

# Ein optischer Frequenzstandard mit lasergekühlten Magnesiumatomen

---

Von der Fakultät für Mathematik und Physik der  
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften**  
**- Dr. rer. nat. -**

genehmigte Dissertation

von  
Dipl.-Phys. Jan Friebe  
geboren am 10.10.1979 in Hannover

2010

Referent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel  
Korreferent: PD Dr. Christian Lisdat  
Tag der Promotion: 20. Mai 2010

## Zusammenfassung

Optische Uhren auf Basis von Neutralatomen haben das Potenzial, relative Unsicherheiten kleiner als  $10^{-17}$  zu erreichen. Bereits heute haben optische Frequenzstandards die besten Mikrowellenstandards sowohl in Bezug auf Stabilität als auch Genauigkeit übertroffen. Mit ballistischen Calciumatomen können seit wenigen Jahren höhere Stabilitäten demonstriert werden, als dies mit Mikrowellenfrequenzstandards möglich ist. Strontium-Gitteruhren haben zudem seit kurzem höhere Genauigkeiten erreicht.

Magnesium gehört zu den wenigen Elementen, die sich für einen hochpräzisen optischen Frequenz- bzw. Zeitstandard eignen. Für den freien Fall begrenzt die Lebensdauer des angeregten Niveaus des Calciums die Auflösung und Magnesium bietet mit seiner zehnfach größeren Lebensdauer deutliches Potenzial. Im Vergleich zu Strontium weist es eine zehnfach geringere Sensitivität bzgl. der Frequenzverschiebungen durch Schwarzkörperstrahlung auf. Beide Effekte wurden als potenzielle Limitierung für die Genauigkeit bzw. die Stabilität identifiziert.

In dieser Arbeit wurde erstmals die absolute Frequenz des Uhrenübergangs  $(3s^2)^1S_0 \rightarrow (3s3p)^3P_1$  mit der Methode der Ramsey-Bordé-Interferometrie bestimmt. Diese Referenzierung auf einen Primärstandard ist von grundlegender Bedeutung, um den hochstabilen Oszillator zu einem optischen Frequenzstandard zu komplettieren. Zu Beginn der Arbeit wurde die Frequenzmessung an einem thermischen Atomstrahl durchgeführt, wodurch der Literaturwert bereits um sechs Größenordnungen verbessert werden konnte. Die erzielte Genauigkeit von  $2,5 \times 10^{-12}$  war hierbei limitiert durch die Dopplerverschiebung der Magnesiumatome, während die Stabilitätscharakterisierung durch die verwendeten lokalen Mikrowellenreferenzen begrenzt war.

Eine deutliche Steigerung der Genauigkeit wurde im Folgenden durch die Nutzung von Atomen in einer magneto-optischen Falle (MOT) im Singulett-System erzielt. Zur effizienten Detektion des angeregten Zustands wurde erstmals eine MOT mit metastabilem Magnesium im Triplett-System verwendet. Hierfür war die Entwicklung eines neuen Lasersystems notwendig, das den geschlossenen Kühlübergang  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$  bei 383 nm adressiert. Zusätzlich kompensieren zwei Rückpumpplaser parasitäre Anregungen in benachbarte Niveaus. Die drei Wellenlängen werden mit frequenzverdoppelten Diodenlasern erzeugt, die im UV eine Ausgangsleistung von über 100 mW erreichen. So konnte erstmals der angeregte Zustand direkt detektiert und auf dem Übergang  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$  eine hohe Detektionseffizienz erzielt werden. Bei dieser Spektroskopie konnte das Ergebnis der Messung am Atomstrahl bestätigt und die Ungenauigkeit erneut um mehr als eine Größenordnung auf  $7 \times 10^{-14}$  verringert werden.

Die Charakterisierung der Stabilität, anfangs noch durch den lokalen Standard begrenzt, konnte durch einen Frequenzvergleich mit den ortsgebundenen und hochpräzisen Frequenzstandards der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) deutlich verbessert werden. Für den phasenkohärenten Lichttransfer zwischen Braunschweig und Hannover wurde eine kommerzielle Telekommunikationsglasfaserverbindung stabilisiert. Durch die hohe Stabilität dieses neuen Verfahrens konnte eine Instabilität von  $2 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau/s}$  des Magnesium-Frequenzstandards für Mittelungszeiten  $\tau > 1000$  s nachgewiesen werden.

Bei systematischen Untersuchungen zur Unsicherheit wurden bislang nicht beschriebene Frequenzverschiebungen in Abhängigkeit der Pulsdauer beobachtet. Diese konnten durch eine Ausdehnung des Ensembles in gekrümmten Wellenfronten des Spektroskopielaasers erklärt und quantifiziert werden. Mit Hilfe von Literaturdaten wurden die Frequenzen der hochverbotenen Übergänge  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  in den bosonischen und fermionischen Isotopen abgeleitet und so um mehrere Größenordnungen verbessert. Abgesehen von den Rahmenbedingungen, die sich aus diesem Experiment für eine weitere Steigerung der Genauigkeit einer Spektroskopie an ballistischen Atomen ergeben, ist damit auch eine Voraussetzung für die Umsetzung des Konzepts der optischen Gitteruhr mit Magnesium geschaffen.

**Schlagwörter:** Atominterferometrie, Magnesium Interkombinationsübergang, optischer Frequenzstandard

## Abstract

Optical clocks based on neutral atoms hold the potential to achieve relative uncertainties below  $10^{-17}$ . Today, the first optical frequency standards have surpassed state-of-the-art microwave clocks in terms of stability and accuracy. Frequency standards with ballistic calcium atoms have demonstrated higher stabilities than their microwave counterparts during the last years and strontium lattice clocks have recently shown higher accuracies in addition.

Magnesium belongs to the small group of elements that are suitable for a high precision optical frequency or time standard. For free falling atoms the lifetime of the excited state of calcium limits the resolution and magnesium offers considerable potential with its ten times greater life time. In comparison with strontium, magnesium has a ten times lower sensitivity to black body radiation. Both effects have been identified as a potential limitation for the accuracy or stability.

In this work, by means of the Ramsey-Bordé interferometry, the absolute frequency of the intercombination transition  $(3s^2) ^1S_0 \rightarrow (3s3p) ^3P_1$  has been measured for the first time. This referencing to a primary frequency standard is of fundamental importance to turn the ultra stable oscillator into an optical frequency standard. A frequency measurement performed at the beginning of this work on a thermal atomic beam improved the value in literature by six orders of magnitude. The accuracy obtained was  $2,5 \times 10^{-12}$  and limited by the Doppler shift of the magnesium atoms, while a characterization of the stability of the realized frequency standard was limited by the available local microwave references.

A significant increase in accuracy was achieved in the following by the use of atoms in a magneto-optical trap (MOT) in the singlet system. For efficient detection of the excited state a MOT with magnesium in the metastable triplet system was used for the first time. In order to address the  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$  transition the development of a new laser system was necessary. Two additional repumping lasers compensate parasitic excitations to adjacent levels. The three wavelengths are generated by means of frequency doubled diode lasers, which reach a output power of about 100 mW in the UV. In this way, the excited state was detected directly and a high detection efficiency on the  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$  transition was achieved. Within this spectroscopy, the result of the atomic beam measurement was confirmed and the accuracy was increased further by more than one order of magnitude to reach an uncertainty of  $7 \times 10^{-14}$ .

The characterization of stability, initially limited by the local standard, was improved significantly by a frequency comparison with the localized high precision frequency standards of the Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig. The phase-coherent light transfer was realized by stabilizing a commercial telecommunication fiber link between Braunschweig and Hanover. Due to the high performance of this new technology an instability of the magnesium frequency standard of  $2 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau/s}$  was demonstrated for averaging times  $\tau > 1000$  s.

During systematic investigations for the determination of the uncertainty, large frequency shifts as a function of pulse duration were observed that were not described previously. They could be explained by an expansion of the ensemble in curved wave fronts of the spectroscopy laser. With the help of data from literature, the frequencies of highly forbidden  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  transitions in the bosonic and fermionic isotopes were derived and their accuracies were improved by several orders of magnitude. Apart from the conditions for further improvement of the accuracy of spectroscopy on ballistic atoms, which could be derived from this experiment, a prerequisite for the implementation of the concept of the optical lattice clock with magnesium has been established.

**Keywords:** atom interferometry, magnesium intercombination transition, optical frequency standard

# INHALTSVERZEICHNIS

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Experimentelle Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Magnesium . . . . .	7
2.2	Atom-Interferometrie . . . . .	9
2.2.1	Atom-Licht-Wechselwirkung . . . . .	11
2.2.2	Asymmetrisches 4-Puls-Interferometer . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Messung des Interkombinationsübergangs am Atomstrahl</b>	<b>19</b>
<b>4</b>	<b>Lasersystem zum Fangen von metastabilem Magnesium</b>	<b>35</b>
4.1	Verstärkter Diodenlaser . . . . .	37
4.2	Frequenzverdopplung . . . . .	38
4.2.1	Grundlagen . . . . .	38
4.2.2	Experimentelle Realisierung . . . . .	42
4.2.3	Charakterisierung der Frequenzverdopplung . . . . .	46
4.3	Stabilisierungsschema für mehrere Laser und Frequenzverdopplungen	48
4.3.1	Transferresonator . . . . .	49
4.3.2	Stabilisierung auf den Transferresonator . . . . .	49
4.3.3	Langzeitstabilisierung . . . . .	51
4.4	Gesamtübersicht . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Charakterisierung eines Magnesium-Frequenzstandards</b>	<b>55</b>
5.1	Experimentaufbau . . . . .	55
5.1.1	Experimentierkammer . . . . .	56
5.1.2	Magnetfeldkonfiguration . . . . .	57
5.1.3	Dopplerkühlen von Magnesium . . . . .	59
5.1.4	Spektroskopielaser . . . . .	62
5.1.5	Detektion mittels electron-shelving . . . . .	68
5.1.6	Messzyklus . . . . .	70
5.2	Stabilität des Frequenzstandards . . . . .	71

---

5.2.1	Optimierung der Stabilität des Frequenzstandards . . . . .	71
5.2.2	Langzeitstabilisierung auf eine atomare Referenz . . . . .	77
5.3	Messung einer optischen Frequenz über eine Telekomfaser- verbindung . . . . .	80
5.3.1	Frequenzkamm als Transfersoszillator . . . . .	81
5.3.2	Stabilisierung der Faser . . . . .	86
5.4	Langzeitvergleich entfernter Frequenznormale . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Modellierung von Phasenverschiebungen und sonstige Systematik</b>	<b>93</b>
6.1	Frequenzverschiebungen durch den linearen Doppler-Effekt . . . . .	93
6.1.1	Phasenfehler aufgrund der atomaren Bewegung in der Licht- mode . . . . .	94
6.1.2	Simulation von Phasenverschiebungen . . . . .	98
6.1.3	Abweichung von analytischen Ausdrücken . . . . .	100
6.1.4	Vergleich mit experimentellen Ergebnissen . . . . .	103
6.1.5	Bestimmung der Unsicherheit . . . . .	106
6.2	Sonstige Unsicherheiten und Korrekturen . . . . .	110
6.2.1	Wahl des Pulsabstandes . . . . .	110
6.2.2	Zeeman-Effekt . . . . .	112
6.2.3	Elektrische Felder . . . . .	113
6.2.4	Sonstige Effekte . . . . .	117
6.3	Zusammenfassung der Unsicherheitsbeiträge . . . . .	121
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Simulationsprogramm</b>	<b>131</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>137</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>153</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>155</b>

# EINLEITUNG

Seit mehr als einem Jahrhundert ist die Präzisionsspektroskopie von Atomen und Molekülen einer der entscheidenden Faktoren für die Entdeckung der Gesetze der Quantenphysik, für die Bestimmung von fundamentalen Naturkonstanten und die Realisierung von Längen- und Zeitstandards.

In den Anfängen waren die in der optischen Spektroskopie erzielbaren Auflösungen im Bereich von bis zu  $10^{-6}$  durch die Dopplerverbreiterung der thermischen Gase begrenzt [1]. Trotz dieser Verbreiterung, die die Fein- und Hyperfeinaufspaltung aufgrund der thermischen Restbewegung der Teilchen überlagert, wurden bei dieser klassischen Spektroskopie bahnbrechende Erkenntnisse gewonnen, aus denen unser heutiges Bild der Atom- und Molekülphysik hervorgegangen ist. Die sichtbare Balmer-Serie in atomarem Wasserstoff war einer der Schlüssel für die Entwicklung der Quantenphysik. Des Weiteren wurde erstmals die Lamb-Verschiebung des  $1s$ -Grundzustands gemessen, deren präzise Spektroskopie auch heute noch ein wichtiges Testsystem für eine der erfolgreichsten Theorien der Physik, die Quantenelektrodynamik, darstellt [2].

Durch die Entwicklung von durchstimmbaren Farbstofflasern Anfang der 1970er Jahre und damit einhergehender spektroskopischer Methoden wie der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie sowie schließlich der Laserkühlung von Atomen [3, 4], konnten die erzielbaren Auflösungen in den vergangenen Jahrzehnten dramatisch gesteigert werden. Eine neue Limitierung ergab sich im Bereich einer relativen Genauigkeit von  $10^{-10}$ . Die optische Wellenlängen-Interferometrie verhindert aufgrund unvermeidbarer geometrischer Wellenfrontfehler eine Messung der optischen Wellenlängen unterhalb dieses Regimes [1].

Zu Beginn der Neunziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts konnte dieses Problem umgangen werden, indem statt der Wellenlänge die Frequenz des Lichts gemessen wurde. Eine Frequenz, bzw. die Zeit, kann viel präziser gemessen werden als jede andere physikalische Größe. Die Genauigkeit der Bestimmung einer Anzahl

von Schwingungen eines Oszillators ist letztlich nur begrenzt durch die als Referenz verwendete Uhr.

Mittels sogenannter Frequenzketten wurden daher die Oszillationen von dem Frequenznormal für Zeit, das seit 1967 auf einem Grundzustandshyperfeinübergang des Cs-Atoms im Mikrowellenbereich basiert, über viele Zwischenschritte bis in den optischen Bereich phasenkohärent hochmultipliziert [5, 6]. Bei dieser Methode werden phasenstabilisierte Transferoszillatoren, die auf Kristallen und anderen nichtlinearen Elementen basieren, in jedem Zwischenschritt verwendet, um viele Dekaden des elektromagnetischen Spektrums zu überdecken. Dieses extrem aufwändige Verfahren, das große Ressourcen für die Einrichtung und den Betrieb benötigt, wurde nur in sehr wenigen Laboren überhaupt realisiert.

Als neueste Revolution auf diesem Gebiet kann daher die kürzlich erfolgte Entwicklung des Frequenzkamms angesehen werden [7, 8], der die optische Präzisionsspektroskopie stark vereinfacht. Die Moden dieses gepulsten Femtosekundenlasers können als Lineal im Frequenzraum verwendet werden und stellen das dringend benötigte Verbindungsglied zwischen den hohen optischen Frequenzen bis zu 1000 THz und den niedrigen Frequenzen bis hinunter in den DC-Bereich her. Es konnte gezeigt werden, dass dieses kompakte und einfache System den Vergleich von Frequenzen bis zu einem Level von  $10^{-19}$  nicht begrenzt [9]. Damit steht auch kleineren Laboren ein leistungsfähiges Instrument zur Verfügung, das zusammen mit den anderen genannten und weiteren technologischen Fortschritten ermöglicht, Präzisionsspektroskopie und Metrologie auf einem Niveau zu betreiben, das zuvor nur mit einem großen Aufwand erreichbar war.

Optische Frequenznormale besitzen den signifikanten Vorteil einer deutlich kürzeren Oszillationsdauer im Vergleich zu ihren Gegenstücken im Mikrowellenbereich. Ein Stabilitätsvergleich zweier Systeme kann daher viel schneller erfolgen und manche systematischen Linienverschiebungen, die nicht mit der Oszillatorfrequenz skalieren, sind von Natur aus kleiner. Zusätzlich werden systematische Untersuchungen zu linienverschiebenden Effekten durch die erhöhte Stabilität beschleunigt.

Optische Frequenznormale sind infolge dessen momentan eine treibende Kraft auf dem explosiv wachsenden Feld der optischen Frequenzmessung [10]. Heute werden im Rahmen der optischen Frequenzmetrologie viele unterschiedliche atomare Spezies auf ihre Eignung als zukünftiges Frequenznormal untersucht. Es bilden einerseits einzelne, in Paulfallen gespeicherte und gut von externen Einflüssen isolierbare Ionen, und andererseits große Ensembles von Neutralatomen den Schwerpunkt der Forschungsarbeit [11].

Bereits vor einiger Zeit wurde gezeigt, dass moderne auf Ionen basierende Frequenzstandards die besten Cs-Fontänenuhren hinsichtlich ihrer Genauigkeit um mehr als eine Größenordnung übertreffen [12]. Ungünstig ist hierbei allerdings das schlechte Signal-zu-Rauschverhältnis, da immer nur ein Atom gleichzeitig spektroskopiert werden kann, und es bedarf langer Mittelungszeiten für das Erreichen der Genauigkeitsgrenze.



Dagegen können Neutralatome in großen Ensembles präpariert werden. Mit Hilfe der Methode der Ramsey-Bordé-Interferometrie, die auch in dieser Arbeit verwendet wurde, konnten mit Calciumatomen viele Jahre die höchsten Genauigkeiten optischer Neutralatomstandards erzielt werden. Bei den aktuell letzten Messungen wurden hiermit Unsicherheiten auf dem Niveau der besten Cs-Fontänenuhren prognostiziert [13]. Als limitierender Faktor für die erzielbare Stabilität und Genauigkeit eines Ca-Frequenzstandards ist hierbei die Lebensdauer des angeregten Zustands identifiziert worden. Magnesium bietet den Vorteil einer zehnfach höheren Lebenszeit, so dass ein auf dieser Spezies basierender Frequenzstandard höchste Auflösungen im Bereich von wenigen 10 Hz an frei fallenden Atomen erreichen kann.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals die Frequenz des 31 Hz breiten  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Übergangs gemessen. Die Ungenauigkeit des Übergangs konnte zunächst bei einer ersten Frequenzmessung an thermischen Atomen um sechs Größenordnungen verringert werden. In einem zweiten Schritt wurde dieser Wert an kalten Atomen bestätigt und erneut um mehr als eine Größenordnung verringert. Mit Hilfe bekannter spektroskopischer Daten lässt sich auch die Frequenz der hochverbotenen Übergänge in den bosonischen und fermionischen Isotopen ableiten. Durch die deutlich gesteigerte Genauigkeit der Frequenzen der ultraschmalen Übergänge sollte deren Adressierung an gespeicherten Atomen in Zukunft möglich sein. Abgesehen von den Rahmenbedingungen, die aus diesem Experiment für eine weitere Steigerung der Genauigkeit einer Spektroskopie in freiem Fall abgeleitet werden können, ist damit auch eine Voraussetzung für ein weiteres Zukunftskonzept für hochpräzise Frequenzstandards geschaffen.

Für die Elemente Strontium und Ytterbium konnte bereits das von Katori vorgeschlagene Konzept der optischen Gitteruhr [14] in einer 1D-Konfiguration demonstriert werden. Die Idee beruht darauf, Atome mit ultraschmalbandigen Übergängen in einem optischen Gitter bei der sogenannten magischen Wellenlänge zu spektroskopieren und durch lange Abfragezeiten eine hohe Auflösung zu erreichen. Bei dieser magischen Wellenlänge ist die AC-Stark-Verschiebung der beteiligten Übergänge identisch und verschwindet in erster Ordnung. Gleichzeitig wird das Atom in Spektroskopierichtung in einem Bereich lokalisiert, der klein gegen die Wellenlänge des Lichts ist. Dadurch werden Dopplerverschiebungen und Rückstoßbewegungen vermieden, so dass eine nahezu störungsfreie Spektroskopie möglich ist. Als Übergang bietet sich der hochverbotene Interkombinationsübergang  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  erdalkali-ähnlicher Spezies an. Dieser Übergang kann in bosonischen Isotopen durch Beimischung des  $^3P_1$ -Zustands mit Hilfe eines externen Magnetfeldes ermöglicht werden und im Fall fermionischer Isotope wird das Feld durch den Kernspin induziert [15].

Kürzlich wurde mit in einem optischen Gitter gefangenen Atomen eine Genauigkeit auf dem Level von  $10^{-16}$  demonstriert [16]. Im Idealfall besteht dieses Gitter aus einer dreidimensionalen Konfiguration mit einzelnen Gitterplätzen, auf

denen jeweils ein Atom gefangen ist, so dass diese ungestört und in großer Anzahl spektroskopiert werden können. Auch diese Konfiguration konnte erstmals mit bosonischen Strontiumatomen hergestellt werden [17].

Solchen Gitteruhren wurde eine Genauigkeit von  $10^{-18}$  vorausgesagt [18]. Aktuell ist der größte Beitrag zur Unsicherheit sowie der größte Korrekturbeitrag die Frequenzverschiebung aufgrund von Schwarzkörperstrahlung der Umgebung [19]. Dieser Effekt wird möglicherweise auch zukünftig eine Limitierung auf einem Niveau von  $10^{-17}$  für die Strontiumatomuhren darstellen [20]. Magnesium dagegen zeichnet sich, ebenso wie Quecksilber [20, 21], durch eine mehr als zehnfach geringere Sensitivität auf Schwarzkörperstrahlung aus [22] und ist daher ein hochinteressanter Kandidat für eine optische Atomuhr, da das Konzept der Gitteruhr ebenso auf diese Elemente übertragbar ist.

Ein mögliches Anwendungsgebiet dieser neuen ultrastabilen und präzisen metrologischen Werkzeuge könnte eine verbesserte Satellitennavigation darstellen, aber auch die Synchronisation der Kommunikationsnetze, an die immer höhere Anforderungen bzgl. der Übertragungsgeschwindigkeit gestellt werden, könnte davon profitieren [23]. Bereits heute werden sie, genau wie in den vergangenen Jahrzehnten und in den Anfängen der Präzisionsspektroskopie, für Tests grundlegender physikalischer Theorien eingesetzt. Von besonderem Interesse ist die Messung dimensionsloser Naturkonstanten wie der Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  und dem Verhältnis von Elektronen- zu Protonenmasse  $m_e/m_p$ . Eine zeitliche Variation dieser Größen, die unabhängig von den Konventionen eines speziellen Einheitensystems sind, wird von Theorien, die über das Standardmodell der Elementarteilchenphysik hinausgehen, vorausgesagt. Inzwischen konnten über Vergleiche optischer Frequenzstandards untereinander und in Kombination mit Daten von Cs-Fontänenuhren die bisher kleinsten Grenzen für eine Drift dieser Konstanten angegeben werden [24, 12]. Ein Vergleich von Standards, die auf unterschiedlichen Spezies basieren, ist für solche Untersuchungen unvermeidlich, da eine Drift nur durch die Messung an Systemen mit unterschiedlichem Verhalten festgestellt werden kann. Leichte Elemente wie Magnesium zeichnen sich durch eine geringe Sensitivität auf eine Drift der Feinstrukturkonstante aus [25] und könnten als Referenz für schneller driftende schwere Elemente dienen.

Ein Vergleich räumlich benachbarter Frequenzstandards ist heute mittels des Frequenzkamms einfach möglich, allerdings ist ein Vergleich entfernter Systeme problematisch, da diese oft nicht auf Transportabilität ausgelegt sind. Herkömmliche Technologien, die für einen Vergleich von Cs-Uhren verwendet werden, wie GPS oder eine bidirektionale Satellitenverbindung, scheiden aus, da sie nicht über eine ausreichende Stabilität verfügen, um das Potential modernster optischer Frequenzstandards auszunutzen.

Daher wurden in den letzten Jahren innovative Verfahren entwickelt, die es ermöglichen über das heute allgegenwärtige Telekommunikationsnetzwerk das stabile Signal der Uhren zu übertragen. Auch hier spielt der Frequenzkamm eine

---

entscheidende Rolle. Mit seiner Hilfe ist es möglich die Stabilität beliebiger optischer Frequenzstandards auf die Telekommunikationswellenlänge von  $1,5 \mu\text{m}$  zu übertragen. Mittels Faserstabilisierungen, die auf dem von Ma [26] bereits 1994 vorgestellten Konzept beruhen, können die unvermeidlichen Einkopplungen von akustischen und thermischen Störungen kompensiert werden. Empfängerseitig können nun die beiden vor Ort vorhandenen stabilen optischen Frequenzen mit einem zweiten Frequenzkamm verglichen werden. Mit diesem Verfahren konnte in Demonstrationsexperimenten, bei denen sich Empfänger und Sender am selben Ort befinden, durch die Länge der Strecke begrenzte Stabilitäten im Bereich von  $10^{-15}$  in 1 s über Entfernungen von etwa 100 km erzielt werden [27, 28, 29], die sich zudem mit dem Inversen der Integrationszeit bis in den Bereich von  $10^{-20}$  mitteln. Eine Begrenzung für den Genauigkeitsvergleich aktueller Frequenzstandards über eine solche Strecke sollte sich daher nicht ergeben.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine solche Verbindung, die zwischen der Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt (PTB) und dem Institut für Quantenoptik (IQ) realisiert wurde, für die zweite, verbesserte Frequenzmessung des Interkombinationsübergangs in Magnesium verwendet. Dieses Experiment ist eines der ersten, bei dem in unterschiedlichen Städten befindliche Frequenzstandards über eine Glasfaser-Verbindung miteinander verglichen wurden. Zudem wurde die höchste bislang erzielte Stabilität für ein solches Experiment für Integrationszeiten bis 1000 s gemessen.

Diese Arbeit ist wie folgt strukturiert:

In **Kapitel 2** wird zunächst auf spezielle atomare Eigenschaften des Magnesiums eingegangen und insbesondere die in dieser Arbeit mit Lasern adressierten elektronischen Übergänge dargestellt. Anschließend wird die eingesetzte Spektroskopiemethode, die Ramsey-Bordé-Interferometrie, ausgehend von einer Einführung in die Atom-Licht-Wechselwirkung erläutert.

**Kapitel 3** stellt die erste Frequenzmessung des Interkombinationsübergangs  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  an Magnesium vor. Es werden die experimentellen Details, wie die thermische Atomstrahlapparatur, der verwendete Spektroskopielaser und der Frequenzkamm, erläutert. Des Weiteren werden die Ergebnisse dargestellt und mit Hilfe bereits bekannter RF-Übergänge im Triplett-System die Frequenzen weiterer Interkombinationslinien, auch in anderen Isotopen, berechnet.

**Kapitel 4** behandelt ein neu entwickeltes Lasersystem zum Fangen von metastabilem Magnesium. Dieses basiert auf einem verstärkten Diodenlasersystem und anschließender Frequenzverdopplung. Es wurde im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt, um den angeregten Zustand nach der Spektroskopie zu detektieren.

In **Kapitel 5** wird der neue experimentelle Aufbau zur ersten Frequenzmessung von kalten Magnesiumatomen vorgestellt. Es werden die experimentellen Methoden zur Kühlung, Spektroskopie und zur Detektion präsentiert. Außerdem wird die Verwendung des Frequenzkamms als Transferoszillator dargestellt und die Stabilisierung der Telekommunikationsfaser für die phasenkohärente Messung der Fre-

quenz des Magnesium-Interkombinationsübergangs gegen 73 km entfernte hochstabile Frequenzstandards der PTB beschrieben. Im Anschluss werden die Ergebnisse des Vergleichs dargestellt.

**Kapitel 6** befasst sich mit der Evaluierung der systematischen Frequenzverschiebungen an kalten Atomen. Insbesondere werden bisher nicht beschriebene, von der Pulszeit abhängige Frequenzverschiebungen modelliert und ausführlich diskutiert. Zum Abschluss werden die Unsicherheitsbeiträge zusammengefasst und das Ergebnis der Messung dargestellt.

Abschließend reflektiert **Kapitel 7** die erzielten Ergebnisse und skizziert weitere mögliche Vorgehensweisen.

---

# EXPERIMENTELLE GRUNDLAGEN

In einem optischen Frequenznormal wird ein optischer Oszillator an einen atomaren oder molekularen Übergang angebunden, der die Absolutreferenz für das Frequenznormal darstellt. Dieser Übergang sollte möglichst unempfindlich gegen externe Störeinflüsse sein und eine hohe Güte aufweisen, damit er gut aufgelöst werden kann und eine hohe Stabilität erreicht wird. Das Element Magnesium bietet hierfür eine Reihe von schmalen und ultraschmalen Linien in bosonischen und fermionischen Isotopen.

In diesem Kapitel soll zunächst auf die spektralen Eigenschaften von  $^{24}\text{Mg}$  eingegangen werden und anhand dessen die Vorzüge für die Eignung als atomarer Frequenzstandard beschrieben werden. Im zweiten Abschnitt wird zunächst eine wichtige Voraussetzung für die Atominterferometrie, die Atom-Licht-Wechselwirkung, dargestellt. Anschließend werden die theoretischen Grundlagen für die Atominterferometrie, mit dessen Hilfe in dieser Arbeit Laseroszillatoren an einen optischen Übergang angebunden werden, beschrieben. Somit wird auch eine Grundlage für die in folgenden Kapiteln durchgeführten Simulationen von Ramsey-Bordé-Interferenzmustern geschaffen.

## 2.1 Magnesium

Ein Auszug aus dem Termschema von  $^{24}\text{Mg}$  mit allen in dieser Arbeit adressierten Übergängen ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Für die durchgeführte Spektroskopie an Magnesium wurde der  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Interkombinationsübergang bei 457 nm verwendet. Dieser Übergang besitzt im Vergleich zu anderen Erdalkaliatomen eine sehr schmale Linienbreite von  $\Gamma = 2\pi \cdot 31 \text{ Hz}$  [30]. Dies entspricht einer Lebensdauer des angeregten Niveaus von 5 ms und ermöglicht lange Spektroskopiezeiten bzw. erlaubt die Realisierung hoher Auflösungen. Die entsprechende Liniengüte des Übergangs beträgt  $Q = 2,1 \times 10^{13}$ . Allerdings wird dadurch auch die effiziente

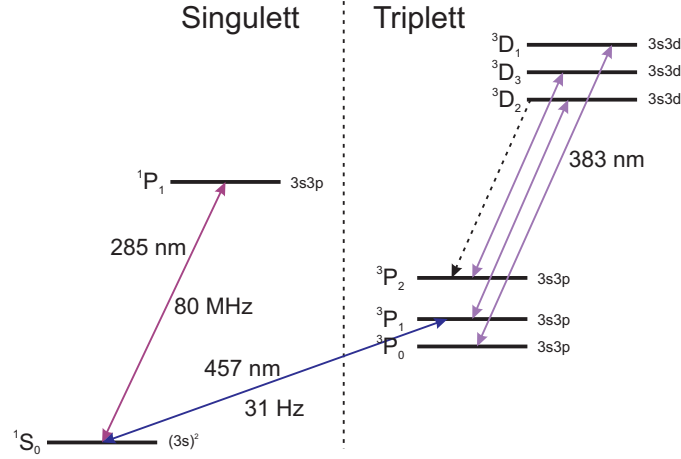


Abbildung 2.1: Auszug aus dem Termschema von  $^{24}\text{Mg}$  mit allen für diese Arbeiten relevanten Energieniveaus. *Durchgezogene Pfeile* kennzeichnen Übergänge, die in dieser Arbeit mit Lasern adressiert werden, und die *gestrichelte Linie* zeigt den Zerfallskanal, über den der geschlossene Zyklus  $^3\text{P}_2 \rightarrow ^3\text{D}_3$  im Triplet-System erreicht wird. Für manche Übergänge sind Zerfallsraten in  $\gamma = \Gamma/(2\pi)$  angegeben. Weitere Daten zu Energieabständen und Zerfallsraten im Triplet-System sind in Abbildung 4.1 aufgeführt.

Anwendung eines neuartigen Kühlverfahrens, wie des bei Ca sehr erfolgreich angewendeten Quenchkühlens [31, 32], für diesen Übergang verhindert, da die Kühlkraft hier nur ein Bruchteil der Gravitationskraft beträgt. Besonders interessant für eine Präzisionsspektroskopie ist die Adressierung des  $m_J = 0 \rightarrow m_J = 0$ -Übergangs, der eine Sensitivität auf elektrische und magnetische Störfelder erst in zweiter Ordnung Störungstheorie besitzt. Eine wichtige physikalische Größe für die Atominterferometrie stellt die Rückstoßaufspaltung dar. Sie gibt an, wie groß die Frequenzverschiebung der atomaren Übergangsfrequenz aufgrund der Absorption eines Photons ist. Sie berechnet sich zu

$$\delta_{rec} = h\nu^2/(2M_{Mg}c_0^2). \quad (2.1)$$

$M_{Mg}$  ist die Masse des Isotops und beträgt im Fall von  $^{24}\text{Mg}$  23,98504 u [33].  $u$  ist die atomare Masseneinheit und beträgt  $u = 1,660539 \times 10^{-27}$  kg. Die Frequenz  $\nu$  des Übergangs ist 655,6599 THz [34] und es ergibt sich die Rückstoßaufspaltung zu  $\delta_{rec} = 39788$  Hz mit einem Fehler von weniger als 1 Hz. Die Sättigungsintensität dieses Übergangs berechnet sich zu

$$I_{Sat} = \pi\Gamma hc_0/(3\lambda^3) = 4,245 \times 10^{-5} \text{ mW/cm}^2. \quad (2.2)$$

Aufgrund früherer Untersuchungen [35] zur Aufspaltung des  $^3\text{P}$ -Niveaus kann durch die hier dargestellte Präzisionsspektroskopie des  $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$  auch die Frequenz des verbotenen Übergangs  $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$  bis zu einer Absolutgenauigkeit von 0,6 Hz mit der gleichen Präzision bestimmt werden. Dieser Übergang ist für eine zukünftige

Spektroskopie an in einem optischen Gitter bei der magischen Wellenlänge [18] gefangenen Atome von Interesse. Die Linienbreite eines solchen Übergangs kann durch magnetfeldinduzierte Beimischungen des  $^3P_1$  [15] verändert und angepasst werden.

Der Hauptkühlübergang ist der schnelle  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ -Übergang. Er besitzt eine Linienbreite von  $\Gamma = 2\pi \cdot 80$  MHz und stellt quasi ein ideales Zwei-Niveau-Atom dar. Ohne den Einsatz von Rückpumpen ist daher ein schnelles und effizientes Kühlen in die Nähe des Dopplerlimits von 1,9 mK möglich. Da der Grundzustand keine magnetische Unterstruktur aufweist, ist eine sub-Doppler-Kühlung mit Methoden wie dem Polarisationsgradientenkühlen [36] unmöglich.

Für die Übergänge bei 383 nm wurden in dieser Arbeit neue Lasersysteme entwickelt (siehe Kapitel 4). Diese werden in dieser Arbeit verwendet, um den angeregten Zustand mittels des „electron-shelving“ sehr effizient und ohne Hintergrundatome zu detektieren. Dazu wird das Atom zunächst mit Hilfe der Rückpumplaser und über spontane Zerfälle in den geschlossenen Übergang  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$  transferiert. Hier kann es anschließend viele Streuzyklen durchlaufen und es wird eine hohe Detektionseffizienz erreicht.

Alle hier genannten Übergänge liegen im Vergleich zu anderen Erdalkali-Atomen im blauen bzw. ultravioletten Frequenzbereich und werden über frequenzverdoppelte Lasersysteme erreicht. Magnesium profitiert von diesen hochfrequenten Übergängen aus den Grundzuständen im Singulett- und Triplett-System, indem es die geringste Sensitivität auf Frequenzverschiebungen durch Schwarzkörperstrahlung aller Erdalkaliatome aufweist [22] und diese sogar zehnfach kleiner als bei Strontium ist. Einzig Quecksilber weist eine vergleichbar geringe Sensitivität auf Schwarzkörperstrahlung auf [20, 21].

## 2.2 Atom-Interferometrie

Um die Frequenz des Interkombinations-Übergangs in  $^{24}\text{Mg}$  zu messen, ist eine Technik erforderlich, die es erlaubt, einen Laser möglichst exakt und stabil an die zu messende Linie anzubinden. Dies kann z. B. mit Hilfe einer Spektroskopie geschehen, die ein Fehlersignal erzeugt, das für eine Stabilisierung des Lasers genutzt wird. Die Genauigkeit der Messung ist nun dadurch bestimmt, wie gut man das Zentrum dieses Signals bestimmen kann, und inwiefern das Signal selbst den ungestörten Übergang abbildet. Im Prinzip kann bei gutem Signal-zu-Rausch-Verhältnis ( $S/N$ -Verhältnis) die Linienmitte leicht auf 1/1000 genau bestimmt werden. Im Fall von Cs-Fontänen-Uhren wird die Linie sogar auf 1/100 000 oder besser bestimmt. Trotzdem ist es günstig ein Verfahren zu verwenden, das von vornherein ein schmales Signal erzeugt, auf das der Laser stabilisiert werden kann.

Einfache Dopplerspektroskopie scheidet aus zwei Gründen aus. Zum einen ist die Linienbreite durch die Dopplerverbreiterung des Ensembles gegeben, die auch

im Fall von 3 mK kalten Mg immerhin noch 2,8 MHz (HWHM<sup>1</sup>) beträgt, zum anderen kann es durch kleine Schwerpunktsgeschwindigkeiten der Atomwolke Linienverschiebungen im Bereich von mehreren kHz bis MHz geben.

Im Prinzip ist die dopplerfreie Sättigungsspektroskopie in der Lage sub-Dopplerlinienbreiten zu erzeugen. In diesem Fall ist die Linienbreite durch das Inverse der Wechselwirkungszeit bestimmt, allerdings wird durch lange Pulszeiten die Anzahl der an der Spektroskopie teilnehmenden Atome stark reduziert und damit das  $S/N$ -Verhältnis verschlechtert.

Dieses Problem kann durch Verwendung der Methode der getrennt oszillierenden Felder, die 1950 von Ramsey [37] für Mikrowellen vorgeschlagen wurde, umgangen werden. Bei diesem Verfahren wird die Anzahl der Atome, die an der Spektroskopie teilnehmen, nicht reduziert, wenn die Auflösung erhöht wird. In einer ersten Wechselwirkungszone wird dem Atom die Phase des Mikrowellenfeldes mit Hilfe eines  $\pi/2$ -Pulses aufgeprägt und in einem späteren  $\pi/2$ -Puls wird die Phasendifferenz zwischen dem treibenden Feld sowie der frei oszillierenden atomaren Frequenz ausgelesen. Aus der akkumulierten Phasendifferenz ergibt sich anschließend die Wahrscheinlichkeit das Atom im Grund- bzw. angeregten Zustand zu detektieren. Die Auflösung bei diesem Verfahren ist nicht durch die Zeit der Wechselwirkung von Atom und Feld bestimmt, sondern durch die Dunkelzeit zwischen den Pulsen. Bei dieser Methode können also durch Entkopplung von Pulszeit und Auflösung hohe Auflösungen bei gleichzeitig kurzen Wechselwirkungszeiten und somit hohen  $S/N$ -Verhältnissen erreicht werden.

Die Übertragung dieses Verfahrens auf optische Übergänge ist nicht direkt möglich. Während ein Mikrowellenimpulsübertrag auf das Atom nämlich vernachlässigbar ist, führt ein Impulsübertrag durch ein optisches Photon zu einer räumlichen Aufspaltung der Wellenfunktionen für Grund- und angeregten Zustand, so dass es hinter der zweiten Wechselwirkungszone zu einem Verlust des kohärenten Anteils kommt. Um den kohärenten Anteil wiederzugewinnen muss also dafür gesorgt werden, dass die Wellenfunktionen am Ausgang des Interferometers wieder überlagert sind. Bergquist [38] hat als Erster optische Ramsey-Interferenzen in einer Konfiguration mit drei stehenden Wellen und mit vier laufenden optischen Wellen an einen Atomstrahl mit thermischen Ne-Atomen gezeigt. In den in dieser Arbeit durchgeführten Experimenten wird sowohl eine Konfiguration von laufenden Wellen an einem Atomstrahl als auch eine Konfiguration von gepulsten laufenden Wellen, wie sie von Bordé [39] vorgeschlagen wurde, verwendet.

Gemäß der Theorie von Bordé wird im Abschnitt 2.2.1 dazu zunächst die Atom-Licht-Wechselwirkung eines Pulses beschrieben und im Folgenden das asymmetrische 4-Puls-Interferometer vorgestellt. Das Interferenzsignal dieses Interferometers weist eine explizite Abhängigkeit von der Laserfrequenz auf und es eignet sich daher für die Stabilisierung eines Lasers auf einen atomaren Übergang. Prinzipiell können auch weitere Interferometergeometrien mit einer anderen Anzahl von

<sup>1</sup>Halbe Breite des Signals bei der halben Amplitude.



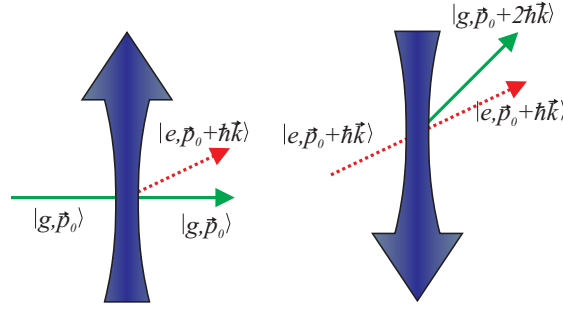


Abbildung 2.2: Aufspaltung einer Materiewelle durch einen Strahlteilerpuls. Dargestellt sind zwei unterschiedliche Geometrien, die neben weiteren Varianten für die Atominterferometrie im nächsten Abschnitt benötigt werden.

Wechselwirkungszone realisiert werden [40], diese werden aber in dieser Arbeit nicht behandelt.

### 2.2.1 Atom-Licht-Wechselwirkung

Bei der Ramsey-Bordé-Atom-Interferometrie werden, wie bei der Lichtinterferometrie, Strahlteiler und Reflektoren für die Aufspaltung und Reflexion der atomaren Wellenfunktionen benötigt. Diese können durch Wechselwirkungszone der Atome mit nahresonantem Licht realisiert werden. Durch Absorption oder stimulierte Emission eines Photons kommt es zu einer kohärenten Überlagerung der Partialwellen des Grund- und angeregten Zustands. Diese unterscheiden sich durch einen Photonenrückstoß  $\hbar k$ , da bei der Anregung ein Photonenimpuls übertragen wird.

Die Wechselwirkung eines Photons mit Impuls  $\vec{p}_0 = \hbar \vec{k}$  und Wellenzahl  $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$  mit Atomen wird in [39] beschrieben, indem zunächst die Wellenfunktion des Atoms nach Impulseigenzuständen des Grundzustands ( $|g, \vec{p}\rangle$ ) und angeregten Zustands ( $|e, \vec{p}\rangle$ ) entwickelt wird:

$$|\Psi\rangle = \sum_n b_{n\pm 1} |e, \vec{p}_0 + (n \pm 1)\hbar \vec{k}\rangle + a_n |g, \vec{p}_0 + n\hbar \vec{k}\rangle \quad (2.3)$$

$n$  ist die Anzahl der vorher übertragenen Photonenimpulse und ist eine gerade, ganze Zahl. Die zeitliche Entwicklung dieses Systems kann mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung beschrieben werden. Nach Vernachlässigung von schnell oszillierenden Termen (rotating-wave-approximation) kann im hier behandelten Fall von räumlich oder zeitlich getrennten, laufenden Wellen der Hamiltonoperator durch eine  $2 \times 2$  Matrix dargestellt werden. Eine analytische Integration gelingt unter der Bedingung, dass die Rabi-Frequenzen während des einzelnen Pulses konstant bleiben und es ergibt sich [39]:

$$\begin{pmatrix} b_{n\pm 1}(\tau_p + t_0) \\ a_n(\tau_p + t_0) \end{pmatrix} = M_{WW} \begin{pmatrix} b_{n\pm 1}(t_0) \\ a_n(t_0) \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

mit einer Matrix für die Atom-Licht-Wechselwirkung:

$$M_{WW} = e^{i\Omega_0\tau_p/2} \begin{pmatrix} A & Be^{-i\phi} \\ Ce^{i\phi} & D \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

$\phi$  ist eine globale Phase des Laserfeldes, die z. B. durch die Bewegung der Atome in imperfekten Wellenfronten, aber auch thermisch induzierte Weglängenänderungen variieren kann.  $\Omega_0$  ist gegeben durch

$$\Omega_0 = -[(n \pm 1)^2 + n^2]\delta_{rec} - (2n \pm 1)kv_x + i\Gamma/2 \quad (2.6)$$

und die vier Komponenten der Wechselwirkungsmatrix berechnen sich zu:

$$\begin{aligned} A &= D^* = \cos(\Omega\tau_p/2) + i\Delta'/\Omega \cdot \sin(\Omega\tau_p/2) \\ B &= C = i\Omega_R/\Omega \cdot \sin(\Omega\tau_p/2). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Hierbei wurden einige neue Definitionen eingeführt.  $\Omega_R$  ist die Rabifrequenz auf der Resonanz. Sie berechnet sich aus der Sättigungsintensität und Linienbreite des atomaren Übergangs sowie der Intensität  $I$  des Lasers zu

$$\Omega_R = \Gamma\sqrt{I/(2I_{Sat})}. \quad (2.8)$$

Die Rabifrequenz  $\Omega$  unter Berücksichtigung einer Verstimmung des Lasers zur atomaren Resonanz kann aus der resonanten Rabifrequenz berechnet werden gemäß

$$\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \Delta'^2}. \quad (2.9)$$

Die effektive Verstimmung  $\Delta'$  berücksichtigt hierbei nicht nur die Verstimmung des Lasers zum ruhenden Atom  $\delta_L = \nu_{Laser} - \nu_{Atom}$ , sondern auch den Dopplereffekt aufgrund einer Initialgeschwindigkeit und möglichen Photonenüberträgen in vorherigen Wechselwirkungszonen:

$$\Delta' = 2\pi(\delta_L \mp kv_x + (\mp 2n - 1)\delta_{rec}) + i\Gamma/2. \quad (2.10)$$

Das Vorzeichen in  $\Omega_0$  und  $\Delta'$  wird durch die Strahlrichtung bestimmt.

An dieser Stelle soll angemerkt werden, dass die angenommene konstante Feldverteilung im Interferometer im Zeitraum, d. h. im Fall von Laserpulsen, zwar zutreffend ist, bei Interferometern im Ortsraum ist sie dagegen weniger realistisch, da sich ein Gaußsches Strahlprofil hier in eine Intensitätsmodulation übersetzt. Dies kann dazu führen, dass eine mit diesem Formalismus berechnete Signalform von der im Experiment gemessenen abweicht.

Zur Realisierung eines optimalen Strahlteilers, also eine Anregungswahrscheinlichkeit von 50%, muss für nahresonantes Licht ein Rabi-Winkel von  $\Omega_R\tau_p = \pi/2$

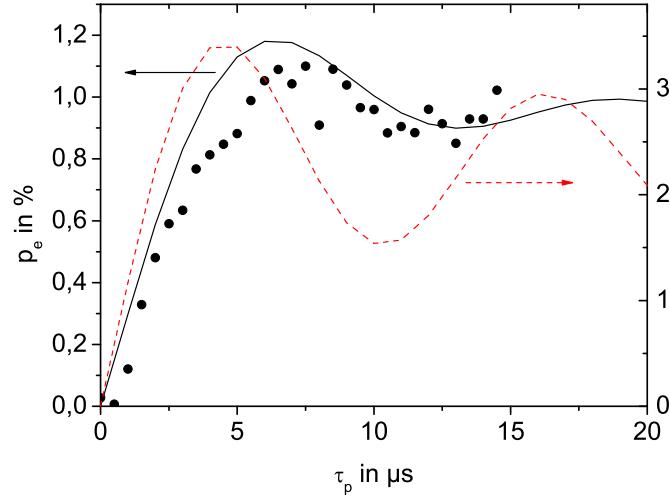


Abbildung 2.3: Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdauer eines Strahlteilerpulses. Die rote gestrichelte Linie zeigt eine theoretische Kurve gemäß Gleichung 2.12 und die schwarze Linie stellt eine berechnete Kurve nach Gleichung 2.13 mit Berücksichtigung des Laserstrahlprofils dar. Experimentelle Messwerte sind gepunktet dargestellt und die Höhe der gemessenen Daten wurden skaliert. Aufgrund der Geschwindigkeitsverteilung und der endlichen Strahlradien waschen die Rabioszillationen schnell aus.

gewählt werden. In diesem Fall spricht man daher von einem  $\pi/2$ -Puls. Die Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdauer ergibt sich nun zu

$$p_e = b_1(\tau_p) \cdot b_1^*(\tau_p). \quad (2.11)$$

Im Fall von kalten Atomen ergibt sich aber eine Geschwindigkeitsverteilung, die es verhindert, einen optimalen Strahlteiler für alle Teilchen zu realisieren. Dies führt dazu, dass die Rabioszillationen schnell auswaschen. Abbildung 2.3 zeigt eine, mit dem hier beschriebenen Formalismus, berechnete Anregungswahrscheinlichkeit des gesamten Ensembles  $p_{e,Ensemble}$ . Dabei wurde über die Geschwindigkeitsverteilung für ein 3 mK kaltes Ensemble von  $^{24}\text{Mg}$  integriert:

$$p_{e,Ensemble} = \int dv_x p_e \cdot F_v(v_x). \quad (2.12)$$

Für die Geschwindigkeitsverteilung  $F_v$  kann für die Simulation von kalten atomaren Ensembles eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung angenommen werden.

Da in den hier durchgeführten Experimenten der Laserstrahldurchmesser auf der gleichen Größenordnung wie der Durchmesser der Atomwolke liegt, wurde alternativ auch zusätzlich über die radiale Dichteverteilung und Laserintensität integriert. Die Anregungswahrscheinlichkeit ergibt sich nun zu

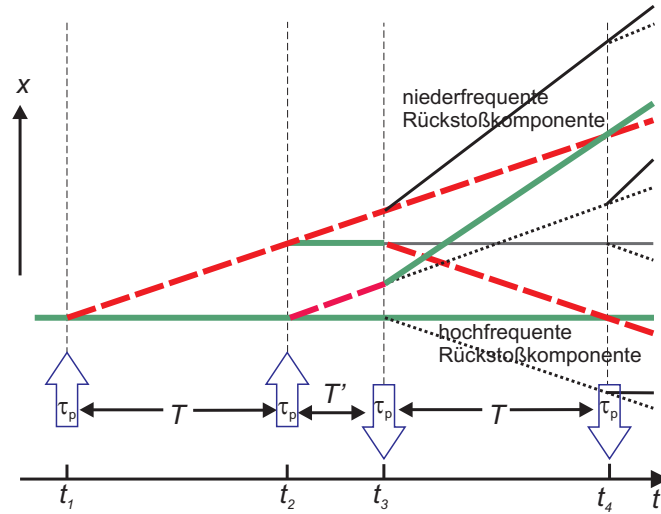


Abbildung 2.4: Asymmetrisches 4-Puls Atom-Interferometer in der Zeitdomäne mit allen Pfaden, die ein Atom ausgehend vom Grundzustand  $|g, \vec{p}_0\rangle$  durchlaufen kann. Die *breiten Linien* stellen die beiden geschlossenen Pfade dar, auf denen es zu einer Interferenz kommt. *Durchgezogene Linien* symbolisieren ein Atom im Grundzustand und die *gestrichelten Linien* eines im angeregten Zustand. Die Richtung der Strahlteilerpulse wird mit  $x$  bezeichnet.

$$p_{e,Ensemble} = \iint dv_x dr p_e(\Omega(r)) \cdot F_v(v_x) \cdot \rho(r)r. \quad (2.13)$$

$\rho(r)$  ist die normierte Dichte der Atomwolke in Abhängigkeit des Abstands vom Zentrum. Eine radial abnehmende Laserintensität wird mittels  $p_e(\Omega(r))$  berücksichtigt. In Abbildung 2.3 ist die gemessene Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdauer  $\tau_p$  dargestellt und die theoretisch ermittelte nach Gleichung 2.12 und Gleichung 2.13. Wie man erkennen kann, werden die experimentellen Daten durch Gleichung 2.13 besser wiedergegeben.

### 2.2.2 Asymmetrisches 4-Puls-Interferometer

In Abbildung 2.4 ist die Geometrie für ein asymmetrisches 4-Puls-Interferometer dargestellt, wie es in [39] theoretisch behandelt wird.

Bei dieser Interferometergeometrie bilden sich, wie zu erkennen ist, zwei unabhängige Interferometer aus. Zusätzlich gibt es noch weitere Ausgänge, die aber keine geschlossene Interferometergeometrie darstellen und es daher nicht zu einer kohärenten Überlagerung kommt. Sie tragen daher nur zum inkohärenten Untergrund des Signals, d. h. zu dem Dopplerprofil mit Lamb-Dip, bei. Der Startzeitpunkt der Interferometrie nach Abschalten der magneto-optischen Falle wird im folgenden mit  $T_0$  bezeichnet. Die Auflösung des Interferometers  $\Delta/2 = 1/(4T)$  wird

durch die Dunkelzeit zwischen den beiden kopropagierenden Pulsen mit Pulslänge  $\tau_p$  bestimmt. Die Dunkelzeit  $T'$  hat keinen Einfluß auf die Auflösung und sollte so kurz wie möglich gewählt werden, da sich der eine Interferometerpfad hier im angeregten Zustand befindet und aufgrund der begrenzten Lebenszeit dieses Zustands von  $\Gamma^{-1} = 5$  ms zerfällt. Dadurch kommt es zu unterschiedlichen Amplituden der beiden unabhängigen Interferometer und dies resultiert in Linienverschiebungen (siehe Abschnitt 6.2.1). Der im Folgenden vorgestellte Formalismus zur Berechnung der Anregungswahrscheinlichkeit berücksichtigt den Zerfall des angeregten Zustands, die Dopplerverschiebung in erster und zweiter Ordnung sowie die Frequenzverschiebung aufgrund der übertragenen Photonenrückstöße.

Um die Anregungswahrscheinlichkeit der Atome nach der Interferometersequenz zu berechnen, ist zunächst noch ein weiterer Operator nötig. Zwischen den Wechselwirkungszonen gibt es drei Bereiche mit freier Evolution des atomaren Zustands. Analog zu Gleichung 2.5 kann die Entwicklung der Wellenfunktion durch eine Matrix  $M_D$  ausgedrückt werden:

$$\begin{pmatrix} b_{n\pm 1}(T + t_0) \\ a_n(\tau + T_0) \end{pmatrix} = M_D \begin{pmatrix} b_{n\pm 1}(t_0) \\ a_n(t_0) \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

mit

$$M_D = e^{i\Omega_0 T/2} \begin{pmatrix} e^{i\Delta' T/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta' T/2} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Für eine Berechnung des Zustands  $|\Psi_{Ausgang}\rangle$ , der an einem der Ausgänge des Interferometers vorliegt, kann nun mit Hilfe der in diesem und im letzten Abschnitt dargestellten Operatoren die zeitliche Abfolge von Atom-Licht-Wechselwirkungen und Dunkelzeiten der Interferometergeometrie nachgebildet werden. Ausgehend von einem System im Grundzustand  $|g, \vec{p}_0\rangle$  werden vier unterschiedliche Endzustände  $|e, \vec{p}_0 - \hbar\vec{k}\rangle$ ,  $|g, \vec{p}_0\rangle$ ,  $|e, \vec{p}_0 + \hbar\vec{k}\rangle$  und  $|g, \vec{p}_0 + 2\hbar\vec{k}\rangle$  auf 16 unterschiedlichen Pfaden erreicht. Die Abfolge der Matrizen ist entsprechend Abbildung 2.4 gegeben zu

$$|\Psi_{Ausgang}\rangle = M_{WW,4} M_{D,T} M_{WW,3} M_{D,T'} M_{WW,2} M_{D,T} M_{WW,1} |g, \vec{p}_0\rangle. \quad (2.16)$$

Hier muss in den einzelnen Operatoren jeweils die Strahlrichtung und die Anzahl der in vorherigen Wechselwirkungszonen übertragenen Photonen berücksichtigt werden. Wie bereits erwähnt, haben sich nach der zweiten Wechselwirkungszone zwei unterschiedliche Pfade, der angeregte Zustand und der Grundzustand ausgebildet, die nicht nur wegen einer räumlichen Trennung, sondern auch deshalb nicht mehr miteinander interferieren, weil in den Ausgängen unterschiedliche Impulszustände vorliegen. Die Anregungswahrscheinlichkeit für den ersten Pfad, der hier als hochfrequente Rückstoßkomponente bezeichnet wird, berechnet sich zu

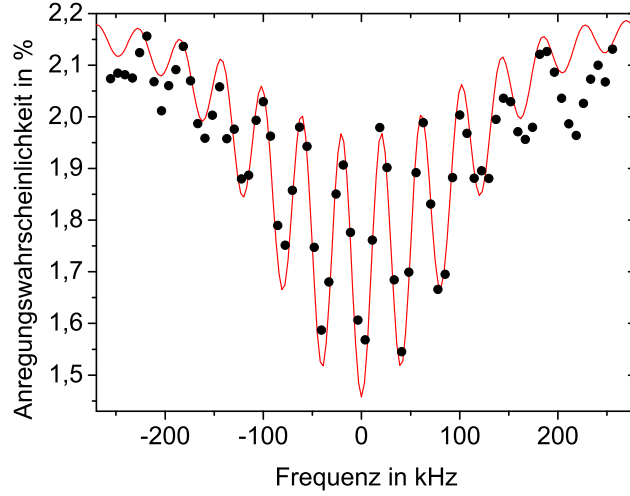


Abbildung 2.5: Ramsey-Bordé-Interferenzmuster bei einer Auflösung von 20 kHz. Die Absolutwerte der Datenpunkte wurde auf die theoretisch berechnete Kurve nach Gleichung 2.13 skaliert. Deutlich zu erkennen ist der Lamb-Dip, der die Linienform des inkohärenten Untergrunds in diesem Regime deutlich dominiert.

$p_{NF} = b_1 b_1^*$  und die des zweiten Pfades, die niederfrequente Rückstoßkomponente zu  $p_{HF} = b_{-1} b_{-1}^*$ .

Wenn, wie im hier behandelten Fall, die Dopplerbreite verglichen mit der Auflösung groß ist, können die schnell oszillierenden Terme mit  $e^{\pm ikv_x T}$  und  $e^{\pm 2ikv_x T}$  vernachlässigt werden und man erhält:

$$\begin{aligned}
 p_{HF} &= 2\Re \left[ (B_1 C_2 B_3 A_4) (D_1 D_2 D_3 B_4)^* e^{i[4\pi T(\delta_L - \delta_{rec}) + \Delta\phi]} \right] e^{-\Gamma(T+2\tau_p)} \\
 &+ \left[ |B_1 C_2 D_3 B_4|^2 + |D_1 D_2 B_3 A_4|^2 \right. \\
 &\left. + |B_1 C_2 B_3 A_4|^2 e^{-\Gamma T} + |D_1 D_2 D_3 B_4|^2 e^{-\Gamma T} \right] e^{-\Gamma(T+2\tau_p)} \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{NF} &= \left\{ 2\Re \left[ (B_1 A_2 A_3 A_4) (D_1 B_2 C_3 B_4)^* e^{i[4\pi T(\delta_L + \delta_{rec}) + \Delta\phi]} \right] e^{-\Gamma(T+2\tau_p)} \right. \\
 &+ \left[ |B_1 A_2 C_3 B_4|^2 + |D_1 B_2 A_3 A_4|^2 \right. \\
 &\left. + |B_1 A_2 A_3 A_4|^2 e^{-\Gamma T} + |D_1 B_2 C_3 B_4|^2 e^{-\Gamma T} \right] e^{-\Gamma(T+2\tau_p)} \left. \right\} e^{-\Gamma T'}. \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

Die Gesamtanregungswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung beider Komponenten ist dann gegeben durch

$$p_e = p_{HF} + p_{NF}. \quad (2.19)$$

Die Integrale über die Terme mit den komplexwertigen Funktionen ergeben das Ramsey-Interferenzmuster, während die anderen inkohärenten Beiträge den dopplerverbreiterten Untergrund inklusive flugzeitverbreitertem Lamb-Dip in der Mitte

darstellen. Der Phasenterm  $\Delta\phi = \phi_4 - \phi_3 + \phi_2 - \phi_1$  berücksichtigt hierbei Phasen, die z. B. durch imperfekte Wellenfronten der anregenden Laserstrahlen bzw. eine zeitliche Variation der Phase durch akustisches oder thermisches Rauschen, entstehen und zu Linienverschiebungen führen können. Ohne Berücksichtigung dieser Phasenfehler ( $\Delta\phi = 0$ ) kann das vollständige Interferenzsignal durch Integration über  $v_x$  unter Berücksichtigung einer radial abnehmenden Dichte und Laserintensität gemäß Gleichung 2.13 und 2.19 berechnet werden. Eine Ausdehnung der Atomwolke während der Interferometrie wird damit allerdings vernachlässigt. Abbildung 2.5 zeigt eine Simulation eines Ramsey-Interferenzsignals mit einer geringen Auflösung gemäß Gleichung 2.13 zusammen mit experimentellen Daten. Eine Ausdehnung des Ensembles spielt unter diesen Bedingungen nur eine untergeordnete Rolle.

Ein Formalismus, der die Ausdehnung der Atomwolke und alle Phasenbeiträge in imperfekten Wellenfronten, die zu einer Frequenzverschiebung des Interferogramms führen, berücksichtigt, wird in Kapitel 6.1.2 behandelt. Dazu wird über alle Trajektorien der Atome im Orts- und Impulsraum integriert.





---

# MESSUNG DES INTERKOMBINATIONSÜBERGANGS AN EINEM THERMISCHEN ATOMSTRAHL

Moderne, auf Neutralatomen basierende, optische Frequenzstandards verwenden verbotene Übergänge als Referenz für ihren Uhrenlaser. Im Fall von Strontium oder Ytterbium werden extrem schmalbandige Linien des  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergangs in bosonischen oder fermionischen Isotopen durch lange Wechselwirkungszeiten in optischen Fallen spektroskopiert. Für eine Adressierung eines solchen Übergangs ist eine genaue Vorkenntnis seiner Frequenz erforderlich.

Die meisten atomaren Übergänge sind nur auf einem Genauigkeitsniveau von mehreren 100 MHz, aufgrund von mechanischen bzw. optischen Limitierungen der früher verwendeten Gitterspektralapparate, bekannt. Auf die Frequenzen strikt verbotener  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  Übergänge kann zudem nur indirekt geschlossen werden, da sie mit diesen Methoden nicht beobachtet werden können. Bis vor wenigen Jahren waren genaue Frequenzmessungen nur mit aufwändigen phasenkohärenten Frequenzketten möglich und nur wenige atomare Resonanzen wurden mit dieser Technik vermessen [5]. Nach der Erfindung des Frequenzkamms hat sich die Situation in den letzten Jahren dramatisch verändert. Präzisionsspektroskopie ist nun mit überschaubarem experimentellen Aufwand in Frequenzbereiche bis zu 1 PHz möglich.

Im Fall von Strontium wurde vor einer ersten direkten Beobachtung des hochverbotenen Übergangs eine Präzisionsspektroskopie von drei Übergängen durchgeführt, beginnend mit der  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Linie und dem Umweg über das  $^3S_1$ -Niveau konnte auf die Frequenz des  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergangs auf 110 kHz geschlossen werden. Anschließend wurde die Linie im fermionischen Isotop, deren Linienbreite etwa 1 mHz beträgt, erstmals durch einen induzierten Verlustkanal in der MOT und einer Verringerung der Fluoreszenz von 1% beobachtet [41, 42].

Bei Magnesium stellt sich die Situation deutlich vereinfacht dar. Für dieses Atom wurde eine Verwendung des  ${}^3P_0 \rightarrow {}^3P_1$ -Übergangs für einen Terahertzfrequenzstandard ausführlich diskutiert und untersucht [35]. Daher liegen präzise Daten zur Aufspaltung der Feinstruktur des  $3s3p^3P$ -Niveaus vor. Eine indirekte Bestimmung der Frequenz des hochverbotenen Übergangs ist daher über eine einzige Messung des  ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ -Interkombinationsübergangs möglich.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals die Frequenz des 31 Hz breiten Interkombinationsübergangs gemessen. Die bisher von Messungen mit Spektralapparaturen bekannte Frequenz ist hiermit um etwa sechs Größenordnungen verbessert worden. Diese erste Messung wurde an einer thermischen Atomstrahlapparatur durchgeführt, die zu Beginn dieser Arbeit bereits vorhanden war und mit dem zu diesem Zeitpunkt gerade neu implementierten Spektroskopielaser, der auf einem frequenzverdoppelten Diodenlaser basiert. Als Spektroskopiemethode wurde die im vorigen Kapitel dargestellte Ramsey-Bordé-Interferometrie verwendet. In diesem Fall kommt, wie für Atomstrahlapparaturen üblich, eine Interferometergeometrie im Ortsraum mit vier laufenden Wellen zum Einsatz.

Wichtigste Limitierung eines solchen Verfahrens ist die Unsicherheit durch den Dopplereffekt in 1. und 2. Ordnung aufgrund der hohen Geschwindigkeiten des atomaren Ensembles. Eine Reduzierung des Einflusses des linearen Dopplereffekts gelingt durch die Methode der Strahlumkehr [43], mit deren Hilfe die Frequenzverschiebung an einem Atomstrahl invertiert werden kann. Die Bestimmung der Korrektur durch den, ebenfalls für thermische Atome wichtigen, quadratischen Dopplereffekt gelingt durch eine Fouriertransformation des Interferogramms und das Ergebnis ist konsistent mit in früheren Arbeiten durchgeführten theoretischen Simulationen zur Linienverschiebung [44]. Insgesamt ergibt sich eine Genauigkeit von  $2,5 \times 10^{-12}$ . Dies entspricht einer Verbesserung der Genauigkeit um sechs Größenordnungen.

In diesem Kapitel folgt eine Veröffentlichung in der Originalfassung, in der die Details dieses Experiment ausführlich dargestellt sind und die Ergebnisse diskutiert werden [34]. Weitere Details können zudem in [45] nachgelesen werden. Außerdem werden die Frequenzen weiterer Interkombinationslinien für verschiedene Mg-Isotope quantifiziert. Bemerkenswert ist, dass die Stabilität der Atomstrahlapparatur durch die verwendeten Mikrowellenreferenzstandards nicht aufgelöst werden konnte. Dies war einer der Gründe für ein neues Experiment zur Messung der Interkombinationslinie an kalten, ballistischen Atomen, bei dem die Stabilität direkt mit hochstabilen Referenzfrequenzen der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig über eine phasenstabilisierte Telekommunikationsfaser verglichen wurde. Dieses Experiment ist in Kapitel 5 dargestellt.

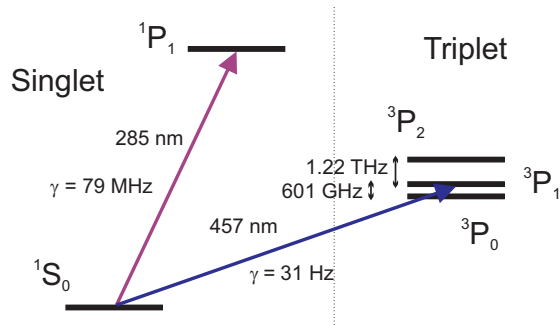


Figure 3.1: (Color online) Level scheme for  $^{24}\text{Mg}$  displaying the typical features of neutral atom optical frequency standards such as a strong cooling transition and a narrow intercombination line.

## I. Introduction

Magnesium belongs to a small group of atomic species that permit the implementation of a lattice clock. This type of clock relies on the spectroscopy of strongly forbidden transitions of neutral atoms confined in an optical lattice tuned to a wavelength, where the effective dynamic Stark shift of the transition frequency vanished in first order [18]. Lattice clocks have been demonstrated so far for strontium [18] and ytterbium [46]. Recently, lattice clocks based on strontium led the way to accuracies and stabilities beyond current state-of-the-art microwave clocks [16].

The ultimate accuracy of such clocks is currently investigated in many experiments. Each species and isotope shows different advantages and disadvantages especially with respect to systematic errors. A magnesium lattice clock, based on the transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ , can be implemented by using an optical lattice at the magic wavelength of around 432 nm [47] and by tailoring the linewidth with an external magnetic field [15]. According to [22] magnesium displays the interesting feature that the black-body radiation shift of the  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  transition is the lowest for all earth-alkaline metals and is, e.g., 10 times smaller compared to strontium. This motivates research directed to implement such a clock.

In contrast to strontium, where the absolute frequency of the intercombination transition was known from thermal beam measurements [48, 42], comparable data are not available for magnesium. The wavelength of the transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  was measured by grating spectroscopy [49] with a relative accuracy of  $10^{-6}$ . Precise measurements of the fine structure of the metastable states  $^3P_{0,1}$  were performed by Godone and Novero. [35].

In this paper we present an absolute frequency measurement of the  $(3s^2)^1S_0 \rightarrow (3s3p)^3P_1$  intercombination line in magnesium with thermal atoms. In the case of magnesium the frequency of the transition  $(3s^2)^1S_0 \rightarrow (3s3p)^3P_0$  can be derived by a combination of this measurement with the measurement of the fine structure.

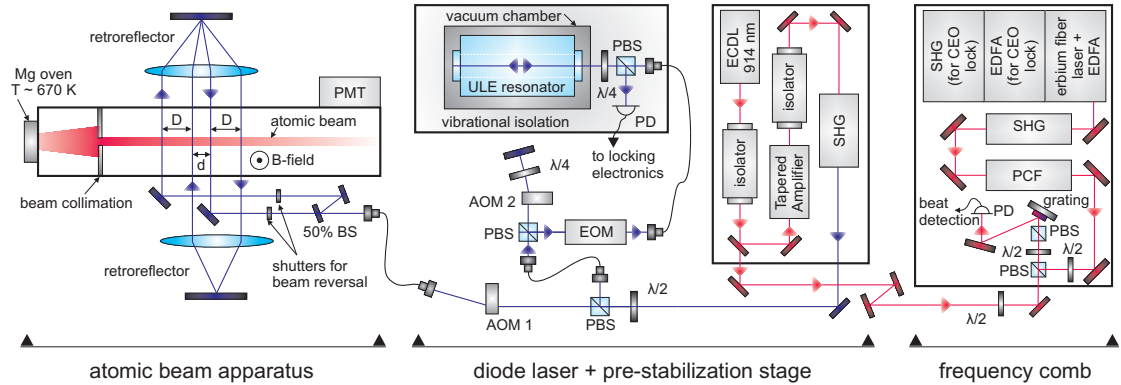


Figure 3.2: (Color online) Setup of the magnesium optical frequency standard consisting of a stabilized diode laser system, an atomic beam apparatus and a commercial femtosecond fiber laser. EOM, electro-optic modulator; PD, photodetector; PBS, polarized beam splitter; BS, beam splitter; PCF, photonic-crystal fiber.

The frequency values of the intercombination transitions for various magnesium isotopes are determined and can be used as an anchor for future precision frequency measurements based on cold atoms in a lattice.

This paper is organized as follows: Section II describes the experimental setup including the stabilized diode laser, the atomic beam apparatus and the fiber laser frequency comb. In Sec. III we present the results of the absolute frequency measurement of the magnesium intercombination transition as well as an investigation of the stability of this frequency standard. Finally, we discuss in detail the main contributions to the uncertainty of our frequency measurement in Sec. IV.

## II. Experimental Setup

### A. Stabilized diode laser

The laser system used for interrogation of the magnesium clock transition is based on the commercially available TA-SHG 110 (Toptica Photonics). It consists of an extended cavity diode laser (ECDL) in Littrow configuration, a tapered amplifier and a resonant second harmonic generation (SHG) in bow-tie configuration with a  $\text{KNbO}_3$  crystal. A small amount of the diode laser's light is picked up behind a deflection mirror and sent to the optical frequency comb for measurement purposes. Typically, this system delivers an output power of about 220 mW at 457 nm. The laser is locked to a 160-mm-long high-finesse ( $\mathcal{F} = 39\,000$ ) cavity made of ultralow-expansion (ULE) material. This is mounted in a vacuum chamber on a granite block suspended from the ceiling for efficient suppression of acoustical and mechanical noise. The maximum observed drift of the laser frequency over several minutes is  $\pm 3$  Hz/s. Further details of our ULE cavity setup can be found elsewhere

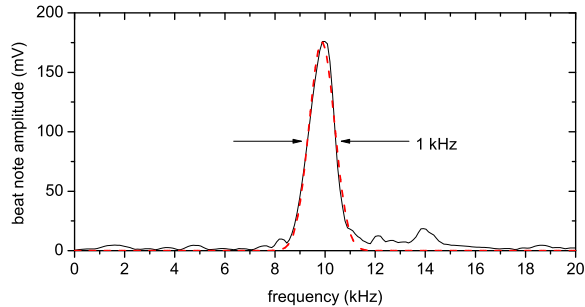


Figure 3.3: (Color online) Beat note measurement at 457 nm between the stabilized diode and dye laser with a linewidth of about 870 Hz. RBW: 1 kHz, sweeptime 45 ms. Red dashed line: Gauss fit with full width at half maximum (FWHM) of 1 kHz.

[50]. The error signal for the stabilization is obtained by the Pound-Drever-Hall (PDH) technique [51]: A small amount of the blue light is transferred via a polarization maintaining single mode (pm) fiber to the suspended cavity platform as shown in fig. 3.2 where the laser light is phase modulated by an EOM operated at a frequency of 9.7 MHz. An additional double-pass acousto-optic modulator (AOM) allows for frequency tuning. The PDH stabilization is accomplished via feedback to the laser diode current and the laser cavity piezoelectric transducer (PZT). To evaluate the linewidth of our laser system we performed a beat-note measurement with a dye laser with a linewidth of about 870 Hz after stabilization to a Zerodur cavity [50]. Figure 3.3 shows a beat-note linewidth of 1 kHz, which gives an upper limit for the linewidth of our spectroscopy laser at the second harmonic wavelength.

## B. Atomic-beam apparatus

The magnesium clock is based on a thermal atomic-beam Ramsey-Bordé apparatus. The collimated atomic beam has an average velocity of about 900 m/s. In our case the interferometer is realized with two pairs of antiparallel traveling light waves perpendicular to the atomic beam [39] as shown in figure 3.2. The interaction region is enclosed by magnetic shielding. Small angular mismatch between the four beams leads to a reduction of contrast and introduces phase shifts in the interference pattern. Parallel preparation of all four laser beams is realized by means of two cat's eye retroreflectors [52] each consisting of a mirror and a lens separated by the focal length of  $f=400$  mm. A pm fiber delivers the light to the beam apparatus and acts as a spatial mode filter that generates a nearly perfect Gaussian beam profile. We have applied a constant magnetic field of  $B = 6.77 \times 10^{-5}$  T to lift the degeneracy of the Zeeman sublevels.

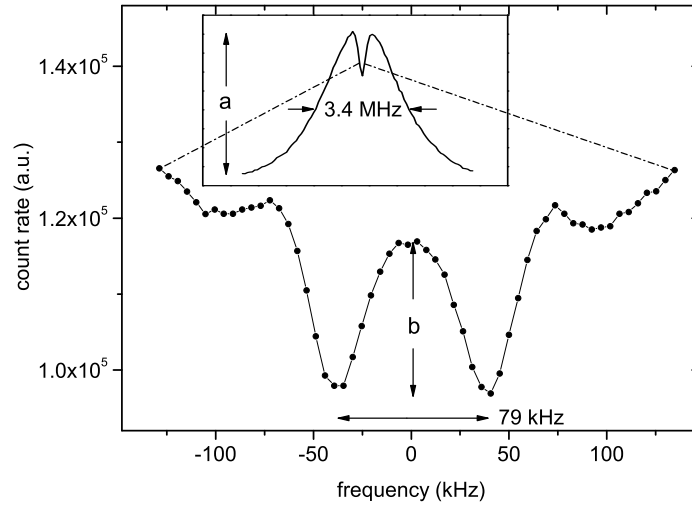


Figure 3.4: Typical interference pattern observed with our apparatus. The averaging time per point is 2 s. The inset shows the complete spectrum on a larger frequency scale. We obtained a contrast of the interference pattern of  $b/a=12\%$  which was limited by the maximum optical power of about 30 mW available at the experiment.

The resolution of such an interferometer is only determined by the propagation time of the atoms between the copropagating laser beams. The separation of the laser beams is adjusted to  $D \cong 4.5$  mm such that the signals of the two atom interferometers simultaneously formed in the Ramsey-Bordé scheme add up constructively. Figure 3.4 shows an interference pattern obtained with our apparatus by scanning the frequency of the laser across the resonance. The atoms excited in the interferometer to the state  $|^3P_1, m_J = 0\rangle$  are measured by detection of the fluorescence of the atoms decaying to the ground state with a photomultiplier tube (PMT). Further details of this apparatus can be found elsewhere [53].

Frequency stabilization of our spectroscopy laser to the central fringe of the resonance is realized by a computer-controlled square-wave modulation of the laser frequency. The interferometer is operated with this technique alternately at both sides of the central fringe. The error signal is deduced by subtracting the different PMT counts at the two points from each other. The modulation is performed using an AOM operated around 80 MHz in negative first order of diffraction. The digitally processed error signal serves to correct the offset frequency between the laser and ULE cavity generated by AOM 2. To avoid offset drifts the AOM driver is referenced to the primary frequency standard.

### C. Frequency comb

We use the optical frequency synthesizer FC1500 (Menlo Systems) to generate the optical frequency comb spectrum [54]. The laser source of the FC1500 is a passively mode-locked femtosecond fiber laser [55] which operates at a center wavelength of approximately 1550 nm and has a repetition rate of 100 MHz. The laser resonator has a small free-space section with one end mirror mounted on a translation stage controlled by a stepper motor. This permits the repetition rate to be tuned over approximately 400 kHz, with finer adjustments being achieved using a PZT.

The output power from the mode-locked laser is split and fed to two independent erbium-doped fiber amplifiers (EDFAs). The output from the first EDFA is broadened using a nonlinear fiber to span the wavelength range from approximately 1000 nm to 2100 nm. This provides the octave-spanning spectrum required for detection of the carrier-envelope offset frequency  $\nu_{ceo}$  using the self-referencing technique. The f:2f interferometer is set up in a collinear single-arm configuration and uses a periodically poled lithium niobate (PPLN) crystal to frequency double 2100 nm radiation to 1050 nm. After the PPLN crystal an interference filter selects out a narrow band of the spectrum around 1050 nm, resulting in a beat signal with a typical signal-to-noise ratio of 40 – 45 dB. The offset frequency is stabilized by feedback to the pump laser diode current.

A second EDFA generates high-power radiation which is frequency doubled using a PPLN crystal, generating a narrow-band frequency comb around 780 nm. This is subsequently broadened in a nonlinear fiber to generate a comb spanning the range 580 – 940 nm. This second comb output is used to observe heterodyne beat signals with the fundamental frequency of our spectroscopy laser at 914 nm.

## III. Spectroscopic results

We have determined the transition frequency of the magnesium intercombination line  $(3s^2)^1S_0 \rightarrow (3s3p)^3P_1$  with respect to a portable Cs atomic clock (HP 5071A high performance, accuracy:  $\pm 2.0 \times 10^{-13}$ , stability:  $\leq 5.0 \times 10^{-12}$  in 1 s) from the Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB). Frequency measurements were performed in July 2006 on two different days and repeated in June 2007. Each time the interferometer was carefully realigned. The results are shown in Fig. 3.5. Each data point is the arithmetic mean value of two frequency measurements, which were obtained by reversing the laser beams of the Ramsey-Bordé interferometer. Notice that proper alignment of the beam reversal was not ensured in measurement Nos. 2 and 3 and these values have therefore been neglected for the determination of the average transition frequency. Measurement Nos. 7 and 8 show the effect of reduced excitation intensity. In these experiments the optical power has been reduced to approximately 30% and 60% respectively. Since a reduced intensity leads to a change in excitation probability for different velocity

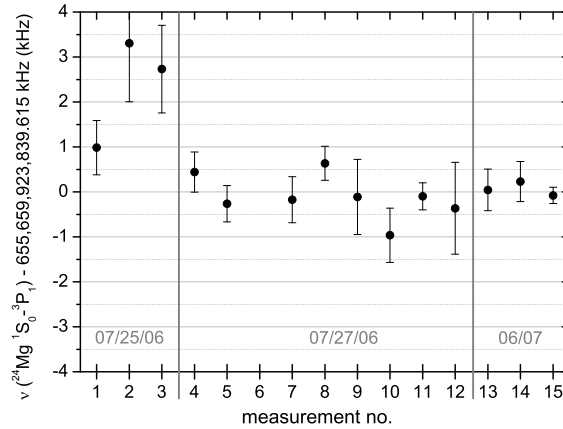


Figure 3.5: Measurement results corrected for systematics with respect to the weighted average of all relevant values. Error bars only account for measurement uncertainties.

classes, it consequently directly affects the second order Doppler shift (see also Sec. IV B) and for this reason the values were also excluded and do not contribute to the average frequency value. To verify the effectiveness of our  $\mu$ -metal shielding the magnetic offset field has been switched off, inverted and returned to normal configuration in measurement Nos. 10 – 12. Measurements Nos. 13 – 15 were recorded approximately 1 year after the first measurement run and are in good agreement with the other frequency values.

The absolute frequency values in Fig. 3.5 can be calculated according to:

$$\nu(^1S_0 \rightarrow ^3P_1) = 2(2\nu_{ceo} + m f_{rep} + \nu_{fx}) - 80 \text{ MHz}, \quad (3.1)$$

where  $\nu_{fx}$  is the beat note between diode laser and femtosecond laser at 914 nm and the offset of  $-80$  MHz is included due to AOM 1 (see fig. 3.2). The mode  $m$  of the fiber comb has been determined in two different ways: As a first anchor for our target frequency we have calibrated our high precision wavelength meter (Highfinesse WS Ultimate, 40 MHz accuracy) with an iodine-stabilized He-Ne laser and shortly afterwards measured the frequency of the magnesium intercombination line. In a second experiment we applied a method proposed by Holzwarth *et al.* [56], where the mode number  $m$  was determined for different repetition rates  $f_{rep}$  and fixed laser frequency by applying eq. (3.1).

Table 3.1 summarizes the uncertainty contributions to the measurement of the magnesium intercombination line. The weighted average of all considered measurements has been determined to be

$$\nu(^{24}\text{Mg } ^1S_0 \rightarrow ^3P_1) = 655\,659\,923\,839.6 (\pm 1.6) \text{ kHz}, \quad (3.2)$$



Contribution	Shift <sup>1</sup> (Hz)	Uncertainty (Hz)	Relative uncertainty
Line shift <sup>2</sup>	-1641.1	1612	$2.5 \times 10^{-12}$
Cs clock	0	131	$2.0 \times 10^{-13}$
Statistical uncertainty	0	120	$1.8 \times 10^{-13}$
Total	-1641.1	1622	$2.5 \times 10^{-12}$

Table 3.1: Shifts and uncertainties of the frequency measurement.

corresponding to a wave number of approximately  $21\,870.4609\text{ cm}^{-1}$ . This value is in good agreement with, to our knowledge, the most recent published value in [49] where a wave number of  $21\,870.464\text{ (}0.02\text{) cm}^{-1}$  has been determined in a measurement based on grating spectrometry which dates back to 1965. Compared to this result we have decreased the measurement uncertainty of the magnesium inter-combination line frequency by six orders of magnitude. In a previous experiment which was performed in 1938 Meißner [57] obtained a wave number of  $21\,870.484\text{ cm}^{-1}$ . This value deviates approximately 700 MHz from our result. Our measured frequency can be used as an anchor to calculate the other optical transitions from  $^1S_0$  into the  $^3P_J$  level system with the help of the well-known radio-frequency transitions in the triplet system as shown in Table 3.2.

Iso- tope	upper level	Shift (relative to $^{24}\text{Mg } ^3P_1$ )	Absolute transition frequency ( $^1S_0 \rightarrow ^3P_J$ )
$^{24}\text{Mg}$	$^3P_0$	-601277157869.1 (0.6) Hz [35]	655058646681.7 (1.6) kHz
$^{24}\text{Mg}$	$^3P_2$	1220575.1 (33) MHz [58]	656880498.9 (33) MHz
$^{25}\text{Mg}$	$^3P_1(\text{F} = 7/2)$	1040.7 (0.1) MHz [59]	655660964.5 (0.1) MHz
$^{25}\text{Mg}$	$^3P_1(\text{F} = 5/2)$	1556.8 (0.1) MHz [59]	655661480.6 (0.1) MHz
$^{25}\text{Mg}$	$^3P_1(\text{F} = 3/2)$	1906.8 (0.1) MHz [59]	655661830.6 (0.1) MHz
$^{26}\text{Mg}$	$^3P_1$	2683.18 (0.02) MHz [59]	655662607.02 (0.02) MHz

Table 3.2: Selection of optical transitions from  $^1S_0$  to the  $^3P_J$  level system, calculated from experimental data.

The stability of our frequency standard has been characterized with respect to a GPS-disciplined quartz oscillator (Oscilloquartz OCXO 8607 Option 20) and the portable Cs atomic clock. The result is shown in fig. 3.6. The instability of the magnesium frequency standard and the quartz is about  $3 \times 10^{-13}$  in 1 s. The instability of the quartz is specified to  $2 \times 10^{-13}$  in 1 s. At integration times less than 100 s the stability measurement against the quartz oscillator sets an upper limit for the instability of the magnesium frequency standard. All absolute frequency

<sup>1</sup> $\nu_{shift} = \nu_{observed} - \nu_{magnesium}$

<sup>2</sup>discussed in Sec. IV

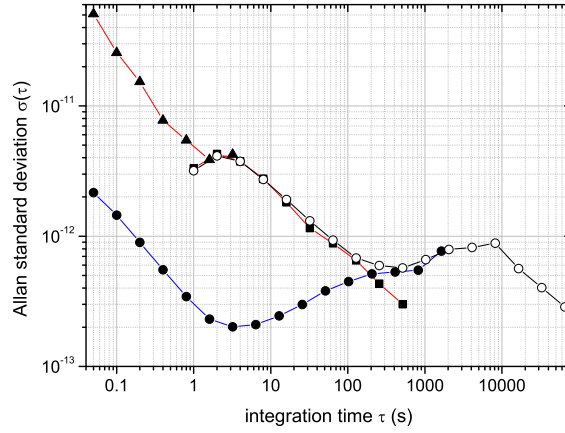


Figure 3.6: (Color online) Allan standard deviation of our frequency standard with respect to a quartz oscillator (solid circles, blue) and with respect to a portable Cs clock (solid squares and triangles, red). Open circles: Cs clock vs GPS disciplined quartz.

measurements have been performed with respect to the Cs clock since the GPS-disciplined quartz reaches an accuracy better than  $10^{-12}$  only for averaging times longer than 10 000 s.

The stability of our Ramsey-Bordé interferometer is investigated with the help of our prestabilized clock laser. For this purpose we recorded an interference pattern (Fig. 3.4) and subtracted a parabolic curve to remove the incoherent background. Subsequently a cosine term with exponential decreasing amplitude and quadratic increasing period was fitted to the resulting signal and subtracted. We calculated the Allan deviation  $\sigma^{(I)}$  of the residual differences and estimated the Allan deviation  $\sigma^{(\nu)}$  according to [60] via

$$\sigma^{(\nu)} = \frac{1}{\partial_{\nu} I} \sigma^{(I)} \quad (3.3)$$

with  $\partial_{\nu} I$  denoting the first derivative of the Ramsey structure taken at the point used for stabilization. Thus, we obtained a relative Allan standard deviation of  $\sigma_y(1 \text{ s}) = 6 \times 10^{-13}$ . This result is larger than the measured Allan standard deviation between the quartz oscillator and the diode laser which is locked to the Ramsey-Bordé interferometer for longer integration times (see Fig. 3.6).

## IV. Systematic uncertainties

### A. Residual first-order Doppler effect

Ideally Ramsey-Bordé spectroscopy strongly suppresses the first-order Doppler effect. Small imperfections of the interrogating beams or defocused retroreflectors can induce residual shifts and phase errors in the interference pattern. Moreover, due to unavoidable aberration in the retroreflector lenses, perfect parallelism can only be obtained for three of the four beams. Studies in [61] showed that small deviations of a few microradians can lead to frequency shifts in the kHz range. Frequency shifts due to phase errors in the excitation zones can be identified, for example, by inverting the propagation direction of the exciting beam, which results in a change of sign of the frequency shift induced by these effects. The arithmetic mean of the forward-running beam measurement and the inverted beam measurement should reveal the correct transition frequency as has been pointed out by Kersten et al. [62].

The beam reversal is implemented with a 50% BS in front of the interaction zone. Both Ramsey-Bordé interferometers are carefully aligned such that the laser beams are perfectly overlapped and travel equal distances. The overlap of the laser beams for the two interferometer configurations with reversed laser beams was optimized along several meters at different points.

The Ramsey-Bordé interferometry was optimized by individually adjusting the retroreflecting units. The first unit was aligned according to the procedure proposed in [43] with the help of saturation spectroscopy. The second retroreflector unit was aligned by optimizing the contrast of the interference pattern.

We investigated if the beam-reversal technique cancels systematic frequency shifts caused by misalignment of the second reflector unit. For this purpose we used our ULE resonator as a short-term frequency reference. The result is shown in Fig. 3.7 where a linear drift of the resonator has been subtracted. The mean frequency resulting from the beam reversal does not show any systematics with respect to the defocusing of the retroreflecting mirror. The maximum frequency difference of  $\Delta\nu \approx 1400$  Hz observed in this set of measurements was taken as a rough estimate for the upper limit of the error due to the residual Doppler effect also in the case of the optimized Ramsey-Bordé interferometer.

### B. Second-order Doppler effect

The Ramsey-Bordé interferometer cancels the Doppler effect only in first order of  $\beta$ . For thermal atomic beams with velocities of several hundred m/s, the quadratic term is of the order of a few kHz for transition frequencies in the optical domain, corresponding to a relative frequency uncertainty of  $10^{-12}$ . The estimation of the second-order Doppler effect follows [62], where the experimentally observed interference pattern is compared with a calculated interference pattern without

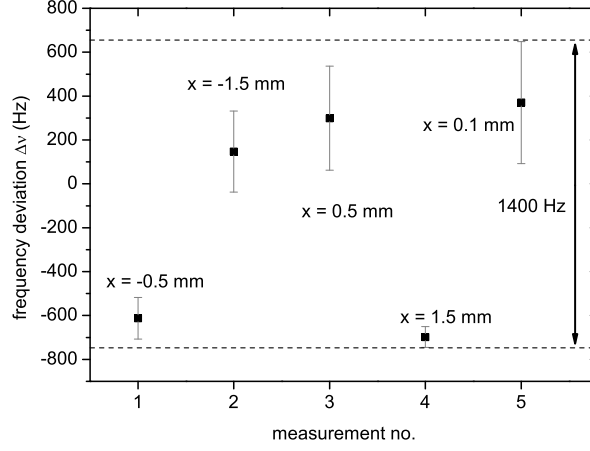


Figure 3.7: Frequency deviation for different displacements ( $x$ ) of one cat's eye mirror from optimal position.

the term of the second order Doppler effect. The experimental interference pattern can be expressed by

$$I(\Delta) = \int_0^\infty dv \quad g(v) \left[ \cos \left( \frac{2D}{v} \left\{ \Delta + \omega_0 \frac{v^2}{2c^2} + \frac{\hbar k^2}{2m} \right\} \right) + \cos \left( \frac{2D}{v} \left[ \Delta + \omega_0 \frac{v^2}{2c^2} - \frac{\hbar k^2}{2m} \right] \right) \right] \quad (3.4)$$

where the cosine terms represent the Ramsey signals of atoms passing the interaction zones (distance  $D$ ) with velocity  $v$ .  $\Delta := \omega - \omega_0$  is the detuning of the interrogating light with frequency  $\omega = ck$ .  $g(v)$  is a velocity-dependent weighting factor which accounts for thermal velocity distribution of the atoms and the complex dependences of the excitation and detection probability on the atomic velocity. In order to calculate the interference signal without the second order Doppler effect, the weighting factor  $g(v)$  has to be determined. This can be done to sufficient approximation by Fourier transformation of  $I(\Delta)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{I}(t) &= \frac{D}{t^2} g \left( \frac{2D}{t} \right) \left( e^{it\hbar k^2/2m} + e^{-it\hbar k^2/2m} \right) \\ &\Leftrightarrow g \left( \frac{2D}{t} \right) = \frac{t^2}{2D \cos(t\frac{\hbar k^2}{2m})} \tilde{I}(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

For the Fourier transform the second order Doppler effect is neglected. The modified interference signal without the second order Doppler effect is given by

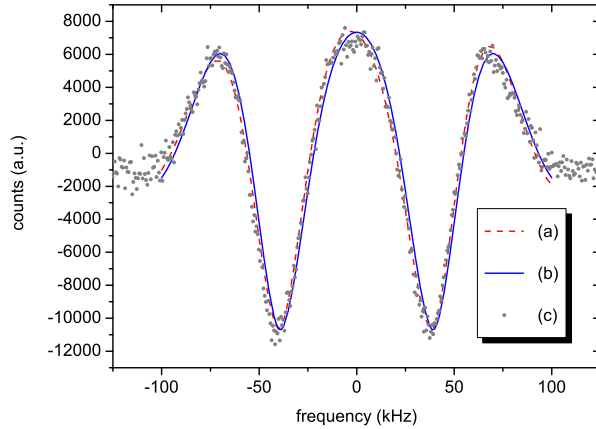


Figure 3.8: (Color online) Theoretical Ramsey fringes with (a) and without second order Doppler shift (b) calculated from experimental parameters; (c) shows the experimental data points.

$$I(\Delta) = D \int_{-\infty}^{\infty} dt g\left(\frac{2D}{t}\right) \frac{1}{t^2} \left( e^{i\hbar k^2/2m} + e^{-i\hbar k^2/2m} \right) e^{it\Delta}, \quad (3.6)$$

where we performed the substitution  $t = 2D/v$ .

We fitted a second degree polynomial to the Lamb dip of our experimental data and subtracted it from the Ramsey fringes to eliminate the incoherent background. With the known distribution function  $g(v)$  we were able to calculate the Ramsey fringes from Eq. (3.4) for the case with and without a second order Doppler shift. The quality of the approximation is tested by reinserting the evaluated velocity weighting factor in (3.4) and by comparing the resulting signal with experimental data. As shown in Fig. 3.8, the deviation is negligible compared to other uncertainties related to this effect such as the knowledge of  $D$ . We calculated the whole fringe pattern as shown in Fig. 3.8 and determined due to our laser locking scheme (Sec. II B) the shift on the sides of the central fringe and obtained a second order Doppler shift of  $\Delta\nu = -1643$  Hz.

In order to estimate the influence of the uncertainty of  $D$  we calculated the second order Doppler effect for  $D = 3.5 - 6$  mm. From this we derived a maximum deviation of  $\pm 800$  Hz. These results are in good agreement with the experimentally determined value of  $-1.5$  (0.4) kHz by [44].

### C. External fields

The presence of a small static electric field inside the atomic beam apparatus (caused, for example, by terrestrial stray fields and nonperfect conducting prop-

erties of the vacuum chamber materials) leads to a shift of atomic energy levels due to the Stark effect. The difference of the polarizabilities of the  $^1S_0$  and  $^3P_1$  states was experimentally determined in [63] as  $\Delta\alpha = \alpha(^3P_1, m=0) - \alpha(^1S_0) = 3.9$  (0.1) kHz (cm/kV) $^2$ . With  $\Delta\nu = -\frac{1}{2}\Delta\alpha E^2$  and the assumption for the electrostatic rest field  $E$  to be 5 (5) V/cm we estimate a line shift of  $\Delta\nu = -0.05$  (0.05) Hz.

The  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  ( $m_J = 0$ ) transition shows no first-order Zeeman shift. However, this shift no longer vanishes in second or higher orders of  $B$ . The correction term  $E_n^{(2)}$  of the  $n$ th energy level  $E_n = \sum_{i=0}^{\infty} E_n^{(i)}$  in second order stationary perturbation theory has the form

$$E_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{\left| \langle m^{(0)} | \hat{H}_I | n^{(0)} \rangle \right|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \quad (3.7)$$

where  $|n^{(0)}\rangle$ ,  $E_n^{(0)}$  is the unperturbed  $n$ th state and energy level, respectively, and the sum runs over all unperturbed states.  $\hat{H}_I$  is the interaction Hamiltonian and in the case of a static homogeneous magnetic  $B$  (chosen to be in the direction of the  $z$ -axis) given by

$$\hat{H}_I = \frac{e}{2m_e} (\hat{L}_z + g_s \hat{S}_z) B_z, \quad (3.8)$$

where  $\hat{L}_z$  and  $\hat{S}_z$  are the operators of angular momentum and electronic spin,  $e$  the elementary charge,  $m_e$  the electron mass, and  $g_s \approx 2$  the Landé factor. As the  $^1S_0$  state stays unshifted, we have to take into account only the  $^3P_1$  state. The correction terms are proportional to the inverse difference of the energy levels, so only the  $^3P_0$  and  $^3P_2$  states with  $\nu_{^3P_1 \rightarrow ^3P_0} = 601$  GHz and  $\nu_{^3P_2 \rightarrow ^3P_1} = 1.22$  THz contribute significantly to the sum in (3.7). All other energy levels (with transition frequencies to  $^3P_1$  of more than a few hundred THz) can be neglected. By use of the Clebsch-Gordan coefficients we write the atomic  $|J, m_J\rangle$  eigenstates as  $|L, m_L\rangle \otimes |S, m_S\rangle$  eigenstates of the  $\hat{L}_z$  and  $\hat{S}_z$  operators, evaluate the sum in (3.7) and arrive at:

$$E_{^3P_1}^{(2)} = \frac{1}{3} \left( \frac{e\hbar B}{2m} \right)^2 \left[ \frac{2}{E_{^3P_1}^{(0)} - E_{^3P_0}^{(0)}} - \frac{1}{E_{^3P_2}^{(0)} - E_{^3P_1}^{(0)}} \right]. \quad (3.9)$$

Therefore, the shift  $\Delta\nu$  of the transition frequency can be written after evaluating Eq. (3.9) with the numerical values as

$$\Delta\nu = 1.64 \times 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{T}^2} \times B^2. \quad (3.10)$$

By measuring the linear Zeeman shift of the  $^3P_1$  ( $m_J = -1, m_J = 1$ ) substates we determined the strength of the applied homogeneous magnetic field to be  $B =$

Effect	Shift (Hz)	Uncertain- ty (Hz)	Relative uncertainty
First order Doppler	0	1400	$2.1 \times 10^{-12}$
Second order Doppler	-1643	800	$1.2 \times 10^{-12}$
External magnetic field	0.75	0.1	$1.5 \times 10^{-16}$
External electric field	-0.05	0.05	$7.5 \times 10^{-17}$
Sagnac effect	1.2	0.1	$1.5 \times 10^{-16}$
Total	-1641.1	1612	$2.5 \times 10^{-12}$

Table 3.3: Shifts and uncertainties of the  $^{24}\text{Mg } (3s^2)^1S_0 \rightarrow (3s3p)^3P_1$  transition measured on a thermal atomic beam.

$6.77 (0.45) \times 10^{-5}$  T. This causes a shift in second order of  $\Delta\nu = 0.75 (0.1)$  Hz far below the resolution of our apparatus.

## D. Sagnac effect

The thermal beam Ramsey-Bordé interferometer is sensitive to rotations. The resulting frequency shift can be calculated [64] as

$$\Delta\nu = \frac{\Omega(D+d)}{\lambda}, \quad (3.11)$$

with  $\lambda$  the wavelength of the interrogating light and  $D$  the distance between the copropagating and  $d$  between the counterpropagating beams (Fig. 3.2). With values of  $D = 4.5 (1.0)$  mm,  $d = 5.0 (1.0)$  mm, and a rotation of the apparatus of  $\Omega = 5.75 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , which is caused by revolution of the Earth, we derive a frequency shift of  $\Delta\nu = 1.2 (0.1)$  Hz.

Table 3.3 summarizes all relevant uncertainty contributions to the line shift of the magnesium frequency standard.

## V. Conclusion and Outlook

An optical frequency standard based on neutral magnesium has been realized. We determined the frequency of the intercombination line  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  at 457 nm with an accuracy of  $2.5 \times 10^{-12}$ . Our result deviates by 70 MHz from a value obtained by Risberg [49] in 1965 which is a tenth of the quoted error and differs by 700 MHz from a previous measurement performed by Meißner in 1938. We used the measured frequency to calculate optical transitions from  $^1S_0$  into the  $^3P_J$  level system (Table 3.2). Especially the  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  transition is interesting for future applications such as an optical lattice clock with magnesium.

By application of the beam-reversal technique we were able to reduce one of the main uncertainty contributions in Ramsey-Bordé interferometry on thermal atoms,

the residual first-order Doppler effect, to a level of  $2.1 \times 10^{-12}$ . The residual linear and second-order Doppler effects limit the achieved uncertainty of our frequency standard. A further considerable enhancement in accuracy can only be expected from measurements on laser-cooled free-falling atoms or in dipole-trap-captured atoms in combination with a primary frequency reference with superior stability compared to the presently used Cs clock. Currently we are investigating possible experimental strategies [65, 66, 32] to implement a lattice clock, which is expected to improve the current uncertainty in accuracy by several orders of magnitude.



---

# LASERSYSTEM ZUM FANGEN VON METASTABILEM MAGNESIUM

In diesem Kapitel soll das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Lasersystem zum Fangen von metastabilem Magnesium vorgestellt werden. Dieses System wird innerhalb des Experiments dazu verwendet, um mit Hilfe der Methode des „electron-shelving“ die im Interferometer angeregten Atome effizient zu detektieren (siehe Kapitel 5.1.5). Aktuelles Forschungsgebiet ist ebenso eine Verwendung für die Kühlung und Komprimierung von kalten Magnesiumensembles zum Beladen eines optischen Gitters.

Der Übergang  ${}^3P_2 \rightarrow {}^3D_3$  bei 383 nm stellt prinzipiell ein geschlossenes System dar, auf dem man eine magneto-optische Falle (MOT) betreiben kann. Damit sind viele Streuzyklen pro Atom möglich und es kann ein niedriges Photonenschrot-rauschen bei gleichzeitig hintergrundfreier Detektion, d. h. ohne Hintergrundatome im selben Zustand, realisiert werden. Um die von der Interferometrie angeregten Atome diesem Zyklus zuzuführen, ist aber zunächst mindestens ein weiterer Laser nötig. Dieser treibt den  ${}^3P_1 \rightarrow {}^3D_2$ -Übergang resonant. Vom oberen Zustand aus können die Atome nun durch spontanen Zerfall in den Kühlzyklus gelangen. Allerdings sind aus dem Kühlzyklus auch zusätzlich parasitäre Anregungen in die anderen Unterzustände des  ${}^3D$ -Niveaus möglich, von denen wiederum die Atome in alle  ${}^3P$ -Zustände zerfallen. Daher ist ein weiterer Rückpump Laser erforderlich, um die Atome aus dem ansonsten dunklen Zustand  ${}^3P_0$  wieder der MOT zuzuführen. Die in dieser Arbeit adressierten Übergänge sowie die möglichen Zerfallskanäle aus den  ${}^3D$ -Niveaus sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

Frequenzverdoppelte Laser bei der benötigten Wellenlänge von 383 nm wurden bereits in [70] demonstriert. Allerdings konnten die benötigten Ausgangsleistungen nach der Frequenzverdopplung nur mit Hilfe von Titan-Saphir-Lasern (Ti:Sa) realisiert werden, ein alternatives auf Festkörperlasern basiertes System hat auf-

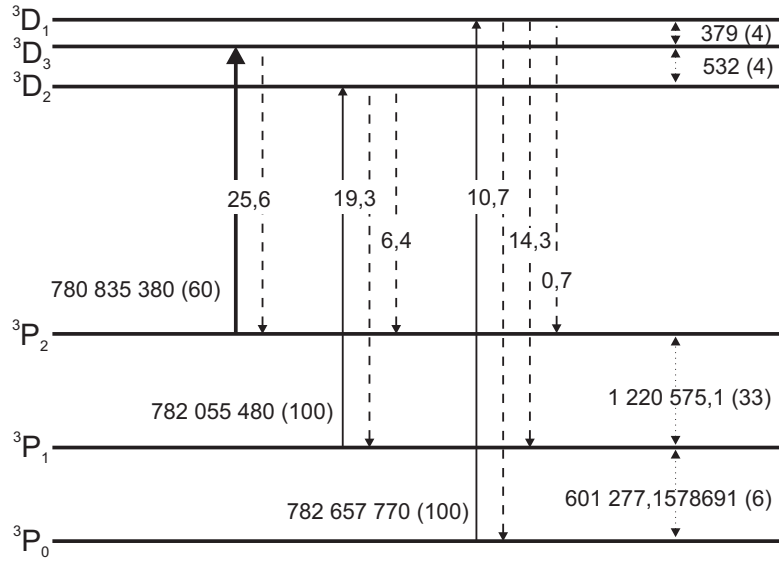


Abbildung 4.1: Auszug aus dem Termschema von  $^{24}\text{Mg}$  im Triplett-System. Alle Werte sind in MHz angegeben. Die Linienbreiten  $\gamma = \Gamma/(2\pi)$  der Zerfallskanäle aus dem  $^3D_3$ -System sind [67] entnommen. Übergänge, die in dieser Arbeit mit Lasern getrieben werden, sind *durchgezogen* und Zerfälle *gestrichelt* eingezeichnet. Die Frequenz des Kühlübergangs (*fett*) wurde [68] entnommen und die der anderen optischen Übergänge, die ebenfalls adressiert werden, stammen aus [57]. Die Feinstrukturaufspaltung (*punktierte Linie*) des  $^3D$ -Niveaus ist [69] und die des  $^3P$ -Niveaus ist [58] und [35] entnommen.

grund des schlechten Strahlprofils und der geringen Ausgangsleistung nur geringe UV-Leistungen geliefert.

Das in diesem Kapitel vorgestellte Lasersystem basiert auf drei verstärkten Diodenlasern mit Frequenzverdopplungen und ist damit im Vergleich zu Ti:Sa-Lasern deutlich günstiger und gleichzeitig einfacher in der Handhabung. Das Problem der Absolutfrequenzstabilisierung wird gelöst, indem alle Laser auf einen Transferresonator stabilisiert werden und dieser gleichzeitig an ein Referenzsystem angebunden wird, welches in diesem Fall ein Präzisionswellenlängenmessgerät<sup>1</sup> ist. Ein alternatives Konzept, das zur Zeit untersucht wird, ist die Stabilisierung des Resonators auf einen zusätzlichen Laser, der an eine atomare Resonanz angebunden ist.

Dieses Kapitel ist folgendermaßen gegliedert: In Abschnitt 4.1 wird der verstärkte Diodenlaser (MOPA) bei 766 nm vorgestellt und anschließend die Frequenzverdopplung des Lichts dieses Lasers in den UV-Bereich dargestellt. Im letzten Abschnitt 4.3 wird die Frequenzstabilisierung dieser Systeme behandelt.

<sup>1</sup>WS Ultimate, Fa. HighFinesse, Genauigkeit 30 MHz

## 4.1 Verstärkter Diodenlaser

Zum Treiben der Übergänge vom  $^3P$ - ins  $^3D$ -System wird Licht bei 383 nm benötigt. Da Laser bei dieser Wellenlänge nicht direkt mit ausreichender Leistung zur Verfügung stehen, kann alternativ auf frequenzverdoppelte Systeme zurückgegriffen werden. Die nun benötigten Fundamentalwellenlängen bei 766 nm werden in dieser Arbeit von verstärkten Diodenlasern bereitgestellt. Sie basieren auf Laserdioden in einem externen Resonator (ECDL<sup>2</sup>) und sind in der Littrow-Konfiguration [71, 72] aufgebaut. Solche Systeme sind gut mittels Temperaturvariation, Stromänderung und Verkippung des Gitters durchstimmbare, weisen Linienbreiten von unter 1 MHz auf und sind daher für die anschließende Frequenzverdopplung geeignet. Besonders Frequenzverdopplungen in den UV-Bereich sind aufgrund der ineffizienten Kristalle und damit einhergehenden hohen Finesse des Überhöhungsresonators (siehe Abschnitt 4.2.2) auf schmalbandige Laserquellen angewiesen [73].

Der realisierte Diodenlaser basiert auf einer antireflexbeschichteten Laserdiode<sup>3</sup>, deren Durchstimmbereich sich von 750–790 nm erstreckt und die benötigten 766 nm daher problemlos erreicht werden können. Etwa 15% des erzeugten Lichts wird mittels des in  $-1$ . Beugungsordnung betriebenen Gitters<sup>4</sup> direkt in die Laserdiode zurückgekoppelt. Die Polarisation des Lichts ist parallel zu den Gitterlinien eingestellt. Um die Selektion der gewünschten Wellenlänge zu erreichen, muss das Element in einem Winkel von  $43,7^\circ$  zur Laserdiode angebracht werden. Die Laserschwelle in dieser Konfiguration liegt typischerweise bei einem Strom von unter 30 mA. Der Hauptanteil des Lichts wird in die 0. Beugungsordnung reflektiert und mittels eines am Gitterhalter befestigten Spiegels umgelenkt. Dadurch kann ein Strahlversatz, der durch Drehen des Gitters entstehen würde, verringert werden. Typische Ausgangsleistungen dieses Diodenlasers sind 32 mW hinter einem optischen Isolator<sup>5</sup> mit 60 dB Isolation, welches den Laser vor optischer Rückkopplung schützt. Das System kann durch Feineinstellung des Gitters mittels des Piezoaktuators leicht um mehrere GHz modensprungfrei durchgestimmt werden. Somit ist das Erreichen der Magnesiumwellenlängen problemlos möglich.

Das vom ECDL erzeugte Licht wird anschließend mit einem Trapezverstärker (TA) vervielfacht. Für die Wellenlänge von 766 nm sind sehr leistungsfähige TAs mit einer spezifizierten Ausgangsleistung von 1,5 W verfügbar. Ein Strom von 2 A reicht aus, um bei einer Injektionsleistung von 32 mW, eine Ausgangsleistung von 1,5 W abzurufen. Hinter dem nachfolgenden 30 dB-Isolator steht noch eine Leistung von 1,05 W zur Verfügung. Das Strahlprofil wird anschließend mittels einer 1,5 m langen Faser<sup>6</sup> räumlich modengefiltert, um eine Einkopplung in eine

---

<sup>2</sup>External cavity diode laser

<sup>3</sup>Eagleyard, RWE-0790-04000-750-SOT01-000.

<sup>4</sup>Spectrogon, 1800 Striche/mm

<sup>5</sup>Döhler Elektrooptik, I-80-U-4.

<sup>6</sup>Schäfter und Kirchhoff, Typ PMC-780-5,0-NA012-3-APC-200-P

Frequenzverdopplung zu vereinfachen. Mit Hilfe eines Linsensystems bestehend aus einer Zylinderlinse der Brennweite  $f = 80$  mm und einem Teleskop aus sphärischen Linsen ( $f = 150$  mm und  $f = 40$  mm) wird der Strahl vorkollimiert und im Anschluss mit einem Faserkollimator<sup>7</sup> in die Faser fokussiert. Hiermit konnten Einkoppeleffizienzen von etwa 67% erreicht werden. Hinter der Faser stehen nun im Idealfall etwa 700 mW mit einem optimalen Gaußschen Strahlprofil für die Frequenzverdopplung zur Verfügung.

## 4.2 Frequenzverdopplung

Optische Frequenzverdopplung ist heutzutage eine wichtige Technik zur Erzeugung von Laserstrahlung in kurzwelligigen Frequenzbereichen, in denen ansonsten keine oder nur sehr geringe Leistungen direkt zur Verfügung stehen. Das Ziel ist, einen möglichst großen Anteil der Leistung der Fundamentalwelle in die zweite Harmonische zu konvertieren. Während gepulste Laser aufgrund der hohen Leistungsdichten sehr gute Konversionseffizienzen in Einzeldurchgang durch den Kristall erreichen, ist man bei der Frequenzverdopplung von kontinuierlichem Licht meist auf eine Überhöhung im externen Resonator angewiesen. Hiermit kann die Fundamentalwelle stark überhöht werden und dies bedeutet aufgrund des nichtlinearen Verhaltens des Frequenzverdopplungsprozesses eine deutliche Steigerung der Effizienz.

In den vergangenen Jahrzehnten sind viele Frequenzverdopplungen im externen Resonator gezeigt worden [74, 75, 76]. Während allerdings im ersten Experiment dieser Art bei der Frequenzverdopplung von 694 nm nur eine Effizienz in der Größenordnung von  $10^{-8}$  [77] erreicht werden konnte, wurden inzwischen beeindruckende Effizienzen von 90% demonstriert [78]. Nichtsdestotrotz stellen gerade Frequenzverdopplungen in den UV-Bereich auch heute noch eine besondere Herausforderung dar, da hier nur eine kleine Auswahl an Kristallen zur Verfügung steht und diese vergleichsweise niedrigere nichtlineare Koeffizienten aufweisen.

In diesem Abschnitt soll kurz auf die Theorie der Frequenzverdopplung, auf die Auswahl des Kristalls sowie das Design des Überhöhungsresonators eingegangen und anschließend die Ergebnisse diskutiert werden. Eine ausführlichere Darstellung zum allgemeinen Design von Frequenzverdopplungen ist u. a. in [79, 80] nachzulesen.

### 4.2.1 Grundlagen

#### Phasenanpassung

Bei der Frequenzverdopplung werden die nichtlinearen optischen Eigenschaften ausgewählter Kristalle ausgenutzt, um Licht einer Grundwelle in eine Welle dop-

---

<sup>7</sup>Schäfter und Kirchhoff, 60FC-4-M5-10

pelter Frequenz zu konvertieren. Durch Verwendung hoher elektrischer Feldstärken können im Medium anharmonische Schwingungen induziert werden, die aus der Fundamentalfrequenz und höheren Harmonischen dieser Frequenz bestehen. Durch geschickte Wahl der Parameter kann die zweite Harmonische effizient angeregt und verstärkt werden. Im Fall von ebenen Wellen ist die erzeugte Leistung  $P_2$  gegeben durch [81]

$$P_2 = 2 \left( \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{(\omega d_{eff} L_c)^2 P_1^2 \sin(\Delta k L_c / 2)}{n_1^3 A \Delta k L_c / 2}. \quad (4.1)$$

Hierbei ist  $d_{eff}$  die effektive Suszeptibilität in 2. Ordnung,  $A$  die Fläche des einfallenden Strahls,  $L_c$  die Länge des nichtlinearen Mediums und  $\Delta k = k_2 - 2k_1$  die Phasenfehlanpassung mit den Wellenzahlen  $k_1$  der fundamentalen und  $k_2$  der zweiten harmonischen Wellen im Medium.  $\omega = k_1 c / n_1$  ist die Fundamentalfrequenz, die sich in einem Kristall mit Brechungsindex  $n_1$  ausbreitet. Für eine effiziente Konversion muss  $\Delta k = 0$  gewählt werden, da ansonsten die erzeugte Leistung der zweiten Harmonischen nach der Kohärenzlänge

$$l_{coh} = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda}{4(n_2 - n_1)} \quad (4.2)$$

wieder von der harmonischen Welle in die Grundwelle  $P_1$  zurück transferiert wird. Typische Werte für die Brechungsindexdifferenz von Grund- und Oberwelle in Kristallen mit normaler Dispersion liegen bei  $|n_1 - n_2| \simeq 10^{-2}$  [82] und daraus ergibt sich eine Kohärenzlänge  $l_{coh}$  von einigen  $10 \mu\text{m}$ . Da aber die Intensität der Oberwelle auch mit  $L_c^2$  anwächst, ist es für effiziente Konversion unumgänglich, die Phasenanpassungsbedingung  $\Delta k = 0$  zu erfüllen. Um die Phasenanpassung zu gewährleisten, muss im Fall der hier verwendeten Typ-I-Phasenanpassung die Bedingung  $n_1 = n_2$  erfüllt werden. Sie stellt sicher, dass sich Grund- und Oberwelle mit gleicher Phasengeschwindigkeit ausbreiten und sich dadurch die an verschiedenen Stellen des Kristalls erzeugten Oberwellen konstruktiv überlagern. Es ist allerdings, aufgrund von Dispersion, nicht möglich die Phasenanpassungsbedingung in isotropen Medien zu erfüllen, da sich der Brechungsindex mit der Frequenz ändert ( $dn/d\omega \neq 0$ ).

Als Ausweg bietet sich die Verwendung von doppelbrechenden Kristallen an. Solche Materialien besitzen einen ordentlichen, von der Ausbreitungsrichtung des Feldes unabhängigen, Brechungsindex und einen außerordentlichen Brechungsindex, der nicht dem Brechungsgesetz von Snellius unterliegt. Dieser Brechungsindex hängt von der Ausbreitungsrichtung des Feldes relativ zur optischen Achse ab.

Welchem Brechungsindex ein einfallender Strahl unterliegt, hängt von seiner Polarisation ab. Licht, dessen Polarisation senkrecht zur Ebene, die durch  $\vec{k}$  und die optische Achse aufgespannt wird, steht, breitet sich gemäß dem ordentlichen Brechungsindex aus, während Licht, dessen Polarisationsvektor in dieser Ebene liegt, den außerordentlichen Brechungsindex erfährt. Eine solche Phasenanpassung

wird Winkelphasenanpassung genannt und kann über einen weiten Wellenlängenbereich verwendet werden, da Doppelbrechung stark winkelabhängig ist.

Winkelphasenanpassung hat allerdings einen Nachteil: Die Pointing-Vektoren, die den Energiefluss von Grund- und Oberwelle beschreiben, sind nun nicht mehr parallel. Zwischen ihnen besteht ein Winkel  $\rho$  und der Überlapp im Fall von endlichen Strahldurchmessern verringert sich während der Propagation durch den Kristall. Dies wiederum bewirkt eine geringere Verdopplungseffizienz und ein schlechtes Strahlprofil der erzeugten Oberwelle. Der Winkel  $\rho$  wird im Folgenden als *Walk-off-Winkel* bezeichnet.

Eine Phasenanpassung, die unter einem Winkel  $\theta_P \neq 0^\circ$  zur optischen Achse stattfindet, wird auch als kritische Phasenanpassung bezeichnet, weil sie normalerweise einen Walk-off mit sich bringt. Eine unkritische Phasenanpassung ist wegen der Bedingung  $\theta = 90^\circ$  meist nur in einem kleinen Wellenlängenbereich möglich. In bestimmten Kristallen, die eine starke Temperaturabhängigkeit des Phasenanpassungswinkels aufweisen, kann eine unkritische Phasenanpassung unter dem Winkel  $\theta = 90^\circ$  in einem großen Wellenlängenbereich durch Variieren der Temperatur realisiert werden. In diesem Fall spricht man von Temperaturphasenanpassung.

Alternativ gibt es für bestimmte Wellenlängenbereiche neuerdings noch die Quasiphasenanpassung, die in Materialien wie ppKTP oder ppLN angewandt wird. Hier wird bewusst eine Phasenfehlانpassung in Kauf genommen, die aber durch periodische Polung des nichtlinearen Koeffizienten ausgeglichen werden kann. Das Vorzeichen wird jeweils nach einer Kohärenzlänge invertiert. Diese Art der Phasenanpassung bietet sich jedoch nur bei ferroelektrischen Materialien an, da hier durch Anlegen eines elektrischen Feldes Domänen mit wechselndem Vorzeichen geschaffen werden können. Für die in dieser Arbeit benötigten Wellenlängen im ultravioletten Spektralbereich sind diese Materialien allerdings nicht geeignet.

## Frequenzverdopplung mit Gaußschen Strahlen

Zur Nutzung der nichtlinearen Effekte sind kohärente Felder hoher Feldstärke nötig. Diese werden von Lasern in Form von Gaußschen Strahlen bereitgestellt. Daher muss der für ebene Wellen entwickelte Formalismus an diese Bedingungen angepasst werden. Eine Theorie für Frequenzverdopplung mit Gaußschen Strahlen wurde in [83] entwickelt. An dieser Stelle soll eine kurze Zusammenfassung dieses Ansatzes und des Ergebnisses dargestellt werden, da dieser später für die Abschätzung der Konversionseffizienz benötigt wird.

Das elektrische Feld eines Gaußschen Strahls im Kristall kann bei vernachlässigbarer Absorption beschrieben werden durch:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \frac{e^{i(k_1 x)}}{1 + i\tau'} \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{w_0^2(1 + i\tau')}\right). \quad (4.3)$$

$w_0$  ist die Strahltaile, die in diesem Fall idealerweise mittig im Kristall liegt.

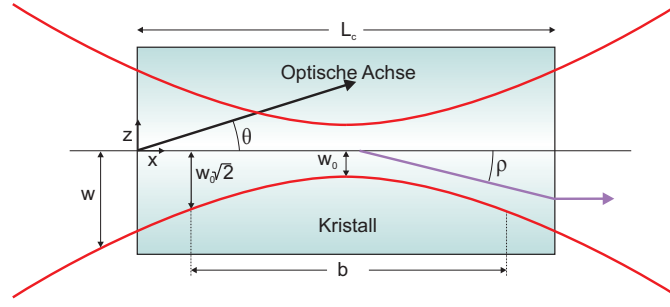


Abbildung 4.2: Darstellung einiger der verwendeten Parameter eines Gaußschen Strahls und des Kristalls.  $w$  ist der Strahlradius an einer beliebigen Stelle des Strahls. Der kleinste Strahlradius  $w_0$  wird im Rahmen dieser Arbeit als Strahltaile bezeichnet.

Der Faktor  $\tau' = 2(x - L_c)/b$ , mit dem konfokalen Parameter  $b$  eines Gaußschen Strahls, beschreibt vollständig die Entwicklung des Strahlradius und der Wellenfrontkrümmung in Ausbreitungsrichtung. In Abbildung 4.2 sind die verwendeten Parameter eines Gaußschen Strahl eingezeichnet.

Gemäß der Boyd-Kleinman-Theorie ergibt sich nun die Leistung der zweiten Harmonischen zu

$$P_2 = \kappa P_1^2 L_c k_1 h(\sigma, B, \xi) \quad (4.4)$$

mit

$$\kappa = \frac{2\omega^2 d_{eff}^2}{\pi \varepsilon_0 c^3 n_2 n_1^2}. \quad (4.5)$$

$P_1$  und  $P_2$  sind die Leistungen von Grundwelle und erzeugter Harmonischer. Die Funktion  $h(\sigma, B, \xi)$  ist gegeben durch:

$$h(\sigma, B, \xi) = \frac{1}{4\xi} \int_{-\xi}^{\xi} \int_{-\xi}^{\xi} d\tau' d\tau'' \frac{e^{-i\sigma(\tau' - \tau'') - B^2(\tau' - \tau'')^2/\xi}}{(1 + i\tau')(1 - i\tau'')}. \quad (4.6)$$

Diese Funktion hängt von drei Parametern ab. Diese sind die normalisierte Phasenfehlanpassung  $\sigma = b\Delta k/2$ , der Fokussierungsparameter  $\xi = L_c/b$ , und der Walk-off-Parameter  $B = \rho\sqrt{\pi n_1 L_c}/(2\lambda)$ .

Die theoretisch maximale Konversionseffizienz  $E_{NL} = P_2/P_1^2$  für experimentelle Rahmenbedingungen, wie eine Fokussierung und Kristalllänge, kann durch Auswerten des Integrals in Gleichung 4.6 bestimmt werden. Die  $h$ -Funktion muss dabei bezüglich Phasenfehlanpassung  $\sigma$  maximiert werden:  $h_m(B, \xi) = \max[h(\sigma, B, \xi)]_{\sigma}$ . Damit ergibt sich die Konversionseffizienz zu:

$$E_{NL} = \kappa L_c k_1 h_m(B, \xi). \quad (4.7)$$

Die Konversionseffizienz eines gegebenen Kristalls kann zusätzlich bezüglich der Fokussierung optimiert werden. Hierdurch erhält man die maximal mögliche

	LBO	BBO	BIBO
Phasenanpassungs- winkel	$\theta_P = 90,0^\circ$ $\phi_P = 35,1^\circ$	$\theta_P = 30,6^\circ$	$\theta_P = 148,3^\circ$ $\phi_P = 90,0^\circ$
$n_1$	1,61	1,66	1,83
$d_{eff}$ in pm/V	0,72	1,99	3,78
Walk-off in mrad	17,4	70,1	63,4
$E_{NL}(L_c=5 \text{ mm})$ in $\text{W}^{-1}$	$4,0 \times 10^{-5}$	$7,3 \times 10^{-5}$	$27,0 \times 10^{-5}$

Tabelle 4.1: Zusammenfassung zentraler Eigenschaften verschiedener geeigneter Kristalle für die Frequenzverdopplung von 767 nm.

Konversionseffizienz für eine bestimmte Kristalllänge. Diese Funktion  $h_{mm}(B)$  wird auch als Boyd-Kleinman-Faktor bezeichnet. Sie lässt sich approximieren durch [84]:

$$h_{opt}(B) = \frac{0,27163}{1 + 0,339B} + \frac{1,0517}{1 + 1,00008B^2} - \frac{0,25563}{1 + 0,59847B^3}. \quad (4.8)$$

Die Genauigkeit ist hier  $10^{-2}$  für  $0,1 \leq B \leq 10$ .

## 4.2.2 Experimentelle Realisierung

### Kristall

Die Erzeugung von intensivem, kontinuierlichem Laserlicht im UV-Bereich ist für viele Gebiete der modernen Physik von Interesse. Speziell in der Präzisionsspektroskopie wird es für die Adressierung von atomaren Linien in Ionen oder Neutralatomen zwecks Kühlung oder Spektroskopie benötigt. Im Rahmen dieser Arbeit sollen die Übergänge zwischen  $^3P$ - und  $^3D$ -Niveau bei 383 nm adressiert werden.

Im sichtbaren Spektralbereich wurden hohe Konversionseffizienzen durch Verwendung von Kristallen wie Kaliumniobat ( $\text{KNbO}_3$ ) [85], Kaliumtitanylphosphat (KTP) [86], Lithiumniobat ( $\text{LiNbO}_3$ ) [78] oder periodisch gepolten Strukturen wie ppLN bzw. ppKTP gezeigt [87]. Alle diese Materialien sind aufgrund fehlender Transparenz oder nicht realisierbarer Phasenanpassung für die Erzeugung von Wellenlängen im UV-Bereich ungeeignet. Kristalle, wie  $\beta$ -Barium Borat (BBO) oder Lithium Tri-Borat (LBO), sind zwar für die Erzeugung von ultraviolettem Licht geeignet, haben allerdings niedrige Konversionseffizienzen [76, 88]. Eine hohe Konversionseffizienz ist nötig, um ein gutes Verhältnis von nichtlinearen zu linearen Verlusten in einem Überhöhungsresonator zu erreichen. Wismut Tri-Borat (BIBO), ein relativ neuer Kristall, der sich ebenfalls zur Erzeugung von UV-Licht eignet, hat einen vergleichsweise hohen nichtlinearen Koeffizienten [89] und wurde erfolgreich für die Frequenzkonversion von nahinfrarotem Licht eingesetzt [90].

Tabelle 4.1 stellt eine Auswahl an geeigneten Kristallen, mit für die Erzeugung von Licht bei 383 nm wichtigen Parametern, gegenüber. Die Parameter für den Brechungsindex  $n_1$ , die Phasenanpassungswinkel ( $\theta_P$ ,  $\phi_P$ ),  $d_{eff}$  und Walk-off



stammen aus *SNLO*<sup>8</sup>. Die nichtlineare Effizienz wurde für optimierte Phasenanpassung und optimale zirkulare Fokussierung bei einer Kristalllänge von 5 mm bestimmt, da hier auch bei großen Walk-off-Winkeln wie in BBO und BIBO, noch brauchbare Strahlprofile erwartet werden können. Der direkt Vergleich zwischen BBO und LBO ist eindeutig. Während BBO eine fast doppelt so große Konversions-effizienz aufweist, besitzt es einen mehr als viermal so großen Walk-off Winkel, was in deutlich schlechteren Strahlprofil resultieren würde bzw. die nutzbare Kristalllänge einschränkt. Zum Vergleich besitzt ein 15 mm langer LBO ein vergleichbares  $E_{NL} = 7,1 \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$  bei insgesamt - über die Kristalllänge gerechnet - deutlich kleinerem Strahlversatz  $\rho L_c$  und damit besserer Qualität des Strahlprofils. Zusätzlich weist BBO eine stärkere Hygrokopie auf. Dies kann die Lebenszeit des Kristalls deutlich verringern. Im Gegensatz dazu ist BIBO nicht hygroskopisch. Gleichzeitig besitzt er einen großen nichtlinearen Koeffizienten ( $7\times$  größer als LBO) und ist daher der grundsätzlich beste Kristall. Allerdings haben Untersuchungen in [70] und [80] gezeigt, dass hohe Intensitäten bei 766 nm zu lichtinduzierten Veränderungen im Kristall führen und somit nur einige mW UV-Licht stabil erzeugt werden konnten. Daher wurde für die hier realisierte Frequenzverdopplung letztendlich ein LBO-Kristall der Länge  $L_c = 15$  mm gewählt.

Zur Verminderung von Verlusten an den Eintrittsfacetten eines Kristalls gibt es zwei verschiedene Verfahren. Zum einen kann man die Oberflächen unter dem Brewster-Winkel schneiden, was zu den geringsten Verlusten für die Grundwelle führt. Gleichzeitig wird aber die erzeugte harmonische Welle, die aufgrund der Phasenanpassung eine entgegengesetzten Polarisation aufweist, an der Austrittsfacette zu einem deutlichen Anteil reflektiert und geht verloren. Für UV-Licht beträgt der Verlust des Anteils des an Brewster-Facetten in LBO aufgrund ungünstiger Polarisation herausreflektierten Lichts etwa 25% [91]. Daher werden in den hier vorgestellten Systemen stattdessen Kristalle mit Antireflexbeschichtungen verwendet, diese versprechen niedrige Auskoppelungsverluste von weniger als 0,5% und sind aufgrund ihrer senkrechten Endflächen und geringen Anforderungen bzgl. der Einfallswinkel einfacher zu justieren.

## Resonator

Optische Resonatoren sind nach dem Kristall die zweite wichtige Komponente für Frequenzverdopplungsexperimente mit kontinuierlichen Lasern, da aufgrund des nichtlinearen Verhaltens die Verdopplungseffizienz mit der Grundwellenleistung ansteigt. Das einfachste Design für solch einen Resonator ist die lineare Fabry-Pérot-Anordnung. Hier befindet sich der Kristall zwischen zwei hochreflektierenden, gekrümmten Resonatorspiegeln. Ein Nachteil dieser Konfiguration ist, dass sich eine stehende Welle ausbildet, da sich zwei Felder mit gleicher Frequenz in entgegengesetzte Richtungen ausbreiten. Hierdurch können thermische Gitter in-

---

<sup>8</sup>AS-Photonics, *SNLO*, Version 50

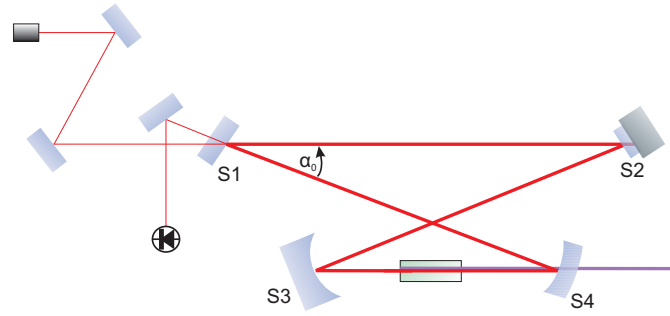


Abbildung 4.3: Überhöhungsresonator in Doppel-Z-Konfiguration. S1 ist der Einkoppelspiegel mit einer Transmission von 1,2% bei 767 nm. Die Spiegel S2, S3 und S4 sind hochreflektierend für 767 nm und besitzen eine Transmission  $>95\%$  für 383 nm. S3 ist eine Nulllinse, damit die Ausgangsmode bei 383 nm nicht aufgeweitet wird.

duziert werden, die eine effiziente Konversion beeinflussen und verhindern können. Außerdem wird ein großer Teil der Leistung, der nicht in den Resonator eingekoppelt werden kann, direkt in Richtung der Laserquelle zurückgestrahlt und kann zu Instabilitäten im Laserbetrieb führen.

Aufgrund der Nachteile des Linearresonators wurde in dieser Arbeit die sehr verbreitete Variante des Ringresonators in Doppel-Z-Konfiguration gewählt. Eine Skizze des Aufbaus ist in Abbildung 4.3 dargestellt. In dieser Geometrie bildet sich aufgrund der vom Laser vorgegebenen Umlaufrichtung keine stehende, sondern eine laufende Welle aus. Zusätzlich kann das an dem Resonator reflektierte Licht direkt zur Stabilisierung verwendet werden. Dies geschieht in dem hier realisierten Aufbau mittels PDH-Verfahren [51].

Die speziellen Eigenschaften der Resonatorspiegel und die Bemaßungen des Resonators sollen hier kurz dargestellt werden. Der Spiegel S1 ist der Einkoppelspiegel. Er ist planparallel und auf der Rückseite antireflexbeschichtet. Der Reflexionsgrad der Vorderseite muss für eine optimale Einkopplung in den Resonator gerade den resonatorinternen Verlusten entsprechen, um eine möglichst gute Transimpedanzanpassung zu gewährleisten. Im Idealfall besitzt er eine optimale Transmission von [79]:

$$T_1^{opt} \cong \frac{\epsilon_L}{2} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon_L}{2}\right)^2 + E_{NL}P_1}. \quad (4.9)$$

Eine genaue Abschätzung der linearen Verluste  $\epsilon_L$ , die sich aus den passiven Verlusten während eines Resonatorumlaufs, also aus Absorptions- und Beugungsverlusten beim Durchlauf des Kristalls, einer Restreflektivität der Facetten sowie der Resttransmission der weiteren Spiegel zusammensetzen, ist allerdings nicht einfach. Daher wurde aus einem Satz von drei Transmissionsgraden ein optimaler Wert von 1,2% bestimmt. In Abschnitt 4.2.3 werden die linearen und nichtlinearen Verluste im fertigen System bestimmt. Sie deuten auf eine gute Wahl mit minimal

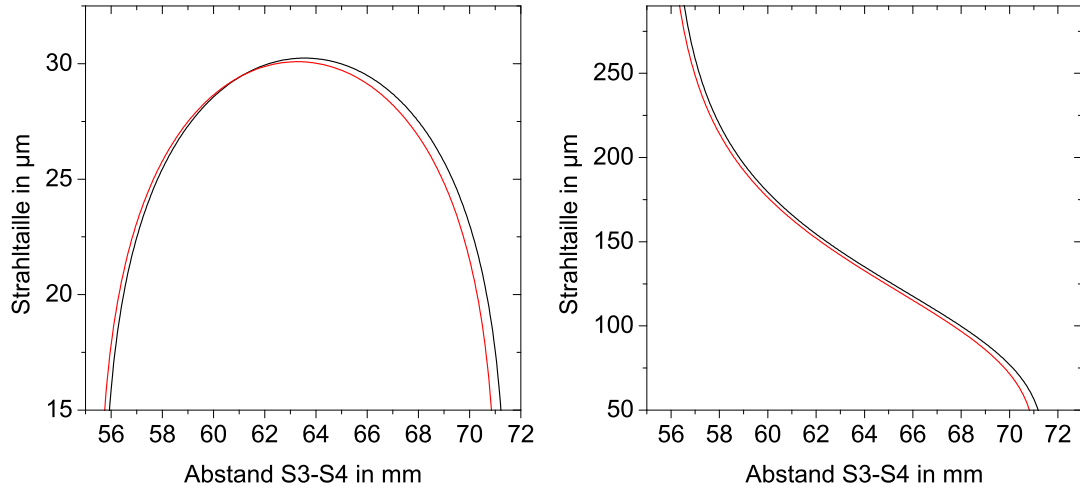


Abbildung 4.4: Berechnete Strahltaile im kurzen (*links*) und langen (*rechts*) Arm des Resonators. Die vertikale Strahlachse ist jeweils in *schwarz* und die horizontale Strahlachse in *rot* dargestellt. Ein stabiler, d. h. auf kleine Längenänderungen insensitive, Resonator ergibt sich für einen Abstand der gekrümmten Spiegel von 64 mm. Die Strahltaile im Kristall beträgt  $w_0 = 30 \mu\text{m}$ . Die weiteren Parameter für diese Berechnung sind:  $\alpha_0 = 5^\circ$  Faltungswinkel, 280 mm Resonatorlänge, 15 mm Kristalllänge, 50 mm Krümmungsradien der Spiegel S3 und S4.

zu großer Transmission im Bereich von 0,2% hin.

Der zweite planparallele Spiegel S2 ist wie S3 und S4 hochreflektierend, aber möglichst klein gewählt, da er hier für die Regelung der optischen Resonatorlänge mittels Piezoaktuator verwendet wird. Durch die so minimierte Gesamtmasse des Systems kann eine hohe Regelbandbreite erreicht werden.

Die beiden Spiegel S3 und S4 besitzen Krümmungsradien von 50 mm und haben einen Abstand von 64 mm. Die Resonatorgeometrie ist so gewählt, dass sich eine Strahltaile von etwa  $30 \mu\text{m}$  im Kristall ergibt. Diese Strahltaile liegt dabei am oberen Ende einer gemäß Gleichung 4.6 berechneten optimalen Fokussierung  $\xi$ , um die Intensitäten im Kristall möglichst gering zu halten und damit die Problematik der Bildung thermischer Linsen zu minimieren. Die Gesamtlänge des Resonators beträgt 280 mm. Im langen Arm ergibt sich dann eine Strahltaile von ca.  $130 \mu\text{m}$ . Abbildung 4.4 zeigt eine mit Hilfe von Gaußscher Matrizenoptik [79] berechneten Strahlradius in Abhängigkeit des Abstandes der gekrümmten Spiegel S3 und S4. Wie man erkennen kann, ist er bei einem Spiegelabstand von 64 mm relativ unempfindlich auf kleine Abweichungen von der optimalen Position. Zusätzlich ist die Elliptizität des Strahls durch sehr kleine Faltungswinkel von  $\alpha_0 = 5^\circ$  minimal. Der Unterschied zwischen sagittaler und meridionaler Strahltaile beträgt nur 1%.

Durch die dargestellte Geometrie wird eine fast perfekte Gaußsche Mode im Resonator erreicht und damit die Abschätzung der erwarteten Konversionseffizi-

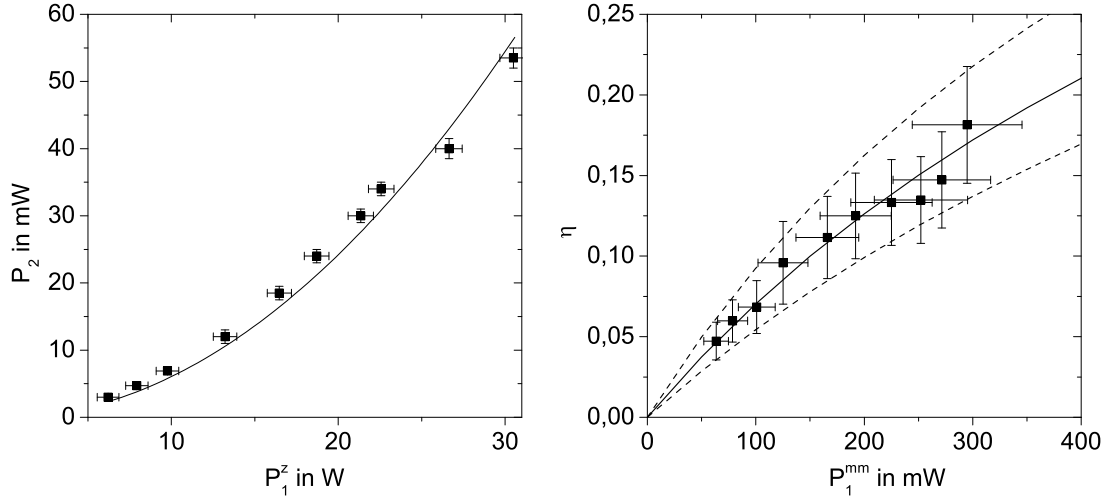


Abbildung 4.5: Charakterisierung der Frequenzverdopplung. *Links*: Erzeugte Leistung im UV gegen die im Resonator zirkulierende Leistung der Grundwelle. Die angepasste quadratische Funktion ergibt einen nichtlinearen Koeffizienten von  $E_{NL} = 6,1 \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$ . *Rechts*: Verdopplungseffizienz gegen die eingekoppelte Grundwellenleistung. Anhand der Daten lassen sich die linearen Resonatorverluste zu 0,85 (0,15)% abschätzen. (Modifiziert übernommen aus [80]).

enz vereinfacht. Ebenfalls vereinfacht wird die Modenanpassung des einfallenden Gaußschen Strahls, der an die im langen Arm befindlichen Strahltaile angepasst werden muss.

### 4.2.3 Charakterisierung der Frequenzverdopplung

Zwecks einer Charakterisierung der Frequenzverdopplung wurden in stabilisiertem Zustand die folgenden Parameter gleichzeitig für verschiedene Eingangsleistungen gemessen: Die auf den Resonator treffende Grundwellenleistung  $P_1$ , die am Resonator reflektierte Leistung  $P_1^r$ , die durch Spiegel S3 transmittierte Leistung  $P_1^{S3}$ , aus der sich mittels der gemessenen Transmission  $T_{S3} = 0,049\%$  des Spiegels die zirkulierende Leistung im Resonator ergibt gemäß  $P_1^z = P_1^{S3}/T_{S3}$ , und die Leistung  $P_2$  der erzeugten Harmonischen.

Aus diesen Größen lassen sich unter anderem Werte für die Verdopplungseffizienz  $\eta = P_2/P_1$ , lineare Resonatorumlaufverluste und die Konversionseffizienz  $E_{NL}$  des Kristalls gewinnen. In Abbildung 4.5 ist die erzeugte UV-Leistung gegen die im Resonator umlaufende Leistung aufgetragen. Hiermit lässt sich ein Kristallparameter, die Konversionseffizienz, durch Anpassen einer quadratischen Funktion ermitteln. Man erhält  $E_{NL} = 6,1 \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$ . Dieser Wert liegt leicht unter dem für die hier realisierte fast optimale Fokussierung zu erwartenden Wert von  $7,1 \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$ , der sich gemäß einer Optimierung des Integrals aus Gleichung 4.6

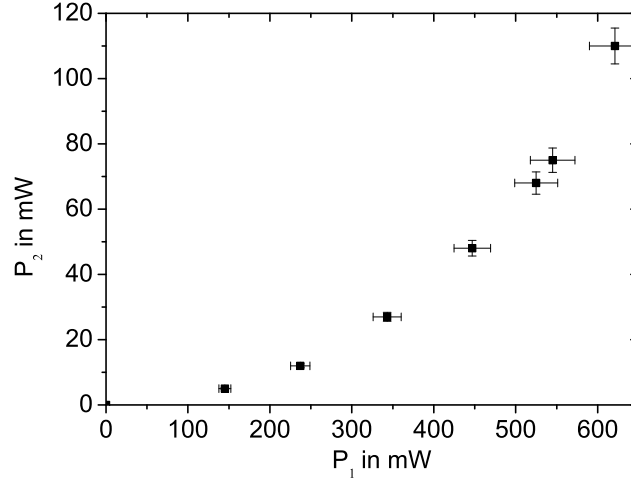


Abbildung 4.6: Hinter dem Resonator gemessene UV-Leistung  $P_2$  gegen die vor dem Resonator vorhandene Leistung  $P_1$  bei 767 nm. Mit der hier realisierten Frequenzverdopplung konnten deutlich über 100 mW UV-Leistung stabil erzeugt werden.

berechnen lässt.

In Abbildung 4.5 ist die Verdopplungseffizienz gegen die modenanangepasste Leistung  $P_1^{mm} = P_1 - P_1^r$  aufgetragen. Die eingezeichneten Kurven stellen die zu erwartende Verdopplungseffizienz für die Parameter  $E_{NL} = 6,1 \times 10^{-5} \text{ W}^{-1}$  und  $T_1 = 1,2\%$  für verschiedene lineare Verluste  $\epsilon_L$  gemäß der impliziten Gleichung [85]

$$\sqrt{\eta} \left[ 2 - \sqrt{1 - T_1} (2 - \epsilon_L - \sqrt{\eta E_{NL} P_1}) \right]^2 - 4T_1 \sqrt{E_{NL} P_1} = 0 \quad (4.10)$$

dar. Die linearen Verluste lassen sich daher zu  $\epsilon_L = 0,85$  (0,15)% abschätzen. Der Hersteller der Kristalle gibt die Absorptionsverluste zu kleiner als 0,1%/cm bei 1064 nm und kleiner als 0,3%/cm bei 532 nm an. Da die Spiegel mit maximal  $3 \times 0,05\%$  beitragen, dürften die Restreflektivitäten der Kristallfacetten mit mindestens 0,2% pro Seite den größten Beitrag liefern.

Mit zu erwartenden nichtlinearen Verlusten von  $E_{NL} P_1^z = 0,2\%$  ist die Transmission des Einkoppelspiegels insgesamt gut gewählt, könnte aber für eine optimale Impedanzanpassung noch 0,2% kleiner sein. Die Finesse des Überhöhungsresonators lässt sich aus den linearen und nichtlinearen Resonatorverlusten zu  $\mathcal{F} = 270$  abschätzen.

In den hier bisher dargestellten Messungen wurde die Leistung des Trapezverstärkers direkt nach einer Strahlformung in die Frequenzverdopplung eingekoppelt und damit nur eine sehr geringe Modenanpassung von etwa 40% mit aufwändiger Justage erreicht. Eine deutliche Vereinfachung bestand darin, die mäßige Ausgangsmode des Trapezverstärkers zunächst räumlich mittels einer Einmodenfas-

zu filtern und erst anschließend in die Frequenzverdopplung einzukoppeln. Dadurch konnte nicht nur die Einkopplungseffizienz deutlich gesteigert werden, sondern auch die Gesamtausgangsleistung erhöht werden. Abbildung 4.6 zeigt die nun erreichte UV-Leistung gegenüber der vor dem Resonator vorhandenen Leistung. Wie zu sehen ist, können deutlich über 100 mW bei 383 nm erzeugt werden.

### 4.3 Stabilisierungsschema für mehrere Laser und Frequenzverdopplungen

Zum Fangen von metastabilem Magnesium werden drei Laser in der Nähe der in Abbildung 4.1 angegebenen optischen Frequenzen benötigt. Der Kühlaser wird typischerweise rotverstimmt betrieben und die beiden anderen agieren als Rückpumpplaser und werden nahresonant betrieben. Wie in den bisherigen Abschnitten dargestellt, sind diese Laser als frequenzverdoppelte Systeme realisiert. Eine möglichst geringe Linienbreite der Laser unter 1 MHz ist für eine gute Verdoppelung von Vorteil, aber auch eine geringe Langzeitdrift im Bereich von etwa ein 1/10 der Linienbreite ist nötig, um eine gute Reproduzierbarkeit der Experimente zu gewährleisten.

Eine Möglichkeit der relativen Stabilisierung mehrerer Laser besteht darin, auf einer Photodiode die Schwebungsfrequenz zu messen und daraus mit Frequenz-zu-Spannungs-Konvertern ein Fehlersignal zu erzeugen. Mit Hilfe eines weiteren, auf eine atomare Referenz stabilisierten Lasers könnte dann auch absolute Stabilität erreicht werden [92]. Diese Methode scheidet allerdings aufgrund zu großer Differenzfrequenzen zwischen den Lasern aus, da man durch die Bandbreite der verfügbaren Photodetektoren limitiert ist.

Eine andere Variante für die Stabilisierung von Lasern mit großen Frequenzabstand besteht darin, die Stabilität einer optischen Frequenz mittels eines optischen Resonators auf die anderen Laser zu übertragen [93, 94, 95]. Dies kann z. B. geschehen, indem der Resonator mittels eines Piezoaktuators über einen freien Spektralbereich gestimmt wird und der zeitliche Abstand der Transmissionsmaxima gemessen wird. Aus dem Abstand kann anschließend ein Fehlersignal berechnet werden. Nachteilig an dieser Methode ist allerdings die begrenzte Bandbreite mit der dieses Verfahren arbeitet. Sie ist limitiert durch die Geschwindigkeit des Ab-rasterns eines freien Spektralbereichs des Resonators.

Ein Durchstimmen des Resonators kann allerdings vermieden werden, wenn dafür gesorgt wird, dass die Resonanzen des Resonators mit den gewünschten Laserfrequenzen übereinstimmen. Dies kann prinzipiell durch Verschiebung der Laserfrequenz mit akusto- oder elektro-optischen Modulatoren geschehen. Im Fall von konfokalen Resonatoren müssen diese aber weite Frequenzverstimmungen abdecken bzw. ein unpraktikabel langer Resonator verwendet werden, um den gesamten freien Spektralbereich abdecken zu können.

### 4.3.1 Transferresonator

Bei dem in dieser Arbeit verwendeten System wurde der Abstand der Resonatormoden durch Umsetzung eines Vorschlages von Budker [96] verringert. Im Fall des weitverbreiteten konfokalen Resonators ist der Abstand der Moden gegeben durch  $c/(4L)$  mit einem Spiegelabstand von  $L$ . In diesem Fall liegt eine Entartung von Longitudinalmoden mit höheren Transversalmoden vor. Für kleine Abweichung von der konfokalen Bedingung wird diese Entartung aufgehoben. Durch bewusste Wahl der Spiegelabstände kann man hier sogar eine neue Entartung höherer Moden einstellen und Resonanzen im Abstand von  $c/(2L)/N$  erzeugen, wobei  $N > 1$  eine ganze Zahl ist und im konfokalen Fall 2 beträgt.

Die Moden eines Fabry-Pérot-Resonators mit gekrümmten und Planspiegel können beschrieben werden durch [97]

$$\nu(q, p) = \frac{c}{2L} \left( q + \frac{p+1}{\pi} \arccos \sqrt{1 - L/R} \right). \quad (4.11)$$

$R$  ist der Radius des gekrümmten Spiegels und  $p$  ist ein kombinierter Index für die Transversalmoden. Durch geschickte Wahl des Verhältnisses von  $L/R$  kann nun die Entartung so eingestellt werden, dass eine bestimmte  $N$ te Vielfache der Transversalmoden genau mit einer  $l$ ten Vielfachen einer Longitudinalmode zusammenfällt:

$$\nu(q, p + N) = \nu(q + l, p). \quad (4.12)$$

Das hierfür nötige Verhältnis aus Spiegelabstand zu Krümmungsradius kann berechnet werden gemäß

$$\frac{L}{R} = 1 - \left[ \cos \left( \frac{l\pi}{N} \right) \right]^2. \quad (4.13)$$

In dem hier realisierten Aufbau wurde ein Modenabstand von 112,5 MHz realisiert. Dies kann für  $N = 19$  mit einem Spiegelkrümmungsradius von  $R = 100$  mm und einer Resonatorlänge von 70,1 mm erreicht werden. Der freie Spektralbereich ist damit ausreichend klein, um ihn mit ohnehin nötigen Schalt-AOMs im UV-Bereich zu überbrücken.

### 4.3.2 Stabilisierung auf den Transferresonator

Die Stabilisierung aller drei Laser auf den beschriebenen Transferresonator erfolgt mit dem PDH-Verfahren. Zunächst wird ein kleiner Teil von etwa 10 mW des Lichts der Laser abgezweigt, in eine gemeinsame Faser eingekoppelt und zum Resonator transferiert. Die für die PDH-Stabilisierung nötige Frequenzmodulation wird dem Laser direkt über eine Modulation des Laserdiodenstroms im Bereich von 20 MHz aufgeprägt. Um die Fehlersignale der einzelnen Laser unterscheiden zu können,

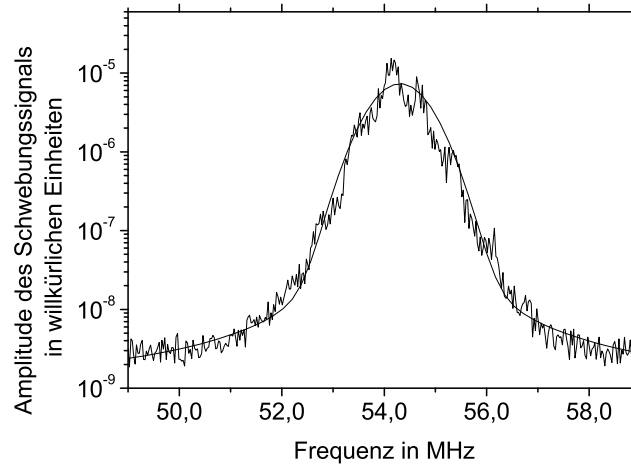


Abbildung 4.7: Schwebungsmessung zwischen zwei Lasern bei 383 nm. Angepasst ist ein Voigt-Profil. Für die Gauß-Linienbreite ergibt sich 1,2 MHz und für das Lorentz-Profil eine Breite von 25 kHz. Auflösungsbandbreite: 100 kHz und Abtastdauer: 4 ms.

wird für die drei Systeme jeweils eine andere Modulationsfrequenz mit einem Abstand größer als 2 MHz gewählt. Das vom Resonator reflektierte Licht wird mit einer rauscharmen Photodiode<sup>9</sup> hoher Bandbreite detektiert. Anschließend wird das Signal mit Hilfe eines Leistungsteilers auf drei Pfade aufgeteilt und mit der richtigen Modulationsfrequenz heruntergemischt, um das Fehlersignal zu erzeugen. Das Fehlersignal selbst wird auf zwei Pfade aufgeteilt und somit ein Regelsignal für den schnellen Zweig über den Laserdiodenstrom und eines für den langsamen Regelzweig über den Piezo erzeugt.

Die auf den Laser aufgeprägte Modulation wird in dem hier dargestellten Aufbau (siehe Abbildung 4.8) nicht nur für die Stabilisierung der Laser auf den Resonator, sondern auch für eine Stabilisierung der Überhöhungsresonatoren für die Frequenzverdopplung auf den Laser verwendet. In diesem Fall wird wieder das PDH-Verfahren angewendet und das auf einer Photodiode detektierte Signal mit der Modulationsfrequenz heruntergemischt, um ein Fehlersignal zu erzeugen.

Der Überhöhungsresonator für die Frequenzverdopplung hat den positiven Nebeneffekt, dass dank seiner Finesse von  $\mathcal{F} = 270$  und einer daraus folgenden Linienbreite von etwa 4 MHz die für das PDH-Verfahren benötigten Seitenbänder im Bereich von 20 MHz stark unterdrückt werden.

Zur Charakterisierung der Linienbreite der realisierten Systeme wurden zwei der Laser auf nahe Resonatormoden des Transferresonators gestimmt und eine Schwebungsmessung hinter der Frequenzverdopplung durchgeführt. Das Schwebungssignal ist Abbildung 4.7 dargestellt. An die Daten ist ein Voigt-Profil angepasst, das eine Faltung aus Lorentz-Profil und Gaußfunktion darstellt. Die Gauß-

<sup>9</sup>FEMTO Messtechnik GmbH, PR-X-500M-SI-DC



sche Breite des Schwebungssignals beträgt 1,2 MHz. Unter der Annahme, dass das Rauschen zu gleichen Anteilen von beiden Lasern stammt, ergibt sich damit eine Linienbreite von etwa 800 kHz für die einzelnen Laser. Im Vergleich hierzu beträgt die Linienbreite des Kühlübergangs  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$  26 MHz, so dass sich keine Limitierung für die präzise Adressierung ergeben sollte.

### 4.3.3 Langzeitstabilisierung

Zur Langzeitstabilisierung des Transferresonators wird ein Teil des Lichts von Rückpumplaser 2 auf ein Präzisionswellenlängenmessgerät gegeben und mit einem PC die Frequenz ausgelesen. Ein in *LabView*<sup>®</sup> realisierter digitaler PID-Regler kann die Länge des Transferresonators mittels eines Röhrenpiezoaktuators, der über eine 16-bit Analogkarte<sup>10</sup> angesteuert wird, regeln. Jede gewünschte Frequenz mit Abstufungen von etwa 1 MHz kann somit präzise am PC eingestellt und angefahren werden.

Abhängig von Temperaturänderungen im Labor konnte eine Langzeitdrift des Wellenlängenmessgeräts in Bereich von  $10^{-3}$  MHz/s beobachtet werden. Daher wurde als Alternativkonzept mit dem Aufbau eines vierten Lasers, der auf eine Kalium-Spektroskopie stabilisiert und mit in den Transferresonator eingekoppelt wird, begonnen [98]. Dieser Laser konnte bereits für die letzten Messungen als Langzeitreferenz für die Frequenzstabilisierung des Transferresonators benutzt werden.

Zusammenfassend konnte hier eine sehr kompakte Stabilisierung für mehrere Laser und Frequenzverdopplungen auf einen Transferresonator realisiert werden, deren zentrale Punkte hier noch einmal hervorgehoben werden sollen:

- Durch einen Transferresonator, der deutlich von der konfokalen Einstellung abweicht, werden Moden in einem Abstand geschaffen, der viel kleiner als der freie Spektralbereich ist. Jeder Laser kann somit direkt auf eine Resonatormode mit hoher Regelbandbreite angebunden werden. Die restliche Frequenzabweichung vom Sollwert wird mit ohnehin notwendigen AOMs bei 383 nm überbrückt.
- Die Verwendung des PDH-Verfahrens ermöglicht die Nutzung einer einzigen auf den Laserdiodenstrom aufgeprägten Frequenz sowohl für die Stabilisierung des Lasers auf den Resonator als auch für die Regelung der Frequenzverdopplung auf den Laser. Nebenbei sorgt die Verdopplung für eine starke Unterdrückung der aufgeprägten Frequenzmodulation.
- Die Langzeitstabilität der Frequenzen kann über einen, in den Resonator eingekoppelten, Laser gewährleistet werden. In diesem Aufbau wird die Fre-

---

<sup>10</sup>Meilhaus Electronic GmbH, RedLab-3103

quenz eines Lasers gemessen und daraus ein Fehlersignal erzeugt, das auf die Länge des Transferresonators rückwirkt.

## 4.4 Gesamtübersicht

In Abbildung 4.8 ist eine Übersicht über das gesamte, in diesem Kapitel, dargestellte System gezeigt. Die drei frequenzverdoppelten Lasersysteme sind hier weitgehend identisch aufgebaut. Direkt hinter den Lasern werden etwa 10 mW des Lichts für die Stabilisierung auf den Transferresonator abgezweigt. Zwischen dem Transferresonator und dem Laser, der den geschlossenen Kühlübergang treibt, befindet sich ein AOM im Doppelpass. Dieser ermöglicht das schnelle Verstimmen des Lichts über mehrere Linienbreiten.

Der Hauptteil des Lichts wird durch polarisationserhaltende Einmodenfasern räumlich modengefiltert und gelangt anschließend zur Frequenzverdopplung. Hinter der Frequenzverdopplung wird das Licht von Rückpumplaser 2, der den Übergang  ${}^3P_0 \rightarrow {}^3D_1$  treibt, durch ein in +1. Beugungsordnung betriebenen Schalt-AOM um 150 MHz verschoben und danach über ein System von fünf Polstrahlteilern auf sechs Pfade für die MOT-Strahlen aufgeteilt. Mit Hilfe von polarisationserhaltender Glasfasern mit Siliziumkern<sup>11</sup> können Leistungen von einigen mW im nahen UV-Bereich problemlos über Entfernungen von einigen Metern transferiert werden. Die typischerweise erreichte Kopplungseffizienz für eine solche 3 m lange Faser beträgt rund 50%. An der Experimentierkammer wird das Licht auf einen Strahlradius von 10 mm kollimiert. Ein dichroitisches  $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen erzeugt hier anschließend aus der linearen eine für die MOT benötigte zirkulare Polarisation.

Das frequenzverdoppelte Licht des RückpumpLasers 1, der den Übergang  ${}^3P_1 \rightarrow {}^3D_2$  nahresonant treibt, wird ebenfalls über einen in 1. Ordnung betriebenen Schalt-AOMs frequenzverschoben. Nach dem Passieren eines 50/50 Strahlteilers für die Überlagerung des zweiten Rückpumpstrahls wird es in die Strahlaufteilung eingekoppelt. Das Licht für den Übergang  ${}^3P_0 \rightarrow {}^3D_1$  wird mittels eines bei 220 MHz betriebenen AOMs im Doppelpass geschaltet und über den Strahlteiler ebenfalls in die Strahlaufteilung eingekoppelt. Mit dem hier dargestellten System konnte erstmals metastabiles Magnesium im Triplett-System gefangen werden. Diese MOT wird in dieser Arbeit zum Detektieren der im Interferometer angeregten Atome benutzt.

Die Lichtdruckkräfte, die bei der Adressierung des Kühlübergangs ausgeübt werden, erlauben gegenüber der MOT im Grundzustand bei vergleichbaren Laserleistungen eine etwa dreifach höhere Federkonstante. In Kombination mit der geringeren Temperatur der Atome erlaubt dies einen deutlich kleineren Durchmesser der Atomwolke [68]. Eine Verwendung dieser MOT als Werkzeug zum Umladen in eine Dipolfalle ist aktueller Forschungsgegenstand [98].

<sup>11</sup>Schäfter und Kirchhoff, PMC-400Si, Typ PMC-400-2,7-NA012-3-APC-300-V

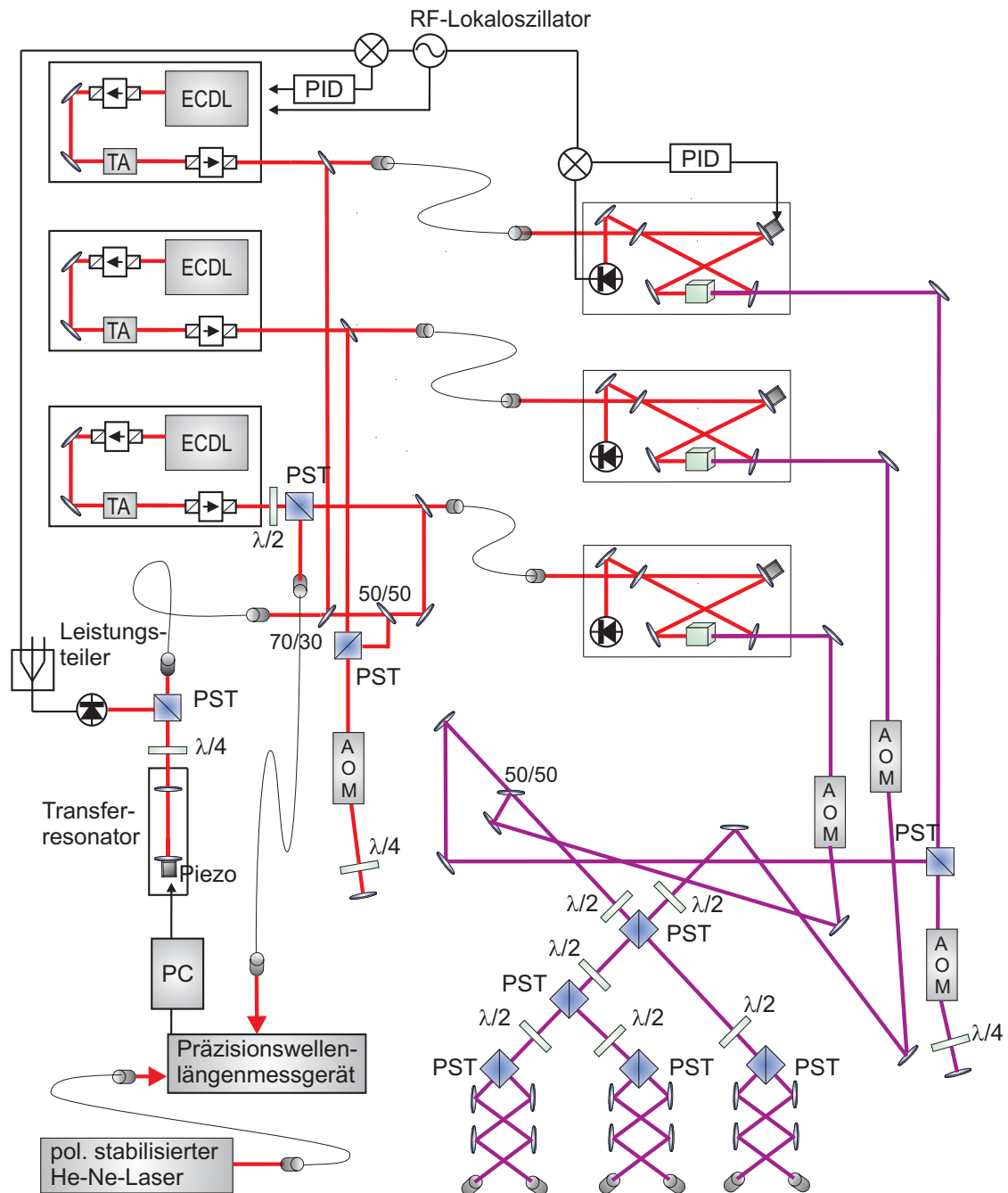


Abbildung 4.8: Skizze des gesamten Aufbaus, der aus drei Lasern mit Frequenzverdopplungen und der Strahlaufteilung besteht. Die Stabilisierung dieser Systeme auf einen Transferresonator und dessen Anbindung an ein Präzisionswellenlängenmessgerät, welches mit einem polarisationsstabilisierten He-Ne-Laser referenziert werden kann, ist ebenfalls gezeigt. Der für alle Laser, bis auf die Modulationsfrequenz, vergleichbare elektronische Pfad für Stabilisierung ist nur für den ersten der drei dargestellt.



---

# CHARAKTERISIERUNG EINES MAGNESIUM-FREQUENZSTANDARDS ÜBER EINE 73 KM LANGE GLASFASERVERBINDUNG

In diesem Kapitel soll zunächst die im Rahmen dieser Arbeit neu aufgebaute Spektroskopie an Magnesium sowie die durchgeführten Optimierungen am bestehenden Aufbau dargestellt werden. Im zweiten Abschnitt wird die Kurzzeitstabilität des realisierten Frequenzstandards charakterisiert und die Anbindung an die atomare Referenz dargestellt. In Abschnitt 5.3 wird auf die Messung einer optischen Frequenz gegen einen Mikrowellenstandard sowie auf den Vergleich zweier spektral entfernten optischer Frequenzen mit Hilfe eines optischen Frequenzkamms eingegangen. Anschließend wird der Aufbau zur Stabilisierung einer Faserstrecke mit einer Länge von 73 km skizziert. Zum Schluss werden die Ergebnisse zur Charakterisierung der Stabilität des realisierten Mg-Frequenzstandards über das Telekommunikationsnetzwerk dargestellt.

## 5.1 Experimentaufbau

Im Folgenden wird der in dieser Arbeit verwendete Aufbau zur Dopplerkühlung von Magnesium vorgestellt. Da einige Bestandteile wie die Vakuumapparatur oder das Lasersystem zum magneto-optischen Fangen des Magnesiums bereits in früheren Arbeiten [68, 99, 100] beschrieben wurden, werden diese lediglich skizziert und die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Modifikationen und Charakterisierungen dargestellt.

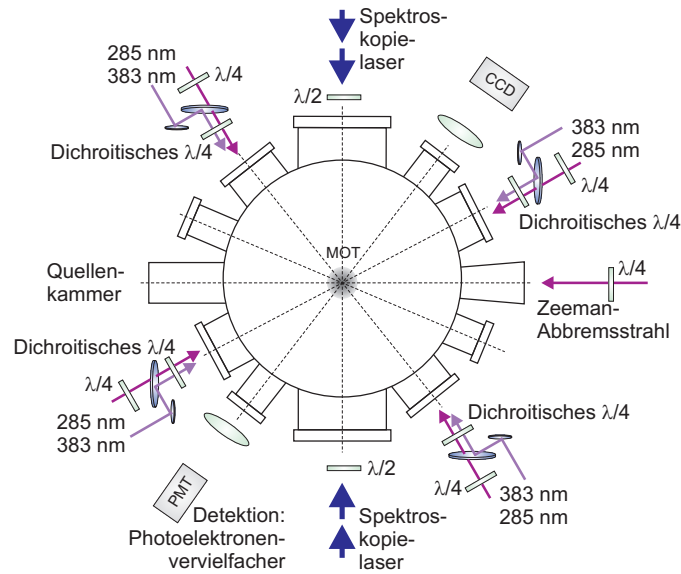


Abbildung 5.1: Skizze der Experimentierkammer von oben betrachtet mit allen in der Ebene verlaufenden Strahlen. Die Topfflansche mit einem weiteren Paar von Lasern für 285 nm und 383 nm sind nicht dargestellt.

Im Detail wird auf die neu installierte Spektroskopie an der Experimentierkammer eingegangen und die erstmals für Magnesium realisierte Detektion des angeregten Interferometriezustands beschrieben. Abschließend wird der in dieser Arbeit verwendete Experimentzyklus für die Abfrage des Interkombinationsübergangs zusammengefasst.

### 5.1.1 Experimentierkammer

Die bestehende Vakuumapparatur wurde im Rahmen der Dissertationen von T. Mehlstäubler und N. Rehbein [100, 99] realisiert. Sie besteht aus einer Hauptkammer und einer Quellenkammer, die durch eine Blende mit 5 mm großer Apertur miteinander verbunden sind. Der Aufbau der Hauptkammer, mit den in dieser Arbeit verwendeten optischen Zugängen, ist in Abbildung 5.1 skizziert. Sie hat eine Zylinderform mit einem Durchmesser von 210 mm und bietet 12 radial angeordnete DN40CF- und DN63CF-Vakuumflansche von denen 10 für die Montage von Vakuumfenstern für den optischen Zugang zum Experiment vorgesehen sind. Diese sind größtenteils mit kommerziell erhältlichen Fenstern versehen.

An den horizontal orthogonal zum Atomstrahl angeordneten Durchführungen der Hauptkammer wurden neue Schaugläser für die Interferometriestrahlen angebracht. Die antireflexbeschichteten Schaugläser wurden direkt auf einen DN40CF-Stahlflansch durch Zerquetschen eines Indiumrings befestigt. Die Anpressvorrichtung konnte anschließend wieder abgenommen werden, um mechanische Spannungen am Glassubstrat zu minimieren.

Speziell angefertigte Topfflansche der Größe DN200CF schließen die Kammer nach oben und unten ab. In ihnen befinden sich die Magnetspulen in Anti-Helmholtz-Konfiguration (siehe Abschnitt 5.1.2), die für den Betrieb der magneto-optischen Falle (MOT) benötigt werden.

An dem Hauptkammerflansch, der sich gegenüber der Quellenkammer befindet, schließt sich ein T-Stück mit zusätzlichen Zugängen an. Hier sind eine Turbomolekularpumpe<sup>1</sup>, eine Ionengerätspumpe<sup>2</sup> sowie ein Vakuummessgerät angebracht. Ein Vakuumfenster in Richtung der Quellenkammer bietet den optischen Zugang für die Verwendung eines Zeeman-Abbremsstrahls.

Der neue Atomofen [68] ist in einer Entfernung von etwa 165 mm vom MOT-Zentrum in der Quellenkammer angebracht. Er besteht aus einem Stahlzylinder, der auf der Vorderseite ein kleines Reservoir für das Magnesium besitzt, auf welches eine Düse mit insgesamt 19 Kanälen der Breite 0,5 mm aufgeschraubt ist. In der Rückseite des Zylinders befindet sich eine Heizpatrone, mit der der Ofen auf etwa 420 °C während des Experimentierens geheizt wird. Ein wassergekühltes Schild mit einer 5 mm großen Öffnung schützt das Vakuum der Quellenkammer. In der Quellenkammer ist außerdem eine weitere Turbomolekularpumpe<sup>3</sup> installiert. Der Druck in der Hauptkammer beträgt typischerweise  $6 \times 10^{-10}$  mbar und in der Quellenkammer etwa  $9 \times 10^{-9}$  mbar.

### 5.1.2 Magnetfeldkonfiguration

In der magneto-optischen Falle wird zur Realisierung ortsabhängiger Lichtkräfte der Zeeman-Effekt ausgenutzt. Für den Betrieb wird ein inhomogenes Feld in Form eines Quadrupolfeldes benötigt. Für die Magnesium-MOT wird ein Gradient von etwa 130 G/cm verwendet. Während der Interferometriesequenz führt allerdings ein solch starkes Magnetfeld auch für in 1. Ordnung magnetisch insensitive  $m_J = 0 \rightarrow m_{J'} = 0$ -Übergänge zu Verschiebungen aufgrund des Zeeman-Effekts in 2. Ordnung. Über dem Volumen des atomaren Ensembles entstehen somit inhomogene Verschiebungen von mehreren 100 Hz. Daher ist es für eine angestrebte Genauigkeit im Bereich von unter  $1 \times 10^{13}$  essentiell dieses Feld abzuschalten. Gleichzeitig ist ein wohldefiniertes homogenes Feld nötig, um die Quantisierungsachse festzulegen. Zusätzlich werden hiermit die  $\sigma^+/\sigma^-$ -Zeeman-Untersubzustände energetisch verschoben, um den zu messenden Übergang ungestört spektroskopieren zu können. In den folgenden Abschnitten wird der in dieser Arbeit optimierte Abschaltprozess des Quadrupolfeldes und die neu installierten Spulen zur Erzeugung eines homogenen Feldes dargestellt und charakterisiert.

<sup>1</sup>Fa. Pfeiffer, TMU 260, Saugleistung 200 l/s.

<sup>2</sup>Fa. Varian, Star-Cell VacIon, Saugleistung 120 l/s.

<sup>3</sup>Fa. Pfeiffer, TMU 071 P, Saugleistung 60 l/s.

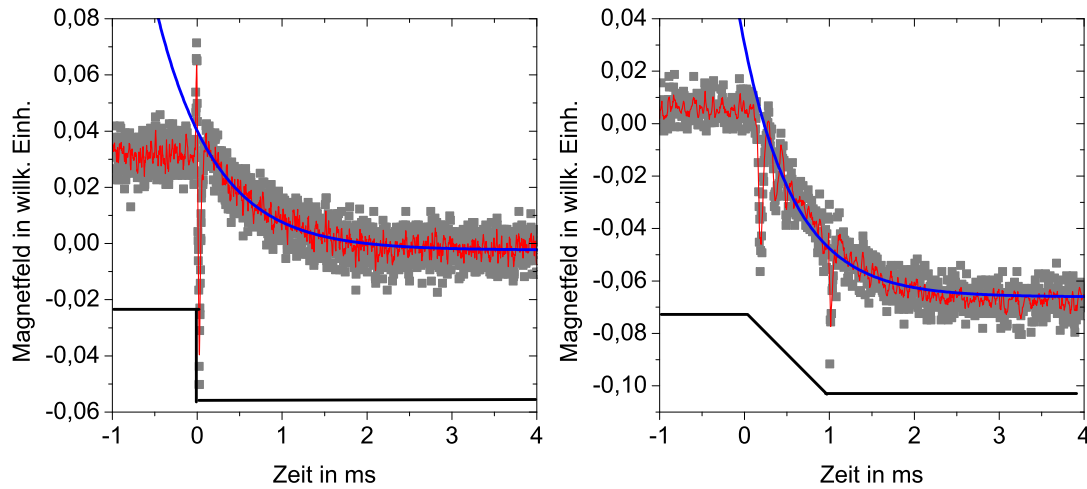


Abbildung 5.2: Vergleich des Abfalls des Quadrupolmagnetfeldes in z-Richtung für abruptes Schalten (*links*) und kontinuierliches Verringern des Stroms während einer Zeitspanne von 1 ms (*rechts*). Die rote Kurve stellt einen gleitenden Durchschnitt von 5 Datenpunkten dar. An die Messwerte ist ein exponentieller Zerfall angepasst (*blau*).

### Schalten des Quadrupolfeldes

Zur Erzeugung des Quadrupolfeldes werden im bestehenden Aufbau Ströme von 200 A benötigt [100]. Aufgrund von Wirbelströmen, die in der Stahlkonstruktion der Vakuumkammer und in den Flanschen induziert werden, kann dieses Magnetfeld nicht beliebig schnell abgeschaltet werden. Erst nach etwa 1,5 ms ist das Feld deutlich unter das im nächsten Abschnitt beschriebene homogene Feld abgefallen, so dass die Interferometrie an dieser Stelle beginnt.

Im bisherigen Aufbau verursachte allerdings das instantane Schalten des Quadrupolfeldes starke Erschütterungen, die vermutlich auf ein kleines Spiel der Windungen im Inneren der Spulenpakete zurückzuführen waren. Dadurch entstanden nicht nur Vibrationen, die sich auf die Fallenapparatur und den gesamten optischen Aufbau an der Kammer übertragen, sondern es führte auch dazu, dass die elektronische Stabilisierung des Frequenzverdopplungsresonators für die Erzeugung von 285 nm Licht instabil wurde und mit einer hohen Wahrscheinlichkeit aus dem Lock gefallen ist. Unter diesen Bedingungen wäre ein kontinuierlicher Betrieb eines Mg-Frequenzstandards unmöglich.

Dieses Problem konnte mit Hilfe einer neu implementierten Experimentsteuerung, die basierend auf den vorhandenen Analog-, Digital- und Zählerkarten<sup>4</sup> in einer Labview-Umgebung realisiert ist, umgangen werden. Sie ermöglicht das kontinuierliche An- und Ausschalten des Magnetfeldes und führt damit zu deutlich reduzierten Erschütterungen. In Abbildung 5.2 ist das Schaltverhalten bei einem

<sup>4</sup>National Instruments, PCI-6713, PCI-6602, PCI-DIO-32HS.



schnellen und langsamen Ausschalten des Stroms dargestellt. Es wurde mittels einer schnellen Hall-Sonde direkt an dem Ort der Atome gemessen. Während der Messung ist ein zusätzliches homogenes Magnetfeld angelegt, das nicht geschaltet wird. Wie man erkennen kann, sind die Exkursionen beim langsamen Ausschalten des Stroms deutlich reduziert. Gleichzeitig ist die Zeitkonstante des exponentiellen Abklingens des Feldes mit einer Änderung von 0,7 ms auf 0,6 ms in etwa gleich geblieben. Nichtsdestoweniger besteht auch nach 1,5 ms noch ein kleines Restfeld dessen Größe durch Messung der Frequenzverschiebung der  $\sigma^+/\sigma^-$ -Komponenten ebenso wie dessen Fehlerbeitrag in Abschnitt 6.2.2 abgeschätzt wird.

### Homogenes Magnetfeld

Zur Festlegung der Quantisierungsachse bzw. einer Aufhebung der Entartung der Zeeman-Unterstufen wurde während der Spektroskopie ein homogenes Magnetfeld angelegt. Dieses Feld wurde mit zwei Spulenpaaren erzeugt, die von außen an die Apparatur angebracht wurden. Die Symmetrieachse dieser Spulen ist die vertikale z-Achse. Sie bestehen aus jeweils zehn Windungen mit einem Radius von  $R_{Sp}=10,5$  cm und sind in einem Abstand von  $d=6,4$  cm angebracht. Der Feldverlauf entlang der Symmetrieachse der Spulen kann berechnet werden gemäß

$$B(z) = \frac{\mu_0 N_I I_{Sp} R_{Sp}^2}{\sqrt{R_{Sp}^2 + (z + d/2)^2}^3}. \quad (5.1)$$

Hier beschreibt  $N_I$  die Windungszahl,  $I_{Sp}$  den Spulenstrom und  $z$  die Position auf der Symmetrieachse. Es ergibt sich ein Feld von 1,05 G/A. Der Wert ist in guter Übereinstimmung mit dem Ergebnis einer Messung mittels Hall-Sonde, bei der sich ein Wert von 1,01 G/A ergab. Während der Interferometriesequenz wurde ein Strom von 4 A angelegt, so dass sich mit einer linearen Zeeman-Verschiebung der  $\sigma^+/\sigma^-$ -Komponenten des  $^3P_1$ -Zustands von 2,1 MHz/G eine Aufspaltung von mindestens 8,4 MHz ergeben sollte. Bei einer durch den Dopplereffekt bestimmten HWHM-Linienbreite von etwa 2,8 MHz ist also von einer ausreichenden Separation aller magnetischen Unterzustände auszugehen. Tatsächlich zeigte sich in Untersuchungen (siehe Abschnitt 6.2.2) eine etwas größere Aufspaltung, die vermutlich aus Beiträgen des noch nicht ganz abgefallenen Quadrupolfeldes sowie eines Beitrages durch das Erdmagnetfeld resultiert.

### 5.1.3 Dopplerkühlen von Magnesium

In diesem Abschnitt wird kurz der zu Beginn dieser Arbeit weitgehend vorhandene Aufbau zur Erzeugung von Laserlicht bei der Wellenlänge von 285 nm für die Kühlung und das Fangen von Magnesiumatomen dargestellt.

## Laserquelle

Der 80 MHz breite  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  Übergang ist gut zum magneto-optischen Kühlen und Fangen von Magnesium geeignet. Es handelt sich um einen geschlossenen Übergang ohne die Möglichkeit parasitärer Anregung in andere Niveaus oder zusätzliche Zerfallskanäle und somit wird nur eine Wellenlänge von 285,2 nm benötigt. Da im tiefen UV-Bereich keine Laserquellen mit ausreichender Leistung zur Verfügung stehen, wird hier auf die Methode der Frequenzvervielfachung zurückgegriffen. Die Grundwellenlänge von etwa 570 nm wird von einem Rhodamin-6G-Farbstofflaser, der von einem frequenzverdoppelten Neodym-YAG-Laser<sup>5</sup> mit 10 W Ausgangsleistung gepumpt wird, zur Verfügung gestellt. Der selbstgebaute Ringlaser liefert typischerweise Ausgangsleistungen von über 1,2 W. Die Linienbreite des Kühlübergangs von 80 MHz stellt zwar im Prinzip nur moderate Anforderungen an die Linienbreite des Lichts, allerdings ist für die spätere resonante Frequenzverdopplung ein schmalbandiger Laser von Vorteil, da hier Frequenzrauschen oberhalb der Regelbandbreite in Intensitätsrauschen umgewandelt wird. In einer ersten Stabilisierungsstufe wird der Laser zur Verbesserung der Kurzzeitstabilität an einen optischen Referenzresonator angebunden. Dies geschieht mittels Stabilisierung auf die Flanke eines Fabry-Pérot-Resonators. Die Länge dieses Resonators kann mit einem Piezoaktuator an einem der Spiegel variiert werden und somit auf die gewünschte Frequenz in der Nähe der halben Frequenz des Mg-Übergangs bei  $\nu(^1S_0 \rightarrow ^1P_1)/2 = 525\,405\,366\,(3)$  MHz [101] abgestimmt werden.

Eine zweite Stabilisierungsstufe sorgt für die Langzeitstabilität der optischen Frequenz. Sie basiert auf einer Frequenzmodulationsspektroskopie [98] und nutzt als atomare Referenz die Hyperfeinkomponenten des R115 (20-1) Übergangs im Jod. Die Frequenz wird dabei mit Hilfe eines akusto-optischen Modulators so verschoben, dass die Frequenz des Lichts etwa der halben Frequenz des Mg-Übergangs entspricht.

Das stabilisierte Licht des Farbstofflasers wird über eine polarisationserhaltende Faser zum Fallentisch transferiert und frequenzverdoppelt. Die resonante Frequenzverdopplung [79] basiert auf dem nichtlinearen Kristall BBO, mit dessen Hilfe Ausgangsleistungen von etwa 100 mW erreicht werden.

Das aufgrund von Walk-off stark astigmatische UV-Licht wird hinter der Frequenzverdopplung durch ein aus vier Elementen bestehendes Linsensystem geformt [68]. Anschließend durchläuft das Licht hintereinander zwei AOMs. Der erste wird zum Schalten des MOT-Lichts verwendet und besitzt eine Beugungseffizienz von 80%. Er sorgt außerdem für eine Frequenzverschiebung des Lichts von  $-80$  MHz also gerade einer Linienbreite  $\Gamma$ , bei der die MOT in diesem Experiment betrieben wurde. Der zweite AOM nutzt das vom ersten AOM nicht gebeugte Licht zum Schalten eines Zeeman-Bremsstrahls.

Hinter dem ersten AOM wird der MOT-Strahl durch ein Aufweitungsteleskop

---

<sup>5</sup>Coherent, Verdi V10.

auf eine Strahltaile von  $13,6 \times 9,9 \text{ mm}^2$  vergrößert [68] und anschließend mittels eines Systems aus fünf Polstrahlteilern und  $\lambda/2$ -Wellenplättchen auf die sechs MOT-Strahlen aufgeteilt.

Da die UV-Strahlen aufgrund des verhältnismäßig geringen Impulsübertrags im AOM nur sehr schwach voneinander getrennt werden, sind lange Strecken nötig, bevor die 1. Beugungsordnung abgetrennt werden kann. Zusammen mit den Strahlformungen hinter dem Resonator und der Aufweitungsoptik ergibt sich somit eine lange Strecke von mehreren Metern bis zum Experiment. Hierdurch können kleine Strahllageschwankungen beträchtliche Amplituden annehmen. Hinter dem Aufweitungsteleskop konnten tatsächlich solche Schwankung in der Größenordnung von 10% des Strahlradius beobachtet werden, die letztendlich in Positionsänderungen der MOT resultierten. Als Ursprungsort für diese Strahllageschwankungen konnte die Frequenzverdopplung identifiziert werden, in der vermutlich thermische Effekte im Kristall die Hauptrolle spielen. Da eine stabile Singulett-MOT-Position essentiell für ein konstantes Anregungsniveau durch den ortsfesten Spektroskopielaser und eine Detektion mit der Triplet-MOT (siehe Abschnitt 5.1.5) ist, wurde vor dem ersten Schalt-AOM eine kommerzielle Strahllagestabilisierung<sup>6</sup> installiert. Hiermit konnte die Strahllageschwankungen vor der Fallenapparatur um etwa einen Faktor 4 reduziert werden.

### Singulett-MOT

Die Singulett-MOT wird aus sechs unabhängigen Strahlen gebildet, wodurch ein gutes Ausbalancieren der Intensität ermöglicht wird. Nach der Strahlauftteilung durchlaufen diese zunächst  $\lambda/4$ -Wellenplättchen zur Erzeugung der benötigten zirkularen Polarisation der MOT und werden anschließend durch Überlagerungsspiegel transmittiert, auf denen eine Überlagerung mit den Strahlen bei 383 nm für die Detektion im Triplet-System stattfindet (siehe Abschnitt 5.1.5). Ein weiteres dichroitisches Wellenplättchen hat nur Auswirkungen auf die Polarisation von 383 nm, so dass die zirkulare Polarisation erhalten bleibt. In Kombination mit einem Zeeman-Abbremsstrahl, der entgegengesetzt zu dem Atomstrahl aus dem Ofen verläuft und der das Quadrupolmagnetfeld der MOT ausnutzt, können für lange Ladezeiten von  $>10 \text{ s}$  Atomzahlen von bis zu  $10^9$  erreicht werden. In dem hier durchgeführten Experiment wird allerdings mit deutlich verkürzten Ladezeiten im Bereich von 100 ms gearbeitet. Die Laderate beträgt  $1 \times 10^7 / (100 \text{ ms})$ . Die Temperatur, die hier erreicht werden kann, ist durch das Dopplerlimit von  $\vartheta_D = \hbar\Gamma / (2k_B) = 1,9 \text{ mK}$  begrenzt. Typische Temperaturen der Singulett-MOT bei einer Verstimmung der Kühllasers von  $\Gamma$  liegen leicht darüber im Bereich von 3-4 mK.

In Abbildung 5.3 ist ein Dopplerprofil der Atomwolke dargestellt. Es wurde durch Einstrahlen eines  $\pi$ -Pulses des Spektroskopielasers und anschließender De-

<sup>6</sup>TEM-Messtechnik, BeamLock 4D V.6.0.

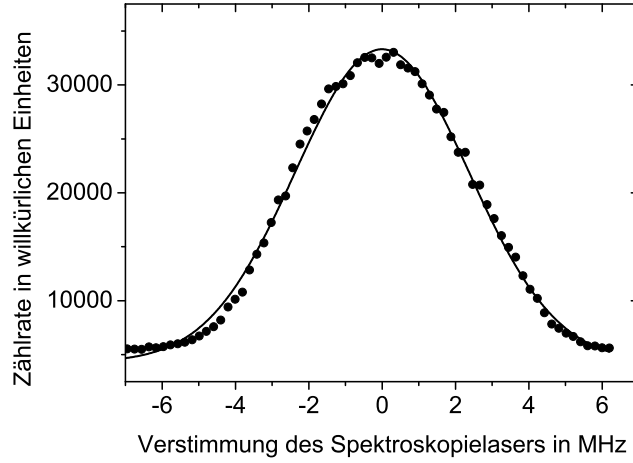


Abbildung 5.3: Dopplerprofil der Singulett-MOT. Die Geschwindigkeitsklassen können mit dem Spektroskopielaser bei 457 nm präzise adressiert werden. Die Linie zeigt eine angepasste Gaußfunktion nach Gleichung 5.2.

tektion der angeregten Atome mit Hilfe der in Abschnitt 5.1.5 beschriebenen Methode des electron-shelving im Triplett-System gemessen. Die gezeigte Verteilung entspricht einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$F(v_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_{rms,1D}} e^{-v_x^2/(2v_{rms,1D}^2)}. \quad (5.2)$$

Die Geschwindigkeit  $v_{rms,1D}$  des Ensembles kann wie dargestellt durch Anpassen einer Gaußfunktion an das Ensemble oder gemäß  $v_{rms,1D} = \text{HWHM}/\sqrt{\ln 4}$  bestimmt werden. Die Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich aus der Dopplerverschiebung des Übergangs  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  und beträgt  $2,2 \text{ MHz}/(\text{m/s})$ . Somit ergibt sich eine Temperatur für das dargestellte Ensemble von  $\vartheta = v_{rms,1D}^2 M/k_B = 3,3 \text{ mK}$ . Dies ist in guter Übereinstimmung mit früheren Daten, bei denen die Temperatur über eine Messung der Ausdehnung des Ensembles bestimmt wurde.

#### 5.1.4 Spektroskopielaser

In diesem Abschnitt wird der für die Spektroskopie verwendete Diodenlaser vorgestellt. Während für die meisten der im nächsten Kapitel dargestellten Charakterisierungen der Systematik des Mg-Frequenzstandards ein am Experiment vorhandener Resonator im blauen Wellenlängenbereich verwendet wurde, konnte für die eigentliche Frequenzmessung bereits ein in dieser Arbeit geplanter und aktuell noch in einer Optimierung befindlicher neuer Hochfinesse-Resonator bei 914 nm für die Stabilisierung des frequenzverdoppelten Diodenlasers verwendet werden. Beide alternativen Systeme werden hier vorgestellt und anschließend wird der Strahlen-

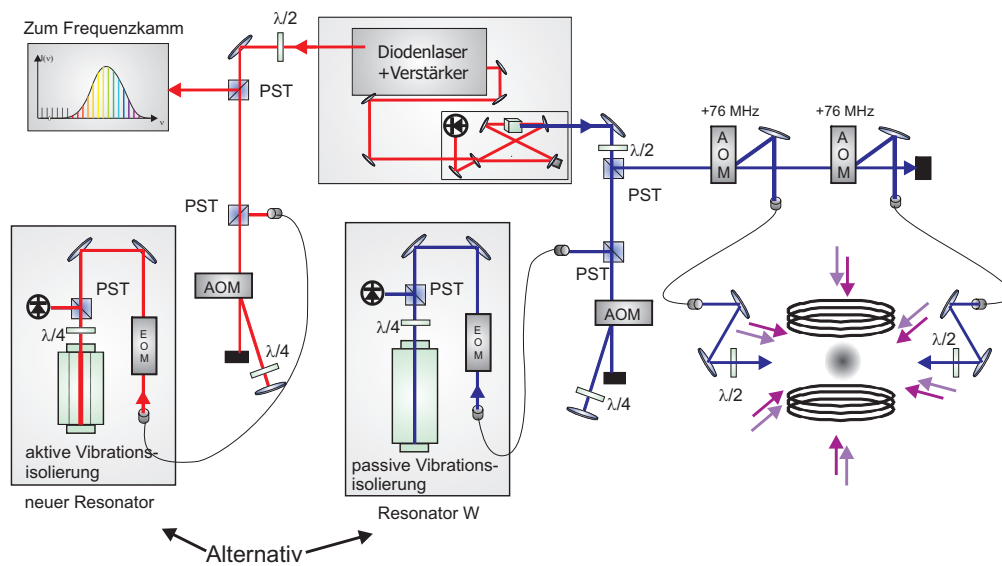


Abbildung 5.4: Aufbau der auf einem frequenzverdoppelten Diodenlaser basierenden Spektroskopie. Es wurde alternativ ein Resonator hoher Finesse im blauen bzw. im infraroten Spektralbereich verwendet. Das Licht der Grundwelle wird mit Hilfe des Frequenzkammgenerators gemessen. Die zeitliche Pulsformung geschieht durch zwei AOMs. Weitere Eigenschaften der Resonatoren sind in Tabelle 5.1 angegeben.

gang für die Spektroskopie beschrieben. Ein Überblick über das gesamte System ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

### Frequenzverdoppelter Diodenlaser

Der in dieser Arbeit verwendete Spektroskopielaser basiert auf einem frequenzverdoppelten Diodenlaser mit Trapezverstärker<sup>7</sup>.

Der im Littrow-Design aufgebaute Diodenlaser bei der Wellenlänge 914 nm wird über ein Bias-T mit einer Frequenz von 20 MHz für eine Stabilisierung des Frequenzverdopplungsresonators mittels PDH-Technik moduliert. Die von Haus aus sehr starke Modulation konnte um 30 dB mit HF-Abschwächern stark verringert werden, ohne eine signifikante Verschlechterung der Stabilisierungseigenschaften zu bewirken. Seitenbänder im infraroten aber auch im frequenzverdoppelten blauen Spektralbereich, die zu einem kleinen Anteil auch durch den Resonator transmittiert werden, konnten damit deutlich unterdrückt werden.

Mit Hilfe eines in der Nähe der Laserdiode angebrachten Feldeffekt-Transistors kann zusätzlich die Frequenz für Regelungszwecke moduliert werden. Die maximal erreichte Regelbandbreite liegt hiermit im Bereich von 700 kHz. Die Ausgangsleistung wird nach Passieren eines teildurchlässigen Spiegels, an dem etwa 5 mW für eine Stabilisierung und Frequenzmessung abgespalten werden, in einen Tra-

<sup>7</sup>Toptica Photonics, TA-SHG-110.

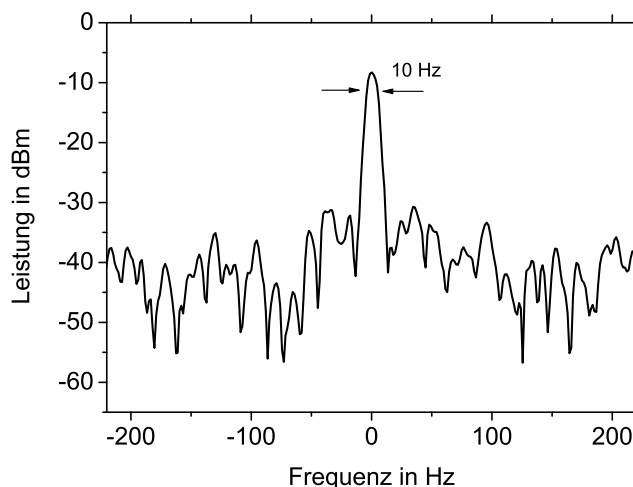


Abbildung 5.5: Schwebungsmessung zwischen dem stabilisierten, Spektroskopielaser und dem Ca-Spektroskopielaser der Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt (PTB). Die Schwebung wird bei einer effektiven Frequenz von 48 THz durchgeführt. Abtastdauer: 700 ms, Auflösungsbandbreite: 10 Hz.

pezverstärker injiziert und verstärkt. Anschließend wird das Licht in einer auf dem nichtlinearen Kristall  $\text{KNbO}_3$  basierenden resonanten Frequenzverdopplung in den blauen Wellenlängenbereich konvertiert. Die maximale Ausgangsleistung dieses Systems beträgt 250 mW. Nach einer aus zwei Zylinderlinsenpaaren bestehenden Strahlformung wird das Licht bei 457 nm auf zwei Pfade aufgeteilt. Der erste wird, wie in Abbildung 5.4 dargestellt, für eine Stabilisierung auf einen Hochfinesse-Resonator verwendet und mit dem Hauptanteil wird die Spektroskopie an Magnesium betrieben.

### Stabilisierung bei 457 nm

Die meisten, der im Kapitel 6 dargestellten, systematischen Untersuchungen wurden mit einem Resonator, der bei einer Wellenlänge von 457 nm arbeitet und im folgenden als *Resonator W* bezeichnet wird, durchgeführt. Für die eigentliche Frequenzmessung wurde jedoch bereits der neue im Aufbau befindliche Resonator bei 914 nm eingesetzt. Im Vergleich zu den früheren Messungen am Atomstrahl wurde aber der Aufbau für die Erzeugung des Fehlersignals optimiert. Der elektro-optische Modulator (EOM), der die für eine PDH-Detektion nötige Phasenmodulation des Lichts erzeugt, ist nun direkt auf einer an Seilen aufgehängten, schwingungsgedämpften Plattform des Resonators installiert. Das System ist dadurch deutlich weniger anfällig für eine mögliche Rest-Amplitudenmodulation, wie sie durch Reflexionen in einer kurzen Faser mit senkrechten Facetten leicht verursacht werden kann [102].

Die Linienbreite dieses Systems wurde über das Fasernetzwerk (siehe Abschnitt 5.3) gegen einen hochstabilen Ca-Laser mit einer Linienbreite auf Hz-Niveau gemessen [103, 104]. Das Spektrum der Schwebungsmessung, das bei einer effektiven Frequenz von 48 THz erzeugt wird, ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Linienbreite der Schwebungsmessung beträgt 10 Hz und ist durch den Mg-Spektroskopielaser begrenzt. Dies kann jedoch nur als obere Grenze gesehen werden, da im blauen ausgeregelte Rauschbeiträge des Trapezverstärkers und der Frequenzverdopplung im infraroten Bereich zu einer erhöhten Linienbreite führen können. Eine exakte Analyse des Rauschverhaltens kann nur über eine Schwebungsmessung direkt bei 457 nm erfolgen.

### Neue Infrarot-Resonatoren

In den vergangenen Jahren wurden große Fortschritte beim Design von ultrastabilen Resonatoren gemacht. Zwar konnte bereits 1999 [105] ein Farbstofflaser mit sub-Hz Linienbreite bzw. 2006 ein Diodenlaser mit 1 Hz Linienbreite [104] demonstriert werden, allerdings waren die Anforderungen an die Umgebung aufgrund einer Sensitivität von  $100 \text{ kHz}/(\text{m}/\text{s}^2)$  auf akustische und mechanische Vibrationen hoch. Als Vibrationsisolierung diente für die horizontal gehaltenen Resonatoren z. B. eine Arbeitsfläche, die an Seilen von der Decke aufgehängt wurde. In anderen Aufbauten wurde die Einkopplung von mechanischem Rauschen durch eine Aufhängung an Federn im Vakuum gedämpft. Problematisch ist hier besonders, dass bei einem solchen System Pendelschwingungen angeregt werden können.

Im Gegensatz zu früher verwendeten zylinderförmigen Resonatoren, die von unten z. B. durch Viton-Elemente unterstützt wurden, ist der neue Ansatz die Resonatoren durch seitliche Aussparungen in der Nähe der Symmetrieachse zu lagern. Hiermit konnte die Sensitivität auf vertikale Beschleunigungen um mehr als zwei Größenordnungen und auf horizontale Beschleunigungen um mehr als einen Faktor zehn verringert werden [103, 106]. Die genaue Lage der Auflageflächen wurden mit Hilfe der Finite-Elemente-Methoden optimiert.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Spektroskopielaser, der früher auf einem Farbstofflaser bei 457 nm basierte, durch einen frequenzverdoppelten Diodenlaser bei 914 nm ausgetauscht. Dadurch kann nun ein Resonator im infraroten Spektralbereich zur Stabilisierung eingesetzt werden. Hier können hohe Reflektivitäten der dielektrischen Schichten realisiert werden und damit Finessen im Bereich von mehreren 100 000 und folglich eine deutlich steilere Flanke des Fehlersignals als beim bisher verwendeten Resonator W mit einer Finesse von 39 000 erreicht werden. Zusätzlich ist durch die erwähnten Fortschritte im Design der Resonatoren eine geringere Sensitivität auf Rauschquellen zu erwarten. Daher wurde mit der Realisierung eines neuen Referenzresonators für den Spektroskopielaser begonnen und dieser konnte bereits für die aktuellen Frequenzmessungen eingesetzt werden.

Neben den horizontal aufgehängten Resonatoren existieren weitere Designs, bei

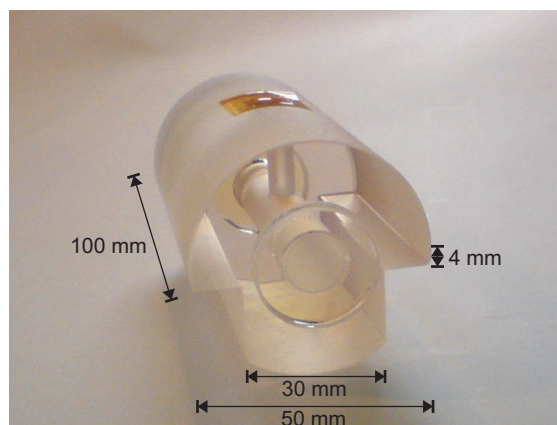


Abbildung 5.6: Abstandshalter und Spiegel der neuen Resonatoren. Die exakte Position der Auflageflächen wurde mit Hilfe von Finite-Elemente-Methoden berechnet, um die Empfindlichkeit der Resonatorlänge auf mechanischen Vibrationen zu minimieren.

denen die Achse vertikal ausgerichtet ist. Diese in der Mitte unterstützten Varianten weisen eine sehr niedrige Sensitivität auf vertikale Beschleunigungen auf [107, 108]. Das für das Magnesium-Experiment gewählte Modell basiert auf einer horizontalen Lagerung. In Abbildung 5.6 ist ein Foto mit den Bemaßungen gezeigt. Für die Vibrationsisolierung wurde ein aktives Modell der Firma Halcyonics<sup>8</sup> gewählt. Die Berechnungen für das Design und für die optimale Position der Auflagefläche wurden von T. Rosenband (NIST) durchgeführt. Bei diesem Design kann die Sensitivität für vertikale Beschleunigungen durch den axialen Abstand der Auflagepunkte eingestellt werden und weist sogar einen Nulldurchgang auf [109]. Der theoretisch optimale Abstand für quadratische Auflageflächen der Breite 9 mm beträgt etwa 80 mm und muss für eine minimale Sensitivität auf horizontale Beschleunigungen möglichst symmetrisch angeordnet sein. Für eine Abweichung des axialen Abstandes von 1 mm vom optimalen Wert ergibt sich gemäß der Simulation eine Sensitivität von 1 kHz/(m/s<sup>2</sup>). Eine optimale Einstellung kann aber nur durch systematische Untersuchungen gefunden werden.

Als Material für den Abstandshalter der Spiegel wurde ULE<sup>9</sup> gewählt. Dieses Glas besitzt einen geringen Koeffizienten für thermische Längenausdehnung. Der Koeffizient kann während des Herstellungsprozesses sogar so eingestellt werden, dass er einen Nulldurchgang bei einer ausgewählten Temperatur aufweist und daher sehr insensitive auf Temperaturschwankungen reagiert.

Bereits während der Frequenzmessung konnte einer der Resonatoren, in einer zunächst bzgl. der Auflagepunkte unoptimierten Variante, aufgebaut werden. Durch Vergleich über eine Glasfaserverbindung (siehe Abschnitt 5.3) mit einem hochstabilen Laser der PTB konnte die Linienbreite zu unter 1 Hz bei der Fre-

<sup>8</sup>Halcyonics, Micro 80.

<sup>9</sup>Corning Inc., Ultra-low expansion glass.



	Resonator W	neuer Resonator
Material	ULE	ULE
Länge	160 mm	100 mm
Radius des gekrümmten Spiegels	1200 mm	1000 mm
Zentralwellenlänge	457 nm	914 nm
Gemessene Finesse $\mathcal{F}$	39 000	600 000
Gemessene Linienbreite des stabilisierten Lasers bei 48 THz	10 Hz	1 Hz
Vibrationsisolierung	passiv	aktiv

Tabelle 5.1: Zusammenfassung zentraler Eigenschaften der in dieser Arbeit verwendeten Resonatoren für die Stabilisierung des Spektroskopielasers.

quenz von 48 THz bestimmt werden [110]. Umgerechnet ergibt sich daraus eine obere Grenze von 45 Hz bei 914 nm. Bei einer gleichzeitig kleineren maximalen Driftrate von unter  $\delta_t = \pm 0,5$  Hz/s, die gleichbedeutend ist mit einer höheren Genauigkeit für eine Frequenzmessung, wurde dieser Resonator bereits für die relevanten Messungen zur Bestimmung der Frequenz des Interkombinationsübergangs an kalten Magnesium eingesetzt. In Tabelle 5.1 sind die relevanten Daten des neuen und alten Resonators zusammengefasst.

In [111] konnte gezeigt werden, dass die Kurzzeitstabilität eines Resonators hoher Finesse durch das thermische Rauschen der Spiegelsubstrate begrenzt ist. Für den neuen Resonator wurde daher alternativ zu einem voll auf ULE basierendem Design, ein Modell mit Spiegelsubstraten aus Quarzglas bestellt, das aufgrund der erhöhten mechanischen Güte ein geringeres thermisches Rauschen aufweist. Eine Optimierung bzgl. der Sensitivität auf Beschleunigung und eine Untersuchung zur Verringerung des thermischen Rauschens in den Spiegelsubstraten durch Verwendung von Quarzglassubstraten ist aktueller Forschungsgegenstand [112].

## Spektroskopiestrahlangang

Der Strahlengang des Spektroskopielasers ist in Abbildung 5.4 gezeigt. Die für die Ramsey-Bordé Spektroskopie benötigten Lichtpulse werden durch zwei AOMs erzeugt, die in +1. Beugungsordnung bei einer Frequenz von 76 MHz betrieben werden. Für die Anbindung an eine atomare Resonanz wird diese Frequenz in der Größenordnung der realisierten Auflösung moduliert (s. Abschnitt 5.2.2). Die präzise Ansteuerung dieser AOMs werden von zwei Pulsgeneratoren<sup>10</sup> mit Einstellschritten von 200 ns übernommen. Hinter den AOMs wird das Licht jeweils in eine 5 m lange polarisationserhaltende Einmoden-Faser eingekoppelt und zur Experimentierkammer transferiert. Hier wird das Licht mit Kollimationsobjektiven hoher

<sup>10</sup>Quantum Composers, 9300 Series Pulse Generator.

Qualität<sup>11</sup> mit einer Brennweite von  $f = 25$  mm auf einen Strahlradius von 2,0 mm kollimiert. Mit Hilfe von einem  $\lambda/2$ -Verzögerungsplättchen wird die Polarisation eingestellt. Bei optimaler Kollimation konnte nach Durchlaufen die Kammer eine Kopplungseffizienz von etwa 55% in die gegenüberliegende Faser erreicht werden.

Die Frequenzmessung des Laserlichts findet im infraroten Spektralbereich bei 914 nm statt. Die zweite Harmonische dieses Lichts ist um 76 MHz zum atomaren Übergang frequenzverschoben.

### 5.1.5 Detektion mittels electron-shelving

Im Anschluss an die Interferometriesequenz muss die Anzahl der Atome in einem der beiden Interferometerausgänge gemessen werden. Die einfachste Möglichkeit besteht darin, die Fluoreszenz, die aus der spontanen Emission der angeregten Atome resultiert, direkt zu messen. Aus dem begrenzten Raumwinkel und der Quanteneffizienz des verwendeten Photoelektronenvervielfachers<sup>12</sup> folgt allerdings eine Nachweiswahrscheinlichkeit von etwa  $1 \times 10^{-4}$  pro angeregtem Atom. Aufgrund der verhältnismäßig großen Geschwindigkeitsverteilung der Magnesiumatome und der großen Sättigungsintensität des Übergangs sind auch nur wenige Prozent der Atome durch die zur Verfügung stehende Leistung von etwa 40 mW im Interferometerzyklus anregbar, wie in Kapitel 2.2.1 dargestellt. Das erreichbare Signal würde daher durch das Schrotrauschen der detektierten Photonen limitiert. Zusätzlich ist die Lebensdauer des  $^3P_1$ -Zustands mit 5 ms verhältnismäßig groß, so dass sich die Atomwolke in dieser Zeit stark ausdehnt und daher über eine relativ lange Zeit aus einem großen Raumwinkel detektiert werden müsste. Dies würde zu weiteren Rauschbeiträgen durch Streulicht führen.

Aus diesen Gründen wurde in früheren Arbeiten [113, 114] ein shelving-Detektionsverfahren ähnlich dem in [115] vorgeschlagenen benutzt, um die Anzahl der im Grundzustand verbliebenen Atome zu messen. Hierbei wurde der schnelle  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ -Übergang verwendet, um eine hohe Photonenausbeute pro Atom zu realisieren. Nach der Interferometriesequenz wurde durch Wiedereinfangen der Atome im Grundzustand in der MOT eine große Streurate erzielt. Gleichzeitig verließen die meisten angeregten Atome aufgrund ihrer langen Lebenszeit und der radialen Geschwindigkeit von  $v_{rms,2D} = 1,4$  m/s das Wiedereinfangvolumen. Da hier allerdings ein kleiner Verlust aus einem großen Reservoir gemessen wurde, wurde mit einer Repetitionsrate von 51 Hz über 20 Zyklen gemittelt und anschließend die Population im stationären Zustand, der sich nun unter Berücksichtigung dieses zusätzlichen Verlustprozesses ergibt, gemessen. Mit Hilfe dieser Methode konnten Stabilitäten im Bereich von  $10^{-13}$  in 1 s erreicht werden. Allerdings wurde schon in [113] angemerkt, dass sich dieses Verfahren nicht für die Interferometrie in zukünftigen Messungen beispielsweise mit ultrakalten Atomen eignet, da die angeregten

<sup>11</sup>Bernhard Halle, ORK 1,025.

<sup>12</sup>electron tubes, 9893/350B mit Quanteneffizienz von 25% bei 383 nm.

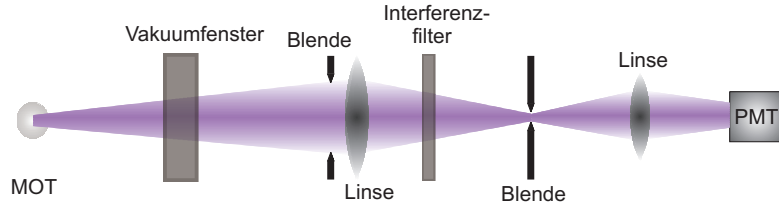


Abbildung 5.7: Aufbau der Detektion mit Hilfe eines Photoelektronenvervielfachers. Die erste Blende definiert den Raumwinkel der Detektion. Mittels eines Interferenzfilters und einer zweiten Blende im Fokus der ersten Linse können Hintergrund- und Streulicht effektiv abgeschirmt werden. PMT: Photoelektronenvervielfacher.

Atome nun nicht mehr schnell genug sind, um das Wiedereinfangvolumen zu verlassen, bevor sie in den Grundzustand zerfallen. Des Weiteren ist es prinzipiell für ein gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis ( $S/N$ -Verhältnis) günstiger, die Anzahl der angeregten Atome zu detektieren, anstelle der Messung eines kleinen Verlusts aus einem großen Reservoir.

In dieser Arbeit wurde erstmals eine Detektion der Population des angeregten Zustands mittels der Methode des electron-shelving getestet. Dazu wird mit dem in dieser Arbeit entwickelten Lasersystem (siehe Kapitel 4) zunächst der Übergang  $^3P_1 \rightarrow ^3D_2$  resonant getrieben, um die Atome aus dem angeregten Interferometerausgang in den Detektionszyklus zu überführen. Durch die spontane Emission zerfällt der obere Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1/3$  in das Niveau  $^3P_2$  und befindet sich damit im geschlossenen  $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$ -Übergang, auf dem eine hohe Streurrate pro Atom realisierbar ist und damit das Photonenschrottrauschen stark unterdrückt wird. Die Photonenstreurrate  $\Gamma_p$  auf diesem Übergang lässt sich anhand der Linienbreite des Übergangs  $\Gamma = 2\pi \cdot 26$  MHz und einer typischen Sättigung des Übergangs von  $s_0 = 0,1$  bei einer Leistung von  $1,5$  mW pro Strahl gemäß [116]

$$\Gamma_p = \frac{s_0 \Gamma / 2}{1 + s_0 + (2 \cdot 2\pi \delta_L / \Gamma)^2} \quad (5.3)$$

berechnen. Bei einer Verstimmung  $2\pi\delta_L = \Gamma$  ergibt sich eine Photonenstreurrate pro Atom von  $\Gamma_p = 1,3 \times 10^6$  1/s. Unter Berücksichtigung der Nachweiswahrscheinlichkeit pro Photon folgt, dass  $0,15$  Photonen pro Atom und ms detektiert werden. Damit das Photonenschrottrauschen nicht das Quantenprojektionsrauschen der Atome dominiert, müssen pro Atom mehrere Photonen detektiert werden. Für die Detektionsdauer wurden daher  $50$  ms gewählt. Mit dieser Methode sind Ramsey-Strukturen komplett ohne Mittelungsprozess auflösbar (siehe Abschnitt 5.2.1).

Der Aufbau für die Detektion ist in Abbildung 5.7 gezeigt. In einem Abstand von  $236$  mm von der Atomwolke wird das Licht der Triplet-MOT mit einer Linse auf eine Blende fokussiert, um den Raumwinkel für das Hintergrundstreulicht der

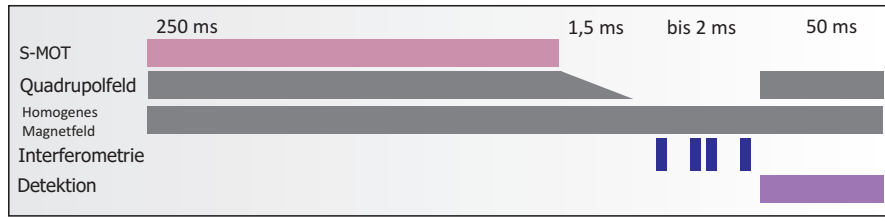


Abbildung 5.8: Zeitlicher Ablauf der Spektroskopiesequenz. Die Gesamtdauer für einen Zyklus mit Initialisierung beträgt 400 ms.

Laser bei 383 nm zu minimieren. Zusätzlich wird ein Bandpass-Interferenzfilter<sup>13</sup> mit einer optischen Dichte von größer als 6 bis zu einer Wellenlänge von 700 nm und einer Bandbreite von 50 nm bei 377 nm benutzt, um Hintergrundlicht im sichtbaren Spektralbereich zu reduzieren. Anschließend bündelt eine weitere Sammellinse das Licht für die Detektion im Photoelektronenvervielfacher. Das so erreichte Verhältnis von Signal zu Hintergrundzählrate beträgt mindestens 4.

### 5.1.6 Messzyklus

In Abbildung 5.8 ist der im Experiment typischerweise verwendete zeitliche Zyklus skizziert. Zunächst werden die Atome während einer 250 ms dauernden Ladephase in der MOT akkumuliert. In dieser Zeit sind sowohl die MOT-Strahlen als auch der Zeeman-Abbremsstrahl eingeschaltet. Anschließend werden die Laser bei 285 nm abgeschaltet und das Quadrupolmagnetfeld heruntergefahren. Während dieses 1,5 ms dauernden Zeitfensters wird zusätzlich das Restlicht bei 285 nm mit einer mechanischen Blende komplett vom Experiment getrennt. Eine signifikante AC-Stark-Verschiebung durch das Restlicht konnte zwar im Rahmen der Messgenauigkeit nicht beobachtet werden (siehe Abschnitt 6.2.3), jedoch wurde eine Erhöhung der Interferenzsignalamplitude um etwa einen Faktor von drei erreicht. Dies kann durch eine geringe Streurrate während der Interferometrie erklärt werden, da jede Streuung eines Photons bei dieser Wellenlänge zu einer Zerstörung der Kohärenz im Interferometer führt.

Im nächsten Schritt findet die Interferometrie an den frei fallenden Atomen statt. Während alle übrigen Ereignisse direkt vom Computer getriggert werden, wird für die Interferometrie nur der Startzeitpunkt vom Computer vorgegeben. Die Pulsformung wird dann von programmierbaren Pulsgeneratoren übernommen. Der Pulsabstand der kopropagierenden Pulse wird dabei entsprechend der gewünschten Auflösung eingestellt und für die Dunkelzeit zwischen dem zweiten und dritten Puls 20  $\mu$ s gewählt, um eine Überlagerung der Pulse sicher auszuschließen. Die Frequenz des Schalt-AOMs für das Licht bei 383 nm, das den  $^3P_1$ -Zustand adressiert, wird während der Interferometrie zusätzlich verschoben, um die Resttransmission

<sup>13</sup>Edmund Optics EO-NT48-071,  $T = 93\%$ , Bandbreite 50 nm bei 377 nm.

durch die Fasern zu minimieren und damit einen möglichen AC-Stark-Effekt auf die Interkombinationslinie zu vermeiden.

Während der gesamten Zykluszeit ist ein homogenes Feld an den Atomen angelegt, das für eine Aufhebung der Entartung der Zeeman-Unterstufen sorgt. Direkt nach der Interferometrie wird das Quadrupolfeld wieder eingeschaltet und die Detektion findet wie in Abschnitt 5.1.5 dargestellt mit Hilfe der Methode des electron-shelving im Triplett-System von Mg statt. Da das Magnetfeld zunächst schnell ansteigt und für die Triplett-MOT nur ein kleines Quadrupolfeld benötigt wird, werden die Laser sofort miteingeschaltet.

Für den Fall, dass während der Sequenz ein Laser oder eine Frequenzverdopplung aus dem Lock fällt, wird dies über eine Abnahme des Fluoreszenzsignals automatisch detektiert und der Messpunkt nicht für eine Generierung des Fehler-signals herangezogen. Stattdessen wird die vorher bestimmte Drift des Resonators kompensiert und sobald der Fehler manuell zurückgesetzt wird, die Messaufnahme fortgeführt. Kurze Zeiten ohne atomares Signal können damit überbrückt werden.

Die Gesamtlänge der Sequenz beträgt mindestens  $T_c = 400$  ms. Dies war durch die Initialisierungen der für die Experimentsteuerung verwendeten Digital- und Analogkarten begrenzt. Mit einer deutlich verkürzten Ladephase der Atome auf 100 ms konnte die selbe Stabilität erreicht werden, woraus geschlossen werden kann, dass die Messung nicht durch die Atomzahl begrenzt ist. Durch eine Verkürzung der Zeit für die Initialisierung des Messzykluses darf daher gemäß Gleichung 5.8 eine deutlich verbesserte Stabilität erwartet werden.

## 5.2 Stabilität des Frequenzstandards

Im folgenden Abschnitt wird anhand von Ramsey-Bordé-Interferenzmustern die Kurzzeitstabilität des realisierten Systems charakterisiert. Im zweiten Teil wird die Anbindung des hochstabilen Lasers an die atomare Referenz dargestellt.

### 5.2.1 Optimierung der Stabilität des Frequenzstandards

Mit dem in Abschnitt 5.1 dargestellten Aufbau konnten die ersten Ramsey-Bordé-Interferenzsignale an der neuen Fallenapparatur erzeugt werden. In Abbildung 5.9 sind typische Interferenzmuster für verschiedene Auflösungen in der Größenordnung von 1 kHz gezeigt. Die Zykluszeit für einen Messpunkt beträgt 400 ms. Alle dargestellten Punkte sind ohne Mittelung aufgenommen. Anhand dieser Daten lässt sich eine Abschätzung über die zu erwartende Stabilität durchführen.

#### Allan-Standardabweichung

Die Allan-Standardabweichung [117] stellt ein Werkzeug für die Charakterisierung des Rauschens auf unterschiedlichen Zeitskalen dar. Mit ihr kann eine Abschät-

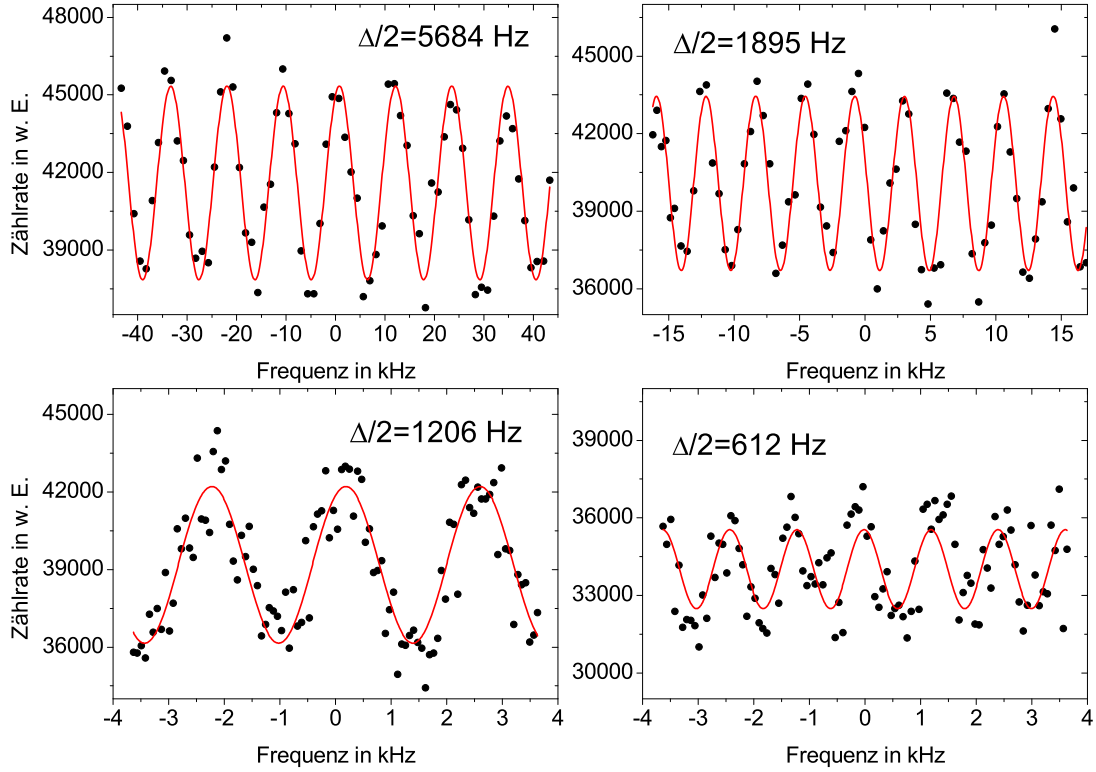


Abbildung 5.9: Interferenzsignale mit verschiedenen Auflösungen zur Untersuchung der Stabilität des Frequenzstandards. Auf der y-Achse, deren Skalierung in allen Graphen identisch ist, ist die Frequenzverstimmung gegen die atomare Übergangsfrequenz bei 457 nm angegeben. Für die höchste Auflösung  $\Delta/2$  ist eine deutliche Abnahme der Signalamplitude zu erkennen.

zung über die Messzeit gewonnen werden, die benötigt wird, um eine gewünschte Standardabweichung des Messergebnisses zu erlangen. Insbesondere wird hierzu oft die sogenannte relative 2-Punkt-Allanstandardabweichung verwendet, die im Folgenden einfach mit Allan-Standardabweichung bzw.  $\sigma_y(\tau)$  bezeichnet wird.

Zur Berechnung dieser wird zunächst die Differenz der Frequenzmittelwerte ( $\bar{\nu}_{\tau,i} - \bar{\nu}_{\tau,i+1}$ ) zeitlich aufeinanderfolgender Intervalle  $i$  mit der Integrationszeit  $\tau$  gebildet. Anschließend muss der Erwartungswert der Quadrate dieser Werte gebildet werden und die Allan-Standardabweichung ergibt sich als Wurzel aus der Hälfte des Erwartungswertes. Zur Normierung wird das Ergebnis durch die Absolutfrequenz geteilt:

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\nu_0} \sqrt{\frac{1}{2} \langle (\bar{\nu}_{\tau,i} - \bar{\nu}_{\tau,i+1})^2 \rangle}. \quad (5.4)$$

Bei statistischer Unabhängigkeit der Einzelmessungen  $\bar{\nu}_i$  gilt  $\sigma_y(\tau) \propto \sqrt{1/\tau}$ .

Für eine experimentelle Bestimmung der Allan-Standardabweichung müssen zwei Frequenzstandards oder Oszillatoren miteinander verglichen werden. Sichtbar ist dann immer der Oszillator, der die geringere Stabilität aufweist bzw. eine Kombination aus dem Rauschen beider Systeme, wenn sie in der selben Größenordnung liegen. In Abbildung 5.17 ist die Allan-Standardabweichung des Vergleichs unterschiedlicher Frequenznormale gegen den Mg-Frequenzstandard gezeigt.

### Kurzzeitstabilität des Mg-Frequenzstandards

Für eine Abschätzung der Kurzzeitstabilität kann aber auch die Stabilität des Resonators ausgenutzt werden. Dies ist nützlich, um bereits im Vorfeld eines Frequenzvergleichs eine optimale Auflösung auszuwählen.

Dazu wurden an die Messwerte eine Kosinusfunktion mit einer mittleren Anregung von  $p_m$ , einer Signalamplitude  $S$  und einem Frequenznullpunkt  $\nu_c$  numerisch angepasst:

$$p_e(\nu) = p_m + S \cdot \cos(2\pi(\nu - \nu_c)/\Delta). \quad (5.5)$$

Die Periode der Oszillation ergibt sich aus dem eingestellten Pulsabstand  $\Delta \approx 1/(2T)$  und wurde daher fest vorgegeben. Aus den Residuen  $\Delta p_e$ , also der Differenz zwischen Messwerten und einer angepassten Funktion nach Gleichung 5.5, kann die Stabilität des Frequenznormals abgeschätzt werden.

Hier müssen zwei Regimes unterschieden werden. Auf den Extremstellen trägt hauptsächlich Detektions- und Präparationsrauschen zum gesamten Rauschen bei, allerdings ist das Interferogramm hier in 1. Ordnung insensitiv auf Frequenzrauschen des in der Atom-Interferometrie eingesetzten Spektroskopielasers. Auf den Flanken des Signals kann das Laserfrequenzrauschen zu einem erhöhten Gesamtrauschen führen. Durch das Auftreten von Aliasing bei der periodischen Abfrage der Atome trägt auch hochfrequentes Laserrauschen bei. Dies ist der sogenannte Dick-Effekt, der zuerst von G. J. Dick [118] für die Beschreibung von Rauschprozessen bei Mikrowellenstandards behandelt wurde. Während der Präparation und der Signaldetektion findet keine Atom-Licht-Wechselwirkung statt, so dass hier keine Information über die Entwicklung der Laserfrequenz gewonnen wird. Ein hochfrequentes Laserrauschen bei Vielfachen der Zyklusfrequenz ( $1/T_c$ ) führt daher zu einer langsamen Variation des Frequenzoffsets der atomaren Abfrage. Für eine genaue Berechnung dieses Effekts ist ein Frequenzrauschspektrum des Lasers erforderlich. Die Stabilität unter Berücksichtigung des Dick-Effekts kann nach [119] unter der Annahme von weißem Frequenzrauschen  $S_0$  abgeschätzt werden durch

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{S_0}{\tau} \left( \frac{T_c}{2T} - 1 \right)}. \quad (5.6)$$

Bei den mit dem neuen Resonator durchgeführten Messungen der Interferogramme wurde bei unterschiedlichsten Auflösungen keine Abhängigkeit des Rau-

$\Delta/2$ in Hz	T in $\mu\text{s}$	Q in $10^{11}$	S/N	$\sigma_y(1\text{ s})$ in $10^{-13}$
5684	40,6	1,2	4,1	4,2
1895	128,6	3,5	3,0	2,0
1206	204,0	5,4	2,7	1,4
612	405,0	10,7	1,2	1,5

Tabelle 5.2: Zusammenfassung der Parameter und Ergebnisse der Messung aus Abbildung 5.9. Die Auflösungen wurden so gewählt, dass deren ganzzahliges Vielfache der Rückstoßaufspaltung entspricht.

schen von der Position auf dem Interferenzmuster festgestellt. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Stabilitätsdegradierung nicht durch den Dick-Effekt dominiert ist.

Unter der Annahme von frequenzunabhängigen Rauschprozessen (weißem Frequenzrauschen) wird die Instabilität eines auf einen Arbeitspunkt  $\nu_{AP}$  geregelten Oszillators berechnet gemäß [60]

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\nu_0} \frac{\Delta p_e}{\left. \frac{dp_e}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_{AP}}} \sqrt{T_c/\tau}. \quad (5.7)$$

$T_c$  ist die Messzeit für einen Datenpunkt. Mit den Definitionen  $Q = 2\nu_0/\Delta$  und  $\Delta p_e = N$  für das Rauschen folgt

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{KQS/N} \sqrt{T_c/\tau}. \quad (5.8)$$

$K$  ist eine Konstante, die von der Signalform abhängt und für eine sinus- bzw. kosinusförmige Funktion gegeben ist durch  $K = \pi$ .

Anhand von Gleichung 5.8 wurde die Stabilität aus vielen Ramsey-Bordé-Interferenzmustern mit unterschiedlichen Auflösungen und an verschiedenen Tagen bestimmt. In Tabelle 5.2 sind die Parameter und Ergebnisse der Messung aus Abbildung 5.9 dargestellt. In Abbildung 5.10 ist die Stabilität  $\sigma_y(1\text{ s})$  für diese und weitere Auflösungen gezeigt. Die mit dem Resonator W gemessenen Stabilitäten weisen eine deutliche Tageszeitabhängigkeit auf und streuen stärker als die mit dem neuen Resonator gemessenen Werte. Der Grund hierfür sind vermutlich Einkopplungen von Gebäudebewegungen. Die weiteren Betrachtungen in diesem Abschnitt beziehen sich auf die reproduzierbareren Werte, die mit dem neuen Resonator erzielt wurden.

Die kleinste erreichte Instabilität liegt bei  $1,3 \times 10^{-13}$  in 1 s und sie ist damit vergleichbar mit den in [50] erzielten Werten an der früheren Apparatur.

Für geringe Auflösungen oberhalb von 2 kHz wächst die Instabilität direkt mit der Auflösung gemäß Gleichung 5.8 an. In diesem Bereich ist das S/N-Verhältnis konstant. Die gestrichelte Linie in Abbildung 5.10 zeigt die Allan-Standardabweichung für ein S/N-Verhältnis von 3. Das Rauschen in diesem Bereich ist folglich



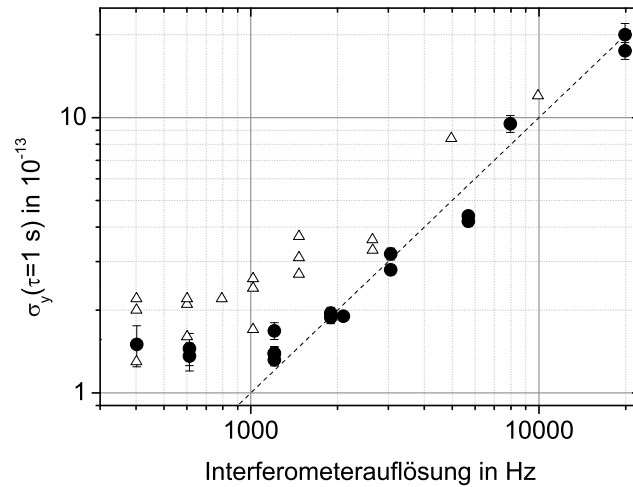


Abbildung 5.10: Allan-Standardabweichung des Frequenzstandards für verschiedene Auflösungen. Als Maß für die Instabilität wurde aus den Interferenzmustern die Allan-Standardabweichung für 1 s berechnet. Die Messungen wurden an unterschiedlichen Tagen aufgenommen. Die *gefüllten Kreise* zeigen die mit dem neuen Resonator gemessene Stabilität und die *offenen Dreiecke* die mit dem Resonator W während eines Tages gemessene Stabilität. *Gestrichelt* eingetragen ist eine theoretische Kurve für ein  $S/N$ -Verhältnis von 3.

auflösungsunabhängig. Die Fluktuation in der Anzahl der detektierten Atome beträgt etwa 3%. Das Quantenprojektionsrauschen ( $QPN$ ) der Anregung kann als Limitierung für die Instabilität ausgeschlossen werden. Für den angeregten Zustand kann es berechnet werden gemäß [120]

$$QPN = \frac{\sqrt{N_0 p_e \cdot (1 - p_e)}}{N_0}. \quad (5.9)$$

Die Anzahl der lasergekühlten Atome beträgt  $N_0 = 2,5 \times 10^7$ , von denen allerdings nur 8,5% zur Interferometrie beitragen [113]. Die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit dieses Anteils beträgt  $p_e = 19\%$  und die Fluktuation der Anzahl der angeregten Atome aufgrund von  $QPN$  berechnet sich zu 0,03%. Sie liegt somit etwa zwei Größenordnungen unterhalb des beobachteten Rauschens.

Das Poissonrauschen der Atomzahl liegt mit 0,3% ebenfalls deutlich unterhalb der beobachteten Schwankungen von 3%. Wahrscheinlicher ist dagegen eine Fluktuation in der Anzahl der an der Interferometrie teilnehmenden Atome  $N_0$ , welche durch technische Einflüsse, wie z. B. Intensitätsrauschen des Kühllasers oder dessen Reststrahlageschwankungen, bestimmt wird, aber auch das Intensitätsrauschen der Detektion ist eine mögliche Fehlerquelle. Eine Verbesserung könnte demnach in Zukunft durch Verwendung einer Intensitätsstabilisierung sowohl für die Präparation der Atome bei 285 nm als auch für die Detektion bei 383 nm erreicht

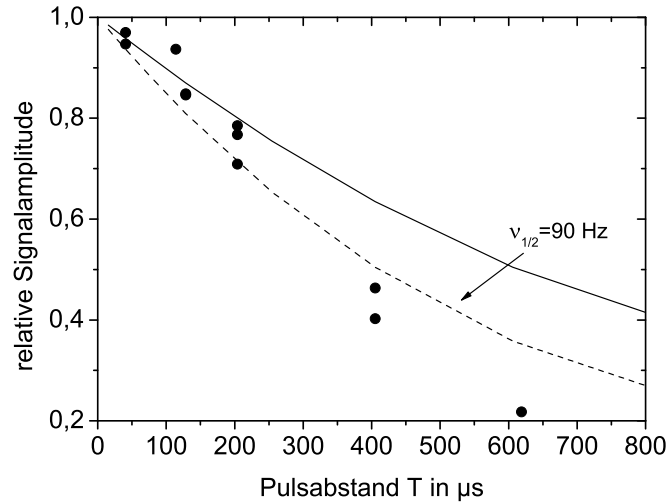


Abbildung 5.11: *Schwarze Punkte:* Gemessene Signalamplitude der Interferogramme bei verschiedenen Pulsabständen  $T$ . Die Daten wurden so skaliert, dass sie bei  $T = 40,6 \mu\text{s}$  mit der berechneten Signalamplitude (*durchgezogene Kurve*), die den Zerfall des angeregten Zustands und die Ausdehnung im Gaußschen Strahlprofil des Lasers berücksichtigt, übereinstimmen. *Gestrichelt* ist die Signalamplitude unter zusätzlicher Berücksichtigung einer Laserlinienbreite von 90 Hz eingezeichnet, wie sie als Obergrenze aus den Schwebungsmessung abgeleitet werden kann. Weitere Effekte können die Signalamplitude zusätzlich verringern.

werden. Zumindest aber wäre damit der Ursprung der Fluktuationen auflösbar. Des Weiteren wäre eine Normierung des Signals durch Messung der beiden Interferometerausgänge denkbar. Aufgrund der unterschiedlichen Detektionseffizienzen im Tripletts- und Singulettssystem, und der damit verbundenen großen Sensitivität auf Frequenz- oder Intensitätsdriften, wurde darauf verzichtet.

Für hohe Auflösungen bei Linienbreiten kleiner als 1000 Hz gibt es eine Sättigung der Stabilität. Der Grund für diese Sättigung ist eine deutliche Verringerung der Signalamplitude, während das Rauschen in etwa konstant bleibt. In Abbildung 5.11 ist die Signalamplitude über dem Pulsabstand aufgetragen. Für die gezeigte Verringerung der Signalamplitude kann es vielfältige Gründe geben. Mögliche Ursachen sind der Zerfall des angeregten Zustands aufgrund einer begrenzten Lebensdauer oder eine endliche Linienbreite der Spektroskopielaserstrahlen. Ein wichtiger Grund ist auch die Ausdehnung des Ensembles in dem Intensitätsprofil der Strahlteilerpulse. Durch diese Ausdehnung ist die Anregung im Randbereich des Gaußschen Strahls geringer und es kommt zu einer Abnahme des Kontrastes. Die durchgezogene Kurve zeigt die mit Hilfe der in Kapitel 6.1.2 dargestellten Simulation berechnete Abnahme der Signalamplitude infolge der Ausdehnung des Ensembles in antiparallelen ebenen Wellenfronten. Der Zerfall des angeregten Zustands ist hier ebenfalls berücksichtigt.

Wie man anhand des Graphen erkennen kann, reicht der Zerfall des angeregten Zustands und die Ausdehnung des Ensembles nicht aus, um die Signalabnahme ausreichend zu erklären. In [61] wurde gezeigt, dass auch eine endliche Linienbreite des Spektroskopielasers eine Verminderung der Signalamplitude verursacht. Die mittlere Signalamplitude  $\langle S \rangle$  kann unter Berücksichtigung einer endlichen Linienbreite  $\nu_{1/2}$  (FWHM) beschrieben werden durch

$$\langle S \rangle \propto e^{-2\pi\nu_{1/2}T}. \quad (5.10)$$

In Abbildung 5.11 ist die Abnahme der Signalamplituden für eine Linienbreite von 90 Hz, wie sie sich als obere Grenze aus hochskalierten Schwebungsmessungen im infraroten Spektralbereich ergibt, eingezeichnet. Zusätzliche Rauschbeiträge wie Amplitudenmodulation durch die resonante Frequenzverdopplung, Phasenfluktuationen durch akustische Störfrequenzen an der Kammer oder Weglängenänderung aufgrund von Temperaturschwankungen der Fasern werden dabei allerdings vernachlässigt. Tatsächlich kann die Laserlinienbreite am Ort der Atome durch die genannten Effekte deutlich größer sein. Für eine genaue Evaluierung des Phasenrauschspektrums ist das Ramsey-Bordé-Interferometer nicht besonders gut geeignet, da es auf bestimmte Frequenzen besonders sensitiv und bei anderen, z. B. auf Phasenrauschen bei dem Vielfachen der inversen Dunkelzeit  $T$ , insensitiv ist. Es gibt auch noch weitere kontrastmindernde Effekte wie eine Winkelverkipfung der Spektroskopiestrahlen, Wellenfrontkrümmungen oder eine erneute Anregung nach spontanem Zerfall [120], die das Interferogramm modifizieren können und die starke Kontrastabnahme bei hohen Auflösungen verursachen können.

In Zukunft kann mit Hilfe der im Aufbau befindlichen zweiten Frequenzverdopplung direkt eine Schwebungsmessung zwischen zwei hochstabilen Lasern an der Fallenapparatur zur exakten Bestimmung des Phasenrauschens durchgeführt werden.

## 5.2.2 Langzeitstabilisierung auf eine atomare Referenz

### 8-Punkt-Stabilisierung

Für die Anbindung des hochstabilen aber langsam driftenden Laseroszillators an eine atomare Referenz wird ein Frequenzdiskriminator benötigt, der ein empfindliches Regelsignal erzeugt, das genutzt werden kann, um den Oszillator auf Resonanz zu halten. In dieser Arbeit wird dazu das in Abschnitt 2.2.2 dargestellte 4-Puls-Interferometer verwendet. Das Ausgangssignal dieses Interferometers lässt sich für kleine Verstimmungen, d. h. klein gegen die Flugzeitverbreiterung, durch die in Gleichung 5.5 dargestellte Funktion beschreiben. Ein Fehlersignal für die Regelung lässt sich nun einfach erzeugen, indem man abwechselnd mit einer Verstimmung von  $\pm\Delta/4$  auf den Flanken des Signals die Anregung misst und anschließend die Differenz bildet. Ein so erzeugtes Fehlersignal ist unabhängig von dem mittleren

Anregungsniveau und daher weniger anfällig für Änderungen der Anregung als eine einfache Messung mit der Verstimmung  $\Delta/4$  auf nur einer Flanke. Die Zeitdauer für eine solche Abfrage beträgt  $M_t = 2T_c$ . Dieses Verfahren wurde bei der in Kapitel 3 vorgestellten Messung am Atomstrahl verwendet.

Für die Frequenzmessung an kalten Atomen wurde eine von [121] vorgestellte 3f-Methode verwendet, bei der konstante, lineare und mit allen geraden Potenzen von der Frequenz abhängige Anteile des Untergrunds keinen Einfluss auf das Fehlersignal haben. Bei dieser Methode wird die Anregung an insgesamt acht Punkten gemessen: jeweils einmal bei  $\pm 3\Delta/4$  und dreimal bei  $\pm \Delta/4$ . Die Abweichung der Laserfrequenz zum Messzeitpunkt  $t_n$  kann nun berechnet werden durch

$$\Delta\nu_L = -\frac{1}{8} \frac{\Delta}{2\pi S} \left[ p_e(\nu_L - \frac{3\Delta}{4}) - 3p_e(\nu_L - \frac{\Delta}{4}) + 3p_e(\nu_L + \frac{\Delta}{4}) - p_e(\nu_L + \frac{3\Delta}{4}) \right]. \quad (5.11)$$

Obwohl die Gesamtmessdauer für das Fehlersignal nun  $M_t = 8T_c$  beträgt, hat dies keine negativen Auswirkungen auf die Langzeitstabilität, da bei diesem Verfahren aus acht gemessenen Werten eine mittlere Frequenzabweichung gebildet und somit die Stabilität der Gesamtmessung auf  $\sigma_y(\tau)/\sqrt{8}$  im Fall von weißem Frequenzrauschen verbessert wird.

## Digitale Regelung

Während es bei einer analogen Regelung zu einer kontinuierlichen Rückkopplung kommt, wird in dem hier realisierten Aufbau die Messwertaufnahme und Auswertung von einem Computer durchgeführt und in diskreten Schritten eine Regelung der Laserfrequenz vollzogen. Das Regelverhalten wird somit vollständig charakterisiert, wenn man die Laserfrequenz zu den diskreten Schritten  $j \cdot M_t$  mit  $j = 1, 2, \dots$  betrachtet.

Die Funktionsweise lässt sich nach [121] beschreiben, indem der Spektroskopielaser als freilaufend, z. B. nur auf einen Resonator stabilisiert, betrachtet wird. Die Laserfrequenz wird zunächst aufgeteilt in einen freilaufenden Anteil  $\nu_{F,j}$  und einen zusätzlichen Anteil  $\nu_{R,j}$ , der von der Regelung beeinflusst werden kann:

$$\nu_{L,j} = \nu_{F,j} + \nu_{R,j}. \quad (5.12)$$

$\nu_{R,j}$  wird dabei mittels eines AOMs in Doppelpass-Konfiguration realisiert. Bevor die Regelung greifen kann, muss die Laserfrequenz mit diesem AOM in die Nähe des Empfangsbereichs der Regelung gebracht werden. Hier wird nun die Differenzfrequenz zur Mg-Resonanz gemäß der oben dargestellten 8-Punkt-Messung und Gleichung 5.11 ermittelt:

$$\Delta\nu_{L,j} = \nu_L(t_j) - \nu_{Mg}. \quad (5.13)$$

Im nächsten Schritt wird der neue Wert für  $\nu_{R,j}$  bestimmt, der sich aus dem alten Wert und einem Korrekturterm, nämlich der gemessenen Differenz  $\Delta\nu_{L,j}$  mit einem Gewichtungsfaktor  $\beta$ , zusammensetzt. Zusätzlich gibt es noch einen weiteren Term für die Drift des Resonators  $d_{j-1}$ , der die Drift während eines Messschritts  $M_t$  darstellt:

$$\nu_{R,j} = \nu_{R,j-1} + \beta\Delta\nu_{L,j} + d_{j-1}. \quad (5.14)$$

Ohne den Term für die Drift verhält sich die Regelung wie ein einfacher Integrator mit der Zeitkonstanten

$$\tau_\beta = -M_t / \ln(1 + \beta). \quad (5.15)$$

Ein solcher Algorithmus kompensiert zwar die Drift  $\delta_t$  des Resonators, allerdings verbleibt eine Differenz zwischen Laserfrequenz und atomarer Resonanz von  $-\delta_t M_t / \beta$ . Durch Implementierung der Driftkorrektur in Gleichung 5.14 kann eine lineare Resonator drift ausgeregelt werden. In jedem Regelungsintervall  $M_t$  wird dafür noch ein neuer Wert für die Drift aus dem alten Wert und der aktuellen Drift  $\nu_{R,j} - \nu_{R,j-1}$  errechnet:

$$d_j = \alpha d_{j-1} + (1 - \alpha)(\nu_{R,j} - \nu_{R,j-1}). \quad (5.16)$$

$\alpha$  mit  $0 < \alpha < 1$  bestimmt hier das Gewicht für die früheren Werte. Bei dem hier dargestellten Algorithmus handelt es sich um ein doppelten Integrator. Der Frequenzoffset konvergiert nun mit der Zeitkonstanten  $\tau_\alpha$  gegen 0:

$$\tau_\alpha = -M_t / \ln(\alpha). \quad (5.17)$$

In dem realisierten Computerprogramm für Regelung werden die Konstanten  $\alpha$  und  $\beta$  direkt aus den Zeitkonstanten, die vorgegeben werden müssen, berechnet. Typische im Experiment verwendete Werte sind hier  $\tau_\beta = 10$  s und  $\tau_\alpha = 300$  s. Der Wert von  $\tau_\beta$  wurde bewusst klein gewählt, um eine schnelle Anbindung des Lasers an die Atome zu erreichen, gleichzeitig führt dies zu einer erhöhten Kurzzeitinstabilität des Frequenzstandards.

Trotz der Verwendung des hier dargestellten doppelten Integrators gibt es eine Differenz zwischen Laser und atomarem Übergang durch eine lineare Drift des Resonators, falls die Drift zu Beginn der Messung nicht exakt eingestellt wurde. Diese Differenzfrequenz kann für den  $j$ -ten Stabilisierungsschritt im Fall  $\tau_\alpha \gg 1$  s berechnet werden durch [122]

$$\Delta\nu_{L,j} = \frac{\delta_t M_t}{\beta} ((\beta + 1)^j - \alpha^j). \quad (5.18)$$

Diese Formel wird in Kapitel 6 zur Abschätzung der Unsicherheit durch die Resonator drift verwendet.

### 5.3 Messung einer optischen Frequenz über eine Telekommunikationsfaserverbindung

Eine wichtige Voraussetzung für die Realisierung eines hochstabilen und präzisen optischen Frequenzstandards ist die Möglichkeit des Vergleichs mit anderen modernen Atomuhren. Verschiedene Frequenzstandards sind typischerweise in unterschiedlichen Laboren untergebracht bzw. an noch weiter voneinander entfernten Orten aufgebaut und aufgrund ihrer Komplexität meist nicht darauf ausgelegt, transportiert zu werden. Im Fall des Magnesium-Frequenzstandards befinden sich eine Vielzahl von Mikrowellen-Präzisionsfrequenzstandards und modernsten optischen Atomuhren in der etwa 70 km entfernten PTB.

Heutzutage etablierte Techniken zum Vergleich von weit entfernten Frequenzstandards wie die Nutzung des Global Positioning Systems (GPS) erreichen in einem Tag Mittelungszeit eine Auflösung von einigen  $10^{-14}$  mit kommerziellen Empfängern oder wenigen  $10^{-15}$  über einen Zwei-Wege-Zeitvergleich über Satelliten (TWSTT<sup>14</sup>) [123]. Eine solche Stabilität wird von modernen optischen Atomuhren in einem Bruchteil dieser Zeit erreicht. Beispielsweise wurde mit einem auf neutralen Strontiumatomen basierenden Frequenzstandard eine Stabilität von wenigen  $10^{-15}$  in 1 s demonstriert [16].

Auf Ionen basierende Frequenzstandards erreichen inzwischen Genauigkeiten im Bereich von  $10^{-17}$  [12] und auch für Frequenzstandards basierend auf Neutralatomen werden Genauigkeiten von unter  $10^{-17}$  [18] vorausgesagt. Ein Vergleich solcher Uhren mit den genannten Techniken scheidet aufgrund der unzureichenden Stabilität der Vergleichsmethode aus.

Um das Problem der geringen Stabilität der Satellitenvergleiche zu umgehen, wurde als Alternative die Verwendung von optischen Fasern für den Vergleich von stabilen Frequenzstandards vorgeschlagen [124, 125]. Mehrere Techniken bieten sich hierfür an. Beispielsweise wurde der Transfer von Mikrowellenfrequenzen über eine Entfernung von 86 km mit einer relativen Instabilität von  $5 \times 10^{-15}$  in 1 s durch Amplitudenmodulation eines optischen Trägers erreicht [126]. Eine weitere vielversprechende Technik besteht darin, eine stabile optische Trägerfrequenz direkt über eine phasenstabilisierte Faserstrecke zu übertragen. Dieser stabile Transfer einer optischen Trägerfrequenz kann genutzt werden, um zwei optische Frequenzstandards ohne Degradierung ihrer Stabilität zu vergleichen [16]. Mit dieser Technik wurden Stabilitäten von  $1 \times 10^{-17}$  in 1 s über eine 32 km lange Faser [127] bzw.  $2 \times 10^{-16}$  in 1 s über eine mittels zusätzlicher Faserspulen verlängerte 251 km lange Faser demonstriert [128]. Des Weiteren wurden in den letzten Jahren eine Reihe weiterer Frequenzübertragungen über Fasernetzwerke realisiert [28, 27].

Bei den meisten der genannten Experimente handelt es sich um Demonstrationsexperimente, in denen sich Sender und Empfänger der stabilen Frequenz am

---

<sup>14</sup>Two-way satellite time transfer system.

selben Ort befinden, was eine Analyse und Charakterisierung des Systems deutlich vereinfacht. Ein echter Frequenzvergleich zwischen hochstabilen Standards wurde in [16] gezeigt, bei denen die Atomuhren nur 3,5 km voneinander entfernt waren. Kürzlich wurde eine Frequenzmessung einer optischen Sr Atomuhr über eine Distanz von 50 km durchgeführt [129]. Die erreichte Stabilität war hier durch die Verwendung eines passiven Wasserstoffmasers auf der Transmitterseite auf  $\sigma_y(\tau) = 4,7 \times 10^{-13} / \sqrt{\tau/s}$  begrenzt.

Im Rahmen eines in Planung befindlichen deutschlandweiten Fasernetzwerkes wurde in einem ersten Schritt eine Verbindung, die die doppelte Strecke von der PTB bis zur Leibniz Universität Hannover umfasst, realisiert [29]. In diesem Schema befinden sich der Sender und Empfänger der Frequenz an dem selben Ort. Eine Optimierung wird somit deutlich vereinfacht. Für die Charakterisierung der einfachen Strecke sowie für einer Nutzung müssen sich auf beiden Seiten der phasenstabilisierten Strecke hochstabile Frequenzstandards befinden.

In dieser Arbeit konnte diese Verbindung erstmals für einen Vergleich des neuen Magnesium-Frequenzstandards mit hochstabilen optischen Frequenzen und stabilen Mikrowellenstandards, wie einem aktiven Wasserstoffmaser sowie im Rahmen einer verbesserten Mg-Frequenzmessung erstmals einer Cs-Fontänenuhr der PTB, verwendet werden.

Im folgenden Abschnitt wird der experimentelle Aufbau für den Frequenzvergleich beschrieben. Anschließend werden die Ergebnisse der Charakterisierung der Stabilität eines auf kalten Mg-Atomen basierenden Frequenzstandards in Abschnitt 5.4 dargestellt.

### 5.3.1 Frequenzkamm als Transferoszillator

Zur langreichweitigen Übertragung von stabilen Frequenzen eignen sich nur schmale Bereiche im optischen Spektrum, bei denen Glasfasern eine besonders geringe Dämpfung aufweisen. Telekomfasernetzwerke arbeiten typischerweise bei einer Wellenlänge von  $1,5 \mu\text{m}$  auf großen Entfernungen.

Die hochstabile Frequenz eines Frequenznormals muss daher zunächst auf der Seite des Senders auf einen Laser bei Telekomwellenlänge übertragen und anschließend vom Empfänger mit einer optischen Frequenz, die sich in der Nähe der atomaren Resonanz befindet, verglichen werden. Für einen phasenkohärenten Vergleich, bzw. einem Transfer zwischen einem Telekomlaser bei  $1,5 \mu\text{m}$  und einem auf ein atomares Signal stabilisierten Laseroszillator oder allgemein dem Vergleich zwischen weit voneinander entfernten optischen Frequenzen, ist ein Transferoszillator nötig. Die Überbrückung dieser großen Frequenzdifferenzen kann mit Hilfe eines Frequenzkammgenerators geschehen.

Eine weitere Anwendung des Frequenzkamms als Transferoszillator ist der Vergleich zwischen optischen Frequenzen und Mikrowellenfrequenzen. Eine Absolutfrequenzmessung des Interkombinationsübergangs in Mg bedingt die Rückführung

einer optischen Frequenz auf ein Primärnormal für die Zeit und Frequenz der Cs-Atomuhr. Diese basiert auf einem Mikrowellenübergang und daher ist ein Transfer zwischen den um fünf Größenordnungen unterschiedlichen Mikrowellen- und optischen Frequenzen erforderlich.

Anhand des im Rahmen dieses Experiments realisierten Aufbaus am Institut für Quantenoptik (IQ) soll hier zunächst die Funktionsweise des verwendeten Frequenzkammgenerators vorgestellt werden und anschließend wird beispielhaft die Realisierung eines Vergleichs bzw. Transfers zwischen optischen Frequenzen sowie zwischen Mikrowellen- und optischen Frequenzen mittels eines Frequenzkammgenerators erläutert.

### Frequenzkamm

Zur Erzeugung des optischen Frequenzkammspektrums wird ein kommerzieller Frequenzkammgenerator<sup>15</sup> verwendet. Als Laserquelle dient ein passiv modengekoppelter Femtosekunden-Faserlaser, der bei einer Wellenlänge von  $1,5 \mu\text{m}$  arbeitet und eine Repetitionsrate von etwa 100 MHz besitzt. Mittels einer kleinen Freistrahlstrecke mit einem Spiegel, der den Resonator schließt, kann die Repetitionsrate angepasst werden. Die longitudinale Grobeinstellung des Spiegels geschieht mit einem Schrittmotor und eine Feineinstellung wird über einen Piezoaktuator realisiert.

Das Ausgangsspektrum dieses Lasers besteht aus äquidistanten Linien im Abstand der Repetitionsfrequenz  $f_{rep}$ . Da die Phase der Trägerwelle sich von Puls zu Puls verschiebt, ist das gesamte Modenspektrum gegen Null verschoben mit einer Offsetfrequenz  $\nu_{ceo}$ <sup>16</sup>. Die Frequenz  $\nu_m$  einer Mode  $m$  kann beschrieben werden durch

$$\nu_m = \nu_{ceo} + m f_{rep} \quad (m \in \mathbb{N}_0). \quad (5.19)$$

Die Frequenz der Repetitionsrate kann direkt mit einer Photodiode gemessen werden, die Bestimmung der Offsetfrequenz  $\nu_{ceo}$  ist dagegen etwas aufwändiger und wird, wie im Folgenden kurz dargestellt, unter Ausnutzung nichtlinearer Effekte durchgeführt.

Die Ausgangsleistung des Lasers wird auf zwei Pfade aufgeteilt und mit Hilfe von zwei Erbium dotierten Faserverstärkern (EDFA) erhöht. Die Strahlung des ersten EDFA wird verbreitert, um einen Wellenlängenbereich von einer Oktave zu überbrücken und mittels der Selbstreferenzierungs-Technik [130] kann nun die Verschiebung  $\nu_{ceo}$  und damit die absolute Lage der Kammmoden bestimmt werden. Dazu wird eine niederfrequente Kammmode mittels eines nichtlinearen periodisch gepolten Lithiumniobat-Kristalls (ppLN) verdoppelt und eine Schwebungsmessung mit der nun nächstgelegenen hochfrequenten Kammmode durchgeführt, wie in dem

<sup>15</sup>Menlo Systems, FC1500-Vis

<sup>16</sup>Carrier-envelope offset



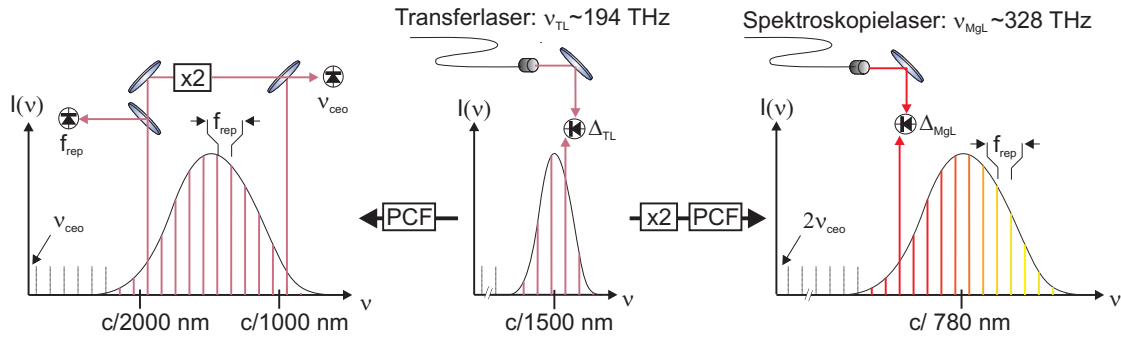


Abbildung 5.12: Optische Spektren des verwendeten Frequenzkammgenerators. *Links:* Messung von  $\nu_{ceo}$  mit Hilfe eines f:2f Interferometers. *Mitte:* Spektrum des modengekoppelten Faserlasers und Schwebungsmessung mit dem Transferlaser bei Telekomwellenlänge. *Rechts:* Optisches Kammspektrum und Schwebungsmessung mit optischer Referenzfrequenz.

linken Teil von Abbildung 5.12 dargestellt. Für die Frequenzmessung wird mittels eines Phasendetektors aus der Frequenz  $\nu_{ceo}$  und einer Referenzfrequenz von 20 MHz ein Fehlersignal erzeugt. Mit Hilfe eines PID-Reglers wird  $\nu_{ceo}$  anschließend stabilisiert und ebenfalls gemessen, da trotz der Stabilisierung Abweichungen von der Sollfrequenz von wenigen Hz auftreten können.

Ein zweiter EDFA erzeugt eine hohe optische Leistung, die in einem ppLN-Kristall verdoppelt und anschließend mit einer photonischen Kristallfaser (PCF<sup>17</sup>) verbreitert wird. Somit steht nun ein optischer Frequenzkamm im Wellenlängenbereich von etwa 580 – 940 nm zur Verfügung. Das Spektrum dieses Kamms besteht, genau wie bei der Grundwellenlänge, aus äquidistanten Linien im Abstand von etwa 100 MHz, ist jetzt aber um  $2\nu_{ceo}$  gegen die Null verschoben, wie im rechten Graphen von Abbildung 5.12 dargestellt.

Mit dem so erzeugten optischen Frequenzkamm kann nun die Frequenz eines optischen Frequenzstandards bestimmt werden, indem die Schwebungsfrequenz  $\Delta_X$  zwischen einer Linie des Kamms  $\nu_m$  und dem Licht des Normals  $\nu_X$  gemessen wird. Dazu wird das Licht des an die atomare Resonanz angebindenen Laseroszillators mit dem Licht des Kamms überlagert und mit einer rauscharmen Photodiode detektiert. Zur Unterdrückung des Photonenschrottauschs wird noch der Wellenlängenbereich mit einem Gitter vorselektiert. Eine optische Frequenz  $\nu_X$  kann nun mit den bekannten Größen  $\nu_{ceo}$ ,  $m_X$ ,  $f_{rep}$  und  $\Delta_X$  dargestellt werden.

Die Frequenz  $\nu_{MgL}$  des in diesem Experiment verwendeten Lasers in der Nähe der doppelten Wellenlänge der Mg-Interkombinationslinie ergibt sich zu:

$$\nu_{MgL} = -2\nu_{ceo} + m_{MgL} \cdot f_{rep} + \Delta_{MgL}. \quad (5.20)$$

Die Kammmode  $m_{MgL}$  wurde während der gesamten Messungen an den kalten

<sup>17</sup>Photonic crystal fiber.

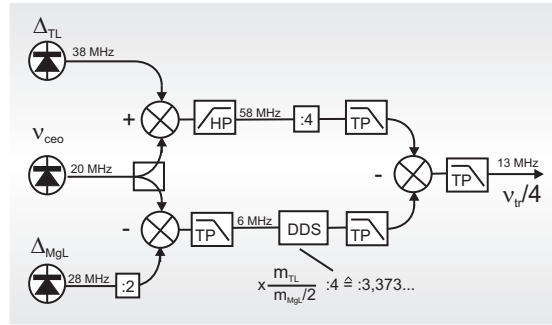


Abbildung 5.13: HF-Netzwerk zur Erzeugung einer Schwebungsfrequenz zweier spektral weit voneinander entfernten optischen Frequenzen mit Hilfe eines optischen Frequenzkamms. Die Frequenzteilungen werden mit digitalen Frequenzteilern realisiert. HP: Frequenzhochpass, TP: Frequenztieffpass.

Atomen ebenso wie  $\nu_{ceo}$  nicht geändert und betrug 3 278 298. Die Vorzeichen von  $\nu_{ceo}$  und  $\Delta_{MgL}$  wurden über eine Variation der Repetitionsrate bzw. der Frequenz von  $\nu_{ceo}$  bestimmt.

Außerdem wurde gleichzeitig noch eine zweite Schwebungsmessung mit einer weiteren optischen Frequenz durchgeführt. Die Frequenz des Transferlasers, dessen Frequenz bei dem unverdoppelten Frequenzkamm im nahen Infrarotbereich gemessen wird, kann dargestellt werden gemäß

$$\nu_{TL} = -\nu_{ceo} + m_{TL} \cdot f_{rep} - \Delta_{TL}. \quad (5.21)$$

Die Kammmode betrug  $m_{TL} = 1\,943\,611$  für diesen Laser bei der Wellenlänge  $1,5\ \mu\text{m}$ . Damit die selbe Modenzahl bei allen Messungen erhalten blieb, wurde die Frequenz senderseitig immer genau eingestellt.

### Vergleich von optischen Frequenzen

Bei dem durchgeführten Experiment werden zwei optische Frequenzen, die des Magnesium-Frequenzstandards und die des transferierten stabilisierten Faserlasers bei der Wellenlänge von  $1,5\ \mu\text{m}$ , miteinander verglichen. Der Frequenzkamm dient hierbei als Transferoszillator. Mittels des von Telle [131] vorgeschlagenen Verfahrens können die beiden spektral weit voneinander entfernten Frequenzen phasenkohärent miteinander verglichen werden, ohne dabei zusätzliche Rauschbeiträge durch den Frequenzkammgenerator zu erzeugen. Das verwendete HF-Netzwerk, das für den Vergleich der beiden Frequenzen eingesetzt wurde, ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Der Faktor 4, durch den vor dem letzten Mischer in beiden Armen geteilt wird, ist deshalb eingebaut, weil die für die Frequenzteilung durch das Modenverhältnis benutzte Direkte Digitale Synthese (DDS) nicht zum Teilen von Zahlen in der Nähe von 1 verwendet werden kann.

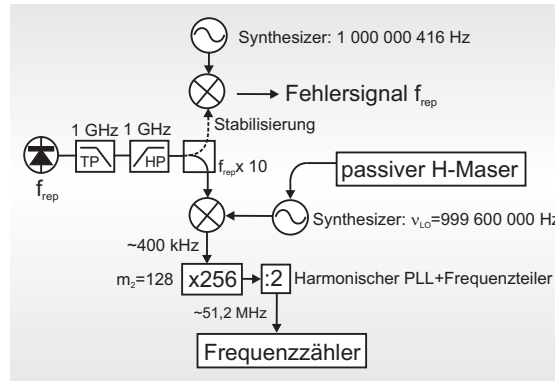


Abbildung 5.14: HF-Netzwerk für eine hochauflösende Messung der Repetitionsrate des Frequenzkammgenerators. Das Frequenzrauschen des Mikrowellenstandards und der Repetitionsrate wird vervielfacht und somit eine Limitierung durch die Stabilität des Frequenzzählers umgangen. Dargestellt ist außerdem der Pfad für die Erzeugung des Fehlersignals zur Stabilisierung der Repetitionsrate.

Alternativ wurde die Transferfrequenz auch über die gezählten Frequenzen  $\nu_{ceo}$ ,  $\Delta_{MgL}$  und  $\Delta_{TL}$  berechnet. Damit Zählfehler nicht das Ergebnis der Messung verändern, wurden die Frequenzen  $\Delta_{MgL}$  und  $\Delta_{TL}$ , deren Schwebungssignal typischerweise 20 dB oberhalb des Rauschens lag, doppelt gezählt. Eine Abweichung kann so direkt erkannt werden. Die Transferfrequenz berechnet sich, unter Vernachlässigung des Faktors 4, analog zur Abbildung:

$$\nu_{tr} = (\nu_{ceo} + \Delta_{TL}) - (\nu_{ceo} - \frac{\Delta_{MgL}}{2}) \cdot \frac{m_{TL}}{m_{MgL}/2}. \quad (5.22)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung 5.20 und 5.21 folgt daraus:

$$\nu_{tr} = -\nu_{TL} + \frac{\nu_{MgL}}{2} \frac{m_{TL}}{m_{MgL}/2} = \nu_{MgL} \frac{m_{TL}}{m_{MgL}} - \nu_{TL}. \quad (5.23)$$

In dieser Gleichung sind keine Beiträge des Frequenzkamms enthalten, so dass  $\nu_{tr}$  als die Schwebungsfrequenz zwischen  $\nu_{TL}$  und  $\nu_{MgL}$  angesehen werden kann, die in die Umgebung von  $\nu_{TL}$  projiziert wurde. Dieses Signal, oder wie in Abbildung 5.13 dargestellt ein Bruchteil davon, kann auch als Fehlersignal verwendet werden, um die Stabilität eines Lasers auf einen anderen Laser bei einer beliebigen optischen Frequenz innerhalb des Kammspektrums zu übertragen.

### Vergleich von Mikrowellen- und optischen Frequenzen

Im Prinzip kann der Vergleich von einer Mikrowellenfrequenz mit einer optischen Frequenz direkt über eine elektronische Frequenzzählung der am Frequenzkamm generierten Schwebungssignale geschehen. Als Referenzoszillator für die verwen-

deten Zählerkarten<sup>18</sup> dient dann der Mikrowellenstandard. Am IQ wurde dafür entweder ein GPS-disziplinierter Quarzoszillator oder ein transportabler passiver Wasserstoffmaser der PTB verwendet. Problematisch ist allerdings, dass das Rauschen der Zählerkarte mit etwa 100 ps [132] bei 100 MHz zu einer Stabilität von  $10^{-11}$  in 1 s führt und damit selbst für eine Auflösung der Stabilität des Mikrowellenstandards viel zu hoch wäre. Eine Stabilität von  $10^{-14}$  wäre erst nach 1 000 s zu erreichen.

Die Repetitionsrate wurde daher bei der zehnten Harmonischen in der Nähe von 1 GHz mit einer Photodiode detektiert. Anschließend wurde das Ausgangssignal dieser Photodiode mittels eines Frequenzmischers und eines Synthesizers, der an den Mikrowellenstandard phasenstarr angebunden ist, heruntergemischt wie in Abbildung 5.14 dargestellt. Die Frequenz des Ausgangssignals dieses Netzwerkes beträgt:

$$\nu = m_1 m_2 f_{rep} - m_2 \nu_{LO}. \quad (5.24)$$

Die Synthesizerfrequenz  $\nu_{LO}$  wurde auf eine Frequenz nah bei 1 GHz eingestellt, um ein Schwebungssignal von etwa 400 kHz zu erzeugen. Dieses wurde anschließend insgesamt mit einem Faktor  $m_2 = 128$  multipliziert, um ein Ausgangssignal bei 52 MHz zu erhalten, das das  $m_1 m_2 = 1280$ fache Frequenzrauschen der Repetitionsrate enthält und das Rauschen des H-Maser multipliziert zu einer virtuellen Frequenz von  $m_2 \nu_{LO} = 128$  GHz.

### 5.3.2 Stabilisierung der Faser

Der Aufbau zur Stabilisierung der Telekommunikationsfaser ist in Abbildung 5.15 skizziert. Im ersten Schritt wird die Stabilität des Spektroskopielasers des Ca-Frequenznormals der PTB mit Hilfe eines optischen Frequenzkammgenerators auf einen Faserlaser bei der Wellenlänge von 1542 nm übertragen. Dies geschieht, wie in Abschnitt 5.3.1 dargestellt, unter Vermeidung von Rauschbeiträgen durch den Frequenzkammgenerator. Weitere Details zur Anbindung eines Telekomfaserlasers an einen optischen Frequenzstandard befinden sich in [133]. Die Kohärenzlänge des Transferlasers beträgt dann  $>10\,000$  km und ist damit ausreichend für die zu überbrückende Distanz von  $2 \times 73$  km. Die Frequenz des Transferlasers wird gegen einen aktiven Wasserstoffmaser der PTB gemessen, der eine deutlich bessere Langzeitstabilität als der Ca-Spektroskopielaser aufweist. Für eine Absolutmessung wird die Frequenz des Masers mit Hilfe eines Primärnormals der Cs-Fontänenuhr bestimmt. Der Zwischenschritt über den Maser ist vorteilhaft, da dieser eine höhere Kurzzeitstabilität als die Fontäne aufweist und die Stabilität der Messung nicht durch die Fontäne limitiert wird.

<sup>18</sup>K+K Messtechnik GmbH, FXE.

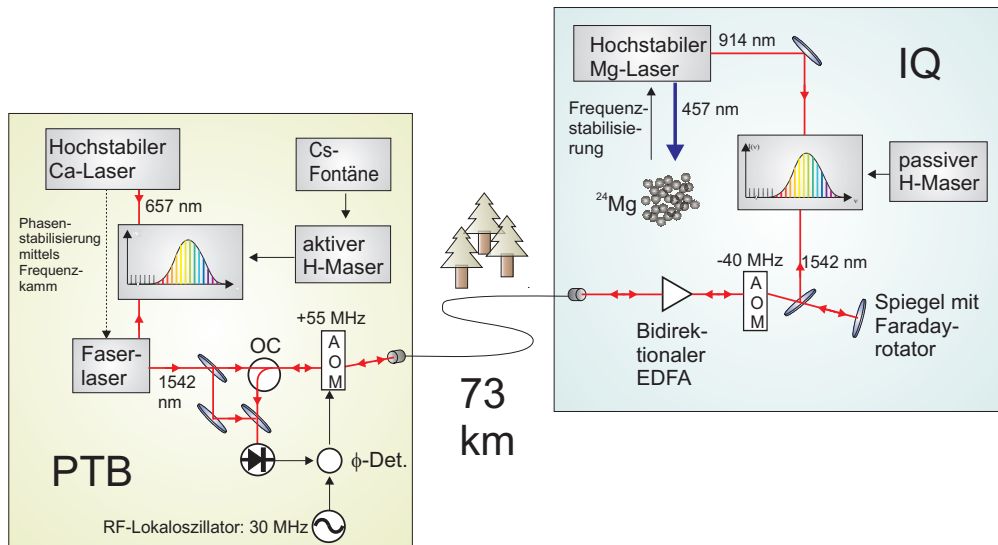


Abbildung 5.15: Schematischer Aufbau der Faserstabilisierung und des Frequenztransfers zwischen PTB und IQ inklusive aller als Referenzstandard verwendeten Oszillatoren und Frequenznormale. OC: optischer Zirkulator,  $\phi$ -Det: Phasendetektor.

Herzstück des Frequenztransfers über die Telekommunikationsfaser ist eine interferometrische Faserstabilisierung, welche die Phasenfluktuationen, die entlang der Faserstrecke aufgrund von thermischen oder akustischen Störungen entstehen, unterdrückt. Diese Fluktuationen werden mit Hilfe eines Schemas, das auf Ideen von Ma et al. [26] basiert, kompensiert. Die gesamte Faserstrecke wird hierbei als ein Arm eines Michelson-Interferometers betrachtet. Das Licht wird für eine spätere Stabilisierung durch einen Doppelpass-AOM geleitet und um +55 MHz frequenzverschoben. 5 mW der optischen Leistung des Faserlasers werden in die Faserstrecke zum IQ eingekoppelt. Über eine Zwischenstation, dem Regionalen Rechenzentrum Hannover, erreicht das um etwa 23 dB abgeschwächte Licht das IQ. Hier wird es mittels eines bidirektionalen EDFA verstärkt und mit einem zweiten fasergekoppelten Doppelpass-AOM um -40 MHz frequenzverschoben. Diese Frequenzverschiebung ermöglicht eine eindeutige Identifizierung des Lichts, das durch die gesamte Faserstrecke transmittiert wurde. Das gebeugte Licht dieses AOMs, das um insgesamt +15 MHz frequenzverschoben ist, verglichen mit dem ursprünglichen Licht des Faserlasers, wird für den Vergleich mit dem Licht des Mg-Frequenzstandards verwendet. Ein Faradayrotator dreht die Polarisation der einfallenden Strahlung um  $90^\circ$ , so dass Polarisationsfluktuationen entlang der Faserstrecke im reflektierten Licht kompensiert werden [134].

Nach einem kompletten Umlauf durch die Faserstrecke wird senderseitig das Interferometer geschlossen, indem eine Heterodyn-Schwebungsmessung durchgeführt wird zwischen dem Licht, welches direkt aus dem Laser emittiert wird, und dem Licht, das beim Empfänger reflektiert wurde. Dadurch kann das Phasenrauschen

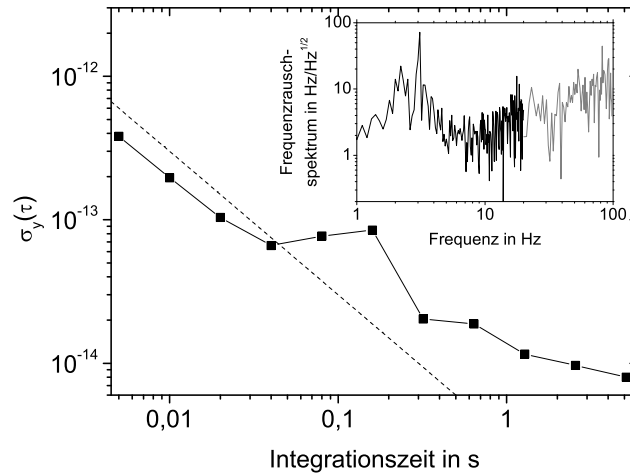


Abbildung 5.16: Kurzzeitstabilität des auf den Resonator W stabilisierten Spektroskopielasers verglichen mit dem hochstabilen Laser des Ca-Frequenznormals der PTB. Eine lineare Drift des Resonators ist subtrahiert. Für kurze Zeiten bis 30 ms ist die Instabilität des Vergleichs, aufgrund der erhöhten Regelbandbreite, kleiner als das Ergebnis der Charakterisierung der doppelten Faserstrecke an der PTB (*gestrichelt*). Das eingefügte Frequenzrauschspektrum zeigt den Grund für den Anstieg der Stabilität ab etwa 0,1 s. Eine Resonanz der Resonatoraufhängung oder des Gebäudes, die nicht ausreichend gedämpft wird, führt zur Modulation der Schwebung bei einer Frequenz im Bereich von 3 Hz.

detektiert und kompensiert werden. Dazu wird mit Hilfe eines Phasendetektors ein Fehlersignal erzeugt, das über einen spannungsgesteuerten Oszillator (VCO<sup>19</sup>) die Frequenz des eingangsseitigen Doppelpass-AOMs steuert. Unter der Annahme, dass das Phasenrauschen auf dem Hinweg identisch mit dem Phasenrauschen auf dem Rückweg zum IQ ist, steht nun eine stabile Frequenz am IQ bereit, dessen Phasenrauschen oberhalb der Regelbandbreite, die durch die Länge der Strecke auf etwa 700 Hz begrenzt ist, unterdrückt wird.

Für die doppelte Strecke wurde mit diesem Verfahren eine Instabilität von  $\sigma_y(\tau) = 3,3 \times 10^{-15}/(\tau/s)$  erreicht, die mit dem Inversen der Mittelungszeit bis 30 000 s abfällt [135]. Eine direkte Messung der Stabilität der einfachen Strecke ist nur über den Vergleich hochstabiler Oszillatoren auf Sender- und Empfängerseite möglich. In Abbildung 5.16 ist die Stabilität des Laservergleichs zwischen dem Ca-Spektroskopielaser und dem auf den Resonator W stabilisierten Mg-Spektroskopielaser für kurze Zeiten ab einer Mittelungszeit von 5 ms dargestellt. Der Vergleich geschieht hierbei rechnerisch gemäß Gleichung 5.22. Die Instabilität der Strecke ist für kurze Integrationszeiten bis 20 ms zu sehen. Sie ist, wie erwartet, für die einfache Strecke aufgrund der erhöhten Regelbandbreite verringert.

<sup>19</sup>Voltage controlled oscillator.

Die Abweichung von  $1/\tau$ -Abfall für Integrationszeiten ab etwa 40 ms kann durch Rauschbeiträge des Resonators erklärt werden. Das im eingefügten Graphen dargestellte Frequenzrauschspektrum zeigt, dass Frequenzen im Bereich von 3 Hz zu der Instabilität führen. Da die Amplitude dieser Resonanz eine starke Tageszeitabhängigkeit aufweist, kann davon ausgegangen werden, dass es sich hierbei um Gebäuderesonanzen handelt oder eine Resonanz der Doppelpendelaufhängung im Vakuum, die durch Gebäudeschwingungen angeregt werden.

Die Genauigkeit der übertragenen Frequenz hängt kritisch davon ab, dass das Licht auf dem Hin- und Rückweg exakt die gleichen Phasenverschiebungen erfährt. Im Prinzip kann es aufgrund der endlichen Geschwindigkeit, aber auch aufgrund von nichtlinearen Effekten oder einer Polarisationsmodendispersion, Abweichung von diesem Idealzustand geben. Um die zu erwartenden Frequenzverschiebungen abzuschätzen, wurden daher bei der doppelten Strecke Frequenzabweichungen für lange Mittelungszeiten bestimmt [29]. Da die systematischen Abweichungen unterhalb der statistischen Instabilität lagen, kann diese als Obergrenze für die hier durchgeführte Frequenzmessung dienen. Für eine Mittelungszeit von 1 000 s ergibt sich damit eine Unsicherheit von 2 mHz.

Eine Berechnung der Frequenz  $\nu_{MgL}$  eines Lasers am IQ gegen einen Mikrowellenstandard, wie z. B. den aktiven Wasserstoffmaser H5 der PTB, kann mit Hilfe der Transferfrequenz  $\nu_{tr}$  aus Gleichung 5.22 geschehen. Zusätzlich wird noch die an der PTB gegen den H5 gemessene Frequenz des Transferlasers  $\nu_{TL,H5}$  benötigt. Die Frequenz  $\nu_{MgL,H5}$  ergibt sich nun zu

$$\nu_{MgL,H5} = (\nu_{tr} + (\nu_{TL,H5} + 15 \text{ MHz})) \frac{m_{MgL}}{m_{TL}}. \quad (5.25)$$

Für eine Absolutfrequenzbestimmung muss anschließend noch eine Korrektur aus dem gemessenen Frequenzverhältnis zwischen der Cs-Fontäne und dem aktiven Wasserstoffmaser angebracht werden.

## 5.4 Langzeitvergleich entfernter Frequenznormale

Mit Hilfe der im vorigen Abschnitt skizzierten Telekomfaserverbindung ist ein Frequenz- und Stabilitätsvergleich des Mg-Frequenzstandards mit Frequenznormalen der PTB möglich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Langzeitvergleich verschiedener Normale durchgeführt. Insgesamt betrug die Messzeit mehr als 8 000 s, so dass die Allan-Standardabweichung für Mittelungszeiten  $\tau$  bis etwa 2 000 s nach Gleichung 5.4 berechnet wird. Drei kurze Zeitintervalle, in denen es kein Spektroskopiesignal von den Atomen gab und die insgesamt nicht mehr als 250 s betragen, überbrückte der auf den hochstabilen Resonator stabilisierte Laser mit Hilfe der linearen Driftkorrektur.

In Abbildung 5.17 ist die Stabilität des Vergleichs unterschiedlicher Standards dargestellt. Die Stabilität der Faser Verbindung liegt bereits bei 1 s unter  $10^{-14}$  und

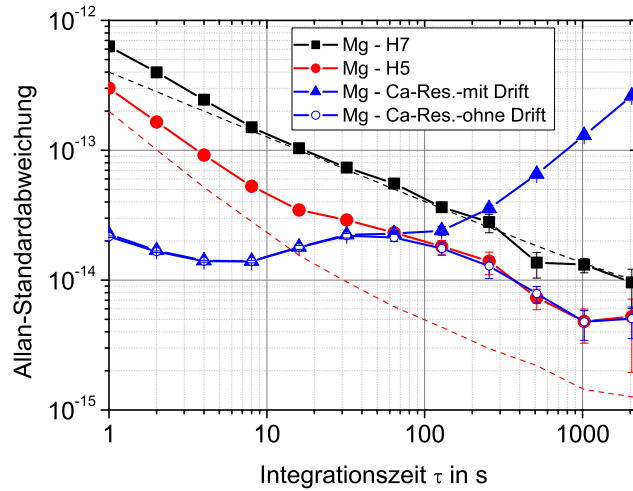


Abbildung 5.17: Allan-Standardabweichung des Mg-Frequenznormals gemessen gegen drei unterschiedliche Referenzsysteme für Mittelungszeiten bis 2 000 s. *Schwarz*: Mg gemessen gegen einen passiven Wasserstoffmaser (H7) am IQ, *schwarz gestrichelt* ist die typische Stabilität dieses Masers eingetragen [136]. *Rot*: Vergleich Mg gegen einen stabileren aktiven Wasserstoffmaser H5 an der PTB, dessen typische Stabilität ist *rot gestrichelt* dargestellt. *Blaue Dreiecke*: Mg gegen einen hochstabilen Spektroskopielaser des Ca-Frequenznormals der PTB mit einer relativen Driftrate von etwa  $1 \times 10^{-16}/\text{s}$ . Nach Abzug der linearen Drift ergibt sich die Stabilität, die durch die *offenen blauen Kreise* dargestellt ist.

stellt somit keine Begrenzung für die Vergleiche dar. Zunächst dient ein transportabler passiver Wasserstoffmaser H7 am IQ als Referenz für die Zählerkarte. Der Vergleich der in schwarz dargestellten gemessenen Kurve und einer, gestrichelt eingezeichneten, typischen Instabilität des Masers von  $\sigma_y(\tau) = 4,2 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau}$  zeigt, dass auf allen Zeitskalen nur der Maser sichtbar ist.

Für eine Charakterisierung des Mg-Frequenzstandards ist daher ein stabileres Referenznormal nötig. Der Vergleich mit dem Ca-Spektroskopielaser, dessen Kurzzeitstabilität typischerweise im Bereich von wenigen  $10^{-15}$  liegt, löst die Kurzzeitstabilität des an eine atomare Resonanz angebotenen Mg-Spektroskopielasers auf. Der leichte Anstieg der Instabilität ab 10 s ist auf eine Anbindung des Lasers an die Resonanz zurückzuführen. Da in diesem Regime die Spektroskopie noch deutlich instabiler als der freilaufende Laser ist, werden Rauschbeiträge aus der Abfrage der Atome auf den Laser geregelt. Eine frühe Anbindung des Lasers an das Spektroskopiesignal ist vorteilhaft, da sich die Laserfrequenz dann eher der atomaren Frequenz annähert und die Ungenauigkeit bei einer Frequenzmessung geringer ist. Erst für größere Zeiten wird mit Hilfe des atomaren Signals wieder eine hohe Stabilität erreicht.

Für Zeiten größer als 100 s wird die Allan-Standardabweichung durch die Drift



des Ca-Spektroskopielasers dominiert. Daher wird für eine Charakterisierung des Mg-Frequenzstandards in diesem Bereich ein aktiver Wasserstoffmaser an der PTB verwendet. Hiermit kann die Stabilität des Mg-Frequenzstandards ab 100 s aufgelöst werden. Wie im Graphen zu erkennen ist, liegt der Vergleich dieser beiden Systeme für kurze Mittelungszeiten etwas oberhalb der typischen Stabilität des Wasserstoffmasers. Für lange Mittelungszeiten wurde daher zusätzlich die Drift der Ca-Lasers korrigiert und ebenfalls mit Mg verglichen. Ab 100 s stimmen die mit beiden Verfahren bestimmte Allan-Standardabweichung überein, so dass definitiv auf eine Begrenzung durch das Rauschen des Mg-Frequenzstandards geschlossen werden kann.

Wie man erkennen kann, reicht eine Mittelungszeit von 400 s aus, um eine Stabilität von  $10^{-14}$  zu erreichen. Nach 1 000 s Mittelungszeit wird die Instabilität von  $10^{-14}$  deutlich unterschritten. Dies ist die geringste bisher gezeigte Instabilität eines auf neutralen Magnesiumatomen basierenden Frequenzstandards. Gleichzeitig ist es die bisher höchste gezeigte Stabilität eines Vergleichs zweier in unterschiedlichen Städten befindlichen Frequenzstandards für kurze Integrationszeiten bis zur einer Größenordnung von 1 000 s. In einem vergleichbaren Experiment wurde für eine Messung der Strontium-Interkombinationslinie eine um einen Faktor 2 geringere Stabilität gezeigt [129].

Insgesamt fällt die Stabilität des Magnesium-Frequenzstandards mit etwa  $2 \times 10^{-13} / \sqrt{\tau/s}$  für lange Mittelungszeiten ab. Dies stimmt gut überein mit der bestimmten Kurzzeitstabilität in Abschnitt 5.2.1. Die somit erreichte Stabilität ist mehr als ausreichend für eine Frequenzmessung und die Untersuchung von systematischen Effekten in der Größenordnung von  $10^{-14}$ .

Die im Vergleich zum lokalen passiven Wasserstoffmaser um einen Faktor 2 verbesserte Stabilität der Messung ist außerdem nützlich, um systematische Untersuchungen von Linienverschiebungen in einer vierfach kürzeren Zeit durchzuführen. Besonders für eine Untersuchung von Beiträgen, die nicht schnell variiert werden können, wie z. B. die Ofentemperatur, kann hiervon in Zukunft profitieren.



---

# MODELLIERUNG VON PHASENVERSCHIEBUNGEN UND SONSTIGE SYSTEMATIK

Die Bestimmung der Genauigkeit einer Messung beinhaltet die Abschätzung möglicher Fehlerquellen. In diesem Kapitel werden die systematischen Einflüsse auf den Interkombinationsübergang von Mg vorgestellt.

Ein wesentlicher Unsicherheitsbeitrag bei der Präzisionspektroskopie an kalten frei fallenden Atomen sind Frequenzverschiebungen, die durch die Wellenfronten des Lichts, das für die Spektroskopie verwendet wird, verursacht werden. In diesem Zusammenhang konnten bislang nicht beschriebene Frequenzverschiebungen beobachtet und erklärt werden. Eine ausführliche Darstellung hierzu befindet sich in Abschnitt 6.1. Im folgenden Abschnitt werden alle weiteren systematischen Einflüsse, wie z. B. der AC-Stark-Effekt, der unter ungünstigen Umständen zu starken Frequenzverschiebungen führen kann, aufgeführt und abgeschätzt. Des Weiteren werden im letzten Abschnitt 6.3 dieses Kapitels die Unsicherheitsbeiträge zusammengefasst und das Ergebnis dieser Präzisionsmessung dargestellt.

## 6.1 Frequenzverschiebungen durch den linearen Doppler-Effekt

Bei der Wechselwirkung zwischen Licht und dem atomaren Ensemble werden atomare Dipole induziert und diesen die Phase des Lichtfeldes aufgeprägt und in einem späteren Puls die Differenzphase zwischen atomarem Oszillator, d. h. dem induzierten Dipol, und dem Laseroszillator wieder abgefragt. Ziel ist hier der möglichst

ungestörte Vergleich beider Oszillatoren zwecks Erzeugung eines Fehlersignals für deren Abgleich über ein Stellelement des Laseroszillators.

Bei der Atom-Lichtwechselwirkung führen Bewegungen der Atome aufgrund der endlichen Temperatur des Ensembles oder aufgrund von Kräften durch die Wellenfronten zu zusätzlichen Phasenbeiträgen, die die Phase der Oszillatoren zu einander verschieben. Eine solche zusätzliche räumliche Phase resultiert letztlich in einer Frequenzverschiebungen des Atominterferogramms.

Die Verschiebungen, die aufgrund der Bewegung der Atome in imperfekten Wellenfronten zustanden kommen, werden hier unter dem Begriff linearer Doppler-Effekt zusammengefasst. Gemäß Gleichung 2.17 ergibt sich für den kohärenten Anteil des Signals der hochfrequenten Rückstoßkomponenten:

$$2\Re e \left[ (B_1 C_2 B_3 A_4) (D_1 D_2 D_3 B_4)^* e^{i[4\pi T(\nu_L - \nu_{Mg} - \delta_{rec}) + \Delta\phi]} \right]. \quad (6.1)$$

Der erste Term im Exponenten ist die um einen Photonenrückstoß verschobene zu messende Phasendifferenz zwischen Licht- und atomaren Oszillator. Der folgende Term  $\Delta\phi = \phi_4 - \phi_3 + \phi_2 - \phi_1$  beschreibt die Phasenverschiebung, die aus der Restbewegung der Atome in den Wellenfronten des Lichts resultiert.  $\phi_i$  ist die topologische Phase während der  $i$ -ten Wechselwirkung.

Eine analytische Beschreibung der Phasenverschiebungen  $\Delta\phi$  für gekrümmte und verkippte Wellenfronten befindet sich in [137] bis zur 3. Ordnung in der Zeit  $T$ . Die Ergebnisse werden in Abschnitt 6.1.1 nur bis zur 1. Ordnung dargestellt, da die höheren Ordnungen für unser Experiment vernachlässigbare Beiträge liefern. Im folgenden Abschnitt wird dann eine Simulation der Ramsey-Interferenzsignale vorgestellt, die zusätzlich die variierende Anregungswahrscheinlichkeit des Atoms aufgrund der Bewegung in Gaußschen Strahlen und den Einfluss der Bewegung auf die Amplituden des kohärenten und inkohärenten Anteils des Signals berücksichtigt. Unter Beachtung der einzelnen Rabiwinkel während der Wechselwirkungen kann die Gesamtphasenverschiebung für kalte Atome deutlich kleiner sein als nur unter Berücksichtigung des Phasenterms  $\Delta\phi$ , der im folgenden Abschnitt analysiert wird.

### 6.1.1 Phasenfehler aufgrund der atomaren Bewegung in der Lichtmode

Im Idealfall, d. h. im Grenzfall ebener und paralleler Wellenfronten deren Wellenvektor senkrecht zur Gravitation verläuft, ist die Ramsey-Bordé-Spektroskopie dopplerfrei und damit insensitiv auf Restbewegungen der Atome in 1. Ordnung. Da es selbst bei geringen Abweichungen von dieser Situation zu deutlichen Frequenzverschiebungen kommen kann, ist eine Kenntnis der Effekte und deren Ursachen von zentraler Bedeutung.

In Abbildung 6.1 sind drei Szenarien dargestellt, in denen es zu Frequenzverschiebungen aufgrund der Bewegung in den Lichtfeldern unter realen Bedingungen

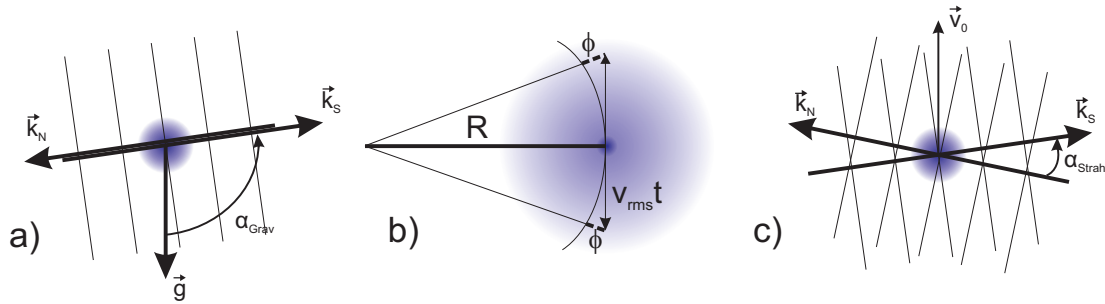


Abbildung 6.1: Drei verschiedene Ursachen für Frequenzverschiebungen durch den linearen Doppler-Effekt. a) Für Verkipptungen der Wellenfronten gegen die Vertikale ergibt sich eine Frequenzverschiebung aufgrund der Erdbeschleunigung.  $\alpha_{Grav}$  bezeichnet den Winkel zwischen  $\vec{k}$  und der Gravitation  $\vec{g}$ . b) Expansion eines Ensembles in gekrümmten Wellenfronten mit Radius  $R$ . c) Zeigt die Verkipfung der Strahlen gegeneinander. Als  $\alpha_{Strahl}$  wird der Winkel zwischen dem nördlichen und südlichen  $k$ -Vektor bezeichnet und  $v_0$  ist die Driftgeschwindigkeit des Ensembles.

kommen kann. Diese sollen, zusammen mit den angewendeten Methoden zur Verringerung der Effekte, in diesem Abschnitt zunächst qualitativ besprochen werden. Anschließend erfolgt eine analytische Modellierung dieser und weiterer Effekte, die zu Frequenzverschiebungen führen und mit deren Hilfe eine quantitative Abschätzung über die Größe der Beiträge möglich ist.

### Frequenzverschiebende Effekte

Für perfekt antiparallele Strahlen (Abbildung 6.1a) führt eine Verkipfung der Interferometriestrahlen zur Gravitation zu einer Frequenzverschiebung. Aufgrund der Beschleunigung im Gravitationsfeld der Erde ist die zurückgelegte Strecke in den beiden kopropagierenden Strahlen nicht identisch. Daher kompensiert sich die Differenzphase für die eine Strahlrichtung nicht exakt mit der der zweiten Richtung. Die Messung einer solchen Phasendifferenz ermöglicht im Prinzip eine Bestimmung der Erdbeschleunigung. In [138] wurde dieser Effekt ausgenutzt, um die Erdbeschleunigung atominterferometrisch zu messen. Ein maximales Signal ist hier von parallel zur Gravitation ausgerichteten Strahlen zu erwarten. Da das Ziel dieses Experiments jedoch eine weitestgehend ungestörte Messung der atomaren Übergangsfrequenz ist, müssen die Strahlen möglichst horizontal angeordnet sein.

Für eine gute Nivellierung der Interferometriestrahlen wurde das Licht mit Hilfe eines Penta-Prismas<sup>1</sup> umgelenkt und an einer Wasseroberfläche retroreflektiert. Die mit Seife reduzierte Oberflächenspannung des Wassers sollte eine möglichst perfekte lotrechte Orientierung der Oberfläche gewährleisten. Die mit dieser Methode erreichte Ungenauigkeit wird zu  $< 1$  mrad abgeschätzt.

<sup>1</sup>Linos Photonics, Pentagonprisma mit einer Genauigkeit  $\pm 3''$ .

Alternativ wurde in [137] ein Verfahren vorgeschlagen, bei dem ein frequenzinsensitives 3-Puls Interferometer verwendet wird, um die Strahlen senkrecht zur Gravitation auszurichten. Problematisch ist hier allerdings, dass bei dieser Methode eine möglicherweise vorhandene Krümmung der Wellenfront durch eine kleine Verkipfung der Strahlen zur Gravitation kompensiert werden kann.

Ein weiterer wichtiger Beitrag sind Phasenverschiebungen, die durch gekrümmte Wellenfronten des Spektroskopiestrahls entstehen. Dieser Effekt wurde erstmal von Hall et al. diskutiert [139]. Aufgrund der relativ hohen Geschwindigkeit der 3 mK kalten Atome macht dieser sogar, wie sich noch herausstellen wird, den Hauptbeitrag der Phasenverschiebungen aus. In Abbildung 6.1b ist dargestellt, dass Atome, die sich senkrecht zur Propagationsrichtung der Lichtstrahlen bewegen, eine zusätzliche Phase aufgrund der Wellenfrontkrümmung erfahren. Zur Optimierung der Wellenfronten wird das Strahlprofil des Lasers zunächst mit einer polarisationserhaltenden Einmodenfaser räumlich gefiltert und anschließend mit einem Linsensystem hoher Qualität kollimiert. Für die Einstellung der Kollimation wurde ein Shack-Hartmann-Sensor<sup>2</sup> verwendet bzw. eine Kollimation durch Messung der Strahlradien über eine Strecke von mindestens 7 m durchgeführt.

Besonders bei großen Strahldurchmessern ist der Shack-Hartmann-Sensor gut geeignet, da viele der Mikrolinsen ausgeleuchtet werden. Bei kleinen Strahldurchmessern kann es zu systematischen Fehleinstellungen aufgrund von Intensitätsgradienten über den einzelnen Mikrolinsen kommen. In diesem Regime kann eine Optimierung durch Messungen der Strahldivergenz vorteilhaft sein. In unserem Fall mit einem Strahldurchmesser von 4 mm konnte eine bessere Einstellung über eine Messung der Strahlradien erreicht werden (siehe Abschnitt 6.1.4 und 6.1.5).

Eine Verkipfung der Spektroskopiestrahlen gegeneinander (siehe Abbildung 6.1c) führt in Kombination mit einer, auf die Gaußschen Strahlen bezogenen, radialen Schwerpunktsgeschwindigkeit des Ensembles zu einer Phasenverschiebung. Während bei parallelen Strahlen sich die räumliche Phasendifferenz des ersten Strahlenpaares gerade mit der Phasendifferenz des gegenläufigen Strahlenpaares kompensieren würde, ist dies bei relativ zueinander verkippten Strahlen nicht mehr der Fall, so dass eine Phasendifferenz verbleibt.

Die Strahlüberlagerung wurde durch Maximierung der Einkopplungseffizienz in die gegenüberliegende Faser des gegenläufigen Strahls optimiert. Die maximal erreichte Kopplungseffizienz betrug hierbei 55% und nahm während der Messungen auf maximal 75% des Maximalwertes ab. Mit Hilfe dieses Wertes kann eine Abschätzung über den Verkipfungswinkel der beiden Interferometriestrahlen getroffen werden. Dazu wird für den Strahl eine zweidimensionale Gaußverteilung angesetzt und mittels einer numerischen Integration der Überlapp mit der Faserkernapertur berechnet. Durch Verschieben der beiden Zentren gegeneinander kann nun der maximale Mittenabstand bei einer Verringerung der Einkopplung auf 75% berechnet werden. Für einen maximalen Faserkerndurchmesser von 3,6  $\mu\text{m}$  ergibt sich

---

<sup>2</sup>Optocraft GmbH, SHS, weitere Details befinden sich in [140].

ein maximaler Mittenabstand von  $1 \mu\text{m}$ . Mittels Strahloptik lässt sich der Winkel zwischen optischer Achse des Auskoppelobjektivs ( $f = 25 \text{ mm}$ ) und dem kollimierten Strahl durch die Verschiebung des Fokus zu  $\alpha_{\text{Strahl}} = 1 \mu\text{m}/f < 4 \times 10^{-5} \text{ rad}$  abschätzen.

### Modellierung der frequenzverschiebenden Effekte

Zur quantitativen Berechnung der Gesamtphasenverschiebung werden die einzelnen Lichtphasen, die die Atomwolke während ihrer ballistischen Flugbahn im Schwerfeld der Erde erfährt, betrachtet. Für ein Ensemble, das sich beim Abschalten der MOT am Ort  $\vec{r}_0$  befindet und eine Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  besitzt, ergibt sich der Ortsvektor seines Schwerpunkts gemäß

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2. \quad (6.2)$$

$\vec{g}$  ist die Fallbeschleunigung im Schwerfeld der Erde.

Da die Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Licht mit etwa  $3 \mu\text{s}$  viel kleiner ist als die sonstigen Zeitskalen wie die Dunkelzeit zwischen den Pulsen  $T$  oder die Zeit  $T_0$ , die zum Ausschalten der MOT benötigt wird, wird die räumliche Phase während der Wechselwirkung als konstant angenommen. Zusätzlich kann eine Änderung der Krümmungsradien  $R$  der Wellenfronten aufgrund der kleinen Entfernungen von wenigen mm, die ein Atom während der Spektroskopie zurücklegt, ebenso vernachlässigt werden, wie eine Änderung der Gouy-Phase. Die Lichtphase entlang der Trajektorie kann somit beschrieben werden durch

$$\phi(\vec{r}(t)) = -\vec{k} \cdot \vec{r}(t) - \frac{|\vec{k}|}{2R} \cdot r_{\perp}^2(t). \quad (6.3)$$

$\vec{r}_{\perp}(t)$  ist hier die zum Wellenvektor  $\vec{k}$  senkrechte Komponente von  $\vec{r}(t)$ .

Durch Einsetzen von 6.2 kann nun die Lichtphase in den vier Wechselwirkungszonen bestimmt werden. Aus  $\Delta\phi = \phi_4 - \phi_3 + \phi_2 - \phi_1$  ergibt sich die Frequenzverschiebung gemäß  $\Delta\nu = \Delta\phi/(4\pi T)$ . Die analytische Betrachtung gemäß Wilpers [137] unterscheidet nun Wellenfrontfehler, die zu auflösungsabhängigen und auflösungsunabhängigen Frequenzverschiebungen führen. Für den auflösungsunabhängigen Beitrag  $\Delta\nu_0$  erhält man

$$\Delta\nu_0 = \frac{(\vec{k}_N + \vec{k}_S)\vec{v}_0}{4\pi} + \frac{\vec{v}_{0,\perp}\vec{r}_{0,\perp}}{4\pi} \left( \frac{1}{R_N} - \frac{1}{R_S} \right). \quad (6.4)$$

Hier sind  $\vec{k}_N$  und  $\vec{k}_S$  die Wellenvektoren des nördlichen bzw. südlichen Interferometriestrahls und  $R_N$  bzw.  $R_S$  die Krümmungsradien der entsprechenden Strahlen. Eine Krümmung wird hier entlang der raumfesten x-Achse definiert, die durch die Ausbreitungsrichtung des nördlichen Strahls festgelegt wird. Ein positives Vorzeichen entspricht daher einer konvexen Wellenfront für den nördlichen Strahl bzw.

einer konkaven Wellenfront für den südlichen Strahl.  $\vec{v}_0$  ist die Schwerpunktsbewegung des Ensembles und  $\vec{v}_{0,\perp}$  und  $\vec{r}_{0,\perp}$  sind die Schwerpunktsbewegung und der Versatz des Ensembles senkrecht zu den Interferometriestrahlen. Der erste Term der Gleichung ist der zu Beginn dieses Abschnitts dargestellte Effekt der radialen Schwerpunktsbewegung in gegeneinander verkippten Wellenfronten.

Der auflösungsabhängige Beitrag  $\Delta\nu_T$  ist abgesehen von dem Pulsabstand  $T$  abhängig von  $T_0$  und  $T'$ . Man erhält

$$\begin{aligned} \Delta\nu_T = & \frac{k}{8\pi} \left[ \left( g \cos \alpha_{Grav} + \frac{\vec{v}_\perp^2 + \vec{g}_\perp \vec{r}_{0,\perp}}{R_N} \right) (T + 2T_0) \right. \\ & \left. + \left( -g \cos \alpha_{Grav} - \frac{\vec{v}_\perp^2 + \vec{g}_\perp \vec{r}_{0,\perp}}{R_S} \right) (3T + 2T_0 + 2T') \right]. \end{aligned} \quad (6.5)$$

$\alpha_{Grav}$  ist der Verkippungswinkel der beiden Strahlen zur Gravitation.  $\vec{v}_\perp^2$  ist die zweidimensionale quadratgemittelte Geschwindigkeit des Ensembles, die sich ohne zusätzliche Schwerpunktsbewegung aus  $v_{rms,1D}$  gemäß  $\vec{v}_\perp^2 = v_{rms,2D}^2 = 2v_{rms,1D}^2$  berechnet. Unter Berücksichtigung einer Schwerpunktsbewegung des Ensembles wird dieser Faktor größer werden. Die Projektion der Gravitation auf die Ebene senkrecht zur optischen Achse wurde mit  $\vec{g}_\perp$  bezeichnet. In dieser Gleichung finden sich zwei der eingangs diskutierten frequenzverschiebenden Effekte wieder. Der erste Term, in der großen runden Klammer, beschreibt die Frequenzverschiebung aufgrund von gegen die Gravitation verkippten Spektroskopiestrahlen. Der zweite Term beschreibt die Verschiebung, die durch die Expansion des Ensembles in gekrümmten Wellenfronten verursacht wird.

Die Gesamtfrequenzverschiebung berechnet sich nun gemäß der Gleichungen 6.5 und 6.4 zu

$$\Delta\nu = \Delta\nu_0 + \Delta\nu_T. \quad (6.6)$$

Wie in Abschnitt 6.1.3 gezeigt werden wird, können die hiermit berechneten Frequenzverschiebungen im Allgemeinen nur als Obergrenze gesehen werden. Abweichungen ergeben sich z. B. für den Fall, dass sich die heißesten Atome während der Spektroskopie über große Bereiche des Gaußschen Strahls ausbreiten. Diese Atome erfahren die größten Phasenfehler, tragen aber nur wenig zum Gesamtsignal bei, da sie im Randbereich des Interferometriestrahls keinen vollen  $\pi/2$ -Puls erfahren. Eine weitere Abweichung entsteht, wenn die Phasendifferenz weniger Atome größer als  $\pi$  wird. Eine Simulation, welche die Rabiwinkel der einzelnen Atome und die für das Signal relevanten Phasendifferenzen berücksichtigt, ist im nächsten Abschnitt dargestellt.

### 6.1.2 Simulation von Phasenverschiebungen

Bei Experimenten im Rahmen dieser Arbeit wurden deutliche von der Pulsdauer bzw. vom Rabiwinkel der Anregung abhängige Frequenzverschiebungen beobach-



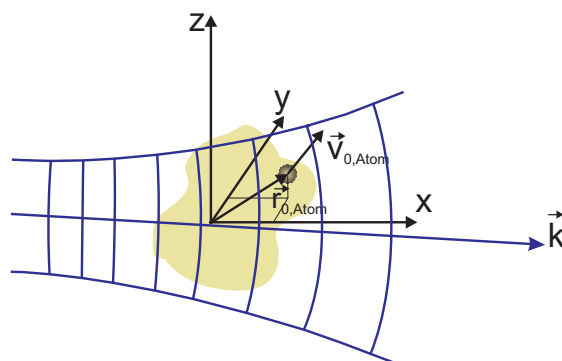


Abbildung 6.2: Anordnung der Wechselwirkungszone relativ zum Zentrum der MOT und Definition der Koordinaten.

tet. Da die Pulsdauer viel kleiner ist als die restlichen Zeiten, die im Interferometer eine Rolle spielen, ist ihr Einfluss auf die atomaren Trajektorien klein und wurde im vorherigen Abschnitt für die Berechnung der vier Lichtphasen während der Wechselwirkung vernachlässigt. Allerdings führt eine Änderung der Pulsdauer bei konstant gehaltener Intensität zu einer Änderung des Rabiwinkels, den ein Atom in den Wechselwirkungszone erfährt. Dadurch wird der Amplitudenanteil in Gleichung 6.1 modifiziert. Die Atome, die sich im Intensitätsgradienten des Gaußschen Strahls bewegen, erfahren je nach Ort einen unterschiedlichen Rabiwinkel und tragen somit mehr oder weniger zum Gesamtsignal bei.

Zur Analyse und Korrektur der beobachteten Frequenzverschiebungen wurde ein Programm entwickelt, das die Trajektorien aller Atome gemäß

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_{0,Atom} + \vec{v}_{0,Atom}t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \quad (6.7)$$

berechnet. Für jede Wechselwirkung wird die Lichtphase gemäß Gleichung 6.3 bestimmt und zusätzlich wird die Lichtintensität während der Wechselwirkung gemäß der Verteilung in einem Gaußschen Strahl berechnet:

$$I(y, z) = I_0 \cdot e^{-\frac{2(y^2+z^2)}{w^2}}. \quad (6.8)$$

$w$  ist der Strahlradius und  $I_0$  ist die Intensität im Maximum des Strahls, die sich aus der optischen Leistung  $P$  zu  $I_0 = 2P/(w^2\pi)$  berechnen lässt. In Abbildung 6.2 ist die zugrundeliegende Geometrie gezeigt. Durch die große Rayleigh-Länge von mehreren 10 m kann hier die Intensitätsänderung in x-Richtung vernachlässigt werden. Aus der Lichtintensität folgt die Rabi-Frequenz gemäß Gleichung 2.8. Da auch alle Arten von Justageparametern, die im vorigen Abschnitt dargestellt wurden, numerisch simuliert werden sollen, wurde auf eine Reduzierung der Anzahl der Dimensionen, wie z. B. Zylindergeometrie für den Strahl oder Kugelsymmetrie für die Atomwolke, verzichtet und eine numerische Integration über insgesamt drei

Orts- und drei Geschwindigkeitsdimensionen durchgeführt. Die Anregungswahrscheinlichkeit  $p_{e,Ensemble}$  für das gesamte Ensemble beträgt

$$p_{e,Ensemble} = \iint d^3v d^3r p_e(\phi_i, \Omega_{R,i}, \tau_p) \cdot F_v(\vec{v}) \cdot \rho(\vec{r}). \quad (6.9)$$

$p_e$  ist die Anregungswahrscheinlichkeit für eine Trajektorie gemäß Gleichung 2.19. Sie wird unter Berücksichtigung der vier verschiedenen Wechselwirkungsphasen  $\phi_i = \phi(\vec{r}(t_i))$  und der vier unterschiedlichen Rabi-Frequenzen  $\Omega_{R,i} = \Omega_R(\vec{r}(t_i))$ ,  $t_i$  ist der Zeitpunkt der  $i$ -ten Wechselwirkung, ermittelt. Verkippungen der Strahlen gegen die Gravitation oder gegenseitige Verkippungen der gegenüberliegenden Strahlen in der Ebene werden durch Anwendung von Drehmatrizen auf die Koordinaten der Trajektorie realisiert. Das für die Simulation entwickelte Mathematica<sup>®</sup> Programm ist in Anhang A wiedergegeben. Die Integration erfolgt numerisch und läuft über die Orts- und Geschwindigkeitsverteilung der Atome, die beim Abschalten der MOT vorliegen.

Als Startbedingungen können im Prinzip beliebige Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen für die Atomwolke, sowie einem räumlichen Versatz oder eine Schwerpunktschwindigkeit angenommen werden. Typische Experimentbedingungen sind hier eine Breite der Verteilung im Ortsraum von  $\sigma_{Ensemble} = 750 \mu\text{m}$  und eine Geschwindigkeitsverteilung, die sich aus einer Maxwell-Boltzmannverteilung bei der Temperatur von 3-4 mK ergibt.

Weil die numerische Simulation über sechs Dimensionen sehr rechenaufwändig ist, wurde bei den meisten in den folgenden Abschnitten dargestellten Graphen statt einer kompletten Berechnung des Ramsey-Signals nur die über alle Trajektorien gemittelte Ramseyphase in Gleichung 6.9 ohne den inkohärenten Untergrund numerisch ermittelt. In Abschnitt 6.2.4 wird gezeigt, dass diese Vereinfachung gerechtfertigt ist.

### 6.1.3 Abweichung von analytischen Ausdrücken

Ein Hauptbeitrag für die Frequenzverschiebungen im Interferometer mit kalten Atomen ist auf die Expansion der Wolke in gekrümmten Wellenfronten zurückzuführen. Wie schon in den bisherigen Abschnitten angedeutet, kann es hier zusätzliche Abweichungen von dem in [137] berechneten Frequenzverschiebungen geben. Diese können sogar zur einer Extrapolation der gemessenen Frequenzen in die falsche Richtung führen. Hier sollen zwei Effekte dargestellt werden, die zu einer Abweichung von dem in Abschnitt 6.1.1 dargestellten Formalismus führen und im Experiment beobachtet wurden.

#### Dephasierung

Bei der Berechnung der Phasendifferenz  $\Delta\phi$  in Abschnitt 6.1.1 wurde vorausgesetzt, dass die Lichtphase in gekrümmten Wellenfronten quadratisch mit der Ent-

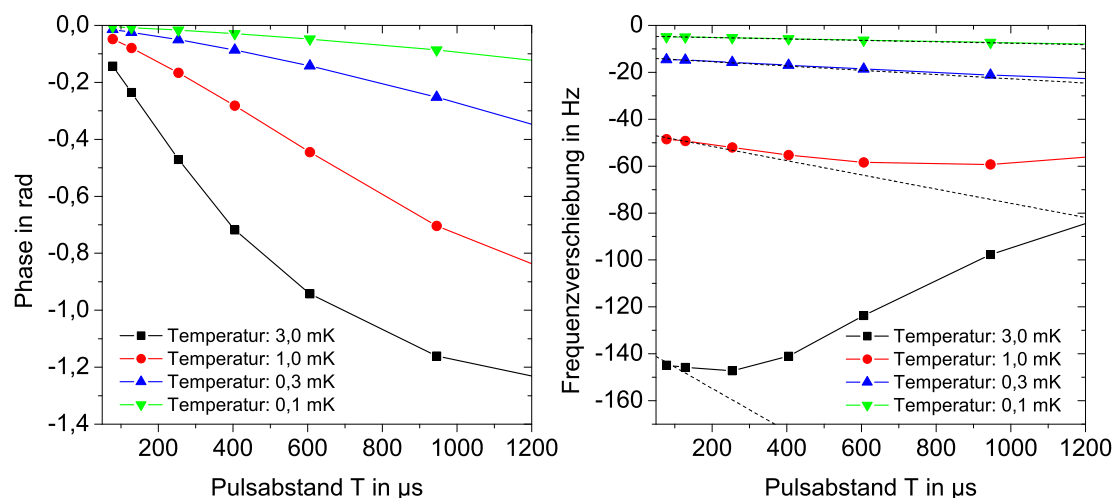


Abbildung 6.3: Phasendifferenz  $\Delta\phi$  und Linienverschiebung sind gegen den Pulsabstand aufgetragen für den Fall einer typischen Ramsey-Bordé-Anregung. Die berechneten Punkte sind für eine bessere Übersichtlichkeit mit Linien verbunden. Der Scharparameter ist die Temperatur des Ensembles, welche im Experiment etwa 3 mK beträgt. Die räumliche Intensitätsverteilung der Atom-Lichtwechselwirkungszone ist homogen angenommen, so dass für alle Atome ein  $\pi/2$ -Puls realisiert wird. Die anfängliche Ausdehnung des Ensemble beträgt  $750 \mu\text{m}$  und  $T_0 = 1,5 \text{ ms}$ . In der rechten Grafik sind, jeweils *gestrichelt*, theoretische Kurven nach Gleichung 6.5 dargestellt.

fernung von der Strahlachse wächst. Dies ist zwar richtig, allerdings spielt für die zu berechnende Anregungswahrscheinlichkeit nur eine effektive Phase abzüglich eines Vielfachen von  $2\pi$  eine Rolle. Für schnelle Atome bzw. deutlich gekrümmte Wellenfronten kann die Phasendifferenz bei großen Pulsabständen  $T$  so groß werden, dass sie über  $\pi$  anwächst und die effektive Phasendifferenz wieder kleiner wird. Auch eine große zeitliche Verzögerung zwischen dem Abschalten der MOT und dem Beginn der Interferometrie oder eine große Ausdehnung der Wolke zu Beginn der Interferometrie begünstigten diesen Effekt, da die Atome dann abseits der Strahlachse in Bereichen starten, in denen die Phasendifferenz aufgrund der stärker gekrümmten Wellenfronten schneller anwächst.

Aufgrund der Mittelung durch die Geschwindigkeitsbreite des Ensembles folgt für lange Dunkelzeiten  $T$  und damit verbundenen großen Phasendifferenzen letztendlich eine Auslöschung des Signals. Solange aber nur ein kleiner Teil der Atome eine Phasendifferenz größer als  $\pi$  erfährt, äußert sich dies in einer Dephasierung, die in einer Sättigung der über das gesamte Ensemble integrierten Phasendifferenzen mit steigender Dunkelzeit  $T$  resultiert:  $\Delta\phi(T \rightarrow \infty) = \text{const.}$

Zur Veranschaulichung dieses Verhaltens ist in Abbildung 6.3 die numerisch bestimmte Phase des Ramsey-Interferenzmusters sowie die hieraus resultierende Frequenzverschiebung gegenüber der Dunkelzeit  $T$  dargestellt. Der Scharpara-

ter ist die Temperatur des Ensembles. Um eine Überlagerung mit dem im nächsten Unterabschnitt dargestellten Effekt zu vermeiden, wurde die Intensitätsverteilung der Spektroskopiestrahlen als konstant angenommen. Für die Wellenfront wurde eine relativ gute Kollimation mit beidseitig konkaver Krümmung von  $R = 50$  m vorgegeben. Eine gleichsinnige Einstellung der Wellenfronten verursacht den stärksten Effekt. Diese Situation kann z. B. durch einen systematischen Fehler bei der Kollimierung der Wellenfronten entstehen. Für den entgegengesetzten Fall einer konkaven und einer konvexen Wellenfront würde sich die Phase, die die Atome im ersten Strahlenpaar erfahren haben, zum Teil mit einer entgegengesetzten Phase im zweiten Strahlenpaar kompensieren. Die gesamte Phasendifferenz, die aus der Ausdehnung des Ensembles resultiert, würde sich also verringern.

Für die kleinsten Temperaturen ist eine quadratische Zunahme der Phasendifferenz zu erkennen, während sie für höhere Temperaturen und große Pulsabstände  $T$  in Sättigung geht. Entsprechend steigt die Frequenzverschiebung gemäß Gleichung 6.5 mit dem Pulsabstand für Temperaturen bis 0,3 mK linear an. Bei den höheren Temperaturen gibt es allerdings ein anderes Verhalten. Hier kann sich die Frequenzverschiebung sogar wieder, wie im Fall für 3 mK dargestellt, aufgrund der diskutierten Dephasierung verringern. Eine lineare Extrapolation der Frequenz für  $T \rightarrow 0$  nach Gleichung 6.5 würde somit zu einer Korrektur in die falsche Richtung führen.

### **Bewegung in Gaußschen Strahlen**

Die dopplerefreie Anregung im Atominterferometer selektiert über die Dauer des Pulses eine Geschwindigkeitsverteilung in Ausbreitungsrichtung der Strahlteilerfelder. Der Anteil der angeregten Atome hängt dabei von der Temperatur bzw. Dopplerverbreiterung des Ensembles und der Fourierbreite des Anregungspulses ab. In unserem Fall trägt so nur ein kleiner Anteil der Atome zum Signal bei (siehe Kapitel 2.2.1). Für entsprechend kalte Atomen kann aber auch das gesamte Ensemble beitragen.

Für die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Propagationsrichtung der Laserstrahlen findet durch die Pulsdauer keine Selektion statt, so dass sich die an der Interferometrie teilnehmenden Atome mit der der Ensembletemperatur entsprechenden radialen Geschwindigkeit durch den Gaußschen Strahl bewegen. Für den Fall, dass die Atome während der Interferometrie Strecken in der Größenordnung des Strahlradius zurücklegen, wird der Rabiwinkel, den die Atome im Außenbereich des Gaußschen Strahls erfahren, kleiner, und sie tragen entsprechend der Pulsdauer und den daraus folgenden Rabiwinkel weniger zum Signal bei. Je länger die Pulse bei gleicher Intensität sind, desto mehr Signalbeitrag liefern die schnellsten Atome, die am Rand des Strahlteilerpulses aufgrund einer Krümmung der Wellenfronten den größten Phasenfehler erfahren haben. Mit abnehmender Pulsdauer sollte demnach die Phasen- bzw. Frequenzverschiebung des Gesamtsignals

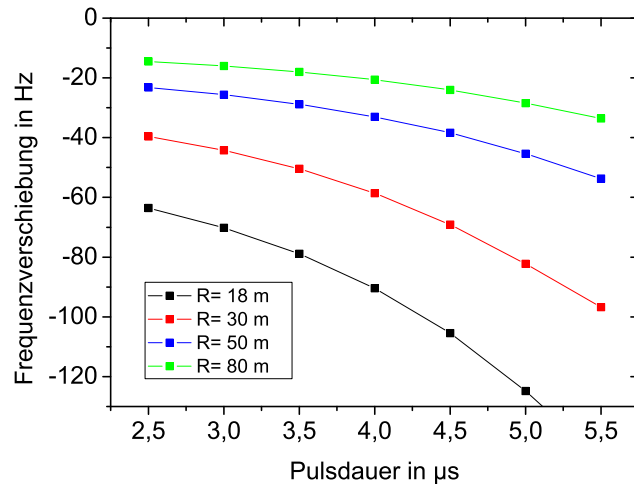


Abbildung 6.4: Mittlere Frequenzverschiebung auf Grund der Bewegung der Atome als Funktion der Pulsdauer für verschiedene Krümmungsradien der Wellenfronten. Die Wellenfronten sind jeweils konkav. Weitere Simulationsparameter sind:  $T_0 = 1,5 \mu\text{s}$ , Temperatur des Ensembles: 3 mK und Strahlradius:  $w = 2 \text{ mm}$ .

ebenfalls abnehmen.

In Abbildung 6.4 ist eine Berechnung für den Fall unterschiedlicher Pulsdauern bei gleichbleibender Intensität, also letztlich unter Variation des Rabiwinkels, dargestellt. Es ist eine deutliche Variation der Frequenzverschiebung mit der Pulsdauer durch die eingangs erläuterten Effekte im Graphen zu erkennen. Für kleinere Krümmungsradien sind die Frequenzverschiebungen verstärkt, da die Atome größere Phasenänderungen bei ihrer Ausdehnung erfahren. Im Experiment wurde zunächst ein Krümmungsradius von  $R = 18 \text{ m}$  erreicht und nach einer weiteren Optimierung auf  $R = 30 \text{ m}$  abgeschätzt, wie in den folgenden Abschnitten dargestellt wird. Die Richtung der Krümmung der Wellenfronten wurde, wie im vorigen Abschnitt, hier für beide Strahlen identisch angenommen.

#### 6.1.4 Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

Im Rahmen der ersten Frequenzmessung an kalten frei fallenden Atomen wurden die Wellenfronten der Interferometriestrahlen mit Hilfe eines Shack-Hartmann-Sensors eingestellt. Ein solcher Sensor kann relative Unterschiede in zwei Wellenfronten sehr gut auflösen. Durch systematische Effekte bei kleinen Strahldurchmessern ist allerdings eine für beide Strahlen identische aber eine leicht suboptimale Einstellung der Krümmung möglich. Der Krümmungsradius, der hiermit erzeugten Wellenfronten konnte im Nachhinein durch Messung der Strahlradien über eine Strecke von mindestens 7 m auf beidseitig konkav mit  $R = 18$  (3) m abgeschätzt werden. Durch diese definierte Einstellung der Wellenfronten können die beiden in

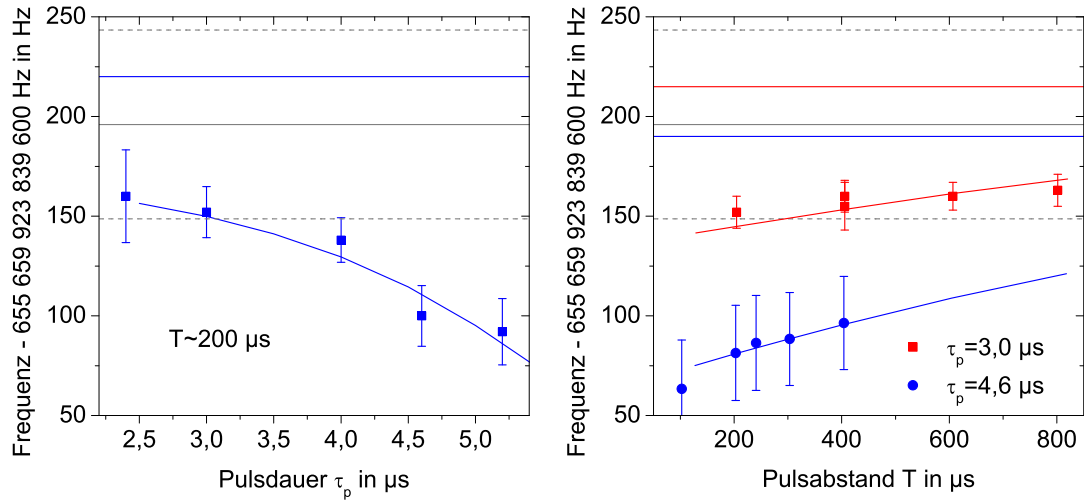


Abbildung 6.5: *Links:* Gemessene Frequenz aufgetragen gegen die Pulsdauer für gekrümmte Wellenfronten mit  $R = 18$  m. *Rechts:* Gemessene Frequenz aufgetragen gegen den Pulsabstand  $T$ . Die *farbigen Kurven* zeigen berechnete Frequenzverschiebung unter Berücksichtigung der Wellenfrontkrümmung sowie deren Nullpunkt. Der Nullpunkt der Simulation wurde so gelegt, dass er mit den experimentellen Daten möglichst gut übereinstimmt. Die *grauen Linien* zeigen die später mit weniger gekrümmten Wellenfronten ermittelte Frequenz und deren Unsicherheit. Die *blauen Datenpunkte* im rechten Graphen besitzen einen größeren Fehlerbalken, da sie nur gegen den lokalen H7-Maser gemessen sind und die Absolutfrequenzbestimmung über GPS mit einem größeren Fehler behaftet ist.

Abschnitt 6.1.3 dargestellten Effekte, die zu einer Abweichung vom im Abschnitt 6.1.1 dargestellten Formalismus führen, unter den experimentellen Bedingungen simuliert und mit den gemessenen Daten verglichen werden.

Im linken Graphen der Abbildung 6.5 ist die während eines Tages gemessene Frequenz des Interkombinationsübergangs gegen die Pulsdauer der Strahlteilerpulse aufgetragen. Die Intensität wurde während der Messung konstant gehalten, somit resultiert letztlich eine Änderung des Rabiwinkels für unterschiedliche Pulsdauern. Eine Pulsdauer von  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$  entspricht hier einem Rabiwinkel von  $\pi/2$  für Atome im Intensitätsmaximum. Der Rabiwinkel verhält sich proportional zur Pulsdauer.

Die durchgezogene gekrümmte Linie in der Abbildung zeigt eine Berechnung entsprechend der in Abschnitt 6.1.2 vorgestellten Simulation für typische Experimentparameter und konkave Wellenfronten mit einem Krümmungsradius von 18 m. Auf eine Berücksichtigung aller möglichen Unsicherheiten für alle Justageparameter mittels Monte-Carlo-Simulation, wie im nächsten Abschnitt für einzelne Werte durchgeführt, wurde hier verzichtet. Der Fehler, der dadurch entsteht, beträgt aber weniger als 10% der Verschiebung. Da die Simulation nur eine Frequenzverschie-

Parameter	Wert (Unsicherheit)
$y_0, z_0$	0 (1) mm
$v_{0,x}, v_{0,y}, v_{0,z}$	0 (0,25) m/s
$\alpha_{Grav}$	0 (1) mrad
$\alpha_{Strahl}$	0 (3) $\times 10^{-5}$ rad
Temperatur	3,5 (0,5) mK
Leistung	40 (5) mW
$\sigma_{Ensemble}$	750 (100) $\mu\text{m}$

Tabelle 6.1: Übersicht über die abgeschätzten Experimentparameter. Die Schwerpunkts-geschwindigkeit wurde über eine Verschiebung des Dopplerprofils in allen drei Raumrich-tungen bestimmt.

bung berechnet, wurde der Absolutwert der Kurve an die experimentellen Daten angepasst. Die relative Verschiebung der Frequenz mit der Pulsdauer zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie. Ebenfalls in guter Überein-stimmung mit der theoretischen Kurve ist der gewichtete Mittelwert der Frequenz-differenz einer, an mehreren Tagen verwendeten, Pulsdauer von  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$  und einer längeren Pulsdauer von  $\tau_p = 4,6 \mu\text{s}$ . Er beträgt +43 (6) Hz (siehe Abschnitt 6.1.5).

In der rechten Hälfte von Abbildung 6.5 ist die Veränderung der Frequenz mit der Auflösung bzw. dem Pulsabstand dargestellt. Wie im letzten Abschnitt darge-stellt, nimmt die Frequenzverschiebung zur wahren Übergangsfrequenz mit zuneh-mender Auflösung ab. Eine lineare Extrapolation auf Basis von Gleichung 6.5 zu  $T \rightarrow 0$  ist hier nicht möglich, sondern würde in die falsche Richtung laufen und, wie man erkennen kann, auch unterschiedliche Ergebnisse für die beiden gemessenen Pulsdauern liefern. Für beide Pulsdauern ist eine theoretische Kurve eingezeichnet, deren Nullpunkt so gewählt wurde, dass sie mit den experimentellen Daten mög-lichst gut übereinstimmt. Die Tendenz ist hier sowohl experimentell als auch theo-retisch eine Verringerung der Frequenzverschiebung mit der Auflösung, die durch die in Abschnitt 6.1.3 beschriebene Dephasierung des Ramsey-Interferenzsignals zustande kommt.

Die berechnete Frequenzverschiebung in beiden Graphen ist auch absolut ge-sehen in Übereinstimmung mit später durchgeführten Messungen mit optimierten Wellenfronten. Die geraden farbigen Linien in Abbildung 6.5 zeigen die theo-retisch unverschobene Frequenz der Daten an. Die später mit verbesserten Wellen-fronten ermittelte Frequenz des Interkombinationsübergangs ist mit grauen Linien dargestellt. Die farbigen geraden Linien, die eine Korrektur der Experimentdaten darstellen, liegen deutlich innerhalb der Fehlergrenzen der neuen Messung.

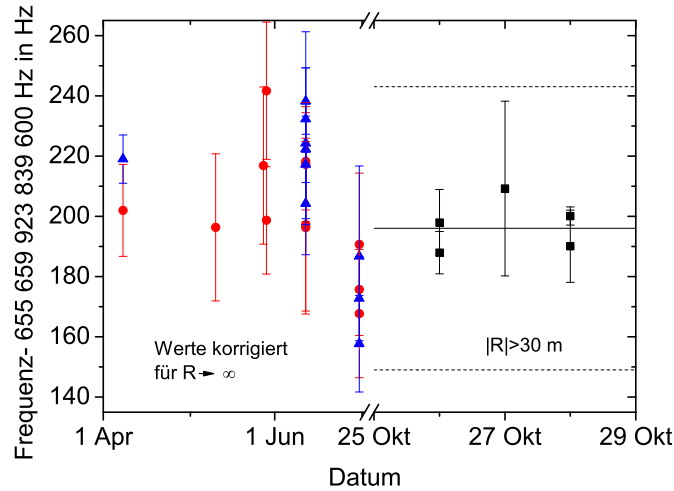


Abbildung 6.6: Gemessene Frequenzen bei einer Auflösung von 1,2 kHz. Die Fehlerbalken geben die statistischen Fehler an. An die Messwerte vor Oktober 2009, die bei konkaven Wellenfronten von  $R = 18$  m aufgenommen wurden, wurde eine Korrektur entsprechend der im Text dargestellten Monte-Carlo-Simulation angebracht. *Blaue Dreiecke:*  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$ , *rote Kreise:*  $\tau_p = 4,6 \mu\text{s}$ , *schwarze Quadrate:* optimierte Wellenfronten,  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$ , *schwarze Linien:* Ermittelter unkorrigierter Frequenzwert und dessen Unsicherheit.

### 6.1.5 Bestimmung der Unsicherheit

Für eine weitere qualitative Bestätigung der Aussagen, des in diesem Kapitel dargestellten Modells, wurden die Wellenfronten der Strahlteilerpulse für eine erneute Frequenzmessung optimiert. Dies geschah durch Messung der Strahlradien auf einer Länge von mindestens 7 m. Um die früheren Messwerte mit den Messungen mit optimierter Wellenfront vergleichen zu können, wurde eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt, die alle in das Modell eingehenden Parameter für die Interferometergeometrie berücksichtigt. Die Abschätzungen für die nötigen Experimentparameter sind in Tabelle 6.1 angegeben.

Insgesamt wurden 10 000 Datenpunkte unter Berücksichtigung der abgeschätzten Experimentparameter berechnet. Hiermit wurden Korrekturwerte von +102 Hz für die längere Pulsdauer von  $4,6 \mu\text{s}$  und eine Korrektur von +67 Hz für eine Pulsdauer von  $3,0 \mu\text{s}$  bestimmt.

In Abbildung 6.6 sind gemessene Frequenzwerte bei einer Auflösung von  $\Delta/2 = 1,2$  kHz dargestellt. An die vor Oktober 2009 gemessenen Daten mit Krümmungsradien der Wellenfronten von 18 m wurde die genannte Korrektur angebracht.

Wie zu erkennen ist, sind die korrigierten Daten, welche zum Teil um mehr als 100 Hz korrigiert worden sind, in guter Übereinstimmung mit der neuen Messung mit optimierten Wellenfronten. Weil dies allerdings aufgrund der Messungenauigkeit und Streuung der Frequenzwerte nur eine qualitative Bestätigung des Mo-



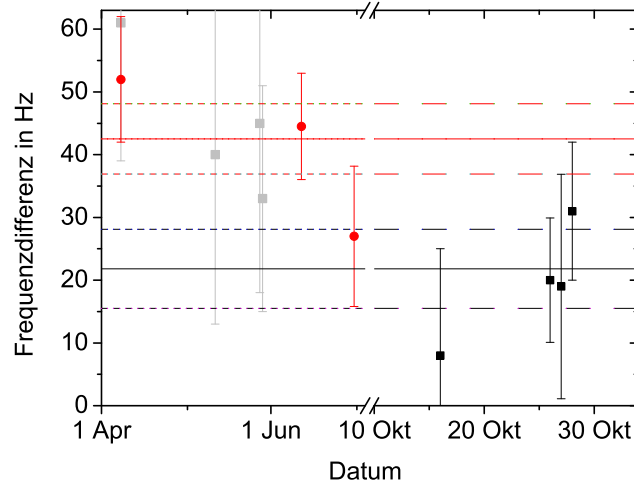


Abbildung 6.7: Gemessene Frequenzdifferenzen für zwei unterschiedlichen Pulsdauern von  $3,0 \mu\text{s}$  bzw.  $4,6 \mu\text{s}$ . *Rote Kreise*: Krümmungsradius der Wellenfronten:  $R = 18 \text{ m}$ . *Schwarze Quadrate*: Messdaten mit optimierten Wellenfronten. Die *durchgezogenen* und *gestrichelten Linien* zeigen die gewichteten Mittelwerte mit zugehörigen Fehlerbalken. In grau sind zusätzlich gemessene Frequenzdifferenzen bei Pulsdauern von  $2,4 \mu\text{s}$  und  $4,6 \mu\text{s}$  eingetragen. Der Fehlerbalken ist in diesem Fall aufgrund der geringeren Stabilität größer.

dells sein kann, wurden für die Ermittlung der wahren Frequenz des Übergangs  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  nur die Werte mit optimierter Wellenfront herangezogen und die Simulation nur für die Fehlerabschätzung verwendet.

Der gewichtete Mittelwert, der für die Bestimmung der Frequenz der Interkombinationslinie relevanten Datenpunkte, beträgt

$$655\,659\,923\,839\,796 \text{ (8) Hz.} \quad (6.10)$$

Dieser Wert muss noch um systematische Effekte korrigiert werden. Eine Zusammenstellung dieser Effekte befindet sich in Abschnitt 6.3.

Wie in Abbildung 6.6 zu erkennen ist, weisen die vor Oktober 2009 gemessenen Frequenzen eine deutlich größere Streuung auf, als die später aufgenommenen Daten. Gründe hierfür sind eine vergrößerte Sensitivität auf Fehljustagen durch die stärker gekrümmten Wellenfronten, aber auch anderen Faktoren, wie die Verwendung eines Referenzresonators mit deutlich verringerter Drift (siehe Abschnitt 6.2.4) bei den späteren Messungen, tragen dazu bei.

Auch für die optimierten Wellenfronten konnten noch Frequenzverschiebungen bei unterschiedlichen Pulsdauern aufgelöst werden. Die Differenzfrequenz war für  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$  und  $\tau_p = 4,6 \mu\text{s}$  jedoch um einen Faktor 2 reduziert und betrug gemittelt über vier Tage nur noch  $+21,8 \text{ (6, 3) Hz}$  im Vergleich zu  $+42,5 \text{ (5, 6) Hz}$  in den Messungen mit den ungünstigeren Wellenfronten. Diese Frequenzdifferenzen sind in

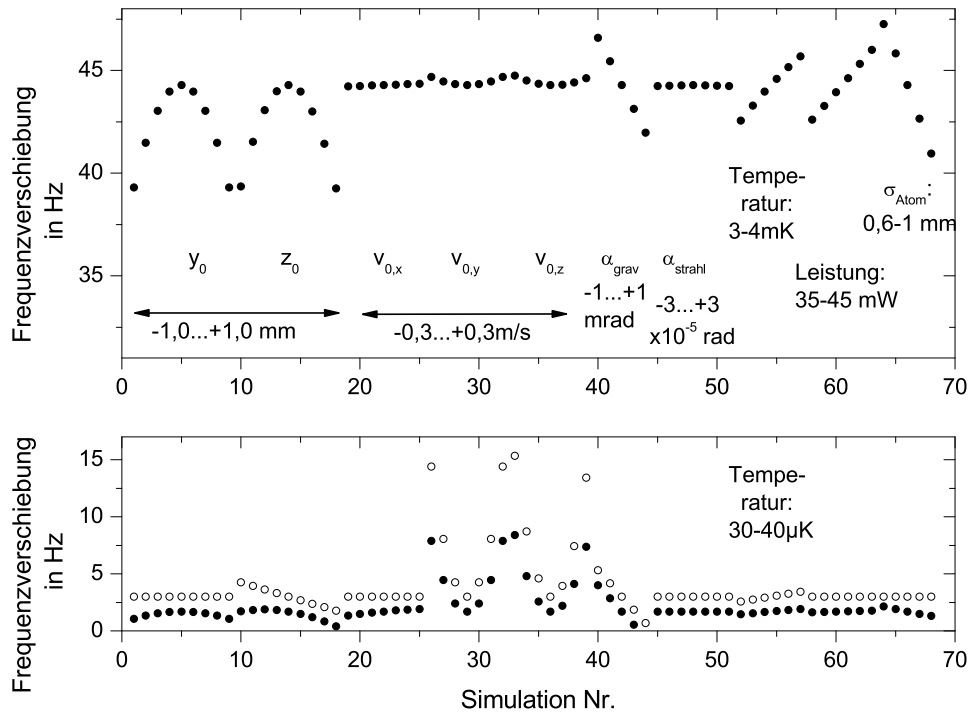


Abbildung 6.8: Frequenzverschiebungen für verschiedene Justageparameter bei konkaven Wellenfronten von  $R = 30$  m. Die Parameter wurden im Rahmen der abgeschätzten experimentellen Begebenheiten variiert (Die Spannweite ist jeweils unter den Daten angegeben). *Oben*: Simulation unter experimentellen Bedingungen. Temperatur: 3,5 mK, wenn nicht anders angegeben. *Unten*: Zum Vergleich eine Simulation eines  $100\times$  kälteren Ensembles (*gefüllte Kreise*) und zusätzlich konstanter Intensitätsverteilung (*offene Kreise*). Unter letzteren Bedingungen verhalten sich die Frequenzverschiebungen gemäß der Gleichungen 6.4 und 6.5.

Abbildung 6.7 dargestellt. Auch aufgrund dieser noch vorhandenen Differenz wird der Krümmungsradius der optimierten Wellenfronten konservativ auf  $R = 30$  m abgeschätzt. Für die Bestimmung der Frequenz der Mg-Interkombinationslinie wurde eine Pulsdauer von  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$  gewählt. Dies entspricht gerade der Zeit, bei der die Atome im Intensitätsmaximum des Gaußschen Strahls einen  $\pi/2$ -Puls erfahren.

In Abbildung 6.8 ist für eine unter diesen Bedingungen ungünstigste Einstellung von beidseitig konvexen Wellenfronten<sup>3</sup> eine Simulation der Frequenzverschiebung unter Variation der restlichen Parameter dargestellt. Hierbei wurde immer nur ein Parameter durchgestimmt, während die anderen konstant auf dem mittleren Wert gehalten wurden. Zum Vergleich ist in der Grafik darunter eine Simulation für ein  $100\times$  kälteres Ensemble dargestellt, das sich in einem konstanten Intensitäts-

<sup>3</sup>Beidseitig konkav ergibt das entgegengesetzte Vorzeichen.

profil der Strahlteiler ausbreitet. In diesem Regime sind Frequenzverschiebungen entsprechend der Gleichungen 6.4 und 6.5 zu erwarten, da die in Abschnitt 6.1.3 diskutierten Effekte noch keine Rolle spielen. Auffällig ist, dass sich die Frequenzverschiebungen für manche Parameter wie  $z_0$  auch qualitativ deutlich unterscheiden.

Besonders sensitiv ist das Interferometer auf einen radialen Versatz  $y_0$  bzw.  $z_0$  zwischen Atomwolke und Spektroskopiestrahlen. Ein solcher Term ohne gleichzeitige Fehljustagen anderer Parameter, wie einer Schwerpunktschwindigkeit, ist in den Gleichungen für die Frequenzverschiebung nicht vorhanden und auch in der Vergleichssimulation nicht wiederzufinden. Der Grund hierfür ist die in Abschnitt 6.1.3 dargestellte Dephasierung, die abseits der Strahlachse früher eintritt. Im unteren Teil des Graphen 6.8 ist der Beitrag des dritten Terms in Gleichung 6.5 zu sehen. Ein zu den Strahlteilern paralleler Versatz der Atomwolke in Richtung der Gravitation ( $z$ -Achse) führt hier zu Frequenzverschiebungen. Für die heißeren Atome spielt dies allerdings keine Rolle.

Eine Schwerpunktschwindigkeit in Strahlrichtung führt bei parallelen Strahlen theoretisch zu keiner Frequenzänderung und ist auch in der Simulation nicht zu erkennen. Eine Schwerpunktschwindigkeit in radialer Richtung dagegen resultiert in einer Vergrößerung der quadragemittelten radialen Geschwindigkeit  $\vec{v}_\perp^2$  und damit des zweiten Terms in Gleichung 6.5. Der Effekt ist im unteren Graphen deutlich vergrößert, weil die Atome eine zehnfach geringere temperaturbedingte, quadragemittelte Geschwindigkeit aufweisen und daher der Effekt relativ gesehen größer ist. Eine Änderung der Ensembletemperatur selbst, führt ebenfalls, wie im Graphen zu sehen ist, direkt zu einer Modifikation des in diesem Absatz besprochenen Terms und daher zu einer Frequenzänderung.

Eine Verkippung der Strahlen gegen die Gravitation führt entsprechend des ersten frequenzabhängigen Terms in Gleichung 6.5 zu einer Frequenzverschiebung, während eine Verkippung der Strahlen gegeneinander gemäß Gleichung 6.4 nur in Kombination mit einer Schwerpunktsbewegung des Ensembles in einer Frequenzänderung resultieren würde.

Die letzten der beiden gezeigten in die Simulation eingehenden Parameter, Leistung und Ausdehnung, gehen nicht in die Gleichungen für die Frequenzverschiebung ein und führen daher bei einer konstanten Intensitätsverteilung zu keiner Frequenzänderung im unteren Graphen der Abbildung 6.8. Die Abweichung von 0 Hz resultiert aus der endlichen Temperatur in den gekrümmten Wellenfronten. Allerdings bewirken sie eine Modifikation der in dem Abschnitt 6.1.3 gezeigten Effekte und daher eine deutliche Frequenzverschiebung im oberen Graphen.

Einige der dargestellten Experimentparameter weisen eine lineare Abhängigkeit auf. Andere, wie z. B. ein radialer Versatz der Atomwolke zum Strahlteiler, läuft die Frequenzverschiebung immer in dieselbe Richtung. Der Erwartungswert der Frequenzabweichung könnte im Prinzip durch Integration über alle möglichen Einstellungen gewonnen werden. Allerdings gibt es in Gleichung 6.4 zusätzlich Kor-

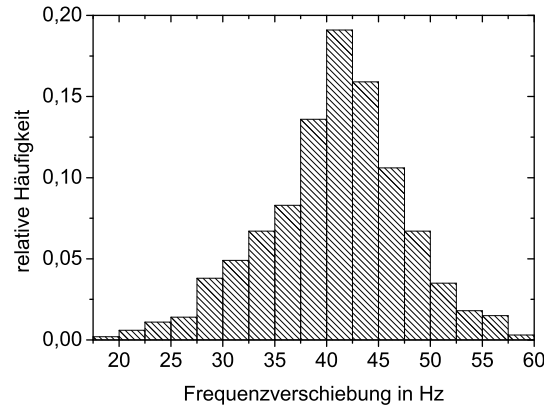


Abbildung 6.9: Monte-Carlo-Simulation der Frequenzverschiebung. Alle in die Simulation eingehenden Parameter wurden entsprechend Tabelle 6.1 variiert. Der Krümmungsradius der Wellenfronten beträgt  $R = 30$  m.

relationen zwischen den einzelnen Parametern, die hier nicht dargestellt sind. Eine Abschätzung über die Streuung und die zu erwartende Frequenzverschiebung soll daher mittels einer Monte-Carlo-Simulation gewonnen werden.

In Abbildung 6.9 ist eine mit dieser Methode berechnete Verteilung unter Berücksichtigung der in Tabelle 6.1 angegebenen experimentellen Justageunsicherheiten gezeigt. Für alle Werte ist eine Gleichverteilung angesetzt.

Die mittlere Verschiebung der dargestellten Verteilung beträgt 41 Hz. Für eine genau entgegengesetzte Krümmung der Wellenfronten des Spektroskopielasers ergibt sich das invertierte Vorzeichen. Da über das Vorzeichen der Krümmung keine Aussage getroffen werden kann, wird keine Korrektur vorgenommen, sondern der gesamte Betrag als Fehler angesetzt. Zusammen mit einer Breite der Verteilung von 7 Hz ergibt sich eine Gesamtunsicherheit für den Doppler-Effekt in 1. Ordnung von 42 Hz.

## 6.2 Sonstige Unsicherheiten und Korrekturen

### 6.2.1 Wahl des Pulsabstandes

Das Interferenzmuster bei der Ramsey-Bordé-Interferometrie besteht, wie in Kapitel 2 dargestellt, aus einer Überlagerung zweier Beiträge, nämlich der hoch- und niederfrequenten Rückstoßkomponente, welche Minima bei  $\nu_{Mg} + \delta_{rec}$  bzw.  $\nu_{Mg} - \delta_{rec}$  aufweisen und daher von dem wahren Interkombinationsübergang verschoben sind. Da während der zentralen Dunkelzeit  $T'$  das niederfrequente Interferometer zerfallen kann, tragen beide Interferometer mit unterschiedlichen Amplituden zum Signal bei. Im Experiment muss immer  $T' > 0$  gewählt werden, um eine Überlappung der beiden mittleren Strahlteilerpulse zu vermeiden. Man ist also bei der

Wahl der Interferenzperiode eingeschränkt, um ein unverschobenes und kontrastreiches Interferenzsignal zu erhalten. Im Idealfall sollte die Rückstoßaufspaltung ein ganzzahliges Vielfaches der Interferenzperiode betragen:

$$\Delta = \frac{\delta_{rec}}{k} \text{ mit } k = 1, 2, 3, \dots \quad (6.11)$$

In [121] wurde gezeigt, dass sich eine Verschiebung ergibt, für den Fall, dass die Periode von Gleichung 6.11 abweicht. Diese Abweichung kann gemäß

$$\Delta\nu \approx -\tanh(\Gamma T'/2) \cdot \left(\frac{k\Delta}{2} - \delta_{rec}\right) \quad (6.12)$$

berechnet werden. Die Frequenz des zentralen Interferenzmaximums hängt also von der Dunkelzeit  $T'$  sowie der gewählten Auflösung ab. Die Frequenzabhängigkeit und damit auch die Auflösung wird hauptsächlich durch das Argument in der Exponentialfunktion des Interferenzterms von Gleichung 6.1 bestimmt. Allerdings liefern auch die Koeffizienten A, B, C, D einen Beitrag, der von der Laserfrequenz abhängt. Dies kann durch einen effektiven Pulsabstand  $T_{eff} = T + \chi\tau_p$  berücksichtigt werden:

$$\Delta \approx \frac{1}{2(T + \chi\tau_p)}. \quad (6.13)$$

Im Fall von  $\pi/2$ -Pulsen und ultrakalten Atomen ist  $\chi = 4/\pi$  [120]. Falls die Dopplerbreite des untersuchten Ensemble, wie in den hier durchgeführten Experimenten, jedoch größer als die Wechselwirkungszeitverbreiterung ist, kann der genaue Wert von  $\Delta$  nur aus dem über die Geschwindigkeitsverteilung integrierten Signal (Gleichung 2.13) bestimmt werden [121]. Das Integral wurde numerisch für verschiedene Werte von  $T$  und  $\tau_p$  ausgeführt. Abbildung 6.10 zeigt die Periode  $\Delta$  aufgetragen gegen den Pulsabstand und normiert auf die Periode für  $\tau_p \rightarrow 0$  ( $\Delta_0$ ).

Diese numerischen Berechnungen wurden für die Auflösung von  $\Delta/2 = 612$  Hz im Experiment überprüft. Dazu wurde während einer vergrößerten Zeit  $T' = 100 \mu\text{s}$  der Rückpumplaser, der den oberen Interferometerzustand adressiert, in die Atomwolke geblitzt. Dies führt dazu, dass Atome, die sich im angeregten Zustand und damit im niederfrequenten Interferometer befinden, Photonen streuen. Bereits ein spontaner Streuprozess bei 383 nm zerstört das Interferenzmuster der niederfrequenten Rückstoßkomponente. Die zufällige Impulsverteilung des emittierten Photons führt hier zu einer destruktiven Impulsverteilung der interferierenden Partialwellen und die hochfrequente Rückstoßkomponente wird einzeln beobachtbar [141]. Allerdings tragen diese Atome immer noch zu dem inkohärenten Untergrund bei. Anhand der Verschiebung, die das vorher zentrale Maximum erfährt, kann nun die Periode bestimmt werden. Wie man an Abbildung 6.10 sehen kann, sind die experimentell bestimmten Daten in guter Übereinstimmung mit der Simulation.

Die berechneten und experimentellen Werte können im Prinzip durch Gleichung 6.13 mit  $\chi \approx 1,10$  für eine Pulsdauer von  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$  und  $\chi \approx 1,17$  für  $\tau_p = 4,6 \mu\text{s}$

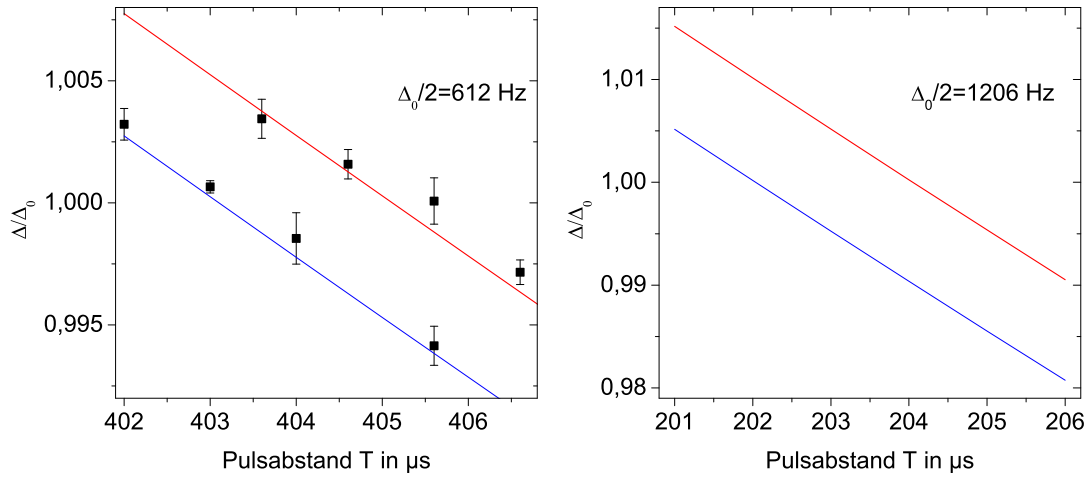


Abbildung 6.10: Abhängigkeit der Periode von dem Pulsabstand für ein einzelnes Interferometer normiert auf die Periode für  $\tau_p \rightarrow 0$ . Die Quadrate zeigen Messungen mit statistischen Fehlerbalken. Scharparameter ist die Pulsdauer:  $\tau_p = 3,0 \mu\text{s}$  (rot) und  $\tau_p = 4,6 \mu\text{s}$  (blau).

approximiert werden. Die nun folgende Abschätzung zeigt jedoch, dass eine so genaue Einstellung auf dem aktuellen Genauigkeitsniveau nicht notwendig ist. Für die Berechnung von  $T$  wurde  $\chi = 1,1$  verwendet.

Da der Interkombinationsübergang  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  von Magnesium verglichen mit anderen Erdalkali-Atomen eine verhältnismäßig lange Lebenszeit von 5 ms besitzt, ergeben sich gemäß Gleichung 6.12 relativ geringe Verschiebungen. Bei im Experiment typischerweise verwendeten  $T' = 2 \mu\text{s}$  und einer Periode  $\Delta \approx \delta_{rec}/10$  ergibt sich selbst für eine grobe Fehleinstellung des Pulsabstandes  $\delta T = 0,5 \mu\text{s}$  nur eine Verschiebung von 100 mHz und für eine typische Auflösung von 1206 Hz nur etwa 36 mHz, dies entspräche einer relativen Unsicherheit von  $6 \times 10^{-17}$ .

### 6.2.2 Zeeman-Effekt

Aufgrund des Zeeman-Effekts erfahren atomare Übergänge in einem Magnetfeld Frequenzverschiebungen. Während der Spektroskopie wurde zur Separation der  $m_J$ -Unterzustände ein homogenes Magnetfeld am Ort der Atome angelegt. Die Größe des angelegten Feldes beträgt etwa 4 G, zusätzlich gibt es aber noch weitere Beiträge durch das nicht kompensierte Erdmagnetfeld und einem Restfeld, das aus einem nicht vollständig abgeklungenen Quadrupolfeld der MOT resultiert (siehe hierzu Kapitel 5.1.2).

Da bei dem in diesem Kapitel dargestellten Experiment der  $m_J = 0 \rightarrow m_J = 0$ -Übergang der Interkombinationslinie spektroskopiert wird, verschwindet die Frequenzabhängigkeit vom Magnetfeld in 1. Ordnung. Allerdings muss eine Frequenz-

verschiebung durch den quadratischen Zeeman-Effekt berücksichtigt werden. Dieser lässt sich beschreiben durch

$$\Delta\nu_{Zeeman} = \alpha_B B^2. \quad (6.14)$$

$\alpha_B$  ist der Koeffizient für den 2. Ordnung Zeeman-Effekt. In [45] wurde dieser Koeffizient mittels Störungstheorie zu  $\alpha_B = 1,64 \text{ Hz/G}^2$  berechnet. Die Berücksichtigung von Termen höherer Ordnung führt zu einer kleinen Korrektur, die im Rahmen der hier erreichten Genauigkeit vernachlässigt werden kann [142].

Um den quadratischen Zeeman-Effekt abschätzen zu können, muss das Magnetfeld am Ort der Atome möglichst gut bekannt sein. Zur Bestimmung des Magnetfeldes kann der Zeeman-Effekt in 1. Ordnung, der eine Verschiebung der  $m_J = \pm 1$  Unterzustände gemäß

$$\Delta E = m_J g_J \mu_B B \quad (6.15)$$

bewirkt, ausgenutzt werden.  $g_J$  ist der Landé-Faktor, der für das  $^3P_1$ -Niveau  $g_J = 3/2$  beträgt,  $\mu_B$  ist das Bohrsche Magneton und  $B$  das magnetische Feld. Die Verschiebung der  $\sigma^+/\sigma^-$ -Komponenten des Übergangs  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  ergibt sich daraus zu  $\pm 2,1 \text{ MHz/G}$ . Diese Unterzustände können durch Drehung der linearen Polarisation der Strahlteilerpulse in eine Ausrichtung orthogonal zur Quantisierungsachse, die durch das Magnetfeld definiert wird, angeregt werden.

Eine Auswertung der Verschiebung dieser Niveaus an mehreren Messtagen ergab Werte zwischen 11,5 MHz und 14 MHz. Die gemessene Variation ist vermutlich auf eine Schwankung des abfallenden Quadrupolmagnetfeldes zurückzuführen.

Hieraus wiederum folgt ein mittleres Magnetfeld von 6,1 G. Die Breite der Verteilung beträgt 1,2 G. Der Fehler kann unter der Annahme einer gleichverteilten Wahrscheinlichkeit für alle Werte, d. h. einer Rechteckverteilung zu  $1,2 \text{ G}/\sqrt{12} = 0,35 \text{ G}$ , abgeschätzt werden [143]. Für den quadratischen Zeeman-Effekt ergibt somit eine Frequenzverschiebung von +61 (7) Hz.

### 6.2.3 Elektrische Felder

Elektrische Felder können zu einer Energieverschiebung atomarer Niveaus aufgrund des Stark-Effekts führen. Für Atome ohne permanentes elektrisches Dipolmoment findet die Wechselwirkung mit dem induzierten Dipolmoment statt und ist vom Quadrat der Feldstärke abhängig. Die Polarisierbarkeit  $\alpha$  ist für verschiedene Energieniveaus unterschiedlich und führt daher zu einer Frequenzverschiebung des Interkombinationsübergangs. Die Frequenzverschiebung aufgrund des Stark-Effekts kann für ein statisches Feld berechnet werden zu

$$\Delta\nu_{DC} = -\frac{1}{2}\Delta\alpha E^2. \quad (6.16)$$

$\Delta\alpha$  ist die Differenz der Polarisierbarkeit von Grund- und angeregtem Zustand.

Für die Polarisierbarkeitsdifferenz des  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Übergangs wurden in [63, 144] für Feldkomponenten parallel und senkrecht zur Quantisierungsachse, die durch das Magnetfeld gegeben ist, folgende Werte atominterferometrisch bestimmt:  $\Delta\alpha_\pi = 3,9$  (0, 1) kHz/(kV/cm)<sup>2</sup> und  $\Delta\alpha_\sigma = 9,0$  (0, 3) kHz/(kV/cm)<sup>2</sup>.

Ein statisches elektrisches Feld wird während des Experiments nicht angelegt, so dass es nur durch zufällige Streufelder bzw. Oberflächenladungen auf der Vakuumapparatur entstehen kann. Solche Felder werden für den bestehenden Aufbau zu  $<1$  V/cm abgeschätzt und bewirken daher Frequenzverschiebungen von weniger als 10 mHz und tragen somit nicht signifikant zum Unsicherheitsbudget bei.

Eine Anwesenheit von oszillierenden Feldern kann allerdings einen dramatisch größeren Effekt auf die Interkombinationsfrequenz bewirken. Zwei Quellen für solche Strahlung kommen hier in Frage: Zum einem können Streufelder der in dieser Arbeit verwendeten Laser bei den Wellenlängen 285 nm, 383 nm und 457 nm zu starken Frequenzverschiebungen führen. Außerdem bewirkt die Schwarzkörperstrahlung der Vakuumapparatur bei etwa 20 °C sowie die des Magnesiumofens bei einer Temperatur von etwa 420 °C eine kleinere Verschiebung. Beide Effekte werden in den folgenden Unterabschnitten diskutiert.

### AC-Stark-Effekt aufgrund von Streulicht

Für ein atomares Zwei-Niveau-System kann die Frequenzverschiebung aufgrund des AC-Stark-Effekts durch [116]

$$\Delta\nu_{AC} = \frac{\delta_L}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{\Omega_R^2}{\delta_L^2 (2\pi)^2}} - 1 \right) \quad (6.17)$$

beschrieben werden.  $\delta_L = \nu_{laser} - \nu_{Atom}$  ist hier die Verstimmung des Lasers von der atomaren Resonanz und  $\Omega_R$  die resonante Rabifrequenz. Im Fall  $\delta_L \gg \Omega_R$  vereinfacht sich Gleichung 6.17 zu

$$\Delta\nu_{AC} = -\frac{\Omega_R^2}{4\delta_L(2\pi)^2}. \quad (6.18)$$

Da im hier betrachteten Fall mehrere atomare Übergänge zur AC-Stark-Verschiebung beitragen können, wurde für die im folgenden dargestellten Werte Gleichung 6.17 bzw. 6.18 jeweils über die 8-10 stärksten an die Zustände  $^1S_0$  und  $^3P_1$  koppelnden Übergänge summiert.

Wie in Kapitel 5.1.3 dargestellt, ist die 0. Beugungsordnung der Kühllaser bei 285 nm nahresonant. Dies ist besonders kritisch, da auch bei kleinen Lichtintensitäten nach Gleichung 6.17 starke Frequenzverschiebungen auftreten können. Durch Streuung am Schalt-AOM für die sechs MOT-Strahlen oder dem Schalt-AOM für den Zeeman-Abbremsstrahl kann nicht gebeugtes Licht prinzipiell bis zum Ort der Atome gelangen. Des Weiteren ist die typischerweise erreichte Unterdrückung der



HF von  $\geq 40$  dB in den Mikrowellenschaltern oft nicht ausreichend, so dass auch im abgeschalteten Zustand gebeugtes Licht die Atome erreichen kann. Vor der Strahlteilung für die MOT Strahlen konnten bei ausgeschaltetem AOM noch bis zu 250 nW unkolliertes Licht gemessen werden. Selbst bei einer Verstimmung von 5 MHz und einem angenommenen Strahlradius von  $w = 10$  mm folgt eine Frequenzverschiebung von etwa 55 Hz gemäß Gleichung 6.17. Daher wurde in diesem Strahlengang ein mechanischer Verschluss<sup>4</sup> eingebaut, der während der Abschaltzeit für das Magnetfeld den Strahl zuverlässig und vollständig vom Experiment trennt. Dass diese Abschätzung für die Frequenzverschiebung allerdings nur ein Hinweis auf eine mögliche Fehlerquelle sein kann, zeigt ein späterer Vergleich mit und ohne Strahlausblendung, bei der im Rahmen der Messgenauigkeit eine nicht von Null unterscheidbare Differenz von 6 (15) Hz messbar war. Nichtsdestotrotz sind für die Bestimmung der mittleren Frequenz des Interkombinationsübergangs nur Werte mit aktivierter Blende verwendet worden.

Als weitere Quellen für eine AC-Stark-Verschiebung kommen die Laser bei Wellenlängen in der Nähe von 383 nm in Frage. Im Speziellen arbeitet der Rückpumpplaser 1 nahresonant und kann daher bei nicht vollständiger Abschaltung zu deutlichen Linienverschiebungen führen. Aus diesem Grund wurde während der Interferometrie zusätzlich zum Abschalten der Leistung mittels eines Mikrowellenschalters die den AOM treibende Frequenz von 220 MHz auf 260 MHz frequenzverschoben. Dadurch wird erreicht, dass aufgrund eines geänderten Beugungswinkels die Transmission durch die polarisationserhaltenden Fasern von insgesamt etwa 1  $\mu$ W auf maximal 30 nW verringert wird und folglich auf eine Intensität von maximal  $1,9 \times 10^{-5}$  mW/cm<sup>2</sup> abnimmt. Außerdem ist das gebeugte Licht nun 40 MHz verstimmt und verursacht somit eine Verschiebung von höchstens 0,33 Hz. Die weiteren Laser bei 383 nm sind 600 GHz bzw. 1,2 THz verstimmt und verursachen nach Abschaltung eine Verschiebung von weniger als 1 mHz.

Der Spektroskopielaser selber verursacht auf dem Interkombinationsübergang keine Frequenzverschiebung. Allerdings kann es durch seine hohe Intensität aufgrund einer Ankopplung an weit entfernte starke Übergänge z. B. bei 517 nm im Triplet-System trotzdem zu einer Verschiebung der beteiligten Energieniveaus kommen. Die Verschiebung des  $^1S_0$ -Zustands beträgt  $-3,5$  Hz und die des  $^3P_1$ -Niveaus  $-5,8$  Hz, woraus sich im Prinzip eine Verschiebung der Interkombinationslinie von  $\delta\nu = -2,3$  Hz ergibt. Allerdings gibt es nur in einem Bruchteil der Spektroskopiezeit eine Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen und die mittlere Verschiebung ergibt sich aus dem Verhältnis  $\tau_p/T$  gemäß [145]

$$\overline{\Delta\nu} \approx \frac{4}{\pi} \frac{\tau_p}{T} \delta\nu. \quad (6.19)$$

Für eine Pulsdauer von 3  $\mu$ s und einem Pulsabstand von 200 ms ergibt sich damit eine Verschiebung von 40 mHz. Die im ausgeschalteten Zustand gebeugte

<sup>4</sup>Uniblit, VS14S-2-T-0.

nahresonante Leistung konnte auf weniger als 10 nW abgeschätzt werden. Diese trägt während der gesamten Spektroskopiedauer bei, kann allerdings aufgrund der geringen Intensität vernachlässigt werden. Die Verschiebung durch diese Strahlung beträgt weniger als 1  $\mu$ Hz.

Ein weiterer Beitrag des Spektroskopielasers entsteht durch nicht gebeugtes Licht, das an den beiden pulsformenden AOMs gestreut und in die Fasern eingekoppelt wird. Durch physikalische Trennung des AOM-Verstärkers von der RF-Quelle konnte eine Resttransmission der 0. Beugungsordnung durch die Fasern gemessen werden. Für beide Strahlen ergibt sich eine Gesamtintensität von  $3,2 \times 10^{-2}$  mW/cm<sup>2</sup> bei einer Verstimmung von  $-76$  MHz, womit sich die Verschiebung zu 2 mHz bestimmt.

Die gesamte Unsicherheit aufgrund von Streulicht der verwendeten Laser kann auf weniger als 0,4 Hz abgeschätzt werden.

### Schwarzkörperstrahlung

Linienverschiebungen, die aus dem Stark-Effekt der breitbandigen Schwarzkörperstrahlung resultieren, müssen neben dem Effekt der schmalbandigen Laserstrahlung des letzten Abschnittes ebenfalls berücksichtigt werden. Da der Hauptteil des Frequenzspektrums dieser Strahlung sich nicht bis in den optischen Frequenzbereich erstreckt, kann das elektrische Feld der Schwarzkörperstrahlung im statischen Grenzfall betrachtet werden [146]. Das mittlere Quadrat der elektrischen Feldstärke  $\langle E_{SK}^2 \rangle$  lässt sich mit des Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetzes zu  $\langle E_{SK}^2 \rangle = 4\sigma_{SB}/(c \cdot \epsilon_0) \cdot \vartheta^4 = 8,55 \times 10^{-5}$  V<sup>2</sup>/(m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>)  $\cdot \vartheta^4$  bestimmen.  $\sigma_{SB}$  ist die Stefan-Boltzmann-Konstante. Die Verschiebung ergibt sich analog zu Gleichung 6.16

$$\Delta\nu_{SK} = -\frac{1}{2}\overline{\Delta\alpha} \langle E_{SK}^2 \rangle. \quad (6.20)$$

Schwarzkörperstrahlung ist unpolarisiert, so dass sie sich gleichermaßen auf die Komponenten  $\Delta\alpha_\pi$  und  $\Delta\alpha_\sigma$  aufteilt und für das gewichtete Mittel der Polarisierbarkeit folgt somit  $\overline{\Delta\alpha} = 2/3\Delta\alpha_\sigma + 1/3\Delta\alpha_\pi = 7,3$  (0,3) kHz/(kV/cm)<sup>2</sup>.

Die Temperatur der Vakuumkammer wird zu  $\vartheta = 293$  K abgeschätzt mit einer Unsicherheit von 10 K, die berücksichtigt, dass sich in der Nähe des atomaren Ensembles wassergekühlte Quadrupolspulen als auch eine ungekühlte Spule für das homogene Feld befinden. Die Temperatur des Ofens wird zu 693 (10) K abgeschätzt, die direkt nur aus einem kleinen Raumwinkel von  $2 \times 10^{-3}$  beiträgt. Die anzubringende Korrektur aufgrund der Schwarzkörperstrahlung beträgt damit mindestens  $-0,23$  (0,04) Hz.

Im Allgemeinen weisen nicht oxidierte Metalle bei Raumtemperatur für Wellenlängen von mehr als 1  $\mu$ m hohe Reflektivitäten mit Werten von über 80% auf [122]. Reflexionen an den Kammerwänden können dadurch den Raumwinkel, aus der die Schwarzkörperstrahlung des Ofen beiträgt, deutlich erhöhen. Als absolute

Obergrenze für die Unsicherheit dieses Effektes kann die maximale Verschiebung angesehen werden, die entstehen würde, wenn man für die gesamte Kammer die Ofentemperatur annimmt. Die Frequenzverschiebung beträgt in diesem Fall 7,2 Hz. Dieser Wert wird im Unsicherheitsbeitrag für die Schwarzkörperverschiebung angesetzt.

## 6.2.4 Sonstige Effekte

### Asymmetrischer Untergrund

Der Photonenrückstoß verursacht bei frei fallenden Atomen eine fundamentale Asymmetrie des inkohärenten Signaluntergrundes [147]. Bei sehr kalten atomaren Ensembles, bei denen die Dopplerverbreiterung in der gleichen Größenordnung wie die Flugzeitverbreiterung liegt, kann diese Asymmetrie zu deutlichen Frequenzverschiebungen des überlagerten Ramsey-Interferogramms führen. In [13] wurde somit Linienverschiebungen von 30 Hz bei niedrigen Auflösungen beobachtet.

Um die Auswirkungen dieses Effektes auf die Interkombinationslinie von Magnesium abzuschätzen, wurde unter Berücksichtigung der experimentellen Parameter wie Temperatur, Pulsdauer, Strahlradius, Lichtintensität und Ausdehnung des Ensembles eine Simulation der Linienform nach Gleichung 2.13 durchgeführt. Bei einer Auflösung von 1,2 kHz und Verwendung des einfachen Stabilisierungsschemas, bei dem auf den beiden Flanken des Ramseysignals gemessen wird, resultiert eine Verschiebung von 51 mHz. Bei einer zehnfach größeren Auflösung betrüge die Verschiebung bereits 5 Hz. Durch die Verwendung der 8-Punkt-Stabilisierung (siehe Kapitel 5.2.2) tragen nur kubische und höhere Anteile des Untergrundes zu einer Verschiebung bei und die Verschiebung für eine Auflösung von 1,2 kHz beträgt weniger als 1 mHz.

### Quadratischer Doppler-Effekt

Zusätzlich zu dem in Abschnitt 6.1 behandelten linearen Doppler-Effekt gibt es auch eine Verschiebung durch den relativistischen oder quadratischen Doppler-Effekt. Er ist unabhängig von der Richtung der Geschwindigkeiten. Während er bei thermischen Atomen einige 100 Hz beträgt, ist er jedoch an kalten Atomen stark reduziert. Der quadratische Doppler-Effekt kann abgeschätzt werden durch

$$\Delta\nu_{QD} \approx -\nu_{Mg} \frac{\bar{v}^2}{2c^2}. \quad (6.21)$$

Die mittlere Geschwindigkeit von lasergekühltem Magnesium ergibt sich zu  $v_{rms,3D} = \sqrt{3}v_{rms,1D} = 1,9 (0,1) \text{ m/s}$ . Daraus ergibt sich eine Verschiebung von  $-13 (2) \text{ mHz}$  und kann auf dem aktuellen Genauigkeitsniveau vernachlässigt werden.

### Gravitationsrotverschiebung

Befinden sich bei einem Frequenzvergleich die als Referenz verwendete Uhr und der Oszillator, dessen Frequenz bestimmt werden soll, nicht im gleichen Gravitationspotential, so muss die Gravitationsrotverschiebung berücksichtigt werden. Die relative Gravitationsrotverschiebung beträgt  $1,09 \times 10^{-16}/\text{m}$  bei einer Gravitationsbeschleunigung von  $g=9,81 \text{ m/s}^2$  [148]. Die Frequenz der Cs-Fontänenuhr wurde, wie bei Frequenzvergleichen üblich, so korrigiert, als befände sie sich auf Höhe  $h_{\text{CsF}}=0 \text{ m}$ . Die Höhe des Magnesium-Frequenzstandards wird zu  $h_{\text{Mg}}=70 (5) \text{ m}$  abgeschätzt. Insgesamt ergibt sich eine Gravitationsrotverschiebung zu der korrigierten Cs-Frequenz von  $\Delta\nu_{\text{Grav}} = +5 (0,4) \text{ Hz}$ .

### Resonatordrift

Der Laser für die Abfrage der atomaren Resonanz ist für die nötige Kurzzeitstabilität während der Spektroskopie an einen optischen Resonator angebunden. Aufgrund von Alterungseffekten oder thermischen Fluktuationen, wie z. B. durch die eingebrachte optische Leistung oder eine nicht optimale thermische Isolation, kann es zu einer Längenänderung und damit einer Drift der Resonanzfrequenz kommen. Eine solche Resonatorfrequenzdrift während der Spektroskopie wird durch den verwendeten doppelten Integrator erst mit einer zeitlichen Verzögerung ausgeglichen. Die Frequenzdifferenz zu einem bestimmten Stabilisierungszeitpunkt  $n$  kann mit Hilfe von Gleichung 5.18 berechnet werden. Die Abweichung der gemessenen Frequenz ergibt sich nun aus der Mittelung über alle Frequenzabweichungen während der Messzeit.

Mit dem in den ersten Messungen verwendeten Resonator W konnten, während den Messungen Frequenzdriften von bis zu  $\delta_t = \pm 4 \text{ Hz/s}$  beobachtet werden. Das Vorzeichen ist hier zufällig. Aus einer Mittelung über mindestens 250 Stabilisierungszyklen von je 3,2 s und einem Stabilisierungsvorlauf, also einer Stabilisierungszeit bei der noch nicht die Frequenz gemessen wird, von mindestens einer Minute lässt sich nun die zu erwartende Differenz zwischen Messung und atomarer Resonanz abschätzen. Es wird hier angenommen, dass die Drift während der Messung konstant ist, aber zu Beginn auf  $\delta_t = 0 \text{ Hz}$  eingestellt wurde und sich mit Hilfe der Driftkorrektur während der Messung erst einpendelt. Für eine Driftrate von 4 Hz/s und einer typischen Zeitkonstante  $\tau_\beta = 10 \text{ s}$  und  $\tau_\alpha = 300 \text{ s}$  für den einfachen und doppelten Integrator ergibt sich damit eine Abweichung von 14 Hz.

Für die Messungen im Oktober 2009 konnte bereits ein neuer Resonator verwendet werden. Hier betrug die Drift umgerechnet auf die Wellenlänge von 457 nm während der drei Messtage maximal  $\pm 0,5 \text{ Hz/s}$ . Hiermit ergibt sich eine Messabweichung von  $\pm 2 \text{ Hz}$ , die keinen signifikanten Beitrag zum Unsicherheitsbudget leistet. Für eine zukünftige weitere Verringerung dieses Beitrages könnte die Zeit für den Stabilisierungsvorlauf vergrößert werden, z. B. in die Größenordnung der Zeitkonstanten  $\tau_\alpha$ , um das Einschwingverhalten abzuwarten oder die nichtlineare

Drift des Oszillators reduziert werden.

### Kalte Stöße

Wechselwirkungen bzw. Stöße zwischen den Atomen des Ensembles führen zu Linienverschiebungen.

Ein Vergleich mit publizierten Werten für andere Alkali- und Erdalkaliatome an denen Präzisionsspektroskopie durchgeführt wird, soll hier als Anhaltspunkt dafür dienen, auf welcher Größenordnung Frequenzverschiebungen erwartet werden können.

Im Fall von ultrakaltem  $^{40}\text{Ca}$  wurde der Koeffizient für die absolute Linienverschiebung in Abhängigkeit der Dichte zu  $A_\rho = -1,8 (5,4) \times 10^{-17} \text{ Hz m}^3$  [120] und für etwa 3 mK kaltes  $^{40}\text{Ca}$  Ensemble zu  $1,4 (2,0) \times 10^{-15} \text{ Hz m}^3$  [137] bestimmt. Für  $^{88}\text{Sr}$  wurde ein Koeffizient von  $A_\rho = -7,2 (2,0) \times 10^{-17} \text{ Hz m}^3$  gemessen [149].

$^{133}\text{Cs}$ , das eine  $15\times$  größere Sensitivität auf Stöße aufweist als  $^{87}\text{Rb}$  [150], zeigt eine Linienverschiebung von  $A_\rho = 1,8 \times 10^{-17} \text{ Hz m}^3$  [151]. Bei diesen Mikrowellenstandards führen bereits absolute Stoßverschiebungen eines Energieniveaus unterhalb von 1 mHz zu signifikanten relativen Frequenzverschiebungen und sind ein wichtiger Unsicherheitsfaktor auf einem Level von  $10^{-15}$ . Im Fall von optischen Frequenzstandards, und im Speziellen bei Mg, ist dieser Effekt durch die fünf Größenordnungen höheren Übergangsfrequenzen zwischen den Energieniveaus aber stark unterdrückt.

Aufgrund der langen Expansionszeit vor der Spektroskopie ist die mittlere Dichte  $\bar{\rho}$  des Mg-Ensembles relativ gering und beträgt  $\bar{\rho} = 2 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$  bei einer für die Frequenzmessung verwendeten Auflösung von 1,2 kHz. Für die genannten Koeffizienten von Cäsium, ultrakaltem Calcium oder Strontium würden damit Verschiebungen von wenigen mHz resultieren. Selbst für den größten dargestellten Koeffizienten, nämlich dem von kaltem  $^{40}\text{Ca}$ , der immer noch mit Null konsistent ist, würde sich nur eine Linienverschiebung von 0,3 Hz ergeben. Dieser Wert ist mehr als einen Faktor 100 kleiner als der dominierende Unsicherheitsbeitrag durch den linearen Doppler-Effekt. Im Unsicherheitsbudget wird er der Vollständigkeit halber mit einem zusätzlichen Aufschlag von einem Faktor 10 für diese Messung berücksichtigt.

Für eine zukünftige weitere Verbesserung der Genauigkeit einer Spektroskopie der Interkombinationslinien ist allerdings eine genaue Vermessung dieses Effekts erforderlich.

### Phasenexkursionen in Spektroskopielasern

In [152] konnte gezeigt werden, dass von Puls zu Puls gleichbleibende Phasenexkursionen in den Spektroskopielasern zu Frequenzverschiebungen führen. Als Ursprung dieser Exkursionen konnte das als Bandpass für den Puls wirkende System

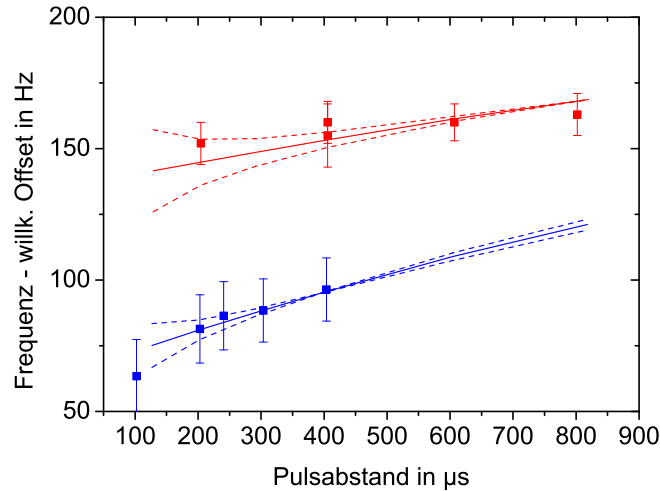


Abbildung 6.11: Gemessene Frequenz aufgetragen gegen den Pulsabstand  $T$  für gekrümmte Wellenfronten mit  $R = 18$  m. Die farbigen Kurven stellen die berechnete Frequenzverschiebung dar. Die gestrichelten Kurven zeigen die Unsicherheit aufgrund der möglichen Phasenexkursionen in den Schalt-AOMs.

aus Schalter, RF-Verstärker und AOM identifiziert werden. Die hierdurch verursachten Phasenexkursionen zu Beginn und Ende der Strahlteilerpulse wurden für verschiedene AOMs und RF-Leistungen in ähnlicher Weise beobachtet und führen abhängig von der Auflösung und der Pulsdauer zu Frequenzverschiebungen.

Für einen Pulsabstand von  $T \approx 216 \mu\text{s}$  und  $\tau_p = 1 \mu\text{s}$  wurde eine Korrektur von 12 Hz bei einer zu diesem Experiment vergleichbaren AOM-Frequenz von 81 MHz angebracht. Auch in [13] und [153] wurden dieselben Effekte beobachtet und vergleichbare Korrekturen durchgeführt. Die Verschiebung wurde jeweils aufgelöst durch eine starke Variation des Pulsabstandes  $T$  und gleichzeitige Bestimmung der Abweichung vom linearen Verhalten nach Gleichung 6.5.

Dieses Verfahren scheidet hier allerdings aus, da es, wie in Abschnitt 6.1.3 dargestellt, unter den vorhandenen experimentellen Bedingungen ohnehin zu deutlichen Abweichungen von der linearen Abhängigkeit mit der Pulszeit kommt. Daher wird der in [152] bestimmte Wert für die Unsicherheit angesetzt, obwohl dieser Effekt linear mit der Pulsdauer skaliert und daher noch um einen Faktor 3 aufgrund der dreifach längeren Pulsdauer unterdrückt sein sollte.

In Abbildung 6.11 ist dargestellt, wie sich eine solche Unsicherheit auf die Simulation in Abbildung 6.5 auswirkt. Wie man erkennen kann, ist die Abschätzung der Größe des Fehlers für die Phasenexkursion gerechtfertigt. Während in der roten Kurve die obere Fehlergrenze die Werte am besten beschreibt, ist in der blauen das Gegenteil der Fall.

Effekt	Linienverschiebung <sup>5</sup>	Unsicherheit
Linearer Doppler-Effekt	0 Hz	42 Hz
Quadratischer Doppler-Effekt	-13 mHz	2 mHz
Quadratischer Zeeman-Effekt	+61 Hz	7 Hz
AC-Stark-Effekt	0 Hz	0,4 Hz
Schwarzkörperstrahlung	-0,23 Hz	7,2 Hz
Resonatordrift	0 Hz	2 Hz
Asymmetrischer Untergrund	0 Hz	1 mHz
AOM-Phasenexkursionen	0 Hz	12 Hz
Kalte Stöße	0 Hz	3 Hz
Mg Gesamt	+61 Hz	47 Hz
Statistik der Frequenzmessung	0 Hz	8 Hz
Frequenzreferenz [154]	0 Hz	1,3 Hz
Faserverbindung	0 Hz	2 mHz
Gravitationsrotverschiebung	+5 Hz	0,4 Hz
Gesamt	+66 Hz	47 Hz

Tabelle 6.2: Unsicherheitsbeiträge der Frequenzmessung an kalten Magnesiumatomen.

### 6.3 Zusammenfassung der Unsicherheitsbeiträge

In Tabelle 6.2 sind die in dieser Arbeit behandelten Beiträge zur Unsicherheit der ersten Frequenzmessung an kalten Magnesiumatomen zusammengefasst. Dominierender Beitrag ist der in Abschnitt 6.1 ausführlich dargestellte lineare Doppler-Effekt. Die Ausdehnung des Ensembles in gekrümmten Wellenfronten macht hier den Hauptanteil aus. Mit Hilfe einer Simulation der atomaren Trajektorien wird die Unsicherheit dieses Effektes auf 42 Hz in optimierten Wellenfronten abgeschätzt.

Die Beiträge für die Linienverschiebung des Interkombinationsübergangs betragen zusammen 47 Hz. Zusätzliche Beiträge resultieren aus dem statistischen Fehler der Frequenzmessung sowie des verwendeten Referenznormals und eines unbedeutenden Beitrag aus der Stabilisierung der Telekomfaser.

Insgesamt ergibt sich eine absolute Unsicherheit von 47 Hz. Dies entspricht einer relative Unsicherheit von  $7 \times 10^{-14}$  und bedeutet damit eine Verbesserung um einen Faktor 30 gegenüber der ersten Frequenzmessung der Interkombinationslinie an der Atomstrahlapparatur [34]. Nach dieser Verbesserung ist die Interkombinationslinie, der am genauesten bekannte Übergang des Magnesiumatoms.

Der gemessene Mittelwert von 655 659 923 839 796 Hz wird gemäß der Tabelle 6.2 korrigiert und es ergibt sich für die Frequenz des Übergangs:

$$\nu(^{24}\text{Mg}:^1S_0 \rightarrow ^3P_1) = 655\,659\,923\,839\,730\ (47)\ \text{Hz}. \quad (6.22)$$

<sup>5</sup> $\Delta\nu = \nu_{\text{gemessen}} - \nu_{\text{Magnesium}}$

Dieser Wert ist in voller Übereinstimmung mit dem Ergebnis der Messung an der Atomstrahlapparatur, das in Kapitel 3 dargestellt ist.



---

## AUSBLICK

Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmalig die Frequenz eines Interkombinationsübergangs des Magnesiumatoms gemessen. Bereits die Frequenzmessung am Atomstrahl verbesserte die Genauigkeit des Übergangs um sechs Größenordnungen. Eine Begrenzung ergab sich hier durch den Doppler-Effekt in der 1. und 2. Ordnung.

Mit Hilfe eines neuentwickelten, frequenzverdoppelten Diodenlasersystems, bestehend aus einem Hauptkühlaser und zwei RückpumpLasern, konnte erstmals Magnesium im metastabilen Zustand gefangen werden. Diese MOT wurde in dieser Arbeit dazu verwendet, den angeregten Interferometerausgang in einem auf kalten Magnesiumatomen basierenden Frequenzstandard zu detektieren. Eine Frequenzmessung und Charakterisierung dieses Systems gelang durch einen Vergleich mit einer hochstabilen optischen Referenz und präzisen Mikrowellenuhren der PTB.

Die Messung wurde durch einen phasenkohärenten Transfer einer optischen Frequenz über eine Telekommunikationsglasfaserverbindung realisiert. Bei dieser neuen Methode wird die Stabilität eines Frequenzstandards mittels eines Frequenzkamms auf einen Laser bei Telekomwellenlänge übertragen und vom Empfänger mit einem weiteren Frequenzkamm mit einer beliebigen optischen Frequenz verglichen. Die auf der Strecke einkoppelnden akustischen und thermischen Störungen werden durch eine aktive Faserstabilisierung unterdrückt. Mit Hilfe dieser Methode kann ein Vergleich modernster Frequenzstandards ohne Degradierung ihrer Stabilität für Mittelungszeiten ab etwa 1 s geschehen. Der auf kalten Atomen basierende Frequenzstandard konnte somit vollständig charakterisiert werden und außerdem eine neue verbesserte Frequenz für den Interkombinationsübergang des Magnesiumatoms angegeben werden. Insgesamt wurde die Kenntnis der Linie um einen weiteren Faktor 30 gesteigert. In Abbildung 7.1 sind die im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Frequenzen dargestellt.

Im Prinzip ist eine weitere Steigerung der Stabilität des realisierten Frequenzstandards möglich. Ein Ansatzpunkt ist eine Verringerung des Präparations- und

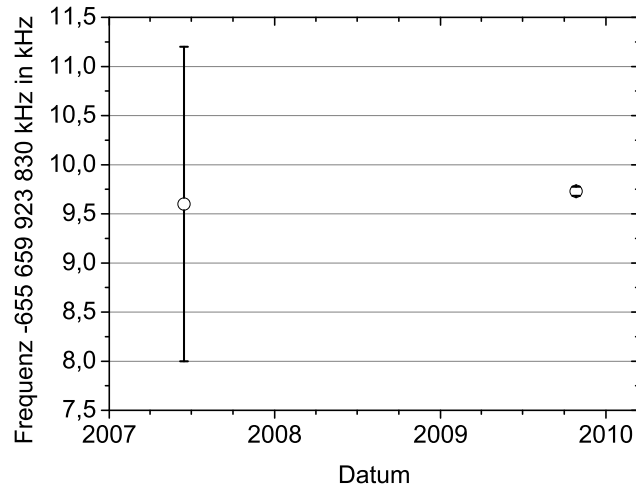


Abbildung 7.1: Die beiden im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Frequenzen des Interkombinationsübergangs  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ . Der erste Wert ist an einer Atomstrahlapparatur mit Hilfe einer transportablen Cs-Atomuhr der PTB ermittelt worden und stellte bereits eine Verbesserung um sechs Größenordnungen dar. Der zweite Wert ist durch Spektroskopie von lasergekühlten Magnesiumatomen bestimmt worden. Als Referenznormal diente hier eine ortsgebundene Cs-Fontänenuhr der PTB in Braunschweig.

Detektionsrauschens z. B. durch Implementierung von Intensitätsstabilisierungen der beteiligten Laser. Des Weiteren könnte durch die Entwicklung einer neuen Experimentsteuerung die Zykluszeit deutlich verkürzt werden. Dies würde gemäß Gleichung 5.8 zu einer erhöhten Stabilität führen.

Genau wie im Fall der thermischen Atome ist auch bei den kalten Atomen die erzielte Genauigkeit durch den, allerdings deutlich reduzierten, Doppler-Effekt limitiert. Eine erneute deutliche Steigerung ist, auch mit einer erhöhten Stabilität, unwahrscheinlich. Die starke Ausdehnung des Ensembles in Kombination mit imperfekten Wellenfronten verhindert eine einfache Extrapolation der Frequenzverschiebungen durch den Doppler-Effekt. Eine Möglichkeit dies zu verbessern besteht darin, durch Implementierung schneller schaltbarer Spulen den Interferometrie-startzeitpunkt deutlich vorzuziehen. Dadurch könnte man in den Bereich gelangen, in dem sich die Dopplerverschiebung linear mit dem Pulsabstand  $T$  verhält. Zusätzlich würde auch die Stabilität profitieren, da höhere Auflösungen realisierbar wären.

Für eine weitere Verbesserung der Genauigkeit ist ein kälteres Ensemble erforderlich. Die Erzeugung eines kälteren Ensembles ist daher aktuelles Forschungsgebiet und wurde durch das Beladen einer Dipolfalle bereits demonstriert [98]. Eine solche Dipolfalle stellt nicht nur eine gute Voraussetzung für die Beladung eines Gitters dar, sondern kann auch als optimaler Ausgangspunkt für eine Spektroskopie an freifallenden Atomen angesehen werden. Für ein Szenario mit  $100 \mu\text{K}$

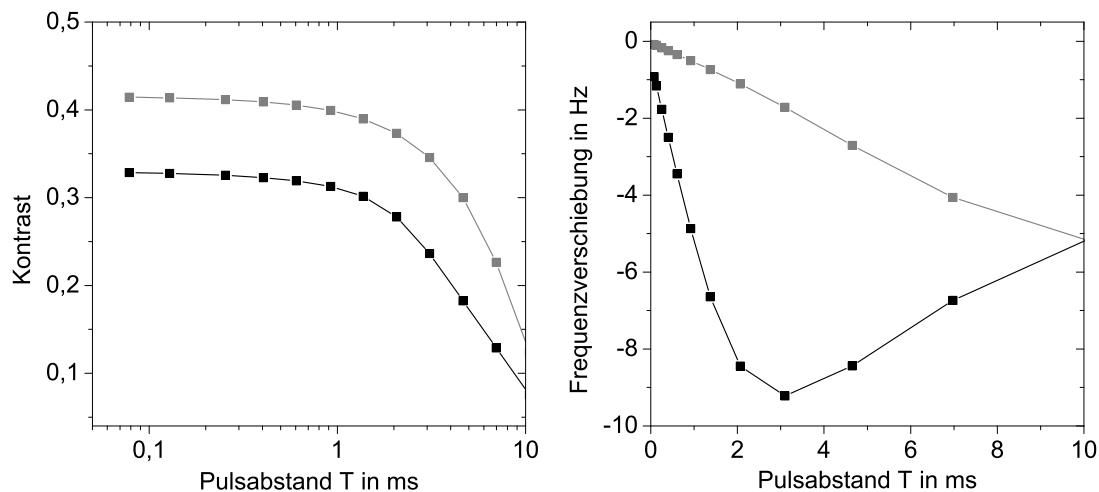


Abbildung 7.2: Simulation des Kontrastes  $S/p_m$  und der Frequenzverschiebung für ein ballistisches Ensemble mit den im Text angegebenen Parametern für eine Temperatur von  $\theta = 100 \mu\text{K}$  (schwarz) und  $\theta = 10 \mu\text{K}$  (grau) in gekrümmten Wellenfronten von  $R = 30 \text{ m}$ . Für Pulsabstände größer als 1 ms nimmt der Kontrast hauptsächlich wegen der Lebenszeit des Zustands von 5,1 ms schnell ab. Für das  $10 \mu\text{K}$  kalte Ensemble wird ein optimaler Kontrast von 50% fast erreicht. Die Frequenzverschiebung ist für das heißere Ensemble bis mindestens  $T = 1 \text{ ms}$  linear, so dass in diesem Bereich systematische Untersuchungen zu Frequenzverschiebungen durchgeführt werden können. Im Fall des kälteren Ensembles sind die Frequenzverschiebungen noch deutlich länger linear.

kalten Atomen und einer Laderate von  $10^4 \text{ Atome/s}$  wird im Folgenden, basierend auf den Ergebnissen dieser Arbeit, eine Abschätzung über die erreichbare Stabilität und Genauigkeit durchgeführt. In Abbildung 7.2 ist eine Simulation des Kontrastes dargestellt. Für die Länge der Spektroskopiepulse sind  $3 \mu\text{s}$ , entsprechend einer Anregungswahrscheinlichkeit von 50%, gewählt. Allerdings findet die Spektroskopie bereits  $100 \mu\text{s}$  nach dem Öffnen der Falle statt. Es wird ein Kontrast von deutlich über 30% erreicht, der aber aufgrund der begrenzten Lebenszeit des Zustands für Spektroskopiezeiten von größer als 2 ms schnell abnimmt. Die Frequenzverschiebung ist linear bis zu einem Pulsabstand von etwa 1 ms. Die Linearität ist wichtig, um eine Frequenzverschiebung durch systematische Untersuchungen korrigieren zu können. Anhand der dargestellten Simulation wird in den folgenden Abschnitten eine Abschätzung über die mögliche Stabilität und Unsicherheit eines auf freifallenden Atomen basierenden Frequenzstandards diskutiert.

Im letzten Abschnitt werden Voraussetzungen für eine zukünftige Gitteruhr mit Magnesium dargestellt. Außerdem werden die hierfür in Frage kommenden Übergänge der Magnesium-Isotope berechnet.

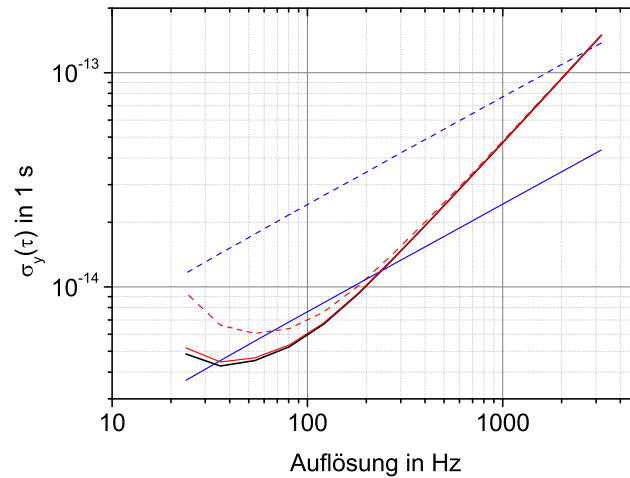


Abbildung 7.3: Potenzielle Stabilität für ein  $100 \mu\text{K}$  kaltes Ensemble. Die *schwarze* Kurve berücksichtigt die Kontrastabnahme ohne Rauschbeiträge durch den Laser. In den *roten* Kurven ist der Kontrast unter Berücksichtigung einer endlichen Laserlinienbreite dargestellt. Die *blauen* Kurven geben die Begrenzung für die Stabilität aufgrund des Dick-Effektes an. Für die *durchgezogenen farbigen* Kurven ist eine Laserlinienbreite von 1 Hz und für die *gestrichelten* Kurven eine Linienbreite von 10 Hz angenommen. Für eine Stabilität von unter  $10^{-14}$  in 1 s muss, bei dem hier angenommenen Zykluszeiten, eine Laserlinienbreite von 1 Hz am Ort der Atome vorliegen.

### Potenzielle Stabilität bei $100 \mu\text{K}$

In diesem Abschnitt wird die zu erwartende Stabilität für ein Szenario mit einem  $100 \mu\text{K}$  kalten atomaren Ensemble abgeschätzt. Als Zykluszeit werden, wie bei dem in dieser Arbeit durchgeführten Experiment, 400 ms bei einer Präparationszeit von 250 ms angenommen. Bei einer Laderate von  $10^4$  Atomen/s stehen dann 2500 Atome für die Spektroskopie zur Verfügung.

Für das Präparations- und Detektionsrauschen wird ein Wert von 5% angenommen. In diesem Wert sind Beiträge, wie technisches Rauschen und Quantenprojektionsrauschen, berücksichtigt. Dieser setzt sich zusammen aus 2% Poissonrauschen, einem Quantenprojektionsrauschen von 3% und einem angenommenen Beitrag durch technisches Rauschen von 3%, wie er auch in dieser Arbeit gemessen wurde. Ausgehend von dem in Abbildung 7.2 dargestellten Kontrast und der an der Spektroskopie teilnehmenden Atomzahl von etwa 44%, kann die Allan-Standardabweichung gemäß Gleichung 5.8 berechnet werden. In Abbildung 7.3 ist die zu erwartende Stabilität ohne Laserfrequenzrauschen in schwarz dargestellt. Im Prinzip kann eine Stabilität von unter  $10^{-14}$  erreicht werden. Dies stellt allerdings hohe Anforderungen an den Spektroskopielaser. Eine endliche Linienbreite resultiert in einer Kontrastabnahme nach Gleichung 5.10 und einem erhöhten Rauschen auf den Flanken des Interferogramms.

Unter der Annahme von weißem Frequenzrauschen und einer Linienbreite von 10 Hz ist die Stabilität bereits bei allen Auflösungen durch den Dick-Effekt begrenzt, der mit Hilfe von Gleichung 5.6 berechnet wurde. Für eine Stabilität unter  $10^{-14}$  ist daher ein Spektroskopielaser mit einer Linienbreite auf einem Level von 1 Hz erforderlich. Alternativ könnte auch die Zykluszeit verkürzt werden, allerdings ist dies nur begrenzt möglich, da ansonsten das Quantenprojektionsrauschen zu einer dominierenden Rauschquelle wird. Eine Erhöhung der Laderate ist Gegenstand aktueller Untersuchungen [98].

### Potenzial für die Unsicherheit

Größter Unsicherheitsbeitrag der aktuellen Frequenzmessung ist der lineare Doppler-Effekt, der auch durch eine Verringerung der Temperatur reduziert werden könnte. Wie in Abbildung 7.2 zu erkennen ist, verhält sich der Doppler-Effekt bis zu einem Pulsabstand von  $T = 1$  ms, also einer Auflösung von 250 Hz, noch linear für eine konservative Annahme der Wellenfrontkrümmung von  $R=30$  m. Für die folgende Diskussion wird daher dieser Pulsabstand zugrunde gelegt.

Der residuelle Doppler-Effekt kann mittels der Gleichungen 6.5 und 6.4 berechnet werden. Für die an diesem Experiment abgeschätzten Justageparameter der Spektroskopiestrahlen nach Tabelle 6.1 kann eine obere Grenze von etwa 16 Hz angegeben werden. Der größte Beitrag resultiert nun aus dem Verkipfungswinkel der Wellenfronten zur Gravitation. Dieser Effekt kann durch Strahlumkehr invertiert werden. Des Weiteren skaliert die Frequenzverschiebung linear mit dem Pulsabstand  $T$ , die tatsächliche Verschiebung sollte sich daher durch eine systematische Untersuchung sehr genau bestimmen lassen. Eine Bestimmung dieses Effekts auf ein Zehntel der maximalen Verschiebung ist somit im Rahmen des Möglichen, da auch die Krümmung der Wellenfronten konservativ abgeschätzt wurde.

Der zweitgrößte Unsicherheitsbeitrag der durchgeführten Messung ist die Frequenzverschiebung aufgrund von Phasenexkursionen der pulsformenden Schalt-AOMs. Für die vorgeschlagene hohe Auflösung von 250 Hz ist dieser Effekt stark reduziert. Ausgehend von den Werten, die in vergleichbaren Experimenten [152] bestimmt wurden, sollte sich eine Verschiebung von unter 1 Hz ergeben. Diese Verschiebung, die linear mit der Auflösung skaliert, kann durch Variation von niedrigen Auflösungen und Bestimmung der Abweichung vom theoretischen Verhalten nach Gleichung 6.5 gemessen werden, so dass eine Unsicherheit von unter 1 Hz definitiv erreicht werden sollte.

Die Unsicherheit aufgrund der Schwarzkörperstrahlung wurde in dieser Arbeit, aufgrund eines möglicherweise großen Beitrages durch den  $420^{\circ}\text{C}$  heißen Ofen, konservativ abgeschätzt. Mit Hilfe einer in der Kammer vorhandenen, mechanischen Blende könnte in Zukunft die Ofenkammer von der Experimentierkammer getrennt werden. Die Unsicherheit durch die Schwarzkörperstrahlung der Kammer bei Raumtemperatur läge bei 40 mHz unter der Annahme, dass die Temperatur

auf 10 K genau bestimmt werden kann.

Durch Realisierung einer reduzierten Ensembletemperatur wird ebenfalls der quadratische Zeeman-Effekt verringert. Für die Aufhebung der Entartung der  $m_J$ -Zustände ist ein deutlich geringeres Magnetfeld nötig. Bei einer Dopplerbite von 0,4 MHz reicht ein Magnetfeld von 1 G aus, um eine ausreichende Separation der magnetischen Unterzustände zu gewährleisten. Eine Stabilisierung dieses Feldes auf 10% würde bereits genügen, um eine Unsicherheit von 0,3 Hz zu erreichen.

Weitere Beiträge sollten bei einer erneuten Spektroskopie an kälteren Atomen auf einem Niveau von  $<1$  Hz kontrollierbar sein. Eine mögliche Verschiebung durch kalte Stöße kann durch Variation der Dichte charakterisiert werden. Untersuchungen zur Verringerung der Driftrate des Resonators werden aktuell durchgeführt. Diese ist letztlich nur durch die Alterungsdrift des Spiegelabstandshalters begrenzt. Für ein optimiertes System wurde bei ähnlichen Messungen an Calcium eine Unsicherheit von 0,1 Hz angegeben [120].

Insgesamt dürfte für ein 100  $\mu\text{K}$  kaltes Ensemble eine Unsicherheit von wenigen Hz erreichbar sein. Der größte Unsicherheitsbeitrag wird voraussichtlich weiterhin der Doppler-Effekt darstellen, der die relative Genauigkeit im Bereich von  $10^{-15}$  begrenzt. Eine mögliche zukünftige Strategie könnte daher die Verwendung eines noch kälteren Ensembles darstellen. Im Falle eines 10  $\mu\text{K}$  kalten Ensembles würden fast alle Atome an der Spektroskopie teilnehmen und der Kontrast nahe am theoretisch optimalen Wert von 50% liegen, wie in Abbildung 7.2 dargestellt. Des Weiteren sind die Frequenzverschiebungen mindestens bis zu einem Pulsabstand von  $T = 7$  ms linear, so dass systematische Korrekturen problemlos bis zu Auflösungen im Bereich der natürlichen Linienbreite von 31 Hz möglich sind. Auflösungsabhängige Effekte, wie Linienasymmetrie und Phasenexkursion, machen bei Ca abgesehen von technischen Limitierungen mit  $3 \times 10^{-15}$  den Hauptbeitrag zur Unsicherheit aus [155]. Bei Magnesium sind diese Effekte aufgrund der höheren natürlichen Linienbreite deutlich unterdrückt. Eine Genauigkeit kleiner als  $10^{-15}$ , die somit auf dem Niveau der Cs-Fontänenuhren liegt, ist realistisch.

### Eine Gitteruhr mit Magnesium

Eine weitere Perspektive zur Verbesserung der Stabilität und Genauigkeit des Magnesiumfrequenzstandards bietet das Konzept der Gitteruhr. Bei diesem werden die Atome in Richtung der Spektroskopiestrahlen in einem Bereich lokalisiert, der klein gegen die Wellenlänge der Spektroskopielaser ist. Die Lokalisierung wird durch ein Gitter bei der magischen Wellenlänge erreicht. Es existiert sowohl für den  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  als auch für den  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Übergang eine solche magische Wellenlänge [99].

Bereits in einem eindimensionalen Gitter ist der lineare Doppler-Effekt stark reduziert. In der zum Gitterlaser senkrechten Richtung ist die Bewegung der Atome auf einem Raumbereich von der Größe des Laserstrahldurchmessers eingeschränkt.

Isotop	Frequenz in Hz	Unsicherheit in Hz
$^{24}\text{Mg}$	655 058 646 681 861	47
$^{25}\text{Mg}$	655 060 050 580 000	102 000
$^{26}\text{Mg}$	655 061 328 149 000	20 000

Tabelle 7.1: Frequenzen, der für eine Gitteruhr interessanten Übergänge  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  im Magnesiumatom. Die Werte sind basierend auf den Resultaten dieser Arbeit und auf Literaturdaten zur Feinstrukturaufspaltung und Isotopieverschiebung berechnet [59, 35, 156].

Für eine Ausdehnung des Ensembles von  $2r = 100 \mu\text{m}$  und einen Krümmungsradius der Wellenfronten der Spektroskopielaser von 50 m ergibt sich eine maximale Phasenverschiebung von  $\Delta\nu = kr^2/(2R) \approx 20 \text{ mrad}$ . Sie ist unabhängig von der Auflösung und der Geschwindigkeit des Ensembles. Bei einer realistischen Auflösung von 50 Hz beträgt die Frequenzverschiebung etwa 5 mHz und liegt damit unter  $10^{-17}$ .

Die magische Wellenlänge des in dieser Arbeit verwendeten Übergangs  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  ist abhängig von der Polarisation des Gitterlasers. Kleine Fehlpolarisationen des Gitters oder Abweichungen von der Orthogonalität des Magnetfeldes und dem elektrischen Feld des Gitters resultieren in einer Frequenzverschiebung der magischen Wellenlänge. Dies stellt hohe Anforderung an den Polarisationsgrad des Lichts und deren Stabilität.

Sollte sich herausstellen, dass die Einstellung der Gitterpolarisation ein Problem darstellt, bieten sich alternativ die hochverbotenen  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  Übergänge in den verschiedenen Isotopen an. Die Frequenzen der möglichen Übergänge können aus der in dieser Arbeit durchgeführten Spektroskopie abgeleitet werden. In Tabelle 7.1 sind die Frequenzen dieser Übergänge aufgelistet, die mit Hilfe von spektroskopischen Daten zur Feinstrukturaufspaltung und Isotopieverschiebung berechnet wurden.

Die Linienbreite des bosonischen Isotops kann mittels eines Magnetfeldes und der Leistung des Spektroskopielasers durch eine Beimischung der Zustände  $^1P_1$  und  $^3P_1$  eingestellt werden [15]. Die effektive Rabi-Frequenz  $\Omega_{12}$  ergibt sich zu

$$\Omega_{12} = 98 \frac{\text{Hz}}{\text{T} \sqrt{\text{mW}/\text{cm}^2}} \cdot B \sqrt{I} \quad (7.1)$$

für eine parallele Einstellung des Magnetfeldes und der Polarisation des Spektroskopielasers. Gleichzeitig führt ein Magnetfeld zu einer Frequenzverschiebung durch den quadratischen Zeeman-Effekt  $\Delta\nu_B = -217 \text{ MHz}/\text{T}^2 \cdot B^2$  und die Lichtintensität des Spektroskopielasers zu einer Verschiebung durch den AC-Stark-Effekt  $\Delta\nu_I = 15 \text{ mHz}/(\text{mW}/\text{cm}^2) \cdot I$ . Daher ist eine sorgfältige Wahl der Parameter nötig, um die erreichbare Genauigkeit nicht zu begrenzen. Anhand eines Beispiels

soll hier ein mögliches Szenario vorgestellt werden. Für die Spektroskopie in einem optischen Gitter ist eine Rabi-Frequenz im Bereich von  $\Omega_{12}/(2\pi) \approx 1$  Hz sinnvoll.

Unter der Voraussetzung, dass die Laserleistung auf 1% und das Magnetfeld auf einem Niveau von  $10^{-4}$  kontrolliert werden kann, tragen bei einer Laserintensität von  $3\,000$  mW/cm<sup>2</sup> und einem Magnetfeld von  $0,6$  mT beide Effekte gleich stark mit  $15$  mHz zur Unsicherheit bei. Kombiniert man diese Werte, ergibt sich eine Unsicherheit von  $3 \times 10^{-17}$  bei einer Rabifrequenz von  $\Omega_{12}/(2\pi) = 0,5$  Hz. Für eine zehnfach höhere Genauigkeit müssen aber bereits die Anforderungen an die beiden Felder um eine Größenordnung höher angesetzt werden.

Alternativ könnte auch das fermionische Isotop  $^{25}\text{Mg}$  in einer optischen Gitteruhr verwendet werden. Durch den Kernspin wird in diesem Fall bereits ein Magnetfeld induziert, so dass der Übergang schwach erlaubt ist. Die Linienbreite dieses Übergangs beträgt  $\Gamma = 0,44$  mHz [157] und kann direkt angeregt werden. Für eine vergleichbare Rabi-Frequenz, wie im Beispiel für das Boson, wird nur eine Laserintensität von  $10^{-2}$  mW/cm<sup>2</sup> benötigt und die Frequenz ist somit weniger sensitiv auf die Intensitätsfluktuationen. Fermionen weisen allerdings einen Zeeman-Effekt in 1. Ordnung auf, so dass sich eine hohe Sensitivität auf kleinste Magnetfelder ergibt. Durch ein alternierendes Spektroskopieren eines Ensembles, das in den äußeren Spinzuständen  $m_F = \pm 9/2$  präpariert wurde und einer anschließenden Mittelwertbildung kann dieser Effekt in aktuellen Gitteruhren unterdrückt werden. Für Fermionen ist allerdings die Realisierung eines 3D-Gitters schwieriger, da in diesem Fall Polarisationsgradienten auftreten, die eine einfache Unterdrückung der vektoriellen AC-Stark-Verschiebung verhindern [17]. Welches System letztlich die bessere Wahl für die Realisierung einer Gitteruhr darstellt, ist auch für die am weitesten fortgeschrittenen Neutralatomstandards bisher nicht geklärt [158].

Zusammenfassend wurden mögliche Strategien für die Weiterentwicklung eines hochpräzisen Frequenzstandards mit neutralen Magnesiumatomen basierend auf den Ergebnissen dieser Arbeit diskutiert. Eine deutliche Steigerung kann durch die Spektroskopie an kälteren Atomen erzielt werden. Hierbei kann Magnesium die Vorteile des  $31$  Hz breiten Übergangs nutzen, der für eine solche Spektroskopie die ideale Linienbreite besitzt. Eine Genauigkeit auf oder unter dem Niveau der besten Cs-Fontänen ist realistisch. Alternativ ist auch das Konzept der Gitteruhr mit einem prognostizierten Potenzial von unter  $10^{-17}$  auf Magnesium übertragbar. Eine Voraussetzung dafür wurde mit der deutlich verbesserten Kenntnis der in Frage kommenden Übergänge geschaffen.



---

# SIMULATIONSPROGRAMM

Das folgende Mathematica-Programm wurde für die Berechnungen von Frequenzverschiebungen, Kontrast und Signalamplitude von Ramsey-Bordé Interferenzmustern in verschiedenen Kapiteln dieser Arbeit verwendet.

```
ClearAll[Global*]
```

```
(* Naturkonstanten *)
```

```
u = 1.660540 10-27; (* atomare Masseneinheit in kg *)
```

```
kb = 1.38 10-23; (* Boltzmann-Konstante in J/K *)
```

```
mub = 9.27 10-24; (* Bohrsches Magneton in J/T *)
```

```
h=6.626069 10-34; (* in Js *)
```

```
hquer=h/2/Pi;
```

```
c0=299792458;
```

```
grav=9.81;
```

```
(* atomare Parameter *)
```

```
Gam=2 Pi 31; (* für Mg *)
```

```
lambda3P1 = 457 10-9; (* für Mg *)
```

```
m=23.98504187 u; (* Masse Mg24 *)
```

```
Isat=Pi h c0 / (3 lambda3P131/Gam) (* Sättigungsintensität in W/m2 *)
```

```
nuMg = 655.659923*12;
```

```
(* experimentelle Parameter *)
```

```
Tempx = 3.510-3; (* Temperatur in K *)
```

```
Tempy = 3.510-3; (* Temperatur in K *)
```

```
Tempz = 3.510-3; (* Temperatur in K *)
```

```
P=0.045; (* Leistung des Lasers in W *)
```

```
w=0.002; (* Strahltaile in m *)
```

```
Imax = 2P/(w22Pi);
```

```

deltarec = h * nuMg^2/(2m * c0^2);
Imax/Isat;
Tstr = 2. * 10^ - 6; (* Abstand zwischen nördlichen und südlichen Pulsen*)
T0 = 1.5 * 10^ - 3;(*Zeit des freien Falls bevor Interferometrie startet*)
vschlX=Sqrt[kb TempX/m];
vschly=Sqrt[kb TempY/m];
vschlz=Sqrt[kb TempZ/m];
k=2. Pi/lambda3P1

(*Strahlparameter Nord*)
winkelinebenenord = 0 2. 10^ - 32Pi/360;
winkelvertikalnord=0 0.5 0.001;
Rvonzn=+50; (* Krümmung in x-Ri*)
wvonzn=0.002;

(*Strahlparameter Sued*)
winkelinebenesued=0;
winkelvertikalsued=0 0.5 0.001;
Rvonzs=-50;(* Krümmung in x-Ri*)
wvonzs=0.002;

Drehmatrixebenenord={{ Cos[winkelinebenenord],Sin[winkelinebenenord],0},
  {-Sin[winkelinebenenord],Cos[winkelinebenenord],0},{0,0,1}};
Drehmatrixebenesued={{ Cos[winkelinebenesued],Sin[winkelinebenesued],0},
  {-Sin[winkelinebenesued],Cos[winkelinebenesued],0},{0,0,1}};
(*Drehmatrix z*)

Drehmatrixvertsued={{ Cos[winkelvertikalsued],0,-Sin[winkelvertikalsued]},
  {0,1,0},{Sin[winkelvertikalsued],0,Cos[winkelvertikalsued]}};
Drehmatrixvertnord={{ Cos[winkelvertikalnord],0,-Sin[winkelvertikalnord]},
  {0,1,0},{Sin[winkelvertikalnord],0,Cos[winkelvertikalnord]}};(*
Drehung zu gravitation: Drehmatrix y*)

(* Atomwolke *)
xoffset=0;
yoffset=0;
zoffset=0;
vxoffset=0;
vyoffset=0;
vzoffset=0;

(* Maxwell-Boltzmann Verteilung *)
F1D3[vx_, vy_, vz_] :=
  Sqrt[m/(2PikbTempX)] * Sqrt[m/(2PikbTempY)] * Sqrt[m/(2PikbTempZ)]
  *Exp[-m * ((vx - vxoffset)^2/(2kbTempX) + (vy - vyoffset)^2/(2kbTempY)

```

---

$+(vz - v\text{zoffset})^2/(2kb\text{Tempz}))];$   
 (\*hier kann Geschwindigkeitsverteilung eingetragen werden\*)

(\*Berechnung der 4 Wechselwirkungsorte; x ist Laserstrahlrichtung, z ist Grav.richtung\*)  
 OrteL2[x\_, y\_, z\_, vx\_, vy\_, vz\_, T\_, Tp\_, Tstr\_, T0\_] :=  
 $\{ \{x + T0 * vx, y + T0 * vy, z + T0 * vz - (T0)^2 * \text{grav}/2\},$   
 $\{x + (T + Tp + T0) * vx, y + (T + Tp + T0) * vy,$   
 $z + (T + Tp + T0) * vz - (T + Tp + T0)^2 * \text{grav}/2\},$   
 $\{x + (T0 + T + 2Tp + Tstr) * vx, y + (T0 + T + 2Tp + Tstr) * vy,$   
 $z + (T0 + T + 2Tp + Tstr) * vz - (T0 + T + 2Tp + Tstr)^2 * \text{grav}/2\},$   
 $\{x + (T0 + 2T + 3Tp + Tstr) * vx, y + (T0 + 2T + 3Tp + Tstr) * vy,$   
 $z + (T0 + 2T + 3Tp + Tstr) * vz - (T0 + 2T + 3Tp + Tstr)^2 * \text{grav}/2\} \}$

(\*Berechnung der Rabianregung\*)  
 OmegaRL[Orte\_] := Table[Sqrt[Int2[Orte[[i,2]], Orte[[i,3]] \* Imax/(2 Isat) | Gam, {i,1,4} |  
 Int2[y\_, z\_] := Exp[-2(y^2 + z^2)/w^2];  
 (\*hier kann ein Versatz der Interferometriestrahlen eingetragen werden\*)

(\*Berechnung der Strahlparameter mit Wellenfronten und der Phasen an den 4 Orten\*)  
 PhaseSued[OrteNeu\_] :=  
 $+k * (\text{OrteNeu}[[2]]^2 + \text{OrteNeu}[[3]]^2)/(2R\text{vonzs}) + k * (\text{OrteNeu}[[1]])$   
 PhaseNord[OrteNeu\_] :=  
 $-k * (\text{OrteNeu}[[2]]^2 + \text{OrteNeu}[[3]]^2)/(2R\text{vonzn}) - k * (\text{OrteNeu}[[1]])$   
 PhaseL2[Orte\_] :=  
 $\{ \text{PhaseNord}[\text{Drehmatrixvertnord.Drehmatrixebenenord.Orte}[[1]]],$   
 $\text{PhaseNord}[\text{Drehmatrixvertnord.Drehmatrixebenenord.Orte}[[2]]],$   
 $\text{PhaseSued}[\text{Drehmatrixvertsued.Drehmatrixebenesued.Orte}[[3]]],$   
 $\text{PhaseSued}[\text{Drehmatrixvertsued.Drehmatrixebenesued.Orte}[[4]]] \}$

(\*ABCD-Komponenten der WechselwirkungsMatrix\*)  
 (\*PM gibt Strahlrichtung an; Tp die Pulslänge; v die Geschwindigkeit der Atome; freq den Frequenzabstand Mg-resonanz <-> Laserfrequenz\*)  
 Ae[m\_, PM\_, Tp\_, v\_, r\_, freq\_, OmegaR\_] :=  
 $\text{Cos}[\text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}] \text{Tp}/2] +$   
 $\text{I Delta}[m, PM, v, freq] / \text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}]$   
 $* \text{Sin}[\text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}] \text{Tp}/2];$   
 Be[m\_, PM\_, Tp\_, v\_, r\_, freq\_, OmegaR\_] :=  
 $\text{I OmegaR} / \text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}]$   
 $* \text{Sin}[\text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}] \text{Tp}/2];$   
 Ce[m\_, PM\_, Tp\_, v\_, r\_, freq\_, OmegaR\_] :=  
 $\text{I OmegaR} / \text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}]$   
 $* \text{Sin}[\text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}] \text{Tp}/2];$   
 De[m\_, PM\_, Tp\_, v\_, r\_, freq\_, OmegaR\_] :=  
 $\text{Cos}[\text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}] \text{Tp}/2] -$   
 $\text{I Delta}[m, PM, v, freq] / \text{Omega}[m, PM, v, r, freq, \text{OmegaR}]$

```

*Sin[Omega[m,PM,v,r,freq,OmegaR] Tp/2];

Omega[m_,PM_,v_,r_,freq_,OmegaR_]:=
  Sqrt[OmegaR^2 + Delta[m,PM,v,freq]^2];
Delta[m_,PM_,v_,freq_]:=2 Pi(freq-PM v nuMg/c0+(-PM 2 m-1)*deltarec);
Omega0[m_,PM_,v_]:= - 2Pi(((m + PM)^2 + m^2)deltarec - (2m + PM)vnuMg/c0);

sigma0 = 800 10^ - 6;
density3[x_,y_,z_] = (1/(Sqrt[2Pi]sigma0))^3
* Exp[-((x - xoffset)^2 + (y - yoffset)^2 + (z - zoffset)^2)/(2sigma0^2)];

(*Jetzt kommen Gleichungen 2.17 und 2.18*)
Pe3[freq_,v_,r_,Tp_,T_,OmegaRLv_,PhaseLv_]:=
  (pHF =
    2 * Re[Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Ce[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *Be[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Ae[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]
    *Conjugate[De[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]]
    *De[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *De[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Be[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]
    *Exp[I(4 * Pi * (freq - deltarec) * T + PhaseLv[[4]] - PhaseLv[[3]]
    +PhaseLv[[2]] - PhaseLv[[1]])] * Exp[-Gam * (T + 2Tp)]
    +Abs[Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Ce[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *Be[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Ae[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
    *Exp[-2Gam * (T + Tp)]
    +Abs[Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Ce[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *De[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Be[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
    *Exp[-Gam * (T + 2Tp)]
    +Abs[De[0, +1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * De[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *Be[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Ae[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
    *Exp[-Gam * (T + 2Tp)]
    +Abs[De[0, +1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * De[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *De[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Be[0, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
    *Exp[-Gam * (2Tp)];
  pNF =
    (2 * Re[Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Ae[0, +1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *Ae[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Ae[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]
    *Conjugate[De[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]]
    *Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *Ce[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Be[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]
    *Exp[I(4 * Pi * (freq + deltarec) * T + PhaseLv[[4]] - PhaseLv[[3]]
    +PhaseLv[[2]] - PhaseLv[[1]])] * Exp[-Gam * (T + 2Tp)]
    +Abs[Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Ae[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
    *Ae[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Ae[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
    *Exp[-2Gam * (T + Tp)]
    +Abs[Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Ae[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]

```

```

*Ce[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]] * Be[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
*Exp[-Gam * (T + 2Tp)]
+Abs[De[0, +1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
*Ae[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Ae[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
*Exp[-Gam * (T + 2Tp)]
+Abs[De[0, +1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[1]]] * Be[0, 1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[2]]]
*Ce[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[3]]] * Be[2, -1, Tp, v, r, freq, OmegaRLv[[4]]]^2
*Exp[-Gam * (2Tp)]) * Exp[-Gam * Tstr];
pNF+pHF);

```

```

Pe3v[freq_, Tp_, T_] := NIntegrate[
  Pe3[freq, vx, 0, Tp, T, OmegaRL[OrteL2[x, y, z, vx, vy, vz, T, Tp, Tstr, T0]],
  PhaseL2[OrteL2[x, y, z, vx, vy, vz, T, Tp, Tstr, T0]] * F1D3[vx, vy, vz] * density3[x, y, z],
  {vx, -3vschl + vxoffset, 3vschl + vxoffset},
  {vy, -3vschly + vyoffset, 3vschly + vyoffset},
  {vz, -3vschlz + vzoffset, 3vschlz + vzoffset},
  {x, -3 * sigma0 + xoffset, 3 * sigma0 + xoffset},
  {y, -3 * sigma0 + yoffset, 3 * sigma0 + yoffset},
  {z, -3 * sigma0 + zoffset, 3 * sigma0 + zoffset},
  MaxRecursion -> 400, AccuracyGoal -> 12, PrecisionGoal -> 12];

```

(\* Beispiel\*)

```
Pe3v[0, 3.0 10^ - 6, 204.0 10^ - 6]
```



# LITERATURVERZEICHNIS

---

- [1] T. W. Hänsch und H. Walther: *Laser spectroscopy and quantum optics*.  
Reviews of Modern Physics, 71(2):242–252, 1999.
- [2] T. Udem, R. Holzwarth und T. W. Hänsch: *Optical frequency metrology*.  
Nature, 416(6877):233–237, 2002.
- [3] D. J. Wineland, R. E. Drullinger und F. L. Walls: *Radiation-Pressure Cooling of Bound Resonant Absorbers*.  
Physical Review Letters, 40(25):1639–1642, 1978.
- [4] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable und A. Ashkin: *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*.  
Physical Review Letters, 55(1):48–51, 1985.
- [5] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle und G. Zinner: *First Phase-Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation*.  
Physical Review Letters, 76(1):18–21, 1996.
- [6] J. E. Bernard, A. A. Madej, L. Marmet, B. G. Whitford, K. J. Siemsen und S. Cundy: *Cs-Based Frequency Measurement of a Single, Trapped Ion Transition in the Visible Region of the Spectrum*.  
Physical Review Letters, 82(16):3228–3231, 1999.
- [7] T. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth und T. W. Hänsch: *Absolute Optical Frequency Measurement of the Cesium D1 Line with a Mode-Locked Laser*.  
Physical Review Letters, 82(18):3568–3571, 1999.
- [8] S. A. Diddams, D. J. Jones, J. Ye, S. T. Cundiff, J. L. Hall, J. K. Ranka, R. S. Windeler, R. Holzwarth, T. Udem und T. W. Hänsch: *Direct Link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb*.  
Physical Review Letters, 84(22):5102–5105, 2000.

- [9] L. S. Ma, Z. Bi, A. Bartels, L. Robertsson, M. Zucco, R. S. Windeler, G. Wilpers, C. Oates, L. Hollberg und S. A. Diddams: *Optical Frequency Synthesis and Comparison with Uncertainty at the 10-19 Level*. Science, 303(5665):1843–1845, 2004.
- [10] L. Hollberg, S. Diddams, A. Bartels, T. Fortier und K. Kim: *The measurement of optical frequencies*. Metrologia, 42(3):105, 2005.
- [11] P. Gill: *Optical frequency standards*. Metrologia, 42(3):125, 2005.
- [12] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland und J. C. Bergquist: *Frequency ratio of  $Al^+$  and  $Hg^+$  single-ion optical clocks; Metrology at the 17th decimal place*. Science, 319(5871):1808–1812, 2008.
- [13] G. Wilpers, C. W. Oates und L. Hollberg: *Improved uncertainty budget for optical frequency measurements with microkelvin neutral atoms: Results for a high-stability Ca-40 optical frequency standard*. Applied Physics B-Lasers and Optics, 85(1):31–44, 2006.
- [14] H. Katori, M. Takamoto, V. G. Pal’chikov und V. D. Ovsiannikov: *Ultrastable Optical Clock with Neutral Atoms in an Engineered Light Shift Trap*. Physical Review Letters, 91(17):173005, 2003.
- [15] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, C. W. Oates, C. W. Hoyt, Z. W. Barber und L. Hollberg: *Magnetic Field-Induced Spectroscopy of Forbidden Optical Transitions with Application to Lattice-Based Optical Atomic Clocks*. Physical Review Letters, 96(8):083001, 2006.
- [16] A. D. Ludlow, T. Zelevinsky, G. K. Campbell, S. Blatt, M. M. Boyd, M. H. G. de Miranda, M. J. Martin, J. W. Thomsen, S. M. Foreman, J. Ye, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, Y. Le Coq, Z. W. Barber, N. Poli, N. D. Lemke, K. M. Beck und C. W. Oates: *Sr Lattice Clock at  $1 \times 10^{-16}$  Fractional Uncertainty by Remote Optical Evaluation with a Ca Clock*. Science, 319(5871):1805–1808, 2008.
- [17] T. Akatsuka, M. Takamoto und H. Katori: *Optical lattice clocks with non-interacting bosons and fermions*. Nature Physics, 4(12):954–959, 2008.
- [18] M. Takamoto, F. L. Hong, R. Higashi und H. Katori: *An optical lattice clock*. Nature, 435(7040):321–324, 2005.



- 
- [19] G. K. Campbell, A. D. Ludlow, S. Blatt, J. W. Thomsen, M. J. Martin, M. H. G. de Miranda, T. Zelevinsky, M. M. Boyd, J. Ye, S. A. Diddams, T. P. Heavner, T. E. Parker und S. R. Jefferts: *The absolute frequency of the Sr-87 optical clock transition*.  
Metrologia, 45(5):539–548, 2008.
- [20] M. Petersen, R. Chicireanu, S. T. Dawkins, D. V. Magalhaes, C. Mandache, Y. Le Coq, A. Clairon und S. Bize: *Doppler-Free Spectroscopy of the S1 – P3 Optical Clock Transition in Laser-Cooled Fermionic Isotopes of Neutral Mercury*.  
Physical Review Letters, 101(18):183004, 2008.
- [21] H. Hachisu, K. Miyagishi, S. G. Porsev, A. Derevianko, V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal’chikov, M. Takamoto und H. Katori: *Trapping of Neutral Mercury Atoms and Prospects for Optical Lattice Clocks*.  
Physical Review Letters, 100(5):053001, 2008.
- [22] S. G. Porsev und A. Derevianko: *Multipolar theory of blackbody radiation shift of atomic energy levels and its implications for optical lattice clocks*.  
Physical Review A, 74(2):020502, 2006.
- [23] S. A. Diddams, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts und C. W. Oates: *Standards of Time and Frequency at the Outset of the 21st Century*.  
Science, 306(5700):1318–1324, 2004.
- [24] S. Blatt, A. D. Ludlow, G. K. Campbell, J. W. Thomsen, T. Zelevinsky, M. M. Boyd, J. Ye, X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, A. Bruschi, P. Lemonde, M. Takamoto, F. L. Hong, H. Katori und V. V. Flambaum: *New Limits on Coupling of Fundamental Constants to Gravity Using Sr87 Optical Lattice Clocks*.  
Physical Review Letters, 100(14):140801, 2008.
- [25] E. Peik, B. Lipphardt, H. Schnatz, T. Schneider, C. Tamm und S. G. Karschenboim: *Limit on the Present Temporal Variation of the Fine Structure Constant*.  
Physical Review Letters, 93(17):170801, 2004.
- [26] L. S. Ma, P. Jungner, J. Ye und J. L. Hall: *Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path*.  
Optics Letters, 19(21):1777–1779, 1994.
- [27] G. Grosche, B. Lipphardt, H. Schnatz, G. Santarelli, P. Lemonde, S. Bize, M. Lours, F. Narbonneau, A. Clairon, O. Lopez, A. Amy-Klein und C. Chardonnet: *Transmission of an Optical Carrier Frequency over a Telecommunication Fiber Link*.

- In: *Conference on Lasers and Electro-Optics/Quantum Electronics and Laser Science Conference and Photonic Applications Systems Technologies*, Seite CMKK1. Optical Society of America, 2007.  
<http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=CLEO-2007-CMKK1>.
- [28] M. Musha, F. L. Hong, K. Nakagawa und K. Ueda: *Coherent optical frequency transfer over 50-km physical distance using a 120-km-long installed telecom fiber network*.  
Optics Express, 16(21):16459–16466, 2008.
- [29] G. Grosche, O. Terra, K. Predehl, R. Holzwarth, B. Lipphardt, F. Vogt, U. Sterr und H. Schnatz: *Optical frequency transfer via 146 km fiber link with 10-19 relative accuracy*.  
Optics Letters, 34(15):2270–2272, 2009.
- [30] A. Godone und C. Novero: *Lifetime measurement of the Mg I intercombination line*.  
Physical Review A, 45(3):1717–1721, 1992.
- [31] N. Rehbein, T. E. Mehlstäubler, J. Keupp, K. Moldenhauer, E. M. Rasel, W. Ertmer, A. Douillet, V. Michels, S. G. Porsev, A. Derevianko, C. Froese Fischer, G. I. Tachiev und V. G. Pal'chikov: *Optical quenching of metastable magnesium*.  
Physical Review A, 76(4):043406, 2007.
- [32] T. Binnewies, G. Wilpers, U. Sterr, F. Riehle, J. Helmcke, T. E. Mehlstäubler, E. M. Rasel und W. Ertmer: *Doppler Cooling and Trapping on Forbidden Transitions*.  
Physical Review Letters, 87(12):123002, 2001.
- [33] G. Audi und A. H. Wapstra: *The 1993 atomic mass evaluation : (I) Atomic mass table*.  
Nuclear Physics A, 565(1):1 – 65, 1993.
- [34] J. Friebe, A. Pape, M. Riedmann, K. Moldenhauer, T. Mehlstäubler, N. Rehbein, C. Lisdat, E. M. Rasel, W. Ertmer, H. Schnatz, B. Lipphardt und G. Grosche: *Absolute frequency measurement of the magnesium intercombination transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$* .  
Physical Review A, 78(3):033830, 2008.
- [35] A. Godone und C. Novero: *The Magnesium Frequency Standard*.  
Metrologia, 30(3):163, 1993.
- [36] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji: *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*.  
Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 6(11):2023–2045, 1989.

- [37] N. F. Ramsey: *A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields*.  
Physical Review, 78(6):695–699, 1950.
- [38] J. C. Bergquist, S. A. Lee und J. L. Hall: *Saturated Absorption with Spatially Separated Laser Fields: Observation of Optical Ramsey Fringes*.  
Physical Review Letters, 38(4):159–162, 1977.
- [39] C. J. Bordé, C. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, C. Bréant, D. Bassi und G. Scoles: *Optical Ramsey fringes with traveling waves*.  
Physical Review A, 30(4):1836–1848, 1984.
- [40] H. Hinderthür, F. Ruschewitz, H. J. Lohe, S. Lechte, K. Sengstock und W. Ertmer: *Time-domain high-finesse atom interferometry*.  
Physical Review A, 59(3):2216–2219, 1999.
- [41] I. Courtilot, A. Quessada, R. P. Kovacich, A. Bruschi, D. Kolker, J. J. Zondy, G. D. Rovera und P. Lemonde: *Clock transition for a future optical frequency standard with trapped atoms*.  
Physical Review A, 68(3):030501, 2003.
- [42] I. Courtilot, A. Quessada-Vial, A. Bruschi, D. Kolker, G. D. Rovera und P. Lemonde: *Accurate spectroscopy of Sr atoms*.  
European Physical Journal D, 33(2):161–171, 2005.
- [43] A. Morinaga, F. Riehle, J. Ishikawa und J. Helmcke: *A Ca Optical Frequency Standard: Frequency Stabilization by Means of Nonlinear Ramsey Resonances*.  
Applied Physics B-Lasers and Optics, 48:165–171, 1989.
- [44] K. Sengstock, U. Sterr, G. Hennig, D. Bettermann, J. H. Müller und W. Ertmer: *Optical Ramsey interferences on laser cooled and trapped atoms, detected by electron shelving*.  
Optics Communications, 103(1-2):73 – 78, 1993.
- [45] A. Pape: *Erzeugung und Charakterisierung hochstabiler optischer Frequenzen*.  
Diplomarbeit, Universität Hannover, 2007.
- [46] N. Poli, Z. W. Barber, N. D. Lemke, C. W. Oates, L. S. Ma, J. E. Stalnaker, T. M. Fortier, S. A. Diddams, L. Hollberg, J. C. Bergquist, A. Bruschi, S. Jefferts, T. Heavner und T. Parker: *Frequency evaluation of the doubly forbidden  $S1 \rightarrow P3$  transition in bosonic Yb174*.  
Physical Review A, 77(5):050501, 2008.
- [47] V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal’chikov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, H. Katori und M. Takamoto: *Magic-wave-induced  $S1 - P3$  transition in even isotopes of alkaline-earth-metal-like atoms*.  
Physical Review A, 75(2):020501, 2007.

- [48] G. Ferrari, P. Cancio, R. Drullinger, G. Giusfredi, N. Poli, M. Prevedelli, C. Toninelli und G. M. Tino: *Precision Frequency Measurement of Visible Intercombination Lines of Strontium*.  
Physical Review Letters, 91(24):243002, 2003.
- [49] G. Risberg: *The spectrum of atomic magnesium, Mg I*.  
Arkiv för Fysik, 28(32):381–395, 1965.
- [50] J. Keupp, A. Douillet, T. E. Mehlstäubler, N. Rehbein, E. M. Rasel und W. Ertmer: *A high-resolution Ramsey-Bordé spectrometer for optical clocks based on cold Mg atoms*.  
European Physical Journal D, 36(3):289–294, 2005.
- [51] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward: *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*.  
Applied Physics B-Photophysics and Laser Chemistry, 31(2):97–105, 1983.
- [52] J. J. Snyder: *Paraxial ray analysis of a cat's-eye retroreflector*.  
Applied Optics, 14(8):1825–1828, 1975.
- [53] H. Hinderthür, A. Pautz, V. Rieger, F. Ruschewitz, J. L. Peng, K. Sengstock und W. Ertmer: *Three-beam atom interferometer*.  
Physical Review A, 56(3):2085–2089, 1997.
- [54] P. Kubina, P. Adel, F. Adler, G. Grosche, T. Hänsch, R. Holzwarth, A. Leitenstorfer, B. Lipphardt und H. Schnatz: *Long term comparison of two fiber based frequency comb systems*.  
Optics Express, 13(3):904–909, 2005.
- [55] K. Tamura, E. P. Ippen, H. A. Haus und L. E. Nelson: *77-fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser*.  
Optics Letters, 18(13):1080–1082, 1993.
- [56] R. Holzwarth, A. Y. Nevsky, M. Zimmermann, T. Udem, T. W. Hänsch, J. von Zanthier, H. Walther, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, P. S. J. Russell, M. N. Skvortsov und S. N. Bagayev: *Absolute frequency measurement of iodine lines with a femtosecond optical synthesizer*.  
Applied Physics B-Lasers and Optics, 73:269–271, 2001.
- [57] K. W. Meißner: *Isotopieverschiebung im Spektrum von Mg I*.  
Annalen der Physik, 5(31):505–517, 1938.
- [58] M. Inguscio, K. R. Leopold, J. S. Murray und K. M. Evenson: *Laser-magnetic-resonance detection of magnesium atoms in the metastable  $3P_{0,1,2}$  states*.  
Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 2(9):1566–1569, 1985.

- [59] U. Sterr, K. Sengstock, J. H. Müller und W. Ertmer: *High-Resolution Isotope Shift Measurement of the Mg I 1S0 - 3P1 Intercombination Transition*. Applied Physics B-Photophysics and Laser Chemistry, 56:62–64, 1993.
- [60] F. Riehle: *Frequency Standards*. Wiley-VCH Verlag, 2004.
- [61] K. Sengstock, U. Sterr, J. H. Müller, V. Rieger, D. Bettermann und W. Ertmer: *Optical Ramsey interferometry with magnesium atoms*. Applied Physics B-Lasers and Optics, 59(2):99–115, 1994.
- [62] P. Kersten, F. Mensing, U. Sterr und F. Riehle: *A transportable optical calcium frequency standard*. Applied Physics B-Lasers and Optics, 68:27–38, 1999.
- [63] V. Rieger: *Atominterferometrie für einen optischen Frequenzstandard auf Basis des Magnesium-Interkombinationsübergangs*. Dissertation, Universität Hannover, 1996.
- [64] F. Riehle, T. Kisters, A. Witte, J. Helmcke und C. J. Bordé: *Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame: Sagnac effect in a matter-wave interferometer*. Physical Review Letters, 67(2):177–180, 1991.
- [65] N. Malossi, S. Damkjær, P. L. Hansen, L. B. Jacobsen, L. Kindt, S. Sauge, J. W. Thomsen, F. C. Cruz, M. Allegrini und E. Arimondo: *Two-photon cooling of magnesium atoms*. Physical Review A, 72(5):051403, 2005.
- [66] T. E. Mehlstäubler, K. Moldenhauer, M. Riedmann, N. Rehbein, J. Friebe, E. M. Rasel und W. Ertmer: *Observation of sub-Doppler temperatures in bosonic magnesium*. Physical Review A, 77(2):021402, 2008.
- [67] G. Tachiev und C. Froese-Fischer: *The MCHF/MCDHF Collection*, 2003. [http://www.vuse.vanderbilt.edu/~cff/mchf\\_collection](http://www.vuse.vanderbilt.edu/~cff/mchf_collection).
- [68] K. Moldenhauer: *Sub-Doppler-Kühlung und magnetische Speicherung von Magnesiumatomen bei Temperaturen unter 1 mK*. Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2008.
- [69] S. Isaksen, A. Andersen, T. Andersen und P. S. Ramanujam: *Fine-structure measurement of the 3s3d 3 D and 3s4d 3 D states in Mg I*. Journal of Physics B-Atomic and Molecular Physics, 12(6):893, 1979.
- [70] V. Ruseva und J. Hald: *Generation of UV light by frequency doubling in BIBO*. Optics Communications, 236(1-3):219 – 223, 2004.
- [71] C. E. Wieman und L. Hollberg: *Using diode lasers for atomic physics*. Review of Scientific Instruments, 62(1):1–20, 1991.

- [72] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. W. Hänsch: *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*.  
Optics Communications, 117(5-6):541 – 549, 1995.
- [73] A. Renn, A. Hese und H. Büsener: *Externer Ringresonator zur Erzeugung kontinuierlicher Einmoden-UV-Strahlung*.  
Laser und Optoelektronik, 3(11-19), 1982.
- [74] A. Ashkin, G. D. Boyd und J. M. Dziedzic: *Resonant optical second harmonic generation and mixing*.  
IEEE Journal of Quantum Electronics, 2(6):109–124, 1966.
- [75] J. D. Bhawalkar, Y. Mao, H. Po, A. K. Goyal, P. Gavrilovic, Y. Conturie und S. Singh: *High-power 390-nm laser source based on efficient frequency doubling of a tapered diode laser in an external resonant cavity*.  
Optics Letters, 24(12):823–825, 1999.
- [76] Y. Asakawa, H. Kumagai, K. Midorikawa und M. Obara: *50% frequency doubling efficiency of 1.2-W cw Ti:sapphire laser at 746 nm*.  
Optics Communications, 217(1-6):311 – 315, 2003.
- [77] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters und G. Weinreich: *Generation of Optical Harmonics*.  
Physical Review Letters, 7(4):118–119, 1961.
- [78] K. Schneider, S. Schiller, J. Mlynek, M. Bode und I. Freitag: *1.1-W single-frequency 532-nm radiation by second-harmonic generation of a miniature Nd:YAG ring laser*.  
Optics Letters, 21(24):1999–2001, 1996.
- [79] J. Friebe: *Effiziente Erzeugung von ultraviolettem Licht mit neuartigen Kristallstrukturen*.  
Diplomarbeit, Universität Hannover, 2005.
- [80] A. Voskrebenezv: *Aufbau und Test eines Lasersystems zur Kühlung metastabiler Magnesiumatome*.  
Diplomarbeit, Universität Hannover, 2007.
- [81] A. Yariv: *Optical Electronics*.  
Saunders College Publishing/Harcourt Brace, 1991.
- [82] D. Meschede: *Optik, Licht und Laser*.  
Teubner Studienbücher, 1999.
- [83] G. D. Boyd und D. A. Kleinman: *Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams*.  
Journal of Applied Physics, 39(8):3597, 1968.

- 
- [84] J. J. Zondy, M. Abed und A. Clairon: *Type-II frequency doubling at  $\lambda = 1.30 \mu\text{m}$  and  $\lambda = 2.53 \mu\text{m}$  in flux-grown potassium titanyl phosphate.* Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 11(10):2004–2015, 1994.
- [85] E. S. Polzik und H. J. Kimble: *Frequency doubling with  $\text{KNbO}_3$  in an external cavity.* Optics Letters, 16(18):1400–1402, 1991.
- [86] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, E. S. Polzik und H. J. Kimble: *85% efficiency for cw frequency doubling from  $1.08$  to  $0.54 \mu\text{m}$ .* Optics Letters, 17(9):640–642, 1992.
- [87] R. Le Targat, J. J. Zondy und P. Lemonde: *75%-Efficiency blue generation from an intracavity PPKTP frequency doubler.* Optics Communications, 247(4-6):471 – 481, 2005.
- [88] E. Jurdik, J. Hohlfeld, A. F. van Etteger, A. J. Toonen, W. L. Meerts, H. van Kempen und T. Rasing: *Performance optimization of an external enhancement resonator for optical second-harmonic generation.* Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 19(7):1660–1667, 2002.
- [89] H. Hellwig, J. Liebertz und L. Bohaty: *Exceptional large nonlinear optical coefficients in the monoclinic bismuth borate  $\text{BiB}_3\text{O}_6$  (BIBO).* Solid State Communications, 109(4):249 – 251, 1998.
- [90] C. Du, Z. Wang, J. Liu, X. Xu, B. Teng, K. Fu, J. Wang, Y. Liu und Z. Shao: *Efficient intracavity second-harmonic generation at  $1.06 \mu\text{m}$  in a  $\text{BiB}_3\text{O}_6$  (BIBO) crystal.* Applied Physics B-Lasers and Optics, 73(3):215–217, 2001.
- [91] V. Ruseva: *Design of high-power frequency-doubled diode laser systems for experiments on laser-cooled Magnesium.* Dissertation, University of Copenhagen, 2005.
- [92] R. L. Barger und J. L. Hall: *Pressure Shift and Broadening of Methane Line at  $3.39 \mu$  Studied by Laser-Saturated Molecular Absorption.* Physical Review Letters, 22(1):4–8, 1969.
- [93] W. Z. Zhao, J. E. Simsarian, L. A. Orozco und G. D. Sprouse: *A computer-based digital feedback control of frequency drift of multiple lasers.* Review of Scientific Instruments, 69(11):3737–3740, 1998.
- [94] A. Rossi, V. Biancalana, B. Mai und L. Tomassetti: *Long-term drift laser frequency stabilization using purely optical reference.* Review of Scientific Instruments, 73(7):2544–2548, 2002.
- [95] D. F. Plusquellic, O. Votava und D. J. Nesbitt: *Absolute frequency stabilization of an injection-seeded optical parametric oscillator.*

- Applied Optics, 35(9):1464–1472, 1996.
- [96] D. Budker, S. M. Rochester und V. V. Yashchuk: *Obtaining frequency markers of variable separation with a spherical mirror Fabry-Perot interferometer*.  
Review of Scientific Instruments, 71(8):2984–2987, 2000.
- [97] P. W. Milonni und J. H. Eberly: *Lasers*.  
Wiley-Interscience, 1988.
- [98] M. Riedmann: *Optisches Speichern von Magnesium*, 2010.  
Leibniz Universität Hannover.
- [99] T. E. Mehlstäubler: *Neuartige Kühlmethode für einen optischen Magnesium-Frequenzstandard*.  
Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2005.
- [100] N. Rehbein: *Realisierung neuer Laserkühlverfahren und Spektroskopielaser für einen optischen Magnesium-Frequenzstandard*.  
Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2006.
- [101] E. J. Salumbides, S. Hannemann, K. S. E. Eikema und W. Ubachs: *Isotopically resolved calibration of the 285-nm Mg I resonance line for comparison with quasar absorptions*.  
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters, 373(1):L41–L44, 2006.
- [102] H. Stoehr: *Diodenlaser mit Hertz-Linienbreite für ein optisches Calcium-Frequenznormal*.  
Dissertation, Universität Hannover, 2005.
- [103] T. Nazarova, F. Riehle und U. Sterr: *Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser*.  
Applied Physics B-Lasers and Optics, 83(4):531–536, 2006.
- [104] H. Stoehr, F. Mensing, J. Helmcke und U. Sterr: *Diode laser with 1 Hz linewidth*.  
Optics Letters, 31(6):736–738, 2006.
- [105] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano und J. C. Bergquist: *Visible Lasers with Subhertz Linewidths*.  
Physical Review Letters, 82(19):3799–3802, 1999.
- [106] S. A. Webster, M. Oxborrow und P. Gill: *Vibration insensitive optical cavity*.  
Physical Review A, 75(1):011801, 2007.
- [107] A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt und J. Ye: *Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at  $1 \times 10^{-15}$* .  
Optics Letters, 32(6):641–643, 2007.



- 
- [108] M. Notcutt, L. S. Ma, J. Ye und J. L. Hall: *Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity*. Optics Letters, 30(14):1815–1817, 2005.
- [109] T. Rosenband: *Private Mitteilung*, 2006.
- [110] A. Pape, O. Terra, J. Friebe, M. Riedmann, T. Wübbena, E. M. Rasel, K. Predehl, T. Legero, B. Lipphardt, H. Schnatz und G. Grosche: *Long-distance remote characterization of ultrastable lasers via commercial telecommunication fiber network*. Optics Express, 18(20):21477–21483, 2010.
- [111] K. Numata, A. Kemery und J. Camp: *Thermal-Noise Limit in the Frequency Stabilization of Lasers with Rigid Cavities*. Physical Review Letters, 93(25):250602, 2004.
- [112] A. Pape: *Dissertation in Vorbereitung*. Universität Hannover.
- [113] J. Keupp: *Ein atominterferometrischer Frequenzdiskriminator hoher Stabilität für optische Magnesium-Atomuhren*. Dissertation, Universität Hannover, 2003.
- [114] F. Ruschewitz: *Hochauflösende optische Spektroskopie an lasergekühlten Atomen basierend auf der Atominterferometrie im Zeitbereich*. Dissertation, Universität Hannover, 2002.
- [115] W. Nagourney, J. Sandberg und H. Dehmelt: *Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps*. Physical Review Letters, 56(26):2797–2799, 1986.
- [116] H. Metcalf und P. van der Straten: *Laser Cooling and Trapping*. Springer, Berlin, 2002.
- [117] D. W. Allan: *Statistics of atomic frequency standards*. Proc. IEEE, 54(2):221–230, 1966.
- [118] G. J. Dick: *Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards*. In: *19th Annu. Precise Time and Time Interval Conference*, Seiten 133–147, Redondo Beach, 1987.
- [119] A. Quessada, R. P. Kovacich, I. Courtillot, A. Clairon, G. Santarelli und P. Lemonde: *The Dick effect for an optical frequency standard*. Journal of Optics B-Quantum and Semiclassical Optics, 5(2):150, 2003.
- [120] C. Degenhardt, H. Stoehr, C. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P. E. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke und F. Riehle: *Calcium optical frequency standard with ultracold atoms: Approaching  $10^{-15}$  relative uncertainty*. Physical Review A, 72(6):062111, 2005.

- [121] G. Zinner: *Ein optisches Frequenznormal auf Basis lasergekühlter Calciumatome*.  
Dissertation, Universität Hannover, 1998.
- [122] G. Wilpers: *Ein optisches Frequenznormal mit kalten und ultrakalten Atomen*.  
Dissertation, Universität Hannover, 2002.
- [123] A. Bauch, J. Achkar, S. Bize, D. Calonico, R. Dach, R. Hlavac, L. Lorini, T. Parker, G. Petit, D. Piester, K. Szymaniec und P. Urich: *Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the  $10^{-15}$  uncertainty level*.  
Metrologia, 43(1):109, 2006.
- [124] J. Ye, J. L. Peng, R. J. Jones, K. W. Holman, J. L. Hall, D. J. Jones, S. A. Diddams, J. Kitching, S. Bize, J. C. Bergquist, L. W. Hollberg, L. Robertsson und L. S. Ma: *Delivery of high-stability optical and microwave frequency standards over an optical fiber network*.  
Journal of the Optical Society of America B- Optical Physics, 20(7):1459–1467, 2003.
- [125] K. W. Holman, D. J. Jones, D. D. Hudson und J. Ye: *Precise frequency transfer through a fiber network by use of 1.5- $\mu$ m mode-locked sources*.  
Optics Letters, 29(13):1554–1556, 2004.
- [126] O. Lopez, A. Amy-Klein, C. Daussy, C. Chardonnet, F. Narbonneau, M. Lours und G. Santarelli: *86-km optical link with a resolution of  $2 \times 10^{-18}$  for RF frequency transfer*.  
European Physical Journal D, 48(1):35–41, 2008.
- [127] S. M. Foreman, A. D. Ludlow, M. H. G. de Miranda, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams und J. Ye: *Coherent Optical Phase Transfer over a 32-km Fiber with 1 s Instability at  $10^{-17}$* .  
Physical Review Letters, 99(15):153601, 2007.
- [128] N. R. Newbury, P. A. Williams und W. C. Swann: *Coherent transfer of an optical carrier over 251 km*.  
Optics Letters, 32(21):3056–3058, 2007.
- [129] F. L. Hong, M. Musha, M. Takamoto, H. Inaba, S. Yanagimachi, A. Takamizawa, K. Watabe, T. Ikegami, M. Imae, Y. Fujii, M. Amemiya, K. Nakagawa, K. Ueda und H. Katori: *Measuring the frequency of a Sr optical lattice clock using a 120 km coherent optical transfer*.  
Optics Letters, 34(5):692–694, 2009.
- [130] H. R. Telle, G. Steinmeyer, A. E. Dunlop, J. Stenger, D. H. Sutter und U. Keller: *Carrier-envelope offset phase control: A novel concept for absolute optical frequency measurement and ultrashort pulse generation*.

- Applied Physics B-Lasers and Optics, 69(4):327–332, 1999.
- [131] H. R. Telle, B. Lipphardt und J. Stenger: *Kerr-lens, mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements*.  
Applied Physics B-Lasers and Optics, 74(1):1–6, 2002.
- [132] K+K Messtechnik GmbH: *K+K FXE, High Resolution Multichannel Synchronous Phase Recorder*, Dezember 2008.
- [133] G. Grosche, B. Lipphardt und H. Schnatz: *Optical frequency synthesis and measurement using fibre-based femtosecond lasers*.  
European Physical Journal D, 48(1):27–33, 2008.
- [134] A. D. Kersey, M. J. Marrone und M. A. Davis: *Polarisation-insensitive fibre optic Michelson interferometer*.  
Electronics Letters, 27(6):518–520, 1991.
- [135] O. Terra, G. Grosche, W. Ertmer, T. Feldmann, J. Friebe, T. Legero, B. Lipphardt, A. Pape, K. Predehl, E. M. Rasel, M. Riedmann, U. Sterr, T. Wübbena und H. Schnatz: *Telecommunication fiber link for the remote characterization of a magnesium optical frequency standard*.  
In: *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Band 7431 der Reihe *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, 2009.
- [136] H. Schnatz: *Private Mitteilung*, 2009.
- [137] G. Wilpers, C. Degenhardt, T. Binnewies, A. Chernyshov, F. Riehle, J. Helmcke und U. Sterr: *Improvement of the fractional uncertainty of a neutral-atom calcium optical frequency standard to  $2 \times 10^{-14}$* .  
Applied Physics B-Lasers and Optics, 76(2):149–156, 2003.
- [138] M. Kasevich und S. Chu: *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*.  
Physical Review Letters, 67(2):181–184, 1991.
- [139] J. L. Hall und C. J. Bordé: *Shift and broadening of saturated absorption resonances due to curvature of the laser wave fronts*.  
Applied Physics Letters, 29(12):788–790, 1976.
- [140] G. Tackmann: *Konzepte für die kohärente Manipulation von Materiewellen mit der Atom-Licht-Wechselwirkung für die Präzisionsatominterferometrie*.  
Diplomarbeit, Universität Hannover, 2009.
- [141] U. Sterr, K. Sengstock, J. H. Mueller, D. Bettermann und W. Ertmer: *The Magnesium Ramsey Interferometer - Applications and Prospects*.  
Applied Physics B-Photophysics and Laser Chemistry, 54(5):341–346, 1992.

- [142] C. Novero, A. Godone, E. Bava und M. Causa: *Quadratic Zeeman Corrections for Metastable Levels of Mg and Ca*.  
Il Nuovo Cimento, 10(7):841–846, 1988.
- [143] H. Hart, W. Lotze und E. G. Woschni: *Meßgenauigkeit*, Band 3.  
Oldenbourg, 1997.
- [144] V. Rieger, K. Sengstock, U. Sterr, J. H. Müller und W. Ertmer: *Atom-interferometric determination of the dc-Stark shift of the Mg-intercombination line*.  
Optics Communications, 99(3-4):172 – 176, 1993.
- [145] A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, C. W. Oates, Z. W. Barber, N. D. Lemke, A. D. Ludlow, U. Sterr, C. Lisdat und F. Riehle: *Compensation of Field-Induced Frequency Shifts in Ramsey Spectroscopy of Optical Clock Transitions*, 2009.  
<http://www.citebase.org/abstract?id=oai:arXiv.org:0903.3716>.
- [146] E. Bava, A. De Marchi und A. Godone: *Black-Body Radiation Shifts in Ground and Metastable Levels of Mg and Ca*.  
Lettere al Nuovo Cimento, 38(4):107–110, 1983.
- [147] C. W. Oates, G. Wilpers und L. Hollberg: *Observation of large atomic-recoil-induced asymmetries in cold atom spectroscopy*.  
Physical Review A, 71(2):023404, 2005.
- [148] R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, E. L. Blomberg, T. E. Hoffman, G. U. Nystrom, B. F. Farrel, R. Decher, P. B. Eby, C. R. Baugher, J. W. Watts, D. L. Teuber und F. D. Wills: *Test of Relativistic Gravitation with a Space-Borne Hydrogen Maser*.  
Physical Review Letters, 45(26):2081–2084, 1980.
- [149] C. Lisdat, J. S. R. Vellore Winfred, T. Middelmann, F. Riehle und U. Sterr: *Collisional Losses, Decoherence, and Frequency Shifts in Optical Lattice Clocks with Bosons*.  
Physical Review Letters, 103(9):090801, 2009.
- [150] S. J. J. M. F. Kokkelmans, B. J. Verhaar, K. Gibble und D. J. Heinzen: *Predictions for laser-cooled Rb clocks*.  
Physical Review A, 56(6):4389–4392, 1997.
- [151] S. Ghezali, P. Laurent, S. Ne Lea und A. Clairon: *An experimental study of the spin-exchange frequency shift in a laser-cooled cesium fountain frequency standard*.  
Europhysics Letters, 36(1):25, 1996.
- [152] C. Degenhardt, T. Nazarova, C. Lisdat, H. Stoehr, U. Sterr und F. Riehle: *Influence of chirped excitation pulses in an optical clock with ultracold calcium atoms*.

- IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 54(2):771–775, 2005.
- [153] T. Udem, S. A. Diddams, K. R. Vogel, C. W. Oates, E. A. Curtis, W. D. Lee, W. M. Itano, R. E. Drullinger, J. C. Bergquist und L. Hollberg: *Absolute Frequency Measurements of the  $Hg^+$  and Ca Optical Clock Transitions with a Femtosecond Laser*.  
Physical Review Letters, 86(22):4996–4999, 2001.
- [154] S. Weyers: *Private Mitteilung*, 2010.
- [155] G. Wilpers, C. W. Oates, S. A. Diddams, A. Bartels, T. M. Fortier, W. H. Oskay, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker und L. Hollberg: *Absolute frequency measurement of the neutral  $^{40}Ca$  optical frequency standard at 657 nm based on microkelvin atoms*.  
Metrologia, 44(2):146, 2007.
- [156] A. Godone, E. Bava und G. Giusfredi: *Isotopic shift in the  $^3P_1$ - $^3P_0$  Mg transition*.  
Zeitschrift für Physik A-Hadrons and Nuclei, 318(2):131–134, 1984.
- [157] S. G. Porsev und A. Derevianko: *Hyperfine quenching of the metastable  $P, 23$  states in divalent atoms*.  
Physical Review A, 69(4):042506, 2004.
- [158] C. Oates: *Optical lattice clocks: Keeping time in three dimensions*.  
Nature Physics, 4(12):910–911, 2008.



# ABBILDUNGSVERZEICHNIS

---

2.1	Auszug aus dem Termschema von $^{24}\text{Mg}$ mit allen in dieser Arbeit adressierten Übergängen . . . . .	8
2.2	Aufspaltung einer Materiewelle durch einen Strahlteilerpuls . . . . .	11
2.3	Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Pulsdauer . . . . .	13
2.4	Asymmetrisches 4-Puls-Atom-Interferometer in der Zeitdomäne . . . . .	14
2.5	Ramsey-Bordé-Interferenzmuster bei einer Auflösung von 20 kHz . . . . .	16
3.1	Auszug aus dem Termschema von $^{24}\text{Mg}$ . . . . .	21
3.2	Aufbau zur Frequenzmessung am Atomstrahl . . . . .	22
3.3	Schwebungsmessung zwischen dem stabilisierten Diodenlaser und einem Farbstofflaser . . . . .	23
3.4	Typische Interferenzmuster der Atomstrahlapparatur . . . . .	24
3.5	Messergebnisse am Atomstrahl . . . . .	26
3.6	Allan-Standardabweichung der Messung am Atomstrahl . . . . .	28
3.7	Frequenzabweichung für verschiedene Dejustagen der Katzenaugen . . . . .	30
3.8	Theoretische und experimentelle Ramsey-Interferenzmuster . . . . .	31
4.1	Auszug aus dem Termschema von $^{24}\text{Mg}$ im Triplett-System . . . . .	36
4.2	Gaußscher Strahl im Kristall . . . . .	41
4.3	Überhöhungsresonator für die Frequenzverdopplung . . . . .	44
4.4	Berechnete Strahltaile im kurzen und langen Arm des Resonators . . . . .	45
4.5	Charakterisierung der Frequenzverdopplung . . . . .	46
4.6	Hinter dem Resonator gemessene UV-Leistung . . . . .	47
4.7	Schwebungsmessung zwischen zwei Lasern bei 383 nm . . . . .	50
4.8	Skizze des Lasersystems bestehend aus drei Lasern mit Frequenzverdopplungen, Transferresonator und Strahlaufteilung . . . . .	53
5.1	Experimentierkammer mit allen in der Ebene verlaufenden Strahlen . . . . .	56
5.2	Abfall des Quadrupolmagnetfeldes in z-Richtung . . . . .	58
5.3	Dopplerprofil der Singulett-MOT . . . . .	62
5.4	Aufbau der auf einem frequenzverdoppelten Diodenlaser basierenden Spektroskopie . . . . .	63

5.5	Schwebungsmessung zwischen dem, auf den Resonator $W$ stabilisierten, Spektroskopielaser und dem Ca-Spektroskopielaser der PTB	64
5.6	Abstandshalter und Spiegel der neuen Resonatoren	66
5.7	Aufbau der Detektion mit einem Photoelektronenvervielfacher	69
5.8	Zeitlicher Ablauf der Spektroskopiesequenz	70
5.9	Interferenzsignale mit verschiedenen Auflösungen	72
5.10	Instabilität des Frequenzstandards für verschiedene Auflösungen	75
5.11	Signalamplitude der Interferogramme	76
5.12	Optische Spektren des verwendeten Frequenzkammgenerators	83
5.13	HF-Netzwerk zur Erzeugung einer Schwebungsfrequenz	84
5.14	HF-Netzwerk für eine hochauflösende Messung der Repetitionsrate	85
5.15	Schematischer Aufbau des Frequenztransfers zwischen PTB und IQ	87
5.16	Kurzzeitstabilität des Mg-Spektroskopielasers	88
5.17	Allan-Standardabweichung des Mg-Frequenznormals	90
6.1	Drei verschiedene Ursachen für Frequenzverschiebungen durch den linearen Doppler-Effekt.	95
6.2	Anordnung der Wechselwirkungszone relativ zum Zentrum der MOT	99
6.3	Phasendifferenz $\Delta\phi$ und Linienverschiebung gegen den Pulsabstand	101
6.4	Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der Pulsdauer für verschiedene Krümmungsradien der Wellenfronten.	103
6.5	Gemessene Frequenz aufgetragen gegen die Pulsdauer und den Pulsabstand $T$ für $R = 18$ m	104
6.6	Gemessene Frequenzen bei einer Auflösung von 1,2 kHz	106
6.7	Gemessene Frequenzdifferenzen für zwei unterschiedliche Pulsdauern	107
6.8	Linienverschiebungen für verschiedene Justageparameter bei konkaven Wellenfronten	108
6.9	Monte-Carlo-Simulation der Frequenzverschiebung	110
6.10	Abhängigkeit der Periode von dem Pulsabstand	112
6.11	Gemessene Frequenzen aufgetragen gegen Pulsabstand	120
7.1	Die beiden im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Frequenzen	124
7.2	Simulation des Kontrastes und der Frequenzverschiebung	125
7.3	Potenzielle Stabilität für ein $100 \mu\text{K}$ kaltes Ensemble	126



# TABELLENVERZEICHNIS

---

3.1	Frequenzverschiebungen und Unsicherheiten der Frequenzmessung . . . . .	27
3.2	Berechnung von optischen Übergängen vom $^1S_0$ ins $^3P$ -System . . . . .	27
3.3	Linienverschiebungen und Unsicherheiten am Atomstrahl . . . . .	33
4.1	Eigenschaften verschiedener Kristalle für die Frequenzverdopplung . . . . .	42
5.1	Eigenschaften der verwendeten Stabilisierungsresonatoren . . . . .	67
5.2	Parameter und Ergebnisse der Messung aus Abbildung 5.9 . . . . .	74
6.1	Übersicht über die abgeschätzten Experimentparameter . . . . .	105
6.2	Unsicherheitsbeiträge der Frequenzmessung an kaltem Magnesium . . . . .	121
7.1	Frequenzen der Übergänge $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ für verschiedene Isotope . . . . .	129



# DANKSAGUNG

---

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen und mich in dieser Zeit unterstützt und motiviert haben.

Zuerst möchte ich mich bei meinem Doktorvater Herrn Prof. Ernst M. Rasel bedanken, dessen Vertrauen ich mir immer sicher sein konnte. Die zahlreichen interessanten Diskussionen haben oft neue Ideen und Lösungsansätze zu Tage gefördert. Des Weiteren möchte ich mich herzlich für die Aufmunterungen und Unterstützung in manch schwierigen Zeiten bedanken.

Herrn PD Dr. Christian Lisdat danke ich für die Übernahme des Koreferats dieser Arbeit. Außerdem ist es mir ein Anliegen mich für die vielen aufschlussreichen Diskussionen und Hilfestellungen während der letzten Jahre, bei denen ich viel gelernt habe, zu bedanken.

Bei Herrn Prof. Wolfgang Ertmer bedanke ich mich für die Möglichkeit unter hervorragenden Bedingungen am Institut promovieren zu dürfen. Sein großes Interesse für die Ergebnisse und Fortschritte am Magnesium-Experiment waren immer ein besonderer Ansporn.

Prof. Manfred Lein danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Bei den aktuellen und ehemaligen Mitarbeitern des Experiments Dr. Hardo Stöhr, Dr. Tanja Mehlstäubler, Dr. Nils Rehbein, Dr. Karsten Moldenhauer, Dr. Hrishikesh Kelkar, Matthias Riedmann, André Pape, Alexander Voskrebenez, Temmo Wübbena, André Kulosa, Klaus Zipfel, Dominika Fim, Steffen Rühmann und Sina Malobabic möchte ich mich für die tolle Zusammenarbeit und ihr Engagement bedanken. André Pape danke ich für die Unterstützung am Frequenzkamm und bei dem Betrieb der Faserverbindung im IQ. Temmo Wübbena möchte ich ebenfalls danken für seine Beiträge während der Frequenzvergleiche. Alexander Voskrebenez danke ich für seinen engagierten Einsatz bei der Entwicklung des neuen Diodenlasersystems. Ein besonderer Dank gilt Matthias Riedmann für die starke Unterstützung während der gesamten nervenaufreibenden Zeit der Frequenzmessung. Auf ihn konnte ich mich immer verlassen. Er und Dr. Karsten Moldenhauer haben mich den Großteil meiner Zeit am Experiment begleitet. Beiden möchte ich für die schöne Zeit, die wir zusammen am Experiment hatten danken. Nicht missen möchte ich auch die vielen interessanten Diskussionen über und auch ohne die

Physik.

Mein besonderer Dank gilt des Weiteren Dr. Oliver Topic, Dr. Carsten Klempt, Dr. Sascha Drenkelforth, Maic Zaiser, Michael Gilowski, Dr. Thorsten Henniger und Dr. Tim van Zoest. Mit ihnen habe ich einen großen Teil meiner Zeit am Institut verbracht und möchte ihre Freundschaft nicht missen.

Allen anderen Diplomanden, Doktoranden, Post-Docs und Prof. Jan Arlt danke ich für die tolle Atmosphäre am Institut und die gegenseitigen Hilfestellungen bei physikalischen und technischen Problemen.

Die Frequenzvergleiche über die Faser hätten nicht stattfinden können ohne die Vorarbeit und die Aufrechterhaltung der Faserverbindung sowie die Bereitstellung der nötigen Frequenzreferenzen durch die PTB. Stellvertretend für alle beteiligten Mitarbeiter auf der anderen Seite der Faser möchte ich Dr. Harald Schnatz, Dr. Gesine Grosche, Burghardt Lipphardt und Osama Terra für ihre Unterstützung und die tolle Zusammenarbeit danken. Auch außerhalb der regulären Arbeitszeit, in denen das Magnesiumexperiment typischerweise besonders gut läuft, war ein problemloses Messen fast immer gewährleistet. Mein besonderer Dank gilt Dr. Harald Schnatz für sein großes Engagement und die vielen ausführlichen Erläuterungen.

Den Mitarbeitern der Mechanik-Werkstatt Herrn Leo Heidekrüger, Herrn Fritz Witzlau, Herrn Matthias Scholz und Herrn Rolf Dohm danke ich für die Beratung bei der Umsetzung unkonventioneller Bauteile und die unkomplizierte Hilfe in dringenden Fällen. Den weiteren Mitarbeitern des Instituts Frau Gunhild Faber, Frau Katrin Pfennig, Frau Elke Hünitzsch, Frau Nicole Reinke, Dr. Rüdiger Scholz, Dr. Rudi Gaul und dem neuen Quest-Team möchte ich für ihre stets freundliche und zupackende Art danken, die die tägliche Arbeit am Institut erheblich erleichtern.

Meinen Eltern und meinem Bruder danke für ihre fortwährende Unterstützung und dass sie mir immer den Rücken freigehalten haben.

Mein größter Dank gilt Susanne für die großartige Unterstützung während dieser Arbeit und für die Geduld die sie, besonders in der stressigen Endphase, aufgebracht hat.

## Publikationsliste

- *Long-distance remote characterization of ultrastable lasers via commercial telecommunication fiber network*  
A. Pape, O. Terra, J. Friebe, M. Riedmann, T. Wübbena, E. M. Rasel, K. Predehl, T. Legero, B. Lipphardt, H. Schnatz, and G. Grosche  
Opt. Express, 18(20), 21477-21483 (2010)
- *Phase-Coherent Frequency Comparison of Optical Clocks Using a Telecommunication Fiber Link*  
H. Schnatz, O. Terra, K. Predehl, T. Feldmann, T. Legero, B. Lipphardt, U. Sterr, G. Grosche, R. Holzwarth, T. W. Hänsch, T. Udem, Z. H. Lu, L. J. Wang, W. Ertmer, J. Friebe, A. Pape, E. M. Rasel, M. Riedmann, and T. Wübbena  
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 57, 175-181 (2010)
- *Absolute frequency measurement of the magnesium intercombination transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$*   
J. Friebe, A. Pape, M. Riedmann, K. Moldenhauer, T. E. Mehlstäubler, N. Rehbein, C. Lisdat, E. M. Rasel, W. Ertmer, H. Schnatz, B. Lipphardt und G. Grosche  
Physical Review A 78, 033830 (2008).
- *Potassium ground-state scattering parameters and Born-Oppenheimer potentials from molecular spectroscopy*  
S. Falke, H. Knoeckel, J. Friebe, M. Riedmann, E. Tiemann und C. Lisdat  
Physical Review A 78, 012503 (2008).
- *Observation of sub-Doppler temperatures in bosonic magnesium*  
T. E. Mehlstäubler, K. Moldenhauer, M. Riedmann, N. Rehbein, J. Friebe, E. M. Rasel und W. Ertmer  
Physical Review A 77, 021402(R) (2008).
- *Frequency-stabilized Nd : YVO<sub>4</sub> thin-disk laser*  
H. Stoehr, N. Rehbein, A. Douillet, J. Friebe, J. Keupp, T. E. Mehlstäubler, H. Wolff, E. M. Rasel, W. Ertmer, J. Gao und A. Giesen  
Applied Physics B, 91,29-33 (2008).
- *$\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub> deep UV monolithic walk-off compensating tandem*  
J. Friebe, K. Moldenhauer, E. M. Rasel, W. Ertmer, L. Isaenko, A. Yelisseyev und J. J. Zondy  
Optics Communications, 261,300-309 (2006).

- *Effiziente Erzeugung von ultraviolettem Licht mit neuartigen Kristallstrukturen*  
J. Friebe  
Diplomarbeit (2005).

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name Jan Friebe  
Geburtstag 10.10.1979 in Hannover, Deutschland  
Familienstand Ledig

## Promotions-Studium

seit September 2005 *Doktorarbeit am Institut für Quantenoptik*  
in der Arbeitsgruppe von  
Prof. Dr. Ernst M. Rasel

## Studium

2005 *Diplom in Physik*  
an der Leibniz Universität Hannover

08/2004 - 07/2005 *Diplomarbeit*  
Thema: „Effiziente Erzeugung  
von ultraviolettem Licht  
mit neuartigen Kristallstrukturen“

2002 *Vordiplom in Physik*  
an der Leibniz Universität Hannover

10/2000 - 07/2005 *Studium der Physik*  
an der Leibniz Universität Hannover

## Zivildienst

1999 - 2000 in der DRK-Sozialstation Großburgwedel

## Schulabschluss

29. Juni 1999 *Abitur*  
am Gymnasium Mellendorf