

Magnetfallen und Signaturen der Eindimensionalität für Bose-Einstein-Kondensate

Vom Fachbereich Physik der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.
genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Phys. Markus Kottke
geboren am 04.09.1971 in Stuttgart

2004

Referent: Prof. Dr. W. Ertmer
Korreferent: Prof. Dr. K. Danzmann
Tag der Promotion: 10. Juni 2004

Zusammenfassung

Magnetfallen für neutrale Atome sind ein zentrales Werkzeug zur Erzeugung und Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten. Ziel dieser Arbeit war es, bestehende Konzepte zur Verwirklichung magnetischer Fallen weiterzuentwickeln und zur Durchführung neuer Experimente zu nutzen.

In speziell geformten Fallen ist es in jüngster Zeit gelungen, Kondensate in einer oder zwei Raumrichtungen so stark einzuschließen, dass ihr Verhalten sich dem zweidimensionaler oder eindimensionaler Systeme nähert. Daher ist das Studium niederdimensionaler Systeme ultrakalter Atome und ihrer Eigenschaften gegenwärtig ein hochaktuelles Feld, in dem sich Theorie und Experiment intensiv befruchten.

Die Hauptschwerpunkte dieser Arbeit sind die Weiterentwicklung der Magnetfallentechnik und die Nutzung einer optimierten Magnetfalle zum Studium von Effekten der Eindimensionalität in Bose-Einstein-Kondensaten.

Es wurde eine neuartige Magnetfalle, die 8-Dee-Falle, entworfen und aufgebaut. Dieser neue Fallentyp ermöglicht es, die Vorzüge verschiedener existierender Magnetfallen zu kombinieren. Er bietet den exzellenten optischen Zugang bestehender Fallentypen bei gleichzeitig verbesserter Effizienz der Erzeugung des Einschlusses und verbessertem Abschaltverhalten. Die Kombination dieses Fallentyps mit dem Kühlkonzept der von außen wasserumspülten Drähte reduziert den Betriebsaufwand und erhöht die Stabilität der Falle. Die 8-Dee-Falle wurde erfolgreich in Experimenten zur Untersuchung von Spinor-Bose-Einstein-Kondensaten eingesetzt und dient bereits als Prototyp für weitere Fallen ihres Typs.

Den zweiten Schwerpunkt dieser Arbeit stellt der Nachweis von Effekten der Eindimensionalität in sehr elongierten und kleinen Kondensaten dar. Insbesondere konnte erstmals experimentell gezeigt werden, dass die Frequenz der niedrigen $m=0$ -Quadrupol-Oszillationsmode beim Übergang zu einem radial auf den Grundzustand eingeengten System ansteigt. Diese Ergebnisse erschließen experimentell einen neuen Parameter zur Charakterisierung der Eindimensionalität.

Schlagworte: Bose-Einstein-Kondensation, Magnetfallen, niederdimensionale Systeme

Abstract

Magnetic traps for neutral atoms are a central tool for the creation and manipulation of Bose-Einstein condensates (BECs). The aim of this thesis was to improve existent concepts for the realization of magnetic traps and to use them for new experiments.

Traps of special geometry have recently allowed to achieve high confinement of condensates in one or two dimensions, so that their behavior approaches that of two-dimensional or one-dimensional systems. Therefore the study of low-dimensional systems of ultracold atoms and their properties is currently a field of intense and fruitful activity both in theory and experiment.

The two main subjects of this thesis are the further development of magnetic trap technology and the study of effects of one-dimensionality in BECs using an optimized magnetic trap.

A novel magnetic trap, the 8-Dee trap, was designed and built. This new trap type combines the advantages of several previous magnetic traps. It offers the excellent optical access of existing trap types with an improved efficiency in creating confinement and with improved switch-off behavior. The combination of this trap type with the concept of externally water-cooled wires reduces operational effort and enhances the stability of the trap. The 8-Dee trap has been successfully used in experiments investigating spinor BECs and is already serving as a prototype for further traps of its type.

The second focus of this thesis is the demonstration of effects of one-dimensionality in very elongated and small condensates. In particular, it was experimentally shown for the first time that the frequency of the low-lying $m=0$ quadrupolar mode of oscillation rises in the transition to a system radially confined to the ground state. These results experimentally introduce a new parameter for the characterization of one-dimensionality.

Keywords: Bose-Einstein condensation, magnetic traps, low-dimensional systems

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Bose-Einstein-Kondensation	5
2.1	Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation	5
2.1.1	Bose-Statistik	5
2.1.2	Bose-Einstein-Kondensation im Bild der Materiewellen	7
2.1.3	Homogenes Bose-Gas und kritische Phasenraum-dichte für Bose-Einstein-Kondensation	8
2.1.4	Bose-Einstein-Kondensation im dreidimensionalen harmonischen Fallenpotential und kritische Temperatur	9
2.1.5	Wechselwirkende Teilchen und die Gross-Pitaevskii-Gleichung	11
2.1.6	Näherungsfälle zur Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung	12
2.2	Bose-Einstein-Kondensation in atomaren Gasen geringer Dichte	13
2.2.1	Lichtkräfte, Laserkühlung und magneto-optische Falle	13
2.2.2	Der experimentelle Weg zur Bose-Einstein-Kondensation	26
2.2.3	Absorptionsbildgebung	27
2.2.4	Analyse der Absorptionsbilder	30
3	Magnetfallen für BEC-Experimente	33
3.1	Funktionsweise von Magnetfallen	33
3.2	Verdampfungskühlung	35
3.3	Typen von Magnetfallen	38
3.4	Wesentliche Parameter für Magnetfallen	47
4	Die 8-Dee-Falle	49
4.1	Entwurf der 8-Dee-Falle	49
4.2	Auswahl einer Fallenkonfiguration für die 8-Dee-Falle	52
4.3	Herstellung der 8-Dee-Falle	52
4.3.1	Kühlwassersystem und Temperaturstabilisierung	55
4.3.2	Elektrische Beschaltung	56
4.4	Einsatz der 8-Dee-Falle zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten	57

4.5	Spinorkondensate	58
4.5.1	Spinorkondensate im Experiment	58
4.5.2	Mean-Field-Theorie der Spinorkondensate	59
4.5.3	Experimentelle Vorgehensweise	60
4.5.4	Ergebnisse	61
5	Elongierte Kleeblattfalle — Dreidimensionale Kondensate	67
5.1	Modifizierung einer Kleeblattfalle zur Herstellung elongierter Kondensate	67
5.2	Stabilisierung des Fallenbodens	71
5.3	Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten in der elongierten Magnetfalle	73
5.4	Beobachtung von Phasenfluktuationen	74
5.4.1	Phasenfluktuationen und ihre Eigenschaften	75
5.4.2	Detektion der Phasenfluktuationen	77
5.5	Messung der Kohärenzlänge eines phasenfluktuiierenden Kondensats	79
5.5.1	Interferometrische Messung der Phasenkohärenzlänge — Korrelationsfunktion erster Ordnung	82
5.5.2	Interferometrische Messung der Phasenkohärenzlänge — Korrelationsfunktion zweiter Ordnung	84
6	Elongierte Kleeblattfalle — Experimentelle Signaturen der Ein- dimensionalität	89
6.1	Entartete eindimensionale Bose-Gase	90
6.1.1	Der Übergang vom 3D- zum 1D-Mean-Field-Regime . . .	91
6.1.2	Der Übergang vom 1D-Mean-Field-Regime zum Tonks-Gas	92
6.1.3	Existenz von BEC in eindimensionalen Systemen	93
6.2	Quadrupoloszillationen	94
6.2.1	Kollektive Anregungen eines Kondensats	94
6.2.2	Frequenzverschiebung durch endliche Temperatur	95
6.2.3	Frequenzverschiebung durch große Schwingungsamplitude	97
6.2.4	Frequenzverschiebung durch Quantenentleerung	99
6.3	Theoretische Vorhersage des Verlaufs von ω_- in den Regimen der Eindimensionalität	100
6.4	Experimentelle Anregung und Messung der Quadrupoloszillationen	102
7	Ausblick	107
A	Das Rubidium-Atom	109
	Literaturverzeichnis	113

Abbildungsverzeichnis

2.1	Bose-Einstein-Kondensation im Bild der Materiewellen	7
2.2	Prinzip der Dopplerkühlung	15
2.3	Geschwindigkeitsabhängige Kraft für zwei rotverstimmte, einander entgegenlaufende Laserstrahlen	16
2.4	Melasse mit zirkular polarisiertem rotverstimmten Licht	18
2.5	Melasse mit linear polarisiertem rotverstimmten Licht	19
2.6	Geometrie einer magneto-optischen Falle	21
2.7	Funktionsweise einer magneto-optischen Falle	22
2.8	Ortsabhängige Kraft in einer magneto-optischen Falle	23
3.1	Magnetfeld einer Quadrupolfalle	39
3.2	Magnetfeld einer TOP-Falle	40
3.3	Die Ioffe-Stangen-Falle	41
3.4	Funktionsprinzip der Ioffe-Pritchard-Falle	42
3.5	Die Kleeblattfalle	43
3.6	Die Baseballfalle und die 3-Spulen-Falle	44
3.7	Magnetfelder der zwei Konfigurationen der 3-Spulen-Falle	44
3.8	Die 4-Dee-Falle	45
4.1	Die 8-Dee-Falle	51
4.2	Wahl der Konfiguration der 8-Dee-Falle	53
4.3	Halterung für die Spulen der 8-Dee-Falle aus glasfaserverstärktem Epoxidharz	54
4.4	Herstellung der 8-Dee-Falle	54
4.5	Halterung der 8-Dee-Falle mit den Spulenwicklungen aus Kupferlackdraht	55
4.6	Zeitabhängige Entwicklung der Besetzung der verschiedenen m_F -Komponenten in einem ^{87}Rb - $ F=2\rangle$ -Spinorkondensat in einer Dipolfalle	62
4.7	Spindynamik, Thermalisierung, Magnetisierung und Hyperfeinverluste in ^{87}Rb - $ F=2\rangle$ -Spinorkondensaten	63
5.1	Bestandteile der Kleeblattfalle und Bezeichnungen der Spulen	68
5.2	Elektrische Verschaltung der Kleeblattfalle	69

5.3	Rampe zur axialen Dekompression der Kleeblattfalle	70
5.4	Magnetfeld der Kompensationsspulen und der Posaunenspulen in Abhängigkeit vom Spulenstrom	70
5.5	Fallenboden B_0 der Kleeblattfalle in Abhängigkeit des Abstands d der Magnetfallenhälften	72
5.6	Fallenboden B_0 der Kleeblattfalle in Abhängigkeit der Kühlwas- sertemperatur	73
5.7	Experimentelle Apparatur zur Untersuchung elongierter Kondens- sate	74
5.8	Symmetrische Wahl der korrelierten Positionen im Kondensat, gekennzeichnet durch die Parameter s und d	77
5.9	$f^{(2)}(\bar{z}_1/L, \bar{z}_2/L, \bar{z}_3/L, \bar{z}_4/L)$ als Funktion von s für verschiedene Werte von d	77
5.10	Detektion von Phasenfluktuationen als Streifen im Absorptions- bild nach freier Expansion	78
5.11	Vergleich von gemessenen und vorhergesagten Phasenfluktuation- en für verschiedene Flugzeiten	79
5.12	Interferometrieschema zur Messung der Korrelationsfunktionen phasenfluktuierender Kondensate	80
5.13	Kontrastinterferometrie-Messung: Oszillation der gemessenen Li- niendichte im Absorptionsbild beim Durchstimmen der relativen Phase zwischen den interferierenden Kondensatkopien	83
5.14	Intensitätskorrelationen im Interferenzbild aus Ausgang A des Interferometers	84
5.15	Symmetrische Wahl der Stellen z_1 und z_2 im Interferenzbild, an denen die Intensitätskorrelationsfunktion bestimmt wird	86
5.16	Aus den gemessenen Interferenzbildern bestimmte Intensitätskor- relationsfunktion erster Ordnung	87
5.17	Gemessene Phasenkohärenzlängen phasenfluktuierender Kondens- sate im Vergleich mit den berechneten Werten	87
6.1	Die niedrigsten kollektiven Anregungsmoden eines Bose-Einstein- Kondensats	95
6.2	Frequenzverschiebung $\delta\omega_-(T)/\omega_-$ der niedrigen $m=0$ -Mode als Funktion der Temperatur	97
6.3	Frequenzverschiebung $\delta\omega_-(A_z)/\omega_-$ der niedrigen $m=0$ -Mode als Funktion der Schwingungsamplitude	99
6.4	Theoretische Vorhersage der Charakterisierung der Regime der Eindimensionalität durch die Frequenz ω_- der niedrigen $m=0$ - Mode	101

6.5	Theoretische Vorhersage der Charakterisierung des Übergangs vom 3D-Mean-Field-Regime zum 1D-Mean-Field-Regime durch die Frequenz ω_- der niedrigen $m=0$ -Mode	102
6.6	Fit der ω_- -Oszillation für $P = N_0 \lambda a / a_\perp = 13,3$ und $t = T/T_c^0 = 0,34$	103
6.7	Frequenzkorrekturen $\delta\omega_-(T)/\omega_-$ aufgrund endlicher Temperaturen im Vergleich zur beobachteten Frequenzdifferenz zwischen Experiment und theoretischer Vorhersage	104
6.8	Ergebnis der Messung von ω_- im Übergangsbereich zwischen 3D und 1D	105
A.1	Hyperfeinstruktur der D2-Linie von ^{87}Rb	110

Tabellenverzeichnis

2.1	Korrekturfaktor c_{Pol} zur Berücksichtigung der Polarisation des Detektionslaserlichtes in der Teilchenzahlbestimmung aus Absorptionsbildern	30
3.1	Radialer Magnetfeldgradient B'_\perp , axiale Magnetfeldkrümmung B''_z und Einschluss $e = B'_\perp \sqrt{B''_z}$ einer Auswahl von Ioffe-Pritchard-Magnetfallen	47
4.1	Eigenschaften der realisierten 8-Dee-Falle	57
4.2	Gemessene Raten der Spindynamik von ^{87}Rb - $ F=2\rangle$ -Spinorkondensaten	64
A.1	Einige fundamentale Naturkonstanten	111
A.2	Eigenschaften von ^{87}Rb	111
A.3	Optische Eigenschaften der D2-Linie von ^{87}Rb	112
A.4	Eigenschaften des Übergangs $ F=2, m_F=2\rangle \rightarrow F'=3, m'_F=3\rangle$ der D2-Linie von ^{87}Rb	112
A.5	Kollisionseigenschaften von ^{87}Rb -Atomen	112

EINLEITUNG

Mit der Formulierung der Quantenmechanik zu Beginn des 20. Jahrhunderts entdeckte man, dass Teilchen auch als Welle beschrieben werden können, und stellte fest, dass es in der Quantenstatistik zwei grundlegende Arten von Teilchen gibt, Bosonen wie das Photon und Fermionen wie das Elektron. Die Theorie zur Statistik von Photonen wurde von S. N. Bose [1] entwickelt und von A. Einstein [2, 3] auf massebehaftete Bosonen erweitert. Das Resultat war überraschend: Kühlt man ein System identischer Bosonen so weit ab, dass die Wellenfunktionen der Teilchen überlappen, so sammelt sich ein großer Teil der Teilchen in ein und demselben Zustand, dem sogenannten Bose-Einstein-Kondensat (BEC).

Beobachtbar wird dies nur, wenn die Quantenstatistik nicht von der Wechselwirkung zwischen den Atomen überdeckt wird. Daher suchte man die Bose-Einstein-Kondensation zuerst vor allem bei Teilchen, die sehr schwach miteinander wechselwirken.

Erste Anzeichen für ein Bose-Einstein-Kondensat sah man in supraflüssigem Helium und der Supraleitung. Die Wechselwirkung zwischen den Teilchen ist hier aber durch die hohen Teilchendichten noch verhältnismäßig groß. Spinpolarisierter Wasserstoff war lange Zeit der vielversprechendste Kandidat für BEC. Ihn zu kühlen erforderte jedoch aufwändige Kryostaten, so dass eine andere Entwicklung schneller zum Erfolg führte.

Um ein Bose-Einstein-Kondensat aus Teilchen herzustellen, die unter normalen Umständen stark miteinander wechselwirken, muss man das System weit unter seinen Siede- und Schmelzpunkt abkühlen. Gelingt es, ein Gas schneller abzukühlen, als die Atome sich zusammenlagern können, so wird ein Bose-Einstein-Kondensat dieses Gases als metastabiler Zustand möglich. Diese Bedingung lässt sich erfüllen, indem man Gase sehr geringer Dichte verwendet.

Die Wellenfunktionen der Teilchen überlappen dann erst bei extrem niedrigen Temperaturen. Also erfordert dieser Weg zur Bose-Einstein-Kondensation sehr effiziente Kühlmethoden.

Mit der Entwicklung des Lasers und der Erkenntnis, wie man mit diesem Werkzeug nicht nur die inneren, sondern auch die äußeren Freiheitsgrade von Atomen beeinflussen kann, lernte man, Atome mit Laserlicht abzubremsen [4, 5], in Fallen zu fangen [6] und stark abzukühlen. Die Laserkühlung reichte aber bei weitem nicht aus, um Bose-Einstein-Kondensation zu erreichen. Erst durch Verwendung geeigneter Magnetfallen gelang der entscheidende Schritt. Die durch Laserkühlung erzeugten kalten Atomwolken wurden in eine Magnetfalle geladen und durch Verdampfungskühlung auf Temperaturen im Nanokelvin-Bereich gekühlt. Damit gelang es 1995 erstmals, Bose-Einstein-Kondensate verdünnter Gase herzustellen [7, 8, 9]. Die Reihe Bose-Einstein-kondensierter Atome, beginnend mit ^{87}Rb , ^{23}Na und ^7Li , ist seitdem beträchtlich gewachsen. Auch mit Alkaliatomen mit Stoßeigenschaften, die das Kondensieren erschweren, wie H, ^{85}Rb und ^{133}Cs , mit dem Edelgas He in einem metastabilen Zustand, und mit dem Erdalkaliumatom Yb wurden bereits Kondensate erzeugt.

Bose-Einstein-Kondensate ermöglichen eine Vielfalt faszinierender Experimente. Untersucht wurden ihre elementaren Anregungen und deren Dämpfung, die Schallausbreitung in Kondensaten, Superfluidität, nichtlineare Effekte wie Materiewellenverstärkung, Vierwellenmischung, Wirbel und Solitonen, um nur einige Meilensteine der Untersuchung von BECs zu nennen. Kondensate als kohärente Materiewellen erlauben darüber hinaus Interferometrieexperimente und können in Form gepulster Atomlaser aus der Falle ausgekoppelt werden. Zu den aktuellsten Entwicklungen gehört die Erweiterung der Kühlmethoden auf fermionische Systeme oder Fermi-Bose-Gemische. Ein Highlight dieser Entwicklung ist die kürzlich gelungene Erzeugung molekularer Bose-Einstein-Kondensate aus ultrakalten Fermionen mit Hilfe von Feshbach-Resonanzen [10, 11, 12].

Mit wachsender Zahl von Experimenten zur Bose-Einstein-Kondensation — mittlerweile in weltweit knapp 40 Arbeitsgruppen — reift die Technik, mit der sie erzeugt und manipuliert werden. Insbesondere die Fallen für Bose-Einstein-Kondensate schaffen ein breites Spektrum von Möglichkeiten. Magnetfallen mit unterschiedlichsten Konstruktionsprinzipien mit verformbaren Fallenpotential bis hin zu miniaturisierten Magnetfallen auf einem Chip, optische Dipolfallen sowie Kombinationen von magnetischen mit optischen Fallen stehen zur Verfügung. Dies ermöglichte insbesondere auch die Erzeugung von niederdimensionalen Quantengasen.

Die vorliegende Arbeit greift diese Entwicklungen in zwei Punkten auf. Zum einen wurde ein neuer Magnetfallentyp entworfen und realisiert, der im Zusammenspiel mit einer optischen Dipolfalle für Experimente an Spinor-

Bose-Einstein-Kondensaten genutzt wurde. Zum anderen wurde eine bestehende Magnetfalle für Untersuchungen von niederdimensionalen Bose-Einstein-Kondensaten optimiert und eingesetzt.

Sie gliedert sich wie folgt: Kapitel 2 stellt die wichtigsten theoretischen und experimentellen Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation zusammen. Kapitel 3 führt in die Funktionsweise, die Technik und in wesentliche Parameter von Magnetfallen für BEC-Experimente ein. Kapitel 4 beschreibt Entwurf und Implementierung der 8-Dee-Falle sowie ihren Einsatz in einem Experiment zur Untersuchung von Spinor-Kondensaten [13]. Kapitel 5 beschreibt die Optimierung, Charakterisierung und Nutzung einer bestehenden Kleeblattfalle für Experimente an stark elongierten, dreidimensionalen, phasenfluktuiierenden Kondensaten [14, 15, 16]. Kapitel 6 behandelt die Nutzung dieser optimierten Kleeblattfalle für Experimente in Regimen der Eindimensionalität. Es konzentriert sich insbesondere auf die Frequenzverschiebung der niedrigen $m=0$ -Mode eines entarteten Quantengases als guten Indikator für diese Regime. Die experimentellen Messungen dieses Effektes und seine Trennung von anderen Einflüssen auf die Frequenz der niedrigen $m=0$ -Mode werden vorgestellt, die Ergebnisse [17, 18] zeigen gute Übereinstimmung mit den theoretischen Vorhersagen [19, 20].

BOSE-EINSTEIN-KONDENSATION

2.1 Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation

2.1.1 Bose-Statistik

Klassische Teilchen verteilen sich auf die Energiezustände eines Systems nach der Boltzmann-Verteilung. Die Anzahl von Teilchen $N(E_i)$ im Zustand mit der Energie E_i ist damit

$$N(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(k_B T)}} = \frac{z}{e^{E_i/(k_B T)}}. \quad (2.1)$$

Das chemische Potential μ ist dabei die Energie, die aufgewendet werden muss, um dem System bei konstanter Temperatur T ein Teilchen hinzuzufügen. Mit ihm verknüpft ist die Fugazität¹ $z = \exp(\mu/(k_B T))$.

Bei großen Energien, d.h. normalen Temperaturen wie z.B. bei Zimmertemperatur, sind die Teilchen so dünn im Phasenraum der möglichen Zustände verteilt, dass es in jedem betrachteten Phasenraumbereich viel mehr Zustände als Teilchen gibt: Die Phasenraumdichte Λ ist viel kleiner als 1.

Verdichtet man ein Ensemble identischer Teilchen im Phasenraum, d.h. schränkt man ihre Verteilung im Impulsraum (durch Abkühlung) und im Ortsraum (in einer Falle) stark genug ein ($\Lambda \approx 1$), so beginnen die Teilchen ihren

¹Ist das chemische Potential μ positiv, so muss Energie aufgewendet werden, um dem System Teilchen zuzuführen. Das System ist also bestrebt, Teilchen zu verlieren, um seine Energie zu verringern. Die Stärke dieses Bestrebens nach Teilchenflucht wird ausgedrückt durch Werte der Fugazität $z = \exp(\mu/(k_B T)) > 1$, daher ihr Name von lat. *fugere* = fliehen.

quantenstatistischen Charakter zu zeigen. Entweder gestatten sie es anderen Teilchen prinzipiell nicht, mit ihnen denselben Zustand zu bewohnen, oder sie besetzen einen Zustand auch und sogar bevorzugt zu mehreren. Teilchen der ersteren Art sind Fermionen mit halbzahligem Gesamtspin, folgen der Fermi-Statistik

$$N(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(k_B T)} + 1} = \frac{z}{e^{E_i/(k_B T)} + z} \quad (2.2)$$

und dem Pauli-Verbot, das ihnen verbietet, denselben Zustand mehr als einfach zu besetzen. Ihre Mehrteilchen-Wellenfunktion ist antisymmetrisch gegenüber einer Vertauschung von Teilchen.

Teilchen der letzteren Art sind Bosonen, folgen der Bose-Statistik

$$N(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(k_B T)} - 1} = \frac{z}{e^{E_i/(k_B T)} - z} \quad (2.3)$$

und haben einen ganzzahligen Gesamtspin. Ihre Mehrteilchen-Wellenfunktion ist symmetrisch gegenüber einer Vertauschung von Teilchen. Ihre Übergangswahrscheinlichkeit in einen Zustand, der bereits mit N identischen Bosonen besetzt ist, ist daher um den Faktor $(N + 1)$ erhöht. Dies ist die sogenannte bosonische Verstärkung.

Für Bosonen ist stets das chemische Potential $\mu \leq 0$ (der tiefste Energiezustand des Systems wird als $E_0 = 0$ gesetzt), das System gewinnt also Energie, wenn es Teilchen aufnimmt. Die Werte der Fugazität z sind damit für Bosonen beschränkt auf $0 \leq z \leq 1$, und eine Zunahme der Fugazität bedeutet ein abnehmendes Bestreben des Systems, Teilchen aufzunehmen.

Für $\mu \rightarrow 0$ und demnach $z \rightarrow 1$ wächst die Besetzung des Grundzustandes

$$N(E_0 = 0) = \frac{1}{1 - z} \quad (2.4)$$

gegen unendlich, der Grundzustand kann daher mit beliebig vielen Bosonen besetzt werden. Die Anzahl der Bosonen in der Gesamtheit aller angeregten Zustände ist hingegen für eine gegebene Temperatur auf einen Maximalwert beschränkt. Bei ausreichend großer Phasenraumdichte übersteigt die Teilchenzahl im System diesen Maximalwert, und alle zusätzlichen Bosonen sammeln sich im Grundzustand. Diese Ansammlung vieler massebehafteter Bosonen im selben Quantenzustand ist ein Bose-Einstein-Kondensat.

2.1.2 Bose-Einstein-Kondensation im Bild der Materiewellen

Der Zustand eines Materieteilchens der Masse m wird nach L. de Broglie durch eine Materiewelle mit der thermischen de Broglie-Wellenlänge

$$\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \quad (2.5)$$

beschrieben. Der zugehörige Impuls ist $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ mit dem Wellenvektor \vec{k} vom Betrag $k = 2\pi/\lambda_{\text{dB}}$.

Die de Broglie-Wellenlänge ist ein Maß für die räumliche Ausdehnung der Wellenfunktion. Sie wächst nach Gleichung (2.5) mit abnehmender Temperatur.²

Erreicht sie die Größenordnung des Abstandes zwischen den Teilchen,

$$\lambda_{\text{dB}} \approx n^{-1/3} \iff \Lambda = n\lambda_{\text{dB}}^3 \approx 1, \quad (2.6)$$

dabei ist n die Teilchendichte, so überlappen die Wellenfunktionen benachbarter Teilchen, und die Teilchen werden ununterscheidbar, es werden also Zustände im Phasenraum mehrfach besetzt. Bosonische Verstärkung beginnt zu wirken, und ein großer Teil der Teilchen sammelt sich in einem einzigen Zustand, dem Bose-Einstein-Kondensat (Abb. 2.1).

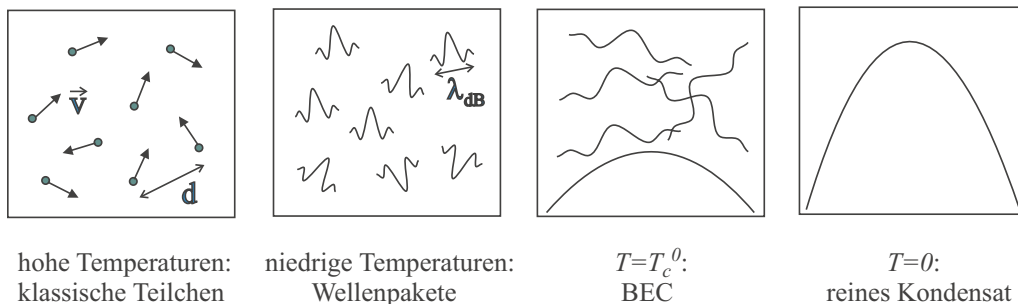


Abbildung 2.1: Bose-Einstein-Kondensation im Bild der Materiewellen

²Im Bild der Heisenberg'schen Unschärferelation $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ wächst die Ausdehnung der Wellenfunktion im Ortsraum (die Unsicherheit Δx , mit der der Ort des Teilchens bestimmt ist), wenn die Temperatur sinkt und damit die Ausdehnung Δp dieses Zustandes im Impulsraum kleiner wird.

2.1.3 Homogenes Bose-Gas und kritische Phasenraumdichte für Bose-Einstein-Kondensation

Aus der Bosestatistik gewinnt man einen genauen Wert für die kritische Phasenraumdichte, bei der die Bose-Einstein-Kondensation einsetzt, durch die Betrachtung eines homogenen, idealen Bosegases wie folgt.

Die Besetzung $N(E_i)$ eines Zustands der Energie E_i nach der Bose-Verteilung (Gleichung (2.3)) lässt sich mit der Reihenentwicklung

$$\frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-kx} \quad (2.7)$$

schreiben als

$$N(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(k_B T)} - 1} = \sum_{j=1}^{\infty} e^{-j(E_i - \mu)/(k_B T)} = \sum_{j=1}^{\infty} z e^{-jE_i/(k_B T)}, \quad (2.8)$$

und man erhält für die Gesamtteilchenzahl N

$$N = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} z^j e^{-jE_i/(k_B T)}. \quad (2.9)$$

Im thermodynamischen Grenzfall mit

$$N \rightarrow \infty, \quad V \rightarrow \infty, \quad n = \frac{N}{V} = \text{const.}, \quad (2.10)$$

dabei ist V das Volumen, lässt sich diese Summe als Integral nähern, und man erhält so die Dichte n eines idealen (d. h. nicht wechselwirkenden), thermischen (d. h. der Grundzustand ist nicht makroskopisch besetzt), homogenen Bose-Gases

$$n_{\text{th}} = \frac{g_{3/2}(z)}{\lambda_{\text{dB}}^3} \quad (2.11)$$

Diese Dichte ist um den Faktor $g_{3/2}(z)/z$ höher als die eines idealen homogenen klassischen Gases.

Die Bose-Funktion $g_{3/2}(z)$ gibt die Anzahl von Bosonen in einem Würfel der Kantenlänge λ_{dB} an. Sie gehört zu den Polylogarithmus-Funktionen

$$g_n(z) \equiv \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^n} = z + \frac{z^2}{2^n} + \frac{z^3}{3^n} + \dots \quad (2.12)$$

Die Werte der Polylogarithmus-Funktionen $g_n(z)$ mit Argument $z = 1$ sind Werte der Riemann'schen Zeta-Funktion $\zeta(n) = \sum_{k=1}^{\infty} 1/k^n$:

$$g_n(1) = \zeta(n). \quad (2.13)$$

Beim Übergang zur Bose-Einstein-Kondensation ist der Energiegewinn ($-\mu$) des Systems durch Teilchenaufnahme minimal, im hier betrachteten homogenen idealen Bosegas $-\mu = 0$. Die Fugazität ($z = 1$) und damit die Bose-Funktion haben ihren maximal möglichen Wert, die Dichte der thermischen Atome kann nicht gesteigert werden, ohne die Temperatur des Systems zu erhöhen.

Also ist die kritische Phasenraumdichte

$$\Lambda_c = n\lambda_{\text{dB}}^3 = g_{3/2}(1) = \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \approx 2,612. \quad (2.14)$$

2.1.4 Bose-Einstein-Kondensation im dreidimensionalen harmonischen Fallenpotential und kritische Temperatur

Experimentell werden Bose-Einstein-Kondensate in Fallen erzeugt. Diese lassen sich in ihrem Zentrum gut als dreidimensionales harmonisches Fallenpotential nähern

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (2.15)$$

mit den Fallenfrequenzen $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ und deren geometrischem $\omega_{\text{ho}} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ und arithmetischem $\bar{\omega} = (\omega_x + \omega_y + \omega_z)/3$ Mittelwert. Im Folgenden wird gezeigt, wie und ab welcher kritischen Temperatur aus der Bosestatistik die Bose-Einstein-Kondensation folgt [21, 22].

In dem Ausdruck für die Gesamtteilchenzahl N (Gleichung (2.9)) spaltet man den Grundzustand ab (seine Besetzungszahl ist nach Gleichung (2.4) $N_0 = z/(1-z)$) und ersetzt die Summe über die angeregten Zustände durch ein Integral.

$$N - N_0 = N' = \sum_{j=1}^{\infty} z^j \int_0^{\infty} \rho(E) e^{-jE/(k_B T)} dE \quad (2.16)$$

Dabei ist $\rho(E) = (E/\hbar\omega_{\text{ho}})^2/2$ die Zustandsdichte und N' die Zahl der Teilchen in den angeregten Zuständen. Das Ergebnis ist

$$N = N_0 + N' = \frac{z}{1-z} + g_3(z) \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega_{\text{ho}}}\right)^3. \quad (2.17)$$

Eine Bedingung dafür, wann die Bose-Einstein-Kondensation erfolgt, findet man nun durch Betrachten des Falles, dass bei konstanter Temperatur die Teilchenzahl N erhöht wird³. Je größer N wird, desto weniger Energie gewinnt das System durch Teilchenaufnahme. Der Betrag des chemischen Potentials $|\mu|$ sinkt,

³Erst kürzlich [23] gelang die experimentelle Realisierung dieses Falles. Zuvor wurden Kondensate stets durch Verringern der Temperatur bei nahezu konstanter Teilchenzahl hergestellt.

die Fugazität z wächst gegen ihren Maximalwert 1, und die Bose-Funktion $g_n(z)$ wächst mit z .

Die Teilchenzahl N' in den angeregten Zuständen kann daher nicht größer werden als

$$N'_{\max} = g_3(1) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega_{\text{ho}}} \right)^3. \quad (2.18)$$

Erhöht man die Teilchenzahl im System, so dass $N > N'_{\max}$ ist, dann können die zusätzlichen Teilchen also nicht mehr in den angeregten Zuständen untergebracht werden. Sie müssen sich demnach im Grundzustand ansammeln, und die Bose-Einstein-Kondensation setzt ein.

Die kritische Temperatur T_c^0 erhält man also aus Gleichung (2.18) mit $N = N'_{\max}$

$$T_c^0 = \left(\frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3} \frac{\hbar \omega_{\text{ho}}}{k_B}. \quad (2.19)$$

Dabei ist $g_3(1) = \zeta(3) \approx 1,202$.

Der in diesem Fall angemessene thermodynamische Grenzfall ist $N \rightarrow \infty$ und $\omega_{\text{ho}} \rightarrow \infty$ mit konstantem $N\omega_{\text{ho}}^3$. Damit ist diese kritische Temperatur wohldefiniert. Setzt man sie in den Ausdruck für $N - N_0$ ein, der aus Gleichung (2.17) folgt, so erhält man für die Temperaturabhängigkeit des Kondensatanteils für $T < T_c^0$

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0} \right)^3. \quad (2.20)$$

Für kleine Atomzahlen ist die Näherung des thermodynamischen Grenzfalls nicht mehr gut erfüllt. Der Übergang zum Bose-Einstein-Kondensat ist nun zwar kein Phasenübergang mehr, bleibt jedoch so abrupt, dass man weiterhin von einer kritischen Temperatur sprechen kann. Eine kleine, endliche Atomzahl verringert den Kondensatanteil [24]

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0} \right)^3 - \frac{3\bar{\omega}\zeta(2)}{2\omega_{\text{ho}}[\zeta(3)]^{2/3}} \left(\frac{T}{T_c^0} \right)^2 N^{-1/3} \quad (2.21)$$

und führt zu einem Absinken der kritischen Temperatur um den Korrekturterm

$$\frac{\delta T_c}{T_c^0} = \frac{\bar{\omega}\zeta(2)}{2\omega_{\text{ho}}(\zeta(3))^{2/3}} N^{-1/3} \approx -0,73 \frac{\bar{\omega}}{\omega_{\text{ho}}} N^{-1/3}. \quad (2.22)$$

Da das Verhältnis des arithmetischen und geometrischen Mittels der Fallenfrequenzen vom Aspektverhältnis $\lambda = \omega_z/\omega_{\perp}$ einer zylindersymmetrischen Falle abhängt, $\bar{\omega}/\omega_{\text{ho}} = (\lambda + 2)/(3\lambda^{1/3})$, hat der Grad der Anisotropie der Falle Einfluss auf Kondensatanteil und kritische Temperatur.

2.1.5 Wechselwirkende Teilchen und die Gross-Pitaevskii-Gleichung

Für die tiefen Temperaturen, die in einem Kondensat vorliegen, wird die Wechselwirkung der ^{87}Rb -Atome als s-Wellen-Streuung beschrieben. Das entspricht Stößen zwischen elastischen Kugeln mit Radius a . Diese s-Wellen-Streulänge a ist positiv für repulsive und negativ für attraktive Wechselwirkung.

Da sowohl die Dichte der Atome in Kondensat als auch die Stärke der Wechselwirkung zwischen den Atomen gering sind, lässt sich die Auswirkung der Wechselwirkung mit einer Mean-Field-Theorie beschreiben. In ihr erfährt jedes Atom eine Potentialverschiebung durch die es umgebenden, als homogene Verteilung der Dichte n genäherten Atome. Diese Mean-Field-Wechselwirkungsenergie ist für jedes Atom

$$E_{\text{int}} = gn \quad (2.23)$$

mit dem Wechselwirkungsparameter

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}. \quad (2.24)$$

Das aus N_0 Atomen bestehende Kondensat wird im Grundzustand beschrieben durch die eine Wellenfunktion

$$\Psi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r})e^{-i\mu t/\hbar} \quad (2.25)$$

mit der Normierung $\int \Psi^2 d\vec{r} = N_0$.

Das Verhalten dieser Wellenfunktion wird durch eine Schrödinger-Gleichung beschrieben, die als zusätzlichen Term die Wechselwirkung zwischen den Atomen enthält. Dies ist die Gross-Pitaevskii-Gleichung [25, 26]

$$\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U(\vec{r}) + g |\phi(\vec{r})|^2 \right) \phi(\vec{r}) = \mu \phi(\vec{r}). \quad (2.26)$$

Der erste Term enthält die quantenkinetische Energie E_{kin} . Sie ist proportional zur Krümmung der Amplitude der Wellenfunktion und stellt daher den Quantendruck dar, der Zustände mit eng lokalisierten Wellenfunktionen energetisch ungünstig macht. Er stabilisiert beispielsweise kleine Kondensate von Atomen mit attraktiver Wechselwirkung. Der zweite Term ist die potentielle Energie der Falle, in der sich das Ensemble befindet. Der dritte Term, die Wechselwirkungsenergie zwischen den Atomen, ist proportional zur Dichte der Atome. Er bringt eine Nichtlinearität in die Gross-Pitaevskii-Gleichung ein und führt zu reichen Phänomenen wie beispielsweise Solitonen [27, 28, 29, 30, 31] und Vierwellenmischung [32].

In einem solchen System ist die Grundzustandsenergie der Atome im Vergleich zum idealen Bosegas um die Wechselwirkungsenergie erhöht. Daher erfordert es nun Energie, dem System Teilchen hinzuzufügen, und das chemische Potential μ wird größer als Null.

Als Maß für die Stärke der Wechselwirkung im gesamten Kondensat wählt man das Verhältnis von chemischem Potential zur thermischen Energie bei der kritischen Temperatur T_c^0

$$\eta = \mu/(k_B T_c^0) \approx 1,57 \left(N^{1/6} \frac{a}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}. \quad (2.27)$$

mit $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\text{ho}})}$. Repulsive Wechselwirkungen vergrößern das Ensemble und reduzieren so die Dichte und damit die Phasenraumdichte. Die kritische Temperatur und der Kondensatanteil werden hierdurch erniedrigt. Die Korrektur für die kritische Temperatur ist [24]

$$\frac{\delta T_c}{T_c^0} = -0,43\eta^{5/2}, \quad (2.28)$$

und der Kondensatanteil wird zu

$$\frac{N_0}{N} = (1 - t^3) - \frac{3\bar{\omega}\zeta(2)N^{-1/3}}{2\omega_{\text{ho}}(\zeta(3))^{2/3}}t^2 - \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)}\eta t^2 (1 - t^3)^{2/5} \quad (2.29)$$

mit $t = T/T_c^0$.

2.1.6 Näherungsfälle zur Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung

Die Lösung der vollen Gross-Pitaevskii-Gleichung erfolgt in der Regel numerisch, durch Näherungen lassen sich jedoch auch analytische Resultate gewinnen. Eine dieser Näherungen wird im Folgenden betrachtet.

In der Thomas-Fermi-Näherung vernachlässigt man den Term der quantenkinetischen Energie. Dies ist gut für große Kondensate erfüllt. Ihre Wellenfunktion ist schwach gekrümmt und ihre quantenkinetische Energie klein gegenüber der potentiellen Energie und der Wechselwirkungsenergie.

Die Kondensatwellenfunktion in Thomas-Fermi-Näherung füllt das externe Potential bis zu der Energie $E = \mu$ auf. In einem harmonischen, zylindersymmetrischen Fallenpotential verhält sich die Kondensatdichte damit entlang jeder Achse wie eine invertierte Parabel, die auf die Länge $2L$ bzw. den Durchmesser $2R$ abgeschnitten ist, mit

$$R = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_{\perp}^2}} \quad \text{und} \quad L = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_z^2}}. \quad (2.30)$$

Das chemische Potential μ lässt sich durch Aufintegrieren der Dichte über das Volumen des Kondensats bestimmen:

$$N_0 = \int |\phi(\vec{r})|^2 d^3\vec{r} = \frac{\mu}{g} \frac{8\pi}{15} LR^2. \quad (2.31)$$

Damit ist das chemische Potential

$$\mu = \frac{1}{2}(15N_0 a \hbar^2 m^{1/2} \omega_{\perp}^2 \omega_z)^{2/5}. \quad (2.32)$$

In sehr kleinen Kondensaten oder bei sehr starkem Falleneinschluss entlang einer Dimension kann die Thomas-Fermi-Näherung an ihre Grenzen stoßen. Eine Bedingung für ihre Gültigkeit in eindimensionalen Modellen ist beispielsweise, dass die Ausdehnung des Kondensats in der betrachteten Richtung groß gegen die Ausdehnung des Grundzustandes des harmonischen Oszillators a_i ist,

$$N_0 a / a_i \gg 1 \quad (2.33)$$

mit $a_i = \sqrt{\hbar / (m\omega_i)}$.

2.2 Bose-Einstein-Kondensation in atomaren Gasen geringer Dichte

Bose-Einstein-Kondensate in atomaren Gasen geringer Dichte bieten einzigartige Möglichkeiten der Erforschung von Quantenphänomenen in makroskopischen Systemen. Typische Kondensate bestehen aus 10^3 bis 10^7 Atomen, haben eine Ausdehnung von einigen 10 bis 100 μm , eine maximale Dichte von 10^{13} bis 10^{15} cm^{-3} und Temperaturen im nK-Bereich. Sie sind groß genug, dass sie durch Schattenwurf auf eine Kamera abgebildet werden können, und lassen sich aufgrund der inneren Struktur der Atome mit Magnetfeldern, Laserstrahlen und Radiowellen manipulieren. Ihre experimentelle Realisierung und Untersuchung seit 1995 eröffnete ein sehr lebendiges Forschungsfeld und wurde 2001 mit dem Physik-Nobelpreis für E. Cornell, W. Ketterle und C. Wieman gewürdigt [33, 34]. Eine wichtige Grundlage für diesen Erfolg bilden Techniken der Laserkühlung, die vor allem in den 1980er Jahren entwickelt wurden.

2.2.1 Lichtkräfte, Laserkühlung und magneto-optische Falle

Die innere Struktur von Atomen ermöglicht Wechselwirkungen mit Licht. Mit ausreichend intensiven und gut kontrollierbaren Lichtquellen, wie sie in Form

von Lasern verfügbar wurden, können diese Wechselwirkungen gezielt zur Kontrolle der externen Freiheitsgrade der Atome wie Position und Geschwindigkeit eingesetzt werden. So ist es möglich, Atome in Lichtfeldern zu kühlen [35, 36], gezielt bis zum Stillstand abzubremesen [4, 5] und in einer magneto-optischen Falle einzufangen [6].

Die Eleganz und Effizienz der Methoden der Laserkühlung und die faszinierenden Möglichkeiten, die sich mit der kontrollierten Bereitstellung von sehr kalten atomaren Ensembles eröffnen, fanden ihre Anerkennung in der Verleihung des Physik-Nobelpreises 1997 an C. Cohen-Tannoudji, S. Chu und W. D. Phillips [37, 38, 39].

Spontankraft

Wird ein Photon von einem Atom absorbiert, so überträgt es dabei seinen Impuls $\vec{p}_{\text{Photon}} = \hbar\vec{k}$ auf das Atom. Die anschließende Emission des Photons erfolgt ohne Vorzugsrichtung. Für viele Absorptions-Emissions-Zyklen ist daher der mittlere bei der Emission übertragene Impuls Null. Man kann also Atome durch einen resonanten Lichtstrahl in Richtung dieses Strahls beschleunigen.

Die zugehörige Kraft (Spontankraft) ist gegeben durch das Produkt von Photonenimpuls und Absorptionsrate γ_{abs} .

$$\vec{F}(\vec{v}) = \vec{p}_{\text{Photon}} \gamma_{\text{abs}} = \hbar\vec{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + 4 \left(\frac{\Delta - \vec{k}\vec{v}}{\Gamma} \right)^2} \quad (2.34)$$

mit der Intensität I des Lichtstrahls und der FWHM-Linienbreite Γ sowie der Sättigungsintensität I_{sat} des getriebenen Übergangs.⁴ Sie ist damit insbesondere abhängig von der Verstimmung Δ des Lichtes zur Resonanz und der Geschwindigkeit \vec{v} des Atoms.

Die damit möglichen Beschleunigungen sind beträchtlich, beispielsweise ist für ^{87}Rb und einige mW resonanten Lichtes

$$a = \frac{F}{m} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{1}{m} \approx 10^5 \text{ m/s}^2 \approx 10^4 g \quad (2.35)$$

möglich. ^{87}Rb -Atome einer Geschwindigkeit von beispielsweise $v \approx 200 \text{ m/s}$ (das ist die mittlere Geschwindigkeit für Atome aus einem Ofen bei $T \approx 400 \text{ K}$) lassen sich damit innerhalb von ca. 2 ms und einer Wegstrecke von ca. 20 cm bis zum Stillstand abbremesen, wenn man dafür sorgt, dass der Lichtstrahl trotz der sich ändernden Dopplerverschiebung resonant bleibt.

⁴Eine Zusammenstellung der Werte dieser und weiterer Größen für ^{87}Rb befindet sich im Anhang.

Dopplerkühlung

Die Manipulation von Atomen durch die Spontankraft ermöglicht effiziente Kühlmethoden. In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie die Spontankraft bei geeigneter Wahl der Laserfrequenz kühlend wirkt.

Verwendet man schwach rotverstimmte Laserstrahlen, so absorbiert das Atom im Mittel weniger Energie als es wieder emittiert (Abb. 2.2). Dies reduziert seine kinetische Energie.

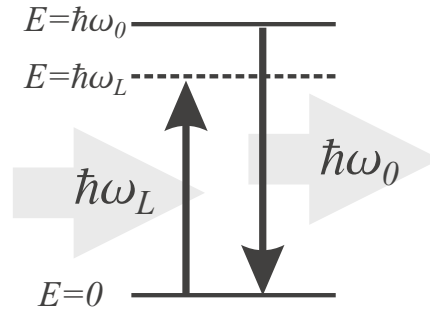


Abbildung 2.2: Prinzip der Dopplerkühlung. Bestrahlt man ein Atom mit rotverschobenem Licht, so verliert es kinetische Energie: Das absorbierte Photon fügt dem Atom weniger Energie hinzu, als das anschließend emittierte Photon wieder davonträgt.

Die rotverschobenen Laserstrahlen sind aufgrund der Dopplerverschiebung resonant zu Atomen, die sich auf den Laserstrahl zu bewegen. Damit bremsen sie die Atome durch die Spontankraft. Wählt man eine Geometrie, in der aus jeder Raumrichtung ein Laserstrahl auf die Atome trifft, so lässt sich diese Verringerung der Geschwindigkeit für jede Bewegungsrichtung des Atoms erreichen.

Zwei einander entgegenlaufende, um Δ gegenüber der atomaren Resonanz rotverschobene Laserstrahlen der Intensität I üben die Kräfte

$$F(v) = \pm \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + \left[\frac{\Delta \mp kv}{\Gamma/2}\right]^2} \quad (2.36)$$

auf das Atom aus. Für kleine Intensitäten $I/I_{\text{sat}} \ll 1$ sind diese Kräfte voneinander unabhängig und können addiert werden (Abb. 2.3). Für kleine Geschwindigkeiten $v \ll \Gamma/k$ erhält man den linearen Zusammenhang

$$F = \frac{4\hbar k I/I_{\text{sat}}}{\left[1 + 4\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2\right]^2} \frac{2\Delta}{\Gamma} v = -\alpha v, \quad (2.37)$$

und damit eine geschwindigkeitsdämpfende Kraft mit der Dämpfungskonstante

α . Dies führt zu einer Änderungsrate der kinetischen Energie (= Kühlrate) von

$$\frac{d}{dt}E_{\text{kin}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \vec{v}^2 \right) = m \left(\frac{d}{dt} \vec{v} \right) \vec{v} = \vec{F} \vec{v} = -\alpha v^2 \quad (2.38)$$

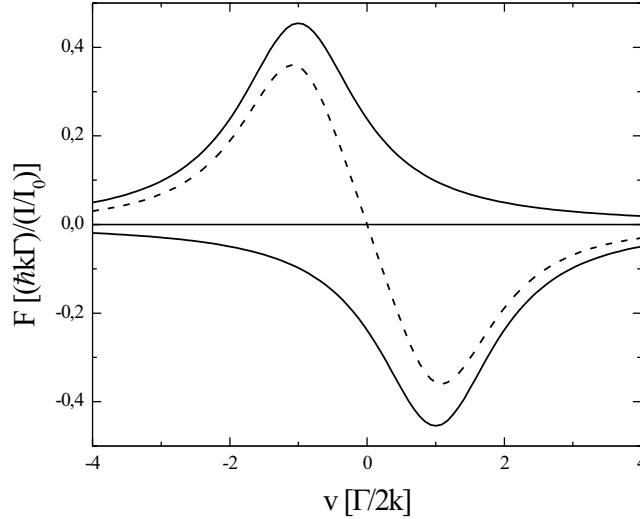


Abbildung 2.3: Geschwindigkeitsabhängige Kraft für zwei um $\Delta = \Gamma/2$ rotverstimmete, einander entgegenreifende Laserstrahlen der Intensität $I = 0,1I_{\text{sat}}$. Die durchgezogenen Linien sind die Kräfte durch jeweils einen der Laserstrahlen, die gestrichelte Linie ist die Summe beider Kräfte und damit die Gesamtkraft. Für kleine Geschwindigkeiten $v \ll \Gamma/k$ hängt diese linear von der Geschwindigkeit ab: $F = -\alpha v$.

Dem steht ein Heizprozess gegenüber: Sowohl der Absorptions- als auch der Emissionsvorgang sind statistischer Natur und führen zu einem *random walk* des Atoms im Impulsraum. Betrachtet man das Problem eindimensional, so kann sowohl der Absorptionsvorgang (Absorption eines Photons aus dem von rechts oder aber dem von links kommenden Laserstrahl) als auch der Emissionsvorgang (Emission des Photons nach rechts oder links) das Atom im Impulsraum statistisch um $\hbar k$ hin- oder herbewegen. Dieser *random walk* führt zu einem linearen Anwachsen des mittleren Impulsquadrats mit der Streurrate.

$$\left\langle \frac{d}{dt} p^2 \right\rangle = 2\gamma_{\text{abs}} \hbar^2 k^2 \quad (2.39)$$

Der Faktor 2 berücksichtigt die zwei Impulsschritte pro Streuvorgang (Absorption und Emission). Mit dem Impulsdiffusionskoeffizienten D_p

$$2D_p = \left\langle \frac{d}{dt} p^2 \right\rangle \quad (2.40)$$

ist D_p/m die Rate der Zunahme der kinetischen Energie, also die Heizrate.

Im Gleichgewicht ist die Heizrate gleich der Kühlrate, also $D_p/m = -\alpha v^2$. Ersetzt man v^2 durch seinen Mittelwert $\langle v^2 \rangle$ und identifiziert man $k_B T/2$ als mittlere kinetische Energie $m \langle v^2 \rangle / 2$ in dem einen Freiheitsgrad der betrachteten einen Dimension, so gilt für die Temperatur dieses Gleichgewichtszustandes

$$D_p/\alpha = m \langle v^2 \rangle = k_B T. \quad (2.41)$$

Mit D_p aus Gleichung (2.40) und α aus Gleichung (2.37) sowie der Gesamtstreureate der beiden Laserstrahlen

$$\gamma_{\text{abs}} = \Gamma \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + 4 \left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (2.42)$$

erhält man für kleine Intensitäten und Geschwindigkeiten

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{4} \frac{1 + 4(\Delta/\Gamma)^2}{2\Delta/\Gamma}. \quad (2.43)$$

Dies ist die Dopplertemperatur für den betrachteten eindimensionalen Modellfall. Sie gilt auch für den symmetrischen dreidimensionalen Fall und wird minimal für $\Delta = -\Gamma/2$. Dies ist das Limit für Doppler-Kühlung

$$k_B T_{\text{Doppler}} = \frac{\hbar \Gamma}{2} \quad (2.44)$$

Melassekühlung

Demnach erwartet man als tiefstmögliche Temperatur in einer Melasse aus rotverstimmten Laserstrahlen die Dopplertemperatur. Es wurden jedoch deutlich tiefere Temperaturen gemessen [40]. Die theoretische Erklärung gelang J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji [36] sowie S. Chu [38].

Melassekühlung ist nur für Atome mit magnetischer Unterstruktur möglich. Die Wechselwirkung dieser magnetischen Unterzustände mit dem Lichtfeld räumlich variierender Polarisation führt für bewegte Atome zu einer dämpfenden Kraft, die deutlich stärker ist als die der Dopplerkühlung, daher werden tiefere Temperaturen erreicht. Dieser Kühlprozess funktioniert erst ab einer kritischen Geschwindigkeit, für schnellere Atome wirkt zunächst lediglich Dopplerkühlung, bis die Atome kalt genug geworden sind.

Entlang der Achse zweier einander entgegenlaufender zirkular polarisierter Lichtstrahlen verändert sich die Polarisation des Lichtfeldes in Form einer

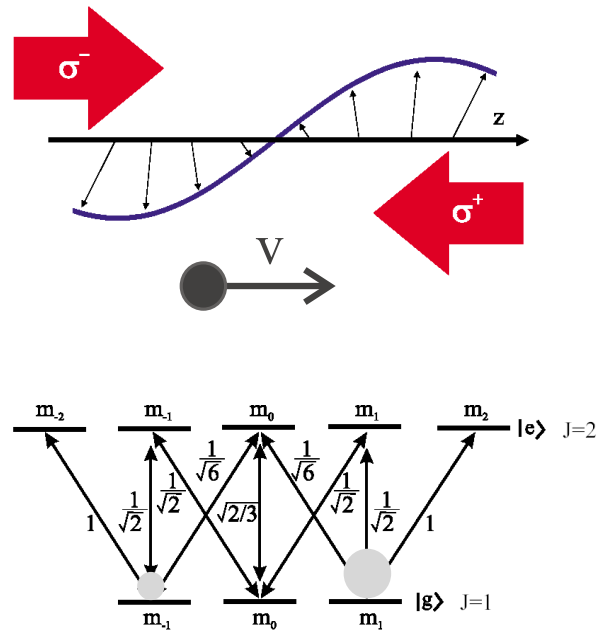


Abbildung 2.4: Melasse mit zirkular polarisiertem rotverstimmtten Licht (σ - σ -Konfiguration).

Schraube (Abb. 2.4). Die Achse des aus der Überlagerung der gegenrotierenden Felder erzeugten linear polarisierten Lichtes dreht sich auf der Strecke einer Wellenlänge einmal um diese Achse.

Im mit dieser Schraube mitrotierenden und mit den Atomen mitbewegten Koordinatensystem verschiebt sich die Besetzungsverteilung der Atome in ihren m_F -Unterniveaus asymmetrisch, wenn sich die Atome entlang dieser Achse bewegen. Das führt zu einer verstärkten Absorption von Photonen aus dem den Atomen entgegelaufenden Strahl und damit zu einer starken Dämpfungskraft.

Bei diesem Kühlprozess, der sogenannten σ - σ -Kühlung, sind die magnetischen Momente der Atome ausgerichtet. Diese Ausrichtung wird von einem Magnetfeld wie zum Beispiel dem einer magneto-optischen Falle (Kapitel 2.2.1) gestört, und so das Erreichen von Temperaturen unterhalb des Dopplerlimits erschwert.

Ein weiterer Mechanismus der Melassekühlung wirkt, wenn die beiden gegenläufigen Laserstrahlen linear und senkrecht zueinander polarisiert sind (lin \perp lin-Konfiguration, Abb. 2.5). Dieses sogenannte Polarisationsgradientenkühlen oder auch Sisyphuskühlen erreicht wie die σ - σ -Kühlung Temperaturen deutlich

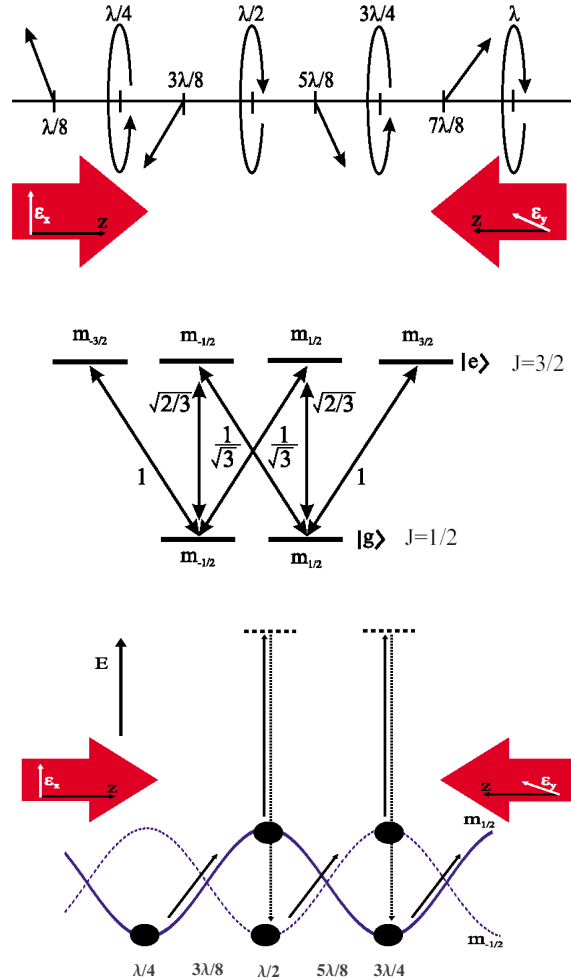


Abbildung 2.5: Melasse mit linear polarisiertem rotverstimtem Licht ($\text{lin} \perp \text{lin}$ -Konfiguration). Entlang der z -Achse wechselt das Lichtfeld periodisch zwischen links- und rechtszirkularer Polarisation. Aufgrund der Clebsch-Gordan-Koeffizienten für σ^+ - und σ^- -Übergänge bedeutet dies für ein Atom in einem der Grundzustände ein mit dem Ort in seiner Stärke oszillierendes Dipolpotential. Befindet sich ein Atom im Potentialmaximum, so findet es dort nur die Lichtpolarisation vor, die es in den anderen Grundzustand umpumpt. Ein Atom, das sich entlang z bewegt, läuft damit einen Potentialberg hinauf, wird dort in den anderen Grundzustand umgepumpt, der an dieser Stelle eine kleine potentielle Energie besitzt, läuft wieder einen Potentialberg hinauf, und so fort. Dieser Vorgang wird aufgrund seiner Ähnlichkeit zum Schicksal des Sisyphus in der griechischen Sage als Sisyphus-Kühlen bezeichnet.

unter dem Dopplerlimit von [36]

$$T_{\text{lin}\perp\text{lin}} = \frac{\hbar\Omega^2}{k_B|\Delta|} \approx T_{\sigma\sigma} \quad (2.45)$$

Es ist also günstig, für die Subdopplerkühlung in der optischen Melasse kleine Lichtintensitäten und große Verstimmungen zu wählen.

Rückstoß-Limit

Bei den bisher vorgestellten Kühlmethoden kehrt das Atom immer wieder in den Grundzustand zurück und emittiert dabei ein Photon in eine zufällige Richtung. Die damit verbundene Rückstoßenergie bleibt als kinetische Energie im Atom. Dies ist das Rückstoßlimit, bei dem die verbleibende Temperatur einer Rückstoßenergie E_{rec} pro Freiheitsgrad entspricht.

$$\frac{1}{2}k_B T_{\text{rec}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E_{\text{rec}} \quad (2.46)$$

Diese Grenztemperatur lässt sich nur noch mit speziellen Methoden unterschreiten, bei denen die Wechselwirkung mit dem Licht für sehr langsame Atome selektiv ausgeschaltet wird. Solche Methoden sind das Pumpen in Dunkelzustände [41, 42] (VSCPT, *velocity selective coherent population trapping*) und geschwindigkeitsselektives optisches Pumpen mit Raman-Übergängen [43]. Diese Methoden sind jedoch nicht das Mittel der Wahl, um hohe Phasenraumdichten zu erreichen.

Magneto-Optische Falle

Die magneto-optische Falle (MOT) ist seit ihrer Entdeckung 1987 [6] zum Standardwerkzeug der Laserkühlung geworden. Typischerweise fängt sie Atome bis zu einer maximalen Geschwindigkeit von einigen m/s ein und kühlt sie auf Temperaturen von mK und tiefer. Die so erzeugten dichten, kalten Atomwolken von bis zu ca. 10^{10} Atomen sind ein idealer Ausgangspunkt für Experimente mit kalten Atomen oder für das Laden von Magnetfallen oder Dipolfallen zur weiteren Kühlung.

Eine MOT besteht aus rotverstimmten, zirkular polarisierten Laserstrahlen aus verschiedenen Richtungen und einem Quadrupol-Magnetfeld, das von einem Spulenpaar in Anti-Helmholtz-Konfiguration erzeugt werden kann. Typische Parameter sind einige mW Licht pro Strahl, Strahldurchmesser von bis zu einigen cm und Magnetfeldgradienten von einigen G/cm.

In einer MOT wirken zwei Mechanismen, ein bremsender im Geschwindigkeitsraum und ein fangender im Ortsraum. Einerseits dämpft die Rotverstimmung der Laserstrahlen durch Dopplerkühlung die Geschwindigkeit der Atome, andererseits sind die Polarisation der Lichtstrahlen und das Magnetfeld so gewählt, dass die Atome die rotverstimmtten Photonen bevorzugt so absorbieren, dass sie von ihnen zum Fallenzentrum hin gestoßen werden.

Die üblichste Form der MOT ist die Geometrie mit sechs Laserstrahlen, bestehend aus drei senkrecht zueinander verlaufenden Strahlenpaaren (Abb. 2.6). Beide Strahlen eines Paares haben die gleiche Händigkeit (zirkuläre Polarisation bezüglich der Strahlausbreitungsrichtung) und treiben daher, weil sie einander entgegenlaufen, unterschiedliche Übergänge in den Atomen.

Üblicherweise ist das Quadrupol-Magnetfeld auf den Strahlachsen parallel zu den Lichtstrahlen. Verwendet man nun die lokale Magnetfeldrichtung als Quantisierungsachse für die Atome, so sieht ein Atom an einer Position auf der Achse eines Strahlenpaares den einen Strahl des Paares als σ^+ -Licht und den anderen als σ^- -Licht.

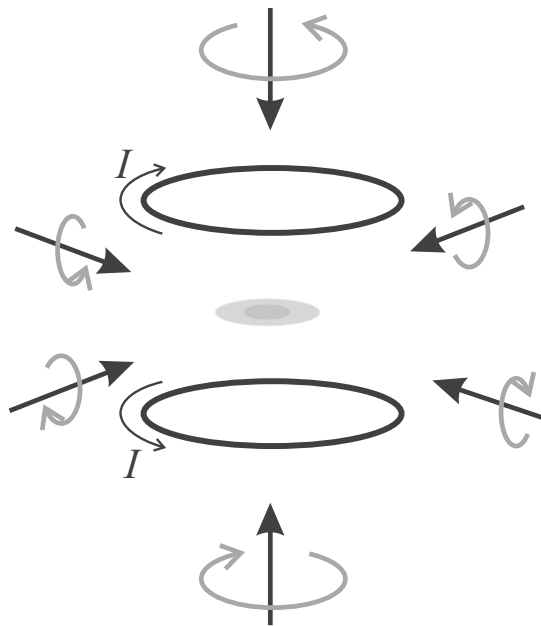


Abbildung 2.6: Geometrie einer magneto-optischen Falle.

Das Quadrupol-Magnetfeld nimmt zum Nullpunkt hin linear ab und wechselt seine Richtung beim Durchqueren des Magnetfeldnullpunktes. Also erfahren die magnetischen Unterzustände der Atome eine ortsabhängige Zeemanverschiebung. Außerdem wechselt ein Atom, das bei einem Durchqueren der Mitte seine Orientierung beibehält, das Vorzeichen seines m_F -Unterzustandes (die Orientierung seines Spins relativ zum Magnetfeld).

Die Händigkeit eines Strahlenpaares wählt man nun so, dass auf jeder Seite des Magnetfeldnullpunktes derjenige m_F -Zustand der Atome durch Zeemanverschiebung energetisch abgesenkt wird, in dem das Atom stärker an Licht der Polarisation des von dieser Seite her kommenden Laserstrahls koppelt. Wegen der Rotverstimmung der Laserstrahlen sind die Atome damit resonant zu dem Lichtstrahl, der sie zum Magnetfeldnullpunkt hin beschleunigt (Abb. 2.7). Diese ortsabhängige Kraft ist in Abb. 2.8 dargestellt.

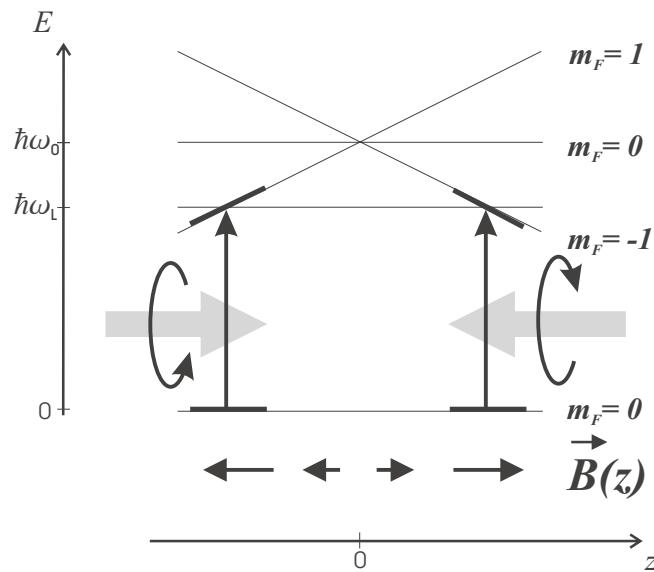


Abbildung 2.7: Ortsabhängige Kraft in einer magneto-optischen Falle. Rechts im Bild ($z > 0$) ist das rotverstimmete Laserlicht resonant zum σ^- -Übergang $|m_F=0\rangle \rightarrow |m_F=-1\rangle$. Der von rechts kommende Laserstrahl ist rechtszirkular polarisiert, der Drehimpuls seiner Photonen ist für $z > 0$ also entgegengesetzt zur Richtung des Magnetfeldes \vec{B} gerichtet, er treibt daher dort den σ^- -Übergang. Der von links kommende Laserstrahl ist ebenfalls rechtszirkular polarisiert, der Drehimpuls seiner Photonen ist damit an Stellen mit $z > 0$ parallel zum Magnetfeld gerichtet, er treibt daher dort den σ^+ -Übergang und ist damit für $z > 0$ nicht resonant. Damit absorbieren Atome an Stellen mit $z > 0$ bevorzugt Photonen aus dem von rechts kommenden Strahl und werden von diesem zur Mitte hin getrieben. Auf der linken Seite ($z < 0$) zeigt das Magnetfeld in die andere Richtung, die Atome absorbieren daher dort bevorzugt Photonen aus dem von links kommenden Strahl und werden damit ebenfalls zur Mitte getrieben.

In einer MOT wirken damit sowohl im Ortsraum als auch im Geschwindigkeitsraum Kräfte, die für kleine Geschwindigkeiten und in der Nähe des Mittelpunktes der magneto-optischen Falle die lineare Abhängigkeit einer dämpfenden

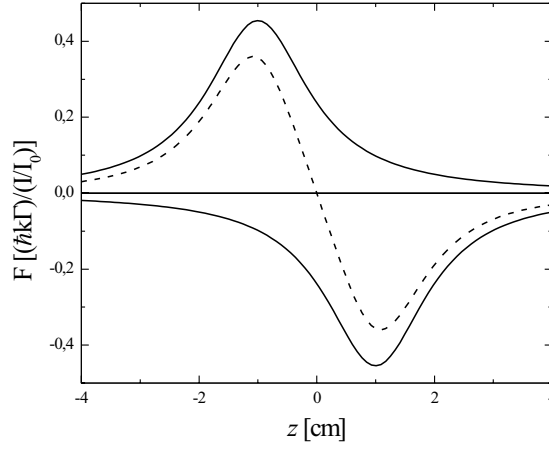


Abbildung 2.8: Ortsabhängige Kraft in einer magneto-optischen Falle für Atome mit der Geschwindigkeit $v_z = 0$, für eine Verstimmung $|\Delta| = \Gamma/2$, $I = 0,1I_{\text{sat}}$ und eine für ^{87}Rb -MOTs typische ortsabhängige Niveaushiftung von $\beta = (\Gamma/2)/\text{cm} \approx 3 \text{ MHz/cm}$. Die durchgezogenen Linien sind die Kräfte durch jeweils einen der einander entgegenlaufenden Laserstrahlen, die gestrichelte Linie ist deren Summe und damit die Gesamtkraft.

Kraft haben:

$$\begin{aligned}
 F(v, z) &= \hbar k \frac{\Gamma}{2} \left[\frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + \left[\frac{\Delta - kv - \beta z}{\Gamma/2} \right]^2} - \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + I/I_{\text{sat}} + \left[\frac{\Delta + kv + \beta z}{\Gamma/2} \right]^2} \right] \\
 &\approx \frac{4\hbar k I/I_{\text{sat}}}{\left[1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma/2} \right)^2 \right]^2} \frac{\Delta}{\Gamma/2} (kv + \beta z).
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Dipolpotential

Die einfachste Form einer Atomfalle mit Dipolpotentialen ist ein fokussierter, rotverstimmter gaußscher Lichtstrahl. Seine Intensitätsverteilung ergibt die Potentialform

$$U(x, z) = U_0 \frac{\exp[-2r^2/w(z)^2]}{1 + z/z_R^2} \tag{2.48}$$

Dabei ist r die radiale und z die axiale Koordinate, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ der von der axialen Position abhängige Strahlradius, $z_R = w_0^2 \pi / \lambda$ der *Rayleigh range*, λ die Wellenlänge des Lichtes und w_0 die Strahltaile.

Typische erreichbare Potentialtiefen U_0 liegen dabei im Bereich einiger μK . Um Atome nach dem optischen Kühlen in eine Dipolfalle zu laden, benötigt man sehr starke Dipolfallen, in Magnetfallen gekühlte Ensembles können dagegen gut in typische Dipolfallen geladen werden.

Im Vergleich zu Magnetfallen bieten Dipolfallen einen starken Einschluss: Für ^{87}Rb werden z. B. Fallenfrequenzen weit im kHz-Bereich erreicht, insbesondere in Konfigurationen mit stehenden Wellen. Außerdem können sie Atome in allen Spinzuständen gefangen halten und sind schnell schalt- und modulierbar.

Die oben betrachtete Spontankraft ist ein Impulsübertrag auf ein Atom durch Absorption von Photonen. Die zugehörige spontane Emission ist isotrop und hat daher keine Auswirkung auf die Richtung der mittleren Kraft. Die Dipolkraft hingegen beruht auf Absorption und stimulierter Emission von Photonen aus dem und in den Strahl einfallenden Lichtes, und zwar auf der Umverteilung von Photonen zwischen den verschiedenen ebenen Wellen, aus denen der Lichtstrahl besteht. Sie wirkt in Richtung der Intensitätsgradienten des Lichtfeldes.

Der Ursprung der Dipolkraft, das Dipolpotential, kann in einem anschaulichen Modell erklärt werden. Dieses beschreibt das Atom als getriebenen harmonischen Oszillator [44, 45]. Ein Atom wird im elektrischen Feld polarisiert, also treibt das oszillierende elektrische Feld einer Lichtwelle die Oszillation des atomaren Dipols.

Die Polarisation erfolgt gemäß

$$p = \alpha E_0 \quad (2.49)$$

mit den Amplituden p des induzierten atomaren Dipols und E_0 des elektrischen Feldes und der komplexen und von der treibenden Frequenz ω_L abhängigen Polarisierbarkeit [44]

$$\alpha = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega_L^2 - i(\omega_L^3/\omega_0^2)\Gamma}. \quad (2.50)$$

Das Wechselwirkungspotential des induzierten Dipols im treibenden elektrischen Feld ist

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{1}{2} \langle \vec{p} \vec{E} \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I(\vec{r}). \quad (2.51)$$

Die relative Orientierung zwischen den oszillierenden Vektoren des E-Feldes und der atomaren Polarisation hängt von der treibenden Frequenz ab. Ist das Licht rotverstimmt, $\omega_L < \omega_0$, so ist die Phasendifferenz $\Delta\phi < \pi/2$, das Skalarprodukt $\vec{p} \vec{E} > 0$ und das Wechselwirkungspotential negativ, und die Atome

werden von Regionen hoher Lichtintensität angezogen. Ist das Licht blauverstimmt, $\omega_L > \omega_0$, schwingen die beiden Vektoren gegenphasig $\Delta\phi > \pi/2$ und die Wechselwirkung ist repulsiv. Für den üblichen Fall großer Verstimmungen $\Delta = \omega_L - \omega_0$ und vernachlässigbarer Sättigung erhält man

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = -\frac{3\pi c^2}{\omega_0^3} \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega_L} + \frac{1}{\omega_0 + \omega_L} \right) I(\vec{r}). \quad (2.52)$$

In den meisten Experimenten wird die Verstimmung Δ so gewählt, dass $|\Delta| \ll \omega_0$ erfüllt ist.⁵ Dann kann man den entgegengesetzt rotierenden Term mit $1/(\omega_L + \omega_0)$ vernachlässigen (*rotating wave approximation*), und das Dipolpotential wird zu

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{\omega_0^3} \frac{\Gamma}{2} \frac{1}{\Delta} I(\vec{r}). \quad (2.53)$$

Gleichzeitig werden jedoch Photonen mit der Streurrate

$$\gamma_{\text{abs}}(\vec{r}) = \frac{3\pi c^2}{\hbar\omega_0^3} \frac{\Gamma^2}{2} \frac{1}{\Delta^2} I(\vec{r}) \quad (2.54)$$

absorbiert.

Wie man sieht, fällt die Streurrate bei wachsender Verstimmung mit $1/\Delta^2$, das Dipolpotential dagegen nur mit $1/\Delta$. Man kann also Atome in starken Dipolpotentialen fangen und gleichzeitig die störende Absorptionsrate gering halten, indem man die Verstimmung Δ ausreichend groß wählt.

Hat das Atom mehr als einen Übergang, der mit nicht vernachlässigbarer Stärke an das Licht koppelt, so setzt sich das Dipolpotential aus den Beiträgen dieser Übergänge zusammen. Für Alkaliatome ist das Dipolpotential [49]

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\hbar\Gamma I(\vec{r})}{24I_{\text{sat}}} \left[\left(\frac{1}{\Delta_{D1}/\Gamma} + \frac{2}{\Delta_{D2}/\Gamma} \right) - g_F m_F \sqrt{1 - \epsilon^2} \left(\frac{1}{\Delta_{D1}/\Gamma} - \frac{1}{\Delta_{D2}/\Gamma} \right) \right] \quad (2.55)$$

Dies enthält die Verstimmungen der Laserfrequenz gegenüber der D1-Linie ($\Delta_{D1} = \omega_L - \omega_{D1}$) und der D2-Linie ($\Delta_{D2} = \omega_L - \omega_{D2}$)

Die Elliptizität ϵ gibt die Polarisation des Lichtes an.⁶ Für linear polarisiertes Licht ist $\epsilon = 1$ und das Dipolpotential für jeden Unterzustand des Atoms gleich. Für zirkular polarisiertes Licht ist das Dipolpotential abhängig vom m_F -Unterzustand des Atoms, das Lichtfeld wirkt also als ein fiktives Magnetfeld [50].

⁵Ausnahme sind sehr weit verstimmte Dipolfallen wie mit CO₂-Lasern bei $\lambda = 10,6 \mu\text{m}$, die in Experimenten wie [46, 47, 48] eingesetzt werden.

⁶Man misst die Elliptizität ϵ , indem man einen Analysator rotiert und hinter ihm die maximale und minimale Leistung P_{max} und P_{min} notiert. Dann ist $\epsilon = (P_{\text{max}} - P_{\text{min}})/(P_{\text{max}} + P_{\text{min}})$

In einer Dipolfalle mit perfekt linear oder zirkular polarisiertem Licht werden Lebenszeiten des atomaren Ensembles von vielen Sekunden erreicht, andernfalls treten große Verlusten auf.

Gleichung (2.55) enthält die Näherung $\Gamma_{D1} \approx \Gamma_{D2} \approx \Gamma$ (für Rubidium ist $\Gamma = 2\pi \cdot 5,9$ MHz) und ist daher in ihrer Genauigkeit auf einige Prozent beschränkt.

2.2.2 Der experimentelle Weg zur Bose-Einstein-Kondensation

Ein Bose-Einstein-Kondensat eines verdünnten Gases wird im Ultrahochvakuum, typischerweise bei einem Druck von 10^{-11} mbar hergestellt. Die Quelle des Gases ist meist ein langsamer Atomstrahl. Er wird erzeugt durch Heizen eines Reservoirs mit dem gewünschten Element, das dann gasförmig als thermischer, gerichteter Atomstrahl aus der Austrittsdüse austritt und von einem ihm entgegenlaufenden Lichtstrahl abgebremst wird. Durch räumliches Ändern eines Magnetfeldes (Zeeman-Slower) oder zeitliches Ändern der Frequenz des Lichtstrahles (Chirp-Slower) wird die sich ändernde Dopplerverschiebung der langsamer werdenden Atome kompensiert und der Lichtstrahl resonant zu den Atomen gehalten.

Eine alternative, ebenfalls weit verbreitete Methode, einen langsamen Atomstrahl zu erzeugen, ist eine zweidimensionale oder dreidimensionale magneto-optische Falle zum Einsammeln der Atome in einem eigenen Bereich des Vakuumsystems bei etwas höherem Druck. Hier stammen die Atome aus dem Hintergrundgas oder aus einem sogenannten Dispenser, der die gewünschten Atome in chemisch gebundener Form enthält und bei Bedarf durch Heizen mit elektrischem Strom freisetzt. Um den langsamen Strahl auszukoppeln und die Atome in die gewünschte Richtung zu drücken, verwendet man meist einen schwachen resonanten Lichtstrahl.

Die Atome aus dem erzeugten langsamen Atomstrahl werden in einer magneto-optischen Falle im Ultrahochvakuum gefangen, angesammelt und gekühlt. Die magneto-optische Falle wird kurz komprimiert, um die Dichte der Atome zu erhöhen. Dann wird das Magnetfeld ausgeschaltet, und die Atome werden durch eine kurze Phase optimierter Melassekühlung gekühlt.

Anschließend wird ein schwaches magnetisches Führungsfeld angelegt und die Atome mit zirkular polarisiertem Licht optisch in den gewünschten, magnetisch fangbaren Zeeman-Unterszustand gepumpt und in eine Magnetfalle geladen⁷.

⁷Seit 2001 [46] ist es möglich geworden, durch Verdampfungskühlung auch in rein optischen Fallen Bose-Einstein-Kondensation zu erreichen.

Viele Magnetfallen haben eine sehr langgestreckte Form und eignen sich in diesem Zustand schlecht zur Aufnahme der Atome nach der Laserkühlung. Für das Einfangen wird in diesen Fällen die Form der Magnetfalle der fast kugelrunden Form der Atomwolke angepasst, um das Aufheizen der Wolke beim Transfer gering zu halten. Nach dem Laden der Atome in die Magnetfalle wird diese adiabatisch komprimiert, um die Rate elastischer Stöße für die Rethermalisierung bei der Verdampfungskühlung zu erhöhen.

Nun erfolgt die evaporative Kühlung bis zum Einsetzen der Bose-Einstein-Kondensation. Das so erzeugte Bose-Einstein-Kondensat kann nun zu verschiedensten Experimenten genutzt und manipuliert werden. Die Beobachtung erfolgt meist durch rasches Ausschalten der Magnetfalle und der Abbildung der Atome als Schattenwurf in einem resonanten Lichtstrahl nach einer kurzen Flugzeit.

2.2.3 Absorptionsbildgebung

Bose-Einstein-Kondensate atomarer Gase sind groß genug im Vergleich zu typischerweise erreichten Auflösungen von einigen μm , um sie optisch auflösen und abbilden zu können. Ist, wie z.B. in stark elongierten Kondensaten, die radiale Ausdehnung dennoch zu klein, die optische Dichte zu groß oder aus sonstigen Gründen eine Expansion des Kondensats von Interesse, so schaltet man die Magnetfalle aus und führt die Detektion nach einer Flugzeit von typischerweise bis zu 30 ms durch.

Für die Bildgebung stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, die sich die Streuung des Lichtes an den Atomen zunutze machen. Absorptionsbildgebung nutzt die Absorption von nahresonantem Licht, Dunkelfeld-Bildgebung [51, 52, 53] und Phasenkontrastbildgebung [54, 51, 55, 53] beruhen auf Dispersion und messen die Phasenverschiebung des Lichtes bei größeren Verstimmungen.

Die Daten der vorliegenden Arbeit wurden mit Absorptionsbildgebung aufgenommen. Nach Präparation des Bose-Einstein-Kondensats in der Magnetfalle wird die Falle ausgeschaltet, das Ensemble fällt nach unten und expandiert dabei.

Ein kurzer Puls resonanten Detektionslaserlichtes wird durch die Atomwolke gesandt und auf eine CCD-Kamera abgebildet. Die Atome absorbieren Licht und erscheinen auf dem aufgenommenen Bild als Schattenwurf.

Das isotrop von den Atomen wieder abgestrahlte Licht trifft nur zu einem kleinen Teil auf die Kamera. Der von der ersten Linse des Abbildungssystems typischerweise aufgefangene Raumwinkelanteil $\pi (d/2)^2 / (4\pi r^2)$ mit typischer-

weise einem Abstand $r \geq 10$ cm der Linse vom Ort des Kondensats und einem Durchmesser $d \leq 4$ cm der Linse ist weniger als 1 %. Das spontan emittierte Licht kann daher gegenüber dem Absorptionssignal vernachlässigt werden.

Nun wird der Teil des Detektionsstrahles betrachtet, der auf einen Pixel der Kamera abgebildet wird. Auf seinem Weg durch die Atome (entlang der y -Achse) wird er durch Absorption abgeschwächt, die Intensität I nach Durchlaufen der Atome ist

$$I = t^2 I_0 = e^{-\tilde{D}} I_0 = e^{-\tilde{n}\sigma} I_0 \quad (2.56)$$

mit dem Transmissionskoeffizienten $t = e^{-\tilde{D}/2} = e^{-\tilde{n}\sigma/2}$, der optischen Dichte $\tilde{D} = \tilde{n}\sigma$ und der Säulendichte $\tilde{n} = \int n dy$ der Atome in der vom Teilstrahl durchlaufenen Säule. Der Streuquerschnitt σ für die Absorption eines Photons durch ein Atom ist von der Größenordnung λ^2 . Dabei ist λ die Wellenlänge des resonanten Laserlichtes. Für ein resonant bestrahltes 2-Niveau-Atom ist der Streuquerschnitt $\sigma_0 = 3\lambda^2/(2\pi)$.

Die Abbildung auf die Kamera erfolgt mit einem Linsensystem und einem Umlenkspiegel und ist verbunden mit einer Aufweitung und Abschwächung (durch Verluste) des Strahls. Die CCD-Kamera wandelt die eintreffenden Photonen in Photoelektronen um, verstärkt dieses Signal, liest die pro Pixel akkumulierte elektrische Ladung aus und gibt für jeden Pixel einen Zahlenwert $c = \text{counts}/\text{Pixel} \propto I$ als Maß für die eingefallene Photonenzahl aus.

Zur Minimierung von Kalibrationsfehlern und Störeinflüssen werden für jedes Kondensat drei Kameraaufnahmen gemacht [53]. Bild A ist das Bild der Atomwolke wie beschrieben, also mit Detektionslaserlicht und Hintergrundsignal. Bild B ist ein Kontrollbild ohne Atome und enthält nur das Detektionslaserlicht und den Hintergrund. Bild C schließlich wird ohne Atome und ohne Detektionslicht aufgenommen und dient zur Bestimmung des Hintergrundsignals, das von Bild A und Bild B zu subtrahieren ist. Die $\text{counts}/\text{Pixel}$ in diesen Bildern werden im Folgenden als c_A , c_B und c_C bezeichnet.

Aus diesen drei Bildern berechnet sich das Bild der optischen Dichte⁸. Verwendet wird $\tilde{n}_{B-C} = 0$, da in Bild B (mit Hintergrund-Subtraktion) keine Atome vorhanden sind,

$$-\ln\left(\frac{c_A - c_C}{c_B - c_C}\right) = -\ln\left(\frac{I_0 e^{-\tilde{n}_{A-C}\sigma}}{I_0 e^{-\tilde{n}_{B-C}\sigma}}\right) = (\tilde{n}_{A-C} - \tilde{n}_{B-C})\sigma = \tilde{n}_{A-C}\sigma = \tilde{D} \quad (2.57)$$

Die Anzahl der Atome in der von Teilstrahl durchlaufenen Säule ist

$$N_{\text{Pixel}} = \tilde{n}A. \quad (2.58)$$

⁸Durch Rauschen ergeben sich in einzelnen Pixeln während der Berechnung Werte kleiner oder gleich Null als Argument des Logarithmus, daher werden solche Pixel aus der Bildauswertung ausgenommen, und sie erhalten im Bild der optischen Dichte den Wert Null zugewiesen.

$A = \text{scale}^2 = (bV)^2$ ist dabei die auf den Kamerapixel abgebildete Fläche. Sie wird aus der Längenskala $scale$ des Bildes und damit aus der Breite b der Kamerapixel und der Vergrößerung V des Abbildungssystems bestimmt. Damit ist die optische Dichte

$$\tilde{D} = \frac{N_{\text{Pixel}}}{A} \sigma. \quad (2.59)$$

und die auf den Kamerapixel abgebildete Atomzahl berechnet sich als

$$N_{\text{Pixel}} = \frac{A}{\sigma} \tilde{D}. \quad (2.60)$$

Die Sättigungsintensität I_{sat} ist definiert durch

$$\frac{I}{I_{\text{sat}}} = 2 \frac{\Omega^2}{\Gamma^2}, \quad (2.61)$$

mit der Rabi-Frequenz Ω und der Linienbreite Γ . Für Übergänge mit der Linienstärke 1 ist sie

$$I_{\text{sat}} = \frac{1}{3} \frac{\pi \hbar c}{\lambda^3 \tau}. \quad (2.62)$$

$I = I_{\text{sat}}$ bedeutet eine Reduzierung der Streurate auf die Hälfte durch Sättigung des Überganges. Die Sättigungsintensität für den geschlossenen, durch σ^+ -Licht getriebenen Übergang $|F=2\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ in ^{87}Rb ist $I_{\text{sat}}(\sigma^+) = 1,669(2)$ mW/cm².

Damit kann man den Streuquerschnitt σ ausschreiben und erhält als Ergebnis die auf einen Kamerapixel abgebildete Anzahl von Atomen:

$$N_{\text{Pixel}} = \frac{A}{\sigma} \tilde{D} = \frac{\text{scale}^2}{\sigma_0 \frac{1}{1+I/I_{\text{sat}}+4\Delta^2/\Gamma^2}} \left(-\ln \frac{c_A - c_C}{c_B - c_C} \right) \quad (2.63)$$

Die Gesamtzahl der Atome N im Bild ergibt sich hieraus durch Summation über die Pixel: $N = \sum_{\text{Pixel}} N_{\text{Pixel}}$. In Gleichung (2.63) ist σ_0 der resonante, ungesättigte Streuquerschnitt

$$\sigma_0 = c_{\text{Pol}} \sigma_0(\sigma^+) \quad (2.64)$$

mit $\sigma_0(\sigma^+) = 2,907 \cdot 10^{-13}$ m² für den geschlossenen Übergang $|F=2, m_F=2\rangle \rightarrow |F'=3, m'_F=3\rangle$ in ^{87}Rb . Die resonante Sättigungsintensität I_{sat} ist

$$I_{\text{sat}} = I_{\text{sat}}(\sigma^+) \frac{1}{c_{\text{Pol}}}. \quad (2.65)$$

σ_0 und I_{sat} sind verbunden durch

$$\sigma_0 = \frac{\hbar \omega \Gamma}{2 I_{\text{sat}}} \quad (2.66)$$

und beide abhängig von der Polarisation des einfallenden Lichtes. Diese Abhängigkeit wird durch den Korrekturfaktor c_{Pol} ausgedrückt, der die effektive Linienstärke des Ensembles der in den m_F -Unterszuständen verteilten absorbierenden Atome beschreibt (Tabelle 2.1).

zirkular polarisiertes Licht + Führungs-Magnetfeld	$c_{\text{Pol}} = 1$
linear (π -) polarisiertes Licht + Führungs-Magnetfeld [56, 57]	$c_{\text{Pol}} = 0,55$
Lichtpolarisation zirkular oder linear in Gegenwart eines mischenden Magnetfeldes (senkrecht zur Detektionsstrahlrichtung)	$c_{\text{Pol}} = 0,47$

Tabelle 2.1: Korrekturfaktor c_{Pol} zur Berücksichtigung der Polarisation des Detektionslaserlichtes in der Teilchenzahlbestimmung aus Absorptionbildern

2.2.4 Analyse der Absorptionbilder

Um die Kamerabilder auszuwerten, benötigt man eine quantitative Beschreibung des Verhaltens von thermischen Wolken und Kondensaten sowohl in der Falle als auch während der freien Expansion [53, 58, 59, 21].

Für ein thermisches Ensemble im harmonischen zylindersymmetrischen Magnetfallenpotential $U(\vec{r})$ (Gleichung (2.15)) wird Gleichung (2.11) für den Fall, dass der Abstand der Energieniveaus in der Falle klein gegen die Temperatur ist ($\hbar\omega \ll k_B T$), zu

$$n_{\text{th}}(\vec{r}, t = 0) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left(z e^{-U(\vec{r})/k_B T} \right) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} g_{3/2} \left(\exp \left[\frac{1}{k_B T} \left(\mu - \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 x_i^2 \omega_i^2 \right) \right] \right) \quad (2.67)$$

mit $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ und $\omega_1 = \omega_x$, $\omega_2 = \omega_y$, $\omega_3 = \omega_z$. Nach einer Flugzeit t ist die Dichteverteilung der thermischen Wolke

$$n_{\text{th}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} \prod_{i=1}^3 \left(\frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \right)^{1/2} g_{3/2} \left(\exp \left\{ \frac{1}{k_B T} \left[\mu - \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 x_i^2 \left(\frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \right] \right\} \right). \quad (2.68)$$

Für große Zeiten und unter Vernachlässigung von Stößen zwischen den Teilchen während der Expansion wird dies zu

$$n_{\text{th}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\lambda_{\text{dB}}^3} \frac{1}{\omega_x \omega_y \omega_z t^3} g_{3/2} \left(\exp \left[\frac{1}{k_B T} \left(\mu - \frac{m r^2}{2 t^2} \right) \right] \right) \quad (2.69)$$

mit $r = |\vec{r}|$. Sobald die thermische Wolke viel größer geworden ist als ihre ursprüngliche Größe, expandiert sie also isotrop.

Ein Kondensat in der Falle nimmt in der Thomas-Fermi-Näherung die parabolische Form des Fallenpotentials an:

$$n_{\text{BEC}}(\vec{r}, t = 0) = \frac{15}{8\pi} \frac{N_0}{\prod x_{i,\text{BEC}}(t = 0)} \max \left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{x_{i,\text{BEC}}^2(t = 0)}, 0 \right). \quad (2.70)$$

Seine radialen und axialen Radien $x_{i,\text{BEC}}(t = 0) = \sqrt{\mu/(m\omega_i^2)}$ (vgl. Gleichung (2.30)) entwickeln sich während der freien Expansion aus einer zylindersymmetrischen Falle mit Aspektverhältnis $\lambda = \omega_z/\omega_\perp$ wie folgt:

$$x_{\text{BEC}}(t) = y_{\text{BEC}}(t) = R(t) = R(t = 0)\sqrt{1 + \tau^2}, \quad (2.71)$$

$$z_{\text{BEC}}(t) = L(t) = \frac{1}{\lambda} L(t = 0) \left(1 + \lambda^2 \left[\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right] \right). \quad (2.72)$$

Dabei ist $\tau = \omega_\perp t$.

Die gesamte Dichteverteilung einer aus thermischem Anteil und Kondensat zusammengesetzten gemischten Atomwolke hat damit die Form

$$\begin{aligned} n_{\text{ges}}(\vec{r}, t) &= n_{\text{th}}(\vec{r} = 0, t) \cdot g_{3/2} \left[\prod_{i=1}^3 \exp \left(-\frac{x_i^2}{x_{i,\text{th}}^2(t)} \right) \right] \\ &+ n_{\text{BEC}}(\vec{r} = 0, t) \cdot \max \left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{x_{i,\text{BEC}}^2(t)}, 0 \right). \end{aligned} \quad (2.73)$$

Dabei ist $\vec{r} = 0$ die Mitte der nach der Flugzeit t detektierten bimodalen Atomverteilung und

$$x_{i,\text{th}}(t) = \sqrt{\frac{k_B T}{\frac{1}{2} m \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2}}} \quad (2.74)$$

die Breite der (im Flankenbereich in sehr guter Näherung) als Gaußverteilung expandierenden thermischen Wolke nach der Flugzeit t . Die Säulendichten in einer Absorptionaufnahme erhält man aus diesen Dichteverteilungen durch Integrieren entlang der Richtung y des Detektionsstrahles:

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{\text{ges}}(x, z) &= \frac{\tilde{n}_{\text{th}}(\vec{r} = 0)}{g_2(1)} g_2 \left[\exp \left(-\frac{x^2}{x_{\text{th}}^2(t)} - \frac{z^2}{z_{\text{th}}^2(t)} \right) \right] \\ &+ \tilde{n}_{\text{BEC}}(\vec{r} = 0) \cdot \max \left[\left(1 - \frac{x^2}{x_{\text{BEC}}^2(t)} - \frac{z^2}{z_{\text{BEC}}^2(t)} \right)^{3/2}, 0 \right]. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Diese bimodale Verteilung wird für den Fit der Absorptionaufnahme verwendet. Aus den Fitparametern erhält man die Teilchenzahlen in der thermischen Wolke und im Kondensat:

$$\begin{aligned} N_{\text{th}} &= \frac{g_3(1)}{g_2(1)} \pi \tilde{n}_{\text{th}}(\vec{r} = 0) x_{\text{th}}(t) z_{\text{th}}(t) \\ N_0 &= \frac{2}{5} \pi \tilde{n}_{\text{BEC}}(\vec{r} = 0) x_{\text{BEC}}(t) z_{\text{BEC}}(t). \end{aligned} \quad (2.76)$$

Aus der Größe der expandierten thermischen Wolke nach der Flugzeit lässt sich die Expansionsgeschwindigkeit und damit die Temperatur bestimmen:

$$k_B T = \frac{1}{2} m \left(\frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} x_{i,\text{th}}^2(t) \right). \quad (2.77)$$

MAGNETFALLEN FÜR BEC-EXPERIMENTE

Die Magnetfalle ist ein zentrales Werkzeug auf dem Weg zur Bose-Einstein-Kondensation. Sie hält die Atomwolke gegen die Schwerkraft, isoliert sie in einer Glaszelle im Ultra-Hoch-Vakuum von der Umgebung (den Wänden der Glaszelle) und sorgt für einen starken Einschluss und damit für eine hohe Rate elastischer Stöße, die Voraussetzung für die Verdampfungskühlung ist.

Durch Verformen, zeitliche Modulation oder Verschieben des magnetischen Potentials werden Magnetfallen darüber hinaus auch als Werkzeug zur Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten eingesetzt.

3.1 Funktionsweise von Magnetfallen

Das Potential eines Atoms mit magnetischem Moment $\vec{\mu}$ im äußeren Magnetfeld \vec{B} ist

$$U = -\vec{\mu}\vec{B} \quad (3.1)$$

Im klassischen Bild bildet der Vektor des magnetischen Moments einen Winkel θ zur Magnetfeldrichtung — die potentielle Energie ist dann $U = -\mu B \cos(\theta)$ — und präzediert um diese Richtung mit der Larmorfrequenz

$$\omega_{\text{Larmor}} = \gamma B = \frac{\mu}{\hbar} B \quad (3.2)$$

Der Proportionalitätsfaktor zwischen Magnetfeldstärke und Larmorfrequenz ist das gyromagnetische Verhältnis γ .

In der Quantenmechanik beschreibt man die Orientierung des magnetischen Moments durch Unterscheidung von Zuständen anhand ihrer magnetischen Quantenzahl m_F . Diese ist die Projektion des atomaren Gesamtdrehimpulses \vec{F} auf die Richtung des Magnetfeldes. Der klassische Ausdruck $\cos(\theta)$ wird zu $-m_F/F$. Damit ist die Energie dieser Zustände

$$U = \mu_B g_F m_F B \quad (3.3)$$

mit dem Bohrschen Magneton μ_B als atomarem Maß des magnetischen Moments und dem Landé-Faktor g_F als Maßzahl.

Im freien Raum lässt sich kein Magnetfeldmaximum herstellen (Wings Theorem [60]), denn es gibt keine Quellen des Magnetfeldes im stromfreien Raum. Daher erzeugen Magnetfallen stets ein Magnetfeldminimum und fangen Schwachfeld-Sucher. Dies sind Atome, deren magnetisches Moment entgegen der Richtung des Magnetfeldes \vec{B} ausgerichtet ist ($g_F m_F > 0$), und für die daher ein Raumpunkt mit minimalem Betrag des Magnetfeldes ein Potentialminimum darstellt.

Die technische Erzeugung dieser Potentiale erfolgt in den meisten BEC-Experimenten mit Elektromagneten, da diese durch Ändern der Stromstärke schnell moduliert und geschaltet werden können. Solche Magnetfallen aus stromdurchflossenen Drähten erzeugen Felder von typischerweise einigen hundert Gauß, so dass ^{87}Rb -Atomwolken mit Temperaturen $T = \mu B/k_B$ bis zu ca. 1 mK gefangen werden können. Damit können ^{87}Rb -Atome aus einer MOT, die nach einer Melassephase Temperaturen von typischerweise wenigen 100 μK haben, in eine Magnetfalle geladen werden.

Das Magnetfeld eines geraden, vom Strom I durchflossenen Drahtes ist im Abstand r vom Draht in niedrigster Ordnung gegeben durch

$$B_{\text{Draht}}(r) = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}. \quad (3.4)$$

Der Gradient im zugehörigen Magnetfeldpotential für Atome ist also proportional zu $1/r^2$. Für steile Magnetfallen ist es also wichtig, die Drähte so nahe wie möglich am Fallenzentrum anzuordnen. Außerdem wächst das erzeugte Magnetfeld wie seine Ableitungen linear mit dem Strom. Daher erscheint es günstig, dicke Drähte zu verwenden, um den Widerstand zu minimieren und hohe Ströme bei vergleichsweise niedrigen elektrischen Leistungen zu erreichen.

Die Nähe der stromdurchflossenen Drähte zum Fallenmittelpunkt wird in jedem Experiment unter Berücksichtigung der sonstigen Anforderungen optimiert, bei Fallen außerhalb des Vakuums ist die entscheidende Randbedingung meist die Glaszelle oder der Flansch der Vakuumanlage, in der eine große MOT Platz finden muss. Mikrofallen für Bose-Einstein-Kondensate [61, 62], die

innerhalb des Vakuums angebracht werden, umgehen diese Beschränkung, stellen aber beispielsweise beim Vakuum und durch Effekte wie die Fragmentierung von Kondensaten neue Herausforderungen.

Hohe Ströme können neben höheren Anforderungen an das Kühlsystem und die zum Schalten verwendete Elektronik vor allem zu Stabilitätsproblemen führen. Ideal ist es also, wenn man die Effizienz einer Magnetfalle, die erforderliche elektrische Leistung pro erzeugtem Einschluss, durch eine geschickt gewählte Geometrie optimieren kann und dabei nicht auf hohe Ströme angewiesen ist.

3.2 Verdampfungskühlung

Nach der Laserkühlung hat die Atomwolke typischerweise eine Phasenraum-dichte von der Größenordnung $\Lambda \approx 10^{-6}$. Die Verdampfungskühlung erlaubt es, die Temperatur weiter zu senken und gleichzeitig davon zu profitieren, dass das kälter gewordene Ensemble im Fallenpotential dichter wird. Die so erreichbare Verdichtung des Ensembles im Phasenraum dient in allen bisherigen BEC-Experimenten als letzter Kühlschritt.

Die Verdampfungskühlung als Kühlmethode für ultrakalte Gase [63, 64, 65] wurde erstmals für Wasserstoff demonstriert [66]. Ihr Prinzip ist aus alltäglichen Phänomenen wie dem Abkühlen einer heißen Tasse Tee oder der Wärmeregulierung des menschlichen Körpers durch Schwitzen vertraut. Verlassen die heißesten Teilchen eine Flüssigkeit durch Verdampfen oder Verdunsten, so kühlt diese ab.

Die Energien der Teilchen eines Systems mit einer gegebenen Temperatur folgen einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Es gibt also insbesondere stets einen kleinen Anteil von Teilchen, die deutlich heißer sind als der Durchschnitt. Sorgt man nun dafür, dass diese heißen Teilchen das System verlassen, sinkt die durchschnittliche kinetische Energie der Teilchen. Die zurückbleibenden Teilchen verteilen ihre kinetische Energie durch elastische Stöße untereinander um, und es bildet sich eine neue Gleichgewichtsverteilung mit einer niedrigeren Temperatur, das System rethermalisiert.

Senkt man dann die Schwelle, ab der die Teilchen das System verlassen, weiter ab, so findet der Kühlvorgang auch für das kälter gewordene Ensemble statt. Dieses Aufrechterhalten der Kühlung durch Veränderung der Schwelle nennt man erzwungene Verdampfungskühlung. Das Entfernen der heißesten Teilchen erfolgt in der Magnetfalle durch Einstrahlen von Hochfrequenzstrahlung. Diese ist in den äußeren Bereichen der gefangenen Atomwolke resonant zu Übergängen zwischen den Zeeman-aufgespaltenen Energieniveaus der Atome: $h\nu_{\text{rf}} = \mu_B g_F |\vec{B}|$. Dort ist das Magnetfeld und damit die potentielle Energie der

gefangenen Atome hoch, und nur die energiereichsten Teilchen erreichen diese Bereiche. Durch die Hochfrequenzstrahlung werden die magnetischen Momente der Atome umgeklappt, sie wechseln in m_F -Zustände, die nicht mehr in der Magnetfalle gefangen sind und verlassen die Falle. Erniedrigt man kontinuierlich die Frequenz dieses Hochfrequenz-Messers, so wandert es zur Fallenmitte und entfernt immer kältere Atome.

Die Verdampfungskühlung erreicht eine Absenkung der Temperatur T auf Kosten der Teilchenzahl N . Ihre Effizienz ist gegeben durch die Temperaturabsenkung pro verlorenem Teilchen α_{ev}

$$\alpha_{\text{ev}} = \frac{d(\ln T)}{d(\ln N)} \quad (3.5)$$

Erzwungene Verdampfungskühlung findet üblicherweise bei konstantem Verhältnis η von Abschneideenergie und thermischer Energie des Systems statt

$$E_{\text{rf}} = \eta k_B T, \quad (3.6)$$

typische Werte sind $\eta = 6$ für Magnetfallen und $\eta = 10$ [67] für optische Fallen, in denen für Evaporation die Fallentiefe durch Absenken der Lichtintensität verringert wird.

Die maximale Geschwindigkeit der Verdampfungskühlung ist durch die Rate gegeben, mit der elastische Stöße neue heiße Atome mit einer Energie oberhalb der Verdampfungsschwelle produzieren. Diese ist

$$\dot{N} = -\frac{N}{\tau_{\text{ev}}} = -N n_0 \sigma \bar{v} \eta e^{-\eta} \quad (3.7)$$

mit dem Streuquerschnitt σ für elastische Stöße, der maximalen Dichte n_0 und der Verdampfungs-Zeitkonstanten τ_{ev} . Deren Verhältnis zur Rate elastischer Stöße $\tau_{\text{el}} = 1/(n_0 \sigma \bar{v} \sqrt{2})$ ist $\lambda' = \tau_{\text{ev}}/\tau_{\text{el}}$ und im Grenzfall großer η

$$\lambda' = \frac{\sqrt{2} e^\eta}{\eta}. \quad (3.8)$$

Gehen während der Verdampfungskühlung nicht zu viele Teilchen verloren, so steigt mit sinkender Temperatur auch die Phasenraumdichte. Ihre Zunahme wird beschrieben durch

$$\beta = 100 \tau_{\text{el}} \frac{d}{dt} (\log_{10} \Lambda) = \frac{100}{\ln 10} \left(\frac{\alpha_{\text{ev}} (\delta + 3/2) - 1}{\lambda'} - \frac{1}{R} \right). \quad (3.9)$$

Dabei ist β die Zunahme der Phasenraumdichte in Zehnerpotenzen pro Zeit für 100 elastische Stöße, und R ist das Verhältnis guter zu schlechter Stöße.

Für Elemente mit günstigen Stößeigenschaften wie ^{23}Na oder ^{87}Rb lassen sich durch Verdampfungskühlung in einer Magnetfalle typischerweise zwei Größenordnungen an Phasenraumdichte pro Größenordnung verlorener Teilchen gewinnen.

Evaporiert man langsam genug, d. h. senkt man die Radiofrequenz langsam genug ab, und sind die Teilchenverluste ausreichend gering, dann wächst die Dichte und damit die Stoßrate mit fallender Temperatur, und man bewegt sich im Regime der selbstbeschleunigenden Evaporation (*runaway evaporation*). Die Bedingung für selbstbeschleunigte Verdampfungskühlung ist

$$\frac{d\ln(n\sqrt{T})}{d\ln(N)} = 1 - 2\alpha_{\text{ev}} < 0 \quad (3.10)$$

Verlustprozesse sind in der Praxis die Begrenzung für die Effizienz des evaporativen Kühlens. Die wesentlichen dieser Prozesse sind Ein-, Zwei- und Dreikörperverluste. Sie werden durch Verlustraten G_i ($i = 1, 2, 3$) beschrieben, dabei hat die Gleichung für einen i -Körper-Prozess die Form

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{\dot{N}_i}{N} = -G_i n_0^{i-1}. \quad (3.11)$$

Stöße mit dem Hintergrundgas sind Einkörperverluste und unabhängig von der Dichte des Ensembles. Sie dominieren zu Beginn der Verdampfungskühlung und sind der Grund für die Anforderung eines guten Ultrahochvakuums von ca. 10^{-11} mbar an ein typisches BEC-Experiment. Dies bedeutet typische Lebensdauern in der Magnetfalle von rund 100 s.

Elastische Zweikörperstöße sorgen für einen Impulsaustausch zwischen den Stoßpartnern und sind daher für die Rethermalisierung bei der Verdampfungskühlung erforderlich. Inelastische Zweikörperstöße hingegen sind Verlustprozesse, da die Atome dabei ihren Zustand ändern und im neuen Zustand nicht mehr in der Magnetfalle gefangen sind. Hierfür gibt es zwei Mechanismen. Bei der Spin-Austausch-Wechselwirkung bleibt die Summe der m_F -Quantenzahlen der beiden Stoßpartner erhalten, daher ist dieser Prozess sowohl für ^{87}Rb -Atome im $|F=2, m_F=2\rangle$ -Zustand als auch im $|F=1, m_F=-1\rangle$ -Zustand unterdrückt. Die Raten für den zweiten Mechanismus für inelastische Zweikörperverluste, die Spin-Dipol-Wechselwirkung (dipolare Relaxation), sind sehr klein [68]. Daher wurden experimentell für Verlustraten durch inelastische Zweikörperstöße in einkomponentigen ^{87}Rb -Kondensaten in Magnetfallen bislang nur obere Grenzen beobachtet [69, 70], Zweikörperverluste sind also hier vernachlässigbar klein.

Dreikörperverluste sind Prozesse, bei denen zwei Stoßpartner ein Molekül bilden und die dabei freiwerdende Bindungsenergie auf den dritten Stoßpartner übertragen (Dreikörper-Rekombination). Ihre Verlustraten wurden experimentell zu $G_3(|F=1, m_F=-1\rangle) = 5,8(\pm 1,9) \cdot 10^{-30} \text{ cm}^6/\text{s}$ für $|F=1\rangle$ - ^{87}Rb -Kondensate

[69] und $G_3(|F=2, m_F=2\rangle) = 1,8(\pm 0,5) \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$ für $|F=2\rangle$ - ^{87}Rb -Kondensate [70] bestimmt. Sie werden also erst ab Dichten n von einigen 10^{14} cm^{-3} bzw. einigen 10^{15} cm^{-3} wesentlich. Dies und ihre Proportionalität zu n^2 führt dazu, dass sie nur in Experimenten mit hoher Dichte und auch dann nur gegen Ende der Evaporationsrampe zu merklichen Verlusten beitragen. In solchen Fällen kann es günstig sein, die Evaporationsrampe gegen Ende zu beschleunigen, oder gar notwendig sein, das Fallenpotential gegen Ende der Evaporation abzuschwächen, um die Dichte zu reduzieren und so zu große Dreikörperverluste zu vermeiden [71, 62].

Die Rate der elastischen Zweikörperstöße, die für Rethermalisierung bei der Verdampfungskühlung sorgen, muss größer sein als die Summe der Verlustraten, damit die Verdampfungskühlung wirken kann, bevor die Teilchen verloren gehen. Kennzeichnende Größe ist hier das Ratenverhältnis von guten zu schlechten Stößen, also das Verhältnis von elastischen Zweikörperstößen zur Summe aller Verlustprozesse. Da wie oben beschrieben für ^{87}Rb in fast allen Stadien der Verdampfungskühlung die Einkörperverluste im Vordergrund stehen, helfen hier vor allem ein hoher Einschluss der Atome in der Magnetfalle, große Teilchenzahlen zum Start des Verdampfungskühlens und ein gutes Vakuum und damit eine hohe Lebensdauer der Teilchen in der Falle.

3.3 Typen von Magnetfallen

Im folgenden Abschnitt wird eine Übersicht über die gängigsten Magnetfallentypen gegeben. Neben Grundtypen, die schon seit den 1980er Jahren bekannt sind [72], haben sich mit zunehmender Zahl von Experimenten zur Bose-Einstein-Kondensation auch eine Vielfalt von Magnetfallentypen herausgebildet. Die hier vorgestellte Übersicht setzt ihren Schwerpunkt bei den Ioffe-Pritchard-Fallen, da auch die in dieser Arbeit verwendeten Magnetfallen zu diesen zählen.

Neben den gebräuchlichsten Fallentypen, die alle aus Elektromagneten (Anordnungen von stromdurchflossenen Drähten) bestehen, werden auch Fallen aus Permanentmagneten [73, 74] verwendet. Diese haben den Vorteil, dass sie ohne Stromversorgung und Kühlsystem auskommen, und den Nachteil, dass sie sich für den Detektionsvorgang nicht schnell ausschalten lassen. Die Detektion des Kondensats erfolgt dann in der Falle selbst [9] oder nach Auskoppeln der Atome z. B. in Form eines Atomlaserstrahls [75].

Magnetfallengeometrien

Die experimentell naheliegendste Geometrie für eine Magnetfalle, in die lasergekühlte Atome umgeladen werden, ist ein aus einem Spulenpaar in Anti-Helmholtz-Konfiguration erzeugtes Quadrupolfeld. In diesem Fall kann für die MOT und die Magnetfalle dasselbe Spulenpaar verwendet werden.

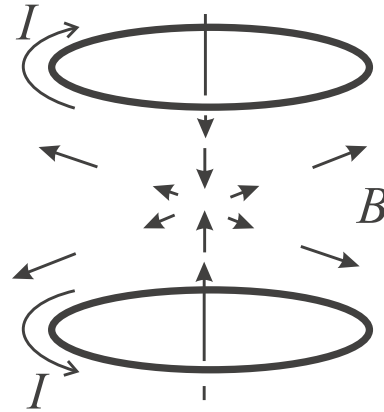


Abbildung 3.1: Magnetfeld einer Quadrupolfalle. Das auf der Achse nach innen weisende Magnetfeld bildet einen doppelt so starken Gradienten wie die radial nach außen laufenden Komponenten.

Der Nachteil dieser Konfiguration ist, dass in der Fallenmitte eine Nullstelle des Magnetfeldes vorliegt. Sie eignet sich in ihrer reinen Form nicht für Kondensate, sondern nur für thermische Ensembles, deren Ausdehnung so groß ist, dass sich die Atome nur selten in der Nähe des Fallenzentrums aufhalten. Für Atome, die nahe am Fallenzentrum vorbeifliegen, dreht sich die Richtung des Magnetfeldes schnell, während gleichzeitig ihre Larmorfrequenz sehr niedrig ist. Dabei kann die Ausrichtung ihres magnetischen Moments dem Richtungswechsel des Magnetfeldes nicht mehr adiabatisch folgen. Die Bedingung für adiabatisches Folgen, dass die Änderung der Magnetfeldorientierung Θ im Raum klein ist gegen die Larmorfrequenz,

$$\frac{d\Theta}{dt} \ll \omega_{\text{Larmor}}, \quad (3.12)$$

ist dann nicht mehr erfüllt. Also wechseln die Atome beim Durchflug durch die Fallenmitte ihren Spinzustand m_F . Wird dieser von der Falle nicht mehr gefangen, geht das Atom verloren.

Diese sogenannten Majorana-Spinflips lassen sich vermeiden, wenn die Atome in der Falle keine Stellen erreichen können, an denen das Magnetfeld zu niedrig ist. Dies lässt sich erreichen, indem man das Loch in der Fallenmitte mit dem repulsiven Dipolpotential eines blauverstimmten Lasers stopft [8].

Üblicherweise gestaltet man jedoch das Potential der Magnetfalle so, dass der Magnetfeldbetrag überall, auch in der Fallenmitte, größer als Null ist.

Für eine solche Falle ohne Magnetfeldnullpunkt gibt es zwei verschiedene Lösungen. Die eine dieser Lösungen ist die Verwendung eines zeitlich veränderlichen Potentials, dessen Mittelwert von den Atomen als effektives Potential gesehen wird und überall größer als Null ist. In dieser sogenannten TOP-Falle (*Time Orbiting Potential trap*, *top* = Kreisel) kreist das Potential einer Quadrupolfalle durch Überlagern eines zeitlich variierenden homogenen Offsetfeldes (Abb. 3.2) so schnell, dass die Atome dieser Bewegung nicht folgen können, aber gleichzeitig so langsam, dass die magnetischen Momente der Atome der Richtung des Magnetfeldes stets adiabatisch folgen können.

$$\omega_i \ll \omega_B \ll \omega_{\text{Larmor}} \quad (3.13)$$

Dabei sind ω_i die Fallenfrequenzen der Atome im effektiven Potential, das durch kreisförmige Bewegung eines Quadrupolmagnetfeldes mit der Kreisfrequenz ω_B erzeugt wird.

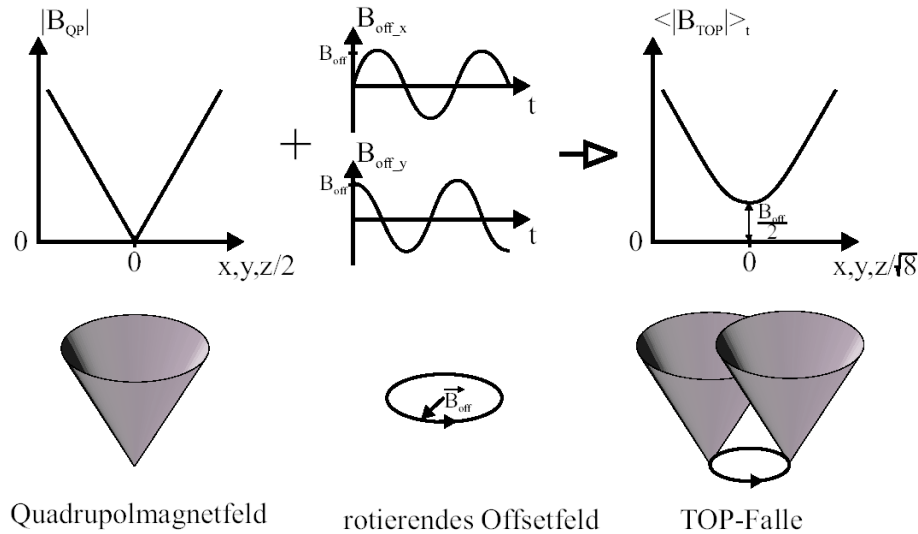


Abbildung 3.2: Magnetfeld einer TOP-Falle.

Die zweite Lösung, die eine Magnetfalle ohne Nullstellen realisiert, ist die Magnetfalle von Ioffe-Pritchard-Typ. Sie wurde von D. Pritchard für neutrale Atome vorgeschlagen und demonstriert [76, 77] und ähnelt der Konfiguration von M. Ioffe für Plasmafallen [78]. Eine Ioffe-Pritchard-Falle besteht aus einem zweidimensionalen Quadrupolfeld in radialer Richtung und einem Offsetfeld mit der Krümmung B_z'' und dem Minimalwert B_0 in axialer Richtung. Ihr Prinzip

wird in der Geometrie, die aus Ioffe-Stangen, Dipolspulen und Helmholtzspulen besteht, besonders anschaulich.

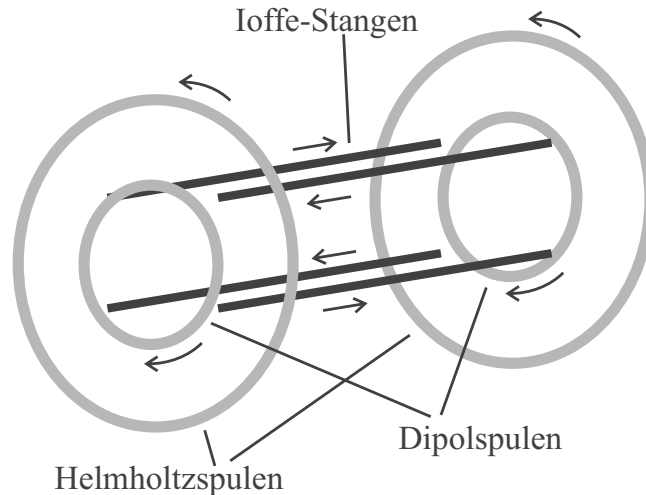


Abbildung 3.3: Die Ioffe-Stangen-Falle

Die Ioffe-Stangen erzeugen einen Magnetfeldgradienten in radialer Richtung mit Magnetfeldvektoren, die alle in Ebenen senkrecht zu den Drähten verlaufen. Die Dipolspulen sind kreisförmige Spulen, deren Radius kleiner ist als ihr Abstand. Ihr Magnetfeld verläuft im wesentlichen parallel zu den Stangen und hat zwischen den Dipolspulen ein Minimum. Die Dipolspulen sorgen so für den axialen Einschluss. Das Offsetfeld, das sie erzeugen, schwächt den Einschluss des radialen Gradientenfeldes in der Fallenmitte ab (Abb. 3.4 (b)). Die Helmholtzspulen sind kreisförmige, große Spulen, deren Radius gleich ihrem Abstand ist, und erzeugen ein homogenes Magnetfeld, das dem der Dipolspulen entgegen gerichtet ist. Sie ändern also den axialen Einschluss der Dipolspulen nicht, verringern aber deren Offsetfeld in der Fallenmitte auf einen kleinen Wert und sorgen so für die Wiederherstellung eines starken radialen Einschlusses.

Die Magnetfeldgeometrie der Ioffe-Pritchard-Falle lässt sich mit vielen verschiedenen Anordnungen stromdurchflossener Drähte erzeugen. In der Kleeblattfalle (Abb. 3.5) tritt an die Stelle der Ioffe-Stangen ein doppeltes vierblättriges Kleeblatt, bestehend aus acht kreisförmigen Spulen. An zwei gegenüberliegenden Seiten der Falle befindet sich je eine Spulenanordnung aus einem Kleeblatt, einer Dipolspule und einer Helmholtzspule, damit bleibt die gesamte radiale Ebene frei von Fallendrähten. Dies ermöglichte den Einbau der Falle in ein bestehendes Vakuumsystem in [79] und hat den Vorteil eines exzellenten optischen Zugangs von allen radialen Richtungen.

Eine weiterer Typ der Ioffe-Pritchard-Falle ist die Baseball-Falle. In ihr verlaufen die Drähte wie die Naht auf einem Baseball oder Tennisball [80]. In ihrer

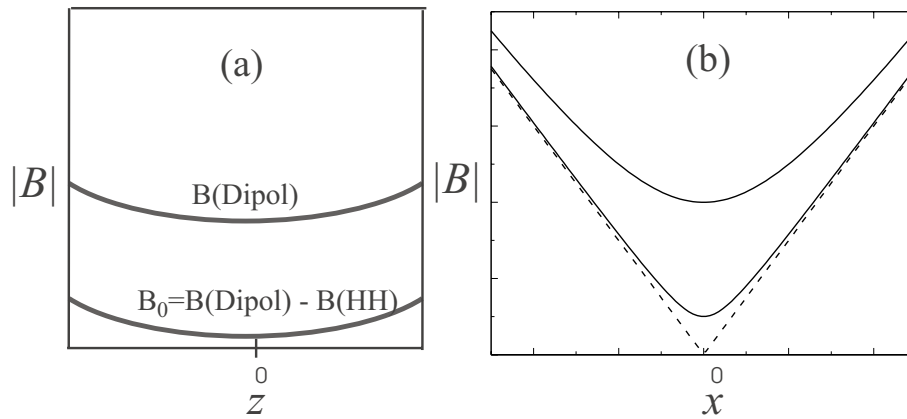


Abbildung 3.4: Funktionsprinzip der Ioffe-Pritchard-Falle. (a) Axialer Einschluss durch das Feld der Dipolspulen. Das homogene Kompensationsfeld der Helmholtzspulen reduziert das Offsetfeld $B_z = B_0$ auf einen kleinen Wert. (b) Gestrichnet: Das radiale Gradientenfeld der Quadrupolspulen (Ioffe-Stangen). Vektorielle Addition des Offsetfeldes B_0 ergibt die durchgezogenen Linien. Der radiale Einschluss (Krümmung bei $x = 0$) wächst mit sinkendem Offsetfeld.

Geometrie ähnelt¹ sie sehr der 3-Spulen-Falle, deren 3 Spulen alle ein zum Fallenzentrum hin (oder alle ein von ihm weg) gerichtetes Magnetfeld erzeugen. Das Fallenpotential der 3-Spulen-Falle hat seinen schwächsten Einschluss entlang der Symmetrieachse der mittleren Spule. Die von dieser Spule (Ioffe-Spule) erzeugte Magnetfeldkrümmung erzeugt den axialen Einschluss. Die beiden anderen, einander gegenüberliegenden Spulen (die Quadrupolspulen) erzeugen radial dazu ein Quadrupol-Gradientenfeld.

Abhängig von der Stärke des Stroms durch die Ioffe-Spule sind verschiedene Konfigurationen der 3-Spulen-Falle möglich (Abb. 3.7). Ein Fallenminimum ungleich Null ergibt sich, sobald die Ioffe-Spule auf ihrer Symmetrieachse an jeder Stelle bis hin zur Mitte zwischen den Quadrupolspulen (Mittelpunkt) ein stärkeres Magnetfeld erzeugt als das ihm entgegen weisende Feld der beiden Quadrupolspulen. Ist die Ioffe-Spule schwächer als die Quadrupolspulen, so liegt das Magnetfeldminimum der Falle nicht im Mittelpunkt, sondern zur Ioffe-Spule hin verschoben. Hier lässt sich eine Konfiguration bei niedrigem Offsetfeld erreichen, ohne dafür die Hilfe zusätzlicher Helmholtzspulen zur Erhöhung des radialen Einschlusses zu benötigen [81] (Abb. 3.6 (c)). Erzeugen alle drei Spulen ein gleich großes Magnetfeld, so liegt das Fallenminimum im Mittelpunkt. Sowohl die axiale Krümmung als auch das Offsetfeld sind nun größer. Kompen-

¹Die Ähnlichkeit wird offenbar, wenn man die Spulen der 3-Spulen-Falle nahe zueinander schiebt und die Spulenteile, die sich dann berühren (sie werden in entgegengesetzter Richtung von Strom durchflossen), weglässt.

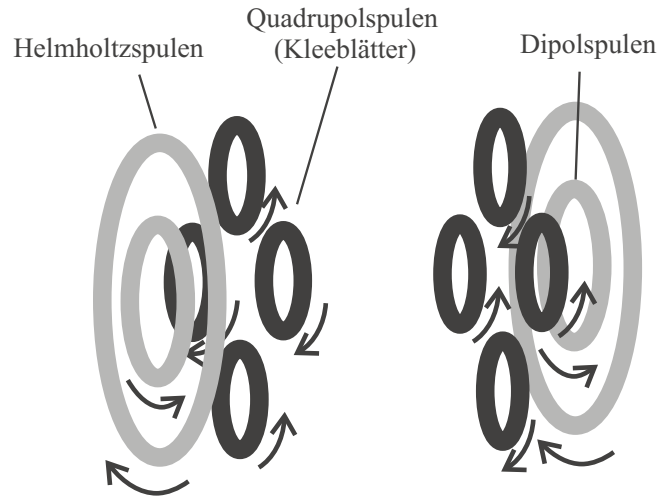


Abbildung 3.5: Die Kleeblattfalle

siert man dieses Offsetfeld durch Helmholtzspulen in Richtung der Ioffe-Spule, so erhält man die Konfiguration der symmetrischen 3-Spulen-Falle [70] (Abb. 3.6 (b)).

Greift man aus einer Kleeblattfalle vier Kleeblattspulen heraus, die in gleicher Richtung von Strom durchflossen werden, so stellt man fest, dass diese sowohl einen radialen Magnetfeldgradienten als auch einen axialen Einschluss erzeugen. Ihre Kombination mit einem Helmholtzspulenpaar, das das Offsetfeld erniedrigt und so den radialen Einschluss erhöht, bildet die 4-Dee-Falle [82] (Abb. 3.8).

Das Magnetfeld einer Ioffe-Pritchard-Falle

Das Magnetfeld einer Ioffe-Pritchard-Falle ist gekennzeichnet durch einen Magnetfeldgradienten B'_\perp in radialer (ρ)-Richtung und einer Magnetfeldkrümmung B''_z sowie einem Offsetfeld B_0 in axialer (z)-Richtung. Es hat damit die Form

$$\vec{B} = B_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + B'_\perp \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{B''_z}{2} \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Im Fallenzentrum ist dies in guter Näherung ein harmonisches Potential

$$U = \frac{\mu}{2} (B'_\perp \rho^2 + B''_z z^2) \quad (3.15)$$

mit der Magnetfeldkrümmung in radialer Richtung

$$B''_\perp = \frac{B'_\perp{}^2}{B_0} - \frac{B''_z}{2}. \quad (3.16)$$

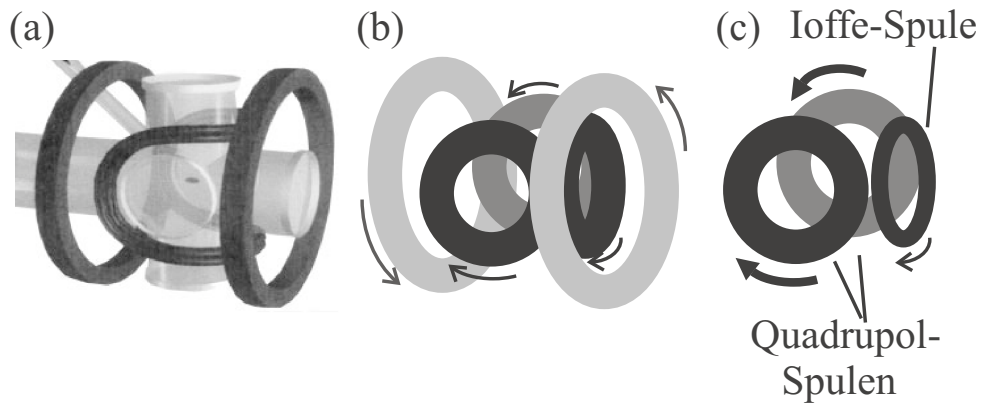


Abbildung 3.6: (a) Baseballfalle [80] mit Baseballspule und Helmholtzspulenpaar, (b) 3-Spulen-Falle (symmetrischer Typ [70]) mit drei gleichen Spulen und einem Helmholtzspulenpaar, (c) 3-Spulen-Falle (QUIC trap, QUadrupolar Ioffe Coil [81]), bei der die Ioffe-Spule ein schwächeres Magnetfeld als die Quadrupolspulen erzeugt, in dieser Konfiguration wird kein Helmholtzspulenpaar zur groben Offsetfeldkompensation benötigt.

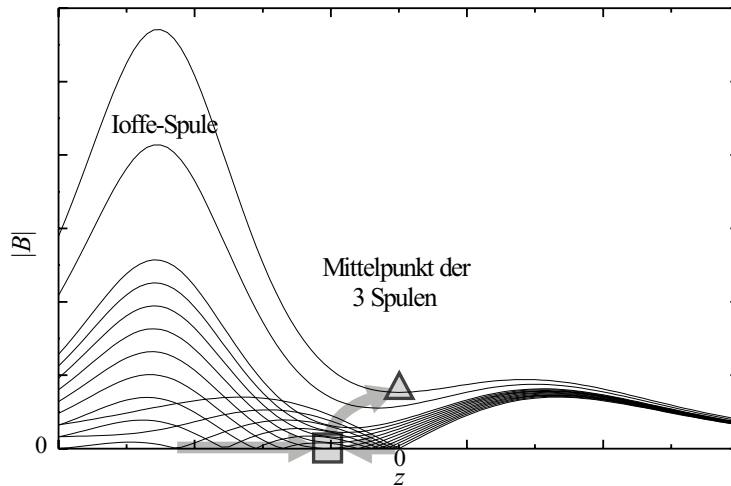


Abbildung 3.7: Magnetfeldverlauf der 3-Spulen-Falle entlang der Symmetrieachse z der Ioffe-Spule. Die Pfeile zeigen die Bewegung des Fallenminimums beim Erhöhen des Stroms durch die Ioffe-Spule. Zunächst wandert das Fallenminimum der Quadrupolfalle nach außen auf die Ioffe-Spule zu. Es vereinigt sich mit einem zweiten Minimum, und es entsteht ein Minimum mit $|B| > 0$. Hier befindet sich die QUIC-trap-Konfiguration [81] (\square). Erhöht man den Strom weiter, bis alle drei Spulen das gleiche Magnetfeld erzeugen, so ist die symmetrische Konfiguration [70] (\triangle) erreicht.

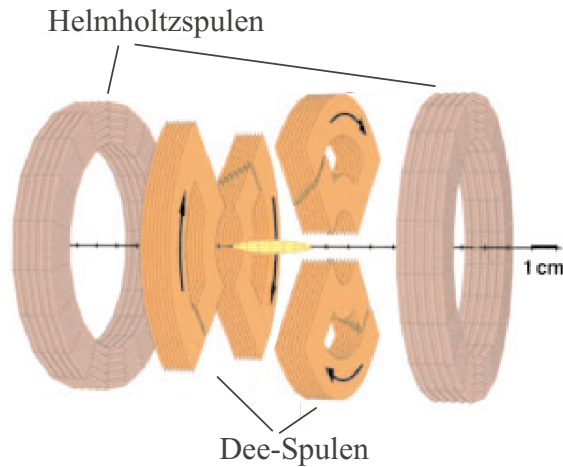


Abbildung 3.8: Die 4-Dee-Falle [82]

Atome der Masse m haben in diesem Potential die Fallenfrequenzen

$$\omega_i = \sqrt{\frac{\mu_B g_F m_F}{m}} \sqrt{B'_i} \quad (3.17)$$

Wie man aus Gleichung (3.16) sieht, erzeugt das für die axiale Krümmung B''_z verantwortliche Fallenelement als Nebenprodukt in radialer Richtung ein expulsives Potential mit einer Krümmung von Betrag $B''_z/2$. Diese Abschwächung des radialen Einschlusses ist im Fallenzentrum vernachlässigbar, damit ist $B''_{\perp} = B'^2_{\perp}/B_0$. Axial weiter außen, an den Instabilitätspunkten

$$z_{\text{inst}} = \pm \left(\frac{B'_{\perp}}{B''_z} - \frac{1}{2} \frac{B_0}{B'_{\perp}} \right) \quad (3.18)$$

hebt dieser Effekt hingegen den Einschluss im radialen Magnetfeldgradienten für bestimmte Richtungen auf, der Fangbereich einer Ioffe-Pritchard-Falle ist dadurch in axialer Richtung begrenzt.

Eine nützliche Eigenschaft der Ioffe-Pritchard-Fallen ist die Verformbarkeit ihres Fallenpotentials. Wählt man ein hohes Offsetfeld, so ist die Falle rund und hat einen schwachen Einschluss. In Form und Größe ist sie damit geeignet, die durch Laserkühlung erzeugte kalte Atomwolke aufzunehmen. Bei niedrigem Offsetfeld hat die Falle erhöhte radiale Fallenfrequenzen, einen großen Einschluss und ist damit optimiert auf eine hohe Rate elastischer Zweikörperstöße für effiziente Verdampfungskühlung.

Elastische Stoßrate und Einschluss von Atomen im Fallenpotential

Die elastische Stoßrate in einem homogenen Ensemble von Atomen der Dichte n , dem Stoßquerschnitt $\sigma = 8\pi a^2$ und der mittleren Geschwindigkeit \bar{v} ist

$$\Gamma_{\text{el}} = \frac{1}{\tau_{\text{el}}} = \sqrt{2}n\sigma\bar{v} \quad (3.19)$$

Dabei ist die mittlere thermische Geschwindigkeit der Atome im Ensemble der Temperatur T gleich

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (3.20)$$

Die mittlere Dichte \bar{n} berechnet sich aus der maximalen Dichte n_0 im linearen Fallenpotential als $\bar{n} = n_0/8$ und im harmonischen Fallenpotential als $\bar{n} = n_0/\sqrt{8}$.

Damit ist die mittlere elastische Stoßrate in einer linearen Falle

$$\Gamma_{\text{el,lin}} = 4n_0 a^2 \sqrt{\frac{\pi k_B T}{m}} \quad (3.21)$$

und in einer harmonischen Falle

$$\Gamma_{\text{el,harm}} = 8\sqrt{2}n_0 a^2 \sqrt{\frac{\pi k_B T}{m}}. \quad (3.22)$$

Im harmonischen Potential skaliert die maximale Dichte n_0 und damit auch die elastische Kollisionsrate mit dem geometrischen Mittel der Fallenfrequenzen

$$n_0 \propto \Gamma_{\text{el}} \propto (\omega_{\perp}^2 \omega_z)^{1/3} \propto B_{\perp}'' \sqrt{B_z''} = \frac{B_{\perp}'^2}{B_0} \sqrt{B_z''} \quad (3.23)$$

Heißere Ensembles sind in der Magnetfalle deutlich ausgedehnter als der zentrale harmonische Bereich des Magnetfallenpotentials. Für sie ist die effektive radiale Fallenfrequenz nicht durch den Fallenboden, sondern durch die mittlere thermische Energie bestimmt, $B_0 \rightarrow k_B T/\mu$ und $\omega_{\perp}^2 \propto B_{\perp}'' = \mu B_{\perp}'^2/(k_B T)$. Die elastische Kollisionsrate bleibt aber proportional zu der Größe

$$e = B_{\perp}'^2 \sqrt{B_z''}. \quad (3.24)$$

Daher charakterisiert diese Größe, wie gut die Falle Einschluss für das Verdampfungskühlen erzeugt, und ist damit ein entscheidendes Kriterium beim Design einer Magnetfalle.

Für eine Auswahl an Ioffe-Pritchard-Fallen ist dieser Einschluss in Tabelle 3.1 zusammengestellt. Diese Tabelle enthält auch die Beträge der axialen Krümmungen und radialen Gradienten des Magnetfeldes.

Gruppe	IP-Typ	$\frac{B'_\perp}{\text{G/cm}}$	$\frac{B''_z}{\text{G/cm}^2}$	$\frac{e=B'_\perp{}^2\sqrt{B''_z}}{\text{G}^{5/2}/\text{m}^3}$
Boston (Ketterle) [79]	Kleeblatt	170	125	0,32
Hannover (Ertmer) [27]	Kleeblatt	226	123	0,57
Tokyo (Kuga) [83]	Kleeblatt	175	185	0,42
Boulder (Cornell) [80]	Baseball	300	84	0,82
Konstanz (Rempe) [84]	Ioffe-Stangen	275	461	1,62
Boston (Ketterle) [71]	Ioffe-Stangen	330	202	1,55
Amsterdam (Walraven) [85]	Ioffe-Stangen	354	286	2,12
Garching (Rempe) [86]	Ioffe-Stangen	203	261	0,67
Cambridge USA (Hau) [82]	4-Dee	223	128	0,56
München (Hänsch) [81]	3 Spulen	220	260	0,78
Paris (Dalibard) [70]	3 Spulen	139	85	0,18
Florenz (Inguscio) [87]	4 Spulen	129	104	0,17
Hamburg (Sengstock) (Kap. 4)	8-Dee	160	69	0,21
Tübingen (Zimmermann) [61]	Mikrofalle	800	120	7
München (Hänsch) [62]	Mikrofalle	6800	180	620

Tabelle 3.1: Radialer Magnetfeldgradient B'_\perp , axiale Magnetfeldkrümmung B''_z und Einschluss $e = B'_\perp{}^2\sqrt{B''_z}$ einer Auswahl von Ioffe-Pritchard-Fallen, die zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten eingesetzt wurden. Alle angegebenen Werte sind Beträge ohne Berücksichtigung des Vorzeichens.

Wie man sieht, benötigt man in einem BEC-Experiment erfahrungsgemäß mindestens einen Einschluss $e = B'_\perp{}^2\sqrt{B''_z}$ von knapp $0,2 \text{ G}^{5/2}/\text{m}^3$, erreicht wurden Werte bis zu $e = 2 \text{ G}^{5/2}/\text{m}^3$. Mikrofallen ermöglichen deutlich größere Einschlüsse. Die hier aufgeführten Fallen mit sehr kleinem Einschluss kompensieren dies durch gute Startbedingungen, also vor allem eine große Zahl von Atomen in der MOT, längere Verdampfungskühlung, ermöglicht durch ein gutes Ultrahochvakuum, oder geben sich mit kleineren Kondensaten zufrieden.

Bei manchen Fallen mit großem Einschluss sind Stabilitätsprobleme bekannt geworden. Beim Bau von späteren Generationen dieser Fallen wurde daher oft besonderer Wert auf Stabilität gelegt und meist ein etwas geringerer Einschluss für ausreichend empfunden.

3.4 Wesentliche Parameter für Magnetfallen

Es kristallisiert sich eine Reihe von wesentlichen Anforderungen an eine Magnetfalle zur Herstellung von Bose-Einstein-Kondensaten heraus, die im folgenden zusammenfassend vorgestellt werden.

Die Magnetfalle sorgt für einen starken Einschluss der Atome und damit eine hohe Kollisionsrate beim Verdampfungskühlen in dieser Falle. Ein typischer Wert für diesen Einschluss in BEC-Experimenten ist nach Tabelle 3.1 $e = B_{\perp}'^2 \sqrt{B_z''} = 0,5 \text{ G}^{5/2} / \text{m}^3$.

Für die Verwendung der Magnetfalle ist eine schnelle Schaltbarkeit und damit eine geringe Induktivität erforderlich. Der kritischste Zeitpunkt ist hier das Ausschalten des Magnetfalle. Dies sollte in 1 ms oder weniger erfolgen können, damit das Verhalten der Wolke in der Flugzeit bis zur Detektion nicht wesentlich durch den Ausschaltvorgang beeinflusst wird. Für die Induktivität einer Magnetfalle bedeutet das typischerweise einen Maximalwert von einigen mH. Die zum Betrieb der Magnetfalle benötigte Leistung soll von einem kommerziell erhältlichen Netzgerät zur Verfügung gestellt werden und gut durch Kühlung abgeführt werden können. Dies bedeutet Einschränkungen für Strom und Spannung im Betrieb der Magnetfalle.

Ein wichtiges Kriterium bei Ioffe-Pritchard-Fallen ist die Stabilität des Fallenbodens B_0 . Schwankungen der experimentellen Bedingungen, insbesondere der Kühlwassertemperatur, können durch thermische Ausdehnung die Entfernung der Spulen vom Fallenmittelpunkt und damit das dort erzeugte Magnetfeld verändern. Das Offsetfeld B_0 im Fallenmittelpunkt ist in BEC-Experimenten aber kritisch, da es zusammen mit der Endfrequenz der Evaporationsrampe die Falltiefe bestimmt. Ist die Falltiefe zu groß, so wird nicht bis zur Kondensation evaporiert, ist sie zu gering, werden zu viele Atome entfernt. Es ist daher von großem Interesse, das Offsetfeld stabil zu halten, um reproduzierbar Kondensate mit gleichen Eigenschaften herstellen zu können. Neben der Anforderung einer konstanten Kühlwassertemperatur an das Kühlsystem bedeutet das für Magnetfallen, dass ihre Halterungen aus Materialien mit kleinem thermischen Ausdehnungskoeffizienten gefertigt werden müssen, um die kritischen Entfernungen auf μm oder besser konstant zu halten.

Nicht zuletzt darf eine Magnetfalle die Laserkühlung und die Experimente am Bose-Einstein-Kondensat nicht stören. Sie muss daher optischen Zugang für die MOT-Strahlen, für den Detektionslaserstrahl und idealerweise auch für weitere Manipulationsmöglichkeiten wie etwa Laserstrahlen für Dipolpotentiale oder Bragg-Beugung frei lassen.

DIE 8-DEE-FALLE

Die Kenntnis und das Verständnis der in Kapitel 3.3 beschriebenen Magnetfallen sowie ihrer technischen Umsetzung in bisherigen BEC-Experimenten macht es möglich, neue Magnetfallen effizienter und stabiler zu gestalten und an besondere Anforderungen anzupassen. Eine Besonderheit der im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten Magnetfalle und des BEC-Experimentes, in dem sie verwendet wird, ist der inzwischen erfolgte zweimalige Umzug des Experimentes, der schon in der Planungsphase absehbar war. Neben den normalen Anforderungen an eine Magnetfalle kam hier also speziell hinzu, dass eine Unabhängigkeit von Besonderheiten beispielsweise des Kühlwasser-Versorgungssystems in verschiedenen Laboren von Vorteil sein würde.

Der neu entwickelte Typ der 8-Dee-Falle vereint Ideen der Kleeblattfalle [79] und der 4-Dee-Falle [82] in einer optimierten Geometrie zur effizienten Erzeugung hohen Einschlusses und kombiniert die so erlangten Vorteile mit dem Kühlprinzip der von außen wasserumspülten Drähte. Die 8-Dee-Falle erfüllt damit die Ansprüche an Einschluss und Stabilität schon mit reduzierten Anforderungen an das Kühlwassersystem, und sie bietet einen exzellenten optischen Zugang, der für Experimente in optischen Dipolfallen an Spinorkondensaten genutzt wurde.

4.1 Entwurf der 8-Dee-Falle

Zerlegt man die 8 Blätter einer Kleeblattfalle in zwei 4-Dee-Fallen, so sieht man, dass jede der beiden 4-Dee-Fallen sowohl radialen Gradienten als auch

axiale Krümmung erzeugt. Diese beiden 4-Dee-Fallen gleichen einander, sind zueinander um 90 Grad um die Symmetrieachse der Kleeblattfalle gedreht und werden in entgegengesetzter Richtung von Strom durchflossen. Daher addieren sich in der Kleeblattfalle die radialen Magnetfeldgradienten, aber die axiale Magnetfeldkrümmung der beiden 4-Dee-Fallen hebt sich gegenseitig auf.

Kleeblattfallen erzeugen also mit ihren Kleeblättern nur radiale Magnetfeldgradienten. Der axiale Einschluss wird mit zusätzlichen Spulen, den Dipolspulen, erzeugt. Dies hat den Vorteil, dass radialer und axialer Einschluss unabhängig voneinander verändert werden können, damit kann die Form der Falle bei konstantem Offsetfeld variiert werden. Als Preis dafür erzeugt die Kleeblattfalle den axialen Einschluss mehrfach, davon einmal paarweise gegeneinander, und verwendet daher mehr elektrische Leistung und mehr Spulen zur Erzeugung des magnetischen Einschlusses als nötig. Um den räumlich homogenen Anteil des Magnetfeldes der Dipolspulen bis auf einen geringen Wert B_0 des Offsetfeldes zu reduzieren, müssen zudem die Helmholtzspulen in der Endkonfiguration der Magnetfalle angeschaltet sein. Dies erhöht die elektrische Leistung und damit die abzuführende Wärmeleistung, sowie die beim Abschalten der Magnetfalle wirksame Induktivität.¹

Vergleicht man die Magnetfeldparameter einer 4-Dee-Falle mit den Anforderungen an einen hohen Einschluss (Gleichung (3.24)), so sieht man, dass sie relativ viel axiale Krümmung und im Verhältnis dazu relativ wenig radialen Gradienten erzeugt. Es lohnt sich also, durch Hinzufügen zusätzlicher Spulen den radialen Gradienten zu erhöhen und dabei eine Abschwächung der axialen Krümmung in Kauf zu nehmen. Dies lässt sich erreichen, indem man die 4-Dee-Falle mit einer weiteren, schwächeren 4-Dee-Falle zu einer Kleeblattfallen-Geometrie ergänzt.

So entsteht die Geometrie der 8-Dee-Falle (Abb. 4.1). Sie besteht aus 8 Spulen, angeordnet wie in einer Kleeblattfalle, die aus zwei 4-Dee-Fallen unterschiedlicher Stärke besteht. Ihr Verhältnis von radialem Gradienten zu axialer Krümmung des Magnetfeldes ist optimiert auf hohen Einschluss $e = B_{\perp}^2 \sqrt{B_z''}$ und damit hohe Kollisionsrate während der evaporativen Kühlung. Da der axiale Einschluss schon von diesen Spulen miterzeugt wird und das Offsetfeld bei einer Wahl der Spulengeometrie nahe dem Einschluss-Optimum sehr klein sein kann, benötigt diese Falle in der Endkonfiguration weder die Dipolspulen noch die Helmholtzspulen einer Kleeblattfalle. Die 8-Dee-Falle hat daher eine exzel-

¹In normalen BEC-Experimenten schaltet man die gesamte Magnetfalle aus und führt dann nach einer Flugzeit die Detektion ohne Magnetfeld durch. Experimente, die ein extrem schnelles Ausschalten der Magnetfalle innerhalb weniger μs erreichten und so die Mikrobe-
wegung eines Kondensats in einer TOP-Falle beobachten konnten [88], ließen das homogene Magnetfeld der Offsetfeld-Spulen — die groß sind und damit eine große Induktivität besitzen — eingeschaltet.

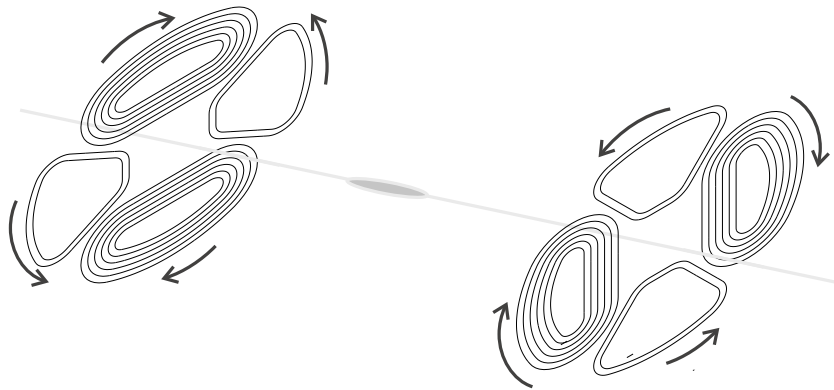


Abbildung 4.1: Die Geometrie der 8-Dee-Falle. Die Form der acht Spulen erinnert an den Buchstaben D.

lente Effizienz (erzeugter Einschluss pro elektrischer Leistung) und eine geringe Abschaltzeit.

Die in den Aufbau der 8-Dee-Falle integrierten Helmholtzspulen sind lediglich erforderlich, um die Fallenform durch ein Offsetfeld zum Beladen an die Form der lasergekühlten, runden Atomwolke anzupassen. In diesem Stadium ist ein Aufheizen durch Stromfluktuationen der Magnetfalle, das normalerweise durch Reihenschaltung aller Spulen minimiert wird, noch von unkritischer Größenordnung. Daher können die Helmholtzspulen optional auch gut an einem getrennten Netzteil betrieben werden.

Die Komplexität der Spulenwicklungen der 8-Dee-Falle ist vergleichbar mit der einer Kleeblattfalle. Die übliche Methode zum Abführen der elektrischen Wärmeleistung verwendet von innen wasserdurchflossene, hohle Kupferdrähte und benötigt einen großen Kühlwasserdruck, um das Wasser durch die Drähte zu pressen. Dies bedeutet erhöhte Anforderungen an die Druckstabilität des Kühlwassersystems und erfordert stärkere Pumpen, die entweder bei geringem Wasserdurchsatz stark verschleifen oder bei größerem Wasserdurchsatz (z.B. unter Verwendung eines Bypasses) das Kühlwasser aufheizen, bevor es die Magnetfalle erreicht. Einfacher und stabiler wird das System, wenn bei kleinerem Kühlwasserdruck gearbeitet werden kann.

Mit von außen wasserumspülten Drähten [70, 89] lässt sich dies erreichen. Die Magnetfallen-Drähte werden innerhalb einer Halterung so gewickelt, dass gezielt Räume und Ritzen für Wasserzirkulation bleiben, anschließend wird die Halterung wasserdicht verklebt. Das Kühlwasser durchfließt die Magnetfalle stets von unten nach oben, damit sich das Wasser besser verteilt und keine einzelne Stelle zu heiß wird. Die Spulendrähte wurden mit den Kupferstäben, die als Stromdurchführung durch die Halterung dienen, so verlötet, dass die Lötstellen nicht

durch Kontakt mit dem Kühlwasser korrodieren und nichtleitend werden.

4.2 Auswahl einer Fallenkonfiguration für die 8-Dee-Falle

Die Geometrie der 8-Dee-Falle ermöglicht es, das Verhältnis von radialem Gradienten und axialer Krümmung des Magnetfeldes einer Ioffe-Pritchard-Falle auf hohe Kollisionsrate der Atome während der Verdampfungskühlung zu optimieren. Dazu wird die relative Stärke der beiden 4-Dee-Teilfallen variiert.

Innerhalb der durch Vakuumapparatur und optischem Zugang für das BEC-Experiment sowie durch Herstellbarkeit und Kühlsystem der Magnetfalle gegebenen Randbedingungen wurden in einem Simulationsprogramm² Drahtdicke, Windungszahl, Zahl der Wickelschichten, Winkelausdehnung und der Radius der Spulen verändert, um effiziente Konfigurationen mit akzeptabler Induktivität zu finden.

Die gefundenen Konfigurationen lassen sich anhand der zur Erzeugung eines vorgegebenen Falleneinschlusses erforderlichen Spannung U und Strom I in einem $U(I)$ -Diagramm (Abb. 4.2) darstellen.

Innerhalb von Grenzen kommerziell erhältlicher Netzgeräte wurde nun in diesem Diagramm ein Bereich kleiner Leistung gewählt und darin nach geeigneten Konfigurationen mit kleiner Induktivität gesucht. Unter den so gefundenen Fallen waren auch solche mit sehr kleinem Offsetfeld von wenigen G , die also nur eine schwache Korrektur mit externen Zusatzspulen erfordern. Eine dieser Konfigurationen wurde für den Bau der 8-Dee-Falle gewählt.

4.3 Herstellung der 8-Dee-Falle

Die Halterung zur Aufnahme der Drahtwicklungen der Magnetfalle wurden aus glasfaserverstärktem Epoxidharz (EPG) gefertigt, einem Material mit kleinem thermischen Längenausdehnungskoeffizienten $\alpha = (\Delta l/l)/K = 20 \cdot 10^{-6}/K$. Sie besteht aus zwei Basisteilen, auf denen die Spulen gewickelt werden und durch die das Kühlwasser und der Strom zugeführt werden, und zwei Deckeln, die sich auf der dem Fallenzentrum zugewandten Seite befinden und die Strukturen zur Unterstützung des Kühlwasserflusses enthalten (Abb. 4.3).

²Ein C++-Programm von Thomas Südmeyer [90] zur Berechnung des Magnetfeldes von Anordnungen stromdurchflossener Drähte wurde zur Simulation und Optimierung von 8-Dee-Fallen erweitert und angepasst.

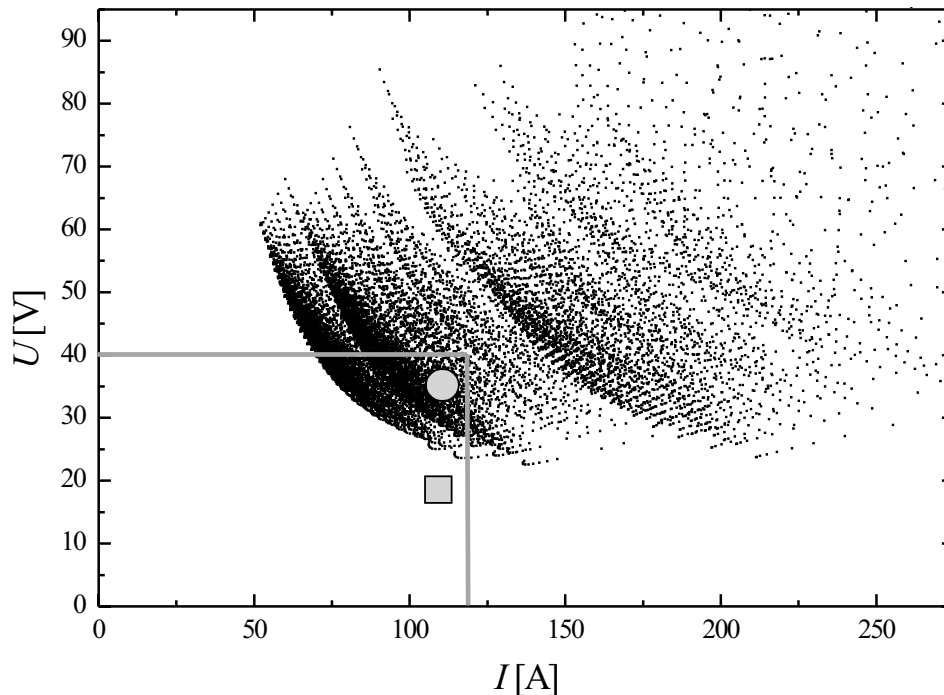


Abbildung 4.2: Wahl der Konfiguration der 8-Dee-Falle. Aufgetragen ist der Spannungsabfall an der 4-Dee-Falle und den Helmholtzspulen über dem Spulenstrom, bei dem die jeweilige Konfiguration den geforderten Einschluss erzeugt. Unter den dargestellten möglichen Konfigurationen wurde im Bereich links unten die Konfiguration \circ ausgewählt. Sie besitzt eine kleine Induktivität und ein kleines Offsetfeld, dessen Feinkorrektur leicht möglich ist. Die getrennte Versorgung der Helmholtzspulen durch ein zweites Netzteil ermöglicht den Betrieb dieser Konfiguration an der Stelle \square im Diagramm.

Das Kühlwasser tritt am unteren Anschluss der Basis ein und oben auf derselben Seite der Falle wieder aus. Die Freiräume zwischen den Wickelschichten der Spulendrähte sorgen für eine horizontale Verteilung des Kühlwassers (also von der Basisseite zur Deckelseite), die Strukturen am Deckel erleichtern dort die Kühlwasserverteilung. Dies ermöglicht, unterstützt von der Gravitation, eine gleichmäßige Verteilung der Kühlleistung in allen 8 Dees und verhindert damit ein lokales Aufheizen schlecht vom Kühlwasser erreichter Stellen. Die außen liegenden Helmholtzspulen werden durch eigene Anschlüsse nach dem gleichen Prinzip gekühlt.

Die Falle wurde aus Kupferlackdraht hergestellt. Dieser Draht hat einen Kupferkern mit Durchmesser 2,12 mm und eine schützende Lackschicht mit einer Dicke von ca. 0,05 mm. Werkzeuge, die sich für das Wickeln als praktisch erwiesen haben, sind in Abb. 4.4 zu sehen. Sie dienen dazu, den Draht an seinen Platz zu drücken und gewickelte Lagen zu fixieren. Dünne, mit Uhu Sekundenkleber

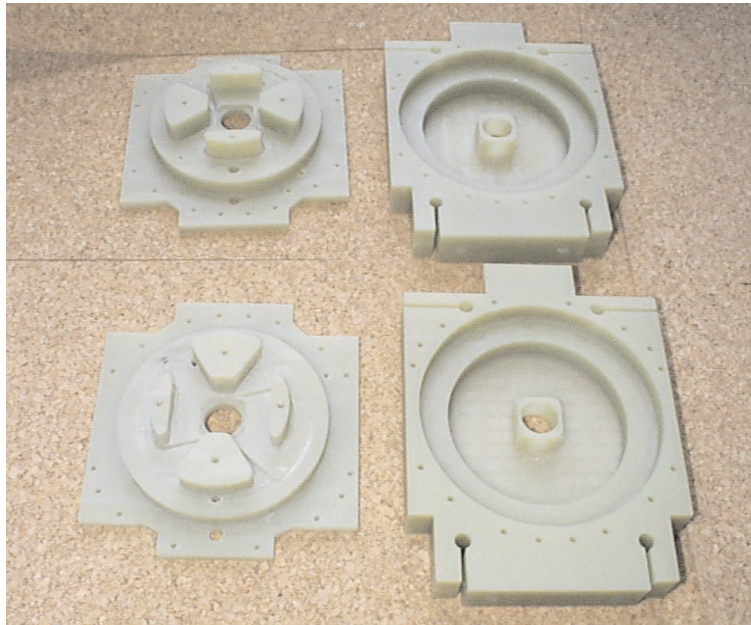


Abbildung 4.3: Halterung für die Spulen der 8-Dee-Falle aus glasfaserverstärktem Epoxidharz



Abbildung 4.4: Herstellung der 8-Dee-Falle

Gel punktuell geklebte Weich-PVC-Plättchen erzeugen zur jeweils nächsten Lage einen kleinen Zwischenraum. Holzplättchen zwischen Werkzeug und Draht schützen den Kupferlackdraht vor Verletzungen seiner Isolierschicht. Die jeweils 4 Spulen einer Basis wurden mit einem einzigen Draht am Stück gewickelt, dies wird durch die tieferliegenden Verbindungskanäle von einer Spule zur anderen in der Basis ermöglicht.

Die Stromdurchführungen wurden mit dem Klebstoff TorrSeal wasserdicht in die Halterung geklebt und enthalten ein Loch für den Draht, in dem die Lötverbindung vor Korrosion durch Kühlwasser geschützt ist.

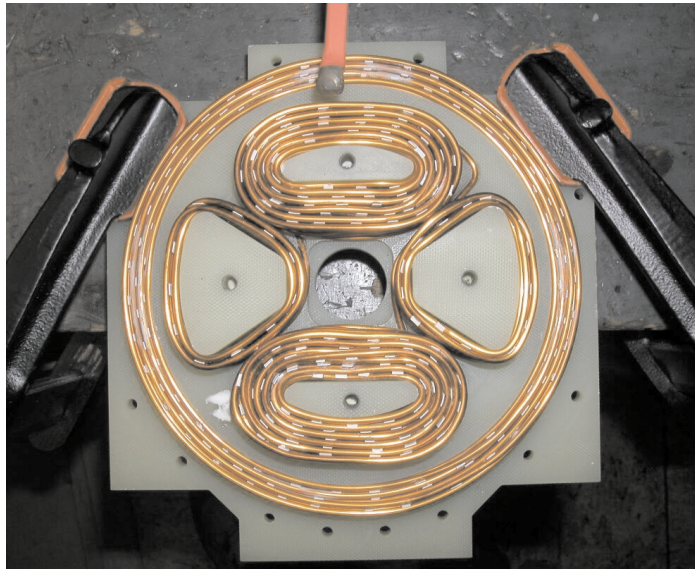


Abbildung 4.5: Halterung der 8-Dee-Falle mit den Spulenwicklungen aus Kupferlackdraht

Abb. 4.5 zeigt eine fertig gewickelte Hälfte der 8-Dee-Falle (beim Vermessen mit einer Hallsonde). Die im Bild sichtbaren äußeren Fixierungen für die Drähte wurden entfernt und die Basis mit dem Deckel wasserdicht verklebt.

4.3.1 Kühlwassersystem und Temperaturstabilisierung

Das Kühlwassersystem hat die Aufgabe, die anfallende elektrische Leistung effizient abzuführen. Je konstanter zudem die Temperatur der Magnetfalle gehalten werden kann, desto besser können Drifts des Fallenbodens der Magnetfalle minimiert werden.

Da die Drähte der 8-Dee-Falle von außen mit Wasser umspült werden, kann der Primärkreislauf mit verhältnismäßig kleinem Kühlwasserdruck betrieben

werden. Ein Druck von 2 bar genügt, um einen Kühlwasserfluss von mehr als 3 l/min zu erreichen und damit den Temperaturanstieg der Magnetfalle bei einem Strom von 110 A auf wenige K zu begrenzen.

Der gewünschte Wasserfluss wird mit einer auf maximal 6 bar ausgelegten Pumpe (Wilo Typ MVI) und einem Druckminderer erzeugt und eingestellt sowie mit Flusswächtern kontrolliert. Der Primärkreislauf enthält ein bis zu 30 l fassendes Reservoir und wird über einen Wärmetauscher vom Sekundärkreislauf gekühlt.

Variationen der Temperatur im Sekundärkreislauf verursachen Temperaturschwankungen der Magnetfalle und damit Fallenbodendrifts. Dies kann abgedämpft werden, indem man die Durchflussgeschwindigkeit im Sekundärkreislauf regelt, um die Wassertemperatur im Reservoir konstant zu halten. Eine implementierte Lösung besteht aus einem Platinwiderstand-Temperaturfühler (Typ Pt100), einem PID-Regler und einem Ventil mit elektronisch einstellbarer Durchflussmenge. Eine höhere Stabilität erreicht man jedoch durch Verwendung eines temperaturstabilen Sekundärkreislaufes, soweit dieser im Labor verfügbar ist³ oder installiert werden kann. Eine außerordentlich gute Stabilität der Kühlwassertemperatur lässt sich mit einem großen, temperaturstabilisierten Wassertank erreichen [91, 92, 86, 93].

4.3.2 Elektrische Beschaltung

Wie oben beschrieben, benötigt die 8-Dee-Falle im komprimierten Stadium keinen Strom in den Helmholtzspulen. Diese erzeugen nur zu Anfang ein Offsetfeld, um die Magnetfalle für das Beladen rund zu formen. Da in dieser Phase des Experimentes die Temperatur der Atome noch hoch ist (ca. 1 mK), sind relative Stromschwankungen in den verschiedenen stromdurchflossenen Spulen hier unkritisch. Daher kann hier leicht darauf verzichtet werden, die 8-Dee-Spulen und die Helmholtzspulen in Reihe am selben Netzgerät zu betreiben.

Dies reduziert die Komplexität des Schaltkreises, in dem nach Erzeugung des Kondensats beim schnellen Abschalten der Magnetfalle die Feldenergie der Magnetfalle dissipiert werden muss, und minimiert so mögliche Störeffekte in diesem kritischen Moment. Die Helmholtzspulen können zudem nun weitere Aufgaben übernehmen, wie zum Beispiel die Erzeugung eines Führungsmagnetfeldes während des Transfers von der magnetischen in eine optische Falle oder eines Magnetfeldes zur Manipulation von Spinorkondensaten.

Zum schnellen Schalten des Fallenstroms werden 200 A-IGBTs (Mitsubishi

³Oft erfüllt die Temperaturstabilität des Stadtwassers die Anforderungen des Experimentes. Am ersten Hamburger Standort des Experimentes war dies der Fall.

Typ CM200HA-24H) verwendet, die von 800 V-Varistoren (Siemens Typ SIOV B80K230) geschützt sind. IGBTs (Isolated Gate Bipolar Transistors) sind Feldeffekttransistoren zum schnellen Schalten von hohen Strömen und vertragen nur eine begrenzte Spannung zwischen Kollektor und Emitter. Varistoren (VARIABLE resISTORs) sind spannungsabhängige Widerstände, die ab einer gewissen Spannung gut leitend werden, sie wirken als Spannungsbegrenzer und dissipieren im vorliegenden Fall die beim Abschalten des Stromes durch die Magnetfallenspulen freigesetzte Leistung.

4.4 Einsatz der 8-Dee-Falle zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten

Die 8-Dee-Falle wird im Experiment bei einem Strom von 110 A betrieben. Ihre Eigenschaften sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

Strom in 8-Dee-Falle	I_{8-Dee}	110 A
Widerstand der 8-Dee-Falle	R_{8-Dee}	0,16 Ω
elektrische Leistung	P_{8-Dee}	2 kW
Induktivität	L_{8-Dee}	280 μ H
Abschaltzeit	t_{off}	40 μ s
Fallenboden	B_0	0,5 G
radialer Gradient	B'_\perp	160 G/cm
axiale Krümmung	B''_z	69 G/cm ²
radiale Fallenfrequenz	ω_\perp	$2\pi \times 300$ Hz
axiale Fallenfrequenz	ω_z	$2\pi \times 11$ Hz
Einschluss	e	0,21 G ^{5/2} /m ³

Tabelle 4.1: *Eigenschaften der realisierten 8-Dee-Falle bei einem Betriebsstrom von 110 A. Die Fallenfrequenzen sind angegeben für ⁸⁷Rb-Atome im Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ bei einem Fallenboden $B_0 = 0,5$ G.*

Mit der gesamten experimentellen Apparatur [94] werden Bose-Einstein-Kondensate wie folgt hergestellt. In einer Glaszelle mit ca. 10^{-9} mbar wird aus Dispensern Rubidium-Gas freigesetzt und mit einer zweidimensionalen magneto-optischen Falle ein Strahl kalter ⁸⁷Rb-Atome erzeugt. Mit einem Laserstrahl schwacher Intensität wird dieser Atomstrahl durch eine differentielle Pumpstufe geschoben und in einer zweiten Glaszelle bei 10^{-11} mbar in einer dreidimensionalen magneto-optischen Falle eingefangen und angesammelt. Nach Melassekühlung und optischem Pumpen werden 3×10^9 Atome in die 8-Dee-Magnetfalle geladen, nach 30 bis 45 s Verdampfungskühlung bildet sich ein

Bose-Einstein-Kondensat von ca. 1×10^6 Atomen im $|F=2, m_F=2\rangle$ -Zustand.

4.5 Spinorkondensate

Die ersten Bose-Einstein-Kondensate in Gasen geringer Dichte bestanden alle aus einer einzigen kondensierten Komponente. Mehrkomponentige Kondensate eines Elements lassen sich erzeugen, wenn es mehrere langlebige Zustände des Atoms gibt, die sich zudem gleichzeitig in derselben Falle fangen lassen. In Alkaliatomen sind solche stabilen Zustände die verschiedenen Hyperfeinniveaus $|F\rangle$ mit ihren Zeeman-Unterkomponenten $|m_F\rangle$.

Solche mehrkomponentigen Kondensate werden im Gegensatz zu einkomponentigen nicht durch eine einzige Wellenfunktion (einen Skalar als Ordnungsparameter) beschrieben, sondern vielmehr durch mehrere Wellenfunktionen und damit durch einen mehrkomponentigen Ordnungsparameter (einen Spinor, dessen Komponenten die möglichen Spinzustände darstellen), und werden daher als Spinorkondensate bezeichnet. Sie ermöglichen das Studium miteinander wechselwirkender Supraflüssigkeiten, und ihre magnetischen Eigenschaften im Gleichgewicht sowie ihre Dynamik geben Aufschluss über die Wechselwirkungsstärken der Atome in den verschiedenen Spinzuständen.

4.5.1 Spinorkondensate im Experiment

Bisher konzentrierten sich Experimente zu Spinorkondensaten auf Systeme mit zwei oder drei Spin-Freiheitsgraden. In einer Magnetfalle wurden zweikomponentige ^{87}Rb -Kondensate zuerst bestehend aus dem $|F=2, m_F=2\rangle$ - und dem $|F=1, m_F=-1\rangle$ -Zustand, später aus dem $|F=2, m_F=1\rangle$ - und dem $|F=1, m_F=-1\rangle$ -Zustand erzeugt, und die Dynamik der Bewegung der beiden Komponenten relativ zueinander sowie die Oszillation eines Kondensats nach abruptem Wechsel vom einen in den anderen Zustand beobachtet [80, 95, 96]. In einer optischen Dipolfalle wurden ^{23}Na -Spinorkondensate in den drei Spinzuständen des $|F=1\rangle$ -Zustands erzeugt und Spindomänen, metastabile Zustände sowie Quantentunneln entdeckt [97, 98, 99]. Durch geschickte Präparation und Manipulation der Spinorkondensate wurde die Erzeugung von gefüllten Wirbeln [100] und Solitonen [29] sowie kernlosen Wirbeln (Skyrmionen) [101] möglich.

Begrenzender Faktor für die Auswahl möglicher Systeme für Spinorkondensate kann die Stabilität des Spingemisches gegenüber exothermen, den Hyperfeinzustand ändernden Zweikörperstößen sein. Die Rate dieser Hyperfeinverluste ist normalerweise sehr hoch, so dass beispielsweise in ^{23}Na keine Spindynamik im oberen Hyperfeinzustand beobachtet werden kann [102]. In ^{87}Rb sind

jedoch Singlett- und Triplett-Streulänge sehr ähnlich, es gibt damit eine destruktive Interferenz von Zerfallskanälen [80, 68], und die Stabilität von $|F=2\rangle$ -Spinorkondensaten ist deutlich erhöht. Daher kann man in ^{87}Rb Spindynamik auch im höheren Hyperfeinzustand beobachten.

Die Untersuchungen an ^{87}Rb -Spinorkondensaten in Magnetfallen waren auf die magnetisch fangbaren Zustände beschränkt, Spinrelaxationsprozesse in magnetisch nicht gefangene Zustände limitierten die Lebensdauer auf ca. 1 s.

Im folgenden werden Experimente an optisch gefangenen ^{87}Rb -Spinorkondensaten beschrieben, die Komponenten im $|F=2\rangle$ - oder im $|F=1\rangle$ -Zustand enthalten. Ebenfalls in jüngster Zeit wurden $|F=1\rangle$ - ^{87}Rb -Spinorkondensate in [103] untersucht.

4.5.2 Mean-Field-Theorie der Spinorkondensate

Kurz nach der ersten experimentellen Realisierung eines Spinorkondensats wurde theoretisch gezeigt [104, 105], wie man die grundlegenden Eigenschaften eines $|F=1\rangle$ -Spinorkondensats mit einem Mean-Field-Ansatz erhält. Abhängig von den Stößeigenschaften der Atome in den verschiedenen Spinzuständen nimmt das Spinorkondensat demnach entweder einen ferromagnetischen oder einen polaren Grundzustand an. Ohne äußeres Magnetfeld sind im Grundzustand der ferromagnetischen Phase alle Spins parallel ausgerichtet, und der mittlere Spin wird maximal. In dieser Phase können kernlose Wirbel (Skyrmionen) existieren. Die polare Phase ist analog zum polaren Zustand in supraflüssigem Helium und hat im Grundzustand minimalen mittleren Spin ($\langle m_F \rangle = 0$).

Für $|F=2\rangle$ -Spinorkondensate gibt es aufgrund ihres höheren Spins eine weitere, die zyklische Phase [106]. Die Phasen werden nun von zwei Ordnungsparametern charakterisiert, nämlich einem für die ferromagnetische Ordnung ($\langle \mathbf{f} \rangle$) und einem, der anzeigt, in welchem Maße sich Spin-Singlett-Paare bilden (Θ). Im Magnetfeld Null ist die ferromagnetische Phase ferromagnetisch geordnet und enthält keine Spin-Singlett-Paare ($|\langle \mathbf{f} \rangle| = 2$ und $\Theta = 0$), die polare Phase ist antiferromagnetisch geordnet und enthält Spin-Singlett-Paare ($\langle \mathbf{f} \rangle = 0$ und $|\Theta| = 1$). Die zyklische Phase dagegen hat keine Entsprechung in Spin-1-Systemen, sie ist nichtmagnetisch, enthält keine Spin-Singlett-Paare ($\langle \mathbf{f} \rangle = 0$ und $\Theta = 0$) und hat ihren Namen aus einer engen Analogie zu d -Wellen-BCS-Supraflüssigkeiten. Grundzustände dieser Phasen sind $m_F=2$ (ferromagnetisch) und eine Überlagerung von $m_F=+2, -2$ (polar) bzw. $m_F=+2, 0, -2$ (zyklisch).

In der Mean-Field-Beschreibung eines $|F=2\rangle$ -Spinorkondensats im äußeren Magnetfeld [106, 107, 104, 105] ergibt sich unter Mitberücksichtigung des

experimentell relevanten quadratischen Zeemaneffektes das Energiefunktional

$$K_{\text{spin}} = c_1 \langle \mathbf{F} \rangle^2 + \frac{4}{5} c_2 |\langle s_- \rangle|^2 - p \langle F_z \rangle - q \langle F_z^2 \rangle. \quad (4.1)$$

Es setzt sich zusammen aus der spinabhängigen Wechselwirkungsenergie der Atome untereinander und der Energie der Atome im äußeren Magnetfeld. Dabei ist \mathbf{F} der Spin-Vektor, $\langle \mathbf{F} \rangle$ sein Erwartungswert und $\langle F_z \rangle$ der Erwartungswert seiner z -Komponente. $\langle s_- \rangle$ ist der Erwartungswert der Spin-Singlett-Paar-Amplitude. Der Parameter p beschreibt die lineare Zeeman-Energie und die Gesamtspinerhaltung, er hat dasselbe Vorzeichen wie der mittlere Spin des Systems. q ist die quadratische Zeeman-Energie im magnetischen Offsetfeld.

Die Spin-abhängige Mean-Field-Wechselwirkung wird durch die Parameter

$$c_1 = \left(\frac{4\pi\hbar^2 n}{m} \right) \left(\frac{a_4 - a_2}{7} \right) \quad (4.2)$$

und

$$c_2 = \left(\frac{4\pi\hbar^2 n}{m} \right) \left(\frac{7a_0 - 10a_2 + 3a_4}{7} \right) \quad (4.3)$$

gekennzeichnet. Dabei ist a_f die s-Wellen-Streulänge für Stöße, bei denen die beiden Stoßpartner zusammen den Gesamtspin f haben.

Der c_1 -Term im Energiefunktional beschreibt alle Stöße, die Zustände mit $\Delta m_F = \pm 1$ koppeln, wie zum Beispiel $|2,0\rangle + |2,0\rangle \leftrightarrow |2,+1\rangle + |2,-1\rangle$. Der c_2 -Term beschreibt die einzig mögliche Kopplung mit $\Delta m_F = \pm 2$, nämlich $|2,0\rangle + |2,0\rangle \leftrightarrow |2,+2\rangle + |2,-2\rangle$.

In dieser Mean-Field-Beschreibung ergeben sich folgende Bereiche der Wechselwirkungsparameter für die verschiedenen magnetischen Phasen [106, 108]: ($c_1 < 0$ und $c_1 - c_2/20 > 0$) für die ferromagnetische Phase, ($c_1 - c_2/20 > 0$ und $c_2 < 0$) für die polare Phase sowie ($c_1 > 0$ und $c_2 > 0$) für die zyklische Phase.

Bei Dichten von 10^{14} cm^{-3} , wie sie in den im folgenden vorgestellten Experimenten typisch waren, haben Mean-Field-Energie, c_1 und c_2 Werte von $k_B \times 150 \text{ nK}$, $k_B \times 0 - 10 \text{ nK}$ und $k_B \times 0 - 0,2 \text{ nK}$. Die quadratische Zeeman-Energie q liegt bei $k_B \times 0 - 1,6 \text{ nK}$.

4.5.3 Experimentelle Vorgehensweise

Zur Untersuchung von Spinorkondensaten wurde die in Kapitel 4.4 beschriebene Apparatur eingesetzt. Dazu wurde das in der 8-Dee-Falle erzeugte Kondensat von typischerweise 10^6 Atomen in eine optische Dipolfalle umgeladen, die die Atome in allen Spinzuständen fängt. Diese besteht aus dem fokussierten Strahl

eines Nd-Yag-Lasers bei 1064 nm, zunächst mit niedriger Intensität und damit schwachem Einschluss, um einen großen Teil des Kondensats aufnehmen zu können, dann erhöht auf Fallenfrequenzen von $2\pi \times 891$ Hz vertikal, $2\pi \times 155$ Hz horizontal und $2\pi \times 21,1$ Hz axial. Durch ein Führungs-Magnetfeld von ca. 50 G behalten die Atome auch beim Umladen in die optische Falle, während dem Ausschalten der Magnetfalle, die Ausrichtung ihres magnetischen Gesamtdrehimpulses bei. Nach einem Kühschritt durch selektives parametrisches Heizen erzeugte dies in der optischen Falle typischerweise 10^5 Atome mit einem Kondensatanteil von über 60 %.

In einem Magnetfeld von nun 25 G unterscheiden sich die Übergangsfrequenzen zwischen den einzelnen m_F -Niveaus deutlich. Durch Landau-Zener-Rampen eingestrahelter Radiofrequenz — selektiv für den jeweils gewünschten Zeeman-Übergang — mit passender Geschwindigkeit wird nun der gewünschte Anfangszustand (die gewünschte Verteilung der Atome zwischen den m_F -Unterniveaus) hergestellt. Langsame Rampen transferieren alle Atome adiabatisch von einem in den anderen m_F -Zustand, schnelle nichtadiabatische Rampen führen zu einer gleichmäßigen Verteilung der Atome zwischen den zwei beteiligten Zuständen. Da ein hohes Magnetfeld die Spindynamik unterdrückt, bleibt der so präparierte Zustand während dieser Phase erhalten.

Dieser Anfangszustand enthält nun die gewünschte Mischung von Atomen in verschiedenen Spinzuständen. Eine definierte Quantisierungsachse wird durch ein magnetischen Führungsfeld vorgegeben. Dieses darf nicht zu groß sein, damit die verschiedenen Spinzustände am selben Ort überlappen und wechselwirken, dafür muss die potentielle Energie im Magnetfeld klein sein gegenüber typischen Mean-Field-Wechselwirkungsenergien der einzelnen Komponenten. Es wurde ein Magnetfeld von $340(\pm 20)$ mG verwendet, das bis auf einen Feldgradienten von maximal 15 mG homogen ist. Mit dem Senken des Magnetfeldes auf diesen Wert setzt die Spindynamik ein.

4.5.4 Ergebnisse

Die Entwicklung des erzeugten anfänglichen Spinzustandes bzw. Spingemisches in der optischen Falle während einer variablen Haltezeit ermöglicht die Beobachtung der Dynamik des Systems. Diese setzt sich zusammen aus der Dynamik innerhalb der $|F=2\rangle$ -Spinzustände (Spindynamik), aus Thermalisierung von kondensierter und thermischer Komponente in den durch Spindynamik neu erzeugten Spinzuständen, aus Übergängen in $|F=1\rangle$ -Zustände (Hyperfeinverluste) und aus Verlusten durch Drei-Körper-Rekombination.

Die Detektion der Spinverteilung nach der Haltezeit in der Falle erfolgt durch Ausschalten der Falle, räumliche Trennung der Spinkomponenten durch Anlegen

eines Stern-Gerlach-Magnetfeldgradienten und Aufnahme eines Absorptionbildes. Man erhält Bilder wie in Abb. 4.6.

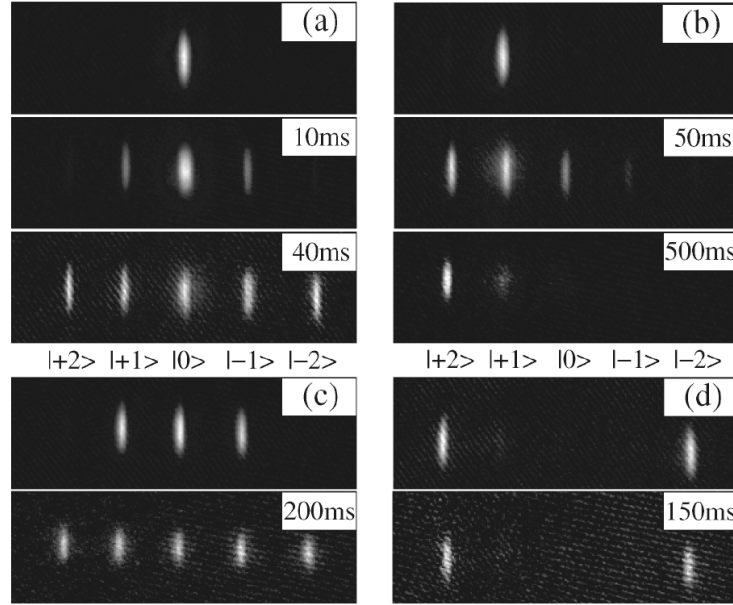


Abbildung 4.6: Zeitabhängige Entwicklung der Besetzung der verschiedenen m_F -Komponenten in einem ^{87}Rb - $|F=2\rangle$ -Spinorkondensat in einer Dipolfalle. Nach Einwirkung eines Stern-Gerlach-Magnetfeldgradienten und einer Flugzeit von 31 ms sind die Spinkomponenten im Absorptionbild räumlich getrennt.

Abb. 4.6 (a) zeigt die Spindynamik ausgehend vom Anfangszustand $|m_F=0\rangle$ und zeigt, dass zunächst die Nachbarzustände $|m_F=\pm 1\rangle$ und dann erst die Zustände $|m_F=\pm 2\rangle$ besetzt werden. Die Kopplung durch den c_1 -Term ist also deutlich stärker als die durch den c_2 -Term. Eine detailliertere Betrachtung dieser Dynamik (Abb. 4.7 (a)) zeigt zusätzlich Oszillationen in den Besetzungen der Spinzustände, die auf eine kohärente Evolution hindeuten. Betrachtet man das Verhältnis von kondensiertem und thermischem Anteil in den Spinzuständen (Abb. 4.6 (b)), so zeigt sich, dass Spindynamik mit einer Zeitskala von ca. 10 ms schneller abläuft als die Thermalisierung (ca. 50 ms). Die Raten der Spindynamik sind aufgrund ihrer Dichteabhängigkeit höher für Kondensate, in neuen Spinzuständen wird daher zunächst ein fast reines Kondensat erzeugt. Die thermische Komponente im neuen Spinzustand entsteht deutlich langsamer, über Wechselwirkung zwischen Kondensat in der neuen und thermischer Wolke im Anfangszustand oder durch Spindynamik der thermischen Wolke im Anfangszustand. Dies eröffnet neue Wege, Kondensatanteil und thermischen Anteil in einer Spinkomponente variabel einzustellen und damit Thermalisierungseffekte bei einstellbarem Wärmebad zu studieren.

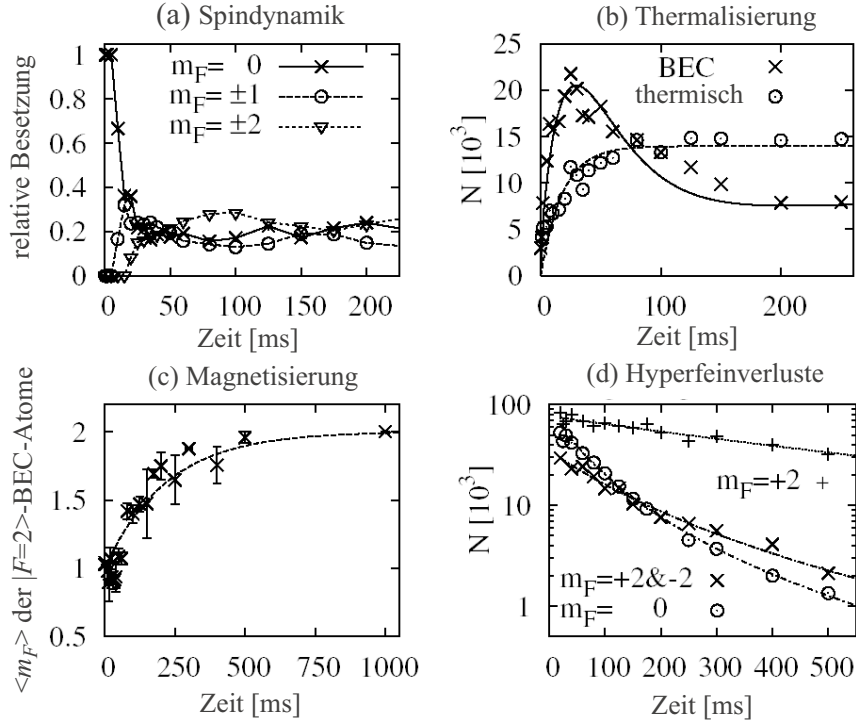


Abbildung 4.7: (a) Spindynamik ausgehend vom Anfangszustand $|m_F=0\rangle$ (vgl. Abb. 4.6a). (b) Thermalisierung in der aus dem Anfangszustand $|m_F=0\rangle + |m_F=1\rangle$ durch Spindynamik erzeugten $m_F=2$ -Komponente. (c) Magnetisierungseffekt (Anfangszustand $|m_F=1\rangle$) durch Zusammenspiel aus Spindynamik und Hyperfeinverlusten (vgl. Abb. 4.6b). (d) Raten von Hyperfeinverlusten für die Anfangszustände $|m_F=+2\rangle$ (+), $|m_F=\pm 2\rangle$ (X) und gleichmäßige Spinverteilung (O).

Die gemessenen Raten der Spindynamik für verschiedene Anfangszustände sind in Tabelle 4.2 zusammengestellt. Die kleinsten dieser Raten zeigen hierbei, welches der Grundzustand eines ^{87}Rb - $|F=2\rangle$ -Spinorkondensats ist. Kandidaten hierfür sind vor allem die polare und die zyklische Phase.

Grundzustand der polaren Phase ist $m_F=\pm 2$. Diese Anfangsverteilung erweist sich im Experiment als stabil. Dies bedeutet ein polares Verhalten. Ein Grundzustand der zyklischen Phase mit Gesamtspin Null ist die Verteilung $m_F=+2,0,-2$ [109]. Dieser Zustand zeigt hier im Experiment fast keine Spindynamik. Grundzustand der zyklischen Phase mit einem Gesamtspin ungleich Null bei einem Magnetfeld $B > 0$ ist die Verteilung $m_F=+2,-1$ [94]. Für diesen Zustand wird hier im Experiment keine Spindynamik beobachtet. Die langsame Dynamik der Grundzustände der zyklischen Phase deutet also darauf hin, dass das System sich nahe an der Grenze zu zyklischem Verhalten befindet.

Präparierte m_F - Anfangszustände	anfänglicher Gesamtspin	anfängliche Übergangsrate G [10^{-13} cm ³ /s] in den Zielzustand $ m_F\rangle$	m_F -Verteilung im Endzustand
$ 0\rangle$	0	$\rightarrow \pm 1\rangle \approx 21,0$	Gleichverteilung
$ +1\rangle + -1\rangle$	0	$\rightarrow 0\rangle \approx 26,9$	Gleichverteilung
		$\rightarrow \pm 2\rangle \approx 4,6$	
$ +1\rangle + 0\rangle + -1\rangle$	0	$\rightarrow \pm 2\rangle \approx 5,0$	Gleichverteilung
$ +2\rangle + -2\rangle$	0	—	$ +2\rangle + -2\rangle$
$ +2\rangle + 0\rangle + -2\rangle$	0	$\rightarrow \pm 1\rangle < 0,1$	$ +2\rangle + -2\rangle$
$ +2\rangle + -1\rangle$	1/2	—	$ +2\rangle$
$ +1\rangle + 0\rangle$	1/2	$\rightarrow +2\rangle \approx 21,7$	$ +2\rangle$
		$\rightarrow -1\rangle \approx 19,2$	
$ +1\rangle$	1	$\rightarrow +2\rangle \approx 22,4$	$ +2\rangle$
		$\rightarrow 0\rangle \approx 12,2$	
		($\rightarrow -1\rangle \approx 4,7$)	
$ +2\rangle$	2	—	$ +2\rangle$

Tabelle 4.2: Gemessene Raten der Spindynamik von ^{87}Rb - $|F=2\rangle$ -Spinorkondensaten

Ein Spinorkondensat von ^{87}Rb -Atomen im $|F=2\rangle$ -Zustand ist also polar, aber nahe an der zyklischen Phase. Diese Ergebnisse schließen nicht die Möglichkeit aus, dass der Grundzustand bei $B=0$ zyklisch ist, aber durch das verwendete Offsetfeld in die polare Phase geschoben wird.

Bei der Dynamik des vorliegenden Systems erwartet man eine Erhaltung des Gesamtspins. Diese Erwartung wird durch die Raten der Spindynamik in Tabelle 4.2 bestätigt. Allerdings scheint sie im Fall des Anfangszustandes $|m_F=1\rangle$ verletzt zu sein (Abb. 4.6 (b)). Der hier beobachtete Magnetisierungsprozess (Abb. 4.7 (c)), bei dem das System am Ende im Zustand $|m_F=2\rangle$ ist, erklärt sich als eine Kombination aus Spindynamik und Hyperfeinverlusten.

Die Stoßprodukte einer Zwei-Körper-Kollision, die den Hyperfeinzustand von $|F=2\rangle$ nach $|F=1\rangle$ ändert, sind energiereich und gehen aus der Falle verloren. Sie zeigen sich also im vorliegenden System als Verlustprozesse (Hyperfeinverluste). Nur die Zustände $|F=2, m_F=2\rangle$ und $|F=2, m_F=-2\rangle$ sind immun gegen diese Hyperfeinverluste. Spindynamik verteilt also die Besetzung unter allen Spinkomponenten, Hyperfeinverluste entfernen dagegen Atome, bis der in der Falle verbliebene Zustand maximal magnetisiert und damit einer der gegen Hyperfeinverluste stabilen Zustände ist.

Die Rate für Hyperfeinverluste zeigt eine Abhängigkeit von der Spinverteilung (Abb. 4.7(d)). Die Verteilung $|F=2, m_F=2\rangle + |F=2, m_F=-2\rangle$, für die keine Spindynamik beobachtet wird, zerfällt allein durch Stöße von $|m_F=+2\rangle$ - mit $|m_F=-2\rangle$ -Atomen, und ihre Zerfallsrate ist $G = 6,6(\pm 0,9) \times 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$. Ein zwischen allen m_F -Komponenten gleichverteilter Spinzustand dagegen zerfällt mit der Rate $G = 10,2(\pm 1,2) \times 10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$. Es bestätigt sich also die Erwartung, dass eine größere Zahl von Zerfallskanälen zu einer größeren Zerfallsrate führt.

Die längste Lebensdauer bei den in den Experimenten dieses Kapitels typischen Dichten von ca. 10^{14} cm^{-3} haben die Zustände $|F=2, m_F=2\rangle$ und $|F=2, m_F=-2\rangle$. Sie zerfallen nur durch Dreikörperstöße mit der aus [70] bekannten Rate $L = 1,8 \times 10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s}$.

Spinorkondensate im $|F=1\rangle$ -Hyperfeinzustand von ^{87}Rb zeigen eine deutlich langsamere Dynamik auf einer Zeitskala von Sekunden. Die Anfangsverteilung $|F=1, m_F=\pm 1\rangle$ geht innerhalb von ca. 7 s in eine Gleichverteilung aller drei Komponenten $|F=1, m_F=1, 0, -1\rangle$ über. Wie man aus den Phasendiagrammen in [97] sieht, zeigt dies, dass ^{87}Rb - $|F=1\rangle$ -Spinorkondensate ferromagnetisch sind und bestätigt damit die theoretische Vorhersage [108, 104].

Zusammenfassend wurde hier gezeigt, dass die Spindynamik in ^{87}Rb - $|F=2\rangle$ -Spinorkondensaten schneller abläuft als die vergleichsweise langsamen Hyperfeinverluste, so dass Spindynamik im oberen Hyperfeinzustand von ^{87}Rb beobachtet werden konnte. ^{87}Rb - $|F=2\rangle$ -Spinorkondensate zeigen polares Verhalten, ^{87}Rb - $|F=1\rangle$ -Spinorkondensate dagegen sind ferromagnetisch.

ELONGIERTE KLEEBLATTFALLE — DREIDIMENSIONALE KONDENSATE

Dieses Kapitel beschreibt Messungen an dreidimensionalen, sehr elongierten Kondensaten in einer Magnetfalle vom Kleeblatt-Typ. Die Geometrie dieser Falle erlaubte die Beobachtung von Phasenfluktuationen in Bose-Einstein-Kondensaten. Um die Kleeblattfalle noch langgestreckter zu formen und so verstärkte Phasenfluktuationen zu erzeugen, wurde die Möglichkeit geschaffen, die Falle axial kontrolliert zu dekomprimieren, indem die elektrische Beschaltung modifiziert und die Stabilität der Falle erhöht wurde. In dieser axial dekomprimierten Kleeblattfalle mit einem Aspektverhältnis $\lambda = \omega_z/\omega_\perp \approx 1/100$ lassen sich leicht Kondensate mit starken Phasenfluktuationen erzeugen, und es wurde mit interferometrischen Messungen die Kohärenzlänge phasenfluktuierender Kondensate bestimmt.

5.1 Modifizierung einer Kleeblattfalle zur Herstellung elongierter Kondensate

Die verwendete Kleeblattfalle [90, 110, 111] besteht aus den Quadrupolspulen zur Erzeugung des radialen Magnetfeldgradienten, den Dipolspulen für die axiale Magnetfeldkrümmung, den Helmholtzspulen zur Kompensation des Offsetfeldes der Dipolspulen und den Posaunenspulen, die als mechanisch verschiebbare Spulen eine Feineinstellung des Fallenbodens ermöglichen (Abb. 5.1).

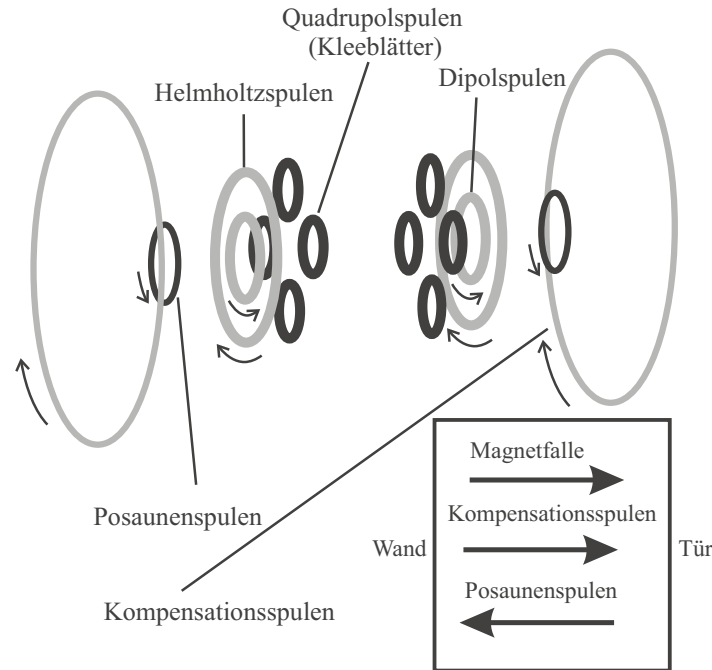


Abbildung 5.1: Bestandteile der Kleeblattfalle und Bezeichnungen der Spulen. Rechts unten ist die Orientierung der Magnetfelder dargestellt, die den Fallenboden B_0 bestimmen. Das axiale Feld der Helmholtzspulen, Dipolspulen und Quadrupolspulen ist dabei unter „Magnetfalle“ zusammengefasst.

Der Strom durch die Helmholtzspulen lässt sich mit Hilfe der Mosfetbank (MFB) 1 (Abb. 5.2) verringern, um das Offsetfeld zu erhöhen und damit die Falle für das anfängliche Beladen rund zu formen. Während der MOT-Phase sind die Helmholtzspulen in Anti-Helmholtz-Konfiguration verschaltet und dienen als MOT-Spulen. In dieser Phase stehen alle Schalter in der zu Abb. 5.2 inversen Stellung, der Strom fließt durch die dünn gezeichneten Verbindungen und wird durch die Mosfetbank 2 kontrolliert.

Die gesamte Region der Kleeblattfalle ist zudem von drei großen Helmholtzspulenpaaren zur Kompensation des Erdmagnetfeldes umgeben. Eines dieser Paare ist in Abb. 5.1 eingezeichnet. Es wird für Feinkorrekturen des Offsetfeldes während der axialen Dekompression der Falle mit einem computergesteuerten Netzgerät betrieben.

Um die Falle in eine sehr langgestreckte Form zu bringen, wurde eine Möglichkeit geschaffen, den axialen Einschluss zu verringern und gleichzeitig den radialen Einschluss unverändert zu lassen. Dazu wurde die Mosfetbank 3 eingebaut, die es erlaubt, den Strom durch die Dipolspulen und die Helmholtzspulen zu verringern. Der wassergekühlte Widerstand R_3 sorgt dafür, dass die gewünschte Endkonfiguration bei voll geöffneter Mosfetbank 3 vorliegt und da-

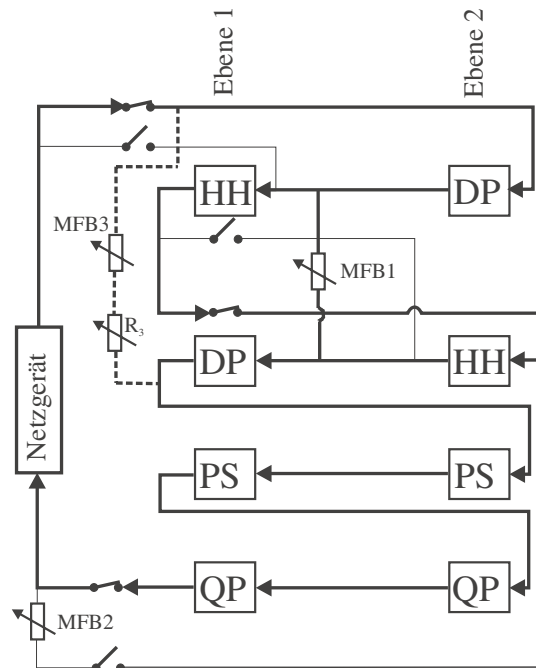


Abbildung 5.2: Elektrische Verschaltung der Kleeblattfalle mit Schalterstellung für Betrieb der Magnetfalle. QP: Quadrupolspulen (Kleeblattspulen) für den radialen Magnetfeldgradienten, DP: Dipolspulen für die axiale Magnetfeldkrümmung, PS: Posau-nenspulen (mechanisch verschiebbare Spulen zur Feineinstellung des Offsetfeldes), HH: Helmholtzspulen zur Grobkomensation des Offsetfeldes der Dipolspulen.

mit unempfindlich gegenüber Schwankungen der Steuerspannung der Mosfet-bank 3 ist (Diese verursachen bei halb geöffneter Mosfetbank 3 ein verstärktes Stromrauschen).

Diese axiale Dekompression ist verbunden mit einer räumlichen Verschie-bung des Fallenmittelpunktes. Dies induziert eine leichte Asymmetrie, die sich in einer Abhängigkeit der radialen Fallenfrequenz von der axialen Position äu-ßert. Außerdem erhöht eine starke axiale Dekomprimierung die für Adiabatzität erforderlichen Zeitskalen für die Erzeugung und Manipulation der Kondensate. Um die Verschiebung und die Zeitskalen für Adiabatzität in Grenzen zu halten, wurde für die voll axial dekomprimierte Falle ein Widerstand R_2 gewählt, für den bei $I = 280$ A der axiale Einschluss auf knapp 5 Hz für ^{87}Rb in $|F=2\rangle$ und dementsprechend knapp 3,5 Hz für ^{87}Rb in $|F=1\rangle$ reduziert ist.

Damit während der axialen Dekompressionsrampe der Fallenboden der Mag-netfalle nicht zu tief sinkt, ist es erforderlich, während dieser Rampe ein Kom-pensationsfeld von einigen Gauß hochzufahren. Wie Abb. 5.3 zeigt, erfolgt dies durch passende Computeransteuerung ebenso adiabatisch wie die Rampe selbst.

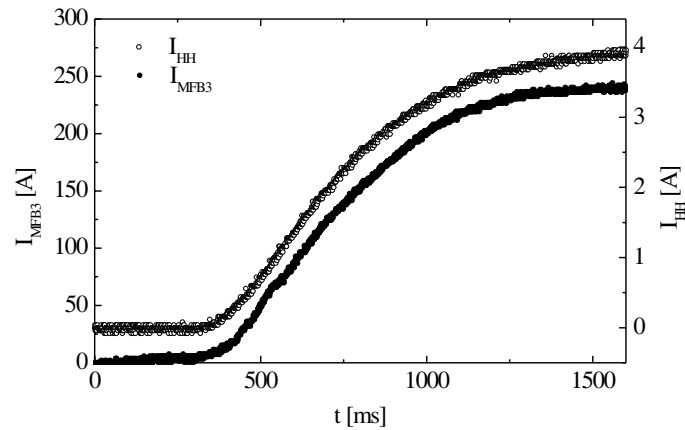


Abbildung 5.3: Rampe zur axialen Dekompression der Kleeblattfalle. Allmählicher Start und sanftes Ende der Rampe werden durch ihre Form als \sin^2 -Funktion erreicht, aus Gründen der Adiabaticität muss sie am Ende zudem langsamer gefahren werden als am Anfang. Das gleichzeitige Mitfahren des Kompensations-Magnetfeldes (offene Kreise, Achse rechts) verhindert ein zu starkes Absinken des Fallenbodens.

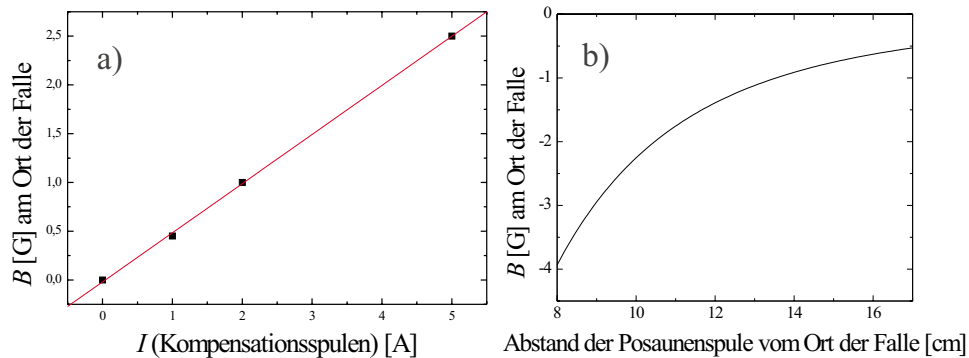


Abbildung 5.4: (a) Magnetfeld B der Kompensationsspulen, gemessen mit einer Hallsonde, in Abhängigkeit vom Spulenstrom. Der lineare Fit liefert $B = I \times 0,50 \text{ G/A}$. (b) Magnetfeld der Posaunenspulen in Abhängigkeit ihrer Entfernung von der Fallennitte. Aufgetragen ist das Magnetfeld $B = -(\mu_0/2)(Ir^2/(r^2 + x^2)^{3/2})$, das eine Posaunenspule mit Radius $r = 4 \text{ cm}$ bei einem Fallenstrom $I = 280 \text{ A}$ am Ort der Falle erzeugt.

Die Amplitude der Kompensationsrampe muss beim Durchführen der Experimente stets so gewählt werden, dass der Fallenboden zur verwendeten Endfrequenz der Evaporationsrampe passt. Dies gelingt mit Kenntnis der in Abb. 5.4 gezeigten Stromabhängigkeit der Magnetfelder der Spulen.

5.2 Stabilisierung des Fallenbodens

Änderungen in der Temperatur der Magnetfalle führen zu thermischer Ausdehnung der Halterung. Schon eine sehr kleine Veränderung des Abstandes d zwischen den beiden Magnetfallenhälften führt zu einer Veränderung des Fallenbodens B_0 der Magnetfalle.

Insbesondere für die Herstellung sehr kleiner und kalter Kondensate ist es erforderlich, das Radiofrequenzmesser bis auf wenige kHz über den Fallenboden zu senken. Messserien an solchen Systemen erfordern also eine hohe Temperaturstabilität.

Der Abstand d wird durch die Magnetfallenhalterung bestimmt. Diese besteht aus glasfaserverstärktem Epoxidharz und hat den thermischen Längenausdehnungskoeffizienten $\alpha = 20 \times 10^{-6}/\text{K}$. Da ca. 10 cm zwischen den Mittelpunkten der beiden Magnetfallenhälften liegen, erwartet man demnach eine Änderung des Abstandes d mit der Temperatur von $\Delta d = (2 \mu\text{m}/\text{K}) \Delta T$. Der Fallenboden B_0 der Kleeblattfalle ändert sich mit dem Abstand d nach der in Abb. 5.5 dargestellten Simulation mit ca. $\Delta B/\Delta d = 6 \text{ G}/\text{mm} \approx 4 \text{ kHz}/\mu\text{m}$. Diese Abschätzung ergibt also eine Größenordnung von 10 kHz/K für die Drift des Fallenbodens in Abhängigkeit von der Temperatur.

Messungen der Lage des Fallenbodens in Abhängigkeit von der Temperatur des Kühlwassers im Primärkreislauf (Abb. 5.6) bestätigten diese Größenordnung und ergaben knapp 10 kHz/K.

Ursache für Temperaturschwankungen sind in erster Linie Schwankungen der Kühlwassertemperatur. Diese stammen zum einen von Änderungen im Experimentzyklus und zum anderen von Temperaturschwankungen im Hauskühlkreislauf, welcher vor allem in Abhängigkeit vom Kühlleistungsbedarf der Nachbarlabors schwankte.

Grundsätzlich empfiehlt es sich daher, den experimentellen Zyklus ohne Änderungen der abzuführenden Heizleistung durchzuführen. Insbesondere der Zeitanteil mit und ohne angeschaltete Magnetfalle sollte für jeden Durchlauf des Experimentes zur Erzeugung und Manipulation eines Kondensats gleich bleiben. Einschwingzeiten von 30 bis 90 Minuten bei Inbetriebnahme der Magnetfalle und ein kontinuierliches Anpassen der Evaporations-Endfrequenz im

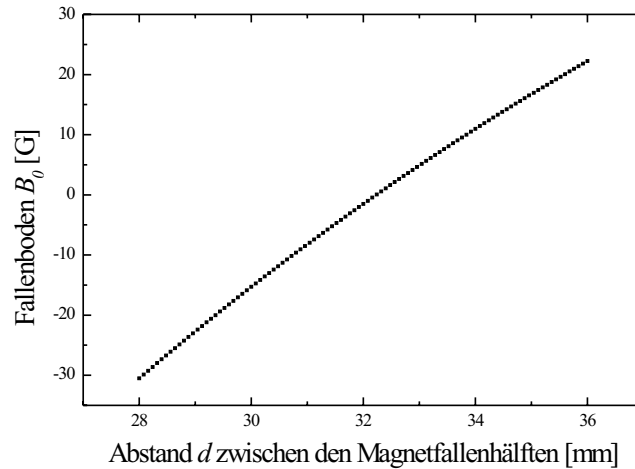


Abbildung 5.5: *Fallenboden B_0 in Abhängigkeit des Abstands d der Magnetfallenhälften. Simulation der Kleeblattfalle für $I = 280$ A. Anordnung und Form der Kleeblattspulen, Dipolspulen und Helmholtzspulen wurden für die Simulation als exakt symmetrisch und kreisförmig angenommen. Ein Fallenboden von $B_0 = 1$ G bedeutet für ^{87}Rb -Atome im Grundzustand $5S$ ($|\gamma| = 2\pi \cdot 700$ kHz/G) eine Zeemanaufspaltung benachbarter Niveaus von 700 kHz.*

Laufe eines Messtages sind dennoch üblich. Daher wurden mehrere Schritte unternommen, um die Fallenbodenstabilität zu verbessern.

Als erste Maßnahme wurde die Kopplung von Primär- und Sekundärkreislauf verbessert, indem ein zweiter Wärmetauscher hinzugefügt wurde und beide Wärmetauscher im Gegenstromprinzip angeschlossen wurden.¹

Zum zweiten wurde eine aktive Temperaturstabilisierung installiert, die durch einen Temperaturfühler im Reservoir des Primärkreislaufes und ein Regelventil im Sekundärkreislauf die Temperatur im Primärkreislauf stabilisiert (vgl. Kapitel 4.3.1).

Außerdem erzeugt die verwendete Pumpe im Primärkreislauf zusätzliche Wärme. In Abhängigkeit von der Einstellung des Bypassventils ändert sich die Temperatur des Kühlwassers nach der Pumpe (Wasser, das immer wieder durch den Bypass und die warme Pumpe zirkuliert, erwärmt sich), damit erhöht sich die Einstellzeit eines Gleichgewichtszustandes beim Einschalten des Systems

¹Die Druckdifferenz des Haus-Kühlkreislaufes 2,5 bar–1,5 bar = 1 bar reicht immer noch leicht aus, um den Druckabfall an den nunmehr zwei Wärmetauschern (Druckabfall je ca. 0,05 bar) und den zwei 1-Zoll-Schlauchstücken von ca. 5 m Länge mit Kurven (ebenfalls je ca. 0,05 bar) von insgesamt ca. 0,2 bar zu überwinden.

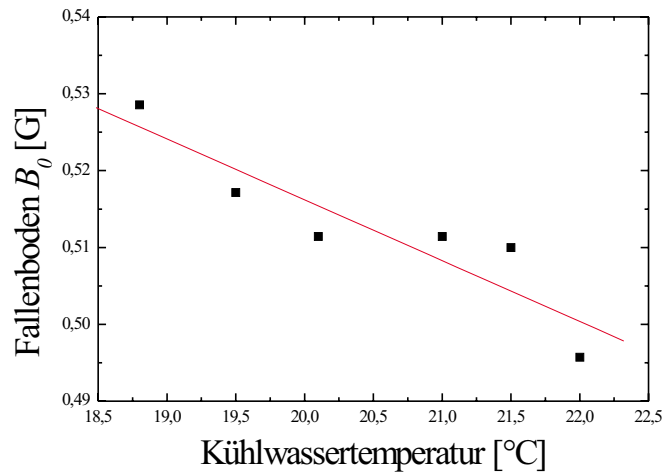


Abbildung 5.6: *Fallenboden B_0 der Kleeblattfalle in Abhängigkeit der Kühlwassertemperatur*

oder nach einer Änderung. Diesen Effekt kann man reduzieren, indem man den Bypass fast oder ganz schließt. Dies ist mit einer etwas höheren Abnutzung der Verschleißteile der Pumpe (z.B. der Gleitringdichtung) verbunden.

5.3 Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten in der elongierten Magnetfalle

Die experimentelle Apparatur zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten mit der oben beschriebenen Kleeblattfalle ist in Abb. 5.7 dargestellt.

Ein Rb-Ofen wird auf ca. 150 °C erhitzt. Durch eine enge Austrittsdüse tritt ein gerichteter Atomstrahl. Dieser wird durch Chirpkühlung abgebremst und die gewünschten langsamen ^{87}Rb -Atome in den Fangbereich der magneto-optischen Falle umgelenkt. Nach der Laserkühlung werden die Atome optisch in den gewünschten Zustand gepumpt ($|F=2, m_F=2\rangle$ bzw. $|F=1, m_F=-1\rangle$) und in die Kleeblattfalle geladen. Die Verdampfungskühlung erfolgt zunächst in der komprimierten Falle, wird dann für die Rampe zur axialen Dekompression (siehe Abb. 5.3) unterbrochen und in der dekomprimierten Falle bis zur Erzeugung des Kondensats fortgesetzt. Ein solcher Durchlauf des Experiments dauert für $|F=1\rangle$ -Kondensate typischerweise 1 min, für $|F=2\rangle$ -Kondensate knapp 30 s.

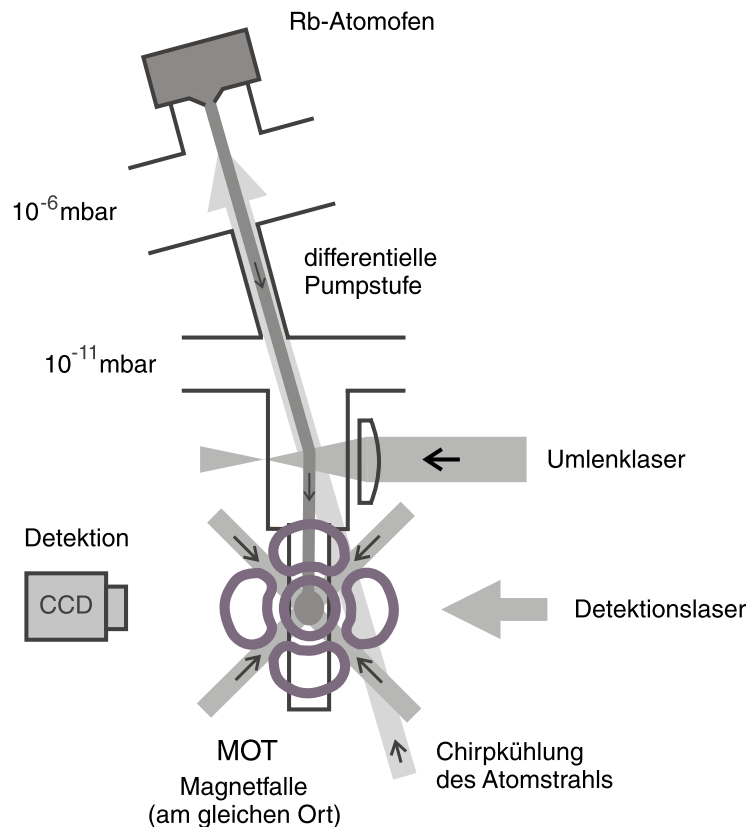


Abbildung 5.7: Experimentelle Apparatur zur Untersuchung elongierter Kondensate.

5.4 Beobachtung von Phasenfluktuationen

Eine der wesentlichen Eigenschaften eines Bose-Einstein-Kondensates ist seine hohe Phasenkohärenz. Kondensate als kohärente Materiewellen ermöglichen Anwendungen in der Atomoptik, in der Interferometrie und für Atomlaser. Phasenfluktuationen zerstören jedoch diese Kohärenz. Ihr Verständnis ist daher wichtig für die Realisierung solcher Anwendungen. Außerdem erzeugen neue Techniken wie besonders elongierte Magnetfallen, miniaturisierte Magnetfallen auf einem Chip oder zweidimensionale optische Gitter sehr elongierte und oft auch sehr kleine Kondensate, in denen Phasenfluktuationen eine große Rolle spielen.

Nach ihrer theoretischen Vorhersage [112] und experimentellen Beobachtung [113, 114] wurden Phasenfluktuationen in vielen Experimenten zur Bose-Einstein-Kondensation beobachtet. Neben den in dieser Arbeit vorgestellten Messungen wurden ihre Gleichgewichtseigenschaften auch mit Bragg-Geschwindigkeits-Spektroskopie [115] gemessen, und ihre Eigenschaften in einem Nichtgleichgewichtszustand des Kondensats wurden mit der Methode der

Kondensatfokussierung [85] untersucht.

5.4.1 Phasenfluktuationen und ihre Eigenschaften

Phasenfluktuationen sind niederenergetische Anregungen des Kondensats, die sich in sehr elongierten Kondensaten durch Wechselwirkung mit der thermischen Wolke ausbilden. Das Anregungsspektrum dieser Moden in einem elongierten Kondensat ist [116]

$$\epsilon_j = \hbar\omega_z \sqrt{\frac{j(j+3)}{4}}. \quad (5.1)$$

Diese Energien sind von der Größenordnung der axialen Fallenfrequenz und damit klein genug, um durch thermische Energien angeregt zu werden. Sie sind deutlich geringer als die Mean-Field-Energie im Kondensat, daher bleibt die Dichteverteilung eines phasenfluktuiierenden Kondensats von dieser Anregung unbeeinflusst. Wird das Kondensat im wesentlichen auf eine Dimension eingengt, so bilden sich entlang dieser Achse Phasenfluktuationen aus.

Die Entstehung der Phasenfluktuationen als Anregung aus der thermischen Wolke ist ein statistischer Prozess. Daher ist sowohl die genaue Verteilung der angeregten Moden als auch deren relative und absolute Phase nicht vorhersagbar. Aussagen über wiederholt messbare Eigenschaften der Phasenfluktuationen erfordern daher die Mittelung über verschiedene Messungen, die an Kondensaten der gleichen Ausgangsparameter Temperatur, Teilchenzahl und Fallengeometrie durchgeführt werden. Diese Mittelwerte werden im Folgenden als thermische Mittelwerte $\langle \dots \rangle_T$ bezeichnet.

Die Wellenfunktionen der Phasenfluktuationsmoden sind [112]

$$f_j^+(\vec{r}) = \sqrt{\frac{(j+2)(2j+3)gn_0(\vec{r})}{4\pi(j+1)R^2L\epsilon_j}} P_j^{(1,1)}\left(\frac{z}{L}\right). \quad (5.2)$$

Die Form dieser Anregungsmoden wird durch Jacobi-Polynome $P_j^{(1,1)}$ beschrieben. Dies sind oszillierende Funktionen, die eine Skalierung auf die Länge des Kondensats enthalten. In der Kondensatmitte oszillieren sie gleichmäßig, an den Kondensaträndern oszillieren sie unregelmäßiger und stärker.

Die Stärke der Phasenfluktuationen ergibt sich aus der thermischen Besetzungsverteilung dieser Moden und wird durch den Phasenkorrelator

$$\langle [\delta\hat{\Phi}(z_1, z_2)]^2 \rangle_T = \delta_L^2(T) f^{(1)}(z_1/L, z_2/L) \quad (5.3)$$

ausgedrückt. Dabei ist

$$\delta_L^2 = 16 \left(\frac{am^{1/2}}{15^{3/2}\hbar^3} \right)^{2/5} \frac{k_B T}{N_0^{3/5}} \left(\frac{(\omega_\perp/\omega_z)}{\omega_z} \right)^{4/5} \quad (5.4)$$

und

$$f^{(1)}(z_1/L, z_2/L) = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(j+2)(2j+3)}{j(j+1)(j+3)} \times \left[P_j^{(1,1)}\left(\frac{z_1}{L}\right) - P_j^{(1,1)}\left(\frac{z_2}{L}\right) \right]^2. \quad (5.5)$$

δ_L^2 beschreibt die Abhängigkeit der Phasenfluktuationen von den experimentellen Parametern, wobei N_0 die Anzahl der kondensierten Atome ist. Die Stärke der Ausprägung der Phasenfluktuationen hängt also von der Temperatur und dem Grad der Eindimensionalität des Systems ab, sie nimmt zu für steigende Temperatur, abnehmende Teilchenzahl und zunehmende Elongiertheit der Falle.

Die räumliche Abhängigkeit der Phasenfluktuationen von den betrachteten Positionen im Kondensat wird durch $f^{(1)}$ beschrieben. Sie lässt sich im mittleren Bereich des Kondensats nähern als

$$f^{(1)}(z_1/L, z_2/L) = |z_1 - z_2|/L. \quad (5.6)$$

Die Korrelationsfunktion erster Ordnung eines phasenfluktierenden Kondensats

$$g_T^{(1)}(z_1, z_2) = \exp \left\{ -\delta_L^2(T) f^{(1)}(z_1/L, z_2/L)/2 \right\} \quad (5.7)$$

wird damit zu

$$g_T^{(1)}(z_1, z_2) = \exp \left\{ \frac{-\delta_L^2(T) |z_1 - z_2|}{2L} \right\} = \exp \left\{ \frac{|z_1 - z_2|}{2L_\Phi} \right\}. \quad (5.8)$$

Die Phasenkohärenzlänge

$$L_\Phi = \frac{L}{\delta_L^2(T)} \quad (5.9)$$

ist damit die Länge, auf der die Korrelationsfunktion erster Ordnung auf $1/\sqrt{e}$ absinkt.

Die Phasenkohärenzlänge L_Φ ist auch für die Korrelationsfunktionen höherer Ordnung die Längenskala der räumlichen Abnahme. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung für das phasenfluktierende Kondensat ist

$$g_T^{(2)}(z_1, z_2, z_3, z_4) = \exp \left\{ \delta_L^2(T) f^{(2)}\left(\frac{z_1}{L}, \frac{z_2}{L}, \frac{z_3}{L}, \frac{z_4}{L}\right) \times \frac{1}{2} \right\} \quad (5.10)$$

Für die symmetrische Wahl

$$\bar{z}_1 = \frac{s+d}{2}, \quad \bar{z}_2 = \frac{-s-d}{2}, \quad \bar{z}_3 = \frac{s-d}{2}, \quad \bar{z}_4 = \frac{-s+d}{2} \quad (5.11)$$

der Positionen z_i um die Kondensatmitte (Abb. 5.8) ist $f^{(2)}$ in Abhängigkeit von s in Abb. 5.9 dargestellt.

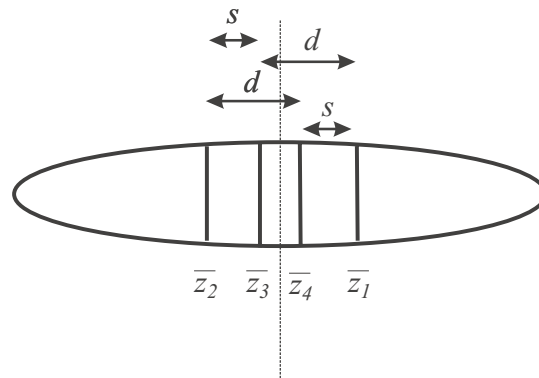


Abbildung 5.8: Symmetrische Wahl der korrelierten Positionen im Kondensat, gekennzeichnet durch die Parameter s und d .

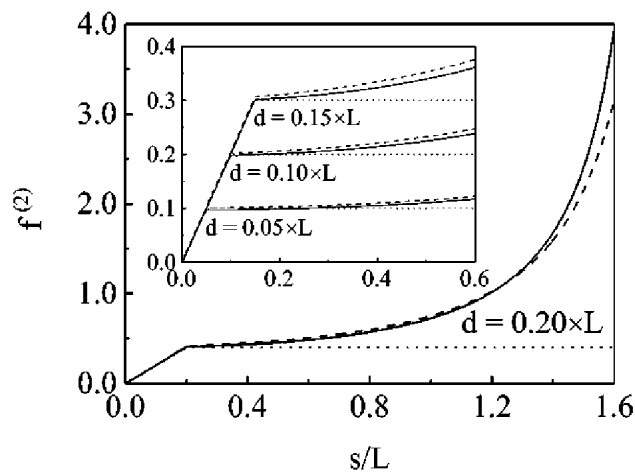


Abbildung 5.9: $f^{(2)}(\bar{z}_1/L, \bar{z}_2/L, \bar{z}_3/L, \bar{z}_4/L)$ als Funktion von s für verschiedene Werte von d . Die durchgezogene Linie gibt den exakten Funktionsverlauf wieder.

5.4.2 Detektion der Phasenfluktuationen

Die beschriebenen Phasenfluktuationen sind räumliche und zeitliche Fluktuationen der Phase entlang der Kondensatachse. Sie sind verbunden mit räumlichen Phasengradienten und damit nach $\vec{v} = (\hbar/m)\nabla\phi$ mit Geschwindigkeiten der Kondensatome. Im Kondensat verändern sich diese Geschwindigkeiten ständig durch die abstoßende mean-field-Energie der anderen Kondensatome. Friert man aber die momentane Geschwindigkeitsverteilung im phasenfluktuierenden Kondensat ein, indem man die Falle plötzlich abschaltet, so verändert dieses Geschwindigkeitsfeld die Dichteverteilung während der Flugzeit bis zur Detektion. (Denn schon nach etwa 2 ms Flugzeit ist der Hauptteil der Mean-Field-Energie in kinetische Energie umgewandelt, und die dadurch verursachten Geschwindig-

keiten in axialer Richtung werden vom Geschwindigkeitsprofil der Phasenfluktuationen dominiert.) Damit werden die Phasenfluktuationen nach der Flugzeit als Streifen in der Dichteverteilung sichtbar (Abb. 5.10).

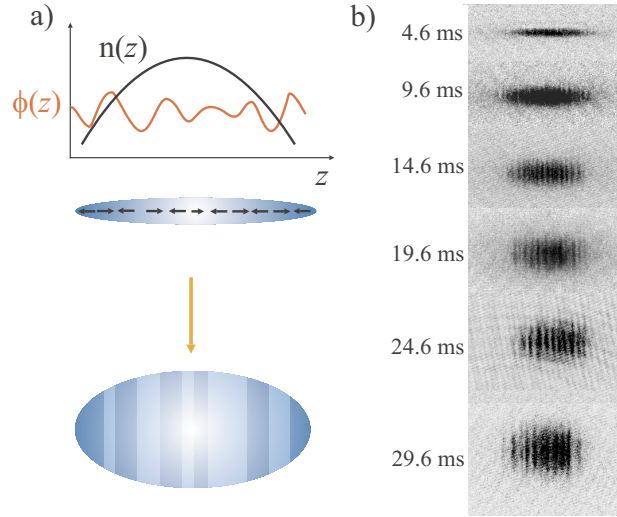


Abbildung 5.10: *Detektionsmethode für Phasenfluktuationen. (a) Nach Ausschalten der Falle und einer freien Flugzeit werden die mit den Phasenfluktuationen verbundenen Geschwindigkeitsfelder als Streifen im Dichteprofil sichtbar. (b) Mit zunehmender Flugzeit prägen sich diese Streifen stärker aus.*

Die Stärke der Ausprägung der Phasenfluktuationen lässt sich aus diesen Experimenten quantitativ bestimmen. Untersucht wird die Streifigkeit der Bilder. Als Maß dafür wird die Abweichung des gemessenen axialen (radial integrierten) Dichteprofiles von der nach Thomas-Fermi erwarteten gleichmäßigen Dichteverteilung verwendet.

Um diese Streifigkeit zu bestimmen, wählt man eine Serie von Bildern mit gleichen oder nahezu gleichen Anfangsbedingungen T , N_0 und Fallengeometrie. Für jedes Bild berechnet man das radial integrierte Dichteprofil und betrachtet davon den mittleren Bereich ($-0,5L \leq z \leq 0,5L$). Für diesen Bereich bestimmt man die normierte Standardabweichung σ_{BEC} der gemessenen Profile $n(z)$ von der gefitteten bimodalen Kurve $n_0(z)$

$$\sigma_{\text{BEC}} = \sqrt{\int_{z=-0,5L}^{z=0,5L} (\sigma(z))^2 dz} \quad \text{mit} \quad \sigma(z) = \frac{\delta n(z)}{n_0(z)} \quad (5.12)$$

Dabei ist $\delta n(z) = n(z) - n_0(z)$. Die so erhaltenen Werte σ_{BEC}^2 aus allen Bildern der Serie werden arithmetisch gemittelt, der so erhaltene thermische Mittelwert

$$\overline{\sigma_{\text{BEC}}^2} = \langle \sigma_{\text{BEC}}^2 \rangle_T \quad (5.13)$$

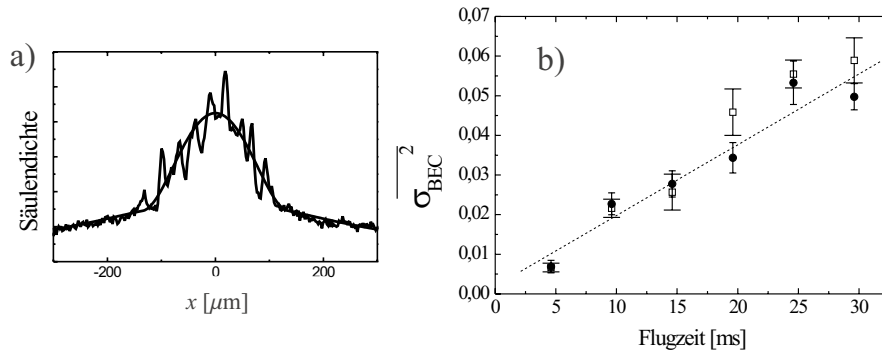


Abbildung 5.11: (a) gemessenes und gefittetes Dichteprofil des untersten Bildes in Abb. 5.10a. (b) Anstieg der Streifigkeit mit zunehmender Flugzeit, die experimentell gemessenen Werte (Punkte) und die theoretische Erwartung [117] (offene Quadrate) zeigen gute Übereinstimmung.

charakterisiert für die gewählten Anfangsbedingungen die Stärke der nach einer Flugzeit als Streifen beobachteten Phasenfluktuationen.

5.5 Messung der Kohärenzlänge eines phasenfluktierenden Kondensats

Die oben beschriebene Quantifizierung der Streifen im Absorptionbild nach einer Flugzeit ist ein experimentell naheliegendes Maß für Phasenfluktuationen, da Flugzeit-Aufnahmen die gebräuchlichste Detektionsmethode für Bose-Einstein-Kondensate darstellen. Im Kondensat selbst bedeuten Phasenfluktuationen die Zerstörung der Phasenkohärenz auf einer Längenskala, die mit der Stärke der Phasenfluktuationen verbunden ist. Diese Längenskala, nämlich die Phasenkohärenzlänge L_Φ eines phasenfluktierenden Kondensats, erhält man, wenn es gelingt, die relativen Phasen zwischen verschiedenen Stellen im Kondensat zu messen.

Solche räumlichen Phasenbeziehungen lassen sich mit einer interferometrischen Messung gewinnen (Abb. 5.12). Das ursprüngliche phasenfluktierende Kondensat wird in zwei Kopien aufgespalten, und diese Kopien werden mit einem axialen Versatz d überlappt. Im Interferenzbild sind damit verschiedene Stellen des ursprünglichen Kondensats aufeinandergeschoben, und deren relative Phase zeigt sich in der Intensität des Interferenzsignals an diesem Ort.

Im Interferometer dienen zwei $\pi/2$ -Bragg-Pulse als Strahlteiler. Der Vorgang

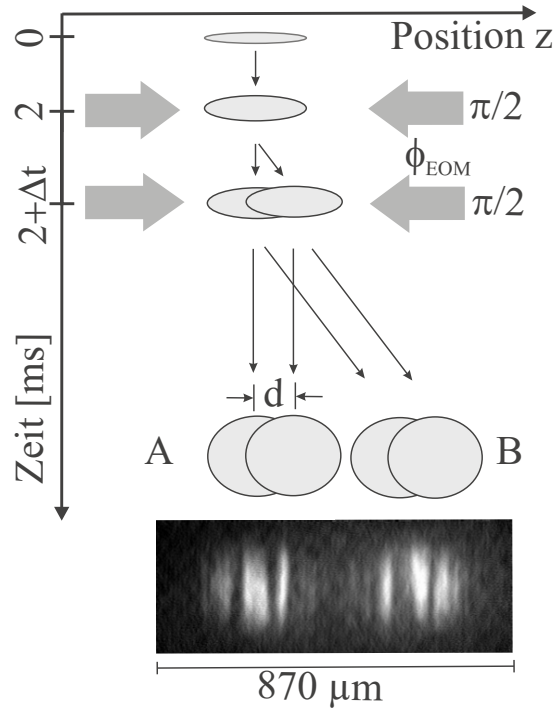


Abbildung 5.12: Interferometrieschema zur Messung der Korrelationsfunktionen phasenfluktuierender Kondensate. 2 ms ballistische Expansion verringern die Dichte und damit störende Effekte durch Mean-Field-Wechselwirkung und Atomstreuung. Zwei $\pi/2$ -Bragg-Pulse erzeugen in jedem Ausgang des Interferometers zwei überlappende Kopien des Kondensats mit einem Versatz d , der durch die Zeit zwischen den Bragg-Pulsen bestimmt ist. Nach einer weiteren Flugzeit sind die Interferometerausgänge räumlich getrennt, ein Absorptionsspektrum wird aufgenommen und einer der beiden Interferometerausgänge ausgewertet. Durch einen elektro-optischen Modulator (EOM) lässt sich die Phase eines Braggstrahles im zweiten Bragg-Puls und damit die relative globale Phase zwischen den beiden interferierenden Kopien des Kondensats im Interferometerausgang variieren.

der Bragg-Streuung einer Materiewelle an einem Gitter aus zwei entgegenlaufenden Lichtstrahlen [118, 119, 120] koppelt durch einen Zwei-Photonen-Übergang auf kohärente Weise zwei Zustände eines Atoms, die sich nur in ihrem Impuls um $2\hbar k$ unterscheiden. Er ist resonant, wenn die relative Verstimmung der beiden Lichtstrahlen so zu der Geschwindigkeit der Atome passt, dass Impuls- und Energieerhaltung erfüllt sind.

Der erste $\pi/2$ -Bragg-Puls teilt das Kondensat in eine kohärente Überlagerung zweier Zustände auf. Eine dieser Teilwellen bewegt sich mit dem Impuls $2\hbar k$ von der anderen weg. In der Zeit Δt zwischen den Bragg-Pulsen legt sie die Strecke

$$d = 2\hbar k \Delta t / m \quad (5.14)$$

zurück. Der zweite $\pi/2$ -Bragg-Puls transferiert wieder jeweils die Hälfte beider Teilwellen in den jeweils anderen Bewegungszustand. Damit erhält man nach dem Interferometer in jedem Ausgang zwei Atomwolken, die um d gegeneinander versetzt sind. Der Ausgang B des Interferometers (rechts in Abb. 5.12) entfernt sich dabei mit der Geschwindigkeit $2\hbar k$ vom Ausgang A. Sobald die beiden Ausgänge sich räumlich klar getrennt haben, wird ein Absorptionsbild des Interferenzmusters aufgenommen. Die Information in den beiden Ausgängen des Interferometers ist komplementär zueinander, daher erfolgt die Analyse allein in Ausgang A.

Die Phasendifferenz $\Delta\phi(z, d)$ zwischen den beiden mit dem Versatz d interferierenden Kondensatkopien an der Stelle z im Interferenzbild nach der Flugzeit t setzt sich aus mehreren Beiträgen zusammen.

$$\Delta\phi(z, d) = \delta\Phi(z, z - d, t) + \alpha(z, z - d, t) + \beta(z, z - d) + \gamma(d) \quad (5.15)$$

Der Phasenfluktuations-Term

$$\delta\Phi(z, z - d, t) = \Phi(z, t) - \Phi(z - d, t) \quad (5.16)$$

beschreibt die Phasendifferenz, die sich aus den Werten des Phasenfluktuationsmusters $\Phi(z, t = 0)$ und $\Phi(z - d, t = 0)$ an den Stellen z und $z - d$ im ursprünglichen Kondensat (die im Interferenzbild an der Stelle z überlappt werden) durch die freie Expansion entwickelt. Für die im Experiment verwendeten Flugzeiten von wenigen 10 ms bleibt das Phasenfluktuationsmuster in guter Näherung eingefroren, daher kann die Abhängigkeit dieses Terms von der Flugzeit vernachlässigt werden.

Der Mean-Field-Expansions-Term

$$\alpha(z, z - d, t) = \frac{m\dot{\lambda}_z(t)}{2\hbar\lambda_z(t)} [z^2 - (z - d)^2] = \alpha' d z + \text{const.} \quad (5.17)$$

ist die Phasendifferenz zwischen zwei Kondensaten im Abstand d , die beide aufgrund der Mean-Field-Wechselwirkung innerhalb des jeweiligen Kondensats eine axiale Beschleunigung erfahren und dadurch ein parabelförmiges Phasenprofil erhalten. Wegen $z^2 - (z - d)^2 = 2dz - d^2$ variiert diese Phasendifferenz linear im Raum. Die Stärke dieser Variation ist proportional zu $\alpha' = (m/\hbar)(\dot{\lambda}_z(t)/\lambda_z(t))$ und zu d .

Der Mean-Field-Abstoßungs-Term [121]

$$\beta(z, z + d) = \frac{m}{\hbar}\delta v \frac{z + (z + d)}{2} = \beta' z + \text{const.} \quad (5.18)$$

ist die Phasendifferenz durch die Mean-Field-Abstoßung zwischen zwei Kondensaten im Abstand d , die zu einer Relativgeschwindigkeit δv der Kondensate führt. Auch dieser Beitrag variiert linear mit z , die Steigung ist $\beta' = (m/\hbar)\delta v$.

Die globale relative Phase

$$\gamma(d) = \delta_{\text{Bragg}}\Delta t + \phi_{\text{Laser}} = \delta_{\text{Bragg}}\frac{md}{2\hbar k} + \phi_{\text{Laser}} \quad (5.19)$$

wird vom Interferometer aufgeprägt. Dabei ist δ_{Bragg} die Verstimmung der Bragg-Laserstrahlen von der Zwei-Photonen-Resonanz. Diese Verstimmung führt während der Zeit Δt zwischen den Bragg-Pulsen zu einer unterschiedlichen Phasenevolution der beiden Kopien. ϕ_{Laser} ist die Änderung der relativen Phase der Bragg-Strahlen zwischen den Bragg-Pulsen. Sie kann durch Aufprägen der Phase ϕ_{EOM} mit einem elektro-optischen Modulator auf einen der Bragg-Strahlen des zweiten Pulses verändert werden.

Die Mean-Field-Terme variieren linear mit dem Ort z im Interferenzbild. Sie erzeugen daher regelmäßige Interferenzstreifen und eine Oszillation der im Interferenzbild beobachteten Dichte mit z .

5.5.1 Interferometrische Messung der Phasenkohärenzlänge — Korrelationsfunktion erster Ordnung

Führt man die oben beschriebene Messung an phasenfluktuierenden Kondensaten durch, so erhält man Bilder wie in Abb. 5.14. Für kurze Zeit δt zwischen den Bragg-Pulsen und damit einen kleinen Versatz d zwischen den überlappenden Kondensatkopien erhält man eine räumlich recht gleichmäßige Verteilung wie in Abb. 5.14 (a). Variiert man nun die relative globale Phase zwischen den Kopien, so erhält man eine Oszillation mit großem Kontrast wie in Abb. 5.13 (a,b). Die Stellen z und $z - d$ mit Abstand d im ursprünglichen Kondensat, die im Interferenzbild an der Stelle z interferieren, sind also phasenkohärent.

Mit einer längeren Zeit Δt zwischen den Bragg-Pulsen und damit größerem Abstand d erhält man Interferenzbilder wie Abb. 5.14 (b) mit einer starken räumlichen Fluktuation der Intensität, also mit einer räumlich stark fluktuierenden relativen Phase zwischen den Kopien. Die zugehörigen Stellen im Ursprungskondensat sind weiter voneinander entfernt und nicht mehr phasenkohärent. Die entsprechende Kontrastoszillation weist eine deutlich verminderte Amplitude auf (Abb. 5.13 (c,d)).

Der Kontrast dieser Oszillation ist die Korrelationsfunktion erster Ordnung. Also erwartet man, durch Auftragen der Amplitude der Kontrastoszillation über dem Versatz d die Abnahme der Korrelationsfunktion erster Ordnung und damit der Phasenkohärenz mit zunehmendem Abstand d der zur Interferenz gebrachten Stellen aus dem ursprünglichen Kondensat zu sehen und aus deren Längenskala die Phasenkohärenzlänge bestimmen zu können.

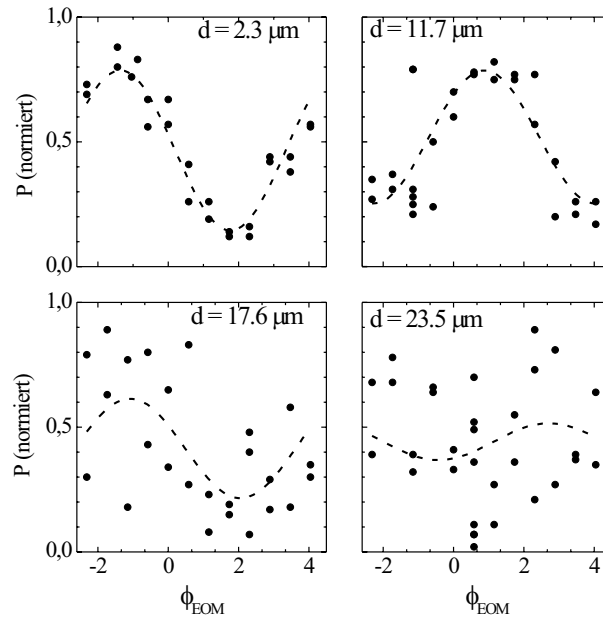


Abbildung 5.13: *Kontrastinterferometrie-Messung: Oszillation der gemessenen Liniendichte im Absorptionbild beim Durchstimmen der relativen Phase zwischen den interferierenden Kondensatkopien. Die Korrelationsfunktion erster Ordnung eines phasenfluktuierenden Kondensates ist der hier beobachtete Kontrast der Oszillation, wenn dieser Kontrast nicht von anderen Störungen dominiert wird.*

Der Versuch, auf diese Weise die Phasenkohärenzlänge zu bestimmen, liefert jedoch einen kleineren Wert als die theoretische Berechnung für die vorliegenden experimentellen Parameter. Eine Vergleichsmessung mit sehr großen und kalten Kondensaten, die keine Phasenfluktuationen enthalten, bestätigt diese Diskrepanz. Auch für solche nicht phasenfluktuierenden Kondensate fällt die Amplitude der Kontrastoszillation schon nach einer Zeit zwischen den Bragg-Pulsen $\Delta t = 2$ bis 3 ms stark ab. Das entspräche nach Gleichung (5.14) einem Versatz von ca. $30 \mu\text{m}$. Damit ist auch ohne Phasenfluktuationen ein unkontrollierter Störeffekt enthalten, der von derselben Größenordnung wie das zu erwartende Signal ist.

Eine Analyse der Vorgänge während des Interferometrieexperiments zeigt, dass merkliche Schwankungen der relativen Phase zwischen den beiden Kondensatkopien schon durch sehr kleine Änderungen Δv der Geschwindigkeitskomponente in axialer Richtung, die das Kondensat beim Ausschaltvorgang der Magnetfalle erhält, verursacht werden. Schon Schwankungen von $\Delta v = 0,04 \mu\text{m/ms}$ verschieben die Bragg-Resonanzfrequenz um $\Delta\delta_{\text{Bragg}} = 2k\Delta v = 640 \text{ Hz}$ und lassen damit die globale Phasendifferenz γ zwischen den Kondensaten nach den

Gleichungen (5.19) und (5.14) schon für $\Delta t = 2,3$ ms um $\pi/2$ schwanken. Damit ist die Kontrastinterferometrie zur Bestimmung der Korrelationsfunktion erster Ordnung sehr empfindlich gegenüber den im Experiment auftretenden Störungen.

5.5.2 Interferometrische Messung der Phasenkohärenzlänge — Korrelationsfunktion zweiter Ordnung

Da man also nicht davon ausgehen kann, dass für jede Wiederholung des Experiments die vom Interferometer aufgeprägte relative Phase die gleiche ist, benötigt man eine Messgröße, die unabhängig von dieser Information ist. Dies wird möglich, indem man die Intensitätskorrelation zwischen zwei Stellen im Interferenzbild bildet. Darin ist die Phaseninformation aus vier Stellen im ursprünglichen Kondensat enthalten. Dies entspricht einer Messung der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung des phasenfluktuierenden Kondensats.

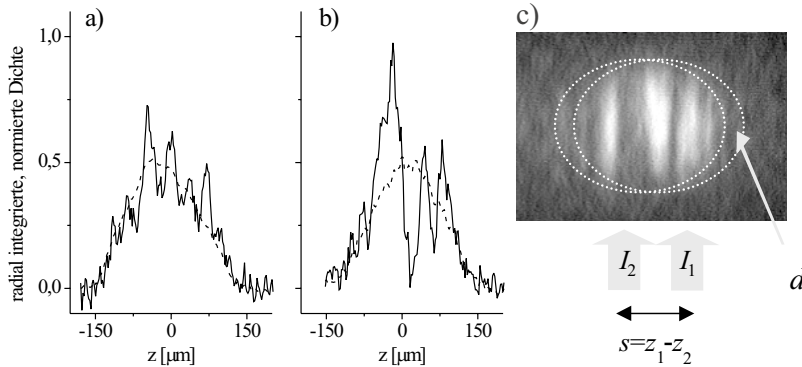


Abbildung 5.14: Intensitätskorrelationen im Interferenzbild aus Ausgang A des Interferometers. (a) Normiertes Liniendichteprofil für kleinen Versatz $d < L_\Phi$ (b) für großen Versatz $d > L_\Phi$ (c) Die Intensitätskorrelationsfunktion wird zwischen Stellen z_1 und z_2 gebildet, die symmetrisch um die Mitte des Bildes liegen und voneinander den Abstand $s = z_1 - z_2$ haben.

Die normierte Intensitätskorrelation wird berechnet als

$$\gamma^{(2)}(z_1, z_2, d) = \frac{\langle (I_1 - \langle I_1 \rangle_{T,\phi})(I_2 - \langle I_2 \rangle_{T,\phi}) \rangle_{T,\phi}}{\sqrt{\langle (I_1 - \langle I_1 \rangle_{T,\phi})^2 \rangle_{T,\phi} \langle (I_2 - \langle I_2 \rangle_{T,\phi})^2 \rangle_{T,\phi}}}. \quad (5.20)$$

Dabei sind I_1 und I_2 die an den Stellen z_1 und z_2 im Interferenzbild entnommenen Werte des radial integrierten Dichteprofiles im Interferometerausgang A

(links in Abb. 5.12). Die durchzuführenden Mittelungen sind die thermische Mittelung $\langle \dots \rangle_T$ über ausreichend viele Wiederholungen des Experimentes mit gleichen experimentellen Anfangsparametern und die Mittelung $\langle \dots \rangle_\phi$ über die Wiederholungen des Experimentes für alle aufgeprägten relativen Phasen ϕ_{EOM} zwischen 0 und 2π .

Für ein phasenfluktuierendes Kondensat, das dieses Interferometer durchläuft, ist diese Intensitätskorrelationsfunktion [16]

$$\begin{aligned} \gamma^{(2)}(z_1, z_2, d) = & \cos[(\alpha'd + \beta')(z_1 - z_2)] \\ & \times \exp \left\{ -\delta_L^2(T) f^{(2)} \left(\frac{z_1}{L}, \frac{z_2 - d}{L}, \frac{z_1 - d}{L}, \frac{z_2}{L} \right) \times \frac{1}{2} \right\} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Diese Korrelationsfunktion ist ein Produkt aus zwei Termen, einem oszillierenden Term, der von den Mean-Field-Termen α und β (Gleichungen (5.17) und (5.18)) herrührt, und einem exponentiell zerfallenden Term, der seine Ursache in den Phasenfluktuationen im Ursprungskondensat hat.

Aus dem Experiment wird die Intensitätskorrelationsfunktion wie folgt gewonnen: Das radial integrierte Dichteprofil $I = I(z, d)$ im Ausgang A des Interferometers wird für verschiedene Werte der globalen relativen Phase gemessen, die gleichförmig zwischen 0 und 2π verteilt sind. Jede Messung wird mehrmals mit nahezu gleichen experimentellen Anfangsbedingungen durchgeführt. Aus all diesen Dichteprofilen wird der Mittelwert $\langle I \rangle_{T,\phi}$ berechnet und für jedes Interferenzbild die Abweichung $I - \langle I \rangle_{T,\phi}$ von diesem Mittelwert berechnet. Diese Differenzprofile werden nach Gleichung (5.20) gemittelt und ergeben die Intensitätskorrelationsfunktion $\gamma^2(z_1, z_2, d)$. Die Stellen z_1 und z_2 , an denen die Intensitätskorrelationsfunktion gebildet wird, werden symmetrisch um die Mitte des Interferenzbildes gewählt, so dass (Abb. 5.15)

$$z_1 = (s + d)/2 = \overline{z}_1 \quad \text{und} \quad z_2 = (-s + d)/2 = \overline{z}_4. \quad (5.22)$$

Eine Darstellung so erhaltener Intensitätskorrelationsfunktionen für einen festen Wert von d als Funktion des Abstandes $s = z_1 - z_2$ ist in Abb. 5.16 gezeigt.

Setzt man z_1 und z_2 aus Gleichung (5.22) in Gleichung (5.21) ein, so ergibt sich mit den Gleichungen (5.11) und (5.10) der Zusammenhang der aus dem Interferenzbild bestimmten Intensitätskorrelationsfunktion mit der Phasenkorrelationsfunktion zweiter Ordnung des ursprünglichen phasenfluktuierenden Kondensats

$$\begin{aligned} \gamma^{(2)}(s, d) = & \cos[(\alpha'd + \beta')s] \times \exp \left\{ -\delta_L^2(T) f^{(2)} \left(\frac{\overline{z}_1}{L}, \frac{\overline{z}_2}{L}, \frac{\overline{z}_3}{L}, \frac{\overline{z}_4}{L} \right) \times \frac{1}{2} \right\} \\ = & \cos[(\alpha'd + \beta')s] g_T^{(2)}(\overline{z}_1, \overline{z}_2, \overline{z}_3, \overline{z}_4). \end{aligned} \quad (5.23)$$

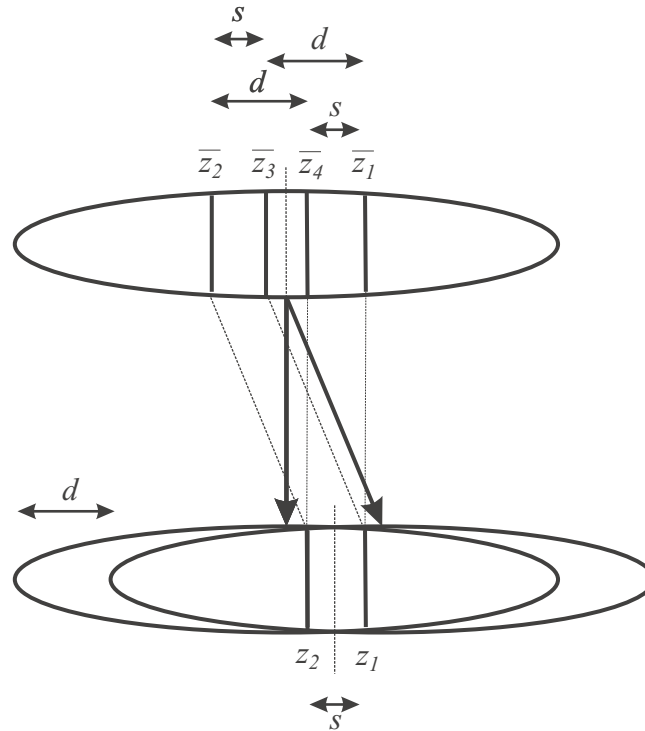


Abbildung 5.15: Symmetrische Wahl der Stellen z_1 und z_2 im Interferenzbild, an denen die Intensitätskorrelationsfunktion bestimmt wird. Mit $z_1 = (s + d)/2 = \bar{z}_1$ und $z_2 = (-s + d)/2 = \bar{z}_4$ liegen sie symmetrisch um die Mitte des Interferenzbildes und haben voneinander den Abstand $s = z_1 - z_2$. d ist der räumliche Versatz zwischen den interferierenden Kondensatkopien.

Durch Anpassen einer exponentiell abfallenden Cosinus-Funktion an Messwerte wie in Abb. 5.16 erhält man die Längenskala der Zerfalls der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung des phasenfluktuierenden Kondensats auf den Wert $1/\sqrt{e}$, also die Phasenkohärenzlänge.

Der Vergleich mit den Werten für die Phasenkohärenzlänge, die man nach den Gleichungen (5.9) und (5.4) für die jeweiligen experimentellen Parameter erwartet, zeigt eine gute Übereinstimmung (Abb. 5.17).

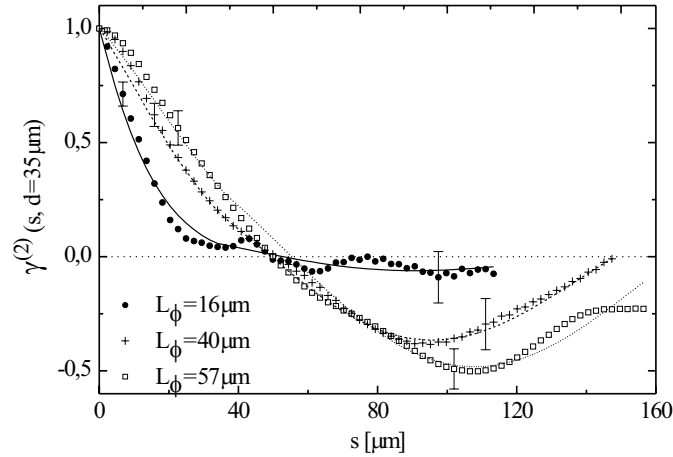


Abbildung 5.16: Aus den gemessenen Interferenzbildern bestimmte Intensitätskorrelationsfunktion erster Ordnung $\gamma^{(2)}(s)$ für $d = 35 \mu\text{m}$. Der exponentiell abfallende Anteil ist die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung $g_T^{(2)}(s)$ des phasenfluktuiierenden Kondensats, der oszillierende Anteil wird durch Mean-Field-Wechselwirkung während der Flugzeit verursacht. Dargestellt sind drei Serien mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen und die zugehörigen Phasenkohärenzlängen.

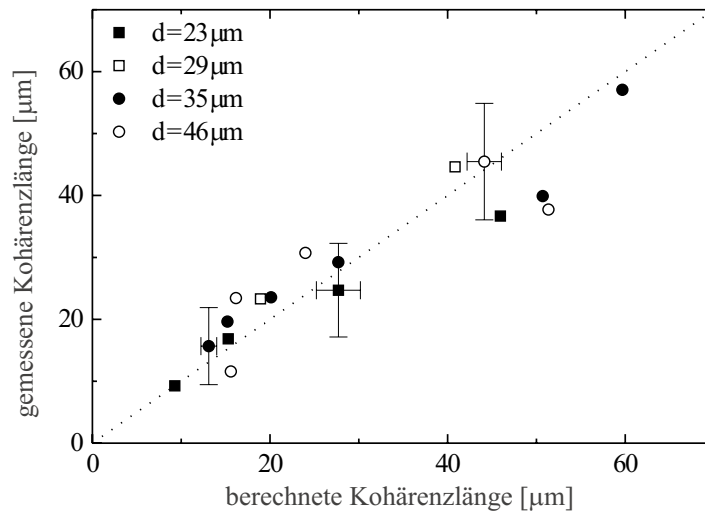


Abbildung 5.17: Gemessene Phasenkohärenzlängen phasenfluktuiierender Kondensate im Vergleich mit den berechneten Werten.

ELONGIERTE KLEEBLATTFALLE — EXPERIMENTELLE SIGNATUREN DER EINDIMENSIONALITÄT

Eindimensionale Systeme quantenentarteter Gase sind aktueller Gegenstand großen theoretischen und jüngst auch zunehmend experimentellen Interesses. Dieses Kapitel beschreibt experimentelle Untersuchungen von Effekten der Eindimensionalität in einer Magnetfalle.

Die auf eine sehr langgestreckte Geometrie optimierte Kleeblattfalle diente, wie in Kapitel 5 beschrieben, zur Untersuchung von dreidimensionalen Bose-Einstein-Kondensaten, deren sehr elongierte Form zum Auftreten von Phasenfluktuationen führt. Dies sind erste Anzeichen einer eindimensionalen Dynamik.

Insbesondere durch die Verwendung kleinerer Teilchenzahlen N_0 ist jedoch darüber hinaus mit dieser Magnetfalle ein Vordringen in Regime der Eindimensionalität möglich. Nach einer Einführung in diese Regime und die in ihnen auftretenden physikalischen Effekte konzentriert sich dieses Kapitel auf die Auswirkungen der Eindimensionalität auf die Oszillationsdynamik entarteter Bose-Gase. Die niedrigste kollektive Anregungsmode und ihre Abhängigkeit von den experimentellen Parametern Temperatur, Schwingungsamplitude und der Quantenentleerung werden vorgestellt.

Auch eine Veränderung der Dimensionalität des Systems beeinflusst diese Frequenz in charakteristischer Weise. Diese theoretische Vorhersage [19] wird beschrieben und experimentell für den Übergang von 3D nach 1D überprüft.

Unter Berücksichtigung der Korrektur für die Wechselwirkung mit der thermischen Wolke (Temperatur-Verschiebung der Frequenz) findet sich eine gute Übereinstimmung von Experiment und theoretischer Vorhersage.

6.1 Entartete eindimensionale Bose-Gase

Die theoretische Untersuchung eindimensionaler Bose-Gase begann 1936, als L. Tonks [122] die Zustandsgleichungen für ein eindimensionales Gas von Teilchen fand, die als harte, elastische Kugeln miteinander wechselwirken. M. Girardeau [123] verstand 1960, dass man das Anregungsspektrum eines solchen quantenmechanischen Bosegases berechnen kann, indem man das System repulsiv wechselwirkender Bosonen abbildet auf ein System nicht wechselwirkender Fermionen. Wenig später wurden der Grundzustand [124] und das Anregungsspektrum [125] eines homogenen eindimensionalen Gases dieser undurchdringlichen Bosonen berechnet.

Die Theorie der undurchdringlichen Bosonen wurde auf endliche Temperaturen erweitert [126, 127], und im Laufe der zwei folgenden Jahrzehnte intensiver ausgearbeitet [128, 129, 130, 131, 132, 133, 134]. Eigenschaften des eindimensionalen Gases undurchdringlicher Bosonen (Tonks-Gas) sind demnach ein quasi-fermionisches Verhalten [123], die Abwesenheit von Bose-Einstein-Kondensation im Grenzfall kleiner Dichte [135, 136, 137, 138, 139] und ein Anregungsspektrum, das sich von dem von der Bogoliubov-Theorie vorhergesagten unterscheidet [125, 140, 141].

Nach der experimentellen Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten in atomaren Gasen geringer Dichte erzeugte die Untersuchung eindimensionaler Bosegase in diesen Systemen großes Interesse. M. Olshanii beschrieb 1998 die Streueigenschaften eindimensionaler bosonischer Systeme im radial harmonischen Potential [142]. Seitdem ist der Übergang von dreidimensionalem zu eindimensionalem Verhalten in elongierten Fallenpotentialen lebendiger Gegenstand theoretischer Untersuchungen [143, 144, 145, 146, 147].

Der Übergang eines System von dreidimensionalem Verhalten zum Tonks-Gas ist begleitet von Änderungen des Dichteprofiles im Grundzustand [148], des Anregungsspektrums [149, 19, 150] und des Expansionsverhaltens [151, 152]. Ebenfalls verändert sind die Kohärenzeigenschaften und die Ein-, Zwei- und Drei-Teilchen-Korrelationen [153, 154, 155, 156]. Damit ist auch eine Reduktion der Dreikörper-Verlustrate [157] verbunden.

Experimentell sind eindimensionale entartete Bosegase durch Verwendung immer langgestreckterer Fallengeometrien erreichbar geworden. Sie zeigten eine radial veränderte Expansionsdynamik [158, 159] und ermöglichen für Kondens-

sate mit attraktiver Wechselwirkung die Beobachtung heller Solitonen [30, 31]. In zweidimensionalen optischen Gittern erzeugte eindimensionale Bosegase [160] zeigten veränderte Anregungszustände [161] und eine Reduktion der Dreikörper-Verlustrate [162]. In zweidimensionalen optischen Gittern mit axial überlagerter periodischen Potential wurde das Anregungsspektrum untersucht und der Übergang von der supraflüssigen zur Mott-Isolator-Phase gemessen [163], kürzlich gelang in einem solchen System die Realisierung eines Tonks-Gases [164].

6.1.1 Der Übergang vom 3D- zum 1D-Mean-Field-Regime

Erhöht man den radialen Einschluss der Falle und verringert man die Teilchenzahl im Kondensat in ausreichendem Maße, so erhält man schließlich ein System, in dem Dynamik nur noch in einer, der axialen Dimension möglich ist. Dies ist in der Regel schon dann der Fall, wenn die Wechselwirkung der Atome noch gut in der Mean-Field-Näherung beschrieben werden kann.

Dieser Übergang von dreidimensionaler zu eindimensionaler Dynamik findet statt, wenn der radiale Einschluss den Wert des chemischen Potentials erreicht. Dann ist der Abstand zwischen den Energieniveaus des radialen harmonischen Oszillators $\hbar\omega_{\perp}$ so groß wie die Wechselwirkungsenergie der Atome,

$$\hbar\omega_{\perp} = \mu \iff \xi = a_{\perp}, \quad (6.1)$$

und die Ausheillänge $\xi = (\hbar^2/m\mu)^{1/2} = (4\pi na)^{-1/2}$ erreicht die radiale Ausdehnung des Grundzustandes der Falle $a_{\perp} = (\hbar/(m\omega_{\perp}))^{1/2}$. Für eine Falle mit gegebener Geometrie bedeutet dies, dass die Teilchenzahl den Wert

$$N_{0,1D} = \sqrt{\frac{32}{225}} \frac{\hbar}{ma^2} \sqrt{\frac{\omega_{\perp}}{\omega_z^2}} \quad (6.2)$$

hat. Wird dieser Punkt deutlich überschritten,

$$\mu \ll \hbar\omega_{\perp} \iff \xi \gg a_{\perp}, \quad (6.3)$$

so genügt die Wechselwirkungsenergie nicht mehr, um radial angeregte Zustände zu besetzen, und die für radiale Anregungen erforderliche Längenskala übersteigt den verfügbaren Raum. Dann befindet sich das System radial im Grundzustand, die radiale Dynamik ist auf Nullpunktsoszillationen beschränkt, und die Dynamik des Systems ist eindimensional.

Dadurch verändern sich die Eigenschaften des Systems. Das Dichteprofil im Grundzustand ist nun in radialer Richtung gaußförmig statt parabelförmig, und die bei der Expansion freigesetzte Energie hängt nicht mehr wie im dreidimensionalen Fall von der Zahl der Atome N_0 ab, sondern erreicht als Grenzwert die Nullpunktsenergie der radialen Dimension.

Die Eindimensionalität der Dynamik zeigt sich auch im Anregungsspektrum des Kondensats. Eine kollektive Anregungsmode, die sowohl axiale als auch radiale Komponenten enthält, ändert ihre Frequenz beim Einfrieren der radialen Dynamik und zeigt so den Grad der Eindimensionalität des Systems an. Die experimentelle Untersuchung einer solchen Mode ist Thema dieses Kapitels.

6.1.2 Der Übergang vom 1D-Mean-Field-Regime zum Tonks-Gas

Senkt man die radiale Ausdehnung des Grundzustandes $a_{\perp} = \sqrt{\hbar/m\omega_{\perp}}$ auf die Größenordnung des effektiven Radiuses der stoßenden Teilchen, so bricht die Mean-Field-Näherung zusammen, und es ändert sich der Charakter der Wechselwirkung. Mit abnehmender 1D-Dichte $n_{1D} = \pi a_{\perp}^2 n$ sinkt die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = (\hbar^2/m)n_{1D}^2$ schneller als die Wechselwirkungsenergie $E_{\text{WW}} = g_{1D}n_{1D}$. Dabei ist g_{1D} die 1D-Kopplungskonstante. Das Verhalten eines eindimensionalen Ensembles sehr geringer Dichte ist daher von der Wechselwirkung zwischen den Atomen dominiert. Damit erreicht das System das sogenannte stark wechselwirkende Regime.

Der Charakter der Wechselwirkung wird durch das Energieverhältnis γ zum Ausdruck gebracht.

$$\gamma = \frac{E_{\text{WW}}}{E_{\text{kin}}} = \frac{g_{1D}n_{1D}}{(\hbar^2/m)n_{1D}^2} = \frac{mg_{1D}}{\hbar^2 n_{1D}} \quad (6.4)$$

Der Übergang zwischen Mean-Field-Regime und stark wechselwirkendem Regime erfolgt, wenn die Wechselwirkungsenergie vergleichbar groß wird wie die kinetische Energie:

$$\gamma = \frac{E_{\text{WW}}}{E_{\text{kin}}} = 1. \quad (6.5)$$

An diesem Punkt ist die 1D-Ausdehnung $\xi_{1D} = \hbar/\sqrt{mn_{1D}g_{1D}}$ gleich dem mittleren Teilchenabstand $1/n_{1D}$:

$$\xi_{1D} = 1/n_{1D}. \quad (6.6)$$

Im 1D-Mean-Field-Regime ist $\gamma \ll 1$, und das Verhalten des Systems wird von der kinetischen Energie dominiert. Die Wechselwirkung wird gut durch das Mean-Field-Modell beschrieben und hat dreidimensionalen Charakter. a_{\perp} ist groß gegen den effektiven Radius der stoßenden Teilchen, daher kann die 1D-Kopplungsstärke g_{1D} als Funktion der dreidimensionalen Streulänge ausgedrückt werden,

$$g_{1D} = -\frac{2\hbar^2}{ma_{1D}}, \quad (6.7)$$

mit der 1D-Streulänge $a_{1D} = -a_{\perp}^2/a$ [142, 148]. Mit dem chemischen Potential nach Lieb und Liniger $\mu = 2\hbar\omega_{\perp}n_{1D}a$ lässt sich daher abschätzen [161]: Für ein entartetes Gas im 1D-Mean-Field-Regime muss die 1D-Dichte $n_{1D} \ll 1/a$ erfüllen, für die Teilchenzahl gilt dementsprechend $N_0 \ll L/a$. Dabei ist L die charakteristische Länge des Systems.

Für $\gamma \gg 1$ erreicht man das Regime stark wechselwirkender Bosegase mit dem Tonks-Gas der undurchdringlichen Bosonen als Grenzfall. Hier dominiert die Wechselwirkungsenergie zwischen den Atomen das Verhalten des Systems. Um sie zu minimieren, reihen sich die Atome wie auf einer Perlenkette auf. Die Wechselwirkung nimmt damit eindimensionalen Charakter an, die 1D-Streulänge erfährt eine Korrektur durch den radialen Einschluss [142]

$$a_{1D} = -\frac{a_{\perp}^2}{a} \left(1 - 1,46(a/\sqrt{2}a_{\perp})\right). \quad (6.8)$$

Diese Korrektur wirkt sich auch auf die 1D-Wechselwirkungsstärke

$$g_{1D} = -\frac{2\hbar^2}{ma_{1D}} \quad (6.9)$$

und das Energieverhältnis

$$\gamma = \frac{E_{\text{WW}}}{E_{\text{kin}}} = -\frac{2}{n_{1D}a_{1D}} \quad (6.10)$$

aus. Da die Wechselwirkungsenergie viel größer ist als die kinetische Energie, tritt bei Stößen zwischen den Atomen Totalreflexion auf. Die Atome können damit in axialer Richtung nicht aneinander vorbeifliegen, und ihre longitudinale Bewegung ist stark korreliert.

6.1.3 Existenz von BEC in eindimensionalen Systemen

Die Frage, ob Bose-Einstein-Kondensation auch in niederdimensionalen Systemen erfolgt, ist seit langer Zeit Gegenstand theoretischer Untersuchungen. Für homogene 1D-Systeme erfolgt nach dem Hohenberg-Mermin-Wagner-Theorem [165, 166] keine Bose-Einstein-Kondensation für endliche Temperaturen.

Nach der Lehrbuch-Herleitung der Bose-Einstein-Kondensation (z.B. [167]) im thermodynamischen Limes (unendlich viele Teilchen) tritt sowohl ohne als auch mit harmonischem Potential keine Bose-Einstein-Kondensation in 1D auf.

Für endlich viele, nicht wechselwirkende Teilchen im harmonischen Potential hingegen tritt BEC in 1D auf [22].

Für den Fall wechselwirkender Teilchen ergibt sich kein Bose-Einstein-Kondensat in einer Dimension, sondern nur eine Besetzung des Grundzustandes,

die mit $\sqrt{N_0}$ skaliert [135, 137]. Die Bedingung für BEC, eine makroskopische Besetzung des Grundzustandes und damit ein Skalieren dieser Besetzung mit N_0 , ist somit nicht erfüllt. Dies gilt auch für ein Tonks-Gas in einer harmonischen Falle [138, 139].

Für den experimentell am relevantesten erscheinenden Fall eines eindimensionalen Gases endlich vieler wechselwirkender Teilchen im harmonischen Potential erfolgt also keine echte Bose-Einstein-Kondensation. Ohne Wechselwirkung dagegen ist für endliche viele Teilchen im harmonischen Potential Bose-Einstein-Kondensation in 1D möglich.

6.2 Quadrupoloszillationen

Die niedrige $m=0$ -Mode ist die kollektive Anregungsmode mit der kleinsten Frequenz. Im vorliegenden Unterkapitel wird sie zunächst zusammen mit den anderen niederenergetischsten kollektiven Moden eingeführt, dann werden die Einflüsse diskutiert, die eine Veränderung ihrer Frequenz bewirken.

6.2.1 Kollektive Anregungen eines Kondensats

Die kollektiven Oszillationsmoden von Bose-Einstein-Kondensaten waren eines der ersten Objekte der experimentellen Untersuchungen an Bose-Einstein-Kondensaten. Ihre Frequenzen wurden theoretisch in [168] vorhergesagt. Die niedrigsten dieser Anregungsmoden sind in Abb. 6.1 dargestellt. Diese Moden wurden sowohl in runden [169, 170] als auch in langgestreckten [171, 172, 87, 173] Fallengeometrien experimentell untersucht. Auch Oberflächen-Anregungen [71] wurden bereits experimentell beobachtet, ebenso die Scheren-Mode (*scissors mode*) [174, 175] sowie ihre Kopplung [176, 177] an andere Moden.

Die Moden werden nach der Quantenzahl m ihres Drehimpulses um die Symmetrieachse des zylindersymmetrischen Kondensats klassifiziert. In den Moden mit $m=0$ ist das Kondensat während der gesamten Oszillation zylindersymmetrisch. Die niedrige $m=0$ -Mode ist die gegenphasige Schwingung der axialen und radialen Ausdehnung des Kondensats, die Frequenz dieser Quadrupolschwingung ist von der Größenordnung der axialen Fallenfrequenz. Bei der hohen $m=0$ -Mode schwingen axiale und radiale Längen des Kondensats in Phase, das Volumen des Kondensats oszilliert, daher wird diese Mode auch die Atmungs-mode des Kondensats genannt. Die Frequenz dieser Mode wird durch die radiale Fallenfrequenz bestimmt.

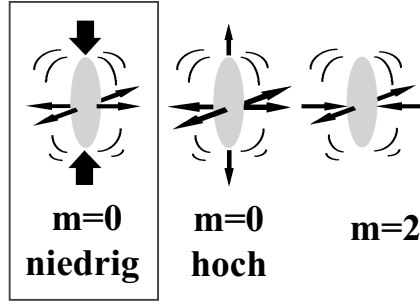


Abbildung 6.1: Die niedrigsten kollektiven Anregungsmoden eines Bose-Einstein-Kondensats [53]. Hervorgehoben ist die in dieser Arbeit als Indikator für Eindimensionalität untersuchte niedrige $m=0$ -Mode (Quadrupolmode).

Die Frequenzen der $m=0$ -Moden sind nach [168] gegeben durch

$$\omega_{\pm}^2 = \omega_{\perp}^2 q_{\pm} \quad (6.11)$$

mit dem allein durch das Aspektverhältnis der Falle bestimmten Geometrieparameter

$$q_{\pm} = \left(2 + \frac{5}{2}\lambda^2 \pm \frac{1}{2}\sqrt{9\lambda^4 - 16\lambda^2 + 16} \right) \quad (6.12)$$

Für elongierte Fallen ist das Aspektverhältnis $\lambda = \omega_z/\omega_{\perp} \ll 1$ und damit $\omega_{-} = \sqrt{5/2}\omega_z$ und $\omega_{+} = 2\omega_{\perp}$.

Die $m=2$ -Mode hat einen nichtverschwindenden Drehimpuls entlang der Achse des Kondensats (z -Achse). Jeweils zwei radiale, senkrecht aufeinander stehende Richtungen schwingen gegenphasig, dabei rotiert die Anregung um die z -Achse. Ihre Frequenz ist [168]

$$\omega_{m=2} = \sqrt{2}\omega_{\perp}. \quad (6.13)$$

6.2.2 Frequenzverschiebung durch endliche Temperatur

Bereits die ersten Messungen des Verhaltens kollektiver Oszillationsmoden in Kondensaten bei endlicher Temperatur [170, 172] zeigten eine Frequenzverschiebung sowie eine temperaturabhängige Dämpfung der Oszillationen. Diese Effekte werden durch die Wechselwirkung des Kondensats mit der thermischen Wolke verursacht. Die theoretische Beschreibung dieser Wechselwirkung wurde in mehreren Schritten entwickelt.

Vernachlässigt man Bewegung und Korrelationen der thermischen Wolke (Popov-Näherung [178, 179, 180]), so ergibt die abstoßende Wechselwirkung

zwischen Kondensat und thermischer Wolke ein effektives, abgeflachtes Fallpotential und damit eine Erniedrigung der Oszillationsfrequenzen. Die Anwendung dieses Modells [181, 182] auf die Experimente in [170] konnte die Ergebnisse jedoch nicht angemessen erklären.

Um die Bewegung der thermischen Wolke zu berücksichtigen, lässt sich die Mean-Field-Wechselwirkung zwischen Kondensat und thermischer Wolke mit einem System gekoppelter Gleichungen beschreiben, indem man die Kopplung an die thermische Wolke als kleine Störung behandelt. Diese Herangehensweise entspricht der Erweiterung der Beliaev-Näherung [183, 184] auf endliche Temperaturen. Korrekturen zur Gross-Pitaevskii-Theorie durch Quanten- und thermische Fluktuationen sind in dieser Vorgehensweise berücksichtigt. Im thermodynamischen Limit (also für große Kondensate) erhielt S. Giorgini [20] damit für die Frequenzverschiebung der niedrigen $m=0$ -Mode als Funktion der Temperatur

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega_-(T)}{\omega_-} = & \frac{21\sqrt{2}}{320\zeta(3)}\eta^3 \left(\frac{N_0}{N}\right)^{1/5} \left[f_-(\lambda) \right. \\ & - \frac{160}{9\sqrt{\pi}} \int_{x=0}^1 \left(x^{3/2}(1-x)^{3/2} G_2(\tau(x)) \right) dx \\ & \left. + \frac{16}{9\sqrt{\pi}} \int_{x=0}^1 \left(x^{1/2}\sqrt{1-x}(4(1-x)^2 + 3f_-(\lambda)(7x^2 - 4x)) G_1(\tau(x)) \right) dx \right]. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Die Abhängigkeit von der Form der Falle beschreibt dabei der Geometrieparameter

$$f_-(\lambda) = \frac{1}{2} - \frac{8 + \lambda^2}{6\sqrt{9\lambda^4 - 16\lambda^2 + 16}}. \quad (6.15)$$

Die Abhängigkeit von der Temperatur ist in den Parametern G_1 und G_2 enthalten

$$G_1(\tau) = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{\pi}}\tau \int_0^\infty dx \frac{1}{e^x - 1} \left(\sqrt{\tau x} - \frac{u-1}{u} \frac{u^2 + u - 1}{u+1} \right), \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} G_2(\tau) = & \frac{\sqrt{32}}{3\sqrt{\pi}}\tau \left\{ \int_0^\infty dx \frac{x}{(e^{x/2} - e^{-x/2})^2} \left[4\sqrt{\tau x} - \frac{\sqrt{u-1}}{u(u+1)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(u-1)^{3/2}}{u} \left(\frac{2u+1}{u+1} \right)^2 \right] - \int_0^\infty dx \frac{1}{e^x - 1} \frac{\sqrt{u-1}}{u(u+1)} \right\}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Dabei sind

$$u = \sqrt{1 + \tau^2 x^2}, \quad (6.18)$$

$$\tau(x) = \left(\frac{N_0}{N} \right)^{-2/5} \frac{t}{\eta} \frac{1}{x}, \quad (6.19)$$

und t ist die Temperatur in Einheiten der kritischen Temperatur T_c^0 aus Gleichung (2.19)

$$t = \frac{T}{T_c^0}. \quad (6.20)$$

Der Wechselwirkungsparameter η ist durch Gleichung (2.27) gegeben.

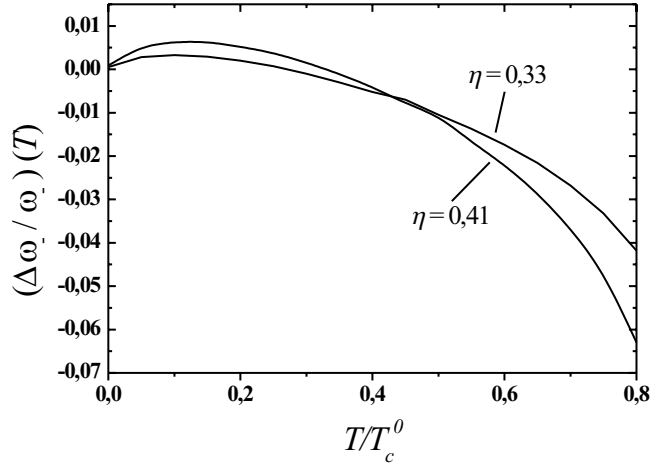


Abbildung 6.2: Frequenzverschiebung $\delta\omega_-(T)/\omega_-$ der niedrigen $m=0$ -Mode als Funktion der Temperatur für verschiedene, für die durchgeführten Experimente typischen Werte des Wechselwirkungsparameters η

Für Experimente in runden Fallengeometrien wie der TOP-Falle [175, 170] gestaltete sich die theoretische Beschreibung des Falles endlicher Temperaturen komplizierter. Da in dieser Geometrie die Anregungsmoden des Kondensats und der thermischen Wolke ähnliche Frequenzen haben, werden beide Komponenten zur Schwingung angeregt oder regen sich gegenseitig zur Schwingung an. Diese Überlagerung der Kondensat- und thermischen Oszillation wird erst dann gut beschrieben, wenn man die volle Dynamik der thermischen Wolke mitberücksichtigt [185, 140]. Eine Vernachlässigung der Fluktuationen der thermischen Komponente [180] oder eine störungstheoretische Behandlung [20] reicht in diesen Fällen nicht aus.

6.2.3 Frequenzverschiebung durch große Schwingungsamplitude

Bei großer Schwingungsamplitude ist die Oszillationsfrequenz gegenüber ihrem Grenzwert für kleine Amplituden erhöht. Dies wurde theoretisch vorhergesagt

[186] und experimentell beobachtet [53].

In der theoretischen Beschreibung unterscheidet man zwischen der Auslenkung $\xi_-(t)$ und der Amplitude $A = \Delta\xi_-$ der niedrigen $m=0$ -Mode einerseits und der dem entsprechenden Auslenkung $b_z(t)$ und Amplitude $A_z = \Delta b_z$ der Oszillation der Länge des Kondensats andererseits. In der Näherung kleiner Amplituden ist die Frequenzverschiebung der niedrigen $m=0$ -Mode beschrieben durch [186]:

$$\frac{\delta\omega_-(A)}{\omega_-} = \delta_-(\lambda)A^2. \quad (6.21)$$

Der Geometrieparameter ist hier

$$\begin{aligned} \delta_- = & \frac{5}{2}\lambda^2 \frac{(q_+ - 2)(q_- - 4)(q_- - 5)}{(4q_- - q_+)(q_+ - q_-)^2} \left[-1 + \frac{15}{4} \frac{\lambda^2}{q_-^2} \right] \\ & - \frac{15}{16} \frac{1}{(q_+ - q_-)^2} \left[-q_- + 2\lambda^2 q_- - 9\lambda^2 + 8 \right]^2 - \frac{9}{4} \frac{q_+ - 4}{q_- (q_- - q_+)} \\ & - \frac{3}{20} \frac{q_- - 3}{q_- - q_+} \left[-10\lambda^2 q_- + 37\lambda^2 + 11q_- - 54 \right]. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Die relative Auslenkung der Oszillation der Kondensatlänge in einem angelegten Kondensat ist

$$b_z(t) = 1 + (q_- - 4)\xi_-(t) + (q_+ - 4)\xi_+(t) \quad (6.23)$$

Da die niedrige $m=0$ -Mode nur sehr schwach an die hohe $m=0$ -Mode koppelt, kann deren Auslenkung $\xi_+(t)$ vernachlässigt werden. Zudem ist für elongierte Fallen $\lambda \ll 1$ und damit $q_- \approx (5/2)\lambda^2$ vernachlässigbar klein.

Damit ist die relative Amplitude der Oszillation der Kondensatlänge

$$\Delta b_z = 4\Delta\xi_- \iff A_z = 4A \quad (6.24)$$

Die Amplitude $A = \Delta\xi_-$ der niedrigen $m=0$ -Mode ist damit um den Faktor 4 kleiner als die experimentell direkt messbare Amplitude $A_z = \Delta b_z$ der durch sie verursachten axialen Längenänderung des Kondensats. Die Frequenzänderung ist damit

$$\frac{\delta\omega_-(A_z)}{\omega_-} = \delta_-(\lambda) \frac{A_z^2}{16}. \quad (6.25)$$

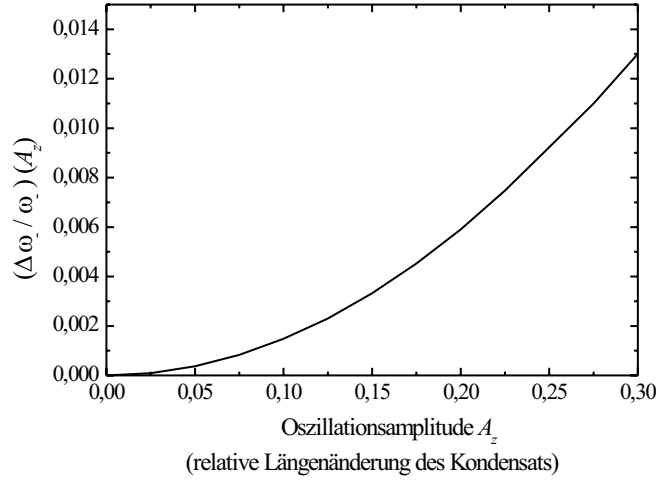


Abbildung 6.3: Frequenzverschiebung $\delta\omega_-(A_z)/\omega_-$ der niedrigen $m=0$ -Mode als Funktion der Schwingungsamplitude

Für experimentell typische Schwingungsamplituden der Kondensatlänge bis zu 20 % bedeutet das Korrekturen von bis zu $-0,5\%$. Diese sind deutlich kleiner als die Korrekturen durch den Einfluss der thermischen Wolke.

6.2.4 Frequenzverschiebung durch Quantenentleerung

An Stellen mit hoher Wechselwirkungsstärke η werden Atome aus dem kondensierten Zustand herausgedrängt. Diese Quantenentleerung (quantum depletion) ist in ^{87}Rb -Kondensaten ein sehr kleiner Effekt, in Wasserstoff-Kondensaten begrenzte sie allerdings den möglichen Kondensatanteil auf wenige Prozent.

Ihre Auswirkung auf die Frequenz ω_- ist nach [187] gegeben durch

$$\frac{\delta\omega_-(\eta)}{\omega_-} = \frac{21\sqrt{2}}{320\zeta(3)}\eta^3 f_-(\lambda) \quad (6.26)$$

mit dem Wechselwirkungsparameter η aus Gleichung (2.27), dem Geometrie-parameter f_- aus Gleichung (6.15) und dem Aspektverhältnis $\lambda = \omega_z/\omega_\perp$ der Falle. Diese Frequenzverschiebung bleibt für die experimentellen Parameter der in diesem Kapitel beschriebenen Experimente unter $0,1\%$ und kann daher gegenüber den anderen Korrekturen vernachlässigt werden.

6.3 Theoretische Vorhersage des Verlaufs von ω_- in den Regimen der Eindimensionalität

Die Dynamik der niedrigen $m=0$ -Mode besteht aus einer axialen Oszillation, der eine radiale Komponente beigemischt ist. Da die axiale Komponente überwiegt, lässt sie sich in allen Regimen der Eindimensionalität anregen. Ihre Frequenz ω_- verändert sich zwischen den Regimen in einer Weise, die zur Charakterisierung der Bereiche der Eindimensionalität verwendet werden kann.

Ein dreidimensionales Kondensat befindet sich im 3D-Mean-Field-Regime. In ihm sind die Frequenzen der kollektiven Anregungsmoden gegenüber einem thermischen Ensemble erniedrigt. Die Frequenz der niedrigen $m=0$ -Mode ω_- ist für thermische Atome $2\omega_z$, im dreidimensionalen Kondensat dagegen $\sqrt{5/2}\omega_z$ [168].

Mit dem Übergang ins 1D-Mean-Field-Regime friert die radiale Dynamik des Kondensats und damit auch der radiale Anteil der niedrigen $m=0$ -Mode aus. Ihre Frequenz erhöht sich dabei auf $\omega_- = \sqrt{3}\omega_z$ [188, 189, 149].

Der Übergang vom 1D-Mean-Field Regime zum Tonks-Gas verändert den Charakter der Wechselwirkung. Er endet in einer eindimensionalen Kette elastisch stoßender harter Kugeln, in der sich Schall genauso schnell ausbreitet wie in einem Gas freier Teilchen. Damit ist hier die Frequenz der niedrigen $m=0$ -Mode gleich der eines thermischen Gases: $\omega_- = 2\omega_z$.

Die Übergänge zwischen diesen Bereichen wurden von C. Menotti und S. Stringari theoretisch untersucht [19]. Die Resultate zeigen, wie ω_- die Regime der Eindimensionalität und die Übergänge zwischen ihnen charakterisiert (Abb. 6.4). Als Maßzahl für den Grad der Eindimensionalität des Systems wird in dieser Abbildung das Produkt $N_0\lambda$ aus Teilchenzahl und Aspektverhältnis der Falle verwendet. Je weniger Teilchen im System sind und je langgestreckter die Falle ist, desto kleiner ist diese Maßzahl, und desto weiter stößt das System in die Eindimensionalität vor.

Wie man weiter in Abb. 6.4 sieht, hängt der genaue Kurvenverlauf in den Übergangsbereichen zusätzlich in unterschiedlicher Weise vom Verhältnis a/a_\perp der Streulänge a zur radialen Ausdehnung des Grundzustandes der Falle a_\perp ab. Dieses Verhältnis ist ein Maß dafür, wie eng die Falle im Vergleich zur Teilchengröße ist. Der Übergang vom 1D-Mean-Field-Regime zum Tonks-Gas wird durch eine enge Falle gefördert, er wird von dem Parameter $N_0\lambda(a_\perp/a)^2$ eindeutig charakterisiert. Der Übergang vom 3D-Mean-Field-Regime zum 1D-Mean-Field-Regime erfolgt schneller in einer weiten Falle, in der bei gleichem Aspektverhältnis mehr Atome im radialen Grundzustand Platz finden, der charakteristische Parameter für diesen Übergang ist daher $P = N_0\lambda a/a_\perp$ (Abb.

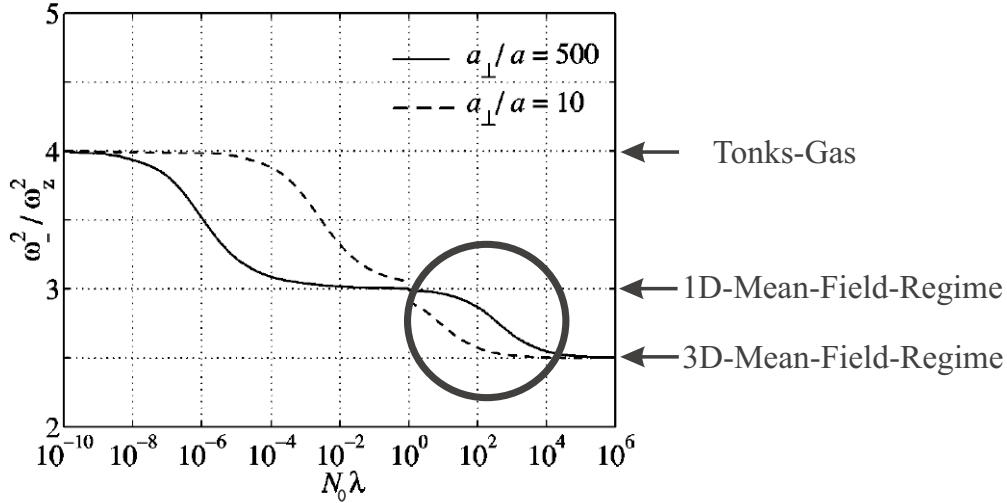


Abbildung 6.4: Theoretische Vorhersage der Charakterisierung der Regime der Eindimensionalität durch die Frequenz ω_- der niedrigen $m=0$ -Mode, nach [19]. Die Frequenz ω_- ist auf die Fallenfrequenz normiert und quadratisch aufgetragen über dem Produkt von Teilchenzahl N_0 und Aspektverhältnis $\lambda = \omega_z / \omega_\perp$ der Falle. Der Verlauf in den Übergangsbereichen hängt ab vom Verhältnis von radialer Ausdehnung des Grundzustandes der Falle a_\perp zur Streulänge a . Hervorgehoben ist der in dieser Arbeit untersuchte Übergangsbereich zwischen dem 3D-Mean-Field-Regime und dem 1D-Mean-Field-Regime.

6.5)

Die hier vorgestellte theoretische Vorhersage geht von den hydrodynamischen Gleichungen aus und beschreibt das Kondensat entlang der axialen Richtung in der Näherung der lokalen Dichte (LDA, local density approximation). Aus den damit bestimmten Dichteprofilen werden die Oszillationsfrequenzen gewonnen. Diese Näherung der lokalen Dichte ist nur gültig, wenn die axiale Ausdehnung des Kondensats deutlich größer ist als die Grundzustandsausdehnung des axialen harmonischen Oszillators ($L_z \gg a_z$). Dies lässt sich in Form der folgenden Bedingung schreiben:

$$\chi = \left(\frac{N_0 a}{\sqrt{\lambda} a_\perp} \right)^{1/3} \gg 1. \quad (6.27)$$

In den im weiteren Verlauf dieses Kapitels vorgestellten Messungen wird für die kleinsten Teilchenzahlen $\chi = 5$. Die gute Übereinstimmung mit den experimentellen Resultaten des folgenden Unterkapitels deutet darauf hin, dass dies genügt, um die Aussagekraft der Näherung der lokalen Dichte zu erhalten.

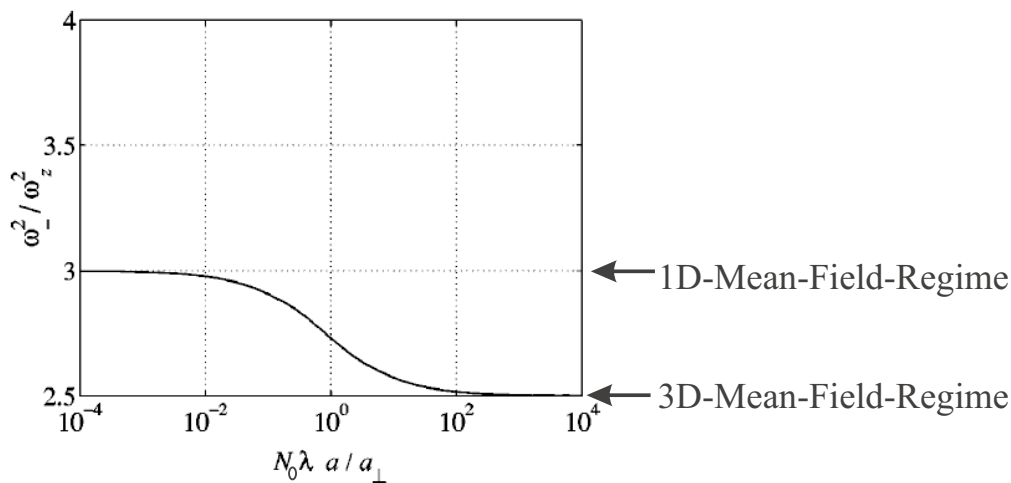


Abbildung 6.5: Theoretische Vorhersage der Charakterisierung des Übergangs vom 3D-Mean-Field-Regime zum 1D-Mean-Field-Regime durch die Frequenz ω_- der niedrigen $m=0$ -Mode, nach [19]. Maßstab für diesen Übergang ist der Eindimensionalitätsparameter $N_0 \lambda a / a_\perp$.

6.4 Experimentelle Anregung und Messung der Quadrupoloszillationen

Wie in Kapitel 5.3 beschrieben, wurde in der langgestreckten Kleeblattfalle ein $|F=1\rangle$ - ^{87}Rb -Kondensat erzeugt. Anschließend wurde das Radiofrequenzmesser bei verringerter Intensität auf einen deutlich höheren Wert gestellt, um ein Aufheizen des Kondensats in der Falle zu minimieren (Radiofrequenz-Schild) und gleichzeitig eine Oszillationsbewegung in der Falle zu ermöglichen, ohne dass das Radiofrequenzmesser diese Oszillation beeinflusst.

Zur Anregung der niedrigen $m=0$ -Mode wurde eine Frequenz gewählt, die mittig zwischen den Werten $\sqrt{5/2}\omega_z$ und $\sqrt{3}\omega_z$ liegt. Mit dieser Frequenz wurde das Fallenpotential für 5 Oszillationsperioden moduliert und so die niedrige $m=0$ -Mode angeregt. Nach einer variablen Wartezeit τ , während der das Kondensat in der Magnetfalle oszilliert, wurde die Magnetfalle ausgeschaltet und das Ensemble nach einer Flugzeit ein Absorptionsbild erstellt.

Diesen Daten wurde, wie in Kapitel 2.2.4 beschrieben, eine bimodale Verteilung angefitet, und neben Parametern wie Temperatur und Teilchenzahl das Aspektverhältnis des Kondensats entnommen. Diese Messung wurde für verschiedene Haltezeiten τ in der Magnetfalle durchgeführt, um die Oszillation in der Falle stroboskopisch abzutasten. Außerdem wurde die Teilchenzahl N_0 im Kondensat variiert, um den Grad der Eindimensionalität $P = N_0 \lambda a / a_\perp$

des Systems im Übergangsbereich zwischen dem 3D-Mean-Field- und dem 1D-Mean-Field-Regime zu verändern.

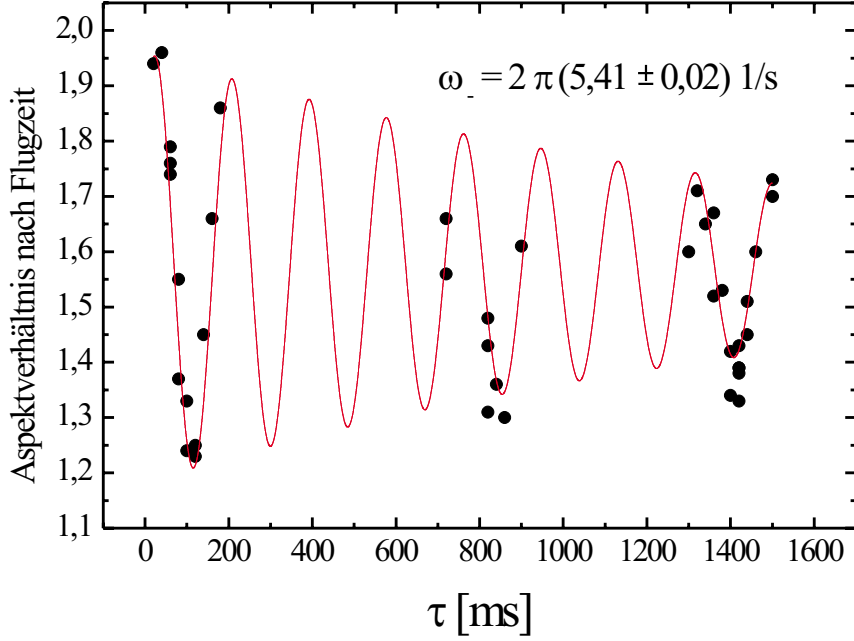


Abbildung 6.6: *Fit der ω_- -Oszillation für $P = N_0 \lambda a / a_{\perp} = 13,3$ und $t = T / T_c^0 = 0,34$*

Die so erhaltenen Daten wurden nach dem Eindimensionalitätsparameter $P = N_0 \lambda a / a_{\perp}$ sortiert. Daten mit gleichem oder nahezu gleichem P wurden zu einem Datensatz zusammengefasst und das Aspektverhältnis des Kondensats im Flugzeitbild über τ aufgetragen und gefittet, um die Frequenz der Oszillation zu entnehmen. Für einen der Datensätze ist dies in Abb. 6.6 dargestellt.

Da die vorliegenden Messungen bei endlichen Temperaturen durchgeführt wurden, enthalten diese Oszillationsfrequenzen $\omega_-(P)$ einen Einfluss der thermischen Wolke. Daher wurde für jeden ermittelten Frequenzwert für den jeweils zugehörigen Datensatz der Mittelwert für Temperatur t und Teilchenzahlen bestimmt und die Frequenz nach Gleichung (6.14) um die Frequenzverschiebung $\delta\omega_-(T)$ durch endliche Temperatur korrigiert. Ein Vergleich der so erhaltenen Korrekturen mit den beobachteten Abweichungen der experimentell bestimmten Frequenzen $\omega_-(P)$ von der theoretischen Vorhersage nach [19] zeigt eine gute Übereinstimmung (Abb. 6.7).

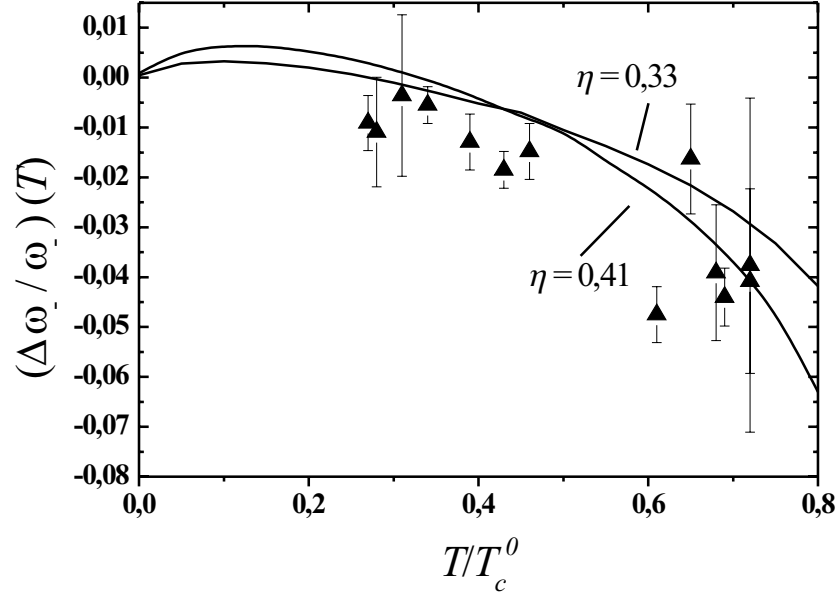


Abbildung 6.7: Frequenzkorrekturen $\delta\omega_{-}(T)/\omega_{-}$ aufgrund endlicher Temperaturen nach [20] im Vergleich zur beobachteten Frequenzdifferenz zwischen Experiment und Vorhersage nach [19]. Der Wechselwirkungsparameter η variierte aufgrund von den im Experiment verwendeten verschiedenen Teilchenzahlen zwischen 0,33 und 0,41.

Aus der relativen Oszillationsamplitude der Länge des Kondensats nach der Flugzeit t $A_z(t)$ erhält man die relative Oszillationsamplitude der Länge des Kondensats in der Falle $A_z = A_z(t)/\sqrt{1 + (\omega_{-}t)^2}$. Die zugehörigen Korrekturen $\delta\omega_{-}(A_z)/\omega_{-}$ nach Kapitel 6.2.3 sind deutlich kleiner als die Werte von $\delta\omega_{-}(T)/\omega_{-}$. Mit diesen Korrekturen für Temperatur und Schwingungsamplitude lässt sich nun die gemessene Abhängigkeit der Frequenz der niedrigen $m=0$ -Mode von dem Eindimensionalitätsparameter P darstellen (Abb. 6.8).

Die aufgetragenen Daten sind mit zwei unterschiedlichen Einstellungen für die Falle aufgenommen. Die maximal langgestreckte Konfiguration hatte die Fallenfrequenzen $\omega_z = 2\pi \times (3,33 \pm 0,01)$ 1/s und $\omega_{\perp} = 2\pi \times (385 \pm 20)$ 1/s und einen sehr niedrigen Fallenboden von $B_0 = 0,24$ bis 0,30 G. In der anderen Konfiguration ergaben sich bei einem Fallenboden $B_0 \approx 0,55$ G die Fallenfrequenzen $\omega_z = 2\pi \times (3,40 \pm 0,01)$ 1/s und $\omega_{\perp} = 2\pi \times (265 \pm 5)$ 1/s. Für die gemeinsame Darstellung wurde auf die jeweilige axiale Frequenz normiert.

Das Kriterium aus Gleichung (6.2) für die Grenze zwischen 3D-Mean-Field-

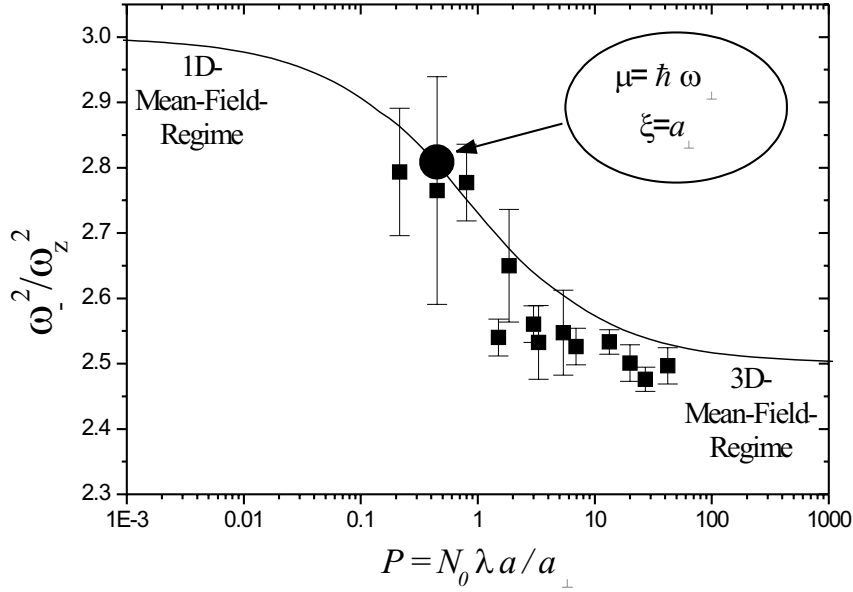


Abbildung 6.8: Ergebnis der Messung von ω_- im Übergangsbereich zwischen 3D und 1D. Enthalten ist die Korrektur für die Frequenzverschiebung durch die thermische Wolke und endliche Schwingungsamplitude. Die durchgezogene Kurve zeigt zum Vergleich die theoretische Vorhersage [19]. Der runde Punkt kennzeichnet die Grenze zwischen den Regimen nach Gleichung (6.2). Wegen $\lambda \approx 0,01$ und $a/a_\perp \approx 0,01$ wird er bei einer Teilchenzahl von $N_0 \approx 4000$ erreicht.

Regime und 1D-Mean-Field-Regime bedeutet für den Wert des Parameters P :

$$P_{1D} = N_{0,1D} \lambda a / a_\perp = \sqrt{\frac{32}{225}} \approx 0,38. \quad (6.28)$$

Dieser Wert ist in Abb. 6.8 eingezeichnet. Die experimentellen Messungen dringen bis über diese Grenze in das 1D-Mean-Field-Regime vor.

AUSBLICK

Die in dieser Arbeit aufgebaute 8-Dee-Magnetfalle mit exzellentem optischen Zugang und guter Stabilität des Fallenbodens ermöglichte Experimente mit optischen Dipolfallen zu Spinor-Kondensaten [13, 23] und Feshbach-Resonanzen [190]. Eine weitere Falle des 8-Dee-Typs befindet sich bereits im Aufbau für ein Experiment mit ultrakaltem K und Rb [191] und ist zur Nutzung von Feshbach-Resonanzen in diesem System für Magnetfelder von bis zu 1000 G ausgelegt.

Die Optimierung und Stabilisierung der Kleeblattfalle war wesentliche Voraussetzung für die Experimente an stark elongierten Systemen bei kleinen Teilchenzahlen. Darüber hinaus ermöglicht sie nun Experimente mit höheren Ansprüchen an Reproduzierbarkeit in der Herstellung der BECs, schafft neue Manipulationsmöglichkeiten für Kondensate und eine bessere Kontrolle der Magnetfeldparameter.

Der gefundene Indikator für Eindimensionalität im Oszillationsverhalten entarteter Quantengase ist auch beim weiteren Vordringen in die Eindimensionalität experimentell wertvoll und aussagekräftig. Auch Regime, in denen man nicht mehr vom Vorhandensein eines Kondensats sprechen kann, werden noch gut von ihm gekennzeichnet.

Die Messungen in dieser Arbeit zur Eindimensionalität reizen die Grenzen einer bestehenden Kleeblattfalle zu hohem Aspektverhältnis und kleinen Teilchenzahlen aus. Eine Methode, um diese Grenzen zu überschreiten, ist die Verwendung von optischen Gittern. Diese ermöglichen sehr hohe Fallenfrequenzen und damit einen sehr starken Einschluss. In einem zweidimensionalen optischen Gitter sind die gefangenen Atome an vielen Gitterplätzen nebeneinander angeordnet. In dieser Anordnung lassen sich die Oszillationsfrequenzen als kollektiver

Effekt auch dann noch messen, wenn die Atomzahl in einem einzelnen Potentialtopf zu klein für einen Nachweis ist. Für Ensembles im 1D-Mean-Field-Regime ist dies inzwischen bereits gelungen [161].

Auf dem Weg in die Eindimensionalität über das 1D-Mean-Field-Regime bis hin zum Tonks-Gas begegnet man einer Fülle neuer Eigenschaften. Zu ihnen zählen neben dem charakteristischen Oszillationsverhalten beispielsweise eine Änderung der Korrelationseigenschaften und des Expansionsverhaltens. Das Tonks-Gas, in dem die Bosonen fermionische Eigenschaften annehmen, weil ihre Wechselwirkung so stark dominiert, dass sie sich wie auf einer Perlenkette aufreihen und jeder Stoß eine Totalreflexion bedeutet, ist seit jüngstem in optischen Gittern für Quasiteilchen mit sehr kleiner effektiver Masse in experimentelle Reichweite gerückt [164].

Da in optischen Gittern auch Atome zwischen den Gitterplätzen wechselwirken können, lassen sich stark korrelierte Gittergase untersuchen, unter Nutzung der guten Manipulations- und Detektionsmöglichkeiten für ultrakalte atomare Gase. Sie bieten daher pure Systeme zum Studium von Analogien zur Festkörperphysik und den Auswirkungen der Wechselwirkung quantenarteter Systeme z.B. auf ihre Statistik.

Eine Weiterentwicklung der Magnetfallentechnik ist nach wie vor gefragt. So wird gegenwärtig in unserer Arbeitsgruppe ein neues Experiment aufgebaut, das ein kontinuierliches Nachladen einer Magnetfalle zum Ziel hat. Dies ist ein wichtiger Schritt auf dem Weg zu einem kontinuierlichen Atomlaser.

Sowohl bei der Weiterentwicklung der Fallen für Bose-Einstein-Kondensate als auch beim Vordringen in niederdimensionale Systeme hat diese Arbeit wichtige Impulse gesetzt. Beides verspricht auch in Zukunft viel spannende Physik.

DAS RUBIDIUM-ATOM

Durch sein übersichtliches Termschema und die günstige Lage seiner optischen Übergänge, die mit Festkörperlasern wie z. B. Diodenlasern oder einem Titan:Saphir-Laser getrieben werden können, eignet sich das Alkalimetall Rubidium hervorragend für die Laserkühlung. Auf den optischen Übergängen vom Grundzustand 5S zu den ersten angeregten Niveaus 5P absorbiert es Licht am roten Ende des Spektralbereichs mit einer Wellenlänge von knapp 800 nm. Die Farbe dieses Lichtes (lat. *rubidus* = dunkelrot) gab ihm seinen Namen. Der 5S-Zustand ($L = 0$) und die 5P-Zustände ($L = 1$) unterscheiden sich im Wert des Bahndrehimpulses des Valenzelektrons. Dies erklärt die Energiedifferenz zwischen diesen Zuständen. Denn Zustände mit kleinerem L haben eine höhere Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Valenzelektrons in der Nähe des Atomkerns, wo dessen anziehendes Potential weniger stark durch die Elektronenhülle der tieferliegenden Schalen abgeschirmt wird.

Eine weitere Aufspaltung der Energieniveaus erfolgt durch Kopplung von Drehimpulsen. Ein Drehimpuls eines geladenen Teilchens bedeutet einen Kreisstrom und damit ein magnetisches Moment. Die verschiedenen Einstellungsmöglichkeiten zweier solcher magnetischen Momente zueinander besitzen unterschiedliche Energien.

Die Kopplung von Elektronen-Bahndrehimpuls \vec{L} und Elektronenspin \vec{S} zum Elektronen-Gesamtdrehimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ spaltet Niveaus mit $L \neq 0$ in Dubletts auf. Durch diese Feinstrukturaufspaltung in die Niveaus $|J\rangle$ haben die D1-Linie ($\lambda \approx 795$ nm) und die D2-Linie ($\lambda \approx 780$ nm) unterschiedliche Wellenlängen.

Die Kopplung des Elektronen-Gesamtdrehimpulses \vec{J} und des Kernspins \vec{I} zum Gesamt-Drehimpuls $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ bewirkt die Hyperfeinaufspaltung. Für

die an der D2-Linie von ^{87}Rb beteiligten Energieniveaus ist die resultierende Hyperfeinstruktur in Abb. A.1 dargestellt.

In einem äußeren Magnetfeld \vec{B} werden diese Hyperfeinniveaus $|F\rangle$ in die Zeeman-Zustände $|m_F\rangle$ aufgespalten, die den möglichen Orientierungen des Gesamtdrehimpulses \vec{F} relativ zur Magnetfeldrichtung entsprechen. Die Größe dieser Zeeman-Aufspaltung zwischen benachbarten Niveaus ist $U = \mu_B g_F B$. Zusammen mit dem Wert des Landé-Faktors g_F ist sie in Abb. A.1 für jedes Hyperfeinniveau angegeben.

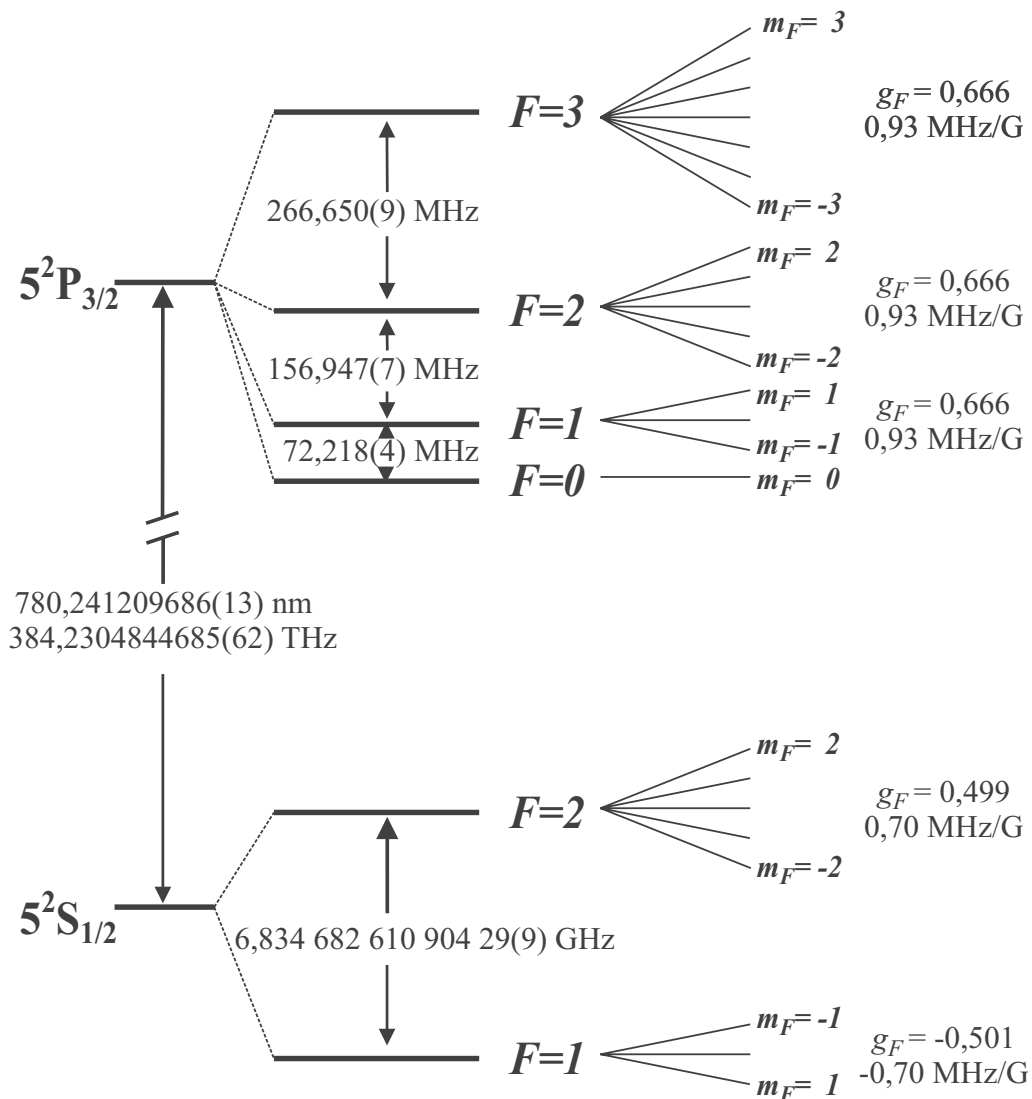


Abbildung A.1: Hyperfeinstruktur der D2-Linie von ^{87}Rb nach [192] (angeregter Zustand) und [193] (Grundzustand). Für jedes Niveau ist auch der Landé-Faktor g_F und die Zeemanaufspaltung benachbarter Niveaus angegeben.

Einige Naturkonstanten (Tabelle A.1) und wesentliche Eigenschaften des in dieser Arbeit verwendeten Isotops ^{87}Rb (Tabellen A.2, A.3, A.4, A.5) sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Eine schöne Übersicht der Eigenschaften von ^{87}Rb findet sich darüber hinaus in [56].

Lichtgeschwindigkeit	c	$2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$ (exakt)
Planck'sches Wirkungsquantum	$h = 2\pi\hbar$	$6,62606876(52) \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Elementarladung	e	$1,602176462(63) \times 10^{-19} \text{ C}$
Bohr'sches Magneton	μ_B	$9,27400899(37) \times 10^{-24} \text{ J/T}$ $= h \cdot 1,399624624(56) \text{ MHz/G}$
Bohr'scher Radius	a_0	$0,5291772083(19) \times 10^{-10} \text{ m}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$1,3806503(24) \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Tabelle A.1: *Einige fundamentale Naturkonstanten [194, 195]*

Natürliche Häufigkeit		$27,83(2)\%$ [196]
Kernspin	I	$3/2$
Masse	m	$1,44316060(11) \times 10^{-25} \text{ kg}$ [197]
Sättigungsdampfdruck bei 25°C	p_{sat}	$2,3 \times 10^{-7} \text{ mbar}$ [198]

Tabelle A.2: *Eigenschaften von ^{87}Rb*

Grundzustand		$5s^2S_{1/2}$
angeregter Zustand		$5p^2P_{3/2}$
Frequenz	ω_0	$2\pi \cdot 384,2304844685(62)$ THz [192]
Wellenlänge im Vakuum	$\lambda = c/(2\pi\omega_0)$	780,241209686(13) nm
Wellenlänge in Luft	λ_{Luft}	780,03200 nm
Lebensdauer des angeregten Niveaus	τ	26,24(4) ns [199]
Natürliche Linienbreite (FWHM)	$\Gamma = 1/\tau$	$2\pi \cdot 6,065(9)$ MHz
Rückstoßgeschwindigkeit	$v_r = h/(\lambda m)$	5,8845 mm/s
Rückstoßtemperatur	$T_R = h^2/(3\lambda^2 m k_B)$	181 nK
Dopplertemperatur	$T_D = \hbar\Gamma/(2k_B)$	146 μ K

Tabelle A.3: Optische Eigenschaften der D2-Linie von ^{87}Rb

Dipolmoment	d	$2,989(3)ea_0$ $= 2,534(3) \times 10^{-29}$ C·m
Sättigungsintensität	$I_{\text{sat}} = \pi\hbar c/(3\lambda^3\tau)$	$1,669(2)$ mW/cm ²
resonanter Streuquerschnitt	$\sigma_0 = \hbar\omega\Gamma/(2I_{\text{sat}}) = 3\lambda^2/(2\pi)$	$2,907 \times 10^{-13}$ m ²

Tabelle A.4: Eigenschaften des Übergangs $|F=2, m_F=2\rangle \rightarrow |F'=3, m'_F=3\rangle$ der D2-Linie von ^{87}Rb

Atomradius		2,98 Å
s-Wellen-Streulänge für Stöße zwischen ^{87}Rb -Atomen im $ 1,-1\rangle$ -Zustand [200, 201]	a	5,313(10) nm
s-Wellen-Streulänge für Stöße zwischen ^{87}Rb -Atomen im $ 2,2\rangle$ -Zustand [200, 201]	a	5,237(6) nm
Rate für Dreikörperrekombination im $ 2,2\rangle$ -Zustand [70]	$G_3(F=2)$	$1,8(\pm 0,5) \cdot 10^{-29}$ cm ⁶ /s
Rate für Dreikörperrekombination im $ 1,-1\rangle$ -Zustand [69]	$G_3(F=1)$	$5,8(\pm 1,9) \cdot 10^{-30}$ cm ⁶ /s

Tabelle A.5: Kollisionseigenschaften von ^{87}Rb -Atomen im Zustand $|F, m_F\rangle$ des Grundzustandes $5s^2S_{1/2}$

Literaturverzeichnis

- [1] S. N. BOSE. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, **26**, 178 (Jan. 1924).
- [2] A. EINSTEIN. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Erste Abhandlung. *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.*, **1924**, 261 (Jan. 1924).
- [3] A. EINSTEIN. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.*, **1925**, 3 (Jan. 1925).
- [4] J. V. PRODAN, A. MIGDALL, W. D. PHILLIPS, I. SO, H. METCALF, J. DALIBARD. Stopping atoms with laser light. *Phys. Rev. Lett.*, **54**(10), 992 (Mar 1985).
- [5] W. ERTMER, R. BLATT, J. HALL, M. ZHU. Laser manipulation of atomic beam velocities: Demonstration of stopped atoms and velocity reversal. *Phys. Rev. Lett.*, **54**(10), 996 (Mar. 1985).
- [6] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, D. E. PRITCHARD. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, **59**(23), 2631 (Dec. 1987).
- [7] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, **269**, 198 (Jul. 1995).
- [8] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, W. KETTERLE. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **75**(22), 3969 (Nov. 1995).
- [9] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT, R. G. HULET. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.*, **75**(9), 1687 (Aug. 1995). *ibid.* **78**, 985 (1997).

- [10] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. HECKER-DENSCHLAG, R. GRIMM. Bose-Einstein condensation of molecules. *Science*, **302**, 2101 (Dec. 2003).
- [11] M. GREINER, C. A. REGAL, D. S. JIN. Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas. *Nature*, **426**, 537 (Dec. 2003).
- [12] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, S. GUPTA, Z. HADZIBABIC, W. KETTERLE. Observation of Bose-Einstein condensation of molecules. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(25), 250401 (Dec. 2003).
- [13] H. SCHMALJOHANN, M. ERHARD, J. KRONJÄGER, M. KOTTKE, S. VAN STAA, L. CACCIAPUOTI, J. J. ARLT, K. BONGS, K. SENGSTOCK. Dynamics of $F=2$ spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(4), 040402 (Jan. 2004).
- [14] H. KREUTZMANN, A. SANPERA, L. SANTOS, M. LEWENSTEIN, D. HELLWEG, L. CACCIAPUOTI, M. KOTTKE, T. SCHULTE, K. SENGSTOCK, J. J. ARLT, W. ERTMER. Characterization and control of phase fluctuations in elongated Bose-Einstein condensates. *Appl. Phys. B*, **76**, 165 (2003).
- [15] D. HELLWEG, L. CACCIAPUOTI, M. KOTTKE, T. SCHULTE, K. SENGSTOCK, W. ERTMER, J. J. ARLT. Measurement of the spatial correlation function of phase fluctuating Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(1), 010406 (Jul. 2003).
- [16] L. CACCIAPUOTI, D. HELLWEG, M. KOTTKE, T. SCHULTE, K. SENGSTOCK, W. ERTMER, J. ARLT, L. SANTOS, M. LEWENSTEIN. Second order correlation function of a phase fluctuating Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A*, **68**, 053612 (Nov. 2003).
- [17] M. KOTTKE, D. HELLWEG, T. SCHULTE, S. DRENKELFORTH, L. CACCIAPUOTI, J. ARLT, W. ERTMER. Signaturen für Eindimensionalität in der Oszillationsdynamik von Bose-Einstein-Kondensaten. DPG-Frühjahrstagung Hannover (Mar 2003).
- [18] M. KOTTKE, *et al.* In Vorbereitung.
- [19] C. MENOTTI, S. STRINGARI. Collective oscillations of a one-dimensional trapped Bose-Einstein gas. *Phys. Rev. A*, **66**, 043610 (Oct. 2002).
- [20] S. GIORGINI. Collisionless dynamics of dilute Bose gases: Role of quantum and thermal fluctuations. *Phys. Rev. A*, **61**, 063615 (Jun. 2000).

-
- [21] V. BAGNATO, D. E. PRITCHARD, D. KLEPPNER. Bose-Einstein condensation in an external potential. *Phys. Rev. A*, **35**, 4354 (May 1987).
- [22] W. KETTERLE, N. VAN DRUTEN. Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in one or three dimensions. *Phys. Rev. A*, **54**(1), 656 (Jul. 1996).
- [23] M. ERHARD, H. SCHMALJOHANN, J. KRONJÄGER, K. BONGS, K. SENGSTOCK. Bose-Einstein condensation at constant temperature. cond-mat/0402003 (2004).
- [24] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, S. STRINGARI. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, **71**(3), 463 (Apr. 1999).
- [25] E. P. GROSS. Hydrodynamics of a superfluid condensate. *J. Math. Phys.*, **4**, 195 (1963).
- [26] L. P. PITAEVSKII. Vortex lines in an imperfect Bose gas. *Sov. Phys. JETP*, **13**(2), 451 (Aug. 1961).
- [27] S. BURGER, K. BONGS, S. DETTMER, W. ERTMER, K. SENGSTOCK, A. SANPERA, G. SHLYAPNIKOV, M. LEWENSTEIN. Dark solitons in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **83**(25), 5198 (Dec. 1999).
- [28] J. DENSCHLAG, J. SIMSARIAN, D. FEDER, C. W. CLARK, L. COLLINS, J. CUBIZOLLES, L. DENG, E. HAGLEY, K. HELMERSON, W. REINHARDT, S. ROLSTON, B. SCHNEIDER, W. PHILLIPS. Generating solitons by phase engineering of a Bose-Einstein condensate. *Science*, **287**, 97 (Jan. 2000).
- [29] B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, C. A. REGAL, D. L. FEDER, L. A. COLLINS, C. W. CLARK, E. A. CORNELL. Watching dark solitons decay into vortex rings in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **86**(14), 2926 (Apr. 2001).
- [30] L. KHAYKOVICH, F. SCHRECK, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. D. CARR, Y. CASTIN, C. SALOMON. Formation of a matter-wave bright soliton. *Science*, **296**(5571), 1290 (May 2002).
- [31] K. E. STRECKER, G. B. PARTRIDGE, A. G. TRUSCOTT, R. G. HULET. Formation and propagation of matter-wave soliton trains. *Nature*, **417**, 150 (May 2002).

- [32] L. DENG, E. W. HAGLEY, J. WEN, M. TRIPPENBACH, Y. BAND, P. S. JULIENNE, J. E. SIMSARIAN, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, W. D. PHILLIPS. Four-wave mixing with matter waves. *Nature*, **398**(6724), 218 (Mar. 1999).
- [33] E. A. CORNELL, C. E. WIEMAN. Nobel lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments. *Rev. Mod. Phys.*, **74**(3), 875 (Aug. 2002).
- [34] W. KETTERLE. Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser. *Rev. Mod. Phys.*, **74**(4), 1131 (Nov. 2002).
- [35] T. W. HÄNSCH, A. L. SCHAWLOW. Cooling of gases by laser radiation. *Opt. Comm.*, **13**, 68 (1975).
- [36] J. DALIBARD, C. COHEN-TANNOUDJI. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**(11), 2023 (Nov. 1989).
- [37] C. N. COHEN-TANNOUDJI. Nobel lecture: manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.*, **70**(3), 707 (Jul. 1998).
- [38] S. CHU. Nobel lecture: The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, **70**(3), 685 (Jul. 1998).
- [39] W. D. PHILLIPS. Nobel lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, **70**(3), 721 (Jul. 1998).
- [40] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, P. L. GOULD, H. J. METCALF. Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit. *Phys. Rev. Lett.*, **61**(2), 169 (Jul. 1988).
- [41] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, C. COHEN-TANNOUDJI. Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping: theoretical analysis. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 2112 (1989).
- [42] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE, C. COHEN-TANNOUDJI. Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 826 (1988).
- [43] M. KASEVICH, S. CHU. Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **69**(12), 1741 (Sep. 1992).

- [44] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER, Y. B. OVCHINNIKOV. Optical dipole traps for neutral atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **42**, 95 (2000).
- [45] C. S. ADAMS, M. SIEGEL, J. MLYNEK. Atom optics. *Phys. Rep.*, **240**, 143 (May 1994).
- [46] M. D. BARRETT, J. A. SAUER, M. S. CHAPMAN. All-optical formation of an atomic Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **87**(1), 010404 (Jul. 2001).
- [47] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H.-C. NÄGERL, R. GRIMM. Bose-Einstein condensation of Cesium. *Science*, **299**, 232 (Jan. 2003).
- [48] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER, M. WEITZ. All-optical realization of an atom laser. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(24), 240408 (2003).
- [49] K. L. CORWIN, S. J. M. KUPPENS, D. CHO, C. E. WIEMAN. Spin-polarized atoms in a circularly polarized optical dipole trap. *Phys. Rev. Lett.*, **83**(7), 1311 (Aug. 1999).
- [50] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC. Experimental study of Zeeman light shifts in weak magnetic fields. *Phys. Rev. A*, **5**(2), 968 (Feb. 1972).
- [51] E. HECHT. *Optics, 2nd Ed.* Addison-Wesley, Reading, MA (1989).
- [52] M. R. ANDREWS, M.-O. MEWES, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, W. KETTERLE. Direct, nondestructive observation of a Bose condensate. *Science*, **273**(0), 84 (Jul. 1996).
- [53] W. KETTERLE, D. DURFEE, D. STAMPER-KURN. Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. In M. INGUSCIO, S. STRINGARI, C. WIEMAN (Eds.), *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, 67. IOS Press (1999).
- [54] F. ZERNIKE. How I discovered phase contrast. In *Nobel Lectures (Physics)*, 239. Elsevier (1964).
- [55] M. R. ANDREWS, D. M. KURN, H.-J. MIESNER, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND, S. INOUE, W. KETTERLE. Propagation of sound in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **79**(4), 553 (Jul. 1997). *ibid.* **80**, 2967 (1998).
- [56] D. A. STECK. Rubidium 87 D line data (2003). <http://steck.us/alkalidata>.
- [57] D. A. STECK. Private Mitteilung (2003).

- [58] V. V. GOLDMAN, I. F. SILVERA, A. J. LEGGETT. Atomic hydrogen in an inhomogeneous magnetic field: Density profile and Bose-Einstein condensation. *Phys. Rev. B*, **24**(5), 2870 (Sep. 1981).
- [59] D. A. HUSE, E. D. SIGGIA. The density distribution of a weakly interacting Bose gas in an external potential. *J. Low Temp. Phys.*, **48**, 137 (1982).
- [60] W. H. WING. On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields. *Progr. Quantum Electron.*, **8**, 181 (1984).
- [61] H. OTT, J. FORTAGH, G. SCHLOTTERBECK, A. GROSSMANN, C. ZIMMERMANN. Bose-Einstein condensation in a surface microtrap. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 230401 (2001).
- [62] W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, T. W. HÄNSCH, J. REICHEL. Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip. *Nature*, **413**, 498 (2001).
- [63] J. T. M. WALRAVEN. Atomic hydrogen in magnetostatic traps. In G. L. OPPO, S. M. BARNETT, E. RIIS, M. WILKINSON (Eds.), *Quantum Dynamics of Simple Systems, SUSSP Proceedings*, vol. 44. IOP, Bristol (1996).
- [64] W. KETTERLE, N. VAN DRUTEN. Evaporative cooling of trapped atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **37**(0), 181 (1996).
- [65] O. J. LUITEN, M. W. REYNOLDS, J. T. M. WALRAVEN. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, **53**(1), 381 (Jan. 1996).
- [66] H. HESS, G. P. KOCHANSKY, J. M. DOYLE, N. MASUHARA, D. KLEPPNER, T. J. GREYTAK. Magnetic trapping of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, **59**(6), 672 (1987).
- [67] K. M. O'HARA, M. E. GEHM, S. R. GRANADE, J. E. THOMAS. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Phys. Rev. A*, **64**, 051403(R) (Oct. 2001).
- [68] P. S. JULIENNE, F. H. MIES, E. TIESINGA, C. J. WILLIAMS. Collisional stability of double Bose condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **78**(10), 1880 (Mar. 1997).
- [69] E. A. BURT, R. W. GHRIST, C. J. MYATT, M. J. HOLLAND, E. A. CORNELL, C. E. WIEMAN. Coherence, correlations, and collisions: What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay. *Phys. Rev. Lett.*, **79**(3), 337 (Jul. 1997).

- [70] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLLES, F. CHEVY, H. INAMORI, J. DALIBARD. Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate. *Appl. Phys. B*, **69**(53), 257 (Oct. 1999).
- [71] R. ONOFRIO, D. S. DURFEE, C. RAMAN, M. KÖHL, C. E. KUKLEWICZ, W. KETTERLE. Surface excitations of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **84**(5), 810 (Jan. 2000).
- [72] T. BERGEMAN, G. EREZ, H. J. METCALF. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A*, **35**(4), 1535 (Feb. 1987).
- [73] J. J. TOLLETT, C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, R. G. HULET. Permanent magnet trap for cold atoms. *Phys. Rev. A*, **51**(1), R22 (Jan. 1995).
- [74] B. DESRUELLE, V. BOYER, P. BOUYER, G. BIRKL, M. LÉCRIVAIN, F. ALVES, C. I. WESTBROOK, A. ASPECT. Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet. *Euro. Phys. J. D*, **1**, 255 (1998).
- [75] Y. L. COQ, J. H. THYWISSEN, S. A. RANGWALA, F. GERBIER, S. RICHARD, G. DELANNOY, P. BOUYER, A. ASPECT. Atom laser divergence. *Phys. Rev. Lett.*, **87**(17), 170403 (Oct. 2001).
- [76] D. E. PRITCHARD. Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, **51**(15), 1336 (Oct. 1983).
- [77] V. S. BAGNATO, G. P. LAFYATIS, A. G. MARTIN, E. L. RAAB, R. N. AHMAD-BITAR, D. E. PRITCHARD. Continuous stopping and trapping of neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, **58**(21), 2194 (May 1987).
- [78] Y. GOTT, M. S. IOFFE, V. TEL'KOVSKII. Some new results on confinement in magnetic traps. *Nucl. Fusion*, **192**(Suppl. 2, part 3), 1045 (1962).
- [79] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, W. KETTERLE. Bose-Einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(3), 416 (Jul. 1996).
- [80] C. J. MYATT, E. A. BURT, R. W. GHRIST, E. A. CORNELL, C. E. WIEMAN. Production of two overlapping Bose-Einstein condensates by sympathetic cooling. *Phys. Rev. Lett.*, **78**(4), 586 (Jan. 1997).
- [81] T. ESSLINGER, I. BLOCH, T. W. HÄNSCH. Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap. *Phys. Rev. A*, **58**(4), R2664 (Oct. 1998).

- [82] L. V. HAU, B. D. BUSCH, C. LIU, Z. DUTTON, M. M. BURNS, J. A. GOLOVCHENKO. Near-resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in a 4-Dee magnetic bottle. *Phys. Rev. A*, **58**(1), R54 (Jul. 1998).
- [83] M. KOZUMA, Y. SUZUKI, Y. TORII, T. SUGIURA, T. KUGA, E. W. HAGLEY, L. DENG. Phase-coherent amplification of matter waves. *Science*, **286**, 2309 (Dec. 1999).
- [84] U. ERNST, A. MARTE, F. SCHRECK, J. SCHUSTER, G. REMPE. Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration. *Europhys. Lett.*, **41**(1), 1 (Jan. 1998).
- [85] I. SHVARCHUCK, C. BUGGLE, D. S. PETROV, K. DIECKMANN, M. ZIELONKOWSKI, M. KEMMANN, T. G. TIECKE, W. VON KLITZING, G. V. SHLYAPNIKOV, J. T. M. WALRAVEN. Bose-Einstein condensation into nonequilibrium states studied by condensate focusing. *Phys. Rev. Lett.*, **89**(27), 270404 (Dec. 2002).
- [86] A. MARTE, T. VOLZ, J. SCHUSTER, S. DÜRR, G. REMPE, E. G. M. VAN KEMPEN, B. J. VERHAAR. Feshbach resonances in Rubidium 87: Precision measurement and analysis. *Phys. Rev. Lett.*, **89**(28), 223202 (Dec. 2002).
- [87] C. FORT, M. PREVEDELLI, F. MINARDI, F. S. CATALIOTTI, L. RICCI, G. M. TINO, M. INGUSCIO. Collective excitations of a ^{87}Rb Bose condensate in the Thomas-Fermi regime. *Europhys. Lett.*, **49**(1), 8 (Jan. 2000).
- [88] J. H. MÜLLER, O. MORSCH, D. CIAMPINI, M. ANDERLINI, R. MANNELLA, E. ARIMONDO. Atomic micromotion and geometric forces in a triaxial magnetic trap. *Phys. Rev. Lett.*, **85**(21), 4454 (Nov. 2000).
- [89] F. PEREIRA DOS SANTOS, J. LEONARD, J. WANG, C. J. BARRELET, F. PERALES, E. RASEL, C. S. UNNIKRISHNAN, M. LEDUC, C. COHEN-TANNOUDJI. Bose-Einstein condensation of metastable helium. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3459 (2001).
- [90] T. SÜDMEYER. *Präparation kalter atomarer Ensembles für die Bose-Einstein-Kondensation*. Diplomarbeit, Universität Hannover (1998).
- [91] B. SANG. *Magnetische Speicherung eines ultrakalten atomaren Gases für die Bose-Einstein-Kondensation*. Diplomarbeit, Universität Konstanz und Max-Planck-Institut für Quantenoptik (Garching) (2001).

- [92] A. MARTE. *Feshbach-Resonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome*. Doktorarbeit, Technische Universität München (2003).
- [93] S. DÜRR, T. VOLZ, A. MARTE, G. REMPE. Observation of molecules produced from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(2), 020406 (Jan. 2004).
- [94] H. SCHMALJOHANN. *Spindynamik von Bose-Einstein-Kondensaten*. Doktorarbeit, Universität Hamburg (2004).
- [95] D. S. HALL, M. R. MATTHEWS, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL. Dynamics of component separation in a binary mixture of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(8), 1539 (Aug. 1998).
- [96] M. R. MATTHEWS, D. S. HALL, D. S. JIN, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL, F. DALFOVO, C. MINNITI, S. STRINGARI. Dynamical response of a Bose-Einstein condensate to a discontinuous change in internal state. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(2), 243 (Jul. 1998).
- [97] J. STENGER, S. INOUE, D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, W. KETTERLE. Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates. *Nature*, **396**, 345 (Nov. 1999).
- [98] H.-J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN, J. STENGER, S. INOUE, A. P. CHIKKATUR, W. KETTERLE. Observation of metastable states in spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **82**(11), 2228 (Mar. 1999).
- [99] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, J. STENGER, W. KETTERLE. Quantum tunneling across spin domains in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **83**(4), 661 (Jul. 1999).
- [100] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL. Vortices in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **83**(13), 2498 (Sep. 1999).
- [101] A. E. LEANHARDT, Y. SHIN, D. KIELPINSKI, D. E. PRITCHARD, W. KETTERLE. Coreless vortex formation in a spinor Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **90**(14), 140403 (Apr. 2003).
- [102] A. GÖRLITZ, T. L. GUSTAVSON, A. E. LEANHARDT, R. LÖW, A. P. CHIKKATUR, S. GUPTA, S. INOUE, D. E. PRITCHARD, W. KETTERLE. Sodium Bose-Einstein condensates in the $F = 2$ state in a large-volume optical trap. *Phys. Rev. Lett.*, **90**(9), 090401 (Mar. 2003).

- [103] M.-S. CHANG, C. D. HAMLEY, M. D. BARRETT, J. A. SAUER, K. M. FORTIER, W. ZHANG, L. YOU, M. S. CHAPMAN. Observation of spinor dynamics in optically trapped ^{87}Rb Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(14), 140403 (2004).
- [104] T.-L. HO. Spinor Bose condensates in optical traps. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(4), 742 (Jul. 1998).
- [105] T. OHMI, K. MACHIDA. Bose-Einstein condensation with internal degrees of freedom in alkali atom gases. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **67**(6), 1822 (Jun. 1998).
- [106] C. V. CIOBANU, S.-K. YIP, T.-L. HO. Phase diagrams of $F=2$ spinor Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, **61**(3), 033607 (Mar. 1999).
- [107] M. KOASHI, M. UEDA. Exact eigenstates and magnetic response of spin-1 and spin-2 Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **84**(6), 1066 (Feb 2000).
- [108] N. N. KLAUSEN, J. L. BOHN, C. H. GREENE. Exact eigenstates and magnetic response of spin-1 and spin-2 Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, **64**, 053602 (Oct 2001).
- [109] M. UEDA, M. KOASHI. Theory of spin-2 Bose-Einstein condensates: Spin correlations, magnetic response, and excitation spectra. *Phys. Rev. A*, **65**, 063602 (May 2002).
- [110] M. ROEMER. *Konzeption und Aufbau einer magnetischen Falle für die Erzeugung eines kohärenten Ensembles von Rubidiumatomen*. Diplomarbeit, Universität Hannover (1997).
- [111] K. BONGS. *Atomoptische Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten*. Doktorarbeit, Universität Hannover (1999).
- [112] D. S. PETROV, G. V. SHLYAPNIKOV, J. T. M. WALRAVEN. Phase-fluctuating 3D Bose-Einstein condensates in elongated traps. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 050404 (2001).
- [113] S. DETTMER, D. HELLWEG, P. RYTTY, J. J. ARLT, W. ERTMER, K. SENGSTOCK, D. S. PETROV, G. V. SHLYAPNIKOV, H. KREUTZMANN, L. SANTOS, M. LEWENSTEIN. Observation of phase fluctuations in elongated Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 160406 (2001).
- [114] D. HELLWEG, S. DETTMER, P. RYTTY, J. J. ARLT, W. ERTMER, K. SENGSTOCK, D. S. PETROV, G. V. SHLYAPNIKOV, H. KREUTZMANN, L. SANTOS, M. LEWENSTEIN. Phase fluctuations in Bose-Einstein condensates. *Appl. Phys. B*, **73**, 781 (2001).

- [115] S. RICHARD, F. GERBIER, J. H. THYWISSEN, M. HUGBART, P. BOUYER, A. ASPECT. Momentum spectroscopy of 1D phase fluctuations in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(1), 010405 (Jul. 2003).
- [116] M. FLIESSER, A. CSORDÁS, P. SZÉPFALUSY, R. GRAHAM. Hydrodynamic excitations of Bose condensates in anisotropic traps. *Phys. Rev. A*, **56**(4), R2533 (Oct. 1997).
- [117] D. HELLWEG. *Phasenfluktuationen in Bose-Einstein-Kondensaten*. Doktorarbeit, Universität Hannover (2003).
- [118] P. J. MARTIN, B. G. OLDAKER, A. H. MIKLICH, D. E. PRITCHARD. Bragg scattering of atoms from a standing light wave. *Phys. Rev. Lett.*, **60**(6), 515 (Feb. 1988).
- [119] Y. B. OVCHINNIKOV, J. H. MÜLLER, M. R. DOERY, E. J. D. VREDENBREGT, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, W. D. PHILLIPS. Diffraction of a released Bose-Einstein condensate by a pulsed standing light wave. *Phys. Rev. Lett.*, **83**(2), 284 (Jul. 1999).
- [120] T. RINKLEFF. *Bragg-Beugung an Bose-Einstein-Kondensaten*. Diplomarbeit, Universität Hannover (2000).
- [121] J. E. SIMSARIAN, J. DENSCHLAG, M. EDWARDS, C. W. CLARK, L. DENG, E. W. HAGLEY, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, W. D. PHILLIPS. Imaging the phase of an evolving Bose-Einstein condensate wave function. *Phys. Rev. Lett.*, **85**(10), 2040 (Sep. 2000).
- [122] L. TONKS. The complete equation of state of one, two and three-dimensional gases of hard elastic spheres. *Phys. Rev.*, **50**(10), 955 (Nov. 1936).
- [123] M. GIRARDEAU. Relationship between systems of impenetrable bosons and fermions in one dimension. *J. Math. Phys.*, **1**, 516 (1960).
- [124] E. H. LIEB, W. LINIGER. Exact analysis of an interacting Bose gas. I. The general solution and the ground state. *Phys. Rev.*, **130**, 1605 (May 1963).
- [125] E. H. LIEB. Exact analysis of an interacting Bose gas. II. The excitation spectrum. *Phys. Rev.*, **130**, 1616 (May 1963).
- [126] A. LENARD. One-dimensional impenetrable bosons in thermal equilibrium. *J. Math. Phys.*, **7**, 1268 (1966).

- [127] C. N. YANG, C. P. YANG. Thermodynamics of a one-dimensional system of bosons with repulsive delta-function interaction. *J. Math. Phys.*, **10**, 1115 (Jul. 1969).
- [128] B. SUTHERLAND. Exact results for a quantum many-body problem in one dimension. *Phys. Rev. A*, **4**, 2019 (1971).
- [129] B. SUTHERLAND. Quantum many-body problem in one dimension: ground state. *J. Math. Phys.*, **12**, 246 (Feb 1971).
- [130] B. SUTHERLAND. Exact results for a quantum many-body problem in one dimension. ii. *Phys. Rev. A*, **5**, 1372 (1972).
- [131] H. G. VAIDYA, C. A. TRACY. One-particle reduced density matrix of impenetrable bosons in one dimension at zero temperature. *Phys. Rev. Lett.*, **42**, 3 (1979).
- [132] H. G. VAIDYA, C. A. TRACY. One-particle reduced density matrix of impenetrable bosons in one dimension at zero temperature - erratum. *Phys. Rev. Lett.*, **43**, 1540 (1979).
- [133] H. G. VAIDYA, C. A. TRACY. One particle reduced density matrix of impenetrable bosons in one dimension at zero temperature. *J. Math. Phys.*, **20**, 2291 (1979).
- [134] M. JIMBO, T. MIWA, Y. MORI, M. SATO. Density matrix of an impenetrable Bose gas and the fifth Painleve transcendent. *Physica D*, **1**, 80 (Apr. 1980).
- [135] A. LENARD. Momentum distribution in the ground state of the one-dimensional system of impenetrable bosons. *J. Math. Phys.*, **5**, 930 (1964).
- [136] L. P. PITAEVSKII, S. STRINGARI. Uncertainty principle, quantum fluctuations, and broken symmetries. *J. Low Temp. Phys.*, **85**, 377 (1991).
- [137] M. D. GIRARDEAU, E. M. WRIGHT, J. M. TRISCARI. Ground-state properties of a one-dimensional system of hard-core bosons in a harmonic trap. *Phys. Rev. A*, **63**, 033601 (Feb. 2001).
- [138] T. PAPENBROCK. Ground-state properties of hard-core bosons in one-dimensional harmonic traps. *Phys. Rev. A*, **67**, 041601(R) (2003).
- [139] P. J. FORRESTER, N. E. FRANKEL, T. M. GARONI, N. S. WITTE. Finite one-dimensional impenetrable Bose systems: Occupation numbers. *Phys. Rev. A*, **67**, 043607 (Apr. 2003).

- [140] B. JACKSON, E. ZAREMBA. Quadrupole collective modes in trapped finite-temperature Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **88**(18), 180402 (2002).
- [141] S. KOMINEAS, N. PAPANICOLAOU. Vortex rings and Lieb modes in a cylindrical Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 070402 (2002).
- [142] M. OLSHANII. Atomic scattering in the presence of an external confinement and a gas of impenetrable bosons. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(5), 938 (Aug. 1998).
- [143] K. K. DAS. Highly anisotropic Bose-Einstein condensates: Crossover to lower dimensionality. *Phys. Rev. A*, **66**, 053612 (2002).
- [144] K. K. DAS, M. D. GIRARDEAU, E. M. WRIGHT. Crossover from one to three dimensions for a gas of hard-core bosons. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 110402 (2002).
- [145] M. D. GIRARDEAU, E. M. WRIGHT. Bose-Fermi variational theory for the BEC-Tonks crossover. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 210401 (2002).
- [146] E. B. KOLOMEISKY, T. J. NEWMAN, J. P. STRALEY, X. QI. Low-dimensional Bose liquids: Beyond the Gross-Pitaevskii approximation. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 1146 (2000). Comment *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4708, Reply *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4709.
- [147] B. TANATAR, K. ERKAN. Strongly interacting one-dimensional Bose-Einstein condensates in harmonic traps. *Phys. Rev. A*, **62**, 053601 (2000). Comment cond-mat 0010457.
- [148] V. DUNJKO, V. LORENT, M. OLSHANII. Bosons in cigar-shaped traps: Thomas-Fermi regime, Tonks-Girardeau regime, and in between. *Phys. Rev. Lett.*, **86**(24), 5413 (Jun. 2001).
- [149] T.-L. HO, M. MA. Quasi 1 and 2D dilute Bose gas in magnetic traps: Existence of off-diagonal order and anomalous quantum fluctuations. *J. Low Temp. Phys.*, **115**, 61 (1999).
- [150] P. PEDRI, L. SANTOS. Three-dimensional quasi-Tonks gas in a harmonic trap. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(11), 110401 (2003).
- [151] P. ÖHBERG, L. SANTOS. Dynamical transition from a quasi-one-dimensional Bose-Einstein condensate to a Tonks-Girardeau gas. *Phys. Rev. Lett.*, **89**(24), 240402 (Dec. 2002).

- [152] P. PEDRI, L. SANTOS, P. ÖHBERG, S. STRINGARI. Violation of self-similarity in the expansion of a one-dimensional Bose gas. *Phys. Rev. A*, **68**(11), 043601 (2003).
- [153] M. OLSHANII, V. DUNJKO. Short-distance correlation properties of the Lieb-Liniger system and momentum distributions of trapped one-dimensional atomic gases. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(9), 090401 (Aug. 2003).
- [154] K. V. KHERUNTSYAN, D. M. GANGARDT, P. M. DRUMMOND, G. V. SHLYAPNIKOV. Pair correlations in a finite-temperature 1D Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(4), 040403 (Jul. 2003).
- [155] D. M. GANGARDT, G. V. SHLYAPNIKOV. Local correlations in a strongly interacting 1D Bose gas. *New Journal of Physics*, **5**, 79 (2003).
- [156] G. E. ASTRAKHARCHIK, S. GIORGINI. Correlation functions and momentum distribution of one-dimensional Bose systems. *Phys. Rev. A*, **68**, 031602 (Sep 2003).
- [157] D. M. GANGARDT, G. V. SHLYAPNIKOV. Stability and phase coherence of trapped 1D Bose gases. *Phys. Rev. Lett.*, **90**(1), 010401 (Jan 2003).
- [158] A. GÖRLITZ, J. M. VOGELS, A. E. LEANHARDT, C. RAMAN, T. L. GUSTAVSON, J. R. ABO-SHAER, A. P. CHIKKATUR, S. GUPTA, S. INOUE, T. P. ROSEN BAND, D. E. PRITCHARD, W. KETTERLE. Realization of Bose-Einstein condensates in lower dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 130402 (2001).
- [159] F. SCHRECK, L. KHAYKOVICH, K. CORWIN, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, C. SALOMON. Quasipure Bose-Einstein condensate immersed in a Fermi sea. *Phys. Rev. Lett.*, **87**(8), 080403 (Aug. 2001).
- [160] M. GREINER, I. BLOCH, O. MANDEL, T. W. HÄNSCH, T. ESSLINGER. Exploring phase coherence in a 2D lattice of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 160405 (Oct. 2001).
- [161] H. MORITZ, T. STÖFERLE, M. KÖHL, T. ESSLINGER. Exciting collective oscillations in a trapped 1D gas. *Phys. Rev. Lett.*, **91**(25), 250402 (Dec. 2003).
- [162] B. LABURTHE TOLRA, K. M. O'HARA, J. H. HUCKANS, W. D. PHILLIPS, S. L. ROLSTON, J. V. PORTO. Observation of reduced three-body recombination in a correlated 1D degenerate Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(19), 190401 (2004).

- [163] T. STÖFERLE, H. MORITZ, C. SCHORI, M. KÖHL, T. ESSLINGER. Transition from a strongly interacting 1D superfluid to a Mott insulator. *Phys. Rev. Lett.*, **92**(13), 130403 (Apr. 2004).
- [164] B. PAREDES, A. WIDERA, V. MURG, O. MANDEL, S. FÖLLING, I. CIRAC, G. V. SHLYAPNIKOV, T. W. HÄNSCH, I. BLOCH. Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice. *Nature*, **429**, 277 (May 2004).
- [165] P. C. HOHENBERG. Existence of long range order in one and two dimensions. *Phys. Rev.*, **158**(2), 383 (1967).
- [166] N. D. MERMIN, H. WAGNER. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two- dimensional isotropic Heisenberg models. *Phys. Rev. Lett.*, **22**(22), 1133 (1966).
- [167] K. HUANG. *Statistical Mechanics*. Wiley (1987).
- [168] S. STRINGARI. Collective excitations of a trapped Bose-condensed gas. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(12), 2360 (Sep. 1996).
- [169] D. S. JIN, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(3), 420 (Jul. 1996).
- [170] D. S. JIN, M. R. MATTHEWS, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL. Temperature-dependent damping and frequency shifts in collective excitations of a dilute Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **78**(5), 764 (Feb. 1997).
- [171] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND, W. KETTERLE. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a magnetic trap. *Phys. Rev. Lett.*, **77**(6), 988 (Aug. 1996).
- [172] D. M. STAMPER-KURN, H.-J. MIESNER, S. INOUE, M. R. ANDREWS, W. KETTERLE. Collisionless and hydrodynamic excitations of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(3), 500 (Jul. 1998).
- [173] F. CHEVY, V. BRETIN, K. W. MADISON, J. DALIBARD. Transverse breathing mode of an elongated Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 250402 (Jun. 2002).
- [174] O. M. MARAGÒ, S. A. HOPKINS, J. J. ARLT, E. HODBY, G. HECHENBLAIKNER, C. J. FOOT. Observation of the scissors mode and evidence for superfluidity of a trapped Bose-Einstein condensed gas. *Phys. Rev. Lett.*, **84**(10), 2059 (Mar. 2000).

- [175] O. M. MARAGÒ, G. HECHENBLAIKNER, E. HODBY, C. J. FOOT. Temperature dependence of damping and frequency shifts of the scissors mode of a trapped Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **86**(18), 3938 (Apr. 2001).
- [176] G. HECHENBLAIKNER, O. M. MARAGÒ, E. HODBY, J. J. ARLT, S. A. HOPKINS, C. J. FOOT. Observation of harmonic generation and nonlinear coupling in the collective dynamics of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **85**(4), 692 (Jul. 2000).
- [177] E. HODBY, O. M. MARAGÒ, G. HECHENBLAIKNER, C. J. FOOT. Experimental observation of Beliaev coupling in a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, **86**(11), 2196 (Mar. 2001).
- [178] V. N. POPOV. *Functional Integrals and Collective Modes*. Cambridge University Press, New York (1987).
- [179] A. GRIFFIN. Conserving and gapless approximations for an inhomogeneous Bose gas at finite temperatures. *Phys. Rev. A*, **53**(14), 9341 (Apr. 1996).
- [180] D. HUTCHINSON, R. J. DODD, K. BURNETT. Gapless finite- T theory of collective modes of a trapped gas. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(11), 2198 (Sep. 1998).
- [181] D. HUTCHINSON, E. ZAREMBA, A. GRIFFIN. Finite temperature excitations of a trapped Bose gas. *Phys. Rev. Lett.*, **78**(10), 1842 (Mar. 1997).
- [182] R. J. DODD, M. EDWARDS, C. W. CLARK, K. BURNETT. Collective excitations of Bose-Einstein-condensed gases at finite temperatures. *Phys. Rev. A*, **57**(1), R32 (Jan. 1998).
- [183] S. T. BELIAEV. Energy spectrum of a non-ideal Bose gas. *Sov. Phys. JETP*, **7**(2), 299 (Aug. 1958).
- [184] H. SHI, A. GRIFFIN. Finite-temperature excitations in a dilute Bose-condensed gas. *Phys. Rep.*, **304**(1-2), 1 (Oct. 1998).
- [185] B. JACKSON, E. ZAREMBA. Finite-temperature simulations of the scissors mode in Bose-Einstein condensed gases. *Phys. Rev. Lett.*, **87**(10), 100404 (2001).
- [186] F. DALFOVO, C. MINNITI, L. P. PITAEVSKII. Frequency shift and mode coupling in the nonlinear dynamics of a Bose-condensed gas. *Phys. Rev. A*, **56**(6), 4855 (Dec. 1997).

- [187] L. PITAEVSKII, S. STRINGARI. Elementary excitations in trapped Bose-Einstein condensed gases beyond the mean-field approximation. *Phys. Rev. Lett.*, **81**(21), 4541 (Nov. 1998).
- [188] A. CSORDÁS, R. GRAHAM. Collective excitations in Bose-Einstein condensates in triaxially anisotropic parabolic traps. *Phys. Lett. A*, **59**(2), 1477 (Feb. 1999).
- [189] S. STRINGARI. Dynamics of Bose-Einstein condensed gases in highly deformed traps. *Phys. Rev. A*, **58**(3), 2385 (Sep. 1998).
- [190] M. ERHARD, H. SCHMALJOHANN, J. KRONJÄGER, K. BONGS, K. SENGSTOCK. Measurement of a mixed-spin-channel Feshbach resonance in ^{87}Rb . *Phys. Rev. A*, **69**, 032705 (Mar. 2004).
- [191] C. OSPELKAUS. Private Mitteilung (2003).
- [192] J. YE, S. SCHWARTZ, P. JUNGNER, J. L. HALL. Hyperfine structure and absolute frequency of the ^{87}Rb $5P_{3/2}$ state. *Opt. Lett.*, **81**, 1280 (1996).
- [193] S. BIZE, F. SORTAIS, M. S. SANTOS, C. MANDACHE, A. CLAIRON, C. SALOMON. High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain. *Europhys. Lett.*, **45**, 558 (1999).
- [194] P. J. MOHR, B. N. TAYLOR. CODATA recommended values for the fundamental physical constants: 1998. *Rev. Mod. Phys.*, **72**, 351 (Apr. 2000).
- [195] NIST. CODATA values online (1998). <http://physics.nist.gov/constants>.
- [196] D. R. LIDE (Ed.). *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, Boca Raton, 81 ed. (2000).
- [197] M. P. BRADLEY, J. V. PORTO, S. RAINVILLE, J. K. THOMPSON, D. PRITCHARD. Penning trap measurements of the masses of ^{133}Cs , $^{85,87}\text{Rb}$, and ^{23}Na with uncertainties $\leq 0,2$ ppb. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 4510 (1999).
- [198] A. N. NESMEYANOV. *Vapor Pressure of the Chemical Elements*. Elsevier, Amsterdam (1963).
- [199] U. VOLZ, H. SCHMORANZER. Precision lifetime measurements on alkali atoms and on helium by beam-gas-laser spectroscopy. *Physica Scripta*, **T65**, 48 (1996).

- [200] E. G. M. VAN KEMPEN, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, D. J. HEINZEN, B. J. VERHAAR. Interisotope determination of ultracold rubidium interactions from three high-precision experiments. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 093201 (Feb. 2002).
- [201] E. G. M. VAN KEMPEN. Private Mitteilung (Oct. 2002).

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich mich bei all denen bedanken, die mich während dieser Doktorarbeit unterstützt, motiviert und die Zeit, die ich hier in Hannover verbracht habe, verschönert haben.

Allen voran danke ich Herrn Prof. Wolfgang Ertmer für die herzliche Aufnahme am Institut und die Gelegenheit, in einem so lebendigen und frischen Forschungsgebiet arbeiten zu können.

Bei Herrn Prof. Karsten Danzmann bedanke ich mich für die freundliche Übernahme des Koreferats.

Prof. Klaus Sengstock faszinierte mich mit seiner gewinnenden, engagierten und stets energiegeladenden Art.

Prof. Jan Arlt danke ich für die wertvolle Unterstützung und die guten Ratschläge in vielen kleinen und einigen großen Dingen, die sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Ein ganz besonderes Dankeschön sage ich Luigi Cacciapuoti. Er baute die elektronische Ansteuerung der 8-Dee-Falle und zeigte ein tiefes physikalisches Verständnis in unseren Diskussionen sowie eine Riesenausdauer in unseren langen Messnächten zu Phasenfluktuationen und Quadrupoloszillationen. Mille grazie per tutto, Luigi!

Vielen Dank auch Holger Schmaljohann und Michael Erhard, die mit norddeutscher Direktheit und schwäbischer Gründlichkeit viele Hürden experimenteller und sonstiger Art bewältigten. Sie bauten das Hamburger BEC-Experiment in Hannover auf, halfen mir bei Installation und Test der 8-Dee-Falle in Hamburg und erreichten mit dieser Apparatur die Ergebnisse zu Spinorkondensaten. Der Austausch mit ihnen und ihren Hamburger Kollegen Christian Ospelkaus, Silke Ospelkaus-Schwarzer und Jochen Kronjäger über Labordetails und Arbeitsweisen war für mich sehr fruchtbar und motivierend.

Außerdem danke ich Franck Pereira dos Santos, der mir viel über die Geheimnisse und Kniffe der Konstruktion von Magnetfallen mit wasserumspülten Drähten verraten hat.

Kai Bongs und Sven Burger, die das Hannover'sche BEC-Experiment aufgebaut haben, gilt mein Dank für eine erste Einführung ins Experiment. Mit Pasi Ryytti arbeitete ich mich ins Labor ein, er schrieb das Programm zur Analyse der Absorptionbilder, auf dem alle Auswertungen dieser Doktorarbeit basieren.

Dirk Hellweg leistete den Hauptteil der Arbeit zu den Phasenfluktuationen und war für mich der Ansprechpartner, der sich am besten in unserem Labor auskannte.

Thomas Schulte danke ich für viele gemeinsame Messtage und -Nächte, und Sascha Drenkelforth und Carsten Klempt für die nette Atmosphäre, die sie mit ins BEC-Team gebracht haben.

Danke auch den Kollegen im Institut, die aus ihrem Erfahrungsschatz als Experimentalphysiker immer wieder einen guten Tipp oder eine hilfreiche Antwort für mich hatten, allen voran Jochen Keupp, Martin Zinner, Peter Engels, Christian Jentsch und Nils Rehbein. Für viele nette Gespräche und anregende Diskussionen danke ich Felix Buchkremer, Peter Spoden, Tobias Mütter, Michael Volk, Albane Douillet, Tanja Mehlstäubler, Norbert Herschbach, Wouter van Drunen, Gerhard Birkl und Ernst Rasel, sowie stellvertretend Luis Santos, Paolo Pedri und Helge Kreutzmann für die theoretische Gruppe von Prof. Maciej Lewenstein.

Eine aufmerksame Unterstützung in vielen organisatorischen Dingen verdanke ich Rudi Gaul, Frau Faber, Frau Pfennig, Frau Krämer, Frau Griese, Frau Hünitzsch und Herrn Schramm.

Für die Anfertigung vieler mechanischen Teile danke ich Herrn Heidekrüger, Herrn Witzlau, Herrn Dohm, Herrn Kiefer und besonders Mathias Scholz, der die Halterungen der Magnetfalle gefräst hat.

Das gemeinsame Musizieren mit den Four-Wave-Mixern Jochen Keupp, Dagmar Bruss und Christian Jentsch sowie mit den Chorsängern und -Sängerinnen der QuintenphysikerInnen und des Hochschulchores war für mich stets ein erfrischender Ausgleich im Laboralltag.

Vor allem danke ich meinen Eltern und meinen Geschwistern im Schwabenlände sowie meiner Cousine Nadine hier in Hannover.

Lebenslauf

Persönliche Daten

04.09.1971 geboren in Stuttgart als Sohn von Prof. Dr. Volker Kottke und Heidemarie Kottke, geb. List

Schulbildung

1978 - 80 Grundschule in Stuttgart
1980 - 82 Grundschule in Leinfelden
1982 - 91 Gymnasium in Echterdingen
1991 Abitur

1991 - 92 Zivildienst

Studium

1992 - 98 Physikstudium an der Universität Stuttgart
1998 Diplom in Physik
Titel der Diplomarbeit: „Bildgebung durch magnetische Resonanz an optisch polarisierten Alkali-Atomen in der Gasphase“

wissenschaftliche Tätigkeit

1998 - 99 wissenschaftlicher Mitarbeiter am
2. Physikalischen Institut der Universität Stuttgart
seit 1999 Doktorarbeit am Institut für Quantenoptik der Universität
Hannover in der Arbeitsgruppe von Prof. Dr. W. Ertmer
Thema: „Magnetfallen und Signaturen der Eindimensionalität für Bose-Einstein-Kondensate“

