

**Weiterentwicklung der Hintergrundschlierenmethode
zu einem quantitativen Verfahren
der Vermessung von Dichtefeldern**

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Erik Goldhahn

geboren am 06.01.1973 in Karl-Marx-Stadt (Chemnitz)

2009

Stichworte für die Dokumentation:

Schlierentechnik - Hintergrundschlierenmethode - Tomographie - optische Dichtemessung

Keywords:

schlieren - background oriented schlieren - tomography - optical density measurement

| | |
|-------------|--------------------------|
| 1. Referent | Prof. Dr.-Ing. J. Seume |
| 2. Referent | Prof. Dr.-Ing. C. Tropea |

Tag der Promotion: 16.01.2009

Kurzfassung

Weiterentwicklung der Hintergrundsclierenmethode (engl. Background Oriented Schlieren Method)

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines optischen Verfahrens zur quantitativen Vermessung dreidimensionaler Konzentrations- und Dichtefelder in Gasen.

Dazu erfolgt zunächst die Untersuchung der Eigenschaften der Hintergrundsclierenmethode hinsichtlich Empfindlichkeit, Genauigkeit und Auflösungsvermögen. Die Empfindlichkeit wird hauptsächlich durch die Brennweite des Objektivs, der relativen Position des Messvolumens zwischen Kamera und Hintergrund sowie dem kleinsten messbaren Pixelversatz in der Bildebene bestimmt. Die Genauigkeit des Verfahrens ist für eine Kombination mit tomographischen Algorithmen ausreichend hoch. Die Auflösung ergibt sich aus der Übertragungsfunktion der Hintergrundsclierenmethode. Sie ist für üblicherweise verwendete Rechteckfenster nicht konstant. Ihr Verlauf hängt von der Größe der für die Kreuzkorrelation verwendeten Auswertefenster ab.

Als Rekonstruktionsverfahren für die Konzentrations- und Dichtefelder kommt gefilterte Rückprojektion zum Einsatz. Dabei dienen die mit der Hintergrundsclierenmethode bestimmten Projektionen des Gradientenfeldes direkt als Ausgangsdaten für den tomographischen Algorithmus. Die Funktion des Verfahrens wird anhand der Bestimmung des Konzentrationsfeldes in einem Heliumfreistrahls sowie der Dichtefelder in einem doppelten und einem einfachen unterexpandierten Freistrahls gezeigt.

Beim Vergleich der rekonstruierten Konzentrationsfelder des Heliumfreistrahls mit CFD-Rechnungen wird eine gute Übereinstimmung erreicht. Die dreidimensionalen Dichtefelder der Luftfreistrahlen zeigen die typische Diamantstruktur unterexpandierter Freistrahlen mit einer guten Auflösung.

Abstract

Advancement of the Background Oriented Schlieren (BOS) method

Aim of this thesis is the development of an optical method for the determination of three-dimensional concentration and density fields.

For that purpose the sensitivity, accuracy and resolution of the BOS method has been investigated. The sensitivity depends mostly on the focal length of the lens used, the relative position of the object between the camera and the background and the smallest detectable shift in the image plane. The accuracy was found to be sufficiently high to apply a tomographic reconstruction process. The resolution is determined by the transfer function of the BOS-method. It is not constant and depends on the size of the interrogation windows used for the cross-correlation-algorithm.

The reconstruction algorithm used for the determination of the concentration and density fields is filtered backprojection. The projected gradient fields determined by means of the BOS-method are used as direct input for the tomographic reconstruction. The functionality of the method is demonstrated by determining the concentration field of helium in a free helium jet and the three-dimensional density information of a double and a single, underexpanded free air jet.

A comparison of the reconstructed concentration field of the free helium jet with CFD calculations shows good agreement. The three-dimensional density fields of the free air jets show the typical diamond structure of underexpanded jets with good resolution.

Vorwort

Die vorliegende Dissertationsschrift entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik - TFD (ehemals Institut für Strömungsmaschinen) der Leibniz Universität Hannover. Sie ist das Ergebnis einer Projektkooperation mit der Abteilung Experimentelle Verfahren des DLR - Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik in Göttingen. Mein Dank gilt sowohl Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Seume, Leiter des Instituts für Turbomaschinen und Fluidodynamik, als auch Dr.rer.nat. J. Kompenhans, Leiter der Abteilung Experimentelle Verfahren am DLR in Göttingen, für die wohlwollende und tatkräftige Unterstützung meiner Arbeit. Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr.-Ing. F. Klinge für die zahlreichen Diskussionen, auch über das eigentliche Vorhaben hinaus.

Ermöglicht wurde die Arbeit mit Hilfe der finanziellen Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Schwerpunktprogramms Bildgebende Messverfahren für die Strömungsanalyse (SPP 1147) wofür ich mich hiermit bedanken möchte.

Neben Herrn Prof. Seume möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. B. Denkena sowie bei Prof. Dr.-Ing. C. Tropea für die Übernahme des Vorsitzes beziehungsweise des Koreferates während des Promotionsverfahrens bedanken. Neben den genannten Personen gilt mein Dank aber auch all meinen Kollegen sowohl am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik als auch in der Abteilung Experimentelle Verfahren am DLR in Göttingen. Eure Unterstützung und euer Rat war eine oft nicht unmittelbar sichtbare aber dennoch sehr große Hilfe.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meiner Frau Iris. Ihre Unterstützung habe ich vor allem in den Momenten zu schätzen gewusst, in denen die Arbeit nicht so leicht von der Hand ging.

Bremen, November 2009

E. Soldrahn

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 1. Einleitung | 1 |
| 2. Stand der Forschung | 3 |
| 2.1. Verfahren zur optischen Bestimmung der Dichte | 3 |
| 2.2. Zielsetzung der Arbeit | 6 |
| 3. Grundlagen optischer Dichtemessverfahren | 9 |
| 3.1. Zusammenhang zwischen Brechungsindex und Dichte | 9 |
| 3.2. Lichtausbreitung in einem Dichtefeld | 10 |
| 4. Untersuchungen zu den Eigenschaften der Hintergrundschlierenmethode | 15 |
| 4.1. Das Prinzip der Hintergrundschlierenmethode | 15 |
| 4.2. Die Empfindlichkeit der Hintergrundschlierenmethode | 16 |
| 4.3. Genauigkeit des Hintergrundschlierenverfahrens | 19 |
| 4.4. Auflösungsvermögen der Hintergrundschlierenmethode | 23 |
| 5. Tomographische Rekonstruktion | 31 |
| 5.1. Rekonstruktionsverfahren | 31 |
| 5.2. Tomographie für parallele Projektionsgeometrie | 32 |
| 5.2.1. Gefilterte Rückprojektion | 32 |
| 5.2.2. Diskretisierung des Algorithmus | 35 |
| 5.2.3. Tomographischer Algorithmus und Anwendung auf eine synthetische Brechungsindexverteilung | 37 |
| 6. Experimentelle Untersuchungen an Freistrahlen | 45 |
| 6.1. Versuchsaufbau und Durchführung | 45 |
| 6.2. Auswertung der Messungen | 48 |
| 6.3. Ergebnisse | 50 |
| 6.3.1. Konzentrationsmessungen an einem Heliumfreistrahle | 50 |

| | |
|--|-----------|
| 6.3.2. Dichtemessung an unterexpandierten Luftfreistrahlen | 52 |
| 7. Schlussfolgerungen und Ausblick | 61 |
| 7.1. Schlussfolgerungen | 61 |
| 7.2. Ausblick | 63 |
| Literatur | 65 |
| A. Tabellen | 69 |
| B. Abbildungen | 71 |

Nomenklatur

Formelzeichen und Abkürzungen

| Symbol | Einheit | Bedeutung | def. Gleichung |
|---------------|----------|---|----------------|
| A | W/m^2 | Intensitätsverteilung im Messbild | 4.18 |
| B | W/m^2 | Intensitätsverteilung im Referenzbild | 4.18 |
| D | m | Durchmesser der Öffnungsblende, Düsendurchmesser | 4.9, 6.2 |
| E | V/m | elektrische Feldstärke | 3.2 |
| E | – | Fouriertransformation einer Projektion eines Dichtegradientenfeldes | 5.6 |
| F | – | Stammfunktion zu f , Übertragungsfunktion | |
| I, J | m | $I, J \in R$, Verschiebungskoordinate | 4.18 |
| K | m^3/kg | Gladstone-Dale-Konstante | 3.6 |
| K | % | Konzentration | |
| \mathcal{K} | – | Korrelation | 4.18 |
| L | m | optische Weglänge | 3.9 |
| L | m | Wellenlänge der Dichteveriation im Freistrahl | 6.2 |
| M | kg/mol | molare Masse | 3.5 |
| M | $1/m$ | Abbildungsmaßstab | 4.5 |
| M | – | $M \in Z$, Anzahl Werte in Projektion | 5.14 |
| Ma | – | Machzahl | |
| N | m^{-3} | Partikeldichte | 3.2 |
| N | – | $N \in Z$, Anzahl Projektionsrichtungen | 5.14 |
| P | Cm | Dipolmoment | |
| P | C/m^2 | Polarisation | 3.2 |
| P | – | Punkt P | |
| Q | – | Filterfunktion | 5.9 |

| Symbol | Einheit | Bedeutung | def. Gleichung |
|--------|----------|--|----------------|
| R | – | Fouriertransformaion der Radontransformation eines Brechungsindexfeldes | 5.3 |
| R | m | Radius des Rekonstruktionsgebietes | |
| T | K | Temperatur | 4.11 |
| V | – | Testfunktion | 5.15 |
| W | – | Funktion für Tiefpassfilter | 5.11 |
| c | m/s | Lichtgeschwindigkeit | 3.1 |
| f | – | Funktion, Oszillatorstärke | 3.2 |
| f | m | Brennweite | 4.5 |
| g | m | Abstand Hintergrund - Objektivhauptebene | 4.5 |
| h | m | Größe eines Auswertefensters | 4.20, 4.21 |
| i, j | m | $i, j \in R$, Bildkoordinate | 4.18 |
| i, j | – | $i, j \in Z$, diskrete Koordinate | 4.19 |
| l | m | Koordinate entlang der Blickrichtung, Abstand Hintergrund - Dichteobjekt | 3.25, 4.1, 4.3 |
| l | m^{-1} | Wellenzahl in gedrehtem Koordinatensystem | 5.3 |
| m | kg | Masse | 3.2 |
| m | m | Abstand Kamera - Dichteobjekt | 4.3 |
| m | – | $m \in Z$, diskrete Koordinate | 5.14 |
| n | – | Brechungsindex | 3.1 |
| p | Pa | statischer Druck | 4.11 |
| q | – | inverse Fouriertransformation der Filterfunktion Q | 5.10 |
| r | m | Radius | |
| s | m | Koordinate entlang des Lichtwegs, Koordinate in gedrehtem kartesischen Koordinatensystem | 5.1 |
| t | s | Zeit | 3.2 |
| t | m | Koordinate (gedrehtes Koordinatensystem) | 5.1 |
| u | m^{-1} | Wellenzahl | 5.7 |
| v | m^{-1} | Wellenzahl | 5.7 |

| Symbol | Einheit | Bedeutung | def. Gleichung |
|--------|---------|---|----------------|
| v | $m; px$ | Hintergrundverschiebung (px -Pixel entspricht der physikalischen Größe eines Bildpunktes auf dem Lichtsensor der Kamera) | 4.3 |
| w | m | Vergleichsfunktion für Variationsrechnung | 3.14 |
| x | m | Koordinate | |
| y | m | Koordinate | |
| z | m | Koordinate, Bildweite | |

Griechische Formelzeichen und Abkürzungen

| Symbol | Einheit | Bedeutung | def. Gleichung |
|----------------|----------------------|--|----------------|
| α | $\frac{C^2 s^2}{kg}$ | Polarisierbarkeit | 3.2 |
| α | rad | Winkel | 4.6 |
| β | rad | Winkel | 4.6 |
| δ | – | Variation | 3.10 |
| ε | rad | Ablenkwinkel | 4.1 |
| ϵ | – | Parameter | 3.14 |
| ϵ | $\frac{As}{Vm}$ | Permittivität ($\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$) | 3.5 |
| ϵ_r | – | relative Permittivität | |
| φ_{ln} | rad | Winkel zwischen Blickrichtung und $\nabla(n)$ | 4.1 |
| η | – | Hilfsfunktion für Variationsrechnung | 3.14 |
| λ | m | Wellenlänge | 4.9 |
| ν | Hz | Frequenz | 3.2 |
| Π | – | Fensterfunktion | 4.22 |
| θ | rad | Projektionswinkel, Winkel für Koordinatensystemdrehung | 5.1 |
| ρ | kg/m^3 | Dichte | 4.11 |
| ω | rad | Phasenwinkel | 3.2 |

Indizes

| Symbol | Bedeutung |
|-----------|---|
| He | Helium |
| I, J | $I, J \in Z$, diskrete Verschiebungscoordinate |
| L | Luft |
| N | Bedingungen im Düsenaustritt |
| R | rekonstruierte Werte |
| c | Grenzfrequenz |
| e | Elektron |
| i, j | $i, j \in Z$ Zählindex, diskrete Bildcoordinate |
| $mean$ | Mittelwert |
| m | im Medium (z.B. Luft) |
| px | Pixel |
| x, y, z | Koordinatenrichtung x,y,z |
| 0 | Eintritt, Umgebung, Vakuum |
| 1 | Austritt |

Hochgestellt

| Symbol | Bedeutung |
|---------------|---|
| ' | durch Brechungsindexfeld abgelenkt, Hilfsvariable für Faltung |
| \rightarrow | Vektor |

Konstanten

| Symbol | Wert/Einheit | Bedeutung |
|---------------|--|---------------------------------|
| c_0 | $2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ | Vakuumlichtgeschwindigkeit |
| \mathcal{L} | $2.6867774 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ | Loschmidt-Zahl |
| m_e | $0.91095 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ | Masse des Elektrons |
| R | $287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ | spezielle Gaskonstante für Luft |
| e | $1.602176487 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ | Elementarladung |
| ϵ_0 | $8.85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ | elektrische Feldkonstante |
| π | 3.14159265 | die Zahl π |

Operatoren und Funktionen

| Symbol | Bedeutung |
|---|----------------------------------|
| \cos | Cosinus |
| \sin | Sinus |
| \tan | Tangens |
| Δ | Delta, Differenz |
| ∂ | partielle Ableitung |
| ∇ | Nablaoperator |
| $iden(x) = x$ | Identität |
| $[\mathcal{D}f](x) = \frac{\partial f}{\partial x}$ | Ableitung |
| $sinc^2(x) = [sinc(x)]^2$ | Sinc-Funktion |
| $[\mathcal{R}g](s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(s \cos \theta - t \sin \theta, s \sin \theta + t \cos \theta)$ | Radontransformation |
| $[f_1 * f_2](x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(u) \cdot f_2(u - x) du$ | Faltung |
| $[\mathcal{F}f](u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi ux} dx$ | Fouriertransformation |
| $[\mathcal{F}f](u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi ux} dx$ | Fouriertransformation |
| $[\mathcal{F}^{-1}f](x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) e^{i2\pi ux} du$ | inverse Fouriertransformation |
| $[\mathcal{F}_2f](u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$ | 2D-Fouriertransformation |
| $[\mathcal{F}_2^{-1}f](x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) e^{i2\pi(ux+vy)} dudv$ | inverse 2D-Fouriertransformation |
| $[\mathcal{F}\mathcal{D}f] = i2\pi iden \cdot [Ff]$ | Ableitungstheorem |
| $[\mathcal{F}_y\mathcal{R}f](l, \theta) = [\mathcal{F}_2f](l \cos(\theta), l \sin(\theta))$ | Mittelschnitttheorem |
| $[\mathcal{K}(A, B)](I, J) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(i, j) \cdot B(i + I, j + J) \partial i \partial j$ | Kreuzkorrelation |

1. Einleitung

Mit konventioneller Sondenmesstechnik lassen sich Größen wie Druck und Temperatur direkt messen. Die Werte werden dabei in der Regel nur punktweise an der jeweiligen Sondenposition erfasst. Die Erfassung erfolgt zwar mit geeigneter Technik auch zeitaufgelöst, komplette Felder setzen sich dabei aber aus einer Reihe von Einzelmessungen zusammen. Auf diese Weise lassen sich nur stationäre oder periodische Vorgänge untersuchen. Zeitliche Variationen der Randbedingungen führen dabei schnell zu Verfälschungen in den Ergebnissen. Darüber hinaus erzeugen die Sonden und der zugehörige Sondenschaft Störungen im Strömungsfeld, die zusätzliche Messunsicherheiten bedeuten.

Optische Methoden bieten dagegen den Vorteil, Messungen ohne Störung des Strömungsfeldes durchführen zu können. Je nach Verfahren lassen sich dabei punktförmige Messungen bei hohen Grenzfrequenzen durchführen oder ganze Felder gleichzeitig erfassen. Optische Verfahren werden bisher überwiegend zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten eingesetzt. Zur Messung von Druckfeldern existieren Verfahren, die auf spezielle Farben angewiesen sind und damit auf Körperoberflächen beschränkt bleiben. Im Gegensatz dazu gibt es eine Reihe von Methoden, die in der Lage sind Dichtefelder zu visualisieren. Dabei wird der durch die Gladstone-Dale Beziehung gegebene Zusammenhang zwischen Dichte und Brechungsindex genutzt. Alle Verfahren dieser Gruppe arbeiten sichtlinienintegrierend, sodass man damit zunächst nur qualitative Ergebnisse in Form einer Projektion des Dichtefeldes oder seiner Ableitungen erhält. Für quantitative Messungen ist es notwendig, tomographische Algorithmen zu verwenden. Dazu müssen die Projektionen des Dichtefeldes aus einer Reihe von Blickrichtungen aufgenommen werden. Klassische Dichtemessverfahren benötigen in der Regel einen aufwändigen experimentellen Aufbau, der die Anwendung auf Laborbedingungen beschränkt und das Aufnehmen von Projektionen aus verschiedenen Blickrichtungen erschwert.

Die Hintergrundschlierenmethode ist ein Dichtemessverfahren aus der Gruppe der

Schlierentechniken, welches sich gegenüber konventionellen optischen Dichtemessverfahren besonders durch einen einfachen experimentellen Aufbau auszeichnet. Da mit diesem Verfahren die Projektionen des Brechungsindexgradientenfeldes bestimmt werden, eignet es sich besonders für die Verwendung mit tomographischen Verfahren. Damit ist es möglich, die Dichte innerhalb eines Strömungsfeldes zu bestimmen. Gekoppelt mit einem optischen Geschwindigkeitsmessverfahren lässt sich zum Beispiel das Verlustverhalten von Schaufelgittern ohne den störenden Einfluss von Sonden beurteilen. Darüber hinaus ist das Verfahren bei bekannten zusätzlichen Randbedingungen auch zur Bestimmung von Druck-, Temperatur- oder Konzentrationsfeldern einsetzbar.

2. Stand der Forschung

2.1. Verfahren zur optischen Bestimmung der Dichte

Für die komplette Charakterisierung isothermer (z.B. kalte Gasfreistrahlen) oder isobarer (z.B. Strömung in Brennkammern) Gasströmungen ist zusätzlich zum Geschwindigkeitsfeld die Kenntnis einer weiteren thermodynamischen Größe notwendig. Diese Information kann prinzipiell durch Messung der Dichte- oder Druckverteilung für isotherme beziehungsweise Dichte- oder Temperaturverteilung für isobare Vorgänge bereitgestellt werden. Finden chemische Reaktionen in der Strömung statt, wird darüber hinaus noch die Konzentration der beteiligten Stoffe benötigt. Die in dieser Arbeit vorgestellte Methode ermöglicht die quantitative, orts aufgelöste Bestimmung des Dichtefeldes in Gasen innerhalb eines Messvolumens.

Für optische Dichtemessungen können Verfahren aus den Gruppen Schattenfotografie, Schlierentechnik oder Interferometrie verwendet werden. Alle diese Methoden arbeiten sichtlinienintegrierend. Sie sind empfindlich auf Änderungen des Brechungsindex des untersuchten Mediums bzw. der räumlichen Ableitungen davon. Einen Überblick über die klassischen Visualisierungsmethoden sowie die zugrunde liegenden theoretischen Zusammenhänge liefert das Buch von Merzkirch (1974). Aufgrund ihres im Vergleich zu interferometrischen Verfahren einfacheren und robusteren Aufbaus hat vor allem die Schlierentechnik breite Verwendung in der Strömungsmesstechnik gefunden. Ihre Wurzeln reichen dabei weit in die Geschichte zurück, wobei die praktische Anwendung zunächst hauptsächlich auf die Qualitätsprüfung von optischen Elementen beschränkt blieb. So nutzten zum Beispiel Robert Hooke (1635-1703), Christian Huygens (1629-1695) und Leon Foucault (1819-1868) Schlierentechniken zur Prüfung von Linsen und Hohlspiegeln. Die ursprüngliche Schlierenanordnung wurde unabhängig durch Foucault und August Toepler (1836-1912) entwickelt. Toepler war es jedoch, der eine Abbildungsoptik

eingeführt und den Anwendungsbereich vor allem auch auf Strömungsphänomene ausgeweitet hat. Ein umfangreicher historischer Hintergrund zur Entwicklung der Schlierentechniken findet sich im Buch von Settles (2001). Darin ebenfalls enthalten sind die Grundlagen zu den Schlierenverfahren sowie eine ganze Reihe von Schlierentechniken bis hin zu Anordnungen für großskalige Untersuchungen. Die in der vorliegenden Arbeit verwendete Methode lässt sich aufgrund der Empfindlichkeit für Gradienten des Brechungsindex ebenfalls bei den Schlierentechniken einordnen. Sie wurde von Meier (1999) zum Patent angemeldet. In der Arbeit von Dalziel et al. (2000) werden vier neue Ansätze für Verfahren aus der Gruppe der Schlierentechnik beschrieben und anhand von experimentellen Ergebnissen verglichen. Untersucht werden die “Moire Methode”, ein “Synthetic Schlieren” Verfahren, die “Dot tracking refractometry” und die “Pattern matching refractometry”, wobei das letztgenannte Verfahren der Hintergrundschlierenmethode entspricht. Die Autoren kommen zu dem Schluss, dass die vorgestellten Verfahren im Hinblick auf Sensitivität und Natur der Ergebnisse mit klassischen Schlierenverfahren vergleichbar sind. Der wesentliche Vorteil liegt im vergleichsweise einfachen experimentellen Aufbau und der Skalierbarkeit auf größere Messvolumen. Ein Vergleich der Hintergrundschlierenmethode mit einem Farbschlierenaufbau an einem zweidimensionalen Testfall (Prandtl-Meyer Expansion) wird in der Arbeit von Elsinga et al. (2004) vorgestellt. Die Übereinstimmung der qualitativen Ergebnisse beider Messmethoden mit der Theorie ist gut. Im Vergleich zur Theorie werden für die Hintergrundschlierenmethode eine Genauigkeit von 3 % und für den Farbschlierenaufbau eine Genauigkeit von 2 % bei einer Messunsicherheit von 2 % für beide Verfahren angegeben. Das Verhältnis von kleinstem zu größtem detektierbaren Gradienten des Brechungsindex für die einzelnen Verfahren wird als Dynamik bezeichnet. Bezogen darauf ist die Hintergrundschlierenmethode mit einem Wert von 210:1 der Farbschlierenmethode (Dynamik: 40:1) überlegen. Die Anwendung des Verfahrens auf verschiedene Strömungsprobleme bis zu Freifeldversuchen großer räumlicher Abmessung wird von Richard et al. (2000) demonstriert. Unter anderem werden die Randwirbel eines Hubschrauberhauptrotors am Original während eines Schwebeflugs visualisiert. Augenstein et al. (2001) nutzte dieses Verfahren für die Visualisierung der Überschallströmung um ein Konzeptmodell in Canardanordnung und vergleicht es mit der Visualisierung unter Verwendung holographischer Filter.

Aufgrund des integrativen Charakters der genannten Verfahren lassen sich lokale Werte für die Dichte nicht direkt bestimmen. Für rotationssymmetrische Probleme ist es möglich, quantitative Ergebnisse aus einer einzigen Projektion zu berechnen.

So nutzten Klinge et al. (2003) eine einzige Projektion in Verbindung mit einem einfachen rekursiven Verfahren zur Bestimmung des Dichtefeldes des Randwirbels eines Modelltragflügels im Windkanal. Im Gegensatz dazu müssen für Strömungen mit höherer Komplexität aufwändigere tomographische Algorithmen eingesetzt werden. Die notwendigen Rohdaten werden dazu aus einer Anzahl verschiedener Projektionsrichtungen gewonnen, wobei die Anzahl der notwendigen Richtungen wiederum von der Komplexität des zu untersuchenden Problems abhängt.

Es existieren verschiedene Arbeiten zu optischer Tomographie in Verbindung mit klassischen Dichtemessverfahren (speziell Schlierenverfahren und Interferometrie). Rotteveel (1992) benutzte für die Untersuchung der Strömung im Inneren des Zylinders eines Verbrennungsmotors ein Interferometer in Verbindung mit einem algebraischen Verfahren zur Rekonstruktion des dreidimensionalen Dichtefeldes. Blinkov et al. (1989) nutzte einen aufwändigen optischen Aufbau für Specklephotografie, um vier zeitgleiche, momentane Projektionen der Brechungsindexverteilung einer Kerzenflamme zu erhalten. Die Autoren bestimmen mit diesen Ausgangsdaten und einem iterativen Algorithmus das Temperaturfeld der Flamme. Sie geben eine Genauigkeit der Temperaturbestimmung besser als 10 % für einen maximalen Fehler bei der Bestimmung der Speckleverschiebung von 5 % an. Dagegen nutzen Faris und Byer (1988) die Ablenkung eines einzelnen Laserstrahls für die Bestimmung des Dichtefeldes in Überschallfreistrahlen und Flammen. Angegeben werden eine Genauigkeit von 3 % bei einer Dynamik von 500:1. Der Aufwand für den experimentellen Aufbau sowie die Auswertung der Rohdaten ist für diese Verfahren sehr hoch.

Im Gegensatz dazu lassen sich verschiedene Projektionen mit der Hintergrundschlierenmethode vergleichsweise einfach bestimmen. Durch die Erhöhung der Anzahl verwendeter Kameras ist es außerdem möglich, verschiedene Blickrichtungen zeitgleich zu erfassen. Bisher wurde die Methode im Wesentlichen zu Visualisierungszwecken eingesetzt. Einige quantitative Untersuchungen für zweidimensionale und rotationssymmetrische Probleme sind von Venkatakrisnan (2004) und Venkatakrisnan und Meier (2004) durchgeführt worden. In beiden Fällen nutzten die Autoren eine Poisson-Gleichung, um mit Hilfe von bekannten Randbedingungen aus der Gradientenverteilung die Projektion der Dichteverteilung zu berechnen.

In den veröffentlichten Arbeiten sind zum Teil (z.B. Elsinga et al., 2004) Angaben zur Genauigkeit der Hintergrundschlierenmethode enthalten. Allerdings beziehen sie sich auf das Ergebnis eines konkreten Testfalls. Ein Grenzwert für die absolute

Genauigkeit wird nicht genannt. Auch lassen sich keine Angaben zur Abschätzung der Empfindlichkeit und des Auflösungsvermögens finden. Die mit den Messdaten dieses Verfahrens durchgeführten Rekonstruktionen beschränken sich auf Projektionen zweidimensionaler und rotationssymmetrischer Probleme. Die direkte Nutzung der mit der Hintergrundschlierenmethode gemessenen Dichtegradienten in einem tomographischen Algorithmus wird in keiner der Arbeiten beschrieben.

2.2. Zielsetzung der Arbeit

Betrachtet man die Eigenschaften der klassischen optischen Verfahren zur Bestimmung der Dichte, lässt sich feststellen, dass die Komplexität des Aufbaus und die Empfindlichkeit beginnend bei den Schattenverfahren (bestehend aus Lichtquelle und Schirm bzw. Abbildungsoptik) über die Schlierentechniken (Lichtquelle, Abbildungsoptik, Schlierenkante und Schirm) bis hin zu den interferometrischen Verfahren (kohärentes Licht, Strahlteiler, Interferometeranordnung, Schirm oder Photoplatte) stark zunimmt, während die Robustheit abnimmt. So lässt sich ein Schattenbild schon mit einem weißen Hintergrund und Beleuchtung durch Sonnenlicht erzeugen, während ein Interferometer nur unter Laborbedingungen (Erschütterungsfreiheit, geometrische Stabilität im Bereich der Wellenlänge des Lichts gewährleistet) und nach zeitaufwändiger Justage gute Ergebnisse liefert. Für quantitative Untersuchungen ist bei diesen Verfahren die Auswertung der Intensitätsverteilung auf dem Schirm notwendig wobei im Falle der Interferometrie zusätzlich Streifenanzahl notwendig ist um eine ausreichend hohe Dynamik zu erreichen. Bei der Schattenfotografie wird eine quantitative Auswertung dadurch erschwert, dass sie auf die zweite räumliche Ableitung der Dichte empfindlich ist. Damit werden zusätzliche Randbedingungen notwendig. Im Gegensatz dazu bietet die Hintergrundschlierenmethode den einfachen Aufbau der Schattenfotografie (Hintergrund und Abbildungsoptik) ist jedoch auf die erste räumliche Ableitung der Dichte empfindlich. Darüber hinaus ist das Verfahren musterbasiert was zu geringen Ansprüchen an die Qualität der Lichtquelle führt. Diese Eigenschaften lassen die Hintergrundschlierenmethode für die Kombination mit einem tomographischen Algorithmus besonders geeignet erscheinen.

In der Literatur finden sich zwar quantitative Anwendungen der Hintergrundschlierenmethode, es werden jedoch nur zweidimensionale oder rotationssymmetrische Probleme untersucht, wobei zum Teil unnötige Operationen zur Erzeugung der

Rohdaten für die Rekonstruktion des Dichtefeldes durchgeführt werden. Die mit der Hintergrundschlierenmethode bestimmten Projektionen enthalten das Sichtlinienintegral der Brechungsindexgradienten. Diese können direkt als Rohdaten für die Rekonstruktion mit gefilterter Rückprojektion genutzt werden. Dadurch entfällt der Rechenaufwand für das Aufintegrieren der Dichtegradienten in den Projektionen. Des Weiteren wird die dann notwendige Bildung der Ableitung vermieden, welche in der Regel verstärkend auf Störungen in den Messdaten wirkt. Ziel dieser Arbeit ist es daher, die Hintergrundschlierenmethode durch Kopplung mit tomographischen Verfahren zu einem universell einsetzbaren Werkzeug zur quantitativen und orts aufgelösten Bestimmung von Dichtefeldern zu entwickeln und die Eignung an einem geeigneten, komplexen Strömungsfeld zu demonstrieren. Dazu ist es notwendig, die Eigenschaften der Hintergrundschlierenmethode hinsichtlich Empfindlichkeit, Genauigkeit und Auflösungsvermögen zu kennen. Auch dazu finden sich in der Literatur nur unzureichend Informationen, weshalb diese Eigenschaften in der vorliegenden Arbeit untersucht werden.

3. Grundlagen optischer Dichtemessverfahren

3.1. Zusammenhang zwischen Brechungsindex und Dichte

Die optische Dichte bestimmt die Ausbreitung des Lichts in einem Medium. Sie wird beschrieben durch den Brechungsindex n (Gleichung 3.1).

$$n = \frac{c_0}{c_m} \tag{3.1}$$

Nach Merzkirch (1974) ändert das elektrische Feld des Lichts die Elektronenkonfiguration in den Molekülen des durchleuchteten Mediums und erzeugt so ein Dipolmoment. Die Anregung der Elektronen erfolgt mit der Frequenz des elektrischen Feldes. Da Elektronen eine, wenn auch kleine, Masse besitzen, ist die Antwort auf die Anregung von der anregenden Frequenz abhängig und kann mit dem Modell eines harmonischen Elektronenoszillators beschrieben werden. Je nach Molekül sind dabei mehrere mögliche Oszillatoren an der Polarisierung des Moleküls mit unterschiedlicher Stärke beteiligt. Werden Gase betrachtet, sehr hohe Temperaturen ausgeschlossen und Licht im sichtbaren Bereich angenommen, können einige vereinfachende Annahmen getroffen werden.

- Die Anregung der Moleküle erfolgt bei Frequenzen, die einen großen Abstand von den Eigenfrequenzen (Absorptionslinien im Transmissionsspektrum des Mediums) der einzelnen Elektronenoszillatoren haben.
- Die elektrischen Felder der molekularen Dipole beeinflussen sich nicht gegenseitig.

Diese Annahmen sind für Gase bei moderaten Temperaturen und Dichten erfüllt. Damit kann die Polarisation wie folgt aufgeschrieben werden (Merzkirch (1974)):

$$\vec{P} = N\alpha\vec{E} = \frac{N}{4\pi^2} \frac{e^2}{m_e} \vec{E} \sum_i \frac{f_i}{\nu_i^2 - \nu^2} \quad (3.2)$$

Dabei ist N die Partikelanzahldichte, α die Polarisierbarkeit, P der Feldvektor des im Molekül induzierten Feldes, e und m_e die Ladung und Masse eines Elektrons, f_i die Oszillatorstärke, und ν bzw. ν_i die Frequenzen des anregenden Feldes und die Eigenfrequenz des Oszillators i . Mit den Beziehungen

$$4\pi N\alpha = \epsilon - 1 \quad (3.3)$$

$$n = \sqrt{\epsilon} \quad (3.4)$$

$$\rho = NM/\mathcal{L} \quad (3.5)$$

kann der Zusammenhang zwischen Dichte und Brechungsindex hergestellt werden. Gleichung 3.6 ist als Gladstone-Dale-Beziehung bekannt.

$$n - 1 = K\rho = \frac{\rho}{2\pi} \frac{\mathcal{L}}{M} \frac{e^2}{m_e} \sum_i \frac{f_i}{\nu_i^2 - \nu^2} \quad (3.6)$$

Die Gladstone-Dale-Konstante K ist gasspezifisch und nur schwach von der Wellenlänge des einfallenden Lichts abhängig. Für Gasgemische kann der Brechungsindex aufgrund der Linearität von Gl. 3.2 als Summe der Produkte aus partieller Dichte und Gladstone-Dale-Konstante über die Anzahl der Spezies geschrieben werden:

$$n - 1 = \sum_i K_i \rho_i \quad (3.7)$$

3.2. Lichtausbreitung in einem Dichtefeld

Die Gladstone-Dale Beziehung stellt den Zusammenhang zwischen der Dichte und dem Brechungsindex eines gasförmigen Mediums her. Licht, welches durch ein Gebiet mit örtlich und zeitlich variierender Dichte und damit Brechungsindex fällt (Gl. 3.8), breitet sich innerhalb des Gebietes mit einer Geschwindigkeit $c = \frac{c_0}{n}$ aus. Unter der Voraussetzung, dass der Vektor $\nabla\rho$ einen Winkel ungleich 0° mit der Ausbreitungsrichtung des Lichtes einschließt, wird ein Lichtstrahl aufgrund des mit der Dichte veränderlichen Brechungsindex abgelenkt.

$$n(x, y, z, t) - 1 = K \cdot \rho(x, y, z, t) \quad (3.8)$$

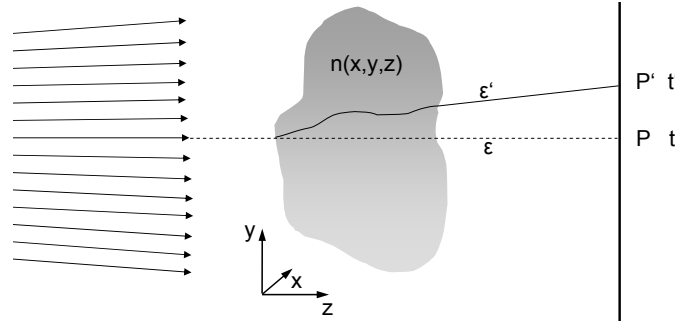


Abbildung 3.1.: Ablenkung und Phasenverschiebung von Licht in einem Brechungsindexfeld

Entsprechend dem Fermatschen Prinzip nimmt das Licht den Weg, der die optische Weglänge minimiert:

$$L = \int n ds \quad (3.9)$$

Das Licht wird dabei in Richtung örtlich steigender Dichte abgelenkt. Prinzipiell lassen sich drei Messgrößen erfassen (Abbildung 3.1).

- die Verschiebung $\overline{PP'}$
- der Ablenkwinkel $\varepsilon - \varepsilon'$
- die Phasenverschiebung $\omega - \omega'$

Eine mathematische Beschreibung des Weges eines Lichtstrahls in einem Brechungsindexfeld lässt sich mit Hilfe der Variationsrechnung und des Fermatschen Prinzips finden. Gesucht wird der Weg durch ein Brechungsindexfeld $x(s); y(s); z(s)$ zwischen den Punkten $P_0 P_1$, der die optische Weglänge L minimiert. Das heißt, die Variation der optischen Weglänge muss null werden:

$$\delta L = \delta \int_{P_0}^{P_1} n(x, y, z) ds = 0 \quad (3.10)$$

Mit den Beziehungen

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad (3.11)$$

$$1 = \sqrt{\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2} = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} \quad (3.12)$$

ergibt sich für Gleichung 3.9:

$$L = \int n(x, y, z) \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} ds = \int F(x, y, z, x', y', z', s) ds. \quad (3.13)$$

Wenn eine Kurve $f(s) = (x(s), y(s), z(s))$ existiert, die L minimiert, müssen alle anderen Kurven größere Werte für L ergeben. Durch das Einführen der Vergleichsfunktionen 3.14

$$\begin{aligned} w_1(s, \epsilon) &= x(s) + \epsilon\eta(s) \\ w_2(s, \epsilon) &= y(s) + \epsilon\eta(s) \\ w_3(s, \epsilon) &= z(s) + \epsilon\eta(s) \end{aligned} \quad (3.14)$$

und Einsetzen in Gleichung 3.13 wird die Variationsrechnung auf ein eindimensionales Problem zurückgeführt. Die Funktion $\eta(s)$ ist dabei weitgehend frei wählbar und muss lediglich in den Punkten P_0 und P_1 null sein. Der Parameter ϵ mit $0 \leq \epsilon \ll 1$ bestimmt dann die Abweichung der Vergleichsfunktion von der optimalen Funktion für den Lichtweg.

$$L(\epsilon) = \int F(w_1(s, \epsilon), w_2(s, \epsilon), w_3(s, \epsilon); w'_1(s, \epsilon), w'_2(s, \epsilon), w'_3(s, \epsilon); s) ds \quad (3.15)$$

Da η für $s = s_0$ und $s = s_1$ null ist, gehen die Vergleichsfunktionen für $\epsilon = 0$ in die gesuchte optimale Kurve $f(s)$ über. Weil $f(s)$ aber die Lösung des Problems darstellt, alle anderen Kurven also eine größere optische Weglänge haben, muss an der Stelle $\epsilon = 0$ auch die Ableitung zu null werden.

$$\left. \frac{dL(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=0} = \int \frac{\partial F}{\partial w_i} \frac{\partial w_i}{\partial \epsilon} + \frac{\partial F}{\partial w'_j} \frac{\partial w'_j}{\partial \epsilon} ds \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für } i,j=1,2,3 \quad (3.16)$$

Mit $\partial w_i = \partial x(s) + \epsilon\eta(s) = \partial x(s)$ für $\epsilon = 0$ und durch partielle Integration des zweiten Terms auf der rechten Seite erhält man:

$$\left. \frac{dL(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=0} = \int \frac{\partial F}{\partial x_i} \eta ds + \left. \frac{\partial F}{\partial x'_i} \eta \right|_{s_0}^{s_1} - \int \frac{d}{ds} \frac{\partial F}{\partial x'_i} \eta ds \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für } i=1,2,3 \quad (3.17)$$

Da $\eta(s)$ in P_0 und P_1 null ist, wird der zweite Term in Gleichung 3.17 ebenfalls null. Damit ergibt sich:

$$\left. \frac{dL(\epsilon)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=0} = \int \eta \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} - \frac{d}{ds} \frac{\partial F}{\partial x'_i} \right] ds \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für } i=1,2,3 \quad (3.18)$$

Für ein Extremum muss das obige Integral zu null werden. η ist aber weitgehend frei wählbar, was dazu führt, dass der Klammerausdruck verschwinden muss. Damit ergeben sich die zu diesem Problem gehörenden Eulerschen Differentialgleichungen.

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial x'_i} \right) = \frac{\partial F}{\partial x_i} \quad \text{für } i=1,2,3 \quad (3.19)$$

Mit Gleichung 3.13 ergeben sich dann die entsprechenden Differentialgleichungen für den Brechungsindex.

$$\frac{d}{ds} \left(n \frac{dx}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial x}, \quad \frac{d}{ds} \left(n \frac{dy}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial y}, \quad \frac{d}{ds} \left(n \frac{dz}{ds} \right) = \frac{\partial n}{\partial z} \quad (3.20)$$

Durch Substitution von ds mit Gleichng 3.11 und Umschreiben nach der zweiten Ableitung von z erhält man ein System von nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen (Gl. 3.21 und 3.22) für den Lichtweg in einem Brechungsindexfeld.

$$\frac{d^2 x}{dz^2} = \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right] \left[\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{dx}{dz} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \right] \quad (3.21)$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \left[1 + \left(\frac{dx}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 \right] \left[\frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} - \frac{dy}{dz} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \right] \quad (3.22)$$

Mit den Anfangsbedingungen 3.23 lassen sich damit die Lösungen 3.24 für den Lichtweg in Abhängigkeit vom Eintrittspunkt und dem Einfallswinkel in das inhomogene Dichtefeld sowie der Koordinate z bestimmen.

$$P_0(x_0, y_0, z_0) \\ \left. \frac{dx}{dz} \right|_{P_0} = x' \quad \left. \frac{dy}{dz} \right|_{P_0} = y' \quad (3.23)$$

$$x = f_x(P_0, x', y', z) \quad y = f_y(P_0, x', y', z) \quad (3.24)$$

Für einen Austrittspunkt P_1 erhält man dann die Distanz und die Neigung zu einem ungestörten Lichtstrahl, wobei l den Abstand zwischen dem Austritt aus dem inhomogenen Dichtefeld und der registrierenden Bildebene darstellt:

$$\left(\overline{P_1 P'_1} \right)_x = (x - x')_{P_1} + l \left(\frac{dx}{dz} \right)_{P_1}, \quad \left(\overline{P_1 P'_1} \right)_y = (y - y')_{P_1} + l \left(\frac{dy}{dz} \right)_{P_1} \quad (3.25)$$

$$\tan(\varepsilon_x) = \left(\frac{dx}{dz} \right)_{P_1}, \quad \tan(\varepsilon_y) = \left(\frac{dy}{dz} \right)_{P_1} \quad (3.26)$$

Die Phasenverschiebung $\Delta\omega$ lässt sich aus der Zeitdifferenz $t - t'$, die ein Lichtstrahl im inhomogenen Dichtefeld gegenüber einem Referenzstrahl in einem homogenen Dichtefeld benötigt, ermitteln.

$$\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu \\ \Delta\nu = 1/t' - 1/t \\ t = \int_{P'_1}^{P_0} \frac{1}{c_0} dz = \frac{1}{c} \int_{P'_1}^{P_0} \frac{c}{c_0} dz = \frac{1}{c} \int_{P'_1}^{P_0} n_0 dz \quad (3.27) \\ t' = \frac{1}{c} \int_{P_1}^{P_0} n(x(z), y(z), z) \frac{ds}{dz} dz$$

Damit sind die im Wesentlichen beobachtbaren Wirkungen eines inhomogenen Dichtefeldes auf die Lichtausbreitung beschrieben. Die Verteilung der Dichte beziehungsweise des Brechungsindex wird bei allen optischen Messmethoden aus einer der drei oben genannten Größen ermittelt. Aufgrund der Nichtlinearität des in den Gleichungen 3.21 und 3.22 angeführten Systems aus partiellen Differentialgleichungen ist das in der Regel nicht ohne weiteres möglich. Die Abweichungen eines Lichtstrahls in einem inhomogenen Dichtefeld von der geradlinigen Ausbreitung in einem homogenen Dichtefeld sind allerdings gering, das heißt, die Austrittspunkte P_1 und P'_1 sind nahezu identisch. Damit lassen sich die oben genannten Gleichungen wesentlich vereinfachen, indem die ersten Ableitungen des Lichtweges nach z gegenüber den Krümmungen des Lichtweges vernachlässigt werden. Die so erhaltenen Gleichungen für den Lichtweg lauten folgendermaßen:

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \ln(n) \quad (3.28)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \ln(n) \quad (3.29)$$

Damit lassen sich die beobachtbaren Größen wie in den Gleichungen 3.30, 3.31 und 3.32 aufschreiben.

$$(\overline{P_1 P'_1})_y = l \int_{P_1}^{P_0} \frac{d^2y}{dz^2} dz = l \int_{P_1}^{P_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dy} dz \quad (3.30)$$

$$\tan(\varepsilon_x) = \int_{P_1}^{P_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} dz, \quad \tan(\varepsilon_y) = \int_{P_1}^{P_0} \frac{1}{n} \frac{dn}{dy} dz \quad (3.31)$$

$$\Delta t = t' - t = \frac{1}{c} \int_{P_1}^{P_0} [n(x, y, z) - n_0] \quad (3.32)$$

Jede dieser zu messenden Größen lässt sich einer Klasse von optischen Messverfahren zuordnen. So finden für die Verschiebungen $\overline{P_1 P'_1}$ Methoden aus der Klasse der Schattenverfahren, für die Ablenkung ε Schlierenverfahren und für die Phasenverschiebung interferometrische Verfahren Anwendung. Alle Verfahren erfassen die Messgröße als integrative Größe über das gesamte Messvolumen. Damit sind Aussagen über die lokale Verteilung der Dichte beziehungsweise des Brechungsindex, abgesehen von zweidimensionalen Dichtefeldern, nicht direkt möglich. Lokale Informationen lassen sich mit diesen Methoden nur über inverse Verfahren bestimmen. Dazu sind eine Reihe von Messungen aus unterschiedlichen Richtungen (im weiteren Verlauf Projektionen genannt) notwendig. Das kann für zeitlich stationäre Vorgänge durch schrittweises Drehen des Objektes und für instationäre Vorgänge durch gleichzeitiges Messen aus verschiedenen Richtungen erreicht werden.

4. Untersuchungen zu den Eigenschaften der Hintergrundschlierenmethode

4.1. Das Prinzip der Hintergrundschlierenmethode

Wie im letzten Abschnitt schon erwähnt, können lokale Dichteinformationen aus optischen Messungen nur über inverse Methoden aus einer Reihe von Messungen mit verschiedenen Blickrichtungen bestimmt werden. Die Durchführung der Messungen und die Auswertung der Rohdaten gestaltet sich aufgrund der Komplexität und des hohen apparativen Aufwandes mit klassischen Verfahren schwierig. Eine gleichzeitige Aufnahme von Projektionen für instationäre Vorgänge ist damit in der Regel nicht möglich. Die Hintergrundschlierenmethode (auch kurz BOS, engl. für **Background Oriented Schlieren**) bietet demgegenüber den Vorteil eines einfachen experimentellen Aufbaus unter Verwendung vergleichsweise günstiger Komponenten.

Ein BOS-Aufbau besteht im Wesentlichen aus vier Bestandteilen, einem Hintergrund mit einem zufällig verteiltem Punktmuster, einer Kamera zur Aufnahme des Hintergrundes, einer Lichtquelle und einem Computer zur Speicherung und Weiterverarbeitung der Aufnahmen. Den prinzipiellen Aufbau einer Hintergrundschlierenmessung zeigt Abbildung 4.1. Eine Messung mit dieser Methode läuft zweistufig ab. Zunächst wird ein Referenzbild des Hintergrundes ohne das zu untersuchende Testobjekt aufgenommen und gespeichert. In der zweiten Stufe wird das zu untersuchende Objekt in das Messvolumen gebracht und das Messbild aufgenommen. Ein Punkt auf dem Hintergrund, dessen Abbildung ohne das Dichteobjekt auf eine

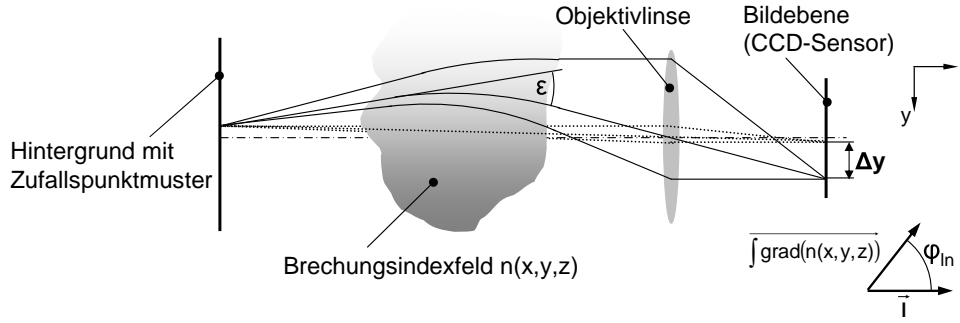


Abbildung 4.1.: Prinzipieller Aufbau einer Hintergrundschlierenmessung

bestimmten Stelle des Fotosensors erfolgt, wird bei vorhandenem Dichtefeld aufgrund der Lichtbrechung an einer Stelle mit dem Abstand Δy abgebildet. In dieser scheinbaren Verschiebung ist die Information über das Dichtefeld integral enthalten. Über den geometrischen Aufbau ist die scheinbare Verschiebung Δy mit dem Ablenkwinkel ε verknüpft. Der Aufbau ist dabei, wie aus Gleichung 3.31 hervorgeht, für die Komponenten des Brechungsindexgradienten empfindlich, die senkrecht auf der Blickrichtung stehen. Damit lässt sich für einen BOS-Aufbau der Zusammenhang zwischen integralem Dichtegradienten und der Ablenkung des Lichtstrahls wie folgt formulieren (Gleichung 4.1). Dabei steht l für den Lichtweg und $\nabla n(x, y, z)$ beschreibt den örtlichen Gradienten im Dichtefeld.

$$\varepsilon \approx \tan(\varepsilon) = \sin(\varphi_{ln}) \cdot \int_l \frac{1}{n(x, y, z)} \nabla n(x, y, z) dl \quad (4.1)$$

$$\varepsilon \approx \tan(\varepsilon) = \sin(\varphi_{ln}) \cdot \int_l \nabla n(x, y, z) dl \quad (4.2)$$

Für Gase mit einem Brechungsindex $n \approx 1$ kann sie zu Gleichung 4.2 vereinfacht werden. Den Zusammenhang zwischen Dichtefeld und Brechungsindexfeld stellt dann die Gladstone-Dale Gleichung 3.7 her.

4.2. Die Empfindlichkeit der Hintergrundschlierenmethode

Messungen mit der Hintergrundschlierenmethode haben integrativen Charakter. Mit der Methode werden scheinbare Verschiebungen eines zufälligen Punktemusters auf dem Hintergrund bestimmt. Diese Verschiebungen entstehen durch die

Brechung des Lichts im Dichtegradientenfeld des untersuchten Vorgangs. Mit Hilfe der geometrischen Abmessungen des Aufbaus und unter der Annahme, dass der Winkel α in Abbildung 4.2 klein ist, kann der Ablenkwinkel ε in Gleichung 4.2 ermittelt werden. Die Frage nach der Empfindlichkeit eines Aufbaus führt damit auf die Frage nach dem kleinsten detektierbaren Integral in Gleichung 4.2. Da der

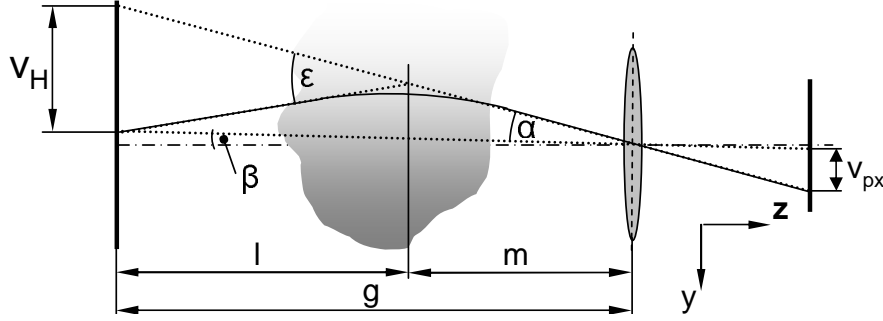


Abbildung 4.2.: Geometrie für die Abschätzung der Empfindlichkeit

exakte Lichtweg vom untersuchten Objekt abhängt und in der Regel unbekannt ist, müssen Vereinfachungen angenommen werden, um einen bestimmten experimentellen Aufbau hinsichtlich seiner Empfindlichkeit zu beurteilen. Durch Konzentration der Ablenkung des Lichts in einem Punkt erhält man die geometrischen Beziehungen, wie sie in Abbildung 4.2 dargestellt sind. Daraus lässt sich die Beziehung wie in Gleichung 4.6 ableiten.

$$\tan(\varepsilon) = \frac{(1 + l/m) \cdot \tan(\alpha)}{l/m - \tan^2(\alpha)} \quad (4.3)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{v_H}{g} \cdot \cos^2(\beta) \quad (4.4)$$

$$v_H = \frac{v_{px}}{M} = v_{px} \left(\frac{g-f}{f} \right) \quad (4.5)$$

$$\varepsilon \approx \tan(\varepsilon) = \sin(\varphi_{ln}) \cdot \int_z \nabla(n(x, y, z)) dz = \frac{(1 + l/m) \cdot v_{px} \left(\frac{g-f}{g \cdot f} \right) \cdot \cos^2(\beta)}{l/m - \left(v_{px} \left(\frac{g-f}{g \cdot f} \right) \cdot \cos^2(\beta) \right)^2} \quad (4.6)$$

Mit der Annahme aus Gleichung 4.7 kann Gleichung 4.6 deutlich vereinfacht werden, und es ergibt sich für den Ablenkwinkel Gleichung 4.8.

$$\left(v_{px} \left(\frac{g-f}{g \cdot f} \right) \cdot \cos^2(\beta) \right)^2 \ll 1 \quad (4.7)$$

$$\varepsilon \approx (1 + m/l) \cdot v_{px} \left(\frac{g-f}{g \cdot f} \right) \cdot \cos^2(\beta) \quad (4.8)$$

Der Winkel β ist typischerweise klein, wodurch die Terme mit $\cos^2(\beta)$ in der Regel vernachlässigt werden können. Damit ist es möglich, eine Abschätzung für die Empfindlichkeit eines Hintergrundschlierenaufbaus in Abhängigkeit von den Parametern Brennweite des Objektivs, Position des Dichteobjektes im Aufbau, Gesamtabmessung des Aufbaus und kleinste bestimmbare, scheinbare Verschiebung der Punkte auf der Bildebene durchzuführen. Während die geometrischen Abmessungen durch den experimentellen Aufbau gegeben sind, hängt die kleinste bestimmbare Verschiebung des Hintergrundmusters auf der Bildebene von der Qualität des Hintergrunds sowie von den verwendeten Auswerteverfahren ab. Durch Anpassen der Punktgröße und der Punktdichte auf dem Hintergrund ist es möglich, mit verfügbaren Korrelationsalgorithmen Pixelverschiebungen auf der Bildebene bis zu 0.1 px sicher zu bestimmen (siehe Stanislas et al. (2005) und Nogueira et al. (2005)). Diese Verschiebung ist über den Abbildungsmaßstab mit einer scheinbaren Verschiebung auf dem Hintergrund und damit mit dem kleinsten bestimmbaren Integral aus Gleichung 4.2 verknüpft. Abbildung 4.3 zeigt die Größe des kleinsten bestimmbaren

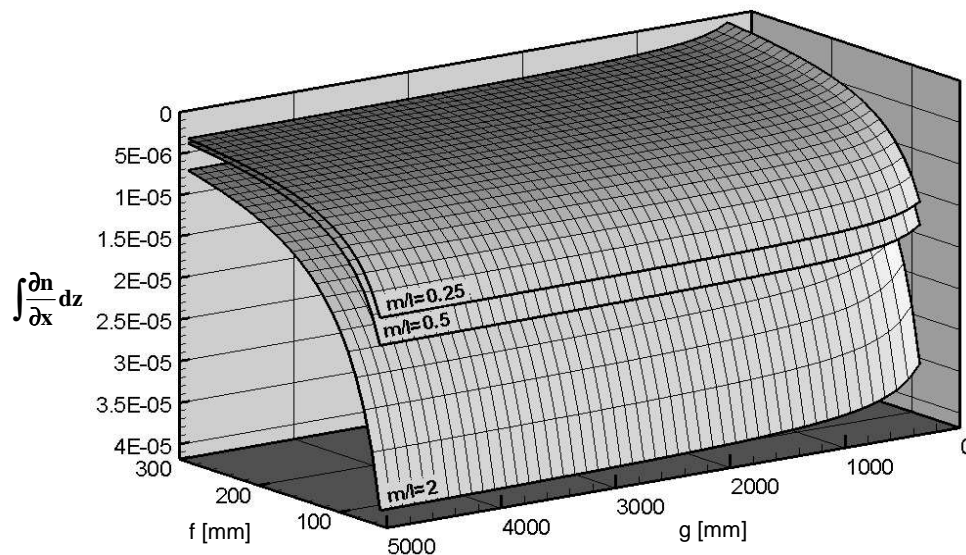


Abbildung 4.3.: Empfindlichkeit eines Hintergrundschlierenaufbaus für drei verschiedene Positionen des Dichteobjekts zwischen Kamera und Hintergrund für eine kleinste detektierbare Pixelverschiebung von 0.1 px

Wertes für das Sichtlinienintegral aus Gleichung 4.2 für drei Positionen des Dichteobjektes zwischen Hintergrund und Kamera. Die kleinste detektierbare Verschie-

bung in der Bildebene wurde mit 0.1 px und eine Kamera vom Typ PCO-Sensicam, wie sie auch für die experimentellen Untersuchungen verwendet wurde, angenommen. Die physikalische Größe der Pixel auf dem Lichtsensor dieser Kamera beträgt $6.7 \mu\text{m} \times 6.7 \mu\text{m}$. Wie aus Abbildung 4.3 ersichtlich wird, steigt die Empfindlichkeit eines Aufbaus mit größer werdender Brennweite des Kameraobjektivs sowie mit einer relativen Position des Dichteobjekts näher an der Kamera an. Die kleinste bestimmbare Pixelverschiebung auf dem Bildsensor hängt, konstanten Bildausschnitt vorausgesetzt, von der Anzahl der verfügbaren Pixel und der Pixelgröße ab. Eine höhere Empfindlichkeit lässt sich daher durch Kameras mit höher auflösenden Bildsensoren erreichen, wobei eine unbegrenzte Steigerung durch die Eigenschaften der Abbildungsoptik nicht möglich ist. Sehr kleine Streulichtquellen können aufgrund der endlichen Öffnung des Objektivs nicht geometrisch exakt abgebildet werden. Diese Eigenschaft ist ein Ergebnis der Wellennatur des Lichts und wird als Beugungsbegrenzung bezeichnet. Der kleinste mit einem Objektiv abzubildende Punktabstand beträgt bei idealisierter Betrachtung:

$$\Delta x = 1.22 \frac{\lambda z}{D} \quad (4.9)$$

Damit steigt das Auflösungsvermögen der Abbildungsoptik mit wachsender Öffnungsblende (D). Gleichzeitig nimmt jedoch die Tiefenschärfe der Abbildung ab. Da sehr kleine Tiefenschärfen nicht praktikabel sind, lässt sich auch die Objektivöffnung nicht beliebig vergrößern. Die Gesamtlänge des Aufbaus spielt dagegen nur eine untergeordnete Rolle. Rückt der Hintergrund an die Brennebene steigt zwar die Empfindlichkeit, gleichzeitig schrumpft jedoch das nutzbare Messvolumen gegen Null. Dieser Einfluss ergibt sich aus der Linsengleichung und der Tatsache, dass die Abstände auf die Hauptebenen der Linsen bezogen sind. Er lässt sich in Gleichung 4.8 für den Grenzfall $g \rightarrow f$ und $\beta = 0$ zeigen (Gleichung 4.10).

$$\varepsilon \rightarrow 0, \text{ für } g \rightarrow f \quad (4.10)$$

4.3. Genauigkeit des Hintergrundschlierenverfahrens

Für die im Anschluss durchgeführte Rekonstruktion ist die Genauigkeit der mit der Hintergrundschlierenmethode erfassten Projektionen des Brechungsindexgradientenfeldes von großer Bedeutung. Sie hängt von verschiedenen Faktoren, wie der

| Parameter | | Wert |
|--------------------|---------------------|----------------------------|
| Glaskasten | Breite | 400 mm |
| | Höhe | 400 mm |
| | Länge | 400 mm |
| | Glasdicke | 3 mm |
| | Heizleistung | 70 W |
| Temperatursensoren | Typ | Dallas DS-1820 |
| | Genauigkeit absolut | $\pm 0.5 K$ |
| | Genauigkeit relativ | $\pm 0.1 K$ |
| Kamera | Typ | PCO-SensiCam |
| Objektiv | Typ | Zeiss Makro-Planar 2.8/60C |
| | Brennweite | 60 mm |
| | Blende | $f/22$ |

Tabelle 4.1.: Parameter für die Versuche zur Abschätzung der Genauigkeit

Qualität der Korrelationsalgorithmen und des Objektivs, der Auflösung der Kamera oder der Steifigkeit des Aufbaus ab. Die Einflüsse daraus lassen sich nur schwer abschätzen, weshalb die erreichbare Genauigkeit mit Hilfe eines gut beschreibbaren Testfalls beurteilt wird. Dazu wird das Dichtefeld in einem Luftvolumen mit stabiler Schichtung untersucht. Die in einem Glaskasten bei Umgebungsdruck eingeschlossene Luftmenge wird von oben elektrisch beheizt, wodurch sich eine stabile Temperaturschichtung mit einer entsprechenden Dichteschichtung einstellt. Die Anordnung ist schematisch in Abbildung 4.4 dargestellt. Sie besteht aus einem Kasten mit einer Kantenlänge von 400 mm, der an vier Seiten isoliert ist. Durch die beiden nicht isolierten Seiten ist der Zugang für die optischen Messungen gewährleistet. Die maximal verfügbare Heizleistung beträgt 70 W. Der damit erreichbare maximale Temperaturgradient beträgt $0.1 K/mm$. Zur Aufnahme des Temperaturverlaufs in Richtung der x-Achse ist der Kasten mit 6 Temperatursensoren (Typ Dallas DS-1820) ausgestattet, die gleichzeitig mit den Hintergrundschlierenmessungen ausgelesen werden. Die Parameter für diese Untersuchung sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Da Vorder- und Rückseite des Kastens nicht isoliert sind, liegen die Temperaturen direkt an der Glaswand niedriger als im restlichen Volumen, was direkt an der Wand zu niedrigeren Temperatur- und Dichtegradienten in x-Richtung

führt. Um diesen Einfluss abzuschätzen, wurden Messungen parallel zu einer unisolierten Außenwand durchgeführt und die Dichtegradien parallel zur Deckelplatte in drei verschiedenen Abständen ausgewertet. Wie Abbildung 4.5 zeigt, kann der Einfluss der wandnahen Schicht vernachlässigt werden. Ursachen dafür sind das niedrige Temperaturniveau und die gute Isolationswirkung von Glas und Luft.

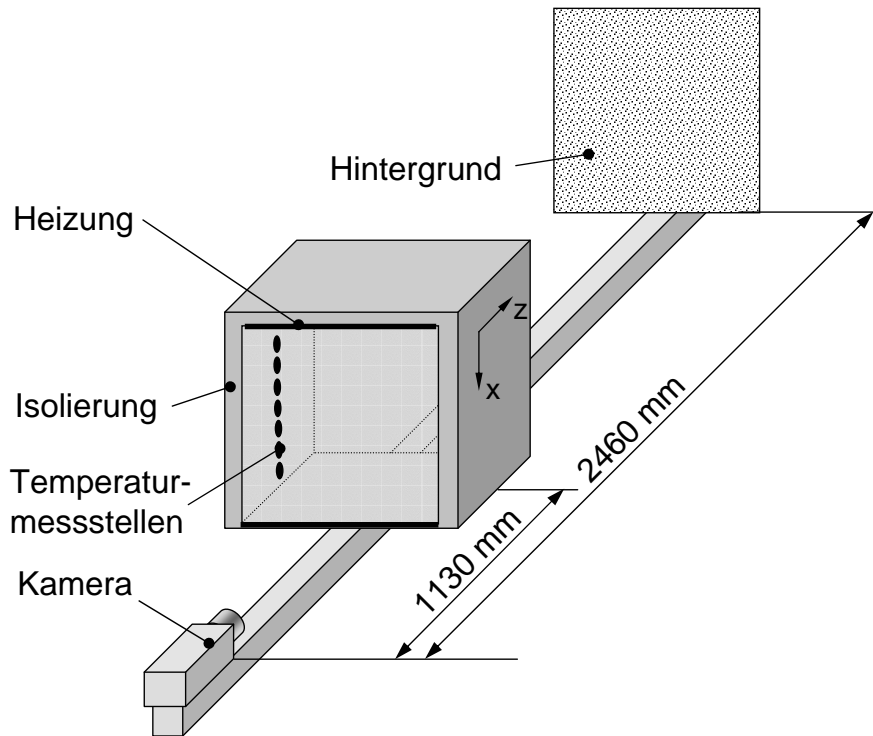


Abbildung 4.4.: Experimenteller Aufbau zur Abschätzung der Genauigkeit

Für die Messungen wurden zunächst Referenzbilder bei ausgeschalteter Heizung aufgenommen, wobei in der Messkammer Umgebungstemperatur herrscht. Nach Einschalten der Heizung und Aufheizen der Luft im Kasten wurden die Messbilder aufgenommen und die Temperatursensoren ausgelesen. Nach Abschalten der Heizung und Abkühlen der Luft wurde ein zweites Referenzbild aufgenommen, um sicherzustellen zu können, dass keine mechanischen Verschiebungen zwischen Hintergrund und Kamera aufgetreten sind. Die gemessenen Temperaturen wurden für die Auswertung mit einer Splinefunktion interpoliert und zur Bestimmung der Dichtegradien im Glaskasten verwendet. Unter der Voraussetzung eines konstanten Drucks im Messvolumen lassen sich die Dichtegradien aus der Temperaturver-

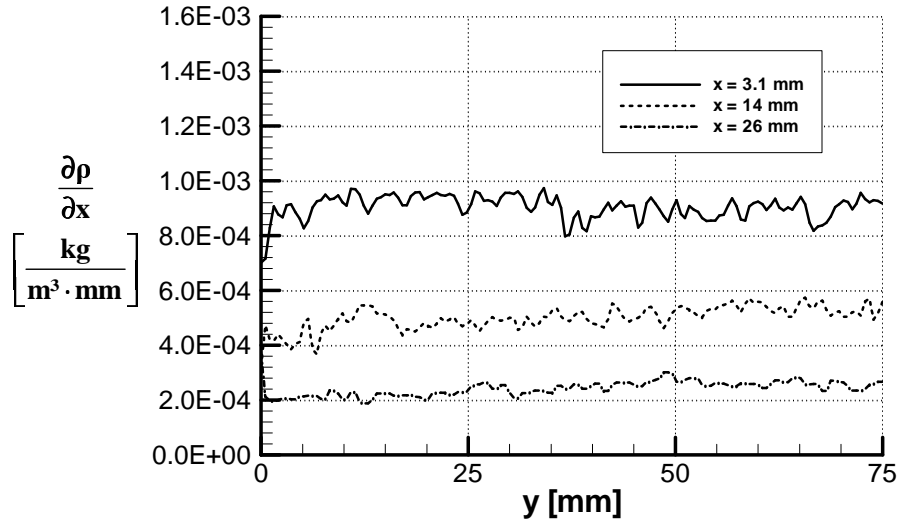


Abbildung 4.5.: Verläufe des Dichtegradienten parallel zur geheizten Deckelplatte an drei verschiedenen Positionen in Richtung der x-Achse

teilung über die Gasgleichung bestimmen (Gleichung 4.15).

$$p = \rho RT \quad (4.11)$$

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (4.12)$$

$$\frac{d\rho}{dT} = -\frac{p}{RT^2} \quad (4.13)$$

$$\frac{d\rho}{dx} = -\frac{p}{RT^2} \frac{dT}{dx} \quad (4.14)$$

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta x} = -\frac{p}{RT^2} \frac{\Delta T}{(x_{i+1} - x_i)} \quad (4.15)$$

Mit der Genauigkeit der Temperatursensoren für relative Messungen und einem systematischen Fehler von $\Delta x = 1 \text{ mm}$ für die Positionsbestimmung der Sensoren lässt sich für die über die Temperatur ermittelten Dichtegradienten ein Fehler von $\Delta \left(\frac{\delta\rho}{\delta x} = 0.2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{mm}} \right)$ bestimmen (Gleichung 4.16).

$$\Delta \left(\frac{\partial\rho}{\partial x} \right) = \left| \frac{\Delta T}{RT^2 \Delta x} \right| \Delta p + \left| \frac{p \Delta T}{RT_{abs}^3 \Delta x} \right| \Delta T_{abs} + \left| \frac{p}{RT^2 \Delta x} \right| \Delta(\Delta T) + \left| \frac{p \Delta T}{RT^2 (\Delta x)^2} \right| \Delta(\Delta x) \quad (4.16)$$

Um die Ablenkung des Lichts durch die Brechungsindexgradienten aus der scheinbaren Verschiebung des Hintergrundmusters zu bestimmen, muss der experimentelle

Aufbau kalibriert werden. Dazu wird ein Kalibriergitter an die Stelle des Hintergrundmusters gesetzt und mit der Kamera aufgenommen. Die Kalibrierung wird bei vorhandenem Glaskasten durchgeführt. Auf diese Weise werden Störungen durch die verwendeten Objektive und das Glas des Kastens mit berücksichtigt. Unter Annahme einer eindimensionalen Dichteverteilung $\rho(x)$ werden die Dichtegradienten aus den Hintergrundschlierendaten berechnet und mit dem Verlauf der Dichtegradienten aus den Temperaturmessungen verglichen (Abbildung 4.6). Dabei ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Messungen mit Abweichungen, die innerhalb der Fehlerbalken der Temperaturmessung liegen.

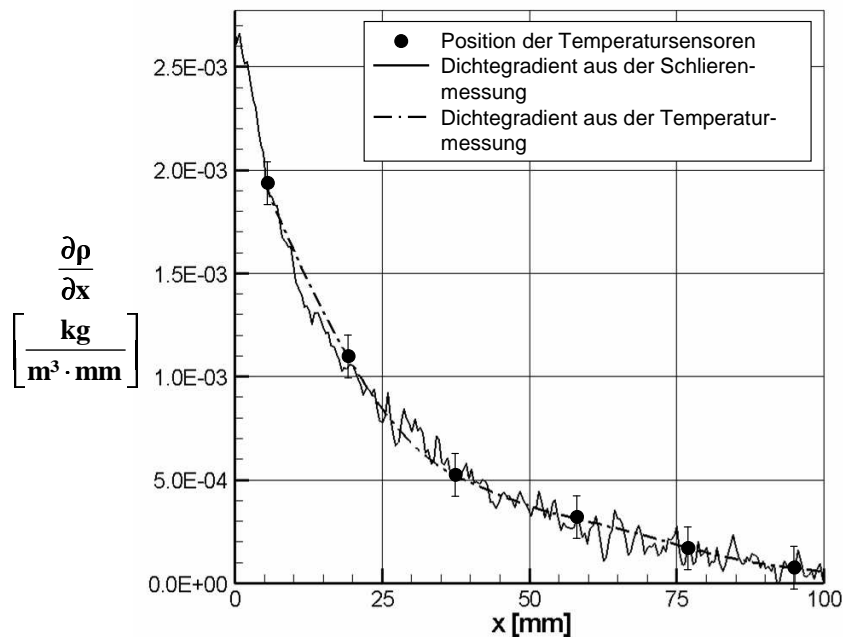


Abbildung 4.6.: Verläufe des Dichtegradienten senkrecht zur geheizten Deckelplatte für die Hintergrundschlierenmessungen und die Temperaturmessungen

4.4. Auflösungsvermögen der Hintergrundschlierenmethode

Brechungsindexvariationen im Messvolumen führen zu einer Ablenkung des Lichts, welche mit der Hintergrundschlierenmethode in Form von scheinbaren Verschiebungen des Hintergrundmusters registriert werden. Die Ablenkwinkel lassen sich aus der

Geometrie des Aufbaus und den gemessenen scheinbaren Verschiebungen ableiten. Sie ergeben sich dann für eine bestimmte Blickrichtung Θ durch das Brechungsindexfeld, wie in Abbildung 4.7 dargestellt. Gleichung 4.17 stellt den mathematischen Zusammenhang zwischen Brechungsindexfeld, Sichtlinie und Gesamtablenkwinkel her. Dabei wird in Gleichung 4.17 nur die für die spätere Rekonstruktion relevante Ablenkung in der zu rekonstruierenden Ebene berücksichtigt.

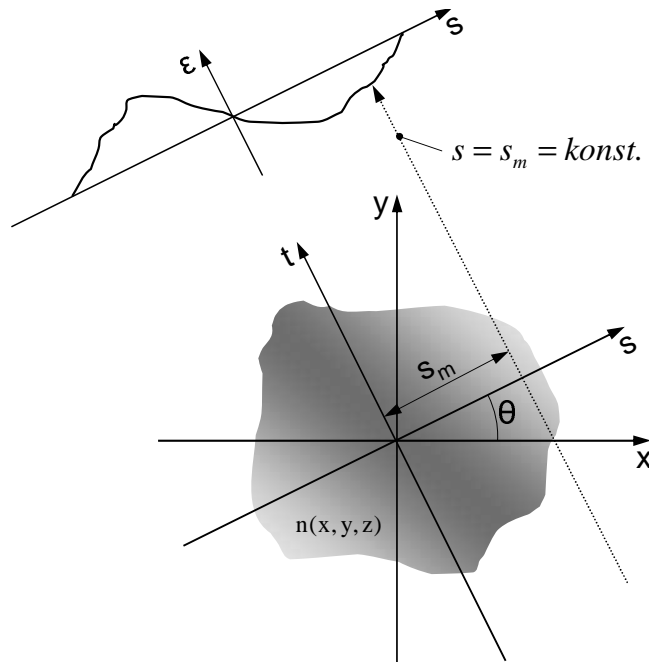


Abbildung 4.7.: Bilden der Projektion für den Blickwinkel Θ als Funktion von s .

Eine Messung mit einer bestimmten Blickrichtung Θ stellt also eine Integraltransformation dar, welche die dreidimensionale Funktion der Brechungsindexverteilung $n(x, y, z)$ auf eine zweidimensionale Funktion $\tan(\varepsilon_{\Theta}(s, z))$ abbildet und als Radontransformation bekannt ist. Diese Abbildungen werden Projektionen genannt, da sie alle in der Blickrichtung hintereinander liegenden Informationen aufeinander abbilden. Geht man von einem stetigen Brechungsindexfeld aus, sind diese Projektionen eine stetige Funktion der Projektionskoordinaten s, z und der Blickrichtung Θ .

$$\tan(\varepsilon(s, z, \Theta)) = \int \frac{\partial n}{\partial s} dt \quad (4.17)$$

Es ist also nicht möglich, einzelne Objekte zu unterscheiden und die Auflösung einer Messung darüber zu beschreiben. Eine Definition für die Auflösung kann allerdings

gefunden werden, wenn man die Projektion in ihre harmonischen Anteile zerlegt. Die Zerlegung erfolgt dabei in Raumfrequenzen, welche die harmonischen Variationen der Messgröße bezogen auf die Längenkoordinaten angibt. Folgt man diesem Ansatz, dann wird die Auflösung als die höchste durch eine Messung mit dem Hintergrundschlierensystem erfassbare Frequenz in der Projektion des Gradientenfeldes der Brechungsindexverteilung beschrieben. Wie schon in Kapitel 4.1 beschrieben, ist die Information über die Gradienten des Brechungsindexfeldes in der scheinbaren Verzerrung des Hintergrundmusters enthalten. Die Verzerrung entspricht dem Integral der Brechungsindexgradienten entlang der Sichtlinie (Gleichung 4.2). Sie wird mit Kreuzkorrelationsalgorithmen aus der Verteilung der Intensitätswerte auf dem Bildsensor ermittelt. Dazu werden Mess- und Referenzbild in Auswertefenster mit einigen Pixeln Kantlänge unterteilt (Abbildung 4.8). Für eine kontinuierliche Verteilung der Helligkeitswerte und ohne Berücksichtigung der mittleren Helligkeit kann die Korrelation wie in 4.18 beschrieben werden, wobei hier gilt: $i, j, I, J \in \mathbb{R}$. In der Realität erfolgt die Bildaufnahme diskret und mit Sensoren endlicher Größe. Des Weiteren haben die Aufnahmen oft unterschiedliche Grundhelligkeitswerte, die keine Information über die Verschiebung beinhalten und sich negativ auf den Rauschabstand auswirken würden, blieben sie unberücksichtigt. Eine Normierung einzuführen ist außerdem sinnvoll, um Korrelationswerte aus verschiedenen Fenstern vergleichbar zu machen. Das wird erreicht, indem eine Korrelationsfunktion mit den Abweichungen der Intensität vom Mittelwert berechnet wird und auf das Produkt der mittleren absoluten Abweichungen der Intensitätswerte vom Mittelwert in Referenz- und Messbildausschnitt bezogen wird (Gleichung 4.19). Die Korrelationsfunktion erreicht dann für eine identische Überdeckung von Mess- und Referenzbildausschnitt den Wert 1 bzw. -1 .

$$[\mathcal{K}(A, B)](I, J) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(i, j) \cdot B(i + I, j + J) di dj \quad (4.18)$$

$$[\mathcal{K}(A, B)](I, J) = \frac{\sum_{i=-K}^K \sum_{j=-K}^K (A_{i,j} - \bar{A}) \cdot (B_{i+I,j+J} - \bar{B})}{\sqrt{\sum_{i=-K}^K \sum_{j=-K}^K (A_{i,j} - \bar{A})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=-K}^K \sum_{j=-K}^K (B_{i+I,j+J} - \bar{B})^2}} \quad (4.19)$$

Die Auswertefenster beinhalten eine begrenzte Anzahl von zufällig verteilten Punkten. Die Verschiebungen im Auswertefenster und damit die Ablenkwinkel können

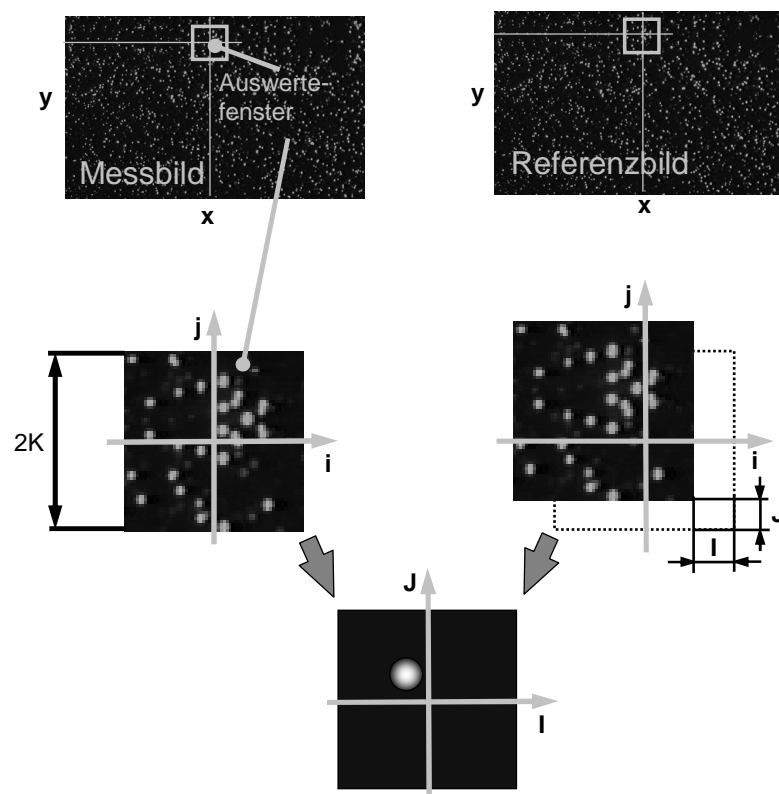


Abbildung 4.8.: Die obere Bildreihe zeigt Rohbilder mit Auswertefenstern. In der mittleren Bildreihe sind die Auswertefenster um I, J verschoben und das untere Bild zeigt die Korrelationsfunktion als Helligkeitsverteilung in Abhängigkeit von I, J .

nur an den Positionen der Punkte des Hintergrundpunktusters bestimmt werden. Jeder Punkt hat über seine Helligkeit im Bild einen bestimmten Einfluss auf den für ein Auswertefenster ermittelten Ablenkswinkel. Der mit Kreuzkorrelation ermittelte scheinbare Ablenkswinkel kann damit als eine intensitätsgewichtete Mittelwertbildung über die Projektion der Ablenkswinkel im Auswertefenster betrachtet werden. Ist die den Ablenkswinkel beschreibende Funktion oder deren erste Ableitung konstant, entspricht dieser Mittelwert genau dem Mittelwert der Funktion. Treten allerdings höhere Ableitungen auf, wird der Mittelwert durch die Position der Punkte im Auswertefenster beeinflusst. In diesem Fall setzt sich das Ergebnis aus einem Mittelwert und einer durch die Anordnung der Punkte bestimmten Zufallskomponente zusammen. Mit dieser Annahme ist es möglich, eine Beschreibung

für die Übertragungsfunktion einer Hintergrundschlierenmessung zu finden.

$$\left(\frac{\partial n}{\partial x}(x, y)\right)_{mean} = \frac{1}{h^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n}{\partial x}(x', y') \cdot \Pi(x - x', y - y') dx' dy' \quad (4.20)$$

$$\left(\frac{\partial n}{\partial y}(x, y)\right)_{mean} = \frac{1}{h^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial n}{\partial y}(x', y') \cdot \Pi(x - x', y - y') dx' dy' \quad (4.21)$$

$$\Pi(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq \frac{h}{2} \wedge |y| \leq \frac{h}{2} \\ 0 & \text{für } |x| > \frac{h}{2} \wedge |y| > \frac{h}{2} \end{cases} \quad (4.22)$$

Die Gleichungen 4.20 und 4.21 beschreiben den Auswerteprozess unter Verwendung

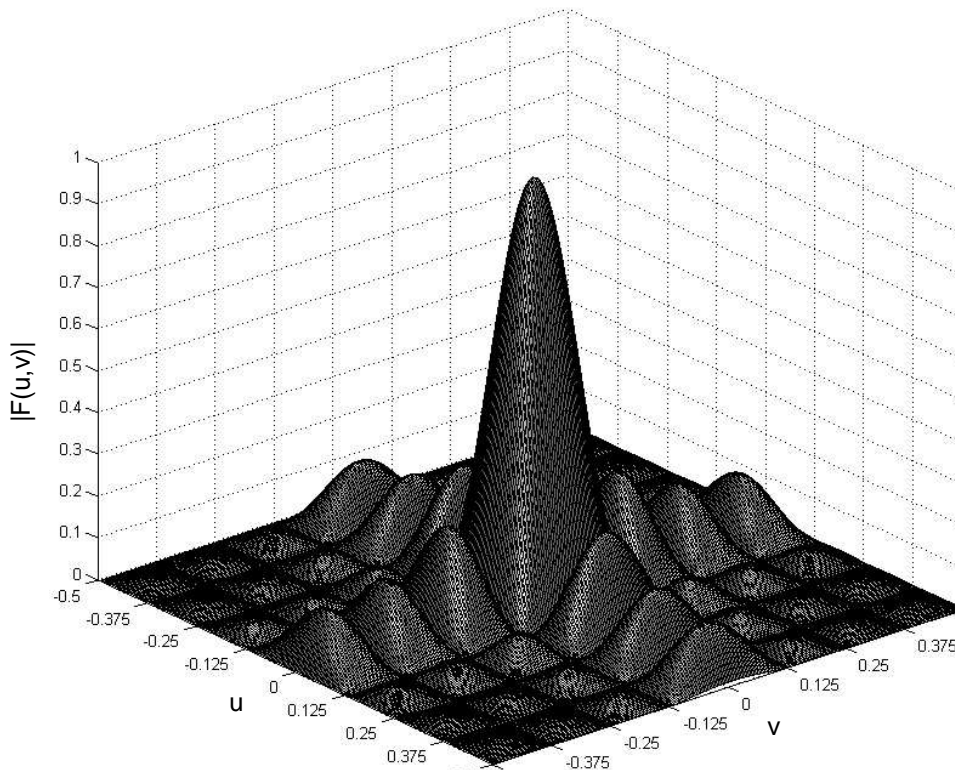


Abbildung 4.9.: Zweidimensionales Amplitudenspektrum eines quadratischen Auswertefensters

eines Kreuzkorrelationsalgorithmus als gleitende Mittelwertbildung mit einem quadratischen Auswertefenster. Dabei beschreibt Gleichung 4.22 die Fensterfunktion. Das Doppelintegral in 4.20 und 4.21 entspricht einer zweidimensionalen Faltung der Projektion des Brechungsindexgradienten mit einer Fensterfunktion Π . Diese Faltung im Ortsraum kann aber auch durch eine Multiplikation der Fouriertransfor-

mierten von Projektion und Fensterfunktion im Frequenzraum durchgeführt werden. Damit ergibt sich die Übertragungsfunktion einer Hintergrundschlierenmessung als das Fourierspektrum der Fensterfunktion. Abbildung 4.9 zeigt das Amplitudenspektrum der Fensterfunktion. Es erreicht nur für den Gleichanteil in den Projektionen den Wert 1. Das heißt, nur der Mittelwert der Ablenkung wird richtig gemessen. Für alle anderen Frequenzen, die in ihre harmonischen Anteile zerlegten Verteilung der Ablenkung, ergibt sich eine Verminderung des Messwertes. Wellenlängen, die ganzzahligen Vielfachen der Fensterabmessung entsprechen, lassen sich nicht messen, da hier das Amplitudenspektrum der Fensterfunktion null wird. Abbildung 4.10 zeigt die Übertragungsfunktion für eine Komponente der

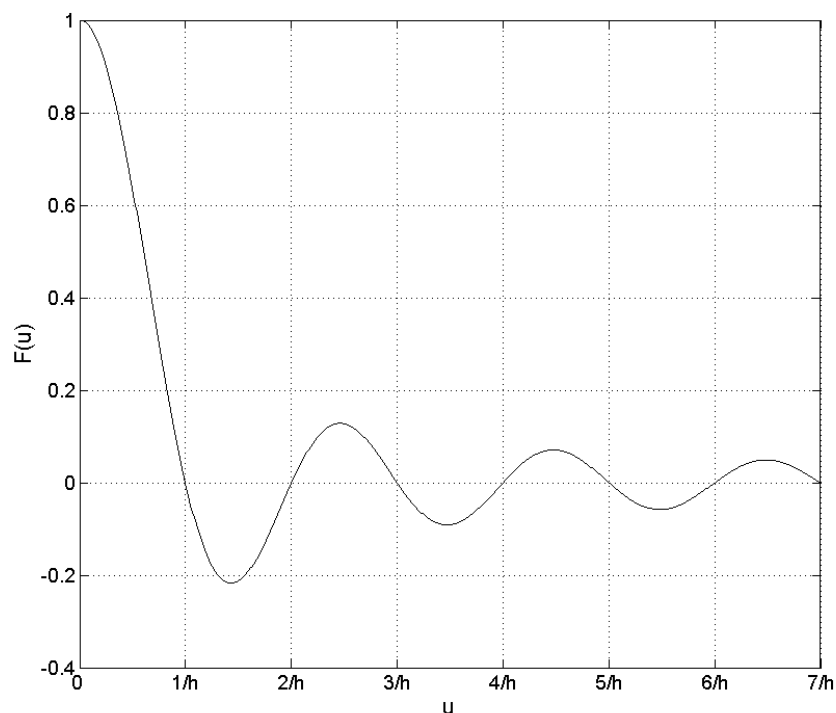


Abbildung 4.10.: Übertragungsfunktion für den Frequenzanteil u

harmonisch zerlegten Funktion der Ablenkung. Man erkennt leicht, dass es für bestimmte Wellenlängen sogar eine Phasenverschiebung von π gibt. Diese Eigenschaften scheinen eine schwerwiegende Einschränkung des Verfahrens darzustellen. Da die Übertragungsfunktion jedoch bekannt ist, lassen sich die originalen Werte der Hintergrundverschiebung unter Verwendung eines inversen Filters wiederherstellen. Ausgenommen davon sind die Werte an den Nullstellen der Übertragungsfunktion.

Eine weitere Möglichkeit stellt das Verwenden von Auswertefenstern mit unterschiedlicher Größe in Verbindung mit einem iterativen Kreuzkorrelationsalgorithmus dar. Solche Methoden wurden zum Beispiel von Nogueira et al. (2005) und Willert (2004) für die PIV-Auswertung beschrieben. Für die im Kapitel 6 beschriebenen Messungen wurde das Verfahren nach Willert verwendet. Der hier dargestellte Effekt der Mittelwertfilterung hat nur für den Bereich unmittelbar an der Düsenmündung Bedeutung, da die Gradienten des Brechungsindex in diesem Bereich besonders groß sind. Im restlichen Strömungsfeld sind die Fenster für die Auswertung im Vergleich zu den in den Projektionen auftretenden charakteristischen Frequenzen genügend klein.

5. Tomographische Rekonstruktion

5.1. Rekonstruktionsverfahren

Die tomographische Rekonstruktion stellt die Umkehrung der beim Bilden der Projektion durchgeführten Radontransformation dar. Sie lässt sich mit Methoden aus einer der drei folgenden Klassen durchführen (Natterer (1941)):

- Fourier- und Faltungsrückprojektionsverfahren, die analytische Beziehungen zwischen Fourier- und Radontransformation ausnutzen. Diese Verfahren arbeiten direkt, d. h. das Ergebnis wird nicht iterativ bestimmt. Vorteile dieses Algorithmus gegenüber den ART-Algorithmen (s. u.) liegen vor allem in seiner Robustheit, Unempfindlichkeit gegen Rauschen im Messsignal und dem geringen Bedarf an Rechenleistung. Außerdem lassen sich hier leicht Filter zur Verbesserung der Eingangsdaten einarbeiten. Nachteile sind das Auftreten von Artefakten, insbesondere bei Verwendung einer sehr geringen Anzahl von Projektionen.
- Reihenentwicklungsverfahren, bei denen sich die Projektionen nach orthogonalen Funktionssystemen entwickeln lassen, deren inverse Radontransformation bekannt ist. Für die Rekonstruktion eines Objekts ergibt sich dann eine Reihendarstellung mit den im Radonraum (Projektionsraum, der die Elemente $\tan(\varepsilon(s, z, \Theta))$ enthält) bestimmten Entwicklungskoeffizienten. Diese Verfahren sind ebenfalls sehr robust und benötigen vergleichsweise geringe Rechenleistung.
- Algebraische Rekonstruktionsverfahren (ART), bei denen das Rekonstruktionsgebiet in kleine Bereiche mit konstantem Funktionswert unterteilt wird. Die Werte werden dann solange iterativ variiert, bis das Ergebnis mit allen

gemessenen Projektionen konsistent ist. ART-Verfahren gehören damit zu den indirekten Verfahren. Da die zu lösenden linearen Gleichungssysteme in der Regel stark unterbestimmt sind, müssen Rechnungen bei Erreichen eines geeigneten Abbruchkriteriums beendet werden, da sich sonst Störungen im gesamten Rechengebiet ausbreiten (Semikonvergenz). Vorteil dieser Verfahren gegenüber den beiden Erstgenannten ist ihre universelle Verwendbarkeit für eine Vielzahl von Problemen, speziell im Hinblick auf verschiedene Projektionsgeometrien und für Aufgaben, bei denen nur eine sehr geringe Anzahl von Projektionen vorhanden ist. Nachteile sind der große Rechenaufwand für das iterative Ermitteln einer Lösung, Konvergenzprobleme sowie eine erhöhte Empfindlichkeit für Rauschen im Eingangssignal.

Für die Nutzung von tomographischen Algorithmen zur Auswertung von Hintergrundschlierendaten müssen die Eigenschaften der Hintergrundschlierenmethode berücksichtigt werden. Spezielles Augenmerk liegt dabei auf der Art der gemessenen Daten (Gradienten des Brechungsindex bzw. der Dichte), der Projektionsgeometrie (Zentralprojektion) sowie dem Übertragungsverhalten, welches für quantitativ richtige Aussagen wesentlich ist (siehe Kapitel 3.3). Im Hinblick auf diese Eigenschaften erscheinen speziell die Faltungs- und Rückprojektionsverfahren geeignet. Daher wird für tomographische Auswertungen von Hintergrundschlierendaten in dieser Arbeit die gefilterte Rückprojektion aus dieser Gruppe verwendet.

5.2. Tomographie für parallele Projektionsgeometrie

5.2.1. Gefilterte Rückprojektion

Ziel der Tomographie ist die Rekonstruktion der Verteilung einer Eigenschaft eines Objektes aus den gemessenen Projektionen dieser Eigenschaft. Die Rekonstruktion wird dabei auf einem Schnitt durch das Objekt durchgeführt. Durch Aneinanderreihung von mehreren Schnitten lässt sich ein dreidimensionales Objekt zusammensetzen. Mit der Hintergrundschlierentechnik lassen sich die Projektionen der Brechungsindexgradienten eines transparenten Objektes mit der Verteilung $n(x, y, z)$

unkompliziert messen. Die Projektionen entsprechen dabei den Sichtlinienintegralen über die durch die Brechungsindexgradientenverteilung hervorgerufenen Ablenkungswinkel eines Lichtstrahles (Gl. 4.2). Der Zusammenhang zur Dichte wird dabei über die Gladstone-Dale Konstante K hergestellt. Den Zusammenhang zwischen dem Dichtegradientenfeld und der unter dem Winkel θ erzeugten Projektion verdeutlicht Abbildung 5.1 a). Unter Verwendung der Koordinatentransformation (Gleichung 5.1) wird die Gesamtheit der Projektionen durch die Radontransformation (Gleichung 5.2) beschrieben. Dabei sind s und t die Koordinaten des um den Betrag θ gedrehten Koordinatensystems (Herman (1979)).

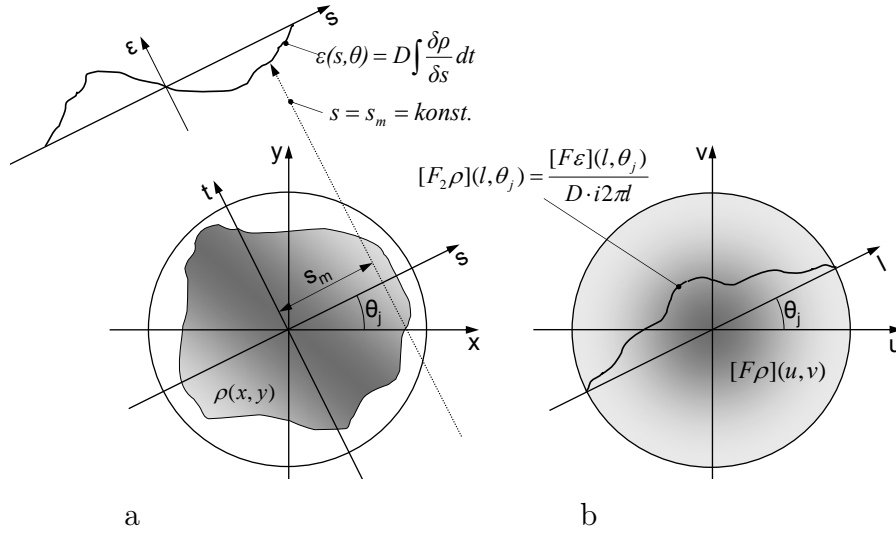


Abbildung 5.1.: Geometrie für parallele Projektion und Zusammenhang zwischen Orts- und Frequenzraum

$$\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{R}n](s, \theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} n(x, y) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} (n(s \cos \theta - t \sin \theta, t \cos \theta + s \sin \theta) dt \end{aligned} \quad (5.2)$$

Transformiert man diese Gleichung in den Frequenzraum, erhält man Gleichung 5.3. Unter Verwendung des Mittelschnitttheorems erkennt man leicht, dass diese Gleichung in der Fourierebene einem Schnitt mit dem Winkel θ durch die zweidimensionale Fouriertransformation des Brechungsindexfeldes entspricht. Jede Projektion

fügt also der Beschreibung der Brechungsindexverteilung im Fourierraum weitere Werte hinzu.

$$[\mathcal{FR}n](l, \theta) = R(l, \theta) = \iint_{-\infty}^{\infty} n(s \cos \theta - t \sin \theta, t \cos \theta + s \sin \theta) e^{-i2\pi ls} dt ds \quad (5.3)$$

Gemessen wird im vorliegenden Fall der Ablenkwinkel des Lichts. Mit Gleichung 4.2 ergibt sich die Fouriertransformation des Ablenkwinkels ε zu Gleichung 5.5. Unter Berücksichtigung des Ableitungstheorems erhält man Gleichung 5.6. Damit ist der Zusammenhang zwischen der zweidimensionalen Fouriertransformation des Brechungsindex und der Fouriertransformation der Projektionen des Gradientenfeldes hergestellt.

$$[\mathcal{F}\varepsilon](l, \theta) = E(l, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(s, \theta) e^{-i2\pi ls} ds \quad (5.4)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta n}{\delta s} e^{-i2\pi ls} dt ds \quad (5.5)$$

$$= i2\pi l R(l, \theta) \quad (5.6)$$

Für die inverse Fouriertransformation der fouriertransformierten Projektionen ergibt sich unter Verwendung von Polarkoordinaten und mit den Variablensubstitutionen 5.7 Gleichung 5.8.

$$\begin{aligned} s &= x \cos(\theta) + y \sin(\theta) & u &= l \cos(\theta) \\ t &= y \cos(\theta) - x \sin(\theta) & v &= l \sin(\theta) \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$n(x, y) = n(s \cos \theta - t \sin \theta, t \cos \theta + s \sin \theta) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} R(l, \theta) e^{i2\pi ls} l dl d\theta$$

$$n(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(l, \theta) e^{i2\pi ls} |l| dl d\theta \quad (5.8)$$

$$n(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(l, \theta)}{i2\pi l} |l| e^{i2\pi ls} dl d\theta$$

$$n(x, y) = \int_0^{\pi} d\theta \int_{-\infty}^{\infty} Q(l) E(l, \theta) e^{i2\pi ls} dl \quad \text{wobei} \quad Q(l) = \frac{|l|}{i2\pi l} \quad (5.9)$$

Mit dem Faltungstheorem lässt sich die Multiplikation von $E(l, \theta)$ und $Q(l)$ als Faltung der entsprechend invers fouriertransformierten Funktionen im Ortsraum

durchführen und man erhält Gleichung 5.10.

$$n(x, y) = \int_0^\pi q(s) * \varepsilon(s, \theta) d\theta \quad (5.10)$$

wobei $q(s) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(l) e^{i2\pi ls} dl$

und $\varepsilon(s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} E(l, \theta) e^{i2\pi ls} dl$

Prinzipiell lässt sich also die Dichteverteilung mit folgender Vorgehensweise rekonstruieren.

- Filtern der Projektionen mit der Filterfunktion $Q(l)$ (durch Falten mit $q(s)$ im Ortsbereich oder durch Multiplikation der Fouriertransformation des Ablenkungswinkels ε mit $Q(l)$ im Frequenzbereich)
- Rückprojektion der gefilterten Projektionen

5.2.2. Diskretisierung des Algorithmus

Das Faltungsintegral in Gleichung 5.10 ist aufgrund seiner Integrationsgrenzen ein uneigentliches Integral erster Ordnung. Zur Verwendung in Auswertelgorithmen muss dieses Integral in ein bestimmtes Integral überführt und Gleichung 5.10 diskretisiert werden. Die durch Messung des Ablenkungswinkels zur Verfügung gestellten Daten sind nicht kontinuierlich in s und θ . Projektionen werden in radialer Richtung mit dem Intervall $\Delta\theta$ gemessen, wobei die Werte jeder Projektion mit dem Intervall Δs abgetastet werden. Nach dem Abtasttheorem beträgt die noch auflösbare Grenzfrequenz für s $l_c = 1/(2\Delta s)$. Durch Verwendung einer Fensterfunktion im Fourierraum kann die Filterfunktion so modifiziert werden, dass Frequenzen größer als die Grenzfrequenz abgeschnitten werden (Gleichung 5.11).

$$q(s) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(l) \cdot W(l) e^{i2\pi ls} dl \quad \text{wobei} \quad W(l) = \begin{cases} 1 & \text{bei } |l| \leq l_c \\ 0 & \text{bei } |l| > l_c \end{cases} \quad (5.11)$$

Damit erhält man für $q(s)$ das bestimmte Integral (Gleichung 5.12).

$$\begin{aligned}
 q(s) &= \int_{-l_c}^{l_c} \frac{|l|}{i2\pi l} e^{i2\pi ls} dl \\
 &= \int_{-l_c}^{l_c} \frac{|l|}{i2\pi ls} [\cos(2\pi ls) + i \sin(2\pi ls)] dl \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{l_c} \sin(2\pi ls) dl
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Die Filterfunktion lautet dann mit $s = m \cdot \Delta s$:

$$q(s) = \frac{1}{\pi^2 \Delta s} \cdot q(m) \quad \text{mit} \quad q(m) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } m \text{ gerade oder } 0 \\ 1/m & \text{wenn } m \text{ ungerade} \end{cases}$$

Durch Anwendung der Trapezregel auf Gleichung 5.10 bekommt man unter Berücksichtigung von $\theta = \Delta\theta \cdot j$ und $\Delta\theta = \pi/N$ sowie $s = m \cdot \Delta s$ die diskrete Form von Gleichung 5.10 zur Rekonstruktion des Objektes (Gleichung 5.14). Diese Gleichung wurde in einem Matlab-Programm zur Rekonstruktion der Brechungsindexverteilung aus den mit der Hintergrundschlierenmethode gemessenen Ablenkungswinkeln verwendet.

$$\rho(x, y) = \Delta\theta \sum_{j=0}^{N-1} \Delta s \sum_{m'=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} \varepsilon(m' \Delta s, \Delta\theta \cdot j) \cdot q((m - m') \Delta s) \tag{5.13}$$

$$= \frac{1}{N\pi} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{m'=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} \varepsilon(m' \Delta s, j \cdot \Delta\theta) \cdot q(m - m') \tag{5.14}$$

Die innere Summe dient dabei zur Berechnung der Faltung der diskreten Ablenkungswinkelverteilung mit der Filterfunktion. Mit der äußeren Summe wird die Rückprojektion durchgeführt. Die Rekonstruktion wird auf einem quadratischen Gitter mit $(m + 1)^2$ ausgeführt. Der Wert in einem Gitterpunkt $P(x, y)$ besteht dann aus der Summe der gefalteten Ablenkungswinkel über θ , wobei für die Koordinate s der Zusammenhang $s = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$ gilt. Da die Projektionswerte in s diskret sind, muss in der Regel interpoliert werden. Abbildung 5.2 verdeutlicht diesen Sachverhalt. Schematisch dargestellt sind die Orte (θ, s) , an denen die diskreten Messwerte vorliegen. Der Übersichtlichkeit halber wurde lediglich eine gefaltete Projektion (an einer Stelle $\theta = konst.$) dargestellt. Die Schnittpunkte des Integrationswegs für einen Punkt $P(x, y)$ mit den Orten $\theta = konst.$ bezeichnen die Positionen für welche Werte benötigt werden. In der vorliegenden Arbeit wurden diese Werte durch lineare Interpolation aus den jeweiligen Nachbarwerten bestimmt.

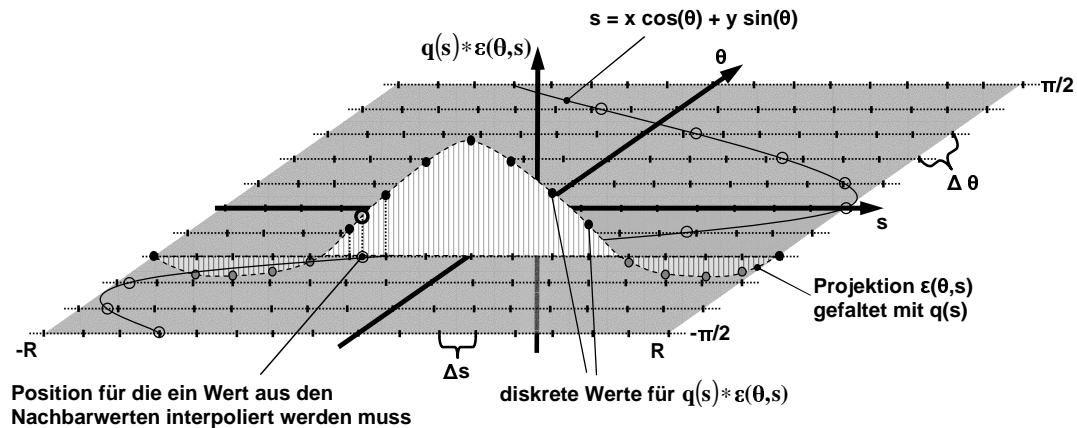


Abbildung 5.2.: Integrationsweg für die Rückprojektion der gefilterten Projektionswerte an der Stelle $P(x,y)$

5.2.3. Tomographischer Algorithmus und Anwendung auf eine synthetische Brechungsindexverteilung

Die Umsetzung von Gleichung 5.14 in einem Matlab-Programm für Messungen mit der Hintergrundschlierenmethode zeigt Abbildung 5.3 schematisch. Die Unterprogramme haben dabei folgende Aufgaben:

- **Batchdatei**
Dieses Unterprogramm dient der Eingabe aller für die Rekonstruktion relevanten Parameter, wie zum Beispiel Pfadangaben zu den Rohdaten, gemessene Projektionswinkel, geometrische Abmessungen des Aufbaus, Randbedingungen.
- **Werte vorbereiten**
Es werden die entsprechenden Rohdaten für die Rekonstruktion eines bestimmten Schnittes zusammengestellt und die Ablenkwinkel berechnet. Optional können hier auch zusätzliche Projektionen zur Reduzierung von Artefakten aus den gemessenen Projektionen interpoliert werden. Der so erzeugte Datensatz dient als Grundlage für die eigentliche Rekonstruktion eines Schnitts durch die zu rekonstruierende Verteilung.
- **Faltung durchführen**
Die Projektion in jeder Blickrichtung wird mit der Filterfunktion gefaltet.

- Rückprojektion
Es wird die Rückprojektion für die gefalteten Projektionen durchgeführt.
- Tecplotausgabe erzeugen
Der rekonstruierte Schnitt wird für die Anzeige in Tecplot aufbereitet und es werden abgeleitete Größen berechnet.

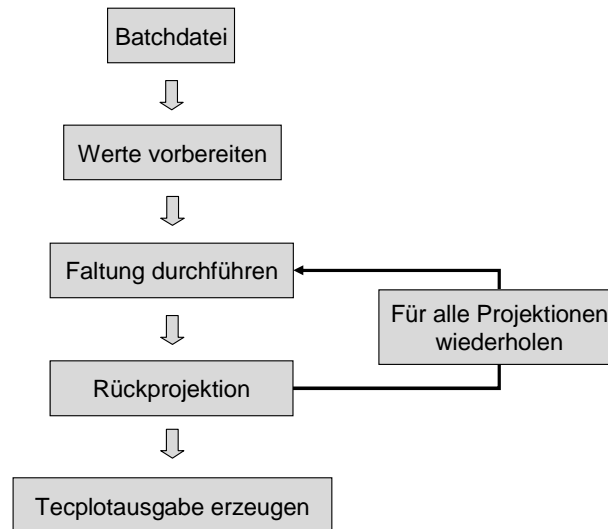


Abbildung 5.3.: Ablaufschema der tomographischen Rekonstruktion

Zur Bewertung der Leistungsfähigkeit des Algorithmus wird eine synthetische Verteilung herangezogen. Sie soll die folgenden Eigenschaften aufweisen.

- Stetigkeit
- Differenzierbarkeit
- Die Verteilung sollte für Werte außerhalb des Rekonstruktionsgebietes verschwinden.

Eine Verteilung die diesen Anforderungen genügt, kann durch Gleichung 5.15 erzeugt werden.

$$V(x, y) = \begin{cases} \cos\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) + 1 & \text{für } x^2 + y^2 \leq \pi^2 \\ 0 & \text{für } x^2 + y^2 > \pi^2 \end{cases} \quad (5.15)$$

$$[\mathcal{RD}_s V](s, \theta) = \sum_{y=-R}^R [\mathcal{D}_s V](x, y) \quad (5.16)$$

Die Projektion dieser Verteilung wird mit der Radontransformation über die Gradienten in s gebildet (Gleichung 5.16). Diese Operation entspricht bei einer Messung der Aufnahme der Mess- und Referenzbilder mit anschließender Auswertung durch Kreuzkorrelation. Die Verteilung $V(x, y)$ und das dazugehörige Gradientenfeld $[\mathcal{D}_s V](s, \theta)$, in diesem Fall mit $x = s$, zeigen Abbildung 5.4 a und b. Die

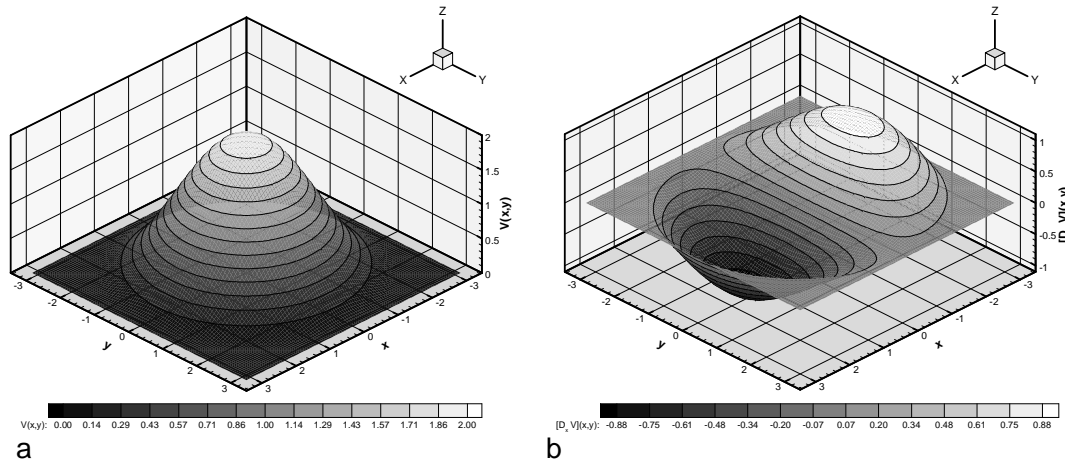


Abbildung 5.4.: Testfunktion $V(x, y)$ (a) und Ableitung von $V(x, y)$ nach y (b)

dazugehörige Projektion ist in Abbildung 5.5 a dargestellt. Diese Projektion entspricht den mit der Hintergrundschlierenmethode bestimmbar Projektionen der Brechungsindexgradienten eines Brechungsindexfeldes und dient als Rohdatensatz für die Rekonstruktion der synthetischen Brechungsindexverteilung. Mit Hilfe des oben beschriebenen Rekonstruktionsalgorithmus wird daraus die Verteilung rekonstruiert. Abbildung 5.5 b zeigt die mit der Filterfunktion $q(s)$ gefilterte Projektion. Abbildung 5.6 a bis d zeigt das Rekonstruktionsergebnis für eine, zwei, vier und acht Projektionsrichtungen. Graustufenkodiert sind die relativen Fehler gegenüber der Originalfunktion bezogen auf den Maximalwert gemäß Gleichung 5.17.

$$\Delta V_R(x, y) = \frac{(V(0, 0) - V_R(x, y))}{V(0, 0)} \cdot 100 \% \quad (5.17)$$

Abbildung 5.6 a zeigt dabei anschaulich die Wirkung der Rückprojektionsoperation als “verschmieren” der gefilterten Projektionen über das Rekonstruktionsgebiet. Eine geringe Anzahl von Projektionen erzeugt Störungen, vor allem im Randbereich der Rekonstruktion. Diese Artefakte haben ihre Ursache in der Arbeitsweise des Algorithmus. Ein rotationssymmetrisches Objekt, wie die hier verwendete Verteilung ist mit einer Projektion vollständig beschrieben. Die Artefakte sind demzufolge

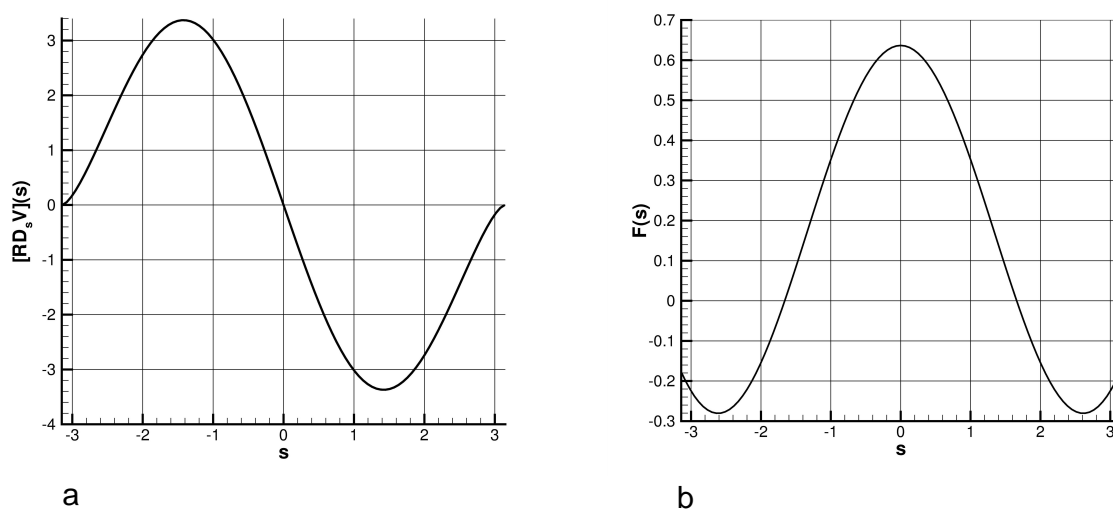


Abbildung 5.5.: Projektion der Ableitung von $V(x, y)$ (a) und gefaltete Projektion (b)

nicht Ausdruck einer mangelnden azimuthalen Auflösung. Sie entstehen vielmehr auch dann, wenn genügend Projektionen vorhanden sind aber der Winkelabstand zwischen den Projektionen groß ist. Wie hier gezeigt, lassen sie sich durch Verwenden von "synthetischen Projektionen", die keine neuen Informationen enthalten, reduzieren.

Die Anzahl der notwendigen Projektionen für die Rekonstruktion eines Objekts kann angegeben werden. Betrachtet man den Verlauf des Funktionswertes in den Projektionen für eine Stelle $s = s_i = konst.$ über θ , dann enthält dieser Anteile des untersuchten Objekts von verschiedenen Radien. In Abbildung 5.2 entspricht diese Darstellung einem Schnitt durch das Diagramm bei s_i . Der Verlauf des Funktionswertes wiederholt sich dabei für Vielfache von π . Darüber hinaus entsprechen die dabei auftretenden Frequenzen denjenigen, die im untersuchten Objekt auf einem bestimmten Radius auftreten. Durch das Aufintegrieren beim Erzeugen der Projektion werden die einzelnen Anteile mit ihrer Phasenverschiebung übereinandergelegt. Die höchste damit auftretende Frequenz in der Verteilung entspricht der höchsten Frequenz auf einem bestimmten Radius des Objekts. Um ein Objekt also aufzulösen und Alias-Effekte zu vermeiden, muss die Anzahl der Projektionen mindestens dem doppelten Wert der höchsten in den Projektionen für $s = konst.$ auftretenden Frequenz entsprechen. Ohne Vorwissen bezüglich Frequenz, Amplitude, Phasenver-

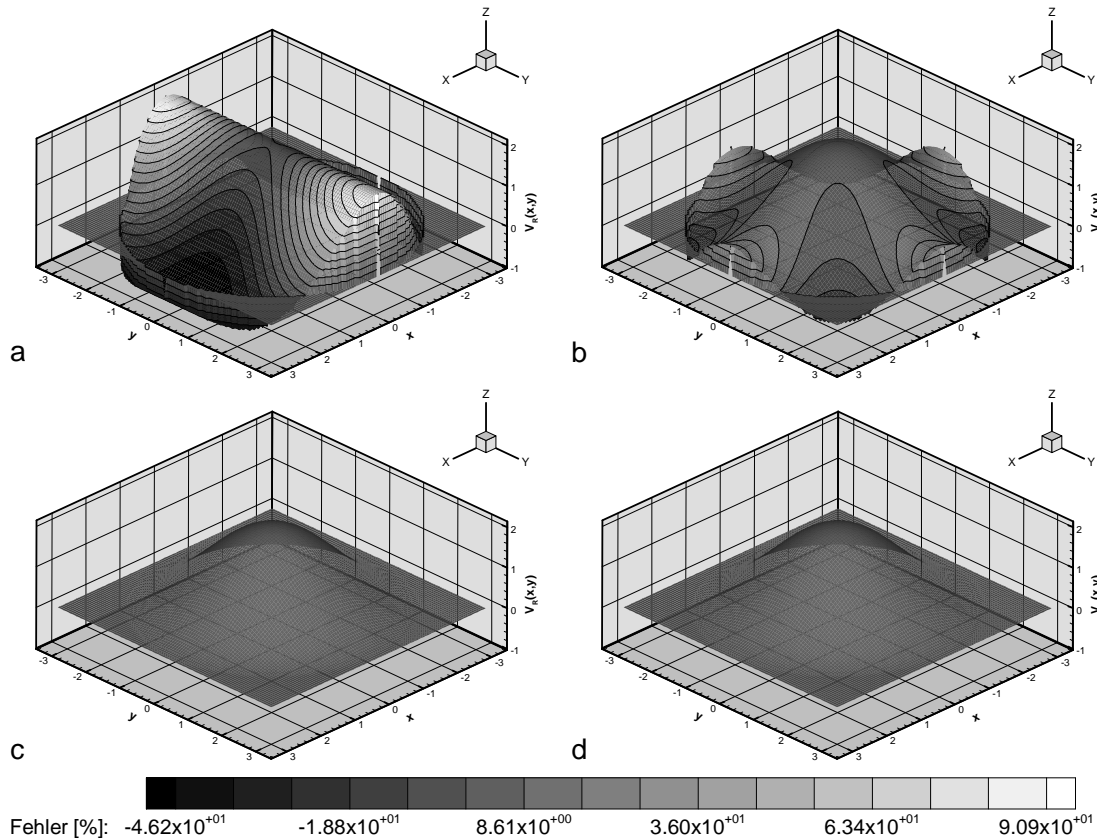


Abbildung 5.6.: Rekonstruierte Testverteilungen für eine (a), zwei (b), vier (c) und acht (d) Projektionsrichtungen; relativer Fehler graustufenkodiert

schiebung und Mittelwert sind mindestens vier Projektionen, selbst für Objekte mit Frequenzen von $1/\pi$, notwendig. Da im vorliegenden Fall der synthetischen Verteilung $V(s_i, \theta) = konst.$ gilt, reicht also eine Projektion zur Rekonstruktion aus. Mit diesem Wissen lassen sich dann, bei einer für das Auftreten von Artefakten unzureichenden Anzahl von Projektionen, zusätzliche “synthetische” Projektionen aus den gemessenen Projektionen interpolieren.

Die begrenzte Auflösung in der Koordinate s innerhalb der Projektionen erzeugt einen Diskretisierungsfehler, der allerdings mit einer steigenden Anzahl von Messpunkten auf der Projektion rasch abnimmt. Durch Abbildung 5.7 a bis d wird dies illustriert. Gezeigt werden die Rekonstruktionen der synthetischen Verteilung aus ein und demselben Rohdatensatz für die Projektion, aber mit unterschiedlicher Anzahl der Werte in der Projektion. Für eine Rekonstruktion aus Projektionen mit nur 11 Werten in der Projektion (Abbildung 5.7 a) ergeben sich maximale Fehler von ca.

2 %. Für Rekonstruktionen mit 21, 51 und 101 Werten fallen die Fehler schnell auf unter 0.5 %. Die größten Fehler treten dabei erwartungsgemäß im Bereich großer Krümmungen in der Verteilung auf. Je nach Komplexität des untersuchten Objekts muss die Auflösung in den Projektionen angepasst werden (siehe auch Kapitel 4.4). Trägt man die maximalen positiven und negativen Fehler über der Auflösung der Projektionen auf, erhält man einen Zusammenhang wie in Abbildung 5.8. Er zeigt eine exponentielle Abnahme des relativen Fehlers, bei der sich der Fehler für eine Verdoppelung der Anzahl der Messpunkte in der Projektion auf jeweils ein Viertel verringert.

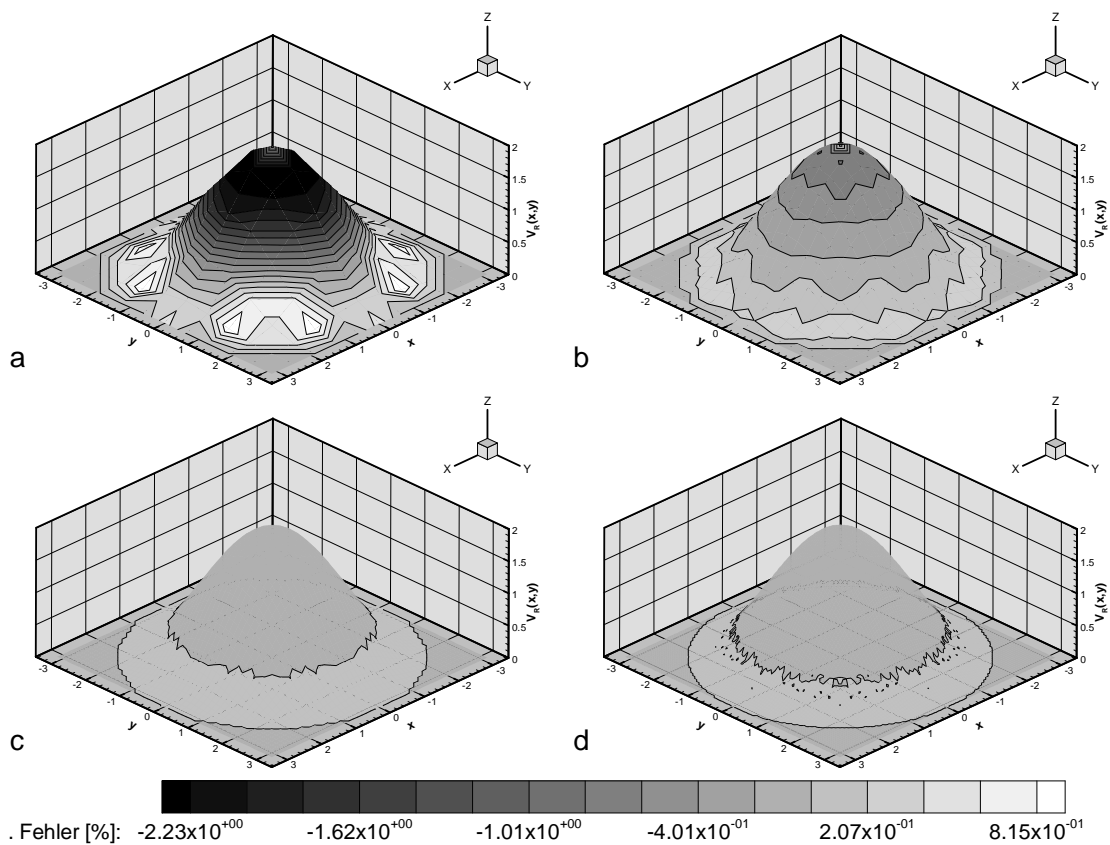


Abbildung 5.7.: Rekonstruktion der Testfunktion für 11 (a), 21 (b), 51 (c) und 101 (d) Werten in einer Projektion; relativer Fehler graustufenkodiert

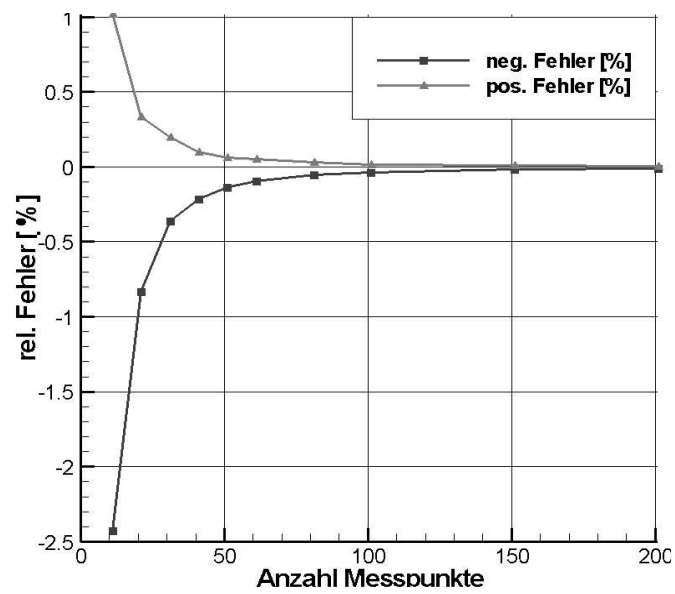


Abbildung 5.8.: Verlauf der maximalen relativen Fehler über der Auflösung in den Projektionen

6. Experimentelle Untersuchungen an Freistrahlen

6.1. Versuchsaufbau und Durchführung

In den vorangegangenen Kapiteln wurden die Eigenschaften der Hintergrundschlierenmethode bezüglich der Eignung für quantitative Untersuchungen in Brechungsindexfeldern betrachtet. Ein tomographischer Algorithmus wurde für die Verwendung mit Rohdaten aus Hintergrundschlierenmessungen angepasst und an einer synthetischen Verteilung validiert. Im experimentellen Teil dieser Arbeit wird die Kombination aus tomographischem Algorithmus und Hintergrundschlierenmethode untersucht. Dazu werden zunächst Konzentrationsmessungen an Heliumfreistrahlen in Luft durchgeführt und mit Ergebnissen aus CFD-Rechnungen verglichen. Anschließend wird die Fähigkeit des Verfahrens zur Rekonstruktion komplexer Strömungen demonstriert. Hierzu dienen unterexpandierte Freistrahlen aus einer einfachen runden Düse sowie einer Düse mit zwei übereinander liegenden Öffnungen unterschiedlichen Durchmessers (Tabelle 6.1). Die experimentellen Versuche fanden im Rahmen einer Projektkooperation am DLR-Göttingen statt. Die CFD-Rechnungen zu den Heliumfreistrahlen wurden freundlicherweise von Herrn Dipl.-Ing. Sebastian Karl (Abteilung Raumfahrzeuge DLR-Göttingen) mit dem vom DLR entwickelten TAU-Code durchgeführt.

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Verwendet wurden zwei Kameras mit verschiedenen Objektiven (siehe Tabelle A.1). Die Blickrichtungen der beiden BOS-Kameras schließen einen Winkel von 100° ein und verlaufen quer zur Freistrahllachse. Die entsprechenden Hintergründe sind auf der jeweils gegenüber liegenden Seite des Aufbaus angebracht und werden mit Blitzlampen beleuchtet.

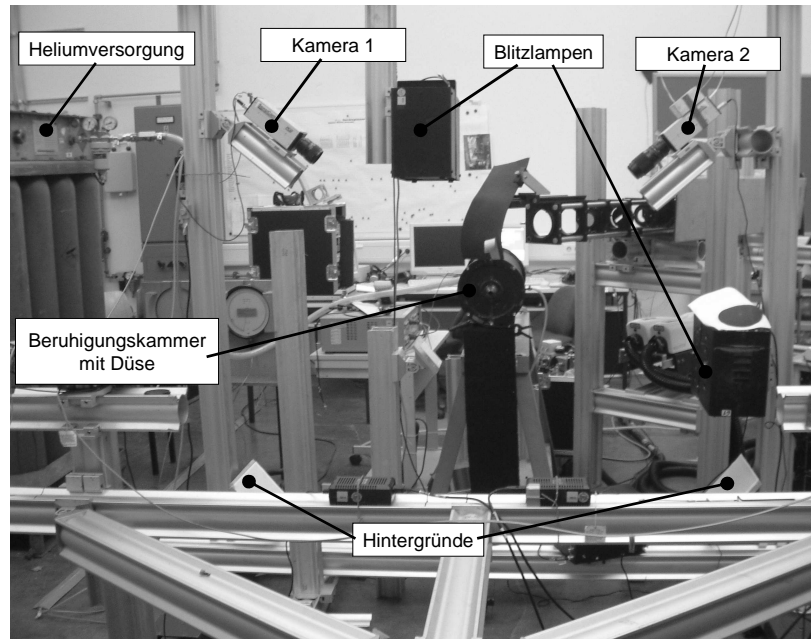


Abbildung 6.1.: Versuchsaufbau für die Freistrahluersuchungen

Sie erzeugen Lichtblitze mit einem Energiegehalt von 4 J bei einer Leuchtdauer von ca. 100 *ms*. Die Versorgung der Düsen erfolgt für die Messungen mit Helium aus einem Flaschenpaket, für die Messungen mit Luft aus dem Druckluftnetz des DLR. Die verwendeten Geräte sowie relevante Geräteparameter sind in Tabelle A.1 aufgeführt. Die Düsengeometrien sind in Abbildung 6.2 sowie Abbildung 6.3 dargestellt. Für die Untersuchungen am Heliumfreistrah und dem einfachen unterexpandierten Luftfreistrah wird eine konvergente Düse mit einem Mündungsdurchmesser von $\varnothing = 15 \text{ mm}$ verwendet. Die Messungen am doppelten Freistrah werden mit einer Doppellochblende durchgeführt. Während für die Messungen an der einfachen Düse Rotationssymmetrie angenommen und daher nur eine Blickrichtung aufgenommen wird, ist die Doppellochdüse drehbar ausgeführt. Mit Hilfe einer Skalierung ist es so möglich, verschiedene Winkel in Schritten von 5° einzustellen.

Für die Messungen wurde der gewünschte Druck in der Vorkammer eingestellt und anschließend eine Reihe von Messaufnahmen aufgezeichnet. Für die BOS-Messungen an den einfachen Düsen wurden 60 Messaufnahmen für jeden Versuch und bei der Messung an der Doppellochblende 60 Messbilder für jeden Blickwinkel aufgenommen. Die Doppellochblende wurde zwischen den Messungen beginnend von 0° um jeweils 5° gedreht. Vor und nach den Messaufnahmen erfolgte die Auf-

| Versuch | Parameter | Wert |
|--------------------|------------------------|--|
| Heliumfreistrahler | Medium | Helium in Luft |
| | verwendete Düse | konvergente Düse $\varnothing = 15 \text{ mm}$ |
| | Vorkammerdruck absolut | 111 <i>kPa</i> ($\pm 1 \text{ kPa}$) |
| | Vorkammertemperatur | 294.25 <i>K</i> ($\pm 0.35 \text{ K}$) |
| | Umgebungsdruck absolut | 100.920 <i>kPa</i> |
| | Umgebungstemperatur | 291 <i>K</i> |
| | Anzahl Messaufnahmen | 60 |
| | genutzte Kameras | Kamera 1 |
| Luftfreistrahler | Medium | Luft in Luft |
| | verwendete Düse | konvergente Düse $\varnothing = 15 \text{ mm}$ |
| | Vorkammerdruck absolut | 251 <i>kPa</i> ($\pm 2 \text{ kPa}$) |
| | Vorkammertemperatur | 293.25 <i>K</i> ($\pm 0.35 \text{ K}$) |
| | Umgebungsdruck absolut | 100.870 <i>kPa</i> |
| | Umgebungstemperatur | 290 <i>K</i> |
| | Anzahl Messaufnahmen | 60 |
| | genutzte Kameras | Kamera 1 und Kamera 2 |
| Luftfreistrahler | Medium | Luft in Luft |
| | verwendete Düse | Doppellochblende $\varnothing = 15 \text{ mm}$ und $\varnothing = 7 \text{ mm}$ |
| | Vorkammerdruck absolut | 250 <i>kPa</i> ($\pm 2 \text{ kPa}$) |
| | Vorkammertemperatur | 283.25 <i>K</i> ($\pm 0.35 \text{ K}$) |
| | Umgebungsdruck absolut | 100.680 <i>kPa</i> |
| | Umgebungstemperatur | 293 <i>K</i> |
| | Anzahl Messaufnahmen | 60 Messaufnahmen in 36 Blick- richtungen |
| | genutzte Kameras | Kamera 1 |

Tabelle 6.1.: Überblick über durchgeführte Freistrahlerversuche

zeichnung von Referenz- sowie Kalibrieraufnahmen. Die Temperatur in der Vorkammer wurde zu Beginn und am Ende der entsprechenden Messung bestimmt. Der Druck konnte während der Messungen konstant auf $\pm 1 \text{ kPa}$ für die Messungen mit Helium und auf $\pm 2 \text{ kPa}$ für die Messungen mit Luft gehalten werden.

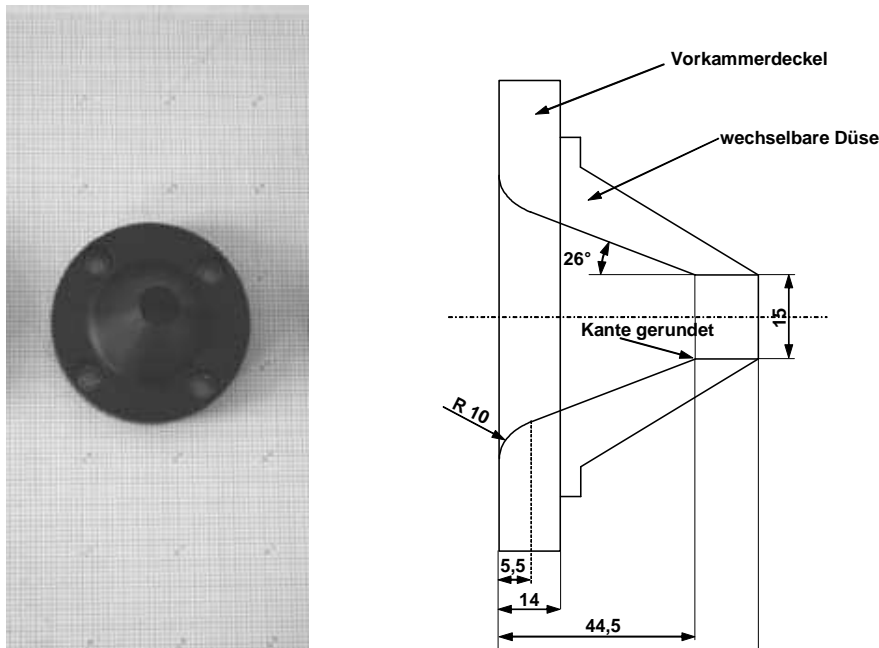


Abbildung 6.2.: Geometrie der einfachen Düse

6.2. Auswertung der Messungen

Die Messaufnahmen werden mit der im DLR entwickelten PIV-Software "PIVview" ausgewertet. Die Parameter für die Berechnung der Verschiebungsvektorfelder sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt. Zunächst werden die Verschiebungen in allen Messbildern zu dem am Anfang der jeweiligen Messreihe aufgenommenen Referenzbild bestimmt. Eine Mittelwertbildung über die Verschiebungen aller 60 Aufnahmen jeder Messreihe ergibt die Datensätze für die anschließende Berechnung des 3D-Dichtefeldes. Die tomographische Rekonstruktion wurde mit dem in Kapitel 5.2.3 beschriebenen Programm unter Matlab durchgeführt. Dabei werden, entsprechend der in Strahlrichtung vorhandenen Anzahl von Verschiebungsdaten, einzelne Querschnitte durch den Freistrahle rekonstruiert. Übereinander gestapelt erhält man so die 3D-Dichteverteilung im Strahl. Die Größe der Auswertegitter beträgt für die

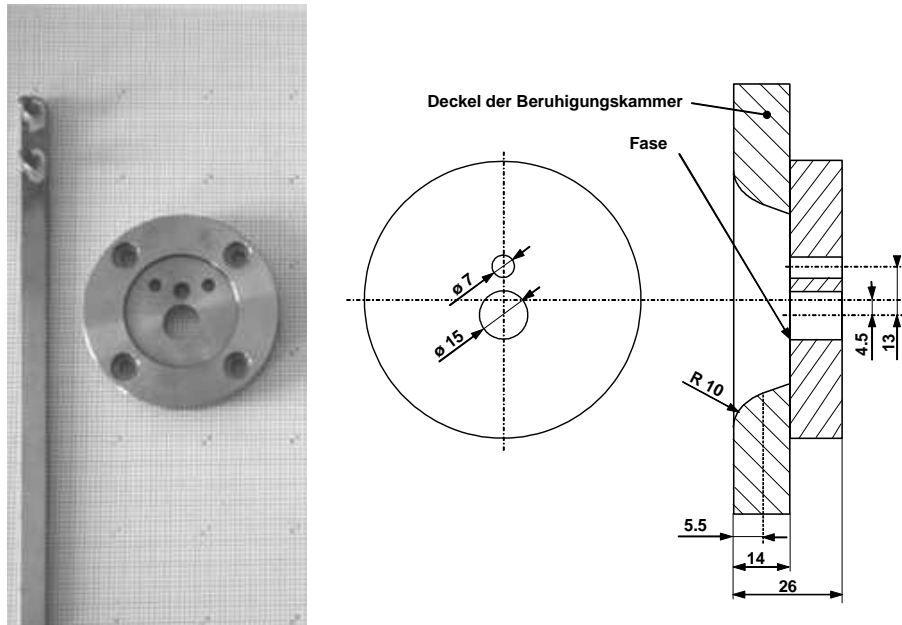


Abbildung 6.3.: Geometrie der Doppellochblende

| Parameter | Wert |
|----------------------|--|
| Auswertefenstergröße | $16 px \times 16 px$ |
| Schrittweite | $4 px$ |
| Algorithmus | Multi-Grid-Interrogation (Startfenstergröße $64 px \times 64 px$) |
| Peak Detektion | Withaker Rekonstruktion |

Tabelle 6.2.: Parameter für die Auswertung der Pixelverschiebung mit “PIVview”

Messung mit Kamera 1 und dem 60 mm Objektiv $251 \times 251 \times 317$ Datenpunkte bei einer Gitterteilung von 0.34 mm. Die damit berechneten Werte für die Abweichung des Brechungsindex vom Umgebungswert wurden mit dem entsprechenden Randwert in eine Brechungsindexverteilung und anschließend mit Hilfe der Gladstone Dale Beziehung in die Dichteverteilung umgerechnet. Für die Messungen an dem Heliumfreistrahl kann die Brechungsindexverteilung mit Hilfe der Gleichung 6.1 in eine Konzentrationsverteilung umgerechnet werden.

$$K_{He} = \frac{n_L - n}{n_L - n_H} \cdot 100 \% \quad (6.1)$$

6.3. Ergebnisse

6.3.1. Konzentrationsmessungen an einem Heliumfreistrahler

Die aus den Verschiebungsdaten rekonstruierten Konzentrationsverteilungen für einen Heliumfreistrahler in Luft sind in Abbildung 6.4 dargestellt. Gezeigt wird ein Längsschnitt durch den Freistrahler. Die Düse befindet sich links mit ihrem Mittelpunkt bei $x = 0 \text{ mm}$, $y = 0 \text{ mm}$, $z = 0 \text{ mm}$. Die Konzentration von Helium ist in Graustufen dargestellt. Es zeigt sich das zu erwartende Verhalten mit hohen Konzentrationswerten im Strahlkern sowie an der Düsenmündung und einer von der Mündung aus rasch wachsenden Mischungszone. Probleme treten vor allem direkt an der Düsenmündung auf. Hier ist die Grenzfläche zwischen Helium und Luft noch scharf und der Konzentrationsverlauf über dem Strahldurchmesser entspricht nahezu einer Rechteckverteilung. Damit treten räumlich stark begrenzt, sehr große Gradienten im Bereich der Grenzfläche auf. Da die Bestimmung der Sichtlinienintegrale über die Brechungsindexgradienten mit Hilfe der Hintergrundschlierenmethode auf räumlich ausgedehnte Auswertefenster angewiesen ist, lassen sich sprunghafte Änderungen nicht ohne weiteres erfassen. Eine ausreichende Auflösung ist in diesem Fall nicht gewährleistet (siehe auch Kapitel 4.4). Der hier gezeigte Fall wurde

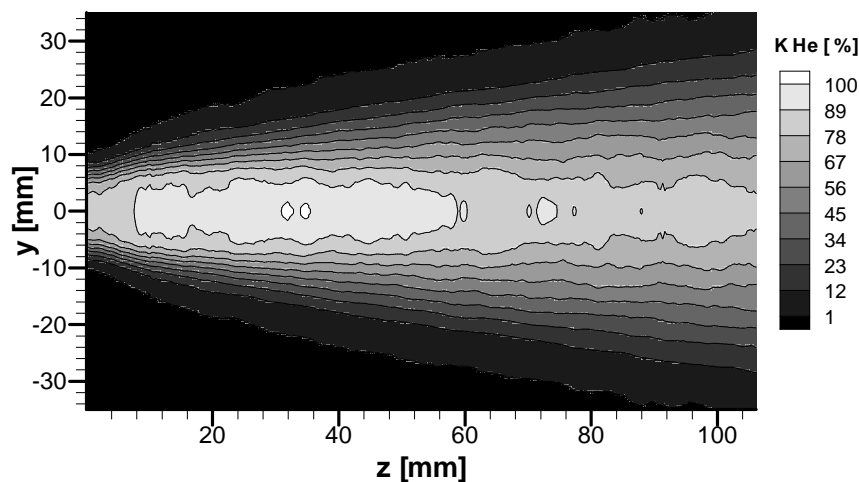


Abbildung 6.4.: Längsschnitt durch den Heliumfreistrahler. Die Heliumkonzentration ist graustufenkodiert.

mit dem TAU-Code, einen im DLR entwickelten CFD-Werkzeug, nachgerechnet. Der TAU-Code ist ein finite Volumen Verfahren (Gerhold et al. (1997)) unter Verwendung eines hybriden unstrukturierten Netzes zur Lösung der kompressiblen,

Reynolds gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen. Für die Turbulenzmodellierung wird ein k - ω -Modell nach Wilcox (2006) verwendet. Neben den Strömungsparametern werden zusätzlich Erhaltungsgleichungen für die Partialdichte der beteiligten Stoffe gelöst. Dabei wird diffusiver (Ficksches Gesetz) und konvektiver Stofftransport (laminare Schmidt-Zahl: 0.7, turbulente Schmidt-Zahl: 0.9) berücksichtigt. Die Randbedingungen ergeben sich aus den Vorkammerzuständen für Druck und Temperatur sowie den atmosphärischen Bedingungen (Tabelle 6.1). Zur Vereinfachung des Rechnetzes wird Rotationssymmetrie angenommen. Es besteht aus 34081 Elementen. Einen Überblick über die Lösung gibt Abbildung 6.5. Im Vergleich zu dem mit der Hintergrundschlierenmethode ermittelten Konzentrationsfeld bleibt in der Rechnung der Kern mit hohen Heliumkonzentrationen länger stabil. Gleichzeitig breitet sich der Mischungsbereich quer zur Strahlachse stärker aus. Abbildung 6.6, 6.7 und 6.8 zeigen die Konzentration aufgetragen über den Strahlradius für axiale Positionen von $z = 10 \text{ mm}$, $z = 40 \text{ mm}$ und $z = 100 \text{ mm}$. Die Fehlerbalken entsprechen dem 90 % Konfidenzintervall für die gemessene Heliumkonzentration. Das schon oben für den Längsschnitt Gesagte, bestätigt sich für die Querschnitte durch den Strahl. Für die Position $z=10 \text{ mm}$ wird der Strahldurchmesser und der Anstieg der Heliumkonzentration zum Strahlkern hin zunächst von Rechnung und Messung nahezu gleich wiedergegeben. Für die Messung ergeben sich an den einzelnen Radiuspositionen etwas größere Werte als für die Rechnung, da der Strahldurchmesser für die Rechnung etwas kleiner ausfällt als für die Messung. Im Gegensatz dazu werden für die Messung im Strahlkern nicht die erwarteten 100 % Heliumkonzentration erreicht. Die Abweichung beträgt auf der Strahlachse 6 %. Der Grund dafür liegt, wie oben schon erwähnt, in der für diesen Bereich nicht ausreichenden Auflösung der Projektion des Brechungsindexgradienten durch die Hintergrundschlierenmethode. Für Schnitte, die weiter entfernt zur Düsenmündung in einem Bereich mit deutlich angewachsener Mischungszone liegen, zeigen sich wesentlich bessere Ergebnisse. Das ist beispielhaft an den Konzentrationsverläufen für die Positionen $z=40 \text{ mm}$ (Abbildung 6.7) und $z=100 \text{ mm}$ (Abbildung 6.8) zu sehen. Für die Position $z=40 \text{ mm}$ stimmen Strahlradius und Konzentration gut überein. Allerdings werden im Strahlkern durch die Messung ebenfalls nicht ganz die Heliumkonzentrationen der Rechnung erreicht. Der Unterschied liegt hier bei 3 % im Strahlkern. An der Stelle $z=100 \text{ mm}$ weichen die Maximalwerte der Konzentration im Kern schließlich lediglich 2 % voneinander ab. An dieser Position wird die Größe der Mischungszone durch die CFD-Rechnung größer bestimmt, als sie durch die Messung ermittelt wurde. Zu berücksichtigen ist dabei, dass Rechnungen von Strömungen mit freien

Scherschichten aufgrund von Stabilitätsproblemen schwierig sind. Auch im vorliegenden Fall treten Stabilitätsprobleme auf, was sich unter anderem an einem leicht welligen Verlauf der Konturlinien am Rand der Mischungszone in Abbildung 6.5 erkennen lässt.

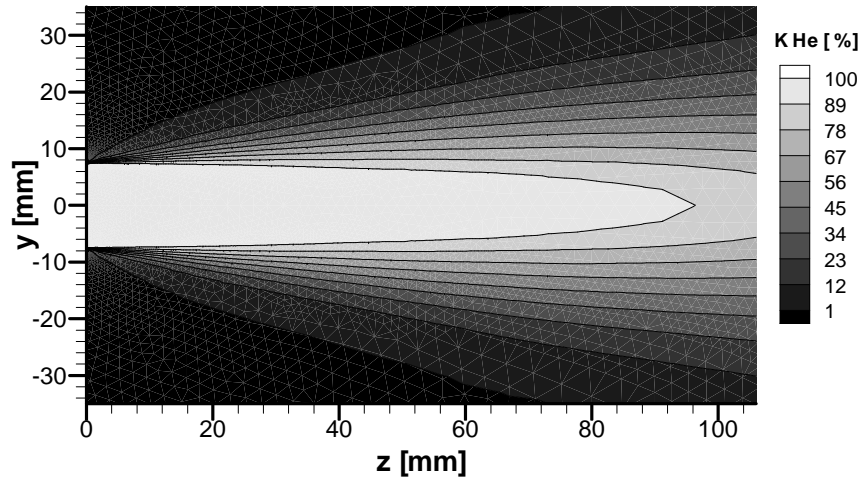


Abbildung 6.5.: Längsschnitt durch den Heliumfreistrahel aus der CFD-Rechnung. Die Heliumkonzentration ist graustufenkodiert.

6.3.2. Dichtemessung an unterexpandierten Luftfreistrahlen

Im vorangegangenen Kapitel wurden mit der tomographischen Hintergrundschlierenmethode durchgeführte quantitative Messungen an Heliumfreistrahlen und deren Vergleich mit CFD-Rechnungen vorgestellt. Um die Eignung des Verfahrens für Strömungen mit höherer Komplexität zu demonstrieren, wird es zur Bestimmung der Dichteverteilung in unterexpandierten Luftfreistrahlen eingesetzt. Zunächst wird es auf einen einfachen Freistrahel (Abbildung 6.9) unter der Annahme von Rotationssymmetrie angewandt. Dabei kommen Kamera 1 und Kamera 2 aus dem Versuchsaufbau in Abbildung 6.1 zum Einsatz.

Im nachfolgenden Abschnitt wird die Anwendung auf einen unterexpandierten doppelten Freistrahel (Abbildung 6.12) beschrieben. Diese Geometrie lässt die Annahme von Rotationssymmetrie nicht zu. Es werden daher unter Verwendung einer drehbaren Düse (Abb. 6.3) und Kamera 1 Messaufnahmen aus 36 Blickrichtungen aufgenommen und tomographisch verarbeitet.

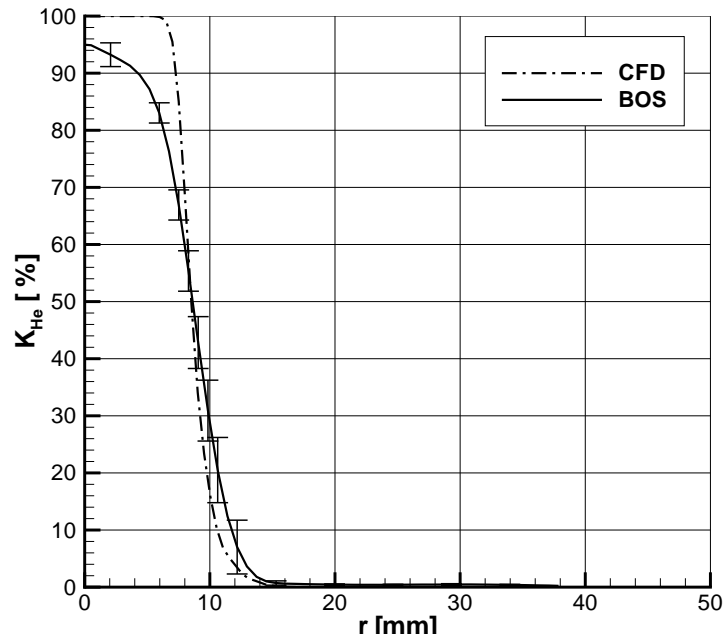


Abbildung 6.6.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z=10$ mm

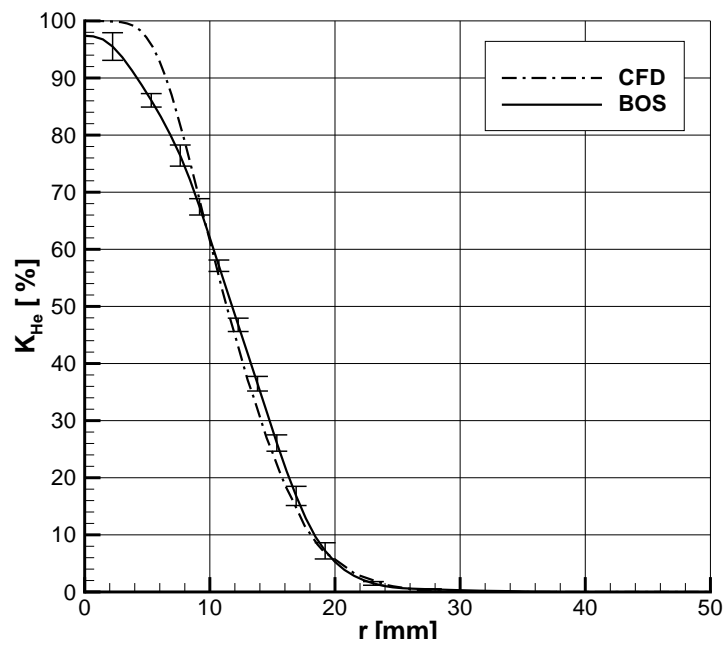


Abbildung 6.7.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z=40$ mm

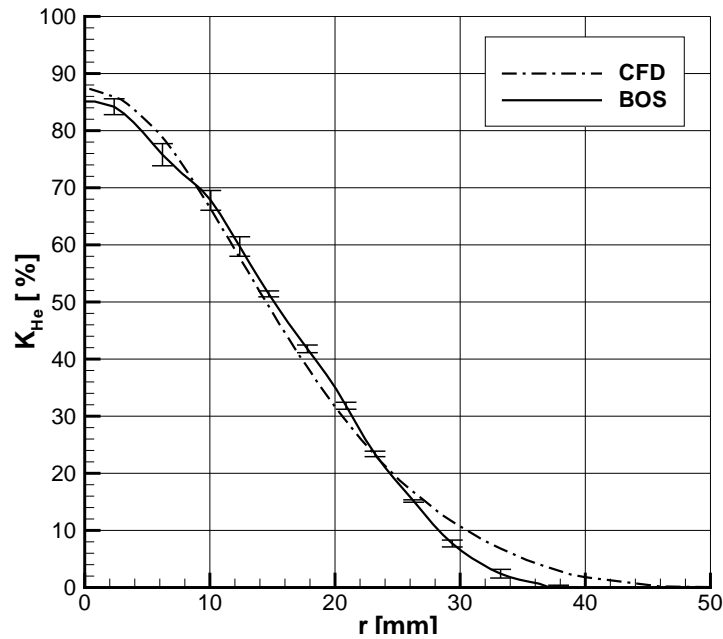


Abbildung 6.8.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z=100$ mm

Einfacher unterexpandierter Luftfreistrahler

Abbildungen 6.9 und 6.10 stellen die Dichteverteilung im Freistrahler aus der Düse in Abbildung 6.2 mit unterschiedlicher Auflösung entsprechend der verwendeten Kameraobjektive dar. Weitere Verläufe der Dichte über der z -Koordinate bei $y = 0$ mm sind im Anhang (B.11 und B.12) enthalten. In beiden Abbildungen werden die für diesen Strömungszustand typische Diamantstruktur der Dichteverteilung im Strahl wiedergegeben. Unterschiede zwischen den beiden Abbildungen ergeben sich aus der unterschiedlichen Blickrichtung der Kameras und der Annahme von Rotationssymmetrie für die tomographische Auswertung. Sowohl Abweichungen in den Rohdaten aufgrund von Messfehlern als auch Störungen der Symmetrie des Strömungsfeldes werden dadurch verstärkt.

Die Dichte in der Düsenmündung kann aus den Ruhebedingungen in der Vorkammer bestimmt werden. Dazu werden folgende Annahmen getroffen:

- Aufgrund des Druckverhältnisses wird eine Machzahl von $Ma = 1$ in der Düsenmündung erreicht

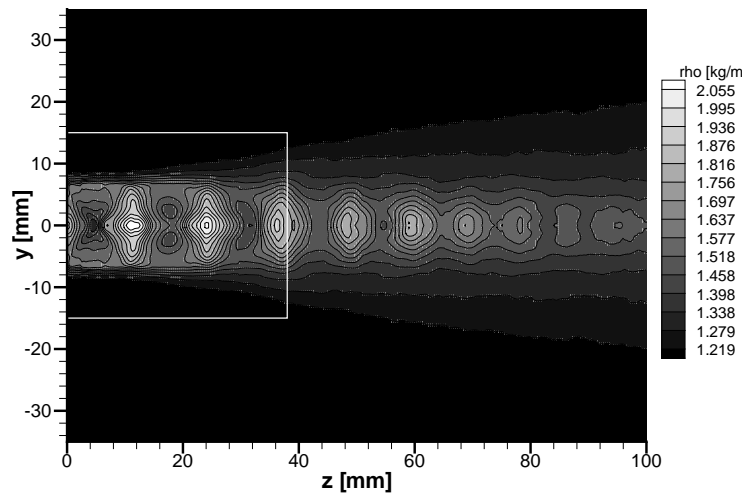


Abbildung 6.9.: Dichteverteilung in einem unterexpandierten Luftfreistrahle für einen Vorkammerdruck von 250 kPa und einen Düsendurchmesser $\varnothing = 15 \text{ mm}$ (aufgenommen mit Kamera 1)

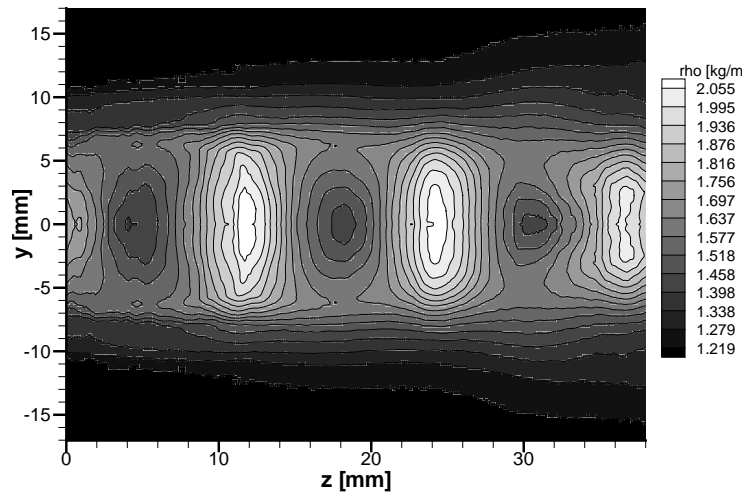


Abbildung 6.10.: Dichteverteilung in einem unterexpandierten Luftfreistrahle für einen Vorkammerdruck von 250 kPa und einen Düsendurchmesser $\varnothing = 15 \text{ mm}$ (aufgenommen mit Kamera 2)

- Der Temperaturunterschied zwischen dem strömenden Medium und der Düsenwand ist gering und die Verweildauer eines Fluidelements in der Düse kurz. Die Strömung wird daher als adiabat betrachtet.
- Der Druckverlustbeiwert der Düse ist nicht bekannt. Entsprechend der Düsengröße und Güte der Düsenkontur findet man in der Literatur Werte zwischen $\zeta = 0.02$ und $\zeta = 0.06$ für den Druckverlustbeiwert. Für den vorliegenden Fall wird er mit $\zeta = 0.04$ abgeschätzt.

Damit ergibt sich ein Wert von $\rho = 1.82 \text{ kg/m}^3$. Die gemessene Dichte in der Mündung beträgt $\rho = 1.8 \text{ kg/m}^3$, was einer Abweichung von 1.1 % vom berechneten Dichtewert entspricht. Die Wellenlänge der Dichtevariation entlang der Strahlachse beträgt nach der Messung im Mittel $L = 11 \text{ mm}$. Sie hängt von der Druckstörung an der Düsenmündung bezogen auf den Umgebungsdruck sowie dem Düsendurchmesser ab. In der Literatur sind Beziehungen für die Bestimmung der Wellenlänge angegeben. Aus einer Vielzahl von Schlierenaufnahmen von runden und ebenen Freistrahlen hat Emden (1899) unter Verwendung verschiedener Medien eine empirische Formel zur Bestimmung der Wellenlänge in nicht angepassten Freistrahlen entwickelt (Gleichung 6.3). Dillmann (1995) gibt für die Wellenlänge eine Beziehung nach Gleichung 6.2 an. Für die Drücke in Vorkammer und Umgebung sowie eine Machzahl $Ma = 1$ im Austritt, ergibt sich im vorliegenden Fall eine Wellenlänge von $L = 10.1 \text{ mm}$ nach Emden und $L = 10.5 \text{ mm}$ nach Dillmann. Beide Ergebnisse stimmen gut mit der im Versuch bestimmten Wellenlänge überein.

$$L = D \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \left[\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_n^2 \right) \left(\frac{\Delta p}{p_0} + 1 \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right]} - 1 \quad (6.2)$$

$$L = 0.88 D \sqrt{\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma_n^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \left(\frac{\Delta p}{p_0} + 1 \right) - 1.9} \quad (6.3)$$

Doppelter unterexpandierter Luftfreistrahler

Im Gegensatz zu den in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Ergebnissen wurden für die Untersuchung des doppelten Freistrahls Messergebnisse aus 36 Blickrichtungen tomographisch verarbeitet. Im Ergebnis erhält man ein Messvolumen, das die Dichteverteilung im Freistrahler enthält (Abbildung B.13). Der Abstand der Stützstellen beträgt 0.3 mm. Abbildung 6.12 zeigt einen Längsschnitt durch den Freistrahler in der y-z-Ebene an der Stelle $x = 0 \text{ mm}$. Aufgrund der flachen Bauweise

der Doppellochblende (Abbildung 6.3) gegenüber der einfachen konvergenten Düse (Abbildung 6.2) und der Perspektive der Messkamera, ist der Bereich unmittelbar an der Düsenmündung ($z = 0 \text{ mm}$ bis $z = 4 \text{ mm}$) abgeschattet. Die Auftragung in den Diagrammen beginnt daher bei $z = 4 \text{ mm}$.

Die beiden Freistrahlen aus der Düse sind unterexpandiert und zeigen die typischen Dichteschwingungen. Vor allem für den Freistrahle aus der Öffnung mit $\varnothing = 7 \text{ mm}$ fällt auf, dass die Maxima und Minima der Dichte nicht auf einer Geraden liegen. Die Maxima finden sich stets oberhalb der Strahlachse und die Minima entsprechend unterhalb. Die Ursache dafür ist die Konstruktion der Doppeldüse. Beide Düsenöffnungen werden aus dem gleichen Reservoir versorgt und ihre Mittellinien liegen 8.5 mm auseinander. Das führt vor allem für die kleine Düsenöffnung zu einer deutlichen Fehlanströmung. Daraus resultiert eine Druck- und Dichtestörung, die im Gegensatz zu einer einfachen Düse nicht konstant ist, sondern mit der Umfangsposition variiert. Sie sorgt im weiteren Verlauf für eine Verschiebung der Maxima und Minima, weg von der Strahlachse. Um diese Aussagen zu stützen, wurde vom Autor eine CFD-Rechnung mit dem Softwarepaket StarCD durchgeführt. StarCD ist wie auch der DLR TAU-Code ein finite Volumen Verfahren. Im Gegensatz zum TAU-Code wird jedoch bei der hier genutzten Version ein strukturiertes Gitter mit 524700 Elementen verwendet. Für die Turbulenzmodellierung wurde das Standard $k-\epsilon$ -Modell genutzt. Die Randbedingungen ergeben sich aus den Zuständen in der Vorkammer und dem Druck der Umgebung (Tabelle 6.1). Aufgrund einer beschränkten Größe für das Rechenetz auf dem verwendeten Rechner konnte die für die Reproduktion der Dichteschwingung im Freistrahle notwendige Auflösung nicht erreicht werden. Die mittleren Werte für Geschwindigkeit Dichte, Druck und Temperatur werden jedoch gut wiedergegeben. Abbildung 6.11 a zeigt die Geschwindigkeitsvektoren u und v im Düsen Eintritt. Vor allem für die kleine Düsenöffnung ergibt sich eine deutliche Fehlanströmung. Diese resultiert in entsprechenden Störungen der Druck- und Dichteverteilung (Abbildung B.14 sowie Abbildung 6.11 b).

Abbildung 6.13 zeigt die gemessene Dichte über der z -Koordinate für die Mittellachsen der beiden Freistrahlen sowie das 90% Konfidenzintervall. Mit den Bedingungen in der Vorkammer und unter der Annahme adiabater und isentroper Beschleunigung der Strömung bis zum Düsenaustritt lassen sich die Bedingungen dort bestimmen. Man erhält dann für die Dichte $\rho = 1.95 \text{ kg/m}^3$, für die Temperatur $T = 235.9 \text{ K}$ und für den Druck $p = 132075 \text{ Pa}$. Die Randbedingung für den Druck am Strahlrand ändert sich beim Austritt aus der Düsenmündung sprunghaft. Der Druck im Strahl ist im vorliegenden Fall jedoch höher, was zu einer Expansion

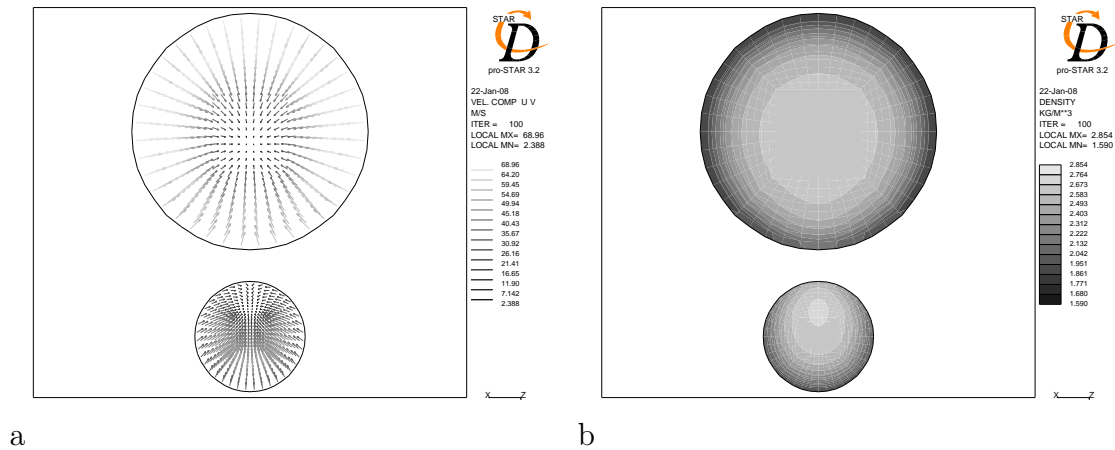


Abbildung 6.11.: a) Geschwindigkeitskomponenten u und v im Eintritt der Doppellochblende b) Dichteverteilung im Eintritt der Doppellochblende

des Strahls führt. Die Massenträgheit des Mediums sorgt im weiteren Verlauf dafür, dass die Expansion nicht bei Erreichen des Umgebungsdrucks stoppt, sondern weiterläuft bis die in der ersten Phase aufgebaute kinetische Energie vollständig in potentielle Energie umgesetzt ist. Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis die in der anfänglichen Druckdifferenz enthaltene Energie durch Dämpfungsvorgänge aufgebraucht ist. Nimmt man eine isentrope Entspannung von den Bedingungen an der Düsenmündung auf den Umgebungsdruck an, lassen sich die mittleren Bedingungen, um die die Schwingung erfolgt, zu $\rho = 1.61 \text{ kg/m}^3$, $p = 101325 \text{ Pa}$, $T = 219 \text{ K}$ bestimmen. Das steht in guter Übereinstimmung sowohl mit den gemessenen als auch den mit STAR-CD bestimmten Ergebnissen (Abbildungen B.16 bis Abbildungen B.18). Die mittlere Dichte im Strahl sinkt zunächst nur langsam, da der Schwingungsvorgang als adiabat betrachtet werden kann und eine Temperaturerhöhung nur durch Dissipation während der Schwingung zustande kommt. Erst wenn sich die Scherschichten in der Strahlmitte vereinigen, steigt der Wärmestrom als stoffgebundener Wärmetransport stark an und die Dichte sinkt mit steigender Temperatur auf die Umgebungswerte ab. Auch das lässt sich aus dem Verlauf der gemessenen Dichtewerte ablesen. Geht man davon aus, dass sich die Scherschichten unabhängig vom Strahldurchmesser gleich entwickeln, müssen die Quotienten aus Mündungsdurchmesser und Lauflänge bis zur Vereinigung der Scherschichten ebenfalls gleich sein. Im vorliegenden Fall lässt sich für den kleinen Freistrahel $D/l = 6.6$ und für den großen Freistrahel $D/l = 6.4$ ermitteln. Die theoretisch und im Experiment ermittelten Wellenlängen sind in Tabelle 6.3 zusammengefasst und zeigen ebenfalls eine gute Übereinstimmung.

| Strahldurchmesser | Wellenlänge | | |
|-------------------|-------------|---------------|------------|
| | Experiment | nach Dillmann | nach Emden |
| 15 mm | 9.3 mm | 10.3 mm | 9.9 mm |
| 7 mm | 4.5 mm | 4.8 mm | 4.6 mm |

Tabelle 6.3.: Gemessene und theoretische Werte für die mittlere Wellenlänge in den beiden Strahlen des Doppelfreistrahlexperimentes, für einen Vorkammerdruck von $p_t = 250 \text{ kPa}$ und einen Umgebungsdruck von $p_u = 101.13 \text{ kPa}$.

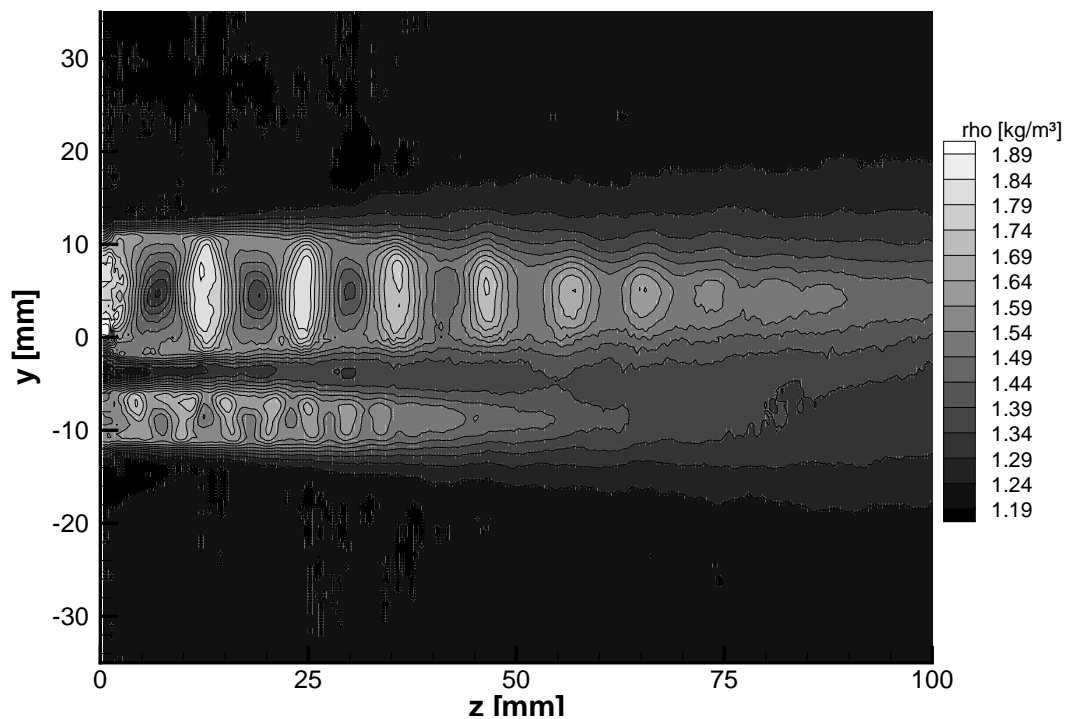


Abbildung 6.12.: Längsschnitt durch den doppelten Freistrahл bei $x = 0$. Der Vorkammerdruck beträgt $p_t = 250 \text{ kPa}$.

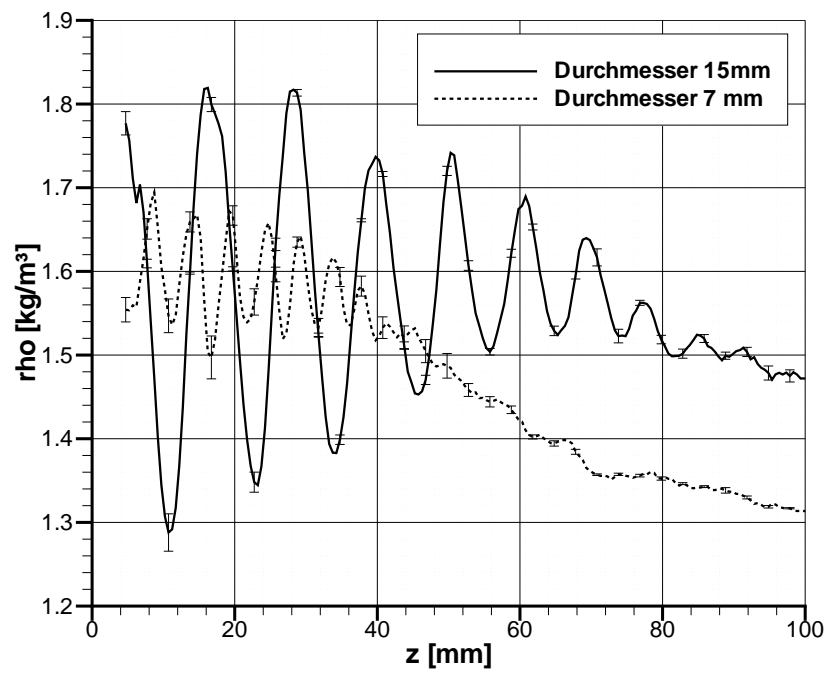


Abbildung 6.13.: Dichteverläufe entlang der Düsenachsen für die kleine und die große Düsenöffnung des doppelten Freistrahls für einen Vorkammerdruck von $p_t = 250 \text{ kPa}$

7. Schlussfolgerungen und Ausblick

7.1. Schlussfolgerungen

Die Hintergrundschlierenmethode ist ein Verfahren zur Bestimmung der Projektion der Brechungsindexverteilung in transparenten Medien und gehört damit in die Gruppe der Schlierenverfahren. Der wesentliche Vorteil dieser Methode gegenüber klassischen Verfahren ist der einfache experimentelle Aufbau, im Wesentlichen bestehend aus einer Kamera, einem Hintergrund mit einem zufälligen Muster, der Beleuchtung des Hintergrundes sowie einem Rechner zur Datenaufnahme und Auswertung. Damit ist dieses Verfahren besonders für eine Verwendung mit tomographischen Algorithmen geeignet. Da der Brechungsindex und die Dichte über die Gladstone-Dale-Beziehung in Verbindung stehen, ist es möglich das dreidimensionale Dichtefeld in einer Strömung zu bestimmen. In Verbindung mit einer ortsauflösten Geschwindigkeitsmessung sind so zum Beispiel Verlustabschätzungen bei der Umströmung von Körpern möglich. Daneben können, bei Kenntnis entsprechender Randbedingungen, auch Konzentrations- und Temperaturmessungen durchgeführt werden. Dabei ist das Verfahren nicht auf stationäre Probleme beschränkt. Mit Hochgeschwindigkeitskameras oder durch geeignete Kurzzeitbeleuchtung (z.B. mit einem Pulslaser) lassen sich auch instationäre Vorgänge untersuchen.

In der vorliegenden Arbeit wurden zunächst die Eigenschaften der Hintergrundschlierenmethode hinsichtlich Empfindlichkeit, Genauigkeit und Auflösungsvermögen untersucht. Es zeigt sich, dass die Empfindlichkeit in Grenzen einer bestimmten Messaufgabe angepasst werden kann. Die wesentlichen Parameter dafür sind die Brennweite, die Position des Messvolumens zwischen Kamera und Hintergrund sowie die kleinste detektierbare Hintergrundverschiebung. Die Entfernung zwischen

Hintergrund und Kamera spielt dagegen nur eine untergeordnete Rolle. Die Empfindlichkeit steigt mit längerer Objektivbrennweite, einer Position des Messvolumens näher an der Kamera sowie einer möglichst kleinen bestimmbaren scheinbaren Verschiebung des Hintergrundes.

Die Untersuchungen zur Genauigkeit wurden an einer mit Luft gefüllten, von oben beheizten Testzelle durchgeführt. Die so erzeugte stabile Dichteschichtung kann mit Hilfe von Temperatursensoren ausgemessen werden. Der Vergleich mit gleichzeitig durchgeführten Hintergrundschlierenmessungen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, wobei die mit der Hintergrundschlierenmethode bestimmten Werte für den Dichtegradienten innerhalb der für die Temperaturmessung bestimmten Fehlerbalken von $\Delta(\frac{\partial\rho}{\partial x} = 0.2 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m^3 \cdot mm})$ liegen.

Das Auflösungsvermögen wird maßgeblich durch die Verwendung von endlichen Auswertefenstern festgelegt. Es lässt sich eine Übertragungsfunktion als Fouriertransformierte der Fensterfunktion bestimmen. Für Rechteckfenster entspricht sie einer sinc-Funktion. Da die Übertragungsfunktion nicht konstant ist, ergeben sich bei der Bestimmung der Verschiebungswerte in den Projektionen Fehler, welche von den Raumfrequenzen im untersuchten Objekt abhängen.

Es wurde ein tomographischer Algorithmus ausgewählt und für die Verwendung mit Daten aus Hintergrundschlierenmessungen angepasst. Er ist in der Lage, die gemessenen Gradientenverläufe direkt zu verarbeiten. Die Anzahl der notwendigen Projektionen richtet sich nach der höchsten in azimuthaler Richtung auftretenden Raumfrequenz und muss dem Nyquist-Kriterium genügen. Für rotationssymmetrische Probleme sind mindestens eine Projektion, für alle anderen Probleme mindestens vier Projektionen notwendig. Es können trotz ausreichender Projektionszahl Artefakte im Ergebnis auftreten. Sie lassen sich durch Verwendung "synthetischer Projektionen" vermindern. Zur Bestimmung dieser zusätzlichen Projektionen lässt sich die 2π -Periodizität der Projektionen nutzen. Eine ungenügende Auflösung der Werte in einer Projektion führt zu Fehlern bei der Rekonstruktion. Diese Fehler klingen mit steigender Abtastrate exponentiell ab. Auch hierbei gilt, dass die notwendige Anzahl der Messwerte durch die höchste auftretende Frequenz innerhalb einer Projektion bestimmt wird.

Die Anwendung des Verfahrens auf einen Heliumfreistrahler sowie einen einfachen unterexpandierten Luftfreistrahler unter Voraussetzung von Rotationssymmetrie zeigt

gute Ergebnisse. Probleme treten hier vor allem an Stellen mit sehr starken Gradienten auf (z.B.: Grenzflächen zwischen Medien oder Diskontinuitäten in Druck, Dichte, Temperatur und Konzentration). Ursache ist die Auswertung von Messbildern mit Auswertefenstern (siehe Kapitel 4.4). Des Weiteren ist bei Annahme von Rotationssymmetrie zu berücksichtigen, dass schon relativ kleine Störungen der Rotationssymmetrie zu recht großen Fehlern in der Rekonstruktion führen können. Der Verwendung mehrerer Projektionsrichtungen ist also vor allem bei quantitativen Untersuchungen der Vorzug zu geben, wenn exakte Rotationssymmetrie nicht garantiert werden kann. Dies lässt sich für stationäre Vorgänge durch Drehen des untersuchten Objekts oder des experimentellen Aufbaus erreichen. Bei instationären Vorgängen sind in der Regel mehrere Kameras für die gleichzeitige Aufnahme aus verschiedenen Richtungen notwendig. Die Messergebnisse aus dem Versuch an einem doppelten unterexpandierten Luftfreistrahler bestätigen diese Überlegungen. Im Gegensatz zu den einfachen Freistrahlern wurden hier 36 Projektionen des Brechungsindexfeldes für die Bestimmung des Dichtefeldes ausgewertet. Dementsprechend zeigt das Ergebnis die beste Übereinstimmung von erwarteten und gemessenen Werten. Die Messung gibt sowohl die Anordnung der Hoch- und Niederdruckzellen als auch die mittlere Dichte nach Düsenaustritt und den Effekt des Einmischens von warmer Außenluft richtig wieder.

7.2. Ausblick

Wie im vorangegangenen Kapitel schon erwähnt, führt die endliche Größe der Auswertefenster auf eine Übertragungsfunktion, welche nicht konstant ist. Damit ergeben sich bei der Bestimmung der Verschiebungswerte in den einzelnen Projektionen Fehler. Da die Übertragungsfunktion jedoch bekannt ist, lassen sich die originalen Werte der Hintergrundverschiebung unter Verwendung eines inversen Filters wiederherstellen. Ausgenommen davon sind die Werte an den Nullstellen. Denkbar ist auch, die Auflösung durch Anpassen der Fenstergröße an den Gradienten der Verschiebung zu erhöhen. Dabei würden die Fenster bei steigendem Gradienten entsprechend verkürzt. Die Grenze für solch ein Vorgehen stellt die Mindestanzahl der für eine ausreichende Korrelation notwendigen Punkte im Auswertefenster dar. Der optimale Punktdurchmesser ist dabei durch die Verfahren zur Bestimmung der Mittelpunkte mit zwei bis drei Pixel festgelegt. Für eine zufällige Verteilung der Hintergrundpunkte kann die Punktdichte so hoch gewählt werden, dass einzelne Punkte

noch gut unterscheidbar bleiben. Der Mindestabstand wird im Wesentlichen durch das Auflösungsvermögen von Bildsensor und Objektiv (siehe Beugungsbegrenzung in Kapitel 4.2) bestimmt. Bei kleinen Werten für die scheinbare Verschiebung der Hintergrundpunkte sind durchaus gleichmäßige Verteilungen des Hintergrundmusters denkbar. Ob sich damit eine Steigerung des Auflösungsvermögens erreichen lässt, muss noch untersucht werden. Eine weitere Möglichkeit stellt das Verwenden von Auswertefenstern mit unterschiedlicher Größe in Verbindung mit einem iterativen Kreuzkorrelationsalgorithmus dar. Solche Methoden werden zum Beispiel von Nogueira et al. (2005) für die PIV-Auswertung beschrieben. Da die Auswertefenster eine Mindestanzahl von Hintergrundpunkten enthalten müssen und daher nicht beliebig verkleinert werden können, ist eine Erhöhung des Auflösungsvermögens von apparativer Seite im Wesentlichen durch Kameras mit höher auflösenden Bildsensoren erreichbar. Eine Steigerung der Auflösung unabhängig davon ist allerdings möglich, wenn vom hier verwendeten Hintergrundschlierenverfahren abgewichen wird. So ist es zum Beispiel denkbar, nach Durchführung der Kreuzkorrelation einen Partikeltracking Algorithmus in den Auswertefenstern zu verwenden, um Vektoren für jeden Hintergrundpunkt zu erhalten. Die Auswertefenstergröße würde sich damit auf die Hintergrundpunktgröße reduzieren. Nachteilig dabei ist, dass die Informationen auf einem ungleichmäßigen Gitter vorliegen. Eine weitere Möglichkeit stellt das Verwenden eines Graukeils als Hintergrundmuster dar. Damit ließen sich für jedes Pixel Verschiebungen bestimmen, wobei jedoch die mit Intensitätsmessungen verbundenen Probleme berücksichtigt werden müssen.

Für weitere Arbeiten bieten sich verschiedene Ansatzpunkte. So lässt sich zum Beispiel die Rechenzeit durch Tabellieren der Filterfunktion deutlich reduzieren. Erstrebenswert sind Messungen an begrenzenden Wänden, die im Moment nicht durchgeführt werden können. Dazu muss der Rekonstruktionsalgorithmus mit einem eingeschränkten Blickwinkelbereich arbeiten und es ist notwendig, Informationen aus Messungen an der Wandoberfläche in die Rekonstruktion einzubeziehen.

Literaturverzeichnis

AUGENSTEIN, E. ; LEOPOLD, F. ; RICHARD, H. ; RAFFEL, M. (2001): Schlieren Techniques in Comparison: The Background Oriented Schlieren Method versus Visualization with Holographic Filters. *Proc. of 4th Int. Symp. on Particle Image Velocimetry*, 2001, S. 1–5

BLINKOV, G. N. ; FOMIN, N. A. ; ROLIN, M. N. ; SOLOUKHIN, R. I. ; VITKIN, D. E. ; YADREVSKAYA, N. L. (1989): Speckle tomography of a gas flame. *Experiments in Fluids* 8, 1989, S. 72–76

DALZIEL, S. B. ; HUGHES, G. O. ; SUTHERLAND, B. R. (2000): Whole-field density measurements by “synthetic schlieren”. *Experiments in Fluids* 28, 2000, S. 322–335

DILLMANN, A. (1995): Linear potential theory of steady internal supersonic flow with quasi-cylindrical geometry. Part 2. Free jet flow. *J. Fluid Mech.* 286, 1995, S. 327–357

ELSINGA, E. ; OUDHEUSDEN, B. W. ; SCARANO, F. ; WATT, D. W. (2004): Assessment and application of quantitative schlieren methods: Calibrated color schlieren and background oriented schlieren. *Experiments in Fluids* 36, 2004, S. 309–325

EMDEN, R. (1899): Über die Ausströmungserscheinungen permanenter Gase. *Ann. Phys. Chem.* 69, 1899, S. 264–289 und 426–453

FARIS, G. W. ; BYER, R. L. (1988): Three-dimensional beam-deflection optical tomography of a supersonic jet. *Applied Optics* 27, 1988, Nr. 24, S. 5202–5212

GERHOLD ; FRIEDRICH, O. ; EVANS, J. ; GALLE, M. (1997): Calculation of Complex Three-Dimensional Configurations Employing the DLR-TAU-Code. *AIAA-Paper* (1997, S. 97–0167

HERMAN, G.T. (1979): *Image reconstruction from Projections: Implementation and applications*. Berlin/Heidelberg/New York, Deutschland/USA : Springer-Verlag, 1979. – ISBN 3-540-09417-2

KLINGE, F. ; KIRMSE, T. ; KOMPENHANS, J. (2003): Application of quantitative Background Oriented Schlieren (BOS): Investigation of a Wing Tip Vortex in a transonic Windtunnel. *Proc. of PSFVIP-4*, 2003, S. 1/11–11/11

MEIER, G. E. A.: *Hintergrundschiierenverfahren*. Schutzrecht. 1999. – DE19942856A1

MERZKIRCH, W. (1974): *Flow Visualization*. New York/London, USA/Großbritannien : Academic Press Inc., 1974. – ISBN 0-12-491350-4

NATTERER, F. (1941): *The Mathematics of Computized Tomography*. Stuttgart/Chichester, Deutschland/USA : B. G. Teubner und Wiley & Sons, 1941. – ISBN 0-89871-493-1

NOGUEIRA, J. ; LEUCONA, A. ; RODRIGUEZ, P. A. (2005): Limits of the resolution of correlation PIV iterative methods. Fundamentals. *Experiments in Fluids* 39, 2005, S. 305–313

RICHARD, H. ; RAFFEL, M. ; REIN, M. ; KOMPENHANS, J. ; MEIER, G. E. A. (2000): Demonstration of the applicability of a Background Oriented Schlieren (BOS) method. *Selected Papers from the 10th Int. Symp. on Appl. Laser Techniques to Fluid Mechanics*, 2000, S. 145–156

ROTTEVEEL, St. R. (1992): *Optische Tomographie zur Untersuchung von Zylinderinnenströmungen*. Düsseldorf, Deutschland : VDI-Verlag, 1992 (Reihe 6 Nr. 278)

SETTLES, G.S. (2001): *Schlieren and shadowgraph techniques: visualizing phenomena in transparent media*. Berlin/Heidelberg/New York, Deutschland/USA : Springer-Verlag, 2001. – ISBN 3-540-66155-7

STANISLAS, M. ; OKAMOTO, K. ; KÄHLER, C. J. ; WESTERWEEL, J. (2005): Main results of the Second International PIV Challenge. *Experiments in Fluids* 39, 2005, S. 170–191

VENKATAKRISHNAN, L. (2004): Density measurements in an axis symmetric underexpanded jet using Background Oriented Schlieren technique. *24 AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*, 2004, S. 1–5

VENKATAKRISHNAN, L. ; MEIER, G. E. A. (2004): Density measurements using Background Oriented Schlieren technique. *Experiments in Fluids* 37, 2004, S. 237–247

WILCOX, D.C. (2006): *Turbulence Modeling for CFD, 3rd edition*. La Canada, Kanada : DCW Industries Inc., 2006

WILLERT, C. (2004): Application potential of advanced PIV algorithms for industrial applications. *Pivnet/ERCOTAC workshop on particle image velocimetry*, 2004

A. Tabellen

| | Parameter | Wert |
|-------------|--|--------------------------------|
| Kamera 1 | Typ | PCO-Sensicam |
| | Chipgröße | 1280 $px(H) \times 1024 px(V)$ |
| | Chipabmessung | 8.6 mm \times 6.9 mm |
| | Pixelgröße | 6.7 $\mu m \times 6.7 \mu m$ |
| | Belichtungszeit | $t = 20 \mu s$ |
| | Abstand Hintergrund zu Kamerafrontplatte | 1949.5 mm |
| | Abstand Hintergrund zu Düsenachse | 1105 mm |
| Kamera 2 | Typ | PCO-Sensicam QE |
| | Chipgröße | 1376 $px(H) \times 1040 px(V)$ |
| | Chipabmessung | 8.9 mm \times 6.7 mm |
| | Pixelgröße | 6.45 $\mu m \times 6.45 \mu m$ |
| | Belichtungszeit | $t = 20 \mu s$ |
| | Abstand Hintergrund zu Kamerafrontplatte | 1914.5 mm |
| | Abstand Hintergrund zu Düsenachse | 1119.5 mm |
| Objektiv 1 | Typ | Zeiss Makro-Planar 2.8/60 C T* |
| | Brennweite | 60 mm |
| | Blende | $f_{\#} = 22$ |
| Objektiv 2 | Typ | Zeiss Sonar 2.8/135 T* |
| | Brennweite | 135 mm |
| | Blende | $f_{\#} = 22$ |
| Beleuchtung | Blitzenergie | 4 J |
| | Blitzdauer | ca. 100 ms |

Tabelle A.1.: Für die Freistrahlexperimente verwendete Geräte und Parameter

B. Abbildungen

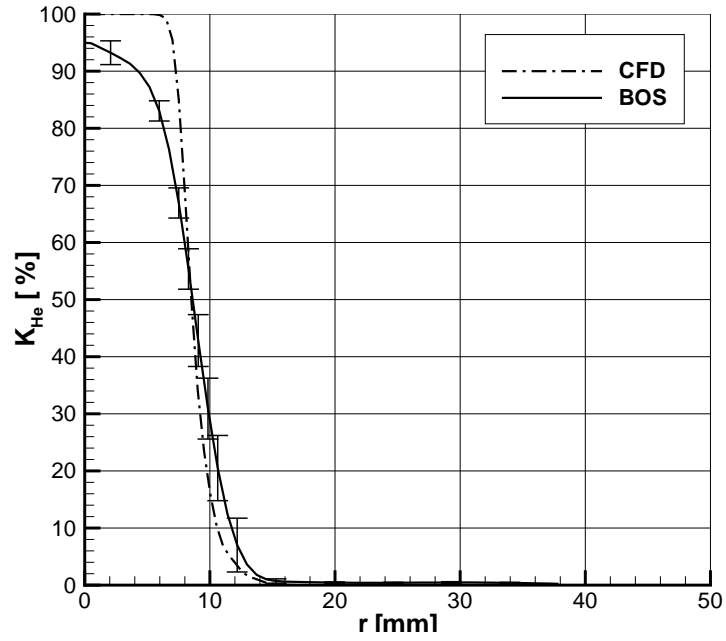


Abbildung B.1.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 10 \text{ mm}$

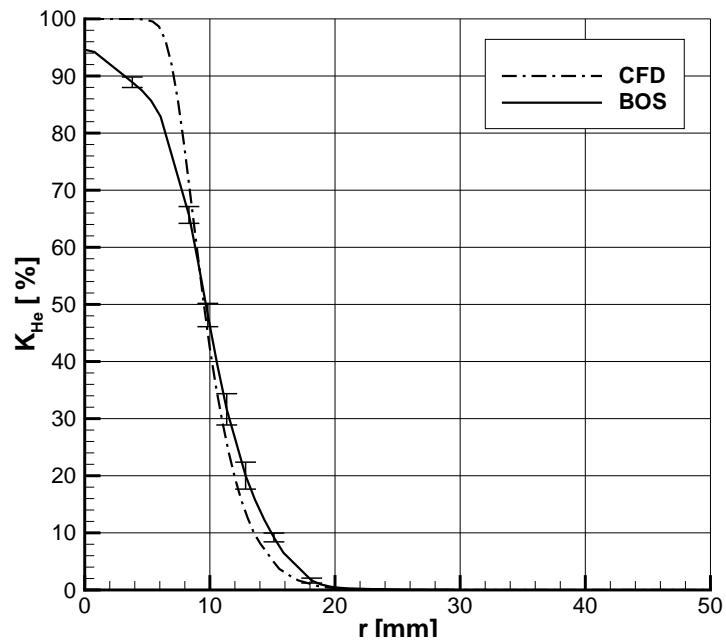


Abbildung B.2.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 20 \text{ mm}$

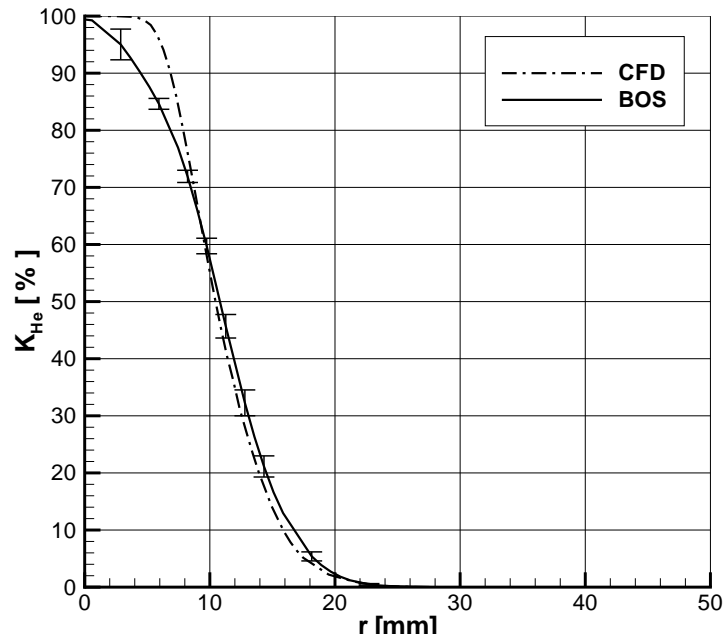


Abbildung B.3.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 30 \text{ mm}$

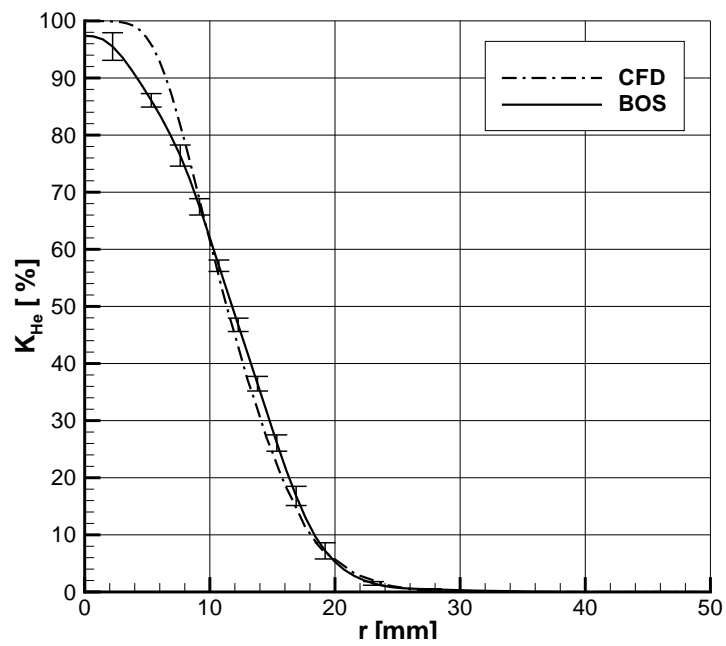


Abbildung B.4.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 40 \text{ mm}$

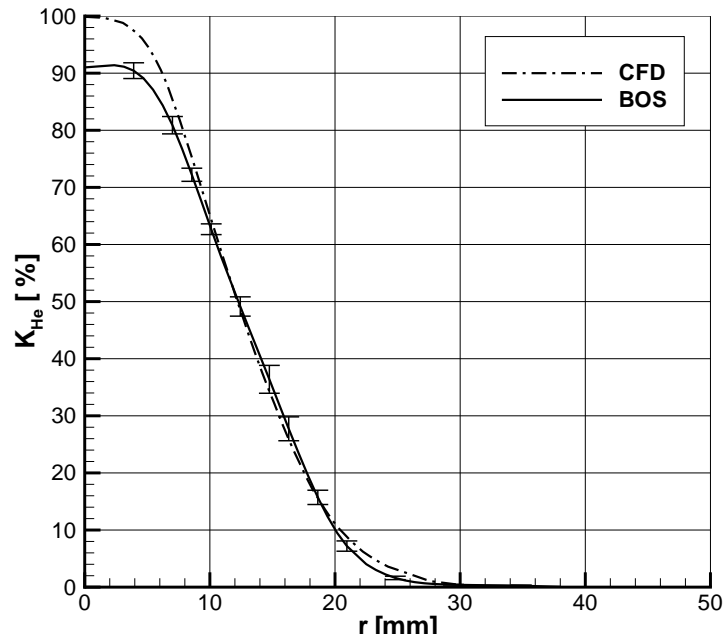


Abbildung B.5.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 50 \text{ mm}$

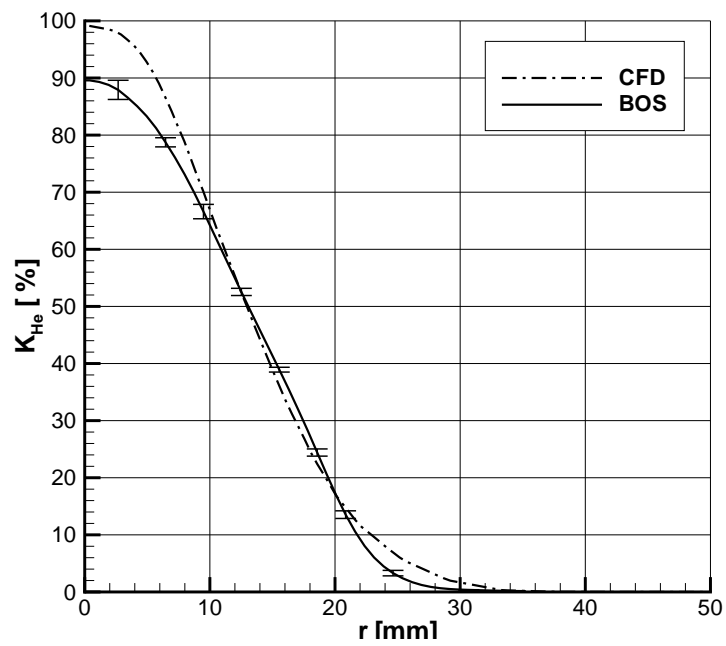


Abbildung B.6.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 60 \text{ mm}$

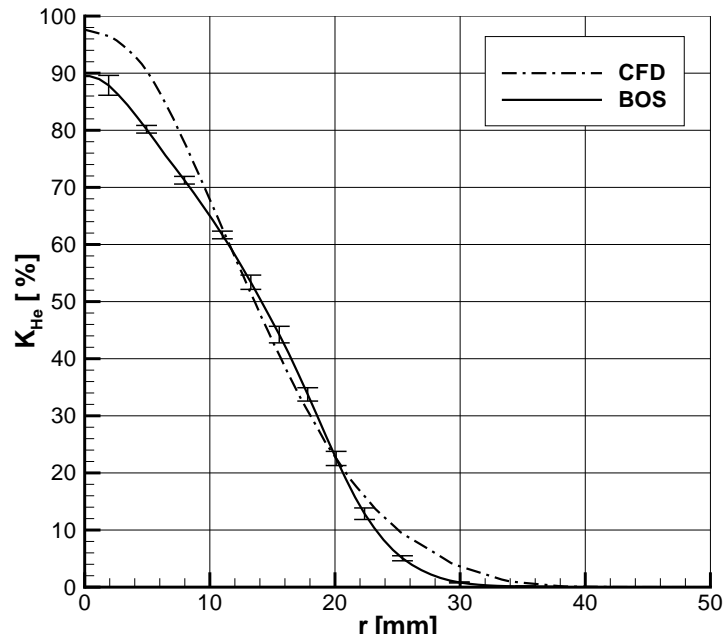


Abbildung B.7.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 70 \text{ mm}$

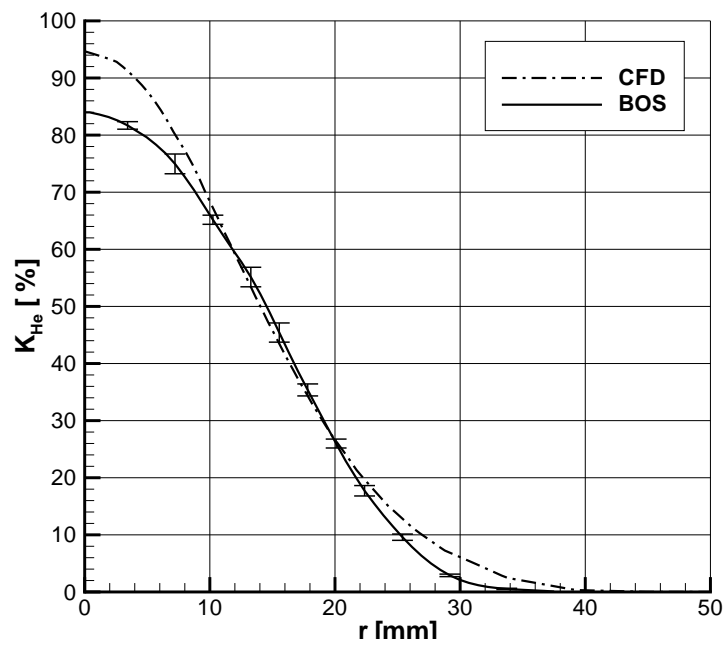


Abbildung B.8.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 80 \text{ mm}$

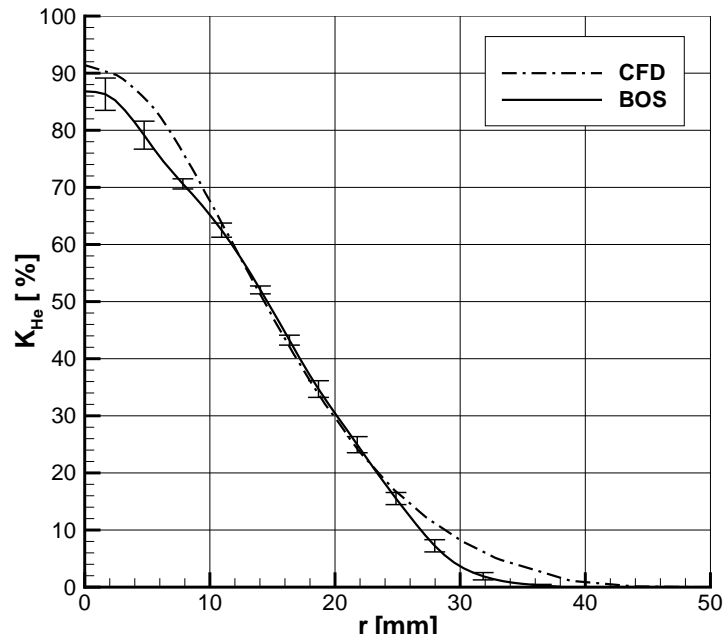


Abbildung B.9.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 90 \text{ mm}$

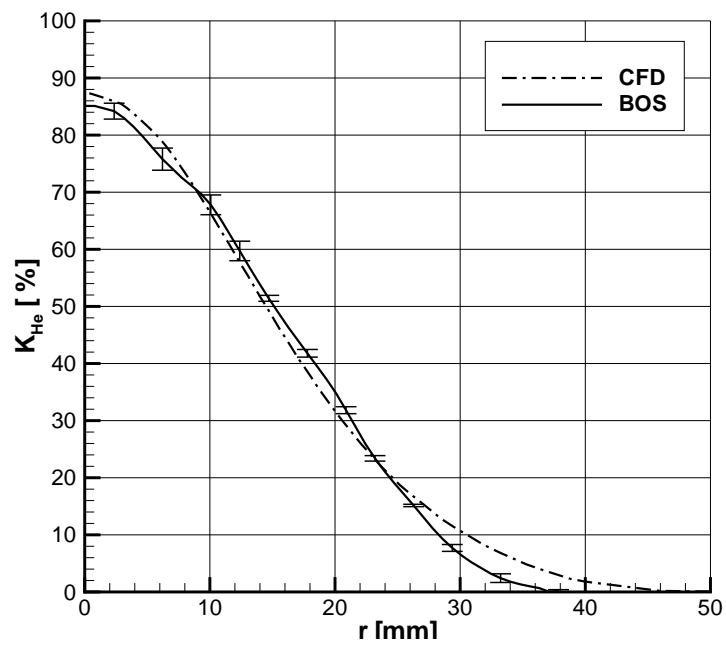


Abbildung B.10.: Heliumkonzentration über dem Strahlradius für Messung und Rechnung an der axialen Position $z = 100 \text{ mm}$

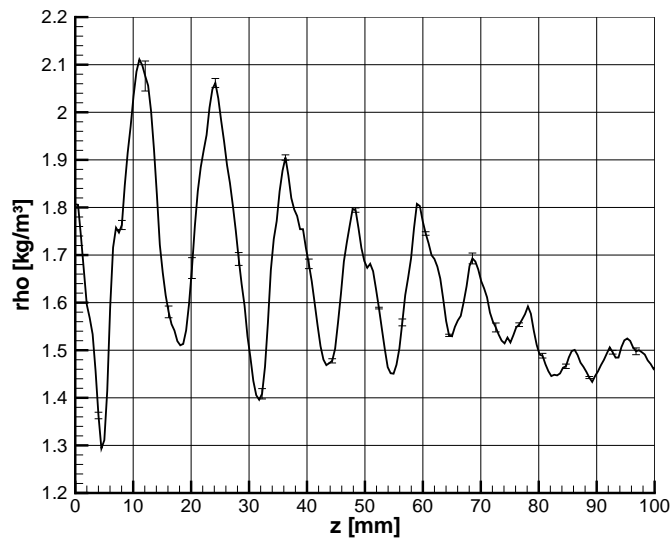


Abbildung B.11.: Dichteverlauf für den unterexpandierten Luftfreistrah in Abbildung 6.9 für $y = 0 \text{ mm}$

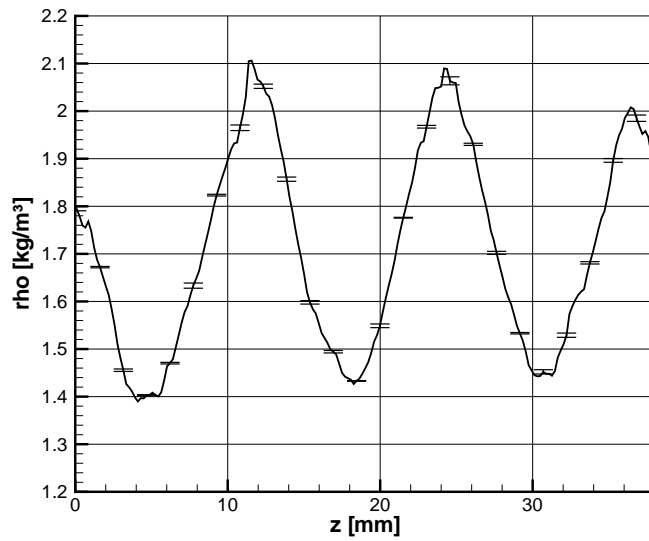


Abbildung B.12.: Dichteverlauf für den unterexpandierten Luftfreistrah in Abbildung 6.10 für $y = 0 \text{ mm}$

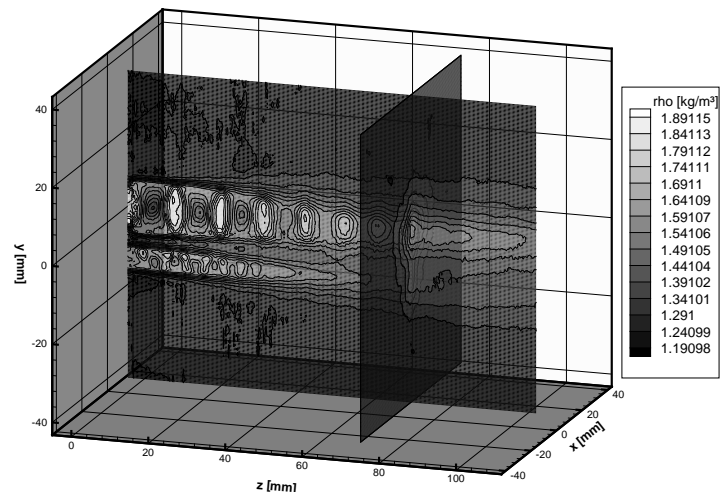


Abbildung B.13.: Dichteverteilung in einem doppelten Freistrahlfür einen Vorkammerdruck von $p_t = 250 \text{ kPa}$

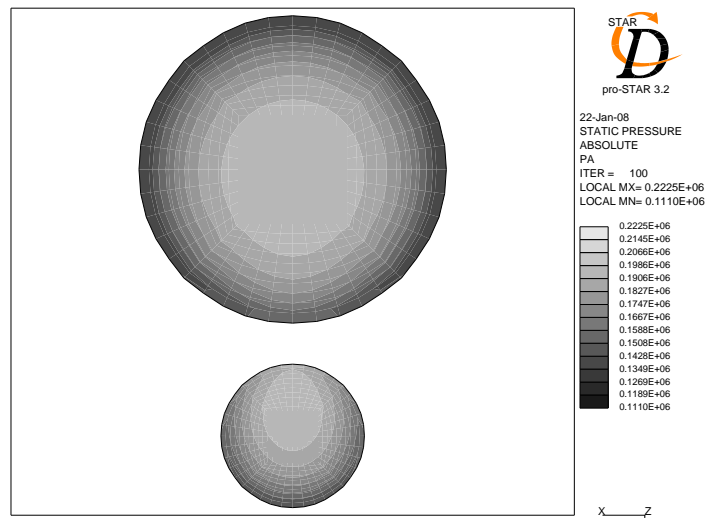


Abbildung B.14.: Statischer Druck am Düsen Eintritt der Doppellochblende

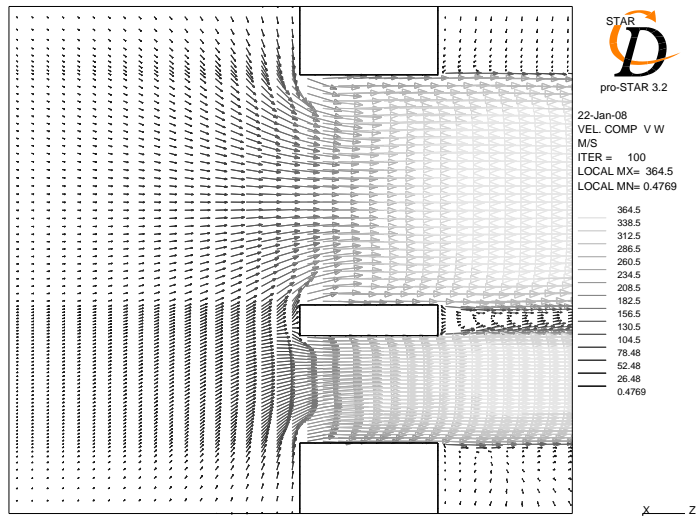


Abbildung B.15.: Geschwindigkeitskomponenten v und w im Längsschnitt durch die Doppeldüse bei $y = 0 \text{ mm}$

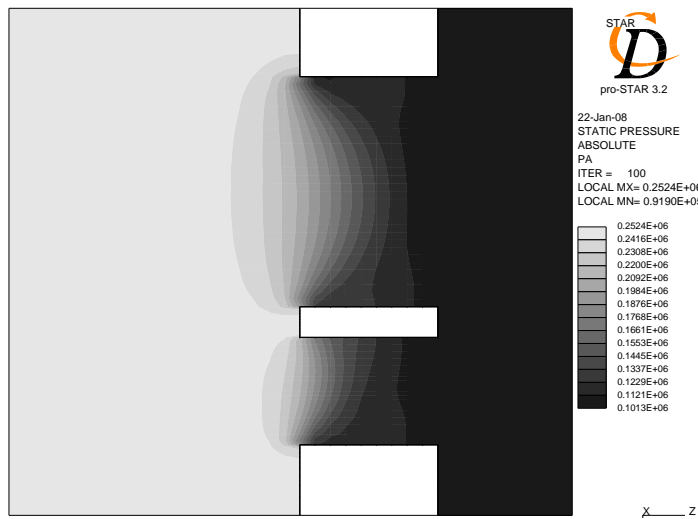


Abbildung B.16.: Statischer Druck im Längsschnitt durch die Doppeldüse bei $y = 0 \text{ mm}$

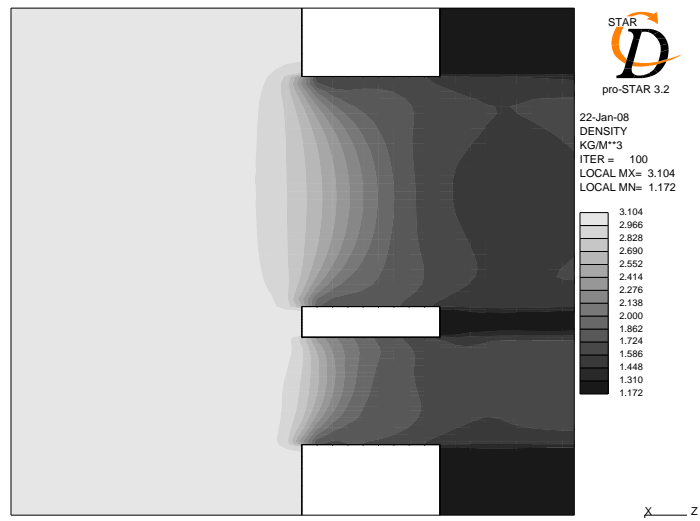


Abbildung B.17.: Dichte im Längsschnitt durch die Doppeldüse bei $y = 0 \text{ mm}$

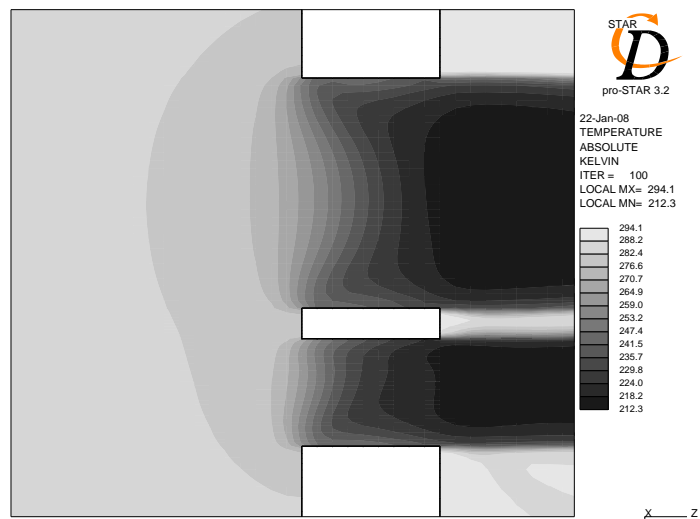


Abbildung B.18.: Statische Temperatur im Längsschnitt durch die Doppeldüse bei $y = 0 \text{ mm}$

Lebenslauf

Name: Erik Goldhahn
Geburtsdatum: 06.01.1973
Geburtsort: Karl-Marx-Stadt (heute Chemnitz)
Familienstand: verheiratet

Schul- und Berufsausbildung

1979–1989 Zehnklassige Allgemeinbildende Polytechnische Oberschule
1989–1992 Berufsausbildung mit Abitur in der Heckert Chemnitzer Werkzeugmaschinen- und Bildungs GmbH

Wehrdienst

1992–1993

Berufstätigkeit vor dem Studium

1993–1995 Angestellt als Maschinenbauer bei der IPS GmbH

Studium

10/1995–06/2002 Studium an der Technischen Universität Dresden im Studiengang Maschinenbau mit der Vertiefungsrichtung Luft- und Raumfahrttechnik
09/1999–07/2000 Studium an der University of Sheffield (England) in der Studierrichtung Mechanical Engineering

Berufstätigkeit

06/2002–05/2003 Doktorand bei der EADS GmbH in Ottobrunn

- 06/2003–12/2007 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Turbomaschinen und Fluid-Dynamik der Leibniz Universität Hannover (davon die ersten zwei Jahre mit Arbeitsplatz am DLR Göttingen in der Abteilung Experimentelle Verfahren)
- 02/2008–heute Projektingenieur im Bereich Triebwerkssimulation bei Voith Engineering Services GmbH, Bremen