

Mischreibung und Verschleiß in Hydraulikdichtsystemen – Modellbildung, Simulation und experimentelle Analyse

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Ing. Timo Schmidt
geboren am 21.01.1980 in Lichtenfels

2011

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Poll
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Wriggers
Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Ludger Overmeyer
Tag der Promotion: 18. November 2011

Für Hans-Hartmut, Rudolf und Lars

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit in der Forschungsabteilung für Kunststofftechnik des Zentralbereichs Forschung und Vorausentwicklung der Robert Bosch GmbH in Waiblingen. Die wissenschaftliche Betreuung erfolgte durch die Fakultät für Maschinenbau der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Gerhard Poll, Leiter des Instituts für Maschinenelemente, Konstruktionstechnik und Tribologie (IMKT) der Universität Hannover, für die Betreuung meiner Arbeit und die Übernahme des Hauptreferates. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Wriggers, Leiter des Instituts für Kontinuumsmechanik (IKM) der Universität Hannover, danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit und die Übernahme des Koreferates. Herrn Prof. Dr.-Ing. Ludger Overmeyer, Leiter des Instituts für Transport- und Automatisierungstechnik (ITA) der Universität Hannover, danke ich für den Prüfungsvorsitz.

Meinem Betreuer Herrn Dr.-Ing. Markus André gilt mein besonderer Dank für die fachliche, organisatorische und persönliche Unterstützung meiner Arbeit. In regelmäßigen Besprechungen und Diskussionsrunden haben seine äußerst wertvollen Anregungen mir oft neue Lösungswege aufgezeigt und meine Arbeit dadurch voran gebracht.

Allen Mitarbeitern der Forschungsabteilung für Kunststofftechnik in Waiblingen, speziell aber meinen Kollegen der Gruppe „Auslegungsmethoden für Kunststoffbauteile“ (CR/APP2), danke ich für die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre und die sowohl fachliche als auch persönliche Unterstützung während der Promotionszeit. Meinen niederländischen Kollegen Leo Dupuis und M.Sc. René Bult aus der Abteilung „Research and Development Cylinders“ (BoxP/EBA) von Bosch Rexroth in Boxtel (Niederlande) danke ich für die Bereitstellung von Daten und Versuchsergebnissen sowie für die vielen nützlichen Hinweise und Vorschläge aus stets interessanten Diskussionsrunden im Rahmen des Forschungsprojekts „Kunststofftechnik für Offshore-Hydraulik“. Herrn Dr. Gerd Dornhöfer, Chief Expert Lubrication (CR/ARU-LUB), gilt mein Dank für die fachliche Unterstützung bei der Durchführung der tribologischen Charakterisierungsversuche.

Herrn Dr.-Ing. Tobias Engelke und Frau Dipl.-Ing. (FH) Kathrin Ottink vom IMKT danke ich für die Durchführung der optischen Messungen am Modellhydraulikprüfstand an der Universität Hannover.

Meinen Eltern Elke und Hans-Hartmut möchte ich von ganzem Herzen für ihre Unterstützung während des Studiums und der Promotion danken. Sie standen mir stets zur Seite und haben mir zu jeder Zeit den Rücken gestärkt.

Nicht zuletzt danke ich Kathrin für ihre liebevolle Geduld, moralische Unterstützung und das in mich gesetzte Vertrauen.

Ludwigsburg, im November 2011

Timo Schmidt

Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit ist die Implementierung einer gekoppelten Simulationsmethodik zur Berechnung von weichen elasto-hydrodynamischen Schmierungskontakten und abrasivem Verschleißfortschritt in axialbewegten Hydraulikdichtsystemen.

Der Mischreibungsansatz basiert auf einer direkten Kopplung eines nicht-linearen Finite-Elemente-Modells mit der transienten Reynolds-Gleichung. Daher erlaubt die Methode die Verwendung von beliebigen viskoelastischen und viskoplastischen Materialmodellen für die Dichtungen. Innerhalb des Berechnungsablaufs wird die transiente Reynolds-Gleichung während jedes Finite-Elemente-Iterationsschritts simultan gelöst, wodurch eine effiziente Methode zur Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktion und Mischreibungseffekten im Dichtspalt gegeben ist. Des Weiteren erlaubt die Methodik die Abbildung von Oberflächenrauheiten durch die Flussfaktormethode und durch ein nicht-lineares Festkörperkontaktmodell. Außerdem ist die Berücksichtigung von Kavitationseffekten im Auslassbereich der Dichtungszone möglich. Auf Basis des Mischreibungsansatzes können Verschleißsimulationen mit Hilfe eines Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Algorithmus durchgeführt werden. Dabei wird während des Mischreibungszustands der durch Festkörperkontakte hervorgerufene Verschleißabtrag mittels eines Kontaktdruck- oder Reibenergie-basierten Gesetzes berechnet und als lokale Euler-Randbedingung auf die Dichtungsgeometrie aufgebracht. Die Implementierung der gekoppelten Simulationsmethodik mit Hilfe der beiden Subroutinen UEL und UMESHMOTION in das Finite-Elemente-Programm ABAQUS wird anhand von zwei analytischen Beispielen verifiziert.

Anschließend werden Mischreibungs- und Verschleißsimulationen beispielhaft für einen O-Ring sowie eine Stangendichtung durchgeführt. Anhand des O-Ring-Modells wird zuerst qualitativ der Einfluss der einzelnen Effekte (Aus-/Einfahren der Kolbenstange, viskoelastisches Materialverhalten, Oberflächenrauheit, transiente Quetsch-Effekte, Temperatur) auf das Reibungs- und Leckageverhalten veranschaulicht. Die nachfolgende Verschleißsimulation des O-Rings zeigt den qualitativen Fortschritt des Verschleißvolumens über die Zeit und die Veränderung des Kontaktdruckverlaufs aufgrund des Materialabtrags. Das Modell der Stangendichtung dient zur Validierung der Mischreibungsmethodik. In einem ersten Schritt erfolgt die Identifikation der hyperelastischen, viskoelastischen und viskoplastischen Materialmodellparameter auf Basis von geeigneten uniaxialen Versuchen an Probekörpern. Danach werden zur Bestimmung des hydrodynamischen Verhaltens der Kontaktpaarung Dichtung-Kolbenstange und der entsprechenden Parameter des Mischreibungsmodells Stribeck-Kurvenmessungen an einem Tribometer durchgeführt. Abschließend zeigt ein Vergleich von Resultaten einer optischen Messung an einem Hydraulikprüfstand mit Simulationsergebnissen der Stangendichtung die Anwendbarkeit der Methodik für die Berechnung und Auslegung von realen Dichtungssystemen.

Schlagwörter: Hydraulikdichtungen, Finite-Elemente-Analyse, Mischreibung, Verschleiß

Abstract

The topic of this work is the implementation of a coupled simulation method for the computation of soft elasto-hydrodynamic lubrication and abrasive wear progress in reciprocating hydraulic sealing systems.

The mixed lubrication approach is based on the strong coupling of a non-linear finite-element model with the transient Reynolds equation. This method allows to apply arbitrary viscoelastic and viscoplastic material models for the deformable seals. Within this framework, the transient Reynolds equation is simultaneously solved during each finite-element iteration and, thus, a highly efficient method for considering fluid-structure-interaction and mixed lubrication effects is provided. Furthermore, the presented method allows to incorporate effects of surface roughness by the flow factor approach and by a non-linear solid contact model. Cavitation effects near the outlet region of the sealing zone can be considered as well. Based on this mixed lubrication approach wear simulations utilising an Arbitrary-Lagrangian-Eulerian algorithm can be performed. The local abrasive wear due to asperity contacts during mixed lubrication conditions is computed according to a contact-pressure- or friction-energy-based law and applied to the seal geometry as local Eulerian boundary conditions. The implementation of the coupled simulation method through the user-subroutines UEL and UMESHMOTION in the finite-element software ABAQUS is verified with two analytical examples.

Subsequently, mixed lubrication and wear simulations are performed for an O-ring and a rod seal. For the O-ring model the qualitative influence of different effects (rod out-/instroke, viscoelastic material behaviour, surface roughness, transient squeeze effects, temperature) on friction and leakage is presented. The following wear simulation of the O-ring shows the qualitative progress of the wear volume over time and the change of the solid contact pressure distribution due to material abrasion. The rod seal model is used for the validation of the mixed lubrication approach. First, the hyperelastic, viscoelastic and viscoplastic material model parameters are identified through uniaxial test results. Afterwards, the hydrodynamic behaviour of the seal-rod interface and the mixed lubrication parameters are determined in Stribeck curve measurements on a tribometer. Finally, a comparison of optical measurements on a hydraulic test rig with simulation results of the rod seal shows the capability of the method for the computation and design of real sealing systems.

Keywords: Hydraulic Seals, Finite-Element-Analysis, Mixed Lubrication, Wear

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen	v
Abkürzungsverzeichnis	ix
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Stand der Technik	2
1.2.1 Materialmodellierung	2
1.2.2 Mischreibung	3
1.2.3 Verschleißsimulation	7
1.3 Ziele	8
1.4 Gliederung der Arbeit	10
2 Grundlagen	13
2.1 Dichtungstechnik	13
2.1.1 Grundbegriffe und Dichtungsarten	13
2.1.2 Dichtungswerkstoffe	14
2.2 Kontinuumsmechanik	15
2.2.1 Kinematik	15
2.2.2 Spannungen	18
2.2.3 Gleichgewicht	19
2.3 Fluidmechanik	20
2.3.1 Reynolds-Gleichung	20
2.3.2 Flussfaktor-Methode	26
2.4 Tribologie	27
2.4.1 Tribologisches System	27
2.4.2 Reibung und Schmierung	28
2.4.3 Verschleiß	30
3 Materialmodelle	31
3.1 Elastomere	31
3.1.1 Hyperelastizität	31
3.1.2 Viskoelastizität	34
3.2 Thermoplaste	36
3.2.1 Viskoplastizität	36
4 Mischreibungsmodell	41
4.1 Festkörperreibung	41
4.1.1 Kontaktdruck	41
4.1.2 Reibung	42

4.2	Fluidreibung	44
4.2.1	Diskretisierung der Modellgleichungen	44
4.2.2	Kavitation	50
4.2.3	Implementierung als User Element (UEL) in ABAQUS	50
4.2.4	Verifikation am Beispiel eines Axialgleitlagers	54
5	Verschleißmodelle	57
5.1	Überblick	57
5.2	Implementierung in die Finite-Elemente-Methode	58
5.2.1	Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode (ALE)	58
5.2.2	Verschleißroutine (UMESHMOTION) in ABAQUS	59
5.2.3	Verifikation am Beispiel eines Axialgleitlagers	62
6	Versuchsbeschreibungen und -durchführungen	65
6.1	Materialcharakterisierung	65
6.1.1	Thermo-Mechanische Analyse (TMA)	65
6.1.2	Kompressionsversuch	65
6.1.3	Zugversuch	67
6.1.4	Stufenzugversuch	67
6.1.5	Zyklusversuche	68
6.1.6	Dynamisch-Mechanische Analyse (DMA)	69
6.2	Reibungsversuche	70
6.2.1	Rheologische Versuche	70
6.2.2	Tribologische Versuche	70
6.2.3	Versuche am Hydraulikprüfstand	73
7	Parameteridentifikation und Validierung	77
7.1	Materialmodelle	77
7.1.1	Elastomer NBR70	77
7.1.2	Thermoplast UHMW-PE	81
7.2	Mischreibungsmodell	91
7.2.1	Flussfaktoren	91
7.2.2	Parameterbestimmung	91
8	Simulation von Hydraulikdichtsystemen	97
8.1	O-Ring	97
8.1.1	Simulationsmodell	97
8.1.2	Hydrostatische Simulation	99
8.1.3	Hydrodynamische Simulation	101
8.1.4	Verschleißsimulation	113
8.2	Stangendichtung	115
8.2.1	Simulationsmodell	115
8.2.2	Hydrostatische Simulation (Validierung der Kontaktbreite)	116
8.2.3	Hydrodynamische Simulation (Validierung der Schmierspalthöhe)	119
9	Zusammenfassung und Ausblick	127

A Analytische Ableitungen in der Fluid-Steifigkeitsmatrix	131
A.1 Hydrostatischer Fall	131
A.2 Hydrodynamischer Fall ohne Quetsch-Terme	134
A.3 Hydrodynamischer Fall mit Quetsch-Termen	138
B Analytische Lösung der transienten Reynolds-Gleichung für das Axialgleitlager	145
C Uniaxiales, inkompressibles Neo-Hooke- und van-der-Waals-Materialmodell	147
C.1 Neo-Hooke-Modell	147
C.2 Van-der-Waals-Modell	148
D Anpassung des viskoplastischen Materialmodells für UHMW-PE	149
D.1 Temperatur -20°C	149
D.2 Temperatur 60°C	153
Literaturverzeichnis	157
Abbildungsverzeichnis	169
Tabellenverzeichnis	173
Lebenslauf	175

Formelzeichen

Lateinische Symbole

A	mm^2	Fläche
A_i	mm^2	Knotenbezogene Fläche
\mathcal{A}	mm	Spezifische Fläche
$A(\theta)$	–	WLF-Verschiebungsfunktion
A^v, m^v, n^v, f^v	–	Viskose Parameter des viskoplastischen Materialmodells
\mathbf{B}, \mathbf{C}	–	Linker und rechter Cauchy-Green Tensor
b, h	mm	Breite, Höhe
\mathbf{C}^{el}	–	Elastizitätstensor
C_{10}	N/mm^2	Neo-Hooke-Materialmodellparameter
C_1, C_2	–, K	WLF-Parameter
c_0	mm^2/s	Integrationskonstante für den hydrostatischen Fall
D	mm^2/N	Kompressibilitätsparameter
d	mm	Durchmesser
E	N/mm^2	Elastizitätsmodul
e_w	$(\text{N}\cdot\text{mm})/\text{mm}^3$	Verschleißenergiedichte
\mathbf{e}	–	Deviatorischer Anteil des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors
\mathbf{F}	–	Deformationsgradiententensor
F, f, T, t	N	Normal-, Tangentialkräfte
\mathcal{F}^{fl}	N	Totale Fluidnormalkraft
\tilde{F}_i^{fl}	N	Kraftvektor des Fluidanteils
\mathbf{f}	N	Schnittkraftvektor
\mathbf{f}^{vol}	N	Vektor der Volumenkräfte
G_∞	N/mm^2	Initialer Langzeitschubmodul
G_0	N/mm^2	Instantaner Schubmodul
G', G''	N/mm^2	Speicher-, Verlustschubmodul
g	mm/s^2	Gravitationsbeschleunigung
g_i^P, k_i^P	–	Prony-Koeffizienten
H	N/mm^2	Materialhärte
\mathbf{H}	–	Verschiebungsgradiententensor
h	mm	Schmierspalthöhe
h_w	mm	Verschleißtiefe
h_{mr}^s, p_{mr}^s	$\text{mm}, \text{N}/\text{mm}^2$	Mischreibungparameter
h_0, y_0	mm	Integrationskonstanten für den hydrodynamischen Fall
\mathbf{I}	–	Einheitstensor zweiter Stufe
\bar{I}_1	–	Erste deviatorische Invariante des Verzerrungstensors
J	–	Determinante des Deformationsgradiententensors
K_∞	N/mm^2	Initialer Langzeitkompressionsmodul
K_0	N/mm^2	Instantaner Kompressionsmodul

$K_{P,1}^{el}, K_{P,2}^{el}, K_V^{el}$	N/mm ²	Parameter des viskoplastischen Materialmodells
K_{ij}	N/mm	Tangentensteifigkeitsmatrix
\tilde{K}_{ij}^{fl}	N/mm	Elementsteifigkeitsmatrix des Fluidanteils
k_w	mm ³ /(N·mm)	Verschleißkoeffizient
L, l	mm	Länge
N^P	–	Anzahl Prony-Reihenglieder
\mathbf{N}^N	–	Vektor der Gewichtungsfunktionen
\mathbf{n}	–	Normaleneinheitsvektor
p^h, p^{fl}, p^s	N/mm ²	Hydrostatischer, Fluid- bzw. Festkörperkontakt-Druck
p_{Kav}^{fl}	N/mm ²	Kavitationsdruck
$Q_{\infty}^{pl}, C^{pl}, b^{pl}$	–	Plastische Parameter des viskoplastischen Materialmodells
Q	mm ³ /s	Volumenflussrate
q	mm ² /s	Spezifische Volumenflussrate
R, r	mm	Radius
\mathbf{R}	–	Drehtensor
\mathcal{R}_i	N	Globaler Residuenvektor
$\mathcal{R}^{c_0}, \mathcal{R}^{y_0}$	N/mm ²	Numerische Residuen für c_0 und y_0
Re	–	Reynolds-Zahl
R_q	mm	Gemittelte, quadratische Rauheit
s	mm	Gleitweg
\mathbf{s}	N/mm ²	Deviatorischer Anteil des Cauchy-Spannungstensors
\mathcal{T}^{fl}	N	Totale Fluidreibungskraft
t	s	Zeit
\mathbf{t}	N/mm ²	Spannungsvektor
u, v, w	mm	Verschiebungen
$\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$	mm/s	Geschwindigkeiten
\mathbf{U}, \mathbf{V}	–	Rechter und linker Strecktensor
\mathbf{u}	mm	Verschiebungsvektor
\tilde{u}_j	mm	Verschiebungsvektor des Fluidelements
V	mm ³	Volumen, Leckagevolumen
V_w	mm ³	Verschleißvolumen
W_R	N·mm	Reibenergie
x, y, z	mm	Kartesische Koordinaten
\mathbf{X}, \mathbf{x}	mm	Ortsvektoren
$\mathbf{0}$	–	Nullvektoren

Griechische Symbole

α, β	–	Numerische Gewichtungsfaktoren
α^{el}	–	Elastische Parameter des viskoplastischen Materialmodells
α^{th}	1/K	Thermischer Ausdehnungskoeffizient
α^{vdW}	N/mm ²	Van-der-Waals-Materialmodellparameter
$\boldsymbol{\alpha}^{pl}$	N/mm ²	Rückspannungstensor
Δ, Δ_{ij}	–	Abweichung, Differenzenmatrix
$\dot{\varphi}$	1/s	Rotationsgeschwindigkeit

γ	mm	Gleitweg
$\boldsymbol{\varepsilon}$	–	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor
ε^{vol}	–	Volumetrischer Anteil des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors
$\varepsilon^{th}, \epsilon^{th}$	–	Thermische Dehnung
$\boldsymbol{\epsilon}$	–	Hencky-Verzerrungstensor
$\boldsymbol{\epsilon}^{el}, \boldsymbol{\epsilon}^{pl}, \boldsymbol{\epsilon}^v$	–	Elastischer, plastischer und viskoser Anteil des Hencky-Verzerrungstensors
η	MPa·s	Dynamische Fluidviskosität
θ	K	Temperatur
λ_i	–	Streckungen
λ_m	–	Van-der-Waals-Materialmodellparameter (Grenzstreckung)
λ^{el}, μ^{el}	N/mm ²	Lamé-Konstanten
μ, μ^s, μ^{fl}	–	Reibkoeffizienten
μ^{vdW}	N/mm ²	Van-der-Waals-Materialmodellparameter (Schubmodul)
ν	–	Querkontraktionszahl
ρ	t/mm ³	Dichte
Σ^{el}	N/mm ²	Von-Mises-Vergleichsspannung
$\boldsymbol{\sigma}$	N/mm ²	Cauchy-Spannungstensor
$\sigma_0^{pl}, \gamma^{pl}$	–	Parameter des viskoplastischen Materialmodells
τ	s, N/mm ²	Reduzierte Zeit, Schubspannung
τ_i^P	s	Prony-Relaxationszeiten
Φ^p, Φ^τ	–	Druck-, Scherflussfaktor
Φ_F	–	Plastische Fließfläche
ψ	N/mm ²	Verzerrungsenergiedichtefunktion

Operatoren

$\det(\bullet)$	Determinante einer Matrix / eines Tensors
$\text{tr}(\bullet) = (\bullet) : \mathbf{I}$	Spur einer Matrix / eines Tensors
$\text{dev}(\bullet) = (\bullet) - \frac{1}{3}\text{tr}(\bullet)\mathbf{I}$	Deviator-Operator
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$	Nabla-Operator

Abkürzungsverzeichnis

CFD	Computational F luid D ynamics
DOF	Degree O f F reedom
EHL	E lasto- H ydrodynamic L ubrication
FEA	F inite- E lemente- A nalyse
FEM	F inite- E lemente- M ethode
FSI	F luid- S truktur- I nteraktion
HL	H ydrodynamic L ubrication
IHL	I nverse H ydrodynamic L ubrication
LIF	L aser- bzw. L icht- I nduzierte F luoreszenz
UHMW-PE	U ltra- H igh- M olecular- W eight- P oly- E thylen
PEP	P rodukt- E ntstehungs- P rozess
PTFE	P oly- T etra- F luor- E thylen
RWDR	R adial- W ellen- D icht- R ing

1 Einleitung

1.1 Motivation

In heutigen hydraulischen Anwendungen steigen die Anforderungen an statische und dynamische Dichtungen aufgrund immer höherer Systemdrücke, Temperaturen und Belastungen während ihres Einsatzes. Obwohl die Herstellungskosten von Dichtungen im Vergleich zu anderen Bauteilen gering sind, kann der Ausfall dieser Komponenten das Hydrauliksystem schwer beschädigen und zu unerwünschter Leckage des Öls in die Umgebung führen. Daher ist ein zuverlässiges und robustes Dichtungsdesign notwendig, um einen sicheren Betrieb der Hydraulik während der gesamten Lebensdauer zu garantieren. Die Auslegung erfolgt heute meist auf Basis von langjähriger Erfahrung der Dichtungs- und Hydraulikhersteller, Expertenwissen, experimentellen Untersuchungen sowie theoretischen Betrachtungen, die zum Teil bis in die 60er Jahre des vergangenen Jahrhunderts zurückreichen [MN98, Nau99].

Seit einigen Jahren erfährt die Anwendung numerischer Simulationsmethoden bei der Auslegung von Dichtungen größere Bedeutung. Die computergestützte Analyse soll helfen, die Entwicklungsprozesse für neue Produkte zu beschleunigen, indem die Anzahl an Erprobungsläufen und Systemtests reduziert wird. Die rechnergestützte Vorhersage des mechanischen und tribologischen Verhaltens von dynamischen Dichtungen führt dabei zu einem erhöhten Verständnis des technischen Produkts und ermöglicht die Untersuchung von Details, die im Rahmen von Versuchen nicht zugänglich sind.

Das dynamische Verhalten der Dichtung wird durch die gegenseitige Wechselwirkung von Fluid im Schmierpalt und der Verformung des Dichtkörpers bestimmt, was in der Numerik als Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) bezeichnet wird. Die Geometrie und das Deformationsverhalten des Dichtelements haben dabei erheblichen Einfluss auf die effektive Kontaktfläche und den Schmierzustand. Dies bestimmt das dynamische Dichtverhalten, die Hydrodynamik im Schmierpalt und damit die Reibkräfte sowie die dynamische Leckage des Gesamtsystems. Des Weiteren ist die Berücksichtigung der Oberflächenrauheiten von Dichtung und Gegenauflagefläche und der Fluideigenschaften bei der Simulation von enormer Bedeutung, da diese das Schmierverhalten und den daraus resultierenden Verschleißfortschritt sehr stark beeinflussen.

Trotz der gestiegenen Leistungsfähigkeit moderner Hard- und Software führt die Lösung von gekoppelten FSI-Problemen im Allgemeinen zu sehr langen Rechenzeiten. Kommerziell erhältliche Finite-Elemente (FE) und Computational-Fluid-Dynamics (CFD) Programme unterliegen einigen Einschränkungen und können die Anforderungen für eine realitätsnahe Simulation von dynamischen Hydraulikdichtungen bisher nicht erfüllen. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Implementierung einer effizienten Methodik zur Mischreibungs- und Verschleißberechnung innerhalb der Finite-Elemente-Methode (FEM) vorgeschlagen, die eine umfassende Auslegung von dynamischen Dichtungen ermöglicht.

1.2 Stand der Technik

In den vergangenen Jahrzehnten wurden einige numerische Ansätze für die Simulation von hydrodynamischen Effekten in geschmierten Reibkontakten entwickelt. Einen guten Überblick hierzu geben Hamrock et al. [HSJ04]. Die größte Herausforderung bei der Berechnung des elasto-hydrodynamischen Verhaltens von dynamischen Dichtungen besteht in der Modellierung der Interaktion von Fluidströmung und Deformation des weichen Dichtkörpers im engen Schmier-spalt. Einen umfassenden Überblick zu experimentellen und theoretischen Untersuchungen an hydraulischen Dichtungen aus den vergangenen 80 Jahren gibt Nikas [Nik08, Nik10].

1.2.1 Materialmodellierung

Grundlage für die Simulation des Reibungs- und Verschleißverhaltens von Hydraulikdichtungen ist die korrekte Abbildung der mechanischen Eigenschaften der Dichtungswerkstoffe. Da diese fast ausschließlich aus elastomeren oder thermoplastischen Kunststoffen bestehen, ist die Anwendung rein linear-elastischer Materialmodelle nicht ausreichend.

Elastomere und Gummiwerkstoffe zeichnen sich bei langsamer Belastung durch ihre sehr große Dehnfähigkeit ($\varepsilon > 100\%$), geringe elastische Steifigkeit ($G_\infty \approx 1\text{ MPa}$) und nahezu inkompressibles Verhalten aus. Ihr nichtlineares, mechanisches Verhalten kann sehr gut durch hyperelastische Materialmodelle beschrieben werden. Eine Übersicht verschiedener Modelle für isotropes und anisotropes Verhalten gibt Holzapfel [Hol00]. Bei dynamischer Belastung reagieren Gummiwerkstoffe steifer und zeigen dissipative Eigenschaften, verhalten sich also zeit- und dehnratenabhängig. Dieses Verhalten wird als Viskoelastizität bezeichnet und kann durch das verallgemeinerte Maxwell-Modell abgebildet werden [Sch90].

Thermoplastische Kunststoffe zeigen unter Belastung zusätzlich zum zeit- und dehnratenabhängigen Verhalten auch bleibende plastische Deformation und Kriechen. Dieses Verhalten ist dem von Metallen bei sehr hohen Temperaturen sehr ähnlich. Chaboche [Cha77] schlägt viskoplastische Materialmodelle mit kinematischer Verfestigung (z. B. zur Abbildung des Bauschinger-Effekts) für das anisotrope Verhalten von Metallen bei zyklischer Hochtemperaturbelastung vor. Eine umfassende Übersicht zu plastischen und viskoplastischen Materialmodellen sowie Ansätze für deren numerische Implementierung geben Lemaitre und Chaboche [LC90]. Des Weiteren werden Anleitungen und experimentelle Techniken zur Schaffung einer Datenbasis für die eindeutige Charakterisierung von Materialverhalten gegeben. Ein Beispiel für die numerische Implementierung eines viskoplastischen Materialmodells für Metalle als User-Material (UMAT) in das FE-Programm ABAQUS zeigt Hornberger [Hor88]. Zhang und Moore [ZM97a, ZM97b, ZM97c] beschreiben die Modellierung des mechanischen Verhaltens von hochmolekularem Polyethylen (HDPE) anhand eines Viskoplastizitätsgesetzes. Als Standardwerk für die numerische Umsetzung von inelastischen Materialmodellen müssen Simo und Hughes [SH98] genannt werden. Die theoretischen Grundlagen sowie die numerische Formulierung und Implementierung von Algorithmen und Integrationsverfahren für elastoplastische und viskoplastische Materialmodelle werden erläutert und anhand von Beispielen verdeutlicht.

Aufbauend auf den experimentellen Arbeiten von Haiser [Hai01] untersucht Olbrich [Olb02] Werkstoffmodelle zur Finiten-Elemente-Analyse (FEA) von Wellendichtungen aus Polytetrafluorethylen (PTFE). Ein elastoplastisches Materialmodell kann das Montageverhalten und den

zeitlichen Deformationszustand während des Betriebs nicht ausreichend genau abbilden. Daher folgt die Implementierung eines kombinierten Modells in das FE-Programm MSC.MARC. Dieses besteht aus einem elastoplastischen Modell zur Beschreibung der Montage, einem Relaxationsmodell zur Beschreibung der Lagerung, einem Kriechmodell zur Beschreibung des Verhaltens unter Druck und einem Modell zur Beschreibung der Erwärmung. Nachteil dieses „sequenziellen“ Modells ist die Vernachlässigung viskoser Vorgänge bei der Montage sowie plastischer Vorgänge während der Lagerung. Olbrich schlägt zwar ein viskoplastisches Materialmodell vor, welches aber im Rahmen der Arbeit nicht mehr implementiert wird. Als Erweiterung der Arbeiten zur Untersuchung von PTFE-Wellendichtungen von Sui [Sui99] entwickeln Kletschkowski et al. [KSB05] ein viskoplastisches, endochrones Materialmodell mit Abbildung der Zug-Druck-Asymmetrie und des plastischen Gedächtniseffekts, wobei die numerische Umsetzung des Modells als User-Material im FE-Programm ANSYS erfolgt. Bergström und Hilbert [BH05] präsentieren ein viskoplastisches Materialmodell für Fluorpolymere und dessen numerische Umsetzung in ABAQUS. In Solasi et al. [SZHR08] wird die Anwendung des in ABAQUS verfügbaren „Two-Layer Viscoplasticity“ Materialmodells für die Simulation des zeit- und feuchteabhängigen Verhaltens von PFSA-Membranen (fluorierte Polysulfonsäure) für Brennstoffzellen vorgeschlagen.

Neben der eigentlichen Materialmodellierung erfordert auch die Identifikation der einzelnen Modellparameter sowohl experimentellen als auch numerischen Aufwand. Die Auswahl geeigneter Versuche entscheidet über die Qualität der Parameteranpassung. Hinweise hierzu können z. B. André [And01], Scheday [Sch03], Tschentscher [Tsc09] oder Drozdov [Dro10] entnommen werden.

1.2.2 Mischreibung

Kontaktmodellierung

Die Grundlagen für die Berechnung von Kontakten zwischen elastischen Körpern basieren auf den Arbeiten von Hertz [Her81] und Boussinesq [Bou85], der die Potenzialtheorie auf Elastizitätsprobleme mit Halbraumrandbedingungen anwendet. Erkenntnisse der hydrodynamischen Schmierung beruhen auf den Experimenten von Tower [Tow85], in denen der Druckaufbau in geschmierten Kontakten nachgewiesen wird, und auf der Schmierungstheorie von Reynolds [Rey86], in der die Versuchsergebnisse von Tower mit der Reynolds-Gleichung erklärt werden.

Hydrodynamische Schmierung (HL) ist durch den geschmierten Kontakt von zwei konformen Oberflächen, wie sie z. B. in einem Radialgleitlager vorliegen, charakterisiert. Wird die Deformation eines oder beider Kontaktpartner signifikant, so spricht man von elasto-hydrodynamischer Schmierung (EHL). Dieser Fall tritt meist bei nicht-konformen Kontaktflächen, wie z. B. Wälzlagern oder Dichtungen, auf und bedingt die Berücksichtigung der Deformationen für die Lösung des Kontaktproblems. Allgemein wird zwischen Kontaktproblemen differenziert, an denen Körper mit hohem (hardEHL) und niedrigem (softEHL) Elastizitätsmodul beteiligt sind. In den vergangenen Jahrzehnten wurden viele numerische Methoden für die Lösung von EHL-Problemen entwickelt. In der Literatur sind *inverse* und *direkte* Methoden zu finden. Die inverse Methode nach Blok [Blo65] wird als Inverse Hydrodynamic Lubrication (IHL) bezeichnet und basiert auf der Annahme von Vollschmierungsbedingungen zu jedem Zeitpunkt. Die Methodik verwendet die inverse Form der Reynolds-Gleichung, um die Schmierfilmhöhe aus

der Kontaktdruckverteilung innerhalb des Spalts zu berechnen. Die direkten Methoden berücksichtigen zusätzlich die Deformationen der Kontaktpartner aufgrund des hydrodynamischen Druckaufbaus im Schmierfilm. Dowson und Higginson [DH59] veröffentlichten 1959 eine numerische Lösung für das elasto-hydrodynamische Problem.

Seit den 70er Jahren des vergangenen Jahrhunderts wurde in Experimenten und Untersuchungen erkannt, dass neben den beiden Zuständen der *Vollschmierung* (beide Kontaktpartner sind durch einen Schmierfilm vollständig getrennt) und der *Grenzreibung* bzw. *Festkörperreibung* (die Kontaktflächen haben direkten Kontakt, der Schmierstoff hat lediglich reibungsmindernde Eigenschaften) noch ein kombinierter Fall, die *Mischreibung*, vorliegen kann.

Der Beschreibung von Festkörperreibungszuständen im Mischreibungsgebiet kommt dabei eine hohe Bedeutung zu. Eine Übersicht und Diskussion von Modellen zu reibungsbehafteten Kontakten elastischer und inelastischer Körper finden sich bei Johnson [Joh85]. Ein Überblick zur Festkörperreibung allgemein wird bei Fleischer et al. [FGT80], Kragelski et al. [KDK83] sowie Krause und Poll [KP80] gegeben. Eine große Herausforderung in der Kontaktmodellierung stellt die Einbeziehung von Oberflächenrauheiten dar. Greenwood und Williamson [GW66] stellen ein stochastisches elastoplastisches Kontaktmodell für konforme Kontakte zwischen zwei flachen, rauen Stahlplatten vor und geben eine analytische Beschreibung der Annäherung der Kontaktoberflächen, in der auch plastische Deformationsanteile berücksichtigt werden. In einer weiteren Veröffentlichung zeigen Greenwood und Tripp [GT70], dass ein System mit zwei rauen Kontaktpartnern immer durch ein Modell mit nur einer rauen Kontaktfläche abgebildet werden kann. Die Beschreibung der Oberflächentopografie basiert dabei auf einer Gaußschen Amplitudenverteilung, deren Korrektheit durch den Vergleich mit realen Oberflächen von Greenwood [Gre84] nachgewiesen wird.

Die Oberflächenrauheiten der Kontaktpartner beeinflussen auch die Strömungsverhältnisse im Schmierpalt. Patir und Cheng [PC78, PC79] schlagen als Erste die sogenannte Flussfaktor-Methode vor, die auf der Definition einer gemittelten Reynolds-Gleichung basiert. Die numerisch berechneten Flussfaktoren beschreiben den Einfluss der mikroskopischen Oberflächentopografien auf die makroskopische Strömung im Spalt. Weitere Arbeiten zur Anwendung der Flussfaktor-Methode finden sich bei Tripp [Tri83], Lagemann [Lag00], Knoll [Kno03] und Illner et al. [IBBD08].

Zur Lösung von EHL-Problemen mit rauen Oberflächen wurden unterschiedliche numerische Verfahren entwickelt. Venner und Lubrecht [VL00] schlagen ein Mehrgitter-Verfahren zur Lösung des elasto-hydrodynamischen Problems bei Punkt- und Linienkontakten vor. Dieses wird in den Arbeiten von Redlich, Solovyev und Scholz [Red02, Sol06, Sch08] um nicht-Newtonsches Fließverhalten und für nicht-isotherme, mehrdimensionale Berechnungen erweitert.

In den vergangenen Jahren wurden vermehrt auch Ansätze auf Basis von CFD-Berechnungen, bei denen die Navier-Stokes-Gleichungen vollständig gelöst werden, veröffentlicht. Tardy [Tar05] verwendet einen CFD-Algorithmus, der um ein Kontaktmodell sowie ein Kavitationsmodell mit Berücksichtigung von Siedeverzug erweitert ist. In ähnlicher Weise geht auch Hartinger [Har07, HDI⁺08] vor, der die CFD-Modellierung des elasto-hydrodynamischen Kontakts (inkl. Kavitationsmodell) mit einem Hertzchen Kontaktmodell kombiniert. Albers et al. [ANE06] stellen ein Mischreibungsmodell vor, das auf einer FEM-CFD-Kopplung basiert, wobei die Geometrien beider Domänen nach jedem Zeitschritt neu vernetzt werden. Sahlin et al. [Sah08, SLA⁺10, SLM⁺10] präsentieren ein Mischreibungsmodell, das einen Homogenisierungsansatz verwendet. Dabei wird der Schmierpalt in zwei Größenskalen (Mikro- und Makroebene) modelliert, die getrennt voneinander betrachtet werden können.

Das Reibverhalten von weichen Kontaktpartnern unterscheidet sich zum Teil erheblich von dem harter Körper. Arbeiten zur Reibung von Elastomeren und Gummiwerkstoffen finden sich bei Grosch [Gro63], Persson et al. [PAT⁺05, PS09] sowie Le Gal und Klüppel [LK06]. Dabei werden die Phänomene der Hysterese- und Adhäsionsreibung detailliert behandelt und erläutert.

Versuchstechnik

Neben der modelltechnischen und simulativen Beschreibung der Reibungszustände in geschmierten Kontakten beschäftigen sich viele wissenschaftliche Arbeiten vor allem mit der experimentellen Analyse der Reibungseffekte im Schmier- bzw. Dichtspalt und der dafür notwendigen Messtechnik. Kanters und Visscher [KV88] zeigen anhand von experimentellen Untersuchungen der Schmierungsverhältnisse in axialbewegten Hydraulikdichtungen den Einfluss von Oberflächenrauheiten auf Reibung und Leckage. Dadurch wird die Existenz von Mischreibungszuständen unter verschiedenen Betriebsbedingungen nachgewiesen. Binnington [Bin91] und Poll et al. [PGBQ92] schlagen verschiedene elektromagnetische und optische Methoden zur Schmierfilmdickenmessung an Radialwellendichtungen vor. Dabei messen Poll und Gabelli [PG92a, PG92b] durch Hinzufügen von submikroskopischen Magnetpartikeln zum Hydraulikfluid die Änderung der magnetischen Flussdichte im Dichtspalt und korrelieren diese mit der aktuellen Schmierfilmhöhe. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass nur geringe Modifikationen am Dichtungssystem selbst notwendig sind. In Poll et al. [PGBQ92] wird alternativ die Anwendung einer Licht-Induzierten-Fluoreszenzmethode (LIF) vorgestellt. Das Hydraulikmedium wird mit Fluoreszenzfarbstoff versetzt und die eigentliche Stahlwelle durch eine Glaswelle ersetzt. Durch die Anregung des Farbstoffs mit einer Hochintensitäts-Quecksilberlampe wird Licht einer anderen Wellenlänge spontan emittiert. Die Lichtintensität kann detektiert und mit der Schmierfilmhöhe korreliert werden. Kaneta et al. [KTN⁺00] untersuchen mittels monochromatischer, optischer Interferometrie den Schmierfilmaufbau an Dichtungen aus Acrylnitril-Butadien-Kautschuk (NBR) mit symmetrischer und asymmetrischer Dichtkante und vergleichen die Ergebnisse mit der inversen Schmierungstheorie nach Blok [Blo65]. Lindner [Lin05] führt experimentelle Untersuchungen an Gummi-Profilklötzen und fettgeschmierten, axialbewegten Pneumatikdichtungen durch, um Stick-Slip-Effekte zu detektieren und modelltechnisch zu beschreiben. Die Anwendung der LIF-Methodik auf fettgeschmierte, axialbewegte Pneumatik-Stangendichtungen bei niedrigen Differenzdrücken (< 5 bar) wird von Debler et al. [DGP04] gezeigt. Wennehorst und Poll [WP09] vergleichen die mit LIF ermittelten Schmierfilmhöhen von neuen und eingelaufenen Radialwellendichtungen und zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen Reibmomentverläufen bei niedrigen Rotationsgeschwindigkeiten ($0 \dots 100 \text{ min}^{-1}$) und Ergebnissen einer CFD-Simulation, deren Spaltgeometrie aus gemessenen LIF-Schmierspaltverläufen generiert wird. Gute Übereinstimmung von numerischer EHL-Lösung für Punktkontakt mit LIF-Messergebnissen an einem Glasscheibe-Elastomerhalbkugel-Prüfstand präsentieren Myant et al. [MRS10]. Nach ihnen besteht der Vorteil der LIF-Messmethodik darin, dass keine Reflexionsbeschichtungen benötigt werden und die Prüfung im Vergleich zu monochromatischer, optischer Interferometrie oder Ramanspektroskopie ein sehr schnelles Messverfahren darstellt, um Filmdickenverteilungen im Kontakt zu ermitteln. Des Weiteren ist die Methode sehr gut geeignet, um Vorgänge innerhalb des Dichtspalts nachzuvollziehen und theoretische Modelle für den elasto-hydrodynamischen Kontakt zu validieren.

Dichtungssimulation

Die statische Auslegung von Dichtungen mit Hilfe numerischer Simulationen ist heute Stand der Technik und wird sowohl von Dichtungsherstellern als auch von deren Kunden in allen Phasen des Produktentstehungsprozesses (PEP) durchgeführt [BC99, Pes99, WO01, Ach05, Par05, Fre07]. Meist beschränken sich diese Berechnungen auf rein statische Belastungsanalysen.

Das Prinzip dynamischer Hydraulikdichtungen beruht auf der Interaktion der Dichtungsfläche mit dem Fluid innerhalb des Dichtspalts. Die ersten Ansätze für die Lösung von EHL-Problemstellungen wurden für Kontakte zwischen harten Körpern entwickelt. Im Fall von Dichtungen handelt es sich aber meistens um einen Hart-Weich-Kontakt. Der zum Teil große Steifigkeitsunterschied der beiden Kontaktpartner kann speziell bei numerischen Modellen zu Konvergenzproblemen führen, was die Simulation dieser Systeme erschwert.

Das erste elasto-hydrodynamische Modell eines Radialwellendichtrings mit mikrostrukturierter Wellenoberfläche präsentieren Salant und Flahery [SF94]. Später verwenden Shi und Salant [Shi99, SS00b] ein deterministisches Mischreibungsmodell auf Basis der stationären Reynolds-Gleichung zur Simulation eines Radialwellendichtrings mit rauen Oberflächen. Dieses beschreibt die Kavitation im rauen Kontakt durch das Jakobsson-Floberg-Olsson (JFO) Modell [JF57, Ols65, Elr81] und behandelt die Oberflächen der beiden Kontaktpartner als ideal starr. Harp und Salant [HS01] erweitern das Modell durch die transiente Reynolds-Gleichung mit integrierten Flussfaktoren nach Patir und Cheng [PC78, PC79]. Die Berücksichtigung der elastischen Deformationen der Dichtlippe zeigen Rocke und Salant [RS05] sowie Shen [She05] durch die Berechnung von Einflusskoeffizienten, die in einer vorhergehenden statischen Analyse mit linear-elastischem Materialverhalten in ANSYS ermittelt werden. Nikas und Sayles [NS04] untersuchen den Einfluss von nicht-linearer Elastizität auf die Elastohydrodynamik einer Rechteckdichtung. Der Ansatz des Modells ist ähnlich zur IHL-Methodik, wobei aber das EHL-Problem auf die Lösung einer kubischen Gleichung reduziert wird [NS06a, NS06b].

Die Anwendung auf axialbewegte Hydraulikstangendichtungen und eine Erweiterung um das stochastische Greenwood-Williamson Festkörperkontaktmodell zeigen Salant et al. [SMY07, TS08, TS09, TS10]. Im Rahmen eines iterativen Lösungsalgorithmus erfolgt die gekoppelte Berechnung der Dichtungsdeformationen und Hydrodynamik durch eine externe Kopplung von verschiedenen Programmen. Dies wird auch von Heipl et al. [HWP⁺10] vorgeschlagen. Ähnlich gehen Öngün et al. [ÖABD08, Öng10], Stupkiewicz und Marcinişzyn [SM08, Stu09] sowie Schmidt et al. [SAP10] vor, wobei die Implementierung der Fluidgleichungen in das FE-Programm direkt in Form eines benutzerdefinierten Elements erfolgt. Das Modell von Stupkiewicz und Marcinişzyn ist auf die Abbildung des Vollschrümmungszustands beschränkt. Der Ansatz der direkten Implementierung in das FE-Programm ABAQUS von Öngün et al. und Schmidt et al. ermöglicht zusätzlich die Berechnung von Mischreibungszuständen. Bo und Salant [BS08] präsentieren ein numerisches Modell eines Tandem-Dichtungssystems bestehend aus zwei U-Ring-Dichtungen. Die Interaktion der beiden Dichtungen wird durch Druck/Dichte-Zwangsbedingungen im Zwischenbereich beschrieben, wodurch auch der Aufbau von Zwischendrücken simuliert werden kann. Yang und Salant [YS09] ermitteln für eine U-Ring- bzw. Stepseal-Dichtung eine kritische Stangengeschwindigkeit, oberhalb derer die Dichtungen keine Leckage zeigen. Auf die Theorie zur Leckage von Dichtungen gehen Persson und Yang [PY08] ein. Die Erweiterung der gekoppelten EHL-Berechnungen um viskoelastisches Materialverhalten der Dichtung sind bei Salant et al. [SYT09] und Schmidt et al. [SAP10, SADP10] dargestellt. Sie zeigen den großen Einfluss der Viskoelastizität auf die Hydrodynamik im Dichtspalt.

1.2.3 Verschleißsimulation

Als Verschleiß wird der durch mechanische Einwirkung hervorgerufene stetige Materialverlust an der Oberfläche eines Körpers bezeichnet. Man unterscheidet zwischen adhäsivem, abrasivem, tribochemischem und Ermüdungsverschleiß.

Der abrasive Verschleißprozess ist ein zeitabhängiger Vorgang, der von vielen Faktoren beeinflusst wird. Die Vorhersage dieses Prozesses kann als Anfangswertproblem definiert werden, so dass die lokale Verschleißrate durch die allgemeine Gleichung

$$\frac{dh_w}{ds} = f(\text{Last, Geschwindigkeit, Temperatur, Materialeigenschaften, Schmierung, \dots}) \quad (1.1)$$

mit der Verschleißtiefe h_w und dem Gleitweg s beschrieben werden kann. In der Literatur lassen sich viele Verschleißmodelle finden, wobei die mathematischen Beschreibungen von einfachen empirischen Ansätzen bis zu komplizierten Gleichungen auf der Basis von physikalischen Gesetzmäßigkeiten variieren [Men94, Men95].

Das wohl am häufigsten zitierte und verwendete Verschleißmodell ist das nach Archard [Arc80], welches einen linearen Zusammenhang zwischen dem Verschleißvolumen V_w und der Normalkraft F herstellt. In seiner ursprünglichen Form

$$\frac{V_w}{s} = k_w \frac{F}{H} \quad (1.2)$$

wurde es erstmals von Holm [Hol46] publiziert. Der Verschleißkoeffizient k_w wurde an Experimente angepasst und beschreibt nach Archard die Wahrscheinlichkeit, dass ein Partikel aufgrund des Verschleißes von der Kontaktoberfläche abgetragen wird. H bezeichnet dabei die Härte des weicheren Kontaktpartners. Sadowski [Sad07] zeigt, dass „das Verwenden des Verschleißvolumens als Maß des Verschleißes in seiner Beschreibung ein Element der Eindeutigkeit einführt, deren Grundlagen physikalisch sind.“

Andere Ansätze verfolgen die Beschreibung des Verschleißfortschritts auf Basis der auftretenden Reibzustände im Kontakt. Diese Modelle gehen von der Annahme eines linearen Zusammenhangs von Verschleißvolumen und Reibarbeit aus [FGT80, Det08, Sad09]. Grundlegende Arbeiten zur Deformationsreibung und zum Verschleiß finden sich bei Kragelski et al. [KDK83]. Eine Übersicht zum Verschleißverhalten von polymeren Werkstoffen geben Uetz und Wiedemeyer [UW85] sowie Friedrich [Fri86].

In den vergangenen 60 Jahren beschäftigten sich viele Veröffentlichungen und wissenschaftliche Arbeiten mit der Beschreibung und Modellbildung zur Vorhersage von abrasivem Verschleiß in technischen Systemen. Nau [Nau99] stellte im Jahr 1999 fest: „The greatest remaining area of uncertainty remains the prediction of wear processes; here little progress has yet been made.“ In der Literatur lassen sich zwei grundlegende Methodiken für die numerische Implementierung von Verschleißalgorithmen im Rahmen der Finite-Elemente-Methode finden:

1. *Remeshing*-Verfahren, die sich unterteilen lassen in
 - a) Netzmodifikation [MG90, PA99, Öqv01]
 - b) Geometriemodifikation inkl. kompletter Neuvernetzung [Deb05]
 - c) Kombinierte Netz- und Geometriemodifikation [HHK05].
2. Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Algorithmen (ALE), auch bekannt als *Adaptive Meshing* oder *Rezoning* [HH07, SPS⁺99].

Die Netzmodifikations-Verfahren 1.a) operieren nur auf Basis des Finite-Elemente-Netzes. Zu jedem einzelnen Simulationsschritt werden für jeden Kontaktknoten die momentanen Werte für Kontaktdruck/Reibkraft und Gleitweginkrement ermittelt und damit das lokale Verschleißinkrement am Knoten berechnet. Basierend auf diesen Werten erfolgt die Anpassung der Knotenpositionen in einem erneuten Preprocessing-Schritt, jedoch nur für die Knoten auf der Kontaktfläche. Die Knotenkoordinaten im Inneren des Netzes bleiben während der Verschleißberechnung unverändert. Daher ergibt sich für dieses Verfahren die maximal mögliche Verschleißtiefe aus der initialen Höhe der Elemente an der Kontaktoberfläche, was im Normalfall nur die Berechnung von geringem Verschleißabtrag zulässt. Folglich muss die Größe dieser Elemente so gewählt werden, dass der beabsichtigte Abrieb auch erreicht werden kann.

Die Algorithmen zur Geometriemodifikation 1.b) basieren auf skriptgesteuerter Programmierung und verändern die Modellgeometrie selbst. Dadurch unterliegen sie nicht der Einschränkung der Netzmodifikations-Verfahren für eine maximale Verschleißtiefe, haben aber den Nachteil, extrem rechenzeitintensiv und damit ineffizient zu sein. Aufgrund des hohen Preprocessing-Aufwands, bei dem die Geometrie nach jedem Simulationsschritt entsprechend der lokalen Verschleißwerte modifiziert und im Anschluss komplett neu vernetzt wird, ergeben sich zum Teil sehr lange Rechenzeiten. Speziell bei komplizierten Modellgeometrien oder hoher Netzfeinheit im Kontaktbereich kann der Vernetzungsprozess sehr aufwändig sein. Zusätzlich bedingt diese Art des Vorgehens einen kompletten Neustart der Simulationskette, auch inkl. aller vorhergehender Schritte (wie Montage, Lastaufbringung, etc.).

In Hegadekatte et al. [HHK05] wird eine kombinierte Methodik der Netz- und Geometriemodifikation 1.c) vorgeschlagen, welche die Vorteile von 1.a) und 1.b) miteinander verknüpft. Das Modell wird nur dann erneut vernetzt, wenn der lokale Verschleißabtrag an den Kontaktknoten einen festgelegten Prozentsatz der Oberflächenelementhöhe erreicht hat. Ansonsten werden lediglich die Oberflächenknoten entsprechend der jeweiligen inkrementellen Verschleißtiefe verschoben und der Rest der Struktur bleibt unverändert. Nichtsdestotrotz erfordert dieses Verfahren viel Programmieraufwand, um den Simulationsprozess vollständig zu automatisieren. Außerdem bleiben die oben genannten Nachteile in abgeschwächter Form bestehen.

1.3 Ziele

Das Ziel dieser Arbeit ist die Implementierung einer effizienten Methode zur Reibungs- und Verschleißsimulation von axialbewegten Hydraulikdichtsystemen innerhalb des FE-Programms ABAQUS. Durch die Methodik soll dem Entwicklungsingenieur ein Auslegungswerkzeug zur simulationsbasierten Designoptimierung von Dichtungen zur Verfügung gestellt werden, das die Auswahl optimaler Lösungen bei dichtungstechnischen Anwendungen ermöglicht. Der schematische Ablauf einer solchen Simulationskette ist in Abb. 1.1 veranschaulicht. Ausgangspunkt ist ein FE-Modell der Dichtung, welches auf Basis von Geometriedaten, Materialmodellen und Randbedingungen sowie Lasten definiert ist. Mit Hilfe von Mischreibungs- und Verschleißmodellen können gekoppelte, transiente Simulationen durchgeführt und durch Integration in eine globale Optimierungsschleife ausgewählte Geometrieparameter der Dichtungen hinsichtlich Reibung, Leckage und Verschleiß optimal bestimmt werden.

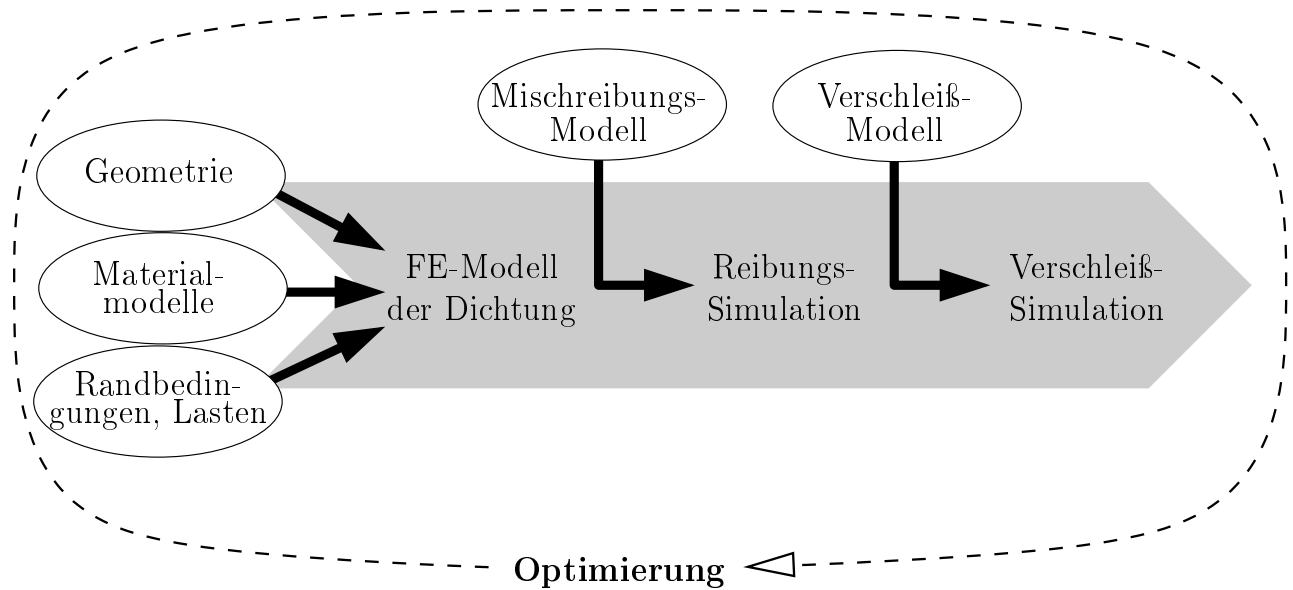


Abbildung 1.1: Simulationsbasierte Designoptimierung von Dichtungen

Der Ansatz für die Mischreibungssimulation basiert auf den Arbeiten von Öngün et al. [ÖABD08, Öng10], die die Integration eines hydrodynamischen Fluidelements auf Basis der stationären Reynolds-Gleichung in ABAQUS vorschlagen. Die enge Kopplung zwischen Strukturdeformation und Hydrodynamik im Dichtspalt wird durch eine direkte Lösung der fluidmechanischen Gleichungen innerhalb der ABAQUS-Subroutine UEL ermöglicht, was im Vergleich zu Lösungen mit extern gekoppelten Programmen (z. B. über MPCCI) zu sehr niedrigen Rechenzeiten führt. Dieser Ansatz wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit um drei wichtige Aspekte erweitert:

1. Das Fluidelement wird auf Basis der **transienten Reynolds-Gleichung** formuliert, was die Berücksichtigung der instationären Quetsch-Terme und die Abbildung der zeitabhängigen, hydrodynamischen Effekte innerhalb des Schmierpalts ermöglicht.
2. Die Oberflächenrauheiten der beiden Kontaktpartner Dichtung und Gegenfläche haben entscheidenden Einfluss auf die Strömungsverhältnisse im Dichtspalt. Mit Hilfe der **Flussfaktor-Methode** werden die mikrohydrodynamischen Rauheitseffekte innerhalb der makroskopischen Reynolds-Gleichung berücksichtigt.
3. Der Fluidelement-Ansatz erlaubt die Zuweisung aller in ABAQUS verfügbarer Materialmodelle für die verformbare Dichtung. Die Definition von **viskoelastischem und viskoplastischem Materialverhalten** ermöglicht eine realitätsnahe Vorhersage des Schmierzustands im Dichtspalt während der transienten Simulation. Hierfür werden geeignete Materialmodelle identifiziert und deren freie Parameter durch geeignete Charakterisierungsversuche eindeutig bestimmt.

Aufbauend auf den Ergebnissen der Mischreibungsberechnung wird eine Methodik zur Verschleißsimulation auf Basis der Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode in ABAQUS umgesetzt. Die Implementierung von Kontaktdruck- und Reibenergie-basierten Verschleißmodellen

erfolgt in der User-Subroutine UMESHMOTION. Die gekoppelte Lagrange-Euler-Methode erlaubt während der Eulerschen Simulationsphase die Verschiebung von Netzknoten ohne Beeinflussung des materiellen Spannungs-Dehnungs-Zustands und damit die Abbildung von Materialabtrag bzw. Volumenverlust [Das09].

Zur Bestimmung der mechanischen und tribologischen Modellparameter werden entsprechende Charakterisierungsversuche und Modelltests definiert und durchgeführt. Die Validierung der Simulationsergebnisse erfolgt mit experimentell gewonnenen Daten an Modell- und Systemprüfständen. Hierfür wird unter anderem ein Hochdruck-Hydraulikprüfstand zur Schmierpalthöhenmessung an Dichtungen auf Basis der licht-induzierten Fluoreszenzmethode aufgebaut [OWP10].

1.4 Gliederung der Arbeit

In **Kapitel 2** erfolgt eine knappe Einführung in die Dichtungstechnik, wobei die gängigsten Grundbegriffe sowie die wichtigsten Dichtungswerkstoffe und Hydraulikdichtungen erläutert werden. Die anschließende Darstellung der notwendigen kontinuumsmechanischen Grundlagen dient der mathematischen Formulierung der verwendeten Materialmodelle. Danach wird die Herleitung der Reynolds-Gleichung auf Basis der Navier-Stokes-Gleichungen und Kontinuitätsgleichung dargestellt. Das Kapitel schließt mit der Beschreibung von Grundlagen der Tribologie.

Kapitel 3 beinhaltet die Materialmodellierung des elastomeren und thermoplastischen Dichtungswerkstoffs. Die Beschreibung des mechanischen Langzeitverhaltens des Elastomers erfolgt durch die beiden hyperelastischen Modelle Neo-Hooke und van-der-Waals. Das generalisierte Maxwell-Modell bildet die viskoelastischen Effekte des Gummiwerkstoffs in Form eines Prony-Reihenansatzes ab. Das zeitabhängige Verhalten des Thermoplasts wird durch ein viskoplastisches Materialmodell beschrieben. Dieses kann das beobachtete Materialverhalten des Werkstoffs UHMW-PE (ultra-hochmolekulares Polyethylen) abbilden. Entsprechende konstitutive Beziehungen für den elastoplastischen und viskoelastischen Anteil werden aufgestellt.

In **Kapitel 4** wird das im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagene Mischreibungsmodell vorgestellt. Es besteht aus einem Festkörper- und einem Fluidreibungsanteil. Zur Beschreibung der Festkörperreibung wird ein statistischer Ansatz für den Festkörperkontaktdruck und ein erweitertes Modell des klassischen Coulomb-Ansatz verwendet. Der Fluidanteil basiert auf der Implementierung eines eigenen User Elements (UEL) in das FE-Programm ABAQUS und beschreibt die Strömungsverhältnisse im engen Dichtspalt durch die transiente Reynolds-Gleichung. Es folgt eine ausführliche Beschreibung der Modellgleichungen und eine Verifikation der korrekten Implementierung am Beispiel eines Axialgleitlagers.

Die Vorhersage des korrekten Schmierzustands durch das vorgestellte Mischreibungsmodell bildet die Grundlage für darauf aufbauende Verschleißsimulationen an Dichtungen. Zwei Verschleißmodelle – Kontaktdruck-basiert und Reibenergie-basiert – sowie deren Implementierung in der User-Subroutine UMESHMOTION werden in **Kapitel 5** erläutert. Außerdem werden die Grundlagen der Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode und deren Anwendung zur Simulation von Verschleiß in der FEM beschrieben und die numerische Umsetzung am Beispiel eines Axialgleitlagers verifiziert.

Die freien Parameter der Material- (Kap. 3) und Mischreibungsmodele (Kap. 4) müssen anhand von Experimenten bestimmt werden. Die durchgeführten mechanischen und tribologischen Versuche werden in **Kapitel 6** beschrieben. Dies umfasst die spezifischen Versuche zur Materialcharakterisierung, sowie Reibungsversuche an Modell- und Systemprüfständen. Im darauf folgenden **Kapitel 7** wird das Vorgehen zur Identifikation der entsprechenden Modellparameter dargestellt.

Die praktische Anwendung der Simulationsmethoden wird in **Kapitel 8** anhand von Beispielrechnungen an einer O-Ring-Dichtung und einer asymmetrischen Kolbenstangendichtung demonstriert. Durch den Vergleich der Simulationsergebnisse mit Experimenten wird die Qualität der Methodik gezeigt. Des Weiteren wird die Verwendbarkeit der gekoppelten Mechanik-Tribologie-Simulation zur Designoptimierung von Hydraulikdichtungen hinsichtlich Reibung, Leckage und Verschleiß anhand eines Beispiels dargestellt.

Abschließend erfolgt in **Kapitel 9** eine Zusammenfassung sowie ein Ausblick auf mögliche Erweiterungen und Fortführungen der vorliegenden Arbeit.

2 Grundlagen

2.1 Dichtungstechnik

2.1.1 Grundbegriffe und Dichtungsarten

Dichtungen sind Maschinenelemente, die den Stoffübergang zwischen zwei Arbeitsräumen mit gemeinsamer (bewegter) Grenzfläche verhindern bzw. begrenzen. Hinsichtlich ihrer Bauform können diese in *berührungsfreie* (z. B. Spalt-, Labyrinthdichtungen) und *berührende* Dichtungen unterteilt werden. Die berührenden gliedern sich wiederum in *statische* und *dynamische* Dichtungen. Bei statischen Dichtungen findet keine relative Verschiebung der Grenzfläche statt. Hingegen sind dynamische Dichtungen durch eine beträchtliche Relativbewegung der Maschinen- oder Anlagenteile zueinander charakterisiert.

Häufig ist ein vollständiges Abdichten nicht möglich, aber auch nicht erforderlich. Ziel ist es, die austretende Stoffmenge – die sogenannte *Leckage* – auf ein zulässiges Maß zu begrenzen. Dichtungen können dabei auch in beide Richtungen arbeiten, d. h. zum einen den Stoff (z. B. Chemikalien, Treibstoffe, Schmierstoffe, Hydraulikfluide usw.) am Austreten hindern und damit *Dichtheit* garantieren, zum anderen den Zutritt von Fremdstoffen (Schmutz, Wasser, Gase usw.) in das System unterbinden [Pol08].

Die am häufigsten verwendete Dichtungsart sind statische Dichtungen. Das Wirkprinzip beruht auf dem Festkörperkontaktdruck innerhalb der Grenzfläche, der durch die *Verpressung* der Dichtung bzw. durch die *Selbstverstärkung* bei steigendem Differenzdruck bedingt ist. Der überwiegende Anteil an statischen Dichtungen wird durch O- und R-Ringe abgedeckt, da deren Dichteigenschaften für die meisten Anwendungen ausreichen und diese Dichtungen aufgrund ihrer einfachen Geometrie kostengünstig hergestellt werden können. Weitere statische Dichtungsarten sind Flachdichtungen, (Flüssig-)Dichtmassen oder Metallprofilringe.

Dynamische Dichtungen untergliedern sich in *rotatorische* und *translatorische* Bauformen. Beispiele für Rotationsdichtungen sind Gleitringdichtungen, Drehdurchführungen oder Radialwellendichtringe (RWDR). In axialbewegten Systemen kommen Stangen- und Kolbendichtungen zum Einsatz. Bei Stillstand ist aufgrund des vorgespannten Einbauzustands die statische Dichtheit gewährleistet, da die Leckagewege vollständig geschlossen sind. Sobald eine Relativbewegung auftritt, führen verschiedene physikalische Vorgänge zum Aufbau eines *hydrodynamischen Dichtspalts* und damit zur Trennung der Dichtflächen durch einen Schmierspalt. Die Bezeichnung „berührende“ Dichtung ist daher teilweise unzutreffend und besagt nur, dass die Dichtungen an der Gegenfläche anliegen, sich aber im Betrieb automatisch ein Schmierspalt in der Größenordnung der Oberflächenrauheiten einstellt. Dieser ist abhängig von Relativgeschwindigkeit, Oberflächentopografie, Dichtungsgeometrie, Fluidviskosität und Systemdruck. Im Hinblick auf eine geringe Leckage sind daher enge Dichtspalte, die nur geringe Mengen der abzudichtenden Flüssigkeit durchlassen, anzustreben. Durch asymmetrische Dichtungsgeometrien

mit unterschiedlichen Dichtkantenwinkeln an Luft- und Ölseite, wie z. B. Stepseal-Dichtungen, kann eine aktive Rückförderung des Fluids in das System erreicht werden.

Bei dynamischen Dichtungen tritt während der Einlaufphase auch immer ein „Anpassen“ beider Partner auf, das sich in einem verschleißbedingten Abflachen der Oberflächenprofile äußert. Bei ausreichender Schmierung, Sauberkeit und korrekter Werkstoffauswahl kommt dieser Verschleiß nach einiger Zeit weitgehend zum Stillstand.

Zusammenfassend wird hier eine Übersicht der wichtigsten Einflüsse auf die Dichtfunktion dargestellt (aus Müller und Nau [MN10]):

Fluid	Dichtelement	Gegenkörper
Druck	Materialverhalten (Elastizität, Plastizität)	Oberflächenrauheit
Dichte	Oberflächenrauheit	Verschleißfestigkeit
Temperatur	Chemische Beständigkeit	Benetzungsverhalten
Dampfdruck	Verschleißfestigkeit	
Viskosität	Porosität	
pH-Wert	Thermische Alterungsbeständigkeit	
Additive		

2.1.2 Dichtungswerkstoffe

Die meisten Dichtungen bestehen ausschließlich oder größtenteils aus Polymerwerkstoffen, d. h. sowohl aus Elastomeren (Gummimaterialien) als auch aus thermoplastischen Kunststoffen. Um anwendungsbezogene, technische Eigenschaften zu erhalten, werden die Basispolymere meist mit Füllstoffen und Additiven versetzt, so dass die *Compounds* die spezifischen Anforderungen der jeweiligen Dichtungsfragestellung erfüllen.

Im Allgemeinen zeichnen sich *Elastomere* (Acrylnitril-Butadien-Kautschuke (NBR), Fluorkautschuke (FKM), etc.) durch ihr inkompressibles Verhalten (nahezu keine Volumenänderung) und ihre große Dehnfähigkeit ($\varepsilon > 100\%$) aus. Ein weiterer Vorteil sind die meist niedrigen Herstellungskosten, speziell bei einfachen Geometrien und hohen Stückzahlen. Problematisch sind dagegen insbesondere in dynamischen Anwendungen die hohe Reibung und der daraus resultierende Verschleiß, was den vorwiegend statischen Einsatz erklärt. Speziell bei Langzeitanwendungen (mehrere Jahrzehnte) oder extremen Einsatzbedingungen können thermische, chemische und UV-lichtbedingte Alterungseffekte die Lebensdauer von Elastomerdichtungen begrenzen. Ein weiterer, unerwünschter Effekt von Elastomeren ist die Volumenquellung in Medien, die bei bestimmten Fluiden auftreten kann. Auch die geringe elastische Steifigkeit kann bei sehr hohen Systemdrücken zur Spaltextrusion und damit zur Beschädigung der Elastomerdichtung führen.

Thermoplastische Kunststoffe werden aufgrund ihrer höheren Steifigkeit oft bei Hochdruckanwendungen eingesetzt. Aber auch bei hochdynamischen Systemen kommen ihre geringen Reibungsverluste und hohe Verschleißfestigkeit zum Tragen. Insbesondere Polytetrafluorethylen (PTFE) und mit PTFE-versetzte *Compounds* werden seit vielen Jahren gerne für anspruchsvolle Dichtungsanwendungen ausgewählt, da die hervorragenden Trockenreibungseigenschaften von PTFE bei Mangelschmierung zusätzlich genutzt werden können. Dabei werden aus mechanischen und tribologischen Gründen oft faser- oder partikelverstärkte PTFE-*Compounds*

verwendet. Ein weiterer Vorteil der Thermoplaste ist die gute chemische Beständigkeit gegen Medien und Fluide. Die hohe Steifigkeit von Thermoplastdichtungen macht die Integration eines zusätzlichen elastischen Elements (z. B. O-Ring) notwendig, um evtl. Lagetoleranzen von Welle oder Stange auszugleichen und das Langzeit-Kriechverhalten des Dichtelements zu kompensieren.

Zukünftig wird wohl auch die Klasse der Polyurethane näher in den Fokus der Dichtungshersteller und -anwender rücken. Diese vereinen moderate Steifigkeit mit großer Dehnfähigkeit und sehr hoher Verschleißfestigkeit. Zukünftige Werkstoffentwicklungen und -modifikationen müssen jedoch auf die Verbesserung der schlechten Reibeigenschaften und teils schlechten chemischen Beständigkeit abzielen. Dann könnten Polyurethane sicherlich in weiteren Dichtungsanwendungen attraktive Alternativen zu bisherigen Elastomeren oder Thermoplasten sein.

2.2 Kontinuumsmechanik

2.2.1 Kinematik

In der spannungsfreien, undeformierten Ausgangskonfiguration \mathcal{K}_0 nehmen die materiellen Punkte eines Teilgebietes eines Körpers das Volumen V_0 ein und sind durch ihre geometrischen Orte \mathbf{X} eindeutig bestimmt. Erfährt der Körper eine Deformation, so nehmen diese Punkte nach einer Verschiebung $\mathbf{u}(t)$ in der Momentankonfiguration \mathcal{K}_A zum Zeitpunkt t die durch

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X} + \mathbf{u}(t) \quad (2.1)$$

beschriebenen Orte im Volumen V_A ein (siehe Abb. 2.1). Dies entspricht einer Abbildung

$$\mathbf{x}(t) = \mathcal{B}(\mathbf{X}, t) \quad (2.2)$$

Zur Gewährleistung der Kontinuität des Materials muss die Abbildung \mathcal{B} von der Ausgangs- in die Momentankonfiguration bijektiv und stetig sein. Der Verschiebungsgradient

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.3)$$

ist ein Tensor zweiter Stufe und hängt mit dem Deformationsgradiententensor \mathbf{F} durch

$$\mathbf{F} = \mathbf{H} + \mathbf{I} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.4)$$

zusammen [GHSW04]. Der Deformationsgradient beschreibt dabei die lokale Deformation in Bezug auf die Ausgangskonfiguration \mathcal{K}_0 . Die lokale Volumenänderung ist durch die Determinante des Deformationsgradienten

$$J = \det(\mathbf{F}) \quad (2.5)$$

gegeben. Die durch den Deformationsgradienten beschriebene Abbildung eines infinitesimalen Linienelements $d\mathbf{X}$ auf $d\mathbf{x}$ lässt sich durch polare Zerlegung

$$\mathbf{F} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} \quad (2.6)$$

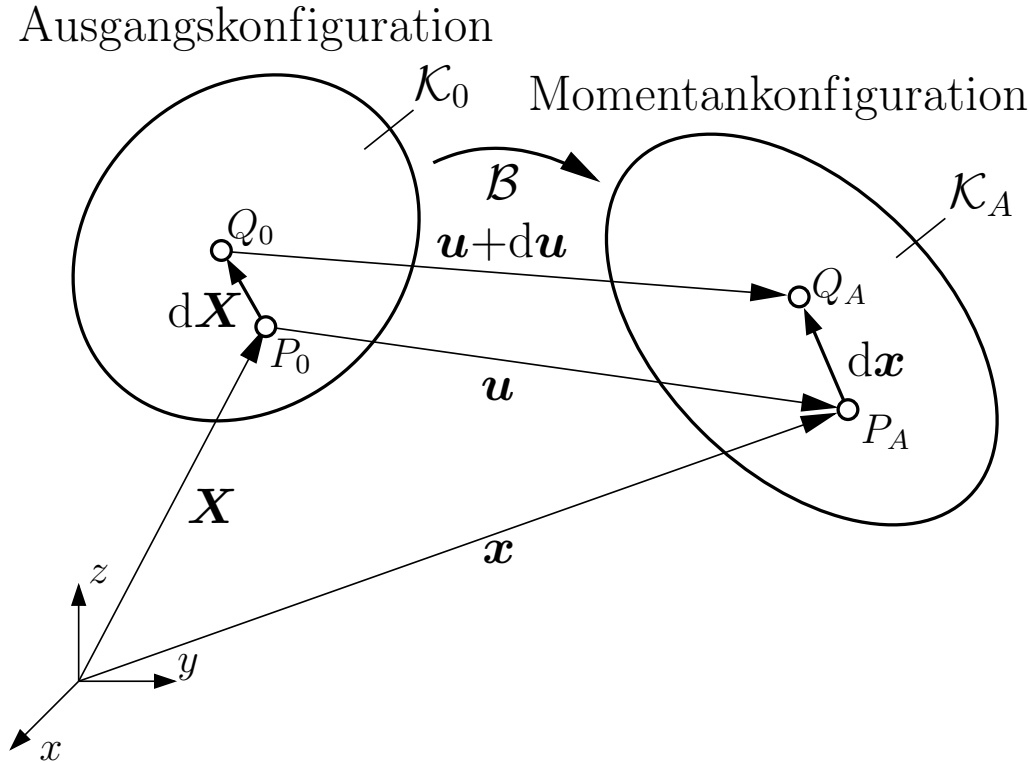


Abbildung 2.1: Kinematik

auch als eine Abfolge einer reinen Streckung und einer reinen Drehung (oder umgekehrt) darstellen. Der orthogonale Drehtensor \mathbf{R} beschreibt eine reine Drehung. Die beiden symmetrischen Tensoren \mathbf{V} und \mathbf{U} werden als linker und rechter Strecktensor bezeichnet. Die Eigenwerte des Rechtsstrecktensors \mathbf{U} nennt man die Streckungen λ_i [BG02].

Im Fall einer zusammengesetzten (z. B. elasto-plastischen) Deformation wird üblicherweise eine Zwischenkonfiguration \mathcal{K}_B eingeführt, in welcher die materiellen Punkte \mathbf{X} zum Zeitpunkt t die Orte

$$\mathbf{x}^B(t) = \mathcal{B}^B(\mathbf{X}, t) \quad (2.7)$$

einnehmen. Die Gesamtdeformation ist dann durch

$$\mathbf{x}(t) = \mathcal{B}(\mathbf{X}, t) = \mathcal{B}^A(\mathcal{B}^B(\mathbf{X}, t), t) \quad (2.8)$$

beschrieben, was nach Lee und Liu [LL67, Lee69] auf einen multiplikativen Split des Deformationsgradienten

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^A \cdot \mathbf{F}^B \quad (2.9)$$

und der Volumenänderung

$$J = J^A \cdot J^B \quad (2.10)$$

führt. Enthält die Deformation weitere Anteile (z. B. thermische Dehnungen), so können weitere Zwischenkonfigurationen eingeführt werden, die dann in einem mehrfachen multiplikativen Split des Deformationsgradienten

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^A \cdot \mathbf{F}^B \cdot \mathbf{F}^C \cdot \dots \quad (2.11)$$

resultieren [Mie88].

Die Beschreibung des lokalen Deformationsverhaltens benötigt die Definition entsprechender Verzerrungsmaße. So erhält man z. B. mit Hilfe der polaren Zerlegung (2.6) den rechten Cauchy-Green Tensor

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} = (\mathbf{R} \cdot \mathbf{U})^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{U} = \mathbf{U}^2 \quad (2.12)$$

bzw. den linken Cauchy-Green Tensor

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T = \mathbf{V}^2 = \mathbf{C}^T . \quad (2.13)$$

Hiermit kann der Green-Lagrangesche Verzerrungstensor

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2} (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T + \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H}) \quad (2.14)$$

gebildet werden, welcher gerne zur Beschreibung von finiten Deformationen verwendet wird, da dieser direkt aus dem Deformationsgradienten bzw. Verschiebungsgradienten berechnet werden kann. Der Green-Lagrangesche Verzerrungstensor setzt sich aus einem deviatorischen Anteil

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2} (J^{-2/3} \mathbf{C} - \mathbf{I}) , \quad (2.15)$$

der die reine Formänderung beschreibt, und einem volumetrischen Anteil

$$\varepsilon^{vol} = \frac{1}{2} (J^{2/3} - 1) \quad (2.16)$$

zusammen.

Ein alternatives Verzerrungsmaß, das vorwiegend bei der Anwendung plastischer Materialgesetze Einsatz findet, ist der Hencky-Verzerrungstensor

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2} \ln [\mathbf{C}] . \quad (2.17)$$

Für logarithmische Verzerrungen wird eine Aufeinanderfolge mehrerer Deformationen durch den additiven Split der Dehnungen

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^A + \boldsymbol{\epsilon}^B + \boldsymbol{\epsilon}^C + \dots \quad (2.18)$$

beschrieben.

2.2.2 Spannungen

Der Spannungsvektor \mathbf{t} im Punkt P auf der Schnittfläche durch einen Körper ist definiert durch

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{f}}{\Delta A} = \frac{d\mathbf{f}}{dA}, \quad (2.19)$$

wobei $\Delta \mathbf{f}$ die Schnittkraft in der Fläche ΔA darstellt (siehe Abb. 2.2). Die Schnittebene ist durch den Normaleneinheitsvektor \mathbf{n} beschrieben. Der Vektor $\mathbf{t}(\mathbf{n})$ kann in eine Normalspannungskomponente σ senkrecht zur Schnittfläche und einen tangential wirkenden Schubspannungsanteil τ zerlegt werden.

Der Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ ist durch Spannungsvektoren in drei senkrecht aufeinanderstehenden Schnitten festgelegt. In kartesischen Koordinaten ist dieser durch die 3x3-Matrix

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

gegeben. Aufgrund des Momentengleichgewichts ist der Spannungstensor symmetrisch, so dass gilt $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ und $\tau_{xz} = \tau_{zx}$.

Gerne werden die kartesischen Koordinaten an Stelle von x, y, z durch x_1, x_2, x_3 bezeichnet, so dass die Richtungen durch die Indizes 1, 2, 3 beschrieben sind. Somit kann der Spannungstensor in Indexschreibweise durch

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

dargestellt werden. Dabei bezeichnen gleiche Indizes Normalspannungen und ungleiche Indizes Schubspannungen.

Ist der Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ im Punkt P bekannt, so lässt sich für jede beliebige Schnitttrichtung \mathbf{n} der Spannungsvektor nach der Cauchyschen Spannungsformel

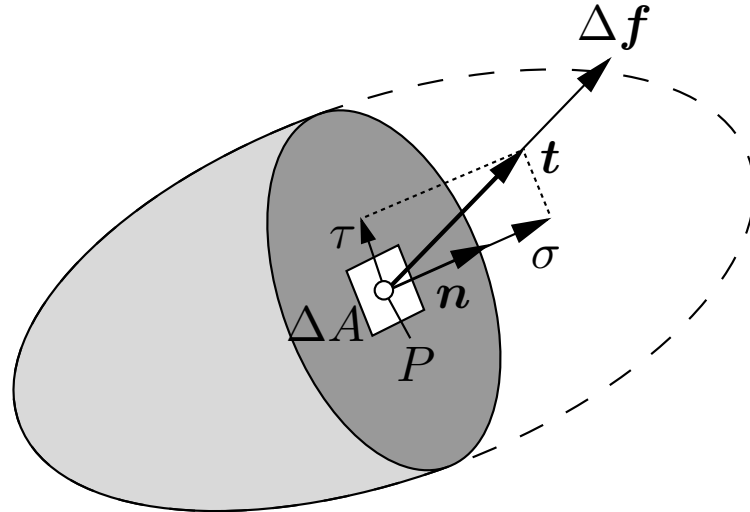
$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \quad (2.22)$$

ermitteln.

Der Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ kann in Bezug auf beliebig viele Koordinatensysteme angegeben werden. Unter diesen gibt es ein ausgezeichnetes Koordinatensystem, das als Hauptachsensystem bezeichnet wird und in welchem in den zugehörigen Schnitten der Spannungsvektor \mathbf{t} die Richtung des jeweiligen Normalenvektors \mathbf{n} einnimmt. In diesem Fall verschwinden die Schubspannungen und die Normalspannungen werden als Hauptspannungen bezeichnet. Im Hauptachsensystem nimmt der Spannungstensor die Diagonalform

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

an.

Abbildung 2.2: Spannungsvektor \mathbf{t} im Punkt P

Analog zum Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ kann auch der Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ in einen deviatorischen Anteil \mathbf{s} und einen hydrostatischen Tensor $p^h \mathbf{I}$ aufgespalten werden

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{s} - p^h \mathbf{I} . \quad (2.24)$$

Der zweite Anteil wird auch Kugeltensor genannt und beschreibt einen hydrostatischen Spannungszustand infolge des hydrostatischen Drucks p^h . Der Spannungsdeviator \mathbf{s} ist der um den hydrostatischen Anteil reduzierte Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ und ist wie dieser ein Tensor zweiter Stufe.

2.2.3 Gleichgewicht

Für die Lösung von quasi-statischen Randwertproblemen werden neben den kinematischen Beziehungen aus Kap. 2.2.1 und den Stoffgesetzen, auf die in Kap. 3 ausführlich eingegangen wird, Gleichgewichtsbedingungen benötigt. Hierfür wird ein beliebiges, aus einem Körper geschnittenes Teilvolumen V mit der Oberfläche A betrachtet. Dieses ist durch Volumenkräfte \mathbf{f}^{vol} und Oberflächenspannungen \mathbf{t} belastet. Verschwindet die Summe der äußeren Kräfte

$$\int_A \mathbf{t} \, dA + \int_V \mathbf{f}^{vol} \, dV = \mathbf{0} , \quad (2.25)$$

so befindet sich der Körper im statischen Gleichgewicht. Mit der Cauchyschen Spannungsformel (2.22) und dem Gaußschen Integralsatz [BSMM98] kann Glg. (2.25) in die Form

$$\int_V (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}^{vol}) \, dV = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

überführt werden. Diese Beziehung kann für ein beliebiges Volumen V nur dann erfüllt sein, wenn der Integrand verschwindet

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}^{vol} = \mathbf{0} . \quad (2.27)$$

2.3 Fluidmechanik

2.3.1 Reynolds-Gleichung

In diesem Kapitel wird die Herleitung der Reynolds-Gleichung auf Basis der Navier-Stokes-Gleichungen und der Kontinuitätsgleichung beschrieben. Die Reynolds-Gleichung wird dann im Folgenden zur Beschreibung der hydrodynamischen Effekte im Dichtspalt verwendet.

Navier-Stokes-Gleichungen

Die Navier-Stokes-Gleichungen bilden die Grundgleichungen zur Beschreibung von Strömungen in Flüssigkeiten und Gasen. Es handelt sich dabei um partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung, die von Navier (1823) und Stokes (1845) für viskose Fluide entwickelt wurden [Spu87].

Die Gleichungen beschreiben das dynamische Gleichgewicht eines Fluidelements unter Berücksichtigung von Trägheits-, Volumen- und Zähigkeitskräften. In kartesischen Koordinaten nehmen die Navier-Stokes-Gleichung für laminare Strömungen folgende Form an:

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\dot{u}}{Dt} = & \rho g_x - \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\dot{v}}{Dt} = & \rho g_y - \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\dot{w}}{Dt} = & \rho g_z - \frac{\partial p^{fl}}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Mit Hilfe des Nabla-Operators ∇ lassen sich die Gleichungen auch in symbolischer Schreibweise in

$$\rho \frac{D\dot{\mathbf{u}}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p^{fl} + \frac{4}{3} \nabla [\eta (\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}})] - \nabla \times [\eta (\nabla \times \dot{\mathbf{u}})] \quad (2.31)$$

zusammenfassen. Darin bezeichnet

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla) = \frac{\partial}{\partial t} + \dot{u} \frac{\partial}{\partial x} + \dot{v} \frac{\partial}{\partial y} + \dot{w} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.32)$$

die totale bzw. materielle Ableitung, mit der die zeitliche Änderung einer Feldgröße eines materiellen Teilchens, das den Ort \mathbf{x} passiert, beschrieben ist.

Für konstante Viskosität $\eta = \text{const.}$ vereinfachen sich die Gleichungen (2.28)–(2.31) zu

$$\rho \frac{D\dot{u}}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} + \frac{\eta}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial z^2} \right) \quad (2.33)$$

$$\rho \frac{D\dot{v}}{Dt} = \rho g_y - \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} + \frac{\eta}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial^2 \dot{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{v}}{\partial z^2} \right) \quad (2.34)$$

$$\rho \frac{D\dot{w}}{Dt} = \rho g_z - \frac{\partial p^{fl}}{\partial z} + \frac{\eta}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) + \eta \left(\frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial z^2} \right) \quad (2.35)$$

bzw.

$$\rho \frac{D\dot{\mathbf{u}}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p^{fl} + \eta \left[\frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}) + \nabla^2 \dot{\mathbf{u}} \right]. \quad (2.36)$$

Kontinuitätsgleichung

Wie oben zu sehen ist, enthalten die drei Navier-Stokes-Gleichungen (2.28)–(2.31) vier Unbekannte: \dot{u} , \dot{v} , \dot{w} und p^{fl} . Die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \dot{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \dot{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \dot{w}) = 0, \quad (2.37)$$

bzw. in symbolischer Schreibweise

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \dot{\mathbf{u}}) = 0, \quad (2.38)$$

vervollständigt den Gleichungssatz. Diese beschreibt das Prinzip der Masseerhaltung, nach welchem ein Fluidvolumen genau so viel Masse verlieren muss, wie aus diesem herausfließt. Unter der Annahme konstanter Dichte $\rho = \text{const.}$ folgt

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.39)$$

bzw.

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0. \quad (2.40)$$

Reynolds-Gleichung

In vielen Fragestellungen der Fluidtechnik wird häufig neben der Annahme des Newtonschen Verhaltens der Fluide – d. h. die Scherspannung hängt linear von der Scherdehnrate ab – auch davon ausgegangen, dass eine laminare Strömung vorliegt und der Abstand der beiden Kontaktpartner im Vergleich zu deren lateralen Abmessungen klein ist, also $h \ll l$ und $h \ll b$ (siehe Abb. 2.3). Auf Basis dieser Annahmen veröffentlichte Reynolds im Jahr 1886 einen Aufsatz, in dem er die grundlegende Gleichung für seine Schmiertheorie beschreibt [Rey86]. Diese wird als Reynolds-Gleichung bezeichnet und stellt eine Vereinfachung der Navier-Stokes-Gleichungen dar.

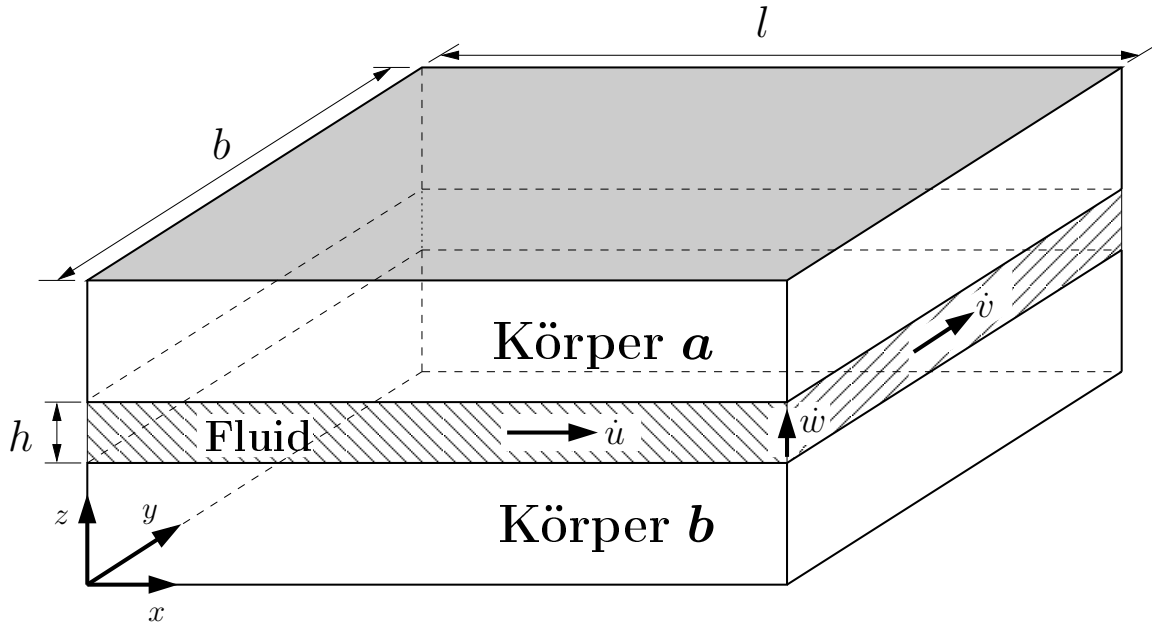


Abbildung 2.3: Schmierpalt

Ausgangspunkt für die Herleitung der Reynolds-Gleichung sind dimensionslose Größen, die mit Hilfe folgender charakteristischer Parameter definiert werden:

- \tilde{l} charakteristische Länge in x -Richtung,
- \tilde{b} charakteristische Länge in y -Richtung,
- \tilde{h} charakteristische Länge in z -Richtung,
- $\dot{\tilde{u}}$ charakteristische Geschwindigkeit in x -Richtung,
- $\dot{\tilde{v}}$ charakteristische Geschwindigkeit in y -Richtung,
- $\dot{\tilde{w}}$ charakteristische Geschwindigkeit in z -Richtung,
- \tilde{t} charakteristische Zeit,
- $\tilde{\rho}$ charakteristische Dichte,
- $\tilde{\eta}$ charakteristische Viskosität.

Die dimensionslosen Größen ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{\tilde{l}}, & Y &= \frac{y}{\tilde{b}}, & Z &= \frac{z}{\tilde{h}}, & T &= \frac{t}{\tilde{t}}, & P &= \frac{\tilde{h}^2 p^{fl}}{\tilde{\eta} \dot{\tilde{u}} \tilde{l}}, \\ \dot{U} &= \frac{\dot{u}}{\dot{\tilde{u}}}, & \dot{V} &= \frac{\dot{v}}{\dot{\tilde{v}}}, & \dot{W} &= \frac{\dot{w}}{\dot{\tilde{w}}}, & \varrho &= \frac{\rho}{\tilde{\rho}}, & \mathcal{N} &= \frac{\eta}{\tilde{\eta}}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Des Weiteren werden die richtungsabhängigen Reynolds-Zahlen

$$Re_x = \frac{\tilde{\rho} \dot{\tilde{u}} \tilde{h}^2}{\tilde{\eta} \tilde{l}}, \quad Re_y = \frac{\tilde{\rho} \dot{\tilde{v}} \tilde{h}^2}{\tilde{\eta} \tilde{b}} \quad \text{und} \quad Re_z = \frac{\tilde{\rho} \dot{\tilde{w}} \tilde{h}}{\tilde{\eta}} \quad (2.42)$$

eingeführt, welche das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften beschreiben. Aufgrund der engen geometrischen Verhältnisse im Schmierpalt überwiegt der Zähigkeitseinfluss, so dass

die Reynolds-Zahlen für diese Problemstellungen stets kleiner als 1 sind. Die dimensionslose Quetsch-Zahl ist durch

$$\varsigma = \frac{\tilde{\rho} \tilde{h}^2}{\tilde{\eta} \tilde{t}} \quad (2.43)$$

definiert.

Durch Einsetzen in Glg. (2.28) erhält man die dimensionslose Form der Navier-Stokes-Gleichung in x -Richtung

$$\begin{aligned} \varsigma \frac{\partial \dot{U}}{\partial T} + Re_x \dot{U} \frac{\partial \dot{U}}{\partial X} + Re_y \dot{V} \frac{\partial \dot{U}}{\partial Y} + Re_z \dot{W} \frac{\partial \dot{U}}{\partial Z} &= \frac{\tilde{l}}{\tilde{u}^2} Re_x g_x - \frac{1}{\varrho} \frac{\partial P}{\partial X} \\ + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\mathcal{N} \frac{\partial \dot{U}}{\partial Z} \right) - \frac{2}{3\varrho} \left(\frac{\tilde{h}}{\tilde{l}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial X} \left[\mathcal{N} \left(\frac{\partial \dot{U}}{\partial X} + \frac{\dot{v}}{\tilde{u}} \frac{\tilde{l}}{\tilde{b}} \frac{\partial \dot{V}}{\partial Y} + \frac{\dot{w}}{\tilde{u}} \frac{\tilde{l}}{\tilde{h}} \frac{\partial \dot{W}}{\partial Z} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{\varrho} \left(\frac{\tilde{h}}{\tilde{b}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left[\mathcal{N} \left(\frac{\partial \dot{U}}{\partial Y} + \frac{\dot{v}}{\tilde{u}} \frac{\tilde{b}}{\tilde{l}} \frac{\partial \dot{V}}{\partial X} \right) \right] \\ &+ \frac{2}{\varrho} \left(\frac{\tilde{h}}{\tilde{l}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial X} \left(\mathcal{N} \frac{\partial \dot{U}}{\partial X} \right) + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\mathcal{N} \frac{\dot{w}}{\tilde{u}} \frac{\tilde{h}}{\tilde{l}} \frac{\partial \dot{W}}{\partial X} \right). \end{aligned} \quad (2.44)$$

Vernachlässigt man nun alle Trägheits- und Volumenkräfte und streicht aufgrund der Annahmen $h \ll l$, $h \ll b$ alle Terme der Größenordnungen (\tilde{h}/\tilde{l}) , (\tilde{h}/\tilde{b}) , $(\tilde{h}/\tilde{l})^2$ und $(\tilde{h}/\tilde{b})^2$, so erhält man

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial}{\partial Z} \left(\mathcal{N} \frac{\partial \dot{U}}{\partial Z} \right). \quad (2.45)$$

Diese Gleichung lässt sich mit Hilfe der Definitionen aus Glg. (2.41) wieder in die dimensionsbehaftete Form

$$\frac{\partial p^{fl}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right) \quad (2.46)$$

bringen. Auf die gleiche Weise erhält man die Gleichung für die y -Richtung

$$\frac{\partial p^{fl}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} \right). \quad (2.47)$$

Da der Spalt in z -Richtung im Verhältnis zu den lateralen Abmessungen sehr klein ist, kann angenommen werden, dass der Druck und die Viskosität sich über der Spalthöhe in z -Richtung nicht ändern, so dass gilt

$$\frac{\partial p^{fl}}{\partial z} = 0. \quad (2.48)$$

Bei idealer Haftung des Fluids an den Kontaktflächen gelten für die Geschwindigkeiten die Randbedingungen

$$\dot{u} = \dot{u}_b, \dot{v} = \dot{v}_b \quad \text{für } z = 0 \quad (2.49)$$

und

$$\dot{u} = \dot{u}_a, \dot{v} = \dot{v}_a \quad \text{für } z = h. \quad (2.50)$$

Durch zweifache Integration der Glg. (2.46) sowie (2.47) und unter Berücksichtigung der beiden Randbedingungen erhält man die Geschwindigkeitskomponenten

$$\dot{u} = -z \left(\frac{h-z}{2\eta} \right) \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} + \dot{u}_b \frac{h-z}{h} + \dot{u}_a \frac{z}{h} \quad (2.51)$$

und

$$\dot{v} = -z \left(\frac{h-z}{2\eta} \right) \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} + \dot{v}_b \frac{h-z}{h} + \dot{v}_a \frac{z}{h}. \quad (2.52)$$

Daraus lassen sich die spezifischen Volumenflussraten in x -Richtung

$$q_x = \int_0^h \dot{u} dz = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} + \frac{\dot{u}_a + \dot{u}_b}{2} h \quad (2.53)$$

und y -Richtung

$$q_y = \int_0^h \dot{v} dz = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} + \frac{\dot{v}_a + \dot{v}_b}{2} h \quad (2.54)$$

berechnen. Man erhält nun durch Einsetzen der Geschwindigkeitskomponenten (2.51) und (2.52) in die Integralform der Kontinuitätsgleichung (2.37)

$$\int_0^h \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \dot{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \dot{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \dot{w}) \right) dz = 0 \quad (2.55)$$

und durch Integration in z -Richtung

$$h \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \dot{u}_a \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \int_0^h \dot{u} dz \right) - \rho \dot{v}_a \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \int_0^h \dot{v} dz \right) + \rho (\dot{w}_a - \dot{w}_b) = 0. \quad (2.56)$$

Die endgültige Form der Reynolds-Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h (\dot{u}_a + \dot{u}_b)}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h (\dot{v}_a + \dot{v}_b)}{2} \right) \\ &+ \rho (\dot{w}_a - \dot{w}_b) - \rho \dot{u}_a \frac{\partial h}{\partial x} - \rho \dot{v}_a \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.57)$$

ergibt sich durch Einsetzen der beiden Integralausdrücke (2.53) und (2.54) in Glg. (2.56). Da Glg. (2.57) auch zeitabhängige Terme enthält, wird diese als transiente Reynolds-Gleichung bezeichnet. Vernachlässigt man diese Terme, so erhält man die stationäre Form der Reynolds-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h (\dot{u}_a + \dot{u}_b)}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h (\dot{v}_a + \dot{v}_b)}{2} \right) - \rho \dot{u}_a \frac{\partial h}{\partial x} - \rho \dot{v}_a \frac{\partial h}{\partial y}. \quad (2.58)$$

Es sei noch angemerkt, dass die Reynolds-Gleichung auch auf einem anderen Weg, und zwar direkt vom Prinzip der Masseerhaltung am Beispiel eines Fluid-Kontrollvolumens im Raum, abgeleitet werden kann (siehe [HSJ04]).

Die Strömungsverhältnisse im engen Schmierpalt sind durch Glg. (2.57) für den allgemeinen 3D-Fall vollständig beschrieben. Bewegen sich beide Kontaktpartner a und b nur in x -Richtung relativ zueinander und sind die Ausdehnungen in Querrichtung sehr groß ($b \gg l$), so kann die Querströmung in y -Richtung vernachlässigt werden und Glg. (2.57) vereinfacht sich zu

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial x} \right)}_{\text{I. Poiseuille-Term}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h (\dot{u}_a + \dot{u}_b)}{2} \right)}_{\text{II. Couette-Term}} + \underbrace{\rho \left(\dot{u}_a - \dot{u}_b - \dot{u}_a \frac{\partial h}{\partial x} \right)}_{\text{III. Quetsch-Term}} + \underbrace{h \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{IV. Lokale Ausdehnung}}.$$

$$\underbrace{\frac{h (\dot{u}_a + \dot{u}_b)}{2} \frac{\partial \rho}{\partial x}}_{\text{Dichte-Scherungs-Term}} \quad \underbrace{\frac{\rho h}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\dot{u}_a + \dot{u}_b)}_{\text{Streckungs-Term}} \quad \underbrace{\frac{\rho (\dot{u}_a + \dot{u}_b)}{2} \frac{\partial h}{\partial x}}_{\text{Phys. Scherungs-Term}} \quad (2.59)$$

Die vier Terme in Glg. (2.59) repräsentieren dabei unterschiedliche laminare Strömungsprofile. Der *Poiseuille*-Term oder auch Druckströmungs-Term beschreibt die Netto-Flussrate aufgrund der Druckgradienten entlang der x -Koordinate innerhalb des Schmierpalts. Die Scherströmungen, die durch die Relativbewegung beider Flächen a und b erzeugt werden, sind im sogenannten *Couette*-Term erfasst. Dieser setzt sich wiederum aus drei untergeordneten Termen zusammen, dem *Dichte-Scherungs*-, *Streckungs*- und *Physikalischen Scherungs*-Term. Der dritte Term beschreibt die *Quetsch*-Effekte, die durch die zeitliche Änderung der Schmierpalthöhe h verursacht werden. Der letzte Term erklärt den Effekt der *Lokalen Ausdehnung* des Fluids, die aufgrund von zeitlicher Dichteänderung auftreten kann. Innerhalb der Reynolds-Gleichung haben der *Physikalische Scherungs*-Term und der *Quetsch*-Term den größten Einfluss auf den hydrodynamischen Druckaufbau innerhalb des Schmierpalts.

2.3.2 Flussfaktor-Methode

Die bisherigen Betrachtungen der Strömungsverhältnisse im Schmierpalt beruhen auf der Annahme ideal glatter Oberflächen. Tatsächlich kann die Oberflächentopografie der beiden Kontaktpartner einen erheblichen Einfluss auf den Schmierungsstatus haben, wenn die Schmierfilmhöhe in der gleichen Größenordnung wie die Rauheiten liegt. Dies ist bei dynamischen Dichtungen im Allgemeinen der Fall, da die mittlere Schmierpalthöhe üblicherweise ca. $1 \mu\text{m}$ beträgt.

Da die Auflösung der lokalen Oberflächentopografie im Kontakt bei der Simulation von Bauteilen (wie z. B. Dichtungen) aufgrund der damit verbundenen enormen Rechenzeiten nicht sinnvoll ist, wird in Form eines Multiskalenansatzes versucht, eine Kopplung der mikrohydrodynamischen Vorgänge mit der makroskopischen Reynolds-Differentialgleichung herzustellen. Die Flussfaktor-Methode wurde erstmals von Patir und Cheng [PC78, PC79] verwendet und basiert auf der Definition einer gemittelten Reynolds-Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Phi_x^p \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}^{fl}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Phi_y^p \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial \bar{p}^{fl}}{\partial y} \right) = \frac{\dot{u}_a + \dot{u}_b}{2} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} + \frac{\dot{u}_a - \dot{u}_b}{2} R_q \frac{\partial \Phi^\tau}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad (2.60)$$

mit dem mittleren Fluiddruck \bar{p}^{fl} , der mittleren Filmhöhe \bar{h} und der nominellen Filmhöhe h . Die Druckflussfaktoren Φ_x^p , Φ_y^p und der Scherflussfaktor Φ^τ wurden von Patir und Cheng durch numerische Strömungssimulationen für Gauß-verteilte Oberflächenprofile bestimmt. Des Weiteren schlagen Patir und Cheng empirische Formeln für die Bestimmung der Flussfaktoren in Abhängigkeit der Oberflächenstruktur vor.

Mikroskopisch raue Oberflächentopografien können je nach Orientierung zu einer Behinderung oder Begünstigung der Strömungsverhältnisse im Dichtspalt führen. Die Druckflussfaktoren Φ_x^p und Φ_y^p vergleichen die gemittelte Druckströmung eines Systems mit rauen Oberflächen mit der Druckströmung eines Systems mit glatten Oberflächen. Im Fall eines Druckflussfaktors $\Phi^p = 1$ ist kein Einfluss der Rauheiten auf die makroskopische Hydrodynamik zu erkennen. Hingegen zeigt sich für Flussfaktoren $\Phi^p < 1$ ein erhöhter hydrodynamischer Druckaufbau, da im Vergleich zu ideal glatten Oberflächen eine signifikante Behinderung der Strömung im Schmierpalt gegeben ist. Im Gegensatz dazu ergibt sich für Druckflussfaktoren $\Phi^p > 1$ ein geringerer hydrodynamischer Druck. Mit abnehmender Schmierpalthöhe nimmt der Einfluss der Druckflussfaktoren zu, da auch die Einwirkung der Rauheiten auf die Strömungsverhältnisse im Schmierpalt stärker wird.

Der Scherflussfaktor Φ^τ ist als zusätzlicher Couette-Term in die globale Reynolds-Gleichung integriert und kann als Korrektur der Schmierpalthöhe interpretiert werden. Mit abnehmender Spalthöhe nimmt der Scherflussfaktor größere Werte an, da der Einfluss auf die Scherströmung aufgrund lokaler Verdrängungseffekte ansteigt. Nach Erreichen eines Maximalwerts im Mischreibungsgebiet nimmt der Scherflussfaktor für kleinere Spalthöhen wieder ab, was auf den steigenden Anteil an Festkörperkontakten zurückzuführen ist. Aufgrund der Tatsache, dass der Scherflussfaktor den resultierenden Fluss zwischen den Oberflächen darstellt, kann dieser sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Das Vorzeichen zeigt die Richtung des resultierenden Flusses an, was wiederum von den Rauheiten der einzelnen Oberflächen abhängt. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Berechnung von Flussfaktoren in Anlehnung an die Arbeiten von Lagemann [Lag00] und Illner et al. [IBBD08].

2.4 Tribologie

2.4.1 Tribologisches System

Tribologie ist die Wissenschaft und Technik von aufeinander wirkenden Oberflächen in Relativbewegung. Dies umfasst Grenzflächeninteraktionen zwischen Festkörpern, aber auch zwischen Festkörpern und Flüssigkeiten bzw. Gasen. Die Tribologie beinhaltet die Gebiete Reibung, Verschleiß und Schmierung und hat das Ziel, technische Bewegungssysteme hinsichtlich Reibungsverlusten, Energieeffizienz und Verschleißverhalten zu optimieren. In den verschiedensten Industriezweigen wie Maschinenbau, Antriebstechnik oder Luft- und Raumfahrt, treten tribologische Frage- und Problemstellungen auf, für deren Lösung meist mehrere Bereiche (Entwicklung, Konstruktion, Fertigung und Instandhaltung) eng zusammenarbeiten.

Den Volkswirtschaften der Industrieländer entstehen durch Reibung und Verschleiß jährlich finanzielle Verluste in Höhe von bis zu 5 % des Bruttonationalproduktes (Deutschland ca. 35 Milliarden Euro pro Jahr). Durch systematische Anwendung des bereits vorhandenen tribologischen Wissens könnten davon 5 Milliarden Euro pro Jahr eingespart werden [Ges10].

Abb. 2.4 zeigt schematisch den Aufbau eines tribologischen Systems. Es besteht aus vier Elementen: Grundkörper, Gegenkörper, Umgebungsmedium und Zwischenstoff. Grund- und Gegenkörper sind immer vorhanden, wobei im Fall von Vakuum das Umgebungsmedium oder bei Trockenreibungszuständen der Zwischenstoff auch abwesend sein kann [Det09].

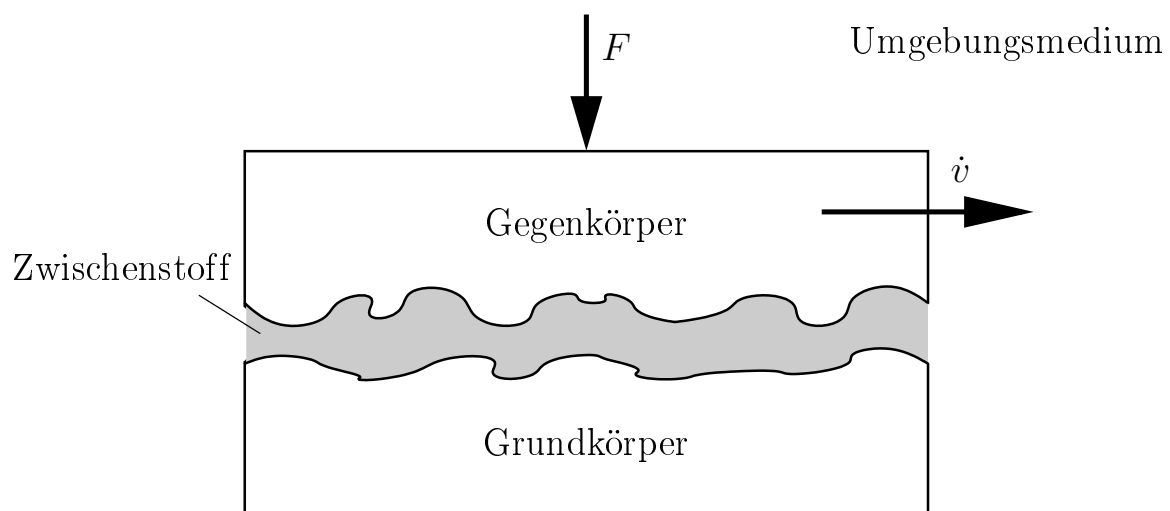


Abbildung 2.4: Tribologisches System

2.4.2 Reibung und Schmierung

Reibung bezeichnet bzw. beschreibt die Wechselwirkungen zwischen Körpern, die sich im Kontakt befinden oder sich relativ zueinander bewegen. Die Reibkraft wirkt der relativen Bewegung immer entgegen. Sie erscheint in zwei grundsätzlich unterschiedlichen Erscheinungsformen [KP80]:

1. Als Widerstand gegen die Aufrechterhaltung einer bereits vorhandenen Bewegung.
2. Als Widerstand gegen den Beginn einer Bewegung aus der Ruhe heraus.

Man unterscheidet zwischen *äußerer* und *innerer Reibung*. Im Fall der äußeren Reibung besteht Kontakt bzw. Relativbewegung zwischen zwei Körpern. Innere Reibung tritt als Dissipation innerhalb eines Körpers auf. Ein Beispiel dafür sind die dissipativen Verluste bei der Deformation von Polymerwerkstoffen, die aus dem gegenseitigen Abgleiten von Molekülketten resultieren [FGT80]. Die folgenden Ausführungen beziehen sich ausschließlich auf die äußere Reibung.

Eine Klassifizierung von Reibung kann hinsichtlich unterschiedlicher Aspekte erfolgen. Die gängigste Einteilung ist die nach Art der Relativbewegung der beiden Kontaktpartner. Man unterscheidet zwischen:

- Gleitreibung
- Bohrreibung
- Roll- und Wälzreibung
- Haftreibung.

Meistens wird zur quantitativen Charakterisierung von Reibung der Reibkoeffizient

$$\mu = \frac{T}{F} \tag{2.61}$$

verwendet. Er beschreibt das Verhältnis von reibungsbedingter Tangentialkraft T und Normalkraft F . Im Fall von trockener Festkörperreibung ist der Reibkoeffizient für die meisten Materialpaarungen unabhängig von der Relativgeschwindigkeit und kann daher weitestgehend als konstant angenommen werden. In einem geschmierten Tribosystem mit anwesendem Zwischenstoff (z. B. Öle, Fette, Treibstoffe usw.) zeigt sich eine starke Abhängigkeit des Reibkoeffizienten von der Relativgeschwindigkeit beider Kontaktpartner. Dies kann mit Hilfe der sogenannten *Stribeck-Kurve* veranschaulicht werden. Diese Art der Darstellung wurde erstmals von Martens im Jahr 1888 publiziert und von Stribeck im Jahr 1902 zur Charakterisierung des Reibungsverhaltens von Gleit- und Rollenlagern verwendet [WW10].

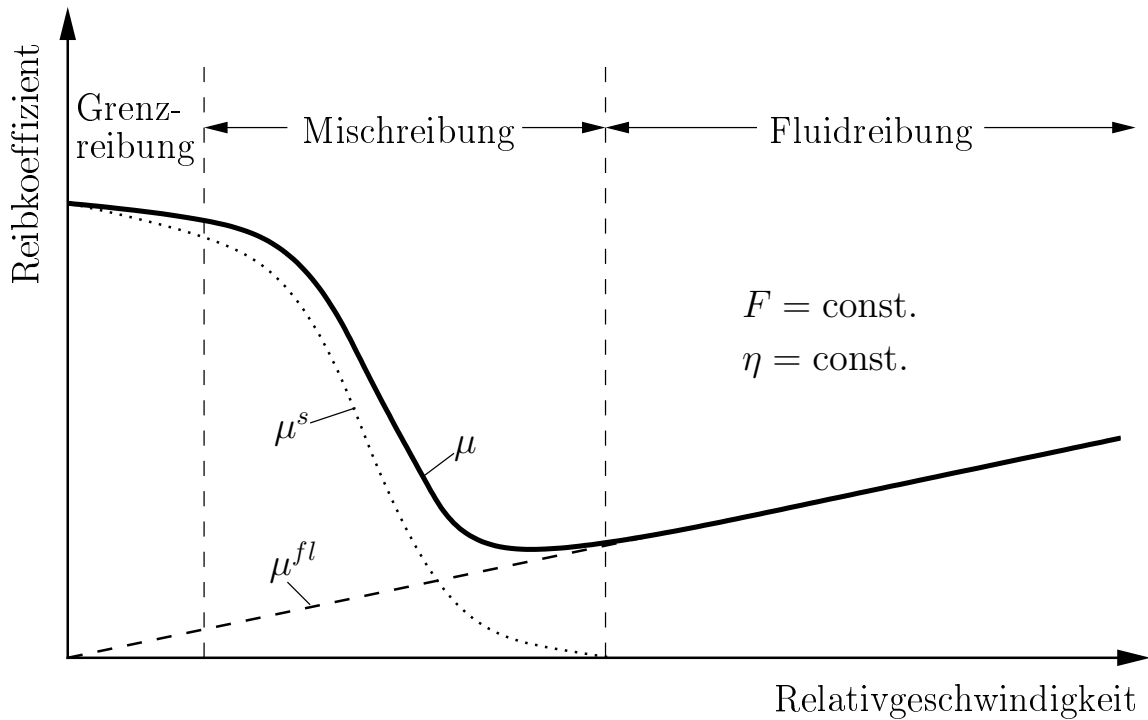


Abbildung 2.5: Stribeck-Kurve für ein geschmiertes Tribosystem

Abb. 2.5 zeigt den schematischen Verlauf des Reibkoeffizienten über der Relativgeschwindigkeit für konstante Normalkraft F und Fluidviskosität η . Dabei lassen sich drei Bereiche mit unterschiedlichem Reibungsverhalten identifizieren:

Grenzschmierung, -reibung: Die Oberflächen sind mit einem dünnen Schmierfilm benetzt. Der Schmierstoff hat aber nur reibungsmindernde Eigenschaften.

Teilschmierung, Mischreibung: Die Schmierstoffschicht wird durch die Rauheiten der Oberflächen teilweise durchbrochen. Es liegen sowohl Festkörperkontakte als auch hydrodynamische Fluidreibung gleichzeitig vor.

Vollschmierung, Fluidreibung: Durch den hydrodynamischen Druckaufbau im Schmierpalt sind die zueinander bewegten Oberflächen vollständig getrennt. Der weitere Anstieg der Reibung mit zunehmender Geschwindigkeit hängt allein von der Viskosität des Fluids ab.

Der Reibkoeffizient des geschmierten Tribosystems

$$\mu = \mu^s + \mu^{fl} \quad (2.62)$$

ergibt sich aus der Überlagerung des Festkörperanteils μ^s und des Fluidanteils μ^{fl} der Reibung.

2.4.3 Verschleiß

Als Verschleiß wird der durch mechanische Einwirkung hervorgerufene stetige Materialverlust an der Oberfläche eines Körpers bezeichnet. Der häufigste Grund ist die durch Relativbewegung induzierte Reibung im Kontakt von Grund- und Gegenkörper. Der Verschleißprozess kann in unterschiedliche Klassen eingeteilt werden, z. B. Gleit-, Roll- oder Kavitationsverschleiß. Der Verschleiß wird dabei durch unterschiedliche Mechanismen hervorgerufen, die entweder einzeln oder in Kombination auftreten können. Die vier wichtigsten sind [Det09]:

Adhäsiver Verschleiß: Adhäsiver Verschleiß wird auch als Haftverschleiß bezeichnet. Treten während längerer Stillstandzeiten des Systems im Kontaktbereich sehr hohe Flächenpressungen auf, so können sich auf Mikroebene atomare Bindungen zwischen Gegen- und Grundkörper ausbilden. Falls die auftretenden Adhäsionskräfte stärker sind als die molekularen Bindungskräfte innerhalb des weicheren Kontaktpartners, werden möglicherweise beim erneuten Gleiten Bruchstücke aus der Oberfläche herausgerissen, die dann Löcher hinterlassen und am härteren Kontaktpartner haften bleiben.

Abrasiver Verschleiß: Abrasion wird durch Mikrozerspanung und Mikropflügen oder Fremdpartikel (Schmutz, Verschleißteilchen) im Zwischenstoff verursacht. Im ersten Fall dringen die harten Rauheitsspitzen eines der Reibungspartner in die Randschicht des weicheren ein und tragen Material aus der Oberfläche ab. Fremdpartikel im Kontaktpalt wirken bei Relativbewegung auf die Oberflächen beider Körper und führen zu Kratzer- und Riefenbildung.

Tribochemischer Verschleiß, Korrosion: Speziell bei metallischen Körpern treten zwischen Oberfläche und Umgebungsmedium und/oder Zwischenstoff chemische Reaktionen auf. Dies kann z. B. zur Bildung von dünnen Oxidrandschichten an der Oberfläche führen. Oft sind die Bindungen dieser Schichten zum Basismaterial nur schwach, so dass diese bei Bewegung der Bauteile abplatzen können. Der tribochemische Verschleißmechanismus tritt fast immer in Kombination mit adhäsivem Verschleiß auf.

Ermüdung, Oberflächenzerrüttung: Dieser Verschleißmechanismus wird vorwiegend durch dynamisch wechselnde mechanische Spannungen in der Kontaktoberfläche hervorgerufen. Folge ist eine Zerrüttung der Oberfläche, d. h. es entstehen und wachsen Mikrorisse in den oberflächennahen Werkstoffschichten. Ausfälle aufgrund Ermüdung können oft bei Wälzlagern beobachtet werden.

Eine erweiterte Zusammenstellung und Differenzierung der unterschiedlichen Verschleißmechanismen kann Bayer [Bay02] entnommen werden.

3 Materialmodelle

In vielen Hydraulikanwendungen werden elastomere und thermoplastische Kunststoffe als Dichtungsmaterial eingesetzt. Für die mechanische Berechnung von Kunststoffen ist die Annahme von linear-elastischem Materialverhalten im Normalfall nicht ausreichend, da die meisten Elastomere und Thermoplaste ein stark nichtlineares, zeitabhängiges und zum Teil geschichtsabhängiges Deformationsverhalten zeigen. Dieses wird zusätzlich durch eine Temperaturabhängigkeit der Materialeigenschaften überlagert.

Zur Beschreibung des mechanischen Verformungsverhaltens werden in dieser Arbeit hyperelastische, viskoelastische und viskoplastische Materialmodelle verwendet, welche im Folgenden näher erläutert werden.

3.1 Elastomere

Elastomere zeigen neben dem rein elastischen auch ein ausgeprägtes zeitabhängiges, viskoses Verhalten, was als Viskoelastizität bezeichnet wird. Dies äußert sich bei dynamischer Belastung aufgrund der dämpfenden Eigenschaften in Form von Dissipation mechanischer Energie (z. B. Gummilager, Dämpfungs- und Entkopplungselemente) oder führt bei gleichbleibender Verformung zur Spannungsrelaxation (z. B. Vorspannungsabfall bei Dichtungen). Eine weitere Eigenschaft von Gummiwerkstoffen ist ihr nahezu inkompressibles Verhalten unter Belastung, was speziell bei der numerischen Umsetzung von Materialmodellen berücksichtigt werden muss.

3.1.1 Hyperelastizität

Das quasi-statische, mechanische Verhalten dieser Werkstoffe kann ausreichend genau durch hyperelastische Materialmodelle beschrieben werden, welche in Abhängigkeit einer Verzerrungsenergie-dichte-Funktion ψ formuliert werden [Hol00].

Wie später in Kap. 6.1 und 7.1 gezeigt wird, erfolgt die experimentelle Bestimmung der quasi-statischen Elastomermaterialeigenschaften üblicherweise anhand uniaxialer Zug- und Druckversuche. Seibert und Schöche [SS00a] zeigen beispielhaft für mehrere hyperelastische Materialmodelle eine Methodik zur Parameteridentifikation und einen rechnerischen Vergleich für uni- und biaxiale Belastungsfälle. Dabei liefern das Neo-Hooke- und das van-der-Waals-Modell bei Anpassung der Parameter ausschließlich an uniaxiale Testdaten im Vergleich zu anderen Modellen die beste Übereinstimmung mit Versuchen, die auch biaxiale Beanspruchungen beinhalten. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit entweder das Neo-Hooke-Modell oder das van-der-Waals-Modell verwendet. Beide Modelle stehen in dem hier verwendeten kommerziellen FE-Programm ABAQUS zur Verfügung.

Neo-Hooke-Modell

Neo-Hooke ist das einfachste hyperelastische Materialmodell, da sein isochorer Anteil durch einen einzigen Parameter eindeutig bestimmt ist. Das Neo-Hooke-Modell für kompressibles Materialverhalten ist durch

$$\psi = \psi_{iso}(\hat{I}_1) + \psi_{vol}(J^{el}) = C_{10}(\hat{I}_1 - 3) + \frac{1}{D}(J^{el} - 1)^2, \quad (3.1)$$

gegeben, wobei C_{10} und D temperaturabhängige Materialkonstanten sind, die sich aus dem initialen Langzeit-Schubmodul $G_\infty = 2C_{10}$ und dem initialen Langzeit-Kompressionsmodul $K_\infty = 2/D$ bestimmen. Die Verzerrungsenergiedichte-Funktion setzt sich dabei aus einem isochoren ψ_{iso} und einem volumetrischen Anteil ψ_{vol} zusammen. Unter der Annahme isotropen Verformungsverhaltens ist der isochore Anteil der Verzerrungsenergiedichte als Funktion der ersten deviatorischen Dehnungs-Invariante

$$\hat{I}_1 = \text{tr}(\hat{\mathbf{B}}) \quad (3.2)$$

formuliert, wobei $\hat{\mathbf{B}} = J^{-2/3}\mathbf{B}$ den deviatorischen linken Cauchy-Green Tensor bezeichnet. Die lokale elastische Volumenänderung

$$J^{el} = \frac{J}{J^{th}} \quad (3.3)$$

berechnet sich entsprechend Glg. (2.10) aus dem Quotienten der Determinante des Deformationsgradienten J und der thermischen Volumenänderung

$$J^{th} = (1 + \varepsilon^{th})^3, \quad (3.4)$$

wobei die thermische Dehnung $\varepsilon^{th} = \alpha^{th}(\theta - \theta_0)$ aus der Temperaturänderung relativ zur Referenztemperatur θ_0 und dem isotropen thermischen Ausdehnungskoeffizienten α^{th} bestimmt wird. Die Cauchy-Spannungen berechnen sich durch

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{s} - p^h \mathbf{I}, \quad (3.5)$$

wobei

$$p^h = -\frac{\partial \psi_{vol}}{\partial J^{el}} = -\frac{2}{D}(J^{el} - 1) \quad (3.6)$$

den hydrostatischen Druckanteil des Spannungstensors definiert. Die deviatorischen Spannungen sind durch

$$\mathbf{s} = \frac{2}{J^{el}} \text{dev} \left(\frac{\partial \psi_{iso}}{\partial \hat{I}_1} \hat{\mathbf{B}} \right) = \frac{2C_{10}}{J^{el}} \text{dev}(\hat{\mathbf{B}}) \quad (3.7)$$

gegeben.

Van-der-Waals-Modell

Das van-der-Waals-Modell oder auch Kilian-Modell [Kil81] wird in dieser Arbeit für Deformationzustände mit Dehnungen größer als 40 % verwendet, da es aufgrund seiner Formulierung in der Lage ist, das bei sehr großen Dehnungen aufgrund zunehmender Molekülausrichtung auftretende Versteifungsverhalten von Elastomeren abzubilden. Das Materialmodell beschreibt das thermomechanische Netzwerk der Polymerketten in Anlehnung an die Theorie des idealen Gases nach van-der-Waals.

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine modifizierte Form des van-der-Waals-Modells verwendet, in welcher die Abhängigkeit von der zweiten Dehnungs-Invariante vernachlässigt wird. Die Verzerrungsenergiedichte-Funktion ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \psi = \psi_{iso}(\hat{I}_1) + \psi_{vol}(J^{el}) &= \mu^{vdW} \left[-(\lambda_m^2 - 3) (\ln(1 - \tilde{\eta}) + \tilde{\eta}) - \frac{2}{3} \alpha^{vdW} \left(\frac{\hat{I}_1 - 3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \\ &+ \frac{1}{D} \left(\frac{(J^{el})^2 - 1}{2} - \ln J^{el} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

mit

$$\tilde{\eta} = \sqrt{\frac{\hat{I}_1 - 3}{\lambda_m^2 - 3}}. \quad (3.9)$$

In dieser Gleichung bezeichnen $\mu^{vdW} = G_\infty$ den initialen Langzeit-Schubmodul, α^{vdW} ein Maß für die Steigung im Wendepunkt der Spannungs-Dehnungs-Kurve und λ_m den Grenzwert der maximal möglichen Streckung.

Der hydrostatische Druck berechnet sich aus dem volumetrischen Anteil zu

$$p^h = -\frac{\partial \psi_{vol}}{\partial J^{el}} = -\frac{1}{D} \left(J^{el} - \frac{1}{J^{el}} \right) \quad (3.10)$$

und die deviatorischen Spannungen durch

$$\mathbf{s} = \frac{2}{J^{el}} \text{dev} \left(\frac{\partial \psi_{iso}}{\partial \hat{I}_1} \hat{\mathbf{B}} \right) = \frac{\mu^{vdW}}{J^{el}} \left[\frac{1}{1 - \tilde{\eta}} - \alpha^{vdW} \sqrt{\frac{\hat{I}_1 - 3}{2}} \right] \text{dev}(\hat{\mathbf{B}}). \quad (3.11)$$

3.1.2 Viskoelastizität

In dieser Arbeit wird die Viskoelastizität durch das sogenannte generalisierte Maxwell-Modell (siehe Abb. 3.1) abgebildet, welches standardmäßig in ABAQUS implementiert ist [Das09]. Dieses Modell wird durch einen Prony-Reihenansatz beschrieben. Die zeitabhängige Form von Glg. (2.24) ist durch

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{s}(t) - p^h(t)\mathbf{I} \quad (3.12)$$

gegeben. Darin bezeichnen

$$\mathbf{s}(t) = \int_0^t 2G(\tau - \tau') \frac{d\mathbf{e}}{dt'} dt' \quad (3.13)$$

den Spannungsdeviator und

$$p^h(t) = \int_0^t K(\tau - \tau') \frac{d\varepsilon^{vol}}{dt'} dt' \quad (3.14)$$

den hydrostatischen Druckanteil des Spannungstensors. Die Dehnungen \mathbf{e} und ε^{vol} berechnen sich nach Glg. (2.15) und (2.16). Die Temperaturabhängigkeit des viskoelastischen Verhaltens wird durch das Konzept der „reduzierten Zeit“

$$\tau = \int_0^t \frac{dt'}{A(\theta(t'))} \quad (3.15)$$

berücksichtigt [Fer80], wobei die Zeit-Temperatur-Verschiebungsfunktion

$$\log(A(\theta)) = -\frac{C_1(\theta - \theta_0)}{C_2 + (\theta - \theta_0)} \quad (3.16)$$

in der Williams-Landel-Ferry-Form (WLF) gegeben ist [WLF55]. θ_0 ist dabei die Referenztemperatur, bei welcher die Konstanten C_1 und C_2 bestimmt sind. Physikalisch beschreibt das Zeit-Temperatur-Verschiebungsprinzip die Lageverschiebung der Dispersionsgebiete (Glasübergangsbereich) von Polymeren zu kürzeren Zeiten bzw. höheren Frequenzen bei Temperaturerhöhung und umgekehrt (siehe dazu [Sch90]). Die beiden Relaxationsfunktionen

$$G(\tau) = G_\infty + \sum_{i=1}^{N^P} G_i \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_i^P}\right) \quad (3.17)$$

$$K(\tau) = K_\infty + \sum_{i=1}^{N^P} K_i \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_i^P}\right) \quad (3.18)$$

sind von der reduzierten Zeit τ abhängig. N^P definiert die Anzahl an Prony-Reihengliedern, G_i und K_i die Schub- und Kompressionsmoduli und $\tau_i^P = \eta_i/G_i$ die Relaxationszeiten jedes Prony-Elements i .

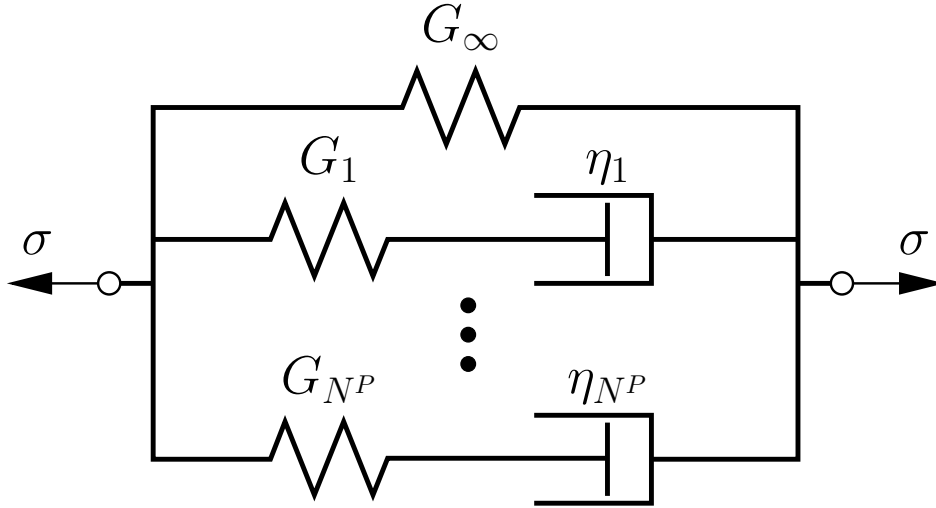


Abbildung 3.1: Eindimensionale Darstellung des generalisierten Maxwell-Modells

Damit berechnet sich der Spannungsdeviator durch

$$\mathbf{s}(t) = 2G_0 \left(\mathbf{e} - \sum_{i=1}^{N^P} g_i^P \mathbf{e}_i \right) \quad (3.19)$$

mit den Prony-Koeffizienten $g_i^P = G_i/G_0$ und der deviatorischen Dehnung

$$\mathbf{e}_i = \int_0^\tau \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau' - \tau}{\tau_i^P}\right) \right) \frac{d\mathbf{e}}{d\tau'} d\tau' . \quad (3.20)$$

Der instantane Schubmodul G_0 ist mit dem Langzeit-Schubmodul G_∞ über die Beziehung

$$G_0 = \frac{G_\infty}{1 - \sum_{i=1}^{N^P} g_i^P} \quad (3.21)$$

verknüpft, wobei der Langzeit-Schubmodul als Funktion der Temperatur definiert werden kann. Analog ergibt sich der hydrostatische Druck durch

$$p^h(t) = -K_0 \left(\varepsilon^{vol} - \sum_{i=1}^{N^P} k_i^P \varepsilon_i^{vol} \right) \quad (3.22)$$

mit den Prony-Koeffizienten $k_i^P = K_i/K_0$, dem instantanen Kompressionsmodul

$$K_0 = \frac{K_\infty}{1 - \sum_{i=1}^{N^P} k_i^P} \quad (3.23)$$

und der volumetrischen Dehnung jedes Prony-Elements

$$\varepsilon_i^{vol} = \int_0^\tau \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau' - \tau}{\tau_i^P}\right) \right) \frac{d\varepsilon^{vol}}{d\tau'} d\tau' . \quad (3.24)$$

3.2 Thermoplaste

Die meisten thermoplastischen Kunststoffe zeigen unter mechanischer Belastung neben reiner elastischer Deformation auch plastisches und zeitabhängiges viskoses Fließen. Dies führt bei technischen Bauteilen zu bleibender Verformung oder zum langsamen Abbau der initialen Vorspannung infolge Kriechen. Speziell bei Dichtungen kann dieses Verhalten zur zeitlichen Änderung der ursprünglichen Geometrie führen, was einen erheblichen Einfluss auf die Dichtwirkung, das Leckageverhalten und die dynamischen Reibeigenschaften haben kann. Daher ist die korrekte Abbildung des mechanischen Verhaltens für die Simulation von thermoplastischen Dichtelementen von entscheidender Bedeutung.

3.2.1 Viskoplastizität

In dieser Arbeit wird für die Modellierung des Materialverhaltens von ultra-hochmolekularem Polyethylen (UHMW-PE) das in ABAQUS implementierte viskoplastische Materialmodell *Two-Layer Viscoplasticity* verwendet. Die grundlegenden konstitutiven Gleichungen sind [Das09] und [Sch09] entnommen und werden im Folgenden näher erläutert.

In Abb. 3.2 ist die eindimensionale Darstellung des Two-Layer Viscoplasticity Modells gezeigt. Es besteht aus einer Parallelschaltung eines elastoplastischen (oben) und eines viskoelastischen (unten) Elements. Der logarithmische Verzerrungstensor

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^{el} + \boldsymbol{\epsilon}^{pl} + \boldsymbol{\epsilon}^v + \boldsymbol{\epsilon}^{th} \quad (3.25)$$

setzt sich entsprechend Glg. (2.18) aus einer Addition von elastischen, plastischen, viskosen und thermischen Dehnungen zusammen.

Die elastischen Spannungen bestimmen sich für isotropes Materialverhalten mit Hilfe des vierstufigen Elastizitätstensors

$$\mathbf{C}^{el} = C_{ijkl}^{el} = \lambda^{el} \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu^{el} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3.26)$$

mit den Lamé-Konstanten λ^{el} und μ^{el} zu

$$\boldsymbol{\sigma}^{el} = \mathbf{C}^{el} : \boldsymbol{\epsilon}^{el} . \quad (3.27)$$

δ_{ij} bezeichnet das Kronecker-Symbol. Gemäß Glg. (2.24) lässt sich auch für diesen Fall der Spannungstensor

$$\boldsymbol{\sigma}^{el} = \mathbf{s}^{el} - p^{h,el} \mathbf{I} \quad (3.28)$$

in einen deviatorischen und einen volumetrischen Anteil aufspalten. Mit Hilfe des Elastizitätsmoduls E und der Querkontraktionszahl ν bestimmen sich die beiden Lamé-Konstanten zu

$$\mu^{el} = \frac{E}{2(1+\nu)} = G \text{ (Schubmodul)} \quad (3.29)$$

und

$$\lambda^{el} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} . \quad (3.30)$$

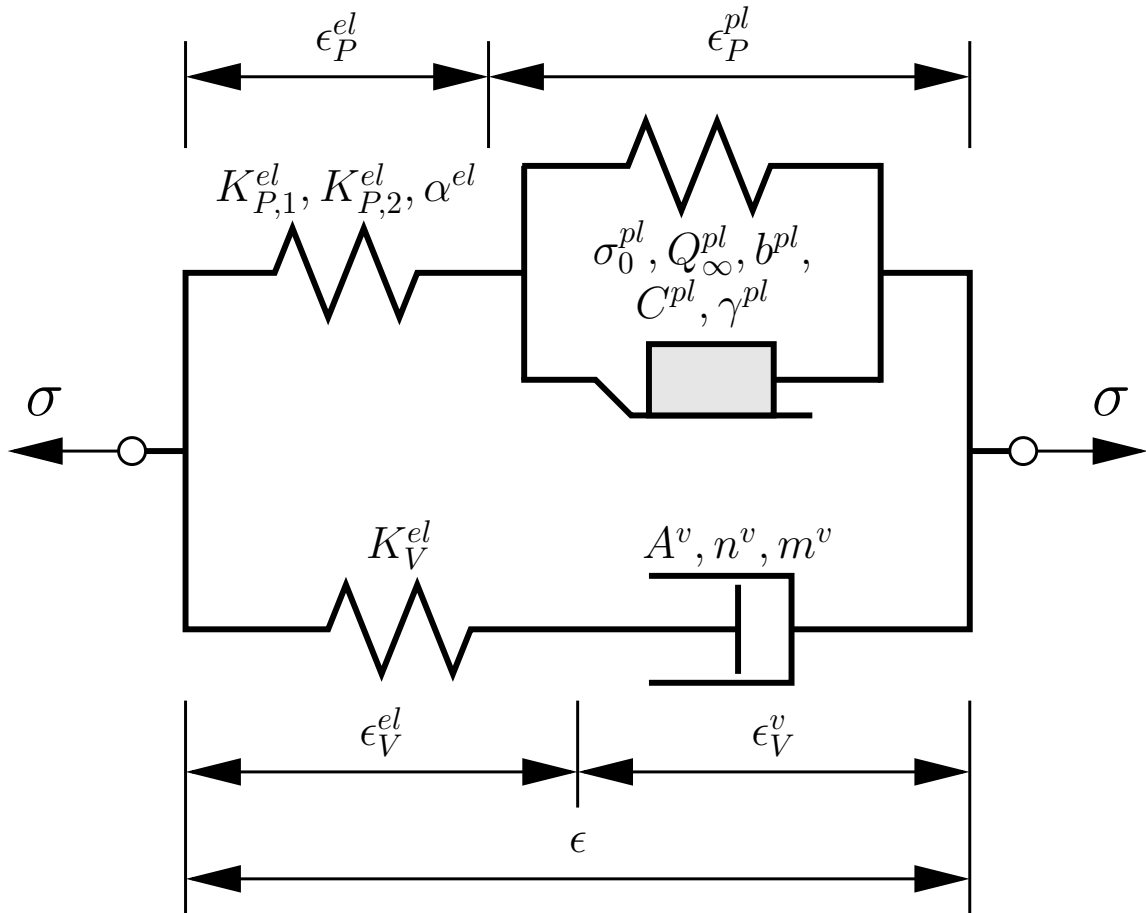


Abbildung 3.2: Eindimensionale Darstellung des Two-Layer Viscoplasticity Modells

Der Elastizitätsmodul wird im Rahmen dieser Arbeit nicht als konstant definiert, sondern entsprechend der Schädigungsfunktion

$$E = E(\bar{\epsilon}_P^{pl}) = K_{P,1}^{el} \cdot \exp(-\alpha^{el} \bar{\epsilon}_P^{pl}) + K_{P,2}^{el} + K_V^{el} \quad (3.31)$$

in Abhängigkeit der äquivalenten plastischen Dehnung

$$\bar{\epsilon}_P^{pl} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_P^{pl} : \dot{\epsilon}_P^{pl}} dt \quad (3.32)$$

bestimmt. Der E-Modul nimmt mit zunehmender plastischer Dehnung ab und strebt für sehr große plastische Dehnungswerte gegen $K_{P,2}^{el} + K_V^{el}$. Im Folgenden wird der Faktor

$$f^v = \frac{K_V^{el}}{E(\bar{\epsilon}_P^{pl})} \quad (3.33)$$

definiert, welcher das Verhältnis der Steifigkeit im viskoelastischen Element K_V^{el} zum Elastizitätsmodul E spezifiziert.

Damit lassen sich die elastischen, plastischen und viskosen Verzerrungen aus den Dehnungen der Einzelemente nach

$$\boldsymbol{\epsilon}^{el} = (1 - f^v) \boldsymbol{\epsilon}_P^{el} + f^v \boldsymbol{\epsilon}_V^{el} \quad (3.34)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}^{pl} = (1 - f^v) \boldsymbol{\epsilon}_P^{pl} \quad (3.35)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}^v = f^v \boldsymbol{\epsilon}_V^v \quad (3.36)$$

berechnen. Die Gesamtspannung

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_P + \boldsymbol{\sigma}_V \quad (3.37)$$

ergibt sich aus der Addition der Spannungen aus beiden Pfaden. Innerhalb eines Pfades müssen die Spannungen aufgrund der Reihenschaltung gleich sein, so dass gilt

$$\boldsymbol{\sigma}_P = \boldsymbol{\sigma}_P^{el} \stackrel{!}{=} \boldsymbol{\sigma}_P^{pl} \quad (3.38)$$

und

$$\boldsymbol{\sigma}_V = \boldsymbol{\sigma}_V^{el} \stackrel{!}{=} \boldsymbol{\sigma}_V^v . \quad (3.39)$$

Zur Beschreibung des plastischen Verhaltens wird ein kombiniertes Element mit isotroper und nichtlinearer kinematischer Verfestigung verwendet, welches die von-Mises-Fließbedingung beinhaltet [SH98]. Die von-Mises-Fließfläche ergibt sich aus

$$\Phi_F = \Sigma_P^{el} - \sigma^0 , \quad (3.40)$$

wobei die aktuelle von-Mises-Spannung

$$\Sigma_P^{el} = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbf{s}_P^{el} - \text{dev}(\boldsymbol{\alpha}^{pl})) : (\mathbf{s}_P^{el} - \text{dev}(\boldsymbol{\alpha}^{pl}))} \quad (3.41)$$

aus dem deviatorischen Anteil des elastischen Spannungstensors \mathbf{s}_P^{el} und dem deviatorischen Anteil des Rückspannungs-Tensors

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{pl} = \dot{\bar{\boldsymbol{\epsilon}}}_P^{pl} \left[\frac{C^{pl}}{\sigma^0} (\boldsymbol{\sigma}_P^{el} - \boldsymbol{\alpha}^{pl}) - \gamma^{pl} \boldsymbol{\alpha}^{pl} \right] \quad (3.42)$$

ermittelt wird. C^{pl} und γ^{pl} bezeichnen kinematische Verfestigungsparameter. Die aktuelle Fließgrenze der isotropen Verfestigung

$$\sigma^0 = \sigma_0^{pl} + Q_\infty^{pl} \left[1 - \exp \left(-b^{pl} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_P^{pl} \right) \right] \quad (3.43)$$

bestimmt sich aus der initialen Fließgrenze σ_0^{pl} , der maximal möglichen Größe der von-Mises-Fließfläche Q_∞^{pl} und dem Parameter b^{pl} . Die Fließregel für assoziiertes plastisches Fließen ist durch

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\epsilon}}}_P^{pl} = \begin{cases} 0 & \text{für } \Phi_F \leq 0 \\ \dot{\bar{\boldsymbol{\epsilon}}}_P^{pl} \frac{\partial \Phi_F}{\partial \boldsymbol{\sigma}_P^{el}} & \text{für } \Phi_F > 0 \end{cases} \quad (3.44)$$

gegeben, wobei $\dot{\bar{\epsilon}}_P^{pl}$ die Rate des plastischen Fließens und

$$\dot{\bar{\epsilon}}_P^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_P^{pl} : \dot{\epsilon}_P^{pl}} \quad (3.45)$$

die äquivalente plastische Dehnrage definieren.

Das Verhalten des viskosen Anteils kann in ABAQUS durch unterschiedliche Kriechgesetze beschrieben werden. In dieser Arbeit wird ein *Strain Hardening*-Ansatz gewählt, nach welchem sich die äquivalente viskose Dehnrage

$$\dot{\bar{\epsilon}}_V^v = \left[A^v (\Sigma_V^{el})^{n^v} \left((m^v + 1) \bar{\epsilon}_V^v \right)^{m^v} \right]^{\frac{1}{m^v+1}} \quad (3.46)$$

aus der äquivalenten viskosen Dehnung

$$\bar{\epsilon}_V^v = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_V^v : \dot{\epsilon}_V^v} dt \quad (3.47)$$

und der von-Mises-Spannung

$$\Sigma_V^{el} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s}_V^{el} : \mathbf{s}_V^{el}} \quad (3.48)$$

berechnet. Der Ansatz enthält drei Parameter: A^v , n^v und m^v . Für $m^v = 0$ vereinfacht sich Glg. (3.46) zum sogenannten Norton-Hoff-Gesetz

$$\dot{\bar{\epsilon}}_V^v = A^v (\Sigma_V^{el})^{n^v} . \quad (3.49)$$

Das Materialmodell enthält somit insgesamt zwölf freie Parameter, welche zusätzlich in Abhängigkeit der Temperatur definiert werden können:

- elastische: $K_{P,1}^{el}$, $K_{P,2}^{el}$, α^{el} , K_V^{el}
- plastische: σ_0^{pl} , Q_∞^{pl} , b^{pl} , C^{pl} , γ^{pl}
- viskose: A^v , n^v , m^v .

Die thermischen Dehnungen

$$\boldsymbol{\epsilon}^{th} = \alpha^{th} (\theta - \theta_0) \mathbf{I} , \quad (3.50)$$

berechnen sich aus der Temperaturänderung relativ zur Referenztemperatur θ_0 und dem isotropen thermischen Ausdehnungskoeffizienten α^{th} .

4 Mischreibungsmodell

Die Herausforderung bei der Berechnung von geschmierten Kontakten ist die Abbildung der Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) zwischen den Oberflächen der Festkörper und dem Fluidfilm innerhalb des schmalen Schmierpalts. Speziell bei Hart-Weich-Kontakten, wie z. B. Dichtungen, besteht eine sehr starke Kopplung zwischen den mechanischen Deformationen der weichen Kontaktpartner und dem hydrodynamischen Schmierfilmaufbau aufgrund einer Relativbewegung. Insbesondere im Mischreibungsgebiet, wo sowohl Festkörperkontakt als auch Fluidschmierung vorliegen, ist das Verhalten auch aufgrund von Grenzflächeneffekten sehr komplex und stark nichtlinear. Zur Auslegung und Berechnung von dynamischen Dichtungen besteht daher der Bedarf an Modellen und Ansätzen, die das Reibungsverhalten des geschmierten Tribosystems qualitativ und quantitativ ausreichend genau beschreiben, um Reibung, Verschleiß und unter Umständen auch Leakage des Systems zu minimieren.

Dieses Kapitel beschreibt die Ansätze und mathematischen Gleichungen des hier vorgeschlagenen Mischreibungsmodells, welches unter anderem eine direkte Implementierung eines benutzerdefinierten Elements (User Element) für den Fluidanteil in das kommerzielle FE-Programm ABAQUS beinhaltet. Die theoretischen Grundlagen der FEM sollen hier nicht im Einzelnen wiedergegeben werden, sondern es wird auf die entsprechenden Standardwerke [ZT67, Bat86, Wri01] verwiesen.

4.1 Festkörperreibung

In dieser Arbeit wird zur Beschreibung der Festkörperreibung ein statistischer Ansatz für den Festkörperkontakt- und ein erweitertes Modell des klassischen Coulomb-Ansatzes verwendet. Beide Ansätze und ihre mathematischen Definitionen werden im Folgenden erläutert.

4.1.1 Kontaktdruck

Der Ansatz basiert auf einem exponentiellen Zusammenhang zwischen dem Festkörperkontakt- und dem Abstand h der Kontaktflächen beider Körper, was im geschmierten Zustand der lokalen Schmierpalthe entspricht. Dieses Kontaktdruckmodell wurde von Öngün et al. [ÖABD08] und Schmidt et al. [SAP10] für Mischreibungssimulationen an O-Ring-Dichtungen verwendet und bietet den Vorteil, dass es standardmäßig im hier verwendeten FE-Programm ABAQUS implementiert ist [Das09]. Aufgrund seiner mathematischen Formulierung bietet dieser Ansatz im Vergleich zu einer „harten“ Kontaktformulierung ein „weiches“ Verhalten und führt zu einer sehr guten numerischen Konvergenz beim Lösen von komplizierten Kontaktproblemen. Des Weiteren kann die Verwendung des exponentiellen Ansatzes physikalisch motiviert werden, was im Folgenden noch genauer erläutert wird.

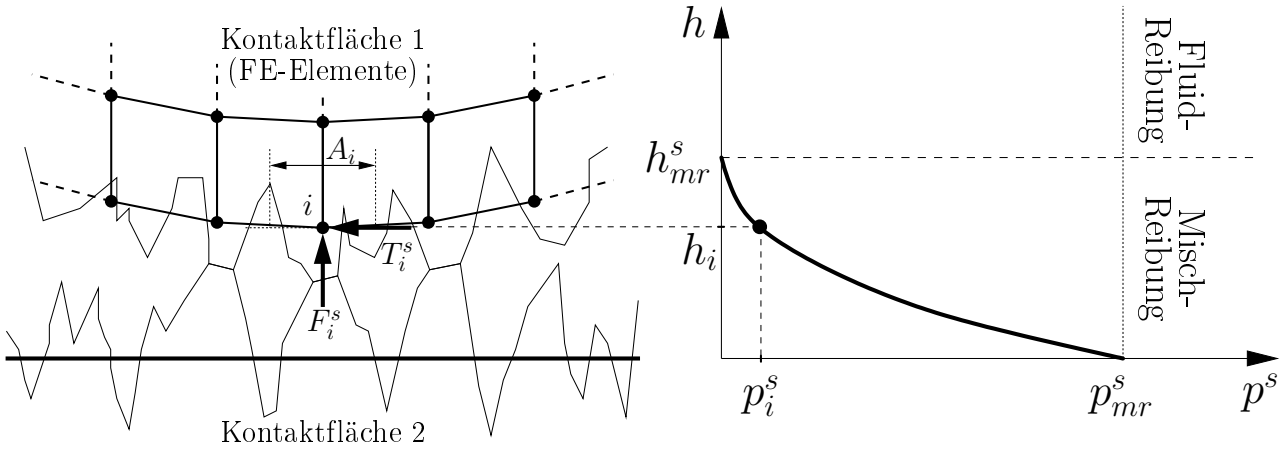


Abbildung 4.1: Exponentieller Zusammenhang von Festkörperkontakt- und Kontaktflächenabstand h

Wie in Abb. 4.1 dargestellt, berechnet sich der quasistatische Festkörperkontakt- und Kontaktflächenabstand h an jedem Knoten i durch

$$p_i^s = \begin{cases} 0 & \text{für } h_i \geq h_{mr}^s \\ \frac{p_{mr}^s}{\exp(1) - 1} \left(1 - \frac{h_i}{h_{mr}^s}\right) \left(\exp\left(1 - \frac{h_i}{h_{mr}^s}\right) - 1\right) & \text{für } 0 \leq h_i < h_{mr}^s, \end{cases} \quad (4.1)$$

wobei sich die zwei konstitutiven Parameter h_{mr}^s und p_{mr}^s aus den mechanischen Materialeigenschaften und Oberflächentopografien beider Kontaktpartner ergeben. Die versuchstechnische Bestimmung der beiden Modellparameter erfolgt anhand von Reibversuchen, in welchen Striebeckkurvenverläufe der geschmierten Kontaktpaarung gemessen werden (siehe Kap. 6.2.2). Der Parameter h_{mr}^s beschreibt die Grenzschmierspalthöhe zwischen Vollschmierungs- (reine Fluidreibung) und Mischreibungsgebiet. p_{mr}^s gibt den maximalen Kontakt- und Schmierdruck an, bei welchem die Mittellinien beider Kontaktflächen zusammenfallen ($h = 0$) und alle Spitzen des Oberflächenprofils vollständig flach gepresst sind. Die entsprechenden Knotenkräfte

$$F_i^s = p_i^s \cdot A_i \quad (4.2)$$

können mit Hilfe der Fläche am Knoten i direkt berechnet werden.

4.1.2 Reibung

Der klassische Ansatz Coulombscher Reibung basiert auf der Annahme, dass zwischen zwei Körpern keine Relativbewegung auftritt, solange die Scherspannungen im Reibkontakt unterhalb eines kritischen Wertes

$$\tau_{krit}^s = \mu^s \cdot p^s \quad (4.3)$$

liegen.

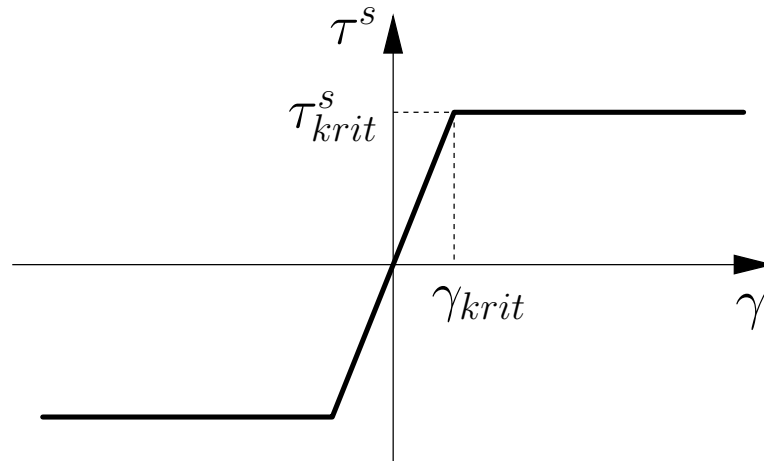


Abbildung 4.2: Coulomb-Reibung

In ABAQUS kann der Reibkoeffizient μ^s dabei als konstant oder in Abhängigkeit von Kontaktdruck p^s , Gleitrate $\dot{\gamma}$ und der mittleren Oberflächentemperatur θ^s definiert werden. Im FE-Programmcode ist der Ansatz durch eine Regularisierungs-Penalty-Formulierung umgesetzt, welche den Zustand des Haftens durch ein relativ steifes, elastisches Verhalten abbildet. Die Steifigkeit ist so gewählt, dass die Relativbewegung – bezogen auf die Position bei Scherspannung $\tau^s = 0$ – durch einen kritischen Gleitweg γ_{krit} begrenzt ist. Dieser gibt den maximal möglichen elastischen Gleitweg an, bevor der Übergang von Haften zu Gleiten eintritt. Folglich berechnet sich die Reibscherspannung am Knoten i durch

$$\tau_i^s = \begin{cases} \frac{\mu^s \cdot p_i^s}{\gamma_{krit}} \gamma_i & \text{für } |\gamma_i| \leq \gamma_{krit} \\ \mu^s \cdot p_i^s & \text{für } |\gamma_i| > \gamma_{krit} . \end{cases} \quad (4.4)$$

Analog zu Glg. (4.2) berechnet sich die Reibkraft am Knoten i nach

$$T_i^s = \tau_i^s \cdot A_i . \quad (4.5)$$

Oden und Pires [OP83] geben eine physikalische Motivation für den Regularisierungs-Ansatz. Sie nehmen an, dass Mikrostrukturen der beiden Kontaktflächen auch schon elastische Deformationen zeigen, solange die makroskopischen Scherspannungen noch unter dem kritischen Scherspannungswert τ_{krit} liegen.

4.2 Fluidreibung

Im Rahmen dieser Arbeit wird zur Beschreibung der hydrodynamischen Effekte im Dichtspalt ein benutzerdefiniertes Element in das kommerzielle FE-Programm ABAQUS implementiert. Dies ermöglicht die Berechnung der Fluid-Struktur-Interaktion und damit eine direkte Kopplung zwischen den nichtlinearen Deformationen der Dichtungskontur und dem hydrodynamischen Schmierfilmaufbau.

4.2.1 Diskretisierung der Modellgleichungen

Da es sich bei der FEM um ein diskretisierendes Verfahren handelt, müssen auch die Modellgleichungen für das Fluid-Element diskretisiert werden. Die Definition basiert auf der transienten Reynolds-Gleichung in eindimensionaler Form (2.59)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Phi^p \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h(\dot{v}_a + \dot{v}_b)}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{(\dot{v}_a - \dot{v}_b)}{2} R_q \Phi^\tau \right) \\ &+ \dot{v}_a - \dot{v}_b - \dot{v}_a \frac{\partial h}{\partial y}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

wobei der Effekt der lokalen Ausdehnung vernachlässigt und die Dichte als konstant angenommen wird. Abb. 4.3 zeigt die Definition der Koordinatenrichtungen und der Geschwindigkeitskomponenten für ein Standard-Dichtungssystem. Nach der ABAQUS-Konvention entspricht die Rotationsachse für ein axialsymmetrisches Modell der y -Achse, so dass der Spalt im Gegensatz zu Abschnitt 2.3.1 nicht in der yz -Ebene, sondern in der xy -Ebene betrachtet wird. Zur Berücksichtigung des Einflusses von Oberflächenrauheiten im Dichtkontakt sind Flussfaktoren Φ^p und Φ^τ in die Gleichung integriert. Die dynamische Viskosität η wird innerhalb des Dichtspalts als konstant angenommen. Die Definition als Funktion der Temperatur $\eta = \eta(\theta)$ ermöglicht die Abbildung der Temperaturabhängigkeit des Fluids. Die gemittelte, quadratische Rauheit

$$R_q = \sqrt{R_{q,a}^2 + R_{q,b}^2} \quad (4.7)$$

wird aus den mittleren Rauheiten der beiden Kontaktpartner a und b berechnet.

Die Implementierung in die FEM erfordert nun eine Aufteilung der Lösung der Reynolds-Gleichung in einen hydrostatischen (hs) und einen hydrodynamischen Fall (hd), welche die homogene und partikuläre Lösung der Differentialgleichung repräsentieren. Die Gesamtlösung des Problems ergibt sich aus der Superposition der beiden voneinander unabhängigen Teillösungen, was im Folgenden detailliert erläutert wird.

Hydrostatischer Fall

Für den hydrostatischen Fall (hs) basiert die Lösung der Reynolds-Gleichung auf der Annahme reiner Druckströmung, d. h. es liegt keine Relativbewegung zwischen den Kontaktpartnern vor und allein aufgrund unterschiedlicher Randdrücke ($p_{ein}^{fl}, p_{aus}^{fl}$) stellt sich entlang des Dichtspalts ein Druckgradient ein. Daraus folgen die beiden Randbedingungen

$$\dot{v}_a = \dot{v}_b = \dot{v}_a = \dot{v}_b = 0 \quad (4.8)$$

und

$$\Delta p^{fl} = p_{ein}^{fl} - p_{aus}^{fl} \text{ mit } p_{ein}^{fl} \neq p_{aus}^{fl}. \quad (4.9)$$

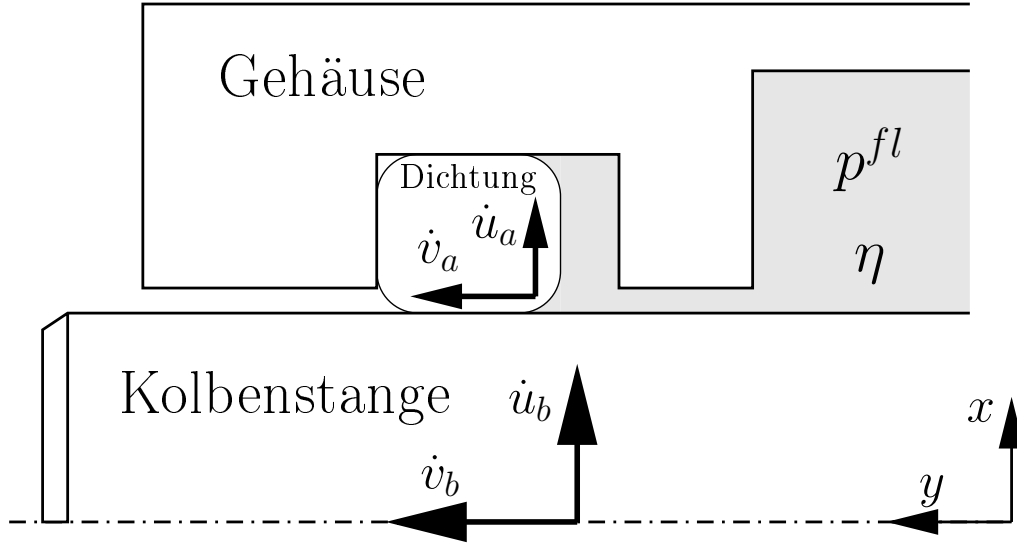


Abbildung 4.3: Dichtungssystem

Hiermit vereinfacht sich Glg. (4.6) zu

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\Phi^p \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right) = 0 . \quad (4.10)$$

Die Integration nach y liefert den Fluid-Druckgradienten

$$\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} = \frac{12\eta}{\Phi^p h^3} c_0 , \quad (4.11)$$

wobei die Integrationskonstante c_0 den spezifischen Fluidvolumenstrom bezeichnet, der sich aufgrund des Druckgradienten Δp^{fl} einstellt.

Diskretisiert man die Oberfläche entlang der y -Achse, wie in Abb. 4.4 dargestellt, so ergibt sich der Druckgradient am Knoten i durch

$$\left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i = \frac{12\eta}{\Phi_i^p h_i^3} c_0 , \quad (4.12)$$

wobei die lokale Schmierfilmhöhe

$$h_i = \hat{x}_i + u_i - r \quad (4.13)$$

durch die initiale x -Position in der Ausgangskonfiguration \hat{x}_i , die momentane Knotenverschiebung in radialer Richtung u_i und den Stangenradius r gegeben ist. Da die Flussfaktoren als eine Funktion der Schmierfilmhöhe h definiert sind, ist der Flussfaktor an jedem Knoten durch $\Phi_i^p = \Phi^p(h_i)$ bestimmt.

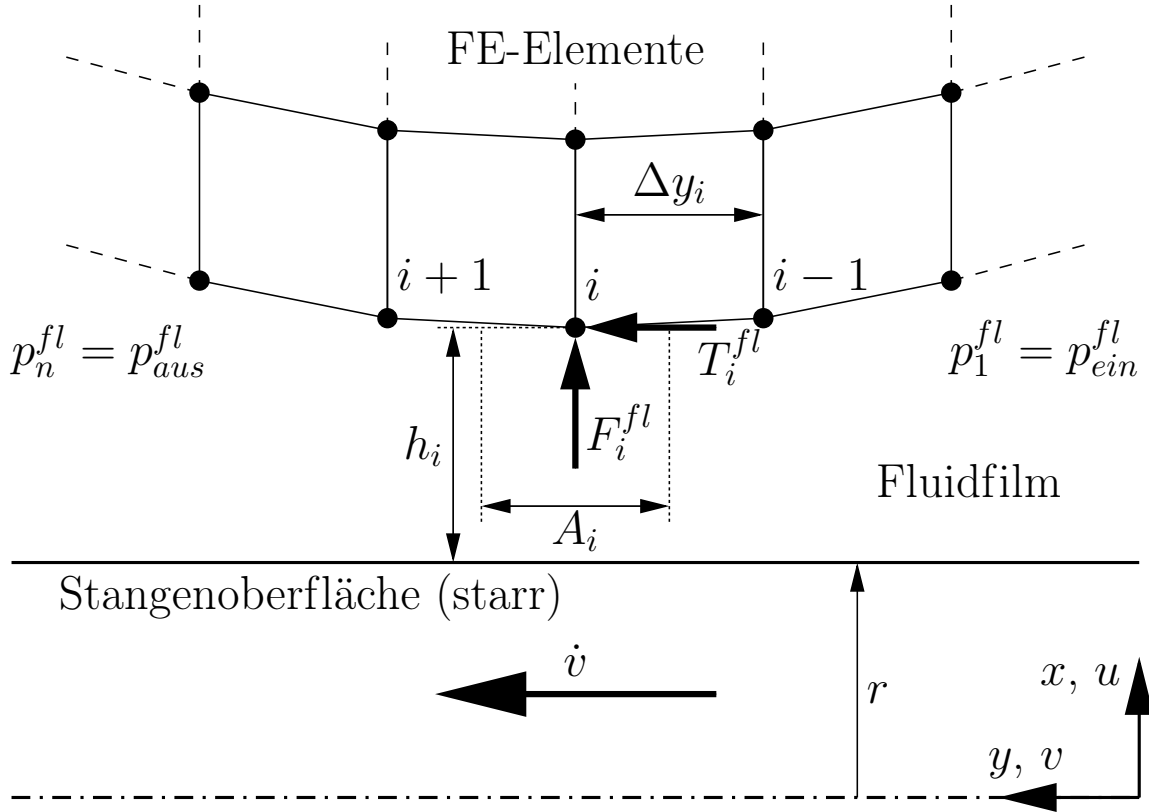


Abbildung 4.4: Darstellung des diskretisierten Schmierpaltes

Hydrodynamischer Fall

Der hydrodynamische Fall (*hd*) beschreibt die Lösung der Reynolds-Gleichung für sich relativ zueinander bewegende Kontaktflächen, wobei aber keine äußere Druckdifferenz $\Delta p^{fl} = p_{ein}^{fl} - p_{aus}^{fl} = 0$ vorliegt. Die Integration von Glg. (4.6) in Abhängigkeit von y liefert den Fluid-Druckgradienten für den hydrodynamischen Fall

$$\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} = \frac{6\eta}{\Phi^p h^3} \left[(\dot{v}_b - \dot{v}_a) \left(h - h_0 - R_q(\Phi^\tau - \Phi_0^\tau) \right) + 2(\dot{v}_a - \dot{v}_b)(y - y_0) \right]. \quad (4.14)$$

Die beiden Integrationskonstanten h_0 and y_0 repräsentieren dabei die Schmierpalthöhe und die y -Position, an denen der Druckgradient den Wert Null annimmt. Daher sind die beiden Konstanten über die geometrische Beziehung

$$h_0 = h(y_0) \quad (4.15)$$

miteinander verknüpft. Wie schon zuvor für die Druckflussfaktoren erläutert, berechnen sich die Scherflussfaktoren analog zu $\Phi_i^\tau = \Phi^\tau(h_i)$, wobei $\Phi_0^\tau = \Phi^\tau(h_0)$ den Scherflussfaktor für den Wert von h_0 angibt.

Die axiale Geschwindigkeitskomponente der Dichtung \dot{v}_a kann im Vergleich zur Stangengeschwindigkeit \dot{v}_b als vernachlässigbar angenommen werden, wodurch sich die Geschwindigkeitsdefinition in axialer Richtung zu

$$\dot{v}_a \approx 0 \Rightarrow \dot{v} = \dot{v}_b \quad (4.16)$$

vereinfacht. Wie in Abb. 4.4 dargestellt, verhält sich die Stangenoberfläche als unendlich steif (starr), was aufgrund des großen Unterschieds der Materialsteifigkeiten von Dichtung und Stange gerechtfertigt ist. Daher ergibt sich für rein axiale Stangenbewegung in zentrischer Lage (d. h. keine exzentrische Verschiebung der Stangen-Symmetrieachse) die radiale Geschwindigkeitskomponente zu

$$\dot{u}_b = 0 \Rightarrow \dot{u} = \dot{u}_a . \quad (4.17)$$

Eingesetzt in Glg. (4.14) erhält man

$$\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} = \frac{6\eta}{\Phi^p h^3} \left[\dot{v} \left(h - h_0 - R_q (\Phi^\tau - \Phi_0^\tau) \right) + 2\dot{u} (y - y_0) \right] . \quad (4.18)$$

Analog zu Glg. (4.12) berechnet sich auch hier der Druckgradient am Knoten i durch

$$\left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{6\eta}{\Phi_i^p h_i^3} \left[\dot{v} \left(h_i - h_0 - R_q (\Phi_i^\tau - \Phi_0^\tau) \right) + 2\dot{u}_i (y_i - y_0) \right] , \quad (4.19)$$

wobei

$$y_i = \hat{y}_i + v_i \quad (4.20)$$

den Wert der axialen Knotenposition angibt, die sich aus der initialen y -Position \hat{y}_i und der momentanen axialen Knotenverschiebung v_i bestimmt. Die zeitliche Änderung der Schmierfilmhöhe ist durch die radiale Geschwindigkeit an jedem Knoten

$$\dot{u}_i = \frac{\Delta u_i}{\Delta t} = \frac{u_i(t + \Delta t) - u_i(t)}{\Delta t} \quad (4.21)$$

gegeben, welche sich aus dem Differenzenquotienten der radialen Knotenverschiebungen u_i zu den Zeitpunkten t und $t + \Delta t$ und dem aktuell betrachteten Zeitintervall Δt berechnet.

Bei Vernachlässigung der zeitlichen Schmierfilmhöhenänderungen verschwindet der zweite Term in Glg. (4.19) und der Druckgradient für die rein stationäre Lösung der Reynolds-Gleichung berechnet sich durch

$$\left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{6\eta\dot{v}}{\Phi_i^p h_i^3} \left(h_i - h_0 - R_q (\Phi_i^\tau - \Phi_0^\tau) \right) . \quad (4.22)$$

Superposition von hydrostatischer und hydrodynamischer Lösung

Im Folgenden wird die Berechnung der Fluiddrücke, Fluidscherspannungen und der jeweiligen Kraftkomponenten für beide Fälle erläutert. Sowohl für den hydrostatischen als auch für den hydrodynamischen Fall werden die Fluiddrücke

$$p_i^{fl,*} = p_1^{fl,*} + \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,*}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1 - \alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,*}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (4.23)$$

durch eine Vorwärts-Integration nach dem Euler-Verfahren entlang der y -Koordinate berechnet, wobei $*$ = { hs , hd } die Größen der hydrostatischen (hs) und hydrodynamischen (hd) Lösung kennzeichnen und $\Delta y_k = y_k - y_{k-1}$ die jeweilige inkrementelle Integrationsstrecke definiert.

Wie in Abb. 4.4 gezeigt, wird die Dichtungskontur im Finite-Elemente-Modell diskretisiert und durch $i = 1, \dots, n$ Knoten unterteilt, welche gleichzeitig als Integrationspunkte dienen. Der Parameter α definiert das Gewichtungsverhältnis der Fluid-Druckgradienten an den Knoten $k-1$ und k und kann Werte von $0 < \alpha < 1$ annehmen (Upwind-Verfahren). Der Fluiddruck am ersten Knoten $p_1^{fl,hs} = p_{ein}^{fl}$ ist durch den Fluidsystemdruck gegeben. Je nach Fall (hs oder hd), berechnen sich die Druckgradienten $(\partial p^{fl,*}/\partial y)$ nach Glg. (4.12), (4.19) oder (4.22).

Wie zuvor schon erwähnt, sind c_0 in Glg. (4.12) und h_0, y_0 in Glg. (4.19) bzw. (4.22) Integrationskonstanten, welche iterativ bestimmt werden müssen. Es muss die Bedingung erfüllt sein, dass der Fluiddruck am letzten Knoten p_n^{fl} gleich dem vorgegebenen Umgebungs- bzw. linksseitigen Druck p_{aus}^{fl} ist (siehe linke Seite in Abb. 4.4). Basierend auf Glg. (4.23) werden folglich die Residuen

$$\begin{aligned} \mathcal{R}^{c_0} &= p_{ein}^{fl} - p_{aus}^{fl} + \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right] \stackrel{!}{=} 0 \\ \mathcal{R}^{y_0} &= \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] \stackrel{!}{=} 0 \end{aligned} \quad (4.24)$$

definiert, welche die iterative Bestimmung der beiden Integrationskonstanten c_0 und y_0 ermöglichen. Da h_0 aufgrund Glg. (4.15) durch y_0 geometrisch festgelegt ist, müssen lediglich die zwei Residuen \mathcal{R}^{c_0} und \mathcal{R}^{y_0} iteriert werden.

Die Implementierung in die FEM erfordert die Berechnung von Knotenkräften aus den Druckwerten. Daher ergeben sich die radial wirkenden Fluidkräfte zu

$$f_i^{fl,*} = p_i^{fl,*} \cdot A_i, \quad (4.25)$$

wobei

$$A_i = \begin{cases} \mathcal{A} \cdot \frac{1}{2} (y_{i+1} - y_i) & \text{für } i = 1 \\ \mathcal{A} \cdot \frac{1}{2} (y_{i+1} - y_{i-1}) & \text{für } 1 < i < n \\ \mathcal{A} \cdot \frac{1}{2} (y_i - y_{i-1}) & \text{für } i = n \end{cases} \quad (4.26)$$

die Fläche am Knoten i spezifiziert (siehe Abb. 4.4). In Abhängigkeit der geometrischen Dimension des FE-Modells ist die spezifische Fläche durch

$$\mathcal{A} = \begin{cases} b & \text{für 2D-Modelle und} \\ 2\pi r & \text{für axialsymmetrische Modelle} \end{cases} \quad (4.27)$$

mit der Breite b bzw. dem Radius r gegeben.

Neben den radialen Fluiddruckkomponenten müssen auch die axialen Fluid-Scherspannungen, die auf die Dichtungsoberfläche wirken, ermittelt werden. Die Scherspannung am Knoten i berechnet sich durch

$$\begin{aligned} \tau_i^{fl,hs} &= -\frac{h_i}{2} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i \quad \text{und} \\ \tau_i^{fl,hd} &= \frac{\eta \dot{v}}{h_i} - \frac{h_i}{2} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i - \eta \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i, \end{aligned} \quad (4.28)$$

worin der Druckgradient nach Glg. (4.12), (4.19) oder (4.22) und der radiale Geschwindigkeitsgradient durch

$$\left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y}\right)_i = \begin{cases} (1 - \beta) \frac{\dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i}{y_{i+1} - y_i} & \text{für } i = 1 \\ \beta \frac{\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} + (1 - \beta) \frac{\dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i}{y_{i+1} - y_i} & \text{für } 1 < i < n \\ \beta \frac{\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} & \text{für } i = n \end{cases} \quad (4.29)$$

gegeben sind. Analog zum Parameter α definiert der Parameter β das Gewichtungsverhältnis zwischen den radialen Geschwindigkeitsgradienten an den Knoten $i - 1$, i und $i + 1$ und kann Werte zwischen $0 < \beta < 1$ annehmen. Die axialen Fluid-Scherkräfte an den Knoten ergeben sich durch

$$t_i^{fl,*} = \tau_i^{fl,*} \cdot A_i . \quad (4.30)$$

Alle Fluidgrößen für den hydrostatischen und den hydrodynamischen Fall sind damit vollständig bestimmt. Die Berechnung der Gesamtlösung eines Problems mit anliegender Druckdifferenz $\Delta p^{fl} \neq 0$ und bewegter Kolbenstange $\dot{v} \neq 0$ erfolgt durch lineare Superposition der Einzellösungen an jedem Knoten:

$$p_i^{fl} = p_i^{fl,hs} + p_i^{fl,hd} \quad (4.31)$$

$$\tau_i^{fl} = \tau_i^{fl,hs} + \tau_i^{fl,hd} \quad (4.32)$$

$$F_i^{fl} = f_i^{fl,hs} + f_i^{fl,hd} \quad (4.33)$$

$$T_i^{fl} = t_i^{fl,hs} + t_i^{fl,hd} . \quad (4.34)$$

Die Superposition von hydrostatischer und hydrodynamischer Lösung ist zulässig, da beide Fälle simultan für den selben Schmierspaltverlauf, d. h. die selben lokalen Schmierspalthöhen h_i , berechnet werden. Die anderen Parameter in Glg. (4.12) und (4.19) bzw. (4.22) sind konstant (Viskosität η) oder hängen direkt von der lokalen Spalthöhe h_i ab (Flussfaktoren Φ_i^p und Φ_i^τ), die für beide Lösungen identisch ist. Somit ist die Überlagerung der Drücke bzw. Kräfte aus beiden Lösung rein linear. Analog verhält es sich auch für die Scherspannungen in Glg. (4.28).

Durch Summation können die auf die Dichtungsfläche wirkenden Gesamtkräfte in radialer

$$\mathcal{F}^{fl} = \sum_{i=1}^n \begin{cases} F_i^{fl} & \text{für 2D-Modelle und} \\ \frac{1}{2\pi} F_i^{fl} & \text{für axialsymmetrische Modelle} \end{cases} \quad (4.35)$$

und axialer Richtung

$$\mathcal{T}^{fl} = \sum_{i=1}^n T_i^{fl} \quad (4.36)$$

berechnet werden. Der Quotient aus beiden Größen definiert den Fluidanteil des Reibkoeffizienten

$$\mu^{fl} = \frac{\mathcal{T}^{fl}}{\mathcal{F}^{fl}} . \quad (4.37)$$

4.2.2 Kavitation

Das Auftreten von lokalen Hohlräumen in Fluiden wird als Kavitation bezeichnet (von lateinisch *cavus* = Höhlung, Loch). Die Ursache für ihre Entstehung ist das Ausscheiden von im Fluid gelösten Gasen, wenn deren partieller Siededruck unterschritten wird (Gasblasenkavitation). Diese Art von Kavitation kann schon bei Drücken einsetzen, die deutlich oberhalb des Siededrucks der Flüssigkeit liegen können [Tar05].

Bei der Berechnung von dynamischen Dichtungen können im Auslassbereich der Dichtkante aufgrund des extrem steilen Druckgradienten rechnerisch negative Fluiddrücke auftreten. Da Fluide Zugkräfte nur in geringem Maße aufnehmen können, ist diese Lösung falsch. Es müssen noch physikalische Nebenbedingungen eingearbeitet werden, wobei es mehrere Möglichkeiten gibt, diese zu berücksichtigen. Eine sehr einfache stellt die Gümbelsche Nebenbedingung

$$p_i^{fl} \geq p_{Kav}^{fl} \quad (4.38)$$

dar. Diese setzt alle Drücke $p_i^{fl} < p_{Kav}^{fl}$ gleich dem Kavitationsdruck p_{Kav}^{fl} der Flüssigkeit. Der Kavitationsdruck einer Flüssigkeit ist eine Funktion der Temperatur und steigt bei Erwärmung an. Im Vergleich mit den im Schmierpalt auftretenden Drücken kann der Kavitationsdruck bei den meisten Anwendungen aber als 0 bar angesetzt werden.

Bei rauen Kontaktflächen im Schmierpalt kann es in Folge der Relativbewegung zu Mikro kavitation kommen. Im Bereich von Rauheitstälern führt die plötzliche Vergrößerung der lokalen Spalthöhe dazu, dass das einströmende Schmierstoffvolumen nicht ausreicht, den Spalt vollständig zu füllen. Da es sich beim vorliegenden Modell um einen Ansatz auf makroskopischer Ebene handelt, bleibt dieser Effekt unberücksichtigt, könnte aber bei der Berechnung der Flussfaktoren mit einbezogen werden, was auch von Illner et al. [IBBD08] vorgeschlagen wird.

4.2.3 Implementierung als User Element (UEL) in ABAQUS

Die Implementierung der in Kapitel 4.2.1 beschriebenen Gleichungen erfolgt in Form eines benutzerdefinierten Elements (User Element) in ABAQUS über die interne User-Subroutine-Schnittstelle UEL [Das09]. ABAQUS erwartet hierfür die Definition des Kraftvektors

$$\tilde{F}_i^{fl} = \left\{ F_1^{fl}, T_1^{fl}, F_2^{fl}, T_2^{fl}, \dots, F_n^{fl}, T_n^{fl}, \mathcal{R}^{c_0}, \mathcal{R}^{y_0}, \mathcal{F}^{fl}, \mathcal{T}^{fl} \right\}^T. \quad (4.39)$$

Die Element-Steifigkeitsmatrix (Jacobi-Matrix) für den Fluidanteil

$$\tilde{\mathbf{K}}^{fl} = \tilde{K}_{ij}^{fl} = \frac{D\tilde{F}_i^{fl}}{D\tilde{u}_j} \quad (4.40)$$

berechnet sich aus der totalen Ableitung des Kraftvektors \tilde{F}_i^{fl} nach dem Verschiebungsvektor

$$\tilde{u}_j = \{u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_n, v_n, c_0, y_0, 0, v_S\}^T. \quad (4.41)$$

Hierbei kennzeichnet ($\tilde{\bullet}$) die lokalen Elementgrößen. Der Verschiebungsvektor \tilde{u}_j besteht insgesamt aus $2n + 4$ Freiheitsgraden (DOF). Die vier zusätzlichen DOF haben folgende Funktionen:

1. Durch Addition der Integrationskonstanten c_0 und y_0 zum Verschiebungsvektor und der Residuen \mathcal{R}^{c_0} und \mathcal{R}^{y_0} zum Kraftvektor können die Gleichungen für die Fluiddruck-Residuen (4.24) zum ABAQUS-internen Newton-Raphson Iterationsalgorithmus hinzugefügt und somit direkt vom FE-Gleichungslöser gelöst werden.

2. Die beiden letzten Freiheitsgrade des Verschiebungsvektors sind über kinematische Beziehungen direkt mit den radialen und axialen Freiheitsgraden der Kolbenstange gekoppelt. Dies ermöglicht die Bestimmung der momentanen Stangengeschwindigkeit

$$\dot{v} = \frac{\Delta v_S}{\Delta t} = \frac{v_S(t + \Delta t) - v_S(t)}{\Delta t} \quad (4.42)$$

in jedem Zeitschritt. Des Weiteren werden die radialen und axialen Fluid-Gesamtkräfte \mathcal{F}^{fl} und \mathcal{T}^{fl} mit umgekehrtem Vorzeichen auch auf die Kolbenstange aufgebracht, wodurch das Kräftegleichgewicht im Modell gewahrt bleibt.

Im Detail setzt sich die Fluid-Elementsteifigkeitsmatrix aus folgenden Einträgen zusammen:

$$\tilde{K}_{ij}^{fl} = \begin{bmatrix} \frac{DF_1^{fl}}{Du_1} & \frac{DF_1^{fl}}{Dv_1} & \frac{DF_1^{fl}}{Du_2} & \frac{DF_1^{fl}}{Dv_2} & \dots & \frac{DF_1^{fl}}{Du_n} & \frac{DF_1^{fl}}{Dv_n} & \frac{DF_1^{fl}}{Dc_0} & \frac{DF_1^{fl}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \frac{DT_1^{fl}}{Du_1} & \frac{DT_1^{fl}}{Dv_1} & \frac{DT_1^{fl}}{Du_2} & \frac{DT_1^{fl}}{Dv_2} & \dots & \frac{DT_1^{fl}}{Du_n} & \frac{DT_1^{fl}}{Dv_n} & \frac{DT_1^{fl}}{Dc_0} & \frac{DT_1^{fl}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \frac{DF_2^{fl}}{Du_1} & \frac{DF_2^{fl}}{Dv_1} & \frac{DF_2^{fl}}{Du_2} & \frac{DF_2^{fl}}{Dv_2} & \dots & \frac{DF_2^{fl}}{Du_n} & \frac{DF_2^{fl}}{Dv_n} & \frac{DF_2^{fl}}{Dc_0} & \frac{DF_2^{fl}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \frac{DT_2^{fl}}{Du_1} & \frac{DT_2^{fl}}{Dv_1} & \frac{DT_2^{fl}}{Du_2} & \frac{DT_2^{fl}}{Dv_2} & \dots & \frac{DT_2^{fl}}{Du_n} & \frac{DT_2^{fl}}{Dv_n} & \frac{DT_2^{fl}}{Dc_0} & \frac{DT_2^{fl}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{DF_n^{fl}}{Du_1} & \frac{DF_n^{fl}}{Dv_1} & \frac{DF_n^{fl}}{Du_2} & \frac{DF_n^{fl}}{Dv_2} & \dots & \frac{DF_n^{fl}}{Du_n} & \frac{DF_n^{fl}}{Dv_n} & \frac{DF_n^{fl}}{Dc_0} & \frac{DF_n^{fl}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \frac{DT_n^{fl}}{Du_1} & \frac{DT_n^{fl}}{Dv_1} & \frac{DT_n^{fl}}{Du_2} & \frac{DT_n^{fl}}{Dv_2} & \dots & \frac{DT_n^{fl}}{Du_n} & \frac{DT_n^{fl}}{Dv_n} & \frac{DT_n^{fl}}{Dc_0} & \frac{DT_n^{fl}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \frac{DR^{c_0}}{Du_1} & \frac{DR^{c_0}}{Dv_1} & \frac{DR^{c_0}}{Du_2} & \frac{DR^{c_0}}{Dv_2} & \dots & \frac{DR^{c_0}}{Du_n} & \frac{DR^{c_0}}{Dv_n} & \frac{DR^{c_0}}{Dc_0} & \frac{DR^{c_0}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ \frac{DR^{y_0}}{Du_1} & \frac{DR^{y_0}}{Dv_1} & \frac{DR^{y_0}}{Du_2} & \frac{DR^{y_0}}{Dv_2} & \dots & \frac{DR^{y_0}}{Du_n} & \frac{DR^{y_0}}{Dv_n} & \frac{DR^{y_0}}{Dc_0} & \frac{DR^{y_0}}{Dy_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot (4.43)$$

Die Einträge der analytischen Ableitungen in der Steifigkeitsmatrix für die hydrostatischen und hydrodynamischen Anteile sind im Anhang A ab S. 131 zusammengestellt. Der ABAQUS-Empfehlung folgend ist die programmiertechnische Umsetzung in FORTRAN 77 realisiert, wobei auch Elemente aus FORTRAN 90, wie z. B. Module, Verwendung finden [Mic94]. Der hydrodynamische Anteil ist sowohl ohne als auch mit Quetsch-Termen in der FORTRAN-Subroutine umgesetzt, so dass wahlweise vor der Berechnung entweder die stationäre (Anhang A.2) oder die transiente (Anhang A.3) Lösung der Reynolds-Gleichung aktiviert werden kann. Die Addition des Fluidanteils in die globale Gleichgewichtssiteration des FE-Algorithmus erfolgt innerhalb des Residuenvektors auf Elementebene

$$\tilde{\mathcal{R}}_i = \tilde{F}_i^{int} + \tilde{F}_i^s + \tilde{F}_i^{fl} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} , \quad (4.44)$$

wobei \tilde{F}_i^{int} die internen Knotenkräfte aufgrund der Materialsteifigkeit bezeichnen. Die einzelnen Elementresiduenvektoren werden von ABAQUS zum globalen Residuenvektor

$$\mathcal{R}_i = \bigcup_{e=1}^{n_e} \tilde{\mathcal{R}}_i \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (4.45)$$

assembliert. Analog ergeben sich die Elementsteifigkeitsmatrix

$$\tilde{K}_{ij} = \tilde{K}_{ij}^{int} + \tilde{K}_{ij}^s + \tilde{K}_{ij}^{fl} \quad (4.46)$$

und die globale Tangentensteifigkeitsmatrix

$$K_{ij} = \bigcup_{e=1}^{n_e} \tilde{K}_{ij} . \quad (4.47)$$

Der Berechnungsablauf und die Einbindung der UEL-Subroutine sind in Abb. 4.5 dargestellt. Die starke, nichtlineare Kopplung der Strukturdeformationen mit der Hydrodynamik im Schmier-spalt erfordert eine iterative Lösungsprozedur, die im Rahmen der Gleichgewichtsiteration des FE-Gleichungslösers durchgeführt wird. Es entsteht somit nur ein geringer zusätzlicher, numerischer Aufwand.

Die Berechnung startet zum Zeitpunkt $t = 0$. ABAQUS übermittelt die vordefinierten Fluideigenschaften, die momentanen Knotenpositionen, die aktuelle Stangengeschwindigkeit und initialen Schätzwerte für die Integrationskonstanten c_0 und y_0 an die User-Subroutine UEL, in der entsprechend der oben beschriebenen Gleichungen die Reynolds-Gleichung gelöst und dann der Kraftvektor und die Fluid-Elementsteifigkeitsmatrix berechnet werden. Die Steifigkeitsmatrix und der Kraftvektor werden an das ABAQUS-Hauptprogramm zurückgegeben, welches damit die globale Tangentensteifigkeitsmatrix K_{ij} und den globalen Residuenvektor \mathcal{R}_i des Modells aufbaut. Im Anschluss daran erfolgt die Lösung des Gleichungssystems nach dem Newton-Raphson Iterationsschema. Gesetzt den Fall, dass alle Konvergenzkriterien erfüllt sind, schreitet die Analyse zum nächsten Zeitschritt $t + \Delta t$ voran. Anderfalls wird der Iterationsprozess von ABAQUS wiederholt, wofür die Knotenpositionen, die Stangengeschwindigkeit und die Werte für c_0 und y_0 entsprechend aktualisiert werden. Die Analyse ist beendet, wenn die definierte Gesamtdauer der Simulation erreicht ist.

Leckagegrößen werden direkt während des Lösungsprozesses ermittelt. Die spezifische Volumenflussrate (bezogen auf den Umfang) ist durch

$$q = q^{hs} + q^{hd} = -c_0 + \frac{\dot{v}}{2} (h_0 - R_q \Phi_0^r) \quad (4.48)$$

gegeben. Mit Hilfe der spezifischen Fläche \mathcal{A} kann die momentane Volumenflussrate durch

$$Q = q \cdot \mathcal{A} \quad (4.49)$$

berechnet werden. Daraus ergibt sich durch Integration das bis zum Zeitpunkt \hat{t} kumulierte Leckagevolumen zu

$$V = \int_0^{\hat{t}} Q dt . \quad (4.50)$$

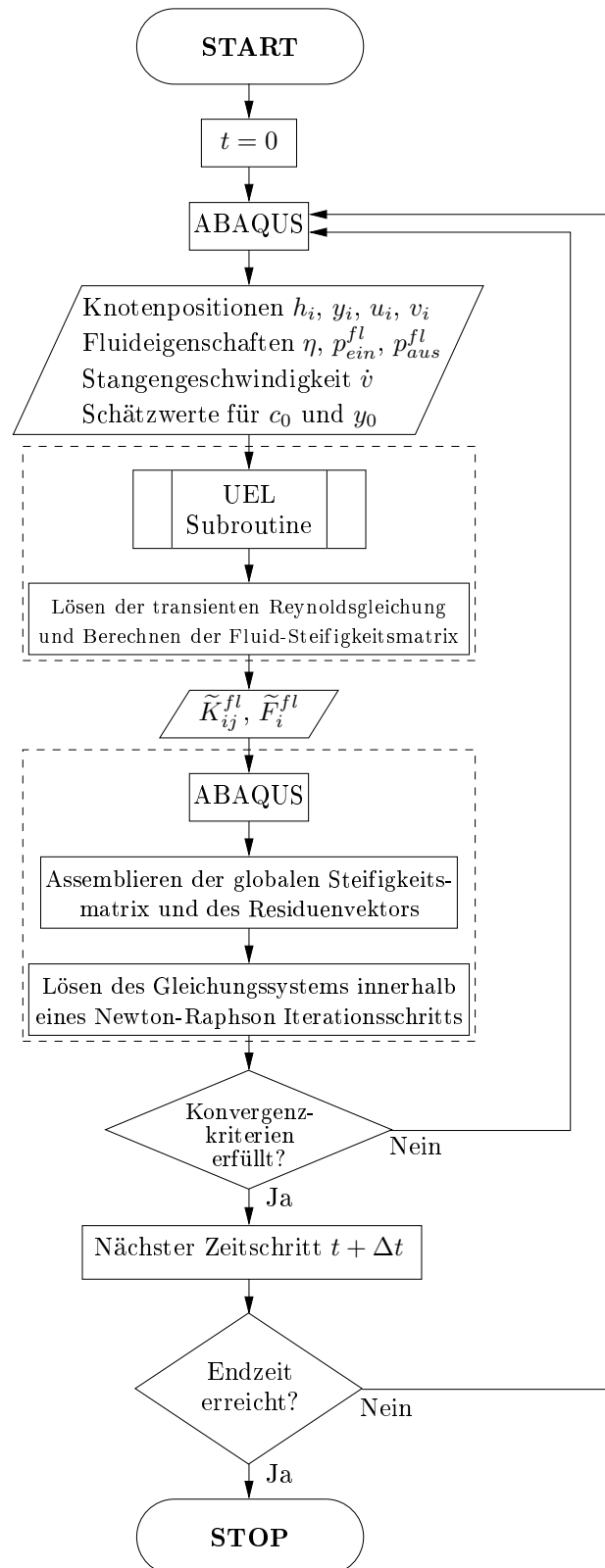


Abbildung 4.5: Berechnungsablauf der Mischreibungssimulation in ABAQUS

4.2.4 Verifikation am Beispiel eines Axialgleitlagers

Die Verifikation der korrekten Implementierung des benutzerdefinierten Fluid-Elements in ABAQUS erfolgt anhand des Modells eines Axialgleitlagers. Dabei werden die numerische und analytische Lösung für den Fluiddruckverlauf entlang des Kontaktspaltes miteinander verglichen. Es wird angenommen, dass sich beide Kontaktpartner ideal starr verhalten, sich nicht berühren und dass zu jedem Zeitpunkt ausreichend Fluid vorhanden ist, um den Vollschmierungszustand aufrecht zu erhalten. Evtl. auftretende Kavitationseffekte werden vernachlässigt. Die Oberflächen beider Körper werden als ideal glatt angenommen, so dass die Flussfaktoren in Glg. (4.6) ohne Auswirkung bleiben ($\Phi^p = 1$, $\Phi^\tau = 0$).

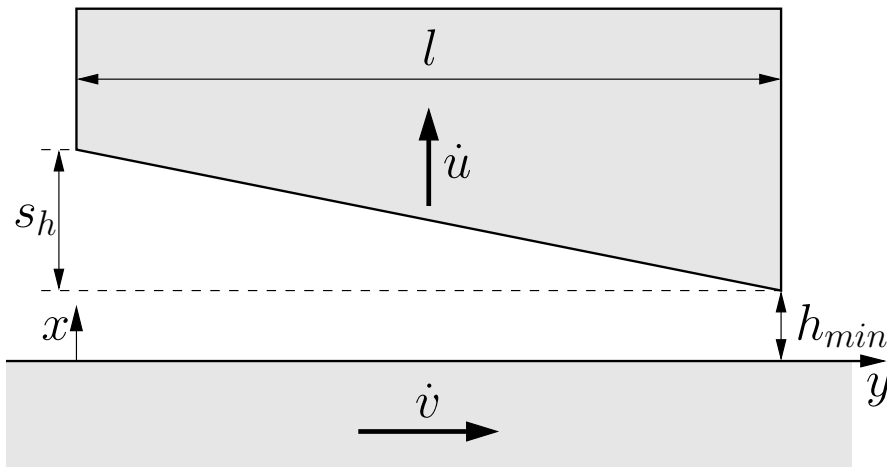


Abbildung 4.6: Geometrie des Axialgleitlagers

Tabelle 4.1: Parameter des Axialgleitlager-Modells

Parameter	Wert	Einheit
η	10^{-8}	N·s/mm ²
l	10	mm
h_{min}	0,001	mm
s_h	0,002	mm
\dot{u}	-0,001	mm/s
\dot{v}	100	mm/s
α	0,5	-
β	0,5	-
$p^{fl}(y = 0)$	0	N/mm ²
$p^{fl}(y = l)$	0	N/mm ²

Abb. 4.6 zeigt das Gleitlager und die Definition der geometrischen Parameter. Basierend auf der analytischen Lösung der transienten Reynolds-Gleichung kann der Fluiddruck in Abhängigkeit der y -Koordinate durch

$$p^{fl}(y) = \frac{3\eta\dot{v}l}{s_h^2} \left(\frac{2\dot{v}l}{\dot{v}s_h} - 1 \right) \left[\frac{\frac{2y}{l} - \frac{h_{min} + s_h}{2h_{min} + s_h} - \frac{h_{min}}{s_h} - 1}{\left(\frac{y}{l} - \frac{h_{min}}{s_h} - 1 \right)^2} + \frac{\frac{h_{min} + s_h}{2h_{min} + s_h} + \frac{h_{min}}{s_h} + 1}{\left(\frac{h_{min}}{s_h} + 1 \right)^2} \right] \quad (4.51)$$

berechnet werden. Die mathematische Herleitung der Gleichung ist im Anhang B ab S. 145 dargestellt.

Zur Berechnung der numerischen Lösung wird in ABAQUS ein FE-Modell mit identischer Geometrie aufgebaut, welches durch die Parameter in Tab. 4.1 spezifiziert ist. Der untere Lagerteil wird als starre Fläche (Analytical Rigid Surface) modelliert, wobei der obere, keilförmige Teil als vernetzter FE-Körper definiert ist. Eine Diskretisierung mit 50 linearen Rechteckelementen entlang der y -Koordinate ist hierbei ausreichend. Um die Forderung nach ideal starrem Verhalten zu garantieren, werden alle Deformationen des oberen Teils durch eine Starrkörperdefinition (Rigid Body Constraint) verhindert.

Abb. 4.7 zeigt den Vergleich von analytischer (Theorie) und numerischer (Simulation) Lösung für den Fluiddruck im Axialgleitlager. Der Unterschied beider Kurvenverläufe ist vernachlässigbar klein, wodurch die richtige Berechnung des Fluiddrucks innerhalb des benutzerdefinierten Fluid-Elements in ABAQUS nachgewiesen ist.

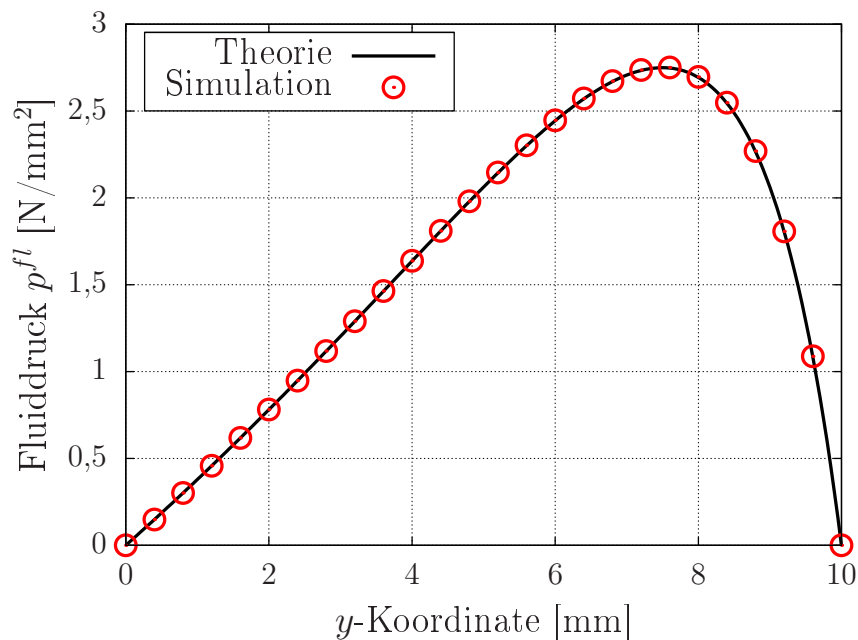


Abbildung 4.7: Analytische (Theorie) und numerische (Simulation) Lösung für das Axialgleitlager

Die Überprüfung der korrekten Berechnung der Steifigkeitsmatrix für den Fluidanteil erfolgt anhand eines Vergleichs der analytischen Ableitungen mit numerisch ermittelten, zentralen Differenzenquotienten

$$\widetilde{\mathbf{K}}^{fl,num} = \widetilde{K}_{ij}^{fl,num} = \frac{\Delta \widetilde{F}_i^{fl}}{\Delta \widetilde{u}_j} = \frac{1}{\Delta u} \left[F_i^{fl} \Big|_{u_j + \frac{1}{2} \Delta u} - F_i^{fl} \Big|_{u_j - \frac{1}{2} \Delta u} \right]. \quad (4.52)$$

Die Abweichung von analytischer und numerischer Element-Steifigkeitsmatrix

$$\Delta_{ij} = \widetilde{K}_{ij}^{fl} - \widetilde{K}_{ij}^{fl,num} \quad (4.53)$$

ist bei korrekter Herleitung und Implementierung der analytischen Gleichungssätze in allen Einträgen aus numerischer Sicht annähernd Null bzw. vernachlässigbar klein, was in diesem Fall gegeben ist.

5 Verschleißmodelle

5.1 Überblick

Im Rahmen dieser Arbeit wird für die Verschleißsimulation die Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode (ALE), auch bekannt als Adaptive Meshing oder Rezoning, verwendet. Das ALE-Verfahren kombiniert das Lagrangesche und das Eulersche Berechnungsverfahren, wobei ein Analyse- bzw. Zeitschritt jeweils aus einem Lagrange- und einem darauf folgenden Euler-Berechnungsschritt besteht. Es wurde ursprünglich für die FE-Simulation von mechanischen Problemstellungen mit sehr großen Verzerrungen entwickelt, bei denen im Verlauf des Berechnungsprozesses starke Verformungen von einzelnen Elementen auftreten. Die Behebung dieser „Netzfehler“ erfolgt während der Euler-Phase in zwei hintereinander geschalteten Schritten, dem *Mesh Sweeping* und dem *Remapping*.

Hierbei werden zunächst in der Lagrangeschen Phase die mechanischen Feldgrößen in der Struktur unter Berücksichtigung der Randbedingungen und Lasten mit den gängigen Ansätzen der Finite-Elemente-Methode berechnet. Auf Basis der momentanen Kontaktdrücke bzw. Reibkräfte und inkrementellen Gleitwege an jedem Oberflächenknoten erfolgt die Berechnung der lokalen Verschleißtiefen, die dann während der Eulerschen Mesh Sweeping Phase als Knotenverschiebungen aufgebracht werden. Die Eulersche Formulierung ermöglicht dabei die Veränderung des FE-Netzes ohne Beeinflussung des momentanen Spannungs-Dehnungs-Zustands der Struktur. Neben der Verschiebung der Kontaktknoten aufgrund Verschleiß werden zusätzlich auch die Knoten im Inneren der Struktur so positioniert, dass ein weitgehend reguläres Netz ohne stark verzerrte Elemente entsteht. Als letzter Schritt, dem sogenannten Remapping, müssen die Feldgrößen vom „alten“ auf das „neue“ (reguläre) Netz übertragen werden, was z. B. nach der Lax-Wendroff-Methode [LW60, LW64] erfolgen kann. Der Vorteil der ALE-Methodik besteht darin, die Verschleißsimulation vollständig in den Berechnungsablauf einer transienten FE-Analyse innerhalb des Programmcodes zu integrieren und damit im Vergleich zu den in Kap. 1.2.3 beschriebenen Remeshing-Verfahren zu beschleunigen. Die Topologie des FE-Netzes bleibt bestehen, da keine komplette Neuvernetzung der Struktur erfolgt. Außerdem ist die Restriktion der maximal möglichen Verschleißtiefe durch die adaptive Anpassung des Netzes während des Simulationsfortschritts nicht gegeben.

ABAQUS bietet dem Anwender durch die User-Subroutine UMESHMOTION [Das09] die Möglichkeit einer benutzerdefinierten Vorgabe der Verschleißtiefen im Rahmen der ALE-Methode. Der gegebene Funktionsumfang und die realisierte Implementierung werden in Kap. 5.2.2 näher beschrieben.

5.2 Implementierung in die Finite-Elemente-Methode

5.2.1 Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Methode (ALE)

Wie im vorherigen Kap. 5.1 erwähnt, erfolgt der Eulersche Berechnungsschritt der adaptiven Netzanpassung (Adaptive Meshing) zur Abbildung des Verschleißfortschritts nach der Berechnung des mechanischen Gleichgewichts in der Lagrangeschen Phase und besteht aus diesen zwei aufeinander folgenden Schritten:

1. **Mesh Sweeping:** Verändern des FE-Netzes durch Verschieben von Randknoten und inneren Knoten.
2. **Remapping:** Übertragen der mechanischen Feldgrößen (Verschiebungen, Dehnungen, Spannungen, ...) vom alten auf das neue FE-Netz.

Das Lösen des Gleichungssystems für die inneren Netzknotenverschiebungen erfolgt innerhalb eines iterativen Prozesses nach einem expliziten Algorithmus. Die Anzahl der Mesh Sweeping Iterationen kann dabei in ABAQUS vorgegeben werden. Die momentane Position jedes FE-Netzknotens der Struktur ist entsprechend Glg. (2.1) durch

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{X}_i + \mathbf{u}_i \quad (5.1)$$

gegeben, wobei \mathbf{X}_i den geometrischen Ort in der Ausgangskonfiguration und \mathbf{u}_i den aktuellen Verschiebungsvektor definieren. Während jedes Meshsweeps werden die Knoten unter Berücksichtigung der Positionen ihrer benachbarten Knoten so verschoben, dass lokale Elementverzerrungen minimiert werden. Die neue Knotenposition

$$\mathbf{x}_i^{neu} = \mathbf{X}_i + \mathbf{u}_i^{neu} = \mathbf{N}^N \cdot \mathbf{x}_i^N \quad (5.2)$$

ergibt sich aus den Positionen der benachbarten Knoten des vorherigen Meshsweeps \mathbf{x}_i^N und den Gewichtungsfunktionen \mathbf{N}^N , welche durch zwei Methoden bzw. deren Kombination berechnet werden:

Original Configuration Projection: Diese Methode bestimmt die Gewichtungsfunktion durch eine Minimierung der Knotenverschiebungen infolge einer Rückprojektion des Netzes auf die Ausgangskonfiguration.

Volume Smoothing: Die Volumenausgleichsmethode basiert auf der Bestimmung des volumenbezogenen Mittelwerts der Mittelpunkte aller Elemente, die den Knoten i umgeben (siehe Abb. 5.1). In diesem konkreten Fall bedingt die Gewichtungsfunktion eine Verschiebung des Knotens i weg vom Elementmittelpunkt M_1 hin zu M_3 .

Wie schon erwähnt, können beide Algorithmen entweder allein oder auch in einem beliebigen Verhältnis miteinander kombiniert verwendet werden.

Die Übertragung (Remapping) der mechanischen Feldgrößen vom alten auf das neue FE-Netz erfolgt durch ein explizites Integrationsverfahren zweiter Ordnung, das auf der Lax-Wendroff-Methodik basiert [Das09]. Dieser Ansatz substituiert die zeitlichen Ableitungen der materiellen Feldgrößen durch die räumlichen Ableitungen.

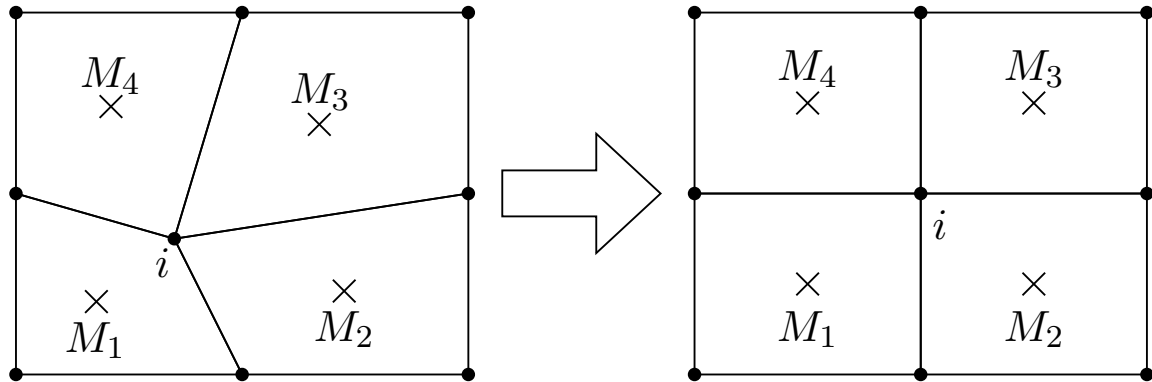


Abbildung 5.1: Mesh Sweeping nach der Volumenausgleichsmethode

Die Projektion der materiellen Größen auf das neue Netz führt zu einem Verlust des mechanischen Gleichgewichts, was zwei Ursachen hat:

1. Der numerische Fehler des Projektionsalgorithmus selbst.
2. Die Änderung des Bezugssystems der materiellen Größen durch das veränderte Netz, was z. B. zu leicht unterschiedlicher Volumenintegration während der Berechnung der inneren Kräfte führen kann.

Beide Effekte können durch eine Einschränkung der maximalen Zeitschrittweite und eine ausreichende Netzfeinheit minimiert werden.

5.2.2 Verschleißroutine (UMESHMOTION) in ABAQUS

Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Verschleißmodelle, der Kontaktdruck-basierte Ansatz nach Archard und ein Reibenergie-basierter Ansatz, in ABAQUS implementiert. Beide Modelle sowie deren numerische Umsetzung in der User-Subroutine UMESHMOTION werden im Folgenden erläutert.

Kontaktdruck-basierter Ansatz (Modell 1)

Entsprechend Glg. (1.2) setzt das Verschleißmodell nach Archard das Verschleißvolumen

$$V_w = k_w^p \cdot F \cdot s \quad (5.3)$$

über einen Kontaktpaar-spezifischen Verschleißkoeffizienten k_w^p mit der Kraft in Normalenrichtung F und dem Gleitweg s in Relation. Im Gegensatz zur ursprünglichen Formulierung wird hier die explizite Abhängigkeit von der Materialhärte H im Wert des Verschleißkoeffizienten k_w^p berücksichtigt. Im Rahmen der numerischen Implementierung wird das inkrementelle Verschleißvolumen an jedem Kontaktknoten i für ein vorgegebenes Zeitinkrement Δt durch Umformulieren von Glg. (5.3) entsprechend

$$\Delta V_{w,i} = k_w^p \cdot F_i^s \cdot \Delta s_i = k_w^p \cdot F_i^s \cdot \dot{v}_i \cdot \Delta t \quad (5.4)$$

berechnet, wobei \dot{v}_i die Relativgeschwindigkeit am Knoten i angibt. ABAQUS erwartet für jeden Kontaktknoten der Struktur die Angabe der inkrementellen Verschleißtiefe innerhalb jedes Zeitinkrements. Mit Hilfe der jeweiligen Knotenfläche (siehe Abb. 4.1) ergibt sich die Verschleißtiefe am Knoten i zu

$$\Delta h_{w,i} = k_w^p \cdot p_i^s \cdot \Delta s_i . \quad (5.5)$$

Reibenergie-basierter Ansatz (Modell 2)

Beim zweiten Modell handelt es sich um einen Reibenergie-basierten Ansatz in Anlehnung an Fleischer et al. [FGT80] und Deters [Det09]. Dieser geht von der Annahme eines linearen Zusammenhangs von Verschleißvolumen und Reibarbeit aus

$$V_w = \frac{W_R}{e_w} , \quad (5.6)$$

wobei die Verschleißenergiedichte e_w den Proportionalitätsfaktor der Beziehung darstellt. Die Reibarbeit

$$W_R = W_{el,hys} + W_{pl} + W_{abr} + W_{adh} = \mu^s \cdot F \cdot s = T \cdot s \quad (5.7)$$

setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen:

- $W_{el,hys}$: Reibarbeit aufgrund von Hysterese-Effekten bei der elastischen Deformation im Kontakt.
- W_{pl} : Durch plastische Verformungen bedingte Reibarbeit.
- W_{abr} : Verrichtete Reibarbeit aufgrund Abrasion.
- W_{adh} : Adhäsiver Anteil der Reibarbeit.

Die Reibarbeit lässt sich mit Hilfe von Reibkoeffizient μ^s , Normalkraft F bzw. Reibkraft T und dem Gleitweg s berechnen. Damit ergibt sich das Verschleißvolumen zu

$$V_w = k_w^\tau \cdot T \cdot s \quad (5.8)$$

mit dem Verschleißkoeffizienten $k_w^\tau = 1/e_w$ (Kehrwert der Verschleißenergiedichte). Analog zu Glg. (5.5) berechnet sich die inkrementelle Verschleißtiefe am Knoten i durch

$$\Delta h_{w,i} = k_w^\tau \cdot \tau_i^s \cdot \Delta s_i . \quad (5.9)$$

Unter der Annahme Coulombscher Reibung und eines konstanten Reibkoeffizienten $\mu^s = \text{const.}$ kann der Reibenergie-basierte Ansatz in den Kontaktdruck-basierten durch den einfachen Zusammenhang

$$k_w^p = \mu^s \cdot k_w^\tau \quad (5.10)$$

überführt werden.

Das Reibenergie-basierte Modell bietet speziell im Fall eines nicht-konstanten Reibkoeffizienten Vorteile. Die Ab- oder Zunahme des Reibkoeffizienten über der Zeit aufgrund der Veränderung der Oberflächentopografie und -rauheit (z. B. durch Verschleißabtrag) kann in der praktischen Anwendung oft beobachtet werden. Des Weiteren ist eine Abhängigkeit des Reibkoeffizient vom Kontaktdruck und/oder der Relativgeschwindigkeit denkbar: $\mu^s = \mu^s(p^s, \dot{v})$. In diesen Fällen sollte der Reibenergie-basierte Verschleißansatz bevorzugt werden.

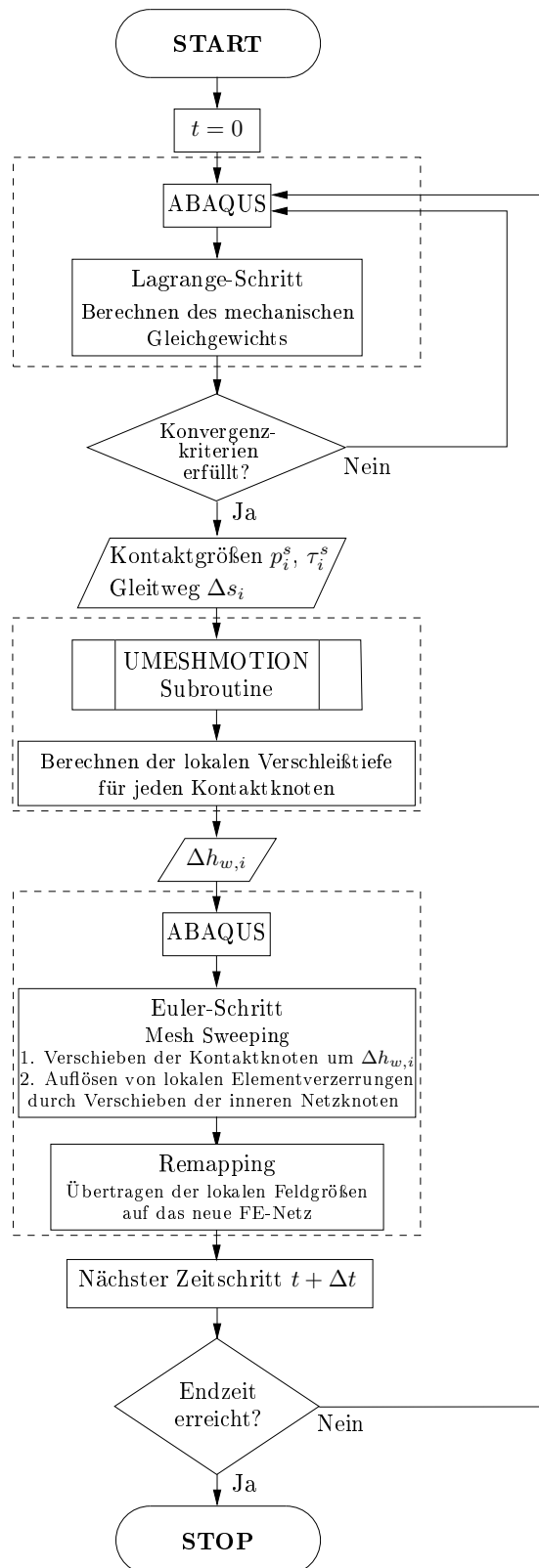


Abbildung 5.2: Berechnungsablauf der Verschleißsimulation in ABAQUS

Umsetzung in ABAQUS

Beide Verschleißmodelle sind innerhalb der ABAQUS Subroutine UMESHMOTION in der Programmiersprache FORTRAN 77 implementiert. Der Berechnungsablauf in ABAQUS und die Einbindung der Subroutine UMESHMOTION sind in Abb. 5.2 dargestellt. Die Berechnung startet zum Zeitpunkt $t = 0$. ABAQUS berechnet innerhalb der Lagrangeschen Phase das mechanische Gleichgewicht unter Berücksichtigung der vorgegebenen Randbedingungen und Lasten. Sind alle Konvergenzkriterien (Kräftegleichgewicht und maximale Verschiebungskorrektur) erfüllt, ruft das ABAQUS Hauptprogramm die Subroutine UMESHMOTION auf und übergibt die aktuellen Kontaktknotenwerte der angeforderten Variablen: den Kontaktdruck p_i^s bzw. die Scherspannung τ_i^s und den inkrementellen Gleitweg Δs_i . Entsprechend Glg. (5.5) und (5.9) werden je nach gewähltem Modell die Verschleißtiefen $\Delta h_{w,i}$ an jedem Kontaktknoten berechnet und an das Hauptprogramm zurückgegeben. Im darauf folgenden Euler-Berechnungsschritt werden zuerst die Kontaktknoten um die vorgegebenen Verschleißtiefen verschoben und im Anschluss lokale Elementverzerrungen durch das unter Abschnitt 5.2.1 beschriebene Mesh Sweeping iterativ aufgelöst. Zuletzt erfolgt die Übertragung der Feldgrößen vom „alten“ auf das „neue“ Netz durch Remapping und die Berechnung wird mit dem nächsten Zeitschritt $t + \Delta t$ fortgesetzt.

5.2.3 Verifikation am Beispiel eines Axialgleitlagers

Die Verifikation der korrekten Implementierung der Verschleiß-Subroutine in ABAQUS erfolgt anhand des Modells eines Axialgleitlagers. Dabei werden die numerische und analytische Lösung für den zeitlichen Verlauf des Verschleißvolumens miteinander verglichen. Abb. 5.3 zeigt die Geometrie des Gleitlagers. Die Definition der verwendeten Parameter ist in Tab. 5.1 spezifiziert.

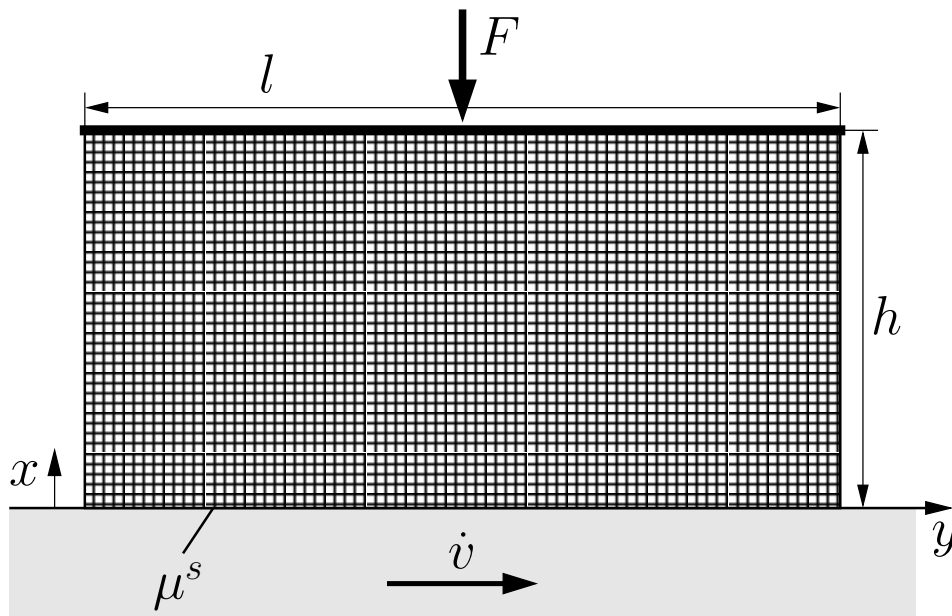


Abbildung 5.3: Geometrie des Axialgleitlagers

Tabelle 5.1: Parameter des Axialgleitlager-Modells

Parameter	Wert	Einheit
l	20	mm
h	10	mm
F	20	N
\dot{v}	100	mm/s
h_{mr}^s	0,001	mm
p_{mr}^s	10	N/mm ²
μ^s	0,3	–
C_{10}	0,54	N/mm ²
D	10^{-4}	mm ² /N

Der untere Lagerteil wird als starre Fläche (Analytical Rigid Surface) modelliert und bewegt sich mit der Geschwindigkeit \dot{v} in positiver y -Richtung. Den oberen Teil bildet ein deformierbarer Elastomerkörper der Länge l und Höhe h , der mit 200×100 linearen Rechteckelementen regulär vernetzt ist. Das Materialverhalten ist durch das Neo-Hooke-Modell (Kap. 3.1.1) beschrieben. Zwischen beiden Körpern wird ein Kontaktmodell gemäß Kap. 4.1 definiert. Die Belastung des Lagers mit der Kraft F erfolgt mittig an der Oberseite, wobei alle Randknoten entlang der Gesamtlänge l mit dem Kräfteinleitungsknoten über eine Verschiebungsrandbedingung in x -Richtung gekoppelt werden.

Abb. 5.4 zeigt den Vergleich von analytischer (Theorie) und numerischer (Simulation) Lösung für beide Verschleißmodelle anhand von zwei unterschiedlichen Verschleißkoeffizientenwerten 10^{-3} und $10^{-4} \text{ mm}^3/(\text{N}\cdot\text{mm})$. Die Verschleißkoeffizienten beider Modelle sind entsprechend Glg. (5.10) gewählt. Der Unterschied in den Kurvenverläufen ist sehr gering, was die korrekte Implementierung der beiden Verschleißmodelle in ABAQUS belegt. Die Abweichung zur analytischen Lösung beträgt maximal 0,2 % bei $s = 1000 \text{ mm}$. Diese resultiert aus Mapping-Fehlern in den Randelementen der beiden Ecken und einem numerisch bedingten nicht-konstanten Verlauf von Festkörperkontaktdruck und -scherspannung über der Länge l .

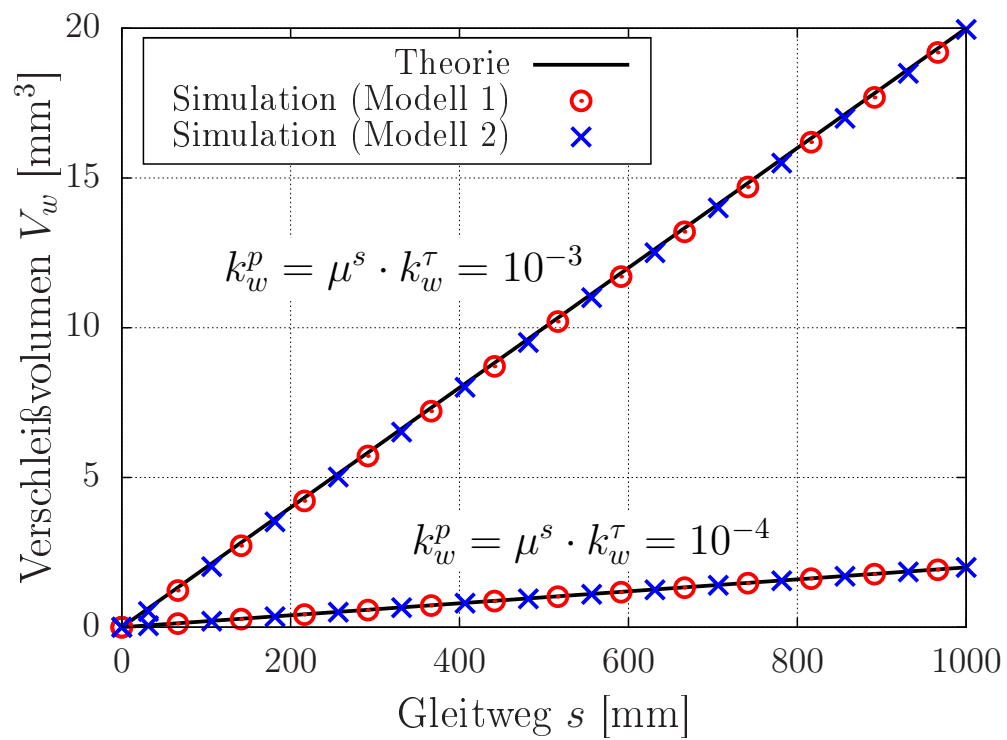


Abbildung 5.4: Analytische (Theorie) und numerische (Simulation) Lösung für das Verschleißvolumen des Axialgleitlagers

6 Versuchsbeschreibungen und -durchführungen

Dieses Kapitel beschreibt die Versuche zur Charakterisierung der mechanischen Eigenschaften der Dichtungswerkstoffe, zur Identifikation der rheologischen Stoffparameter des Hydraulikfluids und zur Bestimmung des Reibungsverhaltens der geschmierten Kontaktpartner.

6.1 Materialcharakterisierung

Die Bestimmung der Werkstoffkennwerte erfolgt für die beiden Dichtungswerkstoffe Acrylnitril-Butadien-Kautschuk (NBR70) und ultra-hochmolekulares Polyethylen (UHMW-PE). Einige Versuche werden für beide Materialien durchgeführt (z. B. TMA), andere entweder nur für das Elastomer (z. B. DMA) oder den Thermoplast (z. B. Kompressionsversuch).

6.1.1 Thermo-Mechanische Analyse (TMA)

Die Thermo-Mechanische Analyse (TMA) ist Teil der thermischen Analyse nach DIN 51005 [DIN05]. Letztere umfasst alle Methoden bei denen physikalische und chemische Eigenschaften einer Probe als Funktion der Temperatur und/oder der Zeit gemessen werden. Im vorliegenden Fall dient die TMA zur Ermittlung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten α^{th} des Werkstoffs infolge von Temperaturänderung. Der thermische Längenausdehnungskoeffizient beschreibt die Längenänderung eines Materials bei 1 K Temperaturerhöhung/-erniedrigung und wird in 1/K angegeben.

Die Versuche werden mit dem Prüfgerät Seiko Exstar 6000 TMA durchgeführt. Dabei wird eine rondenförmige Probe mit einem kleinen Gewicht ($m = 10$ g) belastet. Während des Aufheizvorgangs von T_{min} bis T_{max} wird die uniaxiale Längenänderung u^{th} gemessen. Durch Auswertung der Steigungen des ermittelten Kurvenverlaufs lässt sich der thermische Ausdehnungskoeffizient α^{th} als Funktion der Temperatur ermitteln.

6.1.2 Kompressionsversuch

Die Kompressibilität eines Materials ist durch den sogenannten Volumenkompressionsmodul bestimmt, welcher sich für linear-elastisches Verhalten direkt aus dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν berechnen lässt. Die meisten elastomeren Werkstoffe zeigen nahezu inkompressibles Verhalten, wodurch eine experimentelle Bestimmung der Kompressibilität nicht notwendig ist. Hingegen reagieren thermoplastische Kunststoffe, wie z. B. UHMW-PE, bei isostatischer Druckbelastung mit einer Volumenänderung.

Da die direkte, versuchstechnische Bestimmung der Querkontraktionszahl sehr aufwändig und

in der Regel recht ungenau ist, wird oft der Kompressionsmodul des Materials bestimmt. Experimentell kann dieser beispielsweise durch die Kompression einer Probe in einer geschlossenen Kavität ermittelt werden. Abb. 6.1 zeigt den Messaufbau für den Kompressionsversuch. Ein Stahlzylinder mit einer zentralen Bohrung von 6 mm Durchmesser und einer Tiefe von 35 mm wird durch die untere Spannbacke einer Zwick Z050 Zugprüfmaschine fixiert. Die Werkstoffprobe ($d = 6 \text{ mm}$, $l = 12 \text{ mm}$) wird in die Bohrung eingeführt und über einen Stahlstempel belastet, welcher durch die obere Traverse der Prüfmaschine bewegt wird. Während der Belastung werden sowohl die axiale Reaktionskraft als auch die relative Verschiebung protokolliert. Über die Beziehung

$$K = p^h \frac{V_0}{\Delta V} \quad (6.1)$$

lässt sich der Kompressionsmodul mit Hilfe des hydrostatischen Drucks p^h , des Probenausgangsvolumens V_0 und der durch die Belastung bedingten Probenvolumenänderung ΔV berechnen. Dabei muss angemerkt werden, dass der hydrostatische Druckzustand durch diese Versuchsführung nur näherungsweise erfüllt ist und außerdem Reibeffekte das Ergebnis verfälschen können.

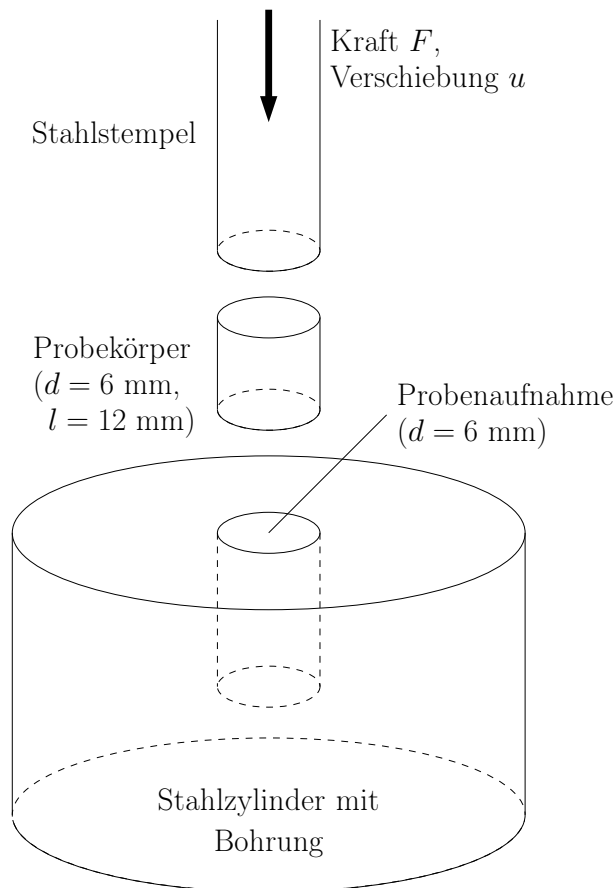


Abbildung 6.1: Messaufbau für den Kompressionsversuch

6.1.3 Zugversuch

Die Durchführung des uniaxialen Zugversuchs zur Bestimmung der mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs ist in DIN EN ISO 527 [DIN96] beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit werden Probekörpergeometrien des Typ 2 entsprechend den Vorgaben der Norm ISO 37 [ISO05] verwendet. Die Versuche werden mit einer Zwick Z050 Zugprüfmaschine durchgeführt. Die Belastung der Probe erfolgt im Fall von UHMW-PE mit einer konstanten Traversengeschwindigkeit von 1 mm/min, was in etwa einer nominellen Dehnrage von $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ entspricht. Die Dehnung wird während der Belastung durch Dehnungsmessfühler im verjüngten Bereich der Probe detektiert und die Reaktionskraft an der Traverse gemessen. Der Versuch wird beendet, wenn entweder die geforderte Dehnung erreicht ist oder ein Bruch der Probe auftritt.

6.1.4 Stufenzugversuch

Der Stufenzugversuch stellt eine modifizierte Version des Zugversuchs dar. Damit wird das quasi-statische, hyperelastische Verhalten des NBR70 Elastomerwerkstoffs bestimmt. Im Fall von UHMW-PE dient er zur Charakterisierung des viskosen Verhaltens unter Langzeitbelastung. Im Versuch wird eine Zugprobe inkrementell gedehnt. Dabei folgen den Belastungsstufen jeweils Relaxationsphasen, in denen die Dehnung für eine vorgegebene Zeit konstant gehalten wird (siehe Abb. 6.2).

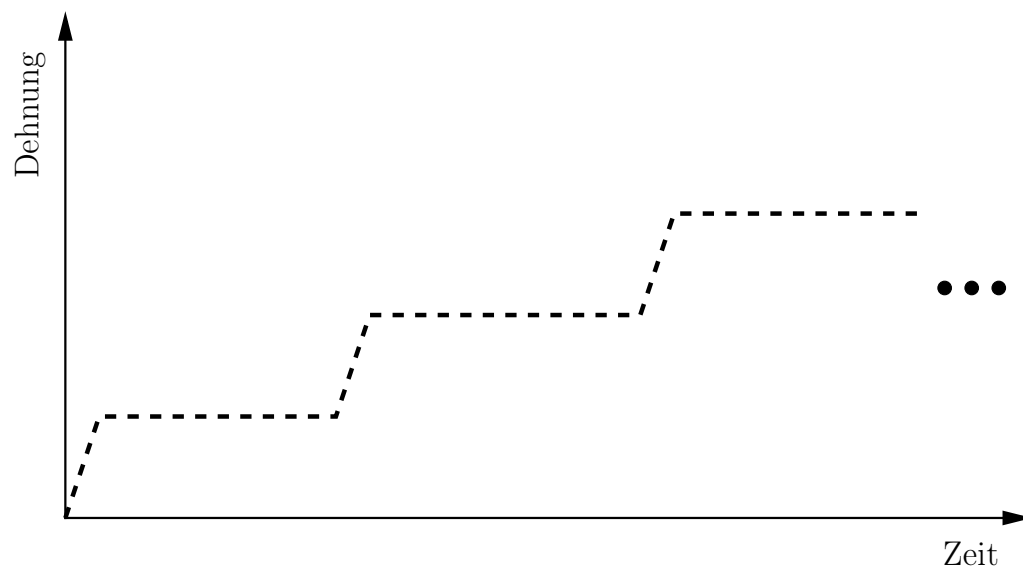


Abbildung 6.2: Stufenzugversuch

Elastomer NBR70

Vor der Durchführung des Stufenzugversuchs werden die Elastomerprobekörper vorkonditioniert. Rußgefüllte Elastomermischungen zeigen im Allgemeinen eine Abhängigkeit von der Belastungsgeschichte, den sogenannten Mullins-Effekt [Mul47, Mul69]. Nach erstmaliger Belastung reagiert der Werkstoff bei erneuter Beanspruchung weicher. Zur Bestimmung des quasi-statischen Spannungs-Dehnungsverhaltens muss daher der Mullins-Effekt im relevanten Deh-

nungsbereich eliminiert werden. Im vorliegenden Fall werden die Probekörper einen Tag vor der Durchführung des Stufenzugversuchs drei Mal bis zu einer Dehnung von 60 % vorbelastet. Im Stufenzugversuch wird die Probe dann zuerst mit einer Traversengeschwindigkeit von 200 mm/min auf eine nominelle Dehnung von 10 % gelängt. Darauf folgt eine Relaxationsphase von 15 min, in der die Dehnung konstant gehalten wird und die Spannung im Probekörper relaxieren kann. Das gleiche Vorgehen wird für die Stufen bei 20, 30, 40 und 50 % Dehnung wiederholt. Nach der Belastung der Probe wird zusätzlich noch der Entlastungspfad in umgekehrter Reihenfolge der Dehnungsstufen (40, 30, 20, 10 %) abgefahren.

Thermoplast UHMW-PE

Eine Vorkonditionierung der PE-Probekörper ist nicht notwendig bzw. sinnvoll, da das Werkstoffverhalten auch plastische Verformungsanteile enthält. Die Probe wird zunächst mit einer Traversengeschwindigkeit von 1 mm/min belastet bis eine nominelle Dehnung von 1 % erreicht ist. Während der anschließenden Relaxationsphase wird die Dehnung für 2 h konstant gehalten. In diesem Zeitraum nimmt die Spannung in der Probe aufgrund der viskosen Deformationsanteile stetig ab. Dieses Vorgehen wird dann für 2, 3, ..., 10 % nominelle Dehnung wiederholt. Anders als beim Elastomer wird für den thermoplastischen Kunststoff kein Entlastungspfad in die Versuchsdurchführung integriert, da aufgrund der zusätzlichen plastischen Dehnungsanteile keine quasi-statische Spannungs-Dehnungskurve ermittelt werden kann.

6.1.5 Zyklusversuche

Die Zyklusversuche zeigen das Materialverhalten bei zyklischer Be- und Entlastung und werden in dieser Arbeit nur für UHMW-PE durchgeführt. Die Dehnung der Proben wird als Zug-Schwellbelastung und Zug-Druck-Wechselbelastung aufgebracht.

Zug-Schwellbelastung

Abb. 6.3 zeigt den Verlauf der Dehnung für die Belastung im Zug-Schwellbereich. Zunächst wird die Probe mit einer versuchsspezifischen Belastungsgeschwindigkeit (1, 10 oder 100 mm/min Traversengeschwindigkeit) auf nominell 1 % gedehnt und danach wieder auf Kraft $F = 0$ N entlastet. Im Anschluss erfolgt die Belastung auf 2 % und eine erneute Entlastung auf Kraft Null. Dieses Vorgehen wird dann für 3, 4, ..., 10 % nominelle Dehnung wiederholt.

Zug-Druck-Wechselbelastung

Für die Durchführung des Zug-Druck-Wechselversuchs werden Prüfkörper in Anlehnung an ASTM D 1710 [AST08] mit kreisrundem Querschnitt ($d = 10$ mm) und kürzerem Stegbereich (25 mm) verwendet, um ein Ausknicken der Probe im Druckbereich zu verhindern. Abb. 6.4 zeigt schematisch den Verlauf der Dehnung. Der Probekörper wird zuerst mit einer Traversengeschwindigkeit von 1 mm/min auf 1 % nominelle Dehnung belastet und anschließend auf -1 % gestaucht. Diese Wechselbelastung wird vier Mal wiederholt und im Anschluss daran die Dehnamplitude auf ± 2 % erhöht. Bei jedem Dehnungsniveau werden jeweils fünf Zyklen durchgeführt. Dieses Vorgehen wird bis zu einer maximalen Dehnamplitude von ± 10 % fortgesetzt.

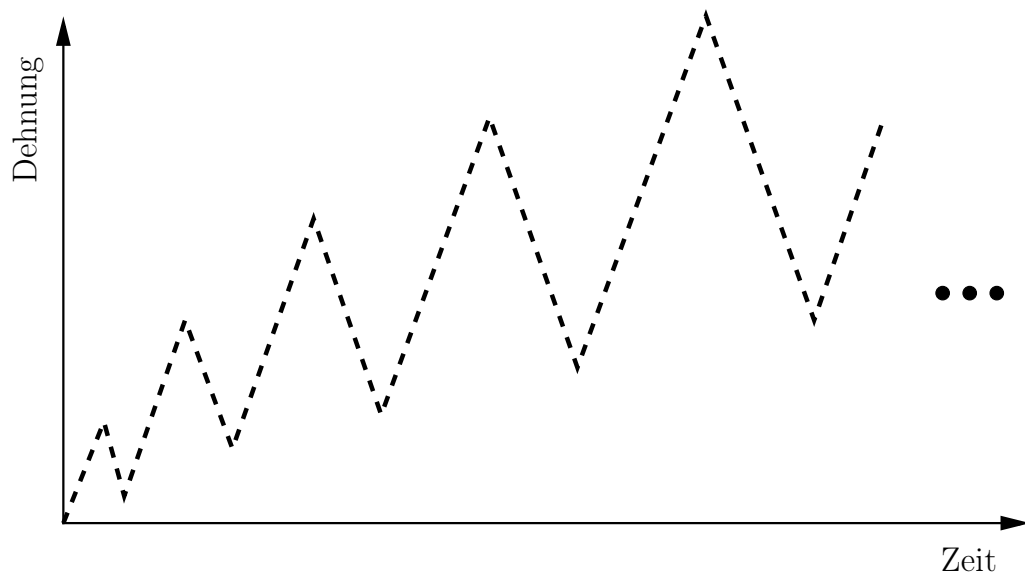


Abbildung 6.3: Zug-Schwellversuch

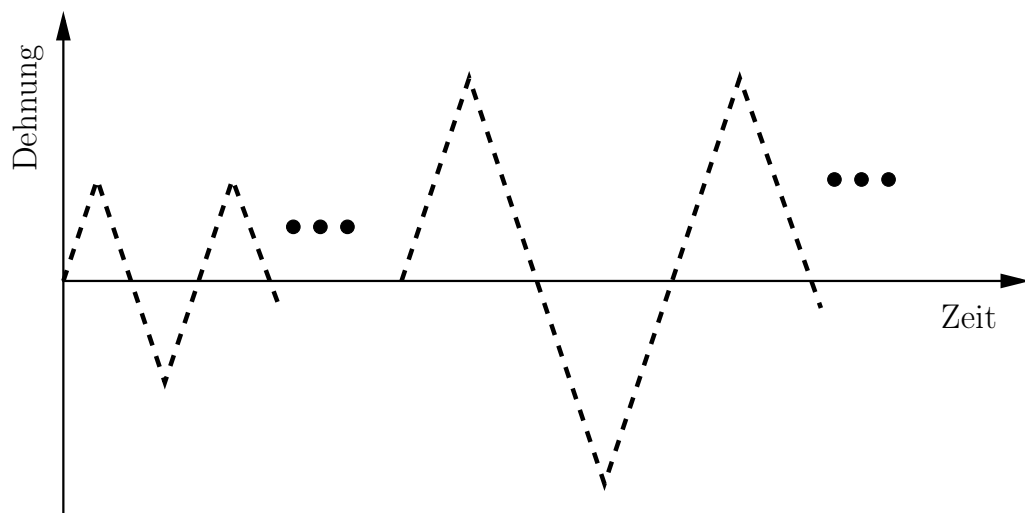


Abbildung 6.4: Zug-Druck-Wechselversuch

6.1.6 Dynamisch-Mechanische Analyse (DMA)

Die Dynamisch-Mechanische Analyse (DMA) nach DIN 53513 [DIN90] wird zur Bestimmung der viskoelastischen Eigenschaften des NBR70 Elastomers durchgeführt. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die dynamische Prüfung mit einer Gabo Eplexor 500 N im Zugbereich. Der Probekörper wird dabei mit einer oszillierenden, sinusförmigen Dehnung bei unterschiedlichen Frequenzen ($f = 0,5 \dots 63$ Hz) und Temperaturen ($\theta = -40 \dots 100^\circ\text{C}$) belastet. Das entsprechende Kraftantwortsignal wird hinsichtlich Amplitude und Phasenverschiebung ausgewertet, so dass man als Ergebnis die frequenz- und temperaturabhängigen dynamischen Moduli (Speichermodul G' und Verlustmodul G'') des Materials erhält.

6.2 Reibungsversuche

6.2.1 Rheologische Versuche

Die Charakterisierung der dynamischen Viskosität des Hydrauliköls Houghto-Safe 273CTF erfolgt auf einem Viskosimeter SVM 3000 der Firma Stabinger. Bei dem Öl handelt es sich um ein schwerentflammbares Wasser-Glykol-Gemisch (HFC-Fluid), das vorwiegend im Offshore-Bereich Einsatz findet. Abb. 6.5 zeigt den gemessenen Verlauf der dynamischen Viskosität η in Abhängigkeit der Temperatur θ .

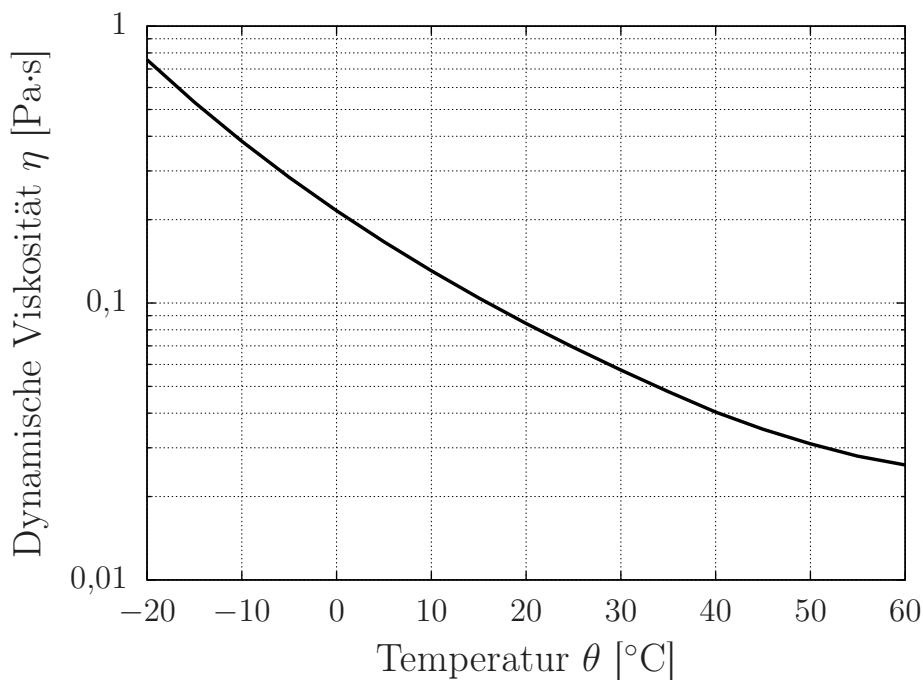


Abbildung 6.5: Dynamische Viskosität des Wasser-Glykol-Fluids

6.2.2 Tribologische Versuche

Die Bestimmung des hydrodynamischen Verhaltens der Kontaktpaarung Dichtung–Kolbenstange und die Identifikation der entsprechenden Parameter des Mischreibungsmodells aus Kap. 4.1 erfolgt auf Basis von Stribeck-Kurvenmessungen. Diese werden mit einem Tribometer der Firma Dr. Tillwisch GmbH durchgeführt (siehe Abb. 6.6). Hierbei handelt es sich um ein modifiziertes Physica MCR 301 Rheometer. Das Messsystem, bestehend aus einer rotierenden Kugel und drei Testplatten (15 x 6 x 3 mm), ist in Abb. 6.7 dargestellt. Die drei Probekörper sind in einem sich selbst positionierenden Tisch eingespannt, so dass eine gleichmäßige Verteilung der Anpresskraft F auf jede Probe gewährleistet ist. Durch Peltier-Elemente im Bereich der Einspannungen kann die Temperatur zwischen -40 und 200°C variiert und während der Messungen durch eine aktive Regelung konstant gehalten werden.



Abbildung 6.6: Tribometer mit Messsystem und Temperiereinheit

Die Versuche werden bei drei Temperaturen (-20 , 25 , 40°C) und drei unterschiedlichen Anpresskräften (10 , 20 , 30 N) durchgeführt. Abb. 6.8 zeigt die gemessenen Stribeck-Kurven für das Tribosystem Kolbenstangenbeschichtung (Kugel) gegen Dichtungswerkstoff UHMW-PE (Testplatten). Das System wird zuerst bei 40°C , $F = 30$ N und einer Geschwindigkeit von 60 min^{-1} ($0,0282\text{ mm/s}$) für eine Dauer von $1,5$ h eingelaufen. In dieser Zeit passen sich die beiden Kontaktpartner durch Deformation aneinander an. Im Anschluss folgt eine Temperierphase von 2 min und erst dann die eigentliche Messung der Stribeck-Kurven.

Jede Kurve zeigt den gemittelten Verlauf aus fünf Einzelmessungen, wobei eine Messung jeweils aus einem aufsteigenden ($0 \dots 3000\text{ min}^{-1}$) und einem absteigenden ($3000 \dots 0\text{ min}^{-1}$) Geschwindigkeits-Sweep (logarithmisch) besteht. Um Randeffekte bei sehr kleinen (Haftreibung) bzw. sehr großen Geschwindigkeiten (Temperatur) auszuschließen, wird die Stribeck-Kurve der Einzelmessungen durch ein Zusammensetzen der beiden Sweep-Verläufe im Schnittpunkt der Kurven erzeugt. Der untere Teil für kleine Relativgeschwindigkeiten wird dem absteigenden Geschwindigkeits-Sweep entnommen, der obere Teil dem aufsteigenden. Aus Gründen einer übersichtlichen Darstellung sind in Abb. 6.8 keine Streubalken eingezeichnet. Die mittlere Streuung zwischen den Einzelmessungen ist für alle neun Kurven mit $< 5\%$ Standardabweichung sehr gering.

Der Einfluss der Temperatur auf das Schmierungsverhalten ist in Abb. 6.8 deutlich zu erkennen. Die Verläufe bei -20°C zeigen aufgrund der höheren Fluidviskosität im Vollschmierbereich die höchsten Reibkoeffizienten, wobei kein signifikanter Unterschied zwischen 25 und 40°C zu sehen ist. Im Mischreibungsbereich verhält es sich umgekehrt. Mit steigender Temperatur erhöht sich der Reibkoeffizient, da die hydrodynamische Tragwirkung abnimmt und der Festkörperreibungsanteil zunimmt. Das Minimum der Stribeck-Kurven – und damit auch das Mischreibungsgebiet – verschiebt sich für abnehmende Temperaturen zu niedrigeren Geschwindigkeiten. Ein Einfluss der Anpresskraft kann aus den Versuchsergebnissen nicht abgelesen werden. Es scheint so, als ob die Einlaufdauer von $1,5$ h zur selben Deformation im Punktkontakt und damit zu ähnlichem Schmierungsverhalten führt.



Abbildung 6.7: Messsystem des Tribometers

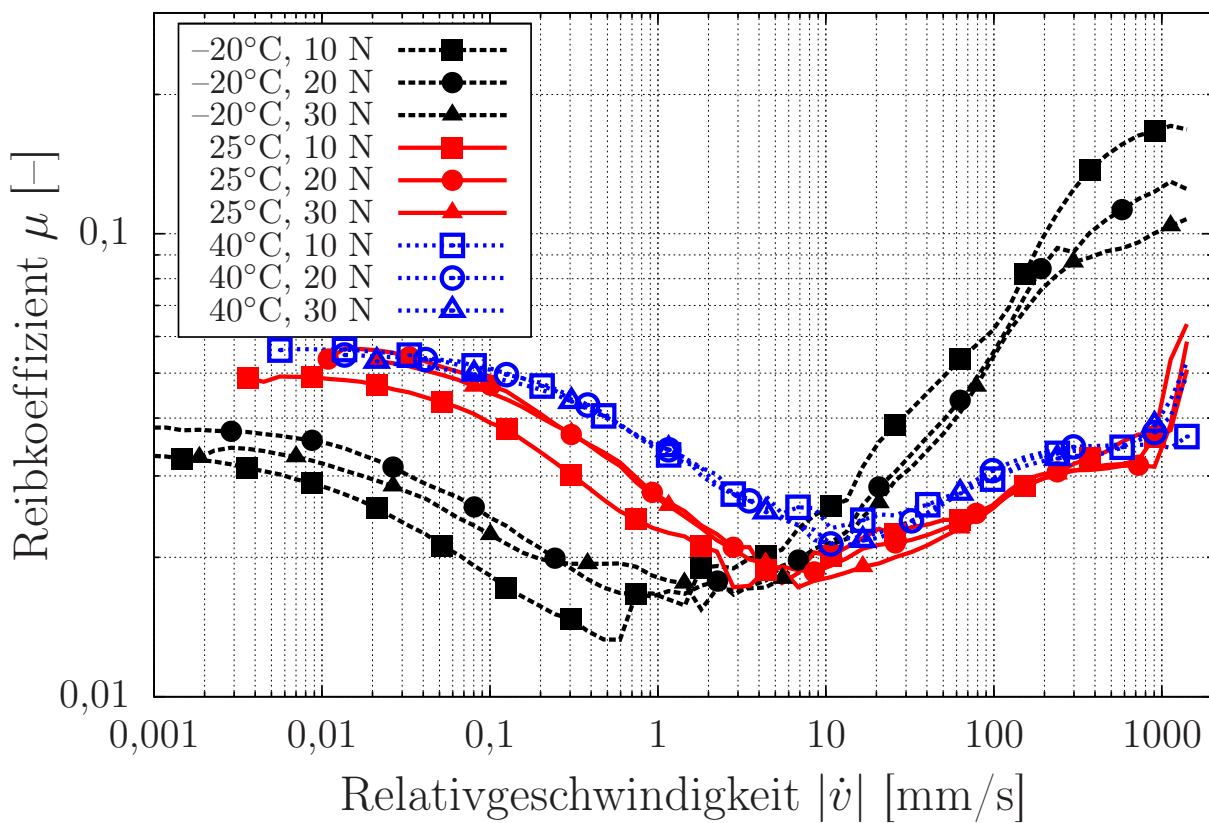


Abbildung 6.8: Stribeck-Kurven für Kolbenstangenbeschichtung gegen UHMW-PE

6.2.3 Versuche am Hydraulikprüfstand

Zur Untersuchung des Verformungs-, Reibungs- und Schmierungsverhaltens von realen Dichtungen steht am Institut für Maschinenelemente, Konstruktionstechnik und Tribologie (IMKT) der Universität Hannover ein Hydraulikprüfstand mit optischem Messsystem zur Verfügung [OWP10]. Abb. 6.9 zeigt den schematischen Aufbau des Prüfstands, der aus den drei Hauptkomponenten Linearantrieb, Druckkammer und Kolbenstange besteht. Die Kolbenstange ist mit dem Linearantrieb über eine Kraftmessdose verbunden, die die Reibräfte während einer dynamischen Messung erfasst. Auf beiden Seiten der Druckkammer sind die Dichtungen in Adaptern montiert, wobei sowohl einzelne Dichtungen als auch bis zu dreistufige Dichtsysteme untersucht werden können. Sensoren erfassen Temperatur, System- und Zwischendrücke. In Tab. 6.1 sind die Leistungsdaten des Hydraulikprüfstands zusammengefasst. Die Kolbenstange ($d = 50 \dots 80$ mm) kann vom Linearantrieb bis auf 250 mm/s beschleunigt werden. Dabei können Reibkräfte bis zu 5 kN gemessen werden. In einem Temperaturbereich von 40 bis 80°C sind Fluiddrücke bis zu 150 bar möglich.

Tabelle 6.1: Leistungsdaten des Hydraulikprüfstands

Stangendurchmesser	50...80	mm
Stangengeschwindigkeit	0...250	mm/s
Fluiddruck	0...150	bar
Temperatur	40...80	°C
Reibkräfte	bis 5	kN

Mit Hilfe des optischen Messsystems kann das Verhalten der montierten Dichtung unter Fluiddruck und/oder dynamisch bewegter Kolbenstange untersucht werden (siehe Abb. 6.10). Die Stange wird hierfür am rechten Ende um eine hohle Glasstange der Länge 130 mm erweitert, die auf einem Adapter mit reduziertem Durchmesser sitzt. Der Glasstangenadapter besitzt an seiner Oberseite ein 90 mm langes, herausgefrästes Sichtfenster, durch welches die Dichtungs-kontaktfläche untersucht werden kann. Die Beobachtung erfolgt mittels eines Boroskops, das mit einer temperaturgeregelten CCD-Kamera verbunden ist. Durch Beleuchten des Dichtkontakts mit Weißlicht können aus dem reflektierten Licht mit Hilfe von digitaler Bildbearbeitung Informationen zu Breite und Position gewonnen werden. Abb. 6.11 links zeigt die optische Aufnahme des Kontaktbereichs einer Stangendichtung aus UHMW-PE im drucklosen Zustand. Zur Veranschaulichung ist in der rechten Bildhälfte die montierte Dichtungsgeometrie aus einer FE-Simulation dargestellt.

Zur Messung der Schmierpalhöhe im dynamischen Dichtkontakt wird eine fluoreszenzbasierte Methode angewandt (siehe Poll et al. [PGBQ92]). Dabei wird das Hydrauliköl mit einem löslichen Fluoreszenzfarbstoff versetzt. Dieser wird mit Hilfe einer Blitzlichtquelle und einem entsprechenden optischen Filter, der Licht einer konstanten Wellenlänge von 520 nm erzeugt, angeregt. Das emittierte Fluoreszenzlicht des Farbstoffs besitzt eine Wellenlänge von 582 nm und wird vom Anregungslicht mit Hilfe eines Schmalbandfilters separiert. Die optische Erfassung erfolgt mittels des Boroskops aus Abb. 6.10 und einer CCD-Kamera. Die Bestimmung der Schmierpalhöhe erfordert eine vorherige Kalibrierung des Messsystems, was in diesem Fall in einer externen Apparatur durchgeführt wird. Dabei wird für verschiedene Schmierpalhöhen die Korrelation zu der gemessenen Lichtintensität in Form von Grauwerten ermittelt. Die mathematische Beschreibung des Zusammenhangs basiert auf dem Lambert-Beerschen Gesetz.

Um während der Messung die Temperaturentwicklung aufgrund von Reibungswärme im Dichtkontakt zu minimieren, werden kurze Hublängen und genügend lange Stillstandszeiten zwischen den Einzelmessungen realisiert. Die maximale Hublänge ist dabei durch die Länge der Glasstange von 130 mm vorgegeben. Die Blitzlichtquelle wird durch das Signal eines Wegsensors getriggert. Dies stellt sicher, dass die Fluoreszenzaufnahmen stets bei der selben vorgegebenen Stangengeschwindigkeit erzeugt werden. Die Auswertung basiert jeweils auf drei Grauwert-Einzelmessungen, die gemittelt und anschließend mit Hilfe der Kalibrierfunktion in die entsprechende Schmierspalthöhe umgerechnet wird. Weitere Details zum Prüfstands-aufbau, zur Kalibrierung und zur Durchführung der Messungen können Ottink et al. [OWP10] entnommen werden.

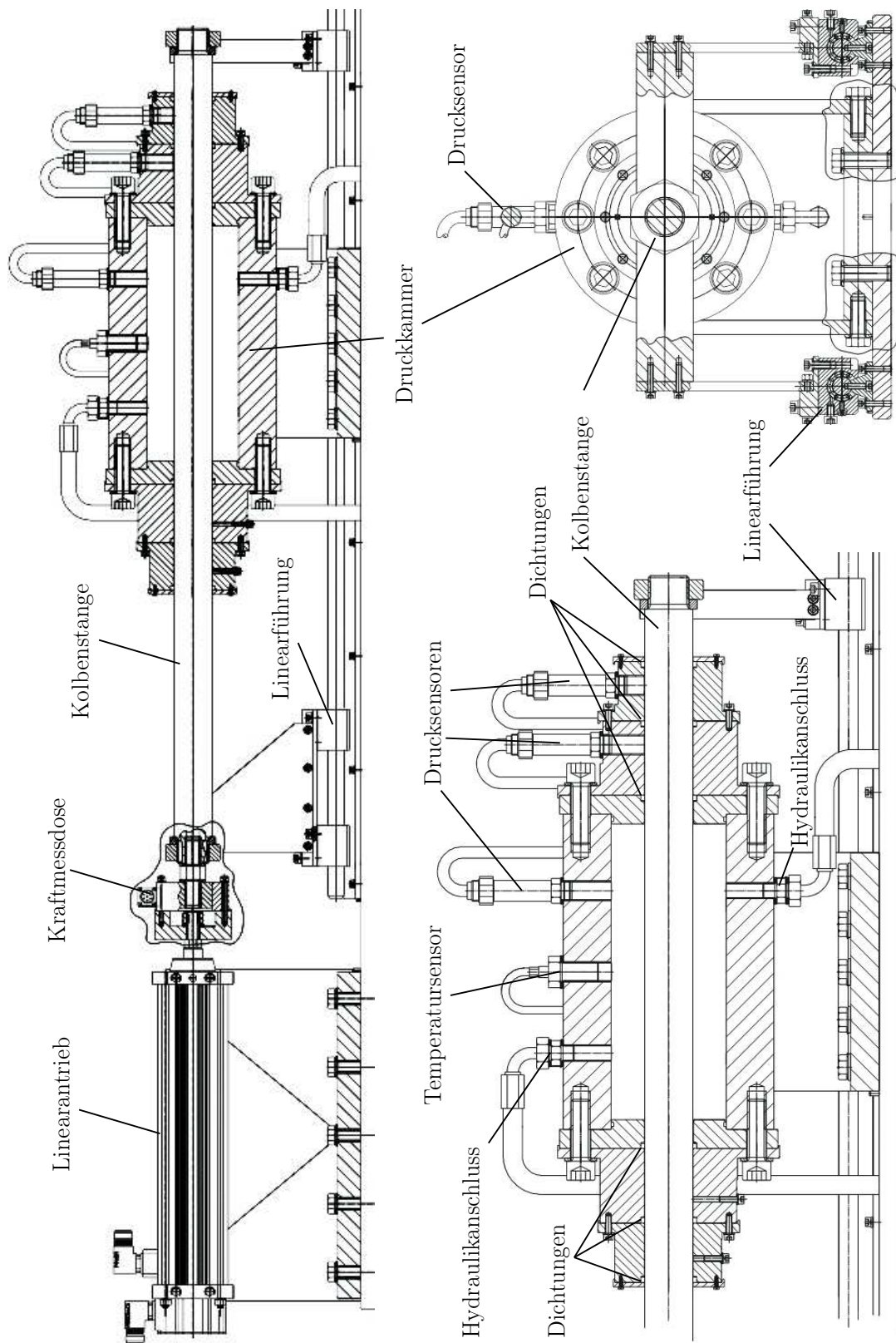


Abbildung 6.9: Hydraulikprüfstand

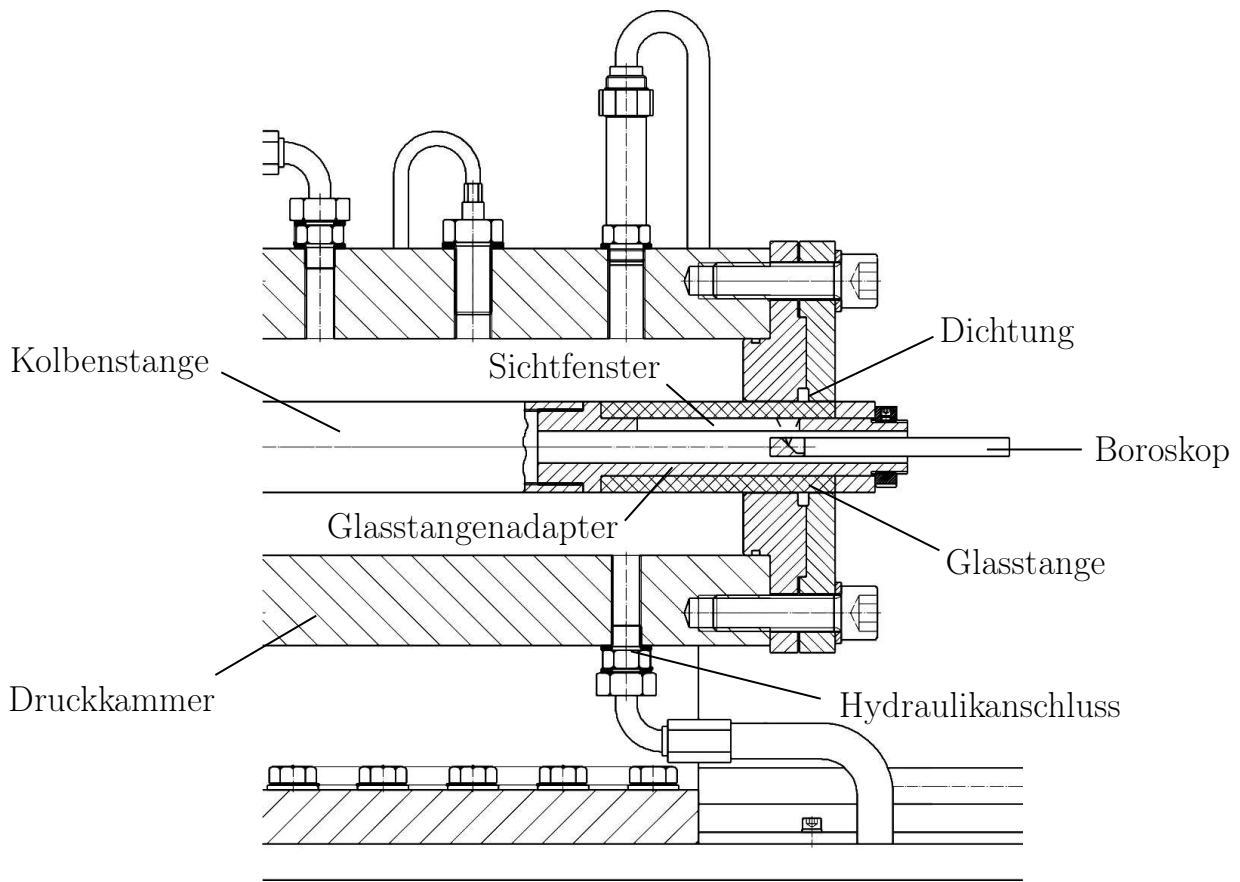


Abbildung 6.10: Optisches Messsystem des Hydraulikprüfstands

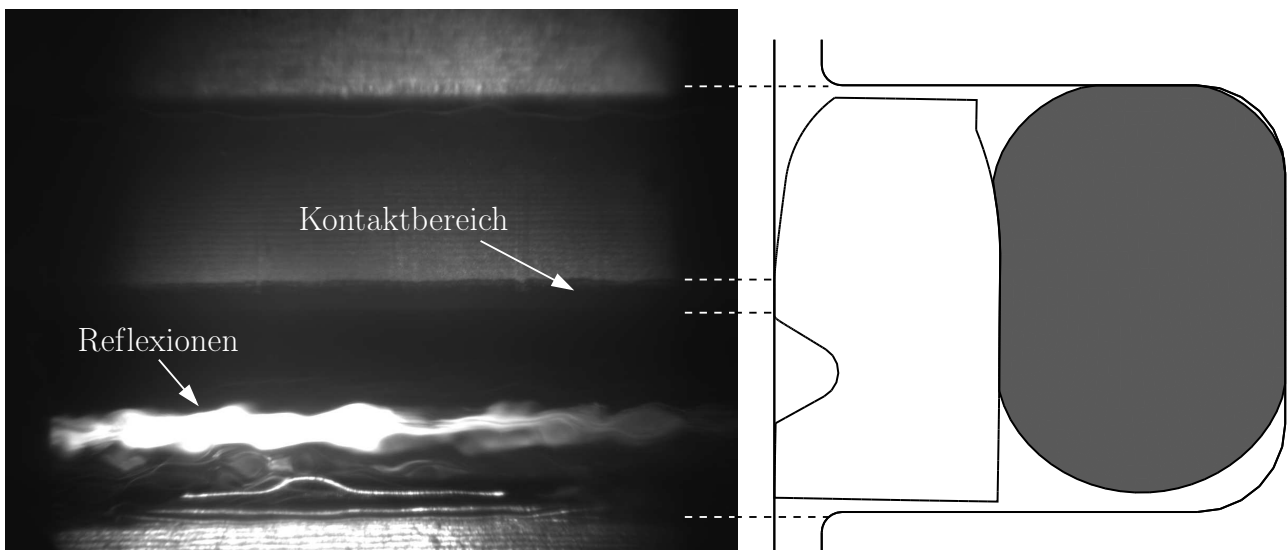


Abbildung 6.11: Optische Aufnahme einer Stangendichtung zur Bestimmung der Kontaktbreite

7 Parameteridentifikation und Validierung

7.1 Materialmodelle

Die Messergebnisse der in Kap. 6.1 beschriebenen Versuche bilden die Grundlage für die Identifikation der Materialmodellparameter aus Kap. 3. Zur Bestimmung der Parameterwerte des viskoplastischen Werkstoffmodells wird unter anderem die Optimierungssoftware optiSLang [Dyn09] eingesetzt, da die hohe Parameteranzahl eine manuelle Ermittlung sehr schwierig und zeitaufwändig macht.

7.1.1 Elastomer NBR70

Thermische Ausdehnung

Abb. 7.1 zeigt die thermische Längendehnung u^{th} der NBR70-Probe im Temperaturbereich von -100 bis 100°C . Durch Auswertung der Steigungen des Kurvenverlaufs ergeben sich in den einzelnen Temperaturbereichen die thermischen Ausdehnungskoeffizienten α^{th} wie in Tab. 7.1 dargestellt.

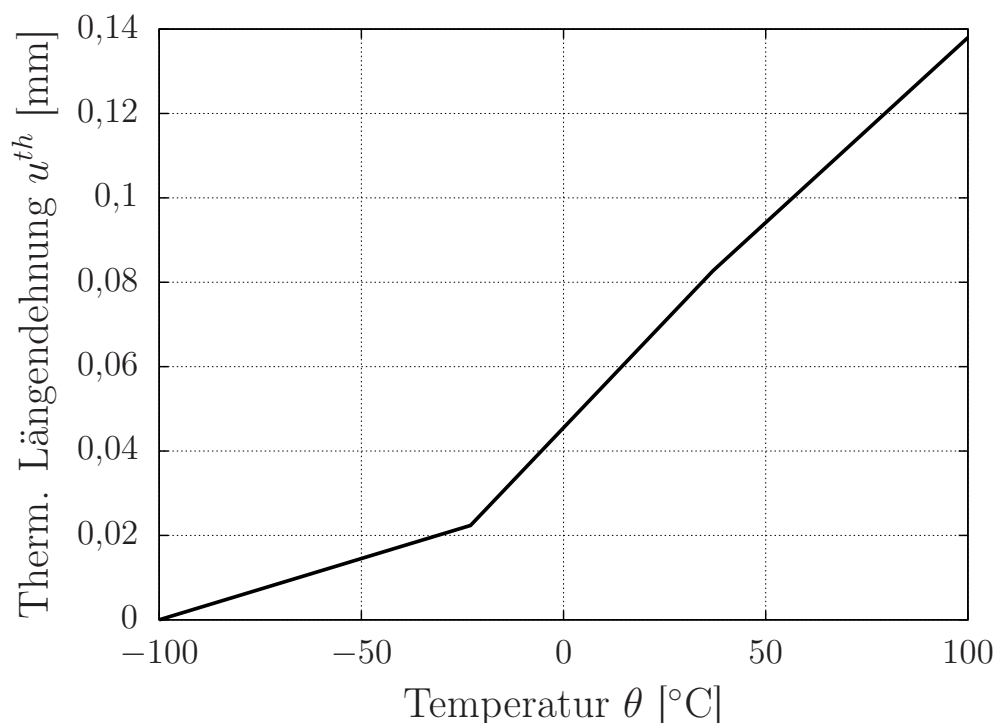


Abbildung 7.1: Thermische Längendehnung von NBR70 (Probenausgangshöhe 5,4 mm)

Tabelle 7.1: Thermische Ausdehnungskoeffizienten α^{th} von NBR70

Temperatur θ [°C] von	bis	α^{th} [1/K]
-100	-23	$5,378 \cdot 10^{-5}$
-23	37	$1,862 \cdot 10^{-4}$
37	100	$1,623 \cdot 10^{-4}$

Hyperelastizität

Die Bestimmung der quasi-statischen Elastomer-Materialparameter erfolgt auf Basis der Ergebnisse des uniaxialen Stufenzugversuchs (vgl. Kap. 6.1.4). In Abb. 7.2 ist das Ergebnis für NBR70 bei 25°C dargestellt, wobei die durchgezogene Kurve die Spannungsantwort der Elastomerprobe während der Versuchsdurchführung zeigt. Die Kreuze markieren für jede Dehnungsstufe (10, 20, ..., 60 %) die gemittelten Werte, welche aus den Endpunkten der beiden 15-minütigen Relaxationsphasen für Be- und Entlastungspfad berechnet werden. Eine gedachte Verbindungslinie zwischen diesen Kreuzen repräsentiert das quasi-statische, mechanische Verhalten des Elastomers, d. h. die Spannungsantwort bei unendlich langsamer Dehnungsbelastung der Probe. Für die Identifikation der Parameter der beiden hyperelastischen Materialmodelle aus Kap. 3.1.1 werden die Mittelwerte aus Abb. 7.2 nun im Vektor σ_{test} zusammengefasst. Die Parameterbestimmung wird als mathematisches Minimierungsproblem formuliert, wobei als Zielfunktion die Euklidische Norm der Abweichung zwischen Versuch und Simulation

$$\Delta = \|\sigma_{test} - \sigma_{sim}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{test,i} - \sigma_{sim,i})^2} \rightarrow \min \quad (7.1)$$

definiert wird. Die Einträge des Spannungsvektors σ_{sim} berechnen sich dabei für die uniaxiale Belastung der Elastomerprobe gemäß

$$\sigma_{sim,i} = 2C_{10} \left(\lambda_i^2 - \frac{1}{\lambda_i} \right) \quad (7.2)$$

für das Neo-Hooke-Modell bzw. gemäß

$$\sigma_{sim,i} = \mu^{vdW} \left[\frac{1}{1 - \tilde{\eta}} - \alpha^{vdW} \sqrt{\frac{I_1 - 3}{2}} \right] \left(\lambda_i^2 - \frac{1}{\lambda_i} \right) \quad (7.3)$$

mit

$$I_1 = \lambda_i^2 + \frac{2}{\lambda_i} \quad (7.4)$$

für das van-der-Waals-Modell. Die Herleitung der Gleichungen ist in Anhang C ab S. 147 dargestellt. Abb. 7.2 zeigt die angepassten Kurven für NBR70. Die Parameterwerte sind in Tab. 7.2 gegeben.

Aus Abb. 7.2 wird deutlich, dass das Neo-Hooke-Materialmodell in der Simulation nur bis maximal 40 % Dehnung eingesetzt werden sollte. Für größere Dehnungen empfiehlt sich die Verwendung des van-der-Waals-Modells, da dieses zusätzlich in der Lage ist, die aufgrund der Molekülausrichtung auftretenden Versteifungseffekte des Elastomers bei großen Dehnungen abzubilden.

Tabelle 7.2: Neo-Hooke- und van-der-Waals-Modellparameter für NBR70

Modellparameter	-20°C	25°C	60°C	Einheit
C_{10}	0,687	0,761	0,827	N/mm ²
μ^{vdW}	1,729	1,906	1,975	N/mm ²
λ_m	2,401	2,337	2,299	–
α^{vdW}	1,841	1,951	1,926	–

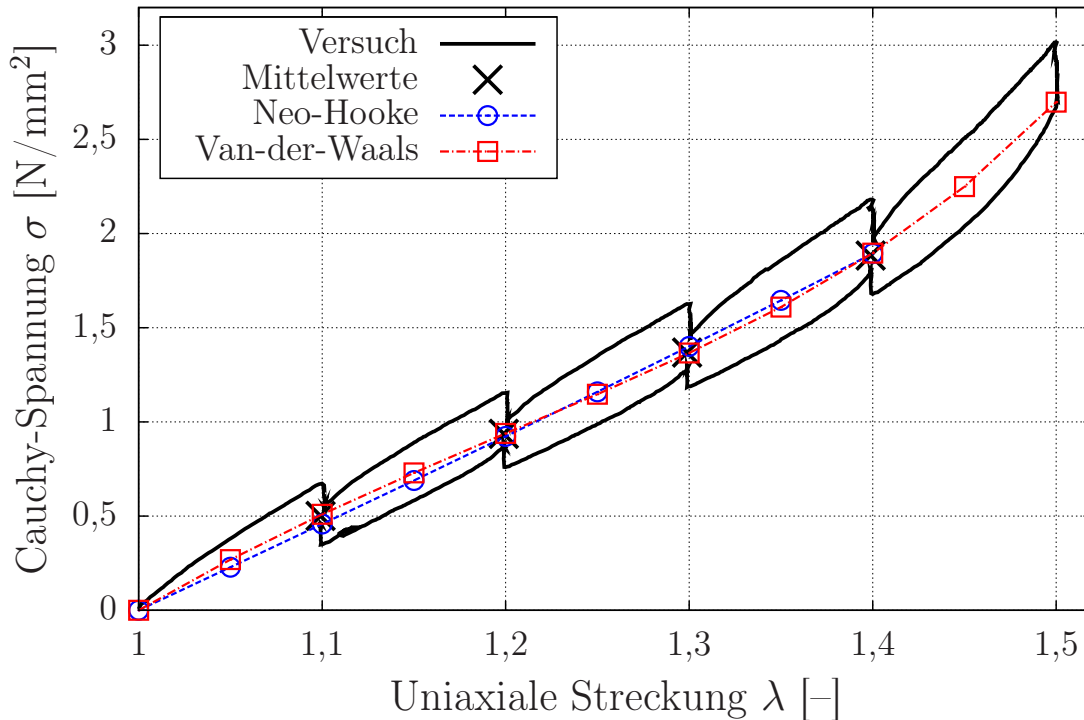


Abbildung 7.2: Anpassung des Neo-Hooke und van-der-Waals-Materialmodells für NBR70 bei 25°C

Viskoelastizität

Die Bestimmung der Prony-Reihenparameter des generalisierten Maxwell-Modells zur Beschreibung der viskoelastischen Materialeigenschaften von NBR70 aus Kap. 3.1.2 erfolgt anhand von Messdaten einer Dynamisch-Mechanischen Analyse (siehe Kap. 6.1.6). Beide Master-Kurven für den Speichermodul G' und den Verlustmodul G'' als Funktion der Frequenz sind in Abb. 7.3 dargestellt. Die Anpassung erfolgt mit 23 Prony-Elementen, welche in Tab. 7.3 aufgelistet sind. Die WLF-Parameter der Zeit-Temperatur-Verschiebungsfunktion (3.16) ergeben sich zu $C_1 = 6,01$ und $C_2 = 100,86$ K.

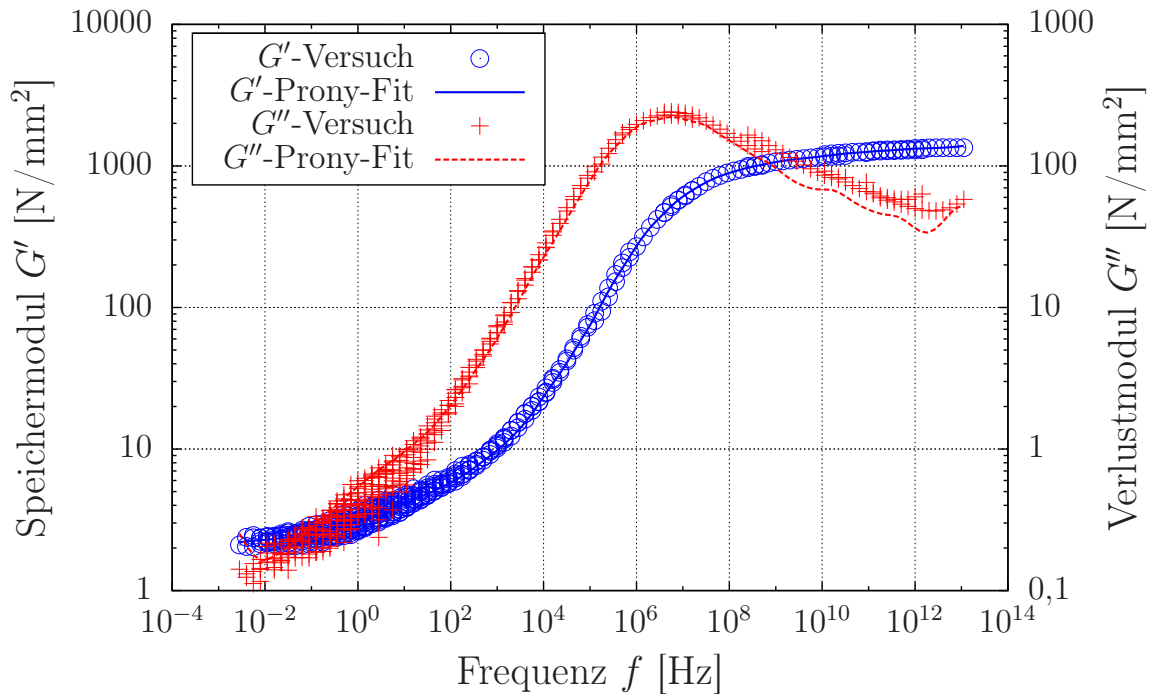


Abbildung 7.3: Masterkurve von NBR70 bei 25°C

Tabelle 7.3: Prony-Reihenparameter für NBR70 bei 25°C

i	g_i^P [-]	τ_i^P [s]	i	g_i^P [-]	τ_i^P [s]
1	0,067328	$1,414 \cdot 10^{-14}$	13	0,022602	$3,452 \cdot 10^{-6}$
2	0,004409	$7,071 \cdot 10^{-14}$	14	0,010993	$1,726 \cdot 10^{-5}$
3	0,037686	$3,535 \cdot 10^{-13}$	15	0,003163	$8,631 \cdot 10^{-5}$
4	0,026840	$1,768 \cdot 10^{-12}$	16	0,001978	$4,316 \cdot 10^{-4}$
5	0,057432	$8,838 \cdot 10^{-12}$	17	0,000887	$2,158 \cdot 10^{-3}$
6	0,037550	$4,419 \cdot 10^{-11}$	18	0,000653	$1,079 \cdot 10^{-2}$
7	0,076659	$2,210 \cdot 10^{-10}$	19	0,000493	$5,395 \cdot 10^{-2}$
8	0,088437	$1,105 \cdot 10^{-9}$	20	0,000311	$2,697 \cdot 10^{-1}$
9	0,149794	$5,524 \cdot 10^{-9}$	21	0,000184	1,348621
10	0,176302	$2,762 \cdot 10^{-8}$	22	0,000120	6,743106
11	0,157424	$1,381 \cdot 10^{-7}$	23	0,000516	168,577643
12	0,077181	$6,905 \cdot 10^{-7}$			

7.1.2 Thermoplast UHMW-PE

In diesem Abschnitt wird die Bestimmung der Modellparameter des in Kap. 3.2 vorgestellten, viskoplastischen Materialmodells anhand von experimentellen Ergebnissen beschrieben. Die Durchführung der verwendeten Versuche ist in Kap. 6.1 erläutert.

Thermische Ausdehnung

Abb. 7.4 zeigt die thermische Längendehnung u^{th} der PE-Probe im Temperaturbereich von -100 bis 100°C . Durch Auswertung der Steigungen des Kurvenverlaufs ergeben sich in den einzelnen Temperaturbereichen die thermischen Ausdehnungskoeffizienten α^{th} wie in Tab. 7.4 dargestellt.

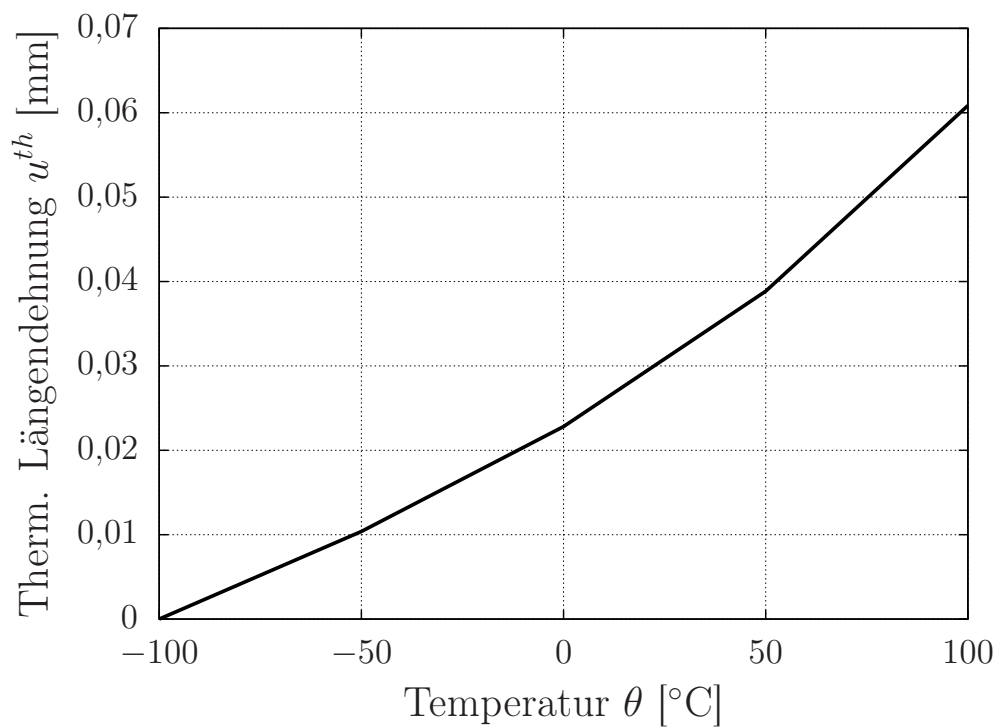


Abbildung 7.4: Thermische Längendehnung von UHMW-PE (Probenausgangshöhe 1,86 mm)

Tabelle 7.4: Thermische Ausdehnungskoeffizienten α^{th} von UHMW-PE

Temperatur θ [°C]		α^{th} [1/K]
von	bis	
-100	-50	$1,119 \cdot 10^{-4}$
-50	0	$1,337 \cdot 10^{-4}$
0	50	$1,728 \cdot 10^{-4}$
50	100	$2,369 \cdot 10^{-4}$

Kompressibilität

Anhand der Ergebnisse des Kompressionsversuchs aus Kap. 6.1.2 erfolgt die Bestimmung der Querkontraktionszahl ν . Diese wird für die Definition des elastischen Anteils des viskoplastischen Materialmodells aus Kap. 3.2 benötigt. Abb. 7.5 zeigt zwei Kraft-Verschiebungs-Kurven für UHMW-PE bei 25°C.

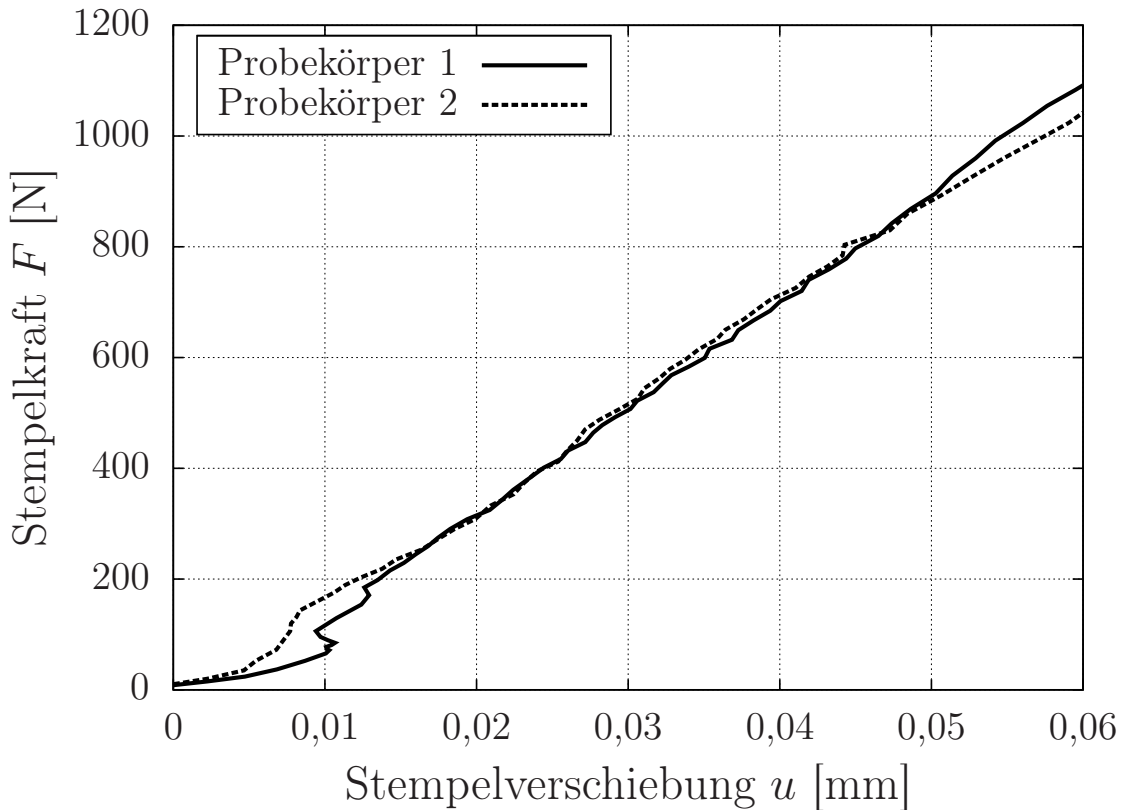


Abbildung 7.5: Kraft-Verschiebungs-Kurve für UHMW-PE bei 25°C

Für die maximale Stempelverschiebung $u = 0,06$ mm ergibt sich eine entsprechende Stempelkraft von $F = 1050$ N. Der hydrostatische Druck im Probekörper lässt sich damit zu

$$p^h = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = 37 \text{ N/mm}^2 \quad (7.5)$$

berechnen. Daraus ergibt sich der lineare Kompressionsmodul

$$K = p^h \frac{V_0}{\Delta V} = p^h \frac{l}{u} = 3714 \text{ N/mm}^2 . \quad (7.6)$$

Die Querkontraktionszahl

$$\nu = \frac{3K - E}{6K} = 0,47 \quad (7.7)$$

kann mit Hilfe des Elastizitätsmoduls $E = 700 \text{ N/mm}^2$, der aus der Spannungs-Dehnungs-Kurve des uniaxialen Zugversuchs abgelesen wird (siehe Abb. 7.6), berechnet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird angenommen, dass die Querkontraktionszahl im Temperaturbereich

von -20 bis 60°C konstant ist. Aufgrund der Tatsache, dass die Versuchsdurchführung keinen idealen hydrostatischen Spannungszustand im Probekörper zulässt und auch Reibeffekte zwischen Bohrungsinnenwand und Probe das Messergebnis verfälschen können, stellt die berechnete Querkontraktionszahl von $\nu = 0,47$ nur eine Näherung dar.

Viskoplastizität

Wie zu Beginn dieses Kapitels bereits erwähnt, wird zur Bestimmung der Parameterwerte des viskoplastischen Materialmodells die Optimierungssoftware optiSLang verwendet. Anhand von $n = 6$ Versuchen (Zug-, Stufenzug- und vier Zyklusversuchen) werden mit Hilfe eines evolutionären Optimierungsalgorithmus die einzelnen Parameterwerte identifiziert. Hierfür wird eine Zielfunktion definiert, die die Abweichung der Spannungsverläufe zwischen Versuch und Simulation quantifiziert. Die Zielfunktion

$$\Delta = \sum_{k=1}^n \frac{1}{T_k} \sum_{l=1}^{m_k} \Delta t_k^l (\sigma_{test,k}^l - \sigma_{sim,k}^l)^2 \rightarrow \min \quad (7.8)$$

mit

$$\Delta t_k^l = \begin{cases} \frac{1}{2} (t_k^{l+1} - t_k^l) & \text{für } l = 1 \\ \frac{1}{2} (t_k^{l+1} - t_k^{l-1}) & \text{für } 1 < l < m_k \\ \frac{1}{2} (t_k^l - t_k^{l-1}) & \text{für } l = m_k \end{cases} \quad (7.9)$$

ist in einer normierten Form der Euklidischen Norm gegeben. Die quadratische Abweichung der Spannungen $(\sigma_{test,k}^l - \sigma_{sim,k}^l)^2$ wird über alle m_k Datenpunkte jedes Versuchs k aufsummiert, wobei für jeden Punkt l mit der Zeitintervallbreite Δt_k^l gewichtet wird. Durch die Gewichtung werden der Einfluss nicht-äquidistanter Messpunkte innerhalb eines Versuchs sowie der Einfluss unterschiedlicher Messpunktanzahlen zwischen zwei oder mehreren Versuchen eliminiert. Dies hat aber zur Folge, dass länger andauernde Versuche innerhalb der Zielfunktion automatisch einen größeren Wert beitragen. Daher wird zusätzlich mit der Gesamtdauer $T_k = t_k^{m_k} - t_k^1$ des jeweiligen Versuchs normiert. Einzelheiten zum Vorgehen bei der Parameteridentifikation und den verwendeten Algorithmen sind Tschentscher [Tsc09] zu entnehmen.

In Tab. 7.5 sind die identifizierten Parameterwerte des viskoplastischen Materialmodells gegeben. Die Vergleiche von Versuch und Simulation für 25°C sind in Abb. 7.6 bis 7.11 dargestellt. Im Anhang D ab S. 149 sind die Diagramme der Anpassungen für -20°C und 60°C zusammengefasst. Das angepasste Modell ist in der Lage, die im Versuch ermittelten Spannungsverläufe auch unter zyklischer Belastung sehr gut abzubilden. Es muss noch erwähnt werden, dass durch die gleichzeitige Anpassung von sechs unterschiedlichen Versuchen die gefundenen Parameterkombinationen nur den besten Kompromiss darstellen können.

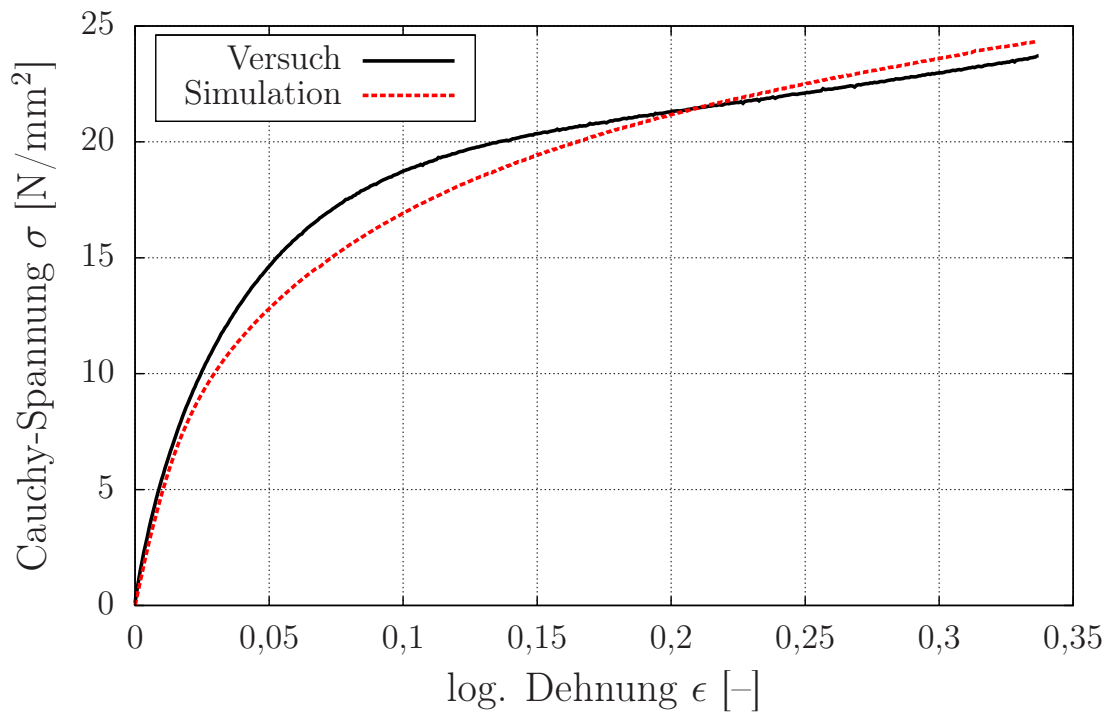


Abbildung 7.6: Ergebnis des Zugversuchs für UHMW-PE bei 25°C

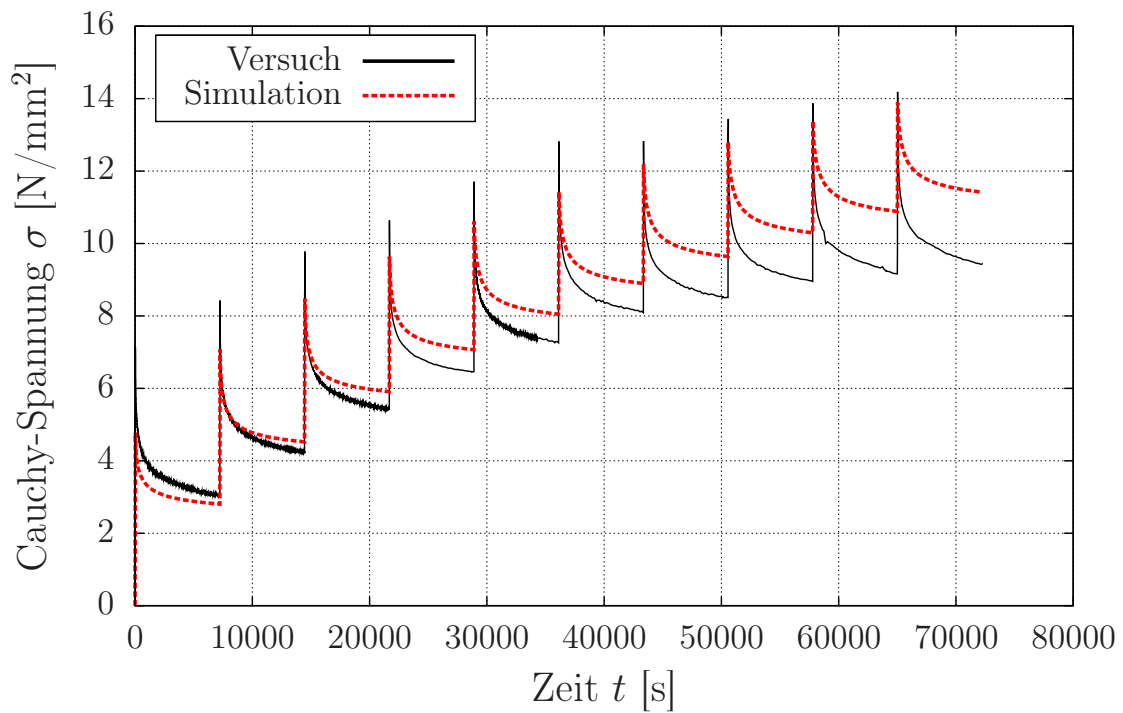


Abbildung 7.7: Ergebnis des Stufenzugversuchs für UHMW-PE bei 25°C

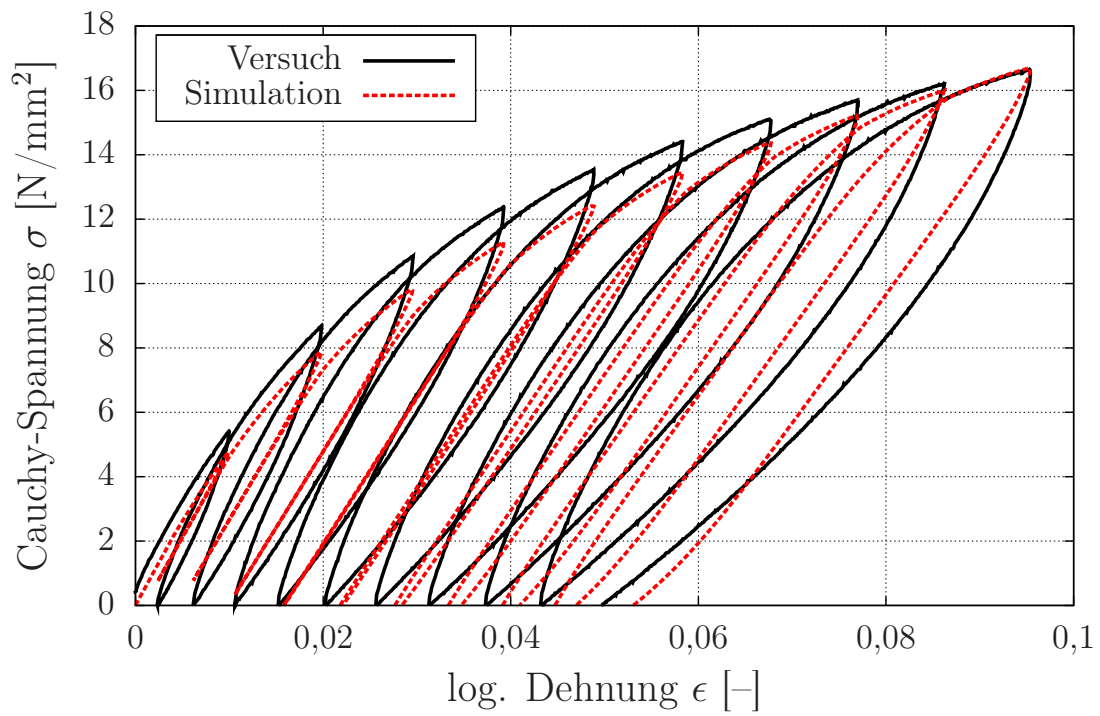


Abbildung 7.8: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 1 mm/min und 25°C

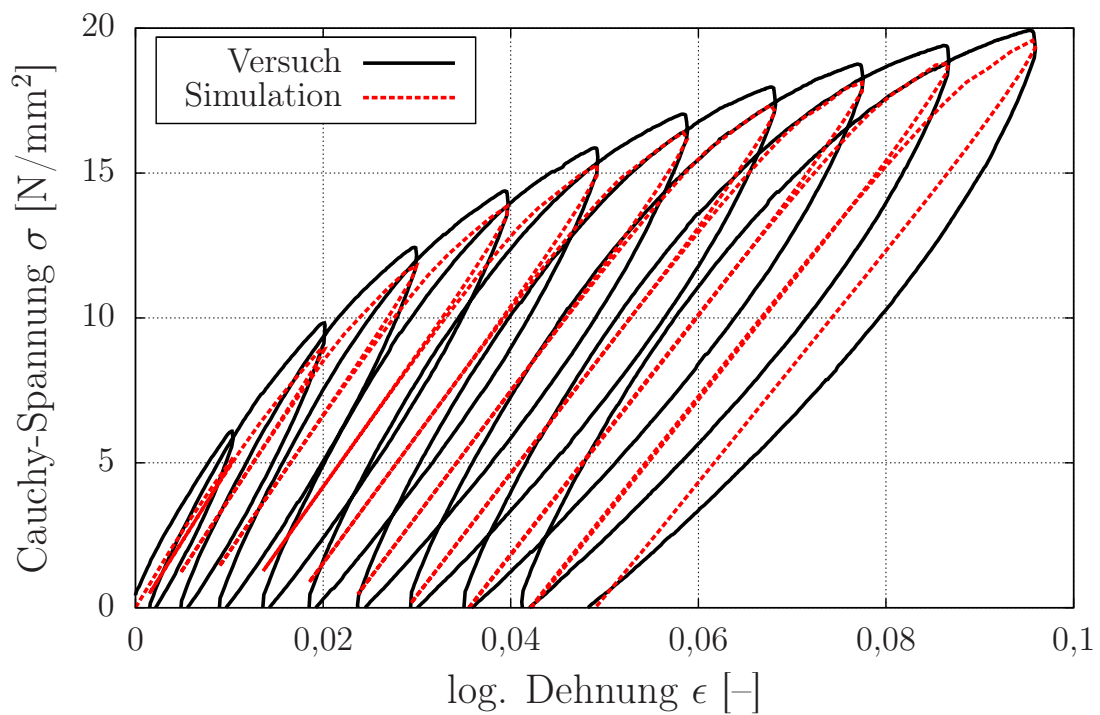


Abbildung 7.9: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 10 mm/min und 25°C

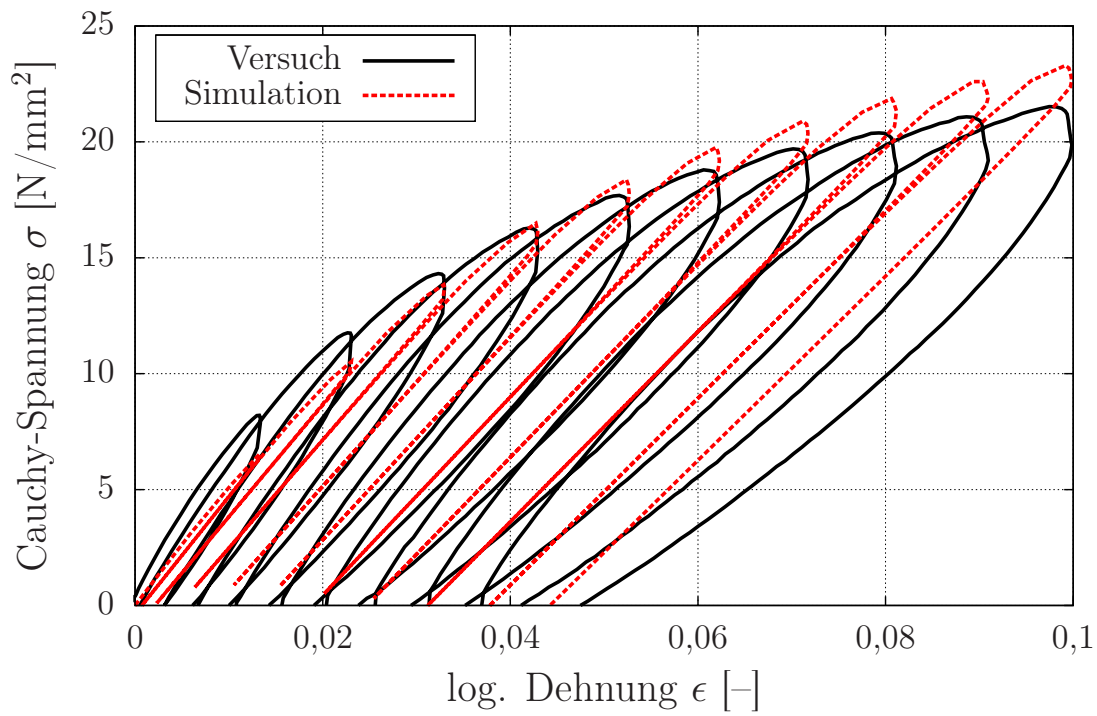


Abbildung 7.10: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 100 mm/min und 25°C

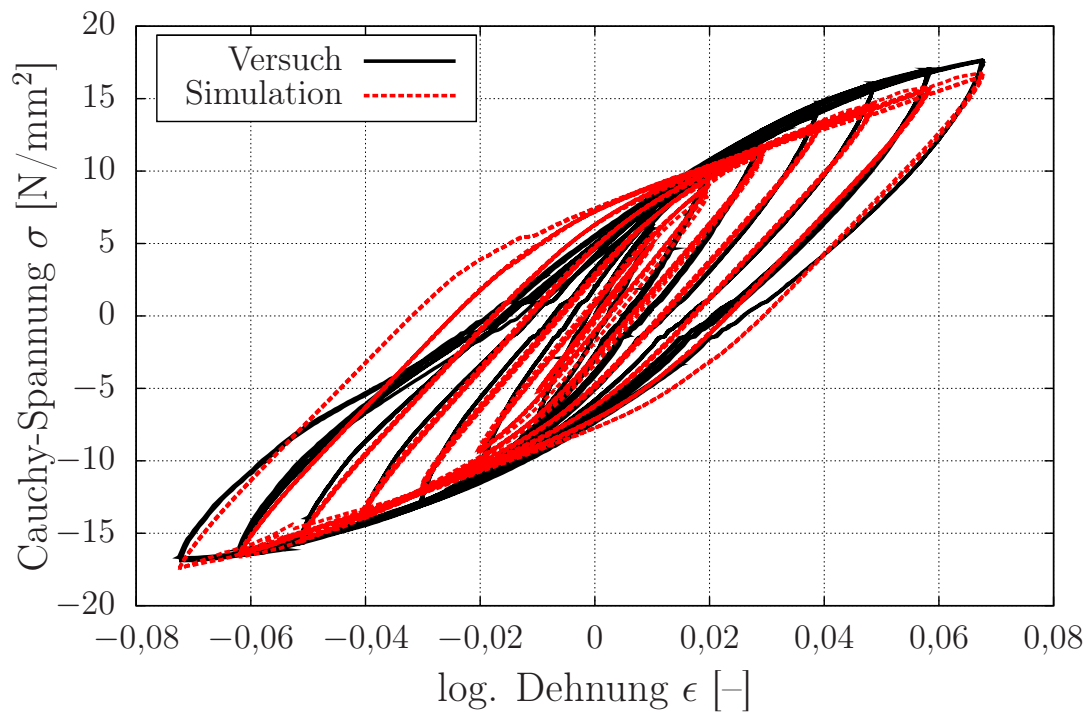


Abbildung 7.11: Ergebnis des Zyklus-Zug-Druckversuchs für UHMW-PE bei 25°C

Tabelle 7.5: Identifizierte Parametersätze für UHMW-PE

Modellparameter	-20°C	25°C	60°C	Einheit
$K_{P,1}^{el}$	600	204,99	92,339	N/mm ²
$K_{P,2}^{el}$	159,28	50,782	10,226	N/mm ²
α^{el}	133,61	134,18	106,62	–
K_v^{el}	348,88	279,53	142,63	N/mm ²
σ_0^{pl}	5,7931	1,0338	1,1399	N/mm ²
C^{pl}	51,566	161,74	113,9	N/mm ²
γ^{pl}	42,258	30,294	17,151	–
Q_∞^{pl}	13,78	13,999	7,3076	N/mm ²
b^{pl}	212,06	114,05	156,73	–
A^v	$1,56 \cdot 10^{-5}$	$8,77 \cdot 10^{-6}$	$9,9 \cdot 10^{-6}$	mm ^{2n^v} /N/s ^{m^v+1}
n^v	2,4304	2,9241	4,0413	–
m^v	-0,2744	-0,2715	0	–

Zur Validierung der identifizierten Parameter des viskoplastischen Materialmodells werden zwei weitere Versuche durchgeführt – ein Stufenkriechversuch und ein 3-Punkt-Biegeversuch. Beim Stufenkriechversuch handelt es sich im Gegensatz zu den vorherigen Versuchen um eine lastgeregelte Prüfung. In Abb. 7.12 ist das Belastungsprofil des Stufenkriechversuchs dargestellt. Zunächst erfolgt eine Belastung der Zugprobe mit $0,2 \cdot \sigma_{max}$ für die Dauer von 1 min. Anschließend wird auf Kraft $F = 0$ N entlastet und die Probe für die Dauer von 10 min kraftfrei gehalten (Entlastungsphase). Die Be- und Entlastungsgeschwindigkeit beträgt jeweils 1 mm/min. Dieses Profil wird bei unterschiedlichen Belastungshorizonten und Entlastungsdauern wiederholt (siehe Tab. 7.6), wobei die Dauer der Belastung stets 1 min beträgt. $\sigma_{max} = 17,5$ N/mm² entspricht dabei der maximalen, im Zugversuch aufgetretenen Spannung.

Tabelle 7.6: Lasthorizonte und Erholungsdauern des Stufenkriechversuchs

Stufe	Lasthorizont	Entlastungsdauer [min]
1	$0,2 \cdot \sigma_{max}$	10
2	$0,3 \cdot \sigma_{max}$	10
3	$0,4 \cdot \sigma_{max}$	20
4	$0,5 \cdot \sigma_{max}$	20
5	$0,6 \cdot \sigma_{max}$	20
6	$0,7 \cdot \sigma_{max}$	30
7	$0,8 \cdot \sigma_{max}$	30
8	$0,9 \cdot \sigma_{max}$	30

Abb. 7.13 zeigt den Vergleich von Experiment und Simulation für den Stufenkriechversuch bei $\theta = 25^\circ\text{C}$. Obwohl der Stufenkriechversuch nicht für die Parameteridentifikation des viskoplastischen Materialmodells verwendet wurde, wird der Versuchsverlauf gut durch die Simulation nachgebildet.

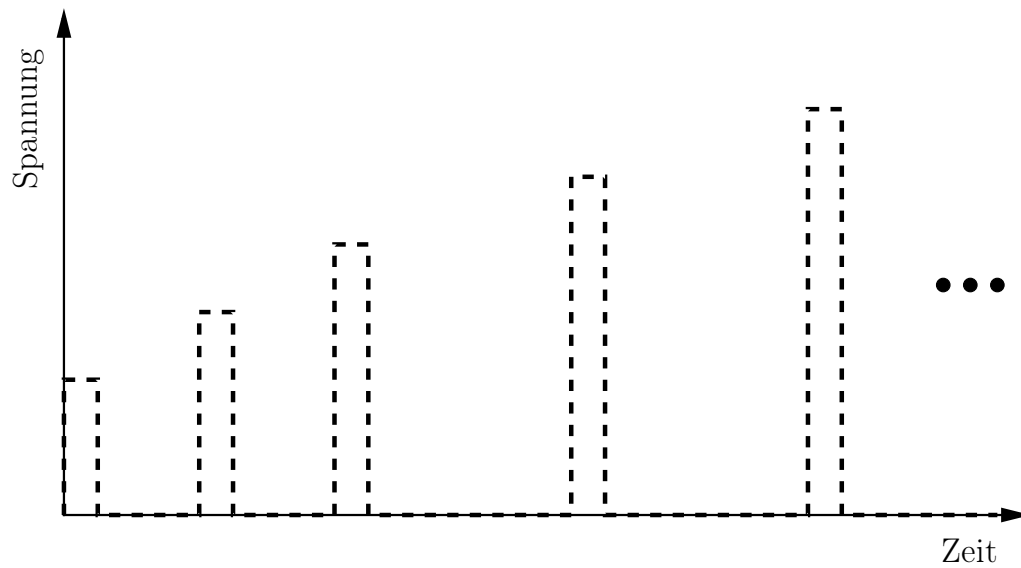


Abbildung 7.12: Belastungsprofil des Stufenkriechversuchs

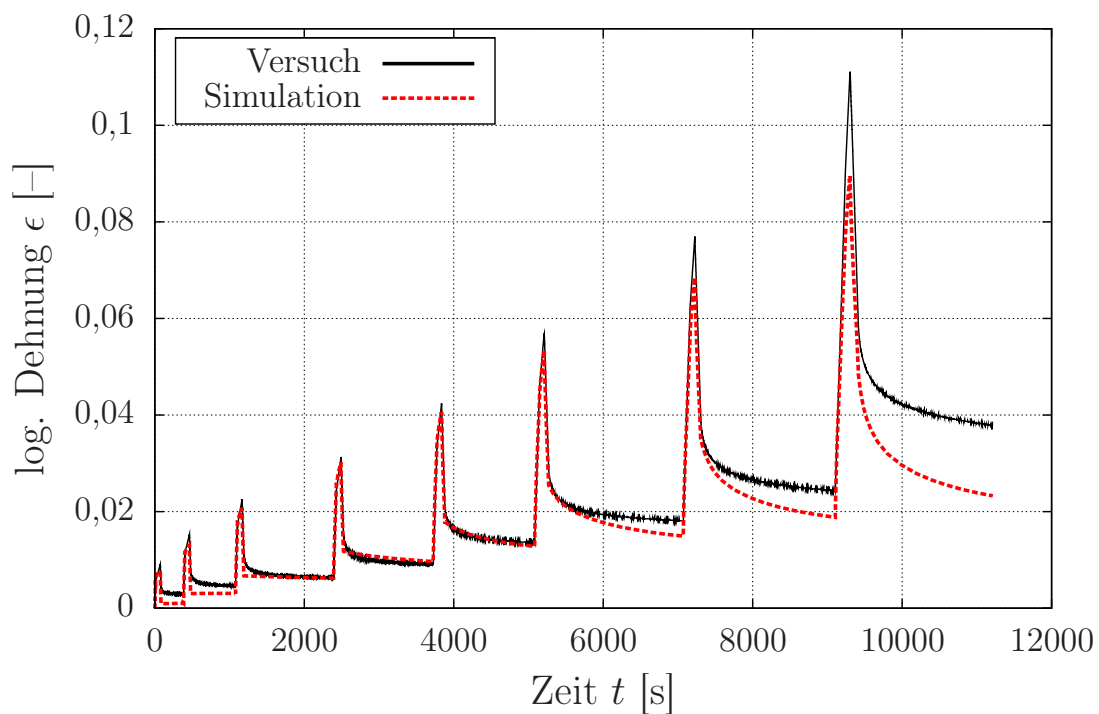


Abbildung 7.13: Ergebnis des Stufenkriechversuchs für UHMW-PE bei 25°C

Der 3-Punkt-Biegeversuch wird in Anlehnung an die DIN EN ISO 178 [DIN06] durchgeführt. In Abb. 7.14 ist der Versuchsaufbau skizziert und die Werte der Geometrieparameter sind in Tab. 7.7 zusammengefasst. Das Belastungsprofil des Stempelwegs in Abhängigkeit der Zeit ist in Abb. 7.15 gezeigt.

Auch hier wird der gemessene Stempelkraftverlauf sehr gut durch die Simulation nachgebildet (siehe Abb. 7.16). Der Unterschied bei der Belastungsphase lässt sich durch die im Versuch aufgebrauchte Vorkraft von $F = 2$ N erklären.

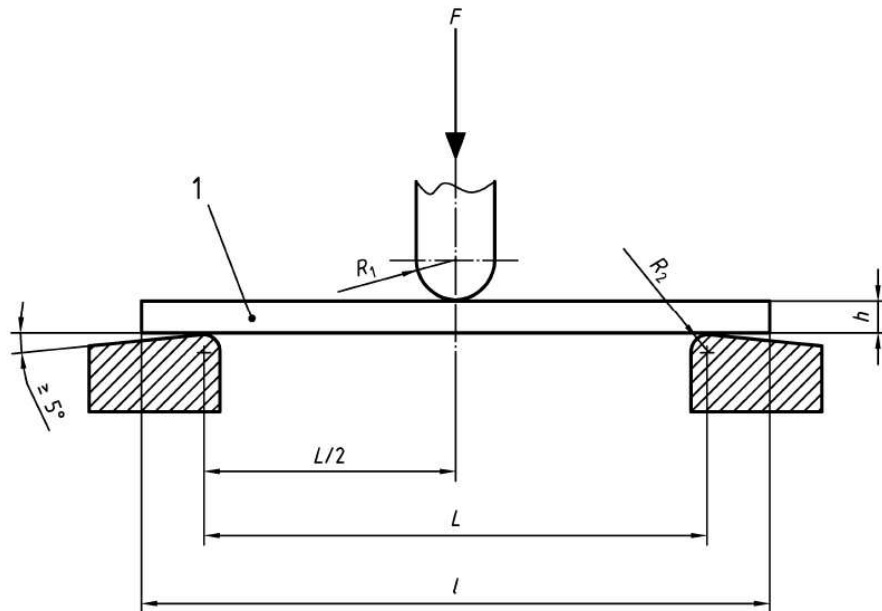


Abbildung 7.14: Probengeometrie und Aufbau des 3-Punkt-Biegeversuchs nach DIN EN ISO 178 [DIN06]

Tabelle 7.7: Geometrieparameter des 3-Punkt-Biegeversuchs

Parameter	Wert [mm]
R_1	5
R_2	2
L	64
l	80
b	10
h	4

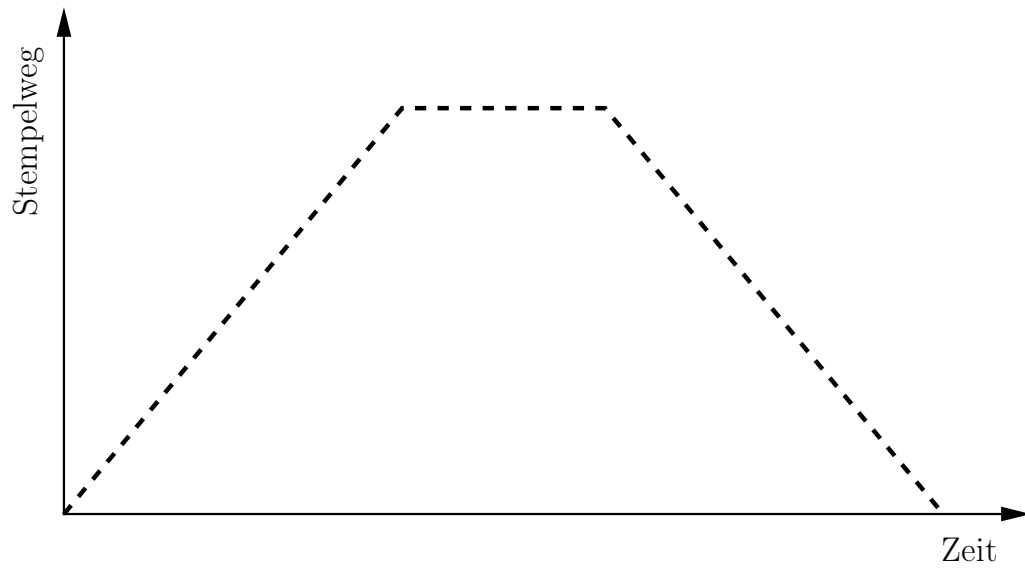


Abbildung 7.15: Belastungsprofil des 3-Punkt-Biegeversuchs

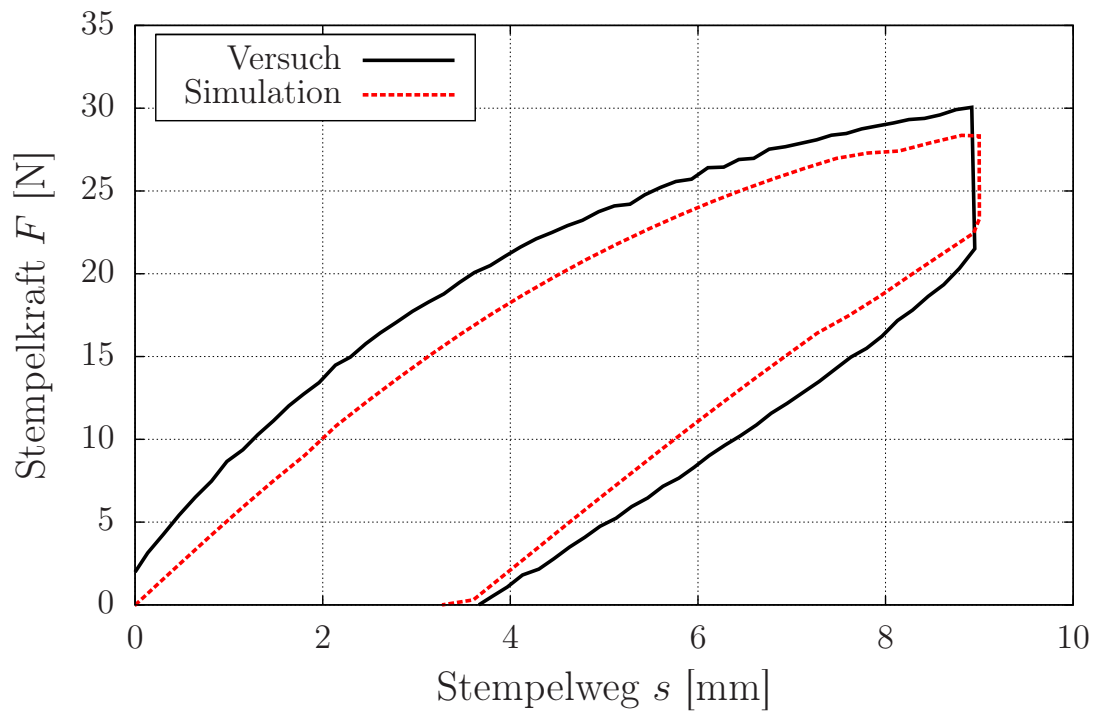


Abbildung 7.16: Ergebnis des Biegeversuchs für UHMW-PE bei 25°C

7.2 Mischreibungmodell

7.2.1 Flussfaktoren

Zur Beschreibung des Einflusses der Oberflächenrauheit auf die Strömungsverhältnisse im Schmierspalt wird in Rahmen dieser Arbeit die Flussfaktor-Methode nach Patir und Cheng verwendet (siehe Kap. 2.3.2). Dabei erfolgt die Berechnung des Druck- und Scherflussfaktors in Anlehnung an die Arbeiten von Lagemann [Lag00] und Illner et al. [IBBD08].

Abb. 7.17 zeigt einen Ausschnitt der Oberflächentopografie der Stangendichtung aus UHMW-PE. Die radiale Oberflächenstruktur entsteht durch die gedrehte Herstellung der Dichtungen. Diese Oberfläche besitzt eine gemittelte, quadratische Rauheit von $R_q = 2,314 \mu\text{m}$, wobei die Rauheit der metallischen Gegenfläche mit $R_q = 0,53 \mu\text{m}$ sehr glatt ist. Die berechneten Flussfaktoren sind in Abb. 7.18 dargestellt.

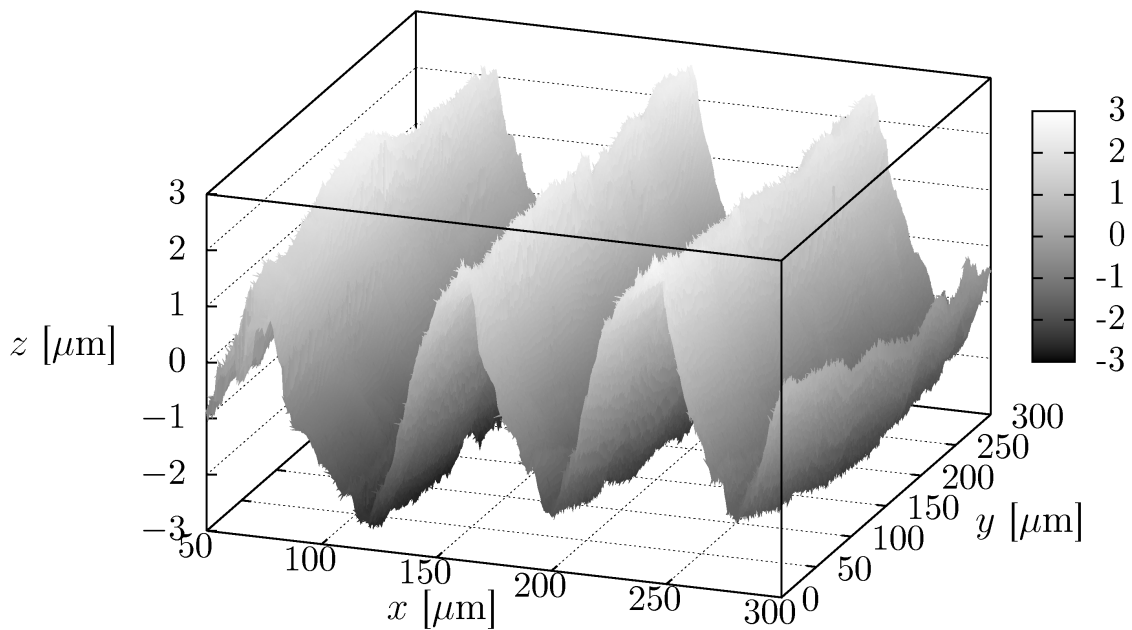


Abbildung 7.17: Oberflächentopografie der Stangendichtung aus UHMW-PE

7.2.2 Parameterbestimmung

Die Bestimmung der Parameter μ^s , h_{mr}^s und p_{mr}^s des Mischreibungmodells aus Kap. 4.1 erfolgt anhand der Stribeck-Kurvenmessungen aus Kap. 6.2.2. Hierfür wird entsprechend dem Versuchsaufbau in Abb. 6.6 ein planares Simulationsmodell in ABAQUS aufgebaut (siehe Abb. 7.19). Dieses besteht aus der starren Kugel mit Radius $r = 6,35 \text{ mm}$ und der Testplatte aus UHMW-PE mit $b_T = 6 \text{ mm}$ und $h_T = 3 \text{ mm}$. Letztere ist mit linearen 4-Knoten Plane Strain

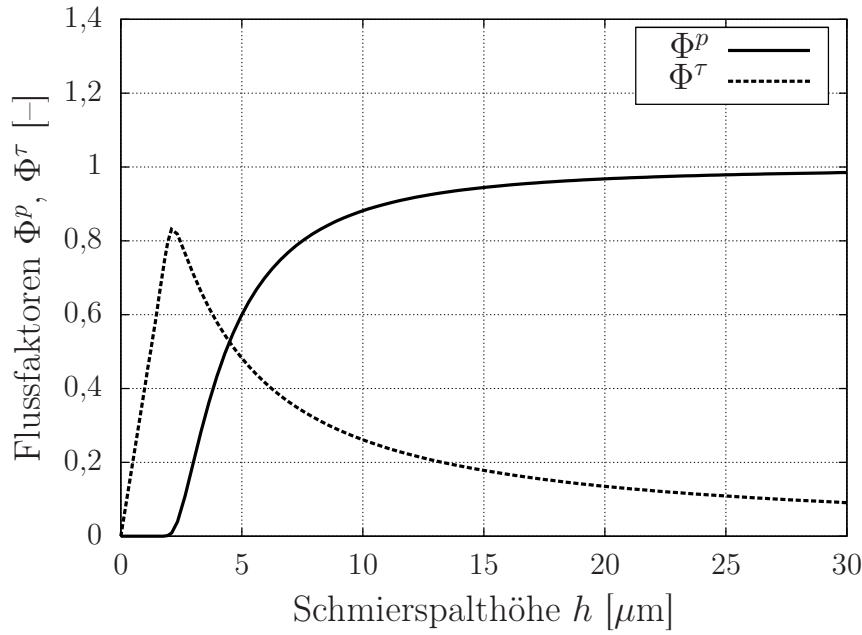


Abbildung 7.18: Flussfaktoren

Elementen (CPE4H) vernetzt, wobei die Elementkantenlänge im Kontakt 0,01 mm beträgt und eine Breite von $b = 1$ mm senkrecht zur Modellierungsebene definiert wird (siehe Glg. (4.27)). Zwischen Kugel und Platte wird das vorgestellte Mischreibungsmode mit stationärem Fluidverhalten entsprechend Glg. (4.22), Randdrücken $p_{ein}^{fl} = p_{aus}^{fl} = 0$ bar und Kavitation aktiviert. Dabei dreht sich die Kugel mit einer Rotationsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$, wodurch sich eine tangentielle Relativgeschwindigkeit von

$$\dot{v} = r \cdot \dot{\varphi} \quad (7.10)$$

ergibt. Die Normalkraft

$$F_N = \frac{2}{3\sqrt{2}} F \quad (7.11)$$

kann aus der im Tribometer aufgebrauchten Gesamtkraft F berechnet werden (siehe Abb. 6.6). Da in Abb. 6.8 keine Abhängigkeit von der Normalkraft erkennbar ist, wird die Simulation nur für $F = 10$ N durchgeführt. Aufgrund der gekrümmten Kugeloberfläche muss Glg. (4.13) zur Berechnung der lokalen Schmierfilmhöhe durch

$$h_i = \hat{x}_i + u_i - \sqrt{r^2 - (\hat{y} + v_i)^2} \quad (7.12)$$

ersetzt werden. Die Fluidviskosität ist in Abb. 6.5 gegeben. In Rheometerversuchen wurde während der 1,5-stündigen Einlaufphase rheopexes Verhalten des Fluids festgestellt. Die Viskosität erhöht sich dabei um den Faktor 100, was auch in der Simulation des Stribeck-Versuchs berücksichtigt wird.

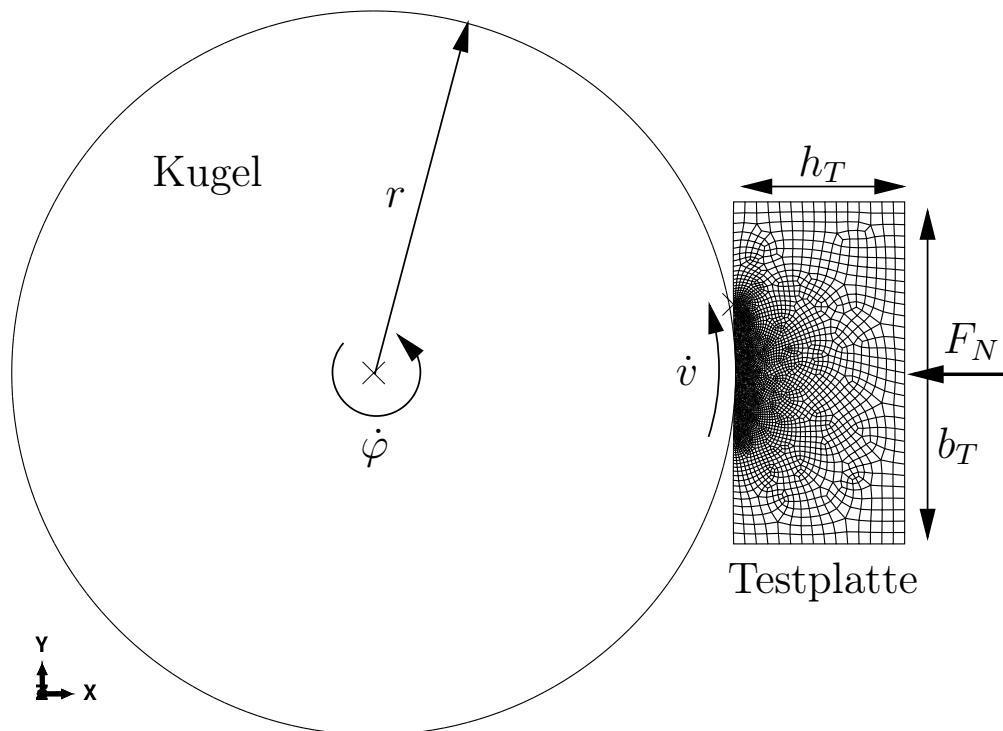


Abbildung 7.19: Simulationsmodell für Anpassung des Mischreibungmodells

Die Simulation wird in drei Schritten durchgeführt:

1. Analog zur Versuchsdurchführung wird die Vordeformation während der Einlaufphase durch eine Belastung mit $F = 30 \text{ N}$ bei 40°C abgebildet.
2. Im zweiten Simulationsschritt wird die Kraft auf 10 N reduziert und die Temperatur auf die jeweilige Versuchstemperatur ($-20, 25, 40^\circ\text{C}$) geändert.
3. Im dritten Schritt erfolgt die hydrodynamische Simulation, in dem die Rotationsgeschwindigkeit der Kugel bis auf 3000 min^{-1} gesteigert wird.

Abb. 7.20 zeigt die Stribeck-Kurvenverläufe bei Variation der beiden Mischreibungsparameter h_{mr}^s und p_{mr}^s . Mit zunehmenden Werten von h_{mr}^s verschiebt sich der Mischreibungsbereich und das Minimum der Stribeck-Kurve zu höheren Relativgeschwindigkeiten. Der Parameter p_{mr}^s beeinflusst die Steigung des Mischreibungsgebietes, wobei höhere Werte zu einem steileren Verlauf führen. Der Vergleich von Versuch und Simulation für $-20, 25$ und 40°C ist in Abb. 7.21 dargestellt. Die Verläufe zeigen eine sehr gute qualitative Übereinstimmung. Es wird aber deutlich, dass der Übergang vom Mischreibungsgebiet in den Fluidreibungsbereich im Versuch viel früher auftritt als bei der Simulation. Als wichtigste Ursachen hierfür werden die ungenügende Abbildung des dreidimensionalen Schmierungs Zustands durch das 2D-Simulationsmodell und die Definition von rein Newtonschem Fluidverhalten angenommen. Weitere Einflüsse sind die Erwärmung des Kontaktbereichs während der Messung, das Auftreten von Turbulenzen im Schmier spalt aufgrund der großen Rauheit der Testplatten und die Definition von rein linear-elastischem, ideal-plastischem Materialverhalten bei der Berechnung der Flussfaktoren.

Die Parameteridentifikation wird anhand der Verläufe für 25°C durchgeführt. Die Kurven für Versuch und Simulation werden auf zwei separaten Geschwindigkeitsachsen aufgetragen und die Kurvenformen der Verläufe im Mischreibungsgebiet quantitativ miteinander verglichen. In Tab. 7.8 sind die Mischreibungsparameter für die drei Temperaturen dargestellt. Die Werte für den Festkörperreibungskoeffizienten μ^s können dabei direkt aus Abb. 6.8 abgelesen werden. Dieser nimmt mit steigender Temperatur zu. Die bei 25°C ermittelten Werte für h_{mr}^s und p_{mr}^s werden für -20 und 40°C übernommen, da die Temperaturabhängigkeit bereits implizit in der Viskositäts- und Materialdefinition enthalten ist. Der Parameter h_{mr}^s beschreibt die Grenzschmier-spalthöhe zwischen Vollschmierungs- und Mischreibungsgebiet. Nach Bartel [Bar01] kann dessen Wert auch durch $h_{mr}^s \approx 3 \cdot R_q$ abgeschätzt werden. p_{mr}^s gibt den maximalen Kontaktdruck an, bei welchem die Mittellinien beider Kontaktflächen zusammenfallen ($h = 0$) und alle Spitzen des Oberflächenprofils vollständig flach gepresst sind.

Tabelle 7.8: Mischreibungsparameter

Modellparameter	-20°C	25°C	40°C	Einheit
μ^s	0,035	0,05	0,055	–
h_{mr}^s	0,0045	0,0045	0,0045	mm
p_{mr}^s	55	55	55	N/mm ²

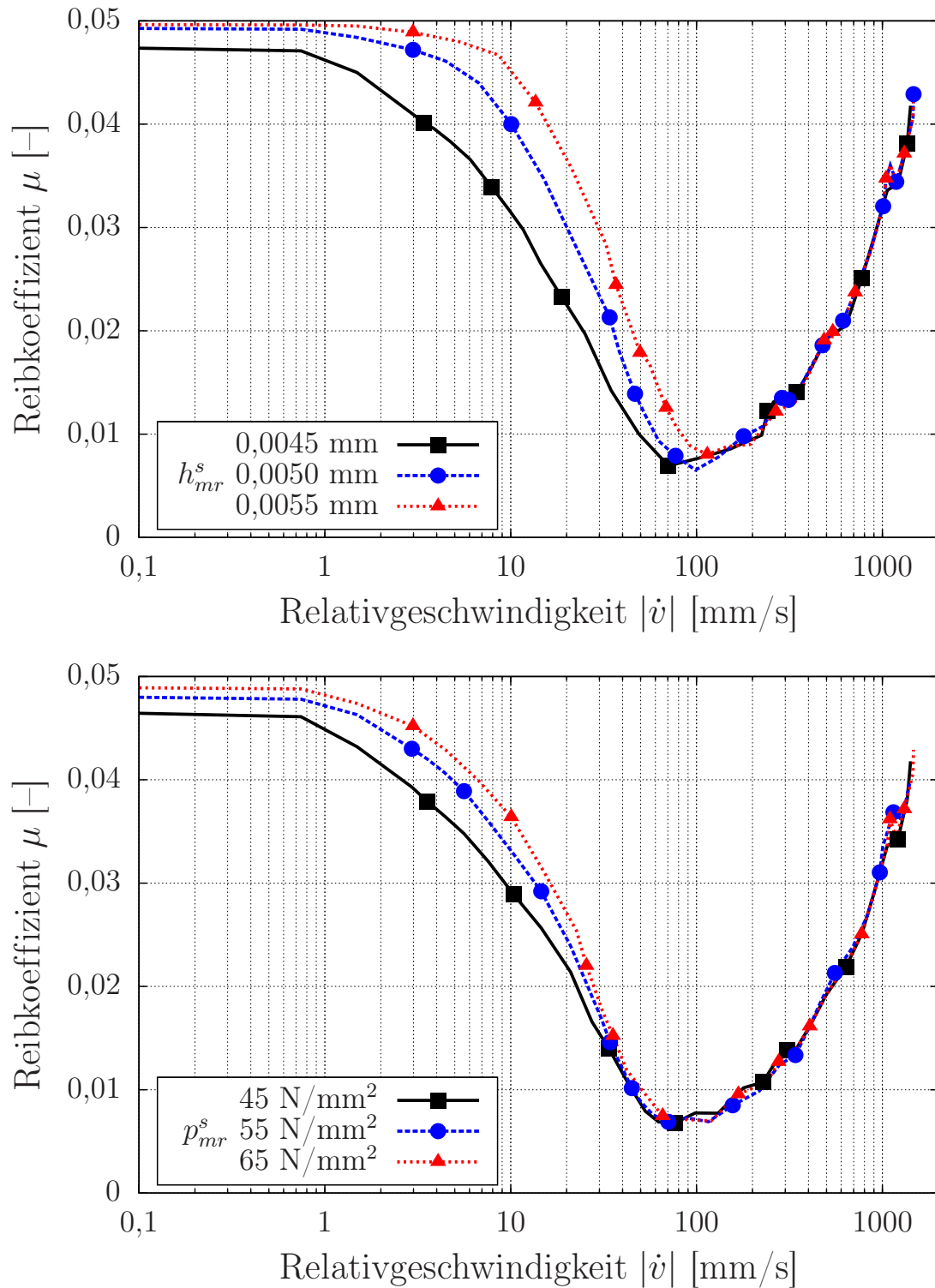


Abbildung 7.20: Einfluss der Mischreibungsparameter auf simulierte Stribeck-Kurvenverläufe für $\mu^s = 0,05$ und 25°C (oben: $p_{mr}^s = 50$ N/mm², unten: $h_{mr}^s = 0,0045$ mm)

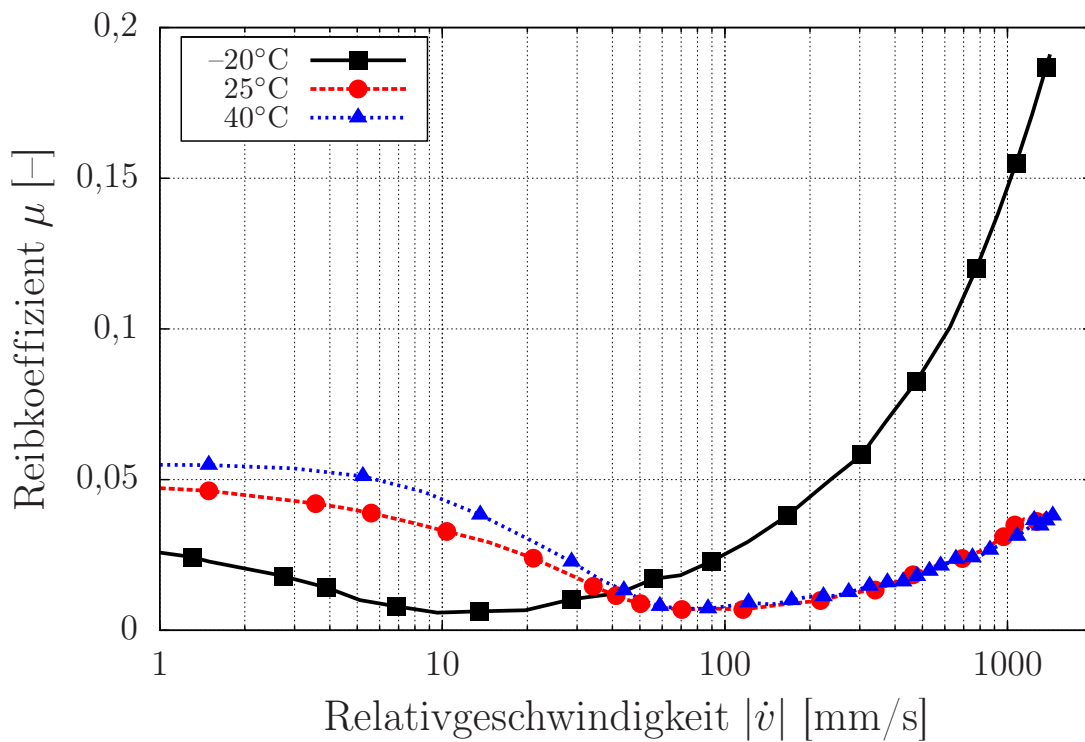
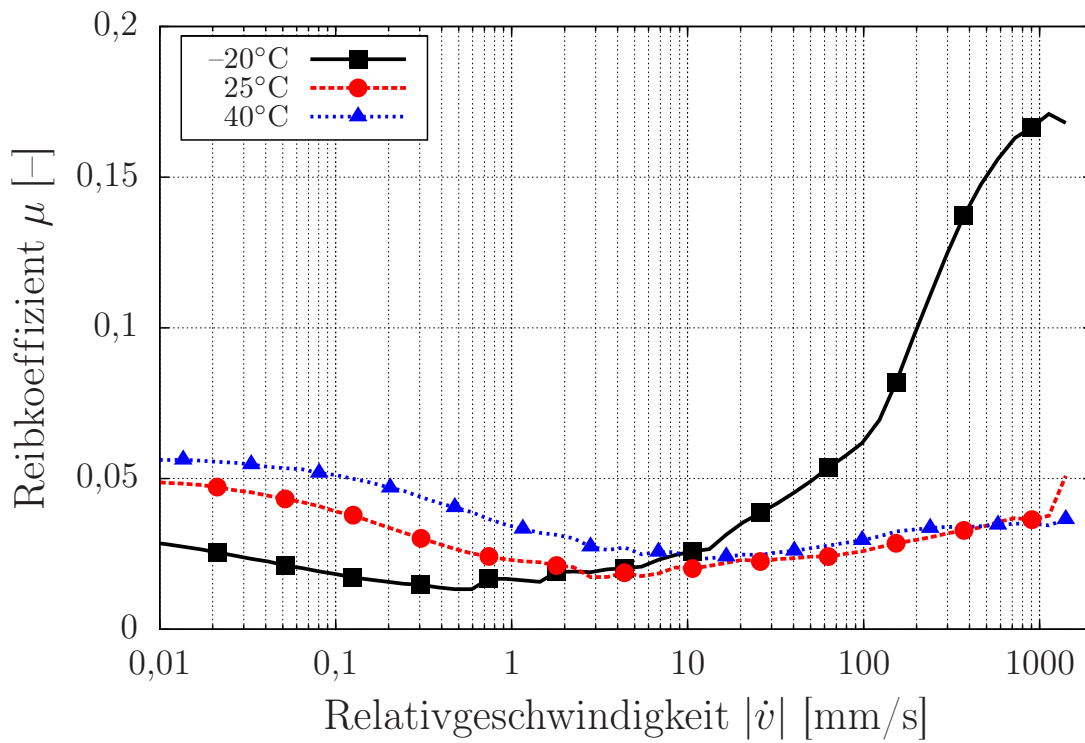


Abbildung 7.21: Vergleich von Versuch (oben) und Simulation (unten) für das Mischreibungsmodell bei -20 , 25 und 40°C ($F = 10\text{ N}$)

8 Simulation von Hydraulikdichtsystemen

In diesem Kapitel werden anhand von zwei Dichtungsbeispielen (O-Ring und Stangendichtung) die Simulationsmethodiken für Mischreibung und Verschleiß im Simulationsprogramm ABAQUS angewendet und die Ergebnisse diskutiert. Des Weiteren werden die Simulationen der Stangendichtung mit Messergebnissen des optischen Hydraulikprüfstands verglichen.

8.1 O-Ring

8.1.1 Simulationsmodell

Als erstes Beispiel wird ein dynamischer, innendichtender O-Ring in einem passiv bewegten Hydraulikzylinder ausgewählt. Das Simulationsmodell besteht aus einem axialsymmetrischen FE-Modell und ist in Abb. 8.1a in seinen initialen Abmessungen dargestellt. Alle geometrischen Maße, Fluideigenschaften und Reibmodellparameter sind in Tab. 8.1 gegeben. Die NBR-Elastomermischung mit einer Härte von 70 ShA aus Kap. 7.1 wird dem O-Ring zugewiesen. In Tab. 7.2 sind die C_{10} -Parameter des Neo-Hooke Materialmodells aufgelistet. Der Kompressibilitätsparameter wird als konstant mit $D = 0,001 \text{ mm}^2/\text{N}$ definiert. Des Weiteren können die Prony-Koeffizienten und Relaxationszeiten für das viskoelastische Verhalten Tab. 7.3 entnommen werden. Die WLF-Konstanten ergeben sich für die Referenztemperatur $\theta_0 = 25^\circ\text{C}$ zu $C_1 = 6,01$ und $C_2 = 100,86 \text{ K}$. Außer für die Untersuchungen zur Hydrodynamik bei Temperaturänderung werden alle Simulationen bei Raumtemperatur $\theta = 25^\circ\text{C}$ durchgeführt.

Stange (S) und Nut (N) werden als starre Flächen modelliert (Analytical Rigid Surfaces), da die Verformungen der beiden Stahlbauteile im Vergleich zum O-Ring vernachlässigbar sind. Abb. 8.1b zeigt den in die Nut eingebauten O-Ring. Der O-Ring-Körper ist mit linearen, axialsymmetrischen 4-Knoten Elementen (CAX4H) vernetzt. Aufgrund des nahezu inkompressiblen Verhaltens des Elastomerwerkstoffs wird eine hybride Elementformulierung mit einem zusätzli-

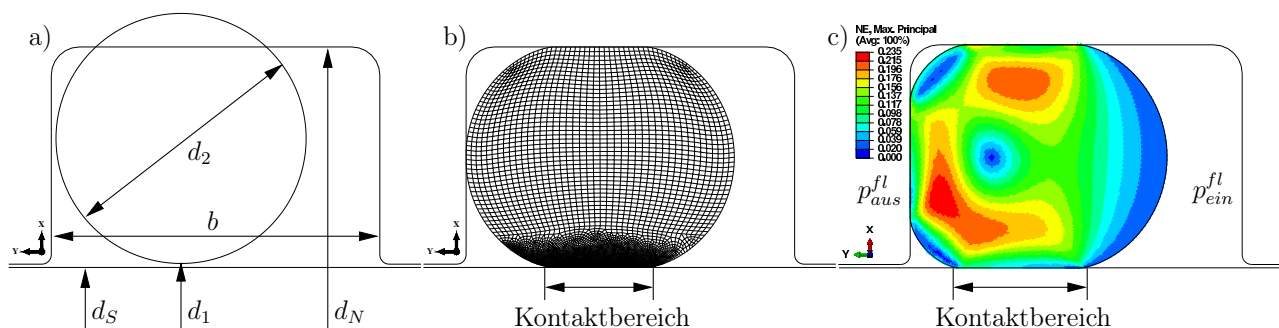


Abbildung 8.1: O-Ring im unverformten (a) und eingebauten Zustand (b) und Darstellung der maximalen nominellen Hauptdehnung bei $p_{ein}^{fl} = 10 \text{ bar}$ Fluidruck (c)

Tabelle 8.1: Parameter des O-Ring Simulationsmodells

Parameter	Wert	Einheit
d_1	50,17	mm
d_2	5,33	mm
$d_S = 2r$	50,0	mm
d_N	59,4	mm
b	7	mm
η	10^{-8}	MPa·s
α	0,5	–
β	0,5	–
p_{ein}^{fl}	10	bar
p_{aus}^{fl}	0	bar
μ^s (Stange)	0,1	–
μ^s (Nut)	0,3	–
h_{mr}^s	$7 \cdot 10^{-4}$	mm
p_{mr}^s	15	N/mm ²
R_q	$2,15 \cdot 10^{-4}$	mm

chen Freiheitsgrad (DOF) für den hydrostatischen Anteil des Spannungstensors verwendet. Die mittlere, globale Elementkantenlänge beträgt 0,1 mm, wobei die Elemente im Kontaktbereich zwischen Stange und O-Ring eine Kantenlänge von 0,008 mm aufweisen. Es muss darauf hingewiesen werden, dass die Breite des Kontaktbereichs in Abb. 8.1b und c nicht initial fixiert ist, sondern sich während des Simulationsprozesses dynamisch verändern kann.

Die Berechnungen werden in folgenden Simulationsschritten durchgeführt:

Montage: Im ersten Schritt wird die O-Ring-Dichtung in die Nut eingebaut (siehe Abb. 8.1b), indem die initialen Kontaktüberschneidungen automatisch aufgelöst werden (*Automatic Contact Interference Shrink* in ABAQUS). Hierfür werden quasi-statisches, hyperelastisches Materialverhalten und reibungsfreie Kontakte definiert.

Hydrostatische Simulation: Während des zweiten Analyseschrittes wird der Fluidsystemdruck inkrementell auf die innere O-Ring-Fläche aufgebracht (rechte Seite in Abb. 8.1c), indem der Druck mittels der ABAQUS-Funktion *Pressure Penetration* von 0 auf p_{ein}^{fl} gesteigert wird. Gleichzeitig wird das benutzerdefinierte Fluid-Element (Kap. 4.2.3) aktiviert und die hydrostatische Lösung (Kap. 4.2.1) in jedem Lastinkrement berechnet. Des Weiteren wird der Festkörperreibungwert im Kontaktbereich Stange–O-Ring von 0 auf μ^s erhöht.

Hydrodynamische Simulation: Im dritten Simulationsschritt erfolgt die hydrodynamische Berechnung infolge einer transienten Bewegung der Hydraulikstange. Die Stangengeschwindigkeit ist dabei in Abhängigkeit der Zeit gegeben und wird in ABAQUS durch eine Amplitudenfunktion beschrieben. Das Materialverhalten kann sowohl als quasi-statisch (hyperelastisch) als auch als zeitabhängig (viskoelastisch) definiert werden. Innerhalb des User Elements wird die hydrodynamische Lösung (Kap. 4.2.1) ohne bzw. mit Quetsch-Termen berechnet.

Tabelle 8.2: Spezifische Volumenflussrate bei hydrostatischer Simulation mit Systemdrücken $p_{ein}^{fl} = 10, 50$ und 100 bar, jeweils ohne und mit Druckflussfaktor Φ^p

Systemdruck p_{ein}^{fl} [bar]	Spez. Volumenflussrate q [mm ² /s]	
	Ohne Φ^p	Mit Φ^p
10	$3,05 \cdot 10^{-4}$	$2,82 \cdot 10^{-5}$
50	$6,22 \cdot 10^{-4}$	$2,76 \cdot 10^{-5}$
100	$6,70 \cdot 10^{-4}$	$2,66 \cdot 10^{-5}$

8.1.2 Hydrostatische Simulation

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse des zweiten Simulationsschrittes, der hydrostatischen Simulation, dargestellt und diskutiert. Der O-Ring wird hierfür bei Raumtemperatur $\theta = 25^\circ\text{C}$ mit 10, 50 und 100 bar Fluiddruck belastet. In Abb. 8.2 sind die Verläufe von Schmierspalthöhe, Festkörperkontaktdruck und Fluiddruck im Dichtspalt zu sehen. Die Kurven für 0 bar zeigen den Zustand nach der Montage des O-Rings in die Nut. Die Simulationen werden sowohl ohne als auch mit Flussfaktoren, deren Verläufe als Funktion der Schmierspalthöhe in Abb. 8.3 dargestellt sind, durchgeführt. Diese beschreiben den Einfluss auf die Strömungsverhältnisse im Dichtspalt; in diesem speziellen Fall bei radial orientierten Oberflächentopografien.

In Abb. 8.2 oben ist zu erkennen, dass mit zunehmendem Fluidsystemdruck der O-Ring stärker gegen die Stangenoberfläche gepresst wird und dadurch die Schmierspalthöhe abnimmt. Des Weiteren vergrößert sich nach der Montage der Kontaktbereich bei 100 bar um ca. 75 % im Vergleich zur Ausgangslänge von 2 mm. Der Einfluss der Flussfaktoren ist speziell bei 50 und 100 bar deutlich zu erkennen. Abb. 8.2 unten zeigt, dass bei den Verläufen mit Druckflussfaktor Φ^p der Abfall des Fluiddrucks über der Dichtspaltlänge geringer ist als bei den Simulationen ohne Flussfaktor. Dies kann durch die radiale Orientierung der Oberflächenstrukturen und die dazugehörige Kurve des Druckflussfaktors Φ^p in Abb. 8.3 erklärt werden. Für Schmierspalthöhen $h < 0,4 \mu\text{m}$ wird die Druckströmung aufgrund der Oberflächenrauheiten fast vollständig unterbunden, so dass der Fluiddruck im Dichtspalt langsamer abgebaut wird. Dies bewirkt wiederum ein geringeres Niveau in den Festkörperkontaktdrücken, wie in Abb. 8.3 Mitte zu sehen ist.

Betrachtet man die in Tab. 8.2 gegebenen spezifischen Volumenflussraten q entsprechend Glg. (4.48) bei hydrostatischer Belastung, so ist zu erkennen, dass die Raten ohne Flussfaktor um eine Größenordnung über denen mit Druckflussfaktor liegen und mit zunehmendem Systemdruck ansteigen. Die Volumenflussraten mit Flussfaktor Φ^p nehmen hierzu im Vergleich leicht ab, bleiben aber annähernd konstant. Das würde bedeuten, dass im betrachteten Bereich von 0 bis 100 bar die statische Dichtwirkung und damit die statische Leckage – bei Berücksichtigung des Oberflächeneinflusses auf die Druckströmung im Dichtspalt – aufgrund der selbstverstärkenden Wirkung des O-Rings vom aufgebracht Systemdruck nahezu unabhängig ist.

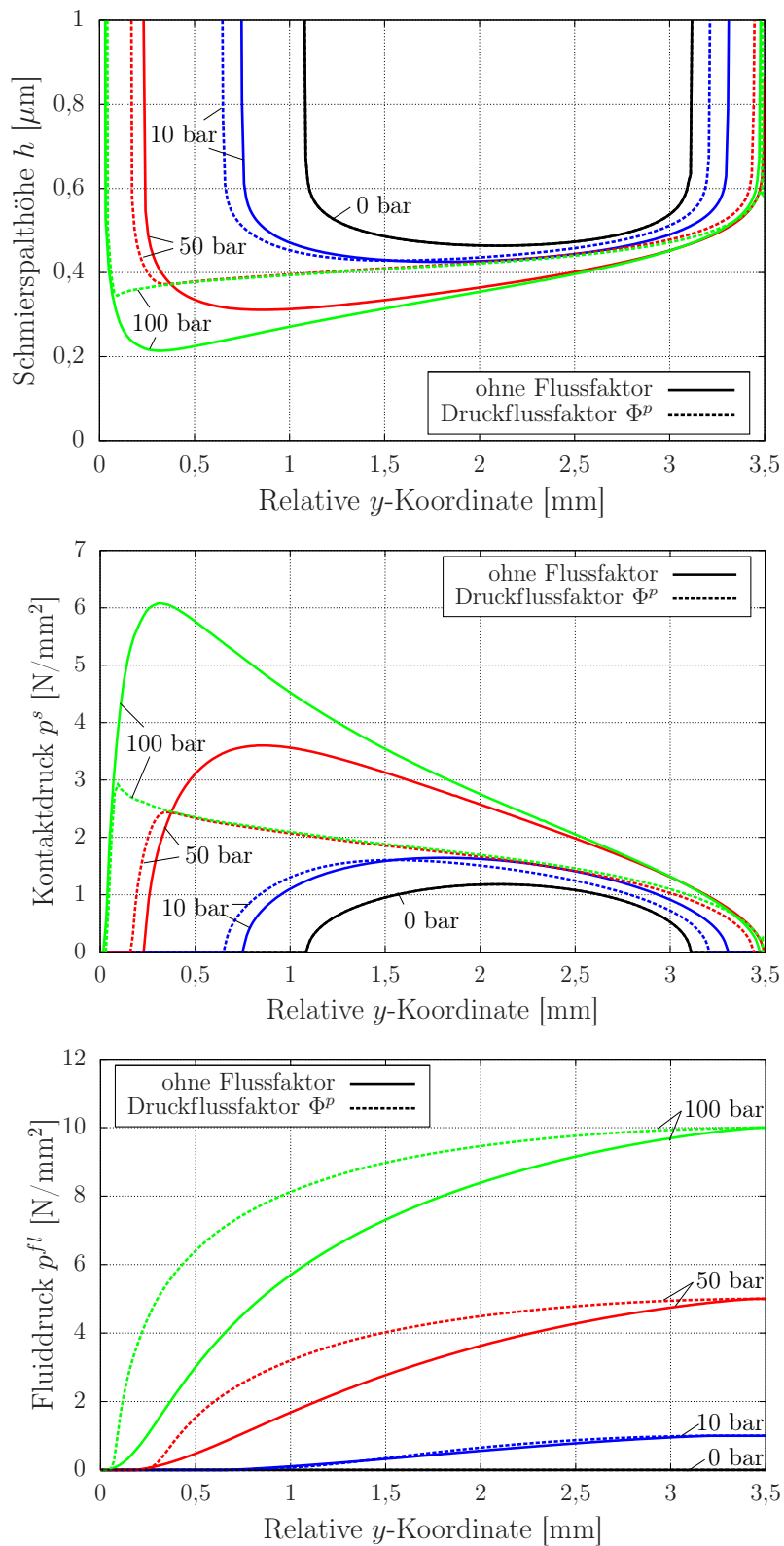


Abbildung 8.2: O-Ring – Vergleich der hydrostatischen Simulationen ($p_{ein}^{fl} = 0, 10, 50, 100$ bar)

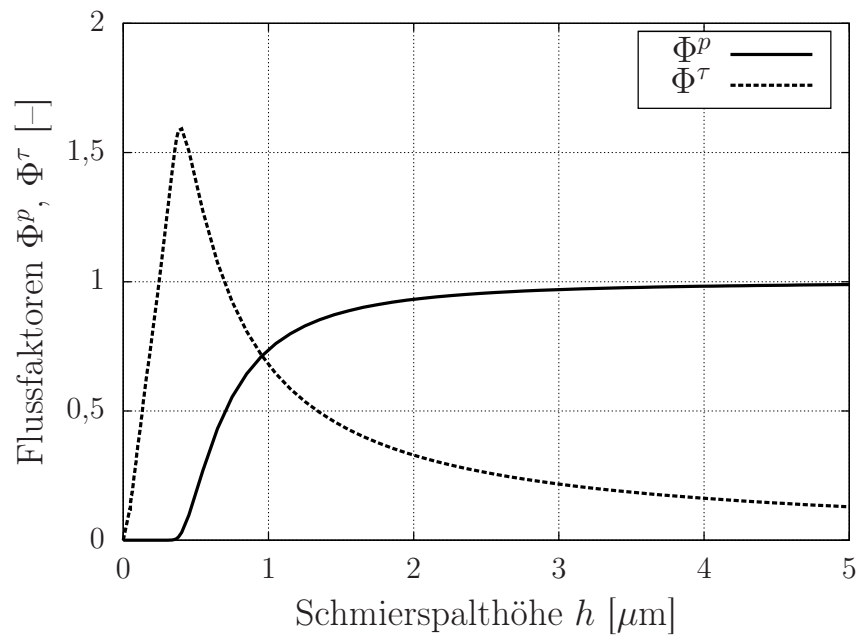


Abbildung 8.3: O-Ring – Verläufe von Druck- und Scherflussfaktor

8.1.3 Hydrodynamische Simulation

Im Folgenden werden die Ergebnisse der hydrodynamischen Simulation des O-Rings vorgestellt. Zuerst erfolgt ein Vergleich des Mischreibungsverhaltens zwischen Aus- und Einfahren der Kolbenstange. Anschließend werden die Einflüsse von viskoelastischem Materialverhalten des O-Rings, transienten Quetsch-Effekten im Dichtspalt, Oberflächenrauheiten in Form von Flussfaktoren und Temperaturänderung auf das hydrodynamische Verhalten separat veranschaulicht und erläutert. Es folgt eine Gegenüberstellung von Ergebnissen der IHL- und EHL-Berechnungsmethoden. Abschließend werden Leckageverläufe für unterschiedliche, transiente Simulationen miteinander verglichen.

Aus- und Einfahren der Kolbenstange

In Abb. 8.4 sind die Ausgabegrößen des Mischreibungsmodells für das Aus- und Einfahren der Kolbenstange bei ± 100 mm/s und einem Systemdruck von $p_{ein}^{fl} = 10$ bar dargestellt. In diesem Zusammenhang ist das Ausfahren entsprechend Abb. 8.1 durch eine Stangenbewegung in positiver y -Richtung und das Einfahren in negativer y -Richtung definiert.

Abb. 8.4 oben zeigt die Schmierspalthöhe h , den Kontaktdruck p^s und den Fluiddruck p^{fl} , wobei die Festkörper- und Fluidscherspannungen τ^s bzw. τ^{fl} in Abb. 8.4 unten dargestellt sind. Die Simulationen werden mit hyperelastischen Materialeigenschaften, stationärem Fluidverhalten (Glg. (4.22)), ohne Flussfaktoren und ohne Kavitationseffekte durchgeführt, um nur die Effekte der unterschiedlichen Stangenbewegungsrichtung sichtbar zu machen. Es wird deutlich, dass sich die Kurvenverläufe für Aus- und Einfahren aufgrund des rechts anliegenden Systemdrucks p_{ein}^{fl} unterscheiden. Dabei sind Schmierspalthöhe, Fluiddruck und Fluidscherspannung für die ausfahrende Richtung höher als für das Einfahren. Folglich weisen Festkörperkontakt- und -scherspannung beim Ausfahren geringere Werte auf als bei einfahrender Stange.

Da in dieser Simulation die Kavitationseffekte nicht in Form der Gumbelschen Nebenbedingungen aus Kap. 4.2.2 berücksichtigt werden, können negative Fluiddrücke in der Lösung auftreten, was ein Indiz für Kavitation sein kann. Dies ist im Auslassbereich des O-Rings ($0,5 < y < 1$) der Fall. Des Weiteren sollte angemerkt werden, dass für die gegebenen Modellparameter und eine Stangengeschwindigkeit von $\dot{v} = \pm 100$ mm/s die Festkörperscherspannungen um den Faktor 25 höher sind als die entsprechenden Fluidscherspannungen (siehe Achsenbeschriftungen in Abb. 8.4 unten).

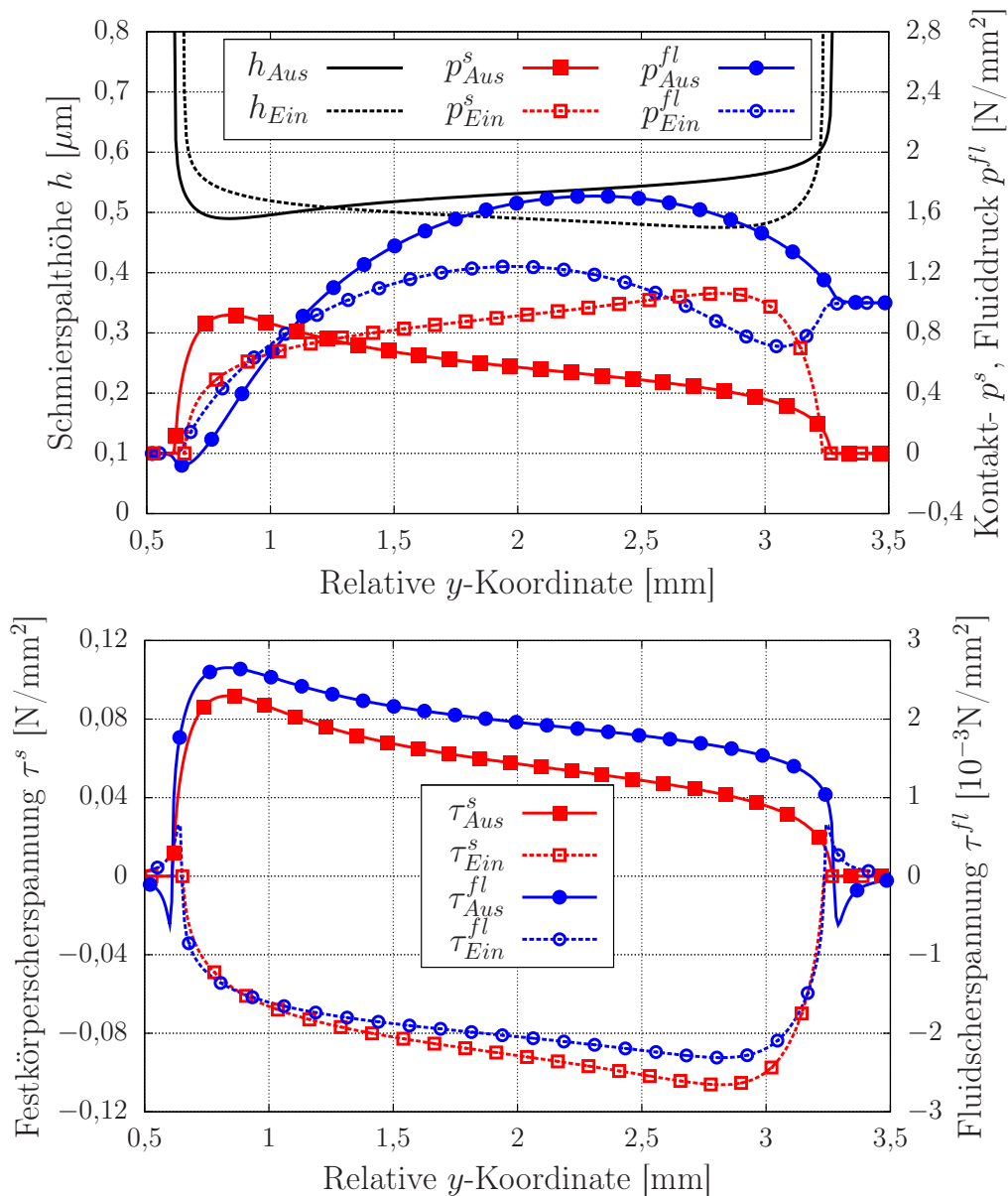


Abbildung 8.4: O-Ring – Vergleich von Aus- und Einfahren der Kolbenstange mit $\dot{v} = \pm 100$ mm/s

Viskoelastisches Materialverhalten

Wie zuvor erwähnt, wird auch der Einfluss der viskoelastischen Materialeigenschaften des O-Rings auf die Hydrodynamik im Dichtspalt untersucht. In Abb. 8.5 sind die Ergebnisse von Simulationen mit viskoelastischem („ $t = 0, 10, 100, 300$ s“) und rein hyperelastischem („Quasi-statisch“) Materialverhalten dargestellt. Beide Berechnungen werden mit stationärem Fluidverhalten entsprechend Glg. (4.22) und ohne Flussfaktoren durchgeführt, um den Einfluss der unterschiedlichen Materialdefinition separat quantifizieren zu können. Dieselbe Abfolge wird für beide Simulationen verwendet: Zunächst wird ein Systemdruck von 10 bar auf den O-Ring aufgebracht, die Kolbenstange dann innerhalb von 1 s auf $\dot{v} = 500$ mm/s beschleunigt und anschließend die Geschwindigkeit konstant gehalten. Der Zeitpunkt, an dem die Stangengeschwindigkeit 500 mm/s erreicht hat, wird als $t = 0$ s festgelegt. In der viskoelastischen Analyse erreicht die Schmierspalthöhe ihre maximalen Werte bei $t = 0$ s, verringert sich dann für $t = 10, 100, 300$ s aufgrund der viskoelastischen Relaxation des O-Ring-Materials. Für $t \rightarrow \infty$ würden viskoelastische und quasi-statische Lösung der Schmierspalthöhe zusammenfallen, da alle viskosen Effekte vollständig abgeklungen sind. Die maximale Spalthöhenabweichung zwischen der viskoelastischen Kurve bei $t = 0$ s und dem quasi-statischen Verlauf beträgt ca. $0,1 \mu\text{m}$. Dies zeigt, dass das viskoelastische Werkstoffverhalten einen signifikanten Einfluss auf die Hydrodynamik im Dichtspalt und damit auch auf die Berechnung der dynamischen Leckagevolumina hat.

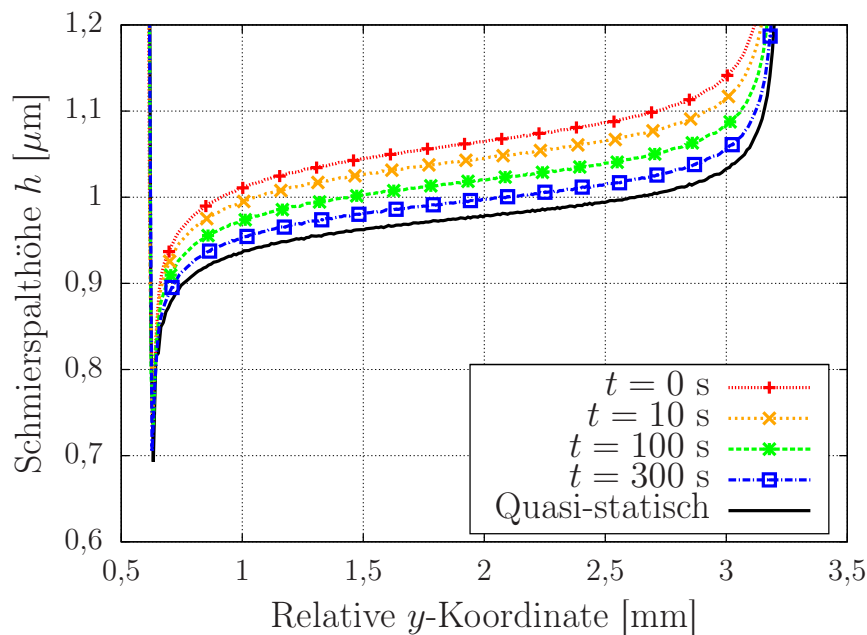


Abbildung 8.5: O-Ring – Vergleich von viskoelastischem und hyperelastischem Materialverhalten bei $\dot{v} = 500$ mm/s = const.

Transiente Quetsch-Effekte

Als zweite Einflussgröße werden die transienten Quetsch-Effekte näher betrachtet. Analog zu den vorherigen Simulationen wird der O-Ring mit 10 bar Systemdruck belastet und alle anderen Effekte, wie viskoelastisches Materialverhalten und Flussfaktoren, ausgeschaltet. Die hydrodynamische Berechnung basiert auf der Lösung der transienten Reynolds-Gleichung (4.19). Die Kolbenstange wird innerhalb von 5 s auf $\dot{v} = 500$ mm/s beschleunigt und die Geschwindigkeit dann für 30 min konstant gehalten. Dann wird die Stange innerhalb 1 ms auf 0 mm/s abgebremst. Der Beginn des Abstoppvorgangs wird als $t = 0$ s festgelegt. In Abb. 8.6 sind die zeitlichen Verläufe von Schmierspalthöhe, Kontaktdruck und Fluiddruck im Anschluss an den Stangenstopp dargestellt. Für $t > 0,2$ s sind die transienten Quetsch-Effekte im Dichtspalt nahezu vollständig abgeklungen und die Kurven fallen mit denen der Lösung für $t \rightarrow \infty$ zusammen. Es lässt sich schlussfolgern, dass die Berücksichtigung der instationären Quetsch-Effekte speziell bei sehr schnellen Beschleunigungs- bzw. Abbremsvorgängen des Gegenkörpers von Bedeutung ist.

Flussfaktoren

Der Einfluss der Flussfaktoren auf das hydrodynamische Verhalten im Dichtspalt ist der dritte Effekt, der im Rahmen des O-Ring-Beispiels untersucht wird. Dem O-Ring wird hyperelastisches Materialverhalten zugewiesen. Außerdem werden die stationäre Lösung der Reynolds-Gleichung (4.22) verwendet und die Flussfaktoren aus Abb. 8.3 für die Simulation ausgewählt. Der O-Ring wird zuerst mit $p_{ein}^{fl} = 10$ bar Fluiddruck belastet und im Anschluss daran die Kolbenstange innerhalb 1 s auf $\dot{v} = 100$ mm/s beschleunigt. In Abb. 8.7 sind die Ergebnisse für beide Simulationen gegenübergestellt, wobei die gestrichelten Kurven die Berechnungen mit Flussfaktoren repräsentieren. Es wird deutlich, dass der Fluiddruck im Dichtspalt höher ist, wenn die Flussfaktoren aktiv sind. Somit ergibt sich auch eine größere Schmierspalthöhe. Hingegen sind die Kontaktdrücke und Festkörperscherspannungen geringer als bei der Simulation ohne Flussfaktoren. Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Flussfaktoren die Schmierspalthöhe an jedem FE-Knoten in der Kontaktfläche auf eine effektive Höhe reduzieren, indem sie den Einfluss der Oberflächenrauheit berücksichtigen. Daher ergibt sich für dieselbe Stangengeschwindigkeit und sonst gleiche Bedingungen ein höherer Fluiddruck für einen effektiv reduzierten Schmierspalthöhenverlauf.

Temperaturverhalten

Als letzter Effekt wird das hydrodynamische Verhalten bei drei unterschiedlichen Temperaturen (-20 , 25 und 60°C) untersucht. Hierfür wird das hyperelastische Neo-Hooke-Materialmodell entsprechend Tab. 7.2 in Abhängigkeit der Temperatur definiert. Die Werte für die Fluidviskosität η als Funktion der Temperatur können Tab. 8.3 entnommen werden. Die Simulationen werden bei konstanter und homogener Temperatur (keine Wärmeleitung, -erzeugung) mit stationärem Fluidverhalten und ohne Flussfaktoren durchgeführt, wobei die Stange mit einer Geschwindigkeit von 100 mm/s nach außen gefahren wird.

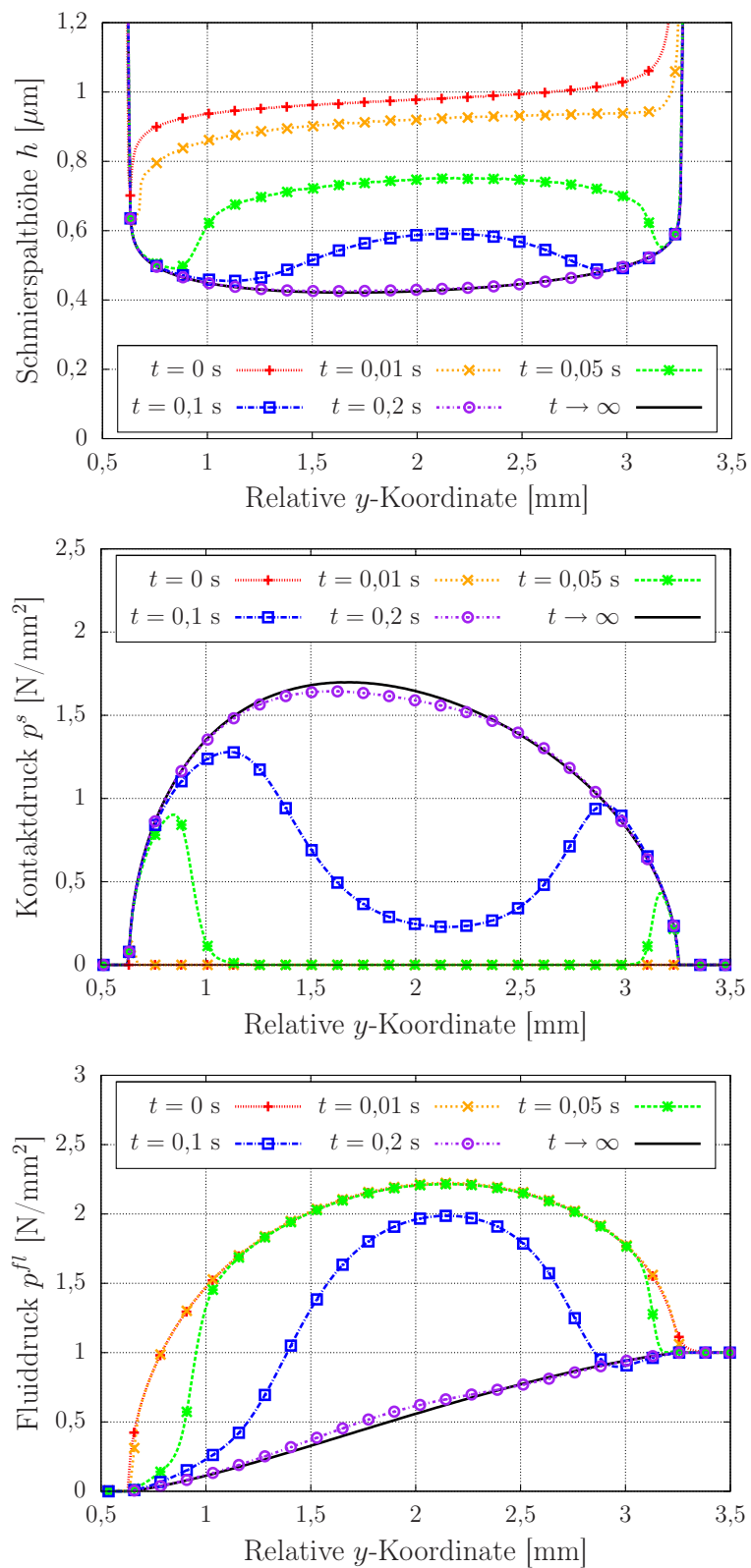


Abbildung 8.6: O-Ring – Transiente Quetsch-Effekte bei Stangenstopp

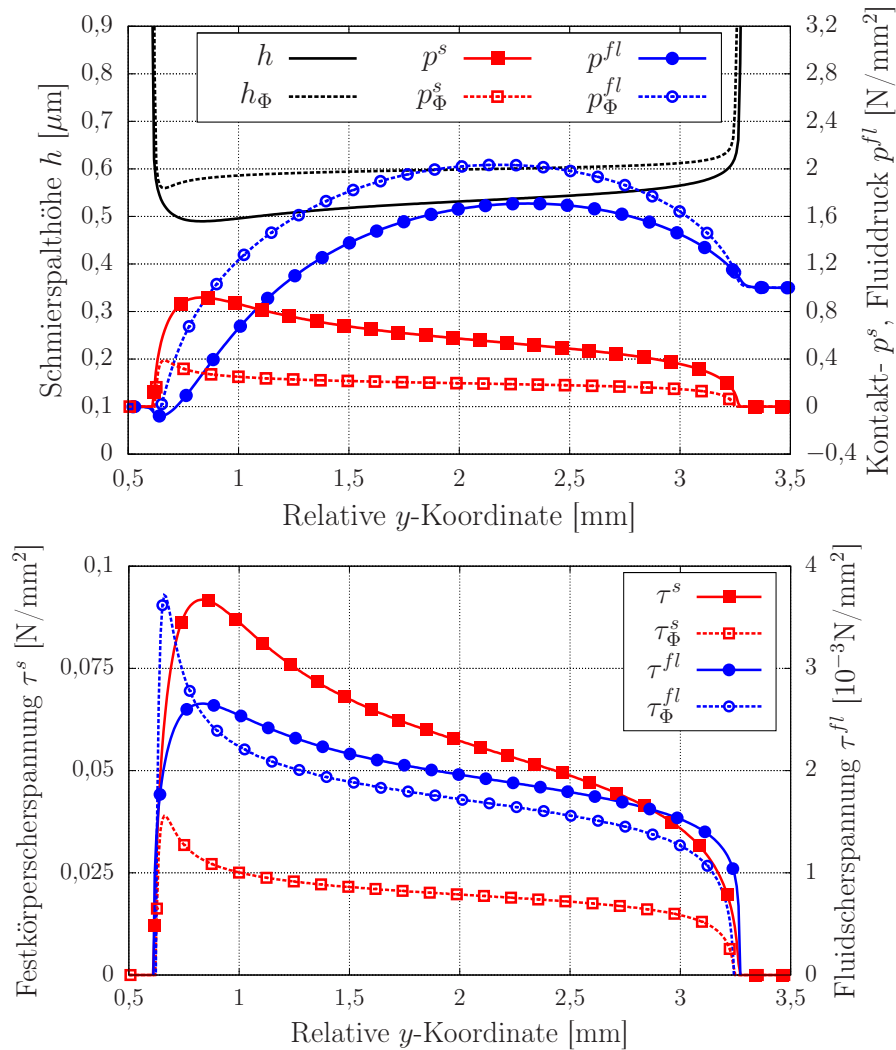


Abbildung 8.7: O-Ring – Einfluss der Flussfaktoren im Mischreibungszustand

Der Vergleich der Ausgabegrößen des Mischreibungsmodells für die drei Temperaturen ist in Abb. 8.8 dargestellt. Es fällt auf, dass die Geschwindigkeit von 100 mm/s bei $\theta = -20^\circ\text{C}$ schon ausreicht, um das System in den Vollschmierungszustand zu bringen. Dies wird durch drei Aspekte ermöglicht:

1. Die dynamische Viskosität des Fluids ist etwa zehn Mal so hoch wie bei Raumtemperatur.
2. Aufgrund der Entropieelastizität ist die statische Steifigkeit des O-Rings geringer als bei Raumtemperatur (siehe Tab. 7.2), was zu geringeren Kontaktdrücken führt.
3. Das O-Ring-Volumen verringert sich aufgrund des thermischen Schrumpfens, wodurch sich die Verpressung in der Nut und dadurch der Festkörperkontaktdruck im Kontaktbereich verringert. Folglich ist der benötigte Fluiddruck im Schmierpalt zum Abheben des O-Rings kleiner als bei 25°C .

Tabelle 8.3: Temperaturabhängige dynamische Fluidviskosität

Temperatur θ [°C]	Dyn. Viskosität η [MPa·s]
−20	10^{-7}
25	10^{-8}
60	$5 \cdot 10^{-9}$

Der Unterschied zwischen den Lösungen bei 25°C und 60°C fällt um ein Vielfaches geringer aus. Bei 60°C verhält es sich genau entgegengesetzt zum Tieftemperaturfall. Durch die thermische Ausdehnung und höhere Steifigkeit des O-Rings erhöht sich der Festkörperkontaktdruck im Dichtspalt. Der hydrodynamische Druck ist aufgrund der geringeren Fluidviskosität noch kleiner als bei Raumtemperatur, was zu höheren Festkörperreibungsanteilen führt.

Hydrodynamisches Reibungsverhalten

Ein wichtiges Kriterium für die Auslegung von dynamischen Hydraulikdichtungen sind die Reibkräfte bei unterschiedlichen Kolbenstangengeschwindigkeiten. Wie in Kap. 2.4.2 beschrieben, kann das hydrodynamische Reibungsverhalten eines geschmierten Systems mit Hilfe der Stribeck-Kurve dargestellt werden. In Abb. 8.9 sind die berechneten Verläufe für das O-Ring-Beispiel gezeigt. Dem mit 10 bar Systemdruck beaufschlagten O-Ring wird hyperelastisches Materialverhalten zugewiesen und die stationäre Form der Reynolds-Gleichung (4.22) für die hydrodynamische Lösung verwendet. Es wird sowohl das Ausfahren als auch das Einfahren der Kolbenstange in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit $|\dot{v}|$ simuliert, wobei die gestrichelten Kurven die Ergebnisse mit Flussfaktoren zeigen. Die drei Bereiche der Stribeck-Kurve (Grenzreibung, Mischreibung und Fluidreibung) entsprechend Abb. 2.5 sind gut zu erkennen.

Im Grenzreibungsbereich strebt der Reibkoeffizient μ für sehr geringe Geschwindigkeiten gegen den vorgegebenen Festkörperreibeckoeffizienten $\mu^s = 0,1$. Das Minimum der Stribeck-Kurve liegt für das Ausfahren der Kolbenstange bei geringeren Geschwindigkeiten als für das Einfahren, da aufgrund der symmetrischen Form der O-Ring-Dichtkante und des rechts anliegenden Systemdrucks die hydrodynamische Tragwirkung beim Ausfahren höher ist (siehe Abb. 8.4). Dies führt zu einem kleineren Mischreibungsgebiet als beim Einfahren. Die Definition von Flussfaktoren in der Simulation erhöht diese hydrodynamische Tragwirkung zusätzlich. Wie zuvor erwähnt, reduzieren die Flussfaktoren den Dichtspalt durch Berücksichtigung der Oberflächenrauheiten auf eine effektive Höhe und sorgen damit für höhere Fluiddrücke (siehe Abb. 8.7). Auch im Bereich der Vollschmierung (reine Fluidreibung) resultiert die bessere Hydrodynamik beim Ausfahren in geringerer Reibung, da sich der Dichtspalt bei gleicher Relativgeschwindigkeit im Vergleich zum Einfahren weiter öffnet. Für sehr hohe Relativgeschwindigkeiten verschwindet der Unterschied zwischen den Simulationen ohne und mit Flussfaktoren, da der Einfluss der Oberflächenrauheiten auf die Dichtspaltströmung mit zunehmender Schmierpalthehöhe abnimmt.

Vergleich von IHL- und EHL-Lösung

Die Implementierung des User Elements wurde anhand des Axialgleitlager-Beispiels in Kap. 4.2.4 bereits für starre Körper verifiziert. Im Folgenden werden nun die Ergebnisse der EHL-Simulationen für das O-Ring-Beispiel mit Berechnungen auf Basis der IHL-Methode nach Blok

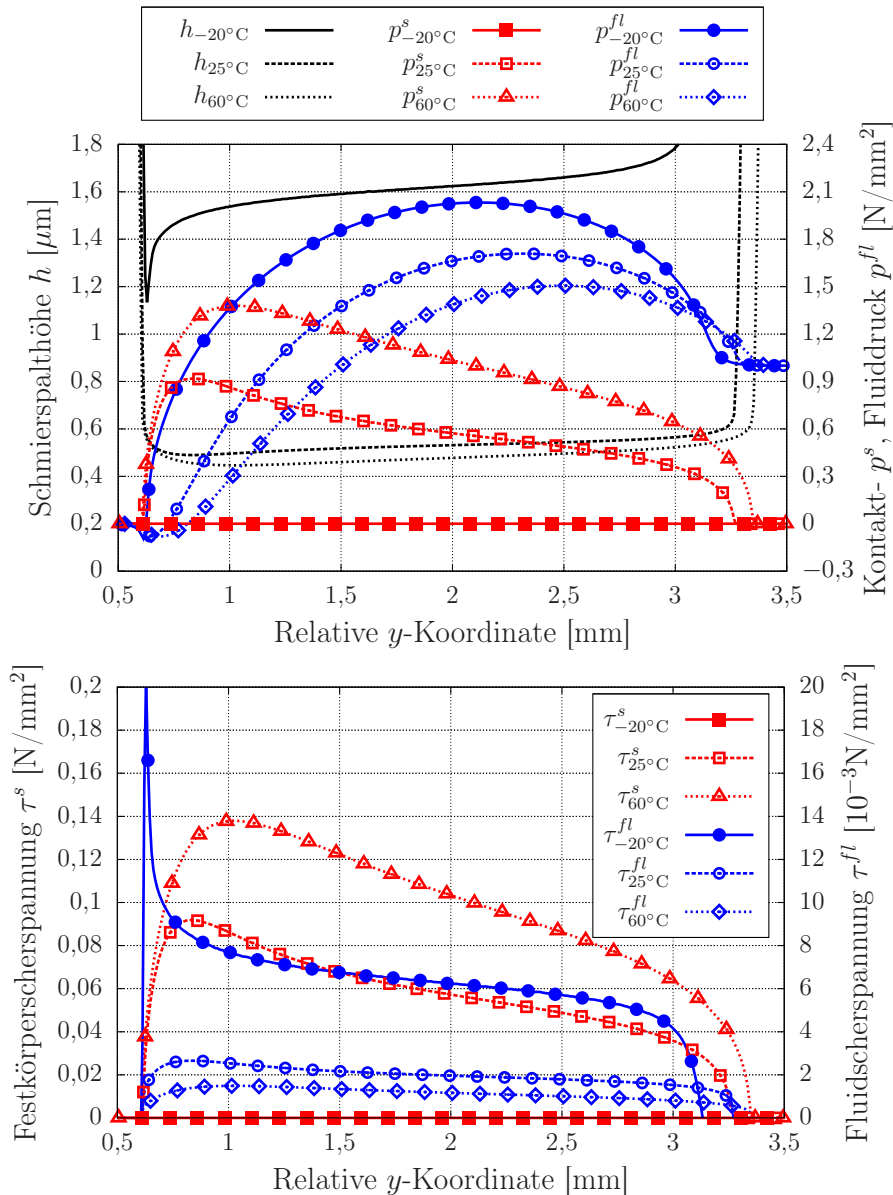


Abbildung 8.8: O-Ring – Vergleich für unterschiedliche Temperaturen (-20 , 25 , 60°C) bei $\dot{v} = 100 \text{ mm/s}$

[Blo65] verglichen. Da die IHL-Methodik auf der Annahme von quasi-statischen Materialeigenschaften und stationärem Verhalten des Fluidfilms basiert, wird auch die EHL-Simulation mit hyperelastischem Materialmodell und stationärer Lösung der Reynolds-Gleichung (4.22) durchgeführt. Abb. 8.10 zeigt die Ergebnisse für IHL- und EHL-Lösung bei Stangengeschwindigkeiten von $\dot{v} = 100 \text{ mm/s}$ (oben) und $\dot{v} = 500 \text{ mm/s}$ (unten). Im Vollschmierzustand bei $\dot{v} = 500 \text{ mm/s}$ stimmen die berechneten Schmierfiltdicken von IHL- und EHL-Lösung sehr gut überein. Der geringe Unterschied im Fluiddruckverlauf resultiert aus der leicht unterschiedlichen Kontaktlänge. In der gekoppelten EHL-Berechnung wird der O-Ring auf der rechten Seite durch den anliegenden Systemdruck stärker von der Stange abgehoben als bei der quasi-statischen IHL-Berechnung, so dass sich ein kleinerer Kontaktbereich einstellt. Bei $\dot{v} = 100 \text{ mm/s}$ befindet

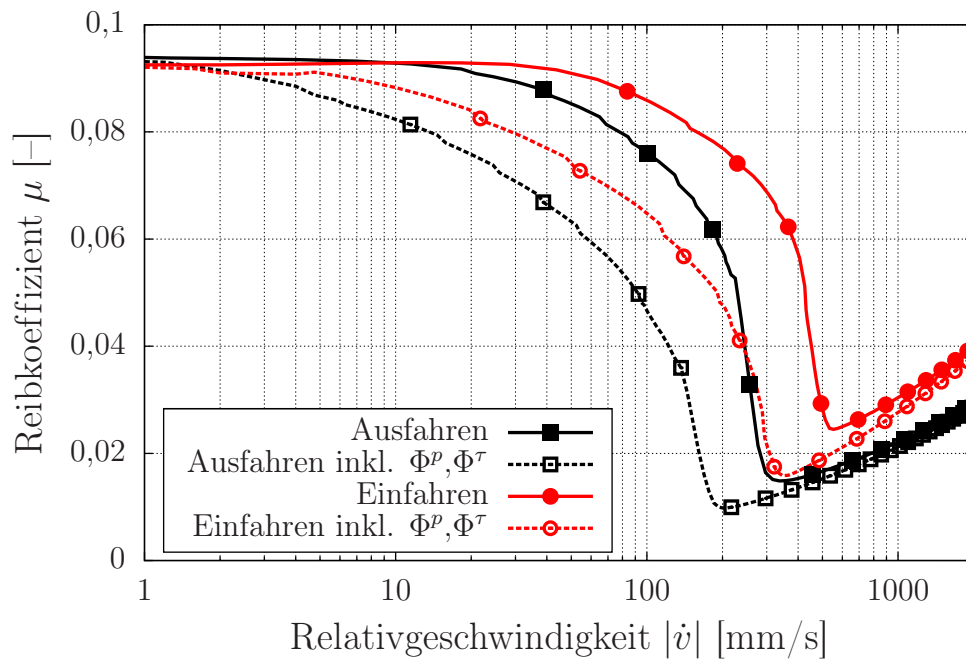


Abbildung 8.9: O-Ring – Vergleich von Stribeck-Kurven für Aus- und Einfahren

sich das O-Ring-Dichtsystem im Mischreibungszustand. Hier wird der Unterschied zwischen berechneter IHL-Schmierspalthöhe und simuliertem EHL-Spaltverlauf deutlich. Die Abweichung erklärt sich aus der IHL-Annahme des Vollschmierungszustands bei allen Stangengeschwindigkeiten, was in realen Dichtungsanwendungen für niedrige Geschwindigkeiten nicht zutrifft.

Leckagesimulation

Die transienten Leckagesimulationen am O-Ring werden mit einem sinusförmigen Verlauf der Stangengeschwindigkeit durchgeführt (Abb. 8.11). Die Zeitverläufe der Volumenflussraten Q und Leckagevolumina V für fünf unterschiedliche Berechnungen sind in Abb. 8.12 dargestellt. Folgende Abkürzungen werden in den Kurvenbezeichnungen verwendet:

- **IHL**: Berechnung basierend auf der IHL-Methode
- **EHL**: Analysen mit der vorgestellten Simulationsmethodik für Mischreibung
- **he**: Hyperelastisches Materialverhalten
- **ve**: Viskoelastisches Materialverhalten
- **tr**: Lösung auf Basis der transienten Reynolds-Gleichung (4.19) (in allen anderen Fällen wird stationäres Fluidverhalten entsprechend Glg. (4.22) definiert)
- **Φ**: Simulation mit Flussfaktoren

Vergleicht man die Kurven der IHL-Berechnung (V_{IHL}) und der quasi-statischen EHL-Lösung mit hyperelastischem Materialverhalten (V_{EHL}^{he}), so fällt auf, dass beide Verläufe für das Ausfahren der Kolbenstange ($t = 0 \dots 5$ s) fast identisch sind, das IHL-Ergebnis jedoch für das

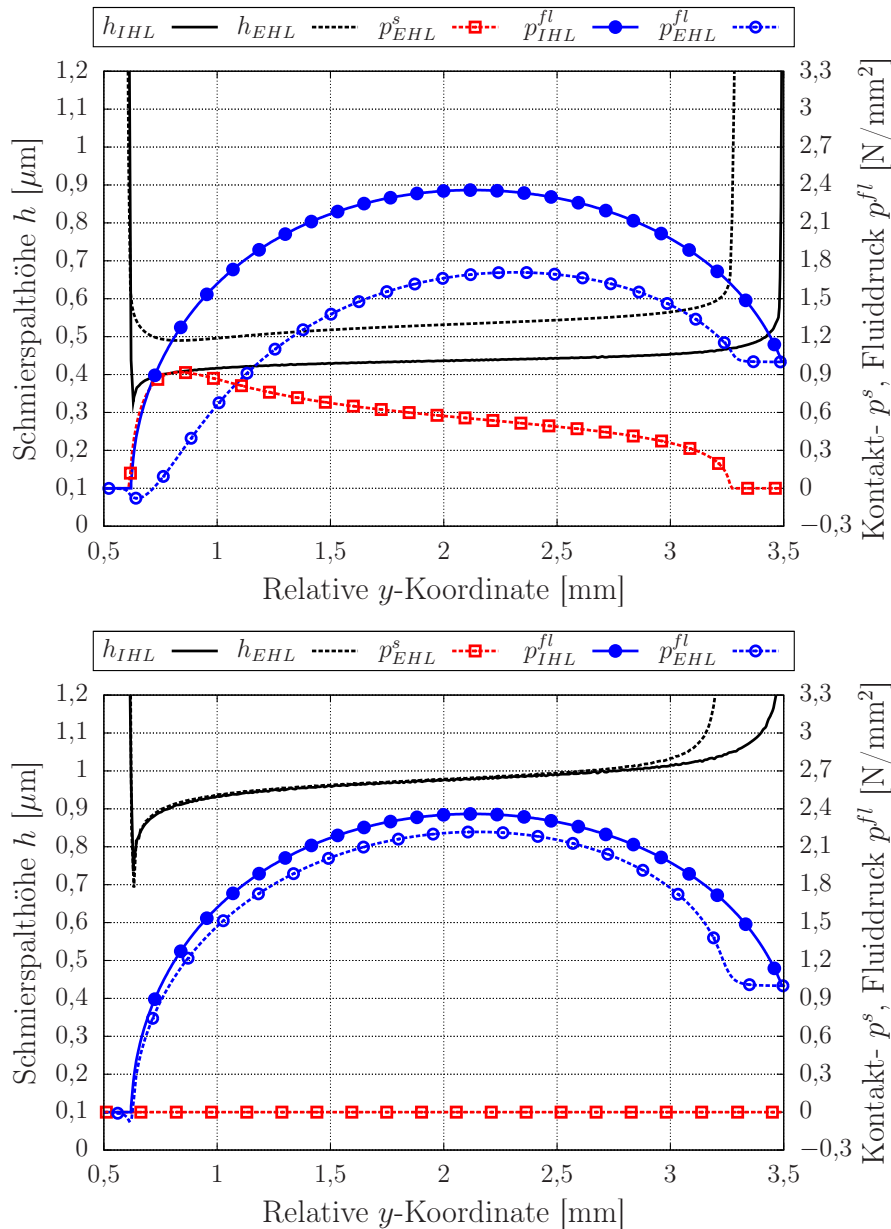


Abbildung 8.10: O-Ring – Vergleich von IHL- und EHL-Ergebnissen für $\dot{v} = 100$ mm/s (oben) und $\dot{v} = 500$ mm/s (unten)

Einfahren eine geringere Rückförderung und damit höhere Nettoleckage prognostiziert. Auch im Vergleich mit den anderen drei viskoelastischen EHL-Berechnungen zeigt die IHL-Lösung die höchste Nettoleckage. Dies kann durch den Vergleich von Aus- und Einfahren für die EHL-Methodik (siehe Abb. 8.4) und durch den Unterschied zwischen IHL- und EHL-Lösung im Mischreibungsbereich (siehe Abb. 8.10) erklärt werden. Wie im vorherigen Absatz „Vergleich von IHL- und EHL-Lösung“ gezeigt wurde, unterschätzt die IHL-Methode im Mischreibungsbereich die tatsächliche Schmierspalthöhe. Für die EHL-Lösung resultiert aus dem unterschiedlichen Fluiddruckprofil und damit geringeren Fluiddruckaufbau während des Einfahrens in Abb. 8.4 eine kleinere Schmierspalthöhe. Im vorliegenden Fall reicht die maximale Einfahrge-

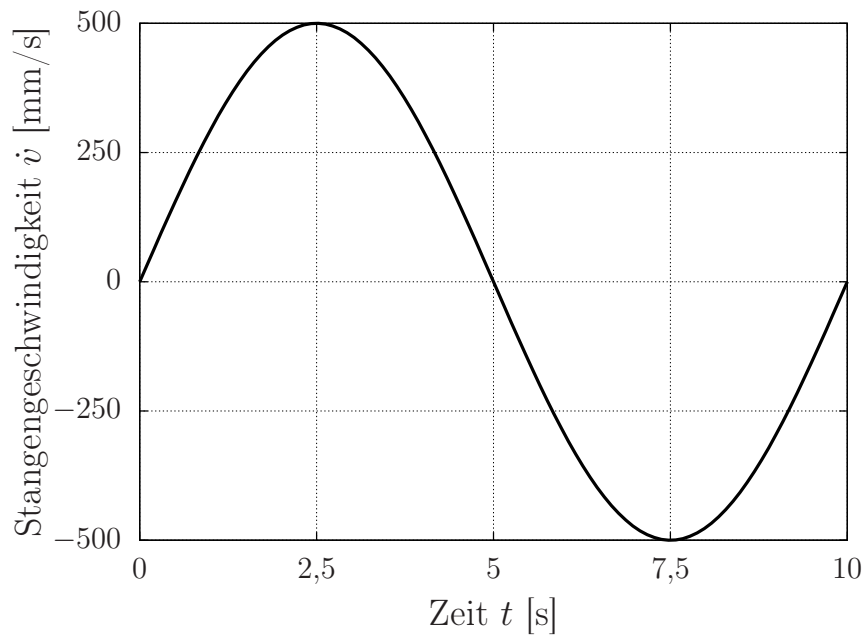


Abbildung 8.11: O-Ring – Zeitverlauf der Kolbenstangengeschwindigkeit für die Leckagesimulationen

schwindigkeit von $\dot{v} = -500$ mm/s im Gegensatz zum Ausfahren nicht aus, um das System in den Vollschmierzustand zu bringen, d. h. während des gesamten Einfahrzyklus treten Mischreibungsbedingungen auf. Die IHL-Methodik berechnet daher für $t = 5 \dots 10$ s kleinere Schmierpalte als die EHL-Simulationen, was zu einem geringeren Volumenfluss zurück in das System führt und damit die Nettoleckage für den gesamten Zyklus überschätzt.

Innerhalb der EHL-Lösungen zeigt die Berechnung mit hyperelastischem Materialverhalten das geringste Leckagevolumen. Dieser Effekt wurde bereits in Abb. 8.5 veranschaulicht, wo der Schmierpaltverlauf der viskoelastischen Simulation höhere Werte erreicht. Dies führt im Vergleich zur hyperelastischen Lösung zu einem gesteigerten Fluidtransport. Die Verwendung der transienten Lösung der Reynolds-Gleichung ($V_{EHL}^{ve,tr}$) hat in diesem spezifischen Beispiel keinen Einfluss auf das Leckagevolumen. Hingegen bewirken die Flussfaktoren eine Änderung des Leckageverhaltens ($V_{EHL}^{ve,\Phi}$). Konkret erhöht sich das Verhältnis des Fluidtransports vom Aus- zum Einfahren, so dass die Nettoleckage am Ende des Zyklus ebenfalls zunimmt.

Es sollte noch angemerkt werden, dass die Gesamtberechnungsdauer für das transiente O-Ring-Leckagebeispiel auf einer 1-CPU Maschine (Intel XEON EM64T, 3,4 GHz, 8 GB RAM) bei ca. zwei Stunden liegt. Dies verdeutlicht die hohe Effizienz des vorgestellten Simulationsansatzes für Mischreibung.

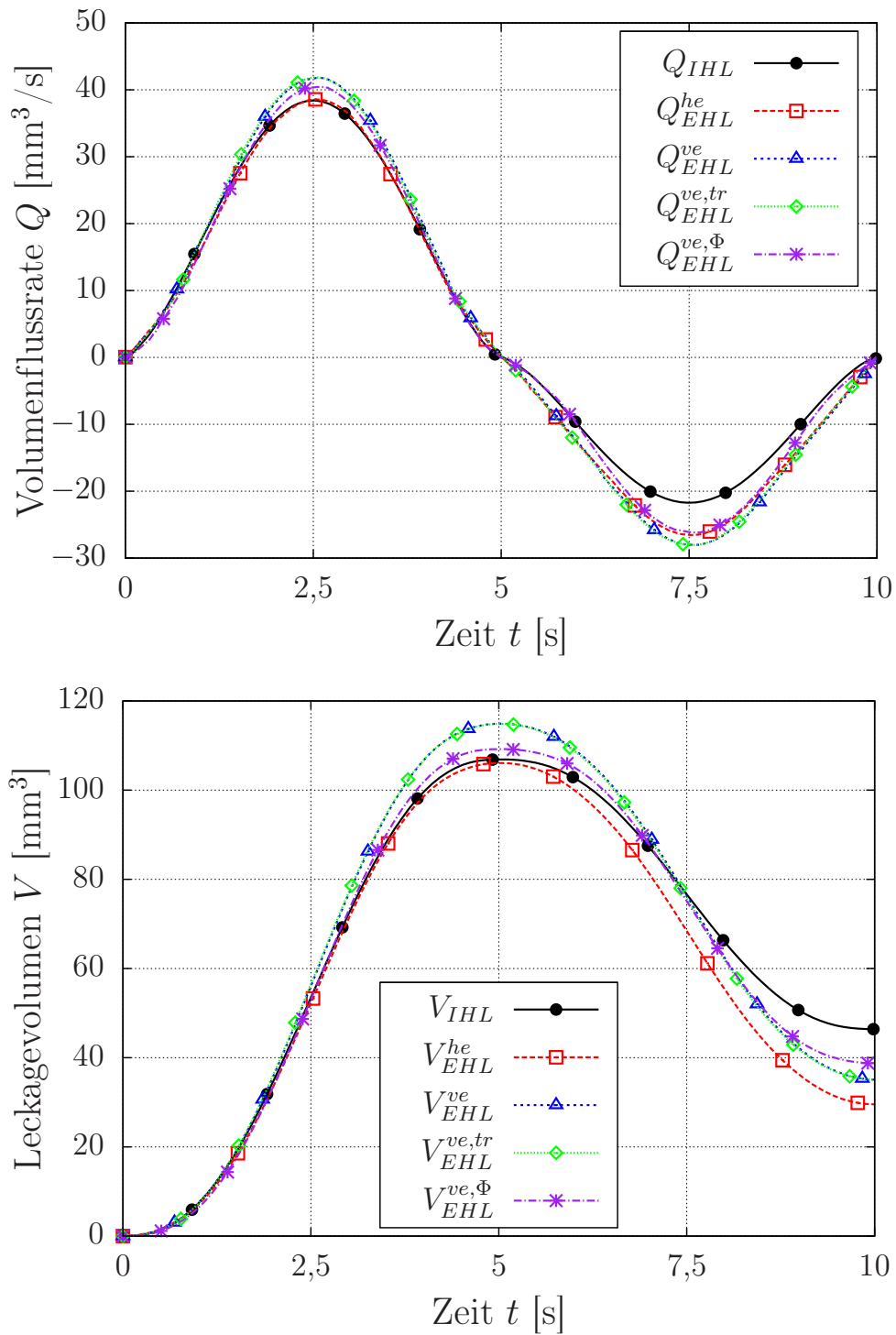


Abbildung 8.12: O-Ring – Vergleich von IHL- und EHL-Leckagesimulationen

8.1.4 Verschleißsimulation

Für dasselbe O-Ring-Modell (Abb. 8.1) wird eine Verschleißsimulation auf Basis des Kontaktdruck-basierten Verschleißmodells (Modell 1) aus Kap. 5.2.2 durchgeführt. Das Mischreibungsmodell ist in diesem Fall nicht aktiv, sondern nur der Festkörperreibunganteil aus Kap. 4.1 wird für die Kontaktdefinition zwischen Kolbenstange und O-Ring verwendet. Der O-Ring wird mit 10 bar Fluiddruck belastet und die Kolbenstange mit einer konstanten Geschwindigkeit von 100 mm/s in positiver y -Richtung nach außen gefahren. Es wird ein fiktiver Verschleißkoeffizient von $k_w^p = 10^{-4} \text{ mm}^3/(\text{N}\cdot\text{mm})$ vorgegeben und eine Simulationszeit von 50 s definiert. Die Veränderung der O-Ring-Kontur während der Simulation ist in Abb. 8.14 oben in Form des Innenradius r_{in} des ausgebauten O-Rings dargestellt. Die sich zeitlich entsprechenden Kontaktdrücke im eingebauten, druckbelasteten Zustand sind in der unteren Abbildung gezeigt. Der asymmetrische Verlauf des Abriebs aufgrund des anliegenden Systemdrucks ist deutlich zu erkennen. Der O-Ring verschleißt an der rechten Seite schneller als im linksseitigen Luftbereich. Abb. 8.13 zeigt die Zunahme des Verschleißvolumens in Abhängigkeit der Simulationszeit. Der Kurvenverlauf bestätigt auch den Eindruck, den man aus Abb. 8.14 gewinnt: Die Verschleißrate ist zu Beginn der Simulation höher und nimmt aufgrund des abnehmenden Kontaktdrucks stetig ab. Am Ende der Simulation ist ein Verschleißvolumen von ca. 340 mm³ erreicht, was ungefähr 8,8 % des O-Ring-Volumens entspricht.

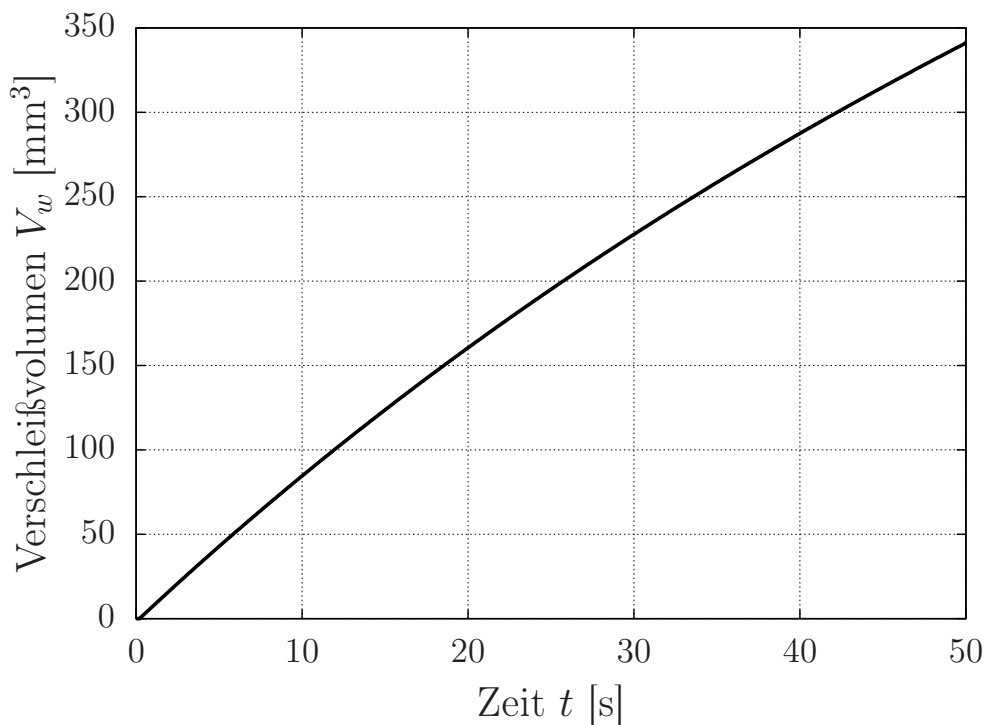


Abbildung 8.13: O-Ring – Zeitlicher Verlauf des O-Ring-Verschleißvolumens

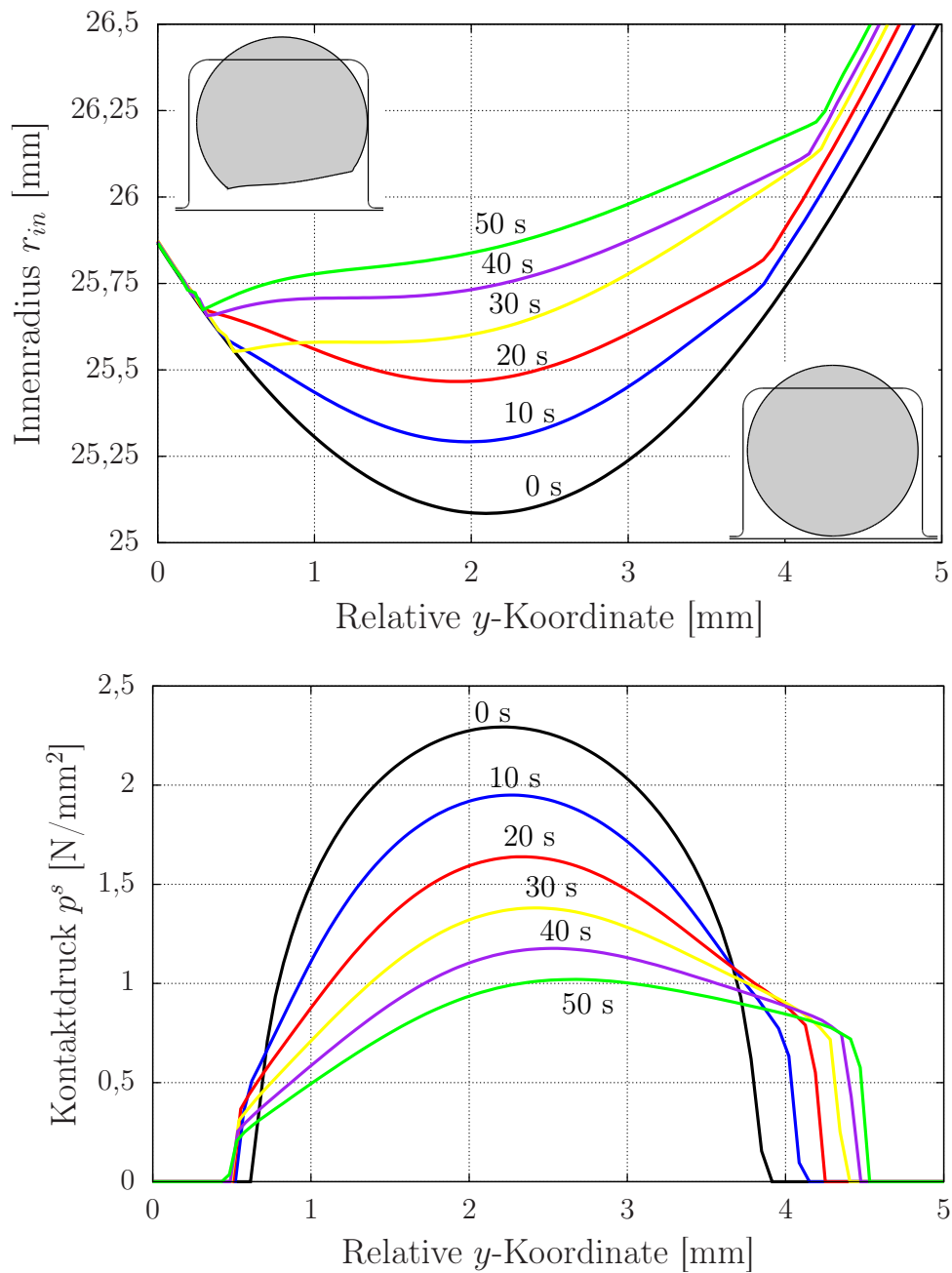


Abbildung 8.14: O-Ring – Zeitliche Veränderung von O-Ring-Kontur und -Kontaktdruck

8.2 Stangendichtung

8.2.1 Simulationsmodell

Als zweites Beispiel wird eine dynamische, innendichtende Stangendichtung untersucht. Das Simulationsmodell besteht aus einem axialsymmetrischen FE-Modell und ist in Abb. 8.15a in seinen initialen Abmessungen dargestellt. Die Fluidviskosität ist in Abb. 6.5 gegeben. Die Reibmodellparameter (Tab. 7.8) und Flussfaktoren (Abb. 7.18) wurden in Kap. 7.2 anhand von experimentellen Daten angepasst. Analog zum ersten Beispiel wird das NBR70-Elastomer aus Kap. 7.1 dem O-Ring zugewiesen. In Tab. 7.2 sind die Parameter des van-der-Waals-Materialmodells aufgelistet. Der Kompressibilitätsparameter wird mit $D = 0,001 \text{ mm}^2/\text{N}$ als konstant definiert. Des Weiteren können die Prony-Koeffizienten und Relaxationszeiten für das viskoelastische Verhalten Tab. 7.3 entnommen werden. Die WLF-Konstanten ergeben sich für die Referenztemperatur $\theta_0 = 25^\circ\text{C}$ zu $C_1 = 6,01$ und $C_2 = 100,86 \text{ K}$. Das viskoplastische Materialmodell aus Kap. 3.2 mit den identifizierten Parametern aus Tab. 7.5 wird für die Stangendichtung aus UHMW-PE definiert.

Stange ($d = 50 \text{ mm}$) und Nut werden als starre Flächen modelliert (Analytical Rigid Surfaces). Abb. 8.15b zeigt die in die Nut eingebaute Stangendichtung mit O-Ring. Sowohl O-Ring-Körper als auch Stangendichtung sind mit linearen, axialsymmetrischen 4-Knoten Elementen (CAX4H) vernetzt. Aufgrund des nahezu inkompressiblen Verhaltens des Elastomerwerkstoffs und der geringen Kompressibilität von UHMW-PE wird eine hybride Elementformulierung verwendet. Die mittlere, globale Elementkantenlänge beträgt $0,2 \text{ mm}$, wobei die Elemente im Kontaktbereich zwischen Stange und Dichtung eine Kantenlänge von $0,01 \text{ mm}$ aufweisen. Analog zum O-Ring-Berechnungsbeispiel kann sich auch hier die Breite des Kontaktbereichs in Abb. 8.15b und c während des Simulationsprozesses dynamisch verändern.

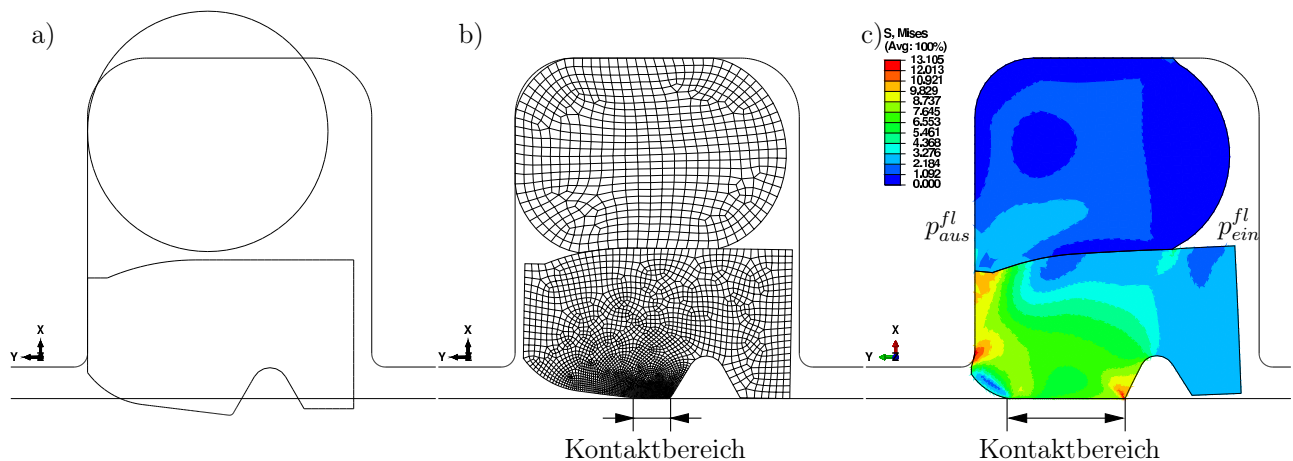


Abbildung 8.15: Stangendichtung mit O-Ring im unverformten (a) und eingebauten Zustand (b) und Darstellung der von-Mises-Vergleichsspannungen bei $p_{ein}^{fl} = 150 \text{ bar}$ Fluiddruck (c)

Die Berechnungen werden in folgenden Simulationsschritten durchgeführt:

Montage: Im ersten Schritt werden O-Ring und Stangendichtung in die Nut eingebaut (siehe Abb. 8.15b), indem die initialen Kontaktüberschneidungen automatisch aufgelöst werden (*Automatic Contact Interference Shrink* in ABAQUS). Hierfür werden reibungsfreie Kontakte definiert.

Hydrostatische Simulation: Während des zweiten Analyseschrittes wird der Fluidsystemdruck inkrementell auf die inneren Dichtungsflächen aufgebracht (rechte Seite in Abb. 8.15c), indem der Druck mittels der ABAQUS-Funktion *Pressure Penetration* von 0 auf p_{ein}^{fl} gesteigert wird. Gleichzeitig wird das benutzerdefinierte Fluid-Element (Kap. 4.2.3) aktiviert und die hydrostatische Lösung (Kap. 4.2.1) für dieselben Fluidinkremente berechnet. Des Weiteren wird der Festkörperreibwert im Kontaktbereich Stange–Dichtung von 0 auf μ^s erhöht.

Hydrodynamische Simulation: Im dritten Simulationsschritt erfolgt die hydrodynamische Berechnung infolge einer transienten Bewegung der Hydraulikstange. Die Stangengeschwindigkeit ist dabei in Abhängigkeit der Step-Zeit gegeben und wird in ABAQUS durch eine Amplitudenfunktion beschrieben. Das Materialverhalten kann sowohl als quasi-statisch als auch als zeitabhängig definiert werden. Innerhalb des User Elements wird die hydrodynamische Lösung (Kap. 4.2.1) ohne bzw. mit Quetsch-Termen berechnet. Im Vergleich zum O-Ring-Beispiel wird für die Simulation der Stangendichtung die Kavitationsnebenbedingung aus Kap. 4.2.2 aktiviert, wobei der Kavitationsdruck mit $p_{Sieden}^{fl} = 0$ bar definiert wird.

8.2.2 Hydrostatische Simulation (Validierung der Kontaktbreite)

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der hydrostatischen Simulation mit Kontaktbreitenmessungen am optischen Hydraulikprüfstand aus Kap. 6.2.3 verglichen. Die Stangendichtung wird hierfür bei $\theta = 40^\circ\text{C}$ mit 0...150 bar Fluiddruck belastet. In Abb. 8.16 sind die Verläufe von Schmierpalhöhe, Festkörperkontaktdruck und Fluiddruck im Dichtspalt für 0, 50, 100 und 150 bar zu sehen. Mit zunehmendem Fluiddruck wird die Dichtung aufgrund ihrer Geometrie stärker gegen die Stangenoberfläche gepresst, wodurch sich der Kontaktbereich verbreitert. Gleichzeitig flacht sich das asymmetrische Kontaktdruckprofil ab. Der zusätzliche Druckpeak an der Luftseite in den Kurven für 100 und 150 bar entsteht beim Anlegen des Übergangsradius auf der linken Dichtungsseite (siehe Abb. 8.15).

Der Vergleich von Versuch und Simulation für die Breite des Dichtkontakts in Abhängigkeit des aufgetragenen Fluiddrucks ist in Abb. 8.17 dargestellt. Die gute Übereinstimmung zeigt die Gültigkeit und Güte der identifizierten viskoelastischen und viskoplastischen Materialmodelle und die Eignung des vorgestellten Hydraulikprüfstands zur optischen Untersuchung des Dichtkontakts.

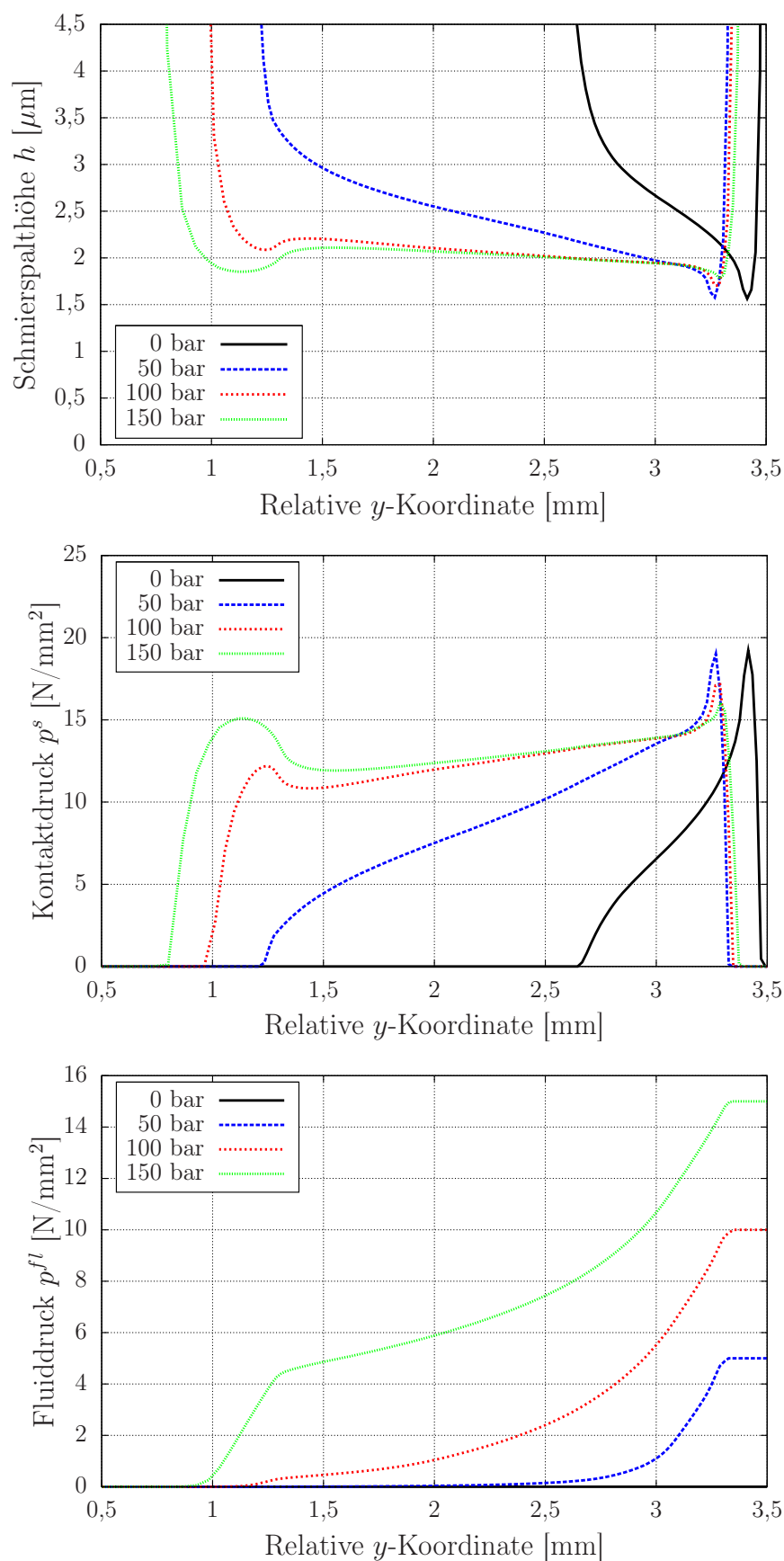


Abbildung 8.16: Stangendichtung – Vergleich der hydrostatischen Simulationen bei $p_{ein}^{fl} = 0$, 50, 100 und 150 bar und 40°C

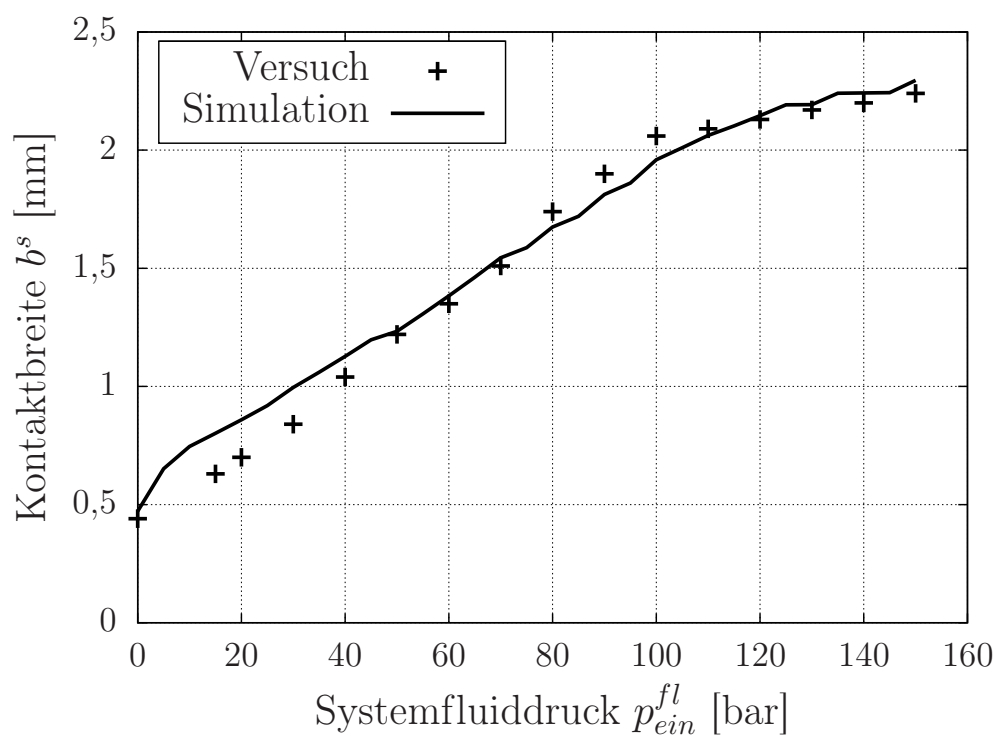


Abbildung 8.17: Stangendichtung – Vergleich von Versuch und Simulation für die Kontaktbreite

8.2.3 Hydrodynamische Simulation (Validierung der Schmierpalhöhe)

Im Folgenden werden die Ergebnisse der hydrodynamischen Simulation der Stangendichtung bei $\theta = 40^\circ\text{C}$ vorgestellt. Zuerst erfolgt ein Vergleich des Mischreibungsverhaltens zwischen Aus- und Einfahren der Kolbenstange. Anschließend werden die berechneten Schmierpalhöhen mit gemessenen LIF-Verläufen des optischen Hydraulikprüfstands verglichen.

In Abb. 8.18 und 8.19 sind die Ausgabegrößen des Mischreibungsmodells für das Aus- und Einfahren der Kolbenstange bei ± 250 bzw. ± 1000 mm/s, einem Systemdruck von $p_{ein}^{fl} = 50$ bar und für quasi-statisches Materialverhalten (O-Ring: hyperelastisch, Stangendichtung: elasto-plastisch) dargestellt. In diesem Zusammenhang sind das Ausfahren analog zum O-Ring-Beispiel durch eine Stangenbewegung in positiver y -Richtung und das Einfahren in negativer y -Richtung definiert. Bei ausfahrender Stange ist keine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit zu erkennen. Der Schmierfilm wird an der Dichtkante gebrochen, was einer nahezu idealen Abstreifwirkung und damit dynamischer Dichtheit entspricht. Zwischen 250 und 1000 mm/s sind für das Ausfahren keine signifikanten Unterschiede in den Kurvenverläufen erkennbar.

Im Gegensatz dazu unterscheidet sich das Verhalten beim Einfahren erheblich. Unter der Voraussetzung, dass auf der Stangenaußenseite ein ausreichend dicker Schmierfilm an der Oberfläche haftet, um den Schmierpalt vollständig zu füllen, zeigen die Kurvenverläufe deutlich die Rückförderwirkung der asymmetrischen Dichtungsgeometrie. Durch den luftseitigen, flacheren Winkel öffnet sich der Dichtspalt aufgrund des hydrodynamischen Druckaufbaus, wodurch der Festkörperkontaktdruck p_{Ein}^s und auch die Festkörperscherspannung τ_{Ein}^s im Vergleich zum Ausfahren abnehmen. Bei -1000 mm/s ist der Vollschmierungszustand beinahe erreicht. Die maximale Schmierpalhöhe von $h = 6,5 \mu\text{m}$ ergibt sich in der Mitte des Kontaktbereichs und ist damit doppelt so groß wie bei -250 mm/s. Der Fluiddruckverlauf p_{Ein}^{fl} zeigt ein Dreiecksprofil, was laut hydrodynamischer Schmierungstheorie [Blo65, MN98] eine ideale Rückförderung des Fluids in das System gewährleistet.

Im Vergleich zu den quasi-statischen Kurvenverläufen zeigen Abb. 8.20 und 8.21 die Hydrodynamik im Schmierpalt bei zeitabhängigem Materialverhalten (O-Ring: viskoelastisch, Stangendichtung: viskoplastisch). Da die ABAQUS-Implementierung des viskoplastischen Materialmodells für UHMW-PE aus Kap. 3.2 kein Umschalten zwischen quasi-statischem und zeitabhängigem Verhalten zulässt, müssen alle Simulationsschritte, auch die Montage (1) und die hydrostatische Druckaufbringung (2), mit zeitabhängigem Werkstoffverhalten durchgeführt werden. Während der Montage wird die Dichtung innerhalb von 10 min in die Nut eingebaut. In Anlehnung an den realen Einsatz folgt dann eine dreistündige Relaxationsphase, in der die Montagespannungen abgebaut werden. Im Anschluss wird der Fluiddruck innerhalb 1 min auf die Dichtung aufgebracht und die hydrostatische Lösung im Dichtspalt berechnet.

Es wird deutlich, dass die zeitabhängigen Kurven qualitativ den gleichen Verlauf zeigen wie Abb. 8.18 und 8.19. Jedoch ist der Kontaktbereich der Dichtung zur Stange um 0,6 mm kürzer. Dies ist auf die höheren viskoelastischen bzw. viskoplastischen Steifigkeiten zurückzuführen, was im Fall der Stangendichtung auch in geringeren plastischen Dehnungen resultiert. Ein weiteres Indiz für das steifere Verhalten sind die höheren Festkörperkontaktdrücke p_{Aus}^s beim Ausfahren. Analog zum quasi-statischen Ergebnis ist auch hier bei ausfahrender Stange kein Unterschied zwischen 250 und 1000 mm/s erkennbar. Beim Einfahren wird der hydrodynamische Druckaufbau p_{Ein}^{fl} und das Öffnen des Schmierpalts deutlich. Im Gegensatz zu Abb. 8.18 und 8.19 zeigt die Dichtungskontur aber kleinere Deformationen. Die maximale Schmierpalhöhe be-

trägt $3 \mu\text{m}$ bei -250 mm/s und $4,5 \mu\text{m}$ bei -1000 mm/s . Für beide Geschwindigkeiten ergibt sich im Vergleich zur quasi-statischen Simulation ein höherer Fluiddruck im Dichtspalt, wobei der dreiecksförmige Verlauf erhalten bleibt.

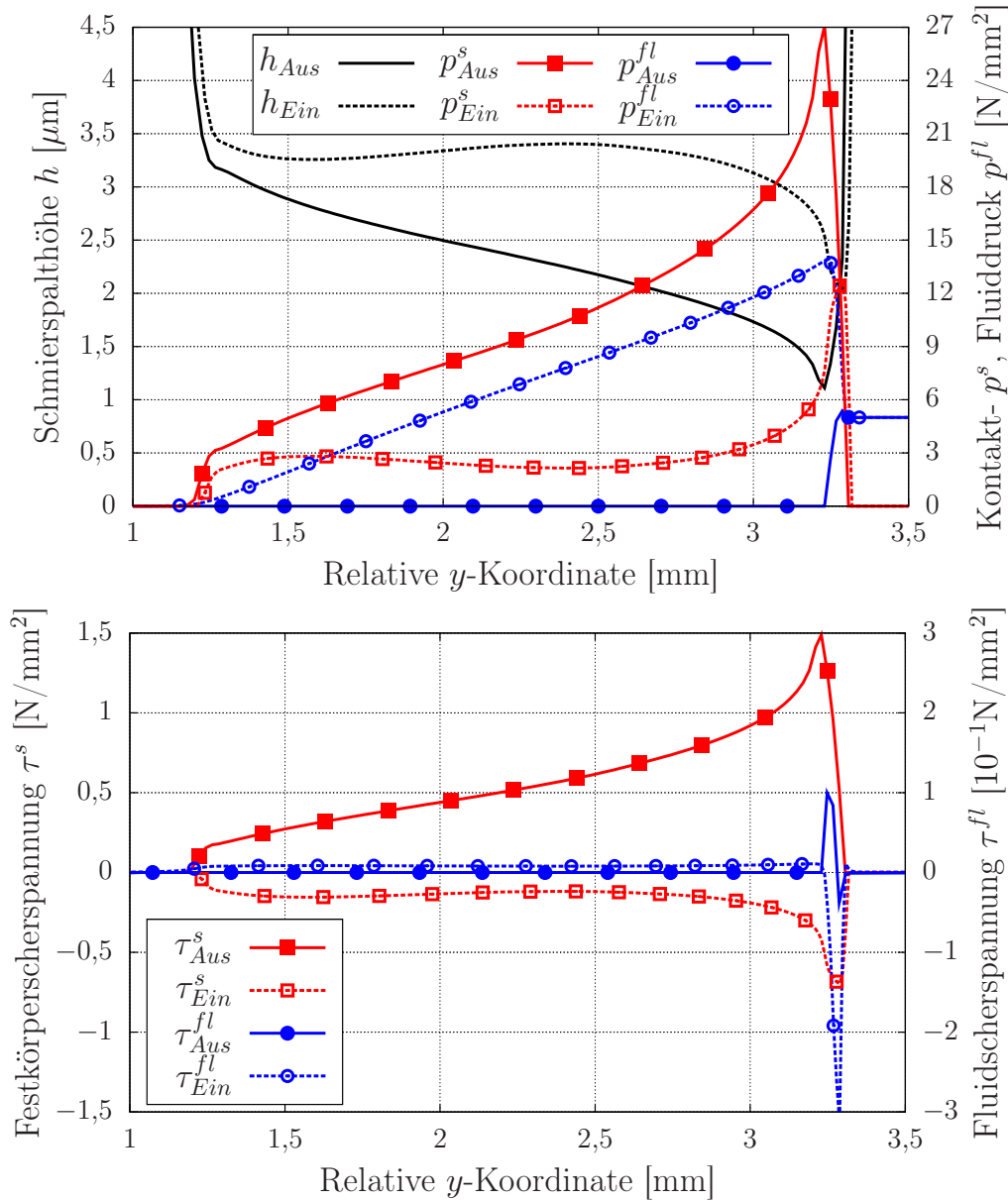


Abbildung 8.18: Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für quasi-statisches Materialverhalten bei 40°C , 50 bar und $\pm 250 \text{ mm/s}$

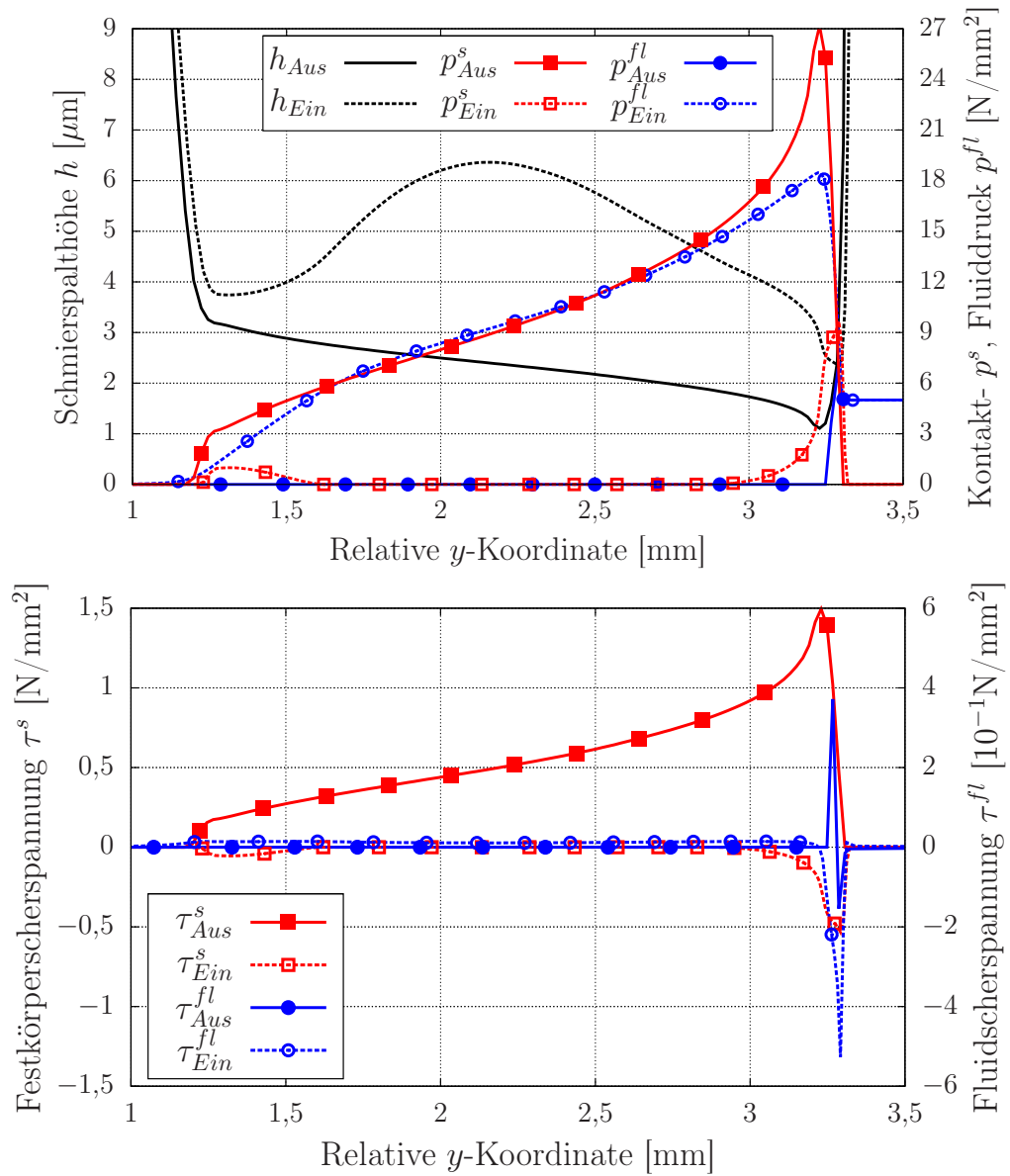


Abbildung 8.19: Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für quasi-statisches Materialverhalten bei 40°C, 50 bar und ± 1000 mm/s

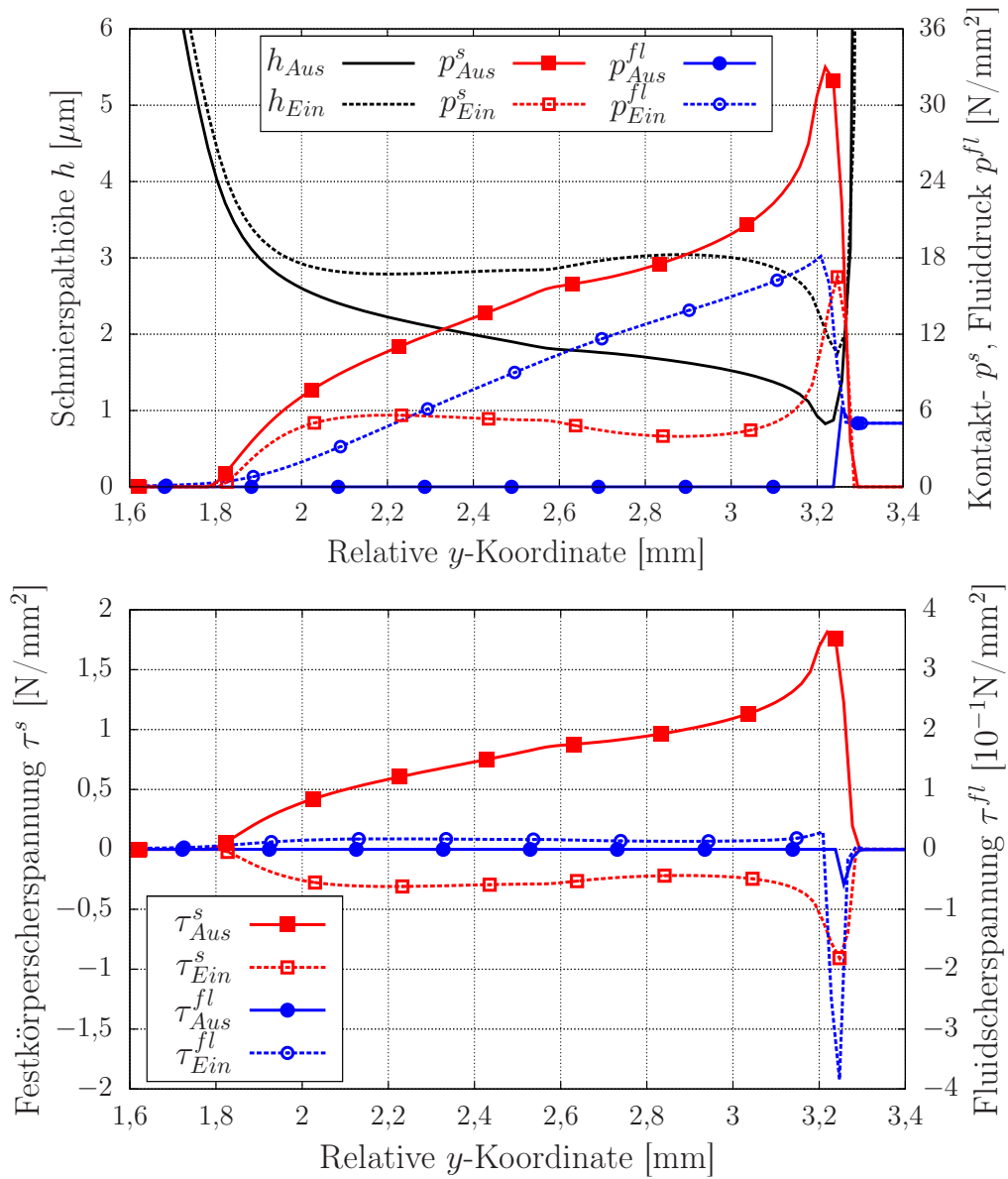


Abbildung 8.20: Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für zeitabhängiges Materialverhalten bei 40°C, 50 bar und ± 250 mm/s

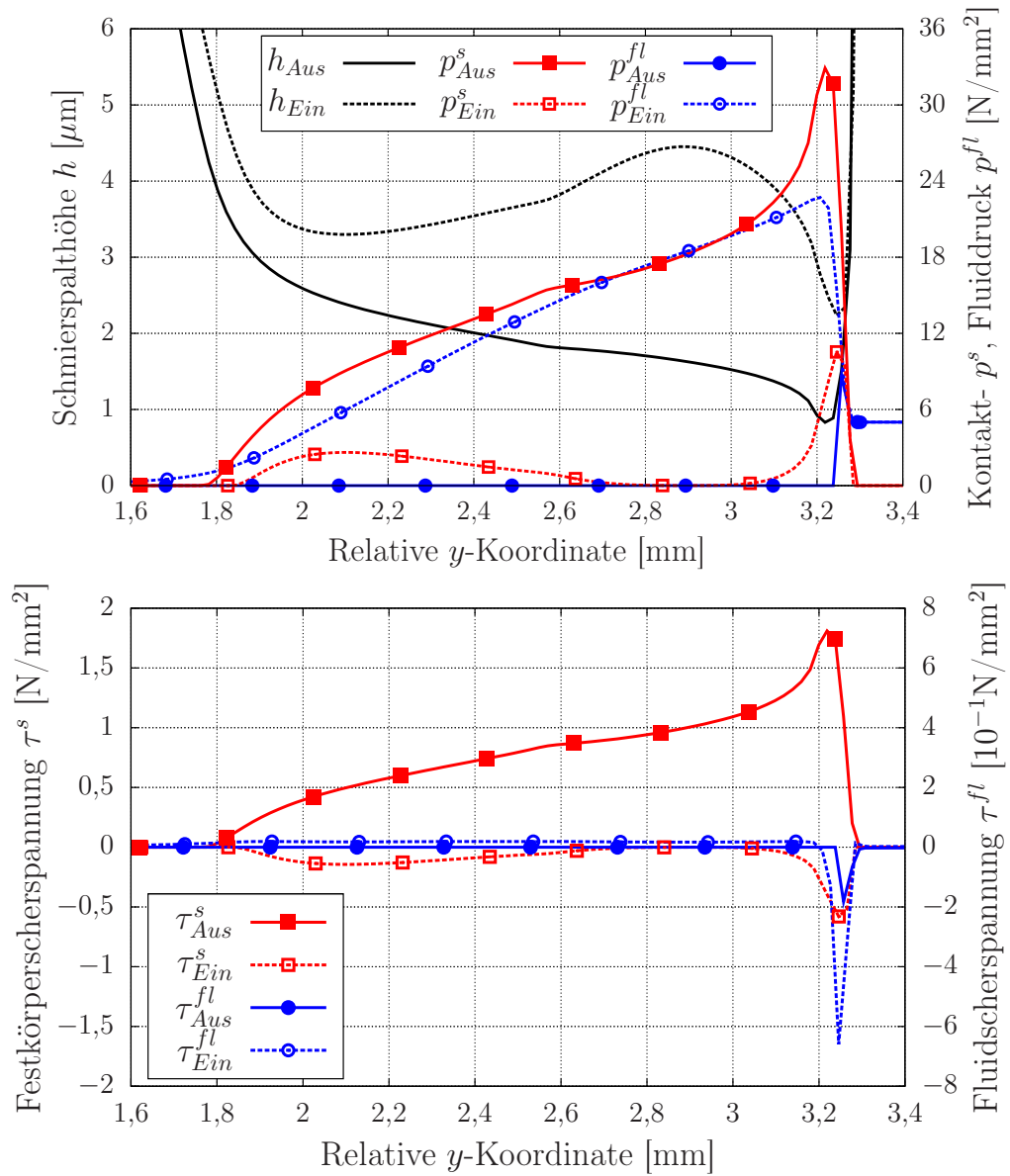


Abbildung 8.21: Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für zeitabhängiges Materialverhalten bei 40°C, 50 bar und ± 1000 mm/s

Zur Veranschaulichung des dynamischen Reibverhaltens sind in Abb. 8.22 die Stribeck-Kurven für das Aus- und Einfahren der Kolbenstange bei 40°C dargestellt. Beim Ausfahren ist keinerlei hydrodynamische Schmierung zu erkennen. Der Reibkoeffizient μ bleibt über dem gesamten Geschwindigkeitsbereich konstant und entspricht exakt dem Festkörperreibkoeffizienten von $\mu^s = 0,055$ aus Tab. 7.8. Im Gegensatz dazu ist für das Einfahren der hydrodynamische Effekt im Dichtspalt und der damit verbundene Übergang vom Grenz- in den Mischreibungsbereich eindeutig sichtbar. Die Werte des Reibkoeffizienten gehen bei 1000 mm/s bis auf 0,012 (quasi-statisch) bzw. 0,022 (zeitabhängig) zurück. Für beide Verläufe ist das Minimum der Stribeck-Kurve, also der Übergang in den Vollschmierbereich, bei 1000 mm/s aber noch nicht erreicht. Wie beim Vergleich von Abb. 8.19 und 8.21 deutlich wird, ergeben sich für zeitabhängiges Materialverhalten wesentlich geringere Schmierpalshöhen. Der größere Festkörperreibannteil resultiert wiederum in höheren Werten der Stribeck-Kurve in Abb. 8.22. Es muss hier noch erwähnt werden, dass die Stribeck-Kurven für das Einfahren das maximal mögliche Potenzial zur hydrodynamischen Schmierung der Stangendichtung darstellen. Voraussetzung ist, dass ein ausreichend hoher Schmierfilm auf der Außenseite der Stange vorhanden ist, um den Schmierpalt bei einfahrender Stange vollständig zu füllen. Für geringere Schmierstoffmengen kann der hydrodynamische Fluiddruck nur partiell im Dichtspalt aufgebaut werden, so dass der Festkörperreibannteil und dadurch die Gesamtreibung zunehmen.

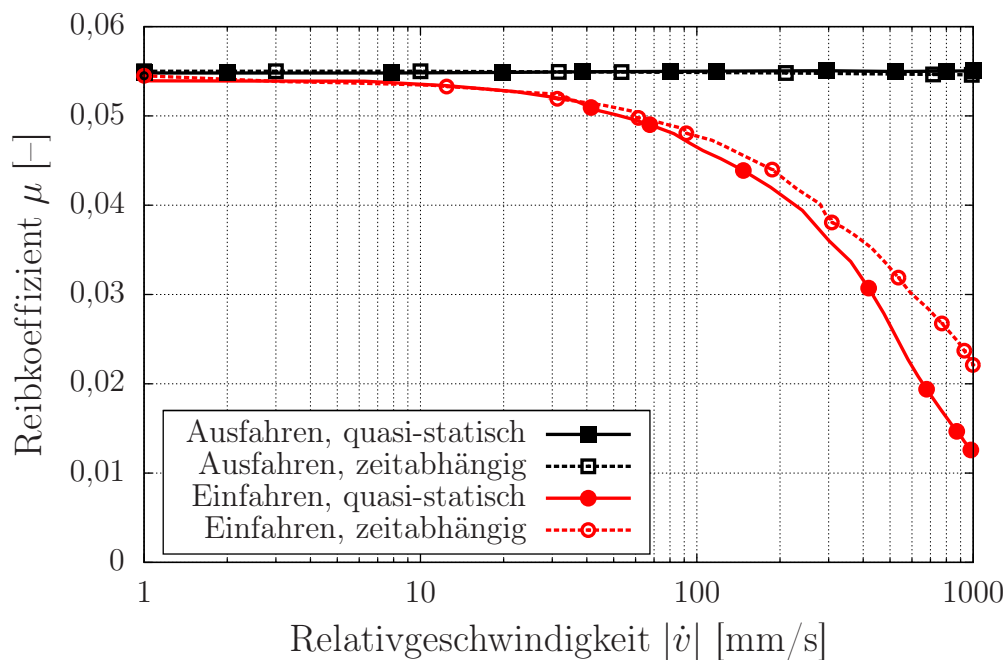


Abbildung 8.22: Stangendichtung – Vergleich von Stribeck-Kurven für aus- und einfahrende Kolbenstange bei 40°C

Abb. 8.23 zeigt den Vergleich von gemessener und simulierter Schmierpalshöhe für die Stangendichtung bei 50 bar, 40°C und einfahrender Kolbenstange mit $\dot{v} = -100$ mm/s. Der Kurvenverlauf des Versuchs ist dabei um die mittlere Rauheit der Glasstange von $R_q = 3 \mu\text{m}$ korrigiert. Die Verläufe von Versuch und Simulation zeigen über der gesamten Dichtspaltlänge eine qualitativ gute Übereinstimmung der Schmierpalshöhe. Der Versuch wurde dabei mit einem zusätzlichen,

auf der Luftseite angebrachten Fluidreservoir (in der Abb. 8.23 links) durchgeführt. Hiermit wurde während der einfahrenden Stangenbewegung ein ausreichendes Fluidvolumen bereit gestellt, um den Dichtspalt vollständig zu füllen und damit über dem gesamten Kontaktbereich ein Fluoreszenzsignal messen zu können. Im Bereich der Dichtkante zeigen die experimentell ermittelte und die simulierte Kurve unterschiedliche Verläufe. Die Schmierspaltverengung in der Simulation wird durch das Versuchsergebnis nicht exakt wiedergegeben, wobei die Messung auch durch das angrenzende Fluidvolumen (in der Abb. 8.23 rechts) und dessen emittierte Lichtintensität beeinflusst wird.

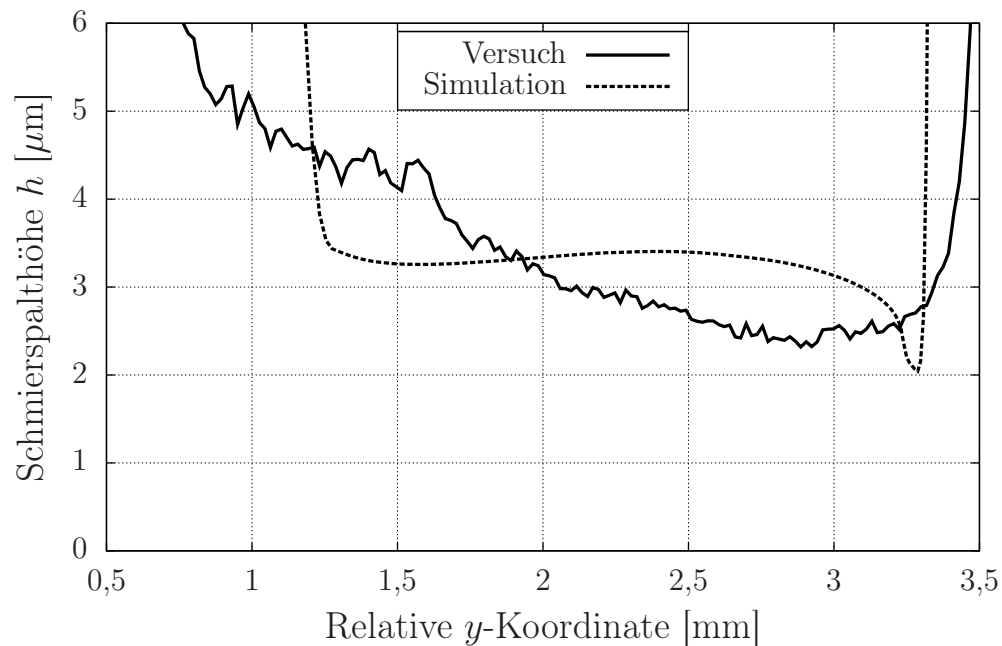


Abbildung 8.23: Stangendichtung – Vergleich von gemessener und simulierter Schmierspalthöhe bei 50 bar, 40°C und –100 mm/s

9 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine effiziente Simulationsmethodik zur Abbildung des Mischreibungs- und Verschleißverhaltens von axialbewegten Hydraulikdichtsystemen in das Finite-Elemente-Programm ABAQUS implementiert. Durch die Methodik wird dem Entwicklungsingenieur ein Auslegungswerkzeug zur simulationsbasierten Designoptimierung von Dichtungen zur Verfügung gestellt, das die Auswahl optimaler Lösungen bei dichtungstechnischen Anwendungen ermöglicht. Ausgangspunkt ist ein FE-Modell der Dichtung, welches auf Basis von Geometriedaten, Materialmodellen und Randbedingungen sowie Lasten definiert ist. Mit Hilfe von Mischreibungs- und Verschleißmodellen können gekoppelte, transiente Simulationen durchgeführt und durch Integration in eine globale Optimierungsschleife ausgewählte Geometrieparameter der Dichtungen hinsichtlich Reibung, Leckage und Verschleiß optimal bestimmt werden.

Der Mischreibungsansatz basiert auf einer direkten Kopplung eines nicht-linearen FE-Modells mit der transienten Reynolds-Gleichung. Diese Methode erlaubt die Verwendung von beliebigen viskoelastischen und viskoplastischen Materialmodellen für die Dichtungen. Innerhalb des Berechnungsablaufs wird die transiente Reynolds-Gleichung während jedes FE-Iterationsschritts simultan gelöst, wodurch eine effiziente Methode zur Berücksichtigung von Fluid-Struktur-Interaktion und Mischreibungseffekten im Dichtspalt gegeben ist. Des Weiteren erlaubt die Methodik die Abbildung von Oberflächenrauheiten durch die Flussfaktormethode und durch ein nicht-lineares Festkörperkontaktmodell. Die Berücksichtigung von Kavitationseffekten im Auslassbereich der Dichtungszone in Form der Gumbelschen Nebenbedingung ist ebenfalls möglich. Im Rahmen der Arbeit wurde ein User Element (UEL) in das FE-Programm ABAQUS implementiert, das die hydrostatischen und hydrodynamischen Fluiddrücke im Dichtspalt auf Basis der Reynolds-Gleichung berechnet. Die Modellgleichungen wurden ausführlich beschrieben und die Ableitungen in der Fluid-Steifigkeitsmatrix dargestellt. Am Beispiel eines Axialgleitlagers wurde die korrekte Implementierung in ABAQUS verifiziert.

Auf Basis des Mischreibungsansatzes können Verschleißsimulationen mit einem Arbitrary-Lagrangian-Eulerian-Algorithmus durchgeführt werden. Dabei wird während des Mischreibungszustands der durch Festkörperkontakte hervorgerufene Verschleißabtrag mittels eines Kontaktdruck- oder Reibenergie-basierten Gesetzes berechnet und als lokale Euler-Randbedingung auf die Dichtungsgeometrie aufgebracht. Die gekoppelte Lagrange-Euler-Methode erlaubt während der Eulerschen Simulationsphase die Verschiebung von Netzknoten ohne Beeinflussung des materiellen Spannungs-Dehnungs-Zustands und damit die Abbildung von Materialabtrag bzw. Volumenverlust. Beide Verschleißmodelle wurden mit Hilfe der Subroutine UMESHMOTION in ABAQUS implementiert und deren korrekte Umsetzung anhand eines Axialgleitlager-Beispiels überprüft.

Mischreibungs- und Verschleißsimulationen wurden beispielhaft für einen O-Ring und eine Stangendichtung durchgeführt. Anhand des O-Ring-Modells wurde zuerst qualitativ der Einfluss

der einzelnen Effekte (Aus-/Einfahren der Kolbenstange, viskoelastisches Materialverhalten, Oberflächenrauheit, transiente Quetsch-Effekte, Temperatur) auf das Reibungs- und Leckageverhalten veranschaulicht. Dabei konnte gezeigt werden, dass das viskoelastische Verhalten des Dichtungswerkstoffes die stärksten Auswirkungen auf hydrodynamische Reibung und damit Leckage hat. Die anschließende Verschleißsimulation des O-Rings zeigte den qualitativen Fortschritt des Verschleißvolumens über der Zeit und die Veränderung des Kontaktdruckverlaufs aufgrund des abrasiven Materialabtrags.

Das Modell der Stangendichtung diente zur Validierung der Mischreibungsmethodik. Im ersten Schritt erfolgte die Identifikation der hyperelastischen, viskoelastischen und viskoplastischen Materialmodellparameter auf Basis von geeigneten uniaxialen Versuchen an Probekörpern. Danach wurden zur Bestimmung des hydrodynamischen Verhaltens der Kontaktpaarung Dichtung-Kolbenstange und der entsprechenden Parameter des Mischreibungsmodells Stribeck-Kurvenmessungen an einem Tribometer durchgeführt. Abschließend zeigte ein Vergleich von Resultaten einer optischen Messung an einem Hydraulikprüfstand mit Simulationsergebnissen der Stangendichtung die Anwendbarkeit der Methodik für die Berechnung und Auslegung von realen Dichtungssystemen.

Im Rahmen der Weiterentwicklung der Simulationsmethodik sind mehrere Erweiterungen denkbar. Die folgende Auflistung ist hinsichtlich steigendem Umsetzungsaufwand und zunehmender Komplexität angeordnet.

1. Das Mischreibungsmodell ist in seiner jetzigen Formulierung nur für innendichtende Stangendichtungen implementiert. Es sollte aber in Zukunft dem Anwender auch die Simulation von außendichtenden Kolbendichtungen und rotierenden Dichtungen (RWDR, Axialdichtung, ...) zur Verfügung gestellt werden.
2. Das Festkörperkontaktmodell basiert in dieser Arbeit auf einem statistischen Ansatz. Ziel sollte mittelfristig die Implementierung eines physikalisch basierten Oberflächenmodells für den Festkörperanteil sein, das eine direkte Korrelation zu der realen Oberflächentopografie und den beschreibenden Rauheitskennwerten beinhaltet. Dies würde für zukünftige Dichtungsauslegungen auch die Auswahl einer optimalen Oberflächenstruktur der Gegenlauffläche ermöglichen.
3. In diesem Zusammenhang sollte auch die Berechnung der Flussfaktoren weiterentwickelt werden. Dabei müssen für Dichtungsanwendungen zukünftig auch viskoelastisches bzw. viskoplastisches Materialverhalten und Grenzreibungseffekte Berücksichtigung finden. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Veränderung der Oberflächenrauheiten während des Einsatzes der Dichtungen. Momentan werden die Flussfaktoren meist für eine Oberfläche im Neuzustand bestimmt. Es ist anzunehmen, dass sich deren Verläufe aufgrund der Veränderung der Rauheiten jedoch zum Teil erheblich verschieben.
4. Die vorgestellte Simulationsmethode wurde im Rahmen dieser Arbeit nur auf eine einzelne Dichtung (primäre Stufe) angewandt. In Dichtungssystemen besteht jedoch auch eine Interaktion zwischen den verschiedenen Dichtungsstufen. Hier wäre eine gekoppelte Simulation von mehreren Dichtungen unter Berücksichtigung von Zwischendrücken denkbar, so wie es Bo und Salant [BS08] schon anhand einer Tandemdichtung zeigen konnten.

5. Die dynamische Viskosität wird momentan als konstant angenommen (Newtonsches Verhalten). Ein Ziel sollte auch die Umsetzung von Viskositätsmodellen für nicht-Newton'sches Verhalten, wie z. B. bei Fetten oder strukturviskosen Fluiden, sein. In der Literatur wird häufig das Carreau-Modell zur Beschreibung bei strukturviskosem Verhalten verwendet, welches die Viskosität in Abhängigkeit der Schergeschwindigkeit definiert [CDC97]. Weitere Modelle gehen auf Eyring [Eyr36] oder Elsharkawy und Hamrock [EH91] zurück.
6. Die Temperaturentwicklung im Kontaktbereich aufgrund von Reibung wird bisweilen vernachlässigt. Aus Versuchen und realen Anwendungen ist jedoch bekannt, dass dies einen erheblichen Einfluss auf das hydrodynamische Verhalten hat. Dies würde eine thermomechanisch gekoppelte Berechnungsmethodik für die hydrodynamische Schmierung erfordern (TEHL).
7. Die (Stahl-)Kolbenstange wird aufgrund des großen Steifigkeitsunterschieds zur Dichtung als ideal starr angenommen. Für weicherer Kontaktpartner (z. B. Kunststoffe) wäre eine EHL-Formulierung mit zwei deformierbaren Kontaktpartnern notwendig.
8. Bisher ist der Mischreibungsansatz auf ebene bzw. axialsymmetrische Modelle beschränkt. Eine 3D-Formulierung würde auch die Berechnung exzentrischer Lastfälle ermöglichen. Die Umsetzung in der jetzigen Vorgehensweise ist aber sicherlich schwierig und mit hohem Aufwand verbunden.

Weiterführende Vergleiche mit Versuchsergebnissen am optischen Hydraulikprüfstand sollen zur weiteren Validierung der Simulationsmethodik dienen. Sicherlich kann im Rahmen dieser Untersuchungen auch die LIF-Methodik und die Auswertung der Versuchsdaten weiter verbessert werden. Die dargestellten Verschleißsimulationen zeigten das qualitative Verschleißverhalten für einen O-Ring. In nachfolgenden Untersuchungen sollten anhand von Modell- und Systemversuchen die Koeffizienten der Verschleißmodelle identifiziert werden, um mittelfristig auch quantitative Vorhersagen des Verschleißverlaufs ermöglichen zu können. Dies erfordert unter Umständen aber auch eine Erweiterung der implementierten Ansätze.

A Analytische Ableitungen in der Fluid-Steifigkeitsmatrix

A.1 Hydrostatischer Fall

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hs}}{Du_j}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hs}}{Du_j} = \frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial u_j} A_i + p_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial u_j} \overset{0}{=} \frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial u_j} A_i \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial u_j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1 - \alpha) \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_j & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_j = -\frac{12\eta c_0}{(\Phi_j^p h_j^2)^2} \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 3\Phi_j^p \right) \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} = \frac{\Phi_{j+}^p - \Phi_{j-}^p}{h_{j+} - h_{j-}} \quad (\text{A.5})$$

Φ_{j+}^p und Φ_{j-}^p definieren das nächste bzw. vorherige Vektorelement im Vektor Φ^p relativ zum Wert $\Phi_j^p = \Phi^p(h_j)$. Im Folgenden wird diese Nomenklatur auch für andere Vektoren verwendet.

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hs}}{Dv_j}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hs}}{Dv_j} = \frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial v_j} A_i + p_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial v_j} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial v_j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \left[\frac{\partial \Delta y_k}{\partial v_j} \left(\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right) \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial \Delta y_i}{\partial v_j} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ -1 & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Für $j = 1$:

$$\frac{\partial A_i}{\partial v_j} = \begin{cases} -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j \\ -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Für $1 < j < n$:

$$\frac{\partial A_i}{\partial v_j} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j - 1 \\ -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Für $j = n$:

$$\frac{\partial A_i}{\partial v_j} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j - 1 \\ \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hs}}{Dc_0}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hs}}{Dc_0} = \frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial c_0} A_i + p_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial c_0} \overset{0}{=} \frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial c_0} A_i \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial p_i^{fl,hs}}{\partial c_0} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial c_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial c_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial}{\partial c_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i = \frac{12\eta}{\Phi_i^p h_i^3} \quad (\text{A.14})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hs}}{Du_j}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hs}}{Du_j} = \frac{\partial \tau_i^{fl,hs}}{\partial u_j} A_i + \tau_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial u_j} \overset{0}{=} \frac{\partial \tau_i^{fl,hs}}{\partial u_j} A_i \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial \tau_i}{\partial u_j} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i - \frac{h_i}{2} \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hs}}{Dv_j}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hs}}{Dv_j} = \frac{\partial \tau_i^{fl,hs}}{\partial v_j} A_i + \tau_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial v_j} \overset{0}{=} \tau_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial v_j} \quad (\text{A.17})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hs}}{Dc_0}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hs}}{Dc_0} = \frac{\partial \tau_i^{fl,hs}}{\partial c_0} A_i + \tau_i^{fl,hs} \frac{\partial A_i}{\partial c_0} \overset{0}{=} \frac{\partial \tau_i^{fl,hs}}{\partial c_0} A_i = -A_i \frac{h_i}{2} \frac{\partial}{\partial c_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_i \quad (\text{A.18})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{c_0}}{Du_j}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{c_0}}{Du_j} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.19})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{c_0}}{Dv_j}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{c_0}}{Dv_j} = \sum_{k=2}^n \left[\frac{\partial \Delta y_k}{\partial v_j} \left(\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right) \right] \quad (\text{A.20})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{c_0}}{Dc_0}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{c_0}}{Dc_0} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial c_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial c_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hs}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.21})$$

A.2 Hydrodynamischer Fall ohne Quetsch-Terme

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hd}}{Du_j}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hd}}{Du_j} = \frac{Dp_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i + p_i^{fl,hd} \frac{DA_i}{Du_j} \stackrel{0}{=} \frac{Dp_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{Dp_i^{fl,hd}}{Du_j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1 - \alpha) \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i + \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \frac{\partial h_0}{\partial u_j} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_j & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_j &= \frac{6\eta}{(\Phi_j^p h_j^2)^2} \left[\dot{v} \left(-h_j \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 2\Phi_j^p \right) + h_0 \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 3\Phi_j^p \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - R_q \left(\frac{\partial \Phi_j^\tau}{\partial u_j} \Phi_j^p h_j - (\Phi_j^\tau - \Phi_0^\tau) \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 3\Phi_j^p \right) \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{6\eta \dot{v}}{\Phi_i^p h_i^3} \left(R_q \frac{\partial \Phi_0^\tau}{\partial h_0} - 1 \right) \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} = \frac{\Phi_{j+}^p - \Phi_{j-}^p}{h_{j+} - h_{j-}} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial \Phi_j^\tau}{\partial u_j} = \frac{\Phi_{j+}^\tau - \Phi_{j-}^\tau}{h_{j+} - h_{j-}} \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial \Phi_0^\tau}{\partial h_0} = \frac{\Phi_{0+}^\tau - \Phi_{0-}^\tau}{h_{0+} - h_{0-}} \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial u_j} = \begin{cases} 1 - \frac{y_0 - y_0^-}{y_{0+} - y_0^-} & \text{für } j = 0^- \\ \frac{y_0 - y_0^-}{y_{0+} - y_0^-} & \text{für } j = 0^+ \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hd}}{Dv_j}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hd}}{Dv_j} = \frac{Dp_i^{fl,hd}}{Dv_j} A_i + p_i^{fl,hd} \frac{DA_i}{Dv_j} \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{Dp_i^{fl,hd}}{Dv_j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \left[\frac{\partial \Delta y_k}{\partial v_j} \left(\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right. \\ \left. + \Delta y_k \left(\alpha \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \frac{\partial h_0}{\partial v_j} \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial v_j} = \begin{cases} \frac{(h_{0+} - h_{0-})(y_0 - y_{0+})}{(y_{0+} - y_{0-})^2} & \text{für } j = 0^- \\ \frac{(h_{0+} - h_{0-})(y_{0-} - y_0)}{(y_{0+} - y_{0-})^2} & \text{für } j = 0^+ \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.35})$$

$$\frac{\partial \Delta y_i}{\partial v_j} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ -1 & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.36})$$

Für $j = 1$:

$$\frac{DA_i}{Dv_j} = \begin{cases} -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j \\ -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.37})$$

Für $1 < j < n$:

$$\frac{DA_i}{Dv_j} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j - 1 \\ -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.38})$$

Für $j = n$:

$$\frac{DA_i}{Dv_j} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j - 1 \\ \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.39})$$

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hd}}{Dy_0}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Df_i^{fl,hd}}{Dy_0} &= \frac{\partial f_i^{fl,hd}}{\partial y_0} + \frac{\partial f_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = \cancel{\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial y_0} A_i} + p_i^{fl,hd} \cancel{\frac{\partial A_i}{\partial y_0}} \\ &+ \left(\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial h_0} A_i + p_i^{fl,hd} \cancel{\frac{\partial A_i}{\partial h_0}} \right) \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = A_i \frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

$$\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial h_0} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial y_0} = \frac{\partial h(y_0)}{\partial y} = \frac{h(y_{0+}) - h(y_{0-})}{y_{0+} - y_{0-}} \quad (\text{A.42})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Du_j}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Du_j} = \frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i + \tau_i^{fl,hd} \cancel{\frac{DA_i}{Du_j}} = \frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Du_j} = \begin{cases} -\frac{\eta \dot{v}}{h_i^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i - \frac{h_i}{2} \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i & \text{für } i = j \\ -\frac{h_i}{2} \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.44})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dv_j}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dv_j} = \frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Dv_j} A_i + \tau_i^{fl,hd} \frac{DA_i}{Dv_j} \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Dv_j} = -\frac{h_i}{2} \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \quad (\text{A.46})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dy_0}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dy_0} &= \frac{\partial t_i^{fl,hd}}{\partial y_0} + \frac{\partial t_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = \cancel{\frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial y_0} A_i} + \tau_i^{fl,hd} \cancel{\frac{\partial A_i}{\partial y_0}} + \left(\frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial h_0} A_i + \tau_i^{fl,hd} \cancel{\frac{\partial A_i}{\partial h_0}} \right) \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \\ &= A_i \frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = -\frac{h_i}{2} A_i \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Du_j}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Du_j} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.48})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dv_j}}$$

$$\begin{aligned} \frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dv_j} &= \sum_{k=2}^n \left[\frac{\partial \Delta y_k}{\partial v_j} \left(\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta y_k \left(\alpha \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dy_0}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dy_0} = \frac{\partial \mathcal{R}^{y_0}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \quad (\text{A.50})$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}^{y_0}}{\partial h_0} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.51})$$

A.3 Hydrodynamischer Fall mit Quetsch-Termen

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hd}}{Du_j}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hd}}{Du_j} = \frac{Dp_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i + p_i^{fl,hd} \frac{DA_i}{Du_j} \overset{0}{=} \frac{Dp_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i \quad (\text{A.52})$$

$$\frac{Dp_i^{fl,hd}}{Du_j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1 - \alpha) \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i + \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \frac{\partial h_0}{\partial u_j} \quad (\text{A.54})$$

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_j & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.55})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_j &= \frac{6\eta}{(\Phi_j^p h_j^2)^2} \left[\dot{v} \left(-h_j \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 2\Phi_j^p \right) + h_0 \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 3\Phi_j^p \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - R_q \left(\frac{\partial \Phi_j^\tau}{\partial u_j} \Phi_j^p h_j - (\Phi_j^\tau - \Phi_0^\tau) \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 3\Phi_j^p \right) \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + 2(y_j - y_0) \left(\frac{1}{\Delta t} \Phi_j^p h_j - \dot{u}_j \left(\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} h_j + 3\Phi_j^p \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

$$\frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{6\eta \dot{v}}{\Phi_i^p h_i^3} \left(R_q \frac{\partial \Phi_0^\tau}{\partial h_0} - 1 \right) \quad (\text{A.57})$$

$$\frac{\partial \Phi_j^p}{\partial u_j} = \frac{\Phi_{j+}^p - \Phi_{j-}^p}{h_{j+} - h_{j-}} \quad (\text{A.58})$$

$$\frac{\partial \Phi_j^\tau}{\partial u_j} = \frac{\Phi_{j+}^\tau - \Phi_{j-}^\tau}{h_{j+} - h_{j-}} \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{\partial \Phi_0^\tau}{\partial h_0} = \frac{\Phi_{0+}^\tau - \Phi_{0-}^\tau}{h_{0+} - h_{0-}} \quad (\text{A.60})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial u_j} = \begin{cases} 1 - \frac{y_0 - y_{0-}}{y_{0+} - y_{0-}} & \text{für } j = 0^- \\ \frac{y_0 - y_{0-}}{y_{0+} - y_{0-}} & \text{für } j = 0^+ \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.61})$$

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hd}}{Dv_j}}$$

$$\frac{Df_i^{fl,hd}}{Dv_j} = \frac{Dp_i^{fl,hd}}{Dv_j} A_i + p_i^{fl,hd} \frac{DA_i}{Dv_j} \quad (\text{A.62})$$

$$\frac{Dp_i^{fl,hd}}{Dv_j} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \left[\frac{\partial \Delta y_k}{\partial v_j} \left(\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right. \\ \left. + \Delta y_k \left(\alpha \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.63})$$

$$\frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \frac{\partial}{\partial v_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i + \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \frac{\partial h_0}{\partial v_j} \quad (\text{A.64})$$

$$\frac{\partial}{\partial v_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} \frac{12\eta \dot{u}_i}{\Phi_i^p h_i^3} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.65})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial v_j} = \begin{cases} \frac{(h_{0+} - h_{0-})(y_0 - y_{0+})}{(y_{0+} - y_{0-})^2} & \text{für } j = 0^- \\ \frac{(h_{0+} - h_{0-})(y_{0-} - y_0)}{(y_{0+} - y_{0-})^2} & \text{für } j = 0^+ \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.66})$$

$$\frac{\partial \Delta y_i}{\partial v_j} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ -1 & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.67})$$

Für $j = 1$:

$$\frac{DA_i}{Dv_j} = \begin{cases} -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j \\ -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.68})$$

Für $1 < j < n$:

$$\frac{DA_i}{Dv_j} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j - 1 \\ -\frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.69})$$

Für $j = n$:

$$\frac{DA_i}{Dv_j} = \begin{cases} \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j - 1 \\ \frac{1}{2}\mathcal{A} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.70})$$

$$\boxed{\frac{Df_i^{fl,hd}}{Dy_0}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Df_i^{fl,hd}}{Dy_0} &= \frac{\partial f_i^{fl,hd}}{\partial y_0} + \frac{\partial f_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = \frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial y_0} A_i + p_i^{fl,hd} \frac{\partial A_i}{\partial y_0} \\ &+ \left(\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial h_0} A_i + p_i^{fl,hd} \frac{\partial A_i}{\partial h_0} \right) \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = A_i \left(\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial y_0} + \frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

$$\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial y_0} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial y_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1 - \alpha) \frac{\partial}{\partial y_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.72})$$

$$\frac{\partial}{\partial y_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i = -\frac{12\eta \dot{u}_i}{\Phi_i^p h_i^3} \quad (\text{A.73})$$

$$\frac{\partial p_i^{fl,hd}}{\partial h_0} = \begin{cases} 0 & \text{für } i = 1 \\ \sum_{k=2}^i \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1 - \alpha) \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.74})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial y_0} = \frac{\partial h(y_0)}{\partial y} = \frac{h(y_{0+}) - h(y_{0-})}{y_{0+} - y_{0-}} \quad (\text{A.75})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Du_j}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Du_j} = \frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i + \tau_i^{fl,hd} \frac{DA_i^0}{Du_j} = \frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Du_j} A_i \quad (\text{A.76})$$

$$\frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Du_j} = \begin{cases} -\frac{\eta\dot{\nu}}{h_i^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i - \frac{h_i}{2} \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i - \eta \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i & \text{für } i = j \\ -\frac{h_i}{2} \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i - \eta \frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.77})$$

Für $j = 1$:

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} -\frac{1-\beta}{\Delta t (y_{j+1} - y_j)} & \text{für } i = j \\ -\frac{\beta}{\Delta t (y_{j+1} - y_j)} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.78})$$

Für $1 < j < n$:

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} \frac{1-\beta}{\Delta t (y_j - y_{j-1})} & \text{für } i = j - 1 \\ \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\beta}{y_j - y_{j-1}} - \frac{1-\beta}{y_{j+1} - y_j} \right) & \text{für } i = j \\ -\frac{\beta}{\Delta t (y_{i+1} - y_j)} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.79})$$

Für $j = n$:

$$\frac{\partial}{\partial u_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} \frac{1-\beta}{\Delta t (y_j - y_{j-1})} & \text{für } i = j - 1 \\ \frac{\beta}{\Delta t (y_j - y_{j-1})} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.80})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dv_j}}$$

$$\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dv_j} = \frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Dv_j} A_i + \tau_i^{fl,hd} \frac{DA_i}{Dv_j} \quad (\text{A.81})$$

$$\frac{D\tau_i^{fl,hd}}{Dv_j} = -\frac{h_i}{2} \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i - \eta \frac{\partial}{\partial v_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i \quad (\text{A.82})$$

Für $j = 1$:

$$\frac{\partial}{\partial v_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} (1 - \beta) \frac{\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_j}{(y_{j+1} - y_j)^2} & \text{für } i = j \\ \beta \frac{\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_j}{(y_{j+1} - y_j)^2} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.83})$$

Für $1 < j < n$:

$$\frac{\partial}{\partial v_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} -(1 - \beta) \frac{\dot{u}_j - \dot{u}_{j-1}}{(y_j - y_{j-1})^2} & \text{für } i = j - 1 \\ -\beta \frac{\dot{u}_j - \dot{u}_{j-1}}{(y_j - y_{j-1})^2} + (1 - \beta) \frac{\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_j}{(y_{j+1} - y_j)^2} & \text{für } i = j \\ \beta \frac{\dot{u}_{j+1} - \dot{u}_j}{(y_{j+1} - y_j)^2} & \text{für } i = j + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.84})$$

Für $j = n$:

$$\frac{\partial}{\partial v_j} \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial y} \right)_i = \begin{cases} -(1 - \beta) \frac{\dot{u}_j - \dot{u}_{j-1}}{(y_j - y_{j-1})^2} & \text{für } i = j - 1 \\ -\beta \frac{\dot{u}_j - \dot{u}_{j-1}}{(y_j - y_{j-1})^2} & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.85})$$

$$\boxed{\frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dy_0}}$$

$$\begin{aligned} \frac{Dt_i^{fl,hd}}{Dy_0} &= \frac{\partial t_i^{fl,hd}}{\partial y_0} + \frac{\partial t_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} = \frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial y_0} A_i + \tau_i^{fl,hd} \frac{\partial A_i}{\partial y_0} + \left(\frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial h_0} A_i + \tau_i^{fl,hd} \frac{\partial A_i}{\partial h_0} \right) \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \\ &= A_i \left(\frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial y_0} + \frac{\partial \tau_i^{fl,hd}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \right) \\ &= -A_i \frac{h_i}{2} \left(\frac{\partial}{\partial y_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i + \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_i \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.86})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Du_j}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Du_j} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{D}{Du_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.87})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dv_j}}$$

$$\begin{aligned} \frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dv_j} &= \sum_{k=2}^n \left[\frac{\partial \Delta y_k}{\partial v_j} \left(\alpha \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta y_k \left(\alpha \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{D}{Dv_j} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.88})$$

$$\boxed{\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dy_0}}$$

$$\frac{D\mathcal{R}^{y_0}}{Dy_0} = \frac{\partial \mathcal{R}^{y_0}}{\partial y_0} + \frac{\partial \mathcal{R}^{y_0}}{\partial h_0} \frac{\partial h_0}{\partial y_0} \quad (\text{A.89})$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}^{y_0}}{\partial y_0} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial y_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial y_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.90})$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}^{y_0}}{\partial h_0} = \sum_{k=2}^n \Delta y_k \left[\alpha \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_{k-1} + (1-\alpha) \frac{\partial}{\partial h_0} \left(\frac{\partial p^{fl,hd}}{\partial y} \right)_k \right] \quad (\text{A.91})$$

B Analytische Lösung der transienten Reynolds-Gleichung für das Axialgleitlager

Im Folgenden wird die mathematische Herleitung der analytischen Lösung der transienten Reynolds-Gleichung für das Axialgleitlager aus Kap. 4.2.4 gezeigt. Die in Kap. 4.2.1 eingeführte Glg. (4.6) ergibt sich unter der Annahme ideal glatter Oberflächen ohne Fluss-Faktoren zu

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p^{fl}}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h(\dot{v}_a + \dot{v}_b)}{2} \right) + \dot{u}_a - \dot{u}_b - \dot{v}_a \frac{\partial h}{\partial y} . \quad (\text{B.1})$$

Die Integration der Gleichung in Abhängigkeit von y unter der Berücksichtigung der Geschwindigkeitsdefinitionen

$$\dot{v}_a = 0 \Rightarrow \dot{v} = \dot{v}_b \text{ und } \dot{u}_b = 0 \Rightarrow \dot{u} = \dot{u}_a \quad (\text{B.2})$$

liefert den Fluid-Druckgradienten

$$\frac{\partial p^{fl}}{\partial y} = \frac{6\eta}{h^3} \left[\dot{v} (h - h_0) + 2\dot{u} (y - y_0) \right] \quad (\text{B.3})$$

mit den beiden Integrationskonstanten h_0 und y_0 . Der Abstand der beiden Flächen entspricht dem Schmierspalt und kann durch

$$h = h_{min} + s_h \left(1 - \frac{y}{l} \right) \quad (\text{B.4})$$

ausgedrückt werden. Somit ist die Integrationskonstante

$$h_0 = h_{min} + s_h \left(1 - \frac{y_0}{l} \right) \quad (\text{B.5})$$

eindeutig durch den Wert von y_0 festgelegt. Für die weiteren Berechnungsschritte werden die dimensionslosen Größen

$$\begin{aligned} P &= \frac{p^{fl} s_h^2}{\eta \dot{v} l}, & H &= \frac{h}{s_h}, & H_{min} &= \frac{h_{min}}{s_h}, & H_0 &= \frac{h_0}{s_h}, \\ Y &= \frac{y}{l}, & Y_0 &= \frac{y_0}{l}, & \dot{U} &= \frac{\dot{u} l}{\dot{v} s_h} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

eingeführt. Einsetzen in Glg. (B.3) führt auf die dimensionslose Gleichung

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = \frac{6}{H^3} \left[H - H_0 + 2\dot{U} (Y - Y_0) \right] . \quad (\text{B.7})$$

Mit Hilfe von

$$H = H_{min} + 1 - Y \quad (\text{B.8})$$

und

$$H_0 = H_{min} + 1 - Y_0 \quad (\text{B.9})$$

kann der dimensionslose Druckgradient durch

$$\frac{\partial P}{\partial Y} = 6 \left(2\dot{U} - 1 \right) \frac{Y - Y_0}{(H_{min} + 1 - Y)^3} \quad (\text{B.10})$$

ausgedrückt werden. Die Integration in Abhängigkeit von Y führt zu

$$P(Y) = 6 \left(2\dot{U} - 1 \right) \int \frac{Y - Y_0}{(H_{min} + 1 - Y)^3} dY . \quad (\text{B.11})$$

Unter Berücksichtigung der beiden Randbedingungen

$$P(Y = 0) = 0 \text{ und } P(Y = 1) = 0 \quad (\text{B.12})$$

kann der Druckverlauf P in Abhängigkeit von Y durch

$$P(Y) = 3 \left(2\dot{U} - 1 \right) \left[\frac{2Y - \frac{H_{min} + 1}{2H_{min} + 1} - H_{min} - 1}{(Y - H_{min} - 1)^2} + \frac{\frac{H_{min} + 1}{2H_{min} + 1} + H_{min} + 1}{(H_{min} + 1)^2} \right] \quad (\text{B.13})$$

formuliert werden. Diese Gleichung lässt sich mit Hilfe der Variablen aus Glg. (B.6) wieder in die dimensionsbehaftete Form

$$p^{fl}(y) = \frac{3\eta\dot{v}l}{s_h^2} \left(\frac{2\dot{u}l}{\dot{v}s_h} - 1 \right) \left[\frac{\frac{2y}{l} - \frac{h_{min} + s_h}{2h_{min} + s_h} - \frac{h_{min}}{s_h} - 1}{\left(\frac{y}{l} - \frac{h_{min}}{s_h} - 1 \right)^2} + \frac{\frac{h_{min} + s_h}{2h_{min} + s_h} + \frac{h_{min}}{s_h} + 1}{\left(\frac{h_{min}}{s_h} + 1 \right)^2} \right] \quad (\text{B.14})$$

bringen.

C Uniaxiales, inkompressibles Neo-Hooke- und van-der-Waals-Materialmodell

C.1 Neo-Hooke-Modell

Die Verzerrungsenergiedichtefunktion nach Neo-Hooke für inkompressibles Materialverhalten ist durch

$$\psi = \psi_{iso}(I_1) = C_{10}(I_1 - 3) \quad (\text{C.1})$$

gegeben, wobei C_{10} dem halben Wert des initialen Langzeit-Schubmoduls $G_\infty = 2C_{10}$ entspricht. Die Verzerrungsenergiedichte ist als Funktion der ersten Dehnungs-Invariante

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (\text{C.2})$$

formuliert, worin λ_i die Hauptstreckungen bezeichnen ($i = 1, 2, 3$). Aufgrund der Inkompressibilität darf keine Volumenänderung auftreten, so dass die Jacobi-Determinante des Deformationsgradienten mit

$$J = \det \mathbf{F} = \det \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (\text{C.3})$$

konstant bleibt.

Für den uniaxialen Belastungsfall mit Streckung λ in 1-Richtung gelten zwischen den Streckungen die Beziehungen

$$\lambda_2 = \lambda_3 \quad (\text{C.4})$$

und

$$\lambda_1 = \lambda = \frac{1}{\lambda_2^2} = \frac{1}{\lambda_3^2} . \quad (\text{C.5})$$

Dadurch ergibt sich die uniaxiale Cauchy-Spannung $\sigma = \sigma_1$ zu

$$\sigma = 2C_{10} \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) . \quad (\text{C.6})$$

C.2 Van-der-Waals-Modell

Die Verzerrungsenergiedichtefunktion des van-der-Waals-Modells für inkompressibles Materialverhalten ist durch

$$\psi = \psi_{iso}(I_1) = \mu^{vdW} \left[-(\lambda_m^2 - 3) (\ln(1 - \tilde{\eta}) + \tilde{\eta}) - \frac{2}{3} \alpha^{vdW} \left(\frac{I_1 - 3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (\text{C.7})$$

mit

$$\tilde{\eta} = \sqrt{\frac{I_1 - 3}{\lambda_m^2 - 3}} \quad (\text{C.8})$$

gegeben. Analog zu den Gleichungen (C.2)–(C.5) berechnet sich die uniaxiale Cauchy-Spannung zu

$$\sigma = \mu^{vdW} \left[\frac{1}{1 - \tilde{\eta}} - \alpha^{vdW} \sqrt{\frac{I_1 - 3}{2}} \right] \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (\text{C.9})$$

mit

$$I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} . \quad (\text{C.10})$$

D Anpassung des viskoplastischen Materialmodells für UHMW-PE

D.1 Temperatur -20°C

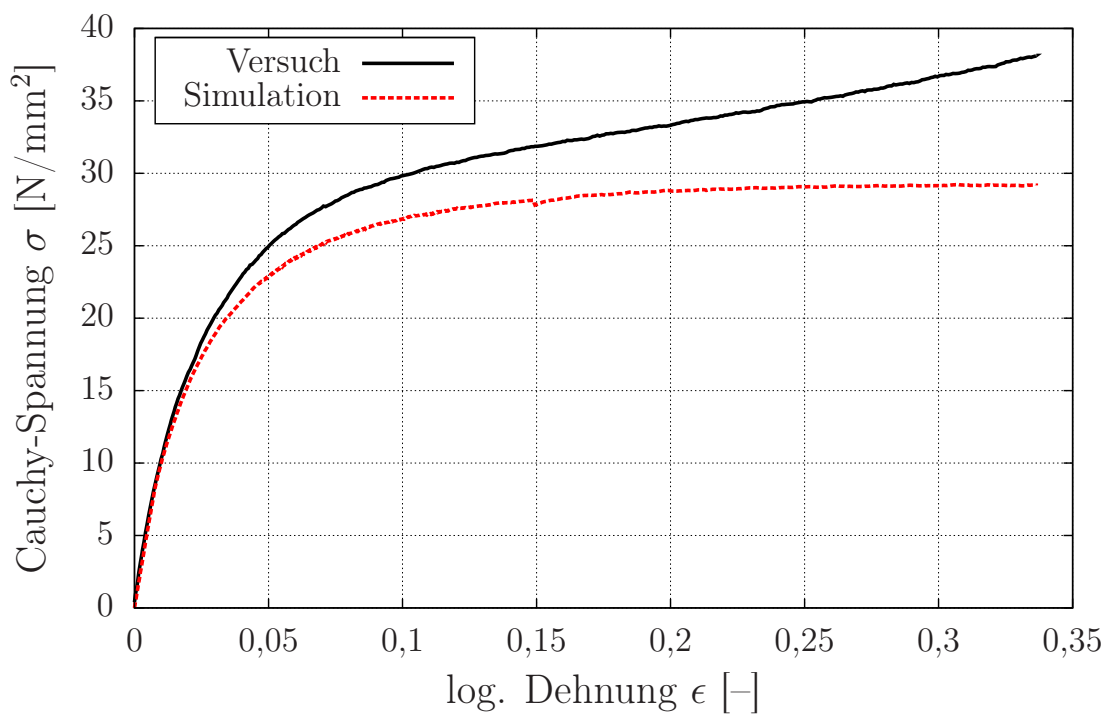
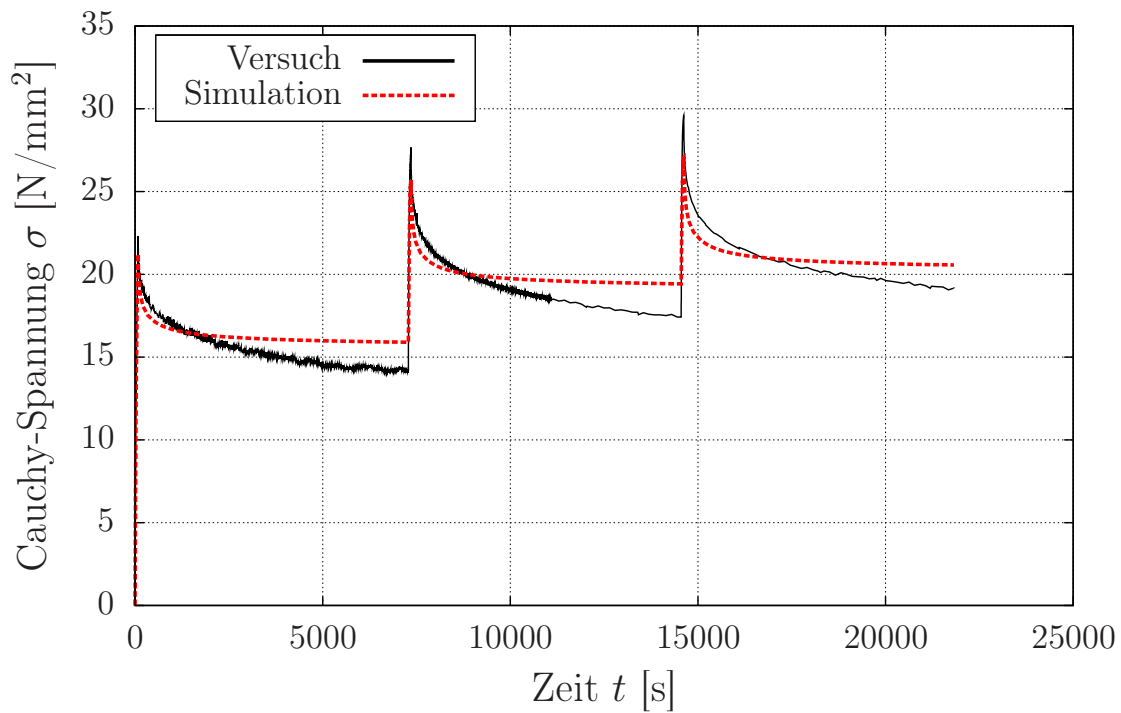
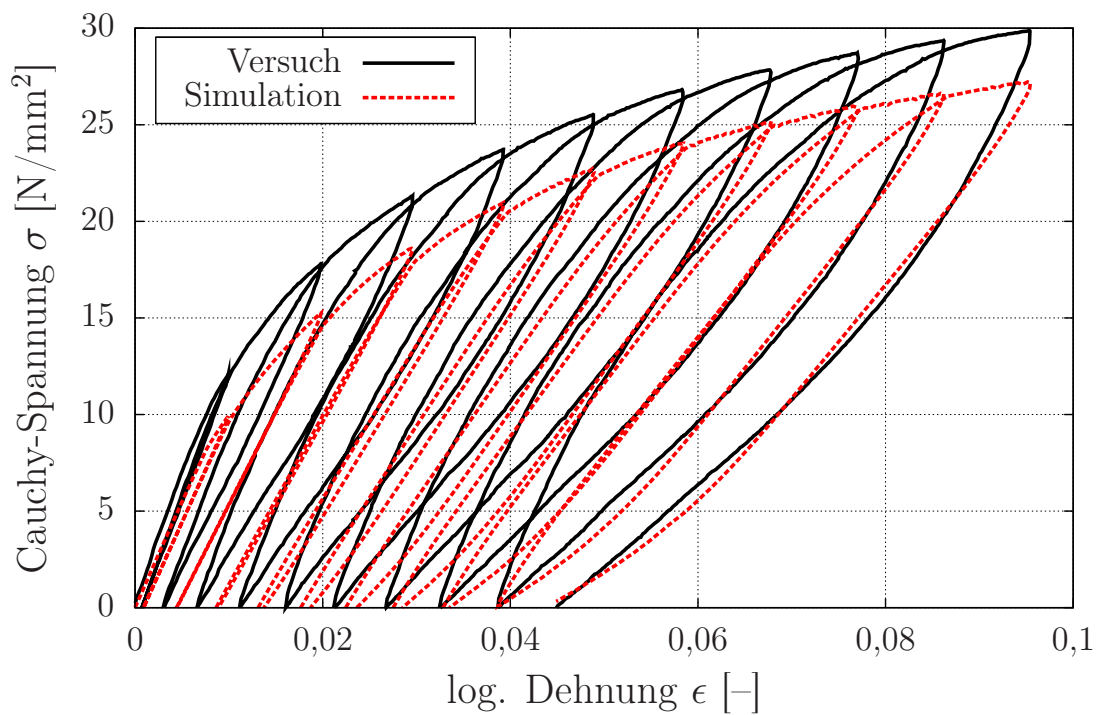
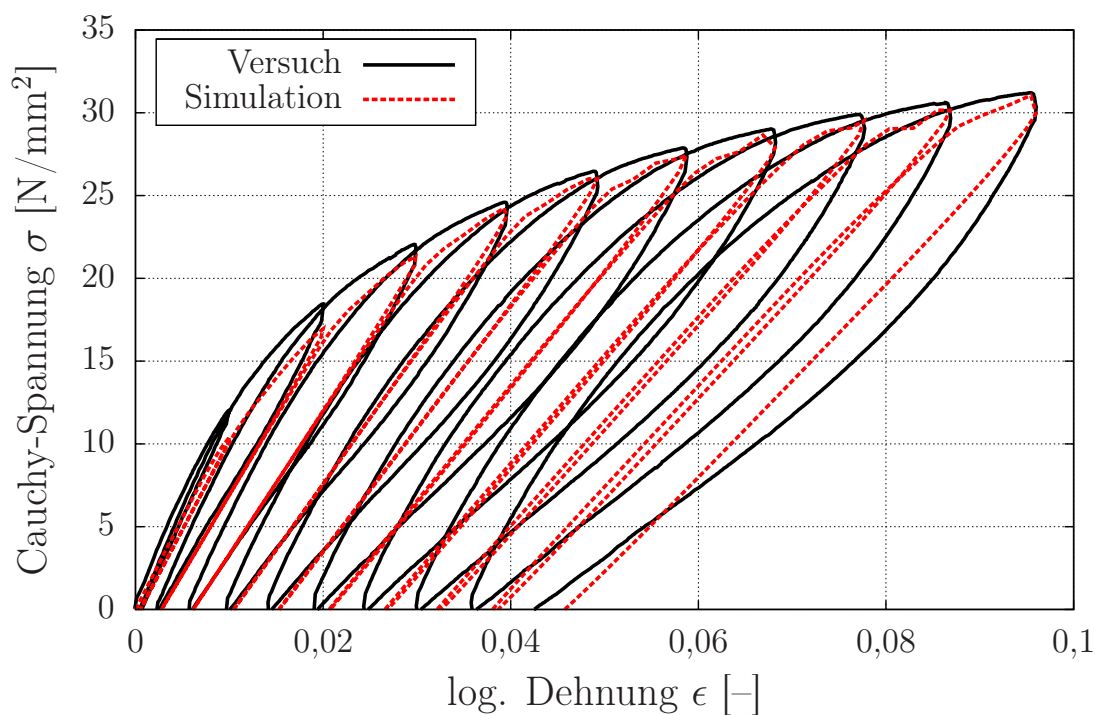
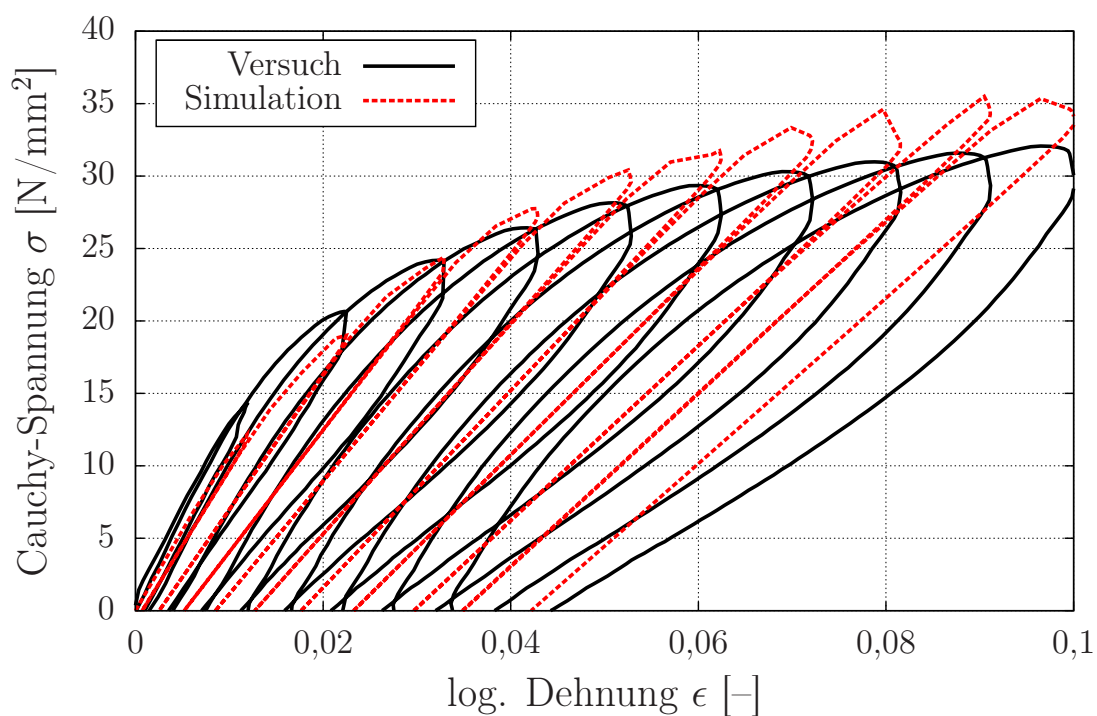


Abbildung D.1: Ergebnis des Zugversuchs für UHMW-PE bei -20°C

Abbildung D.2: Ergebnis des Stufenzugversuchs für UHMW-PE bei -20°C Abbildung D.3: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 1 mm/min und -20°C

Abbildung D.4: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 10 mm/min und -20°C Abbildung D.5: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 100 mm/min und -20°C

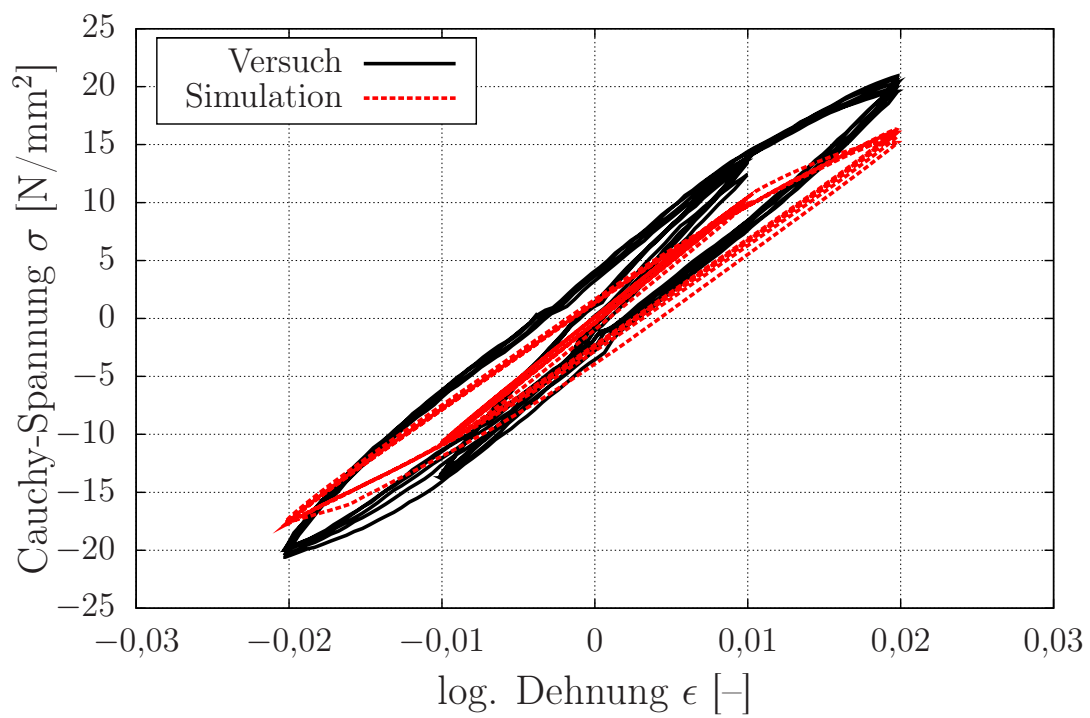


Abbildung D.6: Ergebnis des Zyklus-Zug-Druckversuchs für UHMW-PE bei -20°C

D.2 Temperatur 60°C

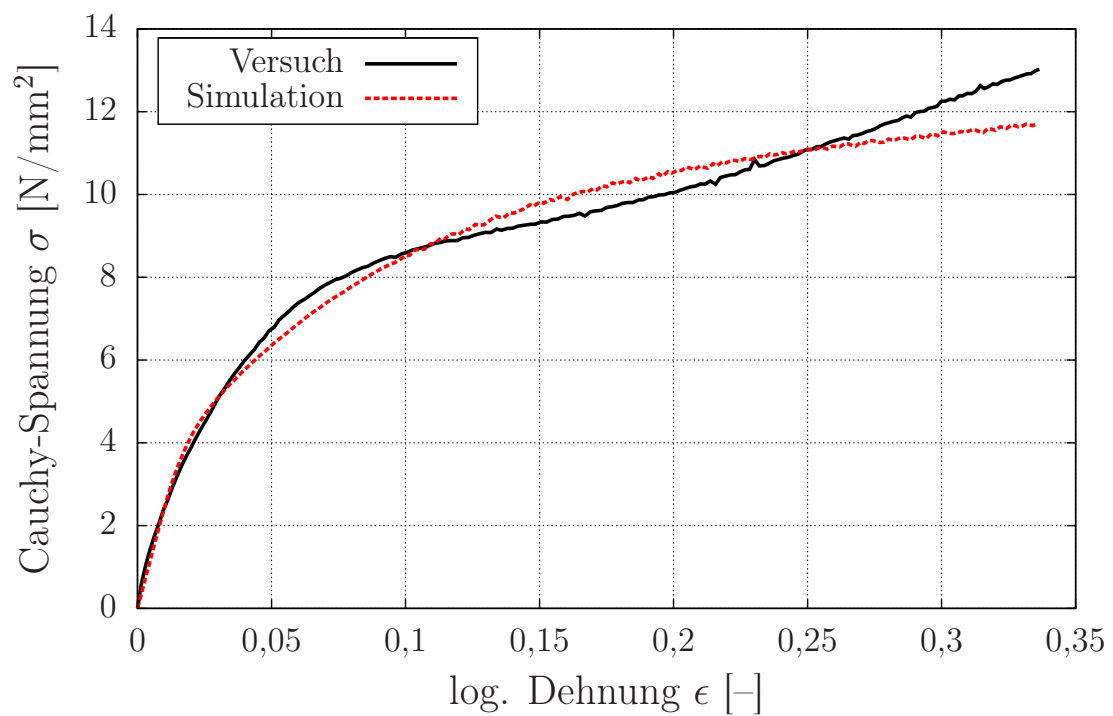


Abbildung D.7: Ergebnis des Zugversuchs für UHMW-PE bei 60°C

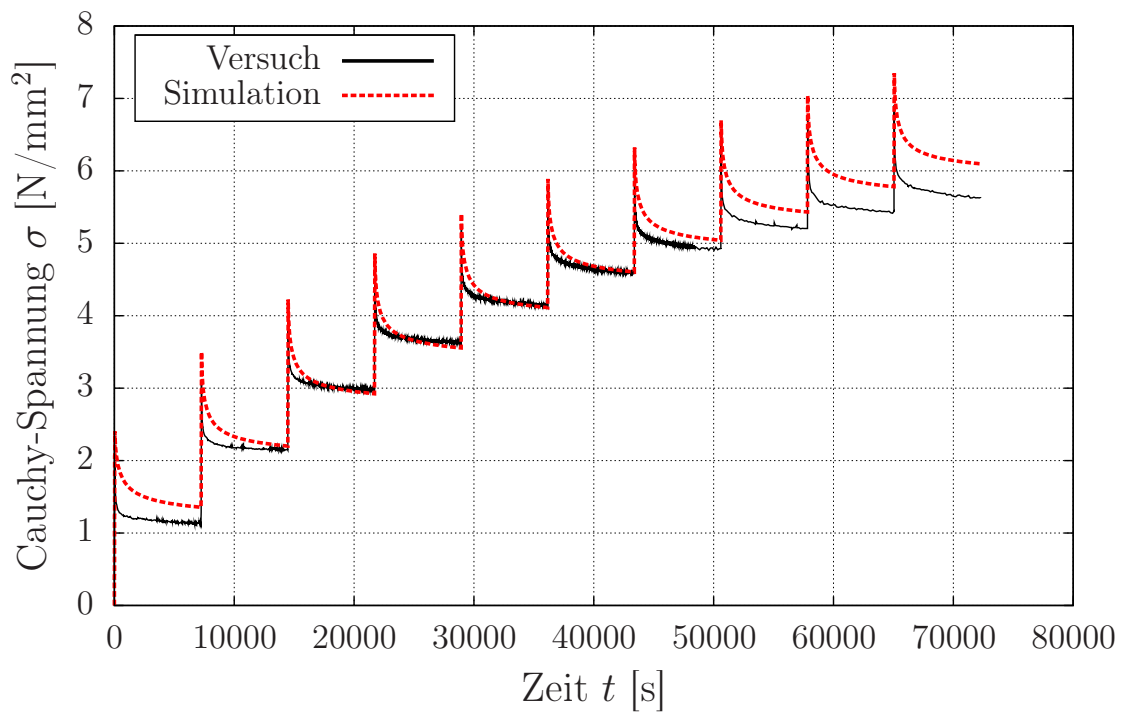


Abbildung D.8: Ergebnis des Stufenzugversuchs für UHMW-PE bei 60°C

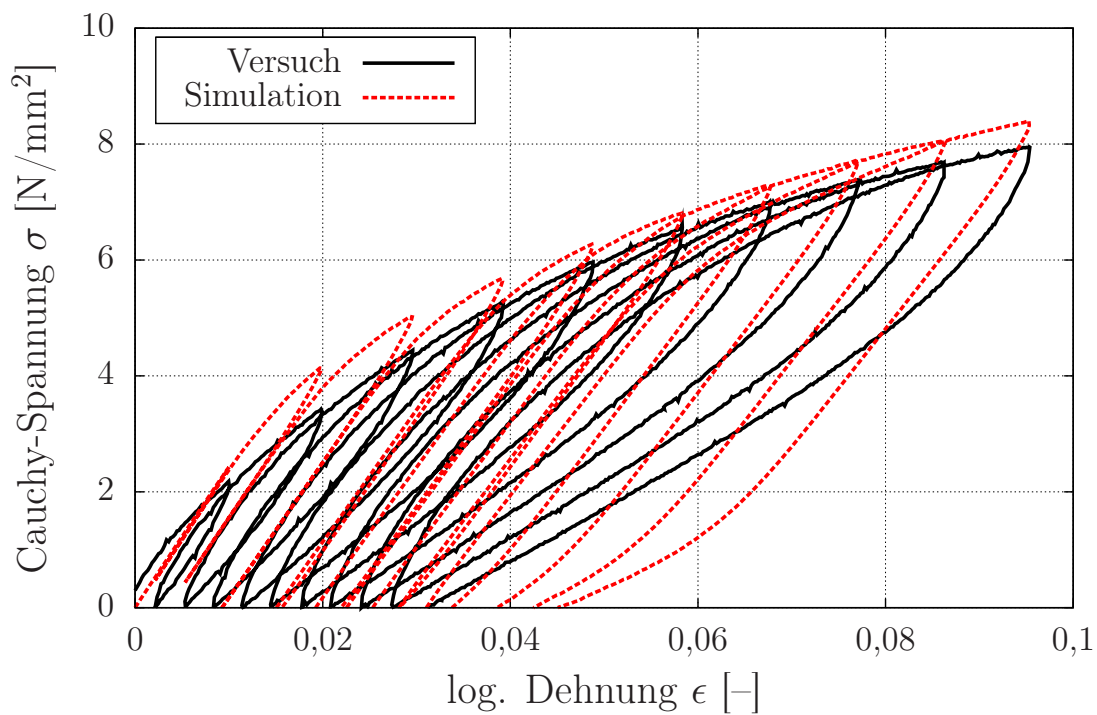


Abbildung D.9: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 1 mm/min und 60°C

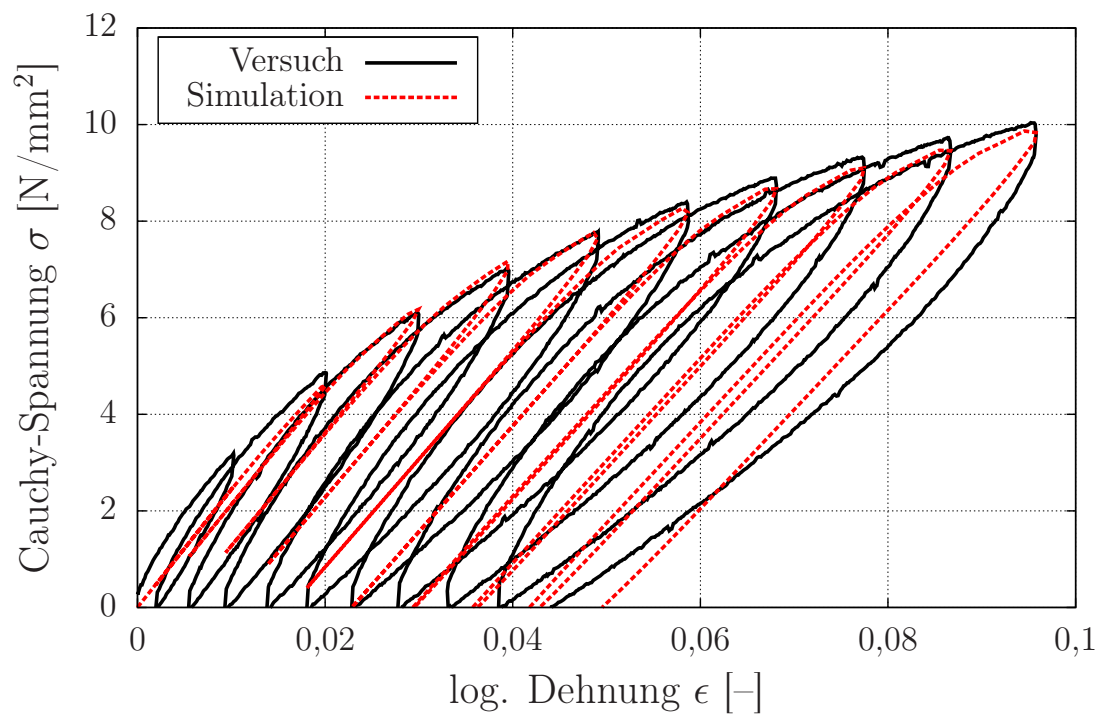


Abbildung D.10: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 10 mm/min und 60°C

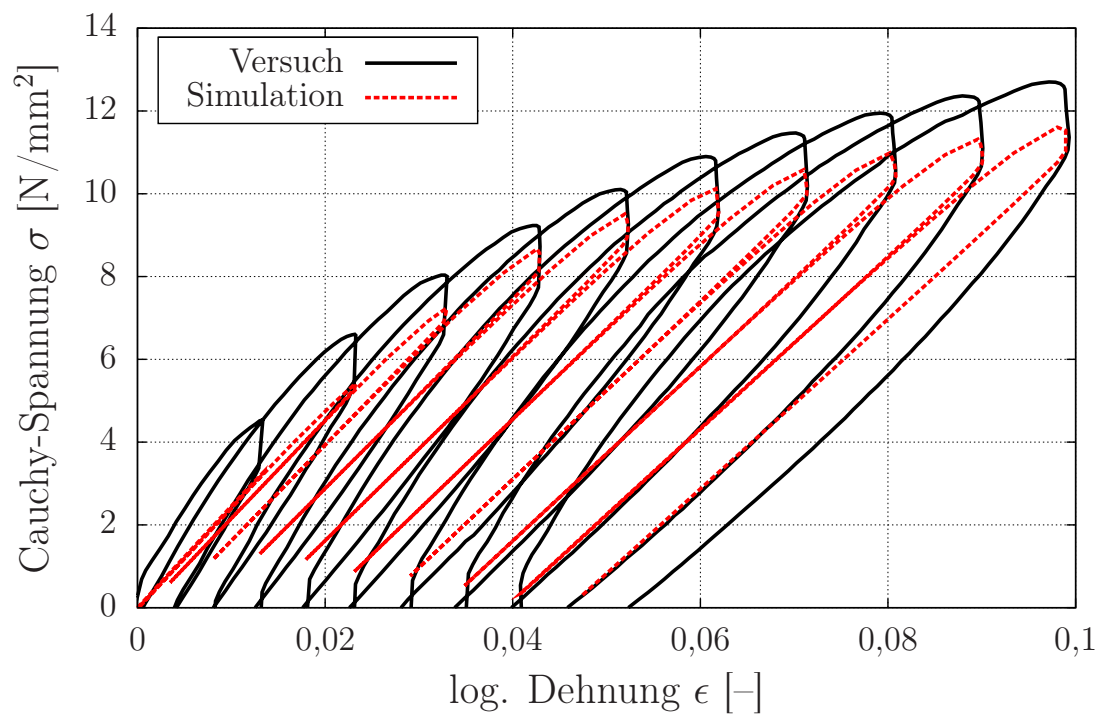


Abbildung D.11: Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 100 mm/min und 60°C

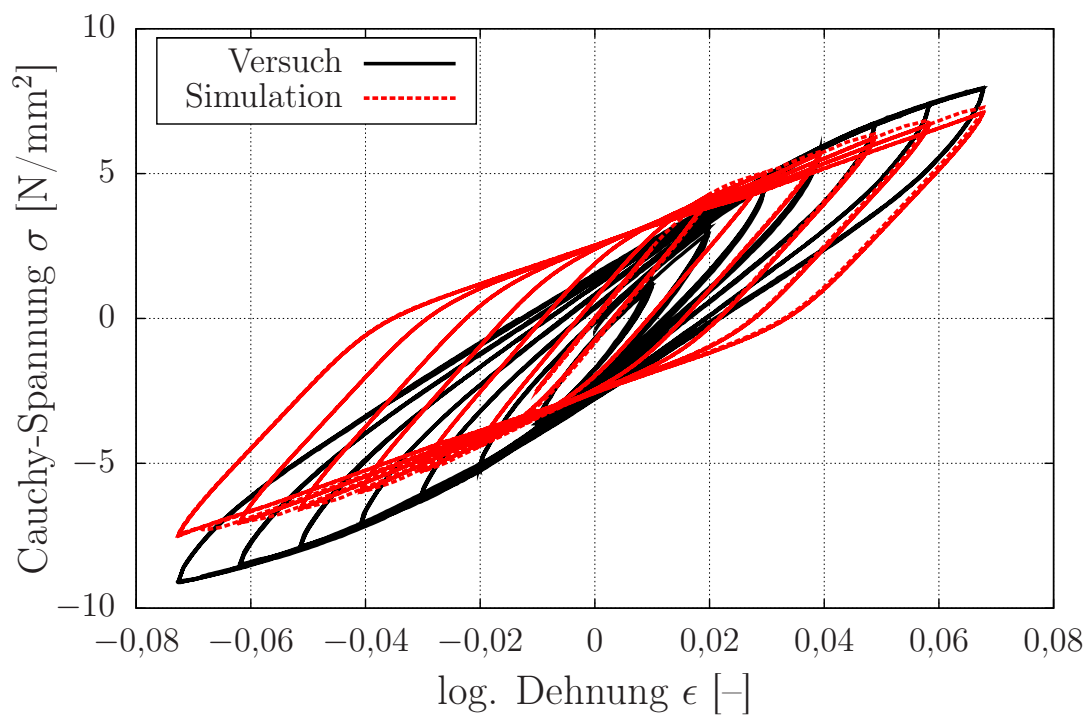


Abbildung D.12: Ergebnis des Zyklus-Zug-Druckversuchs für UHMW-PE bei 60°C

Literaturverzeichnis

- [Ach05] ACHENBACH, M.: Moderne Auslegungsmethoden von Dichtungen an ausgewählten Dichtstellen in Fahrzeugkomponenten. In: *Gummi Fasern Kunststoffe* 58 (2005), S. 303–313
- [And01] ANDRÉ, M.: *Thermomechanisches Verhalten von Gummimaterialien während der Vulkanisation*, Universität Hannover, Dissertation, 2001
- [ANE06] ALBERS, A. ; NOWICKI, L. & ENKLER, H.: Development of a Method for the Analysis of Mixed Friction Problems. In: *International Journal of Applied Mechanics and Engineering* 11(3) (2006), S. 479–490
- [Arc80] ARCHARD, J.: Wear theory and mechanisms. In: PETERSON, M. & WINER, W. (Hrsg.): *Wear control handbook*. ASME, 1980
- [AST08] ASTM AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS: *ASTM D 1710 – Standard Specification for Extruded Polytetrafluoroethylene (PTFE) Rod, Heavy Walled Tubing and Basic Shapes*. 2008
- [Bar01] BARTEL, D.: *Berechnung von Festkörper- und Mischreibung bei Metallpaarungen*, Universität Magdeburg, Dissertation, 2001
- [Bat86] BATHE, K.: *Finite-Elemente-Methode*. Berlin : Springer Verlag, 1986
- [Bay02] BAYER, R.: *Wear Analysis for Engineers*. New York : HNB Publishing, 2002
- [BC99] BOAST, D. (Hrsg.) & COVENEY, V. (Hrsg.): *Finite Element Analysis of Elastomers*. Professional Engineering Publishing, 1999
- [BG02] BECKER, W. & GROSS, D.: *Mechanik elastischer Körper und Strukturen*. Berlin : Springer Verlag, 2002
- [BH05] BERGSTRÖM, J. & HILBERT, L.: A constitutive model for predicting the large deformation thermomechanical behavior of fluoropolymers. In: *Mechanics of Materials* 37 (2005), S. 899–913. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2004.09.002>. – DOI 10.1016/j.mechmat.2004.09.002
- [Bin91] BINNINGTON, P.: *The Measurement of Rotary Shaft Seal Film Thickness*, University of Durham, Dissertation, 1991
- [Blo65] BLOK, H.: *Inverse Problems in Hydrodynamic Lubrication and Design Directives for Lubricated Flexible Surfaces*. McCutchan Publ. Corp., 1965
- [Bou85] BOUSSINESQ, J.: *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Paris : Gauthier-Villars, 1885

- [BS08] BO, Y. & SALANT, R.: Numerical Model of a Tandem Reciprocating Hydraulic Rod Seal. In: *Journal of Tribology* 130 (2008), S. 032201. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2908924>. – DOI 10.1115/1.2908924
- [BSMM98] BRONSTEIN, I. ; SEMENDJAJEW, K. ; MUSIOL, G. & MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. Frankfurt/Main : Verlag Harri Deutsch, 1998
- [CDC97] CARREAU, P. ; DE KEE, D. & CHHABRA, R.: *Rheology of Polymeric Systems: Principles and Applications*. New York : Hanser Publishers, 1997
- [Cha77] CHABOCHE, J.-L.: Viscoplastic Constitutive Equations for the Description of Cyclic and Anisotropic Behaviour of Metals. In: *Bulletin de l'Academie des Sciences, Serie des Sciences Techniques* 25(1) (1977), S. 33–42
- [Das09] DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP.: *ABAQUS Online Documentation*. Version 6.9. Providence, 2009
- [Deb05] DEBLER, C.: *Bestimmung und Vorhersage des Verschleißes für die Auslegung von Dichtungen*, Universität Hannover, Dissertation, 2005
- [Det08] DETERS, L.: Reibung, Verschleiß und Schmierung. In: STEINHILPER, W. & SAUER, B. (Hrsg.): *Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2*. 6. Auflage. Berlin : Springer Verlag, 2008, Kapitel 10. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-76654-4>. – DOI 10.1007/978-3-540-76654-4
- [Det09] DETERS, L.: Tribology. In: GROTE, K. & ANTONSSON, E. (Hrsg.): *Handbook of Mechanical Engineering*. Berlin : Springer Verlag, 2009, Kapitel 5, S. 295–326. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-30738-9>. – DOI 10.1007/978-3-540-30738-9
- [DGP04] DEBLER, C. ; GRONITZKI, M. & POLL, G.: Korrelation von Berechnungen mit Kontaktkraftmessungen und optischen Untersuchungen an Stangendichtungen aus Gummi. In: *Tagungsband des 5. Dichtungstechnischen Kolloquiums der TU Hamburg-Harburg*. Hamburg, 2004
- [DH59] DOWSON, D. & HIGGINSON, G.: A Numerical Solution to the Elasto-Hydrodynamic Problem. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* 1 (1959), S. 6–15
- [DIN90] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG: *DIN 53513 – Bestimmung der viskoelastischen Eigenschaften von Elastomeren*. 1990
- [DIN96] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG: *DIN EN ISO 527 – Bestimmung der Zugeigenschaften*. 1996
- [DIN05] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG: *DIN 51005 – Thermische Analyse (TA) - Begriffe*. 2005
- [DIN06] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG: *DIN EN ISO 178 – Kunststoffe - Bestimmung der Biegeeigenschaften*. 2006

- [Dro10] DROZDOV, A.: Cyclic thermo-viscoplasticity of high density polyethylene. In: *International Journal of Solids and Structures* 47 (2010), S. 1592–1602. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.02.021>. – DOI 10.1016/j.ijsolstr.2010.02.021
- [Dyn09] DYNARDO: *optiSLang-Dokumentation*. Version 3.0. Weimar, 2009
- [EH91] ELSHARKAWY, A. & HAMROCK, B.: Subsurface Stresses in Micro-EHL Line Contacts. In: *Journal of Tribology* 113(3) (1991), S. 645–656. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2920673>. – DOI 10.1115/1.2920673
- [Ehr81] ELROD, H.: A Cavitation Algorithm. In: *Journal of Lubrication Technology* 103(3) (1981), S. 350–354. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3251669>. – DOI 10.1115/1.3251669
- [Eyr36] EYRING, H.: Viscosity, Plasticity, and Diffusion as Examples of Absolute Reaction Rates. In: *Journal of Chemical Physics* 4(4) (1936), S. 283–291. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1749836>. – DOI 10.1063/1.1749836
- [Fer80] FERRY, J.: *Viscoelastic Properties of Polymers*. New York : John Wiley & Sons, 1980
- [FGT80] FLEISCHER, G. ; GRÖGER, H. & THUM, H.: *Verschleiß und Zuverlässigkeit*. Berlin : VEB Verlag Technik, 1980
- [Fre07] FREUDENBERG SIMRIT GMBH & Co. KG: *Technisches Handbuch*. <http://www.simrit.de/web/public/services/downloads>. Version: 2007
- [Fri86] FRIEDRICH, K. (Hrsg.): *Friction and Wear of Polymer Composites*. Amsterdam : Elsevier Science Publishers, 1986
- [Ges10] GESELLSCHAFT FÜR TRIBOLOGIE E. V.: Löhergraben 33-35, 52064 Aachen, 2010. <http://www.gft-ev.de/>
- [GHSW04] GROSS, D. ; HAUGER, W. ; SCHNELL, W. & WRIGGERS, P.: *Technische Mechanik*. Bd. 4. 5. Auflage. Berlin : Springer Verlag, 2004
- [Gre84] GREENWOOD, J.: A unified theory of surface roughness. In: *Proceedings of the Royal Society of London A* 393 (1984), Nr. 1804, S. 133–157. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1984.0050>. – DOI 10.1098/rspa.1984.0050
- [Gro63] GROSCH, K.: The Relation between the Friction and Visco-Elastic Properties of Rubber. In: *Proceedings of the Royal Society London A* 274 (1963), Nr. 1356, S. 21–39. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1963.0112>. – DOI 10.1098/rspa.1963.0112
- [GT70] GREENWOOD, J. & TRIPP, J.: The contact of two nominally flat rough surfaces. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 185 (1970), Nr. 48/71, S. 625–633
- [GW66] GREENWOOD, J. & WILLIAMSON, J.: Contact of nominally flat surfaces. In: *Proceedings of the Royal Society of London A* 295 (1966), S. 300–319. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1966.0242>. – DOI 10.1098/rspa.1966.0242

- [Hai01] HAISER, B.: *PTFE-Compounds im dynamischen Dichtkontakt bei druckbelastbaren Radial-Wellendichtungen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2001
- [Har07] HARTINGER, M.: *CFD Modelling of Elastohydrodynamic Lubrication*, Imperial College London, Dissertation, 2007
- [HDI⁺08] HARTINGER, M. ; DUMONT, M.-L. ; IOANNIDES, S. ; GOSMAN, D. & SPIKES, H.: CFD Modeling of a Thermal and Shear-Thinning Elastohydrodynamic Line Contact. In: *Journal of Tribology* 130 (2008), S. 041503. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2958077>. – DOI 10.1115/1.2958077
- [Her81] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1881), S. 156–171
- [HH07] HEGADEKATTE, V. & HUBER, N.: Wear Simulation of Tribosystems. In: *Deutsches ABAQUS Anwendertreffen*. Baden-Baden, 2007
- [HHK05] HEGADEKATTE, V. ; HUBER, N. & KRAFT, O.: Finite element based simulation of dry sliding wear. In: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 13 (2005), S. 57–75. <http://dx.doi.org/10.1088/0965-0393/13/1/005>. – DOI 10.1088/0965-0393/13/1/005
- [Hol46] HOLM, R.: *Electric contacts*. Uppsala : Almqvist & Wiksells Boktryckeri AB, 1946
- [Hol00] HOLZAPFEL, G.: *Nonlinear solid mechanics*. Chichester : John Wiley & Sons, 2000
- [Hor88] HORNBERGER, K.: *Anwendung viskoplastischer Stoffgesetze in Finite Element Programmen*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1988
- [HS01] HARP, S. & SALANT, R.: An Average Flow Model of Rough Surface Lubrication With Inter-Asperity Cavitation. In: *Journal of Tribology* 123 (2001), S. 134–143. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1332397>. – DOI 10.1115/1.1332397
- [HSJ04] HAMROCK, B. ; SCHMID, S. & JACOBSON, B.: *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. 2nd Edition. New York : Marcel Dekker, 2004
- [HWP⁺10] HEIPL, O. ; WOHLERS, A. ; PERSSON, B. ; SCARAGGI, M. & MURRENHOF, H.: Modellbildung dynamischer Dichtungen. In: *O+P. Ölhdraulik und Pneumatik* 3 (2010), S. 76–80
- [IBBD08] ILLNER, T. ; BOBACH, L. ; BARTEL, D. & DETERS, L.: Einfluss von Randbedingungen und Mikroavitation auf die Flussfaktorenberechnung. In: *Tribologie + Schmierungstechnik* 5, 55. Jahrgang (2008), S. 36–42
- [ISO05] ISO INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: *ISO 37 – Rubber, vulcanized or thermoplastic - Determination of tensile stress-strain properties*. 2005
- [JF57] JAKOBSSON, B. & FLOBERG, L.: The Finite Journal Bearing, Considering Vaporization. In: *Transactions of Chalmers University of Technology Gothenburg Report No. 190* (1957)

- [Joh85] JOHNSON, K.: *Contact mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985
- [KDK83] KRAGELSKI, V. ; DOBYCIN, M. & KOMBALOV, V.: *Grundlagen der Berechnung von Reibung und Verschleiß*. München : Carl Hanser Verlag, 1983
- [Kil81] KILIAN, H.: Equation of state of real networks. In: *Polymer* 22 (1981), S. 209–217
- [Kno03] KNOLL, G.: Elasto-hydrodynamische Simulationstechnik mit integriertem Mischreibungskontakt. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 34 (2003), Nr. 10-11, S. 946–952. <http://dx.doi.org/10.1002/mawe.200300684>. – DOI 10.1002/mawe.200300684
- [KP80] KRAUSE, H. & POLL, G.: *Mechanik der Festkörperreibung*. Düsseldorf : VDI Verlag, 1980
- [KSB05] KLETSCHKOWSKI, K. ; SCHOMBURG, U. & BERTRAM, A.: Computational analysis of PTFE shaft seals. In: *Computational Materials Science* 32 (2005), S. 392–399. <http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2004.09.027>. – DOI 10.1016/j.commatsci.2004.09.027
- [KTN⁺00] KANETA, M. ; TODOROKI, H. ; NISHIKAWA, H. ; KANZAKI, Y. & KAWAHARA, Y.: Tribology of Flexible Seals for Reciprocating Motion. In: *Journal of Tribology* 122 (2000), S. 787–795. <http://dx.doi.org/10.1115/1.1310573>. – DOI 10.1115/1.1310573
- [KV88] KANTERS, A. & VISSCHER, M.: Lubrication of reciprocating seals: experiments on the influence of surface roughness on friction and leakage. In: *Proceedings of the 15th Leeds–Lyon Symposium on Tribology*, 1988, S. 69–77
- [Lag00] LAGEMANN, V.: *Numerische Verfahren zur tribologischen Charakterisierung bearbeitungsbedingter rauher Oberflächen bei Mikrohydrodynamik und Mischreibung*, Universität Kassel, Dissertation, 2000
- [LC90] LEMAITRE, J. & CHABOCHE, J.-L.: *Mechanics of solid materials*. Cambridge : Cambridge University Press, 1990
- [Lee69] LEE, E.: Elastic-plastic deformation at finite strains. In: *Journal of Applied Mechanics* 36 (1969), S. 1–6
- [Lin05] LINDNER, M.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Gummireibung an Profilklotzen und Dichtungen*, Universität Hannover, Dissertation, 2005
- [LK06] LE GAL, A. & KLÜPPEL, M.: Investigation and Modelling of Adhesion Friction on Rough Surfaces. In: *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 6 (2006), S. 308–325
- [LL67] LEE, E. & LIU, D.: Finite-strain elastic-plastic theory particular for plane wave analysis. In: *Journal of Applied Physics* 38 (1967), S. 19–27
- [LW60] LAX, P. & WENDROFF, B.: Systems of Conservations Laws. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13 (1960), S. 217–237. http://dx.doi.org/10.1007/0-387-28148-7_18. – DOI 10.1007/0-387-28148-7_18

- [LW64] LAX, P. & WENDROFF, B.: Difference Schemes for Hyperbolic Equations with High-Order Accuracy. In: *Communications on Pure and Applied Mathematics* 17 (1964), S. 381–398. http://dx.doi.org/10.1007/0-387-28148-7_19. – DOI 10.1007/0-387-28148-7_19
- [Men94] MENG, H.-C.: *Wear modeling: Evaluation and categorization of wear models*, University of Michigan, Dissertation, 1994
- [Men95] MENG, H.-C.: Wear models and predictive equations: their form and content. In: *Wear* 181-183 (1995), S. 443–457
- [MG90] MEANS, K. & GERHARD, C.: Prediction of seal life in an abrasive environment under high pressures using finite elements. In: *Tribology International* 23(1) (1990), S. 3–10. [http://dx.doi.org/10.1016/0301-679X\(90\)90065-W](http://dx.doi.org/10.1016/0301-679X(90)90065-W). – DOI 10.1016/0301-679X(90)90065-W
- [Mic94] MICHEL, T.: *Fortran 90 – Lehr- und Handbuch*. Mannheim : BI-Wissenschaftsverlag, 1994
- [Mie88] MIEHE, C.: *Zur numerischen Behandlung thermomechanischer Prozesse*, Universität Hannover, Dissertation, 1988
- [MN98] MÜLLER, H. & NAU, B.: *Fluid sealing technology*. New York : Marcel Dekker, 1998
- [MN10] MÜLLER, H. & NAU, B.: *Fachwissen Dichtungstechnik*. <http://www.fachwissen-dichtungstechnik.de>. Version: 2010
- [MRS10] MYANT, C. ; REDDYHOFF, T. & SPIKES, H.: Laser-induced fluorescence for film thickness mapping in pure sliding lubricated, compliant, contacts. In: *Tribology International* (2010). <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2010.03.013>. – DOI 10.1016/j.triboint.2010.03.013
- [Mul47] MULLINS, L.: Effect of Stretching on the Properties of Rubber. In: *Journal of Rubber Research* 16 (1947), S. 275–289
- [Mul69] MULLINS, L.: Softening of Rubber by Deformation. In: *Rubber, Chemistry and Technology* 42 (1969), S. 339–362
- [Nau99] NAU, B.: An historical review of studies of polymeric seals in reciprocating hydraulic systems. In: *Journal of Engineering Tribology* 213(J) (1999), S. 215–226. <http://dx.doi.org/10.1243/1350650991542956>. – DOI 10.1243/1350650991542956
- [Nik08] NIKAS, G.: Research on the Tribology of Hydraulic Reciprocating Seals. In: HASEGAWA, T. (Hrsg.): *Tribology Research Trends*. Hauppauge : Nova Science Publishers, 2008, S. 11–56
- [Nik10] NIKAS, G.: Eighty years of research on hydraulic reciprocating seals: review of tribological studies and related topics since the 1930s. In: *Journal of Engineering Tribology* 224(J) (2010), S. 1–23. <http://dx.doi.org/10.1243/13506501JET607>. – DOI 10.1243/13506501JET607

- [NS04] NIKAS, G. & SAYLES, R.: Nonlinear elasticity of rectangular elastomeric seals and its effect on elasto-hydrodynamic numerical analysis. In: *Tribology International* 37 (2004), S. 651–660. <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2004.02.002>. – DOI 10.1016/j.triboint.2004.02.002
- [NS06a] NIKAS, G. & SAYLES, R.: Modelling and optimization of composite rectangular reciprocating seals. In: *Journal of Engineering Tribology* 220(J) (2006), S. 395–412. <http://dx.doi.org/10.1243/13506501JET175>. – DOI 10.1243/13506501JET175
- [NS06b] NIKAS, G. & SAYLES, R.: Study of leakage and friction of flexible seals for steady motion via a numerical approximation method. In: *Tribology International* 39 (2006), S. 921–936. <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2005.09.003>. – DOI 10.1016/j.triboint.2005.09.003
- [ÖABD08] ÖNGÜN, Y. ; ANDRÉ, M. ; BARTEL, D. & DETERS, L.: An axisymmetric hydrodynamic interface element for finite-element computations of mixed lubrication in rubber seals. In: *Journal of Engineering Tribology* 222(J3) (2008), S. 471–481. <http://dx.doi.org/10.1243/13506501JET393>. – DOI 10.1243/13506501JET393
- [Olb02] OLBRICH, M.: *Werkstoffmodelle zur Finiten-Elemente-Analyse von PTFE-Wellendichtungen*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2002
- [Ols65] OLSSON, K.: Cavitation in Dynamically Loaded Bearings. In: *Transactions of Chalmers University of Technology Gothenburg* Report No. 308 (1965)
- [Öng10] ÖNGÜN, Y.: *Finite Element Simulation of Mixed Lubrication of Highly Deformable Elastomeric Seals*, Universität Magdeburg, Dissertation, 2010
- [OP83] ODEN, J. & PIRES, E.: Nonlocal and nonlinear friction laws and variational principles for contact problems in elasticity. In: *Journal of Applied Mechanics* 50(1) (1983), S. 67–76. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3167019>. – DOI 10.1115/1.3167019
- [Öqv01] ÖQVIST, M.: Numerical simulations of mild wear using updated geometry with different step size approaches. In: *Wear* 249 (2001), S. 6–11. [http://dx.doi.org/10.1016/S0043-1648\(00\)00548-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0043-1648(00)00548-2). – DOI 10.1016/S0043-1648(00)00548-2
- [OWP10] OTTINK, K. ; WENNEHORST, B. & POLL, G.: Analysis of rod seals by application of the light induced fluorescence method. In: *16th International Sealing Conference*, 2010, S. 101–111
- [PA99] PODRA, P. & ANDERSSON, S.: Simulating sliding wear with finite element method. In: *Tribology International* 32 (1999), S. 71–81. [http://dx.doi.org/10.1016/S0301-679X\(99\)00012-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0301-679X(99)00012-2). – DOI 10.1016/S0301-679X(99)00012-2
- [Par05] PARKER HANNIFIN CORP.: *Design of seals with the aid of CAE / FEA*. Presentation, 2005
- [PAT+05] PERSSON, B. ; ALBOHR, O. ; TARTAGLINO, U. ; VOLOKITIN, A. & TOSATTI, E.: On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 17

- (2005), S. R1–R62. <http://dx.doi.org/10.1088/0953-8984/17/1/R01>. – DOI 10.1088/0953-8984/17/1/R01
- [PC78] PATIR, N. & CHENG, H.: An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication. In: *Journal of Lubrication Technology* 100 (1978), S. 12–17
- [PC79] PATIR, N. & CHENG, H.: Application of Average Flow Model to Lubrication Between Rough Sliding Surfaces. In: *Journal of Lubrication Technology* 101 (1979), S. 220–230
- [Pes99] PESCHKE, H.: Simulation von Elastomerdichtungen unter dynamischer Belastung. In: *Deutsches ABAQUS Anwendertreffen*, 1999
- [PG92a] POLL, G. & GABELLI, A.: Formation of Lubricant Film in Rotary Sealing Contacts: Part I – Lubricant Film Modeling. In: *Journal of Tribology* 114 (1992), Nr. 2, S. 280–287. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2920885>. – DOI 10.1115/1.2920885
- [PG92b] POLL, G. & GABELLI, A.: Formation of Lubricant Film in Rotary Sealing Contacts: Part II – A New Measuring Principle for Lubricant Film Thickness. In: *Journal of Tribology* 114 (1992), Nr. 2, S. 290–296. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2920886>. – DOI 10.1115/1.2920886
- [PGBQ92] POLL, G. ; GABELLI, A. ; BINNINGTON, P. & QU, J.: Dynamic mapping of rotary lip seal lubricant films by fluorescent image processing. In: *Proceedings of the 13th BHR Group International Conference on Fluid Sealing*. Brügge, 1992, S. 55–77
- [Pol08] POLL, G.: Dichtungen. In: STEINHILPER, W. & SAUER, B. (Hrsg.): *Konstruktionselemente des Maschinenbaus* 2. 6. Auflage. Berlin : Springer Verlag, 2008, Kapitel 12. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-76654-4>. – DOI 10.1007/978-3-540-76654-4
- [PS09] PERSSON, B. & SCARAGGI, M.: On the transition from boundary lubrication to hydrodynamic lubrication in soft contacts. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 21 (2009), S. 185002. <http://dx.doi.org/10.1088/0953-8984/21/18/185002>. – DOI 10.1088/0953-8984/21/18/185002
- [PY08] PERSSON, B. & YANG, C.: Theory of the leak-rate of seals. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 20 (2008), S. 315011. <http://dx.doi.org/10.1088/0953-8984/20/31/315011>. – DOI 10.1088/0953-8984/20/31/315011
- [Red02] REDLICH, A.: *Simulation von Punktkontakten unter Mischreibungsbedingungen*, Universität Magdeburg, Dissertation, 2002
- [Rey86] REYNOLDS, O.: On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society London* 177 (1886), S. 157–234

- [RS05] ROCKE, A. & SALANT, R.: Elastohydrodynamic Analysis of a Rotary Lip Seal Using Flow Factors. In: *Tribology Transactions* 48 (2005), S. 308–316. <http://dx.doi.org/10.1080/05698190590965639>. – DOI 10.1080/05698190590965639
- [Sad07] SADOWSKI, J.: Ein Beitrag über das Verschleißvolumen. In: *Tribologie + Schmierungstechnik* 1, 54. Jahrgang (2007), S. 25–29
- [Sad09] SADOWSKI, J.: Die Reibungsenergiedichte. In: *Tribologie + Schmierungstechnik* 3, 56. Jahrgang (2009), S. 44–50
- [SADP10] SCHMIDT, T. ; ANDRÉ, M. ; DUPUIS, L. & POLL, G.: Mixed Lubrication and Wear in Hydraulic Sealing Systems – Simulation and Experimental Validation. In: *16th International Sealing Conference*, 2010, S. 112–123
- [Sah08] SAHLIN, F.: *Lubrication, Contact Mechanics and Leakage between Rough Surfaces*, Lulea University of Technology, Dissertation, 2008. <http://epubl.ltu.se/1402-1544/2008/26>
- [SAP10] SCHMIDT, T. ; ANDRÉ, M. & POLL, G.: A transient 2D-finite-element approach for the simulation of mixed lubrication effects of reciprocating hydraulic rod seals. In: *Tribology International* 43(10) (2010), S. 1775–1785. <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2009.11.012>. – DOI 10.1016/j.triboint.2009.11.012
- [Sch90] SCHWARZL, R.: *Polymermechanik*. Berlin : Springer Verlag, 1990
- [Sch03] SCHEDAY, G.: *Theorie und Numerik der Parameteridentifikation von Materialmodellen der finiten Elastizität und Inelastizität auf der Grundlage optischer Feldmessmethoden*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2003
- [Sch08] SCHOLZ, U.: *Instationäre Berechnung geschmierter Reibkontakte*, Universität Magdeburg, Dissertation, 2008
- [Sch09] SCHMIDT, T.: Viscoplastic material model for inelastic properties of plastic materials / Robert Bosch GmbH. 2009. – Forschungsbericht
- [SF94] SALANT, R. & FLAHERY, A.: Elastohydrodynamic Analysis of Reverse Pumping in Rotary Lip Seals with Undulations. In: *Journal of Tribology* 116 (1994), S. 56–62
- [SH98] SIMO, J. & HUGHES, T.: *Computational Inelasticity*. New York : Springer Verlag, 1998
- [She05] SHEN, D.: *Deterministic Modeling of a Rotary Lip Seal with Microasperities on the Shaft Surface*, Georgia Institute of Technology, Dissertation, 2005
- [Shi99] SHI, F.: *A deterministic mixed-elastohydrodynamic lubrication model and analysis of lip seal performance*, Georgia Institute of Technology, Dissertation, 1999
- [SLA⁺10] SAHLIN, F. ; LARSSON, R. ; ALMQVIST, A. ; LUGT, P. & MARKLUND, P.: A mixed lubrication model incorporating measured surface topography. Part 1: theory of flow factors. In: *Journal of Engineering Tribology* 224(J) (2010), S. 335–351. <http://dx.doi.org/10.1243/13506501JET658>. – DOI 10.1243/13506501JET658

- [SLM+10] SAHLIN, F. ; LARSSON, R. ; MARKLUND, P. ; ALMQVIST, A. & LUGT, P.: A mixed lubrication model incorporating measured surface topography. Part 2: roughness treatment, model validation, and simulation. In: *Journal of Engineering Tribology* 224(J) (2010), S. 353–365. <http://dx.doi.org/10.1243/13506501JET659>. – DOI 10.1243/13506501JET659
- [SM08] STUPKIEWICZ, S. & MARCINISZYN, A.: Elastohydrodynamic lubrication and finite configuration changes in reciprocating elastomeric seals. In: *Tribology International* 42 (2008), S. 615–627. <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2008.08.008>. – DOI 10.1016/j.triboint.2008.08.008
- [SMY07] SALANT, R. ; MASER, N. & YANG, B.: Numerical Model of a Reciprocating Hydraulic Rod Seal. In: *Journal of Tribology* 129 (2007), S. 91–97. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2401222>. – DOI 10.1115/1.2401222
- [Sol06] SOLOVYEV, S.: *Reibungs- und Temperaturberechnung an Festkörper- und Mischreibungskontakten*, Universität Magdeburg, Dissertation, 2006
- [SPS+99] SUI, H. ; POHL, H. ; SCHOMBURG, U. ; UPPER, G. & HEINE, S.: Wear and friction of PTFE seals. In: *Wear* 224 (1999), S. 175–182. [http://dx.doi.org/10.1016/S0043-1648\(98\)00306-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0043-1648(98)00306-8). – DOI 10.1016/S0043-1648(98)00306-8
- [Spu87] SPURK, J.: *Strömungslehre*. Berlin : Springer Verlag, 1987
- [SS00a] SEIBERT, D. & SCHÖCHE, N.: Direct Comparison of Some Recent Rubber Elasticity Models. In: *Rubber Chemistry and Technology* 73(2) (2000), S. 366–384
- [SS00b] SHI, F. & SALANT, R.: A Mixed Soft Elastohydrodynamic Lubrication Model With Interasperity Cavitation and Surface Shear Deformation. In: *Journal of Tribology* 122 (2000), S. 308–316. <http://dx.doi.org/10.1115/1.555358>. – DOI 10.1115/1.555358
- [Stu09] STUPKIEWICZ, S.: Finite element treatment of soft elastohydrodynamic lubrication problems in the finite deformation regime. In: *Computational Mechanics* 44(5) (2009), S. 605–619. <http://dx.doi.org/10.1007/s00466-009-0394-3>. – DOI 10.1007/s00466-009-0394-3
- [Sui99] SUI, H.: *Beitrag zur Simulation von PTFE-Wellendichtmanschetten in Verbrennungsmotoren*, Universität der Bundeswehr Hamburg, Dissertation, 1999
- [SYT09] SALANT, R. ; YANG, B. & THATTE, A.: Simulation of Hydraulic Rod Seals. In: *Proceedings of the 36th Leeds-Lyon Symposium on Tribology*, 2009
- [SZHR08] SOLASI, R. ; ZOU, Y. ; HUANG, X. & REIFSNIDER, K.: A time and hydration dependent viscoplastic model for polyelectrolyte membranes in fuel cells. In: *Mechanics of Time-Dependent Materials* 12 (2008), S. 15–30. <http://dx.doi.org/10.1007/s11043-007-9040-7>. – DOI 10.1007/s11043-007-9040-7
- [Tar05] TARDY, von G.: *Berechnung elastohydrodynamischer Systeme mit überlagertem Wandkontakt*, Universität Stuttgart, Dissertation, 2005

- [Tow85] TOWER, B.: First Report on Friction Experiments (Friction of Lubricated Bearings). In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (1885), S. 632–659
- [Tri83] TRIPP, J.: Surface Roughness Effects in Hydrodynamic Lubrication: The Flow Factor Method. In: *Journal of Lubrication Technology* 105 (1983), Nr. 3, S. 458–465
- [TS08] THATTE, A. & SALANT, R.: Hybrid Finite Element-Finite Volume Algorithm for Solving Transient Multi-Scale Non-Linear Fluid-Structure Interaction during Operation of a Hydraulic Seal. In: COMSOL AB (Hrsg.): *Proceedings of the COMSOL Conference*. Boston, 2008
- [TS09] THATTE, A. & SALANT, R.: Transient EHL analysis of an elastomeric hydraulic seal. In: *Tribology International* 42 (2009), S. 1424–1432. <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2009.05.026>. – DOI 10.1016/j.triboint.2009.05.026
- [TS10] THATTE, A. & SALANT, R.: Visco-Elastohydrodynamic Model of a Hydraulic Rod Seal During Transient Operation. In: *Journal of Tribology* 132 (2010), S. 041501. <http://dx.doi.org/10.1115/1.4002542>. – DOI 10.1115/1.4002542
- [Tsc09] TSCHENTSCHER, A.: *Anpassung von viskoelastischen und viskoplastischen Materialmodellen für thermoplastische Werkstoffe*, Universität Karlsruhe, Diplomarbeit, 2009
- [UW85] UETZ, H. & WIEDEMAYER, J.: *Tribologie der Polymere*. München : Carl Hanser Verlag, 1985
- [VL00] VENNER, C. & LUBRECHT, A.: Multigrid techniques: a fast and efficient method for the numerical simulation of elastohydrodynamically lubricated point contact problems. In: *Journal of Engineering Tribology* 214(J) (2000), S. 43–62. <http://dx.doi.org/10.1243/1350650001543007>. – DOI 10.1243/1350650001543007
- [WLF55] WILLIAMS, M. ; LANDEL, R. & FERRY, J.: The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. In: *Journal of the American Chemical Society* 77(14) (1955), 3701–3707. <http://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/ja01619a008>
- [WO01] WEISS, R. & OSEN, R.: FEM-Berechnung von Elastomerbauteilen – Werkstoffspezifische Grundlagen. In: *Automobiltechnische Zeitschrift* 103(3) (2001), S. 242–246
- [WP09] WENNEHORST, B. & POLL, G.: Investigations into the Tribological Characteristics of Radial Lip Seals – LIF and Friction Measurements. In: BHR GROUP LIMITED (Hrsg.): *Proceedings of 20th International Conference on Fluid Sealing*. Nottingham, 2009, S. 213–229
- [Wri01] WRIGGERS, P.: *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Berlin : Springer Verlag, 2001
- [WW10] WOYDT, M. & WÄSCHE, R.: The history of the Stribeck curve and ball bearing steels: The role of Adolf Martens. In: *Wear* 268 (2010), S. 1542–1546

- [YS09] YANG, B. & SALANT, R.: Soft EHL Simulations of U-Cup and Step Hydraulic Rod Seals. In: *Journal of Tribology* 131 (2009), S. 021501. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3063820>. – DOI 10.1115/1.3063820
- [ZM97a] ZHANG, C. & MOORE, I.: Finite Element Modeling of Nonlinear Time-Dependent Behavior of High Density Polyethylene. In: *Proceedings of ANTEC '97 Conference of the Society of Plastic Engineers*. Toronto, 1997
- [ZM97b] ZHANG, C. & MOORE, I.: Nonlinear Mechanical Response of High Density Polyethylene. Part I: Experimental Investigation and Model Evaluation. In: *Polymer Engineering and Science* 37 (1997), Nr. 2, S. 404–413
- [ZM97c] ZHANG, C. & MOORE, I.: Nonlinear Mechanical Response of High Density Polyethylene. Part II: Uniaxial Constitutive Modeling. In: *Polymer Engineering and Science* 37 (1997), Nr. 2, S. 414–420
- [ZT67] ZIENKIEWICZ, O. & TAYLOR, R.: *The Finite Element Method*. London : McGraw-Hill, 1967

Abbildungsverzeichnis

1.1	Simulationsbasierte Designoptimierung von Dichtungen	9
2.1	Kinematik	16
2.2	Spannungsvektor \mathbf{t} im Punkt P	19
2.3	Schmierspalt	22
2.4	Tribologisches System	27
2.5	Stribeck-Kurve für ein geschmiertes Tribosystem	29
3.1	Eindimensionale Darstellung des generalisierten Maxwell-Modells	35
3.2	Eindimensionale Darstellung des Two-Layer Viscoplasticity Modells	37
4.1	Exponentieller Zusammenhang von Festkörperkontaktdruck p^s und Kontaktflächenabstand h	42
4.2	Coulomb-Reibung	43
4.3	Dichtungssystem	45
4.4	Darstellung des diskretisierten Schmierspaltes	46
4.5	Berechnungsablauf der Mischreibungssimulation in ABAQUS	53
4.6	Geometrie des Axialgleitlagers	54
4.7	Analytische (Theorie) und numerische (Simulation) Lösung für das Axialgleitlager	55
5.1	Mesh Sweeping nach der Volumenausgleichsmethode	59
5.2	Berechnungsablauf der Verschleißsimulation in ABAQUS	61
5.3	Geometrie des Axialgleitlagers	62
5.4	Analytische (Theorie) und numerische (Simulation) Lösung für das Verschleißvolumen des Axialgleitlagers	64
6.1	Messaufbau für den Kompressionsversuch	66
6.2	Stufenzugversuch	67
6.3	Zug-Schwellversuch	69
6.4	Zug-Druck-Wechselversuch	69
6.5	Dynamische Viskosität des Wasser-Glykol-Fluids	70
6.6	Tribometer mit Messsystem und Temperiereinheit	71
6.7	Messsystem des Tribometers	72
6.8	Stribeck-Kurven für Kolbenstangenbeschichtung gegen UHMW-PE	72
6.9	Hydraulikprüfstand	75
6.10	Optisches Messsystem des Hydraulikprüfstands	76
6.11	Optische Aufnahme einer Stangendichtung zur Bestimmung der Kontaktbreite	76
7.1	Thermische Längendehnung von NBR70 (Probenausgangshöhe 5,4 mm)	77

7.2	Anpassung des Neo-Hooke und van-der-Waals-Materialmodells für NBR70 bei 25°C	79
7.3	Masterkurve von NBR70 bei 25°C	80
7.4	Thermische Längendehnung von UHMW-PE (Probenausgangshöhe 1,86 mm) . .	81
7.5	Kraft-Verschiebungs-Kurve für UHMW-PE bei 25°C	82
7.6	Ergebnis des Zugversuchs für UHMW-PE bei 25°C	84
7.7	Ergebnis des Stufenzugversuchs für UHMW-PE bei 25°C	84
7.8	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 1 mm/min und 25°C . . .	85
7.9	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 10 mm/min und 25°C . . .	85
7.10	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 100 mm/min und 25°C . .	86
7.11	Ergebnis des Zyklus-Zug-Druckversuchs für UHMW-PE bei 25°C	86
7.12	Belastungsprofil des Stufenkriechversuchs	88
7.13	Ergebnis des Stufenkriechversuchs für UHMW-PE bei 25°C	88
7.14	Probengeometrie und Aufbau des 3-Punkt-Biegeversuchs nach DIN EN ISO 178 [DIN06]	89
7.15	Belastungsprofil des 3-Punkt-Biegeversuchs	90
7.16	Ergebnis des Biegeversuchs für UHMW-PE bei 25°C	90
7.17	Oberflächentopografie der Stangendichtung aus UHMW-PE	91
7.18	Flussfaktoren	92
7.19	Simulationsmodell für Anpassung des Mischreibungsmodells	93
7.20	Einfluss der Mischreibungsparameter auf simulierte Stribeck-Kurvenverläufe für $\mu^s = 0,05$ und 25°C (oben: $p_{mr}^s = 50 \text{ N/mm}^2$, unten: $h_{mr}^s = 0,0045 \text{ mm}$)	95
7.21	Vergleich von Versuch (oben) und Simulation (unten) für das Mischreibungsmodell bei -20, 25 und 40°C ($F = 10 \text{ N}$)	96
8.1	O-Ring im unverformten (a) und eingebauten Zustand (b) und Darstellung der maximalen nominellen Hauptdehnung bei $p_{ein}^{fl} = 10 \text{ bar}$ Fluiddruck (c)	97
8.2	O-Ring – Vergleich der hydrostatischen Simulationen ($p_{ein}^{fl} = 0, 10, 50, 100 \text{ bar}$) .	100
8.3	O-Ring – Verläufe von Druck- und Scherflussfaktor	101
8.4	O-Ring – Vergleich von Aus- und Einfahren der Kolbenstange mit $\dot{v} = \pm 100 \text{ mm/s}$	102
8.5	O-Ring – Vergleich von viskoelastischem und hyperelastischem Materialverhalten bei $\dot{v} = 500 \text{ mm/s} = \text{const.}$	103
8.6	O-Ring – Transiente Quetsch-Effekte bei Stangenstopp	105
8.7	O-Ring – Einfluss der Flussfaktoren im Mischreibungszustand	106
8.8	O-Ring – Vergleich für unterschiedliche Temperaturen (-20, 25, 60°C) bei $\dot{v} = 100 \text{ mm/s}$	108
8.9	O-Ring – Vergleich von Stribeck-Kurven für Aus- und Einfahren	109
8.10	O-Ring – Vergleich von IHL- und EHL-Ergebnissen für $\dot{v} = 100 \text{ mm/s}$ (oben) und $\dot{v} = 500 \text{ mm/s}$ (unten)	110
8.11	O-Ring – Zeitverlauf der Kolbenstangengeschwindigkeit für die Leckagesimulationen	111
8.12	O-Ring – Vergleich von IHL- und EHL-Leckagesimulationen	112
8.13	O-Ring – Zeitlicher Verlauf des O-Ring-Verschleißvolumens	113
8.14	O-Ring – Zeitliche Veränderung von O-Ring-Kontur und -Kontaktdruck	114

8.15	Stangendichtung mit O-Ring im unverformten (a) und eingebauten Zustand (b) und Darstellung der von-Mises-Vergleichsspannungen bei $p_{ein}^{fl} = 150$ bar Fluiddruck (c)	115
8.16	Stangendichtung – Vergleich der hydrostatischen Simulationen bei $p_{ein}^{fl} = 0, 50, 100$ und 150 bar und 40°C	117
8.17	Stangendichtung – Vergleich von Versuch und Simulation für die Kontaktbreite .	118
8.18	Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für quasi-statisches Materialverhalten bei 40°C , 50 bar und ± 250 mm/s	120
8.19	Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für quasi-statisches Materialverhalten bei 40°C , 50 bar und ± 1000 mm/s	121
8.20	Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für zeitabhängiges Materialverhalten bei 40°C , 50 bar und ± 250 mm/s	122
8.21	Stangendichtung – Vergleich von Aus- und Einfahren für zeitabhängiges Materialverhalten bei 40°C , 50 bar und ± 1000 mm/s	123
8.22	Stangendichtung – Vergleich von Stribeck-Kurven für aus- und einfahrende Kolbenstange bei 40°C	124
8.23	Stangendichtung – Vergleich von gemessener und simulierter Schmierpalthöhe bei 50 bar, 40°C und -100 mm/s	125
D.1	Ergebnis des Zugversuchs für UHMW-PE bei -20°C	149
D.2	Ergebnis des Stufenzugversuchs für UHMW-PE bei -20°C	150
D.3	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 1 mm/min und -20°C . . .	150
D.4	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 10 mm/min und -20°C . .	151
D.5	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 100 mm/min und -20°C .	151
D.6	Ergebnis des Zyklus-Zug-Druckversuchs für UHMW-PE bei -20°C	152
D.7	Ergebnis des Zugversuchs für UHMW-PE bei 60°C	153
D.8	Ergebnis des Stufenzugversuchs für UHMW-PE bei 60°C	154
D.9	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 1 mm/min und 60°C . . .	154
D.10	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 10 mm/min und 60°C . . .	155
D.11	Ergebnis des Zyklus-Zugversuchs für UHMW-PE bei 100 mm/min und 60°C . .	155
D.12	Ergebnis des Zyklus-Zug-Druckversuchs für UHMW-PE bei 60°C	156

Tabellenverzeichnis

4.1	Parameter des Axialgleitlager-Modells	54
5.1	Parameter des Axialgleitlager-Modells	63
6.1	Leistungsdaten des Hydraulikprüfstands	73
7.1	Thermische Ausdehnungskoeffizienten α^{th} von NBR70	78
7.2	Neo-Hooke- und van-der-Waals-Modellparameter für NBR70	79
7.3	Prony-Reihenparameter für NBR70 bei 25°C	80
7.4	Thermische Ausdehnungskoeffizienten α^{th} von UHMW-PE	81
7.5	Identifizierte Parametersätze für UHMW-PE	87
7.6	Lasthorizonte und Erholungsdauern des Stufenkriechversuchs	87
7.7	Geometrieparameter des 3-Punkt-Biegeversuchs	89
7.8	Mischreibungparameter	94
8.1	Parameter des O-Ring Simulationsmodells	98
8.2	Spezifische Volumenflussrate bei hydrostatischer Simulation mit Systemdrücken $p_{ein}^{fl} = 10, 50$ und 100 bar, jeweils ohne und mit Druckflussfaktor Φ^p	99
8.3	Temperaturabhängige dynamische Fluidviskosität	107

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Timo Hans Schmidt
Geburtsdaten: 21. Januar 1980 in Lichtenfels

Schulbildung

09/1986 – 08/1990 Grundschole in Kulmbach (Ortsteil Ziegelhütten)
09/1990 – 06/1999 Markgraf-Georg-Friedrich Gymnasium in Kulmbach

Wehrdienst

09/1999 – 06/2000 Panzergrenadierbataillon 122 in Oberviechtach

Studium

10/2000 – 05/2005 Materialwissenschaft, Universität Bayreuth
Studienschwerpunkt: Ingenieurwissenschaften

Berufspraxis

seit 06/2005 Robert Bosch GmbH
Zentrale Forschung und Voraentwicklung

06/2005 – 05/2007 Simulationsingenieur
Abteilung „Fluids- and Thermodynamics“ (CR/ARH)
Bereich „Applied Research 2“ (CR/AR2)
Standort Schwieberdingen

06/2007 – 12/2009 Doktorand
Abteilung „Plastics Engineering“ (CR/APP)
Bereich „Advance Production Technology 1“ (CR/AP1)
Standort Waiblingen

seit 01/2010 Forschungsingenieur
Abteilung „Plastics Engineering“ (CR/APP)
Bereich „Advance Production Technology 1“ (CR/AP1)
Standort Waiblingen