

Rauschspektroskopie von Quantenpunktsystemen

Von der Fakultät für Mathematik und Physik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
– Dr. rer. nat. –

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Niels Carsten Maire
geboren am 10. Juni 1977 in Hannover

2009

Referent: Prof. Dr. Rolf J. Haug
Korreferent: Prof. Dr. Michael Oestreich
Tag der Promotion: 27.05.2009

Kurzzusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wird das Rauschverhalten, insbesondere das Schrotrauschen, von sogenannten Quantenpunktsystemen untersucht. In diesen Quantenpunktsystemen ist die Bewegung der Elektronen in allen drei Raumrichtungen derart eingeschränkt, dass es zur Quantisierung der Elektronenzustandsenergien kommt. Dadurch sind die Elektronen starken Wechselwirkungseffekten infolge von Coulomb- und Pauliblockade unterworfen. Es wird gezeigt, dass in Folge dieser Wechselwirkungseffekte die Rauschleistung beim resonanten Transport durch Einzelquantenpunkte im Einklang mit der Theorie unterdrückt ist. Des Weiteren wird die Stärke des Schrotrauschens untersucht, während zusätzlich ein besonderer Vielteilchenwechselwirkungseffekt, eine Fermikantensingularität, den Transport durch diese Quantenpunkte moduliert. Im Bereich dieser Fermikantensingularität ist die Schrotrauschleistung besonders stark unterdrückt. Bis zu dem jetzigen Zeitpunkt ist keine Theorie bekannt, die diesen Effekt erklären kann. Messungen an seriell gekoppelten Quantenpunkten, sogenannten Doppelquantenpunkten, zeigen hingegen eine Überhöhung des Schrotrauschens. Diese Überhöhung wird auf den „Bunching“ Effekt aufgrund einer starken Tunnelkopplung der beiden Quantenpunkte zurückgeführt. Die Arbeit schließt mit der Betrachtung der Rauschleistung einer sogenannten Einzelelektronenpumpe. Diese Pumpe weist Stromplateaus auf, die darauf hindeuten, dass pro Pumpzyklus eine feste Anzahl von Elektronen durch die Struktur transportiert wird. Die Messung der Rauschleistung bestätigt diese Vermutung.

Schlagnworte: Schrotrauschen, Quantenpunkte, Fermikantensingularität

Abstract

In this work the noise properties, especially the shot noise properties, of so called quantum point systems are investigated. The electron movement in these systems is strongly confined in all three spatial dimensions resulting in quantized single electron states. The electrons are therefore subject to strong interaction effects due to Coulomb and Pauli blocking. It will be shown that these effects lead to a suppressed shot noise power in the resonant tunneling regime of single quantum dots consistent with theoretical predictions. In addition noise measurements were performed in the presence of a so called Fermi Edge Singularity. This many-body interaction effect is accompanied by a very strong shot noise suppression. Up to now no theory is available which could explain this suppression. Measurements at serially coupled quantum dots, so called double quantum dots, show in contrary an enhancement of the shot noise power. This enhancement is ascribed to a “bunching“ effect due to a strong tunnel coupling between the two dots. The last part of this thesis analyzes the noise power of a so called single electron pump. The I-V characteristic shows current plateaus which indicate the transport of a fixed number of electrons per pump cycle throughout the sample. The measured noise power confirms this assumption.

Keywords: shot noise, quantum dots, Fermi Edge Singularity

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	11
2	Theoretische Grundlagen	15
2.1	Quantenpunkte	15
2.1.1	3D Elektronensystem	16
2.1.2	Quantenpunkt (0D Elektronensystem)	18
2.1.3	3D-0D-3D: Resonanter Transport	20
2.2	Schrotrauschen	22
2.2.1	Poissonverteilung	22
2.2.2	Zeitabhängigkeit: Die Autokorrelationsfunktion	26
2.2.3	Frequenzabhängigkeit: Rauschleistungsdichte	28
2.2.4	Rauschleistungsdichte in mesoskopischen Systemen	32
2.3	Unterdrücktes und erhöhtes Schrotrauschen	33
2.3.1	Unterdrückung des Schrotrauschens durch Korrelationseffekte	34
2.3.2	Der Fanofaktor	35
2.3.3	Superpoissonsches Schrotrauschen	37
3	Experimentelle Grundlagen	41
3.1	Messaufbau	41
3.1.1	Spektren	42
3.1.2	Eigenrauschen des Stromverstärkers	42
3.1.3	Spezialstromverstärker mit niedrigem Spannungsrauschen	45

4	Selbstorganisierte Quantenpunkte	49
4.1	Probenschema	49
4.1.1	Selbstorganisierte InAs Quantenpunkte	49
4.1.2	Zuleitungen	50
4.2	Transporteigenschaften	52
4.2.1	Positive Spannungsrichtung: Gleichstromverhalten	52
4.2.2	Positive Spannungsrichtung: Rauschleistung	56
4.2.3	Negative Spannungsrichtung: Gleichstromverhalten	63
4.2.4	Negative Spannungsrichtung: Rauschleistung	64
4.3	Zusammenfassung	67
5	Fermikantensingularität	69
5.1	Fermikantensingularität	69
5.1.1	Fermikantensingularität im resonanten Transport	70
5.1.2	Fermikantensingularität bei InAs Quantenpunkten	70
5.1.3	Fermikantensingularität im Magnetfeld	74
5.2	Rauschmessungen	79
5.2.1	Lorentzrauschen	81
5.2.2	Fanofaktor	85
5.2.3	Kollektortunnelrate	89
5.3	Zusammenfassung	93
6	Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte	95
6.1	Probenaufbau	95
6.2	Transporteigenschaften	97
6.2.1	Negative Spannungsrichtung	98
6.2.2	Positive Spannungsrichtung	102
6.3	Rauschmessungen ohne Magnetfeld	104
6.3.1	Rauschspektren	104
6.3.2	Fanofaktor	108
6.3.3	Superpoissonsches Schrotrauschen	109
6.3.4	Bunching durch Doppelbesetzung der Zustände	110
6.3.5	Bunching aufgrund kohärenter Kopplung und asymmetrischen Tunnelraten	112
6.4	Temperaturabhängigkeit	117
6.5	Magnetfeldabhängigkeit	121

6.5.1	Magnetfeldabhängige Peakaufspaltung	123
6.5.2	Hysterese	125
6.5.3	Rauschmessungen	127
6.6	Zusammenfassung	129
7	Einzelelektronenpumpe	131
7.1	Wirkungsweise	131
7.2	Transporteigenschaften	134
7.2.1	Rauscheigenschaften	135
7.3	Zusammenfassung	140
8	Zusammenfassung	143
	Zusätzliche Rauschmessungen an Doppelquantenpunkten bei 5 und 10 T	I
	Simulation des Stromverlaufes und des Fanofaktors bei Doppelquantenpunkten	V
	Symbole und Abkürzungen	VII
	Symbole	VII
	Abkürzungen	XII
	Lebenslauf	XXIII
	Publikationen	XXV
	Danksagung	XXVII

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Die hier vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Dynamik zeitabhängiger elektrischer Fluktuationen, oder — einfacher ausgedrückt — mit Rauschen. Insbesondere eine bestimmte Form dieses Rauschens, das sogenannte „Schrotrauschen“, ist hierbei von zentraler Bedeutung. Eine erste Erwähnung fand es 1918 in dem Artikel „Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern“ von Walter Schottky [1]. Die Grundlage seiner Überlegungen bildeten die damals erst kürzlich entwickelten Verstärkerschaltungen auf Basis von Glühkathoden, die es ermöglichten, selbst kleinste Wechselströme aufzulösen. Er postulierte, dass es zwei Effekte gibt, die, selbst dann, wenn alle sonstigen aus dem Messaufbau resultierenden Störungen behoben sind, eine untere Grenze der maximalen Auflösung darstellen. Den einen nannte er den „Wärmeeffekt“, heutzutage besser unter dem Namen „Johnson-Nyquist-Rauschen“ oder „thermisches Rauschen“ bekannt. Den anderen bezeichnete er als sogenannten „Schroteffekt“. Zu der Namensgebung schrieb Schottky: „Diese Bezeichnung ist mit Rücksicht auf die Entstehungsart gewählt; der Ausdruck „Schrot“ weist, wie im gewöhnlichen Sprachgebrauch, auf das Auftreten von einer großen Zahl gleichartiger Elementarteilchen hin.“ Das Schrotrauschen resultiert also aus der Tatsache, dass der elektrische Strom aus „Teilchen“ besteht. Treffen diese Teilchen nun auf eine Barriere, die sie nur mit einer geringen Transmissionswahrscheinlichkeit überwinden können, so kommt es zu Fluktuationen in der Anzahl transmittierter Teilchen pro Zeitintervall. Dies äußert sich in einer Stromrauschleistung $S = 2qI$, wobei die Größe q der quantisierten Ladung der Ladungsträger und I der mittleren Stromstärke entspricht. Diese Proportionalität der Rauschleistung S zur Ladung q führte dazu, dass Schottky einen Aufbau vorschlug, um die Größe der Elementarladung e zu bestimmen. Die Hoffnung hierbei war es, größere Genauigkeit als in dem Millikan-Versuch zu erzielen, der erst ein paar Jahre zurücklag [2]. Später durchgeführte Experimente haben jedoch gezeigt, dass durch Wechselwirkungseffekte der Elektro-

1 Einleitung

nen in der Nähe der Glühkathode eine hinreichend genaue Bestimmung von e leider nicht möglich war [3]. Diese Abhängigkeit der Rauschleistung von der Ladung q ist aber insofern von Bedeutung, als dass sie es erlaubt, Ströme zu untersuchen, deren Ladungsträger eine Ladung ungleich der Elementarladung besitzen. Diese Eigenschaft machten sich knapp 80 Jahre später zwei Forschergruppen, eine aus Israel [4] und eine aus Frankreich [5], zeitgleich zunutze. Sie bestimmten die Stärke des Schrotrauschens im Regime des fraktionierten Quanten-Hall Effektes beim Füllfaktor $\nu = 1/3$ und konnten mit der gemessenen Rauschleistung $S = 2(e/3)I$ direkt den von Laughlin vorhergesagten Wert der Laughlin-Quasiteilchen mit $q = e/3$ verifizieren. Einige Jahre später gelang es zudem, die Rauschleistung des Stromes zu messen, der entsteht, wenn Ladungsträger von hochdotiertem Silizium infolge der Andreev-Reflexion in einen Supraleiter gelangen. Der experimentelle Wert von $S = 4eI$ bestätigte die Ladung der Cooper-Paare von $q = 2e$ [6].

Weiter oben wurde schon darauf hingewiesen, dass die von Schottky vorgeschlagene Bestimmung der Elementarladung schwierig war, da die Wechselwirkung der Elektronen untereinander eine exakte Messung erschwerte. In der Tat ist das Schrotrauschen äußerst sensitiv auf jegliche Art von Korrelationseffekten. Ein Beispiel hierfür bildet ein Experiment von 1998 [7], bei dem, ähnlich einem Strahlteiler in der Optik, Elektronen an einem Topgate stochastisch verteilt in zwei Zustände gestreut werden. Je nachdem, ob die Elektronen aus einer oder aus zwei Quellen stammten, war die gemessene Stärke der aus der Streuung resultierenden Schrotrauschleistung unterschiedlich. Es wurde eine starke Unterdrückung für den Aufbau mit zwei Quellen beobachtet. Dies ist eine Konsequenz der Tatsache, dass sich zwei gleichzeitig auftreffende Fermionen nach der Transmission bzw. Reflexion nicht im gleichen Zustand befinden können. Damit war dieses Experiment ein direkter Beweis, dass Elektronen als Fermionen eine antisymmetrische Zweiteilchenwellenfunktion besitzen. Der gleiche Aufbau wurde zudem ein Jahr später dazu verwendet, mit der Messung des Schrotrauschens ein Hanbury-Twiss und Brown Experiment [8] für Elektronen durchzuführen [9, 10].

In dieser Arbeit wird diese Sensitivität des Schrotrauschens auf Wechselwirkungseffekte ausgenutzt, um die Transporteigenschaften von sogenannten Quantenpunktsystemen zu untersuchen. Dabei handelt es sich um künstliche Systeme, bei denen die Elektronenbewegung in allen drei Raumrichtungen derart eingeschränkt ist, dass sich quantisierte Energieniveaus ausbilden.

Demzufolge sind Elektronen, die diese Quantenpunktsysteme durchqueren, aufgrund des Pauliverbotes und der Coulombblockade starken Korrelationseffekten unterworfen. Die Stärke der daraus resultierenden Schrotrauschunterdrückung aber auch -erhöhung liefert Informationen, die aus der Analyse des reinen Gleichstromsignals nicht ableitbar sind.

Dazu werden zunächst im *zweiten* Kapitel die theoretischen Grundlagen vermittelt, die für das Verständnis der späteren Kapitel notwendig sind. Es beginnt mit der Beschreibung der Quantenpunkte als nulldimensionale Systeme und ihrer Ankopplung an dreidimensionale Zuleitungen. Anschließend wird die Schrotrauschleistung $S = 2qI$ unter Verwendung der Poissonverteilung hergeleitet. Schließlich werden diese beiden Themen verknüpft, indem explizit auf die Theorie des Schrotrauschens bei Quantenpunkten eingegangen wird.

Das *dritte* Kapitel stellt kurz den verwendeten Messaufbau vor und umreißt knapp, auf welche Besonderheiten bei der Verwendung eines Stromverstärkers im Rahmen von Rauschmessungen Rücksicht genommen werden muss.

Ab dem *vierten* Kapitel werden schließlich die experimentellen Ergebnisse vorgestellt. Zuerst werden die Transporteigenschaften von sogenannten selbstorganisierten InAs Quantenpunkten analysiert. Daraufhin wird auf das Rauschverhalten dieser Quantenpunkte eingegangen und gezeigt, dass Pauli- und Coulombblockade zu einer Unterdrückung des Schrotrauschens führen.

Im *fünften* Kapitel wird ein besonderer Vielteilchenwechselwirkungseffekt, eine sogenannte Fermikantensingularität, bei InAs Quantenpunkten genauer untersucht. Es wird gezeigt, dass sich die bei diesem Wechselwirkungseffekt auftretende Unterdrückung der Schrotrauschleistung mit den herkömmlichen theoretischen Modellen nicht beschreiben lässt.

Das *sechste* Kapitel behandelt die Untersuchung von InAs Quantenpunkten, die paarweise seriell gekoppelt sind. Bei diesen Doppelquantenpunkten wird nicht nur eine Unterdrückung sondern zudem auch eine Überhöhung des Schrotrauschens beobachtet und mit theoretischen Modellen verglichen.

Die Arbeit schließt mit dem *siebten* Kapitel, in dem eine Einzelelektronenpumpe untersucht wird. Hierbei handelt es sich um einen Quantenpunkt, bei dem die Transmission der Tunnelbarrieren mithilfe von Topgates zyklisch mit einer festen Frequenz verändert werden. Dadurch ist es durch geeignete Wahl der Steuerparameter möglich, pro Pumpzyklus eine feste Anzahl

1 Einleitung

an Elektronen durch den Quantenpunkt zu transportieren. Die Analyse der Rauschleistung gibt hierbei Aufschlüsse über die Güte des Pumpmechanismus in Bezug auf mögliche Pumpfehler.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen, die hilfreich zum Verständnis der Messergebnisse (Kapitel 4 - 7) sind, geschaffen werden.

Das Kapitel beginnt mit der Beschreibung von Quantenpunkten und dem resonanten Transport durch diese bei Ankopplung an ein dreidimensionales Elektronensystem. Als nächstes wird das sogenannte Schrotrauschen am Beispiel der Poissonverteilung transmittierter Ladungsträger illustriert. Im letzten Teil werden diese beiden Themen verknüpft, indem gezeigt wird, dass beim resonanten Transport durch Quantenpunkte eine Unterdrückung des Schrotrauschens auftritt. Als Maß für diese Unterdrückung wird der Fano-faktor definiert.

2.1 Quantenpunkte

Quantenpunkte entstehen, wenn die räumliche Ausdehnung der Elektronenwellenfunktionen in alle drei Raumrichtungen derart begrenzt ist, dass sich diskrete Energieniveaus ausbilden. Aufgrund dieser Energiequantisierung werden sie auch häufig als „künstliche Atome“ [11] oder auch als „null-dimensionale Elektronensysteme“ bezeichnet. Koppelt man diese Quantenpunkte an ein Elektronenreservoir an, dann lässt sich unter bestimmten Bedingungen ein Elektronentransport durch diese Quantenpunkte beobachten.

Deshalb beginnt dieser Abschnitt zunächst mit den grundlegenden Eigenschaften eines dreidimensionalen (3D) Elektronensystems, geht über in die Beschreibung eines nulldimensionalen Elektronensystems mit quantisierter Zustandsdichte und endet mit dem resonanten 3D-0D-3D Transport.

2.1.1 3D Elektronensystem

Die Schrödingergleichung für ein Elektron in einem Potential $V(\mathbf{r})$ ist gegeben durch

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{r})\right)\Psi(\mathbf{r}) = E(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}). \quad (2.1)$$

Für ein Kristallgitter hat das Potential $V(\mathbf{r})$ die Form:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{r}) &= V(\mathbf{r} + \mathbf{r}_n) \text{ mit} \\ \mathbf{r}_n &= n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 + n_3\mathbf{a}_3, \end{aligned} \quad (2.2)$$

mit $n_i \in \mathbb{N}$ und den Basisvektoren des Kristallgitters \mathbf{a}_i . Mithilfe des Bloch-Theorems [12] ergibt sich nun als Lösung die Wellenfunktion

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (2.3)$$

mit dem Wellenvektor \mathbf{k} und dem gitterperiodischen Modulationsfaktor $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_n)$. Diese unendlich ausgedehnte modulierte Wellenfunktion wird auch allgemein als Bloch-Welle bezeichnet. Aufgrund der Periodizität des Gitters folgt für die Energieeigenwerte die Relation $E(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k} + \mathbf{G})$, wobei \mathbf{G} ein reziproker Gittervektor ist. Demzufolge kann man die Betrachtung der Energieeigenwerte auf die erste Brillouinzone reduzieren. Es ergibt sich

$$E(\mathbf{k}) = \sum_{i,j} \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_{ij}^*}, \quad (2.4)$$

mit dem effektiven Massentensor m_{ij}^* . Für eine isotrope Massenverteilung vereinfacht sich (2.4) zu

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*}. \quad (2.5)$$

Die Energieeigenwerte entsprechen also denen eines freien Elektrons mit der Masse m^* .

Zustandsdichte

Für einen kubischen Kristall der Länge L ergibt sich aufgrund der Randbedingung für die Wellenvektoren $k_{x,y,z}$ die Relation

$$\begin{aligned} k_x &= 0, \quad \pm \frac{2\pi}{L}, \quad \pm \frac{4\pi}{L}, \dots, \quad \pm \frac{2\pi n_x}{L}, \\ k_y &= 0, \quad \pm \frac{2\pi}{L}, \quad \pm \frac{4\pi}{L}, \dots, \quad \pm \frac{2\pi n_y}{L}, \\ k_z &= 0, \quad \pm \frac{2\pi}{L}, \quad \pm \frac{4\pi}{L}, \dots, \quad \pm \frac{2\pi n_z}{L}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Die erlaubten Energiezustände sind also quantisiert, wobei jeder Zustand im k -Raum das Volumen $V_k = (2\pi/L)^3$ einnimmt und aufgrund des Pauliprinzips zweifach besetzt werden kann. Die maximale Energie, bis zu der diese Zustände bei $T = 0$ K besetzt sind, wird als Fermienergie E_F mit Fermiwellenvektor k_F bezeichnet: $E_F = \hbar^2 k_F^2 / 2m^*$. Im k -Raum betrachtet sind also alle Zustände, die sich innerhalb einer Kugel mit Radius k_F befinden, besetzt, alle außerhalb unbesetzt. Das Volumen dieser Kugel beträgt $4\pi k_F^3 / 3$. Hieraus lässt sich dann die Gesamtanzahl N der besetzten Zustände bestimmen:

$$N = 2 \cdot \frac{4\pi k_F^3 / 3}{(2\pi/L)^3}. \quad (2.7)$$

Der Vorfaktor 2 ergibt sich aus der Spinartung. Oftmals ist man aber nicht an der Gesamtanzahl der Zustände, sondern vielmehr an der Anzahl der Zustände pro Energieintervall $dE = (\hbar^2 k / m^*) dk$ interessiert. Sie ergibt sich zu:

$$dN'(E) = 2 \cdot \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi/L)^3} = \frac{(2m^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} L^3 dE, \quad (2.8)$$

oder normiert auf das Kristallvolumen L^3 zu:

$$dN(E) = \frac{(2m^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2} dE. \quad (2.9)$$

Anstelle der Anzahl der Zustände $N(E)$ wird jedoch üblicherweise die Zustandsdichte $D(E) = dN(E)/dE$ verwendet:

$$D(E) = \frac{(2m^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}. \quad (2.10)$$

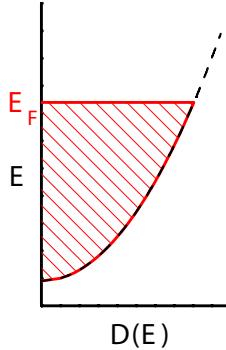


Abbildung 2.1: 3D Zustandsdichte (gestrichelt). Die bis zur Fermienergie E_F besetzten Zustände sind schraffiert dargestellt.

Diese Zustandsdichte ist in Abb. 2.1 durch die gestrichelte Linie skizziert. Zudem sind die bis zur Fermi-Energie E_F gefüllten Zustände durch die schraffierte Fläche ebenfalls angedeutet.

2.1.2 Quantenpunkt (0D Elektronensystem)

Schränkt man nun die räumliche Bewegung der Elektronen stark ein, so kommt es zu einer Quantisierung des Energiespektrums, es entsteht ein Quantenpunkt. Die Zustandsdichte $D(E)$ lässt sich dann allgemein schreiben als

$$D(E) = \sum_j \delta(E_j - E). \quad (2.11)$$

Hierbei hängen die Werte E_j von der Form des Einschlusspotentials ab. Eine einfache Näherung ist die Verwendung eines unendlich hohen dreidimensionalen Potentialtopfes mit Kantenlänge L . Der Hamiltonoperator hat dann die Form

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\mathbf{r}), \quad V(x, y, z) = \begin{cases} V_0 = \text{const} & \text{für } 0 \leq x, y, z \leq L, \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.12)$$

Die zugehörigen Energieeigenwerte ergeben sich zu

$$E_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*}, \quad k_i = \frac{\pi}{L} n_i, \quad n_i = 1, 2, 3, \dots \quad i = x, y, z. \quad (2.13)$$

Die räumliche Ausdehnung dieser Quantenpunkte ist jedoch in dieser Arbeit unterschiedlich für die verschiedenen Raumrichtungen. Aufgrund der wesentlich geringeren Höhe der Quantenpunkte (im Folgenden als z -Richtung bezeichnet) im Vergleich zu der lateralen Breite (x - y -Richtung) ist dementsprechend die Energiequantisierung in z -Richtung auch wesentlich stärker. Von daher ist es vorteilhaft, die beiden Quantisierungen getrennt zu behandeln. Bezüglich der x - y -Ebene lässt sich das Problem nun mit dem zweidimensionalen harmonischen Oszillator beschreiben. Der Hamiltonoperator lautet dann

$$H_{xy} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\mathbf{r}), \quad V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r^2, \quad r^2 = x^2 + y^2 \quad (2.14)$$

mit den Energieeigenwerten

$$E_{n'l} = (2n' + 1 + |l|) \hbar \omega_0, \quad n' = 0, 1, 2, \dots, \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.15)$$

Hierbei ist n' die radiale Quantenzahl und l die unabhängige Drehimpulsquantenzahl. Aufgrund der nun wesentlich stärkeren Quantisierung in z -Richtung und der demzufolge höheren Energieabstände der einzelnen Zustände ist bei hinreichend kleinen Elektronenzahlen im Quantenpunkt nur der Grundzustand in z -Richtung E_{z0} besetzt. Die Energieeigenzustände des Quantenpunktes haben also für hinreichend kleine Elektronenzahlen die Form $E_j = E_{n'l} + E_{z0}$.

Quantenpunkte im Magnetfeld

Wird parallel zur z -Richtung ein Magnetfeld $(0, 0, B)$ angelegt, so lautet der Hamiltonoperator aus (4.3) jetzt [13]:

$$H = -\frac{1}{2m^*} \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r^2 \quad (2.16)$$

$$= \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \left(\omega_0^2 + \frac{1}{4} \omega_c^2 \right) r^2 - \frac{1}{2} \omega_c \mathbf{l}_z \quad (2.17)$$

2 Theoretische Grundlagen

mit dem Vektorpotential $\mathbf{A} = (-\frac{B}{2}, \frac{B}{2}, 0)$ und der Zyklotronfrequenz ω_c . Die Energieeigenwerte sind die sogenannten Fock-Darwin Zustände [14, 15, 16]:

$$E_{n'l}(B) = (2n' + |l| + 1)\hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2} - \frac{l}{2}\hbar\omega_c. \quad (2.18)$$

Zudem bewirkt das Magnetfeld auch eine Energieänderung E_S der bei Nullfeld entarteten Energiezustände für Elektronen unterschiedlichen Spins aufgrund des Zeemaneffektes:

$$E_S = m_S g^* \mu_B B \quad (2.19)$$

mit dem Landéschen g -Faktor g^* und der Spinquantenzahl $m_S = \pm 1/2$.

2.1.3 3D-0D-3D: Resonanter Transport

Koppelt man diesen Quantenpunkt mit Grundzustandsenergie E_D ¹ über Tunnelbarrieren an Zuleitungen an — im Weiteren als dreidimensional angenommen — dann ergibt sich ein Energieschema wie in Abb. 2.2 (a). Wird jetzt eine endliche Spannung V_{SD} zwischen den Zuleitungen angelegt und befindet sich zusätzlich ein Quantenpunktzustand mit der Energie E_D zwischen den Fermienergien E_{F_E} und E_{F_C} , dann können Elektronen der höherenergetischen Zuleitung, im Folgenden Source oder Emitter genannt, mit der Tunnelrate Θ_E den Quantenpunktzustand besetzen und mit der Rate Θ_C ihn wieder in Richtung Drain bzw. Kollektor verlassen (siehe Abb. 2.2 (b)). Ein Strom beginnt zu fließen. Diese Situation wird als resonanter Transport bezeichnet.

Die Stärke des resultierenden Stromes durch den Zustand E_D ergibt sich formal zu [17]:

$$I = \frac{2e\Theta_E\Theta_C}{\Theta_E + \Theta_C}. \quad (2.20)$$

Hierbei wird jedoch davon ausgegangen, dass E_D gleichzeitig mit zwei Elektronen (unterschiedlichen Spin) besetzt werden kann. Infolge der Coulombabstoßung der Elektronen ist jedoch die Gesamtenergie des Zweielektronenzustandes um die Coulombabstoßungsenergie E_C erhöht. Ist E_C nun

¹Da in dieser Arbeit die angeregten Zustände energetisch weit oberhalb von E_D liegen, werden sie der Einfachheit halber hier nicht berücksichtigt.

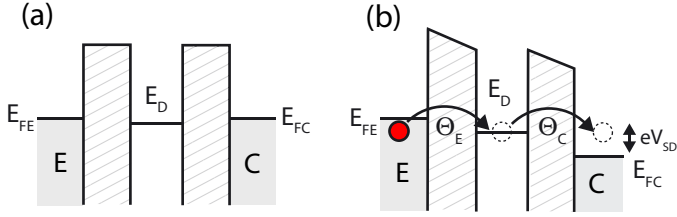


Abbildung 2.2: (a) Quantenpunktzustand E_D und Zuleitungen E und C mit Fermienergien E_{FE} und E_{FC} . (b) Resonanter Transport mit Tunnelraten Θ_E und Θ_C durch Anlegen einer Spannung V_{SD} .

so groß, dass der Quantenpunkt nur einfach besetzt werden kann, dann folgt für den Strom [17]:

$$I = \frac{2e\Theta_E\Theta_C}{2\Theta_E + \Theta_C}. \quad (2.21)$$

An den resonanten Transport durch einen Quantenpunktzustand mit der Energie E_D sind zudem zwei Bedingungen geknüpft: Zum einen muss die Bewegungsrichtung der Elektronen der Tunnelrichtung entsprechen. Der k_z Vektor muss positiv sein. Zum anderen muss die Energie erhalten sein. Es muss also gelten $E_D = k_D^2/2m^* = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)/2m^*$, $k_z > 0$. Es tragen also alle Source Zustände zum Transport bei, die die Bedingung $k_D^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, $k_z > 0$ erfüllen. Im k -Raum entspricht dies der Oberfläche einer Halbkugel, die innerhalb der Fermikugel mit Radius k_F liegt, siehe Abb. 2.3 (a). Die hieraus resultierende Emittiertunnelrate Θ_E und somit die Stromstärke ist nun proportional zur Oberfläche dieser Halbkugel [18], $I \propto 2\pi k_D^2 \propto E_D$.

Beim Anlegen einer Spannung verschiebt sich die Energie E_D relativ zu den Zuleitungen. Für die weitere Betrachtung definieren wir die Leitungsbandkante an der Source Seite als $E_{LB} = 0$. Die Energie E_D sinkt also mit Erhöhung der Spannung. Beim Einsetzen des resonanten Transportes ist E_D gleich der Fermienergie, $E_D = E_F$ und $k_D = k_F$. Der Strom ist maximal. Mit Erhöhung der Spannung V_{SD} sinkt E_D . Aufgrund der Resonanzbedingung $E_D = k_D^2/2m^*$ wird demzufolge auch die Oberfläche der Halbkugel im k -Raum geringer. Der Strom fällt. Da die Energieänderung ΔE_D linear von der Spannungsänderung ΔV_{SD} , $\Delta E_D = \beta e \Delta V_{SD}$, abhängt [19], ist die

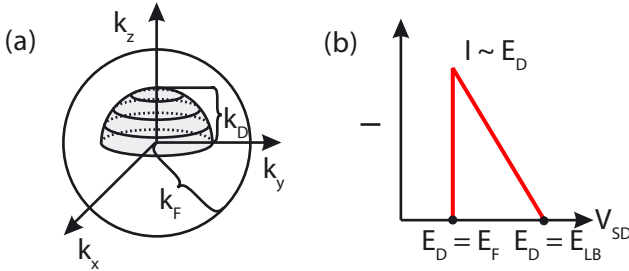


Abbildung 2.3: (a) Oberfläche der Halbkugel im k -Raum, die die Bedingung $E_D = k_D^2/2m^* = (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)/2m^*$, $k_z > 0$ erfüllt. (b) Stromverlauf $I \propto 2\pi k_D^2 \propto E_D$.

Form des Stromabfalls ebenfalls linear bis der Strom bei $E_D = E_{LB} = 0$ schließlich ganz verschwindet, siehe Abb. 2.3 (b).

β wird allgemein als Hebelfaktor bezeichnet und gibt den Anteil der angelegten Spannung an, welcher über die Barriere zwischen Emittor und Quantenpunkt abfällt.

2.2 Schrotrauschen

Schrotrauschen wurde zuerst 1918 von Walter Schottky als „Schroteffekt“ bei der Untersuchung von Hochvakuumverstärkerröhren postuliert [1]. Es entsteht, wenn die Ladungsträger nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit T_p eine bestimmte „Barriere“ überwinden können. Im obigen Fall ist diese Barriere gleichbedeutend mit der benötigten Austrittsarbeit aus der Glühkathode. Da die Elektronen diese benötigte Austrittsarbeit aufgrund ihrer Energieverteilung nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit aufbringen können, fluktuiert die Anzahl der beobachteten Elektronen pro Zeitintervall hinter dieser Barriere, anschaulich skizziert in Abb. 2.4.

2.2.1 Poissonverteilung

Dieses Schrotrauschen, dargestellt als n Elektronen pro Zeitintervall Δt , ist beispielhaft in Abb. 2.5 skizziert. Die Breite Δt ist gleichbedeutend mit der

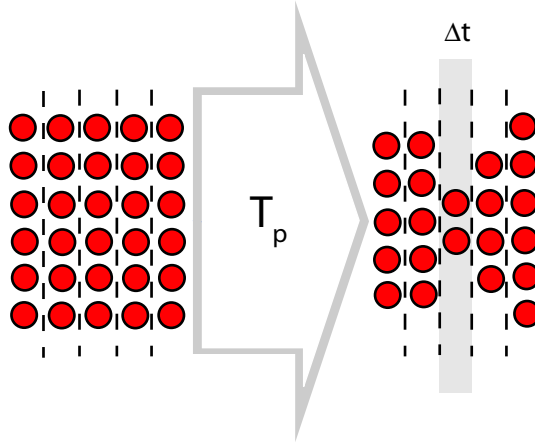


Abbildung 2.4: Vor der Barriere (links) mit Transmissionswahrscheinlichkeit T_p ist die Anzahl der Ladungsträger pro Zeitintervall Δt konstant. Hinter der Barriere (rechts) fluktuiert die Anzahl.

maximalen Auflösung der verwendeten Messapparatur.

Das Ziel ist es nun, diesen Rauschstrom zu charakterisieren, also eine Funktion herzuleiten, die die Eigenschaften des Rauschens beschreibt. Ein Ansatz besteht in der Herleitung der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(n)$, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit p man n Elektronen während eines bestimmten Zeitraumes Δt beobachtet.

Dies werden wir im Folgenden tun: Der Strom hinter der Barriere wird über einen Beobachtungszeitraum \mathcal{T} gemessen, und während dieser Zeit passieren insgesamt N Elektronen die Barriere. Der mittlere Strom hat also den Wert $I = eN/\mathcal{T}$. Die Wahrscheinlichkeit, ein beliebiges Elektron der N Elektronen, geben wir ihm die Nummer 5, während \mathcal{T} zu beobachten, ist $p = 1$. Nun unterteilen wir die Zeit \mathcal{T} in k gleichmäßige Abschnitte Δt : $\mathcal{T} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_k$.

Die Wahrscheinlichkeit, das Elektron Nummer 5 während eines beliebigen Zeitabschnitts Δt zu beobachten, ist jetzt $p = \Delta t/\mathcal{T}$. Nun erweitern wir das Problem, indem wir die Wahrscheinlichkeit ausrechnen, eine bestimmte Kombination, beispielsweise die Nummern 5, 8 und 13, während Δt zu

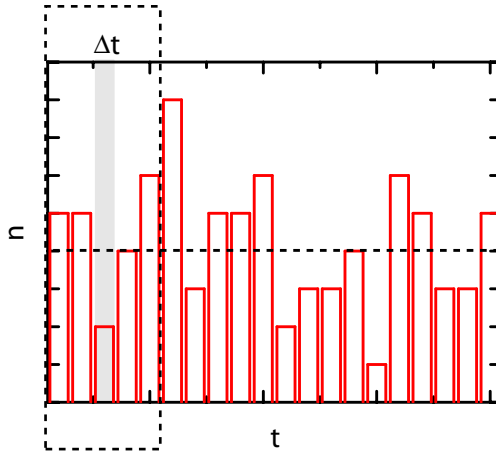


Abbildung 2.5: Schrotrauschen dargestellt als n Elektronen pro Zeitintervall Δt . Die horizontal gestrichelte Linie gibt den Mittelwert, also sozusagen den Gleichstromanteil an. Der gestrichelt hervorgehobene Bereich entspricht der fluktuierenden Anzahl an Elektronen aus Abb. 2.4

beobachten. Sie ergibt sich zu $p = (\Delta t/T)^3$. Wollen wir jetzt die Wahrscheinlichkeit ausrechnen, nur diese eine Kombination und keine sonstigen Elektronen zu beobachten, müssen wir das Ergebnis noch mit der Wahrscheinlichkeit, $N - 3$ Elektronen *nicht* zu beobachten ($p = (1 - \Delta t/T)^{N-3}$), multiplizieren:

$$p_{5,8,13} = \left(\frac{\Delta t}{T}\right)^3 \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right)^{N-3}. \quad (2.22)$$

Grundsätzlich kann man die Elektronen jedoch untereinander nicht unterscheiden, von daher interessiert nicht die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Kombination von Elektronen, sondern vielmehr die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte *Anzahl* von Elektronen. Sie ergibt sich mit Hilfe des Binomialkoeffizienten zu

$$p(n) = \binom{N}{n} \left(\frac{\Delta t}{T}\right)^n \left(1 - \frac{\Delta t}{T}\right)^{N-n}. \quad (2.23)$$

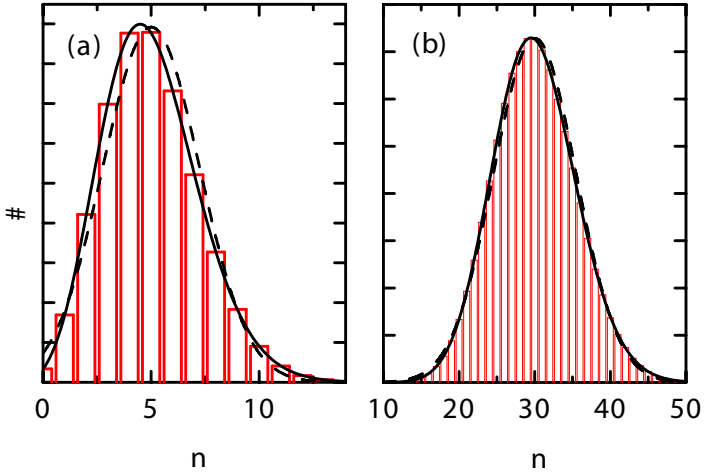


Abbildung 2.6: Histogramm der beobachteten Elektronenanzahl n pro Zeitabschnitt Δt für eine Binomialverteilung über $2 \cdot 10^5$ Zeitabschnitte mit einem statistischen Mittelwert $\bar{n} = 5$ (links) bzw. $\bar{n} = 30$ (rechts). Die durchgezogene Linie gibt die erwartete Poissonverteilung, die gestrichelte Linie die Gaußverteilung an.

Diese Verteilung wird auch als Binomialverteilung bezeichnet. Leider ist diese Verteilungsfunktion eher unhandlich in ihrer Anwendung, insbesondere für große N . Man kann jedoch für große N und T unter Einhaltung folgender Nebenbedingung

$$N \frac{\Delta t}{T} = \lambda, \quad \lambda = \text{const.} \quad (2.24)$$

die Binomialverteilung durch die Poissonverteilung beschreiben:

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \Delta t/T \rightarrow 0}} p(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}. \quad (2.25)$$

Die Nebenbedingung (2.24) kann man im Übrigen so verstehen, dass der Mittelwert \bar{n} an Elektronen, die man pro Zeitintervall Δt beobachtet, konstant gehalten wird: $\bar{n} := N \frac{\Delta t}{T} = \lambda = \text{const.}$

2 Theoretische Grundlagen

Man verlängert also quasi die x-Achse in Abb. 2.5 bis ins Unendliche. Die Poissonverteilung ist anschaulich in Abb. 2.6 dargestellt. Die Histogramme entsprechen einer berechneten Binomialverteilung für $2 \cdot 10^5$ Zeitabschnitte und für Mittelwerte $\bar{n} = \lambda = 5$ und 30. Die durchgezogene Linie stellt die nach (2.25) errechnete Poissonverteilung dar. Für große Mittelwerte geht die Poissonverteilung in eine Gaußverteilung über, ebenfalls dargestellt als gestrichelte Linie. Als Schwellwert für diesen Übergang wird im Allgemeinen ein Wert von $\bar{n} \geq 9$ angegeben [20].

In den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen sind jedoch die Ströme, also die Anzahl n Elektronen pro Beobachtungsintervall Δt , zu groß, um einzelne Elektronen zählen zu können. Deshalb wird im Rahmen dieser Arbeit eine andere Methode verwendet um das Rauschen zu charakterisieren. Es werden nicht einzelne Elektronen gezählt, sondern vielmehr wird der Rauschstrom zeitabhängig aufgenommen und anschließend per Fouriertransformation in den Frequenzraum transformiert. Im Folgenden wird demzufolge zuerst die Zeitabhängigkeit und anschließend die Frequenzabhängigkeit näher untersucht.

2.2.2 Zeitabhängigkeit: Die Autokorrelationsfunktion

Um die Zeitabhängigkeit eines Rauschmechanismus zu beschreiben, wird üblicherweise die Autokorrelationsfunktion $\Gamma_I(\tau)$ verwendet. Sie ist definiert als [21]:

$$\Gamma_I(\tau) = \lim_{\mathcal{T} \rightarrow \infty} \frac{1}{2\mathcal{T}} \left(\frac{q}{\Delta t} \right)^2 \int_{-\mathcal{T}}^{\mathcal{T}} (n(t) - \bar{n}) (n(t + \tau) - \bar{n}) dt . \quad (2.26)$$

Sie beschreibt die zeitliche Entwicklung des Stromes $I(t) = \frac{q}{\Delta t} n(t)$ und ermöglicht es, Zusammenhänge (Korrelationen) zwischen den beobachteten Ergebnissen zu verschiedenen Beobachtungszeitpunkten festzustellen. Wir wollen die Autokorrelationsfunktion jetzt auf das Schrotrauschen aus Abb. 2.5 anwenden, siehe auch Abb 2.7. Mit der Relation $\Delta n(t) = n(t) - \bar{n}$ wird

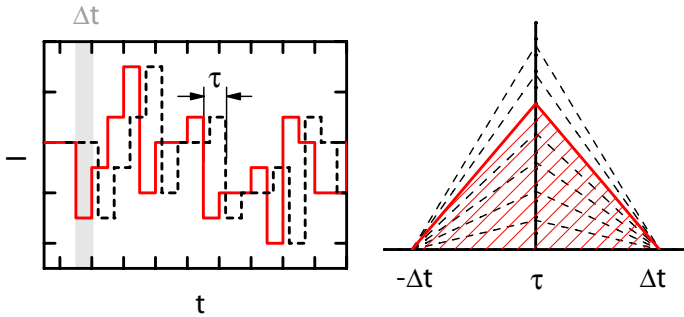


Abbildung 2.7: Links ist die zu Abb. 2.5 komplementäre Stromkurve gezeigt. Rechts ist als durchgezogene Linie die zugehörige Autokorrelationsfunktion skizziert. Die Autokorrelationsfunktionen für verschiedene Rechteckpulse sind gestrichelt angedeutet.

$\Gamma_I(\tau)$ zu

$$\Gamma_I(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left(\frac{q}{\Delta t} \right)^2 \int_{-\tau}^{\tau} \Delta n(t) \Delta n(t + \tau) dt. \quad (2.27)$$

Das Schrotrauschen in Abb. 2.5 besteht aus Rechteckpulsen der Breite Δt .

Eine besondere Eigenschaft des Schrotrauschens besteht darin, dass die Stromwerte bzw. die Fluktuationen $\Delta n(t)$, $\Delta n(t + \Delta t)$, $\Delta n(t + 2\Delta t)$, ... voneinander unabhängig sind. Demnach beträgt die maximale Breite der Autokorrelationsfunktion $\pm \Delta t$.

Zudem hat die zeitabhängige Faltung von Rechteckpulsen die Form eines gleichschenkligen Dreiecks, angedeutet durch die gestrichelten Linien im rechten Teil von Abb. 2.7. Die Höhe dieser Dreiecke ist unterschiedlich für jeden Rechteckpuls. Die Höhe der Autokorrelationsfunktion (durchgezogene Linie) ergibt sich nun durch die Mittelung aller Dreiecke über einen sehr langen Beobachtungszeitraum. Dies ist identisch mit $\tau = 0$ in (2.27) also mit

$$\Gamma_I(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left(\frac{q}{\Delta t} \right)^2 \int_{-T}^T \Delta n^2(t) dt = \left(\frac{q}{\Delta t} \right)^2 \overline{\Delta n^2}. \quad (2.28)$$

2 Theoretische Grundlagen

$\overline{\Delta n^2}$ wird auch als Varianz $\text{var}(n)$ von n bezeichnet. Eine besondere Eigenschaft der Poissonverteilung ist es nun, dass die Varianz gleich dem Mittelwert ist

$$\overline{\Delta n^2} = \text{var}(n) = \bar{n}. \quad (2.29)$$

Nun ist zudem der Mittelwert von n proportional zum Mittelwert \bar{I} des Stromes: $\bar{I} = \frac{q}{\Delta t} \bar{n}$. Demzufolge hat die Autokorrelationsfunktion die Form

$$\Gamma_I(\tau) = \begin{cases} \frac{q}{\Delta t} \bar{I} \left(1 - \frac{|\tau|}{\Delta t}\right) & |\tau| \leq \Delta t \\ 0 & |\tau| > \Delta t. \end{cases} \quad (2.30)$$

Die Autokorrelationsfunktion des Schrotrauschens besitzt also nur innerhalb eines schmalen Intervalls Δt einen endlichen Wert. Dies zeigt auch die Simulation des Schrotrauschens in Abb. 2.8 (b) über insgesamt 1000 Zeitabschnitte.

Ein sinusförmiger Stromverlauf hingegen, zu sehen in Abb. 2.8 (a), besitzt eine vollkommen unterschiedliche Autokorrelationsfunktion. Sie zeigt Korrelation für $\tau = n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

2.2.3 Frequenzabhängigkeit: Rauschleistungsdichte

Nachdem die Autokorrelationsfunktion als Maß für die Zeitabhängigkeit des Rauschens hergeleitet wurde, wollen wir diese Zeitabhängigkeit in eine Frequenzabhängigkeit transformieren. Dazu führen wir zunächst den Effektivwert I_{rms} (rms = root mean square) ein. I_{rms} bezeichnet den quadratischen Mittelwert des zeitabhängigen Stromes $I(t)$:

$$I_{rms} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T I^2(t) dt}. \quad (2.31)$$

Anschaulich gibt er den Wert des Gleichstroms an, welcher genau die gleiche Leistung P in einem Widerstand R dissipiert wie $I(t)$:

$$P = R(I_{rms})^2 = R \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T I^2(t) dt. \quad (2.32)$$

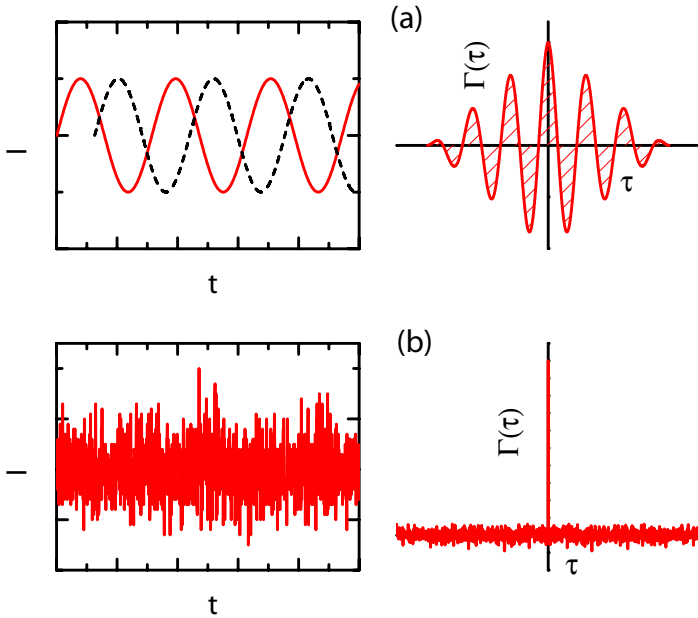


Abbildung 2.8: Stromkurven (links) und zugehörige Autokorrelationsfunktionen (rechts) für (a) eine Sinusschwingung und (b) Schrotrauschen.

Mithilfe des Parseval-Theorems

$$\int_{-\infty}^{\infty} I^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}_I(\omega)|^2 d\omega \quad (2.33)$$

lässt sich zudem (2.32) umschreiben zu [21]:

$$P = R \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T I^2(t) dt = R \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} |\mathcal{F}_I(\omega)|^2 d\omega. \quad (2.34)$$

Hierbei ist $\mathcal{F}_I(\omega)$ die Fouriertransformierte von $I(t)$. Als sogenannte Rausch-

2 Theoretische Grundlagen

leistungsdichte $s(\omega)$ bezeichnet man die Frequenzabhängigkeit dieser Leistung pro Ohm:

$$s(\omega) = \lim_{\mathcal{T} \rightarrow \infty} \frac{1}{4\pi\mathcal{T}} |\mathcal{F}_I(\omega)|^2 . \quad (2.35)$$

Die zeitabhängige Fluktuation $I(t)$ wird also in eine Frequenzabhängigkeit überführt². Beschränkt man zudem die Rausleistungsdichte nur auf den positiven Frequenzraum, so ergibt sich

$$S(\omega) = \lim_{\mathcal{T} \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi\mathcal{T}} |\mathcal{F}_I(\omega)|^2 . \quad (2.36)$$

Es lässt sich zudem zeigen [21], dass die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion \mathcal{F}_{Γ_I} ebenfalls im Zusammenhang mit dieser Rausleistungsdichte steht

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{1}{\pi} \mathcal{F}_{\Gamma_I}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_I(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \Gamma_I(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau . \end{aligned} \quad (2.37)$$

Das zweite Gleichheitszeichen ergibt sich aus der Tatsache, dass $-i\Gamma_I(\tau) \sin(\omega\tau)$ eine ungerade Funktion ist. Diese Relation wird als Wiener-Khintchine-Theorem bezeichnet.

So können wir nun die Zeitabhängigkeit des Schrotrauschens, charakterisiert durch die Autokorrelationsfunktion $\Gamma_I(\tau)$, in eine Frequenzabhängigkeit transformieren. Mit (2.30) ergibt sich

²Man beachte, dass die Fouriertransformierte $\mathcal{F}_I(\omega)$ eine \mathcal{T} -Abhängigkeit besitzt. Insofern geht die Rausleistungsdichte $s(\omega)$ für $\mathcal{T} \rightarrow \infty$ *nicht* gegen Null.

$$\begin{aligned}
S(\omega) &= \frac{2}{\pi} \frac{q}{\Delta t} I \int_0^{\Delta t} \left(1 - \frac{\tau}{\Delta t}\right) \cos(\omega\tau) d\tau \\
&= \frac{2}{\pi} \frac{q}{\Delta t} I \frac{1}{\omega^2 \Delta t} (1 - \cos(\omega\Delta t)) \\
&= \frac{1}{\pi} q I \frac{\sin^2(\omega\Delta t/2)}{(\omega\Delta t/2)^2}.
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Für $\omega\Delta t \ll 2\pi$ und mit $2\pi S(\omega) = S(f)$ vereinfacht sich (2.38) zu

$$S(f) = 2qI. \tag{2.39}$$

Aus Gleichung (2.38) ist zudem ersichtlich, dass bei hohen Frequenzen $f \rightarrow 1/\Delta t$ die Rauschleistungsdichte $S(f)$ gegen Null geht. Dies ist zuerst nur eine Eigenschaft des Beobachtungszeitraumes Δt . Je kleiner man Δt wählt, desto größer wird die Bandbreite und nach (2.38) damit auch der Bereich, in dem die Rauschleistungsdichte konstant ist (siehe Abb. 2.9). Daraus resultiert aber auch, dass für $\Delta t \rightarrow 0$ die Gesamtrauschleistung $S = \int S(f) df$ divergieren müsste. Da diese jedoch nach (2.34) und (2.35) proportional zur dissipierten Gesamtleistung ist, würde eine nicht konvergierende Rauschleistungsdichte in einer unendlich großen Leistungsdissipation resultieren.

Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn das beliebig klein gewählte Intervall Δt auch zu einer nach (2.30) beliebig scharfen Autokorrelationsfunktion $\Gamma_I(\tau)$ führt. Dies ist gleichbedeutend mit der Beschreibung der einzelnen Ladungsträger, also der Elektronen, durch δ -förmige Strompulse. Daraus resultiert wiederum eine verschwindend geringe Ortsunschärfe Δx . Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ müssen die Elektronen dann ein beliebig breites Impulsspektrum besitzen.

In dem von Schottky gewählten Beispiel der Feldemission einer Hochvakuumverstärkerröhre ist die mittlere Transmissionszeit zur Anode konstant. Damit ist jedoch auch die mittlere Geschwindigkeit festgelegt und die Impulsunschärfe Δp begrenzt. Daraus resultiert eine endliche Breite der Strompulse durch die einzelnen Elektronen. Innerhalb dieser Breite besitzt jedoch die Autokorrelationsfunktion $\Gamma_I(\tau)$ einen endlichen Wert, sie ist also *nicht* unendlich scharf. Damit fällt die Rauschleistungsdichte selbst für $\Delta t \rightarrow 0$

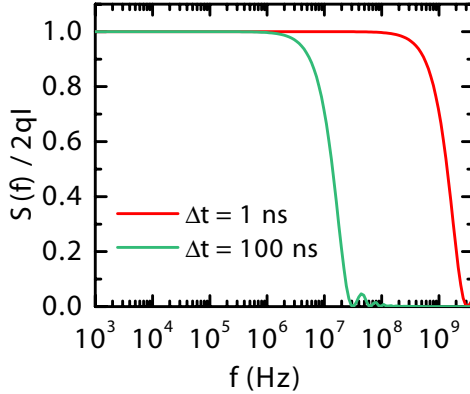


Abbildung 2.9: Nach (2.38) berechnete Rauschleistungsdichte in Abhängigkeit des Beobachtungszeitraumes Δt .

bei Frequenzen, die der reziproken Breite der Elektronenpulse entsprechen, ab. Die Gesamtrauschleistung konvergiert.

2.2.4 Rauschleistungsdichte in mesoskopischen Systemen

Der bisherigen Herleitung des Schrotrauschens lag ein makroskopisches Modell zugrunde. In den in dieser Arbeit untersuchten Systemen handelt es sich jedoch um mesoskopische Systeme, so dass die quantenmechanischen Effekte nicht mehr vernachlässigt werden dürfen. Ein Modell, welches den elektronischen Transport in solchen mesoskopischen Systemen beschreibt, ist der sogenannte Landau-Büttiker-Formalismus. Hierbei wird der Transport durch Transportprozesse in n eindimensionalen Kanälen mit zugehörigen Transmissionskoeffizienten T_n ($0 \leq T_n \leq 1$) und Reflexionskoeffizienten $R_n = 1 - T_n$ beschrieben.

Wendet man den Landau-Büttiker-Formalismus auf ein Modell mit zwei Zuleitungen, zwischen denen eine Spannung V anliegt, an, ergibt sich der folgende Ausdruck für die allgemeine Rauschleistungsdichte [22]:

$$S = \frac{e^2}{\pi\hbar} \left[2k_B T \sum_n T_n^2 + eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \sum_n T_n (1 - T_n) \right]. \quad (2.40)$$

Für den Transport durch eine Tunnelbarriere ist die Transmissionswahrscheinlichkeit gering, $T_n \ll 1$. Damit vereinfacht sich (2.40) unter Vernachlässigung der quadratischen T_n -Terme zu

$$S = \frac{e^2}{\pi\hbar} eV \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) \sum_n T_n. \quad (2.41)$$

Da zudem der Leitwert G die Form $G = \frac{e^2}{h} \sum_n T_n$ hat und außerdem der Strom durch $I = GV$ gegeben ist, ergibt sich schließlich

$$S = 2eI \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right). \quad (2.42)$$

Für hohe Spannungen, $eV \gg k_B T$, folgt mit $\lim_{x \rightarrow \infty} \coth(x) = 1$ die schon bekannte Rauschleistungsdichte

$$S = 2eI. \quad (2.43)$$

Interessanterweise geht (2.42) (und auch (2.40)) für kleine Spannungen $eV \ll k_B T$ in die Nyquist Formel über, welche das temperaturabhängige thermische Rauschen eines Widerstandes R beschreibt:

$$S = \lim_{eV/k_B T \rightarrow 0} 2eI \coth\left(\frac{eV}{2k_B T}\right) = 2eI \left(\frac{2k_B T}{eV}\right) = \frac{4k_B T}{R}. \quad (2.44)$$

2.3 Unterdrücktes und erhöhtes Schrotrauschen

In diesem Abschnitt wird der Zusammenhang zwischen den zwei vorherigen Abschnitten hergestellt. Er behandelt das Schrotrauschen beim resonanten Transport durch Quantenpunkte.

Dazu wird zunächst anschaulich gezeigt, welche Wechselwirkungseffekte zu einer Unterdrückung des Schrotrauschens führen. Anschließend wird als Maß

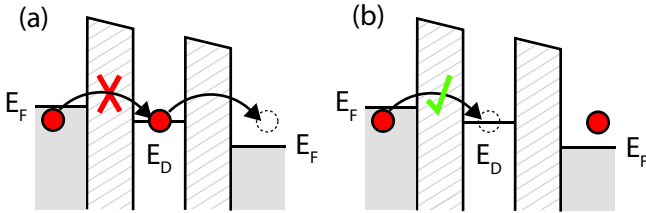


Abbildung 2.10: (a) Aufgrund der Coulombabstoßungs-Energie blockiert das Elektron auf dem Quantenpunkt den Transport. (b) Das Elektron hat den Quantenpunkt in Richtung Kollektor verlassen. Dadurch ist der Transportkanal durch den Quantenpunkt wieder geöffnet.

für diese Unterdrückung der Fanfaktor eingeführt. Daraufhin wird kurz das Schrotrauschen beim resonanten Transport durch höherdimensionale Systeme skizziert. Der Abschnitt schließt mit der Erhöhung des Schrotrausens ausgelöst durch dynamisches Umschalten zwischen zwei Transportkanälen mit unterschiedlichen Transmissionswahrscheinlichkeiten.

2.3.1 Unterdrückung des Schrotrausens durch Korrelationseffekte

Ein Quantenpunktzustand E_D , durch den resonanter Transport erfolgt, kann aufgrund des Pauli-Prinzips nur mit zwei Elektronen unterschiedlichen Spins besetzt werden. Ist zudem die räumliche Ausdehnung hinreichend klein, kann aufgrund der Coulomb-Abstoßung das Energieniveau sogar nur mit einem Elektron geladen werden. Befindet sich also ein Elektron auf dem Quantenpunkt, siehe Abb. 2.10 (a), dann kann kein weiteres Elektron mehr in den Quantenpunkt tunneln. Es muss warten, bis das Elektron auf dem Quantenpunkt diesen wieder in Richtung Kollektor verlässt. Erst dann kann es den Quantenpunktzustand besetzen, siehe Abb. 2.10 (b). Dadurch sind die Tunnelereignisse, im Gegensatz zu einer Einzelbarriere, nicht mehr unabhängig voneinander - sie sind korreliert. Diese Korrelation bewirkt wiederum, dass die Streuung der Tunnelereignisse um den Mittelwert \bar{n} unterdrückt ist. Die Verteilungsfunktion $p(n)$ wird schmaler (siehe Abb. 2.11). Man spricht deshalb von einer Unterdrückung des (poissonschen) Schrotrausens S_P einer

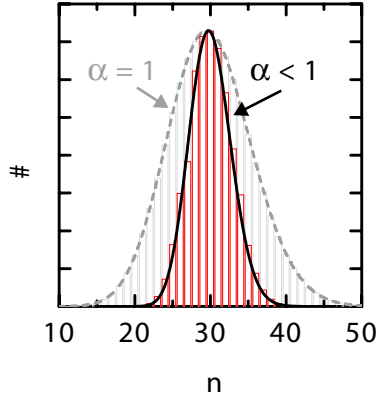


Abbildung 2.11: Histogramm der Binomialverteilung (Grau) und Verteilungsfunktion (Grau, gestrichelt) und mögliches Histogramm (Rot) und Verteilungsfunktion (Schwarz) beim resonanten Tunneln durch einen Quantenpunkt mit Mittelwert $\bar{n} = 30$.

Einzelbarriere. Das Maß, in dem das Schrotrauschen unterdrückt ist, ist sensitiv auf die Stärke der vorliegenden Korrelationseffekte. Sind die Tunnelereignisse der Elektronen vollständig korreliert, wie bspw. bei quantisiertem Transport mittels Elektronenpumpen [23], dann beobachtet man eine vollständige Unterdrückung des Schrotrauschens.

2.3.2 Der Fanofaktor

Um diese Unterdrückung zu charakterisieren, wird üblicherweise der Fanofaktor α eingeführt. Er ist definiert als [24]:

$$\alpha = \frac{S}{2eI} \quad (2.45)$$

Beim Transport durch einen Quantenpunkt ist der Fanofaktor abhängig von den Emitter- und Kollektortunnelraten $\Theta_{E,C}$:

$$\alpha = 1 - \frac{2\Theta_E\Theta_C}{(\Theta_E + \Theta_C)^2} \quad (2.46)$$

2 Theoretische Grundlagen

Diese Formel wurde zuerst im Bild des kohärenten Tunnelns hergeleitet [24, 25]. Wenn sich zudem die Breite des resonanten Zustandes in der Größenordnung der angelegten Spannung bewegt, muss (2.46) zusätzlich durch Korrekturterme ergänzt werden [25, 26]. Zudem konnte gezeigt werden [27], dass sich im Bild des sequentiellen Tunnelns der gleiche Ausdruck (2.46) für den Fanofaktor ergibt. Dephasierungseffekte haben demzufolge keinen Einfluss auf das Schrotrauschen.

Aus (2.46) geht zudem hervor, dass sich der Wert des Fanofaktors zwischen 0,5 und 1 bewegt, in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Tunnelraten Θ_E/Θ_C . Für eine komplett symmetrische Struktur mit identischen Tunnelraten $\Theta_{E,C}$ ist die Unterdrückung maximal, $\alpha = 0,5$. Für starke Asymmetrie wächst α bis zum maximalen Wert $\alpha = 1$ an. Das Schrotrauschen hat also im letzten Fall die gleiche Stärke wie bei einer Einzelbarriere. Dies ist auch anschaulich klar, da bei starker Asymmetrie eine der zwei Barrieren maßgeblich den Transport bestimmt und sich die Doppelbarrierenstruktur in Bezug auf das Schrotrauschen wie eine Einzelbarriere verhält.

Die Formel (2.46) gilt allerdings nur für die Unterdrückung des Schrotrauschens bei niedrigen Frequenzen: $S(\omega \rightarrow 0)$. Chen und Ting [24] erhielten als allgemeinen Ausdruck für die Rauschleistungsdichte

$$S(\omega) = eI \left[1 + \left(1 - \frac{4\Theta_E\Theta_C}{(\Theta_E + \Theta_C)^2} \right) \frac{4(\Theta_E + \Theta_C)^2}{\omega^2 + 4(\Theta_E + \Theta_C)^2} \right]. \quad (2.47)$$

Die Rauschleistungsdichte ist also genau genommen nicht weiß, sondern hat vielmehr ein Lorentzprofil mit einem zusätzlichen konstanten Untergrund von $S = eI$. Die Rauschleistungsdichte nimmt also erst für „kleine“ Frequenzen einen konstanten Wert mit dem resultierenden Fanofaktor nach (2.46) an. Deshalb wird im Allgemeinen von der Rauschleistungsdichte im Limit niedriger Frequenzen $S(\omega \rightarrow 0)$ oder auch $S(0)$ ausgegangen. $S(0)$ beschreibt aber explizit *nicht* den Gleichstromterm. Der Übergang nach $S = eI$ findet statt, wenn ω in die Nähe der charakteristischen Frequenz der Lorentzfunktion, $\omega_C = 2(\Theta_E + \Theta_C)$, kommt.

Zudem gilt (2.46) nur für die Situation, wenn E_D gleichzeitig zweifach besetzt werden kann. Ist die Coulombabstoßung so groß, dass sich nur ein Elektron auf dem Quantenpunkt befinden kann, dann hat der Fanofaktor die Form:

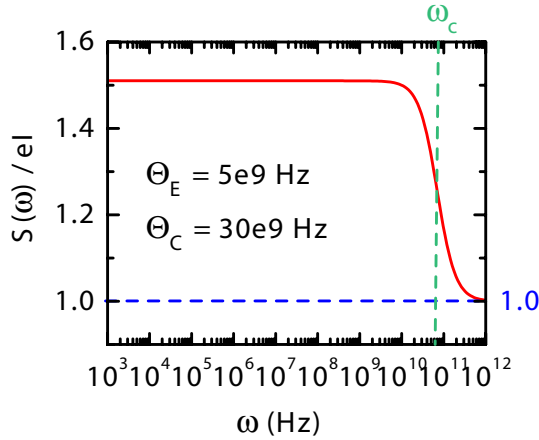


Abbildung 2.12: Nach (2.47) berechnete Rauschleistungsdichte $S(\omega)$. Zudem ist die charakteristische Frequenz $\omega_C = 2(\Theta_E + \Theta_C)$ eingezeichnet.

$$\alpha = 1 - \frac{4\Theta_E\Theta_C}{(2\Theta_E + \Theta_C)^2} \quad (2.48)$$

Interessanterweise ist der allgemeine Ausdruck des Fanofaktors (2.46) nicht nur unabhängig von Dephasierungseffekten sondern auch von der Dimensionalität des zwischen den zwei Tunnelbarrieren befindlichen Elektronensystems. Der erstmalige Nachweis von Schrotrauschunterdrückung an einer Doppelbarrierenstruktur wurde in der Tat an Zuständen, die ein zweidimensionales Subband ausbilden, nachgewiesen [28].

2.3.3 Superpoissonsches Schrotrauschen

Beim resonanten Transport durch Quantenpunkte (oder auch Doppelquantenpunkte) kann entgegengesetzt zu der bisher diskutierten Unterdrückung auch eine Überhöhung des Schrotrauschens mit einem Fanofaktor $\alpha > 1$ beobachtet werden [29, 30, 31]. Dieses Schrotrauschen wird auch als Superpoissonsches Rauschen bezeichnet. Um das grundlegende Prinzip zu verstehen, welches zu solch einem überhöhten Fanofaktor führt, wird — Ref. [32] folgend

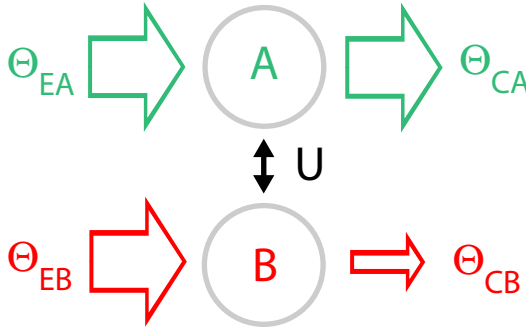


Abbildung 2.13: Zwei Quantenpunkte A und B mit Emitterraten Θ_{EA} , Θ_{EB} und Kollektorraten Θ_{CA} , Θ_{CB} . Die Quantenpunkte sind zudem stark kapazitiv gekoppelt (U). Außerdem ist die Rate Θ_{CB} wesentlich geringer als alle anderen Tunnelraten.

— ein Modell mit zwei kapazitiv gekoppelten Quantenpunkten verwendet, siehe Abb. 2.13. Dargestellt sind die Quantenpunkte A und B, die jeweils mit den Emitterraten Θ_{EA} , Θ_{EB} und Kollektorraten Θ_{CA} , Θ_{CB} an die Zuleitungen gekoppelt sind. Zudem herrscht eine starke kapazitive Kopplung (Energie U) zwischen den Quantenpunkten, die eine gleichzeitige Besetzung beider Quantenpunkte ausschließt. Ist jetzt zudem eine der beiden Kollektorraten, in Abb. 2.13 die Rate Θ_{CB} , wesentlich geringer als alle anderen Raten, so blockiert der, aufgrund der geringen Rate Θ_{CB} schwach leitende, Quantenpunkt B den Transport durch A. Die kapazitive Kopplung verhindert eine Besetzung von A, solange sich auf B ein Elektron befindet. Erst wenn das Elektron den Quantenpunkt B in Richtung Kollektor verlassen hat, kann Transport durch A verfolgen. Stellt man diese Tunnelereignisse jetzt wiederum als Histogramm dar, dann ergibt sich eine bimodale Verteilung wie in Abb. 2.14: Das System schaltet zwischen einem Kanal (A), bei dem viele Tunnelereignisse in kurzer Zeit stattfinden, und einem Kanal (B), bei dem wesentlich weniger Elektronen pro Zeitabschnitt das System passieren, hin und her. Dieses Umschalten zwischen zwei Kanälen mit stark unterschiedlichen Transmissionswahrscheinlichkeiten wird auch als „Bunching“ bezeichnet. Aufgrund der erhöhten Breite dieser bimodalen Verteilungsfunktion, ist demnach auch der Fanofaktor, der proportional zu dieser Breite ist [33], stark

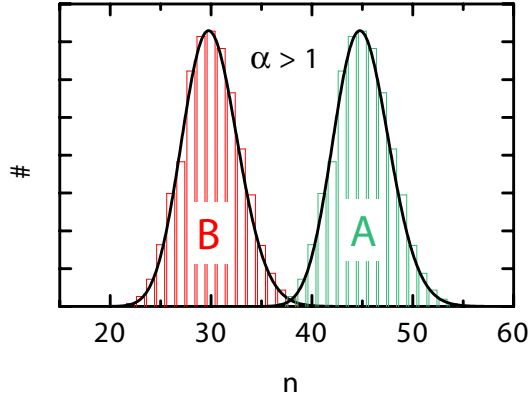


Abbildung 2.14: Histogramm einer bimodalen Verteilung mit zwei unterschiedlich stark leitenden Transportkanälen A und B. Aufgrund der daraus resultierenden erhöhten Breite der Verteilungsfunktion ergibt sich ein Fanofaktor $\alpha > 1$.

erhöht ($\alpha > 1$), selbst wenn jeder der beiden Kanäle einzeln betrachtet einen Fanofaktor $\alpha < 1$ besitzt.

Superpoissonsches Schrotrauschen tritt also immer dann auf, wenn das System dynamisch zwischen zwei Zuständen hin- und herschaltet, die stark unterschiedliche Transmissionswahrscheinlichkeiten besitzen. Von daher ist die Beobachtung von superpoissonischem Rauschen auch nicht auf kapazitiv gekoppelte Quantenpunkte beschränkt. Man beobachtet einen Fanofaktor mit $\alpha > 1$ beispielsweise ebenfalls im Bereich negativer differentieller Leitfähigkeit bei resonanten Tunnelnioden [22, 34, 35]. In diesem Fall bewirkt ein den 2D Quantentrog besetzendes Elektron eine starke Erhöhung der Tunnelrate der übrigen sich im Emittor befindlichen Leitungselektronen. Ist der Quantentrog hingegen ungeladen, so ist der Transport stark unterdrückt. Ebenso kann superpoissonsches Rauschen beim Transport durch Quantenpunkte mit spinpolarisierten Zuleitungen entstehen [36, 37] oder es kann beim Transport durch einen Quantenpunkt, dessen Zustände unterschiedliche Kopplungsraten an den Kollektor aufweisen, auftreten [38, 39]. Auch ist ein Fanofaktor $\alpha > 1$ beim Transport durch kapazitiv gekoppelte

2 Theoretische Grundlagen

[40, 41] als auch einzelne Doppelquantenpunkte [42, 43] möglich.

3 Experimentelle Grundlagen

In diesem Kapitel wird der grundsätzliche Messaufbau, der den in den folgenden Kapiteln diskutierten Messergebnissen zu Grunde liegt, vorgestellt. Da die Messergebnisse zu einem großen Teil aus Rauschmessungen gewonnen werden, wird detailliert dargestellt, wie man mithilfe des Messaufbaus die Rauschleistungsdichte der untersuchten Probe erhält. Bei der Spektralanalyse wird aufgezeigt, welche Rauschkomponenten nicht von der Probe sondern vom Messaufbau, insbesondere vom Stromverstärker stammen. Vor allem das Spannungsrauschen des Stromverstärkers hat einen großen Einfluss auf dieses Hintergrundrauschen. Deshalb wird abschließend ein speziell angefertigter Stromverstärker mit niedrigem Spannungsrauschen vorgestellt und der Wert seines Spannungsrauschens bestimmt.

3.1 Messaufbau

Das Messprinzip in dieser Arbeit ist grundsätzlich bei allen Experimenten das gleiche (siehe Abb. 3.1): Eine Gleichspannung V_{SD} ¹ wird an die zu untersuchende Probe angelegt. Der daraus resultierende Stromfluss wird anhand seiner Gleichstromkomponente I_{DC} ² wie auch seiner Rauschleistung $S(f)$ charakterisiert. Dies erfolgt mit Hilfe eines Frequenzanalysators³, der das zeitabhängige Stromrauschen per Fouriertransformation in eine Frequenzabhängigkeit $S(f)$ überführt. Da die gemessenen Ströme, insbesondere das Stromrauschen, in der Regel sehr klein sind, wird das Probensignal mit Hilfe eines Stromverstärkers (I/V) ⁴ verstärkt. Zudem befindet sich die Probe in einem Kryostaten, der es erlaubt, Temperaturen bis zu 1,3 K, bzw. mit einem zusätzlichen ³He Einsatz Temperaturen bis zu 0,4 K zu erreichen.

¹Keithley 2400 + Tiefpassfilter

²Keithley 2000 + Tiefpassfilter

³Stanford Research SR780

⁴Femto LCA 10K, LCA 20K oder LCA 100KS

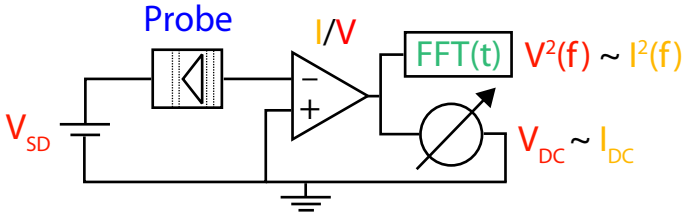


Abbildung 3.1: Schematischer Messaufbau mit Spannungsquelle (V_{SD}), Stromverstärker (I/V), Gleichspannungsmessgerät und Spektrumsanalyator (FFT(t)).

3.1.1 Spektren

Zwei beispielhafte Spektren (S0 und SG), die der Spektrumsanalyator ausgibt, sind in Abb. 3.2 (a) gezeigt. Hierbei ist S0 das sogenannte Hintergrundspektrum, bei dem keine Spannung ($V_{SD} = 0$ mV) an der Probe anliegt. Dieses Spektrum enthält also alle Rauschkomponenten, die nicht von dem Stromfluss durch die Probe stammen. Bei SG hingegen liegt eine endliche Spannung an ($|V_{SD}| > 0$ mV).

Diese Spektren entsprechen jedoch noch nicht dem wirklichen Stromrauschen der Probe. Dies liegt daran, dass der Stromverstärker nicht alle Frequenzen gleich stark verstärkt. Dessen gemessene Übertragungsfunktion ist in Teil (b) gezeigt⁵. Das Ausgangssignal muss man also mit Hilfe dieser Übertragungsfunktion auf den Eingang unter Berücksichtigung des Verstärkungsfaktors (in diesem Fall 500 MV/A) zurückrechnen. Das Resultat ist in Abb. 3.2 (c) zu sehen. Um jetzt das Stromrauschen SP der Probe zu extrahieren, wird die Differenz der Spektren SG und S0 gebildet.

3.1.2 Eigenrauschen des Stromverstärkers

In diesem Abschnitt soll genauer erläutert werden, woher der durchaus signifikante Rauschstrom des Hintergrundspektrums S0 in Abb. 3.2 (c) stammt. Prinzipiell sollte eigentlich kein Strom fließen, wenn keine Spannung zwischen Spannungsquelle und Stromverstärker anliegt.

⁵Angegeben ist die Leistungsverstärkung

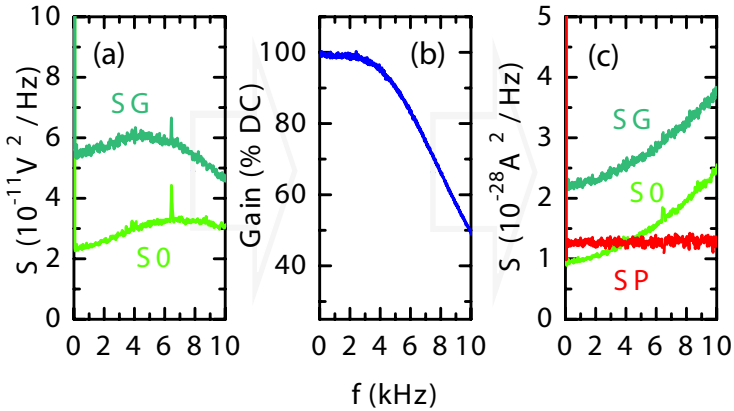


Abbildung 3.2: (a) Zwei beispielhafte Spektren S_0 ($V_{SD} = 0 \text{ mV}$) und SP ($V_{SD} > 0 \text{ mV}$), die der Frequenzanalysator aus Abb. 3.1 (FFT(T)) ausgibt. (b) Übertragungsfunktion des Stromverstärkers Femto LCA 10K. (c) Auf den Verstärkereingang zurückgerechnete Spektren SG und S_0 aus (a) und das Differenzspektrum SP .

Die Ursache ist in dem sogenannten Eigenrauschen des Stromverstärkers zu suchen. Dieses lässt sich in ein Stromrauschen $S_{I_{Amp}}$ und in ein Spannungsrauschen $S_{V_{Amp}}$ unterteilen. Das Stromrauschen, das im Wesentlichen von dem thermischen Rauschen des sich bei Raumtemperatur befindenden Feedback-Widerstandes⁶ stammt, hat laut Hersteller einen Wert von $\sqrt{S_{I_{Amp}}} = 10 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ (bei 10 kHz). Da dieses Rauschen frequenzunabhängig ist, liefert es einen konstanten Rauschuntergrund von $S = 100 \text{ fA}^2/\text{Hz}$. Dies ist ziemlich genau der Wert, bei dem S_0 die y-Achse schneidet. Dieses frequenzunabhängige Stromrauschen kann aber nicht den zunehmenden Anstieg des Rauschens mit ansteigender Frequenz erklären. Die Ursache hierfür muss also das Spannungsrauschen sein. Dazu betrachten wir Abb. 3.3:

Der Eingang des Stromverstärkers stellt eine virtuelle Masse dar. Diese ist jedoch bei jedem realen Verstärker nicht perfekt, sondern hat sowohl einen DC- als auch einen AC-Offset. Im Folgenden wird die Auswirkung

⁶250 M Ω

3 Experimentelle Grundlagen

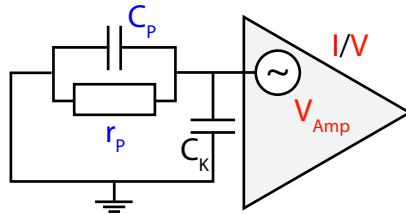


Abbildung 3.3: Ersatzschaltbild des Eingangs des Stromverstärkers mit dem Spannungsrauschen $S_{V_{Amp}}$, der Kapazität der Kabel C_K und der Probenimpedanz, die sich aus r_P und C_P zusammensetzt.

des AC-Anteils genauer betrachtet: Das Spannungsrauschen des Eingangs $S_{V_{Amp}}$ ist ähnlich dem Stromrauschen weiß, also frequenzunabhängig. Dieses Spannungsrauschen treibt einen Strom durch die in Abb. 3.3 gezeigten Impedanzen. Hierbei steht C_K für die Kapazität des Kabels und der Anschlüsse zwischen der Probe und dem Stromverstärker. C_P bezeichnet die Probenkapazität und deren r_P Kleinsignalwiderstand. Das resultierende Stromrauschen S_I wird damit frequenzabhängig:

$$S_I(f) = S_{V_{Amp}} \left(4\pi^2 f^2 (C_K + C_P)^2 + \frac{1}{r_P^2} \right) \quad (3.1)$$

Der Kleinsignalwiderstand r_P der untersuchten Proben ist üblicherweise so groß, dass sich (3.1) zu

$$S_I(f) = S_{V_{Amp}} 4\pi^2 f^2 (C_K + C_P)^2 \quad (3.2)$$

vereinfachen lässt. Die resultierende Rauschleistung steigt also quadratisch mit der Frequenz an. Hieraus ergibt sich auch eine Anforderung an den Messaufbau: Um den vor allem mit zunehmenden Frequenzen störenden Einfluss des Hintergrundrauschens zu minimieren, sollte die im Vergleich zu C_P wesentlich größere Kapazität C_K möglichst klein gehalten werden.

Damit lässt sich also das Hintergrundrauschen S_0 auf einen konstanten Untergrund durch das Stromrauschen und einen quadratischen Anstieg durch das Spannungsrauschen am Eingang des Stromverstärkers zurückführen.

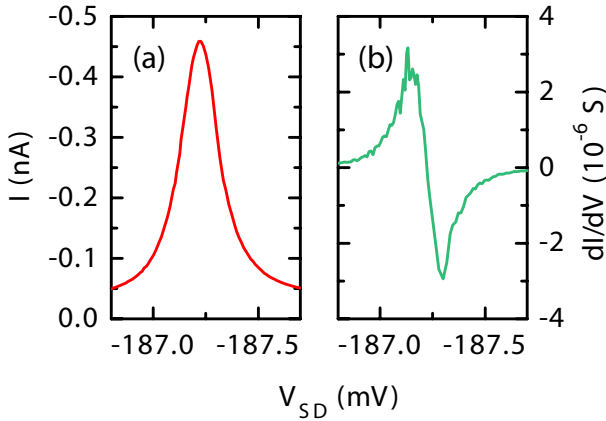


Abbildung 3.4: (a) Strompeak der Probe P500-1A(02)K11 bei 1,3 K (siehe auch Abb. 6.12). (b) Differentielle Leitfähigkeit des Strompeaks.

3.1.3 Spezialstromverstärker mit niedrigem Spannungsrauschen

Bisher wurde davon ausgegangen, dass der durch den Widerstand r_P und das Spannungsrauschen $S_{V_{amp}}$ entstandene Rauschstrom vernachlässigbar klein ist. Dies ist jedoch nicht mehr bei den in Kapitel 6 vermessenen Doppelquantenpunkten der Fall. Diese Doppelquantenpunkte zeichnen sich durch extrem scharfe Strompeaks aus, siehe Abb. 3.4 (a). Daraus resultiert eine hohe differentielle Leitfähigkeit (Abb. 3.4 (b)) und demnach ein minimaler Kleinsignalwiderstand von $r_P \approx 300 \text{ k}\Omega$. Der sich hieraus ergebende Rauschstrom kann nicht mehr vernachlässigt werden.

Für den 10 kHz Stromverstärker wird das Eingangsspannungsrauschen mit $\sqrt{S_{V_{amp}}} = 5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ angegeben. Bei einer differentiellen Leitfähigkeit von $3 \cdot 10^{-6} \text{ S}$ resultiert daraus ein Rauschstrom von $15 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, ein Wert, der sogar größer als das Stromrauschen des Verstärkereinganges ist.

Dieses Rauschen liefert also einen zusätzlichen weißen Untergrund, der jedoch durch seine Abhängigkeit von der differentiellen Leitfähigkeit eine

3 Experimentelle Grundlagen

starke Abhängigkeit von der angelegten Spannung V_{SD} zeigt. Um diesen Effekt zu minimieren wurde für die Rauschmessungen an den Doppelquantenpunkten ein speziell angefertigter Stromverstärker Femto LCA 100KS mit extrem niedrigem Spannungsrauschen verwendet. Im Folgenden soll dieses Spannungsrauschen genauer bestimmt werden. Dazu wurden verschiedene Kapazitäten vor den Eingang des Verstärkers geschaltet und das Stromrauschen aufgezeichnet. Zieht man von diesen Spektren das bei offenem Eingang gemessene Hintergrundrauschen ab, dann ergeben sich für verschiedene Kapazitäten die in Abb. 3.5 (a) bis (c) gezeigten Spektren. Diese Spektren hängen wie folgt mit dem Spannungsrauschen $S_{V_{Amp}}$ zusammen:

$$S(f) = S_{V_{Amp}} 4\pi^2 f^2 [(C_T + C_A + C_{IV})^2 - C_{IV}^2] \quad (3.3)$$

Hierbei bezeichnet C_{IV} die Eingangskapazität des Stromverstärkers (5 pF), die auch bei offenem Eingang schon einen Beitrag des Spannungsrauschens liefert. C_T steht für die Testkapazitäten (33, 68 und 100 pF), C_A bezeichnet die zusätzliche Kapazität durch das Gehäuse, in dem die Kapazitäten eingebaut waren. Die Spektren folgen also einer Funktion $S(f) = B^*(C_T)f^2$ mit

$$B^*(C_T) = S_{V_{Amp}} 4\pi^2 (C_T + C_A)(C_T + C_A + 10 \text{ pF}) \quad (3.4)$$

siehe auch Abb. 3.5 (d). Fittet man die aus quadratischen Fits an Abb. 3.5 (a) bis (c) erhaltenen Werte für $B^*(C_T)$ mittels (3.4), dann ergibt sich ein Spannungsrauschen von $\sqrt{S_{V_{Amp}}} = 1,5 \pm 0,1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$.

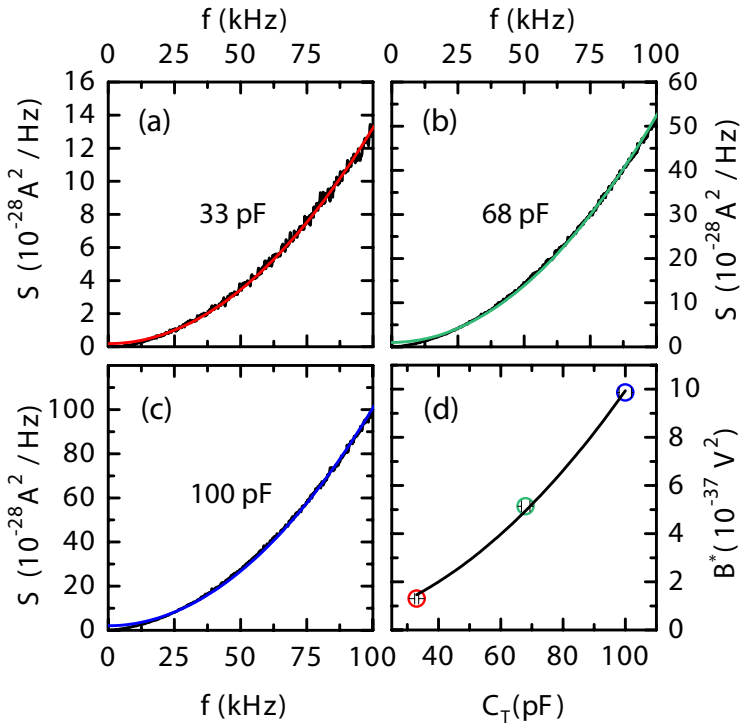


Abbildung 3.5: (a) bis (c) Kapazitätsabhängiges Stromrauschen am Eingang des Stromverstärkers Femto LCA 100 KS. Zusätzlich sind quadratische Fits an die Spektren gezeigt. (d) Vorfaktor $B^*(C_T)$ (Kreise) erhalten aus den quadratischen Fits. Die durchgezogene Linie ist ein Fit nach (3.4).

3 Experimentelle Grundlagen

4 Selbstorganisierte Quantenpunkte

Dieses Kapitel beschreibt die Transporteigenschaften sogenannter selbstorganisierter InAs Quantenpunkte.

Es beginnt mit der Skizzierung der Halbleiterheterostruktur, in der diese nulldimensionalen Systeme entstehen. Daraufhin werden die Transporteigenschaften für positive Vorspannung diskutiert. Insbesondere wird der Verlauf des Fanofaktors im Bereich der ersten Stromstufe mit der Theorie verglichen. Das Kapitel schließt mit der gleichen Betrachtung für negative Vorspannungen.

4.1 Probenschema

In Abb. 4.1 ist der Aufbau der in diesem Kapitel untersuchten Halbleiterheterostruktur gezeigt. Tabelle 4.1 gibt die genauen Parameter der unterschiedlichen Schichten an. Der Großteil der Struktur besteht aus unterschiedlich stark n-dotiertem GaAs, während sich in der Mitte 1,8 Monolagen (ML) InAs zwischen zwei AlAs Tunnelbarrieren (AlAs I und AlAs II) befinden.

4.1.1 Selbstorganisierte InAs Quantenpunkte

Aufgrund leicht unterschiedlicher Gitterkonstanten von InAs ($6,058 \text{ \AA}$ [44]) und AlAs ($5,661 \text{ \AA}$ [44]) bilden sich durch den sogenannten Stranski-Krastanov Wachstumsmechanismus [45] pyramidenförmige, inselartige InAs Strukturen aus. Deren Größe beträgt in Wachstumsrichtung, im Folgenden als z -Richtung bezeichnet (siehe auch Abb. 4.1), 3 bis 4 nm. Die laterale Ausdehnung (x - und y -Richtung) ist mit 10 bis 15 nm wesentlich größer [46]. Da die Bildung der InAs Inseln ohne äußere Einflüsse entsteht, wird dieser

4 Selbstorganisierte Quantenpunkte

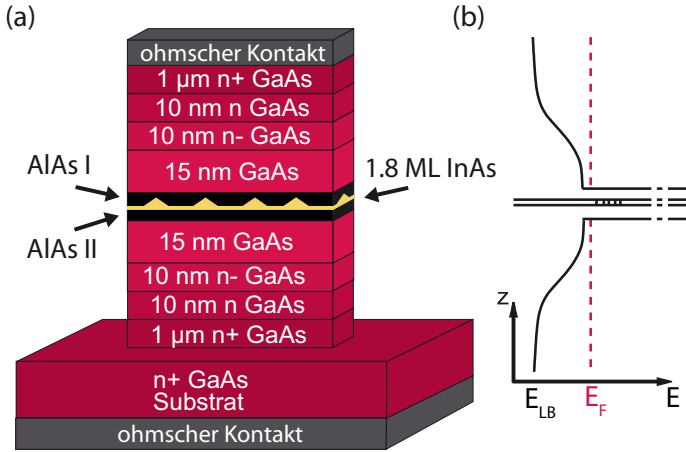


Abbildung 4.1: (a) Schemaskizze der AlAs/GaAs Heterostruktur, in der sich die InAs Quantenpunkte befinden. (b) Zugehörige Bandstruktur mit der Energie der Leitungsbandkante E_{LB} und der Fermienergie E_F . Die Quantenzustände befinden sich alle oberhalb E_F .

Wachstumsprozess auch als *selbstorganisiert* bezeichnet. Die Dichte dieser Inseln beträgt bei 1,8 ML InAs $\approx 3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$ [47].

Zudem besitzt diese Inseln umschließende AlAs eine wesentlich größere Bandlücke (2,24 eV [44]) gegenüber InAs (0,417 eV [44]), so dass die Bewegung von Elektronen, die sich innerhalb der InAs Inseln befinden, stark eingeschränkt ist. Da demzufolge die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen auf einen quasi punktförmigen Bereich konzentriert ist, bilden sich quantisierte Energieniveaus aus. Es entstehen (selbstorganisierte) Quantenpunkte.

4.1.2 Zuleitungen

Ober- und unterhalb der Quantenpunkte und der AlAs Tunnelbarrieren befindet sich zunächst eine 15 nm dicke Pufferschicht GaAs und anschließend mehrere Lagen ebenfalls aus GaAs mit unterschiedlicher Dotierung: $2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (n^+), $1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (n) und $1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ (n^-). Durch die Puffer-

Probe	P518-1(50)K8
Querschnittsfläche	$40 \times 40 \mu\text{m}^2$
Substrat (Wafer)	0,45 mm n ⁺ GaAs
Pufferschicht	1 μm n ⁺ GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n ⁻ GaAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs
untere Barriere AlAs II	4 nm AlAs
aktive Schicht	1,8 ML InAs
obere Barriere AlAs I	6 nm AlAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs
Pufferschicht	10 nm n ⁻ GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n ⁺ GaAs

Tabelle 4.1: Detaillierter Aufbau der Probe P518-1(50)K8

schicht und den Dotierungsgradienten soll verhindert werden, dass während des Aufwachsens Dotieratome in die elektrisch aktive Schicht gelangen. Im Gegensatz zu den Quantenpunkten ist die Elektronenbewegung im GaAs nicht eingeschränkt, die Zuleitungen können also als 3-dimensionales (3D) Elektronensystem aufgefasst werden.

In Abb. 4.1 ist zusätzlich zur Schemazeichnung in Teil (a) auch der Leitungsbandkantenverlauf E_{LB} in Teil (b) skizziert. Durch die starke Dotierung befindet sich auch in der GaAs Pufferschicht die Fermienergie oberhalb der Leitungsbandkante, das Leitungsband ist besetzt. Zudem sind die Quantenpunktzustände zwischen den Barrieren skizziert. Aufgrund der starken Lokalisierung durch die im Vergleich zu lateralen Quantenpunkten wesentlich kleineren InAs Quantenpunkte befindet sich deren Grundzustandsenergie oberhalb der Fermikante [47]. Sie sind also nicht geladen. Die 3D Zustandsdichte der GaAs Zuleitungen ist bis zur Fermienergie gefüllt, während die 0D Zustände des InAs nicht besetzt sind.

4.2 Transporteigenschaften

Im Weiteren wird das Gleichstrom- und das Rauschverhalten der Probenstruktur untersucht. Dazu beschränken wir die Diskussion zunächst auf die Eigenschaften bei positiver Vorspannung. Die Unterschiede, die sich ergeben, wenn die Spannungsrichtung umgekehrt wird, werden anschließend analysiert.

4.2.1 Positive Spannungsrichtung: Gleichstromverhalten

Durch das Anlegen einer Spannung und dem resultierenden Spannungsabfall über die AlAs Barrieren, insbesondere über die Barriere zwischen Source und den Quantenpunkten, nimmt die Energiedifferenz zwischen den Quantenpunktzuständen und der Fermienergie an der Source Seite zunehmend ab. Ist die angelegte Spannung groß genug, sodass der Quantenpunkt mit der geringsten Grundzustandsenergie die Fermikante erreicht, also in Resonanz kommt, können Elektronen diesen Grundzustand E_D mit der Emittertunnelrate Θ_E besetzen und den Quantenpunkt wieder in Richtung Drain mit der Kollektortunnelrate Θ_C verlassen, siehe Abb. 2.2 (b). Ein endlicher Stromfluss setzt ein. Dieser Prozess wird auch als resonanter Transport bezeichnet.

Dieses Verhalten ist in der Strom-Spannungskennlinie für $V_{SD} > 0$ mV der Probe P518-1A(50)K8 (AlAs I: 6 nm, AlAs II: 4 nm, Querschnittsfläche: $40 \times 40 \mu\text{m}$, siehe Abb. 4.1 und Tabelle 4.1) in Abb. 4.2 zu sehen. Hierbei entspricht die positive Spannung einer Bewegungsrichtung der Elektronen von „unten“ nach „oben“ in Abb. 4.1 (a). Für kleine Werte von V_{SD} ist zunächst kaum ein Stromfluss feststellbar, die Strom-Spannungskennlinie ist glatt nahe Null, da sich noch keine Quantenpunktzustände in Resonanz befinden. Der einzig mögliche Transport durch die Struktur besteht über Kotunnelmechanismen. Ab einer gewissen Spannung V_{SD} sind schließlich Stufen in der Kennlinie erkennbar, es setzt ein merklicher Ladungstransport ein. Diese Stromstufen sind in Analogie zu Abschnitt 2.1.3 dreieckförmig. Sie tauchen zunächst vereinzelt auf und werden bei größeren Spannungen immer häufiger, bis sie nicht mehr auflösbar sind. Nimmt man eine gaußförmige Verteilung der Quantenpunktgröße an, dann lässt sich dieses Verhalten folgendermaßen erklären: Die erste Stromstufe entspricht aufgrund der größenabhängigen Grundzustandsenergien resonantem Transport durch den

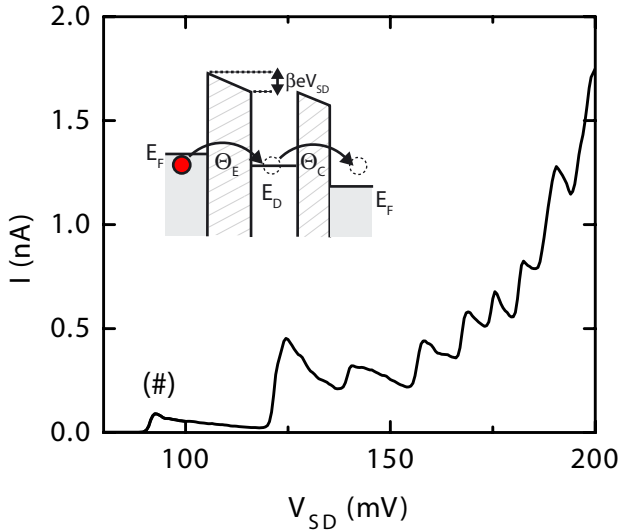


Abbildung 4.2: Strom-Spannungskennlinie für $V_{SD} > 0$ mV. Im Inset ist der resonante Transport durch einen Quantenzustand E_D skizziert.

größten Quantenpunkt. Mit abnehmender Quantenpunktgröße wird deren Anzahl aufgrund der Gaußverteilung immer größer. Schließlich sind sie so zahlreich vorhanden, dass man sie nicht mehr einzeln beobachten kann.

Temperaturabhängigkeit

In Abb. 4.3 ist zudem die Temperaturabhängigkeit eines vergrößerten Ausschnitts der Strom-Spannungskennlinie aus Abb. 4.2 gezeigt. Insbesondere für hohe Temperaturen ist der Anstieg der Stromstufen nicht ganz so abrupt, wie die Dreiecksform angibt. Dies lässt sich folgendermaßen erklären:

In Abschnitt 2.1.1 wurde die Besetzung eines dreidimensionalen Elektronensystems nur für $T = 0$ K betrachtet. Für $T > 0$ K kommt es aufgrund der zusätzlichen thermischen Energie zur Besetzung von Zuständen auch oberhalb der Fermienergie. Da die Elektronen Fermionen sind, folgt die Besetzungswahrscheinlichkeit der Fermi-Verteilung $f_E(E, T)$, die gegeben ist

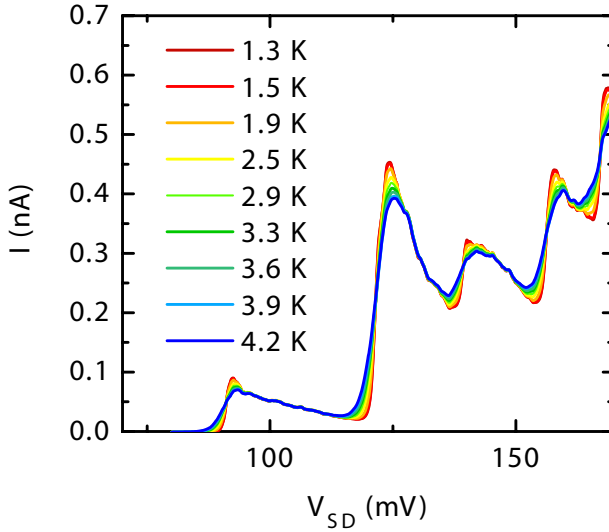


Abbildung 4.3: Temperaturabhängigkeit der Strom-Spannungskennlinie.

durch

$$f_E(E, T) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F / k_B T)}} \quad (4.1)$$

Diese Fermiverteilungsfunktion ist für verschiedene Temperaturen exemplarisch in Abb. 4.4 (b) gezeigt. Die daraus resultierende Besetzung von Zuständen oberhalb und Nichtbesetzung unterhalb der Fermienergie E_F bei endlichen Temperaturen ist durch die schraffierte Fläche in Abb. 4.4 (c) dargestellt. Sie ergibt sich durch Multiplikation der Fermiverteilungsfunktion mit der Zustandsdichte der besetzten Zustände bei $T = 0$ K (Abb. 4.4 (a)).

Dies hat jetzt zur Folge, dass der resonante Transport schon bei Energien leicht oberhalb der Fermienergie einsetzt. Die Stromstufe beginnt „früher“ und steigt dann parallel zur Spannung kontinuierlich an und springt nicht, wie bei $T = 0$ K, abrupt beim Erreichen der Fermienergie auf den maximalen Stromwert. Vielmehr ist das Strommaximum erst erreicht, wenn die Dichte der besetzten Zustände ihr Maximum hat. Aus Abb. 4.4 (c) folgt, dass dies bei Energien leicht unterhalb der Fermienergie der Fall ist und mit steigen-

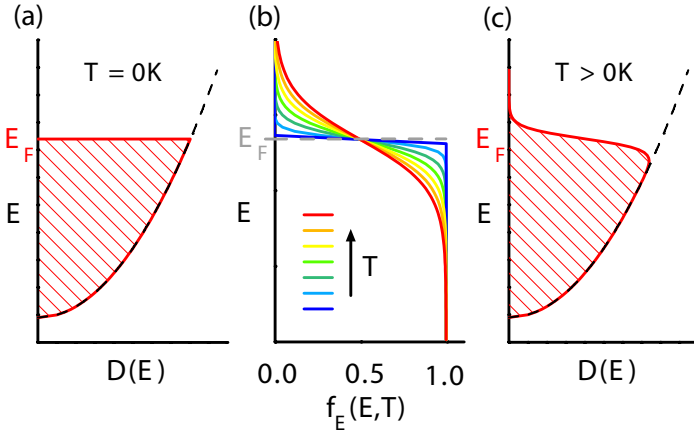


Abbildung 4.4: (a) 3D Zustandsdichte (gestrichelt) und besetzte Zustände bei $T = 0\text{ K}$ (schraffiert). (b) Verlauf der Fermiverteilungsfunktion $f_E(E, T)$ für verschiedene Temperaturen. (c) 3D Zustandsdichte (gestrichelt) und besetzte Zustände bei $T > 0\text{ K}$ (schraffiert).

der Temperatur zu niedrigeren Energiewerten schiebt. Dies zeigt sich auch besonders deutlich in einer vergrößerten Darstellung der ersten Stromstufe, Abb. 4.5.

Die Temperaturabhängigkeit modifiziert auch die in Abschnitt 2.1.3 vorgestellten Formeln des resonanten Transports (2.20) und (2.21). Die temperaturabhängige Stromformel ohne Coulombblockade lautet [48]:

$$I = \frac{2e\Theta_E\Theta_C}{\Theta_E + \Theta_C} f_E. \quad (4.2)$$

Ist eine Doppelbesetzung des Quantenzustandes aufgrund von Coulombblockade nicht möglich, dann modifiziert sie sich zu [32]:

$$I = \frac{2e\Theta_E\Theta_C}{(1 + f_E)\Theta_E + \Theta_C} f_E. \quad (4.3)$$

Hieraus folgt auch, dass die Strom-Spannungskennlinie für alle Temperaturen einen gemeinsamen Kreuzungspunkt hat, wenn die Fermienergie des

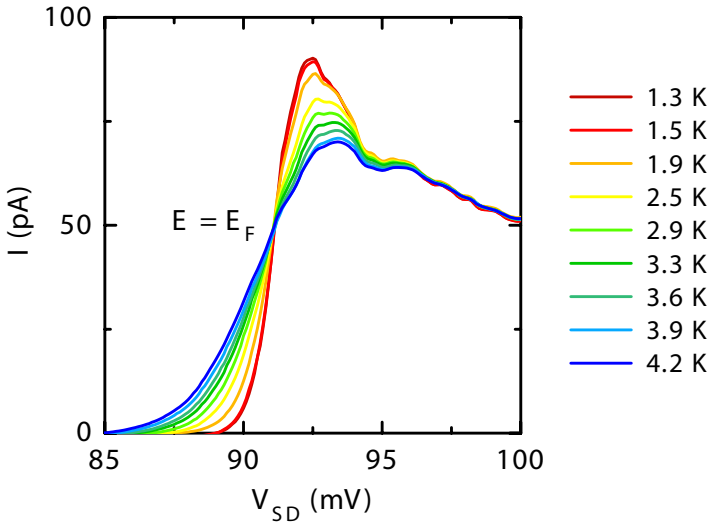


Abbildung 4.5: Temperaturabhängigkeit der Stromstufe (#) aus Abb. 4.2.

Emitters in Resonanz mit dem Quantenpunktzustand ist. Dies lässt sich in der Tat in Abb. 4.5 beobachten. Zudem fällt in Abb. 4.5 eine weitere Abweichung von der Dreiecksform auf. Der Strom zeigt eine ebenfalls temperaturabhängige, peakartige Erhöhung. Auf dieses Phänomen wird in Kapitel 5 genauer eingegangen.

4.2.2 Positive Spannungsrichtung: Rauschleistung

In diesem Abschnitt wird jetzt die Fluktuation des Stromes um seinen Mittelwert, also das Rauschverhalten betrachtet. Drei exemplarische Rauschspektren bei verschiedenen Spannungspunkten sind in Abb. 4.6 (a) gezeigt. Sie weisen alle das gleiche Verhalten auf: Bis zu wenigen 100 Hz beobachtet man in der Rauschleistung ein typisches $1/f$ -Verhalten, oberhalb dieser Frequenz ist das Spektrum glatt, also frequenzunabhängig. Diese frequenzunabhängige, weiße Rauschleistung wird als Schrotrauschen bezeichnet (siehe Abschnitt 2.2). Die Stärke des Schrotrauschens wird über den Mittelwert

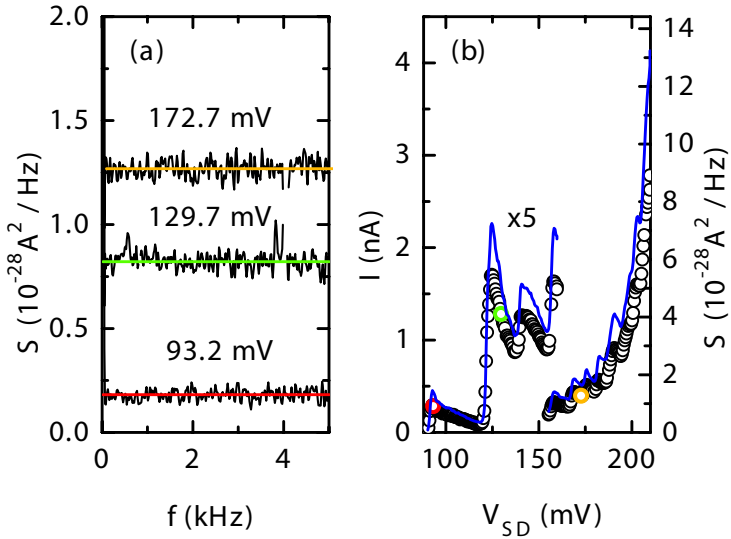


Abbildung 4.6: (a) Drei ausgewählte Spektren der Probe P518-1(50)K8 für $V_{SD} > 0$ mV. Die farbigen, horizontalen Linien entsprechen dem Mittelwert S_M (1 bis 5 kHz). (b) Strom (blau) und gemittelte Rauschleistung S_M (Kreise). Die Mittelwerte aus (a) sind farbig hervorgehoben. Zudem ist die Rauschleistungsachse so gewählt, dass der Strom auf dieser Achse dem Wert des vollen Schrotrauschens $S = 2eI$ entspricht.

S_M im Frequenzbereich 1 bis 5 kHz bestimmt. Die horizontalen Linien in Abb. 4.6 entsprechen diesem Mittelwert. Für das Tunneln durch eine einzelne Barriere erwartet man eine Rauschleistung von $S = 2eI$. In Abb. 4.6 (b) sind diese Mittelwerte S_M (Kreise) zusammen mit der zugehörigen Strom-Spannungskennlinie (Linie) aufgetragen. Die Skalierung der y-Achse ist so gewählt, dass die Linie sowohl den Strom als auch die volle Schrotrauschleistung $S = 2eI$ angibt. Man erkennt, dass die gemessene Rauschleistung den Erwartungen entspricht (siehe Abschnitt 2.3.1): Sie ist grundsätzlich kleiner als die Rauschleistung einer einzelnen Barriere. Im Folgenden wird zur besseren Veranschaulichung nicht die Rauschleistung S_M , sondern der Fanofaktor $\alpha = S_M/2eI$ analysiert.

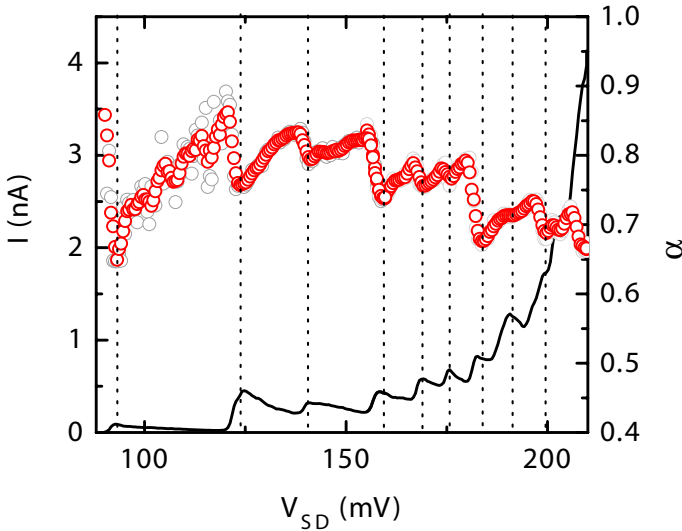


Abbildung 4.7: Strom-Spannungskennlinie (Linie) und Fanfaktor (Kreise) für positive Spannungsrichtung. Die roten Kreise sind eine 5 Punkte Boxcar-Mittelung der Originaldaten (graue Kreise). Die vertikalen Linien markieren die Spannungspositionen der Minima des Fanfaktors.

Modulation des Fanfaktors

In Abb. 4.7 sind der Fanfaktor (Kreise) und der Strom (Linie) gezeigt. Sehr gut erkennbar ist, dass das Schrotrauschen unterdrückt ist, sich also ein Fanfaktor $\alpha < 1$ ergibt. Zudem fällt auf, dass der Fanfaktor nicht konstant ist, sondern einer Modulation unterworfen ist, die komplementär zum Verhalten der Stromkurve verläuft: Mit jedem einsetzenden resonanten Transport durch einen Quantenpunkt, also mit jeder Stromstufe, geht auch eine starke Unterdrückung des Schrotrauschens einher, der Fanfaktor wird minimal. Die zugehörigen Spannungspositionen sind durch die gestrichelten Linien angegeben. Danach steigt der Fanfaktor annähernd linear an, bis er beim Einsetzen des resonanten Transports durch den nächsten Quantenpunkt wieder rapide abfällt.

Diese Modulation lässt sich am besten verstehen, indem man zuerst nur das Verhalten des Fanofaktors im Bereich der ersten Stromstufe betrachtet: Der Fanofaktor startet bei einem Wert von 0,9, fällt dann (beim Strommaximum) auf seinen Minimalwert von $\alpha = 0,65$ und steigt im weiteren Verlauf kontinuierlich an. Die zugehörige Formel für den Fanofaktor beim resonanten Transport durch einen Quantenpunkt lautet:

$$\alpha = 1 - \frac{2\Theta_E\Theta_C}{(\Theta_E + \Theta_C)^2} = 1 - \frac{2\Theta_E/\Theta_C}{(\Theta_E/\Theta_C + 1)^2}. \quad (4.4)$$

Ist zudem die Coulombabstoßung so groß, dass der Quantenpunkt nur einfach besetzt werden kann, so modifiziert sich (4.4) zu:

$$\alpha = 1 - \frac{4\Theta_E/\Theta_C}{(2\Theta_E/\Theta_C + 1)^2}. \quad (4.5)$$

Gleichung (4.5) gilt jedoch nur für $T = 0$ K. Der allgemeinere Ausdruck, der den Fanofaktor auch für endliche Temperaturen beschreibt, hat die Form:

$$\alpha = 1 - \frac{4\Theta_E/\Theta_C}{((1 + f_E)\Theta_E/\Theta_C + 1)^2} f_E. \quad (4.6)$$

Der Fanofaktor hängt also von der Fermiverteilungsfunktion und dem Verhältnis der Emittier- und Kollektortunnelrate zueinander ab. Zunächst beschränken wir die Diskussion nur auf den Bereich, in dem die Fermiverteilungsfunktion keinen großen Einfluss hat, also auf den Bereich rechts vom Strommaximum. In diesem Bereich nimmt die Tunnelrate Θ_E mit ansteigender Spannung linear ab (siehe Abschnitt 2.1.3). Da sich zudem der Quantenzustand weit oberhalb der Kollektorfermienergie befindet, kann die Rate Θ_C als konstant angenommen werden [49]. Da sich jetzt aus dem parallel dazu ansteigenden Fanofaktor nach (4.5) ergibt, dass das Ungleichgewicht von Θ_E zu Θ_C kontinuierlich zunimmt, bedeutet dies, dass Θ_E in dem gesamten Bereich kleiner als Θ_C sein muss. Wäre nämlich Θ_E an irgendeinem Spannungspunkt größer als Θ_C , dann würde eine mit zunehmender Spannung sinkende Rate Θ_E in einem *sinkenden* Fanofaktor resultieren.

In dem Bereich links vom Strommaximum wird der Fanofaktor hingegen maßgeblich durch die Fermiverteilungsfunktion bestimmt. Die effektive Emittiertunnelrate Θ_E^* hängt in diesem Bereich von der temperaturabhängigen Besetzung der Zustände um die Fermienergie ab: $\Theta_E^* = \Theta_E \cdot f_E$ (siehe

4 Selbstorganisierte Quantenpunkte

auch (4.6)). Die Tunnelrate in den Quantenpunkt ist also zu Beginn der Stromstufe stark unterdrückt, das Ungleichgewicht von (effektiver) Emittier- und Kollektortunnelrate maximal, und der Fanofaktor hat dementsprechend hier sein Maximum. Erhöht man jetzt die Spannung, wandert man also die Stromstufe „hinauf“, so nimmt die (effektive) Emittiertunnelrate kontinuierlich zu, bis bei dem Wert des maximalen Stromes das Ungleichgewicht, und somit der Fanofaktor, minimal wird. Da der Fanofaktor jedoch auch bei maximalem Strom mit $\alpha = 0,65$ weit von dem Minimalwert mit $\alpha = 0,5$ entfernt ist, ist auch in dem Bereich links vom Strommaximum (und auch genau beim Maximum) Θ_E wesentlich kleiner als Θ_C .

Barrierenasymmetrie

Die Emittiertunnelrate ist also in dem gesamten Spannungsbereich der Stromstufe geringer als die Kollektortunnelrate. Diese Erkenntnis steht jedoch im Widerspruch zu den Wachstumsparametern (siehe Tabelle 4.1): Da die Elektronen sich für positive Spannung von „unten“ nach „oben“ in Abb. 4.1 (a) durch die Heterostruktur bewegen, passieren sie zuerst die nominell dünnere Barriere AlAs II (4 nm) und verlassen den Quantenpunkt durch die nominell dickere Barriere AlAs I (6 nm). Untersuchungen mit dem Transmissionselektronenmikroskop haben jedoch ergeben, dass die pyramidenförmigen InAs Quantenpunkte in die obere Barriere hineinragen [46]. Da sie eine Höhe von etwa 3 nm besitzen, reduziert sich somit die effektive Dicke der AlAs I Barriere erheblich. Dies führt jetzt dazu, dass die obere Barriere in Wirklichkeit dünner als die untere Barriere ist. Aus diesem Grund ist die Emittierbarriere im Inset von Abb. 4.2 dicker eingezeichnet. Demnach entspricht eine gegenüber der Emittiertunnelrate wesentlich größere Kollektortunnelrate durchaus den Erwartungen.

Ensembleeffekt

Ausgehend von dem Verlauf des Fanofaktors *einer* Stromstufe lässt sich jetzt auch der Verlauf bei mehreren Stromstufen in Abb. 4.7 verstehen: Mit jeder neuen Stromstufe erfährt der Fanofaktor die gleiche Modulation: Er ist maximal zu Beginn der Stromstufe, wird minimal bei maximalem Strom und steigt danach wieder kontinuierlich an. Im Gegensatz zu der ersten Stromstufe setzt sich der Fanofaktor jetzt jedoch aus den Fanofaktoren α_i mehrerer

resonant leitender Quantenpunkte zusammen. Deren Beitrag zum Gesamtfanofaktor ist direkt proportional zu ihrem Anteil I_i am Gesamtstrom I_G [50]:

$$\alpha = \sum_i \frac{I_i}{I_G} \alpha_i \quad (4.7)$$

Dieser Ensembleeffekt [50] hat jetzt zur Folge, dass die besonders starken Modulationen des Fanofaktors im Anstiegsbereich der Stromstufen, verglichen mit der ersten Stromstufe, geringer ausfallen, da die sich zusätzlich in Resonanz befindlichen Quantenpunkte diesen Effekt unterdrücken.

Zudem fällt noch ein anderes Verhalten auf: Der Fanofaktor scheint (im Mittel) für die später in Resonanz kommenden Quantenpunkte abzunehmen. Eine mögliche Erklärung für dieses Verhalten beruht auf einer größer werdenden effektiven Dicke der Kollektortunnelbarriere: Quantenpunkte, durch die bei höheren Spannungen Transport erfolgt sind kleiner als die vorherigen. Kleinere Quantenpunkte ragen wiederum weniger in die Kollektorbarriere hinein. Somit wird die Kollektorbarriere wieder effektiv dicker und das Ungleichgewicht zwischen Emitter und Kollektorbarriere und damit der Fanofaktor nehmen ab.

Theoretische Modellierung

Um die qualitative Übereinstimmung der Messergebnisse mit der Theorie auch quantitativ zu überprüfen, wurden gleichzeitig der Strom und der Fanofaktor mit den Formeln (4.3) und (4.6) gefittet. Das Ergebnis der Fits ist in Abb. 4.8 in Rot gezeigt. Abgesehen von der schon angesprochenen peakartigen Überhöhung des Stromes lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Messergebnissen erzielen. Die aus den Fits erhaltenen Werte für die Tunnelraten sind: $\Theta_C = 1,79 \cdot 10^9$ Hz — dieser Wert passt gut zu den Messungen an einer von den Wachstumsparametern identischen Quantenpunktprobe (Ref. [49]: $\Theta_C = 2,4 \cdot 10^9$ Hz) — und $\Theta_E = 2,42 \cdot 10^8$ Hz (an der Fermikante).

Dicke der Kollektorbarriere

Aus diesen Werten lässt sich dann auch direkt die effektive Dicke der Kollektorbarriere bestimmen [50]. Die Lehrbuchformel für den Transmissions-

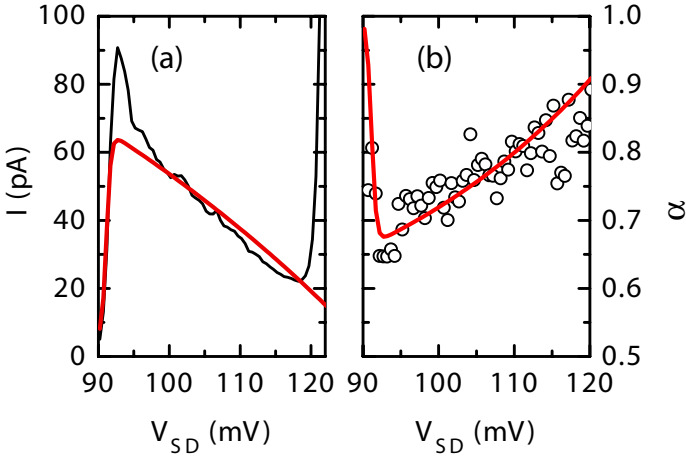


Abbildung 4.8: (a) Strom (schwarz) der Stromstufe ($\#$). (b) Fanofaktor (Kreise). Die roten Linien stammen aus einem gleichzeitigen Fit von (4.3) und (4.6).

koeffizienten \mathbb{T} einer Rechteckbarriere lautet:

$$\mathbb{T}(E) = \frac{1}{1 + \left\{ 1 + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\kappa}{k} - \frac{k}{\kappa} \right)^2 \right] \right\} \sinh(\kappa d)}. \quad (4.8)$$

Mit $\kappa = \sqrt{2m^*(V_B - E)}/\hbar$ und $k = \sqrt{2m^*E}/\hbar$, der Barrierendicke d und der AlAs-Barrierenhöhe $V_B = 1,05$ eV. Für den Transmissionskoeffizienten \mathbb{T}_E der Emitterbarriere ist die Energie E gleich der Fermienergie: $E = E_F$. Hierbei wurde die Fermienergie als 14 meV angenommen, in Übereinstimmung mit Messungen an Probenstrukturen mit den gleichen Wachstumsparametern [49]. Für den Transmissionskoeffizienten \mathbb{T}_C der Kollektorbarriere muss zusätzlich noch der Abfall über beide Barrieren bei $V_{SD} = 91$ mV berücksichtigt werden: $E = E_F + 91$ meV = 105 meV. Mit der (aus den Wachstumsparametern bestimmten) Dicke der Emitterbarriere von $d_E = 4$ nm erhält man aus dem Verhältnis der Tunnelraten $\Theta_C/\Theta_E = 7,4$ und der Relation $\mathbb{T}_C/\mathbb{T}_E = \Theta_C/\Theta_E$ [50] schließlich eine effektive Dicke der Kollektorbarriere von $d_C = 3,4$ nm. Dieser Wert passt gut zu der erwarteten Dicke von 3 nm.

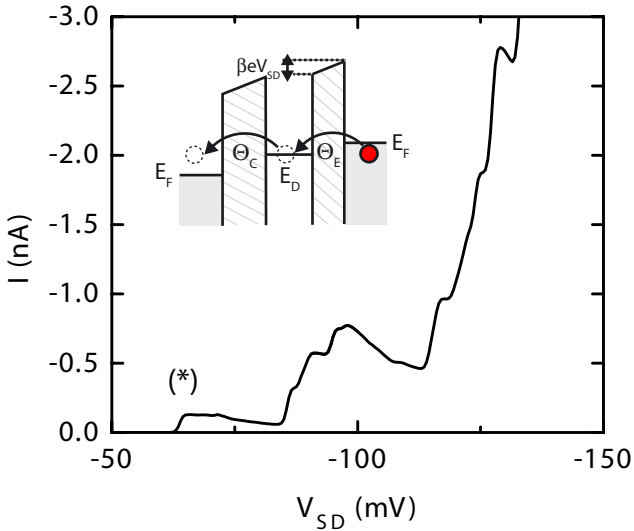


Abbildung 4.9: Die Strom-Spannungskennlinie für $V_{SD} < 0$ mV. Im Inset ist der resonante Transport für negative Vorspannung skizziert.

4.2.3 Negative Spannungsrichtung: Gleichstromverhalten

In Abb. 4.9 sind für die negative Spannungsrichtung — ebenso wie bei positiver Vorspannung — ab einer gewissen Spannung Stufen zu erkennen. Ihre Form ist jedoch leicht unterschiedlich. Sie zeigen nicht den erwarteten linearen Abfall, sondern sind zunächst flach und fallen erst mit höheren Spannungen ab.

Für die positive Spannungsrichtung hatten wir herausgefunden, dass die Emittertunnelrate grundsätzlich kleiner als die Kollektortunnelrate ist, $\Theta_E < \Theta_C$. Zudem ist die Rate Θ_E spannungsabhängig und nimmt mit ansteigender Spannung ab, bis sie schließlich vollkommen zusammenbricht, wenn die Emittlerleitungsbandkante sich oberhalb des Quantenpunktzustandes befindet.

Für negative Vorspannungen kehrt sich die Tunnelrichtung um. Damit wird auch der Emittler zum Kollektor und umgekehrt. Dies bedeutet für

die Tunnelraten, dass die Emittertunnelrate Θ_E zu Beginn des resonanten Transportes *höher* als die Kollektortunnelrate ist. In diesem Bereich bestimmt also die Rate Θ_C maßgeblich den Transport. Da sie als konstant angenommen werden kann (siehe Abschnitt 4.2.1), beobachtet man in diesem Bereich ein Stromplateau. Mit ansteigender Spannung nimmt die Emittertunnelrate jedoch wiederum monoton ab, während Θ_C konstant bleibt. Dadurch nähert sich Θ_E Θ_C an und der Strom beginnt leicht zu sinken. Für noch höhere Spannungen ist schließlich Θ_E wesentlich kleiner als Θ_C und legt jetzt im Wesentlichen den Stromverlauf fest. Dies führt zu einem linearen Abfall vergleichbar mit dem Verhalten in positiver Spannungsrichtung.

4.2.4 Negative Spannungsrichtung: Rauschleistung

Auch für negative Spannungen sind die Rauschspektren weiß bis hin zu Frequenzen von einigen 100 Hz, siehe Abb. 4.10 (a). Ebenso weist die mittlere Rauschleistung S_M eine Unterdrückung gegenüber $S = 2eI$ auf, siehe Abb. 4.10 (b). Betrachtet man den resultierenden Fanofaktor (Abb. 4.11) so fallen jedoch Unterschiede gegenüber $V_{SD} > 0$ mV auf.

Bei positiver Spannungsrichtung hatte α ein lokales Minimum direkt bei den Strompeaks und stieg anschließend monoton an (vgl. Abb. 4.7). Für negative Vorspannung ist dieses Verhalten nicht zu beobachten. Das lokale Minimum setzt wesentlich später ein (verdeutlicht durch die gestrichelten Markierungen in Abb. 4.11). Bei der ersten Stufe befindet es sich bspw. bei ≈ 78 mV, weit vom Strompeak bei ≈ 65 mV entfernt. Auch ist die Stärke der Schrotrauschunterdrückung sehr viel höher. Für die erste Stufe erreicht der Fanofaktor das absolute Minimum von 0,5. In der Tat entspricht solch ein Verhalten der Erwartung. Dies soll im Folgenden verdeutlicht werden.

Bei der Diskussion der Strom-Spannungskennlinie wurde schon darauf hingewiesen, dass für $V_{SD} < 0$ mV die Emittertunnelrate nicht im kompletten Bereich der Stromstufe kleiner als die Kollektorratenrate ist. Vielmehr ist sie zu Beginn des Stromplateaus größer und nimmt dann kontinuierlich ab. Dieses Verhalten kann man direkt aus dem Fanofaktor ablesen. Während bei $V_{SD} \approx 65$ mV ein Fanofaktor nahe 1, und damit ein großes Ungleichgewicht der Tunnelraten herrscht, nimmt der Fanofaktor zunehmend ab, bis bei ≈ 78 mV, also bei $\alpha \simeq 0,5$, ein Gleichgewicht der Tunnelraten erreicht ist. Für nun weiter ansteigende Spannung nimmt das Ungleichgewicht wie-

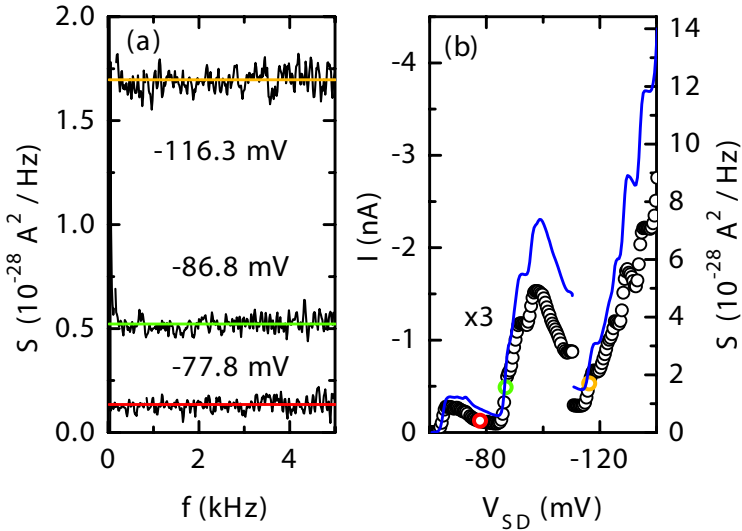


Abbildung 4.10: (a) Drei ausgewählte Spektren der Probe P518-1(50)K8 für $V_{SD} < 0 \text{ mV}$. Die farbigen, horizontalen Linien entsprechen dem Mittelwert S_M (1 bis 5 kHz). (b) Strom (blau) und gemittelte Rauschleistung S_M (Kreise). Die Mittelwerte aus (a) sind farbig hervorgehoben. Zudem ist die Rauschleistungsachse so gewählt, dass der Strom auf dieser Achse dem Wert des vollen Schrotrauschens $S = 2eI$ entspricht.

der zu, da Θ_E weiterhin fällt. Daraus resultiert ein ansteigender Fanofaktor, in Übereinstimmung mit den Messergebnissen.

Theoretische Modellierung

In Abb. 4.12 ist ein vergrößerter Ausschnitt des Fanofaktors und Stromes der Stromstufe (*) aus Abb. 4.9 zu sehen. Zudem sind gleichzeitige Fits von (4.3) und (4.6) durch die farbigen Linien gezeigt. Während die Fits zwar den ungefähren Verlauf sowohl des Stromes als auch des Fanofaktors wiedergeben, ist das Ergebnis wenig zufriedenstellend. Es fällt aber auf, dass sich die Abweichungen, insbesondere beim Fanofaktor, vor allem im vorde-

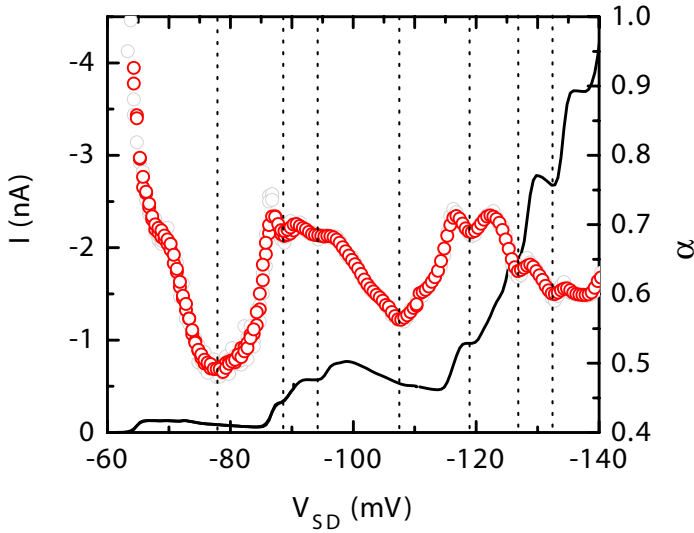


Abbildung 4.11: Strom-Spannungskennlinie (Linie) und Fanofaktor (Kreise) für negative Spannungsrichtung. Die roten Kreise sind eine 5 Punkte Boxcar Mittelung der Originaldaten (graue Kreise). Die vertikalen Linien markieren die Spannungspositionen der Minima des Fanofaktors.

ren Bereich der Stromstufe abspielen. Der Strom ist in diesem Bereich starken spannungsabhängigen Schwankungen unterworfen. Da sich der Quantenzustand weit oberhalb der Fermienergie des Kollektors befindet, ist davon auszugehen, dass die Stromschwankungen auf eine fluktuierende Tunnelrate Θ_E zurückzuführen sind. Um dies zu testen wurden die Fits jetzt nochmal durchgeführt, diesmal aber wurde die strenge lineare Abhängigkeit der Tunnelrate Θ_E von der Spannung V_{SD} aufgehoben. Θ_E wurde für jeden Spannungspunkt einzeln bestimmt. Hierbei wurden alle anderen Parameter bei den aus den Fits in Abb. 4.12 erzielten Werten festgehalten. Das Ergebnis ist in Abb. 4.13 zu sehen.

Wie man sieht, passen jetzt die Fits wesentlich besser zum Strom und zum Fanofaktor. Die resultierende spannungsabhängige Emittertunnelrate ist in Abb. 4.13 (c) zu sehen. Die genaue Ursache dieser starken Fluktuation

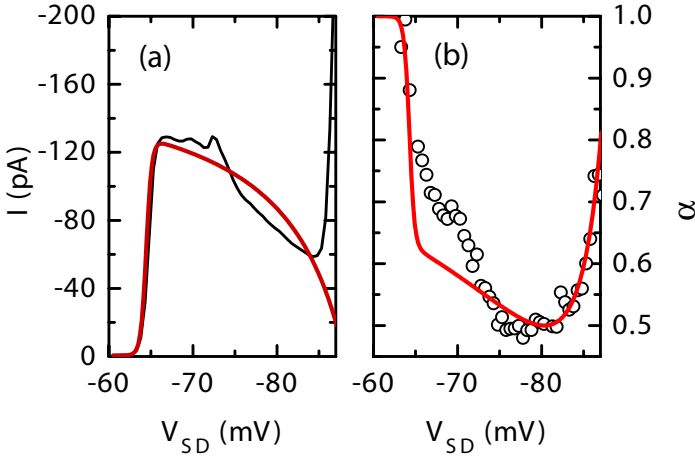


Abbildung 4.12: (a) Strom (schwarz) der Stromstufe (*). (b) Fanofaktor (Kreise). Die roten Linien stammen aus einem gleichzeitigen Fit von (4.3) und (4.6).

von Θ_E ist unklar. Eine mögliche Erklärung besteht in der Fluktuation der lokalen Zustandsdichte in der Nähe des Quantenpunktes [51, 52, 53].

4.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Transporteigenschaften von selbstorganisierten InAs Quantenpunkten, eingebettet in einer GaAs - AlAs Heterostruktur, untersucht. Die Strom-Spannungskennlinien zeigten deutliche Stromstufen, die dem resonanten Transport durch einzelne Quantenpunkte zugeordnet werden können [46]. Die Form dieser Stromstufen ist abhängig von dem Vorzeichen der angelegten Spannung. Zusätzlich zum Gleichstromverhalten wurden auch die Rauscheigenschaften analysiert. Der Fanofaktor zeigte eine deutliche Schrotrauschunterdrückung beim resonanten Transport mit Minima von $\alpha = 0,65$ ($V_{SD} > 0$ mV) und $\alpha = 0,5$ ($V_{SD} < 0$ mV). Aus dem Verlauf des Fanofaktors war ersichtlich, dass die effektive Dicke der AlAs Tunnelbarrieren, die die InAs Quantenpunkte umschließen, unterschiedlich ist. Für die

4 Selbstorganisierte Quantenpunkte

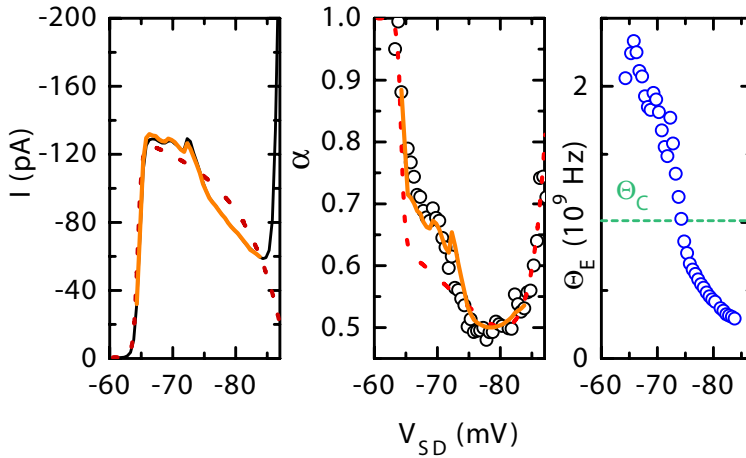


Abbildung 4.13: (a) Strom (schwarz) der Stromstufe (*). (b) Fanofaktor (Kreise). Die farbigen durchgezogenen Linien stammen aus einem gleichzeitigen Fit von (4.3) und (4.6) mit einer nicht streng linear von der Spannung abhängenden Tunnelrate Θ_E . Die gestrichelten Linien kennzeichnen die Fits aus Abb. 4.12. (c) Die aus den Fits stammende Tunnelrate Θ_E (Kreise). Als Vergleich ist zudem die Tunnelrate Θ_C gestrichelt eingezeichnet.

erste Stromstufe in positiver Spannungsrichtung konnte aus dem Fanofaktor ein Verhältnis der Emitterbarriere zur Kollektorbarriere von 4 nm zu 3,4 nm abgeschätzt werden. Diese Barrierenasymmetrie lieferte die Erklärung für die beobachteten Unterschiede für positive und negative Spannungsrichtung — sowohl im Gleichstrom- als auch im Rauschverhalten. Zudem lieferte ein gleichzeitiger Fit des Stromes und Fanofaktors für $V_{SD} > 0$ mV eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. In negativer Spannungsrichtung ergaben sich hingegen Abweichungen, die möglicherweise auf Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte des Emitters zurückzuführen sind.

5 Fermikantensingularität

In Kapitel 4 wurde bei der Betrachtung des resonanten Transportes durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte eine starke, peakartige Stromerhöhung beobachtet. Sie trat direkt an der Kante der ersten Stromstufe auf und zeigte starke Abweichungen von dem erwarteten Verlauf des resonanten 3D-0D-3D Transportes.

In diesem Kapitel wird zunächst gezeigt, dass diese Stromerhöhung von einem Elektron-Elektron Wechselwirkungseffekt, einer so genannten Fermikantensingularität (FES¹), herrührt. Anschließend wird auf das zugehörige Rauschen eingegangen. Das Kapitel schließt mit der Betrachtung der Fermikantensingularität bei einem angelegten Magnetfeld und der zugehörigen Rauschleistung.

5.1 Fermikantensingularität

Der Effekt der Fermikantensingularität wurde zuerst bei der Untersuchung von Röntgenabsorption an einer Metalloberfläche bei $T = 0$ K beschrieben [54]. Er entsteht dadurch, dass tief liegende Kernelektronen durch Absorption in das Leitungsband angeregt werden. Da alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt sind, muss die minimale Energie ΔE_{min} dem Energieabstand zwischen Fermikante E_F und Kernelektronenergie E_{Kern} entsprechen: $\Delta E_{min} = E_F - E_{Kern} \equiv \hbar\omega_{th}$. Durch die Anregung entsteht in der Nähe des Kerns ein positiv geladenes Loch, an dem die Leitungselektronen streuen. Dies bewirkt für $T = 0$ K eine Singularität in der Absorptionsintensität \mathcal{I} , gegeben durch

$$\mathcal{I}(\omega) \propto \frac{1}{(\omega - \omega_{th})^\gamma} \quad (5.1)$$

¹Fermi Edge Singularity

5 Fermikantensingularität

mit dem kritischen Exponenten γ . Die Intensität ist also direkt an der Fermikante maximal und nimmt für höhere Anregungsenergien ab.

Die *Emission* von Röntgenstrahlung kann gleichsam betrachtet werden: Auch hier entsteht eine Singularität in der Emissionsintensität für Leitungselektronen an der Fermikante.

5.1.1 Fermikantensingularität im resonanten Transport

Matveev und Larkin [55] übertrugen diesen Effekt der Fermikantensingularität auf den resonanten Transport. Sie untersuchten den Stromfluss durch eine positiv geladene Störstelle innerhalb einer Tunnelbarriere bei $T = 0$ K. Ist die Störstelle durch ein Elektron besetzt, dann wird das Störstellenpotential komplett durch das Elektron abgeschirmt. Verlässt das Elektron die Störstelle in Richtung Emitter, dann entsteht schlagartig ein positives Potential, an dem sowohl das tunnelnde Elektron als auch die Kollektorelektronen streuen. Anschaulich bewirkt dies, dass das tunnelnde Elektron nun auch höherenergetische Zustände im Kollektor besetzen kann [55]. Dies bewirkt eine Erhöhung der Tunnelrate, die umso stärker ist, je näher sich das Störstellenniveau an der Kollektorfermikante befindet. Es entsteht eine Singularität in der Stromstärke. Sie ist in der Nähe der Fermikante gegeben durch

$$I(V) \propto \frac{1}{(V - V_{th})^\gamma} . \quad (5.2)$$

Hierbei entspricht V_{th} der Spannung, bei der das Störstellenniveau in Resonanz mit der Fermienergie des Kollektors ist.

5.1.2 Fermikantensingularität bei InAs Quantenpunkten

Eine von der Form her zu (5.2) passende Stromerhöhung wurde in Kapitel 4.2.1 beim resonanten Transport durch InAs Quantenpunkte, Probe P518-1(50)K8, beobachtet, siehe auch Abb. 5.1 (a). Man erkennt deutlich die Stromerhöhung direkt an der Stufenkante.

Im Gegensatz zu [55] ist jedoch beim Einsetzen des resonanten Transportes der resonante Zustand *nicht* auf Höhe der Kollektorfermienergie. Resonanter Transport tritt vielmehr ein, wenn die Fermienergie des *Emitters* auf Höhe des Quantenpunktzustandes ist. Das Verlassen des Quantenpunktes und das

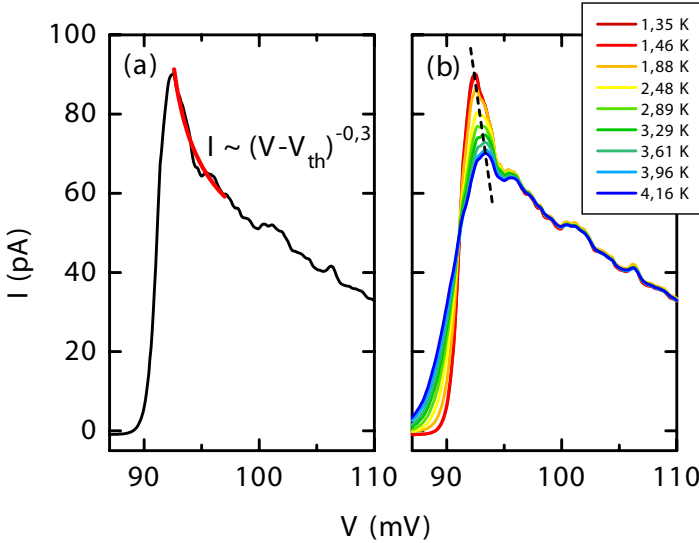


Abbildung 5.1: (a) Stromstufe bei $1,35\text{ K}$ und Fit mit (5.2) (Rot).

(b) Temperaturabhängigkeit der Stromstufe der Probe P518-1(50)K8 für $1,35$ bis $4,16\text{ K}$. Die Spannungsabhängigkeit des Strompeaks ist durch die gestrichelte Linie angedeutet.

resultierende positive Störstellenpotential in Ref. [55] entspricht demzufolge hier dem Besetzen des Quantenpunktes mit dem resultierenden negativen Potential. Dadurch entsteht in unserem Fall eine Singularität in der Emittertunnelrate.

Ein Fit der Stromerhöhung mit (5.2) ist in Abb. 5.1 (a) ebenfalls (in Rot) dargestellt. Wie man sieht, ergibt sich eine gute Übereinstimmung zur Theorie der Fermikantensingularität mit einem kritischen Exponenten $\gamma \approx 0,3$. Dieser Wert ist vergleichbar mit Fermikantensingularitäten beim Transport durch Störstellen ($\gamma \approx 0,22$) [56]. Ebenfalls wurden Fermikantensingularitäten beim 2D-0D Transport durch InAs Quantenpunkte beobachtet [57].

In Ref. [56] trat die Fermikantensingularität ebenfalls bei der Resonanz des 0D Zustandes mit der Emitter- und nicht mit der Kollektorfermienergie

auf.

Temperatur- und Spannungsabhängigkeit

Ein weiterer Unterschied zu Ref. [55] ist die Tatsache, dass diese Messungen bei endlichen Temperaturen durchgeführt wurden. Die Temperaturabhängigkeit der Stromstufe für Temperaturen von 1,35 bis 4,16 K ist in Abb. 5.1 (b) dargestellt. Die Stärke der Stromerhöhung nimmt rapide mit steigender Temperatur ab. Dies ist vergleichbar mit den Messungen in Ref. [56] und [57]. Auch wurde eine ähnliche Temperaturabhängigkeit einer Fermikantensingularität bei Messungen von so genanntem Random Telegraph Noise beobachtet [58].

Eine ebenfalls charakteristische Eigenschaft für Fermikantensingularitäten ist die Spannungsabhängigkeit der Strompeakposition. Für höhere Temperaturen verschiebt das Strommaximum zu höheren Spannungswerten [59]. Die gestrichelte Linie in Abb. 5.1 (b) verdeutlicht, dass dieser Effekt ebenfalls auf die hier vorgestellten Messungen zutrifft.

Theoretische Modellierung

Eine Formel, die die Temperaturabhängigkeit inklusive dem Stufenbereich beschreibt, wurde in Ref. [59] hergeleitet:

$$I(V, T') \propto \frac{1}{\pi} \text{Im} \left[\left(\frac{iD}{\pi k_B T'} \right)^\gamma \mathbf{B} \left(\frac{1-\gamma}{2} - i \frac{e\beta(V - V_{th})}{2\pi k_B T'}, \gamma \right) \right]. \quad (5.3)$$

Hierbei ist D eine charakteristische Energie, β der Hebefaktor und \mathbf{B} bezeichnet die Betafunktion:

$$\mathbf{B}(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)} \quad (5.4)$$

mit der Eulerschen Gammafunktion Γ . Die Temperatur T' ist definiert als

$$T' = \sqrt{T^2 + T_\Gamma^2} \quad (5.5)$$

wobei $k_B T_\Gamma$ der Linienbreite des Quantenpunktzustandes entspricht.

Das Ergebnis eines gleichzeitigen Fits aller Stromkurven mit (5.3) ist in Abb. 5.2 dargestellt. Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen

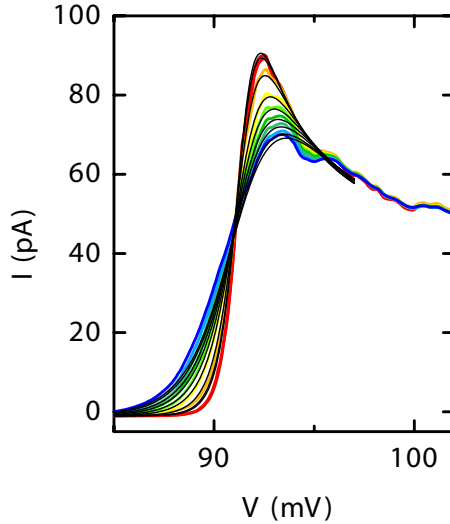


Abbildung 5.2: Die Stromstufe für verschiedene Temperaturen im Bereich 1,35 bis 4,16 K (farbig, siehe Abb. 5.1) und ein gleichzeitiger Fit aller Messdaten mittels (5.3) (schwarz).

Theorie und Messungen. Als Fitparameter ergeben sich ein kritischer Exponent $\gamma = 0,31$, ein Hebelfaktor $\beta = 0,24$ und eine Linienbreite $k_B T_\Gamma = 10,6 \cdot 10^{-5}$ eV.

Aus Gleichung (5.3) geht zudem hervor, dass die Strom-Spannungskennlinien bei einer FES für verschiedene Temperaturen auf einer einzigen Skalierungskurve liegen, wenn man IT'^γ gegenüber $e(V - V_{th})/k_B T'$ aufträgt [59]. Das Ergebnis ist in Abb. 5.3 zu sehen. Die gemessenen Stromkurven liegen im Bereich der Fermikantensingularität tatsächlich auf einer gemeinsamen Skalierungskurve.

Zusammenfassend lässt sich also festhalten, dass die in Abschnitt 4.2.1 gemessene Stromerhöhung in der Tat von dem Elektron-Elektron Wechselwirkungseffekt einer Fermikantensingularität herrührt.

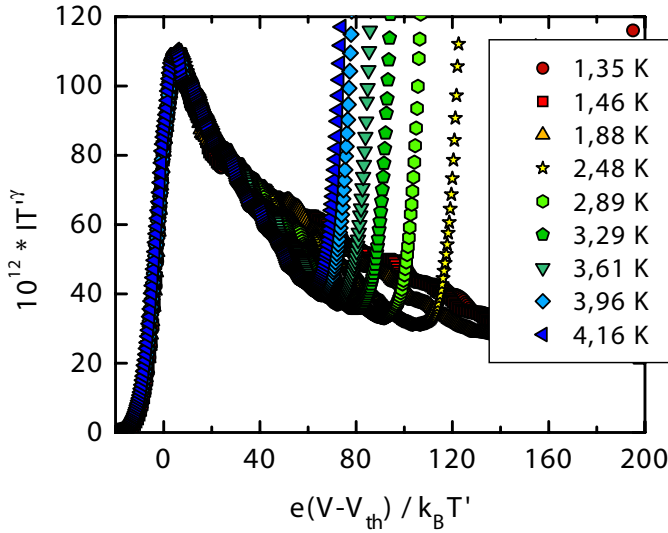


Abbildung 5.3: Die Stromkurven aus Abb. 5.1 und 5.2 mit reskalierten Achsen.

5.1.3 Fermikantensingularität im Magnetfeld

Dieser Effekt der Fermikantensingularität wurde auch bei Messungen an einer anderen Probe, P518-(T)K17, diesmal jedoch in einem parallel zur Stromrichtung angelegten Magnetfeld, untersucht. Die genaue Struktur der Probe ist in Tabelle 5.1 angegeben.

Die Strom-Spannungskennlinie dieser Probe ist in Abb. 5.4 bei keinem (links) und bei einem Magnetfeld von 14,9 T (rechts) zu sehen. Man erkennt fünf Stromstufen, die jeweils dem resonanten Transport durch fünf Quantenpunkte entsprechen. Gut erkennbar ist die peakartige Stromerhöhung im Magnetfeld, insbesondere bei der Betrachtung des letzten Strompeaks.

Zudem spaltet jede Stromstufe in zwei eng beieinander liegende Stufen auf. Der bei $B = 0$ T spinentartete Grundzustand jedes Quantenpunktes entspricht aufgrund des Zeemaneffektes jetzt zwei Zuständen mit unterschiedlichen Energien für die Spin- \uparrow bzw. Spin- \downarrow Elektronen. Demzufolge findet der resonante Transport auch bei unterschiedlichen Vorspannungen statt. Des

Probe	P518-(T)K17
Querschnittsfläche	$10 \times 10 \mu\text{m}^2$
Substrat (Wafer)	0,45 mm n ⁺ GaAs
Pufferschicht	1 μm n ⁺ GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n ⁻ GaAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs
untere Barriere AlAs II	4 nm AlAs
aktive Schicht	1,8 ML InAs
obere Barriere AlAs I	6 nm AlAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs
Pufferschicht	10 nm n ⁻ GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n ⁺ GaAs

Tabelle 5.1: Detaillierter Aufbau der Probe P518-(T)K17

Weiteren fällt auf, dass die fünf Stromstufen zu kleineren Einsatzspannungen verschoben sind. Die Ursache hierfür ergibt sich daraus, dass bei $B \geq 6$ T nur noch das unterste Landauband im Emitter besetzt ist [60]. Da ab diesem Punkt keine Umverteilung der Elektronen in niedrigere Landauniveaus mehr stattfinden kann und die Energie des untersten Landauniveaus mit steigendem Magnetfeld zunimmt, wächst in Folge dessen auch die Emitterfermienergie. Dies führt jetzt zu einer Erfüllung der Resonanzbedingung bei niedrigeren Spannungswerten.

Im Weiteren soll insbesondere auf das Verhalten der letzten in Abb. 5.4 hervorgehobenen Stromstufe eingegangen werden.

Temperaturabhängigkeit

Dazu wird zunächst die Temperaturabhängigkeit betrachtet, siehe Abb. 5.5. Genau wie in Abschnitt 5.1.2 nimmt die Stromerhöhung mit steigender Temperatur ab. Insbesondere fällt auf, dass die Stromerhöhung für den ersten Peak stärker ausgeprägt ist als für den zweiten Peak.

Da der Landé Faktor in InAs Quantenpunkten positiv ist [61, 62] identi-

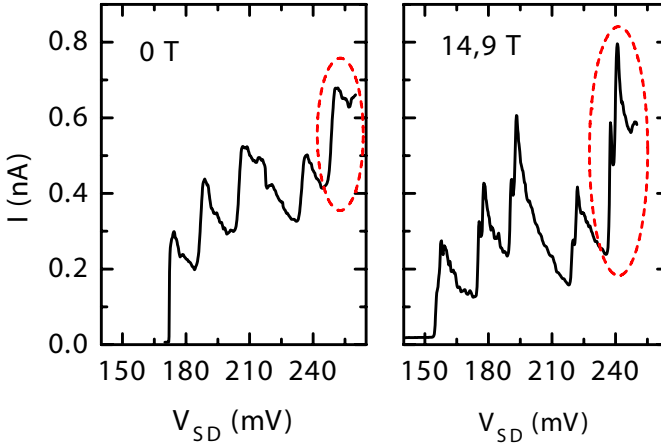


Abbildung 5.4: Strom-Spannungskennlinien der Probe P518-(T)K17 bei keinem Magnetfeld (links) und bei 14,9 T (rechts). Die im Weiteren genauer untersuchte Stromstufe ist besonders gekennzeichnet.

zieren wir den ersten Strompeak bei ≈ 238 mV als Tunnelstrom der Spin- \downarrow Elektronen und demzufolge den Peak bei ≈ 242 mV als Tunnelstrom der Spin- \uparrow Elektronen.

Um diese Strompeaks wie in Abschnitt 5.1.1 mit (5.3) zu fitten, muss in diesem Fall der Hintergrundstrom I_H , also der Strom durch den bei ≈ 225 mV in Resonanz kommenden Quantenpunkt, abgezogen werden. Da für 3D-0D-3D Tunneln der Tunnelstrom annähernd linear abnimmt (siehe Abschnitt 2.1.3), wurde I_H durch einen linearen Fit an den Strombereich vor der Spin- \downarrow Stufe bestimmt. Zudem handelt es sich bei den Messungen im Magnetfeld im Gegensatz zu Abschnitt 5.1.1 um zwei Fermikantensingularitäten bei unterschiedlichen Energien. Deshalb besteht die Fitfunktion hier aus einer Summe von 2 Beiträgen nach (5.3). Die nun resultierenden Fits der beiden Spin- \uparrow und Spin- \downarrow Peaks sind in Abb. 5.6 zu sehen. Da zwischen den einzelnen Messungen ein Zeitraum von insgesamt bis zu 6 Wochen liegt, sind die Spannungspositionen, bei denen die Emitterfermienergie mit dem Spin- \uparrow und dem Spin- \downarrow Grundzustand in Resonanz kommt, für die verschiedenen Temperaturen leicht unterschiedlich. Dies und die Tatsache, dass zwei

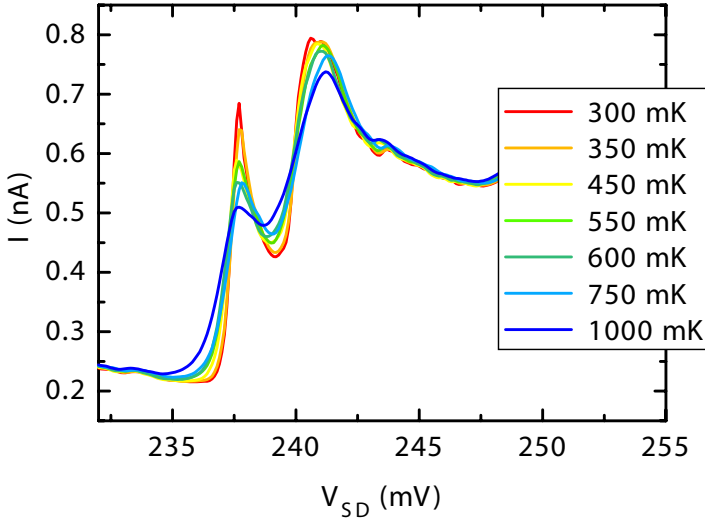


Abbildung 5.5: Temperaturabhängigkeit der Fermikantensingularität der Probe P518-(T)K17 bei 14,9 T.

Peaks gefittet werden mussten, machten einen gleichzeitigen Fit aller Stromkurven nicht praktikabel. Von daher wurden diese Fits — im Gegensatz zu den Fits in Abb. 5.2 — einzeln durchgeführt.

Als resultierende Fitparameter ergaben sich die kritischen Exponenten $\gamma_{\downarrow} = 0,46$, $\gamma_{\uparrow} = 0,24$ bis $0,26$, ein Hebelfaktor $\beta = 0,14$ bis $0,15$ und eine Linienbreite $k_B T_{\Gamma} = 3,4 \cdot 10^{-5}$ eV bis $4,3 \cdot 10^{-5}$ eV.

Trotz der einzeln durchgeführten Fits passen die Fitparameter sehr gut zusammen.

Es gibt nur leichte Abweichungen bei den Fits, und zwar für die zwei niedrigsten Temperaturen (300 und 350 mK). Der Maximalwert des Stromes beim Spin- \downarrow Peak wird nicht ganz erreicht. Vermutlich liegt dies jedoch an der bei niedrigen Temperaturen besonders ausgeprägten Doppelhöckerstruktur des zweiten Peaks, der die Fits zusätzlich erschwerte.

Aus den Fits kann man jetzt den Tunnelstrom der Spin- \downarrow extrahieren, indem man den gefitteten Spin- \uparrow Strom von den Messungen abzieht. Wenn

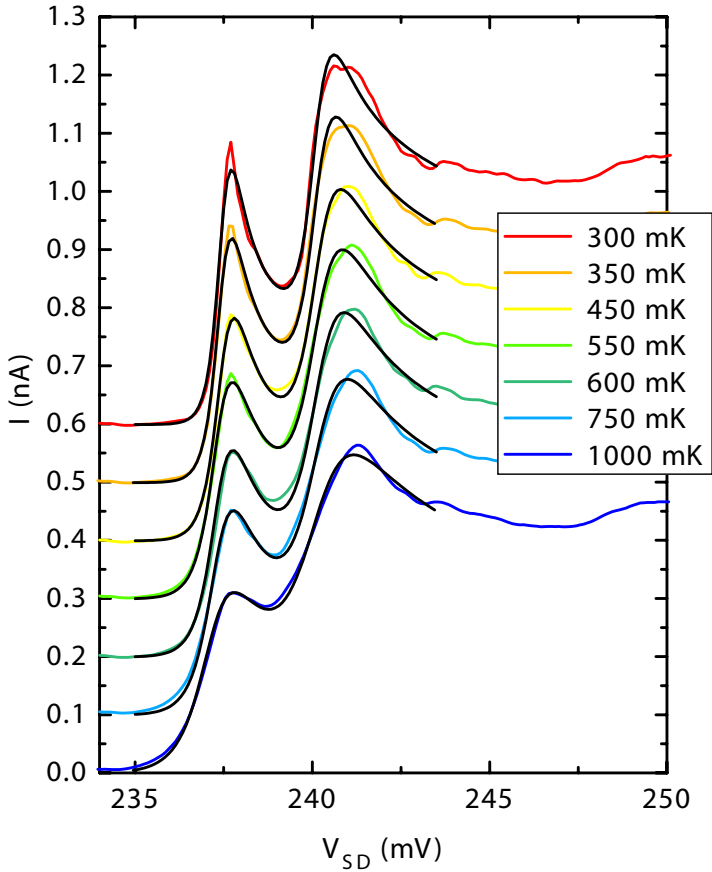


Abbildung 5.6: Temperaturabhängige Strom-Spannungskennlinien ohne Hintergrundstrom und Fits mit Gleichung (5.3).

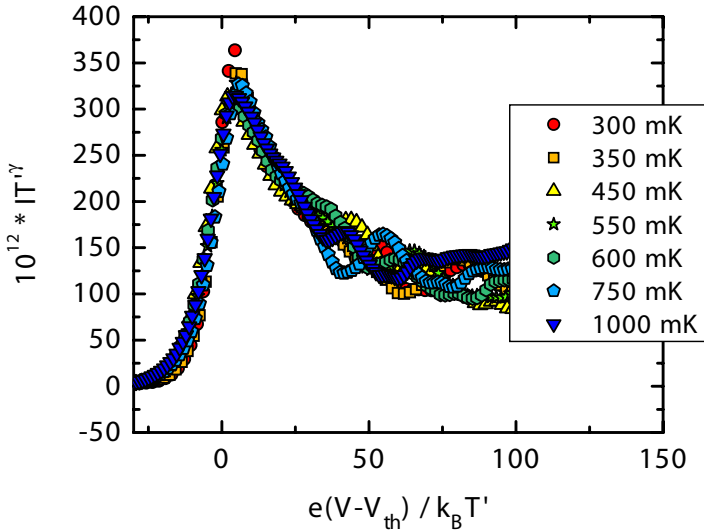


Abbildung 5.7: Die Stromkurven aus Abb. 5.6 mit reskalierten Achsen und abgezogenem Strombeitrag der Spin- \uparrow Elektronen.

man jetzt den Strom nach IT'^γ und die Spannung nach $e(V - V_{th})/k_B T'$ umskaliert, dann sollten die Strom-Spannungskennlinien, komplementär zu den Messungen ohne Magnetfeld, auf einer einzigen Skalierungskurve liegen. Das Resultat ist in Abb. 5.7 zu sehen. Bis auf die schon angesprochenen maximalen Stromwerte bei 300 und 350 mK ist dies durchaus der Fall.

5.2 Rauschmessungen

Parallel zu diesen Messungen wurde auch das zugehörige Stromrauschen aufgenommen. Im Gegensatz zu den bisherigen Rauschspektren besteht die Rauschleistung jedoch nicht nur aus einem weißen, frequenzunabhängigen Schrotrauschen. Es werden unter bestimmten Bedingungen weitere frequenzabhängige Rauschkomponenten beobachtet.

Die Rauschspektren an drei verschiedenen Spannungspositionen der Strom-

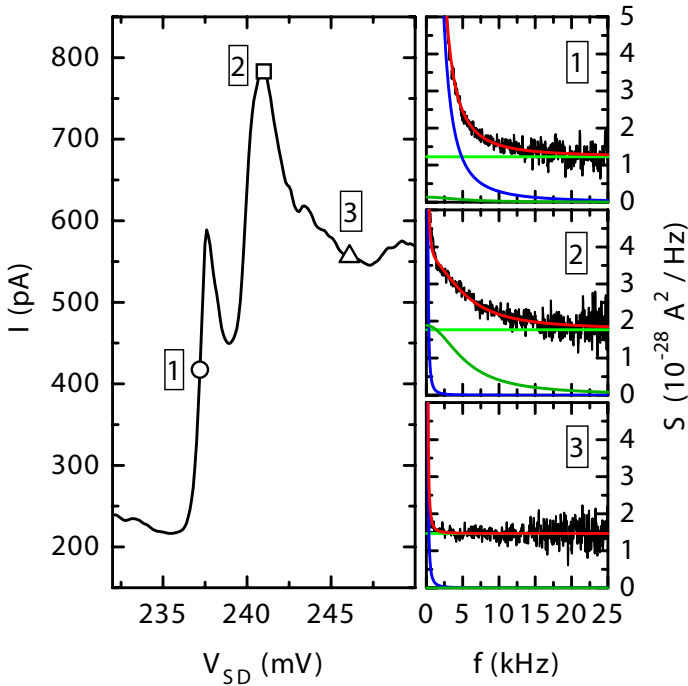


Abbildung 5.8: Links: Strom-Spannungskennlinie der Probe P518-(T)K17 bei 14,9 T und 450 mK. Drei Spannungspositionen „1“, „2“ und „3“ sind besonders gekennzeichnet. Rechts: Gemessene Rauschspektren bei „1“, „2“ und „3“. Hierbei zeigt „1“ eine $1/f^2$ -artige Überhöhung in der Rauschleistung. „2“ hingegen besitzt einen starken Lorentzanteil und „3“ zeigt reines Schrotrauschen. Zusätzlich sind für alle Rauschspektren Fits nach (5.9) (rot) mit den einzelnen Komponenten (blau: Lorentz mit Zeitkonstante τ_1 , dunkelgrün: Lorentz mit Zeitkonstante τ_2) und S_0 (hellgrün)) gezeigt.

kurve bei 14,9 T und 450 mK sind in Abbildung 5.8 zu sehen. Bei Spannungsposition „1“ weist das Rauschspektrum eine starke Überhöhung auf, die mit steigender Frequenz abnimmt. Bei Spannungsposition „2“ ist das Rauschspektrum ebenfalls überhöht. Allerdings ist die Überhöhung geringer und von anderer Form. Bei Spannungsposition „3“ schließlich zeigt sich keine Frequenzabhängigkeit — das Spektrum weist die für Schrotrauschen typische Frequenzunabhängigkeit auf. Das Rauschen ist weiß.

5.2.1 Lorentzrauschen

Es zeigt sich, dass die vorliegende Form der Rauschspektren aus folgenden Anteilen zusammengesetzt ist: Die Überhöhung an Spannungsposition „1“ zeigt eine deutliche $1/f^2$ -Abhängigkeit. Die Überhöhung an Spannungsposition „2“ hat die Form eines Lorentzrauschens, dessen Rauschleistung gegeben ist durch

$$S_L(f) = \frac{A\tau}{1 + (2\pi f\tau_L)^2} \quad (5.6)$$

mit einer charakteristischen Zeitkonstante τ_L . Dieses Lorentzrauschen entsteht typischerweise, wenn sich ein Zustand, häufig eine Störstelle, lädt und entlädt [63, 64]. Dieser Prozess bewirkt wiederum eine zeitabhängige Potentialänderung. Geschieht dies, dann beobachtet man eine Rauschleistung der Form (5.6). Die Zeit τ_L entspricht der mittleren Zeit dieses Lade- und Entladeprozesses, die gegeben ist durch

$$\frac{1}{\tau_L} = \frac{1}{\tau_{an}} + \frac{1}{\tau_{aus}}, \quad (5.7)$$

wobei τ_{an} und τ_{aus} die zeitlichen Mittel der geladenen bzw. nicht geladenen Störstelle sind.

Während die Beobachtung von Lorentzrauschen in Halbleitern nichts Ungewöhnliches ist, finden sich in der gängigen Literatur so gut wie keine Messungen von $1/f^2$ -Rauschen. In Halbleitern liegt der Koeffizient δ bei $1/f^\delta$ -Rauschen in der Regel eher bei $\delta \approx 1$. Es ergibt sich jedoch aus (5.6), dass für große Zeiten τ_L das Lorentzrauschen ab einer gewissen Grenzfrequenz $f_G = 2\pi/\tau_L$ von einem $1/f^2$ -Rauschen nicht zu unterscheiden ist:

$$\frac{A\tau_L}{1 + (2\pi f\tau_L)^2} \xrightarrow{(2\pi f\tau_L)^2 \gg 1} \frac{A}{4\pi^2\tau_L} \frac{1}{f^2} \quad (5.8)$$

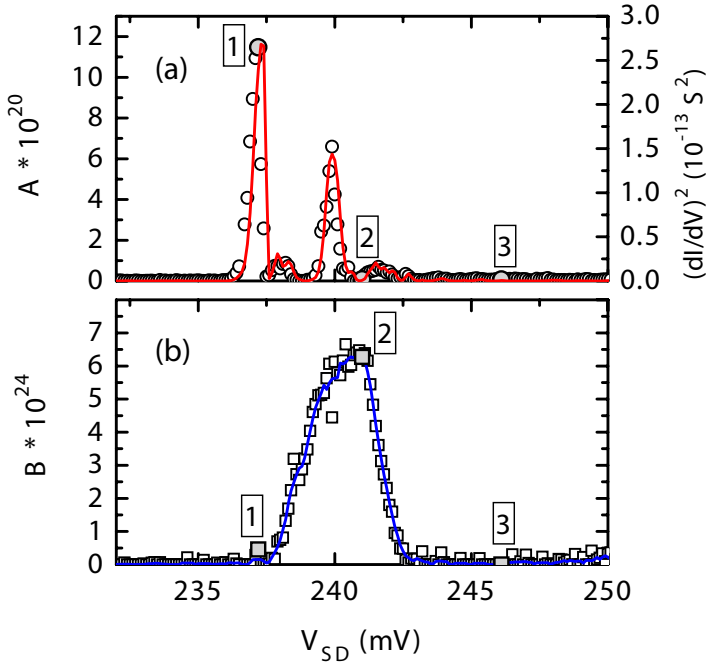


Abbildung 5.9: (a) Aus Gleichung (5.9) erhaltener Vorfaktor A (Kreise, linke Achse) und quadratische differentielle Leitfähigkeit $(G_{diff})^2$ (rote durchgezogene Linie, rechte Achse) der Messung bei 14,9 T und 450 mK. (b) Vorfaktor B (Kreise) und 5 Punkte Boxcar Mittelung (durchgezogene Linie). Die Vorfaktoren der Spektren „1“, „2“ und „3“ (siehe Abb. 5.8) sind besonders hervorgehoben.

Da die gemessenen Rauschspektren für Frequenzen unterhalb von $f \approx 1$ kHz zudem einen $1/f$ Anteil aufweisen, ist für kleinere Grenzfrequenzen f_G das Lorentzrauschen bei den hier vorliegenden Messungen nicht vom $1/f^2$ -Rauschen zu unterscheiden. Von daher erscheint es plausibel, das $1/f^2$ -Rauschen als ein Lorentzrauschen mit langer Zeitkonstante zu interpretieren. Ausgehend von

diesen Überlegungen wurden die Spektren mit folgender Funktion gefittet:

$$S(f) = \frac{A\tau_1}{1 + (2\pi f\tau_1)^2} + \frac{B\tau_2}{1 + (2\pi f\tau_2)^2} + S_0, \quad (5.9)$$

wobei τ_1 dem langsamen und τ_2 dem schnellen Prozess entsprechen. S_0 gibt die Stärke des Schrotrauschens an. Die resultierenden Fits mit festen Zeiten $\tau_1 = 1$ s und $\tau_2 = 3 \cdot 10^{-5}$ s sind in Abb. 5.8 durch die roten Linien gegeben. Zudem sind die beiden Lorentzfits (blau: Lorentz mit Zeitkonstante τ_1 , dunkelgrün: Lorentz mit Zeitkonstante τ_2) und S_0 (hellgrün) aufgetragen. Die Spektren lassen sich hervorragend über den gesamten Spannungsbereich anfiten. Die resultierenden Vorfaktoren A und B sind in Abb. 5.9 gezeigt.

Zudem ist in Abb. 5.9 (a) noch die quadrierte differentielle Leitfähigkeit $G_{diff}^2 = (dI/dV)^2$ aufgetragen. Wie man erkennt, ist die Stärke dieses Lorentzrauschens direkt proportional zu G_{diff}^2 . Solch ein Verhalten ist typisch für einen Zustand, der sich direkt neben dem Quantenpunkt, durch den resonanter Transport erfolgt, befindet. Durch das abwechselnde Laden und Entladen entsteht ein zeitabhängiges Potential, das die Zustände im Quantenpunkt relativ zur Emitterfermienergie verschiebt. Das hieraus resultierende Stromrauschen ist umso stärker, je sensibler das System auf Energieänderungen des Zustandes reagiert — je größer also die differentielle Leitfähigkeit ist. Die Amplitude A des Lorentzrauschens ist dann direkt proportional zur quadrierten differentielle Leitfähigkeit: $A \propto G_{diff}^2$ [65].

Sollte es sich bei diesem Zustand in der Nähe des Quantenpunktes um eine Störstelle handeln, dann erwartet man zudem eine Temperaturabhängigkeit einer der beiden Raten $1/\tau_{an}$ oder $1/\tau_{aus}$ der Form [21]

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} \exp\left(\frac{-\Delta E}{k_B T}\right), \quad (5.10)$$

je nachdem, ob sich der Zustand ober- oder unterhalb der Fermienergie befindet. Nach (5.7) sollte sich dann auch die Gesamtrate $1/\tau_L$, bzw. in diesem Fall $1/\tau_1$ ändern.

Aufgrund der sehr langen Zeitkonstante des Lorentzrauschens ist nach (5.8) die Stärke der Rauschleistung direkt proportional zu A/τ_1 . Für die Fits bedeutet dies, dass eine ganz Schar von Fitparametern A und τ_1 zu dem gleichen Fitergebnis führt. Von daher wurde die Zeitkonstante τ_1 mit 1 s festgelegt. Diese Abhängigkeit von A zu τ_1 und die daraus folgende

5 Fermikantensingularität

Festsetzung von τ_1 bedeutet jedoch auch, dass eine temperaturabhängige Änderung nach (5.10) von einer der beiden Raten $1/\tau_{an}$ und $1/\tau_{aus}$ sich nicht direkt aus dem Fitparameter τ_1 ablesen lässt.

Jedoch besteht noch eine andere Möglichkeit, eine etwaige Temperaturabhängigkeit von τ_1 aus den Fitparametern zu gewinnen. Wie weiter oben schon festgestellt, ist der Parameter A direkt proportional zu G_{diff}^2 . Da zudem der Proportionalitätsfaktor im Wesentlichen von der kapazitiven Kopplung des sich ladenden und entladenden Zustandes zum Quantenpunkt abhängt, ist keine Temperaturabhängigkeit dieses Faktors zu erwarten. Sollte er sich dennoch mit der Temperatur ändern, so deutet dies aufgrund der Abhängigkeit A/τ_1 darauf hin, dass sich in Wirklichkeit die Zeitkonstante τ_1 geändert hat. Es zeigt sich jedoch, dass die Proportionalitätskonstante für die Messung bei $T = 1$ K identisch mit der Messung bei $T = 450$ mK ist. Von daher scheinen sich τ_1 und damit auch τ_{an} und τ_{aus} nicht mit der Temperatur zu ändern. Dies legt nahe, dass der sich ladende und entladende Zustand keine Störstelle, sondern möglicherweise ein sich direkt in der Nähe befindlicher sehr schwach leitender Quantenpunkt ist, da in diesem Fall die Raten $1/\tau_{an}$ oder $1/\tau_{aus}$ den Tunnelraten Θ_E und Θ_C entsprechen und dementsprechend temperaturunabhängig sind.

Die Amplitude B des zweiten Lorentzrauschens (Abb. 5.9 (b)) weist hingegen keine Abhängigkeit von der differentiellen Leitfähigkeit auf. Dieser Zustand befindet sich demnach *nicht* in der Nähe des Quantenpunktes, sondern scheint vielmehr einen anderen Strompfad zu beeinflussen. Wie diese genaue Beeinflussung erfolgt, ist unklar. Er kann zum Einen an einen anderen resonanten, schwach leitenden Zustand ankoppeln. Dann wäre die Amplitude B wiederum proportional zum Quadrat der differentiellen Leitfähigkeit dieses wenig Strom tragenden Pfades. Zum Anderen ist es auch denkbar, dass die Gesamtzahl der Ladungsträger dieses Strompfades durch Generations- und Rekombinationsprozesse an Dotieratomen statistischen Fluktuationen unterworfen ist. Befinden sich diese Dotieratome bei einer diskreten Energie, dann führt dies ebenfalls zu einem Lorentzrauschen. In diesem Fall ist die Amplitude B proportional zum Quadrat des *Gesamtstromes* I_L^2 dieses Strompfades [20, 21].

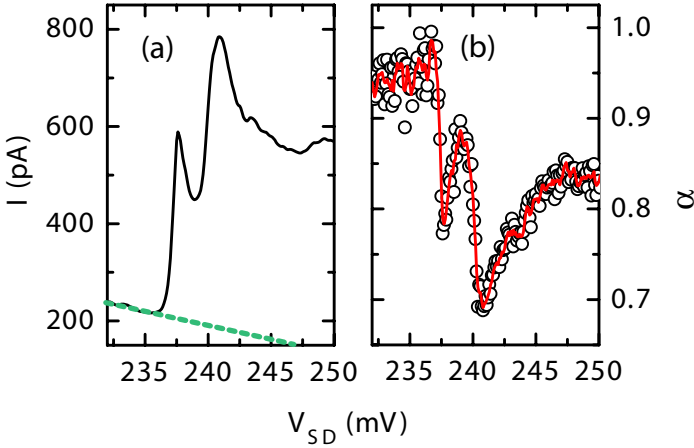


Abbildung 5.10: (a) Dieselbe Strom-Spannungskennlinie wie in Abb. 5.8 (durchgezogene Linie) und der linear abnehmende Hintergrundstrom I_H (gestrichelt). (b) Der aus der gefitteten Rauschleistung S_0 bestimmte Fanofaktor α (Kreise). Die Kurve ist eine 3 Punkte Boxcar Mittelung.

5.2.2 Fanofaktor

Zusätzlich zu den Fitparametern des Lorentzrauschens erhält man aus (5.9) auch direkt die Stärke des Schrotrauschens S_0 , zu sehen als horizontale Linien im rechten Teil von Abb. 5.8. Der resultierende Fanofaktor $\alpha = S_0/2eI$ ist im rechten Teil von Abb. 5.10 aufgetragen.

Dieser Fanofaktor, und damit die Schrotrauschleistung, enthält jedoch aufgrund des Ensembleeffektes (Abschnitt 4.2.2) auch Anteile des Transportes durch die vorherigen, also bei niedrigerer Vorspannung resonanten Quantenpunkte. Die Stromstärke von $I \approx 200$ pA bei $V_{SD} = 235$ mV, in Abb. 5.10 links zu sehen, macht deutlich, dass dieser Effekt nicht vernachlässigt werden kann, will man nur das Schrotrauschen der Fermikantensingularität betrachten. Von daher muss dieser Beitrag von der Gesamttrauschleistung abgezogen werden. Wie in Abschnitt 5.1.1 bereits erläutert wurde, nimmt der Anteil des Hintergrundstromes I_H linear mit ansteigender Vorspannung ab (ebenfalls angedeutet in Abb. 5.10). Der Fanofaktor setzt sich nach (4.7)

5 Fermikantensingularität

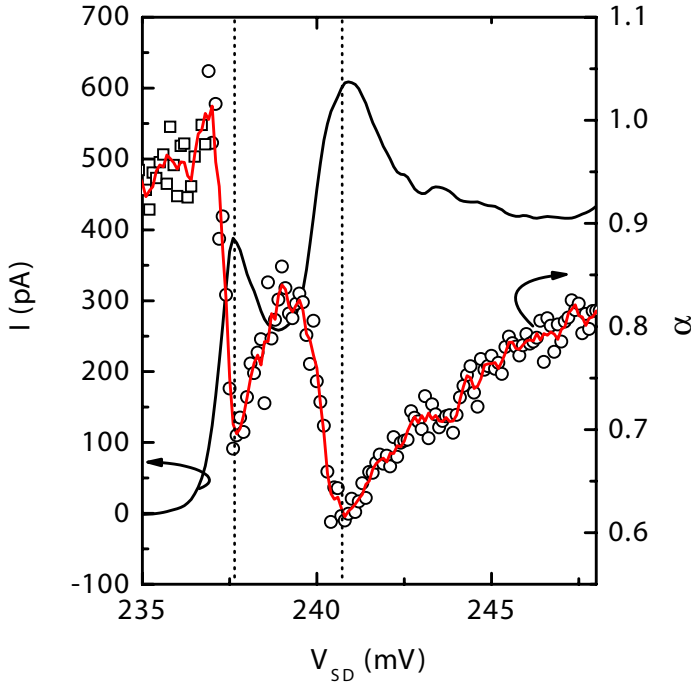


Abbildung 5.11: Mithilfe von (5.11) bestimmter Strom I_{FES} (schwarze Kurve, linke Achse) und Fanofaktor α_{FES} (Kreise). Die Quadrate entsprechen noch dem Gesamtfanofaktor α aus Abb. 5.10 (b). Die rote Kurve ist eine 3 Punkte Boxcar Mittelung des Fanofaktors.

folgendermaßen zusammen:

$$\alpha = \alpha_H \frac{I_H}{I_G} + \alpha_{FES} \frac{I_{FES}}{I_G} , \quad (5.11)$$

mit dem Gesamtstrom $I_G = I_H + I_{FES}$ und den Fanofaktoren α_H , resultierend aus dem Stromrauschen I_H , und α_{FES} , dem Fanofaktor der Fermikantensingularität.

Der Fanofaktor des Hintergrundstromes hat kurz vor der Stromstufe bei $V_{SD} = 235,9$ mV einen Wert von $\alpha_H = 0,95$. Eine lineare Verlängerung

des Hintergrundstromes zeigt, dass dieser erst bei $V_{SD} \approx 270$ mV den Wert $I_H = 0$ pA erreicht. Während dieses Bereiches wird ein ebenfalls annähernd linearer Anstieg des Fanofaktors α_H von 0,95 auf $\alpha_H = 1$ erwartet (siehe Abschnitt 4.2.2). Da der interessante Bereich der Fermikantensingularität sich von $V_{SD} \approx 236$ mV bis $V_{SD} \approx 245$ mV erstreckt und sich der Fanofaktor in diesem Bereich vorraussichtlich um nur 0,01 ändert und zudem der Einfluss des Hintergrundstromes auf den Fanofaktor kleiner wird (siehe (5.11)), wird der Fanofaktor α_H für die Berechnung von α_{FES} mittels (5.11) als konstant mit $\alpha_H = 0,95$ angenommen.

Der aus dieser Überlegung resultierende Fanofaktor α_{FES} ist zusammen mit dem Strom I_{FES} in Abbildung 5.11 aufgetragen. Die quadratischen Symbole entsprechen jedoch noch dem Gesamtfanofaktor, vgl. Abb. 5.10. In diesem Bereich ist der Strom I_{FES} noch zu gering, um einen verlässlichen Wert für den Fanofaktor α_{FES} zu bestimmen. Ab $V_{SD} = 236,9$ mV ist der Strom schließlich groß genug ($I_{FES} \geq 92$ pA) und α_{FES} kann nach (5.11) bestimmt werden. Dies entspricht dann den runden Symbolen.

Der resultierende Fanofaktor hat ein lokales Minimum von $\alpha = 0,68$ beim Einsetzen des resonanten Transportes durch das Spin- \uparrow Niveau bei $V_{SD} = 237,6$ mV (erste gestrichelte Linie) und steigt danach kontinuierlich an, bis er beim Einsetzen des resonanten Transportes durch das Spin- \downarrow Niveaus wieder auf ein lokales Minimum von $\alpha = 0,61$ bei $V_{SD} = 240,8$ mV (zweite gestrichelte Linie) fällt. Diese maximale Unterdrückung des Schrotrauschens jeweils beim Einsetzen des resonanten Transportes passt zu dem erwarteten Verhalten einer Doppelbarrierenstruktur mit dickerer Emitterbarriere (siehe Abschnitt 4.2.2). Der große Unterschied besteht jedoch in dem darauf folgenden Anstieg des Fanofaktors. Normalerweise steigt der Fanofaktor langsam über mehrere zehn mV an. Hier erstreckt sich der Spannungsbereich des Anstiegs jedoch über eine Distanz von nur 1,4 mV (237,6 bis 239 mV). Dies ist nur ein Bruchteil des erwarteten Spannungsbereiches.

Der Anstieg in Abschnitt 4.2.2 resultierte aus der Energieabhängigkeit der Emitterzustandsdichte und der damit verbundenen Modulation der Emittertunnelrate. Bei der hier betrachteten Fermikantensingularität tritt jedoch noch eine zusätzliche, wesentlich stärkere Modulation der Emittertunnelrate auf. Die Fermikantensingularität bewirkt eine Spannungsabhängigkeit $\Theta_E \propto (V - V_{th}^*)^{-\gamma}$ (siehe (5.13)). Berücksichtigt man dies, dann entspricht ein rapider Anstieg des Fanofaktors durchaus dem erwarteten Verhalten.

5 Fermikantensingularität

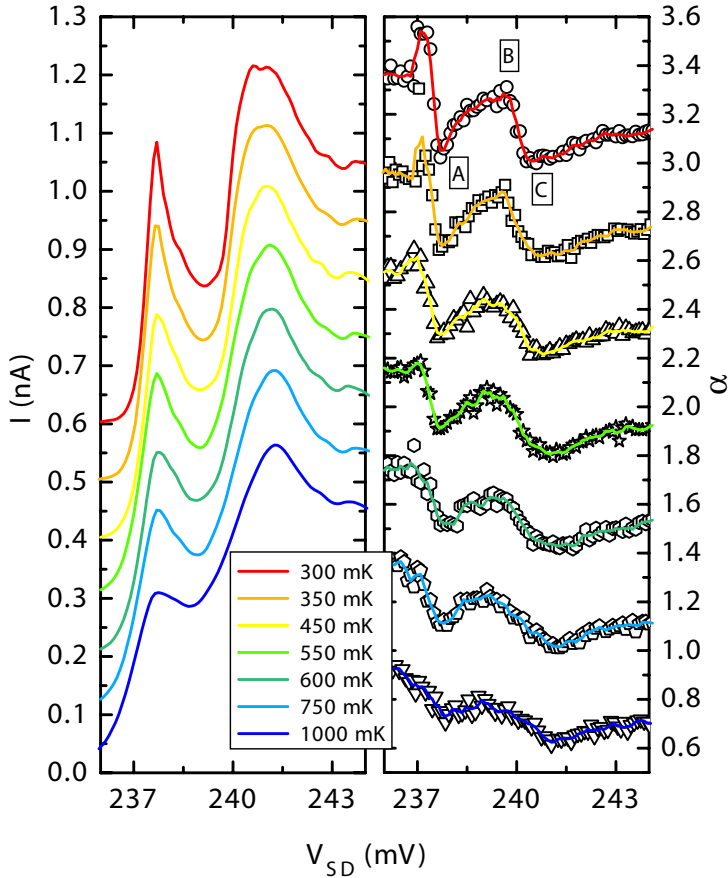


Abbildung 5.12: Links: Ströme I_{FES} für verschiedene Temperaturen. Zur besseren Unterscheidbarkeit besitzen die Kurven einen temperaturabhängigen Offset von jeweils 100 pA. Rechts: Zugehörige Fanfaktoren (Symbole) mit einem temperaturabhängigen Offset von jeweils 0,2. Die Kurven sind eine 3 Punkte Boxcar Mittelung.

T (mK)	α (A)	α (B)	α (C)
300	0,62	0,91	0,60
350	0,64	0,91	0,62
450	0,68	0,86	0,61
550	0,71	0,88	0,60
600	0,72	0,85	0,62
750	0,70	0,85	0,61
1000	0,71	0,81	0,61

Tabelle 5.2: Temperaturabhängige Minima (A, C) und Maxima (B) des Fanofaktors aus Abb. 5.12

In Abb. 5.12 ist die Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors gezeigt. Um die verschiedenen Fanofaktoren und Stromkurven besser aufzulösen, sind sie mit einem temperaturabhängigen Offset von jeweils 100 pA (I) bzw. 0,2 (α) aufgetragen. Gut erkennbar ist, dass die Unterdrückung und Modulation des Fanofaktors beim ersten Strompeak mit steigender Temperatur abnimmt. Um dies zu verdeutlichen, sind die lokalen Maxima und Minima an den Positionen A, B und C in Tabelle 5.2 aufgetragen.

Das Minimum des Fanofaktors steigt für $\alpha = 0,62$ bei $T = 300$ mK auf $\alpha = 0,71$ bei $T = 1000$ mK. Dies passt ebenfalls zu dem erwarteten Verhalten bei einer Fermikantensingularität, da die Strom- und damit die Θ_E -Erhöhung mit steigender Temperatur abnimmt. Unklar ist jedoch, warum das Minimum des Fanofaktors an der zweiten Resonanz so gut wie keine Temperaturabhängigkeit zeigt, obwohl die Stromstärke durchaus temperaturabhängig ist (siehe auch Abb. 5.5).

Nachdem der Verlauf des Fanofaktors qualitativ verstanden scheint, soll im Weiteren der Versuch unternommen werden, ihn im Bereich des ersten Strompeaks auch quantitativ zu beschreiben.

5.2.3 Kollektortunnelrate

Das grundsätzliche Problem besteht zunächst darin, dass in den bisherigen Formeln des Stromverlaufes im Bereich der Fermikantensingularität, siehe (5.2) und (5.3), die Kollektortunnelrate Θ_C als so groß angenommen wurde,

5 Fermikantensingularität

dass sie vernachlässigt werden konnte. Wechselwirkungseffekte wie Coulombblockade konnten deshalb nicht berücksichtigt werden.

Während eine vergleichsweise geringere und damit nicht mehr komplett vernachlässigbare Tunnelrate Θ_C die Strompeakerhöhung durch die FES lediglich abschwächt [55], ist ihre Auswirkung auf das Schrotrauschen und somit auf den Verlauf des Fanofaktors wesentlich stärker. Die Stärke der Unterdrückung des Schrotrauschens beim resonanten Transport durch InAs Quantenpunkte, siehe Abschnitt 4.2.2, ist gleichsam ein Maß für die Symmetrie der Tunnelraten Θ_E und Θ_C . Die Tatsache, dass es gerade im Bereich der Fermikantensingularität zu einem Minimum des Fanofaktors (siehe Abb. 5.11) und somit zu einer maximalen Unterdrücken des Rauschens kommt, legt nahe, dass die Kollektortunnelrate bei der Analyse der Rauschmessungen nicht mehr vernachlässigt werden kann.

Eine Formel, die den Stromverlauf der FES unter Einbeziehung der Kollektortunnelrate beschreibt, findet sich in Ref. [55]. Sie lautet:

$$I(V) \propto \frac{\Theta_E(V)\Theta_C}{\Theta_E(V) + \Theta_C}, V \geq V_{th}^* . \quad (5.12)$$

mit der spannungsabhängigen Emittertunnelrate

$$\Theta_E(V) = \Theta_E^0 \left(\frac{D}{e(V - V_{th}^*)} \right)^\gamma . \quad (5.13)$$

Im Gegensatz zu (5.3) kann sie jedoch nicht den Stromverlauf im Stufenanstiegsbereich beschreiben, da sie, insbesondere für Tunnelraten gleicher Größenordnung, nur für Spannungen nicht direkt an der Schwellspannung, $e|V - V_{th}^*| \gg \Gamma_E + \Gamma_C$, gilt. Zudem enthält sie, ebenfalls im Gegensatz zu (5.3), keine Temperaturabhängigkeit.

Formel (5.12) ist, abgesehen von der nach (5.13) gegebenen Spannungsabhängigkeit der Emittertunnelrate, identisch mit der allgemeinen Formel des resonanten Transport durch *einen* Zustand [48]:

$$I = \frac{e\Theta_E\Theta_C}{\Theta_E + \Theta_C} . \quad (5.14)$$

Zu (5.14) existiert zusätzlich eine Formel für die Beschreibung des Fanofaktors [48]:

$$\alpha = 1 - \frac{2\Theta_E\Theta_C}{(\Theta_E + \Theta_C)^2} . \quad (5.15)$$

Von daher liegt es nahe, zu überprüfen, ob der Verlauf des Fanofaktors im Bereich der Fermikantensingularität mit Gleichung (5.15) und einer nach (5.13) gegebenen Emittertunnelrate beschrieben werden kann:

$$\alpha = 1 - \frac{2\Theta_E(V)\Theta_C}{(\Theta_E(V) + \Theta_C)^2}. \quad (5.16)$$

Dazu wird zunächst aus dem Fanofaktor bei 247 mV das Verhältnis von Kollektor- zu Emittertunnelrate mit Hilfe von (4.6) mit $f_E = 1$ bestimmt. Die allgemeine Formel (4.6) ist hier anwendbar, da die Spannungsposition von 247 mV genügend weit von den Stromerhöhungen entfernt ist, sodass der Einfluss der Fermikantensingularität vernachlässigt werden kann. Einsetzen des Verhältnisses in die allgemeine Stromformel (4.3) ergibt dann direkt Θ_C .

Mithilfe von Θ_C wurden dann die temperaturabhängigen Strom-Spannungskennlinien des ersten Strompeaks mit (5.13) gefittet. Da (5.13) nur für $T = 0$ K gilt, wurde der Fit nur für Spannungen durchgeführt, bei denen die Fermiverteilungsfunktion einen Wert $f_E \geq 0,95$ hat.² Die Messungen bei 750 mK und 1 K wurden nicht gefittet, da bei ihnen aufgrund dieser Bedingung der Spannungsbereich für verlässliche Stromfits zu klein wird. Zudem wurde der Einfluss des zweiten Strompeaks auf den Stromfit minimiert, indem der in Abschnitt 5.1.3 gefittete Strombeitrag der zweiten FES vom Gesamtstrom abgezogen wurde.

Das Ergebnis ist in Abb. 5.13 zu sehen. Die Theorie zeigt für den Stromverlauf gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Für den kritischen Exponenten ergeben sich Werte zwischen $\gamma = 0,42$ und $\gamma = 0,46$ in guter Übereinstimmung mit den Messungen in Abschnitt 5.1.3. Setzt man die aus den Stromfits erhaltenen Parameter nun in (5.16) ein, so ergeben sich Werte für den Fanofaktor, die im rechten Teil von Abb. 5.13 aufgetragen sind. Insbesondere im Bereich maximaler Stromerhöhung aufgrund der FES zeigt der gemessene Fanofaktor eine wesentlich stärkere Unterdrückung als der nach (5.16) berechnete.

Die testweise verwendete Formel (5.16), die, abgesehen von der Spannungsabhängigkeit von Θ_E , als Elektron-Elektron Wechselwirkungseffekt nur die Coulombabstoßung auf dem Quantenpunkt beinhaltet, zeigt also keine Übereinstimmung mit dem Schrotrauschen einer Fermikantensingularität. Viel-

²Für die Berechnung der Fermiverteilungsfunktion wurden die Fitparameter aus den Stromfits (Abb. 5.6) verwendet.

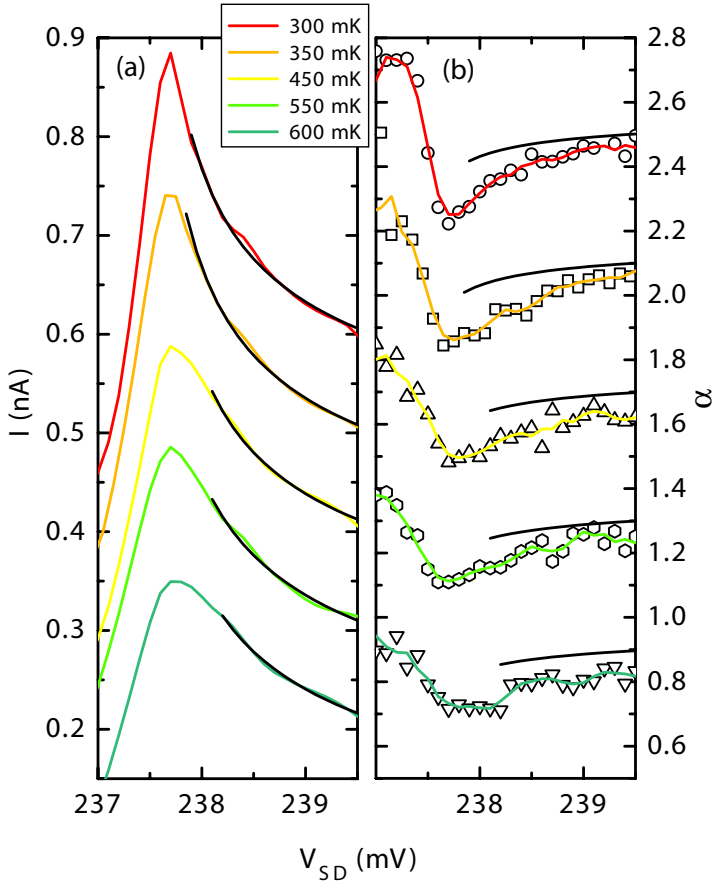


Abbildung 5.13: (a) Temperaturabhängigkeit des ersten Strompeaks (Spin- \downarrow) von 300 bis 600 mK nach Abzug des aus (5.3) bestimmten Beitrag des zweiten Peaks (Spin- \uparrow). Die Stromkurven haben einen temperaturabhängigen Offset von jeweils 100 pA. In Schwarz sind Fits nach (5.13) gezeigt. (b) Zugehörige Fanfaktoren (Symbole, Offset 0,4) und 3 Punkte Boxcar Mittelung (Farbig). Die schwarzen Linien stellen den berechneten Verlauf des Fanfaktors dar.

mehr ist eine theoretische Beschreibung des Fanofaktors nötig, die die Vielteilchenwechselwirkungseffekte zwischen den Leitungselektronen und dem auf dem Quantenpunkt lokalisierten Elektron berücksichtigt. Der Einfluss von solchen Wechselwirkungseffekten wird insbesondere bei der Betrachtung des Schrotrauschens im Kondo Regime, also im Bereich sehr starker Kopplung, deutlich. Hier wurde eine deutliche Schrotrauscherhöhung von $\alpha = 5/3$ sowohl theoretisch vorhergesagt [66, 67, 68], als auch experimentell bestätigt [69].

5.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde eine peakartige Stromerhöhung, die beim Einsetzen des resonanten Transportes durch Quantenpunkte auftrat, genauer untersucht. Dieser Effekt wurde sowohl bei Messungen mit einem angelegten Magnetfeld von 14,9 T als auch bei Messungen ohne ein äußeres Magnetfeld beobachtet. Die Erhöhung weist sowohl eine charakteristische Temperatur- als auch Spannungsabhängigkeit auf. Es konnte gezeigt werden, dass dieses Verhalten durch einen Elektron-Elektron Wechselwirkungseffekt — eine sogenannte Fermikantensingularität — ausgelöst wird. Aus Fits, denen die in Ref. [59] hergeleitete Formel (5.3) zugrunde lag, ergaben sich kritische Exponenten von $\gamma = 0,46$ für die Messungen mit bzw. $0,31$ ohne Magnetfeld. Diese Werte bewegen sich in der Größenordnung von Messungen von Fermikantensingularitäten beim Transport durch InAs Quantenpunkte ($\gamma = 0,46$) [61] bzw. durch Störstellen ($\gamma = 0,22$) [56].

Des Weiteren wurden die Rauscheigenschaften der Magnetfeldmessungen analysiert. Der Fanofaktor wies eine maximale Unterdrückung parallel zu der maximalen Stromerhöhung durch die FES auf. Da in der Literatur keine Theorie für das Schrotrauschen an einer Fermikantensingularität vorhanden ist, wurde überprüft, ob sich das Verhalten des Fanofaktors durch Einsetzen der nach (5.13) gegebenen spannungsabhängigen Emittiertunnelrate in die Standardformel für den resonanten Transport durch einen Quantenpunkt beschreiben lässt. Die hieraus resultierende Form des Fanofaktors passte jedoch nicht zu den Messergebnissen — die beobachtete Unterdrückung war wesentlich stärker. Es ist demnach eine Theorie vonnöten, die die der FES zugrunde liegenden Wechselwirkungseffekte zwischen den Leitungselektronen und dem Elektron auf dem Quantenpunkt mit berücksichtigt.

5 Fermikantensingularität

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

In diesem Kapitel werden sogenannte selbstorganisierte Doppelquantenpunkte untersucht.

Sie entstehen, wenn man zusätzlich zu der 1,8 ML dicken Schicht InAs aus Kapitel 4 eine weitere, durch AlAs getrennte, Schicht auf diese aufwächst. Der genaue Aufbau ist in Abschnitt 6.1 dargestellt. Des Weiteren werden die Strom-Spannungskennlinien — insbesondere die für Doppelquantenpunkte charakteristischen, lorentzförmigen Strompeaks — untersucht. Anschließend wird deren Rauschverhalten betrachtet. Das Kapitel schließt mit dem Transportverhalten der Doppelquantenpunkte in einem senkrecht zur Stromrichtung angelegtem Magnetfeld.

6.1 Probenaufbau

In Abb. 6.1 (a) ist der schematische Aufbau der Heterostruktur, die die InAs Doppelquantenpunkte enthält, skizziert. Die genaue Schichtstruktur ist in Tabelle 6.1 angegeben.

Die Struktur unterscheidet sich nicht sonderlich von der Heterostruktur mit den Einzelquantenpunkten aus Abschnitt 4.1, siehe auch Abb. 4.1 (a). Die Zuleitungen sind gleich aufgebaut. Der einzige Unterschied besteht in den zusätzlichen 1,8 ML InAs und der weiteren AlAs Tunnelbarriere (AlAs I in Abb. 6.1 (a)).

Diese weitere Lage InAs, eingebettet in AlAs, bewirkt, dass sich — ebenfalls wieder durch das Stranski-Krastanov Wachstum — selbstorganisierte InAs Quantenpunkte ausbilden. Sie bilden sich vorzugsweise direkt oberhalb der Quantenpunkte aus der ersten Schicht InAs [70]. Dies liegt darin begründet, dass das Kristallgitter des AlAs an diesen Stellen leicht verspannt

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

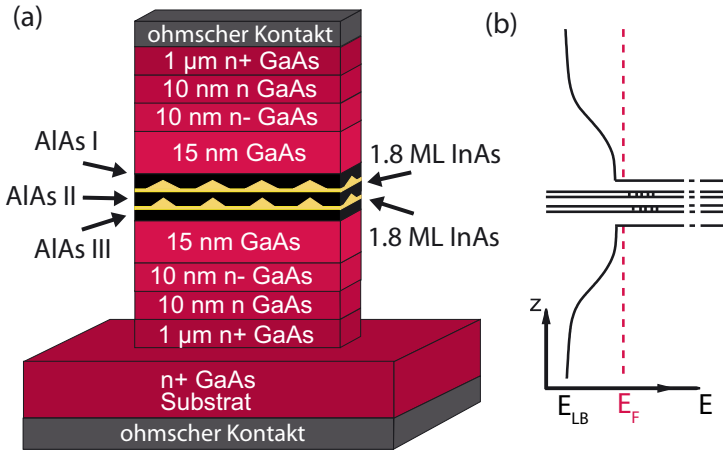


Abbildung 6.1: (a) Schemaskizze der AlAs/GaAs Heterostruktur in denen sich die InAs Doppelquantenpunkte befinden. (b) Zugehörige Bandstruktur mit der Energie der Leitungsbandkante E_{LB} und der Fermienergie E_F . Die Quantenzustände befinden sich alle oberhalb E_F , wobei die „unteren“ Quantenpunkte aufgrund der geringeren Ausdehnung höhere Grundzustandsenergien besitzen.

ist und die AlAs Gitterkonstante demzufolge besser an das aufwachsende InAs angepasst ist.

Die zweite Schicht InAs Quantenpunkte ist zudem leicht größer als die erste. Die laterale Ausdehnung der Quantenpunkte beträgt ungefähr 14 nm im Gegensatz zur unteren Schicht (≈ 10 nm). Dies liegt vermutlich ebenfalls an dem verspannten AlAs und dem dadurch begünstigten Wachstum [70].

Daraus folgt dann direkt ein Unterschied der Grundzustandsenergien. Die Quantenpunkte aus der oberen Schicht haben aufgrund ihrer Größe im Mittel eine kleinere Grundzustandsenergie als die unteren. Dies ist in dem zugehörigen Bandschema in Abb. 6.1 (b) angedeutet.

Die Wachstumsparameter der drei Tunnelbarrieren AlAs I, II und III in Abb. 6.1 (a) betragen bei der hier untersuchten Probe P501-1A(02)K11 jeweils 5 nm. Die tatsächliche Dicke \mathcal{D} ist aber durch das Hineinragen der InAs Quantenpunkte in die Barrieren AlAs I und II bei diesen beiden deutlich

Probe	P501-1A(02)K11
Querschnittsfläche	$40 \times 40 \mu\text{m}^2$
Substrat (Wafer)	0,45 mm n ⁺ GaAs
Pufferschicht	1 μm n ⁺ GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n ⁻ GaAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs
untere Barriere AlAs III	5 nm AlAs
aktive Schicht	1,8 ML InAs
mittlere Barriere AlAs II	5 nm AlAs
aktive Schicht	1,8 ML InAs
obere Barriere AlAs I	5 nm AlAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs
Pufferschicht	10 nm n ⁻ GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n ⁺ GaAs

Tabelle 6.1: Detaillierter Aufbau der Probe P501-1A(02)K11

verringert. Berücksichtigt man die unterschiedliche Quantenpunktgröße der oberen und unteren Schicht ergibt sich ein tatsächliches Verhältnis $\mathcal{D}(\text{AlAs III}) > \mathcal{D}(\text{AlAs II}) > \mathcal{D}(\text{AlAs I})$.

6.2 Transporteigenschaften

Die Strom-Spannungskennlinie der Probe P501-1A(02)K11 ist in Abb. 6.2 aufgetragen. Für positive Vorspannung, also für Bereich B, ist selbst bis $V_{SD} = 350$ mV nur ein leichter Stromanstieg ohne besondere Struktur zu beobachten.

In negativer Spannungsrichtung verhält sich die Probe vollkommen anders. Es sind scharfe Resonanzen im Strom zu erkennen. Die Ursache für diese Asymmetrie soll im Folgenden erläutert werden.

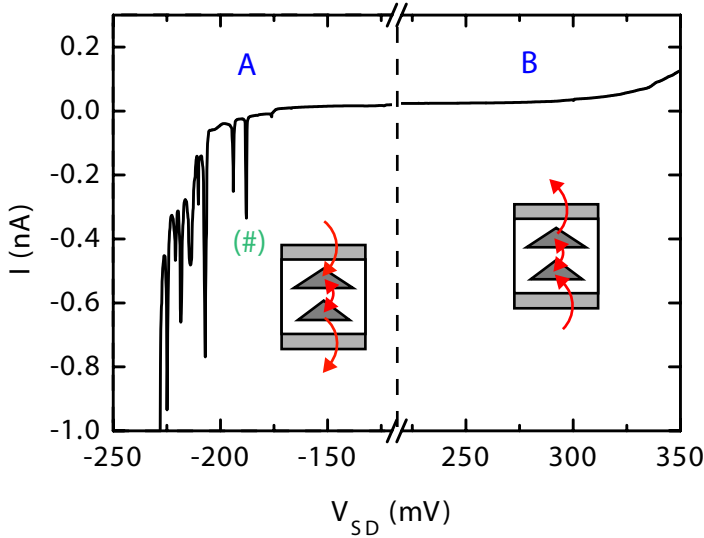


Abbildung 6.2: Strom-Spannungskennlinie der Probe P501-1A(02)K11 bei 1,3 K. Die Bewegungsrichtung der Elektronen ist für die unterschiedlichen Spannungsrichtungen (Bereiche A und B) in den Insets angedeutet.

6.2.1 Negative Spannungsrichtung

Für negative Vorspannung erfolgt der Elektronentransport durch die Probe von „oben“ nach „unten“ in Abb. 6.1 (a), ebenfalls angedeutet im Inset von Bereich A in Abb. 6.2. Die Elektronen tunneln also zuerst durch die Lage InAs mit den größeren und danach durch die Lage mit den kleineren Quantenpunkten. Aufgrund der Größenunterschiede sind auch die Grundzustandsenergien der seriell gekoppelten Quantenpunkte unterschiedlich.

Die genaue Situation bei $V_{SD} = 0$ mV ist in Abb. 6.3 (a) dargestellt: Der größere Quantenpunkt an der Emittenseite besitzt die Grundzustandsenergie E_{Da} , der kleinere an der Kollektorseite die Energie E_{Db} . Beide Energien befinden sich — genau wie bei Einzelquantenpunkten — oberhalb den Fermienergien der Zuleitungen. Sie sind also ungeladen. Aufgrund der Größenunterschiede liegt die Energie E_{Da} unterhalb von E_{Db} .

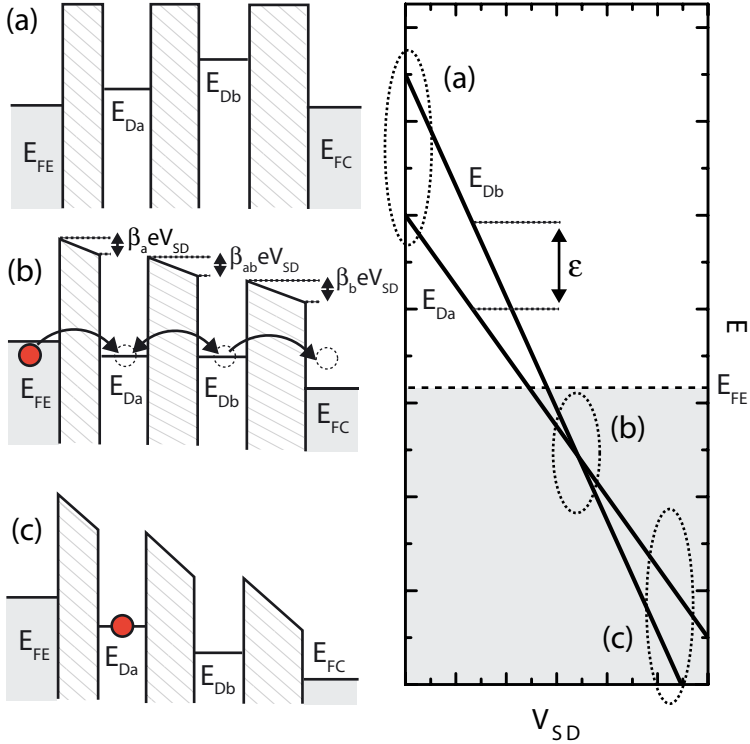


Abbildung 6.3: Rechts sind die Energien der Quantenpunktzustände E_{Da} und E_{Db} relativ zur Emitterfermienergie E_{FE} gezeigt. Für die drei hervorgehobenen Bereiche (a), (b) und (c) sind links die zugehörigen Transporteigenschaften skizziert.

Beim Anlegen einer Spannung verschieben sich diese beiden Energien E_{Da} relativ zur Emitterfermienergie E_{FE} . Die Energiedifferenz zwischen Quantenpunktzuständen und Emitter sinkt. Solange die Zustände oberhalb E_{FE} sind, besteht die einzige Möglichkeit des Elektronentransportes durch Kottunnelprozesse durch beide Quantenpunkte. Der Stromfluss ist verschwindend gering.

Resonanzbedingung

Die Stärke, mit der die Grundzustände in Abhängigkeit von V_{SD} abgesenkt werden, hängt von den Hebelfaktoren ab: Der Zustand E_{Da} sinkt um den Betrag $\Delta E_a^- = \beta_a e V_{SD}$, siehe Abb. 6.3 (b). Hierbei kennzeichnet β_a den Hebelfaktor der Barriere zwischen Emitter und E_{Da} . Der Zustand E_{Db} sinkt durch die zusätzliche Barriere zwischen den Quantenpunkten zusätzlich um den Betrag $\Delta E_{ab}^- = \beta_{ab} e V_{SD}$, insgesamt also um $\Delta E_b^- = (\beta_a + \beta_{ab}) e V_{SD}$. Die Energien sinken also unterschiedlich stark.

Dies ist schematisch durch das Diagramm im rechten Teil von Abb. 6.3 gezeigt: Die Linien kennzeichnen die Energien E_{Da} und E_{Db} relativ zur Emitterfermienergie in Abhängigkeit von (dem Betrag) der angelegten Spannung V_{SD} . Der Energieabstand ϵ der Quantenzustände sinkt kontinuierlich mit steigender Spannung. Bei einer gewissen Spannung, im Diagramm mit (b) bezeichnet, ist schließlich der Energieunterschied ϵ vollkommen aufgehoben: Die Energien der Quantenpunkte sind in Resonanz. Befinden sie sich jetzt zusätzlich unterhalb von E_{E_F} und oberhalb der Leitungsbandkante des Emitters (grauer Bereich im Diagramm), dann kann Stromtransport in Form resonanten Transportes durch den Doppelquantenpunkt erfolgen, siehe Abb. 6.3 (b). Erhöht man nun die Spannung weiter, dann rutscht der Zustand E_{Db} unterhalb von E_{Da} , siehe Bereich (c) und Abb. 6.3 (c). Der erste Quantenpunkt kann zwar besetzt werden, Stromfluss durch den zweiten aber nur durch Kotunnel- oder inelastische Tunnelprozesse, wie beispielsweise in Form von Phononenemission, erfolgen. Demzufolge ist ein signifikanter Stromtransport nur für ein schmales Spannungsintervall gegeben. Man beobachtet die in Abb. 6.2 gezeigten Strompeaks [71].

Dieses Verhalten soll im Weiteren genauer anhand des mit (#) gekennzeichneten Strompeaks aus Abb. 6.2 untersucht werden.

Peakform

In Abb. 6.4 (b) ist dieser Strompeak vergrößert dargestellt. Zudem ist ganz links noch einmal die Tunnelrichtung der Elektronen für negative Vorspannung gezeigt. Die Elektronen gelangen in den „oberen“ Quantenpunkt mit der Emittertunnelrate Θ_E und verlassen den „unteren“ Quantenpunkt in Richtung Kollektor mit der Rate Θ_C . Die Tunnelkopplung der Quantenpunkte untereinander wird mit Ω bezeichnet.

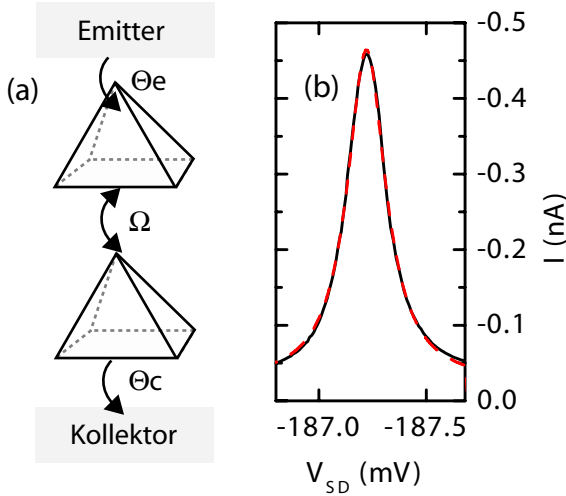


Abbildung 6.4: (a) Bewegungsrichtung der Elektronen für negative Vorspannung mit Tunnelraten Θ_E , Θ_C und Kopplungsrate Ω . (b) Strompeak (#) aus Abb. 6.2 (schwarz) und Fit nach (6.1) (rot, gestrichelt).

Die Formel für den Transport durch einen Doppelquantenpunkt mit den angegebenen Raten lässt sich durch folgende Formel beschreiben [72, 73, 74]:

$$I = \frac{\epsilon \Theta_E \Theta_C \Omega^2}{4\Omega^2(2\Theta_E + \Theta_C) + \Theta_E \Theta_C^2 + 4(\epsilon/\hbar)^2 \Theta_E} \quad (6.1)$$

Die Energie ϵ entspricht der Energiedifferenz der beiden Zustände: $\epsilon = E_{Da} - E_{Db}$, siehe auch Abb. 6.3. Diese Energiedifferenz ist direkt mit der angelegten Spannung V_{SD} und der Strompeakposition V_{Peak} über den Hebelfaktor β_{ab} verknüpft: $\epsilon = \beta_{ab} e (V_{SD} - V_{Peak})$. Ein Fit dieser Formel an den Strompeak ist in Abb. 6.4 durch die gestrichelte Linie aufgetragen. Hierbei wurde der Hebelfaktor als konstant mit $\beta_{ab} = 0,15$ angenommen [75]. Eine Bestimmung des Hebelfaktors aus temperaturabhängigen Messungen ist nicht möglich, da die Strompeaks unabhängig von der Aufweichung der Fermikante sind [71], siehe auch (6.1).

Außerdem wurden die Raten Θ_E und Ω gleichgesetzt, da die effektive

Dicken der Tunnelbarrieren zwischen den Dots und zwischen „oberem“ Dot und Emitter in etwa gleich sind. Es ergeben sich Werte von $\Theta_E = \Omega = 1,2 \cdot 10^{10}$ Hz und $\Theta_C = 7,5 \cdot 10^9$ Hz. Wie man sieht, beschreibt die Lorentzformel (6.1) die Peakform ausgezeichnet.

6.2.2 Positive Spannungsrichtung

Für positive Vorspannung erfolgt der Elektronentransport durch die Probe im Gegensatz zu negativen Vorspannungen von „unten“ nach „oben“. Die Lage mit den größeren InAs Dots befindet sich also für positive Spannungen an der Kollektorseite, die kleineren Dots befinden sich an der Emittenseite. Energetisch ist dies identisch mit der Situation in Abb. 6.3 (a), nur die Fermienergien E_{F_E} und E_{F_C} sind jetzt vertauscht. Der Zustand E_{D_b} befindet sich also an der Emitter-, E_{D_a} an der Kollektorseite.

Für ansteigende positive Vorspannung folgen die Energieniveaus E_{D_a} und E_{D_b} jedoch nicht mehr dem Verlauf, der im rechten Teil von Abb. 6.3 angedeutet ist. Vielmehr folgen sie dem Verlauf in Abb. 6.5: Die Zustände bewegen sich nicht mehr aufeinander zu, sondern driften für ansteigende Werte von V_{SD} auseinander. Dies lässt sich wie folgt verstehen: Da der Zustand E_{D_b} sich an der Emittenseite befindet, bewirkt eine angelegte Spannung V_{SD} eine energetische Absenkung relativ zur Fermienergie von $\Delta E_b^+ = \beta_b e V_{SD}$. Für den Zustand E_{D_a} fällt die Spannung noch zusätzlich über die Barriere zwischen den beiden Quantenpunkten ab. Er sinkt also insgesamt um $\Delta E_a^+ = (\beta_b + \beta_{ab}) e V_{SD}$.

Da der Zustand E_{D_a} aufgrund der höheren Quantenpunktgröße jedoch eine geringere Energie als E_{D_b} besitzt, bewirkt die zusätzliche Energieabsenkung durch die Barriere zwischen den beiden Quantenpunkten, dass der Energieunterschied mit ansteigender Spannung immer weiter anwächst. Es kann also nicht zum resonanten Transport durch den Doppelquantenpunkt kommen. Von daher beobachtet man folglich auch keine Strompeaks im Bereich B von Abb. 6.2.

Theoretisch müsste es jedoch möglich sein, resonanten Transport durch angeregte Zustände $E_{D_a^*}$ — angedeutet durch die gestrichelte Linie und den Kreuzungspunkt (a) in Abb. 6.5 — zu beobachten. Da die Anregungsenergie E_A des ersten angeregten Zustandes von InAs jedoch noch größer als die Ladeenergie ist [76, 77], die für die vergleichsweise größeren InAs Quanten-

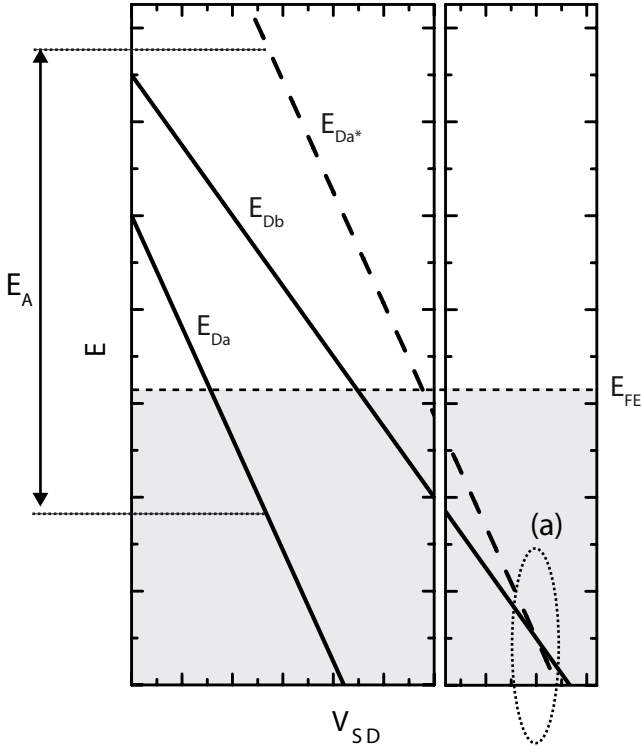


Abbildung 6.5: Spannungsabhängigkeit der Energien der Quantenzustände E_{Da} und E_{Db} relativ zur Emitterfermienergie E_{FE} für positive Vorspannung. Zusätzlich ist noch der mögliche Verlauf eines angeregten Zustandes E_{Da^*} mit der Anregungsenergie E_A skizziert. (a) bezeichnet dann die Spannungsposition, bei der dieser Zustand in Resonanz mit E_{Db} kommt.

punkte auf GaAs bei ungefähr 20 meV liegt [76, 77], kommen die angeregten Zustände bei dieser Probe vermutlich erst bei Spannungen $V_{SD} > 350$ mV in Resonanz. Da bei diesen Spannungen jedoch auch der Hintergrundstrom stark ansteigt, gestaltet sich ein Beobachten von Strompeaks meist schwierig. Es wurden jedoch in der Tat Strompeaks in positiver Spannungsrichtung

bei Dioden aus der gleichen Waferstruktur gemessen [75].

6.3 Rauschmessungen ohne Magnetfeld

Im Folgenden werden die Rauscheigenschaften des Strompeaks genauer untersucht. Dazu werden zunächst die Rauschspektren analysiert. Anschließend wird auf den aus den Spektren resultierenden Fanofaktor eingegangen. Es wird sich zeigen, dass der Doppelquantenpunkt an seinen Stromflanken eine Rauschleistung zeigt, die größer als die Poisson'sche Rauschleistung $S = 2eI$ ist. Es werden verschiedene Modelle diskutiert, die das Auftreten dieses super-Poisson'schen Rauschens zu erklären versuchen. Da all diese Modelle charakteristische Temperaturabhängigkeiten zeigen, werden im Folgenden temperaturabhängige Messungen gezeigt.

6.3.1 Rauschspektren

Der Strompeak (#) aus Abb. 6.4 ist in Abb. 6.6 (b), (d) und (f) bei einer vergleichsweise geringeren Temperatur von $T = 0,4$ K dargestellt. Er ist wesentlich schmaler als in Abb. 6.4 und weist zudem eine kleine zusätzliche Schulter bei $V_{SD} = -187,5$ mV auf.

Die Rauschspektren dieses Strompeaks weisen in bestimmten Spannungsbereichen besondere Eigenschaften auf. Um diese zu charakterisieren sind im unteren Teil von Abb. 6.6 drei ausgewählte Spektren gezeigt. Jedes dieser Spektren hat ein Symbol in der linken oberen Ecke. Diese Symbole geben die zugehörigen Spannungspositionen in der oberen Strom-Spannungskennlinie an. Das mittlere Rauschspektrum hat zunächst für niedrige Frequenzen einen leichten $1/f^\delta$ Anteil. Mit ansteigender Frequenz zeigt es jedoch noch eine zusätzliche Eigenschaft: es nimmt ab. Und zwar quadratisch mit der Frequenz. Eine mögliche Erklärung für dieses Verhalten könnte eine spannungsabhängige Kapazitätsänderung der Probe sein:

Für die Bestimmung der Rauschspektren wird zu jedem Spannungspunkt zusätzlich noch das Hintergrundspektrum aufgenommen (siehe Abschnitt 3.1.1). Das resultierende Rauschspektrum der Probe ergibt sich aus der Differenz dieser beiden Spektren (siehe auch Abb. 3.2). Verändert sich jedoch die Probenkapazität der Probe zwischen diesen beiden Messpunkten, dann

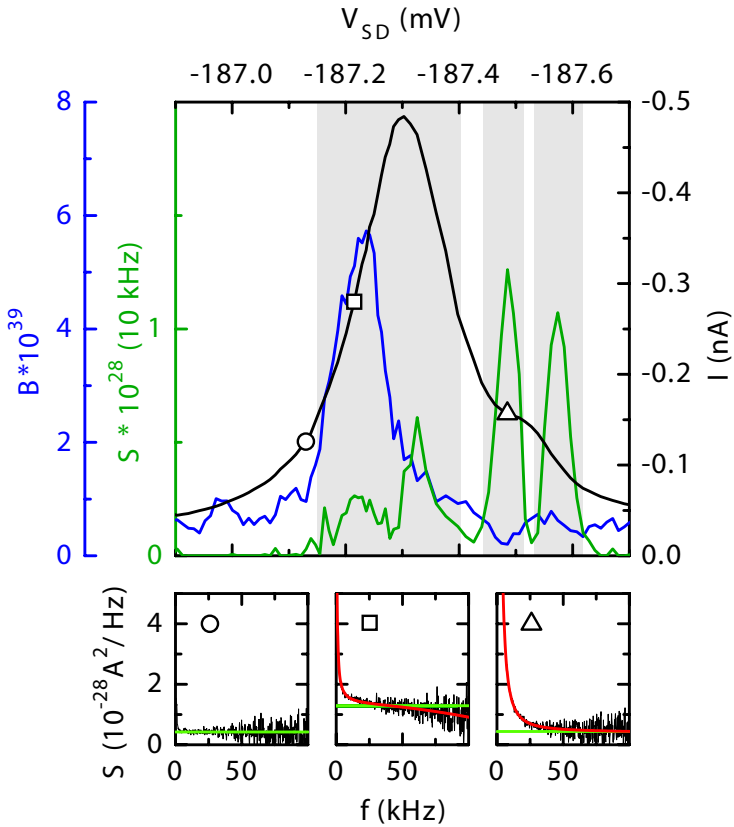


Abbildung 6.6: Im oberen Teil ist die Strom-Spannungskennlinie (Schwarz, rechte Achse) zusammen mit dem Vorfaktor B (Blau, linke äußere Achse) und der \mathcal{A}/f^δ Rauschleistung bei 10 kHz (Grün, linke innere Achse) aufgetragen. Die Bereiche, in denen die Rauschspektren gefittet wurden, sind grau unterlegt. Zudem sind 3 Symbole (Kreis, Quadrat und Dreieck) zu sehen, die die Spannungspositionen der Spektren im unteren Teil der Abbildung angeben. Zusätzlich sind in den Spektren die Fits nach (6.2) in Rot und der Mittelwert S_0 in Hellgrün dargestellt.

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

bewirkt dies, das in dem resultierenden Rauschspektrum der Probe zusätzlich diese Kapazitätsdifferenz auftaucht. Und zwar quadratisch mit der Frequenz. Üblicherweise ändert sich jedoch die Probenkapazität vergleichsweise wenig, bzw. annähernd linear mit der Spannung V_{SD} . Dann kann man diesen Effekt umgehen, in dem man das Hintergrundspektrum nicht bei $V_{SD} = 0$ mV, sondern bei einer etwas höheren Spannung, bei der jedoch noch kein messbarer Transport durch die Probe stattfindet, aufnimmt. Dies wurde in der Tat bei den vorliegenden Messungen gemacht (Hintergrundmessung bei $V_{SD} = -170$ mV). In den Messungen tritt jedoch im linken Flankenbereich dennoch ein nichtlinear von der Spannung abhängiges $-\mathcal{B}f^2$ -Rauschen auf.

Da das Spektrum zudem für $f \rightarrow 0$ Hz einen $1/f^\delta$ Anteil besitzt, ist es nicht möglich, durch Mittelwertbildung in diesem Bereich die weiße Rauschleistung ohne den $-\mathcal{B}f^2$ Anteil zu bestimmen. Zudem zeigt sich bei der Messung bei $T = 0,4$ K noch eine zusätzliche Eigenschaft: Im Bereich der zusätzlichen Schulter bei $V_{SD} = -187,5$ mV zeigen die Rauschspektren einen starken $1/f^\delta$, $1 \leq \delta \leq 2$ Anteil, zu sehen im rechten Spektrum in Abb. 6.6.

Um aus diesen Spektren dennoch den Schrotrauschanteil S_0 zu bestimmen, wurden sie mit folgender Formel in den grau unterlegten Bereichen der Strom-Spannungskennlinie in Abb. 6.6 gefittet:

$$S(f) = S_0 + \frac{\mathcal{A}}{f^\delta} - \mathcal{B}f^2 \quad (6.2)$$

Der resultierende Fit ist in den Rauschspektren als rote Linie eingezeichnet. Die horizontale, hellgrüne Linie gibt den Schrotrauschanteil S_0 an. Die nicht grau unterlegten Bereiche der Strom-Spannungskennlinie mussten nicht gefittet werden, da in ihnen die Spektren vollkommen weiß sind, beispielhaft dargestellt im linken Spektrum. In ihnen wurde die Schrotrauschleistung S_0 durch Mittelwertbildung im Frequenzintervall von 20 bis 60 kHz bestimmt.

Im oberen Teil von Abb. 6.6 ist zusätzlich zur Strom-Spannungskennlinie der Parameter \mathcal{B} aus (6.2) in blau aufgetragen. Gut erkennbar ist, dass sich \mathcal{B} nur in einem schmalen Spannungsintervall ändert. Der genaue Grund dieser Änderung ist jedoch unklar. Sollte es sich hierbei um eine Kapazitätsänderung ΔC handeln, dann kann man die maximale Änderung ΔC_{max} folgendermaßen abschätzen: Aus dem Hintergrundspektrum S_0 lässt sich aus dem quadratischen Anstieg der Rauschleistung mittels des Verstärkerspan-

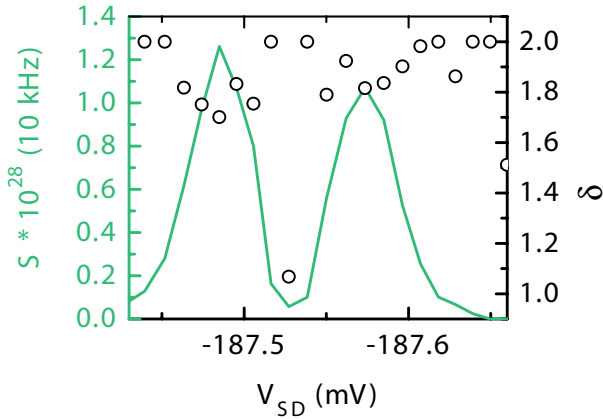


Abbildung 6.7: Ein Ausschnitt der \mathcal{A}/f^δ Rauschleistung bei 10 kHz (grüne Kurve, linke Achse) ist zusammen mit dem Exponenten δ (Symbole, rechte Achse) gezeigt.

nungsrauschens $\sqrt{S_{V_{Amp}}} = 1,5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ die Kapazität des Messaufbaus zu $C = 39 \text{ pF}$ bestimmen. Ändert sich jetzt die Kapazität um ΔC dann führt dies zu einem Vorfaktor $\mathcal{B} = 1,5^2 4\pi^2 (2C\Delta C + \Delta C^2) \text{ nV}^2/\text{Hz}$. Mittels des maximalen Wertes von $\mathcal{B} = 5,7 \cdot 10^{-39} \text{ A}^2/\text{Hz}^3$ lässt sich somit ΔC_{max} zu $0,8 \text{ pF}$ bei $-187,24 \text{ mV}$ abschätzen.

Im oberen Teil von Abb. 6.6 ist zudem auch die Stärke der \mathcal{A}/f^δ Rauschleistung aus (6.2) bei 10 kHz in dunkelgrün aufgetragen. Merklichen Einfluss auf die Rauschspektren besitzt das $1/f^\delta$ also nur in dem Bereich der zusätzlichen Schulter. Eine mögliche Ursache für die Schulter könnte ein zusätzlicher Strompeak eines schwach leitenden Doppelquantenpunktes sein, dessen Strommaximum bei einer Spannung von $V_{SD} \approx -187,5 \text{ mV}$ liegt. Da diese Schulter jedoch nur bei dieser einen Messung auftrat, ist eine systematische Analyse nicht möglich. Handelt es sich tatsächlich um einen schwach leitenden Doppelquantenpunkt, dann ließe sich auch eine mögliche Erklärung für die Form der \mathcal{A}/f^δ Rauschleistung bei 10 kHz in Abb. 6.6 angeben: Das $1/f^\delta$ -Rauschen könnte — vergleichbar zu den Messungen an der Fermikantensingularität im Magnetfeld — durch eine Störstelle in der Nähe die-

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

ses Doppelquantenpunktes ausgelöst werden. Die lokale Potentialänderung durch das Laden und Entladen dieser Störstelle würde dann zu einem Lorentzrauschen, das für lange Zeitkonstanten von einem $1/f^2$ Rauschen nicht zu unterscheiden ist, führen, dessen Amplitude proportional zum Quadrat der differentiellen Leitfähigkeit G_{diff}^2 dieses Doppelquantenpunktes ist. Da G_{diff}^2 maximal im Flankenbereich und minimal im Bereich des Strompeaks wäre, entspräche die beobachtete Form der \mathcal{A}/f^δ Rauschleistung bei 10 kHz den Erwartungen. Diese Vermutung wird zusätzlich gestützt durch den Wert des Exponenten δ nahe 2 in diesem Bereich (siehe Abb. 6.7). Die Tatsache, dass der Wert $\delta = 2$ nicht ganz erreicht wird, liegt in dem zusätzlich vorhandenem $1/f$ -Rauschen begründet.

6.3.2 Fanofaktor

Im Weiteren beschränken wir die Diskussion auf den Schrotrauschanteil der Spektren. Also auf die sowohl aus den Fits (grauer Bereich in Abb. 6.6), als auch aus der Mittelwertbildung (weißer Bereich in Abb. 6.6) erhaltene Rauschleistung S_0 . Da die Doppelquantenpunkte eine hohe differentielle Leitfähigkeit G_{diff} besitzen, wurden der Rauschleistung S_0 zusätzlich der durch das Eingangsspannungsrauschen des Stromverstärkers verursachte Wert von $S_{V_{Amp}} = (1,5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \cdot G_{diff})^2$ abgezogen (siehe Abschnitt 3.1.3).

Die resultierende Rauschleistung ist in Abb. 6.8 (a) (Kreise, rechte Achse) zusammen mit dem zugehörigen Strom (schwarze Linie, linke Achse) aufgetragen. Hierbei sind die Punkte, bei denen die Werte von S_0 aus den Fits stammen, durch die leicht graue Einfärbung zusätzlich gekennzeichnet. Die Skalierung der beiden y-Achsen wurde so gewählt, dass die Stromkurve auch gleichzeitig dem vollen Schrotrauschen $S = 2eI$ entspricht, wenn man die Einheiten der rechten Achse zugrunde legt. Wie man gut erkennt, ist also die gemessene Rauschleistung direkt beim Strompeak unterdrückt, an den Stromflanken jedoch erhöht.

Dies wird umso deutlicher, wenn man den resultierenden Fanofaktor $\alpha = S_0/2eI$ in Abb. 6.8 (b) betrachtet. Im Bereich der Stromflanken weist er eine starke Überhöhung bis zu $\alpha \approx 1,4$ auf, während er direkt beim Strompeak ein lokales Minimum von $\alpha \approx 0,7$ zeigt. Zudem zeigt er noch im Bereich der zusätzlichen Schulter bei $V_{SD} = -187,5 \text{ mV}$ eine weitere Modulation. Da diese Schulter jedoch nur bei der niedrigsten Temperaturmessung von 0,4 K

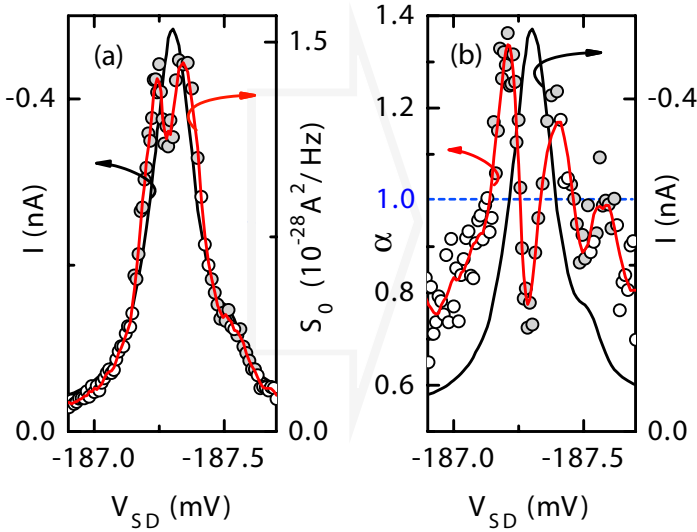


Abbildung 6.8: (a) Strom-Spannungskennlinie (schwarz) und Rauschleistung S_0 (Kreise, weiß: aus Mittelwertbildung, grau: aus Fits). Die Achsen sind so gewählt, dass der Strom auf der rechten Achse dem poissonschen Schrotrauschen $S = 2eI$ entspricht. Die rote Kurve ist eine 3 Punkte Boxcar Mittelung von S_0 . (b) Strom-Spannungskennlinie (schwarz) und Fanfaktor (Kreise, weiß: aus Mittelwertbildung, grau: aus Fits). Die rote Kurve ist eine 7 Punkte Savitzky-Golay Mittelung von α .

auftrat und es auch nur bei dieser Messung zu einer merklichen Änderung des Fanfaktors in diesem Bereich kam, beschränken wir uns im weiteren Verlauf auf die Diskussion des großen Strompeaks und des zugehörigen Fanfaktors.

6.3.3 Superpoissonsches Schrotrauschen

Solch ein Schrotrauschen mit einem Fanfaktor $\alpha > 1$ bezeichnet man als sogenanntes *superpoissonsches* Schrotrauschen. Die Tunnelereignisse weisen keine, wie bei den Einzelquantenpunkten übliche, Antikorrelation auf, sondern sind vielmehr stark korreliert.

Solch eine positive Korrelation beruht üblicherweise auf dem sogenannten „Bunching“¹ Effekt [78]. Er tritt auf, wenn das zu untersuchende System dynamisch zwischen zwei Zuständen A und B, die extrem unterschiedliche Elektrontunnelraten besitzen, hin und her schaltet. Ist Zustand A bspw. der schlecht transmittierende Zustand, dann kommt es zu einer Ballung, also zu einem „Bunching“, von Tunnelereignissen, wenn das System in den Zustand B schaltet. Im Schrotrauschen beobachtet man dann ein (stark) erhöhtes, also superpoissonsches, Schrotrauschen. Solch ein Effekt wurde zuerst im Bereich negativer differentieller Leitfähigkeit resonanter Doppelbarrierenstrukturen (DBRTS²) nachgewiesen [34, 35].

Im Folgenden werden zwei Erklärungsmodelle für das beobachtete superpoissonsche Schrotrauschen vorgestellt. Ein Modell beruht auf einer Doppelbesetzung der Zustände. Ein anderes Modell beruht auf kohärenter Kopplung der beiden Quantenpunkte zusammen mit asymmetrischen Tunnelraten.

6.3.4 Bunching durch Doppelbesetzung der Zustände

Ein erstes Erklärungsmodell für die beobachtete Schrotrauscherhöhung in den Flanken des Strompeaks in Abb. 6.8 (b) findet sich in Ref. [79]. Der Ansatz für die Erklärung dieser Erhöhung beruht auf der Doppelbesetzung der Zustände E_{Da} und E_{Db} . Dadurch gibt es effektiv zwei Transportkanäle R1 und R2 durch den Doppelquantenpunkt. R1 bezeichnet den Kanal, bei dem die Zustände E_{Da} und E_{Db} in Resonanz sind, also den in Abschnitt 6.2.1 diskutierten Fall, siehe auch Abb. 6.9 (a). R2 ist jetzt der zusätzliche Kanal, der durch die Ladung der Quantenpunkte mit zwei Elektronen entstanden ist. Da für die Besetzung der Zustände E_{Da} und E_{Db} mit einem zweiten Elektron zusätzlich noch Ladeenergie E_C aufgebracht werden muss, befindet sich dieser Kanal bei einer um E_C höheren Energie. Anschaulich entspricht der Transport durch den Kanal R2 der Sequenz $(1,1) \rightarrow (2,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (1,1)$, wobei die Bezeichnung (a,b) gleichbedeutend mit a Elektronen im Zustand E_{Da} und b Elektronen in Zustand E_{Db} ist, siehe Abb. 6.9 (b).

Sind jetzt beide Transportkanäle bei etwa der gleichen Spannung V_{SD} in Resonanz, dann kann es folgendermaßen zum Bunching kommen: Beim Strompeak sind die Zustände E_{Da} und E_{Db} in Resonanz. Zudem gilt: $\Theta_E \geq$

¹engl.: Ballung

²Double Barrier Resonant Tunneling Structure

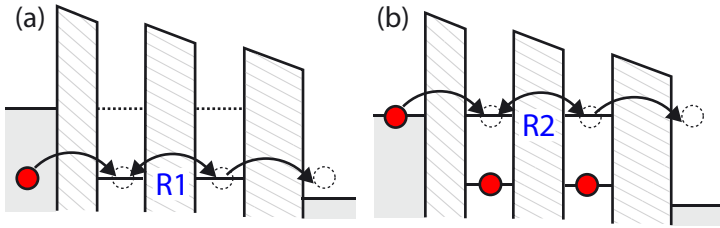


Abbildung 6.9: (a) Resonanter Transport durch R1. (b) Resonanter Transport durch R2.

$\Omega > \Theta_C$. Die Zustände E_{Da} und E_{Db} sind also die meiste Zeit besetzt und die Kanäle R1 und R2 können zum Transport benutzt werden. Man beobachtet kein Bunching und demzufolge keine Schrotrauschüberhöhung, sondern eine Schrotrauschunterdrückung, $\alpha \leq 1$. Rechts und links vom Strompeak ist die Situation jedoch eine andere: Da E_{Da} und E_{Db} nicht mehr in Resonanz sind, ist demzufolge die Tunnelrate Ω wesentlich geringer. In diesem Bereich gilt: $\Theta_C > \Omega$. Dies hat jetzt zur Folge, dass der Zustand E_{Db} im zeitlichen Mittel unbesetzt ist. Da der Kanal R2 jedoch einen besetzten Zustand E_{Db} braucht, kann durch diesen Kanal kein Transport stattfinden, wenn E_{Db} unbesetzt ist. Er ist also blockiert. Ist jetzt E_{Db} geladen, dann öffnet sich schlagartig der Transportkanal R2 und es finden vergleichsweise viele Tunnelereignisse über diesen Kanal in kurzer Zeit statt. Es kommt zum Bunching. Ist zudem die mittlere Zeit zwischen diesen Tunnelereignissen kürzer als der Zeitabstand, in denen der Zustand E_{Db} zwischen geladen und ungeladen hin und her schaltet, dann beobachtet man superpoissonsches Rauschen.

Bei Spannungen, die wesentlich weiter von der Resonanz entfernt sind, ist die Wahrscheinlichkeit, dass sowohl durch R1 als auch R2 Transport stattfindet, so gering, dass dieser Bunching Effekt wieder zusammenbricht.

Diskussion

Während dieses Modell den Verlauf des Fanofaktors zufriedenstellend erklären kann, beruht es jedoch auf einer bestimmten Annahme:

Die Kanäle R1 und R2 müssen sich energetisch im Transportfenster befinden. Damit ist gemeint, dass sich die Energien von R1 und R2 oberhalb

der Emitterleitungsbandkante E_{LB_E} und unterhalb der Emitterfermienergie E_{F_E} befinden müssen. Der Abstand zwischen R1 und R2 entspricht der Ladeenergie E_C . Für InAs Quantenpunkte eingebaut in einer GaAs Matrix beträgt jedoch die Coulombabstoßungsenergie E_C des Grundzustandes ungefähr 20 meV [76, 77]. InAs Quantenpunkte auf AlAs, wie sie in dieser Struktur vorliegen, sind noch wesentlich kleiner (10 bis 15 nm) als die GaAs Quantenpunkte in Ref. [76] (20 nm). Die Coulombabstoßungsenergie der InAs Quantenpunkte in den vorliegenden Messungen sollte also aufgrund der stärkeren Quantisierung durch die geringeren Abmessungen sogar noch größer sein. Es ist also von Energien $E_C \geq 20$ meV auszugehen.

Die Emitterfermienergie der vorliegenden Probe ist aber vermutlich vergleichbar zu Einzelquantenpunktproben mit identischem Emitter [75]. Deren Fermienergien lagen jedoch eher im Bereich von 14 meV [49, 61]. Es sollte also grundsätzlich gar nicht möglich sein, dass sich R1 und R2 unterhalb von E_{F_E} und oberhalb von E_{LB_E} befinden. Es besteht jedoch die Möglichkeit, dass die effektive Ladeenergie durch Abschirmungseffekte der nah gelegenen stark dotierten Zuleitung weitaus geringer ist [33].

6.3.5 Bunching aufgrund kohärenter Kopplung und asymmetrischen Tunnelraten

Ein weiteres Erklärungsmodell für das erhöhte Schrotrauschen beruht auf einem Bunchingeffekt, der aufgrund kohärenter Kopplung der Quantenpunkte und einer starken Asymmetrie der Emitter- und Kollektortunnelraten eintritt [42].

Um diesen Effekt genauer zu verstehen, betrachten wir Abb. 6.10. Durch starke Tunnelkopplung zwischen den beiden Quantenpunkten bilden sich, wenn die Energiezustände E_{D_a} und E_{D_b} in Resonanz sind, wenn also V_{SD} gleich der Spannung des Strompeaks V_{Peak} ist, aus den beiden Einzelquantenpunktzuständen ein bindender, symmetrischer Zustand Ψ_S und ein anti-bindender, antisymmetrischer Zustand Ψ_A , siehe Abb. 6.10 (a). Diese Zustände sind über beide Quantenpunkte ausgedehnt, die zugehörigen Aufenthaltswahrscheinlichkeiten sind in Rot in Abb. 6.10 (b) skizziert. Beide Zustände befinden sich also im Transportfenster und tragen zu gleichen Teilen den Strom. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass die Coulombabstoßung im Doppelquantenpunkt so groß ist, dass sich nicht zwei Elektronen gleich-

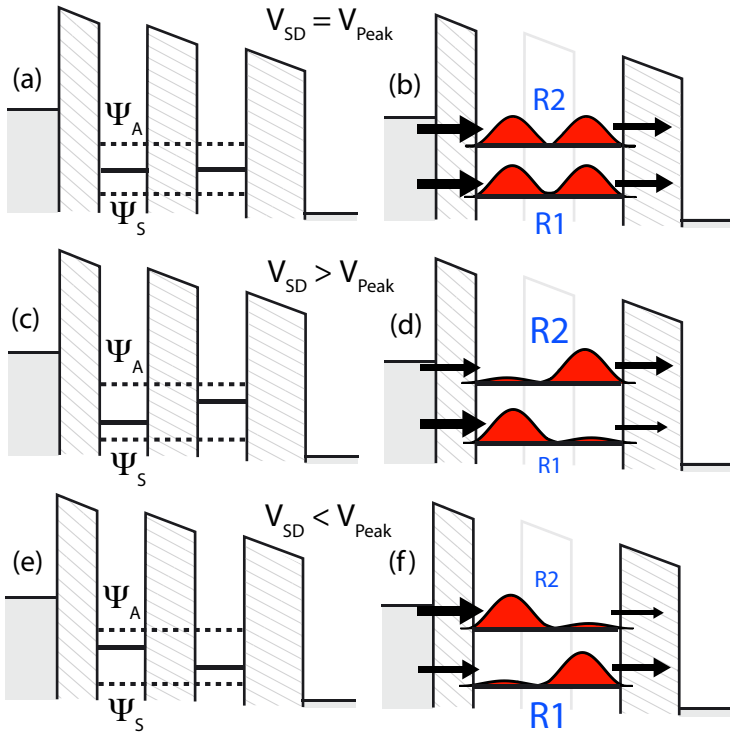


Abbildung 6.10: In (a), (c) und (e) sind die Einzelquantenzustände und gestrichelt die Zustände Ψ_A und Ψ_S des kohärent gekoppelten Doppelquantenpunktes für verschiedene Spannungen gezeigt. In (b), (d) und (f) ist die resultierende Aufenthaltswahrscheinlichkeit (rot) und die daraus resultierenden Tunnelraten (Pfeile) zu sehen. Die Größe der Pfeile gibt die Stärke der Tunnelkopplung an.

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

zeitig im Quantenpunkt befinden können. Es ist also immer nur entweder Ψ_S oder Ψ_A besetzt. Zusätzlich sind in der Abbildung die Emitter- und Kollektortunnelraten durch verschieden große Pfeile angedeutet. Je größer der Pfeil, desto größer die Tunnelrate. Die Emittertunnelrate Θ_E wird also als wesentlich größer als die Kollektortunnelrate Θ_C angenommen, in Einklang mit den Barrierendicken. Bewegen wir uns jetzt mit der Spannung leicht von dem Resonanzfall E_{Da} und E_{Db} weg, dann vermindert sich auch die Kopplung zwischen den Quantenpunkten. Diese Situation ist in Abb. 6.10 (c) für eine Spannung $V_{SD} > V_{Peak}$ gezeigt. Die zwei Quantenpunkte sind zwar immer noch kohärent, aber nicht mehr ganz so stark gekoppelt. Das erkennt man auch daran, dass die Zustände Ψ_S und Ψ_A sich energetisch nur noch gering von E_{Da} und E_{Db} unterscheiden. Zudem ist jetzt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit nicht mehr für beide Quantenpunkte gleich, sondern Ψ_S ist stärker im linken und Ψ_A im rechten lokalisiert, siehe Abb. 6.10 (d). Dies bewirkt jetzt auch, dass sich die Tunnelkopplung zu den Zuleitungen ändert. Ψ_S ist in etwa gleich stark an den Emitter, jedoch wesentlich schwächer als in Abb. 6.10 an den Kollektor gekoppelt, Ψ_A koppelt in etwa gleich stark an den Kollektor und wesentlich schwächer an den Emitter.

Dies wirkt sich jetzt auf den Transport durch die Zustände Ψ_A und Ψ_S folgendermaßen aus: Der Transport durch Ψ_A , geben wir diesem Transportkanal die Bezeichnung R2, vermindert sich durch die im Gegensatz zum Resonanzfall in Abb. 6.10 (d) geringere Emittertunnelrate. Da jedoch die Kollektortunnelrate immer noch geringer als die Emittertunnelrate ist, hat dies nur unwesentliche Auswirkung auf die Gesamttunnelrate durch den Zustand. Die Kollektortunnelrate ist immer noch das „Nadelöhr“ beim Transport. Bei dem Transport durch den symmetrischen Zustand Ψ_S ändert sich vor allem die Kollektortunnelrate. Also die Tunnelrate, die sowieso schon maßgeblich den Transport durch den Doppelquantenpunkt bestimmt hat. Die Gesamttunnelrate durch diesen Kanal R1 ändert sich damit wesentlich drastischer als R2. Da außerdem eine gleichzeitige Besetzung von Ψ_S und Ψ_A nicht möglich ist, kommt es zum Bunching: Ist der Zustand Ψ_S besetzt, ist der Transport stark unterdrückt, es dauert lange, bis das Elektron den Doppelquantenpunkt in Richtung Kollektor verlässt. Während dieser Zeit ist der Kanal R2 blockiert. Erst wenn Ψ_S wieder unbesetzt ist, kann Transport durch R2 stattfinden. Je nachdem wie lange es dauert, bis Ψ_S wieder besetzt wird, finden in relativ kurzer Zeit relativ viele Tunnelprozesse durch

Ψ_A statt. Man beobachtet superpoissonsches Schrotrauschen in Analogie zu Abb. 6.8 (b).

Für $V_{SD} < V_{Peak}$, siehe Abb. 6.10 (e) und (f) ist die Situation vergleichbar mit $V_{SD} > V_{Peak}$, nur hat das Verhalten der Kanäle gewechselt: Der Kanal R2 blockiert jetzt den Kanal R1 und es kommt wiederum zum Bunching mit einem erhöhten Fanofaktor identisch zu der Situation $V_{SD} > V_{Peak}$. Für größere Spannungen ist schließlich die Kohärenz zerstört, der Transport findet sequenziell durch die beiden Zustände E_{Da} und E_{Db} statt. Es gibt also keine zwei Transportkanäle R1 und R2 und damit auch kein Bunching mehr. Der Fanofaktor geht gegen Eins.

Formale Beschreibung

Dieses Verhalten des Fanofaktors lässt sich auch formal ausdrücken [42]:

$$\alpha = 1 - 8\Theta_E\Omega^2 \frac{4(\epsilon/\hbar)^2(\Theta_C - \Theta_E) + 3\Theta_E\Theta_C^2 + \Theta_C^3 + 8\Theta_C\Omega^2}{(\Theta_E\Theta_C^2 + 4\Theta_E(\epsilon/\hbar)^2 + 4\Omega^2(\Theta_C + 2\Theta_E))^2} \quad (6.3)$$

Stellt man dies dann grafisch für verschiedene Verhältnisse von Θ_E zu Θ_C dar, siehe Abb. 6.11, ergibt sich folgendes: Eine Erhöhung des Fanofaktors über Eins tritt nur für den Fall $\Theta_E > \Theta_C$ ein. Dies lässt sich auch anschaulich verstehen:

Damit Bunching auftritt, muss einer der beiden Kanäle den anderen blockieren. Ist die Kollektortunnelrate jedoch genauso groß, bzw. größer als Θ_E , dann tritt diese Situation nur noch vereinzelt auf, da die Elektronen sich nicht mehr allzu lange im blockierenden Zustand aufhalten. Das Schrotrauschen ist zwar noch gegenüber der Resonanz erhöht, aber nicht mehr superpoissonsches.

Fazit

Das Modell des Bunching aufgrund der kohärenten Kopplung zwischen den Quantenpunkten und der asymmetrischen Kopplung an die Zuleitungen ($\Theta_E \gg \Theta_C$) beschreibt die Form des Fanofaktors in Abb. 6.8 (b) zufriedenstellend. Auch die Tatsache, dass das Modell auf starker Coulombblockade aufbaut, macht es wesentlich wahrscheinlicher als das vorher diskutierte Bunchingmodell, das auf der Doppelbesetzung der Zustände, also auf schwacher Coulombblockade, beruht. Drei Aspekte kann es jedoch nicht beschreiben:

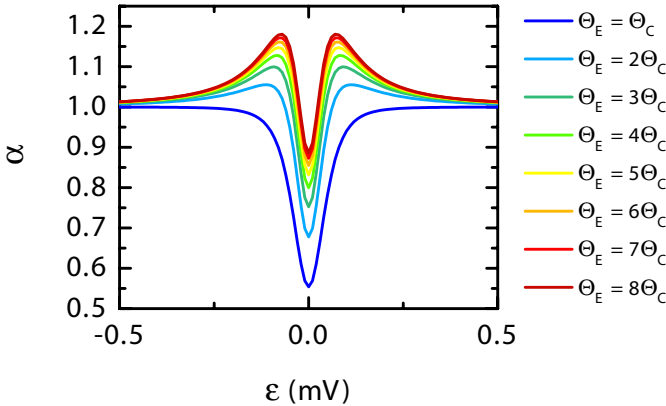


Abbildung 6.11: Verhalten des Fanofaktors in Abhängigkeit des Verhältnisses Θ_E/Θ_C

Zum einen geht der Fanofaktor für Spannungen $V_{SD} \gg V_{Peak}$ und $V_{SD} \ll V_{Peak}$ gegen 0,8 statt gegen 1. Dies lässt sich jedoch dadurch erklären, dass in diesem Bereich der Einfluss des Ensembleeffektes zum Tragen kommt: Der gemessene Fanofaktor setzt sich zu einem signifikanten Anteil aus dem Anteil des Hintergrundstromes zusammen, der durchaus einen kleineren Anteil als $\alpha = 1$ besitzen kann, je nachdem, welche Transportmechanismen den Hintergrundstrom tragen. Zum anderen ist der Fanofaktor stärker erhöht ($\alpha = 1,36$ bei $-187,2$ mV), als es nach (6.3) möglich sein sollte. Für $\Theta_C \ll \Theta_E$, Ω beträgt der maximale Wert für kohärente Kopplung $\alpha = 1,25$. Eine mögliche Erklärung wäre ein zusätzlicher Bunching-Effekt durch einen stark kapazitiv gekoppelten, sich ganz in der Nähe befindlichen Doppelquantenpunkt, welcher eine leicht andere Resonanzspannung besitzt. Dieser würde dann ebenfalls ein Bunching erzeugen, wenn er im geladenen Zustand durch kapazitive Kopplung den Transport durch den anderen Doppelquantenpunkt unterbindet [41, 40]. Letztlich zeigt die Messung zusätzlich noch eine Asymmetrie der Maxima der Fanofaktoren rechts und links vom Strompeak. Auch diese lässt sich mit dem vorliegenden Modell nicht beschreiben. Dies könnte aber auf inelastische Tunnelprozesse durch Phononenemission und Absorption zurückgeführt werden [80]. Da dieser Effekt eine Temperaturabhängigkeit

zeigen sollte, werden im Folgenden temperaturabhängige Messungen vorgestellt.

6.4 Temperaturabhängigkeit

In Abb. 6.12 und 6.13 ist das Verhalten des Strompeaks und des Fanofaktors für verschiedene Temperaturen gezeigt. Die Messungen sind in zwei Abbildungen unterteilt, da sie in einem zeitlichen Abstand von etwa einem halben Jahr durchgeführt wurden. Die Probe hatte sich zwischen diesen beiden Messungen im Bereich des Strompeaks nur leicht verändert. Lediglich eine leichte Spannungsänderung der Peakposition und ein kleiner, knapp neben der Resonanz sitzender, zusätzlicher Peak sind feststellbar.

Fanofaktor

Betrachten wir zuerst die Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors: Zwischen 0,4 und 1,2 K sinkt der maximale Wert deutlich von 1,36 auf 1,13. Auch ist die Asymmetrie der Maxima rechts und links vom Peak nicht mehr so deutlich. Bei 1,6 K schließlich ist sie nicht mehr vorhanden. Bis hin zu 10 K bleibt das Maximum konstant zwischen 1,1 und 1,2, es ist kein temperaturabhängiges Verhalten mehr feststellbar.

Im Gegensatz dazu zeigt das Minimum durchaus eine Temperaturabhängigkeit. Es steigt mehr oder weniger kontinuierlich von 0,72 (0,4 K) auf 0,88 (10 K).

Strom

Die Temperaturabhängigkeit des Strompeaks der 1. Messreihe ist in Abb. 6.14 (a) gezeigt. Da sich die Peakposition zwischen der ersten bei 0,4 K durchgeführten Messung und den folgenden leicht verändert hatte³, wurden die Kurven in der Abb. zur besseren Verdeutlichung so verschoben, dass die Peakposition sich immer bei exakt der gleichen Spannung befindet. Da eine spätere, wieder bei 0,4 K durchgeführte Messung hingegen keine Verschiebung des Strompeaks zeigte, ist davon auszugehen, dass die Verschiebung

³Zwischen der Messung bei 0,4 K und den Messungen bei höheren Temperaturen lag ein Zeitraum von knapp einem Monat.

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

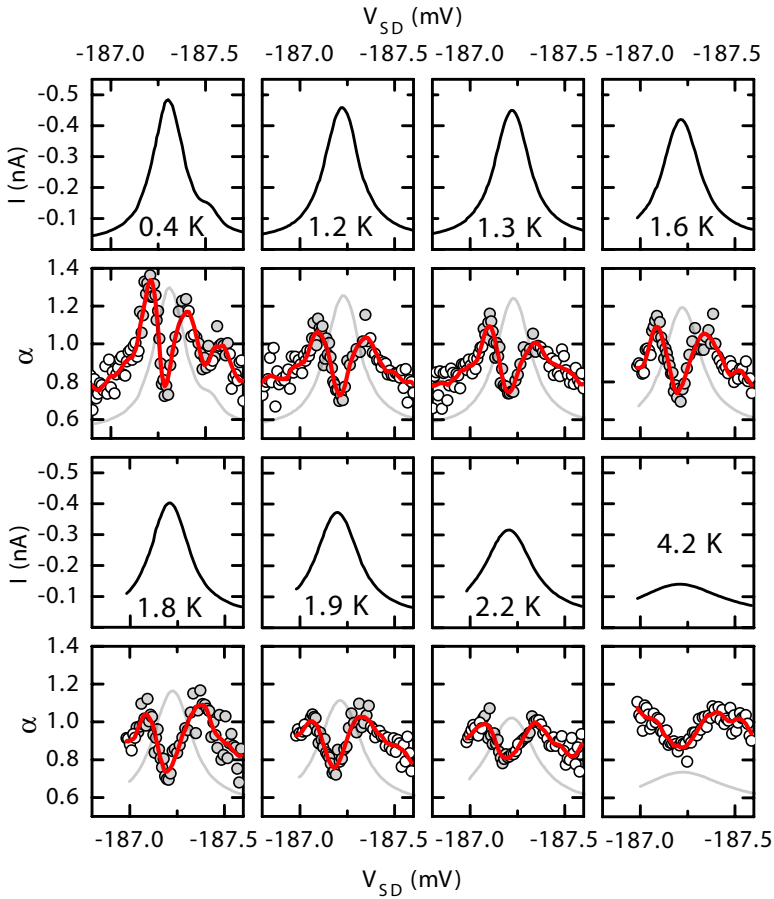


Abbildung 6.12: Temperaturabhängigkeit des Strompeaks (schwarz) und des Fanofaktors (Kreise, weiß: aus Mittelwertbildung, grau: aus Fits) von 0,4 bis 4,2 K. Die rote Kurve ist eine 7 Punkte Savitzky-Golay Mittelung von α .

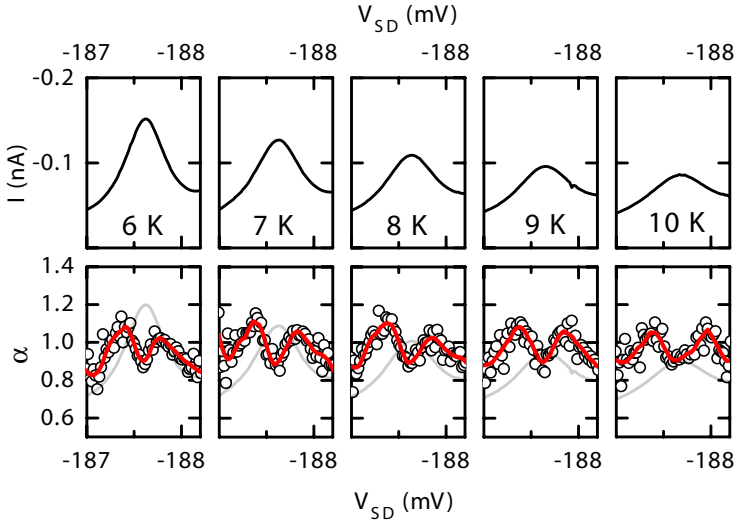


Abbildung 6.13: Temperaturabhängigkeit des Strompeaks (schwarz) und des Fanofaktors (Kreise, aus Mittelwertbildung) von 6 bis 10 K. Die rote Kurve ist eine 7 Punkte Savitzky-Golay Mittelung von α .

des Strompeaks der ersten Messung bei 0,4 K kein temperaturabhängiger Effekt ist. Vermutlich hatte sich die Probe aufgrund eines Temperaturcycles leicht verändert.

All diese Stromkurven lassen sich hervorragend mit einer Lorentzfunktion in Analogie zu (6.1) fiten. Es wird jedoch deutlich, dass insbesondere die Peakhöhe eine starke Temperaturabhängigkeit zeigt. Zuerst nimmt sie bis ungefähr 1,3 K nur unmerklich ab, fällt dann aber immer stärker. In Abb. 6.14 (b) ist die aus den Lorentzfits bestimmte Peakhöhe ohne Hintergrundstrom ΔI logarithmisch über die Temperatur aufgetragen. Die Kurve ist zunächst annähernd konstant, wird dann zunehmend steiler und scheint in einen linearen Abfall überzugehen. Ein solches lineares Verhalten steht im Einklang mit Messungen an vergleichbaren Proben, die von 4 bis 28 K durchgeführt wurden [75]. Die genaue Ursache für die Abnahme der Peakhöhe hin zu höheren Temperaturen ist nicht ganz geklärt. Die Peakhöhe des Stromes

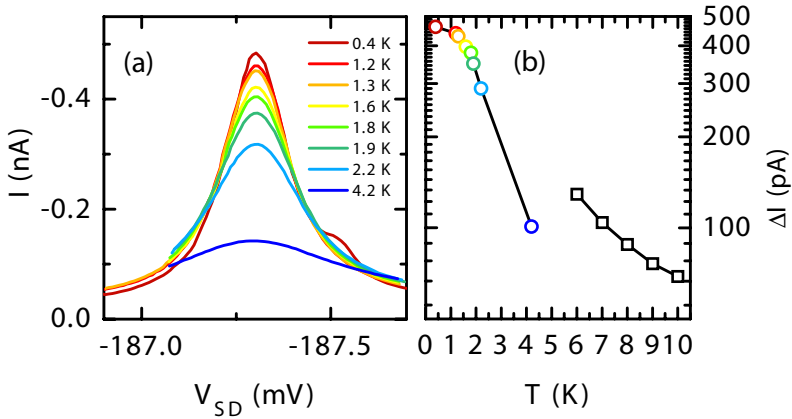


Abbildung 6.14: (a) Temperaturabhängigkeit des Strompeaks aus der 1. Messreihe. Zur besseren Verdeutlichung des Strompeakverhaltens wurden die Kurven so verschoben, dass die Peakposition sich immer bei exakt der gleichen Spannung befindet. (b) Aus Lorentzfits bestimmte Peakhöhe ΔI (ohne Hintergrundstrom) der 1. (Kreise) und 2. Messreihe (Quadrate).

sollte sich nach Gl. (6.1) grundsätzlich nicht mit der Temperatur ändern, wenn sich die Resonanz bei einer Energie weit unterhalb der Emitterfermienergie E_{F_E} befindet. Da zudem die Emittertunnelrate Θ_E wesentlich größer als Θ_C ist, würde selbst eine Resonanz in der Nähe von E_{F_E} nur einen geringen Einfluss auf die Peakhöhe zeigen. Die Rate Θ_E müsste sich dann zwar merklich mit der Temperatur verändern, die Peakhöhe würde aber weiterhin nach (6.1) maßgeblich von der geringeren Rate Θ_C abhängen. Zudem hätte eine Abnahme von Θ_E nach (6.3) und Abb. 6.11 merkliche Auswirkungen auf den Fanofaktor, die in der Stärke nicht beobachtet werden.

Phononen

Im Abschnitt 6.3.3 wurde erwähnt, dass die Asymmetrie des Fanofaktors möglicherweise durch inelastische Streuung an Phononen ausgelöst wird. Dies liegt daran, dass die inelastischen Prozesse der Phononenabsorption und Emission zwar mit der Temperatur aufgrund der Bose-Einstein Verteilung

$\langle n_B \rangle$ ansteigen, aber grundsätzlich unterschiedlich stark sind. Während die normalisierte Absorptionsrate $T_{Ph,A}$ proportional zu $\langle n_B \rangle$ ist, ist die Emissionsrate $T_{Ph,E}$ proportional zu $\langle n_B \rangle + 1$ [42, 80].

Dies führt jetzt dazu, dass das Bunching unterdrückt wird. Die Leitfähigkeiten der blockierenden Kanäle wird durch die zusätzliche Streuung erhöht. Die Prozesse, die dazu führen sind jedoch unterschiedlich. Für $V_{SD} > V_{Peak}$ führt die Phononenabsorption, für $V_{SD} < V_{Peak}$ die Phononenemission zu einer Leitfähigkeitserhöhung. Da die Emissionsrate $T_{Ph,E}$ grundsätzlich höher als die Absorptionsrate $T_{Ph,A}$ ist, wird das Bunching und damit auch der Fanofaktor für $V_{SD} < V_{Peak}$ stärker unterdrückt. Dies könnte dann die Asymmetrie des Fanofaktors bei 0,4 K erklären.

Die Messdaten bei höheren Temperaturen widersprechen jedoch dieser Theorie. Zum einen müsste die zunehmende inelastische Streuung den Fanofaktor an den Stromflanken kontinuierlich senken. Dieser bleibt aber bis 10 K konstant bei $\alpha \approx 1,2$. Zum anderen sollte die Asymmetrie der Emissions- und Absorptionsraten zu einer ebenfalls asymmetrischen Verbreiterung des Strompeaks führen. Dies ist jedoch auch nicht der Fall. Bis hin zu 10 K lassen sich sämtliche Strompeaks hervorragend mit einer Lorentzfunktion fitten. Auch die Abnahme des Peakstromes lässt sich nicht durch Phononen erklären, da die inelastischen Streuprozesse nur einen Einfluss auf die Stromstärke haben, wenn die Resonanzbedingung nicht erfüllt ist.

Abschließend lässt sich festhalten, dass das superpoissonsche Rauschen vermutlich durch eine kohärente Kopplung des Doppelquantenpunktes in Verbindung mit einer starken Asymmetrie $\Theta_E \gg \Theta_C$ hervorgerufen wird. Die Temperaturabhängigkeit des Stromes ist jedoch noch nicht genau geklärt.

6.5 Magnetfeldabhängigkeit

Im Folgenden wird die Magnetfeldabhängigkeit der Strompeaks betrachtet. Dazu wurde ein Magnetfeld von 0 bis 10 T in der Wachstumsebene, also senkrecht zum Strom ($B \perp I$) angelegt. Das Ergebnis ist in Abb. 6.15 gezeigt: Der zuvor untersuchte Strompeak bei $V_{SD} = -187,5$ mV spaltet in zwei Peaks auf, deren Abstand sich mit ansteigendem Feld stetig vergrößert. Der zweite Peak bei $V_{SD} = -193$ mV spaltet nicht auf, aber seine Spannungsposition bewegt sich hin zu betragsmäßig höherer Spannung parallel

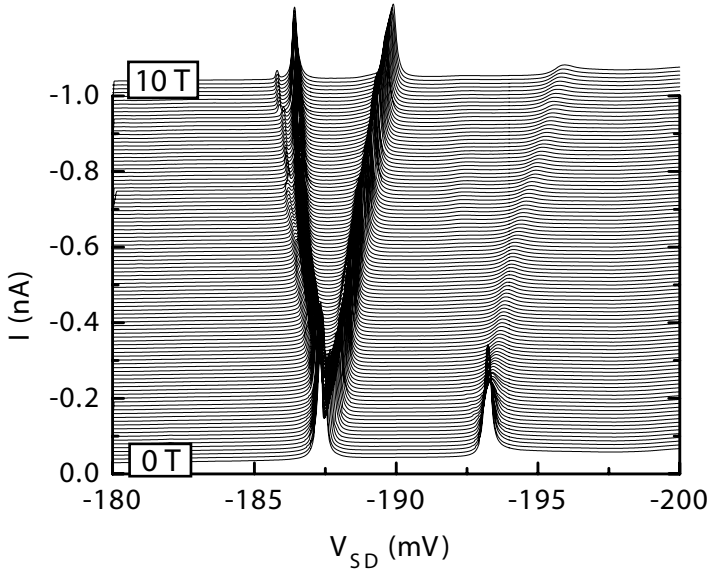


Abbildung 6.15: Magnetfeldabhängiges Verhalten des Strompeaks (#) bei $V_{SD}(0 \text{ T}) = -187,5 \text{ mV}$ und eines weiteren Strompeaks bei $V_{SD}(0 \text{ T}) = -193 \text{ mV}$ bei 0,4 K. Die Magnetfeldrichtung war bei diesen Messungen senkrecht zur Stromrichtung, $B \perp I$.

zu einem der zwei durch die Aufspaltung entstandenen Peaks. Außerdem nimmt der Strom bei diesem Peak kontinuierlich ab, bis er bei 10 T kaum noch auflösbar ist.

Um dieses Verhalten der „Verschiebung“ im Magnetfeld deutlicher sichtbar zu machen, ist in Abb. 6.16 die differentielle Leitfähigkeit dI/dV der Probe aufgetragen. Wie man gut erkennt, bilden sich bei den beiden durch die Aufspaltung entstandenen Peaks auch kleine Nebenpeaks aus, die sich mit zunehmendem Feld auch von den „Hauptpeaks“ wegbewegen. Als erstes wollen wir die Aufspaltung des Strompeaks diskutieren.

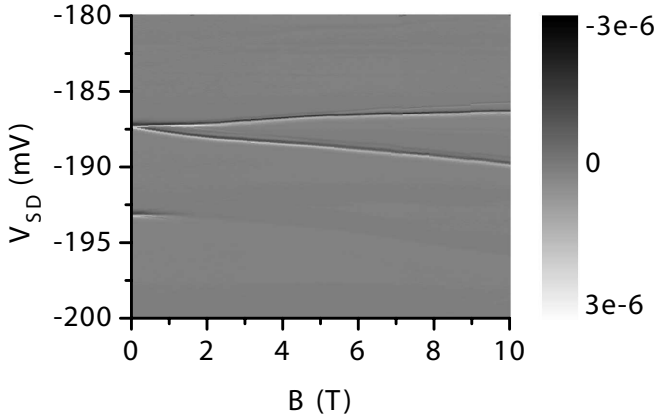


Abbildung 6.16: 2D Plot der differentiellen Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der angelegten Spannung V_{SD} und dem Magnetfeld B .

6.5.1 Magnetfeldabhängige Peakaufspaltung

In Abb. 6.17 sind im linken Teil die genauen Spannungspositionen der Peaks und deren Aufspaltung ΔV in Abhängigkeit vom Magnetfeld gezeigt.

Eine möglicher Erklärungsansatz für dieses Verhalten sieht folgendermaßen aus: Im Magnetfeld spalten die Grundzustände des Doppelquantenpunktes aufgrund des Zeeman-Effektes energetisch in die Spin- \uparrow und in den Spin- \downarrow Grundzustände auf. Die Stärke der Zeemanaufspaltung E_Z hängt von dem Wert des Landéschen g -Faktors g^* ab:

$$E_Z = g^* \mu_B B \quad (6.4)$$

Da g^* für kleinere Quantenpunkte vergleichsweise größer ist [81, 82], müssten die Grundzustände für den an der Kollektorseite sitzenden Quantenpunkt stärker aufspalten. Dies ist als Situation „A“ im rechten Teil der Abbildung gezeigt. Dadurch sind die Quantenpunkte jetzt bei zwei verschiedenen Spannungen in Resonanz, siehe „B“ und „C“. Der energetische Abstand der zwei Resonanzen ist proportional zu dem Unterschied der g^* -Faktoren der beiden Quantenpunkte, im Folgenden als Δg^* bezeichnet: $\Delta E_Z = \Delta g^* \mu_B B$.

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

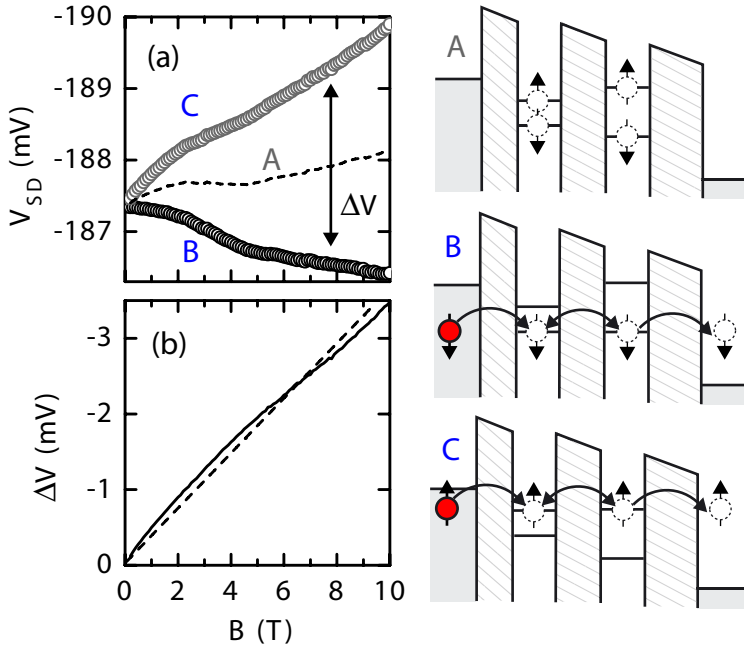


Abbildung 6.17: (a) Magnetfeldabhängige Spannungsposition der durch die Peakaufspaltung entstandenen Strompeaks C und B. A gibt die Mitte des Abstandes beider Peaks an. (b) Magnetfeldabhängige Stärke ΔV der Peakaufspaltung (durchgezogene Linie). Die gestrichelte Linie ist ein linearer Fit. Rechts ist die mögliche Ursache der Strompeaks B und C skizziert.

Mit einem Hebelfaktor von $\beta_{ab} = 0,15$ ergibt sich damit bei einer Steigung von $\Delta V/\Delta B = 0,363$ mV/T ein Unterschied des g^* Faktors von $\Delta g^* = 1,06$.

Da die Zustände des Doppelquantenpunktes ohne Magnetfeld $V_{SD} = -187,5$ mV in Resonanz kommen, beträgt ihr Energieunterschied bei $V_{SD} = 0$ mV in etwa 28 meV. Überträgt man diesen Energieunterschied auf die in Ref. [81, 82] gemessenen größenabhängigen g^* Faktoren, so fällt auf, dass ein Unterschied von $\Delta g^* = 1,06$ in etwa doppelt so hoch wie erwartet ist. Zudem gibt es noch einen weiteren Grund, der gegen einen Transport durch die zwei

spinaufgespaltenen Kanäle spricht:

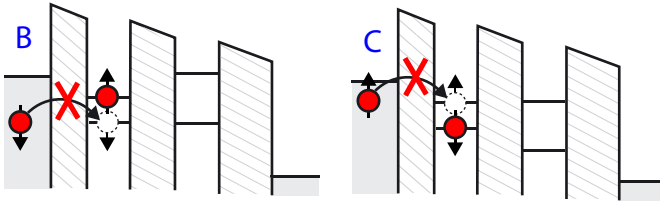


Abbildung 6.18: Spinblockade.

Es wurde bisher noch nicht berücksichtigt, was passiert, wenn der „falsche“ Spinzustand mit einem Elektron besetzt wird, siehe Abb. 6.18. Da dieses Elektron den Quantenpunkt nicht wieder in Richtung Emmitter verlassen kann, blockiert es aufgrund der Coulombblockade den sich in Resonanz befindlichen Kanal der Elektronen mit entgegengesetztem Spin. Es kann nur durch inelastische Streuung bzw. durch Kottunnelprozesse diesen Zustand wieder in Richtung Kollektor verlassen. Der Strom müsste also sehr stark unterdrückt sein. Dies ist jedoch nicht der Fall. Selbst bei 10 T entspricht die Peakhöhe der beiden Peaks noch knapp der Hälfte des Ausgangspeak bei 0 T.

Zusammenfassend lässt sich also festhalten, dass es noch keine zufriedenstellende Erklärung für die Aufspaltung des Strompeaks in zwei weitere gibt.

6.5.2 Hysterese

Im Bereich niedriger Magnetfeldstärken (0 bis 1,2 T) tritt zusätzlich zur Peakaufspaltung noch ein anderer Effekt auf: Die Stromkurve zeigt in der Nähe des Strompeaks starke Abhängigkeit von der Richtung der Spannungsänderung, siehe Abb. 6.19 (a). Eine Hysterese ist deutlich zu erkennen. Der magnetfeldabhängige Verlauf dieser Hysterese ist in Abb. 6.19 (b) für Magnetfeldstärken von 0 bis 1200 mT in Schritten von 100 mT gezeigt. Während die Messungen bei 0 und 100 mT noch keine Hysterese zeigen, ist sie bereits bei 200 mT stark ausgeprägt. Mit ansteigendem Magnetfeld schiebt die Spannungsposition dieser Hysterese zu betragsmäßig höheren Spannungen weg von der Spannungsposition des „ersten“ Strompeaks, ist aber bis hin zu

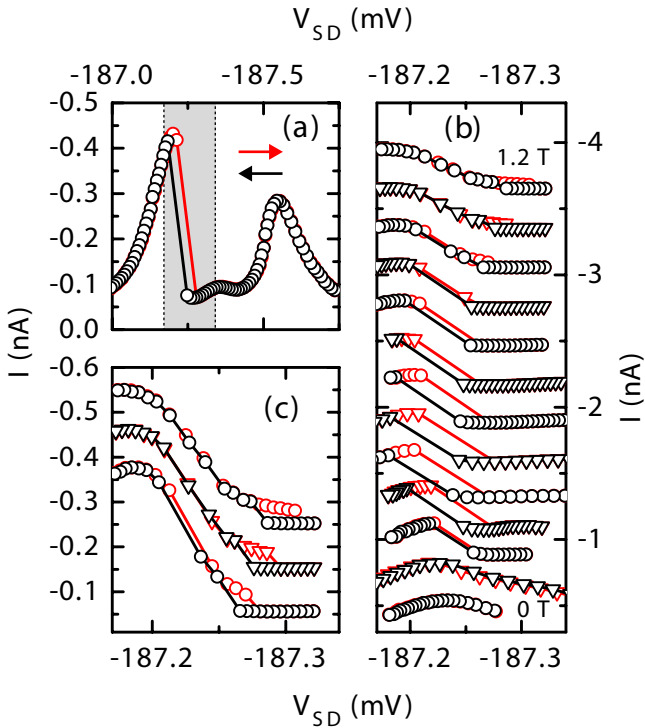


Abbildung 6.19: (a) Strom-Spannungskennlinie bei 600 mT und $0,4 \text{ K}$ für Änderung der Spannung in Richtung betragsmäßig höherer Spannung (Rot) und in Richtung betragsmäßig niedrigerer Spannung (Schwarz). (b) Magnetfeldabhängigkeit der Hysterese für Magnetfelder von 0 bis 1200 mT bei $0,4 \text{ K}$. Der Spannungsbereich entspricht dem grau unterlegten Bereich aus (a). Zudem haben die Kurven zur besseren Unterscheidung einen magnetfeldabhängigen Offset von jeweils 300 pA . (c) Vergrößerte Darstellung der Hysterese für die Magnetfeldstärken von 1000 , 1100 und 1200 mT . Der Offset beträgt hier jeweils 100 pA .

1,2 T noch vorhanden (siehe auch Abb. 6.19 (c)).

In Abb. 6.19 (b) fällt zudem auf, dass die Messdaten der Stromkurven Lücken in dem Bereich der Hysterese für den Magnetfeldbereich von 200 bis 1000 mT aufweisen. Die Ursache hierfür liegt an dem verwendeten Messaufbau: Da die Probe keinen ohmschen Widerstand darstellt, sondern vielmehr einen spannungsabhängigen Widerstand $R_P(V)$ besitzt, der im Bereich negativer differentieller Leitfähigkeit sogar mit ansteigender Spannung kleiner wird, darf der Einfluss eines vorgeschalteten Widerstandes R_S nicht vernachlässigt werden. Im Falle des hier benutzten Tiefpasses beträgt der Widerstand $R_S = 160 \text{ k}\Omega$. Da sich der Probenwiderstand in Serie mit diesen $160 \text{ k}\Omega$ befindet, fällt ein Bruchteil der von außen angelegten Spannung V_{SD}^* über die $160 \text{ k}\Omega$ ab. Da der Probenwiderstand jedoch spannungsabhängig ist, ist dieser Spannungsabfall nicht konstant. Der tatsächliche Spannungsabfall über die Probe V_{SD} lässt sich nach der Formel eines Spannungsteilers berechnen:

$$V_{SD} = \frac{R_P(V)}{R_P(V) + 160 \text{ k}\Omega} V_{SD}^* \quad (6.5)$$

mit $R_P(V) = I/V_{SD}^* - 160 \text{ k}\Omega$. Dies führt jetzt dazu, dass für starke negative differentielle Leitfähigkeit Lücken in der korrigierten Spannung wie in Abb. 6.19 (b) entstehen. Ist diese Leitfähigkeit zudem groß genug, dann gibt es für eine von außen angelegte Spannung V_{SD}^* zwei Lösungen mit unterschiedlichen Stromstärken: Je nachdem mit welcher Spannungsrichtung man sich dieser Bistabilität nähert, ist der Stromverlauf unterschiedlich [83, 84, 85] Es kommt zu einer Hysterese in der Kennlinie, vergleichbar mit Abb. 6.19 (a). Da die hier beobachtete Hysterese jedoch auch in dem Bereich geringer negativer differentieller Leitfähigkeit auftritt, kann davon ausgegangen werden, dass deren Ursache hingegen eine Charakteristik der Probenstruktur und nicht des verwendeten Messaufbaus ist.

6.5.3 Rauschmessungen

Die beobachtete Hysterese aus Abschnitt 6.5.2 wurde im Bereich 100 bis 700 mT auch auf ihre Rauscheigenschaften hin untersucht. Das Ergebnis dieser Messungen ist in Abb. 6.20 zu sehen. Verhält sich der Fanofaktor bei 0,1 T noch ähnlich zu der Situation ohne ein angelegtes Magnetfeld, so entsteht bei 0,2 T ein weiteres Minimum im Fanofaktor an der Position des zusätzlichen

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

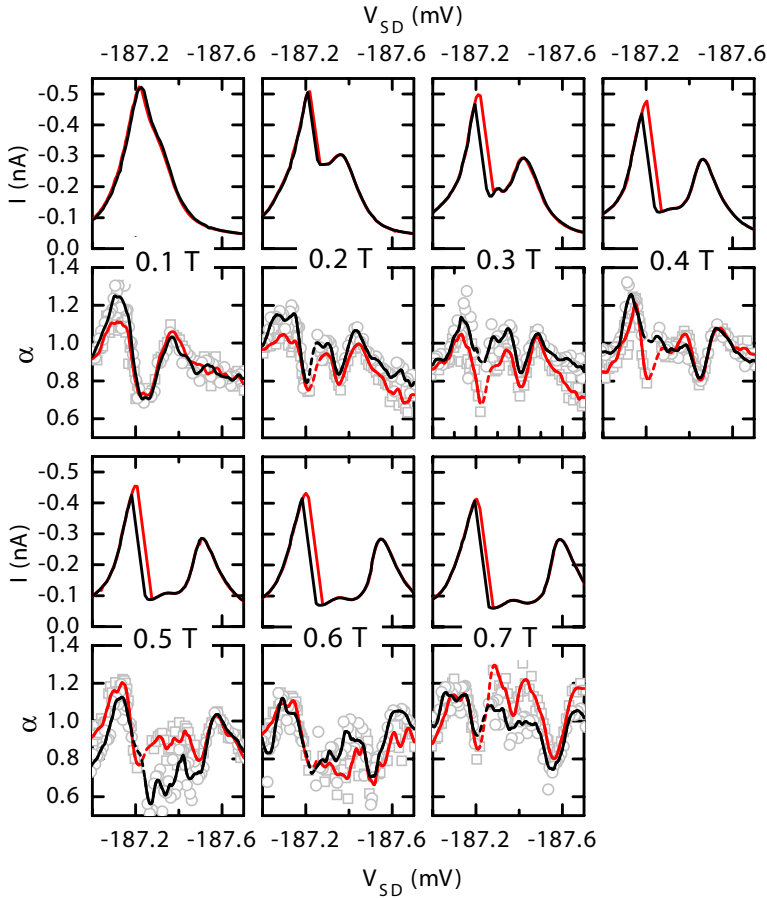


Abbildung 6.20: Hysterese des Strompeaks und der zugehörige Fanfaktor von 0 bis 0,7 T bei 0,4 K. Die durchgezogenen Kurven bei den Fanfaktoren entsprechen einer 21 Punkte Savitzky-Golay Mittelung 2. Ordnung. Der gestrichelte Teil der Kurven gibt den Bereich an, in dem aufgrund der Spannungskorrektur keine Messpunkte liegen. Die Farbcodierung beim Fanfaktor und Strom ist identisch mit Abb. 6.19 (Rot: Spannungsänderung in Richtung betragsmäßig höherer Spannung, Schwarz: in Richtung betragsmäßig niedrigerer Spannung). Bei den in grau gehaltenen Originaldaten des Fanfaktors gehören die Quadrate zu der roten, die Kreise zu der schwarzen Kurve.

Strompeaks. Dieses Minimum bewegt sich bei ansteigendem Magnetfeld mit dem Strompeak mit. Die Stromflanke des „linken“ Strompeaks bewegt sich bei diesen Magnetfeldstärken hingegen noch nicht, der Fanofaktor bleibt in diesem Bereich auch konstant bei ungefähr 1,2, also leicht unterhalb dem Wert von knapp 1,4 bei 0 T.

Das ansteigende Magnetfeld bringt aber auch Schwierigkeiten mit sich. Die $1/f^\delta$ Anteile der Rauschspektren, die sich in Abb. 6.6 nur in einem schmalen Spannungsbereich merklich auswirkten, treten über immer größere Spannungsbereiche auf, insbesondere im Bereich zwischen den beiden Strompeaks. Da in diesem Bereich zudem ein geringer Strom fließt, bewirkt dies eine starke Streuung des Fanofaktors, gut zu erkennen in den Messungen ab 0,5 T.

Zusammenfassend lässt sich jedoch festhalten, dass der Fanofaktor der beiden durch die Aufspaltung entstandenen Strompeaks sich ähnlich dem Fanofaktor des einzelnen Peaks ohne äußeres Magnetfeld verhält.

6.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Transporteigenschaften von seriell gekoppelten selbstorganisierten InAs-Doppelquantenpunkten untersucht. Die Strom-Spannungskennlinien dieser Doppelquantenpunkte zeigten charakteristische Strompeaks für Spannungen $V_{SD} \leq -180$ mV. Die Ursache für diese Peaks ist eine Resonanz der beiden Grundzustandsenergien, die aufgrund der für die Zustände unterschiedlichen Hebelfaktoren nur, im Gegensatz zu Einzelquantenpunkten, bei einer einzigen Spannungsposition erfüllt ist. Eine genaue Analyse eines dieser Strompeaks zeigte, dass die Peakform gute Übereinstimmung mit der theoretisch erwarteten Lorentzform zeigt.

Rauschmessungen ergaben zudem, dass im Flankenbereich dieses Strompeaks ein erhöhtes Schrotrauschen mit einem Fanofaktor $\alpha \geq 1$ auftrat. Es wurden zwei Modelle vorgestellt, die dieses superpoissonsche Rauschen erklären könnten. Das erste Modell beruhte auf einer Doppelbesetzung der Zustände, die aufgrund der Coulombblockade bewirkt, dass der Stromfluss abwechselnd durch zwei Transportkanäle erfolgt, von denen einer diesen Strom nur schwach leitet. Dieses statistische Schalten von zwei Transportkanälen mit stark unterschiedlichen Transmissionskoeffizienten, auch Bunching genannt, geht immer mit einer starken Schrotrauscherhöhung einher.

6 Selbstorganisierte Doppelquantenpunkte

Das zweite Modell wiederum erklärt das superpoissonsche Rauschen durch einen Bunchingeffekt infolge von kohärenter Kopplung der Quantenpunkte zusammen mit einer Asymmetrie der Emitter- gegenüber der Kollektortunnelrate. Durch die aufgrund der kohärenten Kopplung unterschiedlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen im Doppelquantenpunktsystem entstehen wiederum zwei unterschiedlich gut leitende Transportkanäle. Da eine Doppelbesetzung der Zustände aufgrund der bei selbstorganisierten In-As Quantenpunkten relativ hohen Ladeenergie eher unwahrscheinlich ist, erscheint das Modell mit kohärenter Kopplung als das wahrscheinlichere von beiden.

Des Weiteren wurde die Temperaturabhängigkeit des Strompeaks untersucht. Der Maximalstrom zeigt bis 1,3 K nur eine schwache Temperaturabhängigkeit in Übereinstimmung mit dem theoretisch erwarteten Verhalten. Für höhere Temperaturen bricht jedoch die Peakhöhe zunehmend ein. Die genaue Ursache für dieses Verhalten ist unklar. Der Fanofaktor hingegen verändert sich am stärksten im Niedrigtemperaturbereich. Die Schrotrauschüberhöhung nimmt in diesem Bereich stark ab, die Rauschmessungen zeigen jedoch bis hin zu 10 K einen Fanofaktor $\alpha \geq 1$.

Abschließend wurde die Magnetfeldabhängigkeit des Strompeaks gemessen. Mit zunehmenden Magnetfeld spaltet der Peak in zwei einzelne Strompeaks auf. Der Abstand dieser Peaks zueinander nimmt linear mit dem Magnetfeld zu. Ein erstes Erklärungsmodell, das auf zwei Resonanzen aufgrund der Zeemanaufspaltung der Quantenpunkte beruht, konnte dieses Verhalten jedoch nicht zufriedenstellend erklären. Rauschmessungen an den beiden Strompeaks zeigten genau wie der einzelne Strompeak superpoissonsches Schrotrauschen im Flankenbereich.

7 Einzelelektronenpumpe

In diesem Kapitel werden die Rauscheigenschaften einer Einzelelektronenpumpe untersucht. Dazu werden zuerst der Aufbau und die Wirkungsweise dieser Pumpe beschrieben. Daraufhin werden Gate-Gate abhängige Messungen des gepumpten Stromes gezeigt. Das Kapitel schließt mit den Rauschmessungen, die sich durch ein stark unterdrücktes Spektrum im Bereich des quantisierten Transportes auszeichnen.

7.1 Wirkungsweise

Einzelelektronenpumpen zeichnen sich dadurch aus, dass sie Strom und Frequenz in Verbindung bringen, in dem sie pro Pumpzyklus eine definierte Anzahl von Elektronen transportieren, also einen Strom $I = \mathcal{N}ef$ erzeugen. Eine Möglichkeit, dies zu erreichen, besteht in der Benutzung von Schallwellen auf der Oberfläche eines piezoelektrischen Substrats, bspw. GaAs. Aufgrund des piezoelektrischen Effekts entsteht eine Welle elektrostatischen Potentials parallel zur Oberflächenwelle. Beschränkt man die Bewegungsrichtung der Elektronen in GaAs zusätzlich auf einen eindimensionalen Kanal, dann lässt sich eine quantisierte Anzahl von Elektronen pro Frequenzzyklus transportieren [86].

Eine andere Art der Elektronenpumpe besteht in der Verwendung von mehreren seriell geschalteten Einzelelektronentransistoren [23, 87, 88] oder von Quantenpunkten, deren Tunnelbarrieren durch Gates zyklisch verändert werden [89, 90, 91, 92]. Da diese Elektronenpumpen ohne angelegte Spannung V_{SD} funktionieren, sind im adiabatischen Grenzfall mindestens zwei oszillierende Signale notwendig, um Strom zu erzeugen.

Die hier verwendete Elektronenpumpe und der zugehörige Messaufbau sind in Abb. 7.1 zu sehen. Die Pumpe besteht aus einem in n -AlGaAs geätzten Quantendraht, über dem sich drei metallische Splitgates befinden, siehe Abb. 7.1 (b). Das rechte Gate ist geerdet, da es bei den hier vorgestellten

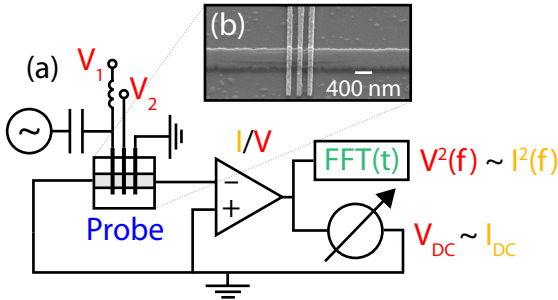


Abbildung 7.1: (a) Verwendeter Messaufbau. Im Unterschied zu Abb. 3.1 liegt keine Spannung V_{SD} an der Probe an. (b) Mit einem Rasterelektronenmikroskop aufgenommenes Bild des Quantendrahtes und der drei 100 nm breiten Splitgates.

Messungen keine Verwendung fand. An den anderen beiden Gates wird jeweils eine negative Spannung (V_1 bzw. V_2) angelegt, wodurch sich ein gebundener Zustand E_{Dp} , also ein Quantenpunkt, zwischen den Gates ausbildet.

Koppelt man jetzt zusätzlich am linken Gate eine Wechselspannung ein, ebenfalls in Abb. 7.1 skizziert, dann verändert dies periodisch die Höhe der linken Tunnelbarriere. Gleichzeitig wird dadurch auch der gebundene Zustand E_{Dp} relativ zur Fermienergie E_F der Zuleitungen abgesenkt bzw. angehoben.

Ist die Amplitude der Wechselspannung hoch genug, dann können Elektronen von links nach rechts gepumpt werden. Dieser Prozess ist in Abb. 7.2 veranschaulicht. In (b) sind die Tunnelraten durch die linke Barriere Θ_L und durch die rechte Barriere Θ_R skizziert. Im linken Teil bewirkt die Wechselspannung eine Reduktion der linken Barrierenhöhe und dadurch ebenfalls eine Erhöhung der Tunnelrate Θ_L . Ist die Rate hoch genug, dies ist im Bereich A der Fall, dann kann der Quantenpunkt mit Elektronen geladen werden, siehe auch Abb. 7.2 (a). Im zweiten Teil der Wechselspannungsperiode nimmt hingegen die Barrierenhöhe zu und damit Θ_L ab. Da sich jedoch gleichzeitig das Einschlusspotential des Quantenpunktes mit ändert, bewirkt dies eine Erhöhung der Zustandsenergie E_{Dp} . Die Änderung von E_{Dp} relativ zur Fermienergie ist in Teil (c) dargestellt. Dadurch wird wiederum die

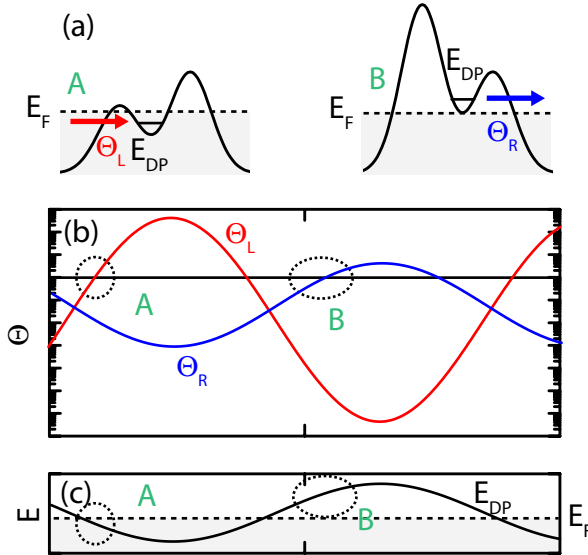


Abbildung 7.2: (a) Schemaskizze des Ladens (A) und Entladens (B) des Quantenpunktes. (b) Ungefährer Verlauf der Tunnelraten Θ_L und Θ_R infolge der periodischen Wechselfspannung. (c) Modulation der Zustandsenergie E_{DP} infolge der periodischen Wechselfspannung. Genaue Berechnungen der Tunnelraten finden sich in Ref. [93].

rechte Barriere effektiv dünner und Θ_R erhöht sich. Ist Θ_R schließlich hoch genug (Bereich B), dann können die Elektronen durch die rechte Barriere tunneln und der Quantenpunkt entlädt sich, siehe Abb. 7.2 (a).

Eine wichtige Bedingung für diesen Prozess ist, dass die Pumpe nichtadiabatisch arbeitet, d. h., dass die Tunnelraten Θ_L und Θ_R in dem Moment, in dem E_{DP} die Fermienergie passiert, wesentlich geringer als die Frequenz der Wechselfspannung f_P sind [93]. Wäre dies nicht der Fall, dann könnten die Elektronen den gebundenen Zustand wieder in Richtung der linken Zuleitung verlassen, wenn er sich oberhalb der Fermienergie befindet. Dadurch, dass jedoch $f_P \gg \Theta_L$ für $E_{DP} \geq E_F$ gilt, wird dies verhindert. Deshalb benötigt diese Pumpe nur *ein* oszillierendes Signal.

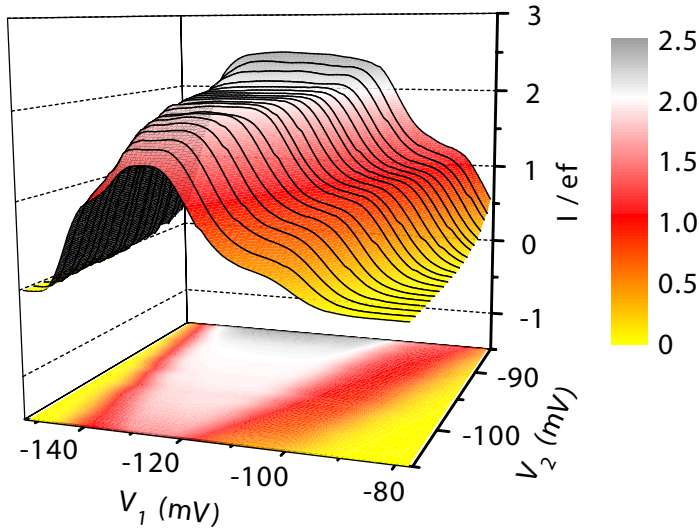


Abbildung 7.3: Charakteristik der untersuchten Einzelelektronenpumpe in der Nähe des $I = 2ef_P$ -Stromplateaus.

7.2 Transporteigenschaften

In Abb. 7.3 ist die Stärke des gepumpten Stromes in der Nähe des $I = 2ef_P$ Plateaus in Abhängigkeit von den Spannungen V_1 und V_2 gezeigt. Die Pumpfrequenz betrug $f_p = 400$ MHz und die Leistungsamplitude 1 dBm. Transport setzt ein für Spannungen $V_1 \geq -150$ mV. Bei niedrigeren Spannungen kann kein Transport stattfinden, da die Amplitude des oszillierenden Signals in diesem Bereich nicht ausreicht, um E_{DP} unterhalb die Fermienergie zu drücken. Oberhalb von -150 mV setzt jedoch ein Stromfluss ein und eine schmale Schulter bei $I = 1ef_P$ entsteht, da jetzt ein Elektron pro Zyklus transportiert wird. Weitere Erhöhung von V_1 resultiert in einem breiten Stromplateau bei $I = 2ef_P$ mit zwei transportierten Elektronen pro Zyklus. Die zunehmende Spannung V_1 hat jedoch auch Auswirkungen auf die Tunnelrate Θ_R : Ab einer gewissen Spannung wird der gebundene Zustand während des zweiten Teil des Pumpzyklusses nicht mehr stark genug ange-

hoben, um zu gewährleisten, dass beide Elektronen den Zustand E_{Dp} verlassen. Nur das (aufgrund der Coulombabstoßung) energetisch höhere Elektron kann den Quantenpunkt verlassen. Demzufolge nimmt der Strom schließlich wieder ab und es entsteht ein schmales Plateau bei $I = 1ef_P$. Ab $V_1 = -80$ mV kann schließlich gar kein Elektron mehr den Quantenpunkt nach rechts verlassen. Dadurch erklärt sich auch die Abhängigkeit der Plateaubreite von V_2 in Abb. 7.3. Je höher die Gatespannung V_2 ist, also je geringer die Höhe der rechten Tunnelbarriere, desto „länger“ dauert es, bis die Anhebung von E_{Dp} während der zweiten Hälfte des Pumpzyklusses nicht mehr ausreicht, um zwei Elektronen nach rechts zu entladen. Die Plateaus werden also mit höherer Spannung V_2 breiter.

7.2.1 Rauscheigenschaften

Bisher wurde davon ausgegangen, dass bei den Stromplateaus mit den Werten $I = 1ef_P$ und $I = 2ef_P$ ein bzw. zwei Elektronen pro Pumpzyklus transportiert werden. Da die Abb. 7.3 jedoch nur das *Gleichstromverhalten* wiedergibt, bedeutet ein Strom von $I = 2ef_P$ tatsächlich nur, dass im *Mittel* zwei Elektronen gepumpt werden. Bspw. würde die gleiche Wahrscheinlichkeit, ein oder drei Elektronen zu pumpen, auch zu einem Strom von $I = 2ef_P$ führen. Von daher eignet sich die Messung der Rauschleistungsdichte des gepumpten Stromes hervorragend, um zu überprüfen, wie viele Elektronen pro Zyklus tatsächlich transportiert werden. Für eine perfekt arbeitende Pumpe wird eine Rauschleistungsdichte $S(0) = 0$ erwartet. Abweichungen von diesem Wert deuten auf Pumpfehler hin [94, 95, 96].

In Abb. 7.4 sind drei ausgewählte Spektren bei $V_2 = -86$ mV und unterschiedlichen Werten von V_1 zu sehen. Da die folgenden Messungen an der gleichen Probe, aber nach einem Temperaturcycling durchgeführt wurden, sind die exakten Spannungswerte, bei denen die Stromplateaus auftreten, leicht gegenüber Abb. 7.3 verschoben. Zwei Spektren ((a) und (c)) gehören zu Messungen auf den Stromplateaus und eins (b) ist im Übergangsbereich bei $I = 1,6ef_P$ aufgenommen worden. Hierbei entsprechen die horizontalen Linien der von 5 bis 15 kHz gemittelten Rauschleistung S_M . Die Spektren zeigen eine sehr geringe $1/f$ Rauschleistung, bei $f = 1$ kHz ist deren Rauschanteil schon auf unter $S = 1 \cdot 10^{-29}$ A²/Hz gefallen. Für Frequenzen $f \geq 2$ kHz ist schließlich keine Frequenzabhängigkeit mehr erkennbar. Dies

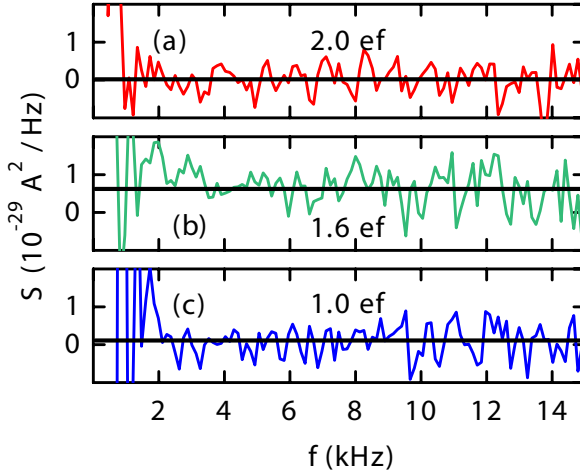


Abbildung 7.4: Drei ausgewählte Spektren bei $V_2 = -86$ mV und $V_1 = -125$ mV (a), $V_1 = -103$ mV (b) und $V_1 = -91$ mV (c).

deutet auf eine sehr gute Niedrigfrequenzstabilität der Pumpe hin.

Wenn man die Spektren untereinander vergleicht, so fällt auf, dass ein signifikanter Unterschied zwischen der beobachteten Rauschleistung auf den Stromplateaus und im Übergangsbereich besteht. Die Rauschleistung bei $I = 1ef_P$ und $I = 2ef_P$ ist bedeutend kleiner ($S_M = 1,4 \cdot 10^{-30}$ A²/Hz und $S_M = 0,16 \cdot 10^{-30}$ A²/Hz) als bei $I = 1,6ef_P$ ($S_M = 6,21 \cdot 10^{-30}$ A²/Hz).

Die mittlere Rauschleistung S_M zusammen mit den zugehörigen Stromwerten für den gesamten Bereich der Gatespannung V_1 ist in Abb. 7.5 gezeigt. Die drei Strom- und Rauschleistungswerte der Spektren aus Abb. 7.4 sind farbig hervorgehoben. Die kleine $1ef_P$ Schulter ist — ebenso wie die grau unterlegten Bereiche quantisierten Stromes — deutlich sichtbar. Im Einklang mit den Spektren aus Abb. 7.4 ist die Rauschleistung im Plateaubereich deutlich unterdrückt verglichen mit den Werten bei nichtquantisiertem Strom.

Die Rauschleistungsdichte einer Einzelelektronenpumpe ist direkt abhängig von der Fluktuation in der gepumpten Elektronenanzahl pro Frequenzzyklus. Wenn die Wahrscheinlichkeiten pro Zyklus $\mathcal{N} - 1$, \mathcal{N} oder $\mathcal{N} + 1$ Elektronen zu pumpen gleich $p_{\mathcal{N}-1}$, $p_{\mathcal{N}}$ und $p_{\mathcal{N}+1}$ sind, dann hat die resultierende

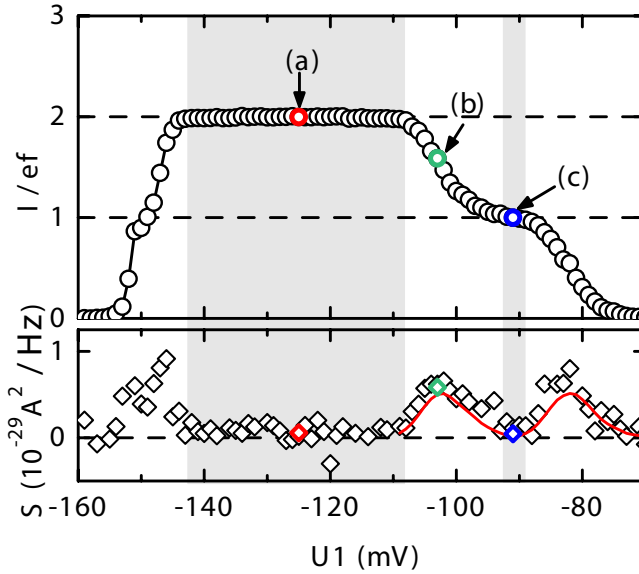


Abbildung 7.5: Oben: Pumpstrom der Einzelelektronenpumpe. Unten: Gemessene Rauschleistung (Symbole). Die durchgezogenen Linien entsprechen der erwarteten Rauschleistung nach (7.3). Die farblich hervorgehobenen Symbole kennzeichnen die Spannungswerte der gemessenen Spektren in Abb. 7.4.

Rauschleistung die Form [94, 95, 96]:

$$S = 2 [p_{N-1} + p_{N+1} - (p_{N-1} - p_{N+1})^2] e^2 f_P \quad (7.1)$$

Außerdem beträgt der Pumpstrom

$$I = (\mathcal{N} + p_{N+1} - p_{N-1}) e f_P \quad (7.2)$$

Mithilfe von (7.1) und (7.2) lassen sich dann direkt aus dem gemessenen Strom und der Rauschleistung die Werte für p_{N-1} , p_N und p_{N+1} extrahieren.

Im Bereich der Stromplateaus entspricht der Strom $I = \mathcal{N} e f_P$. Aus (7.2) folgt dann $p_{N-1} = p_{N+1}$. Für eine perfekte Einzelelektronenpumpe sind p_{N-1} und p_{N+1} Null und es ergibt sich mit (7.1) eine Rauschleistung $S = 0$.

7 Einzelelektronenpumpe

Der Mittelwert der gemessenen Rauschleistung im Spannungsbereich $V_1 = -143$ mV bis $V_1 = -108$ mV, also auf dem $I = 2ef_P$ Plateau, beträgt $S = 0,7 \cdot 10^{-30}$ A²/Hz, ein Wert der in der Größenordnung der maximalen Auflösung des verwendeten Messaufbaus liegt. Von daher lässt sich festhalten, dass die gemessene Rauschleistung im Plateaubereich so klein ist, dass sich keine definitiven Aussagen über Zählfehler des Pumpprozesses treffen lassen. Die Rauschleistung liefert demnach nur eine Aussage, welchen Wert die Zählfehler ($p_{N-1} + p_{N+1}$) nicht überschreiten. Das obere Limit lässt sich daraus auf knapp vier Prozent festlegen.

Aus (7.1) lässt sich auch direkt eine Aussage über die erwartete Rauschleistung im Übergangsbereich zwischen den Stromplateaus $I = 2ef_P$ und $I = 1ef_P$ treffen. Es ist anzunehmen, dass in diesem Übergangsbereich die Mehrzahl der Pumpprozesse aus einem oder zwei Elektronen besteht, $p_1 + p_2 \approx 1$. Daraus folgt mit (7.1) und mit $p_N = p_2$ und $p_{N-1} = p_1$:

$$S = 2p_1(1 - p_1)e^2f_P \quad (7.3)$$

Da zudem $I = (2 - p_1)ef_P$ aus (7.2) folgt, lässt sich aus den Stromwerten direkt p_1 extrahieren und der theoretisch erwartete Verlauf der Rauschleistung mittels (7.3) simulieren. Das Ergebnis ist durch die durchgezogenen Linien im unteren Teil der Abb. 7.5 für den Übergangsbereich von $I = 2ef_P$ nach $I = 1ef_P$ und ebenso für den Bereich von $I = 1ef_P$ nach $I = 0ef_P$ gezeigt. Die Werte der gemessenen Rauschleistung entsprechen dem theoretisch erwarteten Verlauf.

Des Weiteren kann man auch die variierten Gates vertauschen. Man hält also im Gegensatz zu Abb. 7.5 jetzt die Gatespannung V_1 anstelle von V_2 fest (bei -130 mV) und variiert V_2 , siehe Abb. 7.6. Es sind ebenfalls Stromplateaus mit $I = nef_P$ für $n = 2 \dots 4$ zu erkennen. Interessanterweise fehlt jedoch bei dieser Messung ein deutlich ausgeprägtes Plateau bei $I = 1ef_P$. Betrachtet man jetzt die Rauschleistung, so fällt auch hier eine Abweichung bei $I = 1ef_P$ auf: Während die Rauschleistung bei den anderen quantisierten Werten minimal wird, ist sie hingegen bei $1ef_P$ maximal. Trägt man jetzt in Analogie zu Abb. 7.5 zudem die erwartete Rauschleistung im Übergangsbereich zwischen den quantisierten Stromwerten auf, so stimmt sie zwar für die anderen Bereiche mit den Messwerten überein, in der Nähe von $I = 1ef_P$ ergeben sich jedoch deutliche Abweichungen. Der Ansatz $p_0 + p_1 \approx 1$ links und $p_1 + p_2 \approx 1$ rechts von $I = 1ef_P$ scheint hier nicht zu gelten.

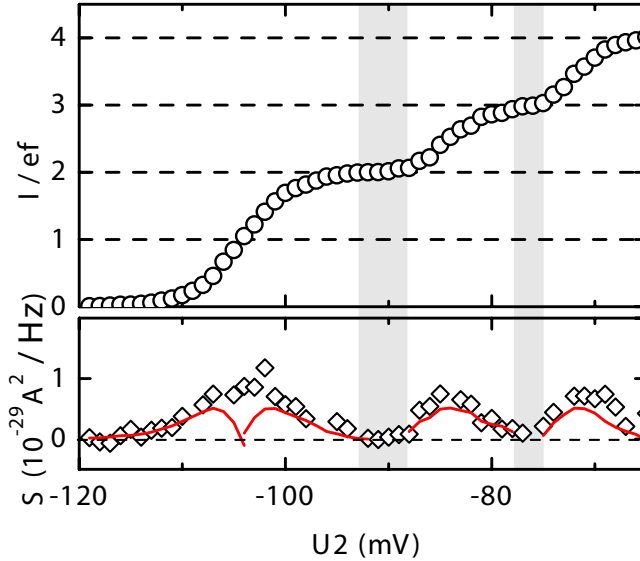


Abbildung 7.6: Oben: Pumpstrom der Einzelelektronenpumpe bei $V_1 = -130$ mV und variiertter Spannung V_2 . Unten: Gemessene Rauschleistung (Symbole). Die durchgezogenen Linien entsprechen der erwarteten Rauschleistung nach (7.3).

Wie schon oben erwähnt, lassen sich mithilfe von (7.1) und (7.2) direkt aus dem gemessenen Strom und der Rauschleistung die Werte für $p_{\mathcal{N}-1}$, $p_{\mathcal{N}}$ und $p_{\mathcal{N}+1}$ extrahieren. Das Ergebnis ist in Abb. 7.7 für p_0 , p_1 und p_2 gezeigt. Hieraus wird deutlich, dass in der Nähe von $I = 1ef_p$ sich der Pumpmechanismus aus drei möglichen Elektronenzahlen zusammensetzt. Die Wahrscheinlichkeit p_2 fängt schon an zu steigen, während noch eine endliche Wahrscheinlichkeit p_0 besteht, dass kein Elektron pro Pumpzyklus transportiert wird. Hieraus folgt, dass der Maximalwert für p_1 bei $I = 1ef_p$ auch nicht 1 ist, sondern sich eher bei 0,5 bewegt, während die Wahrscheinlichkeiten p_0 und p_2 jeweils 0,25 betragen. Es findet in diesem Bereich also kein quantisiertes Pumpen statt, sondern der Pumpstrom fluktuiert und setzt sich aus keinem, einem und zwei transportierten Elektronen pro Zyklus zusammen,

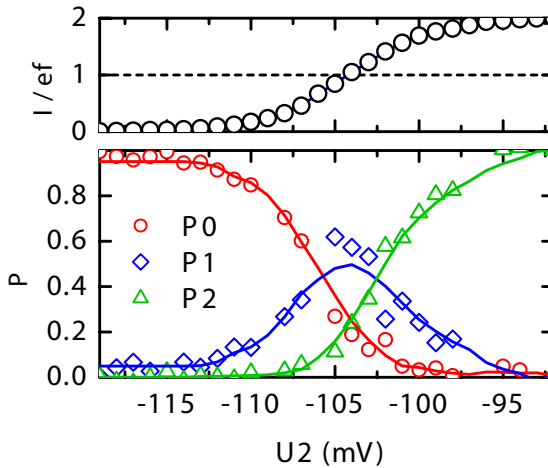


Abbildung 7.7: Stromverlauf in der Nähe von $I = 1ef_p$ (oben) und mithilfe von (7.1) und (7.2) berechnete Wahrscheinlichkeiten (unten, Symbole). Die durchgezogenen Linien entsprechen einer 11 Punkte Savitzky-Golay Mittelung zweiter Ordnung.

weshalb sich eine signifikante Rauschleistung ergibt.

7.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Transporteigenschaften einer Einzelelektronenpumpe untersucht. Die Aufnahme des Gleichstromverhaltens zeigte deutlich ausgeprägte Stromplateaus bei den quantisierten Werten von $I = nef_p$ bei einer Pumpfrequenz von $f_p = 400$ MHz. Als unabhängiger Beweis für die korrekte Wirkungsweise der Pumpe wurde parallel zum Gleichstromverhalten auch die Rauschleistung gemessen. Man erwartet für eine perfekt arbeitende Pumpe einen Wert von $S = 0$ im Bereich des quantisierten Transportes. Abweichungen von diesem Wert deuten auf Pumpfehler hin. In der Tat war die gemessene Rauschleistung so gering, dass sie in der Größenordnung der Auflösung des verwendeten Messaufbaus lag. Im Übergangsbereich zwischen

den Stromplateaus war hingegen ein deutlicher Anstieg zu erkennen, der gute Übereinstimmung mit dem theoretisch erwarteten Verlauf zeigte. Zudem wurde auch eine Messung vorgestellt, die kein Stromplateau bei $I = 1ef_p$ zeigte. Hier war kein Minimum, sondern vielmehr ein Maximum in der Rauschleistung feststellbar. In diesem Fall konnte gezeigt werden, dass der Transportmechanismus sich in diesem Bereich nicht aus einem, sondern vielmehr aus keinem, einem und zwei transportierten Elektronen pro Zyklus zusammensetzt.

7 Einzelektronenpumpe

8 Zusammenfassung

In diesem Kapitel soll ein kurzer Überblick über die wichtigsten Ergebnisse der vorliegenden Arbeit gegeben werden.

Im ersten Messkapitel wurden die Transporteigenschaften von selbstorganisierten InAs Quantenpunkten untersucht. Deren Gleichstromverhalten zeichnete sich durch Stufen aus, die charakteristisch für resonanten Transport durch einzelne Quantenpunkte sind. Dies wurde durch Analyse der Rauschmessungen gestützt, die eine für den resonanten Transport typische Unterdrückung des Schrotrauschens mit einem Fanofaktor α zwischen 0,5 und 1 zeigten. Zudem wies die Form der Stromstufen Unterschiede in Abhängigkeit von dem Vorzeichen der angelegten Spannung auf, vermutlich aufgrund einer Asymmetrie der Barrierendicken. Der Verlauf des Fanofaktors bestätigte diese Vermutung und erlaubte eine Bestimmung des Verhältnisses der effektiven Barrierendicken von 3,4 zu 4 nm. Der Fanofaktor zeigte für positive Spannung gute Übereinstimmung mit dem theoretisch erwarteten Verhalten. Für negative Spannung ergaben sich Abweichungen, die auf eine fluktuierende Emittertunnelrate zurückgeführt werden konnten. Die Ursache dieser Fluktuation ist unklar, eine mögliche Erklärung dafür sind sogenannte LDOS Fluktuationen.

Bei der Untersuchung der Strom-Spannungskennlinien ergab sich außerdem noch eine weitere Besonderheit: Direkt beim Einsetzen des resonanten Transportes war eine starke Überhöhung der Stromstärke zu beobachten. Der grundlegende Mechanismus dieser Überhöhung konnte als ein besonderer Vielteilchenwechselwirkungseffekt des auf dem Quantenpunkt lokalisierten Elektrons mit den Leitungselektronen, eine sogenannte Fermikantensingularität, interpretiert werden. Dieser Effekt wurde bei zwei unterschiedlichen Proben, sowohl mit als auch ohne ein äußeres Magnetfeld, beobachtet. Der genaue Verlauf dieser Überhöhung zeigte gute Übereinstimmung mit der Theorie. Durch Fits konnte der für die Fermikantensingularität charakteristische Exponent mit $\gamma = 0,31$ (ohne Magnetfeld) und $\gamma_{\downarrow} = 0,46$ bzw. $\gamma_{\uparrow} = 0,24$

bis 0,26 (mit Magnetfeld) bestimmt werden. Die Rauschmessungen zeigten im Bereich dieser Fermikantensingularität eine starke Unterdrückung. Da bis zu dem jetzigen Zeitpunkt keine Theorie existiert, die explizit den Verlauf des Fanofaktors bei einer Fermikantensingularität beschreibt, wurde getestet, ob sich dieser Verlauf auch mit der Standardformel für Quantenpunkte beschreiben lässt, wenn man lediglich die Emittiertunnelrate durch einen anderen Ausdruck ersetzt. Es zeigte sich jedoch, dass dies den Fanofaktor nur ungenügend wiedergibt. Die beobachtete Unterdrückung war wesentlich stärker als die formal berechnete. Von daher wurde deutlich, dass eine Theorie vonnöten ist, die direkt die Rauschleistung im Bereich einer Fermikantensingularität behandelt.

Das nächste Kapitel beschäftigte sich mit InAs Doppelquantenpunkten. Hierbei handelt es sich jeweils um zwei seriell tunnelgekoppelte Quantenpunkte. Aufgrund dieser Kopplung findet resonanter Transport durch diese Doppelquantenpunkte nur dann statt, wenn sich beide Zustände in Resonanz zueinander befinden. Dieses Verhalten spiegelte sich in scharfen Strompeaks in der Strom-Spannungskennlinie wider. Die Rauschmessungen wiesen zudem im Bereich eines dieser Strompeaks eine Besonderheit auf. Im Bereich der Stromflanken war die Rauschleistung nicht unterdrückt, sondern vielmehr erhöht mit einem maximalen Fanofaktor von $\alpha = 1,36$. Ein Vergleich mit verschiedenen theoretischen Modellen zeigte, dass dieser Effekt höchstwahrscheinlich durch eine starke Kopplung der beiden Quantenpunkte ausgelöst wird. Die resultierenden Molekülzustände Ψ_A und Ψ_S , die sich aufgrund dieser Kopplung ergeben, zeichnen sich durch unterschiedlich starke Kollektortunnelraten aus. Damit wechselt die Leitfähigkeit des Doppelquantenpunktsystems dynamisch zwischen zwei Zuständen mit unterschiedlicher Transmissionswahrscheinlichkeit. Es kommt zu einem Wechsel zwischen Zeitabschnitten mit einer Vielzahl von Tunnelereignissen und Zeitabschnitten, in denen nur wenige Ladungsträger den Doppelquantenpunkt passieren. Dieser Effekt, der in einem erhöhten Schrotrauschen resultiert, wird auch allgemein als „Bunching“ bezeichnet.

Zudem wurde dieser Strompeak bei einem senkrecht zur Stromrichtung angelegten Magnetfeld untersucht. Es wurde eine Aufspaltung des Strompeaks in zwei einzelne beobachtet, deren Abstand zueinander mit ansteigendem Magnetfeld stetig zunahm. Der genaue Mechanismus, der zu dieser Aufspaltung führte, konnte bis jetzt noch nicht geklärt werden. Zudem zeigte

der aufgespaltene Strompeak ab 200 mT eine starke, spannungsrichtungsabhängige Hysterese im Stromverlauf. Magnetfeldabhängige Rauschmessungen erhielten für die beiden durch die Aufspaltung entstandenen Strompeaks das gleiche Ergebnis wie die Messungen ohne ein angelegtes Feld: Der Fanofaktor zeigt eine Überhöhung in den Stromflanken und eine Unterdrückung direkt beim Strommaximum.

Das letzte Kapitel der Arbeit beschäftigt sich mit einer Einzelelektronenpumpe. Diese Pumpe besteht aus einem Quantenpunkt, dessen Tunnelbarrieren durch Topgates verändert werden können. Durch Einkopplung einer Wechselspannung mit Frequenz f_P an eines dieser Topgates war es möglich, die Transmissionswahrscheinlichkeit einer der beiden Barrieren zyklisch zu verändern und Elektronen durch den Quantenpunkt zu pumpen. Es wurden Stromplateaus mit den quantisierten Werten $I = nef_P$ beobachtet. Dies deutet darauf hin, dass pro Pumpzyklus genau n Elektronen den Quantenpunkt passieren. Eine Analyse der Rauschmessungen bestätigte diese Vermutung. Zudem konnte der Pumpfehler zu maximal vier Prozent abgeschätzt werden. Außerdem zeigte sich, dass die Stärke des Rauschens im Übergangsbereich zwischen den Stromplateaus dem theoretisch erwarteten Verlauf entspricht.

8 Zusammenfassung

Zusätzliche Rauschmessungen an Doppelquantenpunkten bei 5 und 10 T

An dem Strompeak (#) der Doppelquantenpunktprobe P501-1A(02)K11 wurden zusätzlich zu den in Abschnitt 6.5.3 vorgestellten Rauschmessungen auch Messungen bei höheren Magnetfeldern (5 und 10 T) durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abb. 8.1 und 8.2 zu sehen. Der bei $B = 0$ T einzelne Strompeak ist in zwei gleich hohe Peaks aufgespalten. Hierbei weist bei der 5 T Messung in Abb. 8.1 der Peak bei betragsmäßig geringerer Spannung eine starke Asymmetrie auf, bei dem anderen Peak hingegen tritt auf der linken Flanke eine zusätzliche Struktur auf, ähnlich zu der 0,4 K Messung bei $B = 0$ T (siehe Abb. 6.6). Im unteren Teil der Abb. 8.1 und 8.2 ist zusätzlich der Verlauf des Fanofaktors dargestellt.

Für den Strompeak in Abb. 8.1 (b) entspricht der zugehörige Verlauf des Fanofaktors in Abb. 8.1 (d) den Messungen bei 0 T. Man beobachtet eine Schrotrauschunterdrückung im Bereich des Maximalstromes und findet eine Überhöhung mit einem Fanofaktor $\alpha \geq 1$ im Bereich der Stromflanken. Auch die Modulation im Bereich der linken Flanke ist vergleichbar zu Abb. 6.6. Bei dem Fanofaktor in Abb. 8.1 (c), der zum Strompeak in Abb. 8.1 (a) gehört, beobachtet man hingegen ein starke Schrotrauschunterdrückung im Bereich der linken Stromflanke. Allerdings ist in diesem Bereich, insbesondere beim Minimum des Fanofaktors, die differentielle Leitfähigkeit mit einem Maximalwert von $G_{diff} = 4 \cdot 10^{-6}$ S sehr hoch. Da von allen gemessenen Spektren der Einfluss des Spannungsrauschens am Verstärkereingang abgezogen wird (siehe Abschnitt 3.1.3), der proportional zu G_{diff}^2 ist, und zudem die Rauschleistung bei den Messungen bei 5 T aufgrund des vergleichsweise geringen

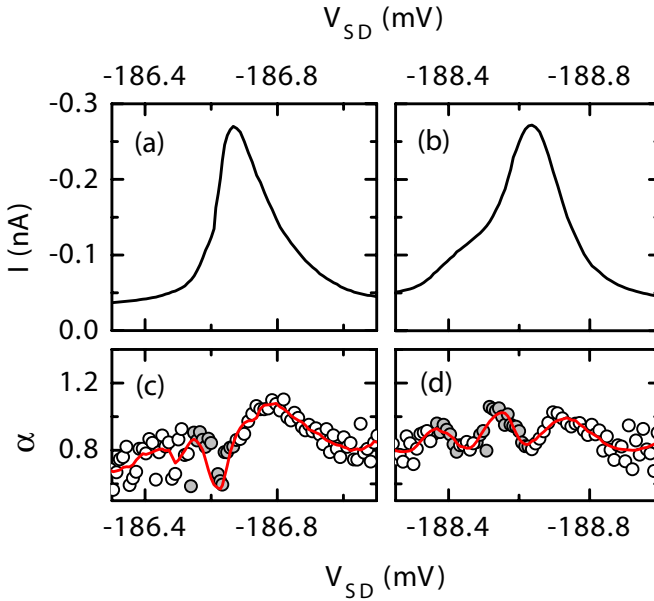


Abbildung 8.1: Aufspaltung des Strompeaks aus Abb. 6.8 in zwei einzelne Peaks ((a) und (b)) bei einem angelegten Magnetfeld von 5 T und einer Temperatur von 400 mK. In den Abb. (c) und (d) ist jeweils der Fanfaktor α zu sehen (grau gefüllte Symbole: aus Fits, offene Symbole: durch Mittelwertbildung). Die durchgezogene Linie entspricht einer 7 Punkte Savitzky-Golay Mittelung.

Stromes ¹ nicht allzu hoch ist, führen leichte Fehler bei der Bestimmung von G_{diff} schon zu signifikanten Abweichungen des Fanfaktors. Für eine 10% geringere differentielle Leitfähigkeit ergibt sich schon ein Unterschied des Fanfaktors von 0,13. Von daher ist eine definitive Aussage über das Verhalten des Fanfaktors in diesem Bereich nicht gegeben. In den Bereichen ohne hohe differentielle Leitfähigkeit, in diesem Fall im Bereich der rechten Stromflanke, beobachtet man jedoch wiederum eine Schrotrauscherhöhung

¹-163 pA bei maximaler differentieller Leitfähigkeit. In Abb. 6.8 beträgt die Stromstärke bei dem Maximum von G_{diff} hingegen -337 pA.

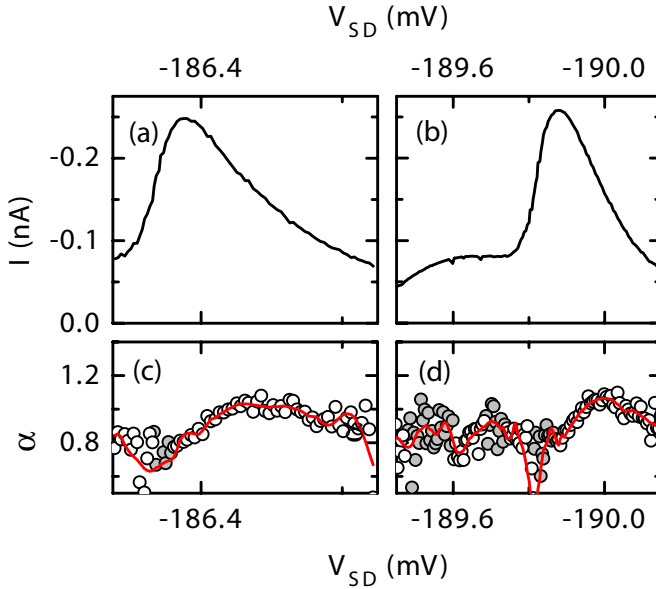


Abbildung 8.2: Die zwei Strompeaks aus Abb. 8.1 bei 10 T und einer Temperatur von 400 mK ((a) und (b)). In den Abb. (c) und (d) ist jeweils der Fanfaktor α zu sehen (grau gefüllte Symbole: aus Fits, offene Symbole: durch Mittelwertbildung). Die durchgezogene Linie entspricht einer 7 Punkte Savitzky-Golay Mittelung.

mit $\alpha > 1$, die in Richtung des Strompeaks in eine Unterdrückung ($\alpha < 1$) übergeht.

Bei den Messungen bei 10 T in Abb. 8.2 hat die maximale Stromstärke abgenommen, und zusätzlich beobachtet man jetzt auch bei dem rechten Strompeak (Abb. 8.2 (b)) eine hohe differentielle Leitfähigkeit im Bereich der linken Stromflanke von $G_{diff} = 5,7 \cdot 10^{-6}$ S. In Abb. 8.2 (a) hat G_{diff} sogar einen Maximalwert von $6,3 \cdot 10^{-6}$ S. Da die Ströme hier ebenfalls relativ gering sind (-177 und -185 pA) gestaltet es sich in diesem Bereich ebenfalls schwierig, eine definitive Aussage über den Fanfaktor zu treffen. Insofern ist die in Abb. 8.2 (c) und (d) gezeigte Unterdrückung des Fanfaktors im Be-

reich der hohen differentiellen Leitfähigkeit mit einer gewissen Unsicherheit verbunden. In den rechten Stromflanken zeigt der Fanofaktor jedoch wieder die bekannte Überhöhung mit einem Wert von $\alpha > 1$.

Simulation des Stromverlaufes und des Fanofaktors bei Doppelquantenpunkten

In Abschnitt 6.4 wurden temperaturabhängige Messungen des Stromes und Fanofaktors an Doppelquantenpunkten vorgestellt. Hier soll ein kurzer Überblick gegeben werden, wie sich der nach (6.1) berechnete Stromverlauf und der nach (6.3) berechnete Verlauf des Fanofaktors bei Variation der Tunnelraten Θ_E , Θ_C und Ω verhält. Die festgehaltenen Raten entsprechen jeweils den Werten $\Theta_E = 1 \cdot 10^{10}$ Hz, $\Theta_C = 1 \cdot 10^9$ Hz und $\Omega = 1 \cdot 10^{10}$ Hz. Zudem wurde der Hebelfaktor mit $\beta = 0,15$ festgelegt. In Abb. 8.3 (a) und (b) wurde dann zusätzlich die Emitterrate von $9 \cdot 10^9$ Hz bis $2 \cdot 10^9$ Hz, in (c) und (d) die Rate Ω von $9,5 \cdot 10^9$ Hz bis $6 \cdot 10^9$ Hz und in (e) und (f) die Rate Θ_C von $9 \cdot 10^8$ Hz bis $2 \cdot 10^8$ Hz variiert. Vergleicht man die Simulation mit den Messungen in Abschnitt 6.4, dann können die Formeln (6.1 und (6.3) den beobachteten Verlauf nur durch Abnahme von Θ_C und Ω beschreiben. Da man jedoch keine Temperaturabhängigkeit von Θ_C erwartet, ist unklar, welcher Effekt insbesondere zu der starken Abnahme des Strompeaks führt.

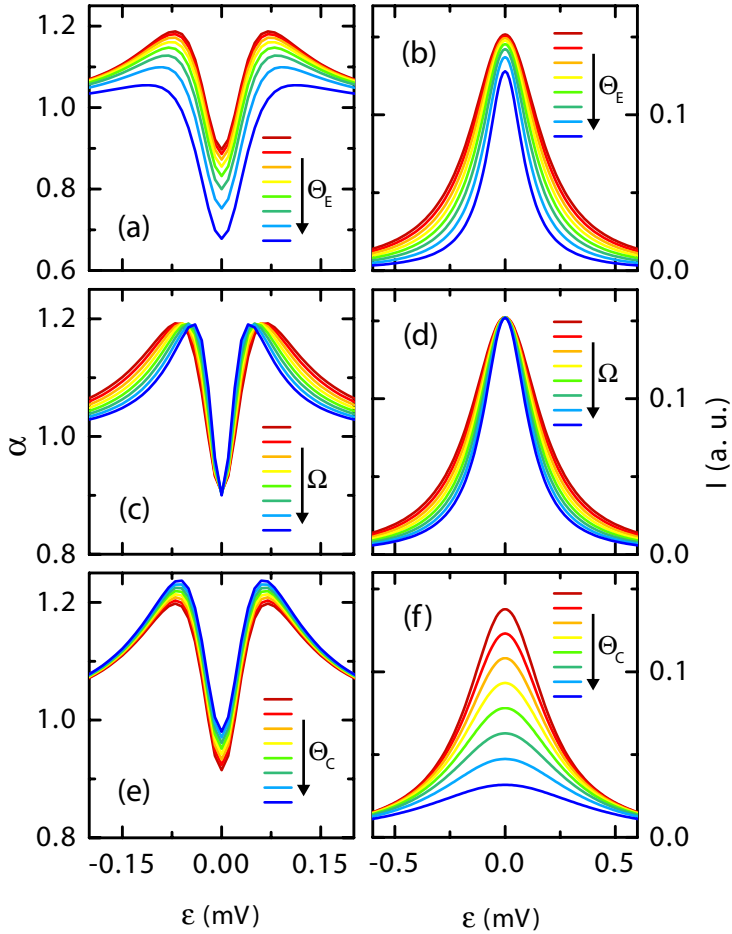


Abbildung 8.3: Simulation des Verhaltens des Fanfaktors (links) und Strompeaks (rechts) nach (6.3) und (6.1) bei Variation der Tunnelrate Θ_E ((a), (b)), Ω ((c), (d)) und Θ_C ((e), (f)).

Symbole und Abkürzungen

Symbole

α	Fanofaktor
α_{FES}	Fanofaktor der Fermikantensingularität
α_H	Fanofaktor des Hintergrundstromes
α_i	anteiliger Fanofaktor eines einzelnen Quantenpunktes
β	Hebelfaktor
β_a	Hebelfaktor der Barriere zwischen E_{Da} und Zuleitung
β_{ab}	Hebelfaktor der Barriere zwischen E_{Da} und E_{Db}
β_b	Hebelfaktor der Barriere zwischen E_{Db} und Zuleitung
ΔC	Kapazitätsänderung
ΔC_{max}	maximale Kapazitätsänderung
ΔE_a^-	Energieabsenkung des Zustandes E_{Da} bei negativer Spannung
ΔE_a^+	Energieabsenkung des Zustandes E_{Da} bei positiver Spannung
ΔE_{ab}^-	Energieabsenkung der Differenz der Zustände E_{Da} und E_{Db} bei negativer Spannung
ΔE_b^-	Energieabsenkung des Zustandes E_{Db} bei negativer Spannung
ΔE_b^+	Energieabsenkung des Zustandes E_{Db} bei positiver Spannung
ΔE_{akt}	Aktivierungsenergie einer Störstelle
ΔE_{min}	Energieabstand $E_F - E_{Kern}$
ΔI	Strompeakhöhe
Δp	Impulsunschärfe
Δt	Zeitintervall
Δx	Ortsunschärfe
ϵ	Energetische Differenz der Zustände E_{Da} und E_{Db}
γ	kritischer Exponent

$\Gamma_I(\tau)$	Autokorrelationsfunktion
κ	Wellenzahl, $\kappa = \sqrt{2m^*(V_B - E)}/\hbar$
λ	Mittelwert \bar{n} pro Zeitintervall Δt
μ_B	Bohrsches Magneton, $9,274 \cdot 10^{-24}$ J/T
ω	Kreisfrequenz
Ω	Tunnelkopplung der Zustände E_{Da} und E_{Db}
ω_0	Kreisfrequenz des harmonischen Oszillators
ω_{th}	Schwellfrequenz; $\hbar\omega_{th}$ entspricht dem Energieabstand $E_F - E_{Kern}$
$\Psi(\mathbf{r})$	Wellenfunktion
Ψ_A	antibindender Zustand
Ψ_S	bindender Zustand
Θ_C	Kollektortunnelrate
Θ_{CA}	Kollektortunnelrate von Quantenpunkt A
Θ_{CB}	Kollektortunnelrate von Quantenpunkt B
Θ_E	Emittertunnelrate
Θ_E^0	Emittertunnelrate ohne Fermikantensingularität
Θ_E^*	effektive Emittertunnelrate
Θ_{EA}	Emittertunnelrate von Quantenpunkt A
Θ_{EB}	Emittertunnelrate von Quantenpunkt B
π	3,14159...
τ_0	Versuchsrate
τ_1	charakteristische Zeitkonstante des Lorentzrauschens mit Amplitude A_1
τ_2	charakteristische Zeitkonstante des Lorentzrauschens mit Amplitude A_2
τ_{an}	mittlere Zeit, in der die Störstelle geladen ist
τ_{aus}	mittlere Zeit, in der die Störstelle nicht geladen ist
τ_L	charakteristische Zeitkonstante des Lorentzrauschens
A	Amplitude des Lorentzrauschens
\mathbf{A}	Vektorpotential
\mathcal{A}	Vorfaktor des $1/f^\delta$ Rauschens
\mathbf{a}_i	Basisvektoren des Kristallgitters
A_1	Amplitude des Lorentzrauschens mit der charakteristischen Zeitkonstante τ_1
A_2	Amplitude des Lorentzrauschens mit der

	charakteristischen Zeitkonstante τ_2
B	Magnetfeldstärke
B^*	Vorfaktor
\mathcal{B}	Vorfaktor aufgrund einer Kapazitätsänderung
C_A	Gehäusekapazität
C_{IV}	Eingangskapazität des Stromverstärkers
C_K	Kabelkapazität
C_P	Probenkapazität
C_T	Testkapazität
d	Tunnelbarrierendicke
D	charakteristische Energie
\mathcal{D}	Dicke der AlAs Tunnelbarrieren
$D(E)$	Zustandsdichte
d_C	Dicke der Kollektorbarriere
d_E	Dicke der Emitterbarriere
e	Elementarladung, $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C
$E(\mathbf{r})$	Energie
E_A	Anregungsenergie
E_C	Ladeenergie
E_D	Quantenpunktgrundzustandsenergie
E_{Da}	Grundzustand des größeren Quantenpunktes
E_{Da^*}	Erster angeregter Zustand des größeren Quantenpunktes
E_{Db}	Grundzustand des kleineren Quantenpunktes
E_{Dp}	gebundener Zustand
E_F	Fermienergie
E_{F_C}	Kollektorfermienergie
E_{F_E}	Emitterfermienergie
E_j	Energieeigenzustände des Quantenpunktes
$E_{\mathbf{k}}$	Energieeigenwerte
E_{Kern}	Energie eines tief liegenden Kernelektrons
E_{LB}	Energie der Leitungsbandkante
E_{LBE}	Energie der Leitungsbandkante des Emitters
$E_{n'l}$	Energieeigenwerte des zweidimensionalen harmonischen Oszillators
E_Z	Zeemanaufspaltungsenergie
E_{z0}	Grundzustandsenergie in z -Richtung

f	Frequenz
f_E	Fermiverteilungsfunktion, $f_E = \frac{1}{1+e^{(E-E_F/k_B T)}}$
$\mathcal{F}_I(\omega)$	Fouriertransformierte des Stromes $I(t)$
f_P	Pumpfrequenz
g	g -Faktor
g^*	Landéscher g -Faktor
G	Leitwert
\mathbf{G}	reziproker Gittervektor
G_{diff}	differentielle Leitfähigkeit: $G_{diff} = dI/dV$
H	Hamiltonoperator
H_{xy}	Hamiltonoperator des zweidimensionalen harmonischen Oszillators
\hbar	$1,054 \cdot 10^{-34}$ J·s
I	Strom
\mathcal{I}	Intensität
I_{FES}	Strombeitrag der Fermikantensingularität
I_G	Gesamtstrom
I_H	Hintergrundstrom
I_i	Strombeitrag eines einzelnen Quantenpunktes
I_L	Stärke eines Strompfades, der Lorentzrauschen zeigt
k	Wellenzahl, $k = \sqrt{2m^*E}/\hbar$
\mathbf{k}	Wellenvektor
k_B	Boltzmann-Konstante, $k_B = 8,617 \cdot 10^{-5}$ eV/K
k_D	Kreiswellenzahl zur Energie E_D
\mathbf{k}_F	Fermiwellenvektor
l	Drehimpulsquantenzahl
L	Kristalllänge
m^*	effektive Masse
n	Anzahl
n'	radiale Quantenzahl
N	Gesamtanzahl der Elektronen im Beobachtungszeitraum \mathcal{T}
$N(E)$	$N'(E)$ normiert auf das Kristallvolumen
$N'(E)$	Anzahl der Zustände pro Energieintervall dE
\mathcal{N}	Anzahl der gepumpten Elektronen
$\langle n_B \rangle$	Bose-Einstein Verteilung
n_i	Durchzählparameter

p	Wahrscheinlichkeit
P	Leistung
$p_{\mathcal{N}}$	Wahrscheinlichkeit für \mathcal{N} Elektronen pro Pumpzyklus
q	Ladung
\mathbf{r}	Ortsvektor
R	Widerstand
R1	1. Transportkanal
R2	2. Transportkanal
R_n	Reflexionskoeffizient
r_p	Kleinsignalwiderstand der Probe
R_P	Probenwiderstand
$s(\omega)$	Rauschleistungsdichte sowohl für negative als auch für positive Frequenzen
S	Rauschleistungsdichte
S0	Hintergrundspektrum
S_0	Schrotrauschleistung
SG	Gesamtspektrum
S_I	Stromrauschen resultierend aus dem Spannungsrauschen
	$S_{V_{Amp}}$
$S_{I_{Amp}}$	Eingangsstromrauschen des Stromverstärkers
S_{IV}	durch das Eingangsspannungsrauschen des Stromverstärkers verursachte Rauschleistung
$S_L(f)$	Lorentz-Rauschleistung
S_M	gemittelte Rauschleistung
SP	Probenspektrum
$S_{V_{Amp}}$	Spannungsrauschen des Eingangs des Stromverstärkers
T	Temperatur
\mathcal{T}	Beobachtungszeitraum
T	Transmissionskoeffizient
T_C	Transmissionskoeffizient der Kollektorbarriere
T_E	Transmissionskoeffizient der Emitterbarriere
T_Γ	Linienbreitentemperatur
T_n	Transmissionskoeffizient
T_p	Transmissionswahrscheinlichkeit durch eine Barriere
$T_{Ph,A}$	normalisierte Phononenabsorptionsrate
$T_{Ph,E}$	normalisierte Phononenemissionsrate

$u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$	gitterperiodischer Modulationsfaktor
V	Spannung
$V(\mathbf{r})$	potentielle Energie
V_0	Energetische Tiefe eines Quantentopfes
V_1	am rechten Gate anliegende Spannung
V_2	am mittleren Gate anliegende Spannung
V_B	Energetische Höhe der Tunnelbarriere
V_k	Volumen im k -Raum, den ein Zustand im 3D Elektronensystem einnimmt
V_{Peak}	Spannungswert des Strompeaks
V_{SD}	Spannung zwischen Source und Drain
V_{SD}^*	Unkorrigierte Spannung V_{SD}
V_{th}	Spannung, bei der der 0D Zustand in Resonanz mit der Kollektorfermienergie ist
V_{th}^*	Spannung, bei der der 0D Zustand in Resonanz mit der Emitterfermienergie ist

Abkürzungen

0D	nulldimensional
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
AlAs	Aluminiumarsenid
AlGaAs	Aluminiumgalliumarsenid
FES	Fermikantensingularität
GaAs	Galliumarsenid
InAs	Indiumarsenid
ML	Monolagen
Si	Silizium

Literaturverzeichnis

- [1] W. Schottky, *Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern*, Ann. d. Phys **57**, 541 (1918).
- [2] R. A. Millikan, *A new modification of the cloud method of determining the elementary electrical charge and the most probable value of that charge*, Physicalia Magazine **XIX**, 209 (1910).
- [3] C. Beenakker und C. Schönberger, *Quantum Shot Noise*, Physics Today **56**, 37 (2003).
- [4] R. de Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin und D. Mahalu, *Direct observation of a fractional charge*, Nature **389**, 162 (1997).
- [5] L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin und B. Etienne, *Observation of the $e/3$ Fractionally Charged Laughlin Quasiparticle*, Phys. Rev. Lett. **79**, 2526 (1997).
- [6] F. Lefloch, C. Hoffmann, M. Sanquer und D. Quirion, *Doubled Full Shot Noise in Quantum Coherent Superconductor-Semiconductor Junctions*, Phys. Rev. Lett. **90**, 067002 (2003).
- [7] R. C. Liu, B. Odom, Y. Yamamoto und S. Tarucha, *Quantum interference in electron collision*, Nature **391**, 263 (1997).
- [8] R. Hanbury Brown und R. Q. Twiss, *Correlation between photons in two coherent beams of light*, Nature **4497**, 27 (1956).
- [9] W. D. Oliver, J. Kim, R. C. Liu und Y. Yamamoto, *Hanbury Brown and Twiss-Type Experiment with Electrons*, Science **284**, 299 (1999).

- [10] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland und C. Schönberger, *The Fermionic Hanbury Brown and Twiss Experiment*, Science **284**, 296 (1999).
- [11] L. Kouwenhoven und C. Marcus, *Quantum Dots*, Physics World **June**, 35 (1998).
- [12] H. Ibach und H. Lüth, *Festkörperphysik* (Springer, 2002).
- [13] L. Jacak, P. Hawrylak und A. Wójs, *Quantum Dots* (Springer, 1998).
- [14] V. Fock, *Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld*, Z. Phys. **47**, 446 (1928).
- [15] C. G. Darwin, *The Diamagnetism of the Free Electron*, Prog. Camp. Phil. Soc. **27**, 86 (1931).
- [16] T. Heinzel, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures* (Wiley, 2003).
- [17] L. Y. Chen und C. S. Ting, *Coulomb staircase in the I-V characteristic of an ultrasmall double-barrier resonant-tunneling structure*, Phys. Rev. B **44**, 5916 (1991).
- [18] H. C. Liu und G. C. Aers, *Resonant tunneling through one-, two-, and three-dimensionally confined quantum wells*, J. Appl. Phys. **65**, 4908 (1989).
- [19] B. Su, V. J. Goldman und J. E. Cunningham, *Single-electron tunneling in nanometer-scale double-barrier heterostructure devices*, Phys. Rev. B **46**, 7644 (1992).
- [20] G. Vasilescu, *Electronic Noise and Interfering Signals* (Springer, 2005).
- [21] A. Ambrózy, *Electronic Noise* (McGraw-Hill, 1982).
- [22] Y. M. Blanter und M. Büttiker, *Shot Noise in Mesoscopic Conductors*, Phys. Rep. **336**, 1 (2000).
- [23] M. W. Keller, J. M. Martinis, N. M. Zimmerman und A. H. Steinbach, *Accuracy of electron counting using a 7-junction electron pump*, Appl. Phys. Lett. **69**, 1804 (1996).

- [24] L. Y. Chen und C. S. Ting, *Theoretical investigation of noise characteristics of double-barrier resonant-tunneling systems*, Phys. Rev. B **43**, 4534 (1991).
- [25] M. Büttiker, *Analogies in Optics and Micro-Electronics*, Physica B: Condensed Matter **175**, 199 (1991).
- [26] D. V. Averin, *Charge sensitivity of the single electron tunneling transistor with discrete energy spectrum*, J. Appl. Phys. **73**, 2593 (1993).
- [27] J. H. Davies, P. Hyldgaard, S. Hershfield und J. W. Wilkins, *Classical theory for shot noise in resonant tunneling*, Phys. Rev. B **46**, 9620 (1992).
- [28] Y. P. Li, A. Zaslavsky, D. C. Tsui, M. Santos und M. Shayegan, *Noise characteristics of double-barrier resonant-tunneling structures below 10 kHz*, Phys. Rev. B **41**, 8388 (1990).
- [29] S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovič, R. Schleser, P. Studerus, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Counting statistics and super-Poissonian noise in a quantum dot: Time-resolved measurements of electron transport*, Phys. Rev. B **74**, 195305 (2006).
- [30] P. Barthold, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, *Enhanced Shot Noise in Tunneling through a Stack of Coupled Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **96**, 246804 (2006).
- [31] C. Fricke, F. Hohls, W. Wegscheider und R. J. Haug, *Bimodal counting statistics in single-electron tunneling through a quantum dot*, Phys. Rev. B **76**, 155307 (2007).
- [32] G. Kiesslich, A. Wacker und E. Schöll, *Shot noise of coupled semiconductor quantum dots*, Phys. Rev. B **68**, 125320 (2003).
- [33] G. Kiesslich, *Nonlinear Transport Properties of Quantum Dot Systems*, Dissertation, Technische Universität Berlin, 2005.
- [34] G. Iannaccone, G. Lombardi, M. Macucci und B. Pellegrini, *Enhanced Shot Noise in Resonant Tunneling: Theory and Experiment*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1054 (1998).

- [35] V. V. Kuznetsov, E. E. Mendez, J. D. Bruno und J. T. Pham, *Shot noise enhancement in resonant-tunneling structures in a magnetic field*, Phys. Rev. B **58**, R10159 (1998).
- [36] A. Cottet, W. Belzig und C. Bruder, *Positive Cross Correlations in a Three-Terminal Quantum Dot with Ferromagnetic Contacts*, Phys. Rev. Lett. **92**, 206801 (2004).
- [37] A. Cottet, W. Belzig und C. Bruder, *Positive cross-correlations due to dynamical channel blockade in a three-terminal quantum dot*, Phys. Rev. B **70**, 115315 (2004).
- [38] W. Belzig, *Full counting statistics of super-Poissonian shot noise in multilevel quantum dots*, Phys. Rev. B **71**, 161301 (2005).
- [39] A. Thielmann, M. H. Hettler, J. König und G. Schön, *Super-Poissonian noise, negative differential conductance, and relaxation effects in transport through molecules, quantum dots, and nanotubes*, Phys. Rev. B **71**, 045341 (2005).
- [40] M. Gattobigio, G. Iannaccone und M. Macucci, *Enhancement and suppression of shot noise in capacitively coupled metallic double dots*, Phys. Rev. B **65**, 115337 (2002).
- [41] R. Sánchez, S. Kohler, P. Hänggi und G. Platero, *Electron bunching in stacks of coupled quantum dots*, Phys. Rev. B **77**, 035409 (2008).
- [42] G. Kiesslich, E. Schöll, T. Brandes, F. Hohls und R. J. Haug, *Noise Enhancement due to Quantum Coherence in Coupled Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **99**, 206602 (2007).
- [43] G. Kiesslich, E. Schöll, F. Hohls und R. J. Haug, *Coulomb-mediated electron bunching in tunneling through coupled quantum dots*, physica status solidi (c) **5**, 166 (2008).
- [44] I. Vurgaftman, J. R. Meyer und L. R. Ram-Mohan, *Band parameters for III-V compound semiconductors and their alloys*, J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001).

- [45] I. N. Stranski und L. Von Krastanow, *Abhandlungen der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Klasse. Akademie der Wissenschaften und der Literatur in Mainz* (Mainz : Akademie der Wissenschaften und der Literatur, 1939), Band 146, Seite 797.
- [46] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. W. Schumacher, R. J. Haug, K. Pierz und F. J. Ahlers, *Size determination of InAs quantum dots using magnetotunnelling experiments*, *Semicond. Sci. Technol.* **14**, L41 (1999).
- [47] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, U. F. Keyser, R. J. Haug, K. Pierz und Z. Ma, *Tuning the onset voltage of resonant tunneling through InAs quantum dots by growth parameters*, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1209 (2003).
- [48] G. Kiesslich, A. Wacker, E. Schöll, A. Nauen, F. Hohls und R. J. Haug, *Shot noise in tunneling through a quantum dot array*, *physica status solidi (c)* **0**, 1293 (2003).
- [49] A. Nauen, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, *Shot noise in tunneling through a single quantum dot*, *Phys. Rev. B* **70**, 033305 (2004).
- [50] A. Nauen, I. Hapke-Wurst, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Pierz, *Shot noise in self-assembled InAs quantum dots*, *Phys. Rev. B* **66**, 161303 (2002).
- [51] I. V. Lerner, *Distribution functions of current density and local density of states in disordered quantum conductors*, *Phys. Lett. A* **133**, 253 (1988).
- [52] I. V. Lerner und M. E. Raikh, *Weak-localization effects in a resonant-tunneling junction*, *Phys. Rev. B* **45**, 14036 (1992).
- [53] T. Schmidt, P. König, E. McCann, V. I. Fal'ko und R. J. Haug, *Energy Dependence of Quasiparticle Relaxation in a Disordered Fermi Liquid*, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 276 (2001).
- [54] G. D. Mahan, *Excitons in Metals: Infinite Hole Mass*, *Phys. Rev.* **163**, 612 (1967).

- [55] K. A. Matveev und A. I. Larkin, *Interaction-induced threshold singularities in tunneling via localized levels*, Phys. Rev. B **46**, 15337 (1992).
- [56] A. K. Geim, P. C. Main, N. La Scala, L. Eaves, T. J. Foster, P. H. Beton, J. W. Sakai, F. W. Sheard, M. Henini, G. Hill und M. A. Pate, *Fermi-edge singularity in resonant tunneling*, Phys. Rev. Lett. **72**, 2061 (1994).
- [57] K. A. Benedict, A. S. G. Thornton, T. Ihn, P. C. Main, L. Eaves und M. Henini, *Fermi edge singularities in high magnetic fields*, Physica B: Condensed Matter **256-258**, 519 (1998).
- [58] D. H. Cobden und B. A. Muzykantskii, *Finite-Temperature Fermi-Edge Singularity in Tunneling Studied Using Random Telegraph Signals*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4274 (1995).
- [59] H. Frahm, C. von Zobeltitz, N. Maire und R. J. Haug, *Fermi-edge singularities in transport through quantum dots*, Phys. Rev. B **74**, 035329 (2006).
- [60] T. Lüdtkke, *Transportmessungen an selbstorganisierten InAs-Quantenpunktsystemen kleinerer Abmessung*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 2004.
- [61] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A. G. M. Jansen, R. J. Haug und K. Pierz, *Magnetic-field-induced singularities in spin-dependent tunneling through InAs quantum dots*, Phys. Rev. B **62**, 12621 (2000).
- [62] A. S. G. Thornton, T. Ihn, P. C. Main, L. Eaves und M. Henini, *Observation of spin splitting in single InAs self-assembled quantum dots in AlAs*, Appl. Phys. Lett. **73**, 354 (1998).
- [63] S. Machlup, *Noise in Semiconductors: Spectrum of a Two-Parameter Random Signal*, J. Appl. Phys. **25**, 341 (1954).
- [64] A. van der Ziel, *Noise in solid state devices and circuits* (Wiley, 1986).
- [65] C. Dekker, A. J. Scholten, F. Liefink, R. Eppenga, H. van Houten und C. T. Foxon, *Spontaneous resistance switching and low-frequency noise in quantum point contacts*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2148 (1991).

- [66] Y. Meir und A. Golub, *Shot Noise through a Quantum Dot in the Kondo Regime*, Phys. Rev. Lett. **88**, 116802 (2002).
- [67] R. López und D. Sánchez, *Nonequilibrium Spintronic Transport through an Artificial Kondo Impurity: Conductance, Magnetoresistance, and Shot Noise*, Phys. Rev. Lett. **90**, 116602 (2003).
- [68] E. Sela, Y. Oreg, F. von Oppen und J. Koch, *Fractional Shot Noise in the Kondo Regime*, Phys. Rev. Lett. **97**, 086601 (2006).
- [69] O. Zarchin, M. Zaffalon, M. Heiblum, D. Mahalu und V. Umansky, *Two-electron bunching in transport through a quantum dot induced by Kondo correlations*, Phys. Rev. B **77**, 241303 (2008).
- [70] H. Eisele, O. Flebbe, T. Kalka, C. Preinesberger, F. Heinrichsdorff, A. Krost, D. Bimberg und M. Dähne-Prietsch, *Cross-sectional scanning-tunneling microscopy of stacked InAs quantum dots*, Appl. Phys. Lett. **75**, 106 (1999).
- [71] N. C. van der Vaart, S. F. Godijn, Y. V. Nazarov, C. J. P. M. Harmans, J. E. Mooij, L. W. Molenkamp und C. T. Foxon, *Resonant Tunneling Through Two Discrete Energy States*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4702 (1995).
- [72] Y. V. Nazarov, *Quantum interference, tunnel junctions and resonant tunneling interferometer*, Physica B: Condensed Matter **189**, 57 (1993).
- [73] T. H. Stoof und Y. V. Nazarov, *Time-dependent resonant tunneling via two discrete states*, Phys. Rev. B **53**, 1050 (1996).
- [74] S. A. Gurvitz und Y. S. Prager, *Microscopic derivation of rate equations for quantum transport*, Phys. Rev. B **53**, 15932 (1996).
- [75] D. Sarkar, *Tunneln durch einzelne und vertikal gekoppelte Quantenpunkte*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 2002.
- [76] B. T. Miller, W. Hansen, S. Manus, R. J. Luyken, A. Lorke, J. P. Kotthaus, S. Huant, G. Medeiros-Ribeiro und P. M. Petroff, *Few-electron ground states of charge-tunable self-assembled quantum dots*, Phys. Rev. B **56**, 6764 (1997).

- [77] G. Bester, D. Reuter, L. He, A. Zunger, P. Kailuweit, A. D. Wieck, U. Zeitler, J. C. Maan, O. Wibbelhoff und A. Lorke, *Experimental imaging and atomistic modeling of electron and hole quasiparticle wave functions in InAs/GaAs quantum dots*, Phys. Rev. B **76**, 075338 (2007).
- [78] M. Büttiker, in *Reversing the Sign of Current-Current correlation, in Quantum Noise in Mesoscopic Systems*, Herausgeber: Y. Nazarov (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 2003).
- [79] G. Kiesslich, A. Wacker und E. Schöll, in *Nonequilibrium Carrier Dynamics in Semiconductors Proceedings of the 14th International Conference, July 25–29, 2005, Chicago, USA*, Herausgeber: M. Saraniti und U. Ravaioli (Springer, 2006).
- [80] T. Fujisawa, T. H. Oosterkamp, W. G. van der Wiel, B. W. Broer, R. Aguado, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Spontaneous Emission Spectrum in Double Quantum Dot Devices*, Science **282**, 932 (1998).
- [81] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Pierz, *Mapping the g factor anisotropy of InAs self-assembled quantum dots*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **12**, 802 (2002).
- [82] I. Hapke-Wurst, *Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte*, Dissertation, Universität Hannover, 2002.
- [83] J. F. Young, B. M. Wood, H. C. Liu, M. Buchanan, D. Landheer, A. J. SpringThorpe und P. Mandeville, *Effect of circuit oscillations on the dc current-voltage characteristics of double barrier resonant tunneling structures*, Appl. Phys. Lett. **52**, 1398 (1988).
- [84] T. J. Foster, M. L. Leadbeater, L. Eaves, M. Henini, O. H. Hughes, C. A. Payling, F. W. Sheard, P. E. Simmonds, G. A. Toombs, G. Hill und M. A. Pate, *Current bistability in double-barrier resonant-tunneling devices*, Phys. Rev. B **39**, 6205 (1989).
- [85] B. Jogai und E. T. Koenig, *A parametric study of extrinsic bistability in the current-voltage curves of resonant-tunneling diodes*, J. Appl. Phys. **69**, 3381 (1991).

- [86] J. M. Shilton, V. I. Talyanskii, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, C. J. B. Ford, C. G. Smith und G. A. C. Jones, *High-frequency single-electron transport in a quasi-one-dimensional GaAs channel induced by surface acoustic waves*, J. Phys.: Condens. Matter **8**, L531 (1996).
- [87] L. J. Geerligs, V. F. Anderegg, P. A. M. Holweg, J. E. Mooij, H. Pothier, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret, *Frequency-locked turnstile device for single electrons*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2691 (1990).
- [88] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Esteve und M. H. Devoret, *Single-Electron Pump Based on Charging Effects*, EPL (Europhysics Letters) **17**, 249 (1992).
- [89] L. P. Kouwenhoven, A. T. Johnson, N. C. van der Vaart, C. J. P. M. Harmans und C. T. Foxon, *Quantized current in a quantum-dot turnstile using oscillating tunnel barriers*, Phys. Rev. Lett. **67**, 1626 (1991).
- [90] M. Switkes, C. M. Marcus, K. Campman und A. C. Gossard, *An Adiabatic Quantum Electron Pump*, Science **283**, 1905 (1999).
- [91] A. Fujiwara, N. M. Zimmerman, Y. Ono und Y. Takahashi, *Current quantization due to single-electron transfer in Si-wire charge-coupled devices*, Appl. Phys. Lett. **84**, 1323 (2004).
- [92] M. D. Blumenthal, B. Kaestner, L. Li, S. Giblin, T. J. B. M. Janssen, M. Pepper, D. Anderson, G. Jones und D. A. Ritchie, *Gigahertz quantized charge pumping*, Nat Phys **3**, 343 (2007).
- [93] B. Kaestner, V. Kashcheyevs, S. Amakawa, M. D. Blumenthal, L. Li, T. J. B. M. Janssen, G. Hein, K. Pierz, T. Weimann, U. Siegner und H. W. Schumacher, *Single-parameter nonadiabatic quantized charge pumping*, Phys. Rev. B **77**, 153301 (2008).
- [94] Y. M. Galperin, O. Entin-Wohlman und Y. Levinson, *Quantized acoustoelectric current in a finite-length ballistic quantum channel: The noise spectrum*, Phys. Rev. B **63**, 153309 (2001).
- [95] A. M. Robinson, V. I. Talyanskii, M. Pepper, J. E. Cunningham, E. H. Linfield und D. A. Ritchie, *Measurements of noise caused by switching*

of impurity states and of suppression of shot noise in surface-acoustic-wave-based single-electron pumps, Phys. Rev. B **65**, 045313 (2002).

- [96] A. M. Robinson und V. I. Talyanskii, *Shot Noise in the Current of a Surface Acoustic-Wave-Driven Single-Electron Pump*, Phys. Rev. Lett. **95**, 247202 (2005).

Lebenslauf

Niels Carsten Maire,
geboren am 10. Juni 1977 in Hannover

1983-1987	Grundschule Meterstraße, Hannover
1987-1989	Orientierungsstufe Birkenstraße, Hannover
1989-1996	Gymnasium Bismarschule, Hannover
Juni 1996	Abitur
1996-1997	Zivildienst Pauluskirche Hannover
1997-2003	Studium Physik (Diplom) an der Universität Hannover
April 2000	Vordiplom
2002-2003	Diplomarbeit am Institut für Festkörperphysik, Abteilung Nanostrukturen, Universität Hannover mit dem Titel „Schrotrauschen von InAs Quantenpunkten“
September 2003	Diplom in Physik
Seit November 2003	Vorbereitung der Dissertation am Institut für Festkörperphysik der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover bei Professor Dr. Rolf J. Haug

Publikationen

Teile dieser Arbeit sind in folgenden Publikationen erschienen:

- *Fermi Edge Singularities in Transport through Quantum Dots*, H. Frahm, C. von Zobeltitz, N. Maire und R. J. Haug, Phys. Rev. B **74**, 035329 (2006)
- *Shot noise measurements of InAs quantum dots at a Fermi edge singularity*, N. Maire, F. Hohls, T. Lüdtkke, R. J. Haug und K. Pierz, Physica E **34**, 508 (2006)
- *Noise at a Fermi-edge singularity in self-assembled InAs quantum dots*, N. Maire, F. Hohls, T. Lüdtkke, K. Pierz und R. J. Haug, Phys. Rev. B **75**, 233304 (2007)
- *Noise measurement of a quantized charge pump*, N. Maire, F. Hohls, B. Kaestner, K. Pierz, H. W. Schumacher und R. J. Haug, Appl. Phys. Lett. **92**, 082112 (2008)
- *Shot noise and electron counting measurements on coupled quantum dot systems*, F. Hohls, N. Maire, C. Fricke und R. J. Haug, J. Phys: Condens. Matter **20**, 454204 (2008)

Weitere Publikationen:

- *Shot Noise in Tunneling through a Single Quantum Dot*, A. Nauen, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, Phys. Rev. B **70**, 033305 (2004)
- *Shot Noise in Tunneling through a Single Quantum Dot*, A. Nauen, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, AIP Conference Proceedings **772**, 777 (2005)

- *Enhanced Shot Noise in Tunneling through a Stack of Coupled Quantum Dots*, P. Barthold, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, Phys. Rev. Lett. **96**, 246804 (2006)
- *Enhanced shot noise in tunneling through coupled self-assembled InAs quantum dots*, P. Barthold, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, phys. stat. sol. (c) **3**, 3786 (2006)
- *Super-Poissonian shot noise in tunneling through coupled self-assembled InAs quantum dots*, P. Barthold, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, AIP Conference Proceedings **893**, 815 (2007)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich meinen Dank aussprechen an Alle, die mir auf verschiedenste Art und Weise geholfen haben, Mark Twains Aussage

“Noise proves nothing. Often a hen who has merely laid an egg cackles as if she laid an asteroid.”

wenn auch nicht im Allgemeinen, dafür aber hoffentlich im Speziellen zu widerlegen. Einen nicht unwesentlichen Anteil daran hatte die angenehme Arbeitsatmosphäre. Von daher möchte ich mich hiermit erstmal grundsätzlich bei allen Mitarbeitern der Abteilung Nanostrukturen bedanken. Ein besonderer Dank gilt zudem:

Meinem Doktorvater Prof. Dr. Rolf J. Haug für die hervorragende Unterstützung und Betreuung dieser Arbeit.

Prof. Dr. Michael Oestreich dafür, dass er so freundlich war, das Korreferat zu übernehmen.

Priv.-Doz. Dr. Frank Hohls dafür, dass er sich immer, unabhängig von den Bergen an Arbeit vor ihm, Zeit nahm, um jedwede Frage geduldig zu beantworten. Auch hatte er mit seinen Ideen großen Anteil an dieser Arbeit.

Dr. André Nauen für die ebenfalls sehr gute Betreuung und die physikalische als auch messtechnische Vorarbeit, auf die ich zurückgreifen konnte.

Yvonne Griep, Klara Tetzlaff, Ronny Hüther, Manfred Marquardt und Hartmut Lehmann für die Unterstützung sowohl bei organisatorischen als auch technischen Problemen.

Meinen Bürokollegen Max, Daniel und Stefan für das beste Büro von allen, auch wenn es nicht immer um Fermikantensingularitäten ging.

Niels für unermüdliches Korrekturlesen und Hilfe sowohl bei messtechnischen als auch physikalischen Problemen.

Alex, Christian, Patrick und Thomas für einfach eine gute Zeit.

Und schlussendlich meiner Familie für Unterstützung, Motivation und Humor.