

**Zeitaufgelöster Transport  
und Randkanalspektroskopie  
im Regime des Quanten-Hall-Effekts**

Von der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades  
Doktor der Naturwissenschaften  
- Dr. rer. nat. -  
genehmigte Dissertation  
von

Dipl.-Phys. Gennadiy Sukhodub  
geboren am 11. Dezember 1975 in Charkow, Ukraine

2005

Referent: Prof. Dr. R. J. Haug  
Korreferent: Prof. Dr. K. v. Klitzing  
Tag der Promotion: 29.04.2005

# Abstract

This work studies transport properties of a two-dimensional electron system (2DES) made from a GaAs/AlGaAs heterostructure investigated by means of time-resolved and dc electrical measurements in the quantum Hall regime. The main focus lies on the edge channel transport whereas transient transport through the bulk of a 2DES is also analyzed.

Time-resolved measurements give insight into dynamical behavior of a 2DES. In such experiments the development of the current or the voltage in a sample after applying a voltage pulse with a steep rising edge to one of the contacts is studied with a nanosecond resolution. The pulse excites charge density fluctuations which propagate along the edge of a 2DES in the direction given by an external magnetic field. These low-frequency edge excitations known as edge magnetoplasmons are used as a spectroscopic tool for analyzing the properties of the edge structure. They are characterized in the present work by measurement of delay time, i. e. travel time of the rising edge of the pulse from the injecting to the detecting contact.

Time-resolved voltage was measured in a wide range of magnetic fields at both sides of a sample. From the delay time at the side of faster pulse propagation information about the width of the edge structure was obtained. The role of the incompressible strips in the decoupling of the edge transport from the bulk one was clarified. Much slower propagation of the voltage pulse was observed on the opposite side of the sample. In this case the transport properties are determined by diffusion of charge carriers through the compressible electron gas in the bulk, which was confirmed in a theoretical calculation. Small discrepancies between this calculation and experimental data were found in the whole range of magnetic fields and explained in terms of the additional contribution to the capacity of a 2DES due to the density of states at the Fermi energy. Taking this into account would allow for a new type of capacitive spectroscopy of a 2DES in such time-resolved measurements.

Time-resolved current measurements were applied to study an adiabatic edge transport, i. e. without scattering between edge channels, in the vicinity of filling factor  $\nu = 3$ . Selective detection of edge channels was provided by Schottky gate on

top of the sample. This allowed for an identification and study of a special mode of edge excitations, interedge magnetoplasmons, which was previously observed only in classical 2DES. This mode propagates along the innermost compressible strip with much smaller velocity comparing to the conventional fundamental mode of edge magnetoplasmons. From the velocity analysis of both modes the widths of individual edge channels were calculated.

Scattering between edge channels of different Landau levels was also studied by time-resolved current measurements at filling factor  $\nu = 3$ . Dependent on the sign of the potential difference between neighboring edge channels two different transport regimes referred as forward and reversed bias directions were realized. The onset of scattering between edge channels in forward bias direction was shown to go along with adjustment of energy levels in the neighboring compressible strips. In reversed bias direction the rearrangement of the edge structure was observed at the potential difference of about  $2\hbar\omega_c$ . This result points to a possible swap of edge channels in the interaction region.

An excitation of the fundamental mode of edge magnetoplasmons due to capacitive coupling to the neighboring edge channel was also demonstrated in the sample geometry used for scattering experiments.

Scattering between spin-polarized edge states of the lowest Landau level at filling factor  $\nu = 2$  was studied mainly in the four-terminal dc measurements. An I-V characteristic of such device, called also interedge spin-diode, with the length of interaction region between edge channels of about  $0.5\ \mu\text{m}$  showed a distinct transition from adiabatic to equilibrated transport regime. The threshold voltage at the transition point is directly connected with the energy of spin splitting of electron states at the edge of a 2DES. The dependence of the threshold voltage on the parallel magnetic field, which was varied in a wide range, revealed a single-particle character of spin splitting without exchange interactions between electrons being involved. The deviation from the linear dependence of spin splitting was observed at the highest fields. This was attributed to the change of the energy spectrum of the 2DES in a strong magnetic field parallel to its plane and confirmed in the self-consistent calculations.

In addition the effects of dynamical nuclear polarization due to the flip-flop processes accompanying electronic scattering between spin-polarized edge states were examined. The maximal Overhauser field in our measurements was 3.4 T. Estimated from this value the maximal degree of polarization of nuclear spins achievable in such experiments was about 85%.

**Keywords:** quantum Hall effect, edge magnetoplasmons, edge channels

# Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit den Transporteigenschaften eines auf einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur basierenden zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) im Regime des integralen Quanten-Hall-Effektes, wobei diese sowohl in zeitaufgelösten als auch in reinen DC-Experimenten untersucht wurden. Das Hauptaugenmerk lag dabei auf dem Randkanaltransport, obwohl die zeitabhängige Signalausbreitung im Probeninneren ebenfalls studiert wurde.

Zeitaufgelöste Messungen beleuchten das dynamische Verhalten eines 2DES, indem die Entstehung einer Spannung bzw. eines Stromes in der Probe mit einer Auflösung von etwa 1 ns studiert wird. Dabei wird an einen der Probenkontakte ein steiler Spannungspuls angelegt, der im Magnetfeld am Rand des 2DES die in eine Richtung propagierenden Oszillationen der Ladungsträgerdichte, die Randmagnetoplasmonen, hervorruft. Sie stellen ein Werkzeug zur Spektroskopie der Randzustände dar und werden in dieser Arbeit durch die Messung ihrer Verzögerungszeit, d. h. der Zeit der Ausbreitung vom Source- zum Drain-Kontakt, charakterisiert.

Die Messung der zeitaufgelösten Spannung wurde in einem breiten Magnetfeldbereich auf beiden Seiten einer Probe durchgeführt. Auf der Seite der schnelleren Ausbreitung lieferte die Verzögerungszeit der Randmagnetoplasmonen Informationen über die im Magnetfeld variierende Breite der Randstruktur. Die Rolle der inkompressiblen Streifen in der Abkopplung des Randtransportes vom Transport im Probeninneren konnte hier verdeutlicht werden. Auf der gegenüberliegenden Probenseite wurde eine wesentlich langsamere Ausbreitung des Pulses festgestellt, wobei die Diffusion der Ladungsträger durch das Probeninnere den Transport hier dominiert. Dies konnte durch eine Berechnung im Rahmen eines theoretischen Modells bestätigt werden. Eine systematisch über alle Magnetfelder vorhandene Abweichung ließ sich qualitativ auf einen kapazitiven Beitrag der Zustandsdichte des 2DES zurückführen, woraus die Möglichkeit einer neuartigen kapazitiven Spektroskopie folgt.

In den Messungen des zeitaufgelösten Stromes in der Nähe des Füllfaktors  $\nu = 3$  konnte ein adiabatisches, d. h. streuungsfreies, Transportregime in den benachbarten Randkanälen realisiert werden. Die verwendete Probengeometrie ermöglichte die individuellen Beiträge unterschiedlicher Randkanäle zum Strom selektiv und un-

abhängig zu detektieren, wodurch eine bisher nur in den klassischen 2D-Systemen beobachtete Mode der Ladungsträgerdichteooszillationen, die Interedge-Magnetoplasmonen, identifiziert werden konnte. Diese Mode breitet sich mit einer, verglichen mit der fundamentalen Mode, wesentlich kleineren Gruppengeschwindigkeit aus und wird in unserem Experiment mit dem Transport im innersten kompressiblen Streifen assoziiert. Aus der Geschwindigkeitsanalyse beider Moden konnte auf die individuellen Breiten der kompressiblen Streifen geschlossen werden.

Die zeitabhängigen Strommessungen wurden auch zur Untersuchung der Streuung zwischen den Randkanälen beim Füllfaktor  $\nu = 3$  eingesetzt. In Abhängigkeit vom Vorzeichen der zwischen den Randkanälen unterschiedlicher Landau-Niveaus vorliegenden Potenzialdifferenz ließen sich zwei Transportregime identifizieren, die analog zu einer Diode als Transport in Durchlassrichtung bzw. Sperrichtung bezeichnet wurden. In Durchlassrichtung wurde das Einsetzen der Streuung beim Ausgleich der elektronischen Energien in den benachbarten kompressiblen Streifen veranschaulicht. In Sperrichtung wurde eine Umordnung der Randstruktur bei einer Potenzialdifferenz von etwa  $2\hbar\omega_c$  beobachtet, die auf einen Wechsel der Positionen der Randkanäle hindeutet.

In derselben Probengeometrie konnte außerdem eine Anregung der fundamentalen Mode der Randmagnetoplasmonen durch die kapazitive Kopplung mit einem benachbarten Randkanal demonstriert werden.

Die Streuprozesse zwischen den beiden spinaufgelösten Randkanälen des untersten Landau-Niveaus im Bereich des Füllfaktors  $\nu = 2$  wurden hauptsächlich mittels DC-Messungen untersucht. Der Übergangspunkt vom adiabatischen zum äquiliбриerten Transportregime in der I-V-Kennlinie einer Probe mit der Länge der Wechselwirkung der beiden Randkanäle von etwa  $0.5 \mu\text{m}$  ließ auf die Energie der Spinaufspaltung schließen. Diese wurde in einem breiten Bereich der parallel zur Fläche des 2DES angelegten Magnetfelder studiert, woraus einen Einteilchen-Charakter der Spinaufspaltung am Rand der Probe folgte. Die Abweichung von einem linearen Zeeman-Verhalten bei den höchsten Feldern wurde auf eine Veränderung der Subband-Energien im starken parallelen Magnetfeld zurückgeführt und durch eine selbst-konsistente Berechnung bestätigt.

Darüber hinaus wurden in den I-V-Kennlinien der DC-Messungen die Anzeichen einer dynamischen Polarisierung der Kernspins infolge der Flip-Flop-Prozesse beobachtet. Das maximale Overhauser-Feld betrug in unserem Experiment  $3.4 \text{ T}$ , wobei der Grad der Kernspin-Polarisation, der in einer solchen Messung erreicht werden kann, auf 85% abgeschätzt wurde.

**Schlagnvorte:** Quanten-Hall-Effekt, Randmagnetoplasmonen, Randkanäle

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>v</b>
<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>ix</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1 Zweidimensionales Elektronensystem (2DES) im Quanten-Hall-Regime	5
2.1.1 Die Realisierung zweidimensionaler Elektronensysteme . . . .	5
2.1.2 Das 2DES im senkrechten Magnetfeld . . . . .	9
2.1.3 Lokalisierte und ausgedehnte Zustände . . . . .	10
2.1.4 Spinaufspaltung . . . . .	12
2.1.5 Magnetotransportmessungen am 2DES . . . . .	13
2.1.6 Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quanten-Hall-Effekt . .	16
2.1.7 Quanten-Hall-Effekt im Randkanalbild . . . . .	18
2.1.8 Kompressible und inkompressible Streifen . . . . .	21
2.2 Randmagnetoplasmonen . . . . .	26
2.2.1 Plasmonen . . . . .	26
2.2.2 2D-Plasmonen und Magnetoplasmonen . . . . .	27
2.2.3 Randmagnetoplasmonen (EMP) . . . . .	28
2.2.4 Weitere EMP-Moden . . . . .	32
2.2.5 Randmagnetoplasmonen in Randkanälen . . . . .	36
<b>3 Experimentelle Grundlagen</b>	<b>39</b>
3.1 Proben . . . . .	39
3.1.1 Heterostrukturen . . . . .	39
3.1.2 Probenprozessierung . . . . .	40
3.2 Messaufbauten . . . . .	42
3.2.1 Kryostaten und Magneten . . . . .	43

3.2.2	Hochfrequenz-Probenhalterung . . . . .	44
3.2.3	Messung der zeitaufgelösten Spannung mittels eines integrier- ten Schalters . . . . .	45
3.2.4	Messung des zeitaufgelösten Stromes mit dem DPO-Oszilloskop	49
<b>4</b>	<b>Messung der zeitaufgelösten Spannung</b>	<b>57</b>
4.1	Einleitung . . . . .	57
4.2	Messungen auf der Pulsseite . . . . .	61
4.2.1	Charakterisierung des Pulses . . . . .	61
4.2.2	Magnetfeldabhängigkeit der Amplitude . . . . .	62
4.2.3	Verzögerungszeit . . . . .	66
4.2.4	Breite des Randbereichs . . . . .	70
4.2.5	Profil der Ladungsträgerdichte . . . . .	73
4.3	Messungen auf der Streuseite . . . . .	75
4.3.1	Charakterisierung der Pulse . . . . .	75
4.3.2	Magnetfeldabhängigkeit der Amplitude . . . . .	76
4.3.3	Verzögerungszeit . . . . .	79
4.3.4	Anstiegszeit . . . . .	82
4.3.5	Besonderheiten im Bereich $2 < \nu < 4$ . . . . .	84
4.4	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Selektive Detektion der Randkanäle</b>	<b>91</b>
5.1	Einleitung . . . . .	91
5.2	Messung beim Füllfaktor $\nu = 4$ . . . . .	94
5.2.1	Charakterisierung im DC-Limes . . . . .	94
5.2.2	Zeitabhängiger Transport . . . . .	97
5.3	Messungen im Bereich des Füllfaktors $\nu = 3$ . . . . .	101
5.3.1	Pulsform bei $\nu = 3$ . . . . .	101
5.3.2	Randstruktur um $\nu = 3$ . . . . .	102
5.3.3	Magnetfeldabhängigkeit . . . . .	104
5.3.4	Interedge-Magnetoplasmonen . . . . .	106
5.3.5	Einfluss der Polarität . . . . .	113
5.3.6	Einfluss der Signalamplitude . . . . .	117
5.4	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	120



<b>6</b>	<b>Streuung zwischen den Randkanälen</b>	<b>121</b>
6.1	Einleitung . . . . .	121
6.2	DC-Charakterisierung . . . . .	125
6.3	Äquilibration der Randkanäle . . . . .	128
6.3.1	DC-Limes . . . . .	128
6.3.2	Zeitaufgelöste Messungen . . . . .	129
6.3.3	Äquilibrationlänge . . . . .	132
6.4	Inverse Besetzung der Randkanäle . . . . .	133
6.5	Kapazitive Anregung der Randmagnetoplasmonen . . . . .	142
6.6	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	147
<b>7</b>	<b>Spektroskopie der Spinaufspaltung im Randkanaltransport</b>	<b>149</b>
7.1	Einleitung . . . . .	149
7.2	Probengeometrie und Messaufbau . . . . .	151
7.3	Messungen beim Füllfaktor $\nu = 2$ . . . . .	154
7.3.1	I-V-Kennlinie . . . . .	154
7.3.2	Streumechanismen zwischen den Randkanälen . . . . .	155
7.3.3	Dynamische Polarisation der Atomkerne . . . . .	159
7.3.4	Magnetfeldabhängigkeit der Spinaufspaltung . . . . .	166
7.3.5	Warum wird die Einteilchen-Spinaufspaltung gemessen? . . . . .	170
7.4	Messungen beim Füllfaktor $\nu = 3$ . . . . .	174
7.4.1	I-V-Kennlinie und Streubild . . . . .	174
7.4.2	Magnetfeldabhängigkeit . . . . .	177
7.5	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	180
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>181</b>
<b>A</b>	<b>Details zu verwendeten Proben</b>	<b>185</b>
A.1	PMMA als Isolator . . . . .	185
A.2	Geometrie der Probe für zeitaufgelöste Spannungsmessungen . . . . .	186
<b>B</b>	<b>Selektive Detektion der Randkanäle</b>	<b>187</b>
B.1	Übergang vom gekoppelten zum entkoppelten Regime . . . . .	187
B.2	Gruppengeschwindigkeit . . . . .	188
<b>C</b>	<b>Streuung zwischen den Randkanälen</b>	<b>191</b>
C.1	Schema des Aufbaus zur Mischung der Spannungspulse mit einer DC-Vorspannung . . . . .	191
C.2	Inverse Besetzung der Randkanäle . . . . .	192

C.2.1	Messung bei einer hohen Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen: $\Delta\mu > 2\hbar\omega_c$ . . . . .	192
C.2.2	Messung mit Spannungspulsen positiver Polarität . . . . .	192
C.3	Messungen beim Füllfaktor $\nu = 2$ . . . . .	195
C.3.1	Durchlassrichtung . . . . .	195
C.3.2	Sperrichtung . . . . .	197
<b>D</b>	<b>Charakterisierung der Probe „1164“</b>	<b>201</b>
D.1	Magnetowiderstand in gekippten Feldern . . . . .	201
D.2	Charakterisierung der Gates . . . . .	202
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>205</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>215</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>217</b>
	<b>Publikationsliste</b>	<b>219</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Schema der GaAs/AlGaAs Heterostruktur . . . . .	8
2.2	Potential der Störstellen . . . . .	11
2.3	Zustandsdichte des 2DES . . . . .	12
2.4	Hallgeometrie . . . . .	15
2.5	Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quanten-Hall-Effekt . . . . .	17
2.6	Entstehung der Randkanäle . . . . .	19
2.7	Randkanaltransport . . . . .	20
2.8	Kompressible und inkompressible Streifen . . . . .	23
2.9	Randkanalbild in Anwesenheit des Unordnungspotenzial . . . . .	25
2.10	Zweidimensionale Plasmonen . . . . .	26
2.11	Bildung der Randmagnetoplasmonen . . . . .	29
2.12	Akustische EMP-Moden . . . . .	33
3.1	Probenherstellung . . . . .	41
3.2	Hochfrequenz-Probenhalterung . . . . .	45
3.3	Das Funktionsprinzip des integrierten Schalters . . . . .	46
3.4	Zeitdiagramm der Boxcar-Messung . . . . .	47
3.5	Messaufbau zur zeitaufgelösten Spannungsmessung . . . . .	48
3.6	HF-Ersatzschaltbild für Strommessungen . . . . .	50
3.7	Messaufbau zur zeitaufgelösten Strommessung . . . . .	52
3.8	Signalerfassung im DPO-Modus . . . . .	55
4.1	Geometrie der Boxcar-Messung . . . . .	58
4.2	Vergleich der Signale auf Puls- und Streuseite der Probe . . . . .	59
4.3	Spannungspuls auf der Pulsseite . . . . .	61
4.4	Magnetfeld- und zeitabhängige Spannung auf der Pulsseite . . . . .	63
4.5	Zeitabhängige Amplitude für $1.5 < \nu < 3.5$ . . . . .	65
4.6	Verzögerungszeit und die Sättigungsamplitude des schnellsten Signals . . . . .	67

4.7	Ein-Anstieg- und Doppel-Anstieg-Verhalten . . . . .	69
4.8	Breiten des Randbereichs . . . . .	72
4.9	Ladungsträgerdichteprofil am Rand des 2DES . . . . .	74
4.10	Spannungspulse auf der Streuseite . . . . .	75
4.11	Magnetfeld- und zeitabhängige Spannung auf der Streuseite . . . . .	77
4.12	Schema der Probengeometrie . . . . .	78
4.13	Sättigungsamplitude und der longitudinale Spannungsabfall aus der DC-Messung . . . . .	79
4.14	Verzögerungszeit auf der Streuseite . . . . .	80
4.15	Anstiegszeit auf der Streuseite . . . . .	83
4.16	Sättigungsamplituden und Anstiegszeiten für $2 < \nu < 4$ . . . . .	85
4.17	Schema der Energieniveaus bei $\nu = 2.5$ und $\nu = 3.5$ . . . . .	86
4.18	Modell der amplitudenabhängigen Besetzung der Energieniveaus . . . . .	87
5.1	Schema des Messaufbaus . . . . .	92
5.2	Gate-Charakteristik im DC-Limes bei $\nu = 4$ . . . . .	95
5.3	Streuung unter dem Gate beim Plateau-Übergang . . . . .	96
5.4	Selektive Detektion der Randkanäle bei $\nu = 4$ . . . . .	98
5.5	Vergleich der Pulsform für $\nu = 4, 3$ und $2$ . . . . .	101
5.6	Modell der entkoppelten EMP- und IEMP-Moden . . . . .	103
5.7	Magnetfeldabhängigkeit der Pulsausbreitung für die gesamte Rand- struktur . . . . .	105
5.8	Diagramm des gekoppelten und entkoppelten Randtransports . . . . .	106
5.9	Selektive Detektion der EMP-Moden . . . . .	107
5.10	Magnetfeldabhängigkeit beider EMP-Moden . . . . .	109
5.11	Geschwindigkeiten der (I)EMP-Moden und berechnete Breiten der Randkanäle . . . . .	110
5.12	Einfluss der Polarität des angelegten Signals . . . . .	114
5.13	Polaritätsabhängige Streuung zwischen Randkanälen . . . . .	115
5.14	Einfluss der Signalamplitude . . . . .	118
6.1	Geometrie der Messung . . . . .	122
6.2	Gate-Charakteristik im DC-Limes bei $\nu = 3$ . . . . .	123
6.3	DC-Messung der I-V-Kennlinie bei $\nu = 3$ . . . . .	126
6.4	DC-Limes der zeitaufgelösten Messung bei $\nu = 3$ . . . . .	128
6.5	Zeitaufgelöstes Streusignal zwischen den Randkanälen . . . . .	130
6.6	Verzögerungszeiten der Streusignale . . . . .	131
6.7	Äquilibrierungslänge . . . . .	132

6.8	DC-Limes einer zeitaufgelösten Messung bei inverser Besetzung der Randkanäle . . . . .	135
6.9	Inverse Besetzung durch ein einziges Gate . . . . .	136
6.10	Wechsel der Positionen der Randkanäle . . . . .	138
6.11	Zeitaufgelöster Strom zwischen den Randkanälen bei inverser Besetzung . . . . .	139
6.12	Rückstreuung der Randkanäle unter einem Gate . . . . .	141
6.13	Kapazitive Anregung der Randmagnetoplasmonen . . . . .	143
6.14	Kapazitiv angeregte Mode und Streusignal beim Füllfaktor $\nu = 3$ . . . . .	145
7.1	Vier-Punkt Messung der I-V-Kennlinie des Äquilibrierungsbereichs . . . . .	151
7.2	Die REM-Aufnahme des Äquilibrierungsbereichs . . . . .	152
7.3	I-V-Kennlinie der Probe „1164“ . . . . .	154
7.4	Differentielle Leitfähigkeit bei $B = 19.0\text{T}$ . . . . .	155
7.5	Einteilchen-Bild der Streuung zwischen spinaufgelösten Randkanälen . . . . .	156
7.6	Boltzmann-Fit der Ableitung der I-V-Kennlinie . . . . .	158
7.7	Dynamische Polarisierung der Kerne . . . . .	160
7.8	Zeitlicher Ablauf der Messung der I-V-Kennlinien . . . . .	163
7.9	Zeitabhängige Kernspin-Polarisation und Hysterese . . . . .	166
7.10	Magnetfeldabhängige I-V-Charakteristik der Spin-Diode . . . . .	168
7.11	Energien der Spinaufspaltung in Abhängigkeit vom Magnetfeld . . . . .	168
7.12	Streuung zwischen den Randkanälen mit Austauschwechselwirkung . . . . .	172
7.13	I-V-Kennlinie bei $\nu = 3$ und $g = 1$ . . . . .	175
7.14	Einteilchen-Streubild für $\nu = 3$ . . . . .	176
7.15	Spinaufspaltung in Abhängigkeit vom Magnetfeld für $\nu = 3$ . . . . .	177
7.16	Effektive Masse im parallelen Magnetfeld . . . . .	178
A.1	PMMA als Isolator . . . . .	185
A.2	Geometrie der Probe für die Boxcar-Messung . . . . .	186
B.1	EMP-Mode beim Übergang vom gekoppelten zum entkoppelten Transportregime. . . . .	187
B.2	Gruppengeschwindigkeit der EMP-Mode . . . . .	188
C.1	Messung der Spannungspulse in Kombination mit der DC-Vorspannung . . . . .	191
C.2	Zeitaufgelöster Strom bei starker Imbalance zwischen den Randkanälen . . . . .	193
C.3	Messung mit den Spannungspulsen positiver Polarität und negativer DC-Vorspannung . . . . .	194

C.4	Streuung zwischen den Randkanälen bei $\nu = 2$ . Durchlassrichtung. . .	196
C.5	Streuung zwischen den Randkanälen bei $\nu = 2$ . Sperrichtung. . . . .	198
D.1	Hall-Widerstand für unterschiedliche Kippwinkel . . . . .	201
D.2	Charakterisierung der Gates . . . . .	203

# Symbole und Abkürzungen

$\alpha$	Feinstrukturkonstante
$\alpha^{(i)emp}, \alpha^{mr}$	Parameter des Profils der Ladungsträgerdichte
$a_B^*$	effektiver Bohrscher Radius
$a_i$	Breite des $i$ -ten inkompressiblen Streifens
<b>A</b>	Vektorpotential
$A$	Konstante der Hyperfein-Wechselwirkung
$b_i$	Breite des $i$ -ten kompressiblen Streifens
$B$	Magnetfeld
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$C$	Kapazität
$C_0$	Konstante
$C'$	Kapazitätsbelag (Kapazität pro Längeneinheit)
$C_\Sigma$	Kapazität pro Flächeneinheit
$C_g$	Gesamtkapazität eines 2DES pro Flächeneinheit
$d$	Abstand des 2DES vom Topgate
$d_0$	Verarmungslänge
$D$	Drain-Kontakt
$D$	Diffusionskonstante
$D(E)$	Zustandsdichte
$e$	Elementarladung
$\epsilon_0$	Dielektrizitätskonstante
$\epsilon$	relative Dielektrizitätskonstante
<b>E</b>	elektrisches Feld
$E_g$	Energielücke
$E_n$	Energie
$E_F$	Fermi-Energie
$\gamma$	Relaxationsrate; gyromagnetisches Verhältnis
$G$	Leitwert

$G_\Sigma$	Leitwert pro Flächeneinheit
$\varphi$	elektrisches Potenzial
$g^*$	effektiver Landé-Faktor
$g^{**}$	effektiver Landé-Faktor mit Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung
$h$	Planksches Wirkungsquantum
$\hbar$	$h/2\pi$
$\hat{H}$	Hamiltonoperator
$i$	Zählindex bei den anderen Größen, sonst $i = \sqrt{-1}$
$I$	Strom
$\mathbf{I}$	Kernspin
$\mathbf{j}$	Stromdichte
$k_B$	Boltzmann-Konstante
$\mathbf{k}$	Wellenvektor
K	Messkontakt
$l$	Abstand zwischen den Gates
$L$	Länge
$l_B$	magnetische Länge
$l^{eq}$	Äquilibrierungslänge
$L'$	Induktivitätsbelag (Induktivität pro Längeneinheit)
$m_0$	Ruhemasse des Elektrons
$m^*$	effektive Elektronenmasse
$\mu$	elektrochemisches Potenzial
$\mu_0$	Feldkonstante
$\mu_B$	Bohrsches Magneton
$\mu_e$	Elektronenbeweglichkeit
$M$	Magnetisierung
$n$	ganze Zahl
$n_e$	Ladungsträgerdichte
$n_L$	Entartung eines Landau-Niveaus (pro Flächeneinheit)
$\nu$	Füllfaktor
$\nu_i$	Füllfaktor im $i$ -ten inkompressiblen Streifen
$\mathbf{N}$	Normale zum Rand des 2DES
$N_i$	Anzahl der ausgehenden Randkanäle
$N_L$	Entartung eines Landau-Niveaus
$N_\uparrow, N_\downarrow$	Besetzungszahlen der spinaufgelösten Energieniveaus
$N_\uparrow, N_\downarrow$	Anzahl der Kerne mit jeweiliger Spinpolarisation



$N$	natürliche Zahl
$\hat{\mathbf{p}}$	Impulsoperator
$\psi, \phi$	Wellenfunktion
$r_c$	Zyklotronradius
$\hat{\rho}$	Widerstandstensor
$\varrho$	Ladungsträgerdichte pro Längeneinheit
$R$	ohmscher Widerstand
$R_K$	von-Klitzing-Konstante
$R_i$	Anzahl der reflektierten Randkanäle
$s$	Spinquantenzahl
$\hat{\sigma}$	Leitfähigkeitstensor
$S$	Source-Kontakt
$\mathbf{S}$	Elektronenspin
$\Sigma$	Fläche
$t$	Zeit
$\tau$	Anstiegszeit; Relaxationszeit
$T$	Temperatur
$T_{ij}$	Transmissionswahrscheinlichkeit
$v$	Geschwindigkeit
$V$	Spannung
$V_g$	Gate-Spannung
$w$	Breite
$\omega$	Kreisfrequenz
$\omega_c$	Zyklotronfrequenz
$\omega_{emp}$	Resonanzfrequenz der Randmagnetoplasmonen,
$\omega_{iemp}$	der Interedge-Magnetoplasmonen,
$\omega_{mp}$	der Magnetoplasmonen und
$\omega_{mr}$	der Magnetoripplonen
$\omega_p$	Plasma-Frequenz
$x, y, z$	Raumkoordinaten
$Z$	Wellenwiderstand
2DES	zweidimensionales Elektronensystem
DC	Gleichstrom
DPO	Digitalphosphorosziloskop
EMP	Randmagnetoplasmonen
HF	Hochfrequenz

IEMP	Interedge-Magnetoplasmonen
MBE	Molekularstrahlepitaxie ( <b>M</b> olecular <b>B</b> eam <b>E</b> pitaxy)
REM	Rasterelektronenmikroskop

# 1 Einführung

Nach einem Vierteljahrhundert intensiver Forschungen und zwei Nobelpreisen lässt sich behaupten, dass der im Jahre 1980 von Klaus von Klitzing entdeckte Quanten-Hall-Effekt den Beginn einer neuen Epoche in der Physik der Festkörper einleitete. Mit einer vorher nie dagewesenen Messgenauigkeit für elektrische Messungen konnte gezeigt werden, dass der Hallwiderstand eines zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) bei hohen Magnetfeldern Plateaus aufweist, deren Werte durch  $(1/\nu)(h/e^2)$  gegeben sind [1], wobei  $\nu$  eine natürliche Zahl ist. Dieses Ergebnis löste eine rasante Entwicklung theoretischer Modelle sowie experimenteller Methoden aus, wobei der technologische Aspekt dieser Entdeckung nicht unterschätzt werden darf. Der als neuer Widerstandsstandard verwendete Effekt hat viele Errungenschaften moderner Technologie bedingt. Eine in bedeutendem Maße durch den Quanten-Hall-Effekt angestoßene und bis heute andauernde Weiterentwicklung und Verbesserung der Materialsysteme zur Realisierung von 2DES ermöglichte bereits nach wenigen Jahren die Entdeckung eines neuen Phänomens, des fraktionierten Quanten-Hall-Effekts [2], der heutzutage im Bild einer Quantenflüssigkeit verstanden wird. Wie seinerzeit der klassische Hall-Effekt das Konzept der positiv geladenen Löcher als Ladungsträger im Festkörper mitgestaltete, führte das Phänomen des fraktionierten Quanten-Hall-Effekts beispielsweise zur Vorstellung über neuartige Quasiteilchen, die so genannten Composite Fermionen [3].

Kurze Zeit nach Bekanntwerden des Resultats von Klaus von Klitzing wurde die Rolle der stromtragenden Zustände am geometrischen Rand eines 2DES diskutiert [4]. In diesem Zusammenhang entstand das Konzept der so genannten Randkanäle, die sich durch die Biegung der quantisierten Landau-Niveaus im Einschlusspotential des Probenrandes an der Fermi-Energie in Form von quasi-eindimensionalen Leitern formieren. Die Erklärung des quantisierten Widerstandswerts in diesem Modell beruhte auf den Transporteigenschaften eines idealen eindimensionalen Kanals, dessen Leitfähigkeit im Rahmen der Transmissionswahrscheinlichkeit der Ladungsträger bereits vor einiger Zeit von Landauer diskutiert wurde [5, 6].

Die Anwendbarkeit des Randkanalbildes auf die Transportuntersuchungen konnte in Experimenten an Proben, die aus Bereichen mit unterschiedlichen Ladungsträgerdichten bestanden, bestätigt werden [7]. Darüber hinaus wurde ein adiabati-

ches Transportregime realisiert, in dem der Unterschied in den elektrochemischen Potenzialen der benachbarten Randkanäle auf einer makroskopischen Länge erhalten blieb [8, 9]. Mit der Verfügbarkeit neuartiger Spektroskopiemethoden, z. B. des hochauflösenden, an das 2DES kapazitiv angekoppelten Rasterkraftmikroskops bzw. des Einzelelektronentransistors ließ sich die Randstruktur räumlich abbilden [10, 11].

Im Laufe der Zeit wurden die Eigenschaften von Randkanälen zur Entwicklung spezieller Anwendungen ausgenutzt. Hervorzuheben ist in diesem Zusammenhang die kohärente Kontrolle und elektrische Detektion von Kernspins, die von Machida *et al.* demonstriert wurde [12] und im Hinblick auf den möglichen Einsatz von Kernspins als Quantenbits besonders wichtig erscheint. Ein anderes Beispiel ist die Realisierung eines Strahlungsdetektors im THz-Frequenzbereich, mit dem einzelne Photonen erfasst werden können [13].

Das Vermögen des Randkanalbildes, eine große Vielzahl von Experimenten erfolgreich zu erklären, ließ Klaus von Klitzing im Jahre 1993 die Frage formulieren: *The quantum Hall effect – an edge phenomenon?* [14]. Eine alle Ansichten zufriedenstellende Antwort hierauf gibt es immer noch nicht. Was jedoch außer Frage steht, ist die Tatsache, dass die Randkanäle, die seinerzeit durch den Quanten-Hall-Effekt ins Leben gerufen wurden, selbst zu einem höchst interessanten Forschungsobjekt geworden sind.

Ein anderes Randphänomen, das ebenfalls in dieser Arbeit behandelt wird, ist rein klassischer Natur. Historisch gesehen wurde die niederfrequente Mode der Plasmaoszillationen in einem 2DES, die Randmagnetoplasmonen, nahezu zeitgleich mit dem Quanten-Hall-Effekt zum ersten Mal beobachtet [15]. Diese spezielle Art der kollektiven Anregungen propagiert entlang des Probenrandes in die durch das äußere Magnetfeld vorgegebene Richtung in einem schmalen Bereich, in dem die Ladungsträgerdichte von Null auf ihren Gleichgewichtswert steigt. Entsprechend ihres klassischen Ursprungs wurden die Randmagnetoplasmonen zuerst in klassischen 2DES experimentell studiert [16, 17] und theoretisch beschrieben [18, 19]. Eine Erweiterung dieser Untersuchungen auf das quantenmechanische 2DES erwies sich als äußerst fruchtbar [20, 21, 22, 23]. Da die charakteristischen Eigenschaften ihrer Ausbreitung eng mit der elektronischen Struktur des Probenrandes verknüpft sind, sind die Randmagnetoplasmonen zu einem Werkzeug zur Spektroskopie der Randstruktur im Regime des Quanten-Hall-Effekts geworden [24, 25]. Die Anregung der Ladungsträgerdichteoszillationen in den einzelnen Randkanälen, die den unterschiedlichen Landau-Niveaus zugeordnet werden, wurde bislang noch unzureichend studiert. Dies bildet einen wichtigen Schwerpunkt dieser Arbeit, wobei

---

diese Untersuchungen an einer Probe durchgeführt wurden, die eine selektive und unabhängige Detektion der benachbarten Randkanäle zulässt.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert:

In **Kapitel 2** werden die grundlegenden Eigenschaften eines 2DES bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern sowie das Phänomen des integralen Quanten-Hall-Effekts vorgestellt. Der zweite Teil des Kapitels gibt eine Übersicht über die kollektiven Anregungen am Rand eines 2DES.

**Kapitel 3** stellt die verwendeten Heterostrukturen sowie die Einzelheiten zur Herstellung der experimentellen Proben vor. Ferner werden die Methoden der zeitaufgelösten Messungen beschrieben.

**Kapitel 4** widmet sich den zeitaufgelösten Spannungsmessungen im Quanten-Hall-Regime. Hier werden die Experimente in einem breiten Magnetfeldbereich an den beiden Probenseiten einer Hallprobe vorgestellt. Zum einen lassen sich durch die Untersuchung der Ausbreitung der Randmagnetoplasmonen Rückschlüsse über die Struktur und das Verhalten der Randkanäle ziehen. Zum anderen geben die zeitaufgelösten Messungen zusätzlich zu einer DC-Untersuchung Aufschlüsse über die Zeitparameter der Signalausbreitung im Probeninneren.

**Kapitel 5** stellt zeitaufgelöste Strommessungen an einer Probe vor, die eine selektive Detektion der Randkanäle ermöglicht. Hier werden Ergebnisse bei Magnetfeldern präsentiert, die im Bereich der Füllfaktoren  $\nu = 4$  und  $\nu = 3$  liegen. Die Messungen bei  $\nu = 4$  offenbaren unterschiedliche Beiträge diverser Randkanäle zum Strom bei kurzen Zeiten, was auf die verschiedenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in diesen Randkanälen zurückzuführen ist. In der Nähe des Füllfaktors  $\nu = 3$  wird ein entkoppeltes Transportregime realisiert, infolge dessen die Untersuchung einer besonderen Art der Plasmaanregungen, der Interedge-Magnetoplasmonen, möglich ist.

**Kapitel 6** beschäftigt sich mit der Äquilibration der besetzten und unbesetzten Randkanäle über den Wechselwirkungsbereich von  $20\ \mu\text{m}$  beim Füllfaktor  $\nu = 3$ . Im Regime des Randtransports werden in dieser Messung keine Randkanäle direkt zwischen zwei ausgewählten Kontakten übertragen, und das gemessene Signal kommt ausschließlich durch die Streuung zwischen den Randkanäle zustande. Die I-

V-Kennlinie eines solchen Kontaktpaares weist bei bestimmten Spannungen starke Nichtlinearitäten auf. Die zeitaufgelösten Strommessungen sowie deren DC-Limes werden in der Nähe solcher Besonderheiten diskutiert. Darüber hinaus wird eine kapazitive Anregung der Randmagnetoplasmonen in den unbesetzten Randkanälen demonstriert.

In **Kapitel 7** werden reine DC-Untersuchungen der Spinaufspaltung in einem 2DES mittels polaritätsabhängiger Streuung zwischen spinaufgelösten Randkanälen vorgestellt. In den hier präsentierten Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 2$  bzw.  $\nu = 3$  wurde ein starkes Magnetfeld parallel zur Ebene des 2DES angelegt und variiert, wodurch die Spinaufspaltung in einem breiten Magnetfeldbereich untersucht werden konnte. Die experimentellen Ergebnisse werden mit einer numerischen Berechnung der Spinaufspaltung verglichen. Der Einfluss der Hyperfein-Wechselwirkung auf die Streuprozesse zwischen den Randkanälen wird ebenfalls diskutiert.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse findet sich im **Kapitel 8**.

## 2 Theoretische Grundlagen

Das vorliegende Kapitel befasst sich mit den grundlegenden Eigenschaften eines zweidimensionalen Elektronensystems bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern. Insbesondere wird das Phänomen des integralen Quanten-Hall-Effekts vorgestellt sowie dessen Interpretation im Rahmen des Randkanalbildes. Der zweite Teil des Kapitels gibt eine Übersicht über die kollektiven Anregungen des Elektronensystems am Rand einer zweidimensionalen Probe in Anwesenheit des Magnetfeldes.

### 2.1 Zweidimensionales Elektronensystem (2DES) im Quanten-Hall-Regime

#### 2.1.1 Die Realisierung zweidimensionaler Elektronensysteme

Unter einem zweidimensionalen Elektronensystem (2DES) versteht man ein Elektronengas, in dem die Bewegung der Elektronen auf eine Ebene, also auf zwei Raumrichtungen, beschränkt ist. Eine Möglichkeit, ein 2DES zu realisieren, besteht in der Aufbringung freier Elektronen auf die Oberfläche des supraflüssigen Heliums. Die Ladungsträger werden durch eine Elektronenkanone zur Verfügung gestellt und durch die elektrischen Felder der umgebenden Elektroden sowie durch das Oberflächenpotenzial gefangen [26]. Nah verwandt dazu ist eine Technologie, bei der die  $^4\text{He}^+$  Ionen eine leitfähige Schicht in einer Tiefe von etwa 50 nm unter der Oberfläche des supraflüssigen Heliums bilden [27, 28]. Die maximalen Ladungsträgerdichten in solchen Systemen liegen im Bereich von  $2 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$ . Dabei spricht man von einem klassischen oder nicht entarteten Elektronengas. Viele Phänomene klassischen Ursprungs, die eine Einschränkung des Bewegungsfreiheitsgrades der Elektronen erfordern, wie die in dieser Arbeit diskutierte Ausbreitung der Randmagnetoplasmonen, können in solchen Experimenten erfolgreich studiert werden.

Neue physikalische Perspektiven eröffneten sich mit der Untersuchung von quantenmechanischen 2DES. Diese werden mithilfe einer anderen Materialklasse, der Halbleiter, realisiert. Eine breite Fülle von Transportphänomenen, insbesondere im Zusammenhang mit den Quanten-Hall-Effekten, ist gerade durch die enormen Fort-

schritte in der Herstellung der Halbleiter zum Vorschein gekommen. Solche Systeme zeichnet eine Reihe von Eigenschaften aus, die beispielsweise bei dünnen metallischen Filmen nicht vorhanden sind. Dazu zählen in erster Linie die verglichen mit Metallen niedrigeren, im Vergleich zu klassischen Systemen aber wesentlich höheren Ladungsträgerdichten von  $10^{14} - 10^{15} \text{ m}^{-2}$ , die aufgrund längerer Abschirmmlängen in einem großen Bereich variiert werden können, sowie hohe Beweglichkeiten, die freie mittlere Weglängen von über  $100 \mu\text{m}$  ermöglichen. Die ersten Experimente, unter anderen auch die Entdeckung des Quanten-Hall-Effektes [1], sind mit auf Si basierten Proben durchgeführt worden [29]. Eine typische Si-MOSFET (*metal-oxide-semiconductor field-effect transistor*) Probe besteht aus einem *p*-dotierten Si Substrat, das mit einer durch die thermische Oxidation erzeugten  $\text{SiO}_2$ -Schicht bedeckt ist. Die Oxidschicht dient als Isolator zwischen Si-Oberfläche und einer Metallisierung, die auf die Oxidschicht aufgebracht wird. Durch Anlegen einer ausreichend großen positiven Spannung zwischen dem Metall und dem Si Substrat verbiegt sich das Leitungsband im Silizium und wird unter die Fermienergie gezogen. Es entsteht unmittelbar an der Grenze zum Oxid ein dreieckiger Potentialtopf, in dem sich ein zwei-dimensionales Elektronengas bildet. Die Eigenschaften der Si- $\text{SiO}_2$  Grenzfläche bestimmen im Wesentlichen die Qualität des 2DES in solchen Strukturen. So erreichen die Beweglichkeiten in guten Si-MOSFET Proben Werte von  $10^4 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ .

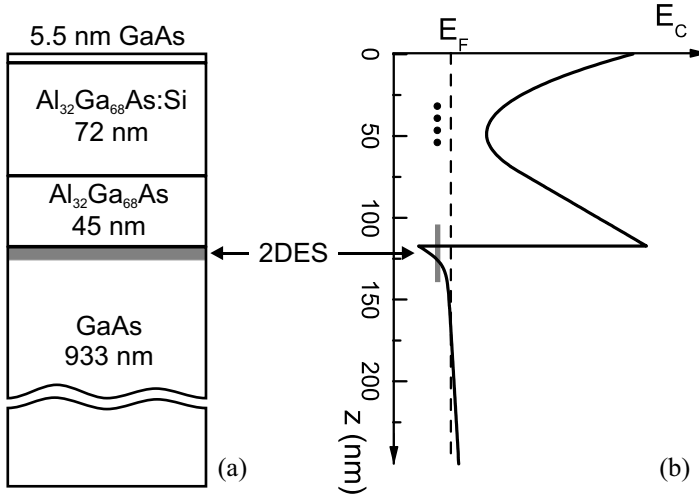
Eine weitere Möglichkeit der Erzeugung von 2DES hat sich durch die Kombination von diversen Halbleitern eröffnet. Hierbei entsteht ein 2DES an einer Grenzfläche zwischen zwei Halbleitern mit unterschiedlichen Bandlücken. Solche Heterostrukturen werden epitaktisch aufeinander gewachsen, was eine wesentlich bessere Kontrolle der Grenzschicht sowie der Position der Dotieratome ermöglicht. Ein großer Vorteil gegenüber MOSFET Strukturen liegt darin, dass durch die geeignete Auswahl von Materialsystemen eine Unterbrechung der Kristallstruktur an der Grenzschicht vermieden werden kann. Ein Paradebeispiel von solchen Systemen ist eine ternäre Verbindung  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  aus der III-V-Gruppe. In diesem Halbleiter lässt sich die Bandlücke durch Variation von  $0 < x < 1$  stufenlos zwischen 1.42 eV und 2.16 eV einstellen. Hierbei erhöht sich die Gitterkonstante von 56.53 nm in reinem GaAs auf 56.61 nm in AlAs, bleibt also nahezu konstant, was zur Abwesenheit von Streuzentren an der Grenzschicht GaAs/AlGaAs führt. Durch weitere Verbesserung der Wachstumstechnologie, insbesondere der Molekularstrahlepitaxie (MBE), sind in solchen Systemen in den letzten Jahren beispiellose Beweglichkeiten von über  $10^7 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  erreicht worden [30]. Der Al-Gehalt liegt typischerweise bei etwa 30%. Dabei wird einerseits ein ausreichend großer Unterschied in den Bandlücken



erreicht, andererseits bleibt die Heterostruktur ein direkter Halbleiter (der Übergang zum indirekten Halbleiter in  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  geschieht bei  $x > 0.45$ ). Der letzte Umstand vereinfacht entscheidend numerische Berechnungen sowie die Interpretation experimenteller Messergebnisse. All diese Faktoren haben die GaAs/AlGaAs Heterostruktur zu einem beliebten Spielsystem in der Forschung der grundlegenden Eigenschaften des entarteten 2DES gemacht. Aber auch in industriellen Anwendungen kommt dieses Halbleitersystem zum Einsatz. Es bildet die Basis für HEMTs (*high electron mobility transistor*), die als Verstärker in Satellitenempfängern sowie modernen Kommunikationsgeräten verwendet werden. Die Schaltfrequenzen von etwa 10 GHz erfordern hohe Beweglichkeiten, die im Rahmen der üblichen Si-Technologie nur schwer zu erreichen sind.

Auch die in dieser Arbeit verwendeten Proben sind aus GaAs/AlGaAs Heterostrukturen hergestellt worden. Es kamen zwei unterschiedliche Halbleiterwafer zum Einsatz: „8398“ (Stuttgart) and „1164“ (Bochum). Am Beispiel des Bochumer Probenmaterials wird im Folgenden der Wachstumsverlauf geschildert. Die Schichtfolge sowie der numerisch gerechnete Verlauf der Leitungsbandkante [31] für diese Struktur ist in Abb. 2.1 gezeigt. Als Ausgangspunkt dient ein GaAs-Substrat mit einer Dicke von etwa 0.375 mm. Darauf wird mittels MBE eine Pufferschicht bestehend aus 50 nm GaAs und 10 Perioden eines GaAs/AlAs Übergitters aufgewachsen (diese Schichten sind in der Abb. 2.1 nicht gezeichnet). Die Pufferschicht gleicht eventuell vorhandene Defekte des Substrates aus und schafft gute Bedingungen für das weitere Wachstum. Auf diese Schicht wird eine 933 nm dicke, nominell undotierte GaAs-Schicht gewachsen. Diese Schicht weist in der Regel eine leichte Akzeptor-Hintergrunddotierung auf. Es folgen eine undotierte, 45 nm dicke Spacerschicht aus  $\text{Al}_{0.32}\text{Ga}_{0.68}\text{As}$  sowie eine n-dotierte, 72 nm dicke AlGaAs-Schicht. Abgeschlossen wird der Wachstumsvorgang mit einer dünnen Schicht aus GaAs, die dem Schutz vor einer Oxidation dient.

Wie aus der selbstkonsistenten Lösung der Schrödinger- und Poissongleichungen folgt (Abb. 2.1, rechts), bildet sich an der Grenze zwischen der undotierten GaAs-Schicht und der Spacerschicht ein dreieckförmiger Potentialtopf. Hier sammeln sich bei tiefen Temperaturen die durch die ionisierten Si-Donatoren zur Verfügung gestellten Elektronen. Wegen der Asymmetrie des Potentialverlaufs ist die elektronische Wellenfunktion überwiegend im GaAs lokalisiert, so dass die Bandstruktur dieses Materials die kinetischen Eigenschaften des 2DES bedingt. Die Breite des Potentialtopfes in Wachstumsrichtung (im Folgenden  $z$ -Richtung) beträgt etwa 5 nm, so dass die Bewegung der Elektronen in dieser Richtung quantisiert ist. Parallel zur Grenzschicht  $[(x, y)\text{-Ebene}]$  können sich die Elektronen dagegen frei bewegen. Das



**Abbildung 2.1:** (a) Schematische Darstellung der Schichtfolge der GaAs/AlGaAs Heterostruktur „1164“. Gezeigt sind nur die mit MBE gewachsenen Schichten, die für die Entstehung des zweidimensionalen Elektronensystems relevant sind. (b) Numerisch berechneter Verlauf der Leitungsbandkante in der Wachstumsrichtung [31]. Das 2DES bildet sich an der Grenze zwischen GaAs und undotiertem AlGaAs.

Energiespektrum in der Ebene ist gegeben durch:

$$E_i(\mathbf{k}) = E_i^0 + \frac{\hbar^2(\vec{k}_x^2 + \vec{k}_y^2)}{2m^*}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Hierbei steht  $E_i^0$  für das Energieminimum des  $i$ -ten Subbandes und  $m^*$  bezeichnet die effektive Elektronenmasse für die Bewegung in der  $(x, y)$ -Ebene. Die zweidimensionale Zustandsdichte ist in jedem Subband konstant und beträgt:

$$D_i(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2}. \quad (2.2)$$

Sind die Bedingungen  $n_e < D_i(E_1^0 - E_0^0)$  sowie  $k_B T < E_1^0 - E_0^0$  erfüllt, ist nur das unterste Subband besetzt, und es wird von einem zweidimensionalen Elektronensystem im engeren Sinne gesprochen. In GaAs/AlGaAs Heterostrukturen mit den typischen Ladungsträgerdichten von  $n_e \sim 10^{15} \text{ m}^{-2}$  ist dies bei tiefen Temperaturen  $T \leq 77 \text{ K}$  meist gegeben.

### 2.1.2 Das 2DES im senkrechten Magnetfeld

Das Anlegen eines senkrechten Magnetfeldes  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  hebt die Bewegungsfreiheit der Elektronen in der  $(x, y)$ -Ebene auf. Klassisch betrachtet werden die Ladungsträger durch die Lorentzkraft auf Kreisbahnen gezwungen. Dieses Verhalten der Elektronen wird als *Zyklotronbewegung* bezeichnet. Die quantenmechanische Beschreibung eines freien Elektronengases ohne Berücksichtigung des Spinfreiheitsgrades liefert der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*}(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A})^2. \quad (2.3)$$

Hierbei ist der Einfluss des Magnetfeldes durch das Vektorpotenzial  $\mathbf{A}$  ausgedrückt:  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . Unter Verwendung der Landau-Eichung  $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$  und der Wellenfunktion in der Form

$$\psi(x, y) = C_0 e^{ik_y y} \phi(x) \quad (2.4)$$

lassen sich die Variablen in der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung  $\hat{H}\psi(x, y) = E\psi(x, y)$  trennen und für  $\phi(x)$  gilt:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\phi'' + \frac{m^*}{2}\omega_c^2(x - x_0)^2\phi = E\phi, \quad (2.5)$$

wobei die folgenden Bezeichnungen eingeführt sind:

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}, \quad x_0 = -k_y l_B^2, \quad l_B \equiv \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}. \quad (2.6)$$

Gleichung (2.5) beschreibt die Bewegung eines linearen Oszillators mit der Frequenz  $\omega_c$ . Der Ausdruck für das Energiespektrum ist hier bekannt:  $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_c$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Das kontinuierliche Spektrum spaltet in diskrete Niveaus auf, so genannte *Landau-Niveaus*, die der Bewegung in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld entsprechen. Die Eigenfunktion  $\psi_n(x, y)$  ist lokalisiert in  $x$ -Richtung, aber unendlich entartet in  $y$ -Richtung, da der Wellenvektor  $k_y$  beliebige Werte annehmen kann. Diese Entartung wird endlich, wenn die Elektronenbewegung in einer Fläche  $\Sigma = L_x L_y$  eingeschränkt ist. In diesem Fall, unter Berücksichtigung der periodischen Grenzbedingungen, gilt  $k_y = 2\pi n_y / L_y$ , wobei  $n_y$  eine ganze Zahl ist. Die Anzahl der erlaubten Werte von  $n_y$  ist durch die Bedingung gegeben, dass die  $x$ -Koordinate des Zentrums der Zyklotronbewegung  $x_0$  zwischen 0 und  $L_x$  liegt:  $x_0 = (2\pi n_y / L_y) l_B^2$ ,  $0 < x_0 < L_x$ . Damit ist der Abstand zwischen den elektronischen Zuständen in der  $x$ -Richtung  $\Delta x = (2\pi / L_y) l_B^2$ . Die Entartung jedes Landau-Niveaus  $N_L$  ist damit gegeben durch:

$$N_L = \frac{L_x}{\Delta x} = \frac{L_x L_y}{2\pi l_B^2} = \frac{\Sigma B e}{h} = \frac{\Phi}{\Phi_0}. \quad (2.7)$$

Die Entartung ist also durch die Gesamtzahl der Flussquanten  $\Phi_0 = h/e$  des Magnetfeldes gegeben, die die Fläche  $\Sigma$  durchdringen. Der Füllfaktor  $\nu$  wird als die Anzahl der besetzten Landau-Niveaus definiert. Er errechnet sich aus der Ladungsträgerdichte  $n_e$  geteilt durch die Entartung eines Landau-Niveaus pro Flächeneinheit  $n_L = N_L/\Sigma$ :

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} = \frac{n_e h}{eB} . \quad (2.8)$$

Die in Gl. (2.6) eingeführte Größe  $l_B$  trägt den Namen *magnetische Länge* und wird als Längenskala für die Ausdehnung der Ortswellenfunktion  $\psi(x, y)$  verwendet. Sie stimmt mit dem klassischen Zyklotronradius  $r_c$  im untersten Landau-Niveau  $r_c = l_B \sqrt{2n+1}$  überein.

Aufgrund der vollständigen Quantisierung der Bahnbewegung im Magnetfeld, zerfällt die im zweidimensionalen Fall konstante Zustandsdichte  $D(E)$  [Gl. (2.2)] in eine Reihe von Deltafunktionen, die auf der Energieskala durch  $\hbar\omega_c$  getrennt sind. Dabei kann die Zustandsdichte für jedes Subband in folgender Form dargestellt werden:

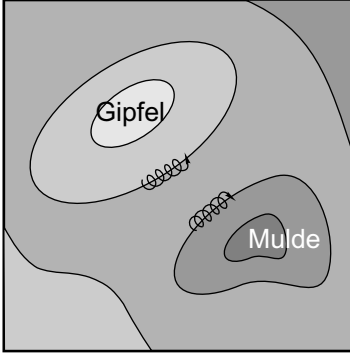
$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_n \delta(E - E_n) \quad (2.9)$$

Hierbei wurde der Ausdruck für die Entartung jedes Landau-Niveaus pro Flächeneinheit  $n_L$  und für den damit verbundenen Füllfaktor  $\nu$  [Gl. (2.8)] verwendet sowie die Bedingung, dass die Anzahl der Zustände beim Einschalten des Magnetfeldes erhalten bleibt.

### 2.1.3 Lokalisierte und ausgedehnte Zustände

Der Einfluss der Störstellen, wie Akzeptoren und Donatoren im Halbleiter, wurde bisher vernachlässigt. Solche Störstellen bilden allerdings bei ausreichend tiefen Temperaturen gebundene Zustände, an denen Ladungsträger lokalisiert werden können. Im Limes der starken Magnetfelder, die für die Beobachtung des Quantenhalbleffektes notwendig sind, gilt  $l_B \propto B^{-1/2} \rightarrow 0$ . Damit wird die magnetische Länge kleiner als die typische Längenskala des Potentials einer Störstelle. Demzufolge kann in einem einfachen Modell auf der Längenskala  $l_B$  das Störstellen-Potenzial als das Potenzial eines homogenen elektrischen Feldes betrachtet werden. Bei der Wahl der Richtung des elektrischen Feldes entlang der  $x$ -Achse  $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$  und wie zuvor unter Verwendung der Landau-Eichung für das Vektorpotenzial des Magnetfeldes schreibt sich die Schrödinger-Gleichung in der Form:

$$H = \frac{1}{2m^*} [p_x^2 + (p_y - eBx)^2] - eEx . \quad (2.10)$$

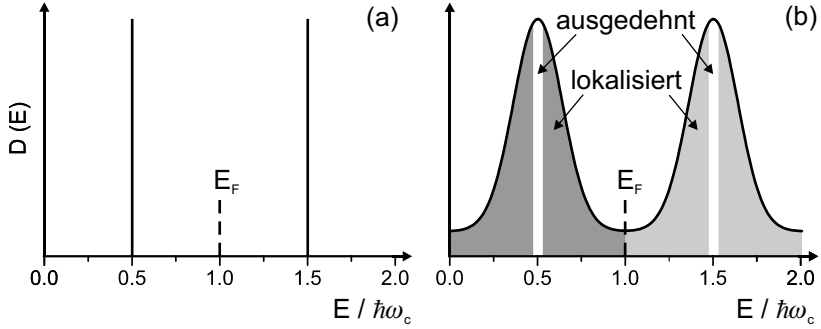


**Abbildung 2.2:** Bewegung der Elektronen entlang der Äquipotenzialkurven der Störstellen-Potentiale im starken Magnetfeld. Im untersten Landau-Niveau entspricht die magnetische Länge  $l_B$  dem Radius der klassischen Bahnbewegung.

Der Impuls  $p_y$  ist eine Erhaltungsgröße und der Ansatz der Gl. (2.4) resultiert in einer  $x$ -abhängigen Schrödinger-Gleichung. Deren Eigenenergien sind

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c - eEx_0 + \frac{m^*}{2} \left( \frac{E}{B} \right)^2 \quad (2.11)$$

mit  $x_0 = -k_y l_B^2 + (eEm^* l_B^4)/\hbar^2$ . Der letzte Term in Gl. (2.11) entspricht der kinetischen Energie der Driftbewegung mit der Geschwindigkeit  $E/B$  senkrecht zum elektrischen Feld. Beim Übergang  $B \rightarrow \infty$  kann er vernachlässigt werden. Der zweite Term in der Gl. (2.11) beschreibt die potenzielle Energie aufgrund der Störstellen. Hiermit ist die Entartung der Landau-Niveaus aufgehoben und die zweidimensionale Zustandsdichte nimmt endliche Werte für alle Energien an. Die Störstellen-Potentiale bilden in der Energie-Landschaft des 2DES lokale Maxima, Gipfel, und lokale Minima, Mulden (Abb. 2.2). Die Äquipotenzialkurven um die Gipfel und Mulden sind geschlossen und die elektronischen Wellenfunktionen entlang dieser Kurven sind lokalisiert. Solche Zustände können zum elektrischen Transport nicht beitragen und werden als *lokalisierte* Zustände bezeichnet. Die Zustände, deren Energien eine Zwischenstellung annehmen, d. h. zwischen Gipfeln und Mulden der Potenziellandschaft liegen, werden dagegen als *ausgedehnt* bezeichnet. Die Elektronen in den ausgedehnten Zuständen können die Ladung von einer Seite der Probe zur anderen übertragen und tragen damit zum elektrischen Strom bei. Aus der vorgestellten Betrachtung ist es intuitiv klar, dass die Mehrzahl der elektronischen Zustände bei starken Magnetfeldern lokalisiert ist. Abbildung 2.3 zeigt die Transformation der Zustandsdichte beim Übergang vom Modell des freien 2D-Elektronengases zu einem realistischen zweidimensionalen Elektronensystem mit Störstellen-Potenzial. Die ausgedehnten Zustände befinden sich in



**Abbildung 2.3:** Zustandsdichte eines zweidimensionalen Elektronensystems im starken Magnetfeld ohne (a) und mit (b) Störstellen-Potenzial. Nur die Zustände mit  $E < E_F$  bei  $T = 0$  sind gefüllt.

den schmalen Bereichen um die Energien der quantisierten Landau-Niveaus, wo die Zustandsdichte  $D(E)$  maximal ist. Die Anzahl solcher Zustände und folglich die Höhe der Leitfähigkeit einer Probe hängt von verschiedenen Parametern, wie Temperatur, Frequenz des Signals und Größe der Probe ab. Dies ist der Gegenstand der Skalierungstheorie. Hier wird eine *Lokalisierungslänge*  $\xi(E)$  eingeführt, die die Ausdehnung der Wellenfunktion in Abhängigkeit von der Energie charakterisiert. Die elektronische Zustände, für die  $\xi(E) > L$  gilt, wobei  $L$  die lineare Abmessung des 2DES ist, sind ausgedehnt. Numerische Rechnungen zeigen, dass im untersten Landau-Niveau folgende Beziehung auftritt:

$$\xi(E) \propto |E - E_n|^{-\gamma}, \quad \gamma = 2.3 \pm 0.1. \quad (2.12)$$

Aus diesem Ergebnis folgt, dass in einem unendlich großen 2DES genau ein ausgedehnter Zustand in der Mitte jedes Landau-Niveaus existiert [32]. Eine Übersicht der theoretischen und experimentellen Skalierungsphänomene findet sich in [33, 34].

## 2.1.4 Spinaufspaltung

In der bisherigen Betrachtung wurde der Spin der Elektronen außer Acht gelassen. Die Wechselwirkung des Spins mit dem Magnetfeld führt jedoch durch den Zeeman-Effekt zu einer zusätzlichen Aufspaltung der Landau-Niveaus<sup>1</sup>:

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c + sg^* \mu_B B, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad s = \pm \frac{1}{2}. \quad (2.13)$$

<sup>1</sup>hier wird wieder ein störungsfreies 2DES vorausgesetzt

Im freien Elektronengas entspricht der  $g$ -Faktor ungefähr dem Wert 2, was dazu führt, dass Landau-Aufspaltung und Spinaufspaltung etwa gleich sind:  $\hbar\omega_c \simeq g\mu_B B$ . Im Festkörper weicht jedoch der effektive  $g$ -Faktor  $g^*$  vom Wert des freien Elektrons ab. In GaAs z. B. beträgt der effektive  $g$ -Faktor aufgrund der starken Spin-Bahn-Kopplung  $g^* = -0.44$ . Desweiteren ist die effektive Masse der Elektronen in GaAs sehr gering  $m^* = 0.067m_e$ , was zu einer erhöhten Landau-Aufspaltung führt. Daraus resultiert ein Verhältnis zwischen beiden Energien von  $g^*\mu_B B = (1/66)\hbar\omega_c$ . Obwohl die Zeeman-Energie viel kleiner als die Zyklotron-Energie ist, kann die damit verbundene Aufspaltung in bestimmten Fällen nicht vernachlässigt werden. Der Grund dafür ist die Austauschwechselwirkung zwischen den Elektronen. Ergeben sich aufgrund der Zeeman-Aufspaltung unterschiedliche Besetzungszahlen der Elektronen mit Spin-auf ( $\uparrow$ ) und Spin-ab ( $\downarrow$ ), so sind die Austauschenergien der Elektronen jedes Typs auch unterschiedlich, was zur Vergrößerung der Spinaufspaltung führt [35].

Durch die Zeeman-Energie spaltet jedes Maximum in der Zustandsdichte (Abb. 2.3) in zwei auf, die den beiden Spinpolarisationen entsprechen. Die Stärke der Austauschwechselwirkung hängt stark von der Position der Fermienergie ab. Liegt die Fermienergie in der Mitte eines Landau-Niveaus zwischen zwei Energieniveaus mit unterschiedlichen Spinpolarisationen ( $n, \uparrow$ ) und ( $n, \downarrow$ ), so ist die Differenz in den Besetzungszahlen  $N_{\uparrow}$  und  $N_{\downarrow}$  maximal. Dabei ergibt sich eine stark vergrößerte Spinaufspaltung und entsprechend ein erhöhter Wert des effektiven  $g$ -Faktors. Durch Änderung des Magnetfeldes verschiebt sich die Fermienergie bezüglich der besetzten Energieniveaus, die Besetzungszahlen  $N_{\uparrow}$  und  $N_{\downarrow}$  ändern sich ebenfalls. Bei einem geradzahligem  $\nu$  liegt die Fermienergie zwischen Energieniveaus ( $n, \downarrow$ ) und ( $n+1, \uparrow$ ). Die Differenz  $|N_{\uparrow} - N_{\downarrow}|$  sowie der Absolutwert des  $g$ -Faktors erfahren ein Minimum. Damit weist die Magnetfeldabhängigkeit des effektiven  $g$ -Faktors ein oszillierendes Verhalten auf [36].

Es ist erwähnenswert, dass der Ausdruck für den Füllfaktor  $\nu$  in Gl. (2.8) auch hier gültig bleibt, da dieser unter Berücksichtigung eines einzigen Spinfreiheitsgrades pro Landau-Niveau erhalten wurde. Der Füllfaktor zählt nun die spinaufgelösten Energieniveaus, was allgemein üblich ist. So beträgt z. B. der Füllfaktor in Abb. 2.3  $\nu = 2$ , da die Fermienergie zwischen dem ersten ( $n = 0$ ) und dem zweiten ( $n = 1$ ) Landau-Niveaus liegt.

### 2.1.5 Magnetotransportmessungen am 2DES

Die Transporteigenschaften eines 2DES können durch elektrische Messungen untersucht werden. Da die Bewegung der Ladungsträger im Magnetfeld essenziell zweidi-

mensional ist, werden die Transportgrößen, wie die Leitfähigkeit und der spezifische Widerstand, durch Tensoren der 2. Stufe beschrieben. Die Beziehung zwischen der Stromdichte und dem elektrischen Feld ist gegeben durch:

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j} \quad (2.14)$$

mit dem Leitfähigkeitstensor unter Annahme eines isotropen Systems der Form

$$\hat{\sigma}(B) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Für die beiden Komponenten des Widerstandstensors  $\hat{\rho} = (\hat{\sigma})^{-1}$  gilt:

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \quad \rho_{xy} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}. \quad (2.16)$$

Für hinreichend kleine Magnetfelder kann die klassische Drude-Theorie mit einer Relaxationszeit  $\tau$  angewendet werden. Daraus folgt:

$$\sigma_{xx} = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{1 + (\omega_c \tau)^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{xy} = -\frac{n_e e^2 \tau}{m^*} \frac{\omega_c \tau}{1 + (\omega_c \tau)^2} \quad (2.17)$$

sowie

$$\rho_{xx} = \frac{m^*}{n_e e^2 \tau} \quad \text{und} \quad \rho_{xy} = \frac{B}{e n_e}. \quad (2.18)$$

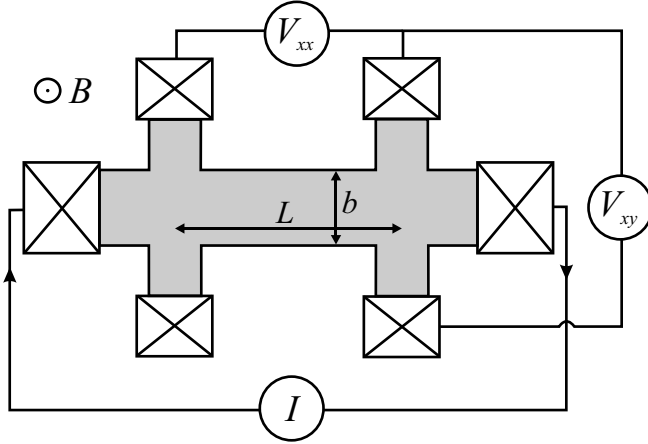
Die Grenzen des klassischen Verhaltens sind durch die Bedingung  $\omega_c \tau \ll 1$  definiert. In diesem Fall kann die Zustandsdichte des 2DES noch näherungsweise als konstant betrachtet werden.

Im Experiment werden die Komponenten des Widerstandstensors in der so genannten *Hallgeometrie* (Abb. 2.4) ermittelt. Dabei wird die Spannung entlang und senkrecht zur Stromrichtung gemessen und Längs- bzw. Querwiderstand bestimmt:

$$R_{xx} = \frac{V_{xx}}{I} = \rho_{xx} \frac{L}{b}, \quad R_{xy} = \frac{V_{xy}}{I} = \rho_{xy}. \quad (2.19)$$

Wie aus Gl. (2.18) folgt, bleibt der klassische Längswiderstand im Magnetfeld unverändert, während der Querwiderstand ein mit Magnetfeld lineares Verhalten zeigt. Das Auftreten eines elektrischen Feldes senkrecht zu Strom und Magnetfeld wurde bereits im Jahre 1879 durch Edwin Hall entdeckt [37] und nach ihm als *Halleffekt* benannt. Der Widerstand  $R_{xy}$  wird auch als *Hallwiderstand*  $R_H$  bezeichnet. Durch die Messung von  $R_{xy}$  bei kleinen Magnetfeldern wird die Ladungsträgerdichte  $n_e$  bestimmt.





**Abbildung 2.4:** Hallgeometrie im senkrechten Magnetfeld. Das 2DES ist durch die graue Fläche gekennzeichnet. Der Strom  $I$  wird entlang der Probe aufgeprägt und der Spannungsabfall in Längs- und Querrichtung ( $V_{xx}$  und  $V_{xy}$ ) gemessen.

Die Elektronenbeweglichkeit  $\mu_e$  ist durch die mittlere Zeit zwischen zwei Streuprozessen  $\tau$  gegeben:  $\mu = e\tau/m^*$ . Dabei kann der Ausdruck (2.18) für  $\rho_{xx}$  umgeschrieben werden:

$$\rho_{xx}(B = 0) = \frac{1}{\mu_e n_e e} . \quad (2.20)$$

Die Messung des Längswiderstandes  $R_{xx}$  bei  $B = 0$  T in einer Hallgeometrie ermöglicht es, die Beweglichkeit der Ladungsträger in der Probe zu bestimmen. Die Relaxationszeit  $\tau$  kann in Halbleitern durch unterschiedliche Streueignisse beeinflusst werden. Die einzelnen Streumechanismen mit Relaxationszeiten  $\tau_i$  werden näherungsweise durch die Matthiessen'sche Regel [38] berücksichtigt:

$$\frac{1}{\tau} \geq \sum_i \frac{1}{\tau_i} . \quad (2.21)$$

Für hochwertige GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen bei tiefen Temperaturen ist in erster Linie die Coulombstreuung an ionisierten Störstellen von Bedeutung, da dieser Streumechanismus nur schwach temperaturabhängig ist. Hierbei handelt es sich zum einen um die absichtlich eingebrachten Si-Dotieratome, die durch eine Spacer-Schicht um bis zu 50 nm vom 2DES entfernt sind. Deren Coulombpotenzial ist entsprechend schwächer. Zum anderen sind es Fremdatome im nominell undotier-

ten GaAs, zumeist Kohlenstoffatome aus dem Restgas, die Arsen-Gitterplätze besetzen und eine leichte  $p$ -Dotierung verursachen. Solche Störstellen befinden sich unmittelbar im 2DES und begrenzen im Wesentlichen die Beweglichkeit.

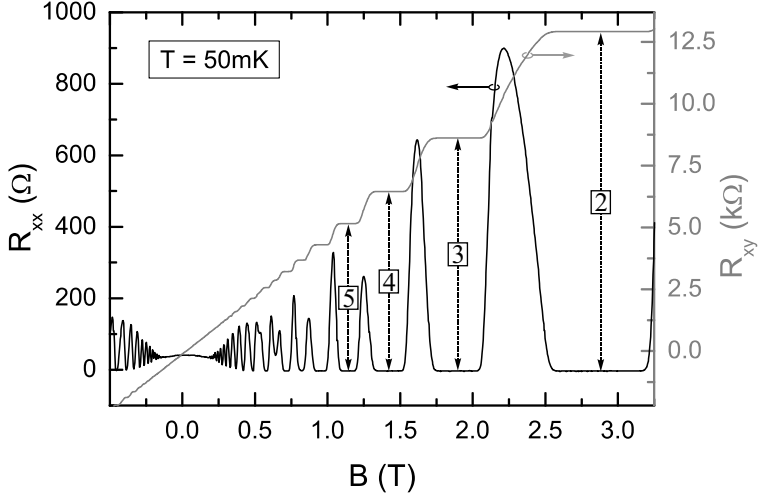
Eine weitere wichtige Eigenschaft der Streuprozesse in gebundenen Halbleiter-Heterostrukturen ist deren anisotroper Charakter. Das bedeutet, dass der Geschwindigkeitsvektor eines Elektrons mit hoher Wahrscheinlichkeit seine Richtung nach der Streuung vom Rand der Probe behält. Solche Streuprozesse haben nämlich keinen Einfluss auf die Leitfähigkeit. Die Ursache für die Richtungsabhängigkeit sind die hohen Fermiwellenlängen  $\lambda_F$  in Halbleitern (50 – 100 nm), die die Längenskala der Rauigkeit des Einschlusspotenzials übersteigen. Das ist der grundlegende Unterschied zu Metallen, wo die Fermiwellenlängen in der Größenordnung der atomaren Abstände liegen und die diffuse (richtungsunabhängige) Streuung dominiert [39].

### 2.1.6 Shubnikov-de Haas-Oszillationen und Quanten-Hall-Effekt

Die Oszillationen des Magnetowiderstandes in Metallen wurden erstmals 1930 von Shubnikov und de Haas beobachtet [40]. Dieser Effekt, der den Namen der Entdecker trägt, ist sehr verwandt zum de Haas – van Alfen Effekt und beruht auf den Oszillationen der Zustandsdichte an der Fermienergie im starken Magnetfeld. Diese Oszillationen sind ein quantenmechanischer Effekt und können nicht mehr im Rahmen der klassischen Drude-Theorie verstanden werden. Für Si-MOSFET Strukturen wurden sie erfolgreich in einer selbstkonsistenten Bornschen Näherung numerisch berechnet [41].

Ein qualitatives Verständnis liefert das Bild der lokalisierten und ausgedehnten Zustände (Abb. 2.3). Mit wachsendem Magnetfeld steigt die Entartung der Landau-Niveaus, und die Maxima der Zustandsdichte schieben sich entlang der Energieachse. Dabei überstreicht die Fermienergie abwechselnd die Bereiche mit lokalisierten und ausgedehnten Zuständen. Liegt die Fermienergie im ausgedehnten Bereich, ist die Streuung der Ladungsträger in freie Zustände am Fermi-Niveau möglich und der spezifische Widerstand  $\rho_{xx}$  bekommt endliche Werte. Liegt dagegen das Fermi-Niveau im lokalisierten Bereich, können die zum Strom beitragenden Elektronen der darunter liegenden Landau-Niveaus bei tiefen Temperaturen nicht gestreut werden und  $\rho_{xx} \rightarrow 0$ . Die Minima der Zustandsdichte werden bei ganzzahligen Füllfaktoren erwartet, daraus ergibt sich eine  $(1/B)$ -Periodizität der Shubnikov-de Haas-Oszillationen mit

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{e}{n_e h}. \quad (2.22)$$



**Abbildung 2.5:** Messung der Magnetfeldabhängigkeit des Längs- ( $R_{xx}$ ) und Querwiderstandes ( $R_{xy}$ ) an der Probe „1164“. Die Zahlen bezeichnen die integralen Füllfaktoren.

Abbildung 2.5 zeigt eine Messung des Längs- und Querwiderstandes der Probe „1164“. Aus der Bestimmung der Periode der Oszillationen von  $R_{xx}$  im Magnetfeld ergibt sich eine weitere Möglichkeit, die Ladungsträgerdichte laut Gl. (2.22) zu ermitteln. Wie in Abb. 2.5 zu sehen ist, weicht der Querwiderstand beim wachsenden Magnetfeld zunehmend stärker vom klassischen linearen Verhalten ab. Insbesondere nimmt  $R_{xy}$  in Bereichen des verschwindenden Längswiderstandes konstante Werte an. Es bilden sich die so genannten *Hallplateaus*. Im Jahre 1980 gelang es Klaus von Klitzing zu zeigen, dass die Werte der Hallplateaus ausschließlich von Naturkonstanten abhängen [1]:

$$\rho_{xy} = R_H = \frac{h}{e^2} \frac{1}{\nu}, \quad \nu = 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

Für diese Entdeckung wurde Klaus von Klitzing im Jahr 1985 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Die Werte der Hallplateaus werden mit extrem hoher Genauigkeit von besser als  $10^{-10}$  reproduziert, und zwar unabhängig von den experimentellen Besonderheiten der Proben, wie Material, Probengeometrie, Unordnungspotenzial usw. Die Größe  $R_K = h/e^2 = 25812.807449(86) \Omega$  [42], als

von-Klitzing-Konstante benannt, wird daher weltweit als Widerstandsstandard benutzt. Diese Konstante lässt sich mit einer weiteren Naturkonstante, der Feinstrukturkonstante  $\alpha$ , in Verbindung setzen:

$$\alpha = \frac{1}{2} \mu_0 c \frac{e^2}{h} = \frac{1}{2} \mu_0 c (R_K)^{-1}. \quad (2.24)$$

Die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$  sowie die Lichtgeschwindigkeit  $c$  sind im SI-Maßsystem universell, d. h. exakt definiert. Daher lässt sich durch eine Messung des Quanten-Hall-Effekts die Feinstrukturkonstante  $\alpha$ , die eine fundamentale Rolle in der Quantenelektrodynamik spielt, sehr präzise ermitteln.

Der Bereich des klassischen Verhaltens ist in Abb. 2.5 für  $|B| < 0.2 \text{ T}$  deutlich zu sehen. Hier bleibt  $R_{xx}$  nahezu konstant und  $R_{xy} \propto B$  in Übereinstimmung mit Gl. (2.18). Für die Beobachtung des Quanten-Hall-Effektes muss neben der Bedingung  $\omega_c \tau \gg 1$  auch die thermische Verbreiterung der Energieniveaus viel kleiner als deren Abstand sein:  $k_B T \ll \hbar \omega_c$  bzw.  $k_B T \ll g^* \mu_B B$  (für spinaufgelöste Energieniveaus).

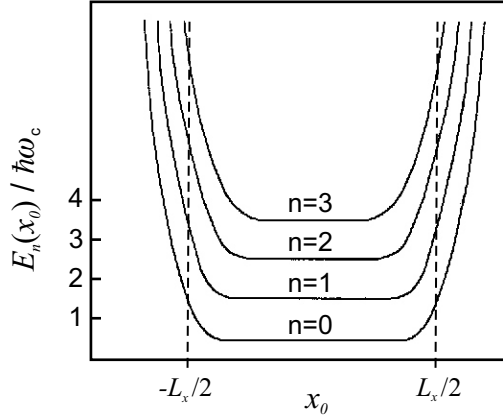
### 2.1.7 Quanten-Hall-Effekt im Randkanalbild

Die theoretische Erklärung der quantisierten Leitfähigkeit in Hallplateaus  $\sigma_{xy} = \nu e^2/h$  hat sich als eine große Herausforderung erwiesen. Im Jahre 1981 konnte Laughlin den universellen Charakter der Quantisierung in einem Gedankenexperiment [43] zeigen. Hierbei hat er ausschließlich zwei allgemeine Thesen verwendet: die Eichinvarianz des Vektorpotenzials sowie das Vorhandensein der lokalisierten Zustände. Halperin hat Laughlin's Analyse für den Fall einer realistischeren Probe mit Unordnungspotenzial erweitert [4]. Er hat insbesondere die Existenz der ausgedehnten stromtragenden Zustände am Rand der Probe, der so genannten *Randkanäle*, unterstrichen.

Man betrachtet ein räumlich begrenztes 2DES, wobei die Wechselwirkung zwischen den Elektronen zunächst vernachlässigt wird. Die Einschränkung in  $x$ -Richtung kann durch das folgende Einschlusspotenzial modelliert werden [44]:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \in (-L_x/2, L_x/2), \\ +\infty & \text{sonst} \end{cases}, \quad (2.25)$$

Die Translationsinvarianz in  $y$ -Richtung wird weiterhin vorausgesetzt. Für  $|x| \ll L_x/2$  gilt  $V(x) \equiv 0$  und das Energiespektrum kann wie im Abschnitt 2.1.2 für ein freies 2D-Elektronengas berechnet werden. Bei der Annäherung an die Ränder der

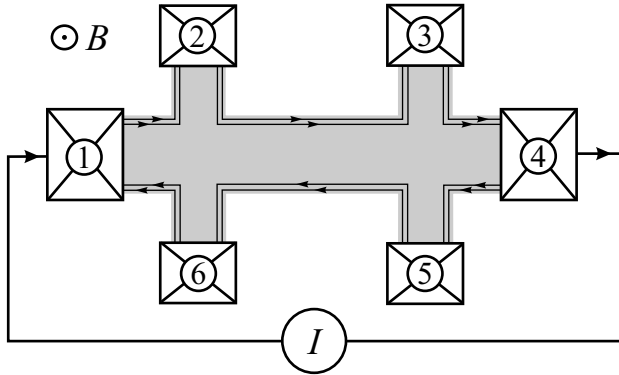


**Abbildung 2.6:** Das energetische Spektrum eines 2DES ohne Unordnung im starken senkrechten Magnetfeld. Das Einschlusspotenzial ist rechteckig mit unendlich hohen Potenzialwänden bei  $-L_x/2$  und  $L_x/2$ .

Probe ( $|x| = L_x/2$ ) weichen jedoch die Eigenenergien von den Werten der quantisierten Landau-Niveaus ab. Für den Fall eines Einschlusspotenzials der Form (2.25) kann die Energie als Funktion der Erhaltungsgröße  $x_0 = -k_y l_B^2$  der Schrödinger-Gleichung (2.5) dargestellt werden. Das illustriert Abb. 2.6. Das Vorhandensein eines Einschlusspotenzials führt dazu, dass die Landau-Niveaus im Randbereich zu höheren Energien „gebogen“ werden. Von Bedeutung ist, dass Eigenenergien im Randbereich zwischen Energien der Landau-Niveaus im Inneren der Probe liegen. Daher gibt es immer elektronische Zustände bei der Fermienergie in der Nähe des Randes einer Probe. Dieser Umstand ist unabhängig von der Form des Einschlusspotenzials. Die Elektronen in Randzuständen erlangen eine Geschwindigkeit in  $y$ -Richtung (senkrecht zur Seitenfläche in Abb. 2.6)

$$v_{ny} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n(x_0)}{dk_y} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_n(x_0)}{dx_0} \frac{dx_0}{dk_y}. \quad (2.26)$$

Aus Abb. 2.6 wird deutlich, dass die Ableitung  $\frac{dE_n(x_0)}{dx_0}$  am linken ( $x_1$ ) und rechten ( $x_2$ ) Rand der Probe unterschiedliche Vorzeichen hat. Demzufolge tragen die Randkanäle an den gegenüberliegenden Seiten einer Probe den Strom in unterschiedliche Richtungen. MacDonald und Středa [44] erhielten für die Randkanäle, die einem



**Abbildung 2.7:** Die Hallprobe im senkrechten Magnetfeld beim Füllfaktor  $\nu = 2$ . Die Pfeile zeigen die Richtung des Stromflusses in den Randkanälen.

Landau-Niveau zugeordnet sind, den Strom in der Form

$$I_n = \frac{e}{h}(\mu_1 - \mu_2), \quad (2.27)$$

wobei  $\mu_1$  und  $\mu_2$  die elektrochemischen Potenziale beider Ränder sind. In dieser Betrachtung ist der Hall-Strom durch die Differenz der diamagnetischen Ströme an den Seiten der Probe gegeben. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Elektronen zwischen den Rändern gestreut werden, ist aufgrund der großen Impulsdifferenzen der Elektronen sehr gering. Selbst wenn solche Streuung wegen der Wechselwirkung zwischen den Elektronen in realistischen Systemen vorhanden ist und der Strom im Probeninneren fließt, soll laut [44] der Randstrom sich so einstellen, dass der Strom im Probeninneren kompensiert wird und der Leitwert der Hall-Plateaus konstant bleibt.

Eine für experimentelle Anwendungen besonders praktische Beschreibung des Randkanaltransportes liefert der *Landauer-Büttiker Formalismus* [5, 45]. Es wird ein 2DES im Hall-Plateau betrachtet, so dass die Fermi-Energie im Inneren der Probe zwischen zwei, im Allgemeinen spinaufgelösten Landau-Niveaus liegt. In Abb. 2.7 ist eine Probe mit dem Füllfaktor  $\nu = 2$  gezeigt. Zwei gefüllte Energieniveaus im Probeninneren haben zwei Randkanäle zur Folge, die die ohmschen Kontakte als quasi-eindimensionale Leiter verbinden. Die Elektronen bewegen sich in die entgegengesetzten Richtungen am oberen und unteren Rande der Probe. Der Strom  $I_i$ ,

der aus dem Kontakt  $i$  in die Probe fließt, ergibt sich zu [46]:

$$I_i = \frac{e}{h} [(N_i - R_i)\mu_i - \sum_{j \neq i} T_{ij}\mu_j]. \quad (2.28)$$

Hierbei ist  $\mu_i$  das elektrochemische Potenzial des Kontakts,  $N_i$  ist die Anzahl der ausgehenden Randkanäle, und  $R_i$  bezeichnet die Anzahl der zurückreflektierten Kanäle. Für ideale Kontakte gilt  $R_i \equiv 0$ .  $T_{ij}$  ist die Wahrscheinlichkeit, einen Randkanal vom Kontakt  $j$  zum Kontakt  $i$  zu transferieren. Die Summierung erfolgt im allgemeinen Fall über alle Kontakte bis auf Kontakt  $i$ . Für eine homogene Probe im Quanten-Hall-Plateau gilt  $T_{ij} = 1$ . Die Kontakte 2, 3, 5 und 6 sind reine Potenzialkontakte, d. h. sie tragen zum Strom nicht bei. Aus Gl. (2.28) folgt

$$I_1 = \frac{e}{h}\nu(\mu_1 - \mu_6). \quad (2.29)$$

Die Bedingung:  $I_2 = I_3 = I_5 = I_6 = 0$  erfordert:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \quad \text{und} \quad \mu_4 = \mu_5 = \mu_6. \quad (2.30)$$

Für den Hallwiderstand

$$R_H = \frac{U_H}{I} \quad \text{mit} \quad U_H = \frac{\mu_2 - \mu_6}{e}$$

ergibt sich unter der Bezeichnung  $I = I_1 = -I_4$

$$R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2}. \quad (2.31)$$

Der Landauer-Büttiker Formalismus ermöglicht es, auch wesentlich kompliziertere Probengeometrien zu behandeln, z. B. bei Anwesenheit von Schottky-Gates, die die Ladungsträgerdichte und somit den Füllfaktor in bestimmten Bereichen der Probe lokal variieren können [47].

## 2.1.8 Kompressible und inkompressible Streifen

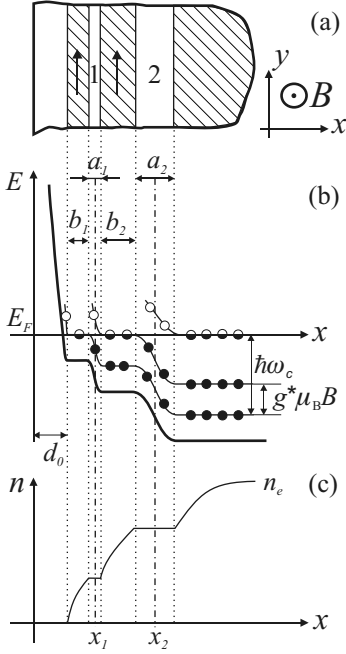
Die Entstehung der Randkanäle im vorigen Abschnitt wurde am Beispiel eines steilen Einschlusspotenzials mit unendlich hohen Werten an den Rändern der Probe demonstriert. Hierbei bilden sich die Randkanäle an den Schnittpunkten der gebogenen Landau-Niveaus mit der Fermienergie. In der Praxis wird eine Hallbar-Probe typischerweise durch nasschemisches Ätzen definiert. Dabei entsteht ein so genanntes sanftes Einschlusspotenzial, das sich auf der Skala der magnetischen Länge  $l_B$  als nahezu konstant darstellen lässt. Die geometrischen Abstände zwischen den Randkanälen sind bei solchem Potenzial viel größer als  $l_B$ . Dementsprechend sollte die

Äquilibrierung der Randkanäle, d. h. der Ausgleich der elektrochemischen Potentiale, auf einer Länge stattfinden, die die Abmessungen der realistischen Proben ( $\sim 1$  mm) um ein Vielfaches übersteigt. Das wurde in Experimenten mit unterschiedlich besetzten Randkanälen aber nicht bestätigt. In solchen Untersuchungen [48, 49] wurde die volle Äquilibrierung zwischen allen Randkanälen bis auf den innersten auf Längen von  $\sim 100 \mu\text{m}$  festgestellt.

Der entscheidende Nachteil des Einteilchenbildes besteht in der Vernachlässigung der Abschirmung des 2D-Elektronengases und ihrer Magnetfeldabhängigkeit. Das starke Magnetfeld führt zur Quantisierung der elektronischen Zustandsdichte, was die Abschirmung stark vom Füllfaktor abhängig macht. Der Füllfaktor ändert sich aber von Null am Rande der Probe bis zum Gleichgewichtswert im Probeninneren, wo er der nominellen Ladungsträgerdichte entspricht. Beenakker [50] und Chang [51] schlugen die Aufteilung des Randbereichs in abwechselnde inkompressible und kompressible Streifen endlicher Breite vor. Dabei ist die Ladungsträgerdichte und somit auch der Füllfaktor in inkompressiblen Streifen konstant, wobei das Fermi-Niveau sich in einer Energielücke befindet. Solche Zustände tragen zum elektrischen Transport nicht bei. In den kompressiblen Streifen dagegen ist die Umverteilung der Elektronen möglich, was in einer Abschirmung des Einschlusspotenzials resultiert. Die Ladungsträgerdichte ist folglich nicht konstant und es existieren elektronische Zustände auf der Fermienergie. Die Ladungsträger in den kompressiblen Streifen können den Strom übertragen, und der Begriff *Randkanäle* bezieht sich im Rahmen dieser Betrachtung auf diese Bereiche. Eine schematische Darstellung des Randes einer Probe im starken Magnetfeld ist in Abb. 2.8 gegeben.

Chklovskii, Shklovskii und Glazman (CSG) behandelten die Streifenstruktur elektrostatisch und erhielten quantitative Ausdrücke für relevante geometrische Parameter [52]. Sie betrachteten die inkompressiblen Streifen als unabhängige und nicht miteinander wechselwirkende Dipolstreifen, in denen durch das Magnetfeld eine zusätzliche Ladungsträgerdichte induziert wird. Die Einschränkung des 2DES wurde durch eine negative Spannung  $V_g$  berücksichtigt, die an ein metallisches Gate angelegt ist und die Ladungsträger unter diesem Gate verdrängt. Dabei wurde eine Verarmungslänge  $d_0$  definiert, die dem Abstand vom Rand der Probe entspricht, in dem  $n_e = 0$  (Abb. 2.8). Die Verlässlichkeit dieser Betrachtung beruht auf der Kleinheit des Parameters  $a_B^*/d_0$ , wobei  $a_B^* = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/m^*e^2$  der Bohrsche Radius eines Halbleiters mit einer Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  ist. Eine weitere Einschränkung besteht in der Vernachlässigung des Abstandes von der Oberfläche der Probe zum 2DES, so dass es sich um ein echt zweidimensionales Problem handelt. Dieser Umstand wurde in einer numerischen Rechnung von Lier und Gerhardt





**Abbildung 2.8:** Rand eines 2DES im Magnetfeld beim Füllfaktor  $\nu = 2 + \delta$  unter der Bedingung eines sanften Einschlusspotenzials. (a) Sicht von oben auf die Probe, die Pfeile bezeichnen den Stromfluss in den Randkanälen. Schraffierte Flächen stellen die kompressiblen Bereiche dar, die Zahlen kennzeichnen die lokalen Füllfaktoren in den isolierenden inkompressiblen Streifen. (b) Selbstkonsistentes Einschlusspotenzial (dicke durchgezogene Kurve) und Landau-Niveaus in Abhängigkeit von der  $x$ -Koordinate. Der Ursprung der  $x$ -Achse stimmt mit dem physikalischen Rand der Heterostruktur überein. (c) Profil der Ladungsträgerdichte,  $x_i$  bezeichnen die Positionen der Zentren von inkompressiblen Streifen (nach [52]).

[53] später beachtet. Die Ergebnisse dieser Kalkulation bestätigten im Grunde das analytische Resultat der CSG-Theorie.

Für die Verarmungslänge  $d_0$  gilt laut CSG-Theorie [52]

$$d_0 = \frac{eV_g}{E_F} \frac{a_B^*}{\pi}. \quad (2.32)$$

Dieses Ergebnis ist auch für die geätzten Strukturen anwendbar. Dabei wird  $eV_g$  durch  $E_g/2$  ersetzt, da das Fermi-Niveau an der GaAs-Oberfläche in der Mitte der Energielücke liegt. So erhält man für eine typische Ladungsträgerdichte von  $n_e = 2.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  und  $E_g = 1.42 \text{ eV}$  einen Wert von  $d_0 = 324 \text{ nm}$  mit  $E_F = 7.15 \text{ meV}$ . Die Verarmungslänge  $d_0$  ist der einzige Parameter der CSG-Theorie. Die Positionen der Zentren der inkompressiblen Streifen  $x_i$  ergeben sich zu

$$x_i = \frac{d_0}{1 - (\nu_i/\nu)^2}, \quad (2.33)$$

wobei  $\nu_i$  den lokalen Füllfaktor des jeweiligen inkompressiblen Streifens bezeichnet. Die Breiten der inkompressiblen Streifen  $a_i$  sind durch

$$a_i = \frac{4x_i}{\nu} \left( \frac{\nu_i a_B^*}{\pi d_0} \right)^{1/2} \quad (2.34)$$

gegeben. Der letzte Ausdruck gilt für einen Streifen, der durch die Landau-Energie  $\hbar\omega_c$  entstanden ist ( $a_2$  in Abb. 2.8). Dabei gilt  $a_i \sim (\hbar\omega_c)^{1/2}$ . Um eine Breite zu berechnen, die der Spinaufspaltung zugeordnet ist ( $a_1$  in Abb. 2.8), soll der Ausdruck (2.34) mit  $(|g^*|\mu_B B/\hbar\omega_c)^{1/2}$  multipliziert werden. Wird  $|g^*| = 0.44$  eingesetzt, ergibt sich bei moderaten Magnetfeldern für  $a_1$  eine Größe, die mit der magnetischen Länge  $l_B$  vergleichbar ist, was der starken Kopplung der benachbarten kompressiblen Bereichen entspricht. Allerdings, wie bereits im Abschnitt 2.1.4 angesprochen wurde, führt die Austauschwechselwirkung zur effektiven Erhöhung des effektiven  $g$ -Faktors. Diese ist besonders stark, wenn das Fermi-Niveau zwischen den spinaufgelösten Energieniveaus liegt, was gerade für die entsprechenden inkompressiblen Streifen der Fall ist (vgl.  $a_1$  in Abb. 2.8).

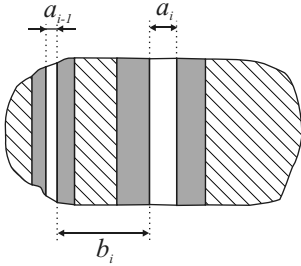
Für die Breiten der kompressiblen Streifen  $b_i$  erhielten Chklovskii, Shklovskii und Glazman:

$$\frac{a_i}{b_i} = \frac{4}{\pi^{1/2}} \left( \frac{a_B^*}{d_0} \right)^{1/2} \frac{\nu - \nu_i}{\nu^{1/2}}, \quad \nu - \nu_i \ll \nu. \quad (2.35)$$

Dieser Ausdruck zeigt, dass zumindest für die innersten kompressiblen Streifen die Bedingung  $a_i \ll b_i$  gilt. Die Annahme der Unabhängigkeit der inkompressiblen Streifen ist somit erfüllt.

Bislang wurde der Einfluss des Unordnungspotenzials aufgrund der Störstellen und Si-Donatoren vernachlässigt. Grundsätzlich, unter der Voraussetzung, dass die Amplitude des Unordnungspotenzials kleiner ist als die entsprechende Lücke im Energiespektrum ( $\hbar\omega_c$  oder  $|g^*|\mu_B B$ ), bleibt das Bild der alternierenden kompressiblen und inkompressiblen Streifen bestehen. Die Änderung betrifft die Bereiche an den Rändern der kompressiblen Streifen. Hier reicht die Konzentration der Elektronen in fast leeren oder Löcher in fast gefüllten Landau-Niveaus (jeweils linker oder rechter Rand der kompressiblen Streifen in Abb. 2.8) nicht mehr aus, um das Einschlusspotenzial vollständig abzuschirmen. Dabei bilden sich die Gebiete der lokalisierten kompressiblen Flüssigkeit (siehe Abb. 2.9).

Die Äquilibrierung zwischen ausgedehnten Bereichen der kompressiblen Streifen beinhaltet sowohl das Tunneln durch die inkompressiblen Streifen als auch den *Hoppingtransport* durch die lokalisierten kompressiblen Zustände. Da die charakteristische Länge des Hoppingtransports kleiner als die Ausdehnungen der inkompressiblen Streifen ist, dominieren die Breiten  $a_i$  die Äquilibrierungsprozesse zwischen



**Abbildung 2.9:** Randkanäle in Anwesenheit der Unordnung. Die kompressible Flüssigkeit der Unordnung ist durch die gestrichelten (ausgedehnte Zustände) und die grauen (lokalisierte Zustände) Flächen repräsentiert. Weiße Bereiche stellen die inkompressiblen Streifen dar.

den Randkanälen bei nicht zu tiefen Temperaturen im Rahmen der CSG-Theorie [52].

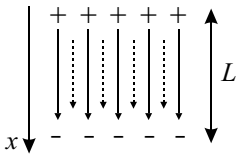
Hiermit schließt das Teilkapitel, das der Einführung in die Physik der zweidimensionalen Elektronengase bei starken Magnetfeldern gewidmet wurde. Hier wurden nur die grundlegenden Begriffe und physikalische Größen diskutiert sowie die für die Ergebnisse dieser Arbeit notwendigen Konzepte vorgestellt. Eine weiterführende Darstellung der Experimente und Theorien auf dem Gebiet der ganzzahligen sowie hier nicht diskutierten gebrochenzahligen Quanten-Hall-Effekte findet sich in [54, 55, 56, 57].

## 2.2 Randmagnetoplasmonen

### 2.2.1 Plasmonen

Ein Quantum der Ladungsträgerdichte-Oszillationen in einem Leiter bezeichnet man als Plasmon. Es wird ein elektrisch neutrales System angenommen, in dem die negative Ladung der Elektronen durch einen positiv geladenen Hintergrund kompensiert ist. Eine Fluktuation der Elektronendichte ruft ein elektrisches Feld hervor, das als rücktreibendes Element wirkt. Die Elektronen bewegen sich unter dem Einfluss des Feldes, um die ursprüngliche Schwankung der Ladungsträgerdichte auszugleichen. Aufgrund der Trägheit und unter der Annahme, dass die Streuung vernachlässigbar ist, bewegen sich die Elektronen über die Gleichgewichtsposition hinaus und die Fluktuation wechselt das Vorzeichen. Dieser Prozess wiederholt sich in die Gegenrichtung und es entsteht eine kollektive Anregung – die Plasma-Oszillationen. Die Eigenschaften der Plasmonen sind von der Bandstruktur, der Dimensionalität des Systems und der Anwesenheit von Grenzflächen und Magnetfeld abhängig. Eine Übersicht findet sich in [58].

Die Entwicklung der Plasma-Oszillationen in zwei Dimensionen kann man durch die Verschiebung eines Streifens der Elektronenflüssigkeit der Breite  $L$  um den kleinen Abstand  $\delta x$  aus dem Gleichgewicht modellieren (Abbildung 2.10). Dabei



**Abbildung 2.10:** Verteilung der Ladung (+ und -), des elektrischen Feldes (durchgezogene Pfeile) und Stromes (gestrichelte Pfeile) bei Anregung einer 2D-Plasmonmode (nach [59]).

entsteht eine Fluktuation der Ladungsträgerdichte  $\delta \rho \simeq \rho[\delta(x) - \delta(x - L)]$  in Form von zwei positiv und negativ geladenen schmalen Streifen mit dem Abstand  $L$  dazwischen und der Ladungsträgerdichte pro Längeneinheit  $\rho = en_e \delta x$ . Die Bewegungsgleichung der Elektronen folgt dem Newton'schen Gesetz:

$$m^* \delta \ddot{x} = -eE .$$

Für das elektrische Feld beider geladenen Streifen gilt

$$E \simeq \frac{\rho}{4\pi\epsilon\epsilon_0 L} .$$

Daraus folgt

$$\delta \ddot{x} + \omega_p^2 \delta x = 0$$

mit

$$\omega_p^2 \simeq \frac{n_e e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 m^* L} \simeq \frac{n_e e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 m^*} k. \quad (2.36)$$

Der letzte Ausdruck gibt eine Abschätzung der Frequenz von Plasma-Oszillationen in einem 2DES. Dabei spielt die Größe  $k \simeq 1/L$  die Rolle eines Wellenvektors. Aus der Formel (2.36) folgt, dass im Limes langer Wellenlängen  $k \rightarrow 0$  die Plasma-Frequenz zu Null wird. Das zeigt einen deutlichen Unterschied zum 3D Fall, wo die Frequenz der langwelligen Plasma-Oszillationen unabhängig vom Wellenvektor ist [58].

## 2.2.2 2D-Plasmonen und Magnetoplasmonen

Die exakte Beziehung für  $\omega_p^2$  wird im Rahmen der hydrodynamischen Näherung erzielt. Die Ladungsträgerdichte  $\varrho(\mathbf{r}, t)$ , das elektrische Feld  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi(\mathbf{r}, t)$  und die Stromdichte  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  sind durch die Poisson- und Kontinuitätsgleichungen sowie das ohmsche Gesetz verbunden:

$$\nabla^2\varphi + \frac{\varrho}{\epsilon\epsilon_0} = 0 \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial\varrho}{\partial t} + \nabla\mathbf{j} = 0 \quad (2.38)$$

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E}. \quad (2.39)$$

Für eine Lösung der Gleichungen (2.37)-(2.39) in der Form

$$\{\varrho, \varphi, \mathbf{j}\} \propto e^{i(qx - \omega t)} \quad (2.40)$$

ergibt sich folgende Dispersionsrelation der Plasma-Oszillationen:

$$\left(1 + \frac{i\sigma_{xx}(\omega)q}{2\epsilon\epsilon_0\omega}\right)\varphi = 0. \quad (2.41)$$

Wenn die Plasma-Oszillationen existieren ( $\varphi \neq 0$ ), ist der Ausdruck in runden Klammern in (2.41) gleich 0. Für  $\sigma_{xx}(\omega)$  folgt aus der Drude-Theorie für den Fall  $B = 0$ :

$$\sigma_{xx}(\omega) = \frac{n_e e^2}{m^*} \frac{i}{\omega + i/\tau}, \quad \omega\tau \gg 1. \quad (2.42)$$

Aus Gl. (2.41) und (2.42) errechnet sich nun die Plasma-Frequenz zu

$$\omega_p^2(q) = \frac{n_e e^2}{2\epsilon\epsilon_0 m^*} |q|, \quad \omega\tau \gg 1. \quad (2.43)$$

Die Formel (2.43) zeigt, dass das Spektrum der 2D-Volumen-Plasmonen  $\omega \propto q^{1/2}$  keine Energielücke aufweist. Die Bedingung  $\omega\tau \gg 0$  entspricht der Vernachlässigung von Streuprozessen. Diese führen zu einer frequenzabhängigen Dämpfung der Plasma-Oszillationen. Bei einer Frequenz unterhalb der Relaxationsrate des Impulses  $\gamma = 1/\tau$  werden keine 2D-Volumen-Plasmonen angeregt. Zusätzlich muss eine so genannte Strahlungsstreuung berücksichtigt werden, die auf der Kopplung der 2D-Plasmonen mit der elektromagnetischen Strahlung beruht [60]. Aus der Abschätzung für hochbewegliche GaAs/AlGaAs Heterostrukturen ergibt sich für die Anregung der 2D-Volumen-Plasmonen eine untere Frequenzgrenze von  $\simeq 5 - 10$  GHz [28].

Ein senkrechttes Magnetfeld beeinflusst das Spektrum der 2D-Plasma-Oszillationen wesentlich. Die Resonanzfrequenz ist nun gegeben durch

$$\omega_{mp}^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2. \quad (2.44)$$

Dies resultiert aus dem Einsatz der Drude-Formel für die magnetfeldabhängige Leitfähigkeit des 2DES

$$\sigma_{xx}(\omega, B) = \frac{n_e e^2}{m^*} \frac{i\omega}{\omega^2 - \omega_c^2}, \quad \omega\tau \gg 1 \quad (2.45)$$

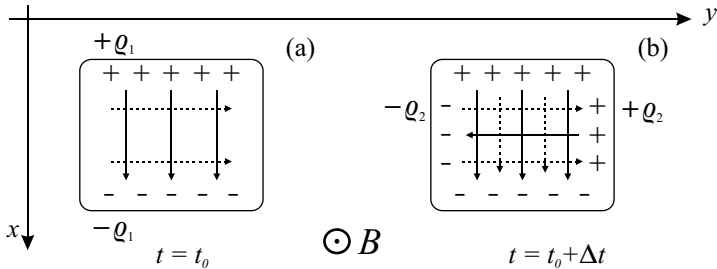
in Gl. (2.41). Das Spektrum der Magnetoplasmonen (2.44) erhält eine Energielücke, die durch die Zyklotronfrequenz  $\omega_c$  gegeben ist. Die Dämpfung ist auch bei  $\omega_{mp}\tau \gg 1$  gering. In starken Magnetfeldern kann der Hallstrom den Längsstrom in der Amplitude deutlich übersteigen, was die Schwankung der Ladungsträger in der Längsrichtung nicht beeinflusst, da der Hallstrom senkrecht zum elektrischen Feld fließt. Dieser Umstand ist aber von entscheidender Bedeutung bei der Anwesenheit einer Grenzfläche bzw. eines Randes. Es ist gerade der Hallstrom, der die spezielle Anregungen des Randes eines begrenzten 2DES – die Randmagnetoplasmonen – hervorruft.

## 2.2.3 Randmagnetoplasmonen (EMP)

### Das Phänomen

Die Entstehung der Randmagnetoplasmonen (EMP<sup>2</sup>) stellt sich anhand des einfachen klassischen Modells analog zur Betrachtung im Abschnitt 2.2.1 ebenso anschaulich dar [28, 58, 61]. Wird zu einem Zeitpunkt  $t = t_0$  eine Fluktuation der Ladungsträgerdichte in  $x$ -Richtung erzeugt, entstehen zwei schmale Streifen mit

<sup>2</sup>es wird eine englische Abkürzung von *edge magnetoplasmons* verwendet



**Abbildung 2.11:** Entwicklung einer anfänglichen Fluktuation der Ladungsträgerdichte in einem eingeschränkten 2DES im starken senkrechten Magnetfeld. Die elektrischen Felder sind mittels durchgezogener, die Ströme mittels gestrichelter Linien gezeigt. Nur die dominierenden Hallströme sind eingezeichnet. Die kollektive Anregung verschiebt sich mit der Zeit entlang des Randes im Uhrzeigersinn bei der angegebenen Orientierung des Magnetfeldes (nach [59]).

den Ladungsträgerdichten  $+\varrho_1$  und  $-\varrho_1$ , die ein elektrisches Feld  $E_x$  erzeugen [Abb. 2.11(a)]. Im starken Magnetfeld ( $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ ) ist der Hallstrom  $j_y$  viel größer als der Strom entlang des elektrischen Feldes. Folglich bewegen sich die Elektronen beinahe senkrecht zum elektrischen Feld  $E_x$ . Sie akkumulieren sich ferner an den Rändern einer eingeschränkten Probe und induzieren zum Zeitpunkt  $t = t_0 + \Delta t$  eine Fluktuation der Ladungsträgerdichte in  $y$ -Richtung  $+\varrho_2$  und  $-\varrho_2$  [Abb. 2.11(b)]. Diese Fluktuation ruft ein sekundäres elektrisches Feld  $-E_y$  und damit assoziierten Hallstrom  $j_x$ . Dieser Strom beseitigt zunächst die anfängliche Fluktuation der Ladungsträgerdichte  $\varrho_1$  und wechselt dann ihr Vorzeichen, so dass die positiven Ladungen am unteren und die negativen am oberen Rand der Probe akkumuliert werden. Dieser Prozess setzt sich fort in Form von rotierenden Ladungen, elektrischen Felder und Ströme. Die Dämpfung der Oszillationen geschieht durch die elektronischen Streuprozesse sowie die Dipolstrahlung.

### Theoretische Beschreibung

Die Abschätzung der EMP-Frequenz kann im Rahmen einer einfachen elektrodynamischen Betrachtung erfolgen. Wird die Ladungsträgerdichte pro Längeneinheit  $\varrho$  sowie der Strom  $j$  als eine periodische Funktion eingesetzt, so schreibt sich die

Kontinuitätsgleichung zu

$$-\omega \varrho_1 + j_y = 0 \quad \text{und} \quad -\omega \varrho_2 + j_x = 0. \quad (2.46)$$

Aus dem Ohm'schen Gesetz unter Annahme eines starken Magnetfeldes ( $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ ) ergibt sich

$$j_y = \sigma_{xy} E_x \quad \text{und} \quad j_x = -\sigma_{xy} E_y \quad (2.47)$$

und das elektrische Feld beider geladenen Streifen in einer quadratischen Probe der Abmessung  $L$  ist gegeben durch

$$E_x \simeq \frac{\varrho_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 L} \quad \text{und} \quad E_y \simeq \frac{\varrho_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 L} \quad (2.48)$$

Aus dem selbst-konsistenten Gleichungssystem (2.46)-(2.48) folgt

$$\omega_{emp} \simeq \frac{\sigma_{xy}}{4\pi\epsilon\epsilon_0 L} \propto \frac{n_e}{\epsilon\epsilon_0 B L}. \quad (2.49)$$

Die EMP-Frequenz variiert je nach Ladungsträgerdichte  $n_e$ , dielektrischer Umgebung  $\epsilon$ , geometrischer Abmessung des Systems  $L$  und Magnetfeld  $B$  zwischen einigen kHz für die Oberfläche des flüssigen Heliums ( $n_e \simeq 10^{11} \text{ m}^{-2}$ ,  $\epsilon = 1$  und  $L \simeq 10^{-2} \text{ m}$ ) und den Bruchteilen von THz für die Quantendots in Halbleitern ( $n_e \simeq 10^{15} \text{ m}^{-2}$ ,  $\epsilon = 13$  und  $L \simeq 10^{-7} \text{ m}$ ) [28]. Die Ausbreitungsrichtung der Randmagnetoplasmonen ist durch den Vektor  $[\mathbf{N} \times \mathbf{B}]$  definiert, wobei  $\mathbf{N}$  die äußere Normale zum Rand des 2DES ist.

Die Ungenauigkeit der Formel (2.49) besteht in erster Linie in der Annahme eines homogenen elektrischen Feldes innerhalb einer Probe. Bei der sorgfältigen Kalkulation wird typischerweise eine Größe  $l$  eingeführt, die die Breite eines Streifens entlang des Randes charakterisiert, in der die Ladungsträger lokalisiert sind. Diese Breite hängt von der Form des Einschlusspotenzials ab und ist im Allgemeinen eine Funktion der Ladungsträgerdichte, Dielektrizitätskonstante und des Magnetfeldes. Für den Fall eines steilen Einschlusspotenzials, bei dem sich die Ladungsträgerdichte stufenförmig von 0 auf den Gleichgewichtswert  $n_e$  ändert  $n(x) = n_e \Theta(x)$ , erhielten Volkov und Mikhailov für die EMP-Frequenz im langwelligen Fall [19, 61]

$$\omega_{emp} = \frac{\sigma_{xy} k_y}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \ln \frac{2}{|k_y| l} + 1 \right), \quad |k_y| l \ll 1. \quad (2.50)$$

Die Breite  $l$  im Fall eines steilen Randes ist durch

$$l \equiv l(\omega) = \frac{i\sigma_{xx}(\omega)}{2\epsilon\epsilon_0\omega} \quad (2.51)$$



gegeben. Die physikalische Bedeutung dieser Größe lässt sich mithilfe der Drude-Näherung ( $\omega\tau \rightarrow 0$ ) im Niederfrequenzbereich ( $\omega \ll \omega_c$ ) bestimmen zu:

$$l(\omega) \big|_{\omega\tau \rightarrow 0, \omega/\omega_c \rightarrow 0} \equiv l_0 = \frac{n_e e^2}{2\epsilon\epsilon_0 m^* \omega_c^2} = \frac{\nu e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \hbar \omega_c}. \quad (2.52)$$

Die Breite  $l_0$  definiert den Abstand zwischen zwei Elektronen im untersten Landau-Niveau ( $\nu = 1$ ), bei dem die Energie der Coulomb-Wechselwirkung der kinetischen Energie  $\hbar\omega_c$  gleichkommt.

Die Dämpfung der Randmagnetoplasmonen  $\omega''$  wird durch den Imaginärteil der komplexen EMP-Frequenz  $\omega' + i\omega''$  repräsentiert, während der Realteil die Dispersion (2.50) darstellt  $\omega_{emp} = \omega'$ . Aus den theoretischen Berechnungen [28, 58, 61] folgt, dass die Dämpfung, zumindest bei starken Magnetfeldern ( $\sigma_{xx} \ll \sigma_{xy}$ ), viel kleiner als die EMP-Frequenz ist ( $\omega'' \ll \omega'$ ) und zwar sowohl für hohe ( $\omega_{emp}\tau \gg 1$ ) als auch für niedrige Frequenzen ( $\omega_{emp}\tau \ll 1$ ). Der letzte Umstand ermöglicht die experimentelle Untersuchung von Randmagnetoplasmonen bei Frequenzen wesentlich kleiner als 1 GHz.

### Entdeckung und nachfolgende Untersuchungen

Allen *et al.* [15] beobachteten 1983 in Absorptionsexperimenten an periodisch angeordneten 2DES-Scheiben die Aufspaltung der Resonanzfrequenz der kollektiven Anregungen in zwei Moden im Magnetfeld. Auf die niederfrequente Resonanz verwiesen später einige Autoren als auf die erste Beobachtung von Randmagnetoplasmonen. Die eindeutige Identifizierung und Untersuchung der Dispersionsrelation der EMP-Resonanzen erfolgte wenig später in den Experimenten an den 2D-Systemen von Elektronen auf flüssigem Helium [16, 17]. Die erste theoretische Beschreibung im Rahmen des hydrodynamischen Modells lieferte Fetter in [16, 18, 62]. Er konnte zeigen, dass die Frequenz der EMP-Resonanzen in hohen Magnetfeldern umgekehrt proportional zum Feld ist:  $\omega \propto 1/B$ . Volkov und Mikhailov [19, 61] fanden eine exakte analytische Lösung des EMP-Problems für den Fall eines unendlich scharfen Einschlusspotenzials. Sie behandelten diverse Probengeometrien sowie unterschiedliche Materialsysteme. Die experimentellen Untersuchungen wurden desweiteren auf den Bereich des Quanten-Hall-Effektes ausgedehnt [20, 21, 22]. In den QHE-Plateaus ( $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ ) wurde die theoretische Relation  $\omega \propto \sigma_{xy}$  und somit  $\omega \propto \nu$  gut bestätigt, der Einfluss der longitudinalen Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  auf die Dämpfung der EMP-Moden blieb aber weiterhin unklar. In [63] konnte die Verbindung von  $\sigma_{xx}$  mit der räumlichen Ausdehnung der EMP-Mode demonstriert werden. Hierbei fanden die Autoren, dass die charakteristische Breite der Ladungsträgerverteilung

senkrecht zum Rand der Probe durch  $l \propto \sigma_{xx}$  gegeben ist. In [64] wurden die ersten Experimente im gebrochenzahligen QHE vorgestellt. Analog zum integralen QHE wurde die Verbindung der Resonanzfrequenz mit dem Füllfaktor  $\nu$  eindeutig identifiziert. In [65, 66] diskutierten die Autoren die theoretischen Aspekten der EMP im gebrochenzahligen QHE. Insbesondere wurde auf die Möglichkeit hingewiesen, die Topologie der gebrochenzahligen Quanten-Hall-Zuständen durch die Detektion von EMP-Resonanzen zu untersuchen. Im Laufe der Zeit sind neue experimentelle Methoden zur Untersuchung der EMP-Oszillationen entwickelt worden. In den zeitaufgelösten Messungen wurde unter anderem die Unidirektionalität der EMP-Ausbreitung unmittelbar nachgewiesen [67] sowie die Dispersionsrelation der EMP-Moden in Randkanälen experimentell bestimmt [68]. Experimente im gebrochenzahligen QHE-Regime [25] lieferten Informationen über die Ausdehnung der Randstruktur im breiten Bereich der gebrochenzahligen Füllfaktoren. In [69] wurde die induktive Kopplung zur Anregung und zeitaufgelöster Untersuchung der EMP implementiert. Die große Anzahl diverser experimenteller Methoden sowie die neuen theoretischen Konzepte [70, 71] zeigen, dass die Randmagnetoplasmonen nach wie vor ein höchst interessantes Forschungsgebiet darstellen.

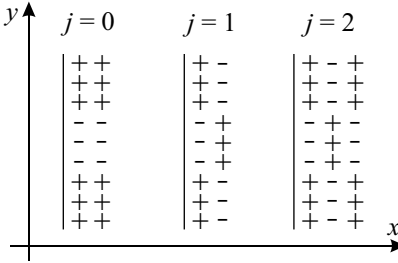
## 2.2.4 Weitere EMP-Moden

### Akustische Magnetoplasmonen

Die Dispersionsrelation (2.50) stellt als einzige Lösung im Fall eines steilen Einschlusspotenzials eine fundamentale Randmagnetoplasmon-Mode dar. In den Systemen, in denen der Rand der Probe durch das nasschemische Ätzen erzeugt wird, führt das sanftere Einschlusspotenzial zur Verbreiterung des Bereichs, in dem die Oszillationen der Ladungsträgerdichte lokalisiert sind. Hierbei entstehen die so genannten *soft* EMP-Moden, die durch die niedrigeren Frequenzen und das lineare akustische Dispersionsgesetz (deswegen auch akustische Moden genannt) ausgezeichnet sind:

$$\omega_{emp}^j = s_j k_y, \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.53)$$

Die Ladungsträgerdichte oszilliert in solchen Moden sowohl in Ausbreitungsrichtung ( $y$ ), als auch senkrecht dazu ( $x$ ), wobei der Index  $j$  zeigt, wie viele Male sich das Vorzeichen der Ladungsträgerdichte in  $x$ -Richtung ändert. In dieser Terminologie ist  $j = 0$  der fundamentalen Mode zuzuordnen. Abbildung 2.12 verdeutlicht die Unterschiede in der Ladungsverteilung in den fundamentalen und akustischen EMP-Moden. Die akustischen Moden sind wie die fundamentale unidirektional und weisen die gleiche Ausbreitungsrichtung aus. Die Existenz dieser EMP-Moden wur-



**Abbildung 2.12:** Verteilung der Ladung in der fundamentalen ( $j = 0$ ) und zwei akustischen ( $j = 1, 2$ ) EMP-Moden entlang des Randes eines 2DES. Die Ausbreitungsrichtung ist entlang der  $y$ -Achse (nach [59]).

de schon in früheren theoretischen Arbeiten vorhergesagt [19, 72]. Aleiner und Glazman [73, 74] erhielten eine analytische Lösung des Dispersionsgesetzes für eine spezielle Form des Ladungsträgerdichteprofiles

$$n(x) = \frac{2}{\pi} n_e \arctan \sqrt{\frac{x}{a}}, \quad x \geq 0. \quad (2.54)$$

Die Frequenz der akustischen Moden ist dann durch

$$\omega_{emp}^j = \frac{n_e e}{2\pi \epsilon \epsilon_0 B} \frac{1}{j} k, \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.55)$$

gegeben, wobei die fundamentale Mode sich durch einen gleichartigen Ausdruck, wie im Falle eines steilen Einschlusspotenzials (2.50), beschreiben lässt, wenn in (2.50) die charakteristische Länge  $l$  durch die Breite des Randbereichs  $a$  aus (2.54) ersetzt wird. Die erhaltene Dispersionsrelation (2.55) gilt im Limes von hohen Magnetfeldern. Für schwache Felder ( $\omega_c \tau \ll |ak|^{-1}$ ) erhielten Nazin und Shikin in [72] ein lineares Verhältnis zwischen der Frequenz der akustischen Plasmonen und dem Magnetfeld:  $\omega_{emp}^j \propto B$ .

Die Beobachtbarkeitskriterien und die Relaxation von akustischen Moden wurde in [73] für das verwendete Modell genau berechnet. Es folgt, dass die Kopplung des anregenden elektrischen Feldes mit akustischen Moden wesentlich schwächer als mit der fundamentalen Mode ist. Die Dämpfung ist durch das Verhältnis zwischen der charakteristischen Länge der Ausbreitung von Ladungen aufgrund der Streuprozesse  $l_\omega \propto \omega^{-1}$  und der charakteristischen Breite der Ladungsträgerdichte-Oszillationen in der akustischen Mode  $a/(j+1)$  gegeben. Es zeigt sich, dass die Wellenvektoren der Bedingung  $\omega_c \tau \geq 1/|ka|$  genügen müssen, damit die Anregung der akustischen Plasmonen möglich ist. Die Moden mit höheren Indices  $j$  sind signifikant stärker gedämpft. Unter Bedingungen des Quanten-Hall-Regimes ist die

Dämpfung allerdings schwächer, da Teile des Randbereichs durch die inkompressiblen Streifen belegt sind, in denen keine Dissipation stattfindet.

Die akustischen Moden wurden sowohl in klassischen 2DES [75, 76], als auch in GaAs/AlGaAs Heterostrukturen [77, 78] beobachtet.

### Magnetoripplonen

Eine periodische Verschiebung der Position des Randes eines 2DES im Magnetfeld bezeichnet man als Magnetoripplon (MR) [79, 80]. Diese Oszillationen sind sehr verwandt mit fundamentalen EMP-Moden und sind besonders relevant für die 2D-Systeme der Elektronen auf der He-Oberfläche, bei denen der Rand durch das äußere elektrische Feld definiert ist. Jede kleine lokale Verschiebung des Randes erzeugt ein zusätzliches elektrisches Feld, das als rücktreibendes Element wirkt und dazu tendiert, das Gleichgewicht wieder herzustellen. Solche Oszillationen können aufgrund der endlichen Kompressibilität der elektronischen Flüssigkeit tiefer in das 2DES eindringen. Das ist z. B. der Fall, wenn das 2DES durch eine nah angebrachte metallische Platte abgeschirmt ist. Der kleine Abstand  $d \ll k_y^{-1}$  zwischen der Platte und dem 2DES definiert die Längenskala auf der die elektrischen Felder der Randmagnetoplasmonen und Magnetoripplonen abgeschwächt werden. Die Welle, die mit der periodischen Verschiebung des Randes assoziiert wird, kann dagegen bis zur Tiefe  $\simeq k_y^{-1}$  eindringen. Sie wird durch die abstoßende Kräfte zwischen Elektronen aufrechterhalten, die aufgrund ihres kurzreichweitigen Charakters nicht abgeschirmt werden können. Diese Situation ist im Grunde in einem 2D-Halbleiter im Regime des Quanten-Hall-Effekts realisiert, bei dem die periodische Verschiebung des inkompressiblen Bereichs im Probeninneren mit solchen Oszillationen verbunden werden kann.

Das Spektrum der MR-Mode für ein abgeschirmtes 2DES ( $d \ll k_y^{-1}$ ) ergibt sich zu [81]:

$$\omega_{mr} \simeq \alpha^{mr} \sigma_{xy} k_y . \quad (2.56)$$

Die Größe  $\alpha^{mr}$  in (2.56) ist eine reine numerische Konstante, die durch die geometrischen Parameter des Ladungsträgerdichteprofiles am Rand der Probe bestimmt wird. Für den Fall einer reinen kompressiblen Elektronenflüssigkeit ohne Abschirmung weist  $\alpha^{mr}$  eine logarithmische Abhängigkeit vom Wellenvektor  $k_y$  auf :  $\alpha^{mr} \simeq \ln 1/|k_y l|$  und das MR-Spektrum wird praktisch identisch mit dem der fundamentalen EMP-Mode [vgl. Gl. (2.50)].

Aufgrund des tieferen Eindringens in das Innere des 2DES ist die MR-Mode stärker gedämpft verglichen mit der fundamentalen EMP-Mode. Bei hohen Magnetfeldern wird die Kopplung zwischen MR und EMP Oszillationen bedeutsam und

eine gekoppelte MR-EMP-Mode entsteht [80]. Experimentell wurden Magnetoripplonen sowie die gekoppelten MR-EMP-Moden in [76, 79] beobachtet.

### Interedge Magnetoplasmonen

Die *Interedge*-Magnetoplasmonen (IEMP) stellen die verallgemeinerte Form der Randmagnetoplasmonen dar. Es sind Anregungen der Ladungsträgerdichte, die sich im Magnetfeld unidirektional entlang einer Grenzfläche zwischen zwei 2DES mit Ladungsträgerdichten  $n_r$  und  $n_l$  ( $n_r \neq n_l$ ) ausbreiten. Ein Spezialfall der EMP erhält man für  $n_l = 0$  (Rand der Probe) und  $n_r = n_e$  in der früher verwendeten Bezeichnung. Die Dispersionsrelation der IEMP für das Modell der steilen Grenzfläche  $n(x) = n_l(1 - \Theta(x)) + n_r\Theta(x)$  kann analog zum EMP-Spektrum [Gl. (2.50)] geschrieben werden, in dem  $\sigma_{xy}$  durch die Differenz  $\Delta\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^r - \sigma_{xy}^l$  ersetzt wird [82].  $\sigma_{xy}^r$  und  $\sigma_{xy}^l$  sind dabei die nicht-diagonalen Elementen des Leitfähigkeitstensors rechts und links von der Grenzfläche zwischen zwei 2DES.

Bereiche mit unterschiedlichen Ladungsträgerdichten können innerhalb einer Probe geschaffen werden, z. B. mithilfe von zwei metallischen Platten (Gates), die dicht aneinander und nah an das 2DES angebracht werden. Werden an die Gates unterschiedliche Spannungen  $V_l$  und  $V_r$  angelegt, so bildet sich unter jedem Gate weit von deren Grenze eine gleichgewichtige Ladungsträgerdichte  $n_l$  bzw.  $n_r$ . Am Übergang zwischen den Gates entsteht ein Dichteprofil, das die Ausbreitung einer IEMP-Mode ermöglicht. In auf diese Weise erzeugten klassischen 2DES auf der He-Oberfläche wurden die IEMP entdeckt und experimentell untersucht [83, 84]. Für die quantitative Beschreibung der Dispersion der IEMP-Moden  $\omega_{iemp}(k)$  wurde in [83] der folgende aus [82] abgeleitete Ausdruck verwendet:

$$\omega_{iemp}^- = \frac{\alpha^{iemp} |\Delta n| e}{\epsilon \epsilon_0 B} k. \quad (2.57)$$

Hier ist  $\Delta n = n_r - n_l$  und  $\alpha^{iemp}$  ein Parameter, der im Wesentlichen von der Form des Dichteprofiles abhängt. Je steiler der Verlauf des Dichteprofiles ist, desto größer ist  $\alpha$ . In [83] wurden in einer Disk-Geometrie verschiedene Ladungsträgerdichteprofile erzeugt und die Dispersionsrelationen der damit verbundenen IEMP- und EMP-Moden untersucht. Es wurde die Beziehung  $\alpha^{iemp} < \alpha^{emp}$  festgestellt, die auf eine stärkere räumliche Ausdehnung der IEMP-Mode hindeutet. Das Minuszeichen bei der Frequenz  $\omega$  in Formel (2.57) zeigt, dass es hier um die niederfrequenten ( $\omega < \omega_c$ ) kollektiven Anregungen der Ladungsträgerdichte handelt. Bei quantisierten Magnetfeldern soll der Ausdruck für die Drude-Leitfähigkeit durch  $\sigma_{xy}$  ersetzt werden und für die Gruppengeschwindigkeit der IEMP-Moden  $v_g = \partial\omega/\partial k$  erhält

man

$$v_g^{iemp} = \frac{\alpha^{iemp} |\Delta\sigma_{xy}|}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\alpha^{iemp} |\nu^r - \nu^l|}{\epsilon\epsilon_0} \frac{e^2}{h}, \quad (2.58)$$

wobei  $\nu^r$  und  $\nu^l$  die Füllfaktoren der inkompressiblen Streifen rechts und links von dem kompressiblen Bereich, in dem die Ausbreitung der IEMP-Mode stattfindet, bezeichnen.

## 2.2.5 Randmagnetoplasmonen in Randkanälen

In der vorliegenden Arbeit wird die Ausbreitung der Plasma-Oszillationen in entarteten 2DES in hohen Magnetfeldern untersucht. Dabei befindet sich die Probe im Regime des Quanten-Hall-Effekts und die Bildung der Randkanäle und deren Einfluss auf die kollektiven Anregungen muss berücksichtigt werden. Tatsächlich haben sich solche Experimente in der letzten Zeit zu einem Werkzeug entwickelt, mit dem die internen Eigenschaften der Randkanäle untersucht werden können. Um die Beiträge der einzelnen Randkanäle aufzulösen, ist es allerdings notwendig, die langreichweitige Coulomb Wechselwirkung abzuschirmen. Dies wird in der Regel mit einer metallischen Elektrode, dem so genannten *Topgate*, erreicht. Das Topgate wird nah an dem 2DES platziert und mit einem Erdpotenzial verbunden. Dadurch wird eine nicht lokale Beziehung zwischen der Ladung und dem Potenzial der Ladungsträgerdichteoszillationen aufgehoben und für die Beschreibung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der EMP Oszillationen kann die lokale Kapazitätsnäherung verwendet werden [85]. Dabei wird angenommen, dass

1. Der Abstand vom 2DES zum Topgate  $d$  viel kleiner ist, als die Breite des Bereichs  $l$ , in dem die Ausbreitung stattfindet,  $d \ll l$ ; und
2. Die diagonale Leitfähigkeit in den inkompressiblen Streifen verschwindet,  $\sigma_{xx} = 0$ .

Das elektrische Feld ist dann durch die Änderung der Ladungsträgerdichte gegeben:

$$E_x = \frac{ed}{\epsilon\epsilon_0} \frac{\partial n_e}{\partial x}, \quad E_y = \frac{ed}{\epsilon\epsilon_0} \frac{\partial n_e}{\partial y}. \quad (2.59)$$

Wird die Translationsinvarianz in der  $y$ -Richtung vorausgesetzt und die räumliche Änderung des elektrischen Feldes vernachlässigt, schreibt sich die Kontinuitätsgleichung zu

$$-e \frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} E_x + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} E_y. \quad (2.60)$$

Aus der Lösung der beiden Gleichungen folgt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der anfänglichen Fluktuation der Ladungsträgerdichte  $\delta n$  in  $y$ -Richtung:

$$v_g = -\frac{d}{\epsilon\epsilon_0} \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} \simeq \frac{\Delta\sigma_{xy}}{\epsilon\epsilon_0} \frac{d}{l}, \quad d \ll l. \quad (2.61)$$

Die Breite  $l$  setzt sich aus den gekoppelten kompressiblen und inkompressiblen Streifen zusammen  $l = \sum (a_i + b_i)$ .  $\Delta\sigma_{xy}$  steht für die Änderung der Hall-Leitfähigkeit über die gesamte Breite des gekoppelten Bereichs  $l$ . Ist ein kompressibler Streifen  $b_n$  durch die inkompressiblen  $a_{n-1}$  und  $a_n$  entkoppelt, so gilt  $\Delta\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^{n-1} - \sigma_{xy}^n$  und  $l \equiv b_n$ . Der Ausdruck (2.61) stimmt mit der phänomenologischen Formel (2.58) überein, wenn der geometrische Parameter  $\alpha$  durch das Verhältnis  $d/l$  ersetzt wird. Die Detektion von mehreren EMP- und IEMP-Moden mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten gehört hiermit zu den wenigen experimentellen Methoden, die es ermöglichen, die Information über die räumliche Verteilung der einzelnen Randkanäle innerhalb des Randbereichs zu gewinnen. Der Zerfall der EMP-Welle in mehrere Komponenten aufgrund der Entkopplung der kompressiblen Bereiche wurde in zeitaufgelösten Transportuntersuchungen zum ersten Mal in [23] beobachtet.

In [24] wurde ein phänomenologisches Modell vorgestellt, das die Wechselwirkungen zwischen den Oszillationen der Ladungsträgerdichte in benachbarten kompressiblen Bereichen berücksichtigt. Es wurde gezeigt und durch das Experiment bestätigt, dass solche Wechselwirkungen zur Verletzung der einfachen Beziehung  $v_g \sim \Delta\sigma_{xy}$  führen. Die theoretische Beschreibung der gekoppelten EMP-Moden wurde in [70, 86] für eine spezielle Form des Dichteprofiles gegeben. Die Autoren demonstrierten, dass die Coulomb Wechselwirkung in einer starken Abstoßung der fundamentalen (I)EMP-Moden resultiert, was sich in der großen Differenz derer Geschwindigkeiten äußert.

Obwohl die Physik der Randmagnetoplasmonen in 2D-Halbleiter-Heterostrukturen inzwischen 20 Jahre alt ist, liefert dieses Gebiet immer noch interessante Ergebnisse, wie es die letzten Publikationen, z. B. [87], beweisen. Es ist faszinierend, wie viel Information über die essentiell quantenmechanischen Systeme durch die Untersuchung eines im Grunde klassischen Phänomens gewonnen werden kann. Eine gute Übersicht über den derzeitigen Kenntnisstand von Randmagnetoplasmonen findet sich in [28] und Referenzen darin.





## 3 Experimentelle Grundlagen

Im ersten Teil dieses Kapitels werden die verwendeten Heterostrukturen vorgestellt sowie die Einzelheiten zur Herstellung der experimentellen Proben erläutert. Ferner werden die Messtechniken beschrieben. Neben einem Überblick über die Apparaturen, die allgemein in Untersuchungen des Magnetotransports bei tiefen Temperaturen zum Einsatz kommen, wird speziell auf die Methoden der zeitaufgelösten Messungen eingegangen. Der Messaufbau zur Randkanalspektroskopie in einer DC-Messung wird im Kapitel 7 gesondert behandelt.

### 3.1 Proben

#### 3.1.1 Heterostrukturen

Alle in dieser Arbeit untersuchten Proben basieren auf GaAs/AlGaAs Heterostrukturen. Die aktiven Schichten der als Ausgangsmaterial dienenden Wafer wurden mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE) aufgewachsen. Das 2DES entsteht in solchen Systemen bei tiefen Temperaturen an der Grenzfläche zwischen einer nominell undotierten GaAs-Schicht von typischerweise  $\sim 1 \mu\text{m}$  Dicke und einer Spacerschicht aus  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ( $x = 0.3$ ) mit einer Dicke von  $40 - 45 \text{ nm}$ . Auf die Spacerschicht wird eine Si-dotierte AlGaAs-Schicht aufgewachsen, die die freien Ladungsträger zur Verfügung stellt. Weitere Details zum Wachstumsprozess finden sich im Abschnitt 2.1.1. In der Tabelle 3.1 sind die für die Auswertung der Transportmessungen relevanten Probeneigenschaften, wie die Dichte  $n_e$  und die Mobilität  $\mu_e$  der Ladungsträger sowie der Abstand des 2DES von der Oberfläche  $d$ , aufgelistet. Dabei umfasst die Größe  $d$  alle Schichten bis zur Oberfläche, die auf die undotierte GaAs-Schicht aufgewachsen wurden.

Aus dem jeweiligen Wafer-Typ wurden mehrere Probenstücke der Größe  $5 \times 5 \text{ mm}$  produziert. Jedes Probenstück enthält neben der zu vermessenden Probe auch eine Referenzprobe in Form einer Hallgeometrie. Die Dichte und die Mobilität der Ladungsträger wurden in der Regel durch die Messung des Quanten-Hall-Effektes und der Schubnikov-de Haas Oszillationen an den Referenzproben bestimmt. Da die im Experiment verwendeten Proben eine Metallisierung der Oberfläche ent-

Wafer	$n_e$ (m <sup>-2</sup> )	$\mu_e$ (m <sup>2</sup> /Vs)	$d$ (nm)
8398 (Stuttgart)	$1.8 \cdot 10^{15}$	70	105
1164 (Bochum)	$1.4 \cdot 10^{15}$	170	118

**Tabelle 3.1:** Parameter der im Experiment verwendeten 2DES-Proben.

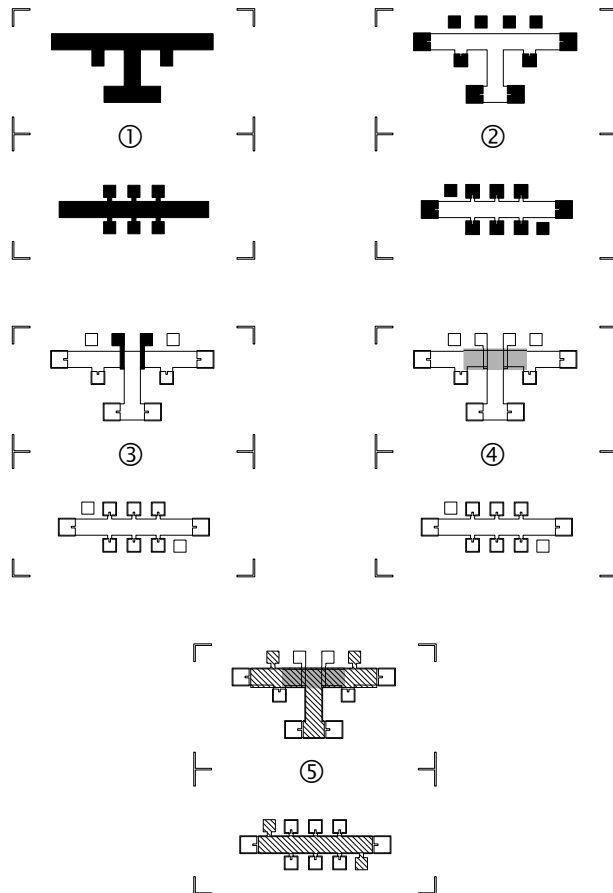
halten, weichen die in der Tabelle 3.1 angegebenen Werte für  $n_e$  und  $\mu_e$  von den Herstellerangaben leicht ab, sind jedoch von einem Messzyklus zum anderen für den jeweiligen Proben-Typ nahezu identisch.

### 3.1.2 Probenprozessierung

Die Erzeugung der gewünschten Geometrie auf dem Halbleiter-Probenstück geschah mittels UV- bzw. Elektronenstrahl-Lithographie. Für die UV-Lithographie wurde der Negativresist AR-U 4040 der Firma Allresist GmbH verwendet, der die Wahl zwischen Negativ- und Positiv-Abbildungsverfahren ermöglicht. Die Elektronenstrahl-Lithographie erfolgte mittels eines positiven Resist PMMA 950K (2% bzw. 4% Lösung in Ethyllactat), der auf eine vorgebackene Schicht des Copolymer (10%) aufgetragen wurde.<sup>1</sup> Der repräsentative Prozessablauf ist in Abb. 3.1 dargestellt.

Im ersten Schritt wird im positiven Abbildungsverfahren eine Ätzmaske aus Photolack auf der Substratoberfläche definiert. Anschließend erfolgt das nasschemische Ätzen mit  $H_2O : H_2O_2 : H_3PO_4 = 40 : 5 : 3$ , wodurch das frei liegende Substrat [helle Bereiche in Abb. 3.1(1)] bis zu einer Tiefe von  $\sim 100$  nm entfernt wird. Im nächsten Schritt werden die Kontaktflächen in einem negativen Abbildungsverfahren prozessiert. Dabei bleiben nur die dunklen Bereiche in Abb. 3.1(2) nicht mit dem Photolack bedeckt. Die Metallisierung, die aus einer Schichtfolge von Ge (40 nm), Au (60 nm), Ni (27 nm) und Au (150 nm) besteht, wird dann in einer Hochvakuumanlage auf die Probe aufgedampft. Im darauffolgenden Lift-off-Prozess wird der Photolack mit der darüber liegenden Metallisierung entfernt. Die Probe wird dann in einem Ofen unter Formiergasatmosphäre (20% $H_2$  + 80% $N_2$ ) bei 470°C innerhalb von 120 s einlegiert. Dabei bilden Gold und Germanium eine eutektische Mischung, die in den Halbleiter hineindiffundiert. Dies ermöglicht eine zuverlässige Kontaktierung des 2DES bei tiefen Temperaturen. Im dritten Schritt werden die Steuergates, die der Erzeugung einer bestimmten elektronischen Struktur in der Probe dienen,

<sup>1</sup>PMMA steht für Polymethylmethacrylat.



**Abbildung 3.1:** Typischer Prozessablauf bei der Herstellung einer Probe: ① - Ätzen der Mesas; ② - Aufbringen ohmscher Kontakte bzw. metallischer Pads für Gates; ③ - Aufdampfen der Steuergates; ④ - Erzeugung einer isolierenden PMMA-Schicht; ⑤ - Bedecken mit den Topgates. Schritte ④ sowie ③ oder ⑤ können je nach Probe optional sein.

bzw. das Topgate [Schritt 5, Abb. 3.1(5)] ebenfalls durch ein negatives Abbildungsverfahren und anschließendes Aufdampfen der Metallisierung hergestellt. Da die Gates nicht einlegiert werden müssen (Schottky-Kontakte), werden sie durch die Schichtfolge von Cr (als Haftvermittler, 7-10 nm) und Au (20-30 nm) erzeugt. Eine Besonderheit im Prozessierungsverfahren entsteht, wenn sowohl die Steuer- als auch das Topgate aufgedampft werden müssen. Um den Kurzschluss zu vermeiden, werden in einem Zwischenschritt [Abb. 3.1(4)] die Steuergates mit einer dünnen isolierenden Schicht bedeckt. Diese Schicht besteht aus dem ausgehärteten positiven Resist PMMA 950K. Der Resist wird nach dem zehnmütigen Ausbacken bei 185°C mit dem Elektronenstrahl bestrahlt, und zwar mit dem Sechzigfachen der nominalen Dosis von  $120 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Dadurch wird das belichtete Fragment gegen Lösungsmittel wie Aceton beständig. Je nach Konzentration des Resists sowie Umdrehungszahl der Lackschleuder können auf diese Weise unterschiedlich dicke Isolierschichten produziert werden. Weitere Details dazu sind im Anhang A.1 zu finden. Die Elektronenstrahl-Lithographie wurde auch bei einigen Proben, wie z. B. bei den Experimenten, die im Kapitel 7 beschrieben sind, zur Erzeugung der Steuergates eingesetzt. Eine fertige Probe wurde anschließend mittels Leitsilber-Lacks bzw. GE-Lacks in ein Chip-Carrier geklebt. Um die Probe elektrisch zu kontaktieren, wurden die metallisierten Kontakt- bzw. Gate-Pads mit den Kontakten am Chip-Carrier durch Golddrähte verbunden. Für weiterführende Details zur Prozesstechnik von Halbleiter-Verbindungen ist [88] zu empfehlen.

## 3.2 Messaufbauten

Zur Charakterisierung der Probeneigenschaften sind die Untersuchungen des Magnetowiderstandes an den jeweiligen Referenzproben durchgeführt worden. Das prinzipielle Schema eines Messaufbaus wurde bereits in Abb. 2.4 auf Seite 15 vorgestellt. Es kamen dabei zwei Lock-In-Verstärker (EG&G, Modell 7260) zum Einsatz. Der Oszillator eines Verstärkers diente als Quelle, indem er an die Probe über einen in Serie geschalteten Widerstand ( $10 - 100 \text{ M}\Omega$ ) angeschlossen wurde. Da der Widerstand der Probe bei hohen Magnetfeldern im  $k\Omega$ -Bereich liegt, wird der Strom durch die Probe ( $10 - 100 \text{ nA}$ ) als nahezu konstant angenommen. Die Spannungsabfälle wurden längs und quer zur Stromrichtung in Abhängigkeit vom Magnetfeld mit den beiden Verstärkern gleichzeitig ausgemessen und aus dem vorgegebenen Strom zu den Widerstandswerten  $R_{xx}$  und  $R_{xy}$  umgerechnet. Eine exemplarische Charakterisierungsmessung ist in Abb. 2.5 auf Seite 17 zu sehen. Die Ansteuerung der Geräte sowie das Auslesen der Messwerte erfolgte rechnergesteuert über

den GPIB-Bus. Als Software kam die Entwicklungsumgebung LabVIEW der Firma National Instruments zum Einsatz.

Im Weiteren wird ein kurzer Überblick über die Apparaturen gegeben, die im Zusammenhang mit den Magnetotransportmessungen bei tiefen Temperaturen verwendet wurden. Es wird ebenfalls auf die speziellen Methoden der zeitaufgelösten Spannungs- bzw. Strommessungen näher eingegangen.

### 3.2.1 Kryostaten und Magneten

Alle in dieser Arbeit vorgestellten Messungen sind im Regime des integralen Quanten-Hall-Effektes durchgeführt worden. Wie bereits im Abschnitt 2.1.6 erläutert wurde, ist eine Voraussetzung für die Beobachtung dieses Phänomens eine genügend kleine thermische Verbreiterung der elektronischen Energieniveaus  $k_B T$  verglichen mit den Lücken im Energiespektrum. Die letzteren sind magnetfeldabhängig und durch  $\hbar\omega_c$  für die Landau-Aufspaltung bzw.  $|g^*|\mu_B B$  für die Spinaufspaltung gegeben. So ergibt sich für  $T = 10$  K,  $B = 1$  T,  $|g^*| = 0.44$  und  $m^* = 0.067m_e$ , beispielsweise,  $k_B T = 0.862$  meV,  $\hbar\omega_c = 1.73$  meV und  $|g^*|\mu_B B = 25.5$   $\mu$ eV. Die Bedingung  $k_B T \ll \hbar\omega_c$ ,  $|g^*|\mu_B B$  macht dementsprechend tiefe Temperaturen sowie hohe Magnetfelder erforderlich. Da der Schwerpunkt der Messung zum Teil an der Auflösung elektrischer Signale auf sehr kurzen ( $\sim 1$  ns) Zeitskalen lag, war es notwendig, die Koaxialkabel als Zuleitungen zu den Proben zu verwenden. Dabei soll die damit verbundene Heizleistung möglichst klein bleiben.

Zur Erzeugung tiefer Temperaturen wurden die mit flüssigem He betriebenen Kryostaten der Firma Oxford Instruments eingesetzt. Die im Kapitel 4 gezeigten Messungen wurden in einem  $^4\text{He}$ -Verdampferkryostat durchgeführt. Hier wird die Probe direkt in das flüssige He eingetaucht, wobei der Druck des He-Gases über der Oberfläche durch das ständige Abpumpen abgesenkt wird. Dies ermöglicht den Siedepunkt des  $^4\text{He}$  auf 1.2 K zu reduzieren. Für die zeitaufgelösten Messungen wurde ein Probenstab verwendet, der mit einer kommerziell erhältlichen Festmantel- bzw. flexiblen Koaxialleitung versehen war.

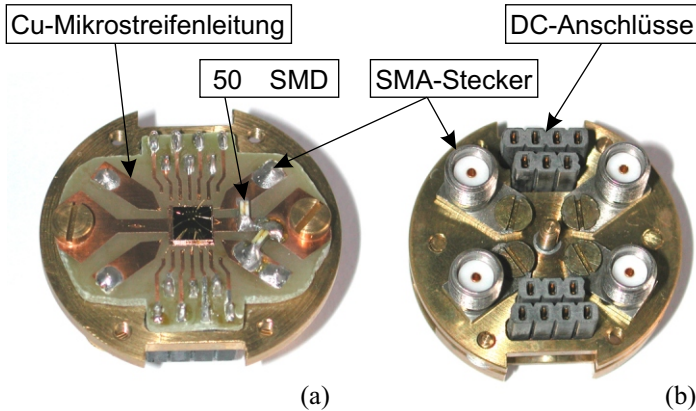
Für die anderen in dieser Arbeit diskutierten Experimente standen  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Mischkryostaten zur Verfügung. Die Kühlung in solchen Systemen beruht auf der kontinuierlichen Entmischung des  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Gemisches, wobei  $^3\text{He}$  aus der  $^3\text{He}$ -reichen Mischphase „verdampft“.  $^3\text{He}$  wird dann aus der Distille abgepumpt und über eine Reihe von Wärmetauschern dem  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Gemisch wieder zugefügt. Dabei bewegt sich  $^3\text{He}$  in einem geschlossenen Kreis, was den ununterbrochenen Betrieb über mehrere Wochen bzw. Monate ermöglicht. Es ließen sich die Temperaturen von 70 mK mit den Koaxialkabel bzw. 20 mK bei reinen DC-Messungen in

solchen Systemen erreichen. Für die zeitaufgelösten Messungen wurde eine speziell ausgelegte, aus drei verschiedenen Teilen bestehende Koaxialleitung verwendet. An zwei Übergangsstellen in den Temperaturzonen von  $\sim 1$  K und  $\sim 70$  mK wurde zur thermischen Ankopplung des Innenleiters eine Streifenleitung eingesetzt. Einzelheiten zur Konstruktion des HF-Leitungssystem sind in [34] zu finden. Für eine optimale thermische Ankopplung der Probe bei den zeitaufgelösten Messungen wurde eine spezielle Halterung entwickelt, die im nachfolgenden Abschnitt beschrieben ist.

Zur Erzeugung hoher Magnetfelder standen unterschiedliche Magnetsysteme zur Verfügung. Bei den zeitaufgelösten Messungen fanden die supraleitenden Magnete der Firma Oxford Instruments Einsatz (15 T maximales Feld im  $^4\text{He}$ -System und 13 T im  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Mischkryostat). Solche Magnete befinden sich im  $^4\text{He}$ -Bad des jeweiligen Kryostaten bei 4.2 K. Durch Abpumpen des He-Gases kann die Temperatur des  $^4\text{He}$ -Bades reduziert werden und das maximale Magnetfeld auf 17 bzw. 15 T zusätzlich erhöht werden. Die DC-Messungen (Kapitel 7) wurden im Hochmagnetfeldlabor in Grenoble durchgeführt. Das Magnetfeld wurde mithilfe des resistiven Magneten vom Bitter-Typ erzeugt. Der Magnet befindet sich außerhalb des Kryostaten und besteht aus mehreren Spulen, wobei jede Windung einer Spule aus einer oder mehreren Kupferplatten besteht. Zur Abführung der Jouleschen Wärme wird das Kühlwasser durch die kleinen Löcher in den Kupferplatten unter hohem Druck durchgeleitet. Das maximale Magnetfeld beträgt 28 T bei einer Leistungsaufnahme von 20 MW (!).

#### 3.2.2 Hochfrequenz-Probenhalterung

Für die zeitaufgelösten Strommessungen im Mischkryostaten (70 mK) wurde eine spezielle Probenhalterung konzipiert. Sie vereint die Eigenschaften einer impedanzangepassten, dämpfungsfreien Hochfrequenz-Leitung mit der guten thermischen Ankopplung der Probe an das Kühlmittel. Der grundlegende Bestandteil der Halterung ist eine von beiden Seiten mit Kupfer beschichtete Platine aus Epoxyd-Glashartgewebe FR4. Auf einer Seite der Platine wurde mittels Photo-Lithographie eine Leiter-Struktur definiert, die zusammen mit der anderen Seite der Platine eine Mikrostreifenleitung bildet [Abb. 3.2(a)]. Die Breiten der Cu-Streifen (2.96 mm) wurden dabei ausgehend von der Dielektrizitätskonstante der Platine ( $\epsilon = 4.35$ ) und deren Höhe (1.5 mm) so ausgerechnet, dass der Wellenwiderstand der Leitung exakt den Wert von  $Z = 50\Omega$  annimmt [89]. Die Probe wird in der Mitte der Platine auf einer Cu-Fläche mit GE-Lack befestigt und durch die Bonddrähte kontaktiert. Die Platine ist mit einer Messing-Platte fest verbunden, auf deren Rück-

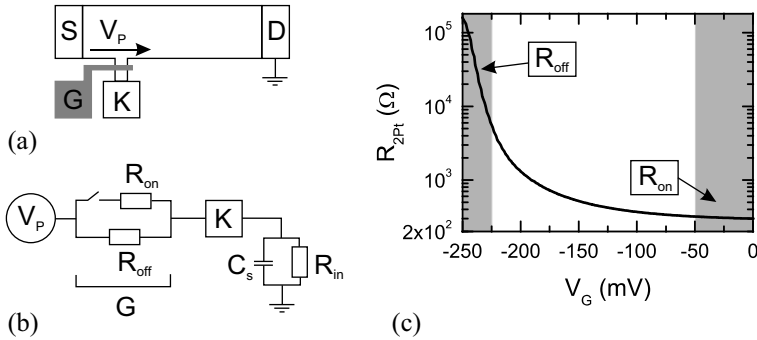


**Abbildung 3.2:** Eine Digitalaufnahme der Probenhalterung, die speziell für die zeitaufgelösten Strommessungen entworfen wurde: (a) Vorder- und (b) Rückansicht.

seite vier SMA-Stecker festgeschraubt sind [Abb. 3.2(b)]. Die SMA-Stecker werden an die Koaxialkabel des Kryostaten angeschlossen, die unmittelbar an die Mischkammer gekoppelt sind. Somit wird eine sehr gute thermische Ankopplung des Substrates gewährleistet. Zur Eingliederung der hochohmigen Probe in ein  $50\Omega$ -angepasstes HF-Netzwerk wurde die Cu-Mikrostreifenleitung an der Source-Seite der Probe über einen SMD-Widerstand mit der Masse verbunden [Abb. 3.2(a)]. Der Abschlusswiderstand bestand aus zwei parallel geschalteten  $100\Omega$  Metallschicht-Widerständen (RS Components, SMD, 0805 Format, 0.1%), die bis zu den tiefsten Temperaturen stabile Werte aufweisen. Das Design der Platine sieht auch genügend Anschlüsse für DC-Signale vor [Abb. 3.2(b)].

### 3.2.3 Messung der zeitaufgelösten Spannung mittels eines integrierten Schalters

In diesem Abschnitt wird das Prinzip der zeitaufgelösten Spannungsmessung erläutert sowie der dafür verwendete Messaufbau vorgestellt. Das Ziel der Messung besteht in der zeitabhängigen Aufnahme der Spannung, die an einer Stelle der Hallbarartigen Probe entsteht, nachdem ein Spannungspuls an den Source-Kontakt der Probe angelegt wurde. Das Messprinzip setzt eine Sequenz von wiederholenden



**Abbildung 3.3:** (a) Schema der zeitaufgelösten Spannungsmessung. (b) Ein vereinfachtes Ersatzschaltbild. Das Steuergate G führt die Funktion des integrierten Schalters aus. (c) Die Abschnürkennlinie eines Gates bei  $B = 0$  T.

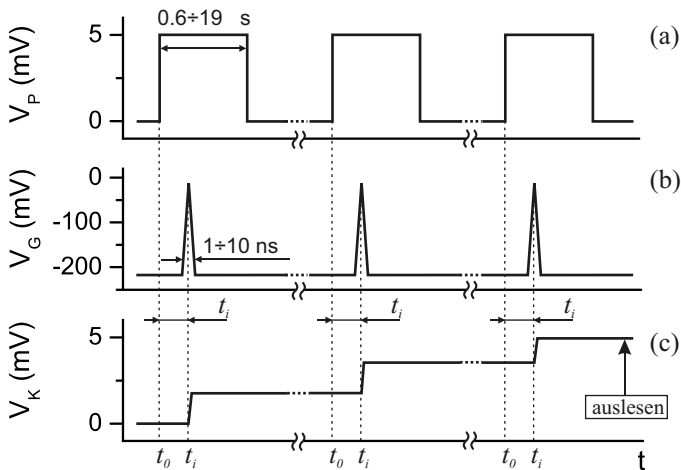
Spannungspulse voraus.<sup>2</sup>

### Messprinzip

Abbildung 3.3(a) zeigt eine schematische Darstellung des Messprinzips. Die zeitabhängige Spannung  $V_P(t)$ , die in Form eines Pulses von der Source zum Drain propagiert, soll am unteren Rand der Probe, an der Position, die dem Kontakt K gegenüber liegt, detektiert werden. Dafür ist der Probenarm, der zum Kontakt führt, mit einem Schottky-Gate G versehen. Das Gate fungiert als eine Art Schalter, wie in dem Ersatzschaltbild [Abb. 3.3(b)] erläutert wird. Das Gate ermöglicht es, den Widerstand des Probenarmes zwischen  $R_{on} \sim \text{k}\Omega$  und  $R_{off} \geq 10 \text{ G}\Omega$  (im hohen Magnetfeld) zu variieren. Dies erfolgt durch Variation der an das Gate angelegten Spannung, wie die Abschnürkennlinie des Gates in Abb. 3.3(c) demonstriert. Die negative Spannung hebt die Leitungsbandkante im darunter liegenden 2D-Elektronengas und reduziert somit die Ladungsträgerdichte und die Leitfähigkeit. Solche Kennlinien werden zur Charakterisierung vor Beginn jeder Messphase bei  $B = 0$  T aufgenommen. Liegt nun an dem Gate die Spannung  $V_G < -220$  mV, bleibt der Kontakt K vom Rest der Probe galvanisch entkoppelt. In einem Zeitpunkt  $t_i$ , der eindeutig auf die Anstiegsflanke des an der Source angelegten Pulses bezogen ist, wird der Gate-Schalter für eine Zeit  $t_{res} = 1 - 10$  ns rasch geschlossen,

<sup>2</sup>Die zugrunde liegende Messmethode wird in der Literatur auch als Boxcar-Messung bezeichnet.

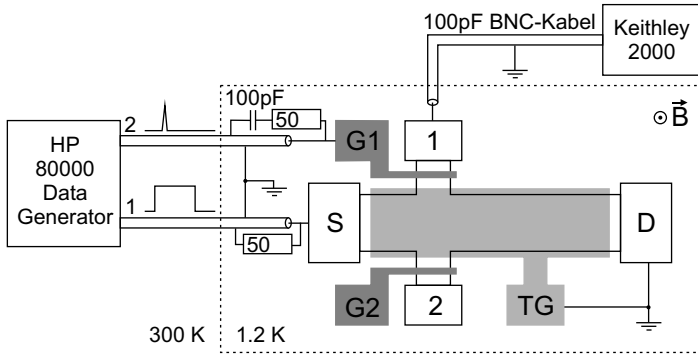




**Abbildung 3.4:** Zeitdiagramm einer Spannungsmessung zum Zeitpunkt  $t = t_i$ . (a) und (b) zeigen die Pulssequenzen, die mit dem Pulsgenerator erzeugt werden. (c) Entwicklung der Spannung am Messkontakt. Das Auslesen der Spannung  $V_K(t_i)$  erfolgt am Ende einer Sequenz.

indem an das Gate ein steiler Abtastpuls positiver Polarität angelegt wird (siehe Zeitdiagramm in Abb. 3.4). In diesem Moment kann der Strom zum Kontakt fließen und die Speicherkapazität  $C_s = 100$  pF wird über  $R_{on}$  mit einer Zeitkonstante  $\tau_s = R_{on}C_s \sim 0,1$   $\mu$ s aufgeladen. Nachdem der Schalter wieder geöffnet wird entlädt sich die Kapazität  $C_s$  über den Eingangswiderstand des Voltmeters  $R_{in} = 10$  G $\Omega$  mit einer Zeitkonstante  $\tau_e = 1$  s. Da es innerhalb einer Periode nicht zum Potenzialausgleich zwischen dem Kontakte und der Probe kommt, wird dieser Vorgang mehrmals wiederholt. Nach mehreren Perioden stellt sich ein Gleichgewicht ein, d. h. die am Kontakt über eine Periode  $T$  gemittelte Spannung bleibt unverändert. Sie wird dann als  $V_K(t_i)$  mit dem Voltmeter ausgemessen.

Abbildung 3.4 zeigt den zeitlichen Verlauf einer Spannungsmessung zum Zeitpunkt  $t = t_i$ . In jeder Periode ist der Bezug des Abtastpulses  $V_G(t)$  auf den Anfangszeit  $t_0$  des Eingangspulses  $V_P(t)$  gleich:  $\Delta t_i = t_i - t_0$ . Das Auslesen geschieht am Ende der Sequenz, die aus einigen zehn Perioden besteht (in Abb. 3.4 sind nur drei Perioden aus Übersichtsgründen gezeigt). Zur Messung der Spannung im



**Abbildung 3.5:** Schema des Messaufbaus für die zeitaufgelösten Spannungsmessungen. Bei der Probe sind nur die relevanten Kontakte dargestellt.

nächsten Zeitpunkt  $t_{i+1}$ , wird der Abtastpuls hinsichtlich des Eingangspulses um  $\Delta t_{i+1} = t_{i+1} - t_0$  verschoben und eine neue Pulssequenz wird gestartet. Durch die Variation von  $\Delta t$  können somit alle Zeitpunkte im relevanten Bereich abgetastet werden.

Die hier angegebene Darstellung beinhaltet nur die wesentlichen Aspekte der Messung. Einige Einzelheiten, unter anderen die kapazitive Kopplung des Kontakts an die Probe und an das Gate, wurden vernachlässigt. Eine detaillierte Beschreibung findet sich in [90]. Daraus folgt, beispielsweise, dass die am Voltmeter detektierte Spannung  $V_K$  durch  $V_K = V_P + V_{offset}$  gegeben ist, wobei  $V_{offset}$  eine von  $V_P$  unabhängige Offsetspannung ist. Sie wurde für jeden Zeitpunkt ausgemessen, indem die Sequenz ohne Eingangspuls durchgeführt wurde, und nachher aus der Messung von  $V_K$  abgezogen. Außerdem, sind folgende Bedingungen zu erfüllen:  $t_{res} \ll T$ ,  $\tau_s$  und  $T \ll \tau_e$ . Das Zeitintervall  $t_{res}$  bestimmt die Messauflösung und wurde je nach Bedarf zwischen 1 und 10 ns variiert. Die Periode  $T$  betrug je nach Art der Messung 2 bzw. 36  $\mu s$ . Die Amplitude des Eingangspulses war typischerweise 2 – 10 mV, die des Abtastpulses lag bei 250 mV.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass eine Boxcar-Messung es ermöglicht, die elektrische Spannung an jeder beliebigen Stelle des Randes einer Probe, je nach Position des Kontakts K, zeitaufgelöst zu erfassen.

### Aufbau zur Messung der zeitaufgelösten Spannung

Das prinzipielle Schema des Messaufbaus ist in Abb. 3.5 zu sehen. Zur Erzeugung

der Pulse stand ein Data Generator System HP 80000 zur Verfügung, das mit einem HP E2906A 1 GHz data module 128 kbit ausgestattet wurde. An zwei der vier Ausgänge wurden die Eingangs- und Abtastpulse auf der gleichen Zeitbasis generiert und über die gleichlangen Koaxialkabel an die Probe geleitet. Die Anstiegszeit der Pulse am Ausgang des Generators beträgt  $\tau_{rise} < 150$  ps (20% – 80% der Amplitude). Zur Impedanzanpassung waren die Koaxialleitungen mit  $50 \Omega$  SMD-Widerständen abgeschlossen, wobei die Zuleitung zum Steuergate auch eine in Reihe zum Abschlusswiderstand geschaltete Kapazität enthält. Diese ist zur Reduzierung der thermischen Last notwendig, da an dem Innenleiter dieser Zuleitung die meiste Zeit eine hohe konstante negative Spannung anliegt. Das Auslesen der Spannung  $V_K$  erfolgte ebenfalls über ein Koaxialkabel, dessen natürliche Kapazität von  $100$  pF pro  $1$  m Länge die Rolle der Speicherkapazität  $C_s$  übernahm. Der Drain-Kontakt, Topgate und alle anderen nicht verwendeten Steuergates waren mit der Messerde verbunden, die am Kryostaten-Körper definiert wurde. Weitere Einzelheiten zur experimentellen Technik sind in [91, 92] zu finden.

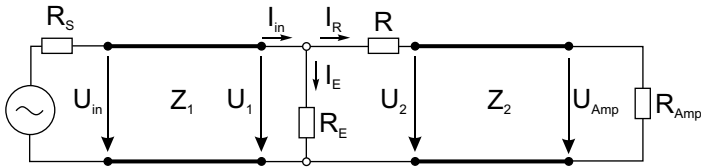
Der Schwerpunkt der Untersuchungen in dieser Arbeit lag im Vergleich der Pulsausbreitungen entlang der gegenüberliegenden Ränder der Probe im Magnetfeld. Das sind der obere und der untere Rand des Hallbars in Abb. 3.5. Die gegenüberliegenden Ränder sind aufgrund der chiralen Eigenschaften des 2DES im Magnetfeld nicht äquivalent. Zur Messung wurden die Kontakt-Gate Paare 1-G1 bzw. 2-G2 verwendet (Abb. 3.5). Alternativ konnten beide Messungen an einem Kontakt durchgeführt werden, indem das Magnetfeld für die zweite Messung umgepolt wurde.

### 3.2.4 Messung des zeitaufgelösten Stromes mit dem DPO-Oszilloskop

Für die Detektion des zeitaufgelösten Stromes fand eine denkbar einfache Methode Verwendung. Hier wird ein HF-Verstärker in Reihe zur Probe geschaltet, so dass die über dessen Eingangswiderstand abfallende Spannung dem Strom durch die Probe proportional ist. Da die hochohmige Probe dabei in eine HF-Leitung eingebettet wird, soll die Impedanzanpassung der Leitung entsprechend berücksichtigt werden.

#### HF-Ersatzschaltbild

Abbildung 3.6 zeigt ein Ersatzschaltbild der Messung. Die hier vorgestellte Analyse folgt der Betrachtung einer fortschreitenden Welle, die durch eine mathematische Stufenfunktion dargestellt werden kann und sich mit einer Geschwindigkeit  $v$  in einer HF-Leitung ausbreitet [93]. Dabei wird das Koaxialkabel des Messaufbaus



**Abbildung 3.6:** HF-Ersatzschaltbild für Strommessungen mittels DPO-Oszilloskops. Die Probe ist durch den Widerstand  $R$  dargestellt.

als eine verlustlose Leitung angenommen, die durch den Wellenwiderstand  $Z = \sqrt{L'/C'}$  charakterisiert wird, wobei  $L'$  und  $C'$  die Induktivität und Kapazität, bezogen auf die Leitungslänge, beschreiben.

Das Signal wird mit einem Generator erzeugt und über dessen Ausgangsimpedanz  $R_S = 50\ \Omega$  in die erste Koaxialleitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_1$  eingespeist. Das Ende dieser Leitung wird mit einem Widerstand  $R_E$  abgeschlossen, der sich in unmittelbarer Nähe der Probe befindet (für die Anordnung siehe auch die HF-Probenhalterung, Abb. 3.2). Der Innenleiter der ersten Koaxialleitung ist mit dem Source-Kontakt der Probe verbunden, während der Drain-Kontakt an den Innenleiter der zweiten Leitung angeschlossen ist. Der Probenwiderstand beträgt in hohen Magnetfeldern im Quanten-Hall-Regime  $R \sim 10\ \text{k}\Omega$ .

Die am Ende der ersten Leitung abfallende Spannung  $U_1$  ist durch die Summe der Spannungen der einfallenden Welle  $U_h = U_{in}$  und der reflektierten Welle  $U_r$  gegeben:

$$U_1 = U_{in} + U_r = U_{in}(1 + r).$$

Hier wurde der Reflexionsfaktor  $r$  wie folgt eingeführt

$$r = \frac{U_r}{U_h} = \frac{R_{Load} - Z_1}{R_{Load} + Z_1}.$$

Dabei steht  $R_{Load}$  im obigen Ausdruck für den Abschlusswiderstand der ersten Koaxialleitung. In diesem Fall besteht dieser Abschluss aus dem Widerstand  $R_E$  und der dazu parallel angeschlossenen Verlängerung, die sich aus zwei in Reihe geschalteten Komponenten zusammensetzt: des Widerstandes  $R$  der Probe und der zweiten Koaxialleitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_2$ . Daraus folgt

$$R_{Load} = \frac{R_E(R + Z_2)}{R_E + R + Z_2}.$$

Unter Berücksichtigung der Gleichheit  $Z_1 = Z_2 = R_E = 50\ \Omega = Z_0$ , gilt für den

Reflexionsfaktor  $r$  und die Spannung  $U_1$  entsprechend:

$$r = -\frac{Z_0}{2R + 3Z_0}, \quad U_1 = \frac{2(R + Z_0)}{2R + 3Z_0} U_{in}.$$

Daraus errechnet sich der Strom durch die Probe  $I_R$  sowie die darüber abfallende Spannung  $U_R$  zu

$$I_R = \frac{U_1}{R + Z_2} = \frac{2}{2R + 3Z_0} U_{in}, \quad U_R = \frac{2R}{2R + 3Z_0} U_{in}.$$

Die Spannung  $U_2$ , die am Eingang der zweiten Koaxialleitung anliegt, ist somit

$$U_2 = U_1 - U_R = \frac{2Z_0}{2R + 3Z_0} U_{in}.$$

Da die Eingangsimpedanz des HF-Spannungsverstärkers einen angepassten Abschluss der zweiten Koaxialleitung bildet ( $R_{Amp} = Z_2 = 50 \Omega$ ), fällt die Spannung  $U_2$  komplett an  $R_{Amp}$  ab. Dabei gilt

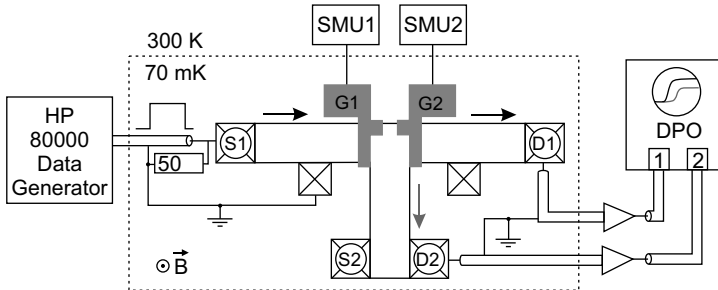
$$U_{Amp} = U_2 = Z_0 I_R.$$

Der letzte Ausdruck zeigt, dass die am Eingang des HF-Verstärkers anliegende Spannung dem Strom durch die Probe proportional ist. Dieses Signal wird geeignet verstärkt und mit dem Oszilloskop vermessen. Aufgrund der Bedingung  $R \gg Z_0$  gilt  $R_{Load} \approx Z_0$  und  $r \approx 0$ . Demzufolge wird die Reflexion am Ende der ersten Leitung nahezu vermieden. Eine alternative Beschreibung des Ersatzschaltbildes im Rahmen der Theorie eines Zweitores findet sich in [94].

### Aufbau zur Messung des zeitaufgelösten Stromes

Abbildung 3.7 stellt schematisch den verwendeten Messaufbau dar. Hier wird eine andere Probengeometrie, als in der Messung der zeitaufgelösten Spannung (Abb. 3.5), verwendet. Die Steuergates G1 und G2 sind nicht in der Nähe der ohmschen Kontakten sondern in der Probenmitte aufgebracht. Die Kontakte D1, D2, S1 und S2 weisen eine symmetrische Anordnung in Bezug aufeinander auf, was im Folgenden noch ausführlicher diskutiert wird (Kapitel 5). Das Topgate ist in dieser Probengeometrie ebenfalls vorhanden (in Abb. 3.7 aus Gründen der Übersicht nicht gezeichnet) und ist permanent mit der Messerde verbunden.

Zur Pulserzeugung diente ein HP 80000 Data Generator System (HP E2906A 1 GHz data module 128 kbit), dessen Ausgang über ein passives Dämpfungsglied (nicht im Schemabild eingezeichnet) an das Koaxialkabel angeschlossen wurde. Die Länge der Pulse betrug typischerweise 200 – 1000 ns, die Amplitude 1.5 – 15.0 mV



**Abbildung 3.7:** Schema des Messaufbaus für die zeitaufgelösten Strommessungen mittels DPO-Oszilloskop. Sechs ohmsche Kontakte werden durch die gekreuzten Quadrate mit und ohne Beschriftung dargestellt. Das Topgate sowie die isolierende PMMA-Schicht sind der Übersicht wegen nicht eingezeichnet.

und die Periode war das Hundertfache der Pulslänge. Der Puls wurde wahlweise an einen der beiden Source-Kontakten S1 oder S2 angelegt. Zwei weitere ohmsche Kontakte D1 und D2 wurden als Drains verwendet. Die Signale an diesen beiden Kontakten konnten gleichzeitig mit Hilfe von zwei identischen HF-Spannungsverstärker (FEMTO, Modell DUPVA-1-70, als Dreiecke in Abb. 3.7 zu sehen) detektiert werden, die über zwei gleichlangen Koaxialkabel an die Probe angeschlossen waren. Die Ausgänge der Verstärker wurden an die zwei Eingänge des 4-Kanal-Oszilloskops (Tektronix, Modell TDS 794D,  $f = 2$  GHz Bandbreite) angeschlossen. Das Oszilloskop musste dabei im Sampling-Mode verwendet werden. Zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses wurde das Oszilloskop in einigen Messungen in so genannten DPO-Modus betrieben (siehe unten). Dabei konnte nur ein Signal pro Messung detektiert werden, was die Verdoppelung der nötigen Anzahl der Messungen zur Folge hatte. An die Schottky-Gates G1 und G2, die der Aufspaltung des einfallenden Pulses dienen, wurde eine konstante Spannung im Bereich 0... – 350 mV mit Hilfe von zwei SMUs (*Source Measure Unit*, Keithley, Modell 2400 bzw. 6430) angelegt. Das Topgate (in Abb. 3.7 nicht eingezeichnet) wurde zur Abschirmung der Coulomb-Wechselwirkung an der HF-Probenhalterung mit der Messerde verbunden. Bei der eingezeichneten Richtung des Magnetfeldes erfolgt die Ausbreitung der Signale im Quanten-Hall-Regime entlang der Innenränder der Probe im Uhrzeigersinn (siehe Pfeile in Abb. 3.7). Dementsprechend wurde einer der restlichen ohmschen Kontakten permanent geerdet, um die Beeinflussung des Source-Kontakts S1 durch die vom Gate G1 reflektierten Pulse zu eliminieren.

Im HF-Ersatzschaltbild (Abb. 3.6) wurde die Probe vereinfacht durch einen ohmschen Widerstand dargestellt. Bei den höchsten Frequenzen kann allerdings der kapazitive Widerstand  $Z_C = 1/i\omega C$  betragsmäßig kleiner werden, was zu einem effektiven Kurzschluss solcher Signale führt. Es entsteht eine *Bypass-Kapazität*, die einen Strompfad parallel zur Probe bildet. Außerdem, aufgrund der endlichen Kapazität zwischen den Cu-Mikrostreifenleitungen an der Source- und Drain-Seite der Probe, könnte auch in Abwesenheit der Probe ein Signal detektiert werden. Da solche parasitären Signale aus der endgültigen Messung ausgeschlossen werden mussten, wurde eine Referenzmessung durchgeführt, in der die Leitfähigkeit der Probe so weit wie möglich reduziert war. Dies konnte durch eine geeignete Abschneidung der Probe, z. B. durch Anlegen einer Spannung von  $-350\text{ mV}$  an eines der Steuergates, realisiert werden.<sup>3</sup> Das Vorhandensein des magnetfeldunabhängigen Übersprechsignals, das meist in Form eines schmalen Peaks zum Vorschein kam, konnte aber zur Eichung der Zeitachse benutzt werden, da dessen Position die Ankunft des Pulses an den Source-Kontakt der Probe eindeutig definiert.

Obwohl die Eingangsimpedanz des HF-Verstärkers DUPVA-1-70 (Firma FEMTO) laut Herstellerangaben im breiten Frequenzbereich  $1\text{ kHz}-1.1\text{ GHz}$  als  $50\ \Omega$  ausgewiesen ist, konnten bei den verwendeten Geräten signifikante Abweichungen (bis zu 20%, frequenzabhängig) festgestellt werden. Dies führte zu einer nicht unbedeutlichen Reflexion am Ende der zweiten HF-Leitung (Abb. 3.6). Dieses Signal (mit dem negativen Vorzeichen, da  $R_{Amp} < 50\ \Omega$  war,  $r < 0$ ) wurde zurück zur Probe übertragen, wo es nahezu unverändert reflektiert wurde (der hohe Widerstand der Probe wirkt wie eine offene Leitung,  $r \approx 1$ ). Dieses Signal wurde dann verstärkt und mit dem ursprünglichen Puls zeitlich versetzt ( $\sim 23\text{ ns}$ ) überlagert, wobei ein Bruchteil davon wieder reflektiert wurde. Diese zweite Reflexion sowie alle weiteren mussten aber nicht weiter betrachtet werden, da deren Amplitude selbst bei der 20%-igen Fehlanpassung der Eingangsimpedanz des HF-Verstärkers nur bei etwa 1.2% des Eingangspulses liegt. Die erste Reflexion (etwa 11%) musste aber berücksichtigt werden. Zunächst wurde eine passive Verzögerungslinie (*Delay line*) eingesetzt, um den Ansatzpunkt des reflektierten Signal aus dem interessanten Anstiegsbereich des Pulses zu verschieben. Die Verzögerungslinie bestand aus einem 10 m langen Koaxialkabel, das zwischen der Probe und dem HF-Verstärker zusätzlich angeschlossen wurde. Dadurch wurde der reflektierte Puls um weitere 95.2 ns vom Beginn des Pulses zu höheren Zeiten verschoben. Das auf diese Weise gemessene Signal wurde dann numerisch korrigiert, wobei das reflektierte Signal unter

<sup>3</sup>Im Fall eines Source-Drain-Paares S2-D2 wurden beide Gates G1 und G2 „offen“ gehalten (0 mV), so dass das Probensignal nur zum geerdeten Kontakt propagieren konnte.

Verwendung vom Reflexionsfaktor und der Verzögerungszeit ( $23 + 95.2 = 118.2$  ns) iterativ nachgerechnet wurde. Diese Methode lieferte insgesamt sehr gute Ergebnisse, konnte aber die zusätzliche Dispersion des reflektierten Signals im Koaxialkabel durch die doppelte Laufstrecke nicht adequat berücksichtigen. Daraus resultiert eine kleine Störung des Pulses bei der typischen Verzögerungszeit von 118 ns, was allerdings auf die weitere Auswertung keine Auswirkung hat, da weder der Anstiegsbereich des Pulses noch sein Sättigungswert bei 400 bzw. 800 ns davon betroffen sind.

#### DPO-Oszilloskop

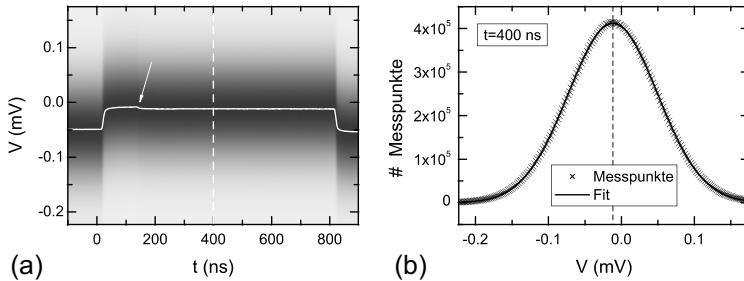
Das zur Erfassung der Pulse verwendete Oszilloskop konnte in zwei verschiedenen Modi betrieben werden. Der wesentliche Vorteil des DPO-Modus<sup>4</sup> besteht in der Möglichkeit, innerhalb einer vorgegebenen Zeit eine um etwa einen Faktor 100 höhere Anzahl der Messkurven zu erfassen. Da die bei einer Messung registrierten Pulsen gemittelt werden, um das stochastische Rauschen des Messaufbaus zu minimieren, führt dies zum besseren Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Im DPO-Modus fallen die Stillstandszeiten, die im üblichen Sampling-Modus zur Digitalisierung und Speicherung der ermittelten Spannungswerte notwendig sind, weg. Daher kann jeder Puls einer Sequenz registriert werden. Bei der Erfassung wird ein digitales Display erzeugt, das aus  $500 \times 200$  Zellen besteht (Zeit  $\times$  Spannung), wobei jede Zelle die Information über die Intensität des Signals an diesem Punkt der Zeit-Spannung Fläche enthält. Nach einer bestimmten Erfassungszeit wird der Inhalt dieses Arrays ausgelesen [Abb. 3.8(a)]. Der Graustufenplot stellt die Häufigkeitsverteilung der Messpunkte dar, wobei die dunkleren Bereiche der höheren Intensität entsprechen. Zu jedem Zeitpunkt  $t$  wird die Verteilung der Messpunkte [Abb. 3.8(b)] analysiert, die entsprechend dem zufälligen Charakter des Rauschens eine Gauß-Funktion beschreibt.<sup>5</sup> Die Abszisse des Maximums der Gauß-Kurve entspricht dem gemittelten Spannungswert beim jeweiligen Zeitpunkt  $t$ . Das Ergebnis solcher 500 Fit-Verfahren präsentiert die durchgezogene Kurve in Abb. 3.8(a), die als eigentliches Resultat der Messung weiter analysiert wird. Der Pfeil zeigt den Ansatzpunkt des um 118 ns vom Beginn des Pulses versetzten Reflexionssignals (siehe voriger Abschnitt), das mit dem Puls überlagert wird. Die in dieser Abbildung dargestellten Daten sind die Rohdaten, die weder hinsichtlich der Reflexion noch des Ursprungs der Zeit-Achse korrigiert wurden. Es ist auch zu beachten, dass der Bereich vor dem Anfang des

---

<sup>4</sup>DPO steht für *Digital Phosphor Oscilloscope*.

<sup>5</sup>Als Hauptquelle des Rauschens gilt der HF-Verstärker, der ein frequenzunabhängiges, weißes Rauschen erzeugt.





**Abbildung 3.8:** Signalerfassung im DPO-Mode. (a) Graustufenplot zeigt die Rohdaten in Form einer Häufigkeitsverteilung als Messergebnis von einigen hunderttausenden aufeinander folgenden Pulsen. (b) Die gemessene Häufigkeitsverteilung (Symbole) entlang der gestrichelten Linie in (a) bei  $t = 400$  ns und Fit (durchgezogene Kurve) mit einer Gauß-Funktion. Die durchgezogene weiße Kurve in (a), die das eigentliche Resultat darstellt, setzt sich aus den Punkten zusammen, deren Ordinaten der Positionen der Zentren der zu jedem Zeitpunkt  $t$  ermittelten Gauß-Kurven entsprechen.

Puls nicht mit dem Nullpunkt der Spannung-Achse übereinstimmt. Da die Definition der Null-Spannung aufgrund der reinen AC-Kopplung des HF-Verstärkers ohnehin unmöglich war, wurde das Spannung-Fenster des Oszilloskops so verschoben, dass die Bereiche mit hoher Intensität mittig auf dem Bildschirm liegen. Die Null der Spannung wurde auf den Mittelwert der Ordinaten der Punkte vor dem Pulsbeginn ( $-100 \text{ ns} < t < t_0$ ) festgelegt.

Die endliche Auflösung des DPO-Displays bestimmt neben der Erfassungsrate des Oszilloskops die maximale Zeit- und Spannungsauflösung der Messung im DPO-Modus. In Abb. 3.8(a) z. B. lag die Zeitauflösung bei 2 ns (gesamte Erfassungszeit beträgt 1000 ns). Da in manchen Messungen, insbesondere beim Füllfaktor  $\nu = 3$ , bei der Untersuchung längerer Pulse (800 ns) auf eine bessere Auflösung nicht verzichtet werden konnte, musste das Oszilloskop im Sampling-Modus betrieben werden.



## 4 Messung der zeitaufgelösten Spannung mittels eines integrierten Schalters

Das vorliegende Kapitel beschäftigt sich mit der zeitaufgelösten Untersuchung der Ausbreitung eines Spannungspulses in einem 2DES im Quanten-Hall-Regime. Die magnetfeldabhängigen Messungen auf einer Probenseite lassen Rückschlüsse über die Struktur und das Verhalten der Randkanäle ziehen. Hier erfolgt die Ausbreitung in Form der kollektiven Anregungen der Ladungsträgerdichte – der Randmagnetoplasmonen. Die Messungen auf der anderen Seite des Hallbars, die als zeitabhängige Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Längswiderstandes aufgefasst werden können, geben zusätzlich zu einer DC-Untersuchung Aufschlüsse über die Zeitparameter der Signalausbreitung im Probeninneren.

### 4.1 Einleitung

Abbildung 4.1 stellt schematisch die Geometrie des Experiments vor, die ausführliche Beschreibung der Messmethode findet sich im Abschnitt 3.2.3. Die Probe befindet sich im flüssigen Helium bei  $T = 1.5\text{ K}$ . An den Source-Kontakt wird ein rechteckiger Spannungspuls der Amplitude  $2 - 10\text{ mV}$  und der Dauer  $0.6$  bzw.  $19\text{ }\mu\text{s}$  angelegt. Im senkrechten Magnetfeld breitet sich dieser Puls in Richtung des Drain-Kontaktes aus. In einem gewissen Abstand vom Source-Kontakt wird der zeitabhängige Spannungsabfall registriert.

Die zeitaufgelöste Spannung kann auf jeder Seite des Hallbars abgetastet werden (Kontakte 1 und 2 in Abb. 4.1). Die beiden Seiten der Probe sind allerdings im Magnetfeld nicht äquivalent. Der Spannungspuls mit einer steilen Anstiegsflanke von  $\sim 1\text{ ns}$  ruft eine Fluktuation der Ladungsträgerdichte hervor. Bei hinreichend großen Magnetfeldern ( $\omega_c\tau \gg 1$ ) entstehen daraus die Oszillationen der Ladungsträgerdichte, Randmagnetoplasmonen (EMP), die sich in Form eines Wellenpakets unidirektional entlang des einen Probenrandes ausbreiten. Die Ausbreitungsrichtung ist dabei, wie bereits im Abschnitt 2.2.3 erläutert wurde, durch den Vektor  $[\mathbf{N} \times \mathbf{B}]$  definiert, wobei  $\mathbf{N}$  die Normale zum Rand des 2DES ist. Bei nach oben gerichtetem Magnetfeld (Abb. 4.1) propagiert die EMP-Welle entlang des

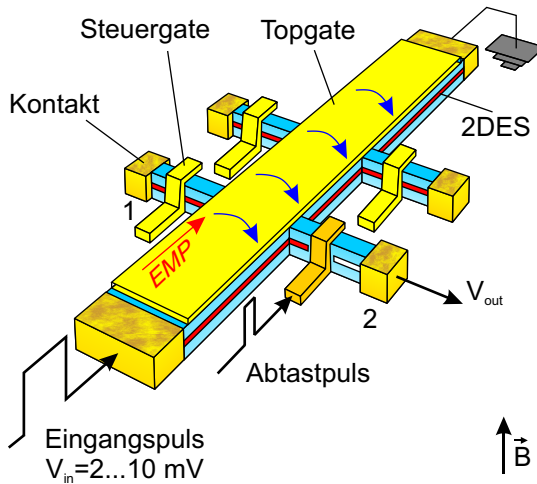
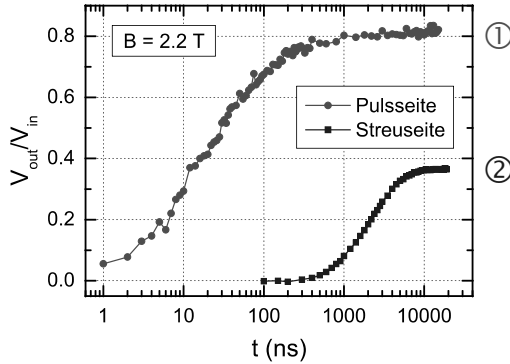


Abbildung 4.1: Geometrie der zeitaufgelösten Spannungsmessung.

linken Randes (Kontakt 1), wie der gerade Pfeil in Abb. 4.1 veranschaulicht. Da der Drain-Kontakt der Probe geerdet ist, kann die EMP-Welle ihn nicht passieren und wird dort absorbiert. Es kommt zu einer laufenden Welle zwischen Source- und Drain-Kontakt entlang einer Probenseite, wobei in den gepulsten Messungen nur die anfängliche Anregung der Ladungsträgerdichte-Verteilung registriert wird. Die einzige Möglichkeit der Potenzialübertragung auf die rechte Seite der Probe (Kontakt 2 in Abb. 4.1) besteht in den Streu- bzw. Diffusionsprozessen durch das Probeninnere, den so genannten *Bulk*.<sup>1</sup> Diese Transportart ist in Abb. 4.1 durch die gebogenen Pfeile symbolisch gezeichnet.

Die an jeder Probenseite gemessenen Pulse sind folglich sehr unterschiedlich, wie es Abb. 4.2 verdeutlicht. Hier sind logarithmisch in der Zeit zwei Pulse aufgetragen, die bei demselben Wert des Magnetfeldes auf gegenüberliegenden Seiten der Probe aufgenommen wurden. Die Amplituden der Pulse sind auf den jeweiligen Wert der Eingangsamplitude  $V_{in}$  skaliert, wobei diese für die obere Kurve (Kontakt 1)  $V_{in}^1 = 4$  mV und für die untere (Kontakt 2)  $V_{in}^2 = 10$  mV beträgt. Neben dem Unterschied in den Sättigungswerten der Spannungsamplituden (Signal bei  $t \simeq 10000$  ns) fällt auch das grundsätzlich verschiedene Zeitverhalten auf. Der am Kontakt 1

<sup>1</sup>In diesem Zusammenhang wird vom Bulktransport im Gegensatz zum Randtransport gesprochen.



**Abbildung 4.2:** Zeitlicher Verlauf der Pulse bei  $B = 2.2 \text{ T}$  ( $\nu = 3.4$ ) auf der Pulsseite (obere Kurve, Kontakt 1) und der Streuseite (untere Kurve, Kontakt 2) der Probe. Die Kontakte 1 und 2 liegen auf der gleichen Entfernung vom Source-Kontakt.

aufgenommene Spannungspuls zeichnet sich durch eine sehr hohe Geschwindigkeit bzw. sehr kleine Verzögerungszeit  $t_0$  aus. Diese entspricht dem Ansatzpunkt der Anstiegsflanke des detektierten Pulses ( $\approx 2 \text{ ns}$ ), wobei der Ursprung der Zeitachse mit dem Zeitpunkt übereinstimmt, in dem die Anstiegsflanke des Eingangspulses den Source-Kontakt erreicht hat. Die Verzögerungszeit  $t_0$  ist direkt proportional zur zurückgelegten Strecke  $L_1$  (geometrischer Abstand zwischen Source und Kontakt 1) und gibt Aufschluss über die Gruppengeschwindigkeit des Wellenpakets  $v_g = L/t_0$ . Da die Randmagnetoplasmonen die schnellste Anregung des Randes eines 2DES darstellen, ist  $v_g$  der Gruppengeschwindigkeit des EMP-Pakets zuzuordnen. Die experimentelle Bestimmung der Verzögerungszeit ist somit die geeignete Methode, die Gruppengeschwindigkeit der EMP zu messen und somit die Eigenschaften dieser kollektiven Anregungen zu studieren. Eine weitere Besonderheit des schnelleren Pulses in Abb. 4.2 ist die relativ kurze Anstiegszeit  $\tau$ , die das Erreichen der Sättigungsamplitude charakterisiert. Sie ist, wie  $t_0$  auch, magnetfeldabhängig und liegt typischerweise im Bereich von einigen zehn Nanosekunden. Die experimentelle Definition von  $t_0$  und  $\tau$  wird im nachfolgenden Abschnitt erläutert. Nach einer Zeit von  $t = 100 - 200 \text{ ns}$  ist die Sättigungsamplitude am Kontakt 1 meist erreicht (Abb. 4.2, Kurve 1) und bleibt über die Dauer des Eingangspulses konstant.

Die Verzögerungszeit des unteren Pulses in Abb. 4.2 liegt bei einigen hundert Nanosekunden. Die Anstiegszeit  $\tau$  beträgt hier je nach Magnetfeld bis zu  $20 \mu\text{s}$ , wobei

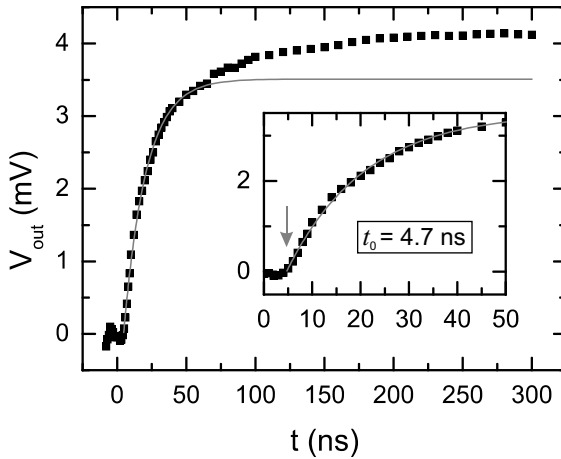
der Puls erst nach 10 und mehr Mikrosekunden sättigt. Der Maximalwert der Sättigungsamplitude  $V_0$  übersteigt in der gegenwärtigen Untersuchung nie 45% der Eingangsamplitude des Pulses  $V_{in}$ . Aus den angegebenen Zahlen wird der quantitative Unterschied zwischen den an Kontakten 1 und 2 detektierten Pulsen ersichtlich, wobei qualitativ die beiden Pulsformen im Anstiegsbereich sich häufig mit einer Drei-Parameter-Funktion der exponentiellen Sättigung gut annähern lassen. Um zwischen den beiden Fällen zu unterscheiden, wird im Folgenden die Probenseite mit dem Kontakt 2 als *Streuseite* bezeichnet, während die schnellere Ausbreitung auf der *Pulsseite* stattfindet (Kontakt 1). Bei der Wahl der Pulsamplitude waren stets die kleinstmögliche Signale bevorzugt, die dem linearen Transportregime entsprechen. Auf den Einfluss der Eingangsamplitude in bestimmten Fällen wird extra hingewiesen.

Die zeitaufgelösten Experimente auf der Pulsseite waren bereits in der Vergangenheit der Gegenstand umfangreicher Forschung [25, 85, 90, 95]. Hier werden solche Messungen der aktuellen Probe im ersten Teil des Kapitels gezeigt. Daraus lassen sich diverse Eigenschaften der Randstruktur in Quanten-Hall-Regime sowohl qualitativ als auch quantitativ verstehen. Neu in der gegenwärtigen Untersuchung ist die Messung der Pulsausbreitung auf der Streuseite der Probe. Es sollen dabei die zeitabhängigen Phänomene des Bulktransports aufgeklärt werden. Diese Ergebnisse werden im Abschnitt 4.3 präsentiert.

## 4.2 Messungen auf der Pulsseite

### 4.2.1 Charakterisierung des Pulses

Eine representative Messung der zeitabhängigen Spannung auf der Pulsseite der Probe ist in Abb. 4.3 durch die Punkte gezeigt. Der Spannungspuls erreicht sehr



**Abbildung 4.3:** Zeitabhängige Spannung (Punkte) an der Pulsseite bei  $B = 4.30$  T ( $\nu = 1.75$ ). Die durchgezogene Kurve ist ein Fit laut Gl. (4.1).

schnell den Messkontakt (bei dem hier gezeigten Magnetfeld beträgt die Verzögerungszeit  $t_0 = 4.7$  ns), worauf folgend eine Sättigung innerhalb von einigen zehn Nanosekunden bis zum Gleichgewichtswert stattfindet. Der Gleichgewichtswert der Spannung  $V_{GG} = V_{out}(t > 200$  ns) liegt je nach Magnetfeld sehr nah an dem Wert der Eingangsspannung  $V_{in}$ . Das leichte Übersteigen der Eingangsspannung von  $V_{in} = 4.0$  mV bei langen Zeiten in Abb. 4.3 ist auf eine mögliche Fehlanpassung des SMD-Widerstandes am Eingang der Probe zurückzuführen.<sup>2</sup>

Zu einer quantitativen Charakterisierung der zeitaufgelösten Spannung wird die

<sup>2</sup>In dieser Messung wurden zum Abschluss der Koaxialleitung am Source-Kontakt (siehe Abb. 3.5 auf Seite 48) RuO<sub>2</sub>-Widerstände verwendet, die bei Raumtemperatur einen nominellen Wert von 39  $\Omega$  aufweisen.

Pulsform mit einer exponentiell sättigenden Funktion angenähert:

$$V_{out}(t) = V_0 \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{t - t_0}{\tau} \right\} \right). \quad (4.1)$$

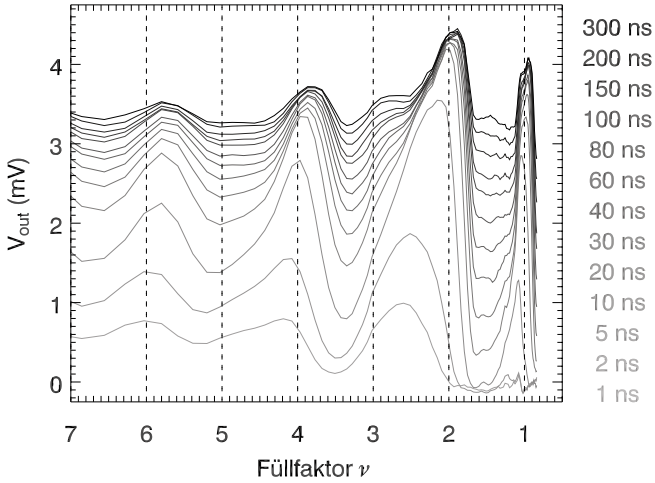
Das Ergebnis eines solchen Fits ist in Abb. 4.3 mittels einer durchgezogenen Kurve gezeigt. Wie hier zu sehen ist, gelingt eine adäquate Annäherung des gesamten Pulses mit einer Drei-Parameter-Funktion (4.1) nicht. Dies ist eine allgemeine Eigenschaft der übertragenen Signale bei den Füllfaktoren, deren Werte weit entfernt von ganzen Zahlen liegen ( $\nu = 1.75$  in Abb. 4.3). Die Ursache liegt in der Entkopplung der Randstruktur von den kompressiblen Zuständen im Bulk der Probe durch einen inkompressiblen Streifen und wird im Folgenden noch ausführlicher diskutiert. Da die Verzögerungszeit  $t_0$  eine wichtige Information über die Ausbreitung von Randmagnetoplasmonen und die Geometrie der Randstruktur liefert, werden für den Fit nur die zu Beginn des Pulses liegenden Punkte herangezogen, so dass die Anstiegsflanke sehr gut angenähert werden kann (siehe einen kleinen Graph in Abb. 4.3). Die Fit-Parameter der durchgezogenen Kurve in Abb. 4.3 betragen  $t_0 = 4.7$  ns,  $V_0 = 3.51$  mV und  $\tau = 16.2$  ns. Die Sättigungsamplitude  $V_0$  entspricht der Amplitude des schnellsten Signals (EMP-Mode) und die Anstiegszeit  $\tau$  ist ein Maß dafür, wie schnell  $V_0$  erreicht wird.

Die Pulsform im gesamten Zeitfenster lässt sich sehr gut mit einer linearen Kombination von zwei Funktionen (4.1) beschreiben [90]. Das verdoppelt, allerdings, die Anzahl der Fit-Parameter, was die Interpretation wesentlich erschwert. Außerdem ist die zeitliche Trennung der beiden unterschiedlich schnellen Prozesse nicht immer eindeutig möglich. Daher wird im Folgenden nur auf die Verzögerungszeit und die Amplitude des schnellsten Prozesses genauer eingegangen, während auf die Analyse der Anstiegszeit  $\tau$  für die Messung auf der Pulsseite verzichtet wird. Dieser Fitparameter für den ersten Anstieg unterliegt nämlich großer Variation bei der Verschiebung des Einsatzpunktes des zweiten Anstiegs zu kürzeren oder längeren Zeiten.

## 4.2.2 Magnetfeldabhängigkeit der Amplitude

Abbildung 4.4 liefert einen Überblick über die magnetfeld- und zeitabhängige Messung der Signalamplitude  $V_{out}(t)$  auf der Pulsseite. Der hier gezeigten Bereich der Füllfaktoren  $7 > \nu > 0.8$  entspricht der Änderung des Magnetfeldes zwischen  $B = 1.08$  T und  $B = 9.43$  T. Jede Kurve in Abb. 4.4 präsentiert die transiente Spannung in Abhängigkeit vom Füllfaktor, die zu einem bestimmten Zeitpunkt am Messkontakt registriert wird. Zu jedem Zeitpunkt ist ein oszillierendes Verhalten





**Abbildung 4.4:** Amplitude der am Messkontakt detektierten Spannung zu unterschiedlichen Zeitpunkten von  $t = 1$  bis  $t = 300$  ns (von unten nach oben) als Funktion des Füllfaktors. Die Amplitude des angelegten Pulses beträgt 4.0 mV.

klar zu erkennen, wobei die lokalen Maxima der Amplitude sich um die ganzzahligen Füllfaktoren bilden. Eine ausgeprägte Ausnahme stellt den Bereich  $3.5 > \nu > 1.5$ , wo das lokale Maximum zu sehr kurzen Zeiten bei  $\nu = 2.5$  liegt. Hierauf wird später noch ausführlicher eingegangen.

Die Magnetfeldabhängigkeit der zeitaufgelösten Amplitude korreliert mit dem Verlauf des Längswiderstandes  $R_{xx}(B)$  bei einer DC-Messung der Shubnikov-de Haas-Oszillationen (siehe, z. B., Abb. 2.5 auf Seite 17). Bei den ganzzahligen Füllfaktoren gilt  $\sigma_{xx} = 0 = \rho_{xx}$ , wobei jeder Rand einer Hallprobe eine äquipotenziale Linie bildet. Die Potentialdifferenz zwischen den Ränder ist durch  $\sigma_{xy} = \nu e^2/h$  gegeben, dessen Wert hier konstant bleibt. Das Potenzial der Pulsseite stimmt mit dem Potenzial des Source-Kontaktes überein und der Spannungspuls kann entlang dieses Randes störungsfrei übertragen werden. Wenn  $\nu$  nicht ganzzahlig ist, ist die Streuung zwischen den Probenrändern möglich ( $\sigma_{xx} \neq 0$ ) und ein Teil der Spannung fällt bereits auf der Strecke zwischen dem Source- und dem Messkontakt ins Probeninnere ab. Es kommt dabei zu den lokalen Minima der Amplitude bei diesen Magnetfeldern.

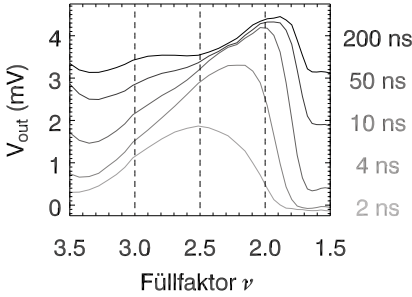
Die unterschiedlichen Höhen der Maxima bei diversen Füllfaktoren hängen mit der magnetfeldabhängigen Ausbreitungsgeschwindigkeit zusammen. Aus der Häu-

fung der Messkurven zu langen Zeiten in Abb. 4.4 ist auch erkennbar, dass der Sättigungswert der Amplitude für  $\nu = 6, 4$  und  $3$  im gezeigten Zeitfenster noch nicht erreicht ist. Die Abwesenheit der Struktur um  $\nu = 5$  ist dadurch zu erklären, dass diesem Füllfaktor eine wesentlich kleinere Energielücke der Spinaufspaltung entspricht, die bei der Temperatur des Experimentes von  $T = 1.5$  K noch nicht aufgelöst werden kann.

Näheres Hinschauen verdient das Verhalten der zeitabhängigen Amplitude im Bereich der Füllfaktoren  $3.5 > \nu > 1.5$  [Abb. 4.5(links)]. Hier wird zu den kürzesten Zeiten  $t < 5$  ns ein Maximum der Amplitude um den Füllfaktor  $\nu = 2.5$  beobachtet, während im Sättigungsbereich ( $t > 100$  ns) diesem Füllfaktor ein lokales Minimum entspricht. Das Maximum wandert mit der Zeit zu kleineren Füllfaktoren und resultiert in einem ausgeprägten Maximum um  $\nu = 2$  bei langen Zeiten. Gleichzeitig bildet sich ein lokales Maximum um  $\nu = 3$  bei  $t > 10$  ns, das bei den kürzeren Zeiten noch nicht zum Vorschein kommt. Die Ursache für das beobachtete Verhalten ist die Entkopplung der benachbarten kompressiblen Bereiche am Rand des 2DES durch den dazwischen liegenden inkompressiblen Streifen. Der Grad der Entkopplung hängt von der Breite dieses Streifens sowie von der Potenzialdifferenz zwischen den kompressiblen Bereichen ab. Anhand der Skizzen der Randstruktur [Abb. 4.5(unten)] zu Füllfaktoren, die jeweils den lokalen Maxima  $\nu = 2.9, 1.9$  und dem Minimum  $\nu = 2.5$  bei langen Zeiten entsprechen, kann dies folgendermaßen erklärt werden: Beim Füllfaktor  $\nu = 2.5$  [Abb. 4.5(unten, Mitte)] ist das Probeninnere kompressibel (graue Fläche bei höheren  $x$ -Werten, vgl. Abb. 2.8 auf Seite 23). Am Rand der Probe existieren neben dem Verarmungsbereich der Breite  $d_0$  zwei kompressible Streifen, die den beiden Energieniveaus des untersten spinaufgelösten Landau-Niveaus zuzuordnen sind. Diese Streifen sind durch den inkompressiblen Streifen der Breite  $a_2$  mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$  vom Rest der Probe getrennt. Er wirkt wie eine Barriere zwischen ausgedehnten Zuständen am Rand und im Probeninneren. Zu sehr kurzen Zeiten  $t < 5.0$  ns ist die Amplitude der Spannung noch klein genug, damit die Streuprozesse zum kompressiblen Bulk durch diesen Streifen der Breite  $a_2$  ( $\nu = 2.5$ ) verhindert werden können.<sup>3</sup> Bei längeren Zeiten und höheren Amplituden wird allerdings die Barriere überwunden und die Streuprozesse setzen über den inkompressiblen Streifen in den Bulk der Probe ein, was letztendlich in einem lokalen Minimum zu diesem Füllfaktor bei  $t > 100$  ns resultiert. Mit immer größer werdender Amplitude werden immer breitere inkompressible Streifen

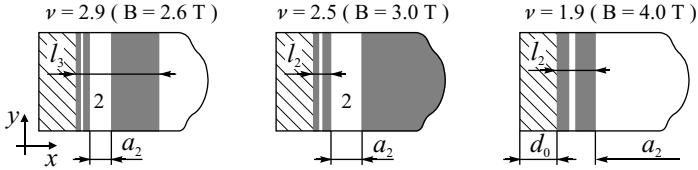
---

<sup>3</sup>Die Breite des inkompressiblen Bereichs bei  $\nu = 2.5$  kann laut [52, 53] zu  $a_2 = 182$  nm abgeschätzt werden. Das ist wesentlich größer als der Abstand zum Topgate  $d = 105$  nm, und die Pulsausbreitung kann im Rahmen der lokalen Kapazitätsnäherung betrachtet werden (siehe Abschnitt 2.2.5).



**Abbildung 4.5:** Links: Ausschnitt aus Abb. 4.4 für den Bereich der Füllfaktoren  $3.5 > \nu > 1.5$ .

Unten: Schema der Randstruktur zu  $\nu = 2.9, 2.5$  und  $1.9$ . Die grauen Flächen stellen die kompressiblen Bereiche dar. Die Verarmungszone der Breite  $d_0$  ist schraffiert gezeichnet.



benötigt, um den Randtransport vom Bulktransport zu entkoppeln. Die Breite  $a_2$  ist im Fall  $\nu > 2$  durch die Lücke im Energiespektrum  $\Delta E$  gegeben [52]:  $a_2 \sim \sqrt{\Delta E}$ , wobei für die letztere  $\Delta E = \hbar\omega_c = \hbar eB/m^*$  gilt. Demzufolge steigt  $a_2$  mit zunehmendem Magnetfeld, bis etwa beim Füllfaktor  $\nu = 2$  der maximale Wert erreicht wird. Hier erstreckt sich dieser Streifen über die ganze Probe, wobei dessen Breite quasi unendlich wird [Abb. 4.5(unten rechts)]. So erklärt sich die zeitliche Verschiebung des Maximums um  $\nu = 2.5$  zu niedrigeren Füllfaktoren. Das Vorhandensein des Maximums um  $\nu = 2.5$  bei kurzen Zeiten ist auf die schnellere Ausbreitung des Signals verglichen mit  $\nu = 1.9$  zurückzuführen. Die Gruppengeschwindigkeit der EMP-Welle ist laut Gl. (2.61) auf Seite 37 umgekehrt proportional zur Breite des Ausbreitungsbereichs:  $v_g \sim \Delta\sigma_{xy}/l$ . Solange die Amplituden klein sind, und noch keine Streuung über den inkompressiblen Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$  stattfindet, erfolgt die Ausbreitung sowohl bei  $\nu = 2.5$  als auch bei  $\nu = 1.9$  auf der Breite  $l_2$ . Aus der Bedingung  $l_2(\nu = 2.5) < l_2(\nu = 1.9)$  folgt der schnellere Transport bei kurzen Zeiten im Fall  $\nu = 2.5$ .

Beim Füllfaktor  $\nu = 2.9$  existieren drei kompressible Streifen am Rand der Probe [Abb. 4.5(unten links)], wobei der inkompressible Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$  hier schmaler ist als im Fall  $\nu = 2.5$ :  $a_2(\nu = 2.9) < a_2(\nu = 2.5)$ . Schon bei kleinsten Spannungen werden die kompressiblen Bereiche auf beiden Seiten dieses

inkompressiblen Streifens äquilibriert und der Randtransport findet auf der Breite  $l_3$  statt [Abb. 4.5(unten links)]. Aufgrund der Bedingung  $l_3 > l_2$  tritt eine langsamere Ausbreitung bei  $\nu = 2.9$  ein und das lokale Maximum kommt erst ab  $t > 10$  ns zum Vorschein.<sup>4</sup> Da der Bulk der Probe bei diesem Füllfaktor inkompressibel ist, bleibt das Maximum auch im Sättigungsbereich ( $t > 100$  ns) erhalten.

Abschließend soll betont werden, dass die Verschiebung der lokalen Maxima der Amplitude zu geringeren Füllfaktoren bei längeren Zeiten eine allgemeine Tendenz darstellt und in Abb. 4.4 auch um die Füllfaktoren  $\nu = 4$  und  $\nu = 1$  deutlich beobachtet werden kann.

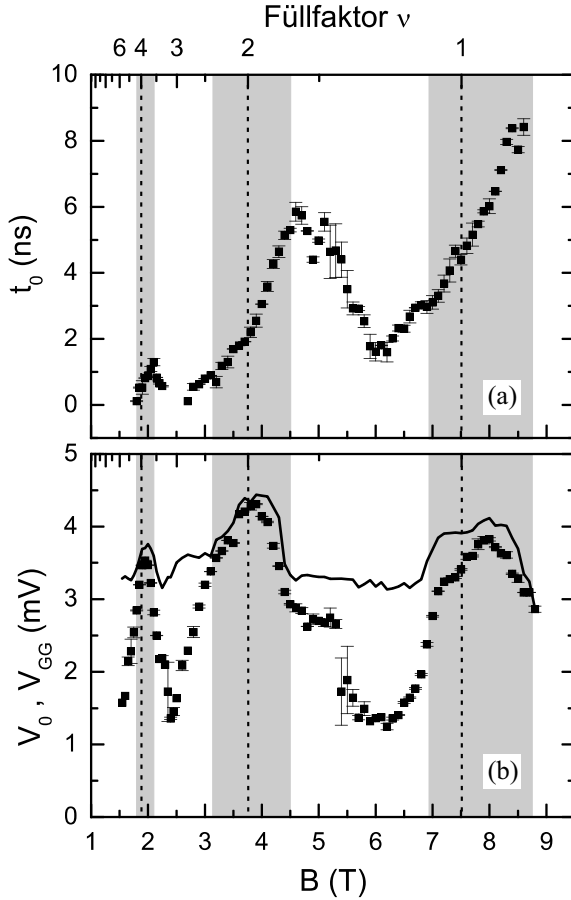
### 4.2.3 Verzögerungszeit

Die Abhängigkeit der Verzögerungszeit vom Magnetfeld verdeutlicht Abb. 4.6(a). Hier zeigen die Punkte den aus dem Fit (4.1) gewonnenen Parameter  $t_0$  für den ersten Anstieg. Die Verzögerungszeit weist ein oszillierendes Verhalten auf, wobei die Positionen der Extrema eine Korrelation mit den Füllfaktoren im Probeninneren zeigen. Bei den Füllfaktoren oberhalb der ganzzahligen Werten  $\nu = N + \delta$  ( $N \in \mathbb{N}$ ,  $0 < \delta < 1$ ) fängt die Zeit  $t_0$  an zu steigen [vgl.  $B = 1.8$  T ( $\nu = 4.2$ ),  $B = 3.2$  T ( $\nu = 2.4$ ) und  $B = 6.9$  T ( $\nu = 1.1$ )]. Dieser Anstieg setzt sich über die ganzzahligen Füllfaktoren hinaus fort und endet bei  $\nu = N - \delta$  [vgl.  $B = 2.1$  T ( $\nu = 3.6$ ) und  $B = 4.6$  T ( $\nu = 1.6$ )]. Beim weiteren Wachstum des Magnetfeldes fällt die Verzögerungszeit beinahe auf den Wert vor dem Anstieg ab und die Sequenz wird wiederholt.

Um der Natur der Prozesse, die die Verzögerungszeit bestimmen, näher zu kommen, scheint ein Vergleich dieser Zeit mit dem Verhalten der Signalamplitude nützlich. Punkte in Abb. 4.6(b) zeigen den Fit-Parameter  $V_0$  [Gl. (4.1)], der die Sättigungsamplitude des ersten Anstiegs mit der Verzögerungszeit  $t_0$  beschreibt. Die durchgezogene Kurve stellt den Gleichgewichtswert der Amplitude  $V_{GG}$  bei langen Zeiten dar. Wie bereits oben gezeigt wurde, unterscheidet sich dieser in der Regel vom Wert der Sättigungsamplitude des ersten Anstiegs,  $V_{GG} > V_0$ , da der gesamte Puls meist durch zwei unterschiedlich schnelle Prozesse charakterisiert werden kann (siehe Abb. 4.3). Es gibt jedoch Magnetfeldbereiche, in denen dies nicht zutrifft, d. h. der Spannungspuls kann mit der Funktion (4.1) auf der ganzen Länge zufriedenstellend angenähert werden und es gilt folglich,  $V_0 \simeq V_{GG}$ . Solche Bereiche sind in Abb. 4.6 grau schattiert und liegen um die ganzzahligen Füllfaktoren, wo die

---

<sup>4</sup>Obwohl  $\Delta\sigma_{xy}$  bei  $\nu = 2.9$  um etwa den Faktor 1.5 größer ist, als bei  $\nu = 2.5$ , wird diese Differenz den Unterschied in den Breiten  $l_3$  und  $l_2$  nicht dominieren [52], so dass  $v_g(\nu = 2.9) < v_g(\nu = 2.5)$  bei kleinen Zeiten und Amplituden gilt.



**Abbildung 4.6:** (a) Verzögerungszeit  $t_0$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld. (b) Sättigungsamplitude  $V_0$  des ersten schnelleren Anstiegs (Punkte) und die Amplitude der Spannung bei langen Zeiten  $V_{GG}$  (durchgezogene Kurve, gemittelt über  $250 < t < 300$  ns). Schattiert sind die Bereiche, wo  $V_0 \approx V_{GG}$ .

Amplitude der Pulse die lokalen Maxima erreicht. Bei diesen Magnetfeldern wird die Pulsausbreitung durch einen einzigen Prozess dominiert, was bedeutet, dass die gesamte Randstruktur in die Ausbreitung der EMP-Mode einbezogen ist und es keine Streuung in die vom Rand weiter entfernt liegenden kompressiblen Zustände stattfindet.

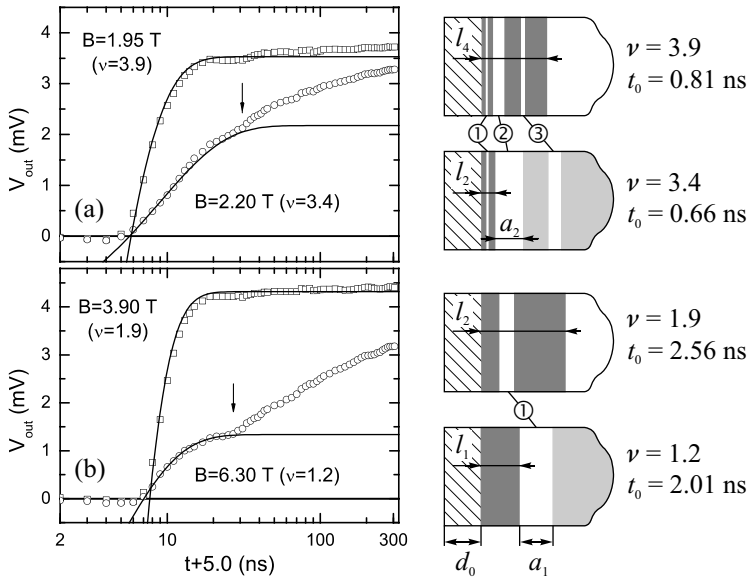
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der EMP-Mode in Randkanälen  $v_g \sim 1/t_0$  ist laut Gl. (2.61) gegeben durch

$$v_g \simeq \frac{\Delta\sigma_{xy}}{\epsilon\epsilon_0} \frac{d}{l}, \quad \Delta\sigma_{xy} = \frac{\nu_i e^2}{h}, \quad d \ll l. \quad (4.2)$$

Die Größe  $d$  im obigen Ausdruck bezeichnet den Abstand vom 2DES zum Topgate,  $\nu_i$  ist der Füllfaktor des inkompressiblen Bereichs, der die kompressiblen Streifen am Rand abgrenzt, die an der Übertragung der schnellen EMP-Mode beteiligt sind, und  $l$  steht für die Breite des Randbereichs, die sich aus den Breiten dieser kompressiblen und der dazwischen liegenden inkompressiblen Streifen zusammensetzt. Für die drei schattierten Bereiche von links nach rechts in Abb. 4.6 gilt  $\nu_i = 4, 2, 1$ , wenn  $\nu \geq 4, 2, 1$ , und  $\nu_i \equiv \nu$ , wenn  $\nu < 4, 2, 1$ . Am Anfang des jeweiligen schattierten Bereichs ( $B = 1.8, 3.2$  und  $6.9$  T) ist  $\nu_i = \text{const}$  und die Gruppengeschwindigkeit ist ausschließlich von der Breite des Randbereichs abhängig;  $v_g \sim 1/l$ . Die Letztere nimmt aber mit wachsendem Magnetfeld zu [52], was in einer sinkenden Geschwindigkeit  $v_g$  und einer steigenden Verzögerungszeit  $t_0$  resultiert. Genau dieses Verhalten wird auch im Experiment beobachtet, wo der Anfang des jeweiligen Anstiegs von  $t_0$  in Abb. 4.6(a) mit dem linken Rand des jeweiligen schattierten Bereichs übereinstimmt. Innerhalb der schattierten Bereiche wächst  $t_0$  weiter in Übereinstimmung mit stetig steigendem  $l$ . Beim Erreichen des rechten Randes des jeweiligen schattierten Bereichs hört das Wachstum der Verzögerungszeit  $t_0$  allerdings auf [vgl.  $B = 2.1$  T ( $\nu = 3.6$ ) und  $B = 4.6$  T ( $\nu = 1.6$ )]. Bei diesen Magnetfeldern findet der Übergang zum entkoppelten Transport-Regime statt, wo die Breite eines inkompressiblen Streifens innerhalb der Randstruktur groß genug wird, um die kompressiblen Bereiche an dessen beiden Seiten zu entkoppeln. Sie können ab hier als weitgehend unabhängig betrachtet werden.<sup>5</sup> Die Verzögerungszeit der fundamentalen EMP-Mode  $t_0$  ist nur durch die Breite  $l$  des äußersten kompressiblen Bereichs gegeben und nimmt dabei entsprechend ab. Gleichzeitig wird der Über-

---

<sup>5</sup>Im Bereich  $\nu < 1$  ist die Entkopplung durch die Bildung der inkompressiblen Streifen mit den gebrochenzahligen Füllfaktoren möglich. Die Auflösung solcher Streifen bei der Temperatur des Experimentes von  $T = 1.5$  K ist allerdings nicht zu erwarten. Dies bestätigt auch die DC-Messung, die weder Minima in Längswiderstand noch Plateaus in Hall-Widerstand bei gebrochenzahligen Füllfaktoren aufweist.



**Abbildung 4.7:** Transiente Signale am Detektionskontakt, die paarweise den Übergang vom Ein-Anstieg- zum Doppel-Anstieg-Verhalten zeigen. Dabei ändert sich die Anzahl der kompressiblen Streifen, die das schnellere Signal übertragen: (a)  $4 \rightarrow 2$  und (b)  $2 \rightarrow 1$ . Die Skizzen rechts zeigen die Randstruktur zu jedem Füllfaktor, wobei der Rand der Probe zur linken und das Probeninnere zu rechten Seite liegen. Die kompressiblen Streifen, die am schnellsten Transport teilnehmen, sind dunkel gezeichnet. Zahlen in Kreisen kennzeichnen die Füllfaktoren der inkompressiblen Streifen im Randbereich.

gang vom Ein-Anstieg- ( $V_0 \simeq V_{GG}$ ) zum Doppel-Anstieg-Verhalten ( $V_0 < V_{GG}$ ) in der Pulsform beobachtet [Abb. 4.6(b)].

Den Unterschied zwischen gekoppeltem und entkoppeltem Regime illustriert Abb. 4.7, wo die Spannungspulse jeweils innerhalb und außerhalb der schattierten Bereiche miteinander verglichen werden. Die durchgezogenen Kurven zeigen dabei die Fits des Anstiegsbereichs nach (4.1). Die obere Kurve in Abb. 4.7(a) liegt innerhalb des ersten schattierten Bereichs in Abb. 4.6, und die Transmission der schnellen EMP-Mode wird durch den Randbereich der Breite  $l_4$  bestehend aus vier kompressiblen und drei inkompressiblen Streifen (siehe Skizze rechts in Abb. 4.7) bedingt. Beim Erhöhen des Magnetfeldes auf  $B = 2.20$  T [untere Kurve in Abb. 4.7(a)] wird

die Breite  $a_2$  des inkompressiblen Streifens mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$  größer als der Abstand zum Topgate  $d$ , und der schnellere Transport wird nur noch durch zwei äußere kompressible Streifen mit einer deutlich kleineren Gesamtbreite  $l_2$  bestimmt. Die Bedingung  $l_2(\nu = 3.4) < l_4(\nu = 3.9)$  resultiert in der gemessenen Verzögerungszeit  $t_0(\nu = 3.4) < t_0(\nu = 3.9)$ .

Abbildung 4.7(b) und die Skizzen auf der rechten Seite zeigen ein ähnliches Verhalten beim Übergang von  $\nu = 1.9$  zu  $\nu = 1.2$ . Hier sorgt der inkompressible Streifen der Breite  $a_1$  mit dem Füllfaktor  $\nu_1 = 1$  für die Entkopplung. Die senkrechten Pfeile in beiden Graphen zeigen den Ansatz des zweiten Anstiegs bei einigen zehn Nanosekunden, der auf der logarithmischen Zeitskala besonders deutlich zu erkennen ist. Die Entkopplung durch den inkompressiblen Streifen mit  $\nu_i = 3$  wird in diesem Experiment nicht beobachtet, da die durch die Energie der Spinaufspaltung bedingte Breite  $a_3$  bei der gegebenen Temperatur von  $T = 1.5$  K vernachlässigbar ist.

Das Kriterium für die Beobachtung des entkoppelten Transportes lautet:  $a_i(B) \gg d$ , wobei  $a_i(B)$  die magnetfeldabhängige Breite eines inkompressiblen Streifens innerhalb der Randstruktur darstellt. Diese Bedingung ist sicherlich nicht nur innerhalb eines infinitesimal kleinen Bereichs des Magnetfeldes erfüllt. Tatsächlich existiert ein breites Intervall des Magnetfeldes, in dem entlang des Probenrandes entkoppelte und gekoppelte Gebiete vorhanden sind. Das Profil des Einschlusspotenzials kann je nach Stärke des langreichweitigen Coulomb-Potenzials der zufällig verteilten Dotieratome variieren, was zu einer räumlich oszillierenden Breite  $a_i$  führt. Im Experiment wird durch die Verzögerungszeit die ebenfalls oszillierende Breite  $l$  gemessen, die über die Strecke von  $L_1 = 248 \mu\text{m}$  zwischen Source- und Meskontakt gemittelt wird. Infolge dieser Mittelung wird eine Verbreiterung des Übergangs von größeren zu kleineren Werten in der Verzögerungszeit beobachtet [vgl. die Abschnitte der sinkenden Verzögerungszeit in Abb. 4.6(a) bei  $B = 2.10 \text{ T} \dots 2.25 \text{ T}$  und  $B = 4.60 \text{ T} \dots 6.00 \text{ T}$ ]. Aus dem Vergleich mit der Messung bei  $T = 70 \text{ mK}$  [90] wird auch ersichtlich, dass die höheren Temperaturen des aktuellen Experiments ebenfalls zur Steigerung dieser Verbreiterung beitragen.

#### 4.2.4 Breite des Randbereichs

Aus dem Ausdruck für die Gruppengeschwindigkeit der EMP-Mode (4.2) folgt für die Breite des Randbereichs

$$l_i = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{e^2}{h} \frac{d}{L_1} \nu_i t_0 . \quad (4.3)$$



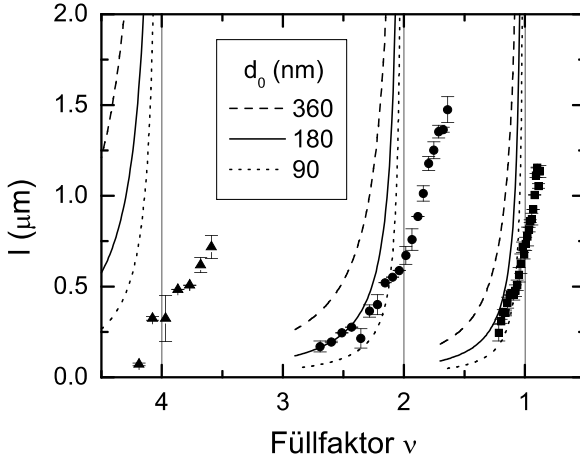
Hier steht  $L_1 = 248 \mu\text{m}$  für die Streckenlänge zwischen Source- und Messkontakt. Die Breite  $l_i$  bezeichnet dabei die gesamte Breite der Randstruktur, die durch den inkompressiblen Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu = \nu_i$  vom Bulk der Probe getrennt ist. Zur Auswertung der Breite  $l_i$  werden nur die Verzögerungszeiten  $t_0$  aus den steigenden Bereichen in Abb. 4.6(a) herangezogen, da nur hier die eindeutige Zuordnung zu den in die Transmission der EMP-Mode einbezogenen kompressiblen Streifen möglich ist. Der lokale Füllfaktor  $\nu_i$  wird für den jeweiligen Bereich definiert, wie bereits auf Seite 68 erklärt wurde.

Das Ergebnis der Berechnung der Breite  $l_i$  laut (4.3) ist in Abb. 4.8 durch Punkte gekennzeichnet. Die kleinste berechnete Breite, abgesehen vom Wert bei  $\nu = 4.2$ , liegt bei über 150 nm und ist somit deutlich größer als der Abstand  $d = 105 \text{ nm}$  zum Topgate. Das rechtfertigt nachträglich die lokale Kapazitätsnäherung, die zur Herleitung der Gl. (4.3) verwendet wurde. Die obere Grenze geht bis in den  $\mu\text{m}$ -Bereich hinein und stimmt gut mit den Resultaten der alternativen Messmethoden wie resistive DC-Messungen eines schmalen Kanals [96], Kapazitätsspektroskopie [97, 98] und Rasterkraftmikroskopie [10] überein. Insgesamt liefern die bei unterschiedlichen Füllfaktoren ermittelten  $l_i$  ähnliche Werte für die Breite der Randstruktur. Dies ist nicht verwunderlich, da die Letztere durch das Ladungsträgerdichteprofil bzw. Einschlusspotenzial der konkreten Probe gegeben ist.

Die Kurven in Abb. 4.8 stellen eine Berechnung der Breiten des Randbereichs nach der elektrostatischen Theorie von Chklovskii, Shklovskii und Glazman (CSG) [52] dar, die im Abschnitt 2.1.8 auf Seite 21 vorgestellt wurde. Der einzige Parameter dieser Theorie ist die Verarmungslänge  $d_0$  [Gl. (2.32)], die die Breite der Zone am Rand der Probe definiert, die keine Ladungsträger enthält. Aus  $d_0$  werden die Positionen der Zentren der inkompressiblen Streifen  $x_i$  und deren Breiten  $a_i$  ausgerechnet [Gl. (2.33) und (2.34)]. Die Breite des Randbereichs, in dem die Ausbreitung der EMP-Mode stattfindet, umfasst dabei alle kompressiblen und inkompressiblen Streifen von der Verarmungszone bis zum letzten inkompressiblen Streifen bzw. inkompressiblen Bulk. Sie ergibt sich zu

$$l_i = x_i - \frac{a_i}{2} - d_0, \quad i = 4, 2, 1. \quad (4.4)$$

In Abb. 4.8 sind die berechneten Kurven für drei Werte der Verarmungslänge gezeigt. In qualitativer Übereinstimmung mit der Theorie zeigen die Messdaten ein ansteigendes Verhalten bei der Annäherung an die ganzzahligen Füllfaktoren von oben. Quantitativ passen die berechneten Breiten für  $d_0 = 180 \text{ nm}$  am besten zu den gemessenen  $l_2$  und  $l_1$ , obwohl der nach Gl. (2.32) aus den Parametern der Probe errechnete Wert der Verarmungslänge  $d_0 = 356 \text{ nm}$  beträgt. Dies zeigt, dass in



**Abbildung 4.8:** Aus dem Experiment bestimmte Breiten des Randbereichs (Punkte), in dem sich die schnelle EMP-Mode ausbreitet. Die Kurven sind Resultat einer Berechnung nach [52, 53] für unterschiedliche Größen der Verarmungslänge  $d_0$ .

der vorliegenden Probe das Einschlusspotenzial steiler ist als in der CSG-Theorie [52] angenommen wird.

Ein signifikanter Unterschied ist bei den Füllfaktoren unterhalb der ganzzahligen Werte zu verzeichnen. Bei der Annäherung an die ganzzahligen Füllfaktoren von oben erfährt die berechnete Breite  $l_i$  eine Unstetigkeit, was auf das Verhalten des innersten inkompressiblen Streifens im Rahmen der Theorie [52, 53] zurückzuführen ist. Hier verschiebt sich der Streifen mit  $\nu_i = N + \delta$  bei  $\delta \rightarrow 0$  immer weiter zur Mitte der Probe und wird dabei immer breiter. Bei  $\nu = N$  erstreckt er sich über die gesamte Probenbreite (mit Ausnahme des Randbereichs), und gleich danach verschwindet er. Bei der Interpretation unseres Experimentes wird jedoch der letzte inkompressible Streifen als die Begrenzung der Randstruktur angenommen, in der die Ausbreitung der EMP-Mode stattfindet. Dessen Verschwinden unterhalb der ganzzahligen Füllfaktoren würde folglich zu einer starken Erhöhung der Verzögerungszeit führen. Im Experiment wird dies allerdings nicht beobachtet. Die Magnetfeldabhängigkeit von  $t_0$  weist bei  $\nu = N$  ( $N = 4, 2, 1$ ) keine Besonderheiten auf. Die Verzögerungszeit wächst stetig über die integralen Füllfaktoren hinaus, was die Vermutung zulässt, dass der Bulk der Probe auch bei  $\nu = N - \delta$  inkompressibel

bleibt [siehe jeweils die obere Skizze in Abb. 4.7(a) und (b)]. Die jüngsten Berechnungen von Siddiki und Gerhardt [99, 100] zeigen, dass die Berücksichtigung des langreichweitigen Coulomb-Potenzials der Dotieratomen eine Abhängigkeit von der Position und Magnetfeld im Auftreten des inkompressiblen Streifens im Probeninneren hervorruft. Das bedeutet eine effektive Verbreiterung des Bereichs der Magnetfelder um  $\nu = N$ , in dem der Bulk der Probe zumindest teilweise inkompressibel bleibt. Dieses Ergebnis vermeidet den Widerspruch zur Interpretation der experimentellen Daten.

Abschließend sei angemerkt, dass die frühe analytische CSG-Theorie, die hier zur quantitativen Einschätzung verwendet wurde, im Laufe der Zeit durch mehrere selbst-konsistente Berechnungen verfeinert wurde [99, 101, 102]. Die numerischen Ergebnisse dieser Arbeiten bezüglich der Breiten der inkompressiblen Streifen in realen Proben unterscheiden sich von dem hier verwendeten Modell zum Teil sehr deutlich, insbesondere in kritischen Bereichen bei  $\nu \rightarrow N$  [99]. Für grundsätzliche Betrachtung bleibt dennoch die anschauliche CSG-Theorie nach wie vor von großem Nutzen.

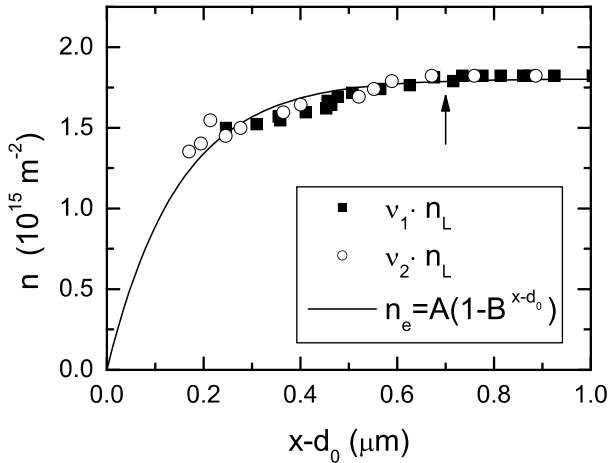
#### 4.2.5 Profil der Ladungsträgerdichte

Die gemessene Breite der Randstruktur  $l_i$  kann zur Bestimmung des Profils der Ladungsträgerdichte  $n(x)$  bei  $B = 0$  verwendet werden. In hohen Magnetfeldern bilden sich bei  $x = x_i$  flache Bereiche in der Abhängigkeit  $n(x)$ , wobei die  $x_i$  durch die Bedingung

$$n(x_i) = \nu_i \frac{eB}{h}, \quad \nu_i \in \mathbb{N}, \nu_i \leq \nu. \quad (4.5)$$

gegeben sind [52] (siehe auch Abb. 2.8 auf Seite 23). Diesen Bereichen entsprechen die inkompressiblen Streifen entlang der  $y$ -Richtung der Probe. Die Änderung des Magnetfeldes führt zur Variation der Breite dieser Streifen, wobei die Positionen ihrer Zentren in  $x$ -Richtung ( $x_i$ ) sich entlang des bei  $B = 0$  stetigen Verlaufs von  $n(x)$  bei  $B = 0$  verschieben. Die experimentelle Bestimmung von  $x_i$  gibt daher Aufschluss über die Verteilung der Ladungsträger am Rand der Probe.

Laut Gl. (4.4) gilt:  $x_i - d_0 \approx l_i$  ( $a_i \ll l_i$ ). Die unter Berücksichtigung dieses Ausdrucks und der Gl. (4.5) berechneten Werte der Ladungsträgerdichte sind in Abb. 4.9 durch Punkte gekennzeichnet. Dabei wurden die experimentellen Datensätze für  $l_1$  und  $l_2$  um die Füllfaktoren 1 und 2 aus Abb. 4.8 verwendet. Der Wert von  $\nu_i$  aus Gl. (4.5) wurde dabei folgendermaßen für den jeweiligen Datensatz



**Abbildung 4.9:** Aus der Breite des Randbereichs bei unterschiedlichen Magnetfeldern (Abb. 4.8) gewonnene Verteilung der Ladungsträgerdichte am Rand des 2DES bei  $B = 0 \text{ T}$  (Punkte). Die durchgezogene Kurve zeigt eine mögliche Extrapolation der Messdaten.

festgelegt ( $i = 1, 2$ ):

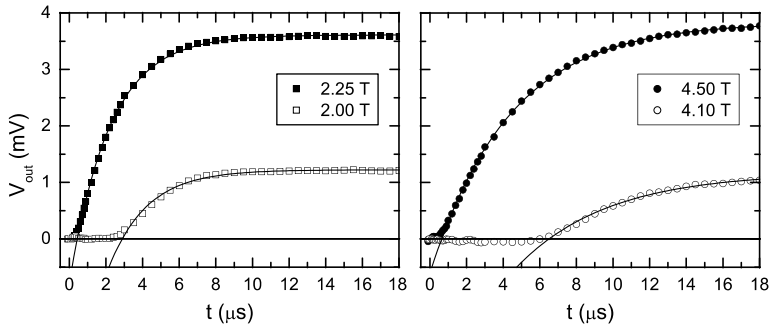
$$\nu_i = \begin{cases} i & \nu \geq i, \\ \nu & \nu < i. \end{cases}$$

Die Daten für die beiden inkompressiblen Streifen in Abb. 4.9 liegen gut übereinander, was die Annahme bestätigt, dass deren Position allein durch das Profil der Ladungsträgerdichte bei  $B = 0$ , d. h. durch die Form des Einschlusspotenzials bedingt ist. Oberhalb von  $x-d_0 \approx 0.7 \mu\text{m}$  wird die nominelle Ladungsträgerdichte der Probe von  $n_e = 1.8 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  erreicht. Diese Stelle ist mit einem Pfeil in Abb. 4.9 gekennzeichnet. Die Punkte liegen ab hier auf einer waagerechten Gerade, was die Konsequenz der Tatsache ist, dass hier  $\nu_i \equiv \nu$  gilt. Die durchgezogene Kurve stellt eine mögliche Extrapolation der Messdaten dar, wobei der Ursprung der  $x$ -Achse mit dem Ende der Verarmungszone  $x = d_0$  übereinstimmt.

## 4.3 Messungen auf der Streuseite

### 4.3.1 Charakterisierung der Pulse

Wie bereits in der Einleitung zu diesem Kapitel erwähnt wurde, findet die Pulsausbreitung auf der Streuseite wesentlich langsamer als auf der Pulsseite statt. Die Anstiegszeit  $\tau$  liegt hier typischerweise bei mehreren Mikrosekunden, was ein entsprechend breiteres Zeitfenster zur Signalerfassung erfordert. Wie auf der Pulsseite weist auch hier die Pulsamplitude eine Periodizität im Magnetfeld auf, wobei die lokalen Maxima hier zwischen den ganzzahligen Füllfaktoren liegen. Abbildung 4.10 zeigt exemplarisch zwei Datensätze (Quadrate und Kreise), die unterschiedlichen Phasen der Magnetooszillationen der Amplitude entsprechen. Gefüllte Symbole



**Abbildung 4.10:** Transiente Spannungen bei unterschiedlichen Magnetfeldern auf der Streuseite der Probe (Punkte). Die Eingangsamplitude der Pulse beträgt 10 mV. Die durchgezogenen Kurven sind Fits mit der Funktion (4.1).

stellen die Pulse um die lokalen Maxima der Transmission dar, während die offenen Symbole den Signalen in der Nähe von lokalen Minima entsprechen. Die durchgezogenen Kurven sind die besten Näherungen des jeweiligen Pulses laut Gl. (4.1). Die Fitparameter jeder Kurve sind in Tab. 4.1 aufgeführt.

Als erste Erkenntnis aus Abb. 4.10 ist festzustellen, dass die Pulse innerhalb der gesamten Erfassungszeit von  $18 \mu\text{s}$  mit einem einzigen exponentiell sättigenden Anstieg gut beschrieben werden können. Dies trifft allgemein für alle in diesem Teilkapitel vorgestellten Messungen zu. Dieser Umstand macht es deutlich, dass, im Gegensatz zu den Messungen auf der Pulsseite, die Pulsausbreitung auf der Streuseite durch einen einzigen Prozess bestimmt ist. Als Nächstes zeigen die Werte in Tab. 4.1 Korrelationen zwischen den Fitparametern. So erhöht sich die Verzöger-

$B$ (T)	$\nu$	$V_0$ (mV)	$t_0$ ( $\mu$ s)	$\tau$ ( $\mu$ s)
2.25	3.35	3.61	0.47	2.25
2.00	3.77	1.22	2.89	2.24
4.50	1.68	3.84	0.79	4.29
4.10	1.84	1.17	6.20	5.22

**Tabelle 4.1:** Fitparameter für die in Abb. 4.10 gezeigten Pulse.

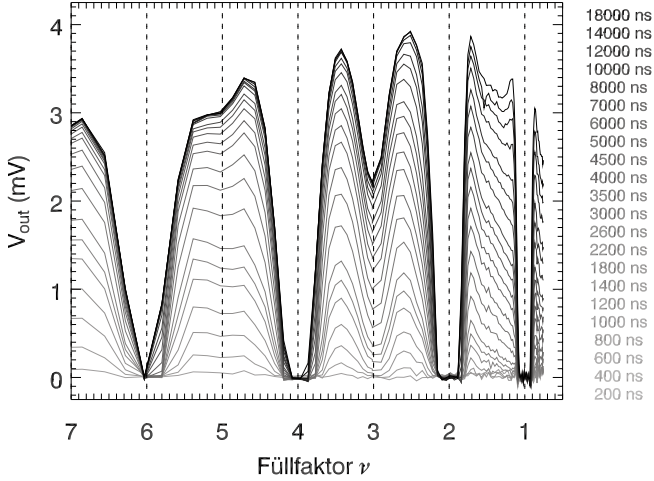
rungszeit  $t_0$  von einigen 100 Nanosekunden in den lokalen Maxima der Amplitude  $V_0$  um etwa eine Größenordnung auf mehrere Mikrosekunden bei der Annäherung an die Minima der Transmission. Die Anstiegszeit  $\tau$  weist weniger ausgeprägte Änderung innerhalb einer Periode der Magnetooszillationen auf. Sie nimmt, wie die Verzögerungszeit auch, mit wachsendem Magnetfeld zu. Im Folgenden wird genauer auf die Magnetfeldabhängigkeit der jeweiligen Fitparameter eingegangen.

### 4.3.2 Magnetfeldabhängigkeit der Amplitude

Abbildung 4.11 stellt den zeitlichen Verlauf der magnetfeldabhängigen Amplitude dar. Jede Kurve präsentiert die Spannung, die zu einem rechts aufgeführten Zeitpunkt am Messkontakt detektiert wurde, in Abhängigkeit vom Füllfaktor. Abbildung 4.11 ist zu entnehmen, dass unterhalb von 200 ns bei keinem Magnetfeld ein messbares Signal erreicht wird. Bei moderaten Magnetfeldern ( $\nu > 4$ ) erreicht die Amplitude bereits bei  $t \simeq 5 \mu$ s den Sättigungswert, während bei höheren Feldern ( $\nu < 2$ ) dies selbst bei  $t = 18 \mu$ s noch nicht der Fall ist. Die maximalen Werte der zeitaufgelösten Spannung liegen bei knapp 4.0 mV, wobei die Amplitude des Eingangssignals in dieser Messung 10.0 mV beträgt.

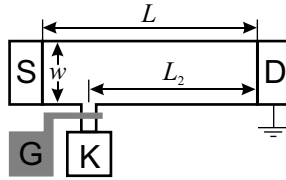
Die transiente Spannung zu jedem Zeitpunkt weist große Ähnlichkeit mit den Shubnikov-de Haas-Oszillationen des Längswiderstandes in einer DC-Messung auf. Die Minima liegen exakt bei den ganzzahligen Füllfaktoren, wobei bei  $\nu = 6, 4, 2$  und 1 gar kein Signal gemessen werden kann. Die Füllfaktor-Darstellung in Abb. 4.11 macht deutlich, dass die Positionen der Minima eine perfekte Symmetrie bezüglich der ganzzahligen Füllfaktoren besitzen. Die Maxima der Amplitude bilden sich bei den halbzahligen  $\nu$ , abgesehen vom Bereich  $\nu < 2$ , wo das letzte Landau-Niveau besetzt ist und der Einfluss der fraktionierten Zustände eventuell eine Rolle spielt.

Ein qualitatives Verständnis der Magnetfeldabhängigkeit der Amplitude liefert



**Abbildung 4.11:** Amplitude der auf der Streuseite detektierten Spannung zu unterschiedlichen Zeitpunkten von  $t = 200$  ns bis  $t = 18 \mu\text{s}$  (von unten nach oben) als Funktion des Füllfaktors. Die Amplitude des angelegten Pulses beträgt  $10.0$  mV. Das Magnetfeld ändert sich für die hier gezeigten Messdaten von  $1.1$  bis  $10.0$  T von links nach rechts.

das Verhalten von  $\rho_{xx}$  bzw.  $\sigma_{xx}$ . Aus den im vorigen Teilkapitel vorgestellten Messungen ist bekannt, dass innerhalb von einigen 10 Nanosekunden nach dem Anlegen des Pulses an den Source-Kontakt der Probe die Pulsseite beinahe auf das Potenzial des Eingangssignals gebracht wird. Dabei fließt der Strom entlang des Probenrandes in eine Richtung, die durch das äußere Magnetfeld vorgegeben ist. Aufgrund des Drain-Kontakts am Ende des Hallbars, der während der Messung mit der Messerde verbunden ist, kann das Signal die Streuseite entlang des Randes nicht erreichen. In diesem Fall wäre sonst der Puls spätestens innerhalb von einigen 10 Nanosekunden an dem Messkontakt auf der Streuseite eingetroffen. Dies wird allerdings im Experiment nicht beobachtet, was die Irrelevanz des Randtransportes für die Messung auf der Streuseite bestätigt. Die einzige Möglichkeit der Signalübertragung hier ist der Stromfluss durch das Probeninnere, den Bulk. Bei ganzzahligen Füllfaktoren gilt  $\rho_{xx} = \sigma_{xx} = 0$ . Im Bulk der Probe gibt es keine stromtragenden Zustände, dementsprechend wird auch auf der Streuseite kein Signal detektiert. Bei halbzahligem Füllfaktoren liegt das Maximum der Zustandsdichte eines Landau-Niveaus bei der Fermi-Energie im Probeninneren, die Werte von  $\rho_{xx}$  und  $\sigma_{xx}$  erreichen ih-



**Abbildung 4.12:** Schema der Probengeometrie zur Messung der zeitaufgelösten Spannung.

re lokalen Maxima und die Rückstreuung zwischen den Rändern, d. h. Transport durch den Bulk, wird möglich. Hier werden entsprechend höhere Werte der auf die Streuseite übertragenen Signale erwartet.

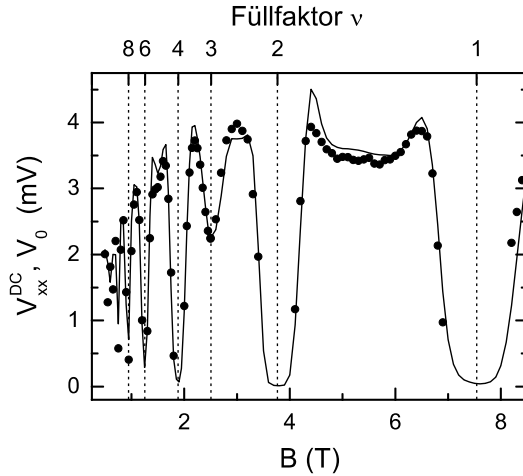
Um die Verbindung der gemessenen Amplitude mit der Leitfähigkeit der Probe quantitativ zu beschreiben, lohnt sich ein Vergleich mit einer DC-Messung, die speziell für diesen Zweck in einer Vier-Punkt-Geometrie (Abb. 2.4 auf Seite 15) durchgeführt wurde. Als Quelle diente ein Pulsgenerator, der die Spannungspulse der gleichen Amplitude, gleichen Länge und mit der gleichen Wiederholfrequenz, wie in einer zeitaufgelösten Messung, produzierte. Die Spannungen  $V_{xx}$ ,  $V_{xy}$  sowie der Strom durch die Probe wurden mittels Lock-In-Verstärker auf der Wiederholfrequenz des Pulsenerators erfasst. Dabei wurde die erste Harmonische gemessen, die dann auf die Amplitude des Pulses skaliert wurde. Aus der Messung werden die Komponenten des Widerstandstensors ermittelt. Diese können nun zur Berechnung des Spannungsabfalls entlang der Probe über die beliebige Länge verwendet werden:

$$V_{xx}^{DC} = I^{DC} \cdot \rho_{xx} \frac{L_2}{w} . \quad (4.6)$$

Hier bezeichnet  $L_2$  die Länge, über die der Spannungsabfall im DC-Fall  $V_{xx}^{DC}$  berechnet wird,  $w$  ist die Breite der Probe und  $I_{xx}^{DC}$  ist der Strom durch den Drain-Kontakt. Abbildung 4.12 zeigt vereinfacht die Probengeometrie mit den Längenverhältnissen bezüglich des Messkontakts K auf der Streuseite. Wird nun der tatsächliche Abstand vom Mess- zum Drain-Kontakt  $L_2 = 1330 \mu\text{m}$  ( $L = 1578 \mu\text{m}$ ,  $L_1 + L_2 = L$ ) und  $w = 180 \mu\text{m}$  in Gl. (4.6) eingesetzt, ergibt sich  $V_{xx}^{DC}$ , die in Abb. 4.13 als durchgezogene Kurve gezeigt ist. Die Punkte stellen die Sättigungswerte der zeitaufgelösten Amplitude  $V_0$  dar.<sup>6</sup> Eine sehr gute quantitative Übereinstimmung beider Größen im gesamten Bereich der Magnetfelder ist hier festzustellen. Zum einen bestätigt dies die offensichtliche Annahme, dass bei lan-

<sup>6</sup>Da auf der Streiseite das Signal nur durch einen Anstieg beschrieben wird, stimmt  $V_0$  mit dem Wert der Gleichgewichtsspannung  $V_{GG}$  bei sehr langen Zeiten überein.



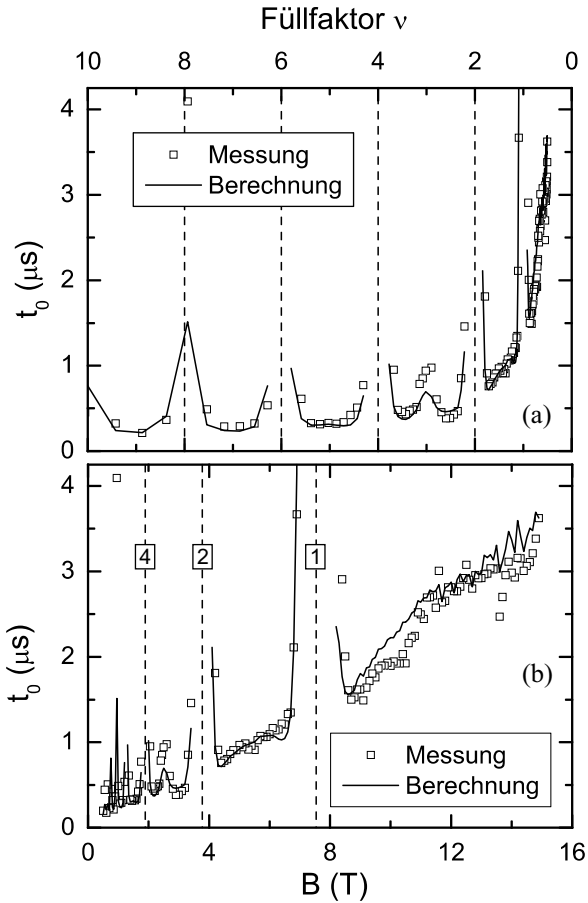


**Abbildung 4.13:** Aus dem Fit (Gl. 4.1) ermittelte Werte der Sättigungsamplitude  $V_0$  (Punkte) und aus der DC-Messung berechneter Spannungsabfall in Längsrichtung  $V_{xx}^{DC}$  (durchgezogene Kurve).

gen Zeiten der Übergang zum DC-Regime stattfindet. Zum anderen macht die quantitative Gleichheit beider Datensätze deutlich, dass die auf der Streuseite am Messkontakt detektierte Spannung durch die Streuprozesse über den Bulk auf der gesamten Länge zwischen diesem Kontakt und dem Drain-Kontakt der Probe zustande kommt. Ein Teil des Signals, der bereits auf der Strecke  $L_1 = L - L_2$  zwischen S und K zur Streuseite übertragen wurde (siehe Abb. 4.12), kann infolge des Randtransportes auf der Streuseite zurück zum Source-Kontakt fließen und wird am Messkontakt K nicht detektiert.

### 4.3.3 Verzögerungszeit

Die Verzögerungszeiten  $t_0$ , die aus den Fits der gemessenen Spannungspulse mit der Funktion (4.1) gewonnen wurden, sind in Abb. 4.14 als offene Punkte dargestellt. Der Bereich der niedrigeren Magnetfelder ist in Abb. 4.14(a) hervorgehoben, wo  $t_0$  gegen den Füllfaktor aufgetragen ist. Dieselben Messdaten sind in Abb. 4.14(b) in Abhängigkeit vom Magnetfeld gezeigt. Wie bereits die Sättigungsamplitude  $V_0$  weist auch die Verzögerungszeit ein symmetrisches Verhalten bezüglich der ganzzahligen Füllfaktoren auf. Bei der Annäherung an  $\nu = N \pm \delta$  ( $\delta \ll 1$ ) divergiert  $t_0$



**Abbildung 4.14:** Punkte stellen die aus dem Fit [Gl. (4.1)] ermittelten Werte der Verzögerungszeit  $t_0$  dar, jeweils in Abhängigkeit vom Füllfaktor (a) und Magnetfeld (b). Die durchgezogenen Kurven entsprechen der Berechnung nach Gl. (4.7) mit  $k = 0.02$ . Zahlen im unteren Graph kennzeichnen die Positionen der Füllfaktoren auf der  $B$ -Achse.

und im Limes  $\delta \rightarrow 0$  gilt  $t_0 \rightarrow +\infty$ . Hier wird entsprechend kein Signal im Zeitfenster von  $18 \mu\text{s}$  detektiert.<sup>7</sup> Neben den genannten Unstetigkeiten ist ein genereller Anstieg der Verzögerungszeit mit dem wachsenden Magnetfeld zu beobachten. Abgesehen von Bereichen  $\nu \in [N - \delta, N + \delta]$  erhöht sich  $t_0$  von 200 ns bei  $B = 0.5 \text{ T}$  annähernd linear auf  $3.6 \mu\text{s}$  bei  $B = 14.9 \text{ T}$ .

Zur Deutung der Verzögerungszeit betrachten wir die Driftbewegung der Ladungsträger unter Einfluss des elektrischen Feldes, das zwischen der Pulsseite und der Streuseite der Probe vorliegt. Die zeitlichen Parameter werden dabei durch die Driftgeschwindigkeit der Elektronen sowie die geometrischen Abmessungen der Probe bestimmt. In Anwesenheit senkrecht zueinander ausgerichteter elektrischer und magnetischer Felder ist die Driftgeschwindigkeit durch das Verhältnis der Feldstärken gegeben:  $v_D \simeq E/B$ . Dabei gilt für das elektrische Feld der Ausdruck  $E = V_0/w$ , wo  $V_0$ , die Sättigungsamplitude, den tatsächlich gemessenen Spannungsabfall über die Probe der Breite  $w$  darstellt. Andererseits ist die Driftgeschwindigkeit durch das Verhältnis der Streckenlänge  $w$  zur Driftzeit  $t_D$  zu definieren:  $v_D = w/t_D$ . Daraus folgt für die Driftzeit

$$t_D = k \frac{B}{V_0} w^2 . \quad (4.7)$$

Hier wurde die numerische Konstante  $k$  zur Anpassung an die experimentellen Daten eingeführt. Die durchgezogene Kurve in Abb. 4.14 stellt eine Berechnung nach Gl. (4.7) mit  $k = 0.02$  dar. Hier wurde die Sättigungsamplitude  $V_0$  aus Abb. 4.13 verwendet und für  $w$  die Breite der Probe  $w = 180 \mu\text{m}$  eingesetzt. Es wird eine nahezu perfekte Übereinstimmung der so berechneten Driftzeit  $t_D$  mit der experimentell ermittelten Verzögerungszeit  $t_0$  über den gesamten Magnetfeldbereich beobachtet. Der geringe Wert des Parameters  $k$ , der im klassischen Fall  $k = 1$  beträgt, ist unklar. Bemerkenswert ist jedoch, dass für die gegebene Signalamplitude seine Größe für alle Magnetfelder konstant bleibt. Daher scheint die funktionale Abhängigkeit der Verzögerungszeit auf der Streuseite (4.7) allgemein zu gelten. An dieser Stelle soll ebenfalls betont werden, dass das verwendete einfache Modell der Driftbewegung der Ladungsträger eine ungenügende Beschreibung der experimentellen Situation liefert. Es soll insbesondere um die Berücksichtigung der Abschirmung des elektrischen Feldes durch das metallische Topgate erweitert werden.

<sup>7</sup>Abbildung 4.14 beschränkt sich der Klarheit wegen auf  $t_0 < 4.25 \mu\text{s}$ , obwohl noch größere Werte in der Nähe der ganzzahligen Füllfaktoren registriert wurden.

### 4.3.4 Anstiegszeit

Die aus der Messung ermittelte Anstiegszeit  $\tau$  ist in Abb. 4.15 jeweils in Abhängigkeit vom Füllfaktor (a) und Magnetfeld (b) dargestellt. Sie steigt mit dem Magnetfeld grundsätzlich an und weist, wie die Verzögerungszeit auch, Unstetigkeiten bei den ganzzahligen Füllfaktoren auf. Die Anstiegszeit variiert, abgesehen von den Bereichen um die ganzzahligen Füllfaktoren, zwischen  $0.6 \mu\text{s}$  bei den kleinsten Magnetfeldern und etwa  $17 \mu\text{s}$  bei  $B = 14.9 \text{ T}$ .

Im ersten Teil dieses Kapitels wurde eine schnelle Ausbreitung des Pulses auf der Pulsseite der Probe demonstriert (Abschnitt 4.2). Demzufolge wird innerhalb einer kurzen Zeit nach dem Anlegen des Pulses ein schmaler ( $\sim 1 \mu\text{m}$ ) Streifen am Rand der Probe beinahe auf das elektrochemische Potenzial des Source-Kontakts gebracht. Dabei wird dieser Randstreifen zusätzlich aufgeladen [103]. Der stationäre Strom entlang des Randes stellt sich innerhalb von einigen 100 ns ein, wobei ein Teil des Stromes, insbesondere bei nicht ganzzahligen Füllfaktoren, ins Probeninnere fließt. Dieser Prozess ist mit der Verteilung der überschüssigen Ladung in der Fläche des 2DES verbunden. Die Ausbreitung der elektrischen Ladung in einem abgeschirmten 2DES wurde in [104, 105] durch eine Diffusionsgleichung beschrieben, wobei die Diffusionskonstante  $D$  gegeben ist durch

$$D = \frac{\sigma_{xx}}{C_{\Sigma}} = \frac{\sigma_{xx}d}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (4.8)$$

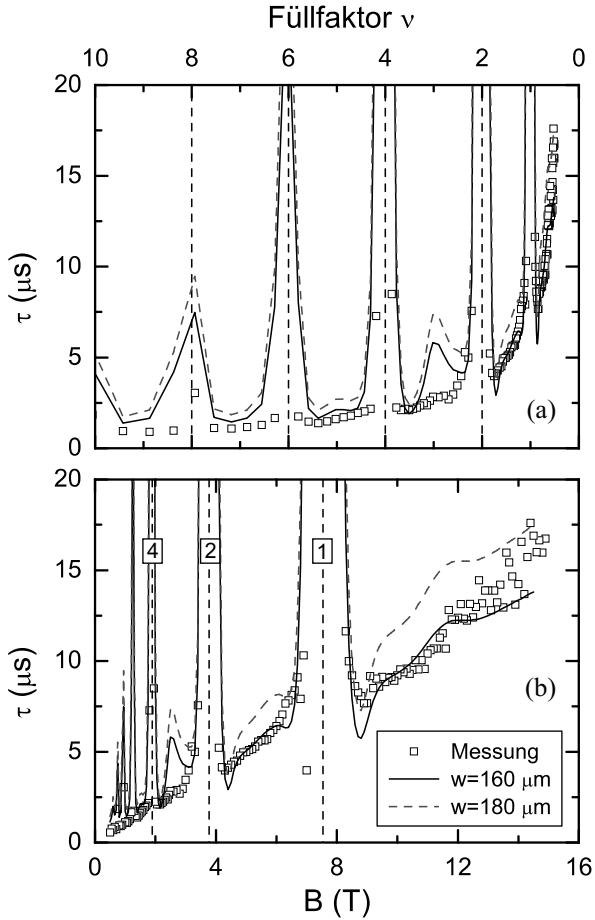
Die Kapazität pro Flächeneinheit  $C_{\Sigma}$  im obigen Ausdruck ist gemäß dem Modell des Plattenkondensators eingesetzt. Hier steht  $\epsilon = 13$  für die Dielektrizitätskonstante von GaAs und  $d = 105 \text{ nm}$  ist der Abstand des Topgates vom 2DES. Die charakteristische Aufladezeit der Fläche des 2DES ergibt sich zu [104]

$$\tau = \frac{w^2}{D} = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\sigma_{xx}d}w^2, \quad (4.9)$$

wobei  $w$  die Breite der Probe bezeichnet.

Die durchgezogenen Kurven in Abb. 4.15 stellen die Berechnungen nach Gl. (4.9) für zwei Werte der Probenbreite dar. Die Werte für  $\sigma_{xx}$  wurden einer DC-Messung entnommen (Abschnitt 4.3.2). Die Berechnung für die tatsächliche Breite der Probe  $w = 180 \mu\text{m}$  (gestrichelte Kurve) ergibt etwas höhere Werte der charakteristischen Zeit  $\tau$  verglichen mit den gemessenen. Zur besseren Anpassung mit dem Experiment wurde die Breite  $w$  als Parameter in Gl. (4.9) variiert. Eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten ergibt sich für  $w = 160 \mu\text{m}$  (durchgezogene Kurve in Abb 4.15).

Einer über alle Magnetfelder systematisch schnelleren Aufladung der Fläche des 2DES entspricht laut Gl. (4.9) eine etwas größere als die angenommene Diffusionskonstante  $D$ . Daraus folgt in Übereinstimmung mit Gl. (4.8) ein kleinerer effektiver



**Abbildung 4.15:** Anstiegszeit auf der Streuseite (Symbole) in Abhängigkeit vom (a) Füllfaktor und (b) Magnetfeld. Die Kurven stellen eine Berechnung nach Gl. (4.9) mit  $w = 160 \mu\text{m}$  (durchgezogene) und  $w = 180 \mu\text{m}$  (gestrichelte Kurve).

Wert der die Diffusion bestimmenden Kapazität der Probe. Tatsächlich enthält der Ausdruck für die Gesamtkapazität  $C_g$  eines abgeschirmten 2DES (pro Einheit der Fläche) neben dem bereits erwähnten geometrischen Term auch den kapazitiven Beitrag der Zustandsdichte [106, 107, 108]:

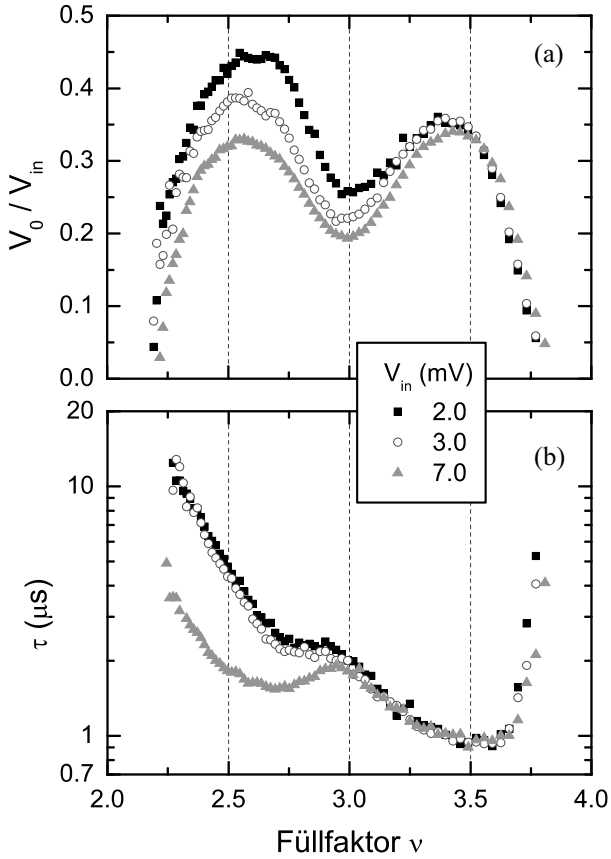
$$C_g^{-1} = \frac{d}{\epsilon\epsilon_0} + \frac{\gamma\langle z \rangle}{\epsilon\epsilon_0} + \frac{1}{e^2 D(E_F)}. \quad (4.10)$$

Der zweite Term im obigen Ausdruck ist die Korrektur zur geometrischen Kapazität, die auf die Verschiebung  $\langle z \rangle$  des Schwerpunkts der Wellenfunktion von der Grenzfläche des Heteroübergangs zurückzuführen ist ( $\gamma$  ist eine numerische Konstante, die in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen 0.5 – 0.7 beträgt). Der dritte Term in Gl. (4.10) enthält die Zustandsdichte bei der Fermi-Energie  $D(E_F)$ . Wie aus Gl. (4.10) zu sehen ist, gilt  $C_g < \epsilon\epsilon_0/d$ , was die notwendige Erhöhung der Diffusionskonstante bedingt.

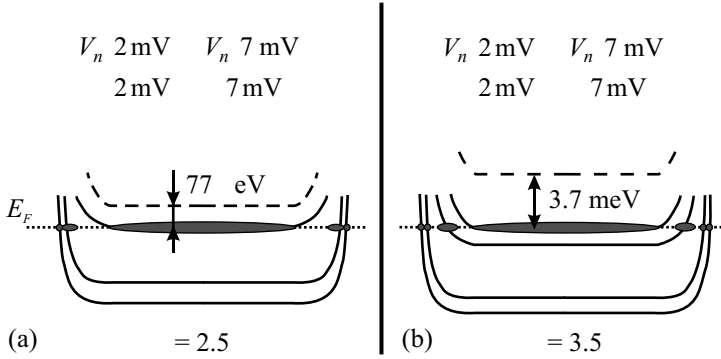
### 4.3.5 Besonderheiten im Bereich $2 < \nu < 4$

In diesem Abschnitt wird speziell auf das Verhalten des zur Streuseite übertragenen Signals im Bereich der Füllfaktoren  $2 < \nu < 4$  ( $3.8 \text{ T} > B > 1.9 \text{ T}$ ) eingegangen. Hier weist die Amplitude zwei lokale Maxima um die halbzahligen Füllfaktoren  $\nu = 2.5, 3.5$  sowie ein nicht auf Null reduziertes Minimum auf, das dem nicht vollständig aufgelösten Quanten-Hall-Plateau mit  $\nu = 3$  zuzuordnen ist (siehe Abb. 4.11 und 4.13). Die Zeitparameter zeigen dagegen Minima um die halbzahlige Füllfaktoren und ein Maximum bei  $\nu = 3$  [siehe Abb. 4.14 und 4.15(a)]. Ein interessantes Phänomen kommt bei der Variation der Amplitude des Eingangssignals zum Vorschein. Während das Maximum der Sättigungsamplitude um  $\nu = 3.5$ , und im Allgemeinen im Bereich  $3 < \nu < 4$  ein nahezu lineares Verhalten bei Erhöhung der Eingangsamplitude von 2.0 auf 7.0 mV zeigt, weist das andere Maximum um  $\nu = 2.5$  (bzw. Bereich  $2 < \nu < 3$ ) eine Reduktion der relativen Amplitude auf. Dies illustriert Abb. 4.16(a), wo die auf Eingangsamplitude  $V_{in}$  skalierten Sättigungsamplituden  $V_n = V_0/V_{in}$  gegen den Füllfaktor für unterschiedliche  $V_{in}$  aufgetragen ist. Die Anstiegszeit  $\tau$ , die nicht unmittelbar von der Amplitude des Signals abhängt [Gl. (4.9)], demonstriert im Bereich  $3 < \nu < 4$  gleiche Werte für  $V_{in} = 2.0 \text{ mV} \dots 7.0 \text{ mV}$ . Bei  $\nu < 3$  sinkt die charakteristische Zeit bei steigender Eingangsamplitude [Abb. 4.16(b)]. Das beschriebene Phänomen zeigt keine Abhängigkeit von der Polarität des Eingangssignals.

Die Ursache für dieses Verhalten kann sowohl in der Magnetfeldabhängigkeit der Randstruktur als auch in den Besonderheiten des Bulktransportes bei  $2 < \nu < 3$



**Abbildung 4.16:** Sättigungsamplituden (a) und Anstiegszeiten (b) der auf der Streuseite gemessenen Signale für die Eingangsamplituden von  $V_{in} = 2, 3$  und  $7$  mV.

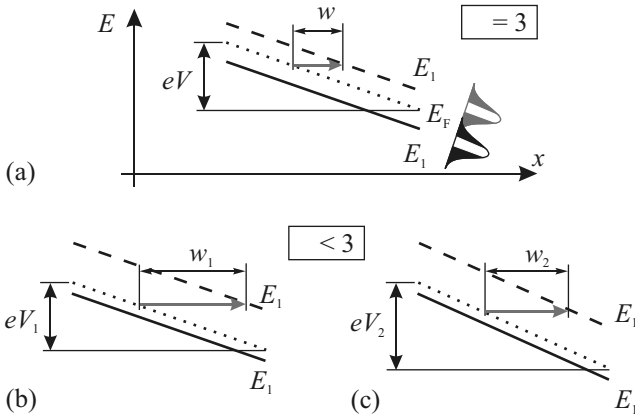


**Abbildung 4.17:** Skizzen der energetischen Struktur der Landau-Niveaus für (a)  $\nu = 2.5$  und (b)  $\nu = 3.5$ . Die gefüllten Bereiche kennzeichnen die ausgedehnten Zustände an der Fermi-Energie.

liegen. Magnetfeldabhängige Randtransportphänomene wurden bereits im ersten Teil dieses Kapitels betrachtet. Dort wurde gezeigt, dass der innerste inkompressible Streifen als eine Barriere wirkt, und dass dessen Breite bei der Streuung vom Rand in den Bulk der Probe ausschlaggebende Rolle spielt. Unterhalb des Füllfaktors  $\nu = 3$  wird der Streifen mit  $\nu_2 = 2$  immer breiter, und für kleinere Amplituden kann er den Transport zur Streuseite gewissermaßen blockieren (siehe Abb. 4.5). Bei höheren Amplituden setzen allerdings die Streuprozesse in das Probeninnere ein, was effektiv zu einer Erhöhung der Leitfähigkeit der Probe in Längsrichtung führt. Damit kann ein Teil der zur Streuseite übertragenen Spannung bereits am vorderen Probenstück der Länge  $L_1 = L - L_2$  (Abb. 4.12) abfallen. Als Resultat wird im Bereich  $2 < \nu < 3$  ein reduzierter Wert der relativen Amplitude verglichen zu  $\nu > 3$  registriert.

Ein anderer Ansatz berücksichtigt den Einfluss der Signalamplitude auf den Bulktransport. Der Schlüssel dazu liegt in der Struktur der Energieniveaus im betroffenen Bereich der Magnetfelder im Probeninneren. Diese ist in Abb. 4.17 für  $\nu = 2.5$  und  $\nu = 3.5$  skizziert. Die ausgewiesenen Energielücken  $\Delta E$ , die den Abstand der Fermi-Energie zum nächsthöheren unbesetzten Niveau kennzeichnen, wurden laut  $\Delta E_{2.5} = \Delta E_Z = |g^*| \mu_B B$  für  $\nu = 2.5$  und  $\Delta E_{3.5} = \Delta E_L - \Delta E_Z = \hbar \omega_c - |g^*| \mu_B B$  für  $\nu = 3.5$  berechnet, wobei  $|g^*| = 0.44$  und  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton ist. Bei der Energie der Spinaufspaltung  $\Delta E_S = \Delta E_{2.5}$  muss zusätzlich zur Zeeman-Energie  $\Delta E_Z$  auch die Austauschenergie  $E_{ex}$  berücksichtigt werden.





**Abbildung 4.18:** Modell der amplitudenabhängigen Besetzung der Energieniveaus. Gezeigt ist nur das zweite Landau-Niveau ( $n = 1$ ). Die Fermi-Energie  $E_F$  ist mit einer gepunkteten, das voll besetzte Niveau ( $1 \uparrow$ ) mit einer durchgezogenen und das teilweise besetzte ( $1 \downarrow$ ) mit einer gestrichelten Linie gezeichnet. (a)  $\nu = 3$ ; (b), (c)  $\nu < 3$ , wobei  $eV_1$  (b) kleiner als  $eV_2$  (c) ist.

Die letztere Energie ist proportional zur Differenz der Besetzungszahlen der beiden spinaufgelösten Energieniveaus des zweiten Landau-Niveaus:  $E_{ex} \propto (N_{1\uparrow} - N_{1\downarrow})$  (siehe Abschnitt 2.1.4).<sup>8</sup> Aufgrund der Kleinheit der Energielücke bei  $\nu < 3$  kann das höher liegende nominell unbesetzte Energieniveau unter Einfluss der Signalamplitude in den Bulktransport involviert werden. Dabei wächst die Anzahl der ausgedehnten Zustände im Probeninneren, was die erforderliche Erhöhung der Leitfähigkeit zur Folge hat. Dieses Szenario kann bei  $\nu > 3$  nicht verwirklicht werden, da hier das nächsthöher liegende unbesetzte Energieniveau im wesentlichen durch die weitaus größere Landau-Energie  $\Delta E_L$  getrennt ist ( $E_{2,5} \ll E_{3,5}$ ).

Die Beschreibung der amplitudenabhängigen Besetzung der Energieniveaus folgt dem Modell von Nachtwei *et al.* [109] (Abb. 4.18). Wir betrachten zunächst den Füllfaktor  $\nu = 3$  [Abb. 4.18(a)]. Das Fermi-Niveau liegt zwischen zwei spinaufgelösten Energieniveaus in den lokalisierten Zuständen [Skizze zur rechten Seite der Abb. 4.18(a)]; hier symbolisieren die hellen Bereiche in den gaußförmigen Kurven der 2D-Zustandsdichte ausgedehnte und die dunklen lokalisierte Zustände]. Hier liegt wegen unordnungs- und temperaturbedingter Verbreiterung der Energie-

<sup>8</sup>Da in dieser Messung bei  $T = 1.5$  K das Minimum in der Amplitude um  $\nu = 3$  nicht vollständig unterdrückt ist, gilt  $\Delta E_S \geq k_B T = 130 \mu\text{eV}$ .

niveaus eine beachtliche Anzahl der lokalisierten Zuständen an der Fermi-Energie vor. Aufgrund der zwischen den Rändern der Probe vorliegenden Hall-Spannung  $V$  besteht eine endliche Wahrscheinlichkeit, dass die Elektronen aus den lokalisierten in die ausgedehnten Zuständen tunneln können ohne den Energieerhaltungssatz zu verletzen. Dieser Prozess ist mit einem horizontalen Pfeil in Abb. 4.18 gekennzeichnet. Die Länge des Pfeils  $\Delta w$ , die durch die Energielücke  $\Delta E_S = \Delta E_{1\downarrow} - \Delta E_{1\uparrow}$  sowie die Hall-Spannung  $V$  bestimmt ist, entspricht der Breite der Tunnelbarriere zwischen lokalisierten und ausgedehnten Zuständen. Solche Tunnelvorgänge erzeugen einen Strom, der zwischen Puls- und Streuseite quer durch die Probe fließt, was sich letztlich in einem endlichen Wert der auf der Streuseite bei  $\nu = 3$  gemessenen Spannung äußert.

Bei Erhöhung des Magnetfeldes nähert sich die Fermi-Energie dem unteren besetzten Niveau ( $1 \uparrow$ ) [Abb. 4.18(b)]. Dabei sinkt die Besetzungszahl  $N_{1\downarrow}$  des oberen Niveaus, was zur Steigerung der Austauschenergie  $E_{ex}$  und somit zur Zunahme der Spinaufspaltung  $\Delta E_S = \Delta E_Z + E_{ex}$  führt. Daraus resultiert eine breitere Tunnelbarriere  $\Delta w_1$ , die den Beitrag der lokalisierten Zuständen zum Strom reduziert. Hier fließt der Strom bei kleineren Hall-Spannungen überwiegend aufgrund der ausgedehnten Zuständen des unteren Niveaus ( $1 \uparrow$ ). Die Erhöhung der Spannungsdifferenz  $V_2 > V_1$  führt zu einer stärkeren Verkippung der Energieniveaus [Abb. 4.18(c)]. Bei der gleich bleibenden Spinaufspaltung resultiert das in einer Reduzierung der Breite der Tunnelbarriere  $\Delta w_2 < \Delta w_1$ . Demzufolge steigt bei höheren Signalamplituden der Beitrag der lokalisierten Zuständen zum Transport, und die longitudinale Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  nimmt zu. Da die Rückstreuung dabei steigt, fällt ein größerer Teil der Spannung bereits vor dem Messkontakt auf der Strecke  $L_1 = L - L_2$  (Abb. 4.12), was eine Reduzierung der relativen Amplitude im Bereich  $2 < \nu < 3$  erklärt. Die Abnahme der Anstiegszeit  $\tau$  folgt unmittelbar aus Gl. (4.9), wenn  $\sigma_{xx}$  erhöht wird.

## 4.4 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurde die zeitabhängige Ausbreitung eines Spannungspulses in einer Probe im Quanten-Hall-Regime untersucht. Das physikalische Bild sieht hier wie folgt aus: Innerhalb von einigen zehn Nanosekunden nach dem Anlegen des Spannungspulses an den Source-Kontakt wird die Pulsseite der Probe auf ein hohes Potenzial gebracht, dessen Wert beinahe dem des Eingangspulses entspricht. Hier erfolgt die Ausbreitung in Form eines Wellenpackets der Randmagnetoplasmonen. Danach setzt das Tunneln in die kompressiblen Zuständen im Bulk der Probe ein. Dieser Prozess geschieht auf einer wesentlich längeren Zeitskala. Dabei ist es nicht der Abstand vom Messkontakt auf der Streuseite zum Source-Kontakt, sondern vielmehr sind es die Breite der Probe sowie die elektronischen Eigenschaften der Ladungsträger im Bulk, die die zeitlichen Parameter der Signalausbreitung bestimmen.

In der Messung auf der Pulsseite konnte die Rolle der inkompressiblen Streifen, insbesondere ihre Bedeutung in der füllfaktor- und amplitudenabhängigen Abkoppelung des Randtransports vom Bulktransport, aufgeklärt werden. Diese Abkopplung ist maßgeblich für das Auftreten der schnellen Pulse verantwortlich, die durch den einzelnen bzw. doppelten Anstieg der Spannung charakterisiert werden. Es konnte eine Korrelation zwischen dem Übergang vom Ein-Anstieg- zum Doppel-Anstieg-Verhalten der Pulsamplitude und der Magnetfeldabhängigkeit der Verzögerungszeit festgestellt werden. Die Analyse der Verzögerungszeit im Rahmen der lokalen kapazitiven Näherung konnte Aufschluss über die geometrische Breite des Randbereichs sowie das Profil der Ladungsträgerdichte geben.

Die zeitaufgelösten Messungen des Spannungsabfalls auf der Streuseite konnten als zeitabhängige Shubnikov-de Haas-Oszillationen des longitudinalen Widerstands aufgefasst werden. Aus dem Vergleich mit einer DC-Messung wurde der Teil der Probe bestimmt, der für die Signalübertragung zum Messkontakt auf der Streuseite verantwortlich ist. Die Auswertung der Verzögerungszeit zeigte, dass das Bild der Driftbewegung der Ladungsträger unter Einfluss der senkrecht zu einander ausgerichteten elektrischen und magnetischen Felder eine bis auf einen numerischen Faktor adäquate quantitative Übereinstimmung mit dem Experiment liefert. Die Anstiegszeit wurde zufriedenstellend im Rahmen einer Diffusion der Elektronen im abgeschirmten 2DES beschrieben. Dabei kam die Bedeutung der Probenbreite sowie die Wichtigkeit der kapazitiven Beiträge der Zustandsdichte zum Vorschein. Die Untersuchung der Anstiegszeit in abgeschirmten Proben eröffnet damit die Möglichkeit einer neuartigen kapazitiven Spektroskopie. Abschließend wurden Effekte der amplitudenabhängigen Besetzung der höher liegenden Energieniveaus

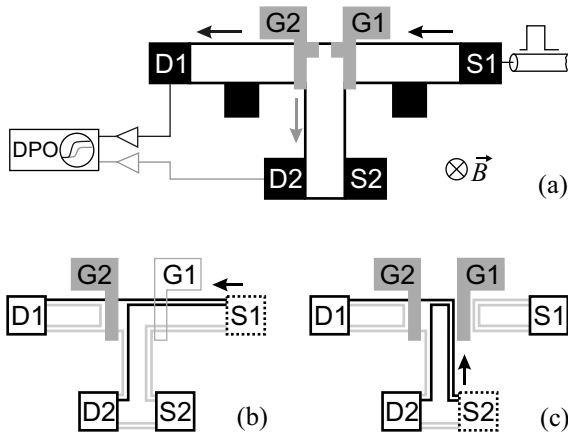
in starken elektrischen Feldern demonstriert. Insgesamt konnten die zeitaufgelösten Transportphänomene auf der Streuseite im Rahmen einfacher Modelle qualitativ und zum Teil quantitativ beschrieben werden.

## 5 Selektive Detektion der Randkanäle in der zeitaufgelösten Strommessung

Das vorliegende Kapitel stellt zeitaufgelöste Strommessungen an einer Probe vor, die selektive Detektion der Randkanäle ermöglicht. Im Unterschied zum vorherigen Kapitel, in dem zeitabhängige Signalausbreitung für einen breiten Bereich von Magnetfeldern diskutiert wurde, liegt hier der Schwerpunkt der Untersuchung bei Magnetfeldern, die den integralen Füllfaktoren entsprechen. Der Messbereich korrespondiert mit den Plateaus im Quanten-Hall-Regime, wo die nicht diagonale Komponente des Leitfähigkeitstensors quantisierte Werte annimmt und die diagonale Komponente gleich Null ist. Aufgrund der letzten Bedingung findet der Transport ausschließlich am Rand der Probe statt. Die Messung offenbart unterschiedliche Beiträge diverser Randkanäle zum Strom bei kurzen Zeiten, was auf die verschiedenen Ausbreitungsgeschwindigkeiten zurückzuführen ist. Bei bestimmten Bedingungen herrscht ein entkoppeltes Transportregime vor, infolge dessen die Untersuchung einer besonderen Art der Plasmaanregungen, der Interedge-Magnetoplasmonen, möglich wird. Auf den Einfluss der Amplitude des Signals sowie dessen Polarität wird ebenfalls eingegangen.

### 5.1 Einleitung

Der experimentelle Aufbau für die zeitaufgelösten Strommessungen ist in Abb. 5.1(a) schematisch dargestellt. Eine detaillierte Beschreibung findet sich im Abschnitt 3.2.4 auf Seite 49. Der stufenförmige Spannungspuls der Länge 200 – 1000 ns wird entweder an den Source-Kontakt S1 oder S2 angelegt. Der Strom fließt bei der angegebenen Ausrichtung des Magnetfeldes und in Abwesenheit der Rückstreuung ( $\sigma_{xx} = 0$ ) störungsfrei entlang der Probenränder in die durch die Pfeile in Abb. 5.1(a) ausgewiesene Richtung. An beiden Drain-Kontakten D1 und D2 wird der Strom mit einer zeitlichen Auflösung von besser als 1 ns detektiert. Dies geschieht entweder gleichzeitig mithilfe eines 4-Kanal-Oszilloskops und zweier identischer breitbandiger Spannungsverstärker oder einzeln abwechselnd, wenn das Oszilloskop im DPO-Modus betrieben wird (siehe Abschnitt 3.2.4). Zwei weitere ohm-



**Abbildung 5.1:** (a) Schema des experimentellen Aufbaus. Der Spannungspuls kann wahlweise an den Source-Kontakt S1 oder S2 angelegt werden. Das metallische Topgate, das das gesamte 2DES bedeckt, ist nicht gezeichnet. (b), (c) Schema der selektiven Detektion der Randkanäle für  $\nu = 2$  und unterschiedliche Source-Kontakte: S1 (b) und S2 (c). Die lokalen Füllfaktoren unter den Gates G1 und G2 sind  $g_1 = \nu$  (b),  $g_1 = 0$  (c) und  $g_2 = 1$  in beiden Fällen. Der Spannungspuls breitet sich in den schwarz gekennzeichneten Randkanälen aus.

sche Kontakte [nicht markierte schwarze Quadrate in Abb. 5.1(a)] dienen der Charakterisierung der Probe und werden in der zeitaufgelösten Messung nicht verwendet.

Mittels metallischer Schottky-Gates G1 und G2 wird die Ladungsträgerdichte des 2DES unterhalb der Gates lokal reduziert. Das wird durch Anlegen einer konstanten negativen Spannung  $V_{G1}$  bzw.  $V_{G2}$  an das jeweilige Gate gewährleistet. In diesem Zusammenhang werden neben dem globalen Füllfaktor  $\nu$ , der durch das äußere Magnetfeld und die nominelle Ladungsträgerdichte bedingt ist, die lokalen Füllfaktoren  $g_1$  und  $g_2$  unterhalb des jeweiligen Gates eingeführt. Die DC-Spannung am Gate G1 wird in diesem Experiment je nach Wahl des Source-Kontakts festgelegt und nicht weiter verändert. Im Falle des Source-Kontakts S1 [Abb. 5.1(b)] wird die Ladungsträgerdichte unterhalb des Gates G1 nicht beeinflusst ( $V_{G1} = 0$ ) und es gilt  $g_1 \equiv \nu$ . Bei der Wahl des Source-Kontakts S2 [Abb. 5.1(c)] wird das 2DES unterhalb des Gates G1 dagegen vollständig verarmt ( $V_{G1} = -350$  mV). Dieser Konfiguration wird der lokale Füllfaktor  $g_1 = 0$  zugeordnet. Ein Teil der Probe

rechts vom Gate G1 ist dabei vom Rest quasi abgeschnitten und der gesamte Strom durch die Probe wird auch hier an den Drain-Kontakten D1 und D2 registriert. Das andere Gate G2 hat die Funktion eines Verteilers des Signals zwischen den Drain-Kontakten D1 und D2. Dies ist in Abb. 5.1(b, c) am Beispiel eines Füllfaktors  $\nu = 2$  demonstriert. Hier wird unter dem Gate G2 der lokale Füllfaktor  $g_2 = 1$  eingestellt. Der äußere Randkanal wird dabei zum Drain-Kontakt D1 geleitet, während der innere Randkanal am Gate G2 zum Drain-Kontakt D2 abgelenkt wird. Hier handelt es sich um die den überschüssigen Strom tragenden Randkanäle, die das Potenzial des Source-Kontakts besitzen. Diese Randkanäle sind in Abb. 5.1(b, c) sowie in weiteren Schemata dieses Kapitels als schwarze Linien gekennzeichnet, während alle anderen Randkanäle als hellgrauen Linien dargestellt sind.<sup>1</sup>

Neben der Messung der individuellen Beiträge der Randkanäle an unterschiedlichen Kontakten, kann auch der Beitrag der gesamten Randstruktur zum Strom an jedem Drain-Kontakt ermittelt werden. Dabei wird der lokale Füllfaktor unter dem Gate G2 auf  $g_2 = \nu$  für D1 oder  $g_2 = 0$  für D2 eingestellt. Da die Probe eine perfekte symmetrische Anordnung der Source- und Drain-Kontakte bezüglich der Gates G1 und G2 aufweist, ist ein direkter Vergleich der an D1 und D2 aufgenommenen Signale unabhängig von der Wahl des Source-Kontaktes möglich. Der geometrische Abstand zwischen jedem Source-Kontakt und jedem Drain-Kontakt entlang der Linie der Signalausbreitung bei der in Abb. 5.1(a) angegebenen Ausrichtung des Magnetfeldes beträgt  $L = 1.56$  mm. Die Breite des 2DES liegt bei  $200 \mu\text{m}$ .

Das gesamte 2DES ist mit einem metallischen Topgate bedeckt (nicht gezeichnet in Abb. 5.1). Dieses Gate ist während der Messung mit der Messerde (Null-Potenzial) verbunden und schirmt dadurch die langreichweitige Coulomb-Wechselwirkung ab. Um einen Kurzschluss zu den Gates G1 und G2 zu vermeiden, werden die Letzten mit einer dünnen (etwa 23 nm) isolierenden PMMA-Schicht bedeckt. Die Einzelheiten zur Probenprozessierung wurden im Abschnitt 3.1.2 erläutert. Die Amplitude der Eingangsspannung wurde auf dem kleinstmöglichen Niveau von typischerweise 1.5 – 2.5 mV gehalten. Dies entspricht maximalen Strömen von einigen Hundert Nanoampere. Auf den Einfluss höherer Amplituden sowie der Polarität des Signals wird in den entsprechenden Abschnitten extra hingewiesen.

Die im vorliegenden Kapitel vorgestellten Messergebnisse sind zum Teil in [110, 111, 112] veröffentlicht.

---

<sup>1</sup>Im Weiteren werden diese beiden Arten der Randkanäle häufig als *besetzte* und *unbesetzte* bezeichnet.

## 5.2 Messung beim Füllfaktor $\nu = 4$

### 5.2.1 Charakterisierung im DC-Limes

Wie aus der Einleitung folgt, werden im Laufe der Messung konstante Spannungen an die Gates G1 und G2 angelegt, die eine Änderung der Ladungsträgerdichte unterhalb der Gates hervorrufen und dadurch die vom globalen Füllfaktor  $\nu$  abweichenden lokalen Füllfaktoren  $g_1$  und  $g_2$  definieren. Dazu muss zuerst jedes Gate charakterisiert werden. Dies erfolgt in einer Messung des Stromes bei langen Zeiten nach Anlegen des Spannungspulses in Abhängigkeit von der Gatespannung. Bei diesen Zeiten ( $1 \mu\text{s}$ ) wird die Sättigungsamplitude bei den ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu$  bereits erreicht, und eine solche Messung ist zu einer reinen DC-Messung äquivalent.

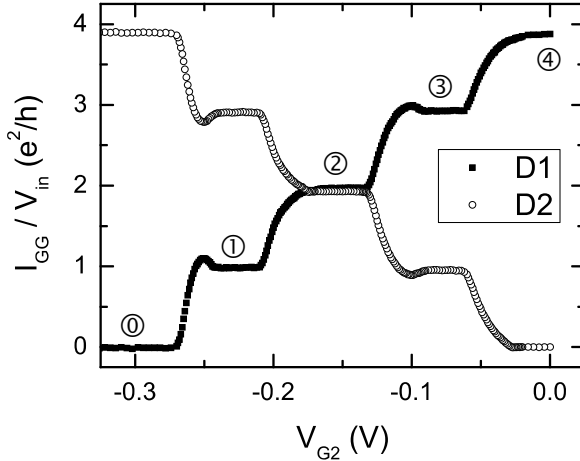
Abbildung 5.2 zeigt ein Beispiel einer solchen Charakterisierung für die Kontaktpaare S1-D1 und S2-D2 und den Füllfaktor  $\nu = 4$ . Der Strom ist hier auf die Eingangsspannung von  $V_{in} = 2.6 \text{ mV}$  skaliert und in Einheiten ( $e^2/h$ ) dargestellt. Die Spannung  $V_{G2}$  am Gate G2 variiert zwischen 0 und  $-320 \text{ mV}$ , während das Gate G1 auf Null-Potenzial fixiert ist:  $V_{G1} = 0$ ,  $g_1 = \nu$  [volle Transmission unterhalb G1; s. Abb. 5.1(b)]. Mit sinkender Spannung am Gate G2 werden immer weniger Randkanäle von S1 zu D1 übertragen, bis bei  $V_{G2} < -280 \text{ mV}$  der Strom durch D1 gänzlich unterdrückt wird [Kurve D1 (Quadrate) in Abb. 5.2]. Davor treten ausgeprägte Plateaus auf, in denen der Leitwert des Kontaktpaares ganzzahliges Vielfaches der quantisierten Leitfähigkeit eines spinaufgelösten Randkanals von ( $e^2/h$ ) beträgt. Der Mitte des jeweiligen Plateaus in der Gate-Charakteristik S1-D1 wird der lokale Füllfaktor  $g_2$  zugeordnet, dessen numerischer Wert durch die eingekreisten Zahlen in Abb. 5.2 angegeben ist. Jedem Plateau in der Gate-Charakteristik S1-D2 [Kurve D2 (Kreise) in Abb. 5.2] kann ebenfalls eine Zahl ( $\nu - g_2$ ) zugeordnet werden, die mit der Anzahl der am Gate G2 zum Drain-Kontakt D2 abgelenkten Randkanäle übereinstimmt. Es ist zu beachten, dass der an den Kontakten D1 und D2 gemessene Strom tatsächlich den gesamten Strom durch die Probe darstellt. Das folgt aus der Tatsache, dass die Summe der einzelnen Beiträge an D1 und D2 der Leitfähigkeit der Probe bei  $\nu = 4$  von  $4(e^2/h)$  entspricht. Die geringfügigen Abweichungen von den quantisierten Werten in Abb. 5.2 sind durch den Zwei-Punkt-Charakter der Messung zu erklären.

Eine interessante Besonderheit in der Gate-Charakteristik ist in Abb. 5.2 beim Übergang von Plateaus mit dem ungeradzahligen lokalen Füllfaktor  $g_2 = 3$ ; 1 zu denen mit dem geradzahligen  $g_2 = 2$ ; 0 zu verzeichnen. Hier zeigt das Signal zwischen S1 und D1 eine lokale Erhöhung des Stromes über den Wert, der durch die quanti-

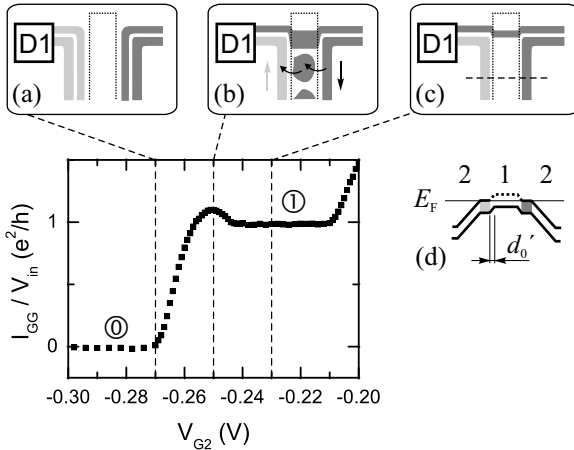


sierte Leitfähigkeit im Plateau bestimmt ist. Der Strom zwischen S1 und D2 weist an diesen Stellen ( $V_{G2} = -100$  mV und  $V_{G2} = -250$  mV) dagegen eine Absenkung der Amplitude auf. Es ist bemerkenswert, dass diese Besonderheit nur dann auftritt, wenn der zweite spinaufgelöste Randkanal eines Landau-Niveaus und damit dieses Landau-Niveau komplett aus dem Bereich unter dem Gate verdrängt wird. Beim Ablenken des ersten Randkanals eines Landau-Niveaus (Übergänge  $4 \rightarrow 3$  und  $2 \rightarrow 1$ ) sind keine lokalen Extrema in der Gate-Charakteristik zu beobachten.

Die Ursache für dieses Verhalten liegt, unserer Meinung nach, in der Streuung zwischen den besetzten und unbesetzten Randkanälen auf beiden Seiten des Gates G2 über dieses Gate und kann folgendermaßen erklärt werden. Abbildung 5.3 präsentiert einen Ausschnitt aus Abb. 5.2, der den Plateau-Übergang  $1 \rightarrow 0$  darstellt. Die Skizzen (a)-(c) zeigen die Konfiguration der Randkanäle um das Gate G2 für drei unterschiedliche Werte der Gatespannung. In weiterer Diskussion werden nur die zwei äußersten spinaufgelösten Randkanäle betrachtet, die dem untersten Landau-Niveau entstammen. Die Berücksichtigung der restlichen zwei Randkanäle



**Abbildung 5.2:** Zwei-Punkt-Leitwert bei langen Zeiten nach Anlegen des Pulses (DC-Limes) für die Kontaktpaare S1-D1 (Quadrate) und S1-D2 (Kreise) in Abhängigkeit von der Spannung am Gate G2.  $\nu = g_1 = 4$  ( $B = 1.8$  T), Zahlen in Kreisen bezeichnen die Anzahl der unter dem Gate G2 durchgelassenen Randkanäle.



**Abbildung 5.3:** Ausschnitt aus Abb. 5.2, der den Übergang zwischen zwei Plateaus in der Gate-Charakteristik darstellt. Die oberen Skizzen zeigen die Anordnung der Randkanäle um das Gate G2 für  $V_{G2} = -270$  mV (a),  $V_{G2} = -250$  mV (b) und  $V_{G2} = -230$  mV (c). Nur die zwei äußeren Randkanäle sind gezeichnet. (d) Energie-Schema des unteren Landau-Niveaus entlang der gestrichelten Linie in (c).

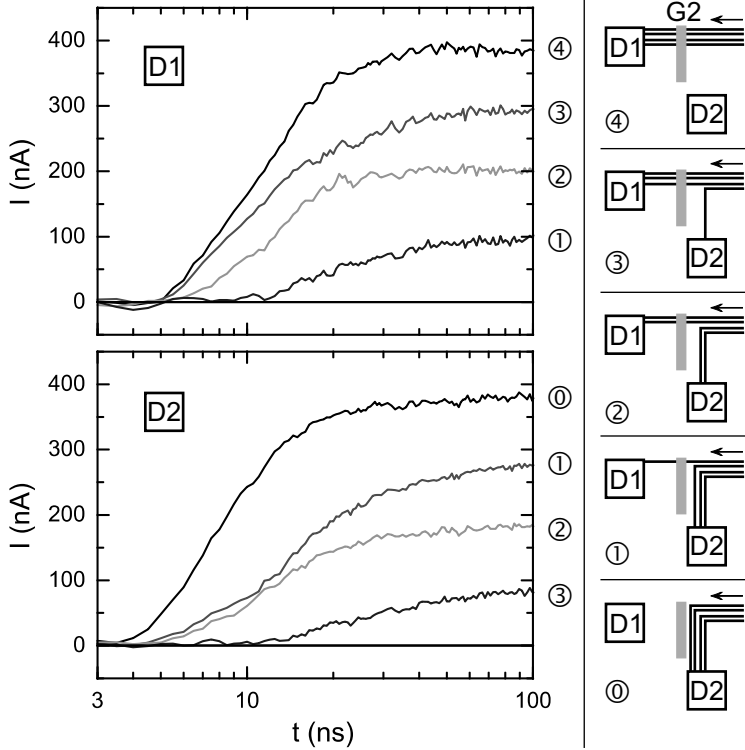
ist für die Erklärung des Effektes nicht erforderlich. Für den Übergang  $3 \rightarrow 2$  sollen in voller Analogie nur die Randkanäle des oberen Landau-Niveaus betrachtet werden. In der Mitte des Plateaus mit  $g_2 = 1$  [ $V_{G2} = -230$  mV, Abb. 5.3(c)] wird ein Randkanal unter dem Gate G2 durchgeführt. Die Fermi-Energie unter diesem Gate weit weg vom Rand der Probe liegt exakt zwischen den zwei spinaufgelösten Energieniveaus des untersten Landau-Niveaus. Dies verdeutlicht Abb. 5.3(d), die den Verlauf der elektronischen Energieniveaus entlang der gestrichelten Linie in Abb. 5.3(c) schematisch darstellt. Hier bezeichnet  $d'_0$  den geometrischen Abstand der Randkanäle vom Gate G2. Dieser Abstand gibt die Breite einer Art Verarmungszone wieder und ist der CSG-Theorie [52] folgend durch  $d'_0 \propto \Delta E_S/E_F$  gegeben, wobei  $\Delta E_S$  die Energie der Spinaufspaltung ist. Beim weiteren Absenken der Gatespannung bewegt sich das letzte besetzte Energieniveau unter dem Gate energetisch nach oben und nähert sich der Fermi-Energie. Dabei entstehen aufgrund des Unordnungspotenzials begrenzte Bereiche unter dem Gate, in denen Elektronen delokalisiert sind [Abb. 5.3(b)]. Zuerst kommt es noch nicht zur Rückstreuung des äußersten Randkanals über die Probenbreite von  $200 \mu\text{m}$ , d. h. in vertikale Rich-

tung in Abb. 5.3(b). Die Streuung in die horizontale Richtung über die wesentlich kleinere Breite des Gates von  $50\ \mu\text{m}$  kann jedoch bereits erfolgen. Dabei spielt die geringe Energie der Spinaufspaltung und somit auch die geringe Breite der Verarmungszone  $d'_0$  eine entscheidende Rolle, da dies das Tunneln der Ladungsträger aus dem besetzten Randkanal in die kompressiblen Insel unter dem Gate ermöglicht. Solche Tunnelereignisse sind in Abb. 5.3(b) durch gebogene Pfeile gekennzeichnet. Die Ladungsträger, die vom besetzten Randkanal rechts vom Gate G2 in den unbesetzten links vom Gate gestreut werden, tragen zusätzlich zum Strom durch den Drain-Kontakt D1 bei, was das beobachtete Maximum um  $V_{G2} = -250\ \text{mV}$  bedingt. Bei weiterer Senkung der Gatespannung wird die gesamte Fläche unter dem Gate G2 kompressibel, die Rückstreuung des äußersten Randkanals über die Probenbreite setzt ein, und der Strom durch D1 wird reduziert. Bei  $V_{G2} = -270\ \text{mV}$  [Abb. 5.3(a)] ist das 2DES unter dem Gate G2 vollständig verarmt, und keine besetzten Randkanäle werden zum Drain-Kontakt D1 übertragen. Die experimentelle Beobachtung, dass das beschriebene Phänomen nicht bei den Plateau-Übergängen  $4 \rightarrow 3$  und  $2 \rightarrow 1$  auftritt, liegt in der Tatsache begründet, dass die Breite der Verarmungszone  $d'_0$ , die in diesem Fall durch die Energie der Landau-Aufspaltung  $\Delta E_L$  bestimmt wird, wesentlich größer ist und das Tunneln aus dem besetzten Randkanal in den Bereich unter dem Gate vor dem Einsatz der Rückstreuung maßgeblich blockiert ist.

Im nächsten Abschnitt werden die zeitaufgelösten Messungen bei unterschiedlichen lokalen Füllfaktoren  $g_2$  vorgestellt. Die Gatespannungen, die die Werte von  $g_2$  definieren, entsprechen dabei den Mitten der jeweiligen Plateaus in Abb. 5.2.

### 5.2.2 Zeitabhängiger Transport

Abbildung 5.4 präsentiert den zeitabhängigen Strom durch den Drain-Kontakt D1 (oberer Graph) und D2 (unterer Graph) bei den rechts von jeder Kurve angegebenen Werten des lokalen Füllfaktors  $g_2$ . Der Source-Kontakt hier ist S1 und die Amplitude der Eingangsspannung beträgt  $2.6\ \text{mV}$ . Der Ursprung der Zeitachse  $t = 0$  definiert den Zeitpunkt, wenn der Eingangspuls am Source-Kontakt der Probe ankommt. Dies gilt für alle weiteren Abbildungen des Kapitels. Die Pulslänge beträgt hier  $1\ \mu\text{s}$ , wobei der Strom bereits ab  $t = 100\ \text{ns}$  für alle Kurven in Abb. 5.4 seinen Sättigungswert erreicht. Während die Stromwerte bei  $t = 100\ \text{ns}$  äquidistant auf der vertikalen Achse liegen, erweist sich der Beitrag der unterschiedlichen Randkanäle bei kürzeren Zeiten  $t < 50\ \text{ns}$  als grundverschieden. Die Ursache hierfür liegt in der Entkopplung der EMP-Moden, die entlang der benachbarten Randkanäle propagieren und die Signalausbreitung bei kurzen Zeiten bestimmen.



**Abbildung 5.4:** Zeitaufgelöster Strom durch die Probe für  $\nu = g_1 = 4$  ( $B = 1.8 \text{ T}$ ), der an den Drain-Kontakten D1 und D2 detektiert wurde. Die Zahlen in Kreisen entsprechen dem jeweiligen lokalen Füllfaktor  $g_2$  unter dem Gate G2. Die Eingangsamplitude beträgt  $V_{in} = 2.6 \text{ mV}$ . Skizzen auf der rechten Seite zeigen die Konfiguration der besetzten Randkanäle.

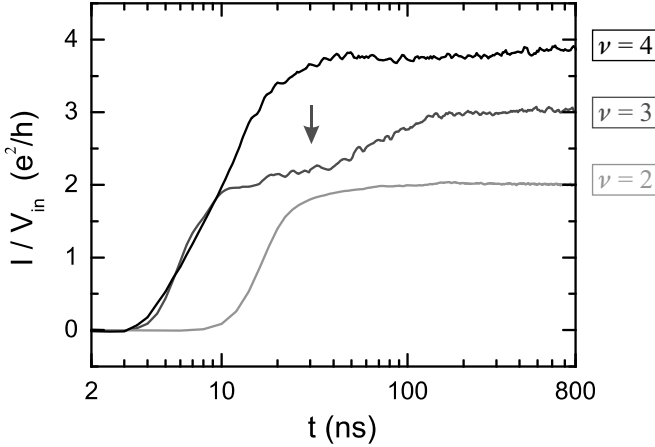
Wie bereits bei der Analyse des Randkanaltransports im vorigen Kapitel (Abschnitt 4.2) konzentrieren wir uns hier auf die Verzögerungszeit  $t_0$ , die die Gruppengeschwindigkeit der EMP-Mode definiert. Die letzte ist gemäß Gl. (2.61) auf Seite 37 direkt proportional zur Änderung der Hall-Leitfähigkeit  $\Delta\sigma_{xy}$  über den kompressiblen Bereich und umgekehrt proportional zu dessen Breite  $l$ . Beim Füllfaktor  $\nu = 4$  existieren vier Randkanäle am Probenrand, die durch drei inkompressible Streifen getrennt sind. Die Breiten von zwei inkompressiblen Streifen, die der Spinaufspaltung entstammen, sind allerdings sehr klein ( $\sim l_B$ ) verglichen mit dem Abstand zum Topgate. Entsprechend betrachten wir zwei kompressible Bereiche mit den Breiten  $l_2$  und  $l_{24}$ , die jeweils dem unteren und dem oberen Landau-Niveau zugeordnet sind und durch den inkompressiblen Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$  zumindest teilweise entkoppelt sind. Die Variation von  $\Delta\sigma_{xy}$  für jeden Bereich ist gleich, da sie je aus zwei Randkanäle bestehen. Das trifft allerdings nicht für die Breiten zu, wo, in Übereinstimmung mit der CSG-Theorie [52],  $l_{24} > l_2$  gilt. Demzufolge erwarten wir die Beobachtung zweier Wellenpakete der EMP-Moden mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten, wobei die schnellere Transmission bei der Detektion des äußeren kompressiblen Bereichs zustande kommen sollte.

Tatsächlich wird in der Messung die schnellste Transmission mit der Verzögerungszeit von  $t_0 \approx 5.0$  ns dann beobachtet, wenn die beiden äußeren Randkanäle ohne Streuung zum jeweiligen Drain-Kontakt übertragen werden.<sup>2</sup> Das ist zu sehen für die volle Transmission der gesamten Randstruktur (obere Kurve in jedem Graph in Abb. 5.4), aber auch für den lokalen Füllfaktor  $g_2 = 3$  und Drain-Kontakt D1 (zweite Kurve von oben im oberen Graph). Im letzten Fall wird nur der innerste Randkanal am Gate G2 zum Drain-Kontakt D2 abgelenkt. Dies resultiert zwar in der Verminderung des Sättigungswertes des Stromes bei  $t = 100$  ns, der durch den Leitwert von  $3(e^2/h)$  bestimmt ist, beeinflusst aber nicht die Signalausbreitung bei kürzeren Zeiten:  $t_0 = 5.0$  ns für  $g_2 = 3$  und D1. Das Ablenken des gesamten inneren kompressiblen Bereichs ( $g_2 = 2$ ) führt zur leichten Steigerung der Verzögerungszeit des am D1 gemessenen Signals auf  $t_0 = 6.5$  ns (dritte Kurve von oben im oberen Graph). Zum einen nimmt die negative Spannung am Gate G2 immer größeren Einfluss auf die Ladungsträgerdichte unterhalb des Gates und somit auch auf die Geometrie der Randstruktur dort. Die Verbreiterung der kompressiblen Streifen spiegelt sich in der Verlangsamung der Pulsausbreitung unter dem Gate wieder, was für die zusätzliche Verzögerung teilweise verantwortlich ist. Zum anderen setzt hier die Streuung zwischen den besetzten und unbesetzten Randkanälen

<sup>2</sup>Die Verzögerungszeit  $t_0$  wird hier wie im vorigen Kapitel mithilfe der exponentiell sättigenden Funktion (4.1) bestimmt.

auf der Strecke zwischen G2 und D1 aufgrund der endlichen Kopplung der beiden kompressiblen Bereichen ein. Diese Streuung fällt verglichen mit dem Fall  $g_2 = 3$  stärker ins Gewicht, da hier die Randkanäle auf beiden Seiten des inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  auf dem Abschnitt G2–D1 unterschiedliche Potenziale besitzen. Die Umverteilung der Ladung infolge der Streuprozesse führt zur Verlangsamung der schnelleren EMP-Moden. Noch stärker ist das Zusammenbrechen dieser Mode bei der Messung am Drain-Kontakt D2 zu beobachten. Zweite Kurve von oben im unteren Graph in Abb. 5.4 ( $g_2 = 1$ ) präsentiert eine Messung, bei der nur drei inneren Randkanäle detektiert werden. Das Abführen des äußersten Randkanals resultiert nicht nur in der Erhöhung der Verzögerungszeit um etwa 1 ns, sondern auch in der Veränderung der Form des Pulses. Bei  $t < 15$  ns fällt dieser beinahe mit dem Puls für  $g_2 = 2$  (dritte von oben Kurve im unteren Graph) zusammen. Diese Tatsache legt die Vermutung nahe, dass in diesen beiden Fällen ( $g_2 = 1, 2$  beim Drain-Kontakt D2) die schnellste Ausbreitung durch die langsamere Mode im inneren kompressiblen Bereich zustande kommt. Die schnellere Mode bei  $g_2 = 1$  bleibt aufgrund der Streuprozesse innerhalb des äußeren kompressiblen Bereichs auf der Strecke G2–D2 stark unterdrückt. Schließlich zeigen die Pulse, die der Detektion der einzelnen spinaufgelösten Randkanäle entsprechen, wesentlich kleinere Geschwindigkeiten mit Verzögerungszeiten von über 10 ns (untere Kurven in jedem Graph in Abb. 5.4). Die Signalausbreitung ist hier mit intensiven Streuprozessen sowohl innerhalb des jeweiligen kompressiblen Bereichs als auch zwischen diesen Bereichen verbunden.

Die in diesem Abschnitt präsentierten Messungen zeigen, dass die Geschwindigkeit der Signalausbreitung sehr stark von der Streuung zwischen den Randkanälen abhängt. Die Streuung ist ihrerseits durch den Grad der Kopplung der Randkanäle bedingt. Die Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 3$  im nächsten Abschnitt werden dieses Phänomen noch deutlicher zeigen. Ein höheres Magnetfeld führt nicht nur zur Vergrößerung der Breite des inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$ , aus der eine stärkere Entkopplung der kompressiblen Bereiche resultiert, sondern vergrößert auch den Unterschied in den Breiten der benachbarten kompressiblen Bereiche, was sich in der höheren Differenz der Gruppengeschwindigkeiten äußert.



**Abbildung 5.5:** Zeitabhängiger Strom der gesamten Randstruktur für  $\nu = 4, 3$  und  $2$ . Die Eingangsspannung beträgt  $V_{in} = 2.6$  mV für die obere Kurve und  $V_{in} = 2.0$  mV für die beiden anderen.

## 5.3 Messungen im Bereich des Füllfaktors $\nu = 3$

### 5.3.1 Pulsform bei $\nu = 3$

Der Füllfaktor  $\nu = 3$  nimmt eine besondere Stellung bei der Diskussion des Randkanaltransports im Quanten-Hall-Regime ein. Hier existiert am Rand der Probe der breiteste aller möglichen inkompressiblen Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$ . Dieser entstammt der Lücke im Energiespektrum zwischen den zwei letzten noch besetzten Landau-Niveaus. Die Voraussetzung zur Realisierung des reinen Randkanaltransports ist die Lokalisierung der Elektronenzustände im Probeninneren an der Fermi-Energie, wo diese zwischen zwei spinaufgelösten Energieniveaus liegt. Dies wird durch die niedrige Temperatur des gegenwärtigen Experiments von  $T = 70$  mK gewährleistet ( $k_B T = 6.03 \mu\text{eV} \ll \Delta E_S$ ).

Die Besonderheit des Randkanaltransports bei  $\nu = 3$  zeigt sich bereits bei der Analyse der Pulsform eines Signals, das der Transmission der gesamten Randstruktur entspricht. Abbildung 5.5 stellt zum Vergleich drei Pulse dar, die bei  $\nu = 2, 3$  und  $4$  zwischen Source- und Drain-Kontakten übertragen wurden. Bereits ab  $t = 150$  ns weisen alle Kurven den Sättigungswert des Stromes auf, der durch

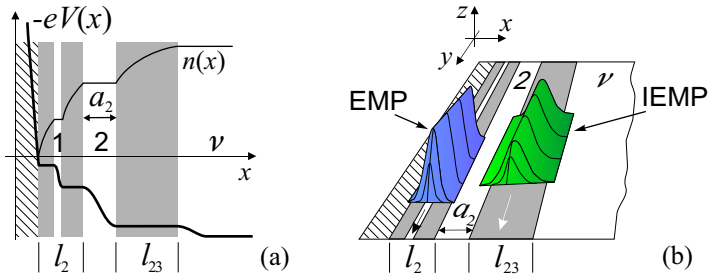
die Leitfähigkeit im jeweiligen Hall-Plateau definiert ist. Bei kürzeren Zeiten zeigt allerdings die Kurve bei  $\nu = 3$  einen doppelten Anstieg. Die erste Stufe mit der Verzögerungszeit, die der bei  $\nu = 4$  nahe liegt, erlangt innerhalb von wenigen Nanosekunden den Wert von  $2(e^2/h)V_{in}$  und scheint im Zeitintervall  $10 - 30$  ns eine Sättigung erreicht zu haben (s. mittlere Kurve in Abb. 5.5). Daraufhin folgt ein zweiter Anstieg (der Ansatzpunkt ist in Abb. 5.5 mit dem Pfeil gekennzeichnet), der innerhalb von einigen zehn Nanosekunden auf  $3(e^2/h)V_{in}$  sättigt. Dieses Verhalten des doppelten Anstiegs ist von dem im vorigen Kapitel diskutierten zu unterscheiden, da es hier bei einem ganzzahligen Füllfaktor auftritt.<sup>3</sup> Außerdem findet die vollständige Sättigung des Pulses auf der Zeitskala von  $t < 200$  ns statt, während der Bulktransport eine charakteristische Anstiegszeit von einigen Mikrosekunden aufweist. Im Gegensatz zum Füllfaktor  $\nu = 3$  sind die Pulse bei  $\nu = 2$  und  $4$  stets durch einen einzigen Anstieg zu beschreiben. Die Ursache für diese Differenz ist in der Struktur der Randkanäle bei  $\nu = 3$  zu suchen.

### 5.3.2 Randstruktur um $\nu = 3$

Abbildung 5.6(a) zeigt schematisch den Verlauf des Einschusspotenzials (dicke Kurve) sowie der Ladungsträgerdichte am Probenrand um den Füllfaktor  $\nu = 3$ . Die Fähigkeit der Ladungsträger das elektrostatische Einschusspotenzial durch ihre Umverteilung teilweise abzuschirmen führt zur Abflachung der ortsabhängigen potenziellen Energie in bestimmten Bereichen am Rand der Probe, wo es zur Bildung der kompressiblen Streifen (graue Flächen in Abb. 5.6) kommt. Drei kompressible Streifen sind durch zwei inkompressible mit den Füllfaktoren  $\nu_1 = 1$  und  $\nu_2 = 2$  getrennt. Der linke Streifen mit  $\nu_1 = 1$  spielt bei der Ausbreitung eines Spannungspulses durch die Probe keine Rolle, da dessen Breite im Wesentlichen durch die Energie der Zeeman-Aufspaltung  $\Delta E_Z = |g^*|\mu_B B$  bestimmt wird und viel kleiner als der Abstand zum geerdeten Topgate ausfällt. Dementsprechend werden die beiden äußeren Randkanäle im Weiteren als stark gekoppelt aufgefasst. Sie bilden einen kompressiblen Bereich der gesamten Breite  $l_2$ . Der zweite inkompressible Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu_2 = 2$  geht aus der wesentlich größeren Energie der Landau-Aufspaltung  $\Delta E_L = \hbar\omega_c$  hervor. Dessen Breite  $a_2$ , die laut Abschätzung aus der CSG-Theorie [52, 53] mehr als 100 nm bei  $B = 2.5$  T beträgt, ist mit dem Abstand zum Topgate  $d = 105$  nm vergleichbar, und bei geringfügiger Erhöhung des Magnetfeldes, wenn der innerste kompressible Streifen sich zur Probenmitte verschiebt, kann sie wesentlich größer werden:  $a_2 \gg d$ . Diese Bedingung schafft

<sup>3</sup>Der Randkanaltransport im Bereich der Magnetfelder um  $\nu = 3$  konnte in den Experimenten des vorigen Kapitels wegen der höheren Temperatur von 1.5 K nicht aufgelöst werden.





**Abbildung 5.6:** (a) Einschlusspotenzial (dicke Kurve) und der Verlauf der Elektronendichte (dünne Kurve) am Rand des 2DES um  $\nu = 3$ . Kompressible Streifen sind grau gekennzeichnet, inkompressible Flüssigkeit ist durch die weißen Flächen dargestellt und die Schraffur zeichnet die Verarmungszone aus. (b) Modell der entkoppelten EMP- und IEMP-Moden, die sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten entlang der benachbarten kompressiblen Bereichen ausbreiten.

die Voraussetzung für die elektrostatische Entkopplung des äußeren kompressiblen Bereichs der Breite  $l_2$  vom inneren kompressiblen Streifen der Breite  $l_{23}$ .

Der Ursprung des beobachteten doppelten Anstiegs im zeitabhängigen Strom bei  $\nu = 3$  ist dem Vorhandensein der entkoppelten kompressiblen Bereiche zuzuweisen. Die Amplitude der ersten Stufe von  $2(e^2/h)V_{in}$  in Abb. 5.5 lässt vermuten, dass das schnellere Wellenpaket sich entlang des äußeren kompressiblen Bereichs ausbreitet, der aus zwei Randkanälen mit einer Leitfähigkeit von je  $(e^2/h)$  pro Kanal besteht [Abb. 5.6(b)]. Der langsamere Anstieg bei  $t \approx 30$  ns ist entsprechend dem inneren kompressiblen Streifen zuzuordnen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Wellenpakets stimmt mit der Gruppengeschwindigkeit der schnellsten kollektiven Anregung des Randes, der Randmagnetoplasmonen, überein. Diese wird neben der Leitfähigkeit  $\sigma_{xy}$  des begrenzenden inkompressiblen Streifens auch durch die Form des Profils der Ladungsträgerdichte im kompressiblen Streifen gegeben [Steigung der Kurve  $n(x)$  in den grauen Bereichen in Abb. 5.6(a)]. Dieses Profil entsteht aufgrund der Umverteilung der Ladungsträger und ist durch die Variation  $\Delta n(x)$  im kompressiblen Streifen sowie dessen Breite definiert. Die Änderung der Ladungsträgerdichte  $\Delta n$  im inneren kompressiblen Streifen ist um einen Faktor 2 kleiner als im äußeren Bereich, während seine Breite größer ist:  $l_{23} > l_2$ . Diese beiden Umstände führen zu einem wesentlich flacheren Profil der Ladungsträgerdichte im inneren kompressiblen Streifen verglichen mit dem äußeren kompressiblen Be-

reich [Abb. 5.6(a)], was in einer relativ großen Differenz der Geschwindigkeiten der beiden Wellenpakete resultiert. Diese Wellenpakete werden mit unterschiedlichen Moden der Randmagnetoplasmonen in Zusammenhang gebracht. Das schnellere breitet sich entlang des geätzten Probenrandes bzw. der Verarmungszone aus und ist der fundamentalen EMP-Mode zuzuordnen [Abb. 5.6(b)]. Das langsamere Wellenpaket ist innerhalb des Halbleiters eingeschlossen und ist von links und rechts durch die inkompressiblen Bereiche mit den konstanten aber unterschiedlichen Ladungsträgerdichten eingegrenzt. Dieses Wellenpaket stellt eine Mode der *inter-edge* Magnetoplasmonen (IEMP) dar. Eine theoretische Beschreibung der IEMP-Mode wurde von Mikhailov und Volkov in [82, 113] gegeben. Experimentelle Beobachtung beschränkte sich bislang auf klassische 2D-Systeme, realisiert durch Elektronen auf der Oberfläche flüssigen Heliums [83, 84].

Eine Untersuchung der Magnetfeldabhängigkeit des zeitaufgelösten Stromes um den Füllfaktor  $\nu = 3$  bietet sich als erste Prüfung des oben vorgeschlagenen Konzeptes an. Bereits eine sehr kleine Änderung des Magnetfeldes soll im Rahmen des Randkanalbildes zu einer bedeutsamen Variation der Breite des innersten kompressiblen Streifens führen, was sich wiederum in der Veränderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit niederschlagen soll. Außerdem kann die Kopplung zwischen den (I)EMP-Moden durch die ebenfalls magnetfeldabhängige Breite  $a_2$  variiert werden.

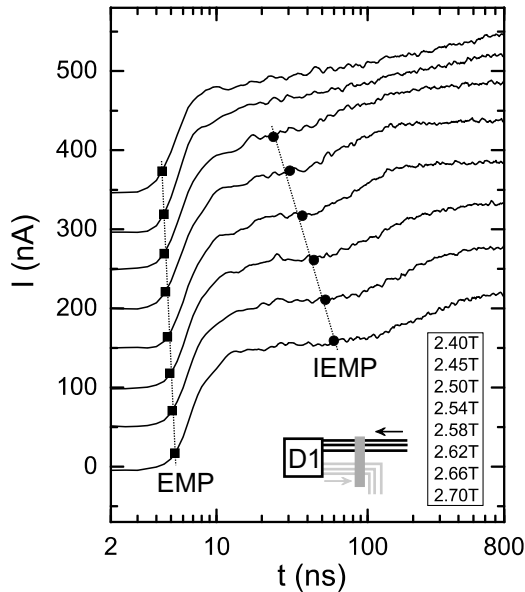
### 5.3.3 Magnetfeldabhängigkeit

Abbildung 5.7 präsentiert den Strom zwischen Kontakten S1 und D1 für unterschiedliche Magnetfelder zwischen 2.40 und 2.70 T ( $\nu = 3.2 - 2.8$ ). Die Gates G1 und G2 sind so eingestellt, dass  $g_1 = g_2 = \nu$  gilt und der Beitrag der gesamten Randstruktur vermessen wird. Ähnliche Ergebnisse wurden auch für den Source-Kontakt S2 bzw. Drain-Kontakt D2 erzielt.

Ein deutlicher zweiter Anstieg ist ab etwa  $B = 2.50$  T zu beobachten. Bei den niedrigeren Felder sind alle kompressiblen Bereiche am Rand gekoppelt. Die Breite der Wellenfront wächst hier kontinuierlich mit der Zeit [Abb. 5.8(a)] und es kommt zu einem stetigen Ansteigen der Amplitude nach der ersten Stufe. Ein ausgeprägter zweiter Anstieg wird nicht beobachtet. Das schnellste Signal wird dabei durch die Oszillationen der Ladungsträgerdichte im äußeren kompressiblen Bereich der minimalen Breite übertragen.<sup>4</sup> Beim Erhöhen des Magnetfeldes auf  $B = 2.50$  T findet

---

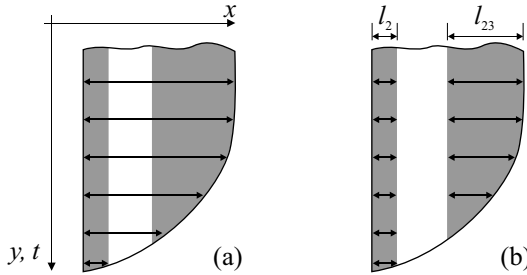
<sup>4</sup>Die Ausbreitung eines Wellenpakets ist mit der Anregung der Oszillationen der Ladungsträgerdichte mit unterschiedlichen Frequenzen verbunden. Auf der kleinsten Breite propagieren die Anregungen mit den höchstmöglichen Frequenzen und den höchsten Geschwindigkeiten.



**Abbildung 5.7:** Zeitaufgelöster Strom gemessen für die gesamte Randstruktur am Drain-Kontakt D1 für die angegebenen Werte des Magnetfeldes ( $\nu = 3.2 - 2.8$  von oben nach unten). Die Kurven sind der Klarheit wegen um 50 nA verschoben. Die Eingangsamplitude beträgt  $V_{in} = 2.0$  mV.

der Übergang zum entkoppelten Transport statt [Abb. 5.8(b)]. Die Randstruktur zerfällt in zwei weitgehend unabhängige kompressible Bereiche, in denen die Ausbreitungsgeschwindigkeit durch die Oszillationen der Ladungsträgerdichte auf der Breite des jeweiligen Bereichs bedingt ist. Das Zwischenplateau im Stromsignal bei  $t = 10 - 30$  ns entspricht dem Zustand, wenn die schnellere Welle den Drain-Kontakt bereits erreicht hat, die langsamere aber noch nicht. Bei weiterer Erhöhung des Magnetfeldes ( $B = 2.54, 2.58$  T) tritt der zweite Anstieg ausgeprägter auf, was auf eine besser werdende Entkopplung der Wellenpakete hindeutet. Dies korreliert mit der steigenden Breite des inkompressiblen Streifens  $a_2$ .

Eine weitere Erkenntnis, die aus Abb. 5.7 gewonnen werden kann, ist die Verschiebung der Ansatzpunkte beider EMP-Moden zu längeren Zeiten beim Erhöhen des Magnetfeldes. Dies verdeutlichen die Symbole, die den Verzögerungszeiten  $t_0$  der jeweiligen Mode entsprechen. Dabei wurde zunächst die erste Stufe des zeitabhän-



**Abbildung 5.8:** Ort-Zeit-Diagramm der Wellenfront beim gekoppelten (a) und entkoppelten (b) Randtransport. Pfeile bezeichnen die Breiten, auf denen die Oszillationen der Ladungsträgerdichte stattfinden.

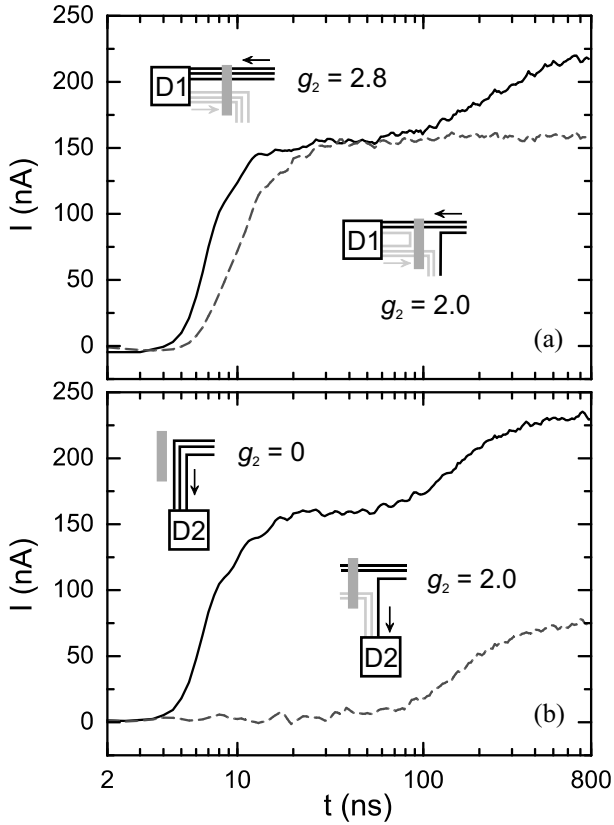
gigen Stromes mit der Funktion aus Gl. (4.1) angenähert. Das Ergebnis dieses Fits wurde von der gemessenen Kurve abgezogen und die erhaltene Differenz im Bereich  $t > 20$  ns wieder gefittet. Die Geraden in Abb. 5.7 unterstreichen die tendenzielle Entwicklung der Verzögerungszeit mit dem Magnetfeld für jede EMP-Mode. Daraus wird eine wesentlich stärkere Abnahme der Geschwindigkeit der IEMP-Mode verglichen mit der fundamentalen EMP-Mode im steigenden Magnetfeld ersichtlich (hier ist die logarithmische Zeitachse zu beachten).

Die Verlangsamung der (I)EMP-Moden ist konsistent mit der Entwicklung der Breiten der kompressiblen Bereiche  $l_2$  und  $l_{23}$  mit wachsendem Magnetfeld. Einen Beweis für die Unabhängigkeit beider Moden kann die selektive Detektion der Randkanäle liefern, die im nächsten Abschnitt behandelt wird.

### 5.3.4 Interedge-Magnetoplasmonen

#### Selektive Detektion der EMP-Moden

Im vorliegenden Abschnitt wird die Zerlegung des doppelten Anstiegs im zeitabhängigen Strom der gesamten Randstruktur in zwei einzelne Pulse demonstriert. Dies zeigt Abb. 5.9, wo der Strom durch die Drain-Kontakte D1 (a) und D2 (b) gegen die Zeit aufgetragen ist. Das Magnetfeld beträgt hier  $B = 2.70$  T ( $\nu = 2.8$ ) und entspricht dem Zustand, in dem die Differenz der Geschwindigkeiten beider Wellenpakete bereits sehr gut ausgeprägt ist (vgl. Abb. 5.7). Die oberen durchgezogenen Kurven in beiden Graphen in Abb. 5.9 zeigen den Strom der gesamten Randstruktur. Wie bereits im vorigen Abschnitt beschrieben weist die Pulsform jeder Kurve einen doppelten Anstieg auf. Bemerkenswert ist in diesem Zusammen-



**Abbildung 5.9:** Transienter Strom bei  $B = 2.70\text{ T}$  ( $\nu = 2.8$ ) gemessen an Kontakten D1 und D2 für die gesamte Randstruktur [durchgezogene Kurven in (a) und (b)], zwei äußere Randkanäle [gestrichelte Kurve in (a)] und den inneren Randkanal [gestrichelte Kurve in (b)]. Die Eingangsamplitude beträgt  $V_{in} = 2.0\text{ mV}$ .

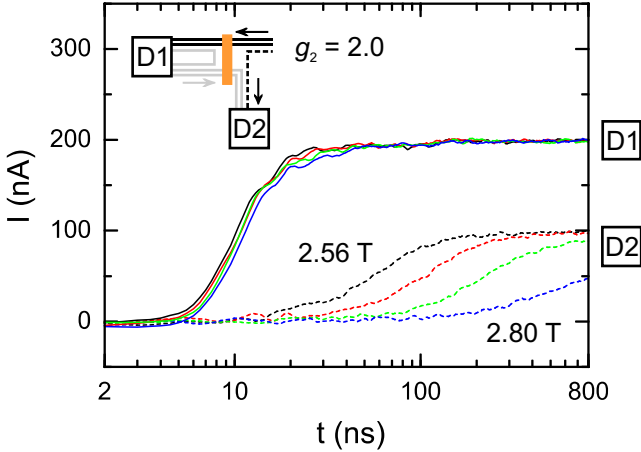
hang die Tatsache, dass, obwohl die beiden Kurven unterschiedlichen Kontaktpaaren entstammen, sie eine beachtliche Ähnlichkeit aufweisen. Die Verzögerungszeit des schnelleren Wellenpakets liegt bei  $t_0 = 4.63 \pm 0.14$  ns in beiden Fällen und der erste Anstieg sättigt bereits bei  $t = 30$  ns auf  $I_1 = (2.02 \pm 0.03)(e^2/h)V_{in}$ . Die langsamere Mode entwickelt sich bei diesem Magnetfeld im Zeitraum  $t > 70$  ns und sättigt auf  $I = I_1 + I_2$  mit  $I_2 = (0.92 \pm 0.04)(e^2/h)V_{in}$ .

Die gestrichelte Kurve in Abb. 5.9(a) zeigt den Strom der Randkanäle, die dem untersten Landau-Niveau entstammen ( $g_2 = 2$ ). Der anfängliche Teil dieses Pulses ist dem schnelleren Anstieg der oberen Kurve sehr ähnlich: nach  $t = 30$  ns sättigt er zu  $2(e^2/h)V_{in}$ . Bei längeren Zeiten bleibt das Signal allerdings konstant, wie es im Fall des Füllfaktors  $\nu = 2$  zu sehen ist (vgl. Abb. 5.5). Der zweite, langsamere Anstieg fehlt in dieser Messung komplett. Die Anstiegsflanken beider Kurven in Abb. 5.9 offenbaren geringfügige Unterschiede, die aufgrund der logarithmischen Zeitachse optisch hervorgehoben werden. Die gestrichelte Kurve ist verglichen mit der durchgezogenen um etwa 1 ns verzögert und weist eine etwas weniger steile Steigung auf. Die zusätzliche Verzögerung ist teilweise mit der reduzierten Ladungsträgerdichte unter dem Gate G2 zu erklären. Diese führt zur Verbreiterung der Randkanäle und folglich zur kleineren Ausbreitungsgeschwindigkeit unter dem Gate. Die Ursache für die Abflachung der Steigung liegt in der an das Gate angelegten negativen Spannung, die die Ausbreitung der Oszillationen der Ladungsträgerdichte teilweise hindert. Dennoch spiegelt die gestrichelte Kurve in Abb. 5.9(a) die Hauptmerkmale der schneller propagierenden EMP-Mode komplett wider.

Die untere Kurve in Abb. 5.9(b) stellt den Beitrag des innersten Randkanals zum gesamten Strom dar. Die Verzögerungszeit beträgt hier  $t_0 = 64.0$  ns und das Signal sättigt nach einigen Hundert Nanosekunden auf  $I_2 \approx (e^2/h)V_{in}$ . Die Form des Pulses ist nahezu deckungsgleich mit dem langsameren Anstieg der oberen Kurve, während der schnellere Anstieg hier nicht beobachtet wird. Die untere Kurve in Abb. 5.9(b) präsentiert das Wellenpaket der IEMP-Mode in reiner Gestalt. Dies ist nach unserem Kenntnisstand die erste Beobachtung dieser Mode in einem entarteten 2DES [112].

### Magnetfeldabhängigkeit beider EMP-Moden

Abbildung 5.10 zeigt die unabhängig detektierten (I)EMP-Moden für eine Reihe von Magnetfeldern für  $\nu \leq 3$ . Für die Messung wurden der Source-Kontakt S1 und jeweils die Drain-Kontakte D1 (oberer Datensatz) oder D2 (unterer Datensatz) verwendet. Die negative Spannung am Gate G2 wurde im Bereich der Magnetfelder  $B = 2.56 - 2.80$  T zwischen  $V_{G2} = -107$  mV und  $V_{G2} = -88$  mV variiert, um bei



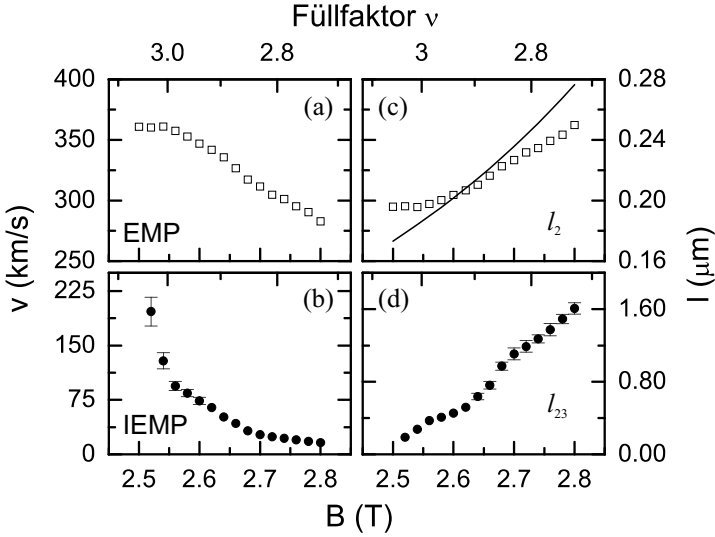
**Abbildung 5.10:** Magnetfeldabhängigkeit der EMP-Mode (D1) und der IEMP-Mode (D2). Das Magnetfeld beträgt  $B = 2.56, 2.64, 2.72$  und  $2.80$  T ( $\nu = 2.99, 2.90, 2.81$  und  $2.73$ ) für jeden Datensatz von links nach rechts. Die Eingangsamplitude beträgt  $V_{in} = 2.5$  mV.

allen Messungen die Bedingung  $g_2 = 2$  zu gewährleisten.<sup>5</sup> Wie bereits aus dem vorigen Abschnitt bekannt, zeigt Abb. 5.10 ganz deutlich die Abnahme der Gruppengeschwindigkeiten beider Moden mit steigendem Magnetfeld, wobei diese Tendenz bei der langsameren Mode wesentlich ausgeprägter erscheint. Bemerkenswert ist, dass die schnellere Mode ihre Form im entkoppelten Regime ( $\nu \leq 3$ ) essentiell nicht ändert. Die Amplitude des Pulses wird hier durch den Leitwert  $2(e^2/h)$  bestimmt. Die Messdaten für  $\nu > 3$  sind im Anhang B.1 zu sehen. Die langsamere Mode sättigt auf der mit dem wachsenden Magnetfeld immer längeren Zeitskala und kann für  $B > 2.80$  T in in dieser Messung verwendeten Zeitfenster von 800 ns nicht mehr erfasst werden.

### Gruppengeschwindigkeit der (I)EMP-Moden

Zur quantitativen Analyse der Gruppengeschwindigkeiten der schnelleren Mode wurden die Strompulse, die der gesamten Randstruktur entsprechen (Abb. 5.7),

<sup>5</sup>Für jedes Magnetfeld wurde eine Gate-Charakteristik aufgenommenen, wie sie in Abb. 5.2 für den Füllfaktor  $\nu = 4$  zu sehen ist.



**Abbildung 5.11:** Gruppengeschwindigkeit der EMP-Mode (a) und der IEMP-Mode (b). Berechnete Breiten der kompressiblen Bereiche (Symbole), die dem unteren (c) und dem oberen (d) Landau-Niveau entsprechen. Die durchgezogene Kurve in (c) ist die Berechnung nach CSG-Theorie mit  $d_0 = 300$  nm.

herangezogen. Diese Signale sind weniger durch die Präsenz des Gates G2 gestört. Alternativ wurden auch die am Drain-Kontakt D2 mit  $g_2 = 0$  ermittelten Signale analysiert, die ähnliche Ergebnisse lieferten. Dabei wurden die anfänglichen Teile der Pulse ( $t < 30$  ns) mit der Funktion (4.1) angenähert. Die Verzögerungszeiten der IEMP-Mode wurden der Messung am Drain-Kontakt D2 mit  $g_2 = 2$  (unterer Datensatz in Abb. 5.10) entnommen, wobei hier die gesamte Pulslänge gefittet wurde. Die Gruppengeschwindigkeiten der EMP- und IEMP-Moden, die sich aus den Verzögerungszeiten  $t_0$  und der Probenlänge  $L = 1.56$  mm laut  $v_g = L/t_0$  berechnen lassen, sind in Abb. 5.11(a) und (b) dargestellt. Hier ist der Bereich der Magnetfelder präsentiert, in dem eine eindeutige Identifikation beider Moden möglich ist. Bei  $\nu < 3$  fällt die Geschwindigkeit der EMP-Mode monoton ab und erreicht den Wert 150 km/s beim Füllfaktor  $\nu = 2$  [nicht gezeigt in Abb. 5.11(a)]. Im Regime des gekoppelten Transports ( $\nu = 3 + \delta$ ,  $0 < \delta < 0.5$ ) zeigt diese Geschwindigkeit eine wesentlich schwächere Abhängigkeit vom Magnetfeld und bleibt annähernd



konstant. Dies ist klar in Abb. B.2 im Anhang B zu sehen, wo die Daten für diese Mode im breiteren Bereich der Füllfaktoren  $3.4 > \nu > 2.7$  präsentiert sind. Die Geschwindigkeit der IEMP-Mode [Abb. 5.11(b)] ist stärker vom Magnetfeld abhängig und kann folgendermaßen analytisch beschrieben werden:

$$v_g^{iemp} \sim \frac{1}{B - B_0}, \quad B_0 = 2.48 \text{ T}.$$

Wie bereits im Abschnitt 2.2.4 auf Seite 35 erläutert wurde, kann zur phänomenologischen Beschreibung der Gruppengeschwindigkeiten der (I)EMP-Moden folgender Ausdruck verwendet werden [83]:

$$v_g = \frac{\alpha |\Delta \sigma_{xy}|}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\alpha \Delta \nu}{\epsilon \epsilon_0} \frac{e^2}{h}, \quad \Delta \nu = |\nu_r - \nu_l|. \quad (5.1)$$

Hier bezeichnen  $\nu_r$  und  $\nu_l$  die Füllfaktoren der inkompressiblen Bereiche rechts und links vom kompressiblen Bereich, in dem die Ausbreitung der jeweiligen Mode stattfindet. Der Parameter  $\alpha \leq 1$  ist von der Form des Profils der Ladungsträgerdichte jeder Mode abhängig. Allgemein gilt: Je steiler der Verlauf des Dichteprofiles ist, desto höher ist der Wert von  $\alpha$ . Im Experiment mit einem 2D-System der Elektronen auf der Oberfläche des flüssigen Heliums in einer Disk-Geometrie [83] wurde die Beziehung  $\alpha^{emp} > \alpha^{iemp}$  festgestellt. In unserem Fall betrachten wir den inkompressiblen Streifen mit  $\nu_2 = 2$  als einen Trennbereich zwischen zwei Moden. Dann gilt für die EMP-Mode  $\nu_l^{emp} = 0$ ,  $\nu_r^{emp} = 2$  und  $\Delta \nu^{emp} = 2$  (siehe Abb. 5.6). Analog trifft für die IEMP-Mode  $\Delta \nu^{iemp} = \nu - 2$  zu. Das Verhältnis  $\Delta \nu^{emp} / \Delta \nu^{iemp}$  wächst von 2.0 auf 2.73, wenn das Magnetfeld von 2.55 T auf 2.80 T erhöht wird. Dies kann die gemessene Differenz der Gruppengeschwindigkeiten allein nicht erklären:  $v_g^{emp} / v_g^{iemp}$  steigt von 3.3 auf 17.5 im selben Bereich der Magnetfelder. Dementsprechend sollen unterschiedliche Dichteprofile für jede Mode in Betracht gezogen werden. Es soll dabei  $\alpha^{emp} > \alpha^{iemp}$  gelten. Außerdem soll, um die mit dem steigenden Magnetfeld immer größer werdende Diskrepanz der Geschwindigkeiten zu erklären, eine Feldabhängigkeit der Parameter  $\alpha^{(i)emp}$  angenommen werden. Diese Abhängigkeit fällt insbesondere bei der IEMP-Mode schwer ins Gewicht. Das ist allerdings nicht verwunderlich und durchaus konsistent mit dem Randkanalbild der kompressiblen und inkompressiblen Streifen. Bei wachsendem Magnetfeld verschieben sich die kompressiblen Streifen zur Probenmitte und werden breiter, wobei der innerste Streifen davon besonders betroffen ist.

### Breiten der kompressiblen Bereiche

Aus den gemessenen Geschwindigkeiten können mithilfe der lokalen Kapazitätsnäherung die Breiten der beiden kompressiblen Bereiche errechnet werden (siehe

Abschnitt 2.2.5 auf Seite 36). Laut [85] ergibt sich die Gruppengeschwindigkeit zu

$$v_g \simeq \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{e^2 \Delta\nu}{h} \frac{d}{l}, \quad d \ll l. \quad (5.2)$$

Hier bezeichnet  $l$  die Breite und  $d = 105 \text{ nm}$  ist der Abstand des Topgates vom 2DES. Es ist bemerkenswert, dass der aus der Kontinuitätsgleichung für ein abgeschirmtes 2DES abgeleitete Ausdruck (5.2) mit der phänomenologischen Formel für die Gruppengeschwindigkeiten der (I)EMP-Moden (5.1) übereinstimmt, wenn der Parameter  $\alpha$  in (5.1) durch  $d/l$  ersetzt wird.

Die nach (5.2) berechneten Breiten  $l_2$  und  $l_{23}$  des äußeren und des inneren kompressiblen Bereichs sind in Abb. 5.11(c) und (d) durch Symbole repräsentiert. Dabei wurden für  $\Delta\nu$  in (5.2) die oben definierten Ausdrücke  $\Delta\nu^{emp}$  und  $\Delta\nu^{iemp}$  eingesetzt. Die Breiten beider kompressiblen Bereiche steigen mit dem Magnetfeld, wie aus dem Randkanalbild zu erwarten ist. Der innere kompressible Streifen unterliegt einer wesentlich stärkeren Variation und steigt um etwa den Faktor 8.0 im untersuchten Bereich der Füllfaktoren an. Die durchgezogene Kurve in Abb. 5.11(c) stellt eine Berechnung der Breite  $l_2$  nach CSG-Theorie [52, 53] mit der Verarmungslänge  $d_0 = 300 \text{ nm}$  dar. Die aus der Messung ermittelten Daten liegen in angemessener quantitativer Übereinstimmung mit dieser Berechnung. Die theoretische Kurve kann jedoch die plateauartige Struktur bei  $\nu \geq 3$  nicht adäquat beschreiben. Außerdem kann die Breite des innersten kompressiblen Streifens im Rahmen der CSG-Theorie nicht berechnet werden. Dies erweist sich ebenfalls als eine Herausforderung in bisherigen Experimenten, in denen typischerweise nur die Abmessungen der gesamten Randstruktur ( $l_2+l_{23}$ ) bestimmt werden konnten (vgl. z. B. kapazitive Spektroskopie [97, 114] und die Rasterkraftmikroskopie [10]). Unsere Messung stellt damit eine Möglichkeit zur Verfügung, die individuellen Beiträge der Randkanäle zur Gesamtbreite aufzuschlüsseln, vorausgesetzt die entsprechenden Wellenpakete der (I)EMP-Moden können eindeutig identifiziert werden.

Die Breiten  $l_2$  und  $l_{23}$  [Abb. 5.11(c, d)] liegen weit über dem Abstand zum Topgate  $d_0$ , was nachträglich die Verwendung der lokalen Kapazitätsnäherung rechtfertigt. Die Breite des entkoppelnden inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  ergibt sich hingegen laut CSG-Theorie selbst beim höchsten Magnetfeld von  $B = 2.80 \text{ T}$  zu nur  $a_2 = 140 \text{ nm}$  ( $d_0 = 300 \text{ nm}$ ). Dieser Wert ist vergleichbar mit dem Abstand  $d$ . Trotzdem wird im Experiment eine klare Abkopplung der (I)EMP-Moden bereits ab  $B = 2.56 \text{ T}$  beobachtet. Dieses Verhalten kann folgendermaßen erklärt werden: Alphenaar *et al.* [48] schlugen eine Hybridisierung der stromtragenden und lokalisierten Zuständen desselben Landau-Niveaus vor, wenn dieses sich der Fermi-Energie nähert ( $\nu \rightarrow 2.5$  in unserem Fall). Die Wellenfunktion des inner-

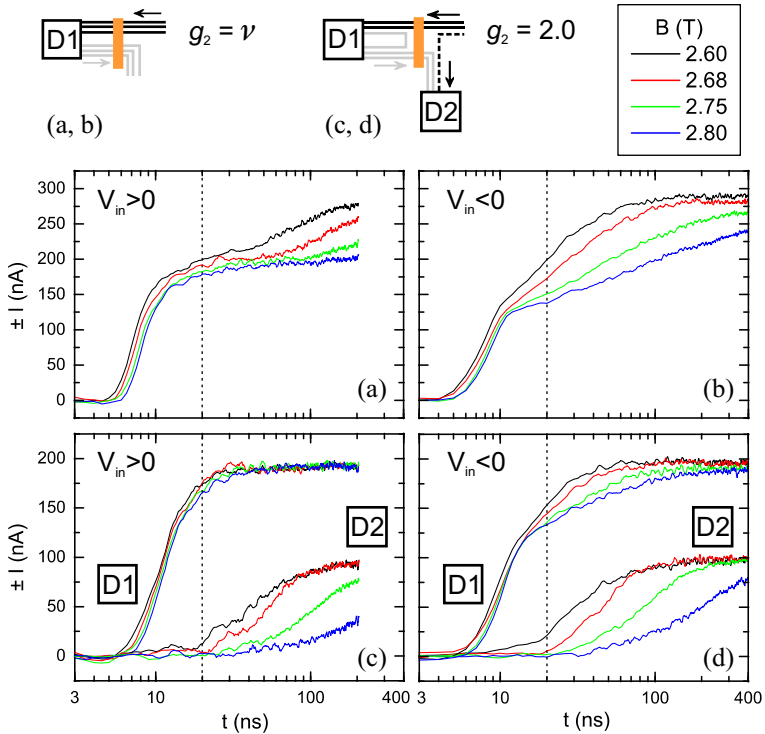
sten Randkanals dehnt sich dabei zur Probenmitte aus und reduziert gleichzeitig ihre Amplitude am Rand. Zum einen führt das zur erforderlichen Reduzierung von  $\alpha^{iemp}$  und zum anderen zur Steigerung der effektiven Breite  $a_2$  des inkompressiblen Streifens, was die beobachtete Entkopplung der kompressiblen Bereiche begünstigt.

In der bisherigen Betrachtung der Gruppengeschwindigkeit [Gl. (5.1), (5.2)] handelte es sich um die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer kollektiven elektronischen Anregung, d. h. der Fluktuation der Ladungsträgerdichte und des damit verbundenen Potentials am Rand der Probe. Ein weiterer Beitrag zur Geschwindigkeit ergibt sich aus der Driftbewegung der Ladungsträger in den Randkanälen. Dieser ist allerdings um mehr als eine Größenordnung kleiner und wurde entsprechend vernachlässigt. Weitere Details dazu sind im Anhang B.2 zu finden.

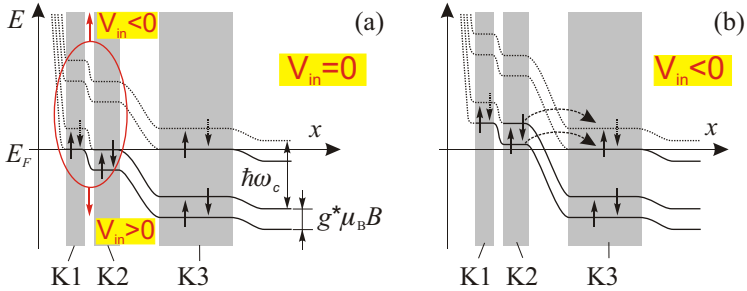
### 5.3.5 Einfluss der Polarität

Im vorliegenden Abschnitt soll der Einfluss der Polarität des Spannungspulses auf die Ausbreitung der (I)EMP-Moden analysiert werden. Alle bisher gezeigten Daten wurden mit einer positiven Polarität der angelegten Spannung bezüglich der Messerde aufgenommen. Abbildung 5.12 vergleicht zwei Messungen, die jeweils an den gleichen Kontaktpaaren, mit dem gleichen Absolutwert aber unterschiedlicher Polarität der Eingangsspannung durchgeführt wurden. Hierbei handelt es sich weiterhin um kleine Signale im Sinne  $e|V_{in}| < \hbar\omega_c$ .

Die Graphen in Abb. 5.12(a, c) für  $V_{in} = +2.5 \text{ mV}$  spiegeln das schon aus dem vorigen Abschnitt bekannte Verhalten wieder: Die schnellere Mode erreicht bereits bei  $t = 20 \text{ ns}$  beinahe den Sättigungswert, während die langsamere Welle sich erst ab dieser Zeit entwickelt. Dies trifft im Allgemeinen auch für die Messung mit negativen Pulsen zu, allerdings zeigen sich hier sowohl qualitative, als auch quantitative Unterschiede. Die Amplitude der ersten steilen Stufe im Strom der gesamten Randstruktur [Abb. 5.12(b)] erreicht einen kleineren Wert, der 0.84 des Wertes der Amplitude der positiven Pulse [Abb. 5.12(a)] gemittelt über  $t = 12 - 15 \text{ ns}$  beträgt. Desweiteren wird hier nach dem ersten Anstieg keine Zwischensättigung beobachtet. Die Amplitude steigt weniger schnell weiter und geht bei längeren Zeiten in die langsamere Mode über. Andererseits könnte aus der Messung in Abb. 5.12(b) der Eindruck entstehen, dass die IEMP-Mode zu kürzeren Zeiten verschoben ist und sich mit höherer Geschwindigkeit ausbreitet. Diese Annahme widerlegt allerdings die selektive Detektion der Randkanäle in Abb. 5.12(d), wo die langsamere Mode, wie auch im Fall der positiven Pulse, erst ab  $t > 20 \text{ ns}$  zum Vorschein kommt. Die EMP-Mode zeigt dagegen auch hier einen Unterschied [vgl. Datensätze D1 in Abb. 5.12(c) und (d)]. Dem ersten schnellen Anstieg folgt der langsamere zwei-



**Abbildung 5.12:** Zeitaufgelöster Strom zwischen S2 und D1 bzw. D2 für die gesamte Randstruktur (a,b) und jeweils schnellere und langsamere Mode (c,d) für unterschiedliche Polarität der angelegten Spannung:  $V_{in} = +2.5$  mV (a,c) und  $V_{in} = -2.5$  mV (b,d).



**Abbildung 5.13:** (a) Energieschema des Randes bei  $\nu = 3$  und  $V_{in} = 0$ . Die tendenzielle Verschiebung der Energieniveaus beim Anlegen positiver bzw. negativer Spannung nur an die kompressiblen Streifen K1 und K2 ist angedeutet. (b) Schema der Energieniveaus für  $V_{in} = -V$  beim unveränderten Potenzial im kompressiblen Streifen K3.

te, der ab  $t = 12$  ns einsetzt und bei etwa 100 ns die Sättigung erreicht. Dieser langsamere Anstieg ist auch stärker magnetfeldabhängig als der schnellere.

Die Ursache für dieses Verhalten des schnelleren Wellenpakets liegt in der partiellen Streuung zwischen den Randkanälen des unteren und des oberen Landau-Niveaus auf der Strecke zwischen dem Gate G2 und dem Drain-Kontakt und kann wie folgt erklärt werden: Die Streuung zwischen den Randkanälen tritt ein, wenn diese auf unterschiedliche Potenziale gebracht werden. Bei der Signalausbreitung in der gesamten Randstruktur geschieht es aufgrund der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den äußeren und inneren kompressiblen Bereichen, wobei die Ungleichheit der Besetzung umso größer wird, je weiter sich die Wellenfront der schnelleren Mode vom Source-Kontakt entfernt. Bei der selektiven Detektion der EMP-Mode ( $g_2 = 2$ ) ist die unterschiedliche Besetzung der Randkanäle auf der Strecke zwischen dem Gate G2 und dem Drain-Kontakt automatisch durch die Konfiguration der Messung gegeben. Die angegebenen Argumente gelten unabhängig von der Polarität des Signals und schaffen nur die Voraussetzung für die Streuung. Diese wird allerdings nur bei negativen Pulsen beobachtet. Um das zu erläutern, betrachten wir das Energieschema der Randstruktur bei  $\nu = 3$  (Abb. 5.13).

Am Probenrand existieren drei kompressible Bereiche K1, K2 und K3, in denen sich die Elektronen auf der Fermi-Energie befinden. Die Lücken im Energiespektrum sind in Abb. 5.13(a) ausgewiesen. Die vertikalen Pfeile bezeichnen hier die Spinpolarisation der Elektronen in jedem Energieniveau. Wir betrachten einen

räumlichen Punkt auf der  $y$ -Achse, an dem der Spannungspuls im innersten Streifen K3 zur gegebenen Zeit noch nicht angekommen ist. Die Zustände in den beiden äußeren kompressiblen Streifen werden dagegen durch die angelegte Spannung beeinflusst, und zwar gleichermaßen. Die Spannung des Pulses ändert das elektrochemische Potenzial der besetzten Randkanäle bezüglich der unbesetzten und des Bulks. Dabei verschiebt die negative Spannung die elektronischen Niveaus in K1 und K2 auf der Energieskala nach oben wie in Abb. 5.13(a) angedeutet ist. Bereits bei den kleinsten verwendeten negativen Spannungen gilt  $eV_{in} > |g^*|\mu_B B$  und die Energieniveaus in K2 werden auf eine Höhe mit den unbesetzten bzw. teilweise besetzten Zuständen in K3 gebracht [Abb. 5.13(b)]. Zwischen den kompressiblen Streifen K2 und K3 setzen dabei die Streuprozesse ein, die in Abb. 5.13(b) durch die gebogenen Pfeile gekennzeichnet sind. Solche Prozesse sind erlaubt, da hier nicht nur die Energie, sondern auch der Spin der Elektronen erhalten bleibt.<sup>6</sup> Das Tunneln zwischen K2 und K3 findet trotz des relativ breiten ( $\simeq 100$  nm) inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  statt, da die Elektronen aus dem kompressiblen Streifen K2 zunächst in die unbesetzten lokalisierten Zustände im inkompressiblen Streifen tunneln können und von dort aus weiter in K3.

Bei einer positiven Spannung des Pulses werden die Energieniveaus in K1 und K2 nach unten gezogen [Abb. 5.13(a)]. Solange die Bedingung  $eV_{in} < \hbar\omega_c$  erfüllt ist, stehen den Elektronen an der Fermi-Energie in K3 keine unbesetzte Zustände im äußeren kompressiblen Bereich gegenüber und das Tunneln kann hier nicht stattfinden. Damit ist die polaritätsabhängige Streuung der schnelleren EMP-Mode erklärt. Das Vorhandensein des zweiten langsameren Anstiegs bei der selektiven Detektion des äußeren kompressiblen Bereichs im Fall einer negativen Spannung [oberer Datensatz D1 in Abb. 5.12(d)] ist auf die Erfassung der langsameren IEMP-Mode in dieser Messung zurückzuführen. Diese entsteht aufgrund der Äquilibration der kompressiblen Streifen K2 und K3 auf der Strecke zwischen G2 und D1. Die Geschwindigkeit dieser Mode nimmt mit dem Magnetfeld stärker ab, als die Geschwindigkeit der schnelleren EMP-Mode, was mit dem beobachteten Verhalten des zweiten Anstiegs der Pulse bei  $g_2 = 2$  gut korreliert. Wenn die Äquilibration zwischen K2 und K3 vollständig wäre, d. h. die überschüssige Ladung sich gleichermaßen zwischen diesen kompressiblen Streifen verteilen würde, betrüge das Verhältnis der Amplituden der ersten steilen Stufen verglichen mit dem Fall der positiven Spannung 0.75. Der beobachtete Wert von 0.84 zeigt, dass der Äquilibrationvorgang zwischen den Streifen K2 und K3 auf der Länge der Pulsausbreitung nicht vollendet

---

<sup>6</sup>Eventuell vorhandener Überschuss an Energie kann an die Gitter in Form von Phononen abgegeben werden.

wird.

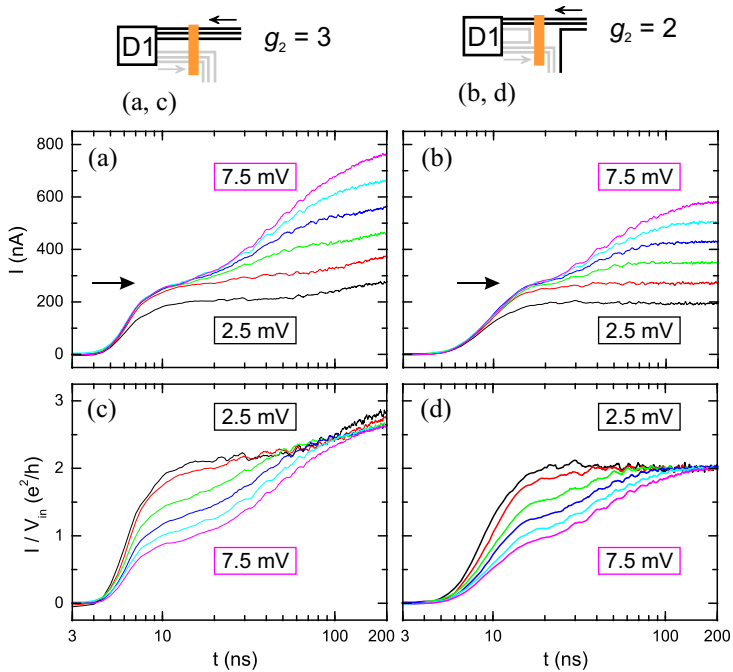
### 5.3.6 Einfluss der Signalamplitude

Alle bisher präsentierten Messungen in diesem Kapitel wurden mittels kleinstmöglicher Signale durchgeführt, wobei die Bedingung  $e|V_{in}| < \hbar\omega_c$  erfüllt war. In diesem Abschnitt soll der Einfluss höherer Amplituden der angelegten Spannungspulse erläutert werden. Wie bereits im vorigen Abschnitt gezeigt, führt die negative Polarität der Spannungspulse zur Streuung zwischen den Randkanälen und zur Reduzierung der Amplitude der ersten schnelleren Stufe. Bei der Erhöhung der Amplitude der Pulse tritt ein ähnlicher Effekt auf. Hier wird er anhand der positiven Spannungspulse demonstriert. Bei den negativen Pulsen addieren sich die Auswirkungen der höheren Amplitude und der negativen Polarität, und die Streuung des schnelleren Wellenpakets fällt noch etwas stärker aus.

Abbildung 5.14 präsentiert den zeitaufgelösten Strom zwischen den Kontakten S1 und D1 für unterschiedliche Amplituden der Spannungspulse. In den Graphen (a, c) ist der Beitrag der gesamten Randstruktur, in (b, d) der zwei äußeren Randkanäle des untersten Landau-Niveaus zu sehen. Das Magnetfeld beträgt hier  $B = 2.55 \text{ T}$  und entspricht dem Füllfaktor  $\nu = 3$ . Die Reduzierung der Amplitude des ersten Anstiegs mit der Erhöhung der Spannung ist klar in Abb. 5.14(c, d) zu sehen, wo der Strom normiert auf die Eingangsspannung dargestellt ist. Die Streuung des schnelleren Wellenpakets setzt bei  $V_{in} \simeq 3.0 \text{ mV}$  ein. Desweiteren ist den beiden unteren Graphen zu entnehmen, dass bei längeren Zeiten (DC-Limes) der quantisierte Leitwert bedingt durch die nicht diagonale Leitfähigkeit  $\sigma_{xy} = 3e^2/h$  bzw.  $2e^2/h$  erreicht wird.<sup>7</sup> Dieser Umstand beweist, dass die verwendeten Signalamplituden noch nicht zum Zusammenbruch des Quanten-Hall-Regimes führen und die beobachtete Änderung der Pulsform auf die Umverteilung der Ladung innerhalb der Randstruktur zurückzuführen ist.

Die Transmission der schnellsten EMP-Mode zeichnet sich durch die Existenz eines Schwellwertes des Stromes  $I_{th}$  aus, dessen Höhe innerhalb der ersten 15 ns nach Ankunft des Pulses nicht überschritten wird. Das ist klar in Abb. 5.14(a, b) zu sehen, wo die Pfeile die Position von  $I_{th}$  auf der vertikalen Achse markieren. Solange der Sättigungsstrom der schnelleren Mode den Wert von  $I_{th} = 270 \text{ nA}$  nicht überschreitet erreicht diese Mode den Drain-Kontakt als eine Stufe innerhalb von 20 ns [Abb. 5.14(b)]. Bei höheren Spannungen ( $V_{in} > 3.0 \text{ mV}$ ) und entsprechend höheren Strömen beginnt ein nicht lineares Regime. Die Pulsform verändert sich zu

<sup>7</sup>Das Zeitfenster von 200 ns reicht für die Sättigung der langsameren Mode in Abb. 5.14(c) noch nicht aus.



**Abbildung 5.14:** Zeitaufgelöster Strom (a, b) und Leitwert (c, d) des Kontaktpaars S1-D1 für die volle Transmission der Randstruktur [ $g_2 = \nu = 3$ ; (a, c)] und zwei äußere Randkanäle [ $g_2 = 2$ ; (b, d)]. Die Amplitude des angelegten Spannungspulses variiert in jedem Graph zwischen 2.5 und 7.5 mV mit einem Schritt von 1.0 mV.



einem doppelten Anstieg, wobei der langsamere Anstieg ab  $t = 20$  ns einsetzt und erst bei  $t = 200$  ns zur Sättigung kommt. Der Schwellwert des Stromes der schnelleren Mode ist identisch für die Fälle  $g_2 = 3$  und  $g_2 = 2$  [vgl. Abb. 5.14(a, (b))] und ist durch den höchstmöglichen Potenzialabfall über den inkompressiblen Streifen mit  $\nu_2 = 2$  bedingt. Dieser errechnet sich zu  $V_{th} = I_{th}/G_2 = 3.48$  mV. Hier wurde die quantisierte Leitfähigkeit zweier äußerer Randkanäle  $G_2 = 2(e^2/h)$  verwendet. Die mit  $V_{th}$  verbundene Energiedifferenz soll mit der Lücke im Energiespektrum  $\Delta E_L - \Delta E_S \approx \hbar\omega_c$  verglichen werden. Die Korrelation beider Größen offenbart das anschauliche Bild der Randkanäle (Abb. 5.13). Beim Anlegen einer positiven Spannung von  $\hbar\omega_c/e$  an die besetzten Randkanäle erreichen die höher liegenden unbesetzten Zustände in K1 und K2 die Fermi-Energie [Abb. 5.13(a)], der inkompressible Streifen mit  $\nu_2 = 2$  verschwindet (Bedingung des flachen Bandes [85]) und die Äquilibrierung mit dem kompressiblen Streifen K3 beginnt. Für den Fall einer negativen Polarität der Spannung werden die besetzten Zustände in K1 und K2 mit den oberhalb der Fermi-Energie liegenden Niveaus in K3 energetisch ausgeglichen und die Streuung setzt ebenfalls ein. Die Interpretation ist hier allerdings etwas komplizierter, da zwischen K2 und K3 ein nicht verschwindender inkompressibler Streifen liegt. Bei  $B = 2.55$  T gilt  $\hbar\omega_c = 4.40$  mV und somit  $eV_{th}/\hbar\omega_c = 0.79$ . Zhitenev *et al.* [85] führten eine ausführliche Untersuchung des zeitaufgelösten Transports im nicht linearen Regime durch. Sie fanden, dass der Schwellwert  $V_{th}$  bei der positiven Polarität der Spannung im Bereich der Füllfaktoren  $2.25 < \nu < 2.90$  annähernd konstant bleibt und das Verhältnis  $eV_{th}/\hbar\omega_c$  je nach Probenlänge zwischen 0.75 und 0.5 variiert. Komiyama *et al.* [115] erhielten bei der Analyse eines DC-Experimentes für eine kritische Energiedifferenz zwischen benachbarten Randkanälen den Wert von  $0.5\hbar\omega_c$ . Übereinstimmend mit diesen früheren Experimenten liegt auch in unserer Messung der Schwellwert  $V_{th}$  deutlich unterhalb der Energie der Landau-Aufspaltung  $\hbar\omega_c$ . Eine mögliche Ursache für diese Abweichung könnte die Umordnung der Randstruktur unter dem Einfluss der hohen Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen sein.

Zum Abschluss soll nochmal betont werden, dass das Vorhandensein eines Schwellwertes des Stromes beim Randkanaltransport die Interpretation der vorher in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse, insbesondere die Entstehung einer langsameren IEMP-Mode, nicht beeinflusst, da dort wesentlich kleinere Signale verwendet wurden. So liegt der Strom der gesamten Randstruktur bei  $\nu = 3$  und einer typischen Spannung von  $V_{in} = 2.0$  mV komplett unter dem Wert von  $I_{th} = 270$  nA, wobei der Sättigungsstrom der schnelleren EMP-Mode nur etwa 160 nA beträgt.

## 5.4 Zusammenfassung des Kapitels

Zusammenfassend wurden in diesem Kapitel die Untersuchungen der individuellen Beiträge der Randkanäle zum Strom im Quanten-Hall-Regime präsentiert. Bei langen Zeiten ( $t \simeq 1 \mu\text{s}$ ) wird das bereits aus den früheren DC-Experimenten bekannte Verhalten beobachtet, wonach die Leitfähigkeit eines spinaufgelösten Randkanals  $e^2/h$  beträgt. Bei kürzeren Zeiten offenbarten sich jedoch Unterschiede, die von der Zugehörigkeit eines Randkanals zu einem Landau-Niveau und seiner räumlichen Ausdehnung abhängig sind. Die durch den angelegten steilen Spannungspuls hervorgerufenen Anregungen der Ladungsträgerdichte können unter der gegebenen Bedingung der stark abgeschirmten Coulomb-Wechselwirkung mit den einzelnen Randkanälen assoziiert werden. Unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten der EMP-Moden in verschiedenen Randkanälen äußern sich in den beobachteten Besonderheiten des Transports bei kurzen Zeiten. Außerdem spielt die Kopplung der Randkanäle eine wichtige Rolle. Als höchst interessant erwiesen sich in diesem Zusammenhang die Messungen um den Füllfaktor  $\nu = 3$ . Aufgrund des besonders breiten inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  kommt es hier zum vollständig entkoppelten Transport in benachbarten Randkanälen. Dies ermöglichte eine spezielle Art der Plasmaoszillationen, die Interedge-Magnetoplasmonen, in reiner Gestalt zu detektieren. Die Geschwindigkeit dieser Mode ist kleiner und zeigt eine stärkere Magnetfeldabhängigkeit verglichen mit der fundamentalen EMP-Mode, was auf die räumliche Ausdehnung des Profils der Ladungsträgerdichte zurückzuführen ist. Die Analyse der Geschwindigkeiten beider Moden im Rahmen der lokalen Kapazitätsnäherung gab Aufschluss über die Breiten der individuellen kompressiblen Bereichen der Randstruktur. Es wurde auch gezeigt, dass die Verwendung eines Spannungspulses negativer Polarität zu einer zusätzlichen Streuung der schnelleren EMP-Mode führt. Eine solche Streuung, die als Äquilibration der Randkanäle mit den unterschiedlichen elektrochemischen Potenzialen aufgefasst werden kann, wird auch durch eine höhere Amplitude der Eingangsspannung ( $V_{in} > 0.5\hbar\omega_c/e$ ) ausgelöst. Die Streuprozesse zwischen den Randkanälen werden im folgenden Kapitel näher betrachtet.

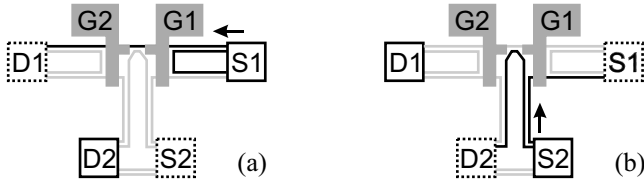
## 6 Streuung zwischen den Randkanälen beim Füllfaktor $\nu = 3$

Dieses Kapitel beleuchtet einige Phänomene, die bei einer Äquilibration zwischen besetzten und unbesetzten Randkanälen auftreten. In diesen Messungen werden die Steuergates nicht nur zur selektiven Detektion, sondern auch zur selektiven Auswahl der am Transport beteiligten Randkanäle verwendet. Obwohl in der Probe das Regime des Randtransports gewährleistet ist, werden durch die erzeugte Konfiguration keine Randkanäle direkt zwischen zwei ausgewählten Kontakten übertragen. Das gemessene Signal kommt ausschließlich durch die Streuung zustande. Die I-V-Kennlinie eines solchen Kontaktpaares weist bei bestimmten Spannungen starke Nichtlinearitäten auf. Die zeitaufgelöste Strommessungen sowie deren DC-Limes werden in der Nähe solcher Besonderheiten diskutiert. Darüber hinaus wird eine kapazitive Anregung der Randmagnetoplasmonen in den unbesetzten Randkanälen demonstriert.

### 6.1 Einleitung

Zur Registrierung eines zeitaufgelösten Streusignals zwischen den Randkanälen wird eine Messanordnung verwendet, die der im vorigen Kapitel diskutierten sehr ähnlich ist. Dieselbe Probe kommt dabei zum Einsatz. Eine schematische Konfiguration dieser Messung ist in Abb. 6.1 gezeigt. Das metallische Schottky-Gate G2 übernimmt, wie auch in den früher beschriebenen Messungen, die Funktion eines Verteilers der Randkanäle zwischen den Drain-Kontakten D1 und D2 und gewährleistet damit eine selektive Detektion der Randkanäle. Das Gate G1 wird in den nachfolgenden Experimenten auch aktiv verwendet und dient der selektiven Injektion der Randkanäle in den Bereich zwischen den Gates G1 und G2. Der lokale Füllfaktor  $g_1$  unter dem Gate G1 wird dabei auf einen Wert eingestellt, der zwischen zwei Grenzfällen liegt: der vollständigen Verarmung des 2DES ( $g_1 = 0$ ) und der kompletten Transmission der gesamten Randstruktur ( $g_1 = \nu$ ).

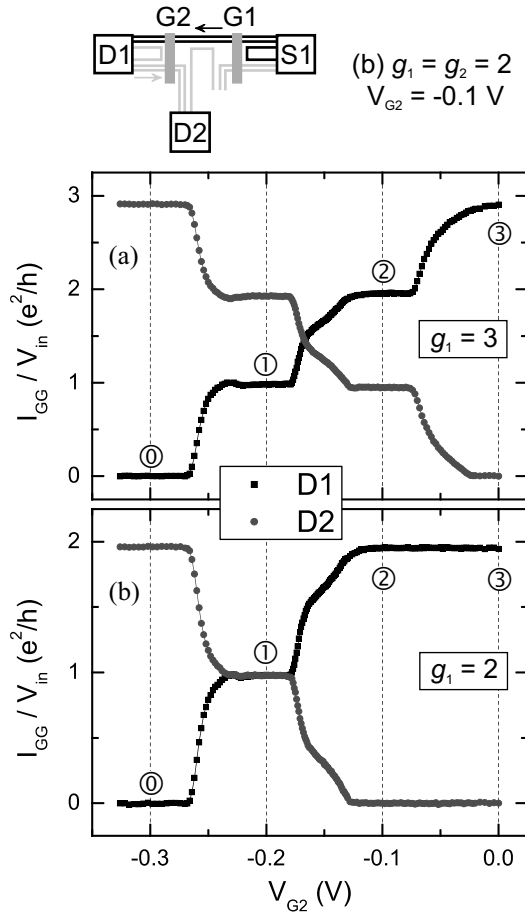
Im Fall des Füllfaktors  $\nu = 2$  und des lokalen Füllfaktors  $g_1 = 1$  wird beispielsweise nur der äußere der beiden besetzten Randkanäle in den Bereich zwischen



**Abbildung 6.1:** Schema zur Messung der Streuung zwischen Randkanälen am Beispiel des Füllfaktors  $\nu = 2$ . Die Füllfaktoren unter den Gates G1 und G2 betragen  $g_1 = g_2 = 1$ . Der Source-Kontakt ist S1 in (a) und S2 in (b). Das Streusignal wird entsprechend an D2 (a) und D1 (b) detektiert. Der Spannungspuls breitet sich in den schwarz gekennzeichneten Randkanälen aus.

den Gates G1 und G2 durchgelassen, wenn der Source-Kontakt S1 verwendet wird [Abb. 6.1(a)]. Der innere besetzte Randkanal kann die Potenzialbarriere des Gates G1 nicht überwinden und wird dort reflektiert. Im Bereich zwischen den Gates findet auf einer Länge  $l$  der Ausgleich der elektrochemischen Potenziale der besetzten und unbesetzten Randkanäle statt. Am Gate G2 werden die beteiligten Randkanäle wieder räumlich getrennt und mittels unterschiedlicher Drain-Kontakte detektiert. Die Verwendung des Source-Kontakts S2 [Abb. 6.1(b)] ermöglicht es darüber hinaus, eine Äquilibrierung des inneren besetzten mit dem äußeren unbesetzten Randkanal im Bereich zwischen den Gates zu untersuchen. Die Länge des Äquilibrierungsbereichs zwischen den Gates G1 und G2 beträgt in allen Messungen dieses Kapitels  $l = 20 \mu\text{m}$ .

Das adiabatische Regime des elektrischen Transports, das sich durch das Nichtvorhandensein der Streuung zwischen den Randkanälen auf makroskopischen Längenskalen ( $\sim 100 \mu\text{m}$ ) auszeichnet, wurde in der Literatur bereits mehrfach demonstriert [47, 48, 116]. Dies gilt insbesondere dann, wenn der geometrische Abstand zwischen den besetzten und unbesetzten Randkanälen, d. h. die Breite des sie trennenden inkompressiblen Streifens, viel größer als magnetische Länge ist. Für die Randkanäle, die den unterschiedlichen Landau-Niveaus entstammen, ist dies bei hohen Magnetfeldern der Fall. Wie aus den Messungen des vorigen Kapitels folgt, liegt die Breite des inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  bei einem Füllfaktor in der Probe  $\nu = 3$  bei  $a_2 \simeq 100 \text{ nm}$ , woraus  $a_2 \gg l_B$  folgt. Auf einer Länge von  $l = 20 \mu\text{m}$  ist ein Ausgleich der elektrochemischen Potenziale der zwei äußeren und des innersten Randkanals nicht zu erwarten, was Abb. 6.2 eindeutig bestätigt. Hier ist der stationäre Strom  $I_{GG}$  zwischen S1 und den Drain-Kontakten D1 bzw. D2 skaliert



**Abbildung 6.2:** Zwei-Punkt-Leitwert im DC-Limes für die Kontaktpaare S1-D1 (Quadrate) und S1-D2 (Kreise) in Abhängigkeit von der Spannung am Gate  $G_2$ . Die Füllfaktoren betragen  $\nu = 3$  in beiden Graphen, (a)  $g_1 = 3$  und (b)  $g_1 = 2$ . Die Zahlen in Kreisen kennzeichnen die lokalen Füllfaktoren  $g_2$ .

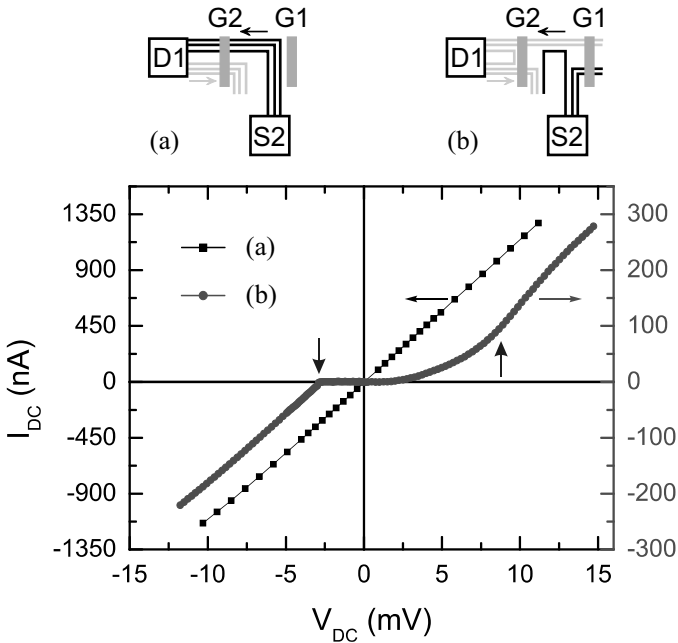
auf die Amplitude des angelegten Pulses  $V_{in} = 2.7$  mV gegen die DC-Spannung am Gate G2 aufgetragen. Der obere Graph [Abb. 6.2(a)] ist bei einer Einstellung des lokalen Füllfaktors  $g_1 = 3$  aufgenommen (volle Transmission der Randkanäle unter dem Gate G1), und zeigt eine bereits aus dem vorigen Kapitel bekannte Verteilung des Signals zwischen D1 und D2 je nach Anzahl der unter dem Gate G2 durchgelassenen bzw. reflektierten Randkanäle (vgl. Abb. 5.2 auf Seite 95 für  $\nu = 4$ ). Der Leitwert in den Plateaus ist dabei genau durch den Füllfaktor  $g_2$  (Zahlen in Kreisen) bestimmt. Ein anderes Bild entsteht, wenn nur zwei äußere Randkanäle in den Bereich zwischen G1 und G2 injiziert werden [Messung für  $g_1 = 2$  in Abb. 6.2(b)]. Hier liegt der maximale Leitwert bei  $2(e^2/h)$  und es bildet sich nur ein Plateau in der Gate-Charakteristik bei  $g_2 = 1$ , wenn die beiden besetzten Kanäle zwischen den Drain-Kontakten gleichmäßig verteilt werden. Eine Besonderheit tritt bei  $g_1 = g_2 = 2$  auf (diese Konfiguration ist in Abb. 6.2 oben skizziert). Hier wird der Strom komplett zum Drain-Kontakt D1 geleitet und es findet keine Streuung zwischen den zwei besetzten und dem unbesetzten Randkanal im Bereich zwischen den Gates statt.

Die ausbleibende Äquilibrierung zwischen den Randkanälen gilt für kleine Ströme und entsprechend kleine Spannungen innerhalb der Randstruktur im Sinne  $eV_{in} \leq \hbar\omega_c$ . Höhere Signalamplituden rufen eine Streuung hervor, wie im Abschnitt 5.3.6 des vorigen Kapitels erläutert wurde. Dort wurde auch den Übergang zum nicht-linearen Regime demonstriert, was eine Veränderung der Form der Pulse mit der Steigerung ihrer Amplitude nach sich zieht. Um die Umordnung der Randstruktur aufgrund des Spannungspulses zu vermeiden und die Streuung zwischen den Randkanälen dennoch untersuchen zu können, werden in diesem Kapitel Pulse mit kleinen Amplituden verwendet, denen eine variable DC-Spannung überlagert wird. Das DC-Signal bereitet sozusagen die Randstruktur vor, indem es das Verhältnis elektrochemischer Potenziale in den Randkanälen stationär verändert. Das AC-Signal gibt dann Aufschluss über die zeitabhängigen Eigenschaften des Transports zwischen den Randkanälen in diesem Zustand. Die Auswertung der gemessenen Pulse bei langen Zeiten ist einer Messung der ersten Ableitung der I-V-Kennlinie des DC-Transports äquivalent, was im Folgenden verdeutlicht wird. Die Analyse der Wellenfront der aufgenommenen Pulse ermöglicht es außerdem, die zeitlichen Parameter der Signalausbreitung in Abhängigkeit von der Vorspannung zwischen den Randkanälen zu studieren. Das Schema des verwendeten Aufbaus zur Messung der Spannungspulse in Kombination mit einer DC-Vorspannung findet sich im Anhang C.1.

## 6.2 DC-Charakterisierung

Im Laufe der hier diskutierten Messungen wird nach der Einstellung einer bestimmten Konfiguration der Füllfaktoren  $\nu$ ,  $g_1$  und  $g_2$  zunächst eine DC-Spannung  $V_{DC}$  zwischen einem Source-Kontakt, im Folgenden S1 bzw. S2, und der Messerde erzeugt. Darauf folgend wird an diesen Kontakt ein Spannungspuls einer bestimmten Polarität angelegt. Beide Drain-Kontakte D1 und D2 weisen während der Messung das Potenzial der Messerde auf, wobei der Strom, und zwar sowohl seine DC- als auch AC-Komponente, durch einen dieser Kontakte D1 bzw. D2 vermessen wird. Danach wird die DC-Spannung verändert und die Sequenz wiederholt. Dieses Prozedere wird für alle Werte der DC-Spannung in einem bestimmten Bereich, typischerweise zwischen  $-15$  mV und  $15$  mV, schrittweise ausgeführt. Als Resultat wird für jeden Wert der DC-Vorspannung zwischen Source- und Drain-Kontakt eine zeitaufgelöste Messung sowie der Wert des DC-Stromes zwischen diesen Kontakten aufgenommen. In diesem Abschnitt soll zunächst nur der DC-Anteil der I-V-Charakteristik diskutiert werden, die Zeitabhängigkeit wird in einem späteren Abschnitt behandelt.

Abbildung 6.3 zeigt zwei I-V-Kennlinien des Kontaktpaares S2-D1 für  $\nu = 2.94$  und zwei Konfigurationen der lokalen Füllfaktoren unter den Gates, und zwar  $g_1 = 0$ ,  $g_2 = \nu$  [ $V_{G1} = -350$  mV,  $V_{G2} = 0$  mV, Kurve (a)] und  $g_1 = g_2 = 2$  [ $V_{G1} = V_{G2} = -104$  mV, Kurve (b)]. Die I-V-Charakteristik im Fall (a) ist im angegebenen Bereich der Vorspannungen linear und ihre Steigung entspricht dem Leitwert  $2.93(e^2/h)$ . Dies steht in Übereinstimmung mit einer Zwei-Punkt-Leitfähigkeit einer Probe im Quanten-Hall-Regime unter der Voraussetzung, dass alle Randkanäle zwischen Source- und Drain-Kontakt übertragen werden. Die Kurve (b) zeigt dagegen ausgeprägte Abweichungen vom linearen Verhalten. Bei geringen Vorspannungen  $-2.9 < V_{DC} < 2.5$  mV bleibt der Strom vollständig unterdrückt, was der Abwesenheit der Streuung zwischen dem innersten besetzten und zwei äußeren unbesetzten Randkanälen entspricht. Bei  $V_{DC} = -2.9$  mV (linker vertikaler Pfeil in Abb. 6.3) setzt der Strom zwischen S2 und D1 abrupt ein, und die I-V-Kennlinie bleibt beim weiteren Absenken von  $V_{DC}$  linear. Bei dieser Vorspannung kommt es zur Abflachung der ortsabhängigen Energien der elektronischen Zustände am Rand der Probe, was ein Verschwinden des inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  zur Folge hat [siehe Abb. 5.13(a) auf Seite 115; es soll beachtet werden, dass in der gegenwärtigen Messkonfiguration eine negative Spannung an den innersten Randkanal (kompressiblen Streifen K3 in Abb. 5.13) angelegt wird]. Für  $V_{DC} \leq -2.9$  mV kann die Übertragung der Ladung zwischen dem besetzten und den unbesetzten Randkanälen störungsfrei stattfinden. Die DC-Vorspannung



**Abbildung 6.3:** I-V-Kennlinie des Kontaktpaares S2-D1 für (a)  $g_1 = 0, g_2 = \nu$  und (b)  $g_1 = g_2 = 2$ . Das Magnetfeld beträgt  $B = 2.60 \text{ T}$  ( $\nu = 2.94$ ).

$V_{DC} = -2.9 \text{ mV}$  bezeichnet somit den Übergang vom adiabatischen zum äquili-  
brierten Transportregime. Dies kann wie folgt quantitativ bestätigt werden: Der  
Leitwert des Kontaktpaares S2-D1 kann im Rahmen des Landauer-Büttiker-For-  
malismus [5, 45] durch den Transmissionskoeffizient  $T_{21}$ , der die Übertragung der  
Ladung zwischen S2 und D1 charakterisiert, wie folgt ausgedrückt werden<sup>1</sup>

$$G_{21} = \frac{e^2}{h} T_{21} . \quad (6.1)$$

Die Indices bei  $G$  und  $T$  beziehen sich auf die Kontakte S2 und D1. Für die zwei  
Grenzfälle des äquilierten und adiabatischen Transportregimes gilt

$$T_{21}^{ad} = 0 \quad \text{und} \quad T_{21}^{eq} = \frac{(\nu - g_1)g_2}{\nu} .$$

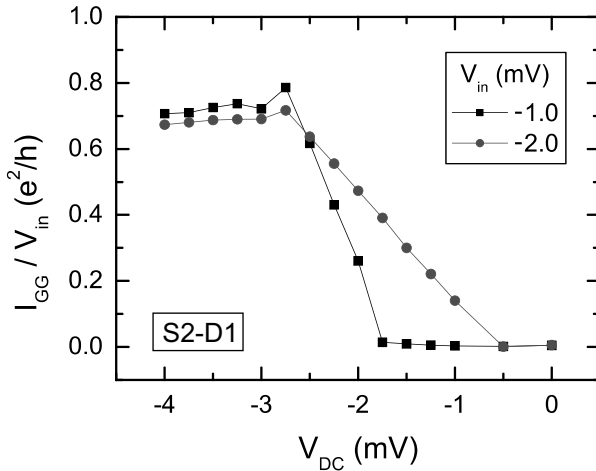
<sup>1</sup>Dies folgt direkt aus Gl. (2.28) auf Seite 21. Siehe auch die detaillierte Betrachtung einer  
Vier-Punkt-Messung für  $\nu = 2$  im Abschnitt 7.2 des nächsten Kapitels.



Der letzte Ausdruck errechnet sich durch die Anzahl der besetzten Randkanäle ( $\nu - g_1$ ), die in den Äquilibrierungsbereich zwischen den Gates injiziert werden, geteilt durch die Gesamtzahl der Randkanäle  $\nu$ , mal die Anzahl der Randkanäle  $g_2$ , die zum Drain-Kontakt D1 aus dem Äquilibrierungsbereich geleitet werden. Für  $\nu = 3$  und  $g_1 = g_2 = 2$  gilt  $G_{21}^{eq} = 2/3(e^2/h)$ . Wie oben erwähnt liegt der Leitwert  $G_{21}^{eq}$  für die Kurve (a) in Abb. 6.3 bei  $3(e^2/h)$ . Das Verhältnis dieser beiden Größen beträgt  $9/2 = 4.5$ . Gerade in diesem Verhältnis sind die linke und die rechte vertikale Achse in Abb. 6.3 zueinander skaliert. Unter dieser Bedingung folgt aus der Parallelität der Kurven (a) und (b) im Bereich  $V_{DC} < -2.9$  mV der äquilibrierte Charakter des Transports hier.

Bei einer positiven Vorspannung  $V_{DC} \simeq 2.5 - 3.0$  mV setzt die Streuung zwischen den Randkanälen ebenfalls ein, da die unbesetzten elektronischen Zustände im innersten kompressiblen Streifen an die Fermi-Energie gelangen (siehe Abb. 5.13). Hier weist die I-V-Kennlinie allerdings keinen scharfen Übergang zum äquilibrierten Transportregime auf, was auf das Vorhandensein des nicht verschwindenden inkompressiblen Streifens zwischen dem inneren besetzten und den zwei äußeren unbesetzten Randkanälen zurückzuführen ist. Die Steigung der Kurve (b) unmittelbar nach dem Einsetzen des Stromes zwischen den Randkanälen zeugt auch von der Abwesenheit der vollständigen Äquilibrierung der Randkanäle.

Eine interessante Besonderheit kommt bei etwas höheren positiven DC-Spannungen von etwa  $V_{DC} = 9.0$  mV zum Vorschein (mit einem vertikalen Pfeil nach oben gekennzeichnet). Hier ändert die I-V-Kennlinie (b) schnell ihre Steigung, und der Leitwert  $G_{21}$  liegt über dem Wert, der dem äquilibrierten Transport entspricht. Das Signal wird dabei überwiegend durch die ursprünglich unbesetzten Randkanäle getragen, während der innere besetzte Randkanal, wie aus nachfolgender Analyse der ersten Ableitung der I-V-Kennlinie folgt, entvölkert wird. Dieser Zustand wird im Weiteren als *inverse Besetzung* der Randkanäle bezeichnet und wird aus der Sicht der zeitaufgelösten Messungen später ausführlicher diskutiert. Ebenso spannend sowie rätselhaft ist die Tatsache, dass das Regime der inversen Besetzung nur bei etwa 9.0 mV ( $\simeq 2\hbar\omega_c/e$ ) auf der Achse der DC-Vorspannungen auftritt. Bei weiterer Erhöhung der Vorspannung wird der äquilibrierte Transport wieder beobachtet, wovon die Parallelität der Kurven (a) und (b) ab etwa  $V_{DC} = 12$  mV in Abb. 6.3 zeugt.



**Abbildung 6.4:** Stromwerte bei  $t = 380$  ns (DC-Limes) zwischen S2 und D1 skaliert auf die Amplituden der Spannungspulse  $V_{in}$  für unterschiedliche Werte der DC-Spannung zwischen den Randkanälen.

### 6.3 Äquilibration der Randkanäle

In diesem Abschnitt soll der Übergang vom adiabatischen zum äquilibrierten Transport genauer untersucht werden. Dies erfolgt am Beispiel des Kontaktpaares S2-D1 für den negativen Zweig der I-V-Kennlinie in Abb. 6.3, wo ein scharfer Übergang bei  $V_{DC} = -2.9$  mV beobachtet wird und die Ursache der Streuung klar interpretiert werden kann. Entsprechend der Tatsache, dass das DC-Signal einer negativen Polarität verwendet wird, wird ihm ein Spannungspuls mit ebenfalls negativer Polarität überlagert.

#### 6.3.1 DC-Limes

Zunächst soll der DC-Limes der zeitaufgelösten Messung als Charakterisierung betrachtet werden. Abbildung 6.4 zeigt den AC-Strom bei langen Zeiten  $I_{GG}$  in Abhängigkeit von der DC-Vorspannung  $V_{DC}$ . Hier werden zwei Datensätze für  $V_{in} = -1.0$  und  $-2.0$  mV präsentiert, die zur Vergleichbarkeit auf die jeweilige Amplitude der Pulse skaliert sind. Der Vergleich der Abb. 6.4 mit dem negativen Zweig der Kurve (b) in Abb. 6.3 zeigt, dass es sich beim DC-Limes der

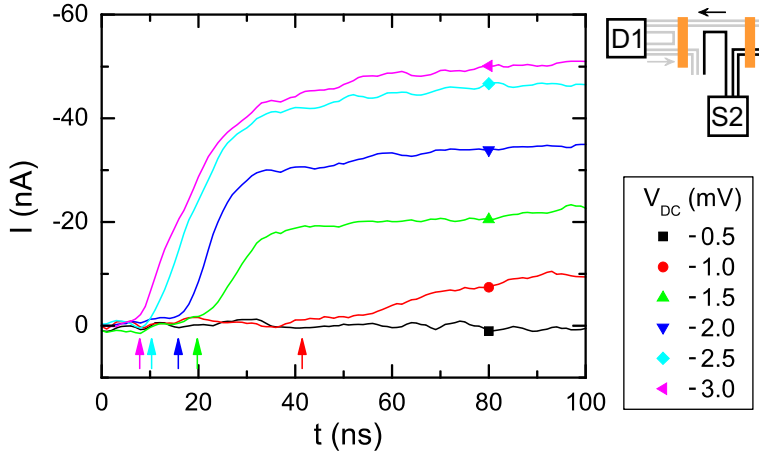
zeitaufgelösten Messung tatsächlich um die Ableitung der I-V-Kennlinie handelt. Bei kleinen Vorspannungen liegt der Leitwert  $G_{21} = I_{GG}/V_{in}$  bei 0, während bei  $V_{DC} \leq -3.0\text{ mV}$  er sich dem Wert  $2/3(e^2/h)$  nähert. Der scharfe Übergang ist durch die endliche Amplitude des AC-Signals verbreitert. Wie aus Abb. 6.4 folgt, entspricht die Breite dieses Übergangs exakt dem Wert  $|V_{in}|$  in jedem Datensatz. Die Streuung zwischen den Randkanälen setzt ein, wenn die kumulierte Amplitude der Spannung  $(V_{DC} + V_{in})$  den Übergangswert  $V_{th}$  erreicht. Wenn die DC-Vorspannung allein den Wert von  $V_{th} = -2.75\text{ mV}$  aufweist, hängt der Leitwert  $G_{21}$  nicht mehr von der Amplitude der AC-Spannung ab, da die Randkanäle bereits aufgrund des DC-Signals äquilibriert sind, und beide Kurven in Abb. 6.4 liegen beinahe übereinander.<sup>2</sup> Bemerkenswert ist, dass bei  $V_{th} = -2.75\text{ mV}$  die Kurven in Abb. 6.4 ein lokales Maximum zeigen, was auf den resonanten Charakter des Einsatzes der Streuung zwischen den Randkanälen beim Ausgleich der Energien der elektronischen Zuständen in den benachbarten Randkanälen hinweist.

### 6.3.2 Zeitaufgelöste Messungen

Abbildung 6.5 zeigt transiente Ströme zwischen S2 und D1 für  $V_{in} = -2.0\text{ mV}$  und unterschiedliche DC-Vorspannungen innerhalb des Übergangs. Neben dem Anstieg der Sättigungsamplitude der Pulse mit wachsendem Absolutwert der DC-Vorspannung, der schon in Abb. 6.4 wiedergegeben ist, zeigt auch die Verzögerungszeit  $t_0$  eine Abhängigkeit von  $V_{DC}$ . So ändert sich diese von  $41.4\text{ ns}$  für  $V_{DC} = -1.0\text{ mV}$  zu  $7.8\text{ ns}$  für  $V_{DC} = -3.0\text{ mV}$  in Abb. 6.5 (die Positionen der aus den exponentiellen Fits ermittelten  $t_0$  sind durch die Pfeile gekennzeichnet). Die Verzögerungszeiten in Abhängigkeit von der DC-Vorspannung präsentiert auch Abb. 6.6, wobei hier  $t_0$  entlang der horizontalen und  $V_{DC}$  entlang der linken vertikalen Achse aufgetragen sind.

Eine Erklärung für das beobachtete Verhalten der Verzögerungszeit folgt aus dem Modell der Streuung zwischen den Randkanälen. Solange der Absolutwert der DC-Spannung unterhalb des Absolutwerts der Übergangsspannung liegt ( $|V_{DC}| < |V_{th}|$ ), kann die Streuung ausschließlich durch das AC-Signal, soweit möglich, ausgelöst werden. Dies geschieht, wenn die Amplitude der AC-Spannung den Wert  $\Delta V_{in} = V_{th} - V_{DC}$  erreicht. Da die AC-Spannung sich nicht sofort von 0 auf  $V_{in}$  entwickelt, liegt die Spannung  $\Delta V_{in}$  zwischen den Randkanälen erst nach einer bestimmten Zeit nach Ankunft des Pulses in dem Äquilibrierungsbereich vor. Für eine gegebene Spannung  $V_{DC}$  wird nur der Teil des Pulses zu D1 übertragen,

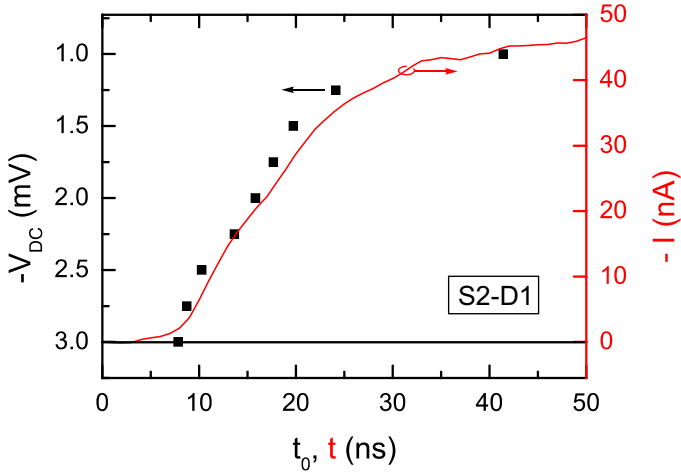
<sup>2</sup>Die leicht unterschiedlichen Werte für die Übergangsspannungen  $V_{th}$  in Abb. 6.3 und 6.4 sind auf die höhere Diskretisierung der DC-Vorspannung im letzteren Fall zurückzuführen.



**Abbildung 6.5:** Zeitaufgelöste Ströme zwischen S2 und D1 für  $g_1 = g_2 = 2$  und die angegebenen Werte der DC-Spannung zwischen den besetzten und unbesetzten Randkanälen. Die Eingangsamplitude beträgt  $V_{in} = -2.0$  mV. Pfeile kennzeichnen die Positionen der aus dem Fit ermittelten Verzögerungszeiten  $t_0$  für jede Kurve.

für den die Amplitude die Bedingung  $|V_{in}| > |V_{th} - V_{DC}|$  erfüllt. Je näher  $V_{DC}$  an  $V_{th}$  liegt, desto kleiner ist der Anteil der AC-Spannung, der zum Einsatz der Streuung notwendig ist, desto schneller wird diese Spannung erreicht, und desto größer ist der Teil des Pulses, der zu D1 übertragen wird. Eine Abflachung der Anstiegsflanke des Pulses infolge der Ausbreitung bis zum Äquilibriumsbereich bedingt die Variation der Verzögerungszeiten im relativ breiten Bereich von 7.8 bis 41.4 ns.

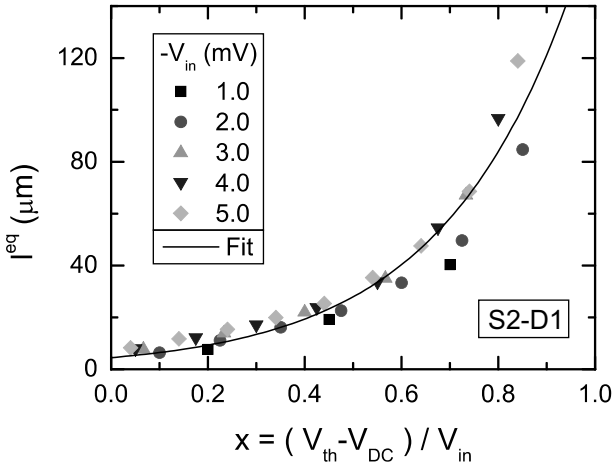
Aus dem oben Gesagten folgt, dass die gemessenen Verzögerungszeiten in Abhängigkeit von der DC-Spannung die Form der Anstiegsflanke des Pulses wiedergeben. Die auf diese Weise rekonstruierte Anstiegsflanke ist in Abb. 6.6 (Symbole) dargestellt. Zur qualitativen Analyse ist hier auch der bei  $V_{DC} = -3.0$  mV aufgenommene Puls (durchgezogene Kurve) zu sehen. Bei dieser DC-Spannung sind die Randkanäle bereits äquilibriert und das gesamte AC-Signal, d. h.  $2/3$  des ursprünglichen Pulses, kommt am Drain-Kontakt D1 an. Der Vergleich beider Datensätze in Abb. 6.6 zeigt, dass die Form des Pulses tatsächlich durch  $V_{DC}(t_0)$  sehr gut abgebildet werden kann. Quantitativ ist jedoch ein Unterschied zu verzeichnen. Zur besseren Anpassung der Amplituden der beiden Datensätze sind die linken



**Abbildung 6.6:** Verzögerungszeiten  $t_0$  der Streusignale zwischen S2 und D1 (Symbole) aufgetragen gegen die DC-Spannungen zwischen den Randkanälen (linke vertikale Achse). Die durchgezogene Kurve stellt den zeitabhängigen Strom des Kontaktpaares für  $V_{DC} = -3.0$  mV dar. Die Amplitude der Spannungspulse beträgt für beide Datensätze  $V_{in} = -2.0$  mV.

und die rechten vertikalen Achsen in Abb. 6.6 in Bezug aufeinander im Verhältnis  $0.57(e^2/h)$  skaliert. Wäre die rechte Strom-Achse so umskaliert, dass dieses Verhältnis exakt  $0.66(e^2/h)$  betrüge, wäre die gemessene durchgezogene Kurve bezüglich der Punkte in Abb. 6.6 etwas nach unten verschoben. Dies ist allerdings nicht verwunderlich, da der gemessene Puls einer zusätzlichen Dispersion auf der Strecke zwischen G2 und dem Drain-Kontakt D1 unterliegt, was zu einer stärkeren Abflachung der Anstiegsflanke des Pulses führt. Die Symbole in Abb. 6.6 korrespondieren somit mit dem Puls in der Mitte der Probe, wenn dieser den Äquilibrationbereich erreicht.

Es ist bemerkenswert, dass die Verzögerungszeit der Pulse konstant bleibt, sobald die Äquilibration der Randkanäle durch die DC-Vorspannung gewährleistet ist. Mit anderen Worten, für  $V_{DC} \leq -3.0$  mV erfolgt die Ausbreitung zwischen S2 und D1 ohne Verzögerung. Dies könnte ein zusätzliches Indiz auf das Verschwinden des inkompressiblen Streifens mit  $\nu_2 = 2$  sein, wenn die elektronischen Energieniveaus in den benachbarten Randkanälen angeglichen werden.



**Abbildung 6.7:** Aus Gl. (6.1) und (6.2) berechnete Äquilibrierungslängen für unterschiedliche Amplituden der Pulse  $V_{in}$  in Abhängigkeit vom Parameter  $x = (V_{th} - V_{DC}) / V_{in}$  mit  $V_{th} = -2.7$  mV. Die durchgezogene Kurve stellt einen Fit aller Messdaten laut (6.3) dar.

### 6.3.3 Äquilibrierungslänge

Zur quantitativen Charakterisierung des Grades der Äquilibrierung zwischen den Randkanälen wird häufig eine so genannte Äquilibrierungslänge  $l^{eq}$  eingeführt. Diese soll der Länge des Bereichs  $l$ , in dem der Ausgleich der elektrochemischen Potenziale der Randkanäle stattfindet, gegenübergestellt werden. Die Äquilibrierungslänge ist unmittelbar mit dem Transmissionskoeffizienten  $T_{21}$  verbunden, und hat offenbar nur im Regime der partiellen Äquilibrierung der Randkanäle eine physikalische Bedeutung. Der Analyse von Müller *et al.* [117] folgend, definieren wir die Äquilibrierungslänge  $l^{eq}$  durch

$$T_{21} = \frac{(\nu - g_1)g_2}{\nu} \left( 1 - \exp \left\{ -\frac{l}{l^{eq}} \right\} \right). \quad (6.2)$$

In unserem Experiment variiert  $T_{21}$  und somit auch der Leitwert  $G_{21}$  nicht durch die Änderung der Wechselwirkungslänge  $l$ , sondern durch die Variation der Potentialdifferenz zwischen den Randkanälen. Für jeden Wert der DC-Vorspannung kann entsprechend eine Äquilibrierungslänge ausgerechnet werden. Das Ergebnis einer solchen Berechnung für das Kontaktpaar S2-D1 und die Kombination der

Füllfaktoren  $g_1 = g_2 = 2$  ( $\nu = 3$ ) ist in Abb. 6.7 durch Symbole gezeigt. Die Äquilibrierungslängen wurden aus Gl. (6.1) und (6.2) bestimmt, indem die von  $V_{DC}$  abhängigen Leitwerte  $G_{21}$  aus dem Übergangsbereich, wie sie in Abb. 6.4 für  $V_{in} = -1.0\text{ mV}$  und  $-2.0\text{ mV}$  gezeigt sind, verwendet wurden. In Abb. 6.7 ist  $l^{eq}$  gegen den Parameter  $x = (V_{th} - V_{DC})/V_{in}$  für unterschiedliche Amplituden der Pulse  $V_{in} = -1.0\text{ mV} \dots -5.0\text{ mV}$  aufgetragen. Alle berechneten Äquilibrierungslängen liegen recht gut übereinander, wenn der Wert der Übergangsspannung auf  $V_{th} = -2.7\text{ mV}$  festgelegt wird. Die durchgezogene Kurve zeigt einen Fit aller Daten mit der Funktion:

$$l^{eq} = l_0^{eq} \cdot b^x, \quad \text{wobei} \quad x = \frac{V_{th} - V_{DC}}{V_{in}} \quad \text{mit} \quad V_{th} = -2.7\text{ mV}. \quad (6.3)$$

Hier entspricht der Fitparameter  $l_0^{eq} = 4.47\text{ }\mu\text{m}$  der Äquilibrierungslänge im Regime, wenn die besetzten und unbesetzten Zustände eines Energieniveaus in den benachbarten Randkanälen energetisch ausgerichtet werden:  $V_{th} = V_{DC}$  ( $x = 0$ ). In Übereinstimmung mit der Tatsache, dass  $l_0^{eq}$  deutlich unterhalb der Wechselwirkungslänge  $l = 20\text{ }\mu\text{m}$  liegt, wird in diesem Regime ein äquilibrierter Transport beobachtet. Der Parameter  $b = 39.1$  zeigt um wie viel mal die Äquilibrierungslänge bezogen auf  $l_0^{eq}$  erhöht wird, wenn der energetische Ausgleich der Randkanäle ausschließlich durch die AC-Spannung  $V_{in}$  erreicht wird:  $V_{th} - V_{DC} = V_{in}$  ( $x = 1$ ). Die Umordnung der Randstruktur findet in diesem Regime während der Ausbreitung des Pulses statt. Deshalb fließt der Strom zwischen den Randkanälen nur innerhalb einer kurzen Zeit, was eine wesentlich höhere Äquilibrierungslänge bedingt. Der Parameter  $b$  hängt vermutlich von der Wiederholrate der Pulse ab. Aus Abb. 6.7 folgt, dass bei geringen Potenzialdifferenzen zwischen den Randkanälen ( $V_{DC} \ll V_{th}$ ) die Äquilibrierungslänge  $l^{eq}$  den Wert von  $100\text{ }\mu\text{m}$  deutlich überschreitet.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die durch die AC-Spannung bedingte Verbreiterung des Übergangs zwischen dem äquilibrierten und adiabatischen Transportregime ermöglicht, eine Einstellung der gewünschten Äquilibrierungslänge in einem breiten Größenbereich in einer gleich bleibenden Geometrie der Probe zu realisieren. Infolgedessen kann die Größe des zum Drain-Kontakt fließenden Stromes präzise kontrolliert werden.

## 6.4 Inverse Besetzung der Randkanäle

In diesem Abschnitt soll der positive Zweig der I-V-Kennlinie (b) aus Abb. 6.3 diskutiert werden, und zwar der Bereich einer inversen Besetzung der Randkanäle

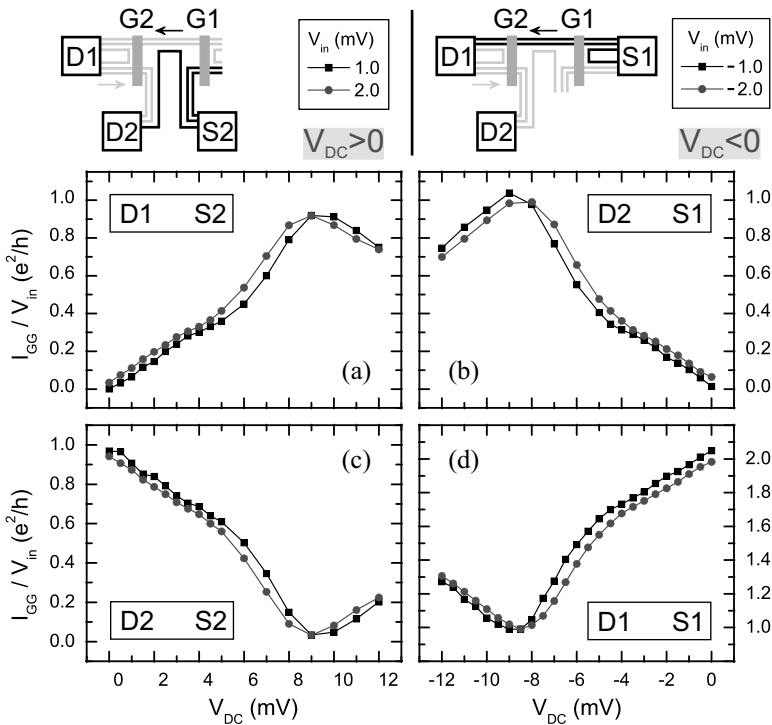
um  $V_{DC} = 9.0$  mV. Hier handelt es sich um Messungen, bei denen die Potenzialdifferenz  $\Delta\mu$  zwischen den besetzten und unbesetzten Randkanälen die Energie der Landau-Aufspaltung  $\hbar\omega_c$  deutlich übersteigt ( $\hbar\omega_c = 4.49$  meV bei  $B = 2.60$  T). Das Bild des Randkanaltransports, dessen quantitativer Ausdruck im Landauer-Büttiker-Formalismus verankert ist, ist streng genommen nicht mehr anwendbar, da das starke elektrische Feld innerhalb der Randstruktur in diesem Modell nicht berücksichtigt ist: Das System befindet sich hier in einem stark nichtlinearen Transportregime. Gleichzeitig liegen die Stromwerte noch weit unterhalb der kritischen Größen, die einen Zusammenbruch des Quanten-Hall-Effekts verursachen. Die experimentellen sowie theoretischen Untersuchungen in diesem Regime des Randtransports sind bisher relativ rar.

Der DC-Limes der entsprechenden zeitaufgelösten Messung für das Kontaktpaar S2-D1 und zwei Amplituden der AC-Spannung  $V_{in} = 1.0$  und  $2.0$  mV ist in Abb. 6.8(a) dargestellt (diesem Kontaktpaar entspricht die I-V-Kennlinie (b) in Abb. 6.3). Für  $V_{DC} > 6.0$  mV steigt der Leitwert  $G_{21} = I_{GG}/V_{in}$  über den Äquilibrierungswert von  $2/3(e^2/h)$  und erreicht sein Maximum von annähernd  $1(e^2/h)$  bei etwa  $V_{DC} = 9.0$  mV. Bei dieser DC-Spannung wird der gesamte Strom zum Drain-Kontakt D1 übertragen, was bedeutet, dass der ursprünglich besetzte innerste Randkanal vollständig entvölkert wird. Davon zeugt eine komplementäre Messung für das Kontaktpaar S2-D2, die in Abb. 6.8(c) gezeigt ist. Auf den ersten Blick scheint es, dass bei  $V_{DC} = 9.0$  mV die Randkanäle im Bereich zwischen den Gates G1 und G2 ihre Plätze tauschen, so dass der innerste Randkanal zum einen der beiden äußeren umgewandelt wird und umgekehrt.

Im Weiteren wird eine zu der in Abb. 6.8(a) gezeigten äquivalente Messung für das Kontaktpaar S1-D2 betrachtet, da diese ein interessantes Verhalten bei kurzen Zeiten aufweist. Die Äquivalenz beider Messungen bezüglich der Streuung zwischen den Randkanälen bei einer gleichzeitigen Umkehrung der Polarität der Spannung folgt unmittelbar aus dem verwendeten Streubild (siehe Abb. 5.13 auf Seite 115). Diese Äquivalenz bestätigt auch der DC-Limes der zeitaufgelösten Messung zwischen den Kontakten S1 und D2 [Abb. 6.8(b)]. Hier wird neben der DC-Spannung auch die AC-Spannung umgepolt:  $V_{in} = -1.0$  und  $-2.0$  mV. Eine komplementäre Messung für das Kontaktpaar S1-D1 ist in Abb. 6.8(d) zu sehen. Bei  $V_{DC} = -9.0$  mV kommt es hier zu einer gleichen Verteilung des Stromes zwischen D1 und D2, was wieder für einen „Austausch“ der Randkanäle spricht.

Die Kurven in Abb. 6.8 zeigen keine Verbreiterung bei der Erhöhung des Absolutwerts der AC-Spannung, wie es für den Übergang vom adiabatischen zum äquilibrierten Transportregime (Abb. 6.4) der Fall war. Sie verschieben sich ledig-

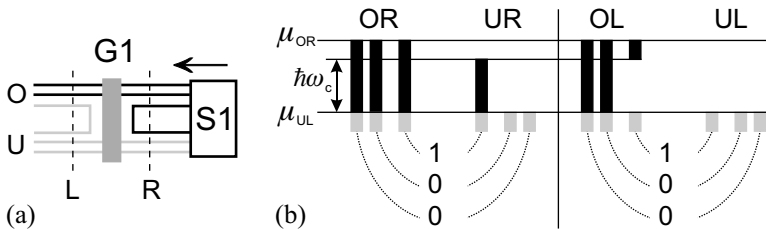




**Abbildung 6.8:** Strom im DC-Limes  $I_{GG}$  skaliert auf die Amplituden der Spannungspulse  $V_{in}$  für die Kontaktpaare S2-D1 (a), S1-D2 (b), S2-D2 (c) und S1-D1 (d). Die Spannungen zwischen den Randkanälen sind positiv in (a, c) und negativ in (b, d) und die Füllfaktoren in allen Graphen betragen  $\nu = 3$  und  $g_1 = g_2 = 2$ . Die unterschiedlichen Skalierungen der vertikalen Achsen in (c) und (d) sind zu beachten.

lich auf der horizontalen Achse. Dieses Verhalten wurde bis zu AC-Spannungen von  $|V_{in}| = 5.0 \text{ mV}$  für alle Kontaktpaare beobachtet, wobei die Amplitude des Maximums um  $|V_{DC}| = 9.0 \text{ mV}$  sich dabei etwas herabsetzt. Offensichtlich handelt es sich hier nicht um den resonanzartigen Einsatz der Streuung zwischen den Randkanälen, sondern um die kontinuierliche Änderung der Struktur der Randzustände bei der Erhöhung der Potenzialdifferenz zwischen besetzten und unbesetzten Kanälen.

Komiyama *et al.* führten eine detaillierte Analyse der Transportphänomene im Regime  $\Delta\mu \sim \hbar\omega_c$  in einer Hall-Probe mit einem einzigen Gate durch [115]. Sie konnten eine Abhängigkeit der Barriere des Gates, die durch den Transmissionskoeffizienten  $T$  charakterisiert wird, von der Potenzialdifferenz der Randkanäle links und rechts von dieser Barriere feststellen. Es wurde dabei gezeigt, dass es zu einer inversen Besetzung der Randkanäle im Fall  $\Delta\mu > \hbar\omega_c$  beim Passieren des Gatebereichs kommen konnte (in unserer Geometrie wäre das der Bereich unmittelbar links vom Gate G1). Die inverse Besetzung äußerte sich dadurch, dass der innere Randkanal, der im Fall  $\Delta\mu < \hbar\omega_c$  vom Gate vollständig reflektiert wurde, besetzte Elektronenzustände in den höher liegenden Energieniveaus links von G1 aufwies (Position OL in Abb. 6.9). Der Zwei-Punkt-Leitwert der Probe mit einem einzigen



**Abbildung 6.9:** (a) Skizze der Messanordnung mit einem einzigen Gate. (b) Schema der Besetzung dreier Randkanäle am oberen (O) und unteren (U) Rand der Probe rechts (R) und links (L) vom Gate G1 für den Fall  $\Delta\mu > \hbar\omega_c$  mit  $\Delta\mu = \mu_{OR} - \mu_{UL}$  (nach [115]).

Gate wäre dann nicht mehr durch den lokalen Füllfaktor unter diesem Gate gegeben (in unserem Fall  $g_1$ ), und die I-V-Kennlinie zeigte eine stärkere als von einem linearen Verhalten zu erwartende Erhöhung des Stromes im Bereich  $\Delta\mu > \hbar\omega_c$  [115]. Diese Art der inversen Besetzung ist in unserem Experiment nicht der Fall. Um den Effekt eines einzelnen Gates (G1) wahrzunehmen, genügt es, den gesamten Strom zwischen dem jeweiligen Source-Kontakt und den beiden Drain-Kontakten,

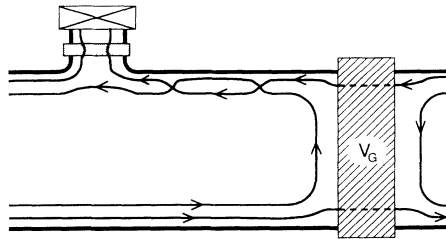
$I_{GG}^{D1} + I_{GG}^{D2}$ , zu betrachten. Diese Größe ist von der Umverteilung der Randkanäle am Gate G2 unabhängig und, wie aus Abb. 6.8 folgt, stets durch die Anzahl der in den Bereich zwischen den Gates G1 und G2 nominell injizierten Randkanälen gegeben: die Summen der Leitwerte in jedem Paar der Graphen (a, c) bzw. (b, d) liegen im Rahmen der Genauigkeit des Experiments jeweils bei  $1(e^2/h)$  bzw.  $2(e^2/h)$ . Als Anmerkung soll betont werden, dass das Gate G1 im Fall des Source-Kontakts S1 eine inverse Besetzung im innersten Randkanal grundsätzlich hervorrufen kann. Diese kann allerdings auf der Länge des Gates von  $140\ \mu\text{m}$  durch die Streuprozeesse aufgehoben werden, sodass links vom Gate G1 am oberen Rand der Probe die Anzahl der besetzten Randkanäle exakt dem Füllfaktor  $g_1$  entspricht.<sup>3</sup> Für den Source-Kontakt S2 soll die inverse Besetzung in den zwei äußeren Randkanälen diskutiert werden. Hier spielt die noch größere Länge des Gates von  $290\ \mu\text{m}$  (quer zur Probe) eine Rolle [eine realistische Darstellung der Form der Gates (nicht im Maßstab) ist in Abb. 6.1 angegeben]. Die Anzahl der in den Bereich zwischen den Gates G1 und G2 injizierten Randkanäle ist hier genau durch die Zahl  $(\nu - g_1)$  gegeben. Aus dem Gesagten folgt, dass die Umordnung oder der „Austausch“ der Positionen der Randkanäle, den wir hier als inverse Besetzung bei  $|V_{DC}| = 9.0\ \text{mV}$  bezeichnen, im Bereich zwischen den Gates und nicht unter einem dieser Gates stattfindet.

Komiyama *et al.* unterstrichen desweiteren die Möglichkeit einer Umordnung der Randkanäle, d. h. Änderung ihrer räumlichen Positionen, aufgrund der Variation des Einschlusspotenzials. Diese Variation käme wegen der Formation der vom Gleichgewicht abweichenden lokalen Ladungsträgerdichten in den benachbarten besetzten und unbesetzten Randkanälen zustande. Eine hohe Potenzialdifferenz  $\Delta\mu$  und folglich starke Änderung des Einschlusspotenzials führte dabei zur Instabilität der Randkanäle. Außerdem schlugen diese Autoren eine neuartige Anregung der Randstruktur vor, in der die elektrochemischen Potentiale der benachbarten Randkanäle sowohl in der Zeit als auch im Raum oszillieren, und zwar mit entgegengesetzten Phasen („optische“ Anregung) [115]. Solche Oszillationen könnten dem beobachteten „Austausch“ der Randkanäle zugrunde liegen.

Ein anderes Konzept, das ebenfalls einen Wechsel der Positionen der Randkanäle vorsieht, wurde in einer theoretischen Analyse von Rijkels und Bauer benutzt [118]. Sie betrachteten im Rahmen einer Hartree-Fock-Näherung ein 2DES beim Füllfaktor  $\nu = 2$ , wobei die zwei spinpolarisierten Randkanäle unter Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung und unterschiedlicher Besetzung behandelt wurden. Sie fanden, dass der Abstand zwischen den Randkanälen je nach Größe der zwischen

<sup>3</sup>Im Experiment von Komiyama *et al.* [115] beträgt diese Länge  $1\ \mu\text{m}$ .

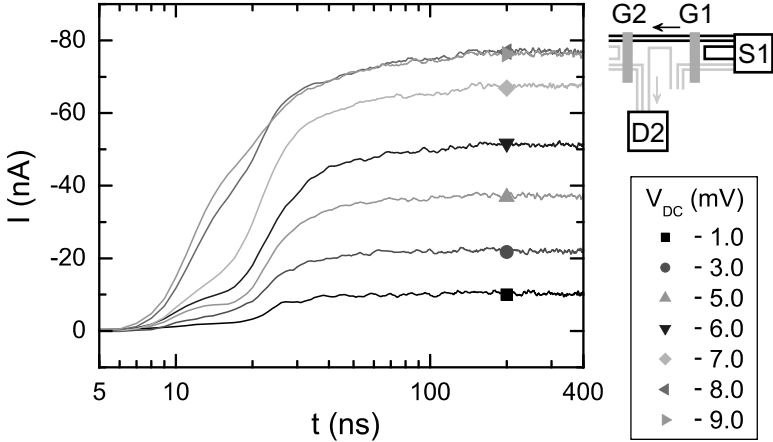
ihnen vorliegenden Potenzialdifferenz  $\Delta\mu$  variiert. Bei einer kritischen Potenzialdifferenz  $\Delta\mu^{cr}$  käme es zu einem Wechsel der Positionen der beiden Randkanäle, wobei  $\Delta\mu^{cr}$  über dem Wert der Zeeman-Energie aber deutlich unterhalb der Energie der Austauschwechselwirkung läge. Diese Größe hänge auch von der Steilheit des Einschlusspotenzials ab. Desweiteren wurde gezeigt, dass der Abstand zwischen den Randkanälen ein hysteretisches Verhalten bezüglich der Umkehrung des Vorzeichens von  $\Delta\mu$  aufweist. Im Modell von Rijkels und Bauer wechselten die spinpolarisierten Randkanäle ihre Positionen allein durch den von einem Gate erzeugten Unterschied in ihren elektrochemischen Potenzialen. Da die Randkanäle schließlich



**Abbildung 6.10:** Kreuzungen der spinaufgelösten Randkanälen an zwei Störstellen zwischen dem Gate und dem Kontakt. Der Kontakt mit einem zusätzlichen schmalen Gate davor ist oben durch ein gekreuztes Rechteck gekennzeichnet (nach [118]).

mit einem ohmschen Kontakt detektiert werden, der sich seinerseits in einem thermischen Gleichgewicht mit einer regulären Orientierung der Spinzustände befindet, muss der Wechsel der Randkanäle vor dem Kontakt nochmals stattfinden. Dafür schlugen die Autoren punktförmige Störstellen vor, die sich zwischen den eindimensionalen „magnetischen Domänen“, d. h. Randkanälen, aufhalten. An diesen Stellen kommt es zur Kreuzung der Randkanäle, wie es in Abb. 6.10 illustriert wird.

Sicherlich kann das von Rijkels und Bauer entwickelte Modell nicht direkt auf die gegenwärtige Untersuchung übertragen werden. Dort wird die Schlüsselrolle der relativ großen Energie der Austauschwechselwirkung zweier innerhalb eines Landau-Niveaus ungleich besetzter Randkanäle zugeschrieben, während in unserem Experiment es sich möglicherweise um den Austausch der zu unterschiedlichen Landau-Niveaus zugeordneten Randkanälen handelt. Dennoch erscheint das vorgestellte Konzept fruchtbar und soll in den weiteren Untersuchungen um die Berücksichtigung mehrerer Landau-Niveaus erweitert werden. Insbesondere sollen auch die



**Abbildung 6.11:** Zeitabhängige Ströme zwischen S1 und D2 für  $g_1 = g_2 = 2$  und angegebene Werte der negativen DC-Spannung zwischen besetzten und unbesetzten Randkanälen. Die Amplitude des Eingangspulses beträgt  $V_{in} = -2.0$  mV.

Abschirmungseigenschaften des 2DES, die zur weiteren Modifizierung der Topologie der Randzustände und zur Formierung von kompressiblen und inkompressiblen Streifen führen [52], in das Modell miteinbezogen werden.

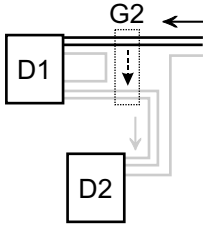
Verglichen mit dem DC-Limes (Abb. 6.8) liefert eine zeitabhängige Messung im Regime des starken Ungleichgewichts zwischen den Randkanälen eine zusätzliche Information. In Abb. 6.11 sind die transienten Signale zwischen den Kontakten S1 und D2 für eine Pulsamplitude von  $V_{in} = -2.0$  mV und die gekennzeichneten Werte der DC-Vorspannung dargestellt. Diese Messungen entsprechen der von rechts nach links ansteigenden Flanke in Abb. 6.8(b) (Kreise), wobei die DC-Spannungen hier nicht äquidistant gewählt sind. Bei geringen Absolutwerten der DC-Spannungen  $|V_{DC}| \leq 5.0$  mV ( $\Delta\mu \lesssim \hbar\omega_c$ ) besteht der übertragene Puls hauptsächlich aus einem Anstieg, der eine Verzögerungszeit von 14.9 ns aufweist (gemittelt über die Pulse mit den DC-Spannungen  $V_{DC} = -1.0$  mV  $\dots$   $-5.0$  mV). Diese relativ lange Zeit stimmt mit einer im vorigen Kapitel (Abschnitt 5.3.4) festgestellten, vergleichsweise langsamen Ausbreitung des Signals im innersten Randkanal beim Füllfaktor  $\nu = 3$  überein. Desweiteren zeigt Abb. 6.11, dass ein geringer Teil des Signals bei  $|V_{DC}| \leq 5.0$  mV etwas schneller übertragen wird, und bei kürzeren Zeiten vor dem Hauptanstieg als eine Schulter zu sehen ist. Dieses Signal könnte aus einer kapazitiven Kopplung zwischen dem besetzten innersten und den unbesetzten äußeren

Randkanälen auf der Strecke zwischen dem Gate G2 und dem Kontakt D2 stammen, worauf im nächsten Abschnitt noch ausführlicher eingegangen wird. Bei der Erhöhung der Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen, und zwar beim Übergang von  $V_{DC} = -7.0 \text{ mV}$  zu  $V_{DC} = -9.0 \text{ mV}$ , steigt die Amplitude dieser vorderen Schulter allerdings erheblich. Eine Verstärkung der kapazitiven Kopplung kommt hier kaum in Frage, da diese von der Amplitude des gesamten Pulses abhängen sollte. Diese bleibt aber im genannten Bereich der DC-Spannungen beinahe unverändert. Die aus den Messungen im Bereich  $V_{DC} = -5.0 \text{ mV} \dots -11.0 \text{ mV}$  gemittelte Verzögerungszeit des schnelleren Anstiegs beträgt  $7.7 \text{ ns}$ . Für  $|V_{DC}| \geq 9.0 \text{ mV}$  wird der gesamte Puls durch einen einzigen Anstieg mit der genannten Verzögerungszeit dargestellt, obwohl die Sättigungsamplitude wieder sinkt (siehe Abb.C.2 auf Seite 193). Diese nahezu um einen Faktor 2 kürzere Verzögerungszeit zeugt unmittelbar von der Beteiligung der äußeren, ursprünglich unbesetzten Randkanäle am Transport zum Drain-Kontakt D2. Dies folgt direkt aus der Tatsache, dass sich das Signal mit solch einer hohen Geschwindigkeit im innersten Randkanal nicht ausbreiten kann. Die Verzögerungszeit  $t_0 = 7.7 \text{ ns}$  ist zwar höher als die für die Ausbreitung der EMP-Mode charakteristische Zeit von  $4.8 \text{ ns}$ ,<sup>4</sup> aber der Transport beinhaltet hier, im Gegensatz zu den Messungen des vorigen Kapitels, die Streuung zwischen den Randkanälen, was zu einer zusätzlichen Verzögerung führt. Außerdem wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit von einem starken elektrischen Feld innerhalb der Randstruktur beeinflusst. In jedem Fall breitet sich der schnellere Anstieg in der gegenwärtigen Messung mit einer Gruppengeschwindigkeit von  $v_g = 203 \text{ km/s}$  aus, was um fast einen Faktor 2 größer ist, als die für die IEMP-Mode bei  $B = 2.60 \text{ T}$  ermittelte Geschwindigkeit [vgl. Abb. 5.11(b) auf Seite 110].

Als eine der denkbaren Ursachen für die Besetzung der mit dem Drain-Kontakt D2 verbundenen äußeren Randkanäle kommt die Rückstreuung der vom Source-Kontakt S1 ausgehenden äußeren Randkanäle unter dem Gate G2, d. h. nach dem Passieren des Äquilibrierungsbereichs, in Frage (Abb. 6.12). Aus der durch das Magnetfeld vorgegebenen Richtung des Stromflusses in den Randkanälen (gegen den Uhrzeigersinn) ist klar, dass die unter G2 gestreuten Ladungsträger am Drain-Kontakt D2 ankommen. Gegen diesen Mechanismus sprechen allerdings zwei Umstände. Erstens muss, wenn die Rückstreuung unter dem Gate G2 stattfinden sollte, auch die Rückstreuung unter dem Gate G1 erwogen werden, da die beiden Gates in ihren Charakteristiken sowie in der Beschaffenheit weitgehend gleich sind. Die Rückstreuung der zwei äußeren Randkanäle unter dem Gate G1 würde jedoch zur Reduzierung des gesamten Leitwerts der Probe führen, da die gestreu-

---

<sup>4</sup>Hier wurde  $v_g^{emp} = 325 \text{ km/s}$  verwendet, siehe Abb. 5.11(a) auf Seite 110.



**Abbildung 6.12:** Schema der Rückstreuung der äußeren besetzten Randkanäle unter dem Gate G2 (gestrichelter Pfeil).

ten Ladungsträger in diesem Fall nicht mehr an den Drain-Kontakten D1 bzw. D2 ankommen, sondern in Richtung des Source-Kontaktes S1 geleitet und an einem dazwischen liegenden ohmschen Kontakt, der in dieser Messung mit der Messerde verbunden ist, absorbiert werden [für die exakte Probengeometrie (nicht im Maßstab) siehe Abb. 3.7 auf Seite 52; die Probenskizze ist dort verglichen mit den Schemata dieses Kapitels spiegelverkehrt gezeichnet]. Die Reduzierung des Leitwerts wird allerdings im Experiment nicht beobachtet, da, wie schon oben erwähnt wurde, der gesamte Leitwert der Probe,  $G_{11} + G_{12}$ , durch den unter dem Gate G1 nominell eingestellten lokalen Füllfaktor  $g_1$  gegeben ist. Zweitens ist die charakteristische Zeit einer solchen Rückstreuung um mindestens eine Größenordnung größer, als die Zeit des Randtransportes, die hier beobachtet wird (vgl. Messungen auf der Puls- und der Streuseite der Probe im Kapitel 4).

Eine genaue Erklärung für das in diesem Abschnitt beschriebene Verhalten fehlt noch. Neben dem Wechsel der Positionen der Randkanäle wäre auch die Besetzung der energetisch höher liegenden Zustände im innersten kompressiblen Streifen im Äquilibriumsbereich zwischen den Gates denkbar. Solche angeregten Ladungsträger könnten dann entlang des Gates G2 zu seinem unteren rechten Ecke übertragen werden (siehe Skizze in Abb. 6.11), wo sie in die unbesetzten Zustände in den zwei äußeren Randkanälen relaxieren könnten. Warum dieser Mechanismus erst bei  $|eV_{DC}| \simeq 2\hbar\omega_c$  und nicht schon bei der um die Hälfte kleineren Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen einsetzt, ist allerdings unklar. Es bedarf weitergehender Untersuchungen zur Klärung der zugrunde liegenden Prozesse. Abschließend soll erwähnt werden, dass die Steigerung der Amplitude des schnelleren Anstiegs bei der Annäherung an das Maximum des Leitwerts des Kontaktpaares S1-D2 sich noch besser in einer Messung mit der positiven Polarität der Pulse beobachten lässt. Diese Ergebnisse sind im Anhang C.2 (Abb. C.3) zu sehen. Die Interpretation solcher Messungen ist noch komplizierter, da die Amplituden der DC- und AC-Spannungen dort gegeneinander gerichtet sind.

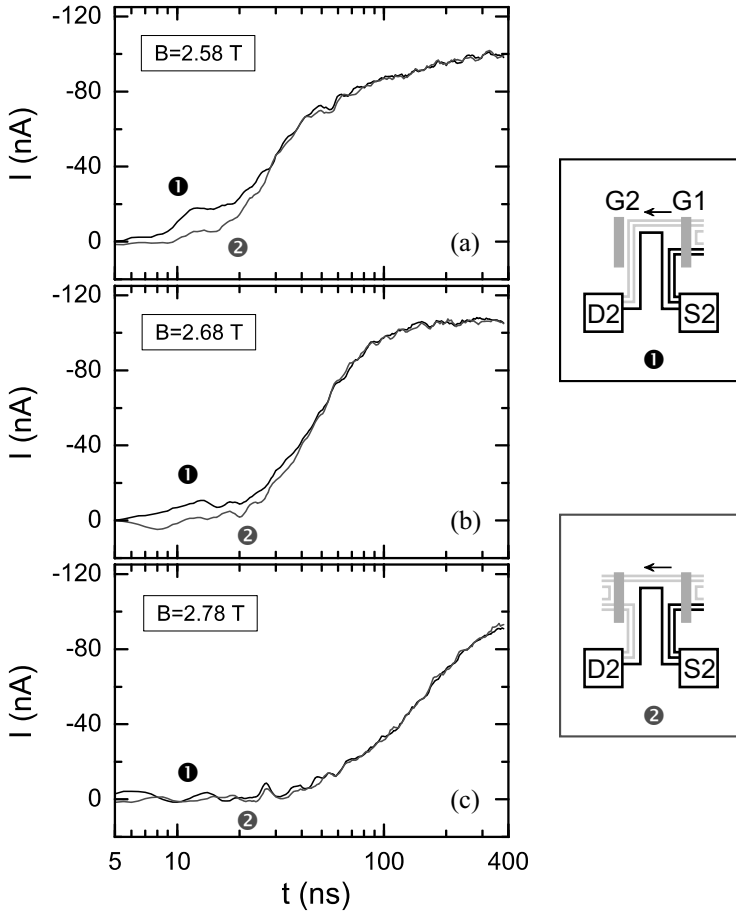
## 6.5 Kapazitive Anregung der Randmagnetoplasmonen

Dieser Abschnitt widmet sich der bereits erwähnten kapazitiven Kopplung der Randkanäle, die eine Anregung der schnell propagierenden Mode der Randmagnetoplasmonen in den äußeren, nominell unbesetzten Randkanälen bei  $\nu = 3$  hervorrufen kann. Dieses Phänomen ist nicht direkt mit der Streuung zwischen den Randkanälen sondern vielmehr mit der Abwesenheit einer solcher Streuung verbunden. Aus diesem Grund wird in den nachfolgenden Messungen keine DC-Vorspannung zwischen den Randkanälen erzeugt ( $V_{DC} = 0$ ). Da die Beteiligung beider Gates G1 und G2 jedoch erforderlich ist, wird diese Untersuchung im Kontext des aktuellen Kapitels betrachtet.

Eine kapazitive Anregung der Randmagnetoplasmonen im 2DES wurde beispielsweise in [77, 119, 120] demonstriert. In den ersten beiden Arbeiten wurde dies durch die kontaktlose Anbringung eines Innenleiters der Koaxialleitung in unmittelbarer Nähe des 2DES erreicht. In der dritten Messung kam eine Mikrostreifenleitung zum Einsatz. In unserem Experiment werden die Randmagnetoplasmonen in den unbesetzten, d. h. nicht stromtragenden Randkanälen durch die Ausbreitung einer Welle der Ladungsträgerdichte in einem benachbarten besetzten Randkanal erzeugt. Das induzierte Signal wird im adiabatischen Transportregime beobachtet, wenn eine Übertragung der Ladung zwischen dem besetzten und den unbesetzten Randkanälen durch die Streuprozesse nicht stattfindet. Daraus folgt der kapazitive Charakter dieses Prozesses. Bei dieser Art der kapazitiven Anregung spielt die Wechselwirkungslänge des besetzten und der unbesetzten Randkanäle eine Rolle. Zum einen entsteht die induzierte Schwingung auf einer gewissen Länge, die mit der Wellenlänge der Anregung korrespondiert. Da sowohl die ursprüngliche, als auch die induzierte Welle an demselben Kontakt detektiert werden, bedarf es zum anderen einer genügend langen Strecke vom Anregungspunkt bis zum Detektionskontakt, damit die kapazitiv angeregte Mode infolge ihrer höheren Geschwindigkeit in Erscheinung treten kann.

In der verwendeten Geometrie wurde der Kontakt S2 als Source benutzt, während der lokale Füllfaktor unter dem Gate G1 stets auf  $g_1 = 2$  eingestellt wurde. Das zum Kontakt D2 übertragene Signal wurde für zwei Einstellungen des lokalen Füllfaktors  $g_2$  unter dem Gate G2 mit einander verglichen:  $g_2 = 0$  (Konfiguration ❶) und  $g_2 = 2$  (Konfiguration ❷). Beide Anordnungen sind in Abb. 6.13 skizziert. Bei einem Füllfaktor von etwa  $\nu = 3$  wird in den beiden Messungen nur der innerste Randkanal links vom Gate G1 besetzt und zum Drain-Kontakt D2 übertragen. Dieser Randkanal ist von den zwei äußeren unbesetzten Randkanälen durch einen relativ breiten ( $\sim 100$  nm) inkompressiblen Streifen getrennt, was bei relativ klei-





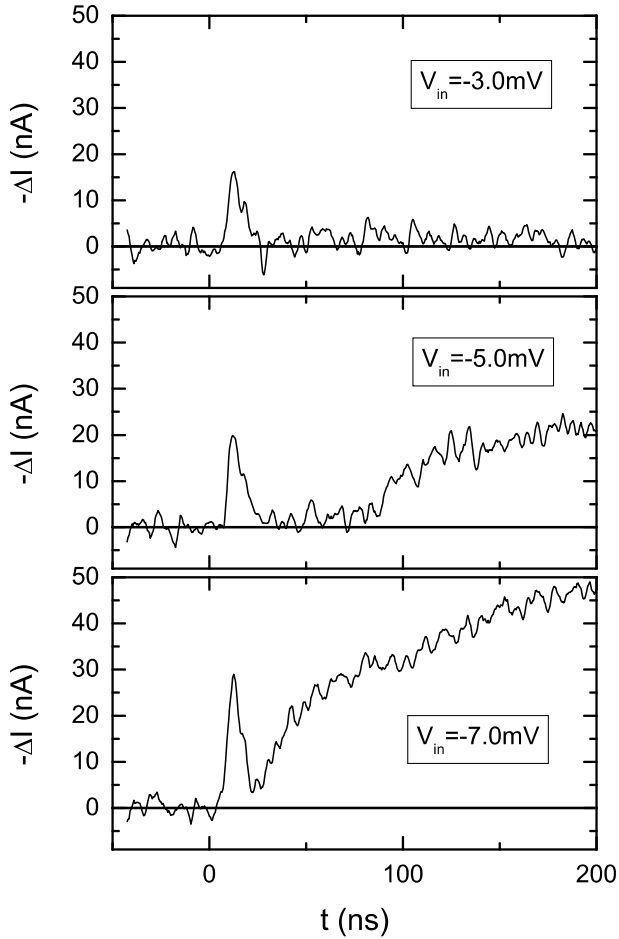
**Abbildung 6.13:** Messungen des zeitaufgelösten Stromes zwischen S2 und D2 für  $g_1 = 2, g_2 = 0$  (Kurven ①) und  $g_1 = g_2 = 2$  (Kurven ②). Der Füllfaktor  $\nu$  beträgt 2.97 in (a), 2.85 in (b) und 2.75 in (c). Die Amplitude des Pulses liegt bei  $V_{in} = -3.0$  mV.

nen Amplituden der Spannung ( $e|V_{in}| < \hbar\omega_c$ ) eine Streuung aus dem besetzten Kanal verhindert. Bei ausbleibender Streuung wird in den beiden Fällen  $g_2 = 0$  und  $g_2 = 2$  das gleiche Signal am D2 erwartet. Das wird für  $t > 20$  ns tatsächlich beobachtet, wie es in Abb. 6.13 für  $V_{in} = -3.0$  mV zu sehen ist. Hier sind die zeitaufgelösten Ströme des Kontaktpaares S2-D2 bei drei Füllfaktoren knapp unterhalb von  $\nu = 3$  für jeweils beide Konfigurationen der Randkanäle dargestellt. Im Bereich des Hauptanstiegs der Pulse ( $t \geq 20$  ns) und bis zur Sättigung liegen die beiden Kurven in jedem Graph übereinander. Bei kurzen Zeiten  $t < 20$  ns kommt es jedoch zu einem leichten Unterschied, der sich durch eine kleine Schulter der Kurve ❶ äußert [Abb. 6.13(a, b)]. Dieses schnelle Signal wird der fundamentalen Mode der Randmagnetoplasmonen, die sich in den beiden äußeren, nominell unbesetzten Randkanälen ausbreitet, zugeordnet. Diese Ansicht sowie die Vorstellung über den kapazitiven Charakter ihrer Anregung wird durch die folgenden Argumente unterstützt: Erstens liegt die Länge der Wechselwirkung zwischen dem besetzten und den unbesetzten Randkanälen im Fall ❶ ( $g_2 = 0$ ) bei  $L_1 = 840 \mu\text{m}$  und ist somit um mehr als einen Faktor 1.5 größer als im Fall ❷ ( $g_2 = 2$ ), wo sie nur  $L_2 = 530 \mu\text{m}$  beträgt.<sup>5</sup> Somit wird die schnellere Mode im Fall ❶ früher angeregt und kommt durch die höhere Geschwindigkeit deutlicher zum Vorschein. Zweitens breitet sich das angeregte Signal schneller aus, als es im innersten Randkanal aufgrund seiner Breite möglich wäre. In diesem Zusammenhang sei auf die Detektion der EMP- und IEMP-Moden und die Diskussion der Breiten der Randkanäle im Kapitel 5 verwiesen. Drittens nimmt die kapazitive Kopplung der Randkanäle mit der steigenden Breite des sie trennenden inkompressiblen Streifens ab. Exakt dieses Verhalten demonstriert Abb. 6.13, wo bereits beim Übergang von  $\nu = 2.97$  ( $B = 2.58$  T) zu  $\nu = 2.85$  ( $B = 2.68$  T) die vordere Schulter in ihrer Amplitude sichtbar abnimmt, und schon bei  $\nu = 2.75$  ( $B = 2.78$  T) vollständig verschwindet [Abb. 6.13(c)]. Auch dieses Ergebnis ist in voller Übereinstimmung mit den Resultaten des Kapitels 5.

Abbildung 6.14 zeigt die Differenz der Kurven ❶ und ❷ für  $B = 2.54$  T ( $\nu = 3.01$ ) und drei Amplituden der Spannungspulse. Graph (a) ( $V_{in} = -3.0$  mV) bezieht sich auf den in Abb. 6.13 gezeigten Fall, bei dem die Streuung im Sinne der Ladungsübertragung zwischen den besetzten und unbesetzten Randkanälen abwesend ist. Dementsprechend ist hier nur das kapazitive Signal zu sehen. Mit Erhöhung der Amplitude setzt die Äquilibration zwischen den Randkanälen ein. Wie aus dem Abschnitt 6.3 folgt, verkürzt sich dabei die Verzögerungszeit des Streusignals bei der steigenden Potenzialdifferenz zwischen besetzten und unbesetzten Rand-

---

<sup>5</sup>Im Fall ❶ fängt die Strecke der Wechselwirkung unmittelbar links vom Gate G1 an, während im Fall ❷ erst an der rechten unteren Ecke des Gates G2, siehe Skizze in Abb. 6.13.



**Abbildung 6.14:** Differenz der Kurven ❶ und ❷, Benennung analog zu Abb. 6.13, aber hier  $B = 2.54 \text{ T}$  ( $\nu = 3.01$ ) für unterschiedliche Amplituden der angelegten Spannung  $V_{in}$ .

kanälen. Dieses Verhalten ist in dieser Messung ebenfalls zu beobachten, wovon Abb. 6.14(b, c) eindeutig zeugt. Das Streusignal erstreckt sich in den Bereich der längeren Zeiten (DC-Limes) und ist von der kapazitiv angeregten EMP-Mode auch für  $e|V_{in}| \geq \hbar\omega_c$  eindeutig zeitlich trennbar. Das schnellere Signal wächst seinerseits leicht in der Höhe mit der steigenden Amplitude  $|V_{in}|$ . Dies ist ein weiterer Hinweis auf den kapazitiven Ursprung des beobachteten Phänomens.

## 6.6 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurden einige Aspekte der Streuung zwischen den Randkanälen zweier unterster Landau-Niveaus beim Füllfaktor  $\nu = 3$  diskutiert. Die I-V-Kennlinie eines solchen Systems, in dem die unterschiedlich besetzten, nur über eine Strecke von  $20 \mu\text{m}$  miteinander wechselwirkenden Randkanäle durch einen relativ breiten inkompressiblen Streifen von  $\simeq 100 \text{ nm}$  getrennt sind, zeigt ausgeprägte Nichtlinearitäten, wobei je nach Polarität der vorliegenden Spannung zwei Transportregime realisiert werden können.

In einem Fall gleicht die zwischen den Randkanälen erzeugte Potenzialdifferenz die Energien der elektronischen Zustände, die zu denselben Niveaus in den benachbarten kompressiblen Streifen gehören, an. Dies führt zum Verschwinden des dazwischen liegenden inkompressiblen Streifens und dem Einsetzen des Stromes zwischen den Randkanälen. In Analogie zu einer Diode kann dieses Regime als Transport in Durchlassrichtung bezeichnet werden. Der Übergang vom adiabatischen zum äquilibrierten Transport ist sehr scharf, er kann jedoch durch eine der DC-Spannung hinzuaddierte AC-Spannung des Pulses verbreitert werden. Die Übergangsenergie liegt unterhalb der Energie der Landau-Aufspaltung  $\hbar\omega_c$ , wie dies bereits im Kapitel 5 beobachtet wurde. Die Verzögerungszeiten der im Übergangsbereich aufgenommenen Pulse weisen eine Abhängigkeit von der Amplitude der zwischen den Randkanälen vorliegenden DC-Spannung auf. Diese konnte auf die zeitliche Entwicklung der Anstiegsflanke des Pulses zurückgeführt werden. Außerdem wurde demonstriert, dass die Äquilibrationslänge, die die Streuung quantitativ beschreibt, einen bezüglich der zwischen den Randkanälen vorliegenden Potenzialdifferenz universellen Charakter zeigt. Sie ändert sich in unserem Experiment von einigen Mikrometern bis zu über  $100 \mu\text{m}$  in der gleich bleibenden Probengeometrie.

Bei der anderen Polarität der Spannung erfolgt die Äquilibration zwischen den Randkanälen infolge des Tunnelns der Ladungsträger durch den nicht verschwindenden inkompressiblen Streifen in die energetisch höher liegenden unbesetzten Energieniveaus. In diesem Regime, das der Charakteristik einer Diode in Sperrichtung ähnelt, wird kein scharfer Übergang zum äquilibrierten Transport beobachtet. Eine Besonderheit kommt hier bei einer Potenzialdifferenz von etwa  $2\hbar\omega_c$  zwischen den Randkanälen zum Vorschein. Die Messwerte des zeitaufgelösten Stromes im DC-Limes deuten auf den Wechsel der Positionen des besetzten und eines der unbesetzten Randkanäle hin. Gleichzeitig wird das Signal bei kurzen Zeiten in den an der Streuung unmittelbar nicht beteiligten Randkanälen registriert. Offenbar handelt es sich bei diesem Phänomen um eine Umordnung der Randstruktur, wobei weitere Untersuchungen zum Verständnis der zugrunde liegenden Prozesse notwendig sind.

Abschließend wurde eine kapazitive Anregung der fundamentalen Mode der Randmagnetoplasmonen demonstriert. Sie entsteht in den unbesetzten äußeren Randkanälen des untersten Landau-Niveaus durch die kapazitive Kopplung mit dem innersten besetzten Randkanal. Diese Mode lässt sich aufgrund ihrer höheren Ausbreitungsgeschwindigkeit sowohl im adiabatischen als auch im äquilibrierten Transportregime beobachten. Der Grad der Kopplung der Randkanäle vermindert sich mit dem steigenden Magnetfeld in voller Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Kapitels 5.

Zusätzlich wurde die vorliegende Probe beim Füllfaktor  $\nu = 2$  untersucht. Diese Ergebnisse finden sich im Anhang C.3.

# 7 Spektroskopie der Spinaufspaltung im Randkanaltransport

Das vorliegende Kapitel widmet sich der Untersuchung der Spinaufspaltung in einem 2DES mittels polaritätsabhängiger Streuung zwischen spinaufgelösten Randkanälen. Die DC-Messungen wurden in einer Vier-Punkt-Geometrie um den Füllfaktor  $\nu = 2$  bzw.  $\nu = 3$  durchgeführt. Die Spinaufspaltung ist insbesondere hinsichtlich der elektronischen Austauschwechselwirkung interessant, deren Rolle am Rand der Probe noch nicht geklärt ist. In den hier vorgestellten Messungen wurde ein starkes Magnetfeld parallel zur Ebene des 2DES angelegt und variiert. Die experimentellen Ergebnisse werden mit einer numerischen Berechnung der Spinaufspaltung verglichen. Der Einfluss der Hyperfein-Wechselwirkung auf die Streuprozesse zwischen den Randkanälen wird ebenfalls diskutiert.

## 7.1 Einleitung

Das Ziel der in diesem Kapitel diskutierten Experimente besteht in der Untersuchung der nichtlinearen Transportphänomene zwischen spinaufgelösten Randkanälen. Wie im vorigen Kapitel werden die Randkanäle dafür mittels zweier Schottky-Gates räumlich voneinander getrennt und über eine Strecke der Länge  $l$ , die den Abstand der Gates definiert, zusammengeführt. Da die Randkanäle unterschiedliche Kontaktpaare miteinander verbinden, ist es möglich, eine Potenzialdifferenz zwischen ihnen zu erzeugen und den Strom vom besetzten Randkanal zum unbesetzten zu vermessen.

Der Ausgleich der elektrochemischen Potenziale in unterschiedlich besetzten Randkanälen erfolgt durch das Tunneln der Ladungsträger durch den inkompressiblen Streifen, der diese Randkanäle trennt. Dieser Prozess wird durch die Breite des Streifens  $a$  sowie die Länge der Wechselwirkungsbereichs  $l$  bestimmt. Aus dem vorigen Kapitel folgt, dass bei geringer Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen und für einen relativ breiten inkompressiblen Streifen  $a_2 \simeq 100$  nm die Äquilibriumslänge  $l^{eq}$  über  $100 \mu\text{m}$  betragen kann (siehe Abb. 6.7 auf Seite 132). Im Unterschied dazu wird in diesem Kapitel die Äquilibriumierung zwischen spinaufgelösten

Randkanälen des untersten Landau-Niveaus untersucht. Die Breite des dazwischenliegenden inkompressiblen Streifens  $a_1$  ist wesentlich kleiner, da dieser Streifen der Spinaufspaltung entstammt, die verglichen mit  $\hbar\omega_c$  eine viel kleinere Energie besitzt. Unter der Annahme, dass die Zeeman-Energie  $g^*\mu_B B$  mit  $|g^*| = 0.44$  überwiegend für die Spinaufspaltung verantwortlich ist, ergibt sich aus der Theorie von Chklovskii, Shklovskii und Glazman (CSG) [52] für  $a_1$  ein Wert, der mit der magnetischen Länge  $l_B$  vergleichbar ist. Daraus folgt ein sehr starker Überlapp der Wellenfunktionen in den benachbarten Randkanälen und somit eine wesentlich kleinere Relaxationslänge. Diese Relaxationslänge  $l_1^{eq}$ , die ausschließlich durch das Tunneln durch den schmalen inkompressiblen Streifen gegeben ist, korrespondiert in ihrer Größe mit der magnetischen Länge  $l_B$ . Deshalb ist es zu erwarten, dass die Bedingung  $l_1^{eq} \ll l$  erfüllt ist, auch wenn der Abstand der Gates  $l$  in dieser Messung kleiner ist als  $1\ \mu\text{m}$ .

Die Tatsache, dass die Elektronen in den benachbarten Randkanälen in Bezug auf den Spinfreiheitsgrad unterschiedlich polarisiert sind, bringt einen neuen Aspekt in die Diskussion der Äquilibration. Die Streuung zwischen den Randkanälen erfordert demnach eine Umkehrung der Spinpolarisation eines Elektrons, den so genannten *Spin-Flip*-Prozess. Die Äquilibrationslänge  $l_2^{eq}$  der Streuprozesse, für die beim Tunneln gleichzeitig ein Spin-Flip-Prozess vollzogen wird, ist entsprechend größer als im Fall eines „spinfreien“ Problems  $l_2^{eq} \gg l_1^{eq}$ . So wurde in [117] über die Relaxationslänge solcher Streuprozesse von über  $100\ \mu\text{m}$  berichtet. Die Autoren konnten in einer theoretischen Analyse zeigen, dass die Spin-Bahn-Wechselwirkung den Überlapp der spinabhängigen Wellenfunktionen deutlich reduziert.

Die nachfolgenden Messungen demonstrieren, dass beide Transportarten mit Äquilibrationslängen  $l_1^{eq}$  und  $l_2^{eq}$  je nach Polarität der zwischen den Randkanälen angelegten Spannung in einer Probe realisiert werden können. Auch im Fall der kleineren Äquilibrationslänge  $l_1^{eq}$  erfolgt die Umkehrung des Spins bei der Streuung, allerdings nicht gleichzeitig mit dem Tunnelereignis. Dementsprechend hat der Spin-Flip in diesem Fall keine Auswirkung auf  $l_1^{eq}$ . Durch die Gewährleistung der Bedingung  $l_2^{eq} \gg l \gg l_1^{eq}$  ist es ferner möglich, einen deutlichen Übergang zwischen dem *adiabatischen* und *äquilibrierten* Transportregime in einer I-V-Kennlinie zu beobachten. Die Position des Übergangspunkts auf der Spannungsachse gibt desweiteren Aufschluss über die Energielücke im Spektrum der spinaufgelösten Landau-Niveaus.

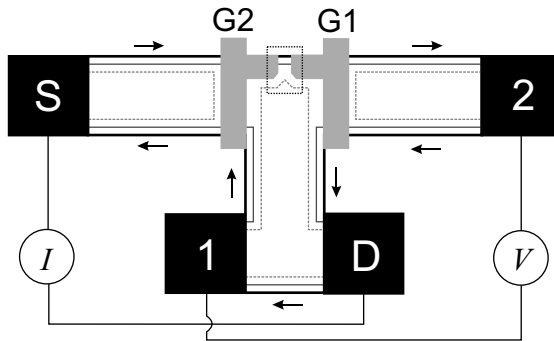
Ein Teil der in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse ist in [121] veröffentlicht.



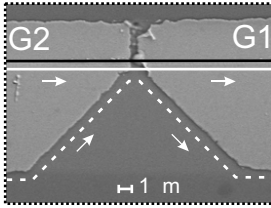
## 7.2 Probengeometrie und Messaufbau

Die Probe wurde aus der GaAs/AlGaAs Heterostruktur „1164“ (Abschnitt 3.1.1) hergestellt. Die Ladungsträgerdichte beträgt  $n = 1.4 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  und die Mobilität  $\mu = 170 \text{ m}^2/\text{Vs}$ . Die Probe hat eine „T“-förmige Geometrie mit der Breite von  $200 \mu\text{m}$  und ist schematisch in Abb. 7.1 dargestellt. Im mittleren Teil der Probe sind zwei metallische Gates G1 und G2 als Schottky-Kontakte zum Halbleiter aufgebracht. Durch Anlegen einer konstanten negativen Spannung an jedes Gate wird die Ladungsträgerdichte darunter reduziert. Im Magnetfeld wird auf diese Weise lokal unter den Gates ein niedrigerer Wert des Füllfaktors definiert als in dem restlichen Teil der Probe. Die Realisierung von Bereichen mit unterschiedlichen Füllfaktoren innerhalb einer Probe im Quanten-Hall-Regime bildet den essenziellen Bestandteil des Konzeptes der selektiven Injektion und Detektion von Randkanälen. Die detaillierte Anordnung der Gates G1 und G2 ist in der REM-Aufnahme ersichtlich (Abb. 7.2). Hier herrscht der Füllfaktor  $\nu = 2$  im Bereich, der nicht durch die Gates bedeckt ist. Die lokalen Füllfaktoren  $g_1$  und  $g_2$  unter den Gates G1 und G2 sind auf den gleichen Wert  $g = g_1 = g_2 = 1$  eingestellt.

In unserem Messaufbau wird mit dem Funktionsgenerator HP 3325B eine konstante Spannung zwischen Source-Kontakt (S) und Drain-Kontakt (D) angelegt,



**Abbildung 7.1:** Schema der Probengeometrie zur Vier-Punkt Messung der I-V-Kennlinie des Äquilibriumsbereichs zwischen den Gates G1 und G2. Die Stromrichtung in zwei Randkanälen ist für die positive Polarität durch die Pfeile gekennzeichnet. Der vergrößerte Ausschnitt des zentralen Bereichs zwischen den Gates G1 und G2 ist in Abb. 7.2 gezeigt.



**Abbildung 7.2:** Die REM-Aufnahme des Äquilibrierungsbereichs. Die schwarze waagerechte Linie kennzeichnet den geätzten Rand der Probe. Die Randkanäle wechselwirken zwischen den Gates G1 und G2 auf einer Länge von einigen hundert Nanometer.

deren Wert typischerweise zwischen  $-1.5$  und  $3.0$  mV variiert wird. Dies ist äquivalent zur Aufprägung des Stromes zwischen S und D, da der Leitwert  $G_{SD}$  nur durch den lokalen Füllfaktor  $g$  unter dem Gate G1, d. h. durch die Anzahl der unter dem Gate G1 durchgelassener Randkanäle, gegeben ist:  $G_{SD} = ge^2/h$ . Der Strom durch den Drain-Kontakt  $I$  wird verstärkt und vermessen. Die Potenzialdifferenz  $V$  zwischen den Kontakten 1 und 2 wird mittels eines differentiellen Spannungsverstärkers FEMTO DLPVA-100-F-D ermittelt. Der Leitwert  $G_{21} = I/V$  lässt sich mithilfe des Landauer-Bütikker-Formalismus ausrechnen [siehe Formel (2.28) auf Seite 21], wobei wir ideale ohmsche Kontakte voraussetzen [ $R_i \equiv 0$  in (2.28)]. Für die Kontakte S und 2 erhalten wir:

$$\text{Kontakt S:} \quad I = \frac{e}{h} g(\mu_S - \mu_1), \quad (7.1)$$

$$\text{Kontakt 2:} \quad 0 = \frac{e}{h} (g\mu_2 - T_{S2}\mu_S - T_{12}\mu_1). \quad (7.2)$$

Die Größen  $T_{S2}$  und  $T_{12}$  sind die Transmissionskoeffizienten für die Ladungsübertragung zwischen den Kontakten S und 2 sowie 1 und 2. Aufgrund der Ladungserhaltung im Äquilibrierungsbereich gilt  $T_{S2} + T_{12} = g$ . Mit der Bezeichnung  $T_{S2} = T$  erhalten wir aus (7.2)

$$\mu_S = \mu_2 \frac{g}{T} + \mu_1 \left(1 - \frac{g}{T}\right),$$

und schließlich folgt aus (7.1)

$$G_{21} = \frac{eI}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{e^2}{h} \frac{g^2}{T}. \quad (7.3)$$

Der letzte Ausdruck ist bei der verwendeten Messgeometrie für ein beliebiges  $g < \nu$  gültig. Der Transmissionskoeffizient  $T$  lässt sich in den beiden Grenzfällen des adiabatischen und äquilibrierten Transportregimes ausrechnen. Im ersten Fall findet die Streuung zwischen den Randkanälen im Äquilibrierungsbereich nicht statt und der

äußere Randkanal wird ungestört von S zu 2 transferiert, d. h.  $T^{ad} = g$ . Im zweiten Fall kommt es zu einem vollständigen Ausgleich der Potentiale der Randkanäle im Bereich zwischen den Gates. Den Transmissionskoeffizienten  $T$  erhält man als Verhältnis der Anzahl der Randkanäle  $g$ , die von S aus und in den Äquilibrationbereich eingehen, zu der Gesamtzahl der Randkanäle  $\nu$ , zwischen denen die Äquilibration stattfindet, multipliziert mit der Anzahl der in Richtung 2 ausgehenden Randkanäle  $g$ . Für  $\nu = 2$  und  $g = 1$  gilt somit

$$T^{ad} = g \quad G_{21}^{ad} = \frac{ge^2}{h} = \frac{e^2}{h} \quad (7.4)$$

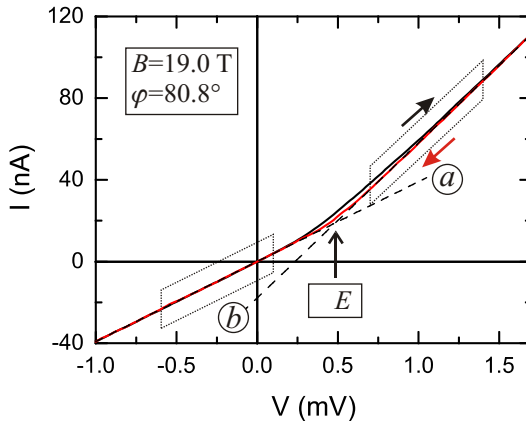
$$T^{eq} = \frac{g^2}{\nu} \quad G_{21}^{eq} = \frac{\nu e^2}{h} = \frac{2e^2}{h} . \quad (7.5)$$

Die Formeln (7.4) und (7.5) legen die Grenzen fest, zwischen denen der Leitwert  $G_{21}$  je nach Transportregime variieren kann.

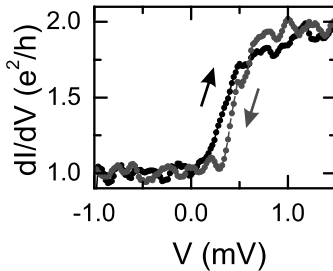
## 7.3 Messungen beim Füllfaktor $\nu = 2$

### 7.3.1 I-V-Kennlinie

Die im Folgenden vorgestellten I-V-Kennlinien wurden bei einem Füllfaktor  $\nu = 2$  aufgenommen. Als zusätzlicher Parameter wird ein Magnetfeld in der Probenebene  $B_{\parallel}$  variiert. Details zur Erzeugung der parallelen Komponente des Magnetfeldes sind im Anhang D.1 zu finden. Unter den Gates G1 und G2 sind die lokalen Füllfaktoren  $g_1 = g_2 = g = 1$  eingestellt. Im vorliegenden Fall wurde dafür die konstante Spannung von  $V_{G1} = -100$  mV und  $V_{G2} = -150$  mV an das jeweilige Gate angelegt. Für die Einzelheiten der Charakterisierung der Gates sei auf den Anhang D.2 verwiesen. Der Messzyklus besteht aus zwei hintereinander folgenden Messungen. Der aufgeprägte Strom wird zunächst von typischerweise  $-50$  nA auf  $110$  nA erhöht ( $dI/dt > 0$ ), wonach ohne Wartezeit ein Rückwärtsverlauf des Stromes ( $dI/dt < 0$ ) zum ursprünglichen Wert erfolgt. Die Geschwindigkeit der Stromänderung ist dabei konstant und beträgt  $0.64$  nA/s. Abbildung 7.3 zeigt eine typische Messung bei einem Gesamtmagnetfeld von  $B = 19.0$  T. Der Winkel  $\varphi$  ist so definiert, dass



**Abbildung 7.3:** Eine typische I-V Kennlinie der Probe aus Abb. 7.1. Die Pfeile neben den Kurven bezeichnen die Richtungen, in denen der Strom durch die Probe variiert wird. Linien (a) und (b) sind die lineare Fits der Datenpunkte, die in den gepunkteten Rechtecken jeweils links und rechts vom Übergangsbereich um  $V = 0.5$  mV eingeschlossen sind. Die Linie (b) ist für den Rückwärtsverlauf des Stromes gezeigt.

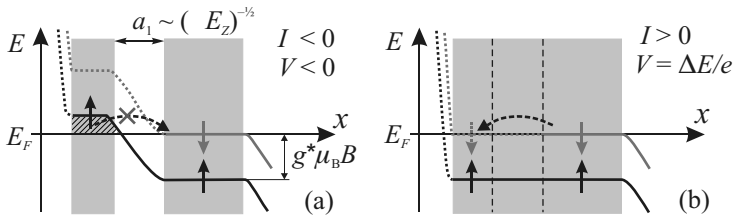


**Abbildung 7.4:** Numerisch bestimmte Ableitung der I-V-Kennlinie aus Abb. 7.3 für Vorwärts- und Rückwärtsverlauf des Stromes.

$B_{\parallel} = B \sin \varphi$  gilt. Die Zeit für den Durchlauf der I-V-Kennlinie in jede Richtung in Abb. 7.3 beträgt etwa vier Minuten. Die I-V-Kennlinie zeigt ein lineares Verhalten, wobei die Steigung sich abrupt bei etwa  $V = 0.5 \text{ mV}$  ändert. Gleichzeitig wird im Übergangsbereich eine Hysterese beobachtet. Zur quantitativen Analyse wurde die I-V-Kennlinie in zwei Bereichen links und rechts vom Übergang mit einer linearen Funktion angenähert. Die Steigung der entsprechenden Linien (a) und (b) ist durch  $(dI/dV)^{(a)} = 1.010 \pm 0.003 e^2/h$  und  $(dI/dV)^{(b)} = 1.959 \pm 0.004 e^2/h$  gegeben. Der beobachtete Knick um  $V = 0.5 \text{ mV}$  kennzeichnet somit der Übergang vom adiabatischen zum äquilibrierten Transportregime. Dieses Verhalten ist noch einmal in Abb. 7.4 verdeutlicht, wo die aus der I-V-Kennlinie numerisch ausgerechnete differentielle Leitfähigkeit  $(dI/dV)$  in Abhängigkeit von der Spannung  $V$  zwischen den Kontakten 2 und 1 präsentiert wird. Der Übergangspunkt  $\Delta E = eV$  in Abb. 7.3 ist als Kreuzungspunkt von zwei linearen Fits (a) und (b) definiert. Der Fitbereich wurde für jede Polarität weit genug von  $\Delta E$  ausgewählt, so dass die Nichtlinearitäten des Übergangsbereichs diese Näherung wenig beeinflussen. Aufgrund der Hysterese gibt es für jede Durchlaufrichtung im äquilibrierten Transportregime  $eV > \Delta E$  einen linearen Fit. Daraus resultieren zwei Werte für die Übergangsenergie:  $\Delta E^+ = 394.0 \mu\text{eV}$  und  $\Delta E^- = 481.1 \mu\text{eV}$ , wobei  $\Delta E^+$  dem Durchlauf von negativen zu positiven Spannungswerten und  $\Delta E^-$  dem rückwärtigen Durchlauf entspricht. Der in Abb. 7.3 markierte Übergangspunkt bezieht sich hiermit auf  $\Delta E^-$ .

### 7.3.2 Streumechanismen zwischen den Randkanälen

Wir betrachten hier die Streuung zwischen den Randkanälen ohne Berücksichtigung der Vielteilchen-Effekte. Der Einfluss der Austauschwechselwirkung zwischen den Elektronen wird im Abschnitt 7.3.5 behandelt. Das hier vorgestellte Schema



**Abbildung 7.5:** Streuung zwischen spinaufgelösten Randkanälen im Einteilchen-Bild. Die Vorspannung zwischen den Randkanälen ist negativ in (a) und positiv in (b). Die gekrümmten Pfeile bezeichnen das Tunneln zwischen den Randkanälen.

beruht auf dem Modell der kompressiblen und inkompressiblen Streifen im Randbereich [52] (siehe Abb. 2.8 auf Seite 23). Bei Füllfaktor  $\nu = 2$  ist nur das unterste Landau-Niveau im Probeninneren vollständig besetzt, welches im starken Magnetfeld in zwei Energieniveaus aufspaltet. Am Rand der Probe entstehen dementsprechend zwei kompressible Streifen, in denen der Strom durch die Elektronen mit unterschiedlicher Spinpolarisation in jedem Streifen getragen wird. Die Streuprozesse zwischen den Randkanälen führen zum Ausgleich ihrer chemischen Potenziale. Im Gleichgewicht ist die Anzahl der Streuereignisse, in denen das Elektron vom äußeren Randkanal zum inneren transferiert wird und umgekehrt, statistisch gleich und es fließt netto kein Strom zwischen den Randkanälen. Eine Vorspannung zwischen Kontakten 2 und 1 (Abb. 7.1) resultiert in der Aufhebung des Gleichgewichts zwischen dem äußeren und dem inneren Randkanal im Bereich zwischen den Gates G1 und G2.

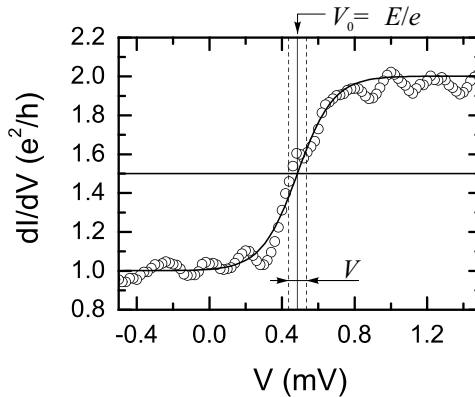
Eine negative Vorspannung  $eV < 0$  verschiebt das Energiespektrum im äußeren Randkanal nach oben bezüglich der Energien im inneren Randkanal [Abb. 7.5(a)]. Die Elektronen in den Zuständen oberhalb der Fermi-Energie im äußeren Randkanal können ihre Energie reduzieren, indem sie in die vorhandenen kompressiblen Zustände an der Fermi-Energie im inneren Randkanal tunneln. Wie aus Abb. 7.5(a) hervorgeht, müssen die Tunnelelektronen dabei ihre Spinorientierung umkehren. Die Relaxationszeit eines solchen Ereignisses ist umgekehrt proportional zum Produkt der Wahrscheinlichkeitsamplituden beider einzelnen Prozesse, die gleichzeitig stattfinden:  $\tau_2^{-1} \propto |A_{sf} \cdot A_{tunn}|$ . Die Amplitude  $A_{sf}$  beschreibt einen Spin-Flip-Prozess und  $A_{tunn}$  das Tunneln durch den inkompressiblen Streifen mit dem Füllfaktor  $\nu = 1$  in einem „spinfreien“ Fall. Die Breite  $a_1$  des inkompressiblen Streifens mit dem Füllfaktor  $\nu_1 = 1$  ist gemäß CSG-Theorie durch die Energie der Zeeman-Aufspaltung  $\Delta E_Z = g^* \mu_B B$  gegeben [Abb. 7.5(a)] und liegt demzufolge in der

Größenordnung der magnetischen Länge. Deshalb ist es plausibel anzunehmen, dass  $A_{sf} \ll A_{tunn}$  gilt. Da die Streuprozesse, bei denen Elektronen ihren Spin gleichzeitig mit dem Tunneln umkehren, im Experiment nicht beobachtet werden (adiabatisches Transportregime bei  $-1.0 \text{ mV} \leq eV < 0$ ), überschreitet die damit assoziierte Relaxationslänge  $l_2^{eq}$  um ein vielfaches die Breite des Äquilibrierungsbereichs  $l$  zwischen den Gates G1 und G2:  $l_2^{eq} \gg l$ .

Eine positive Vorspannung  $eV > 0$  schiebt die Energien des äußeren Randkanals auf der Energieskala nach unten. Bei einer Spannung, die der Energie der Spinaufspaltung des Landau-Niveaus entspricht:  $eV = \Delta E$ , findet eine Verflachung des Randpotenzials statt. Dabei besitzen die Elektronen, die zum gleichen Energieniveau gehören, die gleiche Energie in beiden kompressiblen Streifen. Diese Situation illustriert Abb. 7.5(b). Die unbesetzten Zustände im äußeren Randkanal erreichen bei  $eV = \Delta E$  die Fermi-Energie. Bei einer weiteren Erhöhung der Potenzialdifferenz können in diese Zustände die Elektronen aus dem inneren (rechten in Abb. 7.5) kompressiblen Streifen tunneln. Dabei entsteht ein Strom in die entgegengesetzte Richtung, vom äußeren zum inneren Randkanal (positive Stromrichtung in unserem Messaufbau). Solche Streuereignisse erfordern keinen Umklappprozess des Spins der Elektronen unmittelbar beim Tunneln und die Relaxationszeit ist nur durch die Amplitude des Tunnelns gegeben:  $\tau_1^{-1} \propto |A_{tunn}|$ . Anschließend folgt ein vertikaler Übergang in den Grundzustand innerhalb des äußeren Randkanals, bei dem die Energie z. B. durch die Emission eines Phonons erhalten bleibt. Die Aufhebung der Spinanregung erfolgt entweder mittels der Spin-Bahn-Wechselwirkung [122] oder durch die Hyperfein-Wechselwirkung der Elektronen mit den Ga oder As Atomkernen [123, 124]. Das Vorhandensein einer Hysterese in der I-V-Kennlinie deutet auf die größere Wahrscheinlichkeit des letzteren Mechanismus hin. An dieser Stelle ist es entscheidend, dass für die positive Vorspannung zwischen den Randkanälen das Tunneln und der Spin-Flip-Prozess zeitlich getrennt werden können. Außerdem kann die Verflachung des Randpotenzials zum Verschwinden des inkompressiblen Streifens mit dem Füllfaktor  $\nu_1 = 1$  führen [125] [Abb. 7.5(b)]. Das würde die Amplitude des Tunnelns  $A_{tunn}$  zusätzlich steigern.

Aus der Beziehung  $A_{sf} \ll A_{tunn}$  folgt  $\tau_2 \gg \tau_1$ . Für die Relaxationslängen bei der unterschiedlichen Polarität der Spannung gilt  $l_2^{eq} \gg l \gg l_1^{eq}$ , wobei die Breite  $l$  anhand der REM-Aufnahme (Abb. 7.2) auf etwa  $0.6 \mu\text{m}$  abgeschätzt werden kann.

Für eine Vorspannung im Bereich  $0 < eV < \Delta E$  kann der Transport zwischen den Randkanälen im Rahmen des vorgestellten Modells nur mithilfe der thermisch angeregten Elektronen stattfinden, da im äußeren Randkanal keine verfügbaren Zustände an der Fermi-Energie vorliegen. Die im Experiment beobachtete Breite



**Abbildung 7.6:** Numerisch berechnete Ableitung der I-V-Kennlinie (Punkte) für den Rückwärtsverlauf des Stromes (Abb. 7.4) zusammen mit dem Fit laut Gl. (7.6) (durchgezogene Kurve). Die Fitparameter  $G^{ad}$  und  $G^{eq}$  sind auf die jeweiligen Werte festgelegt (siehe Text).

des Übergangs vom adiabatischen zum äquilibrierten Transportregime  $\Delta V$  überschreitet allerdings um ein Vielfaches die thermische Verbreiterung  $k_B T = 8.6 \mu\text{eV}$  bei  $T = 100 \text{ mK}$ . Zur Abschätzung der experimentellen Verbreiterung wurde die berechnete differentielle Leitfähigkeit (Abb. 7.4) mit einer Boltzmann-Funktion angenähert:

$$\frac{dI}{dV} = G^{eq} + \frac{G^{ad} - G^{eq}}{1 + \exp\left\{\frac{V - V_0}{\delta V}\right\}}. \quad (7.6)$$

Abbildung 7.6 zeigt einen Fit (durchgezogene Kurve) der numerisch berechneten Ableitung der I-V-Kennlinie aus Abb. 7.3 für die negative Richtung des Stromdurchlaufs. Dort sind auch die Fitparameter  $V_0$  und  $\delta V$  angezeichnet. Die Fitparameter  $G^{ad} = 1.0(e^2/h)$  und  $G^{eq} = 2.0(e^2/h)$  entsprechen den Leitfähigkeiten im adiabatischen bzw. äquilibrierten Regime. Die Bestimmung von  $V_0$  aus dem Fit (7.6) bietet eine alternative Möglichkeit zur Definition der Übergangsenergie  $\Delta E = eV_0$ . Die Anpassung der Funktion (7.6) an die Daten für  $B = 19.0 \text{ T}$  aus Abb. 7.4 ergibt für den positiven und negativen Stromdurchlauf  $\delta V^+ = 125.7 \mu\text{V}$  bzw.  $\delta V^- = 88.7 \mu\text{V}$ . Im Einklang mit diesen großen Werten zeigte das Aufwärmen der Probe von  $T = 30 \text{ mK}$  auf  $T = 150 \text{ mK}$  keinen Einfluss auf die Verbreiterung  $\delta V$ . Es sollen also andere Verbreiterungsmechanismen in Betracht gezogen werden. Zum einen spielen hier die Besonderheiten des ortsabhängigen Energieverlaufs am Rand



der Probe, wie sie später im Abschnitt 7.3.5 diskutiert werden, eine Rolle. Zum anderen muss die Wechselwirkung mit dem Kernspinsystem berücksichtigt werden. Darauf weist neben der Hysterese der I-V-Kennlinie auch die für alle Magnetfelder gültige Beziehung  $\delta V^+ > \delta V^-$  hin.

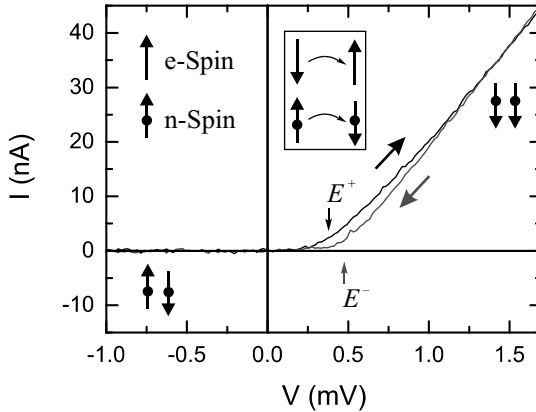
### 7.3.3 Dynamische Polarisation der Atomkerne

Der Einfluss der Kernspins auf die Energien der Elektronen wird in der Regel durch die Kontakt-Hyperfein-Wechselwirkung beschrieben. Der Hamilton-Operator des Systems wird um einen zusätzlichen Term ergänzt, der die Wechselwirkung zwischen dem Kernspin  $\mathbf{I}$  und dem Elektronenspin  $\mathbf{S}$  berücksichtigt:

$$\mathbf{H}_{hfi} = A \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{S} = \frac{A}{2} (I_+ \cdot S_- + I_- \cdot S_+) + A \cdot I_z \cdot S_z. \quad (7.7)$$

Der Ausdruck in den Klammern beschreibt durch die Leiter-Operatoren  $I_{\pm}$  und  $S_{\pm}$  den Flip-Flop-Prozess, bei dem die Umkehrung eines Elektronenspins infolge des Spin-Flip-Prozesses:  $S_- |m_S\rangle = |m_S - 1\rangle$  zu einer gleichzeitigen entgegengesetzten Änderung der magnetischen Kernquantenzahl:  $I_+ |m_I\rangle = |m_I + 1\rangle$  führt. Der letzte Term in (7.7), auch Zeeman-Term genannt, drückt die Hyperfein-Aufspaltung aus und  $A > 0$  ist die Konstante der Hyperfein-Wechselwirkung.

Der Ursprung der Hysterese der I-V-Kennlinie in unserem Experiment kann auf die Hyperfein-Wechselwirkung zurückgeführt werden [126]. Um dies zu erklären, betrachten wir den Tunnelstrom zwischen dem äußeren und dem inneren Randkanal (Abb. 7.7) in Abhängigkeit von der Vorspannung. Die hier gezeigten Kurven entstammen der Abb. 7.3, indem der lineare Beitrag des äußeren Randkanals zum Gesamtstrom [Linie (a) in Abb. 7.3] aus den gemessenen I-V-Kennlinien abgezogen wurde. Dieser Beitrag ist im gesamten Spannungsbereich vorhanden und liefert keine Information über den Tunnelstrom. Wie aus Abb. 7.7 folgt, fließt bei der negativen Vorspannung  $eV < 0$  kein Strom zwischen den Randkanälen (adiabatischer Transport). Hier bleibt das Kernspinsystem annähernd unpolarisiert (Die Kernspins sind in Abb. 7.7 durch die Pfeile mit den gefüllten Kreisen gezeichnet). Es ist dabei zu beachten, dass die statische Kernspin-Polarisation  $\langle I_0 \rangle$  aufgrund des äußeren Magnetfeldes selbst bei der sehr niedrigen Temperatur des Experimentes vernachlässigt werden kann. Beim Erreichen der Spannungsdifferenz  $V = \Delta E^+ / e$  setzen die Streuprozesse zwischen den Randkanälen ein. Wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, geht eine solche Streuung mit Spin-Flip-Prozessen einher. Die Elektronen tunneln aus dem inneren in den äußeren Randkanal und wechseln dabei die Polarisationsrichtung der Spins von „ab“ (dem äußeren Magnetfeld entgegen) nach „auf“ (entlang des Feldes). Entsprechend dem Wechselwirkungsterm in (7.7)



**Abbildung 7.7:** Der Tunnelstrom zwischen dem äußeren und dem inneren Randkanal bei  $B = 19.0$  T.

ändern dabei die Kernspins ihre Orientierung von „auf“ nach „ab“.<sup>1</sup> Dies führt zu einer dynamischen Polarisation des Kernspinsystems  $\langle I_z \rangle < 0$ . Bei einer höheren Vorspannung  $eV > \Delta E$  existiert ein permanenter Fluss der Elektronen zwischen den Randkanälen, der die Atomkerne kontinuierlich polarisiert, so dass im Endeffekt ein maximaler Polarisationsgrad erreicht wird (Abb. 7.7). Die Kernspin-Polarisation wirkt durch den Zeeman-Term in (7.7) wie ein zusätzliches Magnetfeld  $B_{Ov} = A\langle I_z \rangle / g^* \mu_B$  auf das Energiespektrum der Elektronen (Overhauser-Effekt [127]). Da das Vorzeichen des  $g$ -Faktors in GaAs negativ ist, stimmt die Richtung des zusätzlichen Feldes  $B_{Ov}$  mit der des äußeren überein. Die Elektronenenergien werden daher von einem effektiven Magnetfeld  $B_{eff} = (B + B_{Ov}) > B$  beeinflusst, was sich im äquilibrierten Regime ( $eV > \Delta E$ ) in einer vergrößerten Spinaufspaltung  $|g^*| \mu_B (B + B_{Ov})$  zeigt. Der maximale Wert des Overhauser-Feldes  $B_{Ov}$  bleibt beim rückwärtigen Stromdurchlauf ( $dI/dt < 0$ ) erhalten, solange die Bedingung  $eV > \Delta E^-$  erfüllt ist. Dadurch ist der erhöhte Wert der Übergangsenergie  $\Delta E^-$ , die aus dem Bereich  $eV > \Delta E^-$  ermittelt wird, zu erklären.

Beim Übergang zum adiabatischen Transportregime wird der Mechanismus der dynamischen Polarisierung der Kerne ausgeschaltet und das Kernspinsystem relaxiert zu seinem ursprünglichen Zustand. Zur Charakterisierung der Kernspin-

<sup>1</sup>Die Kernspins von relevanten Isotopen  $^{69}\text{Ga}$ ,  $^{71}\text{Ga}$  und  $^{75}\text{As}$  betragen  $3/2$ . Es bedarf also drei elektronischer Spin-Flip-Prozesse, um einen Kernspin vollständig umzuklappen.

Relaxation wird eine charakteristische Zeit  $T_1$  eingeführt, die den Zerfall der Magnetisierung der Kerne  $M_z$  zum Gleichgewichtswert  $M_0$  beschreibt [128]:

$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{1}{T_1}(M_z - M_0). \quad (7.8)$$

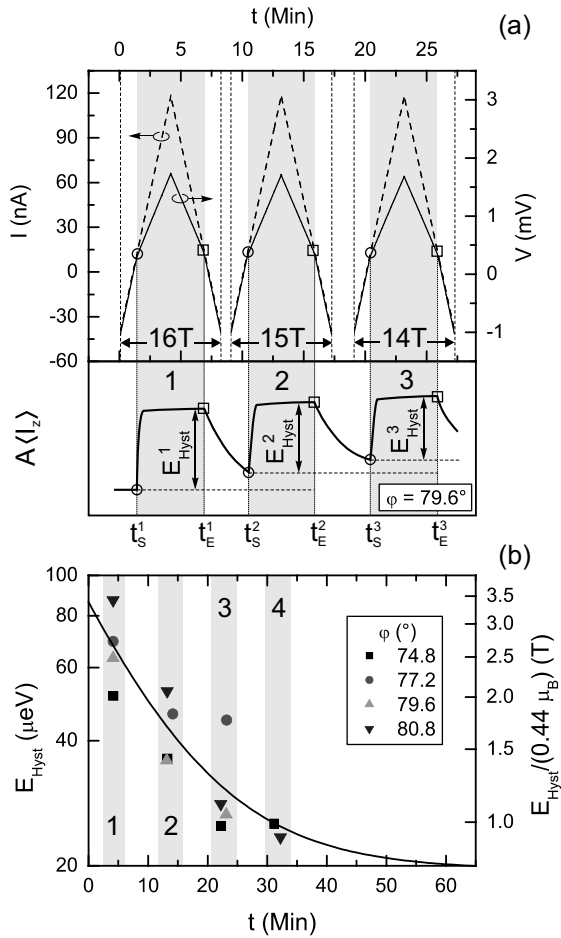
Die Magnetisierung ist mit dem Kernspin durch das gyromagnetische Verhältnis  $\gamma$  verbunden:  $M_z = \gamma \hbar \langle I_z \rangle$ . Im Festkörper folgt die Relaxationszeit  $T_1$  dem Korringa-Gesetz [129]:  $T_1^{-1} \propto TD^2(E_F)$ , wobei  $D(E_F)$  die Zustandsdichte an der Fermi-Energie und  $T$  die Temperatur der Umgebung sind. Dabei wird als Hauptmechanismus die Kontakt-Hyperfein-Wechselwirkung mit dem Elektronengas durch den Term  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{S}$  berücksichtigt. Der große Unterschied in den Energien der Spinaufspaltung der Kerne  $\Delta E_N$  und der Elektronen  $\Delta E_{el}$  erfordert ein Energiereservoir, um die Energieerhaltung beim Flip-Flop-Prozess zu gewährleisten.<sup>2</sup> In einem 2DES im senkrechten Magnetfeld, wenn ein horizontaler Streuprozess zwischen den Randkanälen nicht erlaubt ist, steht jedoch ein solches Energiereservoir nicht zur Verfügung und das Korringa-Gesetz ist nicht mehr gültig. Eine Reihe von anderen Relaxationsmechanismen können sich in diesem Fall als wirksam erweisen. So wurde z. B. in [130] die Reduzierung der Relaxationszeit  $T_1$  im Zusammenhang mit dem kurzreichweitigen Unordnungspotenzial diskutiert. Das Vorhandensein von punktförmigen Störstellen führt zur Verbreiterung und zum Überlapp der Landau-Niveaus, was in einer endlichen Zustandsdichte der Elektronen mit den beiden Spinkomponenten an der Fermi-Energie resultiert. Iordanskii *et al.* [131] schlugen die Anregung eines Quasiteilchens (Spin-Exziton) infolge eines Flip-Flop-Prozesses vor. Die Energieerhaltung wird in diesem Modell durch die Fluktuationen des langreichweitigen Zufallspotenzials der Störstellen gewährleistet. Die Umkehrung des Spins eines Elektrons wird dann bei einer gleichzeitigen Versetzung seiner Bahnbewegung in den Bereich mit der kleineren potentiellen Energie möglich. Desweiteren kann der Energieerhaltungssatz bei endlichen Temperaturen durch die Absorption oder Emission eines langwelligen Phonons erfüllt werden (*phonon-assisted mechanism*) [132]. In diesem Prozess wird zunächst sowohl der Elektronenspin als auch der Kernspin gedreht, dann aber relaxiert nur der Elektronenspin durch die Kopplung an das Kristallgitter. Bei der eingesetzten hochwertigen Heterostruktur und tiefen Temperaturen des Experiments können zwei weiteren Relaxationsmechanismen, die die Hyperfein-Wechselwirkung nicht beinhalten, von größerer Bedeutung sein. Zum

<sup>2</sup>Die Differenz in der Energien der Spinaufspaltung ist durch das Massenverhältnis des Atomkerns  $M_N$  und des Elektrons  $m_e$  gegeben. Für Ga-Kerne gilt  $\Delta E_{el}/\Delta E_N \propto M_N^{Ga}/m_e = 1.27 \cdot 10^5$ . Außerdem kann  $\Delta E_{el}$  durch die Elektron-Elektron-Austauschwechselwirkung zusätzlich erhöht werden.

einen ist das die Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen dem Kern und dem Elektron [133]. Dieser Mechanismus erfordert die Erhaltung des gesamten Impulses des Systems (Spin und Drehimpuls der Bahnbewegung) und nicht des gesamten Spins. Die Relaxation eines Kernspins führt zu der Verschiebung der Bahnbewegung eines Elektrons, dessen Spin dabei unverändert bleibt. Zum anderen betrachteten Bychkov *et al.* [134] die Diffusion des Kernspins mittels eines virtuellen Spin-Exzitons. Der Kernspin relaxiert in diesem Modell nicht, sondern wird in andere Bereiche der Probe übertragen. Die Diffusionslänge überschreitet dabei deutlich die magnetische Länge  $l_B$ . Das Problem der Energieerhaltung wird durch den virtuellen Charakter des Spin-Exzitons aufgehoben. Dieser Mechanismus wurde im Zusammenhang mit dem Experiment von Kane *et al.* [124] an den so genannten Spin-Dioden vorgestellt. In dieser Messung wurden die Atomkerne nur in einem schmalen Streifen der Probe dynamisch polarisiert. Die eindeutige Analogie zu unserem Experiment lässt darauf schließen, dass der Diffusionsmechanismus eine bevorzugte Stellung bei der Relaxation der Atomkerne in unserer Messung einnehmen kann.

Eine experimentelle Untersuchung der Kernspin-Relaxationszeit in 2DES von Berg *et al.* [135] im Bereich der Füllfaktoren  $\nu = 2 - 4$  ergab  $T_1 = 200 - 1000$  s bei  $T = 1.5$  K mit den Minimalwerten um die ganzzahlige  $\nu$ . Da die diversen Relaxationsmechanismen unterschiedlich gewichtet werden können, lässt sich kein direkter Vergleich mit unserem Experiment durchführen. Dennoch gehen wir davon aus, dass die Zeit  $T_1$  in unserer Messung bei deutlich niedrigeren Temperaturen von  $T = 30$  mK beim Ausbleiben der Flip-Flop-Prozesse ( $eV < \Delta E$ ) mindestens in der Größenordnung von einigen Minuten liegt. Diese Zeit ist vergleichbar mit dem Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Messungen der I-V-Kennlinien.

Abbildung 7.8(a) stellt den zeitlichen Ablauf einer typischen Messsequenz dar, die in diesem Fall aus drei Zyklen der I-V-Messungen besteht. Hier wurden drei Paare der I-V-Kennlinien bei einem Gesamtmagnetfeld von jeweils  $B = 16, 15,$  und  $14$  T und einem Kippwinkel von  $\varphi = 79.6^\circ$  hintereinander aufgenommen, wobei  $\varphi$  als der Winkel zwischen der Probennormale und dem Vektor des Magnetfeldes  $\mathbf{B}$  definiert ist (siehe Anhang D.1). In Abb. 7.8(a) ist sowohl der Strom durch den Drain-Kontakt  $I$  als auch die Spannung  $V$  zwischen den Kontakten 1 und 2 in Abhängigkeit von der Zeit der Messung  $t$  gezeigt. Der Zeitpunkt  $t = 0$  entspricht dem Anfang der Sequenz. Die Linearität jeder Kurve  $I(t)$  im gesamten Änderungsbereich  $-60 \text{ nA} < I < 120 \text{ nA}$  spiegelt die konstante Geschwindigkeit des Stromdurchlaufs wider. Die Spannungskurven weisen dagegen je einen Knick auf, der den Startpunkt bzw. den Endpunkt der Streuung zwischen den Randkanälen auf der Zeitachse markiert. Es ist zu beachten, dass die vertikalen Strom- und Span-



**Abbildung 7.8:** (a) Zeitlicher Ablauf der Messung der I-V-Kennlinien für den Kippwinkel  $\varphi = 79.6^\circ$ . Schema unten zeigt eine zeitliche Entwicklung der Kernspin-Polarisation. (b) Die Größe der Hysterese für unterschiedliche Datensätze. Die Kurve ist durch  $E_{Hyst} = 19.6[\mu\text{eV}] + 48.7[\mu\text{eV}] \times \exp\{- (t - 4.0[\text{Min}])/12.7[\text{Min}]\}$  gegeben und entspricht dem Fit aller Datensätze.

nungsachsen im Verhältnis eines Quants der Leitfähigkeit  $e^2/h$  aufeinander skaliert sind. Die Kreise bei  $t = t_S^i$  zeigen in Abb. 7.8(a) die Übergangspunkte vom adiabatischen zum äquilibrierten Transportregime beim positiven Stromdurchlauf  $dI/dt > 0$ . Diesen Punkten werden die aus den linearen Fits gewonnenen Übergangsenergien  $\Delta E^+$  zugeordnet. Die Quadrate bei  $t = t_E^i$  entsprechen den umgekehrten Übergängen vom äquilibrierten zum adiabatischen Regime bei  $dI/dt < 0$  (Übergangsenergien  $\Delta E^-$ ). Die grauen Streifen bezeichnen somit die Bereiche des äquilibrierten Transportes, bei dem das Kernspinsystem dynamisch polarisiert wird. Im unteren Teil der Abb. 7.8 ist die Polarisation des Kernspinsystems schematisch dargestellt. In grauen Bereichen steigt diese infolge elektronischer Streuprozesse und Hyperfein-Wechselwirkung. In weißen Bereichen, wenn es keine Streuung gibt, relaxiert das Kernspinsystem und seine Polarisation nimmt ab. Der Unterschied in der Kernspin-Polarisation bei dem Startzeitpunkt ( $t = t_S^i$ ) und dem Endzeitpunkt ( $t = t_E^i$ ) der Streuung bedingt die Hysterese der I-V-Kennlinie. Im Experiment wird eine Abnahme der Hysterese  $E_{Hyst}^i$  für die hintereinander folgenden Messzyklen einer Sequenz beobachtet, d. h.  $E_{Hyst}^1 > E_{Hyst}^2 > E_{Hyst}^3$  in Abb. 7.8(a). Dieses Verhalten kann quantitativ beschrieben werden.

Zu Beginn einer Sequenz ( $t = 0$ ) wird ein nicht polarisiertes Kernspinsystem angenommen:  $\langle I_z \rangle^0 = \frac{N_\downarrow - N_\uparrow}{N} \langle I_z \rangle^{\max} = 0$  mit  $N_\uparrow = N_\downarrow = N/2$ , wobei  $N_\uparrow$  und  $N_\downarrow$  die Anzahl der Kerne mit jeweiliger Spinpolarisation bezeichnen,  $N$  für die Gesamtzahl der beteiligten Kerne steht, und  $\langle I_z \rangle^{\max}$  dem maximalen Wert der Kernspinkomponente in der Richtung des Magnetfeldes entspricht. Bis zum Zeitpunkt  $t_S^1$  finden keine Flip-Flop-Prozesse statt und  $\langle I_z \rangle_S^1 = \langle I_z \rangle^0$ . Desweiteren werden zwei Bedingungen für das Verhalten der Kernspin-Polarisation angenommen. Erstens werden die Atomkerne im Zeitintervall  $t_S^i < t < t_E^i$  dynamisch polarisiert. Das Zeitintervall  $t_{dnp}^i = t_E^i - t_S^i$  ist in der Regel größer als 300 s im Experiment. Die charakteristische Zeit  $\tau$ , die die Polarisation der Kernspins beschreibt, ist offenbar kleiner als die Zeit des umgekehrten Prozesses  $\tau'$ , bei dem die Atomkerne depolarisiert werden. Die experimentellen Untersuchungen der Kernspin-Relaxation unter Einfluss der Hyperfein-Wechselwirkung [126, 136, 137] ergaben für diese letztere Zeit  $\tau'$  Werte zwischen 25 und 60 s. Dementsprechend gilt in unserer Messung  $t_{dnp} \gg \tau$ . Daraus folgt, dass beim Erreichen des Zeitpunktes  $t = t_E^i$  sich eine gleichgewichtige Kernspin-Polarisation einstellt. Dabei wechseln  $k \cdot N_\uparrow$  Kernspins ( $0 \leq k \leq 1$ ) ihre Orientierung:

$$\langle I_z \rangle_{E^i}^i = \langle I_z \rangle_S^i + k [\langle I_z \rangle^{\max} - \langle I_z \rangle_S^i] . \quad (7.9)$$

Die Größe der Hysterese  $E_{Hyst}^i$  ist dann durch

$$E_{Hyst}^i = A [\langle I_z \rangle_E^i - \langle I_z \rangle_S^i] = Ak [\langle I_z \rangle^{\max} - \langle I_z \rangle_S^i]$$

gegeben. Zweitens relaxiert das Kernspinsystem beim Ausbleiben der Flip-Flop-Prozesse zwischen  $t_E^i$  und  $t_S^{i+1}$  mit der charakteristischen Zeit  $T_1$ , und zum Zeitpunkt  $t = t_S^{i+1}$  gilt

$$\langle I_z \rangle_S^{i+1} = \langle I_z \rangle_E^i \exp \left\{ -\frac{\Delta t_{i,i+1}}{T_1} \right\} \quad \text{mit} \quad \Delta t_{i,i+1} = t_S^{i+1} - t_E^i.$$

Für die erste Hysterese [ $B_1 = 16$  T in Abb. 7.8(a)] erhalten wir

$$E_{Hyst}^1 = Ak \langle I_z \rangle^{\max} \quad (7.10)$$

und für die zweite ( $B_2 = 15$  T und  $\Delta t_{1,2} = 216$  s) gilt

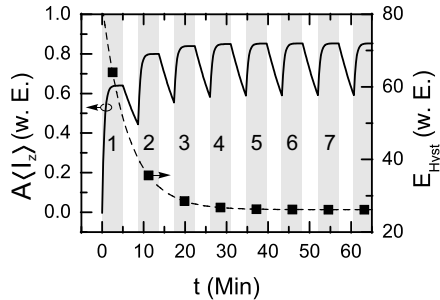
$$\begin{aligned} \langle I_z \rangle_S^2 &= k \exp \left\{ -\frac{\Delta t_{1,2}}{T_1} \right\} \langle I_z \rangle^{\max} \\ E_{Hyst}^2 &= Ak \left( 1 - k \exp \left\{ -\frac{\Delta t_{1,2}}{T_1} \right\} \right) \langle I_z \rangle^{\max} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Aus den Gleichungen (7.10) und (7.11) folgt die Abnahme der Hysterese:  $E_{Hyst}^2 - E_{Hyst}^1 = -Ak^2 \exp\{-\Delta t_{1,2}/T_1\} \langle I_z \rangle^{\max} < 0$ . Diese Beziehung ist immer gültig, wenn die Anfangspolarisation gleich Null ist. Im anderen Fall hängt das Vorzeichen der Differenz vom Verhältnis zwischen  $k$ ,  $\langle I_z \rangle_S^i$ ,  $\Delta t_{i,i+1}$  und  $T_1$  ab.

Abbildung 7.8(b) zeigt Hysteresen für vier Messsequenzen (vier Kippwinkel) in Abhängigkeit von der Zeit seit Beginn der jeweiligen Sequenz. Die Größe einer Hysterese  $E_{Hyst}$  bezogen auf einen Zyklus (ein Paar der I-V-Kennlinien bei einem Magnetfeld) wird dabei durch  $E_{Hyst} = \Delta E^- - \Delta E^+$  berechnet. Die Zeit, bei der die jeweilige Hysterese gemessen wurde, wird als  $t_{Hyst}^i = (t_S^i + t_E^i)/2$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  definiert. Die Abnahme der Hysterese mit der Messzeit ist hier für vier Sequenzen offensichtlich und wird durch einen exponentiellen Fit (durchgezogene Kurve) verdeutlicht.

In Abb. 7.9 ist das Ergebnis einer Berechnung der zeitabhängigen Kernspin-Polarisation und der daraus resultierenden Hysterese im Rahmen des oben vorgestellten Modells für  $\langle I_z \rangle_S^1 = 0$  und die im Experiment verwendeten Zeitintervalle  $t_{dnp} = 300$  s und  $\Delta t_{i,i+1} = 220$  s abgebildet. Dabei wurde  $k$  in Gl. (7.9) durch  $k(1 - \exp\{-t_{dnp}/\tau\})$  mit  $k = 0.64$  und  $\tau = 30$  s ersetzt.<sup>3</sup> Für die Kernspin-Relaxation wurde der Wert  $T_1 = 600$  s eingesetzt. Die Hysterese  $E_{Hyst}$  sättigt

<sup>3</sup>Für  $t_{dnp} \gg \tau$  gilt  $k(1 - \exp\{-t_{dnp}/\tau\}) \rightarrow k$ .



**Abbildung 7.9:** Die berechnete Zeitabhängigkeit der Kernspin-Polarisation (durchgezogene Linie) und der Hysterese (Punkte) in willkürlichen Einheiten für eine Reihe der I-V-Messungen (Parameter siehe Text).

bereits nach  $i = 3$  Zyklen auf einen Gleichgewichtswert und lässt sich durch  $E_{Hyst} = 26.2 + 37.8 \exp\{-(t - 2.5[\text{Min}])/6.2[\text{Min}]\}$  (gestrichelte Kurve in Abb. 7.9) approximieren. Dieses Verhalten steht in qualitativer Übereinstimmung mit dem Experiment [Abb. 7.8(b)].

Die maximale Größe der Hysterese  $E_{Hyst}$  beträgt in unserer Messung  $87.15 \mu\text{eV}$  [für  $i = 1$  in Abb. 7.8(b)]. Das entspricht einem Overhauser-Feld von  $B_{Ov} = 3.4 \text{ T}$  mit  $|g^*| = 0.44$ . Das maximale Overhauser-Feld in GaAs beläuft sich auf  $5.3 \text{ T}$  [138]. Für den in der Simulation (Abb. 7.9) verwendeten Parameter  $k = \frac{3.4}{5.3} = 0.64$  erhalten wir eine maximale Kernspin-Polarisation von 85% (für  $i \gg 1$ ). Der gleiche Wert wurde auch in der Untersuchung von Dixon *et al.* [126] an einer ähnlichen Probengeometrie ermittelt.

### 7.3.4 Magnetfeldabhängigkeit der Spinaufspaltung

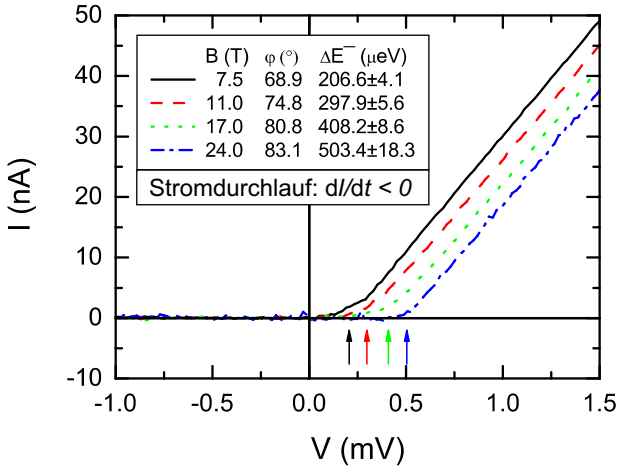
Die Analyse der Streuprozesse zwischen den Randkanälen (Abschnitt 7.3.2) ergibt, dass die Übergangsenergie  $\Delta E$  eine Korrelation mit der Spinaufspaltung der Landau-Niveaus zeigt. Diese ist in einem 2DES im starken Magnetfeld überwiegend durch die Zeeman-Energie  $g^* \mu_B B$  gegeben. Es ist allerdings bekannt, dass die Spinaufspaltung aufgrund der Austauschwechselwirkung sehr stark vergrößert werden kann. Diese Vergrößerung wird in Form eines erhöhten Absolutwertes des effektiven  $g$ -Faktors verglichen mit dem Wert für das GaAs-Bulkmaterial  $g_0^* = -0.44$  ausgedrückt. Die Koinzidenz- und Aktivierungsmessungen [139, 140] zeigten, dass  $g^*$  so groß wie  $20g_0^*$  werden kann. Die Erhöhung des  $g$ -Faktors wurde sowohl für ungeradzahlige  $\nu = 1, 3$  als auch für den geradzahligem Füllfaktor  $\nu = 2$  nachgewiesen.



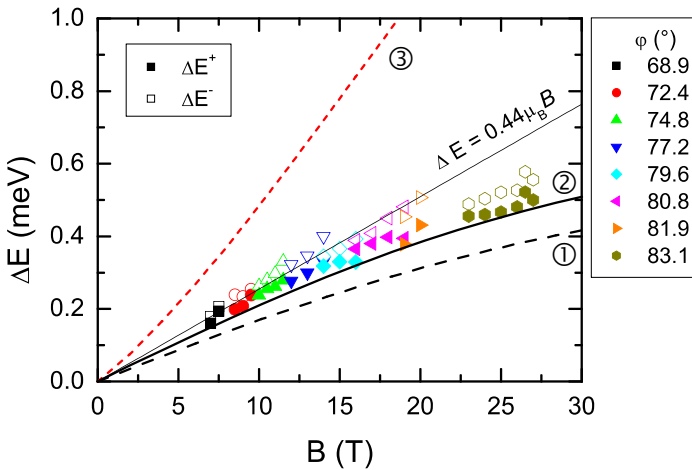
Schon in den ersten Experimenten, die sich mit dem Tunneln zwischen Randkanälen befassten, wurde hingegen klar, dass die Austauschwechselwirkung hier eine eher untergeordnete Rolle spielt. Dixon *et al.* [126] fanden nur einen geringfügig erhöhten  $g$ -Faktor von  $g^* \sim 1.5 g_0^*$  in der Messung bei einem einzigen Magnetfeld. Der Mangel an systematischen experimentellen Daten in einem breiten Magnetfeldbereich erlaubt es bis dato nicht, eine eindeutige Aussage über die Rolle der Austauschwechselwirkung zu machen. Da die senkrechte Komponente des Magnetfeldes aufgrund der Forderung eines konstanten Füllfaktors  $\nu = 2$  unveränderlich bleiben soll, ist das parallele Magnetfeld hier ein geeigneter Messparameter. Diese Feldkomponente beeinflusst die Spin- sowie, durch die Änderung der effektiven Masse  $m^*$ , die Landau-Aufspaltung, während der Füllfaktor  $\nu = \frac{n_e \hbar}{e B_{\perp}}$  davon nicht betroffen ist. Die vor kurzem veröffentlichten Experimente von Deviatov *et al.* [137] zeigten allerdings überraschenderweise keine Abhängigkeit der Übergangsenergie  $\Delta E$  von der parallelen Komponente des Magnetfeldes. Dieses Ergebnis stellt die Interpretation der Streuung zwischen spinaufgelösten Randkanälen in Frage.

Im Rahmen des jetzigen Experiments wurde die Probe in einem breiten Bereich paralleler Magnetfelder  $B_{\parallel} = 6.5 - 26.8 \text{ T}$  untersucht. Der Kippwinkel  $\varphi$  wurde dabei zwischen  $68.9^\circ$  und  $83.1^\circ$  variiert. In all diesen Messungen wurde die Erhöhung der Übergangsenergie  $\Delta E$  mit dem parallelen bzw. dem gesamten Magnetfeld beobachtet. Dies illustriert Abb. 7.10 am Beispiel der vier I-V-Kennlinien für einen negativen Stromdurchlauf  $dI/dt < 0$ . Diese Abbildung zeigt den Strom zwischen den Randkanälen im Äquilibriumsbereich und wird nach Kane *et al.* [124] als I-V-Kennlinie einer Spin-Diode beschrieben. Die Pfeile markieren die aus den linearen Fits ermittelten Ansatzpunkte des Stromes zwischen den Randkanälen und somit die Übergangsenergien  $\Delta E^-$  für jedes Magnetfeld. Das zugrunde gelegte Streubild wird damit qualitativ bestätigt.

Abbildung 7.11 präsentiert die Ergebnisse aller Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 2$ . Hier sind die Übergangsenergien  $\Delta E^+$  (gefüllte Symbole) für  $dI/dt > 0$  sowie  $\Delta E^-$  (offene Symbole) für  $dI/dt < 0$  in Abhängigkeit vom gesamten Magnetfeld aufgetragen. Die Magnetfeldabhängigkeit beider Übergangsenergien  $\Delta E^+$  und  $\Delta E^-$  ist für den gesamten Datensatz eindeutig. Die systematische Beziehung  $\Delta E^- > \Delta E^+$  spiegelt das Vorhandensein der Hysterese in jeder I-V-Kennlinie wider. Zur Orientierung ist in Abb. 7.11 die Abhängigkeit der Zeeman-Energie für das GaAs-Bulkmaterial durch eine dünne Linie aufgetragen. Für die Magnetfelder  $B < 15 \text{ T}$  wird der experimentelle Datensatz durch die Zeeman-Energie  $g^* \mu_B B$  mit  $|g^*| = 0.44$  gut beschrieben. Bei höheren Feldern weichen die aus dem Experiment ermittelten  $\Delta E$ -Werte zu etwas niedrigeren Energien ab, was eine Reduzierung des



**Abbildung 7.10:** Strom zwischen den Randkanälen für unterschiedliche Magnetfelder und Kippwinkel für die negative Richtung des Stromdurchlaufs.



**Abbildung 7.11:** Experimentell ermittelte (Punkte) und numerisch berechnete (dicke Kurven) Energien der Spinaufspaltung in Abhängigkeit vom Gesamtmagnetfeld. Die dünne Linie entspricht der Zeeman-Aufspaltung im GaAs-Bulkmaterial.

Absolutwertes des effektiven  $g$ -Faktors bedeutet. Bereits dieser Umstand deutet auf einen Einteilchen-Charakter der gemessenen Spinaufspaltung hin.

Dicke Kurven in Abb. 7.11 präsentieren magnetfeldabhängige Spinaufspaltungen, die der selbst-konsistenten Berechnung der Subbandenergien im parallelen Magnetfeld entstammen. Diese wurde von R. Winkler speziell für die verwendete Heterostruktur durchgeführt [141]. Die senkrechte Komponente des Magnetfeldes wird in dieser Berechnung nicht in Betracht gezogen ( $B_{\perp} = 0$ ). Diese Annahme ist durch die Dominanz der parallelen Komponente des Feldes im Experiment gerechtfertigt: das Verhältnis beider Komponenten  $B_{\parallel}/B_{\perp}$  steigt von etwa 2.5 bei den kleinsten auf etwa 8 bei den größten Magnetfeldern. Außerdem bleibt  $B_{\perp}$  annähernd konstant und liefert lediglich einen konstanten Beitrag zur Spinaufspaltung. Die Basis für die Kalkulation bildet ein  $8 \times 8$  Hamiltonoperator im Rahmen des  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  Kane-Modells (siehe [142] und Referenzen dort). Die  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Methode ermöglicht eine detaillierte Beschreibung der Bandstruktur  $E_n(\mathbf{k})$  unter Berücksichtigung der Nichtparabolizitäten, Anisotropie und Kopplung zwischen den leichten und schweren Löchern. Der Einfluss des parallelen Magnetfeldes wird durch die Renormierung der effektiven Masse  $m^*$  miteinbezogen. Im starken  $B_{\parallel}$  wird die parallel zur Ebene des 2DES definierte magnetische Länge  $\sqrt{\hbar/\epsilon B_{\parallel}}$  vergleichbar mit der Ausdehnung der elektronischen Wellenfunktion im dreieckigen Quantentrog. Dabei kommt es zur Deformierung der energetischen Oberfläche  $E(\mathbf{k}_{\parallel})$  in Richtung senkrecht zu  $B_{\parallel}$ , was zur Erhöhung der effektiven Masse führt [142, 143]. Aus der numerisch berechneten Aufspaltung der Subbänder im parallelen Magnetfeld wurde ein effektiver  $g$ -Faktor  $g^*(B_{\parallel})$  ermittelt. Die dicken Kurven in Abb. 7.11 sind laut  $g^*(B)\mu_B B$  für drei unterschiedliche Modellfälle gezeichnet [141].

Die Kurven 1 und 2 sind ohne Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung im Einteilchen-Bild berechnet worden. Dabei zieht die Kurve 1 nur die Zeeman-Aufspaltung in Betracht, was der Spinaufspaltung im Minimum des Leitungsbandes entspricht ( $\mathbf{k} = 0$ , da GaAs ein direkter Halbleiter ist). Die Kurve 2 betrachtet zusätzlich die Spinaufspaltung, die schon bei  $B = 0$  vorhanden ist. Diese ist durch die Änderung der effektiven Masse im Magnetfeld auch magnetfeldabhängig. Die Nullfeld-Aufspaltung ist auf die Inversions-Asymmetrie des Potentials, in dem sich die Elektronen im Kristall bewegen, zurückzuführen. Dabei wird die Spinartung von zwei Energiezweigen der Dispersionsrelation  $E_-(\mathbf{k})$  und  $E_+(\mathbf{k})$  auch ohne externes Magnetfeld aufgehoben. Eine Komponente der Nullfeld-Aufspaltung beruht auf der Inversions-Asymmetrie der Zinkblende-Kristallstruktur des GaAs, auch als Dresselhaus-Aufspaltung bekannt [144]. Die andere Komponente, die so genannte Bychkov-Rashba-Aufspaltung, wird durch die Asymmetrie des Einschlusspotenzi-

als des Quantentrogs verursacht [145, 146]. In einer einfachen Heterostruktur mit einem nahezu dreieckigen Einschlusspotenzial ist die Bychkov-Rashba-Aufspaltung stärker als die Dresselhaus-Aufspaltung gewichtet [147]. Die Kurve 2 beschreibt demnach die Spinaufspaltung, die über alle Zustände im Leitungsband (also auch für  $\mathbf{k} \neq 0$ ) gemittelt ist. Eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten  $\Delta E^+$  ist offensichtlich. Ein Grund für die systematisch leichte Erhöhung der Messdaten könnte eine nicht verschwindende Polarisierung der Kerne  $\langle I_z \rangle < 0$  und somit ein erhöhtes effektives Magnetfeld  $B_{eff} = B + B_N > B$  beim positiven Stromdurchlauf  $dI/dt > 0$  sein. Zur Auswertung des restlichen Magnetfeldes der Atomkerne  $B_N$  wurde die numerisch berechnete Kurve 2 analytisch angenähert. Dabei ergibt sich folgende funktionale Abhängigkeit für den  $g$ -Faktor:

$$g^*(B) = 0.39 - 1.96 \cdot 10^{-3} B - 3.87 \cdot 10^{-5} B^2. \quad (7.12)$$

Die Anpassung der experimentellen Daten  $\Delta E^+(B)$  mit  $\Delta E(B_N) = g^*(B)\mu_B(B + B_N)$ , [ $g^*(B)$  aus (7.12)] ergibt  $B_N = 1.25$  T.

Die selbstkonsistente Berechnung, die der Kurve 3 in Abb. 7.11 zugrunde liegt, berücksichtigt die Vielteilchen-Effekte in 2DES. Sie wurde im Rahmen der Dichtefunktionaltheorie in der lokalen Dichtenäherung durchgeführt. Es wurde dabei die Parametrisierung der Austauschwechselwirkung nach [148] verwendet. Diese Kurve zeigt ein grundsätzlich unterschiedliches Verhalten und divergiert mit dem experimentellen Datensatz bei höheren Magnetfeldern. Dadurch wird der Einteilchen-Charakter der gemessenen Energielücke  $\Delta E$  weiter bestätigt.

### 7.3.5 Warum wird die Einteilchen-Spinaufspaltung gemessen?

Das im Abschnitt 7.3.2 behandelte Einteilchen-Bild (siehe Abb. 7.5) liefert eine gute qualitative und quantitative Erklärung der Streuprozesse zwischen den Randkanälen. Gleichzeitig mangelt es diesem Modell an der Vollständigkeit, da es die Austauschwechselwirkung zwischen den Elektronen komplett außer Acht lässt. Die Rolle der Austauschwechselwirkung in der Spinaufspaltung im Quanten-Hall-Regime wurde in mehreren Experimenten eindeutig bewiesen (siehe z. B. [139, 149] und Referenzen dort). Die Spinaufspaltung  $\Delta E_Z$  ist dann durch die Summe der Zeeman-Energie und der Austauschenergie  $E_{ex}$  gegeben und wird häufig durch einen erhöhten  $g$ -Faktor  $g^{**}$  ausgedrückt:

$$\Delta E_Z = g^* \mu_B B + E_{ex} = g^{**} \mu_B B. \quad (7.13)$$

Die Größe der Austauschwechselwirkung richtet sich nach der Differenz  $|N_\uparrow - N_\downarrow|$  in den Besetzungszahlen der spinaufgelösten Energieniveaus innerhalb eines Landau-

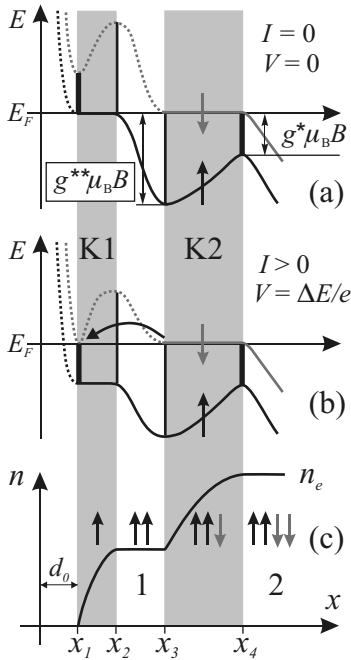
Niveaus (Abschnitt 2.1.4). Beim Füllfaktor  $\nu = 2$  ist im Probeninneren exakt ein Landau-Niveau komplett besetzt, so dass  $N_\uparrow$  und  $N_\downarrow$  nahezu gleich sind und  $E_{ex}$  minimal ist. Im Randbereich ist allerdings die Ladungsträgerdichte  $n$  von der Ortskoordinate  $x$  abhängig

$$n(x) = \begin{cases} n_e & x \gg d_0 \\ 0 & x = d_0. \end{cases} \quad (7.14)$$

Hier entspricht  $x = 0$  der Position des Randes einer Probe und  $d_0$  ist die Verarmungslänge (vgl. Abb. 2.8 auf Seite 23). Das Verhältnis zwischen  $N_\uparrow$  und  $N_\downarrow$  variiert ebenfalls mit der  $x$ -Koordinate, was sich in einer ortsabhängigen Austauschenergie  $E_{ex}(x)$  äußert. Eine Modifizierung des Bildes der kompressiblen und inkompressiblen Streifen am Rand des 2DES im Quanten-Hall-Regime ist daher notwendig. Dies berücksichtigt das nachfolgende Modell, das von V. I. Fal'ko [150] vorgeschlagen wurde.

Beim Füllfaktor  $\nu = 2$  existieren zwei kompressible Streifen im Randbereich (K1 and K2 in Abb. 7.12). Im kompressiblen Streifen K2 ( $x = x_4 \rightarrow x_3$ ) reduziert sich die Ladungsträgerdichte  $n(x)$  aufgrund der Verringerung der besetzten Zustände  $N_\downarrow$  im obersten Elektronen-Niveau an der Fermi-Energie. Die Austauschenergie  $E_{ex}(x) \propto |N_\uparrow - N_\downarrow|$  wächst und erreicht ihren maximalen Wert bei  $x = x_3$ :  $E_{ex}(x_3) = E_{ex}^{\max}$ . Hier, und weiter im Abschnitt  $x_2 \leq x \leq x_3$ , ist nur das unterste Energieniveau besetzt [Abb. 7.12(a)]. Die Fermi-Energie liegt zwischen zwei spin aufgelösten Elektronen-Niveaus, und die Spinaufspaltung ist durch  $\Delta E = g^{**}\mu_B B$  gegeben. Im kompressiblen Streifen K1 ( $x = x_2 \rightarrow x_1$ ) verringert sich die Ladungsträgerdichte wieder, diesmal auf Kosten des untersten Energieniveaus. Dementsprechend verringert sich die Differenz  $|N_\uparrow - N_\downarrow|$ , und wenn  $x \rightarrow x_1$  gilt  $n \rightarrow 0$  und  $N_\uparrow, N_\downarrow \approx 0$ . Die Austauschenergie zeigt dabei ein Minimum  $E_{ex}(x_1) = E_{ex}^{\min} \rightarrow 0$  und die Spinaufspaltung ist wieder annähernd durch die reine Zeeman-Energie gegeben:  $\Delta E(x_1) = g^*\mu_B B$ .

Die positive Vorspannung zwischen den Randkanälen  $V > 0$  verschiebt die Energieniveaus im äußeren kompressiblen Streifen K1 nach unten [Abb. 7.12(b)]. Der Transport zwischen den Randkanälen wird möglich, wenn die ersten Elektronen-Zustände des unbesetzten höheren Elektronen-Niveaus an der Fermi-Energie ankommen. Das sind die Zustände um  $x = x_1$ . Die Vorspannung, bei der der Tunnelstrom einsetzt, ist dabei durch  $eV = \Delta E = g^*\mu_B B$  gegeben. Damit ist der Einteilchen-Charakter der gemessenen Energielücke  $\Delta E$  erklärt. Abschließend soll betont werden, dass die im Abschnitt 7.3.2 diskutierte Breite des Übergangsbereichs  $\delta V$  vom Profil des angeregtes Energieniveaus um  $x = x_1$  abhängig ist. Dies ist folgendermaßen zu erklären. Beim Einsetzen der Streuung ( $eV = \Delta E$ ) stehen auf-



**Abbildung 7.12:** (a) Randkanalbild für  $\nu = 2$  mit Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung. Die dünnen vertikalen Linien grenzen den Bereich aus, in dem die Austauschwechselwirkung maximal ist. Die dicken vertikalen Linien entsprechen der Einteilchen-Spinaufspaltung. Die kompressiblen Streifen K1 und K2 sind durch die grauen Flächen dargestellt. (b) Streuung zwischen den spinaufgelösten Randkanälen für die positive Vorspannung  $V > 0$ . (c) Schematischer Verlauf der Ladungsträgerdichte. Die Zahlen bezeichnen die Füllfaktoren in den inkompressiblen Bereichen. Die Pfeile illustrieren die elektronische Spinpolarisation in der Mitte des jeweiligen Streifens.

grund der  $x$ -Abhängigkeit der Energie des oberen Niveaus [Abb. 7.12(b)] nur sehr wenig freie Zustände in K1 zur Verfügung, wodurch der Tunnelstrom begrenzt wird. Hinzu kommt auch die relativ geringe Wechselwirkungslänge der Randkanäle von etwa  $0.5 \mu\text{m}$ . Bei höheren Spannungen ( $eV > \Delta V$ ) entstehen mehr freie Zustände auf der Fermi-Energie in K1, und es steigt die Besetzungszahl des oberen Niveaus in K1, was wiederum zu Verringerung der Austauschwechselwirkung und zu Änderung der Krümmung der ortsabhängigen Energie des oberen Niveaus führt. Der Tunnelstrom steigt und erreicht seinen Äquilibriumswert. Aus dieser Betrachtung wird auch die beobachtete Asymmetrie bezüglich der Durchlaufrichtung ( $\delta V^+ > \delta V^-$ ) ersichtlich.

Der Rückblick auf die früheren Experimente in gekippten Magnetfeldern [139, 149, 151] lässt die Schlussfolgerung ziehen, dass die Austauschenergie  $E_{ex}$  nur von der senkrechten Komponente des Magnetfeldes abhängig ist. Demnach wird die Zeeman-Energie in der gesamten Spinaufspaltung beim steigenden parallelen Magnetfeld immer stärker gewichtet:  $\Delta E_Z(B) = g^*(B)\mu_B B + E_{ex}(B_\perp)$ . Der Bei-

trag der Austauschwechselwirkung bleibt hier nahezu konstant. Die funktionale Abhängigkeit der gemessenen Spinaufspaltung vom gesamten Magnetfeld wird auch in dieser Hinsicht durch die Einteilchen-Energielücke dominiert. Die Austauschwechselwirkung, falls sie in unserem Experiment trotzdem eine Rolle spielen sollte, führt lediglich zu einer gleichmäßigen Verschiebung aller Messpunkte in Abb. 7.11 zu etwas höheren Energien.

## 7.4 Messungen beim Füllfaktor $\nu = 3$

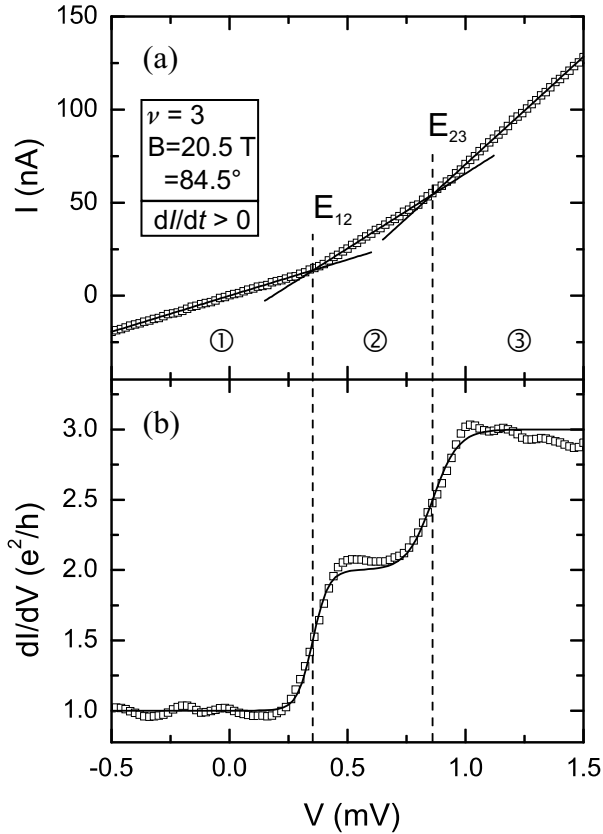
### 7.4.1 I-V-Kennlinie und Streubild

Zusätzlich zu den Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 2$  wurde die vorliegende Probe bei einigen Kippwinkeln auch bei  $\nu = 3$  untersucht. Der Wert des lokalen Füllfaktors unter jedem Gate wurde weiterhin bei  $g = 1$  fixiert. Ein repräsentatives Ergebnis einer solchen Messung ist in Abb. 7.13 gezeigt. Die I-V-Kennlinie besteht hier aus drei quasi-linearen Bereichen mit zwei Übergangspunkten  $\Delta E_{12}$  und  $\Delta E_{23}$ . Die physikalische Bedeutung des jeweiligen Transportregimes offenbart die numerisch bestimmte Ableitung der I-V-Kennlinie aufgetragen in Einheiten von  $(e^2/h)$  [Abb. 7.13(b)]. Der Leitwert zwischen den Kontakten 2 und 1 ist hier weiterhin durch Gl. (7.3) gegeben:  $G = (e^2/h)(g^2/T)$ . Im Bereich ① ( $-0.50 \text{ mV} < V < 0.35 \text{ mV}$ ) findet adiabatischer Transport statt, der Transmissionskoeffizient für die Ladungsübertragung vom Kontakt S zum Kontakt 2 ist durch die Anzahl der übertragenen Randkanäle bestimmt:  $T_1 = g = 1$  und  $G_1 = e^2/h$ . Im Abschnitt ② ( $0.35 \text{ mV} < V < 0.86 \text{ mV}$ ) erfolgt eine Äquilibration zwischen den zwei äußeren Randkanälen, der innerste Randkanal nimmt an dem Transport hier noch nicht teil. Dabei gilt  $T_2 = g^2/2 = 1/2$  und  $G_2 = 2(e^2/h)$ . Schließlich wird das Potential im Bereich ③ ( $0.86 \text{ mV} < V < 1.5 \text{ mV}$ ) zwischen allen Randkanälen ausgeglichen, hier erhalten wir  $T_3 = g^2/\nu = 1/3$  und  $G_3 = 3(e^2/h)$ .

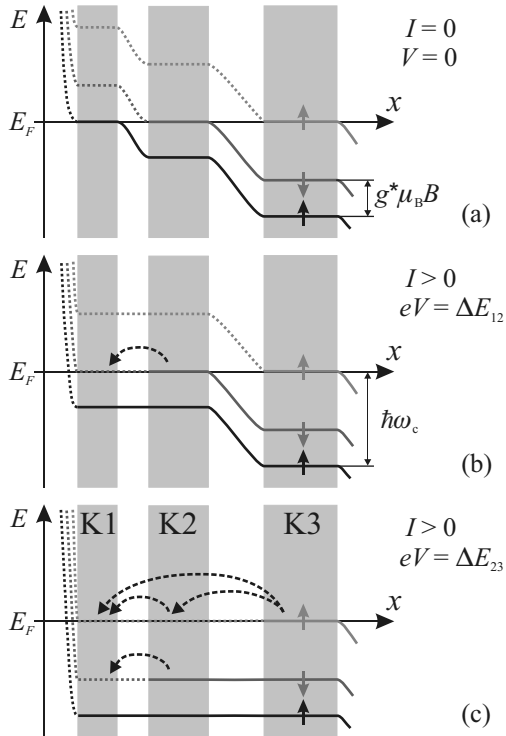
Abbildung 7.14 stellt das Modell der Streuprozesse bei  $\nu = 3$  dar. Einfachheit halber wurde hier ein Einteilchen-Bild verwendet. Nachdem die Äquilibration zwischen den zwei äußeren kompressiblen Streifen vollzogen ist [Abb. 7.14(b),  $eV = \Delta E_{12}$ ], werden die Energieniveaus in K1 und K2 durch die Spannung  $V > \Delta E_{12}/e$  zusammen nach unten gezogen. Es kommt zur Verflachung der Randstruktur. Der Übergangspunkt  $\Delta E_{23}$  in Abb. 7.13 wird erreicht, wenn mit zunehmender Vorspannung die Fermi-Energie das unterste unbesetzte Energieniveau des zweiten Landau-Niveaus in den Streifen K1 und K2 kreuzt [Abb. 7.14(c)]. Demzufolge entspricht diese Übergangsenergie der Landau-Aufspaltung  $\hbar\omega_c$ . In diesem einfachen Modell werden die inneren Randkanäle sukzessive in den Transport eingeschaltet.

Die Bestimmung der Übergangsenergien wurde wie im Fall  $\nu = 2$  durch die Annäherung der I-V-Kennlinie in den jeweiligen Abschnitten mit einer linearen Funktion durchgeführt. Die Kreuzungspunkte der Geraden ergeben dann die gesuchten Spannungswerte [Abb. 7.13(a)]. Alternativ wurde die berechnete Ableitung  $dI/dV(V)$  mit einer linearen Kombination der Boltzmann-Funktionen mit vier Fit-

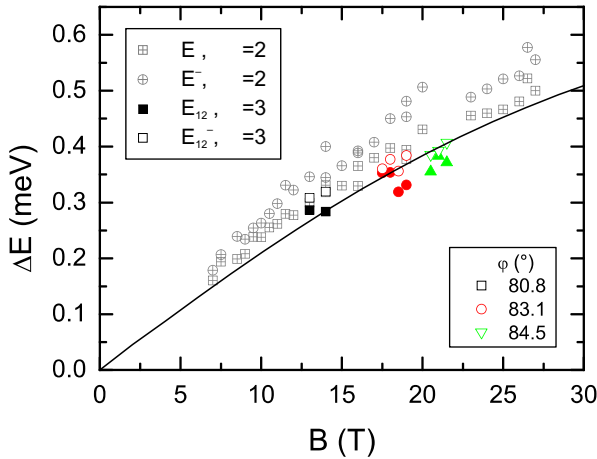




**Abbildung 7.13:** (a) I-V-Kennlinie der untersuchten Probe bei  $\nu = 3$  und  $g = 1$  für eine Richtung des Stromdurchlaufs  $dI/dt > 0$ . Drei Transportregime sind zu erkennen. Die Geraden zeigen die linearen Annäherungen des jeweiligen Bereichs. (b) Aus der I-V-Kennlinie numerisch bestimmte differentielle Ableitung in Abhängigkeit von der Spannung zwischen den Randkanälen. Die durchgezogene Kurve repräsentiert die Annäherung mit der Funktion (7.15).



**Abbildung 7.14:** Schema der Randkanäle für  $\nu = 3$  im Einteilchen-Bild. (a) Der Ursprungszustand ( $I = 0$ ,  $V = 0$ ). (b) Die kompressiblen Streifen K1 und K2 sind im Äquilibrium ( $eV = \Delta E_{12}$ ). Die Streuprozesse finden nur zwischen den beiden äußeren Randkanälen statt. (c) Alle drei Streifen (K1, K2 und K3) sind äquilibriert ( $eV = \Delta E_{23}$ ). Gebogene Pfeile bezeichnen das Tunneln zwischen den kompressiblen Streifen.



**Abbildung 7.15:** Energien der Spinaufspaltung in Abhängigkeit vom gesamten Magnetfeld für drei Kippwinkel und  $\nu = 3$ . Die grauen Punkte sind die Ergebnisse für  $\nu = 2$  und die durchgezogene Kurve stellt die selbst-konsistente Berechnung dar (siehe Abschnitt 7.3.4).

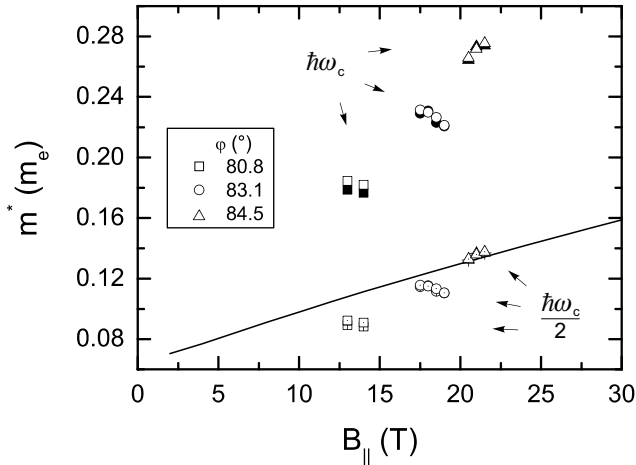
Parametern  $V_{12}$ ,  $V_{23}$ ,  $\Delta V_{12}$  und  $\Delta V_{23}$  angenähert [Abb. 7.13(b)]:

$$\frac{dI}{dV} = \frac{G_1 - G_2}{1 + \exp\left\{\frac{V - V_{12}}{\delta V_{12}}\right\}} + \frac{G_2 - G_3}{1 + \exp\left\{\frac{V - V_{23}}{\delta V_{23}}\right\}} + G_3. \quad (7.15)$$

Aus dem Fit folgt  $\Delta E_{12} = eV_{12}$  und  $\Delta E_{23} = eV_{23}$ . Die vertikalen gestrichelten Linien in Abb. 7.13 entsprechen den Spannungswerten  $V_{12}$  und  $V_{23}$ . Aus der Tatsache, dass diese Geraden auch durch die Kreuzungspunkte der linearen Fits gehen, folgt die Äquivalenz beider Verfahren.

## 7.4.2 Magnetfeldabhängigkeit

Die Übergangenergien  $\Delta E_{12}$ , die der Spinaufspaltung des Landau-Niveaus entsprechen, sind in Abb. 7.15 für die drei untersuchten Kippwinkel und die beiden Richtungen des Stromdurchlaufs gezeigt. Die Ergebnisse für  $\nu = 2$  (graue Symbole) sowie die selbst-konsistente Berechnung der Spinaufspaltung ist hier ebenfalls zu sehen. Die Daten für  $\nu = 3$  passen insgesamt sehr gut zu der Tendenz, die schon in den bereits diskutierten Messergebnissen bei  $\nu = 2$  erkannt wurde. Sie zeigen auch einen Einteilchen-Charakter der Energielücke, wobei die Resultate für



**Abbildung 7.16:** Die Kurve stellt das Ergebnis einer selbst-konsistenten Berechnung der effektiven Masse in Abhängigkeit vom Magnetfeld in der Ebene des 2DES dar [141]. Die vertikale Achse ist in den Einheiten der Masse des freien Elektrons  $m_e$  angegeben. Der obere Satz der Symbole entspricht den aus der gemessenen  $\Delta E_{23}$  (Tab. 7.1) ermittelten effektiven Massen für die beiden Durchlaufrichtungen (gefüllte und offene Symbole). Die gekreuzten bzw. gepunkteten Symbole stellen die jeweiligen halbierten Werte dar.

die höheren Magnetfelder zu noch niedrigeren Werten der Spinaufspaltung neigen. Die Knappheit an Messdaten bei  $\nu = 3$  lässt allerdings nicht auf eine systematische Abweichung schließen. Außerdem ist die eindeutige Zuordnung von  $\Delta E_{12}$  zur Spinaufspaltung hier weniger zuverlässig als im Fall  $\nu = 2$ , da insgesamt mehr Randkanäle in den Transport involviert sein können [in dieser Hinsicht ist vermutlich der von  $2(e^2/h)$  abweichende Wert des mittleren Plateaus in Abb. 7.13(b) zu erklären].

Wie bereits erwähnt, korreliert die zweite Übergangsenergie  $\Delta E_{23}$  mit der Landau-Aufspaltung  $\hbar\omega_c = \hbar e B_{\perp} / m^*$ . Im Abschnitt 7.3.4 wurde angedeutet, dass das starke parallele Magnetfeld zu einer Erhöhung der effektiven Masse  $m^*$  führt. Abbildung 7.16 zeigt das Ergebnis der Berechnung der effektiven Masse im parallelen Magnetfeld [141]. Die experimentelle Bestimmung von  $\Delta E_{23}$  kann deshalb zur Messung von  $m^*(B_{||})$  verwendet werden. In der Tabelle 7.1 sind die ermittelten Werte

$\varphi$ ( $^\circ$ )	$B_{\parallel}$ (T)	$\Delta E_{23}$ (meV)	$m^*$ ( $m_e$ )
80.8	13.3	1.39	0.180
83.1	18.1	1.12	0.227
84.5	20.9	0.86	0.271

**Tabelle 7.1:** Die gemessenen Übergangsenergien  $\Delta E_{23}$  und daraus berechnete Werte der effektiven Masse  $m^*$  in den Einheiten der Masse des freien Elektrons.

der Übergangsenergien  $\Delta E_{23}$  und daraus errechneten effektiven Massen aufgeführt. Die hier angegebenen Daten sind über alle Magnetfelder innerhalb eines Kippwinkels sowie über die beiden Richtungen des Stromdurchlaufs gemittelt. Obwohl die effektive Masse im Einklang mit der Berechnung mit dem parallelen Magnetfeld größer wird, bricht die Energielücke zwischen zwei Landau-Niveaus im Experiment stärker als erwartet ein. Der Vergleich mit Abb. 7.16 zeigt, dass die aus der Messung bestimmten  $m^*$  um 150 bis 200% größer fallen, als die berechneten. Eine mögliche Ursache dafür kann an der vereinfachten Darstellung der Streuprozesse im diskutierten Modell (Abb. 7.14) liegen. Mit steigender Zahl der Randkanäle wird die Interpretation der Äquilibrierung zwischen ihnen komplizierter. Eine Messung für die Kombination der Füllfaktoren  $\nu = 3$  und  $g = 2$  würde in diesem Fall eventuell mehr Klarheit bringen. Außerdem ist die Untersuchung in einem breiteren Bereich der Magnetfelder notwendig.

Über die Messung von verringerten Werten der Landau-Aufspaltung wurde bereits in der Literatur berichtet. Die Autoren von Lit. [47] untersuchten die Streuung zwischen zwei Landau-Niveaus über die Länge von  $5 \mu\text{m}$  im senkrechten Magnetfeld  $B_{\perp} = 4.0\text{--}6.0 \text{ T}$  für  $g = 2$  und  $\nu = 4.0\text{--}2.7$ . Sie fanden systematisch um den Faktor  $\simeq 1.5$  reduzierte Werte der Übergangsenergie  $\Delta E$  verglichen mit  $\hbar\omega_c$ . Komiyama *et al.* [115] zeigten in einem Experiment mit nur einem Gate, dass die kritische Potenzialdifferenz zwischen benachbarten Randkanälen nicht den Wert von  $\hbar\omega_c/2$  übersteigt. Obwohl der exakte Mechanismus des Potentialausgleichs immer noch nicht bekannt ist, spielen hier die möglichen Verbreiterungen der Landau-Niveaus sowie die Umordnung der Randzustände aufgrund der ungleichen Besetzung eine wichtige Rolle. In dieser Hinsicht sollten die aus den gemessenen Energielücken  $\Delta E_{23}$  berechneten Werte der effektiven Masse nach unten korrigiert werden. Dies würde eine deutlich bessere Übereinstimmung mit der Berechnung liefern, was der untere Satz der Symbole in Abb. 7.16 bestätigt.

## 7.5 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurden I-V-Kennlinien einer Spin-Diode in einem breiten Bereich von Magnetfeldern untersucht. Die Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 2$  konnten dabei durch zwei Geraden approximiert werden. Der Kreuzungspunkt dieser Geraden wird als Übergang vom adiabatischen zum äquilibrierten Transportregime interpretiert, während seine Position auf der Spannungsachse unmittelbar der Energie der Spinaufspaltung  $\Delta E_S$  entspricht. Es wurde eine Erhöhung von  $\Delta E_S$  im steigenden parallelen Magnetfeld festgestellt, wobei quantitativ die Größe der Spinaufspaltung bei mittleren Magnetfeldern mit der Zeeman-Energie  $\Delta E_Z = |g^*| \mu_B B$  ( $|g^*| = 0.44$ ) übereinstimmt. Damit wurde der Einteilchen-Charakter der Spinaufspaltung am Rand der Probe nachgewiesen. Desweiteren wurde ein Modell der Streuung zwischen den Randkanälen vorgeschlagen, das dieses experimentelle Ergebnis mit dem Vorhandensein der Austauschwechselwirkung vereinbart. Bei höheren Magnetfeldern ( $B > 15$  T) wurde eine Abweichung vom laut  $\Delta E_Z(B)$  zu erwartenden linearen Verhalten beobachtet. Sie ist auf die Änderung der Subband-Energien in starken Magnetfeldern parallel zur Ebene des 2DES zurückzuführen. Dieses Ergebnis wurde durch eine selbst-konsistente Berechnung des  $g$ -Faktors und der effektiven Masse für die verwendete Heterostruktur bestätigt. Aus der Messung beim Füllfaktor  $\nu = 3$  konnten darüber hinaus die Energien der Landau-Aufspaltung  $\hbar\omega_c$  und somit der effektiven Masse  $m^*$  in Abhängigkeit vom parallelen Magnetfeld bestimmt werden. Diese Ergebnisse wurden ebenfalls in Zusammenhang mit der numerischen Berechnung diskutiert.

Zusätzlich wurde eine Hysterese der I-V-Kennlinie beim Durchlauf des Stromes in entgegengesetzten Richtungen  $dI/dt > 0$  und  $dI/dt < 0$  beobachtet. Diese tritt nur im Bereich des äquilibrierten Transports auf und ist auf die dynamische Polarisierung der Kernspins infolge der Flip-Flop-Prozesse zurückzuführen. Es wurde eine Korrelation der Kernspin-Relaxation mit der Zeit der Messungen festgestellt. Der maximal erreichbare Grad der Kernspin-Polarisation in unserem Experiment wurde auf 85% abgeschätzt. Das infolge der Kernspinpolarisation entstehende Overhauser-Feld wurde aus der experimentell bestimmten Größe einer Hysterese auf 3.4 T beziffert.

## 8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden Transporteigenschaften eines zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) im Regime des integralen Quanten-Hall-Effektes sowohl zeitaufgelöst als auch in reinen DC-Experimenten untersucht. Der Randkanaltransport stand dabei im Mittelpunkt der Experimente, wenngleich ebenfalls die zeitabhängige Signalausbreitung im Probeninneren studiert wurde. In zeitaufgelösten Messungen spiegelt das Signal bei langen Zeiten die quasistatische Verteilung der Spannungen und Ströme in einem 2DES wider und entspricht daher einer DC-Messung, während bei kurzen Zeiten Informationen über das dynamische Verhalten der Probe gewonnen werden können. Die dabei angeregten Oszillationen der Ladungsträgerdichte, die Randmagnetoplasmonen, stellen ein Werkzeug zur Spektroskopie der Randzustände dar. Bei dieser experimentellen Methode wurde ein Spannungspuls an einen der Kontakte der Probe angelegt, wobei zwei unterschiedliche Verfahren der Signalerfassung zum Einsatz kamen.

Die Messung der zeitaufgelösten Spannung wurde in einem breiten Magnetfeldbereich auf beiden Seiten der Probe durchgeführt. Auf der Seite der schnelleren Ausbreitung, der Pulsseite, wurde die im Magnetfeld oszillierende Verzögerungszeit des Wellenpakets der Randmagnetoplasmonen mit der variierenden Breite des Randbereichs in Verbindung gebracht. Außerdem konnte die Rolle der inkompressiblen Streifen in der Abkopplung des Randtransportes vom Transport im Probeninneren verdeutlicht werden. Der Übergang zu einem gekoppelten Regime, in dem der Strom in der gesamten Fläche des 2DES fließt, war deutlich durch die Veränderung der Pulsform, nämlich durch das Auftreten des doppelten Anstiegs, zu beobachten. Auf der gegenüberliegenden Probenseite, der Streuseite, erfolgt die Ausbreitung des Pulses wesentlich langsamer und ist durch die Diffusion der Ladungsträger durch das Probeninnere bestimmt. Dies konnte durch einen Vergleich der experimentell ermittelten charakteristischen Anstiegszeit mit einem theoretischen Diffusionsmodell bestätigt werden. Eine systematisch über alle Magnetfelder vorhandene Abweichung ließ sich qualitativ auf einen kapazitiven Beitrag der Zustandsdichte des 2DES zurückführen. Die Verzögerungszeit der Pulse auf der Streuseite wurde durch eine Berechnung im Rahmen eines einfachen Modells der Driftbewegung der Ladungsträger bis auf einen über den gesamten Magnetfeldbereich konstanten

numerischen Faktor sehr gut wiedergegeben.

Im Unterschied zu den Spannungsmessungen im breiten Magnetfeldbereich wurde der zeitaufgelöste Strom durch eine andere Probe nur in der Nähe der ganzzahligen Füllfaktoren aufgenommen. Hier wurden deutlich kleinere Signalamplituden (einige Millivolt) als in den früheren Arbeiten verwendet. Dies erlaubte die Untersuchung des adiabatischen, d. h. streuungsfreien, Transportregimes in den benachbarten Randkanälen. Darüber hinaus konnten aufgrund der Probengeometrie die individuellen Beiträge unterschiedlicher Randkanäle zum Strom detektiert werden, indem zwei unabhängige Drain-Kontakte benutzt wurden. Dadurch gelang es, eine bisher nur in den klassischen 2D-Systemen beobachtete Mode der Ladungsträgerdichteoszillationen, die Interedge-Magnetoplasmonen, zu identifizieren. Diese Mode breitet sich entlang eines Übergangs zwischen den zwei Bereichen mit konstanten aber unterschiedlichen Ladungsträgerdichten mit einer, verglichen mit der fundamentalen EMP-Mode, wesentlich kleineren Gruppengeschwindigkeit aus und wird in unserem Experiment mit dem Transport im innersten kompressiblen Streifen im Bereich des Füllfaktors  $\nu = 3$  assoziiert. Die Geschwindigkeitsanalyse beider Moden gab im Rahmen einer lokalen Kapazitätsnäherung Aufschluss über die individuellen Breiten der kompressiblen Streifen in diesem Magnetfeldbereich.

Eine Streuung zwischen den Randkanälen der beiden untersten Landau-Niveaus beim Füllfaktor  $\nu = 3$  wurde ebenfalls anhand der zeitabhängigen Strommessungen studiert. Durch die Änderung der Polarität der zwischen den Randkanälen angelegten Spannung können hier zwei unterschiedliche Transportregime realisiert werden, die analog zu einer Diode-Kennlinie als Transport in Durchlassrichtung bzw. Sperrichtung bezeichnet werden können. In Durchlassrichtung setzt der Transport zwischen den unterschiedlich besetzten Randkanälen beim Ausgleich der Energien der elektronischen Zustände in den benachbarten kompressiblen Streifen und beim Verschwinden des dazwischen liegenden inkompressiblen Streifens ein. Dieses Bild konnte durch die Abhängigkeit der Verzögerungszeit der übertragenen Pulse von der Amplitude der zwischen den Randkanälen vorliegenden Potenzialdifferenz veranschaulicht werden. Es wurde auch gezeigt, dass die Äquilibrierungslänge in einer gleich bleibenden Probengeometrie je nach Unterschied in den elektrochemischen Potenzialen der benachbarten Randkanäle in einem großen Bereich von einigen Mikrometern bis über  $100 \mu\text{m}$  variiert werden kann. In Sperrichtung wurde bei einer Potenzialdifferenz von etwa  $2\hbar\omega_c$  ein interessantes, möglicherweise durch die Umordnung der Randstruktur hervorgerufen Phänomen beobachtet, das durch einen Wechsel der Positionen der besetzten und unbesetzten Randkanäle beschrieben werden kann.



---

Zusätzlich wurde an der für die Untersuchung der Streuprozesse verwendeten Probengeometrie eine kapazitive Anregung der fundamentalen EMP-Mode demonstriert. Diese entstand in den nicht besetzten Randkanälen durch die kapazitive Kopplung mit einem benachbarten besetzten Randkanal und konnte sowohl im adiabatischen Transport als auch beim Vorhandensein der Streuung zwischen den Randkanälen beobachtet werden.

Für die Untersuchung der Streuprozesse zwischen den beiden spinaufgelösten Randkanälen des untersten Landau-Niveaus war die Spannungsauflösung der zeitaufgelösten Messungen nicht ausreichend. Daher wurden im Bereich des Füllfaktors  $\nu = 2$  hauptsächlich DC-Messungen durchgeführt. Die I-V-Kennlinie einer Probe mit der Länge der Wechselwirkung der beiden Randkanäle von etwa  $0.5 \mu\text{m}$  zeigt einen deutlichen Übergang vom adiabatischen zum äquilibrierten Transportregime, woraus auf die Energie der Spinaufspaltung geschlossen werden kann. Ein zusätzliches, parallel zur Fläche des 2DES angelegtes Magnetfeld wirkt auf die Stärke der Spinaufspaltung und ermöglicht somit die Untersuchung der Aufspaltung in einem breiten Magnetfeldbereich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das gesamte Magnetfeld zwischen etwa 6 und 28 T variiert. Bei mittleren Felder bis etwa 15 T folgte die gemessene Energie der Spinaufspaltung der Zeeman-Energie mit einem Landé-Faktor  $g^* = -0.44$  für Volumen-GaAs, woraus auf einen Einteilchen-Charakter der Spinaufspaltung am Rand des 2DES geschlossen werden kann. Bei noch höheren Magnetfeldern wurde eine Verminderung des Absolutwerts des effektiven  $g$ -Faktors festgestellt, was auf eine Änderung der Subband-Energien im starken parallelen Magnetfeld zurückzuführen ist. Dies konnte durch eine selbst-konsistente Berechnung von R. Winkler für die gegebene Heterostruktur bestätigt werden. Messungen der Äquilibrierung dreier Randkanäle beim Füllfaktor  $\nu = 3$  ergaben Informationen über die Abhängigkeit der effektiven Masse  $m^*$  vom parallelen Magnetfeld. Die Ergebnisse bei drei Magnetfeldern stimmten bis auf einen Faktor 0.5 mit der selbst-konsistenten Berechnung überein. Darüber hinaus wurde eine Hysterese der I-V-Kennlinie beim Durchlauf des Stromes in entgegengesetzten Richtungen beobachtet. Diese tritt im Transportregime auf, bei dem die Streuung zwischen den Randkanälen vorhanden ist, und ist auf die dynamische Polarisierung der Kernspins infolge der Flip-Flop-Prozesse zurückzuführen. Das maximale Overhauser-Feld betrug 3.4 T, woraus der maximale Grad der Kernspin-Polarisation, der in solchen Messungen erreicht werden kann, auf 85% abgeschätzt wurde.

Im Rückblick auf die gewonnenen Ergebnisse bietet sich eine Reihe weiterführender Experimente an. Die Untersuchung einer Heterostruktur mit einem kleineren Abstand des 2DES zum Topgate würde zu einer stärkeren Abschirmung der

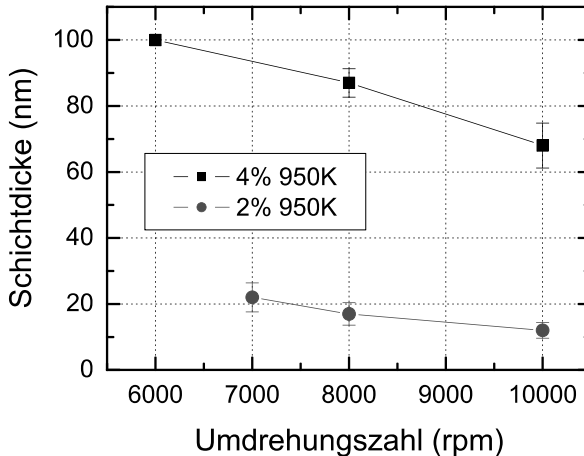
Coulomb-Wechselwirkung führen und könnte somit die Beobachtung von Interedge-Magnetoplasmonen auch beim Füllfaktor  $\nu = 4$  ermöglichen. Hierfür wäre auch eine Probe mit einem flacheren Verlauf des Einschlusspotenzials geeignet, da dies zu breiteren inkompressiblen Streifen führen sollte. Die Streuung zwischen den Randkanälen beim Füllfaktor  $\nu = 3$  erwies sich insbesondere beim Transport in Sperrichtung interessant, bei dem möglicherweise ein Wechsel der Positionen der Randkanäle beobachtet wurde. Es besteht hier Bedarf an weiteren Untersuchungen, bei denen das Magnetfeld sowie die Länge der Wechselwirkung der Randkanäle variiert werden soll. Das Vorhandensein der Störstellen im Randbereich könnte ebenfalls zum Austausch der Randkanäle führen, so dass die Untersuchungen an unterschiedlichen Heterostrukturen von Vorteil wären.

Das Einsetzen von gekippten Magnetfeldern zur Variation der Energielücken im Spektrum der Randzustände bietet viel Spielraum bei der Untersuchung der Streuprozesse zwischen den Randkanälen. Weitere Experimente sind beispielsweise beim Füllfaktor  $\nu = 3$  vonnöten, um eine eindeutige Aussage über das Verhalten der effektiven Masse im parallelen Magnetfeld zu erhalten. Die Messungen bei  $\nu = 2$  im adiabatischen Regime sind aufgrund des stets steigenden Interesses am spin-korrelierten Transport höchst interessant. Hier käme die Variation der Wechselwirkungslänge als erstes in Frage, in dem der Abstand zwischen den Gates in der Probenmitte vergrößert werden könnte. Streuung zwischen den Randkanälen beim Füllfaktor  $\nu = 2$  bietet eine Möglichkeit, die Wechselwirkung der Kernspins mit dem elektronischen Spinsystem in den Transportmessungen zu studieren. Eine Fortsetzung solcher Experimente erscheint in Hinsicht auf die Entwicklung möglicher Spintronic-Devices sehr sinnvoll.

# A Details zu verwendeten Proben

## A.1 PMMA als Isolator

Der positive Resist PMMA 950K wurde als 8-prozentige Lösung von der Firma Allresist GmbH bezogen. Durch Verdünnen mit Ethylactat können weitere niedrigere Konzentrationen des PMMA erzeugt werden. Nach dem Ausbacken (10 Min. bei 185°C) und Belichten mit dem Elektronenstrahl (die Dosis beträgt  $60 \times 120 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ , die Strahlenenergie - 30 keV) wurde die Probe einige Minuten im Aceton gehalten. Anschließend wurde die Schichtdicke mit dem Oberflächenprofilmesssystem Dektak-3 der Firma Sloan Technology ausgemessen. Diese Ergebnisse



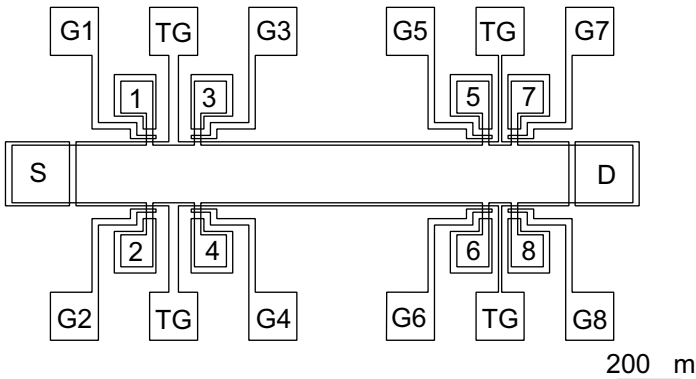
**Abbildung A.1:** Abhängigkeit der Dicke einer PMMA-Schicht von der Umdrehungszahl der Lackschleuder für zwei Konzentrationen des Resists. Die Linien sind als Hilfe für Auge gezeichnet.

präsentiert die Abb. A.1.

Aufgrund der Rauigkeit der Probenoberfläche sowie des Vorhandenseins von Steuergates (25-30 nm) wurden die zuverlässigen Ergebnisse hinsichtlich der Isolierung zum Topgate ab einer Schichtdicke von  $\sim 65$  nm (4% 950K, 10000 rpm) erzielt. Dies kann aber von einem Wafer zum anderen variieren und soll immer empirisch festgestellt werden. Die Eigenschaften des Hintergrundes (Dicke der Gates, Rauigkeit der Metallisierung usw.) spielen dabei auch eine wichtige Rolle.

## A.2 Geometrie der Probe für zeitaufgelöste Spannungsmessungen

Die Abbildung A.2 zeigt die Probengeometrie, die bei den zeitaufgelösten Messungen (Kapitel 4) Verwendung fand. Neben den Source (S) und Drain (D) enthält die Probe 8 weiteren ohmschen Kontakte, die jeweils mit einem Gate versehen sind. Das Topgate kann über 4 Pads kontaktiert werden. In der Messung wurden die Kontakte 1 bzw. 2 zur Registrierung der zeitaufgelösten Spannung verwendet sowie die entsprechenden Gates (G1 oder G2). Das Topgate wie auch alle anderen Gates waren während der Messung mit der Messerde verbunden.



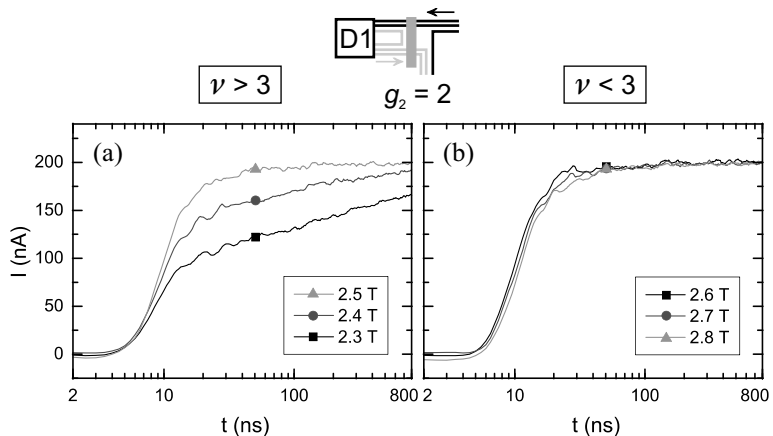
**Abbildung A.2:** Abbild der Lithographiemaske der Probe 8398-1, die für die zeitaufgelösten Spannungsmessungen verwendet wurde (im Maßstab). Die Breiten der Steuergates-Finger, die einen Schottky-Kontakt mit den Probenarmen herstellen, betragen  $10 \mu\text{m}$ .

## B Selektive Detektion der Randkanäle

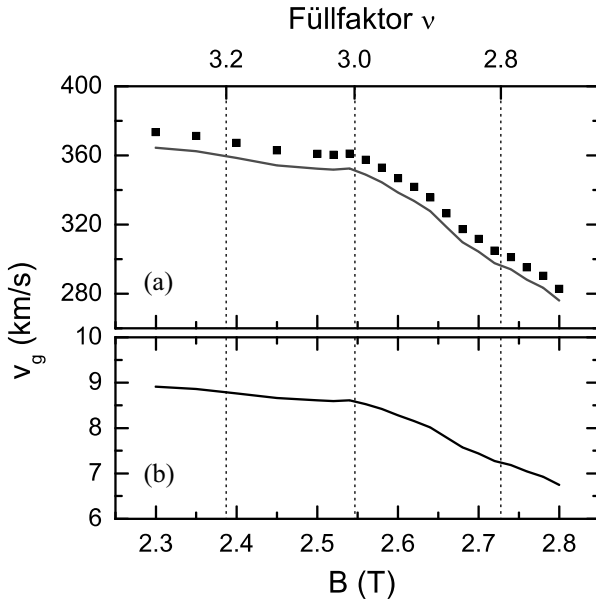
### B.1 Übergang vom gekoppelten zum entkoppelten Regime

Abbildung B.1 präsentiert das Signal für zwei äußere Randkanäle des untersten Landau-Niveaus. Im Regime der starken Kopplung aller Randkanäle [Abb. B.1(a)] variiert die Höhe der Anstiegsflanke bedeutend mit dem Magnetfeld und es wird keine Sättigung des Stromes bei kurzen Zeiten ( $t \leq 50$  ns) beobachtet. Gleichzeitig ist die Verzögerungszeit der EMP-Mode in diesem Regime vom Magnetfeld annähernd unabhängig (siehe auch Abb. B.2). Im entkoppelten Regime [Abb. B.1(b)] behalten die Pulse ihre Form und werden mit dem Magnetfeld stärker zu längeren Zeiten verschoben, was auf eine größere Abhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit der EMP-Mode hindeutet.

Die Tatsache, dass der Übergang bei einem Füllfaktor um  $\nu = 3$  zustande kommt



**Abbildung B.1:** Strom zwei äußerer Randkanäle des untersten Landau-Niveaus im Regime des gekoppelten (a) und entkoppelten (b) Transports. Der Füllfaktor  $\nu = 3$  liegt bei  $B = 2.55$  T.



**Abbildung B.2:** Gemessene Gruppengeschwindigkeit der schnelleren Mode (Symbole). Die durchgezogenen Kurven präsentieren die Beiträge aufgrund der Ausbreitung des EMP-Wellenpakets (a) und der Driftbewegung der Ladungsträger (b).

ist nicht verwunderlich, da der entkoppelnde inkompressible Streifen mit  $\nu_2 = 2$  seine Breite  $a_2$  gerade hier besonders stark ändert (siehe Diskussion auf Seite 112). Der experimentelle Befund, dass dies fast exakt bei  $\nu = 3$  ( $B = 2.55$  T) passiert, ist, unserer Meinung nach, eher ein Zufall. Die Entkopplung ist ausschließlich durch das Verhältnis der Breiten  $a_2$ ,  $l_2$  und  $l_{23}$  zum Abstand  $d$  des 2DES vom Topgate bedingt.

## B.2 Gruppengeschwindigkeit

Die aus der Messung ermittelte Gruppengeschwindigkeit der schnelleren EMP-Mode ist in Abb. B.2(a) durch die Symbole gezeigt. Die Entstehung eines Plateaus beim Übergang vom gekoppelten ( $\nu > 3$ ) zum entkoppelten ( $\nu < 3$ ) Regime ist hier klar zu erkennen. Weitere Einzelheiten zur Auswertung sind im Abschnitt 5.3.4 auf Seite 109 zu finden. Dort wurde auch die lokale Kapazitätsnäherung zur Berechnung

der Breiten der kompressiblen Bereiche verwendet. Der Ausdruck (5.2) auf Seite 112 stellt dabei nur den Beitrag der EMP-Anregung zur gesamten Geschwindigkeit des Wellenpakets dar. Im Weiteren wird diese Größe als  $v_e$  bezeichnet. Einen zusätzlichen Beitrag liefert die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger in den Randkanälen  $v_d$ . Diese ist durch das Verhältnis der elektrischen und magnetischen Feldstärken gegeben. Wir schätzen das elektrische Feld als durch die charakteristische potenzielle Energie am Rand  $\hbar\omega_c$  und die Ausdehnung des kompressiblen Bereichs senkrecht zur Ausbreitungsrichtung  $l$  gegeben. Für die Driftgeschwindigkeit gilt dabei

$$v_d = \frac{\hbar\omega_c}{e l B} = \frac{\hbar}{m^* l}.$$

Beide Komponenten  $v_e$  und  $v_d$  sind von  $l$  abhängig und die Lösung der Gleichung

$$v_g = v_e(l) + v_d(l)$$

nach  $l$  ergibt eine um den Drift-Term korrigierte Breite des kompressiblen Bereichs. Diese Korrektur führt zu einer kaum wahrnehmbaren Anhebung der Werte für  $l_2$  und  $l_{23}$  in Abb. 5.11(c, d) auf Seite 110. Dabei steht  $v_g$  im obigen Ausdruck für die gemessene Gruppengeschwindigkeit des Wellenpakets. Aus den so ausgerechneten Breiten können einzelne Beiträge zur  $v_g$  ermittelt werden. Diese zeigt Abb. B.2 für die EMP-Mode mittels durchgezogener Kurven. Die Driftgeschwindigkeit [Abb. B.2(b)] ist um etwa einen Faktor 40 kleiner als die Geschwindigkeit der kollektiven Anregung der Ladungsträgerdichte. Dieser Umstand rechtfertigt die Vernachlässigung des Drift-Terms bei der Betrachtung im Abschnitt 5.3.4.

Ein anderer Ansatz zur Berücksichtigung des Drift-Terms wurde in [24] vorgeschlagen. Dabei ist die Driftgeschwindigkeit im Wesentlichen durch die Steilheit des Einschlusspotenzials, d. h. durch das Verhältnis der Fermi-Energie  $E_F$  zur Verarmungslänge  $d_0$ , definiert:  $v_d = E_F / e d_0 B$ . Diese Größe ist von der Breite eines kompressiblen Streifens unabhängig und variiert für die verwendete Probe mit  $d_0 = 300$  nm zwischen 9.3 und 7.7 km/s bei Erhöhung des Magnetfeldes von 2.3 auf 2.8 T.

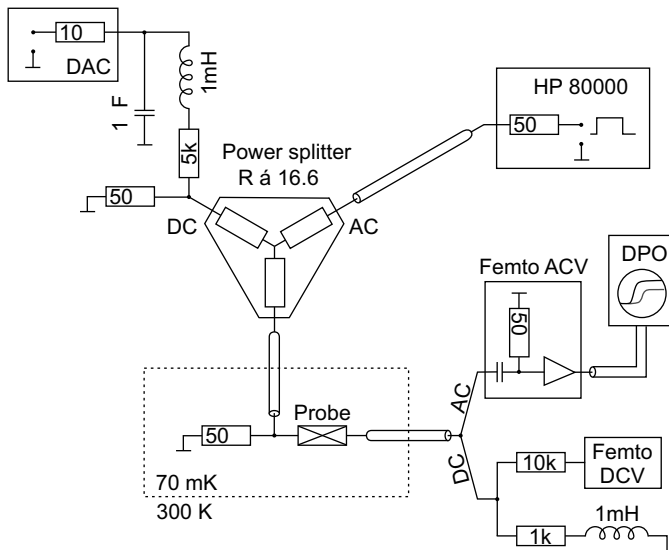




## C Streuung zwischen den Randkanälen

### C.1 Schema des Aufbaus zur Mischung der Spannungspulse mit einer DC-Vorspannung

Abbildung C.1 stellt den Messaufbau dar, der zu einer zeitaufgelösten Strommessung in Kombination mit einer DC-Vorspannung verwendet wurde (Kapitel 6). Der Spannungspuls wird mit einem Pulsgenerator HP80000 erzeugt. Eine passive Mischung mit dem DC-Signal erfolgt mittels eines resistiven Spannungsteilers (Power splitter), der aus drei symmetrisch verbundenen Widerständen mit je  $16.6\ \Omega$



**Abbildung C.1:** Schema des Aufbaus zur Messung der Spannungspulse in Kombination mit einer DC-Vorspannung.

aufgebaut ist. Die Entkopplung des AC- vom DC-Signal ist durch die passiven kapazitiven bzw. induktiven Elemente realisiert. Als Quelle einer DC-Vorspannung dient ein 16Bit Digital/Analog Konverter (DAC) DAC488HR der Firma Iotech, Inc., der am Ausgang eine Spannung zwischen  $-10$  und  $+10$  V erzeugen kann. Die DC-Spannung am DAC wurde mit der Berücksichtigung des kumulierten Spannungsteilers des gesamten Messaufbaus für das DC-Signal von  $1 : 401$  eingestellt. Hier ist zu beachten, dass auch für das AC-Signal eine Teilung der Spannung um einen Faktor 2 verglichen mit einer herkömmlichen zeitaufgelösten Strommessung stattfindet. Das AC-Signal wird, wie im Abschnitt 3.2.4 beschrieben, mit einem breitbandigen HF-Spannungsverstärker (Femto ACV, Firma FEMTO, Modell DUPVA-1-70) verstärkt und mit dem DPO-Oszilloskop zeitaufgelöst aufgenommen. Ein differentieller Spannungsverstärker FEMTO DLPVA-100-F-D (Femto DCV) dient der Verstärkung des Spannungsabfalls über den Widerstand  $R = 1$  k $\Omega$ . Aus dieser Spannung, die mit einem Voltmeter (im Schema nicht gezeigt) vermessen wird, kann der DC-Strom durch die Probe sowie die über die Probe abfallende DC-Spannung ausgerechnet werden.

## C.2 Inverse Besetzung der Randkanäle

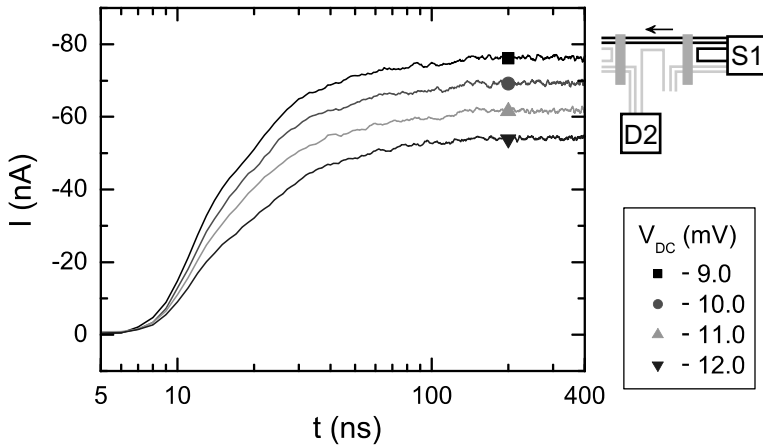
### C.2.1 Messung bei einer hohen Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen: $\Delta\mu > 2\hbar\omega_c$

Abbildung C.2 präsentiert zeitaufgelöste Signale zwischen den Kontakten S1 und D2 für die höchsten Absolutwerte der DC-Spannungen  $V_{DC}$  zwischen besetzten und unbesetzten Randkanälen. Diese Messkurven korrespondieren mit der links vom Maximum absteigenden Flanke der Kurve, die in Abb. 6.8(b) auf Seite 135 den DC-Limes in Abhängigkeit von  $V_{DC}$  für  $V_{in} = -2.0$  mV darstellt. Alle in Abb. C.2 gezeigte Kurven können durch einen einzigen Anstieg zufriedenstellend beschrieben werden und weisen eine Verzögerungszeit von etwa 7.7 ns auf. Das Magnetfeld beträgt hier  $B = 2.60$  T.

### C.2.2 Messung mit Spannungspulsen positiver Polarität

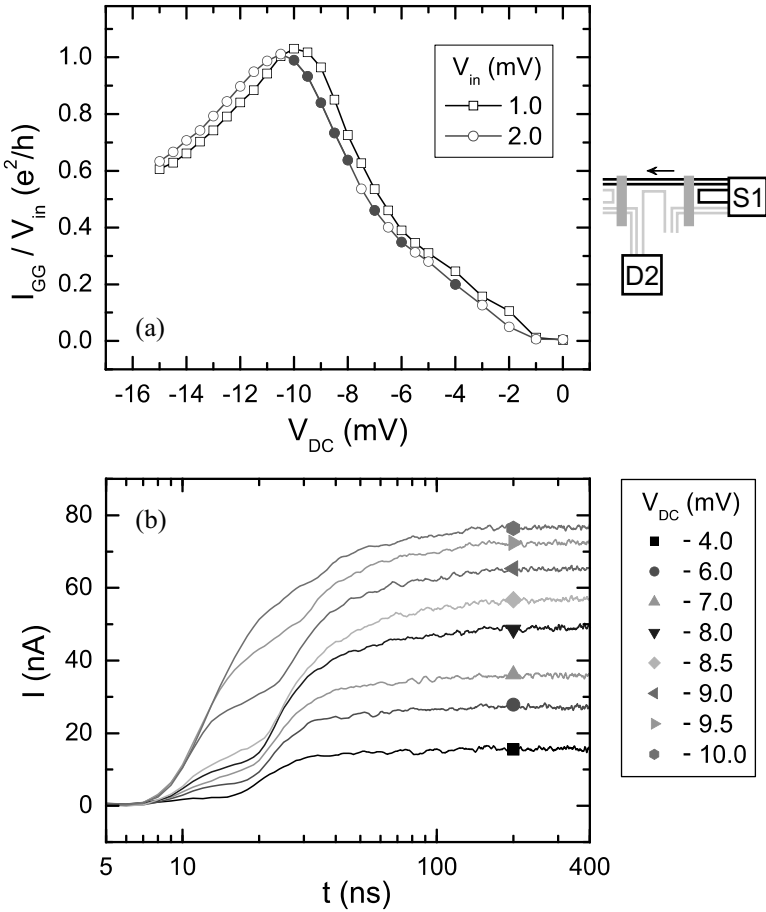
Die in Abb. C.3 gezeigten Messkurven korrespondieren mit den im Abschnitt 6.4 diskutierten Untersuchungen. Der Unterschied liegt hier in der Polarität der Spannungspulse: sie ist positiv, während die Polarität der DC-Vorspannung zwischen besetzten und unbesetzten Randkanälen weiterhin negativ bleibt.

Da die Amplituden der AC- und DC-Spannungen hier entgegengerichtet sind,



**Abbildung C.2:** Zeitabhängige Ströme zwischen S1 und D2 für die Amplitude des Eingangspulses  $V_{in} = -2.0$  mV, die Füllfaktore  $\nu = 3$ ,  $g_1 = g_2 = 2$  und angegebene Werte der negativen DC-Spannung zwischen besetzten und unbesetzten Randkanälen.

liegt das Maximum des Leitwerts in Abb. C.3(a) bei etwa  $V_{DC} = -10.0$  mV (für  $V_{in} = 1.0$  mV) und nicht bei  $V_{DC} = -9.0$  mV, wie im Fall der gleichen Polarität beider Signale (Abb. 6.8 auf Seite 135). Auf die Form der Pulse hat dies jedoch keinen Einfluss [vgl. Abb. C.3(b) und Abb. 6.11 auf Seite 139]. Die Erhöhung der Amplitude des schnelleren Anstiegs wird in unmittelbarer Nähe des Maximums des Leitwerts  $G_{12} = I_{GG}/V_{in}$  beobachtet, und zwar nur auf dessen rechten Seite [in Abb. C.3(a)], wo  $\Delta\mu \leq 2\hbar\omega_c$  ist. Diese Tendenz ist in Abb. C.3(b) aufgrund der kleineren Schrittweite der DC-Vorspannungen deutlicher als in Abb. 6.11 zu erkennen. Für  $V_{DC} < -10.0$  mV, d. h. für  $\Delta\mu > 2\hbar\omega_c$ , werden die Pulse durch einen einzigen Anstieg charakterisiert, wie es auch im Fall der gleichen Polarität der AC- und DC-Spannungen beobachtet wurde (siehe Abb. C.2).



**Abbildung C.3:** (a) DC-Limes des zeitaufgelösten Stromes des Kontaktpaars S1-D2 geteilt durch die Amplituden der Spannungspulse  $V_{in} = 1.0$  mV (Quadrate) bzw.  $V_{in} = 2.0$  mV (Kreise) in Abhängigkeit von der negativen DC-Vorspannung zwischen diesen Kontakten. (b) Zeitaufgelöste Signale für  $V_{in} = 2.0$  mV und angegebene Werte von  $V_{DC}$ . Die Kurven entsprechen den gefüllten Symbolen in (a).

### C.3 Messungen beim Füllfaktor $\nu = 2$

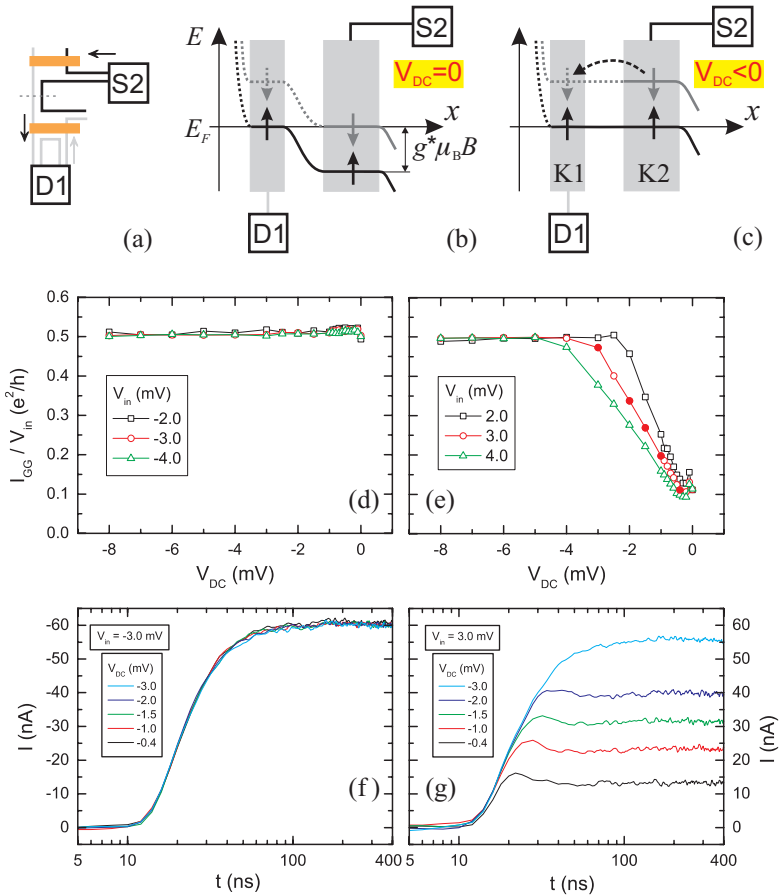
Die zeitaufgelöste Streuung zwischen den Randkanälen wurde auch beim Füllfaktor  $\nu = 2$  ( $B = 3.80$  T) untersucht. Die lokalen Füllfaktoren unter den Gates G1 und G2 sind jeweils auf  $g_1 = g_2 = 1$  eingestellt. In diesem Abschnitt sollen die Ergebnisse am Beispiel eines Kontaktpaares S2-D1 diskutiert werden. In dieser Konfiguration ist der innere der beiden Randkanäle im Äquilibriumsbereich besetzt, während der äußere Randkanal, der am Drain-Kontakt D1 detektiert wird, ursprünglich unbesetzt ist [Abb. C.4(a)]. Die Länge des Äquilibriumsbereichs beträgt  $l = 20 \mu\text{m}$ .

Eine Besonderheit der Messungen bei  $\nu = 2$  besteht in der Kleinheit der Übergangsspannung  $V_{th}$ , die in diesem Fall mit der Energie der Spinaufspaltung des untersten Landau-Niveaus korreliert. Die Spinaufspaltung ist in erster Näherung durch die Zeeman-Energie  $\Delta E_Z = |g^*| \mu_B B$  gegeben und bei  $B = 3.80$  T beläuft sich auf  $\Delta E_Z = 96,8 \mu\text{eV}$  ( $g^* = -0.44$ ). Bei  $\nu = 2$  liegt die durch die Auflösung bedingte kleinstmögliche Amplitude der AC-Spannung bei  $|V_{in}| = 2.0$  mV und übersteigt somit um ein Vielfaches die Übergangsspannung  $V_{th} \simeq \Delta E_Z/e$ . Deshalb ist die Untersuchung des Übergangs zwischen dem adiabatischen und äquilibrierten Transport, wie es im Fall  $\nu = 3$  demonstriert wurde (Kapitel 6), nahezu unmöglich. Dennoch können einige interessante Messergebnisse, insbesondere wenn die Amplituden der AC- und DC-Spannungen sich entgegengesetzt sind, hier erzielt werden.

#### C.3.1 Durchlassrichtung

Zunächst betrachten wir den Fall einer negativen DC-Vorspannung  $V_{DC} < 0$ . Bei Nutzung des Source-Kontakts S2 führt die negative Potenzialdifferenz zwischen dem besetzten und dem unbesetzten Randkanal zu einer Annäherung der Energien der Elektronen desselben Niveaus in den benachbarten kompressiblen Streifen [Abb. C.4(b) und (c)]. In Analogie zu einer Diode bezeichnen wir diese Konfiguration als Transport in Durchlassrichtung. Der gebogene Pfeil in Abb. C.4(c) verdeutlicht das Tunneln eines Elektrons beim Transport zwischen den kompressiblen Streifen K2 und K1. Für  $V_{DC} + V_{in} \leq -V_{th}$ <sup>1</sup> befindet sich das System im äquilibrierten Regime, in dem die elektrochemischen Potenziale der Randkanäle im Bereich zwischen den Gates ausgeglichen werden und der Leitwert des Kontaktpaares S2-D1 durch  $G_{21}^{eq} = 1/2(e^2/h)$  gegeben ist. Beim Anlegen einer negativen AC-Spannung  $V_{in} \leq -2.0$  mV ist die oben genannte Bedingung für alle  $V_{DC} < 0$  immer erfüllt und den äquilibrierten Transport wird tatsächlich beobachtet. Davon zeugt der DC-

<sup>1</sup>Das Vorzeichen von  $V_{th}$  wird immer als positiv angenommen.



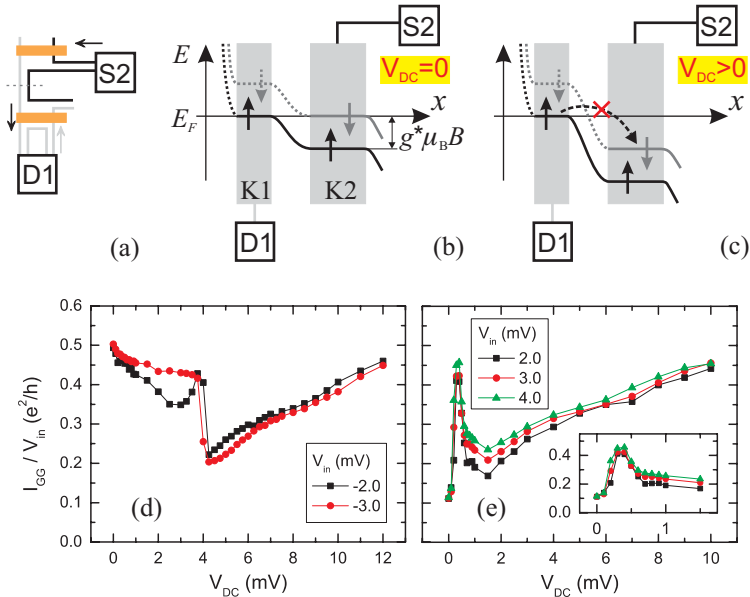
**Abbildung C.4:** Oben: (a) Skizze der Messung bei  $\nu = 2$  ( $B = 3.80$  T) und  $g_1 = g_2 = 1$ . Schema der Randkanäle entlang der gestrichelten Linie in (a) für  $V_{DC} = 0$  (b) und  $V_{DC} < 0$  (c). Mitte: DC-Lines der zeitaufgelösten Messung für  $V_{DC} < 0$ . Polarität der Spannungspulse ist negativ in (d) und positiv in (e). Unten: Transiente Ströme zwischen S2 und D1 für einige Werte der DC-Vorspannung  $V_{DC} < 0$ .  $V_{in} = -3.0$  mV in (f) und  $V_{in} = 3.0$  mV in (g). Die Kurven in (g) entsprechen den gefüllten Symbolen in (e).

Limes der zeitaufgelösten Messung in Abb. C.4(d). Der inkompressible Streifen mit  $\nu_1 = 1$ , der die kompressiblen Streifen K1 und K2 trennt [Abb. C.4(c)], verschwindet in diesem Regime und die Spannungspulse werden störungsfrei von S2 zu D1 übertragen. In Abb. C.4(f) weisen die bei unterschiedlichen  $V_{DC}$  gemessenen Pulse eine gleiche Form auf und liegen nahezu perfekt übereinander.

Bei den positiven AC-Spannungen  $V_{in} > 0$  und kleinen DC-Vorspannungen  $V_{DC} \approx 0$  werden die Energien der Elektronen mit der gleichen Spinpolarisation in den benachbarten kompressiblen Streifen nicht ausgerichtet, sondern weiter auseinander gezogen. Das System weist nur einen geringen Grad der Äquilibration auf und der Leitwert beträgt hier etwa  $0.1(e^2/h)$  [Abb. C.4(e)]. Es ist zu beachten, dass die Streuung zwischen den Elektronenzuständen mit unterschiedlicher Spinpolarisation, die in diesem Fall in Frage käme, sehr erschwert ist [siehe Abschnitt 7.3.2 für ausführliche Diskussion sowie Abb. C.5(c)]. Der Übergangspunkt zum äquilibrierten Transport verschiebt sich zu den negativen DC-Vorspannungen und tritt erst auf, wenn die Bedingung  $V_{DC} + V_{in} = V_{th}$  erfüllt wird. Dadurch entsteht ein Übergangsbereich, dessen Breite im Wesentlichen durch die Amplitude  $V_{in}$  bestimmt wird [Abb. C.4(e)]. Abbildung C.4(g) zeigt die in diesem Bereich aufgenommenen Pulse für  $V_{in} = 3.0\text{ mV}$ . Solange  $V_{DC} + V_{in} > -V_{th}$  ( $V_{th} > 0$ ) gilt, weisen die Pulse eine Überhöhung des Stromes im anfänglichen Bereich auf. Bei kurzen Zeiten ist der Grad der Äquilibration durch die voreingestellte DC-Vorspannung gegeben [ $0.1(e^2/h) < G_{21} < 0.5(e^2/h)$ ]. Während der Ausbreitung des Pulses findet eine Reorganisation der Randstruktur statt, in deren Folge die Äquilibration kleiner wird, da die positive AC-Spannung die Energien der Elektronenzustände in den benachbarten kompressiblen Streifen auseinander zieht. Dementsprechend werden bei längeren Zeiten kleinere Ströme gemessen. Die Breite der Überhöhung auf der Zeitachse, die auf etwa 10 ns beziffert werden kann, gibt Aufschluss über die Trägheit der Randstruktur bezüglich der Umstrukturierung unter Einfluss der Spannung. Bei  $V_{DC} + V_{in} \simeq -V_{th}$  [oberste Kurve in Abb. C.4(g)] verschwindet die Überhöhung in voller Übereinstimmung mit dem vorgestellten Modell.

### C.3.2 Sperrichtung

Das Anlegen einer positiven DC-Vorspannung  $V_{DC} > 0$  zwischen dem inneren und dem äußeren Randkanal verschiebt die Energieniveaus im kompressiblen Streifen K2 [Abb. C.5(b)] energetisch nach unten [Abb. C.5(c)]. Ein möglicher Streuprozess zwischen den Randkanälen wäre das Tunneln aus dem untersten Energieniveau im kompressiblen Streifen K1 in das oberste Niveau im Streifen K2, wie es der gebogene Pfeil in Abb. C.5(c) symbolisiert. Aufgrund des Spinnerhaltungssatzes muss



**Abbildung C.5:** Oben: (a) Skizze der Messung bei  $\nu = 2$  ( $B = 3.80$  T) und  $g_1 = g_2 = 1$ . Schema der Randkanäle entlang der gestrichelten Linie in (a) für  $V_{DC} = 0$  (b) und  $V_{DC} > 0$  (c). Unten: DC-Limes der zeitaufgelösten Messung für  $V_{DC} > 0$ . Polarität der Spannungspulse ist negativ in (d) und positiv in (e).

dabei ein Elektron für diesen Prozess seinen Spin umkehren. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist allerdings gering (siehe Abschnitt 7.3.2). Deshalb wird dieses Regime als Transport in Sperrichtung bezeichnet.

Solange die positive DC-Vorspannung klein bleibt ( $V_{DC} \approx 0$ ), die AC-Spannung aber negativ ist ( $V_{in} \leq -2.0$  mV), kann die Äquilibration durch die AC-Spannung noch erreicht werden. Dies ist in Abb. C.5(d) für  $V_{DC} < 2.0$  mV bzw.  $V_{DC} < 3.0$  mV zu sehen. Wenn die Summe beider Spannungen ( $V_{DC} + V_{in}$ ) mit der Übergangsspannung  $V_{th}$  vergleichbar wird tritt in dieser Messung eine Instabilität auf. Hier werden im Bereich  $2.0$  mV  $\lesssim V_{DC} \lesssim 4.0$  mV Leitwerte zwischen  $0.2(e^2/h)$  und  $0.4(e^2/h)$  registriert, wobei die Messungen nicht reproduzierbar sind. Die in diesem Bereich aufgenommenen Pulse weisen weder in ihrer Form noch in der Verzögerungszeit Besonderheiten auf. Bei höheren Amplituden der DC-Vorspannung  $V_{DC} > 4.0$  mV wird der Grad der Äquilibration durch das Einbeziehen energetisch höher-



liegender unbesetzter Energieniveaus im kompressiblen Streifen K2 in den Transport größer.

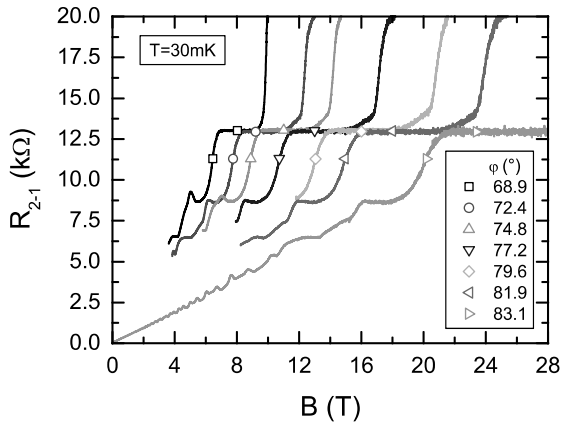
Bei der positiven AC-Spannung ist die Spin-Diode immer in der Sperrichtung geschaltet. Hier wird eine langsame Erhöhung des Äquilibrierungsgrades bei der größer werdenden Potenzialdifferenz zwischen den Randkanälen erwartet, wobei der Leitwert  $G_{21}$  stetig von  $0.1(e^2/h)$  auf  $0.5(e^2/h)$  steigt. Im Experiment wird eine signifikante Abweichung vom beschriebenen Verhalten bei etwa  $V' = 0.4$  mV beobachtet [Abb. C.5(e)]. Hier werden die Randkanäle plötzlich nahezu äquilibriert. Die Abhängigkeit  $G_{21}(V_{DC})$  weist ein scharfes Maximum auf, dessen Halbwertsbreite deutlich unter 1.0 mV liegt (aus einem Gauss-Fit ermittelt). Der Grund für das Einsetzen der Streuung bei der Energiedifferenz  $\Delta E = eV'$  ist vollkommen unklar, wobei einige bemerkenswerte Fakten dieses Verhalten charakterisieren. Erstens ist das Maximum der Leitfähigkeit sehr gut reproduzierbar. Zweitens hängt seine Breite von der Amplitude des Pulses  $V_{in}$  nicht ab [siehe den kleinen Graph in Abb. C.5(e)]. Und drittens variiert die Position des Maximums bedeutend mit dem Magnetfeld. Für  $B = 3.80$  T liegt sie bei  $V' = 385 \mu\text{V}$ , während für  $B = 3.70$  T bei  $V' = 266 \mu\text{eV}$ . Beide Größen entstammen den Gauss-Fits und sind je über die drei Messungen mit den AC-Spannungen  $V_{in} = 2.0, 3.0$  und  $4.0$  mV gemittelt. Der letzte Umstand deutet daraufhin, dass es bei  $V_{DC} = V'$  um eine resonanzartige Anregung einer magnetischen Störstelle im Äquilibrierungsbereich handeln könnte, die die Spinerhaltung beim Tunneln gewährleistet und somit die Streuung zwischen den Randkanälen ermöglicht. Die Pulse weisen im diskutierten Bereich keine Besonderheiten hinsichtlich der Form und der Verzögerungszeit auf.



# D Charakterisierung der Probe „1164“

## D.1 Magnetowiderstand in gekippten Feldern

Ein zusätzliches Magnetfeld parallel zur Ebene des 2DES wird typischerweise durch das Kippen der Probe in einem senkrechten Magnetfeld realisiert. Dabei ist die parallele Komponente des Feldes durch  $B_{\parallel} = B \sin \varphi$  gegeben, wobei der Winkel  $\varphi$  zwischen dem Magnetfeldvektor  $\mathbf{B}$  und der Normale zur Probenoberfläche  $\mathbf{N}$  definiert ist. Da die senkrechte Komponente des Feldes  $B_{\perp} = B \cos \varphi$  erhalten bleiben soll, muss das gesamte Magnetfeld erhöht werden. Abbildung D.1 zeigt den zwischen den Kontakten 2 und 1 gemessenen Magnetowiderstand der Probe „1164“ für unterschiedliche Kippwinkel  $\varphi$ . Der Strom wurde dabei zwischen Source-Kontakt (S) und Drain-Kontakt (D) aufgebracht. Die Probengeometrie ist in Abb. 7.1 auf Seite 151 gezeigt. Das Experiment wurde hauptsächlich bei einem Füllfaktor  $\nu = 2$  durchgeführt. Das gesamte Magnetfeld wurde deshalb für jeden Kippwinkel so gewählt,



**Abbildung D.1:** Querwiderstand in Abhängigkeit vom gesamten Magnetfeld für unterschiedliche Kippwinkel.

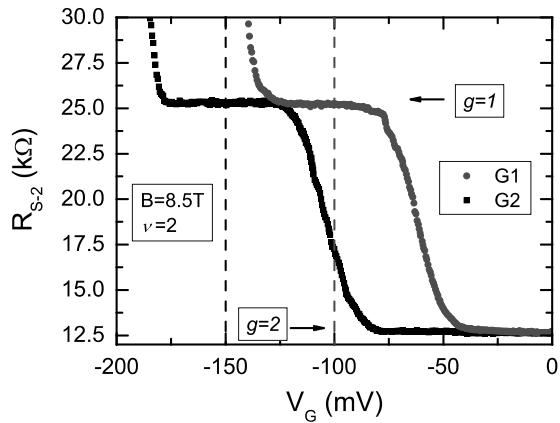
dass der Wert des Querwiderstandes dem Quanten-Hall-Plateau mit  $R = 12.9 \text{ k}\Omega$  entspricht. Hierbei konnte für jeden Kippwinkel die senkrechte Feldkomponente und damit auch das gesamte Feld innerhalb des Plateaus leicht variiert werden, um möglichst viele Messkurven für eine Probenorientierung zu erhalten. Bei allen diesen Messungen existieren am Rand der Probe zwei Randkanäle. Die kleine Variation von  $B_{\perp}$  führt lediglich dazu, dass der Abstand zwischen den Randkanälen und somit auch die Breite der Barriere sich leicht ändern. Da die räumliche Separation der Randkanäle vergleichbar und für die höchsten Magnetfelder unterhalb der magnetischen Länge  $l_B$  liegt, spielt der nur mit dem Tunneln verbundene Relaxationsmechanismus eine untergeordnete Rolle verglichen mit dem Spin-Flip-Prozess.

## D.2 Charakterisierung der Gates

Die Messung der Abschnürkennlinie eines jeden Gates wird in einer Zwei-Punkt-Anordnung durchgeführt. Der Strom und die Spannung werden zwischen den Kontakten S und 2 in Abhängigkeit von der an das jeweilige Gate angelegten Spannung gemessen (die Probengeometrie ist in Abb. 7.1 auf Seite 151 zu sehen). Alle anderen Kontakte werden dabei nicht verbunden. Jedes Gate wird unabhängig charakterisiert, so dass, wenn die Spannung an einem Gate durchgelaufen wird, das andere Gate mit dem Null-Potenzial verbunden bleibt. Die Abschnürkennlinien der Gates G1 und G2 sind in Abb. D.2 präsentiert. Die Spannung an jedem Gate  $V_G$  wird kontinuierlich von 0 bis  $-250 \text{ mV}$  variiert. Der Widerstand  $R_{S2}$  kann im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus [46] bestimmt werden:

$$R_{S2} = \frac{1}{g} \frac{h}{e^2},$$

wobei  $g$  die Anzahl der Randkanäle unter dem Gate, d. h. den lokalen Füllfaktor, bezeichnet. Diese Formel gilt im Bereich der Plateaus, also wenn die Rückstreuung nicht vorhanden ist. Aus der Gatespannung, die dem Plateau  $g = 1$  entspricht, wird der Arbeitspunkt  $V_G$  für jedes Gate definiert. Im vorliegenden Fall  $\nu = 2$ ,  $g = 1$  gilt  $V_{G1} = -100 \text{ mV}$  und  $V_{G2} = -150 \text{ mV}$ .



**Abbildung D.2:** Zwei-Punkt-Widerstand über den Gatebereich als Funktion der Spannung an jedem Gate. Während des Durchlaufs der Spannung an einem Gate wurde das Potenzial des anderen auf Null festgelegt. Die gestrichelten Linien zeigen den Arbeitspunkt für jedes Gate, bei dem nur ein RK zwischen den Kontakten S und 2 transmittiert wird.



# Literaturverzeichnis

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980). 1, 6, 17
- [2] D. C. Tsui, H. L. Stormer und A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982). 1
- [3] J. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989). 1
- [4] B. I. Halperin, Phys. Rev. B **25**, 2185 (1982). 1, 18
- [5] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **1**, 223 (1957). 1, 20, 126
- [6] R. Landauer, Philos. Mag. **21**, 863 (1970). 1
- [7] R. J. Haug, A. H. MacDonald, P. Streda und K. von Klitzing, Phys. Rev. Lett. **61**, 2797 (1988). 1
- [8] B. J. van Wees, E. M. M. Willems, C. J. P. M. Harmans, C. W. J. Beenakker, H. van Houten, J. G. Williamson, C. T. Foxon und J. J. Harris, Phys. Rev. Lett. **62**, 1181 (1989). 2
- [9] S. Komiyama, H. Hirai, S. Sasa und S. Hiyamizu, Phys. Rev. B **40**, 12566 (1989). 2
- [10] K. L. McCormick, M. T. Woodside, M. Huang, M. Wu, P. L. McEuen, C. Duruoos und J. J. S. Harris, Phys. Rev. B **59**, 4654 (1999). 2, 71, 112
- [11] A. Yacoby, H. F. Hess, T. A. Fulton, L. N. Pfeiffer und K. W. West, Solid State Commun. **111**, 1 (1999). 2
- [12] T. Machida, T. Yamazaki, K. Ikushima und S. Komiyama, Appl. Phys. Lett. **82**, 409 (2003). 2

- [13] S. Komiyama, O. Astafiev, V. Antonov, T. Kutsuwa und H. Hirai, *Nature* **403**, 405 (2000). 2
- [14] K. v. Klitzing, *Physica B* **184**, 1 (1993). 2
- [15] J. S. J. Allen, H. L. Störmer und J. C. M. Hwang, *Phys. Rev. B* **28**, 4875 (1983). 2, 31
- [16] D. B. Mast, A. J. Dahm und A. L. Fetter, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1706 (1985). 2, 31
- [17] D. C. Glatli, E. Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud und F. I. B. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1710 (1985). 2, 31
- [18] A. L. Fetter, *Phys. Rev. B* **32**, 7676 (1985). 2, 31
- [19] V. A. Volkov und S. A. Mikhailov, *JETP Lett.* **42**, 556 (1985). 2, 30, 31, 33
- [20] V. A. Volkov, D. V. Galchenkov, L. A. Galchenkov, I. M. Grodnenskii, O. R. Matov und S. A. Mikhailov, *JETP Lett.* **44**, 655 (1986). 2, 31
- [21] E. Y. Andrei, D. C. Glatli, F. I. B. Williams und M. Heiblum, *Surf. Sci.* **196**, 501 (1988). 2, 31
- [22] V. K. Talyanskii, M. Wassermeier, A. Wixforth, J. Oshinowo, J. P. Kotthaus, I. E. Batov, G. Weimann, H. Nickel und W. Schlapp, *Surf. Sci.* **229**, 40 (1990). 2, 31
- [23] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2292 (1993). 2, 37
- [24] V. I. Talyanskii, A. V. Polisskii, D. D. Arnone, M. Pepper, C. G. Smith, D. A. Ritchie, J. E. Frost und G. A. C. Jones, *Phys. Rev. B* **46**, 12427 (1992). 2, 37, 189
- [25] G. Ernst, N. B. Zhitenev, R. J. Haug und K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3748 (1997). 2, 32, 60
- [26] W. T. Sommer, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 271 (1964). 5
- [27] C. F. Barenghi, C. J. Mellor, J. Meredith, C. M. Muirhead, P. K. H. Sommerfeld und W. F. Vinen, *Phil. trans. R. Soc. Lond.* **A334**, 139 (1991). 5



- [28] O. Kirichek, *Edge Excitations of Low-Dimensional Charged Systems*, Band 236 aus *Horizons in World Physics* (Nova Science Publishers, Inc, Huntington, New York, 2000). 5, 28, 30, 31, 37
- [29] A. B. Fowler, F. F. Fang, W. E. Howard und P. J. Stiles, Phys. Rev. Lett. **16**, 901 (1966). 6
- [30] R. G. Mani, J. H. Smet, K. v. Klitzing, V. Narayanamurti, W. B. Johnson und V. Umansky, Nature **420**, 646 (2002). 6
- [31] Walter Schottky Institute und Technical University of Munich, Simulationsprogramm nextnano<sup>3</sup>, <http://www.wsi.tu-muenchen.de/nextnano3/>. 7, 8
- [32] D. Yoshioka, in *The Quantum Hall Effect*, Band 133 aus *Solid-State Sciences* (Springer, Berlin, 2002), Kap. 2, Seiten 33–35. See Ref. [57]. 12
- [33] B. Huckestein, Rev. Mod. Phys. **67**, 357 (1995). 12
- [34] F. Hohls, *Der Plateau-Übergang im Quanten-Hall-Effekt: Experimente zur Temperatur und Frequenzabhängigkeit*, Dissertation, Universität Hannover, 2000. 12, 44
- [35] J. F. Janak, Phys. Rev. **178**, 1416 (1969). 13
- [36] T. Ando und Y. Uemura, J. Phys. Soc. Japan **37**, 1044 (1974). 13
- [37] E. Hall, Amer. Jour. Math. **2**, 287 (1879). 14
- [38] J. M. Ziman, in *Electrons and Phonons* (Clarendon Press, Oxford, 1960), Seite 286. 15
- [39] A. B. Pippard, *Magnetoresistance in Metals* (Cambridge University Press, Cambridge, 1989). 16
- [40] L. Shubnikov und W. J. de Haas, Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden **No. 207a**, (1930). 16
- [41] T. Ando, J. Phys. Soc. Japan **37**, 1233 (1974). 16
- [42] National Institute of Standards and Technology, <http://physics.nist.gov>. 17
- [43] R. B. Laughlin, Phys. Rev. B **23**, 5632 (1981). 18

- [44] A. H. MacDonald und P. Středa, Phys. Rev. B **29**, 1616 (1984). 18, 19, 20
- [45] M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **57**, 1761 (1986). 20, 126
- [46] M. Büttiker, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988). 21, 202
- [47] A. Würtz, R. Wildfeuer, A. Lorke, E.V.Deviatov und V. T. Dolgoplov, Phys. Rev. B **65**, 075303 (2002). 21, 122, 179
- [48] B. W. Alphenaar, P. L. McEuen, R. G. Wheeler und R. N. Sacks, Phys. Rev. Lett. **64**, 677 (1990). 22, 112, 122
- [49] G. Müller, D. Weiss, S. Koch, K. von Klitzing, H. Nickel, W. Schlapp und R. Lösch, Phys. Rev. B **42**, 7633 (1990). 22
- [50] C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **64**, 216 (1990). 22
- [51] A. M. Chang, Solid State Commun. **74**, 871 (1990). 22
- [52] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii und L. I. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992). 22, 23, 25, 64, 65, 66, 68, 71, 72, 73, 96, 99, 102, 112, 139, 150, 156
- [53] K. Lier und R. R. Gerhardts, Phys. Rev. B **50**, 7757 (1994). 23, 64, 72, 102, 112
- [54] *The Quantum Hall Effect*, R. E. Prange and S. M. Girvin (Springer, New York, 1987). 25
- [55] T. Chakraborty und P. Pietiläinen, *The Quantum Hall Effects*, Band 85 aus *Solid-State Sciences* (Springer, Berlin, 1995). 25
- [56] *Perspectives in Quantum Hall Effects*, Sankar Das Sarma and Aron Pinczuk (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1997). 25
- [57] D. Yoshioka, *The Quantum Hall Effect*, Band 133 aus *Solid-State Sciences* (Springer, Berlin, 2002). 25, 207
- [58] V. A. Volkov und S. A. Mikhailov, in *Landau Level Spectroscopy*, Band 27.2 aus *Modern Problems in Condensed Matter Sciences*, G. Landwehr and E. I. Rashba (Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1991), Kap. 15, Seite 855. 26, 27, 28, 31

- 
- [59] S. A. Mikhailov, in *Edge Excitations of Low-Dimensional Charged Systems*, Band 236 aus *Horizons in World Physics*, Oleg Kirichek (Nova Science Publishers, Inc, Huntington, New York, 2000), Kap. 1, Seiten 1–47. 26, 29, 33
- [60] S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **58**, 1517 (1998). 28
- [61] V. A. Volkov und S. A. Mikhailov, Sov. Phys. JETP **67**, 1639 (1988). 28, 30, 31
- [62] A. L. Fetter, Phys. Rev. B **33**, 3717 (1986). 31
- [63] I. Grodnensky, D. Heitmann und K. v. Klitzing, Phys. Rev. Lett. **67**, 1019 (1991). 31
- [64] M. Wassermeier, J. Oshinowo, J. P. Kotthaus, A. H. MacDonald, C. T. Foxon und J. J. Harris, Phys. Rev. B **41**, 10287 (1990). 32
- [65] A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **64**, 220 (1990). 32
- [66] X. G. Wen, Phys. Rev. Lett. **64**, 2206 (1990). 32
- [67] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. West, Phys. Rev. B **45**, 3894 (1992). 32
- [68] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, Phys. Rev. B **49**, 7809 (1994). 32
- [69] E. V. Deviatov, V. T. Dolgoplov, F. I. B. Williams, B. Jager, A. Lorke, J. P. Kotthaus und A. C. Gossard, Appl. Phys. Lett. **71**, 3655 (1997). 32
- [70] O. G. Balev und P. Vasilopoulos, Phys. Rev. Lett. **81**, 1481 (1998). 32, 37
- [71] O. G. Balev und P. Vasilopoulos, Phys. Rev. B **59**, 2807 (1999). 32
- [72] S. S. Nazin und V. B. Shikin, Sov. Phys. JETP **67**, 288 (1988). 33
- [73] I. L. Aleiner und L. I. Glazman, Phys. Rev. Lett. **72**, 2935 (1994). 33
- [74] I. L. Aleiner, D. Yue und L. I. Glazman, Phys. Rev. B **51**, 13467 (1995). 33
- [75] P. L. Elliott, C. I. Pakes, L. Skrbek und W. F. Vinen, Phys. Rev. Lett. **75**, 3713 (1995). 34

- [76] O. I. Kirichek, I. B. Berkutov, Y. Z. Kovdrya und V. N. Grigor'ev, *J. Low Temp. Phys.* **109**, 397 (1997). 34, 35
- [77] V. I. Talyanskii, D. R. Mace, M. Y. Simmons, M. Pepper, A. C. Churchill, J. E. Frost, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones, *J. Phys.: Condens. Matter* **7**, L435 (1995). 34, 142
- [78] G. Ernst, R. J. Haug, J. Kuhl, K. von Klitzing und K. Eberl, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4245 (1996). 34
- [79] O. I. Kirichek, P. K. H. Sommerfeld, Y. P. Monarkha, P. J. M. Peters, Y. Z. Kovdrya, P. P. Steijaert, R. W. van der Heijden und A. T. A. M. de Waele, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1190 (1995). 34, 35
- [80] Y. P. Monarkha, *Low Temp. Phys.* **21**, 458 (1995). 34, 35
- [81] Y. P. Monarkha, in *Edge Excitations of Low-Dimensional Charged Systems*, Band 236 aus *Horizons in World Physics*, Oleg Kirichek (Nova Science Publishers, Inc, Huntington, New York, 2000), Kap. 2, Seiten 49–74. 34
- [82] S. A. Mikhailov und V. A. Volkov, *J. Phys.: Condens. Matter* **4**, 6523 (1992). 35, 104
- [83] P. K. H. Sommerfeld, P. P. Steijaert, P. J. M. Peters und R. W. van der Heijden, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 2559 (1995). 35, 104, 111
- [84] O. I. Kirichek und I. B. Berkutov, *Low Temperature Physics* **21**, 305 (1995). 35, 104
- [85] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Phys. Rev. B* **52**, 11277 (1995). 36, 60, 112, 119
- [86] O. G. Balev, P. Vasilopoulos und N. Studart, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 5143 (1999). 37
- [87] I. V. Kukushkin, M. Y. Akimov, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, K. von Klitzing, I. L. Aleiner und V. I. Falko, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 236803 (2004). 37
- [88] H. Beneking, *Halbleitertechnologie* (B. G. Teubner, Stuttgart, 1991). 42
- [89] O. Zinke und H. Brunswig, *Hochfrequenztechnik* (Springer, Berlin, 1995), Band 1: Hochfrequenzfilter, Leitungen, Antennen. 44

- 
- [90] G. Ernst, *Zeitaufgelöste Transportmessungen zum Quanten-Hall-Effekt*, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, 1997. 48, 60, 62, 70
- [91] M. F. Beug, Diplomarbeit, Universität Hannover, Institut für Festkörperphysik, Hannover, 1998. 49
- [92] M. Wick, Diplomarbeit, Universität Hannover, Institut für Festkörperphysik, Hannover, 1999. 49
- [93] O. Justus, *Berechnung linearer und nichtlinearer Netzwerke* (Fachbuchverlag, Leipzig-Köln, 1994). 49
- [94] J. Regul, *Eindimensionaler Elektronentransport in Halbleiterheterostrukturen: Quantenpunktkontakt und Randkanäle*, Dissertation, Universität Hannover, Institut für Festkörperphysik, Hannover, 2003. 51
- [95] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Europhys. Lett.* **28**, 121 (1994). 60
- [96] S. W. Hwang, D. C. Tsui und M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **48**, 8161 (1993). 71
- [97] S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, K. Murase, K. Gamo und S. Nishi, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3080 (1994). 71, 112
- [98] K. Oto, S. Takaoka und K. Murase, *Physica B* **298**, 18 (2001). 71
- [99] A. Siddiki und R. R. Gerhardtts, *cond-mat/0406199* (2004). 73
- [100] A. Siddiki und R. R. Gerhardtts, *The Interrelation between Incompressible Strips and Quantized Hall Plateaus* (International Symposium on „Quantum Hall Systems and Quantum Materials“, Hamburg, 2004). 73
- [101] J. H. Oh und R. R. Gerhardtts, *Phys. Rev. B* **56**, 13519 (1997). 73
- [102] K. Güven und R. R. Gerhardtts, *Phys. Rev. B* **67**, 115327 (2003). 73
- [103] N. B. Zhitenev, *JETP Lett.* **55**, 756 (1992). 82
- [104] A. O. Govorov und A. V. Chaplik, *Poverkhnost* **12**, 5 (1987). 82
- [105] A. V. Chaplik und A. O. Govorov, *Surf. Sci.* **196**, 719 (1988). 82

- [106] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles und M. Heiblum, *Phys. Rev. B* **32**, 2696 (1985). 84
- [107] T. Jungwirth und L. Smrčka, *Phys. Rev. B* **51**, 10181 (1995). 84
- [108] J. Hampton, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Sol. State Commun.* **94**, 559 (1995). 84
- [109] G. Nachtwei, A. Manolescu, N. Nestle und H. Künzel, *Phys. Rev. B* **63**, 045306 (2000). 87
- [110] G. Sukhodub, F. Hohls und R. J. Haug, *Physica E* **22**, 189 (2004). 93
- [111] G. Sukhodub, F. Hohls und R. J. Haug, *Erscheint in Proceedings of the 27th International Conference on the Physics of Semiconductors, Flagstaff, USA, 2004.* 93
- [112] G. Sukhodub, F. Hohls und R. J. Haug, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 196801 (2004). 93, 108
- [113] S. A. Mikhailov, *JETP Lett.* **61**, 418 (1995). 104
- [114] K. Arai, K. Oto, S. Takaoka und K. Murase, *Phys. B* **9**, 243 (2001). 112
- [115] S. Komiyama, H. Hirai, M. Ohsawa, Y. Matsuda, S. Sasa und T. Fujii, *Phys. Rev. B* **45**, 11085 (1992). 119, 136, 137, 179
- [116] B. J. van Wees, E. M. M. Willems, L. P. Kouwenhoven, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, C. T. Foxon und J. J. Harris, *Phys. Rev. B* **39**, 8066 (1989). 122
- [117] G. Müller, D. Weiss, A. V. Khaetskii, K. von Klitzing, S. Koch, H. Nickel, W. Schlapp und R. Lösch, *Phys. Rev. B* **45**, 3932 (1992). 132, 150
- [118] L. Rijkels und G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. B* **50**, 8629 (1994). 137, 138
- [119] V. I. Talyanskii, M. Y. Simmons, J. E. F. Frost, M. Pepper, D. A. Ritchie, A. C. Churchill und G. A. C. Jones, *Phys. Rev. B* **50**, 1582 (1994). 142
- [120] N. Q. Balaban, U. Meriav, H. Shtrikman und V. Umansky, *Phys. Rev. B* **55**, R13397 (1997). 142

- [121] G. Sukhodub, F. Hohls, R. J. Haug, D. K. Maude, D. Reuter und A. D. Wieck, *Int. J. of Mod. Phys. B* **18**, 3649 (2004). 150
- [122] A. V. Khaetskii, *Phys. Rev. B* **45**, 13777 (1992). 157
- [123] M. Dobers, K. v. Klitzing, J. Schneider, G. Weimann und K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1650 (1988). 157
- [124] B. E. Kane, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Phys. Rev. B* **46**, 7264 (1992). 157, 162, 167
- [125] N. B. Zhitenev, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Eberl, *Phys. Rev. B* **51**, 17820 (1995). 157
- [126] D. C. Dixon, K. R. Wald, P. L. McEuen und M. R. Melloch, *Phys. Rev. B* **56**, 4743 (1997). 159, 164, 166, 167
- [127] A. W. Overhauser, *Phys. Rev.* **92**, 411 (1953). 160
- [128] A. Abragam, *The Principles of nuclear magnetism, The International Series of Monographs on Physics*, N. F. Mott and E. C. Bullard and D. H. Wilkinson (Oxford University Press, Amen House, London E.C.3, 1961). 161
- [129] I. D. Vagner und T. Maniv, *Physica B* **204**, 141 (1995). 161
- [130] D. Antoniou und A. H. MacDonald, *Phys. Rev. B* **43**, 11686 (1991). 161
- [131] S. V. Iordanskii, S. V. Meshkov und I. D. Vagner, *Phys. Rev. B* **44**, 6554 (1991). 161
- [132] J. H. Kim, I. D. Vagner und L. Xing, *Phys. Rev. B* **49**, 16777 (1994). 161
- [133] Y. N. Ovchinnikov, I. D. Vagner und A. M. Dyugaev, *JETP Lett.* **59**, 569 (1994). 162
- [134] Y. A. Bychkov, T. Maniv, I. D. Vagner und P. Wyder, *JETP Lett.* **58**, 788 (1993). 162
- [135] A. Berg, M. Dobers, R. R. Gerhardts und K. v. Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2563 (1990). 162
- [136] T. Machida, S. Ishizuka, T. Yamazaki, S. Komiyama, K. Muraki und Y. Hirayama, *Phys. Rev. B* **65**, 233304 (2002). 164

- [137] E. V. Deviatov, A. Würtz, A. Lorke, M. Y. Melnikov, V. T. Dolgoplov, D. Reuter und A. D. Wieck, Phys. Rev. B **69**, 115330 (2004). 164, 167
- [138] D. Paget, G. Lampel, B. Sapoval und V. I. Safarov, Phys. Rev. B **15**, 5780 (1977). 166
- [139] R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. v. Klitzing und G. Weimann, Phys. Rev. B **37**, 1294 (1988). 166, 170, 172
- [140] A. Usher, R. J. Nicholas, J. J. Harris und C. T. Foxon, Phys. Rev. B **41**, 1129 (1990). 166
- [141] R. Winkler, Unveröffentlicht, 2004. 169, 178
- [142] R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, Band 191 aus *Springer Tracts in Modern Physics* (Springer, Berlin, 2003). 169
- [143] E. Tutuc, S. Melinte, E. P. D. Poortere, M. Shayegan und R. Winkler, Phys. Rev. B **67**, 241309 (2003). 169
- [144] G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955). 169
- [145] F. J. Ohkawa und Y. Uemura, J. Phys. Soc. Jpn. **37**, 1325 (1974). 170
- [146] Y. A. Bychkov und E. I. Rashba, J. Phys. C: Solid State Phys. **17**, 6039 (1984). 170
- [147] R. Winkler, Private Mitteilung, 2004. 170
- [148] C. Attacalite, S. Moroni, P. Gori-Giorgi und G. B. Bachelet, Phys. Rev. Lett. **88**, 256601 (2002). 170
- [149] D. R. Leadley, R. J. Nicholas, J. J. Harris und C. T. Foxon, Phys. Rev. B **58**, 13036 (1998). 170, 172
- [150] V. I. Falko, Private Mitteilung, 2003. 171
- [151] A. Schmeller, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer und K. W. West, Phys. Rev. Lett. **75**, 4290 (1995). 172



# Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich die Gelegenheit wahrnehmen, allen, die mich während meiner Promotionszeit unterstützt haben, herzlich zu danken.

Prof. Dr. Rolf Haug danke ich für die Einweihung in die spannende Welt der Quanten-Hall-Physik und die Möglichkeit in seiner Abteilung auf diesem Gebiet promovieren zu können.

Großen Dank schulde ich Herrn Dr. Frank Hohls für seine Betreuung, bedeutsame ideelle Unterstützung und stete Bereitschaft diverse physikalische und technische Fragen zu diskutieren. Das hat sich auch nach seinem Fortgang nach England nicht geändert.

Herrn Prof. Dr. V. I. Falko möchte ich für die weiterführende Diskussionen und seine Gastfreundlichkeit während meines Besuches in Lancaster danken.

Ein großes Dankeschön auch an Herrn Privatdozent Dr. R. Winkler, der durch seine numerische Rechnungen einen wichtigen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet hat.

Meinem Freund und Bürokollegen Jens Könemann bin ich für die gute Zeit, die ich sicher vermissen werde, und vor allem für die vielseitige Erweiterung meines nicht nur physikalischen Weltbilds sehr dankbar.

Ich möchte mich bei allen Doktoranden, Diplomanden und Postdocs, die in den vergangenen fünf Jahren in der Abteilung tätig waren, bedanken. Hervorragende Arbeitsatmosphäre und tolle Stimmung nicht nur beim Kuchenessen werde ich in Erinnerung behalten. Ich bin froh, dass trotz einiger Generationswechsel diese Tradition bei Nanos erhalten blieb und durch das Hinzukommen der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. Michael Oestreich an Stärke gewonnen hat. Hier möchte ich alle noch nicht erwähnte (Ex-)Kollegen in einer ungefähren Reihenfolge ihres Auftretens auflisten: J. Becker, C. Fühner, I. Hapke-Wurst, P. Hullmann, K.-M. Haendel, U. Keyser, A. Nauen, J. Regul, F. Schulze-Wischeler, U. Zeitler, B. Huneke, M. Pässler, S. Borck, G. Krause, C. Lenz, D. Sarkar, J. Rudolph, C. Fricke, A. Mühle, M. Rogge, S. Döhrmann, D. Hägele, M. Krüger, N. Maire, S. Pfalz, P. Barthold, C. Bierwisch, J. Fritzsche, M. Begoin, T. Nowitzki, B. Harke, T. Lüdtko, D. Kupidura, A. Deth-

lefsen und D. Tutuc. Großes Dankeschön nochmals.

Die Experimente im Hochmagnetfeldlabor in Grenoble wurden von Herren Dr. I. Sheikin und Dr. D. Maude begleitet. Für diese Unterstützung seien sie recht herzlich gedankt.

Mein besonderer Dank gilt den zahlreichen Korrektoren dieser Arbeit, die ihre sprachliche Qualität und nebenbei auch mein Deutsch deutlich verbessert haben.

Nicht unerwähnt möchte ich natürlich jene Menschen lassen, die durch ihre organisatorische und technische Unterstützung mir mehrmals im Laufe dieser Zeit geholfen haben. Y. Griep, A. Hadzibrahimovic, K. Wernecke und die Werkstatt stellvertretend durch Herrn Lehmann danke ich dafür.

Vor allem danke ich meiner Mutter, die durch viele wichtige Entscheidungen und ihr festes Glauben an meinem Erfolg mir den Weg zu diesem Resultat ebnete.

Zum Schluss möchte ich mich bei dem einzigen Menschen bedanken, der all diese Jahre neben mir war und mich in jeder Lebenslage tatkräftig unterstützt hat. Du warst eine wichtige Motivation für mich und hast im Wesentlichen das Gelingen dieser Arbeit ermöglicht.

# Lebenslauf

Name	Gennadiy Sukhodub
Geburtsdatum	11. Dezember 1975
Geburtsort	Charkow, Ukraine
Familienstand:	verheiratet
09/1982 - 06/1989	Mittelschule Nr. 132, Charkow
09/1989 - 06/1992	Physikalisch-mathematisches Lyzeum Nr. 27, Charkow
09/1992 - 06/1997	Physikstudium an der staatlichen Universität Charkow
01/1997 - 06/1997	Diplomarbeit am physikalisch-technischen Institut für niedrige Temperaturen (PhTINT) der nationalen Akademie der Wissenschaften der Ukraine, Charkow
16/06/1997	Diplom in Physik
11/1997 - 12/1998	Wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung der Punktkontakt-Spektroskopie bei Prof. Dr. I. K. Yanson, PhTINT, Charkow
02/1999	Übersiedlung in die Bundesrepublik Deutschland
seit 01/2000	Promotion in der Abteilung Nanostrukturen am Institut für Festkörperphysik, Universität Hannover, bei Prof. Dr. Rolf Haug



# Publikationsliste

1. *Relaxation dynamics in the high-frequency crystal-field spectroscopy of PrNi<sub>5</sub> point contacts.*  
O. P. Balkashin, T. M. Brill, A. G. M. Jansen, P. Wyder, G. L. Sukhodub und I. K. Yanson, *Low. Temp. Phys.* **27**, 69 (2001).
2. *High-Frequency Point-Contact Spectroscopy of TiSi<sub>2</sub>, TaSi<sub>2</sub>, and VSi<sub>2</sub>.*  
O. P. Balkashin, A. G. M. Jansen, O. Laborde, U. Gottlieb, G. L. Sukhodub, P. Wyder, und I. K. Yanson, *J. Low Temp. Phys.* **129**, 105 (2002).
3. *Coupling between edge states studied by time-resolved transport experiments.*  
G. Sukhodub, F. Hohls und R. J. Haug, *Physica E* **22**, 189 (2004).
4. *Observation of an Interedge Magnetoplasmon Mode in a Degenerate Two-Dimensional Electron Gas.*  
G. Sukhodub, F. Hohls und R. J. Haug, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 196801 (2004).
5. *Tunneling between spin polarized edge states studied at high magnetic fields.*  
G. Sukhodub, F. Hohls, R. J. Haug, D. K. Maude, D. Reuter und A. D. Wieck, *Int. J. of Mod. Phys. B* **18**, 3649 (2004).
6. *Observation of Two Modes of Edge Magnetoplasmons by Selective Edge Channel Detection.*  
G. Sukhodub, F. Hohls und R. J. Haug, *Proceedings (Akzeptiert), 27th International Conference on the Physics of Semiconductors, Flagstaff, AZ, USA (2004).*