

Nr. 297

Gegenseitige Orientierung von Mehrkamarasystemen mit  
nicht überlappendem Sichtfeld

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR  
Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation  
von

Dipl.-Ing. (FH) Daniel Muhle

geboren am 01. Oktober 1976, in Oldenburg (Oldb)

HANNOVER 2011

---

Vorsitzender der Prüfungskommission: Prof. Dr.-Ing. Winrich Voß  
Referenten: Prof. Dr.-Ing. Christian Heipke  
Prof. Dr.-Ing. Thomas Luhmann  
Prof. Dr.-Ing. Ralf Reulke  
Prof. Dr.-Ing. Steffen Schön

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Oktober 2011

Die Dissertation wurde am 04. Januar 2011 bei der Fakultät für  
Bauingenieurwesen und Geodäsie der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität  
Hannover eingereicht.

## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit werden erfolgreich Lösungsansätze aus dem Bereich der Photogrammetrie und der Computer Vision verknüpft und erweitert, um die gegenseitige Orientierung in einem Mehrkammersystem aus aufgezeichneten Bildsequenzen zu bestimmen. Die Kameras sind dabei auf einer gemeinsamen Plattform so angebracht, dass sich ihre Sichtfelder nicht überlappen und die Anordnung sich über die Zeit hinweg nicht verändert. Eine Möglichkeit, die gegenseitige Orientierung für derartige Anordnungen zu bestimmen, bieten gemeinsam ausgeführte Bewegungen. Damit alle Parameter der gegenseitigen Orientierung (Translation, Rotation, Maßstab) ermittelt werden können, muss die ausgeführte Bewegung gewisse Bedingungen erfüllen. Bei für die Problemstellung kritischen Bewegungen kann für einige der Parameter keine Lösung gefunden werden. Zu diesen kritischen Bewegungen gehören z. B. eine geradlinige Bewegung ohne jegliche Rotationen oder Bewegungen, bei denen die Rotation ausschließlich in einer vorgegebenen Ebene ausgeführt werden kann. Diese speziellen Bewegungsformen treten u. a. bei dem Einsatz von Mehrkammersystemen in Robotern oder Fahrzeugen auf und werden in Form von Experimenten mit synthetischen und realen Bildsequenzen in dieser Arbeit detailliert analysiert.

Für die Untersuchungen mit realen Daten ist die Rekonstruktion der Bewegung des Mehrkammersystems aus den Bildsequenzen notwendig. Für die Experimente wird ein Kamerasystem verwendet, das aus zwei Stereosystemen besteht und zu jedem Aufnahmezeitpunkt eine dünn besetzte, variable 3D-Punktwolke liefert. Auf der Basis dieser Daten kann die Rekonstruktion der Bewegung des Mehrkammersystems dann z. B. über die Identifikation von korrespondierenden 3D-Punkten zu unterschiedlichen Zeitpunkten erfolgen. Dieses kombinatorische Problem der Zuordnung von 3D-Punkten erfordert ein automatisch arbeitendes Verfahren. Dazu wird als erster Schwerpunkt dieser Arbeit ein neuartiger Ansatz vorgestellt, der für jeden Punkt einer Punktwolke unter Einbeziehung seiner Nachbarn eine kompakte charakteristische Beschreibung berechnet, mit deren Hilfe die Punktzuordnung effizient und zuverlässig umgesetzt werden kann. Die Auswertung der Experimente und eine detaillierte Analyse des Algorithmus belegen die Leistungsfähigkeit des entwickelten Verfahrens zur Zuordnung von 3D-Punkten. Bei der Korrespondenzsuche für sechs Bildsequenzen mit jeweils 150-200 Aufnahmen sind nur wenige Fehlzuordnungen aufgetreten, die durch die Verwendung von robusten Verfahren identifiziert werden konnten und somit keinen Einfluss auf die folgenden Auswertungen hatten.

Den zweiten Schwerpunkt der Arbeit bilden Untersuchungen des Einflusses unterschiedlicher Bewegungsformen auf das Verfahren zum Bestimmen der gegenseitigen Orientierung. Im Gegensatz zu anderen Arbeiten werden insbesondere die kritischen Bewegungen und ihr Einfluss auf a) die Bestimmbarkeit und b) die erreichbare Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung untersucht. Neu ist hier, dass Vorwissen für die Parameter der gegenseitigen Orientierung in die Ausgleichung eingeführt wird. Das Vorwissen wird als unsicher modelliert und als zusätzliche Beobachtung in die Ausgleichung integriert. Diese Vorgehensweise erlaubt es auch bei kritischen Bewegungen, so viele der Parameter der gegenseitigen Orientierung wie möglich zu bestimmen, ermöglicht im Anschluss eine statistische Bewertung der Ergebnisse und bietet die Möglichkeit, Fehler im Vorwissen aufzudecken.

In einer Simulation wird zunächst anhand von unterschiedlichen vorgegebenen Bewegungen untersucht, welche der Parameter der gegenseitigen Orientierung bestimmt und welche Genauigkeiten für die Parameter im günstigsten Fall theoretisch erreicht werden können. Die Simulationen decken insbesondere die für die Aufgabenstellung kritischen Bewegungsformen ab. Anschließend werden die Resultate mit Ergebnissen experimenteller Untersuchungen verglichen. Mit den vorgestellten Methoden zur statistischen Bewertung der Ergebnisse wird darüber hinaus eine ungewollte Veränderung der gegenseitigen Orientierung der Mehrkammersystems zwischen den einzelnen Experimenten aufgedeckt.

**Schlagworte:** Photogrammetrie, Orientierung, Mehrkammersystem



## Abstract

The approaches presented in this work that are used to determine and check the parameters of the mutual orientation using jointly executed motions successfully combines strategies used in the areas of Photogrammetry and Computer Vision. The parameters of the mutual orientation of the cameras in a multi-camera system, which are placed on a common platform in a way that their fields of view do not overlap, can be derived from a jointly executed movement. For the successful determination of all parameters (translation, rotation, scale) the executed motion must fulfill some special conditions. Not all parameters can be determined for some types of motions that are critical for the considered problem. An example of these critical motions are pure translational motions without any rotation or motions where the possible rotations are restricted to a given plain.

These critical motions can occur with multi-camera systems used in robots or cars. Therefore in one part of this work different studies are presented, concerning the attainable accuracy of the parameters of the mutual orientation under different types of motion. In contrast to other approaches a special focus is set on critical motions and their influence on a) the parameters that can be determined and b) the attainable accuracy for the parameters of the mutual orientation. New for the investigated use case is the use of prior knowledge for the parameters of the mutual orientation in a bundle adjustment. The prior knowledge is assigned an uncertainty and integrated into the bundle adjustment as an additional observation. This strategy allows to determine as many of the parameters as possible even under critical motions. Furthermore the results can be assessed statistically and deviations in the prior knowledge can be detected.

In a first experiment based on simulated motions it is investigated which of the parameters of the mutual orientation can be determined and what accuracy can be attained theoretically for the parameters. Especially the motions considered critical for the determination of some of the parameters are covered in the experiments. Finally the achieved results are compared to results gained from the evaluation of recorded video sequences. Both in the evaluation of the simulations and the recorded video sequences it is clearly recognizable that the use of prior knowledge of the parameters of the mutual orientation ensures a successful evaluation even for critical motions. Additionally the used strategies successfully revealed an unintentional change in the mutual orientation during the experiments and thus proved the advantage of a statistical interpretation of the results.

In the experiments a multi-camera system is used comprising of two stereo-systems, whose field of view do not overlap. This multi-camera system is used to perform several experiments similar to the ones used in the simulations. The video sequences comprise of about 150-200 recordings per camera. At every timestamp a 3D-point cloud is generated being sparsely populated and variable. The reconstruction of the motion of the multi-camera system requires an identification of corresponding points between different instants of time. Such a combinatorial assignment problem needs an automatic approach. The presentation of a new approach using compact distinctive descriptions to establish point assignments effectively and reliably forms another part of this work. The evaluation of the recorded sequences and a detailed analysis of the assignment algorithm proves the power of the presented approach. The correspondences between pointclouds for six recorded sequences with about 150-200 recordings show no assignments that are obviously wrong.

**Keywords:** Photogrammetry, Orientation, Multi-Camera System



# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>3</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>12</b>
1.1. Orientierung zwischen Kamerasystemen aus Bewegung . . . . .	12
1.2. Zielsetzung der Arbeit . . . . .	13
1.3. Gliederung der Arbeit . . . . .	16
1.4. Begrifflichkeiten und Notation . . . . .	16
1.4.1. Verwendete Begriffe . . . . .	16
1.4.2. Notation . . . . .	17
<b>2. Stand der Forschung</b>	<b>20</b>
2.1. Einordnung der Arbeit . . . . .	20
2.2. Verfahren zur Zuordnung von 3D-Daten . . . . .	21
2.2.1. Grundschemata der Zuordnung . . . . .	21
2.2.2. Grundprinzipien der Zuordnung durch Verwendung charakteristischer Beschreibungen eines Merkmals . . . . .	21
2.2.3. Zuordnung von 3D-Daten mit Hilfe charakteristischer Beschreibungen . . . . .	23
2.2.4. Voraussetzungen der existierenden Verfahren . . . . .	27
2.3. Gegenseitige Orientierung von Messsystemen aus gemeinsam ausgeführter Bewegung . . . . .	29
2.3.1. Lösungsansätze zur Orientierung von Sensoren mit nicht überlappendem Sichtfeld aus gemeinsamer Bewegung . . . . .	29
2.3.2. Ansätze zur Untersuchung von Singularitäten bei kritischen Bewegungen . . . . .	31
2.4. Behandlung von Singularitäten durch Integration von Vorwissen . . . . .	33
2.4.1. Erweiterung des Ausgleichungsmodells . . . . .	33
2.4.2. Bewertung der Ergebnisse des erweiterten Ausgleichungsansatzes . . . . .	35
2.5. Varianten der Datumsdefinition für die geometrische Auswertung von Bildsequenzen . . . . .	36
2.5.1. Datumsdefinition über feste Parameter . . . . .	37
2.5.2. Datumsdefinition über generalisierte Inversen . . . . .	37
2.5.3. Datumsdefinition durch Verwendung von a-priori-Informationen . . . . .	38
2.5.4. Datumsdefinition für Genauigkeitsuntersuchungen der gegenseitigen Orientierung in einem Mehrkamerasystem . . . . .	39
<b>3. Ein Ansatz zur Zuordnung von dünn besetzten und variablen Punktwolken</b>	<b>40</b>
3.1. Motivation . . . . .	40
3.1.1. Überblick über das Verfahren zur Zuordnung . . . . .	41
3.2. Eine charakteristische Beschreibung für die Zuordnung von 3D-Punkten . . . . .	43
3.2.1. Identifikation lokaler planarer Nachbarschaften . . . . .	43
3.2.2. Berechnung der charakteristischen Beschreibung für einen 3D - Punkt . . . . .	45
3.3. Zuordnung von 3D - Punkten zwischen zwei Zeitpunkten . . . . .	48
3.3.1. Ein Ähnlichkeitsmaß für den Vergleich der charakteristischen Beschreibung . . . . .	49

3.3.2. Zuordnung der charakteristischen Beschreibungen . . . . .	49
3.4. Ein Beispiel für die Zuordnung dünn besetzter, variabler Punktwolken . . . . .	50
3.5. Robuste Schätzung der Näherungswerte für die Orientierung zwischen zwei Zeitpunkten und Kontrolle der Zuordnungen . . . . .	53
3.6. Grenzen des Ansatzes . . . . .	54
3.7. Diskussion . . . . .	56
<b>4. Modell zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierungen aus gemeinsamer Bewegung</b>	<b>58</b>
4.1. Vorgehensweise . . . . .	58
4.2. Größen der funktionalen Modellierung . . . . .	59
4.3. Funktionales Modell . . . . .	60
4.3.1. Definition der Koordinatensysteme und des Datums . . . . .	60
4.3.2. Definition des funktionalen Modells . . . . .	61
4.4. Stochastisches Modell . . . . .	63
4.5. Implementierung des Ausgleichungsmodells . . . . .	63
4.6. Fazit . . . . .	63
<b>5. Auswertung simulierter und realer Bildsequenzen</b>	<b>65</b>
5.1. Zielsetzung der Experimente . . . . .	65
5.2. Vorgehensweise bei der Bewertung der Ergebnisse . . . . .	66
5.3. Untersuchungen an simulierten Szenarien . . . . .	66
5.3.1. Definition der Szenarien . . . . .	66
5.3.2. Erzeugen der Versuchsdaten . . . . .	67
5.3.3. Statistische Annahmen . . . . .	68
5.3.4. Ergebnisse der Simulationen . . . . .	70
5.4. Bewertung der Ergebnisse der Simulationen . . . . .	72
5.5. Untersuchungen an realen Bildsequenzen . . . . .	73
5.5.1. Vorgehensweise . . . . .	73
5.5.2. Aufbau des Mehrkamerasystems . . . . .	77
5.5.3. Generierung der Punktwolke zu einem Zeitpunkt . . . . .	78
5.5.4. Zuordnung korrespondierender Bildmessungen . . . . .	79
5.5.5. Beschaffung von Näherungswerten . . . . .	81
5.5.6. Bewertung der Zuordnung auf Basis der entworfenen kompakten charakteristischen Beschreibung . . . . .	82
5.5.7. Ergebnisse aus der Auswertung realer Bildsequenzen . . . . .	89
5.6. Bewertung der Ergebnisse der Auswertung der realen Bildsequenzen und Vergleich mit den Simulationen . . . . .	94
<b>6. Schlussfolgerungen und Ausblick</b>	<b>96</b>
6.1. Schlussfolgerungen . . . . .	96
6.2. Ausblick . . . . .	98
6.2.1. Erweiterungen des Zuordnungsverfahrens . . . . .	98
6.2.2. Erweiterung des Ausgleichungsansatzes . . . . .	99
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>101</b>
<b>A. Unterschiedliche Parametrierungen von Rotationen</b>	<b>105</b>
A.1. Euler-Winkel . . . . .	105



A.2. Drehachsen-Drehwinkel-Darstellung . . . . .	105
A.3. Quaternionen . . . . .	106
A.4. Transformation mit Schraubachsen . . . . .	106
<b>B. Darstellung der Algorithmen für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung</b>	<b>108</b>
B.1. Überblick über die Berechnung einer kompakten charakteristischen Beschreibung	108
B.2. Berechnung der dünn besetzten, zweidimensionalen charakteristischen Beschreibung <b>D</b> . . . . .	108
B.3. Berechnung eines Quadtree-Index . . . . .	109
<b>C. Grundlagen des RANSAC-Algorithmus</b>	<b>110</b>

# 1. Einleitung

## 1.1. Orientierung zwischen Kamerasystemen aus Bewegung

Die Auswertung von Videobildsequenzen zur Ableitung dreidimensionaler geometrischer Informationen ist für die unterschiedlichsten Anwendungsbereiche relevant: z. B. für die autonome Navigation von Fahrzeugen oder Roboterplattformen, für die automatische Vermessung von Räumen oder im Bereich der virtuellen Realität.

Die Bildsequenzen können dabei von den unterschiedlichsten Kamerakonfigurationen aufgenommen werden. Die Konfigurationen unterscheiden sich vor allem hinsichtlich der Kosten für den Aufbau der Systeme und dem Aufwand der nötig ist, um die Orientierung zwischen den beteiligten Kameras zu bestimmen. Bei der Orientierung soll zwischen einer relativen und einer gegenseitigen Orientierung unterschieden werden. Während bei der gegenseitigen Orientierung alle sieben Parameter (drei für die Translation, drei für die Rotation und einer für den Maßstab) bestimmt werden müssen, wird für die relative Orientierung kein absoluter Maßstab benötigt. Sind alle Parameter der Orientierung bekannt, können metrische Informationen wie Winkel und absolute Strecken aus den Bilddaten abgeleitet werden. Ist der Maßstab nicht bekannt, können nur Winkel und Streckenverhältnisse ermittelt werden.

Zu den typischerweise verwendeten Kamerakonfigurationen gehören die folgenden Varianten:

**Einzelkamera:** Die von Aufbau und Kosten her einfachste Variante ist die Verwendung einer einzelnen Kamera, die durch den Raum bewegt wird. Zur Ableitung geometrischer Informationen sind mindestens zwei Aufnahmen mit überlappendem Sichtbereich nötig, zwischen denen sich der Ort der Kamera geändert haben muss. Für diese Konfiguration wird eine *zeitliche* Orientierung zwischen unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkte bestimmt.

**Stereosystem:** Bei einem Stereosystem werden zwei Kameras so auf einer gemeinsamen Plattform befestigt, dass sie ein überlappendes Sichtfeld besitzen. Kann angenommen werden, dass die gegenseitige Anordnung der Kameras über die Zeit hinweg stabil bleibt, lässt sich die relative Orientierung zwischen den Kameras einmalig bestimmen und in folgenden Messungen verwenden. Damit ist es dann möglich, zu jedem Zeitpunkt direkt geometrische Informationen aus den Bildpaaren abzuleiten. Zusätzlich zu der *räumlichen* Orientierung zwischen den Kameras, können, wie für die Einzelkamera, zeitliche Orientierungen zwischen unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten ermittelt werden.

**Mehrkamerasystem:** Bei dieser Form des Systemaufbaus werden mehr als zwei Kameras auf einer gemeinsamen Plattform befestigt. Der Anordnung der Kameras sind prinzipiell keine Grenzen gesetzt. Möglich ist z. B. ein Aufbau bei dem es zwischen einzelnen Kameras keine überlappenden Sichtbereiche gibt oder ein Aufbau bei dem mehrere Stereosysteme so angebracht sind, dass sich die Sichtbereiche der einzelnen Systeme nicht überschneiden. Ohne Kenntnis der Orientierung zwischen den beteiligten Kamerasystemen, lassen sich, analog zur Einzelkamera, für diese Konfiguration zunächst nur zeitliche Orientierungen zwischen unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten bestimmen.

Während Einzelkameras und Stereomesssysteme bereits seit langem Gegenstand intensiver Forschung sind, rücken in letzter Zeit, z. B. in Bereiche, in denen eine weitgehende Autono-

---

mie eines Roboters oder eines Fahrzeuges gefordert sind, auch Mehrkamerasysteme in den Fokus der Forschung. Beispiele dieser Entwicklung sind die Roboter-Forschungsplattform *PR2* (WILLOWGARAGE, 2010) der Firma Willowgarage, die unterschiedliche Kameras und weitere Sensoren in einer Roboterplattform vereint oder die durch die DARPA Urban Challenge vorangetriebenen Entwicklungen zum autonomen Fahren (DARPA, 2007).

Eine Grundaufgabe für die Ableitung dreidimensionaler geometrischer Information über die Umgebung ist die Rekonstruktion der Orientierungen der verwendeten Kamerasysteme zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Für Einzel- und Stereosysteme mit überlappenden Sichtbereichen zwischen zwei Aufnahmezeitpunkten oder den beteiligten Kameras können die Orientierungen unmittelbar bestimmt werden und es ist direkt möglich geometrische Informationen über die Umgebung abzuleiten.

Bei Mehrkamerasystemen mit nicht überlappenden Sichtfeldern können ohne Kenntnis der gegenseitigen Orientierung die Ergebnisse, die von den einzelnen Systemen (z. B. Einzel- oder Stereosysteme) geliefert werden, nicht unmittelbar in Beziehung zueinander gesetzt werden, da diese zunächst in unterschiedlichen Koordinatensystemen definiert sind. Für eine sinnvolle Nutzung der Ergebnisse ist es daher notwendig, die Orientierungen zwischen den einzelnen Messsystemen zu bestimmen, damit die geometrischen Informationen der einzelnen Messsysteme für die weitere Verwendung in ein gemeinsames Koordinatensystem transformiert werden können.

Kann vorausgesetzt werden, dass die Orientierungen der einzelnen Kameras zueinander über die Zeit hinweg konstant bleiben, lassen sich für das Bestimmen der Orientierung zwischen den beteiligten Kamerasystemen in einem Mehrkamerasystem Aufnahmen verwenden, die während der Bewegung des Systems, d. h. zu unterschiedlichen Zeitpunkten und von unterschiedlichen Aufnahmestandorten aus, aufgezeichnet werden. Die Aufnahmen der Kameras können dabei zum Einen genutzt werden, um durch unterschiedliche Sichten auf die Umgebung geometrische Informationen zu extrahieren und zum Anderen können unter bestimmten Voraussetzungen auch die Orientierungen zwischen den beteiligten Messsystemen mit Hilfe der Aufnahmen berechnet werden. Damit ist es für ein Mehrkamerasystem nicht mehr nötig, die Orientierung zwischen den beteiligten Kamerasystemen vorab zu bestimmen, sondern es besteht die Möglichkeit diese direkt während des eigentlichen Aufnahmeprozesses zu ermitteln.

Vor allem im Bereich der Computer Vision existieren bereits seit Längerem unterschiedliche Ansätze, um die Orientierungen zwischen den beteiligten Kameras eines Mehrkamerasystemen aus gemeinsam ausgeführter Bewegung zu bestimmen. Allerdings wurde in der Literatur bisher der Frage nur wenig Aufmerksamkeit gewidmet, welchen Einfluss unterschiedliche Bewegungsformen auf die erreichbare Genauigkeit der Parameter der Orientierungen haben. Die vorhandene Literatur zu diesem Thema beschäftigt sich im Rahmen analytischer Untersuchungen vor allem mit den Extremfällen, bei denen Teile der Orientierungen aufgrund von Singularitäten in den zu lösenden Normalgleichungssystemen nicht mehr bestimmt werden können. Der Grund für die Singularitäten sind lineare Abhängigkeiten zwischen den Parametern der Orientierung. Zu diesen kritischen Bewegungsformen gehören z. B. geradlinige Bewegungen ohne jegliche Rotationen oder Bewegungen, bei denen die Rotation ausschließlich um die Normalenrichtung einer vorgegebenen Ebene ausgeführt werden kann. Diese Bewegungsformen treten u. a. bei dem Einsatz von Mehrkamerasystemen in Robotern oder Fahrzeugen auf.

## 1.2. Zielsetzung der Arbeit

Als zentrales Thema dieser Arbeit wird daher anhand von synthetischen und empirischen Versuchen untersucht, welchen Einfluss unterschiedliche Bewegungsformen auf die erreichba-

re Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierungen in einem Mehrkammersystem haben und welche der Parameter überhaupt aus der gegebenen Bewegung bestimmt werden können. Von besonderem Interesse sind dabei vor allem die Bewegungsformen, bei denen es zu Singularitäten im Normalgleichungssystem kommt.

Für die Untersuchung werden aus der Photogrammetrie bekannte Modelle und Verfahren zur Parameterschätzung in linearen Modellen verwendet, um Aussagen zur Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Ergebnisse zu bekommen.

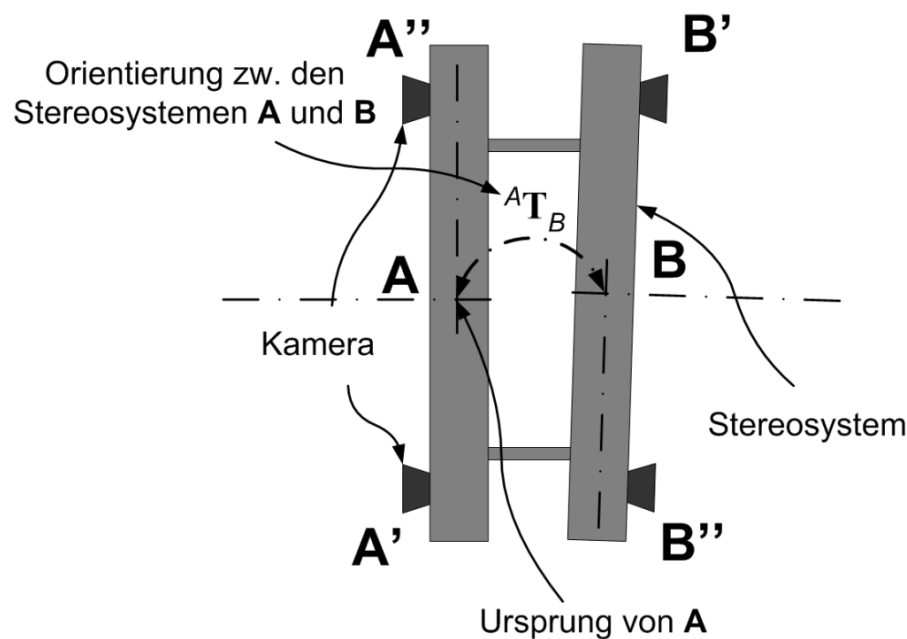


Abb. 1.1.: Schematische Darstellung des in dieser Arbeit untersuchten Anwendungsbeispiel: Zwei Stereosysteme sind auf einer gemeinsamen Plattform so angebracht, dass ihre gegenseitige Orientierung über die Zeit hinweg konstant bleibt und sich die Sichtfelder der beiden Stereosysteme nicht überlappen.

Das gewählte Anwendungsbeispiel basiert auf einem Mehrkammersystem wie es in der Abb. 1.1 dargestellt ist. Bei diesem Messsystem werden zwei Stereosysteme **A** und **B** auf einer gemeinsamen Plattform so befestigt, dass es a) keine überlappende Sichtfelder zwischen **A** und **B** gibt und b) die Orientierung zwischen **A** und **B** über die Zeit hinweg konstant ist. Durch die starre Verbindung der beiden Stereosysteme führen diese eine gemeinsame Bewegung aus, die allerdings in den unterschiedlichen Koordinatensystemen von **A** und **B** definiert ist. Die Ergebnisse der Untersuchungen mit dem hier verwendeten Mehrkammersystem auf der Basis zweier Stereomesssystem sind aber prinzipiell übertragbar auf beliebige Varianten von Mehrkammersystemen.

Damit eine Reproduzierbarkeit und Vergleichbarkeit der unterschiedlichen empirischen Untersuchungen sichergestellt werden kann, kommen zur Verknüpfung der Aufnahmezeitpunkte, d. h. zum Bestimmen der Orientierung, signalisierte Markierungen zum Einsatz, deren 3D-Position vorab nicht bekannt ist. Damit die sehr große Anzahl an Zeitpunkten, die bei den Aufnahmen entstehen, schnell und zuverlässig miteinander verknüpft werden können, ist ein automatisiertes Verfahren vorteilhaft. Im Bereich der Computer Vision werden für die automatische bildbasierte Zuordnung sehr erfolgreich Verfahren eingesetzt, die für einen Bildbereich eine charakteristische (engl. *distinctive*) Beschreibung berechnen und diese für die Zuordnung

---

verwenden. Aufbauend auf den Grundprinzipien dieser Ansätze wird in dieser Arbeit eine neuartige kompakte charakteristische Beschreibung für die Zuordnung von dünn besetzten und variablen Punktwolken entwickelt und für die Untersuchungen eingesetzt.

Die bekannten Verfahren zur Bestimmung der Parameter der Orientierung zwischen den Kamerasystemen bieten keinen Ansatz für den Umgang mit Bewegungsformen, die dazu führen, dass einige der Orientierungsparameter nicht bestimmt werden können. Daher werden in dieser Arbeit Untersuchungen zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung in einem bewegten Mehrkamerasystem anhand von synthetisch generierten und real aufgenommen Bildsequenzen vorgestellt, bei denen ein Schwerpunkt gelegt wird auf kritische Bewegungsformen, die zu linearen Abhängigkeiten zwischen den Parametern und damit zu Singularitäten führen. Für die Untersuchung werden numerische und statistische Verfahren auf der Basis linearisierter Modelle eingesetzt. Diese ermöglichen eine schnelle und systematische Analyse der Problemstellung.

Für diese Arbeit ergeben sich damit die folgenden Schwerpunkte:

**Untersuchung der erreichbaren Genauigkeiten in Abhängigkeit von gegebener Bewegung:**

Für das verwendete Anwendungsbeispiel soll der Einfluss untersucht werden, den unterschiedliche Bewegungsformen auf die erreichbare Genauigkeit und Bestimmbarkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung ausüben. Für die Planung und Entwicklung von Anwendungen, bei denen die Bewegungsfreiheit des Messsystems eingeschränkt ist, ist es interessant im Voraus Auskunft über die erreichbare Genauigkeit der Parameter und die Zuverlässigkeit der Ergebnisse zu erhalten. Ausgehend von Simulationen mit synthetischen Daten erfolgt dazu im Rahmen dieser Arbeit eine Analyse, in der unterschiedliche z. T. kritische Bewegungsformen simuliert werden. Als Hilfsmittel dient dabei die statistische Modellierung des Messprozesses im Gauss-Markov-Modell, wobei die Fehlerfortpflanzung über linearisierte Modelle Aussagen zur Genauigkeit und Zuverlässigkeit der geschätzten Größen liefert. Zur Beurteilung, ob die theoretisch ermittelten Ergebnisse auf die Realität übertragbar sind, erfolgt eine Validierung durch den Vergleich mit echten Daten.

**Verwendung von Vorwissen für die Ausgleichung der Parameter:** Damit auch bei kritischen Bewegungen, die zu Singularitäten im Normalgleichungssystem führen, eine erfolgreiche Schätzung der Parameter sichergestellt werden kann, wird für die Orientierung zwischen den Stereomesssystemen Vorwissen in den Ausgleichungsprozess eingeführt. Das Vorwissen wird dabei als zusätzliche Beobachtung in die Ausgleichung integriert und als statistisch unsicher modelliert. Da das eingeführte Vorwissen fehlerbehaftet sein kann, werden statistische Tests zur Kontrolle eingesetzt.

**Automatische Verknüpfung von dünn besetzten Punktwolken:** Um die Vielzahl der Aufnahmezeitpunkte bei der Auswertung der Sequenzen miteinander verknüpfen zu können, wird ein neuartiges automatisches Verfahren entwickelt. Dessen Grundlage ist ein Ansatz, der charakteristische Beschreibungen für einen 3D-Punkt generiert, um Korrespondenzen zwischen 3D-Punktwolken, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten aufgenommen wurden, zu identifizieren. Mit den ermittelten Punktkorrespondenzen werden anschließend Näherungswerte für die zeitliche Orientierung eines Stereosystems zwischen zwei Zeitpunkten bestimmt.

Ansätze, die charakteristische Beschreibungen von Merkmalen zur Zuordnung von Bildern oder Oberflächen nutzen, sind Gegenstand aktueller Forschung und werden für unterschiedlichste Anwendungen erfolgreich eingesetzt. Neu ist die Übertragung bzw. Erweiterung der wesentlichen Grundprinzipien der bekannten Verfahren auf die Zuordnung von

dünn besetzten und variablen 3D-Punktwolken. Unter variabel wird in diesem Zusammenhang verstanden, dass sich die Nachbarschaften innerhalb der Punktwolke zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten z. T. stark verändern kann, indem z. B. Punkte aus dem Sichtbereich verschwinden oder neu hinzukommen. Für die Zuordnung wird angenommen, dass die aufgenommenen Szenen starr sind.

Die ermittelten Näherungswerte für die Parameter der zeitlichen Orientierungen des Mehrkameranagements, die 3D-Koordinaten der Signalisierungen, die Orientierung zwischen den beteiligten Kamerasystemen und die Bildkoordinaten der Signalisierungen werden gemeinsam im Rahmen einer Bündelausgleichung verwendet. So wird ein optimales Ergebnis im Bezug auf die zu schätzenden Größen erreicht. Grundlage des Ausgleichungsansatzes ist das Gauss-Markov-Modell.

### 1.3. Gliederung der Arbeit

Die Arbeit gibt im Kapitel 2 einen Überblick über den Stand der Technik, in die sich die beschriebenen Ansätze einordnen. Das Kapitel gliedert sich in drei Abschnitte: Der Abschnitt 2.2 gibt einen Überblick über Ansätze zur Zuordnung von Merkmalen durch charakteristische Beschreibungen und liefert die Grundlagen für das in Kapitel 3 beschriebene automatische Verfahren zur Zuordnung von dünn besetzten 3D-Punktwolken. Im Abschnitt 2.3 werden die Grundprinzipien für das Bestimmen der Orientierung zwischen Messsystemen mit nicht überlappendem Sichtfeld aus gemeinsamer Bewegung vorgestellt. Weiterhin werden grundsätzliche Überlegungen und existierende Verfahren zur Behandlung von kritischen Bewegungen dargestellt. Da Genauigkeiten in Form von Kovarianz-Matrizen oder Standardabweichungen abhängig sind von der Definition des Datums, wird im Abschnitt 2.5 ein Überblick über unterschiedliche Varianten der Datumsdefinition gegeben, die für die in dieser Arbeit untersuchte Aufgabenstellung geeignet sind.

Das Kapitel 3 stellt einen neuen Ansatz zur Zuordnung von dünn besetzten Punktwolken auf der Basis einer charakteristischen Beschreibung vor, der für das Beschaffen von Näherungswerten für das im Kapitel 4 beschriebene Ausgleichungsmodell verwendet wird.

Anschließend beschreibt das Kapitel 4 das für diese Arbeit verwendete Modell für die Schätzung der geometrischen Größen inklusive der Orientierung zwischen den Messsystemen im Rahmen des Gauss-Markov-Modells. Weiterhin wird hier die gewählte Datumsdefinition für die im Kapitel 5 folgenden Untersuchungen diskutiert.

Im Kapitel 5 wird zunächst eine Motivation und Beschreibung für die ausgewählten Testbeispiele gegeben. Anschließend erfolgt die Darstellung der Ergebnisse der Simulationen und der Experimente, ein Vergleich der beiden Ergebnisse und eine Bewertung der Ergebnisse des vorgestellten Algorithmus zur Zuordnung von 3D-Punkten. Die Arbeit endet mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick in Kapitel 6.

## 1.4. Begrifflichkeiten und Notation

### 1.4.1. Verwendete Begriffe

**Lokales Koordinatensystem:** Unter einem lokalen Koordinatensystem wird ein Koordinatensystem verstanden, das fest mit einem Gegenstand verbunden ist. Ein Beispiel für ein lokales Koordinatensystem ist das Kamerakoordinatensystem, das z. B. durch die XY-Ebene des Bildsensors und die Richtung der optischen Achse definiert ist.

**Globales Koordinatensystem:** Als ein globales- oder Weltkoordinatensystem wird ein übergeordnetes Koordinatensystem bezeichnet, in das lokale Koordinatensysteme eingebettet sind. Ein Beispiel für eine Kombination aus globalem und lokalen Koordinatensystem ist z. B. ein Raum (globales Koordinatensystem), durch den eine Kamera (lokales Koordinatensystem) bewegt wird.

**Bewegung:** In dieser Arbeit wird sehr oft der Begriff *Bewegung* verwendet. Bewegung wird hier allerdings nicht als kontinuierlich sondern als diskret definiert. Die Diskretisierung ergibt sich aus der Aufnahmefrequenz der verwendeten Kameras. Diese Repräsentation der Bewegung erlaubt es, Unterschiede in der Position und Ausrichtung eines lokalen Koordinatensystem zu unterschiedlichen Zeitpunkten als Orientierung bzw. Transformation zu modellieren.

## 1.4.2. Notation

### Vektoren, Matrizen und Skalare

$\mathbf{A}_{[m \times n]}$	Matrix der Größe $m \times n$
$\mathbf{a}_{[m \times 1]}$	Spaltenvektor der Größe $m \times 1$
$\ \mathbf{a}\ $	Betrag/Länge des Vektors $\mathbf{a}$
$a$	Skalar $a$

### Parameterschätzung

$\beta$	Vektor der zu schätzenden Zuschläge zu den Näherungswerten der Unbekannten für ein linearisiertes Modell
$\hat{\beta}$	Vektor der ausgeglichenen Unbekanntenzuschläge für ein linearisiertes Modell
$\mathbf{l}$	Vektor der Beobachtungen
$\mathbf{A}$	Jacobi-Matrix mit den Ableitungen der Beobachtungen nach den Unbekannten
$\mathbf{P}_1$	Gewichtsmatrix der Beobachtungen
$\sigma_0$	Multiplikationskonstante (Standardabweichung der Gewichtseinheit)
$\Sigma_{\mathbf{l}} = \sigma_0^2 \mathbf{P}_1^{-1}$	Kovarianzmatrix der Beobachtungen
$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{A}$	Normalgleichungsmatrix
$\Sigma_{\hat{\beta}} = \sigma_0^2 \mathbf{N}^{-1}$	Kovarianzmatrix der zu schätzenden Unbekannten

### Objektraum

$\mathbf{A}, \mathbf{B}$	Koordinatensysteme $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$
$\mathbf{x}$	3D-Punkt im globalen Koordinatensystem
${}^A\mathbf{x}$	3D-Punkt im Koordinatensystem $\mathbf{A}$
${}^{A_i}\mathbf{x}$	3D-Punkt im Koordinatensystem $\mathbf{A}$ , der während einer Bewegung zum Zeitpunkt $t = i$ beobachtet wird
$\mathbf{R}_A$	$3 \times 3$ Rotationsmatrix, die einen Punkt in $\mathbf{A}$ in ein globales Koordinatensystem transformiert
${}^B\mathbf{R}_A$	Rotationsmatrix, die einen Punkt in $\mathbf{A}$ in das Koordinatensystem $\mathbf{B}$ transformiert
${}^{A_i}\mathbf{R}_{A_j}$	Rotationsmatrix, die einen Punkt in $\mathbf{A}$ , gesehen zu $t = j$ in das Koordinatensystem $\mathbf{A}$ zu $t = i$ transformiert
$\mathbf{t}_A$	$3 \times 1$ Translationsvektor zwischen Ursprung des globalen Koordinatensystems und $\mathbf{A}$ . Vektor ist definiert im globalen Koordinatensystem
${}^A\mathbf{t}_B$	Translationsvektor zwischen Ursprung von $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ definiert im Koordinatensystem $\mathbf{A}$
${}^{A_i}\mathbf{t}_{A_j}$	Translationsvektor zwischen Ursprung von $\mathbf{A}$ zu $t = i$ und Ursprung von $\mathbf{A}$ zum Zeitpunkt $t = j$ . Definiert im Koordinatensystem $\mathbf{A}$ zu $t = i$

### Orientierung der Stereosysteme

${}^{A''}\mathbf{R}_{A'}$	Rotationsmatrix, die einen Punkt im Koordinatensystem der Kamera $\mathbf{A}'$ des Stereosystems $\mathbf{A}$ in das Koordinatensystem der Kamera $\mathbf{A}''$ rotiert
${}^{A'}\mathbf{t}_{A''}$	$3 \times 1$ Translationsvektor zwischen den Ursprüngen der Koordinatensysteme der Kameras $\mathbf{A}'$ und $\mathbf{A}''$ . Vektor ist definiert im Koordinatensystem von $\mathbf{A}'$

### Koordinatentransformationen

${}^A\mathbf{x} = {}^A\mathbf{R}(\mathbf{x} - \mathbf{t}_A)$	Koordinatentransformation, die einen Punkt aus dem globalen Koordinatensystem in das Koordinatensystem $\mathbf{A}$ transformiert
${}^B\mathbf{x} = {}^B\mathbf{R}_A({}^A\mathbf{x} - {}^A\mathbf{t}_B)$	Koordinatentransformation, die einen Punkt aus $\mathbf{A}$ in das Koordinatensystem $\mathbf{B}$ transformiert
${}^{A_j}\mathbf{x} = {}^{A_j}\mathbf{R}_{A_i}({}^{A_i}\mathbf{x} - {}^{A_i}\mathbf{t}_{A_j})$	Koordinatentransformation, die einen Punkt aus $\mathbf{A}$ beobachtet zum Zeitpunkt $t = i$ in das Koordinatensystem $\mathbf{A}$ zu $t = j$ transformiert

Die in dieser Arbeit verwendete Notation für die Rotation, die Translation und 3D-Punkte orientiert sich an der Darstellung in HUTCHINSON et al. (1996). Das Koordinatensystem, in dem ein 3D-Vektor (3D-Punkt oder Translation) definiert ist, wird durch ein hochgestelltes Präfix angegeben. Bei der Rotation definiert der Präfix in welches Koordinatensystem gedreht wird und der tiefgestellte Suffix gibt an, in welchem Koordinatensystem der zu drehende Vektor definiert ist. Für das globale Koordinatensystem wird auf den Suffix bzw. Präfix verzichtet. Zur Verkürzung der Notation der Koordinatentransformation wird in Teilen der Arbeit die Homogene Variante für die Darstellung der Transformation verwendet. Die Transformation



---

eines 3D-Punktes

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}_A {}^A \mathbf{x} + \mathbf{t}_A$$

wird somit folgendermaßen zusammengefasst

$$\mathbf{x}_{[4 \times 1]} = \mathbf{T}_A {}^A \mathbf{x}_{[4 \times 1]}.$$

$$\text{Wobei } \mathbf{T}_A = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_A & \mathbf{t}_A \\ \mathbf{0}_{[1 \times 3]} & 1 \end{pmatrix} \text{ und } {}^A \mathbf{x}_{[4 \times 1]} = \begin{pmatrix} {}^A \mathbf{x}_{[3 \times 1]} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ist.}$$

### Bildraum

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T, \mathbf{v} = [v_1, v_2]^T$$

$g(\mathbf{u})$

2D Pixelpositionen

Grauwert an der Bildposition  $\mathbf{u}$

### Sonstiges

$\mathbb{X}, \mathbb{Y}$

$|\mathbb{X}|$

$\mathbb{X} \cup \mathbb{Y}$

$\mathbb{X} \cap \mathbb{Y}$

$\mathbb{R}^n$

Mengen  $\mathbb{X}$  und  $\mathbb{Y}$

Anzahl der Elemente in  $\mathbb{X}$

Vereinigung der Mengen  $\mathbb{X}$  und  $\mathbb{Y}$

Schnittmenge der Mengen  $\mathbb{X}$  und  $\mathbb{Y}$

Euklidischer Raum der Dimension  $n$

## 2. Stand der Forschung

### 2.1. Einordnung der Arbeit

Für die Auswertung von Videobildsequenzen eines bewegten Messsystems mit dem Ziel a) dreidimensionale geometrische Information über die Umgebung zu extrahieren und b) die Orientierung zwischen den Kamerasystemen zu bestimmen, sind unterschiedliche Teilaufgaben zu lösen. Dazu bedient sich diese Arbeit etablierter Lösungsansätze aus den Bereichen der Computer Vision und Photogrammetrie und entwickelt diese weiter.

Typische zu lösende Teilaufgaben der Arbeit sind:

- Extraktion von signalisierten Punkten in den Bildern
- Zuordnung der signalisierten Punkte für die 3D-Rekonstruktion in den verwendeten Stereosystemen
- Berechnung von Näherungswerten für die Orientierung der Messsysteme zu unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten
- Verbesserung der Näherungswerte im Rahmen einer Bündelausgleichung zur Bestimmung optimaler Werte für die gesuchten Größen
- Statistische Bewertung der Ergebnisse

Wie bereits in der Einleitung dargestellt, werden für das gewählte Anwendungsbeispiel spezielle Signalisierungen verwendet, die an den Wänden des vom Messsystem zu durchfahrenden Gang angebracht sind. Dadurch wird die Bildmessung und Schätzung der 3D-Position der Signalisierungen stark erleichtert und es können bekannte Ansätze verwendet werden, die in Abschnitt 5.5.3 kurz erläutert werden. Als mit existierenden Verfahren noch nicht zur Zufriedenheit gelöste Aufgabe bleibt die Zuordnung der 3D-Punkte, die zu jedem Zeitpunkt aus den Bildpaaren der Stereosysteme rekonstruiert werden. Ist die Zuordnung von mindestens drei Punkten zwischen zwei Zeitpunkten korrekt erfolgt, lassen sich Näherungswerte für die Bewegung des Messsystems zwischen den zwei Zeitpunkten sehr einfach bestimmen.

Im Abschnitt 2.2 werden dazu a) allgemeine Grundprinzipien der Verfahren zur Zuordnung von beliebigen Eingangsdaten herausgearbeitet und b) existierende Verfahren zur Zuordnung von 3D-Punktwolken bzw. Oberflächen exemplarisch dargestellt. Aufgrund der sehr großen Anzahl von Varianten, die aber zum Teil ähnlichen Grundprinzipien folgen, beschränkt sich diese Arbeit auf Ansätze, die für die Zuordnung charakteristische Beschreibungen eines Merkmals verwenden bzw. auf Verfahren für die Zuordnung von dreidimensionalen Daten. Auf der Basis der herausgearbeiteten Prinzipien wird im Kapitel 3 ein neues Verfahren zur Zuordnung von dünn besetzten 3D-Punktwolken entwickelt. Die Zuordnung ist Voraussetzung für das Bestimmen von Näherungswerten für die Orientierung des Messsystems zu unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten.

Der Abschnitt 2.3 gibt eine Übersicht über die Literatur zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung von Messsystemen aus gemeinsamer Bewegung. Dabei wird ein Schwerpunkt auf Ansätze gelegt, die, wie im gewählten Anwendungsbeispiel, Messsysteme verwenden, bei denen

---

es keine überlappenden Sichtfelder zwischen den einzelnen Systemen gibt. Entsprechend der Zielsetzung dieser Arbeit sollen Ergebnisse von Arbeiten dargestellt werden, die sich a) mit der erreichbaren Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung bei kritischen Bewegungen auseinandersetzen und b) Möglichkeiten zur Behandlung der linearen Abhängigkeiten bei bestimmten, eingeschränkten Bewegungsformen aufzeigen. Abschließend werden im Abschnitt 2.5 unterschiedliche Varianten der Datumsfestlegung für die metrische Auswertung von Bildsequenzen beschrieben.

Die Grundideen der dargestellten Ansätze bilden die Grundlage für das im Kapitel 4 entwickelte funktionale Modell zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung aus gemeinsam ausgeführter Bewegung im Rahmen eines Ausgleichsprozesses im Gauss-Markov-Modell.

## **2.2. Verfahren zur Zuordnung von 3D-Daten**

### **2.2.1. Grundschemata der Zuordnung**

Die Verfahren zur Zuordnung unterschiedlichster Eingangsdaten folgen im Allgemeinen einem ähnlichen Schema:

- Definition eines Merkmalsraums
- Definition des Suchraums
- Zuordnung auf Basis eines Ähnlichkeitsmaßes

Der Merkmalsraum definiert die Eingangsdaten, die für die Zuordnung genutzt werden sollen. Hierbei kann es sich z. B. um Grauwerte, Kanten oder Ecken in einem 2D-Bild, um Extrema in einem Entfernungsbild oder um 3D-Punkte handeln. Unter einem Merkmal wird damit im Folgenden ein Element aus der Menge der Eingangsdaten verstanden.

Die Art und die Anzahl der Parameter der Transformation mit der die Eingangsdaten aufeinander abgebildet werden, definieren die Dimension des Suchraums. Gebräuchliche Transformationen sind z. B. Homographien, Affin-Transformationen oder euklidische Transformationen.

Die Zuordnung von Merkmalen erfolgt anschließend über die Berechnung von Ähnlichkeitsmaßen zwischen allen möglichen bzw. sinnvollen Kombinationen von extrahierten Merkmalen. Merkmale werden einander zugeordnet, wenn a) ihre Ähnlichkeit höher ist als bei allen anderen Kombinationen, b) die Ähnlichkeit über einer vorgegebenen Schranke liegt oder c) ihre Ähnlichkeit diskriminativ ist, d. h. das Verhältnis der Ähnlichkeit zwischen zweitbestem und bestem Zuordnung unterhalb einer definierten Schwelle liegt.

Die Berechnung des Ähnlichkeitsmaßes kann entweder im ursprünglichen Merkmalsraum geschehen wie z. B. bei der Bildzuordnung (vgl. FÖRSTNER, 1993) oder in einem beliebigen anderen Raum, in den die Merkmale abgebildet werden.

Einen umfangreichen Überblick über Ansätze zur Zuordnung unterschiedlichster Eingangsdaten findet sich z. B. in BROWN (1992), SEEGER und LABOUREUX (2002), ZITOVÁ und FLUSSER (2003) oder MCGLONE et al. (2004, Kap. 6.3).

### **2.2.2. Grundprinzipien der Zuordnung durch Verwendung charakteristischer Beschreibungen eines Merkmals**

Sowohl im Bereich der Computer Vision als auch in der Photogrammetrie sind zur Zuordnung von Bildern bzw. 3D-Oberflächen oder -Punktwolken Verfahren entwickelt worden, die auf der Generierung von charakteristischen Beschreibungen für Merkmale beruhen.

In der Literatur sind zwei unterschiedliche Bezeichnungen für charakteristische Beschreibungen von Merkmalen gebräuchlich: *Deskriptoren* und *Signaturen*. Die Unterscheidung zwischen diesen beiden Bezeichnungen ist allerdings nicht immer eindeutig und die Begriffe werden z. T. synonym verwendet. Unter einem Deskriptor wird z. B. in (LOWE, 2004) eine charakteristische (engl.: *distinctive*) und evtl. kompaktere Repräsentation der ursprünglichen Eingangsdaten verstanden. Demgegenüber stellt, wie z. B. in CALONDER et al. (2008) definiert, eine Signatur das Ergebnis einer Abbildung  $F: \mathbb{R}^D \mapsto \mathbb{R}^d$  dar, die Eingangsdaten  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^D, \forall k = 1, \dots, n$  der Dimension  $D$  in einen anderen Raum mit der Dimension  $d$  abbildet.

Um Probleme mit der in der Literatur nicht eindeutigen Verwendung der Begriffe Deskriptor und Signatur zu vermeiden, wird im Folgenden weiterhin der Begriff *charakteristische Beschreibung* verwendet.

Während sich das Erzeugen der charakteristischen Beschreibungen unterscheidet, ist das Endergebnis ähnlich: Für die Zuordnung werden Vektoren verwendet, zwischen denen ein Ähnlichkeitsmaß berechnet werden kann.

Wichtige Eigenschaften der charakteristischen Beschreibungen sind:

- Die Berechnung der Ähnlichkeit zwischen zwei charakteristischen Beschreibungen kann durch einfache Abstandsmaße wie z. B. die euklidische Distanz erfolgen.
- Die charakteristische Beschreibung eines Merkmals ist invariant gegenüber verschiedenen Änderungen der Eingangsdaten. Bei den Änderungen kann es sich z. B. um Helligkeitsänderungen, Rotation und/oder Skalierung handeln.

Beispiele für charakteristische Beschreibungen im Bereich der Zuordnung von zweidimensionalen Bilddaten sind die *SIFT*- oder *SURF*-Deskriptoren, die in LOWE (2004) bzw. BAY et al. (2006) beschrieben werden. Die jeweiligen Deskriptoren aggregieren Gradienten in der Umgebung eines Punktes so, das eine charakteristische Beschreibung entsteht, die invariant ist gegenüber Helligkeitsänderungen, Skalierungen, leichten Verschiebungen und einer Rotation der Eingangsdaten.

Charakteristische Beschreibungen für die Zuordnung von 3D-Punktwolken bzw. 3D - Oberflächen sind z.B. die in CHUA und JARVIS (1997) beschriebenen *Point Signatures*, die in JOHNSON und HEBERT (1999) beschriebenen *Spin Images* oder die von STEDER et al. (2010) entwickelten Beschreibungen auf der Basis von *NARFs* (**N**ormal **A**ligned **R**adial **F**eature). Diese und weitere Ansätze haben gemeinsam, dass sie unter Berücksichtigung der Nachbarn in der Umgebung eines Punktes einen Normalen-Vektor durch eine Ebenen-Ausgleichung bestimmen und so einen *orientierten* Punkt erhalten. Dabei wird unter einem orientierten Punkt  $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T, \mathbf{n}^T]^T$ ,  $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^6$  ein 6D-Vektor verstanden, der zum einen die 3D-Koordinate  $\mathbf{x}$  und zum anderen den Normalenvektor  $\mathbf{n}$ :  $\|\mathbf{n}\| = 1$  der Tangentialebene enthält. Ausgehend von den orientierten Punkten wird anschließend, unter Berücksichtigung der Punkte in der Nachbarschaft, eine charakteristische dargestellt Beschreibung berechnet. Weitere Verfahren, die auf orientierten Punkten aufsetzen finden sich z. B. in WINKELBACH und WAHL (2008), UNNIKRISHNAN und HEBERT (2008), oder in WU et al. (2008).

Der Vorteil der Verwendung von charakteristischen Beschreibungen eines Merkmals für die Zuordnung liegt in der Entkopplung von den eigentlichen Eingangsdaten. Durch einen geschickten Entwurf der charakteristischen Beschreibung lässt sich zum Einen z. T. die Berechnung eines Ähnlichkeitsmaßes vereinfachen und zum Anderen eine Invarianz gegen unterschiedliche Änderungen der Eingangsdaten erreichen. Charakteristische Beschreibungen vereinfachen die Zuordnung und zusätzlich können etablierte Verfahren zur Beschleunigung der Suche nach ähnlichen Beschreibungen (Cluster-Bildung, binary space-partitioning tree, etc.) eingesetzt werden (vgl. u. a. WINKELBACH und WAHL (2008) oder NISTER und STEWENIUS (2006)).

### 2.2.3. Zuordnung von 3D-Daten mit Hilfe charakteristischer Beschreibungen

Aus der großen Anzahl der in der Literatur vorgestellten charakteristischen Beschreibungen zur Zuordnung von dreidimensionalen Daten werden im folgenden zwei Zuordnungsverfahren auf Basis der *point signatures* und *spin images* detaillierter vorgestellt. Diese beiden Ansätze wurden ausgewählt, da sie die wesentlichen Grundideen für das im Kapitel 3 beschriebene Verfahren liefern.

Anhand der beiden Ansätze soll verdeutlicht werden, wie eine charakteristische Beschreibung entworfen werden kann, die invariant ist gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten und die eine effiziente Berechnung eines Ähnlichkeitsmaßes erlaubt. Die dabei herausgearbeiteten Grundprinzipien finden sich in ähnlicher Weise auch bei den anderen bekannten Verfahren.

Die Eingangsdaten für die Beispiele werden aus dem in der Abb. 2.1(a) dargestellten Bild abgeleitet. Dabei werden, wie in den Abbildungen 2.1(b) und 2.1(c) dargestellt, die Grauwerte des Bildes als Höhe über der Bildebene interpretiert, so dass 3D-Daten bereitstehen.

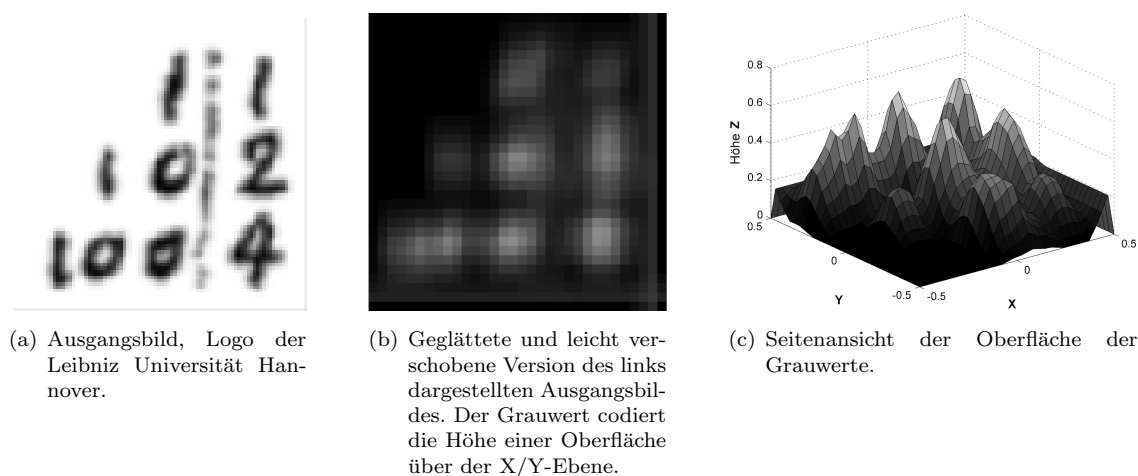


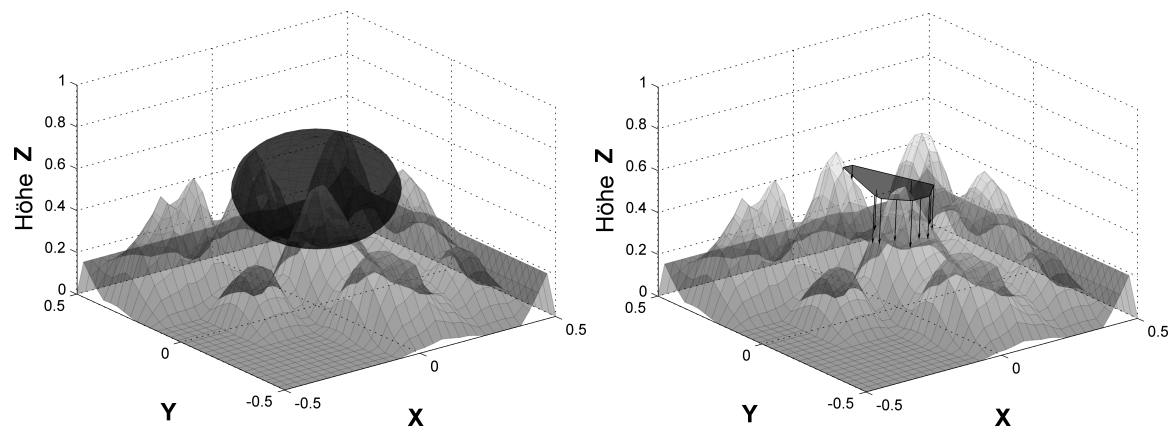
Abb. 2.1.: Visualisierung der Eingangsdaten für die beispielhafte Beschreibung der Zuordnung von 3D-Daten auf der Basis charakteristischer Beschreibungen.

Für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung wird angenommen, dass eine Extraktion von Merkmalen bereits stattgefunden hat. Für das Beispiel wird das Eingangsbild so verschoben, dass das im folgenden betrachtete Merkmal  $\mathbf{x}$  in der Bildmitte von Abb. 2.1(b) liegt. Bei dem Merkmal handelt es sich um ein Extremum in den 3D-Daten.

#### 2.2.3.1. Zuordnung von 3D-Daten mit point signatures

**Berechnung der charakteristischen Beschreibung** Der erste Schritt zur Berechnung der charakteristischen Beschreibung besteht aus dem Schnitt einer Kugel mit vorgegebenem Radius  $r$  an der Stelle  $\mathbf{x}$  mit der Oberfläche (s. Abb. 2.2(a)), wobei für den Punkt  $\mathbf{x}$  hier die Bildmitte angenommen wird. Das Ergebnis der Verschneidung der Kugel mit der Oberfläche ist eine Raumkurve, aus deren Punkte ein Normalenvektor durch eine Ebenenausgleichung bestimmt wird. Die resultierende Ebene, die so verschoben wird, dass sie durch den Punkt  $\mathbf{x}$  geht und die Punkte der Raumkurve sind in Abb. 2.2(b) dargestellt. Der hier verwendete Algorithmus für die Schnittberechnung zwischen Kugel und Oberfläche ist sehr einfach, so dass die Anzahl der Punkte der Raumkurve gering ist. Zur Visualisierung des Ergebnisses der Schnittberechnung

wird dazu für jeden Punkt der Oberfläche aus Abbildung 2.1(c) der Abstand  $d$  zu  $\mathbf{x}$  berechnet. Als Schnittpunkte werden anschließend die Punkte ausgewählt für die gilt:  $|d - r| < \epsilon$ , wobei  $r$  der Radius der Kugel und  $\epsilon$  ein Schwellwert ist, den die Differenz unterschreiten muss, damit der jeweilige Oberflächenpunkt in die Ergebnismenge übernommen wird.



(a) Darstellung des Schnittes einer Kugel mit dem Radius  $r$  an der Stelle  $\mathbf{x}$  mit der Oberfläche. (b) Darstellung der lokal angepassten und in  $\mathbf{x}$  verschobenen Ebene, berechnet aus den Punkten der Schnittkurve. Die senkrechte Projektion der Punkte in die Ebene, ist durch die Pfeile dargestellt.

Abb. 2.2.: Die ersten Schritte zur Berechnung einer charakteristischen Beschreibung für eine Oberfläche: Schnitt einer Kugel mit der Oberfläche und Bestimmen einer Normalenrichtung aus den Punkten der resultierenden Schnittkurve.

Für den nächsten Schritt zur Berechnung der Beschreibung werden, wie in der Abb. 2.2(b) dargestellt, die Punkte der Raumkurve zunächst in die Ebene projiziert (Pfeile in Abb. 2.2(b)) und ihr senkrechter Abstand  $d_i$  zu dieser berechnet. Anschließend wird der Winkel  $\theta_i$  zwischen der in die Ebene projizierten  $x$ -Achse und den projizierten Punkten der Raumkurve ermittelt. Die Abstände  $d_i$  und die Winkel  $\theta_i$  werden in einen Graphen eingetragen und bilden den Ausgangspunkt für die charakteristische Beschreibung.

**Herstellen der Invarianz gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten** Die initial durchgeführte Projektion der Punkte der Raumkurve in die lokal angepasste Ebene stellt bereits den ersten Schritt zur Berechnung einer charakteristischen Beschreibung dar, die invariant gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten ist. Durch die Projektion in die lokal angepasste Ebene sind die Abstände  $d_i$  unabhängig vom lokalen Koordinatensystem in dem die 3D-Punkte ursprünglich vorliegen.

Als zweiter Schritt wird anschließend eine Referenzrichtung  $\theta_0$  definiert. Als  $\theta_0$  wird die Richtung zu dem Punkt der Raumkurve mit dem betragsmäßig größten Abstand zur Ebene ausgewählt. Die in der Beschreibung verwendeten Abstände  $d_i$  werden entsprechend verschoben und die korrespondierenden  $\theta_i$  auf die ausgewählte Referenzrichtung bezogen. Ein Beispiel der charakteristischen Beschreibung, die auf die Referenzrichtung bezogen ist, sowie die ursprüngliche Beschreibung, die auf das Koordinatensystem der Aufnahme bezogen ist, zeigt die Abb. 2.3.

Es wird deutlich, dass die Invarianz gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten durch die Verwendung eines lokalen Koordinatensystems erreicht wird, das gegeben ist durch

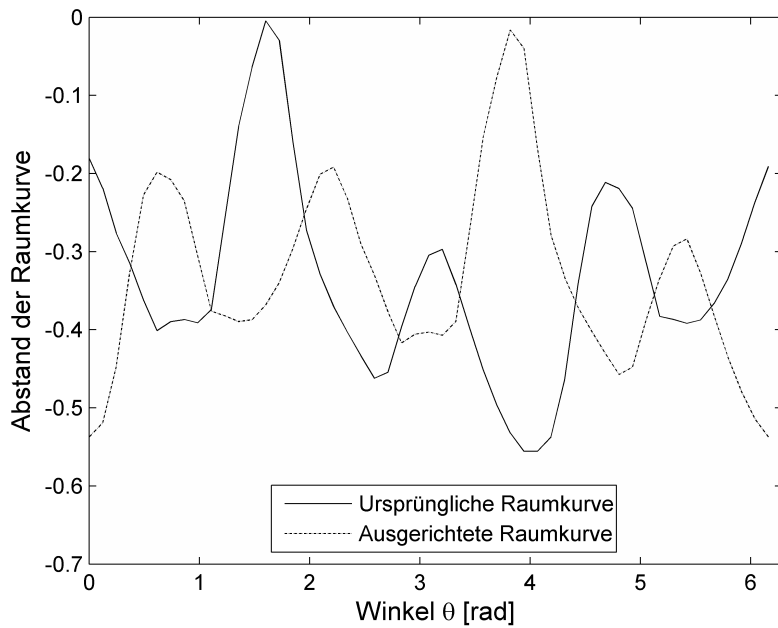


Abb. 2.3.: Eine Invarianz gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten wird u. a. durch die Auswahl einer Referenzrichtung erreicht. Die Einträge in die charakteristische Beschreibung werden in Bezug auf die Referenzrichtung verschoben.

die Normalenrichtung der Ebene und der Auswahl einer Referenzrichtung.

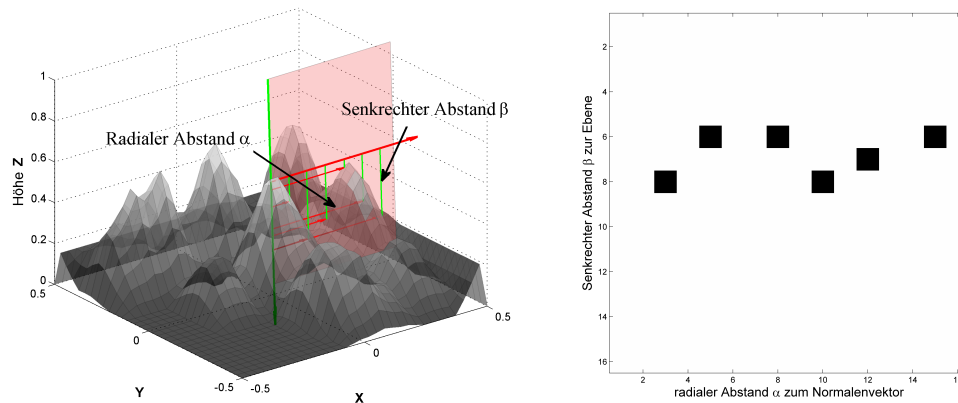
**Identifikation von Korrespondenzen auf Basis der charakteristischen Beschreibung** Für die Zuordnung zweier charakteristischer Beschreibungen  $\mathbf{S}_s$  und  $\mathbf{S}_d$  wird für alle Einträge der folgende einfache Test ausgeführt, der für zwei Beschreibungen die Abstände zur Ebene für alle Winkel  $\theta_i$  vergleicht:

$$|d_s(\theta_i) - d_d(\theta_i)| < \epsilon_{tol} : \forall i = 1, \dots, n_\theta,$$

wobei  $n_\theta$  die Anzahl der Einträge in die charakteristische Beschreibung ist. Erfüllen nicht alle Einträge diesen Test, wird angenommen, dass es keine Korrespondenz zwischen den charakteristischen Beschreibungen  $\mathbf{S}_s$  und  $\mathbf{S}_d$  gibt. Die Größe  $\epsilon_{tol}$  bestimmt dabei, wie groß die Abweichung zwischen den Abständen  $d_s(\theta_i)$  und  $d_d(\theta_i)$  werden darf, damit der Test als bestanden gilt.

### 2.2.3.2. Zuordnung von 3D-Daten mit spin images

**Berechnung der charakteristischen Beschreibung** Analog zur Vorgehensweise bei den point signatures umfasst der erste Schritt zur Berechnung der charakteristischen Beschreibung für einen Oberflächenpunkt  $\mathbf{x}$  das Bestimmen eines Normalenvektors  $\mathbf{n}$  aus unmittelbar benachbarten Punkten. Der Punkt  $\mathbf{x}$  bildet zusammen mit seiner zugeordneten Normalenrichtung  $\mathbf{n}$  einen orientierten Punkt  $\underline{\mathbf{x}}$  und stellt ein teilweise definiertes lokales Koordinatensystem dar, dessen Ausrichtung nicht fixiert ist.



(a) Schnitt einer Ebene mit der Oberfläche und Darstellung der Parameter, die in das Histogramm eingetragen werden. (b) Darstellung des 2D-Histogramm in das die radialen Abstände  $\alpha$  und die senkrechten Abstände  $\beta$  für die Schnittpunkte aus Abb. (a) eingetragen werden.

Abb. 2.4.: Darstellung eines Teilschrittes zur Berechnung einer charakteristischen Beschreibung für eine Oberfläche: Schnitt einer Ebene mit der Oberfläche und resultierende Einträge in das 2D-Histogramm.

Die charakteristische Beschreibung eines Punktes ist ein 2D-Histogramm in das zwei zylindrische Koordinaten als Parameter eingetragen werden: der radiale Abstand  $\alpha$  eines Oberflächenpunktes zu  $\hat{x}$  und dessen senkrechter Abstand  $\beta$  von der Ebene. Die Winkelkoordinate  $\theta$ , über die man wie bei den point signatures eine eindeutige Orientierung des lokalen Koordinatensystems erreichen kann, wird nicht verwendet, da sich eine eindeutige Referenzrichtung für planare Nachbarschaften nicht robust bestimmen lässt.

Wie JOHNSON und HEBERT beschreiben, kann man sich das Eintragen der Werte  $\alpha$  und  $\beta$  in das Histogramm am besten durch eine Ebene visualisieren, die um die Normalenrichtung des Punktes  $\mathbf{x}$  gedreht (engl.: *spin*) wird. Das Eintragen der Parameter in das Histogramm verdeutlicht die Abb. 2.4. Dargestellt wird in der Abb. 2.4(a) die Berechnung der Parameter für einen einzelnen Schnitt der Ebene mit der Oberfläche und in der Abb. 2.4(b) wie die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  in das Histogramm eingetragen werden.

Ein Beispiel eines akkumulierten spin images, das eine charakteristische Beschreibung des Punktes  $\mathbf{x}$  repräsentiert, zeigt die Abb. 2.5. Für jeden Punkt der Oberfläche aus der Abb. 2.4(a) wird der radiale Abstand  $\alpha$  zu  $\mathbf{x}$  und der senkrechte Abstand  $\beta$  von der Ebene ermittelt und in das Histogramm eingetragen. Der „Grauwert“ des spin image codiert, wie häufig ein Parameterpaar auftritt. Während ein schwarzes Pixel bedeutet, dass die Kombination sehr häufig auftritt, bedeutet ein weißes Pixel, dass diese Kombination nie auftritt.

Wieviele und welche der Oberflächenpunkte in den Aufbau des Histogramm einfließen sind weitere Parameter des Algorithmus von JOHNSON und HEBERT und werden an dieser Stelle nicht detaillierter beschrieben.

**Herstellen der Invarianz gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten** Die Invarianz gegenüber einer Transformation der Eingangsdaten wird bei den spin images durch zwei Aspekte erreicht:



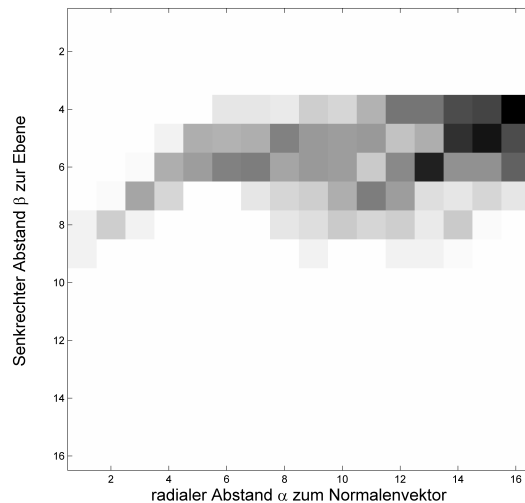


Abb. 2.5.: Resultierendes 2D-Histogramm als charakteristische Beschreibung eines Oberflächenpunktes  $\mathbf{x}$ . Dunkle Grauwerte in einem „spin image“ bedeuten, dass das korrespondierende Parameterpaar bei benachbarten Oberflächenpunkten häufig auftritt. Weisse Stellen im Histogramm zeigen, dass ein Parameterpaar nie auftritt.

1. Die charakteristische Beschreibung bezieht sich auf ein teilweise definiertes lokales Koordinatensystem, das durch die Normalenrichtung  $\mathbf{n}$  und den Punkt  $\mathbf{x}$  als Ursprung gegeben ist.
2. Als Parameter werden in das Histogramm die zwei zylindrischen Koordinaten (radialer Abstand zur Normalenrichtung und senkrechter Abstand zur Ebene) eingetragen, die sich bei einer Transformation der Eingangsdaten nicht ändern.

**Identifikation von Korrespondenzen auf Basis der charakteristischen Beschreibung** Die charakteristische Beschreibung durch spin images kann als Grauwertbild interpretiert werden. Daher wird in JOHNSON und HEBERT (1999) kein gesondertes Verfahren für die Identifikation von Korrespondenzen angegeben. Für die Zuordnung können beliebige etablierte Verfahren zur Bildzuordnung verwendet werden, wie beispielsweise Korrelation of Summe der absoluten Differenze (SAD), etc..

#### 2.2.4. Voraussetzungen der existierenden Verfahren

Zusammengefasst ergeben sich einige Gemeinsamkeiten in den Anforderungen der unterschiedlichen Verfahren zur Zuordnung auf der Grundlage charakteristischer Beschreibungen:

**Anforderungen an die Eingangsdaten:** Die existierenden Verfahren zur Berechnung und Zuordnung der Beschreibungen setzen voraus, dass die Eingangsdaten eine regelmäßige und dicht besetzte Nachbarschaft bilden, so dass in der lokalen Nachbarschaft eines Punktes eine ausreichend hohe Punktdichte und eine homogene Punktverteilung vorliegt. Typische Beispiele solcher Daten sind z. B. die Ergebnisse von Laserscannern.

**Invarianz gegenüber Transformationen:** Bei den meisten Ansätzen wird die Invarianz gegenüber Transformationen der Eingangsdaten durch die Festlegung einer Referenzrichtung erreicht. Während eine Referenzrichtung für charakteristische Beschreibungen von 2D-Daten unmittelbar angegeben werden kann, wird für die Zuordnung von 3D-Daten ein lokales Koordinatensystem aus Referenzrichtung und Oberflächennormale erzeugt, in das die Eingangsdaten transformiert werden. Weiterhin kann z. B. wie in CHUA und JARVIS (1997) Redundanz eingeführt werden, indem zusätzliche phasen-verschobene Varianten der charakteristischen Beschreibung abgelegt werden, wenn sich eine Referenzrichtung nicht eindeutig festlegen lässt. Eine andere Variante wird bei den spin images von JOHNSON und HEBERT (1999) gewählt, die die Abbildung in die charakteristische Beschreibung so gestalten, dass z. B. eine Rotation der Eingangsdaten keinen Einfluss auf die resultierende Signatur hat.

**Eindeutigkeit der Beschreibungen:** Unter Eindeutigkeit wird in diesem Zusammenhang verstanden, dass es keine zwei Merkmale gibt, deren charakteristische Beschreibung identisch ist. Problematisch sind nicht eindeutige charakteristische Beschreibungen dann, wenn sie zu Fehlzusammenordnungen führen.

Wie u. a. in SCHÖN und HÄUSLER (2005) beschrieben wird, entstehen nicht eindeutige Signaturen, wenn die Eingangsdaten Symmetrien (s. Abb. 2.6(a) und 2.6(b)) aufweisen bzw. überhaupt keine Struktur (s. Abb.2.6(c)) besitzen.

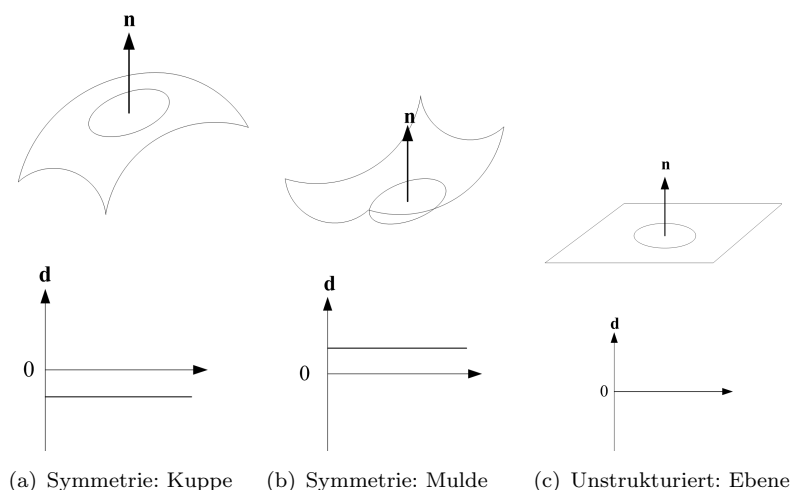


Abb. 2.6.: Eingangsdaten, die keine eindeutigen charakteristischen Beschreibungen liefern, am Beispiel der point signatures gemäß CHUA und JARVIS (1997). In der oberen Zeile dargestellt sind verschiedene Varianten von Oberflächen mit Symmetrien. Die untere Zeile zeigt die resultierenden charakteristischen Beschreibungen.

Die Voraussetzung für eine eindeutige charakteristische Beschreibung ist somit das Vorhandensein einer stark strukturierten Nachbarschaft ohne Symmetrien. Diese Anforderung gilt sowohl für 3D-Punktwolken oder -Oberflächen als auch für 2D-Bilddaten.

Durch die Verwendung von signalisierten Markierungen für die experimentellen Versuche dieser Arbeit sind die entstehenden 3D-Punktwolken nur dünn besetzt. Weiterhin sind die

Nachbarschaften innerhalb der Punktwolken variabel, da zu unterschiedlichen Zeitpunkten Teile der Punktwolke nicht sichtbar sind bzw. erst sichtbar werden.

Die im Kapitel 3 entworfene charakteristische Beschreibung für die Zuordnung von 3D-Punkten aus dünn besetzten Punktwolken erweitert die bekannten Verfahren und muss unter den genannten Randbedingungen die folgenden Probleme lösen:

- Herstellen einer Invarianz gegenüber Transformationen bei der a) eine dicht besetzte Nachbarschaft nicht vorhanden ist und b) sich die Nachbarschaften zu anderen Punkten ändern, wenn zwischen zwei Zeitpunkten 3D-Punkte nicht mehr sichtbar sind bzw. neu hinzukommen.
- Entwurf einer charakteristischen Beschreibung, die ebenso wie die Eingangsdaten dünn besetzt und variabel in ihrer Größe sein kann.
- Berechnung eines Distanzmaß für dünn besetzte charakteristische Beschreibungen variabler Länge.

## 2.3. Gegenseitige Orientierung von Messsystemen aus gemeinsam ausgeführter Bewegung

### 2.3.1. Lösungsansätze zur Orientierung von Sensoren mit nicht überlappendem Sichtfeld aus gemeinsamer Bewegung

Die wohl erste Arbeit zur Orientierung von Sensoren mit nicht überlappendem Sichtfeld aus gemeinsamer Bewegung findet sich in SHIU und AHMAD (1987), wobei es sich bei den dort verwendeten Sensoren um eine Videokamera handelt, die an dem Greifer eines Roboters befestigt ist. Die Bewegung der Kamera wird aus der Beobachtung eines Testfeldes geschätzt, für das die Koordinaten der verwendeten Signalisierungen bekannt sind. Die Bewegung des Greifers ist durch die Bewegung des Roboters vorgegeben. Aufgabe ist es, das Problem der *robot hand-eye calibration* zu lösen, d. h. die Orientierung zwischen dem Koordinatensystem der Kamera und dem Koordinatensystem des Roboter-Greifers aus der gemeinsam ausgeführten Bewegung zu bestimmen.

Die zugrundeliegende Beobachtung, die SHIU und AHMAD verwenden, um die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  zwischen der Kamera  $\mathbf{A}$  und dem Greifer  $\mathbf{B}$  zu bestimmen, ist, dass sich nach einer Bewegung der Anordnung ein Punkt  ${}^{B_j}\mathbf{x}$  zum Zeitpunkt  $t = j$  auf *zwei* Wegen gemäß den Gleichungen (2.1) und (2.2) in einen Punkt  ${}^{A_i}\mathbf{x}$  zum Zeitpunkt  $t = i$  transformieren lässt:

$${}^{A_i}\mathbf{x} = {}^A\mathbf{T}_B \circ {}^{B_i}\mathbf{T}_{B_j} {}^{B_j}\mathbf{x}, \quad (2.1)$$

$${}^{A_i}\mathbf{x} = {}^{A_i}\mathbf{T}_{A_j} \circ {}^A\mathbf{T}_B {}^{B_j}\mathbf{x}. \quad (2.2)$$

Dieser zirkuläre Zusammenhang zwischen den Bewegungen ist für das verwendete Anwendungsbeispiel in der Abb. 2.7 dargestellt.

Es wird deutlich, dass die in den unterschiedlichen Koordinatensystemen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  gemessene gemeinsame Bewegung zwischen den Zeitpunkten  $t = j$  und  $t = i$  durch die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  verbunden ist. Damit ergibt sich der in der Gleichung (2.3) dargestellte Zusammenhang, der von SHIU und AHMAD zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung verwendet wird.

$${}^A\mathbf{T}_B \circ {}^{B_i}\mathbf{T} = {}^{A_i}\mathbf{T} \circ {}^A\mathbf{T}_B \quad (2.3)$$

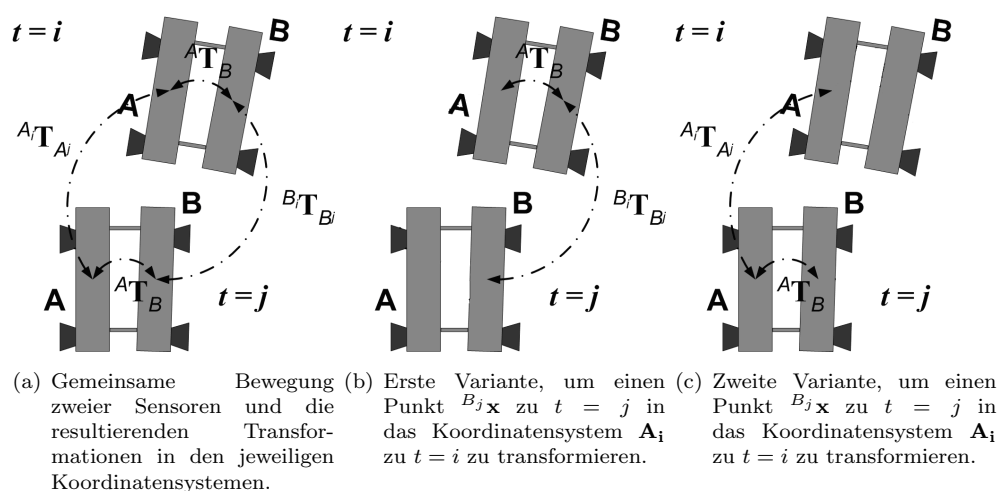


Abb. 2.7.: Darstellung der gemeinsamen Bewegung von zwei Sensoren (hier Stereosysteme) mit den resultierenden Transformationen sowie den zirkulären Beziehungen zwischen diesen.

Weitere Ansätze zur *robot hand-eye calibration*, die auf dem in der Gl. (2.3) dargestellten Zusammenhang aufsetzen, finden sich u. a. in CHOU und KAMEL (1988), TSAI und LENZ (1989) und CHEN (1991).

Alle diese Ansätze haben gemeinsam, dass sie a) lineare Modelle verwenden und b) die Parameter der gemeinsamen Orientierung in zwei aufeinanderfolgenden Schritten bestimmen: Zuerst werden die Rotationsparameter und anschließend die Translationsparameter ermittelt.

Die funktionalen Modelle in den Gleichungen (2.4) und (2.5), die zur Berechnung der Rotation  ${}^A \mathbf{R}_B$  und der Translation  ${}^A \mathbf{t}_B$  der gegenseitigen Orientierung verwendet werden, erhält man durch Ausmultiplizieren der Homogenen Transformation aus der Gl. (2.3):

$${}_{A_i} \mathbf{R} = {}^A \mathbf{R}_B {}^{B_i} \mathbf{R}^B \mathbf{R}_A, \quad (2.4)$$

$${}_{A_i} \mathbf{t} - {}^A \mathbf{R}_B {}^{B_i} \mathbf{t} = (\mathbf{I} - {}_{A_i} \mathbf{R}) {}^A \mathbf{t}_B. \quad (2.5)$$

Die genannten Ansätze unterscheiden sich nur in der Parametrisierung der Rotation. Verwendet werden u. a. Quaternionen, die Drehachsen-Drehwinkel-Darstellung oder die in der Kinematik verwendete Schraubachsen. Einen Überblick über die unterschiedlichen Varianten zur Parametrisierung der Rotation findet sich in Anhang A.

Die Vorgehensweise die Parameter der Rotation und der Translation nacheinander zu bestimmen, ist nicht optimal im Hinblick auf die erreichbare Genauigkeit der Parameter. Für optimale Ergebnisse ist es vorteilhaft, alle Parameter gleichzeitig zu ermitteln. Einen Lösungsansatz auf Basis des Levenberg-Marquardt-Algorithmus, beim dem Näherungswert für alle Parameter gleichzeitig verbessert werden, findet sich in HORAUD und DORNAIKA (1995).

Alle angeführten Ansätze haben gemeinsam, dass sie Testfelder mit bekannter Geometrie der Signalisierungen verwenden, um die Bewegung der Kamera zu ermitteln. Eine Variante, die gegenseitige Orientierung während der Bewegung des Messsystems aus beliebigen Informationen der Umgebung zu bestimmen, findet sich u. a. in ANDREFF et al. (2001). ANDREFF et al. setzen dazu *Structure from Motion*-Ansätze ein, um die Bewegung der Kamera ohne die Verwendung eines Testfeldes zu rekonstruieren. Diese Vorgehensweise entspricht der in der Photogrammetrie bekannten Berechnung der relativen Orientierung per Folgebildanschluss. Allerdings werden für den Folgebildanschluss nur die 2D-Bildkoordinaten verwendet und ohne zusätzliche Informationen kann der Maßstab der Translation der Kameras nicht eindeutig

bestimmt werden und der Zusammenhang in Gl. (2.3) muss, wie in der Gl. (2.6) dargestellt, um den Maßstabsfaktor  $\lambda$  erweitert werden, so dass für die gegenseitige Orientierung sieben Parameter bestimmt werden müssen.

$${}^A\mathbf{T}_B \circ {}^{B_i}\mathbf{T} = \lambda^{A_i}\mathbf{T} \circ {}^A\mathbf{T}_B, \quad (2.6)$$

Für die Definition des Maßstabes setzen die Autoren die Länge der Translation  $\|{}^1\mathbf{t}_0\|$  zwischen den ersten beiden Aufnahmezeitpunkten so, dass  $\|{}^1\mathbf{t}_0\| = 1$  gilt.

Eine Übertragung der zugrunde liegenden Ideen, die für die *robot hand-eye calibration* entwickelt wurden, auf Messsysteme mit mehreren Videokameras, deren Sichtfelder sich nicht überlappen, findet sich u. a. in CASPI und IRANI (2002), KIM et al. (2007), ESQUIVEL et al. (2007) oder OSKIPER et al. (2007).

Während die erste Arbeit eine spezielle Anordnung der Kameras voraussetzt, unterscheiden sich die übrigen Ansätze vor allem hinsichtlich des gewählten Verfahren zur Schätzung der Parameter der gegenseitigen Orientierung. In KIM et al. (2007) wird wieder ein zweistufiger Optimierungsansatz gewählt, bei dem zuerst die Parameter der Rotation ermittelt werden und anschließend die Parameter der Translation durch einen Optimierungsansatz auf Basis des *Second Order Cone Programming* (SOCP) bestimmt werden. Die übrigen Ansätzen verwenden den Levenberg-Marquardt-Algorithmus, um die Näherungswerte der Parameter der gegenseitigen Orientierung, die mit den genannten zweistufigen Verfahren berechnet wurden, in einem gemeinsamen Ausgleichungsprozess noch zu verbessern.

Gemeinsam ist allen hier beschriebenen Verfahren, dass als Beobachtungen für die jeweiligen Optimierungsansätze nicht die ursprünglich beobachteten Bildkoordinaten sondern die Parameter der Bewegung der einzelnen Kameras in ihren jeweiligen Koordinatensystemen verwendet werden. Demgegenüber wird im Kapitel 4 ein funktionales Modell vorgestellt, das einen nicht-linearen Zusammenhang zwischen den signalisierten 3D-Punkten, den Bewegungen des Mehrkameranensystems, der gegenseitigen Orientierung in dem Mehrkameranensystem und den Bildkoordinaten der Signalisierungen herstellt. Als Beobachtungen werden in dieser Arbeit, im Gegensatz zu den vorhandenen Ansätzen, direkt die Bildmessungen und keine abgeleiteten Größen verwendet. Dadurch lässt sich das Fehlermaß geometrisch interpretieren als Abweichung zwischen einem auf den Bildsensor projizierten Punkt und seiner beobachteten Bildkoordinate.

### 2.3.2. Ansätze zur Untersuchung von Singularitäten bei kritischen Bewegungen

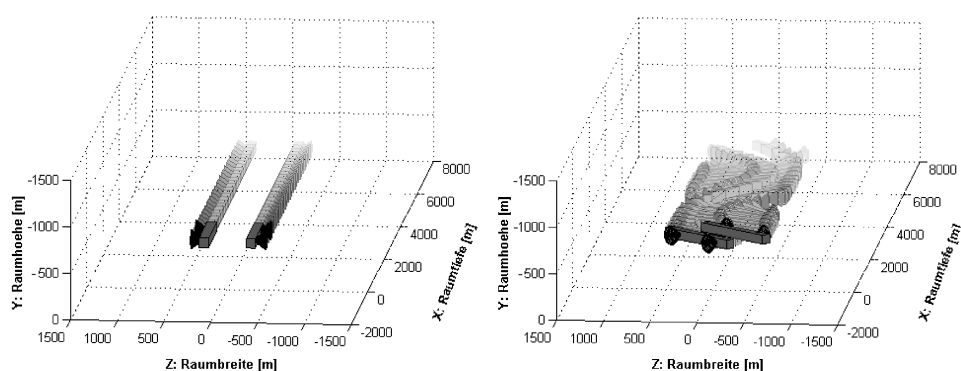
Bereits in der ersten Arbeit von SHIU und AHMAD zeigen die Autoren analytisch, dass aus nur einer einzigen Bewegung, gegeben durch die Änderung der Parameter der äußeren Orientierung zwischen zwei Zeitpunkten, nicht alle Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^A\mathbf{T}_B$  (alle genannten Arbeiten betrachten nur sechs Parameter der Orientierung. Nicht betrachtet wird der Maßstab) bestimmt werden können: nicht bestimmbar bleiben ein Parameter der Rotation und ein Parameter der Translation. Erst bei Berücksichtigung eines dritten Zeitpunktes und unter der Voraussetzung, dass die Rotationsachsen nicht parallel zueinander sind und die Länge der Translation von Null verschieden ist, lassen sich alle Parameter von  ${}^A\mathbf{T}_B$  bestimmen.

Eine detailliertere Analyse des Einflusses unterschiedlicher Bewegungsformen auf die bestimmbar Parameter findet sich u. a. in TSAI und LENZ (1989), CHEN (1991) oder ANDREFF et al. (2001). Der Einfluss der unterschiedlichen Bewegungsformen auf die Bestimmbarkeit der Parameter von  ${}^A\mathbf{T}_B$  wird in diesen Arbeiten ebenfalls analytisch abgeleitet. Zusammengefasst ergeben sich u. a. die folgenden Einschränkungen für die Bestimmbarkeit der Parameter bei:

**Ausschließlich translatorischer Bewegung:** Das Messsystem bewegt sich ohne Rotation geradlinig durch den Raum. Bei dieser Form der Bewegung können nur zwei Parameter der

gegenseitigen Orientierung bestimmt werden. Nicht bestimmt werden kann die Rotation um den Translationsvektor und die Translation zwischen den beteiligten Systemen. Ein Beispiel dieser Bewegungsform zeigt die Abb. 2.8(a).

**Bewegung ausschließlich in einer Ebene:** Die Bewegung des Messsystems ist beschränkt auf eine Ebene (z.B. die Bodenebene), so dass eine Rotation nur um den Normalenvektor der Ebene stattfinden kann und eine Translation parallel zu dieser Normalenrichtung nicht möglich ist. Bei dieser Form der Bewegung können fünf der sechs Parameter der gegenseitigen Orientierung bestimmt werden. Nicht bestimmt werden kann der Anteil der Translation parallel zum Normalenvektor der Ebene. Ein Beispiel dieser Bewegungsform zeigt die Abb. 2.8(b).



(a) Darstellung ausschließlich translatorischer Bewegung. (b) Darstellung einer Bewegung bei der alle Rotationsachsen parallel zueinander sind.

Abb. 2.8.: Exemplarische Darstellung kritischer Bewegungen eines Mehrkamerasystems. Die Orientierungen der Stereosysteme zu allen Zeitpunkten sind hier als Überlagerung in einer Abbildung dargestellt.

In den genannten Arbeiten werden noch weitere kritische Bewegungsformen aufgezeigt, aber diese beiden Bewegungsformen repräsentieren die Szenarien, die in der Praxis am häufigsten anzutreffen sind. Fast alle genannten Arbeiten haben darüber hinaus gemeinsam, dass sie die Auswirkungen kritischer Bewegungen auf die Bestimmbarkeit der Parameter von  ${}^A\mathbf{T}_B$  auf analytischem Weg untersuchen. Die Arbeiten machen keinen Vorschlag, wie sich nur Teile der Parameter bestimmen lassen, oder welche Probleme bei der Parameterschätzung auftreten, wenn sich die tatsächlich ausgeführten den kritischen Bewegungen annähern. Eine Ausnahme stellt die Arbeit von ESQUIVEL et al. (2007) dar. Hier wird vorgeschlagen, für rein translatorische Bewegungen ein vereinfachtes funktionales Modell zu wählen.

Betrachtet man die Gleichung (2.5) fällt auf, dass sich für den Fall, dass keine Rotation stattfindet, also  ${}^A\mathbf{R} = \mathbf{I}$  gilt, der folgende funktionale Zusammenhang ergibt:

$${}^A_i\mathbf{t} = {}^A\mathbf{R}_B {}^B_i\mathbf{t}. \quad (2.7)$$

Damit lassen sich bei einer ausschließlich translatorischen Bewegung mit dem funktionalen Modell in Gl. (2.7) nur noch die drei Parameter der Rotation bestimmen. Für die Entscheidung, wann ein Wechsel des funktionalen Modells stattfinden sollte, wird in ESQUIVEL et al. (2007) eine Heuristik vorgeschlagen, die aus Simulationen ermittelt wird.

Aus der Literaturübersicht wird deutlich, dass es die meisten der bekannten Verfahren bei kritischen Bewegungen, die zu Singularitäten im Normalgleichungssystem führen, nicht erlauben nur eine Untermenge der Parameter der gegenseitigen Orientierung zu bestimmen. Als zu lösende Aufgabe bleibt, existierende Verfahren so zu erweitern, dass sie auch bei kritischen Bewegungen und sich daraus ergebenden Singularitäten bei der Bestimmung der Parameter nicht versagen und es ermöglichen, so viele der Parameter der gegenseitigen Orientierung wie möglich zu bestimmen.

Der in dieser Arbeit verfolgte Ansatz zur Behandlung von Singularitäten, die durch kritische Bewegungen verursacht werden, beruht auf der Integration von Vorwissen zu den zu schätzenden Parametern der gegenseitigen Orientierung in das Ausgleichungsmodell.

Diese Vorgehensweise wird in ABRAHAM (2000) gewählt, um Singularitäten zu behandeln, die bei der Kamera-Kalibrierung aus monokularen Bildfolgen auftreten können. Die Grundlagen des Ansatzes von ABRAHAM werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

## 2.4. Behandlung von Singularitäten durch Integration von Vorwissen

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der erreichbaren Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung vor allem bei kritischen Bewegungen, die zu Singularitäten im Normalgleichungssystem führen können. Mit der im Folgenden vorgestellten Integration von Vorwissen in den Ausgleichungsprozess zur Stabilisierung des Normalgleichungssystems und der Rückrechnung auf den Fall freier Parameter steht eine Lösung für diese Aufgabe zur Verfügung, die so für die untersuchte Aufgabenstellung noch nicht bekannt ist.

### 2.4.1. Erweiterung des Ausgleichungsmodells

Wie im Abschnitt 2.3.2 beschrieben, lassen sich bei bestimmten Bewegungsformen wie z. B. einer ausschließlich translatorischen Bewegung einige Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  nicht bestimmen. Das zu lösende Gleichungssystem wird singulär und weist einen Rangdefekt auf.

Eine Möglichkeit zur Behebung des Rangdefektes ist die Integration von Vorwissen. Das Vorwissen wird als statistisch unsicher modelliert und als zusätzliche Beobachtung in die Ausgleichung integriert. Für die untersuchte Aufgabenstellung der Bestimmung der gegenseitigen Orientierung zwischen zwei Stereosystemen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  aus gemeinsamer Bewegung wird somit Vorwissen über die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  benötigt. Dieses Vorwissen kann z. B. aus den Konstruktionsdaten des Messsystems abgeleitet, aus vorherigen Ausgleichsprozessen übernommen oder durch die in Abschnitt 2.3 beschriebenen Ansätze bestimmt werden.

Im Folgenden sei  $\beta_T$  ganz allgemein eine Untermenge des Unbekanntenvektors  $\beta$ , für den als zusätzliche Beobachtung Vorwissen in der Form  $E(\beta_T) = \beta_T^{(0)}$  und  $D(\beta_T) = \Sigma_{T_{(0)}}$  vorliegt. Dabei stellt  $E(\beta_T)$  den Erwartungswert der Beobachtungen,  $\beta_T^{(0)}$  das eingeführte Vorwissen,  $D(\beta_T)$  die Kovarianz der Beobachtungen und  $\Sigma_{T_{(0)}}$  die Kovarianzmatrix des Vorwissens dar.

Zur Integration des Vorwissens in das Ausgleichungsmodell wird der Beobachtungsvektor  $\mathbf{y}$  um die Beobachtungsgleichung  $\mathbf{y}_T = \beta_T^{(0)} - \beta_{T_0}$  erweitert, wobei  $\beta_{T_0}$  der Punkt ist, an dem die im Abschnitt 4.3.2 vorgestellten Beobachtungsgleichungen linearisiert werden.

Somit ergibt sich die in Gl. (2.8) dargestellte Erweiterung des Gauss-Markov-Modells (s. KOCH, 1997, S. 244 f).

$$\mathbf{y} + \hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_T \\ \mathbf{y}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{v}}_T \\ \hat{\mathbf{v}}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_T & \mathbf{A}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_T \\ \hat{\beta}_B \end{bmatrix} = \mathbf{A} \hat{\beta} \quad (2.8)$$

mit der in Gl. (2.9) dargestellten erweiterten Kovarianzmatrix der Beobachtungen.

$$\mathbf{D}(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} \Sigma_{T(0)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_B \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{T(0)}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_B^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Die beste lineare erwartungstreue Schätzung für  $\hat{\beta}$  ergibt sich dann gemäß der Gl. (2.10).

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_T \\ \hat{\beta}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_T^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_T + \mathbf{P}_{T(0)} & \mathbf{A}_T^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_B \\ \mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_T & \mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_T^T \mathbf{P}_B \mathbf{y}_B \\ \mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{y}_B \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Aus der Gl. (2.10) wird deutlich, dass sich die für die Lösung des Normalgleichungssystems benötigte Stabilisierung durch das Addieren der Gewichte des a-priori-Wissens zu den betroffenen Haupt-Diagonalen Elemente erreichen lässt.

Die Kovarianz-Matrix  $\Sigma_{\hat{T}}$  der Parameter für die Vorwissen eingeführt wird, lässt sich aus der folgenden Matrizen-Identität ableiten (s. KOCH, 1997, S. 36 f):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\mathbf{E} \mathbf{B} \mathbf{D}^{-1} \\ -\mathbf{D}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{E} & \mathbf{D}^{-1} + \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{E} \mathbf{B} \mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix} \\ \text{mit: } \mathbf{E} = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \quad (2.11)$$

Mit Gl. (2.11) ergibt sich dann:

$$\Sigma_{\hat{T}} = \sigma_0^2 \left[ \mathbf{P}_{T(0)} + \mathbf{A}_T^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_T - \mathbf{A}_T^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_B (\mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_B)^{-1} \mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_T \right]^{-1} \quad (2.12)$$

und mit  $(\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{D} \mathbf{C})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{D}^{-1} + \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1}$  ergibt sich schließlich:

$$\Sigma_{\hat{T}} = \sigma_0^2 \Sigma_{T(0)} - \sigma_0^2 \Sigma_{T(0)} \mathbf{A}_T^T \left[ \mathbf{D}^{-1} + \mathbf{A}_T \Sigma_{T(0)} \mathbf{A}_T^T \right]^{-1} \mathbf{A}_T \Sigma_{T(0)} \\ \text{mit: } \mathbf{D}^{-1} = \left( \mathbf{P}_B - \mathbf{P}_B \mathbf{A}_B (\mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{A}_B)^{-1} \mathbf{A}_B^T \mathbf{P}_B \right)^{-1}. \quad (2.13)$$

Die Gl. (2.13) zeigt, wie sich die Einträge in der Kovarianzmatrix  $\Sigma_{T(0)}$  durch die Parameterschätzung reduzieren und damit die Genauigkeit gegenüber dem eingeführten Vorwissen erhöht wird. Für die praktische Realisierung wird  $\Sigma_{\hat{T}}$  allerdings aus den entsprechenden Einträgen der Kovarianzmatrix  $\Sigma_{\hat{\beta}}$  aller unbekannt Parameter  $\beta$  abgeleitet.

Der in diesem Abschnitt beschriebene Ansatz der Integration von Vorwissen in den Ausgleichungsprozess erlaubt es, dass eine Schätzung aller Parameter der gegenseitigen Orientierung auch bei kritischen Bewegungen möglich ist.

Für eine Bewertung der erreichbaren Genauigkeiten, die in dieser Arbeit stattfinden soll, muss allerdings berücksichtigt werden, dass in Abhängigkeit vom gewählten Gewicht  $\mathbf{P}_{T(0)}$  für das Vorwissen  $\beta_T$  die Schätzung der entsprechenden Parameter mit ihren Genauigkeiten beeinflusst bzw. verfälscht wird.

Für jede Ausgleichung stellt sich die Frage, ob es bei der gegebenen Bewegung des Messsystems tatsächlich nötig ist, Vorwissen für die Parameter der gegenseitigen Orientierung einzuführen, oder ob die Parameter ohne Vorwissen bestimmt werden können.



Zur Beantwortung dieser Frage bietet sich das in FÖRSTNER (1980) beschriebene Vorgehen an, bei dem das Vorwissen immer in den Ausgleichungsprozess integriert wird. Anschließend wird auf der Basis von statistischen Tests für jeden Parameter geprüft, ob a) der Parameter aus dem Datenmaterial bestimmbar ist und b) der ausgeglichene Parameter mit dem eingeführten Vorwissen übereinstimmt. Eine Beschreibung dieser Vorgehensweise liefert der folgende Abschnitt 2.4.2.

## 2.4.2. Bewertung der Ergebnisse des erweiterten Ausgleichungsansatzes

Für die Bewertung der Ergebnisse, die unabhängig ist von der Genauigkeit, mit der das Vorwissen eingeführt wird, bietet sich die von FÖRSTNER (1980) beschriebene *Rückführung auf den Fall freier Parameter* an, die auf den Arbeiten von BAARDA beruht. Diese Rückführung basiert auf dem u. a. in FÖRSTNER (1987) beschriebenen Test auf einen groben Fehler in den Parameterwerten für den die normierten Verbesserungen

$$\bar{v}_i = \frac{-v_i}{\sigma_i \sqrt{r_i}} \quad (2.14)$$

mit den zugehörigen Redundanzanteilen

$$r_i = 1 - \frac{\hat{q}_i}{q_i} \quad (2.15)$$

benötigt werden, wobei  $v_i = \beta_i^{(0)} - \hat{\beta}_i$ ,  $\sigma_i$  die Standardabweichung des Vorwissens,  $q_i$  die Varianz des Vorwissens für einen Parameter und  $\hat{q}_i$  die Varianz eines Parameters nach der Ausgleichung darstellt.

Aus der in Gl. (2.15) dargestellten Beziehung lässt sich bereits direkt ablesen, dass für einen Parameter, bei dem sich die Varianz nach der Ausgleichung nur gering gegenüber der Varianz des Vorwissen  $q_i$  verbessert,  $r_i \approx 0$  gilt und der Parameter a) auf Basis des Datenmaterials nicht kontrollierbar ist und b) nahezu vollständig durch das angegebene Vorwissen bestimmt wird.

### 2.4.2.1. Rückführung auf den Fall freier Parameter

Mit Hilfe der Redundanzanteile aus Gl. (2.15) lassen sich sowohl die Varianzen  $\hat{q}_i$  als auch die Parameter  $\hat{\beta}_i$  gemäß den Gleichungen (2.16) und (2.17) auf den Fall freier Parameter zurückführen.

Für die Rückführung der Varianz gilt

$$\hat{q}_i' = \frac{\hat{q}_i}{r_i} \quad (2.16)$$

und für einen Parameter gilt

$$\hat{\beta}_i' = \beta_i^{(0)} + \frac{v_i}{r_i}. \quad (2.17)$$

Streng genommen sind bei korrelierten Parametern die dargestellten Beziehungen nur für einen Parameter gültig. Allerdings eignen sich die rückgerechneten Werte für praktische Auswertungen als Näherungslösungen.

### 2.4.2.2. Überprüfung des eingeführten Vorwissens

Zur Kontrolle des eingeführten Vorwissens wird in FÖRSTNER (1980) dargestellt, wie mit Hilfe eines statistischen Tests entschieden werden kann, ob sich der ausgeglichene Parameter signifikant von seinem Vorwissen unterscheidet. Dazu wird von der Rückrechnung auf den Fall freier Parameter ausgegangen und die Genauigkeit, mit der ein Parameter aus dem Datenmaterial bestimmt werden kann, in Bezug zu der angenommenen Unsicherheit des Vorwissens gesetzt. Als Nullhypothese wird  $H_0 : E(\beta_i^{(0)}) = \hat{\beta}'_i$  angenommen und über die in der Gl. (2.18) angegebene Testgröße  $w_i$  mit der Alternativhypothese  $H_1 : E(\beta_i^{(0)}) \neq \hat{\beta}'_i$  verglichen.

$$w_i = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_i \sqrt{r_i} \sqrt{1 - r_i}} \quad (2.18)$$

Der Test in Gl. (2.18) prüft durch den Vergleich mit einem Schwellwert  $k(\alpha)$ , wobei  $\alpha$  die Wahrscheinlichkeit des Tests ist, ob das eingeführte Vorwissen im Konfidenzbereich

$$\left[ -k \cdot \hat{\sigma}'_i + \hat{\beta}'_i, \hat{\beta}'_i + k \cdot \hat{\sigma}'_i \right]$$

der auf den Fall freier Parameter rückgerechneten Parameter mit ihren Standardabweichungen liegt. Für eine Wahrscheinlichkeit von  $\alpha = 99\%$  ergibt sich z. B. ein Schwellwert von  $k = 2,33$ .

Durch die Rückführung auf den Fall freier Parameter wird der in Gl. (2.18) dargestellte Test unabhängig von dem Gewicht  $p_i$  des Vorwissens, mit dem ein Parameter in die Ausgleichung eingeführt wird. Damit wird es unerheblich, ob die Genauigkeit mit der das Vorwissen eingeführt wird, realistisch ist und z. B. in einer vorherigen Kalibrierung bestimmt wurde, oder ob rein fiktive Werte für die Genauigkeit angenommen werden, die z. B. auf Grund von vorgegebenen Genauigkeitsanforderungen ausgewählt werden.

## 2.5. Varianten der Datumsdefinition für die geometrische Auswertung von Bildsequenzen

Für die Ausgleichung müssen vorab die Koordinatensysteme und das Datum definiert werden. Die Festlegung der Koordinatensysteme wird im Kapitel 4 beschrieben. Sie ist Teil des funktionalen Modells und hat keinen Einfluss auf die statistische Modellierung. Die Festlegung des Datums ist dagegen Teil der statistischen Modellierung und definiert ein fehlerfreies Referenzsystem, auf das sich die geschätzte Kovarianzmatrix und damit die Standardabweichungen der Parameter beziehen. Zusätzlich lässt sich durch die Datumsdefinition für die angestrebte Anwendung der Datumsdefekt fixieren, der bei der metrischen Rekonstruktion einer Szene aus Bewegungen auftritt.

Die 3D-Rekonstruktion einer Szene und die Schätzung der Bewegungsparameter aus einzelnen Stereobildpaaren einer Bildsequenz sind, wie u. a. in MCLAUCHLAN (2000) beschrieben, nicht eindeutig gegenüber einer beliebigen Ähnlichkeitstransformation  $\lambda \mathbf{T}$  (7 Parameter:  $3 \times$  Rotation,  $3 \times$  Translation und  $1 \times$  Maßstab  $\lambda$ ). Die 3D-Punkte und die Parameter der Bewegung können mit  $\lambda \mathbf{T}$  transformiert werden, ohne dass eine Änderung in den Beobachtungen sichtbar wird.

Der resultierende Datumsdefekt muss durch eine Festlegung des Datum fixiert werden, da ansonsten die beste lineare erwartungstreue Schätzung  $\hat{\beta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{1}$  im Gauß-Markov-Modell einen Rangdefekt von 7 aufweist. Der Rang  $q = \text{rg}(\mathbf{A})$  ergibt sich dabei als  $q = u - 7$ , wobei  $u$  die Anzahl der unbekannt Parameter darstellt.

Die folgenden Abschnitten geben einen Überblick über verschiedene Möglichkeiten zur Definition des Datums. Die Festlegung des Datum für die in dieser Arbeit untersuchte Aufgabenstellung wird im Abschnitt 4.3.1 diskutiert.

### 2.5.1. Datumsdefinition über feste Parameter

Die einfachste Möglichkeit zur Definition des Datums stellt das Festhalten von ausgewählten Parametern des funktionalen Modells dar. Zur Fixierung des oben beschriebenen Datumsdefektes sind 7 Parameter so auszuwählen, dass eine eindeutige Fixierung gegenüber einer beliebigen Ähnlichkeitstransformation  $\mathbf{T}$  gewährleistet ist.

Parameter, die für eine Fixierung in Frage kommen, sind z. B. die Orientierung zu einem geeigneten Referenzzeitpunkt. Für die untersuchte Aufgabenstellung kann der Maßstab ignoriert werden, da er durch die jeweilige Orientierung der beiden Stereosysteme  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$ , die als konstante Parameter in der Ausgleichung verwendet werden, definiert ist.

Für den Ausgleichungsprozess bedeutet das Fixieren einzelner Parameter, dass diese als fest angesehen werden und ein als fehlerfrei angenommenes Referenzsystem darstellen. Für die Kovarianzmatrix der Parameter ergibt sich damit die folgende Form,

$$\Sigma_{\hat{\beta}} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

in der die Varianz in den Spalten und Zeilen der als fest angesehenen Parameter Null ist.

### 2.5.2. Datumsdefinition über generalisierte Inversen

Nach KOCH (1997, S. 196 ff) bietet eine generalisierte Inverse  $(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^-$  die Möglichkeit Gleichungssysteme mit einem Rangdefekt zu lösen. Allerdings ist eine generalisierte Inverse ebenfalls nicht eindeutig und erfordert eine implizite Festlegung des Datums.

Mit einer speziellen generalisierten Inverse wie z. B. der Pseudoinverse  $(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^+$  lassen sich gemäß KOCH (1997, S. 200 f) oder MCLAUCHLAN (2000) die  $u$ -Parameter des linearen Gleichungssystems in einen  $q$ -dimensionalen Unterraum projizieren ( $u > q$ ), indem das Gleichungssystem gelöst werden kann.

Zu den Eigenschaften der Projektion mit einer Pseudoinverse  $(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^+$  gehören, dass für die geschätzten Parameter  $\beta_e$ , wobei  $\beta_e$  eine nicht eindeutige Schätzung von  $\beta$  ist, a) die Quadratsumme  $\beta_e^T \beta_e$  minimal wird und b) die Gesamtspur der Kovarianzmatrix  $\Sigma_{\beta_e}$  minimiert wird.

Die Projektionen lassen sich als Restriktionen  $\mathbf{H}\beta = \mathbf{0}$ , mit  $\text{rg}(H) = 7$  interpretieren, denen die im  $u$ -dimensionalen Raum  $\mathfrak{R}^u$  Parameter  $\beta$  unterworfen werden, damit sie im  $q$ -dimensionalen Unterraum  $\mathfrak{R}^q \subset \mathfrak{R}^u$  erwartungstreu geschätzt werden können.

Die Pseudoinverse lässt sich auf unterschiedliche Weise bestimmen:

- a) aus der Eigenwert- bzw. Singulärwertzerlegung von  $\mathbf{A}$  oder  $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ .

Mit der Eigenwertzerlegung

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^T \\ \mathbf{U}_2^T \end{bmatrix}$$

der Normalgleichungsmatrix, ergibt sich die Pseudoinverse gemäß der Gl. (2.19).

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^+ = \mathbf{U}_1 \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}_1^T \tag{2.19}$$



---

als zusätzliche Beobachtung Vorwissen zu den Parametern der Orientierung  ${}^i\mathbf{T}$  eingeführt. Die Beobachtungen werden als statistisch unsicher modelliert, wobei die Unsicherheit durch die Kovarianz beschrieben wird.

Wie im Abschnitt 2.4 beschrieben, führt die Integration der a-priori-Information zu einer Stabilisierung des Normalgleichungssystems und es kann auf die Verwendung der Pseudoinverse verzichtet werden.

#### **2.5.4. Datumsdefinition für Genauigkeitsuntersuchungen der gegenseitigen Orientierung in einem Mehrkamerasystem**

Für die Untersuchung des Einflusses unterschiedlicher Bewegungsformen auf die erreichbare Genauigkeit der gegenseitigen Orientierung werden in dieser Arbeit mehrere Versuche mit unterschiedlichen Bewegungen durchgeführt. Um eine Vergleichbarkeit der ermittelten Standardabweichungen und Kovarianz-Matrizen zu erlauben, ist es nötig, dass bei allen Versuchen stets dieselbe Definition des Datum verwendet wird.

Wie bereits im Kapitel 2.5 beschrieben, sind die 3D-Rekonstruktion einer Szene und die Schätzung der Bewegungsparameter aus dem Stereobildpaaren einer Bildsequenz nicht eindeutig gegenüber einer beliebigen Ähnlichkeitstransformation, so dass die Ausrichtung und Lage des globalen Koordinatensystems prinzipiell beliebig gewählt werden können. Als Konsequenz daraus erscheinen die in 2.5.2 genannten Ansätze zur Definition des Datums anhand des Schwerpunktes der 3D-Punktwolke bzw. der Translationen als nicht geeignet, da auf diese Weise nicht sichergestellt werden kann, dass die Ausrichtung der Koordinatensysteme bei den unterschiedlichen Versuchen identisch ist.

Damit eine Vergleichbarkeit der Genauigkeiten gewährleistet ist, erfolgt aus praktischen Erwägungen in dieser Arbeit die Definition des Datum über das im Abschnitt 2.5.1 beschriebene Festhalten von Näherungswerten für ausgewählte Parameter. Eine detaillierte Beschreibung der Vorgehensweise, vor allem im Hinblick auf eine identische Ausrichtung der verwendeten Koordinatensysteme, erfolgt in Abschnitt 4.3.1.

## 3. Ein Ansatz zur Zuordnung von dünn besetzten und variablen Punktwolken

### 3.1. Motivation

Eine Möglichkeit um die Bewegung eines Stereosystems, d. h. die Änderung der Orientierung zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten, zu bestimmen, ist das Identifizieren von korrespondierenden 3D Punkten in den 3D Punktwolken unterschiedlicher Zeitpunkte, die von dem Stereosystem geliefert werden. Aus den gegebenen identischen Punkten kann dann anschließend die Änderung der Orientierung bestimmt werden. Für die Identifikation von Korrespondenzen zwischen Bild- oder 3D Daten existiert, wie im Kapitel 2.2 angegeben, eine große Anzahl von Verfahren, die charakteristische Beschreibungen für die Zuordnung verwenden. Allerdings setzen diese im Allgemeinen das Vorhandensein einer dicht besetzten Nachbarschaft voraus, die sich über die Zeit hinweg nicht zu sehr verändert. Damit sind diese Ansätze nicht unmittelbar für die Zuordnung von dünn besetzten 3D Punktwolken geeignet, deren Zusammensetzung sich über die Zeit hinweg ändern kann. Dünn besetzte 3D Punktwolken ergeben sich z. B. , wenn sich ein Stereosystem durch eine von Menschen gemachte Umgebung bewegt, die oft aus wenig texturierten Wänden, Böden und Decken bestehen. Diese Situation ergibt sich auch für die experimentellen Versuche dieser Arbeit, wo signalisierte Markierungen verwendet werden , um eine Reproduzierbarkeit und Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Versuche zu gewährleisten.

Durch die Verwendung und Messung der signalisierten Markierungen entstehen 3D-Punktwolken, die a) nur dünn besetzt sind und b) variabel in ihrer Zusammensetzung sind, da zu unterschiedlichen Zeitpunkten Teile der Punktwolke nicht sichtbar sind bzw. erst sichtbar werden. Aufgrund der potentiell sehr großen Anzahl von zu verknüpfenden Aufnahmezeitpunkten, die in den Versuche vorliegen, müssen sehr viele 3D-Punkte zugeordnet werden. Daher ist es ein weiteres Ziel dieser Arbeit, ein automatisches Zuordnungsverfahren für diese besondere Form der Punktwolken zu entwickeln. In diesem Kapitel wird dazu ein Ansatz vorgestellt, der die Zuordnung einzelner 3D-Punkte in dünn besetzten, variablen Punktwolken erlaubt, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  aufgenommen werden. Auf Basis der erfolgreichen Zuordnungen von 3D-Punkten werden anschließend Näherungswerte für die Orientierung zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  bestimmt, die für den im Kapitel 4.3 beschriebenen Ausgleichungsansatz zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  benötigt werden.

Die Grundlage für das im Folgenden beschriebenen Zuordnungsverfahren bilden die im Abschnitt 2.2 dargestellten Grundprinzipien für die Zuordnung mit Hilfe charakteristischer Beschreibungen. Neu an dem hier beschriebenen Verfahren ist, dass die bekannten Ansätze erweitert werden, um die Zuordnung von 3D - Punkten in dünn besetzten und variablen Punktwolken zu ermöglichen. Eine Erweiterung ist nötig, da die meisten Ansätze zur Erzeugung charakteristischer Beschreibungen eines Merkmals das Vorhandensein einer dicht und regelmäßig besetzten Nachbarschaft voraussetzen. Die Abbildung 3.1(a) stellt ein typisches Beispiel für diese Form der Daten dar. Demgegenüber zeigt die Abbildung 3.1(b) die hier zu verarbeitenden Daten beispielhaft als Projektion einer dünn besetzten Punktwolke auf eine gerasterte Ebene. Die Darstellung verdeutlicht, dass die Berechnung einer charakteristischen Beschreibung auf

Grundlage einer dünn besetzten Nachbarschaft erfolgen muss.

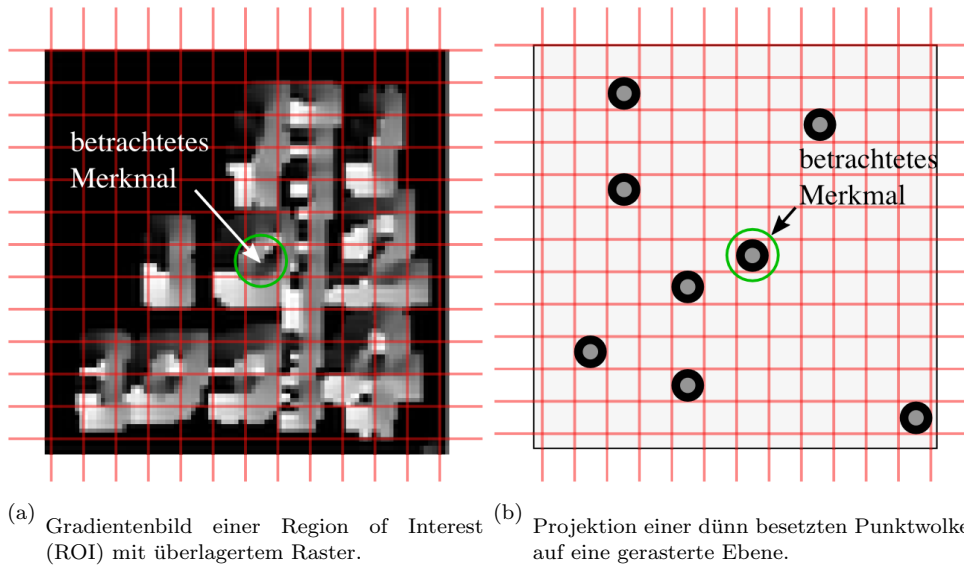


Abb. 3.1.: Gegenüberstellung der Eigenschaften der Eingangsdaten für bekannte Verfahren zur Zuordnung mit Hilfe charakteristischer Beschreibungen eines Merkmals und dem in dieser Arbeit entwickelten Zuordnungsverfahren.

Weiterhin setzen die bekannten Ansätze voraus, dass sich die Nachbarschaften, die zur Berechnung einer charakteristischen Beschreibung herangezogen werden, zwischen unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten nicht verändern. Auch diese Annahme ist für die hier betrachteten Punktwolken nicht gültig, da sich deren Zusammensetzung zwischen unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten ändern kann.

Für die Zuordnung von 3D - Punkten aus dünn besetzten und variablen Punktwolken wird eine charakteristische Beschreibung entwickelt, die

- invariant ist gegenüber einer Rotation und Translation der Eingangsdaten.
- analog zu den Eingangsdaten ebenfalls dünn besetzt ist.
- die besondere Struktur der Beschreibung für eine kompakte Darstellung ausnutzt.
- eine effiziente Berechnung eines Ähnlichkeitsmaßes erlaubt.

### 3.1.1. Überblick über das Verfahren zur Zuordnung

Die Vorgehensweise zur Zuordnung von 3D - Punkten aus dünn besetzten Punktwolken mit Hilfe einer charakteristischen Beschreibung orientiert sich an dem im Abschnitt 2.2.1 vorgestellten Grundschema der Merkmalszuordnung:

- Der Merkmalsraum umfasst den 3D-Raum, in dem die dünn besetzten Punktwolken vorliegen. Ein Merkmal ist somit ein einzelner 3D-Punkt.
- Der Suchraum umfasst die Parameter der Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  zwischen zwei Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  und kann bei einer richtigen Zuordnung der 3D-Punkte durch bekannte Verfahren bestimmt werden (z. B. WENG et al., 1992).

- Die Zuordnung erfolgt auf Grund der Berechnung eines Ähnlichkeitsmaßes zwischen unterschiedlichen charakteristischen Beschreibungen.
- Abschließend erfolgt eine robuste Filterung der Zuordnungen, um fehlerhafte Korrespondenzen möglichst zu vermeiden.

Die Eingangsdaten für die Zuordnung werden beispielsweise von den zwei Stereosystemen **A** und **B** geliefert, die als Anwendungsbeispiel in dieser Arbeit verwendet werden. Die beiden Stereosysteme bewegen sich durch den Raum und zu jedem Zeitpunkt  $t = i$  wird von den Messsystemen eine dünn besetzte 3D-Punktwolke im jeweiligen lokalen Koordinatensystem geliefert, deren Zusammensetzung sich über die Zeit hinweg ändern kann.

Der in den Abschnitten 3.2 bis 3.5 dargestellte Ansatz zur Identifikation korrespondierender Punkte orientiert sich an den im Abschnitt 2.2.2 identifizierten, allgemeinen Grundprinzipien für Ansätze zur Identifikation korrespondierender Merkmale auf Basis charakteristischer Beschreibungen und setzt sich aus den folgenden drei Teilaufgaben zusammen:

**Berechnung der charakteristischen Beschreibung:** Berechnung einer eindeutigen charakteristischen Beschreibung für jeden Punkt einer Punktwolke unter Einbeziehung von Punkten seiner lokalen Nachbarschaft (Kapitel 3.2). Einen detaillierten Überblick über das Schema der Berechnung bietet die Abb. 3.2.

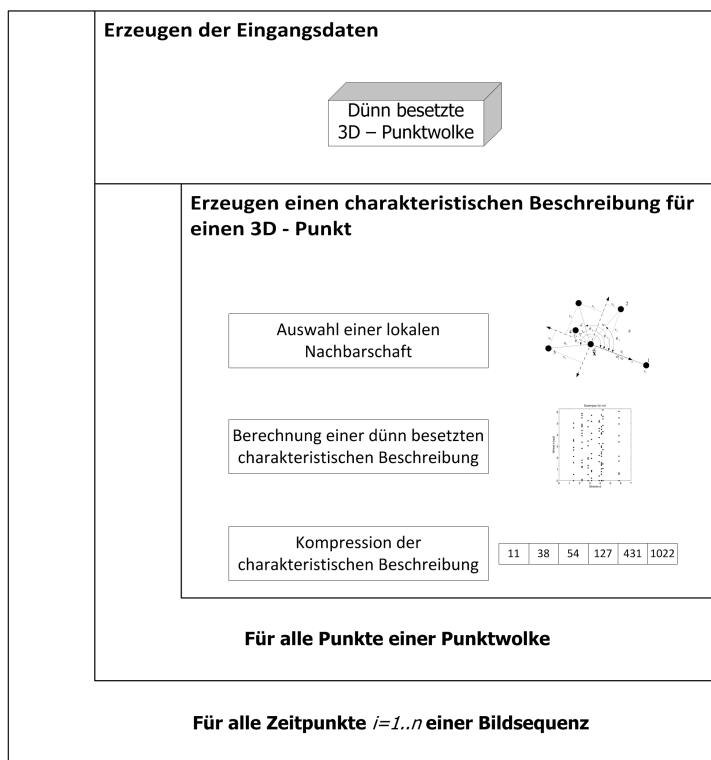


Abb. 3.2.: Strukturdiagramm der Generierung einer charakteristischen Beschreibung für einen 3D-Punkt aus einer dünn besetzten Punktwolke. Die L-förmigen Strukturen repräsentieren Schleifen im Programmablauf.

**Zuordnung der 3D-Punkte:** Initiales Herstellen von Punktzuordnungen zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten. Für die Zuordnung wird ein geeignetes Ähnlichkeitsmaß verwendet,



so dass sich für die Ähnlichkeit zweier charakteristischer Beschreibungen ein Wert aus dem Intervall  $[0 \dots 1]$  ergibt (Kapitel 3.3).

**Bestimmen von Näherungswerten für die Orientierung** Um den Einfluss evtl. vorhandener Fehlzuordnungen zu reduzieren, erfolgt abschließend die Berechnung der Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  zwischen Zeitpunkten aus den etablierten Punktzuordnungen auf Basis eines RANSAC-Ansatzes (Kapitel 3.5). Einen detaillierten Überblick über die Bestimmung der Näherungswerte für die Bewegung zwischen zwei Zeitpunkten auf Basis charakteristischer Beschreibungen bietet die Abb. 3.3.

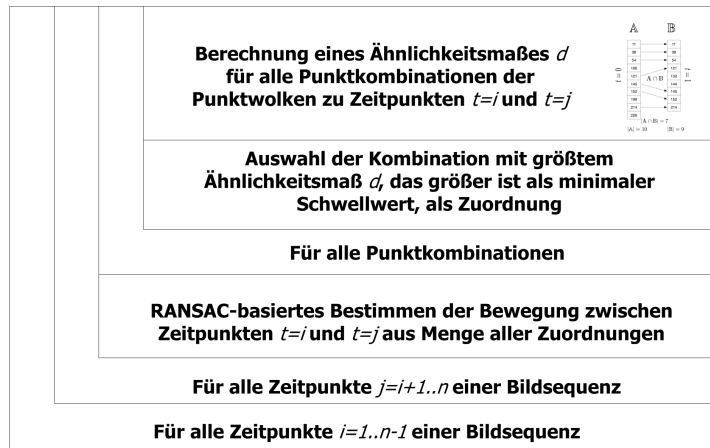


Abb. 3.3.: Strukturdiagramm der robusten Schätzung von Näherungswerten für die Bewegung eines Messsystems aus zugeordneten 3D - Punkten. Die L-förmigen Strukturen repräsentieren Schleifen im Programmablauf.

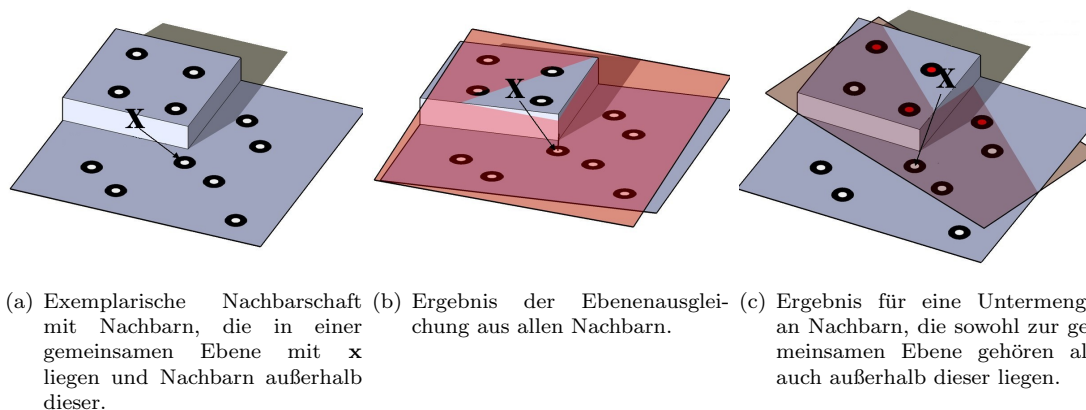
## 3.2. Eine charakteristische Beschreibung für die Zuordnung von 3D-Punkten in dünn besetzten, variablen Punktwolken

### 3.2.1. Identifikation lokaler planarer Nachbarschaften

Analog zu den im Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Ansätzen, wird für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung eines 3D - Punktes aus einer dünn besetzten, variablen Punktwolke vorausgesetzt, dass es sich bei einem 3D-Punkt  $\mathbf{x}$  um einen orientierten Punkt  $\hat{\mathbf{x}}$ , d. h. einen Punkt mit einer zugeordneten Normalen-Richtung handelt.

Die Normalen-Richtung zu einem Punkt  $\mathbf{x}$  wird in dieser Arbeit mit Hilfe einer Ebenenausgleichung aus den Punkten in der lokalen Nachbarschaft berechnet. Die Normalen-Richtung des orientierten Punktes ergibt sich dann als Normale der Ebene. Für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung wird dazu vorausgesetzt, dass alle benachbarten Punkte näherungsweise in einer Ebene liegen. Wird die Normalen-Richtung aus einer nicht planaren Nachbarschaft berechnet, wie sie in der Abbildung 3.4(a) exemplarisch dargestellt ist, ergibt sich für unterschiedliche Zeitpunkte, bei denen Punkte aus der Nachbarschaft wegfallen, eine unterschiedliche Normalen-Richtung und damit auch eine unterschiedliche charakteristische Beschreibung.

Die Abbildungen 3.4(b) und 3.4(c) verdeutlichen diese Problematik: Werden alle Punkte der dargestellten Nachbarschaft für die Berechnung der Normalenrichtung verwendet, ergibt


 Abb. 3.4.: Exemplarische Darstellung der Nachbarschaft um ein betrachtetes Merkmal  $\mathbf{x}$ .

sich die in der Abb. 3.4(b) dargestellte Ausrichtung der Ebene. Erfolgt die Berechnung der Normalen, wie in der Abb. 3.4(c) dargestellt, auf Basis einer Untermenge der Nachbarschaft, z. B. weil einige Punkte zu einem späteren Zeitpunkte nicht sichtbar sind, ergibt sich eine abweichende Ausrichtung.

Zur Identifikation der Punkte aus einer lokalen Nachbarschaft, die nicht mit dem betrachteten Punkt  $\mathbf{x}$  in einer Ebene liegen, bieten sich robuste Schätzverfahren wie z. B. M-Schätzer oder RANSAC (FISCHLER und BOLLES, 1981) an, die Punkte außerhalb der Ebene als Ausreisser identifizieren.

Für das in dieser Arbeit untersuchte Szenario mit seinen dünn besetzten Punktwolken, ist die Anzahl der Punkte in einer lokalen Nachbarschaft gering und die meisten der verwendeten Signalisierungen liegen in einer Ebene. Daher wird in dieser Arbeit RANSAC verwendet, um a) Punkte zu identifizieren, die mit dem betrachteten Punkt  $\mathbf{x}$  in einer Ebene liegen und b) die Parameter der dazugehörigen Ebene zu bestimmen. Als funktionales Modell für den RANSAC-Algorithmus wird die in der Gleichung (3.1) dargestellte *Hessesche Normalenform* der Ebenengleichung verwendet, bei der  $\mathbf{n}$  die Normale der Ebene und  $d$  den Abstand der Ebene vom Ursprung darstellt. Als Fehlerschranke für die Entscheidung welche Punkte der Nachbarschaft die Annahme einer planaren Nachbarschaft unterstützen, wird ihr Abstand  $d$  zur Ebene verwendet.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = d \quad (3.1)$$

Für das gewählte funktionale Modell müssen für jede Iteration des RANSAC-Algorithmus zusätzlich zum betrachteten Punkt  $\mathbf{x}$  zwei weitere Punkte aus der Menge der Nachbarn gezogen werden, um die minimale Anzahl an Beobachtungen für das funktionale Modell zu erhalten. Unter der Annahme, dass  $\frac{2}{3}$  der Punkte der lokalen Nachbarschaft die getroffene Ebenenannahme unterstützen und einer Wahrscheinlichkeit von 97%, dass bei den Iterationen des RANSAC-Algorithmus mindestens eine Iteration ohne Ausreisser existiert, sind im schlechtesten Fall sieben Iterationen nötig.

Nachdem aus den  $k$  Nachbarn zu  $\mathbf{x}$  die  $n : n \leq k$  Punkte identifiziert sind, die in einer gemeinsamen Ebene mit  $\mathbf{x}$  liegen, wird abschließend die Orientierung, d. h. die Normalenrichtung  $\mathbf{n}$  für  $\mathbf{x}$  aus den ausgewählten Nachbarn bestimmt und man erhält einen sechsdimensionalen orientierten Punkt  $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{n}^T]^T$ .

---

### 3.2.2. Berechnung der charakteristischen Beschreibung für einen 3D - Punkt

Die im Folgenden beschriebene charakteristische Beschreibung für einen orientierten Punkt  $\hat{x}$  besteht aus einem 1D-Vektor, der aus den  $n$ -nächsten Nachbarn berechnet werden. Die Berechnung der Einträge des Vektors für den orientierten Punkt  $\hat{x}$  und seine  $n$ -Nachbarn geschieht in zwei Schritten:

1. Berechnung einer zweidimensionalen, dünn besetzten charakteristischen Beschreibung  $\mathbf{D}$  aus den  $n$ -Nachbarn.
2. Erzeugen einer kompakten Repräsentation von  $\mathbf{D}$ , die einen Eintrag  $\mathbf{d}_k$ ,  $\forall k = 1, \dots, m$ ,  $\mathbf{d}_k \in \mathbf{D}$  in einen diskreten Skalar  $s_k$ ,  $s_k \in \{1, 2, \dots, 2^p\}$  abbildet, wobei  $p$  ein Parameter der kompakten Repräsentation ist und die Diskretisierung beeinflusst.

Die charakteristische Beschreibung kann als Menge  $\mathcal{S}$  der diskreten Skalare  $s_k$  betrachtet, wobei vorausgesetzt wird, dass jeder Wert in  $\mathcal{S}$  nur genau einmal vorhanden ist. Eine Darstellung des Algorithmus zur Berechnung der Einträge  $\mathbf{d}_k$  in  $\mathbf{D}$  und der Skalare  $s_k$  findet sich im Anhang B. Die zwei zentralen Bestandteile des Berechnungsschemas für eine kompakte charakteristische Beschreibung werden in den folgenden Abschnitten 3.2.2.1 und 3.2.2.2 dargestellt.

#### 3.2.2.1. Berechnung der dünn besetzten charakteristischen Beschreibung $\mathbf{D}$

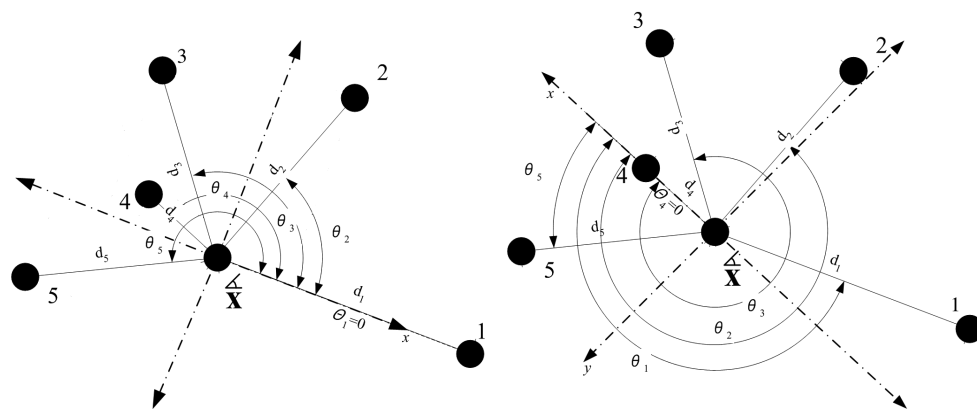
Analog zu den im Abschnitt vorgestellten spin images, wird aus den benachbarten Punkten zunächst eine zweidimensionale Beschreibung der Nachbarschaft aufgebaut. Die Berechnung der Einträge  $\mathbf{d}_k$  in die zweidimensionale charakteristische Beschreibung  $\mathbf{D}$  für  $\hat{x}$  erfolgt gemäß des im Anhang dargestellten Algorithmus B.2 in drei Schritten.

Für jeden der benachbarten Punkte  $\mathbf{x}_i$  wird zuerst ein lokales Koordinatensystem definiert, das bestimmt ist durch die Richtung zum Nachbarn und die Normalenrichtung  $\mathbf{n}$ . Anschließend werden alle Nachbarn  $\mathbf{x}_j : \forall j = 1, \dots, n$  in die  $x, y$ -Ebene des lokalen Koordinatensystems projiziert und in Polarkoordinaten umgerechnet. Das Festlegen der lokalen Koordinatensysteme und die Umrechnung in Polarkoordinaten ist für zwei Punkte einer Nachbarschaft in den Abbildungen 3.5(a) und 3.5(b) beispielhaft dargestellt. Wie die Abbildungen 3.5(c) und 3.5(d) zeigen, werden für alle Nachbarn  $\mathbf{x}_j$  der radiale Abstand  $d_j$  zu  $\hat{x}$  und der Winkel  $\theta_j$ , bezogen auf die  $x$ -Achse des lokalen Koordinatensystems, als Parameter in  $\mathbf{D}$  eingetragen.

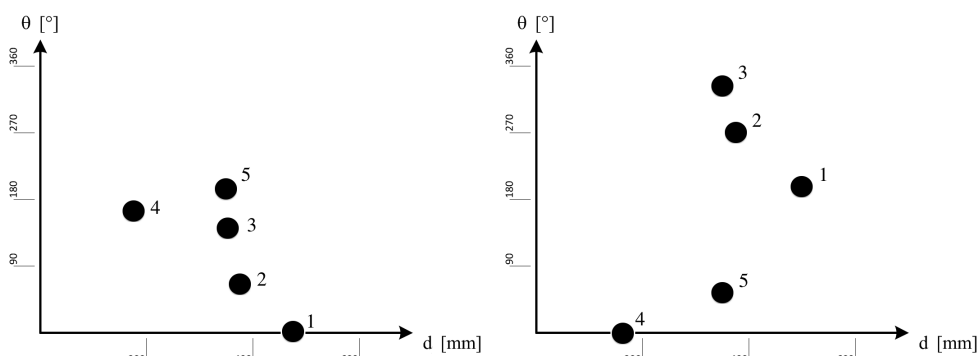
Im Gegensatz zu den z. B. in CHUA und JARVIS (1997) vorgeschlagenen point signatures, die die Auswahl einer eindeutigen Referenzrichtung vorsehen, erlaubt es der hier und in B.2 dargestellte Algorithmus auf diese zu verzichten, da jeder der  $n$ -Nachbarn einmal als Referenzrichtung ausgewählt wird.

Diese Vorgehensweise stellt für die hier untersuchten nicht dichten Punktwolken einen Vorteil dar, da in den dünn besetzten Punktwolken eine Referenzrichtung nicht eindeutig festgelegt werden kann. Über die Sequenz hinweg kann es passieren, dass Punkte aus der lokalen Nachbarschaft nicht zu allen Zeitpunkten sichtbar sind. Fällt zu einen Zeitpunkt  $t = i$  gerade der Punkt weg, der zu den vorigen Zeitpunkten als Referenzrichtung ausgewählt wurde, ergibt sich für den aktuellen Zeitpunkt eine andere charakteristische Beschreibung, so dass eine erfolgreiche Zuordnung mit der Beschreibung eines vorherigen Zeitpunktes nicht mehr möglich ist.

Die so erzeugten Einträge  $\mathbf{d}_k$  für die Berechnung der dünn besetzten charakteristischen Beschreibung  $\mathbf{D}$  erfüllen die im Kapitel 3.1.1 definierten Anforderungen und sind invariant gegenüber einer Translation und Rotation der Eingangsdaten. Die verwendeten Größen (relative



(a) Festlegung eines Lokalen Koordinatensystems mit Referenzrichtung zum Punkt 1, Projektion der  $n$ -Nachbarn auf die Achsen und resultierende Polarkoordinaten. (b) Festlegung eines Lokalen Koordinatensystems mit Referenzrichtung zum Punkt 4 und resultierende Polarkoordinaten für alle  $n$ -Nachbarn.



(c) Aus 3.5(a) resultierender Deskriptor  $\mathbf{D}$ . Eingezeichnet werden in  $\mathbf{D}$  die Polarkoordinaten aller  $n$  Nachbarn für die gewählte Referenzrichtung zum Punkt 1. (d) Aus 3.5(b) resultierender Deskriptor  $\mathbf{D}$ . Eingezeichnet werden in  $\mathbf{D}$  die Polarkoordinaten aller  $n$  Nachbarn für die gewählte Referenzrichtung zum Punkt 4.

Abb. 3.5.: Darstellung zweier Iterationsschritte zur Berechnung der dünn besetzten charakteristischen Beschreibung  $\mathbf{D}$ .

Winkel und Strecken) verändern sich unter einer Rotation nicht und durch die Verwendung lokaler Koordinatensysteme hat eine Translation ebenfalls keinen Einfluss. Nicht invariant ist die hier vorgestellte charakteristische Beschreibung gegenüber einer Skalierung der Eingangsdaten, bei der die Winkel zwar gleich bleiben, sich aber die Strecken ändern.

Prinzipiell kann eine charakteristische Beschreibung für dünn besetzte Punktwolken auch nur unter Verwendung der Strecken zwischen benachbarten Punkten umgesetzt werden. Die Verwendung von Strecken *und* Winkeln für die charakteristische Beschreibung ist vorteilhaft, da das Hinzunehmen einer weiteren geometrischen Größe für die charakteristische Beschreibung deren Unterscheidbarkeit erhöht.

### 3.2.2.2. Kompakte Darstellung der dünn besetzten charakteristischen Beschreibung

Die resultierende zweidimensionale charakteristische Beschreibung ähnelt den bereits im Abschnitt 2.2.3.2 beschriebenen spin images, so dass für die Suche nach korrespondierenden Beschreibungen ebenfalls etablierte bildbasierte Zuordnungsverfahren verwendet werden können. Allerdings ist, wie die Abbildungen 3.5(c) und 3.5(d) zeigen, die hier vorgestellte charakteris-

tische Beschreibung im Gegensatz zu den spin images dünn besetzt. Dadurch beinhalten die meisten Teile der 2D-Beschreibung keine Information und tragen nicht zur Unterscheidbarkeit bei. Diese besondere Form der charakteristischen Beschreibung  $\mathbf{D}$  ermöglicht es, analog zu der in CALONDER et al. (2010) beschriebenen Idee, eine kompaktere Variante der Beschreibung zu entwerfen.

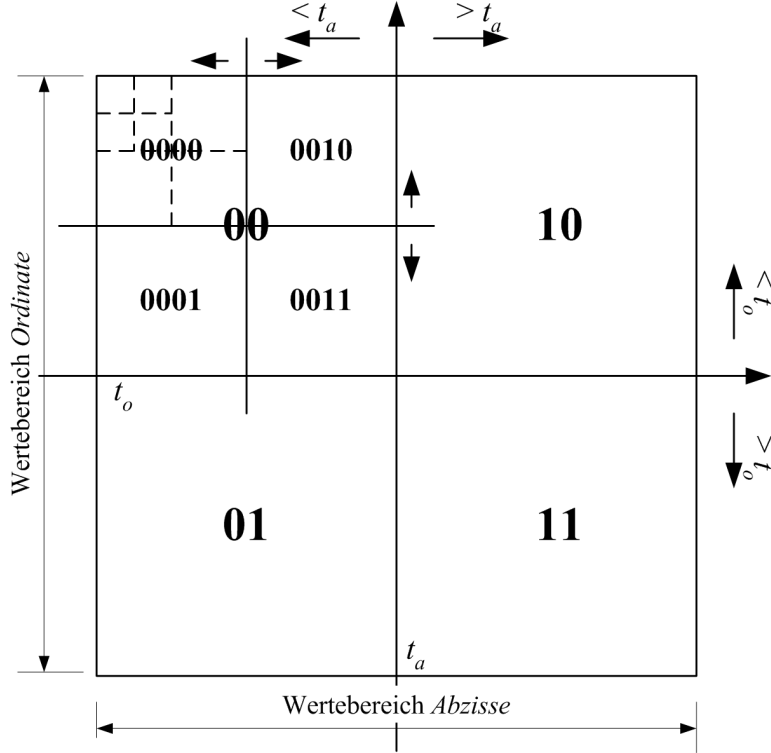


Abb. 3.6.: Schema zur Berechnung eines Quadtree-Indexes durch die rekursive Unterteilung des Wertebereiches entlang der Abzisse und der Ordinate.

Für eine kompakte Darstellung der charakteristischen Beschreibung werden als erstes die nicht diskreten, zweidimensionalen Einträge in der Matrix  $\mathbf{D}$  (Abstand  $d$  und Winkel  $\theta$ ) in eindimensionale, diskrete Werte abgebildet und anschließend in einem 1D-Vektor, der die kompakte Version einer charakteristischen Beschreibung  $\mathbf{D}$  darstellt, zusammengefasst. Die Verwendung diskreter Werte bietet sich an, um einen effizienten Vergleich zweier charakteristischer Beschreibungen zu ermöglichen.

Die Berechnung der diskreten Werte für die charakteristische Beschreibung  $\mathcal{S}$ , die als Menge aufgefasst wird, erfolgt durch die in der Gl. (3.2) dargestellte Abbildung  $T$ .

$$T : \mathbf{d}_{kl} \mapsto s_m \quad (3.2)$$

mit:  $s_m$  : diskreter Eintrag in der Menge  $\mathcal{S}$  der charakteristischen Beschreibung,  
 $\forall m = 1, \dots, n^2$   
 $\mathbf{d}_{kl}$  : Position in  $\mathbf{D}_l$ , repräsentiert Abstand  $d_k$  und Winkel  $\theta_k$  zum Punkt  $k$   
für Referenzrichtung zum Punkt  $l$ ,  $\forall k = 1, \dots, n$ ,  $\forall l = 1, \dots, n$

Als Abbildung  $T$  wird der in FINKEL und BENTLEY (1974) beschriebene *Quadtree-Index* verwendet, der es erlaubt einen eindeutigen skalaren Index für einen zweidimensionalen Punkt

anzugeben. Zur Berechnung des Quadtree-Index für einen Wert  $\mathbf{d}_k = [d_k, \theta_k]^T$  wird, wie in der Abb. 3.6 dargestellt, der Wertebereich sowohl in Abszissen- als auch in Ordinatenrichtung in vier Quadranten eingeteilt. Der Quadrant, in dem der Wert  $\mathbf{d}_k$  liegt, wird dabei durch zwei Bits gemäß der Gl. (3.3) codiert.

$$b_k = \begin{cases} 00 : & d_{kl} \leq t_a \wedge \theta_{kl} \leq t_o \\ 01 : & d_{kl} \leq t_a \wedge \theta_{kl} > t_o \\ 10 : & d_{kl} > t_a \wedge \theta_{kl} \leq t_o \\ 11 : & d_{kl} > t_a \wedge \theta_{kl} > t_o \end{cases} \quad (3.3)$$

$t_a$  : Schwellwert zur Unterteilung des Wertebereiches der Abszisse in zwei Hälften  
mit:  $t_o$  : Schwellwert zur Unterteilung des Wertebereiches der Ordinate in zwei Hälften

Wie in der Abb. 3.6 dargestellt, ergibt sich der Index für den Wert  $\mathbf{d}_{kl}$  gemäß der Gl. (3.4) als Verkettung der zwei Bits der Gl. (3.3) für eine rekursiv kleiner werdende Unterteilung des Wertebereichs in vier Quadranten.

$$b = \bigotimes_{\forall k=1, \dots, \frac{p}{2}} b_k \quad \text{mit: } \begin{array}{l} p : \text{Anzahl Quadrante pro Achse} \\ \otimes : \text{Symbol für Verkettung} \end{array} \quad (3.4)$$

Die Berechnung des Index und die Anpassung der in der Gl. (3.3) verwendeten Schwellwerte  $t_a$  und  $t_o$  erfolgt gemäß des im Anhang dargestellten Algorithmus B.3.

Die rekursive Unterteilung des Wertebereichs zur Berechnung des Quadtree-Index erfolgt iterativ. In jeder Iteration werden die in der Gleichung (3.3) verwendeten Schwellwerte  $t_a$  und  $t_o$  angepasst, je nachdem ob die Koordinaten des betrachteten Wertepaares  $\mathbf{d}_{kl}$  kleiner oder größer als der aktuelle Schwellwert sind. Ist der jeweilige Schwellwert größer, wird er für die nächste Iteration halbiert, ist er kleiner, wird er um die Hälfte des aktuellen Wertes vergrößert.

Die Diskretisierung der nicht-diskreten zweidimensionalen Eingangsdaten  $\mathbf{d}_k$  wird durch den Parameter  $p$  beeinflusst, der festlegt in viele Quadranten der Wertebereich unterteilt wird. Der Parameter  $p$  bestimmt dadurch den Genauigkeitsverlust, der bei der Transformation in einen diskreten Wert  $s_k$  auftritt. Dieser Genauigkeitsverlust kann unter Umständen dazu führen, dass dicht benachbarte Punkte denselben Index  $s$  zugewiesen bekommen. Für  $p = 16$  ergibt sich z. B. für einen Wertebereich  $d_a = [0 \dots 500 \text{ mm}]$  der Abszisse eine Abstandsauflösung von  $\Delta d = 31.25 \text{ mm}$  und bei einem Wertebereich der Ordinaten von  $d_o = [0 \dots 360^\circ]$  eine Winkelauflösung von  $\Delta \theta = 22,5^\circ$ . Liegen zwei Punkte einer lokalen Nachbarschaft so dicht beieinander, dass ihr Abstand kleiner als  $\Delta d$  und der Winkel zwischen ihnen kleiner als  $\Delta \theta$  ist, bekommen für den Fall, dass beide Punkte tatsächlich innerhalb der Grenzen eines Quadranten liegen, beide denselben Index zugewiesen. Ist der minimale Abstand zwischen Punkten einer Punktwolke bekannt, kann  $p$  so gewählt werden, dass benachbarte Punkte nach Möglichkeit nicht den gleichen Index zugewiesen bekommen.

### 3.3. Zuordnung von 3D - Punkten zwischen zwei Zeitpunkten

Um die Bewegung zwischen zwei Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  bestimmen zu können, ist es nötig Korrespondenzen zwischen einzelnen Punkten der Punktwolken herzustellen. Zur Identifikation von Korrespondenzen wird ein Ähnlichkeitsmaß für alle möglichen Kombinationen der  $n$  bzw.

$m$  kompakten charakteristischen Beschreibungen  $\mathbb{S}_{k_i}, \forall k = 1, \dots, n$  und  $\mathbb{S}_{l_j}, \forall l = 1, \dots, m$  der Zeitpunkte  $t = i$  und  $t = j$  gemäß der Gl. (3.5) berechnet.

$$d_{kl} = S(\mathbb{S}_{k_i}, \mathbb{S}_{l_j}) \quad (3.5)$$

mit:  $S(*)$ : Funktion zur Berechnung des Ähnlichkeitsmaßes  
 $d_{kl}$ : Ähnlichkeit zweier charakteristischer Beschreibungen,  $d_{kl} \in [0 \dots 1]$

Das gewählte Ähnlichkeitsmaß muss in der Lage sein, eine zuverlässige Zuordnung von charakteristischen Beschreibungen zu gewährleisten, die nur in Teilmengen übereinstimmen (z. B. weil Punkte weggefallen oder hinzugekommen sind) und daher eine unterschiedliche Anzahl von Einträgen aufweisen.

Zwei charakteristische Beschreibungen werden als korrespondierend angenommen, wenn ihr Ähnlichkeitsmaß  $d_{kl}$  einen vorgegebenen Schwellwert  $t_s$  überschreitet.

Das hier verwendete Ähnlichkeitsmaß wird im Abschnitt 3.3.1 beschrieben. Eine Möglichkeit zur Bewertung der Zuverlässigkeit der identifizierten Korrespondenzen wird im Abschnitt 3.3.2 gegeben.

### 3.3.1. Ein Ähnlichkeitsmaß für den Vergleich der charakteristischen Beschreibung

Als Ähnlichkeitsmaß für den Vergleich zweier charakteristischer Beschreibungen wird der u. a. in MATTIUSI et al. (2004) und MORENT et al. (2005) verwendete *Jaccard-Index* verwendet (vgl. JACCARD, 1901). Eine hervorzuhebende Eigenschaft dieses Ähnlichkeitsmaßes ist, dass es besonders gut geeignet ist für Situationen, in denen die zu vergleichenden Mengen dünn besetzt und unterschiedlich groß sind, da für die Berechnung der Ähnlichkeit nur die tatsächlich besetzten Elemente der Mengen in Relation zueinander gesetzt werden.

Für die Berechnung des Jaccard-Index zwischen zwei charakteristischer Beschreibungen  $\mathbb{S}_k$  und  $\mathbb{S}_l$  werden zunächst die Schnittmenge  $\mathbb{S}_\cap = \mathbb{S}_k \cap \mathbb{S}_l$  und die Vereinigung  $\mathbb{S}_\cup = \mathbb{S}_k \cup \mathbb{S}_l$  zwischen den diskreten Einträgen der Beschreibungen gebildet. Die Ähnlichkeit  $d_{kl}$ :  $d_{kl} \in [0, \dots, 1]$  zweier Beschreibungen ergibt sich dann gemäß der Gl. (3.6).

$$\begin{aligned} d_{kl} &= S(\mathbb{S}_k, \mathbb{S}_l) \\ &= \frac{|\mathbb{S}_\cap|}{|\mathbb{S}_\cup|} \\ &= \frac{|\mathbb{S}_\cap|}{|\mathbb{S}_k| + |\mathbb{S}_l| - |\mathbb{S}_\cap|} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Der Jaccard-Index stellt damit ein Maß für die „Überlappung“ von zwei charakteristischen Beschreibungen dar. Stimmt sowohl die Anzahl der Einträge überein und sind in beiden Mengen die selben Werte enthalten, überdecken sich beide Mengen komplett.

### 3.3.2. Zuordnung der charakteristischen Beschreibungen

Zur Bewertung der Ähnlichkeit zwischen zwei charakteristischen Beschreibungen wird eine untere  $t_l$  und eine obere Grenze  $t_u$  definiert. Zwei Beschreibungen  $\mathbb{S}_k$  und  $\mathbb{S}_l$  werden als *vermutlich* korrespondierend angesehen, wenn gilt:

$$d_{kl} \geq t_l \wedge d_{kl} < t_u.$$

Zwei Beschreibungen  $\mathbb{S}_k$  und  $\mathbb{S}_l$  werden als *sicher* korrespondierend angesehen, wenn gilt

$$d_{kl} \geq t_u.$$

Die untere Grenze für den Vergleich der charakteristischen Beschreibungen  $\mathbb{S}_k$  und  $\mathbb{S}_l$  mit  $n = |\mathbb{S}_k|$  und  $m = |\mathbb{S}_l|$  ergibt sich gemäß der Gleichung in (3.7).

$$t_l = \frac{n_{min}^2}{n + m - n_{min}^2} \quad (3.7)$$

Der Parameter  $n_{min}$  in der Gl. (3.7) definiert dabei die Mindestanzahl an übereinstimmenden Nachbarn zwischen zwei charakteristischen Beschreibungen.

Die obere Grenze  $t_u$  wird gemäß der Gl. (3.8) definiert. Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit wird dabei vorausgesetzt, dass gilt:  $n \geq m$ .

$$t_u = \left( \frac{m^2}{n+m-m^2} + t_l \right) / 2 \quad (3.8)$$

Gemäß der Gl. (3.8) ist die obere Grenze  $t_u$  somit definiert als die Mitte zwischen der unteren Grenze  $t_l$  und der maximal möglichen Ähnlichkeit, dargestellt durch den Teilausdruck  $\frac{m^2}{n+m-m^2}$  in Gl. (3.8), für den Fall das  $\mathbb{S}_l \subset \mathbb{S}_k$ .

Für den Fall, dass zu einer charakteristischen Beschreibung mehr als eine korrespondierende Beschreibung gefunden wird, die den Schwellwert  $t_l$  überschreitet, wird für die Zuordnung diejenige ausgewählt, bei der die Ähnlichkeit  $d$  maximal ist (engl.: *greedy approach*).

### 3.4. Ein Beispiel für die Zuordnung dünn besetzter, variabler Punktwolken

Das Prinzip der in den Kapiteln 3.2 und 3.3 beschriebenen Zuordnung für dünn besetzte Punktwolken auf der Basis charakteristischer Beschreibungen soll im Folgenden anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Die Ausgangssituation für das gewählte Beispiel ist in der Abb. 3.7 dargestellt.

Die gesamte Punktwolke besteht aus dreizehn Punkten, wobei zum Zeitpunkt  $t = 0$  elf und zu  $t = 1$  zehn Punkte sichtbar sind. Acht der Punkte sind zu beiden Zeitpunkten sichtbar. Der Punkt mit der Nummer 0 ist der orientierte Punkt  $\hat{\mathbf{x}}$ , für den die charakteristische Beschreibung berechnet werden soll.

In den Abbildungen 3.8(a) und 3.8(b) dargestellt sind alle Einträge für  $t = 0$  und  $t = 1$  in die dünn besetzte charakteristische Beschreibung  $\mathbf{D}$ . Auf der X- und Y-Achse aufgetragen sind die Polar-Koordinaten  $[d_k, \theta_k]^T$ .

Dadurch, dass für die Einträge in  $\mathbf{D}$  Polar-Koordinaten verwendet werden, und somit der Abstand zum Ursprung für alle gewählten Referenzrichtungen identisch ist, fallen alle Einträge  $\mathbf{d}_j$  für einen Punkt  $\mathbf{x}_i$  in eine Spalte. Die Anzahl der Einträge in eine Spalte variiert in Abhängigkeit von den Punkten in der Nachbarschaft, die nach der Bewegung nicht mehr sichtbar sind bzw. neu hinzugekommen sind. Ist ein Punkt der Nachbarschaft zu einem späteren Zeitpunkt nicht mehr sichtbar, verschwinden auch die korrespondierenden Einträge in der entsprechenden Spalte.

Im Anschluss an die Berechnung der dünn besetzten charakteristischen Beschreibung erfolgt die Berechnung der eindimensionalen charakteristischen Beschreibung gemäß dem Algorithmus B.3. In der Abb. 3.9 ist eine Untermenge der Einträge in den 1D-Vektor für die Zeitpunkte  $t = 0$  und  $t = 1$  dargestellt. Zur besseren Visualisierung werden nur die Einträge für eine Referenzrichtung dargestellt. Zur Definition der Referenzrichtung wird der Punkt sieben verwendet.



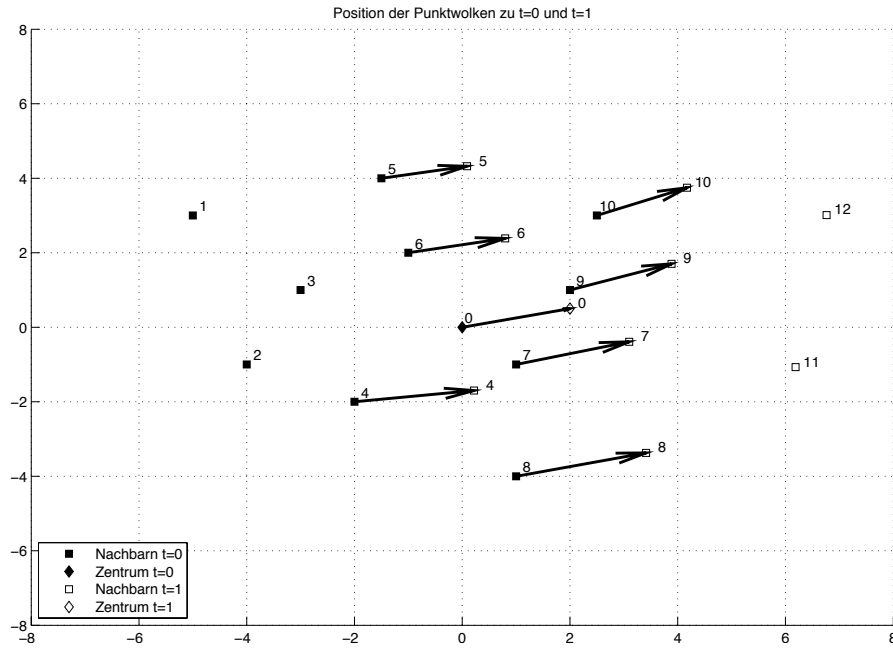


Abb. 3.7.: Bewegung einer Punktwolke zwischen zwei Zeitpunkten. Punkte, die zu beiden Zeitpunkten sichtbar sind, werden mit ihrem jeweiligen Translationsvektor dargestellt.

Wie in der Abb. 3.9 dargestellt, umfasst die Menge  $\mathbb{A}$  der Einträge in die charakteristische Beschreibung für den Zeitpunkt  $t = 0$   $|\mathbb{A}| = 10$  Elemente. Die Menge der Einträge in  $\mathbb{B}$  für  $t = 1$  umfasst  $|\mathbb{B}| = 9$  Elemente. Da zu  $t = 1$  drei Punkte der Punktwolke nicht mehr sichtbar sind und zwei Punkte hinzugekommen sind, beinhaltet die Schnittmenge der beiden Beschreibungen  $|\mathbb{A} \cap \mathbb{B}| = 7$  Elemente. Die Ähnlichkeit der beiden Signaturen, ausgedrückt durch den Jaccard-Index, der die Überlappung der beiden Punktwolken repräsentiert, ergibt sich dann zu

$$d_{AB} = \frac{|\mathbb{A} \cap \mathbb{B}|}{|\mathbb{A}| + |\mathbb{B}| - |\mathbb{A} \cap \mathbb{B}|} = \frac{7}{10 + 9 - 7} = 0,58\bar{3}$$

### 3.4. Ein Beispiel für die Zuordnung dünn besetzter, variabler Punktwolken

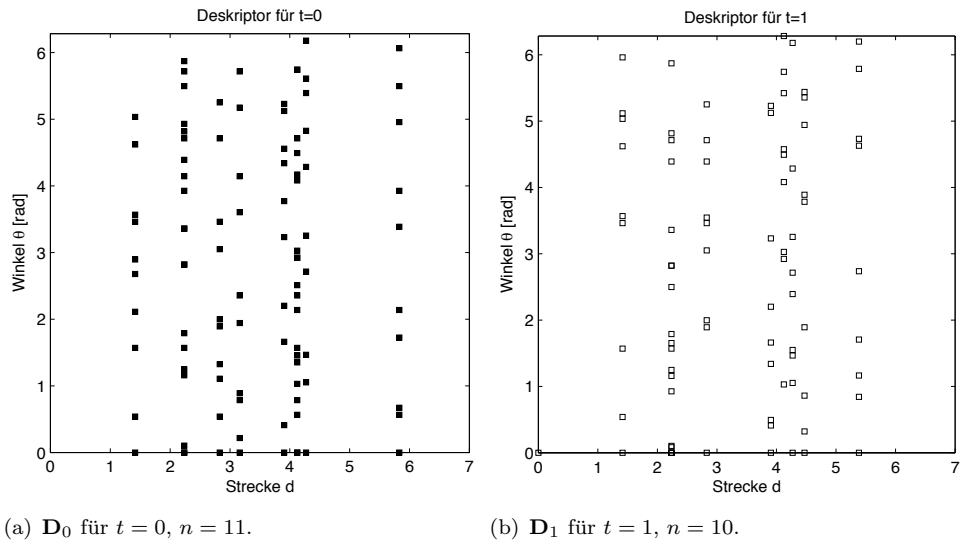


Abb. 3.8.: Dünn besetzte charakteristische Beschreibungen  $\mathbf{D}_0$  und  $\mathbf{D}_1$  für die Punktwolken zu  $t = 0$  und  $t = 1$ .

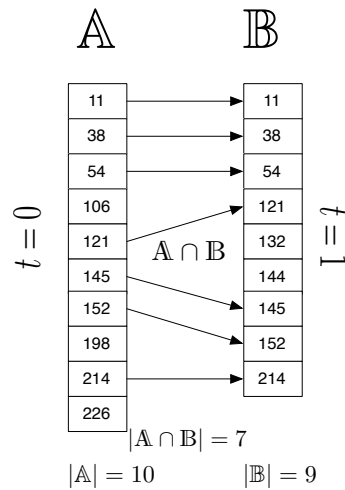


Abb. 3.9.: Untermenge der diskreten Signatureinträge  $s_k$  für die Zeitpunkte  $t = 0$  und  $t = 1$ . Dargestellt sind die Signatureinträge, die sich für *eine* ausgewählte Referenzrichtung zum Punkt 7 ergeben

### 3.5. Robuste Schätzung der Näherungswerte für die Orientierung zwischen zwei Zeitpunkten und Kontrolle der Zuordnungen

Nachdem, wie im Abschnitt 3.3 beschrieben,  $m$  Kandidatenpaare  $\{(\mathbf{x}_{i_k}, \mathbf{x}_{j_l})\}$  für Punkt-Korrespondenzen zwischen den Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  ermittelt wurden, erfolgt eine robuste, RANSAC - basierte Schätzung der Näherungswerte der Änderung der Orientierung zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten, um den negativen Einfluss möglicher Fehlzuordnungen zu verringern.

Wie z. B. in SATTLEER et al. (2010) festgestellt wird, hat es sich bei vielen unterschiedlichen Zuordnungs-Verfahren etabliert, dass zur geometrischen Kontrolle der Zuordnungen der RANSAC - Algorithmus verwendet wird.

Für den RANSAC-Algorithmus wird als funktionales Modell der in WENG et al. (1992) beschriebene Ansatz verwendet, der mindestens drei Punkt - Korrespondenzen benötigt, aus denen die Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  berechnet wird. Dazu werden zunächst die korrespondierenden Punkte  ${}^i\mathbf{X} = [{}^i_1\mathbf{x}, {}^i_2\mathbf{x}, \dots, {}^i_n\mathbf{x}]$  und  ${}^j\mathbf{X} = [{}^j_1\mathbf{x}, {}^j_2\mathbf{x}, \dots, {}^j_n\mathbf{x}]$  auf ihre Schwerpunkte  ${}^i\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n {}^i_k\mathbf{x}$  und  ${}^j\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n {}^j_k\mathbf{x}$  bezogen, so dass sich dann die Punkte  ${}^i'\mathbf{X}$  und  ${}^j'\mathbf{X}$  ergeben. Zur Berechnung der Rotation  ${}^j\mathbf{R}_i$ , die den Zusammenhang in Gleichung (3.9) minimiert,

$$\|{}^j\mathbf{R}_i'{}^i'\mathbf{X} - {}^j'\mathbf{X}\| \quad (3.9)$$

wird zunächst die Matrix  $\mathbf{B}$  gemäß Gleichung (3.10) aufgestellt,

$$\mathbf{B} = \sum_{k=1}^n \mathbf{B}_k^T \mathbf{B}_k \quad (3.10)$$

wobei für  $\mathbf{B}_k$  die Gleichung (3.11) gilt

$$\mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} 0 & ({}^i_k\mathbf{x} - {}^j_k\mathbf{x})^T \\ {}^j_k\mathbf{x} - {}^i_k\mathbf{x} & [{}^j_k\mathbf{x} - {}^i_k\mathbf{x}]_{\times} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

und  $[*]_{\times}$  die schief symmetrische  $3 \times 3$  Matrix ist, die sich aus einem 3D Vektor gemäß der Gleichung (3.12) ergibt.

$$[(x, y, z)]_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Die Rotation  ${}^j\mathbf{R}_i$  kann dann gemäß der Gleichung (A.3) aus dem Quaternion  $\mathbf{q}$  berechnet werden, das sich als Eigenvektor zum kleinsten Eigenwert von  $\mathbf{B}$  ergibt. Die Translation  ${}^i\mathbf{t}_j$  ergibt sich anschließend gemäß der Gleichung (3.13).

$${}^i\mathbf{t}_j = {}^i\mathbf{R}_j^j \hat{\mathbf{x}} - {}^i\hat{\mathbf{x}} \quad (3.13)$$

In jeder Iteration des RANSAC-Algorithmus werden aus den Zuordnungen zufällig drei Punkt - Korrespondenzen ausgewählt, ein Näherungswert für die Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  berechnet und abschließend ein Qualitätsmaß für den aktuellen Näherungswert berechnet.

Zur Berechnung des Qualitätsmaßes werden alle Punkte der Punktwolke des Zeitpunktes  $t = i$  mit den Parametern der aktuell berechneten Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  in den Zeitpunkt  $t = j$  transformiert. Zusätzlich zu den Zuordnungen, die auf Basis ihrer charakteristischen Beschreibungen getroffen wurden, wird mit einer *Nächster-Nachbar-Suche* versucht, noch weitere Korrespondenzen zwischen den Punktwolken herzustellen. Für alle  $n$  Zuordnungen wird anschließend

die Differenz  $d_k$  zwischen den transformierten Punkten und den Punkten des Zeitpunktes  $t = j$  gemäß der Gleichung (3.14) bestimmt.

$$d_k = \|\mathbf{x}^k - \mathbf{R}_j^T \mathbf{x} + \mathbf{t}_j\|, \quad \forall k = 1, \dots, n \quad (3.14)$$

Als Qualitätsmaß  $e_l$  für eine Iteration  $l$  wird die Summe der Punktdifferenzen

$$e_l = \sum_{k=1}^n d_k$$

verwendet. Zusätzlich zu dem Qualitätsmaß werden für jede Iteration auch noch die Zuordnungen abgespeichert, die über die Nächster-Nachbar-Suche identifiziert werden.

Bei einer angenommenen Wahrscheinlichkeit von zehn Prozent für eine Fehlzuordnung auf Basis der vorgestellten charakteristischen Beschreibungen und einer Wahrscheinlichkeit von 97 %, dass in einer Iteration des RANSAC-Algorithmus drei richtige Zuordnungen ausgewählt werden, sind im schlechtesten Fall gemäß der im Anhang dargestellten Formel von FISCHLER und BOLLES (1981) maximal drei Iterationen nötig. Die geringe Anzahl der nötigen Iterationen zeigt, dass die abschließende robuste Filterung der Zuordnungsergebnisse keinen großen Mehraufwand bedeutet. Darüber hinaus hat sich bei der im Abschnitt 5.5 beschriebenen Auswertung der für die Versuche aufgenommenen Sequenzen gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Fehlzuordnung auf Basis der hier verwendeten charakteristischen Beschreibung deutlich geringer als zehn Prozent ist und damit tatsächlich sogar weniger als drei Iterationen nötig sind, um Fehlzuordnungen robust zu identifizieren.

Als Ergebnis liefert der RANSAC-Algorithmus alle richtigen Punkt-Korrespondenzen, die auf Basis der charakteristischen Beschreibungen und der Nächsten Nachbar Suche zugeordnet wurden. Aus diesen wird abschließend die Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  berechnet, die als Näherungswert für das im Kapitel 4 beschriebene funktionale Modell dient.

### 3.6. Grenzen des Ansatzes

Wie bereits im Kapitel 3.2.2 angesprochen wurde, hat die Umwandlung der kontinuierlichen zweidimensionalen Einträge in die dünn besetzte charakteristische Beschreibung  $\mathbf{d}_k$  in diskrete skalare Signatureinträge  $s_k$  den größten Einfluss auf die Leistungsfähigkeit der Zuordnung.

Der verwendete Quad-Tree-Index unterteilt den Raum des Deskriptors in ein festes Raster, wobei die Rasterweite die Auflösung der jeweiligen Dimension der charakteristischen Beschreibung (Abstand zum Ursprung bzw. Winkel zur Referenzrichtung) festlegt. Über die Auflösung lässt sich somit steuern, wie häufig unterschiedliche Einträge in  $\mathbf{D}$  denselben Indexwert zugewiesen bekommen.

Wird beispielsweise angenommen, dass die Achsen der dünn besetzten Beschreibung in  $p = 16$  Quadranten (der Index ist dann ein 8-bit Wert) unterteilt werden und der größte zu erwartende Abstand vom Ursprung  $d_k < 500$  mm ist, ergibt sich eine Auflösung für den Abstand von  $\Delta d = 31,25$  mm und eine Auflösung für den Winkel von  $\Delta\theta = 22,5^\circ$ . Liegen zwei Punkte dichter als  $\Delta d$  zusammen und ist die Winkeldifferenz kleiner als  $\Delta\theta$ , bekommen beide Punkte denselben Index zugewiesen. Damit wird deutlich, dass die gewählte Auflösung für die Berechnung der Quad-Tree-Indizes an die zu erwartende Punktdichte in den lokalen Nachbarschaften angepasst sein muss.

Die Verwendung eines festen Rasters hat noch einen weiteren Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des beschriebenen Ansatzes zur Registrierung von Punktwolken: Einträge in der dünn besetzten charakteristischen Beschreibung, die in der Nähe der Grenze eines Quadranten liegen,

können zu einem anderen Zeitpunkt, verursacht z. B. durch die Messunsicherheit, geringfügig unterschiedliche Werte für den Abstand zum Ursprung oder den Winkel zur Referenzrichtung aufweisen. Sie werden dann möglicherweise in einem anderen Quadranten abgebildet und bekommen einen anderen Index zugewiesen.

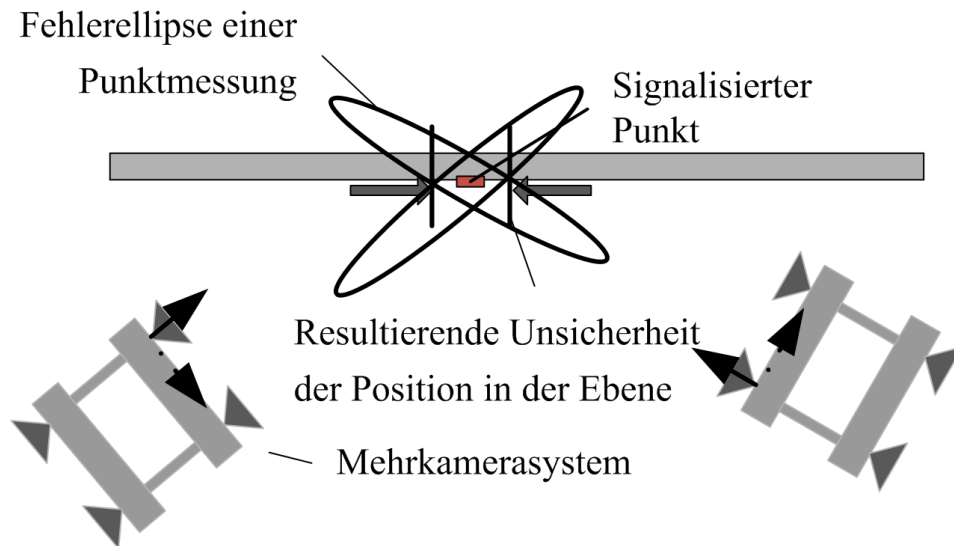


Abb. 3.10.: Unsicherheiten in der Messung der Position einer signalisierten Marke bei Schrägansichten auf die Ebene in der die Signalisierung liegt. Die Ausdehnung der Fehlerellipse ist hier zur Verdeutlichung der Problematik stark überhöht dargestellt.

Die Messunsicherheit, d. h. die Genauigkeit mit der die 3D-Position eines Punktes bestimmt werden kann, wird durch unterschiedliche Aspekte beeinflusst: 1.) die Art der verwendeten Merkmale im Bild, 2.) der Aufnahmegeometrie und 3.) die Genauigkeit der Stereokalibrierung.

Die Art und Form der verwendeten Merkmale bzw. der Signalisierung entscheidet darüber, mit welcher Bildmessgenauigkeit der Mittelpunkt eines Merkmals bestimmt werden kann. So lässt sich in der Regel der Mittelpunkt synthetischer Merkmale wie z. B. punktförmiger Marken, im Gegensatz zu natürlich in der Szene vorhandenen Merkmalen, deutlich präziser bestimmen.

Der Einfluss der Bildmessgenauigkeit auf die 3D-Punktmessgenauigkeit lässt sich für die in dieser Arbeit verwendeten Stereomesssysteme z. B. durch die in LUHMANN (2000, S. 312f) angegebenen Faustformeln abschätzen und wird im wesentlichen durch die Genauigkeit mit der ein Merkmal im Bild lokalisiert werden kann und dem Höhen-Basis-Verhältnis beeinflusst.

Ein weiterer Aspekt, der die Bildmessgenauigkeit beeinflusst, ist die Aufnahmegeometrie: Ein großer Winkel zwischen der Blickrichtung des verwendeten Messsystems und der Normalen der Oberfläche auf der ein Merkmal liegt, führt zu einer starken perspektivischen Verzerrung des betrachteten Merkmals und verringert die Genauigkeit mit der ein Mittelpunkt des Merkmals bestimmt werden kann.

Die Unsicherheiten in der Bildmessung und der Stereokalibrierung wirken sich vor allem in der Tiefe aus: Je weiter das Objekt vom Messsystem entfernt ist, desto größer ist auch die Messunsicherheit in der Tiefe.

Diese Problematik verdeutlicht die Abb. 3.10. Bei stark unterschiedlichen Schrägansichten kann die Unsicherheit, bezogen auf die Ebene in der der Punkt liegt, der Punktmessung so groß werden, dass dem Punkt unter Umständen ein anderer Index zugeordnet wird und eine

Zuordnung auf der Basis von charakteristischen Beschreibungen nicht möglich ist.

### 3.7. Diskussion

In dem vorangegangenen Kapitel wurde ein Ansatz zur Punktzuordnung in Stereo-Bildsequenzen auf Basis charakteristischer Beschreibungen vorgestellt. Im Gegensatz zu bekannten Ansätzen funktioniert das entwickelte Verfahren auch bei dünn besetzten und variablen Punktwolken. Besonderes Merkmal der umgesetzten Vorgehensweise ist, dass die besondere Form der Punktwolke genutzt wird, um eine kompakte charakteristische Beschreibung zu entwerfen, für die sehr effizient ein Ähnlichkeitsmaß berechnen werden kann.

Die Berechnung der charakteristischen Beschreibung besteht aus zwei Schritten: zuerst wird eine zweidimensionale, dünn besetzte, rotations- und translations-invariante charakteristische Beschreibung berechnet, die dann anschließend in eine eindimensionale, kompakte und diskrete charakteristische Beschreibung überführt wird.

Eine einfache Alternative für die Zuordnung von Punktwolken wäre z. B. ein RANSAC basierter Ansatz bei dem Punktkorrespondenzen zufällig hergestellt werden.

Für die Aufwandsabschätzung wieviele Iterationen des RANSAC-Algorithmus nötig sind, müssen, wie in FISCHLER und BOLLES (1981) beschrieben, vorab die folgenden Definitionen getroffen werden müssen:

- Minimale Anzahl an Punkten in den Punktwolken, die für das Bestimmen der Orientierung nötig sind.
- Wahrscheinlichkeit für eine richtige Zuordnung zwischen zwei Punkten.
- Sicherheit für den Erfolg der RANSAC basierten Zuordnung.

Zum Bestimmen der Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  zwischen den Punktwolken zu den Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  müssen mindestens  $n = 3$  korrespondierende Punktpaare ausgewählt werden. Für zwei Punktwolken mit jeweils zehn Punkte ergeben sich 100 möglich Zuordnungen, von denen allerdings nur zehn richtig sind. Damit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit  $w$  einer richtigen Zuordnung  $w = 0,1$ . Bei einer Sicherheit von 90% für die richtige Identifikation von drei Punktkorrespondenzen ergibt sich gemäß der im Anhang dargestellten Formel von FISCHLER und BOLLES ein Wert für die Anzahl der maximal nötigen Iterationen von  $k = 2.302.583$ . Diese Aufwandsabschätzung für eine eher geringe Anzahl an Punkten zeigt sehr deutlich, dass die Punktzuordnung durch einfaches Ausprobieren nicht sinnvoll ist.

Im Gegensatz zu einem ausschließlich RANSAC basierten Ansatz, ist für das beschriebene Verfahren der Aufwand für die Zuordnung quadratisch: Für jeden Punkt der Punktwolke zu  $t = i$  wird eine charakteristische Beschreibung berechnet, die mit den Beschreibungen aller Punkte der Punktwolke zu  $t = j$  verglichen werden muss. Die Berechnung der Beschreibung erhöht zwar den Rechenaufwand, aber diese muss nur einmal durchgeführt werden und sie kann für die Zuordnung weiterer Punktwolken erneut verwendet werden. Für einen RANSAC-basierten Ansatz muss der ganze Prozess jedes mal erneut durchlaufen werden.

Eine Einschränkung des beschriebenen Ansatzes ist, dass vorausgesetzt wird, dass alle Punktwolken denselben Maßstab aufweisen müssen. Diese Voraussetzung muss erfüllt sein, da für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung absolute Strecken verwendet werden. Für die im Kapitel 5.5 ausgewerteten Bildsequenzen wird diese Anforderung dadurch umgesetzt, dass alle Aufnahmen mit demselben Stereomesssystem gemacht werden.

---

Damit auch Korrespondenzen zwischen Punktwolken etabliert werden können, die einen unterschiedlichen Maßstab aufweisen, müssten die Deskriptoreinträge zusätzlich zu ihrer Rotations- und Translationsinvarianz auch noch invariant gegenüber Änderungen des Maßstabs sein. Eine Maßstabsinvarianz ließe sich dadurch erreichen, dass anstatt absoluter Streckenlängen Streckenverhältnisse, die invariant gegenüber Änderungen des Maßstabs sind, in den Deskriptor eingetragen werden. Zur Berechnung der Streckenverhältnisse kann z. B. der Abstand des jeweiligen Referenzpunktes ausgewählt werden, die Abstände der weiteren Nachbarn werden dann durch diesen Wert geteilt.

## 4. Modell zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierungen aus gemeinsamer Bewegung

### 4.1. Vorgehensweise

Das Modell zum Bestimmen der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  basiert auf den allgemeinen Ansätzen der Parameterschätzung in linearen Modellen und verwendet die bekannte Methode der kleinsten Quadrate nach Gauss-Markov.

In diesem Kapitel wird das für die Parameterschätzung benötigte funktionale und stochastische Modell vorgestellt, sowie eine Definition der Koordinatensysteme und des Datum vorgenommen, die für das funktionale und stochastische Modell benötigt werden.

Das im Abschnitt 4.3 beschriebene Modell stellt einen nicht-linearen Zusammenhang zwischen den beobachteten Bildkoordinaten und den gesuchten Parametern her, so dass eine Linearisierung nötig ist, um die bekannten Ansätze der Parameterschätzung in linearen Modellen verwenden zu können.

Die Verwendung linearisierter funktionaler Modelle in Verbindung mit der Methode der kleinsten Quadrate zeichnet sich u. a. durch die folgenden Vorteile aus:

- Die vorhandene Theorie zur Parameterschätzung bietet Möglichkeiten zur statistischen Bewertung der Ergebnisse.
- Das verwendete Fehlerkriterium kann geometrisch und statistisch sinnvoll interpretiert werden.
- Die Software unterstützte Auswertung komplexer funktionaler Zusammenhänge ist durch die Verwendung numerischer Differentiation einfach möglich.

Dabei muss vorausgesetzt werden, dass die Beobachtungen keine groben Fehler enthalten und ihre Residuen normal-verteilt sind. Eine weitere Voraussetzung ist, dass für die als *unbekannt* eingestuft Parameter Näherungswerte vorhanden sind.

Zur Elimination von groben Fehler und zum Bestimmen von Näherungswerten für die unbekannt Parameter hat sich im Bereich der *Photogrammetrie* und mittlerweile auch im Bereich der *Computer Vision* ein zweistufiges Vorgehen bewährt.

In einem ersten Schritt kommen direkte und/oder robuste Verfahren zum Bestimmen der Näherungswerte und zur Filterung grober Fehler zum Einsatz, um die genannten Voraussetzungen für den Einsatz linearisierter Modelle zu erfüllen. Im abschließenden zweiten Schritt werden in einem Ausgleichungsprozess auf Basis der Methode der kleinsten Quadrate aus den gefilterten Beobachtungen und den Näherungswerten der Unbekannten die optimalen Parameter geschätzt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird dieses bewährte zweistufige Vorgehen durch die im Kapitel 3 beschriebene Näherungswertbestimmung für die Orientierung zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  und die darauf folgende Ausgleichung umgesetzt.

Für die Umsetzung des Ausgleichungsansatzes werden statistische Größen wie Varianzen und Zuverlässigkeitsmaße und statistische Testgrößen zur Bewertung der Ergebnisse auf *numerischem Wege* über eine Linearisierung des funktionalen Modells bestimmt. Diese Vorgehensweise steht im Gegensatz zu einer funktional analytischen Untersuchung eines funktionalen



Modells, die ebenfalls Aussagen zu Genauigkeiten und Singularitäten ermöglicht. Der Vorzug des numerischen Vorgehens gegenüber der funktional analytischen Vorgehensweise, der sie für die betrachtete Problemstellung besonders geeignet erscheinen lässt, wird v. a. durch die folgenden Punkte verdeutlicht:

- Im Gegensatz zum funktional analytischen Vorgehen erfordert das numerische Vorgehen nur eine Kenntnis des funktionalen Modells, so dass auch komplexe funktionale Zusammenhänge unmittelbar untersucht werden können. Es ist z. B. nicht zwingend notwendig, dass die Ableitungen für alle Parameter bekannt sind, da diese z. B. durch numerische Differentiation bestimmt werden können.
- Analytische Ansätze ermöglichen exakte Aussagen zu evtl. auftretenden Singularitäten. Bei praktischen Anwendungen führen allerdings z. B. Messrauschen oder Messungenauigkeiten dazu, dass die Situationen in denen Singularitäten auftreten nicht exakt erreicht werden. Für die tatsächliche Anwendung muss dann noch entschieden werden, ab wann eine Singularität tatsächlich auftritt und ob sie von Bedeutung ist. Die numerische Vorgehensweise liefert hierfür Größen, die in statistischen Tests eingesetzt werden können.

Gerade der zweite Punkt macht das numerische Vorgehen für die Untersuchungen der im folgenden betrachteten Problemstellung besonders geeignet, da, wie im Abschnitt 2.3.2 beschrieben, kritische Bewegungen dazu führen, dass einige der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  nicht bestimmt werden können.

Die Frage ab wann diese Singularitäten tatsächlich auftreten und wie groß der Einfluss der kritischen Bewegungen auf die Bestimmbarkeit der Parameter und die Kontrollierbarkeit des Vorwissens ist, soll im Rahmen des Ausgleichsprozesses beantwortet werden.

## 4.2. Größen der funktionalen Modellierung

Die für die funktionale Modellierung notwendigen Parameter sind in der Tabelle 4.1 zusammengefasst. Die Näherungswerte der unbekannt Parameter werden im Ausgleichsprozess

Tabelle 4.1.: Überblick über die unbekannt Parameter im Ausgleichsprozess.

Parameter	Annahme
Orientierung ${}^B\mathbf{T}_A$ zw. <b>A</b> und <b>B</b>	unbekannt
Maßstabsfaktor $\lambda$	bekannt
Bewegung ${}^j\mathbf{T}_i$ zw. $t = i$ und $t = j$	unbekannt
3D-Koordinaten $\mathbf{x}$	unbekannt
innere- und relative Orientierung der Stereosysteme	bekannt

verbessert, während die als bekannt angenommen Parameter als konstant angesehen werden und in der Ausgleichung nicht verändert werden.

Da die relative Orientierung der beiden verwendeten Stereosysteme **A** und **B** mit demselben Testfeld bestimmt wird, kann im Rahmen dieser Arbeit für den Maßstabsfaktor  $\lambda = 1$  gesetzt und der Parameter für die Untersuchungen als bekannt vorausgesetzt werden. Prinzipiell kann dieser Parameter auch im Rahmen der Ausgleichung als unbekannter Parameter mitbestimmt werden. Durch das Festhalten der Parameter der relativen Orientierung der Stereosysteme

und des gemeinsamen Maßstabes sollen zu erwartende Korrelationen zwischen den Parametern vermieden werden.

Als Beobachtungen werden für das funktionale Modell die Bildkoordinaten  $\mathbf{u} = [u_x, u_y]$  der in den Bildern identifizierten Signalisierungen verwendet.

## 4.3. Funktionales Modell

### 4.3.1. Definition der Koordinatensysteme und des Datums

Für das im Abschnitt 4.3.2 beschriebene funktionale Modell werden drei unterschiedliche Koordinatensysteme verwendet:

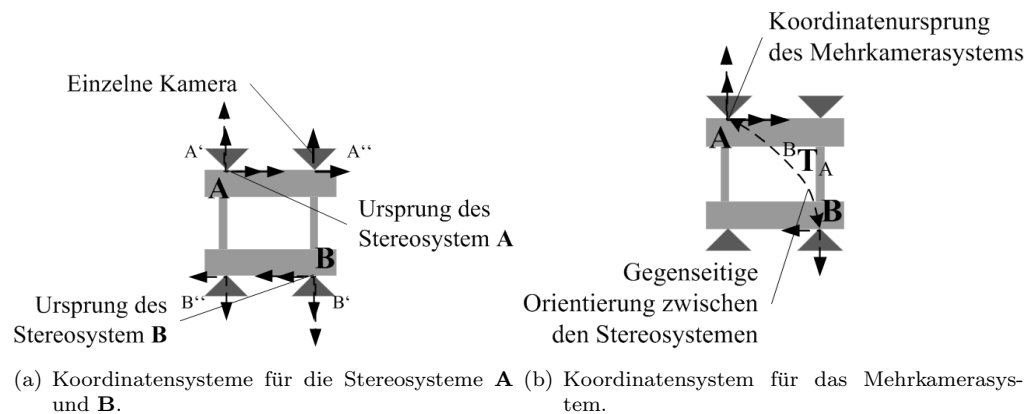


Abb. 4.1.: Definitionen der Koordinatensysteme für die Stereosysteme **A** und **B** und das Mehrkammerasystem.

**Koordinatensystem der Stereosysteme:** Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit wird, wie in der Abb. 4.1(a) dargestellt, die Ausrichtung und der Ursprung der Koordinatensysteme der Stereosysteme gleichgesetzt mit Ursprung und Ausrichtung der Kameras **A'** bzw. **B'**.

**Koordinatensystem des Mehrkammerasystems:** Ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit wird, wie in der Abb. 4.1(b) dargestellt, die Ausrichtung und der Ursprung des Koordinatensystems des Mehrkammerasystems gleichgesetzt mit Ursprung und Ausrichtung des Stereosystems **A**.

**Globales Koordinatensystem:** Die Position und Ausrichtung des Globalen Koordinatensystems, in dem die 3D-Punkte und Bewegungen definiert sind, wird, wie in der Abb. 4.2 dargestellt, ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit gleichgesetzt mit der Position und Ausrichtung des Koordinatensystems des Mehrkammerasystems zu einem beliebigen Referenzzeitpunkt  $t_{ref}$ .

Durch die vorgenommene Definition der unterschiedlichen Koordinatensysteme fallen das Koordinatensystem des Mehrkammerasystems und das Globale Koordinatensystem für den Zeitpunkt  $t_{ref}$  zusammen, so dass sich das Datum der Ausgleichung durch das Festhalten der Parameter der Orientierung zum Referenzzeitpunkt definieren lässt.

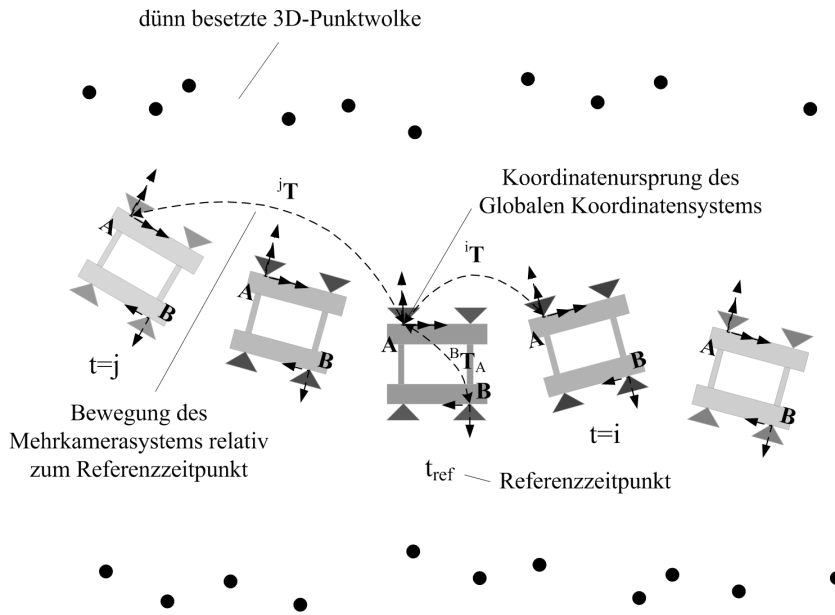


Abb. 4.2.: Definition des Koordinatensystems für das Globale Koordinatensystem.

Darüber hinaus erlaubt es die gewählte Definition der Koordinatensysteme und des Datums, dass das Datum für alle Untersuchungen identisch und unabhängig von den ausgeführten Bewegungen des Messsystems ist. Dadurch wird die Vergleichbarkeit der Genauigkeiten und Kovarianz-Matrizen der unterschiedlichen Versuche gewährleistet.

#### 4.3.2. Definition des funktionalen Modells

Die Projektion eines 3D-Punktes aus dem globalen Koordinatensystem in einen Bildpunkt einer Kamera an einer Position zum Zeitpunkt  $t = i$  erfolgt durch die Verkettung von drei Transformationen und einer anschließenden Projektion auf den Sensor. Für die perspektivische Abbildung auf den Sensor wird das bekannte Brown'sche Modell der perspektivischen Abbildung mit zusätzlicher Modellierung der Objektiv-Verzeichnung (vgl. BROWN (1971) oder LUHMANN (2000)) verwendet.

Die Projektion soll im Folgenden für die Kameras  $\mathbf{A}''$  und  $\mathbf{B}''$  der Stereosysteme  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  verdeutlicht werden und gilt analog für die Kameras  $\mathbf{A}'$  und  $\mathbf{B}'$ .

Die Abbildung eines 3D-Punktes  $\mathbf{x}$  aus dem globalen Koordinatensystem in eine Kamera setzt sich aus den folgenden Schritten zusammen:

1. Transformation eines Punktes  $\mathbf{x}$  aus dem globalen Koordinatensystem in das gemeinsame Koordinatensystem des Messsystems zum Zeitpunkt  $t = i$  gemäß der Gleichung (4.1).

$${}^i\mathbf{x} = {}^i\mathbf{T}\mathbf{x} \quad (4.1)$$

Diese erste Transformation verdeutlicht die Abb. 4.3.

2. Transformation eines Punktes  ${}^i\mathbf{x}$  aus dem Koordinatensystem des Mehrkameranensystems in das Koordinatensystem des jeweiligen Stereosystems gemäß den Gleichungen in (4.2).

$$\begin{aligned} {}^A\mathbf{x} &= {}^A\mathbf{T}{}^i\mathbf{x} \\ {}^B\mathbf{x} &= {}^B\mathbf{T}_A{}^i\mathbf{x} \end{aligned} \quad (4.2)$$

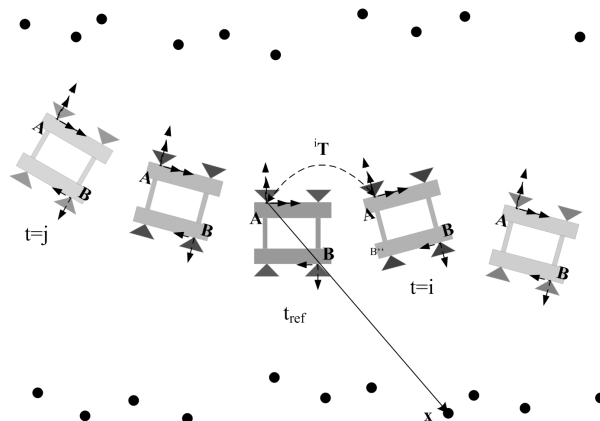


Abb. 4.3.: Transformation eines 3D-Punktes  $\mathbf{x}$  aus dem Globalen Koordinatensystem in das Koordinatensystem des Mehrkamerasystems zum Zeitpunkt  $t = i$ .

Da durch die gewählte Definition das Koordinatensystem des Mehrkamerasystems mit dem Koordinatensystem des Stereosystems  $\mathbf{A}$  zusammenfällt, ist für einen Punkt, der von  $\mathbf{A}$  gesehen wird, die Transformation eigentlich nicht notwendig, da  ${}^A\mathbf{T} = \mathbf{I}$ . Den zweiten Schritt der Abbildung für einen Punkt  $\mathbf{x}$ , der vom Stereosystem  $\mathbf{B}$  gesehen wird, zeigt die Abb. 4.4.

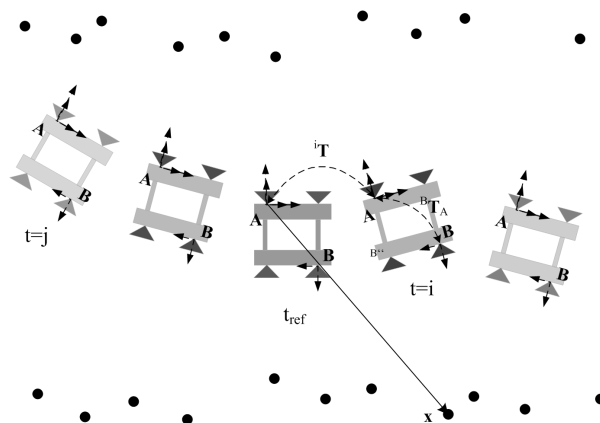


Abb. 4.4.: Transformation eines 3D-Punktes  ${}^i\mathbf{x}$  aus dem Koordinatensystem des Mehrkamerasystems in das Koordinatensystem des Stereosystems  $\mathbf{B}$ .

3. Transformation der Punkte  ${}^A\mathbf{x}$  bzw.  ${}^B\mathbf{x}$  in das Koordinatensystem der Kameras  $\mathbf{A}''$  bzw.  $\mathbf{B}''$  gemäß den Gleichungen in (4.3),

$$\begin{aligned} {}^{A''}\mathbf{x} &= {}^{A''}\mathbf{T}_A {}^A\mathbf{x} \\ {}^{B''}\mathbf{x} &= {}^{B''}\mathbf{T}_B {}^B\mathbf{x} \end{aligned} \tag{4.3}$$

wobei  ${}^{A''}\mathbf{T}_A$  bzw.  ${}^{B''}\mathbf{T}_B$  die relative Orientierung der Stereosysteme mit vorgegebenem Maßstab  $\lambda$  repräsentiert.

4. Perspektivische Abbildung eines Punktes  ${}^{A''}\mathbf{x}$  bzw.  ${}^{B''}\mathbf{x}$  in einen Bildpunkt  ${}^{A''}\mathbf{u}$  bzw.  ${}^{B''}\mathbf{u}$  auf den Sensor der Kamera  $\mathbf{A}''$  bzw.  $\mathbf{B}''$ .

Damit ergibt sich für einen Bildpunkt  ${}^{A''}\mathbf{u}$  der Kamera  $\mathbf{A}''$  des Stereosystems  $\mathbf{A}$  zum Zeitpunkt  $t = i$  die in der Gleichung (4.4) dargestellte funktionale Modellierung der Beobachtungsgleichung, die analog für die erste Kamera  $\mathbf{A}'$  gilt. Dabei stellt  $\beta_{A''}$  den gesamten Parametervektor dar. Die unterstrichenen Parameter werden für die Ausgleichung als unbekannt angenommen und werden im Rahmen des Ausgleichungsprozesses geschätzt. Nicht unterstrichene Größen werden als bekannte Größen angenommen.

$$\begin{aligned} {}^{A''}\mathbf{u} &= f(\beta_{A''}) \\ &= f_A(\mathbf{IOR}_{A''}, {}^{A''}\mathbf{T}_A, \underline{i}\mathbf{T}, \underline{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Für einen Bildpunkt  ${}^{B''}\mathbf{u}$  der Kamera  $\mathbf{B}''$  zum Zeitpunkt  $t = i$  ergibt sich die in der Gl. (4.5) dargestellte Beobachtungsgleichung, die ebenfalls analog für die Kamera  $\mathbf{B}'$  gilt.

$$\begin{aligned} {}^{B''}\mathbf{u} &= f(\beta_{B''}) \\ &= f_B(\mathbf{IOR}_{B''}, {}^{B''}\mathbf{T}_B, \underline{B}\mathbf{T}_A, \underline{i}\mathbf{T}, \underline{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Das Symbol  $\mathbf{IOR}_{A''}$  bzw.  $\mathbf{IOR}_{B''}$  in den Gleichungen (4.4) und (4.5) repräsentiert die Parameter der Inneren Orientierung der Kamera  $\mathbf{A}''$  bzw.  $\mathbf{B}''$ .

Der Unterschied in den Beobachtungsgleichungen für die Kamerasysteme  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  hat seinen Ursprung in der gewählten Definition der Koordinatensysteme: Ursprung und Ausrichtung des gemeinsamen Koordinatensystems des Mehrkamerasystems sind so gewählt, dass sie mit dem Koordinatensystem von  $\mathbf{A}$  übereinstimmen. Damit kann für die Beobachtungsgleichung in (4.4) die zweite Transformation vom gemeinsamen Koordinatensystem des Mehrkamerasystems in das Koordinatensystem des Stereosystems  $\mathbf{A}$  wegfallen.

#### 4.4. Stochastisches Modell

Für das stochastische Modell wird angenommen, dass alle Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  als Beobachtungen unkorreliert sind und dieselbe Standardabweichung haben. Damit ergibt sich die Korrelationsmatrix für die Beobachtungen  $\Sigma_{\mathbf{u}} = \sigma_{\mathbf{u}}^2 \mathbf{I}$ , wobei  $\sigma_{\mathbf{u}}^2$  die Genauigkeit der Bildmessung repräsentiert.

#### 4.5. Implementierung des Ausgleichungsmodells

Für die Implementierung des in diesem Kapitel präsentierten funktionalen Modells wird eine bei der Robert Bosch GmbH, Hildesheim intern entwickelte Ausgleichungssoftware verwendet, die einfach um unterschiedliche funktionale Modelle erweitert werden kann. Die Basis der Ausgleichungssoftware ist das bekannte Gauss-Markov-Modell, das für die unbekannt Parameter  $\beta$  die beste lineare erwartungstreue Schätzung  $\hat{\beta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l}$  liefert.

Die für das Aufstellen der Normalgleichungsmatrix  $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$  nötigen Ableitungen nach den unbekannt Parameter in der Jacobi-Matrix  $\mathbf{A}$  werden durch numerische Ableitungen mit Hilfe finiter Differenzen bereitgestellt.

#### 4.6. Fazit

In diesem Kapitel werden das funktionale und stochastische Modell für einen Ausgleichungsansatz dargestellt, der eine einheitliche Vorgehensweise ermöglicht, um die gegenseitige Orientierung in einem Messsystem mit nicht überlappenden Sichtbereichen zu bestimmen. Im Zusammenspiel mit der im Abschnitt 2.4 vorgestellten Stabilisierung der Ausgleichung durch die

Integration von Vorwissen, ist der vorgestellte Ansatz, im Gegensatz zu den in Abschnitt 2.3.1 vorgestellten existierenden Verfahren, ohne Einschränkungen in der Lage, Szenarien auszuwerten, bei den die Möglichkeiten der Bewegung stark eingeschränkt ist (z. B. reine Translationen).

Die Integration von Vorwissen als zusätzliche, als unsicher modellierte Beobachtung stellt eine Erweiterung des klassischen Gauss-Markov-Modells dar, durch die einem möglichen Rangdefekt der zu lösenden Gleichungssysteme vorgebeugt werden kann. Für die Bewertung der Ergebnisse der Simulationen und der realen Experimente in Kapitel 5 wird die im Abschnitt 2.4.2 beschriebene Rückrechnung auf den Fall freier Parameter verwendet. Damit kann im Anschluss an den Ausgleichungsprozess der Einfluss des eingeführten Vorwissens auf die zu bestimmenden Parameter beurteilt werden. Für jeden Parameter, zu dem Vorwissen eingeführt wird, kann mit Hilfe der Rückrechnung entschieden werden,

- ob der Parameter aus den ausgeführten Bewegungen bestimmbar ist.
- wie der Wert und die Standardabweichung des Parameter im Falle einer Ausgleichung ohne eingeführtes Vorwissen aussieht.
- ob das eingeführte Vorwissen im Sinne statistischer Test fehlerhaft ist.
- wie groß ein Fehler im Vorwissen sein kann, ohne dass man diesen Fehler auf Grundlage der ausgeführten Bewegungen im Rahmen eines statistischen Tests aufdecken kann.

## 5. Auswertung simulierter und realer Bildsequenzen

### 5.1. Zielsetzung der Experimente

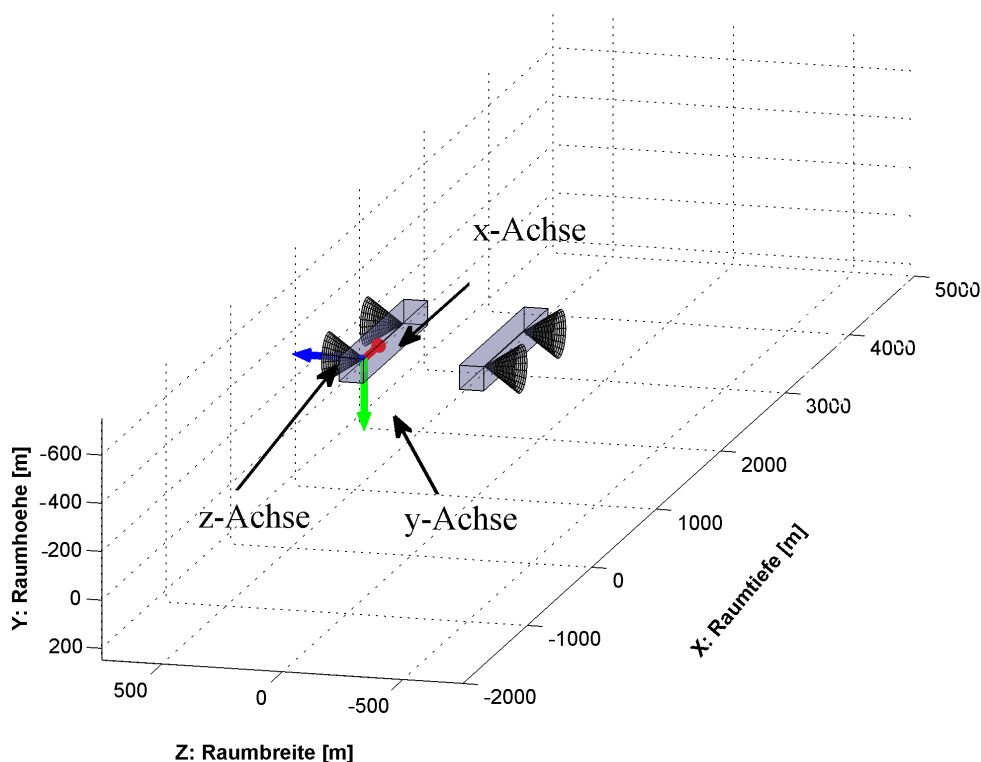


Abb. 5.1.: Darstellung der Versuchumgebung mit der gewählten Definition des globalen Koordinatensystems.

Zentrales Thema dieser Arbeit ist die Fragestellung, welche Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  sich aus einer gegebenen Bewegung bestimmen lassen und mit welcher Genauigkeit diese Parameter bestimmt werden können. Von den eigentlich sieben Parametern der gegenseitigen Orientierung ( $3 \times$  Rotation,  $3 \times$  Translation und  $1 \times$  Maßstab) werden im Folgenden nur sechs untersucht. Für die Untersuchungen wird ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit angenommen, dass die beiden Stereosysteme **A** und **B** denselben Maßstab haben, so dass dieser als bekannt vorausgesetzt wird und in die Ausgleichung als fester Parameter eingeht, der nicht mit bestimmt wird.

Bei den Untersuchungen wird ein Schwerpunkt auf für die Ausgleichung *kritische* Bewegungsformen gelegt. Zu diesen gehören unter anderem: a) planare Bewegungen, bei denen sich die Messsysteme ausschließlich in einer Ebene bewegen können, so dass eine Rotation nur um die Normale der Ebene stattfinden kann und keine Translation in Richtung dieser Normalen möglich ist und b) rein translatorische Bewegungen, bei denen sich die Messsysteme geradlinig

ohne jegliche Rotation bewegen.

Bei diesen Bewegungsformen kommt es zu linearen Abhängigkeiten zwischen den Parametern, so dass Singularitäten im Normalgleichungssystem auftreten, denen durch die Integration von Vorwissen gemäß dem im Abschnitt 2.4 beschriebenen Ansatz begegnet wird.

Die Analyse des Ansatzes erfolgt in einem ersten Schritt anhand von synthetisch generierten Daten. Anschließend werden die Ergebnisse der Simulationen mit realen Versuchen verifiziert.

Als Umgebung für die synthetischen und realen Versuche wird das in der Abbildung 5.1 dargestellte Szenario verwendet: Eine Plattform, auf der zwei Stereomeßsysteme so angebracht sind, dass sie in entgegengesetzte Richtungen schauen, wird durch einen Gang bewegt. Dieses Szenario stellt eine häufig anzutreffende Situation dar, wenn z. B. ein Roboter durch einen Gebäudeflur fährt.

Im Rahmen dieses Kapitels sollen die folgenden Fragestellungen untersucht werden:

- Welche Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  sind aus der gegebenen Bewegung bestimmbar?
- Welche Genauigkeit kann für die Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  in Abhängigkeit von den jeweiligen ausgeführten Bewegungen erwartet werden? Nicht untersucht werden im Rahmen dieser Arbeit weitere Einflussmöglichkeiten wie die Punktverteilung oder das Höhen-Basis Verhältnis der Aufnahmen.
- Ist das eingeführte Vorwissen aus der gegebenen Bewegung mit Hilfe statistischer Tests kontrollierbar?

## 5.2. Vorgehensweise bei der Bewertung der Ergebnisse

Grundlage der Bewertung der in den Abschnitten 5.3.4.1 und 5.3.4.2 dargestellten Ergebnisse der Simulation ist die Rückrechnung  $\hat{\sigma}_i \mapsto \hat{\sigma}'_i$  der ausgeglichenen Standardabweichungen der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  auf den Fall freier Parameter gemäß den Formeln in Abschnitt 2.4.2. Durch diesen Schritt kann der Einfluss, den das als unsicher modellierte Vorwissen auf die ausgeglichenen Ergebnisse besitzt, beseitigt werden. Für die Rückrechnung wird unter anderem die Größe  $u_i = 1 - r_i$  bestimmt, die den Einfluss des Vorwissens auf einen ausgeglichenen Parameter  $\beta_i$  widerspiegelt.

Die beiden Größen  $\hat{\sigma}'_i$  und  $u_i$  geben einen Eindruck davon, wie groß der Einfluss der unterschiedlichen Bewegungsformen auf die erreichbare Genauigkeit und Bestimmbarkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  ist, bzw. wie groß der Einfluss der angenommenen Genauigkeit des Vorwissens auf das Ergebnis ist.

## 5.3. Untersuchungen an simulierten Szenarien

### 5.3.1. Definition der Szenarien

Die in der Tabelle 5.1 dargestellten Szenarien simulieren die Bewegung der gekoppelten Stereosysteme durch die definierte Versuchsumgebung. Die in der Tabelle verwendeten Rotationswinkel  $\omega$ ,  $\phi$  und  $\kappa$  stellen Drehungen um die in der Abb. 5.1 dargestellten Achsen des Koordinatensystems dar. Die Translationen  $t_x$ ,  $t_y$  und  $t_z$  beziehen sich ebenfalls auf dieses Koordinatensystem.

Die hier definierten Versuche repräsentieren die kritischen Bewegungsformen, deren Untersuchung im Fokus dieser Arbeit stehen. Sie umfassen in der Realität anzutreffende Szenarien



Tabelle 5.1.: Überblick über die zu untersuchenden synthetisch generierten Bewegungen.

	Art der Bewegung	Erwartung an bestimmbare Parameter
V1	Reine Translation in $x$ -Richtung	Nur $\phi$ und $\kappa$ bestimmbar
V2	Translation u. Rotation nur um $z$ -Achse	$t_z$ nicht bestimmbar
V3	Schrittweise Reduktion der Bewegung	Mit Abnahme der Bewegung können nur $\phi$ und $\kappa$ zuverlässig bestimmt werden
...	von einer freien Bewegung um alle Achsen bis hin zu einer <i>nahezu ausschließlichen</i>	
V7	Translation in $x$ -Richtung	

(z. B. die Geradeausfahrt eines mit mehreren Kameras besetzten Fahrzeuges oder eines Roboters), werden aber, wie im Abschnitt 2.3.2 gezeigt, in den meisten Fällen in der vorhandenen Literatur ausgeklammert.

Die Versuche 1 und 2 simulieren zwei Extremfälle, bei denen das zu lösende Normalgleichungssystem singulär wird und entsprechen einigen der in CHEN (1991) identifizierten Bewegungsformen, die dazu führen, dass nur eine Untermenge der Parameter der gegenseitigen bestimmt werden kann. Anhand dieser beiden Beispiele soll gezeigt werden, dass a) durch die Integration von Vorwissen eine Ausgleichung auch bei vorhandenen Singularitäten erfolgreich durchgeführt werden kann und b) über den Ansatz der Rückrechnung auf den Fall freier Parameter die Parameter identifiziert werden können, die sich aus der gegebenen Bewegung nicht bestimmen lassen.

In der Realität werden diese Extremfälle auf Grund von kleinen Bewegungen und Messrauschen vermutlich nicht erreicht. Diese Situation wird durch die Versuche drei bis sieben abgedeckt, bei der die Bewegung immer weiter reduziert wird, bis sie sich im Versuch sieben einer reinen Translation annähert. Mit der schrittweisen Reduzierung soll untersucht werden, wieviel Bewegung nötig ist, um die Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  mit einer vorgegebenen Genauigkeit noch bestimmen zu können.

### 5.3.2. Erzeugen der Versuchsdaten

Die Eingangsdaten für die Untersuchung (Bildkoordinaten und Näherungswerte für die Parameter) werden mit Hilfe einer Software generiert, die die Koordinaten der 3D-Punkte auf den Wänden des Ganges und die Bewegung der Stereosysteme vorgibt. Die Punkte werden anschließend, mit vorgegebenen Werten für die innere und relative Orientierung, gemäß dem im Abschnitt 4.3.2 beschriebenen funktionalen Modell, in die jeweiligen Kameras abbildet. Für die Untersuchungen werden keinerlei systematische Fehler oder Ausreißer simuliert.

Die Positionen der 3D-Punkte, die für die Simulation verwendet werden, sind für alle sieben Versuche identisch. Damit wird ausgeschlossen, dass eine unterschiedliche Anzahl von sichtbaren Punkten bzw. eine unterschiedliche räumliche Verteilung der Punkte einen Einfluss auf die erreichbare Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung hat. Die Punkte liegen in einem regelmäßigen Raster vor und sind in  $x$ -Richtung 500 mm und in  $z$ -Richtung 250 mm voneinander entfernt.

Die Bewegung der Stereosysteme wird durch die in der Tabelle 5.2 aufgeführten Parameter gesteuert, die die in der Tabelle 5.1 definierten kritischen Bewegungsformen umsetzen. Die Parameter der Orientierungen zu den unterschiedlichen Zeitpunkten werden mit einer Sinus-Funktion variiert, wobei die Werte in der Tabelle die Amplitude für den jeweiligen Wert und die verwendete Frequenz darstellen. Ist für die Frequenz ein Wertebereich angegeben, ist die Frequenz nicht für alle Parameter identisch. Da die Bewegung entlang der  $x$ -Achse erfolgt, wird

dieser Parameter nicht dargestellt. Zwischen jedem Zeitschritt bewegen sich die Messsysteme mit konstant  $t_x = 200 \text{ mm}$ . Als Referenzzeitpunkt wird der Zeitpunkt  $t = 0$  festgelegt.

Tabelle 5.2.: Verwendete Amplituden und Frequenzen für die Generierung der Bewegungstrajektorien.

Parameter	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7
$t_y$ [mm]	0	0	300	150	75	37	10
$t_z$ [mm]	0	0	300	150	75	37	10
$\omega$ [°]	0	0	20	10	3	1.5	0.3
$\phi$ [°]	0	60	30	15	5	1.25	0.4
$\kappa$ [°]	0	0	10	5	1.25	0.5	0.15
Frequenz	–	1	1-3	1-4	1-4	1-4	1-4

Für die relative Orientierung der Stereosysteme werden die folgenden Parameter verwendet, die der Definition der Koordinatensysteme der Stereosysteme im Abschnitt 4.3.1 entsprechen:

Kamera	$t_x$ [mm]	$t_y$ [mm]	$t_z$ [mm]	$\omega$ [°]	$\phi$ [°]	$\kappa$ [°]
A', B'	0	0	0	0	0	0
A'', B''	500	0	0	0	0	0

Die innere Orientierung aller Kameras wird durch die folgenden Parameter beschrieben:

Kamera	$c$ [pel]	$x_h$ [pel]	$y_h$ [pel]
alle	465	320	240

wobei  $c$  die Kamerakonstante und  $x_h$  und  $y_h$  den Bildhauptpunkt darstellt. Die optischen Achsen der beiden simulierten Stereosystem sind damit parallel zueinander und es werden keinerlei Verzeichnungseffekte simuliert. Die Größe des Bildsensors beträgt  $640 \times 480$  Pixel. Die Parameter der inneren und relativen Orientierung sind so gewählt, dass sie in etwa den Werten der Kameras und dem Aufbau der Stereosysteme entsprechen, die für die Aufnahme der realen Bildsequenzen verwendet wurden.

Für die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  der Stereosysteme **A** und **B** werden die folgenden Werte angenommen:

ID	$t_x$ [mm]	$t_y$ [mm]	$t_z$ [mm]	$\omega$ [°]	$\phi$ [°]	$\kappa$ [°]
${}^B\mathbf{T}_A$	500	0	–500	0	180	0

Die aus diesen Annahmen resultierenden Trajektorien für die unterschiedlichen Versuche, der Aufbau des Mehrkamerasystems und die über die Zeit sichtbaren 3D-Punkte sind in der Abb. 5.2 dargestellt.

### 5.3.3. Statistische Annahmen

Im Rahmen der Ausgleichung der simulierten Versuche werden die folgenden Annahmen für das stochastische Modell getroffen:

**Genauigkeit der Bildmessung:** Für alle Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  wird angenommen, dass sie dieselbe Varianz  $\sigma_{\mathbf{u}}^2 = 0,25^2$  [pel] besitzen und unkorreliert sind. Wie die Auswertungen der realen Versuche im Abschnitt 5.5 zeigen, ist diese Bildmessgenauigkeit für das verwendete Kamerasystem eine realistische Annahme. Als Kovarianz-Matrix der Beobachtungen ergibt sich dann:  $\Sigma_{\mathbf{u}} = \sigma_{\mathbf{u}}^2 \mathbf{I}$ . Als  $\sigma_{0_a \text{ priori}}$  wird in der Ausgleichung der Versuche  $\sigma_{0_a \text{ priori}} = 1$  gesetzt.

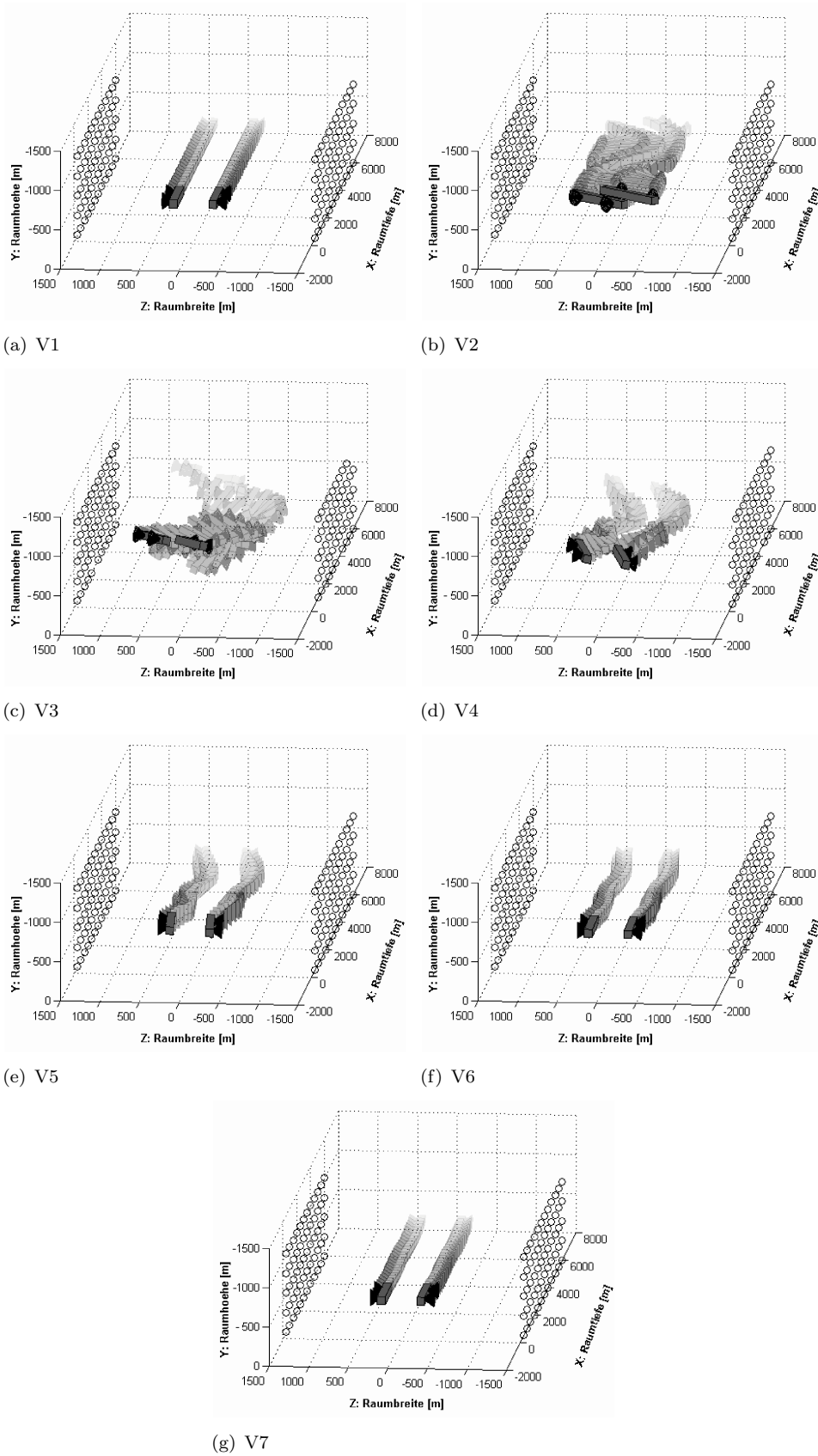


Abb. 5.2.: Trajektorien und über die Zeit sichtbare 3D-Punkte der Versuche 1–7. Die Positionen der Stereosysteme zu allen Zeitpunkte sind hier als Überlagerung in einer Abbildung dargestellt. Die über die Zeit sichtbaren 3D-Punkte sind als schwarze Kreise dargestellt. Die Position der Punkte ist für alle Versuche identisch.

**Genauigkeit des Vorwissen:** Für die oben definierten Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  werden die folgenden Genauigkeiten angenommen:

$\sigma_{t_x} [mm]$	$\sigma_{t_y} [mm]$	$\sigma_{t_z} [mm]$	$\sigma_\omega [^\circ]$	$\sigma_\phi [^\circ]$	$\sigma_\kappa [^\circ]$
1	1	1	$\sim 0,05$	$\sim 0,05$	$\sim 0,05$

Die dargestellten Werte sind fiktive Genauigkeiten, die z.B. für eine Anwendung so gewählt werden können, dass sie einer zu erreichenden Genauigkeit für die Parameter der gegenseitigen Orientierung entsprechen.

### 5.3.4. Ergebnisse der Simulationen

#### 5.3.4.1. Ergebnisse der Versuche mit kritischer Bewegung

Die Tabellen 5.3(a) und 5.3(b) dokumentieren die Ergebnisse der Versuche 1 und 2, bei denen die ausgeführten kritischen Bewegungen (nur Translation bzw. Rotation/Translation ausschließlich in einer Ebene) ohne Integration von Vorwissen als zusätzliche Beobachtung in den Ausgleichungsprozess zu singulären Normalgleichungssystemen führen.

Tabelle 5.3.: Ergebnisse der Versuche 1–2

(a) Einfluss des Vorwissens auf die (b) Rückgerechnete Standardabweichung ausgeglichenen Parameter. auf den Fall freier Parameter.

	$u_i$ V1	$u_i$ V2		$\sigma_i$ V1	$\sigma_i$ V2
$t_x$	1,00	0,34	$t_x$ [mm]	$\infty$	0,72
$t_y$	1,00	1,00	$t_y$ [mm]	$\infty$	$\infty$
$t_z$	1,00	0,42	$t_z$ [mm]	$\infty$	0,84
$\omega$	1,00	0,06	$\omega$ [°]	$\infty$	0,014
$\phi$	0,02	0,03	$\phi$ [°]	0,009	0,010
$\kappa$	0,33	0,04	$\kappa$ [°]	0,040	0,011

Aus der Tabelle 5.3(a) wird deutlich, dass bei den definierten kritischen Bewegungen einige Parameter ausschließlich über das eingeführte Vorwissen bestimmt sind und nicht kontrolliert werden können. Für diese Parameter ist  $u_i = 1 - r_i = \frac{\hat{q}_i}{q_i} = 1$  (vgl. (2.15)), d. h. die Varianz  $\hat{q}$  nach der Ausgleichung hat sich im Verhältnis zur angenommenen Varianz des Vorwissens  $q_i$  nicht verbessert. Die Parameter, die nicht aus den kritischen Bewegungen bestimmt werden können, entsprechen den in der Tabelle 5.1 zusammengefassten Erwartungen: Bei einer ausschließlich translatorischen Bewegung lassen sich nur zwei Parameter der Rotation bestimmen; nicht bestimmbar sind die Parameter der Translation und die Rotation um die  $x$ -Achse, die in den simulierten Versuchen der Bewegungsrichtung entspricht, in der die Translation stattfindet. Bei der Bewegung in einer Ebene lässt sich nur der Parameter der Translation, der senkrecht auf der Ebene steht, in der die Bewegung stattfindet, nicht bestimmen.

Wie die Einflussgrößen  $u_i$  und die Standardabweichungen in Tabelle 5.3 zeigen, können bei den kritischen Bewegungen die meisten Parameter der Rotation ( $u_i \ll 1$ ) zuverlässig bestimmt werden. Eine Ausnahme stellt die Bestimmbarkeit von  $\kappa$  im ersten Versuch dar: Entgegen der in der Tabelle 5.1 formulierten Annahme, dass in diesem Versuch der Parameter zuverlässig bestimmbar sein sollte ( $u_i \ll 1$ ) ist der Einfluss des Vorwissens mit 33 % deutlich sichtbar und die rückgerechnete Standardabweichung ist mit  $\hat{\sigma}'_\kappa = 0,04^\circ$  nur geringfügig kleiner als die angenommene Genauigkeit des Vorwissens von  $\sigma_{\kappa(0)} = 0,05^\circ$ .

Für die bestimmbar Parameter der Translation im zweiten Versuch ist der Einfluss des Vorwissens ist mit ca. 30 % bzw. 42 % vergleichsweise hoch. Auch hier zeigt sich für die rückgerechneten Werte der Standardabweichung, dass diese nur unwesentlich besser sind als die eingeführte Genauigkeit des a priori-Wissen.

### 5.3.4.2. Ergebnisse der Versuche mit schrittweise reduzierter Bewegung

Die Tabellen 5.4(a) und 5.4(b) dokumentieren die Ergebnisse der Versuche 3–7 bei denen die Bewegung schrittweise immer weiter bis zu einer beinahe translatorischen Bewegung reduziert wird.

Tabelle 5.4.: Ergebnisse der Versuche 3–7.

(a) Einfluss des Vorwissens auf einen ausgeglichenen Parameter.

	$u_i$ V3	$u_i$ V4	$u_i$ V5	$u_i$ V6	$u_i$ V7
$t_x$	0,71	0,82	0,96	1,00	1,00
$t_y$	0,59	0,72	0,94	0,99	1,00
$t_z$	0,79	0,97	1,00	1,00	1,00
$\omega$	0,24	0,47	0,78	0,94	1,00
$\phi$	0,06	0,04	0,02	0,02	0,02
$\kappa$	0,12	0,26	0,30	0,30	0,33

(b) Rückgerechnete Standardabweichung auf den Fall freier Parameter.

	$\sigma_i$ V3	$\sigma_i$ V4	$\sigma_i$ V5	$\sigma_i$ V6	$\sigma_i$ V7
$t_x$ [mm]	1,56	2,12	4,60	16,12	51,60
$t_y$ [mm]	1,20	1,60	3,84	10,80	36,68
$t_z$ [mm]	1,92	6,04	15,96	48,28	165,56
$\omega$ [°]	0,032	0,053	0,107	0,233	0,879
$\phi$ [°]	0,015	0,012	0,009	0,008	0,009
$\kappa$ [°]	0,021	0,034	0,038	0,037	0,040

Wie die Tabellen 5.4(a) und 5.4(b) zeigen, ist für die Parameter der Translation, bei der angenommenen Genauigkeit der Bildmessung, des Vorwissens und bei den ausgeführten Bewegungen, der Einfluss des Vorwissens ausschlaggebend für die Ergebnisse der Ausgleichung. Bereits im dritten Versuch mit der stärksten Bewegung liegt der Einfluss im günstigsten Fall bei ca. 60 %. In keinem der Versuche kann die für das Vorwissen angenommene Genauigkeit der Parameter für die Translation  ${}^B\mathbf{t}_A$  auf Basis der ausgeführten Bewegungen gesteigert werden. Alle rückgerechneten Genauigkeiten sind schlechter als die angenommenen Werte von  $\sigma_{B\mathbf{t}_A^{(0)}} = 1$  mm für das a priori-Wissen. Vergleicht man in der Tabelle 5.2 die Werte, die für die Generierung der Bewegung verwendet werden, fällt auf, dass für den Versuch 2, bei dem die rückgerechnete Standardabweichung für  $t_x$  und  $t_z$  eine Verbesserung gegenüber der angenommenen Genauigkeit des a priori-Wissen darstellt, die maximal ausgeführte Drehung um die  $y$ -Achse doppelt so groß wie in Versuch 3 ist. Es liegt daher nahe zu vermuten, dass die Rotation in den Versuchen 3–7 nicht ausreichend ist, um für die Parameter der Translation eine Genauigkeit zu erreichen, die besser ist als die a priori angenommene Genauigkeit des Vorwissens.

Bei den Parametern der Rotation zeigt sich, dass bei einer Reduktion der Bewegung nur für

$\phi$  das Vorwissen eine geringe Auswirkung auf das Ergebnis hat. Hier fällt aber auf, dass entgegen den Erwartungen der Einfluss mit der Reduktion der Bewegung geringer wird. Betrachtet man allerdings die rückgerechneten Standardabweichungen, kann vermutet werden, dass diese Beobachtung nicht relevant ist, denn die maximale Differenz zwischen den in Tabelle 5.4(b) angegebenen Genauigkeiten beträgt nur  $0,007^\circ$  und ist damit kleiner als die erreichbare Standardabweichung. Für den Parameter  $\omega$ , der bei der Annäherung an eine ausschließlich translatorische Bewegung nicht mehr bestimmbar ist ( $u_i = 1$ ), zeigt sich, dass bereits im vierten Versuch der Einfluss des Vorwissens beinahe 50 % beträgt und die rückgerechnete Standardabweichung  $\hat{\sigma}'_\omega = 0.053^\circ$  geringfügig größer als die angenommene Genauigkeit des Vorwissens von  $\sigma_{\omega(0)} = 0,05^\circ$  ist. Für den Parameter  $\kappa$  zeigt sich dasselbe Verhalten, das auch im ersten Versuch sichtbar ist: Mit der Reduktion der Bewegung nimmt der Einfluss des Vorwissens auf den ausgeglichen Parameter immer stärker zu.

Das zu den rückgerechneten Standardabweichungen in Tab. 5.4(b) nicht  $\infty$  eingetragen ist, obwohl in der Tab. 5.4(a) ein  $u_i = 1.00$  angegeben ist, liegt an der für den Eintrag vorgenommenen Rundung des Wertes. Das die entsprechenden Parameter aus der gegebenen Bewegung nicht bestimmt werden können, verdeutlichen die sehr großen Zahlen für die rückgerechneten Standardabweichungen.

Aus den Ergebnissen der Versuche wird deutlich, dass mit der angenommenen Bildmessgenauigkeit  $\sigma_{\mathbf{u}} = 0,25$  pel und den ausgeführten Bewegungen die initial angenommene Genauigkeit des Vorwissen z. T. nur unwesentlich bzw. gar nicht verbessert werden kann.

## 5.4. Bewertung der Ergebnisse der Simulationen

Bei der Auswertung der Simulationen hat sich gezeigt, dass

- a) die umgesetzte Integration von Vorwissen in die Ausgleichung auch bei Bewegungsformen, die zu Singularitäten im Normalgleichungssystem führen, eine erfolgreiche Auswertung erlaubt. Diese Vorgehensweise erlaubt es, in Abhängigkeit von den ausgeführten Bewegungen, immer so viele der Parameter der gegenseitigen Orientierung wie möglich zu bestimmen. Die Verwendung von alternativen Modellen mit einer reduzierten Anzahl an Parametern ist nicht nötig.
- b) die verwendete Rückrechnung auf den Fall freier Parameter eine anschließende Beurteilung der Ergebnisse erlaubt. Darüber hinaus bietet die Rückrechnung Hinweise auf Parameter, die aus der aktuellen Bewegung nicht bestimmt werden können.

Ein weiterer Vorteil der Rückrechnung auf den Fall freier Parameter ist, dass der Einfluss der verwendeten Genauigkeit des Vorwissens auf die Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung für eine Bewertung herausgerechnet werden kann. Dadurch wird die Bewertung der Ergebnisse unabhängig von der Genauigkeit des Vorwissens und es können für die Genauigkeit des Vorwissens entweder reale Werte oder fiktive Werte wie im Fall der Simulationen verwendet werden.

Eine weitere Fragestellung, die mit den simulierten Versuchen untersucht werden sollte, war die Bestimmbarkeit der Parameter bei der Annäherung an die Bewegungsformen, die zu Singularitäten führen: Bewegung in derselben Ebene und reine Translation ohne Rotation. Hier hat sich gezeigt, dass mit der angenommenen Bildmessgenauigkeit bei den simulierten Bewegungen einige der Parameter entgegen den Erwartungen fast ausschließlich durch das Vorwissen bestimmt sind. Darüber hinaus hat sich gezeigt, dass bei diesen Größen die erreichten Genauigkeiten geringer sind als die angenommenen Werte für das Vorwissen. Offensichtlich

können mit den simulierten Trajektorien und den verwendeten Annahmen zum Messsystem (Sensorauflösung, Bildmessgenauigkeit,, etc.) die angesetzten Genauigkeiten für die Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  nicht erreicht werden. Die Simulationen haben somit einen Eindruck davon vermittelt, welche Genauigkeiten für die einzelnen Parameter bei den unterschiedlichen Bewegungsformen unter optimalen Bedingungen theoretisch erwartet werden können. Die Ergebnisse haben weiterhin gezeigt, dass für eine zuverlässige Bestimmung der Parameter, die bei auftretenden Singularitäten aufgrund der ausgeführten Bewegungen nicht bzw. nur schlecht bestimmbar sind, die Variation der Bewegung noch stärker sein muss, als für die Simulation angenommen.

Warum z.B. die Genauigkeit der Rotation  $\kappa$  um die Blickrichtung der Stereosysteme entgegen den Erwartungen recht deutlich durch die Genauigkeit des Vorwissen beeinflusst wird, bleibt zu klären. Eine mögliche Erklärung ist die fehlende Tiefen-Variation der verwendeten 3D-Punkte.

## 5.5. Untersuchungen an realen Bildsequenzen

### 5.5.1. Vorgehensweise

Die zur Verifikation der Ergebnisse der synthetischen Versuche aufgenommen Bildsequenzen orientieren sich in der Art der ausgeführten Bewegungen an diesen. Für die Aufnahme der Sequenzen wurde die beiden Seitenwände eines ca. 4 m langen und etwa 3 m breiten Ganges mit jeweils etwa 90 signalisierten kreisrunden Marken beklebt. Einen Überblick über die durchgeführten Versuche gibt die Tabelle 5.5. Die ausgeführten Trajektorien mit den entsprechenden Parametern der Orientierung sind in den Abbildungen 5.3 - 5.4 dargestellt.

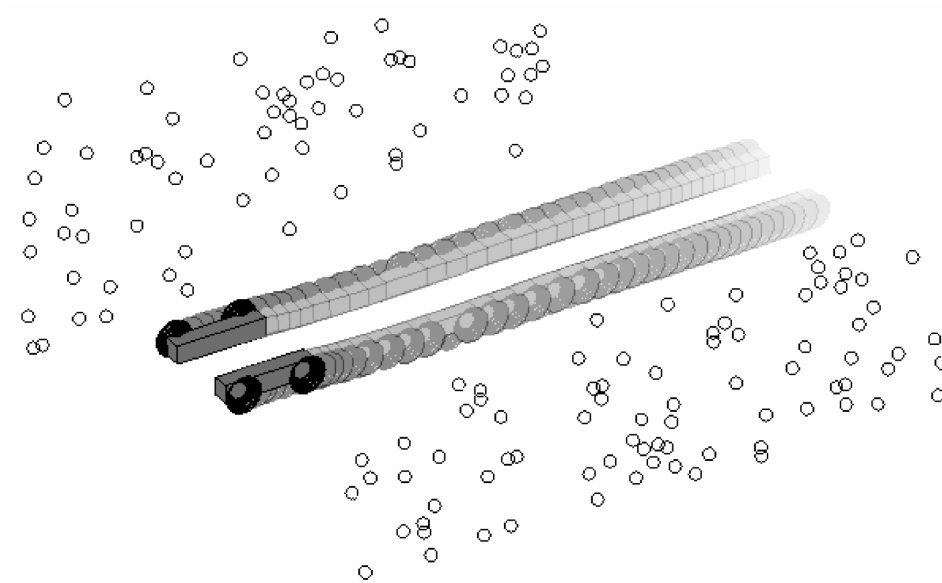
Tabelle 5.5.: Überblick über die durchgeführten realen Experimente.

	Art der Bewegung	Erwartung an Bestimmbare Parameter
V1	geradlinige Bewegung ohne Rotation	nur $\phi$ und $\kappa$ bestimmbar
V2	Bewegung in einer Ebene (Rotation nur um Normale der Ebene, keine Translation parallel zu dieser Normalen)	$t_y$ und $\omega$ nicht bestimmbar
V3	freie Bewegung um alle Achsen	alle Parameter bestimmbar

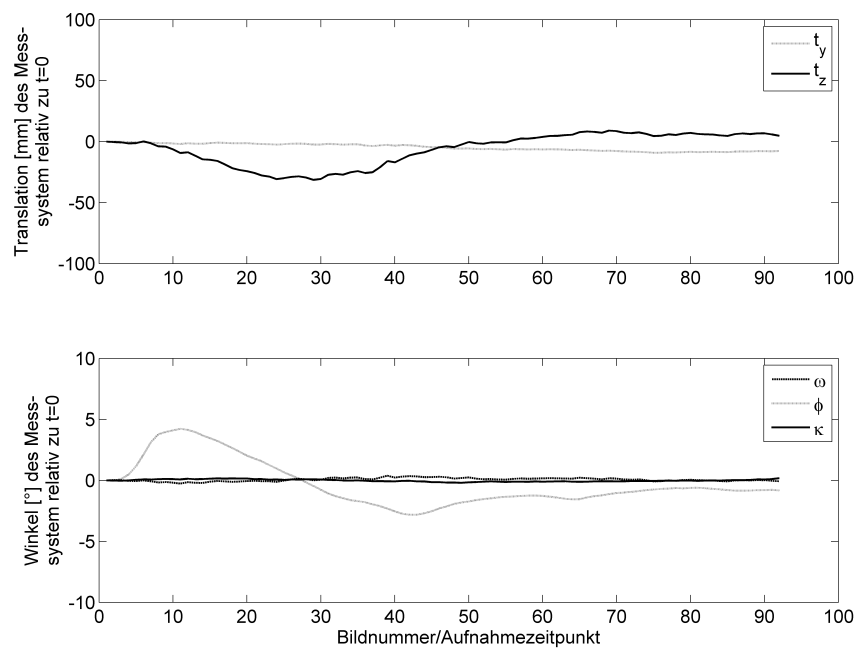
Der dritte Versuch, bei dem das Mehrkamerasystem ohne Einschränkungen frei bewegt wird, erlaubt es, alle Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  ohne das Einführen von Vorwissen zu bestimmen. Für den Vergleich der unterschiedlichen Bewegungsformen wird daher das Ergebnis des dritten Versuchs als Referenz verwendet. Die ermittelten Größen für die Parameter der gegenseitigen Orientierung mit ihren entsprechenden Genauigkeiten werden anschließend als Vorwissen in der Auswertung der drei Versuche verwendet.

Der Arbeitsablauf für die Auswertung der Sequenzen besteht aus den folgenden Teilschritten:

**Beschaffung von Näherungswerten:** Näherungswerte werden benötigt für die 3D-Punkte und die Orientierungen der beiden Stereosysteme  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  zu unterschiedlichen Zeitpunkten.



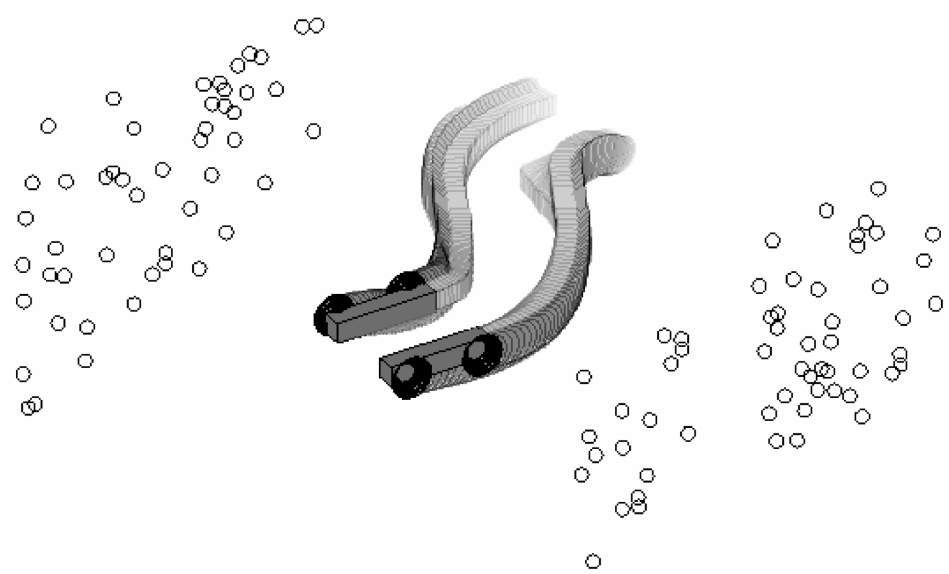
(a) Darstellung der Orientierungen des bewegten Mehrkameranensystems als Überlagerung in einer Abbildung. Die Position der über die Zeit sichtbaren 3D-Punkte ist als schwarzer Kreis visualisiert.



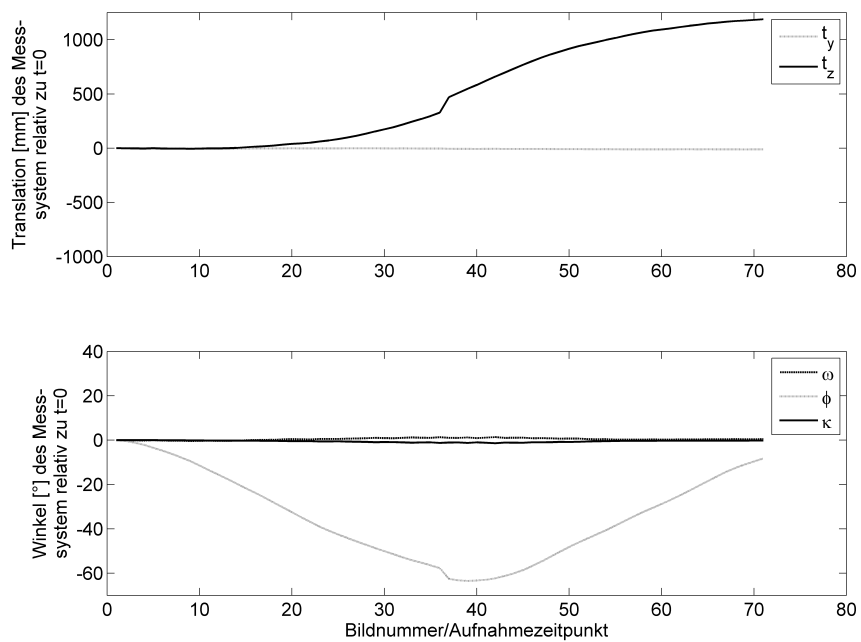
(b) Darstellung der Orientierungsparameter des bewegten Mehrkameranensystems, bezogen auf den Referenzzeitpunkt  $t = 0$ .

Abb. 5.3.: Darstellung des Bewegungsverlaufes für die gemeinsame Auswertung der Stereosysteme **A** und **B** für den ersten Versuch.



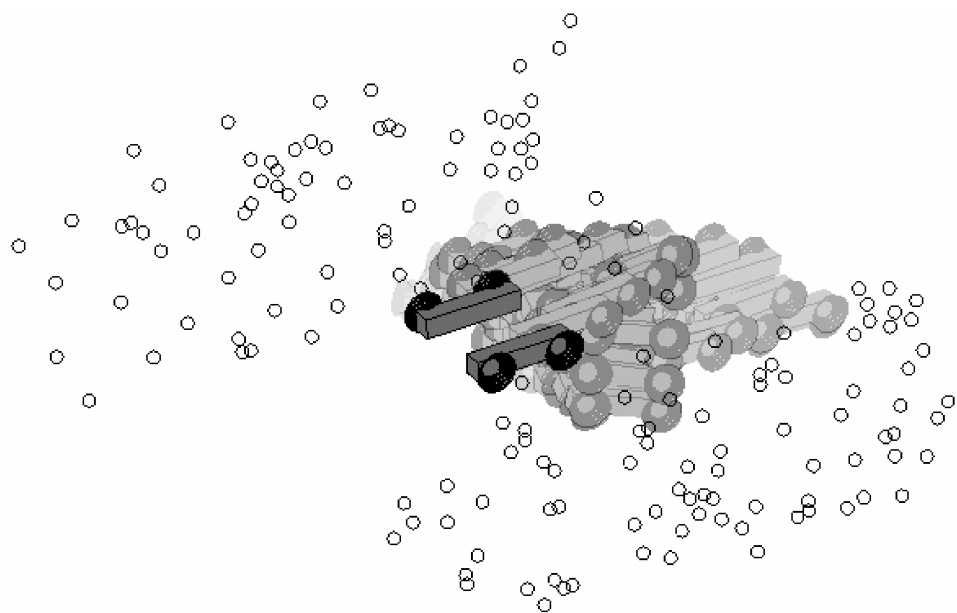


(a) Darstellung der Orientierungen des bewegten Mehrkameranensystems als Überlagerung in einer Abbildung. Die Position der über die Zeit sichtbaren 3D-Punkte ist als schwarzer Kreis visualisiert.

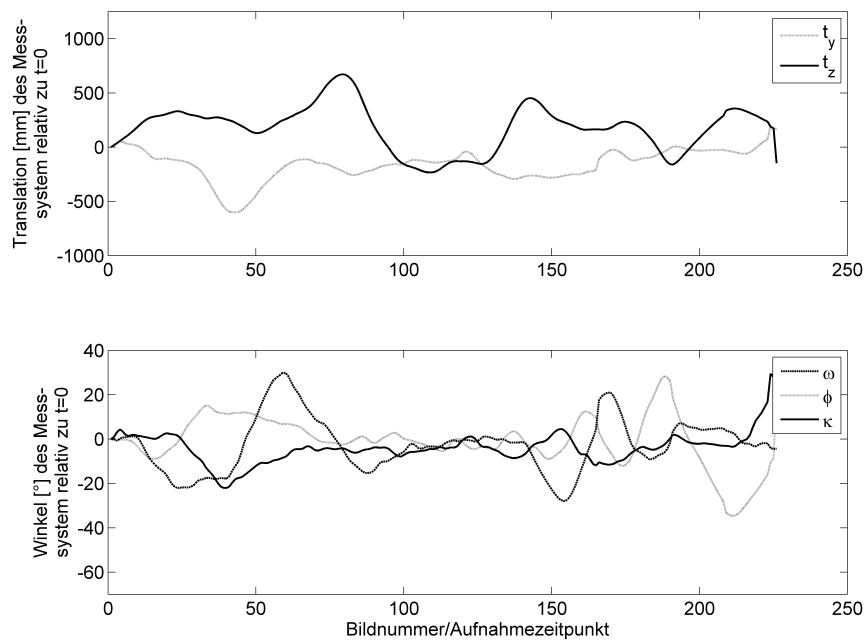


(b) Darstellung der Orientierungsparameter des bewegten Mehrkameranensystems, bezogen auf den Referenzzeitpunkt  $t = 0$ .

Abb. 5.4.: Darstellung des Bewegungsverlaufes für die gemeinsame Auswertung der Stereosysteme **A** und **B** für den zweiten Versuch.



(a) Darstellung der Orientierungen des bewegten Mehrkameranystems als Überlagerung in einer Abbildung. Die Position der über die Zeit sichtbaren 3D-Punkte ist als schwarzer Kreis visualisiert.



(b) Darstellung der Orientierungsparameter des bewegten Mehrkameranystems, bezogen auf den Referenzzeitpunkt  $t = 0$ .

Abb. 5.5.: Darstellung des Bewegungsverlaufes für die gemeinsame Auswertung der Stereosysteme **A** und **B** für den dritten Versuch.

Die Näherungswerte für  ${}^B\mathbf{T}_A$  werden initial aus den Konstruktionsdaten des Mehrkameranensystems abgeleitet. Die Orientierungen und 3D-Punkte beziehen sich auf das Globale Koordinatensystem, das im Abschnitt 4.3.1 festgelegt wurde.

**Getrennte Ausgleichung für Stereosysteme A und B:** Aus den im ersten Schritt bestimmten Näherungswerten für die Orientierungen und 3D-Punkte wird *getrennt* für die Stereomeßsysteme **A** und **B** eine Ausgleichung durchgeführt, bei der die Näherungswerte für die Orientierungen und die 3D-Punkte verbessert werden. Dieser Schritt wird durchgeführt, um vorab Fehlzuordnungen zu detektieren und die Konvergenz der gemeinsamen Ausgleichung zu beschleunigen.

**Gemeinsame Ausgleichung zur Bestimmung der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$ :** Die Ergebnisse der getrennten Ausgleichung aus dem zweiten Schritt werden zusammengeführt und in einer gemeinsamen Ausgleichung werden die Näherungswerte für  ${}^B\mathbf{T}_A$ , sofern aus der gegebenen Bewegung möglich, verbessert.

### 5.5.2. Aufbau des Mehrkameranensystems

Für die Versuche mit realen Bildsequenzen wird der in der Abbildung 5.6 skizzierte Versuchsaufbau verwendet: Zwei Stereosysteme werden durch zusätzliche Verstrebungen so miteinander verbunden, dass die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  zwischen den Stereosystemen **A** und **B** über die Zeit hinweg konstant bleibt.

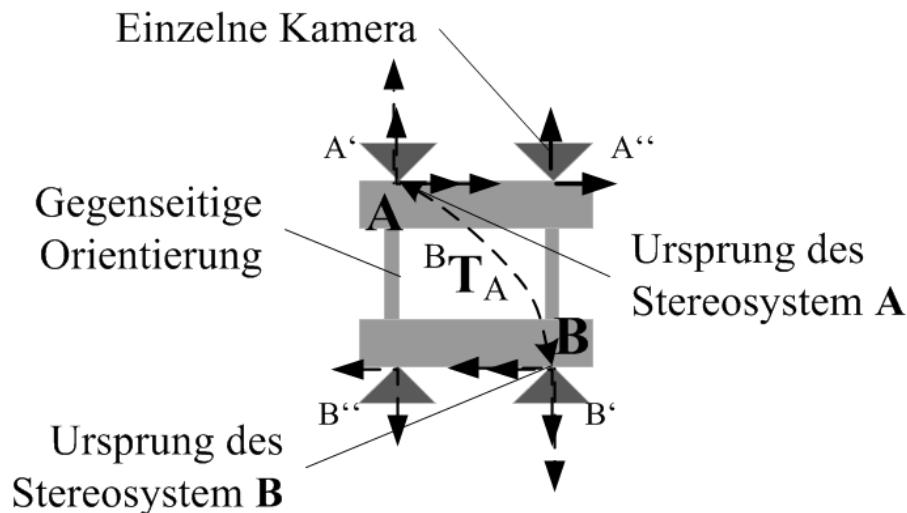


Abb. 5.6.: Schematische Darstellung des verwendeten Mehrkameranensystems

Für die Versuche werden Firewire-Industriemesskameras (AVT-Marlin) mit einer Auflösung von  $640 \times 480$  Pixeln und einer Bildfrequenz von 30 Hz verwendet. Die synchrone Bildaufnahme wird über eine zusätzliche Trigger-Hardware sichergestellt, an die alle vier Kameras angeschlossen werden. Die Parameter der relativen Orientierung von **A** und **B** sind in der Tabelle 5.6 dargestellt.

Die Parameter der inneren Orientierung für alle Kameras sind in der Tabelle 5.7 aufgeführt. Dabei stellt  $c$  die Brennweite und  $x_h$  sowie  $y_h$  den Bildhauptpunkt in Pixeln dar. Der Wert

Tabelle 5.6.: Parameter der relativen Orientierung der Stereosysteme

	$t_x$ [mm]	$t_y$ [mm]	$t_z$ [mm]	$\omega$ [°]	$\phi$ [°]	$\kappa$ [°]
<b>A'</b>	0,0	0,0	0,0	-0,011	-13,193	-0,308
<b>A''</b>	600,44	0,0	0,0	0,011	10,806	0,261
<b>B'</b>	0,0	0,0	0,0	-0,033	-11,435	-0,238
<b>B''</b>	589,58	0,0	0,0	0,033	12,723	-0,472

$s_{x,y}$  beschreibt das Verhältnis zwischen der Seitenlänge eines Pixels in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Die Parameter des bekannten Verzeichnungsmodells nach BROWN (1971) sind durch  $A_i$ ,  $B_i$  und  $C_i$  gegeben. Der zweite Nulldurchgang der Verzeichnungskurve (vgl. LUHMANN, 2000, S. 120) wird definiert durch  $r_0$ .

Tabelle 5.7.: Parameter der inneren Orientierung der Kameras

	$c$ [pel]	$x_h$ [pel]	$y_h$ [pel]	$s_{x,y}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$C_2$	$r_0$ [pel]
<b>A'</b>	470,21	316,18	246,81	1,000	-0,0824	0,0184	-0,0027	-0,0003	0,0002	0,0003	266,66
<b>A''</b>	469,58	318,48	248,44	0,999	-0,0819	0,0182	-0,0028	0,0000	0,0003	-0,0002	266,66
<b>B'</b>	456,54	318,43	228,45	0,999	-0,0947	0,0180	-0,0038	0,0001	0,0002	0,0003	266,66
<b>B''</b>	458,59	328,99	238,14	1,000	-0,0946	0,0196	-0,0053	0,0001	-0,0001	-0,0004	266,66

### 5.5.3. Generierung der Punktwolke zu einem Zeitpunkt

#### 5.5.3.1. Bildmessung der signalisierten Markierungen

Als Szenario für die im Abschnitt 5.5 beschriebene Untersuchung einer realen Bildsequenz wird die Durchfahrt des Mehrkamerasystems durch einen Gang gewählt. Um eine Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Versuche zu gewährleisten, werden die Wände des Ganges mit zufällig verteilten Signalisierungen (schwarzer Kreis auf weißem Untergrund, s. Abb. 5.7(a)) beklebt, deren Zentren sich in den Bildern der Sequenzen reproduzierbar messen lassen.

Der erste Schritt in der Bildmessung der signalisierten Markierungen besteht aus der Suche nach Interest-Regionen (ROI), d. h. nach Bildbereichen in denen potentiell eine kreisförmige Marke vorhanden sein könnte. Da die Form der verwendeten Signalisierungen vorab bekannt ist, ist es nicht nötig, allgemeingültige Merkmalsdetektoren, wie z. B. die in MIKOLAJCZYK et al. (2005) untersuchten Detektoren für 2D-Bilddaten oder den in UNNIKRISSHANN und HEBERT (2008) beschriebenen Detektor für dichte 3D-Punktwolken, zu verwenden.

Mit dem vorhandenen Wissen über die Größe im Objektraum, über die Form der Signalisierung und der Kenntnis der inneren Orientierung der Kameras wird im Folgenden ein spezialisierter Detektor für die verwendete Signalisierung entworfen. Die Verwendung eines spezialisierten Detektors bietet darüber hinaus den Vorteil, dass sich Fehldetektionen z. B. an Elementen des Hintergrunds reduzieren lassen.

Die verwendete Näherungssuche beruht auf der Annahme, dass sich die gesuchten Signalisierungen – kreisförmige Marken – im Bild durch ihre klar definierte äußere Kante gegenüber dem Hintergrund abgrenzen. Im Kantenbild stellt sich die Signalisierung dadurch als eine geschlossene und damit zusammenhängende Kontur dar. Zur Berechnung des Kantenbildes wird der *Canny-Edge-Algorithmus* (CANNY, 1986) verwendet. Dieser Algorithmus bietet gegenüber einfachen Ansätzen zur Berechnung eines Kantenbildes, wie z. B. der Filterung mit einem Sobel-Filter, die folgenden Vorteile:

- a) das Kantenbild enthält nur zusammenhängende Kanten, d.h. Kantenpixel die mit anderen Kantenpixeln benachbart sind,
- b) zufällige Kantenpixel, die z. B. durch im Bild vorhandenes Rauschen entstanden sind, und nicht mit anderen Kanten zusammenhängen, werden unterdrückt.

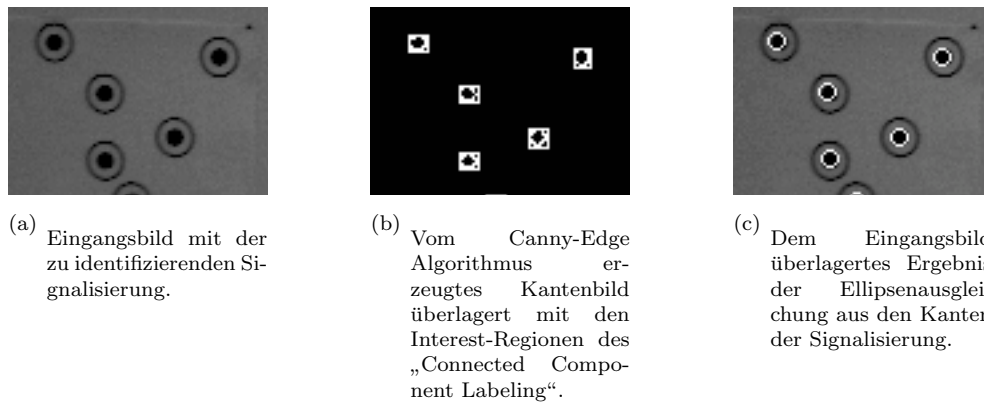


Abb. 5.7.: Abbildung der verwendeten Signalisierungen und der Zwischenergebnisse zur sub-pixel genauen Identifikation des Zentrums der Signalisierungen.

Als Ergebnis liefert der Algorithmus ein Binärbild bei dem ein Pixel  $g(\mathbf{u})$  an der Bildposition  $\mathbf{u} = [u_x, u_y]^T$  mit dem Wert 1 als Vordergrund- und ein Pixel mit dem Wert 0 als Hintergrundpixel betrachtet wird.

Zur Identifikation der ROI wird im Anschluss der *Connected Components Labeling*-Algorithmus (CCL, (vgl. GONZALEZ und WOODS, 1987)) auf das binarisierte Kantenbild angewendet. Als Ergebnis liefert der CCL minimal-umgebende Rechtecke um Regionen zusammenhängender Vordergrundpixel.

Das aus dem Canny-Edge-Algorithmus resultierende Gradientenbild, und die identifizierten ROI des CCL sind in der Abb. 5.7(b) dargestellt. Es wird deutlich, dass der beschriebene Ansatz robust Näherungspositionen für die folgende Feinmessung bereitstellt.

**Feinmessung der Merkmalsposition** Die sub-pixel genaue Messung des Marken-Zentrums erfolgt für alle im vorherigen Schritt identifizierten ROI durch den in LUHMANN (1986) beschriebenen Stern-Operator. Im Vorfeld fälschlicherweise identifizierte Näherungspunkte, die keiner elliptischen Form entsprechen, werden im Rahmen dieser Fein-Messung verworfen.

Als Ergebnis der Bildmessung der Signalisierungen liegen für die beiden Bilder eines Stereopaars die Punktmengen  $\mathbb{P}_1$  und  $\mathbb{P}_2$  mit

$$\mathbb{P}_1 : \{\mathbf{u}_k : \forall k = 1, \dots, n, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^2\}$$

$$\mathbb{P}_2 : \{\mathbf{v}_l : \forall l = 1, \dots, m, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2\}$$

vor, wobei  $n$  und  $m$  die Anzahl der gemessenen Bildpunkte in den Kameras eines Stereosystems darstellt.

#### 5.5.4. Zuordnung korrespondierender Bildmessungen

Das Identifizieren möglicher Korrespondenzen zwischen den Punktmengen  $\{\mathbf{u}_k\}$  und  $\{\mathbf{v}_l\}$  erfolgt gemäß dem in OTEPKA et al. (2002) beschriebenen Vorgehen und setzt voraus, dass die

relativen und inneren Orientierungen des Stereosystems bekannt sind.

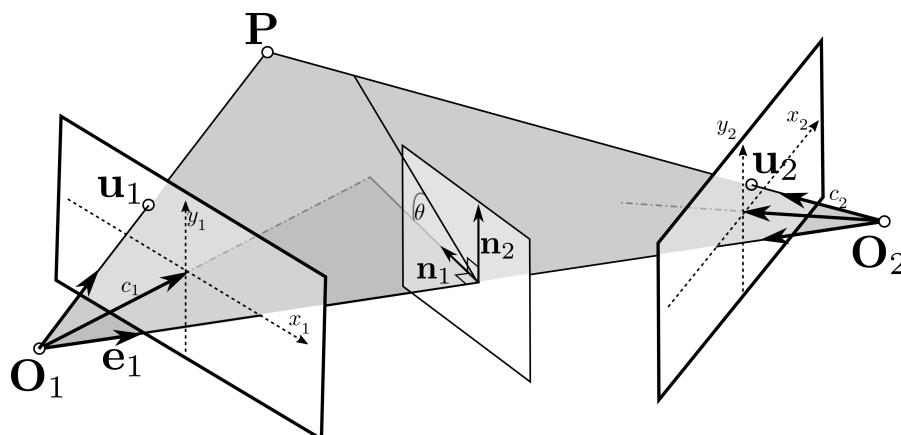


Abb. 5.8.: Epipolar Geometrie (nach: ОТЕРКА et al., 2002)

Der implementierte Ansatz macht sich die in der Abb. 5.8 dargestellte Eigenschaft der Epipolargeometrie zu Nutze, dass die Bildstrahlen korrespondierender Punkte denselben Winkel  $\theta$  mit einer beliebig zu wählenden Epipolarebene einschließen.

Der zu einem verzeichnungsfreien Bildpunkt  $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T$  gehörige Bildstrahl  $\mathbf{r}$  ergibt sich für eine Kamera gemäß

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ c \end{bmatrix} \quad : \mathbf{r} \in \mathfrak{R}^3,$$

wobei  $\mathbf{R}$  die Rotationsmatrix zwischen dem Koordinatensystem des Stereosystems und dem Kamerakoordinatensystem einer Kamera und  $c$  die Kamerakonstante dieser Kamera darstellt.

Der zum Bildstrahl  $\mathbf{r}$  gehörige Epipolarwinkel  $\theta$  ergibt sich dann gemäß

$$\theta = \text{atan2}(\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{r}, \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{r}). \quad (5.1)$$

Dabei stellen  $\mathbf{n}_1$  und  $\mathbf{n}_2$  Normalenrichtungen dar, die im Koordinatensystem des Stereosystems definiert sind, und die beide senkrecht auf der Verbindungsachse der Projektionszentren der Kameras stehen. Der Vektor  $\mathbf{n}_2$  ist der Normalenvektor der gewählten Epipolarebene (z. B. Ebene aufgespannt aus Richtung der optischen Achse einer Kamera und Richtung zum Projektionszentrum der anderen Kamera). Der Vektor  $\mathbf{n}_1$  liegt in der gewählten Epipolarebene und steht senkrecht auf der Verbindungsachse der Projektionszentren und auf  $\mathbf{n}_2$ . Die Funktion  $\text{atan2}(\ast)$  berücksichtigt die Vorzeichen ihrer Argumente und liefert einen Winkel  $\theta$  im Intervall  $[-\pi, \pi]$  zurück. Die Skalarprodukte  $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{r}$  und  $\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{r}$  in der Gl. (5.1) ergeben die Projektion des Bildstrahls  $\mathbf{r}$  auf die beiden Normalenvektoren.

Für alle Punkte  $\mathbf{u}_i \quad \forall i = 1 \dots n$  und  $\mathbf{v}_j \quad \forall j = 1 \dots m$  werden die Epipolar-Winkel  $\theta_{1i}$  und  $\theta_{2j}$  gemäß der Gl. (5.1) berechnet und aufsteigend sortiert.

Zwei Bildstrahlen werden als korrespondierend angesehen, wenn sie annähernd den gleichen Epipolarwinkel aufweisen und somit die in der Gl. (5.2) dargestellte Bedingung erfüllt ist.

$$|\theta_{1i} - \theta_{2j}| \leq \epsilon_\theta \quad (5.2)$$

Der Schwellwert  $\epsilon_\theta$  ist abhängig von der Bildmessgenauigkeit und der Genauigkeit mit der die innere und die relative Orientierung des Stereosystems bestimmt werden kann. Für die Stereozuordnung in dieser Arbeit wird ein Wert  $\epsilon_\theta \approx 0.4^\circ$  verwendet.

Die Ergebnisse der Bildmessung der Signalisierungen und der Zuordnung korrespondierender Bildstrahlen über den Epipolarwinkel ist für ein Stereobildpaar in der Abb. 5.9 exemplarisch dargestellt.

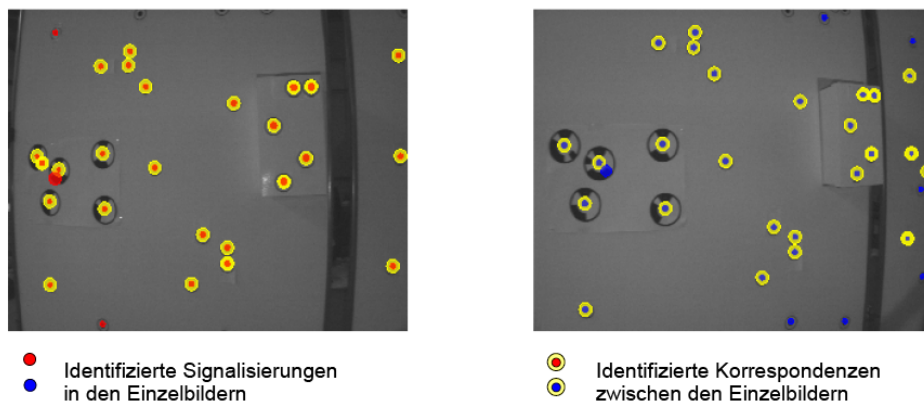


Abb. 5.9.: Identifizierte Merkmale (rote und blaue Kreise) in den Einzelbildern und erfolgreich zugeordnete Merkmale zwischen den Stereo-Bildpaaren (gelb-rot bzw. gelb-blaue Kreise)

Für alle Paare korrespondierender Punkte, die die Bedingung (5.2) erfüllen, wird anschließend ein Vorwärtsschnitt berechnet und es ergibt sich die Punktwolke

$${}^i\mathbb{X} = \{\mathbf{x}_{i_k}, \forall k = 1, \dots, n, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3\}$$

mit  $n$  Punkten für einen Zeitpunkt  $t = i$ .

## 5.5.5. Beschaffung von Näherungswerten

### 5.5.5.1. Näherungswerte für Orientierungen zwischen zwei Aufnahmezeitpunkten

Als erster Schritt zur Berechnung der Orientierung zwischen unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten wird für jeden Punkt einer Punktwolke zum Zeitpunkt  $t = i: \forall i = 1, \dots, n$ , wobei  $n$  die Anzahl der Aufnahmezeitpunkte ist, eine kompakte charakteristische Beschreibung gemäß dem Ansatz in Abschnitt 3.2.2 berechnet.

Anschließend werden, wie in Abschnitt 3.3 beschrieben, auf Basis der charakteristischen Beschreibung Korrespondenzen zwischen Punkten zu unterschiedlichen Aufnahmezeitpunkten bestimmt. Für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung werden für die Auswertung der Versuchsdaten die in der folgenden Tabelle dargestellten Parameter angenommen.

Parameter	Wert
Maximaler Radius der Nachbarschaft	750 mm
Maximale Anzahl an Nachbarn	12
Minimale Anzahl an Nachbarn	4
Anzahl Quadranten pro Achse für die Berechnung des Quadtree-Index	64

Wenn mindestens drei Korrespondenzen zwischen zwei Zeitpunkten identifiziert werden, wird aus diesen Korrespondenzen ein erster Näherungswert für die Orientierung berechnet. Die minimale Anzahl von drei zugeordneten Punkten ist nötig, um die Orientierung zwischen den jeweiligen Aufnahmezeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  bestimmen zu können. Mit der bekannten Orientierung werden dann alle Punkte des Zeitpunktes  $t = i$  in das Koordinatensystem des Zeitpunktes  $t = j$  transformiert und es wird mit einer Nächster-Nachbar-Suche versucht, weitere Korrespondenzen zwischen den Zeitpunkten zu finden. Abschließend wird mit allen identifizierten Korrespondenzen erneut eine Orientierung gemäß dem in WENG et al. (1992) beschriebenen Ansatz berechnet. Für die Auswertung der Versuche wird als Referenzzeitpunkt ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit  $t_{ref} = 0$  gewählt.

### 5.5.5.2. Näherungswerte für die Lage der 3D-Punkte

Für jeden Aufnahmezeitpunkt werden von den Stereosystemen **A** und **B** 3D-Punkte geliefert, die im lokalen Koordinatensystem des jeweiligen Stereosystems definiert sind. Für die gemeinsame Ausgleichung ist es nötig, diese Punkte der einzelnen Zeitpunkte so zusammenzuführen, dass Näherungswerte für die Lage der 3D-Punkte in einem globalen Koordinatensystem vorliegen. Das globale Koordinatensystem wird, wie im Abschnitt 4.3.1 dargestellt, durch die Orientierung des Messsystems zum Referenzzeitpunkt definiert.

Für einen Zeitpunkt  $t = j$ , der, evtl. über weitere Zwischenzeitpunkte, mit dem Referenzzeitpunkt verbunden ist, werden:

1. alle Punkte der Punktwolke zum Referenzzeitpunkt mit der Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_{ref}$  transformiert:  ${}^{j_{ref}}\mathbf{x} = {}^j\mathbf{T}_{ref}{}^{ref}\mathbf{x}$ .
2. Korrespondenzen zwischen den Punkten  ${}^j\mathbf{x}$  und den transformierten Punkten  ${}^{j_{ref}}\mathbf{x}$  über eine Nächste-Nachbar-Suche hergestellt.
3. um die Möglichkeit fehlerhafter Korrespondenzen zu reduzieren, nur Punkte, die über mehr als drei Zeitpunkte zugeordnet wurden, in eine Ergebnisliste übernommen.
4. Punkte, die nicht zugeordnet wurden, in eine Liste mit Neupunkten aufgenommen, die in den Zuordnungen der folgenden Zeitpunkte kontrolliert werden und ebenfalls in die Ergebnisliste übernommen werden, wenn sie in mehr als drei Zeitpunkte zugeordnet werden konnten.

Hierbei ist zu beachten, dass 3D-Punkte die vom Stereosystem **B** gesehen werden, mit Hilfe vorhandener Näherungswerte für die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  in das globale Koordinatensystem transformiert werden müssen.

Als Ergebnis liegt eine Liste mit 3D-Punkten  $\mathbf{x}$  vor, die im globalen Koordinatensystem definiert und zu mindestens drei Aufnahmezeitpunkten sichtbar sind.

### 5.5.6. Bewertung der Zuordnung auf Basis der entworfenen kompakten charakteristischen Beschreibung

Neben der Bewertung der Genauigkeiten für die gegenseitige Orientierung bei unterschiedlichen Bewegungsformen bietet sich die Auswertung der aufgenommenen Bildsequenzen auch an, um die Leistungsfähigkeit der in dieser Arbeit beschriebenen Punktzuordnung auf der Basis kompakter charakteristischer Beschreibungen zu beurteilen.



### 5.5.6.1. Vorgehensweise zur Bewertung der Zuordnungsergebnisse

Die Vorgehensweise zur Bewertung der Leistungsfähigkeit des in dieser Arbeit vorgestellten Zuordnungsverfahrens orientiert sich an der in MIKOLAJCZYK et al. (2005) vorgestellten Methodik für den Vergleich von Ansätzen zur Detektion und Zuordnung von zweidimensionalen Bildmerkmalen. Während MIKOLAJCZYK et al. ihre Ergebnisse getrennt für die Detektion und die Zuordnung der Bildmerkmale darstellen, wird für die Bewertung des hier vorgestellten Ansatzes zur Suche nach korrespondierenden 3D-Punkten nur die Qualität der Zuordnung untersucht. Die eigentliche Detektion der Merkmale hat bereits vorab durch die Stereorekonstruktion aus den extrahierten Bildmerkmalen stattgefunden und wird nicht bewertet.

Wie im Kapitel 3 diskutiert wird, ist es anzunehmen, dass die Messunsicherheiten bei der Berechnung der 3D-Punkte und die Anzahl und Verteilung der Punkte in der Nachbarschaft den größten Einfluss auf die Leistungsfähigkeit der Punktzuordnung haben.

Für die Bewertung, welche Auswirkungen die genannten Einflussgrößen auf den Zuordnungsprozess haben, wird zunächst für jede Kombination zweier Zeitpunkte  $t = i$  und  $t = j$ , für die Korrespondenzen identifiziert wurden, ermittelt, wieviele der theoretisch möglichen Zuordnungen durch den hier vorgeschlagenen Algorithmus gefunden werden. Das Verhältnis  $q_{i,j} : q_{i,j} \in [0 \dots 1]$  der identifizierten zu allen theoretisch möglichen Korrespondenzen stellt ein Maß für die Leistungsfähigkeit des beschriebenen Zuordnungsverfahrens auf der Basis kompakter charakteristischer Beschreibungen dar und entspricht der *true positive rate* (TPR). Zusätzlich wird für diese Kombination zweier Zeitpunkte die Übereinstimmung  $o_{i,j} : o_{i,j} \in [0 \dots 1]$  der sichtbaren 3D-Punkte, die Unterschiede in der Blickrichtung  $v_{i,j} : v_{i,j} \in [0^\circ \dots 90^\circ]$ , bezogen auf die Ebenen, in denen die Punkte liegen und die Unterschiede  $s_{i,j} : s_{i,j} \in [0 \dots 1]$  im Abstand des Stereomesssystems, bezogen auf den Schwerpunkt der sichtbaren 3D-Punkte, bestimmt, um nach den genannten Einflussgrößen differenzieren zu können. Die Berechnung der unterschiedlichen Größen zur Bewertung geschieht wie folgt:

**Qualität der Zuordnung:** Zur Berechnung der Größe  $q_{i,j}$ , als ein Maß für die Qualität der Zuordnung wird zunächst die Orientierung  ${}^j\mathbf{T}_i$  zwischen den Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  berechnet. Dazu werden aus den Ergebnissen der Ausgleichung der einzelnen Stereosysteme die ausgeglichenen Orientierungen  ${}^i\mathbf{T}$  und  ${}^j\mathbf{T}$  extrahiert, die die Lage und Ausrichtung des Stereosystems relativ zum Referenzzeitpunkt angeben. Die Rotation  ${}^j\mathbf{R}_i$  und Translation  ${}^j\mathbf{t}_i$  ergibt sich dann gemäß der Gleichung (5.3).

$$\begin{aligned} {}^j\mathbf{R}_i &= {}^j\mathbf{R}\mathbf{R}_i \\ {}^j\mathbf{t}_i &= {}^j\mathbf{R}(\mathbf{t}_i - \mathbf{t}_j) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Anschließend werden alle  ${}^i\mathbf{x} : {}^i\mathbf{x} \in \mathbb{P}_i, \forall k = 1, \dots, n$  Punkte des Zeitpunktes  $t = i$  mit der Transformation  ${}^j\mathbf{T}_i$  auf den Zeitpunkt  $t = j$  abgebildet, wobei  $\mathbb{P}_i$  die Menge der Punkte repräsentiert, die zum Zeitpunkt  $t = i$  sichtbar sind und  $n = |\mathbb{P}_i|$  ihre Anzahl angibt. Die transformierten Punkte sind im Folgenden durch  $\mathbb{P}'_i$  gegeben. Die Menge der Punkte  $\mathbb{P}_{i \cap j} = \mathbb{P}'_i \cap \mathbb{P}_j$ , die zu beiden Zeitpunkten sichtbar sind und somit theoretisch zugeordnet werden könnten, wird durch eine Nächste-Nachbar-Suche bestimmt. Die Güte der Zuordnung  $o_{i,j}$  ergibt sich dann gemäß der Gleichung (5.4),

$$o_{i,j} = \frac{|\mathbb{P}_{m_{i,j}}|}{|\mathbb{P}_{i \cap j}|} \quad (5.4)$$

wobei  $\mathbb{P}_{m_{i,j}}$  die Menge der Punkte umfasst, die auf der Basis der charakteristischen Beschreibung zugeordnet werden.

**Übereinstimmung der zu zwei Zeitpunkten sichtbaren Punkte:** Die Übereinstimmung  $o_{i,j}$  der 3D-Punkte ergibt sich durch den bereits in Abschnitt 3.3.2 verwendeten Jaccard-Index gemäß der Gleichung (5.5) und dient als Maß, das die Ähnlichkeit der Nachbarschaften beschreibt.

$$o_{i,j} = \frac{|\mathbb{P}_{i \cap j}|}{|\mathbb{P}_i| + |\mathbb{P}_j| - |\mathbb{P}_{i \cap j}|} \quad (5.5)$$

**Differenz der Blickrichtungen:** Zur Berechnung des Unterschieds  $v_{i,j}$  der Blickrichtungen der Stereosysteme zwischen den Aufnahmezeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$ , werden aus der Menge  $\mathbb{P}_{i \cap j}$  der Punkte, die zu beiden Zeitpunkten sichtbar sind, die Paare  $\{^i k \mathbf{x}, ^j k \mathbf{x} : \forall k = 1, \dots, n\}$  ausgewählt, für die, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, eine Normalenrichtung bestimmt wurde. Für alle  $n$  Paare  $\{^i k \mathbf{n}, ^j k \mathbf{n}\}$  der Normalenrichtungen wird dann die Winkeldifferenz  $v_k$  gemäß der Gleichung (5.6) berechnet,

$$v_k = \arccos(^i k \mathbf{n} \cdot ^j k \mathbf{n}) \quad (5.6)$$

wobei  $^i k \mathbf{n} \cdot ^j k \mathbf{n}$  das Skalarprodukt der beiden Vektoren bildet und die Funktion  $\arccos(*)$  diesen Wert in einen Winkel im Intervall  $[0 \dots \pi]$  umrechnet. Aus der Liste aller  $v_k$  wird anschließend der Median  $\bar{v}_k$  bestimmt und als Wert  $v_{i,j} = \bar{v}_k$  verwendet.

**Änderung des Abstandes:** Für die Bewertung, welchen Einfluss unterschiedliche Abstände des Stereosystems zu den 3D-Punkten haben, wird die Maßzahl  $s_{i,j}$  verwendet. Zur Berechnung werden zunächst für die Zeitpunkte  $t = i$  und  $t = j$  die Schwerpunkte  $^i \hat{\mathbf{x}}$  und  $^j \hat{\mathbf{x}}$  der gemeinsam sichtbaren 3D-Punkte gemäß der Gleichung (5.7) bestimmt.

$$^i \hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1 \dots n} ^i k \mathbf{x} : ^i k \mathbf{x} \in \mathbb{P}_{i \cap j} \quad \quad \quad ^j \hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1 \dots n} ^j k \mathbf{x} : ^j k \mathbf{x} \in \mathbb{P}_{i \cap j} \quad (5.7)$$

Der Wert  $s_{i,k}$  ergibt sich dann, wie in der Gleichung (5.8) dargestellt, als relative Änderung des Abstandes zwischen den zwei Aufnahmezeitpunkten, bezogen auf die Schwerpunkte,

$$s_{i,k} = \frac{\min(\| ^i \hat{\mathbf{x}} \|, \| ^j \hat{\mathbf{x}} \|)}{\max(\| ^i \hat{\mathbf{x}} \|, \| ^j \hat{\mathbf{x}} \|)} \quad (5.8)$$

wobei die Funktionen  $\min(*, *)$  bzw.  $\max(*, *)$  den Minimal- bzw. Maximalwert ihrer Argumente zurückgeben.

### 5.5.6.2. Ergebnisse der Zuordnung

Als ein erstes Ergebnis zur Bewertung des in dieser Arbeit entworfenen Algorithmus zur Zuordnung von 3D-Punkten, sind in der Tabelle 5.8 einige Werte zusammengefasst, die die Leistungsfähigkeit des implementierten Ansatzes unterstreichen. In der Tabelle ist dargestellt, wieviele Aufnahmen von den Stereosystemen gemacht wurde, zwischen wievielen Zeitpunkten Punktzuordnungen etabliert werden können, wieviele Zuordnungen theoretisch möglich sind und wieviele dieser Korrespondenzen mit Hilfe des hier beschriebenen Verfahrens identifiziert werden. Zusätzlich wird noch dargestellt, wieviele Fehlzuordnungen insgesamt aufgetreten sind. Die aggregierte Qualität der Zuordnung ergibt sich hier aus dem Verhältnis der Anzahl der möglichen Punktzuordnungen und der Anzahl der tatsächlich zugeordneten Punkte.

Die erreichte hohe Qualität der Zuordnung und die insgesamt geringe Anzahl an Fehlzuordnungen zeigt, dass der vorgestellte Algorithmus für die Zuordnung von 3D-Punkten in dünn

Tabelle 5.8.: Aggregierte Zahlen zur Bewertung der Leistungsfähigkeit der Punktzuordnung zwischen zwei Zeitpunkten.

	V1 A	V1 B	V2 A	V2 B	V3 A	V3 B
Anzahl ausgewerteter Aufnahmen	121	120	200	160	290	290
Anzahl verknüpfter Zeitpunkte	3173	3247	5313	4964	19215	23273
Anzahl möglicher Punktzuordnungen	64197	64436	91085	95359	361526	469029
Anzahl erfolgreich zugeordneter Punkte	49580	50841	78121	72811	214285	314917
Anzahl falsch zugeordneter Punkte	0	0	0	674	60	5
Qualität der Zuordnung	77 %	79 %	86 %	76 %	59 %	67 %

besetzten und variablen Punktwolken sehr gut geeignet ist. Auch wenn, wie in Versuch 2 für das Stereosystem **B**, eine größere Anzahl an Fehlzuordnungen aufgetreten sind, verhindert die im Abschnitt 3.5 beschriebene robuste Filterung der Zuordnungsergebnisse, dass grobe Fehler in der Ausgleichung verwendet werden. Wie die in der folgenden Tabelle dargestellten Werte für die maximale Abweichung einer Beobachtung (max.  $\Delta$ ) der getrennten Ausgleichung der bewegten Stereosysteme **A** und **B** zeigen, haben über alle Versuche hinweg keine offensichtlichen Fehlzuordnungen stattgefunden. Die Werte in Klammern stellen dabei den Betrag der maximalen Abweichung (max.  $\Delta$ ) zu einer Beobachtung dar.

		V1	V2	V3
$\sigma_{0_a \text{ posteriori}}$ (max. $\Delta$ ) [pel]	<b>A</b>	0.28 (0.35)	0.11 (0.16)	0.10 (0.28)
	<b>B</b>	0.16 (0.41)	0.15 (0.26)	0.20 (0.33)

Für die Bewertung welche Auswirkungen die Ähnlichkeit der Nachbarschaft, die Änderung des Blickwinkels und die Änderung des Abstandes auf den Zuordnungsprozess haben, wird für alle Zeitpunkte zwischen denen Punkte zugeordnet werden konnten, die Größe  $q_{i,j}$ , die, wie beschrieben, die Qualität der Zuordnung repräsentiert, im Hinblick auf die genannten Einflussgrößen gruppiert. Die Verteilungen, die sich auf Basis dieser Gruppierungen ergeben, sind in den Abbildungen 5.10-5.12 visualisiert. In den Darstellungen werden die Verteilungen der  $q_{i,j}$  aus Gründen der Übersichtlichkeit durch den Median und die 5 % und 95 %-Quantile repräsentiert. Die zusätzlich angegebenen Histogramme stellen den relativen Anteil der jeweiligen Gruppe an allen zugeordneten Zeitpunkten dar. Die absolute Anzahl kann der Tabelle 5.8 entnommen werden. Für statistisch nicht signifikante Gruppen mit einer relativen Häufigkeit von kleiner als 5 % werden die Verteilungen nicht angegeben.

Die Abbildung 5.10 zeigt den Einfluss, den die Ähnlichkeit der Nachbarschaft auf die Qualität der Zuordnung hat, die Abbildung 5.11 den Einfluss der Änderung des Blickwinkels und die Abbildung 5.12 den Einfluss der Änderung des Abstandes.

Aus den Abbildungen 5.10(a)- 5.10(f) wird deutlich, dass für alle ausgewerteten Bildsequenzen, vor allem die Ähnlichkeit der Punktwolke den stärksten Einfluss auf die Qualität der Zuordnung hat, da sich zum Einen der Median mit geringer werdender Überlappung verkleinert und sich zum Anderen die Verteilung verbreitert. Bei einer Änderung der Blickrichtung bzw. des Abstandes bleibt der Median und die Breite der Verteilung näherungsweise konstant. Größere Unterschiede in der Nachbarschaft zwischen zwei Zeitpunkten, die z. B. durch Punkte, die wegfallen oder neu erscheinen verursacht werden, führen offensichtlich dazu, dass das berechnete Ähnlichkeitsmaß zwischen eigentlich korrespondierenden Punkten die vom Algorithmus verwendete untere Schwelle  $t_l$  nicht überschreitet. Dieser Effekt wird vermutlich noch

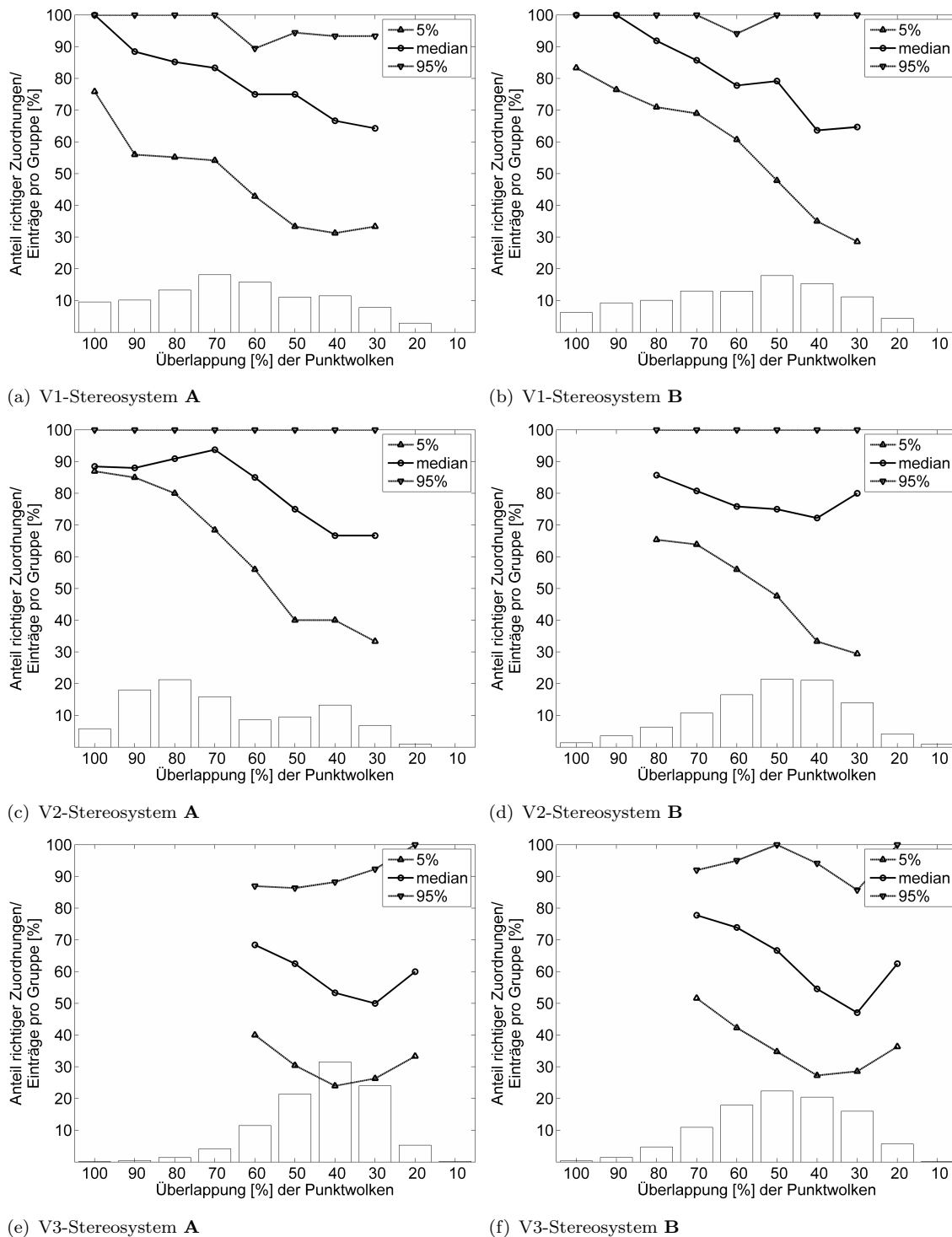
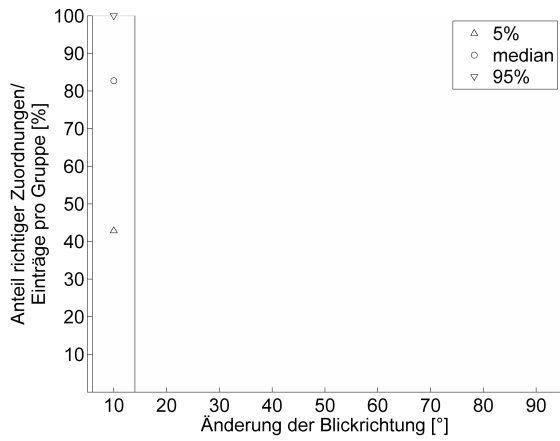
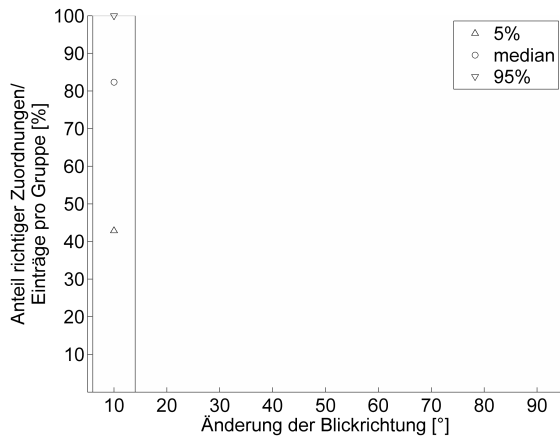
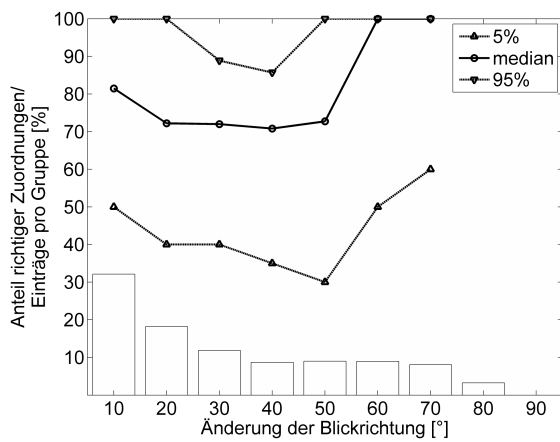
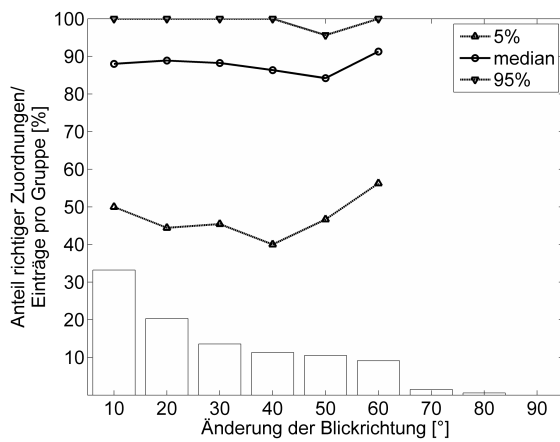


Abb. 5.10.: Gruppierung der Qualität  $q_{i,j}$  der Zuordnungen zwischen zwei Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  in Bezug auf die Ähnlichkeit  $o_{i,j}$  der Punktwolken. Die Verteilung der  $q_{i,j}$  für eine Gruppe ist durch den Median und die 5 % und 95 %-Quantile gegeben. Das Histogramm zeigt die relative Häufigkeit der jeweiligen Gruppe in Bezug auf alle miteinander verbundenen Zeitpunkte.



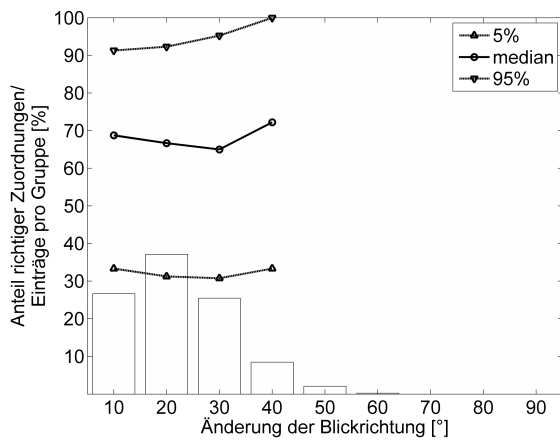
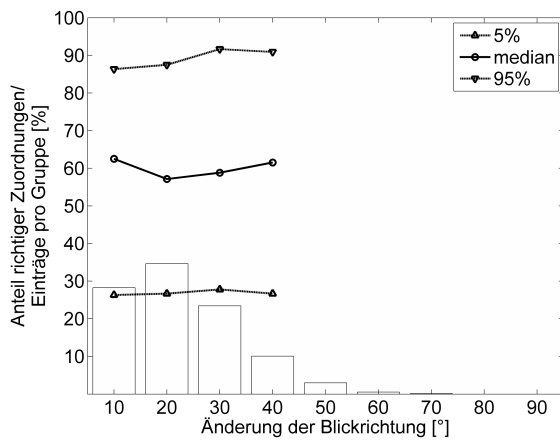
(a) V1-Stereosystem **A**

(b) V1-Stereosystem **B**



(c) V2-Stereosystem **A**

(d) V2-Stereosystem **B**



(e) V3-Stereosystem **A**

(f) V3-Stereosystem **B**

Abb. 5.11.: Gruppierung der Qualität  $q_{i,j}$  der Zuordnungen zwischen zwei Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  in Bezug auf die Änderung des Blickwinkels  $v_{i,j}$ . Die Verteilung der  $q_{i,j}$  für eine Gruppe ist durch den Median und die 5 % und 95 %-Quantile gegeben. Das Histogramm zeigt die relative Häufigkeit der jeweiligen Gruppe in Bezug auf alle miteinander verbundenen Zeitpunkte.

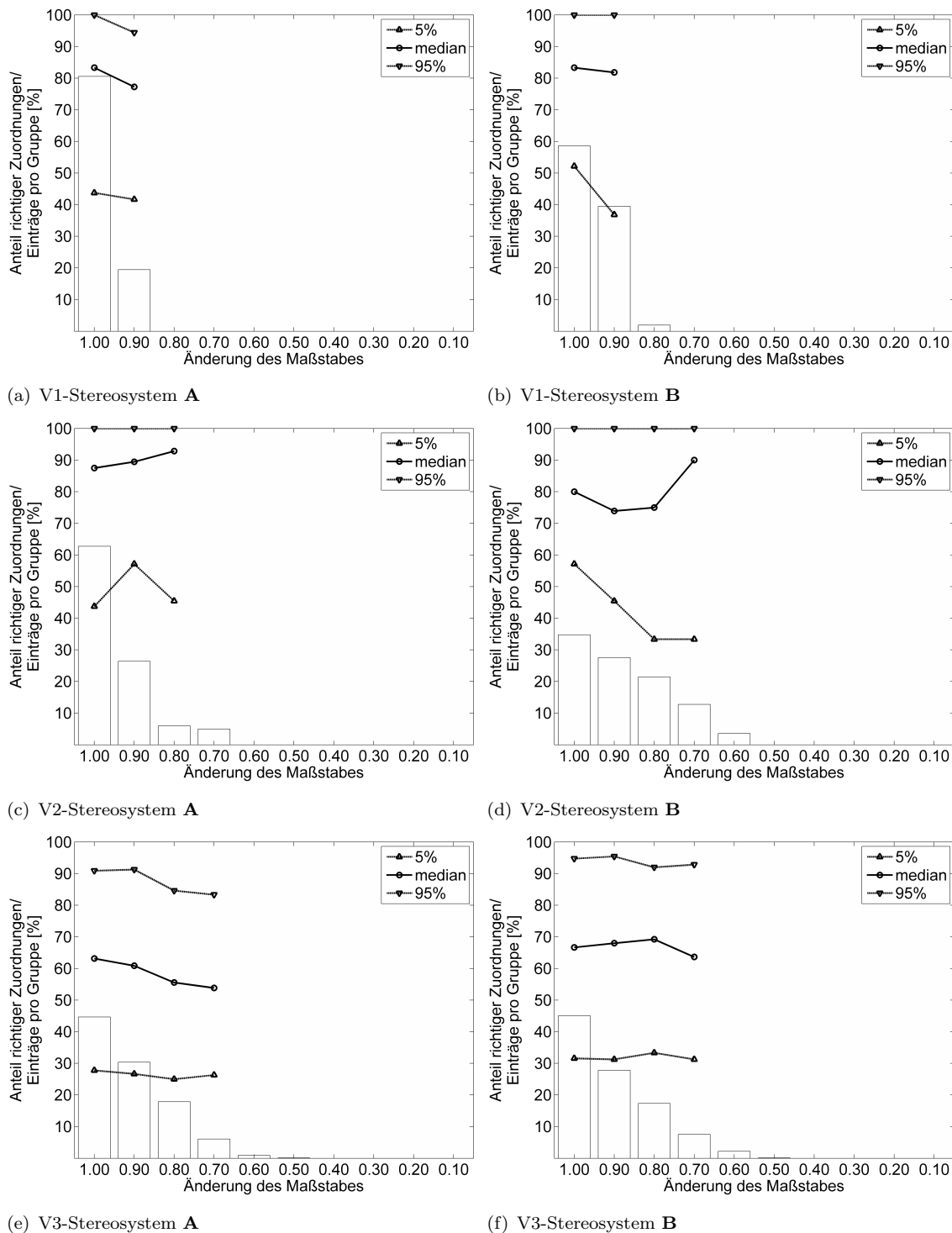


Abb. 5.12.: Gruppierung der Qualität  $q_{i,j}$  der Zuordnungen zwischen zwei Zeitpunkten  $t = i$  und  $t = j$  in Bezug auf die Änderung des Abstandes  $s_{i,j}$ . Die Verteilung der  $q_{i,j}$  für eine Gruppe ist durch den Median und die 5 % und 95 %-Quantile gegeben. Das Histogramm zeigt die relative Häufigkeit der jeweiligen Gruppe in Bezug auf alle miteinander verbundenen Zeitpunkte.

dadurch verstärkt, dass für die Auswertung aus einer Nachbarschaft, die durch einen fest vorgegebenen Radius definiert ist, immer nur maximal zwölf Nachbarn ausgewählt werden. Die beschriebene Problematik verdeutlicht der in der Abbildung 5.13 dargestellte Screenshot einer Anwendung, die für die Detailanalyse des Zuordnungs-Algorithmus verwendet wird.

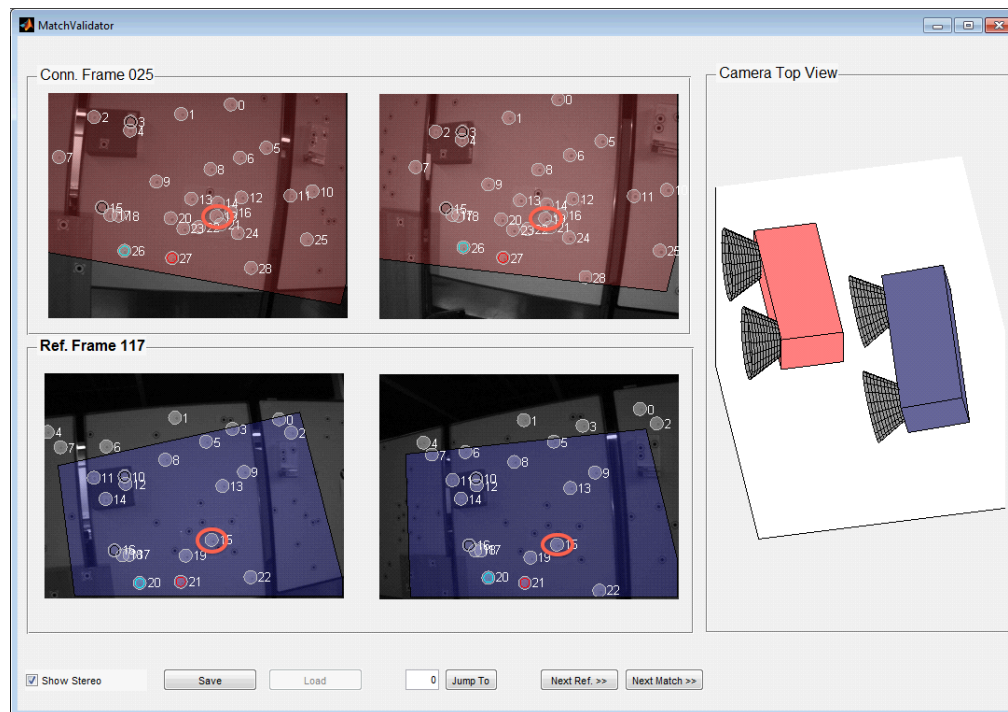


Abb. 5.13.: Screenshot einer Anwendung zur Detailanalyse des Zuordnungsalgorithmus. Dargestellt sind die Stereobildpaare des Systems **A** zu zwei Aufnahmezeitpunkten aus dem Versuch 3 sowie die 3D-Punkte für die eine Normalenrichtung bestimmt werden konnte. Zusätzlich farbig hervorgehoben sind die Punkte, die vom Algorithmus zugeordnet werden. Die farbig hinterlegten Bildbereiche repräsentieren das Sichtfenster des jeweils anderen Zeitpunkt. Weiterhin ist die Änderung der Orientierung zwischen den beiden Zeitpunkten auf der rechten Seite der Abbildung visualisiert.

Vergleicht man in der Abbildung 5.13 die Nachbarn, die für den im unteren Bildpaar hervorgehobenen Punkt 15 zu den unterschiedlichen Zeitpunkten sichtbar sind, wird deutlich, dass a) sich die Zusammensetzung der Nachbarschaften stark unterscheiden und b) für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung kaum identische Punkte der Nachbarschaft verwendet werden. Somit ist die Ähnlichkeit zwischen den Beschreibungen der beiden Zeitpunkten so gering ist, dass eine Zuordnung nicht erfolgen kann.

## 5.5.7. Ergebnisse aus der Auswertung realer Bildsequenzen

### 5.5.7.1. Statistische Annahmen

Für den im Abschnitt 2.4 beschriebenen Ansatz zur Behandlung von eventuell auftretenden Singularitäten durch die Integration von a priori-Wissen und die anschließende Bewertung der Ergebnisse durch die Rückrechnung auf den Fall freier Parameter können für das Vorwissen entweder tatsächlich bestimmte oder fiktive Genauigkeiten verwendet werden.

Da es die ausgeführten Bewegungen des dritten Versuches erlauben, in einer Ausgleichung ohne die Verwendung von Vorwissen, alle Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  zu bestimmen, können hier die tatsächlich ermittelte Standardabweichungen als Genauigkeit des a priori-Wissens eingeführt werden. Diese Vorgehensweise bietet sich für die hier durchgeführte Auswertung der Bildsequenzen an, da so z. B. für die anderen Versuche überprüft werden kann, ob sich die gegenseitige Orientierung verändert hat.

Die Parameter der gegenseitigen Orientierung und die Standardabweichungen aus der Ausgleichung ohne die Verwendung von Vorwissen sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

	$t_x[mm]$	$t_y[mm]$	$t_z[mm]$	$\omega [^\circ]$	$\phi [^\circ]$	$\kappa [^\circ]$
${}^B\mathbf{T}_A$	598,68	-1,58	-465,79	-179,4700	0,1643	-179,7863
$\sigma_{B\mathbf{T}_A}$	0,30	0,28	0,97	0,0057	0,0057	0,0115

Für alle Bildkoordinaten  $\mathbf{u}$  wird, wie in den Simulationen, angenommen, dass sie dieselbe Varianz  $\sigma_{\mathbf{u}}^2 = 0,25^2$  [pel] besitzen und unkorreliert sind. Als Kovarianz-Matrix der Beobachtungen ergibt sich dann:  $\Sigma_{\mathbf{u}} = \sigma_{\mathbf{u}}^2 \mathbf{I}$ . Als  $\sigma_{0_a \text{ priori}}$  wird in der Ausgleichung der Versuche  $\sigma_{0_a \text{ priori}} = 1$  verwendet.

Um einen Vergleich der unterschiedlichen Versuche zu ermöglichen, werden die Standardabweichungen  $\sigma_i = \sqrt{q_i}$  angenommen, wobei die  $q_i$  die Einträge auf der Hauptdiagonalen der Kofaktor-Matrix  $\mathbf{Q} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1}$  sind mit den  $\sigma_{0_a \text{ posteriori}}$  der verschiedenen Experimente normiert. Auf diese Weise werden Unterschiede der Standardabweichungen, die aus unterschiedlich großen  $\sigma_{0_a \text{ posteriori}}$  der Versuche resultieren, eliminiert.

### 5.5.7.2. Ergebnisse der Versuchsauswertung

Die Ergebnisse der Rückrechnung auf den Fall freier Parameter nach der Ausgleichung mit eingeführtem Vorwissen sind in den Tabellen 5.9(a) und 5.9(b) aufgeführt. Zusätzlich zu den bereits in der Auswertung der synthetischen Versuche dargestellten Größen der Kontrollierbarkeit der Parameter und den rückgerechneten Standardabweichungen werden für die Auswertung der realen Versuche in der Tabelle 5.9(c) auch noch die im Abschnitt 2.4.2.2 beschriebenen Testgrößen zur Überprüfung des eingeführten Vorwissens angegeben.

Für die Auswertung der drei Versuche wird Vorwissen zu den Parametern der gegenseitigen Orientierung als zusätzliche Beobachtung in die Ausgleichung eingeführt und als statistisch unsicher modelliert. Da das Vorwissen und die Genauigkeit des Vorwissens aus einer Ausgleichung des dritten Versuches stammt, bei dem kein Vorwissen verwendet wird, ergibt sich für die erneute Auswertung mit Vorwissen eine besondere Situation: Die Nutzung des Vorwissens in der Ausgleichung führt zu einer Art *Wiederholungsmessung* für die Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$ . Damit hat sich sozusagen die Anzahl der Beobachtungen für  ${}^B\mathbf{T}_A$  verdoppelt und korrespondierend dazu halbiert sich die Standardabweichung. Dieser Effekt wird sichtbar in den in der Tabelle 5.9(a) dargestellten Werten  $u_i$  für die Kontrollierbarkeit eines Parameters mit Vorwissen. Da sich die Kontrollierbarkeit  $u_i = \frac{\hat{q}_i}{q_i}$  aus dem Verhältnis der Varianz nach der Ausgleichung  $\hat{q}_i$  zur Varianz des Vorwissens  $q_i$  (vgl. Gl. (2.15)) berechnet, sollte sich für die Auswertung des dritten Versuches ein  $u_i = 0.5$  ergeben. Diese Erwartung wird durch die in der Tabelle 5.9(a) dargestellten Ergebnisse bestätigt. Das die  $u_i$  für  $\phi$  und  $\kappa$  etwas geringer sind, hat seine Ursache in Rundungsungenauigkeiten,

Für die Versuche 1 und 2 wird die ausgeführte Bewegung des Mehrkamerasystems jeweils weiter eingeschränkt, so dass angenommen werden kann, dass die Standardabweichungen der



Tabelle 5.9.: Ergebnisse der Versuche 1–3 für die Auswertung der realen Experimente.

(a) Kontrollierbarkeit eines Parameters mit Vorwissens (abgeleitet aus  $u_i = 1 - r_i$ ).

	$u_i$ V1	$u_i$ V2	$u_i$ V3
$t_x$	0,99	0,82	0,49
$t_y$	1,00	1,00	0,47
$t_z$	1,00	0,74	0,50
$\omega$	0,99	0,91	0,52
$\phi$	0,59	0,66	0,31
$\kappa$	0,87	0,64	0,42

(b) Rückgerechnete Standardabweichungen.

	$\sigma_i$ V1	$\sigma_i$ V2	$\sigma_i$ V3
$t_x$ [mm]	<b>2,95</b>	0,64	0,29
$t_y$ [mm]	$\infty$	$\infty$	0,27
$t_z$ [mm]	$\infty$	1,64	0,97
$\omega$ [°]	<b>0,0817</b>	0,0181	0,0059
$\phi$ [°]	0,0068	0,0080	0,0038
$\kappa$ [°]	0,0292	0,0152	0,0098

(c) Testgrößen für die Überprüfung des eingeführten Vorwissens.

	$w_i$ V1	$w_i$ V2	$w_i$ V3
$t_x$	-0,62	<b>-3,23</b>	0,00
$t_y$	–	–	0,00
$t_z$	–	1,34	0,00
$\omega$	-1,46	<b>2,69</b>	0,00
$\phi$	<b>5,31</b>	<b>20,47</b>	0,00
$\kappa$	<b>-23,70</b>	<b>-15,91</b>	0,00

Parameter der gegenseitigen Orientierung im Vergleich zum dritten Versuch nicht kleiner werden können. Diese Erwartung wird bestätigt durch die in den Tabellen 5.9(a) und 5.9(b) angegebenen Ergebnisse. Der Einfluss des Vorwissens ist in beiden Versuchen deutlich sichtbar und immer größer als ca. 60%. Darüber hinaus liegen die rückgerechneten Standardabweichungen für alle Parameter oberhalb der angesetzten Genauigkeit des Vorwissens.

Bei der Betrachtung der in der Tabelle 5.9 dargestellten Ergebnisse fallen drei weitere Dinge ins Auge:

1. Entgegen den Erwartungen können im ersten Versuch auch die Parameter  $t_x$  und  $\omega$  mit einer für manche Anwendungsfälle akzeptablen Genauigkeit bestimmt werden, obwohl diese Größen zu mehr als 99% durch das Vorwissen bestimmt sind. Betrachtet man die Abb. 5.3(b) näher, in der die Orientierungsparameter des ersten Versuchs dargestellt sind, bei dem eine ausschließlich translatorische Bewegung stattfinden sollte, fällt auf, dass am Anfang der Bewegung eine leichte Rotation um die Hochachse verbunden mit einer kleinen seitlichen Bewegung stattgefunden hat. Um zu untersuchen, ob diese geringe Variation der Orientierungsparameter am Anfang der Bewegung dazu geführt hat, dass die Parameter  $t_x$  und  $\omega$  mit einer eingeschränkten Genauigkeit bestimmt werden konnten, werden im Kapitel 5.5.7.3 die Ergebnisse einer zusätzlichen Auswertung des ersten Versuchs dargestellt.
2. Bei den Ergebnissen des ersten und zweiten Versuchs fällt wie in der Simulation auf, dass, entgegen den Erwartungen, mit geringer werdender Bewegung die Standardabweichung und der Einfluss des a priori-Wissens für den Rotationsparameter  $\phi$  kleiner wird. Die Unterschiede sind zwar auch hier nur gering, aber eine mögliche Ursache für diese Beobachtung könnte sein, dass die Kurvenfahrt in Versuch 2 dazu führt, dass die Überlappungen und damit die Anzahl der Verknüpfungspunkte zwischen unterschiedlichen

Zeitpunkten variieren, während sie für die geradlinige Durchfahrt in Versuch 1 eher konstant bleiben. Bei den in der Tabelle 5.10 dargestellten Ergebnissen der wiederholten Auswertung des ersten Versuches zeigt sich die erwartete Größenverteilung: Die rückgerechnete Standardabweichung des ersten Versuch ist für  $\phi$  größer als im zweiten Versuch.

- Die in der Tabelle 5.9(c) angegebenen Werte für die Testgrößen zur Überprüfung des eingeführten Vorwissens lassen vermuten, dass sich die gegenseitige Orientierung der Stereosysteme **A** und **B** während der Versuchsdurchführung verändert hat. Selbst bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0.99$  und damit einer Grenze  $k = 2.33$  wird deutlich, dass das eingeführte Vorwissen für die Rotationsparameter in den Versuchen 1 und 2 und für die Parameter  $t_x$  im zweiten Versuch nicht mit den tatsächlichen Größen der Parameter übereinstimmt. Eine Ursache für die Änderung der gegenseitigen Orientierung könnte sein, dass die Verbindung zwischen den Stereosystemen nicht hinreichend stabil ist, so dass sich der Aufbau, z. B. durch mechanische Einwirkungen beim Tragen, verformt hat. Die Frage, ob sich die gegenseitige Orientierung der Stereosysteme zwischen den einzelnen Systemen tatsächlich verändert hat, wird im Kapitel 5.5.7.4 untersucht.

### 5.5.7.3. Detailanalyse des ersten Versuches

Aus der Abb. 5.3(b) wird deutlich, dass etwa ab der zweiten Hälfte der Bewegung diese den Annahmen einer rein translatorischen Bewegung entspricht. Daher werden für eine erneute Auswertung des ersten Versuches nur die Bilder und Parameter der zweiten Bewegungshälfte verwendet.

Die Ergebnisse der Auswertung sind in der folgenden Tabelle 5.10 dargestellt und entsprechen den eingangs formulierten Erwartungen an die Bestimmbarkeit der Parameter.

Tabelle 5.10.: Ergebnisse der erneuten Auswertung des ersten Versuches mit einer Untermenge der Bildsequenz.

	$t_x$	$t_y$	$t_z$	$\omega$	$\phi$	$\kappa$
$u_i$	1,00	1,00	1,00	1,00	0,83	0,93
$\sigma_i$ [mm/°]	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0,0124	0,0414
$w_i$	–	–	–	–	<b>6,73</b>	<b>-27.47</b>

Die Auswertung der verkürzten Bildsequenz hat damit belegt, dass die geringe Bewegung am Beginn der originalen Sequenz dazu geführt hat, dass trotz des hohen Einflusses des Vorwissens mehr Parameter als erwartet, mit einer für einige Einsatzbereiche ausreichenden Genauigkeit, bestimmt werden konnten.

Allerdings deuten auch bei dieser Auswertung die Ergebnisse für die Testgrößen  $w_i$  zur Kontrolle des eingeführten Vorwissens darauf hin, dass sich die Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  zwischen den Versuchen verändert haben könnten.

### 5.5.7.4. Variation des Vorwissens und erneute Auswertung der Versuche 2 und 3

Zur Beantwortung der Frage, ob sich die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  von Versuch zu Versuch geändert hat, wird als erstes eine erneute Auswertung des zweiten Versuches durchgeführt.

Wie aus den in der Tabelle 5.9(a) dargestellten Ergebnissen deutlich wird, lässt sich für den zweiten Versuch nur der Parameter  $t_y$  aus den gegebenen Bewegungen nicht bestimmen, so dass nur für diesen a priori-Wissen eingeführt werden muss. Die übrigen Parameter werden als freie

Parameter in der Ausgleichung mitgeschätzt und für die erneute Auswertung als Vorwissen verwendet.

Die folgende Tabelle 5.11 stellt zum Einen die Ergebnisse der erneuten Ausgleichung für  ${}^B\mathbf{T}_A$  dar, die als Vorwissen in der erneuten Auswertung verwendet werden, sowie zum Anderen die Genauigkeit, mit der sie eingeführt werden. Weiterhin ist in der dritten Zeile die Differenz zum angenommenen Vorwissen aus der dritten Auswertung angegeben.

Tabelle 5.11.: Verwendete Parameter für die erneute Auswertung der Versuche 1 und 2.

	$t_x$ [mm]	$t_y$ [mm]	$t_z$ [mm]	$\omega$ [°]	$\phi$ [°]	$\kappa$ [°]
${}^B\mathbf{T}_A$	600.98	-1.58	-467.53	-3.1320	0.0015	-3.1390
$\sigma_i$	2.0	2.0	5.0	$\sim 1$	$\sim 1$	$\sim 1$
$\Delta{}^B\mathbf{T}_A$ V3	2.30	0.0	-1.73	-0.013	-0.076	-0.101

Betrachtet man die dargestellten Differenzen zum Vorwissen im Zusammenhang mit den in Tabelle 5.9(b) aufgeführten rückgerechneten Standardabweichungen für den zweiten Versuch bestätigt sich die Indikation der in Tabelle 5.9(c) dargestellten Testgrößen: Das aus dem dritten Versuch stammende Vorwissen für die Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  liegt für die Rotationsparameter nicht mehr im Konfidenzbereich der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  für den zweiten Versuch.

Für die erneute Auswertung der Versuche 1 und 2 werden diesmal fiktive Werte in Form der in der Tabelle 5.11 dargestellten  $\sigma_i$  als Genauigkeit des Vorwissens verwendet, da bei der initialen Ermittlung des Vorwissens nicht alle Parameter bestimmbar sind und somit auch nicht für alle Parameter real gemessene Genauigkeiten angegeben werden können. Die Ergebnisse der Auswertung mit dem neu bestimmtem Vorwissen sind in der Tabelle 5.12 dargestellt.

Tabelle 5.12.: Ergebnisse der Versuche 1, 1 (verkürzt) und 2 für die erneute Auswertung der realen Experimente.

(a) Kontrollierbarkeit eines Parameters mit Vorwissens (abgeleitet aus  $u_i = 1 - r_i$ ).

	$u_i$ V1	$u_i$ V1 (kurz)	$u_i$ V2
$t_x$	<b>0,70</b>	1,00	0,11
$t_y$	1,00	1,00	1,00
$t_z$	<b>0,92</b>	1,00	0,10
$\omega$	$\sim 0$	<b>0,014</b>	$\sim 0$
$\phi$	$\sim 0$	$\sim 0$	$\sim 0$
$\kappa$ [1]	$\sim 0$	$\sim 0$	$\sim 0$

(b) Rückgerechnete Standardabweichungen.

	$\sigma_i$ V1	$\sigma_i$ V1 (kurz)	$\sigma_i$ V2
$t_x$ [mm]	<b>3,02</b>	$\infty$	0,69
$t_y$ [mm]	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$t_z$ [mm]	<b>17,12</b>	$\infty$	1,66
$\omega$ [°]	<b>0,0825</b>	<b>0,4538</b>	0,0186
$\phi$ [°]	0,0073	0,0130	0,0087
$\kappa$ [°]	0,0305	0,0437	0,0159

(c) Testgrößen für die Überprüfung des eingeführten Vorwissens.

	$w_i$ V1	$w_i$ V1 (kurz)	$w_i$ V2
$t_x$	0.09	-	0.00
$t_y$	-	-	-
$t_z$	-1.03	-	0.00
$\omega$	0.44	0.23	0.00
$\phi$	<b>-7.34</b>	<b>-3.95</b>	0.00
$\kappa$	0.94	1.57	0.00

Bei der Analyse der Ergebnisse fallen drei Aspekte auf:

1. Bei den Parametern von  ${}^B\mathbf{T}_A$ , die aus der gegebenen Bewegung bestimmt werden können ( $u_i < 1, 0$ )), stimmen die rückgerechneten Standardabweichungen mit den in Tabelle 5.9(b) dargestellten Ergebnisse aus der ersten Auswertung überein.
2. Wie in Tabelle 5.11 dargestellt, werden für die erneute Auswertung im Vergleich zur ersten Auswertung deutlich größere Standardabweichungen für die Genauigkeit des Vorwissens angenommen. Da die Kontrollierbarkeit des Vorwissens  $u_i$  als ein Maß interpretiert werden kann, das zeigt, wie sich die Genauigkeit eines Parameters im Vergleich zur Genauigkeit des Vorwissens verbessert hat, ergeben sich bei einer Vergrößerung der Standardabweichung des Vorwissen für die Versuche 1 und 2 unmittelbar kleinere und damit scheinbar bessere Werte für die Kontrollierbarkeit  $u_i$  des Vorwissens. Dieser Zusammenhang wird deutlich, wenn man die Tabellen 5.9(a) und 5.12(a) miteinander vergleicht: Werden für die Genauigkeit des Vorwissen tatsächlich ermittelte Standardabweichungen verwendet, ist z. B. der Rotationswinkel  $\omega$  im ersten Versuch zu 99 % durch das Vorwissen bestimmt. Demgegenüber ist, wie die Tabelle 5.12(a) zeigt, dieser Parameter bei der Verwendung der angesetzten fiktiven Werten für die Genauigkeit des Vorwissens nur zu einem Prozent durch das Vorwissen beeinflusst. Das er dennoch aus der gegebenen Bewegung nicht gut bestimmbar ist, zeigt die rückgerechnete Genauigkeit für die Standardabweichung, die deutlich schlechter ist als z. B. die Ergebnisse aus Versuch 2.

Daraus folgt, dass für eine Bewertung, ob ein Parameter aus der gegebenen Bewegung überhaupt bzw. mit einer eingeschränkten Genauigkeit bestimmt werden kann, sowohl die Kontrollierbarkeit eines Parameters  $u_i$  als auch die korrespondierende rückgerechnete Standardabweichung betrachtet werden muss. Ist sowohl eine Kontrollierbarkeit nicht möglich ( $u_i \approx 1$ ), als auch die rückgerechnete Standardabweichung deutlich schlechter als die angenommene Genauigkeit des Vorwissens, ist anzunehmen, dass der entsprechende Parameter aus der gegebenen Bewegung nicht bestimmbar ist. Für den Fall, dass die Genauigkeiten der Rückrechnung und des a priori-Wissens eine ähnliche Größenordnung aufweisen, aber die Kontrollierbarkeit schlecht ist, kann vermutlich die angesetzte Standardabweichung mit den gegebenen Systemparametern (z. B. Pixelgröße, Bildmessgenauigkeit, etc.) bzw. aus der ausgeführten Bewegung nicht erreicht werden.

3. Die Testgrößen in Tabelle 5.12(c) für den Parameter  $\phi$  in den beiden Auswertungen des ersten Versuches deuten erneut darauf hin, dass zwischen dem ersten und zweiten Versuch ebenfalls Veränderungen der gegenseitigen Orientierung stattgefunden haben.

## 5.6. Bewertung der Ergebnisse der Auswertung der realen Bildsequenzen und Vergleich mit den Simulationen

Wie bei der Auswertung der simulierten Versuche hat sich auch bei den real aufgenommenen Bildsequenzen gezeigt, dass die Integration von Vorwissen in die Ausgleichung eine erfolgreiche Auswertung auch bei eingeschränkten Bewegungen erlaubt. Die Rückrechnung auf den Fall freier Parameter ermöglicht eine anschließende Beurteilung der Ergebnisse und gibt Hinweise auf Parameter, die aus der aktuellen Bewegung nicht bestimmt werden können oder für die das eingeführte Vorwissen fehlerbehaftet ist.

Vergleicht man die Ergebnisse aus den Simulationen mit den Ergebnissen der Auswertung der aufgenommenen Sequenzen fallen zwei Dinge auf:

- 
1. Die Vorhersagen aus der Simulation für die erreichbaren Genauigkeiten der Rotationsparameter stimmen für die Versuche 1 und 2 recht gut mit den rückgerechneten Genauigkeiten überein, die sich aus der Auswertung der aufgenommenen Sequenzen ergeben. Bei den Parametern der Translation werden die vorhergesagten Genauigkeiten nur zum Teil erreicht. Während die Genauigkeit für die Translation in Richtung der  $x$ -Achse in etwa übereinstimmt, weichen die aus der Auswertung der aufgenommenen Sequenzen rückgerechneten Genauigkeiten in Richtung der  $z$ -Achse, d. h. in Richtung der optischen Achsen der Stereosysteme, deutlich von den Vorhersagen ab. Da in der Simulation ähnliche Einschränkungen für die Freiheitsgerade der Bewegung angenommen werden, ist zu vermuten, dass die Ursache für die beobachtete Abweichung nicht auf die ausgeführten Bewegungen zurückgeführt werden kann. Unterschiede zwischen der Simulation und den Versuchen gibt es allerdings bei der räumlichen Verteilung der Punkte. Während für die Simulationen ein regelmäßiges Punktraster verwendet wird, in dem die Punkte in  $x$ -Richtung 500 mm und in  $z$ -Richtung 250 voneinander entfernt sind, zeigt die Abbildung 5.4(a), dass die Punkte für die realen Versuche nicht regelmäßig verteilt sind. Diese Unterschiede in der Punktverteilung könnten eine Ursache für die beobachtete Differenz zwischen Simulation und realen Versuchen sein.
  2. Die rückgerechneten Genauigkeiten für die reale Sequenz mit freier Bewegung sind besser als die in der Simulation vorhergesagten. Vergleicht man die in der Tabelle 5.2 angegebenen Parametern für die Generierung der Simulationsdaten mit den in der Abbildung 5.5(b) dargestellten Orientierungsparametern für den Versuch 3, wird deutlich, dass die Maximal-Werte für die Rotation und Translation in dem realen Versuch größer sind als für die Simulation. Diese Beobachtung und die geringere rückgerechnete Standardabweichung stützt somit die in Abschnitt 5.4 aufgestellte Vermutung, dass in der Simulation die ausgeführte Bewegung nicht ausreichend war, um die angesetzten Genauigkeiten tatsächlich zu erreichen. Die Simulation liefert dennoch ein wertvolles Hilfsmittel für die Vorab-Beurteilung der erreichbaren Genauigkeiten der gegenseitigen Orientierung bei eingeschränkten Bewegungsformen.

Weiterhin war ein überraschendes Ergebnis, dass im ersten Versuch, trotz einer nahezu ausschließlich translatorischen Bewegung, eine kleine Bewegung mit geringer Rotation am Anfang der Trajektorie ausreichend war, um einige der Parameter, die theoretisch nur über das Vorwissen bestimmbar sein sollten, noch mit einer eingeschränkten Genauigkeit zu bestimmen. Dieses Erkenntnis kann z. B. interessant sein für Anwendungsgebiete, in denen eine eingeschränkte Genauigkeit einiger Parameter noch akzeptabel ist. Für solche Anwendungen ist es dann möglich am Anfang und am Ende der Trajektorie eine kleine Bewegung mit Rotation auszuführen, indem z. B. die Roboterplattform über eine kleine Schwelle fährt. Damit könnte erreicht werden, dass a) die meisten der Parameter mit einer zum Teil eingeschränkten Genauigkeit bestimmt werden können und b) das eingeführte Vorwissen für die meisten Parameter kontrolliert werden kann und zumindest größere Veränderungen detektiert werden können.

Darüber hinaus hat sich gezeigt, dass der physikalische Aufbau des Messsystems offensichtlich nicht stabil genug war, da über die Testgrößen zur Überprüfung des Vorwissens erfolgreich eine Veränderung der gegenseitigen Orientierung zwischen allen drei Versuchen festgestellt werden konnte.

## 6. Schlussfolgerungen und Ausblick

### 6.1. Schlussfolgerungen

Im Rahmen dieser Arbeit werden simulierte und experimentelle Untersuchungen zur erreichbaren Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung zwischen zwei Stereomeßsystemen dargestellt. Für die gewählte Aufgabenstellung sind zwei Stereosysteme **A** und **B** derart auf einer gemeinsamen Plattform befestigt, dass a) ihre gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  über die Zeit hinweg konstant bleibt und b) sich die Sichtfelder der beiden Systeme nicht überlappen.

Eine Möglichkeit die gegenseitige Orientierung bei einem derartigen Aufbau des Systems zu bestimmen bieten Ansätze, die ihren Ursprung in der *robot hand-eye calibration* haben. Voraussetzung dafür ist eine Bewegung des gesamten Messaufbaus durch den Raum. Damit tatsächlich alle Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  bestimmt werden können, müssen die ausgeführten Bewegungen einige Bedingungen erfüllen. Bei einigen, für die Aufgabenstellung, kritischen Bewegungen lassen sich nicht alle Parameter der gegenseitigen Orientierung bestimmen. Zu den kritischen Bewegungen gehören Bewegungen bei denen sich die Meßsysteme nur in einer Ebene bewegen können oder bei denen die Bewegung ausschließlich translatorisch ist.

Im Gegensatz zu anderen Arbeiten werden insbesondere diese kritischen Bewegungsformen und ihr Einfluss auf a) die Bestimmbarkeit und b) die erreichbare Genauigkeit der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  untersucht. Bisher wurde in den meisten Arbeiten nur aufgezeigt, dass kritische Bewegungen zu Singularitäten führen, und diese Bewegungsformen möglichst vermieden werden sollten. Neu für die untersuchte Aufgabenstellung ist die in dieser Arbeit beschriebene Vorgehensweise der Verwendung von Vorwissen, die es trotz kritischer Bewegungen erlaubt, so viele der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  wie möglich zu bestimmen und im Anschluss eine statistische Bewertung der Ergebnisse ermöglicht.

Für die Untersuchungen werden Verfahren aus der Theorie der Parameterschätzung in linearen Modellen verwendet. Bekannte Ansätze aus dem Bereich der Photogrammetrie werden auf die gewählte Aufgabenstellung angewendet. Am Beispiel der Auswertung von Bildsequenzen wird gezeigt, dass sich so eine effiziente und schematische Analyse der Genauigkeiten und Zuverlässigkeiten der gewählten Problemstellung realisieren lässt.

Zur Vermeidung von Singularitäten bei der Auswertung von Bildsequenzen, die aus kritischen Bewegungen entstanden sind, wird Vorwissen zu den Parametern von  ${}^B\mathbf{T}_A$  in den Ausgleichungsprozess eingeführt. Das Vorwissen wird dabei als statistisch unsicher modelliert und als zusätzliche Beobachtung in die Ausgleichung integriert. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass für die Parameter, die sich aus der gegebenen Bewegung bestimmen lassen, ein optimales Ergebnis gefunden wird. Die Redundanzanteile für das als Beobachtung eingeführte Vorwissen lassen anschließend eine näherungsweise Rückrechnung auf den Fall freier Parameter zu. Dadurch lässt sich abschätzen, welche Genauigkeiten für bestimmbare Parameter ohne das Einführen von Vorwissen erreicht worden wären. Zusätzlich kann die Korrektheit des eingeführten Vorwissens durch statistische Tests kontrolliert werden.

Für eine Abschätzung welche Teile der Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  bestimmbar sind und welche Genauigkeiten unter optimalen Bedingungen theoretisch zu erwarten sind, wird eine Simulation mit synthetisch generierten Testdaten durchgeführt. Ziel der Simulationen ist es, den Einfluss unterschiedlicher Bewegungsformen auf die Bestimmbarkeit und Genauigkeit der Pa-

---

parameter der gegenseitigen Orientierung detailliert zu bewerten. Ein besonderer Schwerpunkt der Simulationen sind die kritischen Bewegungsformen bzw. Annäherungen and die kritischen Bewegungsformen. Anschließend werden die theoretischen Ergebnisse der Simulationen mit den Ergebnissen aus der Auswertung der realer Bildsequenzen verglichen.

Für die Auswertung der aufgenommenen Bildsequenzen wird ein dreistufiger Ansatz implementiert. In den ersten beiden Schritten werden, jeweils getrennt für die Stereosysteme **A** und **B**, Näherungswerte für die Bewegung der Systeme und das globale Punktfeld ermittelt und anschließend in einem Ausgleichungsprozess verbessert. Abschließend werden die Ausgleichungsergebnisse für die Bildsequenzen von **A** und **B** zusammengefasst und in einer gemeinsamen Ausgleichung zusätzlich die als Vorwissen in der Form zusätzlicher Beobachtungen eingeführten Parameter für die gegenseitige Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  verbessert.

Für das Bestimmen der Näherungswerte der Bewegung der einzelnen Stereosysteme wird ein neuartiger Ansatz zur Suche nach Punktkorrespondenzen in 3D-Punktwolken vorgestellt. Dazu werden die bekannten Grundprinzipien der Zuordnung von Bild- oder Oberflächen-Merkmalen auf Basis charakteristischer Beschreibungen erfolgreich übertragen auf die Problemstellung der Korrespondenzsuche zwischen dünn besetzten und variablen 3D-Punktwolken.

Wie die Auswertung der aufgenommen Bildsequenzen und die detaillierte Analyse der Zuordnungsergebnisse zeigt, erlaubt das beschriebene Verfahren eine effiziente und zuverlässige Suche nach Punktkorrespondenzen und eine robuste Bestimmung der Näherungswerte für die Orientierung zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten. Der nach der Ausgleichung erreichte mittlere Messfehler in der Bildebene von wenigen zehntel Pixeln belegt, dass es bei der Auswertung der sechs Sequenzen mit jeweils ca. 150–200 Bildern keine offensichtlichen Fehlzuordnungen gab.

Für die gemeinsame Auswertung der Bildsequenzen zeigt sich, dass die Integration von Vorwissen eine stabile Schätzung sichert und für die Parameter, die aus der gegebenen Bewegung bestimmbar sind, optimale Ergebnisse liefert, die zum größten Teil den theoretischen Vorhersagen aus der Simulation sehr nahe kommen. Als einziger Parameter der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  weicht im zweiten Versuch die erreichbare Genauigkeit für die Translation in Richtung der  $z$ -Achse von den theoretischen Vorhersagen ab. Da in der Simulation ähnliche Einschränkungen für die Freiheitsgerade der Bewegung angenommen werden, ist zu vermuten, dass die Ursache für die beobachtete Abweichung nicht auf die ausgeführten Bewegungen zurückgeführt werden kann. Unterschiede zwischen der Simulation und den Versuchen gab es allerdings bei der räumlichen Verteilung der Punkte. Während für die Simulationen ein regelmäßiges Punktraster verwendet wird, in dem die Punkte in  $x$ -Richtung 500 mm und in  $z$ -Richtung 250 voneinander entfernt sind, zeigt die Abbildung 5.4(a), dass die Punkte für die realen Versuche nicht regelmäßig verteilt sind. Diese Unterschiede in der Punktverteilung könnten eine Ursache für die beobachteten Unterschiede sein.

Die verwendeten statistischen Tests zur Kontrolle des eingeführten Vorwissens haben sich als sehr wirkungsvoll erwiesen: Veränderungen der gegenseitigen Orientierung zwischen den Versuchen aufgrund des nicht ausreichend stabilen Systemaufbaus wurden zuverlässig aufgedeckt.

Ein positives Ergebnis der Auswertung der realen Bildsequenzen ist, dass für manche Anwendungsszenarien, in denen die möglichen Bewegungen des Messsystems stark eingeschränkt sind, eine geringe Bewegung z. B. am Beginn und am Ende der Sequenz offenbar ausreicht, um alle Parameter von  ${}^B\mathbf{T}_A$  zumindest mit einer eingeschränkten Genauigkeit zu bestimmen bzw. das eingeführte Vorwissen kontrollieren zu können.

Zusammenfassend hat sich gezeigt, dass der hier angewandte Ansatz der Integration von Vorwissen in den Ausgleichungsprozess mit einer anschließenden Rückrechnung auf den Fall freier Parameter sehr gut geeignet ist, um a) eine stabile Schätzung auch bei Singularitäten im Normalgleichungssystem zu gewährleisten und b) das eingeführte Vorwissen zu kontrollieren.

## 6.2. Ausblick

Aus den Ergebnissen, den gesammelten Erfahrungen und den beschriebenen Beschränkungen der Ansätze ergeben sich Anregungen für weitere Arbeiten.

### 6.2.1. Erweiterungen des Zuordnungsverfahrens für dünn besetzte 3D-Punktwolken

Für den beschriebenen Ansatz zur Korrespondenzsuche zwischen dünn besetzten und variablen Punktwolken wird vorausgesetzt, dass die Punktwolken zu unterschiedlichen Zeitpunkten denselben Maßstab besitzen, da für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung absolute Strecken verwendet werden. Für eine allgemeingültige Variante der charakteristischen Beschreibung ist es denkbar, anstatt absoluter Strecken Streckenverhältnisse zu verwenden, um so eine Maßstabsunabhängigkeit zu erreichen.

Eine maßstabsunabhängige Variante der kompakten charakteristischen Beschreibung für 3D-Punkte kann als Erweiterung für existierende bildbasierte Ansätze wie z. B. SIFT (vgl. LOWE, 2004) zur Identifikation von Korrespondenzen zwischen unterschiedlichen Zeitpunkten genutzt werden. Die bildbasierten Ansätzen zur Zuordnung ermöglichen es, aus den identifizierten Korrespondenzen 3D-Koordinaten abzuleiten, für die aber ohne zusätzliche Beobachtungen der Maßstab nicht bestimmt werden kann.

Eine maßstabsunabhängige charakteristische Beschreibung für 3D-Punkte, die aus der bildbasierten Zuordnung berechnet wurden, kann dann unterschiedlich verwendet werden:

**Zur Kontrolle bildbasierter Zuordnungen:** Eine Kontrolle der bildbasierten Zuordnung für weitere Zeitpunkte erfolgt zum Einen über die Ähnlichkeit der Bildmerkmale (z. B. Korrelation der SIFT-Signaturen) und zum Anderen auf Basis der maßstabsunabhängigen charakteristischen Beschreibung für 3D-Punkte. Durch die doppelte Kontrolle der Zuordnung ergibt sich u. a. eine erhöhte Robustheit gegenüber Fehlzuordnungen.

**Zur Verknüpfung zwischen Zeitpunkten mit größerer Änderung der Kameraperspektive:** Für bildbasierte Ansätze gilt im Allgemeinen: Je stärker sich die Perspektive ändert, desto weniger Korrespondenzen können sicher identifiziert werden. An dieser Stelle bietet sich die charakteristische Beschreibung auf Basis von 3D-Punkten an, über die zusätzliche Korrespondenzen identifiziert werden können.

Es wird deutlich, dass der Vorteil der dargestellten Erweiterungen in der Verknüpfung der zweidimensionalen Bildmerkmale mit den ebenfalls vorhandenen 3D-Informationen liegt. Eine solche Kombination von 2D- und 3D-Informationen zur Verbesserung der bildbasierten Identifikation von Korrespondenzen wird z. B. in WU et al. (2008) beschrieben.

Weiterhin hat sich in der Analyse der Ergebnisse des Zuordnungsverfahrens gezeigt, dass die Leistungsfähigkeit der Korrespondenzsuche vor allem von Änderungen der lokalen Nachbarschaft, z. B. durch Punkte, die neu erscheinen oder aus dem Sichtbereich verschwinden, beeinflusst wird. In der Analyse wird angedeutet, dass die Empfindlichkeit gegenüber Variationen in der Zusammensetzung der Nachbarschaft evtl. durch die Verwendung von festen Obergrenzen für die Anzahl der ausgewählten Nachbarn verstärkt wird. Für eine weitere Verbesserung der Leistungsfähigkeit der Zuordnung könnte getestet werden, wie sich ein Verzicht auf diese festen Obergrenzen auf die Anzahl der identifizierten Korrespondenzen auswirkt.



---

## 6.2.2. Erweiterung des Ausgleichungsansatzes

Für den vorgestellten Ansatz zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung von Messsystemen aus gemeinsam ausgeführter Bewegung bieten sich weiterführende Untersuchungen in verschiedenen Bereichen an:

**Übertragbarkeit der Vorgehensweise auf beliebige Kamerakonfigurationen:** Für die Untersuchung der erreichbaren Genauigkeit der Parameter der gegenseitigen Orientierung werden in dieser Arbeit verschiedene, einschränkende Annahmen getroffen:

- Die relative Orientierung der Stereosysteme **A** und **B** wird als bekannt vorausgesetzt und im Rahmen der Ausgleichung nicht mitgeschätzt.
- Durch die Verwendung von Stereosystemen werden für jeden Zeitpunkt 3D-Punktwolken bestimmt, die denselben Maßstab besitzen. Dadurch wird es erst möglich, den in dieser Arbeit entwickelten Ansatz zur Punktzuordnung auf Basis kompakter charakteristischer Beschreibung zu verwenden.
- Es wird angenommen, dass die Stereosysteme **A** und **B** denselben Maßstab besitzen so dass dieser in der Ausgleichung nicht mit bestimmt werden muss.

Prinzipiell ist die in dieser Arbeit gewählte Vorgehensweise übertragbar auf beliebige Kamerakonfigurationen. Für weitergehende Untersuchungen kann z. B. eine Minimalkonfiguration für ein Mehrkamerasystem untersucht werden, das aus zwei Kameras besteht, die so auf einer gemeinsamen Plattform befestigt sind, dass sich ihre Sichtfelder nicht überlappen. Für das Bestimmen der gegenseitigen Orientierung in solch einem System ist es nötig, den Ansatz für die Näherungswertberechnung anzupassen indem z. B. eine Kombination aus bildbasierter Zuordnung und einer maßstabsunabhängigen kompakten charakteristischen Beschreibung zum Einsatz kommt. Darüber hinaus muss für solch eine Konfiguration der Maßstabsfaktor zwischen den Kameras als weiterer unbekannter Parameter in der Ausgleichung mit berücksichtigt werden.

Für die in dieser Arbeit verwendete Kamerakonfiguration lässt sich untersuchen, ob die relativen Orientierungen der Stereosysteme **A** und **B** ebenfalls während der Ausgleichung mitgeschätzt werden können und wie stark sich Korrelationen mit der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  auswirken. Abhängigkeiten zwischen den Parametern sind z. B. zu erwarten zwischen der Translation der relativen Orientierung der Stereosysteme und dem Maßstabsfaktor der gegenseitigen Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  und könnten dazu führen, dass das resultierende Normalgleichungssystem singulär wird.

Alternativ könnte für die Parameter der relativen Orientierung der Stereosysteme **A** und **B** ebenfalls Vorwissen in die Ausgleichung eingeführt werden. Damit lässt sich der in dieser Arbeit verwendete Test zur Kontrolle des Vorwissens nutzen, um z. B. Änderungen der relativen Orientierung zu detektieren.

**Untersuchung des Einflusses der Punktverteilung:** Unter anderem beim Vergleich der Ergebnisse zwischen Simulationen und realen Sequenzen hat sich gezeigt, dass die erreichbaren Genauigkeiten für die Translation in Richtung der optischen Achsen der Messsysteme von den Vorhersagen abweicht. Als eine mögliche Ursache für diese Abweichung wurde die unterschiedliche Punktverteilung in der Simulation und den realen Versuchen identifiziert. In diesem Zusammenhang ist es interessant zu untersuchen, ob eine bessere Verteilung des Punktfeldes in allen Raumdimensionen bzw. eine höhere Punktedichte die erreichbare Genauigkeit steigert.

**Automatisierung der Auswertung:** Die Auswertung der Bildsequenzen und die Bewertung der Ergebnisse der Ausgleichung findet in dieser Arbeit im Anschluss an die Aufnahme statt. Für einen operationellen Einsatz ist es allerdings vorteilhaft, wenn bereits während der Aufnahme der Bildsequenz entschieden werden kann, ob alle Parameter der gegenseitigen Orientierung aus der bisher ausgeführten Bewegung bestimmt werden können, ob die für die Parameter gewünschten Genauigkeiten erreicht werden können oder ob sich die Orientierung  ${}^B\mathbf{T}_A$  während der Zeit ändert. Zur Beantwortung dieser Fragen könnte die hier verwendete Integration von Vorwissen z. B. in einer inkrementellen Bündelausgleichung verwendet werden.

Insgesamt wird deutlich, dass das Bestimmen der gegenseitigen Orientierung in einem Mehrkammersystem mehr Aufwand bedeutet und mehr Randbedingungen berücksichtigt werden müssen, als z. B. beim Bestimmen der relativen Orientierung eines Stereosystems. Die in dieser Arbeit vorgestellten Ansätze bieten allerdings die Basis für einen Prozess zur Ermittlung der gegenseitigen Orientierung, der sich weitgehend automatisieren lässt und eine zuverlässige Bewertung der Ergebnisse erlaubt. Damit wird es möglich, die Vorteile von Mehrkammersystemen in praktischen Anwendungen zu nutzen, bzw. neue Anwendungsfelder zu eröffnen. Bereiche in denen Mehrkammersystemen sinnvoll sind, wären z. B. :

- Seitwärts gerichtete Kameras auf einer Plattform zur Vermessung von Innenräumen. Diese Kamerakonstellation ist vorteilhaft gegenüber einem Stereosystem, da so größere Bereiche des Raumes gleichzeitig erfasst werden können und z. T. die Detektion und Zuordnung von Bildmerkmalen zuverlässiger wird, da im Gegensatz zu einem Stereosystem, das sich durch einen Gang bewegt, eher frontale Ansichten auf Merkmale an den Wänden möglich sind.
- Mehrere Kameras auf einem Fahrzeug, die z. B. für die Längs- und Querführung nach vorne, hinten, links und rechts blicken.

## Literaturverzeichnis

- ABRAHAM, S. (2000): Kamera-Kalibrierung und metrische Auswertung monokularer Bildfolgen. Shaker, Aachen.
- ANDREFF, N., R. HORAUD und B. ESPIAU (2001): Robot Hand-Eye Calibration Using Structure-from-Motion. In: *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 20 (3): S. 228–248.
- BAY, H., T. TUYTELAARS und L. VAN GOOL (2006): Surf: Speeded up robust features. In: *European Conference on Computer Vision2006*, Vol. 1: S. 404–417.
- BROWN, D. (1971): Close-range camera calibration. In: *Photogrammetric Engineering*, Vol. 37 (8): S. 855–866.
- BROWN, L. (1992): A Survey of Image Registration Techniques. In: *ACM Computing Surveys*, Vol. 24: S. 325–376.
- CALONDER, M., V. LEPETIT und P. FUA (2008): Keypoint signatures for fast learning and recognition. In: *European Conference on Computer Vision2008*, S. 58–71.
- CALONDER, M., V. LEPETIT, P. FUA, K. KONOLIGE, J. BOWMAN und P. MIHELICH (2010): Compact signatures for high-speed interest point description and matching. In: *IEEE International Conference on Computer Vision2009*, S. 357–364.
- CANNY, J. (1986): A computational approach to edge detection. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence1986*, S. 679–698.
- CASPI, Y. und M. IRANI (2002): Aligning Non-Overlapping Sequences. In: *International Journal of Computer Vision*, Vol. 48 (1): S. 39–51.
- CHEN, H. (1991): A screw motion approach to uniqueness analysis of head-eye geometry. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition1991*, S. 145–151.
- CHOU, J. und M. KAMEL (1988): Quaternions approach to solve the kinematic equation of rotation,  $A A x = A x A b$ , of a sensor-mounted robotic manipulator. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, S. 656–662.
- CHUA, C. und R. JARVIS (1997): Point Signatures: A New Representation for 3D Object Recognition. In: *International Journal of Computer Vision*, Vol. 25 (1): S. 63–85.
- DARPA (2007): Urban Challenge.  
URL <http://www.darpa.mil/grandchallenge/index.asp>
- ESQUIVEL, S., F. WOELK und R. KOCH (2007): *Calibration of a Multi-camera Rig from Non-overlapping Views*. In: HAMPRECHT, F., C. SCHNÖRR und B. JÄHNE (Hrsg.) *Pattern Recognition*, Vol. 4713 of *Lecture Notes in Computer Sciences*, S. 82–91. Springer.

- FINKEL, R. und J. BENTLEY (1974): Quad trees: a data structure for retrieval on composite keys. In: *Acta informatica*, Vol. 4 (1): S. 1–9.
- FISCHLER, M. A. und R. C. BOLLES (1981): Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. In: *Communications of the ACM*, Vol. 24 (6): S. 381–395.
- FÖRSTNER, W. (1980): Zur Prüfung zusätzlicher Parameter in der Ausgleichung. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen*, S. 510–519.
- FÖRSTNER, W. (1987): Reliability analysis of parameter estimation in linear models with applications to mensuration problems in computer vision. In: *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 40 (3): S. 273–310.
- FÖRSTNER, W. (1993): *Image matching*. In: HARALICK, R. und L. SHAPIRO (Hrsg.) *Computer and Robot vision*, Vol. 2, Kap. 16, S. 289–378. Addison-Wesley.
- GONZALEZ, R. und R. WOODS (1987): *Digital image processing*. Addison-Wesley Reading, Mass.
- HARTLEY, R. und A. ZISSERMAN (2003): *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press.
- HORAUD, R. und F. DORNAIKA (1995): Hand-eye calibration. In: *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 14 (3): S. 195.
- HORN, B. (1987): Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. In: *Journal of the Optical Society of America A*, Vol. 4 (4): S. 629–642.
- HUTCHINSON, S., G. HAGER und P. CORKE (1996): A tutorial on visual servo control. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12 (5): S. 651–670.
- JACCARD, P. (1901): Etude comparative de la distribution florale dans une portion des Alpes et des Jura. In: *Societe Vaudoise des Sciences Naturelles*, Vol. 37: S. 547–579.
- JOHNSON, A. und M. HEBERT (1999): Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 1999*, Vol. 21 (5): S. 433–449.
- KIM, J., R. HARTLEY, J. FRAHM und M. POLLEFEYS (2007): *Visual odometry for non-overlapping views using second-order cone programming*. In: YAGI, Y., S. B. KANG, I. S. KWEON und H. ZHA (Hrsg.) *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 4844, S. 353. Springer Verlag KG.
- KOCH, R., K. (1997): *Parameterschätzung und Hypothesentests*. Dümmler, Bonn.
- LOWE, D. (2004): Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints. In: *International Journal of Computer Vision*, Vol. 60 (2): S. 91–110.
- LUHMANN, T. (1986): Automatic point determination in a réseau scanning system. In: *Symposium ISPRS Commission V, Ottawa*.
- LUHMANN, T. (2000): *Nahbereichsphotogrammetrie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen*. Wichmann, Heidelberg.

- MATTIUSSI, C., M. WAIBEL und D. FLOREANO (2004): Measures of Diversity for Populations and Distances Between Individuals with Highly Reorganizable Genomes. In: *Evolutionary Computation*, Vol. 12 (4): S. 495–515.
- MCGLONE, C., E. MIKHAIL und J. BETHEL (2004): Manual of photogrammetry. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Bethesda, MD, 5th edn..
- MCLAUHLAN, P. (2000): *Gauge Independence in Optimization Algorithms for 3D Vision*. In: TRIGGS, B., A. ZISSERMAN und R. SZELISKI (Hrsg.) *Vision Algorithms: Theory and Practice*, Vol. 1883 of *Lecture Notes in Computer Science*, S. 183–199. Springer.
- MIKOLAJCZYK, K., T. TUYTELAARS et al. (2005): A Comparison of Affine Region Detectors. In: *International Journal of Computer Vision*, Vol. 65 (1-2): S. 43–72.
- MORENT, D., D. PATTERSON und M. BERTHOLD (2005): Towards Context-Aware Similarity Metrics. In: *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. 9: S. 5596 – 5598.
- NISTER, D. und H. STEWENIUS (2006): Scalable recognition with a vocabulary tree. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition2006*, S. 2161–2168.
- OSKIPER, T., Z. ZHU, S. SAMARASEKERA und R. KUMAR (2007): Visual Odometry System Using Multiple Stereo Cameras and Inertial Measurement Unit. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition2007*, S. 1–8.
- OTEPKA, J., H. HANLEY und C. FRASER (2002): Algorithm developments for automated Off-Line Vision Metrology. In: *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. 34 (5): S. 60–67.
- SATTLER, T., B. LEIBE und L. KOBELT (2010): SCRAMSAC: Improving RANSAC’s efficiency with a spatial consistency filter. In: *IEEE International Conference on Computer Vision2009*, S. 2090–2097.
- SCHÖN, N. und G. HÄUSLER (2005): Automatic Coarse Registration of 3D Surfaces. In: *Vision, Modeling, and Visualization 2005: Proceedings, November 16-18, 2005, Erlangen, Germany*.
- SEEGER, S. und X. LABOUREUX (2002): Feature extraction and registration: An overview. In: *Principles of 3D Image Analysis and Synthesis*, S. 153–166.
- SHIU, Y. und S. AHMAD (1987): Finding the mounting position of a sensor by solving a homogeneous transform equation of the form  $AX = XB$ . In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 4: S. 1666–1671.
- STEDER, B., R. B. RUSU, K. KONOLIGE und W. BURGARD (2010): NARF: 3D Range Image Features for Object Recognition. In: *Workshop on Defining and Solving Realistic Perception Problems in Personal Robotics at the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS)*.
- TSAI, R. und R. LENZ (1989): A new technique for fully autonomous and efficient 3D robotics hand/eye calibration. In: *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 5 (3): S. 345–358.

- UNNIKRISHNAN, R. und M. HEBERT (2008): Multi-scale Interest Regions from Unorganized Point Clouds. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition2008*.
- WENG, J., P. COHEN und M. HERNIOU (1992): Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence1992*, Vol. 14 (10): S. 965–980.
- WILLOWGARAGE (2010): PR2 Specification.  
URL <http://www.willowgarage.com/pages/pr2/specs>
- WINKELBACH, S. und F. M. WAHL (2008): Pairwise Matching of 3D Fragments Using Cluster Trees. In: *International Journal of Computer Vision*, Vol. 78: S. 1–13.
- WROBEL, B. und D. KLEMM (1984): Über die Vermeidung singulärer Fälle bei der Berechnung allgemeiner räumlicher Drehungen. In: *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. 25: S. 1153–1163.
- WU, C., B. CLIPP, X. LI, J. FRAHM und M. POLLEFEYS (2008): 3D model matching with Viewpoint-Invariant Patches (VIP). In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition2008*, S. 1–8.
- ZITOVÁ, B. und J. FLUSSER (2003): Image registration methods: a survey. In: *Image and Vision Computing*, Vol. 21 (11): S. 977–1000.

## A. Unterschiedliche Parametrierungen von Rotationen

Im Rahmen dieser Arbeit werden aus der Literatur unterschiedliche Ansätze zur Bestimmung der gegenseitigen Orientierung von Messsystemen aus gemeinsam ausgeführter Bewegung gegenübergestellt. Diese Ansätze unterscheiden sich zum Teil nur in der Art und Weise wie die Rotation  $\mathbf{R}$  für die Koordinatentransformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}_A^A \mathbf{x} + \mathbf{t}_A$$

parametriert wird.

Für das bessere Verständnis des Leser werden deshalb im Folgenden einige unterschiedliche Möglichkeiten zur Parametrierung von Rotationen vorgestellt.

### A.1. Euler-Winkel

Eine auch in der Photogrammetrie häufig verwendete Parametrierung der Rotation sind die *Euler-Winkel*. Hier wird die Rotation als Drehung um die drei Achsen eines Koordinatensystems verstanden. In der Photogrammetrie sind für die Winkel die Bezeichnungen  $\omega$  (Drehung um  $x$ -Achse),  $\phi$  (Drehung um  $y$ -Achse) und  $\kappa$  (Drehung um  $z$ -Achse) gebräuchlich.

Aus den drei Winkeln lässt sich die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  gemäß der Gleichung (A.1) berechnen (vgl. LUHMANN, 2000).

$$\mathbf{R}(\omega, \phi, \kappa) = \begin{bmatrix} c_\phi c_\omega & -c_\phi s_\omega & s_\phi \\ s_\kappa s_\phi c_\omega + c_\kappa s_\omega & -s_\kappa s_\phi s_\omega + c_\kappa c_\omega & -s_\kappa c_\phi \\ -c_\kappa s_\phi c_\omega + s_\kappa s_\omega & c_\kappa s_\phi s_\omega + s_\kappa c_\omega & c_\kappa c_\phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

mit:  $c_\omega \equiv \cos \omega$ ,  $s_\omega \equiv \sin \omega$ , ...

Problematisch bei der Verwendung der Euler-Winkel ist die nicht eindeutige Rückrechnung der Winkel aus einer gegebenen Rotationsmatrix (vgl. WROBEL und KLEMM, 1984). So ergeben die Winkel ( $\omega = 180^\circ$ ,  $\phi = \kappa = 0^\circ$ ) und ( $\omega = 0^\circ$ ,  $\phi = \kappa = 180^\circ$ ) dieselbe Rotationsmatrix.

### A.2. Drehachsen-Drehwinkel-Darstellung

Sind die durch den Ursprung des Koordinatensystems laufende Rotationsachse  $\mathbf{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$  mit  $\|\mathbf{r}\| = 1$  und der Drehwinkel  $\alpha$  um  $\mathbf{r}$  gegeben ergibt sich  $\mathbf{R}$  gemäß der Gleichung (vgl. HARTLEY und ZISSERMAN, 2003).

$$\mathbf{R}(\mathbf{r}, \alpha) = \cos \alpha \mathbf{I} + (1 - \cos \alpha) \mathbf{D}_\mathbf{r} + \sin \alpha \mathbf{S}_\mathbf{r} \quad (\text{A.2})$$

mit dem symmetrischen dyadischen Produkt  $\mathbf{D}_\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathbf{r}^T$  und der schief-symmetrischen Matrix

$$\mathbf{S}_\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Auch die Repräsentation der Rotation durch eine Drehachse und einen Drehwinkel ist in der Rückrechnung nicht eindeutig. Für die Berechnung der Rotationsachse müssen die Sonderfälle  $\alpha = 0$  und  $\alpha = \pi = 180^\circ$  abgeprüft werden.

### A.3. Quaternionen

Während für die Berechnung der Rotationsmatrix aus den Euler-Winkel aufwendig trigonometrische Funktionen berechnet werden müssen, ist dies nicht nötig bei der Verwendung von *Quaternionen*.

Quaternionen  $\mathbf{q}$  werden als  $4 \times 1$  Vektor  $\mathbf{q} = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$  dargestellt. Der Vektor  $\mathbf{q} = [q, \mathbf{q}]$  setzt sich dabei aus einem skalaren Teil  $q$  und einem Vektor-Teil  $\mathbf{q}$  zusammen.

Sind wie bei der Drehachsen-Drehwinkel Darstellung Drehachse  $\mathbf{r}$  und Drehwinkel  $\alpha$  gegeben, lassen sich diese mit

$$\mathbf{q} = \left[ \cos \frac{\alpha}{2}, \sin \frac{\alpha}{2} \mathbf{r} \right]^T$$

in die Quaternionen-Darstellung überführen.

Aus einem Quaternion  $\mathbf{q}$  für das gilt  $\|\mathbf{q}\|^2 = 1$  lässt sich  $\mathbf{R}$  gemäß Gleichung (A.3) berechnen (vgl. HORN, 1987).

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_1 + q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_3q_1 - q_0q_2) & 2(q_3q_2 + q_0q_1) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Die Quaternionen-Darstellung ist bis auf das Vorzeichen im Gegensatz zu den Euler-Winkeln und der Drehachsen-Drehwinkel Darstellung eindeutig.

### A.4. Transformation mit Schraubachsen

Während bei den bisher beschriebenen Parametrierungen, die Koordinatentransformation als Drehung um den Koordinatenursprung plus einer zusätzlichen Verschiebung interpretiert wird, besteht die Transformation mit einer Schraubachse aus einer Verschiebung und einer Drehung entlang einer Geraden  $L$ , die nicht durch den Koordinatenursprung verlaufen muss (vgl. CHEN, 1991).

Die Parameter der Schraubachsen-Transformation sind  $d$ ,  $\phi$  und  $L$  wobei  $d$  die Verschiebung entlang von und  $\phi$  die Drehung um  $L$  beschreiben. Die Parametrische Darstellung von  $L$  ist:

$$L : \mathbf{p} = \mathbf{c} + \alpha \mathbf{n}, \quad -\infty < \alpha < \infty,$$

wobei  $\mathbf{c}$  den Abstand der Schraubachse vom Ursprung und  $\mathbf{n}$ ,  $\|\mathbf{n}\| = 1$  die Richtung der Schraubachse darstellt. Weiterhin gilt  $\mathbf{c} \cdot \mathbf{n} = 0$ . Die Richtung  $\mathbf{n}$  der Schraubachse entspricht der Drehachse  $\mathbf{r}$  aus der Drehachsen-Drehwinkel Darstellung.

Um z. B. die Drehachsen-Drehwinkel in die die Schraubachsen-Darstellung zu überführen, wird zunächst die Translation  $\mathbf{t}$  zerlegt in einen Teil der parallel und einen Teil der rechtwinklig zur Drehachse ist:

$$\mathbf{t}_{\parallel} = (\mathbf{t} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{t}_{\perp} = \mathbf{t} - \mathbf{t}_{\parallel} \quad (\text{A.5})$$

Da der translatorische Anteil der Schraubachsen-Darstellung nur aus einer Verschiebung parallel zu  $n$  besteht, muss  $\mathbf{c}$  so gewählt werden, dass  $\mathbf{t}_{\perp}$  komplett durch die Drehung um  $L$  ausgedrückt wird. Der Abstand  $\mathbf{c}$  der Schraubachse vom Koordinatenursprung ergibt sich damit gemäß der Gl. (A.6)

$$\mathbf{c} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{t}_{\perp} + \mathbf{r} \times \mathbf{t}_{\perp} \frac{\cot \phi}{2} \right) \quad (\text{A.6})$$



---

Die Rückrechnung z. B. in die Drehwinkel-Drehachsen Darstellung ist einfach möglich, da für die Berechnung von  $\mathbf{R}$  die Richtung der Drehachse  $\mathbf{r} = \mathbf{n}$  und die Drehung  $\alpha = \phi$  direkt gegeben sind. Die Translation ergibt sich zu

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_{\parallel} + \mathbf{t}_{\perp} = d\mathbf{n} + (\mathbf{I} - \mathbf{R}) \mathbf{c}$$

## B. Darstellung der Algorithmen für die Berechnung der charakteristischen Beschreibung

### B.1. Überblick über die Berechnung einer kompakten charakteristischen Beschreibung

---

**Algorithmus B.1** Berechnung der kompakten charakteristischen Beschreibung für einen orientierten Punkt  $\hat{\mathbf{x}}$  und seine  $n$ -Nachbarn

---

**Require:**  $\hat{\mathbf{x}}$  {aktueller orientierter Punkt}

**Require:**  $\mathbf{P}$  {Liste mit allen  $n$ -Nachbarn}

$\mathbb{S} = \{ \}$  {Ergebnisliste}

$k = 0$

**for**  $i = 1$  bis  $n$  **do** {äußere Schleife über alle Nachbarn}

**for**  $j = 1$  bis  $n$  **do** {innere Schleife über alle Nachbarn}

    Berechne  $\mathbf{d}_k$  für  $\mathbf{x}_i$  und  $\mathbf{x}_j$  gemäß Algorithmus B.2

    Berechne kompakte Repräsentation  $s_k$  von  $\mathbf{d}_k$  gemäß Algorithmus B.3

    {... und Hinzufügen zu  $\mathbb{S}$ }

$\mathbb{S} = \mathbb{S} \oplus T(\mathbf{d}_k)$  mit:  $\oplus$ : Symbol für das Hinzufügen zu einer Menge

$k++$

**end for**

**end for**

---

### B.2. Berechnung der dünn besetzten, zweidimensionalen charakteristischen Beschreibung $\mathbf{D}$

---

**Algorithmus B.2** Berechnung der Einträge  $\mathbf{d}_j$  in die Matrix  $\mathbf{D}$  für  $\hat{\mathbf{x}}$  und einen Nachbarn  $\mathbf{x}_i$

---

**Require:**  $\hat{\mathbf{x}}$  aus B.1

**Require:**  $\mathbf{x}_i$  aus B.1

{Definiere ein lokales Koordinatensystem aus Normalenvektor  $\mathbf{n} = \hat{\mathbf{x}}(4 : 6)$  und  $\mathbf{x}_i$ }

$\mathbf{r}_{ref} = \mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}(1 : 3)$

$\mathbf{y}_{ref} = \mathbf{n} \times \mathbf{r}_{ref}$

$\mathbf{x}_{ref} = \mathbf{r}_{ref} \times \mathbf{n}$

**for**  $j = 1$  bis  $n$  **do** {innere Schleife aus B.1}

$x_j = \mathbf{x}_{ref} \cdot \mathbf{x}_j$  {Projektion auf x-Achse des lokalen Koordinatensystems}

$y_j = \mathbf{y}_{ref} \cdot \mathbf{x}_j$  {Projektion auf y-Achse des lokalen Koordinatensystems}

$\mathbf{d}_j = \text{cart2pol}(x_j, y_j)$  {Umwandlung in Polarkoordinaten  $d_j$  und  $\theta_j$ }

**end for**

**return**  $\{\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_n\}$

---

Die im Algorithmus B.2 verwendete Notation  $\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}(1 : 3)$  bedeutet, dass aus dem 6D -

---

Vektor  $\hat{\mathbf{x}}$  die ersten drei Elemente ausgewählt werden und dem 3D - Vektor  $\mathbf{x}$  zugewiesen werden.

### B.3. Berechnung eines Quadtree-Index

---

**Algorithmus B.3** Berechnung des Quadtree-Index für  $\mathbf{d}_{kl}$

---

**Require:**  $d_a$ : Wertebereich der Abzisse

**Require:**  $d_o$ : Wertebereich der Ordinate

**Require:**  $p$  Anzahl der Quadrante pro Achse

**Require:**  $\mathbf{d}_{kl}$ : Wertepaar  $[d_{kl}, \theta_{kl}]^T$  für das Index berechnet wird

$$t_a = \frac{d_a}{2}$$

$$t_o = \frac{d_o}{2}$$

$$b = \{\}$$

**for**  $k = 1$  bis  $\frac{p}{2}$  **do**

    berechne  $b_k$  gemäß (3.3)

$$b = b \otimes b_k$$

**if**  $d_{kl} < t_a$  **then** {Anpassen von  $t_a$ }

$$t_a = \frac{t_a}{2}$$

**else**

$$t_a = t_a + \frac{t_a}{2}$$

**end if**

**if**  $\theta_{kl} < t_o$  **then** {Anpassen von  $t_o$ }

$$t_o = \frac{t_o}{2}$$

**else**

$$t_o = t_o + \frac{t_o}{2}$$

**end if**

**end for**

**return**  $s = \text{bin2dec}(b)$  {Umwandlung der Binär- in eine Dezimaldarstellung}

---

## C. Grundlagen des RANSAC-Algorithmus

Für die Aufwandsabschätzung wieviele Iterationen  $k$  des Algorithmus durchgeführt werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit  $z$  einen Satz von  $n$  Datenpunkten gefunden zu haben, die das gewählte funktionale Modell unterstützen, wird in FISCHLER und BOLLES (1981) die folgende Gleichung (C.1) angegeben,

$$k = \frac{\log(1 - z)}{\log(1 - w^n)} \quad (\text{C.1})$$

wobei  $w$  die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen eines Datenpaares ist, das das funktionale Modell unterstützt.

## Lebenslauf

seit 12/2010	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, Hannover
09/2010–11/2010	Elternzeit
10/2008–08/2010	Softwareentwickler im Geschäftsbereich <i>Car and Chassis Systems</i> bei der Robert Bosch GmbH, Hildesheim
10/2005–09/2008	Doktorand im Geschäftsbereich <i>Automotive Aftermarket</i> bei der Robert Bosch GmbH, Hildesheim
09/2002–09/2005	Softwareentwickler bei AXIOS 3D Services GmbH, Oldenburg
09/1998–08/2002	Studium des Geoinformationswesens an der FH Oldenburg
10/1997–03/1998	Studium der Geographie an der Universität Marburg
07/1996–08/1997	Zivildienst beim Deutschen Roten Kreuz in Hude
1993–1996	Sekundarstufe II an der Graf-Anton-Günther Schule, Oldenburg
1989–1993	Sekundarstufe I am Gymnasium Großenkneten, Ahlhorn
1987–1989	Orientierungstufe Ahlhorn
1983–1987	Grundschule Großenkneten

Hannover, den 6. Juli 2012

## Danksagung

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Christian Heipke der mir die Möglichkeit gegeben hat, meine Promotion am IPI durchzuführen und mir über die ganzen Jahre hinweg das Gefühl gegeben hat, dass ich die Arbeit zu einem erfolgreichen Ende führen werde.

Bedanken möchte ich mich auch bei den Referenten Prof. Dr.-Ing. Steffen Schön, Prof. Dr. rer. nat. Ralf Reulke und Prof. Dr.-Ing. Thomas Luhmann, die die Begutachtung der Arbeit mit übernommen haben.

Darüberhinaus gebührt meinen Kollegen bei der Robert Bosch GmbH in Hildesheim und den Kollegen vom Institut ein großes Dankeschön. Die Jahre der Zusammenarbeit waren für mich sowohl fachlich als auch menschlich ein großer Gewinn. Besonders erwähnen möchte ich an dieser Stelle Steffen Abraham, dessen Hinweise und Kommentare mir bei der Arbeit sehr hilfreich waren.

Vor allem aber möchte ich mich bei meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, meiner Frau und meinen Kindern bedanken, ohne deren Unterstützung und bohrenden Nachfragen, ich die Arbeit vermutlich nicht zu Ende gebracht hätte.

# Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover

*(Eine vollständige Liste der Wiss. Arb. ist beim Geodätischen Institut, Nienburger Str. 1, 30167 Hannover erhältlich.)*

- Nr. 269 NEUNER, Hans-Berndt: Zur Modellierung und Analyse instationärer Deformationsprozesse (Diss. 2007)
- Nr. 270 WENDT, Axel: Objektraumbasierte simultane multisensorale Orientierung (Diss. 2007)
- Nr. 271 DILßNER, Florian: Zum Einfluss des Antennenumfeldes auf die hochpräzise GNSS-Positionsbestimmung (Diss. 2007)
- Nr. 272 BUTENUTH, Matthias: Network Snakes (Diss. 2008)
- Nr. 273 RAVANBAKHS, Mehdi: Road Junction Extraction from High Resolution Aerial Images Assisted by Topographic Database Information (Diss. 2008)
- Nr. 274 BRZANK, Alexander: Bestimmung Digitaler Geländemodelle in Wattgebieten aus Laserscannerdaten (Diss. 2008)
- Nr. 275 SCHMIDT, Ralph: Automatische Bestimmung von Verknüpfungspunkten für HRSC-Bilder der Mars Express-Mission (Diss. 2008)
- Nr. 276 HAUNERT, Jan-Henrik: Aggregation in Map Generalization by Combinatorial Optimization (Diss. 2008)
- Nr. 277 NEUMANN, Ingo: Zur Modellierung eines erweiterten Unsicherheitshaushaltes in Parameterschätzung und Hypothesentests (Diss. 2009)
- Nr. 278 WEITKAMP, Alexandra: Brachflächenrevitalisierung im Rahmen der Flächenkreislaufwirtschaft (Diss. 2009)
- Nr. 279 HEUWOLD, Janet: Automatische auflösungsabhängige Anpassung von Bildanalyse-Objektmodellen am Beispiel Straßen (Diss. 2009)
- Nr. 280 KOCH, Christian: Extraction of Mercury's tidal signal and libration amplitude from synthetic laser altimeter data sets (Diss. 2009)
- Nr. 281 GITLEIN, Olga: Absolutgravimetrische Bestimmung der Fennoskandischen Landhebung mit dem FG5-220 (Diss. 2009)
- Nr. 282 ELING, Dirk: Terrestrisches Laserscanning für die Bauwerksüberwachung (Diss. 2009)
- Nr. 283 DOLD, Christoph: Ebenenbasierte Verfahren für die automatische Registrierung terrestrischer Laserscans (Diss. 2010)
- Nr. 284 RIPPERDA, Nora: Rekonstruktion von Fassadenstrukturen mittels formaler Grammatiken und Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo Sampling (Diss. 2010)
- Nr. 285 KATTERFELD, Christiane: Interoperables Geodaten-basiertes E-Learning (Diss. 2010)
- Nr. 286 JARECKI, Focke: Spurkreuzungspunktdifferenzen zur Validierung satellitengradiometrischer Messungen (Diss. 2010)
- Nr. 287 SCHRAMM, Matthias: Unüberwachte lineare spektrale Entmischung mit Anwendungen für Baumdichteabschätzungen in semiariden Regionen Afrikas (Diss. 2010)
- Nr. 288 ALSAYEL, Mohammed Y.: Towards Standardizing International Boundary Determination and Quality Consequences on surveying and Mapping (Diss. 2010)
- Nr. 289 TAVAKKOLI S., Seyed Mohammad: Multi-Temporal Classification of Crops Using ENVISAT ASAR Data (Diss. 2011)
- Nr. 290 VENNEGEERTS, Harald: Objektraumgestützte kinematische Georeferenzierung für Mobile-Mapping-Systeme (Diss. 2011)
- Nr. 291 BULATOV, Dimitri: Textured 3D reconstruction of urban terrain from UAV-borne video sequences (Diss. 2011)
- Nr. 292 GROTE, Anne: Automatic road network extraction in suburban areas from aerial images (Diss. 2011)
- Nr. 293 ALOBEID, Abdalla: Assessment of Matching Algorithms for Urban DSM Generation from Very High Resolution Satellite Stereo Images (Diss. 2011)
- Nr. 294 FANG, Xing: Weighted Total Least Squares Solutions for Applications in Geodesy (Diss. 2011)
- Nr. 295 WEGNER, Jan Dirk: Detection and height estimation of buildings from SAR and optical images using conditional random fields (Diss. 2011)
- Nr. 296 GÖPFERT, Jens : Snakes for Adapting GIS Road and River Objects to Airborne Laser Scanning Data (Diss. 2011)
- Nr. 297 MUHLE, Daniel: Gegenseitige Orientierung von Mehrkameranensystemen mit nicht überlappendem Sichtfeld (Diss. 2011)

*Die Arbeiten werden im Rahmen des wissenschaftlichen Schriftenaustausches verteilt und sind nicht im Buchhandel erhältlich. Der Erwerb ist zu einem Stückpreis von € 25,- bei den herausgebenden Instituten möglich.*