

# Phononenspektroskopie im Quanten-Hall-Effekt-Regime

Vom  
Fachbereich Physik an der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades  
Doktor der Naturwissenschaften  
- Dr. rer. nat. -  
genehmigte Dissertation  
von

Fritz Schulze Wischeler  
geboren am 3. Oktober 1971 in Hannover

2004

Referent: Prof. Dr. R. J. Haug  
Koreferent: Universitair Hoofdocent Dr. U. Zeitler  
Tag der Promotion: 10.11.2004

*If you can't measure resistance, you can't measure anything*

Prof. Robin Fletcher, Queens University, Kingston, Ontario, Canada





# Abstract

In 1980 von Klitzing investigated the properties of a two-dimensional electron system (2DES) at low temperatures and in high magnetic fields. He found unexpected plateaus in the Hall resistivity and minima in the resistivity in current direction at the same time. Von Klitzing could show that the plateaus had universal values of  $R = \frac{h}{\nu e^2}$  with  $\nu$  an integer, for every realization of a 2DES independent on details of the sample. For the discovery of the quantum Hall effect (QHE) von Klitzing was awarded the Nobel prize in 1985. He opened thereby a complete new field of research on quantum effects in low-dimensional systems.

Tsui, Störmer, and Gossard found a short time after von Klitzing in a 2DES with (at this time) high electron mobility more plateaus in the Hall resistivity, namely for fractional  $\nu$ . Laughlin was able to explain this additional plateaus in a quantum mechanic picture with strong quantum effects. Tsui, Störmer and Laughlin received for the discovery and explanation of this fractional QHE 1998 also the Nobel prize in physics.

The understanding of the fractional QHE was deepened by the introduction of a quasiparticle model by Jain. These quasiparticles are called composite fermions (CFs) and are constructed by attaching an even number of magnetic flux quanta to every electron. As a result, every electron “feels” only a reduced effective magnetic field. The motion of CFs in an effective magnetic field is in strong analogy to the motion of electrons in a normal magnetic field. For this reason the concepts of the QHE can be mapped onto the fractional case.

In this thesis the QHE is investigated with phonons in time-resolved measurements. At cryogenic conditions the wavelength and energies of acoustic phonons in GaAs/AlGaAs-heterostructures become comparable to the important energy and length scales in the 2DES, which allows an efficient coupling from the phonon system to the electronic system.

The samples consist of a 2DES in form of a meander at the front side and a metal film on the back side. By applying short voltage pulses on the metal film, non-equilibrium phonons are generated at the back side. They couple into the GaAs-substrate, fly ballistically through the

sample and a part of them is absorbed by the 2DES. This increases the 2DES temperature compared to the substrate. The temperature change is time resolved detected by measuring a resistance change of the meander.

In this thesis several for phonon absorption experiments optimized samples were processed via photolithography and wet etching. Two interesting fractional QHE features were discovered in these samples: First, the *Landé g-factors of CFs* of the filling factors  $\nu = 2/3$  and  $\nu = 2/5$  could be measured. They differ strongly from the expected value for electrons in GaAs. And second, an asymmetry in the resistance over magnetic field curves hints towards *edge channels of CFs*.

Various things were investigated in the phonon absorption measurements. In a first series of experiments the *relaxation of a hot 2DES* back into equilibrium is explored. It shows that the relaxation rate depends on the filling factor  $\nu$ . This is explained for fractional fillings with phonon emission around a single energy, the magnetoroton gap, in contrast to  $\nu = 1/2$  where the 2DES relaxes via a broad band emission of phonons.

An other set of experiments was performed around filling factor  $\nu = 1$  and compared with fractional fillings. The measurements are explained with *Skymions around  $\nu = 1$* , fascinating spin textures arising at this filling factor.

In the main part of this thesis the *2DES specific heat* and the *energy gap values* for various filling factors  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3,$  and  $5/3$  are systematically measured. By illuminating the sample, eight different electron densities were achieved so that fixed fillings were measured for different magnetic fields up to 13 T. At a given filling factor nearly all measured gaps show a square-root dependence on the magnetic field, strongly suggesting that these are Landau level transitions of CFs. All these data are described by only one single fit parameter related to the CF effective mass. The gap at  $\nu = 2/3$  displays a linear field dependence which is explained by the fact that the  $2/3$ -state is surprisingly not fully spin-polarized at high  $B$ -fields.

At last the *2DES specific heat at  $\nu = 1/2$*  is measured and shows indeed the nearly linear temperature dependence predicted by Halperin, Lee and Read in 1993.

*Keyword: quantum Hall effect, phonons, composite fermion*

## Kurzzusammenfassung

Im Jahre 1980 untersuchte von Klitzing die Eigenschaften eines zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) bei tiefen Temperaturen und in hohen Magnetfeldern. Er fand unerwartete Plateaus im Hallwiderstand bei gleichzeitigen Minima im Widerstand in der Stromrichtung. Von Klitzing konnte gezeigt werden, dass die Plateaus universelle Werte  $\frac{h}{\nu e^2}$  haben, mit  $\nu$  einer ganzen Zahl für jede Realisation eines 2DES unabhängig von Probedetails. Für die Entdeckung des Quanten-Hall-Effektes (QHE) wurde von Klitzing 1985 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet. Von Klitzing eröffnete mit seiner Entdeckung ein komplett neues Forschungsgebiet von Quanteneffekten in niedrig dimensionalen Systemen.

Tsui, Störmer und Gossard fanden kurze Zeit nach von Klitzing in einem 2DES mit (für damalige Verhältnisse) hoher Elektronenbeweglichkeit noch weitere Plateaus im Hallwiderstand, nämlich auch für gebrochenzahlige  $\nu$ . Laughlin konnte diese zusätzlichen Plateaus in einem quantenmechanischen Bild mit starken Quanteneffekten erklären. Tsui, Störmer und Laughlin erhielten für die Entdeckung und Erklärung dieses fraktionalen QHE 1998 ebenfalls den Nobelpreis für Physik.

Das Verständnis dieses fraktionalen QHE wurde vertieft durch die Einführung eines Quasiteilchenmodells von Jain. Diese Quasiteilchen werden Composite Fermionen (CFen) genannt und sind konstruiert durch Anfügen einer geraden Anzahl von magnetischen Flussquanten an jedes Elektron. Dadurch "fühlt" jedes Elektron nur noch ein reduziertes, effektives Magnetfeld. Die Bewegung von CFen in einem effektiven Magnetfeld ist in starker Analogie zur Bewegung von Elektronen im normalen Magnetfeld. Daher können die Konzepte des QHE auf den fraktionalen Fall abgebildet werden.

In dieser Arbeit wird der QHE mit Phononen in zeitaufgelösten Messungen untersucht. Bei Tieftemperaturbedingungen werden die Wellenlängen und Energien von akustischen Phononen in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen vergleichbar mit den relevanten Energie- und Wellenlängenskalen im 2DES und können daher sehr effektiv koppeln.

Die Proben bestehen aus einem 2DES in Form eines Mäanders auf der Vorderseite und einem Metallfilm auf der Rückseite. Durch Anlegen kurzer Spannungspulse an den Metallfilm werden Nichtgleichge-

wichtsphononen auf der Rückseite erzeugt. Diese koppeln in das GaAs-Substrat, fliegen ballistisch durch die Probe und ein Teil von ihnen wird vom 2DES absorbiert. Dies erhöht die Temperatur des 2DES gegenüber dem Substrat. Die Temperaturänderung wird zeitaufgelöst detektiert durch Messen einer Widerstandsänderung des Mäanders.

In dieser Arbeit wurden etliche für Phononenabsorptionsexperimente optimierte Proben mit Fotolithographie und nasschemischem Ätzen prozessiert. In diesen Proben wurden zwei interessante Eigenschaften des fraktionalen QHE entdeckt: Erstens, die Landé  $g$ -Faktoren von  $CFen$  der Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $\nu = 2/5$  konnte gemessen werden. Sie weichen stark vom erwarteten Wert für Elektronen in GaAs ab. Und zweitens, eine Asymmetrie in der Magnetfeldabhängigkeit des Widerstandes weist auf *Randkanäle von CFen* hin.

In den Phononenabsorptionsexperimenten wurden eine Vielzahl unterschiedlicher Dinge untersucht: In einer ersten Serie von Experimenten wurde die *Relaxation eines heißen 2DES* zurück zum Gleichgewicht gemessen. Es zeigt sich, dass die Relaxationsrate vom Füllfaktor  $\nu$  abhängt. Dies ist erklärt für fraktionale Füllfaktoren mit der Phononenemission um eine einzige Energielücke, der Magnetoroton-Energielücke, im Gegensatz zu  $\nu = 1/2$ , wo das 2DES unter Breitbandemission von Phononen relaxiert.

Ein anderer Satz von Experimenten wurde um Füllfaktor  $\nu = 1$  durchgeführt und mit Messungen bei fraktionalem Füllfaktoren verglichen. Die Messungen werden mit *Skymionen um  $\nu = 1$  herum* erklärt, faszinierenden Spinstrukturen, die bei diesem Füllfaktor entstehen.

Im Hauptteil dieser Arbeit wurden die *spezifische Wärme eines 2DES* und die *Werte der Energielücken* für eine Vielzahl fraktionaler Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3$ , und  $5/3$  systematisch gemessen. Durch Beleuchten der Probe wurden acht verschiedene Elektronendichten erreicht, so dass feste Füllfaktoren für verschiedene Magnetfelder bis zu 13 T vermessen werden konnten. Für einen festen Füllfaktor zeigen nahezu alle gemessenen Energielücken eine wurzelförmige Abhängigkeit vom Magnetfeld, was stark darauf hindeutet, dass dies Landau-Niveau-Übergänge von  $CFen$  sind. Alle diese Messdaten lassen sich innerhalb der  $CF$ -Theorie mit der effektiven  $CF$ -Masse als einzigen Anpassparameter erklären. Die Energielücke bei  $\nu = 2/3$  zeigt eine lineare Feldabhängigkeit, was erklärt wird mit der Tatsache, dass

der  $2/3$ -Zustand in hohen Magnetfeldern überraschenderweise nicht vollständig spinpolarisiert ist.

Zuletzt wurde die spezifische Wärme bei  $\nu = 1/2$  gemessen, die eine nahezu lineare Magnetfeldabhängigkeit zeigt, wie von Halperin, Lee und Read bereits 1993 vorhergesagt wurde.

*Schlagwörter: Quanten-Hall-Effekt, Phononen, Composite Fermion*



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Das zweidimensionale Elektronensystem (2DES) . . . . .	6
2.1.1	2DES im Magnetfeld . . . . .	8
2.1.2	Magnetotransport . . . . .	11
2.2	Der integrale Quanten-Hall-Effekt (IQHE) . . . . .	13
2.2.1	IQHE im Bild lokalisierter und delocalisierter Zustände . . . . .	15
2.2.2	IQHE im Randkanalbild . . . . .	18
2.2.3	IQHE zur Probencharakterisierung . . . . .	22
2.3	Der fraktionale Quanten-Hall-Effekt (FQHE) . . . . .	25
2.3.1	FQHE und Laughlin-Wellenfunktion . . . . .	27
2.3.2	FQHE im Composite Fermion (CF) Bild . . . . .	28
2.4	Spezifische Wärme . . . . .	34
2.4.1	Allgemeine Thermodynamik . . . . .	35
2.4.2	Spezifische Wärme eines Zweizustandssystems . . . . .	36
2.4.3	Spezifische Wärme von Metallelektronen . . . . .	37
2.4.4	Spezifische Wärme eines 2DES . . . . .	39
2.5	Phononen . . . . .	42
2.5.1	Phononen in III-V Verbindungen . . . . .	42
2.5.2	Erzeugung von Phononen . . . . .	43
2.5.3	Transport von Phononen . . . . .	47
2.5.4	Phononenstreuung . . . . .	49
2.5.5	Phononenabsorption im 2DES . . . . .	51
2.5.6	Einfaches Modell für Phononenabsorption . . . . .	56
2.6	Zusammenfassung . . . . .	57

<b>3</b>	<b>Experimentelle Grundlagen: Proben und Messsystem</b>	<b>59</b>
3.1	Probenmaterial . . . . .	60
3.2	Strukturierung der Proben . . . . .	65
3.2.1	Probenmaterial ritzen . . . . .	65
3.2.2	Strukturierung des 2DES und Kontakte . . . . .	66
3.2.3	Aufbringen des Phononenemitters . . . . .	68
3.3	Probenhalterung . . . . .	70
3.4	Probencharakterisierung . . . . .	74
3.4.1	Persistenter Photoeffekt . . . . .	78
3.5	Kryostat und Magnet . . . . .	79
3.5.1	Thermische Ankopplung . . . . .	81
3.6	Zusammenfassung . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Experimente mit Magnetotransport</b>	<b>85</b>
4.1	g-Faktor von Composite Fermionen . . . . .	85
4.2	Randkanäle im FQHE . . . . .	93
4.3	Zusammenfassung . . . . .	102
<b>5</b>	<b>Experimenteller Aufbau für Phononenexperimente</b>	<b>103</b>
5.1	Messaufbau . . . . .	104
5.2	Phononenemitterpulse . . . . .	108
5.3	Ein typisches phononeninduziertes Signal . . . . .	111
5.4	Thermometrie . . . . .	120
5.5	Repetitionsrate . . . . .	121
5.6	Zusammenfassung . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Experimente mit Phononen</b>	<b>125</b>
6.1	Phononenexperimente zur Relaxation von angeregten 2DESen . . . . .	126
6.2	Phononenexperimente um $\nu = 1$ : Skyrmionen . . . . .	130
6.3	Phononenspektroskopie im FQHE . . . . .	139
6.4	Phononenexperimente bei $\nu = 1/2$ : spezifische Wärme von CF . . . . .	155
6.5	Zusammenfassung . . . . .	167
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>169</b>



<b>A Anhang</b>	<b>175</b>
A.1 Lithografierezepte . . . . .	175
A.2 Berechnung der Mikrostreifenleitung . . . . .	178
A.3 Probencharakterisierungen . . . . .	180
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>191</b>
<b>Abkürzungen und Symbole</b>	<b>201</b>
<b>Danksagung</b>	<b>207</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>208</b>



# 1 Einleitung

Im Jahre 1980 untersuchte Klaus von Klitzing einen Metall-Oxid-Silizium-Feldeffekttransistor (MOSFET) bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern [1]. Bei diesem Bauteil lässt sich durch Anlegen einer Spannung an eine Steuerelektrode erreichen, dass sich die Elektronen nur noch in einer Ebene bewegen können. Es bildet sich ein so genanntes zweidimensionales Elektronensystem (2DES) aus. Von Klitzing beobachtete in dem vom Potential der Steuerelektrode abhängigen Hallwiderstand in der 2DES-Ebene, die sich senkrecht zu einer Stromrichtung durch den MOSFET und einem Magnetfeld senkrecht zur Ebene bildet, unerwartete Plateaus bei gleichzeitigen Minima im Widerstand in Stromrichtung.

Klassisch ist nach dem Halleffekt von Edwin Hall aus dem Jahr 1879 eine einfache Gerade der Hallspannung als Funktion des Magnetfeldes zu erwarten. Es zeigte sich, dass die Plateaus im Hallwiderstand universelle Werte von  $R_K/\nu$  mit  $\nu$  einer ganzen Zahl annehmen, und zwar für jede Realisierung eines 2DES unabhängig von der Probe.

Klaus von Klitzing konnte zeigen, dass diese nach ihm benannte Konstante  $R_K$  aus anderen Naturkonstanten zusammengesetzt ist,  $R_K = h/e^2$ , und dass sich nach Umformungen mit  $R_K$  auch die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante  $\alpha_{Fein} = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$  messen lässt. Seit 1990 wird die von-Klitzing-Konstante als Darstellung des Widerstandes in SI-Einheiten genutzt und ist definiert als  $R_{K-90} = 25812,807 \Omega$ .

Der Effekt wird zur Unterscheidung zum gewöhnlichen Halleffekt als integraler Quanten-Hall-Effekt (IQHE) bezeichnet. Für seine Entdeckung wurde von Klitzing 1985 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Von Klitzing eröffnete mit seiner Entdeckung ein komplett neues Forschungsgebiet von Quanteneffekten in niedrigdimensionalen Systemen.

Zur Verbesserung der Mobilität der Elektronen im 2DES wurden die 2DESe für die Forschung schnell in so genannten Halbleiterhetero-

strukturen aus GaAs und AlAs realisiert. Hier bildet sich das 2DES nicht nahe der rauen Oberfläche des AlAs, sondern im Inneren des Festkörpers aus. D. C. Tsui, H. L. Störmer und A. C. Gossard entdeckten kurz nach von Klitzing im Jahr 1982 in einem solchen 2DES mit (für damalige Verhältnisse) hoher Mobilität ein weiteres Plateau  $R_K/\nu$  im Hallwiderstand, und zwar auch für ein gebrochenzahliges  $\nu = 1/3$  [2]. Die Entdeckung weiterer Plateaus mit gebrochenzahligen  $\nu$  folgte kurz darauf [3]. R. B. Laughlin konnte 1983 die weiteren Plateaus im Rahmen einer quantenmechanischen Beschreibung mit Vielteilcheneffekten erklären [4]. Tsui, Störmer und Laughlin erhielten für die Entdeckung und Erklärung dieses fraktionalen Quanten-Hall-Effektes (FQHE) 1998 ebenfalls den Nobelpreis für Physik.

Der QHE ist auch gut 20 Jahre nach seiner Entdeckung ein Objekt intensiver Forschung. Insbesondere der fraktionale QHE ist in seiner theoretischen Beschreibung so anspruchsvoll, dass experimentelle Vorhersagen selbst grundlegender Eigenschaften, wie z. B. *die Werte* von Energielücken, schwierig sind.

Ein wichtiger Schritt zum Verständnis des FQHE war die Einführung des Modells von so genannten “Composite Fermionen” durch J. Jain 1989 [5]. Diese Quasiteilchen werden aus Elektronen und einer geraden Anzahl von magnetischen Flussquanten gebildet. Dadurch “sieht” jedes Elektron nur noch ein reduziertes, effektives Magnetfeld und die Composite Fermionen bewegen sich in diesem effektiven Magnetfeld in starker Analogie zu den Elektronen im normalen Magnetfeld. Dadurch lassen sich die Konzepte des IQHE auf den FQHE abbilden.

In dieser Arbeit wird der QHE mit Hilfe von Phononen, der quantenmechanischen Darstellung von Gitterschwingungen als Teilchen, untersucht. Bei tiefkalten Temperaturen (einige Kelvin) werden die Energien und Wellenlängen von Phononen in den GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen vergleichbar mit den Energie- und Wellenlängenskalen von 2DESen. Dadurch koppeln die Phononen sehr effektiv an das 2DES und können diese sehr gut anregen.

Die Untersuchung von 2DESen mit Phononen ist in der Geschichte des QHE sehr ungewöhnlich, obwohl die Möglichkeiten sehr motivierend sind: So konnten Mellor *et al.* [6] und Zeitler *et al.* [7] zeigen, dass Phononenexperimente in 2DESen prinzipiell möglich sind und

---

dass sich mit ihnen Energielücken des FQHE bestimmen lassen. Diese so gemessenen Energielücken sind (fast) nicht beeinflusst durch die im 2DES bestehende Unordnung und somit viel präziser bestimmt als mit gewöhnlichen Experimenten. Darüber hinaus bieten Phononenexperimente die Möglichkeit, die thermodynamischen Eigenschaften von 2DESen zu untersuchen. Diese sind in normalen Experimenten durch die starke thermische Ankopplung des 2DES an die umgebene Heterostruktur nicht zugänglich.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert:

Zuerst werden in *Kapitel 2* ausführlich alle theoretischen Grundlagen für diese Arbeit vorgestellt. Dies sind die mathematische Beschreibung eines 2DES und des QHE sowohl in integraler als auch fraktionaler Form, wobei die gezeigten Formeln schon im Hinblick auf die später gezeigten Messungen entwickelt werden. Als nächstes wird der Begriff der spezifischen Wärme diskutiert, da diese Größe eines der Hauptresultate dieser Arbeit ist. Das Theoriekapitel wird mit einem Abschnitt über Phononen abgeschlossen, worin insbesondere ein einfaches Modell zur Absorption von Phononen im 2DES vorgestellt wird.

In *Kapitel 3* werden die experimentellen Grundlagen dieser Arbeit behandelt. Es wird zum einen die Herstellung der für Phononenexperimente optimierten Proben aus GaAs/AlGaAs-Halbleiterheterostrukturen dargelegt. Dieser technologische Teil betont insbesondere die spezifischen Schwierigkeiten der speziell entworfenen Proben. Anschließend werden Messungen zur Charakterisierung dieser Proben gezeigt und ein exemplarischer Versuchsaufbau vorgestellt. Abschließend werden die verwendeten Kryostatsysteme behandelt.

In *Kapitel 4* werden zwei Ergebnisse aus Magnetotransport ohne Phononen gezeigt, die aus den systematischen Charakterisierungsmessungen des vorherigen Kapitels entstanden. Dies sind erstens Messungen, aus denen sich der Landé  $g$ -Faktor von Composite Fermionen bestimmen ließ und zweitens Messungen, die auf Randkanaleffekte im FQHE hinweisen.

*Kapitel 5* befasst sich mit den Methoden der Phononenspektroskopie. Es wird der optimierte Messaufbau besprochen und gezeigt, welche aufwändige Datenverarbeitung nötig ist, um aus einem Messsignal brauchbare Parameter für die Interpretation des Experimentes zu zie-

hen.

In *Kapitel 6* werden schließlich die einzelnen über die Dauer der Dissertation vorgenommenen Phononenexperimente gezeigt. Dies sind Experimente zur thermischen Relaxation angeregter 2DESe, Messungen beim Füllfaktor  $\nu = 1$ , die auf so genannte Skyrmionen hinweisen, und Messungen zur Bestimmung der spezifischen Wärme und von Energielücken für eine Vielzahl von fraktionalen Füllfaktoren  $\nu$ . Insbesondere die theoretisch sehr wichtige spezifische Wärme bei  $\nu = 1/2$  wurde gemessen und wird diskutiert.

Einige technische Vorbemerkungen:

Diese Arbeit ist mit  $\text{\LaTeX}_\epsilon$  inklusive  $\text{\MiKTeX}$  und  $\text{\BiBTeX}$ [8, 9] mit dem Editor WinEdt 5, Version 5.2 geschrieben. Es wurde die neue, deutsche Rechtschreibung benutzt. Englische Fachausdrücke werden für die wichtigsten Begriffe als Fußnoten angegeben.

## 2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten theoretischen Grundlagen und Konzepte vorgestellt. Es ist in thematische Abschnitte unterteilt, zu denen an dieser Stelle Literatur empfohlen werden soll. Spezielle Literatur zu ausgewählten Unterpunkten wird direkt in den betreffenden Unterabschnitten zitiert.

Im ersten Abschnitt wird einführend das Konzept des zweidimensionalen Elektronensystems (2DESs) und die damit verbundenen Begriffe behandelt. Mathematische Grundlagen dazu sind jede Formelsammlung, z. B. Bronstein [10], das kleine Repetitorium zur Mathematik von Merziger [11], das in die Rechenmethoden der Physik einleitende Buch von Schulz [12] und das Lehrbuch von Schwabl zur Quantenmechanik [13].

Die beiden darauf folgenden Abschnitte behandeln den in dieser Arbeit mit Mitteln der Phononenspektroskopie untersuchten Quanten-Hall-Effekt (QHE). Eine kurze Einführung findet sich im Lehrbuch von Ibach [14]. Eine weitere Einführung, die in kurzer Form fast alle wichtigen Begriffe nennt, ist der Artikel von Kramer [15]. Weiterführende Lehrbücher sind die von Prange [16], MacDonald [17] und Chakraborty [18]. Zusätzlich zu diesen Büchern sind für die Beschreibung des fraktionalen Quanten-Hall-Effektes und der Composite Fermionen die Lehrbücher von Das Sarma [19], Heinonen [20] und Yoshioka [21] empfehlenswert.

Der nächste Abschnitt befasst sich ausführlich mit einer zentralen Messgröße dieser Arbeit: der spezifischen Wärme eines 2DESs. Die Definition und grundsätzliche Aussagen über die spezifische Wärme sind in jedem Lehrbuch über Thermodynamik zu finden. Es seien die Lehrbücher von Kittel und Krömer [22] und Brening [23] aus der Thermodynamik und die Lehrbücher von Ibach und Lüth [14] und Kittel [24] aus der Festkörperphysik, die genauer auf Festkörperprobleme wie die spezifische Wärme eines Elektronengases eingehen, empfohlen. Spe-

zialartikel zur spezifischen Wärme eines 2DES sind die Artikel von Halperin, Lee und Read [25] und von Chakraborty und Pietiläinen [26].

Der letzte Abschnitt befasst sich mit der theoretischen Beschreibung von Phononen, insbesondere im Hinblick auf ihre Wechselwirkung mit einem 2DES. Eine Einführung findet sich in jedem Lehrbuch der Festkörperphysik, empfohlen sind auch hier die einschlägigen Werke von Gerthsen [27], Ibach und Lüth [14] sowie Kittel und Krömer [22, 24]. Speziellere Artikel zur Phononenabsorption in 2DES sind die von Kent *et al.* [28] und Benedict *et al.* [29]. Das für diese Arbeit besonders wichtige einfache Modell für Phononenabsorption von Zeitler *et al.* ist in [7, 30] zu finden.

## 2.1 Das zweidimensionale Elektronensystem (2DES)

Die allgemeine Gleichung für ein beliebiges, physikalisches, zeitunabhängiges Problem der Quantenmechanik ist die zeitunabhängige Schrödingergleichung:

$$H\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z) \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $H$  der Hamilton-Operator und  $\psi$  die Wellenfunktion. Bei einem einschließenden Potential in einer Richtung, im Folgenden die  $z$ -Richtung, lässt sich diese fundamentale Gleichung in einen Anteil in  $z$ -Richtung und einen  $xy$ -Anteil senkrecht dazu separieren:

$$H\psi(x, y, z) = (H_{\perp} + H_z)\psi_{xy}(x, y)\psi_z(z) = (E_{xy} + E_z)\psi_{xy}(x, y)\psi_z(z) \quad (2.2)$$

Für die  $z$ -Richtung ergibt sich also eine nur noch in einer Dimension zu lösende Gleichung, deren Energieeigenwerte,  $E_z^i$ , im einschließenden Potential diskretisiert sind.

$$H_z\psi_z(z) = E_z^i\psi_z(z) \quad (2.3)$$

Berücksichtigt man die ungehinderte Bewegung in  $xy$ -Richtung für jeden Energieeigenwert  $E_z^i$ , so ergeben sich als Gesamtenergie für jedes  $E_i$  mit in  $z$ -Richtung quantisierenden Potential:

$$E^i = E_z^i + \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*}, \quad i \in \mathbb{N} \quad (2.4)$$



$k_x, k_y$  sind die x,y-Komponenten des Wellenvektors und  $m^*$  ist die effektive Masse, siehe unten. Wegen der Menge zu besetzender Zustände für jeden einzelnen Ladungsträger in  $E^i$  wird  $E^i$  als i-tes Subband bezeichnet. Ladungsträger, die ein solches Subband  $E^i$  besetzen, können sich ungehindert in den zwei Dimensionen der xy-Ebene bewegen, nicht jedoch in die z-Richtung. Bei Elektronen spricht man daher von einem zweidimensionalen Elektronensystem (2DES)<sup>1</sup> oder auch zweidimensionalen Elektronengas (2DEG).

Experimentell wird ein 2DES in dieser Arbeit durch eine GaAlAs-GaAs-Halbleiterheterostruktur realisiert, siehe Abschnitt 3.1. Das 2DES bildet sich an einer Kante zwischen GaAlAs und GaAs aus. Weil die Wellenfunktion  $\psi$  der Elektronen im 2DES sich vornehmlich in das GaAs erstreckt, ist die effektive Masse in Gleichung 2.4 für GaAlAs-GaAs-Heterostrukturen die von GaAs, mit dem Wert  $m^* = 0,067m_e$  [31],  $m_e$  ist die freie Elektronenmasse. Die effektive Masse berücksichtigt die Bandstruktur des Festkörpers und ist für GaAs ein Skalar, da GaAs isotrop ist. Prinzipiell hat  $m^*$  tensoriellen Charakter.

Mit der Zustandsdichte ist die Summe der besetzten Zustände bezeichnet. Die zweidimensionale Zustandsdichte,  $D(E)$ , ist für jedes i-te Subband konstant und unter Berücksichtigung der Spinartung,  $g_s = 2$ , ergibt sich daher nach Gleichung 2.4:

$$D(E) = \sum_i D^i(E) = \sum_i \frac{g_s m^*}{2\pi\hbar^2} (E - E^i) \quad (2.5)$$

Sind in einem System mehrere Subbänder  $E^i$  besetzt, so sind die tiefer liegenden Bänder nahezu inert und nur das oberste, besetzte Band trägt zum Magnetotransport bei. Ein solches System wird deshalb als Quasi-2DES bezeichnet. Bei endlicher Temperatur können die tiefer liegenden Bänder jedoch auch zum Magnetotransport beitragen. Um nur *ein* 2DES und nicht mehrere parallel zu erhalten, muss die Elektronendichte  $n_e$  entsprechend so klein gewählt werden, dass nur das unterste Subband besetzt ist. Dies bedeutet in Relation zur Zustandsdichte:

$$n_e < D(E)(E_z^1 - E_z^0) \quad (2.6)$$

Dies ist für alle untersuchten Proben der Fall.

---

<sup>1</sup>engl. 2DES = two-dimensional electron system

### 2.1.1 2DES im Magnetfeld

Werden freie Elektronen in ein Magnetfeld in z-Richtung gebracht, so lässt sich der Hamilton-Operator in einen z-Anteil und einen senkrechten Teil separieren:

$$H = H_{\perp} + \frac{p_z^2}{2m_e} \quad (2.7)$$

Dies bedeutet, dass der z-Anteil der kinetischen Energie gegenüber dem freien Teilchen unverändert bleibt. Der transversale Teil des Hamilton-Operators,  $H_{\perp}$ , lässt sich in die allgemeine Form eines harmonischen Oszillators

$$H_{\perp} = \hbar\omega_c \left( a^{\dagger} a + \frac{1}{2} \right) \quad (2.8)$$

bringen, siehe z.B. Lehrbuch von Schwabl [13]. Die Lösung für einen harmonischen Oszillator hat die Energieeigenwerte

$$E_{n_{LL}} = \hbar\omega_c \left( n_{LL} + \frac{1}{2} \right), \quad n_{LL} \in \mathbb{N} \quad (2.9)$$

Die Energieniveaus haben den Namen Landau-Niveaus<sup>2</sup> und bedeuten *klassisch*, dass die Elektronen sich im Magnetfeld nur auf bestimmten, von einander getrennten Kreisbahnen mit der Frequenz  $\omega_c$  bewegen können.

Wird ein 2DES in ein magnetisches Feld eingebracht so lassen sich die Gleichungen 2.4 und 2.9 kombinieren zur Bestimmung der Energieeigenwerte:

$$E_{n_{LL},s}^i = E_z^i + \hbar\omega_c \left( n_{LL} + \frac{1}{2} \right) + s g^* \mu_B B \quad (2.10)$$

$$n_{LL} \in \mathbb{N}, \quad s = \pm 1/2, \quad i \in \mathbb{N}$$

Hierbei wurde als dritter Term der so genannte Zeeman-Term addiert, die Energieaufspaltung aufgrund der Wechselwirkung vom Spin und Magnetfeld berücksichtigt.  $g^*$  ist der effektive Landé g-Faktor ( $g^* = -0,44$  in GaAs),  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $\omega_c$  die Zyklotronfrequenz:

$$\omega_c = \frac{eB_{\perp}}{m^*} \quad (2.11)$$

---

<sup>2</sup>engl. Landau level (LL)

Hierbei ist  $B_{\perp}$  der Anteil des Magnetfeldes senkrecht zum 2DES, während  $B$  den Betrag des Magnetfeldes unabhängig zur Orientierung bezeichnet. Es sei darauf hingewiesen, dass durch Verkippung des 2DES relativ zum Magnetfeld das Verhältnis vom ersten- zum Zeeman-Term in Gleichung 2.10 beliebig einstellbar ist.

Zur Gleichung ist noch der Effekt der so genannte Austauschwechselwirkung [32, 33] anzumerken: Befindet sich die Fermi-Energie genau zwischen zwei spinaufgespaltenen Niveaus des gleichen Landau-Niveaus, so kann bei endlicher Temperatur auch das obere Niveau etwa besetzt sein. Beide Niveaus haben Ladungsträger mit unterschiedlichem Spin. Dadurch erhöht sich die Austauschwechselwirkung zwischen den Ladungsträgern und erhöht die Aufspaltung zwischen den Niveaus. Dieser Effekt ist besonders stark sichtbar für ungerade Füllfaktoren bei kleinem Magnetfeld, da hier die Zeeman-Energie klein ist. Der Effekt der starken Austauschwechselwirkung wird oft als Erhöhen des  $g$ -Faktors bezeichnet.

Eine Abschätzung der *klassischen* Kreisbahnen mit Zyklotronradius  $r_{c,n_{LL}}$  im  $n$ -ten Landau-Niveau ergibt sich aus dem Gleichsetzen von der kinetischen Energie (mit der Geschwindigkeit  $v$ ) mit dem allgemeinen Ausdruck aus Gleichung 2.10:

$$\hbar\omega_c(n_{LL} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}m^*v^2 \quad (2.12)$$

zu

$$r_{c,n_{LL}} = \frac{v_{n_{LL}}}{\omega_c} = \sqrt{\frac{(2n_{LL} + 1)\hbar}{eB_{\perp}}} \quad (2.13)$$

Aus diesem *klassischen* Zyklotronradius  $r_{c,n_{LL}}$  ergibt sich für die quantenmechanische Beschreibung die wichtige Längeneinheit der magnetischen Länge  $l_B$ . Diese magnetische Länge ist die natürliche Längeneinheit der Ortswellenfunktion  $\psi$  und ist gleich dem Zyklotronradius im unterstem Landau-Niveau ( $n_{LL} = 0$ ):<sup>3</sup>

$$l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB_{\perp}}} \approx 26 \text{ nm} \sqrt{\frac{1}{B[\text{T}]}} \quad (2.14)$$

---

<sup>3</sup>Mit  $B[\text{T}]$  ist der Zahlenwert des Magnetfeldes in Tesla bezeichnet

Mit der magnetischen Länge  $l_B$  lässt sich der Zyklotronradius  $r_{c,n_{LL}}$ , Gleichung 2.13 vereinfacht schreiben als:

$$r_{c,n_{LL}} = l_B \sqrt{2n_{LL} + 1} \quad (2.15)$$

Durch Einsetzen der magnetfeldabhängigen Energieniveaus  $E^i$  aus Gleichung 2.10 in die Zustandsdichte aus Gleichung 2.5 ergibt sich die Zustandsdichte *im Magnetfeld*: Sie spaltet in eine Summe von Deltafunktionen auf:

$$D(E) = n_L \sum_{i,n,s} \delta(E - E_{n,s}^i) \quad (2.16)$$

Hierbei ist  $n_L$  die Anzahl der Zustände je Energieniveau und Flächeninhalt. Für das Verständnis des später beschriebenen QHEes ist an dieser Stelle zu betonen, dass die Landau-Niveaus  $E_{n,s}^i$  in ihrer mathematischen Beschreibung *exakte* eindimensionale Niveaus sind.  $n_L$  ergibt sich aus der folgenden Überlegung: Die *Anzahl* der Zustände bleibt beim Anschalten eines Magnetfeldes  $B$  gleich, nur die *Entartung* wird aufgehoben, so dass die einzelnen Landau-Niveaus einen Abstand von  $\Delta E_L(B_\perp) = \hbar\omega_c$  (ohne Spin) haben. Daher sind in jedem Landau-Niveau soviele Zustände, wie bei  $B = 0$  in der Fläche zwischen zwei Landau-Niveaus waren. Für die Gesamtanzahl der Zustände je Energieniveau und Flächeninhalt,  $N_L$ , ergibt sich unter Berücksichtigung des Spins somit:

$$N_L = D_{B=0} \hbar\omega_c = g_s n_L, \quad n_L = \frac{eB_\perp}{h} \quad (2.17)$$

$n_L$  lässt sich in Einheiten des magnetischen Flussquants  $\phi_0$ ,

$$\phi_0 = h/e \quad (2.18)$$

darstellen:  $n_L = eB_\perp/h = B_\perp/\phi_0$ .  $\phi_0$  ist die kleinste Einheit des magnetischen Flusses in der Quantenmechanik und daher nicht teilbar. Jedes Landau-Niveau nimmt so viele Elektronen auf, wie es  $n_L$  Flussquante gibt, also die Anzahl  $n = n_e/N_L$ ,  $n_e$  ist die Elektronendichte. Mit Berücksichtigung des Spins ergibt sich die für die Beschreibung des Quanten-Hall-Effektes sehr wichtige Definition des Füllfaktors  $\nu$ :

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} = \frac{n_e \hbar}{eB_\perp} \quad (2.19)$$

Der Füllfaktor  $\nu$  hat eine sehr anschauliche Bedeutung: Für ganzzahlige  $\nu$  gibt er die Anzahl der von Ladungsträgern besetzten Energieniveaus innerhalb eines Subbandes an.

### 2.1.2 Magnetotransport

Wird ein elektrisches Feld  $\vec{\mathcal{E}}$  an ein Medium angelegt, so bewirkt dies eine lokale Stromdichte  $\vec{j}$ . Hierbei zeigen  $\vec{\mathcal{E}}$  und  $\vec{j}$  nicht zwingend in dieselbe Richtung, sondern dies hängt von den mikroskopischen Eigenschaften des Mediums ab. Für 2DESe ergibt sich daher der Zusammenhang zwischen  $\vec{\mathcal{E}}$  und  $\vec{j}$  zu:

$$\vec{j} = \hat{\sigma}\vec{\mathcal{E}} \text{ bzw. } \vec{\mathcal{E}} = \hat{\rho}\vec{j} \quad (2.20)$$

Hierbei sind  $\hat{\sigma}$  und  $\hat{\rho}$  zweidimensionale Tensoren und heißen Leitfähigkeitstensor  $\hat{\sigma}$  und Widerstandstensor  $\hat{\rho}$ . Sie repräsentieren die Eigenschaften des Mediums. Ihre allgemeine Bezeichnung ist:

$$\hat{\sigma} := \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \text{ und } \hat{\rho} := \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$\hat{\sigma}$  und  $\hat{\rho}$  sind wegen Gleichung 2.20 zueinander invers:

$$\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1} \quad (2.22)$$

Aus der Forderung, dass das 2DES isotrop sei, ergeben sich zwei Relationen für die Matrixelemente von  $\hat{\sigma}$ :  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  und  $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ . Hiermit lassen sich  $\hat{\sigma}$  und  $\hat{\rho}$  aus Gleichung 2.21 umschreiben zu

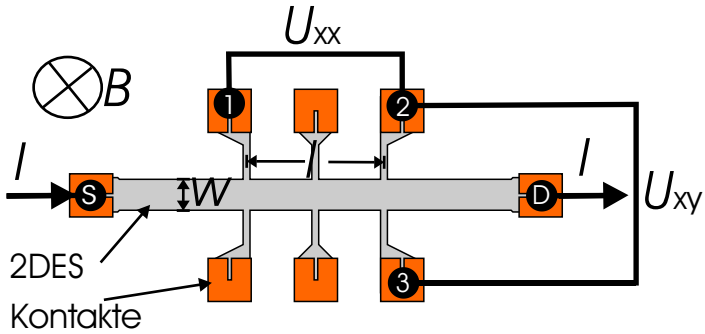
$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \text{ und } \hat{\rho} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Für Magnetfeld  $B = 0$  werden die Tensoren diagonal, so dass sich  $\hat{\sigma}$  und  $\hat{\rho}$  als Skalare darstellen lassen. Für endliches Magnetfeld  $|B| \neq 0$  können Leitfähigkeitstensor  $\hat{\sigma}$  und Widerstandstensor  $\hat{\rho}$  über eine experimentelle Bestimmung von  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$  erhalten werden.

Die typische Messung der spezifischen Widerstände  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$  erfolgt in der so genannten Hallgeometrie<sup>4</sup>, siehe Abbildung 2.1. Hier

---

<sup>4</sup>engl. Hallbar



**Abbildung 2.1:** Hallgeometrie zur Messung des Längs- und Querwiderstands  $R_{xx}$ ,  $R_{xy}$  eines zweidimensionalen Elektronensystems im senkrechten Magnetfeld  $B$ . Die gezeigte Geometrie ist die einer Hallgeometrie auf Probe 1840-3. Es wird ein konstanter Strom  $I$  längs über die Probe getrieben (über die Kontakte S und D) und gleichzeitig der Spannungsabfall in Längs- (Kontakte 1 und 2) und Querrichtung (Kontakte 2 und 3) gemessen.

wird ein konstanter Strom  $I$  über die Längsrichtung der Hallgeometrie über die die Kontakte S und D<sup>5</sup> getrieben. Gleichzeitig liegt ein Magnetfeld senkrecht zur Probenebene an und lenkt die Ladungsträger durch Lorentzkraft zur Seite ab. Gemessen wird die Spannung parallel zum Strom  $U_{xx}$  über die Kontakte 1 und 2 (Längsspannung) und senkrecht zum Strom  $U_{xy}$  über die Kontakte 2 und 3 (Hallspannung). Der Vorteil einer solchen Vier-Punkt-Messung (zwei Stromkontakte und zwei Spannungskontakte) ist, dass bei hinreichend großen Innenwiderständen der Messgeräte nur der Probenwiderstand und keine anderen, parasitären Widerstände wie Kontaktwiderstände oder Kabelwiderstände gemessen werden. Dies ist der Fall, weil bei großen Innenwiderständen kein Strom fließt und somit auch keine Spannung abfällt, dass heißt, die am Messgerät abgelesenen Spannungen  $U_{xx}$  und  $U_{xy}$  sind die gleichen Spannungen, die nur über die Probe abfallen. “Groß” heißt in diesem Falle deutlich größer als alle anderen im System be-

<sup>5</sup>engl. source & drain für Quelle & Senke

findlichen Widerstände, z. B. Messwiderstände, Kontaktwiderstände, Innenwiderstände der Messgeräte etc. Aus den gemessenen Spannungen lassen sich die gesuchten spezifischen Widerstände  $\rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}$  bestimmen:

$$R_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} = \frac{l}{w} \rho_{xx} \quad (2.24)$$

$$R_{xy} = \frac{U_{xy}}{I} = \rho_{xy} \quad (2.25)$$

Hierbei ist  $l$  die Länge zwischen den gemessenen Kontakten in Längsrichtung und  $w$  die Breite der Hallgeometrie.

## 2.2 Der integrale Quanten-Hall-Effekt (IQHE)

Klassisch erwartet man bei der Messung des Hallwiderstands  $R_{xy}$  an der Hallgeometrie aus Abbildung 2.1 einen linearen Anstieg als Funktion des Magnetfeldes durch den Halleffekt, benannt nach Edwin Hall aus dem Jahre 1879 [34]:

$$R_{xy} = \frac{B}{n_e e d} \quad (2.26)$$

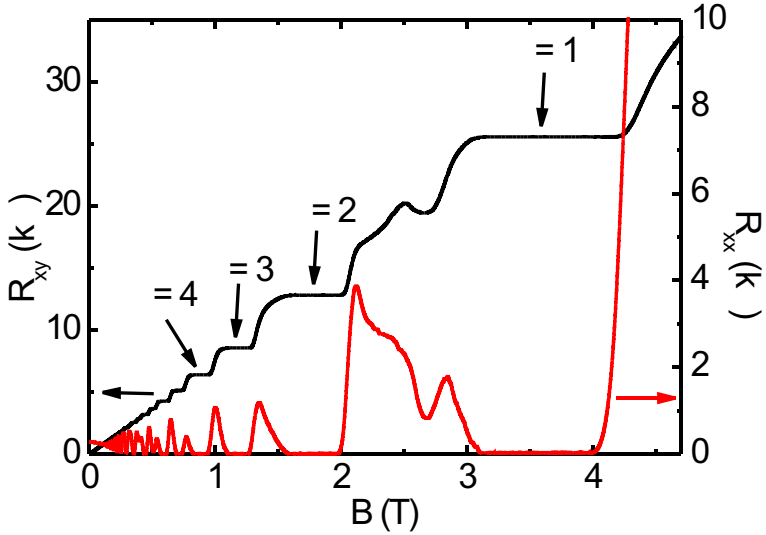
Mit  $d$  ist die Dicke des Leiters bezeichnet. Klaus von Klitzing entdeckte 1980 [1] jedoch als erster für 2DESe bei tiefkalten Temperaturen in hohen Magnetfeldern ausgeprägte Plateaus in  $R_{xy}$  bei gleichzeitigen Minima in  $R_{xx}$ . Das oszillatorische Verhalten von  $R_{xx}$  wird Shubnikov-de-Haas-Oszillationen genannt und wurde bereits 1930 von Shubnikov und de Haas in Bismut entdeckt [35]. Die Plateaus treten für feste Werte des Widerstandes gemäß der Formel

$$R_{xy} = R_K / \nu, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

auf.  $R_K$  ist die von-Klitzing-Konstante. Sie lässt sich aus Naturkonstanten zusammensetzen:

$$R_K = \frac{h}{e^2} \quad (2.28)$$

Die von-Klitzing-Konstante lässt sich unabhängig von Proben- und Materialparametern in jedem 2DES messen und hat daher universellen



**Abbildung 2.2:** Typischer Verlauf von Hallwiderstand  $R_{xy}$  und Längswiderstand  $R_{xx}$  eines 2DES im Magnetfeld. Gezeigt sind Messungen an einer Hallgeometrie der Probe 1840-3 bei der Temperatur von  $T = 75$  mK. Klassisch erwartet man einen linearen Anstieg von  $R_{xx}$  durch den Halleffekt. Es zeigen sich jedoch deutliche Plateaus bei ganzen Füllfaktoren  $\nu$  mit festen Widerstandswerten  $R_k/\nu$  bei gleichzeitigen Minima in  $R_{xx}$ .

Charakter. In Abbildung 2.2 sind  $R_{xy}$  und  $R_{xx}$  gemessen an einer Hallgeometrie der Probe 1840-3 gezeigt. Die so realisierten Widerstände können mit einem relativen Fehler von einem Milliardstel reproduziert werden. Der Effekt wird deshalb weltweit als Basis für konstante Referenzwiderstände in den Staatsinstituten bei Kalibrierungen benutzt [36]. Da die von-Klitzing-Konstante  $R_K$  nicht mit der dafür notwendigen Genauigkeit bekannt ist, wird für diesen Zweck überall der gleiche, vereinbarte Wert benutzt, nämlich

$$R_{K-90} = 25812,807 \, \Omega \quad (2.29)$$



Der Zusatz -90 in  $R_{K-90}$  bezieht sich auf den 1990 vereinbarten Wert. Außerdem lässt mit der von-Klitzing-Konstante die für die Quantenelektrodynamik wichtige Feinstrukturkonstante  $\alpha_{Fein}$  bestimmen:

$$\alpha_{Fein} = R_K \frac{1}{2\epsilon_0 c} \quad (2.30)$$

$\epsilon_0$  ist die Dielektrische Konstante und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit. Von Klitzing wurde für seine Entdeckung 1985 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Dieser Quanteneffekt wird Quanten-Hall-Effekt (QHE) bzw. integraler Quanten-Hall-Effekt (IQHE) genannt. “integral” bezieht sich auf ganzzahlige  $\nu$  und dient zur Unterscheidung zum fraktionalen QHE, siehe Abschnitt 2.3. Mit der Entdeckung des Quanten-Hall-Effekts wurde ein völlig neues Arbeitsgebiet der Physik eröffnet.

Zur Erklärung des IQHE haben sich zwei theoretische Modelle etabliert. Dies sind zum einen die Beschreibung des Magnetotransports über lokalisierte und delokalisierte Zustände, nächster Abschnitt 2.2.1. In diesem Modell fließt der Strom irgendwo über die Mitte des 2DES<sup>6</sup>. In diesem Bild lässt sich am einfachsten die *Existenz und Breite* der Plateaus erklären. Im zweiten Modell fließt der Strom vornehmlich am Rand, daher der Name Randkanalbild, Abschnitt 2.2.2. Dieses Modell liefert am schnellsten die *Werte* der Plateaus. Zu betonen ist, dass beide Modelle nicht im Widerspruch zueinander stehen, sondern je nach Situation Messdaten einfacher und anschaulicher gegenüber dem anderen Modell erklären.

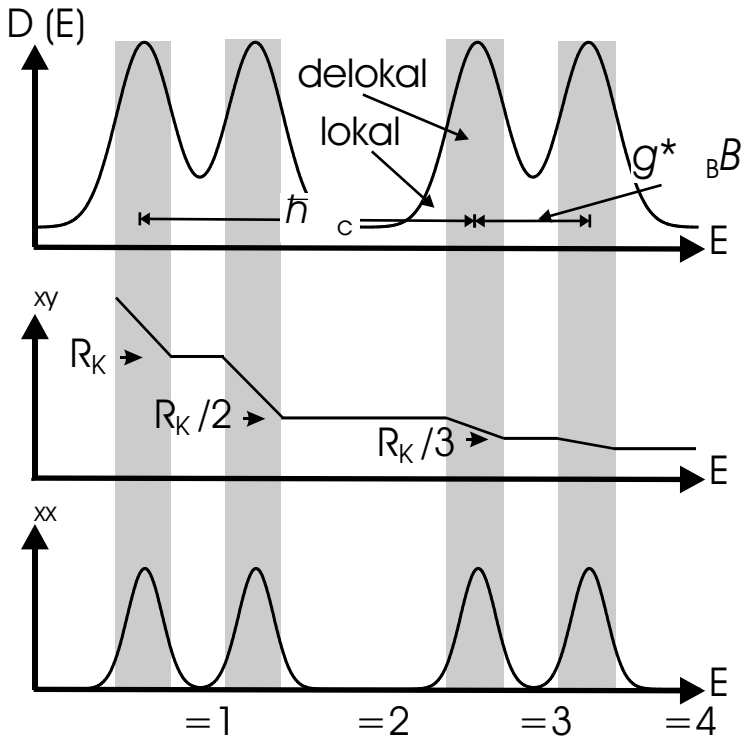
Beide Modelle liefern richtige Vorhersagen zum IQHE und sollen im Folgenden vorgestellt werden.

### 2.2.1 IQHE im Bild lokalisierter und delocalisierter Zustände

Ausgangspunkt dieses Modells des IQHEs ist die Zustandsdichte eines 2DES im Magnetfeld, vergleiche Gleichung 2.16 und 2.10. Diese Zustandsdichte besteht also aus einer Reihe von deltaförmigen Zacken, den Landau-Niveaus, die wiederum zu Paaren durch die Zeeman-Energie aufspalten. Diese deltaförmigen Zustände verbreitern sich energetisch

---

<sup>6</sup>engl. bulk of 2DES



**Abbildung 2.3:** IQHE im Bild lokalisierter und delokalierter Zustände.

Oben: 2DES Zustandsdichte  $D(E)$  im Magnetfeld einer realen Probe. Durch Erhöhung des Magnetfeldes durchlaufen die lokalisierten und delokalisierten Zustände verschiedene Energiewerte und somit die Fermienergie. Im Bereich delokalierter Zustände an der Fermikante findet Magnetotransport über die Probe statt. Daraus ergeben sich:

Mitte:  $\rho_{xy}$  steigt bei Erhöhung des Magnetfeldes an und weist Plateaus bei vollständig besetzten Niveaus auf, d. h. für ganzzahlige Füllfaktoren  $\nu$ .

Unten:  $\rho_{xx}$  hat endlichen Wert bei Magnetotransport über die Probe, d. h. wenn sich die Fermienergie innerhalb eines delokalisierten Zustandes befindet, und geht gegen Null für ganzzahlige Füllfaktoren.

in realen 2DESen durch Streuung der Ladungsträger an Phononen, Störstellen, Kristalldefekten u. s. w. zu gaußförmigen Zuständen, siehe Abbildung 2.3. Die Verbreiterung lässt sich mit der Heisenbergschen Unschärferelation von Energie und Zeit erklären: Es lassen sich für jedes quantenmechanische System nicht Energie und Zeit einer Größe exakt angeben, sondern nur mit einer Ungenauigkeit. Daher gilt für die energetische Verbreiterung der deltaförmigen Niveaus  $dE = \hbar/\tau$ , wobei  $\tau$  die Zeit zwischen den Stößen ist. Wichtig ist hierbei die Unterscheidung in lokalisierte und delokalisierte Zustände.

Delokalisierte Zustände sind Zustände, in denen sich Ladungsträger ungehindert über die Probe bewegen können oder, quantenmechanischer formuliert, in denen die Ladungsträger eine über die Probe ausgehende Wellenfunktion haben. Entsprechend sind lokalisierte Zustände die Zustände, in denen Ladungsträger während ihres Transports gestreut und dadurch lokalisiert werden. Da diese Zustände durch ihre Lokalisierung nicht über die Probe reichen, können sie keinen Strom tragen.

Bei ausgeschaltetem Magnetfeld sind alle Zustände entartet und spalten bei endlichem Magnetfeld auf. Mit wachsendem Magnetfeld verschieben sich die Landau-Niveaus zu höheren Energien und durchlaufen nacheinander die Fermienergie  $E_F$ . Die Fermienergie ist so definiert, dass bei Temperatur  $T = 0$  alle Zustände unterhalb  $E_F$  besetzt und oberhalb  $E_F$  unbesetzt sind. Bei endlicher Temperatur  $T \neq 0$  "schmilzt" diese Verteilung zwar leicht auf, jedoch bleibt die prinzipielle Besetzung erhalten. Magnetotransport findet genau an dieser Fermienergie statt, da die Ladungsträger in freie, unbesetzte Zustände gestreut werden können. Durch Erhöhung des Magnetfeldes findet der Transport also mal durch delokalisierte Zustände, wenn  $E_F$  etwa in der Mitte der gaußförmig verbreiterten Deltazacken ist, und sonst gar nicht statt, wenn  $E_F$  sich in den lokalisierten Zuständen befindet.

Der Längswiderstand  $R_{xx}$  hat bei Transport durch delokalisierte Zustände durch Streuung einen endlichen Wert und der Hallwiderstand  $R_{xy}$  wächst mit zunehmender Population des freien Zustandes, siehe Abbildung 2.3. Im Bereich der lokalisierten Zustände kann kein Magnetotransport stattfinden und die Leitfähigkeit verschwindet entsprechend. Durch den tensoriellen Zusammenhang von Leitfähigkeitstensor  $\hat{\sigma}$  und Widerstandstensor  $\hat{\rho}$ , Gleichung 2.22, wird der Längswiderstand

$R_{xx}$  entsprechend zu Null. Gleichzeitig nimmt der Hallwiderstand  $R_{xy}$  konstante Werte an. Dies sind die Plateaus des QHEs.

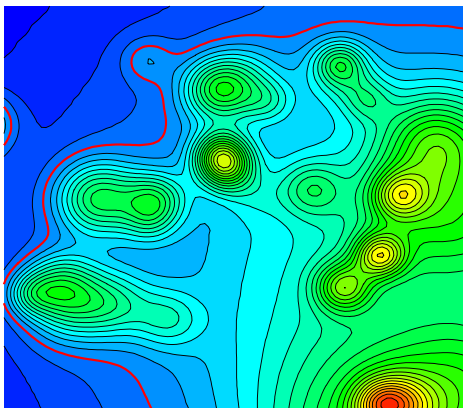
Mit Abbildung 2.4 soll illustriert werden, *wo* in dieser Beschreibung des IQHE der Strom über eine Probe fließt. Diese Abbildung stellt in einem Farbplot das energetische Potential eines 2DES als Funktion des (x,y)-Ortes dar, wobei der Rand ignoriert wird. Hierbei ist das Potential nicht einfach eine Konstante, sondern durch Störstellen an zufälligen Orten verzerrt. Die Abbildung wurde mit 50 zufällig verteilten, gaußförmigen Streuzentren von ebenfalls zufälliger Höhe und Halbwertsbreite erzeugt. In einem realen 2DES, welches durch eine Halbleiterheterostrukturen realisiert wird, sind die Streuzentren vornehmlich die Donatoren, siehe Abschnitt 3.1. Magnetotransport über die Probe ist im Bild von lokalisierten und delokalisierten Zuständen nur über einen über die gesamte Probe ausgedehnten Zustand möglich. So wäre in Abbildung 2.4 Transport in der Horizontalen über den Rot hervorgehobenen Zustand möglich, nicht jedoch in der Vertikalen. Der Strom fließt in dieser Beschreibung des IQHE folglich irgendwo über die mittlere Region des 2DES.

### 2.2.2 IQHE im Randkanalbild

In einer klassischen Betrachtungsweise werden Ladungsträger in einem 2DES durch ein Magnetfeld durch die Lorentzkraft auf Kreisbahnen gezwungen. In Gleichung 2.13 wurde gezeigt, dass diese Kreisbahnen in einer semi-klassischen Beschreibung auf feste, erlaubte Werte quantisiert sind, den Zyklotronradien  $r_{c,nLL}$ . Jede reale Probe ist selbstverständlich nicht unendlich ausgedehnt, sondern besitzt einen geometrischen Rand. Ladungsträger in der Mitte des 2DES bewegen sich auf den Zyklotronradien im Kreis und können folglich keinen Strom über die Probe tragen. Eine andere Situation liegt am Rand vor: Hier werden die Ladungsträger am Probenrand reflektiert und “hüpfen” auf Halbkreisen mit dem Zyklotronradius am Rand entlang<sup>7</sup> und tragen somit den Strom. In diesem anschaulichen, aber semi-klassischen Bild fließt der Strom also ausschließlich am Probenrand. Abbildung 2.5 zeigt schematisch eine Aufsicht auf ein 2DES mit Füllfaktor  $\nu = 2$ , d. h. Zwei

---

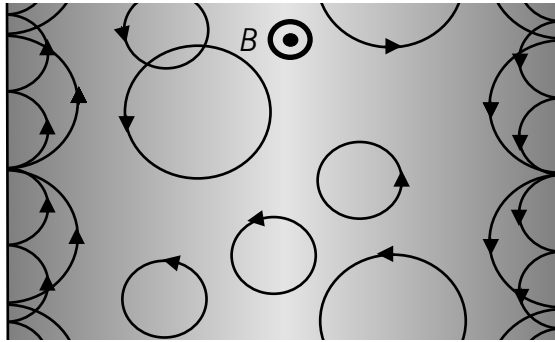
<sup>7</sup>“hüpfende” Kreisbahnen: Engl. skipping orbits



**Abbildung 2.4:** Simulation des energetischen Potentials eines 2DES als Funktion des  $(x,y)$ -Ortes unter Vernachlässigung des Randes. Durch Streuzentren ist das 2DES energetisch fluktuierend. Magnetotransport ist nur auf einer energetischen Äquipotentiallinie über einen über die ganze Probe ausgedehnten Zustand möglich, Rot hervorgehoben. Der Strom fließt in diesem Modell also irgendwo über die Mitte der Probe entlang einer festen Energie, hier in der Horizontalen.

Landau-Niveaus sind besetzt und somit nach Gleichung 2.13 nur zwei Zyklotronradien erlaubt.

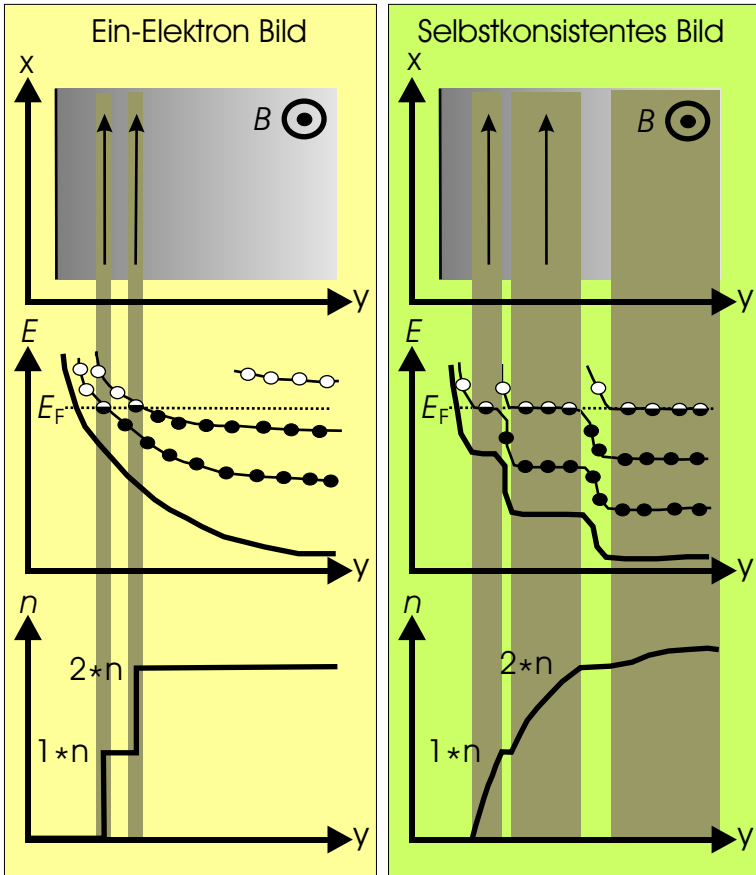
Ein genaueres, physikalischeres Modell des IQHE liefert eine voll quantenmechanische Beschreibung des 2DESs im Magnetfeld mit Rand: das Randkanalbild, siehe Abbildung 2.6. Ausgangspunkt ist wie beim Bild lokalisierter und delocalisierter Zustände des IQHE die Zustandsdichte  $D(E)$  eines 2DES im Magnetfeld mit spinaufgespaltenen Landau-Niveaus, Gleichung 2.16. Aufgrund einer endlichen Probengeometrie führt das Einschlusspotential zu einer Anhebung der Energieniveaus am Rand. Diese hochgebogenen Niveaus kreuzen sich mit der Fermienergie. Das 2DES wird in diesen Regionen gleicher Energie *kompressibel* genannt, weil dort Ladungsträger in freie Zustände gestreut werden können, und sonst *inkompressibel* bei voll besetzten Niveaus. Da Stromtransport nur an der Fermienergie möglich ist, sind die inkompressiblen Regionen isolierend. Folglich bilden sich am Rand Streifen



**Abbildung 2.5:** IQHE im Randkanalbild der Skipping Orbits: In einer semi-klassischen Beschreibung können sich die Ladungsträger gemäß Gleichung 2.13 nur auf festen, quantisierten Kreisbahnen bewegen. Gezeigt ist der Fall Füllfaktor  $\nu = 2$ . Ladungsträger am Rand werden reflektiert und tragen daher Strom über die Probe.

von abwechselnd isolierenden und leitenden Regionen aus. Die leitenden 2DES-Streifen am Rand haben nun nicht mehr zweidimensionalen Charakter, sondern nur noch eindimensionalen. Magnetotransport findet nur noch durch diese eindimensionalen Streifen, genannt 1D-Kanäle, statt, da jede kompressible Region in der Mitte des 2DES durch inkompressible Streifen am Rand von den Potentialkontakten getrennt ist. Für die genaue Bestimmung der Lage der Energieniveaus und daraus folgend der Lage der 1D-Kanäle reicht das Ein-Elektronen-Bild nicht aus, sondern die Wechselwirkung mit sich selbst und anderen Ladungsträgern muss berücksichtigt werden. Hierzu müssen die Schrödinger- und die Poissongleichung selbstkonsistent gelöst werden. Abbildung 2.6 zeigt für den Fall Füllfaktor  $\nu = 2$  in der linken Spalte das Ein-Elektronen-Bild und in der rechten Spalte das selbstkonsistente Bild.

Das Randkanalbild liefert auf besonders einfache Weise die quantisierten Widerstandswerte des IQHE. Der Leitwert  $G = I/U$  von  $N$  1D-Kanälen inklusive Spinaufspaltung ist nach dem Landauer-Büttiker-



**Abbildung 2.6:** IQHE im Randkanalbild: Linke Spalte zeigt das Ein-Elektron-Bild, rechte Spalte das selbstkonsistente Bild.

Mitte: Einschlußpotential am Probenrand und daraus resultierende, hoch klappende Landau-Niveaus. Zustände oberhalb der Fermienergie (leere Kreise) sind leer und unterhalb voll besetzt (volle Kreise). Magnetotransport ist nur an der Fermienergie möglich (halbvolle Kreise). Oben: Aus der Lage der halb gefüllten Zustände ergibt sich die Position der Randkanäle...

Unten: ...und die Besetzung der Zustände.

Formalismus gegeben durch [37]:

$$G = \frac{e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n(E_F) \quad (2.31)$$

mit  $0 \leq T_n(E_F) \leq 1$  dem Transmissionskoeffizienten. Im Fall von vollständiger Transmission  $T_n(E_F) = 1$ , die im IQHE genau bei ganzen Füllfaktoren  $\nu$  vorliegt, ist der Transport durch die Kanäle ballistisch und man erhält im Randkanalbild genauso viele Kanäle  $N$  wie der Füllfaktor  $\nu$  anzeigt. Somit vereinfacht sich Gleichung 2.31 zu

$$G(\nu) = \frac{e^2}{h} \nu, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.32)$$

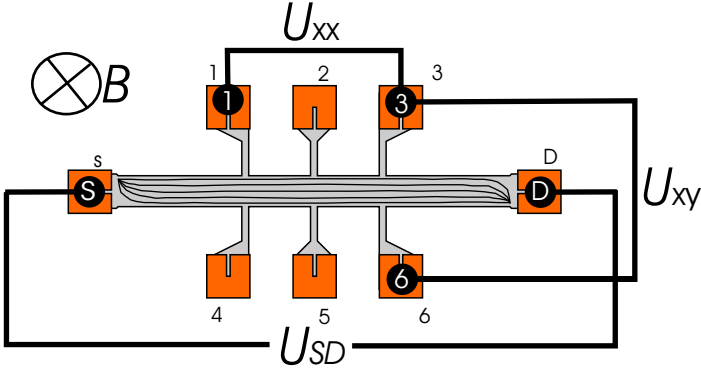
In Abbildung 2.7 ist der Potentialabfall über ein 2DES in einem Hallbar der Probe 1840-3 schematisch gezeigt. Durch Anlegen einer Spannung  $U_{SD}$  an die Stromkontakte fließt ein Strom  $I$  über die Probe. Die Äquipotentiallinien verlaufen an den Stromkontakten parallel zum Kontakt und werden durch den Hall Effekt über die Probe senkrecht dazu abgelenkt. Als Resultat haben alle Kontakte auf einer Probenseite das gleiche chemische Potential  $\mu$  wie einer der Stromkontakte und entsprechend die gegenüberliegenden Kontakte das Potential des anderen Stromkontaktes. Zwischen den beiden Stromkontakten fällt bei ganzzahligen Füllfaktoren  $\nu$  folglich genau die Hallspannung  $U_{xy}$  ab und es werden die quantisierten Werte des Widerstandes  $R = G^{-1} = \frac{h}{e^2 \nu}$  gemessen.

Als Spezialliteratur zu diesem Unterabschnitt sei der Übersichtsartikel von Haug empfohlen [38].

### 2.2.3 IQHE zur Probencharakterisierung

Die beiden wichtigsten Parameter zur Probencharakterisierung eines 2DESs sind die Elektronendichte  $n_e$  und die Elektronenmobilität  $\mu_e$ . Die Tatsache, dass jedes 2DES durch Angabe von  $n_e$  und  $\mu_e$  prinzipiell beschrieben werden kann, spiegelt nochmals den universellen Charakter des Quanten-Hall-Effektes wider. Hierbei wird die Elektronendichte





**Abbildung 2.7:** Schematischer Potentialverlauf in einem Hallbar der Probe 1840-3. Durch den Verlauf der Potentiallinien sind jeweils die Kontakte S, 4, 5, 6 und D, 1, 2, 3 auf dem gleichem chemischen Potential  $\mu$ . Daher gilt für die Spannungen bei ganzen Füllfaktoren  $\nu$ :  $U_{SD} = U_{xy}$ .

zweidimensional angegeben in Einheiten  $[n_e] = m^{-2}$  und die Elektronenmobilität in Einheiten  $[\mu_e] = m^2/Vs$ . Die beiden Parameter sind mit einer einfachen Messung von Längs- und Querwiderstand an einer Hallgeometrie, wie in Abbildung 2.1 in Vierpunktmessung gezeigt, messbar. Hierbei folgt  $n_e$  direkt aus der Definition des Füllfaktors  $\nu$  2.19 zu:

$$n_e = \nu B(\nu) \frac{e}{h}, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (2.33)$$

Mit  $B(\nu)$  ist das Magnetfeld für exakt einen festen Füllfaktor  $\nu$  gemeint. Wenn der Füllfaktor nicht identifizierbar ist oder bei langen Plateaus in  $R_{xy}$  und ebenfalls langen Minima in  $R_{xx}$  die exakte Lage eines festen Füllfaktors zu ungenau ist, empfiehlt sich eine Bestimmung von  $n_e$  durch eine Analyse der  $1/B$  Periodizität der Oszillationen in  $R_{xx}$ , den Shubnikov-de-Haas-Oszillationen.

$$n_e = \frac{g_s}{\Delta(\frac{1}{B})} \frac{e}{h} \quad (2.34)$$

$g_s = 2$  ist hierbei für den Spin. Bei der Bestimmung von  $n_e$  mit Gleichung 2.34 ist drauf zu achten, ob die vermessenen Landau-Niveaus im

Magnetfeld spinaufgespalten sind oder nicht.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Elektronendichte  $n_e$  ergibt sich aus der Steigung des Hallwiderstandes bei kleinen Magnetfeldern d. h. im klassischen Bereich. Hier ist der Querwiderstand über den klassischen Hallwiderstand gegeben, übertragen auf zwei Dimensionen. In zwei Dimensionen fällt die Dicke des Leiters aus der klassischen Formel 2.26 heraus und es ergibt sich für  $n_e$ :

$$n_e = \frac{1}{e} \left( \frac{\partial R_{xy}}{\partial B} \right)^{-1} \quad (2.35)$$

Zur Bestimmung der Elektronenmobilität  $\mu_e$  werden einige Überlegungen aus der Drude-Lorentz-Theorie benötigt [27]. Diese geht davon aus, dass die Valenzelektronen im Kristallverband in einem metallischen Festkörper nicht zu bestimmten Atomen gehören, sondern sich als Gas freier Elektronen durch das Gitter der Rumpfnionen bewegen. Diese Situation ist gut auf die Elektronen des 2DESS übertragbar. In dieser Theorie driftet ein Elektron mit der Geschwindigkeit  $v = -eE\tau/m^*$  verursacht durch ein angelegtes, elektrisches Feld  $E$  entgegen der Feldrichtung. Hierbei ist  $\tau$  die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen. Die Beweglichkeit des Elektronengases (Geschwindigkeit des Ladungstransports/Feld) ist  $\mu_e = e\tau/m^*$  und somit die Leitfähigkeit von einer Elektronendichte  $n_e$ :

$$\sigma = en_e\mu_e = \frac{e^2 n_e \tau}{m^*} \quad (2.36)$$

Hieraus ergibt sich mit Gleichung 2.23 und 2.24, dass die Elektronenmobilität  $\mu_e$  direkt aus der Messung des Längswiderstandes bei  $B = 0$  erhalten werden kann:

$$\mu_e = \frac{1}{R_{xx}(B=0)} \frac{l}{w} \frac{1}{en_e} \quad (2.37)$$

$l/w$  ist das Aspektverhältnis der Hallgeometrie.

## 2.3 Der fraktionale Quanten-Hall-Effekt (FQHE)

In dem vorherigen Abschnitt wurde der integrale Quanten-Hall-Effekt (IQHE) ausführlich vorgestellt und gezeigt, dass für *ganzahlige* Füllfaktoren  $\nu$  der Hallwiderstand feste, quantisierte Werte annimmt, während der Längswiderstand so genannte Shubnikov-de-Haas-Oszillationen aufweist, die Minima gleichzeitig zu den Plateaus besitzen. Nach den Modellen des IQHE ist bei einer typischen QHE-Messung das höchste Plateau das mit Füllfaktor  $\nu = 1$ , da bei einer Erhöhung des Magnetfeldes keine weiteren Landau-Niveaus von der Fermienergie durchlaufen werden (Modell mit lokalisierten/delokalisierten Zuständen, Abschnitt 2.2.1, bzw. es nicht weniger als einen ganzahligen Randkanal (Randkanalbild 2.2.2) gibt).

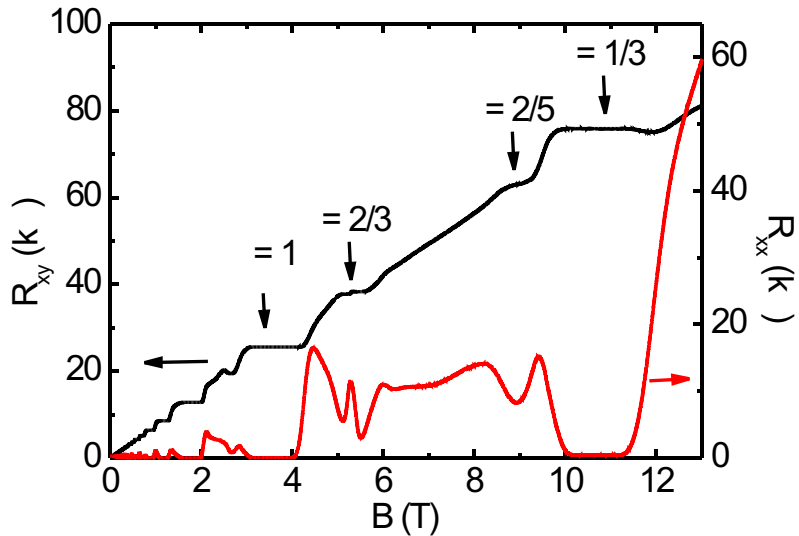
Im Jahre 1982 entdeckten Daniel C. Tsui, Horst L. Störmer und Art C. Gossard bei Quanten-Hall-Messungen an einem extrem reinen GaAs 2DES Plateaus im Hallwiderstand bei *gebrochenzahligen* Füllfaktoren *kleiner* als 1 [2],  $\nu = 1/3$ . Kurz darauf wurden weitere Plateaus bei gebrochenzahligen Füllfaktoren in Proben mit noch höherer Mobilität entdeckt [3]. Diese Plateaus bei gebrochenzahligen Füllfaktoren sind ähnlich universell reproduzierbar in 2DESe mit *hohen* Mobilitäten wie die des IQHE. Am stärksten ausgeprägt oder auch “stabilsten” ist Füllfaktor  $1/3$  und Füllfaktoren gemäß der Formel

$$\nu = \frac{p}{2mp \pm 1}, \quad p, m \in \mathbb{N} \quad (2.38)$$

, wobei die Stabilität mit zunehmenden  $p$  abnimmt. Dieser Effekt wird *fraktionaler*<sup>8</sup> Quanten-Hall-Effekt (FQHE) genannt, zur Unterscheidung zum integralen QHE. Daniel C. Tsui und Horst L. Störmer erhielten 1998 für ihre Entdeckung den Nobelpreis für Physik, zusammen mit Robert B. Laughlin, der eine Theorie dazu ausarbeitete.

Die in dieser Arbeit untersuchten 2DESe zeigen alle einen ausgeprägten FQHE. In Abbildung 2.8 sind QHE-Messungen an der Probe 1840-3 im Regime des FQHEs gezeigt.

<sup>8</sup>nicht “gebrochenzahliger” QHE wegen des englischen Wortes “fractional” für gebrochen



**Abbildung 2.8:** Typischer Verlauf von Hallwiderstand  $R_{xy}$  und Längswiderstand  $R_{xx}$  eines 2DES im Magnetfeld im Bereich des FQHE. Gezeigt sind Messungen an einer Hallgeometrie der Probe 1840-3 bei der Temperatur von  $T = 75$  mK. Sichtbar sind Plateaus in  $R_{xy}$  für Füllfaktoren kleiner als 1, nämlich  $\nu = 2/3, 2/5$  und  $1/3$ , die nicht mit dem integralen QHE erklärt werden können.

Obwohl die experimentellen Ergebnisse beider Effekte relativ ähnlich aussehen, ist die theoretische Beschreibung des FQHE eine deutlich andere, komplexere als die des IQHE und folgt in den nächsten zwei Unterabschnitten.

Als Spezialliteratur zu diesem Abschnitt sei der Nobelpreis-Festvortrag von Störmer [39] und der Artikel von Kramer [40] zum selben Anlass empfohlen.

### 2.3.1 FQHE und Laughlin-Wellenfunktion

Ein physikalisches System nimmt nach den Grundsätzen der Thermodynamik von allen möglichen Konfigurationen immer die mit maximaler Entropie an, was für nahezu alle Systeme das energetisch niedrigste ist. Für ein FQHE-System bedeutet dies, dass sich alle Ladungsträger in einem 2DES unter Minimierung der Energie räumlich verteilen müssen. Im IQHE war es noch möglich, die Elektronen eins nach dem anderen auf einzelne Landau-Niveaus aufzufüllen, ohne dass sich die Niveaus durch die Besetzung verschieben. Der IQHE ist also in einem Ein-Teilchen-Bild prinzipiell richtig beschrieben. Anders im FQHE. Hier sind die 2DES so hoch mobil, dass die Ladungsträger deutlich stärker miteinander wechselwirken. Um die Energie zu minimieren, müssen alle Elektronen *gemeinsam* beschrieben werden. Dies geschieht durch eine geeignete Viel-Teilchen-Wellenfunktion  $\Psi$ . Die Suche nach einer geeigneten Wellenfunktion  $\Psi$  erweist sich als äußerst schwierig und ist analytisch nicht möglich, wie am Beispiel von Füllfaktor  $\nu = 1/3$  gezeigt werden soll: Hier verteilen sich  $N$  Elektronen auf  $3N$  Zustände im niedrigsten Landau-Niveau. Das sind  $(3N)!/(2N)!N!$  verschiedene Möglichkeiten. Für alle diese möglichen Konfigurationen muss jetzt die starke Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigt werden. Dies ist nur numerisch und für winzige Systeme (maximales  $N \approx 10$ ) möglich. Reale Systeme wie z. B. Probe 1840-3 haben aber ca.  $N \approx 1 * 10^9$  und somit eine enorme Anzahl von möglichen Konfigurationen.

Auf der Suche nach der richtigen Vielteilchenwellenfunktion  $\Psi$  wird daher das Variationsprinzip angewandt: Es wird der Energieeigenwert von verschiedenen Testfunktionen  $\Psi(\chi_i)$  mit mehreren Parametern  $\chi_i$  berechnet. Die Testfunktion mit dem niedrigsten Energieeigenwert beschreibt das physikalische System am besten. R. B. Laughlin machte 1983 in seiner prominenten Veröffentlichung [4] folgenden Vorschlag für die gesuchte Viel-Teilchen-Wellenfunktion  $\Psi$ :

$$\Psi_\nu(z_1, \dots, z_N) = \prod_{i < j=1}^N \left( \frac{z_i - z_j}{l} \right)^{2m+1} \prod_{j=1}^N e^{-\frac{1}{4l^2}|z_j^2|}, \quad (2.39)$$

$$\nu = \frac{1}{2m+1}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Diese Wellenfunktion gilt für den fundamentalen Füllfaktor  $\nu = 1/3$  (und für Weitere mit extrem kleiner Elektronendichte wie  $1/5, 1/7\dots$ ). Eine genauere Betrachtung dieser Wellenfunktion  $\Psi_\nu(z_1, \dots, z_N)$  zeigt ihre Besonderheit: Zum einen hat sie fermionischen Charakter, wie für Elektronen (Spin  $1/2$ ) gefordert, da die Wellenfunktion ihr Vorzeichen unter Austausch zweier Teilchen wechselt. Des weiteren hat sie  $(2m + 1)$ -Nullstellen an der Position von jedem Elektron und beschreibt somit Füllfaktoren  $\nu = 1/(2m+1)$ . Die große Besonderheit der Laughlin-Wellenfunktion 2.39 ist die *Position* dieser Nullstellen: Um zu garantieren, dass niemals zwei Elektronen an einer Position sind, genügt eine Nullstelle pro Teilchen. Hier sind jedoch  $(2m + 1)$  Nullstellen *exakt* an jeder Teilchenposition. Dies bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit zwei Elektronen nahe beieinander zu finden extrem klein ist und somit die abstoßende Coulomb-Energie zwischen allen Elektronen stark herabgesetzt ist.

Die Laughlin-Test-Wellenfunktion<sup>9</sup>, auch als Laughlin-Zustand<sup>10</sup> bezeichnet, liefert viele richtige Vorhersagen bezüglich des FQHE. Hierzu gehören insbesondere die Vorhersage der Existenz von Energielücken und deren Größe, und weiterer fraktionaler Füllfaktoren in einem so genannten Hierarchie-Bild.

Leider vermittelt das Laughlin-Bild kein intuitives Verständnis für die grundlegenden experimentellen Ergebnisse des FQHEs. Im nächsten Unterabschnitt wird eine andere, ebenfalls sehr erfolgreiche Beschreibung des FQHE vorgestellt, die wieder die Viel-Teilchen-Eigenschaften in ein Ein-Teilchen-Bild abbildet.

### 2.3.2 FQHE im Composite Fermion (CF) Bild

Diese andere Beschreibung des FQHEs wurde von 1989 von J. Jain [5] eingeführt: Das so genannte Composite Fermion<sup>11</sup> (CF) Bild. CFs sind Quasi-Teilchen, die aus einem Elektron plus einer geraden Anzahl  $(2m)$  von Flussquanten  $\phi_0$  (oder alternativ zwei Vortizes oder zwei “Nullen in der Wellenfunktion”) zusammengesetzt sind. Flussquanten  $\phi_0$  sind die vom Aharonov-Bohm-Effekt bekannten Quantisierungen

---

<sup>9</sup>engl. Laughlin trial wavefunction

<sup>10</sup>engl. Laughlin state

<sup>11</sup>übersetzt: zusammengesetzte Fermionen

des Vektorpotentials des Magnetfeldes. Die Hauptmerkmale der Composite Fermion Theorie sind:

1. *Elektronen "fangen"  $2m$  Flussquanten ein und werden zum Composite Fermion.* Die Flussquanten erzeugen einen Wirbel um jedes Elektron und bewirken somit eine Abschirmung zu allen anderen Elektronen.
2. *Composite Fermionen wechselwirken nur schwach untereinander.* Daher können sie wie gewöhnliche, schwach wechselwirkende Teilchen in einem Ein-Teilchen-Bild behandelt werden.
3. *Composite Fermionen erfahren nur ein stark reduziertes Magnetfeld.* Die Vortizes wirken dem äußeren Magnetfeld entgegen und bei Füllfaktor  $1/2m$  bewegen sich die CF in einem effektiven B-Feld von 0 T, d. h. das Magnetfeld ist vollständig abgeschirmt.

Mathematisch ausgedrückt bedeutet der letzte Punkt, dass das auf die Composite Fermionen wirkende effektive Magnetfeld  $B_{eff}$  gegeben ist durch:

$$B_{eff} = B - 2m\phi_0 n_e, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.40)$$

hierbei ist  $B$  das äußere Magnetfeld,  $\phi_0$  das Flussquant und  $n_e$  die Elektronendichte, gleich bedeutend mit der Composite Fermion Dichte. Der Wechsel von  $B$  zu  $B_{eff}$  wird mathematisch durch die so genannte Chern-Simons-Transformation beschrieben. Der Versuch der Visualisierung der Gleichung 2.40 und des Composite Fermion Bildes zeigt Abbildung 2.9. Wie alle freien Fermionen in einem Magnetfeld bilden auch Composite Fermionen Landau-Niveaus<sup>12</sup> (CF-LL) aus, vergleiche Abschnitt 2.1.1. Die CFen besetzen diese CF-LL, genauso wie die Elektronen die normalen Landau-Niveaus im IQHE besetzten. Analog zum IQHE wird daher ein CF-Füllfaktor  $p$  definiert:

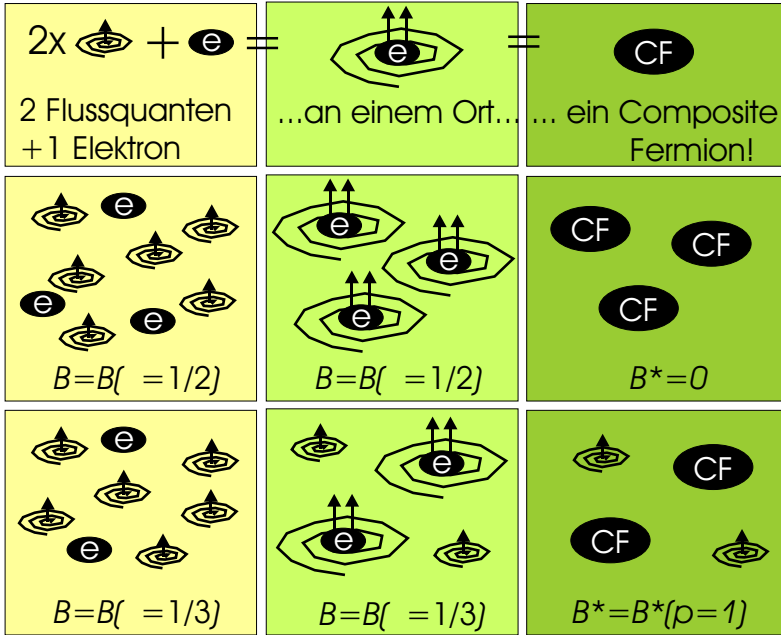
$$p = \frac{n_e \phi_0}{|B_{eff}|} \quad (2.41)$$

Zusammen mit Gleichung 2.40 ergibt sich die wichtige Relation zwischen Füllfaktor  $\nu$  und CF-Füllfaktor  $p$ :

$$\nu = \frac{p}{2mp + 1}, \quad p = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (2.42)$$

---

<sup>12</sup>engl. Composite fermions Landau level



**Abbildung 2.9:** Composite Fermion Bild des fraktionalen Quanten-Hall-Effektes (für  $2m = 2$ ):

Die *Spalten* zeigen von links nach rechts die verschiedenen Modelle des FQHE. Links wird ein 2DES ohne Minimierung der Energie gezeigt, in der Mitte wird der Laughlin-Wellenfunktions-Zustand dargestellt ("Nullen" genau an den Orten der Elektronen) und rechts letztendlich das Composite Fermion Bild.

Die *Zeilen* zeigen: Oben: Zwei Flussquanten plus ein Elektron setzen sich zusammen zu einem Composite Fermion. Mitte: Füllfaktor  $\nu = 1/2$  bedeutet im Composite Fermion Bild eine vollständige Aufhebung des Magnetfeldes. Unten: Füllfaktor  $\nu = 1/3$  ist im Composite Fermion Bild äquivalent zu Füllfaktor 1, da es eine gleiche Anzahl von Teilchen und Flussquanten gibt.



**Tabelle 2.1:** Zusammenhang zwischen Füllfaktor  $\nu$  und CF-Füllfaktor  $p$  für zwei Flussquanten je Elektron, abgeleitet aus Gleichung 2.42.

$\nu$	1	2/3	3/5	4/7	1/2	4/9	3/7	2/5	1/3
$p$	-1	-2	-3	-4	$\pm\infty$	4	3	2	1

$2m$  ist hierbei die Anzahl von Flussquanten des Composite Fermions. Das Vorzeichen von  $p$  gibt die Feldrichtung des effektiven Magnetfeldes  $B_{eff}$  an, so dass  $|p|$  die Anzahl besetzter CF-Landau-Niveaus angibt. Gleichung 2.42 wird auch oft in der Form

$$\nu = \frac{p}{2mp \pm 1}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (2.43)$$

geschrieben. Hierbei gibt das  $\pm$ -Zeichen an, welche FQHE-Serie gemeint ist. Für den in dieser Arbeit untersuchten Fall  $2m = 2$  veranschaulicht Tabelle 2.1 noch einmal den Zusammenhang zwischen  $\nu$  und  $p$ .

Es sei darauf hingewiesen, dass das Composite Fermion Bild mit seiner anschaulichen Beschreibung des sehr komplexen FQHEs durch neue Quasi-Teilchen zwar sehr erfolgreich viele Experimente erklärt. So zeigt zum Beispiel der Übersichtsartikel von Willett [41] diverse Experimente insbesondere zu so genannten Oberflächen-Akustischen-Wellen<sup>13</sup>, die exzellent im CF-Bild beschrieben werden. Jedoch bleibt die exakte und somit richtige Beschreibung des FQHEs eine quantenmechanische und somit sollte das CF-Bild nicht zu genau genommen werden. Die anschauliche Beschreibung des FQHEs durch ganz gewöhnliche, sich schwach gegenseitig beeinflussende Fermionen wird “nahezu unabhängiges oder nicht sich gegenseitig beeinflussendes Composite Fermion Bild<sup>14</sup>” (NICFM) genannt. Im Rahmen dieses NICFM gilt der wichtige Satz:

4. *Composite Fermionen verhalten sich im effektiven Magnetfeld  $B_{eff}$  so wie Elektronen im normalen Magnetfeld  $B$ .* Der FQHE lässt sich also direkt auf den IQHE abbilden. So sind die bemerkenswerten Übereinstimmungen von IQHE und FQHE wie

---

<sup>13</sup>engl. surface acoustic waves

<sup>14</sup>non-interacting/nearly independent composite Fermion model

z. B. fest quantisierte Plateauwerte im Hallwiderstand leicht zu verstehen.

Analog zur Bewegung von Ladungsträgern in einem Festkörper wird die Energie der Viel-Teilchen-Wechselwirkung in eine effektive CF-Masse  $m^*$  transformiert. Mit dieser Masse nimmt die effektive Zyklotron-Energielücke<sup>15</sup> folgende Gestalt an:

$$\hbar\omega_c^* = \frac{\hbar e B_{eff}}{m^*} \quad (2.44)$$

1993 wurde von Halperin, Lee und Read [25] für diese Energielücke die Form

$$\hbar\omega_c^* \propto \frac{1}{2p \pm 1} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B} \quad (2.45)$$

vorhergesagt. Hierbei ist  $\epsilon_r$  die relative dielektrische Konstante ( $\epsilon_{\text{GaAs}} \approx 12.8$ ) und  $l_B = (\hbar/eB)^{1/2}$  die magnetische Länge. Der Coulomb-Term hat die Energie-Skala in Kelvin von

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B} \approx 51 \sqrt{B[\text{T}]} \text{K} \quad (2.46)$$

Mit  $B[\text{T}]$  ist der Zahlenwert des Magnetfeldes  $B$  in Einheiten von Tesla gemeint. Ein Vergleich von Gleichung 2.44 und 2.45 zeigt, dass die CF-Masse eine Magnetfeldabhängigkeit von  $m^* \propto \sqrt{B}$  haben muss. Zur Analyse der Messdaten wird daher ein dimensionsloser Parameter  $\alpha$  definiert:

$$m^*/m_0 = \alpha \sqrt{B[\text{T}]} \quad (2.47)$$

Die obigen Überlegungen regen für die effektive Zyklotron-Energie die folgende Form für CF-Füllfaktor  $p$  an [42] [43]:

$$\hbar\omega_c^* = \frac{\hbar e B}{m^*(2p \pm 1)} \quad (2.48)$$

Die Chern-Simons-Transformation koppelt nicht an den Spin und somit kann an den Coulomb-Term ein Zeeman-Term addiert werden. Hiermit ergibt sich für CF mit Spin die CF-Landau-Niveaus zu:

$$E_{nps}(B) = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c^*(p, B) + sg\mu_B B \quad (2.49)$$

---

<sup>15</sup>engl. energy gap

mit  $s = \pm 1/2$  für den Spin und  $\mu_B$  dem Bohrschen Magneton. Es sei darauf hingewiesen, dass der CF- $g$ -Faktor und besonders die CF-Masse  $m^*$  Gegenstand der Forschung und auch dieser Arbeit sind.  $\mu_B$  lässt sich in Einheiten schreiben als:

$$\mu_B = \hbar e / 2m_0 = 0.67 \text{ K/T} \quad (2.50)$$

Für den Vergleich mit Messdaten ist es sinnvoll Gleichung 2.49 in Energien in Kelvin umzuschreiben:

$$E_{\text{nps}}[\text{K}] = 1.34(n + \frac{1}{2}) \frac{\sqrt{B[\text{T}]}}{\alpha(2p \pm 1)} \pm 0.335gB[\text{T}] \quad (2.51)$$

Hierbei bezieht sich das  $\pm$ -Zeichen auf die Spinrichtung. Der Nulltemperatur-Grundzustand für ein festes  $B$ -Feld wird erhalten durch Besetzen des untersten  $p$  CF-Landau-Niveaus. Die korrespondierende Spinpolarisation  $\gamma$  hängt von den besetzten Zuständen ab und ist

$$\gamma(B, p) = (p_{\uparrow}(B) - p_{\downarrow}(B)) / p \quad (2.52)$$

Es ist zu beachten, dass der Coulomb-Term und der Zeeman-Term in Gleichung 2.49 bzw. 2.51 unterschiedlich mit dem Magnetfeld  $B$  skalieren, wodurch die CF-Landau-Niveaus mit unterschiedlichen Spins sich für ein kritisches Magnetfeld  $B_c$  kreuzen. Der Übergang zwischen verschiedenen polarisierten Grundzuständen ist daher gegeben durch den Übergang der CF-Landau-Niveaus an der Fermi-Energie. Das kritische Magnetfeld  $B_c$  für den Übergang der Niveaus ( $n = 0; s = \downarrow$ ) und ( $n = p - 1; s = \uparrow$ ) ist:

$$B_c[\text{T}] = \left( \frac{2(p-1)}{|g|\alpha(2p \pm 1)} \right)^2 \quad (2.53)$$

Eine Messung von  $B_c$  liefert also das Produkt  $|g|\alpha$  in dieser theoretischen Beschreibung des FQHEs. Eine Möglichkeit,  $|g|$  *direkt* zu messen, ergibt sich aus Gleichung 2.49 bzw. 2.51: Aus einer Linearisierung der  $B$ -Feld Abhängigkeit von  $E_{\text{nps}}$  nahe dem Kreuzungspunkt lässt sich eine Steigung von  $E_{\text{nps}}$  definieren:

$$S_{\text{nps}}(B) := \partial_B E_{\text{nps}}(B) \quad (2.54)$$

Die Unterschiede der Steigungen am kritischen Magnetfeld sind durch eine kleine Rechnung zu erhalten. Hierbei ist zu beachten, dass nicht nur im Zeeman-Term ein  $g$  enthalten ist, sondern nach Einsetzen von  $B_c$  aus Gleichung 2.53 auch im Landau-Term. Es folgt:

$$|S_{np\uparrow}(B_{nn'}) - S_{n'p\downarrow}(B_{nn'})| = \frac{1}{2} |g| \mu_B \quad (2.55)$$

Die Bedeutung obiger Gleichungen für die Messungen dieser Arbeit soll nochmal hervorgehoben werden: Die Messung der Magnetfeld-Abhängigkeit einer Energielücke  $\Delta$  zu einem festen CF-Füllfaktor nahe eines kritischen Magnetfeldes liefert die Steigung der CF-Landau-Niveaus und somit mit Gleichung 2.55 direkt den CF- $g$ -Faktor! Wird gleichzeitig noch das kritische Magnetfeld  $B_c$  gemessen, so liefert diese Messung zusätzlich die CF-Masse  $m_{CF}$ , siehe Gleichung 2.53. Für die Diskussion der Messdaten sei auf den experimentellen Teil dieser Arbeit verwiesen.

Es sei nochmal darauf hingewiesen, dass die obige mathematische Beschreibung des FQHEes im CF-Bild vollständig im NICFM ist, d. h. *ohne* CF-Wechselwirkung. Abweichungen von obiger Beschreibung werden z. B. für nur *teilweise* polarisierte CF-Landau-Niveaus verantwortlich gemacht, wie sie auch in dieser Arbeit experimentell nachgewiesen wurden. Auch erwartet man durch CF-Wechselwirkung eine *Verbiegung* des linearisierten Verhaltens der CF-Landau-Niveaus sehr nahe des Kreuzungspunktes.

Als Spezialliteratur zu diesem Abschnitt sind empfehlenswert: Die humorvolle Sicht des Composite Fermion Bildes von Park in [44] oder auch [45]. Die Dissertation meines Koautors Eros Mariani [42] und eine wichtige Veröffentlichung mit den Inhalten seiner Arbeit [43]. Und natürlich die Veröffentlichung, die im Rahmen der Zusammenarbeit entstand [46].

## 2.4 Spezifische Wärme

Eine der wichtigsten Messgrößen dieser Arbeit ist die spezifische Wärme eines 2DES. Daher soll kurz die spezifische Wärme allgemein und an-

schließend speziell die spezifische Wärme eines 2DES besprochen werden.

### 2.4.1 Allgemeine Thermodynamik

Die Thermodynamik ist die Physik der Wärme. Zur Beschreibung eines physikalischen Systems müssen Wahrscheinlichkeitsaussagen und nicht exakte Aussagen gemacht werden, da die Systemgröße jedes Festkörperproblems eine zu große Anzahl an verknüpften Zuständen aufweist, um sie analytisch zu berechnen.

Die Wahrscheinlichkeit, mit der sich ein System in einem spezifischen Quantenzustand  $n$  mit der Energie  $E_n$  befindet, ist proportional zum so genannten Boltzmannfaktor. Der Boltzmannfaktor ist definiert als

$$\exp(-E/T_*) \quad (2.56)$$

Hierbei gibt  $T_*$  die Temperatur an.  $T_*$  ist mit der absoluten thermodynamischen Temperatur  $T$  verknüpft über

$$T_* = k_B T \quad (2.57)$$

$k_B$  ist eine Naturkonstante, die so genannte Boltzmann-Konstante. Sie hat den Wert:

$$k_B = 1,38 * 10^{-16} \text{erg/K} \quad (2.58)$$

Mit dem Boltzmannfaktor 2.56 lässt sich sehr einfach z. B. das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten  $P$ , mit der ein System in einem einzelnen Quantenzustand 1 bzw. einem einzelnen Quantenzustand 2 zu messen ist, angeben:

$$\frac{P(E_1)}{P(E_2)} = \frac{\exp(-E_1/T_*)}{\exp(-E_2/T_*)} \quad (2.59)$$

Die Summe aller Boltzmann-Faktoren über alle Zustände  $n$  eines Systems wird Zustandssumme  $Z$  genannt.

$$Z(T_*) := \sum_n \exp(-E_n/T_*) \quad (2.60)$$

$Z$  ist der Proportionalitätsfaktor, der die Wahrscheinlichkeit  $P(E_n)$  mit dem Boltzmannfaktor verknüpft:

$$P(E_n) = \frac{\exp(-E_n/T_*)}{Z} \quad (2.61)$$

Die mittlere Energie eines Systems  $\langle E \rangle$  ist die Summe über die Eigenenergien  $E_n$  mal ihrer Besetzungswahrscheinlichkeit  $P(E_n)$

$$\langle E \rangle = \sum_n E_n P(E_n) \quad (2.62)$$

Diese mittlere Energie lässt sich mit der Zustandssumme  $Z$  besonders gut darstellen:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_n E_n \exp(-E_n/T_*)}{Z} = T_*^2 (\partial \log Z / \partial T_*) \quad (2.63)$$

Die Wärmekapazität  $c_V$  eines Systems bei konstanten Volumen ist definiert als

$$c_V := (\partial \langle E \rangle / \partial T_*)|_V \quad (2.64)$$

Die Wärmekapazität  $c_V$  ist also die Ableitung der Zustandssumme nach der Temperatur. In fundamentalen Einheiten ist die Wärmekapazität dimensionslos und in konventionellen Einheiten hat sie die Dimension Energie pro Grad Kelvin.

Die besonders relevante Größe  $c_V$  wird im Rahmen dieser Arbeit auch als spezifische Wärme bezeichnet.

## 2.4.2 Spezifische Wärme eines Zweizustandssystems

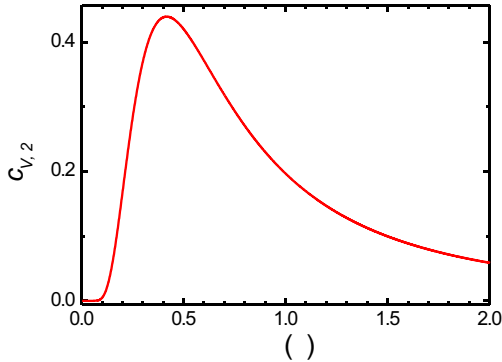
In diesem Abschnitt wird die spezifische Wärme eines Zweizustandssystems berechnet.

Ein System mit zwei Eigenzuständen hat zwei Eigenenergien,  $E_1$  und  $E_2$ . Zur Ermittlung der mittleren Energie  $\langle E \rangle_2$  und daraus folgend der Wärmekapazität  $c_{V,2}$  des Systems wird zuerst die Zustandssumme  $Z_2$  gebildet. Es seien die Eigenenergien gegeben als  $E_1 = 0$  und  $E_2 = E$ , so dass die beiden Energieniveaus durch eine Energielücke von  $E$  getrennt sind.  $Z_2$  ist die Summe der Boltzmann-Faktoren 2.56

$$\begin{aligned} Z_2 &= \exp(-E_1/T_*) + \exp(-E_2/T_*) = \exp(-0/T_*) + \exp(-E/T_*) \\ &= 1 + \exp(-E/T_*) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Die mittlere Energie eines Zweizustandssystems ist mit Gleichung 2.63 folglich

$$\langle E \rangle_2 = \frac{E \cdot \exp(-E/T_*)}{1 + \exp(-E/T_*)} \quad (2.66)$$



**Abbildung 2.10:** Wärmekapazität des Zweizustandssystems  $c_{V,2}$  nach Gleichung 2.67. Das deutliche Maximum bei  $T_*(maximum) \approx 0,42E$  heißt Schottky-Anomalie.

Die Wärmekapazität des Zweizustandssystems  $c_{V,2}$  ist die Ableitung der mittleren Energie nach der Temperatur, vergleiche Gleichung 2.64

$$c_{V,2} = (\partial U_2 / \partial T_*)|_V = \left( \frac{E^2}{T_*^2} \right) \frac{\exp(-E/T_*)}{(1 + \exp(-E/T_*))^2} \quad (2.67)$$

Die Wärmekapazität des Zweizustandssystems  $c_{V,2}$  ist in Abbildung 2.10 dargestellt. Das auffällige Maximum heißt Schottky-Anomalie. Es liegt bei etwa

$$T_*(maximum) \approx 0,42E \quad (2.68)$$

Für Temperaturen  $T_*$ , die deutlich kleiner als die Energielücke  $E$  des Zweizustandssystems sind,  $T_* \ll E$ , lässt sich Gleichung 2.67 entwickeln zu

$$c_{V,2} \approx (E/T_*)^2 \exp(-E/T_*) \quad (2.69)$$

### 2.4.3 Spezifische Wärme von Metallelektronen

In diesem Abschnitt wird die spezifische Wärme von “freien” Metallelektronen in einem Festkörper berechnet. In einem Metall sind die Festkörpereigenschaften mathematisch in eine spezifische Masse  $m^*$  separiert und die Ladungsträger bewegen sich “frei” im Festkörper.

Bei Temperatur  $T = 0$  sind alle Zustände unterhalb der Fermi-Energie  $E_F^0$  besetzt und oberhalb unbesetzt. Die mittlere Energie bei  $T = 0$  ist daher nach der Definition 2.62

$$\langle E \rangle_{e-Gas} (T = 0) = \int_0^{E_F^0} E D(E) dE \quad (2.70)$$

Hierbei ist  $D(E)$  die so genannte Zustandsdichte, die angibt, wie viele Zustände es bei der Energie  $E$  gibt. Bei endlicher Temperatur  $T$  "schmilzt" die Besetzung an der Fermi-Energie auf und es sind auch Zustände oberhalb von  $E_F$  besetzt und unterhalb frei. Diese temperaturabhängige Besetzungswahrscheinlichkeit wird für Fermionen durch die so genannte Fermiverteilung  $f(E, T)$  beschrieben.

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp((E - \mu)/k_B T) + 1} \quad (2.71)$$

$\mu$  ist das so genannte chemische Potential. Es entspricht genau der Fermi-Energie bei  $T = 0$  d. h.

$$\mu(T = 0) = E_F^0 \quad (2.72)$$

Mit der Fermiverteilung lässt sich die mittlere Energie bei endlicher Temperatur angeben:

$$\langle E \rangle_{e-Gas} (T) = \int_0^\infty E D(E) f(E, T) dE \quad (2.73)$$

Beim Aufheizen eines Elektronengases von  $T = 0$  auf eine endliche Temperatur  $T$  wird die innere Energie um die Differenz von Gleichung 2.70 und 2.73 erhöht:

$$d \langle E \rangle_{e-Gas} (T) = \int_0^\infty E D(E) f(E, T) dE - \int_0^{E_F^0} E D(E) dE \quad (2.74)$$

Die spezifische Wärme ist definiert als die Ableitung von  $\langle E \rangle$  nach  $T$  und somit folgt für die spezifische Wärme von Metallelektronen

$$C_{V,e-Gas} = \int_0^\infty (E - E_F) D(E) \frac{\partial f(E, T)}{\partial T} dE \quad (2.75)$$



Zur Lösung des Integrals wird folgendermaßen argumentiert: Die Fermiverteilung  $f$  ändert sich nur in einem kleinen Energiebereich merklich, etwa  $\pm 2k_B T$  um  $E_F$  herum, und ist sonst flach. Unter der Annahme, dass sich  $D(E)$  in diesem Bereich nicht allzu sehr ändert, wird  $D(E)$  mit  $D(E_F)$  angenähert und kann vor das Integral gezogen werden. Die Lösung des restliche Integrals kann (nach kleinen Umformungen) in jeder Formelsammlung z. B. [10] gefunden werden. Es folgt allgemein für die spezifische Wärme der “freien” Metallelektronen :

$$C_{V,e-Gas} \approx \frac{\pi^2}{3} D(E_F) k_B^2 T \quad (2.76)$$

Die spezifische Wärme der “freien” Metallelektronen ist also linear in  $T$ .

#### 2.4.4 Spezifische Wärme eines 2DES

Die spezifische Wärme eines 2DES  $C_{2DES}$  ist eine der wichtigsten Messgrößen dieser Arbeit. Wie in den beiden vorherigen Abschnitten gezeigt wurde, ist für den Temperaturverlauf entscheidend, ob zwischen den Besetzungszuständen an der Fermi-Energie eine Energielücke existiert oder nicht. Außerdem ist die Übertragung von Ergebnissen eines dreidimensionalen Systems auf ein zweidimensionales nicht selbstverständlich. In Bezug auf die spezifische Wärme eines 2DES gibt es zwei wichtige Veröffentlichungen, die theoretische Vorhersagen für in Heterostrukturen realisierte 2DESe machen, d. h. Verunreinigungen, Ränder, Wechselwirkungen verschiedener Art berücksichtigen. Die Artikel sind erarbeitet von Halperin, Lee und Read [25] und von Chakraborty und Pietiläinen [26].

Im FQHE, siehe Kapitel 2.3, ist die Frage nach einer Energielücke, im folgenden mit  $\Delta$  bezeichnet, abhängig vom Füllfaktor  $\nu$ . Dies wird anschaulich im Composite Fermionen Bild, vergleiche Abschnitt 2.3.2.

Bei  $\nu = 1/2$  ist das effektive Magnetfeld  $B_{eff} = 0$  und die CFen bewegen sich ungehindert, d. h. es bildet sich eine freie Fermiflüssigkeit. Daher wird hier ein metallisches Verhalten der spezifischen Wärme erwartet, also nach Gleichung 2.76 eine in  $T$  lineare Abhängigkeit. Eine genaue Analyse von Halperin, Lee und Read [25] sagt folgende Form

von  $C_{2DES}(\nu = 1/2)$  für tiefe Temperaturen voraus<sup>16</sup>:

$$C_{2DES}(\nu = 1/2) = \frac{\pi}{6} \frac{m_{CF}}{\hbar^2} k_B^2 T \quad (2.77)$$

Mit  $m_{CF}$  ist die spezifische Masse der Composite Fermionen bezeichnet. Werden Eichfluktuationen berücksichtigt, so gibt es hierzu “logarithmische Korrekturen mit einem fünftel Stärke” [25].

Diese Gleichung 2.77 lässt sich sehr direkt aus der Gleichung 2.76 für “freie” Metallelektronen “herleiten”. So gilt für die Fermienergie  $E_F$  von CFen

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m_{CF}} (4\pi n_e)$$

Hierbei gilt der Faktor 4 bei  $\pi n_e$  (statt 2 für freie Elektronen), weil CFs spinpolarisiert, i.e.  $k_F = \sqrt{4\pi n_e}$ . Mit  $n_e$  ist die Dichte der CF bezeichnet, die bei  $\nu = 1/2$  genau der Dichte der Elektronen entspricht. Mit der Fermi-Energie ergibt sich die Zustandsdichte zu

$$D(E_F) = n_e/E_F \quad (\text{proFlaeche})$$

Diesen Ausdruck eingesetzt in Gleichung 2.76 ergibt schließlich:

$$\begin{aligned} C_V &= \frac{\pi^2}{3} \frac{2m_{CF}n_e}{4\pi n\hbar^2} k_B^2 T \\ &= \frac{\pi}{6} \frac{m_{CF}}{\hbar^2} k_B^2 T \end{aligned}$$

Das ist genau (modulo  $\hbar$ ) die Formel von Halperin, Lee und Read. Hier kommt nun explizit kein  $n_e$  mehr vor, weil es implizit in  $m_{CF}$  steckt.

Diese leider ziemlich unpräzise Aussage von Halperin, Lee und Read bezüglich der Eichfluktuationen wurde von W. Apel genauer untersucht und er kommt auf folgenden, prinzipiellen Verlauf von  $C_{2DES}(\nu = 1/2)$  mit Korrekturen [47]:

$$C_{2DES}(\nu = 1/2) = \frac{\pi}{6} \frac{m_{CF}}{\hbar^2} k_B^2 E_C \vartheta + P2 \vartheta \ln \frac{1}{\vartheta} \quad (2.78)$$

---

<sup>16</sup>In der Originalveröffentlichung ist  $\hbar = 1$  gesetzt

Hierbei ist  $\vartheta$  die auf die Coulomb-Energie  $E_C = e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B$  als Energieskala normierte Temperatur  $T$ :

$$\vartheta = \frac{T}{e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B} \quad (2.79)$$

In Gleichung 2.78 von W. Apel fällt auf, dass im ersten, linearen Term sich die Energieskala  $E_C$  herauskürzt und somit nur mit der Fermienergie  $E_F$  skaliert. Aus der ‘Herleitung’ von Gleichung 2.77 ist anschaulich klar, dass dies die Fermienergie bezüglich der CF sein sollte [48]. Typischerweise beziehen sich jedoch die Energieskalen meist auf den elektronischen Teil [47], für die gilt:

$$E_F = \frac{1}{2}\hbar\omega_c = 10 \text{ K } B[\text{T}] \quad (2.80)$$

Bei der Umrechnung in Kelvin wurde in  $\omega_c$  die effektive Masse in GaAs  $m^* = 0,067 m_e$  eingesetzt. Folglich skaliert der erste Term reziprok mit dem Magnetfeld  $B$ , egal, ob sich die Fermienergie  $E_F$  auf die Elektronen oder CF bezieht.

Der zweite Term, der die Eichfluktuationen beschreibt, wird nur durch die Coulomb-Energie  $E_C$  als Energieskala dominiert, für die gilt:

$$E_C = e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B \approx 51 \text{ K } \sqrt{B[\text{T}]} \quad (2.81)$$

Folglich skalieren die Eichfluktuationen anders mit  $B$  als der erste Term. Bei der Umrechnung in Kelvin als Energie wurde ein  $\epsilon_r = \epsilon_{GaAs}$  benutzt. An der Energieskala fällt auf, dass für typische Werte des Magnetfeldes deutlich zu große Energien herauskommen. So z. B. für 10 T eine Energie von Ca. 150 K, obwohl die Energielücken des FQHE eher Werte von 1 K - 10 K haben. Diese Diskrepanz von theoretischer Energieskala und gemessenen Energien wird auch in anderen Theorien des FQHE gefunden. So zeigen Berechnungen mit Ein-Moden-Approximation<sup>17</sup> [49], Monte Carlo Simulationen, die Quasipartikel-Paar-Anregungen<sup>18</sup> berücksichtigen [50] und exakter Diagonalisierung<sup>19</sup> des Hamilton-Operators von Systemen von bis zu sieben Elektronen

---

<sup>17</sup>engl. single-mode approximation

<sup>18</sup>engl. quasiparticle pair excitation

<sup>19</sup>engl. exact-diagonalization

[51] ein Anregungsspektrum von  $\nu = 1/3$  mit einem Minimum bei  $0,05 e^2/l_B$ .

Zusammengefasst gilt also nach W. Apel [47] für die spezifische Wärme bei  $\nu = 1/2$ , dass der lineare, ungestörte Term und die Eichfluktuationen *unterschiedlich* mit dem Magnetfeld  $B$  skalieren *und* dass die Stärke der Eichfluktuationen *nur* von der Energieskala abhängt, d. h. wird die Energieskala  $E_C$  berücksichtigt, dann ist diese Stärke *unabhängig* von  $B$ .

Für Werte des effektiven Magnetfeldes  $B_{eff} \neq 0$  bilden sich Landau-Niveaus von Composite Fermionen. Der Übergang von Ladungsträgern vom obersten besetzten Niveau zum nächst höheren unbesetzten Niveau über eine Energielücke ist dem in Abschnitt 2.4.2 beschriebenen Zweizustandssystem ähnlich. Chakraborty und Pietiläinen [26] zeigen, dass die spezifische Wärme eines 2DES sich prinzipiell verhält wie

$$C_{2DES}(\nu \neq 1/2) \propto (1/T)^2 \exp(-\Delta/k_B T) \quad (2.82)$$

Dies ist das vom Fall eines Zweizustandssystems bekannte Ergebnis 2.69. Der exakte Koeffizient von Gleichung 2.82 ist stark abhängig vom System, besonders von der Zustandsdichte.

## 2.5 Phononen

In diesem Abschnitt werden die Phononen dieses Experimentes vorgestellt. Bei den tiefkalten Temperaturen des QHE werden die Energien und Wellenlängen der akustischen Phononen im GaAs vergleichbar mit den Energie- und Wellenlängen-Skalen von 2DESEN. Dadurch eignen sich Phononen hervorragend als Spektrometer für diese Systeme.

### 2.5.1 Phononen in III-V Verbindungen

Die in dieser Arbeit untersuchten 2DESe sind alle in  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  Heterostrukturen realisiert, wobei der Wafer selbst aus reinen GaAs besteht. GaAs und AlAs gehören zu den III-V Verbindungen und kristallisieren in der Zinkblendestruktur. Sie haben eine fast gleiche Gitterkonstante von  $a_{\text{GaAs}} = 0,565 \text{ nm}$  und  $a_{\text{AlAs}} = 0,566 \text{ nm}$ . Die Kristallionen können um ihre Gleichgewichtslage auf den Gitterplätzen schwin-

gen. Die Quantisierung dieser Schwingungen sind Quasi-Teilchen mit dem Namen Phononen in Analogie zu den Photonen des Quantisierten Lichtfeldes.

Phononen haben eine Energie  $\hbar\omega$  und einen Quasiimpuls  $\hbar q$ . Dieser Quasiimpuls ist nur bis auf einen reziproken Gittervektor bestimmt und damit keine Erhaltungsgröße. Phononen sind Bosonen und unterliegen daher der Bose-Einstein-Statistik. Ihre Teilchenzahl ist keine Erhaltungsgröße.

Durch die verschiedenen möglichen Schwingungen einer Zinkblendstruktur gibt es verschiedene Moden, d. h. verschiedene erlaubte Phononen mit jeweils unterschiedlichen Energien und Wellenvektoren. Prinzipiell gibt es sowohl optische und akustische Phononen mit jeweils longitudinaler und zwei transversalen Schwingungsrichtungen zur Ausbreitungsrichtung. Bei tiefkalten Temperaturen sind jedoch nur die akustischen Phononen besetzt. Außerdem sind die beiden transversal akustischen in der [100]- und [111]-Richtung entartet. Für die Phononenexperimente dieser Arbeit sind daher nur die longitudinal akustischen (LA) und die transversal akustischen (TA) Phononen interessant.

Die Beziehung zwischen Energie und Wellenvektor wird als Dispersionsrelation bezeichnet. Die Dispersionsrelation für GaAs ist in [52] zu finden. Für die LA- und TA-Phononen ist sie bei tiefkalten Temperaturen nur im annähernd linearen Teil besetzt.

## 2.5.2 Erzeugung von Phononen

Prinzipiell sind Phononen Schwingungen eines Mediums und somit Wärme. Die Erzeugung von Phononen bedeutet also nicht mehr als die Erwärmung dieses Mediums. In diesem Abschnitt soll jedoch die gezielte Erzeugung von Nichtgleichgewichtsphononen behandelt werden, d. h. das Probensubstrat ist auf einer festen Temperatur  $T_0$  und an einem bestimmten Ort zu einem Zeitpunkt  $t = 0$  werden Phononen mit einer anderen Temperatur erzeugt. Je nach Art der Erzeugung sind die Phononen in Energie, Wellenvektor, Anzahl etc. charakterisiert. Ideal wäre eine beliebig einstellbare Phononenquelle, jedoch gibt es eine solche nicht in hohen Magnetfeldern.

Im Folgenden werden die Quellen für Nichtgleichgewichtsphononen vorgestellt und die Vor- und Nachteile für die Phononenspektroskopie

abgewogen.

**Wärmepulse** Wärmepulse stellen die einfachste Methode zur Erzeugung von Nichtgleichgewichtsphononen dar und sind in der Phononenspektroskopie am gebräuchlichsten. Auf der Probe wird ein dünner Metallfilm aufgetragen und mittels eines angelegten kurzen Strompulses oder durch einen kurzen Laserpunkt auf dem Film aufgeheizt. Aufgrund der starken Elektron-Phonon-Kopplung in Metallen relaxiert die eingebrachte Energie sehr schnell und der Metallfilm hat nur noch eine Nichtgleichgewichtstemperatur  $T_H$  anstatt einer räumlich verteilten. Typische Zeiten sind  $< 1$  ns. Im Falle der Laseranregung ist dies natürlich nur für hinreichend kleine Filme der Fall. Der Metallfilm besitzt nun entsprechend seiner  $T_H$  eine Planckverteilung an Phononen. Die Einkopplung dieser Phononen an der Grenzfläche von Metallfilm und Probe in den Kristall wird in der Theorie der akustischen Fehlanpassung untersucht. Die dafür nötigen Emissivitäten vieler Stoffe wurden von Rosch und Weis [53] berechnet und daraus von Kent *et al.* [28] die Kopplungskonstante<sup>20</sup> von GaAs und Konstantan bestimmt:

$$\sigma_{Kop} = 524 \text{ Wm}^{-2} \quad (2.83)$$

Um diese Theorie anwenden zu können, ist es wichtig, dass die Grenzflächen möglichst glatt sind. Mit der Kopplungskonstanten lässt sich bei *bekannter* im Metallfilm deponierter Leistung  $P_H$  die Nichtgleichgewichtstemperatur  $T_H$  berechnen [54]

$$T_H = \left( \frac{P_H}{\sigma_{Kop} A_H} + T_0^4 \right)^{1/4} \quad (2.84)$$

und somit das plancksche Phononenspektrum angeben

$$u_\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{\exp(\hbar\omega/k_B T_H) - 1} \quad (2.85)$$

Zur Abwägung der Vor- und Nachteile dieser Methode ist eine Unterscheidung, wie die Leistung in den Metallfilm eingebracht wird, nötig.

---

<sup>20</sup>engl. acoustic mismatch constant

Wird ein fokussierter Laserpunkt verwendet, so ist eine *genaue* Angabe über die Leistung  $P_H$  nicht möglich, da durch Reflektion des Laserpunktes auf dem Metallfilm und Verluste in den Glassfaserkabeln der Laserstrahl abgeschwächt wird. Die Leistung lässt sich auch nicht trivial nachmessen, da sich die Proben bei Versuchsbedingungen im Kryostaten befinden. Wird die Leistung  $P_H$  durch einen Strompuls eingebracht, so ist das Hauptproblem das elektromagnetische Übersprechen.

**Fotoanregung** Bei dieser Methode wird ebenfalls ein Laserpunkt auf die Probe fokussiert, jedoch direkt darauf und nicht auf einen Metallfilm. Hierbei ist die Photonenenergie des Laser größer als die Bandlücke des Kristalls gewählt und es werden Elektronen-Loch-Paare erzeugt. Diese rekombinieren in verschiedenen Zerfallskanälen, so dass nur ein Teil als Lumineszenzlicht wieder emittiert wird. Der Rest der deponierten Leistung wird über so genannte Interband- und Intra-Band-Relaxationsprozesse in Nichtgleichgewichtsphononen umgewandelt.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass die Phononen relativ einfach örtlich variabel erzeugt werden können. Es muss auch nicht extra ein Metallfilm wie bei den Wärmepulsen aufgebracht werden. Nachteilig ist, dass die durch den Laser eingebrachte Leistung nicht genau bestimmt werden kann und darüber hinaus der Laserpunkt selbst ein Ggaußförmiges Intensitätsprofil hat. Dadurch ist keine Aussage über die erzeugten Phononen möglich.

**Tunneldioden** Typische Tunneldioden bestehen aus zwei Metallfilmen, die durch eine dünne, isolierende Oxidschicht getrennt sind. Bei Anlegen einer Spannung tunneln Elektronen durch die Isolationsschicht und relaxieren unter Emission von Phononen. Besteht die Tunneldiode aus einem Metall, das bei tiefen Temperaturen supraleitend wird, so wird das erzeugte Phononenspektrum relativ zur Energielücke des Supraleiters abgeschnitten und das erzeugte Phononenspektrum ist besonders schmalbandig.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass es prinzipiell möglich ist, ein nicht plancksches, schmalbandiges Spektrum einzusetzen. Von Nachteil ist, dass die Supraleitung in hohen Magnetfeldern zusammenbricht und

somit die supraleitenden Tunnelnioden für viele Experimente untauglich sind. Für alle Tunnelnioden gilt ferner, dass durch den geringen maximalen Tunnelstrom die erzeugten Phononenzahlen endlich sind und somit der Nachweis bzw. die Messung schwierig ist. U. Wiesner untersucht in seiner Dissertation QHE-Systeme mit normal leitenden Tunnelnioden [55].

**Elektronenstrahlanregung** Bei dieser Methode wird ein Strahl hochenergetischer Elektronen auf die Probe fokussiert. Diese Elektronen wechselwirken mit den Valenzelektronen des Kristalls und regen so genannte Plasmaschwingungen an. Ein Teil der Energie des Elektronenstrahls geht durch Sekundärelektronen und Röntgenstrahlen verloren. Die Plasmaschwingungen geben ihre Energie durch Elektron-Elektron-Stöße über eine Zerfallskaskade an das Phononensystem ab. Die angeregten Energien sind bei dieser Methode deutlich höher als etwa bei der Fotoanregung. Dadurch werden hierbei auch die sonst nicht oder nur kaum angeregten Phononen der optischen Mode erzeugt.

Der Vorteil dieser Methode ist die Erzeugung der bei den anderen Methoden nicht zugänglichen optischen Phononen. Nachteilig sind die zu erwartenden Schwierigkeiten für jedes elektromagnetische Transportexperiment. Der massive Beschuss mit Elektronen und die Erzeugung von Röntgenstrahlen stören mit Sicherheit das elektronische System der Probe. Die technische Realisierung einer Elektronenstrahlquelle, die für den Einsatz in einem Kryostaten bei hohen Magnetfeldern geeignet ist, ist außerdem relativ aufwendig.

In dieser Arbeit wurden die Nichtgleichgewichtsphononen mit der Methode der Wärmepulse realisiert, wobei kurze Strompulse an einen Metallfilm (genannt “Heizer”) angelegt wurden. Die so erzeugten Phononemitterpulse werden ausführlich in Kapitel 5.2 vorgestellt. Im auf diesem folgenden Kapitel 5.3 wird unter anderem gezeigt, welche Maßnahmen zur Reduzierung des elektromagnetischen Übersprechens unternommen wurden.



### 2.5.3 Transport von Phononen

Die Boltzmannsche Transportgleichung beschreibt allgemein die zeitliche Entwicklung einer Verteilungsfunktion  $f$  von Teilchen unter dem Einfluss einer äußeren Kraft  $\vec{F}$  und Stoßprozessen [14, 22]

$$\left( \partial_t + \vec{v}(\vec{k}) \text{grad}_{\vec{r}} + \frac{1}{\hbar} \vec{F} \text{grad}_{\vec{k}} \right) f(\vec{r}, \vec{k}, t) = \partial_t f(\vec{r}, \vec{k}, t) \Big|_{\text{Stoß}} \quad (2.86)$$

, wobei  $\vec{r} = (x, y, z)$  der Ortsvektor,  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  der Wellenvektor und  $t$  die Zeit ist. In vielen Problemen kann der Stoßterm  $\partial_t f(\vec{r}, \vec{k}, t) \Big|_{\text{Stoß}}$  durch die Einführung einer Relaxationszeit  $\tau_c(\vec{r}, \vec{k})$  vereinfacht werden, die definiert ist durch die Gleichung:

$$\partial_t f(\vec{r}, \vec{k}, t) \Big|_{\text{Stoß}} = - \frac{f - f_0}{\tau_c} \quad (2.87)$$

$f_0$  ist die Verteilungsfunktion im thermischen Gleichgewicht. Hierbei wird angenommen, dass die zeitliche Rate, mit der sich  $f$  durch Stöße zu  $f_0$  relaxiert, um so größer ist, je stärker  $f$  von  $f_0$  abweicht. Die Boltzmannsche Transportgleichung 2.86 ist im Allgemeinen nicht für jedes Problem analytisch lösbar.

Für den Fall von Phononentransport entspricht die Verteilungsfunktion  $f(\vec{r}, \vec{k}, t)$  der Zahl der Phononen  $n_j(\vec{r}, \vec{q}, t)$  in der  $j$ -ten Mode in einem Raumgebiet  $d\vec{r}$  am Ort  $\vec{r}$  mit dem Quasiimpuls  $\vec{q}$  zum Zeitpunkt  $t$ . Es wirkt keine äußere Kraft, d. h.  $\vec{F} = 0$ , und somit lässt sich 2.86 in Relaxationsnäherung 2.87 für Phononen schreiben als

$$(\partial_t + \vec{v}_j(\vec{q}) \text{grad}_{\vec{r}}) n_j(\vec{r}, \vec{q}, t) = - \frac{n - n_0}{\tau_c} \quad (2.88)$$

Dabei ist  $\vec{v}_j(\vec{q})$  die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Phononen der  $j$ -ten Mode und ist gegeben durch

$$\vec{v}_j(\vec{q}) = \frac{\partial \omega_j(\vec{q})}{\partial \vec{q}} \quad (2.89)$$

Physikalisch wichtig sind zwei Grenzfälle von Gleichung 2.88: diffusiver und ballistischer Transport.

Im Regime des ballistischen Transportes fliegen die Phononen nahezu ungehindert durch den Kristall. Die mittlere freie Weglänge der Phononen  $\lambda_{Phonon}$ , die als mittlere Strecke zwischen zwei Stößen definiert ist, wird groß gegen die Abmessung des Kristalls  $d$ :  $\lambda_{Phonon} \gg d$ . In Gleichung 2.88 lässt sich die rechte Seite vernachlässigen und umgeformt ergibt sich für ballistischen Transport:

$$\partial_t n_j(\vec{r}, \vec{q}, t) = -\vec{v}_j(\vec{q}) \text{grad}_{\vec{r}} n_j(\vec{r}, \vec{q}, t) \quad (2.90)$$

Hieraus ist leicht zu sehen, dass für die ballistische Flugzeit  $\tau_j$  der Phononen der  $j$ -ten Mode für die Strecke  $d$  gilt:

$$\tau_j = \frac{d}{\vec{v}_j(\vec{q})} \quad (2.91)$$

Im Grenzfall des ballistischen Transports (Stoßterm  $\rightarrow 0$ ) bestimmen ausschließlich die Dispersionsrelation 2.89 und die kristalline Anisotropie den Transport. Somit ist auch die Intensität der Phononen von der Kristallrichtung abhängig. Diesen Effekt bezeichnet man als Phononenfokussierung<sup>21</sup>.

Im Fall des diffusiven Transports werden die Phononen häufig gestreut und der Transport wird bestimmt durch die verschiedenen Streumechanismen, die im nächsten Abschnitt besprochen werden. Die rechte Seite von Gleichung 2.88 wird bei diffusivem Transport groß und führt dazu, dass die mittlere freie Weglänge der Phononen viel kleiner als die Längenskalen des Kristalls werden:  $\lambda_{Phonon} \ll d$ .

In den Phononenabsorptionsexperimenten dieser Arbeit zeigen die erzeugten Nichtgleichgewichtsphononen deutlich die Transporteigenschaften des ballistischen Regimes. Dies ist an den gemessenen Mehrfach-Reflexionen der Phononen im Signal deutlich sichtbar, siehe Kapitel 5.3. Durch die ballistischen Eigenschaften der Nichtgleichgewichtsphononen ist sichergestellt, dass die vom 2DES absorbierten Phononen die gleiche statistische Verteilung wie bei ihrer Erzeugung auf der Rückseite der Probe haben. Wären die Phononen diffusiv zum 2DES gelangt, so wären Energie- und Wellenvektor-Verteilung durch Stöße verändert.

---

<sup>21</sup>engl. phonon focusing

Desweiteren zeigt sich im Signal eine deutliche Phononenfokussierung der TA-Phononen, während die LA-Phononen in den gesamten Halbraum abgestrahlt werden, siehe hierzu die Messungen in Kapitel 6.2.

### 2.5.4 Phononenstreuung

In diesem Abschnitt werden die einzelnen Streuprozesse der Phononen beschrieben. Mit der Kenntnis über diese Streuprozesse wird gezeigt, welche Bedingungen an die Proben und das Experiment nötig sind, um ein ballistisches Regime für die Transporteigenschaften zu schaffen. Die Probenherstellung wird in Kapitel 3.3 beschrieben.

Jeder  $i$ -te Streuprozess definiert eine mittlere Lebensdauer  $\tau_i$ , in der ein Phononenzustand  $(\omega_j(\vec{q}), \vec{q}, j)$  in einen anderen Phononenzustand  $(\omega_{j'}(\vec{q}'), \vec{q}', j')$  zerfällt. Der Kehrwert der Lebensdauer  $\tau_i$  heißt Streurrate  $\Gamma_i$ . Die gesamte Streurrate eines Phononenzustand durch mehrere Streuprozesse kann über die einzelnen Lebensdauern abgeschätzt werden:

$$\Gamma \leq \sum_i \frac{1}{\tau_i} \quad (2.92)$$

Die Streurrate  $\Gamma$  wird also vom Streumechanismus mit der kürzesten Lebensdauer  $\lambda_i$  dominiert.

**Streuung an Störstellen** Fremdatome oder Leerstellen im Kristall wirken als Streuzentren für Phononen. Die Kristallstruktur der Proben wurde mittels MBE mit hochreinen Materialien in sehr guter Qualität hergestellt, so dass dieser Streumechanismus klein ist. Ein gewisser, nicht zu vermeidender Beitrag zur Gesamtstreurrate  $\Gamma$  entsteht durch Streuung an den Ionenrümpfen der Dotieratome, die für die Realisierung des 2DES nötig sind.

**Isotopenstreuung** Dieser Streumechanismus beruht auf der Tatsache, dass die leichteren Isotope eines Elements durch eine Schwingung stärker ausgelenkt werden als die schwereren Isotope. Dies stört die Kristallperiodizität und eine Welle von Phononen wird daher gestreut.

Die Proben sind GaAs-GaAlAs-Halbleiterheterostrukturen. Isotopenstreuung tritt daher an den beiden Isotopen des Galliums Ga69 (60,1 %) und Ga71 (39,9 %) auf, die stabil in der Natur vorkommen. Die stabilen Isotope von Aluminium Al27 und Arsen As75 sind isotopisch rein. Die von Tamura berechnete Streurate durch Isotopenstreuung [56] ist für die niederenergetischen Phononen dieses Experimentes vernachlässigbar.

**Phonon-Phonon-Wechselwirkung** Werden die Gitteratome des Kristalls durch Schwingungen stark ausgelenkt, so ist die rücktreibende Kraft nicht mehr linear und es kommt zu Kopplung der Gitterschwingungen untereinander. Im Teilchenbild der Phononen bedeutet dies, dass Phononen  $n(\omega, \vec{q})$  streuen und eventuell zu mehreren Phononen  $n'_i(\omega'_i, \vec{q}_i)$  zerfallen. Hierbei gilt Energieerhaltung und Quasiimpulserhaltung:

$$\hbar\omega = \hbar \sum_i \omega'_i \quad (2.93)$$

$$\vec{q} = \vec{G} + \sum_i \vec{q}_i \quad (2.94)$$

Mit  $\vec{G}$  ist der reziproke Gittervektor bezeichnet, der mehrere erlaubte Werte annehmen kann. Daher ist die Impulserhaltung nicht eindeutig und man spricht daher von *Quasi*impulserhaltung im Gegensatz zur eigentlichen Impulserhaltung. Der einfachste Fall von Phononenstreuung ist ein Zwei-Phononenprozess, d. h.  $n$  geht in  $n'$  über. Diese Stöße ändern jedoch die Energie des Phonons nicht. Bei Drei-Phonon-Stößen wird zwischen Prozessen mit  $\vec{G} = 0$  und  $\vec{G} \neq 0$  unterschieden. Der Fall  $\vec{G} = 0$  wird Normalprozess genannt, weil der Gesamtimpuls sich nicht ändert und somit kann sich eine Phononenverteilung ungehindert durch die Probe bewegen. Anders sind die so genannten Umklappprozesse mit  $\vec{G} \neq 0$ : Hier wird durch Streuung die Richtung der Vektoren unter Zuhilfenahme des reziproken Gittervektors geändert und so der Energiefluss abgelenkt. Damit Umklappprozesse energetisch möglich sind, müssen die Phononen mindestens einen Wellenvektor vom Betrag  $1/2G$  haben. Dies ist mit einer Energie und einer Temperatur, der

Debye-Temperatur  $T_D$ , verbunden. Höhere Ordnungen von Phononenprozessen treten bei noch höheren Temperaturen auf. Bei tiefkalten Temperaturen  $T$  ist  $T \ll T_D$  und somit stellt die Phonon-Phonon Wechselwirkung bei der Erzeugung ballistischer Phononen kein Problem dar.

**Phonon-Elektron-Wechselwirkung** Der dominierende Prozess bei der Phononenerzeugung und Phononenabsorption ist die Phonon-Elektron-Wechselwirkung. Die Wechselwirkung der Phononen mit den Elektronen des 2DES wird ausführlich in Abschnitt 2.5.5 behandelt. Da bei tiefkalten Temperaturen der GaAs-AlGaAs-Halbleiterkristall keine freien Ladungsträger hat, ist dieser Prozess für den Phononentransport nebensächlich.

**Streuung an Oberflächen und Grenzflächen** Dies ist *der* dominierende Prozess bei tiefkalten Temperaturen. Je nach Wellenlänge der Phononen sind die Grenz- und Oberflächen des Kristalls für die Phononen glatt oder rau. Bei glatten Flächen kann der Streuprozess durch spiegelnde Reflexion und Transmission beschrieben werden. Für höhere Frequenzen der Phononen werden ihre Wellenlängen kleiner, die Phononen sondieren die Flächen lokaler ab und *sehen* somit eine rauere Fläche. Die Streuung an rauen Flächen ist diffusiv und somit problematisch für die benötigten ballistischen Eigenschaften der Nichtgleichgewichtsphononen.

Die MBE-gewachsenen GaAs-GaAlAs-Heterostrukturen haben, um ein 2DES zu implementieren, per Definition mehrere Grenzflächen im Kristall. Diese Grenzflächen wurden mit hoher Qualität mit den reinsten Materialien gewachsen, um ein qualitativ hochwertiges 2DES zu erzeugen. Hierbei wurden Wachstums-Rezepte verwendet, die empirisch für die Phononenabsorptionsexperimente geeignet sind, da es leider keine systematischen Untersuchungen zur Phononenstreuung an Grenzflächen in Heterostrukturen gibt.

## 2.5.5 Phononenabsorption im 2DES

Phononen sind lokale Schwingungen und somit kann man ein einzelnes Phonon als die lokale Verzerrung eines Kristalls betrachten. Diese lo-

kale Verzerrung einer sonst periodischen Bandstruktur stellt ein Streuzentrum für Elektronen dar. Dieser Effekt wird Deformationspotential-Kopplung<sup>22</sup> der Phononen an die Elektronen genannt. In Materialien, deren Gitterstruktur kein Symmetriezentrum hat, wie GaAs, führt die lokale Verzerrung des Kristalls außerdem zu einer lokalen Umordnung der Ladung und erzeugt so ein elektrisches Streufeld für Elektronen. Dieser Mechanismus heißt piezoelektrische Kopplung<sup>23</sup>.

Die Phononenmoden koppeln je nach Art unterschiedlich an die Elektronen. In kubischen Kristallen koppeln Elektronen nur durch Deformationspotential-Kopplung an die longitudinalen Phononen. Die Stärke der piezoelektrischen Kopplung hängt von der Richtung des Phononenwellenvektors ab. Während in (110)-Richtung nur transversale und in (111)-Richtung nur longitudinale Phononen koppeln, verschwindet die Kopplung für beide Moden in Richtung der Hauptachsen, so auch der (100)-Wachstumsrichtung der Proben, ganz. In anisotropen Kristallen kommen Phononen nicht in reinen Polarisierungen vor, daher koppeln alle akustischen Phononen an Elektronen, jedoch je nach Mode gegebenenfalls nur schwach. Darüber hinaus gelangen durch die starke Phononenfokussierung auch TA-Phononen zum 2DES, die einen Wellenvektor nicht in Richtung ihrer (100)-Flugrichtung haben müssen.

Mit abnehmender Phononenergie  $E_{Phonon}$  nimmt der Streuquerschnitt durch Deformationspotential-Kopplung ab. Das liegt daran, dass im Falle einer langwelligen Verzerrung benachbarte Gitterzellen ähnlich verschoben werden. Bei tiefen Temperaturen gilt daher prinzipiell für LA-Phononen:

$$\text{Kopplung(LA)} \propto q \propto E_{Phonon} \quad (2.95)$$

Die TA-Phononen sind dagegen bei kleinen Energien über die piezoelektrische Kopplung dominant:

$$\text{Kopplung(TA)} \propto q^{-1} \propto E_{Phonon}^{-1} \quad (2.96)$$

Benedict, Hills und Mellor haben in ihrem theoretischen Artikel [29] über Phononenspektroskopie eine quantenmechanische Beschreibung

---

<sup>22</sup>engl. deformation-potential coupling

<sup>23</sup>engl. piezoelectric coupling

für die Elektron-Phonon-Kopplung in GaAs entwickelt. Die im Folgenden angegebenen Materialparameter für GaAs sind für 2DES in GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen ausreichend, weil die Wellenfunktion des 2DESs sich hauptsächlich nur in das GaAs erstreckt.

Die Deformationspotential-Kopplung wird in [29] durch einen phänomenologischen Ausdruck für die potentielle Energie  $V$ , die ein Elektron erfährt, beschrieben:

$$V(\underline{\vec{R}}) = \Xi_{\mu\nu} S_{\mu\nu}(\underline{\vec{R}}), \quad \mu, \nu = x, y, z \quad (2.97)$$

Hierbei bedeutet die unterstrichene Notation, dass ein 2D-Vektor  $\vec{a}$  durch die Projektion eines 3D-Vektors  $\vec{A}$  in die 2DES x,y-Ebene entsteht, also  $\underline{\vec{A}} = (\vec{a}, a_z)$ . Somit ist  $\underline{\vec{R}}$  der Ortsvektor,  $\Xi_{\mu\nu}$  bezeichnet den Deformationspotential-Tensor und  $S_{\mu\nu}$  ist der Gitterverformungs-Tensor<sup>24</sup>. In GaAs ist der Deformationspotential-Tensor ein Skalar:

$$\Xi_{\mu\nu} = \Xi_0 \delta_{\mu\nu}, \quad \Xi_0 \approx 7 \text{ eV [29]} - 8,5 \text{ eV [57]} \quad (2.98)$$

Die piezoelektrische Kopplung wird durch ein elektrisches Polarisationsfeld  $P_\mu$  beschrieben:

$$P_\mu(\underline{\vec{R}}) = \frac{1}{\epsilon_r} h_{\mu\nu\lambda} S_{\nu\lambda}(\underline{\vec{R}}), \quad \mu, \nu, \lambda = x, y, z \quad (2.99)$$

$\epsilon_r$  ist die relative Dielektrizitätskonstante des Materials ( $\epsilon_{GaAs} = 12,9$  [58]) und  $h_{\mu\nu\lambda}$  der Piezomodul-Tensor. Dieser hat die Form

$$h_{\mu\nu\lambda} = \begin{cases} h_{14} \approx 0,14 \text{ Cm [29]} & \mu \neq \nu \neq \lambda \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.100)$$

Die Kombination der beiden oben genannten Kopplungsmechanismen führt zu einem allgemeinen Hamilton-Operator für die Elektron-Phonon-Kopplung:

$$H = - \sum_{j, \vec{Q}} M_j(\vec{Q}) |F(q_z)|^2 \varpi_{-\vec{q}} [a_j^\dagger(\vec{Q}) + \hat{a}_j(-\vec{Q})] \quad (2.101)$$

<sup>24</sup>engl. lattice strain tensor

Hierbei ist  $\hat{a}_j^\dagger$  der Erzeugungsoperator für ein Phonon der  $j$ -ten Mode,  $\hat{\omega}_{\vec{q}}$  die Fourierkomponente der 2DES Elektronendichte,  $M_j$  das Übergangs-Matrixelement für Absorption und Emission von Phononen und  $|F(q_z)|^2$  ein Form-Faktor, der die endliche Dicke<sup>25</sup> des 2DES in  $z$ -Richtung berücksichtigt.

Kent *et al.* haben in ihrem theoretischen Artikel [28] über Phononenspektroskopie in 2D-Loch-Gasen die Übergangs-Matrixelemente für die beiden Kopplungsarten berechnet. Diese lassen sich auf Elektron-Phonon-Wechselwirkung übertragen, mit dem Unterschied, dass bei der Anregung von Löchern sowohl LA- als auch TA-Moden via Deformationspotential koppeln, im Gegensatz zur Anregung von Elektronen.

Beim Vergleich der Formeln von Benedict *et al.* und Kent *et al.* ist zu beachten, dass Kent *et al.* den Form-Faktor in das Übergangs-Matrixelement hinein definiert hat, während Benedict *et al.* es außerhalb ansiedelt.

Für Deformationspotential-Kopplung gilt nach Kent *et al.* :

$$|M_k^{k',q}|^2 \Big|_{\text{deformation}} = \frac{\hbar \Xi_0^2 |\vec{Q}|}{2\rho V v_s} |F(q_z)|^2 \delta_{k,k'+|\vec{q}|} \quad (2.102)$$

Für piezoelektrische Kopplung der LA Moden gilt:

$$|M_k^{k',q}|^2 \Big|_{\text{LA,piezoelek.}} = \left( \frac{eh_{14}}{\epsilon_r \varsigma} \right)^2 \frac{9|\vec{q}|^4 q_z^2}{2q^7} \frac{\hbar}{2n_k Vol v_s} |F(q_z)|^2 \delta_{k,k'+|\vec{q}|} \quad (2.103)$$

Und für die piezoelektrische Kopplung der TA Moden gilt:

$$|M_k^{k',q}|^2 \Big|_{\text{TA,piezoelek.}} = \left( \frac{eh_{14}}{\epsilon_r \varsigma} \right)^2 \frac{8|\vec{q}|^4 q_z^2 + |\vec{q}|^6}{2q^7} \frac{\hbar}{2n_k Vol v_s} |F(q_z)|^2 \delta_{k,k'+|\vec{q}|} \quad (2.104)$$

Die einzelnen Parameter sind:

$M$  Übergangs-Matrixelemente,  $k, k'$  Wellenvektor des Elektrons vor und nach dem Stoß,  $\vec{Q} = (\vec{q}, q_z) = (q_x, q_y, q_z)$  Impulsvektor des Phonons,  $\Xi_0 \approx 7 \text{ eV}$ [29] –  $8,5 \text{ eV}$ [57] effektive Deformationspotential Konstante,  $n_k$  Kristalldichte,  $Vol$  normalisierendes Volumen,  $v_s$  die Schallgeschwindigkeit, je nach Mode unterschiedlich. In GaAs ist  $v_{s,LA} =$

---

<sup>25</sup>engl. finite thickness



4770 m/s und  $v_{s,TA} = 3368$  m/s in der (100)-Richtung bei tiefen Temperaturen [59],  $|F(q_z)|^2$  der Formfaktor (siehe unten),  $\delta_{k,k'+|\vec{q}|}$  Delta-Funktion, die die Impulserhaltung in der 2DES x,y-Ebene beschreibt,  $h_{14} \approx 0,14$  Cm [29] Matricelement des Piezomodul-Tensors,  $\epsilon_r$  ist die relative Dielektrizitätskonstante des Materials ( $\epsilon_{GaAs} = 12,9$  [58]) und  $\varsigma$  der Abschirm-Parameter<sup>26</sup>.

Der Formfaktor  $|F(q_z)|^2$  beschreibt die Impulserhaltung senkrecht zur Ebene der Ladungsträger und ist in 2DESEN

$$|F(q_z)|^2 = (1 + a_0^2 q_z^2)^{-3} \quad (2.105)$$

$a_0$  ist der so genannte Fang-Howard-Parameter und gibt die elektronische “Dicke” des 2DES in die z-Richtung an. Mit der endlichen Dicke des 2DES ist der Effekt des so genannten “ $1/k_z$  Abschneidens<sup>27</sup>” verbunden: Bei der Absorption eines Phonons im 2DES bleibt nur die Impulskomponente  $|\vec{q}|$  in der 2DES-Ebene erhalten, die z-Komponente  $q_z$  darf wegen der Unschärferelation verschwinden, wenn [60]

$$q_z a_0 \leq 1 \quad (2.106)$$

gilt. Dies ist mathematisch durch den Form Faktor 2.104 realisiert.

Ein weiterer Auswahlprozess ist ebenfalls mit der Impulserhaltung verbunden, diesmal in der 2DES-Ebene, für die gilt:

$$\hbar \vec{k}' = \hbar \vec{k} + \hbar \vec{q} \quad (2.107)$$

Da die Fermi-Energie des 2DES viel größer ist als die Energie der akustischen Phononen, müssen Anfangs- und Endzustand auf der Fermi-Fläche liegen, die genau einen Durchmesser von  $2k_F$  besitzt. Daher gilt für die Differenz der Wellenvektoren:

$$\hbar(\vec{k}' - \vec{k}) \leq 2\hbar k_F \quad (2.108)$$

Aus 2.106 und 2.107 folgt der Effekt des “ $2k_F$  Abschneidens<sup>28</sup>” [60]:

$$|\vec{q}| \leq 2k_F \quad (2.109)$$

---

<sup>26</sup>engl. screening parameter

<sup>27</sup>engl.  $1/k_z$  cutoff

<sup>28</sup>engl.  $2k_f$  cutoff

, d. h. Phononen mit einer Impulskomponente  $|\vec{q}| > 2k_F$  können nicht an das 2DES koppeln und werden somit nicht absorbiert.

Liegt an das 2DES ein senkrechtes Magnetfeld an, so bilden sich Landau-Niveaus aus, siehe Abschnitt 2.1.1. Nach Toombs *et al.* [61] geht für Phononenabsorptionsprozesse, bei denen Elektronen von einem Landau-Niveau  $n$  in ein anderes  $n'$  gestreut wird, im wesentlichen das Überlappintegral der Elektronenwellenfunktionen in  $n$  und  $n'$  ein. Dieser Überlapp wird klein für hinreichend große Felder und somit ändert sich die Absorptionsbedingung 2.108 in

$$|\vec{q}|l_B \leq 1 \quad (2.110)$$

$l_B$  ist die magnetische Länge, definiert in Gleichung 2.14.

### 2.5.6 Einfaches Modell für Phononenabsorption

Um quantitative Daten aus den Phononenexperimenten in Kapitel 6 zu ziehen, wird ein einfaches Modell zur Absorption von Phononen im 2DES genutzt [7, 30].

Im allgemeinsten Fall ist der Energiegewinn  $dE$  eines 2DES durch Phononenabsorption gleich der Summe von absorbiertes  $dE_{abs}$  und emittierter Energie  $dE_{emitt}$ :

$$dE = dE_{abs} - dE_{emitt} \quad (2.111)$$

Die Erwärmung des 2DESs  $dE$  ist abhängig vom Temperaturverlauf seiner spezifischen Wärme  $C(T)$ . Mit  $T$  ist die 2DES Temperatur zum Zeitpunkt  $t$  bezeichnet. Es gilt daher

$$dE = C(T) dT \quad (2.112)$$

Die Absorption  $dE_{abs}$  pro Zeitintervall  $dt$  ist abhängig von der durch den Heizer eingebrachten Leistung  $P_H$  mal einem Absorptionskoeffizienten  $r$  des DESs, da nur ein Teil aller in die Probe eingebrachten Phononen am 2DES absorbiert wird. Der Absorptionskoeffizient  $r(T, T_H)$  ist eine Funktion von  $T$ , weil die Absorption von den freien und besetzten Zuständen im 2DES abhängt, und von der Heizertemperatur  $T_H$ , da diese die Phononenverteilung festlegt.

$$dE_{abs} = r(T, T_H)P_H dt \quad (2.113)$$

Die abgestrahlte Energie des 2DES  $dE_{emitt}$  ist eine Leistung mal Zeit, diese Leistung  $P_e$  hängt ab von der 2DES Temperatur  $T$  und der Temperatur des Substrates  $T_0$ , in die das 2DES über Phononen seine Wärme abgibt. Vor der Injektion der Nichtgleichgewichtsphononen an der Rückseite der Probe sind Substrat und 2DES im thermischen Gleichgewicht und es gilt  $T(t = 0) = T_0$ .

$$dE_{emitt} = P_e(T, T_0) dt \quad (2.114)$$

Die einzelnen Terme zusammengefasst ergeben das einfache Modell für Phononenabsorption:

$$C(T) dT = r(T, T_H) P_H dt - P_e(T, T_0) dt, \quad (2.115)$$

Dieses Modell muss dem jeweiligen Experiment angepasst werden.

## 2.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die für diese experimentelle Arbeit wichtigen theoretischen Grundlagen behandelt.

Dies sind die mathematische Beschreibung eines 2DES und der daraus resultierende QHE im Magnetfeld. Gezeigt wurden die beiden theoretischen Modelle des integralen QHE: Randkanalbild und Magnetotransport über lokalisierte und delokalisierte Zustände. Darüber hinaus wurde der fraktionale QHE behandelt. Hierbei wurde das quantenmechanische Bild von Laughlin und das anschaulichere Bild der Composite Fermionen von Jain vorgestellt.

Eine wichtige Messgröße dieser Arbeit ist die spezifische Wärme, die ausführlich in einem weiteren Abschnitt behandelt wurde. Wichtig ist hierbei die Spezialisierung auf den zweidimensionalen Fall.

Zuletzt wurde die "Sonde" des QHE in dieser Arbeit theoretisch behandelt: die Phononen. Hierbei wurde ein einfaches Modell für die Phononenabsorption in einem 2DES entwickelt.



# 3 Experimentelle Grundlagen: Proben und Messsystem

In diesem Kapitel werden die experimentellen Grundlagen behandelt.

Zuerst werden das verwendete Halbleiterprobenmaterial, Abschnitt 3.1, und die Herstellung, Abschnitt 3.2, der vermessenen Proben beschrieben. Das Probenmaterial und die Fertigung von Proben für Phononenspektroskopie beinhalten einige Besonderheiten, die detailliert hervorgehoben werden sollen. Dies geschieht unter anderem, um die Anfertigung ähnlicher Proben zu erleichtern.

Die unüblich großen Probenabmessungen und die Anforderungen zur Hochfrequenz- und Tieftemperaturtauglichkeit machen darüber hinaus eine spezielle Probenhalterung nötig, die anschließend in Abschnitt 3.3 vorgestellt wird.

Im nächsten Abschnitt 3.4 werden alle in dieser Arbeit untersuchten Proben genauer vorgestellt. Dies sind systematische Charakterisierungsmessungen an insgesamt acht für Phononenspektroskopie optimierte Proben. Es werden die Geometrien und die ermittelten Ladungsträgerkonzentrationen  $n_e$  und Mobilitäten  $\mu_e$  aller Proben angegeben. Es wird ein exemplarischer Versuchsaufbau gezeigt und der für die Veränderung der Ladungsträgerkonzentrationen benutzte persistente Photoeffekt besprochen.

Zuletzt werden in Abschnitt 3.5 die verwendeten Magnetsysteme und Kryostate kurz vorgestellt. Besonders wird hier die thermische Ankopplung von elektronischer Temperatur zur Kryostattemperatur hervorgehoben.

Als Literatur zu diesem Kapitel sei einleitend das Lehrbuch von Ibach und Lüth [14] empfohlen. Eine Ausführliche Behandlung der Halbleitertechnologie liefern das Lehrbuch von Beneking [31] und die Standardwerke von Sze [62] und Kelly [63]. Weiterführende Bücher zur Halbleitertechnologie sind Thompson, Willson und Bowden [64] und

ein SPIE-Buch von McCord und Rooks [65]. Für eine ausführliche Behandlung der Kryostat- und Magnetsysteme seien das Standardwerk von Pobel [66] und das Lehrbuch von Enss und Hunklinger [67] empfohlen. Spezielle Literatur wird in den einzelnen Abschnitten angegeben.

## 3.1 Probenmaterial

Das Probenmaterial wurde von Eberl am MPI für Festkörperforschung in Stuttgart (Heterostruktur 8001) bzw. von Reuter und Wieck vom Lehrstuhl für Angewandte Festkörperphysik in Bochum (1601 und 1840) mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE<sup>1</sup>) gewachsen.

MBE ist ein Verfahren in der modernen Halbleiterphysik zur Fertigung hochreiner, dünner Kristallschichten. Die Epitaxie besteht prinzipiell im Verdampfen von Materialien wie Ga, Al und As und der Deposition auf Substraten, hier GaAs. Hierbei werden die Atome nicht einfach auf dem Substrat adsorbiert, sondern es werden Bedingungen geschaffen, so dass sie als Kristall aufwachsen. Dies geschieht in einer Hochvakuumanlage mit möglichst reinen Atom-/Molekülstrahlen, um den Einbau von Fremdatomen zu minimieren. Für optimale Wachstumsbedingungen wird das Substrat auf einer rotierten Scheibe gehalten und stark geheizt (einige Hundert °C), um eine genügend hohe Oberflächenbeweglichkeit für die auftreffenden Atome bzw. Moleküle zu erzielen. So können auftreffenden Materialien sich auf der Oberfläche hin und her bewegen, bis sie sich am energetisch günstigsten platzieren, was genau der Kristallstruktur entspricht.

Die zu verdampfenden Materialien werden in kleinen, beheizbaren Tiegeln, sog. Effusionzellen gelagert und können durch Einstellen der Heiztemperatur und Öffnen/Schließen einer mechanischen Klappe, dem sog. Shutter einen beliebig schwachen Atom-/Molekülstrahl erzeugen. Dadurch ist es möglich, sogar einzelne Monolagen (oder weniger) verschiedener Stoffe aufeinander zu wachsen. Die maximale Schichtdicke verschiedener Materialien aufeinander ist gegeben durch unterschiedliche Gitterkonstanten  $a_i$ : Um so unterschiedlicher die  $a_i$  sind, um so mehr Verspannungen treten im Kristall auf und entsprechend

---

<sup>1</sup>engl. molecular beam epitaxy

**Tabelle 3.1:** Schichtfolge der Heterostrukturen 1601 und 1840. Bezeichnung und Funktion der einzelnen Schichten sind im Text erklärt.

Heterostruktur	1601	1840
GaAs:Si	5,0 nm	5,0 nm
$\text{Al}_{0,34}\text{Ga}_{0,66}\text{As}:\text{Si}$	60,0 nm	65,0 nm
$\text{Al}_{0,34}\text{Ga}_{0,66}\text{As}$	60,0 nm	60,0 nm
GaAs	650,0 nm	650,1 nm
GaAs , AlAs	5,0 nm, 5,3 nm x10	5,0 nm, 5,3 nm x10
GaAs	50,0 nm	40,0 nm
GaAs Wafer	2mm	2mm

dünnere können die maximalen Schichten sein. Bei den III-V-Verbindungen bestehen vielfältige Möglichkeiten einer Epitaxie von unterschiedlich zusammengesetzten Schichten.

Das System GaAs-AlAs ist hier eine Besonderheit: Wegen des nahezu gleichen Atomradius von Ga und Al im Kristall weist jeder Mischkristall  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  im Bereich  $0 < x < 1$  praktisch dieselbe Gitterkonstante auf und lässt sich fast verspannungsfrei wachsen. Oft werden Halbleiter in der MBE mit Si n- bzw. Be p-Dotiert. Beide Materialien werden ebenfalls durch Effusionszellen verdampft, die gezielt während des Wachstums via Shutter zusätzlich zu anderen Zellen geöffnet werden können. Eine einfache Beschreibung einer MBE findet sich in [14].

In Tabelle 3.1 und Tabelle 3.2 sind die einzelnen Wachstumsschichten der vermessenen Proben gezeigt. Es handelt sich um modulationsdotierte  $\text{Ga}_{1-x}\text{AsAl}_x\text{As}$  Heterostrukturen. Die Bandlücke von GaAs ist  $E_{B,\text{GaAs}} = 1,4 \text{ eV}$  und von AlAs beträgt die direkte  $E_{B,\text{AlAs}} \approx 3 \text{ eV}$  und die kleinste, indirekte  $E_{B,\text{AlAs}} = 2,2 \text{ eV}$ . Durch Variation des Aluminiumanteils  $x$  lässt sich jede Energielücke dazwischen einstellen. Um den genauen Verlauf der Bandkanten einer gewachsenen Probe zu bestimmen, muss zusätzlich die Poisson- und Schrödingergleichung des Systems selbstkonsistent gelöst werden. Simulationen zeigen, dass hier die zum Teil nur ungenau bekannten Hintergrunddotierungen eine große Rolle spielen. Das genaue Wachsen gewünschter Bandkantenverläufe ist nicht zuletzt daher technologisch schwierig und wird als

**Tabelle 3.2:** Schichtfolge der Heterostruktur 8101. Bezeichnung und Funktion der einzelnen Schichten sind im Text erklärt.

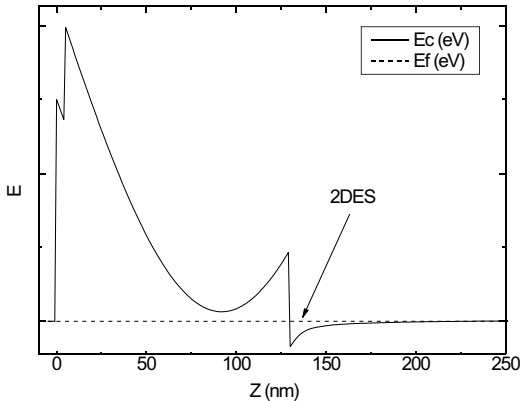
Heterostruktur	8101
GaAs	10 nm
Si, AlGaAs	$5 * 10^{11} \text{cm}^{-2}$ , 60 nm x4
$\text{Al}_{0,34}\text{Ga}_{0,66}\text{As}$	500,0 nm
Si	$1 * 10^{12} \text{cm}^{-2}$
$\text{Al}_{0,34}\text{Ga}_{0,66}\text{As}$	70,0 nm
GaAs	1000,0 nm
AlGaAs	50 nm
AlGaAs , GaAs	10,0 nm , 2,8 nm x100
GaAs	250,0 nm
GaAs Wafer	0,5mm

„band gap engineering“ bezeichnet.

Quanten-Hall-Proben werden so gewachsen, dass sich an einer Stelle des Leitungsbandes ein scharfes Minimum ausbildet, welches knapp unterhalb der Fermienergie liegt. Die Ladungsträger, die in diesem Potentialtopf gefangen werden, können sich wegen Energieerhaltung nicht in die Wachstumsrichtung fortbewegen. Die Ebene senkrecht zur Wachstumsebene ist aber auf gleichem Potential und somit können die Ladungsträger sich dort sehr gut bewegen. Dieses Minimum im Leitungsband ist eine übliche Implementation eines 2DES (siehe Abschnitt 2.1) in der Grundlagenforschung.

Die Namen und Funktionen der einzelnen Schichten soll exemplarisch am Material 1840 besprochen werden: Ausgangsmaterial ist ein GaAs-Substrat, sog. „bulk material“ in Form eines 2 Zoll Wafers. Der Wafer ist mit 2 mm ungewöhnlich dick, um die Flugzeit der Phononen von der Rückseite zur Vorderseite zu verlängern (siehe Kapitel 5). Außerdem sind Vorder- und Rückseite poliert, um eine möglichst gute Ankopplung der Phononen von Phononemitter zum bulk material und dann zur Heterostruktur zu erreichen. Auf der in (100)-Richtung orientierten Oberseite wird als erstes eine 40 nm dicke GaAs-Schicht gewachsen, um einen möglichst sauberen und defektfreien GaAs-Kristall





**Abbildung 3.1:** Schematischer Verlauf der Leitungsbandkante des Probenmaterials 1840, erzeugt mit dem Programm 1DPoisson [68]. Am Übergang von GaAs zu AlGaAs ( $Z = 130$  nm) bildet sich ein deutlicher Sprung und im Potentialminimum entsteht das 2DES. Eine Simulation ist wegen Unkenntnis der immer vorhandenen Hintergrunddotierung leider nicht exakt möglich.

zu erhalten. Darauf kommen zehn Schichten aus abwechselnd 5 nm GaAs und 5,3 nm AlAs als Gitter („grating“), um Diffusion von Fremdatomen aus dem bulk zu unterbinden. Es folgt der „buffer“, eine Schicht 650 nm GaAs. Da diese Schicht im Gegensatz zum bulk aus den Effusionszellen stammt, ist sie nominell reinst und außerdem (fast) perfekt im Kristall gewachsen. Auf der Grenzfläche wird sich das 2DES ausbilden. Der buffer trennt noch mal das 2DES vom bulk und dem grating. Es folgt eine 50 nm Schicht  $\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$  („spacer“) und nochmal 55 nm mit Silizium dotiertes  $\text{Al}_{0.34}\text{Ga}_{0.66}\text{As}$ .

An der Grenzfläche vom GaAs zum AlGaAs kommt es aufgrund der unterschiedlichen Bandlücken zu einem Sprung in der Leitungsbandkante und ein 2DES bildet sich aus, siehe Abb. 3.1. Die Dotierschicht liefert weitere Ladungsträger in das 2DES und erhöht somit sowohl Ladungsträgerkonzentration als auch Ladungsträgerbeweglichkeit durch eine erhöhte Coulomb-Abschirmung. Die dünne undotierte Zwischenschicht wird eingefügt, um die Coulomb-Streuung durch den

größeren Abstand der Dotieratome zum aktiven Kanal weiter zu reduzieren. Diese Zwischenschicht darf aber auch nicht zu dick sein, um eine hinreichende Trägerdichte des 2DES im Kanal sicherzustellen. Eigentlich sollte die Ladungsträger spendende Schicht besser unterhalb des Kanals angeordnet werden, um die Steilheit im Bandkantenverlauf zu erhöhen. Bei MBE gewachsenen  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ -Heterostrukturen ist jedoch ein  $\text{GaAs-AlGaAs}$ -Übergang fehlerfreier gewachsen als ein  $\text{AlGaAs-GaAs}$ -Übergang.

Bei Proben für Phononenspektroskopie muss außerdem berücksichtigt werden, dass die Phononen von der Waferrückseite bis zum 2DES möglichst ohne Streuung ballistisch transportiert werden können. Es ist möglich, dass Phononen an einer der Wachstumsschichten streuen. Dies wurde im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht weiter untersucht<sup>2</sup>. Die letzte Schicht im Material 1840 ist eine 5 nm dünne mit Silizium dotierte GaAs-Schicht, um chemische Reaktionen von AlGaAs mit der Luftfeuchtigkeit zu vermeiden („cap layer“).

Für die Experimente ist die Abfolge und der genaue Aufbau der Schichten der Heterostrukturen relativ unwichtig; entscheidend sind nur die Eigenschaften des 2DES. Dieses ist charakterisiert durch die Elektronenbeweglichkeit  $\mu_e$  und die Elektronenkonzentration  $n_e$ . In Liste 3.3 sind die vom Hersteller angegebenen Eigenschaften der vermessenen Heterostrukturen angezeigt. Dark und illum bedeuten Werte für unbeleuchtete und beleuchtete Proben nach dem Abkühlen auf 4,2 K: Wenn  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  Heterostrukturen schnell abkühlen, so können Ladungen in einem lokalen Potentialminimum „eingefroren“ werden. Durch Beleuchten können diese Ladungen in das energetisch günstigere 2DES befreit werden.

Anzumerken ist, dass die Proben so konstruiert sind, dass sie einerseits eine hohe Beweglichkeit für ausgeprägten FQHE haben, andererseits aber eine nicht zu hohe Elektronenkonzentration, um Füllfaktor 1/3 noch im 13 T/15 T Magnetsystem vermessen zu können. Beide Parameter lassen sich nicht unabhängig voneinander einstellen: Hohe Beweglichkeiten werden unter anderem durch große Ladungsträgerkonzentrationen und der damit verbundenen, starken Coulomb-

---

<sup>2</sup>Es wurden Wachstums-Rezepte verwendet, die empirisch für Phononenspektroskopie geeignet sind.

**Tabelle 3.3:** Eigenschaften der Heterostrukturen. Gezeigt sind  $\mu_e$  und  $n_e$  bei 4,2 K vor und nach Beleuchten laut Hersteller

Heterostruktur	1601	1840	8101
$n_e$ (dark) ( $\text{cm}^{-2}$ )	$-1,05 * 10^{11}$	$-8,97 * 10^{10}$	$-1,3 * 10^{11}$
$n_e$ (illum) ( $\text{cm}^{-2}$ )	$-3,16 * 10^{11}$	$-2,44 * 10^{11}$	$-2,43 * 10^{11}$
$\mu_e$ (dark) ( $\frac{\text{cm}^{-2}}{\text{Vs}}$ )	$6,72 * 10^5$	$1,11 * 10^6$	$7,11 * 10^5$
$\mu_e$ (illum) ( $\frac{\text{cm}^{-2}}{\text{Vs}}$ )	$1,53 * 10^6$	$2,73 * 10^6$	$1,35 * 10^6$

Abschirmung erreicht.

## 3.2 Strukturierung der Proben

In diesem Abschnitt werden die einzelnen Prozessschritte zur Fertigung der Proben besprochen: Zuerst wird der Wafer in kleine Probenstücke zerteilt (Abschnitt 3.2.1). Dann wird die Vorderseite mit dem 2DES fotolithographisch strukturiert und anschließend metallische Kontakte aufgebracht (Abschnitt 3.2.2). Zuletzt wird auf die Rückseite der Phononenemitter und seine Kontakte, ausgerichtet zur Vorderseite, prozessiert (Abschnitt 3.2.3). Eine detaillierte Beschreibung der dazu notwendigen Fotolithographie findet sich z. B. in [31] oder [62]. Es handelt sich um optische Lithographie im Kontaktmodus mit positiv und negativ Prozess. Die kritischen Prozessparameter sind für jeden Photoresist spezifisch [69] und werden im Anhang aufgeführt. Die Arbeiten wurden im Instituts-Reinraum<sup>3</sup> durchgeführt.

### 3.2.1 Probenmaterial ritzen

Im ersten Prozessschritt wird der 2 Zoll Wafer in gewünschte, kleinere Stücke zerkleinert. Dies geschieht mit einem so genannten Handritzgerät HR 100 von der Firma Karl Süss. Hierbei wird mit einer feinen Diamantspitze ein Ritzer auf der Oberseite des Wafers gekratzt und dann der Wafer über eine Kante genau unterhalb dieses Ritzes gebrochen. Der Ritz muss entlang einer der Kristallrichtungen erfolgen,

<sup>3</sup>Klasse 1000 im Raum, Klasse 10 unter den Laminarflowboxen.

sonst bricht der Wafer eventuell beliebig. Die Maße lassen sich über Mikrometerschrauben in Intervallen von 1/100 mm einstellen.

Die für die Phononenspektroskopie nötigen, mit 2 mm ungewöhnlich dicken Wafer sind besonders schwer zu ritzen und brechen<sup>4</sup>, daher empfiehlt es sich hierbei:

- Oft auf einer Stelle zu ritzen ( $\approx 20$  mal).
- Die Abbruchkante möglichst kurz zu halten.
- Beim Brechen *kräftig* zu drücken.
- Zu beachten, dass das abbrechende Stück meist beschädigt wird.
- Nur Ränder mit mindestens 3 mm Durchmesser zu ritzen.

#### 3.2.2 Strukturierung des 2DES und Kontakte

Im nächste Prozessschritt wird das auf der Vorderseite befindliche 2DES fotolithografisch strukturiert. Hierzu wird eine Ätzmaske in einem Positiv-Prozess aufgebracht und dann das 2DES an den lackfreien Stellen mit Säure<sup>5</sup> ca. 300 nm tief abgeätzt. Die übrig bleibende Struktur wird als Mesa bezeichnet.

Abbildung 3.2(links) zeigt die Maske, wobei die Flächen des 2DES grau eingefärbt sind. In der Mitte befindet sich das 2DES in Form eines Mäanders der Länge  $l$  und Breite  $w$ . Diese Form wurde gewählt, um selbst kleine Änderungen in  $\rho_{xx}$  des 2DES über den Zweipunktwiderstand  $R_{2PKT}$  detektieren zu können:

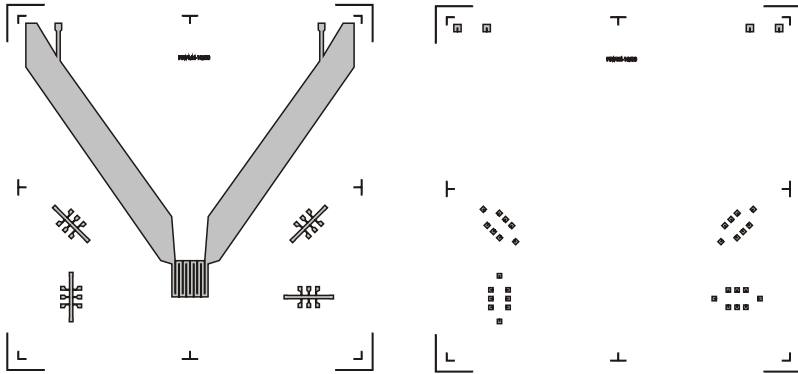
$$R_{2PKT} = R_{Kontakte} + \rho_{xy} + \frac{l}{w} * \rho_{xx} \quad (3.1)$$

$R_{Kontakte}$  bezeichnet die Widerstände der Kontakte. Diese sind weit in den Ecken platziert, weil Wechselwirkung von Phononen mit diesen Kontakten ein starkes, unerwünschtes Störsignal erzeugt [48]. Die aus diesen Überlegungen entstandene, ungewöhnlich große Grundfläche der Proben von  $A_{Probe} = 10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  erzwingt eine aufwendige Probenhalterung, die in Abschnitt 3.3 beschrieben wird. Es wurden Proben

---

<sup>4</sup>englisch: cleave

<sup>5</sup>Mischung aus  $\text{DiH}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{H}_3\text{PO}_4$



**Abbildung 3.2:** Lithographiemaske der Probenvorderseite (je  $10 \text{ mm}^2$ ).

Die linke Abbildung zeigt den Mäander mit 2DES in Grau, die rechte Abbildung die Kontakte.

mit verschiedenen Aspektverhältnissen  $\frac{l}{w}$  und unterschiedlichen Mäanderflächen  $A_{\text{Maeander}}$  prozessiert. Hierbei kann  $w$  nicht beliebig klein gewählt werden, weil sonst schon kleinste Störstellen in dem Mäander das 2DES abschnüren würden [48].

Zusätzlich sind auf der Maske vier Hallgeometrien zur Charakterisierung des 2DES. Sie haben die gleiche Breite  $w$  wie der Mäander, um QHE-Messungen der Hallgeometrien mit denen des Mäanders vergleichbarer zu machen. Außerdem wurde die Gesamtlänge und auch die einzelnen Längen zwischen den Zuleitungen so gewählt, dass Geometriefaktoren zu vernachlässigen sind [70].

Bevor das 2DES durch die Säure in die gewünschte Form gebracht wird, muss jedoch die Rückseite extra geschützt werden, da dort später der Phononenemitter auf die möglichst glatte Oberfläche aufgebracht werden soll. Hierzu wird, wenn die Ätzmaske fertig ist, kurz vor dem Säurebad eine Schutzschicht aus Photoresist auf die Rückseite von Hand vorsichtig aufgezogen und im Ofen leicht angebacken. Dabei wird die Probe vorsichtig auf den Ecken gelagert.

Nach dem Ätzen wird in einem weiteren Lithographieschritt in einem Negativprozess eine Lackmaske für die elektrischen Kontakte zum 2DES aufgebracht, siehe Abbildung 3.2(rechts). Die Kontakte beste-

hen aus 40 nm Germanium, 60 nm Gold, 27 nm Nickel und wiederum 150 nm Gold und werden in der Aufdampfanlage (Telemark, Univex 350) teils thermisch, teils elektronisch aufgedampft. Nach anschließendem Lift-Off Prozess werden die Kontakte bei einer Temperatur von 470 °C im Legierofen (MBE Komponenten GmbH, Annealing Oven AZ500) einlegiert, so dass ein Eutektikum entsteht. Das Germanium des Eutektikum diffundiert von der Oberfläche zum 2DES ein und setzt sich an die Stellen des Galliums im Kristall, wodurch der Kristall stark dotiert wird. Der so entstandene Kontakt stellt im Idealfall einen ohmschen Kontakt zwischen 2DES und Probenoberfläche dar.

Die Reihenfolge von Mesa-Ätzen und Kontakte-Aufbringen ist nicht zwingend. Die *exakten* einzelnen Schritte der Fotolithographie sind spezifisch für das verwendete Photoresist und im Anhang A.1 genannt.

#### 3.2.3 Aufbringen des Phononenemitters

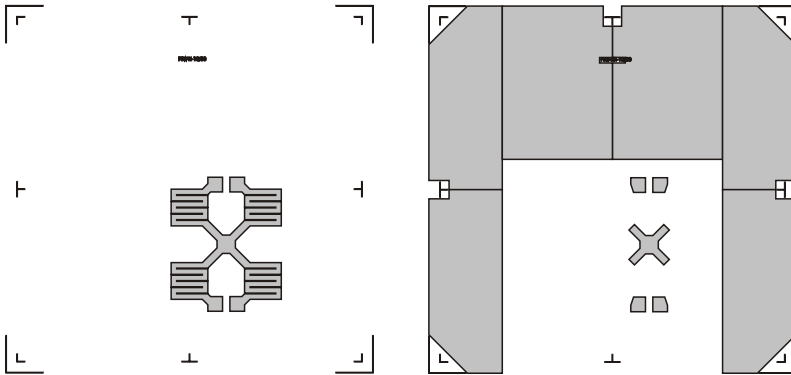
In einem nächsten Prozessschritt wird die Quelle der Nichtgleichgewichtsphononen für die Phononenspektroskopie auf die Rückseite prozessiert. Hierbei muss besonders darauf geachtet werden, die bereits fertig prozessierte Vorderseite nicht zu beschädigen. Es hat sich bewährt, die Probe nicht etwa mit Lack zu schützen, sondern wie gewohnt wenn nötig abzulegen d. h. jetzt mit der 2DES-Seite nach unten, jedoch sollte dann die Probe nicht hin und her bewegt werden.

In Abbildung 3.3 sind die Lithographiemaske des Phononenemitters, auch vereinfacht “Heizer<sup>6</sup>” genannt, und die zugehörigen Maske für Kontakte gezeigt. Zuerst wird die Lackmaske für den Heizer fotolithografisch in einem Negativ Prozess aufgebracht. Hierbei muss der Heizer exakt zum 2DES-Mäander ausgerichtet werden. Ein exaktes Ausrichten von Rückseite zur Vorderseite ist normalerweise nicht möglich. Deshalb wird die Probe beim Ausrichten in der Masken-Ausrichtestation (mask aligner von der Firma Karl Süss, MJB 3) mit ultravioletttem Licht durchleuchtet und ein Bild mit einer im ultravioletttem Bereich empfindlichen Kamera direkt auf einen Bildschirm abgebildet. Mit diesem Bild ist die nötige Feinausrichtung möglich.

Der Heizer wird in der Aufdampfanlage aufgedampft. Er besteht aus

---

<sup>6</sup>engl. heater



**Abbildung 3.3:** Maske des Phononenemitters (je  $10 \text{ mm}^2$ ).

Links: Heizer, bestehend aus vier separat kontaktierbaren Heizern für winkelabhängige Messungen.

Rechts: Kontakte für Heizer und große Fläche für thermische Ankopplung.

Konstantan, einer Legierung aus 55 % Kupfer und 45 % Nickel. Es wurde Konstantan gewählt, weil dieses Metall seinen spezifischen Widerstand  $\rho_{\text{Konstantan}}^{RT} = 0,5 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m}$  als Funktion der Temperatur kaum ändert. Die Änderung beträgt etwa -10% von Raumtemperatur zur Heliumtemperatur von 4,2 K [71, 72]. Auf der Maske sind vier versetzte Heizer, so dass durch einzelnes, selektives Kontaktieren Phononenquellen aus verschiedenen Raumrichtungen zur Verfügung stehen. Jeder der Heizer hat eine Grundfläche von  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  und hat eine zum 2DES um  $90^\circ$  verdrehte Mäanderform. Die Verdrehung minimiert das elektromagnetische Übersprechen. Für eine optimale Hochfrequenzanpassung des Heizers an die Leitungen ist eine Impedanz von  $50 \Omega$  wünschenswert. Bei gegebener Heizergeometrie lässt sich diese berechnen, *jedoch* hat sich gezeigt, dass berechneter und tatsächlicher Wert sich stark unterscheiden. Dies liegt vermutlich daran, dass beim Aufdampfen des Konstantans aufgrund unterschiedlicher Siedepunkte von Kupfer und Nickel das Legierungsverhältniss sich ändert und somit sich auch der spezifische Widerstand.

Im Experiment hat sich gezeigt, dass eine Heizer-Impedanz von  $50 \Omega$  zwar wünschenswert, aber nicht zwingend ist. Auch bei einem Heizer-

widerstand  $R_H \neq 50 \Omega$  lässt sich der Heizer problemlos spezifizieren und betreiben.

Im vierten und letzten Lithographieschritt werden die Kontakte für den Heizer ebenfalls in einem Negativ Prozess aufgebracht. Die Lithographiemaske der 1840 Serie ist in Abbildung 3.3 gezeigt. Die Kontakte bestehen aus einer Schicht Chrom als Haftvermittler von Probenoberfläche zur zweiten Schicht, die aus Gold ist. Die Goldschicht lässt sich, im Gegensatz zum Konstantan-Heizer, mit einem Bonddraht mit der Probenhalterung verbinden, siehe nächster Abschnitt.

Zusätzlich zu den Kontakten wird noch eine größere Fläche metallisiert. Dies soll den thermischen Kontakt der Probe zur Probenhalterung verbessern und somit eine bessere Kühlung der Probe garantieren.

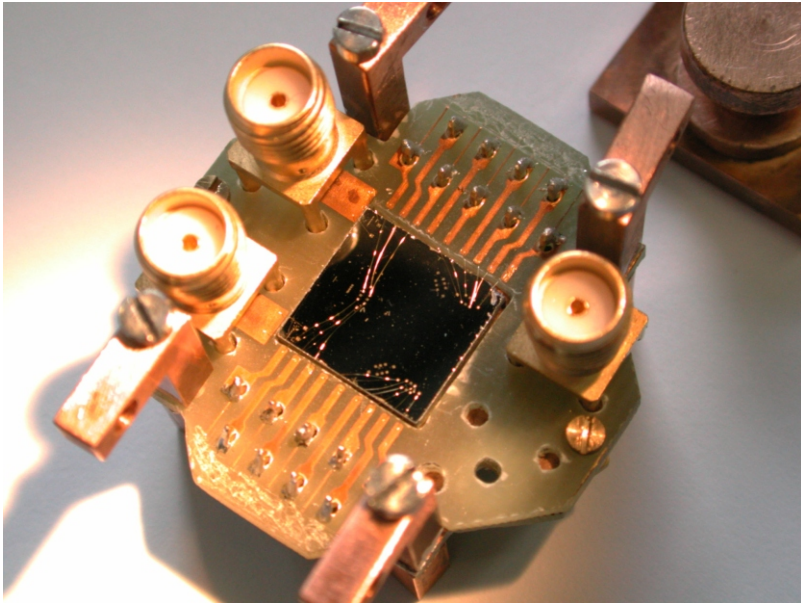
## 3.3 Probenhalterung

In diesem Abschnitt wird die Probenhalterung vorgestellt. Normalerweise ist es üblich, dass typische 2DES-Proben in einen normierten Chiphalter eingeklebt werden. Die für Phononenspektroskopie optimierten Proben weisen jedoch einige Besonderheiten auf, die eine speziell angepasste Probenhalterung verlangt:

- Die Proben sind mit  $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$  besonders *groß*. Dies ist nötig, um die Kontakte weit weg vom 2DES in den Ecken zu platzieren und vergrößert außerdem die Flugzeit der Phononen durch die Probe.
- Es müssen das 2DES auf der *Vorderseite* der Probe und der Heizer auf der *Rückseite* kontaktiert werden.
- Es werden sowohl gewöhnliche Anschlüsse für Gleichstrom als auch möglichst impedanzangepasste *Hochfrequenzleitungen* für die zeitaufgelösten Phononenmessungen benötigt.

In den Abbildungen 3.4 (Oberansicht) und 3.5 (Unteransicht) ist eine der Probenhalterungen gezeigt. Bei der technischen Realisierung sind außerdem diverse wichtige Details zu beachten. So muss die Halterung trivialerweise so klein sein, dass sie in den Kryostaten passt, in diesem Fall ein Durchmesser von  $d = 34 \text{ mm}$ . Die Halterung muss gut



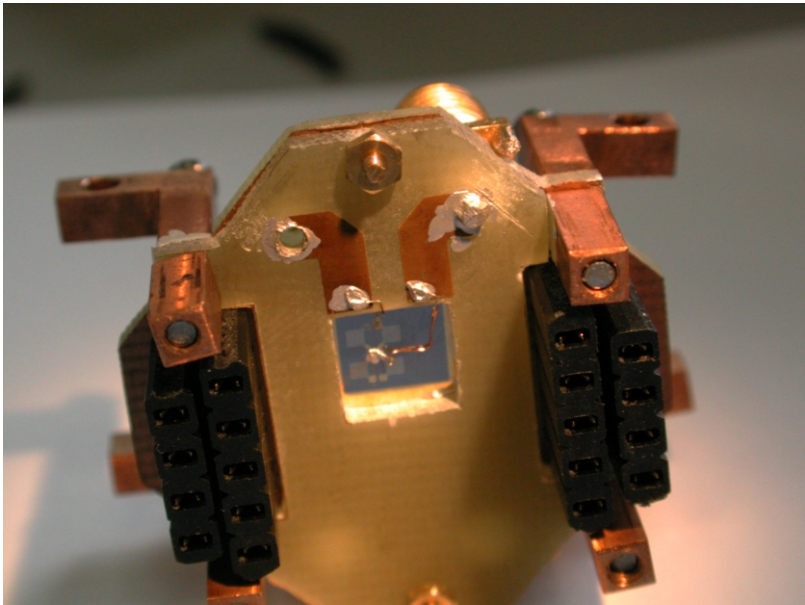


**Abbildung 3.4:** Probenhalterung Oberansicht. In der Mitte liegt die mit Leitsilber eingeklebte Probe, welche mit dünnen Bonddrähten mit den Leiterbahnen verbunden ist. Rechts oben ist der demontierte Teil der Halterung sichtbar, der an den Kaltfinger des Kryostaten geschraubt wird.

montierbar sein, um einen schnellen und unproblematischen Ein- und Ausbau in den Kryostaten zu gewährleisten. Eine gute Wärmekopplung der Probe an die kalte Kryostattemperatur ist besonders wichtig. Außerdem ist darauf zu achten, dass sich in der Halterung keine Kreisströme<sup>7</sup> im hohen Magnetfeld ausbilden.

Aus diesem Grund sind die Proben auf zwei aufeinander geschraubte Platinen befestigt, in deren Mitte eine Metallfolie einen direkten Kontakt zur metallisierten Probenrückseite hat. Diese Metallfolie hat wiederum Kontakt zu einer modularen, aus sauerstofffreien Kupfer bestehenden Halterung, die direkt an den Kaltfinger des Kryostaten ge-

<sup>7</sup>engl. Eddy currents, benannt nach dem miserablen Skispringer "Eddy the eagle".



**Abbildung 3.5:** Probenhalterung Unteransicht. Gut sichtbar sind in der Mitte die Zuleitungen zum Heizer, wobei das letzte Stück der Verbindung mit einem feinen Draht realisiert ist.

schraubt wird. Dies gewährleistet die gute Wärmekopplung der Probe. Die Halterung ist schnell montierbar und klein genug, dass Kreisströme vermieden werden.

Auf die Platine selbst sind in einem gebräuchlichen Fotoverfahren [73] auf beiden Seiten metallische Leiterbahnen gebracht, die auf der einen Seite auf die Probe gebondet werden (siehe unten) und an der anderen Seite jeweils an einem Stecker enden. Durch die Steckverbindungen lässt sich die Halterung deutlich schneller einbauen. Eine Besonderheit sind die Leiterbahnen für die Hochfrequenzanwendungen. Ihre geometrischen Abmessungen sind so gewählt, dass sie eine Mikrostreifenleitung mit einer Impedanz von  $50 \Omega$  darstellen und somit hochfrequenztauglich sind. Die Berechnung der Mikrostreifenleitung ist im Anhang A.2 gezeigt.

Wie bereits oben erwähnt, sind die Proben an die Leiterbahnen gebondet. Bonden ist eine in der Halbleiterindustrie gebräuchliche Technik zur elektronischen Verbindung kleinster Strukturen. Hierbei wird mit einem Bonder (im Institut: Firma Kulicke & Soffa, Modell K & S 4500 Series Manual Wire Bonders) ein extrem dünner Golddraht mit Ultraschall auf die Kontakte bzw. Leiterbahnen verschweißt.

Das Bonden der Proben in die Halterungen ist unerwartet schwierig: Durch die Höhe der Probe von 2 mm und dem Platinendurchmesser von 1,5 mm ergibt sich ein Höhenunterschied von 0,5 mm auf der Vorderseite. Höhenunterschiede sind jedoch für den Bonder problematisch. Um dies zu kompensieren, wurde der Bonder genau auf die Mitte eingestellt, so dass das Bonden zwar möglich, jedoch außerhalb der Parameter ist.

Des Weiteren ist das Bonden auf die Leitungen der Platine nicht trivial: Es zeigte sich, dass die Leitungen schnell oxidieren und deshalb vor jedem Bonden mit einem Glasfaserstift freigekratzt werden müssen. Ungewohnt ist auch, dass die Platine beim Bonden leicht nachgibt und daher die Parameter am Bonder entsprechend umgestellt werden müssen.

Das Bonden der Rückseite ist wegen des Höhenunterschiedes von Heizerkontakten auf der Probe zu den Mikrostreifenleitungen auf der Platine nicht möglich. Hier wurden *von Hand* zwei dünne Drähte mit Leitsilber angebracht.

Die Stecker sind nach dem Kontaktieren von 2DES und Heizer mit einem bei 100 löslichen, tieftemperaturtauglichen Spezialkleber (Araldite 2010 der Firma Vantico ) eingeklebt.

Beim Kontaktieren der Probe ist die Reihenfolge zu beachten: Zuerst die Drähte an den Heizer anbringen, da dies der motorisch schwierigste Arbeitsschritt ist. Dann die Vorderseite bonden. Die Probe und die Platine müssen hierbei so gehaltert werden, dass die Drähte auf der Rückseite nicht berührt werden. Die Probe sollte ab diesem Zeitpunkt auch nicht mehr gekippt werden, da sie sich sonst durch ihr vergleichsweise großes Eigengewicht leichter aus der Platine lösen kann. Zuletzt werden die Stecker eingeklebt, da sie vorher beim Bonden im Weg wären.

### 3.4 Probencharakterisierung

In diesem Abschnitt sollen die einzelnen Proben vorgestellt werden. Alle Proben sind für Phononenspektroskopie konstruiert, sie haben also ein 2DES in Mäanderform und einige Hallgeometrien auf der Vorderseite und einem Phononenemitter auf der Rückseite. Die insgesamt acht verschiedenen Proben bestehen aus verschiedenen  $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$  Heterostrukturen und werden in diesem Abschnitt geometrisch und elektronisch charakterisiert. Durch die verwendete Photolithografie stimmen Ladungsträgerkonzentration  $n_e$  und Mobilität  $\mu_e$  der Proben nicht mehr mit denen der unbehandelten Heterostrukturen überein, sondern sind verringert und somit für jede Probe spezifisch.

In Tabelle 3.4 sind die geometrischen Abmessungen aller Proben aufgeführt. Es werden die Fläche  $A$ , die Breite  $w$  und das Aspektverhältnis  $l/w$  des Mäanders sowie die Anzahl der einzelnen Mäander-Segmente  $N$  und ihr Abstand zueinander  $d$  angegeben. Die auf den Proben befindlichen Hallgeometrien haben die gleiche Breite  $w$  wie der Mäander.

Für die Phononenexperimente mussten die Proben so gut wie möglich charakterisiert werden. Hierbei wurde der Probenwiderstand als Funktion von Magnetfeld  $B$ , Quellstrom  $I$  und 2DES Temperatur  $T_{2DES}$

**Tabelle 3.4:** Geometrische Abmessungen aller acht Proben. Hierbei sind  $A$  die Fläche,  $w$  die Breite und  $l/w$  das Aspektverhältnis des Mäanders. Mit  $N$  ist die Anzahl der einzelnen Mäander-Segmente und  $d$  ihr Abstand zueinander bezeichnet.

Bezeichnung	Material	$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$w$ [μm]	$d$ [μm]	$N$ [#]	$l/w$
“Moma 6.1”	8101	0.83×0.83	40	6	18	360
“Small Mäander”	1601	1×1	40	10	20	500
“Large Mäander”	1601	3×3	120	30	20	500
-1	1840	1×1	40	10	20	500
-3	1840	1×1	90	10	10	111
-4	1840	1×1	90	10	10	111
-5	1840	1×1	40	10	20	500
-43	1843	1×1	40	10	20	500

gemessen, wobei jeweils der Mäanderwiderstand als Zweipunktwiderstand gemessen wurde und gleichzeitig einer der Hallgeometrien. Beim Abkühlen der Proben von Raumtemperatur (RT) auf Basistemperatur kann es passieren, dass die Ladungsträger sich so verteilen, dass sie keinen Kontakt mehr zu den ohmschen Kontakten haben<sup>8</sup> und somit die Hallgeometrie nicht immer messbar war.

Um die Charakterisierungsmessungen mit den späteren Phononenmessungen vergleichbar zu machen, wurde der Messaufbau jeweils an den Messaufbau für Phononenmessungen angepasst. Im Folgendem soll exemplarisch ein Messaufbau in Lock-In-Technik zur Charakterisierung einer Hallgeometrie besprochen werden. Dieser Aufbau lässt sich auf die Messungen an dem Mäander übertragen. Einige Charakterisierungsmessungen wurden auch mit einer Gleichstromquelle (Keithley 2400 SourceMeter), Multimetern (Keithley 2000 Multimeter) und diversen Filtern durchgeführt (nicht gezeigt).

In Abbildung 3.6 ist schematisch der Versuchsaufbau in Lock-In-Technik zur Messung des Längswiderstandes, auch Shubnikov-de-Haas-Widerstand  $R_{SDH}$  genannt, und des Hallwiderstandes  $R_{Hall}$  an einer Hallgeometrie gezeigt.

Als Stromquelle diente ein Funktionsgenerator (Hewlett Packard HP3325B oder Fluke/Phillips PM 5193), der eine niederfrequente Rechteck-Spannung an einen großen Vorwiderstand  $R_{Vor} = 10 - 100 \text{ M}\Omega$  anlegt und somit einen (fast) konstanten Strom  $I_S$  erzeugt. Die Rechteckform wurde der gebräuchlichen Sinusform vorgezogen, weil so der Betrag des Stromes zu jedem Zeitpunkt konstant war, so wie es bei den Phononenmessungen der Fall war. Als Frequenzen wurden kleine Primzahlen gewählt (17 Hz, 23 Hz,...), um quasi mit Gleichstrom zu arbeiten, und deren Vielfache weit weg von 50 Hz, der Netzfrequenz, sind. Der so erzeugte Strom wird an die Probe angelegt am Quellkontakt<sup>9</sup>, fließt über die Probe und über einen Senkenkontakt<sup>10</sup> zur Erde ab.

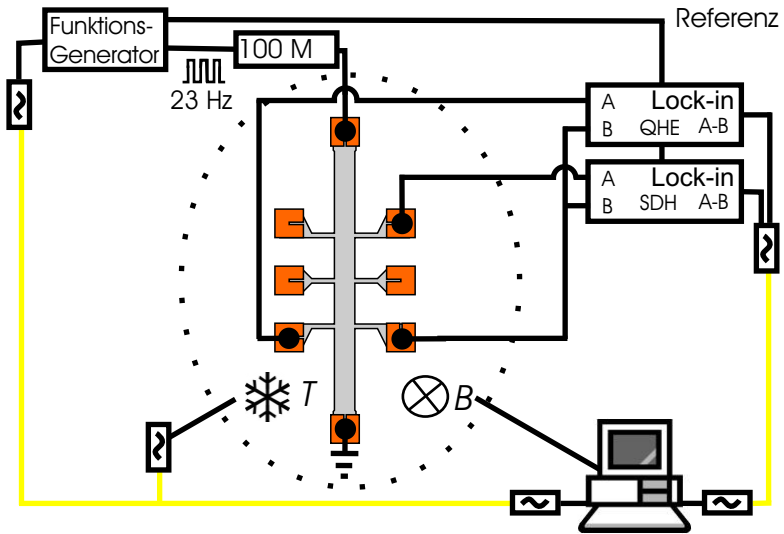
Mit zwei digitalen Lock-In-Verstärkern (Lock-In Amplifier EG & G 7260 DSP) wurden dabei die Längs- und Querspannung gemessen. Die Lock-In-Verstärker arbeiten so, dass sie nur Spannungen mit gleicher

---

<sup>8</sup>Man spricht dann von "ausfrieren" der Ladungsträger

<sup>9</sup>engl. source

<sup>10</sup>engl. drain



**Abbildung 3.6:** Experimenteller Aufbau zur Probencharakterisierung (schematisch). Gezeigt ist eine Lock-In-Technik an einer Hallgeometrie. Eine ausführliche Beschreibung wird im Text gegeben.

Frequenz und Phase, wie sie der Funktionsgenerator erzeugt, messen. Frequenz und Phase wird ihnen über ein Referenzsignal mitgeteilt. Durch diese Messtechnik ist das erhaltene Signal extrem rauscharm. Weitere Vorteile einer Lock-In-Messung sind, dass sie unempfindlich gegen eventuell auftretende Thermospannungen ist, da sie ja ständig das Vorzeichen des Stromes wechselt und somit Thermospannungen sich rausmitteln, sowie dass durch die starke Rauschunterdrückung nur ein kleiner Strom  $I_S$  benötigt wird, so dass die Kontakte zum 2DES auch nur in diesem Bereich ohmsch sein müssen.

Die Lock-In-Verstärker messen die Spannungsdifferenz an ihren Eingängen A und B, die bei den hohen Innenwiderständen von 10 MΩ der Geräte den Spannungsabfällen über der Probe entspricht, weil quasi kein Strom durch die Kabel fließt. Bei Messungen des Mänders, dessen Widerstand teilweise einige MΩ erreichte, wurde ein analoger Lock-In-Verstärker (Lock-In Amplifier EG & G 5209 oder 5210) mit

Innenwiderstand von  $100\text{ M}\Omega$  verwendet, um weiterhin den Probenwiderstand klein gegen den Innenwiderstand zu halten.

Die Lock-In-Verstärker messen die vom Funktionsgenerator erzeugte Frequenz nur auf der ersten Harmonischen und somit bei Rechteckform typischerweise etwa nur 95 % der eigentlichen Spannung. Für die spätere Auswertung musste daher für jeden Lock-In-Typ und jede verwendete Frequenz in einer Kalibrationsmessung ein Übertragungsfaktor ermittelt werden.

In der Messung wurde das Magnetfeld  $B$  mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchlaufen (engl. sweep). Eine zu schnelle Rate heizt die Probe auf, während eine zu langsame unnötige Messzeit in Anspruch nimmt. Es wurde meist  $0,2\text{ T/m}$  gewählt. Außerdem sind Verzögerungseffekte zu beachten d. h. es ist darauf zu achten, dass gemessene Parameter und ausgelesenes Magnetfeld zeitlich übereinstimmen.

Alle Steuer-Parameter wurden vollautomatisch durch einen Computer an Funktionsgenerator, Lock-In-Verstärker, Netzteil des Magneten und Temperaturkontrolle (vergleiche Abschnitt 3.5) gegeben. Die hierfür verwendeten Steuerprogramme sind in der graphischen Programmiersprache LabView der Firma National Instruments geschrieben. Alle gemessenen Daten werden ebenfalls elektronisch erfasst und alle Geräteeinstellungen protokolliert.

Die elektrische Erde wurde durch das Potential des Kryostaten gegeben und alle angeschlossenen Geräte nach Möglichkeit sternförmig davon weg angeschlossen. Die Kommunikation von Computer zu den einzelnen Messgeräten geschah über Optokoppler. Diese wandeln elektrische Signale in optische und wieder zurück. Durch die sternförmige Anordnung und optische Entkopplung wurde verhindert, dass parasitäre Ströme im Kreis fließen und somit Störsignale erzeugen.

Die Proben wurden systematisch charakterisiert und die Probenwiderstände  $R_{2PKT}$ ,  $R_{Hall}$ ,  $R_{SDH}$  als Funktion des Stromes  $I$ , des Magnetfeldes  $B$  und der 2DES Temperatur  $T_{2DES}$  gemessen. Alle Proben zeigen ausgeprägten Quanten-Hall-Effekt, sowohl integralen als auch fraktionalen. Die Messungen werden im Anhang A.3 gezeigt.

Aus den Messungen lassen sich die Ladungsträgerkonzentration  $n_e$  und Mobilität  $\mu_e$  der Proben bestimmen, vergleiche Kapitel 2.2.3.  $n_e$  und  $\mu_e$  aller Proben sind in Tabelle 3.5 angegeben.

**Tabelle 3.5:** Elektronendichte  $n_e$  und Mobilität  $\mu_e$  aller acht Proben. “dark/illum” bedeutet die Werte der unbeleuchteten/beleuchteten Probe. Es wurden nicht alle Proben beleuchtet. Die Werte für “illum” sind *nicht* als Maximalwerte zu verstehen, sondern nur als nachweislich erreichte Werte. Durch intensiveres Beleuchten mit eventuell besseren Leuchtdioden sind wahrscheinlich noch höhere Werte erreichbar.

Bezeichnung	$n_e$		$\mu_e$	
	dark [ $10^{15} \text{ m}^{-2}$ ]	illum [ $10^{15} \text{ m}^{-2}$ ]	dark [ $\text{m}^2/\text{Vs}$ ]	illum [ $\text{m}^2/\text{Vs}$ ]
“Moma 6.1”	1,3		58,7	
“Small Mäander”	1,072		72,8	
“Large Mäander”	1,065		68,4	
-1	0,891		110,0	
-3	0,89	1,50	102	193
-4	0,809	1,142	87,6	124,1
-5	0,860		109,0	
-43	3,456	4,656	89,5	118,2

### 3.4.1 Persistenter Photoeffekt

In Tabelle 3.5 sind Werte für unbeleuchtete/beleuchtete Proben angegeben: Beleuchtet man die Halbleiter-Proben im Kryostaten mit Licht, so werden Ladungsträger durch den Photoeffekt vom Substrat GaAs energetisch angehoben und können so durch Relaxation in das 2DES gelangen. Hier sind sie in einem energetischen Minimum und bleiben daher auch nach Ausschalten des Lichtes im 2DES, daher die Bezeichnung persistent (dauerhaft). Hierdurch erhöht sich  $n_e$  und durch eine erhöhte Coulomb-Abschirmung gegenüber Störstellen auch die Mobilität  $\mu_e$ . Beim Beleuchten muss das Magnetfeld auf  $B = 0$  gefahren sein, sonst werden die Ladungsträger durch die Lorentzkraft abgelenkt und die Probe stark inhomogen. Außerdem sollte die Probe möglichst diffus und indirekt angeleuchtet werden, sonst wird die Probe ebenfalls inhomogen. Eine gewisse Kontrolle über die Probenmanipulation ist durch gleichzeitiges Monitoren des Längswiderstandes  $R_{xx}$  möglich, da sich nach Formel 2.37 der Widerstand verhält wie  $R_{xx}(B = 0) \propto 1/(\mu_e n_e)$ . Empirisch verteilt sich eine gemessene Wi-



derstandsänderung in etwa gleich auf  $n_e$  und  $\mu_e$ .

Ein weiteres, wichtiges Detail ist die Wahl der verwendeten Leuchtdiode: Regt man die Probe mit normalem, rotem Licht an, so werden auch Ladungsträger im GaAlAs in das Valenzband angehoben und relaxieren eventuell nicht in das 2DES, sondern auch in die Dotierschicht, vergleiche Abbildung 3.1. Dadurch entsteht dort ein ungewollter, leitfähiger, paralleler Kanal zum 2DES. Besser geeignet sind daher infrarote Dioden (IR-Dioden), die nur im GaAs anregen können. Ein Nachteil der verwendeten IR-Dioden ist ihre hohe Wärmelast, wodurch im Entmischungskryostaten bei jedem Beleuchten der Kryostat nur auf etwa 1,5 K stabilisiert werden konnte, d. h. bei jedem Beleuchtungsvorgang musste die Entmischung unterbrochen werden, dann beleuchtet und anschließend die  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Mischung wieder einkondensiert werden.

## 3.5 Kryostat und Magnet

In diesem Abschnitt sollen die verwendeten Kryostate und Magnetsysteme mit Typenbezeichnung und die erreichten Kenndaten angegeben werden. Es soll *nicht* die genaue Funktionsweise der Systeme und die aufwendige Messung von tiefen Temperaturen besprochen werden, hierzu sei auf das ausführliche Buch von F. Pobell [66] verwiesen.

Kleinere Charakterisierungsmessungen wurden an einem  $^4\text{He}$  Dewar Kryostat der Firma Oxford Instruments mit einem supraleitenden Magneten mit einem maximalem Magnetfeld von 8 T durchgeführt. Der Magnet wird mit einer Stromversorgung PS-120 (magnet power supply, Oxford) gespeist und der aktuelle Heliumfüllstand mit einem Anzeiger ILM-210 (cryogen level meter, ebenfalls von Oxford) ausgelesen. Zum Einbringen der Proben in das System wurden sie auf einem Probenstab montiert, der verschlossen von oben (top loading) in das  $^4\text{He}$  Bad eingelassen wurde. Dadurch hatten die Proben über ein Helium-Austauschgas thermischen Kontakt zum Bad und somit die Basistemperatur von 4,2 K. Höhere Temperaturen sind durch eine kleine Heizspule auf dem Probenstab einstellbar. Die Temperaturen wurden mit auf dem Probenstab nahe der Probe befindlichen temperaturabhängigen Widerständen bestimmt. Dies sind ein Pt-100 Widerstand für Temperaturen größer 33 K bis 300 K und ein SMD-200k $\Omega$

Widerstand für Temperaturen kleiner 33 K bis 4,2 K, beide kalibriert und der Temperaturverlauf mit einem Polynom 6. bzw. 5. Ordnung genährt. Der max. Fehler liegt bei etwa 1 %.

Die eigentlichen Phononenmessungen und daher auch die meisten Charakterisierungsmessungen wurden in einem  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Entmischungskryostaten Marke Kelvinox 300 der Firma Oxford Instruments durchgeführt. Zum System gehört ein supraleitender Magnet mit einem maximalen Feld von 13 T bzw. 15 T, wenn der Magnet von 4,2 K auf 2,2 K abgekühlt wird. Dies geschieht im so genannten  $\lambda$ -Stufen Betrieb, wo durch Pumpen an einer kleinen, thermisch zum Magnet gekoppelten Menge Helium der Magnet kälter und somit sein kritisches Magnetfeld höher wird. Der Magnet wird mit einer Stromversorgung IPS-120 (magnet power supply, Oxford) gespeist.

Der Kryostat hat eine nominelle Basistemperatur von 15 mK. Durch die für die zeitaufgelösten Phononenmessungen notwendigen Hochfrequenzleitungen wurde jedoch eine Wärmelast in den Kryostaten eingebracht, so dass die erreichte Basistemperatur auf 65 mK anstieg. Die Temperatur wurde mit einem  $\text{RuO}_2$ -Dickfilmwiderstand für die tiefkalten Temperaturen im mK-Bereich gemessen. Der Widerstand wurde von der Firma Oxford kalibriert und in einem feldkompensierten Bereich an der Entmischungskammer befestigt. Durch die Feldkompensation sind Widerstandsänderungen selbst bei maximalen Magnetfeld vernachlässigbar und somit die Temperaturmessung präzise. Die Messung des  $\text{RuO}_2$  Widerstandes erfolgte durch eine AVS-46 Widerstandsmessbrücke der Firma RV-Elektronikka Oy. Hierbei wurde darauf geachtet, dass die Anregungsspannung zur Widerstandsmessung  $U = 30\mu\text{V}$  so klein gewählt wurde, dass die Wärmelast auf den lokalen Widerstand vernachlässigbar ist. An die Widerstandsmessbrücke ist ein Temperatursteuergerät TS 530 ebenfalls von der Firma RV-Elektronikka Oy angeschlossen. Das Steuergerät regelt den Heizstrom zu einem an der Entmischungskammer angebrachten resistiven Heizer. Dies geschieht *intelligent*, d. h. das Steuergerät regelt den Strom bei gleichzeitigem Auslesen der Temperatur so, dass eine vorgegebene Zieltemperatur in möglichst kurzer Zeit *stabil* erreicht wird. Stabil erreichte Temperaturen sind von 65 mK bis 750 mK. Höhere Temperatur lassen sich mit den bekannten Regelparametern (PID-Werte, Proportional-Integral-Differential-Werte) nur stabil für kurze Zeiten

bzw. gar nicht einstellen.

### 3.5.1 Thermische Ankopplung

Die oben genannten Temperaturen beziehen sich auf die Temperaturen des Kryostaten  $T_{Kryo}$ , die leider nicht per Definition die jeweilige elektronischen Temperaturen der Probe  $T_{2DES}$  sind. Der Grund hierfür ist eine schlechte thermische Kopplung des Elektronensystems an das Kristallgitter, d. h.  $T_{2DES}$  liegt höher als die Temperatur des Phononensystem  $T_{Phonon}$  der Probe. Außerdem ist  $T_{Phonon}$  nur bei guter Kopplung an die Kryostattemperatur  $T_{Kryo}$  und einer gleichzeitig geringen Leistungsdissipation durch Magnetotransport in der Probe identisch der Kryostattemperatur. Der physikalische Grund ist ein starker Anstieg des so genannten Kapitza-Widerstandes  $R_{Kapitza}$  für die meisten bei tiefen Temperaturen verwendeten Materialien. Der Kapitza-Widerstandes  $R_{Kapitza}$  ist definiert über:

$$\Delta T = R_{Kapitza} \dot{Q} \quad (3.2)$$

Hierbei ist  $\Delta T$  der Temperaturunterschied und  $\dot{Q}$  die Wärmeabgabe zwischen zwei verschiedenen Materialien, d. h. bei tiefen Temperaturen wärmeleiten die meisten Materialien sehr schlecht untereinander.

Um zu erreichen, dass  $T_{2DES} \approx T_{Kryo}$  gilt, müssen daher die Probe und alle elektrischen Zuleitungen besonders gut an den Kryostaten bzw. die Entmischungskammer gekoppelt werden.

Dafür wurden die Gleichstromzuleitungen (DC Kabel) unterhalb der Entmischungskammer auf Spulen aufgerollt, so dass sie eine große thermische Kontaktfläche zu  $T_{Kryo}$  haben. Um ein Heizen durch Radio- und Mikrowellen zu vermeiden, werden die DC-Kabel bei der Durchführung in den Kryostaten mit einem  $\pi$ -Filter gefiltert.

Die Probe selbst wurde auf einer eigens für sie konstruierten Probenhalterung, siehe Abschnitt 3.3, mit metallischen, thermischen Kontaktflächen gelagert, die wiederum am Ende des so genannten Kaltfingers<sup>11</sup> des Kryostaten befestigt wurde. Der 30 cm lange Kaltfinger besteht aus in Kunstharz gegossenen, thermisch gut leitenden sauerstofffreien Kupferdrähten und ragt in die Bohrung des Magneten, so

---

<sup>11</sup>engl. cold finger

dass die Probe genau in der Mitte des Magnetfeldes ist. Die Bohrung ist mit  $d = 34$  mm unüblich groß und bietet hinreichend Platz für die relativ massive Probenhalterung.

Am problematischsten ist die thermische Ankopplung der verwendeten Hochfrequenzkabel (HF-Kabel). Hochfrequenzkabel bestehen aus einem metallischem Innenleiter, einer äußeren metallischen Abschirmung und dazwischen einem elektrisch isolierenden Dielektrikum. Die geometrischen Abmessungen und das Dielektrikum sind so gewählt, dass die Leitung eine Impedanz von  $50 \Omega$  hat. Das Dielektrikum wirkt leider nicht nur elektrisch isolierend, sondern auch thermisch, so dass die Schwierigkeit darin besteht, den Innenleiter thermisch anzukoppeln. Hierzu wurden die Hochfrequenzkabel an der Entmischungskammer auf eine so genannte Streifenleitungs-Box<sup>12</sup> geführt. Diese Box besteht aus einem abschirmenden Gehäuse, in dessen Inneren der HF-Innenleiter auf Goldstreifen, die sich auf Saphirplättchen befinden, überführt wird. Die Saphirplättchen sind einkristallin und haben trotz elektrisch isolierender Eigenschaften eine moderate Wärmeleitung, so dass der HF-Innenleiter thermisch angekoppelt wird. Die Streifenleitungs-Box ist so konstruiert, dass sie eine Impedanz von  $50 \Omega$  hat und somit die Hochfrequenzeigenschaften erhalten bleiben.

Die erreichte Basistemperatur des  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Entmischungskryostaten lag bei etwa 65 mK, jedoch wurde in den Experimenten eine Temperatur von 75 mK eingestellt, damit diese Basistemperatur während eines gesamten Messzyklus beibehalten werden konnte. Bei einer Basistemperatur des Kryostaten von  $T_{Kryo} 75$  mK betrug bei konservativer Abschätzung die 2DES Temperatur  $T_{2DES} = 85$  mK, was die hervorragende thermische Ankopplung zeigt.

## 3.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Grundlagen von experimenteller und technologischer Seite behandelt. Dies sind das Probenmaterial, die Herstellung von für Phononenabsorptionsexperimente optimierten Proben, die speziell für diese Proben entworfene Halterung, die Charakterisierungen dieser Proben und zuletzt die verwendeten Messsysteme.

---

<sup>12</sup>engl. stripline box

Als Probenmaterial dienten typische in MBE gewachsene GaAs-AlGaAs-Heterostrukturen, die empirisch für Phononenexperimente geeignet sind, d. h. dass Phononen ungehindert durch das Substrat fliegen können. Besonders ist hierbei die Dicke des Substrates von 2 mm, um die Phononenflugzeit von der Rückseite zur Vorderseite zu erhöhen, und dass die Rückseite für eine effektive Kopplung der Phononen an das Substrat poliert ist.

Strukturiert wurden die Proben in zwei Schritten: Nach dem Ritzen des Rohmaterials wird mit Photolithografie und nasschemischem Ätzen das 2DES auf der Vorderseite in Form eines Mäanders prozessiert. Nach Einlegieren von ohmschen Kontakten hat dieser Mäander einen Zweipunktwiderstand, der stark von  $\rho_{xx}$  abhängt, wodurch auch kleinste Änderungen in  $\rho_{xx}$  gut messbar sind. Im zweiten Schritt wird die Quelle der Nichtgleichgewichtsphononen in Form eines dünnen Metalfilms auf die Rückseite ebenfalls mit Photolithografie definiert.

Die Proben sind mit  $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$  besonders groß, um eine Wechselwirkung von Phononen mit den Kontakten in den Ecken zu minimieren. Hierdurch wurde eine besondere Probenhalterung nötig. Zu beachten sind hierbei insbesondere eine gute thermische Ankopplung der Proben über die Halterung an die Kryostattemperatur und die Realisierung von impedanzangepassten Leitungen für Hochfrequenzmessungen.

In einem nächsten Abschnitt wurde ein exemplarischer Versuchsaufbau in Lock-In-Technik zur Probencharakterisierung vorgestellt. Für alle Proben wurden die Elektronendichte und Elektronenmobilität bestimmt. Diese Messungen sind in Anhang A.3 gezeigt. Darüber hinaus wurde der zur Probenmanipulation benutzte persistente Photoeffekt besprochen. Es zeigt sich hierbei ein deutlicher Vorteil von infraroten Leuchtdioden gegenüber herkömmlichen roten Dioden.

In letztem Abschnitt wurden einführend allgemeine Messtechnik der Tieftemperaturphysik vorgestellt und die Kenndaten der wichtigsten Apparaturen gegeben. Das wichtigste Kryostat- und Magnetsystem, in dem die meisten Messungen vorgenommen wurden, ist ein  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Entmischungskryostat mit einem maximalen Magnetfeld von 13 T/15 T und einer Basistemperatur von 65 mK, der als Besonderheit mit vier Hochfrequenzleitungen ausgestattet ist. Es wurde auf eine gute thermische Ankopplung dieser Kabel geachtet, insbesondere des Innenleiters.



# 4 Experimente mit Magnetotransport

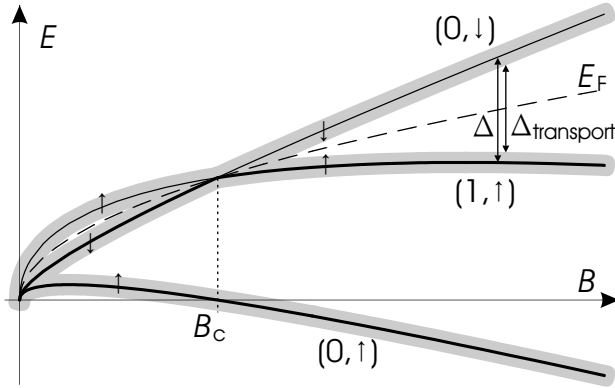
Die nächsten beiden Abschnitte befassen sich mit Resultaten, die im Zuge der systematischen Charakterisierungsmessungen “entlang des Weges” entstanden. Dies sind zum einen Messungen, aus denen sich in einer Kooperation mit Eros Mariani der  $g$ -Faktor von Composite Fermionen bestimmen ließ, Abschnitt 4.1. Und zum zweiten Messungen, die auf Randkanäle im FQHE hinweisen, Abschnitt 4.2, die besonders in den Mäanderproben mit ihrem unüblich hohen Aspektverhältnis auftreten.

## 4.1 $g$ -Faktor von Composite Fermionen

In diesem Abschnitt soll ein interessantes physikalisches Ergebnis, welches aus einer Kooperation mit Eros Mariani entstand, vorgestellt werden. Es ist unter dem Titel “Direct measurement of the  $g$ -factor of composite fermions” mit den Autoren F. Schulze-Wischeler, E. Mariani, F. Hohls und R.J. Haug in Phys. Rev. Lett. veröffentlicht [46].

Die Theorie dieses Experimentes wird in Abschnitt 2.3.2 ausführlich besprochen und soll hier in Hinblick auf die Messungen angewandt werden. Ausgangspunkt ist der FQHE in der Composite Fermion Beschreibung von Jain [5]. Hier entsprechen die Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  genau zwei gefüllten Composite-Fermion-Landau-Niveaus, d. h.  $p = \pm 2$ .

Für zwei Niveaus ist der Verlauf der CF-Landau-Niveaus in Abbildung 4.1 schematisch visualisiert. Der Verlauf ergibt sich aus den mit Gleichung 2.49 und 2.51 beschriebenen CF-Landau-Niveaus, bestehend aus einem Coulomb-Term und einem Zeeman-Term. Die beiden Terme skalieren unterschiedlich mit dem Magnetfeld  $B$ , so dass der in Ab-



**Abbildung 4.1:** Schematischer Verlauf der CF-Landau-Niveaus  $(n, s)$  eines  $|p| = 2$  Systems, d. h. zwei CF-Landau-Niveaus besetzt. Hierbei ist  $n$  der Landau-Niveau-Index und  $s = \uparrow, \downarrow$  für den Spin. Bei Temperatur  $T = 0$  sind für die Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  jeweils die zwei untersten Niveaus unterhalb der Fermienergie  $E_F$  besetzt. Die grauen Regionen repräsentieren die Verbreiterung der Niveaus durch Unordnung. Die in diesem Abschnitt gezeigten Transportmessungen sind durch diese beeinflusst und messen daher eine reduzierte Energielücke  $\Delta_{\text{transport}}$ , die systematisch kleiner als die eigentliche Energielücke  $\Delta$  zwischen den ungestörten Niveaus ist. Da die Verbreiterung nur schwach von Magnetfeld  $B$  abhängt, ist die *Steigung* von beiden Energielücken gegen  $B$  gleich.

Abbildung 4.1 gezeigte Verlauf der einzelnen Niveaus, geschrieben  $(n, s)$  mit  $n$  Hauptquantenzahl und Spinquantenzahl  $s = \uparrow$  oder  $\downarrow$ , ergibt: Für kleine Magnetfelder sind die Niveaus  $(0, \uparrow)$  und  $(0, \downarrow)$  besetzt und somit der Zustand insgesamt unpolarisiert,  $\mathcal{P} = 0$ . Bei Erhöhung des Feldes durchlaufen die Niveaus ein kritisches Feld  $B_c$ , wo die Niveaus  $(1, \uparrow)$  und  $(0, \downarrow)$  sich kreuzen und dann für höhere Felder  $(1, \uparrow)$  und  $(0, \uparrow)$  besetzt sind, wodurch der Gesamtzustand eine Polarisation von  $\mathcal{P} = 1$  hat.

Um die in Abbildung 4.1 gezeigten CF-Landau-Niveaus exakt für ein 2DES zu zeichnen, müssten zwei Parameter bekannt sein: Zum



einen die CF-Masse, ausgedrückt durch den CF-Masseparameter  $\alpha$  mit  $m^* = \alpha m_0 \sqrt{B[\text{T}]}$  und zum zweiten der  $g$ -Faktor, der, wie in diesem Abschnitt gezeigt wird, *nicht* der  $g$ -Faktor des freien Elektrons im GaAs, sondern Füllfaktor-abhängig und stark renormiert ist. Beide Parameter sind Objekte der Forschung und somit *nicht* bekannt.

Ausreichend zur exakten Bestimmung der Verläufe der CF-Landau-Niveaus wäre auch einer der beiden Parameter  $\alpha, g$  und der Wert des kritischen Magnetfeldes  $B_c$ , wie im Theoriekapitel dieser Arbeit mit Gleichung 2.53 gezeigt.

In einer Messung werden jedoch typischerweise nicht die Lage der Niveaus, sondern Übergänge zwischen Niveaus, also Energielücken, bestimmt. Eine einfache Möglichkeit zur Bestimmung von Energielücken ist die bekannte und einfache Methode des aktivierten Transports<sup>1</sup>, wobei das  $\rho_{xx}$  eines 2DES für verschiedene Temperaturen gemessen wird, mehr dazu unten.

Die so bestimmten Energielücken  $\Delta_{\text{transport}}$  sind jedoch durch Unordnung in der Probe von der eigentlichen Energielücke  $\Delta$  systematisch reduziert. Die Reduzierung variiert empirisch von 1 K bis noch zu 5 K und hängt von dem untersuchten 2DES ab.

Dass trotz der Reduzierung aus den Energielücken  $\Delta_{\text{transport}}$  sich sinnvolle Ergebnisse ableiten lassen, ist einer der Kernpunkte dieses Abschnitts und wird nochmal in Abbildung 4.1 veranschaulicht: Da sich die Energielücken  $\Delta$  und  $\Delta_{\text{transport}}$  nur um eine Konstante unterscheiden, bleibt die *Steigung* rechts von  $B_c$  der Energielücken als Funktion von  $B$  trotz Unordnung *gleich*. Außerdem fällt auf, dass sich die Wurzelform des oberen besetzte Niveaus ( $1, \uparrow$ ) in höheren Magnetfeldern nahezu konstant verhält und gleichzeitig das erste unbesetzte Niveau ( $0, \downarrow$ ) *linear* gemäß seiner Zeeman-Energie ansteigt. Es ist deutlich zu *sehen*, dass daher die Energielücke der halben Zeeman-Energie  $|g|\mu_B B$  und somit die Differenz der Steigungen  $1/2 |g|\mu_B$  ist!

Diese didaktische, aber ungenaue Argumentation lässt sich mit Formeln präzisieren, wie in Kapitel 2.3.2 geschehen. Dort wird in Gleichung 2.55 gezeigt, dass der Unterschied der Steigungen des oberen unbesetzten Niveaus ( $0, \downarrow$ ) zum besetzten unteren Niveau ( $1, \uparrow$ ) am Kreuzungspunkt  $B_c$  *exakt*  $1/2 |g|\mu_B$  entspricht. Dies ist der zentra-

---

<sup>1</sup>engl. activated transport

le Punkt dieses Abschnitts: Mit der Messung der Steigung der Energielücken rechts neben dem kritischen Magnetfeld  $B_c$  lässt sich direkt der  $g$ -Faktor von fraktionalem Füllfaktoren bestimmen, d. h. von Composite Fermionen!

Die Messungen wurden an Probe 1840-3 durchgeführt, deren Herstellung und Charakterisierung in Kapitel 3 beschrieben wird. Es handelt sich um eine für Phononenspektroskopie optimierte Probe mit einem 2DES in Form eines Mäanders mit einer Länge  $l = 10$  mm und Breite  $w = 90$   $\mu\text{m}$ . Durch das hohe Längen- zu Breiten-Verhältnis  $l/w = 111$  sind auch kleinste Änderungen in  $\rho_{xx}$  durch den Zweipunktwiderstand  $R_{2PKT}$  gut messbar. Die Standard Au/Ge/Ni Kontakte zum 2DES haben einen vernachlässigbaren Widerstand von  $R_c < 10$   $\Omega$ .

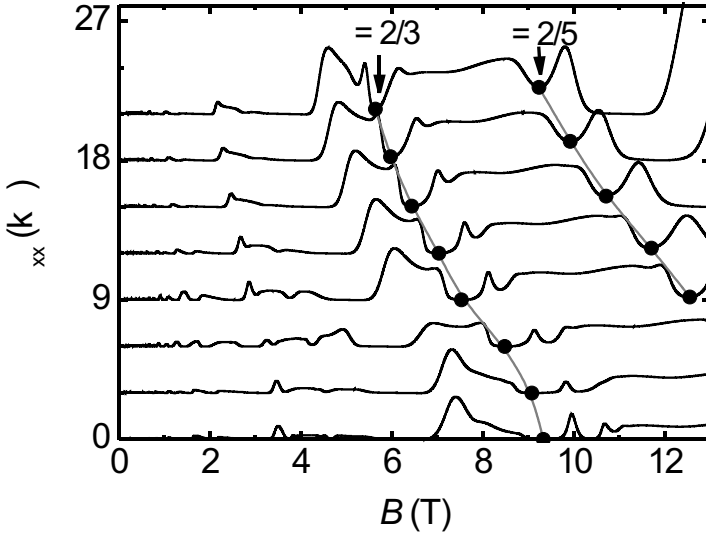
Die Probe wurde auf den Kaltfinger eines  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Entmischungskryostaten befestigt und in die Mitte eines supraleitenden Magneten mit maximalen Magnetfeld von 13 T/15 T gebracht. Mit einer infraroten Licht emittierenden Diode wurde die Elektronendichte schrittweise durch den in Kapitel 3.4.1 beschriebenen persistenten Photoeffekt erhöht. Hierdurch wurde die Elektronendichte und Mobilität manipuliert von  $n_e = 0.89 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$ ,  $\mu_e = 102 \text{m}^2/\text{Vs}$  (dunkel) bis zu  $n_e = 1.50 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$ ,  $\mu_e = 193 \text{m}^2/\text{Vs}$  (maximale Illumination).

In vielen anderen Experimenten wurden Aktivierungsmessungen um den Spinpolarisationsübergang bei  $B_c$  gemacht, wobei das Verhältnis von Coulomb-Energie und Zeeman-Energie durch *Kippen* des Magnetfeldes erreicht wurde [74] [75] [76] [77]. Das Magnetfeld in der 2DES-Ebene koppelt bei diesen Experimenten zur endlichen 2DES-Dicke und modifiziert dadurch die 2D Coulomb-Wechselwirkung [78], wodurch auch die CF-Masse betroffen ist. Eine andere gängige Methode zur Veränderung der Elektronendichte ist das Anlegen einer Spannung an eine Steuerelektrode<sup>2</sup> nahe dem 2DES. Hierbei ist jedoch der Einfluss der Spannung auf die Coulomb-Wechselwirkung und mögliche Konsequenzen auf die CF-Parameter unbekannt. Aus diesen Gründen wurde die Probe in einem *komplett senkrechtem Magnetfeld* und *ohne Einfluss äußerer elektrischer Felder* vermessen.

Für jede mit dem persistenten Photoeffekt erreichte Elektronendichte  $n_e$  wurde die Temperaturabhängigkeit des Zweipunktwiderstan-

---

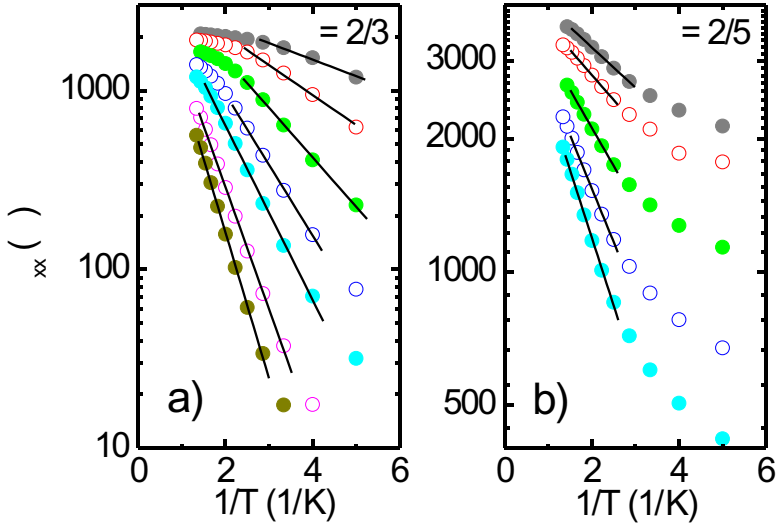
<sup>2</sup>engl. gate



**Abbildung 4.2:**  $\rho_{xx}$  aller acht vermessenen Elektronendichten bei  $T = 75$  mK, um jeweils  $3 \text{ k}\Omega$  verschoben. Hierbei ist  $\rho_{xx}$  aus dem Zweipunktwiderstand  $R_{2PKT}$  mit  $\rho_{xx} = (R_{2PKT} - R_H) \times w/l$  berechnet worden. Bei festen Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  wurden die Aktivierungsmessungen durchgeführt (hervorgehoben durch eine Linie).

des  $R_{2PKT}$  bei festem Magnetfeld für die Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  gemessen. Aus  $R_{2PKT}$  wurde jeweils  $\rho_{xx}$  berechnet mit  $\rho_{xx} = (R_{2PKT} - R_H) \times w/l$ , wobei  $1/R_H = \nu e^2/h$  bei fraktionalem Füllfaktoren gilt. In Abbildung 4.2 ist  $\rho_{xx}$  aller acht Elektronendichten bei  $T = 75$  mK gezeigt.

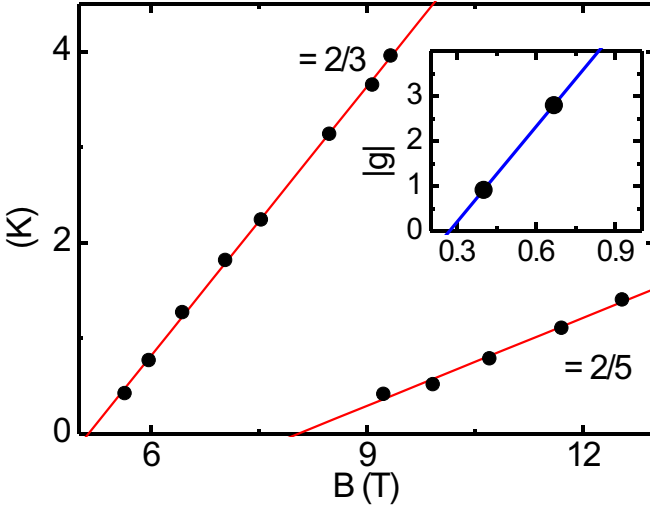
Für jede erreichte Elektronendichte wurde  $R_{2PKT}$  bzw.  $\rho_{xx}$  für verschiedene Temperaturen gemessen. Das Resultat ist in Abbildung 4.3 in einer Arrhenius-Darstellung ( $\log(\rho_{xx})$  gegen  $1/T$ ) gezeigt. Wie für diese fraktionalem Füllfaktoren erwartet, zeigen die Kurven aktivierten Transport  $\rho_{xx} \propto \exp(-\Delta/2T)$  mit  $\Delta$  der Energielücke über einen weiten Bereich. Für kleine Temperaturen ist ein Verhalten mit  $\rho_{xx} \propto \exp(-\sqrt{T_0/T})$ , dem so genannten “variable-range hopping” zu beob-



**Abbildung 4.3:** Temperaturabhängigkeit von  $\rho_{xx}$  der Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  (a) und  $2/5$  (b) der Probe 1840-3 bei verschiedenen Elektronendichten bzw. Magnetfeldern in einer Arrhenius-Darstellung. Die Linien sind angepasste Funktionen mit aktiviertem Transport  $\rho_{xx} \propto \exp(-\Delta/2T)$ .

achten [79]. Mit den an die Messdaten angepassten Geraden im Regime des aktivierten Transports in Abbildung 4.3 wird  $\Delta$  für verschiedene Elektronendichten  $n_e$  bzw. Magnetfelder  $B$  bestimmt. Die Abhängigkeit der Energielücke  $\Delta$  vom Magnetfeld  $B$  ist in Abbildung 4.4 gezeigt.

Es zeigt sich ein bemerkenswert lineares Verhalten für beide Füllfaktoren über einen weiten Magnetfeldbereich, was in Übereinstimmung mit der theoretischen Erwartung ist. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass mit aktiviertem Transport gemessene Energielücken  $\Delta$  durch Unordnung typischerweise verringert sind. Da dieser Effekt nur schwach von  $B$  abhängen sollte, unterscheiden sich das gemessene  $\Delta_{transport}$  und das eigentliche  $\Delta$  nur durch eine Konstante, siehe Abbildung 4.1. Daher ist die Steigung  $\partial_B \Delta(B)$  für  $\Delta_{transport}$  und  $\Delta$  im



**Abbildung 4.4:** Transport Energielücken bei  $\nu = 2/3$  und  $2/5$ , bestimmt aus den angepassten Funktionen in Abbildung 4.3. Der deutliche lineare Anstieg steht in direkter Beziehung zu  $1/2 |g| \mu_B$ . In der inneren Abbildung sind die aus der Steigung gewonnenen CF- $g$ -Faktoren  $g_{2/3} = 2,80$  und  $g_{2/5} = 0,92$  aufgetragen.

Wesentlichem *die Gleiche*. Wie in Kapitel 2.3.2 gezeigt wurde, gilt für die Steigung nahe dem Kreuzungspunkt  $B_{nn'}$

$$|S_{np\uparrow}(B_{nn'}) - S_{n'p\downarrow}(B_{nn'})| = \frac{1}{2} |g| \mu_B \quad (4.1)$$

Die Messungen liefern  $|g_{2/5}| = 0,92$  und  $|g_{2/3}| = 2,80$ .

Zu der Genauigkeit dieser Werte ist Folgendes zu sagen: Zum ersten gilt Gleichung 4.1 eigentlich nur exakt beim kritischen Magnetfeld, wo die CF-Landau-Niveaus sich kreuzen. Da die Steigungen rechts davon ermittelt wurden, gilt das Resultat nur im Rahmen einer Näherung, *aber*, eben weil die Messpunkte so exakt auf einer Geraden liegen, sollte diese Näherung sehr gut sein.

Zum Zweiten wurde bei der Herleitung der Gleichung 4.1 die CF-CF-Wechselwirkung vernachlässigt, die eben sehr relevant genau an dem

Spinpolarisationsübergang wird. Diese Wechselwirkungen sind verantwortlich für die beobachteten, nur teilweise polarisierten Zustände in der Mitte des Überganges, wie sie von Kukushkin *et al.* [80] gemessen und theoretisch erklärt werden konnten von Murthy [81], Apalkov *et al.* [82] und Mariani *et al.* [83]. Die typische Energieskala für solche Übergänge ist  $\delta \approx 0,2$  K, also kleiner als die gemessenen Energielücken, wodurch die oben vorgenommene Linearisierung richtig bleibt.

Im Folgenden sollen die so ermittelten CF- $g$ -Faktoren diskutiert werden: Als erstes fällt auf, dass der Wert von  $g$  stark vom  $g$ -Faktor des GaAs,  $g_{GaAs} = -0,44$ , abweicht. Dies ist ein deutlicher Hinweis, dass der  $g$ -Faktor durch die Wechselwirkungen renormalisiert wird. Zweitens ist bemerkenswert, dass der CF- $g$ -Faktor *stark* vom *elektronischen* Füllfaktor abhängt. So sind die Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  in der Composite Fermion Beschreibung beide in den CF-Füllfaktor  $|p| = 2$ , symmetrisch zu  $\nu = 1/2$ , abgebildet. Das Vorzeichen von  $p$  gibt lediglich die Richtung des effektiven Magnetfeldes  $B_{eff}$  an und trotzdem unterscheiden sich die beiden  $g$ -Faktoren um mehr als einen Faktor 3!

Da die beiden bestimmten  $g$ -Faktoren sich um  $\nu = 1/2$  bilden, ist es interessant, den  $g$ -Faktor bei  $1/2$  abzuschätzen. Mit einer linearen Interpolarisation der Messungen, wie im inneren Bild von Abbildung 4.4 gezeigt, erhält man einen Wert  $|g_{1/2}| = 1,65$ . Dies ist in sehr guter Übereinstimmung mit den Messdaten von Kukushkin *et al.* [80], die einen  $g$ -Faktor von  $|g_{1/2}| = 1,6$  zeigen, wobei dieser Wert sich aus einer Analyse der Messdaten von Mariani *et al.* in [43] mit einem  $\alpha = 0,2$  ergibt.

Im Gegensatz dazu wurde in Experimenten mit kernmagnetischer Resonanz<sup>3</sup> (NMR) in *gekippten Magnetfeldern* ein Wert von  $|g_{1/2}| \approx 0,39$  gefunden [84]. Der mit NMR gemessene  $g$ -Faktor scheint in etwa mit dem  $g$ -Faktor von 2d-Elektronen in GaAs konsistent zu sein, während die  $g$ -Werte dieses Experimentes durch elektronische Austauschwechselwirkung erhöht sind. Für den durch Austausch erhöhten elektronischen  $g$ -Faktor ist eine lineare Abhängigkeit vom Füllfaktor durch die Theorie vorhergesagt [85] und daher auch in Abbildung 4.4 so verwendet.

Mit der Linearisierung von  $g$  gegen  $\nu$  lässt sich der  $g$ -Faktor bei  $\nu = 1$

---

<sup>3</sup>engl. nuclear magnetic resonance

extrapolieren zu  $g_{\nu=1} = 5, 2$ . Dieser Wert ist in etwa konsistent mit dem von z. B. Nicholas *et al.* [86] experimentell bestimmten, ebenfalls durch Austauschwechselwirkung von Elektronen erhöhten Wert. Eine Linearisierung in die andere  $\nu$ -Richtung zu z. B.  $\nu = 1/3$  ist nicht sinnvoll, da sich hier die Composite Fermionen mit vier Flussquanten um  $\nu = 1/4$  ausbilden, die eventuell einen anderen  $g$ -Faktor als die CF mit nur zwei Flussquanten haben.

Zusammenfassend sei nochmals betont, dass in diesem Abschnitt gezeigt werden konnte, dass durch Magnetotransport-Messungen der CF- $g$ -Faktor von  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  *direkt* gemessen wurde. Obwohl diese beiden fraktionalen Füllfaktoren im CF-Bild *gleich* sind, ist ihr  $g$ -Faktor signifikant unterschiedlich. Der  $g$ -Faktor ist durch Wechselwirkungen renormiert und hat eine starke Abhängigkeit vom *elektro-nischen* Füllfaktor  $\nu$ .

Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind in Phys. Rev. Lett. **92**, 156401 (2004) veröffentlicht [46] und als proceeding der ICPS-27, Flagstaff 2004 [87]. Die Abbildungen sind daraus entnommen.

## 4.2 Randkanäle im FQHE

In diesem Abschnitt wird eine Anomalie in den Messkurven, die zur Probencharakterisierung der für Phononenspektroskopie optimierten Proben beobachtet wird, genauer behandelt. Es scheint, als ob diese Anomalie ein Hinweis auf die Existenz von Randkanälen<sup>4</sup> im FQHE sind und dass ihre Beobachtung auf die ungewöhnliche Probengeometrie mit einem 2DES mit einem extrem hohen Aspektverhältnis zurückzuführen ist. Die in diesem Abschnitt gezeigten Daten sind experimentelle Fakten, ihre Interpretation hingegen ist, da noch nicht zur Veröffentlichung akzeptiert, spekulativ.

Es gibt zwei sehr nützliche und etablierte Modelle für Magnetotransport in 2DESen im integralen QHE-Regime: Transport in lokalisierten und delokalisierten Zuständen *über die Probe* (siehe Kapitel 2.2.1) und Transport *entlang des Randes der Probe* (siehe Kapitel 2.2.2). Im Regime des fraktionalen QHE gibt das Konzept der Composite

---

<sup>4</sup>engl. edge channels

Fermionen (siehe Kapitel 2.3.2) die meiste Einsicht in diesen Vielteilcheneffekt. Hier wird eine gerade Anzahl,  $2m$  mit  $m \in \mathbb{N}$ , von zwei oder mehr Flussquanten  $\phi_0$  an jedes Elektron via der Chern-Simons-Eichtransformation gehängt und bilden so die CF-Quasiteilchen. Die CF “fühlen” nur noch ein effektives Magnetfeld  $B_{eff} = B - 2m\phi_0 n_e$ , mit  $n_e$  der Elektronenkonzentration, und ihre Bewegung in  $B_{eff}$  kann phänomenologisch abgebildet werden in die Bewegung von Elektronen im normalen Magnetfeld  $B$ , d. h. in den IQHE.

Unglücklicherweise behandeln die meisten FQHE-Theorien nicht den Rand der Probe und es stellt sich die Frage: Ist das CF-Bild so stark, dass es *Randkanäle von CF* gibt?

Es gibt einige theoretische Anstrengungen in diese Richtung, so untersuchen Beenakker [88] und MacDonald [89] ein Modell mit wechselwirkenden Elektronen und es gibt auch neuere Publikationen von Kirczenow [90] und Sim *et al.* [91], die CF-Theorie mit einbeziehen. Von experimenteller Seite startete Kouwenhoven *et al.* 1990, die Randzustände im FQHE Regime mit selektivem Bevölkern von Randkanälen durch Steuerelektroden zu untersuchen [92]. Erwähnenswert sind auch andere Experimente mit Steuerelektroden von Chang und Cunningham [93, 94] Franklin *et al.* [95] und Würtz *et al.* [96], Messungen des so genannten “nicht lokale Vierpunkt-Magnetowiderstandes”<sup>5</sup> von Wang *et al.* [97], mit zeitaufgelösten Magnetotransport von Ernst *et al.* [98], mit Magnetkapazität von Takaoka *et al.* [99] und schließlich die Messungen von Machida *et al.* [100] mit dynamischer nuklearer Polarisation.

Im IQHE existiert eine klare Symmetrie zum Null-Magnetfeld  $B = 0$  T. Wenn z. B. Füllfaktor  $\nu = 2$  bei einem festen  $B$  ist, dann sind bei  $-B$  ebenfalls zwei Landau-Niveaus besetzt. In beiden Fällen sind die Landau-Niveaus an den Probenrändern hochgebogen zum chemischen Potential des Randes, kreuzen die Fermienergie  $E_f$  und formen zwei kompressible Streifen zwischen inkompressiblen Regionen. Jeder Streifen hat eine Leitfähigkeit von  $e^2/h$  und eine Änderung des Vorzeichens des Magnetfeldes ändert nur die Richtung der Leitfähigkeit. In realen Proben ist diese Symmetrie sicher nicht perfekt wegen Inhomogenitäten und nicht ohmschen Kontakten. Von diesem Bild würde

---

<sup>5</sup>engl. nonlocal four-terminal magnetoresistance



**Tabelle 4.1:** Zusammenhang zwischen dem integralen Füllfaktor  $\nu$  und dem CF-Füllfaktor  $p$ , berechnet mit  $\nu = p/(2p+1)$ . Das Vorzeichen von  $p$  gibt die Richtung des effektiven Magnetfeldes  $B_{eff}$  an und der Betrag von  $p$  die Anzahl der besetzten CF-Landau-Niveaus.

$\nu$	1	2/3	1/2	1/2	2/5	1/3
$p$	-1	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	1

man naiverweise ein symmetrisches Verhalten von CF um  $B_{eff} = 0$  T erwarten.

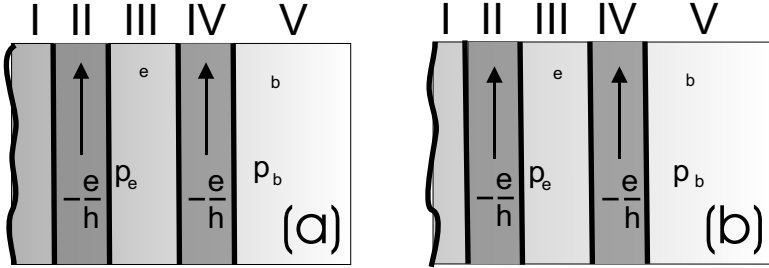
Im Experiment wird der Übergang von zwei CF-Landau-Niveaus zu einem untersucht und mit dem äquivalenten Übergang unter Änderung des Vorzeichens des effektiven Magnetfeldes  $B_{eff}$  verglichen.  $B_{eff} = 0$  ist hier  $B = B(\nu = 1/2)$ , d. h. es wird hier die Hierarchie mit zwei Flussquanten,  $2m = 2$ , im untersten elektronischen Landau Niveau untersucht. Da der Füllfaktor definiert ist als  $\nu = \phi_0 n_e / B$ , wird der CF-Füllfaktor analog definiert als  $p = \phi_0 n_e / B_{eff}$  mit  $p \in \mathbb{Z}$ . Das Vorzeichen von  $p$  gibt die Richtung des effektiven Magnetfeldes an. Der Zusammenhang zwischen  $\nu$  und  $p$  ist  $\nu = p/(2p+1)$  und repräsentiert die Hauptserie des FQHE. Im CF-Bild des FQHE ist  $|p|$  die Anzahl der besetzten CF-Landau-Niveaus. In Tabelle 4.1 ist der Zusammenhang zwischen  $\nu$  und  $p$  für die wichtigen Füllfaktoren dieses Experimentes aufgelistet.

Im IQHE ist der Transport in Randzuständen gut verstanden und charakterisiert mit dem Landauer-Büttiker-Formalismus [37]. Bei der Übertragung dieses Formalismusses auf den FQHE fanden Sim *et al.* [91] 1999 eine Formel für CF, welche die Stromänderung in einer kompressible Region beschreibt:

$$\Delta I_k = -\frac{e}{h} \Delta \nu_k \Delta \mu \quad (4.2)$$

Hierbei ist  $\Delta \nu_k$  der Unterschied der integralen Füllfaktoren der beiden umgebenden inkompressiblen Regionen. Als ein Resultat dieser Theorie können *verschiedene* Ströme in den Randkanälen strömen, die durch das *gleiche* chemische Potential  $\Delta \mu$  getrieben werden!

Abbildung 4.5 zeigt für zwei CF-Landau-Niveaus ( $p = \pm 2$ ) die mit Formel 4.2 berechneten Ströme in der kompressiblen Region. Die Kenn-



**Abbildung 4.5:** Schematisches Bild von zwei CF-Randkanälen. Die Regionen I, III, V sind inkompressible während II und IV kompressible sind.

(a)  $\nu_b = 2/3$  bzw.  $p_b = -2$ . Nahe dem Rand sind weniger Elektronen aber gleichviele Flussquanten, daher ist  $\nu_e = 1/3$  bzw.  $p_e = +1$  (und *nicht*  $p_e = -1$ ).

(b)  $\nu_b = 2/5$  bzw.  $p_b = +2$ .

Die Stromänderung in jedem Kanal ist mit Gleichung 4.2 berechnet. Bemerkenswert ist, dass die Ströme gleich für  $\nu_b = 2/3$  und ungleich für  $\nu_b = 2/5$  verteilt sind, obwohl sie die gleiche Anzahl an Kanälen haben!

zeichnung b steht für die innere Region des 2DES<sup>6</sup> und e für den Rand<sup>7</sup>. Zu beachten ist, dass bei  $\nu_b = 2/3$  beide Kanäle den gleichen Strom tragen, wohingegen bei  $\nu_b = 2/5$  sich die Ströme unterscheiden und das, obwohl beide Zustände von zwei besetzten CF-Landau-Niveaus sind! Dies ist der erste, starke Hinweis, dass das unten gezeigte *asymmetrische* Verhalten der CF um  $B_{eff} = 0$  in der Tat sehr gut zu einem Randkanalbild von CFen passt, und nicht ein *symmetrisches* wie im IQHE.

Die in diesem Abschnitt benutzte Probe ist eine für Phononenspektroskopie optimierte Probe mit der Bezeichnung 1840-3. Die Herstellung der Probe wird in Kapitel 3.2 ausführlich behandelt. Ihre Haupt-

<sup>6</sup>im englischen als "bulk of 2DES" bezeichnet

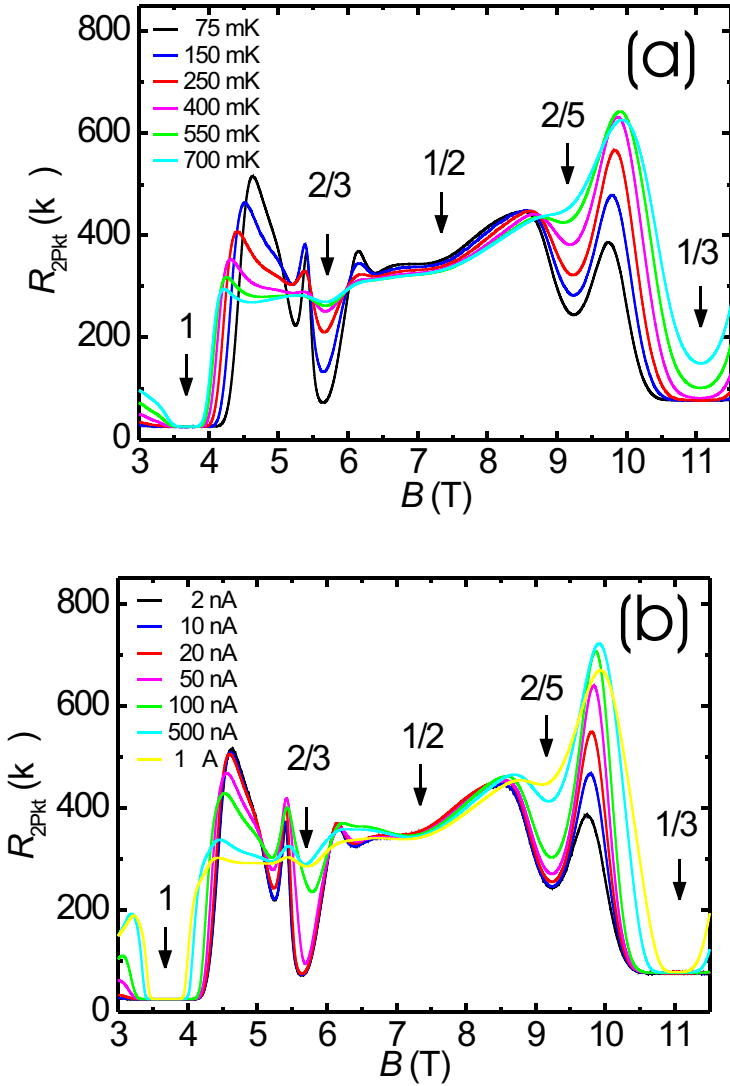
<sup>7</sup>engl. edge

merkmale sind das 2DES in Form eines Mäanders mit einer Länge  $l = 10 \text{ mm}$  und Breite  $w = 90 \text{ }\mu\text{m}$ , so dass sich ein Aspektverhältnis von  $l/w = 111$  ergibt. Dieser lange Mäander ist nur an den zwei Enden mit den typischen Au/Ge/Ni einlegierten Kontakten ohmsch zum 2DES kontaktiert. Es liegen also keine Kontakte dazwischen, wie in typischen Hallgeometrien mit vielen Seitenkontakten, so dass die Randkanäle sich über die gesamte Länge erstrecken. Es ist vom IQHE bekannt, dass auch Kontakte, die nicht direkt am Experiment beteiligt sind, einen drastischen Einfluss auf Randkanäle haben können [38]. In dem langen Mäander sollten Randkanaleffekte erhöht sein, da die Kanäle lange Zeit haben, um in einen Gleichgewichtszustand zu streuen.

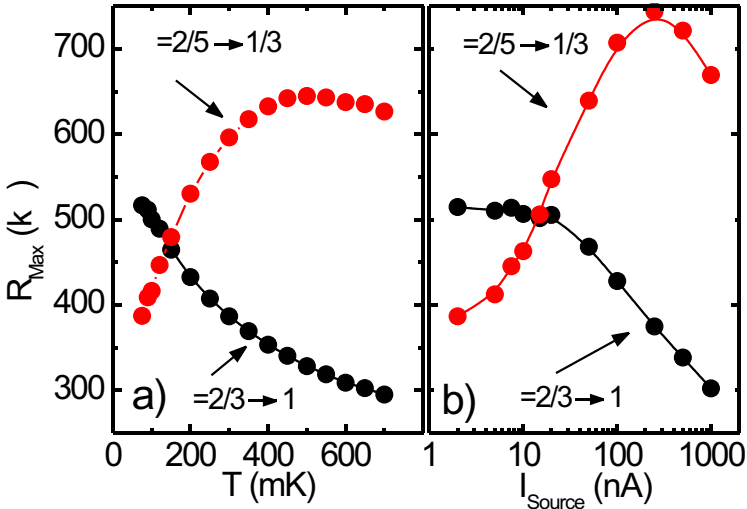
Der Zweipunktwiderstand des Mäanders  $R_{2Pkt}$  ist grob gegeben durch  $R_{2Pkt} = \frac{l}{w}\rho_{xx} + \rho_{xy} + R_{Kontakte}$ , so dass er gegen den Hallwiderstand für gut ausgeprägte Füllfaktoren geht und sonst durch  $\rho_{xx}$  dominiert wird. Das 2DES ist in einer  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur realisiert und hat eine Elektronendichte und Mobilität von  $n_e = 0.89 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$  und  $\mu_e = 102 \text{ m}^2/\text{Vs}$ .

Alle Messungen wurden in einem  $^3\text{He}/^4\text{He}$  Entmischungskryostaten durchgeführt und die Probe wurde auf einem Kaltfinger in einen supraleitenden Magneten mit maximalen Feld von 13 T/15 T gebracht. Der Zweipunktwiderstand  $R_{2Pkt}$  des Mäanders wurde in Standard-Niederfrequenz-Lock-In-Technik gemessen, während das Magnetfeld mit 0,2 T/min. langsam von 0 T nach 13 T bzw. 15 T mit  $\lambda$ -Stufe gefahren wurde. Hierbei wurden als Parameter die 2DES-Temperatur durch Heizen der Entmischungskammer des Kryostaten von 75 mK bis zu 700 mK und der Quellstrom von 2 nA bis zu 1  $\mu\text{A}$  variiert. Der Wechselstrom war in quadratischer Form gewählt, um in jedem Zeitintervall die gleiche Stärke zu haben. Eine ausführliche Beschreibung der Messtechnik ist in Kapitel 3.4 zu finden.

In Abbildung 4.6a ist der Zweipunktwiderstand des Mäanders  $R_{2Pkt}$  im FQHE Regime für verschiedene 2DES Temperaturen bei kleinem Quellstrom von  $I_{SD} = 2 \text{ nA}$  als Funktion des Magnetfeldes  $B$  gezeigt. Die interessanten Füllfaktoren sind markiert:  $\nu = 1, 2/3, 1/2, 2/5$  und  $1/3$ . Die Kurven zeigen eine hervorstechende *Asymmetrie* zu  $B_{eff} = 0 \text{ T}$  ( $= B(\nu = 1/2) = 7,375 \text{ T}$ ): Das Maximum  $\nu = 2/3 \rightarrow 1$  *sinkt* mit der Temperatur wohingegen das Maximum  $\nu = 2/5 \rightarrow 1/3$



**Abbildung 4.6:** Zweipunktswiderstand des Mänders  $R_{2Pkt}$  gegen Magnetfeld  $B$  für verschiedene 2DES Temperaturen (a) bzw. Quellströme (b).



**Abbildung 4.7:** Maxima des Zweipunktwidestandes der verschiedenen Messkurven aus Abbildung 4.6. Die Maxima bewegen sich für die zwei Übergänge in verschiedener Richtung. Ein Vergleich von (a) und (b) zeigt, dass ein hoher Strom nicht nur heizt.

*steigt.* Dieses unerwartete Verhalten zeigen auch die Messungen in Abbildung 4.6b. Hier ist statt die Temperatur  $T$  der Quellstrom  $I_{SD}$  variiert.

Um die gemessene Asymmetrie zu verdeutlichen, ist in Abbildung 4.7 jeweils das Maximum  $R_{max}$  der beiden Übergänge  $\nu = 2/5 \rightarrow 1/3$  und  $\nu = 2/3 \rightarrow 1$  aufgetragen. Außer der Asymmetrie zeigt der Vergleich von Stromabhängigkeit zu Temperaturabhängigkeit, dass der höchste Punkt in der Stromabhängigkeit *größer* als der höchste in der Temperaturabhängigkeit ist. Hierdurch wird klar, dass die Stromabhängigkeit nicht durch simples resistives Heizen erklärt werden kann, da erstens sich das Maximum sich schon für kleine Ströme ausbildet und zweitens das höchste Maximum beim variierten Strom (b) größer ist als bei variiertem Temperatur (a).

Die Messdaten lassen sich im Rahmen eines Randkanalbildes von CFen interpretieren: Hierfür sei vorerst betont, welches Verhalten der

Maxima dem normalen Verlauf entspricht. Die CF sind Quasiteilchen, die bei  $B_{eff} = 0$  eine definierte Fermi-Oberfläche haben, da sie Fermionen sind. Durch Erhöhen des effektiven Magnetfeldes zeigen diese CF die von den Elektronen bekannten Shubnikov-de-Haas-Oszillationen. Diese haben ein Minimum bei ganz gefüllten Landau-Niveaus und ein Maximum dazwischen, welche jeweils bei Erhöhung der Temperatur sich zu einem Mittelwert (ohne Oszillationen) hin bewegen.

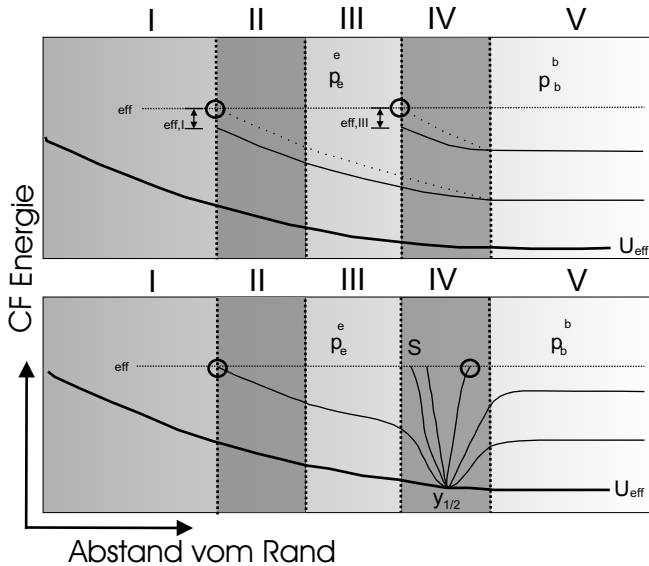
Folglich ist das Verhalten des Maxima  $\nu = 2/3 \rightarrow 1$  das Erwartete. Es fällt auf, dass, wie in Abbildung 4.5 gezeigt, auch die Ströme in den Kanälen das erwartete Verhalten zeigen.

Das Ansteigen eines Widerstandes mit der Temperatur ist typisch für ein System mit einer Energielücke. Durch die Erhöhung der Temperatur “schmilzt” die Besetzung an der Fermikante auf und es werden Ladungsträger über die Energielücke aktiviert.

Meine Interpretation des unerwarteten Verhalten des Maximum  $\nu = 2/5 \rightarrow 1/3$  ist, dass hier ein Transport über eine Energielücke stattfindet. Diese Energielücke ist die Energie, die zum Überwinden des inkompressiblen Streifens zwischen den beiden leitenden Kanälen benötigt wird. In diesen beiden Kanäle fließen, wie in Abbildung 4.5 gezeigt, nach Sim *et al.* unterschiedliche Ströme. Während des langen Weges zwischen den Stromkontakten streuen diese beiden Kanäle ineinander zu einem Gleichgewichtszustand. Durch Erhöhung der Temperatur wird die Streuung über die Energiebarriere erhöht und der Widerstand steigt an, wie bei thermischer Aktivierung üblich. Ab einer bestimmten Temperatur (Ca. 500 mK) sind die beiden Kanäle im Gleichgewicht, d. h. tragen den gleiche Strom. Dies ist die aus dem IQHE bekannte Situation und bei weiterer Erhöhung der Temperatur sinkt folglich der Widerstand wieder, wie in Abbildung 4.6a gezeigt.

Im Rahmen dieses Bildes lässt sich auch die starke Abhängigkeit vom Quellstrom von Abbildung 4.6b erklären. Nach Sim *et al.* ist die durch Gleichung 4.2 bestimmte Vorhersage, dass in verschiedenen Kanälen für CFen ein unterschiedlicher Strom fließen kann, eine Folge der CF-CF-Wechselwirkung. Diese Wechselwirkung hat Einfluss auf das effektive chemische Potential der CF  $\mu_{eff}^{CF}$ . Sim *et al.* haben den Verlauf der CF-Landau-Niveaus prinzipiell bestimmt und es zeigt sich ein starker Einfluss von  $\mu_{eff}^{CF}$  auf die exakte Lage, wie in Abbildung 4.8 gezeigt.

Wird im Experiment die Quellspannung erhöht, so vergrößert sich



**Abbildung 4.8:** Schematische Zeichnung der CF-Energielevels der elektronischen Füllfaktoren  $\nu = 2/5$  und  $\nu = 2/3$ . Diese Füllfaktoren entsprechen beide zwei besetzten CF-Energielevels. Die exakte Lage der Niveaus hängt stark von der CF-CF-Wechselwirkung ab. Diese Abbildung ist inspiriert von Fig.2 von Sim *et al.* [91].

das energetische “Fenster” für die Energielevels an der Fermikante und es fließt ein größerer Strom. Durch die Vergrößerung des Energiebereichs erhöht sich auch die Anzahl der zum Transport beitragenden Energiezustände. Betrachtet man die Abbildung, so sieht man, dass sich dadurch der Abstand zwischen den zwei Randkanälen ändert. Dies hat einen starken Einfluss auf Streuraten zwischen den Kanälen und somit auf die Stärke der gemessenen Anomalie.

Zusammenfassend werden in diesem Abschnitt Messungen an einem 2DES-Mäander gezeigt, in denen eine unerwartete Asymmetrie in den Daten auftritt: So zeigt das Maximum in der Widerstandskurve

als Funktion des Magnetfeldes zwischen den Füllfaktoren  $\nu = 1$  und  $\nu = 2/3$  einen entgegengesetzten Verlauf für verschiedene Temperaturen und Quellströme, wie das Maximum zwischen  $\nu = 1/3$  und  $\nu = 2/5$ . Dies ist überraschend, da in einer CF-Beschreibung diese Füllfaktoren äquivalent sind. In diesem Abschnitt konnte gezeigt werden, dass diese Asymmetrie sich mit der theoretischen Beschreibung von Sim *et al.* [91] erklären lässt. Die Asymmetrie kommt durch Streuung zwischen *Randkanälen von CFen*, die einen unterschiedlichen Strom tragen, zustande. Die Tatsache, dass diese Randkanäle bei gleichem äußeren chemischen Potential überhaupt unterschiedlichen Strom tragen können, wird mit CF-CF-Wechselwirkung erklärt.

Für eine weitere Analyse sind in Anhang A.3 die Charakterisierungsmessungen aller Proben gezeigt.

### 4.3 Zusammenfassung

Dieses Kapitel beschäftigte sich mit zwei interessanten Untersuchungen des QHE *ohne* Phononen.

In einem ersten Abschnitt wurden systematische Messungen der Energielücke der Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  mit aktivierten Transport vorgestellt. Hierbei wurden die Energielücken der festen Füllfaktoren in temperaturabhängigen Messungen mit Magnetotransport bestimmt, und zwar schrittweise für verschiedene Elektronenkonzentrationen. Die Energielücken beider Füllfaktoren zeigen eine lineare Magnetfeldabhängigkeit. Obwohl bekannt ist, dass eine so bestimmte Energielücke systematisch durch Unordnung im 2DES vom theoretischen Wert verringert ist, konnte in einer Zusammenarbeit mit E. Mariani gezeigt werden, dass dies für die Steigung nicht gilt. In einem CF-Bild des FQHE wurde gezeigt, dass sich aus diesen Steigungen direkt der *g-Faktor von Composite Fermionen* bestimmen lässt.

Der zweite Abschnitt dieses Kapitels behandelte eine unerwartete Asymmetrie in den Charakterisierungsmessungen der Proben in Mäanderform. Das Maximum der Widerstandskurve  $\nu = 2/3 \rightarrow 1$  *sinkt* bei Erhöhung der Temperatur bzw. des Quellstromes wohingegen das Maximum  $\nu = 2/5 \rightarrow 1/3$  *steigt*. Diese Beobachtung wurde analysiert als ein Effekt von *Randkanälen von Composite Fermionen*.



# 5 Experimenteller Aufbau für Phononenexperimente

In diesem Kapitel wird der Messaufbau für die Phononenexperimente und die Methoden der Phononenspektroskopie vorgestellt. Die eigentlichen Messungen werden dann in Kapitel 6 gezeigt.

Das Messprinzip besteht darin, thermische Nichtgleichgewichtsphononen durch Wärmepulse auf der Rückseite der Probe zu erzeugen. Diese fliegen ballistisch zum 2DES auf der Vorderseite und ein Teil von diesen wird absorbiert. Dadurch heizt das 2DES von seiner Basistemperatur  $T_0$  auf zu einer Temperatur  $T_1$ . Je nach magnetfeldabhängiger Temperaturabhängigkeit des 2DES ändert sich der Widerstand der Probe. Die Widerstandsänderung wird durch eine Änderung des Stromes durch die Probe detektiert und als Funktion der Zeit gespeichert.

Das Kapitel ist wie folgt gegliedert: Zuerst wird der Messaufbau für die Phononenexperimente 5.1 detailliert vorgestellt. Es wird hierbei ein bewährter Messaufbau gezeigt, der über die Jahre in dieser Form optimiert wurde. Hierbei werden auch die Nachteile von älteren Modifikationen aufgezeigt. Im zweiten Abschnitt 5.2 wird die Phononenquelle des Experimentes, der Phononenemitter oder kurz "Heizer" genannt, charakterisiert. Es werden auch die Formeln zur Beschreibung der Nichtgleichgewichtsphononen angegeben. Im dritten Abschnitt 5.3 wird ein typisches, phononeninduziertes Signal vorgestellt und gezeigt, welche mathematischen Prozeduren zwischen aufgenommenen Rohsignal und letztendlichem Phononensignal, wie es in die Datenauswertung eingeht, durchgeführt werden. Hierbei werden die Schwierigkeiten der Phononenspektroskopie besonders deutlich. In den beiden letzten Abschnitten 5.4 und 5.5 werden noch die Thermometrie des Experimentes und die Repetitionsrate der Phononenpulse als wichtige Details genauer besprochen.

Literatur zu den Methoden der Phononenspektroskopie: Als wich-

tigste Literatur seien die Artikel von Kent, Strickland, Strickland und Henini [28] und Benedict, Hills und Mellor [29] empfohlen, in denen die Messmethode ausführlich eingeführt wird. Darüber hinaus gibt es diverse Veröffentlichungen, die Phononenspektroskopie benutzen, die wichtigste ist von Zeitler *et al.* [7]. Ein empfehlenswertes Buch zu diesem Thema ist herausgegeben von Challis [101].

### 5.1 Messaufbau

In Abbildung 5.1 ist schematisch der optimierte Phononenmessaufbau gezeigt. In der Mitte ist die für Phononenspektroskopie entworfene Probe, die mit ihrer Probenhalterung, siehe Abbildung 3.4 und 3.5, auf den Kaltfinger eines  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Entmischungskryostaten montiert wird. Der Probenstab wird dann in die Bohrung eines supraleitenden Magneten versenkt. Erreichte Basistemperaturen sind Ca. 65 mK und maximale Magnetfelder 13 T/15 T. Das Kryostat- und Magnetsystem wird in Kapitel 3.5 beschrieben.

Die Probe wird mit einem konstanten Strom  $I_0$  aus einer Stromquelle (Keithley 2400 SourceMeter) über einen speziellen Filter gespeist. Die dazu nötige Spannung wird protokolliert. Der Strom  $I_0$  wird so eingestellt, dass er das 2DES nicht oder nur schwach in bekannter Weise um einige, wenige mK aufheizt. Die Heizleistung hängt von Probenwiderstand und 2DES Temperatur bzw. Wärmeankopplung zum Bad ab. In den Charakterisierungsmessungen wurde daher der ideale Strom als Funktion des Magnetfeldes  $B$  und der Basistemperatur  $T_0$  bestimmt, typischerweise 10-50 nA.

Der Filter vor der Stromquelle hat die Funktion, ein Rauschen der Stromquelle zur Probe von etwa 1 bis 2 nA zu unterdrücken. Es ist ein Tiefpassfilter mit einem 3dB Punkt von etwa 1 Hz mit einigen Besonderheiten: Zum einen ist durch den 50  $\Omega$  Abschluss nach der Kapazität gewährleistet, dass ungewollte, hochfrequente Reflektionssignale gedämpft werden und nicht wieder zurückreflektiert werden. Diese Signale entstehen durch elektromagnetisches Übersprechen, siehe unten. Außerdem ist die Kapazität so gewählt, der Strom  $I_0$  von nur einigen nA diese in endlicher Zeit laden kann.

Nach der Probe wird der Strom mittels eines Stromverstärkers (Fem-



to HCA-10M-100k-C) um 100 kV/A und anschließend mittels eines Spannungsverstärkers (Femto DHPVA 200) um weitere 30 dB verstärkt. Somit entspricht eine Stromänderung von 1 nA einer zu messenden Spannungsänderung von 3,162 mV.

Vor den Verstärkern wird mit einem Multimeter (Keithley 2000 Multimeter) die Offsetspannung des Stromverstärkers jeweils vor und nach jeder Phononenmessung gemessen, die zeitlich im Minutenbereich um einige mV driftet. Aus dieser Offsetmessung, zusammen mit dem Strom  $I_0$  und der Quellspannung lässt sich für jede Phononenmessung der Probenwiderstand angeben. Aus diesen Daten wurden die Kalibrierungskurven für die Umrechnung des Phononensignals in mK gewonnen, siehe Abschnitt 5.3.

Die hohen Offsetspannungen des Stromverstärkers stellen ein Problem dar: Beim Anbringen der Kabel an die Probe ist darauf zu achten, dass ein eventueller Ladestrom über die Probe beim Anbringen des Stromverstärkers nicht die Probe beschädigt! Daher wurde immer erst der momentane Offset gemessen, dann auf der Seite der Stromquelle langsam das Potential auf diesen Wert gefahren und dann erst der Stromverstärker angeschlossen.

Aufgrund dieser Schwierigkeit wurde bei früheren Messaufbauten eine kleine Kapazität (42 nF) vor den Stromverstärker gesetzt (bei gleichzeitigem moderaten Widerstand zur Erde für den Gleichstromanteil). Diese Kapazität sollte für die hochfrequenten Phononensignale quasi “unsichtbar” sein und somit das gewohnte Phononensignal zu messen sein. Leider zeigte sich, dass durch den internen, unbekanntem Aufbau des Stromverstärkers die Signale durch die Kapazität verzerrt wurden.

Nach den Verstärkern wird das Phononensignal als Funktion der Zeit mit einem speziellen Oszilloskop (Digitales Phosphor Oszilloskop Textronix TDS 794D DPO) aufgenommen. Die Funktionsweise dieses Oszilloskopes wird in Abschnitt 5.3 genauer beschrieben.

Bei früheren Messaufbauten wurde statt des DPOs eine Signalmitteilungskarte (PerkinElmer Modell 9826-500) verwendet. Diese Karte ist in der Lage, in sehr kurzen Zeitabständen (2 ns) die Spannung am Eingang zu messen, zu digitalisieren und den Wert anschließend zu speichern. Die Hardware der Karte mittelt über alle aufgenommenen Messkurven und ist so optimiert, dass die Totzeit zwischen zwei Messungen nur 600 ns beträgt, was deutlich kürzer als die Totzeit

herkömmlicher Oszilloskope ist. Der große Nachteil der Karte ist die maximale Anzahl möglicher Mittelungen von nur  $2^{15} = 33920$ , für mehr Mittelungen muss die Karte ausgelesen werden und mehrere gemittelte Signalkurven nochmals im Computer übergemittelt werden. Das Auslesen der dauert je nach Zahl der Messpunkte pro Kurve bis zu einigen 10 s, was die Karte für eine angestrebte Anzahl von 1-2 Millionen Mittelungen schlicht zu langsam macht.

Nun zu den Phononen in diesem Experiment: Auf der Rückseite der Probe legt ein Pulsgenerator (Hawlett Packard 81110A) über eine große Kapazität ( $4 \mu\text{F}$ ) Rechteckpulse variabler Höhe  $U_H$  und Länge  $\tau$  mit einer Steigung von 2 ns an den Phononenemitter, kurz "Heizer", an. Die so deponierte Leistung erwärmt den Heizer auf eine berechenbare Temperatur  $T_H$  und erzeugt so Nichtgleichgewichtsphononen, die durch die Probe zum 2DES fliegen. Die genaue Arbeitsweise des Heizers wird im nächsten Abschnitt 5.2 beschrieben. Pulse, die den Heizer abgeschwächt transmittieren, werden durch einen  $50 \Omega$ -Abschluss zur Erde neutralisiert. Die Kapazität vor dem Heizer hat die Funktion, ein kontinuierliches Heizen durch eventuelle Gleichstromanteile des Puls-generators zu verhindern.

Über einen zweiten Kanal gibt der Pulsgenerator ein Triggersignal zum Oszilloskop. Hierbei ist ein wichtiges Detail, dass Triggersignal und Phononensignal nicht exakt zum gleichen Zeitpunkt am Oszilloskop eintreffen, weil dies zu einem durch elektromagnetisches Übersprechen verursachtes Störsignal führt.

Alle verwendeten Kabel in diesem Experiment sind hochfrequenz-taugliche Koaxialkabel mit einer Impedanz von  $50 \Omega$ . Sie wurden so gut wie möglich thermisch an die Kryostattemperatur angekoppelt, wie ausführlich in Abschnitt 3.5.1 beschrieben.

Alle Messgeräte werden zentral von einem Messrechner angesteuert und ausgelesen. Es werden zu jeder einzelnen Phononenmessung alle Geräte-Parameter in einem separaten log-file abgespeichert. Hierbei wird sehr genau darauf geachtet, dass *alle* Parameter vom Messrechner gesetzt werden, damit auch wirklich alles protokolliert wird und so jede Messung reproduziert werden kann. Die Steuerprogramme sind in der auf C basierenden graphischen Programmiersprache LabView der Firma National Instruments geschrieben. Ohne Details anzugeben sei darauf hingewiesen, dass der Automatisierungsgrad so hoch ist, dass

viele hundert Phononenmessungen über mehrere Tage am Stück aufgenommen werden, ohne dass die Messprogramme unterbrochen werden müssen.

Der Messrechner steuert auch das Magnetfeld und die Temperatur des Kryostaten, wie in Abschnitt 3.5 bereits besprochen.

Als Messerde in diesem Experiment diene das elektromagnetische Potential des Kryostaten: Alle angeschlossenen Messgeräte sind sternförmig von ihm weggehend angeschlossen. Um Ringströme zu vermeiden sind die Kommunikationskabel zwischen Messgerät und Computer mit Optokopplern aufgetrennt. Diese wandeln Strom in Lichtpulse und wieder zurück, so dass kein Strom im Kreis fließen kann.

### 5.2 Phononenemitterpulse

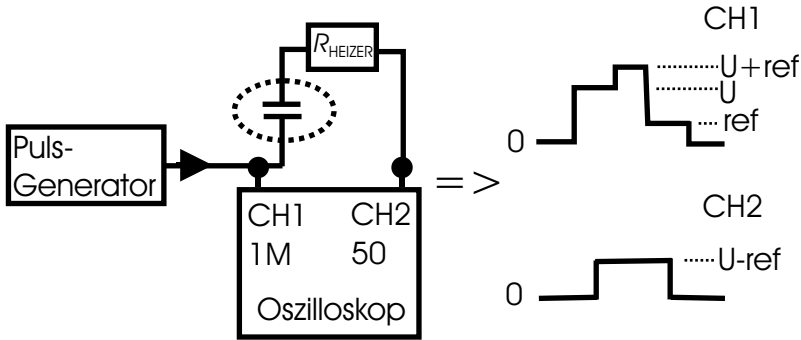
In diesem Abschnitt soll der Phononenemitterpuls (Heizer) und somit die Nichtgleichgewichtsphononen charakterisiert werden. Der Heizer selbst besteht aus Konstantan, ist mäanderförmig und so gestaltet, dass er möglichst einen Widerstand von  $50\ \Omega$  hat. Seine Fläche beträgt Ca.  $1\ \text{mm}^2$ . Die Prozessierung des Heizers wird in Abschnitt 3.2.3 beschrieben.

In Abbildung 5.2 ist gezeigt, wie aus einer kleinen Charakterisierungsmessung der Widerstand des Heizers  $R_H$  im Kryostaten bestimmt wird: Auf den Heizer wird ein Norm-Puls der Höhe  $U$  (z. B.  $1\text{V}$ ) gegeben. Mit einem Oszilloskop wird das reflektierte  $ref$  und das transmittierte Signal  $U - ref$  gemessen (Ch1 und Ch2 in der Abbildung). Außerdem wird dies mal mit und mal ohne Kapazität vor dem Heizer getestet, um zu verifizieren, dass die Kapazität keinen Einfluss auf die Pulsform hat.

Die Impedanz des Heizers ergibt sich dann zu:

$$\frac{Z_P}{Z_0} = \frac{1 + ref}{1 - ref} \quad (5.1)$$

Hierbei ist  $Z_0$  die Impedanz der Leitungen, also  $Z_0 = 50\ \Omega$ , und  $Z_P$  die Impedanz, die ein Puls sieht, daher  $Z_P = R_H + Z_0$ . Daraus folgt für



**Abbildung 5.2:** Zur Messung des Heizerwiderstandes  $R_H$ : Links: Mit dem Oszilloskop wird das reflektierte  $r$  und das transmittierte Signal  $U - r$  eines Norm-Puls  $U$  gemessen. Rechts: Aus den typischen Signalen lässt sich der Widerstand bestimmen.

den Heizerwiderstand:

$$R_H = 50\Omega \times \frac{1 + ref}{1 - ref} - 50\Omega \quad (5.2)$$

Ein wichtiger Parameter zur Beschreibung des Heizers ist seine Temperatur  $T_H$ , die eine Funktion der Substrat Temperatur  $T_0$  und der im Heizer dissipierten Leistung  $P_H$  ist. Für die Heizerleistung  $P_H$  gilt trivialerweise:

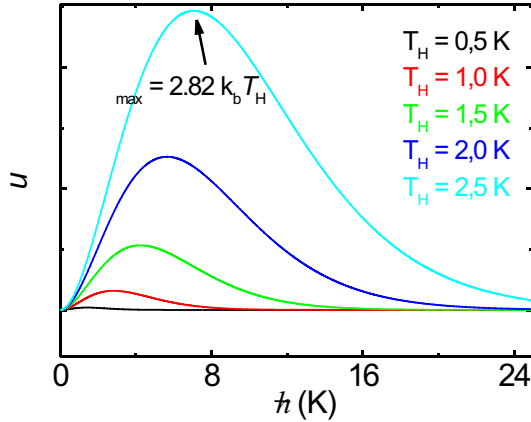
$$P_H = U_H I_H = I_H^2 R_H = U_H^2 / R_H \quad (5.3)$$

Aus der so genannten akustischen Fehlanpassungstheorie<sup>1</sup> [53] ergibt sich die Heizertemperatur zu:

$$T_H = \left( \frac{P_H}{\sigma_{Kop} A_H} + T_0^4 \right)^{1/4} \quad (5.4)$$

$A_H$  ist die Heizerfläche und  $\sigma_{Kop}$  eine Konstante, die die Fehlanpassung der Phononen des Heizers zum Substrat beschreibt. Damit die

<sup>1</sup>engl. acoustic mismatch theory



**Abbildung 5.3:** Plancksches Spektrum für verschiedenen Heizertemperaturen  $T_H$ . Das Maximum befindet sich bei  $\omega = 2,82k_B T_H$ . Bei Erhöhung von  $T_H$  nimmt die Anzahl der Phononen für jede feste  $\omega$  zu.

Fehlanpassung durch eine Konstante beschrieben werden kann, ist es wichtig, dass die Übergangsfläche möglichst glatt ist. Für den Übergang von Konstantan auf GaAs ist  $\sigma_{Kop} = 524 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  [28, 29].

Hierbei geht eine Annahme ein, und zwar dass der Heizer *schnell* auf die angelegte Spannung reagiert, d. h. schneller als die anderen im Experiment beteiligten Zeitskalen. Dies ist durch die Elektron-Elektron-Wechselwirkung gegeben. Dadurch hat der Heizer nur *eine* Temperatur und nicht eine örtlich verteilte.

Die erzeugten Nichtgleichgewichtsphononen sind energetisch durch die Heizertemperatur charakterisiert: Sie haben ein plancksches Spektrum mit einer Spitze bei  $\omega = 2,82k_B T_H$ . Die Spektraldichte der Phononen ist gegeben durch [22]:

$$u_\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3}{\exp(\hbar\omega/k_B T_H) - 1} \quad (5.5)$$

In Abbildung 5.3 ist diese Funktion für einige Heizertemperaturen  $T_H$  gezeigt.

Neben der Energie sind die Phononen durch ihren Impuls charak-



terisiert. Hierbei muss zwischen longitudinal akustischen (LA) und transversal akustischen (TA) Phononen unterschieden werden. Die TA-Phononen werden im GaAs in (100) Richtung, d. h. direkt in Richtung 2DES fokussiert, während die LA-Phononen sich frei in den Halbraum bewegen können [102, 103]. Darüber hinaus koppeln TA-Phononen piezoelektrisch ( $\propto 1/(\text{Phonon Energie})$ ) an das 2DES, während die LA-Phononen über Deformationskopplung ( $\propto \text{Phonon Energie}$ ) ihre Energie an das 2DES abgeben. Als Resultat der Phononenfokussierung und unterschiedlicher Energieabhängigkeit der Kopplung sind bei Experimenten mit zentral gelegnem Heizer die Absorption von TA-Phononen dominant. Der Impuls der TA-Phononen sollte durch die Phononenfokussierung ein breites Spektrum aufweisen.

## 5.3 Ein typisches phononeninduziertes Signal

In diesem Abschnitt soll exemplarisch ein typisches phononeninduziertes Signal, im Folgenden kurz Phononensignal genannt, diskutiert werden. Es soll detailliert gezeigt werden, welche einzelnen Schritte in der Datenauswertung zwischen der am Verstärker aufgenommenen Spannung und der daraus ermittelten, zeitlich aufgelösten Temperatur des 2DES, dem Phononensignal (in mK), nötig sind. Hierbei werden auch die Schwierigkeiten und Grenzen dieses Phononenabsorptionsexperimentes deutlich.

Die einzelnen Auswertungsschritte sind in den Abbildungen 5.4 bis 5.6 visualisiert und werden im Folgenden besprochen. Gezeigt ist ein Phononensignal bei Füllfaktor  $\nu = 2/3$  bei einem Magnetfeld von  $B = 5,64$  T, die 2DES Basistemperatur ist  $T_0 = 75$  mK und der Heizer hat eine Heizerpulslänge von  $\tau = 10$  ns und eine Heizerpulshöhe von  $U_H = 700$  mV, was einer Heizertemperatur von  $T_H = 2,09$  K entspricht.

Aufgenommen werden Phononensignale nacheinander mit dem Oszilloskop in zwei verschiedenen Modi: Im ersten, normalen werden die Signale im gewohnten digitalen Oszilloskop-Modus aufgenommen, d. h. es werden Spannungen gegen Zeit aufgenommen und aufeinander folgende Signale aufgemittelt. Der Nachteil hierbei ist, dass das Oszilloskop nach jeder einzelnen Mittelung eine Totzeit von 20 ms hat,

was die Repetitionsrate des Experimentes einschränkt. In diesem Modus wird das Signal über einen Zeitraum von  $20 \mu\text{s}$  aufgenommen, um einen Überblick über den prinzipiellen Verlauf des Phononensignals zu bekommen.

Im zweiten benutzen Modus, dem DPO-Modus, hat das Oszilloskop *keine* Totzeit, da die Signale nicht übergemittelt werden, sondern das Oszilloskop sich die Häufigkeit der Signalhöhe zu jedem Zeitpunkt merkt. Dadurch sind im DPO-Modus deutlich mehr Einzelmessungen in gleicher Zeit als im normalen Modus möglich. Hiermit wird der für die Datenauswertung entscheidende Teil des Phononensignals gemessen, nämlich die Erwärmung des 2DES direkt nach dem ersten Auftreffen der Phononen. Der DPO-Modus ist auf 200 Punkte in Spannungsrichtung und 500 Punkte in Zeitrichtung beschränkt. Bei einer zeitlichen Auflösung von  $4 \text{ ns}$  wird also insgesamt ein Zeitintervall von  $2 \mu\text{s}$  aufgenommen.

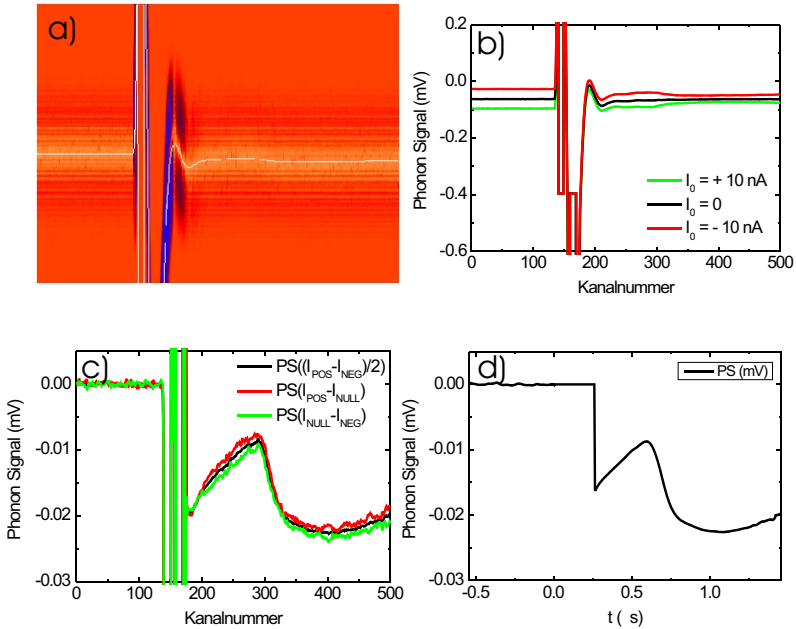
In Abbildung 5.4, a), ist die Auswertung der DPO-Daten graphisch dargestellt: Zu jedem der 500 Zeitpunkte wird eine Gaußfunktion durch die 200 Spannungspunkte gelegt und das Maximum ausgelesen. Dies ist genauer als eine gewöhnliche Mittelung, da die Spannungseinteilung (Sensivity) feiner gewählt werden kann als bei einer normalen Oszilloskop-Messung. Es reicht nämlich, den Spannungsbereich so einzustellen, dass etwa  $2/3$  der Fläche der Gaußverteilung erfasst werden, um das Maximum zu bestimmen. Die Bestimmung der Maxima erfolgt mit einem in IDL (Interactive Data Language, Firma Research Systems, Inc) geschriebenen Computerprogramm.

Eine Gaußverteilung der Messpunkte ist charakteristisch für frequenzunabhängiges, also weißes Rauschen. Prinzipiell rauscht jeder ohmsche Widerstand temperaturabhängig mit diesem weißen Rauschen und somit auch die im Messaufbau befindlichen Widerstände inklusive den Widerständen in den Messgeräten [104]. Eine Gaußverteilung der Messpunkte wird daher erwartet.

Die Hauptquelle für Störsignale im Experiment sind jedoch nicht die oben genannten, sondern Störsignale durch elektromagnetisches Übersprechen<sup>2</sup>: Beim Anlegen eines Pulses an den Heizer induziert dies einen ungewollten Strom in den Zuleitungen des 2DES und dem 2DES

---

<sup>2</sup>engl. Pick-Up



**Abbildung 5.4:** Exemplarische Datenverarbeitung 1:

- a) DPO Signal mit 500 Punkten auf der x-Achse für die Zeit, 200 Punkten auf der y-Achse für gemessene Spannungen und in Z-Richtung (in Farbe) die Häufigkeit der gemessenen Spannung. Für jeden Zeitpunkt wird eine Gaußfunktion angefitet (weiße Linie).
- b) Es werden für jedes Phononensignal Messungen für positiven, keinen und negativen Probenstrom aufgenommen.
- c) Durch geeignetes voneinander Abziehen der Messsignale mittelt sich das ungewollte elektromagnetische Übersprechen heraus und nur Phononensignale bleiben übrig, siehe Gleichung 5.6. Außerdem wird der Offset korrigiert.
- d) Das Phononensignal wird geglättet, das Übersprechen beseitigt und das Signal mit einer Zeitachse versehen, wobei  $t = 0$  durch den Beginn des Übersprechens definiert ist.

selbst. Der Strom durch elektromagnetisches Übersprechen ist so groß, dass er den Stromverstärker überlastet und dieser einige Zeit benötigt, bis er wieder einwandfrei arbeitet. Hierbei hat das Signal des Übersprechens ein breites Frequenzspektrum. Der Stromverstärker selbst verstärkt Signale bis etwa 7 MHz (- 3 dB Punkt). Als Folge des elektromagnetischen Übersprechens werden nun die Frequenzen bei genau dieser Abschneidefrequenz übermäßig verstärkt (“Gain Peaking”) und ein sinusförmiges Störsignal erzeugt (“klingeln”).

Um Störsignale auf dem Phononensignal zu reduzieren sind die Proben für Phononenabsorptionsexperimente mit 2 mm besonders dick gewählt, so dass über die Phononenflugzeit von der Rückseite zur Vorderseite Übersprechsignal und Phononensignal zeitlich getrennt sind.

In der Messung lässt sich der Einfluss des Übersprechsignals auf das Phononensignal mit Hilfe einer geeigneten Messtechnik weiter reduzieren. Und zwar ist das Übersprechsignal abhängig von Vorzeichen der Heizerspannung, nicht jedoch das Phononensignal. Oder äquivalent bei Umdrehen des Probenstromes bei gleichem Vorzeichen der Heizerspannung dreht sich das Phononensignal, nicht jedoch das Übersprechsignal um.

Daher werden für jede Phononenmessung drei einzelne Messungen mit positiven, keinem und negativen Probenstrom aufgenommen (siehe Abbildung 5.4, b) und so voneinander abgezogen, dass das Übersprechen sich herausmittelt.<sup>3</sup> Wird kein Strom angelegt, werden nur Signale gemessen, die nicht strominduziert sind, und folglich Störsignale sind.

Das Phononensignal  $PS$  ergibt sich aus den Messsignalen  $S$  zu

$$\begin{aligned}
 PS &= (S(I_{Positiv}) - S(I_{Negativ}))/2 \\
 &= S(I_{Positiv}) - S(I_{Null}) \\
 &= S(I_{Null}) - S(I_{Negativ})
 \end{aligned}
 \tag{5.6}$$

Für ein Phononensignal reichen also prinzipiell auch zwei der obigen drei Messungen, jedoch ist die Fehleranfälligkeit der Phononenmessung durch die Verifikation, dass alle drei erzeugten Phononensignale  $PS$  gleich sind, deutlich verringert. Wenn alle drei Phononensignale  $PS$

---

<sup>3</sup>Alternativ könnte man auch den Heizerpuls umdrehen, jedoch invertiert der verwendete Pulsgenerator nicht perfekt.

gleich sind, wird das Signal  $PS = (S(I_{Positiv}) - S(I_{Negativ}))/2$  weiterverarbeitet. Der Offset durch die Strompolung und Lage des Offsets am Oszilloskop wird korrigiert.

Im nächsten Signalverarbeitungsschritt, (siehe Abbildung 5.4 d), wird das Phononensignal geglättet, das Übersprechen beseitigt und das Signal mit einer Zeitachse versehen, wobei  $t = 0$  durch den Beginn des Übersprechens definiert ist.

Anschließend wird mit den bekannten Verstärkungsfaktoren das Phononensignal in mV in ein Signal in nA umgerechnet, (siehe Abbildung 5.5 a). Das so gewonnene Phononensignal  $Ps(nA)$  ist die Stromänderung, die hervorgerufen wird durch eine Widerstandsänderung aufgrund der Erwärmung durch Phononenabsorption. Im gezeigten Beispiel ist die Stromänderung negativ, d.h. es geht weniger Strom durch die Probe, weil der Probenwiderstand steigt.

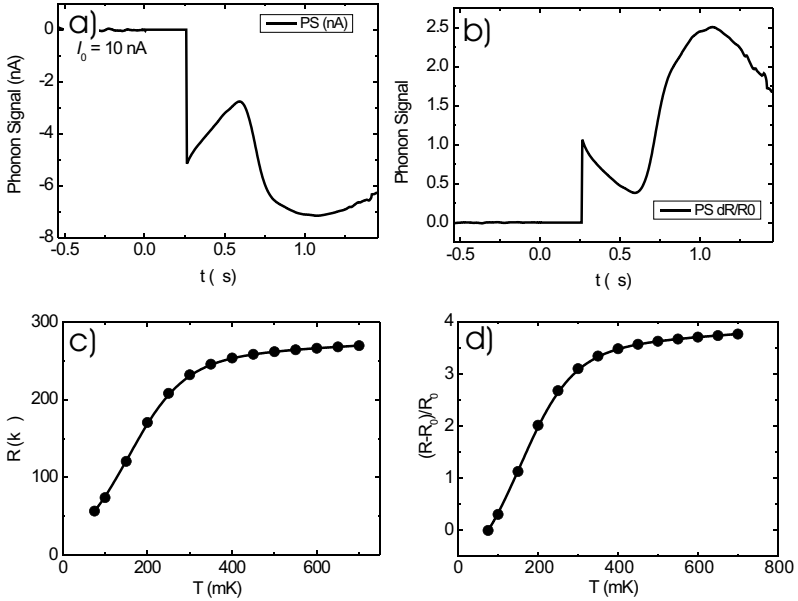
Um die gemessene Stromänderung in physikalische Größen der Probe zu transformieren, muss die Stromänderung in eine Änderung des Probenwiderstandes umgerechnet werden. Die Umrechnung hängt vom verwendeten Messaufbau ab und es muss jeweils das für den Messaufbau spezifische Netzwerk gelöst werden. Für den exemplarischen Messaufbau, der ausführlich in Abschnitt 5.1 besprochen wird, ist das elektronische Netzwerk leicht zu lösen: Der konstante Probenstrom  $I_0$  erzeugt vor der Probe mit  $R_0$  eine konstante Spannung  $U_0$ , wenn noch keine Phononen wechselwirken. Mit der Annahme, dass die Phononen den Probenwiderstand *schnell* gegenüber den anderen Zeitkonstanten im Netzwerk ändern, bleibt  $U_0$  konstant. Dann gilt:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= R_0 I_0 \\
 &= RI \\
 &= (R_0 + dR)(I_0 + dI) \\
 &= R_0 I_0 + R_0 dI + dR I_0 + dR dI
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

Dies lässt sich umformen zu:

$$\frac{dR}{R_0} = - \frac{dI}{I_0 + dI}
 \tag{5.8}$$

In Abbildung 5.5 b) ist das transformierte Signal gezeigt.



**Abbildung 5.5:** Exemplarische Datenverarbeitung 2:

a) Aus dem Phononensignal in mV wird mit den bekannten Verstärkungsfaktoren ein Signal in nA berechnet. Hierbei gibt das Signal die Stromänderung  $dI$  vom konstanten Probenstrom  $I_0$  an.

b) Das Phononensignal in nA wird in eine Widerstandsänderung  $(dR - R_0)/R_0$  umgerechnet. Hierbei wird die das Netzwerk des Messaufbaus beschreibende Formel 5.8 verwendet.

c) Die Kalibrationskurve  $R = R(T)$  für dieses typische Signal (d. h. bei  $\nu = 2/3$ ,  $B = 5, 64$  T).

d) Je nach 2DES Basistemperatur  $T_0$  wird aus der Kalibrationskurve c) eine Kurve  $dR/R_0(T)$  generiert. Mit Hilfe dieser Kurve wird das Phononensignal aus b) in ein Phononensignal in mK umgerechnet, siehe Abbildung 5.6.

Der nächste, entscheidende Schritt in der Signalauswertung ist die Umrechnung des Phononensignals in  $dR/R_0$  zu einer Temperaturänderung des 2DES mittels einer Kalibrationskurve  $R = R(T)$ . In Abbildung 5.5 c ist die Kalibrationskurve für das besprochene typische Signal gezeigt. Diese Kurve wird in eine Widerstandsänderung  $dR/R_0(T)$  umgerechnet, Abbildung 5.5 d. Hierbei ist  $R_0$  der Widerstand der Probe bei der 2DES Basistemperatur  $T_0$ . Diese Kalibrationskurve ordnet jeder Widerstandsänderung eine Temperatur zu. Das so kalibrierte Phononensignal ist in Abbildung 5.6 gezeigt.

Eine genauere Betrachtung der Kalibrationskurve 5.5 c zeigt die messtechnischen Probleme der Phononenspektroskopie auf:

- Die Kalibrationskurve muss exakt sein, sonst werden alle gemessenen Phononensignale systematisch falsch transformiert.
- Besonders der Basiswiderstand  $R_0$  muss genau bestimmt sein, da alle Widerstandsänderungen  $dR$  sich auf diesen beziehen. Dies ist nicht ganz trivial. Wird z. B. dieser Widerstand aus einer Widerstandskurve bestimmt, die mit einem durchlaufenden Magnetfeld aufgenommen wurde (wie die Charakterisierungsmessungen in Kapitel 3.4), so kann die Kurve für einige Magnetfelder von dem eigentlichen Basiswiderstand  $R_0$  abweichen. Dies kann zum einen wegen leichter Heizeffekte beim Durchlaufen, durch Hysterese, oder auch durch Wechselwirkung des Elektronenpins mit dem Kernspin der Fall sein.
- Ist die Kalibrationskurve *nicht bijektiv*, wird die Zuordnung zwar nicht unmöglich, jedoch besonders schwierig. Jedes Phononensignal muss gesondert betrachtet werden, ob sich das Signal auf der Hochtemperaturseite oder Niedrigtemperaturseite befindet.
- Ist die Kalibrationskurve *flach*, so bedeuten kleine Fehler im Phononensignal in  $dR/R_0$  nach der Umrechnung in mK große Fehler.
- An so genannten Metall-/Isolatorübergängen des 2DES ist diese Methode der Phononenspektroskopie überhaupt nicht möglich, da sich hier der Widerstand als Funktion der Temperatur überhaupt *nicht ändert*. Diese Übergänge sind z. B. gut in den Shubni-

kov-de-Haas-Oszillationen sichtbar oder auch meist neben den exakten Füllfaktoren des QHE.

- Auch ist darauf zu achten, dass sich die Kalibrationskurve im untersuchten Temperaturbereich ändert. So sind etwa die Energielücken im IQHE so groß, dass hier eher Temperaturen von einigen Kelvin erreicht werden müssen. Dafür muss jedoch der Heizer deutlich mehr Leistung im 2DES deponieren und daher die Repetitionsrate des Experimentes deutlich gesenkt werden, wodurch wieder das Signal-zu-Rausch-Verhältnis schlechter wird. Außerdem könnte die maximal zulässige Heizerspannung problematisch sein.
- Auch *zu steile* Kalibrationskurven, wie sie in den Flanken neben Energielücken zu finden sind, erzeugen einen zu großen Fehler im transformierten Signal.
- *Zu kleine* Änderungen in der Kalibrationskurve bedeuten mehr Mittelungen. So sind z. B. bei den Messungen bei Füllfaktor  $\nu = 1/2$ , wo sich der Widerstand nur um einige Prozentpunkte verändert, etwa eine Millionen Mittelungen nötig.

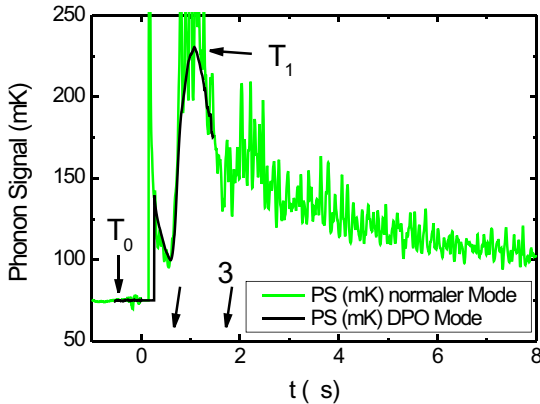
All diese Schwierigkeiten erzwingen, dass alle aufgenommenen Phononensignale bereits mit der Kalibrationskurve in Signale in mK transformiert werden, während die Probe gemessen wird. Diese *in situ* Auswertung ist auch für die weitere Datenauswertung nötig, um alle Messparameter geeignet einzustellen. So müssen für die Bestimmung der spezifischen Wärme des 2DES und darauf aufbauender Bestimmung von Energielücken (siehe Kapitel 6) alle Parameter geeignet eingestellt werden, was nur bei *in situ* Auswertung möglich ist.

Eine Kontrolle, ob die aufwendige Datenverarbeitung des Signals die richtigen Temperaturen liefert, ist durch die Thermometrie des Experimentes möglich, dies wird im nächsten Abschnitt 5.4 besprochen.

In Abbildung 5.6 ist das endgültige typische Signal gezeigt. Es zeigt zum einen das (verrauschte) Signal des normalen Oszilloskop-Modus und zum anderen das (deutlich glattere) Signal des DPO-Modus.

Deutlich zeigt sich, dass die Phononen *ballistisch* durch das Substrat gelangen. Und zwar steigt die 2DES Temperatur nach einmal,





**Abbildung 5.6:** Exemplarische Datenverarbeitung 3:

Das typische Signal nach kompletter Datenverarbeitung in mK in den beiden Modi des Oszilloskopes aufgenommen. Durch die mehrfachen Absorptionen zeigt sich der ballistische Transport der Nichtgleichgewichtsphononen.

dreimal und fünfmal der Flugzeit der TA-Phononen an und kühlt anschließend wieder ab. Dies bedeutet, dass die Phononen bei  $t = 0$  auf der Rückseite der Probe erzeugt werden und nach einer Flugzeit zum 2DES gelangen, wo ein Teil absorbiert werden. Dann werden sie an der Vorderseite reflektiert, fliegen zurück zur Rückseite und werden dort wieder zur Vorderseite reflektiert, wo erneut ein Teil absorbiert wird. Dieser Vorgang wiederholt sich, so dass prinzipiell jeweils nach ungeraden Vielfachen der Flugzeit die Phononen zum 2DES gelangen.

In Abbildung 5.6 sind nur die TA-Phononen sichtbar, da sie zum 2DES fokussiert werden. Die LA-Phononen sind nicht sichtbar, da sie in den gesamten Halbraum abgestrahlt werden. Da sowohl Heizer als auch 2DES eine Fläche von  $1 \text{ mm}^2$  haben und  $2 \text{ mm}$  voneinander entfernt sind, gelangen entsprechend wenige LA-Phononen zum 2DES, vergleiche hierzu auch Abschnitt 5.2. Bei älteren Messungen, wo das 2DES eine Fläche von  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  hatte, sind Absorptionen beider Phononensorten zu beobachten, siehe Abbildung 6.3 in Kapitel 6.2.

## 5.4 Thermometrie

Zur Kontrolle der in Abschnitt 5.3 vorgestellten Datenverarbeitung wird die Thermometrie angewendet. Der große Vorteil eines metallischen Heizers zur Phononenerzeugung gegenüber anderen Methoden wie z. B. ein auf die Rückseite fokussierter Laser ist, das die im GaAs-Substrat deponierte Energie  $E_H$  berechenbar ist.  $E_H$  ist gegen durch:

$$E_H = P_H \tau = \frac{U_H^2}{R_H} \tau \quad (5.9)$$

Mit:  $E_H$ , Energie des Heizers,  $P_H$  Leistung des Heizers,  $\tau$  Heizerpulslänge,  $U_H$  Höhe des Heizerpulses und  $R_H$  Widerstand des Heizers.

Es lässt sich also für jeden Heizerpuls die in das GaAs-Substrat abgegebene Energie bei bekanntem Heizerwiderstand  $R_H$  direkt aus den Heizerparametern  $U_H$  und  $\tau$  berechnen. Die spezifische Wärme von GaAs ist bekannt und somit kann für jeden Heizerpuls die Substrattemperatur  $T_S$ , auf die die Probe durch Heizerenergie  $E_H$  erwärmt wird, bestimmt werden über:

$$E_H = P_H \tau = \int_{T_0}^{T_S} C_v(T) Vol dT \quad (5.10)$$

mit:  $C_v = \gamma_C T^3$  der spezifischen Wärme des GaAs-Substrates, wobei  $\gamma_C = 3,4 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-4}$  [7] und  $Vol = 10 \times 10 \times 2 \text{ mm}^3$  das Volumen der Probe ist. Durch Lösen des Integrals und Umstellen nach  $T_S$  ergibt sich:

$$T_S = \left( \frac{4P_H \tau}{\gamma_C Vol} + T_0^4 \right)^{1/4} \quad (5.11)$$

Im Experiment thermalisieren die Phononen im Substrat innerhalb einiger  $10 \mu\text{s}$ . 2DES und Substrat wechselwirken, bis sie im thermischen Gleichgewicht sind und somit die Substrattemperatur über die 2DES Temperatur gemessen werden kann. Die gemessenen Temperaturen werden mit den mit Gleichung 5.11 berechneten Temperaturen für jede Phononenmessung verglichen.

Während die Phononen im Substrat thermalisieren fließt ein Teil der deponierten Energie über die Zuleitungen und die Probenhalterung ab.

Die Probenhalterung ist so konstruiert, dass sie die Probe thermisch besonders gut an die Kryostattemperatur koppelt, siehe Kapitel 3.3, und somit besonders effektiv kühlt. Daher sind die gemessenen Gleichgewichtstemperaturen systematisch kleiner als die mit Gleichung 5.11 berechneten.

*Trotzdem* lässt sich mit einem Vergleich von gemessener und berechneter Substrattemperatur  $T_S$  für jedes Phononensignal *grob* kontrollieren, ob bei der aufwendigen Datenverarbeitung aus Abschnitt 5.3 kein Fehler unterlaufen ist.

## 5.5 Repetitionsrate

Ein mit der Thermometrie verknüpfter, wichtiger Punkt des Phononenabsorptionsexperimentes ist die Repetitionsrate, mit der die Phononen erzeugt werden. Nach jeder einzelnen Phononenabsorption pro Heizerpuls muss die Probe wieder auf ihre Basistemperatur  $T_0$  abgekühlt sein, bevor der nächste Heizerpuls angelegt wird. Leider lässt sich die Kühlrate der Probe nicht berechnen, sondern muss abgeschätzt bzw. gemessen werden.

Die Bestimmung der Repetitionsrate ist kritisch, weil die Repetitionsrate maßgeblich in die Messzeit eingeht. Bei einer zu konservativ abgeschätzten d. h. zu langsamen Repetitionsrate wird deutlich Messzeit vergeudet. Andererseits heizt sich die Probe bei einer zu schnellen Repetitionsrate auf und hat somit nicht mehr die Kryostattemperatur. Allerdings kann eine kleine Erwärmung der Probe von einigen mK in Kauf genommen werden, *wenn* bekannt und messbar ist, wie groß diese Erwärmung ist.

Die Repetitionsrate wird folgendermaßen in zwei Schritten bestimmt: Zuerst wird die Probe in einen Zustand gebracht, in dem sie am deutlichsten kleinste Temperaturänderungen anzeigt. Hierzu wird für jede individuelle Probe Charakterisierungsmessungen (d. h.  $R = R(B)$ , siehe Kapitel 3.4) für verschiedene Temperaturen aufgenommen und ein Magnetfeld bestimmt, wo die Probe eine maximale Änderung des Widerstandes auf Temperaturänderungen zeigt. Dies ist z. B. bei Füllfaktor  $\nu \approx 1,1$  der Fall.

Jetzt wird im Phononenmessaufbau, wie er in Abschnitt 5.1 beschrie-

ben wird, die Quellspannung  $U_0$  zur Erzeugung des Probenstroms  $I_0$  als Funktion der Pulsperiode  $Per$  eines Standardpulses ( $U_H = 1$  V,  $\tau = 100$  ns) gemessen. Ist  $Per$  zu kurz gewählt, heizt die Probe auf und  $U_0$  ändert sich deutlich. Wird  $P$  richtig d. h. so eingestellt, dass die Probe nach jedem Phononenpuls wieder auf Basistemperatur abkühlt, dann ist  $U_0$  trotzdem leicht verändert, da ja die Probe ihren Widerstand während der Phononenabsorption und anschließender Relaxation ändert und somit im zeitlichen Mittel eine andere Spannung  $U_0$  angelegt werden muss. Mit diesem ersten Schritt wird *grob* bestimmt, bei welcher Pulsperiode die Probe wieder zur Basistemperatur abkühlt.

In einem zweiten Schritt werden jetzt Phononensignale mit der oben bestimmten Periode  $Per$  aufgenommen und mit Messungen mit deutlich größerem  $Per \rightarrow \infty$  verglichen. Die kurze Pulsperiode wird nun solange variiert, bis die Signale gleich aussehen.

Eine so ermittelte typische Periode ist  $Per = 10$  ms für einen Puls mit  $U_H = 1$  V und  $\tau = 10$  ns.

Diese Repetitionsrate wurde in den Steuerprogrammen für jede Heizerenergie entsprechend modifiziert, so dass die im Substrat deponierte, zeitlich gemittelte Energie pro Zeit konstant war.

## 5.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde allgemein die in dieser Arbeit verwendete Methode der Phononenspektroskopie anhand des verwendeten, exemplarischen Messaufbaus vorgestellt.

Prinzipiell besteht die Messmethode darin, durch Anlegen kurzer Spannungspulse an einen Metallfilm auf der Probenrückseite dort Nichtgleichgewichtsphononen zu erzeugen. Diese fliegen ballistisch durch die Probe, treffen auf das 2DES auf der Vorderseite und ein Teil von ihnen wird absorbiert. Durch die Absorption heizt das 2DES auf, was zeitaufgelöst durch eine Widerstandsänderung detektiert wird.

Zum Verständnis der Schwierigkeiten der Phononenspektroskopie wurde in diesem Kapitel exemplarisch die Datenverarbeitung eines Phononensignals gezeigt. Hierbei zeigte sich insbesondere, dass qualitative Messungen nur möglich mit gleichzeitiger, paralleler Datenauswertung sind. Als größte Quelle von Störsignalen wurde das elektro-

magnetische Übersprechen identifiziert.

In zwei kleineren Abschnitten wurde in diesem Kapitel noch die Thermometrie und die Kalibration einer geeigneten Repetitionsrate behandelt.



# 6 Experimente mit Phononen

Nachdem im vorherigen Kapitel 5 allgemein die Methoden des Phononenabsorptionsexperimentes und ein typischer Messaufbau vorgestellt wurden, werden in diesem Kapitel die eigentlichen Messungen präsentiert.

Das Kapitel ist in chronologischer Reihenfolge aufgebaut. Über die Dauer der Dissertation wurden die Proben, der Messaufbau, die Wahl der experimentellen Parameter, die Steuerprogramme für die Messgeräte, die Auswertungsprozeduren etc. ständig verbessert und optimiert.

Zuerst werden die ältesten Phononenexperimente dieser Arbeit gezeigt. Dies sind Messungen, die, aufbauend auf den Ergebnissen der Diplomarbeit von Martin Monka [71], die Relaxation eines 2DESs nach Aufheizen mit Phononen untersuchen, Abschnitt 6.1. Der anschließende Abschnitt befasst sich mit der Phononenabsorption um den Füllfaktor  $\nu = 1$  herum und erklärt die Messungen mit Anregungen von so genannten Skyrmionen, Abschnitt 6.2. Bei diesen Messungen ist besonders deutlich die Absorption von LA- und TA-Phononen sichtbar. Die beiden letzten Abschnitte zeigen Arbeiten, die gegen Ende der Dissertation entstanden und somit mit optimierten Proben und verbessertem Messaufbau realisiert wurden. Dies sind zum einen systematische Phononenabsorptionsmessungen bei einer Vielzahl von fraktionalem Füllfaktoren  $\nu$ , Abschnitt 6.3, und zum anderen die Messung der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme bei  $\nu = 1/2$ , Abschnitt 6.4, mehr als zehn Jahre nach ihrer theoretischen Vorhersage.

## 6.1 Phononenexperimente zur Relaxation von angeregten 2DESen

Dies sind die ersten Phononenexperimente in Hannover, aufbauend auf der Diplomarbeit von Martin Monka [71] unter der Anleitung von Uli Zeitler, der vorher in Nottingham die Wirksamkeit von Phononenabsorptionsexperimenten zur Untersuchung der thermodynamischen und spektroskopischen Eigenschaften von 2DESen demonstriert hatte [7].

Im Gegensatz zu den meisten früheren Arbeiten auf dem Gebiet der Phononenspektroskopie befasst sich dieser Abschnitt mit der Emission eines 2DES *nach* der Absorption von Nichtgleichgewichtsphononen. Der Absorptionsprozess und die Elektron-Phonon-Wechselwirkungen spielen also nicht so sehr eine Rolle: Die Phononen werden nur zum Aufheizen des 2DES genutzt und die Relaxation des 2DES zur Gleichgewichtstemperatur beobachtet.

Nachdem die Proben bereits in Kapitel 3 und die Messtechnik der Phononenspektroskopie in Kapitel 5 ausführlich vorgestellt wurden, sollen an dieser Stelle kurz die Unterschiede zu den optimalen Bedingungen genannt werden. Der Hauptpunkt ist, dass in der Aufbauphase der Phononenexperimente in Hannover noch keine Proben mit extra großer Dicke zur Verfügung standen, sondern nur die Proben mit den gewohnten 0,5 mm.

Vermessen wurde eine Probe mit einem Längen- zu Breiten-Verhältnis  $L/w = 2000$  und eine mit  $L/w = 360$ . Beide Proben sind aus der Heterostruktur 8101 gefertigt, wobei die erste von Martin Monka im Rahmen seiner Diplomarbeit und die zweite von mir prozessiert wurde. Bei der zweiten Probe wurde ein deutlich kleineres Längen- zu Breiten-Verhältnis  $L/w$  gewählt, weil sich zeigte, dass kleine Breiten  $w$  problematischer auf Fertigungstoleranzen in der Fotolithographie und auf Inhomogenitäten in 2DES durch Probleme beim Kristallwachstum reagieren.

Durch die geringere Dicke von 0,5 mm (gegenüber den späteren Proben mit 2 mm Dicke) sind bei diesen ersten Experimenten die Signale durch die kürzere Flugzeit der Nichtgleichgewichtsphononen deutlich stärker durch das elektromagnetische Übersprechen überlagert. Außerdem wurden die Signale mit einem digitalem Sampling-Oszilloskope



über typischerweise “nur”  $10^4$  einzelne Kurven gemittelt. Die resultierenden Phononensignale sind daher deutlich verrauscht, besonders das Signalmaximum nach dem ersten Auftreffen der Phononen wegen der zeitlichen Nähe zum Übersprechen zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

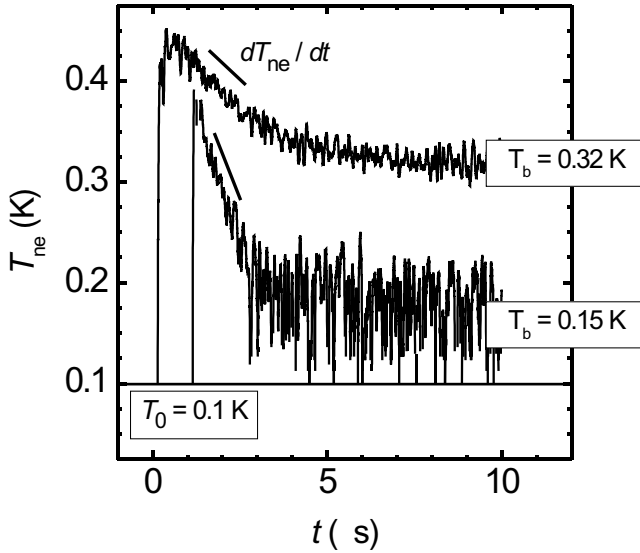
Gemessen wurden Phononensignale an beiden Proben bei den Füllfaktoren  $\nu = 1/2$  und  $2/3$ . Diese beiden Füllfaktoren sind im FQHE deutlich unterschiedlich, besonders in seiner Beschreibung im Composite Fermion (CF) Bild, siehe Abschnitt 2.3.2:  $\nu = 1/2$  ist der Grundzustand mit effektiven Magnetfeld  $B^* = 0$ , so dass die Landau-Niveaus entartet sind. Daher gibt es bei  $\nu = 1/2$  *keine* Energielücke. Im Gegensatz dazu spalten die Niveaus für  $\nu = 2/3$  im Magnetfeld auf und  $2/3$  hat somit eine Energielücke. Ziel der Messungen dieses Abschnitts ist eine Analyse des Einflusses einer Energielücke auf die thermische Relaxation eines heißen 2DES.

In Abbildung 6.1 sind exemplarisch zwei Phononensignale bei  $\nu = 2/3$  gezeigt. Beide Signale sind bei der gleichen Basistemperatur  $T_0$  und Heizerpulslänge  $\tau_H = 50$  ns, jedoch unterschiedlicher Heizertemperatur  $T_H = 0,9$  K bzw. 2 K aufgenommen und zeigen somit die thermische Relaxation zweier unterschiedlich heißer 2DESe.

Auffallend ist, dass das 2DES bei  $\nu = 2/3$  für hohe Temperaturen *langsamer* relaxiert als für niedrige. Phononensignale bei  $\nu = 1/2$  zeigen diese Verhalten nicht. Um dies zu verdeutlichen sind in Abbildung 6.2 die Änderungen der Nichtgleichgewichtstemperatur,  $dT_{ne}/dt$ , zum Zeitpunkt  $t = 1,5 \mu\text{s}$  für  $\nu = 2/3$  und  $1/2$  als Funktion von  $T_{ne}(1,5 \mu\text{s})$  gezeigt.

Für eine quantitative Analyse wird das in Abschnitt 2.5.6 vorgestellte “Einfache Modell für Phononenabsorption” an das Experiment angepasst. Zum Zeitpunkt  $t = 1,5 \mu\text{s}$ , bei dem die Relaxation für Abbildung 6.2 bestimmt wird, ändert sich die 2DES Energie nur noch über Wärmeabstrahlung und es werden keine weiteren Nichtgleichgewichtsphononen absorbiert (d.h.  $E_{abs} \rightarrow 0$ ). Somit gilt für die Messungen dieses Abschnitts die Energiebilanz

$$C(T) dT = -P_e(T, T_0) dt, \quad (6.1)$$

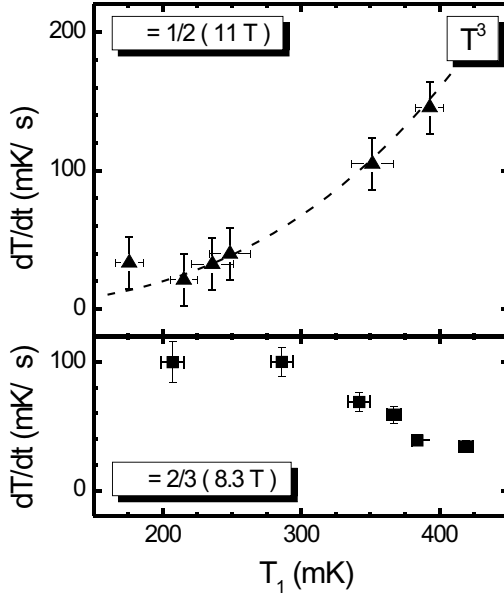


**Abbildung 6.1:** Relaxation der Nichtgleichgewichtstemperatur des 2DES bei Füllfaktor  $\nu = 2/3$ . Das 2DES wurde mit Phononen eines Heizerpulses mit  $T_H = 2$  K (obere Kurve) bzw. 0,9 K von  $T_0 = 0,1$  K auf ihre Nichtgleichgewichtstemperatur aufgeheizt. Die Kurven sind um  $1 \mu\text{s}$  versetzt. Nach der Flugzeit der TA-Phononen erwärmt sich das 2DES stark und kühlt dann langsam zur Substrattemperatur  $T_b$  ab.

und nach Umformung nach  $dT/dt$  für den Vergleich mit Abbildung 6.2

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{P_e(T, T_0)}{C(T)} \quad (6.2)$$

Bei  $\nu = 1/2$  ist die spezifische Wärme  $C(T)$  linear in  $T$ . Dies sagt die Theorie voraus [25], vergleiche Abschnitt 2.4.4, und zeigt sich auch experimentell in den späteren Messungen, Abschnitt 6.4. Für Phononen wird in Analogie zur Schwarzkörperstrahlung von Photonen eine Leistungsabgabe  $P_e \propto T_{ne}^4 - T_b^4$  erwartet [22]. Eingesetzt in Gleichung 6.2



**Abbildung 6.2:** Thermische Relaxation eines 2DES bei Füllfaktor  $\nu = 1/2$  (Oben) und  $\nu = 2/3$  (Unten). Deutlich sichtbar ist, dass bei  $\nu = 1/2$  das 2DES um so schneller abkühlt, um so heißer es ist, so wie es für Schwarzkörperstrahlung erwartet wird. Bei  $\nu = 2/3$  hingegen relaxiert das 2DES um so *langsamer*, je heißer es ist.

ergibt sich somit bei  $\nu = 1/2$ :

$$\frac{dT_{ne}}{dt} \propto -\frac{T_{ne}^4 - T_b^4}{T_{ne}} \propto T_{ne}^3 \quad (6.3)$$

Die Daten in Abbildung 6.2 sind mit diesem Potenzgesetz vereinbar. Der Term  $T_b^4$  ist gegenüber  $T_{ne}^4$  durch den hohen Exponenten für die gemessenen Temperaturen vernachlässigbar.

Im Gegensatz zu  $\nu = 1/2$  ist die Relaxationsrate  $dT_{ne}/dt$  bei  $\nu = 2/3$  reduziert für höhere  $T$ . Zur Erklärung dieses verblüffenden Faktes sind zwei Mechanismen möglich, die sich eventuell ergänzen.

Als erstes ist denkbar, dass die Leistungsabgabe einem schwächerem Potenzgesetz als der Schwarzkörperstrahlung folgt, d. h.  $P_e \propto T_{ne}^\kappa -$

$T_b^\kappa$  mit  $\kappa < 4$ . So würde eine Relaxation mit einem  $\kappa < 1$  bei einer spezifischen Wärme  $C \propto T$  die gemessene Relaxationsrate  $dT_{ne}/dt$  zeigen. Diese schwache Temperaturabhängigkeit von  $dT_{ne}/dt$  bei  $\nu = 2/3$  ist ein Hinweis, dass der Emissionsprozess ein anderer als bei  $\nu = 1/2$  ist. Anzunehmen ist die Emission bei einer einzigen, festen Energie, nämlich der Energie der Energielücke  $\Delta$ .

Zweitens ist ein lineares Ansteigen der spezifische Wärme  $C(T)$  nur für sehr tiefe Temperaturen  $T$  denkbar. Für ein 2DES mit einer Energielücke  $\Delta$  ist aus der Theorie, siehe Abschnitt 2.4.4, und aus anderen Experimenten, siehe Abschnitt 6.3, ein deutlich stärkerer Anstieg zu erwarten. Ob sich  $C$  in etwa linear oder mit einer hohen Potenz in  $T$  verhält, hängt stark vom Wert der Energielücke  $\Delta$  und dem betrachteten Temperaturbereich ab. Der Abfall der Relaxationsrate  $dT_{ne}/dt$  bei  $\nu = 2/3$  ist daher ein starkes Indiz für eine stark ansteigende spezifische Wärme  $C(T)$ .

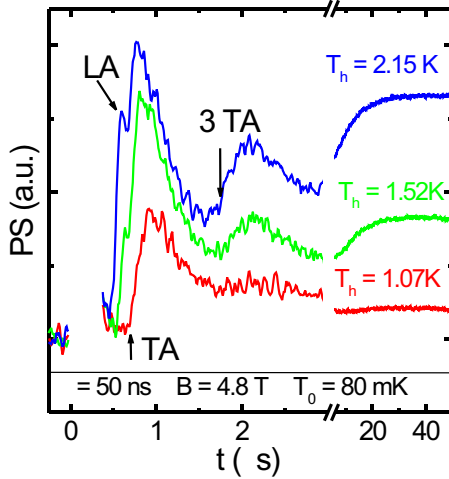
Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind in *Physica B* **298**, 164 (2001) veröffentlicht [105]. Die Abbildungen dieses Abschnitts sind daraus entnommen.

## 6.2 Phononenexperimente um $\nu = 1$ : Skyrmionen

In diesem Abschnitt werden Phononenabsorptionsexperimente um den integralen Füllfaktor  $\nu = 1$  gezeigt und mit Messungen um  $\nu = 1/2$  und  $1/3$  verglichen. Außerdem zeigen sich bei diesen Messungen besonders ausgeprägt die Absorption von LA- und TA-Phononen.

Da die Proben (Kapitel 3) und der Messaufbau (Kapitel 5) bereits eingehend beschrieben wurden, werden nur die Besonderheiten nochmals betont.

Die Probe wurde, im Gegensatz zu den ersten Experimenten in Abschnitt 6.1, aus einem Substrat mit besonderer Dicke von 2 mm hergestellt. Die daraus resultierende zeitliche Trennung von phononeninduziertem Signal und Störsignal durch elektromagnetisches Übersprechen verbessert das Signal-zu-Rausch-Verhältnis deutlich gegenüber den er-



**Abbildung 6.3:** Phononensignale mit sichtbarer Absorption von LA- und TA-Phononen, aufgenommen bei  $\nu = 0,92$  ( $B = 4,8$  T) mit verschiedenen Heizertemperaturen  $T_H = 1,07$  K,  $1,52$  K und  $2,15$  K und gleicher Heizerpulslänge  $\tau_H = 50$  ns und Basistemperatur  $T_0 = 80$  mK. Die Signale wurden gemittelt über  $10$  ns bzw.  $0,5 \mu\text{s}$  nach der Unterbrechung und das Störsignal durch Übersprechen entfernt. Auf langen Zeiten ( $t > 40 \mu\text{s}$ ) sind die Signale durch das Substratheizen bestimmt.

sten Arbeiten. Der Mäander auf der Vorderseite der Probe wurde mit  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  besonders groß gewählt, um zu gewährleisten, dass trotz der großen Dicke der Raumwinkel so groß ist, dass hinreichend viele Phononen vom  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  großem Heizer zum Mäander gelangen.

Aufgrund dieser Geometrie zeigt sich in dieser Probe eindrucksvoll die Absorption von LA- und TA-Phononen, siehe Abbildung 6.3. Die Messung wurde bei Füllfaktor  $\nu = 0,92$  ( $B = 4,8$  T) aufgenommen. Bei diesem Füllfaktor knapp neben  $\nu = 1$  steigt der Probenwiderstand stark an, hat als Funktion der Temperatur eine maximale Widerstandsänderung (siehe Abbildung A.3 in Anhang A.3) und ist somit extrem empfindlich für Phononenabsorption. Dadurch eignet sich dieser Füllfaktor ideal zum Nachweis ballistischer Phononen: Bereits bei minimaler Absorption von Phononen durch das 2DES zeigt sich ein

deutliches Messsignal. Gezeigt sind drei Messkurven für unterschiedliche Heizertemperatur  $T_H$  bei gleicher Heizerpulslänge  $\tau = 50$  ns und Basistemperatur  $T_0 = 80$  mK. Bei kurzen Zeiten ( $t < 0,3 \mu\text{s}$ ) nach Anlegen des Heizerpulses bei  $t = 0$  sind die Signale dominiert durch das elektromagnetische Übersprechen und sind deshalb aus der Abbildung entfernt. Anschließend zeigt sich deutlich die Absorption der ballistischen Nichtgleichgewichtsphononen.

Für kleine Heizertemperatur  $T_H = 1,07$  K und somit geringe Phononentemperaturen zeigt sich nur die Absorption von TA-Phononen, sichtbar am starken Signalanstieg nach einer Flugzeit der TA-Phononen  $\tau_{TA} = 0,59 \mu\text{s}$  und nach  $3 \times \tau_{TA}$ . Für höhere Heizertemperatur  $T_H = 1,52$  K wird auch die Absorption von LA-Phononen sichtbar und zwar durch den früheren Signalanstieg nach einer Flugzeit der LA-Phononen  $\tau_{TA} = 0,42 \mu\text{s}$ . Für noch höhere Heizertemperatur  $T_H = 2,15$  K wird der Heizeffekt durch LA- und TA-Phononen vergleichbar stark.

Die unterschiedliche Energieabhängigkeit spiegelt die in Kapitel 2.5.5 besprochenen Kopplungsmechanismen der beiden Phononenarten wieder [28]. LA-Phononen koppeln nur über Deformationpotential-Kopplung an das 2DES und es gilt

$$\text{Kopplung(LA)} \propto q \propto E_{\text{Phonon}} \quad (6.4)$$

TA-Phononen koppeln zusätzlich über die piezoelektrische Kopplung, die für kleine Energien stark ist:

$$\text{Kopplung(TA)} \propto q^{-1} \propto E_{\text{Phonon}}^{-1} \quad (6.5)$$

Für das Verhältnis von Signal durch LA zu TA-Phononen ergibt sich somit

$$\text{Signal} \frac{\text{LA}}{\text{TA}} \propto q^2 \propto E_{\text{Phonon}}^2 \quad (6.6)$$

Diese wird durch die Messung in Abbildung 6.3 bestätigt.

Der Vergleich von LA- und TA-Phononen zeigt darüber hinaus indirekt den in Kapitel 5.2 beschriebenen Effekt der Phononenfokussierung der TA-Phononen: Die LA-Phononen zeigen *keine* Mehrfachreflexionen, sie reflektieren gemäß ihres  $k$ -Vektors zwischen Vorder- und Rückseite und treffen daher nur einmal mit hinreichender Anzahl auf

das 2DES. Anders hingegen die TA-Phononen: Sie sind durch die Phononenfokussierung gezwungen, auf einer Flugbahn zwischen Rückseite und 2DES zu bleiben und es sind daher Mehrfachreflexionen messbar.

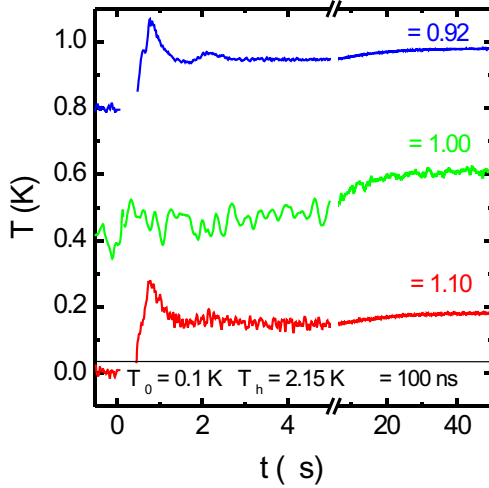
Auf langen Zeitskalen ( $t > 40 \mu\text{s}$ ) sind die Signale dominiert durch das in Kapitel 5.4 beschriebene Substratheizen: Nach einer gewissen Zeit sind alle Nichtgleichgewichtsphononen im GaAs-Substrat thermalisiert und 2DES und Substrat befinden sich im thermischen Gleichgewicht. Diese Gleichgewichtstemperatur  $T_b$  lässt sich mit den Heizerparametern *berechnen*. Für die im Folgenden gezeigten Füllfaktoren wurde jeweils in einer ersten Serie von Messungen systematisch der Wert des Phononensignals PS bei  $40 \mu\text{s} < t < 50 \mu\text{s}$  als Funktion variierender  $T_b$  gemessen und als Kalibrationskurve zur Umrechnung von PS (mV) nach PS (mK) benutzt. Es wurde also nicht, wie in späteren Messungen, eine Kalibrationskurve aus Gleichstrommessungen verwendet, da diese zu ungenau aufgenommen waren. Da die erreichten Gleichgewichtstemperaturen  $T_b$  wegen der möglichst moderat gehaltenen, im Substrat deponierten Leistungen nicht sehr hoch waren, ließen sich nur Phononensignale mit kleinen Amplituden kalibrieren.

In Abbildung 6.4 sind Messungen bei exaktem Füllfaktor  $\nu = 1$  ( $B = 4,4 \text{ T}$ ) und um  $\nu = 1$  herum gezeigt, alle aufgenommen bei einer Basistemperatur  $T_0 = 0,1 \text{ K}$  und einem Phononenpuls mit  $T_H = 2,15 \text{ K}$  und  $\tau = 100 \text{ ns}$ . Bei exakt  $\nu = 1$  ist *kein* Signal durch ballistische Phononen sichtbar, sondern erst eine 2DES Erwärmung zu späteren Zeiten durch das Substratheizen. Dies zeigt, dass die Energielücke  $\Delta$  bei  $\nu = 1$  zu groß ist, um durch die Phononen mit Energien von einigen Kelvin überwunden zu werden. Da die Energielücken des IQHEs typischerweise einige  $10 \text{ K}$  groß sind, ist dies auch zu erwarten. Die Messungen leicht neben  $\nu = 1$  zeigen ein deutliches Phononensignal, was bedeutet, dass die Energielücke sich *drastisch* reduziert hat.

Ein Vergleich mit Messungen bei  $\nu = 1/2$  und  $1/3$  unterstreicht, dass die Reduzierung ungewöhnlich stark ist, siehe Abbildung 6.5.

Bei  $\nu = 1/2$  ( $B = 8,8 \text{ T}$ ) und um  $1/2$  herum ist das Phononensignal nach Absorption eines Phononenpulses mit  $T_H = 2,15 \text{ K}$ ,  $\tau = 50 \text{ ns}$  von der Basistemperatur  $T_0 = 0,1 \text{ K}$  in etwa identisch, d. h. vom Füllfaktor unabhängig. Dies ist mit einer Anregung ohne Energielücke von CF vereinbar [105].

Auch bei  $\nu = 1/3$  und um  $1/3$  herum zeigen sich sehr ähnliche

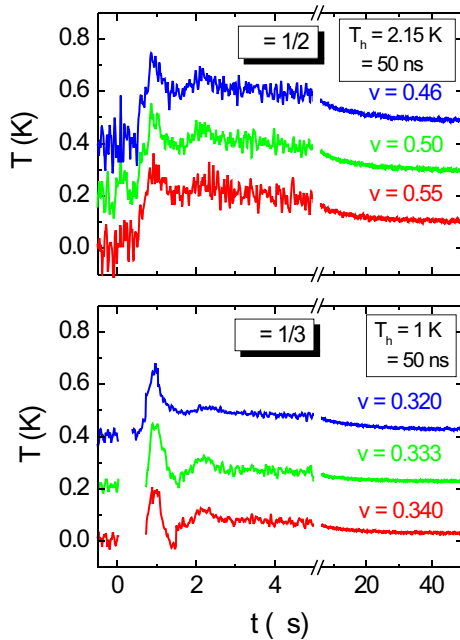


**Abbildung 6.4:** Änderung der 2DES Temperatur um Füllfaktor  $\nu = 1$  aufgrund eines 100 ns Phononenpulses mit  $T_H = 2.15$  K von der Basistemperatur  $T_0 = 0,1$  K. Die Signalkurven sind um 0,4 K versetzt, das Übersprechen rauskommentiert und wie in Abbildung 6.3 gemittelt. Bei exakt  $\nu = 1$  ist die anzuregende Energielücke zu groß, um von den Phononen überwunden zu werden. Knapp neben  $\nu = 1$  zeigt sich jedoch ein starkes Signal, was mit der überdurchschnittlichen Reduzierung der Energielücke durch Anregungen von Skyrmionen zu erklären ist.

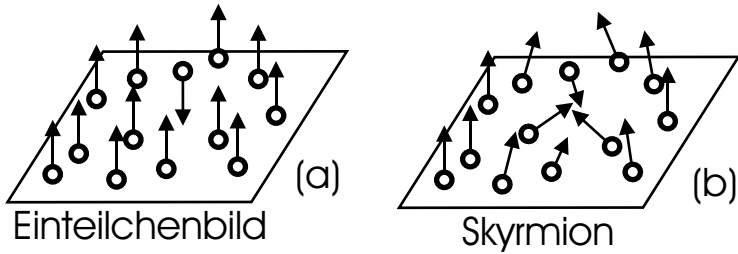
Phononensignale. Gezeigt sind Signale bei  $T_H = 1$  K,  $\tau = 50$  ns und  $T_0 = 0,1$  K. Die Anregung mit Phononen bei  $\nu = 1/3$  wird von Zeitler *et al.* [7] mit der Anregung über eine Energielücke, dort mit dem Wert  $\Delta \approx 7$  K, erklärt. Da die drei gemessenen Signale in Abbildung 6.5 deutlich ausgeprägt und etwa gleich stark sind, bedeutet dies, dass die Phononen in der Lage sind, die Energielücke zu überwinden, *und* das sich die Energielücke *nicht* stark als Funktion von  $B$  ändert. Dies unterstreicht nochmals das ungewöhnliche Anregungsspektrum um  $\nu = 1$ .

Als Grund für die deutliche Reduzierung der Energielücke sind mehrere Erklärungen möglich. So ist die Verteilung der  $k$ -Vektoren der





**Abbildung 6.5:** Änderung der 2DES Temperatur um Füllfaktor  $\nu = 1/2$  (Heizerpuls:  $T_H = 2,15$  K,  $\tau = 50$  ns) und  $1/3$  (Heizerpuls:  $T_H = 1,00$  K,  $\tau = 50$  ns) von der Basistemperatur  $T_0 = 0,1$  K. Alle Kurven sind um  $0,2$  K versetzt, vom Übersprechen bereinigt und gemittelt wie oben. Deutlich sichtbar ist, dass sich die Signalkurven gegenüber der Kurve beim exakten Füllfaktor nicht merklich ändern, im Gegensatz zu den Messungen bei  $\nu = 1$ .



**Abbildung 6.6:** (a) Einteilchenbild: 2DES nahe  $\nu = 1$  ist spinpolarisiert plus einem Elektron mit entgegengesetztem Spin. (b) Vielteilchenbild: Skyrmionische Anordnung. Das 2DES minimiert seine Energie durch Umordnen der Spins.

anregenden Nichtgleichgewichtsphononen nicht bekannt und es könnte daher sein, dass aufgrund der Dispersionsrelation des 2DES bei  $\nu = 1$  es zufälligerweise exakt bei  $\nu = 1$  keinen erlaubten Übergang gibt, wohingegen neben  $\nu = 1$  sehr wohl einen. Dies scheint nicht sehr realistisch, da ein solcher Mechanismus bei *allen* anderen Phononenexperimenten, inklusive denen in der Literatur, nicht beobachtet wurde.

Eine weitere, mögliche Erklärung wäre, dass die Zustandsdichte des 2DES einen ungewöhnlichen Verlauf hat. So könnte es sein, dass bei exakt  $\nu = 1$  es überhaupt keine freien Zustände zwischen erstem und zweitem Landau-Niveau gibt, leicht neben  $\nu = 1$  sich jedoch solche freien Zustände bilden. Der genaue Verlauf der Zustandsdichte ist zwar nicht bekannt, jedoch scheint diese Erklärung etwas spekulativ, auch weil ein solcher ungewöhnlicher Verlauf (meines Wissens) nicht theoretisch oder experimentell für irgendein 2DES bestätigt wurde.

Zur Erklärung wird eine Anregung von so genannten Skyrmionen favorisiert, deren Existenz für 2DESe bei  $\nu = 1$  theoretisch sehr stark vorhergesagt wird, siehe z. B. in [21], von experimenteller Seite jedoch zum Zeitpunkt dieser Arbeiten bisher nur indirekt nachgewiesen werden konnten, so in kernmagnetischer Resonanz [106] und Magnetotransport [107].

An Abbildung 6.6 ist ein Zustand eines 2DES bei  $\nu = 1$  schematisch gezeigt, der ein Skyrmion darstellt. Füllfaktor  $\nu = 1$  bedeutet, dass

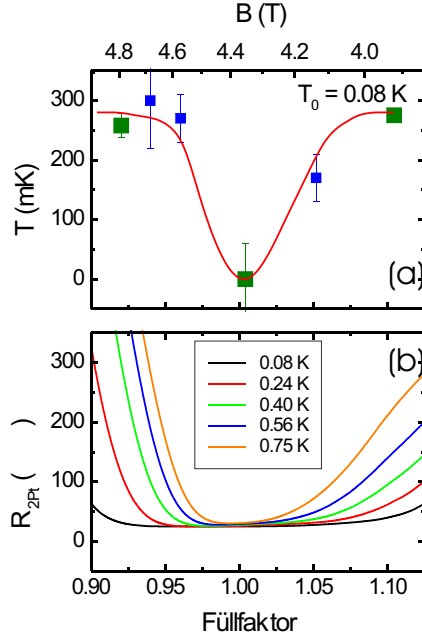
nur das unterste Landau-Niveau besetzt ist und unter Berücksichtigung des Zeeman-Terms in der Eigenenergie für die Spinaufspaltung bedeutet dies, dass der Zustand  $\nu = 1$  vollständig spinpolarisiert ist. Das nächste Landau-Niveau gehört zum selben Landau-Niveau-Index mit entgegengesetzter Spinrichtung.

Ein System in einem Zustand mit Füllfaktor knapp über dem exaktem Füllfaktor  $\nu = 1$  hat daher in einem naiven Einteilchenbild viele Elektronen mit Spin in die eine Richtung und einigen wenigen Elektronen in entgegengesetzter Richtung, wie in Abbildung 6.6a gezeigt. Der Zustand, in dem ein Spin in eine Richtung und alle Nachbarlektronen in die andere Richtung zeigen, ist energetisch sehr ungünstig.

In einem Vielteilchenbild minimiert das System seine Eigenenergie, indem viele Elektronen ihren Spin ein wenig kippen und so das jeweilige Nachbarlektron nur einen leichten Unterschied in der Spinrichtung hat, siehe Abbildung 6.6b. In der Summe über alle Elektronen hat sich dann ebenfalls genau ein Spin gedreht. Quantenmechanisch ist es erlaubt, dass Spins nicht parallel oder antiparallel zur Quantisierungsrichtung zeigen, solange nicht ein einzelnes Elektron beobachtet wird.

Ein solches System mit Skyrmionen kann mit Phononen deutlich leichter angeregt werden, da nicht die volle Energie für einen Prozess mit Umdrehen des Spins nötig ist. Somit lassen sich die in Abbildung 6.4 gezeigten Messdaten interpretieren: Exakt bei  $\nu = 1$  ist das 2DES spinpolarisiert und eine Anregung mit Phononen hat eine energetisch große Anregungslücke, da zusätzlich zur Energie für den Landau-Niveau-Übergang die Energie für ein Umdrehen des Spins aufgebracht werden muss. Neben  $\nu = 1$  ist die Energielücke drastisch reduziert, da das 2DES auch Spins in andere Richtungen aufweist und somit die Extraenergie reduziert wird.

Dieses Ergebnis wird nochmal in Abbildung 6.7 hervorgehoben: In (a) ist die maximale Temperaturänderung  $dT$  nach Absorption eines Standard Phononenpulses ( $T_H = 2.15$  K,  $\tau = 100$  ns) als Funktion des Füllfaktors/Magnetfeldes aufgetragen. Bei  $\nu = 1$  ist die Energielücke des 2DES zu groß für die Phononen, es wird kein Phononensignal gemessen. Neben  $\nu = 1$  reduziert sich die Energielücke drastisch, so dass sich ein deutliches Signal ausprägt. Das Phononensignal ist bereits für etwa  $d\nu \pm 0,05$  von  $\nu = 1$  maximal, was bedeutet, dass die Energielücke bereits vollständig verschwunden ist. Zum Vergleich ist noch der Pro-



**Abbildung 6.7:** (a) Maximale Änderung der 2DES Temperatur  $\Delta T$  um Füllfaktor  $\nu = 1$ , teilweise extrahiert aus Abbildung 6.4, nach Absorption eines Phononenpulses mit  $T_H = 2.15$  K,  $\tau = 100$  ns von  $T_0 = 0, 1$  K. Die rote Hilfslinie verdeutlicht, dass sich die Energielücke um  $\nu = 1$  herum stark reduziert und somit die Absorption stark zunimmt.

(b) Temperaturabhängigkeit der Probe um  $\nu = 1$ .

benwiderstand um  $\nu = 1$  in Abbildung 6.7b gezeigt.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind in *Physica E* **12**, 474 (2002) veröffentlicht [108]. Die Abbildungen dieses Abschnitts sind zum Teil daraus entnommen.

## 6.3 Phononenspektroskopie im FQHE

In diesem Abschnitt werden systematische Phononenmessungen bei einer Vielzahl fraktionaler Füllfaktoren vorgestellt. Das Prinzip der Phononenspektroskopie wurde bereits in Kapitel 5 detailliert beschrieben und die für Phononenexperimente optimierten Proben im Kapitel Kapitel 3 vorgestellt. Da die hier gezeigten Ergebnisse den Hauptteil dieser Arbeit darstellen, werden sie, teils wiederholend, möglichst komplett motiviert und gezeigt. Die wichtigsten Hauptpunkte werden unter dem Titel “Phonon Excitations of CF Landau Levels” mit den Autoren F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, D. Reuter, A. D. Wieck und R. J. Haug in Phys. Rev. Lett. veröffentlicht [30].

Im Folgendem werden Phononenmessungen bei den Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3$  und  $5/3$  gezeigt, wobei die Elektronendichte des 2DES mittels des persistenten Photoeffektes, der in Kapitel 3.4.1 beschrieben wird, über einen weiten Magnetfeldbereich  $B$  variiert wurde, so dass einige Füllfaktoren mehrmals für verschiedene  $B$  gemessen werden konnten. Es wurden insgesamt acht verschiedene Elektronenkonfigurationen erreicht. Für all diese Füllfaktoren wurde in einer ersten Messung die relative spezifische Wärme  $C_e/r_0$  bestimmt und, aufbauend auf diesen Daten, in einem zweiten Experiment eine Energielücke  $\Delta$  des jeweiligen Füllfaktors gemessen.

Alle Messdaten lassen sich hervorragend mit der CF-Theorie, die in Kapitel 2.3.2 behandelt wird, beschreiben. So zeigt sich, dass die mit Phononen angeregten Energielücken alle eine *wurzelförmige* Magnetfeldabhängigkeit aufweisen, die sich mit Landau-Niveau-Übergängen von CF erklären lassen und das aus diesen Wurzelformen sich für alle Messungen der *gleiche* Masseparameter  $\alpha$  der Composite Fermionen bestimmen lässt. Die Energielücken von  $\nu = 2/3$  hingegen zeigen eine *lineare* Magnetfeldabhängigkeit, was auf eine Anregung des für Phononen verbotenen Spinübergangs hindeutet. Dies ist ein Hinweis, dass der  $2/3$ -Grundzustand *nicht* vollständig spinpolarisiert ist und somit die einfache CF-Theorie zur Beschreibung nicht ausreicht.

Die vermessene Probe besteht aus einer GaAs-AlGaAs-Heterostruktur auf einem 2 mm dicken GaAs-Wafer und hat die Probenbezeichnung 1840-3. Das 2DES auf der Vorderseite ist in Form eines Mäanders mit einer Fläche von  $A = 1 \times 1 \text{ mm}^2$ , einer Länge von  $l = 10 \text{ mm}$

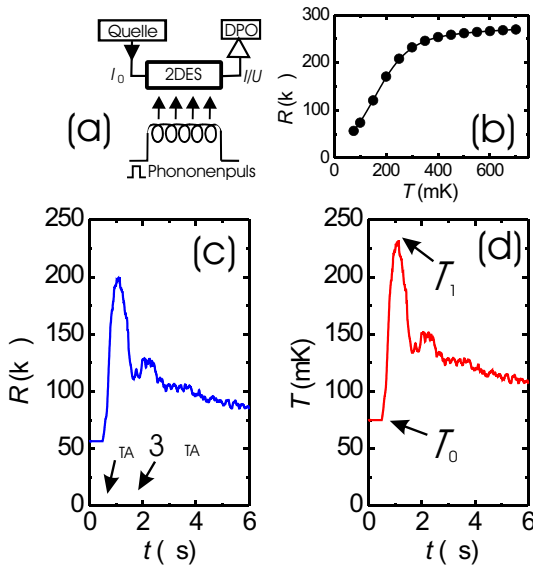
und einer Breite von  $w = 90\mu\text{m}$ , so dass das große Aspektverhältnis von  $l/w = 111$  den  $\rho_{xx}$ -Anteil im Zweipunktwiderstand maximiert, wodurch auch kleinste Änderungen in  $\rho_{xx}$  messbar sind. Auf der polierten Probenrückseite befindet sich exakt gegenüber der Konstantan-Heizer als Quelle der Nichtgleichgewichtsphononen.

Die Probe wurde auf dem Kaltfinger eines  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$  Entmischungskryostaten in die Bohrung eines supraleitenden Magneten mit einem maximalem Magnetfeld von 13 T/15 T versenkt. Die verwendeten Hochfrequenzkabel wurden möglichst gut thermisch angekoppelt, so dass bei konservativer Abschätzung die erreichte 2DES Temperatur  $T_{2DES} \lesssim 100$  mK bei einer Kryostattemperatur von  $T_{Kryo} = 75$  mK betrug.

In Abbildung 6.8a ist schematisch das Messprinzip gezeigt: Auf der Rückseite der Probe ist ein dünner Konstantan-Film aufgebracht, der als Phononenemitter dient. Durch Anlegen kurzer Strompulse mit der Dauer  $\tau_H$  werden Nichtgleichgewichtsphononenpulse an der Grenzfläche zwischen Heizer und GaAs erzeugt. Die Phononen sind charakterisiert durch ihr Schwarzkörperspektrum bei der Heizertemperatur  $T_H = (P_H/\sigma_{Kop}A_H + T_0^4)^{1/4}$ , wobei  $P_H$  die im Heizer dissipierte Leistung und  $\sigma_{Kop} = 524 \text{ W/m}^2\text{K}^4$  die Konstante für akustische Fehlanpassung an der Grenzfläche ist. Die Heizleistung  $P_H$  ist variabel einstellbar über die an den Heizer angelegte Spannung  $U_H$  mit  $P_H = U_H^2/R_H$ .  $R_H = 50,6 \Omega$  ist der Widerstand des Heizers, gemessen bei tiefen Temperaturen.

Nachdem die Nichtgleichgewichtsphononen in das GaAs einkoppeln, fliegen sie ballistisch durch das 2 mm dicke Substrat, treffen auf das 2DES nahe der Vorderseite und ein Teil von ihnen wird absorbiert. Dies heizt das 2DES auf, wodurch sich sein Widerstand ändert. Diese Widerstandsänderung wird durch eine zeitliche Änderung des Durchgangstromes  $I$  gemessen, der durch einen 10-MHz-Stromverstärker erhöht und mit einem digitalem Phosphor-Oszilloskope über bis zu ein paar Millionen Spuren gemittelt wird.

In Abbildung 6.8c ist zur Veranschaulichung ein Phononensignal beim Füllfaktor  $\nu = 2/3$  gezeigt. Deutlich sichtbar ist ein Anstieg des Probenwiderstandes nach einer Flugzeit der TA-Phononen  $\tau_{TA} = 0,6 \mu\text{s}$  und durch mehrfach reflektierte Phononen nach dreifacher Flugzeit. Durch die Mehrfachreflexionen ist deutlich, dass der Phononen-



**Abbildung 6.8:** (a) Schematischer Messaufbau mit dem 2DES auf der Probenvorderseite und dem Heizer auf der Rückseite.

(b) Kalibrationskurve, aufgenommen im thermischen Gleichgewicht bei  $\nu = 2/3$ ,  $n_e = 0,89 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$ .

(c) Phononensignal für gleiches  $\nu$  und  $n_e$  nach einem Phononenpuls mit  $T_H = 2,09 \text{ K}$ ,  $\tau_H = 10 \text{ ns}$  bei  $t = 0$ . Das 2DES wurde von einer Basistemperatur  $T_0 = 75 \text{ mK}$  angeregt.

(d) Gleiches Phononensignal in Temperatur gegen Zeit, bestimmt aus der Roh-Signalkurve (c) mit der Kalibrationskurve (b). Mit  $T_1$  ist das Maximum des ersten Aufheizens gekennzeichnet.

transport durch die Probe ballistisch und nicht diffusiv ist und somit das auf der Rückseite erzeugte Spektrum der Phononen  $u_\omega$  auf das 2DES auftrifft. Nach typischerweise 1 ms, abhängig von der durch den Heizer in das Substrat deponierten Leistung, kühlt die Probe wieder zurück zur Ausgangstemperatur und das Experiment wird wiederholt.

Mit einer bei Gleichgewichtsbedingungen aufgenommenen Kalibrati-

onskurve wird jedes Roh-Signal in ein Phononensignal mit Temperatur gegen Zeit umgerechnet. Die Gültigkeit dieser Methode wurde von Benedict und Hills [109] theoretisch bestätigt. In Abbildung 6.8b ist die Kalibrationskurve für das Beispiel gezeigt. Der Anstieg des Widerstandes als Funktion der Temperatur ist typisch für thermische Aktivierung über eine Energielücke, d. h. da alle in diesem Abschnitt gezeigten Füllfaktoren eine Energielücke aufweisen, zeigen alle ihre Kalibrierungskurven einen solchen Anstieg. Die Kalibrierungskurven wurden direkt vor und nach jedem einzelnen Phononenexperiment nach Abkühlen des 2DES aufgenommen, um zu gewährleisten, dass sich die Probe nicht zwischen Phononenmessung und Kalibrierung verändert.

Diese Methode wird für jede Messung mit Hilfe der Thermometrie, siehe Kapitel 5.4, verifiziert: Nach einer gewissen Zeit ( $\approx 10 \mu\text{s}$ ) sind alle Nichtgleichgewichtsphononen im GaAs-Substrat thermalisiert und Substrat und 2DES befinden sich im thermischen Gleichgewicht. Dies wird durch den sich kaum ändernden 2DES Widerstand *gemessen*. Mit der bekannten spezifischen Wärme von GaAs und der durch den Heizer in das Substrat eingebrachten totalen Energie  $P_H \tau_H$  lässt sich *berechnen*, welche Temperatur das 2DES haben sollte. Berechnete und gemessene Gleichgewichtstemperatur stimmen gut überein, wobei die gemessene Temperatur durch die gute thermische Ankopplung systematisch leicht kälter ist.

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass mit Kapitel 5 eine ausführliche, komplette Beschreibung des Messprinzips der Phononenspektroskopie gegeben wird.

Um aus den Phononenexperimenten quantitative Daten zu ziehen, wird das in Kapitel 2.5.6 entwickelte “einfache Modell für Phononenabsorption” auf die Messungen angewandt. Im allgemeinsten Fall lässt sich die 2DES Energiebilanz unter Phononenabsorption schreiben als:

$$\begin{aligned} dE &= dE_{abs} - dE_{emitt} \\ C(T) dT &= r(T, T_H) P_H dt - P_e(T, T_0) dt, \end{aligned} \quad (6.7)$$

Hierbei ist  $C(T)$  die spezifische Wärme des 2DES,  $T$  die 2DES Temperatur zu Zeitpunkt  $t$ ,  $r(T, T_H)$  ein Absorptionskoeffizient, der angibt, welcher Teil der Nichtgleichgewichtsphononen absorbiert wird,  $T_H$  die Heizertemperatur,  $P_H$  die Heizleistung,  $P_e$  die vom 2DES emittier-



te Leistung und  $T_0$  die Basistemperatur des 2DES, also vor Phononenabsorption. Dieses Modell wird im Folgenden an das Experiment angepasst.

In den Phononenexperimenten werden sehr kurze (10 ns) Heizerpulse mit einer moderaten Heizerleistung verwendet. Bei der Analyse der Signalhöhe des ersten ballistischen Auftreffens der Phononen ist daher der Absorptionsterm dominant gegenüber der Emission ( $dE_{emitt} \rightarrow 0$ ). Im FQHE-Regime kann bei Absorption über eine Energielücke  $\Delta$  der Absorptionskoeffizient  $r$  konstant gesetzt werden, wenn  $\Delta/k_B \gg T$  ist, da in diesem Fall der Grundzustand nahezu voll und der angeregte Zustand nahezu leer ist. Dann gilt  $r(T, T_H) \rightarrow r_0$  mit  $0 < r_0 \leq 1$ . Integrieren von Gleichung 6.7 unter diesen Annahmen über die Heizerpulslänge  $\tau_H$  ergibt:

$$\int_{T_0}^{T_1} C(T) dT = r_0 P_H \tau_H, \quad 0 < r_0 \leq 1 \quad (6.8)$$

Hierbei ist  $T_0$  die 2DES Temperatur vor der Phononenabsorption, entspricht also der Substrattemperatur, und  $T_1$  die maximale Signalhöhe nach dem ersten Auftreffen der ballistischen Phononen. Laut des Mittelwertsatzes der Integralrechnung gibt es ein  $T^*$  für das dann gilt:

$$(T_1 - T_0) C(T^*) = r_0 P_H \tau_H, \quad T_1 \geq T^* \geq T_0 \quad (6.9)$$

Mit dem *Ansatz*, dass  $T^*$  genau der Mittelwert zwischen  $T_0$  und  $T_1$  ist, ist somit ein Ausdruck für die relative spezifische Wärme  $C(T_e)/r_0$  gefunden:

$$C(T_e)/r_0 = \frac{P_H \tau_H}{T_1 - T_0}, \quad T_e := \frac{T_1 - T_0}{2} \quad (6.10)$$

Die spezifische Wärme ist in dem Sinne “relativ”, dass der Absorptionskoeffizient  $r_0$  zwar unbekannt, aber konstant ist mit  $0 < r_0 \leq 1$ .

In einer ersten Serie von Experimenten wird der Temperaturverlauf der relativen spezifischen Wärme  $C_e(T)/r_0$  für jeden einzelnen untersuchten Füllfaktor  $\nu$  bestimmt. Hierzu wird für feste Heizerleistung  $P_H$  die Basistemperatur  $T_0$  variiert und  $T_1$  als Antwort der Probe gemessen.

Hierbei ist die Wahl der richtigen Heizertemperatur  $T_H$  für den kleinst möglichen Fehler entscheidend: Ist  $T_H$  zu heiß, dann wird das

2DES zu stark aufgeheizt und der Unterschied zwischen  $T_0$  und  $T_1$  wird so groß, dass der *Ansatz*  $T^* = \frac{T_1 - T_0}{2}$  zu ungenau wird. Dieser Ansatz ist exakt für einen linearen Temperaturanstieg von  $C_e(T)/r_0$  und daher für jeden anderen Verlauf um so genauer, je besser sich ein Teilstück linear approximieren lässt. Ist die Heizertemperatur  $T_H$  hingegen zu klein gewählt, dann ist der Unterschied zwischen  $T_0$  und  $T_1$  zu klein. In diesem Fall ist der Fehlerbalken von  $C_e/r_0$  groß, da  $T_1 - T_0$  in Gleichung 6.10 im Nenner steht, d. h. kleine Fehler in  $T_1$  verursachen große Fehler in  $C_e/r_0$ .

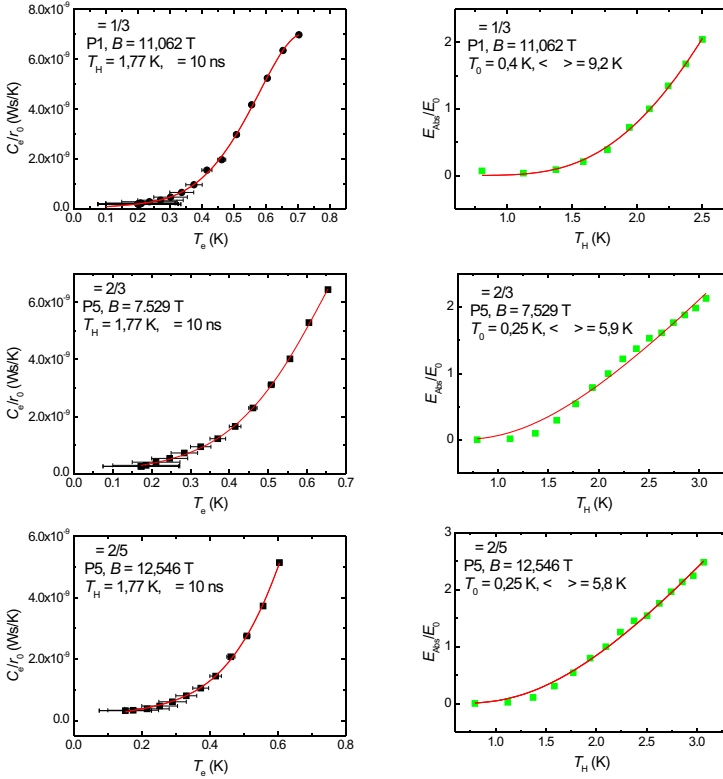
Es wurden wegen obiger Schwierigkeiten mehrere Datensätze mit variierenden Parametern für jede einzelne spezifische Wärme aufgenommen, die in der Auswertung einen sehr gut vergleichbaren Temperaturverlauf zeigen. Typische Heizerspannungen sind  $U_H = 0,3$  V,  $0,5$  V und  $0,7$  V, die den Heizertemperaturen  $T_H = 1,37$  K,  $1,77$  K und  $2,09$  K bei  $T_0 = 75$  mK entsprechen.

In den Abbildungen 6.9 und 6.10 sind jeweils in der linken Spalte die relativen spezifischen Wärmen  $C_e/r_0$  der untersuchten Füllfaktoren exemplarisch gezeigt. Die nicht gezeigten relativen spezifischen Wärmen von gleichen Füllfaktoren anderer Elektronenkonzentration zeigen vergleichbare Verläufe. Zu betonen ist, dass die relativen spezifischen Wärmen *nicht* in willkürlichen Einheiten angegeben sind, sondern modulo dem unbekanntem Absorptionskoeffizienten  $r_0$  mit  $0 < r_0 \leq 1$ . Das hat den Vorteil, dass sich die verschiedenen Kurven besser untereinander vergleichen lassen und, wenn eine Theorie für  $r_0$  gefunden wird, sich  $C_e$  sogar absolut angeben lässt.

Die gezeigten relativen spezifischen Wärmen sind auf zwei Arten angeglichen: Zum einen mit einer pur phänomenologischen Funktion, genauer einem ungeraden Polynom 7ter Ordnung. Diese Funktion passt sich im untersuchtem Temperaturbereich besonders gut an die Daten an und wird in der unten folgenden Bestimmung der Energielücke verwendet. Diese Polynome zeigen einen sehr steilen Anstieg der spezifischen Wärme und entsprechen mit diesem Verlauf der von Chakraborty und Pietiläinen in [26] gezeigten theoretischen Erwartung eines 2DES mit einer ausgeprägten Energielücke  $\Delta$ , siehe Kapitel 2.4.4. Die zweite Funktion ist die ebenfalls von Chakraborty und Pietiläinen gegebene allgemeine Form:

$$C \propto (1/T)^2 \exp(-\Delta_C/T) \quad (6.11)$$





**Abbildung 6.10:** Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/3$  und  $2/5$ :  
 Links: Relative spezifische Wärme  $C_e/r_0$  des 2DES. Die Linien für  $2/3$  und  $2/5$  sind angepasste Funktionen mit der theoretischen Vorhersage von Chakraborty und Pietiläinen [26] plus einer Konstante.  
 Rechts: Absorbierte Energie  $E_{abs}$  des 2DES, normiert mit ihrem Wert  $E_0$  für  $T_H = 2,09 \text{ K}$ . Die Linien sind angepasste Funktionen für Anregung über eine Energielücke  $\Delta$ .

plus einer Konstanten. Diese Konstante könnte durch eine endliche (thermodynamische) Zustandsdichte innerhalb der Energielücke stammen [7]. Auch diese Funktion passt interessanterweise prinzipiell an die Daten, was meines Wissens bisher so noch nicht gezeigt werden konnte. Allerdings stimmen die so ermittelten Energielücken  $\Delta_C$  nicht mit den später genauer bestimmten  $\Delta$  überein.

Anzumerken ist, dass jedes reale 2DES endlich ist und daher das Energiespektrum diskret ist, wodurch es immer eine (eventuell kleine) Energielücke  $\Delta$  gibt. Wegen Unordnung, Verunreinigungen und endlicher Probengröße realer 2DESe ist die Energielücke  $\Delta_C$  systematisch vom theoretischen Wert  $\Delta$  reduziert. Die Analyse von Chakraborty und Pietiläinen für mehrere Füllfaktoren  $\nu$  zeigt, dass der Temperaturverlauf von  $C$  ein Maximum ähnlich einer Schottky-Anomalie aufweist, dessen Höhe von der Energielücke  $\Delta$  und vom g-Faktor abhängt. Die mit den Phononenabsorptionsexperimenten gemessenen spezifischen Wärmen sind alle im Temperaturbereich unterhalb des Maximums aufgenommen.

In einer zweiten Serie von Phononenexperimenten wurden nun die Energielücken der verschiedenen Füllfaktoren bestimmt. Diesmal wurde die Heizertemperatur  $T_H$  variiert und die 2DES Basistemperatur  $T_0$  gleich gelassen. Durch Erhöhen von  $T_H$  wird die Anzahl an Phononen für jede Wellenlänge erhöht, vergleiche Kapitel 5.2. Da die Absorption von Phononen hauptsächlich an der Energielücke  $\Delta$  stattfindet, erhöht sich die absorbierte Energie folglich bei Erhöhung von  $T_H$  wie

$$E_{abs} \propto \frac{1}{\exp(\Delta/T_H) - 1} \quad (6.12)$$

Die vom 2DES absorbierte Energie  $E_{abs} = r(T, T_H)P_H\tau_H$  als Funktion von  $T_H$  wird aus den Messdaten bestimmt durch Einsetzen der gemessenen  $T_0$  und  $T_1$  in Gleichung 6.8 und Integration über das vorher bestimmte  $C_e$ .

Hierbei wurde die (unphysikalischere, aber genauere) polynomische Funktion für  $C_e$  verwendet, weil durch den steilen Anstieg von  $C_e$  kleine Fehler im Verlauf die Fläche unter  $C_e$  für große  $T_1$  stark ändert und somit  $E_{abs}$  verfälscht. Dies macht nochmal die Schwierigkeit des Experimentes von physikalischer Seite deutlich: Durch den steilen Anstieg

**Tabelle 6.1:** Die Probe in ihren acht Elektronenkonfigurationen # mit Elektronendichte, Mobilität und gemessenen Energielücken  $\Delta$ .

#	$n$ [ $10^{15} \text{ m}^{-2}$ ]	$\mu$ [ $\text{m}^2/\text{Vs}$ ]	$\Delta$ [K] für $\nu =$						
			5/3	4/3	2/3	3/5	4/7	2/5	1/3
1	0,89	102			3,2			4,9	9,2
2	0,95	109			4,1			5,3	8,2
3	1,03	119			4,5			5,9	8,9
4	1,13	131			4,8			5,8	
5	1,21	144			4,9			5,7	
6	1,36	168			6,0				
7	1,46	187			6,7				
8	1,50	193	5,6	6,5	6,6	5,9	4,3		

von  $C_e$  muss  $T_1$  *sehr genau* gemessen werden. *Oder* das zweite Absorptionsexperiment wird in einem Temperaturbereich vorgenommen, wo sich  $C_e$  noch nicht so sehr ändert. Um diesen Temperaturbereich gezielt mit den Parametern genau zu erfassen, müssen die Messdaten schon komplett während der Messphase ausgewertet werden.

In den Abbildungen 6.9 und 6.10 sind jeweils in der rechten Spalte die absorbierten Energien aller untersuchten Füllfaktoren exemplarisch gezeigt. Es zeigt sich bei allen Kurven der mit Gleichung 6.12 theoretisch vorhergesagte Verlauf für Anregung über eine Energielücke  $\Delta(\nu, B)$ . Die Energielückenwerte wurden durch Mitteln über verschiedene Experimente mit verschiedenen  $C_e(T_H)$  und Basistemperaturen  $T_0$  bestimmt. Alle einzeln bestimmten Energielücken liegen innerhalb von  $\pm 10\%$  des Mittelwertes  $\Delta$ .

In Tabelle 6.1 sind alle gemessenen Energielücken aufgelistet. Es wurden die Energielücken für acht verschiedene Elektronenkonzentrationen der Füllfaktoren  $\nu = 2/3, 2/5$  und  $1/3$  bis zum maximal erreichbaren Magnetfeld (ohne  $\lambda$ -Stufe) von  $B = 13$  T bestimmt. All diese Füllfaktoren haben ein gut ausgeprägtes Minimum im Längswiderstand für alle Elektronenkonzentrationen. Die zusätzlich vermessenen Füllfaktoren  $\nu = 4/3, 5/3, 3/5$  und  $2/7$  sind nur bei der höchsten Mobilität ausgeprägt und wurden daher nur dort vermessen.

Alle gemessenen Energielücken  $\Delta$  der verschiedenen Füllfaktoren

und Elektronenkonzentrationen sind graphisch in Abbildung 6.11a visualisiert. Zum Vergleich sind auch die aus Magnetotransport bestimmten Energielücken in 6.11b gezeigt.

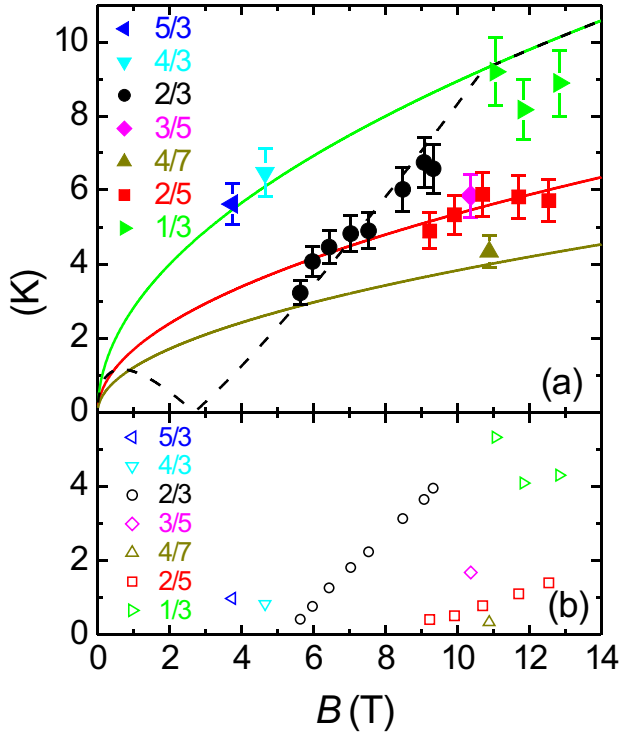
Die Bestimmung von Energielücken aus Magnetotransport ist eine etablierte Methode, die z. B in [110] gezeigt wird: Es wird die Temperaturabhängigkeit des Längswiderstand der Probe gemessen und in eine so genannte Arrhenius-Darstellung ( $\log(\rho_{xx})$  gegen  $1/T$ ) gebracht. Da für  $\rho_{xx} \propto \exp(\Delta/2k_B T)$  gilt, zeigt sich im Bereich des aktivierten Transportes ein linearer Anstieg, aus dem  $\Delta$  bestimmt wird. Für aus Transportmessungen ermittelte Energielücken ist bekannt, dass sie durch Unordnung systematisch um einige Kelvin verringert sind. Aus den so bestimmten Energielücken von  $\nu = 2/3$  und  $2/5$  ließ sich der g-Faktor von CF bestimmen, was in Kapitel 4.1 ausführlich behandelt wird.

Um die in Abbildung 6.11 gezeigten Resultate für die verschiedenen Füllfaktoren  $\nu$  zu diskutieren, werden sie in der CF-Theorie des FQHE, welche in Kapitel 2.3.2 gezeigt wird, behandelt. Dort wird gezeigt, dass die stark wechselwirkenden Elektronen im 2DES in einem hohen Magnetfeld  $B$  ihre Grundzustandsenergie minimieren, indem sie sich zu neuen Quasiteilchen umformen. Diese Quasiteilchen heißen CF und sind aus einem Elektron und  $2m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) magnetischen Flussquanten  $\phi_0$  zusammengesetzt. Diese CF erfahren durch die Aufnahme der  $2m$  Flussquanten nur noch ein effektives Magnetfeld  $B_{eff} = B - 2m\phi_0 n_e$ , wobei bei  $\nu = 1/2$  das externe Magnetfeld vollständig abgeschirmt wird, so dass  $B_{eff}(\nu = 1/2) = 0$  gilt. Es gibt eine starke Analogie zwischen der Bewegung von Elektronen im Magnetfeld, also dem IQHE, und der Bewegung von CF im effektiven Magnetfeld, dem FQHE. So bilden die CF ebenfalls Landau-Niveaus aus und es lässt sich ein CF-Füllfaktor  $p$  definieren über:

$$\nu = \frac{p}{2mp + 1}, \quad p = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (6.13)$$

Das Vorzeichen von  $p$  gibt die Richtung des effektiven Magnetfeldes an. Die Energieniveaus für  $|p|$  gefüllte CF-Landau-Niveaus können dann geschrieben werden als [43]

$$E_{nps}(B) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c^*(p, B) + sg\mu_B B \quad (6.14)$$



**Abbildung 6.11:** (a) Darstellung aller mit Phononen angeregten Energielücken  $\Delta$ , gemessen für eine Vielzahl fraktionaler Füllfaktoren als Funktion des Magnetfeldes  $B$  bzw. für verschiedene Elektronendichten  $n_e$ . Die durchgezogenen Linien entsprechen CF-Landau-Niveau-Übergängen, die mit nur einem einzigen Parameter an die Daten angepasst sind, dem CF-Masseparameter  $\alpha = 0,158(\pm 0,006)$ . Die gestrichelte Linie entspricht dem für Phononen normalerweise verbotenen Spinübergang von  $\nu = 2/3$ .

(b) Zum Vergleich die aus Magnetotransport bestimmten Energielücken, die systematisch kleiner sind.



Hierbei ist  $\hbar\omega_c^*$  die Zyklotron Energie der CF und  $s$  die Spinquanten-  
zahl. Die CF-Zyklotronenergie ist nur durch Coulomb-Wechselwirkungen  
bestimmt und hat die Form [111]

$$\hbar\omega_c^* = \frac{\hbar e B}{m^*(2p \pm 1)} \quad (6.15)$$

mit einer CF-Masse  $m^*$ , für die gilt:

$$m^* = m_0 \alpha \sqrt{B[\text{T}]} \quad (6.16)$$

Hierbei ist  $\alpha$  ein dimensionsloser Parameter. Durch die Existenz der  
CF-Landau-Niveaus wird deutlich, woher die Energielücken im FQHE  
stammen: Es sind Übergänge zwischen eben diesen Niveaus.

Da Phononen keinen Spin tragen, erwartet man in einem Phonon-  
absorptionsexperiment, dass die niedrigsten Anregungen eines CF-  
Zustandes Landau-Niveau-Übergänge von  $n$  nach  $n + 1$  mit *gleichem*  $s$   
sind. Die Phononen können schließlich wegen Spinerhaltung den Spin  
nicht drehen. Es ergibt sich daher:

$$\Delta(p, B) = E_{n+1} - E_n = \hbar\omega_c^* = \frac{\hbar e B}{m_0 \alpha \sqrt{B[\text{T}]}(2p \pm 1)} \quad (6.17)$$

Es wird also eine wurzelförmige Magnetfeldabhängigkeit für  $\Delta$  erwar-  
tet, die sich mit *einem einzigen* Parameter, dem CF-Masseparameter  
 $\alpha$ , an die Messdaten angleichen lässt.

Die in Abbildung 6.11 gezeigten Linien entsprechen Landau-Niveau-  
Übergängen, die an die Energielücken der Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5,$   
 $4/7, 3/5, 4/3$  und  $5/3$  angepasst sind mit  $\alpha = 0,158 (\pm 0,006)$ . Hierbei  
werden die Füllfaktoren zwischen  $\nu = 1$  und  $2$ ,  $\nu = 4/3 = 1 + 1/3$   
und  $\nu = 5/3 = 1 + 2/3$ , behandelt als  $1/3$  bzw.  $2/3$  plus einem in-  
erten, vollständig besetzten Landau-Niveau, da das untere elektronische  
Landau-Niveau  $\nu = 1$  vollständig besetzt ist und somit nicht zum Mag-  
netotransport beiträgt. Der so bestimmte Wert des CF-Masseparameters  
 $\alpha$  ist in *exakter* Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage von  
Park und Jain in Gleichung (1) von [111].

Verglichen mit den oben beschriebenen Füllfaktoren verhalten sich  
die mit Phononen bestimmten Energielücken von  $\nu = 2/3$  deutlich

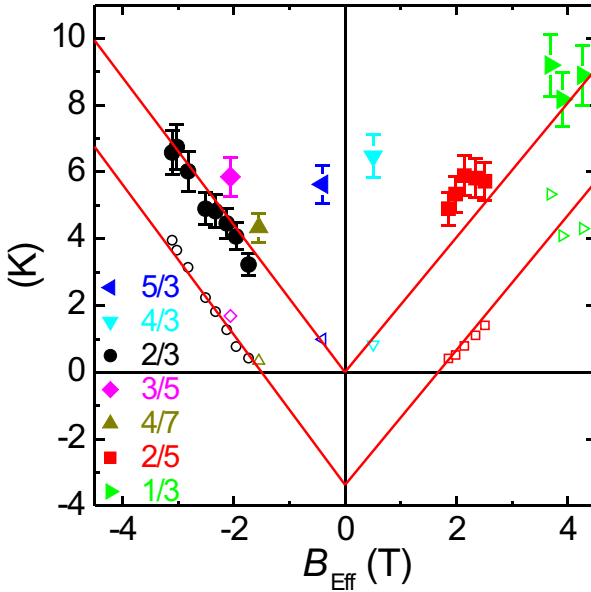
anders: Sie können in keiner Weise mit der wurzelförmigen Magnetfeldabhängigkeit von CF-Übergängen beschrieben werden. Sie zeigen statt dessen eine lineare Abhängigkeit,  $\Delta(\nu = 2/3) \propto (B - B_c)$ , was sehr stark auf den für Phononen verbotenen Übergang zwischen Niveaus verschiedener Spins hinweist. Hierbei wäre  $B_c \approx 2,8$  T das kritische Magnetfeld, wo sich der  $\nu = 2/3$  Zustand von einem spinunpolarisierten in einen spinpolarisierten ändert.

Diese Vermutung wird auch durch die mit Magnetotransport bestimmten Energielücken von  $\nu = 2/3$  unterstützt, siehe Abbildung 6.11b. Sie zeigen den *gleichen* linearen Anstieg wie die Phononenenergielücken, reduziert um eine Konstante durch Unordnung.

Um diese Interpretation genauer zu analysieren, sind die gleichen Energielücken in einer zweiten Abbildung als Funktion des *effektiven* Magnetfeldes  $B_{eff}$  gezeigt, siehe Abbildung 6.12. Bei den Energielücken von  $\nu = 2/3, 3/5$  und  $4/7$  fällt auf, dass die Transportenergielücken auf einer Gerade liegen, wogegen die Phononenenergielücken nicht. Dies hieraus lassen sich mehrere Dinge folgern:

- Mit Magnetotransport werden die kleinsten Energielücken angeregt.
- Die Energielücken sind durch Unordnung um eine Konstante, hier etwa 3,2 K, reduziert und dies ist unabhängig vom Füllfaktor.
- Bei  $\nu = 2/3$  wird die für Phononen wegen Spineralterhaltung eigentlich verbotene Spinenergielücke angeregt.
- Da die Phononenenergielücken von  $\nu = 3/5$  und  $4/7$  oberhalb von  $2/3$  liegen, ist dies eine weitere Bestätigung, dass hier Landau-Niveau-Übergänge angeregt werden.
- Da sich die Phononenenergielücken durch eine Gerade durch den Ursprung angleichen lassen, sind mit Phononen bestimmte Energielücken nicht durch Unordnung, die größer als einige Phononenwellenlängen ist, betroffen

Gerade der letzte Punkt ist eine der Hauptmotivationen für Phononenexperimente, der theoretisch sehr stark gefordert wird, der jedoch meines Wissens bisher experimentell nicht bewiesen wurde.



**Abbildung 6.12:** Darstellung alle mit Phononen (geschlossene Symbole) bzw. aus Magnetotransport (offene Symbole) bestimmten Energielücken  $\Delta$  gegen das effektive Magnetfeld  $B_{eff} = B - B(\nu = 1/2)$  (bzw. relativ zu  $B(\nu = 3/2)$  für  $\nu = 5/3$  und  $4/3$ ). Die Transportlücken sind durch Unordnung systematisch um  $\approx 3,2$  K verringert. Außerdem zeigt sich, dass Phononen andere Übergänge als im Magnetotransport anregen.

Die Energielücken des Füllfaktors  $\nu = 2/5$  sind im Magnetotransport eindeutig die der Spin Energielücke, wogegen die mit Phononen bestimmte Lücke ein Landau-Niveau-Übergang darstellt. Dies wird auch mit der Lage der berechneten Energieniveaus bestätigt. Hierbei wurde der in Kapitel 4.1 unabhängig bestimmte g-Faktor benutzt.

Da die Fehlerbalken bei  $\nu = 1/3$  durch die höhere Energielücke größer als bei den anderen untersuchten Energielücken ist, lässt sich hier aus Abbildung 6.12 nicht eindeutig bestimmen, welche Übergänge angeregt wurden

Die Füllfaktoren des zweiten integralen Landau-Niveaus  $\nu = 4/3$  und  $5/3$  haben ihr aufhebendes Feld bei  $B(\nu = 3/2)$  und sind daher nicht mit den anderen Daten zu vergleichen. Auffallend ist hier, dass die Phononenenergielücken und die Transportlücken deutlich unterschiedlich sind, was darauf hindeutet, dass die Phononen einen anderen Übergang als im Transport anregen. Dies ist auch durch das geringe Magnetfeld  $B$  zu erwarten, jedoch ist dies spekulativ, da der g-Faktor dieser Füllfaktoren nicht bekannt ist und sich somit die exakte Lage der Energieniveaus nicht berechnen lässt.

Die Tatsache, dass bei  $\nu = 2/3$  mit Phononen der Spinübergang angeregt wird, zeigt, dass der  $\nu = 2/3$  Zustand nicht mit unabhängigen Spin- und Landau-Niveau-Index beschrieben werden kann. In diesem Fall wäre eine Spinerhaltung hinfällig und der Übergang mit Phononen möglich. Diese Interpretation wird auch von neuesten theoretischen [82] und experimentellen [84] Veröffentlichungen unterstützt, in denen es Hinweise gibt, dass der  $\nu = 2/3$  Zustand auch in hohen Magnetfeldern nicht vollständig polarisiert ist.

In diesem Abschnitt wurden systematische Phononenabsorptionsexperimente an den Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3$  und  $5/3$  gezeigt. Hierbei wurde die Elektronendichte der Probe zu acht verschiedenen Konfigurationen variiert, so dass einige Füllfaktoren mehrfach über einen weiten Magnetfeldbereich vermessen werden konnten. Aus den Messdaten wurde für alle Füllfaktoren der Temperaturverlauf der relativen spezifischen Wärme  $C_e/r_0$  bestimmt. Aufbauend auf diesem Ergebnis wurde in einem zweiten Phononenexperiment eine Energielücke für jeden Füllfaktor ermittelt und mit den ebenfalls bestimmten Energielücken aus Magnetotransport verglichen. Die Messdaten lassen sich hervorragend in CF-Theorie als Übergänge

von CF-Landau-Niveaus beschreiben, wodurch die CF-Masse, beschrieben durch den Parameter  $\alpha$ , bestimmt wurde. Für die CF-Masse gilt  $m^* = m_0\alpha\sqrt{B[\text{T}]}$  und es wurde ein  $\alpha = 0,158(\pm 0,006)$  gefunden, welches *exakt* mit der Theorie übereinstimmt. Die für  $\nu = 2/3$  gemessenen Energielücken hingegen gehören zum für Phononen eigentlich verbotenen Spinübergang, was auf einen komplexen, nicht vollständig spinpolarisierten  $2/3$ -Zustand hinweist.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind in Phys. Rev. Lett. **93**, 026801 (2004) veröffentlicht [30] und als proceeding der SemiMag-16, Tallahassee 2004 [112]. Die Abbildungen dieses Abschnitts sind zum Teil daraus entnommen.

## 6.4 Phononenexperimente bei $\nu = 1/2$ : spezifische Wärme von CF

In diesem Abschnitt werden die Messungen bei Füllfaktor  $\nu = 1/2$  präsentiert. Diese Messungen entstanden in derselben Messkampagne wie die Messungen des vorherigen Abschnitts 6.3 und es soll daher nur sehr kurz auf die Probe und den Messaufbau eingegangen werden. Der prinzipielle Unterschied von Füllfaktor  $\nu = 1/2$  zu den anderen, untersuchten gebrochenzahligen Füllfaktoren ist, dass  $\nu = 1/2$  *keine* Energielücke aufweist. Dies hat Einfluss auf Messung, Analyse und Interpretation der Messdaten, wie im Folgenden gezeigt wird.

Die Besonderheit von Füllfaktor  $\nu = 1/2$  wird im Composite Fermion (CF) Bild von J. Jain [5] des fraktionalen Quanten Hall Effektes (FQHE) deutlich, welches auch in Kapitel 2.3.2 besprochen wird: Die CF-Quasipartikel werden konstruiert durch Anfügen einer geraden Anzahl,  $2m$ , von magnetischen Flussquanten  $\phi_0$  an jedes Elektron im 2DES. Dadurch reduziert sich das von den Elektronen erfahrene Magnetfeld  $B$  und die CF bewegen sich nur noch in einem effektiven Magnetfeld  $B_{eff} = B - 2m\phi_0 n_e$ , wobei  $n_e$  die Elektronenkonzentration ist. Im Fall von  $\nu = 1/2$  sind es zwei Flussquanten, so dass die CF nur noch in einem effektiven Magnetfeld von  $B_{eff}(\nu = 1/2) = 0$  bewegen, d. h. das externe Magnetfeld  $B$  ist vollständig durch das Eichfeld

abgeschirmt.

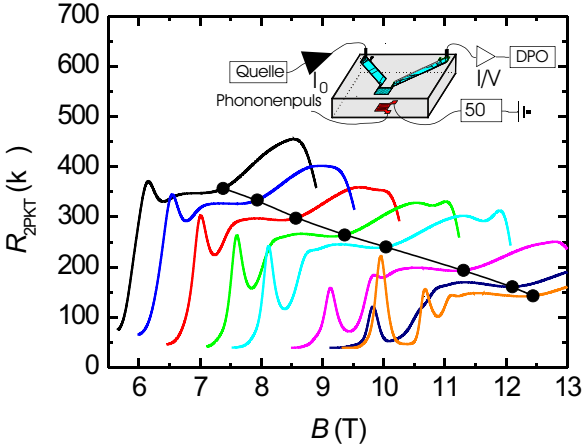
Für das CF-Bild bei  $\nu = 1/2$  gibt es viele experimentelle (siehe z. B. den Übersichtsartikel von Willett [41]) und theoretische Vorhersagen und Bestätigungen, so bleiben einige Eigenschaften der elektronischen Fermiflüssigkeit auch für die CFen erhalten, sie haben insbesondere eine gut definierte Fermioberfläche. Halperin, Lee und Read [25] machen in ihrer theoretischen Pionierarbeit verschiedene Vorhersagen für  $\nu = 1/2$ , insbesondere für die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme: Sie soll nahezu linear verlaufen mit logarithmischen Korrekturen, siehe Kapitel 2.4.4.

Die Analogie von Elektronen in  $B = 0$  und CF in  $B_{Eff} = 0$  ist sehr stark und motiviert daher, die Messdaten in diesem Hinblick zu untersuchen. Für eine genaue Analyse werden im Folgenden nicht nur die aus den Phononenabsorptionsexperimenten gewonnenen Daten betrachtet, sondern auch die eigentlich nur für die Kalibration benötigten Gleichstrommessungen genauer behandelt.

In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass es erstmals gelungen ist, die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme bei  $\nu = 1/2$  für acht verschiedene Elektronenkonzentrationen über den weiten Magnetfeldbereich von 7,38 T bis 12,44 T in einem Phononenabsorptionsexperiment zu messen. Sie alle zeigen das von Halperin, Lee und Read vorhergesagte Verhalten *inklusive* der logarithmischen Korrekturen durch Eichfluktuationen! Darüber hinaus zeigen sich in der Analyse der Transportdaten die von Mirlin und Wölfle [113] theoretisch bestimmten Quantenkorrekturen, die für Fermionen ohne Magnetfeld zu erwarten sind.

Die Probe wurde, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, mittels des persistenten Photoeffektes schrittweise in acht verschiedene Elektronenkonfigurationen gebracht. In Abbildung 6.13 ist dies verdeutlicht. Nach Bestimmung des Magnetfeldes von  $\nu = 1/2$  durch niedrigfrequenz Lock-In-Technik wurde für diesen Füllfaktor der Widerstand als Funktion der Temperatur gemessen, siehe Abbildung 6.14.

Eine genauere Betrachtung dieser Daten verdeutlicht die messtechnische Herausforderung an das spätere Phononenabsorptionsexperiment zur Bestimmung der spezifischen Wärme: Um diese zu vermessen, muss eine Temperaturänderung von typischerweise  $dT \approx 50$  mK - 100 mK für variierende Basistemperaturen  $T_e$  detektiert werden. Umgerechnet

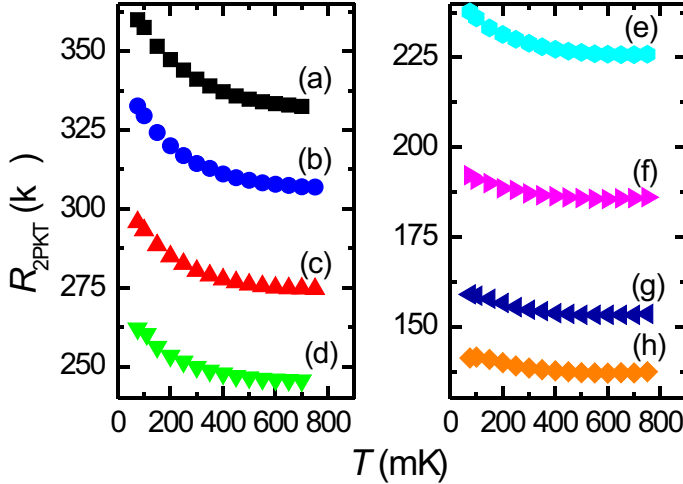


**Abbildung 6.13:** Zweipunktwidestand des Mäander  $R_{2PKT}$  gegen Magnetfeld im Bereich um  $\nu = 1/2$ , gemessen in niedrigfrequenz Lock-In-Technik bei  $T_0 = 75$  mK und geringem Probenstrom. Durch Beleuchten wurden acht Elektronenkonzentrationen erreicht, so dass  $\nu = 1/2$  über einen weiten Magnetfeldbereich 7,38 T bis 12,44 T (hervorgehoben durch die Linie) vermessen werden konnte. Außerdem ist der Messaufbau der Probe mit 2DES auf der Vorderseite und Heizer auf der Rückseite schematisch abgebildet.

in Widerstandsänderungen bedeutet dies jedoch eine Änderung von einigen wenigen Prozent. Um den Messfehler deutlich kleiner als diese kleine Änderung zu erhalten, sind daher deutlich mehr Mittelungen als in allen vorherigen Phononenexperimenten nötig. Außerdem muss auch die Kalibrationskurve  $R(T)$  im gleichen Maße exakter sein.

Zur genaueren Analyse des Füllfaktors  $\nu = 1/2$  folgt eine Untersuchung der Widerstandsdaten, wie sie von Rokhinson *et al.* [114] und Halperin, Lee und Read [25] entwickelt wurde: Es ist eine bekannte Tatsache, dass die Leitfähigkeit  $\sigma_{xx}$  eines 2DES im Null-Magnetfeld  $B = 0$  für immer kleinere Temperaturen  $T \rightarrow 0$  sättigt und nur eine schwache, zu T logarithmische Korrekturen aufweist. Diese Korrekturen stammen von Effekten der schwachen Lokalisierung<sup>1</sup> und Elektron-

<sup>1</sup>engl. weak localisation

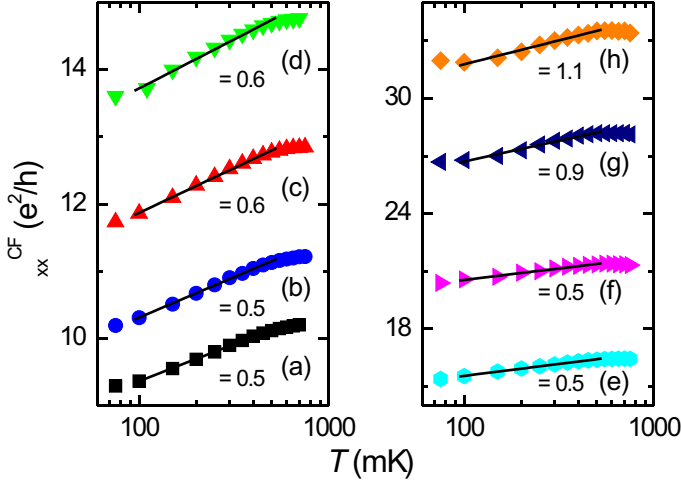


**Abbildung 6.14:** Temperaturabhängigkeit des Widerstandes  $R_{2PKT}$  bei  $\nu = 1/2$  aller acht Elektronenkonzentrationen von  $n = 0,89 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$  (a) bis  $n = 1,50 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$  (h). Zu beachten ist, dass die Widerstandsänderung  $dR$  zu jedem  $R(T)$  nur einige wenige Prozent beträgt, was das Phononenabsorptionsexperiment stark erschwert.

Elektron-Wechselwirkungen in ungeordneten 2DESen [115] [116]. Die Effekte von schwacher Lokalisierung entstehen, wenn Ladungsträger im 2DES mehrere äquivalente Wege von einem Ort zum anderen haben und diese quantenmechanisch interferieren, so dass der Widerstand der Probe ansteigt. Durch z. B. ein schwaches Magnetfeld wird die Symmetrie der verschiedenen Wege gebrochen und der Widerstand nimmt ab.

Durch das Konzept der CF sollte der Widerstand bei  $B(\nu = 1/2)$  ebenfalls ein sättigendes Verhalten mit logarithmischen Korrekturen aufweisen. Für  $\nu = 1/2$  sollte jedoch der Effekt der schwachen Lokalisierung unterdrückt sein, da Eichfeld-Fluktuationen die Symmetrie brechen sollten. Diese Eichfeld-Fluktuationen stammen von Unordnung in jedem realen 2DES, so dass im Mittel zwar  $B_{eff} = 0$  ist, jedoch lokal und ortsabhängig die Ladungsträger eventuell ein leichtes Magnetfeld erfahren.





**Abbildung 6.15:** Leitfähigkeit der CF  $\sigma_{xx}^{CF}$  für alle acht Füllfaktoren  $\nu = 1/2$ , berechnet aus dem Zweipunktwiderstand für alle Elektronenkonzentrationen von  $n = 0,89 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$  (a) bis  $n = 1,50 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$  (h). Alle  $\sigma_{xx}^{CF}(\nu = 1/2)$  zeigen das von der Theorie [113] vorhergesagte Verhalten eines linearen Abstiegs auf einer logarithmischen Skala. Der Koeffizient  $\lambda$  der Quantenkorrekturen ist für die ersten sechs Proben etwa konstant und für die letzten beiden doppelt so groß, was darauf hinweist, dass die letzten beiden Proben in einem anderen Regime als die Ersten sind.

Durch die Unterdrückung des Effektes der schwachen Lokalisierung bleibt als Ursache von Korrekturen der Leitfähigkeit bei  $B(\nu = 1/2)$  die Wechselwirkung der Teilchen untereinander, genauer gesagt die CF-CF-Wechselwirkung.

In einem ersten Schritt wird aus den gemessenen Widerständen  $R_{2PKT}$  bei  $\nu = 1/2$  die Leitfähigkeit der CFen bei  $B(\nu = 1/2)$ ,  $\sigma_{xx}^{CF}$  bestimmt. Bei  $\nu = 1/2$  lässt sich diese berechnen mit  $1/\sigma_{xx}^{CF} = \rho_{xx}^{CF} = w/l(R_{2PKT} - 2R_{\text{Klitzing}})$ . Diese Relation ist gültig bei  $\nu = 1/2$  nach [114] [25] weil  $\rho_{xy}^{CF}(\nu = 1/2) = 0$ ,  $\rho_{xx}^{CF} = \rho_{xx}$  und  $\rho_{xy}(\nu = 1/2) = 2R_{\text{Klitzing}}$ . Hierbei ist  $\rho_{xy}^{CF}(\nu = 1/2) = 0$  für CF, da diese effektiv kein Magnetfeld erfahren. In Abbildung 6.15 ist die CF-Leitfähigkeit für

alle acht Elektronendichten  $n_e$  gezeigt.

Alle Kurven zeigen den linearen Anstieg auf einer logarithmischen Skala, der auch von Rokhinson *et al.* [114] gefunden wurde. Die unüblich großen Quantenkorrekturen zur Leitfähigkeit wurden von Mirlin und Wölfle [113] theoretisch erklärt mit

$$\Delta\sigma(T) = \frac{e^2}{h} \lambda \ln(T\tau_{\text{tr}}) \quad (6.18)$$

für den Fall abgeschirmter Coulomb-Wechselwirkung. Hierbei ist  $\tau_{\text{tr}}$  die Transportzeit.

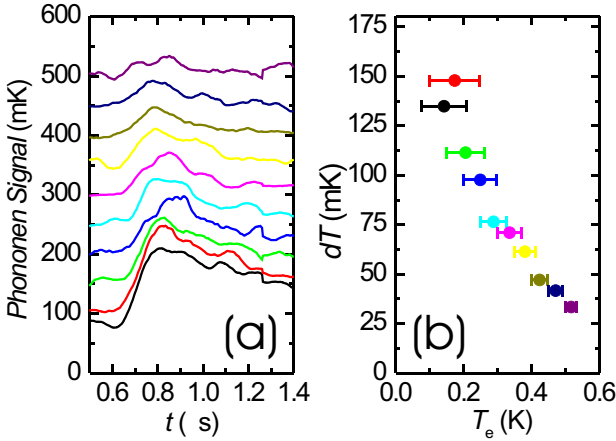
Der von mir gemessene Koeffizient  $\lambda$  variiert von  $0.5 \leq \lambda \leq 1.2$  und ist in guter Übereinstimmung mit Rokhinson *et al.*  $0.4 \leq \lambda \leq 1.6$  [114] und auch dem theoretischen Wert  $\approx 1$  [113].

Es sei darauf hingewiesen, dass dieses Resultat bedeutet, dass die Messungen sich im Regime der abgeschirmten Coulomb-Wechselwirkung befinden und dass diese Abschirmung *nicht* in direkter Beziehung zur Elektronendichte steht, da sich die bestimmten Werte von  $\lambda$  nicht monoton verändern, wie die Werte in Abbildung 6.15 zeigen. So ist  $\lambda \approx 0,5$  für die ersten sechs Elektronendichten und etwa doppelt so groß für die beiden höchsten Dichten, was ein Hinweis sein könnte, dass sich diese beiden Proben eventuell in einem anderem Regime befinden als die Ersten.

Die Phononenmesstechnik soll an dieser Stelle nicht nochmals besprochen werden, es sei auf die kompakte Beschreibung im vorherigen Abschnitt 6.3 bzw. auf die ausführliche Darlegung in Kapitel 5 verwiesen.

In Abbildung 6.16a sind exemplarische Phononensignaldaten bei  $\nu = 1/2$  gezeigt. Hier wurde die Basistemperatur  $T_0$  schrittweise variiert von 75 mK bis 500 mK und die 2DES Temperatur während der Absorption von ballistischen Nichtgleichgewichtsphononen eines festen Phononenpulses gemessen. Der Phononenpuls hatte eine Länge von  $\tau = 10$  ns und Heizertemperatur  $T_H = 1,9$  K.

Gut sichtbar ist, dass die Höhe der Maxima in der 2DES Temperatur, die durch Phononenabsorption entstehen, *abnimmt* mit *zunehmender* Basistemperatur  $T_0$ . Dies wird in Abbildung 6.16b verdeutlicht. Hier ist die Temperaturänderung  $dT$  von der Basistemperatur  $T_0$  zur maximalen Höhe des 2DES durch Aufheizen mit Phononen, bestimmt aus



**Abbildung 6.16:** Typische Phononensignale bei Füllfaktor  $\nu = 1/2$ : (a) Phononensignal in mK versus Zeit im Bereich des ersten ballistischen Auftreffens der Phononen für *gleiche* Heizertemperatur  $T_H = 1,9$  K bei  $\tau_H = 10$  ns und *verschiedene* Basistemperaturen  $T_0 = 75\dots 500$  mK. Zu beachten ist, dass trotz 1,5 Millionen Mittelungen die Kurven durch die geringe Änderung des Widerstandes deutlich verwascht sind.

(b) Änderung in der Temperatur  $dT$  von  $T_0$  zum Spitzenwert  $T_1$ , bestimmt aus (a), aufgetragen gegen  $T_e = (T_1 - T_0)/2$ . Die Balken sind der Wert von  $T_0$  zu  $T_1$  und repräsentieren den größt möglichen Fehler.

Abbildung 6.16a, gegen die mittlere Temperatur  $T_e = (T_1 - T_0)/2$  gezeigt. Der deutliche, monotone Abfall von  $dT$  steht in direkter Beziehung zum monotonen Ansteigen der 2DES spezifischen Wärme bei  $\nu = 1/2$ .

Um die Messdaten qualitativ auszuwerten und die spezifische Wärme zu bestimmen, wird das in Kapitel 2.5.6 eingeführte Modell zur Phononenabsorption auf das Experiment angepasst. Dieses Modell besagt, dass die 2DES Temperaturänderung durch Phononenabsorption einfach bestimmt ist durch einen Absorptionsterm minus einen Emissionsterm im gleichem Zeitintervall  $dt$ , oder präziser ausgedrückt:

$$C(T)dT = r(T, T_H)P_H dt - P_e(T, T_0)dt, \quad (6.19)$$

Hierbei ist  $C(T)$  die spezifische Wärme des 2DES,  $r(T, T_H)$  ist ein Absorptionskoeffizient, der von der Heizertemperatur  $T_H$  und der 2DES-Temperatur  $T$  abhängt,  $P_H$  ist die totale Leistung der ballistischen Phononen und  $P_e(T, T_0)$  ist die vom heißen 2DES emittierte Energie.

Diese allgemeine Gleichung reduziert sich bei Anwendung auf das Experiment bei  $\nu = 1/2$  zu

$$\int_{T_0}^{T_1} C(T) dT = r_0 P_H \tau \quad (6.20)$$

durch Integrieren von Gleichung 6.19 über die Pulslänge  $\tau$ . Es wurden bei der Integration einige Annahmen gemacht. So wurde der Emissionsterm vernachlässigt, da auf der kurzen Zeitskala von 10 ns die Absorption deutlich dominiert. Der Absorptionskoeffizient  $r(T, T_H)$  wurde konstant gesetzt  $r_0$ ,  $0 \leq r_0 \leq 1$ , weil bei  $\nu = 1/2$  die CF-Quasiteilchen sich wie ein freies Fermigas verhalten, für das in diesem Temperaturbereich alle Zustände als Anregungszustände zur Verfügung stehen.

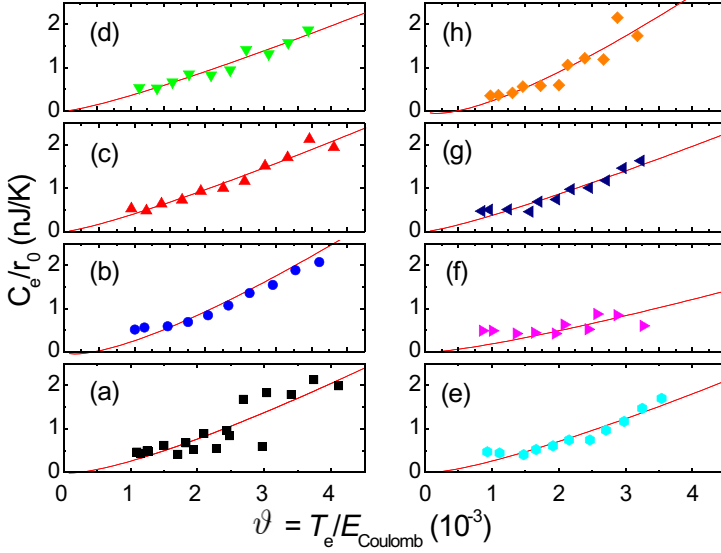
Durch Anwenden des Mittelwertsatzes der Integralrechnung auf Gleichung 6.20 lässt sich die relative spezifische Wärme eines 2DES bei  $\nu = 1/2$  aus den Datensätzen bestimmen mit  $C(T_e)/r_0 = (P_H \tau)/(T_1 - T_0)$ . Hierbei wird im Folgendem  $T_e = (T_1 - T_0)/2$  genommen.

In Abbildung 6.17 ist die relative spezifische Wärme  $C_e/r_0$  eines 2DES bei  $\nu = 1/2$  für acht verschiedene Elektronenkonzentrationen von  $n = 0.89 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  (entsprechendes Magnetfeld ist  $B = 7.38 \text{ T}$ ) bis zu  $n = 1.50 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$  ( $B = 12.44 \text{ T}$ ) gezeigt. Alle Messungen wurden mit demselben Phononenpuls ( $\tau = 10 \text{ ns}$ ,  $T_H = 1.9 \text{ K}$ ) gemacht. Alle Datenpunkte sind der Mittelwert von etwa 1,5 Millionen individuellen Messkurven. Der Fehler der Datenpunkte ist gegeben durch ihre Verteilung.

Im Folgenden soll dieses Ergebnis analysiert und diskutiert werden. Als erstes fällt auf, dass alle acht spezifischen Wärmen ein nahezu lineares Verhalten durch den Ursprung zeigen. Dies ist eine typische Eigenschaft von Fermiflüssigkeiten und wurde von Halperin, Lee und Read [25] bereits 1993 für ein 2DES bei  $\nu = 1/2$  vorhergesagt. *Gemessen* werden konnte dieser Verlauf *bis jetzt* jedoch nicht.

Die genaue Gleichung von Halperin, Lee und Read lautet

$$C = \frac{\pi}{6} \frac{m_{\text{CF}}}{\hbar^2} * k_B^2 T \quad (6.21)$$



**Abbildung 6.17:** Relative spezifische Wärme  $C_e/r_0$  bei Füllfaktor  $\nu = 1/2$  für acht verschiedene Elektronendichten von  $n = 0,89 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$  (a) bis  $n = 1,50 \times 10^{15} \text{m}^{-2}$  (h) gemessen im Phononenabsorptionsexperiment als Funktion der auf die jeweilige Coulomb-Energie normierte Temperatur  $\vartheta = \frac{T}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B}$ . Die Linien entsprechen der Theorie von Halperin, Lee und Read [25], interpretiert von W. Apel [47].

“plus logarithmischer Korrekturen durch Eichfluktuationen, die jedoch etwa einen Faktor Fünf kleiner sind als die Koeffizienten in obiger Gleichung”<sup>2</sup>. Hierbei ist  $m_{\text{CF}}$  die CF-Masse. Wäre also der Absorptionskoeffizient  $r_0$  bekannt, so ließe sich die CF-Masse aus den Messdaten bestimmen.

Die CF-Masse  $m_{\text{CF}}$  sollte sich mit  $B$  verhalten wie  $m_{\text{CF}} \propto \sqrt{B[\text{T}]}$  [25, 117], mit  $B$  in Tesla. Daher wäre ein Ansteigen der Steigung  $C_e/r_0$  in Abbildung 6.17 von (a) zu (h) zu erwarten. Andererseits ist die Kopplung von transversal akustischen Phononen an ein 2DES piezoelektrisch und daher proportional zur Elektronendichte  $n_e$  [28, 29], d.

<sup>2</sup>Frei übersetzt aus dem Englischen

h.  $r_0 \propto n_e$ .

Werden diese beiden konkurrierenden Prozesse berücksichtigt, ergibt sich für die relative spezifische Wärme  $C_e/r_0$  eine  $B$ -Feld-Abhängigkeit von  $C_e/r_0 \propto \sqrt{B[\text{T}]} / n_e$ . Mit den gemessenen Werten von  $n_e$  folgt ein ungefähr lineares *Absteigen* der Steigung von  $C/r_0$  mit  $B$  von 7.38 T zu 12.44 T von etwa 20 %. Dies ist konsistent mit den Messdaten.

Im Folgenden sollen die Messdaten auf die oben erwähnten Eichfluktuationen untersucht werden, vergleiche hierzu auch die Theorie in Kapitel 2.4.4. Nach einer genaueren Analyse der Theorie von Halperin, Lee und Read durch Prof. Walter Apel [47] ergibt sich folgende Funktion für die spezifische Wärme eines 2DES bei  $\nu = 1/2$  mit Korrekturen wegen Eichfluktuationen:

$$C_{2DES}(\nu = 1/2) = \frac{\pi}{6} \frac{m_{CF}}{\hbar^2} k_B^2 E_C \left( \vartheta + P2 \vartheta \ln \frac{1}{\vartheta} \right) \quad (6.22)$$

Die Stärke der logarithmischen Eichfluktuationen, oder anders formuliert, die Stärke der CF-CF-Wechselwirkung, wird durch den Parameter  $P2$  ausgedrückt. Außerdem ist

$$\vartheta = \frac{T}{E_C} = \frac{T}{e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B} \quad (6.23)$$

eine auf die Coulomb-Energie  $E_C$  normierte Temperatur. Die Coulomb-Energie kürzt sich im ersten Term heraus und er wird nur noch durch die Fermienergie  $E_F$  bestimmt. Für diese gilt für Elektronen:

$$E_F = \frac{1}{2} \hbar \omega_c = 10 \text{ K } B[\text{T}] \quad (6.24)$$

Wie in Kapitel 2.4.4 gezeigt, könnte jedoch auch die Fermienergie der CFen hier die relevante Energieskala sein [48].

Der zweite Term beschreibt die Eichfluktuationen und wird durch die Coulomb-Energie bestimmt

$$e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B = 51 \text{ K } \sqrt{B[\text{T}]} \quad (6.25)$$

Für jede der acht verschiedenen Elektronenkonzentrationen in Abbildung 6.17 muss für einen Test mit der Theoriekurve nach W. Apel

aus Gleichung 6.22 jeweils separat die Coulomb-Energie  $e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon_r l_B$  entsprechend dem Magnetfeld eingesetzt werden. Dieses berücksichtigend sind die Messdaten mit folgender Funktion angepasst:

$$C_{2DES}(\nu = 1/2) = P1 \vartheta + P1 P2 \left( \vartheta \ln \frac{1}{\vartheta} \right) \quad (6.26)$$

In dem Parameter  $P1$  ist sowohl der unbekannte Absorptionskoeffizient  $r_0$  als auch die Masse der CFen enthalten. Für  $P1$  gilt:

$$P1 = A k_B \frac{\pi}{6} \frac{m_{CF}}{\hbar^2} E_C / r_0 \quad (6.27)$$

Wobei  $A = 1 * 10^{-6} \text{ m}^2$  die Fläche des Mänders ist.

In Abbildung 6.17 sind die den Messdaten angepassten Funktionen nach Gleichung 6.26 als rote Linien gezeigt. Sie zeigen eine deutlich bessere Übereinstimmung von Theorie und Experiment als ein einfaches lineares Verhalten. Die Werte von  $P1$  und  $P2$  sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Besonders erstaunlich sind die Werte von  $P2$ . Die Werte sind im Rahmen der Messgenauigkeit *konstant* mit einem Wert von  $\langle P2 \rangle = -0,110(\pm 0,016)$ . Dies ist in guter Übereinstimmung mit der Stärke der Eichfluktuationen, die Halperin, Lee und Read vorhergesagt haben (0,2). Unverstanden ist hierbei jedoch das negative Vorzeichen von  $P2$ , das nach W. Apel [47] positiv sein sollte.

Aus den gemessenen Parametern  $P1$  lässt sich grob der Wert des Absorptionskoeffizients  $r_0$  *abschätzen*. Dies soll exemplarisch für Probe # 1 gezeigt werde: Der gemessene Wert beträgt hier  $P1 = 1,5 * 10^{-6}$ . Der nach Gleichung 6.27 berechnete Wert für  $P1$  ist  $10^{-12} [\text{SI}] \frac{m_{CF}/m_e}{r_0}$ . Daraus ergibt sich  $r_0 = 6,67 * 10^{-6} m_{CF}/m_e$ . Mit einer CF-Masse von etwa  $0,5 * m_e$  (Berechnet mit den Ergebnissen des vorherigen Abschnitts ergibt sich  $0,43 * m_e$ ) lässt sich der Absorptionskoeffizient somit abschätzen zu

$$r_0 = 3,3 * 10^{-6}$$

d. h. etwa ein Millionstel der Nichtgleichgewichtsphononen wird vom 2DES im Experiment absorbiert. Diese Abschätzung entspricht sehr gut den Erwartungen [48].

Zusammenfassend wurde in diesem Abschnitt der Temperaturverlauf der spezifischen Wärme beim Füllfaktor  $\nu = 1/2$  bei acht verschiedenen

**Tabelle 6.2:** Aus Abbildung 6.17 bestimmte Parameter  $P1$  und  $P2$  der acht Elektronenkonfigurationen  $\#$ .  $P1$  charakterisiert den unbekanntem Absorptionskoeffizienten und  $P2$  die Stärke der Eichfluktuationen. Für  $P2$  gilt im Mittel  $\langle P2 \rangle = -0,110(\pm 0,016)$ , wobei die Werte *unabhängig* vom Magnetfeld sind. Zusätzlich sind noch für jede Probe  $n_e$ ,  $\mu_e$ ,  $B(\nu = 1/2)$  und die Coulomb-Energie  $E_C$  angegeben.

$\#$	$n$ [ $10^{15} \text{ m}^{-2}$ ]	$\mu$ [ $\text{m}^2/\text{Vs}$ ]	$B(\nu = 1/2)$ [T]	$E_C$ [K]	$P1$ [ $10^{-6}$ ]	$P2$
1	0,89	102	7,38	138,2	1,5	-0,12
2	0,95	109	7,93	143,3	2,3	-0,13
3	1,03	119	8,56	148,9	1,1	-0,09
4	1,13	131	9,36	155,7	1,0	-0,09
5	1,21	144	10,04	161,2	1,2	-0,11
6	1,36	168	11,30	171,1	7,7	-0,11
7	1,46	187	12,10	177,0	9,8	-0,09
8	1,50	193	12,44	179,5	2,4	-0,13

Elektronenkonzentrationen in einem Phononenabsorptionsexperiment erstmals bestimmt. Alle acht spezifischen Wärmen zeigen den von Halperin, Lee und Read [25] theoretisch vorhergesagten nahezu linearen Verlauf. Abweichungen von der Linearität lassen sich mit Eichfluktuationen erklären, deren relative Stärke bezogen auf den linearen Anteil der spezifischen Wärme in einer Zusammenarbeit mit Prof. W. Apel [47] genauer analysiert werden konnte. Die acht bestimmten spezifischen Wärmen bei  $\nu = 1/2$  zeigen alle Korrekturen mit einem konstanten Wert von  $\approx -0,11$ . Dieser Wert in guter Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage, ebenfalls von Halperin, Lee und Read.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind akzeptiert für die Veröffentlichung als proceeding der ICPS-27, Flagstaff 2004 [118]. Die Abbildungen dieses Abschnitts sind zum Teil daraus entnommen.



## 6.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Phononenabsorptionsmessungen im QHE vorgestellt. Es zeigt in chronologischer Reihenfolge die wichtigsten, mit Phononen als Sonde erzielten Ergebnisse.

Dies sind zuerst Messungen, die die thermische *Relaxation* eines mit Nichtgleichgewichtsphononen aufgeheizten 2DES untersuchen. Hier wurde eine starke Abhängigkeit der Relaxationsrate  $dT_{ne}/dt$  vom Füllfaktor  $\nu$  festgestellt. Dies wird interpretiert mit der Relaxation über eine Energielücke bei  $\nu = 2/3$ , im Gegensatz zur Breitbandemission von Phononen bei  $\nu = 1/2$ , wo es im CF-Bild keine Energielücke gibt.

Im zweiten Abschnitt wurde die Absorption von Phononen um den Füllfaktor  $\nu = 1$  untersucht und mit anderen Füllfaktoren verglichen. Es zeigt sich, dass die Energielücke neben  $\nu = 1$  im Vergleich zur Energielücke exakt bei  $\nu = 1$  deutlich stärker verringert wird, als dies bei den anderen, vergleichbaren Füllfaktoren  $\nu = 1/2$  und  $\nu = 1/3$  der Fall ist. Dies wird mit der Bildung von *Skyrmionen* erklärt. Außerdem zeigten sich in diesen frühen Messungen eindrucksvoll die Absorption von TA- und LA-Phononen.

Im dritten Abschnitt wurden systematische Messungen der *spezifischen Wärme* und der *Werte von Energielücken* eines 2DES bei einer Vielzahl von fraktionalem Füllfaktoren vorgestellt. Hierbei wurden durch Beleuchten der Probe insgesamt acht verschiedene Elektronendichten erreicht, so dass mehrere feste Füllfaktoren bei verschiedenen Magnetfeldern vermessen werden konnten. Die gemessenen spezifischen Wärmen zeigen den von Chakraborty und Pietiläinen [26] vorhergesagten Verlauf für ein 2DES mit einer Energielücke. Die mit Phononenspektroskopie gemessenen Energielücken der Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 4/3$  und  $5/3$  zeigten alle jeweils eine wurzelförmige Magnetfeldabhängigkeit. Dies konnte im CF-Bild mit der Anregung von CF-Landau-Niveau-Übergängen erklärt werden und dadurch ein Parameter  $\alpha = 0,158(\pm 0,006)$  bestimmt werden, der die CF-Masse über  $m^* = m_0\alpha\sqrt{B[\text{T}]}$  festlegt. Die Energielücken von  $\nu = 2/3$  zeigten eine lineare Magnetfeldabhängigkeit, was damit erklärt wurde, dass der  $2/3$ -Zustand in hohen Magnetfeldern nicht vollständig polarisiert ist, was im Gegensatz zur einfachen CF-Theorie steht.

Der letzte Abschnitt befasste sich mit der *spezifischen Wärme ei-*

nes 2DES beim Füllfaktor  $\nu = 1/2$ . Dieser Füllfaktor entspricht im CF-Bild in der Hierarchie mit zwei Flussquanten einem effektiven Magnetfeld von Null und hat daher eine besondere Bedeutung für die Theorie des FQHEs. In Phononenabsorptionsexperimenten konnte für acht verschiedene Elektronenkonzentrationen erstmals die vorhergesagte, nahezu lineare Temperaturabhängigkeit gezeigt werden. Eine weitere Analyse zeigte darüberhinaus die von Halperin, Lee und Read [25] theoretisch geforderten Eichfluktuationen mit einer relativen Stärke zum linearen Teil von  $-0,110 (\pm 0,016)$ .

## 7 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde der Quanten-Hall-Effekt (QHE) mit Hilfe von Phononen untersucht. Ziel der Arbeit war es, die thermodynamischen Eigenschaften von zweidimensionalen Elektronensystemen (2DESen) und Größe der Energielücken im fraktionalen QHE präzise zu vermessen. Akustische Phononen eignen sich zur Untersuchung dieser Größen besonders gut, da sie bei tiefkalten Temperaturen Impuls und Energie passend zu den elektrischen Anregungen des 2DES haben und daher sehr effektiv mit dem 2DES wechselwirken.

Es wurden zahlreiche, für Phononenabsorptionsexperimente optimierte Proben aus GaAs-AlGaAs-Heterostruktur mit Fotolithographie und nass-chemischem Ätzen hergestellt. Für die unüblich großen Proben wurde eine aufwändige Probenhalterung konstruiert. Die Proben bestehen aus einem 2DES in Form eines Mäanders mit hohem Aspektverhältnis auf der Vorderseite und einem dünnen Metallfilm als Quelle der Nichtgleichgewichtsphononen auf der Rückseite.

In den Proben mit dieser speziellen Geometrie wurden zwei neue Eigenschaften des fraktionalen QHEs bereits in Messungen ohne Phononen entdeckt: In einer Zusammenarbeit mit E. Mariani konnte aus temperaturabhängigen Magnetotransport-Messungen der *Landé g-Faktor von Composite Fermionen* (CF) direkt bestimmt werden.

Hierzu wurde  $\rho_{xx}$  als Funktion der inversen Temperatur  $1/T$  gemessen und aus dem aktivierten Verhalten  $\rho_{xx} \propto \exp(-\Delta/2k_B T)$  eine Energielücke  $\Delta$  bestimmt. Durch Beleuchten der Probe konnte diese Energielücke bei den fraktionalen Füllfaktoren  $\nu = 2/3$  und  $\nu = 2/5$  für verschieden feste Magnetfelder bestimmt werden. Beide Energielücken  $\Delta$  zeigen als Funktion des Magnetfeldes  $B$  einen linearen Verlauf, dessen Steigung direkt den  $g$ -Faktor enthält. Die bestimmten Werte sind  $g_{2/3} = 2,80$  und  $g_{2/5} = 0,92$ . Obwohl beide fraktionalen Füllfaktoren im CF-Bild äquivalent sind, ist ihr  $g$ -Faktor signifikant unterschiedlich. Der  $g$ -Faktor ist im Vielteilchensystem renormiert und hängt stark vom

elektronischen Füllfaktor  $\nu$  ab.

Ein weiteres interessantes Ergebnis zeigte sich in den Widerstandskurven als Funktion des Magnetfeldes der Mäander-Proben. Durch das große Aspektverhältnis trat hierbei eine unerwartete Asymmetrie in den Messdaten auf. So zeigt das Maximum zwischen den Füllfaktoren  $\nu = 1$  und  $\nu = 2/3$  einen entgegengesetzten Verlauf für verschiedene Temperaturen und Quellströme, verglichen mit dem Maximum zwischen  $\nu = 1/3$  und  $\nu = 2/5$ . Dies ist überraschend, da in einer CF-Beschreibung diese Füllfaktoren jeweils äquivalent sind. Es konnte gezeigt werden, dass die Asymmetrie durch Streuung zwischen *Randkanälen von CF* zustande kommt.

Die Hauptergebnisse dieser Arbeit wurden mit Phononenexperimenten erzielt, deren Messprinzip Folgendes ist: Durch Anlegen kurzer Spannungspulse an den auf der Rückseite der Probe befindlichen Metallfilm werden dort Nichtgleichgewichtsphononen erzeugt. Diese koppeln in das GaAs-Substrat und fliegen ballistisch zum 2DES, wo ein Teil von ihnen absorbiert wird. Dies erhöht die Temperatur des 2DES gegenüber dem Substrat. Die Temperaturänderung wird zeitaufgelöst detektiert durch Messen einer Widerstandsänderung des Mäanders. Nach Abkühlen wird das Experiment zur Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses bis zu einigen Millionen mal wiederholt.

In den Phononenabsorptionsexperimenten wurde eine Vielzahl von Eigenschaften des QHE untersucht. In einer ersten Serie von Experimenten wurde die *Relaxation eines heißen 2DESs* zurück zur Gleichgewichtstemperatur gemessen. Es zeigte sich, dass die Relaxationsrate  $dT_{ne}/dt$  vom Füllfaktor  $\nu$  abhängt. Dies wird für fraktionale Füllfaktoren mit Phononenemission um eine einzige Energie erklärt, der Magnetoroton-Energielücke. Dagegen relaxiert das 2DES bei  $\nu = 1/2$  mit einer Breitbandemission von Phononen. Dies stimmt mit dem CF-Bild überein,  $\nu = 1/2$  ist hier der Zustand mit verschwindendem effektiven Magnetfeld und hat somit keine Energielücke.

In einem anderen Satz von Phononenexperimenten wurde die Absorption um den integralen Füllfaktor  $\nu = 1$  untersucht und mit fraktionalen Füllfaktoren verglichen. Es zeigte sich, dass die Energielücke knapp neben  $\nu = 1$  ungewöhnlich stark reduziert ist. Dies konnte erklärt werden mit der Bildung von *Skyrmionen um Füllfaktor  $\nu = 1$  herum*, faszinierenden Spinstrukturen, die bei diesem Füllfaktor ent-

---

stehen können.

In den wichtigsten Phononenexperimenten dieser Arbeit wurde die *spezifische Wärme eines 2DES* und die *Werte von Energielücken* für eine Vielzahl von fraktionalen Füllfaktoren  $\nu = 1/3, 2/5, 4/7, 3/5, 2/3, 4/3,$  und  $5/3$  systematisch gemessen. Durch Beleuchten der Probe mit infrarotem Licht wurden acht verschiedene Elektronenkonzentration erreicht, so dass feste Füllfaktoren bei verschiedenen Magnetfeldern bis 13 T vermessen werden konnten.

Es zeigte sich, dass der Temperaturverlauf der spezifische Wärme bei den verschiedenen Füllfaktoren dem vorhergesagten, steilen Anstieg für Systeme mit einer Energielücke entspricht.

Für jeweils einen festen Füllfaktor zeigen nahezu alle Energielücken eine wurzelförmige Magnetfeldabhängigkeit. Dies ist ein deutlicher Hinweis, dass die gemessenen Energielücken Landau-Niveau-Übergänge von CF ohne Spinumklapp sind. Alle Daten lassen sich durch einen einzigen Parameter  $\alpha$ , der die *effektive CF-Masse*  $m^*$  über  $m^* = m_0\alpha\sqrt{B[\text{T}]}$  beschreibt, anpassen. Der ermittelte, experimentelle Wert  $\alpha = 0,158 (\pm 0,006)$  ist in guter Übereinstimmung mit der Vorhersage von Park und Jain.

Nur die Energielücken von  $\nu = 2/3$  zeigen ein anderes Verhalten, sie haben eine lineare Magnetfeldabhängigkeit. Hier wurde der für Phononen eigentlich verbotene Spinübergang angeregt, was auf einen komplexen, nicht vollständig spinpolarisierten  $2/3$ -Zustand hinweist.

Zuletzt gelang es, die Temperaturabhängigkeit der *spezifischen Wärme* bei  $\nu = 1/2$  erstmals zu messen. Sie ist von großem theoretischem Interesse, da im CF-Bild hier das effektive Magnetfeld verschwindet und sich das 2DES dann als ein Fermigas beschreiben lässt. Die spezifische Wärme zeigt den von Halperin, Lee und Read bereits 1993 vorhergesagten nahezu linearen Verlauf. Logarithmische Korrekturen zur Linearität durch Eichfluktuationen konnten ebenfalls erstmals beobachtet werden. Ihre relative Stärke konnte in einer Zusammenarbeit mit Prof. W. Apel zu konstant 0,11 bestimmt werden, was einer guten Übereinstimmung mit der Theorie entspricht.

Zusammenfassend wurde in dieser Arbeit der QHE mit den Methoden der Phononenspektroskopie untersucht und mit den Ergebnissen das CF-Bild des fraktionalen QHE weiter untermauert. So gelang es, die CF-Masse und Landé  $g$ -Faktoren zu bestimmen. Darüberhinaus

konnte die spezifische Wärme eines 2DES für diverse Füllfaktoren gemessen werden, einer thermodynamischen Größe, für die bisher keine experimentelle Technik zur Verfügung stand.

Als weiterführende Arbeiten auf dem Gebiet der Phononenabsorption im QHE wären interessant, in anderen Proben ebenfalls Energielücken zu ermitteln und so für einen Vergleich ebenfalls den CF-Masseparameter zu bestimmen. Viel versprechend wären auch Messung um  $\nu = 1/2$  herum, um vorhergesagte Divergenzen in der Steigung der spezifischen Wärme zu untersuchen. Messungen in anderen fraktionalen QHE Hierarchien ( $\nu = 3/2$ ,  $\nu = 1/4$ ) und Messungen mit versetzten Phononenemittern wären ebenfalls faszinierend.

Liste der eigenen Veröffentlichungen:

1. F. Schulze-Wischeler, U. Zeitler, M. Monka, F. Hohls, R. J. Haug und K. Eberl, “Phonon emission and absorption in the fractional quantum Hall effect”, *Physica B* **298**, 164 (2001).
2. F. Schulze-Wischeler, U. Zeitler, F. Hohls, R. J. Haug, D. Reuter und A. D. Wieck, “Phonon excitation of a two-dimensional electron system around  $\nu = 1$ ”, *Physica E* **12**, 474 (2002).
3. F. Schulze-Wischeler, E. Mariani, F. Hohls und R. J. Haug, “Direct measurement of the g factor of composite fermions”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 156401 (2004).
4. F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, D. Reuter, A. D. Wieck und R. J. Haug, “Phonon Excitations of Composite Fermion Landau Levels”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 026801 (2004).
5. F. Schulze-Wischeler, E. Mariani, F. Hohls und R. J. Haug, “Direct measurement of the g factor of composite fermions”, proceedings ICPS-27, Flagstaff Arizona (2004).
6. F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, D. Reuter und A. D. Wieck, “Relative specific heat at  $\nu = 1/2$  measured in a phonon absorption experiment”, proceedings ICPS-27, Flagstaff Arizona (2004).

- 
7. F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, D. Reuter und A. D. Wieck, “Phonon Excitations of Composite Fermion Landau Levels”, proceedings SemiMag16, 8 Seiten (invited talk), Tallahassee Florida (2004).





# A Anhang

## A.1 Lithografieresepte

In diesem Anhang werden die Lithografieresepte zur Herstellung der Proben angegeben, um die Herstellung ähnlicher Proben zu erleichtern. Die angegebenen Zeiten/Temperaturen sind meist spezifisch für das Photoresist [69] oder empirisch. Die Beschreibung der Probenherstellung findet in Kapitel 3.2 statt. Lehrbücher zur Halbleitertechnologie sind [31, 62, 63, 64, 65]. Es werden die wichtigsten Fachbegriffe auf Englisch angegeben.

### 1. Ohmsche Kontakte mit Negativprozess/Image Reversal

**Säubern/Cleaning:** 10´ Probe in Aceton + Ultraschall. Probe mit Aceton + Methanol + Isopropanol (in dieser Reihenfolge) säubern und mit Stickstoff  $N_2$  trockenblasen. Probe unter dem Mikroskop kontrollieren, ob sie sauber genug ist. Wenn nicht, dann Vorgang wiederholen. Probe 10´ veraschen auf größtem Becherglas 200ml und in kleiner Schale (sonst fliegt die Probe beim Belüften des Veraschers weg). Dieser Schritt sollte nur notwendig sein, wenn noch alte Lackreste an die Probe anhaften.

**Belacken/Coating:** Probe mit Aceton + Methanol + Isopropanol auf der Schleuder säubern. Belacken: AR-U 4040 mit Programm 4 (500 U/min für 5´´ und 4000 U/min für 60´´) aufschleudern.

**1. Backen/Prebake:** Probe auf 85 °C für 2´ auf Herdplatte.

**Belichten/Exposure:** Belichten 9´´ mit Maske.

**2. Backen/Reversal bake:** Probe auf 115 °C für 5´ auf Herdplatte.

**Flutbelichten/Exposure:** Belichten 22'' ohne Maske.

**Entwickeln/Development:** Entwickeln 60'' (oder mehr) mit Developer AR-300-49. Entwicklung mit Di-H<sub>2</sub>O stoppen 60''. Mit N<sub>2</sub> trockenblasen. Probe unter dem Mikroskop anschauen: Ist der Photolack hinreichend gut durchentwickelt? Wenn nicht, dann noch mal einige Sekunden nachentwickeln.

**Oberfläche für Kontakte Präparieren:** Probe 30'' veraschen auf größtem Becherglas und in kleiner Schale. Probenrückseite mit Lack schützen und leicht im Ofen anbacken. Kurz in HCl 18% 5' dippen. Reaktion mit Di-H<sub>2</sub>O stoppen ca. 2''. Mit N<sub>2</sub> trockenblasen. Probe mit wenig AR-U 4040 auf Objektträger kleben und anbacken bei 85°C 5'. Testen, ob die Probe festklebt. Hierzu mit einer Objektträgerkante mehrmals locker auf den Tisch klopfen. Probe in Aufdampfanlage einbauen und bis  $1 \cdot 10^{-7}$  mbar evakuieren, d. h. mindestens 2.5 Stunden oder über Nacht.

**Aufdampfen/Evaporation:** Bedampfen mit: Ge 40 nm, Au 60 nm, Ni 27 nm und Au 150 nm. Das Germanium wird thermisch verdampft (Widerstandsheizung). Hierzu wird ein Wolframschiffchen zwischen zwei Polschuhen fest eingeklemmt und dann mit Hilfe einer Pinzette mit Germanium beladen. Aufdampfanlage nach dem Bedampfen mindestens 30' abkühlen lassen.

**Lack entfernen/Lift-Off:** Objektträger mit Probe auf Herdplatte 100°C legen und Probe vorsichtig lösen. Lift-Off in Aceton mit Pipette und Schutzbrille. Ev. Aceton heißmachen auf Herdplatte 49°C oder Aceton + Ultraschall. Hierbei wieder kein Aceton antrocknen lassen, d. h. Probe mit Aceton + Methanol + Isopropanol säubern und mit N<sub>2</sub> trockenblasen.

**Einlegieren/Annealing:** Einlegieren mit:

Schritt	T[°C]	Zeit [s]	Typ
1	50	60	3
2	470	30	6
3	470	120	3
4	50	60	3

Hierbei bedeutet Typ 3: Temperatur halten und Typ 6: Temperatur rampen, beide unter Gasfluss.

## 2. Mesa ätzen im Positivprozess/positiv process

**Säubern/Cleaning:** Probe mit Aceton + Methanol + Isopropanol säubern und mit N<sub>2</sub> trockenblasen. Probe unter dem Mikroskop anschauen: Ist sie sauber genug? Wenn nicht, dann Säuberung wiederholen.

**Belacken/Coating:** Probe mit Aceton + Methanol + Isopropanol auf der Schleuder säubern. Belacken: AR-U 4040 mit Programm 4 (500 U/min für 5'' und 4000 U/min für 60'') aufschleudern.

**Backen/Prebake:** Probe auf 94 °C für 2' auf Herdplatte.

**Belichten/Exposure:** Belichten 9'' mit Maske.

**Entwickeln/Development:** Entwickeln 80-120'' und zwar dabei mit Augen kontrollieren! Wenn die Probe durchentwickelt ist (60'') nochmal 35'' weiterentwickeln. Entwicklung mit Di-H<sub>2</sub>O stoppen 60''. Mit N<sub>2</sub> trockenblasen. Probe unter dem Mikroskop anschauen: Ist der Photolack hinreichend gut durchentwickelt? Wenn nicht, dann noch einmal einige Sekunden nachentwickeln.

**Mesa-Ätzen/Mesa-etch:** Probenrückseite mit Lack schützen und leicht im Ofen anbacken. Probe 60'' veraschen auf größtem Becherglas und in kleiner Schale. Etch: H<sub>2</sub>O : H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> : H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> mit 40 : 5 : 3 "Mesa-Etch". Ätzrate etwa 500 nm/Minute. Probe säubern mit Aceton + Ultraschall 5'. Probe mit Aceton + Methanol + Isopropanol säubern und mit N<sub>2</sub> trockenblasen.

**Resultat verifizieren:** Mit Höhenmessgerät Dektak die Höhe nachmessen.

## 3. Heizer aufbringen mit Negativprozess/Image Reversal

Dieser Prozessschritt ist ein Negativprozess wie der erste Prozessschritt, es werden daher nur die Besonderheiten genannt:

**Belichten mit Ausrichten zur Rückseite/Backside alignment:**

Der Heizer muss exakt zur Mesa ausgerichtet werden. Dafür wird sie mit UV-Licht durchschienen und mit einer UV-empfindlichen Kamera das Bild aufgenommen. So lassen sich Mesa und Heizer zueinander ausrichten.

**Aufdampfen/Evaporation:** Es wird Konstantan aufgedampft. Da Konstantan aus Nickel und Chrom besteht und diese einen verschiedenen Siedepunkt haben, ist es schwierig, eine geeignete Schichtdicke, die dann  $50 \Omega$  haben soll, anzugeben. Es empfiehlt sich eine Testserie. Typische Dicken sind  $\approx 100$  nm.

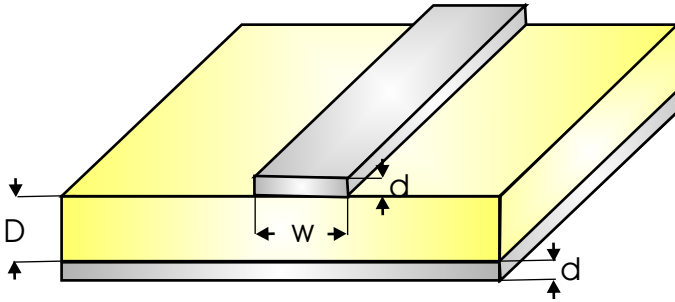
4. **Heizerkontakte aufbringen mit Negativprozess/Image Reversal**

Ebenfalls ein Negativprozess, die Besonderheiten sind:

**Aufdampfen/Evaporation:** Die Kontakte für den Heizer bestehen aus Chrom als Haftvermittler und darauf Gold und müssen logischerweise nicht einlegiert werden. Dicken sind Chrom = 25 nm und Gold = 150 nm.

## A.2 Berechnung der Mikrostreifenleitung

Für optimale Hochfrequenzeigenschaften müssen die verwendeten Leitungen, Leiterbahnen etc. eine Impedanz von  $50 \Omega$  haben, und zwar von den Messgeräten auf Raumtemperatur bis zur tiefkalten Probe. Sonst kommt es zu ungewollten Reflexionen sowohl in der Leitung des Heizerpulses als auch in der Signalleitung des phononeninduzierten Signals. Problematisch sind hier die letzten 2-3 cm zur Probe, weil das impedanzangepasste HF-Kabel nicht einfach an die Probe angeschlossen werden kann. Stattdessen wurde folgende Lösung benutzt: Die HF-Kabel werden auf passende Stecker geschraubt, deren innerer Pin elektrischen Kontakt mit einer Mikrostreifenleitung hat. Die Mikrostreifenleitung reicht bis kurz vor die Probe und wird dann mit einem Bonddraht elektrisch verbunden. Der Bonddraht selbst ist zwar nicht impedanzangepasst, bei den verwendeten Frequenzen bis 10 MHz



**Abbildung A.1:** Geometrie einer unsymmetrischen, offenen Mikrostreifenleitung.

sollte dies jedoch kein Problem darstellen, da die Drahtlängen unter  $\lambda/10$  bleiben, also zu vernachlässigen sind.

Die Geometrie der Mikrostreifenleitung wurde anderen mögliche Geometrien wie z. B. der koplanaren Leitung vorgezogen, da diese nicht so anfällig auf Fertigungstoleranzen durch die verwendete Platinenherstellung [73] ist.

In Abbildung A.1 ist eine Mikrostreifenleitung schematisch dargestellt, und zwar eine unsymmetrische, offene, wie sie in der Probenhalterung realisiert ist. Sie besteht aus einem Dielektrika mit Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  der Dicke  $D$  und ist auf der einen Seite komplett durch einen Leiter der Dicke  $d$  beschichtet. Auf der anderen Seite befindet sich der eigentliche Streifenleiter mit gleicher Dicke  $d$  und Breite  $w$ . Bei Anlegen eines Stromes führt die Mikrostreifenleitung als Grundwelle eine Quasi-TEM-Welle. Für höhere Frequenzen können die Längskomponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke nicht mehr vernachlässigt werden, und zur genauen Analyse der Leitung müssen die Lösungen der Wellengleichung genutzt werden. Dies ist jedoch analytisch nicht möglich, weshalb Näherungsformeln benutzt werden.

Für breite Leitungen ( $w/D \geq 1$ ) gilt nach Nährman<sup>1</sup> für die Impe-

<sup>1</sup>Achtung: Druckfehler im Buch!

danz der Leitung  $Z_0$  [119] :

$$Z_0 \simeq \frac{385}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{0,58 \ln(w/D + 1,35) + w/d + 1,3} \quad (\text{A.1})$$

und nach Zinke und Brunswig [120]:

$$Z_0[\Omega] \simeq \frac{188,5}{\sqrt{\epsilon_r}} \left( \frac{w}{2D} + 0,441 + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \left( \ln \left( \frac{w}{2D} + 0,94 \right) + 1,451 \right) + \frac{0,082(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r^2} \right)^{-1} \quad (\text{A.2})$$

Für die Realisierung der Probenhalterung wurde eine Leiterplatte,  $D = 1.5$  mm, beidseitig beschichtet mit  $d = 35$   $\mu\text{m}$  Kupfer aus FR4 (Epoxydglashartgewebe,  $\epsilon_r = 4,35$ ), genutzt, so dass aus obigen Formeln eine Breite der Streifenleitung von  $w \approx 2,6$  mm berechnet wurde.

### A.3 Probencharakterisierungen

In diesem Anhang sollen zu allen Proben die restlichen Charakterisierungsmessungen, die nicht bereits im Kapitel 4 zu den Probencharakterisierung gezeigt wurden, angegeben werden. Die Messungen entstanden in einem langen Zeitraum von etwa vier Jahren, meist als vorbereitende Messungen für die eigentlichen Phononenmessungen. Da diese Messungen jeweils an das Phononenexperiment, welches über die Jahre optimiert wurde, angepasst wurden, variiert der jeweilige Messaufbau: Mal wurde eine Lock-in-Technik mit Sinus- oder Sägezahnspannung, mal eine einfachere Gleichstrom-Technik angewandt. Auch variierte der Einsatz verwendeter Filter. Ein exemplarischer Messaufbau wird in Kapitel 4 gezeigt.

Für die folgenden Messungen ist jeweils in der Abbildung angegeben: Probennahme, gemessene Struktur auf dieser Probe, d. h. Mäander mit Aspektverhältnis  $l/w$  oder Hallbar (Hallwiderstand oder Längswiderstand), Quellstrom  $I$  und Basistemperatur  $T_0$ , die bei kleinen Strömen von  $I$  durch gute thermische Kopplung der 2DES-Temperatur  $T_{2DES}$  entspricht. Gemessen wurde jeweils Widerstand  $R$  gegen Magnetfeld  $B$ .

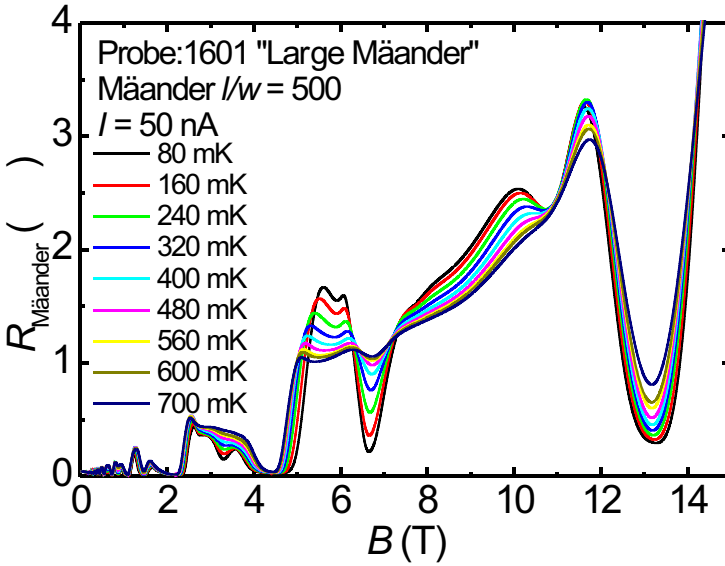
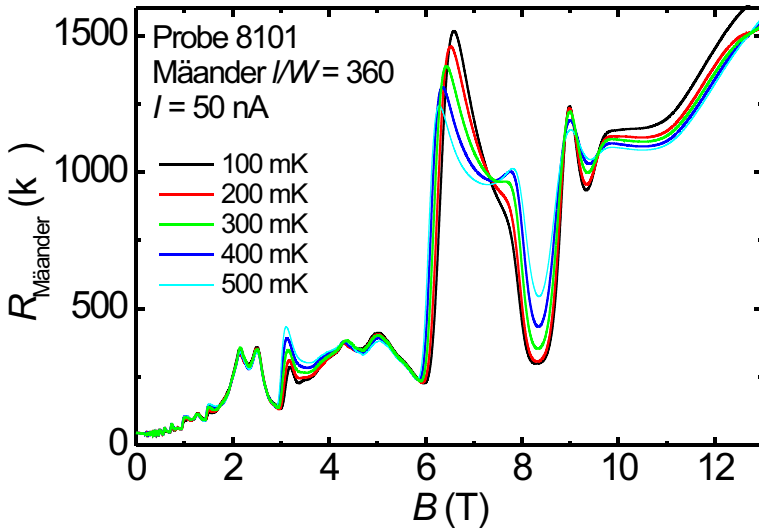


Abbildung A.2:

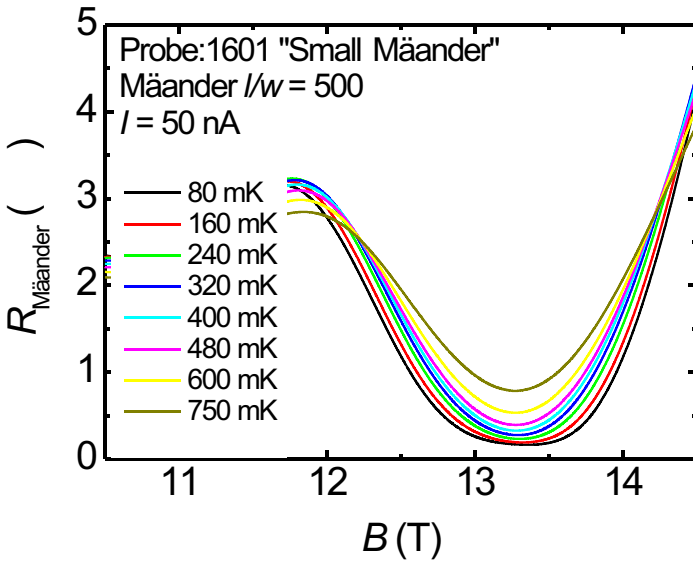
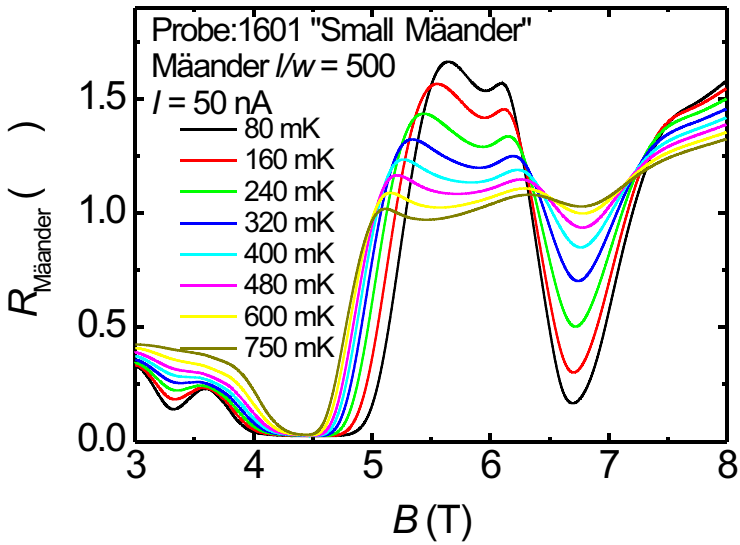


Abbildung A.3:



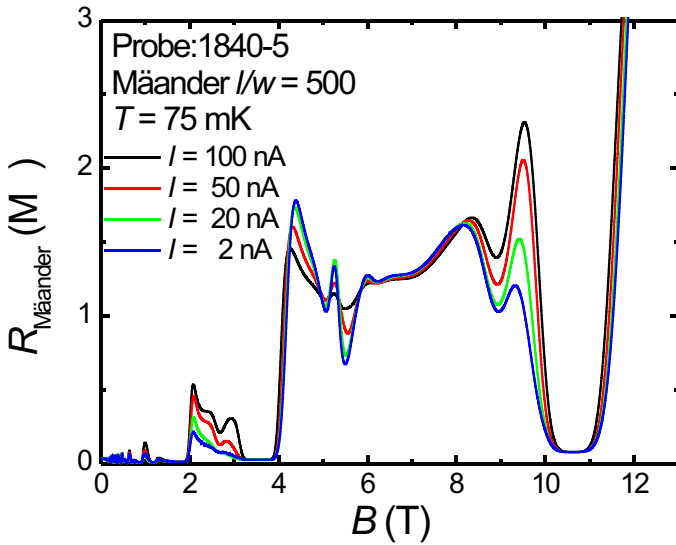
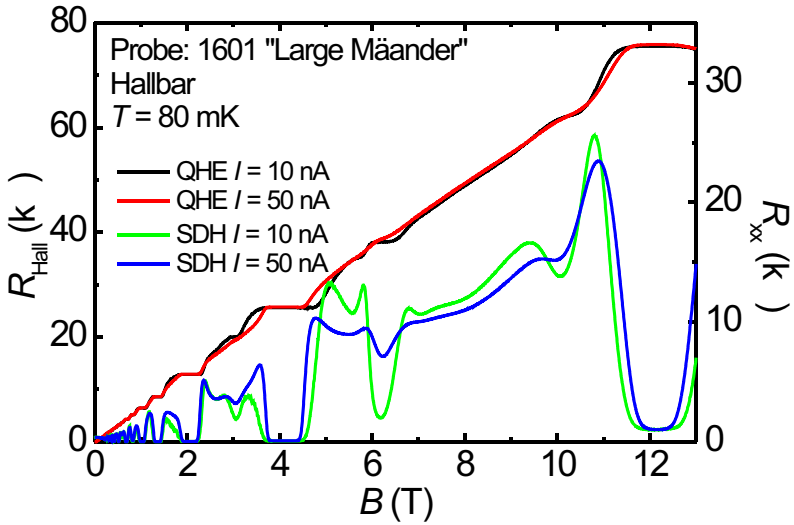


Abbildung A.4:

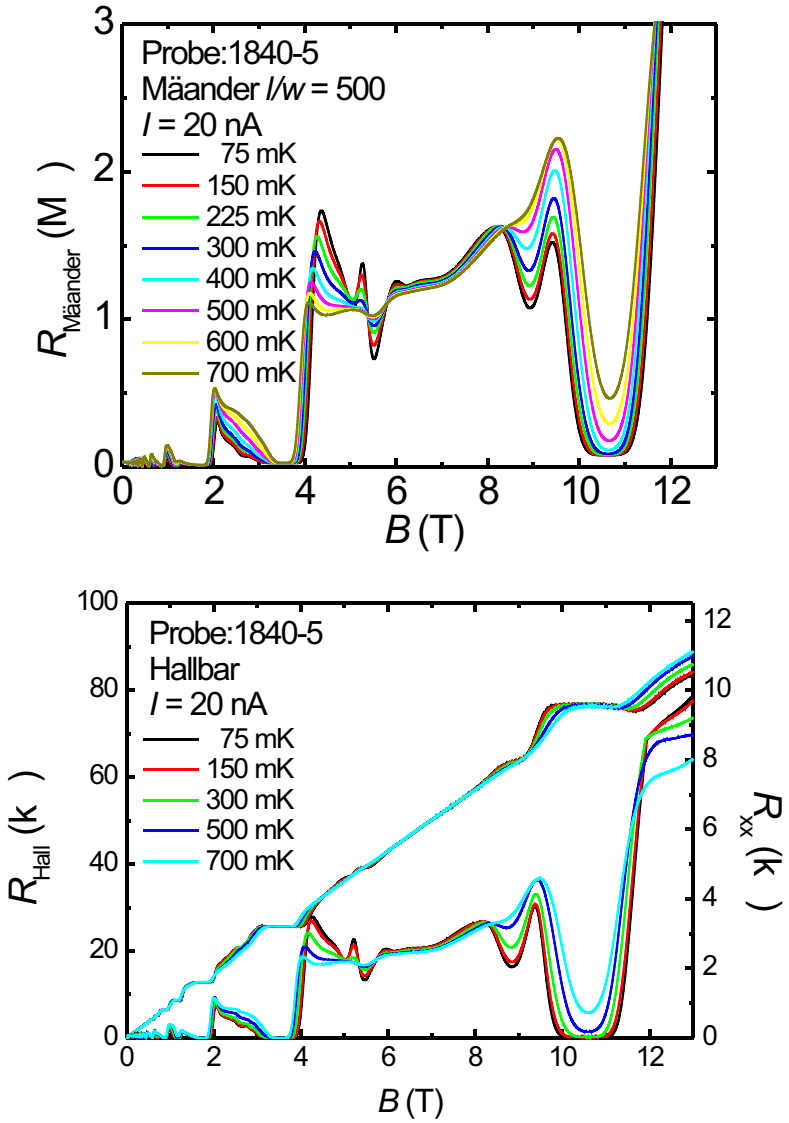


Abbildung A.5:

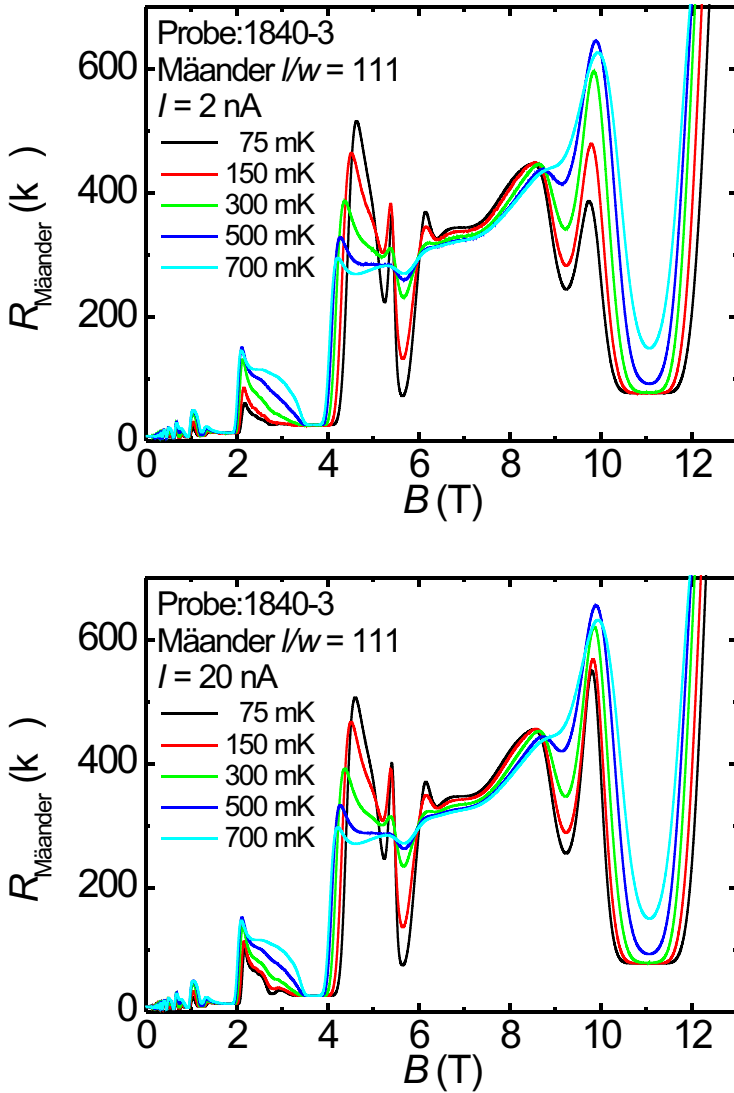


Abbildung A.6:

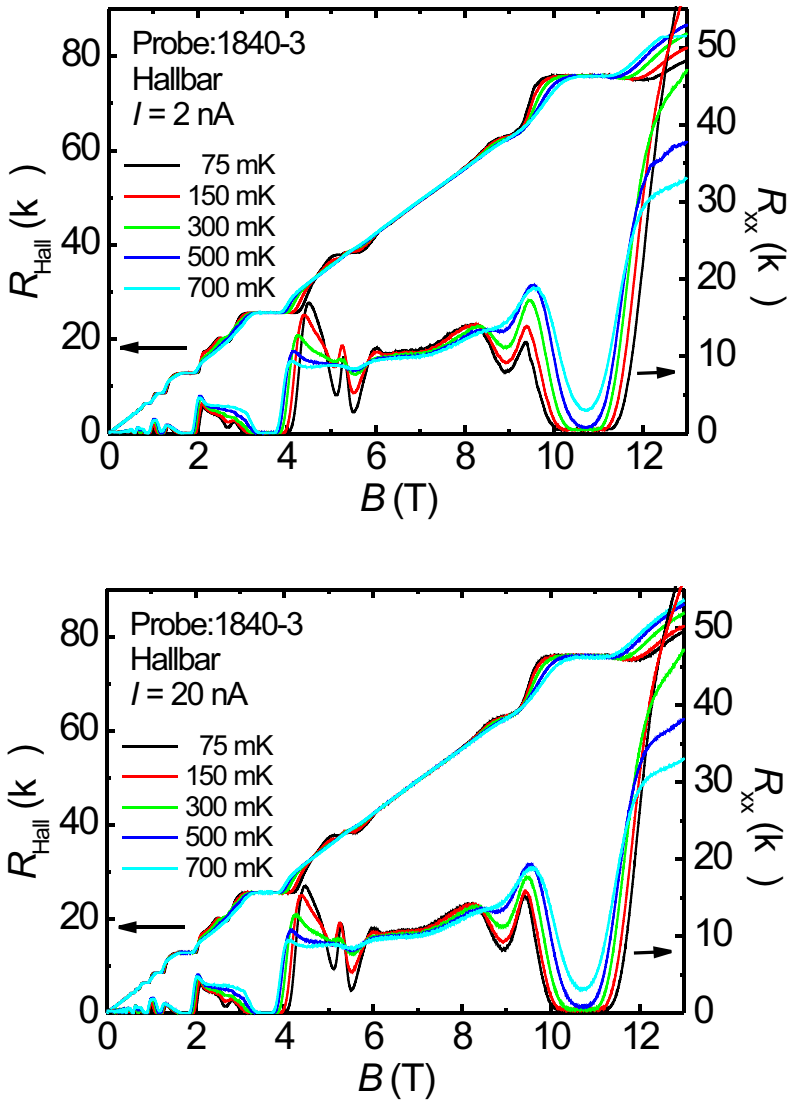


Abbildung A.7:

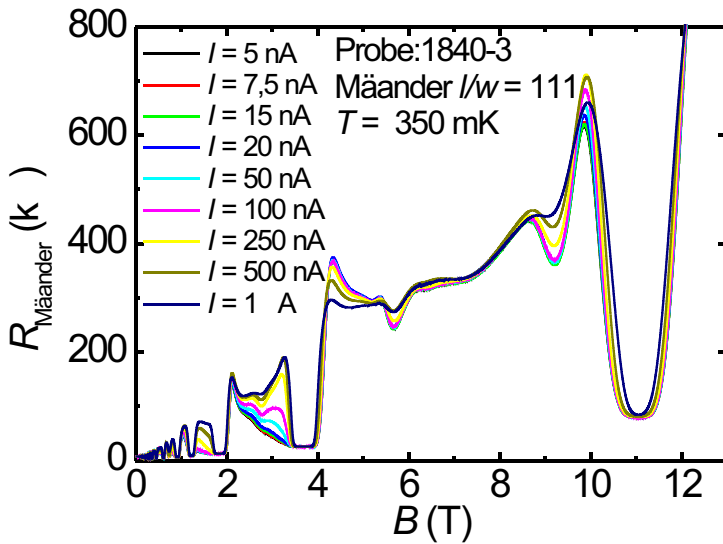
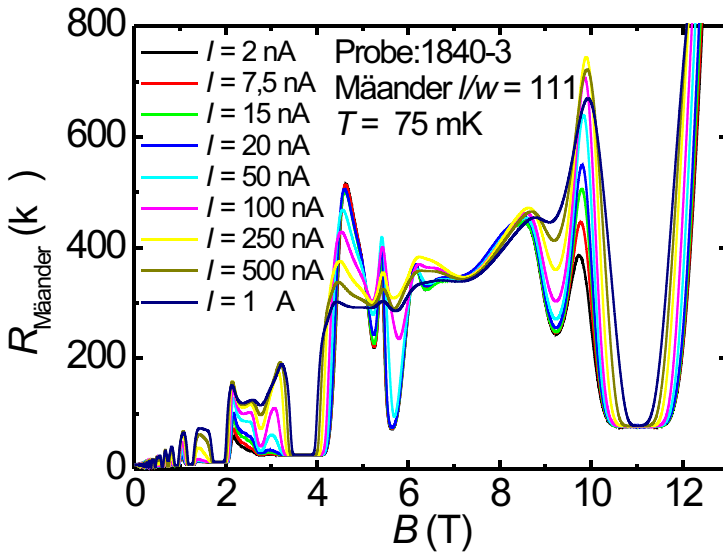


Abbildung A.8:

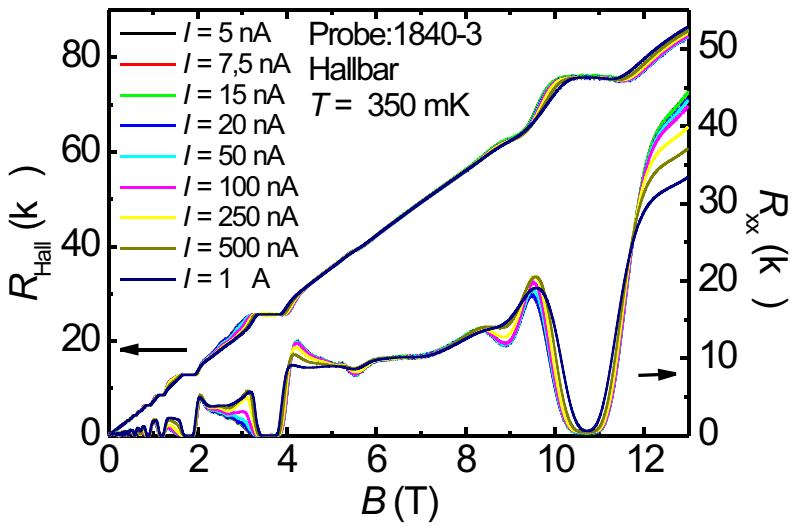
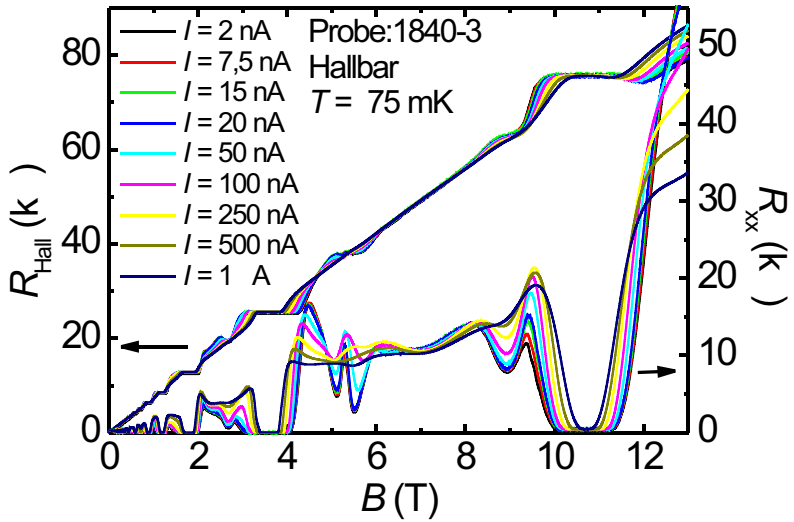


Abbildung A.9:

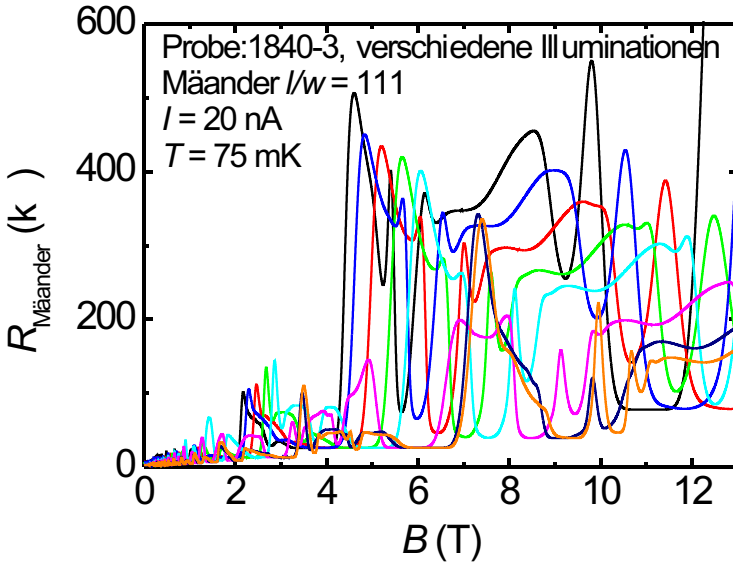
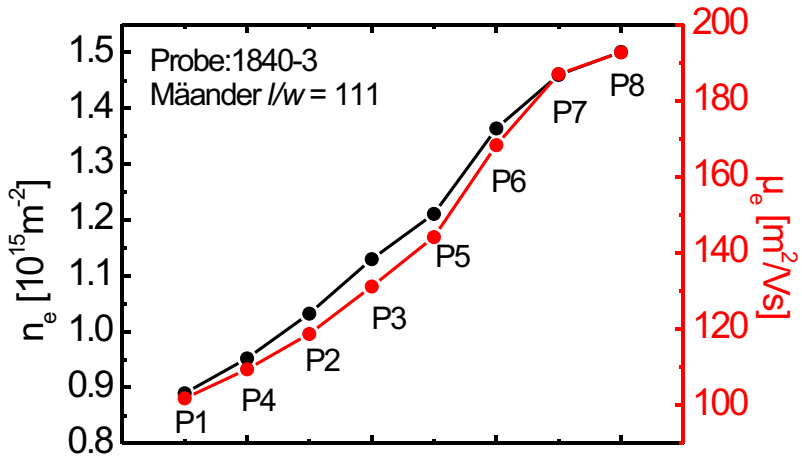


Abbildung A.10:





# Literaturverzeichnis

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [2] H. L. Stormer, D. C. Tsui und A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- [3] H. L. Stormer, A. Chang, D. C. Tsui, J. C. M. Hwang, A. C. Gossard und W. Wiegmann, Phys. Rev. Lett. **50**, 1953 (1983).
- [4] R. B. Laughlin, Phys. Rev. B **50**, 1395 (1983).
- [5] J. Jain, Phys. Rev. Lett. **63**, 199 (1989).
- [6] C. J. Mellor, R. H. Eyles, J. E. Digby, A. J. Kent, K. A. Benedict, L. J. Challis, M. Henini, C. T. Foxon und J. J. Harris, Phys. Rev. Lett. **74**, 2339 (1995).
- [7] U. Zeitler, A. M. Devitt, J. E. Digby, C. J. Mellor, A. J. Kent, K. A. Benedict und T. Cheng, Phys. Rev. Lett. **82**, 5333 (1999).
- [8] L. Lamport, *Das Latex Handbuch*, 1. Auflage (Addison-Wesley, Bonn Paris, 1995).
- [9] M. Goossens, F. Mittelbach und A. Samarin, *Der Latex Begleiter*, 1. Auflage, 1. korrigierter Nachdruck (Addison-Wesley, Bonn Paris, 1996).
- [10] I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, 24. Auflage (H. Deutsch, Frankfurt/M, 1989).
- [11] G. Merziger und T. Wirth, *Repetitorium der höheren Mathematik*, 3. Auflage (Binomi, Springe, 1995).

- [12] H. Schulz, *Physik mit Bleistift*, 1. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1991).
- [13] F. Schwabl, *Quantenmechanik*, 4. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1993).
- [14] H. Ibach und H. Lüth, *Festkörperphysik*, 5. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1999).
- [15] B. Kramer, *Physik in unserer Zeit* **3**, 102 (1997).
- [16] *The Quantum Hall Effect*, 1. Auflage, Herausgeber: R. E. Prange und S. M. Girvin (Springer, Berlin Heidelberg, 1990).
- [17] *Quantum Hall Effect: A Perspective*, 1. Auflage, Herausgeber: A. H. MacDonald (Kluwer Academic, Boston Dordrecht, 1990).
- [18] T. Chakraborty und P. Pietiläinen, *The Quantum Hall Effects*, 2. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1995).
- [19] *Perspectives in Quantum Hall Effects*, 1. Auflage, Herausgeber: S. D. Sarma und A. Pinczuk (Wiley, New York, 1997).
- [20] *Composite Fermions: A Unified View of the Quantum Hall Effects*, 1. Auflage, Herausgeber: O. Heinonen (World Scientific, Singapore, 1998).
- [21] D. Yoshioka, *The Quantum Hall Effect*, 1. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 2002).
- [22] C. Kittel und H. Krömer, *Physik der Wärme*, 4. Auflage (Oldenbourg, München Wien, 1993).
- [23] W. Brening, *Statistische Theorie der Wärme*, 3. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1992).
- [24] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, 8. Auflage (Oldenbourg, München Wien, 1989).
- [25] B. I. Halperin, P. A. Lee und N. Read, *Phys. Rev. B* **47**, 7312 (1993).

- [26] T. Chakraborty und P. Pietiläinen, Phys. Rev. B **55**, R1954 (1997).
- [27] C. Gerthsen, H. O. Kneser und H. Vogel, *Physik*, 16. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1989).
- [28] A. J. Kent, R. E. Strickland, K. R. Strickland und M. Henini, Phys. Rev. B **54**, 2019 (1996).
- [29] K. A. Benedict, R. K. Hills und C. J. Mellor, Phys. Rev. B **60**, 10984 (1999).
- [30] F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, D. Reuter, A. D. Wieck und R. J. Haug, Phys. Rev. Lett. **93**, 026801 (2004).
- [31] H. Beneking, *Halbleiter-Technologie: Eine Einführung in die Prozesstechnik von Silizium and III-V-Verbindungen* (Teubner-Verlag, Stuttgart, 1991).
- [32] T. Ando und Y. Uemura, J. phys. Soc. Jpn. **37**, 1044 (1974).
- [33] R. J. Haug, in *Quantum Transport in semiconductor Submicron Structures*, Herausgeber: B. Kramer (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1996), Seiten 21–62.
- [34] E. Hall, Amer. Jour. Math. **2**, 287 (1879).
- [35] L. Shubnikov und W. J. de Haas, Leiden Comm. **207a, c, d, 210a**, (1930).
- [36] *PTB (Physikalisch technische Bundesanstalt) Internetseite*, <http://www.ptb.de/de/org/2/Inhalte/qhe/quantenhalleffekt.htm>.
- [37] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer und S. Pinhas, Phys. Rev. B **31**, 6207 (1984).
- [38] R. J. Haug, Semicond. Sci. Technol. **8**, 131 (1993).
- [39] H. L. Stormer, Review Mod. Phys. **41**, 875 (1999).
- [40] B. Kramer, Physik in unserer Zeit **6**, 267 (1998).

- [41] R. L. Willett, *Semicond. sci. tech.* **12**, 495 (1997).
- [42] E. Mariani, *On the role of spin, pairing and statistics of Composite Fermions in the Fractional Quantum Hall effect*, Dissertation, Universität Hamburg, 2003.
- [43] E. Mariani, R. Mazzarello, M. Sasseti und B. Kramer, *Ann. Phys.* **11**, 926 (2002).
- [44] J. Jain, *Science* **266**, 1199 (1994).
- [45] S. Rao, *cond-mat/9902292* (1999).
- [46] F. Schulze-Wischeler, E. Mariani, F. Hohls und R. J. Haug, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 156401 (2004).
- [47] W. Apel, PTB Braunschweig, Private Mitteilung.
- [48] U. Zeitler, Universität Nijmegen, Niederlande, Private Mitteilung.
- [49] C. Kallin und B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **30**, 5655 (1984).
- [50] D. Yoshioka, in *Proceedings of the Second International Symposium on the Foundation of Quantum Mechanics*, Herausgeber: M. Naniki, Y. Ohnuki, Y. Murayama und S. Nomura (Physical Society of Japan, Tokyo, 1986), Seiten 140–149.
- [51] D. Yoshioka, *J. phys. Soc. Jpn.* **55**, 885 (1986).
- [52] J. L. T. Waugh und G. J. Dolling, *Phys. Rev.* **132**, 2410 (1963).
- [53] F. Rosch und O. Weis, *Z Phys. B* **27**, 33 (1977).
- [54] O. Weis, *Z. Angew. Phys.* **26**, 325 (1969).
- [55] U. Wiesner, *Spektroskopie mit akustischen Phononen: Elektronische Anregungen im Bereich des Quanten-Hall-Effektes*, Dissertation, Max-Planck-Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, 1997.
- [56] S. Tamura, *Phys. Rev. B* **30**, 849 (1984).

- [57] I. Vurgaftman, J. R. Meyer und L. R. Ram-Mohan, *J. Appl. Phys.* **89**, 5815 (2001).
- [58] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).
- [59] R. I. Cottam und G. A. Saunders, *J. Phys. C* **6**, 2105 (1973).
- [60] J. C. Hensel, R. C. Dynes und D. C. Tsui, *Phys. Rev. B* **28**, 1124 (1983).
- [61] G. A. Tooms, F. W. Sheard, D. Neilson und L. J. Challis, *Solid State Commun.* **64**, 577 (1987).
- [62] S. M. Sze, *Semiconductor devices, physics and technology*, 2nd ed. (Wiley, New York, 2002).
- [63] M. J. Kelly, in *Series on Semiconductor Science and Technology*, Herausgeber: H. Kamimura, R. J. Nicholas und R. H. Williams (Clarendon Press, Oxford, 1995), Band 3.
- [64] *Introduction to Microlithography*, 2nd ed., Herausgeber: L. F. Thompson, C. G. Willson und M. J. Bowden (American Chemical Society, Washington, DC, 1994).
- [65] M. A. McCord und M. J. Rooks, in *Handbook of microlithography, micromachining and microfabrication*, Herausgeber: P. Rai-Choudhury (SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Wash., 1997), Seiten 139–249.
- [66] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures*, 2nd ed. (Springer, Berlin Heidelberg, 1996).
- [67] C. Enss und S. Hunklinger, *Tieftemperaturphysik*, 1. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 2000).
- [68] G. L. Snider, *1D Schrödinger-Poisson solver*, Department of Electrical Engineering, University of Notre Dame, Notre Dame, IN, 2002 (<http://www.nd.edu/~gsnider/>).
- [69] *Firmenkatalog, Resist AR-U 4000*, Allresist mbH, Strausberg, [www.allresist.de](http://www.allresist.de).

- [70] G. Ebert, T. Herzog, H. Obloh und B. Tausendfreund, PTB-Mitteilung **5**, 293 (1983).
- [71] M. Monka, *Phononenabsorption in niederdimensionalen Elektronensystemen*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 1999.
- [72] G. Krause, *Phononenabsorption in mechanisch strukturierten quantenpunktkontakten*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 2001.
- [73] *Leiterplattenherstellung für den Hobbyelektroniker*, Conrad Electronic GmbH, Best. Nr.: 529494.
- [74] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, L. Pfeiffer und K. W. West, Phys. Rev. Lett. **62**, 1540 (1989).
- [75] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, L. Pfeiffer und K. W. West, Phys. Rev. B **41**, 7910 (1990).
- [76] L. W. Engel, S. W. Hwang, T. Sajoto, D. C. Tsui und M. Shayegan, Phys. Rev. B **45**, 3418 (1992).
- [77] R. R. Du, A. S. Yeh, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer und K. W. West, Phys. Rev. Lett. **75**, 3926 (1995).
- [78] R. J. Haug, K. v. Klitzing, R. J. Nicholas, J. C. Maan und G. Weimann, Phys. Rev. B **36**, 4528(R) (1987).
- [79] F. Hohls, *Der Plateau-Übergang im Quanten Hall Effekt: Experimente zur Temperatur- und Frequenzabhängigkeit*, Dissertation, Universität Hannover, 2000.
- [80] I. V. Kukushkin, K. v. Klitzing und K. Eberl, Phys. Rev. Lett. **82**, 3665 (1999).
- [81] G. Murthy, Phys. Rev. Lett. **84**, 350 (2000).
- [82] V. M. Apalkov, T. Chakraborty, P. Pietiläinen und K. Niemelä, Phys. Rev. Lett. **86**, 1311 (2001).
- [83] E. Mariani, N. Magnoli, F. Napoli, M. Sasseti und B. Kramer, Phys. Rev. B **66**, 241303(R) (2002).

- [84] N. Freytag, Y. Tokunaga, M. Horvatić, C. Berthier und M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 136801 (2001).
- [85] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).
- [86] R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. von Klitzing und G. Weimann, *Phys. Rev. B* **37**, 1294 (1988).
- [87] F. Schulze-Wischeler, E. Mariani, F. Hohls und R. J. Haug, *Proceedings ICPS-27, Flagstaff (USA)* (2004).
- [88] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 216 (1990).
- [89] A. H. MacDonald, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 220 (1990).
- [90] G. Kirczenow, *Phys. Rev. B* **53**, 15767 (1995).
- [91] H. S. Sim, K. J. Chang und G. Ihm, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 596 (1999).
- [92] L. P. Kouwenhoven, B. J. van Wees, N. C. van der Vaart, C. J. P. M. Harmans, C. E. Timmering und T. C. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 685 (1990).
- [93] A. M. Chang und J. E. Cunningham, *Solit State Commun.* **72**, 651 (1989).
- [94] A. M. Chang und J. E. Cunningham, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2114 (1992).
- [95] J. D. F. Franklin, C. J. B. Ford, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie und M. Pepper, *Physica B* **249**, 405 (1998).
- [96] A. Würtz, E. V. Deviatov, A. Lorke, V. T. Dolgoplov, D. Reuter und A. D. Wieck, *Conference Workbook EP2DS-15*, 15 (2003).
- [97] J. K. Wang und V. J. Goldman, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 749 (1991).
- [98] G. Ernst, N. B. Zhitenev, R. J. Haug und K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3748 (1997).

- [99] S. Takaoka, K. Oto, S. Uno, K. Murase, F. Nihey und K. Nakamura, Phys. Rev. Lett. **81**, 4700 (1998).
- [100] T. Machida, S. Ishizuka, T. Yamazaki, S. Komiyama, K. Muraki und Y. Hirayama, Phys. Rev. B **65**, 233304 (2002).
- [101] *Electron-Phonon Interactions in Low-Dimensional Structures*, 1. Auflage, Herausgeber: L. Challis (Oxford Univ. Press, Oxford, 2003).
- [102] M. T. Ramsbey, J. P. Wolfe und S. Tamura, Z Phys. B **73**, 167 (1988).
- [103] M. T. Ramsbey, S. Tamura und J. P. Wolfe, Phys. Rev. B **46**, 1358 (1992).
- [104] P. Horowitz und W. Hill, *The art of electronics*, 2. Edition (Cambride University Press, Cambride, 1996).
- [105] F. Schulze-Wischeler, U. Zeitler, M. Monka, F. Hohls, R. J. Haug und K. Eberl, Physica B **298**, 164 (2001).
- [106] S. E. Barrett, G. Dabbagh, L. N. Pfeiffer, K. W. West und R. Tycko, Phys. Rev. Lett. **74**, 5112 (1995).
- [107] D. K. Maude, M. Potemski, J. C. Portal, M. Henini, L. Eaves, G. Hill und M. A. Pate, Phys. Rev. Lett. **77**, 4604 (1996).
- [108] F. Schulze-Wischeler, U. Zeitler, F. Hohls, R. J. Haug, D. Reuter und A. D. Wieck, Physica E **12**, 474 (2002).
- [109] K. A. Benedict und R. K. Hills, Phys. Rev. B **63**, 235304 (2001).
- [110] H. C. Manoharan und M. Shayegan, Phys. Rev. B **50**, 17662 (1994).
- [111] K. Park und J. K. Jain, Phys. Rev. Lett. **80**, 4237 (1998).
- [112] F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, D. Reuter, A. D. Wieck und R. J. Haug, Proceedings SemiMag-16, Tallahassee (USA) (2004).



- [113] A. D. Mirlin und P. Wölfle, Phys. Rev. B **55**, 5141 (1997).
- [114] L. P. Rokhinson, B. Su und V. J. Goldman, Rapid Comm. **52**, R11588 (1995).
- [115] B. L. Altshuler, A. G. Aronov und P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. **44**, 1288 (1980).
- [116] P. A. Lee und T. V. Ramakrishnan, Rev. Mod. Phys. **57**, 287 (1985).
- [117] J. K. Jain und R. K. Kamilla, Phys. Rev. B **55**, R4895 (1997).
- [118] F. Schulze-Wischeler, F. Hohls, U. Zeitler, D. Reuter, A. D. Wieck und R. J. Haug, Proceedings ICPS-27, Flagstaff (USA) (2004).
- [119] D. Nührmann, *Das große Werkbuch Elektronik, Teil B*, 4. Auflage (Franzis, Poing, 1989).
- [120] H. Zinke und O. Brunswig, *HF Technik 1*, 5. Auflage (Springer, Berlin Heidelberg, 1995).



# Abkürzungen und Symbole

## Abkürzungen

2DES	Zweidimensionales Elektronensystem
2DEG	Zweidimensionales Elektronengas
AC	Engl. alternating current = Wechselstrom
CF	Composite Fermion
DC	Engl. direct current = Gleichstrom
FQHE	Fraktionaler Quanten-Hall-Effekt
HF	Hochfrequenz
IQHE	Integraler Quanten-Hall-Effekt
IR	Infrarot
LA	Longitudinal akustisch
TA	Transversal akustisch
MBE	Molekularstrahlepitaxie
MOSFET	Metall-Oxid-Silizium-Feldeffekttransistor
NICFM	“Nahezu unabhängiges (oder nicht sich gegenseitig beeinflussendes) Composite Fermion Bild”
NMR	kernmagnetische Resonanz
PS	Phononensignal
QHE	Quanten-Hall-Effekt
RT	Raumtemperatur
SD	Engl. source-drain = Quelle-Senke
UV	Ultraviolett

## Symbole

$a_0$	Fang-Howard Parameter, der die elektronische “Dicke” des 2DES angibt
$a^\dagger a$	Erzeuger- und Vernichter-Operatoren
$A_H,$	Heizerfläche, Probenfläche, Mäanderfläche
$A_{Probe},$	
$A_{Maeander}$	
$\vec{A}$	Ein 2D-Vektor entsteht durch die Projektion eines 3D-Vektors, $\vec{A} = (\vec{a}, a_z)$
$\alpha$	CF Masseparameter, $m_{CF} = m_0 \alpha \sqrt{B[\text{T}]}$
$\alpha_{Fein}$	Feinstrukturkonstante der Quantenelektrodynamik
$B, \vec{B}$	Magnetfeld
$B_c$	Kritisches Magnetfeld, bei dem sich Landau-Niveaus kreuzen
$B_{eff}$	Effektives Magnetfeld, $B_{eff} = B - 2m\phi_0 n_e$
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$C,$	Spezifische Wärme, eines 2DES
$C_{2DES}$	
$C_e$	Spezifische Wärme eines 2DES, bestimmt mit einer mittleren Temperatur $T_e$
$c_V, c_{V,S}$	Wärmekapazität (eines Systems $S$ )
$C_V$	Spezifische Wärmekapazität = Wärmekapazität pro Masseneinheit
$d$	Dicke
$D(E)$	Zustandsdichte
$\epsilon_0$	Dielektrische Konstante, $\epsilon_0 = 8,8542 * 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$
$\epsilon_r$	Relative Dielektrische Konstante
$\epsilon_{GaAs}$	Relative Dielektrische Konstante von GaAs, $\epsilon_{GaAs} = 12,9$
$D(E) D^i$	Zustandsdichte (des i-ten Subbandes)
$\Delta$	Energielücke
$\Delta_C$	Energielücke, die die spezifische Wärme bestimmt
$e$	Elementarladung, $e = 1,602189 * 10^{-6} \text{ C}$
$E$	Energie
$E^i E_z^i$	Energie des i-tes Subband (durch Einschlußpotential in z-Richtung)

$E_{abs}$ ,	Absorbierte und emittierte Energie des 2DES
$E_{emitt}$	
$E_B$	Bandlücke, $E_{B,GaAs} = 1,4 \text{ eV}$ , $E_{B,AlAs} = 2,2 \text{ eV}$
$E_{nps}$	CF-Landau-Niveau
$\langle E \rangle$	Mittlere Energie
$\vec{E}$	Elektrisches Feld
$E_F$	Fermienergie, $E_F = \frac{1}{2}\hbar\omega_c = 10 \text{ K} \sqrt{B[\text{T}]}$
$f$ ,	Verteilungsfunktion, Fermiverteilung
$f(E, T)$	
$ F(q_z) ^2$	Form-Faktor, der die endliche Dicke des 2DES in z-Richtung berücksichtigt
$\vec{F}$	Kraft
$g$	Landé g-Faktor
$g^*$	Effektiver Landé g-Faktor, $g^* = -0,44$ in GaAs
$g_s$	Spinartung
$G$	Leitwert, $G = I/U$
$\vec{G}$	Reziproker Gittervektor
$\gamma$	CF Spin Polarisation
$\gamma_C$	Konstante für spezifischen Wärme des GaAs, $\gamma_C = 3,4 \text{ Jm}^{-3}\text{K}^{-4}$
$\Gamma_i$	Streurrate eines i-ten Prozesses
$h, \hbar$	Plancksche Konstante, $\hbar = h/2\pi$
$h_{\mu\nu\lambda}$ , $h_{14}$	Piezomodul-Tensor, eine Komponente mit $h_{14} \approx 0,14 \text{ Cm}$
$H$	Hamilton Operator, $H = H_{\perp} + H_z$
$H_z$	Hamilton Operator in z-Richtung
$H_{\perp}$	Zum Magnetfeld transversale Teil von $H$
$\vartheta$	Temperatur normiert auf Coulombenergie, $\vartheta = \frac{T}{e^2/l_B}$
$I$	Strom
$I_{Null}$ ,	Strom mit Angabe der Polung, "Null" bedeutet kein Strom
$I_{Positiv}$ ,	
$I_{Negativ}$	
$\vec{j}$	Lokale Stromdichte
$k_B$	Boltzmann Konstante, $k_B = 1,381 * 10^{-16} \text{ erg/K}$
$k_F$	Fermiwellenvektor , in einem 2DES $k_F = \sqrt{2\pi n_e}$
$\vec{k}$	Wellenvektor, $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$

## Abkürzungen und Symbole

---

$\kappa$	Parameter zur Bestimmung der Leistungsabgabe eines 2DES
$l$	Länge (meist des Mäanders)
$l_B$	Magnetischen Länge, $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$
$\lambda_{Phonon}$	Mittlere freie Weglänge von Phononen
$2m$	Gerade Anzahl an Flussquanten
$m_e$	Freie Elektronenmasse
$m^*$ ,	Effektive Masse, in GaAs $m_{GaAs} = 0.067m_e$
$m_{GaAs}$	
$m_{CF}$	Effektive Masse, explizit von CF
$M_j$	Übergangs-Matrixelement für Absorption und Emission von Phononen
$\mu$	Chemisches Potential
$\mu_e$	Elektronenmobilität eines 2DES
$\mu_B$	Bohrsches Magneton, $\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_0} = 0,67 \text{ K/T}$
$n_e$	Elektronendichte eines 2DES
$n_L$	Anzahl der Zustände je Energieniveau und Flächeninhalt
$n_{LL}$	Landau-Niveau-Index
$N$	Gesamtanzahl
$N_L$	Gesamtanzahl der Zustände je Energieniveau und Flächeninhalt
$\nu$	Füllfaktor, $\nu = \frac{n_e}{n_L} = \frac{n_e \hbar}{eB_{\perp}}$
$\Xi_0$	Effektive Deformationspotential Konstante, $\Xi_0 \approx 7 \text{ eV} - 8,5 \text{ eV}$
$p$	CF Füllfaktor, $\nu = \frac{p}{2mp \pm 1}$
$p_{\uparrow}, p_{\downarrow}$	Anzahl der CF Zustände mit Spin $\uparrow$ bzw. $\downarrow$
$\vec{p}$	Impulsvektor, $\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$
$P$	Wahrscheinlichkeit, $0 \leq P \leq 1$
$Per$	Pulsperiode
$\phi_0$	Magnetisches Flussquant, $\phi_0 = h/e$
$\Psi, \psi$	(Gesamt)-Wellenfunktion
$\psi_{\perp}$	Zum Magnetfeld transversale Teil von $\psi$
$P, P_H, P_e$	Leistung, Heizerleistung, emittierte Leistung
$P_{\mu}$	Elektrisches Polarisationsfeld
$\hat{\omega}_{\vec{q}}$	Fourierkomponente der 2DES Elektronendichte
$\hat{\rho}$	Widerstandstensor

$\rho_{xx}, \rho_{xy}$	Spezifischen Widerstände
$\dot{Q}$	Wärmeabgabe zwischen zwei verschiedenen Materialien
$r, \vec{r}$	Ort, Ortsvektor, $\vec{r} = (x, y, z)$
$r(T, T_H)$	Absorptionskoeffizienten des 2DES von Phononen...
$r_0$	... konstant gesetzt
$r_{c,nLL}$	Zyklotronradius
$ref$	Reflektiertes Signal
$R$	Widerstand
$R_{2PKT}$	Zweipunktwideerstand des Mänders, $R_{2PKT} = R_{Kontakte} + \rho_{xy} + \frac{l}{w} * \rho_{xx}$
$R_{Kontakte}$	Kontaktwiderstand
$R_{xx}, R_{xy}$	Längs- und Querwiderstand, $R_{xx} = R_{SDH}, R_{xy} = R_{Hall}$
$R_{SDH}, R_{Hall}$	Shubnikov-de-Haas-Widerstand, Hallwiderstand
$R_K$	Von-Klitzing-Konstante, $R_{K-90} = 25812,807 \Omega$
$R_{Kapiza}$	Kapitza-Widerstand, $\Delta T = R_{Kapiza} \dot{Q}$
$s$	Spinquantenzahl, $s = \pm 1/2$
$\vec{S}, S$	Spin
$S(I)$	Rohsignal
$S_{nps}(B)$	Steigung der Energieniveaus nach Magnetfeld, $S_{nps}(B) := \partial_B E_{nps}(B)$
$S_{\mu\nu}$	Gitter-Verformungs-Tensor
$\hat{\sigma}, \sigma$	Leitfähigkeitstensor, Leitfähigkeit
$\sigma_{Kop}$	Kopplungskonstante akustischer Fehlanpassung, für GaAs mit Konstantan: $\sigma_{kop} = 524 \text{ Wm}^{-2}$
$t$	Zeit
$T, T_*$	Temperatur, $T_* = k_B T$
$T_0$	Basistemperatur
$T_1$	Maximale Temperatur des 2DES nach Phononenabsorption
$T_{2DES}$	Temperatur explizit des 2DES, wegen guter Wärmekopplung ist $T_{2DES} = T_{Kryo}$ im Gleichgewicht
$T_b$	Substrattemperatur
$T_D$	Debye-Temperatur
$T_H$	Heizertemperatur
$T_{Kryo}$	Kryostattemperatur
$T_S$	Substrattemperatur

## Abkürzungen und Symbole

---

$T_n$	Transmissionskoeffizient, $0 \leq T_n(E_F) \leq 1$
$T_{ne}$	Nichtgleichgewichtstemperatur
$T_{max}$	Maximale Temperatur in einem Phononensignal
$\tau$	Pulslänge
$\tau_i$	Mittlere Lebensdauer eines i-te Streuprozesses
$\tau_{tr}$	Transportzeit
$\tau_c$	Relaxationszeit
$\varsigma$	Abschirmparameter
$u_\omega$	Plancksches Phononenspektrum
$U$	Spannung
$U_{xx}, U_{xy}$	Längs- und Querspannung
$U_{SD}$	Quellspannung
$\omega_c$	Zyklotron Frequenz, $\omega_c = eB/m^*$
$v, \vec{v}$	Geschwindigkeit, Geschwindigkeitsvektor $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$
$v_{s,LA}$	Schallgeschwindigkeit der LA-Phononen in (100)-Richtung, $v_{s,LA} = 4770$ m/s
$v_{s,TA}$	Schallgeschwindigkeit der TA-Phononen in (100)-Richtung, $v_{s,TA} = 3368$ m/s
$V$	Potentielle Energie
$Vol$	Volumen
$w$	Breite (meist des Mäanders)
$x, y, z$	Raumkoordinaten
$\Xi_{\mu\nu}$	Deformationspotential-Tensor
$\chi$	Parameter für Variationsprinzip
$Z$	Zustandssumme, $Z(T_*) := \sum_n \exp(-E_n/T_*)$
$Z_0, Z_P$	Impedanz der Leitungen bzw. Impedanz, die ein Puls sieht

## Umrechnung von Energie

$$1 \text{ K} = 8,6 \cdot 10^{-2} \text{ meV}$$

$$1 \text{ K} = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J}$$

$$1 \text{ meV} = 11,6 \text{ K}$$

$$1 \text{ J} = 7,244 \cdot 10^{22} \text{ K}$$



## Danksagung

Ein großes Dankeschön an Prof. Dr. Rolf Haug für die Möglichkeit, diese Dissertation anfertigen zu können, für die Betreuung dieser Arbeit, gute Zusammenarbeit und Diskussionen. Danke für QHE.

Ein genauso großes Dankeschön an Universitair Hoofdocent Dr. Uli Zeitler für sein interessantes und erfolgreiches Phononenprojekt. Danke für die Betreuung dieser Arbeit und die viele Messtechnik, cryohandling etc. die er mir beibrachte. Danke für Phononen.

Ein herzliches Dankeschön an Dr. Frank Hohls, supi Zimmerkollege, Freund und Vorbild. Danke auch für unzählige Hilfe, Betreuung, Messtechnik und QHE.

Ich danke den Externen, die mit mir zusammengearbeitet haben: Dr. Mariani (Israel) für die direkten  $g$ -Faktoren, Prof. Apel (Braunschweig) für seine spezifische Wärme, Dr. Reuter und Prof. Wieck (Bochum) sowie Dr. Eberl (Stuttgart) für exzellente Heterostrukturen.

Danke an Gernot Krause: ich wünsche jedem so einen aufgeweckten Diplomanden.

Danke an *alle* Nanos, es waren in den Jahren so viele, dass ich nicht jedem Einzelnem was Nettes schreiben kann. Die Stimmung im Institut ist immer gut, was besonders wichtig ist, wenn man mal wieder durch ein tiefes (Forschungs-) Tal muss. Insbesondere den Oldies möchte ich danken: Jörn für Kripo Bad Elster, André für Reinraumdosenschießen und 2d-Humor, Isabella für Käse, Philip für Jazz, Claus für Unglücksfeld, Uli K. für Kratzen und Spiele, Jens für Politik und Gennadij für dry-Humor. Special thanks go to Daniel für Korrekturlesen und Christian für Computerfeuerwehr.

Danke auch Yvonne, Klara und Adriana für Service und Stimmung.

Ganz herzlichen Dank an meine Freunde und Studiumsmitbestreiter Florian, Padi und Dietrich. Keine "Drachen" können uns aufhalten.

Vielen Dank an meine lieben Eltern Hanne und Hannes für Rat in allen Lebenslagen und vielerlei Unterstützung: alles tiptopp. Und meiner Schwester Moni für Durchblick im richtigen Leben.

Last but not least danke ich meiner Frau Katja. Mit Liebe geht alles, sogar dass Fritz ein Doktor wird. Danke auch an meine süßen Kinder Lynn und Joe, wer solche Kinder hat, kriegt schnellstens den Kopf von Physik frei.

## Lebenslauf

Name: Fritz Schulze Wischeler  
Geburtsdatum: 3. Oktober 1971  
Geburtsort: Hannover  
Staatsangehörigkeit: Deutsch  
Eltern: Dipl. Ing. Hanne Schulze Wischeler, geb. Kleber  
Dipl. Ing. Hannes Schulze Wischeler

1977 - 1987 Glocksee Schule Hannover  
1987 - 1990 Gymnasiale Oberstufe der IGS Hannover Linden  
Abschluß: Abitur

1990 - 1991 Zivildienst in der Behindertenbetreuung in der  
„Gemeinnützigen Gesellschaft zur Förderung  
Körperbehinderter, MBH“ in Hannover

10/1991 - 07/1999 Physikstudium an der Universität Hannover  
1993 Vordiplom  
1997 - 1998 Diplomarbeit über  
„Optische Stöße mit differentiellm Nachweis“ in der  
Abteilung Atomare Prozesse  
am Institut für Atom- und Molekülphysik  
der Universität Hannover  
bei Prof. Dr. J. Großer  
29.07.1999 Abschluß: Diplom

seit 11/1999 Doktorarbeit in der  
Abteilung Nanostrukturen  
am Institut für Festkörperphysik  
der Universität Hannover  
bei Prof. Dr. R. J. Haug

28.07.00 Heirat mit Katja Lichtenthal  
31.12.00 Geburt Joe Lichtenthal  
19.06.02 Geburt Lynn Lara Lichtenthal