutiert.

## 2.1 Zeitentwicklung

Der Übergang  $|g\rangle \rightarrow |a\rangle$  zwischen Grundzustand  $|g\rangle = |5^2 S_{1/2}, F = 1\rangle$  und angeregtem  $|a\rangle = |5^2 S_{1/2}, F = 2\rangle$  des <sup>87</sup>Rb-Atoms liegt im Mikrowellenbereich. Für die Interferometrie ist es aber vorteilhaft, optische Übergänge zu treiben, da diese deutlich höhere Rückstoßgeschwindigkeiten bieten. Für die Strahlteilung wird daher ein Zweiphotonen-Ramanprozess mit zwei antiparallel orientierten Lichtfeldern genutzt, bei dem die beiden Interferometerzustände an einen intermediären Zustand  $|i\rangle = |5^2 P_{3/2}, F = 1\rangle$  gekoppelt werden. Es liegt also ein Dreiniveausys-



Abbildung 2.2: Veranschaulichung des Ramanprozesses. Die Frequenzdifferenzen sind nicht maßstabsgetreu dargestellt. In der Skizze wird dieselbe Notation wie im Text verwendet.

tem vor, dass im Folgenden nach der Vorlage von [30, 31] diskutiert wird (siehe Abb. 2.2). Zunächst wird auf die Entwicklung eines Zustandes während der Wechselwirkung mit dem Lichtfeld eingangen, aus der Strahlteiler- und Spiegelpulse abgeleitet werden, und im Anschluss durch ein Matrixformalismus das Interferometer modelliert und der Begriff der Laserphase motiviert wird.

Die zeitliche Entwicklung eines Zustands  $|\psi(t)\rangle$  wird durch die zeitabhängige Schrö-

dingergleichung

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$$
 (2.1)

beschrieben. Für das Dreiniveausystem mit externen Freiheitsgraden bedingt durch den Photonenrückstoß lautet der Hamiltonoperator unter Vernachlässigung spontaner Emission

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2m} + \hbar\omega_a |a\rangle \langle a| + \hbar\omega_i |i\rangle \langle i| + \hbar\omega_g |g\rangle \langle g| - \vec{D} \cdot \vec{E}$$
(2.2)

mit dem Impulsoperator  $\vec{p}$ , der Masse m, den Eigenenergien  $\hbar \omega_j$  zum Zustand  $|j\rangle$ für j = a, i, g, dem Dipoloperator  $\vec{D}$  sowie dem elektrischen Feld  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ . Die elektrischen Felder zur Zeit t am Ort  $\vec{x}$  sind gegeben durch

$$\vec{E}_{j} = \vec{E}_{j0} \cos(\omega_{j}t - \vec{k}_{j}\vec{x} - \phi_{j}),$$
 (2.3)

wobei  $\omega_j$  die Laserfrequenz,  $\vec{k}_j$  den Wellenvektor und  $\phi_j$  eine Phase für j = 1, 2 bezeichnen. An dieser Stelle ist es sinnvoll, die effektive Frequenz  $\omega_{12}$ , den effektiven Wellenvektor  $\vec{k}$  sowie die effektive Phase  $\phi$  einzuführen:

$$\begin{aligned}
\omega_{12} &= \omega_1 - \omega_2 \\
\vec{k} &= \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \\
\phi &= \phi_1 - \phi_2.
\end{aligned}$$
(2.4)

Für kontrapropagierende Lichtfelder entspricht der effektive Wellenvektor dementsprechend ungefähr dem zweifachen Photonenimpuls  $\vec{k}_{eff} = \vec{k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \approx 2\vec{k}_1$ , was in dieser Arbeit als inertial sensitive Konfiguration bezeichnet wird. Der kopropagierende Fall wird aufgrund des stark reduzierten Impulsübertrags im Mikrowellenbereich inertial *in*sensitiv genannt. Spontane Emissionsprozesse sind unterdrückt, da die Verstimmungen  $\omega_1 - (\omega_i - \omega_g)$  und  $\omega_2 - (\omega_i - \omega_a)$  groß gegen die Linienbreite  $\Gamma$  gewählt werden. Sind diese weiterhin groß gegen die Rabifrequenzen, können alle Koeffizienten für das intermediäre Niveau adiabatisch eliminiert werden, so dass effektiv ein Zweiniveausytem vorliegt. Demzufolge lässt sich der Hamiltonoperator in der Basis  $|a\rangle$  und  $|g\rangle$  schreiben als

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \delta_a^{AC} & \frac{\Omega_0}{2} e^{-i(\delta_{12}t+\phi)} \\ \frac{\Omega_0^*}{2} e^{-i(\delta_{12}t+\phi)} & \delta_g^{AC} \end{pmatrix}.$$
 (2.5)

Die Rabifrequenzen der Einphotonenübergänge sind definiert als

$$\Omega_j = -\frac{\langle i | \vec{d} \cdot \vec{E}_j | j \rangle}{\hbar} \quad \text{mit} \quad j = \{1, 2\},$$
(2.6)

was auf die Rabifrequenz resonant zum Zweiphotonenübergang

$$\Omega_0 = \frac{\Omega_g \Omega_a^*}{2\Delta} \tag{2.7}$$

führt mit der Verstimmung  $\Delta$ zum intermediären Niveau. Durch den Zusammenhang

$$\frac{I_j}{I_{sat}} = 2\left(\frac{\Omega_j}{\Gamma}\right)^2 \quad \text{mit} \quad j = \{1, 2\}$$
(2.8)

ist die Laserintensität  $I_j$ über die Sättigungsintensität  $I_{sat}$ mit der Einphotonenrabifrequenz verknüpft. Die Verstimmung der effektiven Laserfrequenz  $\omega_{12}$ zu der atomaren Übergangsfrequenz  $\omega_{ag}$ ist

$$\delta_{12} = \omega_{12} - \left(\omega_{ag} + \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}}{m} + \frac{\hbar |\vec{k}|^2}{2m}\right), \qquad (2.9)$$

wobei die Dopplerverstimmung  $\vec{p} \cdot \vec{k}/m$  und der Photonenrückstoß  $\hbar |\vec{k}|^2/(2m)$  eingehen. Aus  $\delta_{12} \ll \Delta$  folgt  $(\omega_i - \omega_g) - \omega_1 \approx \omega_2(\omega_i - \omega_a) - \omega_2 = \Delta$ . Zusätzlich bewirkt der AC-Stark-Effekt eine Frequenzverschiebung des Grundzustands

$$\delta_{g}^{AC} = \frac{|\Omega_{1}|^{2}}{4} \left( \frac{5}{24\Delta} + \frac{1}{8(\Delta - \Delta_{2})} \right) + \frac{|\Omega_{2}|^{2}}{4} \left( \frac{5}{24(\Delta - \omega_{ag})} + \frac{1}{8(\Delta - \Delta_{2} - \omega_{ag})} \right)$$
(2.10)

und des angeregten

$$\delta_{a}^{AC} = \frac{|\Omega_{1}|^{2}}{4} \left( \frac{1}{120(\Delta + \omega_{ag})} + \frac{1}{8(\Delta - \Delta_{2} + \omega_{ag})} + \frac{1}{5(\Delta - \Delta_{3} + \omega_{ag})} \right) + \frac{|\Omega_{2}|^{2}}{4} \left( \frac{1}{120\Delta} + \frac{1}{8(\Delta - \Delta_{2})} + \frac{1}{5(\Delta - \Delta_{3})} \right), \qquad (2.11)$$

was auf die differentielle AC-Stark-Verschiebung

$$\delta^{AC} = \delta_a^{AC} - \delta_g^{AC} \tag{2.12}$$

führt. Dabei wurden zusätzlich Kopplungen an den Zustand  $|5^2P_{3/2}, F = 2\rangle$  mit der Verstimmung  $\Delta_2$  und  $|5^2P_{3/2}, F = 3\rangle$  mit der Verstimmung  $\Delta_3$  zu  $|i\rangle$  berücksichtigt.

Der Lösungsansatz für das äquivalente Zweiniveausystem ist die Wellenfunktion

$$|\psi(t)\rangle = c_a(t)|a\rangle + c_g(t)|g\rangle, \qquad (2.13)$$

woraus sich die Koeffizienten

$$c_{a}(t_{0}+t) = e^{-i(AC+\delta_{12}+2\omega_{a})t/2} \left( c_{g}(t_{0})e^{-i((\omega_{1}-\omega_{2})t_{0}+\phi)} \left[ -i\frac{\Omega_{0}}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right] + c_{a}(t_{0}) \left[ \cos\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) + i\frac{\delta_{12}-\delta^{AC}}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right] \right)$$
(2.14)

und

$$c_{g}(t_{0}+t) = e^{-i(AC-\delta_{12}+2\omega_{g})t/2} \left( c_{a}(t_{0})e^{i((\omega_{1}-\omega_{2})t_{0}+\phi)} \left[ -i\frac{\Omega_{0}}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right] + c_{g}(t_{0}) \left[ \cos\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) - i\frac{\delta_{12}-\delta^{AC}}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right] \right)$$
(2.15)

mit der effektiven Rabifrequenz des Zweiphotonenübergangs

$$\Omega_{eff} = \sqrt{\Omega_0^2 + (\delta_{12} - \delta^{AC})^2}$$
(2.16)

und

$$AC = \delta_a^{AC} + \delta_g^{AC} \tag{2.17}$$

ergeben.

Die Kenntnis dieser Koeffizienten ermöglicht die Beschreibung der Entwicklung eines Zustands  $|\psi(t_0)\rangle$  zum Zeitpunkt  $t_0$  in einen Zustand  $|\psi(t_0 + t)\rangle$  zum Zeitpunkt  $t_0 + t$ . Wird beispielsweise  $c_a(t_0) = 0$  gewählt, so dass sich alle Atome im Grundzustand  $|g\rangle$  befinden, und das Lichtfeld mit  $\delta_{12} = \delta^{AC} = 0$  resonant ist, ist die Anregungswahrscheinlichkeit  $P_a(t)$  zum Zeitpunkt t gerade

$$P_a(t) = |c_a(t_0 + t)|^2 = \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\Omega_{eff}t\right)\right).$$
(2.18)

In diesem Fall wird eine Inversion mit  $P_1(t = \tau_{\pi}) = 1$  durch eine Pulsdauer  $\tau_{\pi} = \pi/\Omega_{eff}$  erzeugt, was als  $\pi$ -Puls bezeichnet wird, und eine Superposition mit  $P_1(t = \tau_{\pi/2}) = 0.5$  mit einem Puls der Länge  $\tau_{\pi/2} = \pi/(2\Omega_{eff})$ , analog  $\pi/2$ -Puls genannt. Unter Berücksichtigung des zusätzlichen Impulses  $\hbar \vec{k}$ , den der Zustand  $|a\rangle$  gegenüber  $|g\rangle$  besitzt, wird klar, dass hier auch eine räumliche Strahlteilung erfolgt, wie von der Geometrie gefordert.

Weiterhin kann aber nicht nur der Strahlteilungsprozess, sondern das komplette Interferometer, das aus Atom-Licht-Wechselwirkungen und Zeiten freier Entwicklung besteht, bezüglich der übertragenen Laserphase beschrieben werden. Aus den Gleichungen für die Zeitentwicklungskoeffizienten (2.15) und (2.14) lässt sich eine Matrix

$$M(t_0, t, \Omega_{eff}, \phi) = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

$$M_{11} = e^{-i(AC - \delta_{12} + 2\omega_g)t/2} \left[ \cos\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) - i\frac{\delta_{12} - \delta^{AC}}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right]$$

$$M_{12} = e^{-i(AC - \delta_{12} + 2\omega_g)t/2} e^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi)} \left[ -i\frac{\Omega_0}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right]$$

$$M_{21} = e^{-i(AC + \delta_{12} + 2\omega_a)t/2} e^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi)} \left[ -i\frac{\Omega_0}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right]$$

$$M_{22} = e^{-i(AC + \delta_{12} + 2\omega_a)t/2} \left[ \cos\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) + i\frac{\delta_{12} - \delta^{AC}}{\Omega_{eff}} \sin\left(\frac{\Omega_{eff}t}{2}\right) \right]$$

aufstellen, die die zeitliche Entwicklung eines Zustandes  $|\psi\rangle$  beschreibt. Mit  $M(t_0, t, 0, 0)$  wird dabei die freie Evolution während eines Zeitraumes  $t - t_0$  wiedergegeben. Für eine Mach-Zehnder-Geometrie ergibt sich

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{MZ} &= M(\tau + T, 2\tau + T, \Omega_{eff}, \phi_3) M(\tau, \tau + T, 0, 0) M(-\tau, \tau, \Omega_{eff}, \phi_2) \\ &\cdot M(-T - \tau, -\tau, 0, 0) M(-T - 2\tau, -T - \tau, \Omega_{eff}, \phi_1) |\psi\rangle \end{aligned} (2.20)$$

mit der freien Entwicklungszeit T und der  $\pi/2$ -Pulsdauer  $\tau$ . Die Phasen  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  und  $\phi_3$  bezeichnen dabei die Laserphase bei der jeweiligen Wechselwirkung. Unter der Annahme resonanter Lichtfelder hat die insgesamt aufgeprägte Phase die Form

$$\Phi_{Laser,MZ} = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 \tag{2.21}$$

im Falle einer Mach-Zehnder-Geometrie. Für eine symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie mit vier Wechselwikungen ergibt sich analog

$$\Phi_{Laser,SRB} = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 + \phi_4. \tag{2.22}$$

Dabei ist zu betonen, dass übertragenen Phasen nach  $\phi_j = \omega_j t - \vec{k}_j \vec{x}_j - \phi_{j,0}$  sowohl Frequenz- als auch örtliche Abhängigkeiten aufweisen. Aus dieser Beschreibung können bereits die Rotationsphase

$$\Phi_{Rot} = 2\left(\vec{k} \times \vec{v}\right) \cdot \vec{\Omega} T^2 \tag{2.23}$$

und die Beschleunigungsphase

$$\Phi_{Acc} = \vec{k} \cdot \vec{a} T^2 \tag{2.24}$$

für die Mach-Zehnder-Geometrie mit der Geschwindigkeit der Atome  $\vec{v}$ , der Rotation  $\vec{\Omega}$  und der Beschleunigung  $\vec{a}$  berechnet werden. Nicht berücksichtigt wurde dabei die Auswirkung von Gradienten, deren zusätzlicher Beitrag im folgenden Abschnitt betrachtet wird.

# 2.2 Berechnung von Phasenverschiebungen im Interferometer

Für die Berechnung interferometrischer Phasenshifts existieren verschiedene Formalismen. Im vorangegangenen Abschnitt wurde bereits anhand der Beschreibung des Zweiniveausystems der Beitrag der Laserphase zum Interferometersignal betrachtet, aus dem sich die Rotations- und Beschleunigungsphase errechnen lassen. Im Folgenden werden zunächst aufbauend darauf inertiale Phasenverschiebungen höherer Ordnungen berechnet, die auf Rotationen, Beschleunigungen und Gravitationsgradienten zurückzuführen sind. Durch Magnetfeldgradienten oder die AC-Stark-Verschiebung verursachte nicht inertiale Phasenverschiebungen werden anhand der Sensitivitätsfunktion ausgewertet, mit deren ebenfalls Aussagen über Rauschprozesse getroffen werden können. Der letzte Abschnitt befasst sich mit dem Einfluss von relativen Strahlteilerverkippungen auf die Interferometerphase.

#### 2.2.1 Pfadintegral

Gravitationsgradienten liefern zusätzlich zu Glg. 2.23 und 2.24 Phasenterme, die auf den Photonenrückstoß zurückzuführen und proportional zu  $\vec{k}^2$  sind. Die Berechnung dieser Terme erfolgt über die Gleichung

$$\Delta \Phi = -\vec{k} \left( \vec{x}_1 - \vec{x}_2^{II} - \vec{x}_2^I + \frac{\vec{x}_3^{II} + \vec{x}_3^I}{2} \right)$$
(2.25)

für eine Wechselwirkung der Atome mit den Strahlteilerlichtfeldern am Ort  $\vec{x}_j^i$  mit  $\vec{x}_2^{II} = \vec{x}_1^I = \vec{x}_1$ . Die Notation I und II bezeichnet dabei die beiden Interferometerpfade. Die Herleitung von Glg. 2.25 orientiert sich im Folgenden an [15], wobei gaußförmige Wellenpakete, ein quadratischer Hamiltonoperator und dispersionsfreie Laserpulse angenommen, sowie der Schwerpunkte des Wellenpakets betrachtet werden.

In Glg. 2.25 werden Beiträge durch die Propagationsphase, die Laserphase und die Separationsphase berücksichtigt. Die Propagationsphase

$$\Delta \Phi_{Prop} = \frac{1}{\hbar} \sum_{j=1}^{N} \left( S^{II}(t_{j+1}, t_j) - S^{I}(t_{j+1}, t_j) \right), \qquad (2.26)$$

beschreibt die freie Entwicklung zwischen den Strahlteilerpulsen. Hier bezeichnet S das Integral über die klassische Lagrangefunktion, die über die klassische Trajektorie ausgewertet wird. Weiterhin sind  $t_j - t_{j+1}$  die Zeitintervalle der jeweiligen Auswertung und I, II die jeweiligen Pfade, deren Wirkung voneinander abgezogen wird. Die Laserphase, gegeben durch die N Atom-Licht-Wechselwirkungen während der Pulse

$$\Delta \Phi_{Laser} = \sum_{j=1}^{N} \left( (\vec{k}_j^{II} \vec{x}_j^{II} - \vec{k}_{eff,j}^{I} \vec{x}_j^{I}) - (\omega_j^{II} - \omega_j^{I}) t_j + (\phi_j^{II} - \phi_j^{I}) \right)$$
(2.27)

wurde bereits im vorangegangen Kapitel beschrieben und berücksichtigt hier explizit die räumlichen Abhängigkeiten. Der letzte Beitrag ist die Separationsphase

$$\Delta \Phi_{Sep}(\vec{x}_{Det}) = \frac{1}{\hbar} \left( \vec{p}_N^{II}(\vec{x}_{Det} - \vec{x}_N^{II}) - \vec{p}_N^I(\vec{x}_{Det} - \vec{x}_N^I) \right), \qquad (2.28)$$

die dadurch entsteht, dass die Trajektorien des Interferometers am Ort  $\vec{x}$ , an dem die Phase ausgelesen wird, nicht überlagert sein müssen. Die Gesamtphasenverschiebung ist durch die Summe dieser Beiträge

$$\Delta \Phi = \Delta \Phi_{Prop} + \Delta \Phi_{Laser} + \Delta \Phi_{Sep} \tag{2.29}$$

gegeben, die vereinfacht werden kann. Ist der Hamiltonoperator des Systems höchstens quadratisch, kann das Vierpunktetheorem [14]

$$\frac{S_{j}^{I}}{m_{j}^{I}} + \frac{\vec{p}_{j+1}^{I}}{2m_{j}^{I}}(\vec{x}_{j+1}^{II} - \vec{x}_{j+1}^{I}) - \frac{\vec{p}_{j}^{I} + \hbar\vec{k}_{j}^{I}}{2m_{j}^{I}}(\vec{x}_{j+1}^{II} - \vec{x}_{j+1}^{I}) \qquad (2.30)$$

$$= \frac{S_{j}^{II}}{m_{j}^{II}} + \frac{\vec{p}_{j+1}^{II}}{2m_{j}^{II}}(\vec{x}_{j+1}^{I} - \vec{x}_{j+1}^{II}) - \frac{\vec{p}_{j}^{II} + \hbar\vec{k}_{j}^{II}}{2m_{j}^{II}}(\vec{x}_{j+1}^{I} - \vec{x}_{j+1}^{II})$$

$$= -c^{2}\tau_{j} \qquad (2.31)$$

angewendet werden, um die Propagationsphase umzuschreiben, wobe<br/>i $m_j^i$ die Masse, cdie Lichtgeschwindigkeit und<br/>  $\tau_j$  die relativistische Eigenzeit ist. Umgeformt ergibt sich

$$S_{j}^{II} - S_{j}^{I} = \frac{1}{2} (\vec{p}_{j+1}^{II} + \vec{p}_{j+1}^{I}) (\vec{x}_{j+1}^{II} - \vec{x}_{j+1}^{I})$$

$$- \frac{1}{2} (\vec{p}_{j}^{II} + \vec{p}_{j}^{I}) (\vec{x}_{j}^{II} - \vec{x}_{j}^{I})$$

$$- \frac{\hbar}{2} (\vec{k}_{j}^{II} + \vec{k}_{j}^{I}) (\vec{x}_{j}^{II} - \vec{x}_{j}^{I})$$

$$- (m_{j}^{II} - m_{j}^{I}) c^{2} \tau_{j}.$$

$$(2.32)$$

Einsetzen in Glg. 2.26 und 2.29 führt zu

$$\Delta \Phi = \sum_{j=1}^{N} (\vec{k}_{j}^{II} \vec{x}_{j}^{II} - \vec{k}_{j}^{I} \vec{x}_{j}^{I}) - \frac{1}{2} (\vec{k}_{j}^{II} + \vec{k}_{j}^{I}) (\vec{x}_{j}^{II} - \vec{x}_{j}^{I})$$

$$+ \sum_{j=1}^{N} \left( \omega_{j}^{I,II} (t_{j+1} - t_{j}) - \omega_{j}^{I,II,0} \tau_{j} \right) + \sum_{j=1}^{N} (\phi_{j}^{II} - \phi_{j}^{I})$$

$$+ \frac{\vec{p}_{N}^{II} - \vec{p}_{N}^{II}}{\hbar} \left( \vec{x} - \frac{\vec{x}_{N}^{II} + \vec{x}_{N}^{I}}{2} \right) - \frac{\vec{p}_{1}^{II} - \vec{p}_{1}^{II}}{2\hbar} (\vec{x}_{1}^{II} - \vec{x}_{1}^{I})$$

$$(2.33)$$

mit  $\omega_j^{I,II} = \sum_{k=1}^j \left( \omega_k^{II} - \omega_k^I \right)$  und  $\omega_j^{I,II,0} = (m_j^{II} - m_j^I)c^2\tau_j/\hbar$ . An diesem Punkt sind weitere Vereinfachungen möglich:

- Der Startpunkt der Trajektorien ist identisch  $\vec{x}_1^{II} = \vec{x}_1^{I}$ .
- Nach dem Midpointtheorem [32] entfällt die letzte Zeile durch Integration über das Ensemble.
- Die Masse ist unabhängig von der Trajektorie, so dass  $m_i^{II} = m_i^I$ .

Als Resultat heben sich Propagations- und Separationsanteil fast gegenseitig auf, mit Ausnahme von Rückstoßtermen proportional zu  $\vec{k}^2$ .

Betrachtet man nun ein Mach-Zehnder-Interferometer, führt die inhärente Symmetrie durch  $\vec{k}_j^{II} + \vec{k}_j^I = 0$  auf die Gleichung

$$\delta \Phi = \sum_{j=1}^{N} \left( (\vec{k}_{j}^{II} \vec{x}_{j}^{II} - \vec{k}_{j}^{I} \vec{x}_{j}^{I}) + (\vec{k}_{N}^{II} + \vec{k}_{N}^{I}) \frac{\vec{x}_{N}^{II} - \vec{x}_{N}^{I}}{2} - (\omega_{j}^{II} - \omega_{j}^{I})t_{j} + (\phi_{j}^{II} - \phi_{j}^{I}) \right)$$
$$= \sum_{j=1}^{N} \left( (\vec{k}_{j}^{II} - \vec{k}_{j}^{I}) \frac{\vec{x}_{j}^{II} + \vec{x}_{j}^{I}}{2} - (\omega_{j}^{II} - \omega_{j}^{I})t_{j} + (\phi_{j}^{II} - \phi_{j}^{I}) \right), \qquad (2.34)$$

die umgeformt Glg. 2.25 ergibt. Zur Berechnung der Phasenverschiebungen ist demzufolge nur noch die Kenntnis der Orte  $\vec{x}_j^i$  zum Zeitpunkt der Atom-Licht-Wechselwirkung erforderlich.

Der Hamiltonoperator, der die Bewegung des Atoms mit Masse m, Ort  $\vec{r}$  und Impuls  $\vec{p}$  beschreibt [15], ist

$$H(\vec{r},\vec{p}) = \frac{\vec{p^2}}{2m} - m\vec{g}\cdot\vec{r} - \frac{m}{2}\vec{r}\Gamma\vec{r} - \vec{\Omega}\left[\left(\vec{r}+\vec{R}\right)\times\vec{p}\right].$$
(2.35)

Die Rotation der Erde ist gegeben durch  $\vec{\Omega} = (0, \Omega_y, \Omega_z)$ , der Erdradius durch  $\vec{r} = (0, 0, R)$ , die Beschleunigung durch [33]

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 0\\ -R\Omega_y \Omega_z\\ g_0 + R\Omega_y^2 \end{pmatrix}$$
(2.36)

mit der Erdbeschleunigung  $g_0$  und der Gravitationsgradiententensor in erster Ordnung durch

$$\Gamma = \begin{pmatrix} T_{xx} & 0 & 0\\ 0 & T_{yy} & 0\\ 0 & 0 & T_{zz} \end{pmatrix}.$$
 (2.37)



Abbildung 2.3: Bezugssystem für die Berechnung der Phasenterme. Hier bezeichnet  $\vec{R}$  den Erdradius und  $\vec{\Omega}_E$  die Rotation der Erde, deren Projektion  $\Omega_z$  die dominante inertiale Phasenverschiebung im Gyroskop verursacht.

Mit der Legendretransformation wird daraus die Lagrangefunktion

$$L = \frac{1}{2} \left( \dot{\vec{r}} + \vec{\Omega} \times (\vec{r} + \vec{R}) \right)^2 + m\vec{g} \cdot \vec{r} - \frac{m}{2} \vec{r} \Gamma \vec{r}$$
(2.38)

berechnet [34, 35]. Die Lösung der Euler-Langrange-Gleichungen erfolgt durch eine Taylorentwicklung in t für die Trajektorien

$$r_i(t) = \sum_{n=0}^{N} c_{i,n} t^n$$
(2.39)

mit Koeffizienten  $c_{i,n}$  und i = x, y, z [36]. Eine Entwicklung bis zur Ordnung N = 4 liefert Tab. 2.1. Die verwendeteten Parameter sind die freie Entwicklungszeit T = 24,7 ms, die Startgeschwindigkeit  $\vec{v}_0 = (v_{x0}, 0, v_{z0}) = (2,79 \text{ m/s}, 0, -g_0 T)$ , der Wellenvektor  $\vec{k} = (0, k, 0) = (0, 2 \cdot 2\pi/780, 24 \text{ nm}, 0)$ , die Gravitationsgradienten  $T_{zz} = 2g/R$ ,  $T_{xx} = T_{yy} = -T_{zz}/2$ , die Erdbeschleunigung  $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$ , der Erdradius  $R = 6,72 \cdot 10^6$  m und die Rotationen  $\Omega_y = \Omega_E \cos(53^\circ)$  und  $\Omega_z = \Omega_E \sin(53^\circ)$ . Dabei ist  $\Omega_E = 7,27 \cdot 10^{-5}$  rad/s die Erdrotation und 53° der Breitengrad, auf dem Hannover liegt. Aus der Tabelle wird deutlich, dass der erste Korrekturterm zum Rotationssignal sechs Größenordnungen unter der führenden Phasenverschiebung liegt, die das zu messende Rotationssignal wiedergibt. Damit stellen die hier berechneten inertialen Phasenverschiebungen einen zu vernachlässigenden Beitrag dar, da sie weit unter der Auflösungsgrenze des Gyroskops liegen (siehe Kap. 5).

	Phasenterm	Phase in rad
1	$-2T^2kv_{x_0}\Omega_z$	-3,17
2	$-rac{T^3\hbar k^2 T_{yy}}{2m}$	$-2,08 \times 10^{-6}$
3	$3T^3kv_{z_0}\Omega_y\Omega_z$	$4,49 \times 10^{-7}$
4	$\frac{7}{4}gT^4k\Omega_y\Omega_z$	$-2,62 \times 10^{-7}$
5	$-\frac{3T^3\hbar k^2\Omega_z^2}{2m}$	$-1,43 \times 10^{-8}$
6	$\frac{7}{6}T^4kT_{xx}v_{x_0}\Omega_z$	$1,65 \times 10^{-9}$
7	$\frac{7}{6}T^4kT_{yy}v_{x_0}\Omega_z$	$1,65 \times 10^{-9}$
8	$\frac{7}{2}RT^4k\Omega^3_u\Omega_z$	$6,96 \times 10^{-10}$
9	$\frac{7}{3}T^4kv_{x_0}\Omega_z^3$	$7,56 \times 10^{-12}$
10	$\frac{7}{3}\tilde{T}^4kv_{x_0}\Omega_y^2\Omega_z$	$4,38 \times 10^{-12}$

Tabelle 2.1: Inertiale Phasenverschiebungen im Gyroskop.

Ein Beitrag, der im Einzelinterferometer hingegen nicht zu vernachlässigen ist, ist die Beschleunigungsphase nach Glg. 2.24. Sowohl Rotationsphase (Glg. 2.23) als auch Beschleunigungsphase hängen vom Wellenvektor  $\vec{k}$  ab, die Geschwindigkeit des atomaren Ensembles hingegen hat nur Einfluss auf die Rotationsphase. Deshalb werden zwei Interferometer mit entgegengesetzten Geschwindigkeiten  $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$  und Wellenvektoren  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$  verwendet, wodurch die Rotation im Summensignal

$$\Phi_{Rot} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} \tag{2.40}$$

und die Beschleunigung im Differenzsignal

$$\Phi_{Acc} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} \tag{2.41}$$

mit  $\Phi_j = 2\left(\vec{k}_j \times \vec{v}_j\right) \cdot \vec{\Omega}T^2 + \vec{k}_j \cdot \vec{a}T^2$  für j = 1, 2 ausgelesen werden kann. Inertiale Beiträge höherer Ordnung und nicht inertiale Phasenverschiebungen wurden dabei nicht berücksichtigt. Letztere werden im Folgenden anhand der Sensitivitätsfunktion beschrieben.

#### 2.2.2 Sensitivitätsfunktion

Die Sensitivitätsfunktion stellt ein Analysewerkzeug für die Abschätzung von Phasenverschiebungen und Rauschbeiträgen dar, wie bereits in vorangegangen Arbeiten demonstriert wurde [28, 37]. Sie beschreibt die Antwort des Interferometersignals auf Phasensprünge und wird im Folgenden nach dem Vorbild aus [38, 39] beschrieben.

Tritt ein Phasensprung  $\delta \phi$  der Laserphase  $\phi$  zur Zeit t auf, so führt dies zu einer

Änderung der Besetzungwahrscheinlichkeit  $\delta P(\delta \phi, t)$ , wodurch sich die Sensitivitätsfunktion zu

$$g(t) = 2 \lim_{\delta\phi\to 0} \frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi}$$
(2.42)

ergibt. Die interferometrische Phasenverschiebung, die alle auftretenden Phasensprünge berücksichtigt, ist gegeben durch

$$\phi = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t.$$
(2.43)

Wird nun g(t) für eine  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ -Konfiguration mit t = 0 zum Zeitpunkt des zentralen  $\pi$ -Pulses der Dauer  $2\tau$  gewählt, ergibt sich die ungerade Funktion

$$g(t) = \begin{cases} \sin\left(\Omega_{eff}t\right) & \text{falls } 0 < t < \tau\\ 1 & \text{falls } \tau < t < T + \tau\\ -\sin\left(\Omega_{eff}(T-t)\right) & \text{falls } T + \tau < t < T + 2\tau \end{cases}$$
(2.44)

Dabei bezeichnet T die Zeit der freien Entwicklung zwischen zwei Pulsen,  $\Omega_{eff}$  die Rabifrequenz und  $\tau$  die Dauer eines  $\pi/2$ -Pulses. Vor und nach der Interferometriezeit  $2T + 4\tau$  ist das Interferometer nicht sensitiv auf Phasenverschiebungen, bei den Pulsen steigt bzw. sinkt die Sensitivität, die während der freien Entwicklung maximal wird. Der genannte Formalismus ermöglicht die Abschätzung systematischer Phasenverschiebungen. So ist beispielsweise sofort ersichtlich, dass eine konstante Phase keinen Einfluss auf die Phase hat, die nach der Interferometrie ausgelesen wird.

Weiterhin können auch Phasenrauschbeiträge  $\sigma_{\phi}$  abgeschätzt werden [38, 39]. In diesem Fall muss aufgrund von Aliasing-Effekten auch die Zyklusdauer  $T_Z$  einer Interferometersequenz berücksichtigt werden, wie im Folgenden beschrieben wird. Phasenschwankungen während des Interferometriezyklusses und zwischen den Zyklen stellen einen Rauschprozess dar, der die Stabilität des Interferometersignals beeinträchtigt. Die Abschätzung derartiger Beiträge geschieht über eine Transferfunktion  $H(\omega)$ , die von der Sensitivitätsfunktion abgeleitet wird und zur Gewichtung einer bekannten Rauschdichte  $S_{\phi}(\omega)$  dient. Nimmt man eine Modulation der Phase  $\phi(t) = A \cos(\omega t + \psi)$  mit Amplitude A und Frequenz  $\omega$  an, so ergibt sich aus Glg. 2.43  $\delta \Phi = A\omega \text{Im}(G(\omega)) \cos(\psi)$ , wobei  $G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t)g(t)dt$  die Fouriertransformierte von g(t) ist. Für eine Integration über eine zufällige Verteilung der Phase  $\psi$  wird der Phasenversatz  $\delta \Phi = |A_0\omega_0 G(\omega_0)|$ , wodurch sich die Transferfunktion zu  $H(\omega) = \omega G(\omega)$  ergibt. Somit lässt sich eine bekannte Phasenrauschdichte  $S_{\phi}(\omega)$  gewichten und führt auf einen Rauschbeitrag im Interferometer von:

$$\sigma_{\phi}^{2} = \int_{0}^{\infty} |H_{\phi}(\omega)|^{2} S_{\phi}(\omega) \mathrm{d}\omega = \int_{0}^{\infty} \omega^{2} |G(\omega)|^{2} S_{\phi}(\omega) \mathrm{d}\omega.$$
(2.45)

Dabei nimmt  $G(\omega)$  in diesem Fall die Form

$$G(\omega) = \frac{4i\Omega_{eff}}{\omega^2 - \Omega_{eff}^2} \sin\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right)$$

$$\cdot \left(\cos\left(\frac{\omega(T+2\tau)}{2}\right) + \frac{\Omega_{eff}}{\omega}\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right)$$
(2.46)

an. Im Anschluss soll nun die Auswirkung auf ein gepulstes Interferometer mit Zykluszeit  $T_Z$  betrachtet werden.

Die Stabilität eines Interferometers wird üblicherweise mit der Allan Standardabweichung [40] charakterisiert. Sie ist definiert als

$$\sigma_{\phi}^{2}(t_{Var}) = \frac{1}{2} \langle \left( \overline{\delta \phi_{k+1}} - \overline{\delta \phi_{k}} \right)^{2} \rangle$$
$$= \frac{1}{2} \lim_{n \to \infty} \left[ \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \left( \overline{\delta \phi_{k+1}} - \overline{\delta \phi_{k}} \right)^{2} \right], \qquad (2.47)$$

wobei  $\overline{\delta\phi_k}$  der Mittelwert von  $\delta\phi$  über ein Intervall  $[t_k, t_{k+1}]$  der Dauer  $t_{Var}$  ist. Mit  $t_{Var} = m \cdot T_c$ , m ganzzahlig und der Wahl von  $t_k = -T_Z/2 + kmT_Z$  ohne Beschränkung der Allgemeinheit ergibt sich

$$\overline{\delta\phi}_{k} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \delta\phi$$

$$= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \int_{t_{k}+(j-1)T_{Z}}^{t_{k}+jT_{Z}} g\left(t-t_{k}-(j-1)T_{Z}-\frac{T_{Z}}{2}\right) \frac{d\phi}{dt} dt$$

$$= \frac{1}{m} \int_{t_{k}}^{t_{k+1}} g_{k}(t) \frac{d\phi}{dt} dt,$$
(2.48)

wobei

$$g_k(t) = \sum_{j=1}^m g\left(t - kmT_Z - (j-1)T_Z\right)$$
(2.49)

gilt. Einsetzen in Glg. 2.47 führt auf

$$\sigma_{\phi}^{2}(t_{Var}) = \frac{1}{2} \langle \frac{1}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \left( g_{k+1}(t) - g_{k}(t) \right) \frac{d\phi}{dt} dt \rangle$$
$$= \frac{1}{2m^{2}} \int_{0}^{\infty} \omega^{2} \left| G_{m}(\omega) \right|^{2} S_{\phi} d\omega \qquad (2.50)$$

mit der Fouriertransformierten von  $(g_{k+1}(t) - g_k(t))$ 

$$G_m(\omega)|^2 = 4 \frac{\sin^4 \left(\omega m \frac{T_Z}{2}\right)}{\sin^2 \left(\omega \frac{T_Z}{2}\right)} |G(\omega)|^2$$
  
$$\xrightarrow{t_{Var} \to \infty} \approx \frac{2m}{T_Z} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta \left(\omega - j \frac{2\pi}{T_Z} |G(\omega)|^2\right).$$
(2.51)

Für Glg. 2.47 folgt damit

$$\sigma_{\phi}^{2}(t_{Var}) = \frac{1}{t_{Var}} \sum_{n=1}^{\infty} \left| H\left(n\frac{2\pi}{T_{Z}}\right) \right|^{2} S_{\phi}\left(n\frac{2\pi}{T_{Z}}\right), \qquad (2.52)$$

wobei n ganzzahlig ist. Aus dieser Gleichung wird ersichtlich, dass nur Frequenzen, die Vielfache der Zyklusfrequenz sind, in den Phasenrauschbeitrag eingehen.

Analog zur Analyse von Phasenverschiebungen und -fluktuationen können ebenfalls Frequenzeinflüsse  $\delta\nu(t)$  durch

$$\delta\phi = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) 2\pi \delta\nu(t) dt \qquad (2.53)$$

behandelt werden [39]. Darunter fallen Verschiebungen der Resonanzfrequenz durch den AC-Stark und den quadratischen Zeeman-Effekt sowie auch Änderungen der Dopplerverschiebungen durch Beschleunigungen.

**Ramanlaserphase.** Wird die relative Phase  $\phi_i - \phi_j$  der Lichtfelder (siehe Glg. 2.4) vor dem letzten Puls um ein Inkrement  $\Delta \phi$  verändert, liefert die Sensitivitätsfunktion im Einklang mit der Beschreibung der Laserphase eine Änderung des Phasenshifts im Interferometer von eben diesem  $\Delta \phi$ . Dies wird experimentell z.B. dazu ausgenutzt, ein Interferenzmuster zu generieren, das die sinusförmige Antwort des Interferometers auf ein Durchstimmen der Phase darstellt.

Eine gemessene Phasenrauschdichte  $S_{\phi}$  kann direkt über Anwenden von Glg. 2.52 ausgewertet werden und liefert den Phasenrauschbeitrag zum Interferometer.

**Ramanlaserintensität.** Die Betrachtung der Intensität stellt einen Spezialfall dar, da sich die Form der Sensivitätsfunktion ändert. Der Umstand, dass die Strahlteilerlichtfelder nur während der Pulse angeschaltet sind, wird über eine Funktion  $\rho(t)$  berücksichtigt, für die  $\rho(t) = 1$  während eines Pulses und  $\rho(t) = 0$  sonst gilt. Damit folgt aus Glg. 2.53

$$\delta\phi = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\rho(t)2\pi\delta^{AC}(t)dt.$$
(2.54)

Die durch Glg. 2.12 beschriebene Frequenzverschiebung kann vereinfacht dargestellt werden als

$$\delta^{AC} = \beta_1 I_1(T) + \beta_2 I_2(T)$$
  
mit  $\beta_i = \frac{1}{\pi} \frac{\partial \delta^{AC} (I_i(t))}{\partial I_i(t)}$  fr  $i = 1, 2, 3$ 

wobe<br/>i $I_i(t)$  die Intensität der Lichtfelder ist, für di<br/>e $|\Omega_i|^2 \propto I_i$ gilt. In den Koeffizienten  $\beta_i$  sind die Verstimmungsterme zusammenge<br/>fasst. Unter Annahme angepasster Intensitäten für einen Ausgleich der AC-Stark-Verschiebung ergibt sich  $\delta^{AC} = \beta_1 I_{1,0} + \beta_2 I_{2,0} = 0$ . Zusätzlich wird eine Modulation<br/> $I_1(t) = I_{1,0} + A_0 I_{1,0} \cos(\omega t)$ mit Amplitude  $0 \leq A_0 \leq 1$  und Frequen<br/>z $\omega$ angenommen, die die Fluktuation der Intensität widerspiegelt. Die Intensität des zweiten Lichtfeldes wird zu<br/> $I_2(t) = I_{2,0} =$ konst. gewählt, da sich alle Schwankungen dieses Lichtfeldes als Modulation von  $I_1(t)$  darstellen lassen. Für die Intensität<br/>rauschdichten  $S_{RIN,1}$  und  $S_{RIN,1}$  (RIN - relative intensity noise) ergibt sich der gewichtete Phasenrauschbeitrag zu

$$\sigma_{\phi,I}^{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} |H_{I}(\omega)|^{2} \underbrace{(S_{RIN,1}(\omega) + S_{RIN,2}(\omega))}_{=S_{RIN}(\omega)}.$$
(2.55)

Die Transferfunktion ist dabei durch  $|H_I(t)|^2 = |2\pi\beta_1 I_{1,0}G_I(\omega)|^2$  mit der üblichen Definition  $G_I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\rho(t)\exp(-i\omega t)dt$  gegeben. Vernachlässigt man die Kopplung an die Zustände  $|5^2P_{3/2}, F = 2\rangle$  und  $|5^2P_{3/2}, F = 3\rangle$  erhält man die Gewichtungsfunktion

$$G_{I}(\omega) = \frac{2i\omega}{\omega^{2} - \Omega_{eff}^{2}} \left[ \cos(\omega\tau) - \cos(\omega(T+\tau)) + \frac{\Omega_{eff}}{\omega} \sin(\omega(T+2\tau)) \right]$$
  
mit  $\beta_{1} = \frac{\Gamma^{2}}{8\pi I_{sat}} \left( \frac{-\omega_{10}}{\Delta^{2} + \delta_{01}} \right).$  (2.56)

Dabei ist zu beachten, dass eine Retroreflektion die Intensität verdoppelt,  $\beta_I$  in dem Fall also zusätzlich einen Faktor 2 erhält. Einsetzen in Glg. 2.51 führt auf die Gewichtungsfunktion  $|G_{m,I}(\omega)|^2$  und damit durch Gewichten von  $S_{RIN}(\omega)$  über Glg. 2.52 auf  $\sigma_I^2(t_{Var})$ .

Zusätzlich zu diesem Rauschbeitrag kann der AC-Stark-Effekt auch zu einem systematischen Fehler führen. Ändert sich  $\delta^{AC}$  zwischen zwei Strahlteilerpulsen, so führt dies zu einer systematischen Phasenverschiebung

$$\delta\phi_{AC} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\rho(t)\delta^{AC}(t)dt = \frac{\delta_3^{AC}}{\Omega_{eff,3}} - \frac{\delta_1^{AC}}{\Omega_{eff,1}},$$
(2.57)

wobei der Index den ersten bzw. dritten Puls bezeichnet. Der Rauschbeitrag kann dann als Schwankung des systematischen Fehlers aufgefasst werden. **Zwei-Photonen-Licht-Verschiebung.** Bei der experimentellen Umsetzung der Strahlteiler (siehe Kap. 3.1.2) existiert neben den beiden Lichtfeldern mit Rückstoßfrequenz  $\omega_r$  und Dopplerverschiebung  $\omega_D$  resonant zum Ramanübergang, die den ausgewählten Übergang  $|g, p\rangle \rightarrow |a, p \pm \hbar k\rangle$  treiben, zwei zusätzliche Lichtfelder. Diese sind zum Übergang  $|g, p\rangle \rightarrow |a, p \mp \hbar k\rangle$  um  $2\omega_D$  rotverstimmt bzw. um



Abbildung 2.4: Veranschaulichung der Wechselwirkungen bei der Zwei-Photonen-Licht-Verschiebung. Die Frequenzdifferenzen sind nicht maßstabsgetreu dargestellt. Die dünnen Linien mit den Frequenzen  $\omega'_1$  und  $\omega'_2$  stellen die nichtresonanten Lichtfelder dar, die zu den Verstimmungen  $\delta\omega_1$  und  $\delta\omega_2$  führen. Zusätzliche Verstimmungen wurden in diesem Bild vernachlässigt.

 $\mp 2\omega_D + 4\omega_r$  zum Übergang  $|a, p \pm \hbar k\rangle \rightarrow |g, p \mp 2\hbar k_{eff}\rangle$  (siehe Abb. 2.4). Daraus resultiert eine Frequenzverschiebung des Niveaus  $|g, p\rangle$  um  $\delta\omega_0$  und um  $\delta\omega_1$  für das Niveau  $|a, p \pm \hbar k\rangle$ . Eine ausführliche Betrachtung dieses Effektes befindet sich in [41]. Die Frequenzverschiebung durch die nicht resonanten Übergänge ergibt sich dieser Arbeit zufolge zu  $\delta\omega_{Z\pm} = (\omega_2 - \omega_1)$  mit  $\delta\omega_1 = \mp \Omega_{eff}^2/4/(2\omega_D)$  und  $\delta\omega_2 = \Omega_{eff}^2/4/(\pm 2\omega_D + 4\omega_r)$ . Eine Auswertung analog zur AC-Stark-Verschiebung unter Annahme perfekter  $\pi/2$ -Pulse sowie Vernachlässigung von Schwankungen während der Pulse ergibt die Phasenverschiebung

$$\delta\phi_Z = \frac{\delta\omega_{Z,1}}{\Omega_{eff,1}} - \frac{\delta\omega_{Z,3}}{\Omega_{eff,3}},\tag{2.58}$$

wobei der Index jeweils für den ersten bzw. dritten Puls steht. Für perfekte Polarisationen der Strahlteilerlaser vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\delta\phi_Z = \frac{\Omega_{eff,1}}{4\delta_{D,1}} - \frac{\Omega_{eff,3}}{4\delta_{D,3}} \tag{2.59}$$

für die jeweilige Dopplerverstimmung  $\delta_{D,1}$  bzw.  $\delta_{D,3}$ . Imperfektionen in den Polarisationen können dazu führen, dass kopropagierende Lichtfelder mit  $k_{eff} \approx 0$  einen  $m_f = 0 \rightarrow m_f = 0$  Übergang mit der Rabifrequenz  $\Omega_{ko}$  ansprechen, was dann zu einer zusätzlichen Verschiebung von

$$\delta\omega_{Z,ko} \approx \Omega_{ko}^2 / 4 / (\pm \omega_D + \omega_r) \tag{2.60}$$

führt. Ist die Hyperfeinaufspaltung des  $|5^2P_{3/2}\rangle$  vernachlässigbar klein gegenüber der Verstimmung  $\Delta$  der Strahlteiler zu diesen Niveaus, ist die Kopplung des Übergangs  $m_f = 0 \rightarrow m_f = \pm 2$  unterdrückt, da die Übergänge destruktiv interferieren. Andernfalls tritt die Verschiebung

$$\delta\omega_{Z\pm,ko,m} = \frac{\Omega_{ko,m}^2}{4} \left( \frac{1}{\pm\omega_D + \omega_r + 2\alpha B} + \frac{1}{\pm\omega_D + \omega_r - 2\alpha B} \right)$$
(2.61)

mit Rabifrequenz  $\Omega_{ko,m}$ , dem Magnetfeld *B*, das die Entartung der magnetischen Unterzustände aufhebt, und  $\alpha = 0.7 \text{ MHz/G}$  auf. Für den Fall, dass die Puls keinem perfekten  $\pi/2$ -Puls entsprechen, also  $\tau \neq \pi/2/\Omega_{eff}$  gilt, ändert sich (Glg. 2.58) in

$$\delta\phi_Z = \frac{\delta\omega_{Z,1}}{\Omega_{eff,1}} \tan\left(\frac{\Omega_{eff,1}\tau_1}{2}\right) - \frac{\delta\omega_{Z,3}}{\Omega_{eff,3}} \tan\left(\frac{\Omega_{eff,3}\tau_3}{2}\right), \qquad (2.62)$$

was für eine zyklusweise Schwankung der effektiven Rabifrequenz von  $\sigma_{\Omega_{eff}}$  näherungsweise auf einen statistischen Fehler von

$$\sigma_{\phi,Z} = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \frac{\sigma_{\Omega_{eff}}}{\Omega_{eff}} \phi_Z \tag{2.63}$$

führt.

Laufzeitverzögerung. Bedingt durch die Retroreflektion im experimentellen Aufbau (siehe Kap. 3.1.2) legt das eine Ramanlaserlichtfeld eine um  $l_V$  längere Strecke zurück als das andere, bevor es mit den Atomen interagiert. Für die folgende Betrachtung wird der Formalismus aus [42, 43] verwendet. Der Phasenübertrag unter Berücksichtung der Laufzeitverzögerung ist  $\phi(t) = \phi_1(t) - \phi'_2(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t-t_V)$ mit  $t_V = l_V/c$ , wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Unter der Voraussetzung, dass die Lichtfelder phasenstarr gekoppelt sind und folglich auch die Relativfrequenz ( $\omega_{12}$ , siehe Glg. 2.4) konstant ist, sowie konstante Frequenzen in eine Mach-Zehnder-Geometrie keinen Einfluss haben (siehe Laserphase, Glg. 2.21), kann diese Phase als  $\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_1(t-t_V)$  geschrieben werden. Nun lässt sich der Phasenversatz für  $t_V = konst$ . mit der üblichen Definition der Sensitivitätsfunktion g(t) ausdrücken:

$$\delta\phi_V = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \left( \frac{d\phi_1(t)}{dt} - \frac{d\phi_1(t-t_V)}{dt} \right) dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (g(t) - g(t+t_V)) \frac{d\phi_1(t)}{dt} dt$$

$$= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} (g(t) - g(t+t_V)) \nu_1(t) dt. \qquad (2.64)$$

Die Gewichtungsfunktion aus der Fouriertransformation von  $g(t) - g(t + t_V)$  ergibt sich zu

$$H_V(\omega, t_V) = -ie^{-i\omega t_V/2} t_V H(\omega) \frac{\sin(\omega t_V/2)}{\omega t_V}, \qquad (2.65)$$

was für kleine  $t_V$  und  $t_V/T_Z \ll 1$  zu

$$|H_V(\omega)| \approx t_V |H(\omega)| \tag{2.66}$$

vereinfacht werden kann. Unter der Annahme weißen Frequenzrauschens  $S_0(\omega) = S_{0,0} = konst.$  des Lasers mit  $\omega_0$  erhält man

$$\sigma_{\phi,V}^2 \approx \frac{\pi^2}{4\tau} t_V^2 S_{0,0}$$
 (2.67)

durch Anwenden von Glg. 2.53.

**Interferometriemagnetfeld.** Bei Vorhandensein eines Magnetfeldes B(x, t) führt der quadratische Zeeman-Effekt zu einer Frequenzverschiebung von

$$\delta\nu_B(x) = 2\pi K B^2(x,t) \tag{2.68}$$

mit  $K = 575 \,\mathrm{Hz/G^2}$  für  $^{87}\mathrm{Rb}$ . Nimmt man einen Gradienten  $(\partial B(x,t)/\partial x)_1$  zwischen Puls eins und zwei sowie  $(\partial B(x,t)/\partial x)_2$  zwischen Puls zwei und drei an, kann man das Magnetfeld als

$$B(x,t) = B_O(t) + \left(\delta_1(x)\left(\frac{\partial B(x,t)}{\partial x}\right)_1 + \delta_2(x)\left(\frac{\partial B(x,t)}{\partial x}\right)_2\right) \cdot x \qquad (2.69)$$

mit einem ortsunabhängigen Magnetfeld  $B_O(t)$  schreiben [23]. Dabei ist vor dem mittleren Puls  $\delta_1(x) = 1$  und  $\delta_2(x) = 0$  sowie danach  $\delta_1(x) = 0$  und  $\delta_2(x) = 1$ . Nach Glg. 2.53 ergibt sich dann die systematische Phasenverschiebung

$$\delta\phi_B = 2\pi K v_x B_O(t) T^2 \left( \left( \frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \right)_1 + \left( \frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \right)_2 \right)$$
(2.70)

unter Vernachlässigung temporaler Fluktuationen. Schwankt die mittlere Geschwindigkeit  $v_x$  des atomaren Ensembles zyklusweise mit  $\sigma_{v_x}$ , führt dies zu einem Phasenrauschen von

$$\sigma_{\phi,B,v_x} = \left| 2\pi K B_O T^2 \left( \left( \frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \right)_1 + \left( \frac{\partial B(x,t)}{\partial x} \right)_2 \right) \right| \cdot \sigma_{v_x}.$$
(2.71)

Mit einer Neudefinition  $c_i = (\partial B(x,t)/\partial x)_i/B_O(t)$ , wobei  $c_i(x) = \text{konst.}_t$  mit i = 1, 2 ein zeitlich konstanter Gradient ist, ergibt sich

$$\delta\phi_B = 2\pi K v_x B_O(t)^2 T^2 \left(c_1 + c_2\right) \tag{2.72}$$

und daraus

$$\sigma_{\phi,B} = \left| 4\pi K v_x B_O(t) T^2 \left( c_1 + c_2 \right) \right| \cdot \sigma_B \tag{2.73}$$

für eine zyklusweise Schwankung  $\sigma_B$  des Magnetfeldes B. Analog kann eine zeitliche Veränderung des Magnetfeldes vom Zeitpunkt  $t_1$  nach  $t_2$  durch

$$\Delta \phi_B = 2\pi K v_x T^2 \left( c_1 + c_2 \right) \left( B_O(t_2)^2 - B_O(t_1)^2 \right)$$
(2.74)

betrachtet werden.

**Inertiale Beiträge.** Eine Ortsrauschdichte  $S_y$  bzw. eine Beschleunigungsrauschdichte  $S_a$  der Beschleunigung *a* sowie eine Rotationsrauschdichte  $S_{\Omega_z}$  der Rotation  $\Omega_z$  können nach  $\phi = ky = k \cdot 1/2 \cdot at^2$  bzw.  $\phi = kl\Omega t$  mit der Zeit *t*, der Geschwindigkeit *v* und der Länge l = vt in eine Phasenrauschdichte

$$S_{\phi,y} (n2\pi/T_Z) = k^2 S_y (n2\pi/T_Z)$$
  

$$S_{\phi,a} (n2\pi/T_Z) = \frac{k^2}{(n2\pi/T_Z)^4} S_a (n2\pi/T_Z)$$
  

$$S_{\phi,\Omega_z} (n2\pi/T_Z) = \frac{(2kv_x)^2}{(n2\pi/T_Z)^4} S_{\Omega_z} (n2\pi/T_Z)$$

umgerechnet werden, wodurch der Formalismus analog zur Ramanlaserphase verwendet werden kann.

#### 2.2.3 Phasenverschiebung durch relative Strahlteilerverkippungen

Bei jeder Wechselwirkung i = 1, 2, 3 mit einem Strahlteilungslichtfeld  $\vec{k_i}$  wird einem Atom eine Phase  $\phi_i = \vec{k_i} \cdot \vec{r_i}$  abhängig vom Ort  $\vec{r_i}$  aufgeprägt [53, 28]. Sei  $\vec{r_0} = (x, y, z)$  der Startort und  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$  die Startgeschwindigkeit des Atoms zum Zeitpunkt t = 0 und  $\alpha_{x,i}$  der Winkel zwischen horizontaler x-Achse und der Wellenfront senkrecht zum Wellenvektor  $\vec{k_i}$  in Richtung der z-Achse für i = 1, 2, 3 sowie  $\alpha_{y,i}$  der Winkel zwischen vertikaler y-Achse und der Wellenfront senkrecht zum Wellenvektor  $\vec{k_i}$ . Weiterhin sind die Drehachsen für die Wellenfronten durch  $a_{x,i}$  sowie  $a_{y,i}$  für x- bzw. y-Richtung. Mit der Erdbeschleunigung g und der Rotation  $\Omega$  ergeben sich dann die orts-, geschwindigkeits- und winkelabhängigen Phasenverschiebungen

$$\phi_{x,i}(x, v_x) = k \left[ (a_{x,i} - x - v_x t_i) \sin(\alpha_{x,i}) + v_x \Omega t^*(t_i)^2 \cos(\alpha_{x,i}) + z \cos(\alpha_{x,i}) \right] 
\phi_{y,i}(y, v_y) = k \left[ (a_{y,i} - y - v_y t_i + g t_i^2/2) \sin(\alpha_{y,i}) + z \cos(\alpha_{y,i}) \right]. \quad (2.75)$$

Inertiale Effekte höherer Ordnung wurden dabei vernachlässigt und es gilt  $t^*(t_1) = t^*(t_3) = T$  und  $t^*(t_2) = 0$  für eine freie Evolutionszeit  $T = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$  zwischen den Laserpulsen in der Mach-Zehnder-Geometrie. Die Rotationsachse des Interferometers wird dabei in das Zentrum der ausgespannten Fläche gelegt. Nach Glg. 2.21 erhält man unter Vernachlässigung der z-Achse und mit der Näherung der trigonometrischen Funktionen für kleine Winkel im Falle einer Mach-Zehnder-Geometrie

$$\phi_x^{Wf,MZ} = k \left[ (a_{1,x} - x - v_x t_1) \alpha_{x,1} + v_x \Omega T^2 (1 - \alpha_{x,1}^2) - 2 (a_{x,2} - x - v_x t_2) \alpha_{x,2} + (a_{x,3} - x - v_x t_3) \alpha_{x,3} + v_x \Omega T^2 (1 - \alpha_{x,3}^2) \right]$$

$$\phi_y^{Wf,MZ} = k \left[ (a_{y,1} - y - v_y t_1 + g t_1^2/2) \alpha_{y,1} - 2 (a_{y,2} - y - v_y t_2 + g t_2^2/2) \alpha_{y,2} + (a_{y,3} - y - v_y t_3 + g t_3^2/2) \alpha_{y,3} \right].$$
(2.76)
$$(2.76)$$

Anhand dieser Formeln lässt sich Folgendes ablesen:

- Für alle  $\alpha_{x,i} = 0$  bzw.  $\alpha_{y,i} = 0$  verschwindet die Phasenverschiebung trivialerweise.
- Sind alle  $\alpha_{x,i} = \alpha_x$ ,  $\alpha_{y,i} = \alpha_y$ ,  $a_{x,i} = a_x$  und  $a_{y,i} = a_y$  für i = 1, 2, 3 gleich, sowie  $t_1 = -T$ ,  $t_2 = 0$  und  $t_3 = T$  ist die Phasenverschiebung  $2kv_x\Omega T^2(1-\alpha_x^2)$ gerade die Projektion der Rotation und  $kgT^2\alpha_y$  die der Erdbeschleunigung. Dies spiegelt den Fall eines zeitlich gepulsten Strahlteilers in einer einzigen Wechselwirkungszone wieder, wie es z.B. in [23] eingesetzt wird.

Wird eine symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie in zwei Zonen mit  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$  und  $\vec{k}_3 = \vec{k}_4$  verwendet, ergibt sich für die *y*-Achse die Phasenverschiebung

$$\phi_{Wf,SRB} = k \left( -v_{y,0} T \Delta_{1,3} - \frac{g}{2} \left( \left( t_1^2 - t_2^2 \right) \alpha_{y,1} - \left( t_3^2 - t_4^2 \right) \alpha_{y,3} \right) \right)$$
(2.78)

mit  $\Delta_{i,j} = \alpha_{y,i} - \alpha_{y,j}$  und  $t_2 - t_1 = T = t_4 - t_3$ . Vergleicht man dies mit Glg. 2.76, fällt auf, dass in Glg. 2.78 keine Abhängigkeit von den Rotationsachsen *a* oder dem Startort *y* besteht. Für die horizontale kann eine analoge Betrachtung durchgeführt werden.

Erweitert man dieses Modell auf ein atomares Ensemble, so werden unterschiedliche Atome unterschiedliche Startpunkte y bedingt durch eine endliche Ausdehnung der Wolke sowie unterschiedliche Geschwindigkeiten  $v_y$  bedingt durch die endliche Temperatur haben, was zu unterschiedlichen Phasenverschiebungen der einzelnen Atome führt. Der Einfluss dieses Umstands auf das Atominterferometersignal wird im folgenden Abschnitt untersucht.

## 2.3 Reduktion von Anregungseffizienz und Interferometerkontrast

In Kap. 2.1 wurde ein einzelnes Atom bzw. ein atomares Ensemble mit der Charakteristik einer ebenen Welle betrachtet. Tatsächlich wird das atomare Ensemble eine endliche Ortsverteilung und eine endliche Geschwindigkeitsverteilung aufweisen, die bewirken, dass nicht alle Atome in gleicher Weise mit den Strahlteilerlichtfeldern wechselwirken. Dies hat sowohl Auswirkungen auf die Anregungseffizienzen als auch auf die Phase jedes einzelnen Atoms. Wird wie in den vorangegangenen Kapiteln der Schwerpunkt des atomaren Ensembles betrachtet, bleiben die getroffenen Aussagen über die Phasenverschiebungen trotz dessen korrekt. Anregungseffizienzen und letztlich der Interferometerkontrast können allerdings reduziert sein [28, 53], wie im Folgenden diskutiert wird. Dabei werden die Orts- und Geschwindigkeitsverteilung als normalverteilt angenommen. Mit einem Schwerpunkt  $r_{j,0}$  und einer Standardabweichung des Ortes  $\sigma_{r,j}$  ergibt sich die eindimensionale Normalverteilung des Ortes zu

$$f_j(r_j)_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{r,j}}} \exp\left(-\frac{(r_j - r_{j,0})^2}{2\sigma_{r,j}^2}\right)$$
(2.79)

für einen Ort  $r_j$ . Dabei steht j für die drei Raumachsen x, y, z. Die eindimensionale Normalverteilung der Geschwindigkeit wird analog definiert mit einem Mittelwert der Geschwindigkeit  $v_{j,0}$  und einer Standartabweichung  $\sigma_{v,j}$  für eine Geschwindigkeit  $v_j$ 

$$g_j(v_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{v,j}} \exp\left(-\frac{(v_j - v_{j,0})^2}{2\sigma_{v,j}^2}\right).$$
 (2.80)

Für ein thermisches Ensemble ist  $\sigma_{v,j} = \sqrt{k_B \Theta_j/m}$  gerade durch die Temperatur  $\Theta_j$ , die dem Ensemble zugeordnet werden kann, die atomare Masse m und die Boltzmannkonstante  $k_B$  gegeben. Diese Definition berücksichtigt bereits, dass in den drei Raumrichtungen unterschiedliche Temperaturäquivalente vorliegen können.

#### 2.3.1 Anregungseffizienz eines Strahlteilerpulses

Eine Reduktion der Anregungseffizienz bei der Wechselwirkung mit einem Lichtfeld ist begründet in der Orts- und Geschwindigkeitsabhängigkeit der effektiven Rabifrequenzen (siehe Glg. 2.16), wodurch nicht alle Atome mit dem Lichtfeld in Resonanz sein müssen. Die gemessene Anregungseffizienz über das gesamte atomare Ensemble ist dementsprechend gegeben durch ein Sechsfachintegral über Ort und Geschwindigkeit aus Glg. 2.18

$$P_{a,ges}(t) = \int_{\vec{r}} \int_{\vec{v}} f(\vec{r})g(\vec{v})P_a(t)d\vec{v}d\vec{r},$$
(2.81)

wobei die Anregungswahrscheinlichkeit  $P_a(t)$  eines einzelnen Atoms mit Ort  $\vec{r}$  und Geschwindigkeit  $\vec{v}$  von der effektiven Rabifrequenz  $\Omega_{eff} = \Omega_{eff}(\vec{r}, \vec{v})$  abhängt. Letztere wird beeinflusst durch:

- Die Geschwindigkeitsverteilung führt zu unterschiedlichen Dopplerverschiebungen, die nach Glg. 2.9 zu unterschiedlichen Verstimmungen führen. Vorteilhaft sind kurze Wechselwirkungszeiten, da durch die Fourierverbreiterung im Impulsraum mehr Geschwindigkeitsklassen angesprochen werden können, als bei längeren Pulsen. Gleichzeitig kann dieser Effekt aber auch genutzt werden, um eine bestimmte Geschwindigkeitsklasse gezielt zu präparieren.
- Typischerweise werden Lichtfelder verwendet, die ein gaußförmiges Intensitätsprofil aufweisen, so dass bereits die Einphotonenrabifrequenzen (Glg. 2.8) ortsabhängig sind.
- Ebenfalls mit der Intensität skaliert die differentielle AC-Stark-Verschiebung (Glg. 2.12). Ist diese nicht durch eine entsprechende Wahl der Intensitäten ausgeglichen, entsteht eine lokal unterschiedliche Verstimmung zur Resonanz (Glg. 2.16).
- Analog beeinflussen Magnetfeldgradienten und andere Effekte, die eine Frequenzverschiebung der Energieniveaus verursachen, ebenfalls die effektive Rabifrequenz.

Weitere Ursachen für eine reduzierte Anregungseffizienz können spontane Emissionsprozesse oder auch ein Hintergrund von Atomen in den falschen magnetischen Unterzuständen sein, falls diese beim Detektionsprozess zusammen mit dem gewünschten magnetischen Unterzustand ausgelesen werden.
#### 2.3.2 Interferometerkontrast

Der Interferometerkontrast  $C = A_0/P_0$  eines Signals

$$P(\phi) = P_0 + A_0 \cdot \cos(\phi) \tag{2.82}$$

in Abhängigkeit einer Phase  $\phi$  ist definiert als Amplitude  $A_0$  des Signals geteilt durch den Amplitudenversatz  $P_0$ . Eine Reduktion der Signalamplitude wird demzufolge eine Verringerung des Kontrastes hervorrufen, was Nachteile für die Sensitivität des Interferometers hat (siehe 5.1.1). Diese Reduktion kann verschiedene Gründe haben. Sind die Anregungseffizienzen bei den einzelnen Pulsen bereits durch Effekte, wie im vorangegangenen Abschnitt diskutiert, herabgesetzt, wird die Signalamplitude ebenfalls reduziert sein. Weiterhin kann über das atomare Ensemble eine Dephasierung durch orts- oder geschwindigkeitsabhängige Phasenverschiebungen auftreten. Die Integration

$$P_{ges}(\phi) = \int_{\vec{r}} \int_{\vec{v}} f(\vec{r}) g(\vec{v}) P_a(\phi(\vec{r}, \vec{v})) d\vec{v} d\vec{r}$$
(2.83)

über das atomare Ensemble mit den Anregungswahrscheinlichkeiten  $P_a(\phi(\vec{r}, \vec{v}))$ und der Phase  $\phi(\vec{r}, \vec{v})$  einzelner Atome bei der Detektion kann dann zu einem Auswaschen des Kontrastes führen. Ursachen für ortsabhängige Phasenverschiebungen sind:

- Die Rotationsphase hängt nach Glg. 2.23 von der Geschwindigkeit ab. Eine endliche Geschwindigkeitsverteilung wird dementsprechend zu einer Variation der Phasenverschiebung für verschiedene Atome aus verschiedenen Geschwindigkeitsklassen führen.
- Effekte, die eine ortsabhängige Frequenzverschiebung verursachen, wie etwa die differentielle AC-Stark-Verschiebung oder Magnetfeldgradienten führen zu einer Dephasierung.
- Inhomogenitäten in den Wellenfronten der Strahlteiler ändern ortsabhängig Orientierung und Länge des effektiven Wellenvektors.
- Relative Verkippungen eines Strahlteilers ändern global für eine Wechselwirkungszone die Orientierung des effektiven Wellenvektors relativ zu denen der anderen Wechselwirkungszonen. Dies führt nach Glg. 2.75 zu einer Phasenverschiebung, die sowohl eine Orts- als auch eine Geschwindigkeitsabhängigkeit aufweist. Die Dephasierung kann durch eine präzise Ausrichtung der Strahlteiler zueinander aufgehoben werden [53, 28].

Der letztgenannte Effekt stellt einen kritischen Aspekt für das Gyroskop dar und wird daher im folgenden Kapitel näher betrachtet.

## 2.3.3 Kontrastreduktion durch relative Strahlteilerverkippungen

Für die Beschreibung der Kontrastreduktion durch relative Strahlteilerverkippungen werden die Phasenterme aus Glg. 2.76 mit dortigen Definitionen verwendet. Das atomare Ensemble propagiert in x- und y-Richtung, das Strahlteilerlichtfeld wird in z-Richtung eingestrahlt, so dass die Wellenfronten bei Neigungwinkeln  $\alpha_{x,i} = 0$  und  $\alpha_{y,i} = 0$  für i = 1, 2, 3 in der x-y-Ebene liegen. In diesem Fall tritt keine Dephasierung auf. Die Auswirkungen nicht verschwindender Neigungswinkel auf beiden Achsen können mit dem Integral  $P_{ges} = \int_{-\infty}^{\infty} f(r)g(v_r)P_a(\phi(r,v_r))drdv_r$ für r = x, y getrennt betrachtet werden. In y-Richtung ergibt die Auswertung des Integrals den Amplitudenfaktor

$$A_{y}^{MZ,Wf} = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\left(k\sigma_{y}\left(\Delta_{1,2} - \Delta_{2,3}\right)\right)^{2}}{2}\right)$$
  
 
$$\cdot \exp\left(-\frac{\left(k\sigma_{v_{y}}\left(t_{1}\left(\Delta_{1,2} - \Delta_{2,3}\right) - 2T\Delta_{2,3}\right)\right)^{2}}{2}\right)$$
(2.84)

für die Mach-Zehnder-Geometrie mit  $\Delta i, j = \alpha_{y,i} - \alpha_{y,j}$  [53]. Hier ist sowohl eine Abhängigkeit von der Ortsverteilung  $\sigma_y$  als auch von der Geschwindigkeitsverteilung  $\sigma_{vy}$  erkennbar. Weiterhin skaliert die Kontrastreduktion direkt mit den relativen Neigungswinkeln  $\Delta i, j$ , der freien Entwicklungszeit T sowie dem effektiven Wellenvektor k. Für die x-Achse errechnet sich analog

$$A_x^{MZ,Wf} = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\left(k\sigma_x \left(\Delta_{1,2} - \Delta_{2,3}\right)\right)^2}{2}\right)$$
(2.85)  
$$\cdot \exp\left(-\frac{\left(k\sigma_{v_x} \left(t_1 \left(\Delta_{1,2} - \Delta_{2,3}\right) - 2T\Delta_{2,3} + \Omega T^2 \left(2 - \alpha_1^2 - \alpha_3^2\right)\right)\right)^2}{2}\right).$$

Hier tritt ein zusätzlicher Dephasierungsterm durch die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Rotationsphase (Glg. 2.23) auf. Durch die quadratische Abhängigkeit von den Neigungswinkeln ist nicht zu erwarten, dass dieser den dominanten winkelabhängigen Beitrag liefert. Eine Abschätzung der Auswirkungen auf das Interferometer befindet sich in Kap. 4.1.

Im Falle der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie erhält man nach Glg. 2.78 für die *y*-Richtung die Abhängigkeit [53, 28]

$$A_{y}^{SRB,Wf} = \frac{1}{4} \exp\left(-\frac{\left(k_{eff}T\sigma_{v_{y}}\Delta_{1,3}\right)^{2}}{2}\right).$$
 (2.86)

In diesem Fall besteht keine Startpositionsabhängigkeit, stattdessen skaliert der Amplitudenfaktor mit dem relativen Neigungswinkel  $\Delta_{1,3}$ , der atomaren Temperatur, respektive der Geschwindigkeitsverteilung  $\sigma_{v_y}$ , und der freien Entwicklungszeit T.

KAPITEL 3

# EXPERIMENTELLER AUFBAU

In diesem Kapitel wird vorgestellt, wie ein in Kap. 2 theoretisch beschriebenes Interferometer praktisch im vorliegenden Aufbau realisiert wird. Ein Quellensystem muss ein atomares Ensemble bereitstellen, das im Interferometergrundzustand präpariert und in der Geschwindigkeitsverteilung selektiert wird. Darauf folgt die kohärente Manipulation, was Strahlteilerlichtfelder erfordert, deren Einfluss auf ein atomares Ensemble in Kap. 2 beschrieben ist. Abschließend wird die in den Besetzungswahrscheinlichkeiten kodierte Phaseninformation durch einen Detektionsprozess ausgelesen. Einen Überblick über die zeitliche Abfolge der einzelnen Schritte gibt Abb. 3.1. Im Folgenden werden die einzelnen Komponenten des Interferometers beschrieben.

## 3.1 Vakuumaufbau

Die Vakuumkammer, in der die Manipulation der Atome erfolgt, ist auf einem optischen Tisch mit den Abmessungen  $90 \,\mathrm{cm} \times 120 \,\mathrm{cm}$  montiert und setzt sich aus



Abbildung 3.1: Messzyklus. Der Zeitstrahl illustriert den typischen Messablauf. Graue Fläche symbolisieren Wechselwirkungen der verschiedenen Lichtfelder mit dem atomaren Ensemble. Die Darstellung der Pulsdauern ist dabei nicht maßstabsgetreu. Eine Zyklusdauer liegt üblicherweise bei 0,5 s, den größten Anteil daran macht mit 0,3 s die Ladezeit aus.



Abbildung 3.2: Quellensystem und Interferometriekammer. Diese Skizze zeigt den Teil des Vakuumsystems, in dem die Manipulation der Atome erfolgt. Gut erkennbar ist die Symmetrie des Aufbaus, da das rechte Quellensystem genutzt wird, um ein Interferometer mit kontrapropagierenden Trajektorien zum linken zu realisieren. Besonderheit dieses Aufbaus sind die drei räumlich getrennten Wechselwirkungszonen für die Applikation der Strahlteilerlichtfelder. Gesamtlänge dieses Kammersystems ist 1 m.

den Atomquellen, dem Interferometriebereich und den Vakuumpumpen zusammen. Zusätzlich sind die Optiken zum Einstrahlen der unterschiedlichen Lichtfelder auf der Platte bzw. direkt an der Kammer montiert. Letztere werden über polarisationserhaltende Fasern zum Experiment geleitet, die Generierung erfolgt auf einem separaten Tisch. Ebenfalls getrennt vom Vakuumaufbau ist die gesamte Elektronik für Experimentsteuerung und das Schalten der Magnet- und Lichtfelder.

Das Vakuumsystem ist notwendig, da andernfalls die Kollisionen der Atome mit dem Hintergrundgas die Lebensdauer der kalten Atome reduzieren. Sämtliche Bauteile der Vakuumkammer, in denen eine Manipulation der Atome stattfindet, sind Eigenanfertigungen aus Aluminium (siehe Abb. 3.2). Der optische Zugang wird durch Indium pressgedichtete Fenster aus BK - 7 ermöglicht. Über ein Rohrsystem aus kommerzieller CF-Technik, dass die Aluminiumkammer mit einer Ion-Getter-Pumpe (301/s, Vacom 40SDl2HSCNN) und einer Titansublimationspumpe (Hositrad SB-1020 TSP) verbindet, werden die Interferometriekammer und die Quellen abgepumpt. Zusätzlich ist ein Heißkathodenmesskopf (Varian 580) optional zuschaltbar, an dem ein Restdruck von  $6 - 8 \cdot 10^{-10}$  mbar gemessen wird.

Gebäude- und Umgebungsvibrationen können bei starrer Verbindung zwischen Experiment und Umgebung in das Interferometersignal einkoppeln und somit die Sensitivität beeinträchtigen. Daher ist die Experimentplattform auf zwei aktiven Vibrationsisolierungsbarren (TableStable AVI 350-M) montiert, um Einflüsse durch externe inertiale Kurzzeitschwankungen zu reduzieren.

Ein weiterer Störeinfluss kann durch Magnetfeldgradienten, sowie deren Fluktuationen auftreten. Eine Quelle dafür ist das Erdmagnetfeld, zusätzlich können Streufelder durch die verwendete Elektronik im Labor auftreten. Für die Unterdrückung derartiger Einflüsse wird im Messbetrieb eine Magnetfeldabschirmung auf das Experiment gesetzt, die aus 2 mm starkem, geschweißtem  $\mu$  Metall besteht, das in eine ebenso gefertigte Pfanne unter der Experimentplattform greift.

#### 3.1.1 Quellen

Aufgabe des Quellensystems [44] ist es, für die Interferometrie ein atomares Ensemble aus <sup>87</sup>Rb Atomen im Zustand  $|0\rangle = |5^2 S_{1/2}, F = 1, m_f = 0\rangle$  bereitzustellen. Um einen differentiellen Interferometriebetrieb zu ermöglichen, sind symmetrisch zwei Quellen an der Interferometriekammer angebracht, die simultan betrieben werden. Der Ablauf dafür setzt sich aus den drei Schritten Ladephase, Start des Ensembles und Präparation des Zustandes  $|0\rangle$  zusammen.

Während der Ladephase wird die dreidimensionale magnetoopti-Ladephase. sche Falle (3D-MOT) durch eine zweidimensionale magnetooptische Falle (2D-MOT) geladen, die ihrerseits aus dem Hintergrundgas lädt. Dieses Hintergrundgas wird durch einen Ofen erzeugt, der aus einer <sup>87</sup>Rb Ampulle in einem Swagelok-Rohrsystem besteht, das auf  $60 \,^{\circ}C$  aufgeheizt wird. Die 2D-MOT formt daraus ein Strahl kalter Atome, der auf den Einfangbereich der 3D-MOT gerichtet ist. In der 2D-MOT wird eine Leistung von  $4 \cdot 35 \,\mathrm{mW}$  bei einer Rotverstimung von 1,8 $\Gamma$  gegenüber dem Kühlübergang  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F = 3\rangle$  auf einer Strahlfläche von  $\approx 1\,\mathrm{cm} \times 5\mathrm{cm}$  verwendet. Der Magnetfeldgradient wurde zu 18,5 G/cm bei 3 A bestimmt, der typische Strom ist 2A. Zusätzlich zum Kühllicht wird mit diesem überlagert Rückpumplicht resonant zum Übergang  $|5^2S_{1/2}, F| =$  $|1\rangle \rightarrow |5^2 P_{3/2}, F = 2\rangle$  mit einer Leistung von  $4 \cdot 4 \,\mathrm{mW}$  eingestrahlt. Dadurch werden Verluste, die durch Anregung des Übergangs  $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F=2\rangle$  und anschließenden Zerfall in  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$  entstehen, in den Kühlprozess zurückgeführt. Ein zusätzliches Lichtfeld mit Strahlradius  $\approx 0.5 \,\mathrm{mm}$ , einer Leistung von  $4 \,\mathrm{mW}$  und einer Blauverstimmung von  $1,8\,\Gamma$  gegenüber dem Kühlübergang, das auf der Atomstrahlachse der 2D-MOT Richtung 3D-MOT zeigt, dient der Erhöhung des atomaren Flusses zur 3D-MOT. In der 3D-MOT wird zum Fangen der Atome eine Leistung von  $6.5\,\mathrm{mW}$  bei einem Strahlradius von  $1.5\,\mathrm{cm}$ , einer Rotverstimmung von  $2,5\Gamma$  eingesetzt. Der typische Spulenstrom ist 4,5A, bei 3A liegt ein Magnetfeldgradient von 12 G/cm vor. Wie bei der 2D-MOT wird auch hier ein Rückpumper eingesetzt, der mit einer Leistung von  $2 \cdot 0.5 \,\mathrm{mW}$  überlagert mit der vertikalen Achse eingestrahlt wird. Die erreichte Laderate ist  $1 \cdot 10^9$  Atome/s bei einer Temperatur von  $180 \,\mu \text{K}$ .



Abbildung 3.3: Zeitlicher Ablauf des Starts. Während der Startphase wird den Lichtfeldern zusätzlich eine Dopplerverstimmung aufgeprägt, um in einem bewegten Bezugssystem zu kühlen und so die Atome auf die Parabelbahn zu starten. Bei der anschließenden

Melassekühlung wird die Laserintensität mit einem Tiefpassverhalten reduziert.

**Startphase.** Die Startphase dient der Beschleunigung des atomaren Ensemble auf eine Vorwärtsdriftgeschwindigkeit von v = 2,79 m/s inklusive einer Melassekühlung, die die Temperatur des Emsembles auf 10  $\mu$ K reduziert. Der Ablauf des Startens ist in Abb. 3.3 wiedergegeben. Nach der Ladephase werden zunächst die 2D-MOT Licht- und Magnetfelder abgeschaltet und wenige Millisekunden danach auch das Magnetfeld der 3D-MOT. Daran schließt sich eine Wartezeit von 12 ms an, in der das 3D Magnetfeld abklingt und die Rotverstimmung der Lichtfelder um 20 $\Gamma$  erhöht wird. Der nächste Schritt ist die Beschleunigungsphase, die eine Dauer von 1 ms hat. Die Verstimmung der Lichtfelder wird wieder auf 2,5 $\Gamma$ reduziert, allerdings wird den einzelnen Strahlachsen zusätzlich eine Dopplerverstimmung aufgeprägt, so dass die Kühlung nun in einem bewegten Bezugssystem mit v = 2,79 m/s erfolgt. Im letzten Schritt der Startphase wird diese Dopplerverstimmung beibehalten, die generelle Verstimmung aber auf 22,5 $\Gamma$  erhöht. Parallel dazu fällt die Intensität der Lichtfelder ab. Die Dauer dieser letzten Phase ist 1,4ms.

Nach dieser Startphase wird die Trajektorie der Atome durch eine flache Parabelbahn mit Apex im mittleren Fenster der Interferometriekammer beschrieben. Die Driftgeschwindigkeit ist 2,79m/s mit einer relativen Unsicherheit von  $3 \cdot 10^{-4}$ , der Radius des Ensembles nach dem Start ist 3,8 mm und die Temperatur  $10 \,\mu$ K.

**Präparation.** Nach dem Startvorgang erfolgt die Präparation des Interferometergrundzustandes  $|0\rangle = |5^2 S_{1/2}, F = 1, m_f = 0\rangle$  mit einer Geschwindigkeitsselektion in Strahlteilerrichtung. Dies erfordert drei Schritte, in denen sukzessive alle Atome aus den  $|5^2 S_{1/2}, F = 1\rangle$  Zuständen in die  $|5^2 S_{1/2}, F = 2\rangle$  Zustände umgepumpt werden, geschwindigkeitsselektiv der Übergang  $|5^2S_{1/2}, F = 2, m_f = 0\rangle \rightarrow |5^2S_{1/2}, F = 1, m_f = 0\rangle$  getrieben wird und letztlich alle verbleibenden Atome in den  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  Zuständen entfernt werden.

Der Umpumpprozess  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  erfolgt über Rückpumplicht, das 3 ms lang in der 3D-MOT Kammer im Anschluss an die Melassekühlung eingestrahlt wird.

Nachdem das atomare Ensemble die Interferometriezone erreicht hat, wird ein Strahlteiler- $\pi$ -Puls appliziert, der den Übergang  $|5^2S_{1/2}, F = 2, m_f = 0\rangle \rightarrow |5^2S_{1/2}, F = 1, m_f = 0\rangle$  treibt. Bedingt durch die Pulslänge bzw. deren Fourierbreite wird dabei nur eine bestimmte Geschwindigkeitsklasse in Strahlteilerrichtung angesprochen. Der übrige Anteil der Atome erfüllt nicht die Resonanzbedingung. Durch die Geschwindigkeitsselektivität wird das Temperaturäquivalent des atomaren Ensembles in Strahlteilerrichtung auf  $\approx 1 \,\mu$ K reduziert.

Der letzte Schritt ist das Entfernen der verbleibenden Atome in den  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ Zuständen durch ein Lichtfeld resonant zum Kühlübergang.

#### 3.1.2 Interferometriebereich

Unmittelbar nach der Präparation findet in der Interferometriekammer die kohärente Manipulation der Atome statt, mit der die Interferometergeometrie aufgespannt wird. Über an die Vakuumkammer montierte Platinen kann ein Magnetfeld der Stärke 0,6 G parallel zur Propagationsrichtung der Strahlteiler angelegt werden, um die Entartung der magnetischen Unterzustände aufzuheben. Die Kammer bietet drei optische Zugänge für die Applikation der Strahlteiler. Der Radius dieser Fenster ist 2 cm bei einem Abstand zwischen zwei Fensterzentren von 6,5 cm. Prinzipiell werden dadurch Interferometerbasislängen von  $\approx 13 - 15$  cm ermöglicht, was bei einem Strahlteilungsprozess mit einer Rückstoßgeschwindigkeit von 11,77 mm/s sowie der Driftgeschwindigkeit von 2,79 m/s zu eingeschlossenen Flächen von  $\approx 19$  mm<sup>2</sup> führt.

Die Strahlteilerkonfiguration mit kontrapropagierenden Lichtfeldern für den maximalen Impulsübertrag wird durch ein retroreflektierendes System umgesetzt. In drei separaten Fasern werden die beiden überlagerten Ramanlaserfrequenzen zum Experiment geleitet, wo jeweils ein Teleskop die Lichtfelder auf einen Strahlradius von 2 cm und einen Krümmungsradius der Wellenfronten > 400 m kollimiert. Die Polarisationen in der Faser und dahinter sind gekreuzt und werden durch  $\lambda/4$  - Verzögerungsplatten in zirkulare Polarisationen umgewandelt. Vor den Retroreflektoren auf der anderen Seite der Kammer ist jeweils eine weitere  $\lambda/4$  - Verzögerungsplatte montiert.

Durch die 2 · 2 Strahlteilerlichtfelder können prinzipiell die zwei Übergänge  $|5^2S_{1/2}, F = 1, m_f = 0, \vec{p} \rangle \rightarrow |5^2S_{1/2}, F = 2, m_f = 0, \vec{p} \pm \hbar \vec{k} \rangle$ , die sich in der Richtung des Impulsübertrages unterscheiden, getrieben werden. Um diese Entartung



Abbildung 3.4: Skizze des Strahlteileraufbaus. In dieser Abbildung [45] sind die Flugparabel der atomaren Ensembles sowie die Strahlteilerlichtfelder eingegezeichnet. Die Retroreflektoren definieren in diesem Aufbau die Orientierung der Strahlteilerwellenfronten.

Für die Detektion wird die Blende im Strahlengang typischerweise nicht verwendet.

aufzuheben, wird die Ausrichtung der Strahlteiler so gewählt, dass der effektive Wellenvektor  $\vec{k}$  und die Geschwindigkeit der Atome  $\vec{v}$  einen Winkel von 3° einschließen. Folglich sind die beiden Übergänge bedingt durch den Dopplereffekt um  $2\vec{k}\cdot\vec{v}$  gegeneinander frequenzverschoben.

**Vorjustage der Strahlteiler.** Die Vorjustage der Strahlteiler umfasst zwei Schritte: die Ausrichtung eines Teleskops senkrecht zur Erdbeschleunigung  $\vec{g}$  und die Justage der zwei weiteren Teleskope parallel zum ersten.

Die Ausrichtung senkrecht zu  $\vec{g}$  erfolgt über ein Pentaprisma. Der Lichtstrahl aus dem mittleren Teleskop wird über das Prisma auf eine Wasseroberfläche umgelenkt. Daraufhin wird das Teleskop so eingestellt, dass der reflektierte Strahl mit dem einfallenden überlagert. Bei diesem Verfahren verbleibt eine Unsicherheit im mrad Bereich.

Im Anschluss an diesen Schritt wird das Licht des mittleren Teleskops mit einem Goldspiegel, der alle drei Licht-Atom-Wechselwirkungszonen für die Strahlteilung abdeckt in sich reflektiert. Mit diesem Spiegel als Referenz werden die beiden anderen Teleskope ebenfalls durch die Überlagerung von Rückreflex und einfallendem Strahl ausgerichtet. Prinzipiell ist mit diesem Vorgehen eine relative Justageungenauigkeit der Strahlteiler zueinander im  $\mu$ rad Bereich realisierbar, allerdings befinden sich im Strahlengang weitere Elemente wie Verzögerungsplättchen und Fenster der Vakuumkammer. Jede Imperfektion in der Planparallelität



Abbildung 3.5: Detektionsfotodiodensignal. Der Graph zeigt die beiden Fotodiodensignale, aus denen die Phaseninformationen beider Interferometer ausgelesen werden. Während der Pulse ist die gaußförmige Faltung aus der örtlichen Verteilung der Atome und dem Gaußprofil des Detektionsstrahls zu erkennen. Das Korrektursignal dient dem nachträg-

lichen Herausrechnen von Intensitätschwankungen des Detektionslichtfeldes.

dieser Objekte erzeugt eine Fehlstellung der Strahlteiler am Ort der Atome, also innerhalb der Vakuumkammer. Im letzten Schritt wird der Goldspiegel durch drei fernsteuerbare Spiegel (Newport Agilis) ersetzt, um eine Optimierung der relativen Strahlteilerjustage auf das Interferometersignal zu ermöglichen.

#### 3.1.3 Detektion

In der Besetzung der beiden Interferometerzustände  $|5^2S_{1/2}, F = 1, m_f = 0\rangle = |0\rangle$ und  $|5^2S_{1/2}, F = 2, m_f = 0\rangle = |1\rangle$  nach der Interferometrie ist die Phaseninformation durch inertiale Einflüsse sowie systematische Effekte kodiert. Genau diese Besetzungen werden durch eine zustandsselektive Floureszensdetektion ausgelesen. Angrenzend an die optischen Zugänge für die Strahlteiler befinden sich auf beiden Seiten weitere optische Zugänge für die Applikation der Lichtfelder für die Floureszensdetektion. Oberhalb dessen ist ein weiteres Fenster, hinter dem ein Linsensystem und eine Fotodiode Hamamatsu S4107 angebracht sind, die das Streulicht detektiert. Der resultierende Strom wird durch einen Transimpedanzverstäker FEMTO DLCPA-S in ein Spannungssignal umgewandelt.

Die Detektion besteht aus den vier Schritten Detektion des Zustandes  $|1\rangle$ , dem Umpumpvorgang  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ , wiederholter Detektion der Atomzahl in  $|1\rangle$ , die jetzt die Gesamtzahl der Atome umfasst, und schließlich einer Messung des Hintergrundstreulichtes (siehe Abb. 3.5). Im Folgenden wird der Detektionsvorgang ausführlich betrachtet.

Das Detektionslicht ist mit einer Leistung von  $2 \cdot 15 \,\mathrm{mW}$  bei einem Strahlradius von

 $0.8 \,\mathrm{cm} \,\mathrm{um} \,1/3\,\Gamma$  rotverstimmt zum Übergang  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}F' = 3\rangle$ . Die Orientierung und Stärke des angelegten Magnetfeldes zur Aufhebung der Entartung der magnetischen Unterzustände entspricht dem Interferometriebereich. Kombiniert mit einer zirkularen Polarisation wird das Treiben des geschlossenen Übergangs  $|5^2S_{1/2}, F = 2, m_f = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3, m_f = 3\rangle$  ermöglicht. Die Einstrahldauer des ersten Pulses zum Auslesen der Besetzung  $N_1$  des  $|5^2S_{1/2}, F=2\rangle$ ist 800  $\mu$ s. Danach wird 400  $\mu$ s lang ein Rückpumppuls resonant zum Übergang  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$  mit einer Leistung von 2·4 mW eingestrahlt. Aus dem Niveau  $5^2 P_{3/2}, F' = 2$  zerfallen die Atome spontan mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in den  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$ , während ein Zerfall in den  $|5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$ zu einer erneuten Anregung führt. Dementsprechend werden die Atome  $N_0$  aus dem Zustand  $|0\rangle$  in den Zustand  $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$  überführt. Der zweite Detektionspuls mit identischen Parametern zum ersten dient zum Auslesen der Gesamtteilchenzahl  $N_1 + N_0$ . Nach einer Wartezeit von 50 ms, nach der die Atome den Detektionsbereich verlassen haben, wird ein weiterer Detektionspuls eingestrahlt, um das Hintergrundstreulicht zu vermessen. Das während der Pulse gemessene Spannungssignal  $U_{Det,i} = U_{N,i} + U_{0,i}$  mit i = 1, 2, 3 setzt sich aus einem Anteil  $U_{N,i}$ proportional zur Anzahl detektierter Atome und dem Hintergrundstreulicht  $U_{0,i}$ zusammen, wobei  $U_{N,3} = 0$  ist.

Parallel dazu werden  $100 \,\mu\text{W}$  des Detektionslichtes aus dem Strahlengang abgezweigt und auf eine weitere Fotodiode fokussiert, was zu Spannungssignalen  $U_{Korr,i}$ für die Pulse i = 1, 2, 3 führt. Dies ermöglicht die Korrektur der Leistungsschwankungen während der Pulse. Über einen Vergleich der gemessenen Spannungssignale beim dritten Puls wird ein Umrechnungsfaktor  $U_{Det,3}/U_{Korr,3}$  bestimmt, mit dem  $U_{Korr,1}$  und  $U_{Korr,2}$  multipliziert und von  $U_{Det,1}$  und  $U_{Det,1}$  abgezogen werden. Das Ergebnis ist eine normierte Anregungswahrscheinlichkeit

$$P = \frac{U_{Det,1} - U_{Korr,1} \frac{U_{Det,3}}{U_{Korr,3}}}{U_{Det,1} - U_{Korr,1} \frac{U_{Det,3}}{U_{Korr,3}} + U_{Det,2} - U_{Korr,2} \frac{U_{Det,3}}{U_{Korr,3}}} = \frac{N_1}{N_0 + N_1}.$$
 (3.1)

Ebenfalls wie Start und kohärente Manipulation ist der Detektionsvorgang für beide Interferometer simultan.

## 3.2 Uberblick über die verwendeten Lichtfelder

Für die Kühlung, kohärente Manipulation und das Auslesen des Interferometersignals sind, wie in den vorangegangen Kapitel bereits erwähnt, viele verschiedene Lichtfelder notwendig. Alle Lasersysteme in diesem Experiment basieren auf interferenzfilterstabilisierten Diodenlasern mit externen Resonatoren in linearem Aufbau [46, 47] deren Leistung größtenteils durch optische Verstärker nachträglich erhöht wird. Zusätzlich zu diesem intrinsisch robusten Aufbau ist es notwendig,



Abbildung 3.6: Aufteilung des Referenzlichtes. Das Referenzlicht wird direkt für Schwebungsmessungen mit verschiedenen anderen Lasersystemen verwendet. Außerdem werden durch akustooptische Modulatoren daraus die Frequenzen für Detektion, Blow-Away und Pusher generiert.



Abbildung 3.7: Aufteilung des Ramanlaser. Die beiden Ramanlaser werden nach der Überlagerung gemeinsam geführt und auf drei Fasern aufgeteilt, die je zu einer der drei Strahlteilungszonen führen. Das Schwebungssignal bei 6,835 GHz der beiden Laser wird zunächst mit 7 GHz aus einer Mikrowellenquelle (MW) heruntergemischt. Danach vergleicht ein Phasendetektor das entstandene Signal mit dem des DDS (direct digital synthesis, Frequenzgenerator) und stabilisiert die Phase des Raman 1 Lasers relativ zu der des Raman 2 Lasers. Sowohl DDS als auch Mikrowelle sind auf eine 100 MHz-Referenz stabilisiert.

die Laserfrequenz auf einen anwendungsabhängigen Wert zu fixieren. Der Referenzlaser [48] des Systems wird durch eine Modulationstransferspektroskopie [49] an einen atomaren Übergang angebunden. Abgesehen vom Ramanlaser 2 werden alle übrigen Lasersysteme direkt in ihrer Frequenz durch Schwebungsmessungen relativ zum Referenzlaser stabilisiert (siehe Tab. 3.1). Die Ramanlaser nehmen hier eine Sonderstellung ein, da für die kohärente Strahlteilung nicht nur eine relative Frequenzstabilität sondern sogar eine Phasenstabilität gefordert ist. Daher wird der Ramanlaser 2 in seiner Phase relativ zum Ramanlaser 1 fixiert [37] und somit indirekt auch gegen den Referenzlaser frequenzstabilisiert. Das Phasenstabiliserungsschema lässt für experimentelle Untersuchungen sowohl eine Änderung der relativen Phase als auch der relativen Frequenz zu. Bevor die Lichtfelder über

	Frequenz	Leistung	Anwendung	
Referenz	$2 \rightarrow 3 - 2\pi \cdot 55 \mathrm{MHz}$	$550\mathrm{mW}$	Referenz, 'Pusher',	
			'Blow away',	
			Detektion	
2D Kühllaser	$2 \rightarrow 3 - 2\pi \cdot 11 \mathrm{MHz}$	$830\mathrm{mW}$	2D-MOT	
3D Kühllaser	$2 \rightarrow 3 - 2\pi \cdot 425 \mathrm{MHz}$	$1,6\mathrm{W}$	3D-MOT, Start	
Rückpumper	$1 \rightarrow 2$	$200\mathrm{mW}$	2D/3D-MOT,	
			Präparation,	
			Detektion	
Ramanlaser 1	$2 \rightarrow 3 - 2\pi \cdot 728 \mathrm{MHz}$	$1,5\mathrm{W}$	$\operatorname{Strahlteiler}$	
Ramanlaser 2	$1 \rightarrow 2 - 2\pi \cdot 728 \mathrm{MHz} \pm \delta$	$1,\!3\mathrm{W}$	$\operatorname{Strahlteiler}$	

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der verwendeten Laser. Bei der Bezeichnung des Übergangs wird die verkürzende Schreibweise  $i \to j$  für  $|5^2S_{1/2}, F = i\rangle \to |5^2P_{3/2}, F' = j\rangle$ verwendet. Die Frequenz ist der Wert, auf den die Laser stabilisiert werden, und als

Leistung ist die Ausgangsleistung direkt hinter dem optischen Isolator angegeben.

polarisationserhaltende Fasern zum Experiment geführt werden, werden sie auf die beiden Interferometer aufgeteilt, nachdem sie Elemente zum Schalten wie mechanische Schalter bzw. akustooptische Modulatoren, die zusätzlich die Frequenz verschieben, passiert haben. In Abb. 3.6 ist ein Überblick über die Aufteilung des Referenzlichtes gegeben, in Abb. 3.8 über das Kühllicht und in Abb. 3.7 über das Lasersystem zur Strahlteilung. Die Frequenzen und Intensitäten, die am Experiment verwendet werden, sind in Tab. 3.2 zusammengefasst.

Ausführlichere Darstellungen des optischen Aufbaus sowie der Frequenzstabilisierungselektronik sind in [28, 27, 37, 48] zu finden.

## 3.3 Experimentsteuerung

Die Experimentansteuerung [27] basiert auf zwei PCs (siehe Abb. 3.9), deren Schnittstelle zum Experiment verschiedene PCI-Einsteckkarten von National Instruments (NI) sind. Als Software wird NI Labview 2010 bzw. NI Labview realtime ETS verwendet.

Der erste der beiden PCs mit der Software Labview 2010 dient als Benutzerschnittstelle, bei der der angestrebte Experimentablauf schrittweise parametrisiert wird. Neben einem rein zyklischen Ablauf ist auch das gleichzeitige oder sukzessive Durchstimmen eines oder mehrerer Parameter wie Pulsdauern, Frequenzen oder relativer Strahlteilerlaserphase möglich. Bei jedem Experimentzyklus werden diese Schritte über eine Netzwerkverbindung auf den sogenannten Echtzeitrechner transferiert.

Der Echtzeitrechner verwendet ein NI Labview realtime ETS System, welches die

Anwendung	Übergang	Verstimmung	Leistung	Polarisation
		in $\Gamma$	in mW	
2D Kühllaser	$2 \rightarrow 3$	-1, 8	$4 \cdot 35$	$\sigma^+/\sigma^-$
2D Rückpumper	$1 \rightarrow 2$	resonant	$4 \cdot 4$	$\sigma^+/\sigma^-$
2D 'Pusher'	$2 \rightarrow 3$	+1,8	4	linear
3D Kühllaser	$2 \rightarrow 3$	$-2,5/-22,7^{1)}$	$6 \cdot 5$	$\sigma^+/\sigma^-$
3D Rückpumper	$1 \rightarrow 2$	$\operatorname{resonant}$	$2 \cdot 0,5$	$\sigma^+/\sigma^-$
'Blow away'	$2 \rightarrow 3$	$\operatorname{resonant}$	4	$\pi$
Ramanlaser 1 T1	$2 \rightarrow 3$	-120	220	$\sigma^+/\sigma^-$
Ramanlaser 2 T1	$1 \rightarrow 2$	$-120 \pm \delta^{2)}$	200	$\sigma^+/\sigma^-$
Ramanlaser 1 T2	$2 \rightarrow 3$	-120	330	$\sigma^+/\sigma^-$
Ramanlaser 2 T2	$1 \rightarrow 2$	$-120 \pm \delta^{2)}$	300	$\sigma^+/\sigma^-$
Ramanlaser 1 T3	$2 \rightarrow 3$	-120	200	$\sigma^+/\sigma^-$
Ramanlaser 2 T3	$1 \rightarrow 2$	$-120 \pm \delta^{2)}$	160	$\sigma^+/\sigma^-$
Detektionslaser	$2 \rightarrow 3$	-1/3	15	$\sigma^+$
Detektionsrückpumper	$1 \rightarrow 2$	resonant	4	$\sigma^+$

Tabelle 3.2: Zusammenfassung der verwendeten Lichtfelder. Bei der Bezeichnung des Übergangs wird die verkürzende Schreibweise  $i \rightarrow j$  für  $|5^2S_{1/2}, F = i\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = j\rangle$  verwendet. 1) Zusätzlich muss die Dopplerverstimmung für das Melassekühlen im bewegten Bezugssystem addiert werden (siehe Kap. 3.1.1). 2)  $\delta$  entspricht einem Durchstimmen der Differenzfrequenz zwischen Ramanlaser 1 und 2, z.B. um die Dopplerverschiebung (siehe Kap. 3.1.2) auszugleichen. Die angegebenen Leistungen der Ramanlaser sind als Maximalwert zu verstehen, im Experimentbetrieb werden sie z.T. reduziert, um die Pulsdauern in den einzelnen Wechselwirkungszonen anzupassen. Die Radien der 3D-MOT

Lichtfelder sind 1,5 cm, der Strahlteiler 1,9 cm und bei der Detektion 0,8 cm.



Abbildung 3.8: Aufteilung des Kühllichts auf die Quellen.

Netzwerkkommunikation mit den Subkomponenten regelt. Bei jedem Transferzyklus werden die Informationen an eine PCI-FPGA-Karte (field programmable gate array, NI PCI-7811R), zwei Analogausgangkarten (NI PCI-6733) sowie fünf selbstgebaut ISA-DDS-Karten (direct digital synthesis, ISA-Bus AD9986) weitergeleitet. Die zeitliche Kontrolle des Experimentablaufs wird von der FPGA-Karte übernommen, die TTL Signale (Transistor-Transistor Logik) an die übrigen Komponenten aussendet, wodurch z.B. ein Strahlteilerpuls geschaltet wird. Die Taktfrequenz dieser Karte liegt bei f = 100 MHz mit einer Abweichung unterhalb von 1/f pro Zyklus, was keine Beschränkung für den Rotationssensor darstellt. Direkt vom FPGA gesteuert ist eine weiterer externer selbstgebauter DDS-Baustein (AD9852), der in die Phasenstabilisierung der Strahlteilerlaser eingebunden ist und ein Durchstimmen der relativen Phase und Frequenz ermöglicht. Vier der internen DDS-Karten generieren die Frequenzen für die AOMs, die das Licht der 3D-MOT schalten und



Abbildung 3.9: Experimentsteuerung.

die Dopplerverstimmungen für das Kühlen im bewegten Bezugssystem aufprägen (siehe Abb. 3.3). Die fünfte Karte ist in die Frequenzstabilisierung des 3D Kühllasers eingebunden und bestimmt die Differenzfrequenz zwischen Referenzlaser und 3D Kühllaser, was Sprünge in der Frequenz ermöglicht. Alle weiteren Steuersignale an Magnetfelder, AOMs, mechanische Schalter sowie Stabilisierungselektroniken werden von den zwei Analogausgangskarten ausgesendet.

Das Auslesen der Fotodiodensignale, die während der Detektion aufgenommen werden, geschieht über eine hochauflösende Analogeingangskarte (NI PCI 6280) in dem Benutzerschnittstellenrechner. Die Labviewroutine, die das Signal abspeichert, führt auch die Berechnung der Hintergrundstreulichtkorrektur (siehe Kap. 3.1.3) durch. Die Auswertung, wie etwa die graphische Ausgabe der Messkurven, erfolgt über das Programm Matlab.

Zusätzlich sind im Echtzeitrechner eine langsame Analogeingangskarte (NI PCI 6040E) und im Benutzerschnittstellenrechner eine schnelle Analogeingangskarte (NI PCI 6259) verbaut. Diese werden verwendet, um diverse Parameter des Experiments aufzunehmen, wie z.B. Temperatur an verschiedenen Stellen, Magnet-feldfluktuationen, Intensitätsdrifts der Strahlteilerlaser und um ein Seismometer (Güralp CMG 40-T) und Neigungsmesser (LGM Lippmann hochauflösendes 1K Plattform-Tiltmeter) auszulesen.

KAPITEL 4

# Wellenfrontabhängige Kontrastoptimierung

Bereits in den vorangegangenen Arbeiten [28, 27] wurden die Wellenfronten der Strahlteilerlaser als kritisches Element für den Interferometerkontrast identifiziert, das durch die hohe Anforderung an die relative Ausrichtung eine Verwendung der angestrebten Fläche von 19 mm<sup>2</sup> verhindert hat. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Auswirkungen der Wellenfronten auf den Kontrast weiter erörtert, was in den folgenden Abschnitten zu einer Justageanleitung führt. Darauf aufbauend ist es im Rahmen dieser Arbeit erstmalig gelungen, mit dem Interferometer eine Fläche von 19 mm<sup>2</sup> einzuschließen [53].

# 4.1 Simulation des Interferometerkontrastes

Die relative Justage der Strahlteiler beeinflusst die maximal mögliche Signalamplitude A des Interferometersignals, aus der sich auch zusammen mit dem Amplitudenversatz  $P_0$  der Kontrast  $C = A/P_0$  ergibt. Die Abhängigkeit der Amplitude von relativen Verkippwinkeln wird durch Glg. 2.84 beschrieben, woraus sich die Anforderungen an die Justagegenauigkeit ableiten lassen. Dieser Zusammenhang wird im Folgenden auf die Parameter des Experiments angewandt.

In der Abb. 4.1 wird die wellenfrontanhängige Signalamplitude basierend auf den experimentell bestimmten Breiten für die Ortsverteilung  $\sigma_y = 3,8 \text{ mm}$  und die Geschwindigkeitsverteilung  $\sigma_{v_y} = 31 \text{ mm/s}$  berechnet. Aus dem Graphen 4.1 (1) lässt sich eine Abhängigkeit der Amplitude von  $\Delta_{1,2}$  und  $\Delta_{2,3}$  ablesen. Weiterhin ist volle die Halbwertsbreite  $\Delta_{A,FWHM} = 30 \,\mu$ rad unabhängig von der relativen Verkippung des ersten Strahlteilers zum zweiten  $\Delta_{1,2}$ . Besteht allerdings eine relative Verkippung zwischen den ersten beiden Strahlteilern  $\Delta_{1,2} \neq 0$ , so verschiebt sich das relative Amplitudenmaximum für die relative Verkippung zwischen den



Abbildung 4.1: Simulierte Amplitude des Signals einer Mach-Zehnder-Geometrie. In allen vier Graphen ist der Interferometerkontrast abhängig von der Verkippung des dritten Strahlteilers relativ zum zweiten ( $\Delta_{2,3}$ ) aufgetragen. Es wurden nur Wellenfronteffekte nach Glg. 2.84 berücksichtigt und alle anderen Effekte vernachlässigt. In (1) und (2) wird ein Interferometer für (1)  $T = 24,7 \,\mathrm{ms}$  mit verschiedenen Verkippungen zwischen erstem und zweitem Strahlteiler  $\Delta_{1,2}$ , (2) unterschiedlichen T für  $\Delta_{1,2} = 0$  simuliert. Die Simulation in (3) und (4) erfolgt für beide Interferometer (3)  $\Delta_{1,2} = 0$  und (4)  $\Delta_{1,2} = 50 \,\mu \mathrm{rad}.$ 

letzten beiden Strahlteilern zu einem  $\Delta_{2,3} \neq 0$ . Mit einem Einzelinterferometer kann demzufolge vorerst nur ein relatives Amplitudenmaximum gefunden werden, wodurch das Einstellen eines absoluten Maximums nicht mit Sicherheit zu gewährleisten ist. Die Veränderung der freien Entwicklungszeit T ergibt, dass sich die volle Halbwertsbreite dagegen vergleichsweise unempfindlich zeigt (Abb. 4.1 (2)). Daraus lässt sich schließen, dass der dominante Einfluss durch die Ortsverteilung gegeben ist. Im Einklang mit diesem Schluss wirkt sich das Verändern von  $\Delta_{2,3}$  auf die beiden Interferometer mit kontrapropagierenden atomaren Trajektorien nur geringfügig unterschiedlich aus (Abb. 4.1 (3)). Die Begründung liegt in der Geschwindigkeitsverteilung, da das blau gezeichnete Interferometer die dritte Strahlteilungszone später passiert als das rot dargestellte, wodurch das Ensemble stärker ausgedehnt ist. Außerdem ist hier ersichtlich, dass für  $\Delta_{1,2} = 0$  und  $\Delta_{2,3}$  die absoluten Kontrastmaxima beider Interferometer zusammenfallen. Daher



Abbildung 4.2: Simulation der Amplitudenabhängigkeit von Ortsverteilung (1) und Geschwindigkeitsverteilung (2). Analog zu der vorherigen Diskussion ist  $\Delta_{1,2} = 0$ , während  $\Delta_{2,3}$  durchgestimmt wird. Eine deutlich erhöhte Justagetoleranz kann nur durch eine gleichzeitige Verringerung von Orts- und Geschwindigkeitsverteilung erreicht werden (siehe (2), graue Kurve '+ $\sigma_y = 0.38$  mm').

wird in Abb. 4.1 (4) der Fall  $\Delta_{1,2} \neq 0$  berechnet. Es fällt auf, dass die beiden Amplitudenkurven im Unterschied zu  $\Delta_{1,2} = 0$  nicht übereinander liegen, was als Justagekriterium ausgenutzt werden kann. Für die Ausrichtung von erstem zu zweitem Strahlteiler kann  $\Delta_{1,2}$  schrittweise variiert und durch Durchstimmen von  $\Delta_{2,3}$  die Kontrastkurven der beiden Interferometer ermittelt werden. Dabei ist  $\Delta_{1,2}$ so zu ändern, dass der Abstand der Kontrastmaxima beider Interferometer zu Einstellung  $\Delta_{2,3} = 0$  minimiert wird.

Insbesondere bedeutet die volle Halbwertsbreite  $\Delta A_{FWHM} = 30 \,\mu$ rad, dass bei einer Verkippung von  $\Delta_{2,3} = 15 \,\mu$ rad die Signalamplitude bereits auf die Hälfte abgefallen ist, was wenig Spielraum für Fehler zulässt, die durch Imperfektionen der im Retroreflex verwendeten Optiken auftreten (siehe 3.2).

Eine Reduktion von  $\sigma_y$  und  $\sigma_{v_y}$  würde die Justageanforderungen reduzieren. In Abb. 4.2 ist die Amplitude abhängig von der anfänglichen Orts- und Geschwindigkeitsverteilung simuliert. Aus Abb. 4.2 (1) wird deutlich, dass selbst eine Reduktion der Ortsverteilung um einen Faktor 10 die Justageanforderung knapp um einen Faktor zwei herabsetzt. Für eine Verringerung der Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich nach Abb. 4.2 (2) ein vergleichbares Bild, so dass für substanzielle Erhöhung der Justagetoleranz eine gleichzeitige Reduktion beider Verteilungen notwendig wird. Eine Halbierung von  $\sigma_y$  und  $\sigma_{v_y}$  führt dem Modell nach auf eine Verdoppelung der vollen Halbwertsbreite und eine Reduktion beider um einen Faktor 10 nach Abb. 4.2 auf eine Verzehnfachung. Alternativ kann das Volumen, über das während der Detektion integriert wird, verringert werden, was prinzipiell denselben Effekt bewirkt. In [28] wurde dies durch eine Einschränkung des Laserstrahls in der Detektion durchgeführt. Nachteilig ist bei dieser Methode, dass die Reduktion der detektierten Atomzahl einen Anstieg des Rauschens bedingt durch



Abbildung 4.3: Simulation der Amplitudenabhängigkeit von freier Entwicklungszeit und Geschwindigkeitsverteilung in *x*-Richtung. Die Verkippung des mittleren Strahlteilers wurde als  $\alpha_{y,2} = \alpha_{x,2} = 0$  gewählt. In (1) ist zum Vergleich der Amplitudenverlauf für die *y*-Achse eingezeichnet. Signifikante Unterschiede sind erst ab 100 ms zu erwarten. (2) zeigt die Dephasierung, die unabhängig von relativen Verkippungen zu erwarten ist.

den Detektionsprozess verursacht, wodurch sie sich als nicht praktikabel gezeigt hat.

Bisher wurde ausschließlich die vertikale Achse (y) betrachtet. In der horizontalen Achse (x) ist ein zusätzlicher Dephasierungseffekt durch die Geschwindigkeitsabhängigkeit der Rotationsphase gegeben (siehe Glg. 2.85), dessen Auswirkung in Abb. 4.3 simuliert wird. Für die experimentell realisierbare freie Entwicklungszeit T = 24,7ms besteht bzgl. maximal erzielbarer Amplitude und Justagetoleranz nach Abb. 4.3 kaum ein Unterschied zwischen x- und y-Achse. Auffällig ist, dass in (1) die Maximalamplitude für T = 100ms höher ausfällt, als (2) vorhersagt. Die Diskrepanz ist darauf zurückzuführen, dass die Phasenverschiebung durch Wellenfronten die Phasenverschiebung durch Rotation teilweise kompensiert.

Im Experiment stellt sich die Vorjustage der Strahlteiler nach Kap. 3.1.2 als unzureichend für einen messbaren Kontrast in einer über die drei Licht-Atom-Wechselwirkungszonen ausgedehnten Mach-Zehnder-Geometrie heraus. Daher wird zunächst auf ein weniger justagekritisches symmetrisches Ramsey-Bordé-Interferometer zurückgegriffen, was im folgenden Abschnitt diskutiert wird.

# 4.2 Wellenfrontabhängiger Kontrast der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie

Anders als beim Mach-Zehnder-Interferometer hängt die Amplitude des Interferometersignals in der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie nicht von der anfänglichen Ortsverteilung  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  ab. Stattdessen sind nur die Geschwindigkeitsverteilung  $\sigma_{v_x}$  und  $\sigma_{v_y}$  nach dem Start in Verbindung mit der freien Entwicklungszeit



Abbildung 4.4: Simulierte Amplitude des Signals einer symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie. Gezeigt wird die Amplitude abhängig von der relativen Neigung für verschiedene freie Entwicklungszeiten T. Weitere kontrastreduzierende Effekte wurden vernachlässigt.



Abbildung 4.5: Verkippungsabhängiger Kontrast. Die durchgezogenen Linie zeigt den theoretischen Verlauf.

T zwischen den ersten beiden und letzten beiden Pulsen und den Neigungswinkeln der Spiegel relevant (siehe Glg. 2.86). In Abb. 4.4 wird die Signalamplitude einer symmetrischen Ramsey-Bordé-Konfiguration abhängig von der relativen Wellenfrontausrichtung simuliert. Da hier Ausgänge des Interferometers auftreten, die nicht interferieren, fällt der Maximalwert im Vergleich mit einer Mach-Zehnder-Geometrie halb so groß aus. Vorteilhaft ist allerdings, dass freie Entwicklungszeiten T so gewählt werden können, dass die Signalamplitude einen großen Toleranzbereich für Ausrichtungsfehler der Strahlteiler aufweist. Für T = 1 ms ist die volle Halbwertsbreite der simulierten Kurve 4,5 mrad und für T = 0,1 ms sogar 45 mrad, was eine im Rahmen der Strahlteilervorjustage erreichbare Genauigkeit darstellt. In [28] wurden bereits die interferometrischen Messungen mit der Theorie verglichen. Da die Implikationen dieser Untersuchungen elementar für die interferometrische Ausrichtung der Strahlteiler in Abschnitt. 4.3 sind, werden die Ergebnisse dieser Arbeit hier wiederholt. Darin wurden Neigungen des dritten Strahlteilers in y-Richtung bei drei verschiedenen Zeiten  $T = 0.5 \,\mathrm{ms}, T = 1 \,\mathrm{ms}$  und  $T = 2 \,\mathrm{ms}$ untersucht. Für jede dieser freien Entwicklungszeiten wurden verschiedene Relativwinkel eingestellt und durch Durchstimmen der relativen Strahlteilerlaserphase ein sinusförmiges Interferometersignal aufgezeichnet, aus dem sich der Kontrast und die Phasenverschiebung ablesen lassen. Da neben wellenfrontbedingten auch andere Kontrastreduktionseffekte auftreten, wurde die Simulation mit einem experimentell bestimmten Korrekturfaktor bezogen auf die maximale Amplitude versehen. Der Vergleich der simulierten und der gemessenen Kurve in Abb. 4.5 zeigt eine gute Ubereinstimmung.

Fazit ist, dass zunächst eine verkippungsinsensitive Interferometergeometrie ge-



Abbildung 4.6: Interferometrische Grobjustage. Eine verkippungsinsensitive symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie wird zur Ausrichtung zweier Wechselwirkungszonen verwendet. Eine Erhöhung von T ermöglicht größere Justagegenauigkeiten.

wählt und in der Signalamplitude optimiert werden kann, was im Anschluss den Übergang zu größeren T ermöglicht und sukzessive fortgesetzt werden kann, um höhere relative Justagegenauigkeiten der Strahlteiler zu erreichen.

# 4.3 Atominterferometrische Ausrichtung der Strahlteiler

Ein wesentlicher Schritt für den Rotationssensor ist der Einschluss einer Fläche von 19 mm<sup>2</sup>, da diese proportional zum Skalierungsfaktor ist. Wie bereits in den vorangegangenen Abschnitten diskutiert wurde, ist dafür ein diffiziler Justagevorgang notwendig, der die drei räumlich separierten Strahlteiler zueinander ausrichtet, was nicht durch die Vorjustage in Kap. 3.1.2 erreichbar ist. Im Folgenden wird der entwickelte Justagevorgang beschrieben.

### 4.3.1 Interferometrische Grobjustage

Zunächst wird eine symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie für die Relativausrichtung der Strahlteiler verwendet, deren Kontrast nach Kap. 4.2 von der Geschwindigkeitsverteilung, dem relativen Neigungswinkel sowie der freien Evolutionszeit T abhängt. Eine hohe Winkeltoleranz des Kontrastes wird zu Beginn der Justage durch kleine Zeiten T erreicht. Nach der Vorjustage aus Kap.3.1.2 wird jeweils ein Interferometer zwischen der mittleren Atom-Licht-Wechselwirkungszone und einer der äußeren hinzugezogen (siehe Abb. 4.6). Mit T = 0.1 ms ergibt sich ein Inter-



Abbildung 4.7: Interferometrische Feinjustage. Die symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie wird auf drei Wechselwirkungszonen ausgeweitet und durch anwachsendes T in eine Mach-Zehnder-Geometrie überführt.

ferometersignal, das für die Optimierung der Strahlteilerjustage verwendet wird. Der mittlere Strahlteiler dient als Referenz und die beiden äußeren werden durch Verkippen des Spiegels in beiden Achsen so eingestellt, dass die Signalamplitude maximal wird. Anschließend wird sukzessiv die Zeit T in mehreren Schritten erhöht und jeweils eine Signaloptimierung durchgeführt, bis T = 8 ms erreicht sind. Jenseits wirkt sich der Durchmesser der Fenster in der Vakuumkammer beschränkend aus, weil bei Zeiten T > 8 ms nicht mehr das komplette Ensemble angesprochen werden kann. Dies führt zum nächsten Schritt.

#### 4.3.2 Interferometrische Feinjustage

Nach Abschluss der interferometrischen Grobjustage wird die symmetrische Ramsey-Bordé-Geometrie auf alle drei Wechselwirkungszonen ausgedehnt (siehe Abb. 4.7). Beginnend mit T = 14 ms werden wieder die beiden äußeren Strahlteilerzonen relativ zur mittleren ausgerichtet. Ist nicht sofort ein Interferometersignal erkennbar, wird einer der äußeren Spiegel in einer der beiden Achsen durchgestimmt. Das Interferometer, für das in dieser Wechselwirkungszone der letzte Puls der Sequenz erfolgt, ist nach Kap. 4.1 sensitiver auf Verkippungen dieses Strahlteilers als das andere. Dadurch ist es für das erstere wahrscheinlicher, ein Aufflackern der Signalamplitude zu erhalten. Anschließend erfolgt das Überführen der Interferometers in die finale Mach-Zehnder-Konfiguration.

Sind die Spiegel für eines der beiden Interferometer eingestellt, muss dies nicht notwendigerweise optimal für das kontrapropagierende sein (siehe Kap. 4.1), was sich folgendermaßen korrigieren lässt. Wird einer der äußeren Spiegel durchgestimmt,



Abbildung 4.8: Interferenzsignal des großflächigen Mach-Zehnder-Interferometers. Für die Generierung des sinusförmigen Signals wurde die relative Laserphase des letzten Strahlteilerpulses durchgestimmt.

kann es sein, das die Kontrastkurven nicht übereinanderliegen. In diesem Fall muss die letzte Wechselwirkungzone für das kontrastschwächere Interferometer nachoptimiert werden, bis die Kurven der Signalamplituden aufeinanderfallen. Nach Abschluss der Strahlteilausrichtung wird eine freie Entwicklungszeit T =24,7 ms erreicht, wodurch die Fläche von 19 mm<sup>2</sup> eingeschlossen wird. Mit diesem Parameter wurde ein Interferometersignal durch Verfahren der relativen Strahlteilerphase erzeugt. Aus der so generierten Kurve in Abb. 4.8 wird eine Signalamplitude von 0,08 abgelesen, der Kontrast der beiden Interferometer ist 18,2 % bzw. 18,7 %. Dies ist im Einklang mit der Theorie fast doppelt so hoch wie bei der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie in Kap. 5.3.3.

KAPITEL 5

# INTERFEROMETRISCHE MESSUNGEN UND STABILITÄT

Der Hauptaugenmerk dieses Kapitels liegt auf der Bestimmung und Analyse der Sensitivität des Atominterferometers. Dazu werden zunächst die Auswirkungen der verschiedenen Komponenten des Experiments auf das Rausch- und Integrationsverhalten untersucht, woraus eine Prognose für das zu erwartende Verhalten des Rotationssensors resultiert. Daran anschließend wird der Einsatz der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie beschrieben. Den Abschluss bildet schließlich die Untersuchung der tatsächlich erreichten Sensitivität im großflächigen Mach-Zehnder-Interferometer.

# 5.1 Analyse der einzelnen Komponenten

Der Betrieb des Atominterferometers erfordert das Zusammenspiel vieler verschiedener Komponenten, die in Kap. 3 vorgestellt wurden. Jeder Bestandteil des Aufbaus stellt potentiell eine Quelle für Rauschbeiträge sowie veränderliche systematische Fehler dar, was Implikationen für die Stabilität des Gyroskops hat, die letztlich die erreichbare Sensitivität auf Rotationen definiert. Eine Stärke des Atominterferometers ist, dass viele dieser Komponenten separat untersucht werden können, was im ersten Teil dieses Kapitels geschieht.

Resultierend aus der Dimensionierung der Vakuumkammer ist eine freie Entwicklungszeit in der Mach-Zehnder-Geometrie von T = 24,7 ms möglich, die durch die Strahlteilerausrichtung nutzbar wird. Soweit nicht anders beschrieben werden für die Analyse und weiterhin die Parameter  $\tau = 5 \,\mu\text{s}$  für einen  $\pi/2$ -Puls, die Startgeschwindigkeiten  $v_x = 2,79 \,\text{m/s}$  in x-Richtung und  $v_y$  in y-Richtung so gewählt, das durch die Erdbeschleunigung, die ebenfalls in y-Richtung zeigt, der Apex der Trajektorien in der Mitte der mittleren Wechselwirkungszone liegt.



Abbildung 5.1: Darstellung einer Ramanspektroskopie (*links*) und einer Rabioszillation (*rechts*). Die Ramanspektroskopie repräsentiert den unpräparierten Fall. Die Verstimmung der relativen Strahlteilerfrequenz wird entsprechend der Dopplerverschiebung eingestellt. Zusätzlich wird aus der Breite der Resonanz die Temperatur des atomaren Ensembles abgelesen. Die Rabioszillation wurde nach der geschwindigkeitsselektiven Präparation aufgenommen, weshalb der Prozentsatz angeregter Atome höher ausfällt als bei der Ramanspektroskopie.

#### 5.1.1 Technisches Rauschen und Detektion

Der Rauschuntergrund im Interferometer setzt sich nicht nur aus tatsächlichem Phasenrauschen wie z.B. durch Vibrationen zusammen, sondern enthält auch Anteile technischen Ursprungs, die durch die Art und Weise, wie das Interferometersignal ausgelesen wird, als Phasenrauschen fehlinterpretiert werden. Ursachen für derartige Beiträge können auf das Quellensystem bzw. die Präparation und das Detektionssystem selbst zurückzuführen sein.

Aufgabe der Quellensysteme ist es, eine hohe Anzahl an Atomen mit definierter Geschwindigkeit in Flugrichtung und geschwindigkeitsselektiert in Strahlteilerrichtung im Interferometergrundzustand für die Interferometrie bereitzustellen. Der Einfluss der Quellen auf das Interferometersignal wird im Folgenden diskutiert.

Schwankungen der Startgeschwindigkeit v haben Auswirkungen auf diverse Eigenschaften des Interferometers wie den Skalierungsfaktor, auf den an dieser Stelle eingegangen wird, aber auch weitere, wie in den folgenden Kapiteln erläutert wird. Die relative Standardabweichung von v wurde zu  $3 \cdot 10^{-4}$  charakterisiert.

Eine nichtideale Präparation bewirkt Verluste in den Anregungseffizienzen und damit eine Reduktion des Interferometerkontrastes. Außerdem kann sie die Ursache für Rauschprozesse sein.

Nach dem Start hat das atomare Ensemble eine Temperatur von  $10 \,\mu\text{K}$ , welche die Anregungseffizienzen bei Pulsdauern im Bereich von  $10 \,\mu\text{s}$  und einem  $1/\sqrt{e}$  - Radius des atomaren Ensembles der Theorie (2.3.1) nach bereits auf 35 % herabsetzt. Diese Beschränkung wird umgangen, indem durch den Präparationspuls aus der Geschwindigkeitsverteilung der Atome ein Bereich mit einem Tempera-

turäquivalent in Strahlteilerrichtung von  $1 \,\mu\text{K}$  herausgeschnitten wird [50]. Nach diesem Schritt bleiben etwa 5% der gestarteten Atome erhalten. In Abb. 5.1 ist eine Spektroskopie des atomaren Ensembles gezeigt, aus der das Temperaturäquivalent bestimmt wurde. Die maximale Anregungseffizienz wird dadurch auf einen theoretischen Wert von 50 - 70% je nach Wechselwirkungszeitpunkt, der aufgrund der Geschwindigkeitsverteilung den  $1/\sqrt{e}$  - Radius des Ensembles bestimmt, angehoben. Parallel dazu treten auch spontane Emissionsprozesse auf. Experimentell bestimmt sich die Bevölkerung des  $|F = 1\rangle$  und seiner magnetischen Unterzustände durch spontane Prozesse in Einklang mit der Theorie zu ungefähr 10%. Als Folge ist die maximale Anregungseffizienz um diese 10% reduziert.

Ein weiterer Aspekt der Präparation ist das Entfernen aller Atome in den magnetischen Unterzuständen des  $|F = 2\rangle$ . Im Experiment bestimmt sich die Population dieser Zustände zu weniger als 1 %. Dadurch eventuell entstehende Rauscheinflüsse werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

Die präzise interferometrische Messung einer physikalischen Größe erfordert ein ebenso präzises Auslesen des Interferometersignals, da Schwankungen der Detektion als Phasenfehler interpretiert werden. Rauschbeiträge, die beim Detektieren auftreten, können technischen Ursprungs sein oder durch die fundamentale Limitierung des Quantenprojektionsrauschen auftreten. Letzteres ist abhängig von der detektierten Atomzahl N und wird durch

$$\sigma_{\phi,N} = \frac{1}{\kappa} \frac{\sqrt{P(1-P)}}{\sqrt{N}} \tag{5.1}$$

mit der Anregungswahrscheinlichkeit P des angeregten Zustandes  $|F = 2\rangle$  und der Steigung  $\kappa$  des sinusförmigen Interferometersignals beschrieben. Typischerweise wird das Interferometer so betrieben, dass P = 0,5 und  $\kappa = A = \text{konst.}$  gerade die Amplitude des Signals ist (siehe Glg. 2.82). Aus der detektierten Anzahl an Atomen von 10<sup>6</sup> und A = 0,08 bei einer 2 Hz Zyklusrate ergibt sich damit ein Quantenprojektionsrauschen für das Doppelinterferometer von  $5 \cdot 10^{-4}/A/\sqrt{2}/\sqrt{2} = 3,1$  mrad in 1 s, was eine Sensitivität von  $5,7 \cdot 10^{-8} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  ermöglichen würde. Die beiden  $\sqrt{2}$ -Faktoren ergeben sich aus der Mittelung über zwei Messzyklen pro Sekunde und über  $2 \cdot 10^6$  Atome pro Zyklus durch die zwei Interferometer. Experimentell zeigt sich jedoch, dass der Detektionsbeitrag höher ausfällt.

Ohne Präparation weist das normierte Signal Schwankungen von  $\sigma_{\phi,D} = 1,7 \cdot 10^{-3}/\kappa$ auf. Die Zahl gestarteter Atome wurde hierbei auf 10<sup>6</sup> reduziert, um eine Vergleichbarkeit mit Messungen mit Präparation zu gewährleisten. Wenn nach der Präparation kein weiterer Puls eingestrahlt wird, sich idealerweise also keine Atome im  $|F = 2\rangle$  befinden, ergeben diese  $\sigma_{\phi,D} = 7 \cdot 10^{-4}/\kappa$ . Wird durch einen  $\pi/2$ - oder  $\pi$ -Puls ein Teil des Ensembles in diesen Zustand transferiert, wird in beiden Fällen ein zum unpräparierten Fall vergleichbares Rauschen gemessen. Dies lässt den Schluss zu, dass ein Untergrund an Atomen im  $|F = 2\rangle$  oder  $|F = 1\rangle$  nach der Präparation nicht den Grund dafür darstellt.



Abbildung 5.2: Simulierter Beitrag der Geschwindigkeitsunsicherheit zum technischen Rauschen.

Eine Simulation des Einflusses von Startgeschwindigkeitsschwankungen in Verbindung mit dem gaußförmigen Profil des Detektionslichts, ergibt einen nicht zu vernachlässigen Beitrag, der zudem von der Anregungswahrscheinlichkeit P abhängt, wie in Abb. 5.2 dargestellt ist. Daraus lässt sich ablesen, dass für Werte P = 0.35bis 0.52 (vgl. 5.19) Rauschbeiträge in einem Bereich von  $\sigma_{\phi,D} = 1.5 \cdot 10^{-3}/\kappa$  bis  $\sigma_{\phi,D} = 2.5 \cdot 10^{-3}/\kappa$  zu erwarten sind. Gegenwärtig ist der  $1/e^2$ -Radius des Detektionslichtes 9 mm. Hier bietet sich also noch Optimierungspotential, da eine Verdreifachung den simulierten Rauschbeitrag bereits in die Größenordnung des Quantenprojektionsrauschens senken würde. Gleichzeitig ist zu berücksichtigen, dass in den Atom-Licht-Wechselwirkungszonen teilweise eine Korrelation zwischen Strahlteilerlaserintensitätsschwankungen und dem detektierten Signal zu beobachten ist. Es ist also zu erwarten, dass dies nach einer Reduktion der Abhängigkeit von der Startunsicherheit den dominanten Beitrag darstellt.

Der Beitrag des Detektionsvorgangs zum Phasenrauschen des Interferometers wird mit A = 0.08 bei einer Zyklusrate von 2 Hz zu 15 mrad. Dies würde auf eine Sensitivität von  $2.7 \cdot 10^{-7} \operatorname{rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  führen.

### 5.1.2 Abschätzung von Phasenrauschbeiträgen und -drifts

Das Interferometersignal hängt nach den Glgn. 2.82 und 2.23 von der Rotation der eingeschlossenen Fläche ab. Dieses Signal wird durch weitere systematische Effekte überlagert und dadurch potentiell verändert. Auch relative Phasenverschiebungen, die durch die geschickte Wahl experimenteller Parameter negiert werden, können trotzdem die Stabilität des Interferometersignals beeinflussen. Alle Quellen für relative Phasenverschiebungen können Rauschquellen sein, sowie bei einer langsamen Änderungsrate in der Größenordnung mehrerer Experimentzyklen eine Drift bewirken.

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Analyse von Phasenrauschbeiträgen und -drifts, um den oder die dominanten Effekte zu identifizieren (siehe auch [37, 28, 51]).

#### Skalierungsfaktor

Der Skalierungsfaktor hängt nach Glg. 2.23 von der Startgeschwindigkeit v ab, womit deren Schwankungen zu einem Phasenrauschbeitrag führen. Somit ergibt sich für das Interferometer ein Rauschbeitrag pro Zyklus von

$$\sigma_{\phi,S} = \left| 2k_{eff} \Omega_E T^2 \right| \sigma_v = 0.95 \,\mathrm{mrad} \tag{5.2}$$

mit  $\sigma_v = v \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$  und der Erdrotation  $\Omega_E = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} \cdot \sin(53^\circ) = 5,76 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ , was gegenwärtig vernachlässigbar ist.

#### Phasenstabilisierung der Strahlteilerlaser

Die Phasendifferenz der beiden Strahlteilerlaser (siehe Glg. 2.4) wird dem atomaren Ensemble bei jedem Wechselwirkungsprozess aufgeprägt. Diese verschwindet nach Glg. 2.21, solange sie für den Experimentzyklus konstant gehalten wird. Ebenfalls möglich sind vorgegebene Sprünge zwischen zwei Laserpulsen, die es erlauben, das sinusförmige Interferometersignal zu erzeugen. Zeitliche Fluktuationen der Phasendifferenz führen zu Rauschbeiträgen, die auf die einzelnen Komponenten des Stabilisierungschemas zurückzuführen sind. Diese sind die stabile 100 MHz Quelle, aus der 7 GHz synthetisiert werden und die als Referenz für die DDS-Karte zum Durchstimmen der relativen Strahlteilerlaserfrequenz und -phase dient, sowie der elektronische Regelkreis, Optiken wie etwa die Fasern und die Laser selbst. Die Auswertung der Beiträge erfolgt über die Gewichtungsfunktion (siehe Glg. 2.52), die auf die verschiedenen Rauschdichten angewandt wird.

Beiträge durch Laser, Faser und Regelkreis können zusammengefasst werden durch eine Messung der Rauschleistungsdichte am Experiment nach der Faser [28, 37]. Die Gewichtung ergibt ein Phasenrauschen im Interferometer von  $\sigma_{\phi,R} = 2,3$  mrad in 1s. Bei dieser Abschätzung wird zunächst davon ausgegangen, dass nur diese eine Faser für alle drei Atom-Licht-Wechselwirkungen verwendet wird. Dies ist aufgrund der räumlichen Trennung der Wechselwirkungszonen im Experiment allerdings nicht der Fall (siehe Kap. 3.1.2).

Die getrennte Führung der Strahlteilerlichtfelder mit verschiedenen Fasern zu den drei optischen Zugängen bewirkt einen zusätzlichen Rauschbeitrag. Für die Abschätzung werden beide Laserfrequenzen, die zusammen den Strahlteiler ergeben, mit jeweils unterschiedlichen Fasern zum Experiment geleitet und überlagert [28]. Analog zur Messung mit nur einer Faser wird die Phasenrauschdichte aufgenommen und per Gewichtungsfunktion ausgewertet. Es ergibt sich ein Beitrag von  $\sigma_{\phi,Sep} = 8,9$  mrad in 1 s. Der Anstieg des Phasenrauschens ist auf relative Polarisationsfluktuationen und Weglängenänderungen durch mechanische, thermische und akustische Beanspruchungen der Fasern zurückzuführen.

Die bisherigen Abschätzungen berücksichtigen noch nicht die Rauschbeiträge der Frequenzkette, die die Frequenz erzeugt, auf die die Differenzfrequenz der Strahlteilerlaser phasenstabilisiert wird. Grund dafür ist, dass die Frequenzkette bei den



Abbildung 5.3: Gewichtungsfunktion für das Phasenrauschen (1) und spektrale Phasenrauschdichte (2). Das Interferometer verhält sich nach (2) wie ein Bandpass für Beiträge der Phasenstabilisierung.

vorangegangenen Messungen zum Heruntermischen der gemessenen Frequenz verwendet wurden [28, 37], wodurch ihre Rauschbeiträge bis auf kabellängenbedingte Verzögerungen herausfallen. Die Rauschleistungsdichte der 100 MHz-Referenz (Spectra Dynamics DLR-100) [27] führt zu einem Phasenrauschen am Interferometer von  $\sigma_{\phi,Ref} = 1 \text{ mrad in } 1 \text{ s.}$ 

#### Verzögerung des Lichtwegs

Die Betrachtungen des vorangegangenen Abschnitts gehen davon aus, dass beide Lichtfelder des Strahlteilers gleichzeitig mit dem atomaren Ensemble wechselwirken, tatsächlich ist dies aber nicht der Fall. Experimentell legt das eine der Lichtfelder bedingt durch den Retroreflex eine um l = 20 cm längere Strecke zurück als das andere, was zu einer Zeitverzögerung von  $t_V = l/c = 0.7 \text{ ns}$  mit der Lichtgeschwindigkeit  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  führt. Das weiße Frequenzrauschen des Strahlteilerlichtfeldes wird nach [40] über die Linienbreite  $\Delta \nu = 12.5 \text{ kHz}$  des Lasers [37] zu  $S_{0,0} = \pi \Delta \nu = 4 \cdot 10^4 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$  abgeschätzt. Nach Glg. 2.67 ergibt sich ein Rauschbeitrag pro Zyklus von 0.13 mrad bzw. 0.09 mrad in 1 s, der gegen die bereits diskutierten Beiträge vernachlässigbar klein ist.

#### AC-Stark-Verschiebung

Beim Strahlteilungsprozess treten vier Lichtfelder auf, prinzipiell sind dementsprechend vier Kombinationen für Zweiphotonenübergänge möglich. Zwei davon sind durch die Wahl der Polarisationen unterdrückt, die anderen beiden sind aufgrund der unterschiedlichen Dopplerverschiebungen im Frequenzraum getrennt, so dass gezielt ein Übergang angesprochen werden kann. Für die Einphotonenübergänge, die die Interferometerzustände an das intermediäre Niveau koppeln, resultiert



Abbildung 5.4: Änderungsrate relativen Laserintensität. Hinter einem der Strahlteilerlaserteleskope wird die Intensität während eines Lichtpulses aufgezeichnet.

aus den vier elektromagnetischen Feldern eine intensitäts- und verstimmungsabhängige Verschiebung der Energieniveaus (siehe 2.1), woraus sich die differentielle AC-Stark-Verschiebung für den Zweiphotonenprozess ergibt. Bei geeigneter Wahl der Intensitäten  $I_1/I_2 = 1.72$  wird diese genau kompensiert.

Solange die Verschiebung in den beiden äußeren Wechselwirkungszonen identisch ist, verschwindet sie nach Glg. 2.12 im Interferometersignal. Bedingt durch die Aufteilung auf drei verschiedene Fasern mit jeweils unterschiedlichen Faserkopplungseffizienzen der beiden Lichtfelder ist dies gegenwärtig im Experiment kaum umsetzbar, was zu relativen Phasenverschiebungen im Bereich weniger 10 mrad führt.

Intensitätsschwankungen ändern diese Verschiebungen von Zyklus zu Zyklus. In [37] wurden die Rauschleistungsdichten der Laserleistungen am Experiment nach der Faser aufgenommen und werden nach Kap. 2.2.2 ausgewertet. Demzufolge führen Intensitätsfluktuationen zu einem Phasenrauschen von 1,9 mrad in 1 s.

Neben diesen Kurzzeitschwankungen, die ein Rauschen verursachen, kann eine langsame Änderungsrate der Intensitäten zu einer Drift des Interferometersignals führen. In Abb. 5.4 ist eine Allan Standardabweichung der Strahlteilerlaserintensitässchwankungen gezeigt. Die über den Zeitraum beobachtete Änderung der relativen Laserintensität kann für längere Zeiträume, über die sich die Modulationen herausmitteln, folglich defensiv mit 1 %/h abgeschätzt werden. Eine mögliche relative Phasenverschiebungsrate durch die AC-Stark-Verschiebung wäre daher kleiner als 13 mrad/h = 0,0036 mrad/s. Dies würde bei einer Integration über 100 s zu einer Begrenzung der Sensitivität auf Rotationen von  $4,7 \cdot 10^{-9}$  rad/s führen.

#### Einfluss nichtresonanter Ramanstrahlen

Der Retroreflex hat zur Folge, dass zusätzlich zum resonanten Lichtfelderpaar ein nichtresonantes auftritt. Analog zum AC-Stark-Effekt bewirken letztere eine Frequenzverschiebung für den Zweiphotonenprozess abhängig von der effektiven Rabifrequenz und der Dopplerverstimmung (siehe Kap. 2.2.2). Aus der Dauer  $\tau_{\pi/2} = 5 \,\mu s$  eines  $\pi/2$ -Pulses lässt sich eine effektive Rabifrequenz  $\Omega_{eff} = 2\pi \cdot 50 \,\mathrm{kHz}$  für die äußeren beiden Wechselwirkungszonen ableiten. Die Dopplerverschiebung setzt sich dabei aus  $\omega_D = \vec{k} \cdot \vec{v} = kv \sin(3^\circ) = 2\pi \cdot 396 \,\mathrm{kHz}$  und der Rückstoßfrequenz  $\omega_r = 2\pi \cdot 3,771 \,\mathrm{kHz}$  sowie einem Beitrag durch die Erdrotation  $\Omega = 5,76 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{rad/s}$  in den äußeren Wechselwirkungszonen  $\omega_\Omega = \pm kvT\Omega = \pm 2\pi \cdot 10,2 \,\mathrm{Hz}$  zusammen. Hierfür wurde o.B.d.A angenommen, dass die Rotationsachse in der Mitte der eingeschlossenen Fläche liegt. Es ergibt sich eine relative Phasenverschiebung von 1,9 mrad. Darin enthalten ist der Beitrag durch geschwindigkeitsinselektive, magnetisch nicht sensitive sowie  $m_{f=0} \rightarrow m_{f=\pm 2}$  Übergänge. Das Magnetfeld bewirkt hierbei eine weitere Verstimmung, wobei  $B_1 = 0,86 \,\mathrm{G}$  in der ersten Wechselwirkungszone,  $B_3 = 0,78 \,\mathrm{G}$  in der dritten (siehe unten, Interferometrieoffsetfeld) und  $\Omega_{ko} = \Omega_{ko,m} = \Omega_{eff}$  angenommen wird.

Unter Verwendung der gleichen Änderungsrate der Intensität wie bei der Betrachtung des AC-Stark-Effektes errechnet sich eine Änderungsrate der relativen Phasenverschiebung von  $0.5 \text{ mrad/h} = 1.4 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$ . Dabei wurden Einflüsse durch kopropagierende Lichtfelder ebenfalls berücksichtigt.

Analog zur Berechnung des Phasenrauschens durch den AC-Stark-Effekt wird auch der Beitrag nicht resonanter Lichtfelder abgeschätzt. Aus der gewichteten Rauschleistungsdichte resultiert  $\sigma_{\phi,Z} = 20$  nrad in 1 s. Dies ist vernachlässigbar.

#### Interferometrieoffsetmagnetfeld

Die Verwendung der Interferometerzustände mit  $m_f = 0$  hat zur Folge, dass die interferometrisch gemessene Phase nicht sensitiv auf den linearen Zeeman-Effekt sondern nur auf den quadratischen ist. Weiterhin verschwindet sie bei Vorliegen eines konstanten Magnetfeldes, was sich ändert, sobald Gradienten auftreten. Daher wird das Magnetfeld in den drei Wechselwirkungszonen durch eine Spektroskopie mit den Strahlteilerlasern vermessen (Abb. 5.5). Es lässt sich ablesen, dass zwei verschiedene Gradienten vor und nach der mittleren Zone vorliegen, die als linear angenommen werden. Nach Glg. 2.70 errechnet sich mit  $B_0 = 0.78$  G eine systematische Phasenverschiebung von 5,6 rad.

Zeitliche Fluktuationen dieser Verschiebung können begründet liegen in den Schwankungen der Startgeschwindigkeit (Glg. 2.71) oder in einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld (Glg. 2.73). Der Phasenrauschbeitrag durch Geschwindigkeitsschwankungen pro Zyklus wird auf 1,67 mrad bzw. 1,2 mrad in 1 s bestimmt. Für die Abhängigkeiten von Magnetfeldänderungen müssen diese Änderungen zunächst charakterisiert werden. Statt wiederholt eine komplette Spektroskopie des  $m_f = 1$  Zustandes aufzunehmen und aus einer Ausgleichskurve die Zentralfrequenz zu bestimmen, wird auf der Spektroskopieflanke gemessen. Aus der Berechnung der Allan Standardabweichung über die Phasenschwankungen aufgrund von zeitlichen Magnetfeldschwankungen kann der Rauschbeitrag abgelesen werden. Bei gepulstem



Abbildung 5.5: Vermessung der Ortsabhängigkeit des Magnetfeldes. In allen drei Wechselwikungszonen wurde die Aufspaltung der Energieniveaus nach dem linearen Zeeman-Effekt ermittelt, die durch die aufgetragene Frequenzverstimmung gegeben ist. *Links:* Mit Quelle 1 und 2 wird jeweils eine der äußeren Zonen vermessen. *Rechts:* Beide Quelle werden für die Analyse der mittleren Zone verwendet.

Magnetfeldbetrieb ergibt sich ein Phasenrauschen von 6,4 mrad in 1s (Abb. 5.6 *oben*) und bei kontinuierlich betriebenem Magnetfeld 1 mrad in 1s (Abb. 5.6 *unten*). Im gepulsten Betrieb lässt die Steigung der Kurve aus Abb. 5.6 *oben* von  $1,7 \cdot 10^{-6}$  G/s eine relative Phasenverschiebungsrate von  $2,4 \cdot 10^{-5}$  rad/s erwarten. Der Dauerbetrieb reduziert dies auf  $6,2 \cdot 10^{-9}$  G/s, was auf eine relative Phasenverschiebungsrate von  $8,9 \cdot 10^{-8}$  rad/s führt.

#### Wellenfronten der Strahlteiler

Die Wellenfronten der Strahlteilerlaser werden aufgrund der verwendeten Optiken Imperfektionen aufweisen, so dass  $\vec{k}(\vec{r})$  abhängig vom Ort  $\vec{r}$  unterschiedliche Orientierungen und Beträge haben wird. Demzufolge werden dem atomaren Ensemble ortsabhängige Phasen aufgeprägt, was sowohl zu Rauschbeiträgen führt [52] als auch Implikationen für den Interferometerkontrast hat [53]. Entscheidend sind dabei die Inhomogenitäten die beim Retroreflex auftreten, da abgesehen davon beide Lichtfelder dieselben Optiken passiert haben.

Rauschbeiträge entstehen aus der Kombination von Wellenfrontinhomogenitäten und der Startunsicherheit der Quelle. Anschaulich bedeutet das, das ein Atom von Zyklus zu Zyklus eine unterschiedliche Phasenverschiebung erfahren wird, da sich der Ort des Atom relativ zur Wellenfront je Zyklus unterscheidet. In der Arbeit [51] wurde eine Simulation basierend auf [52] entwickelt, die bei bekannten Wellenfrontinhomogenitäten und Startparametern des atomaren Ensembles eine Phasenrauschabschätzung liefert. Die Quelleneigenschaften sind bekannt und als Referenzobjekt mit einer Transmissionsgenauigkeit von  $\lambda/10$  wurde ein  $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen (Optique Fichou), das eine spezifizierte Transmissionsgenauigkeit



Abbildung 5.6: Zeitliches Verhalten des Magnetfeldes. Gemessen werden die Änderungen der Anregungswahrscheinlichkeit des Atomsignals auf einer Spektroskopieflanke im magnetisch sensitiven ( $m_f = 1$ ) und insensitiven ( $m_f = 0$ ) Niveau, aus denen auf die Magnetfeldänderungen geschlossen wird. Die Sensitivität des  $m_f = 0$  Niveaus ist stärker als  $10^{-3}$  gegenüber dem  $m_f = 1$  Niveau unterdrückt und wird daher für diese Auswertung vernachlässigt. Um den gleichförmigen Versatz zu unterdrücken, der auf andere Ursachen als Magnetfeldänderungen zurückzuführen ist, werden die beiden Signale voneinander abgezogen. Aus den drei Magnetfelddatensätzen lässt sich die jeweilige Phase berechnen, deren Stabilität über die Allan Standardabweichung charakterisiert wird. Oben: Das Magnetfeld ist nur für die Dauer der Interferometrie angeschaltet. Unten: Kontinuierlich eingeschalteter Betrieb.

von  $\lambda/10$  hat, mittels eines Shack-Hartmann-Sensors vermessen. Die Wellenfronten in den Atom-Licht-Wechselwirkungszonen können daraufhin durch Zernikepolynome beschrieben werden. In der Simulation werden die Trajektorien der Atome parametrisiert und die jeweilige Position eines Atoms mit der Wellenfront zum Zeitpunkt der Wechselwirkung verglichen, woraus ein Phasenübertrag resultiert. Dieser wird für die drei Strahlteilerpulse aufaddiert und für verschiedene Trajektorien, die sich aus den gewichteten Quellenunsicherheiten ergeben, ausgewertet. Aus der Simulation ergibt sich ein Phasenrauschbeitrag von 4,7 mrad pro Zyklus bzw. 3,3 mrad in 1 s. Dabei wird angenommen, dass keine relativen Verkippungen der



Abbildung 5.7: Simulation der wellenfrontbedingten Phasenverschiebungen und Rauschbeiträge. Die Neigung der ersten beiden Spiegel wird konstant gehalten, während der dritte Spiegel relativ zu den ersten beiden verkippt wird. (1) Neigung in y-Richtung, (2) in x-Richtung. Der Versatz des Rauschminimums gegen  $\Delta_{2,3} = 0$  entsteht durch eine teilweise Kompensation durch die geschwindigkeitsabhängige Rotationsphase. Lokale Inhomogenitäten werden bei der Simulation des Rauschens vernachlässigt und separat betrachtet.

Strahlteiler zueinander vorliegen. Der zusätzliche Beitrag dadurch ist in Abb. 5.7 wiedergegeben. Aufgrund der hohen Justageanforderungen (siehe Kap. 4.1) kann von einer Verkippung von  $2\,\mu$ rad ausgegangen werden, was auf einen Rauschbeitrag von weniger als 3 mrad pro Zyklus und damit insgesamt 3,9 mrad in 1 s führt. Treten Winkel zwischen den Wellenfronten der einzelnen Atom-Licht-Wechselwirkungszonen auf, führt dies nach Glg. 2.76 zu einer relativen Phasenverschiebung in Einzelinterferometer. In Abb. 5.7 ist die auftretende relative Phasenverschiebung eines Interferometers abhängig von der Neigung des dritten Spiegel relativ zu den ersten beiden simuliert. Die Parameter für die Neigungen sind  $\alpha_{y,1} = \alpha_{y,2} = 0$  bzw.  $\alpha_{x,1} = \alpha_{x,2} = 0$ , die Koordinaten der Rotationsachsen der Spiegel sind  $a_{y,1} = a_{y,2} = a_{y,3} = 8 \text{ mm}$  bzw.  $a_{x,1} = 15 \text{ cm}, a_{x,2} = 21,5 \text{ cm}$ und  $a_{x,3} = 28 \,\mathrm{cm}$ . Laut Hersteller weisen die verwendeten Spiegelhalter eine Neigungsrate von  $4 \mu rad/K$  auf, was mit der gemessenen Temperaturänderungsrate am Experiment von  $0.5 \,\mathrm{K/h}$  auf  $2\,\mu\mathrm{rad/h}$  führt. Aus den Graphen lässt sich für eine Neigung von  $-2\mu$ rad in v-Richtung eine relative Phasenverschiebung von  $0,499 \,\mathrm{rad}$  und für  $2\,\mu\mathrm{rad}$  in x-Richtung eine Verschiebung von  $0,196 \,\mathrm{rad}$  ablesen, was in Summe 0,695 rad ergäbe. Folglich würde die Neigungsrate mit 0,19 mrad/s eine vergleichsweise hohe relative Phasenverschiebungsrate im Einzelinterferometer repräsentieren.

Im Falle der idealen Überlagerung der Trajektorien der Schwerpunkte beider Interferometer mit den Wellenvektoren  $\vec{k}_{i,1}$  bzw.  $\vec{k}_{i,2}$ , i = 1, 2, 3 verschwindet dieser



Abbildung 5.8: Simulation der Phasenverschiebung im Summensignal bei imperfekter Überlagerung. Die Neigung der ersten beiden Spiegel wird konstant gehalten, während der dritte Spiegel relativ zu den ersten beiden verkippt wird. (1) Neigung in y-Richtung, (2) in x-Richtung. Der konstante Phasenversatz entsteht durch die Rotationsphase.

relative Phasenversatz im Summensignal:

$$\begin{split} \phi_{WF,1} + \phi_{WF,2} &= \vec{k}_{1,1}\vec{x}_1 - 2\vec{k}_{2,1}\vec{x}_2 + \vec{k}_{3,1}\vec{x}_3 + \vec{k}_{1,2}\vec{x}_3 - 2\vec{k}_{2,2}\vec{x}_2 + \vec{k}_{3,2}\vec{x}_1 \\ &= \vec{k}_{1,1}\vec{x}_1 - 2\vec{k}_{2,1}\vec{x}_2 + \vec{k}_{3,1}\vec{x}_3 - (\vec{k}_{3,1}\vec{x}_3 - 2\vec{k}_{2,1}\vec{x}_2 + \vec{k}_{1,1}\vec{x}_1) \\ &= 0, \end{split}$$

wobei  $\vec{k}_{3,2} = -\vec{k}_{1,1}, \vec{k}_{1,2} = -\vec{k}_{3,1}$  und  $\vec{k}_{2,2} = -\vec{k}_{2,1}$ . Sind die Orte  $\vec{x}_i, i = 1, 2, 3$  für die beiden gegenläufigen Interferometer nicht identisch, wird der Phasenversatz auch im Summensignal im Allgemeinen nicht verschwinden. In Abb. 5.8 sind die Fälle simuliert, in denen die y-Koordinaten beider Interferometer um 1 mm verschieden sind, sowie in der x-Richtung ein Fehler von 1,5 mm vorliegt. Letzteres wurde aus den Anregungswahrscheinlichkeiten durch einen  $\pi$ -Puls abgeschätzt, der in der mittleren Wechselwirkungszone zu verschiedenen Zeiten nach dem Start der beiden Ensembles appliziert wurde. Zusätzlich wird die Startgeschwindigkeit des zweiten Interferometers um 1 % höher gewählt. Da bisher keine umfassenden Messungen zur Überlagerung und zur relativen Winkeländerungsrate der Strahlteilerwellenfronten zueinander existieren, kann im Rahmen dieser Arbeit nur ein Bereich abgeschätzt werden, in dem die relativen Phasenverschiebungsraten liegen könnten. Aus den Graphen lässt sich ablesen, dass selbst für die angenommenen Überlagerungsfehler der relative Phasenversatz im Summensignal verglichen zum Einzelinterferometer stark unterdrückt ist. Bei einer Verkippung von  $-2 \mu rad$  in x-Richtung tritt eine relative Phasenverschiebung von 30 mrad auf, in in y-Richtung sind es 22 mrad. Verschiebungen der Rotationsachsen a haben keinen Einfluss auf das Summensignal. Insgesamt ergäbe dies eine relative Phasenverschiebungsrate von  $1.4 \cdot 10^{-5}$  rad/s. Als Abschätzung nach oben wird in y-Richtung eine Verschiebung der Interferometer gegeneinander von 2 mm und in x-Richtung von 3 mm, sowie eine relative Spiegelverkippung von  $15 \,\mu \text{rad/h}$  angenommen. Daraus ergäbe sich für die
y-Richtung eine relative Phasenversatzrate von  $284 \text{ mrad/h} = 7.9 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$  und in x-Richtung 511 mrad/h =  $1.4 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$ . Dabei ist zu berücksichtigen, dass bereits eine relative Spiegelverkippung von  $15 \,\mu$ rad/h in einer Achse nach Abb. 4.1 zu einer Reduktion des Amplitudenfaktors um 50 % führen würde, dies also sehr defensiv angenommen ist. Im Differenzsignal ergäbe sich in diesem Fall eine relative Phasenverschiebungsrate von  $1.3 \,\text{mrad/s}$ .

Es ist also davon auszugehen, dass relative Phasenversatzraten bedingt durch relative Wellenfrontneigungen im Vergleich mit den übrigen Abschätzungen den dominanten Beitrag darstellen, solange sich kein thermisches Gleichgewicht eingestellt hat. Ein zusätzlicher Beitrag kann dadurch entstehen, dass sich die Spiegelpositionen ebenfalls aufgrund thermischer Ausdehnungseffekte in Strahlteilerrichtung (in Richtung von  $\vec{k}$ ) verändern. Relative Positionsänderungen der drei Retroreflektoren würden dann zu einer zeitlich veränderlichen Phasenverschiebung im Differenzsignal führen, da durch die Interferometrie die absoluten Spiegelpositionen miteinander verglichen werden. Gleichzeitig kann dadurch auch ein scheinbares Rotationssignal erzeugt werden, das dementsprechend einen relativen Phasenversatz im Summensignal verursacht, der auch zeitliche Abhängigkeiten aufweisen kann. Dieses Phänomen lässt sich vorab kaum modellieren, mögliche relative Phasenverschiebungsraten können aber durchaus im Bereich von mehreren rad/h und damit weit über sämtlichen anderen Abschätzungen liegen.

#### Vibrationen und Drift der Experimentplattform

Die Sensitivität auf Rotationen und Beschleunigungen (siehe Glg. 2.23 und 2.24) impliziert, dass Fluktuationen in diesen inertialen Beiträgen im Interferometersignal ein Phasenrauschen bewirken. Im Einzelinterferometer sind diese Beiträge überlagert und können nicht unterschieden werden, weswegen das Summensignal der beiden Interferometer gebildet wird, in dem der Beschleunigungsanteil unterdrückt ist.

Zur Analyse des Rotationssensors ist es dennoch zweckmäßig, den Rauschhintergrund, der trotz Vibrationsisolierung durch Beschleunigungsvibrationen entsteht, abzuschätzen. Dazu wurden die Geschwindigkeiten in Strahlteilerrichtung mit einem Seismometer des Typs Güralp CMG 40-T über einen Zeitraum von mehreren Stunden mit einer Bandbreite von 100 Hz vermessen. Die Ableitung erzeugt das Beschleunigungsignal, das per Fouriertransformation in eine Beschleunigungsrauschdichte überführt wird. Anwenden der Gewichtungsfunktion (Glg. 2.52) ergibt abhängig von der Tageszeit ein Phasenrauschen von mehreren 100 mrad bis in den rad-Bereich pro 1 s, was im Einzelinterferometer den dominanten Beitrag darstellt.

Eine langsame Änderung der gemessenen Rotations- und Beschleunigungsphase muss nicht zwingend auf Fluktuationen der Rotationsraten und Beschleunigungen zurückzuführen sein. Da das Experiment jeweils nur Projektionen auf die sensitive



Abbildung 5.9: Gewichtungsfunktion für das Beschleunigungsrauschen (1) und spektrale Beschleunigungsrauschdichte (2). Aus (1) lässt sich ablesen, dass das Interferometer ein Tiefpassverhalten aufweist. Beiträge ab 15 Hz werden dadurch unterdrückt.

Achse des Interferometers wahrnimmt, zeigt ein langsames Durchkippen der Experimentplattform denselben Effekt. Daher wurden die Orientierungsänderungen des optischen Tisches mit dem Interferometer mit einem Neigungsmesser des Typs LGM Lippmann hochauflösendes 1K Plattform-Tiltmeter untersucht, dessen baugleiche Versionen auch bei dem Ringlasergyroskop des Geodätischen Observatoriums Wettzell [3] eingesetzt werden, und das laut Hersteller bis zu 0,1 nrad auflösen kann. Neigungsmessungen ergeben die Kurven in Abb. 5.10. Die Neigungen der Vibrationsisolierungsplattform zeigen ein periodisches Verhalten, das mit den Temperaturschwankungen im Labor korreliert ist. Da der Neigungsmesser während der Messung oben auf der  $\mu$ -Metall-Magnetfeldabschirmung steht, ist nicht auszuschließen, dass die Messungen u.a. dessen temperaturbedingtes Ausdehnungsverhalten zeigen. Dennoch kann davon ausgegangen werden, dass sie mindestens eine defensive Abschätzung darstellen. Weiterhin zeigen die Messungen, dass die Neigungsamplituden in beiden Raumrichtungen vergleichbar sind. Bei einer Integrationszeit von 1000s zeigen die Allan Standardabweichungen ein Maximum, das die maximal erreichbare erreichbare Sensitivität für Rotationen auf  $6 \cdot 10^{-10}$  rad/s begrenzen würde, was derzeit weit unter dem Auflösungsvermögen des Experiments liegt. Im Bereich einer Flanke lässt sich grob eine Neigungsrate der Plattform von 100  $\mu$ rad/h abschätzen. Messungen in der senkrecht dazu orientierten Achse ergeben ein vergleichbares Resultat. Aus dieser Neigungsrate errechnet sich eine zu erwartende Änderungsrate des Rotationsbeitrags von  $6.8 \cdot 10^{-8}$  rad/s, was durch den Anstieg der Allan Standardabweichung in Abb. 5.10 bis 1000s wiedergegeben wird, und für Beschleunigungen von 2,7 mrad/s durch die Änderung der Ausrichtung zur Erdrotationsachse bzw. zur Erdbeschleunigung.



Abbildung 5.10: Neigung der Vibrationsisolierung. Oben: Die sensitive Achse des Neigungmessers wird in aufeinanderfolgenden Messungen parallel zur Strahlteilerrichtung ( $\vec{k}$ , Nord-Süd) und senkrecht dazu orientiert. In letzterem Fall wird ebenfalls die Temperatur mit aufgezeichnet, zu der die Neigungen eine Korrelation zeigen. Aus dem Neigungssignal wird die erwartete Änderung der Rotationsphase berechnet, von der eine Allan Standardabweichung gebildet wird. Unten: Zum Vergleich werden die Neigungen und Temperaturänderungen an zwei anderen Punkten im Labor auf Bodenniveau gezeigt. Hier lässt sich ebenfalls die Modulation der Temperatur erkennen, deren Amplitude halb so groß ausfällt wie auf der Vibrationsisolierung. Die Modulationen auf dem Neigungssignal sind hingegen stark unterdrückt bis nicht mehr auflösbar.

#### Rausch- und Driftbudget

Die bisher getroffenen Abschätzungen über einzelne Rauschquellen und relative Phasenverschiebungsraten lassen eine Vorhersage über die zu erwartende Sensitivität des Interferometers und die Integrationsfähigkeit zu. Tab. 5.1 und 5.2 fassen die Ergebnisse des vorangegangenen Abschnitts zusammen.

Die einzelnen Rauschbeiträge können als unkorreliert angenommen und daher quadratisch aufsummiert werden. Beschleunigungsvibrationen sind im Einzelinterferometer der dominante Effekt, in der Summe der beiden Signale werden sie aber unterdrückt. Einflüsse durch alle weiteren Effekte bleiben im Summensignal er-

	Phasenrauschen	Sensitivität
	in mrad in 1 s	in rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Strahlteilerlaser - Phase		
100 MHz Referenz	1	$1,8 \cdot 10^{-8}$
Phasenstabilisierung	2,3	$4,1 \cdot 10^{-8}$
Separation der Zonen	8,9	$1,\!6\cdot 10^{-7}$
Verzögerung durch Retroreflex <sup>1</sup> )	0,09	$1,7 \cdot 10^{-9}$
Strahlteilerlaser - Intensität		
AC-Stark	1,9	$3,\!4\cdot 10^{-8}$
ZPLV	< 0,001	$< 2 \cdot 10^{-11}$
Magnetfeld		
ortsabhängig <sup>1)</sup>	1,2	$2,2 \cdot 10^{-8}$
zeitlich <sup>1)</sup>	1 - 6,4	$1,8 \cdot 10^{-8} - 1,2 \cdot 10^{-7}$
Wellenfronten <sup>1)</sup>	3,9	$7,1 \cdot 10^{-8}$
Beschleunigungen <sup>2)</sup>	500	$9,1 \cdot 10^{-6}$
Detektion / techn. Rauschen $^{3)}$	15	$2,7\cdot 10^{-7}$
Summe	18,2 - 19,3	$3,3 \cdot 10^{-7} - 3,5 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 5.1: Übersicht über die Rauschquellen. Das Phasenrauschen ist bei 1 sangegeben und würde für sich genommen auf die angegebene Sensitivität führen. (1) Der Beitrag wurde von pro Zyklus auf 1 sumgerechnet. (2) Im Summensignal wird das Beschleunigungsrauschen unterdrückt. (3) Abhängig von der Amplitude A des Interferometersignals fällt dieser Wert unterschiedlich hoch aus. Die quadratische Addition der verschiedenen Rauschbeiträge sagt eine Sensitivität von  $3,3\cdot10^{-7}$  rad/s bzw.  $3,5\cdot10^{-7}$  rad/s in 1 s voraus.

	relative	Sensitivität
	Phasenverschiebungs-	in rad/s
	rate in rad/s	nach $100\mathrm{s}$
Strahlteilerlaser - Phase	-	
Verzögerung durch Retroreflex	-	
Strahlteilerlaser - Intensität		
AC-Stark	$3,\!6\cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-9}$
ZPLV	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$1,8 \cdot 10^{-10}$
Magnetfeld	$8,9 \cdot 10^{-8} - 2,4 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-10} - 3,1 \cdot 10^{-8}$
Wellenfronten		
Differenz <sup>2)</sup>	$1,9 \cdot 10^{-4} - 1,3 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-7} - 1,1 \cdot 10^{-10}$
Summe	$1,4 \cdot 10^{-5} - 1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-8} - 1,8 \cdot 10^{-7}$
sensitive Achse		
Beschleunigungen <sup>2)</sup>	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-6}$
$Rotationen^{3)}$	$6,8 \cdot 10^{-8}$	$8,8 \cdot 10^{-11}$
Detektion / techn. Rauschen	-	
Summe	$1,8 \cdot 10^{-5} - 1,7 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-7} - 2,3 \cdot 10^{-8}$

Tabelle 5.2: Übersicht über die Phasenverschiebungsraten. Die relative Phasenverschiebungsrate bezeichnet die Veränderungsrate der verschiedenen systematischen Beiträge. Wären diese die einzigen Beiträge, würde nach 100s Integration die jeweils angegebene relative Sensitivität erreicht werden. An Stellen, die mit (-) gekennzeichnet sind, ist keine relative Phasenverschiebung zu erwarten. (2) Dieser Einfluss auf das Summensignal ist unterdrückt. (3) Es wurde eine lineare Neigungsrate von 100 μrad/h zugrunde gelegt.

halten. Der größte Beitrag stammt daher von technischen Quellen, deren Phasenrauschäquivalent doppelt so hoch ist wie die Beiträge bedingt durch Separation der Zonen bzw. die Wellenfronten. Abgeschätzt wird demzufolge je nach Betriebsmodus des Interferometriemagnetfeldes eine Sensitivität von  $3,3 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s/}\sqrt{\text{Hz}}$ bzw.  $3,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s/}\sqrt{\text{Hz}}$ , deren Berechnung über  $\sigma_{\phi}/(2kv_xT^2)$  erfolgt, wobei  $\sigma_{\Phi}$ der Phasenrauschwert ist. An dieser Stelle ist anzumerken, dass umgebungsbedingte Rotationsvibrationen das Rauschniveau erhöhen können.

Unter der Annahme linearer relativer Phasenverschiebungsraten ergibt sich Tab. 5.2. Auch hier ist der dominante Beitrag für das Einzelinterferometer durch Beschleunigungen bzw. die Projektion von der Erdbeschleunigung geben, der im Summensignal herausfällt. Damit wäre die führende relative Phasenverschiebungsrate durch die Einflüsse relativer Strahlteilerverkippungen gegeben. Beiträge durch nichtinertiale Effekte wie das Magnetfeld zur Aufhebung der Entartung sowie die Intensität der Strahlteilerlaser fallen geringer aus, Änderungen der sensitiven Achse werden noch kleiner abgeschätzt. Für eine defensive Abschätzung sind in Tab. 5.2 alle Verschiebungsraten aufaddiert. Ohne Rauschquellen würde der aufsummierte



Abbildung 5.11: Abgeschätzte Stabilität des Mach-Zehnder-Interferometers. Das aufsummierte Phasenrauschen aus Tab. 5.1 wird als weiß angenommen. Dazu werden die als linear angenommenen Phasenverschiebungsraten addiert.

Phasenfehler nach 100 s die Sensitivität auf  $2,2\cdot10^{-7}\,\mathrm{rad/s}$  bis  $2,3\cdot10^{-8}\,\mathrm{rad/s}$  beschränken.

Aus dem Phasenrauschen und den relativen Phasenverschiebungsraten kann das Verhalten der Allan Standardabweichung 5.11 vorhergesagt werden. Dazu werden die Phasenrauschenbeiträge als weiß angenommen, sie mitteln also mit  $1/\sqrt{t_V}$  herunter, wobei  $t_V$  das betrachtete Zeitintervall ist. Dies wird von der linear angenommenen relativen Phasenverschiebungsrate überlagert, so dass die Standardabweichung ab einem bestimmten Zeitpunkt wieder zunehmen wird. Aus Abb. 5.11 ist zu erkennen, dass die Integration abhängig von der Annahme über Wellenfrontbeiträge zwischen 20 s und 80 s aufsetzt und danach ansteigt. Im Idealfall vernachlässigbarer Wellenfrontbeiträge, sowie permanent angeschaltetem Magnetfeld wird ein  $1/\sqrt{\tau}$ -Verhalten bis in den Bereich von 400 s erwartet. Dominante Phasenversatzrate wäre in diesem Fall der Abschätzung nach die relative Phasenverschiebung bedingt durch den AC-Stark-Effekt.

### 5.2 Vergleich mit dem inertial insensitiven Aufbau

Zur Überprüfung der bisherigen Ergebnisse und Schlussfolgerungen wurde eine Messung in einer inertial insensitiven Konfiguration durchgeführt. Das bedeutet, dass beim Strahlteilungsprozess die beiden Lichtfelder aus einer Richtung eingetrahlt werden und nur einen Impuls im Mikrowellenbereich übertragen, wodurch die eingeschlossene Fläche um einen Faktor  $10^{-5}$  kleiner wird. Der Rückreflex wird ausgeblendet. In der Folge ist die inertial insensitive Konfiguration nur noch abhängig von der Relativphase der Strahlteilerlaser, der AC-Stark-Verschiebung und dem Magnetfeld.

Das Messprotokoll, dass zu Bestimmung der Sensitivität und Integrationsfähigkeit verwendet wird, ist dasselbe, das auch in den Kap. 5.3 und 5.4 angewendet wird. Dazu wird die relative Strahlteilerphase so eingestellt, dass das Interferometer an einem Punkt maximaler Steigung des sinusförmigen Signals operiert. Zur Unterdrückung des Beitrages, den eine Verschiebung von  $P_0$  ergeben würde, wird



Abbildung 5.12: Interferometersignal (*links*) und Allan Standardabweichung (*rechts*) des inertial insensitiven Mach-Zehnder-Interferometers. Die Abschätzung ist der nach den vorigen Abschnitten erwartete Verlauf.

abwechselnd auf zwei um  $\pi$  phasenverschobenen Flanken mit entgegengesetzter Steigung gemessen. Eine Subtraktion zweier aufeinanderfolgender Datenpunkte eleminiert somit die Missinterpretation der Versätze von  $P_0$  als Phasenverschiebung. Nach dieser Korrektur werden die Amplituden in Phasen umgerechnet und zwischen den beiden Interferometern das Summen- bzw. Differenzsignal gebildet. Im inertial sensitiven Fall wären dabei im Summensignal die Rotationsbeiträge  $\Phi_{\Omega}$ enthalten und im Differenzsignal  $\Phi_a$  die der Beschleunigungen, da  $\vec{k_1} = -\vec{k_2}$  und  $\vec{v}_{x,1} = -\vec{v}_{x,2}$ , woraus sich  $\Phi_{\Omega,1} = \Phi_{\Omega,2}$  und  $\Phi_{a,1} = -\Phi_{a,2}$  ergibt. Über die verschiedenen Signale werden Allan Standardabweichungen gebildet, aus denen das Phasenrauschen bei 1s sowie die maximale Integrationszeit abgelesen wird. Die verwendeten Parameter sind  $T = 22,87 \,\mathrm{ms}$  für die freie Evolutionszeit und  $\tau = 10 \,\mu s$  als Dauer eines  $\pi/2$ -Pulses. Weiterhin wurde die Ladezeit so angepasst, dass auch hier  $10^6$  Atome detektiert werden. In Abb. 5.12 (*links*) ist das Interferometersignal bei Durchstimmen der relativen Strahlteilerlaserphase gezeigt. Die Signalamplitude fällt höher aus, als im inertial sensitiven Fall, da hier keine temperaturbedingte Reduktion der Anregungseffizienz stattfindet und der Anteil spontaner Emission ebenfalls kleiner ist. Dies führt auf einen abgeschätzten Rauschbeitrag durch Detektion bzw. technische Rauschquellen von 8 mrad in 1s. Beiträge durch Phasenstabilisierung, Magnetfeld, und Laserintensität sind vergleichbar zu Tab. 5.1. Die relative Phasenversatzrate bedingt durch das Magnetfeld im gepulsten Betrieb ist mit  $2.1 \cdot 10^{-5}$  rad/s ebenfalls vergleichbar zum inertial sensitiven Fall in Tab. 5.2, die Verschiebungsrate durch den AC-Stark-Effekt wird mit  $9.4 \cdot 10^{-7}$  rad/s geringer abgeschätzt, da die Laserintensitäten im insensitiven Fall aufbauabhängig niedriger sind. Aus der Stabilitätsmessung ergibt die Allan Standardabweichung in Abb. 5.12 (rechts). Das Phasenrauschen bei 1s fällt etwas niedriger aus, als es mit 14 mrad aufgrund der Voranalyse erwartet wird. Dies deutet daraufhin, dass Beiträge durch zeitliche Fluktuationen des Magnetfeldes sowie der Separation etwas geringer ausfallen als angenommen. Weitgehend im Einklang mit Kap. 5.1.2 setzt die Integrationsfähigkeit bei 100 s auf.

## 5.3 Messungen mit dem symmetrischen Ramsey-Bordé Interferometer

In diesem Abschnitt wird der Einsatz der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie im Experiment beschrieben. Zunächst wird die inertiale Sensitivität des Aufbaus anschaulich demonstriert. Anschließend werden die Auswirkungen der relativen Strahlteilerausrichtung bezogen auf die gemessene Phase diskutiert und interferometrische Messungen mit dem theoretischen Modell aus der Gleichung 2.78 verglichen. Den Abschluss bildet eine Darstellung der erreichten Sensitivität.

#### 5.3.1 Qualitative Demonstration der inertialen Sensitivität

Die inertiale Sensitivität des Interferometers lässt eine Reaktion auf umgebungsbedingte Störeinflüsse wie Vibrationen oder Neigungen der sensitiven Achse erwarten. Es ist weiterhin anzunehmen, dass vor allem Kopplungen in das Beschleunigungssignal auftreten, da Änderungen der Projektion der Erdbeschleunigung auf die beschleunigungssensitive Achse einen um Größenordnungen höheren relativen Phasenversatz verursachen als Änderungen der Projektion der Erdrotation auf die rotationssensitive Achse. In Abb. 5.13, *links* wird dieses Verhalten widergespiegelt.



Abbildung 5.13: Reaktion des Interferometers auf künstlich verursachte Vibrationen und Neigungen. Links: Während des Zeitfensters 40s bis 55s wurde eine Masse von 70kg durch das Labor bewegt. Rechts: Im Zeitraum 100s bis 250s wird das Interferometer künstlich gekippt. Das Interferenzsignal wird im Nachhinein mit einem 400 mHz Tiefpass gefiltert, um das Vibrationsrauschen zu unterdrücken.

Die Parameter dieser Messung sind gezielt zu T = 1,115 ms und T' = 39,749 ms

0,50

0,48

0,46

0,44 0,42 0,40 0,38 0,36 0,34

normiertes Signal



Abbildung 5.14: Verkippungsabhängige Phase. Die durchgezogene Linie zeigt den theoretischen Verlauf. Die Messungen wurden nur mit einem der beiden Interferometer durchgeführt, die Phase gibt daher nicht das Verhalten des Summensignals wieder.

Abbildung 5.15: Interferenzsignal in der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie. Die freien Evolutionszeiten sind zu T =5 ms und T' = 39,74 ms gewählt. Das Durchstimmen der relativen Laserphase beim letzten  $\pi/2$ -Puls ergibt die sinusförmige Struktur.

20

relative Laserphase in rad

30

40

50

10

gewählt, damit die künstlich verursachten Vibrationen vom Hintergrund unterscheidbar bleiben. Die beiden Interferometer sind so eingestellt, dass das Interferenzmuster einen Phasenversatz von  $\pi$  aufweist. Demnach sollten die zu erwartenden Beschleunigungsvibration auf beiden Signalen zu Amplitudenausschlägen in dieselbe Richtung führen, was auch tatsächlich zu beobachten ist. Zu beachten ist hierbei, dass die in Kap. 5.4 eingeschlossene Fläche um mehr als einen Faktor 10 größer ist, als bei dieser Messung. Als weiterer Test wird das Interferometer künstlich gekippt. In Abb. 5.13, rechts sind das Interferometersignal und das eines Neigungsmessers umgerechnet in Phase abgetragen. Für die Umrechnung der Reaktion auf eine Verkippung  $\alpha$  wird die Projektion der Erdbeschleunigung  $\vec{g}$  auf die sensitive Achse berechnet  $\vec{k} \cdot \vec{g}T(T+T') \approx kgT(T+T')\alpha$  für T = 2 ms, T' = 44 msund  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Der Unterschied im Phasenversatz ist auf die Filterung des Interferometersignals zurückzuführen. Dennoch ist eine Korrelation der Signale klar erkennbar.

#### 5.3.2 Wellenfrontbedingter Phasenversatz

Aus den Messungen in 4.5 wurde weiterhin die relative Phasenverschiebung aus den Interferometersignalen, aus denen der Kontrast berechnet wurde, abgelesen. Dies lässt einen weiteren Abgleich mit der Theorie zu, die einen verkippungsabhängigen Phasenversatz fordert. In Abb. 5.14 sind die Messdaten zusammen mit der Simulation abgetragen. Hier ist eine systematische Unstimmigkeit zu erkennen, die auf die Lagerung des Spiegels, der verstellt wurde, zurückgeführt wird. Bedingt durch die Wahl der Auflagepunkte wurde der Spiegel beim Verfahren nicht nur in



Abbildung 5.16: Allan Standardabweichung und Signal des Neigungsmessers. Die durchgezogenen Linien geben den Verlauf bei Annahme eines weißen Rauschen an, das mit den aus der Messung mit dem Neigungssensor umgerechneten Phasenverschiebungen überlagert wird.

y-Richtung sondern auch geringfügig in x-Richtung geneigt, was einen zusätzlichen Phasenbeitrag liefert.

Über Einzelinterferometerbetrachtungen hinausgehend wurde in der vorliegenden Arbeit auch das Summensignal beider Interferometer qualitativ betrachtet. Anders als bei der Mach-Zehnder-Geometrie wird für die symmetrische Ramsey-Bordé-Konfiguration unabhängig von der Überlagerung kein neigungsabhängiger Phasenversatz in x-Richtung aus der Theorie vorhergesagt. Das Experiment bestätigt dies. In y-Richtung ist bei imperfekter Überlagerung eine Phasenverschiebung zu erwarten, experimentell wird auch tatsächlich eine Verschiebung beobachtet.

#### 5.3.3 Sensitivität der symmetrischen Ramsey-Bordé-Konfiguration

Der optimale Kompromiss zwischen eingeschlossener Fläche und erzielter Signalamplitude in der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie stellt sich in dieser Arbeit zu T = 5 ms und T' = 39,74 ms heraus. Während die optischen Zugänge prinzipiell Zeiten bis T = 8 ms erlauben, fällt die Anregungseffizienz von 0,4 bis 0,5 in Fenstermitte bedingt durch das gaussförmige Intensitätsprofil der Strahlteilerlaser am Rand ab. Für die gewählten Parameter erreicht das Signal eine Amplitude A = 0,05 bzw. A = 0,04, der Kontrast liegt bei 11 % (siehe Abb. 5.15) und es wird eine Fläche von 7,3 mm<sup>2</sup> eingeschlossen.

Zunächst wird das Signal des Interferometers mit dem eines Neigungssensors verglichen (siehe Abb. 5.16). Bei dieser Messung ist die Zyklusrate 1,6 Hz, die Vibrationsisolierung abgeschaltet und der Sensor starr an den Boden gekoppelt, die übrigen Parameter sind wie unter Kap. 5.1 angegeben. Es zeigt sich eine Rauschunterdrückung im Summensignal, die Sensitivität liegt bei  $3.4 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ , was



Abbildung 5.17: Summensignal (1) und Allan Standardabweichung (2) des symmetrischen Ramsey-Bordé-Interferometer. Im Gegensatz zu 5.16 ist hier die Vibrationsisolierung eingeschaltet. In (1) ist eine lineare Phasenveschiebungsrate zu erkennen. Wird diese vom Summensignal subtrahiert, ergibt sich ein weiterer Abfall in (2). Die Linie bezeichnet den ohne Phasenversatzraten erwarteten Verlauf.

auf einen erhöhten Beitrag durch Vibrationen zurückgeführt wird. Der Neigungssensor ist so orientiert, dass seine sensitive Achse in Richtung der Strahlteiler zeigt. Aus den Daten lässt sich eine Neigungsrate von unter 1  $\mu$ rad in 25 min ablesen, die auf eine relative Phasenverschiebungsrate von  $6 \cdot 10^{-10}$  rad/s im Rotationssignal führt. Die Allan Standardabweichung des Interferometersignals setzt früher auf, die Verkippung des Rotationssensors kann dafür also nicht die Ursache sein. Für das Differenzsignal ergibt sich eine abgeschätzte relative Phasenverschiebungsrate von  $4.7 \cdot 10^{-5}$  rad/s, die ebenfalls nicht den Verlauf der Allan Standardabweichung erklärt. Die Neigung der sensitiven Achse kann in dieser Messung demzufolge als dominanter Beitrag zu den beobachteten relativen Phasenverschiebungsraten ausgeschlossen werden.

Mit eingeschalteter Vibrationsisolierung und einer Zyklusrate von 2 Hz ergibt sich das Interferometersignal in Abb. 5.17. Die erzielte Sensitivität auf Rotationen ist  $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  und nach 30 s wird  $2 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$  erreicht. Im Summensignal lässt sich eine lineare relative Phasenversatzrate von  $9,2 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$  ablesen, die nach 30 s Integrationszeit zu einem Anstieg der Allan Standardabweichung führt. Eine Subtraktion dieser Rate vom Summensignal sorgt für ein Heruntermitteln bis in einen Bereich von  $9 \cdot 10^{-8} \text{ rad/s}$ . Sämtliche Effekte, die in Kap. 5.1.2 diskutiert wurden, fallen für das symmetrische Ramsey-Bordé-Interferometer kleiner aus und können daher nicht die Versatzrate erklären. Wahrscheinlichste Ursache für die Diskrepanzen ist ein stärkeres Aufwärmverhalten bei dieser Messung als bei den Abschätzungen. Vergleichsmessungen ergeben lineare relative Phasenversatzraten von  $5 - 20 \,\mu$ rad/s im Summensignal, was in einem Bereich liegt, der nahe den Änderungsraten bedingt durch relative Verkippungsveränderungen der Strahlteiler-wellenfronten  $(1,4-5,6 \,\mu$ rad/s) liegt. Nicht inertiale Beiträge durch Magnetfelder



Abbildung 5.18: Ellipsendarstellung der Interferometersignale. (1) enspricht dem Datensatz 0 - 50 s, (2) 250 s - 300 s und (3) 600 s - 650 s aus Abb. 5.17 (1). Die Amplituden der Interferometersignale wurden auf 1 normiert und der Amplitudenversatz abgezogen. Der aus Abb. 5.17 erwartete Verlauf ist als durchgezogene Linie darstellt.

 $(1 \,\mu rad/s)$  fallen geringer aus und die Abschätzungen der Intensitätsänderungen führen zu vernachlässigbaren AC-Stark-Verschiebungen.

In Abb. 5.18 sind die Interferometersignale der Messung aus Abb. 5.17 in drei verschiedenen Intervallen als Ellipsen dargestellt. Die Summenphase  $\Phi_{Sum}$  bestimmt nach

$$y^{2} - 2xy\cos(2\Phi_{Sum}) + x^{2} - 1 + \cos^{2}(2\Phi_{Sum}) = 0$$
(5.3)

die Lage der Ellipsen, während die Differenzphase durch den Einfluss von Vibrationen eine Verteilung der korrelierten Messpunkte die Ellipsen ausformt. Unter Idealbedingungen, d.h. ohne Rauscheinflüsse, lägen hier nur zwei um  $\pi$  zueinander phasenverschobene Punkte vor. Der Vergleich der nach Abb. 5.17 erwarteten Ellipsen mit den direkt aus dem Interferometersignal generierten zeigt eine gute Übereinstimmung.

Der dominante Rauschbeitrag ist in diesem Aufbau durch technische- bzw. Detektionsbeiträge gegeben, bei dem die geringere Amplitude des Interferometersignals berücksichtigt werden muss. Zusammen mit dem Skalierungsfaktor wird aus diesem eine maximal erreichbare Sensitivität auf Rotationen von  $1,4\cdot 10^{-6}$  rad/s/ $\sqrt{\text{Hz}}$ abgeschätzt, was hinreichend mit der Messung in Einklang ist. Daraus kann der Schluss gezogen werden, dass hier noch keine Limitierung durch Rotationsvibrationsrauschen auftritt. Folglich ist zu erwarten, dass die Sensitivität des Interferometers durch eine Vergrößerung der eingeschlossenen Fläche erhöht werden kann, was den Einsatz der Mach-Zehnder-Geometrie mit einem 2,6-fach höheren Skalierungsfaktor motiviert.



Abbildung 5.19: Interferometersignal und Allan Standardabweichung des großflächigen Mach-Zehnder-Interferometers. In (1) ist eine Modulation zu erkennen, die eine Integration in (2) verhindert. Für (2) wurde der Datensatz von 55s - 180s verwendet.

## 5.4 Sensitivität des großflächigen Mach-Zehnder-Interferometers

Die Stabilitätsbetrachtung erfolgt analog zu Abschnitt. 5.3.3. Aus der Allan Standardabweichung in Abb. 5.19 (1) wird die Sensitivität des Interferometers auf Rotationen zu  $5,3 \cdot 10^{-7} \operatorname{rad/s/\sqrt{Hz}}$  bestimmt. Dies liegt um einen Faktor 1,6 über der Abschätzung aus Kap. 5.1.2. Eine mögliche Ursache für den Anstieg des Rauschniveaus ist das Auftreten von Rotationsvibrationen. Weiterhin führt die relative Phasenversatzrate in Abb. 5.19 dazu, dass die beiden Interferometer nicht notwendigerweise an Punkten mit gleicher lokaler Steigung  $\kappa$  des Interferenzmusters operieren, so dass Beschleunigungsvibrationen nicht vollständig unterdrückt werden. Eine dritte Ursache kann darin liegen, dass der Phasenhub bedingt durch Vibrationen dazu führt, dass die beiden Interferometer nicht mehr in einem linearen Bereich mit  $\kappa = A$  operieren, was bei der Auswertung der Signale durch eine Anpassung des Umrechnungsfaktors  $\kappa$  berücksichtigt wird.

Bei der Voranalyse in Kap. 5.1.2 wird eine lineare relative Phasenverschiebungsrate angenommenen, die je nach Annahme der relativen Wellenfrontneigungsraten ein Aufsetzen der Integrationsfähigkeit bei einer Messzeit von 30 - 100 s zur Folge hätte. Die Messung in Abb. 5.19 zeigt allerdings keine lineare Versatzrate sondern eine Modulation mit einer Zeitkonstante von ungefähr 200 s und variabler Amplitude. Vergleichsmessungen zeigen ähnliche Modulationen, die allerdings z.T. Zeitkonstanten von bis zu 400 s aufweisen.

Analog zu Kap. 5.3.3 werden die Interferometersignale für drei verschiedene Intervalle der Messung in Abb. 5.19 als Ellipsen dargestellt. Die Darstellung der Interferometersignale als Ellipse zeigt sowohl die Korrelation der beiden Interferometer als auch die Änderung der Summenphase im Verlauf der Messung. Die aus den Ausgleichsellipsen ermittelten Summenphasen stimmen auf 10 % mit dem



Abbildung 5.20: Ellipsendarstellung für das großflächige Mach-Zehnder-Interferometer.
(1) enspricht dem Datensatz 55 - 95 s, (2) 260 s - 300 s und (3) 340 s - 380 s aus Abb. 5.19
(1). Die Amplituden der Interferometersignale wurden auf 1 normiert und der Amplitudenversatz abgezogen. Die Ausgleichsellipse ist als durchgezogene Linie darstellt.

Mittelwert über die jeweiligen Intervalle aus Abb. 5.19 (1) überein. Diskrepanzen können dabei dadurch auftreten, dass sich die Summenphase über den Zeitraum, aus dem die Ellipse erzeugt wird, ändert, wodurch das Anlegen einer Ausgleichsellipse fehlerbehaftet ist. Die abgelesene relative Phasenversatzrate des Summensignals liegt in der Größenordnung 3 mrad/s, also weit über den Abschätzungen aus Tab. 5.2. Als Ursache hierfür werden Aufwärmprozesse angenommen, die u.a. die Absolutposition der Retroreflektionsspiegel in Strahlteilerrichtung beeinflussen können, wie in Kap. 5.1.2 bereits angedeutet. Um diese zu reduzieren, werden drei Änderungen vorgenommen:



Abbildung 5.21: Ellipsendarstellung für das großflächige Mach-Zehnder-Interferometer nach Reduktion von Temperatureinflüssen. (1) enspricht dem Zeitfenster 50 - 200 s, (2)
550 s - 700 s und (3) 1050 s - 1200 s. Die Amplituden der Interferometersignale wurden auf 1 normiert und der Amplitudenversatz abgezogen. Die durchgezogene Linie dient als Führung für das Auge und die gepunktete Ellipse deutet den Verlauf an, der bei einer vergleichbaren relativen Phasenverschiebungsrate wie in Abb. 5.20 zu erwarten wäre.

- 1. Der größte Einfluss durch thermische Ausdehnungen wird bei der Interferometriekammer bzw. den Strahlteileroptiken, die sich ebenfalls unter der  $\mu$ -Metallabschirmung befinden, vermutet. Um das System ein thermisches Gleichgewicht erreichen zu lassen, werden alle Komponenten, die Wärme dissipieren, wie Magnetfelder und Quellenheizungen, über den Zeitraum mehrerer Tage angeschaltet gelassen.
- 2. Nach 5.1.2 zeigt das Magnetfeld zur Aufhebung der Entartung im Interferometer im gepulsten Betrieb einen stärkere Änderungsrate als im kontinuierlichen. Dementsprechend ist auch dieses permanent in Betrieb.
- 3. Der Vorgang, mit dem die Strahlteilerlaser gepulst werden, wird geändert. Anstatt nur zu den Einstrahlzeiten Leistung auf die Schalt-AOMs zu geben, wird zwischen zwei Frequenzen gesprungen, von denen nur eine den jeweiligen Laser in die Faser koppelt.

Eine Messung über 1200 s zeigt nach diesen Schritten ein anderes Verhalten als vorher. Das korrelierte Signal der beiden Interferometer wird in Abb. 5.21 in Form von Ellipsen dargestellt. Der Rauschuntergrund fällt bei dieser Messung zwar größer aus, dennoch kann gefolgert werden, dass die relative Änderung des Phasenversatzes mindestens um einen Faktor 10 reduziert ist. Deutlich wird dies durch den Vergleich der Häufungen mit der gepunkteten Ellipse in Abb. 5.21, die sich bei der Phasenversatzrate aus 5.20 ergäbe.

KAPITEL 6

## DISKUSSION

Die atominterferometrische Ausrichtung der Strahlteilerlichtfelder ist als einer der zentralen Schritte für das Gyroskop anzusehen, durch die ein Schlüsselparameter, die eingeschlossene Fläche von 19 mm<sup>2</sup> in der Mach-Zehnder-Geometrie, erreicht wird. Weiterhin erlaubt die Methode eine so präzise Justage, dass eine verbleibende Kontrastreduktion durch Restfehler in der Strahlteilerausrichtung nahezu auszuschließen sind.

Da die Höhe von technischen bzw. Detektionsrauschbeiträgen durch den Kontrast mitbestimmt ist, ist dessen Optimierung vorteilhaft für die Sensitivität des Gyroskops. Ein Ansatzpunkt zur Erhöhung des gegenwärtigen Kontrastes ist die Reduktion der spontanen Emission während des Präparationsprozesses. Dies kann durch eine größere Verstimmung der Strahlteilerlaser  $\Delta$  (siehe Kap. 2.1) währenddessen umgesetzt werden. Experimentell erfordert dies die Möglichkeit eines Frequenzsprungs der Laser, um andererseits die Pulsdauern bei den Wechselwirkungsprozessen für die Strahlteilung beibehalten zu können. Ein weiterer Schritt ist, die gegenwärtige Temperatur des atomaren Ensembles von  $10 \,\mu K$  zu verringern, was eine Optimierung des Startvorgangs bzw. der Melassekühlung im bewegten Bezugssystem erfordert.

Die Erhöhung der Fläche führt zu einer neuen Sensitivität für diesen Aufbau von  $5.3 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ , der lediglich um einen Faktor 1,6 nach oben von dem aus der Erwartung abgeschätzten Wert von  $3.3 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  unter Einbeziehung der verschiedenen Rauschquellen bis auf eventuelle Rotationsvibrationen abweicht (Kap. 5.1.2). Für die Untersuchung, ob hier eine Beschränkung durch nicht unterdrückte Rotationsvibrationen vorliegt, ist eine Korrelationsmessung mit einem zweiten Rotationssensor nötig.

Darüber stehen neben der bereits erwähnten Kontrasterhöhung weitere Optimierungen zur Rauschminimierung und damit einer Sensitivitätssteigerung aus. Wie bereits im Abschnitt 5.1.1 beschrieben führt eine Erhöhung des Detektionsstrahldurchmessers zu einer Verringerung des als derzeit dominant abgeschätzten technischen bzw. Detektionsrauschbeitrags. Nach diesem Schritt ist zu evaluieren, ob es günstiger ist, die Strahlteilerlichtfelder mit nur einer Faser zum Experiment zu leiten und dort die Aufteilung durchzuführen, als drei getrennte Fasern zu verwenden. Gegebenenfalls wird dies den Beitrag durch die Separation der Zonen reduzieren, so dass als dominante Effekte Rauschbeiträge durch Wellenfronten und das Schrotrauschen bleiben, die kombiniert mit den übrigen Rauschquellen der Abschätzung nach eine Beschränkung der Sensitivität auf  $1.1 \cdot 10^{-7} \, \text{rad/s} / \sqrt{\text{Hz}}$  bedeuten, was um einen Faktor 1,9 über der Schrotrauschlimitierung läge. Auf diesem Niveau ist zu erwarten, dass die Beiträge der unterschiedlichen Rauschquellen relativ ähnlich ausfallen, dementsprechend für eine weitere Optimierung Arbeiten an der Intensitätsstabilität und relativen Phasenstabilität der Strahlteilerlaser, eine Reduktion der zeitlichen Schwankungen des Interferometriemagnetfelds sowie eine Verringerung der Startunsicherheit des Quellensystems erforderlich werden. Letzteres ist insbesondere wichtig, um Rauschbeiträge durch Inhomogenitäten in den Strahlteilerwellenfronten herabzusetzen.

Nach den Messungen dieser Arbeit zeigt das Integrationsverhalten des großflächigen Mach-Zehnder-Interferometers eine hohe Abhängigkeit von Temperaturänderungen, was einen Betrieb im Gleichgewichtszustand notwendig macht. In diesem Fall ist die beobachtete Änderung der relativen Phasenverschiebungen mindestens um einen Faktor 10 unterdrückt. Eine Bestimmung der maximalen Integrationsdauer steht noch aus. Sollten sich Effekte, die nicht von der Orientierung des Wellenvektors  $\vec{k}$  abhängen, als beschränkend erweisen, kann dies durch eine Änderung des Messalgorithmus umgangen werden. Wird von Zyklus zu Zyklus das Vorzeichen von  $\vec{k}$  geändert, was über einen Frequenzsprung der relativen Strahlteilerlaserphase möglich ist, fallen Effekte unabhängig von  $\vec{k}$  bei Differenzbildung aufeinanderfolgender Signale heraus. Gleichzeitig werden dadurch die systematischen Fehler dieser Effekte reduziert. In diese Kategorie fallen AC-Stark-Verschiebungen sowie Phasenverschiebungen durch Magnetfelder.

## KAPITEL 7

## AUSBLICK

Im Rahmen dieser Arbeit ist erstmalig mit einem Mach-Zehnder-Interferometer, in dem drei räumlich getrennte Atom-Licht-Wechselwirkungszonen zur kohärenten Manipulation kalter atomarer Ensembles eingesetzt werden, eine Fläche von 19 mm<sup>2</sup> eingeschlossen worden. Dazu ist es notwendig, die Strahlteilerwellenfronten über Messungen des Atominterferometerkonstrastes in Geometrien verschiedener Sensitivität auf  $\mu$ rad genau zu einander auszurichten. Ein ähnlicher Wert in einem Mach-Zehnder-Interferometer wurde bisher nur durch ein Experiment basierend auf einem thermischen Cäsiumstrahl demonstriert. Die Sensitivität auf Rotationsraten wird daraus resultierend zu  $5.3 \cdot 10^{-7}$  rad/s in einer Messzeit von 1 s bestimmt. Dies liegt um einen Faktor 1,6 über der erwarteten Limitierung, deren dominanter Beitrag der Abschätzung nach technische Rauschquellen bzw. der Detektionsprozess sind. Eine umfassende Studie des Integrationsverhaltens steht noch aus, allerdings konnte qualitativ demonstriert werden, dass im thermischen Gleichgewichtszustand die zeitliche Anderung relativer Phasenverschiebungen erheblich reduziert ist, wodurch Integrationszeiten von 100s und höher künftig möglich sein sollten. Während die gegenwärtige Sensitivität prinzipiell eine Messung der Erdrotation bis auf 1% erlaubt, könnte dies künftig durch eine Integration über einen Zeitraum von  $1000\,\mathrm{s}$  auf bis zu  $0.03\,\%$  erfolgen. Dazu steht allerdings eine Studie der Systematik bzw. eine Eichung aus.

Dies wird den nächsten Schritt nach einer Elimination etwaiger verbleibender zeitlich veränderlicher relativer Phasenverschiebungen darstellen. Bereits die Abschätzung dieser Phasenverschiebungsraten erfordert ein Modell über die bestehenden systematischen Fehler, da eben deren zeitliche Änderung die Limitierung der Integrationsfähigkeit darstellt. Eine Analyse der Genauigkeit wird dementsprechend darauf aufbauen. Die experimentelle Verifikation wird davon profitieren, dass verschiedene Parameter im Interferometer veränderbar sind, so dass die Auswirkungen dieser Änderungen studierbar sind. Ein Beispiel dafür ist die freie Entwicklungszeit T, die maßgeblich den Skalierungsfaktor beeinflusst. Zusätzlich ist eine Vergleichsmessung mit einer Inertial Measurement Unit (IMU) denkbar, um qualitativ die gemessenen Rotationsraten und die Reaktion auf künstlich eingekoppelte Rotationsratenänderungen zu vergleichen. Ähnliches kann auch für die Beschleunigungsmessungen durchgeführt werden, die aufbaubedingt immer gleichzeitig mitgemessen werden.

Ergänzend oder parallel zu diesen Schritten ist die Verwendung eines symmetrischen Strahlteilungsprozesses [54, 55] sinnvoll. Das bedeutet, dass bei jedem Atom-Licht-Wechselwirkungsprozess eine kohärente Superposition zwischen den Zuständen  $|e, +\hbar \vec{k}\rangle$  und  $|e, -\hbar \vec{k}\rangle$  erzeugt wird statt wie bisher zwischen  $|g, 0\rangle$  und  $|e, +\hbar \vec{k}\rangle$ . Daraus resultieren zwei Vorteile. Erstens wird die eingeschlossene Fläche verdoppelt, was potentiell auch eine Verdoppelung der Sensitivität zur Folge hat. Zweitens werden Rauscheinflüsse und Phasenverschiebungen durch Magnetfeldgradienten in Flugrichtung der atomaren Ensembles, den AC-Stark-Effekt sowie die Phasenstabilisierung der Strahlteilerlaser intrinsisch unterdrückt. Die Notwendigkeit einer umfangreichen Optimierung und Studie systematischer Fehler dieser Komponenten entfiele dementsprechend. Für den symmetrischen Fall kann das bisher benutzte Lasersystem weiterverwendet und auch die Detektion weiterhin so wie bisher eingesetzt werden.

Neben den bereits genannten Methoden zur Sensitivitätssteigerung durch Unterdrückung von Rauschquellen kann andererseits auch die eingeschlossene Fläche weiter erhöht werden, um den Skalierungsfaktor zu steigern. Da die Geschwindigkeit der atomaren Ensembles  $\vec{v}$  und die freie Entwicklungszeit T weitgehend durch das Design der Vakuumkammer vorgegeben sind, ist der Ansatz für weiterführende Optimierungen die Erhöhung des effektiven Wellenvektors k. Bei Multiphotonenübergängen wird das *n*-fache des Zweiphotonenimpulses  $\hbar \vec{k}$  proportional zum Wellenvektor übertragen. Bisher wurden Impulsüberträge von bis zu  $51\hbar \vec{k}$  durch wiederholte Anwendung von Braggprozessen höherer Ordnung [56] sowie  $12\hbar k$  durch Kombination von Braggprozessen höherer Ordnung und Blochoszillationen [57] in Interferometern demonstriert. Mit Blochoszillationen allein konnten auch schon mehrere hundert  $\hbar k$  übertragen werden [58], allerdings nicht als Teil eines Strahlteilungsprozesses in einem geschlossenen Interferometer. Für eine Kombination aus Blochoszillationen und dem Zwei-Photonen-Ramanprozess als Strahlteiler erfolgten bereits Voruntersuchungen an CASI [28, 59]. Aufgrund der vergleichsweise langen Atom-Licht-Wechselwirkungszeit im Bereich von einigen Millisekunden erwies sich der theoretische Gewinn in der damalig verwendeten symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie vergleichsweise gering, in der jetzigen Mach-Zehnder-Geometrie fällt das Potential durch die höheren freien Entwicklungszeiten deutlich größer aus. Der Einsatz dieser Techniken wird die Anforderungen an die relative Strahlteilerausrichtung steigern, da diese ebenfalls von k abhängig sind. Andererseits erlaubt genau diese Abhängigkeit auch eine präzisere Ausrichtung, so dass dies kein prinzipielles Problem darstellt. Als sehr viel rigider wird sich die Anforderung zeigen, schmale Geschwindigkeitsverteilungen der atomaren Ensembles zu verwenden, um hinreichend hohe Strahlteilungseffizienzen zu erreichen. Dies kann experimentell durch eine Präparation geringerer Temperaturäquivalente in Strahlteilerrichtung erfolgen, was Verluste in der detektierten Teilchenzahl zur Folge hätte. Eventuell wird also eine Optimierung der Quellensysteme bzgl. Anzahl oder der Temperatur gestarteter Teilchen notwendig. Weiterhin könnte es notwendig werden, die Unsicherheit in der Startgeschwindigkeit zu reduzieren, da zu erwarten ist, dass Multiphotonentechniken auch den Rauschbeitrag durch Wellenfrontinhomogenitäten kombiniert mit dieser erhöhen. Dennoch stellt diese Technik grundsätzlich Flächeneinschlüsse von 5 cm<sup>2</sup> bei einem Impulsübertrag von  $27\vec{k}$  für CASI in Aussicht, so dass Sensitivitäten von  $2 \cdot 10^{-8}$  rad/s in 1 s extrapoliert von der gegenwärtigen Sensitivität bis  $2,1 \cdot 10^{-9}$  rad/s in 1 s unter Annahme der Schrotrauschlimitierung bei gegenwärtigem Kontrast denkbar sind. Für deutlich höhere Impulsüberträge wird eine Änderung der Vakuumkammer notwendig, deren Dimensionierung den maximal möglichen Impulsübertrag begrenzt.

Mit derartigen Sensitivitäten und hinreichenden Integrationstabilitäten können Vergleiche mit anderen Rotationssensoren wie dem Materiewellengyroskop in Paris oder dem Ringlasergyroskop Großring G in Wettzell angedacht werden. Dies wird Rückschlüsse auf die Genauigkeit sowie gegebenenfalls eine Eichung rotationssensitiver Atominterferometer erlauben.

Aufbauend auf diesen Ergebnissen eröffnen sich langfristig weitere Wege für künftige Projekte. Eine Miniaturisierung des Aufbaus wäre als mobiler Rotationsmesser eine Bereicherung für die Geodäsie und Geophysik, da dies den Zugang zu Messungen lokaler Variationen der Erdrotation ermöglichen würde. Weiterhin ergäbe dies die Möglichkeit, Vergleichsmessungen mit anderen Rotationssensoren vor Ort durchzuführen. Eine andere Ausrichtung wäre die Realisierung einer Weltraummission, wie etwa eine atominterferometrische Messung des Lense-Thirring-Effektes [7]. Für ein derartiges Vorhaben kann eine hohe Synergie mit dem QUANTUS-Projekt [60, 61] erwartet werden, das einen Test des Äquivalenzprinzips unter Schwerelosigkeit im Fallturm in Bremen anstrebt und somit als eine Vorstudie für Weltraumtests zu verstehen ist.

## Anhang A

# ANHANG

Lichtgeschwindigkeit	$2,99792458 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}$
Planck-Konstante $(h)$	$6,62606896(33) \cdot 10^{-34} \mathrm{Js}$
Boltzmann-Konstante	$1,3806504(24) \cdot 10^{-23} \mathrm{J/K}$

Tabelle A.1: Physikalische	Konstanten	[29].
----------------------------	------------	-------

atomare Masse	$1,443160648(72) \cdot 10^{-25} \mathrm{kg}$
Frequenz	$2\pi \cdot 384,2304844685(62) \text{ THz}$
Wellenlänge (Vakuum)	$780,241209686(13)\mathrm{nm}$
natürliche Linienbreite	$2\pi \cdot 6,0666(18) \mathrm{MHz}$
Rückstoßgeschwindigkeit	$5,8845\mathrm{mm/s}$
Zeeman-Verschiebung des Uhrenübergangs	$2\pi \cdot 575, 15  \text{Hz/G}^2$
Sättigungsintensität	$1,66933(35){ m mW/cm^2}$
$( F = 2, m_f = \pm 2\rangle \rightarrow  F' = 3, m'_f = \pm 3\rangle)$	

Tabelle A.2: Eigenschaften des Rubidium-87,  $D_2$  Linie  $(5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2})$  [29].

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] www.imar-navigation.de iMAR Gesellschaft für inertiale Mess, Automatisierungs-und Regelsysteme mbH.
- [2] www.honeywell.com Honeywell Aerospace.
- K. U. Schreiber, T. Klügel, J.-P. R. Wells, R. B. Hurst, and A. Gebauer. How to detect the chandler and the annual wobble of the earth with a large ring laser gyroscope. *Phys. Rev. Lett.*, 107:173904, 2011.
- [4] K. U. Schreiber, T. Klügel, A. Velikoseltsev, W. Schlüter, G. E. Stedman, and J.-P. R. Wells.
  The large ring laser G for continuous earth rotation monitoring. *Pure Appl. Geophys.*, 166:1485–1498, 2009.
- [5] K. U. Schreiber, T. Klügel, and G. E. Stedman.
  Earth tide and tilt detection by a ring laser gyroscope.
  J Geophys. Res. Sol. Ea., 108(B2)(108 (B2)):2132, 2003.
- [6] P.J. Mendes Cerveira, J. Böhm, H. Schuh, T. Klügel, A. A. Velikoseltsev, K.U. Schreiber, and A. Brzezinski.
   Using very long baseline interferometry and ring laser for monitoring earth rotation.
   Pure Appl. Geophys., 166:1499–1517, 2009.
- [7] C. Jentsch, T. Müller, EM Rasel, and W. Ertmer.
   Hyper: A satellite mission in fundamental physics based on high precision atom interferometry.
   Gen. Rel. Grav., 36(10):2197-2221, 2004.
- [8] C. W. F. Everitt et al. Gravity probe b: Final results of a space experiment to test general relativity. *Phys Rev. Lett.*, 106:221101, 2011.
- [9] L. de Broglie.The reinterpretation of wave mechanics.

	Foundations of Physics, 1:5–15, 1970.
[10]	C. Davisson and L. H. Germer. The scattering of electrons by a single crystal of nickel. <i>Nature</i> , 119:558–560, 1927.
[11]	<ul> <li>M.G. Sagnac.</li> <li>Léther lumineux démontré par l'effet du vent relativ d'éther dans un interférométre en rótation uniforme.</li> <li>Compt. Rend. des Sc. d. l'Acad d. Sc., 157:1410, 1913.</li> </ul>
[12]	<ul> <li>M. G. Sagnac.</li> <li>Sur la preuve de la réalité de l'éether lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant.</li> <li>Compt. Rend. des Sc. d. l'Acad d. Sc., 157:1410-1413, 1913.</li> </ul>
[13]	C.J. Bordé. Atomic interferometry with internal state labelling. <i>Phys. Lett. A</i> , 140(10):126, 1989.
[14]	<ul><li>Ch. Antoine and Ch. J. Bordé.</li><li>Exact phase shifts for atom interferometry.</li><li><i>Phys. Lett. A</i>, 306:277, 2003.</li></ul>
[15]	<ul> <li>C.J. Bordé.</li> <li>Quantum Theory of Atom-Wave Beam Splitters and Application to Multidi- mensional Atomic Gravito-Inertial Sensors.</li> <li>General Relativity and Gravitation, 36(3):475-502, 2004.</li> </ul>
[16]	<ul> <li>F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch.J. Bordé.</li> <li>Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter- wave interferometer.</li> <li>Phys. Rev. Lett., 67:177, 1991.</li> </ul>
[17]	E.M. Rasel, M.K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger. Atom wave interferometry with diffraction gratings of light. <i>Physical Review Letters</i> , 75(14):2633–2637, 1995.
[18]	T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich. Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope. <i>Phys. Rev. Lett.</i> , 78(11):2046-2049, 1997.
[19]	<ul> <li>U. Schreiber, M. Schneider, C. H. Rowe, G. E. Stedman, S. J. Cooper, W. Schlüter, and H. Seeger.</li> <li>The C-II ring laser project.</li> <li><i>Phys. Chem. Earth (A)</i>, 25:805–807, 2000.</li> </ul>
[20]	A. Peters, K.Y. Chung, and S. Chu. Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms. <i>Nature</i> , 400:849 – 852, 1999.

- [21] A. Peters.
  - High Precision Gravity Measurements Using Atom Interferometry. PhD thesis, Stanford University, 1998.
- [22] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich. Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer sagnac gyroscope. *Phys. Rev. Lett.*, 97(24):240801, 2006.
- [23] A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévèque, W. Chaibi, and A. Landragin. Characterization and limits of a cold-atom sagnac interferometer. *Phys. Rev. A*, 80:063604, 2009.
- [24] J. K. Stockton, K. Takase, and M. A. Kasevich. Absolute geodetic rotation measurement using atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 107:133001, 2011.
- [25] T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, Ch. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer, and E. M. Rasel.
  - A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium.

Eur. Phys. J. D, 53:273-281, 2009.

[26] T. Müller.

Realisierung eines Atominterferometers zur hochauflösenden Inertialsensorik mit kalten Rubidiumatomen.

PhD thesis, Leibniz Universität Hannover, 2006.

[27] T. Wendrich.

High resolution rotation sensor based on cold atom interferometry. PhD thesis, Leibniz Universität Hannover, 2010.

[28] M. Gilowski.

Quantitative Analyse der Auflösungsbegrenzung eines atomaren Gyroskops. PhD thesis, Leibniz Universität Hannover, 2010.

[29] Daniel A. Steck.

'Rubidium 87 D Line Data,' available online at http://steck.us/alkalidata (revision 2.1, 1 September 2008).

[30] P. R. Berman, editor. *Atom Interferometry.* Academic Press, 1997.

# [31] P. Cheinet. Conception et Réalisation d'un Gravimètre à Atomes Froids. PhD thesis, Université Paris VI, 2006.

[32] Ch. J. Bordé. Atomic clocks and inertial sensors. Metrologia, 39:435-463, 2002.

- [33] A. Gauguet.
   Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.
   PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2008.
- [34] K. Bongs, R. Launay, and MA Kasevich.
   High-order inertial phase shifts for time-domain atom interferometers.
   Appl. Phys. B, 84(4):599-602, 2006.
- [35] W. P. Schleich E. M. Rasel E. Arimondo, W. Ertmer, editor. Light-pulse atom interferometry, volume 168 of Atom Optics and Space Physics. Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi", 2009.
  - J. M. Hogan, D. M. S. Johnson, M. A. Kasevich.
- [36] Mein Dank für die grundlegene Routine zur Berechnung der Phasenverschiebungen geht an Holger Ahlers.
- [37] P. Berg. Analyse und Unterdrückung von Phasenrauschen in der Atominterferometrie. Master's thesis, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [38] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Yver-Leduc, and A. Landragin.
  Measurement of the sensitivity function in a time-domain atomic interferometer. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 57(6):1141–1148, June 2008.
- [39] J. Le Gouët, T. E. Mehlstaubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos.
   Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter.
   Appl. Phys. B, 92:133-144, 2008.
- [40] F. Riehle.
   Frequency Standards Basics and Applications.
   WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004.
- [41] A. Gauguet, T. E. Mehlstaubler, Lévèque, J. Le Gouet, W. Chaibi, B. Canuel, A. Clairon, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin.
   Off-resonant raman transition impact in an atom interferometer. *Phys. Rev. A*, 78:043615, 2008.
- [42] J. Le Gouet, P. Cheinet, J. Kim, D. Holleville, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos.
  Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers. *Eur. Phys. J. D.*, 44:419–425, 2007.

[43] J. L. Le Gouet.

Étude des performances d'un gravimètre atomique absolu : sensibilité limite et exactitude préliminaire.

PhD thesis, Université Paris XI, 2008.

- [44] T. Müller, T. Wendrich, M. Gilowski, C. Jentsch, E. M. Rasel, and W. Ertmer. Versatile compact atomic source for high-resolution dual atom interferometry. *Phys. Rev. A*, 76(6):63611, 2007.
- [45] Mein Dank für dieses Bild geht an Gunnar Tackmann.
- [46] M. Gilowski, Ch. Schubert, M. Zaiser, W. Herr, T. Wübbena, T. Wendrich, T. Müller, E. M. Rasel, and W. Ertmer.
   Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms. *Opt. Comm.*, 280:443, 2007.
- [47] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch.
   Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. *Optics Communications*, 266(2):609-613, 2006.
- [48] C. Schubert.
   Realisierung eines schmalbandigen Diodenlasersystems hoher Ausgangsleistung für Präzisionsmessungen an <sup>87</sup>Rb Atomen.
   Master's thesis, Leibniz Universität Hannover, 2007.
- [49] J.J. Snyder, R.K. Raj, D. Bloch, and M. Ducloy.
   High-sensitivity nonlinear spectroscopy using a frequency-offset pump. Opt. Lett., 5(4):163-165, 1980.
- [50] M. Kasevich, D.S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, and S. Chu. Atomic velocity selection using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 66(18):2297–2300, 1991.
- [51] G. Tackmann.
  - Konzepte für die kohärente Manipulation von Materiewellen mit der Atom-Licht-Wechselwirkung für die Präzisionsatominterferometrie. Master's thesis, Leibniz Universität Hannover, 2009.
- [52] J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon, and A. Landragin.
  Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope. *Eur. Phys. J D*, 36(3):257-260, 2005.
- [53] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel.
  Self alignment of a compact large-area atomic sagnac interferometer. accepted for publication in New J. Phys., 2011.

[54] T. Lévèque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin.

Enhancing the area of a raman atom interferometer using a versatile doublediffraction technique.

Phys. Rev. Lett., 103:080405, 2009.

- [55] N. Malossi, Q. Bodart, S. Merlet, T. Lévèque, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos.
  Double diffraction in an atomic gravimeter. *Phys. Rev. A*, 81:013617, 2010.
- [56] S.-w. Chiow, T. Kovachy, H.-C. Chien, and M. A. Kasevich. 102ħk large area atom interferometers. Phys. Rev. Lett., 107:130403, 2011.
- [57] Holger Müller, Sheng wey Chiow, Sven Herrmann, and Steven Chu. Atom interferometers with scalable enclosed area. *Phys. Rev. Lett.*, 102:240403, 2009.
- [58] M. Cadoret, E. de Mirandes, P. Clade, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, and F Biraben.
  Combination of bloch oscillations with a ramsey-bordé interferometer: New determination of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 101:230801, 2008.
- [59] S. Abend.Grossflächige Atominterferometer für die Inertialsensorik.Master's thesis, Leibniz Universität Hannover, 2010.
- [60] T. van Zoest et al.
   Bose-einstein condensation in microgravity. Science, 18:1540-1543, 2010.
- [61] J. Rudolph et al.
   Degenerate quantum gases in microgravity. Micrograv. Sci. Technol., 23:287–292, 2011.

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Interferometergeometrien	7
2.2	Veranschaulichung des Ramanprozesses	8
2.3	Bezugssystem für die Berechnung der Phasenterme	16
2.4	Veranschaulichung der Wechselwirkungen bei der Zwei-Photonen-	
	Licht-Verschiebung	22
3.1	Messzyklus	31
3.2	Quellensystem und Interferometriekammer	32
3.3	Zeitlicher Ablauf des Starts	34
3.4	Skizze des Strahlteileraufbaus	36
3.5	Detektionsfotodiodensignal	37
3.6	Aufteilung des Referenzlichtes	39
3.7	Aufteilung der Ramanlaser	39
3.8	Aufteilung des Kühllichts auf die Quellen.	42
3.9	Experimentsteuerung	43
4.1	Simulierte Amplitude des Signals einer Mach-Zehnder-Geometrie	46
4.2	Simulation der Amplitudenabhängigkeit von Ortsverteilung und Ge- schwindigkeitsverteilung	47
4.3	Simulation der Amplitudenabhängigkeit von freier Entwicklungszeit	
1.0	und Geschwindigkeitsverteilung in x-Richtung	48
4.4	Simulierte Amplitude des Signals einer symmetrischen Ramsey-Bordé-	
	Geometrie	49
4.5	Verkippungsabhängiger Kontrast	49
4.6	Interferometrische Grobjustage	50
4.7	Interferometrische Feinjustage	51
4.8	Interferenzsignal des großflächigen Mach-Zehnder-Interferometers .	52
$5.1 \\ 5.2$	Darstellung einer Ramanspektroskopie und einer Rabioszillation Simulierter Beitrag der Geschwindigkeitsunsicherheit zum techni-	54
	schen Rauschen	56

5.3	Gewichtungsfunktion für das Phasenrauschen und spektrale Pha-	
	senrauschdichte	58
5.4	Anderungsrate relativen Laserintensität	59
5.5	Vermessung der Ortsabhängigkeit des Magnetfeldes	61
5.6	Zeitliches Verhalten des Magnetfeldes	62
5.7	Simulation der wellenfrontbedingten Phasenverschiebungen und Rausch	1-
	beiträge	63
5.8	Simulation der Phasenverschiebung im Summensignal bei imperfek-	
	ter Überlagerung	64
5.9	Gewichtungsfunktion für das Beschleunigungsrauschen und spektra-	
	le Beschleunigungsrauschdichte	66
5.10	Neigung der Vibrationsisolierung	67
5.11	Abgeschätzte Stabilität des Mach-Zehnder-Interferometers	70
5.12	Interferometersignal und Allan Standardabweichung des inertial in-	
	sensitiven Mach-Zehnder-Interferometers	71
5.13	Reaktion des Interferometers auf künstlich verursachte Vibrationen	
	und Neigungen	72
5.14	Verkippungsabhängige Phase	73
5.15	Interferenzsignal in der symmetrischen Ramsey-Bordé-Geometrie	73
5.16	Allan Standardabweichung und Signal des Neigungsmessers	74
5.17	Summensignal und Allan Standardabweichung des symmetrischen	
	Ramsey-Bordé-Interferometer	75
5.18	Ellipsendarstellung der Interferometersignale	76
5.19	Interferometersignal und Allan Standardabweichung des großflächi-	
	gen Mach-Zehnder-Interferometers	77
5.20	Ellipsendarstellung für das großflächige Mach-Zehnder-Interferometer	78
5.21	Ellipsendarstellung für das großflächige Mach-Zehnder-Interferome-	
	ter nach Reduktion von Temperatureinflüssen	78

# TABELLENVERZEICHNIS

1.1	Sensitivitäten verschiedener Gyroskope	5
2.1	Inertiale Phasenverschiebungen im Gyroskop	17
$3.1 \\ 3.2$	Zusammenfassung der verwendeten Laser	$\begin{array}{c} 40\\ 41 \end{array}$
$5.1 \\ 5.2$	Übersicht über die Rauschquellen	$\begin{array}{c} 68 \\ 69 \end{array}$
A.1 A.2	Physikalische Konstanten	87 87

## DANKSAGUNG

Als kleiner Junge hat man so seine Vorstellungen, was das spätere Leben so bringen soll: einmal mit Blaulicht zu fahren, Wissenschaftler zu sein und am besten auch noch Geheimagent. Geheimagent war ich noch nicht. Aber ich bin in der Grundlagenforschung und auf meinem Werdegang zur Doktorarbeit gab es viele Menschen, die mich in verschiedenster Art und Weise unterstützt haben. Diesen möchte ich nun danken.

Herr Prof. Dr. Ernst Rasel hat mich zunächst als Diplomand und später dann als Doktorand in seine Arbeitsgruppe aufgenommen und mir so die Mitarbeit an CA-SI und die Promotion ermöglicht. Danke für das entgegengebrachte Vertrauen und die Betreuung.

Herrn Prof. Dr. Wolfgang Ertmer danke ich für die Übernahme des Koreferats und die Schaffung der vorteilhaften Rahmenbedingungen am Institut für Quantenoptik.

Damit bin ich schon bei meinen Mitdoktoranden Peter Berg, Gunnar Tackmann und Sven Abend angelangt, die mit mir zusammen die Höhen und Tiefen des Laboralltags durchlebt haben. Der bewegliche Monitorarm hat die Arbeit im Labor revolutioniert und wir brauchen keine Angst mehr zu haben, wenn Labview Herausforderungen an uns stellt. Es war eine angenehme Zusammenarbeit, was ein großer Pluspunkt war, wenn wir gegen die Windmühlen gezogen sind. Desweiteren bin ich sehr dankbar für die Unterstützung in meiner Schreibphase, sei es durch Korrekturen, Diskussionen, Messungen oder auch, dass sie mich in dieser interessanten Zeit einfach ertragen haben.

Desweiteren danke ich dem ATLAS-Team für konstruktive Diskussionen und das Bereitwillige Ausleihen verschiedener Gegenstände, die man beim Experimentieren gerade so braucht, aber im eigenen Labor nicht zur Hand hat.

Auch die übrigen Mitglieder der Gruppe Rasel werde ich aus diesen Gründen in guter Erinnerung behalten. André Pape hat mir in Bezug auf Allan Varianzen auf die Sprünge geholfen und Waldemar Herr hat uns ein Handsteuergerät für die Spiegelhalter ausgeliehen, ohne das wir wahrscheinlich niemals so weit gekommen wären.

Die Mitglieder der Gruppe Klempt haben sich ebenfalls stets als hilfsbereit erwie-

Gerenell muss ich betonen, dass das Arbeitsklima durch diese Kollegialität sehr gut gewesen ist.

Das Sekretariat hat sich bei den wirklich schwierigen Fragen aufopferungsvoll hervorgetan und eher drei als zwei Beine ausgerissen, wenn Not am Mann war. Also immer.

Da ich zwar exzellent Fasern justieren, das Interferometer bedienen und auch in der Lage bin, am Computer Simulationen durchzuführen, meine Feinmechanikerfertigkeiten aber eher stark begrenzt sind, hat sich die Werkstatt dankenswerterweise dieser Aufgabe angenommen.

Feranab von der Uni, Sensitivität und Genauigkeit hat sich mein Freundeskreis wieder einmal bewährt. Sei es Ablenkung oder moralische Unterstützung, auf euch kann ich zählen. Ich danke J. und F. für Korrekturen.

Ultimativ danke ich meinen Eltern, ohne die ich nicht hier wäre und die immer hinter mir standen.
## Publikationsliste

- Narrow bandwidth interference filter-stabilized diode laser systems for the manipulation of neutral atoms
   M. Gilowski, Ch. Schubert, M. Zaiser, W. Herr, T. Wübbena, T. Wendrich, T. Müller, E. M. Rasel and W. Ertmer
   Opt. Comm. 280 443-447 (2007)
- 2. Matter wave explorer of gravity (MWXG)

W. Ertmer, C. Schubert, T. Wendrich, M. Gilowski, M. Zaiser, T. v. Zoest,
E. Rasel, Ch. J. Bordé, A. Clairon, Landragin, P. Laurent, P. Lemonde, G.
Santarelli, W. Schleich, F. S. Cataliotti, M. Inguscio, N. Poli, F. Sorrentino,
C. Modugno, G. M. Tino, P. Gill, H. Klein, H. Margolis, S. Reynaud, C. Salomon, A. Lambrecht, E. Peik, C. Jentsch, U. Johann, A. Rathke, P. Bouyer,
L. Cacciapuoti, P. De Natale, B. Christophe, B. Foulon, P. Touboul, L. Maleki, N. Yu, S. G. Turyshev, J. D. Anderson, F. Schmidt-Kaler, R. Walser, J.
Vigué, M. Büchner, M.-C. Angonin, P. Delva, P. Tourrenc, R. Bingham, B.
Kent, A. Wicht, L. J. Wang, K. Bongs, Hj. Dittus, C. Lämmerzahl, S. Theil,
K. Sengstock, A. Peters, T. Müller, M. Arndt, L. Iess, F. Bondu, A. Brillet,
E. Samain, M. L. Chiofalo, F. Levi and D. Calonico
Experimental Astronomy 23 611-649 (2009)

- A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, Ch. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer, and E. M. Rasel Eur. Phys. J. D 53 273-281 (2009)
- Phase-locking of two self-seeded tapered amplifier lasers
   G. Tackmann, M. Gilowski, Ch. Schubert, P. Berg, T. Wendrich, W. Ertmer and E. M. Rasel
   Opt. Express 18 9258-9265 (2010)
- Self alignment of a compact large-area atomic Sagnac interferometer Tackmann, G. and Berg, P. and Schubert, C. and Abend, S. and Gilowski, M. and Ertmer, W. and Rasel, E. M. accepted for publication in New J. Phys. (2011)

## Lebenslauf

<u>Persönliche Daten</u> Name, Vorname: Geburtsdatum / -ort:

Schubert, Christian 24.06.1982, Hannover

Grundschule

Schaumburg

Orientierungsstufe

Abschluss Abitur

Gymnasium Bad Nenndorf

<u>Schulbildung</u> 1988 - 1992 1992 - 1994 1994 - 2001

<u>Zivildienst</u> September 2001 - Juni 2002 DRK-Kreisverband Rettungsdienst / Krankentransport im Landkreis

<u>Studium</u>

Oktober 2002 - November 2007

Oktober 2006 - November 2007

seit Dezember 2007

Leibniz Universität Hannover Physik, Richtung allgemeine Physik Abschluss Diplom Diplomarbeit am Institut für Quantenoptik Leibniz Universität Hannover

wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Quantenoptik Leibniz Universität Hannover