# Betriebsverhalten stufenloser Umschlingungsgetriebe unter Einfluss von Kippspiel und Verformungen

Vom Fachbereich Maschinenbau der Universität Hannover zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur genehmigte

Dissertation

von

# Dipl.-Ing. Armin Sue

geboren am 21.07.1966 in Alfeld (Leine)

2003

1. Referent:Prof. Dr.-Ing. G. Poll2. Referent:Prof. Dr.-Ing. R. BrauneVorsitzender:Prof. em. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. E. h. G. VoßTag der Promotion:06. Juni 2003

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Maschinenelemente, Konstruktionstechnik und Tribologie (IMKT) der Universität Hannover. Mein Dank gilt all jenen, die mich auf diesem Weg begleitet und unterstützt haben.

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. G. Poll, gilt mein besonderer Dank für die stets gewährte Unterstützung, das entgegengebrachte Vertrauen und die vielen fruchtbaren Diskussionen.

Herrn Prof. R. Braune danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferates.

Herrn Prof. Voß danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Besonderer Dank gilt auch Herrn Dr.-Ing. O. Dittrich, der mit seiner großen Erfahrung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat.

Weiterhin sei den Kollegen am Institut, den studentischen Hilfskräften für ihre Mitarbeit am Prüfstand und den Mitarbeitern der Werkstatt, die mit der umfangreichen Fertigung anspruchsvoller Komponenten zum Ausbau der CVT-Prüfstands beigetragen haben, für die gute Zusammenarbeit gedankt.

Nicht zuletzt danke ich der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) und ihren Mitgliedsfirmen sowie der Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen e.V. (AiF) für die finanzielle und fachliche Unterstützung des Forschungsvorhabens "CVT-Steifigkeit".

Armin Sue

#### Kurzfassung

Armin Sue:

# Betriebsverhalten stufenloser Umschlingungsgetriebe unter Einfluss von Kippspiel und Verformungen

Stufenlose Umschlingungsgetriebe (CVT) ermöglichen insbesondere in Kraftfahrzeugen eine optimale Wandlung von Antriebsdrehzahl und -moment. Hierdurch ist z.B. der Betrieb des Verbrennungsmotors in Betriebspunkten mit geringem spezifischen Kraftstoffverbrauch möglich. Eine der Verlustquellen in stufenlosen Umschlingungsgetrieben ist der Variator selbst. Elastische Scheiben- und Wellenverformungen und Kippen der Wegscheibe durch Führungsspiel rufen ein Aufspreizen des Scheibenkeils im Umschlingungsbogen hervor. Hierdurch kommt es zu radialen und tangentialen Gleitbewegungen zwischen dem Umschlingungsmittel und den Kegelscheiben, dem sogenannten "spiraligen Lauf". Diese Gleitbewegungen unter Normalkraft führen zu Reibungsverlusten.

Da keine gesicherten Erkenntnisse über den Einfluss der Variatorgeometrie und des Kippspiels auf diese Gleitreibungsverluste vorliegen, werden mehrere Geometrievarianten mit unterschiedlich steifen Kegelscheiben und mit unterschiedlichen Führungsspielen hinsichtlich Verlustleistung und Wirkungsgrad untersucht. Die Versuche werden mit Wiegedruckstückketten und Schubgliederbändern durchgeführt. Zur Messung der Scheibenverformung und der radialen Einlaufbewegung des Umschlingungsmittels wird ein Messsystem entwickelt und in das Prüfgetriebe integriert. Die Messungen der radialen Gleitbewegungen zeigen einen signifikanten Unterschied zwischen An- und Abtrieb. Beim Vergleich der untersuchten Geometrievarianten ergibt sich ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen der maximalen Laufradiusänderung und der entstehenden Verlustleistung. Insbesondere kann der Einfluss des Kippspiels und der freien Biegelänge zwischen den Einleitpunkten des Kippmoments in die Welle gezeigt werden. Bei sehr elastischen Scheiben kommt es zu einem "Stülpeffekt", bei dem der Scheibenkeil bereits am Einlaufpunkt aufgeweitet ist und somit die stärkere absolute Verformung keinen Einfluss auf die radiale Einlaufbewegung hat.

Ein bekannter analytischer Funktionsansatz zur Beschreibung der Vorgänge im Umschlingungsbogen wird so erweitert, dass auch Variatoren mit elastischen Scheiben untersucht werden können. Außerdem wird der Funktionsansatz um die Berücksichtigung von Zonen mit geringer Gleitgeschwindigkeit mit der Möglichkeit zum Haften ergänzt. Die FE-Berechnungen der benötigten Verformungen werden mittels eines 2D-Modells unter der Verwendung von speziellen harmonischen Elementen durchgeführt.

Die Konvergenz des Verfahrens bei beliebigen Anfangsbedingungen hinsichtlich Verformung und Belastung kann gezeigt werden. Für die benutzerfreundliche Bedienung dieses numerisch iterativen Verfahrens wird eine Berechnungsumgebung entwickelt. Ein Vergleich von Berechnungsergebnissen mit Messwerten aus dem experimentellen Teil ergibt eine gute Übereinstimmung hinsichtlich Scheibenverformung, radialer Einlaufbewegung, Anpresskraftbedarf und Wirkungsgrad.

#### Abstract

Armin Sue:

# **Operating Behaviour of Continuously Variable V-Belt and Chain Transmissions under Influence of Tilting Clearance and Deformations**

Continuously Variable V-Belt or Chain Transmissions (CVT) allow an optimum transformation of input speed and torque in automotive applications. The operation of a combustion engine at conditions of low specific fuel consumption is therefore possible. One of the sources of power losses in Continuously Variable Transmissions is the variator itself. Elasticity of the sheaves, shaft deformations and tilting of the axially moveable disc due to guidance clearance cause the wedge angle to expand in the contact arc. This can cause radial and tangential slip between the pins and the pulley, which is known as "spiral path". This sliding under normal forces leads to friction losses.

Because the influence of the variator geometry and of the tilting clearance on power losses on account of sliding friction is not precisely known, several geometry variants with pulleys of different stiffness and different guidance clearances are tested for energy dissipation and efficiency. These tests are done with rocker pins traction chains and steel push belts. To detect the deformation of the pulleys and the radial movement of the chain or belt, a measurement system is developed and integrated in the test gearbox.

The measurements of radial slip show a significant difference between input and output disc. The comparison of the investigated geometry variants exhibits an approximately linear relationship between the maximum change of contact radius and the power losses. In particular, the influence of the tilting clearance and the free bending-length between the introductory points of the tilting moments in the shaft can be shown. In the case of very flexible sheaves a effect of "inversion" occurs. That means that the wedge gap at the point of first contact with the chain is already expanded, and thus, an increased absolute deformation has no influence on radial slip.

Secondly, a well known analytic function for the description of the conditions in the contact arc is extended and applied in a way that allows the analysis of variators with elastic sheaves. In addition, the function is enhanced by taking small sliding speeds with the possibility for adhesion into consideration. The FE computations of the necessary deformations are accomplished by means of a 2D-model employing special harmonic elements.

The convergence of the procedure with arbitrary initial conditions with regard to deformation and load is demonstrated. For a better handling of this iterative numerical procedure, a computation environment is developed. The theoretical results and measured values from the experiments are compared, resulting in a good agreement regarding pulley deformation, radial slip, required clamping force and efficiency.

Schlagworte: Stufenlos verstellbare Getriebe, Umschlingungstheorie, Wirkungsgrad Continuously Variable Transmission, V-Belt Theory, Efficiency

# Inhaltsverzeichnis

F	Formelzeichen IX			
1	Eir	nleitu	ing	1
	1.1	Zie	lsetzung	5
	1.2	Sta	nd der Technik	7
2	Ex	perii	nentelle Untersuchungen	15
	2.1	Zie	l der Untersuchungen	15
	2.2	Me	ssverfahren	15
	2.	2.1	Prüfstand und Prüfgetriebe	16
	2.	2.2	Wirkungsgradmessungen	
	2.	2.3	Schleppverluste unter Anpresskraft	
	2.	2.4	Anpresskraftbedarf	19
	2.3	Vei	formungsmesssystem	22
	2.	3.1	Geometrische Grundlagen	23
	2.	3.2	Aufbau des Messsystems	24
	2.	3.3	Messprinzip für elastische Verformungen	
	2.	3.4	Kippspielmessung	34
	2.4	Vei	suchsprogramm	
	2.	4.1	Umschlingungsmittel und Anpresskraft	
	2.	4.2	Steifigkeitsvarianten	43
	2.5	Kip	pspielmessung	45
	2.6	Vei	änderung der notwendigen Anpresskraft	47
	2.7	Ein	fluss des Kippspiels auf den Wirkungsgrad	51
	2.8	Ein	fluss der Scheibensteifigkeit auf den Wirkungsgrad	56
	2.	8.1	Variante CTX	56
	2.	8.2	Variante CTX weich	61
	2.	8.3	Variante Steif	69
	2.9	Vei	lustleistungen	70
	2.	9.1	Anpresskraftabhängiger Verlustleistungsanteil (Schleppverluste)	71
	2.	9.2	Momentenabhängiger Verlustleistungsanteil	74
	2.10	) Qu	alitative Aussagen mittels einer vereinfachten Lastannahme	76
	2.11	Au	swertung und Diskussion	79
	2.12	2 Sch	lussfolgerungen	
3	Nu	meri	sch iteratives Berechnungsverfahren	88
	3.1	Gru	undlagen des Verfahrens	

3.2 Lösung des Differentialgleichungssystems			
3.3 Erweiterung des Verfahrens			
3.3.1 Korrekturwert der Scheibenverformung			
3.3.2 Approximation des Keilwinkels und der Korrekturverformung	102		
3.3.3 Berechnungslücke			
3.3.4 2D-Modellierung des Variators			
3.4 Konvergenz- und Lösungsverhalten des Verfahrens			
3.5 Wirkungsgradberechnung			
3.6 Berechnungsumgebung	135		
3.7 Verifizierung des numerisch iterativen Berechnungsverfahrens	136		
3.7.1 Laufradiusänderung und Verformung			
3.7.2 Anpresskraft und ζ-Verlauf	141		
3.7.3 Wirkungsgrad und Verlustleistung	149		
4 Zusammenfassung und Ausblick	154		
5 Literatur	158		
Anhang	164		
A.1 Differenzialgleichungssystem nach Sattler	164		
A.2 Einfluss des Kippspiels auf den spiraligen Lauf			

# Formelzeichen

## Arabische Formelzeichen

<u>Zeichen</u>	<u>Einheit</u>	Bedeutung
a	m	Achsabstand
Α	$m^2$	Fläche
b	m	Breite
EA	Ν	Längssteifigkeit
F	Ν	Zugkraft/ allgemeine Kraft
h	-	Schrittweite des Runge-Kutta-Verfahrens
i	-	Übersetzung
Κ	$Ns^2$	Konstante
l	m	Länge
L	m	Länge des Umschlingungsmittels
m	kg	Masse
$m^*$	kg/m	Massebelegung
Μ	Nm	Biegemoment
n	1/min	Drehzahl
Ν	Ν	Normalkraft
р	Pa	hydraulischer Druck
Р	W	mechanische Leistung
q	N/m	Quersteifigkeit
r	m	allgemeiner Laufradius
R	m	Laufradius ohne Belastung
S	m	Position Wegscheibe
S	Ν	Scheibenspreizkraft/ Anpresskraft
t	-	Iterationsschrittnummer
Т	Nm	Drehmoment
v	m/s	Geschwindigkeit
<i>v</i> *	m/s	projizierte Geschwindigkeit auf Achsnormalebene
<i>v</i> **	m/s	projizierte Geschwindigkeit auf Achsebene
W	m	axiale Scheibenverformung/ Keilspaltaufweitung

## Griechische Formelzeichen

Zeichen	<u>Einheit</u>	Bedeutung
2		
β	rad	geometrischer Keilwinkel
$eta_0$	rad	geometrischer Grundkeilwinkel
$\beta_{ m S}$	rad	effektiver Keilwinkel der Gleitbewegung
γ	rad	Gleitwinkel
δ	rad	Kippwinkel zwischen den Scheibenachsen
Δ	-	Änderung einer Größe
ζ	-	Anpresskraft-/ Spreizkraftverhältnis/ Stützung
$\eta$	-	Wirkungsgrad
μ	-	Reibwert
ρ	kg/m <sup>3</sup>	Dichte

arphi	rad	allg. Winkelkoordinate im Bogen
$\varphi_{ m S}$	rad	Winkellage des Kraftschwerpunktes
$\varphi_{\rm Z}$	rad	Winkellage maximaler Keilöffnung
ω	rad/s	Winkelgeschwindigkeit

# Indizes

Index	Bedeutung
0	Zustand am Iterationsschrittanfang
1	Zustand am Bogenanfang
2	Zustand am Bogenende
ab	Abtriebsseite
an	Antriebsseite
DL	Definitionslücke
dyn	dynamisch
FE	Finite-Elemente-Modell
Fl	Fliehkraft
FS	Festscheibe
g	Gleitbewegung
haft	Haften
hydr	hydraulisch
i	innen
Κ	Kippen
kor	korrigierter Wert
Lager	Lager (lastabhängige Lagerverluste)
Leer	Leerlauf (ohne Belastung)
max	maximaler Wert
n	Laufindex
nenn	Nennbetriebspunkt
nor	normiert
par	parallel
rad	in radialer Richtung
reib	Reibung
rel	relativ
tan	in tangentialer Richtung
theor	theoretischer Wert
S	Schwerpunkt
schlepp	Schleppversuch
soll	Sollwert
stat	statisch
U	Umschlingungsmittel
V	Verlust
V	Verformung
VK	Verformung und Kippen
Var	Variator
WS	Wegscheibe
Z	Offnungszentrum der Scheibenverkippung
Zyl	Zylinder

# Arabische Abkürzungen

<u>Abkürzung</u>	<b>Einheit</b>	<u>Bedeutung</u>
А	-	allg. Term
В	N/m	allg. Term
С	-	allg. Term
D	N/m	allg. Term
DGLS		Differentialgleichungssystem
E	m	allg. Term
G	-	allg. Term
Н	-	allg. Term
J	-	allg. Term
K <sub>1</sub>	N/m	Koeffizient
K <sub>2</sub>	N/m	Koeffizient
<b>K</b> <sub>3</sub>	$N/m^2$	Koeffizient
$K_4$	N/m	Koeffizient
K <sub>5</sub>	N/m	Koeffizient
K <sub>6</sub>	N/m	Koeffizient
L	-	allg. Term
М	-	allg. Term
Ν	-	allg. Term
0	-	allg. Term
SGB		Schubgliederband
WDK		Wiegedruckstückkette

# Griechische Abkürzungen

<u>Abkürzung</u>	Einheit	Bedeutung
Θ	m <sup>2</sup> /N	Gesamtkoeffizient
Φ	$m^2/N$	Gesamtkoeffizient
Ψ	$m^2/N$	Gesamtkoeffizient

## 1 Einleitung

Verstellgetriebe mit stufenloser Übersetzungsänderung (CVT, Continuously Variable Transmission) gewinnen in zunehmendem Maße an Bedeutung. Besonders in Kraftfahrzeugen ermöglichen sie durch entsprechende Regelstrategien den Betrieb des Verbrennungsmotors in Betriebspunkten geringen spezifischen Kraftstoffverbrauchs. Dies ist im Hinblick auf die zunehmend strengeren gesetzlichen Abgasbestimmungen und das steigende Kundeninteresse an Fahrzeugen mit geringem Kraftstoffverbrauch von großer Bedeutung. Auch das Beschleunigungsvermögen lässt sich gegenüber Fahrzeugen mit Stufengetrieben dadurch steigern, dass der Motor über weite Geschwindigkeitsbereiche im Punkt maximaler Leistung gehalten werden kann. Durch das Entfallen von Lastwechseln beim Stufensprung lässt sich außerdem eine Verbesserung des Fahrkomforts gegenüber herkömmlichen Stufenautomatikgetrieben erzielen. Auf den Gesamtwirkungsgrad des Antriebsstrangs hat aber nicht nur der gewählte Betriebspunkt des Verbrennungsmotors, sondern auch der Wirkungsgrad des Getriebes einen erheblichen Einfluss.

Eine Form von CVT-Getrieben sind stufenlos verstellbare Umschlingungsgetriebe (**Abbildung 1**). Sie bestehen aus zwei parallel angeordneten Wellen, auf denen sich jeweils zwei kegelige Scheiben befinden. Eine der Scheiben ist fest mit der Welle verbunden, die an-



Abbildung 1: Funktionsprinzip stufenloses Umschlingungsgetriebe

dere ist axial verschieblich, kann aber auch Torsionsmomente auf die Welle übertragen. Die Übersetzung wird bei dieser Getriebebauform durch eine Änderung des axialen Abstandes der Kegelscheiben variiert, wodurch sich für das die Scheiben umschlingende Übertragungselement konstanter Länge auf beiden Kegelscheibenpaaren ein neuer Kontaktradius einstellt. Hierdurch kommt es zur Wandlung von Eingangsdrehzahl und -moment. Das Abtriebsmoment ist proportional zur Übersetzung, während sich die Abtriebsdrehzahl umgekehrt proportional verhält. Die Baugruppe aus Wellen, Kegelscheiben und Zugmittel wird als Variator bezeichnet.

Bei den hier betrachteten stufenlosen Umschlingungsgetrieben handelt es sich um Getriebe mit kraftschlüssiger Leistungsübertragung. Die notwendige Normalkraft im Kontakt zwischen dem Umschlingungsmittel und den Kegelscheiben wird durch das Anpresssystem an den beweglichen Scheiben aufgebracht. Die in axialer Richtung wirkende Kraft wird als Anpresskraft bezeichnet. Die in Achsrichtung wirkenden Anteile der Kontaktnormalkräfte und der Reibkräfte wirken der Anpresskraft entgegen und werden als Spreizkräfte bezeichnet. Zwischen den Anpresskräften am An- und Abtriebsscheibensatz stellt sich im stationären Betrieb ein Verhältnis ein, das im wesentlichen von der Übersetzung, dem Anpresskraftniveau und dem übertragenen Moment abhängig ist. Reichen Anpresskraft und Reibwert im Umschlingungsbogen nicht zur Übertragung des am Getriebe anliegenden Momentes aus, kommt es zum Durchrutschen, was zur Beschädigung oder Zerstörung des Umschlingungsmittels führen kann. Die Anpresskraft kann sowohl mechanisch als auch hydraulisch aufgebracht werden. Bei Kraftfahrzeugen mittlerer Leistungsklasse werden heutzutage Metallumschlingungsmittel eingesetzt und hydraulische Anpresssysteme verwendet. Die Schmierung und Kühlung des Umschlingungsmittels und des Reibkontakts erfolgt üblicherweise mittels einer Öleinspritzschmierung. Im Hydraulik- und im Schmierkreislauf wird im Normalfall dasselbe Fluid verwendet.

Moderne Pkw-Getriebe verfügen über eine elektronische Regelung, die die Übersetzung des Getriebes in Abhängigkeit von Stellung und Änderungsgeschwindigkeit des Fahrpedals und Fahrzeuggeschwindigkeit regelt. Im Hinblick auf einen optimalen Wirkungsgrad ist eine Anpresskraft mit einer möglichst geringen Sicherheitsreserve gegen Durchrutschen wünschenswert. Eine Überanpressung, die das Durchrutschen sicher verhindern würde, führt zu einer unnötigen Erhöhung der Verlustleistung im Variator. Zur Erzeugung der momentenabhängigen Anpresskraft werden in heutigen Getrieben zwei unterschiedliche Systeme eingesetzt. Das erste kann als freie Anpressung bezeichnet werden. Hierbei wird die Anpresskraft in Abhängigkeit von Motormoment und Übersetzung vorgegeben. Die Vorgabe erfolgt üblicherweise für den Abtriebsscheibensatz, weil hier die größte Gefahr des Durchrutschens besteht. Die

Übersetzungsregelung erfolgt durch Variation der Anpresskraft am Antriebsscheibensatz. Das momentane Motormoment kann sensorisch erfasst werden oder stammt aus Daten des Motormanagementsystems. Mit freier Anpressung lassen sich die Anpresskräfte am besten an den Bedarf anpassen. Allerdings können diese Systeme nur schwer auf unvermittelte Ereignisse reagieren. Besonders problematisch sind hierbei von der Fahrbahnseite auf den Antriebsstrang wirkende Momentenstöße. Bei dem zweiten System erfolgt daher die momentenabhängige Anpresskraftvorgabe über einen mechanisch-hydraulischen Fühler, der sich im Momentenfluss am Antriebsscheibensatz befindet. Mit ihm stellt sich ein zum Antriebsmoment proportionaler Druck ein. Eine übersetzungsabhängige Anpresskraftvorgabe ist mit einem einfachen Drehmomentfühler nicht möglich. Dies führt zu einer starken Überanpressung im Overdrive. Verbesserungen lassen sich mit einem zweistufigen Fühler erreichen; hierbei werden zwei von der Übersetzung abhängige Fühlerkennlinien verwendet. Durch die Verwendung eines zweiten Fühlers an der Abtriebsseite, lässt sich eine noch bessere Übersetzungsabhängigkeit erzielen. Hierbei stellt sich in beiden Fühlern ein Druck ein, es wird aber nur der höhere an den Abtriebsscheibensatz weitergeleitet. Momentensprünge führen mit einer Verzögerung in der Größe der Zeitkonstante des Fühlers zu einer Anpresskrafterhöhung.

Die Hydraulikzylinder befinden sich auf den drehenden Wellen. Durch auf das Öl wirkende Fliehkräfte steigt der Druck im Zylinder quadratisch mit dem Radius und der Winkelgeschwindigkeit an. Selbst ohne von außen anliegenden statischen Druck und bei lediglich drucklos befülltem Zylinderraum können bei hohen Drehzahlen erhebliche Axialkräfte auftreten, die eine Grenze für die kleinste realisierbare Anpresskraft darstellen. Besonders stark ausgeprägt ist dieser Effekt am Abtriebsscheibensatz bei Übersetzung ins Schnelle. Im Teillastbereich kann es hierdurch zu starken Überanpressungen kommen. Um zumindest einen Teil der unerwünschten Fliehkräfte im Zylinder kompensieren zu können, werden sogenannte Fliehölhauben an der Kolbenrückseite verwendet. Sie sind mit drucklosem Öl befüllt. Die auf dieses Öl wirkenden Fliehkräfte erzeugen eine Kraft, die der Anpresskraft im Druckzylinder entgegengerichtet ist.

An die zur Druckölversorgung benötigte Hydraulikpumpe werden besondere Anforderungen gestellt. Zur Zeit werden hier Zahnrad-, Flügelzellen- oder Kolbenpumpen verwendet, die direkt mit dem Verbrennungsmotor gekoppelt sind. Die Pumpe muss deshalb bereits bei Leerlaufdrehzahl des Motors die notwendigen Drücke und Volumenströme zur Verfügung stellen. Während im stationären Betrieb nur die Leckagen, die z.B. in der axialen Druckölzuführung in die Welle oder in der Wegscheibenführung entstehen, ausgeglichen werden müssen, gibt eine Schnellverstellung, wie sie z.B. bei einer Notbremsung auftritt (hier muss in 1-2 Sekunden vom Overdrive in Anfahrübersetzung verstellt werden), den maximal benötigten Volumenstrom vor. Dies hat zur Folge, dass in stationären Betriebspunkten bei hoher Motordrehzahl ein Großteil der von der Pumpe gelieferten hydraulischen Leistung am Druckbegrenzungsventil in Wärme umgewandelt werden muss.

Auf dem Markt haben sich zwei Bauformen von Metallumschlingungsmitteln etabliert. Es handelt sich zum einen um eine gliedrige Zugkette, die wegen ihrer im Umschlingungsbogen aufeinander abwälzenden paarweisen Bolzen als Wiegedruckstückkette bezeichnet wird. Das andere Umschlingungsmittel besteht aus zwei endlosen Bandpaketen, die sich in Nuten von schmalen Druckstücken befinden. Da in den Trumen auch Schubkräfte über die Druckstücke übertragen werden können, wird diese Bauform als Schubgliederband bezeichnet.

In nasslaufenden stufenlosen Umschlingungsgetrieben sind zunächst die in allen Getriebebauarten üblichen Verlustleistungsquellen vorhanden. Hierzu gehören berührende Dichtungen, Wälzlager, Zahneingriffe, Hydrauliksystem und Planschverluste. Während die Verzahnungsverluste durch die geringere Anzahl von Zahneingriffen kleiner als in Stufengetrieben ausfallen, sind die hydraulischen Verluste durch das höhere Druckniveau und den größeren Volumenstrom größer als z.B. in vergleichbaren Stufenautomatikgetrieben. Als zusätzliche Verlustleistungsquelle ist der Variator anzusehen. Die hier auftretenden Verluste stellen für den Wirkungsgrad des Gesamtgetriebes eine durch das Wandlungsprinzip bedingte obere Grenze dar.



Abbildung 2: Spiraliger Lauf des Umschlingungsorgans durch Scheibenverformung am Abtriebsscheibensatz (nach *Dittrich* [58])

Neben Gleitreibungsverlusten innerhalb des Umschlingungsmittels entstehen die Verluste im Variator durch Gleitbewegungen zwischen dem Umschlingungsmittel und den Kegelscheiben. Aufgrund der elastischen Bolzen- und Scheibenverformungen sowie der Scheibenverkippungen in der Wegscheibenführung läuft das Umschlingungsmittel nicht auf einem konstanten Radius um die Scheibensätze herum. Hierdurch kommt es neben dem zum Zugkraftauf- und -abbau notwendigen tangentialen Schlupf auch zu radialen Gleitbewegungen; es entsteht der sogenannte "spiralige Lauf".

Eine wesentliche Beeinflussung des Wirkungsgrades durch die konstruktive Ausführung des Variators (Wellen- und Scheibensteifigkeit, Führungsspiel, Scheibenfeingeometrie) ist demnach vorhanden; gesicherte Kenntnisse über die exakten Zusammenhänge zwischen Bauteilverformungen und Wirkungsgrad fehlten jedoch zu Beginn der hier dargestellten Untersuchungen. Vor dem Hintergrund weltweit zunehmender Entwicklungsaktivitäten auf dem Gebiet der stufenlos verstellbaren Getriebe für den Einsatz im Kraftfahrzeug sind solche Erkenntnisse jedoch notwendig, um bei der Konzeption und konstruktiven Auslegung der Getriebekomponenten optimale Ergebnisse zu erzielen. Wirkungsgradunterschiede von weniger als 1 % können für den Erfolg der verschiedenen miteinander konkurrierenden Getriebekonzepte ausschlaggebend sein.

## 1.1 Zielsetzung

Ein wesentlicher Grund für den Einsatz stufenloser Getriebe im Kraftfahrzeug ist die Verbrauchsreduzierung durch den Betrieb des Verbrennungsmotors in Bereichen geringen spezifischen Kraftstoffverbrauchs. Folglich sollte auch bei der Konstruktion des Getriebes ein besonderer Schwerpunkt auf die wirkungsgradoptimierte Gestaltung gelegt werden. Während bei Stufengetrieben die Optimierungsmöglichkeiten im Leistungsfluss eher gering sind, ergeben sich bei stufenlosen Umschlingungsgetrieben größere Einflussmöglichkeiten. Diese müssen optimal genutzt werden, um mit neuzeitlichen automatisierten Stufenschaltgetrieben z.B. in Doppelkupplungsbauweise hinsichtlich Wirkungsgrad und Kosten Schritt halten zu können. Ein besonderes Augenmerk ist auf die Wahl des Anpresssystems und die Anpressstrategie zu legen. Eine Überanpressung führt zwangsläufig zu unnötig hohen Verlusten und zu einer erhöhten Bauteilbelastung. Die vorliegende Arbeit soll sich allerdings hauptsächlich mit dem Einfluss der Variatorgeometrie auf den Wirkungsgrad beschäftigen. Ziel ist letztlich die Reduzierung derjenigen elastischen Verformungen im Umschlingungsbogen, die den spiraligen Lauf verstärken und die Verluste erhöhen. Ein extrem massiv gebauter Variator dürfte folglich auch zu guten Wirkungsgraden führen. Die Konstruktion eines Variators mit geringer Masse und Massenträgheit und gleichzeitig sehr gutem Wirkungsgrad, wie er im Fahrzeugbau gefordert wird, ist allerdings komplexer. Hierzu sind detaillierte Kenntnisse unterschiedlicher Geometrieeinflüsse auf den Wirkungsgrad notwendig, die im Rahmen dieser Arbeit beschrieben werden sollen.

Die Arbeit gliedert sich in einen experimentellen und einen theoretischen Teil. Da bisher keine abgesicherten Messungen zum Geometrieeinfluss vorlagen, sollte im experimentellen, ersten Teil durch die gezielte Variation einzelner Parameter der Einfluss der Variatorgeometrie auf das Betriebsverhalten untersucht werden. Hierbei sollte insbesondere die Wirkung des Führungs- oder auch Kippspiels und der Scheibensteifigkeit aufgezeigt werden. Neben Messungen der Verlustleistung und



des Wirkungsgrads waren daher auch Verformungsmessungen an den elastischen Scheiben und eine Messung der Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels erforderlich. Hierfür war ein Verformungsmesssystem zu entwerfen und in das Prüfgetriebe zu integrieren. Außerdem sollten zwei vom Aufbau her unterschiedliche Umschlingungsmittel verglichen werden.

Ziel war es außerdem, neben quantitativen auch qualitative Aussagen zur optimalen Gestaltung von Variatoren zu erarbeiten, die es dem Konstrukteur ermöglichen, schon in der Entwurfsphase gestalterische Regeln anzuwenden, um ein Optimum hinsichtlich der Parameter Wirkungsgrad, Masse und Massenträgheit zu erzielen.

Da aus dem experimentellen Teil umfangreiche Messdaten und die dazugehörigen Geometriedaten zur Verfügung stehen, sollte im zweiten, theoretischen Teil ein bestehendes Berechnungsmodell erweitert und verifiziert werden. Ziel war es, ein abgesichertes und praktisch anwendbares Berechnungsverfahren zu erstellen, das die wesentlichen Einflussfaktoren berücksichtigt und in der Konzept- und Entwurfsphase schnelle Aussagen sowohl über Wirkungsgrad und Anpressbedarf als auch über die Verläufe auslegungsrelevanter Größen, wie z.B. Zugkraft oder Gleitgeschwindigkeit, über dem Umschlingungsbogen ermöglicht. Zur anwenderfreundlichen Bedienung sollte eine entsprechende Berechnungsumgebung für das Verfahren geschaffen werden.



Abbildung 3: "Variomatic" der Firma DAF

## 1.2 Stand der Technik

#### Entwicklung von Fahrzeuggetrieben

Stufenlose Fahrzeuggetriebe weisen eine lange geschichtliche Entwicklung auf. Insbesondere nach dem zweiten Weltkrieg sind eine Reihe von Getriebeentwicklungen durchgeführt und diverse Prototypfahrzeuge mit stufenlosen Umschlingungsgetrieben ausgerüstet worden. Hier sollen nun die wichtigsten Entwicklungsschritte hinsichtlich des Einsatzes im Pkw-Bereich vorgestellt werden.

Die erste Serienentwicklung eines stufenlosen Umschlingungsgetriebes stellte die von den niederländischen Gebrüdern *Van Doorne* konstruierte "Variomatic" dar (**Abbildung 3**). Das Motormoment wurde über eine Doppelkeilriemenanordnung auf die Abtriebsräder übertragen. Sie wurde seit 1958 lange Jahre im DAF "Daffodil", sowie später im Volvo 340 eingesetzt. Insgesamt wurden etwa 1,2 Mio. Fahrzeuge mit der Van-Doorne-Technik ausgestattet, die einen bis heute hohen Bekanntheitsgrad erreichte. Durch die geringe Leistungsdichte der verwendeten Keilriemen war die Anwendung allerdings auf Fahrzeuge mit schwacher Motorisierung beschränkt [33].

1969 startete Ford seine Forschungsarbeiten auf dem Gebiet stufenloser Automatikgetriebe. 1976 wurde gemeinsam mit der Firma Van Doorne Transmissie (VDT) und FIAT/Lancia mit der Entwicklung und dem Bau des "CTX-Getriebes" (Continuously variable Transaxle – CTX) begonnen, das 1983 der Öffentlichkeit vorgestellt werden konnte. Als Umschlingungsmittel wurde das von VDT angebotene metallische Schubgliederband verwendet. Es bestand aus ca. 320 Gliedern, die durch zwei Stahlbandpakete geführt wurden. Durch den besonderen Aufbau können in den Trumen auch Schubkräfte übertragen werden. Einsatzfahrzeuge waren bei Ford zunächst der Fiesta 1,1 l, in der Folgezeit auch die Automatikversion des Escort 1,6 l. Bei FIAT wurde erst der 1,1 l Uno Selecta mit dem CTX angeboten, die 1,5 l-Version folgte etwas später [16].

Ein weiteres Umschlingungsmittel ist die Zugkette der Firma PIV Antriebe Werner Reimers, die ursprünglich für Industriegetriebe entwickelt wurde. Ab 1977 wurde in Fahrzeuganwendungen eine reibschlüssige feingliedrige Wiegedruckstückkette (Laschenkette) eingesetzt. Die Anpresskraft wurde mit einer vollhydraulischen Einheit aufgebracht, die von einem Drehmomentsensor angesteuert wurde. Bis 1987 sind verschiedene Prototypfahrzeuge dargestellt worden, beginnend mit einem 44 kW VW Jetta bzw. 55 kW VW Golf bis hin zu einem heckgetriebenen Ford Scorpio [13].

Besonders von den ostasiatischen Autobauern wurden in den letzten Jahren mehrere Serienfahrzeuge auf den Markt gebracht, die mit stufenlosen Umschlingungsgetrieben ausgestattet sind. 1987 führte Subaru erstmals im Justy 1,01 ein CVT auf dem japanischen Markt ein, das unter dem Namen "ECVT" (Electro Continuously Variable Transmission) bekannt wurde. Es besitzt eine elektronisch gesteuerte Magnetpulverkupplung als Anfahrelement und verwendet das Schubgliederband [72].

Von Nissan wurde 1992 der 1,3 l Micra mit dem ECVT, das bei Nissan den Namen "NCVT" trägt, angeboten. 1998 brachte Nissan bereits die zweite Generation seiner Stufenlosgetriebe unter dem Namen "Hypertronic CVT", ebenfalls mit Schubgliederband, zur Serienreife.

Suzuki führte 1992 als erster Automobilhersteller in Japan ein vollelektronisch gesteuertes, stufenloses Getriebe zur Marktreife. In Verbindung mit 1,3-Liter-Motoren wurde es ausschließlich in Japan verkauft. Wesentlicher Bestandteil ist neben einer elektro-hydraulischen Steuerung die Zugkette von Borg-Warner als Umschlingungsmittel [34].

Seit 1996 wird die "Honda Multi Matic" weltweit im 1,61 Civic angeboten. Auch sie besitzt eine vollelektronische Steuerung ähnlich der von Suzuki, allerdings in Verbindung mit einem Schubgliederband als Umschlingungsmittel [20].

Auf dem deutschen Automarkt begann Audi seine Forschungs- und Entwicklungsarbeiten auf dem Gebiet der CVTs im Jahre 1981. In Zusammenarbeit mit der Firma PIV Antriebe Werner Reimers wurden mehrere Versuchsfahrzeuge mit CVTs ausgestattet. Als Umschlingungsmit-



Abbildung 4: Audi "Multitronic"

tel wurde die von PIV weiterentwickelte Laschenkette verwendet. Das Folgeprojekt, welches gemeinsam mit PIV und LuK unter der Bezeichnung "Ökomat" durchgeführt wurde, konnte 1993 erfolgreich die Vorentwicklungsphase abschließen. Das Frontgetriebe wurde für 250 Nm ausgelegt. Als Anfahrelement diente eine nasslaufende Kupplung.

Basierend auf den Erkenntnissen des Vorentwicklungsprojekts wurde bei Audi im Jahre 1994 mit der Serienentwicklung der "Multitronic" begonnen (**Abbildung 4**). Sie wurde 1999 sehr erfolgreich in den Markt eingeführt und erfreut sich großer Kundenakzeptanz [45]. Zielfahrzeug ist z.B. der Audi A6 mit V6-2.8 l-Motor und einem maximalen Drehmoment von 300 Nm. Als Übertragungselement wird die LuK-Kette, die eine Weiterentwicklung der PIV Wiegedruckstückkette darstellt, eingesetzt. Ein dynamischer, zweistufiger Drehmomentsensor sorgt für die notwendige Anpressung zur Momentenübertragung. Im Vergleich zu den Vorgängermodellen können neben sehr deutlichen Fahrleistungsgewinnen auch Verbrauchseinsparungen von etwa 9 % nachgewiesen werden [29].



Abbildung 5: "CVT 23" von ZF

Die Forschungsaktivitäten der Firma ZF hinsichtlich Stufenlosgetrieben reichen bis in die frühen 70er Jahre zurück. Nach einigen Prototypen mit verschiedenen Umschlingungsmitteln wurde 1991 mit der Entwicklung des Seriengetriebes "CFT 20" (Ecotronic) für frontgetriebene Fahrzeuge begonnen [7]. Als Umschlingungsmittel wird das Schubgliederband verwendet.

In Kürze wird das Getriebe "CVT 23", das für ein Antriebsmoment von 230 Nm ausgelegt ist, in großer Stückzahl in Produktion gehen (**Abbildung 5**). Die Fertigung erfolgt in einem Gemeinschaftsprojekt mit Ford in Nordamerika. Das Getriebe ist für einen 1,6 l-Diesel- und einen 1,8 l-Bezinmotor ausgelegt und wird z.B. im Ford-FOCUS eingesetzt. Als Anfahrelement fungiert ein Wandler, als Umschlingungsmittel wird das VDT-Schubgliederband mit freier hydraulischer Anpressung verwendet.

#### Theoretische und experimentelle Untersuchungen

Im Bereich theoretischer Untersuchungen an stufenlosen Getrieben sind in den letzten Jahrzehnten diverse Berechnungsansätze veröffentlicht worden. Hier sollen die wesentlichen Arbeiten, die sich mit der Kraftübertragung und der Verlustleistung im Variator beschäftigen, kurz vorgestellt werden.

*Dittrich* erkannte in seiner Dissertation im Jahre 1953 [10], dass die Theorien von *Eytelwein* [18] und *Grashof* [30], welche die grundlegenden Formeln für Flachriementriebe herleiteten, den experimentellen Erfahrungen in Umschlingungsgetrieben mit keilförmigen Reibflanken widersprechen. Er entwickelte eine neue Theorie, die die Verhältnisse im Keilscheibenvariator beschreibt und verwies erstmals auf den sogenannten "spiraligen Lauf", der sich aufgrund von Zugkraftänderungen und Querelastizitäten im Umschlingungsmittel auf dem sekundären Scheibensatz einstellt und von der idealen Kreisbahn abweicht. Auf dem primären Scheibensatz wurde in Versuchen kein spiraliger Lauf festgestellt. Er teilte die Umschlingungsbögen, ähnlich wie *Grashof*, an Primär- und Sekundärscheibensatz in einen Ruhe- und einen Funktionsbogen auf. Während die Kraftverhältnisse im Ruhebogen unveränderlich sind, finden die wesentlichen Änderungen der Zugkraft zur Momentenübertragung im Funktionsbogen statt. *Dittrich* gab auch eine Formel für die Verluste an, die aufgrund des spiraligen Laufs entstehen.

Im Jahre 1992 erweiterte *Dittrich* seine Aussagen aus [10] und wies auf die wesentlichen Einflüsse der Scheibensteifigkeit bei metallischen Umschlingungsgetrieben hin [14]. Im Gegensatz zu seiner Dissertation wurde ein spiraliger Lauf nunmehr auch auf dem Primärscheibensatz berücksichtigt. Als Folge der hohen Anpresskräfte ergaben sich nicht vernachlässigbare Scheibenverformungen, die den Effekt der Abweichung von der idealen Laufbahn verstärkten. Er führte statische Messungen an einem Modellprüfstand durch und ermittelte Gleitbewegungen und Laufradiusänderungen bei einer feingliedrigen Kette.

Im Jahr 1997 stellte *Dittrich* in [15] eine Möglichkeit zur Berechnung des Wirkungsgrads aus der Scheibenverformung vor. In das teilempirische Berechnungsverfahren geht die maximale Laufradiusänderung als steifigkeitsabhängige Größe ein. Im Jahre 2002 wurde von *Sue, Dittrich* und *Poll* ein komplettes Berechnungsverfahren vorgestellt [68], das auf diesem Berechnungsansatz beruht. Die Laufradiusänderung wird aus einer 2D-FE-Rechnung gewonnen.

In den Arbeiten von *Lutz* und *Schlums* aus den Jahren 1959 wurde ebenfalls Bezug auf die im Variator wirkenden Kräfte genommen. Abhängig von der Querelastizität werden Lösungsansätze für die wirkenden Kräfte und die Abweichung von der idealen Kreisbahn angegeben. Alle übrigen Bauteile werden als starr vorausgesetzt. Der Begriff des "Orthogonalpunktes" –

das ist der Punkt, in dem eine rein radiale Gleitbewegung des Umschlingungsmittels relativ zu den Keilscheiben vorliegt – wurde geprägt [40], [56]. Während anfangs von stetigen Gleitbewegungen ausgegangen wurde, wurde die Theorie 1965 um Untersuchungen zur Selbsthemmung erweitert [41].

*Gerbert* bildete in einer Abhandlung von 1972 einen Keilriementrieb ab und berücksichtigte neben der Querstauchung auch die Längsdehnung des Zugmittels [22]. Er formulierte ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem, das einer numerischen Lösung bedarf. Das Simulationsmodell lässt Aussagen über wichtige Größen im Umschlingungsbogen zu, angefangen vom Zugkraftaufbau bis hin zu den auftretenden Gleitbewegungen im Keilriemen. Im Jahre 1984 erweiterte er sein Modell dahingehend, dass auch metallische Umschlingungsmittel wie z.B. das Schubgliederband beschrieben werden können [23], [24].

1989 veröffentlichte *Gerbert* gemeinsam mit *Olsson* eine weitere Abhandlung, in der die Abweichung von der idealen Kreisbahn aufgrund von Verformungen der Keilscheiben Beachtung findet [26]. In einer Veröffentlichung von 1996 berücksichtigte *Gerbert* die Verformung in Form eines "Starrkörper-Kippens" der Scheiben mittels einer harmonischen Ansatzfunktion [27]. Lokale Verformungen der Scheiben wurden nicht berücksichtigt. Im Jahre 2000 erweiterten *Gerbert* und *Sorge* den Lösungsansatz um eine Bedingung, die dem Haften ähnelt [28]. Hierbei kann in einem Bereich des Umschlingungsbogens ein Gleiten mit sehr geringer Gleitgeschwindigkeit ohne Zugkraftänderung auftreten.

Sattler entwickelte 1999 in seiner Dissertation einen analytischen Ansatz zur numerischen Berechnung der Zug- und Spreizkräfte, des Gleitwinkels und der Gleitgeschwindigkeiten [52]. Er ging dabei ähnlich wie *Gerbert* von einem kontinuierlichen Verlauf über dem Umschlingungsbogen aus. Er formulierte ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem und schlug eine Betrachtung als Anfangswertproblem vor, das sich mit dem Verfahren nach *Runge-Kutta* lösen lässt. Es werden sowohl die Quer- und die Längssteifigkeit des Umschlingungsmittels als auch ein Verkippen der Scheiben durch elastische Verformungen berücksichtigt. Eine Lösung lässt sich allerdings nur für Betriebspunkte nahe dem Volllastpunkt berechnen, bei dem sich am Abtriebsscheibensatz der Orthogonalpunkt (rein radiales Einwandern) am Einlauf des Umschlingungsmittels befindet.

Im Vergleich zur Zugkette ist das Übertragungsprinzip des Schubgliederbandes komplexer. Es haben sich deshalb mehrere Veröffentlichungen mit der Beschreibung der inneren Vorgänge im Schubgliederband beschäftigt. Hier sei besonders auf einen dreiteiligen Beitrag von *van Rooij* und *Schaerlaeckens* aus dem Jahr 1993 hingewiesen [48][49][50]. Sie gaben darin eine Möglichkeit an, Anpresskräfte und Wirkungsgrad des Schubgliederbandes zu berechnen. Sie erläuterten die Bewegungs- und Kraftverhältnisse im Zugmittel und untersuchten die Rei-

bungsverluste der Stahlbänder untereinander, an den Kontaktstellen der Stahlbänder mit den Schubgliedern sowie der Schubglieder mit den Variatorscheiben infolge von Gleitbewegungen in Umfangsrichtung. Auch ihrem Modellansatz lagen einige Vereinfachungen zugrunde. Die Scheiben wurden als ideal starr angenommen; die Laufbahn des Schubgliederbandes beschreibt aufgrund dessen eine Kreisbahn. Gleitreibungsverluste zwischen dem Band und den Kegelscheiben durch radiale Bewegungen, also den "spiraligen Lauf", wurden somit nicht berücksichtigt.

*Tenberge* beschäftigte sich in seiner Dissertation 1986 mit metallischen Umschlingungsmitteln und deren Wirkungsgrad [70]. Er untersuchte sowohl Zugketten als auch Schubgliederbänder. Gegenstand der Betrachtungen ist die Wirkungsweise der Reibkräfte in mehrlagigen Umschlingungsorganen in den identifizierten unterschiedlichen Bewegungsphasen des Schubgliederbandes im Verlauf des Umschlingungsbogens. Zur Berechnung des Kraftaufbaues in einlagigen Zugkettengetrieben wird wie bei *Gerbert* das Verfahren von *Runge-Kutta* herangezogen. Neben der Betrachtung von Verstellvorgängen zur Übersetzungsänderung wird für stationäre Betriebsverhältnisse die Vorstellung vom Funktions- und vom Ruhebogen beibehalten.

*Srnik* entwickelte ein dynamisches Schwingungsmodell eines Kettenvariators, in dem auch die Scheibenverformungen und der Polygoneffekt der Kette berücksichtigt wurden [63]. Es enthielt ein aufwendiges Kontaktmodell und benutzte zur Abbildung von Selbsthemmung ein stetiges Reibgesetz. Es war dadurch möglich, Aussagen über das Betriebsverhalten, Schwingungen, die statischen und dynamischen Belastungen sowie den Wirkungsgrad des Kettenvariators zu treffen. Es wurden ideal starre und elastische Scheiben verglichen. *Sedlmeyer, Bullinger und Pfeiffer* erweiterten das dynamische Modell auf den räumlichen Fall, sodass auch der Einfluss von Schieflauf simuliert werden konnte [59].

*Sauer* befasste sich in seiner Dissertation 1996 mit dem Betriebsverhalten eines Zugketten-Umschlingungsgetriebes für den Einsatz als Traktor-Fahrantrieb [53]. Im experimentellen Teil führte er umfangreiche Versuche zum Anpresskraftbedarf durch. Er verwies auf den wesentlichen Einfluss der Scheibensteifigkeit und der optimalen Anpressstrategie auf den Gesamtwirkungsgrad des Kettenvariators. In einem iterativen Berechnungsverfahren berücksichtigte er jedes einzelne Kettenglied und verwendete eine Steifigkeitsmatrix zur Berücksichtigung der Variatorelastizitäten.

*Sladek* untersuchte 2001 in seiner Dissertation ein DaimlerChrysler-CVT-Prototypgetriebe mit Schubgliederband auf Möglichkeiten zur Wirkungsgradoptimierung [60]. Er entwickelte ein Programm zur Berechnung des Getriebegesamtwirkungsgrades, das alle verlustleistungsbehafteten Getriebekomponenten berücksichtigt. Zur Berechnung der Verluste im Variator wurde eine Kombination aus dem teilempirischen Verfahren nach *Dittrich* [15] und dem von *Rooij* und *Schaerlaeckens* [48][49][50] verwendet.

Wirkungsgrad und Verformungsmessungen sind bisher nur in kleinem Umfang veröffentlicht worden. Insbesondere Messergebnisse unter Berücksichtigung unterschiedlicher Steifigkeiten sind nicht bekannt.

Die bisher umfangreichste Veröffentlichung von Wirkungsgradmessungen, bei der ein direkter Vergleich zwischen den beiden am Markt führenden Serienumschlingungsmitteln, der Wiegedruckstückkette und dem Schubgliederband, durchgeführt wurde, stammt aus dem Jahr 1998 von *Sattler* [51]. Er konstruierte für das Forschungsvorhaben einen hochgenauen Wirkungsgradprüfstand. Die Messungen wurden mit beiden Umschlingungsmitteln im selben Prüfgetriebe mit Anpressdrücken laut Herstellervorgabe durchgeführt. Es zeigte sich ein geringer Wirkungsgradvorteil für die Wiegedruckstückkette.

## 2 Experimentelle Untersuchungen

#### 2.1 Ziel der Untersuchungen

Es ist seit langem bekannt, dass neben der Steifigkeit des Umschlingungsmittels und der aufgebrachten axialen Anpresskraft auch die Steifigkeit des Variators einen Einfluss auf die Verlustleistung und damit auf den Wirkungsgrad von stufenlosen Umschlingungsgetrieben hat. Es liegen zwar Messergebnisse einzelner Variatoren mit unterschiedlicher Geometrie vor, aber eine systematische messtechnische Erfassung unterschiedlicher Einflussfaktoren im Rahmen einer in sich geschlossenen Arbeit fehlen.

Ziel der hier beschriebenen experimentellen Arbeiten, die weitgehend im Rahmen des AiFgeförderten Forschungsvorhabens "Einfluss der Getriebesteifigkeit auf den Wirkungsgrad stufenlos verstellbarer Umschlingungsgetriebe" der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA) [67] stattfanden, war es deshalb, insbesondere den Einfluss des Führungs- oder auch Kippspiels und der Scheibensteifigkeit zu untersuchen. Neben Messungen der Verlustleistung und des Wirkungsgrads erfolgten hierbei auch Verformungsmessungen an den elastischen Scheiben und eine Messung der Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels. Außerdem sollten die Einflüsse auf zwei vom Aufbau her unterschiedliche Umschlingungsmittel verglichen werden.

Neben quantitativen Aussagen sollten auch qualitative Hinweise zur optimalen Gestaltung von Variatoren gegeben werden, die es dem Konstrukteur ermöglichen, schon in der Entwurfsphase gestalterische Regeln anzuwenden, um ein Optimum hinsichtlich der Parameter Wirkungsgrad, Masse und Massenträgheit zu erzielen.

Im Rahmen des FVA-Forschungsvorhabens wurden dazu mehrere Wellensätze mit unterschiedlichem Spiel und verschiedenen Scheibengeometrien untersucht. Hierbei wurden umfangreiche Messdaten gesammelt. In dieser Arbeit kann nur auf einen kleinen Teil dieser Ergebnisse eingegangen werden. Es soll aber versucht werden, die entscheidenden Einflussfaktoren auf das Betriebsverhalten zu verdeutlichen.

## 2.2 Messverfahren

Im folgenden Abschnitt werden die im Rahmen der experimentellen Untersuchungen verwendeten Messsysteme und Berechnungsverfahren vorgestellt. Den Kern der Prüfanordnung bilden der Getriebeprüfstand und das Prüfgetriebe. Der Prüfstand und die dazugehörigen Messsysteme für Wirkungsgrad und Leerlaufverluste sind im Rahmen des vorangegangenen AiFgeförderten Forschungsvorhabens "Mess- und Prüfverfahren für eine Wirkungsgradbestimmung von stufenlos verstellbaren Umschlingungsgetrieben" der Forschungsgemeinschaft Antriebstechnik (FVA) entwickelt worden. In dieser Arbeit soll deshalb nur kurz auf den prinzipiellen Aufbau eingegangen werden. Für eine genaue Beschreibung des Prüfstandsaufbaus, der Hydraulik, der Messtechnik zur Wirkungsgradmessung und die Messunsicherheit der Messergebnisse sei auf den Abschlussbericht des genannten Forschungsvorhabens verwiesen [51].

Hier soll ausführlich auf die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Messverfahren und Messsysteme eingegangen werden. Dabei handelt es sich insbesondere um das in das Prüfgetriebe integrierte Messsystem für elastische Scheibenverformungen und Laufradiusänderungen des Umschlingungsmittels.

#### 2.2.1 Prüfstand und Prüfgetriebe

In **Abbildung 6** ist der Aufbau des CVT-Getriebeprüfstandes dargestellt. Der Prüfstand arbeitet nach dem Prinzip der elektrischen Verspannung. Auf einem Spannplattenverbund befinden sich zwei Gleichstrommaschinen, die jeweils sowohl motorisch wie auch generatorisch betrieben werden können. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Drehrichtung der Maschinen zu variieren. Eine der Maschinen, die im Normalbetrieb motorisch betrieben wird, ist mittels einer Gelenkwelle mit der Antriebswelle des Getriebes verbunden. Der zweite Motor fungiert als Belastungsmaschine und ist über eine zweite Gelenkwelle mit der Getriebeabtriebswelle gekoppelt. Beide Motoren sind als Pendelmaschinen ausgeführt, die Statoren sind dazu in aerostatischen Lagern gelagert und stützen sich jeweils über einen Hebelarm bekannter Länge auf Kraftmesszellen gegenüber dem Gestell ab.

Die Versuche mit den verschiedenen Wellensätzen wurden mit zwei Prüfgetrieben durchge-



Abbildung 6: Aufbau des CVT-Prüfstandes

führt. Beide Getriebe sind bezüglich des Aufbaus und der Hauptabmessungen – insbesondere des Achsabstands – identisch.

Der Aufbau des Prüfgetriebes soll anhand eines der beiden identischen Wellensätze einer Steifigkeitsvariante in **Abbildung 7** beschrieben werden. Auf der linken Seite befindet sich das nach außen geführte Wellenende, das mittels Spannsatz und Gelenkwelle mit der Gleichstrommaschine verbunden ist. Die Welle ist mittels eines Rillenkugellagers und eines Zylinderrollenlagers zweifach gelagert. Die Abdichtung nach außen erfolgt über eine berührungslose Labyrinthdichtung. Die Anpresskraft wird hydraulisch aufgebracht, dazu wird das Drucköl axial über eine Spaltdichtung zugeführt. Der Zylinder ist an die Rückseite der Wegscheibe geschraubt. Zur Kompensation des durch Fliehkräfte hervorgerufenen Druckanteils im Zylinder befindet sich eine Fliehölhaube an der Zylinderrückseite, die über ein Rohr mit Öl befüllt wird. Der Achsabstand zwischen den beiden Variatorwellen beträgt 155 mm. Bei der Konstruktion des Getriebes wurde auf möglichst geringe mechanische Verluste geachtet. Neben Lager- und Planschverlusten sind keine nennenswerten Verlustanteile außer im Variator, also im Umschlingungsmittel und im Kontakt des Umschlingungsmittels mit den Kegelscheiben, zu erwarten.



Abbildung 7: Aufbau des Prüfgetriebes

Die Steifigkeitsvarianten unterscheiden sich in ihrer Geometrie nur im Bereich der Scheiben. Die Lagerungen sind nahezu identisch ausgeführt. Eine genaue Beschreibung der Varianten wird im Abschnitt 2.4.2 vorgenommen.

#### 2.2.2 Wirkungsgradmessungen

Die pendelnd gelagerten Motoren stützen sich mit ihren Hebelarmen auf gestellfesten Kraftmesszellen ab. Aus den Abstützkräften F, den bekannten Längen der Hebelarme l und den mit Drehgebern ermittelten Winkelgeschwindigkeiten  $\omega$  von An- und Abtriebsmaschine lassen sich die zugeführten bzw. abgeführten Leistungen P ermitteln. Der Wirkungsgrad  $\eta$  berechnet sich daraus zu:

$$\eta = \frac{|P_{ab}|}{P_{an}} = \frac{|\omega_{ab} \cdot T_{ab}|}{\omega_{an} \cdot T_{an}} = \frac{|\omega_{ab} \cdot F_{ab} \cdot l_{ab}|}{\omega_{an} \cdot F_{an} \cdot l_{an}}$$
(1)

Mit diesem Messprinzip wird nicht das Wellenmoment am Motor, wie mit Drehmomentmesswellen üblich, sondern das Reaktionsmoment der Motoren zur Leistungsberechnung verwendet. Im stationären (nicht beschleunigten) Zustand sind die Beträge beider Momente gleich. Der Vorteil dieses Messprinzips besteht insbesondere darin, dass die verwendeten Kraftmesszellen leicht durch Belasten mit Gewichten kalibriert werden können. Bei Drehmomentmesswellen ist das Aufbringen eines querkraftfreien Momentes schwierig. Außerdem ist eine Anpassung der Empfindlichkeit an das zu messende Moment nicht möglich, weil die Messwellen auf das Nennmoment des Motors ausgelegt sein sollten, um Überlastungen auszuschließen. Bei den verwendeten Kraftmesszellen ist hingegen eine mechanische Überlastsicherung vorhanden, die bei Messwellen nicht realisierbar ist (siehe [51]).

Das hier verwirklichte Messsystem ist deshalb zusätzlich mit einem Messzellenwechsler ausgerüstet (**Abbildung 6**). Auf ihm befinden sich vier Zellen für unterschiedliche Messbereiche. Da die Messunsicherheit eines Messaufnehmers eine auf den Messbereichsendwert bezogene Größe ist, lässt sich die Unsicherheit dadurch verringern, dass man für kleine Momente Kraftmesszellen mit kleinerem Messbereich verwendet.

#### 2.2.3 Schleppverluste unter Anpresskraft

Die elastischen Verformungen des Variators hängen hauptsächlich von der Höhe der Anpresskraft ab. Die Momentenübertragung verändert lediglich den Verlauf der Spreizkraft über dem Umschlingungsbogen. Um den Einfluss der Steifigkeit auf die Verlustleistung mit und ohne Leistungsübertragung zu verdeutlichen, werden zusätzlich zu den Wirkungsgradversuchen Messungen der Schleppverluste unter Anpresskraft durchgeführt. Als Schleppverluste sollen die Verluste bezeichnet werden, die innerhalb des Getriebes ohne Leistungsübertragung  $(T_{ab} = 0 \text{ Nm})$  entstehen.

Verluste in einem Getriebe berechnen sich allgemein aus der Differenz zwischen zugeführter und dem Betrag der abgeführten Leistung.

$$P_{\rm V} = P_{\rm an} - \left| P_{\rm ab} \right| \tag{2}$$

Wird die abgegebene Leistung zu Null, reduziert sich Gleichung (2) für diesen Sonderfall zu:

$$P_{\rm V,schlepp} = P_{\rm an} = \omega_{\rm an} \cdot T_{\rm an} = \omega_{\rm an} \cdot F_{\rm an} \cdot l_{\rm an}$$
(3)

Zur Ermittlung der Schleppverluste wird der Prüfstand ohne Belastungsmaschine betrieben. Hierzu wird die Gelenkwelle zwischen Abtriebswelle und generatorisch betriebener Maschine entfernt. Für das Abtriebsmoment gilt somit exakt  $T_{ab} = 0$  Nm.

Die Abtriebsdrehzahl wird im Betrieb mit angekoppelter Abtriebsmaschine mit Drehgebern erfasst, die sich an den E-Motoren befinden. Im abgekoppelten Betrieb ist die Drehzahlerfassung so nicht möglich. Um dennoch die Übersetzung des Getriebes bestimmen zu können, wird ein Zahnrad auf das freie Ende der Abtriebswelle geschraubt. Mittels eines Hall-Sensors kann die Umlauffrequenz der Zähne des Zahnrades erfasst werden. Die gemessene Frequenz ist proportional zur Drehfrequenz der Abtriebswelle.

#### 2.2.4 Anpresskraftbedarf

Bei der im Rahmen dieses Vorhabens untersuchten Bauform von stufenlosen Umschlingungsgetrieben liegt eine rein kraftschlüssige Leistungsübertragung vor. Die Größe der Anpresskraft zwischen Kegelscheiben und Umschlingungsmittel hat einen entscheidenden Einfluss auf die Höhe des übertragbaren Momentes. Bei einer zu geringen Anpressung kommt es zum Durchrutschen des Umschlingungsmittels. Dies kann zu irreparablen Schäden an den Kegelscheiben und am Umschlingungsmittel führen und muss unbedingt verhindert werden.

Die zur Übertragung eines bestimmten Antriebsmomentes notwendige Anpresskraft ist hauptsächlich vom Umschlingungsmittel, von der Scheibengeometrie (Keilwinkel, Wölbungsradius) und von der Übersetzung im gewählten Betriebspunkt abhängig. Auch die Wahl des Schmierstoffes und der damit nutzbare Reibwert hat einen Einfluss, der aber hier nicht untersucht werden soll. Alle Versuche wurden deshalb mit einem einheitlichen Schmierstoff durchgeführt (siehe Abschnitt 2.4.1). Ziel der Untersuchungen zum Anpresskraftbedarf im Rahmen dieser Arbeit ist es, den Einfluss der unter Anpresskraft veränderten Kinematik und Kontaktgeometrie auf das übertragbare Moment zu ermitteln.

Eine Möglichkeit zur Bestimmung des übertragbaren Momentes – und damit der notwendigen Anpresskraft – besteht darin, bei konstanter sekundärseitiger Anpresskraft das Antriebsmoment so weit zu steigern, bis das Umschlingungsmittel durchrutscht. Bei konstanter Antriebsdrehzahl ist das Durchrutschen durch ein starkes Abfallen der Abtriebsdrehzahl und einen damit verbundenen starken Anstieg der Übersetzung zu erkennen. Bei diesem Verfahren kann es allerdings zu einer Schädigung der Prüfteile kommen.

Da die Anzahl der für diese Arbeit zur Verfügung stehenden Umschlingungsmittel sehr begrenzt war, musste eine Möglichkeit gefunden werden, die notwendige Anpresskraft näherungsweise zu bestimmen, ohne eine Schädigung der Prüfteile zu riskieren. Hierzu wurden Anpresskraftversuche nach der sogenannten  $\zeta_{max}$ -Methode durchgeführt.

Bei  $\zeta_{\text{max}}$ -Versuchen wird ein Betriebspunkt bezüglich Antriebsdrehzahl, Übersetzung und abtriebsseitiger Anpresskraft zunächst ohne Bremsmoment angefahren. Die Anpresskraft  $S_{ab}$ wird entsprechend dem Sollantriebsmoment  $T_{\text{an,soll}}$  eingestellt. In **Abbildung 8** sind die Messwerte eines Anpresskraftversuchs als Beispiel dargestellt. Die konstante sekundärseitige Anpresskraft beträgt  $S_{ab} = 15,74$  kN, laut Herstellerangabe soll hiermit bei i = 1,0 ein Moment von  $T_{\text{an,soll}} = 120$  Nm übertragen werden können. Die Übersetzung wird durch Veränderung der Anpresskraft an der Antriebsseite konstant gehalten. Das Verhältnis der Anpresskräfte zwischen An- und Abtrieb wird als Anpresskraft-, Spreizkraftverhältnis oder auch Stützung  $\zeta$ bezeichnet. Es gilt:

$$\zeta = \frac{S_{\rm an}}{S_{\rm ab}} \tag{4}$$

Wird das Bremsmoment nun gesteigert, dann muss zur Beibehaltung einer konstanten Übersetzung die Anpresskraft am Antrieb zunächst erhöht werden, bis bei einem bestimmten Last-



Abbildung 8: Beispiel für einen Anpresskraftversuch

moment ein Maximalwert ( $\zeta_{max}$ ) erreicht ist. Bei weiterer Steigerung des Lastmomentes fällt der ζ-Wert ab und es kann zum Durchrutschen des Umschlingungsmittels kommen. Auf die Gründe für den Anstieg des Spreizkraftverhältnisses mit steigendem Moment wird im Abschnitt 3.7.2 eingegangen. Als Sicherheit wird der Abstand des momentan übertragenen Momentes zum übertragbaren Moment bei  $\zeta_{max}$  angesehen. Versuche von Sauer [53] zeigen, dass vom  $\zeta_{max}$ -Punkt bis zum Durchrutschen noch eine zusätzliche Reserve von ca. 15 % vorhanden ist. In Abbildung 8 sind die Verläufe für Wirkungsgrad  $\eta$ , Verlustleistung  $P_{\rm V}$  und  $\zeta$ -Verlauf für den oben beschriebenen Betriebspunkt dargestellt. Zusätzlich ist die Ableitung (Steigung) des  $\zeta$ -Verlaufs nach dem Moment aufgetragen. Der Verlauf der Steigung ist bis etwa 30 Nm Antriebsmoment annähernd konstant. Dies lässt auf einen linearen Anstieg von  $\zeta$ über dem Antriebsmoment schließen. Danach fällt die Ableitung fast linear ab – der  $\zeta$ -Verlauf ist somit näherungsweise eine Parabel. Im Scheitelpunkt ( $\zeta_{max}$ ) wechselt der Steigungsverlauf das Vorzeichen. Für den linear abfallenden  $\zeta$ -Steigungsverlauf im Bereich  $T_{an} > 30$  Nm wurde eine Regressionsgerade bestimmt, die ebenfalls in das Diagramm eingezeichnet ist. Die Regressionsgerade schneidet die Nulllinie etwa bei  $\zeta_{max}$ . Das Verfahren entspricht der Approximation des  $\zeta$ -Verlaufs durch eine Parabel und anschließender Extrapolation bis zum Scheitelpunkt ( $\zeta_{max}$ ).

Es ist zu erkennen, dass die Versuche nicht bis  $\zeta_{max}$  durchgeführt werden müssen, um mittels der Regressionsgeraden eine gute Abschätzung des übertragbaren Momentes bei  $\zeta_{max}$  zu erhalten. Dieses Extrapolationsverfahren wird daher im Rahmen der hier beschriebenen Untersuchungen generell zur Bestimmung des übertragbaren Momentes bei gegebener sekundärseitiger Anpresskraft angewendet.

Um die Abhängigkeit der notwendigen Anpresskraft vom übertragenen Moment zu untersuchen, wurden Anpresskraftversuche für unterschiedliche Sollmomente  $T_{an,soll}$  durchgeführt. Die abtriebsseitigen Anpresskräfte wurden dabei in Abhängigkeit vom Sollmoment entsprechend den Herstellervorgaben eingestellt. In **Abbildung 9** sind für ein Umschlingungsmittel in der Bauform eines Schubgliederbandes (SGB siehe 2.4.1) die  $\zeta$ -Verläufe bei i = 1,00 zwischen 60 und 120 Nm dargestellt.

Im linken Diagramm ist der  $\zeta$ -Wert über dem Antriebsmoment dargestellt. Um die Verläufe besser vergleichen zu können, sind sie rechts über dem normierten Antriebsmoment  $T_{an,nor}$  aufgetragen [53]. Es gilt:

$$T_{\rm an,nor} = \frac{T_{\rm an}}{T_{\rm an,soll}}$$
(5)



**Abbildung 9:** Normierung des  $\zeta$ -Verlaufs

Die normierten  $\zeta$ -Verläufe liegen fast deckungsgleich übereinander. Da die Herstellervorgaben der Anpresskraft beim SGB proportional zum Sollmoment sind (2.4.1), kann hiermit gezeigt werden, dass eine Proportionalität zwischen Anpresskraft und übertragbarem Moment in diesem Fall tatsächlich vorhanden ist.

## 2.3 Verformungsmesssystem

Neben dem Einfluss der Steifigkeit auf den Wirkungsgrad und die Verlustleistung sollen im experimentellen Teil auch Aussagen über die Verformung des Variators und die Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels gemacht werden. Die Ergebnisse sollen zunächst dem besseren Verständnis der Vorgänge im Umschlingungsbogen dienen. Da davon ausgegangen werden kann, dass auch die Höhe des übertragenen Momentes und die unterschiedlichen Vorzeichen am An- und Abtrieb einen Einfluss auf die Spreizkraftverteilung und damit auf den Verlauf der Keilspaltaufweitung über dem Umschlingungsbogen hat, dürfte es möglich sein, aus der gemessenen Keilspaltaufweitung Rückschlüsse auf die Verteilung der Spreizkräfte zu ziehen. Die Ergebnisse sollen nicht nur für qualitative Aussagen, sondern auch zur Verifizierung des numerisch iterativen Berechnungsverfahrens im zweiten Teil dieser Arbeit verwendet werden.

#### 2.3.1 Geometrische Grundlagen

Die grundlegenden geometrischen Verhältnisse und die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen sind in **Abbildung 10** dargestellt. Durch die konstante Länge des Umschlingungsmittels L und den konstruktiv bedingten festen Achsabstand a besteht ein direkter Zusammenhang zwischen den Laufradien R am An- und Abtrieb. Ein entgegengerichtetes Verschieben der beiden Wegscheiben vergrößert einen der Scheibenkeile, während sich der andere verkleinert. Durch die sich verändernden Laufradien wird das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten  $\omega$ , also die gewünschte Übersetzung *i*, eingestellt.



Abbildung 10: Geometrische Verhältnisse im Umschlingungsgetriebe (nach [52])

$$i = \frac{\omega_{\rm an}}{\omega_{\rm ab}} \tag{6}$$

Bei vorgegebener Übersetzung sind die geometrischen Verhältnisse im Umschlingungstrieb eindeutig bestimmt. Für gleiche An- und Abtriebsdrehzahlen (i = 1) lassen sich die Laufradien mit

$$R_{\rm an} = R_{\rm ab} = \frac{L - 2 \cdot a}{2 \cdot \pi} \Big|_{i=1}$$
(7)

berechnen. Für alle anderen Übersetzungen wird eine Näherungslösung nach [53] zur Berechnung der Laufradien verwendet.

$$R_{\rm an} = \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{\pi \cdot a \cdot (i+1)}{(i-1)^2} + \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot a \cdot (i+1)}{(i-1)^2}\right)^2 - \frac{4 \cdot a \cdot (2 \cdot a - L)}{(i-1)^2}} \right)_{i \neq 1}; \quad R_{\rm ab} = i \cdot R_{\rm an}$$
(8)

Mit den nun bekannten Laufradien ergeben sich die Größen der Umschlingungsbögen  $\varphi$  zu:

$$\varphi_{an} = \pi - 2 \cdot \arcsin\left(\frac{R_{ab} - R_{an}}{a}\right) ; \quad \varphi_{ab} = 2\pi - \varphi_{an}$$
(9)

Die im Ein- und Auslaufpunkt des Umschlingungsmittels an den Scheiben angreifenden Kräfte entsprechen den Zug- bzw. Trumkräften im kontaktfreien Bereich des Umschlingungsmittels zwischen den Scheiben. Die Kräfte am Einlauf einer Scheibe sollen mit dem Index 1, die am Auslauf mit dem Index 2 bezeichnet werden. Die Differenz der Kräfte am Ein- und Auslauf wird als Nutzzug bezeichnet. Er ist proportional zum Moment *T*, das von außen an der Welle angreift. An der Antriebswelle sind angreifendes Moment und Winkelgeschwindigkeit gleichgerichtet, am Abtrieb sind sie einander entgegengerichtet.

#### 2.3.2 Aufbau des Messsystems

Das mechanische Messprinzip des Verformungsmesssystems ist in Abbildung 11 dargestellt. Die Vorrichtung besteht aus einer Messkulisse, die auf einem der Lagertöpfe gestellfest gelagert ist. An der Kulisse sind sechs induktive Miniaturabstandssensoren zur Erfassung der Scheibenposition befestigt. Ein weiterer induktiver Wegsensor erfasst die radiale Position des Umschlingungsmittels ( $r_U$ ). Von den sechs Sensoren zur Erfassung der Scheibenposition sind drei an der Wegscheibe (Index WS) und drei an der Festscheibe (Index FS) angeordnet. Von den drei Sensoren an jeder Scheibe dient einer der Erfassung der radialen Position (r). Die beiden anderen erfassen an der Rückseite der Scheiben die axiale Position (w). Die beiden



Abbildung 11: Prinzipieller Aufbau des Verformungsmesssystems
Axialsensoren sind um 180° versetzt angeordnet. Die Messkulisse lässt sich – je nach Größe des Umschlingungsbogens – im Mittel um 180° konzentrisch um die Wellenachse drehen. Durch die um 180° versetzte Anordnung der beiden Axialsensoren ist die axiale Verformung auf dem gesamten Umfang der Scheiben messbar. Die radiale Position von Kette und Scheiben kann im Bereich des Umschlingungsbogens erfasst werden.

Um das Verformungsmesssystem in das bestehende Getriebe integrieren zu können, waren einige Konstruktionsänderungen notwendig. **Abbildung 12** zeigt einen Ausschnitt der Draufsicht auf das CVT-Getriebe mit integriertem Verformungsmesssystem. Die Messkulisse ist drehbar auf einem der Lagertöpfe gestellfest und spielfrei gelagert. Sie besteht aus einem Rundstab, auf dem die Halter mit den Abstandssensoren befestigt sind. Die Messkulisse wird über einen Zahnriemen angetrieben. Die Antriebseinheit befindet sich außerhalb des Getriebes. Der Zahnriemen ist durch einen Schlitz im Gehäuse geführt. Die Antriebswelle wird von einem Getriebemotor angetrieben. Am anderen Ende der Antriebswelle befindet sich ein potentiometrisches Winkelmesssystem, mit dem die Winkellage der Messkulisse erfasst wird.



Abbildung 12: Konstruktion des Verformungsmesssystems



Abbildung 13: Messkulisse mit Sensoren

**Abbildung 13** zeigt die fertige Messkulisse vor dem Einbau. Die beiden Axialsensoren an der Wegscheibe ( $w_{WS1}$  und  $w_{WS2}$ ) sind auf einem bogenförmigen Halter befestigt. Bezüglich der Messkulissenstange sind sie um +90° bzw. –90° versetzt angeordnet. Die Axialsensoren an der Festscheibe ( $w_{FS1}$  und  $w_{FS2}$ ) sind bei 0° und 180° angeordnet. Die Radialsensoren  $r_{FS}$  und



Abbildung 14: Messkulisse im eingebauten Zustand

 $r_{\rm WS}$  sind um -10°, der Sensor für die radiale Position des Umschlingungsmittels  $r_{\rm U}$  um +15° versetzt zur Messkulisse angeordnet. Die Winkellagen zur Messkulissenstange werden bei der Auswertung der Messungen berücksichtigt.

In Abbildung 14 ist die Messkulisse im eingebauten Zustand abgebildet.

In **Abbildung 15** ist die Antriebseinheit des Verformungsmesssystems zu erkennen. Am rechten Ende der Antriebswelle ist der Getriebemotor angeschraubt. Am linken Ende befindet sich das Potentiometer zur Winkelmessung.



Abbildung 15: Antriebseinheit des Verformungsmesssystems

# 2.3.3 Messprinzip für elastische Verformungen

Auf das Messsystem wirken eine Vielzahl von Störgrößen ein, die eine Ermittlung der absoluten Position der Kegelscheiben und des Umschlingungsmittels bei kontinuierlichem Umlauf der Messkulisse und gleichzeitiger Aufnahme von Messwerten nahezu unmöglich machen. Die Störeinflüsse können in zwei Kategorien unterteilt werden. Zum einen sind es dynamische Einflüsse, zu denen

- Planlauf- Rundlauffehler der Scheiben
- Radiale und axiale Schwingungen der Welle
- Schwingungen der Messkulisse

gehören. Eine zweite Kategorie beinhaltet statische Fehler, d.h. Koaxialitäts- und Winkelfehler zwischen den Drehachsen der Getriebewelle und der Messkulisse. Hierzu gehören:

- Fertigungsungenauigkeiten
- Montagefehler: Beim wiederholten Aus- und Einbau der Messkulisse, der bei jedem Wechsel des Umschlingungsmittels notwendig ist, ist die Einbaulage nicht innerhalb der Toleranzen reproduzierbar, die zum Erzielen der gewünschten Messgenauigkeit notwendig wären.

Die Störgrößen werden durch das folgende Messprinzip eliminiert:

Die Aufnahme der Messwerte erfolgt nicht kontinuierlich während des Umlaufs der Messkulisse, sondern so, dass Winkelpositionen in kleinen Abständen angefahren werden. Die Messkulisse hält an und es werden 2 s lang alle Messsignale mit 500 Hz aufgezeichnet. Bei einer Antriebsdrehzahl von 1000 1/min beträgt die maximale Umlauffrequenz am Abtrieb und Übersetzung ins Schnelle (i = 0,4) 41,7 Hz. Durch die Höhe der Abtastfrequenz sind Aliasing-Effekte nicht zu erwarten. Danach dreht sich die Messkulisse weiter und fährt die nächste Winkelposition an. Nachdem alle Winkelpositionen angefahren sind, wird die Messung beendet. In der anschließenden Auswertung wird von allen an einer Winkelposition erfassten Messwerten der Mittelwert gebildet. Durch dieses Verfahren werden die dynamischen Störgrößen beseitigt.

Bei einer Verformung handelt es sich definitionsgemäß um einen relativen Weg. Hieraus lässt sich ein Verfahren zur Beseitigung der statischen Fehler ableiten. Mit minimalen Anpresskräften (ca. 1 kN) und ohne Bremsmoment wird eine Offsetfunktion ermittelt. Von allen weiteren aufgenommenen Verformungsmesswerten wird diese Offsetfunktion abgezogen. Hierdurch wird der Koaxialitätsfehler beseitigt. Durch Bestimmung einer Offsetfunktion nach jedem Einbau des Verformungsmeßsystems sind die Verformungsdaten unabhängig von Einbautoleranzen. Die Ergebnisse der Verformungsmessungen an den Kegelscheiben sind somit Positionsdifferenzen bezogen auf eine Minimalbelastung und sollen im Folgenden mit  $\Delta r$  bei radialen Verformungen und mit  $\Delta w$  für axiale Verformungen bezeichnet werden.

Das Kippen der Wegscheibe kann mit diesem Verfahren nicht bestimmt werden, da es sowohl in den Messwerten der Offsetfunktion als auch in den unter Belastung aufgenommen Werten enthalten ist und durch die Subtraktion der Offsetfunktion eliminiert wird. Eine Messmöglichkeit für das Verkippen der Wegscheibe wird im Abschnitt 2.3.4 vorgestellt.

Die radiale Position des Umschlingungsmittels, die mit dem Sensor  $r_U$  bestimmt wird, soll unabhängig von Verlagerungen der Scheiben bzw. Getriebewellen senkrecht zur Wellenachse bzw. zur Festscheibe ermittelt werden. Verlagerungen der Festscheibe entstehen durch Durchbiegung der Getriebewellen und Nachgiebigkeiten der Lager. Mit dem Radialsensor  $r_{FS}$  wird die Verlagerungen der Festscheiben erfasst. Durch Verrechnung der radialen Position der Scheibe mit der ermittelten Radialposition des Umschlingungsmittels lässt sich die gesuchte radiale Position der Kette relativ zur Festscheibe bestimmen.

Ziel des Verformungsmesskonzeptes ist eine Bestimmung der Verformung am An- und am Abtriebsscheibensatz. Ein Anbau einer Messkulisse an jeden der beiden Scheibensätze ist aus konstruktiven Gründen bei dem bestehenden Getriebe nicht möglich. Um dennoch die Verformung am Antrieb und am Abtrieb bestimmen zu können, wurde das in **Abbildung 16** dargestellte Messkonzept entwickelt.



Abbildung 16: Konzept der Verformungsmessung am An- und Abtrieb

Das grundlegende Prinzip besteht darin, dass die Verformung mit nur einer Messkulisse an einem Scheibenpaar gemessen wird. Der bestehende Prüfstand ist für einen 4-Quadranten-Betrieb konzipiert. Ob es sich bei einem Scheibensatz um Antrieb oder Abtrieb handelt, ist nur von der Richtung der angreifenden Momente abhängig. Die Verformung am Antrieb und am Abtrieb kann also mit einer Messkulisse durch Austausch der Funktion der Scheibensätze an denselben Scheiben gemessen werden. Die notwendige Bedingung für die Anwendung dieses Messkonzeptes sind geometrisch identische Wellen am An- und Abtrieb. Diese Bedingung ist im Prüfgetriebe erfüllt.

31

Die verwendeten Wegsensoren zur Ermittlung der Scheibenposition haben einen Messbereich von 0,2 bis 1 mm. Um die Sensoren vor einer Beschädigung bei etwaigen Störungen der Ubersetzungsregelung zu schützen, sollen die Verformungsmessungen im nicht geregelt Betrieb, d.h. nicht mit freier Verschieblichkeit beider Losscheiben, durchgeführt werden. Die Verformungsmessungen werden stattdessen im "geblockten" Betrieb vorgenommen. Hierzu wird an dem Scheibensatz ohne Verformungsmesssystem ein konstanter Scheibenabstand mittels einer Hülse eingestellt (siehe Abbildung 16). Zur Realisierung verschiedener Übersetzungen werden unterschiedlich breite Hülsen verwendet. Die "geblockten" Scheiben werden in diesem Fall mit sehr hoher Kraft zusammengedrückt. Bei Messungen an großen Laufradien des Umschlingungsmittels (bei Anfahrübersetzung am Abtrieb, im Overdrive am Antrieb) befindet sich das Umschlingungsmittel am geblockten Scheibensatz auf einem so kleinen Laufradius, dass radial kein Platz für eine Distanzhülse zwischen Umschlingungsmittel und Welle vorhanden ist. In diesem Fall wird der hintere Anschlag zum Blocken des Scheibensatzes verwendet. Die Anpresskraft wird einfach so weit abgesenkt (bzw. ganz abgeschaltet), bis die Wegscheibe gegen ihren hinteren Anschlag gedrückt wird. Bei Verformungsmessungen am kleinen Laufradius befindet sich das Umschlingungsmittel am geblockten Scheibensatz auf einem großen Laufradius. Die Kegelscheiben sind dann so dicht zusammen, dass axial kein Platz für einen geteilten Blockring vorhanden ist. In diesem Fall wird die Anpresskraft hier so weit erhöht, dass die Losscheibe gegen den vorderen Anschlag gedrückt wird. Die Anschläge am Scheibensatz ohne Verformungsmesssystem sind so gewählt, dass sich die Übersetzungen für die Wirkungsgradversuche noch ungeblockt anfahren lassen. Die Anfahr- und die Overdriveübersetzungen bei den Verformungsmessungen liegen somit etwas außerhalb der Spreizung für die Wirkungsgradmessungen.

Verformungsmessungen im ungeblocktem Zustand haben gezeigt, dass es trotz der recht genauen Übersetzungsregelung des Getriebes zu kleinen Verfahrbewegungen der Wegscheibe kommt. Diese Verschiebungen führen zu Sprüngen im Verformungsverlauf der Wegscheibe sowie in der Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels und machen die Messergebnisse dadurch unbrauchbar. Neben dem Sicherheitsaspekt ist dies ein weiterer Grund, der eine Durchführung der Verformungsmessungen im geblockten Zustand zwingend erforderlich macht.

Aus den Wirkungsgradversuchen, die selbstverständlich ungeblockt durchgeführt werden, sind die sekundärseitigen Anpresskräfte nach Herstellerangaben bekannt. In Abhängigkeit vom Antriebsmoment  $T_{an}$  und der Übersetzung *i* stellt sich ein  $\zeta$ -Verhältnis ein. Somit ist die primärseitige Anpresskraft ebenfalls bekannt. Bei den gesteuerten "geblockten" Verformungsmessungen werden die aus den Wirkungsgradversuchen bekannten Anpresskräfte am



Abbildung 17: Bedienungsoberfläche des Verformungsmesssystems

Scheibensatz mit dem Verformungsmeßsystem eingestellt. Wenn es sich um die Antriebsseite handelt, wird die aus dem Wirkungsgradversuch bekannte Anpresskraft am Antrieb aufgebracht. Handelt es sich um die Abtriebsseite, wird die bekannte sekundärseitige Anpresskraft am Abtrieb verwendet.

Das gesamte Verformungsmesssystem wird von einem Rechner überwacht. Das mit dem Softwaresystem DIAdem erstellte Steuer- und Messprogramm umfasst die Bereiche Regelung des Messsystems, insbesondere der Winkellage der Messkulisse, Erfassung von Messdaten, Auswertung der Messwerte nach Beendigung der Messungen und deren graphische Darstellung. Die graphische Oberfläche zur Bedienung des Verformungsmeßsystems ist in **Abbildung 17** dargestellt. Mit der entwickelten Software ist eine manuelle Änderung der Winkellage der Messkulisse sowie ein Automatikbetrieb möglich. Hierbei werden vorgegebene Winkellagen angefahren und nach deren Erreichen die Abstände der sieben Sensoren zu den Scheiben bzw. zum Umschlingungsmittel und die Winkelposition der Messkulisse vom Messrechner erfasst und abgespeichert.

Das Prinzip der Verformungsmessungen kann folgendermaßen zusammengefasst werden:

- Die Messungen werden an einem der Scheibensätze durchgeführt. Der andere Scheibensatz wird gegen einen Anschlag geblockt. Bei *i* = 1 wird hierzu ein geteilter Distanzring eingesetzt. In den beiden Extremübersetzungen werden die mechanischen Anschläge der Wegscheibe verwendet.
- Durch Umkehrung des Leistungsflusses und eine damit verbundene Änderung der Richtung der Momente, kann der Messscheibensatz als Antrieb oder Abtrieb fungieren.
- Am frei beweglichen Scheibensatz wird zunächst eine Anpresskraft von ca. 1 kN eingestellt und anschließend die Offsetposition der Scheiben bestimmt. Hierzu wird die Messkulisse in Schritten von ca. 4° im möglichen Messbereich positioniert. An jedem dieser Punkte werden die Messwerte der Wegsensoren und des Winkelgebers gespeichert. Nach dem automatischen Anfahren der 40-50 Messpositionen ist die erste Messung abgeschlossen.
- Anschließend wird die Anpresskraft auf den zur Übertragung des Sollmomentes am Scheibensatz notwendigen Wert erhöht, und die Positionen von Scheiben und Umschlingungsmittel werden erneut bestimmt.
- Das Bremsmoment wird in mehreren Schritten bis zum Nennmoment gesteigert. F
  ür jede Laststufe werden die Positionen bestimmt.
- In der sich anschließenden Auswertung wird zunächst für jeden Scheibensensor eine Offset-Funktion aus der ersten Messreihe (geringe Last) bestimmt. Die Messwerte jeder angefahrenen Winkelposition werden gemittelt und skaliert. Außerdem wird die unterschiedliche Winkellage zur Messkulisse berücksichtigt. Es ergibt sich also für jeden der Sensoren eine Offsetfunktion, die aus ca. 50 Messpunkten besteht.
- Die unter Last aufgenommenen Messreihen werden zunächst genauso behandelt. Bei den Scheibensensoren wird von diesem Verlauf die Offset-Funktion des entsprechenden Sensors subtrahiert. Das Ergebnis ist die durch Belastung hervorgerufene Verformung. Das bis hierhin berechnete Ergebnis der beiden Axialsensoren an der Wegscheibe beinhaltet die axiale Verschiebung der Losscheibe. Um die reine Verformung zu bestimmen, muss hiervon noch der konstante Wert der Verschiebung der Wegscheiben subtrahiert werden. Die Verschiebung der Wegscheibe wird mittels des Positionssensors an der Fliehölhaube bestimmt (siehe Abbildung 7).
- Bei der Berechnung der Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels wird die radiale Verlagerung der Scheiben durch Durchbiegung der Welle und Koaxialitätsfehler herausgerechnet. Dies geschieht dadurch, dass Abstand und Winkellage des Mittelpunkts der ermit-

telten Radialposition der Festscheibe, die als kreisrund betrachtet wird, bezüglich der Drehachse des Verformungsmesssystems mittels einer Kreisinterpolation bestimmt wird. Das Ergebnis stellt die Laufradiusänderung bezüglich der Festscheibe dar. Die Subtraktion einer Offsetfunktion findet hier nicht statt, sodass auch die Laufradiusänderung durch das Kippen der Wegscheibe erfasst wird. Zur besseren Vergleichbarkeit wird lediglich vom Verlauf der Minimalwert als Konstante subtrahiert. Dadurch hat der kleinste Laufradius immer den Wert Null.

 Die Verformungsmessungen werden bei einer Antriebsdrehzahl n<sub>an</sub> = 1000 min<sup>-1</sup> durchgeführt.

## 2.3.4 Kippspielmessung

Durch das Führungsspiel kommt es zu einem Verkippen der Wegscheibe. Dieses führt, neben der durch elastische Verformungen von Scheiben und Welle hervorgerufenen Aufweitung des Scheibenkeilwinkels, zu dessen weiterer Vergrößerung. Im ersten Teil der experimentellen Untersuchungen soll der Einfluss des Verkippens der Losscheibe auf das Betriebsverhalten des Getriebes untersucht werden. Es war somit notwendig, das Kippen auch messtechnisch zu erfassen.

Mit dem in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Messverfahren für elastische Verformungen kann



Abbildung 18: Prinzip der Kippspielmessung

das Kippen der Wegscheibe nicht erfasst werden, weil diese dabei bereits durch die Offset-Kraft verkippt ist. Das Verkippen lässt sich natürlich durch Messen des Wellenaußendurchmessers und des Innendurchmessers der Losscheibenführung mit Hilfe geometrischer Zusammenhänge theoretisch bestimmen. Es erscheint trotzdem sinnvoll, das Verkippen quantitativ im Einbauzustand zu erfassen, da das wirksame Spiel wegen Rundheitsfehlern und anderen Toleranzen von der gegenseitigen Einbaulage abhängt. Außerdem sollte gezeigt werden, dass das Verkippen nicht durch die Verzahnung zwischen Losscheibe und Kolben, die der Drehmomentübertragung dient, behindert wird.

Das Prinzip der im Stillstand durchgeführten Messung ist in **Abbildung 18** dargestellt. Hierzu wurde ein Haken entwickelt, mit dem es möglich ist, eine nicht koaxiale Kraft auf die Wegscheibe aufzubringen. Der Haken ist so geformt, dass er im montierten Getriebe über die Wellen geschoben werden kann. Durch eine Bohrung ist ein Zylinderstift gesteckt. Zur Messung der Verkippung wurde die Wegscheibe mit einer Kraft von ca. 500 N axial belastet. Der Zylinderstift ist hierbei zunächst senkrecht über der Welle angeordnet. Die Losscheibe bewegt



Abbildung 19: Berechnungsprinzip der Verkippung

sich Richtung Festscheibe und stützt sich über den Zylinderstift an dieser ab. Durch den exzentrischen Kraftangriff kommt es zum Kippen. Die durch den Keilwinkel auf den Zylinderstift wirkende Radialkraft wird über den Haken von der Welle abgefangen. In diesem Zustand wird der axiale und radiale Abstand zu Los- und Festscheibe mit dem Verformungsmesssystem bestimmt. Danach wird die Losscheibe entlastet und der Haken um 180° um die Wellenachse gedreht, sodass der Zylinderstift unterhalb der Welle angeordnet ist. In dieser Position wird eine zweite Messung durchgeführt.

In **Abbildung 19** ist das Prinzip der Auswertung für die Axialverlagerung an der Losscheibe dargestellt. Die Diagramme [1] und [2] zeigen fiktive Messdaten der beiden Messungen (Zylinderstift oben und unten). In Diagramm [3] ist die Differenz der beiden Messungen gezeigt ([1] minus [2]). Auf der Kippachse muss die Differenz in etwa 0 mm betragen. Diese Differenz entspricht der doppelten Verkippung gegenüber der koaxialen Ideallage. Da das Ergebnis der Kippspielmessung aber das Verkippen aus der Ideallage sein soll, sind diese Werte noch zu halbieren. Dies ist in Diagramm [4] dargestellt.

Dabei ist zu erwarten, dass die Sensoren an der Festscheibe bei kleiner Prüflast fast keine Verlagerung registrieren. Beispiele für Ergebnisse der Verkippungsmessungen an den verwendeten Wellen sind in Abschnitt 2.5 dargestellt.

# 2.4 Versuchsprogramm

#### 2.4.1 Umschlingungsmittel und Anpresskraft

Im Rahmen dieser Arbeit werden Versuche mit zwei unterschiedlichen Umschlingungsmitteln durchgeführt (**Tabelle 1**). Es sind Serienprodukte verschiedener Hersteller, die sich im Aufbau und im Mechanismus der Zugkraftübertragung erheblich unterscheiden.

Beim ersten Umschlingungsmittel handelt es sich um eine Wiegedruckstückkette (WDK). Sie besteht aus paarweise angeordneten Druckstücken, die bei Krümmungsänderungen, wie sie hauptsächlich im Bogeneinlauf und -auslauf auftreten, auf gewölbten Flächen aufeinander abwälzen. Die Druckstücke, die an ihren Stirnseiten einen Radius aufweisen, stehen über Laschen miteinander in Verbindung. Die Laschen dienen zum Übertragen der Zugkräfte und sind nach einem bestimmten "Strickmuster" angeordnet, das eine gleichmäßige Verteilung der Zugkräfte auf die Laschen eines Gliedes gewährleistet. Die verwendete WDK besteht aus Gliedern mit zwei unterschiedlichen Längen, die zur Reduzierung der Einlaufgeräusche stochastisch verteilt sind.

Das Schubgliederband (SGB) besteht aus vielen Schubgliedern, die mit ihren planen, mit Drainagerillen versehenen Stirnflächen mit den Scheiben im Kontakt steht. Jedes der Schub-



 Tabelle 1: Untersuchte Umschlingungsmittel

glieder hat oberhalb der Kontaktflächen beidseitig Nuten, in die je ein Paket ringförmiger Bänder eingreift. Die unterschiedlichen Bandlängen eines Pakets sind so aufeinander abgestimmt, dass die Bänder ineinander geschachtelt werden können. Im Gegensatz zur WDK können beim SGB in bestimmten Betriebszuständen auch Druck-(Schub-)kräfte zwischen den Schubgliedern übertragen werden. Die Kraftübertragung zwischen den Bändern und den Schubgliedern erfolgt durch Reibschluss. Während das SGB ein endloses Umschlingungsmittel ist, kann die WDK durch Herausschieben eines der Wiegedruckstückpaare geöffnet werden. Dies erleichtert die Montage des Prüfgetriebes erheblich.

In **Tabelle 2** sind die technischen Daten der Umschlingungsmittel zusammengestellt. Da beide Umschlingungsmittel für einen Variator mit einem Achsabstand von 155 mm konzipiert sind, können einheitliche Getriebegehäuse eingesetzt werden. Die Verwendung identischer Variatorwellen bzw. Kegelscheiben für beide Varianten ist allerdings nicht möglich. Während die Scheiben für das SGB einen konstanten Kegelwinkel von  $11^{\circ}$  haben, ist die Scheibenoberfläche für die WDK leicht ballig. In **Abbildung 20** ist die Krümmung der Oberfläche dargestellt, sie lässt sich durch einen Kreisabschnitt mit einem Radius von 1653 mm, dessen Mittelpunkt sich 234 mm versetzt zur Wellenachse befindet, beschreiben. Hierdurch entsteht eine Wölbung, die bei der Übersetzung i = 1 einen Winkel von ca.  $10^{\circ}$  aufweist.

Hersteller	PIV-Drives (PIV)	Van Doorne´s Transmis- sie (VDT)	
Herstellerbezeichnung	WK240812C75-649	24/9/1,5/208,8	
Bauform	Wiegedruckstückkette	Schubgliederband	
Abkürzung	WDK	SGB	
Achsabstand a	155 mm		
Kegelwinkel $\beta_0$ (siehe <b>Abbildung 20</b> )	ca. 10° (ballig)	11°	
Kontaktflächen pro Scheibe	75 Paare	432	
Länge <sup>1</sup> L	649,5 mm	656 mm	
Teilung	55x8,02 mm 20x10,42 mm	1,50 mm	
Breite <sup>2</sup> $b_0$	23,3 mm	24,3 mm	
Höhe	11,5 mm	13,1 mm	
Masse <i>m</i>	822 g	961 g	
Längssteifigkeit EA	$685 \cdot 10^3 \text{ N}$	nicht bekannt	
Quersteifigkeit q	485.10 <sup>6</sup> N/m nicht bekannt		
<ol> <li>Nennausgangslänge der Umschlingungsorgane: Ketten: Glieder x Gliedlänge; Band: Länge inneres Band</li> <li>Variante PIV: Mitte der Wiegedruckstücke; VDT: Oberkante der Scheibenkontaktflächen</li> </ol>			

Tabelle 2: Technische Daten der Umschlingungsmittel



Abbildung 20: Kegelscheibengeometrie

Neben der Steifigkeit hat die verwendete Anpresskraft einen entscheidenden Einfluss auf den Wirkungsgrad von stufenlosen Umschlingungsgetrieben. Bei identischer Gleitgeschwindigkeit ist von einem linearen Zusammenhang zwischen Anpresskraft und Verlustleistung auszugehen. Da es durch eine Erhöhung der Anpresskraft aber zu stärkeren Verformungen des Variators und damit zu einer Erhöhung der Gleitgeschwindigkeit kommt, ist von einem exponentiellen Zusammenhang auszugehen. Bei den verwendeten Anpresskraftvorgaben handelt es sich um Herstellerangaben bzw. um die Anpresskräfte, die auch in [51] verwendet wurden.

In Abbildung 21 und Abbildung 22 sind die Verläufe der sekundärseitigen Anpresskraft Sab



Abbildung 21: Anpresskraftvorgaben WDK



Abbildung 22: Anpresskraftvorgaben SGB

über dem Antriebsmoment für die Ausgangsvariante dargestellt. Die Stufen für Antriebsdrehzahl und -moment entsprechen denen der Versuchsparameter in **Abbildung 24**. Ziel der Wirkungsgraduntersuchungen ist nicht der direkte Vergleich des mit beiden Umschlingungsmitteln erreichbaren Wirkungsgrads, sondern die Darstellung der Wirkungsgradänderung bei unterschiedlicher Steifigkeit.

Die notwendige Anpresskraft wird im Prüfgetriebe hydraulisch erzeugt. Hierzu befindet sich an den Wegscheiben ein Zylinder. Der Kolben ist fest mit der Welle verbunden. Das Öl gelangt durch eine axiale Druckölzufuhr und über eine Längs- und mehrere Querbohrungen in den Druckraum (**Abbildung 23**). Die von einem Hydraulikzylinder erzeugte Axialkraft lässt



Abbildung 23: Hydraulische Anpresskraft

sich allgemein mit dem Intergral:

$$F = \int_{A} p(A) \,\mathrm{d}A \tag{10}$$

berechnen. Hierin ist der Druck allerdings nicht als konstant, sondern als veränderlich über der Zylinderfläche A zu betrachten. Im Stillstand ( $\omega = 0$ ) ist der Druck im gesamten Zylinder konstant und die Axialkraft berechnet sich als Produkt aus Zylinderfläche  $A_{Zyl}$  und dem statischen Druck  $p_{stat}$ . Bei rotierenden Wellen wirken Fliehkräfte auf das Öl, die zu einer Druckerhöhung führen. Der zusätzliche dynamische Druck  $p_{dyn}$  über dem Radius berechnet sich mit der Dichte des Öls  $\rho$  wie folgt:

$$p_{\rm dyn}(r) = \int_{r_{\rm i}}^{r} \mathrm{d}\,p = \int_{r_{\rm i}}^{r} \rho \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{d}\,r = \frac{1}{2}\,\rho \cdot \omega^2 \cdot \left(r^2 - r_{\rm i}^2\right) \tag{11}$$

Für  $r_i$  ist der Radius einzusetzen, von dem ab der Aufbau des Fliehkraftfeldes beginnt. Im Bereich des Zylinders gilt somit  $r_i = 0$ . Von der Wellenachse nach außen nimmt der Druck quadratisch mit dem Radius zu und es entsteht ein zusätzlicher dynamischer Kraftanteil ( $F_{dyn}$ ) an der Gesamtzylinderkraft. Dieser Kraftanteil steigt quadratisch zur Winkelgeschwindigkeit und kann nicht vernachlässigt werden.

Bei hohen Drehzahlen stellt der dynamische Druckanteil eine untere Grenze für die Anpresskraft dar. Bei kleinen Momenten ist es deshalb möglich, dass die notwendige Anpresskraft unter dieser Grenze liegt und eine Überanpressung vorhanden ist, die zu unnötigen Verlusten führt. Der Fliehkraftanteil an der Anpresskraft ist deshalb unerwünscht.

Eine Möglichkeit, den Einfluss zu verringern, stellt die teilweise Kompensation mittels einer Fliehölhaube dar. Diese befindet sich an der Rückseite des Zylinders und wird über ein Rohr kontinuierlich befüllt (**Abbildung 7**). Bei drehender Welle bildet sich durch die Fliehkraft hinter der Fliehölhaube ein ringförmiger ölgefüllter Raum. Der hier wirkende dynamische Druck erzeugt an der Fliehölhaube eine Axialkraft  $F_{Fl,dyn}$ , die dem dynamischen Anteil im Zylinder  $F_{Zyl,dyn}$  entgegengerichtet ist. Für  $r_i$  ist hier der innere Radius der Fliehölhaube zu wählen.

Die Anpresskraft steht mit der Spreizkraft *S*, dem Intergral der axialen Kräfte vom Umschlingungsmittel auf die Scheiben, im Gleichgewicht.

$$S = F_{\text{Zyl,stat}} + F_{\text{Zyl,dyn}} - F_{\text{Fl,dyn}}$$
(12)

Bei gegebenen geometrischen Abmessungen lässt sich die Spreizkraft als Summe eines statischen und eines dynamischen Anteils berechnen. Der dynamische Anteil besteht aus der sogenannten Fliehölkonstanten  $K_{\text{Fl}}$  multipliziert mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit. Auf die Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet und stattdessen auf [66] oder [52] verwiesen. In Gleichung (13) sind zusätzlich die Konstanten für die wirksame Zylinderfläche und die Fliehölkonstante des Prüfgetriebes angegeben. Der statische Druck  $p_{stat}$  ist in [Pa] und die Winkelgeschwindigkeit in [rad/s] einzusetzen.

$$S = A_{ZyI} \cdot p_{stat} + K_{FI} \cdot \omega^{2}$$
  
mit:  $A_{ZyI} = 100,53 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{m}^{2}$   
 $K_{FI} = 6,539 \cdot 10^{-3} \,\mathrm{Ns}^{2}$  (13)

Der für die Betriebspunkte aus **Abbildung 21** und **Abbildung 22** abtriebsseitig anzulegende Druck  $p_{ab}$ , lässt sich dann durch Auflösen der Gleichung (13) nach  $p_{stat}$  berechnen.

Zur Schmierung und Kühlung des Umschlingungsmittels wird durchgehend das ATF (Automatic Transmission Fluid) Dexron IID verwendet, das mit einer Temperatur von 90°C axial gegen die Scheiben gespritzt wird. Der Volumenstrom des eingespritzten Öls ist abhängig vom Umschlingungsmittel. Während die Herstellervorgaben für das SGB mit 1,2 dm<sup>3</sup>/min für alle Betriebspunkte konstant ist, ist die Ölmenge bei der WDK zur Antriebsleistung proportional. Allerdings darf der Volumenstrom 1,5 dm<sup>3</sup>/min nicht unterschreiten. Die leistungsabhängigen Ölmengen für die WDK sind in **Tabelle 3** zusammengefasst.

Schmieröl [dm³/min]		Antriebsmoment <i>T</i> <sub>an</sub> [Nm]							
		18.00	24.00	36.00	60.00	72.00	96.00	120.00	150.00
hzahl i']	1000.00	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50
ອbsdre າ [mir	3000.00	1.50	1.50	1.50	1.70	2.04	2.71	3.39	4.24
Antrid /	5000.00	1.50	1.50	1.70	2.83	3.39	4.52	5.65	7.07

#### Tabelle 3: Schmierölmengen für die WDK

Da aus dem vorher durchgeführten FVA-Vorhaben [51] die prinzipielle Form von Wirkungsgradkennfeldern von stufenlosen Umschlingungsgetrieben in Abhängigkeit von Antriebsdrehzahl, Antriebsmoment und Übersetzung bekannt ist, wird hier ein stark reduziertes Parameterkennfeld verwendet. Es werden Versuche für die beiden Grenzübersetzungen (Overdrive und Anfahrübersetzung) und bei 1:1, sowie für drei Antriebsdrehzahlen und 8 Momentenstufen durchgeführt (**Abbildung 24**). Für die Betriebspunkte bei  $n_{an} = 1000$  und 3000 min<sup>-1</sup> werden zusätzlich noch die Schleppleistungen unter Anpressung entsprechend Abschnitt 2.2.3 bestimmt.

Variante SGB				
Variante WDK				
Übersetzung <i>i</i>	Drehzahl n <sub>an</sub> [1/min]	Drehmoment T <sub>an</sub> /T <sub>nenn</sub> [%]		
i = 2,37 i = 1,00 i = 0,45	1000 / 3000 / 5000 1000 / 3000 / 5000 1000 / 3000	15/20/30/50/60/80/100/125		
= 64 Betriebspunkte je Umschlingungsmittel				
Nennmoment: <i>T</i> <sub>nenn</sub> =120 Nm				

Abbildung 24: Versuchsparameter Wirkungsgrad

Die sehr zeitaufwendigen Verformungsmessungen werden bei den drei Übersetzungen durchgeführt, allerdings nur bei Nennmoment. Aus Sicherheitsgründen und weil davon ausgegangen wird, dass keine nennenswerte Abhängigkeit der Verformung von der Antriebsdrehzahl besteht, werden die Messwerte nur bei einer Antriebsdrehzahl  $n_{\rm an} = 1000 \text{ min}^{-1}$  ermittelt.

# 2.4.2 Steifigkeitsvarianten

Der experimentelle Teil des Vorhabens gliedert sich in zwei Hauptbereiche. Im ersten soll der Einfluss des Kippspiels, im zweiten derjenige von elastischen Scheibenverformungen untersucht werden. Hier sollen nun zunächst die untersuchten Geometrievarianten kurz vorgestellt werden. Außerdem sollen die Abkürzungen definiert werden, mit denen sie im folgenden bezeichnet werden. In **Abbildung 25** ist jeweils ein Scheibensatz jeder Variante abgebildet. Die Abmessungen der An- und der Abtriebswellen einer Variante sind identisch.

Der Einfluss des Kippspiels wird an einer Konstruktion mit geschraubten Scheiben untersucht (Varianten **Spiel 1** und **Spiel 2**). Hierbei sind die Reibscheiben an einen Flansch der Welle und der Wegscheibenführung geschraubt. Für die Versuche mit balligen (WDK) und kegeligen Scheiben (SGB) konnten dadurch dieselben Getriebewellen und Wegscheibenführungen verwendet werden. Hierdurch kann sichergestellt werden, dass für beide Umschlingungsmittelvarianten das gleiche Führungsspiel in der Wegscheibenführung vorhanden ist. Das Spiel in der Führung bei Variante **Spiel 1** beträgt am Antrieb und Abtrieb 0,035 mm und liegt damit an der oberen Grenze des Toleranzfeldes der Passung 40H6/g5. Für die zweite Kippspielvariante (**Spiel 2**) wurden Hülsen mit einem Spiel von 0,10 mm gefertigt. Die Festscheibe ist mittels einer Spielpassung auf der Welle zentriert. Kräfte können also bei üblicherweise auftretenden Verformungen nur im Bereich des Flansches in die Welle eingeleitet werden. Zwischen der



Kegelscheibe an der Wegscheibenführung und der Welle ist im vorderen Bereich radial eine große Spielpassung. Die Losscheibe wird also nur auf der Länge der Hülse geführt (65 mm).

Abbildung 25: Untersuchte Geometrievarianten

Im Versuchsteil zum Steifigkeitseinfluss sollte zunächst eine Variante untersucht werden, die der eines real ausgeführten Getriebes entspricht. Mit Unterstützung des Herstellers war es möglich, sich an das Ford-CTX-Getriebe anzulehnen. Die Steifigkeit der zweiten dargestellten Welle entspricht der CTX-Abtriebswelle. Der Steifigkeitsabgleich zwischen der Welle im Pkw-Getriebe und der im Prüfgetriebe ist mittels einer FE-Rechnung durchgeführt worden. Im Gegensatz zu den Varianten mit geschraubten Scheiben, wird die Wegscheibe auf ihrer ganzen Länge (68 mm) geführt. Diese Ausführung wird mit **CTX** bezeichnet und hat ein Führungsspiel von 0,01 mm, das an der unteren Grenze des Toleranzfeldes liegt.

Um eine noch nachgiebigere Variante zu untersuchen, wurde die Festscheibe der CTX-Ausführung auf ihrer Rückseite um 2 mm abgedreht, wie im dritten Bild von oben dargestellt. Diese Variante soll mit **CTX weich** bezeichnet werden.

Um eine extrem steife Variante zu erhalten, wurde als letztes eine Ausführung gefertigt, deren äußere Kontur der der Kippspielvariante entspricht. Allerdings sind die Scheiben nicht geschraubt und die Wegscheibe ist auf ihrer ganzen Länge geführt. Diese Variante wird als **Steif** bezeichnet und hat ebenfalls lediglich 0,01 mm Spiel in der Führung.

# 2.5 Kippspielmessung

Zunächst sollen die Ergebnisse der Kippspielmessungen der einzelnen Varianten vorgestellt werden. Das Messsystem und das Messverfahren wurden bereits im Abschnitt 2.3.4 beschrieben.

In **Abbildung 26** sind die Ergebnisse für drei Varianten mit unterschiedlichen Führungsspielen zusammengefasst. Es handelt sich dabei um Versuche, bei denen das VDT-Schubgliederband verwendet wurde. Vereinfachend kann man sagen, dass die Ergebnisse den Messwerten einer Messuhr entsprechen, die die Fest- und die Losscheibe abtastet. In den linken Polardiagrammen ist die Radialverlagerung des Scheibenaußendurchmessers dargestellt (dieser Wert entspricht einem Radialschlag). Die rechten Diagramme zeigen die Verlagerung der Scheibe in Axialrichtung (Axialschlag). Im richtigen Betrieb ist dieser Schlag nicht umlaufend, wie es bei einer Welle mit einem Fertigungsfehler in gleicher Größenordnung der Fall wäre, sondern der Winkel, unter dem die Losscheibe kippt, ist annähernd raumfest und liegt im Bereich des Umschlingungsbogens.

Bei jeder Variante ist das gemessene Spiel in der Führung angegeben. Es liegt zwischen 0,01 mm bei der Variante **CTX** und 0,10 mm bei der Variante **Spiel 2**. Die gemessenen Verlagerungen entsprechen den geometrischen Zusammenhängen. Die Kippspielmessungen dienen zur Überprüfung, ob die Losscheibe wirklich um den entsprechenden Betrag kippen kann,

weil das Kippen bei den im Betrieb durchgeführten Verformungsmessungen nicht erfasst wird. Die Losscheibe überträgt das Torsionsmoment im Prüfgetriebe über eine Außenverzahnung auf den Kolben, der wiederum drehsteif mit der Welle verbunden ist. Es besteht die Möglichkeit, dass ein Verkippen verhindert wird, wenn die Verzahnungspassung zu eng gewählt wird. Außerdem können Formabweichungen (Ovalitäten) eine ähnliche Wirkung haben. Bei der Variante **Spiel 2** (0,10 mm Spiel) musste die Passung der Verzahnung der Ausgangsvariante entsprechend vergrößert werden.



Abbildung 26: Kippspielmessung Schubgliederband

## 2.6 Veränderung der notwendigen Anpresskraft

Bei den Untersuchungen wird davon ausgegangen, dass die unterschiedlichen Spiel- und Steifigkeitsvarianten auch einen Einfluss auf die notwendige Anpresskraft haben. Um den alleinigen Einfluss der Geometrievariation auf die Verlustleistung bestimmen zu können, wäre es wünschenswert, wenn die Anpresskraft konstant bleibt. Da nicht auszuschließen ist, dass sich der notwendige Anpresskraftbedarf bei einigen Varianten so stark erhöht, dass mit den Anpresskraftvorgaben die Betriebspunkte nicht mehr angefahren werden können, wurde die folgende Vorgehensweise festgelegt: Die Versuche sollen mit allen Varianten möglichst mit derselben Anpressung durchgeführt werden. Es soll aber mindestens die Rutschsicherheit der Ausgangsvariante **Spiel 1** eingehalten werden. Dies bedeutet, dass die Anpresskraft nur erhöht werden kann, was in einigen Betriebspunkten auch der Fall ist.

Die Sicherheit gegen Durchrutschen wird mit der in Abschnitt 2.2.4 beschriebenen  $\zeta_{max}$ -Methode experimentell bestimmt. Es zeigt sich, dass die abtriebsseitige Anpresskraft bei zwei Varianten erhöht werden muss. Die Anpassungen sind in **Tabelle 4** zusammengefasst. Bei der Variante **Spiel 2** muss bei beiden Umschlingungsmitteln eine Anpassung im Overdrive vorgenommen werden. Besonders auffällig ist die Erhöhung für die Wiegedruckstückkette bei Übersetzung 1:1. Bei der Variante **CTX weich** zeigt sich nur beim SGB eine Erhöhung des notwendigen Anpresskraftbedarfs bei Übersetzung ins Schnelle und 1:1. Generell keine Erhöhung ist in Anfahrübersetzung notwendig. An einem Beispiel soll das Verfahren der Anpresskraftanpassung zunächst vorgestellt werden. Hierzu wird die Erhöhung der Anpresskraft auf 141 % bei der WDK gewählt.

Variante	Übersetzung	Anpresskraft		
variante		SGB	WDK	
	<i>i</i> = 0,47/0,45	116 %	113 %	
Spiel 2	i = 1,00	100 %	141 %	
	<i>i</i> = 2,30/2,37	100 %	100 %	
	<i>i</i> = 0,47/0,45	115 %	100 %	
CTX weich	i = 1,00	105 %	100 %	
	<i>i</i> = 2,30/2,37	100 %	100 %	

Tabelle 4:	Verwendete	Anpresskraft
------------	------------	--------------

Zunächst sollen aber die prinzipiellen  $\zeta$ -Verläufe für beide Umschlingungsmittelvarianten betrachtet werden. In **Abbildung 27** sind links die Verläufe der WDK und rechts die des SGB



Abbildung 27: Vergleich von  $\zeta_{max}$ -Verläufen

für die drei untersuchten Übersetzungen dargestellt. Für eine Übersetzung handelt es sich dabei um Kurven mit unterschiedlichem Sollmoment, die entsprechend Abschnitt 2.2.4 (**Abbildung 9**) normiert wurden. Auf die unterschiedlichen Verläufe wird im theoretischen Teil in Abschnitt 3.7.2 eingegangen. Auffällig ist der aufgefächerte Verlauf der Kurven bei der WDK. Dies widerspricht den in 2.2.4 mit dem SGB gemachten Versuchen. Betrachtet man aber die Anpresskraftvorgaben für die WDK (**Abbildung 21**) so ist zu erkennen, dass die Vorgaben nicht proportional zum Antriebsmoment sind. Die Vorgaben sind zwar linear, aber sie verlaufen nicht durch den Ursprung, sondern schneiden die Ordinate bei etwa 2,8 kN. Für kleine Momente ist die Sicherheit somit höher als für große Momente, wenn auch bei diesem Umschlingungsmittel von einer Proportionalität ausgegangen werden kann, und würde den nicht deckungsgleichen Verlauf erklären.

Um die Sicherheit bei unterschiedlichen Anpresskräften bzw. Sollmomenten bei der WDK besser vergleichen zu können, wurde unter der Annahme, dass Anpresskraft und übertragbares Moment proportional zueinander sind, eine Umrechnung auf eine proportionale Anpresskraftvorgabe vorgenommen. Dabei wurde die Anpresskraft rechnerisch um den Offset veringert. Das Ergebnis der Umrechnung ist in **Abbildung 28** im rechten Graphen dargestellt. Da die Anpresskräfte nun um ca. 2800 N unter den tatsächlichen Kräften liegen, ist auch die Sicherheit geringer. Die Verläufe der Kette liegen nun auch fast deckungsgleich übereinander. Es



**Abbildung 28:** Umrechnung des  $\zeta$ -Verlaufs in proportionale Anpresskraft bei der WDK kann also gesagt werden, dass auch für dieses Umschlingungsmittel das übertragbare Moment annähernd proportional zur abtriebsseitigen Anpresskraft ist.



Abbildung 29: Berechnung der Anpresskraftänderung aus den Regressionsgeraden der Spreizkraftsteigung

Nun kann die Anpassung der Anpresskraft bei der WDK vorgenommen werden. Es werden dazu die proportionalisierten Verläufe verwendet. In **Abbildung 29** sind die Regressionsgraden der Steigung des  $\zeta$ -Verlaufs eingezeichnet. Die Geraden der Ausgangsvariante (**Spiel 1**) schneiden die Abszisse bei ca. 1,17. Die Geraden der Variante mit erhöhtem Kippspiel (**Spiel 2**) schneiden sie hingegen schon bei 0,83<sup>1</sup>. Der Quotient aus beiden Werten ist die gesuchte notwendige Anpresskrafterhöhung. Falls eine Proportionalität zwischen Anpresskraft und übertragbarem Moment besteht, müsste somit bei einer Erhöhung der Anpresskraft auf 141 % bei der Variante **Spiel 2** die gleiche Sicherheit wie bei der Ausgangsvariante **Spiel 1** vorhanden sein.



**Abbildung 30:** Einfluss des Kippspiels auf den ζ-Verlauf

Zwei Geraden von Anpresskraftversuchen der Variante **Spiel 2** mit nun angepasster Sicherheit sind ebenfalls in das Diagramm eingezeichnet worden. Es ist zu erkennen, dass sie wie erwartet die gleiche Sicherheit wie die Ausgangsvariante aufweisen. Der  $\zeta$ -Verlauf mit erhöhter Anpresskraft für i = 1 ist in **Abbildung 30** zu denen mit 100 % eingezeichnet. Die Verläufe ohne Anpassung verlaufen steiler und haben ihr Maximum an ihrem Ende fast erreicht. Durch die Erhöhung verlaufen die Kurven flacher. Der leicht steilere Verlauf bei Übersetzung ins schnelle ist auch erkennbar, er machte eine Anpresskrafterhöhung um 13 % erforderlich. Bei

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Es ist zu beachten, dass die Werte für die wirklichen Anpresskräfte (nicht proportional) höher liegen, sodass tatsächlich eine größere Sicherheit vorliegt.

i = 2,30 scheint das erhöhte Kippspiel keinen nennenswerten Einfluss auf die benötigte Anpresskraft zu haben. Dieses Verhalten zeigt sich bei allen Geometrievarianten.

# 2.7 Einfluss des Kippspiels auf den Wirkungsgrad

Nun sollen die Ergebnisse zum Einfluss des Kippspiels auf den Wirkungsgrad vorgestellt und diskutiert werden. Die Untersuchungen werden mit den Varianten **Spiel 1** und **Spiel 2** aus **Abbildung 25** durchgeführt. Die Varianten unterscheiden sich geometrisch lediglich im Führungsspiel. Für die beiden Umschlingungsmittelvarianten werden dieselben Wellensätze ver-



Abbildung 31: Einfluss des Kippspiels auf den Wirkungsgrad Variante SGB

wendet. Die Anpassung auf die unterschiedliche umschlingungsmittelabhängige Reibflächengeometrie wird durch den Austausch der geschraubten Kegelscheiben realisiert. Das Führungsspiel von 0,035 mm der ersten Variante liegt an der oberen Grenze der üblichen Passung Ø40 H6/g5.

Das Spiel von 0,1 mm der zweiten Variante liegt weit oberhalb einer in der Praxis verwendeten Passungen. Im Rahmen dieser grundlegenden Untersuchungen sollen aber gerade die Grenzen des möglichen Wirkungsgradbereiches aufgezeigt werden. Beim Anfahren der ersten



Abbildung 32: Einfluss des Kippspiels auf den Wirkungsgrad Variante WDK

Betriebspunkte (Sollmomente bei Sollanpresskräften) der Variante **Spiel 2** gelang es der Druckregelung zunächst nicht, die Anpresskräfte hinreichend stabil zu halten. Als Ursache kam der große Leckölstrom zwischen Losscheibe und Welle in Betracht. Er lag bei Raumtemperatur und 20 bar Druck im Stillstand bei etwa 1,3 l/min. Folgerichtig konnte das Problem durch Abdichten des Spaltes mit einem O-Ring behoben werden (siehe **Abbildung 25**). Dies entspricht zwar nicht der Praxis, kann aber bei Grundlagenuntersuchungen in Kauf genommen werden. Auf den Wirkungsgrad dürfte diese Maßnahme keinen Einfluss haben. Nach Beendigung der Versuche war allerdings hinter dem O-Ring (auf der druckabgewandten Seite) in der Bohrung Verschleiß in Form von Passungsrost zu erkennen. Auf der anderen Seite des O-Rings, an der sich ständig Drucköl befindet, fanden sich hingegen keine Verschleißspuren. Ein Abdichten des Führungsspaltes zur Reduzierung der Leckagen scheint daher in der Praxis nicht ratsam zu sein.

In **Abbildung 31** und **Abbildung 32** sind für die beiden untersuchten Umschlingungsmittel die Ergebnisse einiger Wirkungsgradversuche bei einer Antriebsdrehzahl von  $n_{an} =$ 1000 1/min dargestellt. In den 3 Diagrammen sind die Wirkungsgrade im Overdrive, bei i = 1,0 und in Anfahrübersetzung abgebildet. Zusätzlich sind jeweils noch die Verlustleistung und die Schleppleistung unter Anpresskraft (siehe 2.2.3) eingezeichnet. Bei allen Übersetzungen ist eine erhebliche Zunahme der Verlustleistung erkennbar. Der Wirkungsgradverlust ist in Anfahrübersetzung weniger stark ausgeprägt als im Overdrive. Bei der WDK sind die Verluste bei i = 1,0 höher als beim SGB. Der Grund hierfür liegt in der starken Anpresskrafterhöhung um 41 %. Falls eine Veränderung der Anpresskraft bezüglich der Vorgaben aus Abschnitt 2.4.1 durchgeführt wurde, ist diese im jeweiligen Diagramm als Zahlenwert angegeben.

In Abbildung 33 sind die Laufradiusänderungen  $\Delta r_U$  der Kette bei i = 1,0 für die Varianten Spiel 1 und Spiele 2 dargestellt. Im linken Polardiagramm ist der Verlauf am Antrieb, im rechten der am Abtrieb zu sehen. Drehrichtung und angreifendes Moment sind am Antriebsscheibensatz gleichgerichtet, am Abtrieb entgegengerichtet. Der Einlauf ist jeweils oben (hier bei i = 1 also bei 90°). Am Abtrieb ist die radiale Gleitbewegung vom Einlauf zum Auslauf fast ausschließlich nach innen gerichtet. Hier ist der in der Literatur oft erwähnte "spiralige Lauf" deutlich zu erkennen. Am Antrieb läuft das Umschlingungsmittel zunächst auch nach innen. Bevor es den Auslauf erreicht, ist allerdings eine nach außen gerichtete Bewegung zu erkennen. Der spiralige Lauf ist am Antrieb nicht so stark ausgeprägt. Diese prinzipiellen Verläufe wurden bei allen Messungen festgestellt.



Abbildung 33: Einfluss des Kippspiels auf den spiraligen Lauf (WDK)

Der starke Anstieg im Einlauf- und Auslaufbereich ist auf die Darstellungsform und das Messprinzip zurückzuführen. Die Messkulisse dreht sich koaxial um den Scheibensatz. Im Einlauf und Auslauf findet beim Umschlingungsmittel die Änderung von einer kreisförmigen in eine tangentiale Bahn statt. Der Sensor bewegt sich aber auch außerhalb des Umschlingungsbogens auf einer Kreisbahn. Hierdurch kommt es zu einer Annäherung zwischen Sensor und dem Umschlingungsmittel. Der nicht tangentiale Aus- und Einlauf in der Darstellung ist auf die überhöhte Darstellung der Laufradiusänderung zurückzuführen. Zur Abstandsmessung wird ein induktiver Sensor verwendet, der einen Durchmesser von ca. 12 mm hat. Bei diesem physikalischen Messprinzip wird ein Mittelwert über der Sensorfläche gebildet, hierdurch kommt es zu einer Glättung des real stark gekrümmten Übergangs zwischen der Kreisbahn und der tangentialen Bahn.

In jedem Polardiagramm befindet sich eine Tabelle, der die Übersetzung, das momentan an der Scheibe angreifende Moment und die Anpresskraft zu entnehmen sind. Damit die Laufradiendifferenzen beider Spielvarianten besser verglichen werden können, ist der kleinste Laufradius jeweils zu Null gesetzt worden. Es ist eine deutliche Zunahme der radialen Gleitbewegung bei erhöhtem Führungsspiel zu erkennen. Es ist allerdings zu berücksichtigen, dass bei der Variante **Spiel 2** die Anpresskraft um 41 % erhöht wurde.

In Abbildung 34 sind die entsprechenden Messergebnisse für das SGB dargestellt. Die Vergrößerung der radialen Gleitbewegungen fällt geringer aus, weil beim SGB die Anpresskraft



Abbildung 34: Einfluss des Kippspiels auf den spiraligen Lauf (SGB)

im Gegensatz zur Kette nicht erhöht wurde. Das Auswandern gegen Ende des Umschlingungsbogens am Antriebsscheibensatz ist beim Schubgliederband allgemein stärker ausgeprägt als bei der Kette.

In **Abbildung 35** soll die Zunahme des spiraligen Laufs durch die Vergrößerung des Kippspiels nochmals verdeutlicht werden. Für die Verformungsmessungen an den Scheiben wird eine Offsetfunktion mit kleiner Anpresskraft (ca. 1kN) bestimmt (siehe hierzu 2.3.4). Dabei wird auch die Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels aufgezeichnet. Im linken kleinen Polardiagramm sind die Verläufe in Anfahrübersetzung bei der WDK mit dieser kleinen Anpresskraft eingezeichnet. Man erkennt, dass sich der radiale Einlauf durch die Vergrößerung des Führungsspiel um ca. 0,5 mm erhöht. Dies entspricht dem zu erwartenden Wert aus geometrischen Zusammenhängen und aus der Kippspielmessung.

Im rechten Diagramm sind die Messungen bei 24 kN Anpresskraft und einem Moment am Abtriebsscheibensatz von ca. 270 Nm dargestellt. Die Zunahme des radialen Einlaufs beträgt in beiden Fällen (mit und ohne Last) etwa 0,5 mm. Eine Erhöhung des Kippspiels führt also direkt zu einer Erhöhung der radialen Gleitbewegungen und somit der Verluste.

Im unteren Polardiagramm ist der "spiralige Lauf" ohne Last bei einem Führungsspiel von 0,01 mm anhand der Variante **CTX** gezeigt. Gegenüber der Variante **Spiel 1** (0,035 mm), hat sich der radiale Einlauf erwartungsgemäß verringert.



Abbildung 35: Einfluss des Kippspiels auf den Ketteneinlauf

# 2.8 Einfluss der Scheibensteifigkeit auf den Wirkungsgrad

Im zweiten Teil des Versuchsprogramms soll der Einfluss der Scheibensteifigkeit untersucht werden. Dazu werden drei weitere Varianten betrachtet.

# 2.8.1 Variante CTX

Zunächst soll die Variante **CTX** untersucht werden. Sie entspricht in Ihrer Steifigkeit der der Abtriebswelle eines real ausgeführten PKW-Getriebes. Diese Variante soll im Folgenden zunächst mit der Ausgangsvariante **Spiel 1** verglichen werden.

Betrachtet man nur die beiden Scheibengeometrien (**Abbildung 25**), so entsteht der Eindruck, dass die Ausgangsvariante mit ihren sehr steifen Scheiben, die gegen einen stabilen Flansch geschraubt sind, eine erheblich höhere Steifigkeit als die **CTX**-Variante mit ihrer recht dünnen Festscheibe hat und sich dadurch für die Ausgangsvariante ein besserer Wirkungsrad einstellen müsste. Messungen zeigen aber, dass dem nicht so ist. In **Abbildung 36** und



Abbildung 36: Wirkungsgrad Variante CTX (WDK)

Abbildung 37 sind Wirkungsgrad-, Verlust- und Schleppleistungsverlauf für beide Umschlingungsmittel bei Anfahrübersetzung beispielhaft dargestellt. Bei beiden Umschlingungsmitteln ist eine Zunahme des Wirkungsgrads um ca. 1,5 % bei der CTX-Variante erkennbar. In den anderen Übersetzungen liegen die Steigerungen des Wirkungsgrads in der gleichen Größenordnung.



Abbildung 37: Wirkungsgrad Variante CTX (SGB)

Die Verringerung der Verlustleistung spiegelt sich auch in einer Reduzierung der radialen Laufradiusänderungen wider. In **Abbildung 38** und **Abbildung 39** sind sie für beide Umschlingungsmittel dargestellt. Die Variante **CTX** ist hier wiederum mit der Ausgangsvariante



Abbildung 38: Spiraliger Lauf bei der CTX-Variante (WDK)

Spiel 1 verglichen worden. Die erkennbare Verringerung der radialen Gleitbewegung bei der Variante CTX korreliert mit den geringeren Verlusten im Vergleich zur Ausgangsvariante.Es gibt mehrere Gründe, warum die Laufradiusdifferenz bei der Variante CTX geringer als



Abbildung 39: Spiraliger Lauf bei der CTX-Variante (SGB)

bei der Ausgangsvariante ausfällt. Ein Grund ist sicherlich das geringere Führungsspiel von nur 0,01 mm. Die Losscheibe verkippt also nicht so stark, was den radialen Einlauf verringert. Allerdings konnte im letzten Abschnitt in **Abbildung 35** gezeigt werden, dass die kippspielbedingte Laufradiusänderung auf großem Laufradius (i = 2,37, Abtrieb) bei der CTX-Variante nur etwa 0,1 mm beträgt. Hier beim Übersetzungsverhältnis 1:1 ist der Einfluss noch geringer. Die gemessene Abnahme des Laufradius beträgt hier aber ca. 0,2 mm. Sie ist also nur teilweise mit dem verringerten Führungsspiel erklärbar.

Ein weiterer Grund ist das starke Durchbiegen der Welle der Varianten **Spiel 1/2**. Wie es zu der starken Verformung der Welle und damit zum Verkippen der geschraubten Scheiben kommt, soll anhand von **Abbildung 40** verdeutlicht werden. Bei geschraubten Scheiben (**Spiel 1/2**) wird im Gegensatz zu Wellen, bei denen Scheibe und Welle einteilig sind (**CTX, CTX weich, Steif**), das durch die Spreizkraft *S* eingeleitete Kippmoment nicht direkt unter den Festscheiben in die Welle, sondern erst im Flansch eingeleitet. An der Losscheibenseite



Abbildung 40: Vergleich Abstützung des Kippmoments

ist es ähnlich. Die rechte Kegelscheibe ist an die Führungshülse geschraubt. Zwischen dieser Kegelscheibe und der Welle ist radial ein großer Spalt. Die Losscheibe wird also nur auf der Länge der Hülse geführt. Auch hier wird im Gegensatz zur Variante **CTX** das Moment weiter rechts eingeleitet. Der Abstand zwischen den Punkten der Kippmomenteinleitung ist also bei geschraubten Scheiben größer, dadurch vergrößert sich die freie Biegelänge der Welle.

In Abbildung 41 sind die prinzipiellen mechanischen Zusammenhänge noch einmal dargestellt. Radialkräfte können vernachlässigt werden, da sie nur geringen Einfluss auf die Größe des Bereiches der Welle haben, in dem das hier betrachtete Kippmoment wirkt. Im linken Teil des Bildes ist eine Welle mit einem geringen Abstand zwischen den Momenteneinleitpunkten dargestellt. Dies soll einer nicht geschraubten Variante entsprechen. Rechts ist das Prinzip für eine Welle mit geschraubten Scheiben dargestellt. Unterhalb der Freikörperbilder sind die Schnittgrößenverläufe des Biegemoments  $M_{b,y}(x)$ , die Ableitung der Biegelinie w'(x) und die Biegelinie w(x) dargestellt. Bei gleicher Spreizkraft *S* und gleichem Angriffsradius *r* müssen die Biegemomente bei beiden Varianten gleich groß sein. Nur der Bereich, in dem das Biegemoment vorhanden ist, unterscheidet sich. Da der Biegemomentenverlauf proportional zur zweiten Ableitung der Biegelinie ist, ist er unter der Voraussetzung, dass beide Wellen den gleichen Elastizitätsmodul *E* und das gleiche Flächenträgheitsmoment *I* besitzen, ein Maß für die Steigung der Ableitung w'(x) der Biegelinie. Zwischen den Scheiben hat w'(x) somit bei beiden Varianten die gleiche Steigung. In der rechten Variante sind die Werte außerhalb des



Abbildung 41: Einfluss der freien Biegelänge auf die Wellendurchbiegung
Bereichs der Momenteneinleitung somit größer. Da w'(x) die Ableitung der Biegelinie ist, ergibt sich eine größere Neigung der Biegelinie bei geschraubten Scheiben und somit auch eine größere Durchbiegung. Für das Kippen der Kegelscheiben ist nicht die Durchbiegung, die nur zu einer kleinen Veränderung der Achsabstandes führt, sondern die Neigung der Welle (Winkel  $\delta_L$ ) im Bereich der Kegelscheiben entscheidend.

#### 2.8.2 Variante CTX weich

Da die wirksame Steifigkeit der Variante **CTX** nicht so gering war, wie ursprünglich angenommen, sollte eine Variante mit einer größeren Nachgiebigkeit untersucht werden (**CTX weich**). Die einfachste Möglichkeit, dies zu erreichen, bestand darin, die Festscheiben an ihrer Rückseite abzudrehen (siehe **Abbildung 25**). Der Vorteil gegenüber der Fertigung neuer Wellensätze liegt außerdem darin, dass alle anderen Bedingungen wie z.B. Führungsspiel, Welligkeit und andere Fertigungstoleranzen exakt gleich sind.

In **Abbildung 42** ist der berechnete Einfluss der Scheibendicke auf die Verformung der Festscheibe der **CTX**-Welle dargestellt. Die Scheibe wurde hierbei gleichmäßig um die angegebenen konstanten Werte auf ihrer Rückseite axial verstärkt bzw. geschwächt. Dargestellt ist die Axialverformung eines radialen Schnittes durch die Scheibe unter dem Winkel maximaler Verformung. Als Prüfbelastung wurde eine reine Axialbelastung (Spreizkraft) mit sinusförmigem Verlauf über dem Umschlingungsbogen verwendet. Es ist zu erkennen, dass es zu einer



Abbildung 42: Einfluss der Scheibendicke auf die maximale Verformung

Veränderung der Verformung im Bereich des Umschlingungsbogens kommt. Im Bereich außerhalb des Umschlingungsbogens (negativer Scheibenradius) hat die Variation der Scheibendicke nahezu keinen Einfluss auf die Verformung. Der Grenzwert für die Steifigkeit mit zunehmender Scheibendicke ist deutlich zu erkennen, er ist durch die Nachgiebigkeit der Welle gegeben. Als Abdrehmaß für die Variante **CTX weich** wurden 2 mm gewählt; bei Sinuslast erhöht sich die Verformung um ca. 0,1 mm. Es war also davon auszugehen, dass die stärkere Aufweitung des Scheibenkeils zu größeren radialen Einlaufbewegungen des Umschlingungsmittels und so zu größeren Verlusten führen wird.

Abbildung 43 und Abbildung 44 zeigen jedoch, dass die Verhältnisse komplexer sind. Es handelt sich um typische Wirkungsgradverläufe für die WDK und das SGB im Vergleich zur nicht geschwächten Variante CTX bei mittlerer Antriebsdrehzahl. Da sich die größten Auswirkungen der Scheibenschwächung auf die Keilspaltaufweitung und den Wirkungsgrad in Betriebspunkten bemerkbar machen müssten, bei denen das Umschlingungsmittel auf einem großem Radius läuft, ist jeweils eine Versuchsreihe der beiden Grenzübersetzung gezeigt. Bei der Kette zeigen sich in Anfahrübersetzung nahezu identische Verläufe. Auch beim SGB (Übersetzung ins Schnelle) ist der Wirkungsgrad bei hohen Momenten praktisch unverändert. Hierbei muss zusätzlich berücksichtigt werden, dass die Anpresskraft hier um 15 % erhöht wurde. Die Unterschiede bei kleineren Momenten können auch auf Messunsicherheiten zurückzuführen sein. Besonders bei Übersetzungen ins Schnelle und hoher Antriebsdrehzahl führen schon geringe Übersetzungsschwankungen durch die große Massenträgheit der verwendeten E-Maschinen zu Schwankungen des Antriebsmomentes. Dies wirkt sich negativ auf die Messgenauigkeit aus.



Abbildung 43: Wirkungsgrad Variante CTX weich (WDK)



Abbildung 44: Wirkungsgrad Variante CTX weich (SGB)

Die Messergebnisse entsprechen somit zunächst nicht der Annahme, dass eine hohe Nachgiebigkeit des Variators zwangsläufig zu hohen radialen Gleitbewegungen und dadurch zu hohen Verlusten führen müsse. Wenn die Ergebnisse der Wirkungsgradmessungen richtig sind und die Annahme zutrifft, dass die radialen Gleitbewegungen die Verluste bestimmen, dann müsste die gemessene Laufradiendifferenz der beiden Steifigkeitsvarianten ähnlich sein. Dies soll zunächst wieder für die WDK anhand der Übersetzung i = 1 gezeigt werden (**Abbildung 45**).



Abbildung 45: Spiraliger Lauf bei der Variante CTX weich (WDK)

Bei dem schon mehrfach gezeigten Betriebspunkt mit Nennmoment  $T_{an} = 120$  Nm liegen die radialen Einwanderungen am Antriebsscheibensatz fast deckungsgleich übereinander. Am Abtriebsscheibensatz ist eine geringfügige Vergrößerung erkennbar. Auf die Darstellung für das SGB wurde verzichtet, weil sich hier nicht nur am Antrieb, sondern auch am Abtrieb fast identische Verläufe zeigen.

Auch wenn sich bei den Wirkungsgraden und den radialen Laufbewegungen nach dem Abdrehen der Festscheiben kein Einfluss zeigt, muss dennoch die Axialverformung der Festscheibe bei gleicher Belastung zunehmen.

In den folgenden Bildern ist der Einfluss der nachgiebigeren Festscheibe auf ihre axiale Verformung in den beiden Grenzübersetzungen dargestellt. Dazu ist in den linken Polardiagrammen die gemessene Axialverformung und in den rechten die radiale Position des Umschlingungsmittels aufgetragen. Die Teilbilder einer Zeile stellen die Ergebnisse einer Belastungsstufe dar. Es wird jeweils der Scheibensatz betrachtet, an dem das Umschlingungsmittel an einem großen Radius angreift. In **Abbildung 46** und **Abbildung 47** sind zunächst die Ergebnisse der WDK bei Overdrive-Übersetzung am Antriebsscheibensatz dargestellt. In jedem



Abbildung 46: Abhängigkeit zwischen Axialverformung und spiraligem Lauf am Antriebsscheibensatz (Kraftanstieg)



Fortsetzung Abbildung 46

Diagramm sind die Kurven der drei Steifigkeitsvarianten **CTX**, **CTX weich** und **Steif** eingezeichnet. Die Variante **Steif** ist eine extrem steife Variante, sie wird im folgenden Abschnitt 2.8.3 vorgestellt.

Bei jeder Verformungsmessung wurde zuerst die Anpresskraft und dann das Moment in mehreren Stufen bis zum Nennbetriebspunkt ( $T_{an} = T_{nenn} = 120$  Nm) gesteigert. In Abbildung 46 sind zunächst die drei Stufen mit steigender Anpresskraft aber ohne Bremsmoment gezeigt. In der ersten Stufe wird eine Minimallast zur Bestimmung der Offsetfunktion der Scheibenverformung aufgebracht (ca. 1 kN Anpresskraft am Scheibensatz). Deshalb muss das Ergebnis der Axialverformung Null sein. Der messbare radiale Einlauf der Kette ist erwartungsgemäß sehr gering.

In den folgenden beiden Zeilen der **Abbildung 46** wird die Anpresskraft zunächst auf 10 kN und dann auf 16,1 kN erhöht. Die Axialverformung aller drei Varianten nimmt zu. Die Werte der Verformung sind entsprechend ihrer erwarteten Nachgiebigkeit gestuft. Die größten Verformungen zeigt die Variante **CTX weich**, die geringsten Verformungen die Variante **Steif**. Etwas anders sieht es bei der Kettenposition aus. Hier liegen die Verläufe **CTX** und **CTX weich** – wie schon für i = 1,0 gezeigt – übereinander; die Laufradiendifferenz von **Steif** ist hingegen geringer.

Bei Betrachtung der axialen Verformung im Ein- und Auslaufbereich des Umschlingungsmittels der **CTX**-Varianten ist zu erkennen, dass der Scheibenkeil bei **CTX weich** dort schon weiter aufgespreizt ist. Über einen großen Winkelbereich des Umschlingungsbogens verlaufen beide Verformungen parallel. Dies soll im Unterschied zu einer Schiefstellung der Scheibe als ein "Umstülpen" bezeichnet werden. Für die Laufradienänderung beim Durchlaufen des Umschlingungsbogens ist die Keilspaltweitenänderung zwischen Ein- und Auslauf bzw. maximalem Öffnungswinkel entscheidend. Betrachtet man die Differenz der Axialverformung der beiden CTX-Varianten über dem Umschlingungsbogen, so ist der Unterschied gering, obwohl



**Abbildung 47:** Abhängigkeit zwischen Axialverformung und spiraligem Lauf am Antriebsscheibensatz (Momentenanstig)

der Absolutwert der Verformung bei der Variante **CTX weich** stark zunimmt (siehe hierzu auch Abschnitt 2.12). Hierdurch ist zu erklären, warum die radiale Gleitbewegung der Kette nicht zunimmt. Bei Steigerung des Antriebsmoments (**Abbildung 47**) zeigt sich am Antriebsscheibensatz ein ähnliches Bild.

Der Spreizkraftverlauf und die Keilspaltaufweitung am Abtriebsscheibensatz unterscheiden sich mit steigendem Moment von denen am Antriebsscheibensatz. In **Abbildung 48** und **Abbildung 49** sind die vergleichbaren Ergebnisse des Abtriebsscheibensatzes in Anfahrübersetzung ( $i \approx 2,3$ ) gezeigt. Bei Steigerung der Anpresskraft ohne Moment müssen sich ähnliche Verläufe ergeben (erst die Momentenrichtung entscheidet darüber, ob es sich bei der Welle um An- oder Abtrieb handelt). Die Anpresskraft muss hier auf einen höheren Wert (25 kN) gesteigert werden, deshalb sind die absoluten Verformungen auch größer.

In **Abbildung 49** wird das Moment in mehreren Schritten bis zum Nennantriebsmoment von 120 Nm gesteigert. Am Abtriebsscheibensatz greift dann ein Moment von ca. 300 Nm an.

Mit steigendem Moment verlagert sich der Öffnungswinkel des Keilspalts in Richtung Auslauf. Hierdurch steigert sich bei allen drei Steifigkeiten die radiale Gleitbewegung der Kette.



Abbildung 48: Abhängigkeit zwischen Axialverformung und spiraligem Lauf am Abtriebsscheibensatz (Kraftanstieg)

Der Stülpeffekt verringert sich, ist aber immer noch erkennbar. Die Laufradiusänderung der Variante **CTX weich** ist in Anfahrübersetzung am Abtrieb etwas größer als bei der nicht abgedrehten Variante **CTX**. Auf den Wirkungsgrad hat diese geringe Vergrößerung im Rahmen der Messgenauigkeit keinen Einfluss. Eine genauere Betrachtung der Gründe hierfür soll im theoretischen Teil dieser Arbeit in Abschnitt 3.7.1 erfolgen.



Abbildung 49: Abhängigkeit zwischen Axialverformung und spiraligem Lauf am Abtriebsscheibensatz (Momentenanstieg)

#### 2.8.3 Variante Steif

Als letztes soll die Variante **Steif** untersucht werden. Die Außenkontur des Variators entspricht der Ausgangsvariante (**Spiel 1/2**), allerdings sind die Scheiben nicht geschraubt. Die Wegscheibe ist auf ihrer ganzen Länge geführt, wodurch sich die freie Biegelänge verkleinert. Das schädliche Neigen der Welle und das dadurch hervorgerufene Kippen der Scheiben wird stark reduziert. Die hohe Steifigkeit der Scheiben kommt hierdurch voll zum Tragen. Die Verformungsmessungen in Abschnitt 2.8.2 (**Abbildung 46** bis **Abbildung 49**) haben schon gezeigt, dass die absoluten Verformungen und der spiralige Lauf gering sind. Dies spiegelt sich auch im Wirkungsgrad wider (**Abbildung 50** und **Abbildung 51**). Gegenüber der Variante



Abbildung 50: Wirkungsgrad Variante Steif (WDK)



Abbildung 51: Wirkungsgrad Variante Steif (SGB)

**CTX** ist eine leichte Verbesserung auch im oberen Leistungsbereich erkennbar. Auf den auffällig starken Abfall des Wirkungsgrads beim SGB in Anfahrübersetzung, der offensichtlich nicht von der Steifigkeit des Variators abhängt, wird im Abschnitt 2.9 ausführlicher eingegangen. Bei i = 1,0 (hier nicht dargestellt) werden bei beiden Umschlingungsmitteln Bestwerte des Wirkungsgrades von ca. 98% erreicht.

Der Vollständigkeit halber sind in **Abbildung 52** die Laufradiusänderungen für die WDK in Drive-Übersetzung (i = 1,0) dargestellt. Auch bei dieser Übersetzung ist die Verringerung der radialen Gleitbewegungen erkennbar. Für das SGB ist die Verringerung der Laufradiusänderung etwa gleich groß.



Abbildung 52: Spiraliger Lauf bei der Variante Steif (WDK)

# 2.9 Verlustleistungen

In diesem Abschnitt soll auf die Verlustleistungen eingegangen werden. Insbesondere soll der Anteil der Schleppleistungen unter Anpresskraft an den Gesamtverlusten näher untersucht werden.

In **Abbildung 53** und **Abbildung 54** sind die Wirkungsgrade und Verluste der Varianten mit dem besten (**Basis steif**) und dem schlechtesten Wirkungsgrad (**Basis Sp2**) zusammen dargestellt. Der größte Unterschied tritt bei der Kette bei i = 1,0 auf und liegt bei etwa 5 %. Bei Betrachtung der Verlustleistungsanteile fällt auf, dass der größte Anteil an der Zunahme der Gesamtverluste durch eine Erhöhung der Schleppverluste unter Anpresskraft entsteht. Der



**Abbildung 53:** Extremwerte des gemessenen Wirkungsgrads bei  $n_{an} = 1000 \text{ min}^{-1}$  (WDK)

momentenabhängige Anteil, das ist die Differenz zwischen der Schleppleistungs- und der Gesamtverlustleistungskurve, verändert sich nur geringfügig. Der momentenunabhängige Verlustleistungsanteil, die Schleppverluste unter Anpressung, soll im nächsten Abschnitt genauer betrachtet werden.

## 2.9.1 Anpresskraftabhängiger Verlustleistungsanteil (Schleppverluste)

Während die Schleppverluste in den Wirkungsgraddiagrammen über dem Antriebsmoment aufgetragen sind, sind sie in Abbildung 55 in Abhängigkeit von der abtriebsseitigen Anpress-



**Abbildung 54:** Extremwerte des gemessenen Wirkungsgrads bei  $n_{an} = 1000 \text{ min}^{-1} \text{ (SGB)}$ 

kraft  $S_{ab}$  dargestellt. Die eingezeichneten Punkte entsprechen den Anpresskräften für ein Antriebsmoment (Betriebspunkt) der Wirkungsgradversuche. Die markierten Punkte ganz links auf einer Kurve sind somit diejenigen für 18 Nm, die ganz rechts für 150 Nm. Da bei der Variante **Spiel 2** eine Anpresskrafterhöhung vorgenommen wurde, liegen die Punkte für gleiche Momente bei der WDK (Overdrive: 113 %; Drive: 141 %) und beim SGB (Overdrive: 116 %) nicht vertikal übereinander.

Die Zunahme der Verluste ist bei der WDK stärker ausgeprägt als beim SGB. Besonders stark ist die Zunahme bei i = 1 und im Overdrive. Dies verdeutlicht den stärkeren Steifigkeitseinfluss auf die Verluste von Umschlingungsmitteln in Bauform einer WDK. Der Grund hierfür



Abbildung 55: Extremwerte der Schleppverluste in Abhängigkeit von der Anpresskraft am Abtrieb

ist aber nicht im Inneren des Umschlingungsmittels, sondern in der Kontaktgeometrie zu suchen.

Der mittlere Keilwinkel (bei i = 1) der für die WDK verwendeten balligen Scheiben beträgt 10° (**Abbildung 20**). Die kegeligen Scheiben des SGB haben hingegen einen konstanten Winkel von 11°. Bei gleicher Anpresskraft und somit gleichen Verformungen ist bei kleinerem Keilwinkel von einer stärkeren Laufradiusänderung (siehe Abschnitt 3.3.1, Gleichung (38)) und somit höheren Verlusten auszugehen.

Obwohl die steifigkeitsbedingte Zunahme der Verluste beim SGB im Overdrive geringer ist, ist der Absolutwert höher. Es müssen somit beim Schubgliederband erhebliche Verluste im Inneren des Umschlingungsmittels vorliegen.

#### 2.9.2 Momentenabhängiger Verlustleistungsanteil

Zur Ermittlung des momentenabhängigen Verlustanteils werden die Ergebnisse der Anpresskraftversuche nach der  $\zeta_{max}$ -Methode verwendet. Bei ihnen wird das Moment bei konstanter abtriebsseitiger Anpresskraft und konstanter Übersetzung stufenweise gesteigert. Um explizit den Einfluss der Steifigkeit auf die Verlustleistung untersuchen zu können, werden die Versuche ohne Anpresskrafterhöhung verwendet. Die Verlustleistungen für beide Umschlingungsmittel sind in **Abbildung 56** für i = 1,0 über dem Antriebsmoment aufgetragen. Je Steifigkeitsvariante wurden vier Anpresskraftversuche durchgeführt ( $T_{an,soll} = 60$ ; 72; 96 und 120 Nm). In den vier kleineren Diagrammen rechts sind die vier Versuche je einer Variante dargestellt. Im großen Diagramm links sind alle 16 Versuche zusammengefasst.

Vergleicht man die Diagramme der beiden Umschlingungsmittel, so scheint der Steifigkeitseinfluss bei i = 1,0 und nicht veränderter Anpresskraft auf die Verluste ähnlich zu sein.

In der Anfahrübersetzung ist allerdings ein deutlicher Unterschied erkennbar. In **Abbildung 57** sind die Verlustleistungen aus  $\zeta_{max}$ -Versuchen über dem Antriebsmoment für vier Steifigkeitsvarianten aufgetragen. Links sind die Verläufe für die Kette und rechts für das Band gezeigt. Ein erheblich stärkerer Anstieg der Verlustleistung beim Schubgliederband ist deutlich erkennbar; dies ist auch wieder nur durch innere Bandverluste zu erklären.



**Abbildung 56:** Momentenabhängige Verluste bei i = 1



Abbildung 57: Momentenabhängige Verluste in Anfahrübersetzung

## 2.10 Qualitative Aussagen mittels einer vereinfachten Lastannahme

Um genaue quantitative Vorhersagen über den radialen Einlauf eines Umschlingungsmittels und die zu erwartenden Verluste bereits im Entwurfsstadium machen zu können, sind FE-Rechnungen und eine realitätsnahe Lastverteilung über dem Umschlingungsbogen notwendig. Hier sei auf das teilempirische Verfahren nach *Sue, Dittrich* und *Poll* [68] verwiesen. Eine numerisch iterative Berechnung, die auf der Arbeit von *Sattler* [52] beruht, wird im theoretischen Teil dieser Arbeit durchgeführt. Für eine erste Abschätzung ist aber neben dem absoluten Wirkungsgrad auch ein Kennwert, der den Vergleich unterschiedlicher Bauformen ermöglicht, von großer Bedeutung. In diesem Teil der Arbeit soll zunächst versucht werden, solche Kennwerte zu definieren, die sich mit einer einfachen Lastannahme bestimmen lassen.

Im Abschnitt 2.8.2 wurde zur Bestimmung des Abdrehmaßes für die Variante **CTX weich** eine sinusförmige Prüfbelastung in axialer Richtung definiert. Wenn man die maximale Axialverformung bei dieser Belastung betrachtet, ist die Variante **CTX weich** erheblich nachgiebiger. Aufgrund der deutlichen Zunahme der axialen Aufweitung vom Einlauf zum Maximalwert bei 0° im linken Polardiagramm in **Abbildung 58** ist auch eine deutliche Zunahme der radialen Einwanderung des Umschlingungsmittels zu erwarten. Wie die Messungen gezeigt haben, ist dies aber nicht der Fall. Eine sinusförmige Lastannahme ist also zur Beurtei-



Abbildung 58: Berechnete Verformung für eine Prüfbelastung mit sinusförmiger Verteilung lung von verlustrelevanten Verformungen nicht geeignet. Der "Stülpeffekt" wird durch sie nicht abgebildet.

Eine sinnvollere Lastannahme stellt eine trapezförmige Belastung dar. Die einfachste Sonderform ist dabei die rechteckige Lastverteilung. Mit dieser Lastannahme wurden die Rechnungen mit den CTX-Varianten wiederholt. Die Ergebnisse sind in **Abbildung 59** dargestellt.



Abbildung 59: Berechnete Verformung für eine Prüfbelastung mit rechteckiger Verteilung Die Form des Verlaufs entspricht etwa den Messungen der Axialverformungen der Variante CTX und CTX weich in Abbildung 48 (Abschnitt 2.8.2). Der Stülpeffekt ist sowohl bei der

Messung als auch bei der Berechnung deutlich erkennbar; das heißt, die Aufweitung ist bereits

im Ein- und Auslaufbereich verstärkt und nicht nur im Zentrum des Umschlingungsbogens. Dadurch ist die Keilspaltweitenänderung  $\Delta w$  über dem Umschlingungsbogen bei der Variante **CTX weich** kaum größer als bei der Variante **CTX**. Zusätzlich ist noch die Kurve für einen Scheibensatz der Ausgangsvarianten (**Spiel 1/2**) eingezeichnet. Trotz der geringeren Absolutverformung ist die Differenz zwischen Einlauf und Maximalwert größer. Der Grund hierfür ist die größere Wellendurchbiegung durch die Momenteneinleitung in die Flansche. Diese große Wellendurchbiegung ist gut im rechten Teildiagramm zu erkennen, wo die Neigungen der Wellenquerschnitte in den Krafteinleitungspunkten eingezeichnet sind. Auch diese Beobachtungen stimmen qualitativ mit den Ergebnissen der Wirkungsgrad- und Verformungsmessungen überein.

Eine rechteckförmige Lastannahme scheint somit die aussagekräftigsten Ergebnisse zu liefern. Als Kennwerte zum Vergleich der Varianten können die Differenz zwischen Maximal- und Minimalwert der axialen Verformung im Umschlingungsbogen und der Neigungswinkel aufgrund der Wellendurchbiegung herangezogen werden. Dieser Winkel bestimmt die als besonders kritisch anzusehenden sinusförmigen Verformungsanteile.

Die Möglichkeit, dass man mit der rechteckförmigen Lastannahme qualitative Aussagen über den zu erwartenden Wirkungsgrad erhält, soll anhand eines Optimierungsbeispiels verdeutlicht werden. Hierzu soll eine Scheibengeometrie mit Kragen untersucht werden. Das FE-Modell der Festscheibe ist zusammen mit den Berechnungsergebnissen in **Abbildung 60** dargestellt. Als Basis für die Geometriemodifikation wurde die Variante **CTX weich** gewählt. Am äußeren Rand der Scheibenrückseite befindet sich ein Ring (Kragen) der Dicke D = 10 mm und der Breite B = 20 mm.

In den Diagrammen sind die Varianten **CTX weich** mit und ohne Kragen gegenübergestellt. Der Maximalwert der Verformung nimmt bei der Variante mit Kragen ab, aber in gleichem Maße nimmt auch die Verformung am Einlauf ab. Dieses hat zur Folge, dass sich der radiale Einlauf des Umschlingungsmittels nicht verändern wird. In den rechten Teilbildern ist zu erkennen, dass es im Bereich außerhalb des Umschlingungsbogens, bei negativem Laufradius, durch den Kragen zu einer deutlich stärkeren Verformung in die Gegenrichtung kommt. Bei einer Verstärkung der Scheiben um einen konstanten Betrag ist dies nicht der Fall (siehe **Abbildung 42**).

Der Kragen verringert durch eine Versteifung am Außendurchmesser die Verformung der Scheibe, was prinzipiell gut ist. Gleichzeitig behindert er aber auch den "Stülpeffekt" und führt zu einer scheinbaren Verkippung der Scheibe, weil er wie ein Hebel die Last und die Verformung auf den 180° gegenüberliegenden Sektor überträgt.



Abbildung 60: Einfluss von Versteifungskragen auf die Verformung

Bei einer gleichmäßigen axialen Verdickung, wie es beim Übergang zwischen den Varianten **CTX weich** und **CTX** der Fall ist, lässt sich zumindest bei FE-Rechnungen noch eine kleine Verringerung der axialen Aufweitung zwischen Einlauf und maximaler Verformung an der Festscheibe berechnen (siehe **Abbildung 59**). Beim Kragen ist selbst dies nicht der Fall. Der Kragen wird deshalb als nicht günstig in Bezug auf eine Wirkungsgradverbesserung betrachtet. Sinnvoller wäre eine Versteifung der Scheibenwurzel.

# 2.11 Auswertung und Diskussion

Die Untersuchungen an den unterschiedlichen Kippspiel- und Steifigkeitsvarianten zeigen, dass die Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels in engem Zusammenhang zu den Verlustleistungen und damit zum Wirkungsgrad steht. In **Abbildung 61** ist für die beiden untersuchten Umschlingungsmittel der gemessene nach innen gerichtete radiale Einlauf  $\Delta r_{U,max}$  (Differenz zwischen Laufradius am Einlaufpunkt und minimalem Laufradius) über der



Abbildung 61: Abhängigkeit zwischen radialem Einlauf und Verlustleistung

(Differenz zwischen Laufradius am Einlaufpunkt und minimalem Laufradius) über der Verlustleistung aus den Wirkungsgradversuchen bei Nennmoment  $T_{an} = 120$  Nm und  $n_{an} = 1000$  min<sup>-1</sup> aufgetragen. Im Overdrive und in Anfahrübersetzung wurden nur die radialen Einläufe am großen Laufradius ermittelt und aufgetragen. Es ergeben sich somit jeweils fünf Messpunkte pro Scheibensatz und Übersetzung – einer für jede untersuchte Variante. Es ist zu erkennen, dass ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen der Verlustleistung und dem radialen Einlauf besteht.

Die Extrapolation der eingezeichneten Geraden bis zum radialen Einlauf  $\Delta r_{U,max} = 0$  mm, der einem hypothetischen verformungsfreien Zustand und damit dem theoretisch maximal erreichbarem Wirkungsgrad entspricht, zeigt, dass die dann vorhandenen Verluste mit der Kette bei i = 1 und in Anfahrübersetzung sehr gering sind. Im Overdrive ist der Offset der Verlustleistung etwas höher. Dieses gemessene Verhalten für die WDK scheint plausibel, denn im ideal steifen Zustand setzt sich die Verlustleistung im Prüfgetriebe hauptsächlich aus Wälzlager- und Planschverlusten zusammen. Dies zeigt außerdem, dass die inneren Verluste in der Kette vernachlässigbar klein sein müssen. Beim VDT-Schubgliederband liegen die Schnittpunkte der Geraden in den Extremübersetzungen auf höherem Verlustleistungsniveau. Besonders auffällig ist dies bei der Anfahrübersetzung i = 2,37. Hierin zeigen sich auch die höheren inneren Verluste des Schubgliederbandes, was auch schon im Abschnitt 2.9 anhand einer genauen Betrachtung der Verlustleistungen gezeigt werden konnte.

Die inneren Verluste lassen sich aus dem mechanischen Aufbau des SGB erklären (Abbildung 62). Die Schubglieder stehen mit den Scheiben in Kontakt. Geht man davon aus, dass an einem der Scheibensätze zunächst keine Relativbewegungen zwischen den Schubgliedern und dem inneren Band und den Bändern untereinander auftreten, so bewegen sich alle Bauteile an diesem Scheibensatz mit gleicher Winkelgeschwindigkeit ω. Die Differenz der Umfangsgeschwindigkeit zwischen dem inneren Band und der neutralen Phase der Schubglie-



Abbildung 62: Aufbau des Schubgliederbandes

der, die sich im Drehpunkt der Schubglieder zueinander befindet, ist proportional zum Produkt aus Winkelgeschwindigkeit und dem radialen Abstand  $\Delta r$ . Am anderen Scheibensatz gilt derselbe Zusammenhang. Hieraus folgt, dass es bei unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten am An- und Abtrieb zu Relativbewegungen zwischen den Schubgliedern und dem inneren Band und den Bändern untereinander bei einem Umschlingungsmittelumlauf kommen muss [48].

$$\omega_{an} \cdot \Delta r \neq \omega_{ab} \cdot \Delta r \quad \text{für} \quad i \neq 1 \tag{14}$$

Diese theoretische Überlegung deckt sich mit den Messungen. Hier konnte gezeigt werden, dass bei i = 1 nur geringe innere Verluste vorhanden sein können; hier sind die Winkelgeschwindigkeiten am An- und Abtrieb gleich. In den Grenzübersetzungen, bei denen die Winkelgeschwindigkeitsdifferenz zwischen An- und Abtrieb groß ist, sind die Verlustleistungen des SGB höher als bei der WDK und somit mit inneren Gleitreibungsverlusten zu erklären.

Im Folgenden soll der Einfluss der Verformung auf den Schräglauf des Umschlingungsmittels betrachtet werden. Hierzu ist in **Abbildung 63** die Abhängigkeit des Schräglaufs von der Übersetzung schematisch dargestellt. Es soll ein Variator mit geraden Scheibenflanken betrachtet werden. In der oberen Bilderreihe werden die Zusammenhänge bei ideal steifer Geometrie gezeigt. Das erste Teilbild stellt das Umschlingungsmittel bei der Übersetzung i = 1,0 dar. Der axiale Abstand der Festscheiben von An- und Abtrieb ist hier so gewählt, dass der Versatz  $\Delta s = 0$  mm ist. Im zweiten Bild ist die Position von Umschlingungsmittel und Losscheiben bei Übersetzung ins Schnelle dargestellt. Der Verstellweg der Losscheibe am Antrieb  $s_{an}$  ist ge-



Abbildung 63: Einfluss der Festscheibenverformung auf den Schräglauf

ringer als der Weg, um den die Losscheibe am Abtrieb  $s_{ab}$  auseinander fährt (siehe hierzu [36]). Dieses bedeutet, dass die Laufradiusänderungen des Umschlingungsmittels bezüglich der Übersetzung i = 1 auch nicht gleich sein können. Hierdurch kommt es zum dargestellten Axialversatz  $\Delta s$  und damit zu Schräglauf. Bei Verstellung in Anfahrübersetzung (i > 1) tritt der gleiche Effekt auf. Allerdings ist hier der Betrag der Verfahrbewegung *s* am Antrieb ( $s_{an}$ ) größer als am Abtrieb ( $s_{ab}$ ).

In den unteren beiden Bildern ist gezeigt, dass es zu einer Verringerung des Versatzes kommt, wenn die Festscheiben verformt werden. Im Overdrive ist dadurch die Axialposition des Umschlingungsmittel am Antrieb etwas weiter nach links verschoben. In Anfahrübersetzung bewegt sich hingegen die Abtriebsfestscheibe am großen Laufradius etwas nach rechts. Die Steifigkeit der Losscheiben hat keinen Einfluss. Der Versatz und damit der Schräglauf wird nur durch den axialen Abstand der Festscheiben bestimmt.

Der Schräglauf des Umschlingungsmittels hat sowohl auf den Wirkungsgrad (durch zusätzliche Gleitbewegungen am Einlauf und am Auslauf), als auch auf die Dauerfestigkeit (durch ungleichmäßige Belastung der Laschen bzw. Bänder) einen negativen Einfluss. Nachgiebige Festscheiben sind nach obiger Überlegung bezüglich der Nachteile des Schräglaufes als eher vorteilhaft einzustufen. Wahrscheinlich gilt dies aber nur beim "Stülpeffekt" und nicht beim "Kippeffekt". Dieses könnte ein weiterer Grund dafür sein, dass es bei der abgedrehten Variante **CTX weich** zu keiner messbaren Verschlechterung des Wirkungsgrads gegenüber der Variante **CTX** kommt (Abschnitt 2.8.2).

Bei den Untersuchungen zum Anpresskraftbedarf (Abschnitt 2.6) hat sich gezeigt, dass bei den Varianten **Spiel 2** (erhöhtes Führungsspiel) und **CTX weich** (abgedrehte Festscheiben) die notwendige Anpresskraft teilweise erhöht werden musste. Bei der Variante **Spiel 2** kommt es zu einer Vergrößerung der radialen Gleitbewegungen durch Kippen der Losscheibe, insbesondere wenn sich das Umschlingungsmittel auf einem großen Laufradius befindet. Am Abtrieb hat dies bei konstanter Axialkraft eine Erhöhung der Normalkräfte im Kontakt durch das Gleiten in Richtung des Kegelwinkels nach innen zur Folge. Es hat also den Anschein, dass dort der spiralige Lauf die Kraftübertragung eher unterstützt. Am Antrieb dagegen ist ein Teil der radialen Gleitbewegung nach außen gerichtet. Bei Übersetzungen mit großem Laufradius am Antrieb, also im Overdrive, führt dies zu einer Verringerung der Normalkraft bei konstanter Anpresskraft (siehe hierzu auch 3.7.2). Hierdurch lässt sich erklären, dass bei allen untersuchten Variatorgeometrien in Anfahrübersetzung der geringste Einfluss auf die Anpresskraft vorhanden war. In Overdrive-Übersetzung musste die Anpresskraft bei beiden Umschlingungsmitteln erhöht werden. Besonders empfindlich scheint die PIV-Kette bei i = 1 auf das

radiale Gleiten infolge Verkippung zu reagieren (hier musste die Anpresskraft auf 141 % erhöht werden).

Etwas anders verhält es sich bei der Variante **CTX weich**, hier musste beim SGB die Anpresskraft bei i = 1 und i = 0,45 erhöht werden, bei der WDK zeigte sich kein Einfluss. Die Messungen der radialen Einlaufbewegungen der Umschlingungsmittel zeigen, dass sich diese durch die weichen Scheiben kaum vergrößern (Abschnitt 2.8.2). Was sich durch das starke Umbiegen der Scheiben aber verändert, ist der Keilwinkel im Kontaktpunkt, wie auch beim Kippen der Losscheibe. Auf die Kontaktgeometrie beider Umschlingungsmittel hat dies unterschiedliche Auswirkungen. Bei der Kette liegt im Idealzustand bei gewölbten Scheiben und gewölbten Wiegedruckstücken ein Punktkontakt vor (siehe Abschnitt 2.4.1). Durch die kleine Vergrößerung des Keilwinkels verändert sich die Kontaktgeometrie kaum. Beim SGB liegt theoretisch ein Linienkontakt zwischen den Schubgliedern und den Kegelscheiben vor. Hier kommt es zu einer stärkeren Veränderung der Pressung entlang der Kontaktlinie (Kantentragen).

Radiale Gleitbewegungen haben somit auf die Anpresskräfte beider Umschlingungsmittel einen Einfluss; besonders stark reagiert darauf die PIV-Kette. Gegenüber kleinen Vergrößerungen des Kontaktwinkels hingegen ist das SGB wegen der Veränderung der Kontaktgeometrie empfindlicher.

## 2.12 Schlussfolgerungen

Ziel des ersten Teils dieser Arbeit ist es, neben quantitativen Aussagen über den Wirkungsgrad der untersuchten Variatorgeometrien auch qualitative Aussagen zu machen. Nun sollen zum Abschluss einige Empfehlungen zur wirkungsgradoptimalen Gestaltung eines Variators gegeben werden. Generell gilt, dass die Konstruktion so steif wie möglich sein sollte. Da dies nicht immer möglich ist und Kompromisse nötig sind, sollen im Folgenden einige Regeln, die sich aus den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen ergeben, zusammengefasst werden:

Steifigkeit der Welle: Auf die Welle wirkt durch die Spreizkraft zwischen Umschlingungsmittel und Scheiben ein Biegemoment, dessen Größe hauptsächlich von der Anpresskraft und vom Laufradius abhängt. Das Durchbiegen der Welle führt zu einem Verkippen von Los- und der Festscheibe. Die maximale Aufspreizung liegt immer im Bereich des Umschlingungsbogens. Am Abtrieb wandert sie mit zunehmendem Moment in Richtung auf den Auslauf des Umschlingungsmittels. Da es sich um eine sinusförmige Aufspreizung handelt, ist dadurch der Keilspalt am Einlauf, der ja ca. 180° versetzt liegt, am engsten. Es kommt dabei zwangsläufig zu einer starken Erhöhung der radialen Gleitbewegung zwischen Ein- und Auslauf. Sinusförmige Aufspreizungen – durch Starrkörperkippen der Scheiben – sind daher möglichst zu vermeiden. Das Flächenträgheitsmoment der Welle zwischen den Scheiben sollte deshalb so groß wie möglich sein. Leider ist der größtmögliche Durchmesser der Welle durch den kleinsten notwendigen Laufradius des Umschlingungsmittels begrenzt.

- Abstand der Momenteneinleitungsstellen auf der Welle (freie Biegelänge): Wie bereits in Abschnitt 2.8.1 (Abbildung 40 und Abbildung 41) gezeigt wurde, hat der Einleitepunkt des Biegemomentes in die Welle neben dem Flächenträgheitsmoment den entscheidenden Einfluss auf die Verkippung der Scheiben. Weit auseinanderliegende Einleitepunkte vergrößern die freie Biegelänge der Welle. Außen angeflanschte Scheiben sind somit nachteilig für den Wirkungsgrad.
- **Führungsspiel:** Das Führungsspiel der Losscheibe führt zu einer sinusförmigen Aufweitung des Keilspalts, ähnlich wie die elastische Nachgiebigkeit der Welle. Das Spiel sollte daher möglichst klein sein; bei zu kleinem Spiel (< 0,01 mm) kann es aber zum Zwängen in der Führung kommen. Dies wird offenbar weniger von Durchbiegungen der Welle, als vielmehr durch Formabweichungen der runden Führungsbohrungen hervorgerufen.
- **Führungslänge:** Die Führungslänge sollte möglichst groß sein. Bei gleichem Spiel verringert sich bei einer langen Führung der Kippwinkel der Losscheibe. Außerdem nehmen die radialen Reaktionskräfte mit steigender Führungslänge ab, was zu einer leichteren Verschiebbarkeit und geringerem Verschleiß führen dürfte.
- Steifigkeit der Scheiben: Am differenziertesten muss die Steifigkeit der Scheiben betrachtet werden. Auch hier tritt ein Starrkörper-Verkippungsanteil auf, der zu einer sinusförmigen Keilspaltaufweitung führt. Er ist möglichst zu reduzieren. Am besten gelingt dies durch eine steife Scheibenwurzel. Zusätzlich treten lokale Deformationen im Bereich des Umschlingungsbogens auf, die zu einem Umstülpen der Scheibe führen. Das bedeutet, dass sich die Scheiben bei einer Reduzierung der Steifigkeit im Bereich des gesamten Umschlingungsbogens stärker verformen. Da für die Verluste die Änderung des Laufradius über dem Umschlingungsbogen entscheidend ist, kann es trotz erheblicher Zunahme der Verformungen, die aber über dem Bogen annähernd gleich groß sind, zu gleichbleibenden Verlusten kommen. Dieser "Stülpeffekt" tritt wegen der Form des Kraftverlaufs besonders ausgeprägt am Antriebsscheibensatz auf.

Konstruktive Maßnahmen, die zwar die maximale Verformung verringern, gleichzeitig aber den Starrkörper-Verkippungsanteil erhöhen, können als ungünstig angesehen werden. Hierzu gehört z.B. der "Kragen" in Abschnitt 2.10. Auch wenn sich durch die gleichmäßige Stülpung die Verluste nicht erhöhen, so verändert sich doch der Keilwinkel. Besonders beim Schubgliederband führt dies zu einer Veränderung der Kontaktgeometrie, die vermieden werden sollte, da der Anpresskraftbedarf steigt. Der Leistungsbedarf und die Gesamtwirkungsgradeinbußen durch die hydraulische Anpresskrafterzeugung werden im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht.

- Welligkeit der Scheiben: Die Anpresskraftverteilung zwischen Scheiben und Umschlingungsmittel beruht auf elastischen Verformungen des Variators. Eine Welligkeit der Scheibenoberflächen muss somit eine Schwankung der Kontaktkräfte zur Folge haben. Je steifer ein Variator ist, desto stärker müssen sich Welligkeiten bemerkbar machen. Neben fertigungsbedingten Welligkeiten kann es auch zu scheinbaren Welligkeiten bei nicht rotationssymmetrischen Scheibengeometrien kommen. Als Beispiel seien hier Festscheiben genannt, die an ihrer Rückseite Verstärkungsrippen haben. Welligkeiten radialen und tangentialen Gleitbewegungen führen können.
- Lagerabstand: Vereinfacht kann gesagt werden, dass die an der Kette angreifenden Trumkräfte im Gleichgewicht mit der Normalkraft im Scheibenkontakt stehen. Die auf die Scheibe wirkende Reaktionskraft kann in der Betrachtungsebene (Abbildung 64) in einen axialen Anteil, der Spreizkräfte S, und in einen radialen Anteil  $F_{rad}$  zerlegt wer-



Abbildung 64: Einfluss des Lagerabstandes auf die Wellenbiegung

den. Die Spreizkräfte erzeugen ein zum Laufradius r proportionales Moment, das ein "Aufbiegen" der Welle bewirkt. Die Radialkräfte erzeugen ein entgegengerichtetes Moment, das proportional zum Abstand zu den Lagern  $l_{LA}$  und  $l_{LB}$  ist. Dieses Moment bewirkt ein "Durchbiegen" der Welle, wie es von Flachriementrieben bekannt ist. Die tatsächliche Biegung der Welle ergibt sich durch Superposition beider Biegungen. Für das Kippen der Kegelscheiben ist die Neigung der Wellenquerschnitte entscheidend. Während die Neigung durch die Axialkraft unabhängig vom Lagerabstand ist, steigt das durch die Radialkraft hervorgerufene Biegemoment mit größerem Lagerabstand an und verringert die Neigung der Welle und dadurch auch die der Scheiben. Sie kann sogar negativ sein. Ein großer Lagerabstand ist somit vorteilhaft.

### **3** Numerisch iteratives Berechnungsverfahren

Im ersten Teil dieser Arbeit wurde mittels experimenteller Untersuchungen der erhebliche Einfluss der Variatorgeometrie bzw. -steifigkeit auf den Wirkungsgrad nachgewiesen. Durch die gezielte Variation der Parameter Führungsspiel und Scheibensteifigkeit konnten durch Messungen quantitative Aussagen über die Verluste im untersuchten Prüfgetriebe gemacht werden. Es zeigte sich, dass ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen der Verlustleistung im Variator und der radialen Einlaufbewegung des Umschlingungsmittels besteht. Durch eine Analyse der Einflüsse von Führungsspiel, freier Biegelänge, Lagerabstand und Wellenwie Scheibensteifigkeit auf die radialen Gleitbewegungen konnten qualitative Aussagen hinsichtlich einer optimalen Variatorgeometrie getroffen werden.

In folgenden Teil der Arbeit soll nun eine rechnerische Betrachtung des Geometrieeinflusses auf die Vorgänge im Variator folgen. Dabei werden die Berechnungen auf eines der Umschlingungsmittel beschränkt. Da es sich gezeigt hat, dass die inneren Verluste in der WDK gegenüber denen im SGB vernachlässigbar sind, bietet sich die WDK für eine Analyse an.

In der Literatur sind zwei unterschiedliche Lösungsansätze dokumentiert. Beim ersten wird ein in sich geschlossenen Mehrkörpermodell verwendet. Hierbei werden alle Bauteile des Umschlingungsmittels und des Variators im Modell erfasst. Die Kräfte und Bewegungen zwischen den Bauteilen bilden ein Gleichungssystem, das einer Lösung zugeführt wird. Hiermit lassen sich auch Bolzenkräfte und die Kräfte in den Laschen eines Gliedes berechnen (z.B. *Sauer* [53] und *Srnik* [63]). Der zweite Ansatz geht von einem kontinuierlichen Verlauf aller Größen über dem Umschlingungsbogen aus. Es wird ein Differentialgleichungssystem (DGLS) aufgestellt, das als Randwertproblem einer Lösungsrechnung zugeführt wird (z.B. *Gerbert* [22] und *Sattler* [52]).

Die Grundlage des hier verwendeten Berechnungsverfahrens bildet der analytische Funktionsansatz nach *Sattler*, der die Verformungen im Variator berücksichtigt, indem er die Abweichung vom idealen Keilspalt in das Verfahren eingehen lässt. Die Entwicklung dieser Theorie ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Um aber die zu zeigenden Effekte verstehen zu können, soll an dieser Stelle zunächst eine kurze Beschreibung der theoretischen Grundlagen erfolgen. Für eine ausführliche Darstellung des Verfahrens sei auf [52] verwiesen.

# 3.1 Grundlagen des Verfahrens

Das Verfahren nach Sattler geht von folgenden Annahmen aus:

• Bei dem Umschlingungsorgan handelt es sich um ein kontinuierliches homogenes Element mit konstanter Massenbelegung, Längs- und Quersteifigkeit.

- Die Längsdehnung und die Querstauchung sind voneinander unabhängig. Dies gilt für die betrachtete WDK, da durch die Funktionstrennung zwischen Wiegedruckstücken (Axialkräfte) und Laschen (Umfangskräfte) eine Stauchung der Wiegedruckstücke keinen Einfluss auf die Längsdehnung der Laschen hat. Ebenso hat eine Längsdehnung der Laschen keine Auswirkungen auf die Normalkräfte in den Druckstücken.
- Die Veränderung des Krümmungsradius durch den radialen Einlauf wird bei der Berechnung der Zugkräfte vernachlässigt. Die radialen Gleitbewegungen werden über den Gleitwinkel und in den Reibkräften berücksichtigt.
- Am Abtrieb ist der Einlaufpunkt der Orthogonalpunkt (Sicherheit gegen  $\zeta_{max} = 1$ ).
- Der Keilspalt wird als symmetrisch betrachtet. In beiden Kontakten (mit der Weg- und der Festscheibe) liegen gleiche Kontaktverhältnisse vor. Da an der Fest- und der Wegscheibe Verformungen in ähnlicher Größenordnung auftreten, kann von einem mittleren Keilwinkel und von einer gleichmäßigen Verteilung der axialen Verformung auf Fest- und Wegscheibe ausgegangen werden.
- Die Reibkräfte werden nach *Coulomb* berechnet, dabei wird von einem konstanten mittleren Reibwert ausgegangen, der dem aus Messungen bekannten mittleren Reibwert entspricht.
- Durch Gleitbewegungen im Inneren des Umschlingungsmittels hervorgerufene Verluste werden nicht berücksichtigt.
- Die Verhältnisse im An- und Abtriebsscheibensatz werden mittels ein und desselben Lösungsansatzes beschrieben.

Zunächst sollen die Gleit- und Reibverhältnisse im Kontakt näher beschrieben werden. In Abbildung 65 ist hierzu ein infinitesimales Kegelscheibensegment der Größe d $\varphi$  mit dem Keilwinkel  $\beta$  dargestellt. Bei balligen Scheiben ist es der lokale Keilwinkel am Laufradius *r*. Die Normalkraft dN zwischen Kette und Scheibe im betrachteten Punkt des Umschlingungsbogens steht senkrecht auf der Mantelfläche der Scheibe. Zum Auf- bzw. Abbau der Zugkraft sind durch die endliche Längssteifigkeit des Umschlingungsmittels Gleitbewegungen in Umfangsrichtung notwendig. Dies führt zwangsläufig zu einer Veränderung der Normalkraft und durch die Querelastizität des Umschlingungsmittels, auch bei ideal steifen Scheiben und damit konstantem Keilspalt, zu einer Laufradiusänderung und damit auch zu einem radialgerichteten Gleitbewegungsanteil. Wie die Verformungsmessungen im experimentellen Teil dieser Arbeit zeigen, gibt es, abgesehen vom Punkt maximaler Keilspaltaufweitung, keinen Bereich auf dem Umschlingungsbogen, an dem die Keilspaltaufweitung konstant ist, und somit keine ra-



Abbildung 65: Richtung der Gleitgeschwindigkeit und der Reibkräfte

dialen Gleitbewegung zwischen Umschlingungsmittel und den Kegelscheiben zu erwarten sind. Im Verfahren nach *Sattler* wird deshalb zunächst davon ausgegangen, dass auf dem gesamten Umschlingungsbogen ein Gleiten stattfindet. In der Abbildung sind die Reibkräfte bei einer nach vorwärts und nach innen gerichtete Bewegung der Kette relativ zur Scheibe dargestellt. Eine derartige Gleitbewegung liegt in weiten Bereichen am Abtriebsscheibensatz vor und führt zu einer Erhöhung der Zugkraft im Umschlingungsmittel. Die Richtung der Gleitbewegung wird in der achsnormalen Ebene durch den Gleitwinkel  $\gamma$  beschrieben, der im mathematisch positiven Sinn gegen den nach außen gerichteten Radialstrahl gemessen wird. Zur Beschreibung der räumlichen Richtung der Gleitbewegung wird zusätzlich zum Gleitwinkel noch der effektive Keilwinkel  $\beta_s$  verwendet.

$$\tan \beta_{\rm s} = -\tan \beta \cdot \cos \gamma \tag{15}$$

Die auf das Umschlingungsmittel wirkende Reibkraft ist dem Vektor der Gleitgeschwindigkeit  $v_g$  entgegengerichtet. Die Größe der Reibkraft berechnet sich aus dem Produkt der Normalkraft mit dem lokalen Reibwert zu  $\mu$ ·dN. Außer bei rein tangentialen Gleitbewegungen liegt der Vektor der Reibkraft nicht in der Achsnormalebene. Der in der Ebene liegende Anteil der Reibkraft  $\mu$ ·dN·cos $\beta_s$  teilt sich in einen radialen Anteil und eine tangentiale Komponente  $\mu$ ·dN·cos $\beta_s$ ·sin( $\pi$ - $\gamma$ ), die die Zugkraftänderung hervorruft, auf.



Abbildung 66: Kräfte am Bogenelement im Axialschnitt (nach [52])

In **Abbildung 66** ist ein Bogenelement in Seitenansicht dargestellt; der axiale Anteil der Kontaktkräfte auf der Rückseite ist deshalb verborgen. Durch die beidseitigen Kontakte verdoppeln sich die radialen und tangentialen Anteile der Reibkraft. Unter Vernachlässigung der Krümmungsänderung ergibt sich folgendes Kräftegleichgewicht in Umfangsrichtung:

$$(F + dF) \cdot \cos(d\varphi/2) - F \cdot \cos(d\varphi/2) = 2\mu \cdot dN \cdot \cos\beta_{s} \cdot \sin(\pi - \gamma)$$
$$dF = 2\mu \cdot dN \cdot \cos\beta_{s} \cdot \sin\gamma$$
$$dN = \frac{dF}{2\mu \cdot \cos\beta_{s} \cdot \sin\gamma}$$
(16)

Die Vereinfachung erfolgt mittels der Grenzwertbetrachtung

$$\lim_{\mathrm{d}\varphi\to 0} \Rightarrow \cos(\mathrm{d}\varphi/2) \to 1$$

Die radial wirkenden Kraftanteile an einem Bogenelement sind in **Abbildung 67** dargestellt. Im linken Kontaktpunkt sind die Normalkraft und der axiale und radiale Anteile der Reibkraft, im rechten der axiale und radiale Anteil der Kontaktkraft in der Betrachtungsebene eingezeichnet. Neben dem radialen Anteil der Zugkräfte greift noch die Fliehkraft an.

In radialer Richtung ergibt sich das folgende Kräftegleichgewicht, das sich durch die Grenzwertbetrachtung

$$\lim_{\mathrm{d}\varphi\to 0} \Rightarrow \sin(\mathrm{d}\varphi/2) \to \mathrm{d}\varphi/2 \quad \text{und} \quad \mathrm{d}F \cdot \mathrm{d}\varphi/2 \to 0$$

vereinfachen lässt.



Abbildung 67: Kräfte am Bogenelement im Radialschnitt (nach [52])

Durch Gleichsetzen der Gleichung (16) und (17) über die Normalkraft ergibt sich die Ableitung der Zugkraft zu:

$$F' = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\varphi} = (F - m^* \cdot r^2 \cdot \omega^2) \cdot \frac{\mu \cdot \cos\beta_{\mathrm{s}} \cdot \sin\gamma}{\sin\beta - \mu \cdot \cos\beta_{\mathrm{s}} \cdot \cos\gamma}$$
(18)

Durch den Zugkraftaufbau und -abbau über dem Umschlingungsbogen kommt es zu einer Momentenänderung, die durch die Ableitung der Zugkraft und den lokalen Laufradius ausgedrückt werden kann.

$$T' = -F' \cdot r \tag{19}$$

Die Spreizkraft d*S* wirkt am Bogenelement in axialer Richtung der Kraft von der Scheibe auf das Umschlingungsmittel entgegen. Das Integral der Spreizkraft über dem Umschlingungsbogen entspricht betragsmäßig der Anpresskraft, die vom Anpresssystem aufgebracht wird. Erst das Vorhandensein der Spreizkraft ermöglicht die Momentenübertragung mittels des vorhandenen Reibwertes. Die Spreizkraft berechnet sich aus dem axialen Kräftegleichgewicht.

$$dS = dN \cdot (\cos\beta - \mu \cdot \sin\beta_s)$$
<sup>(20)</sup>

Durch ersetzen der Normalkraft mittels Gleichung (17) ergibt sich die Ableitung der Spreizkraft zu:

$$S' = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi} = \left(F - m^* \cdot \omega^2 \cdot r^2\right) \cdot \frac{\cos\beta - \mu \cdot \sin\beta_{\mathrm{s}}}{2 \cdot \left(\sin\beta - \mu \cdot \cos\beta_{\mathrm{s}} \cdot \cos\gamma\right)}$$
(21)

Bei der Berechnung des lokalen Laufradius r wird davon ausgegangen, dass, ausgehend vom Laufradius R im unbelasteten Zustand, drei Anteile zu einer Laufradiusänderung führen. Zum einen ist es ein Kippen der Scheiben und eine damit verbundene Keilwinkeländerung gegenüber dem Keilwinkel im unbelasteten Zustand  $\beta_0$ . Der zweite Anteil wird durch eine Keilspaltaufweitung w hervorgerufen. Der dritte Teil berücksichtigt die axiale (Quer-)Stauchung des Umschlingungsmittels. Hinsichtlich der Einflüsse der Elastizität des Variators ist dieser Ansatz nur für sehr steife Scheiben gültig. Hierauf wird im Abschnitt 3.3.1 ausführlich eingegangen.

$$r = R - \Delta r_{\beta} - \Delta r_{w} - \Delta r_{b} = R \cdot \frac{\tan\beta_{0}}{\tan\beta} - \frac{w}{2 \cdot \tan\beta} - \frac{\Delta b}{2 \cdot \tan\beta}$$
(22)

In die Berechnung der Breitenänderung des Umschlingungsmittels  $\Delta b$  gehen die Quersteifigkeit q, die Ausgangsbreite  $b_0$ , die Spreizkraft dS sowie die Länge des Bogenelementes  $r \cdot d\varphi$ ein.

$$\Delta b = -\frac{b_0}{q} \cdot \frac{\mathrm{d}S}{r \cdot \mathrm{d}\varphi} \tag{23}$$

Durch Ableiten der Gleichung (22) nach dem Bogenwinkel  $\varphi$  ergibt sich die DGL für die Laufradiusänderung in der Form:

$$r' = \left[ K_1 \cdot (\Theta + \Phi) + K_4 \cdot \Psi \right] \cdot \beta' + \left[ K_2 \cdot (\Theta + \Phi) + K_5 \cdot \Psi \right] \cdot \gamma' + \left[ K_3 \cdot (\Theta + \Phi) \right] \cdot w' + K_6 \cdot \Psi$$
(24)

Diese Bestimmungsgleichung wird allerdings durch Auflösung nach  $\gamma'$  zur Bestimmung der Gleitwinkeländerung verwendet. (Die in den Gleichungen (24) und (25) verwendeten Abkürzungen sind im Anhang A.1 explizit aufgeführt).

$$\gamma' = \frac{r' - \left(K_1 \cdot (\Theta + \Phi) + K_4 \cdot \Psi\right) \cdot \beta' - K_3 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) \cdot w' - K_6 \cdot \Psi}{K_2 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) + K_5 \cdot \Psi}$$
(25)

Die noch fehlende Beziehung für die Laufradiusänderung r' wird aus einer Kontinuitätsbetrachtung des Volumenstroms gewonnen. Unter der Annahme, dass Längs- und Querdehnung des Umschlingungsmittels unabhängig voneinander sind, ist nur eine Längsdehnungsänderung auch mit einer Geschwindigkeitsänderung des Umschlingungsmittels verbunden. Bei der Herleitung der Abhängigkeit wird davon ausgegangen, dass der Volumenstrom an allen Punkten des Umschlingungsbogens konstant ist. Bei Kenntnis der Geschwindigkeit in einem Referenzpunkt, hier wird der Einlaufpunkt gewählt, lässt sich somit die Geschwindigkeit in einem beliebigen anderen Punkt bestimmen. Aus diesem Zusammenhang lässt sich die folgende Beziehung gewinnen. Der Laufradius  $r_0$ , die Laufradiusänderung  $r_0'$ , die Zugkraft  $F_0$  und der Gleitwinkel  $\gamma_0$  sind darin die Größen im Einlaufpunkt und *EA* die Längssteifigkeit der Kette.

$$r' = \left(\frac{F + EA}{F_0 + EA} \cdot \left(r_0 + r_0' \cdot \tan \gamma_0\right) - r\right) \cdot \frac{1}{\tan \gamma}$$
(26)

Zur Untersuchung des Wirkungsgrads wird die im Umschlingungsbogen entstehende Verlustleistung benötigt. Die am infinitesimalen Bogenelement in den beiden Kontakten zu den Scheiben entstehenden Reibverluste ergeben sich aus dem Produkt des Betrages der lokalen relativen Gleitgeschwindigkeit  $v_g$  entlang der Mantelfläche, dem Reibwert und der Normalkraft. Durch Ersetzen der Normalkraft mittels Gleichung (17) lässt sich die Verlustleistungsänderung wie folgt beschreiben:

$$dP_{V,Var} = 2 \cdot |v_g| \cdot \mu \cdot dN = 2 \cdot |v_g| \cdot \mu \cdot \frac{\left(F - m^* \cdot \omega^2 \cdot r^2\right) \cdot d\varphi}{2 \cdot (\sin\beta - \mu \cdot \cos\beta_s \cdot \cos\gamma)}$$

$$P'_{V,Var} = \frac{dP_{V,Var}}{d\varphi} = 2 \cdot |v_g| \cdot \mu \cdot \frac{\left(F - m^* \cdot \omega^2 \cdot r^2\right)}{2 \cdot (\sin\beta - \mu \cdot \cos\beta_s \cdot \cos\gamma)}$$
(27)

Zur Bestimmung der relativen Gleitgeschwindigkeit kann zunächst die in die Achsnormalebene projizierte Gleitgeschwindigkeit  $v_g^*$  aus der radialen Gleitgeschwindigkeit  $v_{g,rad}$  und dem Gleitwinkel bestimmt werden.

$$v_{\rm g,rad} = r' \cdot \omega \tag{28}$$

$$v_{g}^{*} = \frac{v_{g,rad}}{\cos \gamma} = \frac{r' \cdot \omega}{\cos \gamma}$$
(29)

Durch Verwendung der Laufradiusänderung aus Gleichung (26) und unter Berücksichtigung des effektiven Keilwinkels  $\beta_s$  berechnet sich die gesuchte Größe durch Umformung von  $\tan \gamma = \sin \gamma / \cos \gamma$  zu:

$$v_{g} = \frac{v_{g}^{*}}{\cos \beta_{s}} = \frac{r' \cdot \omega}{\cos \gamma \cdot \cos \beta_{s}}$$
(30)

$$v_{g} = \left(\frac{F + EA}{F_{0} + EA} \cdot \left(r_{0} + r_{0}' \cdot \tan \gamma_{0}\right) - r\right) \cdot \frac{\omega}{\sin \gamma \cdot \cos \beta_{s}}$$
(31)

Damit liegen nun die sechs wichtigsten Größen, die zur Beschreibung der Vorgänge im Umschlingungsbogen benötigt werden, als Funktion ihrer Ableitung nach dem Bogenwinkel  $\varphi$ vor.

### 3.2 Lösung des Differentialgleichungssystems

Drei der sechs Größen, die in Abhängigkeit von ihren variablen Größen, in der folgenden Form vorliegen

$$F' = f(\varphi, F, r, \gamma, \beta)$$
  

$$\gamma' = f(\varphi, F, r, r', \gamma, \beta, \beta', w, w')$$
  

$$r' = f(\varphi, F, r, \gamma)$$
(32)

bilden ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung. Unter der Voraussetzung, dass die Anfangswerte aller variablen gekoppelten Größen am Beginn des betrachteten Intervalls, hier also am Bogeneinlauf, und alle weiteren variablen Größen als Funktion über dem Intervall vorliegen, kann das Problem als Anfangswertaufgabe betrachtet werden.

Die im Differentialgleichungssystem weiteren variablen Größen, also der Keilwinkel  $\beta$  und die Keilspaltaufweitung w und deren Ableitungen, lassen sich aus einer FE-Rechnung gewinnen. Dabei wird ein Modell des Variators mit den Kräften im Kontakt belastet. In einer der FE-Lösungsrechnung nachgeschalteten Auswertung wird die axiale Verformung und der tatsächliche Keilwinkel an diskreten Punkten des Laufkreises bestimmt. Mittels einer Approximationsrechnung wird der Verlauf und die Steigung über dem Umschlingungsbogen durch ein Polynom angenähert. Somit stehen die variablen Größen als Funktion des Bogenwinkels zur Verfügung. Ausführlich wird hierauf im Abschnitt 3.3.2 eingegangen.

Die Startwerte  $F_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $r_0$  und  $r'_0$  sind zunächst nicht bekannt. Durch Vorgabe der Startzugkraft und des Startgleitwinkels lässt sich jedoch der Laufradius am Einlauf und seine Ableitung berechnen (s.u.). Über die Größe der Startzugkraft und des Startgleitwinkels können keine Aussagen gemacht werden. Sie sind als frei wählbare Parameter anzusehen. Unter Zuhilfenahme von zwei weiteren Differentialgleichungen, für die die Anfangswerte bekannt sind und deren Endwerte den zu berechnenden Betriebspunkt charakterisieren, lässt sich die Lösung als 2-parametrische Funktionsschar beschreiben. Als Variationsparameter können die Startzugkraft und der Startgleitwinkel verwendet werden. Als zusätzliche Differentialgleichungen werden die Ableitung des Moments T und der Spreizkraft S verwendet.

$$T' = f(\varphi, F, r, \gamma, \beta)$$
  

$$S' = f(\varphi, F, r, \gamma, \beta)$$
(33)

Ihre Startwerte sind in beiden Fällen null, und damit bekannt. Durch Variation der beiden Startwerte Zugkraft und Gleitwinkel lassen sich zumindest theoretisch beliebige Betriebspunkte berechnen. Für An- und Abtriebsscheibensatz wird dabei allerdings unterschiedlich vorgegangen. Hierauf wird im Abschnitt 3.4 näher eingegangen.

Die sechste Differentialgleichung für die Verlustleistungsänderung ist nicht zwingend für die Lösung des Differentialgleichungssystems notwendig. Sie stellt aber die entscheidende Größe für die Wirkungsgradberechnung dar und wird deshalb in das Gleichungssystem mit aufgenommen. Ihr Anfangswert ist zu Beginn des Umschlingungsbogens ebenfalls null.

Der noch benötigte Anfangswert für den Laufradius  $r_0$  lässt sich aus Gleichung (22) berechnen, da alle hierin enthaltenen Größen am Startpunkt bekannt sind. Seine Ableitung  $r_0$  wird mittels Gleichung (24) berechnet. Am Startpunkt wird dazu die Startableitung des Gleitwinkels  $\chi$  benötigt. Es hat sich gezeigt, dass die Wahl von  $\chi$  keinen nennenswerten Einfluss auf das Lösungsverhalten des Gesamtsystems hat. Maßgeblich sind in Gleichung (24) vielmehr die Ableitungen des Keilwinkels und der Verformung. Deshalb kann  $\chi$  zur Berechnung von  $r_0$  zu null gesetzt werden.

Damit sind alle Voraussetzungen zur Behandlung des Problems als Anfangswertaufgabe eingehalten. Die Lösung, also die Bestimmung der Funktionswerte der Stammfunktion über dem Umschlingungsbogen, wird mit dem Verfahren nach *Runge-Kutta* der Ordnung 4 durchgeführt [19].

# 3.3 Erweiterung des Verfahrens

### 3.3.1 Korrekturwert der Scheibenverformung

Das Umschlingungsmittel muss im Umschlingungsbogen in ständigem Kontakt mit den Scheiben stehen. Eine Änderung des tatsächlichen Laufradius r kann zum einen durch eine Veränderung der Breite des Keilspalts auf Höhe des Laufradius hervorgerufen werden. Ein weiterer Anteil wird durch die Stauchung des Umschlingungsmittels unter Axialkraft verursacht. Im Berechnungsverfahren nach *Sattler* (Gleichung (22)) werden zur Berechnung des Laufradius r drei Anteile berücksichtigt, die zu einer Laufradiusänderung  $\Delta r$  führen.

Der erste Anteil  $\Delta r_{\beta}$  berücksichtigt das Kippen der ideal steifen Scheiben, wie es durch Spiel in der Wegscheibenführung oder durch das Durchbiegen der Welle hervorgerufen wird (**Abbildung 68**).

$$r = R - \Delta r_{\beta} = R \cdot \frac{\tan \beta_0}{\tan \beta}$$
(34)

Ein zweiter Anteil der Laufradiusänderung  $\Delta r_w$ , den das DGL-System des Verfahrens berücksichtigt, wird durch elastische Verformungen der Scheiben und eine damit verbundene Keilspaltaufweitung *w* hervorgerufen (**Abbildung 69**).


Abbildung 68: Veränderung des Laufradius durch Achsverkippung (nach [52])

$$\Delta r_{\rm w} = \frac{w}{2 \cdot \tan \beta} \tag{35}$$

Eine weitere Radiusänderung  $\Delta r_{\rm B}$  entsteht durch die axiale Stauchung  $\Delta b$  des Umschlingungsmittels durch die Spreizkräfte.

$$\Delta r_{\rm b} = \frac{\Delta b}{2 \cdot \tan \beta} \tag{36}$$

Der lokale Laufradius lässt sich somit aus dem Laufradius im unbelasteten Zustand R mit

$$r = R - \Delta r_{\beta} - \Delta r_{w} - \Delta r_{b} = R \cdot \frac{\tan\beta_{0}}{\tan\beta} - \frac{w}{2 \cdot \tan\beta} - \frac{\Delta b}{2 \cdot \tan\beta}$$
(37)

berechnen [52]. Hierin wird von einer direkten Abhängigkeit zwischen der Veränderung des



Abbildung 69: Veränderung des Laufradius durch axiale Verformungen (nach [52])

Keilwinkels  $\beta$  und der radialen Laufradiusänderung  $\Delta r_{\beta}$  ausgegangen. Für Variatoren mit sehr steifen Scheiben, wie sie im Rahmen der Untersuchungen nach [52] verwendet wurden, ist dies auch näherungsweise der Fall. Im Rahmen dieser Arbeit sollen auch Variatoren mit relativ weichen Scheiben untersucht werden. Dabei zeigt sich, dass diese direkte Abhängigkeit insbesondere dann nicht mehr gegeben ist, wenn das Umschlingungsmittel an einem großen Laufradius angreift und es bei weichen Scheiben zum "Stülpeffekt" kommt. Die Problematik soll in **Abbildung 70** näher verdeutlicht werden.



Abbildung 70: Veränderung des Laufradius durch elastische Verformung

Betrachtet man zunächst nur die elastische Verformung der Scheiben, dann kommt es im Bereich des Laufradius *R* zu einer Keilspaltaufweitung  $w_V$  und zu einer Änderung des lokalen Keilwinkels  $\beta_V$ . Die sich dabei einstellende lokale Laufradiusänderung berechnet sich zu

$$\Delta r_{\rm w,V} = -\frac{w_{\rm V}}{2 \cdot \tan \beta_{\rm V}} \quad . \tag{38}$$

Die nach Gleichung (34) berücksichtigte Laufradiusänderung  $\Delta r_{\beta,V}$  (mit  $\beta = \beta_V$ ) ist erheblich zu groß, weil davon ausgegangen wird, dass die Scheibe als Starrkörper kippt und der Keilwinkel entlang der gesamten Mantellinie konstant ist. Würde man den Laufradius nach Gleichung (37) berechnen und dabei für die Keilspaltaufweitung den elastischen Anteil  $w = w_V$ einsetzen, so würde sich der Fehler zwischen der tatsächlichen und der berechneten Laufradiusänderung noch vergrößern. Es kann also gezeigt werden, dass eine Berechnung des Laufradius *r* nach Gleichung (37) unter Verwendung des tatsächlichen Keilwinkels  $\beta$  und der tatsächlichen Keilspaltaufweitung *w* bei elastischen Scheiben zu fehlerhaften Ergebnissen führt. Um lokale elastische Verformungen richtig berücksichtigen zu können, wäre es sinnvoller gewesen, einen Ansatz für die Berechnung des Laufradius zu wählen, bei dem von einer Unabhängigkeit zwischen Keilwinkeländerung und Keilspaltaufweitung ausgegangen wird. Eine Möglichkeit bietet der Ansatz über die Beziehung

$$r = R - \Delta r_{\rm w} - \Delta r_{\rm b} = R - \frac{w}{2 \cdot \tan \beta} - \frac{\Delta b}{2 \cdot \tan \beta} \quad , \tag{39}$$

anstelle der Gleichung (37).

Gegen einen solchen neuen Lösungsansatz zur Beschreibung der Verhältnisse im Umschlingungsbogen spricht, dass der bekannte Ansatz nach Gleichung (37) auch für elastische Scheiben verwendet werden kann, indem man die Verformung *w* anders definiert. Dieses soll im Folgenden geschehen.

Die wahre Keilspaltaufweitung w in Gleichung (39) setzt sich aus den zwei Anteilen  $w_V$  aus elastischen Verformungen, unabhängig von ihrem Ursprung aus Verformungen der Scheiben oder Aufbiegung der Welle, und aus dem Kippanteil  $w_K$ , der durch das Kippen der Wegscheibe durch Führungsspiel hervorgerufen wird. Setzt man die beiden Ansätze für die Laufradienberechnung nach Gleichung (37) und (39) gleich, so kann hieraus der Verlauf der korrigierenden Keilspaltaufweitung  $w_{kor}$  berechnet werden, die in der DGL verwendet werden muss, damit die tatsächliche Keilspaltaufweitung bei elastischen Scheiben berücksichtigt wird.

$$R \cdot \frac{\tan\beta_0}{\tan\beta} - \frac{w_{\rm kor}}{2 \cdot \tan\beta} - \frac{\Delta b}{2 \cdot \tan\beta} = R - \frac{w_{\rm v} + w_{\rm K}}{2 \cdot \tan\beta} - \frac{\Delta b}{2 \cdot \tan\beta}$$
(40)

und damit

$$w_{\rm kor} = 2R \left( \tan \beta_0 - \tan \beta \right) + w_{\rm V} + w_{\rm K} \tag{41}$$

Hierzu werden die Verläufe des lokalen Keilwinkels und die tatsächlichen Verläufe der Keilspaltaufweitung aus Verformung und Verkippung benötigt. Die Bestimmung dieser Größen aus den Ergebnissen der FE-Rechnung soll nun anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Die Größe des Grundkeilwinkels  $\beta_0$  am Laufkreis ist aus den Fertigungsdaten bekannt.

Da im Verfahren von identischen Verhältnissen im Kontakt der Kette mit der Festscheibe und der Wegscheibe ausgegangen wird, wird zuerst ein mittlerer Keilwinkel  $\beta_V$  bestimmt, der zunächst nur die verformungsbedingte Keilspaltaufweitung berücksichtigt.

$$\beta_{\rm v} = \frac{\beta_{\rm FS} + \beta_{\rm WS}}{2} \tag{42}$$

Bei üblichen Getriebeausführungen sind die Verformungen an der Wegscheibe geringer als an der Festscheibe. Dies ist auch in **Abbildung 71** zu erkennen. Allerdings ist der Unterschied



**Abbildung 71:** Bestimmung des Keilwinkels β

der Keilwinkel durch die besondere Lagerung des FE-Modells stärker ausgeprägt als in Wirklichkeit (siehe Abschnitt 3.3.4).

Zur Berechung des Verlaufs des Kippanteils an der Keilwinkeländerung  $\Delta\beta_{\rm K}$  über dem Umschlingungsbogen werden der Maximalwert des Kippwinkels  $\hat{\delta}$  und die Winkellage des Kippens  $\varphi_{\rm K}$  bezüglich des Umschlingungsbogens benötigt. Der Maximalwert lässt sich einfach aus der Führungslänge der Wegscheibe  $l_{\rm WS}$  und dem Führungsspiel  $\Delta d$  bestimmen.

$$\hat{\delta} = \arctan\frac{\Delta d}{l_{\rm ws}} \tag{43}$$

Den maßgebenden Einfluss auf die Winkellage des Kippmaximums hat das auf die Wegscheibe wirkende Kippmoment, das durch die nur im Umschlingungsbogen angreifenden axialen Spreizkräfte hervorgerufen wird. Die Koordinaten des Schwerpunkts der Spreizkraft berechnen sich zu

$$s_{\rm X} = \frac{\int r \cdot \cos \varphi \cdot S' \,\mathrm{d}\varphi}{\int S' \,\mathrm{d}\varphi} \quad ; \quad s_{\rm Y} = \frac{\int r \cdot \sin \varphi \cdot S' \,\mathrm{d}\varphi}{\int S' \,\mathrm{d}\varphi} \quad . \tag{44}$$

Hierbei zeigt die x-Achse in Richtung Einlauf. Die Winkellage ergibt sich dann unter Berücksichtigung des Quadranten zu ٢

$$\varphi_{\rm K} = \begin{cases} \arctan \frac{s_{\rm Y}}{s_{\rm X}} & \text{für } s_{\rm X} > 0 \\ \pi & \text{für } s_{\rm X} = 0; s_{\rm Y} > 0 \\ \frac{3\pi}{2} & \text{für } s_{\rm X} = 0; s_{\rm Y} < 0 \\ \pi + \arctan \frac{s_{\rm Y}}{s_{\rm X}} & \text{für } s_{\rm X} < 0 \end{cases}$$

$$(45)$$

Die Keilwinkeländerung  $\Delta\beta_{\rm K}$  wird als Kippen eines Starrkörpers betrachtet und kann deshalb durch eine harmonische Funktion beschrieben werden. Sie ergibt sich unter der Annahme, dass sich die an sich nur an der Wegscheibe auftretende Keilwinkeländerung zu gleichen Teilen auf Fest- und Wegscheibe aufteilt, dann zu

$$\Delta \beta_{\rm K} = \Delta \beta_{\rm K}(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \hat{\delta} \cdot \sin(\varphi - \varphi_{\rm K} + \frac{\pi}{2}) \quad . \tag{46}$$

Nun lässt sich der gesuchte tatsächliche Keilwinkel  $\beta$  berechnen. Er ist ebenfalls ins obere Diagramm in Abbildung 71 eingezeichnet.

$$\beta = \beta_{\rm V} + \Delta \beta_{\rm K} \tag{47}$$

Nun wird die wahre Keilspaltaufweitung  $w_{VK}$  aus der Verformung des Variators und Verkippung der Wegscheibe berechnet. Sie ergibt sich aus der Summe der Verformungen an der Fest- und Wegscheibe und der Keilspaltaufweitung durch das Kippen.

$$w_{\rm VK} = w_{\rm FS} + w_{\rm WS} + w_{\rm K} \tag{48}$$

Für das Beispiel sind die Verläufe über dem Umschlingungsbogen in Abbildung 72 dargestellt.

Die lokale Keilspaltaufweitung über dem Umschlingungsbogen durch Kippen berechnet sich



Abbildung 72: Bestimmung der wirklichen Keilspaltaufweitung wvk

hierin mit

$$w_{\rm K} = r \cdot \hat{\delta} \cdot \sin(\varphi - \varphi_{\rm K} + \frac{\pi}{2})$$
 mit  $\tan \hat{\delta} \approx \hat{\delta}$  für kleine  $\hat{\delta}$ . (49)

Die wahre Keilspaltaufweitung  $w_{VK}$  ist die, die in der DGL berücksichtigt werden soll. Wie schon gezeigt, ist die durch die Ansatzfunktion (Gleichung (37)) aus der Keilwinkeländerung berücksichtigte Aufweitung  $w_{\beta}$  meistens größer. Sie lässt sich aus

$$R \cdot \frac{\tan \beta_0}{\tan \beta} = R - \frac{w_\beta}{2 \cdot \tan \beta}$$

$$\Leftrightarrow \qquad w_\beta = 2R (\tan \beta - \tan \beta_0)$$
(50)

berechnen. Der im Berechnungsverfahren zu verwendende Korrekturwert der Keilspaltaufweitung  $w_{kor}$  berechnet sich nach Gleichung (41). In **Abbildung 73** sind die drei Verläufe der Keilspaltaufweitungen über dem Umschlingungsbogen aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die Aufweitung  $w_{\beta}$  bei elastischen Scheiben hinsichtlich Form und Größe deutlich von der tatsächlichen Verformung  $w_{VK}$  abweicht. Der Korrekturwert für die Verformung  $w_{kor}$  ist negativ. Es konnte somit gezeigt werden, dass der Funktionsansatz für den Laufradius nach *Sattler* 



**Abbildung 73:** Bestimmung der Korrekturverformung  $w_{kor}$  ( $w_{VK} = w_{\beta} + w_{kor}$ )

auch für elastische Scheiben verwendet werden kann, wenn man anstelle von w wkor einsetzt.

## 3.3.2 Approximation des Keilwinkels und der Korrekturverformung

Der Verlauf von  $w_{kor}$  und des Keilwinkels  $\beta$  müssen zur Lösung des DGL-Systems mittels des *Runge-Kutta*-Verfahrens als Funktionen über dem Umschlingungsbogen vorliegen. In [52] wird vorgeschlagen dies durch Approximation mit einer harmonischen Funktion 1. Ordnung zu tun. Dort konnte auch gezeigt werden, dass dieses Verfahren für sehr steife Scheiben mit vertretbarem Fehler durchaus zulässig ist. Aus den Verläufen für den Keilwinkel in **Abbildung 71** und der Keilspaltaufweitung in **Abbildung 73** ist leicht zu erkennen, dass dieses für nachgiebige Scheiben nicht sinnvoll ist.

Für eine Approximationsfunktion und deren Ableitung für beliebige stetige Funktionen bieten sich Polynome n-ten Grades an.

$$w_{\rm kor}(\boldsymbol{\varphi}) = \sum_{i=0}^{n} P_i \cdot \boldsymbol{\varphi}^i; \quad \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{\varphi}) = \sum_{i=0}^{n} Q_i \cdot \boldsymbol{\varphi}^i$$
(51)

Mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate nach  $Gau\beta$  werden die Koeffizienten  $P_i$  bzw.  $Q_i$  bestimmt. Die jeweiligen Ableitungen ergeben sich zu:

$$w'_{\rm kor}(\varphi) = \sum_{i=1}^{n} i \cdot P_i \cdot \varphi^{(i-1)}; \quad \beta'(\varphi) = \sum_{i=1}^{n} i \cdot Q_i \cdot \varphi^{(i-1)}$$
(52)

In Abbildung 74 ist die Güte der Annäherung der Approximationsfunktionen steigenden Grades an den Keilwinkelverlauf über dem Umschlingungsbogen dargestellt. Es ist zu erkennen,



Abbildung 74: Approximation des Keilwinkels β

dass mit Polynomen mit  $n \ge 6$  eine gute Näherung erreicht wird.

In den beiden zurückliegenden Abschnitten konnte gezeigt werden, dass der in Abschnitt 3.1 beschriebene analytische Berechnungsansatz auch auf Variatoren mit elastischen Scheiben angewandt werden kann. Um die Keilspaltaufweitung und den Keilwinkel korrekt zu berücksichtigen, wurde dazu die in Gleichung (37) verwendete Verformung w neu definiert. Sie muss als Korrekturverlauf  $w_{kor}$  der Keilspaltaufweitung betrachtet werden. Dessen Berechnung wurde anhand eines Beispiels gezeigt. Außerdem wurde eine neue Ansatzfunktion für

die Verläufe der Korrekturkeilspaltaufweitung und des Keilwinkels mittels eines Polynoms vorgeschlagen.

## 3.3.3 Berechnungslücke

Bevor im Abschnitt 3.4 auf das eigentliche Lösungsverhalten des DGLS eingegangen wird, muss zunächst eine numerische Berechnungslücke geschlossen werden, die eine Berechnung von Betriebspunkten mit Überanpressung verhindert. Im Folgenden soll die Problematik und eine Lösungsmöglichkeit vorgestellt werden.

Wie in Abschnitt 3.2 bereits erwähnt, sind der Startgleitwinkel  $\chi$  und die Zugkraft am Einlauf  $F_0$  die Eingangsparamter des Lösungsverfahrens nach *Runge-Kutta*. Diese Parameter müssen so variiert werden, dass sich der zu berechnende Betriebspunkt hinsichtlich Moment und Anpresskraft einstellt. In **Abbildung 75** sind beispielhaft sechs Lösungen des Gleitwinkelverlaufs an einem Abtriebsscheibensatz bei Variation des Startgleitwinkels  $\chi$  zwischen 165° und 220° dargestellt. Es zeigt sich in allen Fällen zunächst ein stetiger Verlauf. Bei den Verläufen mit einem Startgleitwinkel größer als 180° treten allerdings numerische Instabilitäten kurz vor dem Erreichen eines Ordinatenwertes von 180° (Orthogonalpunkt) auf, die zum Abbruch der Lösungsrechnungen führen. Die gleiche Instabilität zeigt sich auch bei Vielfachen von 180°, also bei 0° und 360°.



Abbildung 75: Definitionslücke des Gleitwinkels

Eine Berechnung von Betriebspunkten war vor dieser Arbeit nur möglich, wenn der Gleitwinkelverlauf über dem Umschlingungsbogen nicht durch die Definitionslücken bei Vielfachen von 180° ging. Solche Verläufe treten insbesondere am Abtriebsscheibensatz auf. Allerdings liegt der Startgleitwinkel für Betriebspunkte mit geringer Sicherheit gegen Durchrutschen am Abtriebsscheibensatz (d.h.  $\zeta = \zeta_{max}$ ) im Bereich von 180°, sodass in [52] zumindest eine Berechnung von Betriebspunkten nahe der Rutschgrenze möglich war. Diese Einschränkung ist allerdings sehr unbefriedigend. Da es auch möglich sein sollte, Betriebspunkte mit Überanpressung, wie es z.B. zur Berechnung von Anpresskraftversuchen nach der  $\zeta_{max}$ -Methode (siehe Abschnitt 2.2.4) notwendig ist, oder ohne Moment zur Bestimmung der Schleppleistung berechnen zu können, war eine Lösung des numerischen Problems zwingend erforderlich. Dies soll im Folgenden gezeigt werden. Auf eine genauere Beschreibung des Lösungsverhaltens der DGL wird zunächst nicht eingegangen. Dies wird ausführlich im Abschnitt 3.4 durchgeführt.

Eine eingehende Analyse der Instabilität ergab, dass hierfür der Gleitwinkel verantwortlich ist. Bei der Berechnung der Ableitung des Laufradius in Gleichung (26) steht der Tangens des Gleitwinkels im Nenner. Er wird bei Vielfachen von 180° zu Null und damit strebt der Term  $1/\tan \gamma$  gegen Unendlich. Obwohl auch der Klammerterm im Zähler im Lösungsbereich sehr kleine Werte annimmt, kommt es durch die begrenzte Genauigkeit der Zahlendarstellbarkeit im Rechner und der endlichen Schrittweite des Runge-Kutta-Verfahrens zu Ungenauigkeiten.

$$r' = \left(\frac{F + EA}{F_0 + EA} \cdot \left(r_0 + r'_0 \cdot \tan \gamma_0\right) - r\right) \cdot \frac{1}{\tan \gamma}$$
 (entspricht Glg. (26))

Zur Behebung des Problems werden zwei Maßnahmen angewandt. Eine Möglichkeit die numerischen Fehler zu verkleinern, ist eine Reduzierung der Schrittweite im Lösungsverfahren. In **Abbildung 76** ist hierzu der Bereich des Verlaufs für  $\gamma_0 = 220^\circ$  aus **Abbildung 75** im Be-



Abbildung 76: Verkleinerung der Definitionslücke durch Schrittweitenreduzierung

reich des Durchgangs durch die 180°-Definitionslücke mit unterschiedlichen Schrittweiten vergrößert dargestellt. Die Schrittweite h des RK-Verfahrens wurde ausgehend von 0,01° zunächst um jeweils eine Zehnerpotenz verkleinert. Im letzten Bild wurde sie nochmals auf ein Fünftel reduziert. Man kann deutlich erkennen, dass sich der Abstand der Stabilitätsgrenze zu 180° von ca. 2,7° auf ca. 0,2° reduziert.

Auch bei noch geringerer Schrittweite bleiben allerdings die Definitionslücken bei  $n \cdot 180^{\circ}$  bestehen. Auch anhand der Verläufe mit einem Startgleitwinkel von unter  $180^{\circ}$  lässt sich vermuten, dass es sich um eine sinnvolle Ergänzung handelt, wenn man die Verläufe in der Definitionslücke stetig fortsetzt.

Als zweite Verbesserung soll deshalb die Definitionslücke mittels einer sinnvollen Ersatzfunktion durchlaufen werden. In einem Intervall von  $\pm \Delta \gamma_{DL}$  um die Definitionslücken werden die Differentialgleichungen im Lösungsverfahren entkoppelt. Die Krümmung des Gleitwinkels  $\gamma''$  wird im Intervall konstant gehalten. Die Ableitung des Laufradius wird durch die nach r' aufgelöste Gleitwinkeländerung aus Gleichung (25) ausgedrückt. Nach dem Verlassen des Intervalls werden die Gleichungen wieder gekoppelt. Im Intervall soll also gelten:

$$\begin{aligned} & \text{für} \quad n \cdot 180^{\circ} - \Delta \gamma_{\text{DL}} < \gamma < n \cdot 180^{\circ} + \Delta \gamma_{\text{DL}} \quad \text{mit} \quad n \in \{0, 1, 2\} \\ & \text{mit} \quad \gamma_{\text{GDL}}'' \text{ ist letzer Wert vor Eintritt in das Intervall} \\ & \gamma_{1}'' = \gamma_{0}'' = \text{const} = \gamma_{\text{GDL}}'' \\ & \gamma_{1}' = \gamma_{0}'' + h \cdot \gamma_{1}'' \\ & r_{1}' = \left[ K_{1} \cdot (\Theta + \Phi) + K_{4} \cdot \Psi \right] \cdot \beta' + \left[ K_{2} \cdot (\Theta + \Phi) + K_{5} \cdot \Psi \right] \cdot \gamma_{1}' + \left[ K_{3} \cdot (\Theta + \Phi) \right] \cdot w' + K_{6} \cdot \Psi \end{aligned}$$

$$(53)$$

Um den Fehler durch die stetige Ergänzung möglichst klein zu halten, ist eine kleine halbe Intervallbreite  $\pm \Delta \gamma_{DL}$  notwendig. Zusätzlich muss die Schrittweite in der Nähe der Lücke möglichst klein gewählt werden. Die benötigte Rechenzeit ist direkt proportional zur Anzahl der



Abbildung 77: Gleitwinkelverlauf mit optimiertem Ruge-Kutta-Verfahren

Berechnungschritte. Während eine Lösungsrechnung mit einem heutigen Standard-PC und einer Schrittweite von 0,01° etwa 2 s benötigt, würde eine Lösungsrechnung mit 500-facher Genauigkeit auf dem ganzen Umschlingungsbogen bereits fast 17 min in Anspruch nehmen. Da dies nicht akzeptabel ist, wird mit einer optimierten Schrittweite gearbeitet. Im unkritischen Bereich kann mit einer Schrittweite von 0,01° gerechnet werden. Im Bereich der Definitionslücke wird die Schrittweite stufenweise verringert.

Die Gleitwinkelverläufe aus **Abbildung 75** sind mit dem oben beschriebenen optimierten Verfahren nochmals berechnet worden. In **Abbildung 77** ist zu erkennen, dass sich jetzt stetige Verläufe einstellen. Es ist nunmehr möglich, beliebige Werte für den Startgleitwinkel % zu verwenden und somit auch Betriebspunkte mit Überanpressung zu berechnen.

## 3.3.4 2D-Modellierung des Variators

Zur Berechnung der Verformungen des Variators sind FE-Rechnungen erforderlich. Aus den Ergebnissen der FE-Analyse werden die Keilspaltaufweitung am Laufradius und der lokale Keilwinkel berechnet. Im Rahmen des Berechnungsverfahrens muss iterativ ein Gleichgewicht zwischen den berechneten Kräften und der Verformung bestimmt werden. Hierzu ist für jeden Iterationsschritt eine FE-Rechnung erforderlich. Dieser hohe Rechenaufwand macht es erforderlich, dass die Rechenzeit für die FE-Analyse möglichst gering gehalten wird, um die praktische Anwendbarkeit des Verfahren zu gewährleisten.

Zur Rechenzeitminimierung sind zwei Anforderungen an die FE-Rechnung zu stellen. Einerseits sollen keine Kontaktelemente verwendet werden, weil die hierfür zusätzlich notwendige Iterationsschleife der nicht linearen Lösungsrechnung im FE-Programm erheblich mehr Zeit benötigt als eine linear-elastische Rechnung. Außerdem könnten Konvergenzprobleme die Automatisierung der Berechnung behindern. Die zweite Möglichkeit zur Rechenzeitreduzierung ist die Verwendung von 2D-Elementen. Im folgenden Abschnitt soll beschrieben werden, wie diese beiden Anforderungen realisiert werden können.

Zuerst muss die Systemgrenze, der in der FE-Rechnung zu berücksichtigenden Bauteile des Gesamtgetriebes, definiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird von der Verwendung eines sehr steifen Prüfgetriebes ausgegangen, das im Wesentlichen aus den beiden Variatorwellen besteht. Jede Welle ist in klassischer Fest- Loslageranordnung gelagert. Als Festlager fungiert ein an Außen- und Innenring festgelegtes Rillenkugellager. Das Loslager wird durch ein Zy-linderrollenlager der Bauform N bzw. NU dargestellt. Generell spielt die radiale Steifigkeit der Lagerung und ihrer Umbauteile eine untergeordnete Rolle, da von ihr kein Einfluss auf die Keilspaltaufweitung und die Keilwinkeländerung ausgeht. Ihr Einfluss auf den Achsabstand der Wellen ist größenordnungsmäßig weit unterhalb der Längentoleranz und der Längsdeh-

nung des Umschlingungsmittels anzusiedeln. Deshalb kann der Einfluss der radialen Steifigkeit auf die Übersetzung vernachlässigt werden.

Durch das Durchbiegen der Wellen kommt es zu einem geringen Verkippen der Wellenachse im Bereich der Lagerstellen. Da keine spielfreien Lager verwendet werden, wird davon ausgegangen, dass das Verkippen größtenteils vom Lagerspiel ausgeglichen wird und keine nennenswerten Momente von den Lagern in die Wellen eingeleitet werden. Bei einer spielfreien Lageranordnung, insbesondere bei spielfrei angestellten oder axial vorgespannten Schrägkugellagern oder Kegelrollenlagern, wird es notwendig sein, das durch das Verkippen der Lagerinnenringe in die Welle eingeleitete Moment in der FE-Rechnung zu berücksichtigen.

Im Bereich der berücksichtigten Bauelemente des Variators (Wellen, Festscheiben, Wegscheiben und Kette) treten an zwei Stellen Kontakte auf. Die lokalen Verformungen im *Hertz*schen Kontakt zwischen Kette und Scheiben sind sehr klein gegenüber den globalen Verformungen der Scheiben und sollen vernachlässigt werden. Die axiale Stauchung der Druckstücke wird in der analytischen Ansatzfunktion berücksichtigt.

Die zweite Kontaktstelle befindet sich in der Führung zwischen Wegscheibe und Welle. Hier kommt es durch das notwendige Führungsspiel zum Verkippen der Wegscheibe. Die Keilspaltaufweitung durch das Kippen kann nachträglich aus geometrischen Zusammenhängen berechnet werden (siehe Abschnitt 3.3.1). Der Deformation der Gleitführungen soll durch eine etwas reduzierte Führungslänge im FE-Modell Rechnung getragen werden. Auf die Verwendung von Kontaktelementen kann somit bei einer sinnvollen Festlegung des FE-Modells verzichtet werden.

Nun soll auf die Lagerung bzw. Festlegung des FE-Modells eingegangen werden. Es müssen die Verformungen am Laufkreis von Fest- und Wegscheibe berechnet werden. In **Abbildung 78** sind vier verschiedene Lagerungsmöglichkeiten gegenübergestellt. In den Teilbildern a) und b) ist eine realitätsnahe Lagerung verwendet worden. Die Welle mit der Festscheibe ist an den Positionen der Wälzlager festgelegt. Die Wegscheibe ist auf der Welle gelagert. Im Bild a) befinden sich zwischen Welle und Wegscheibe Kontaktelemente. Die Variante führt sicher zu den besten Ergebnissen, sie soll aber wegen der Kontaktelemente und der hohen Rechenzeit nicht verwendet werden.

Bei üblichen Variatoren mit hydraulischem Anpresssystem steht an der Führungspassung von der Wegscheibenrückseite her der Anpressdruck an. Die Führung dient also gleichzeitig auch als Spaltdichtung. Die gestellfesten Lasten bei drehender Welle führen zu einem Umlaufen des Führungsspalts und des Öls im Spalt. Bei höheren Drehzahlen der Welle kann somit vom Aufbau eines hydrodynamischen Schmierfilms in der Führung ausgegangen werden. Der hier-

durch bedingte geringe Reibwert führt dazu, dass nur geringe axiale Scherkräfte übertragen werden können, was für die Verstellkräfte von Vorteil ist. Die in Teilbild b) vorgeschlagene feste Verbindung zwischen Wegscheibe und Welle dürfte somit zu einer Versteifung des Scheibensatzes und damit zu geringeren Verformungen führen als in der Realität. Diese Variante muss also als ungünstig betrachtet werden.

In den Teilbildern c) und d) ist eine getrennte Lagerung von Fest- und Losscheibe dargestellt. In c) wird die Welle wiederum an den Positionen der Wälzlager festgelegt. Die Welle muss zusätzlich zu den Lasten im Kettenkontakt mit den Reaktionskräften der Wegscheibe in der Führung belastet werden. Die Verformungen der Festscheibe und im Inneren der Wegscheibe werden hiermit richtig erfasst. Es wird allerdings nicht berücksichtigt, dass die Lagerbasis der Wegscheibe durch die Durchbiegung der Welle verkippt und es hierdurch zu einer weiteren



Abbildung 78: Festlegung des FE-Modells

Keilspaltaufweitung kommt. Auch diese Variante kann deshalb als ungünstig angesehen werden.

In Variante d) wird nun die Welle nicht an den Wälzlagerpositionen, sondern in den Kontaktstellen mit der Wegscheibe gelagert. Die Welle wird mit den Wälzlagerreaktionskräften an den Lagerpositionen belastet. Die inneren Verformungen der Wegscheibe werden wie in Variante c) erfasst. Bezogen auf das Gestell sind sie geringer als im realen Getriebe. Die Verformungen an der Festscheibe sind um das Kippen der Wegscheibenlagerbasis größer als im richtigen Getriebe. Für die Berechnung wird die Keilspaltaufweitung, also die Summe der Verformung an Fest- und Wegscheibe, benötigt. Diese wird mit Variante d) richtig erfasst. Unter den oben gemachten Annahmen kann bei der Verwendung der Variante d) für die Modellierung der Variatorwellen auf Kontaktelemente verzichtet werden. Sie wird im Rahmen des Berechnungsverfahren verwendet.

Üblicherweise lassen sich räumliche Verformungsprobleme nur dann mittels einer zweidimensionalen FE-Rechnung lösen, wenn sowohl das Bauteil als auch die Belastungen rotationssymmetrisch zu einer Achse sind. Während die erste dieser Voraussetzungen für eine 2D-Analyse bei üblichen Variatorwellen gegeben ist, liegen die Angriffspunkte der Lasten zwar näherungsweise auf einem konstanten Radius, ihre Größe ist aber eine nicht konstante Funktion des Bogenwinkels  $\varphi$ .

Das verwendete FE-Programm ANSYS stellt allerdings einen besonderen Elementtyp zur Verfügung, mit dem sich solche Probleme (rotationssymmetrische Geometrie, konstanter Angriffsradius der Lasten jedoch Beträge der Lasten sind eine Funktion des Winkels) auch mit einer 2D-Analyse lösen lassen. Es handelt sich um sogenannte Harmonische- oder *Fourier*-Elemente, die achssymmetrisch sind, deren Belastungen aber als harmonische Funktion n-ter Ordnung der Form

$$F(\varphi) = A_{n} \cdot \cos(n \cdot \varphi); \quad \text{oder} \quad F(\varphi) = B_{n} \cdot \sin(n \cdot \varphi) \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{Z}^{+}$$
(54)

aufgebracht werden können. Die Koeffizienten  $A_n$  und  $B_n$  sind darin die Amplituden der harmonischen Funktion. Die prinzipiellen Verläufe der Lasten für die Kosinusfunktion 0. bis 2. Ordnung sind in **Abbildung 79** dargestellt. Die Verläufe der entsprechenden Sinusfunktion sind um 90° bzw.  $\pi/2$  verdreht.

Zur Berechnung der Verformung bei beliebigem Lastverlauf wird wie folgt vorgegangen. Zunächst werden die tatsächlichen Lastverläufe der aufgebrachten Kräfte über dem Bogenwinkel bestimmt. Dann wird eine Zerlegung in eine *Fourier*-Reihe 12. Ordnung (hier lokale Spreizkraft)



Abbildung 79: Lastverlauf der Fourier-Summanden

$$S'(\varphi) = A_0 + A_1 \cos \varphi + B_1 \sin \varphi + A_2 \cos 2\varphi + B_2 \sin 2\varphi + A_3 \cos 3\varphi + B_3 \sin 3\varphi + \dots + A_{12} \cos 12\varphi + B_{12} \sin 12\varphi$$
(55)

durchgeführt, dabei werden die Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_{12}$  und  $B_1$  bis  $B_{12}$  bestimmt. Nun wird das Modell einzeln mit jedem Summanden der *Fourier*-Reihe belastet und eine Lösungsrechnung durchgeführt. So wie die Gesamtbelastung die Summe der Einzelbelastungen ist, so ist es im linear-elastischen Bereich zulässig die Gesamtverformung durch Superposition, also aus der Summe der Einzelverformungen, zu bestimmen. Nachdem die Lösungsrechnungen durchgeführt wurden, werden deshalb die 25-Teilergebnisse addiert und dadurch die Gesamtverformung bestimmt.



Abbildung 80: Vergleich Lastvorgabe und tatsächlich aufgebrachte Last

Eine *Fourier*-Reihe endlicher Ordnung kann nur eine Annäherung an die Ausgangsfunktion darstellen. In **Abbildung 80** ist ein Vergleich zwischen einer Ausgangsfunktion und ihrer *Fourier*-Reihe 12. Ordnung dargestellt. Die Wahl einer höheren Ordnung würde zu einer besseren Übereinstimmung mit der Ausgangsfunktion führen, allerdings würde sich dadurch auch der Rechenzeitvorteil gegenüber einer 3D-Rechnung verringern, da für jeden Summanden eine eigene Lösungsrechnung durchgeführt werden muss.

Die leichte Welligkeit der *Fourier*-Funktion hat auf die Verformung nur einen minimalen Einfluss. Im Polardiagramm **Abbildung 81** sind die Ergebnisse einer 2D-Rechnung mit *Fourier*-Elementen und einer 3D-Rechnung mit Knotenlasten zusammen dargestellt. Die mittlere Kantenlänge der Elemente betrug jeweils 5 mm. Eine Welligkeit der 2D-Rechnung ist zunächst nicht erkennbar. Unter dem Polardiagramm ist die Differenz beider Rechnungen (2D minus 3D) dargestellt. Die maximale Abweichung beträgt nur ca. 0,01 mm, wobei die 3D-Rechnung allerdings etwa die 10-fache Rechenzeit benötigt. Hier ist eine geringe Welligkeit im µm-Bereich erkennbar.



Abbildung 81: Vergleich Keilspaltaufweitung 2D- und 3D-Rechnung

Die FE-Modellierung einer realen Variatorwelle soll am Beispiel der Variante **CTX** (siehe Abschnitt 2.8.1) gezeigt werden. Sie soll als Ausgangsvariante für den theoretischen Teil dieser Arbeit dienen. In **Abbildung 82** sind dazu die Zeichnungen der Fest- und der Wegscheibe und das jeweilige FE-Modell abgebildet. Das 2D-FE-Modell entspricht im Wesentlichen einem Halbschnitt des Bauteils. Da nur die Verformungen und nicht die Spannungen des Bauteils berechnet werden sollen, kann das Modell hinsichtlich der Übergangsradien und Fasen recht grob gestaltet werden. Die Anbindung des Getriebes an die Antriebsmotoren erfolgt im



Abbildung 82: FE-Modellierung und berücksichtigte Lasten

Prüfgetriebe über Gelenkwellen, sodass davon ausgegangen werden kann, dass hier keine Querkräfte eingeleitet werden. Deshalb könnten die Wellenenden außerhalb der Wälzlagerbasis zur Rechenzeitoptimierung auch komplett vernachlässigt werden.

An der Welle bzw. Festscheibe werden im Kettenkontakt das lokale Spreizkraftinkrement in axialer Richtung S', sowie die Komponente der Kontaktnormalkraft in radialer Richtung  $F_{rad}$  und die lokale Umfangskraft  $F_U$  berücksichtigt. Die vektorielle Summe der Umfangs- und der Radialkraft entsprechen der resultierenden Trumkraft. Das durch die Umfangskraft eingeleitetet Moment hat keinen Einfluss auf die axialen Verformungen. Es wird von den Festlegungsknoten des Modells abgestützt. Zusätzlich wird das Modell entsprechend der Variante d) aus Abbildung 78 mit den Reaktionskräften der Wälzlager belastet, die sich aus der resultierenden Trumkraft berechnen lassen. Um ein Kräftegleichgewicht in axialer Richtung zu gewährleisten, wird die Welle außerdem noch mit der Abstützkraft des Kolbens an der Wellenmutter  $F_{hydr}$  belastet. Sie entspricht der gesamten Spreizkraft.

Die Festlegung in radialer Richtung erfolgt wie oben beschrieben in der Linearführung. Obwohl in axialer Richtung nahezu ein Kräftegleichgewicht zwischen der Spreizkraft und der Kraft an der Wellenmutter herrscht, muss das Modell aus Gründen der Lösbarkeit des Gleichungssystems in der FE-Rechnung auch in axialer Richtung festgelegt werden. Bei Harmonischen-Elementen muss dies nahe der Symmetrieachse erfolgen.

Die Wegscheibe wird ebenfalls mit der Spreizkraft, der Radialkraft und der halben Umfangskraft belastet. Die Innenfläche des Zylinders an ihrer Rückseite wird mit dem hydraulischen Druck *p* belastet. Hierdurch stellt sich auch hier ein Kräftegleichgewicht in axialer Richtung ein. Die Festlegung erfolgt radial im Führungskontakt und axial in der Nähe der Achse. Der hierfür notwendige Steg hat fast keinen Einfluss auf die Verformung.

Im zurückliegenden Abschnitt wurde gezeigt, wie durch die spezielle Festlegung des FE-Modells auf Kontaktelemente verzichtet werden kann. Mit einem 2D-Elementtyp des verwendeten FE-Programms, der harmonische Belastungen erlaubt, ist eine ebene Analyse des räumlichen Verformungsproblems möglich. Durch die erheblich geringere Elementanzahl gegenüber einer 3D-Behandlung des Problems, reduziert sich die Rechenzeit beträchtlich.

## 3.4 Konvergenz- und Lösungsverhalten des Verfahrens

Während im Abschnitt 3.2 auf die reine numerische Lösung des DGLS mittels des Verfahrens nach *Runge-Kutta* eingegangen wurde, soll in diesem Abschnitt das Lösungsverhalten hinsichtlich einer Variation der Eingangsparameter diskutiert werden. Neben den Steifigkeitskennwerten des Umschlingungsmittels in Quer- und Längsrichtung *q* und *EA*, dem mittleren Reibwert  $\mu$  und den betriebspunktabhängigen Parametern, aus denen sich die Winkelgeschwindigkeiten der Scheibensätze  $\omega_{an/ab}$ , die Leerlaufradien  $R_{an/ab}$  und die Größen der Umschlingungsbögen  $\varphi_{an/ab}$  berechnen lassen, stellen die Zugkraft am Einlauf  $F_0$  und der Startgleitwinkel  $\gamma_0$  die eigentlichen Variationsparameter zur Berechnung beliebiger Betriebspunkte dar.

Im folgenden werden die Startwerte des DGLS mit dem Index 0 bezeichnet. Die Werte am Anfang des Umschlingungsbogens werden dem Index 1, die am Ende mit dem Index 2 bezeichnet. Für die Zugkraft und den Gleitwinkel gilt somit  $F_0 = F_1$  bzw.  $\gamma_0 = \gamma_1$ .

Zunächst soll bei der Darstellung des Lösungsverhaltens nicht zwischen Antriebsscheibensatz (hier stellt sich ein positives Moment ein) und dem Verhalten am Abtriebsscheibensatz (hier hat das Moment am Auslauf ein negatives Vorzeichen) unterschieden werden. Die Lösung des Verfahrens sind die Ergebnisse des DGLS für einen stabilen Betriebspunkt. Ein stabiler Betriebspunkt hat sich eingestellt, wenn bei konstanten Eingangsparametern die aus der Lösung des DGLS stammenden Kräfte auf das FE-Modell aufgebracht werden und die berechnete Keilspaltaufweitung und Keilwinkeländerung bei einer nochmaligen Lösung des DGLS wieder auf (ungefähr, Abweichung kleiner als vorgegebene Abbruchbedingung) dieselben Kräfte führt. Hierfür sind im allgemeinen mehrere Iterationsschritte notwendig. Die Konvergenz der



Abbildung 83: Einfache Iteration

Lösung soll zunächst mit konstanten Eingangsparametern verdeutlicht werden.

Im Flussdiagramm in **Abbildung 83** ist der Ablauf der Iteration verdeutlicht. Die Eingangsparameter Startzugkraft  $F_0$  und Startgleitwinkel  $\gamma_0$  sind während der gesamten Berechnung konstant. Da im ersten Iterationsschritt noch keine aus einer FE-Rechnung stammende Verformung vorliegt, wird zunächst eine fiktive Keilspaltaufweitung angenommen. Dabei wird ein harmonischer Verformungsverlauf über dem Umschlingungsbogen angenommen. Mit dem Scheibenkippwinkel  $\delta$  wird die Größe der Verformung, mit dem Winkel  $\varphi_Z$  die Lage des Maximums bezüglich des Einlaufs festgelegt. Größe und Lage dieser Initialverformung haben keinen Einfluss auf das Endergebnis der konvergierten Berechnung, sie haben lediglich einen Einfluss auf die Konvergenzgeschwindigkeit, also auf die Anzahl der notwendigen Iterationsschritte bis zur Konvergenz. In den folgenden Beispielen wird eine Verkippung von 0,05° und eine Lage des Maximums bei 180° vorgegeben. Das Maximum liegt somit am Ende des Umschlingungsbogens und entspricht von der Tendenz her einer Verformung an einem Abtriebsscheibensatz. Das Lösungsverhalten soll zunächst bei der Übersetzung i = 1 beschrieben werden. Der Reibwert wird zunächst zu  $\mu = 0,09$  gewählt.

Danach wird das DGLS gelöst und es werden die Belastungen des Variators berechnet. Das Modell des Variators wird mit den berechneten Kräften entsprechend Abschnitt 3.3.4 belastet und die FE-Rechnung durchgeführt. Danach wird am Laufkreis die Verformung und der Keilwinkel an diskreten Punkten bestimmt. Mittels einer Approximation werden hieraus die Koeffizienten der Ansatzpolynome für die Verläufe über dem Umschlingungsbogen und deren Ableitungen bestimmt. Im zweiten Iterationsschritt werden im Gegensatz zum ersten nun berechnete Verformungen verwendet. Anstelle eines Konvergenzkriteriums führt im Beispiel das Erreichen einer bestimmten Anzahl von Iterationsschritten *t* zum Abbruch der Rechnung.



Das Konvergenzverhalten des Beispiels ist in Abbildung 84 über den Iterationsschritten dar-

Abbildung 84: Konvergenzverhalten

gestellt. Die Iteration wurde nach dem zwölften Schritt abgebrochen. Während in den ersten Schritten eine starke Änderung der Größen zu erkennen ist, hat sich etwa ab dem zehnten Schritt ein stabiler Zustand eingestellt; von hierab finden keine nennenswerten Veränderungen der Ausgangsgrößen mehr statt. Die Iteration startet mit negativem Moment und konvergiert mit einem positiven Moment, wie man es an einem Antriebsscheibensatz erwartet.

Der Verlauf der spezifischen Spreizkraft (= Spreizkraft/Bogenabschnitt), aus der die axiale Belastung des FE-Modells gewonnen wird, ist für jeden der zwölf Iterationsschritte in **Abbildung 85** über dem Umschlingungsbogen aufgetragen. Auch hier ist in den ersten zehn Schritten eine starke Veränderung erkennbar, während die Verläufe für die drei letzten Schritte nahezu deckungsgleich sind. Besonders groß ist der Sprung zwischen Schritt acht und neun,



Abbildung 85: Iterationsverlauf der Spreizkraftverteilung



Abbildung 86: Iterationsverlauf der Keilspaltaufweitung

hier findet der Übergang vom Ab- zum Antriebsverhalten statt.

Die Konvergenz ist auch im Verlauf der Keilspaltaufweitung am Laufkreis aus der FE-Rechnung in **Abbildung 86** erkennbar. Die Initialverformung mit ihrem Maximum bei 180° ist deutlich erkennbar. Die Keilspaltaufweitungen der Schritte zwei bis acht sind erheblich größer, ihr Maximum liegt bei etwa 140°. Danach folgt ein Sprung des Maximums zu etwa 70° (ab Schritt neun). Es kann somit gezeigt werden, dass zumindest für diese Vorgaben die Lösung konvergiert und sich ein stabiler Betriebspunkt einstellt.

Nun soll das Lösungsverhalten bei Variation des Startgleitwinkels gezeigt werden. Dazu wurden mehrere Rechnungen entsprechend dem Algorithmus in **Abbildung 83** durchgeführt. Der Startgleitwinkel wird schrittweise im Intervall zwischen 161° und 266° variiert und die Startzugkraft wiederum konstant gehalten. In **Abbildung 87** sind die Ergebnisse der konvergierten Lösung (nach dem 12. Iterationsschritt wurde abgebrochen) über dem Startgleitwinkel dargestellt. Das Moment steigt zunächst an, während die Endspreizkraft und der Endzug abfallen. Bei einem Startgleitwinkel von etwa 222° findet ein Sprung in allen variablen Größen statt. Das Moment springt auf einen positiven Wert von über 100 Nm und die Spreizkraft und die Zugkraft am Auslauf auf deutlich niedrigere Werte. Eine weitere Erhöhung von  $\gamma_0$  hat keinen signifikanten Einfluss auf die Lösung.



Abbildung 87: Lösungsverhalten bei Variation des Startgleitwinkels

In **Abbildung 88** sind die Gleitwinkelverläufe über dem Umschlingungsbogen dargestellt. Der Verlauf des ersten Beispiels ( $\chi = 223,5^{\circ}$ ) ist zusätzlich markiert. Es sind deutlich zwei prinzipiell unterschiedliche Formen des Verlaufs erkennbar. Die Kurven mit einem Startgleitwinkel bis etwa 223° verlaufen hauptsächlich im Bereich kleiner als 180°, das entspricht einem Gleiten mit einem in Umfangsrichtung voreilenden Anteil. Es wird also vermutlich eine Zunahme der Zugkraft stattfinden. Die andere Verlaufsform verläuft im Bereich größer als



Abbildung 88: Gleitwinkelverlauf bei Variation des Startgleitwinkels

180°, das Umschlingungsmittel gleitet bezüglich der Scheibe rückwärts gerichtet. Hier wird deshalb ein Zugkraftabbau stattfinden.

Diese Annahmen werden durch die Ergebnisse in **Abbildung 89**, in der der Zugkraftverlauf über dem Umschlingungsbogen dargestellt ist, bestätigt. Entsprechend der Annahme sind zwei getrennte Bereiche erkennbar, in denen, ausgehend von der Startvorgabe für  $F_0$ , eine Zunahme bzw. eine Abnahme stattfindet. Dieses muss auch zu zwei Bereichen mit negativem bzw. positivem Momenten führen, was durch die Ergebnisse in **Abbildung 87** bestätigt wird.



Abbildung 89: Zugkraft bei Variation des Startgleitwinkels

Diese zwei unterschiedlichen Bereiche lassen sich auch im Verlauf des Laufradius deutlich erkennen (**Abbildung 90**). Die Verläufe für  $\gamma_0$  kleiner als 223° haben ihr Maximum im Bereich von 150°, bei den Verläufen ab 223,5° liegt dieses bei etwa 60°. Außerdem ist die Streuung der Verläufe hier geringer ausgeprägt.



Abbildung 90: Laufradius bei Variation des Startgleitwinkels

Bei Variation des Startgleitwinkels und konstanter Startzugkraft ergeben sich bei freier Iteration somit zwei stabile Bereiche. Während der Startgleitwinkel im Bereich negativer Momente einen großen Einfluss auf die konvergierte Lösung hat, ist dieser im positiven Momentenbereich gering. Allerdings zeigt sich bei positiven Momenten ein starker Einfluss auf die Konvergenzgeschwindigkeit. In **Abbildung 91** ist dazu das Moment über den zwölf Iterationsschritten aufgetragen. Die Konvergenzgeschwindigkeit nimmt mit steigendem  $\gamma_0$  zu und damit die zur Erreichung eines stabilen Zustands notwendigen Iterationsschritte ab.



Abbildung 91: Konvergenzgeschwindigkeit des Momentes

Auch die Wahl der Initialverformung hat einen Einfluss auf die Konvergenzgeschwindigkeit. In **Abbildung 92** ist dazu der Iterationsverlauf des Ausgangsbeispiels ( $\gamma_0 = 223,5^\circ$ ) mit unterschiedlichen Winkellagen  $\varphi_Z$  der Startkeilspaltaufweitung dargestellt. Links ist der Verlauf bei



Abbildung 92: Iterationslauf bei unterschiedlicher Ausgangsverformung

 $\varphi_Z = 180^\circ$ , rechts bei 90° dargestellt. Die Iterationsdarstellung verläuft von außen nach innen, dadurch ist in der Mitte zu erkennen, dass sich identische Endwerte einstellen. Die Vorgabe für den Startgleitwinkel entspricht einem Betriebspunkt am Antriebsscheibensatz, also mit positivem Moment. Die Vorgabe einer Verformung mit einem Maximum der Keilspaltaufweitung gegen Mitte des Umschlingungsbogens, die eher den realen Verhältnissen am Antrieb entspricht, beschleunigt die Konvergenz.

Es soll nun schrittweise auf die praktische Anwendbarkeit des Verfahrens übergegangen werden. Im realen Getriebe wird üblicherweise die Anpresskraft am Abtrieb durch das verwendete Anpresssystem vorgegeben. Dies bedeutet, dass ein Betriebspunkt mit einer definierten Spreizkraft berechnet werden muss. Während die Wahl des Startgleitwinkels maßgeblichen Einfluss auf den Zugkraftaufbau (von  $F_0$  nach  $F_1$ ) und damit auf das Moment hat, ist die Größe der Startzugkraft für die Höhe der Spreizkraft  $S_2$  entscheidend.

Im Flussdiagramm (**Abbildung 93**) ist der Regelalgorithmus zur Berechnung von Betriebspunkten mit vorgegebener Spreizkraft abgebildet. Nach jedem Iterationsschritt wird dabei die Startzugkraft  $F_0$  in Abhängigkeit von Soll- und Istspreizkraft,  $S_{2,soll}$  und  $S_2$ , angepasst.

Das Ergebnis bei Variation des konstanten Startgleitwinkels ist in **Abbildung 94** dargestellt. Der Sollwert der Spreizkraft beträgt 15,1 kN. Gegenüber den Ergebnissen in **Abbildung 87** ist eine deutlich verringerte Bandbreite der Zugkräfte und des Momentes, besonders im Bereich mit negativen Momenten, erkennbar. Auch hier ist wieder der Momentenbereich hervorgehoben, der sich einer Berechnung mit den bisher verwendeten Algorithmen entzieht.

Um beliebige Betriebspunkte berechnen zu können, ist es zwingend erforderlich auch Berechnungen im hervorgehobenen Bereich durchführen zu können. Da in diesem Bereich kein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Parameter Startgleitwinkel und dem Moment besteht,



Abbildung 93: Regler für die Spreizkraft



Abbildung 94: Lösungsverhalten bei konstanter Spreizkraft

was für die Anwendbarkeit von üblichen Regelungsstrategien erforderlich wäre, scheidet eine Regelung mit dem Moment als Regelgröße und dem Startgleitwinkel als Stellgröße aus.

Es musste somit ein eindeutiger, annähernd linearer Zusammenhang, oder zumindest einer mit gleicher Änderungsrichtung zwischen Regel- und Stellgröße im gesamten Bereich, d.h. zwischen dem Startgleitwinkel und einer Ausganggröße des Systems, die im direkter Beziehung zum Endmoment steht, gefunden werden. Wie schon bei den Erläuterungen zu **Abbildung 91** erwähnt wurde, besteht ein Zusammenhang zwischen der Konvergenzgeschwindigkeit – und damit zur Momentenänderung – und  $\gamma_0$ . Die Momentenänderung pro Iterationsschritt soll mit

$$\mathbf{\dot{T}}_{2} = \frac{\Delta T_{2}}{\Delta t}$$
(56)

bezeichnet werden.

Der nun erweiterte Regelalgorithmus ist in **Abbildung 95** dargestellt. Er ermöglicht die Berechnung beliebiger Betriebspunkte hinsichtlich Moment und Spreizkraft.



Abbildung 95: Regler Moment und Spreizkraft

Es hat sich bei der Berechnung als vorteilhaft erwiesen, zunächst das Erreichen eines stabilen Zustands abzuwarten. Ausgehend von diesem Iterationspunkt wird dann die Solländerung des Momentes zum nächsten Punkt bestimmt. Hierfür ist als Führungsgröße eine entsprechende Funktion zu wählen, bei der die Summe aller Momentenänderungen der Differenz zum Sollmoment entspricht, also eine Funktion, bei der sich das Istmoment dem Sollmoment asymptotisch annähert. Da im Algorithmus zwei ineinander verschachtelte Regelkreise vorhanden sind, ist es sinnvoll, zunächst nur einen Parameter zu verändern; hier wurde die Startzugkraft gewählt. Danach wird nochmals eine Lösungsrechnung durchgeführt. In einem inneren Regelkreis wird nun die Momentenänderung durch Veränderung des Startgleitwinkels geregelt. Dies wird solange durchgeführt, bis die Sollgeschwindigkeit erreicht wird. Die Berechnung ist abgeschlossen, wenn Sollspreizkraft und Sollmoment erreicht sind. Im anderen Fall wird die FE-Rechnung durchgeführt und ein erneuter Iterationsschritt durchlaufen.

Mit dem Algorithmus aus **Abbildung 95** können nun auch Betriebspunkte berechnet werden, die sich einer Berechnung mit konstantem Startgleitwinkel entziehen. In **Abbildung 96** ist die Darstellung aus **Abbildung 94** ergänzt worden. Während sich mit konstantem Startgleitwinkel Betriebspunkte im Bereich zwischen etwa –60 und 130 Nm nicht berechnen ließen, reduziert sich die Berechnungslücke nun auf einen Bereich zwischen 0 und 65 Nm. Auf das Lösungsverhalten an den Rändern der Lücke und die Gründe hierfür wird noch eingegangen. Zunächst soll aber der Iterationsverlauf einer Lösungsrechnung mit dem erweiterten Regelalgorithmus vorgestellt werde.



Abbildung 96: Lösungsverhalten mit den Stellgrößen Startgleitwinkel und Startzugkraft bei konstanter Spreizkraft

In **Abbildung 97** wurde dafür der Betriebspunkt an der unteren Grenze der Lücke gewählt. Es soll also ein Betriebspunkt mit einer Anpresskraft  $S_{2,\text{soll}} \approx 15,1$ kN und einem Moment  $T_{2,\text{soll}} = 0$  Nm berechnet werden. Für Übersetzung und Antriebsdrehzahl gelten wie in allen Beispielen dieses Abschnitts i = 1 und  $n_{an} = 1000 \text{ 1/min}$ . Als Ausgangswerte für Startgleitwinkel und Startzugkraft werden empirisch  $F_0 = 1750$  N und  $\gamma_0 = 223^\circ$  gewählt. In den ersten sechs Iterationsschritten sind die Regler noch nicht aktiv, und es stellt sich zunächst ein relativ stabiler Betriebspunkt mit einem Moment von ca. –65 Nm und einer Spreizkraft von ca.



Abbildung 97: Iterationslauf mit erweitertem Berechnungsalgorithmus

13,5 kN ein. Dann werden die Regler aktiviert. Die Startzugkraft wird erhöht, weil die Spreizkraft noch zu gering ist. Der Startgleitwinkel steigt zunächst stark an, um die Sollmomentenänderung zu erreichen. Als Führungsfunktion für die Sollmomentenänderung wurde ein konstanter Wert von 5 Nm/Schritt gewählt, der sich kurz vor dem Erreichen des Sollmoments (im Beispiel ab Iterationsschritt 18) asymptotisch verringert. Etwa ab Schritt 20 stellt sich ein stabiler Endwert ein. Liegen die Istwerte für Moment und Spreizkraft dreimal hintereinander in einem Toleranzband von  $\pm 1$  Nm bzw.  $\pm 1$  % vom Sollwert, dann gilt die Berechnung als erfolgreich und wird abgebrochen. Durch diese Toleranzbreite kommt es in den letzten Iterationsschritten zu den leichten Schwankungen. Der Betriebspunkt kann aber trotzdem als stabil betrachtet werden. Bei einem Moment am Scheibensatz von 0 Nm müssen sich identische Zugkräfte am Ein- und Auslauf ( $F_1$  und  $F_2$ ) einstellen. Dies ist der Fall, sodass das Endergebnis plausibel erscheint.

Nun sollen noch die Gründe für die zunächst verbleibende Berechnungslücke diskutiert werden. Dazu sind in **Abbildung 98** die Gleitwinkelverläufe aus **Abbildung 88** (Variation des Startgleitwinkels) um die mit dem erweiterten Algorithmus berechneten Verläufe ergänzt worden. Die ergänzten Verläufe mit positivem Moment, bewegen sich im 3. und 4. Quadranten. Mit geringer werdendem Moment nähern sich die Verläufe zunächst einem Gleitwinkel von 180° an, um sich dann in einem Bereich mit starker Steigung einem Wert von 360° anzunähern. Danach fallen sie wieder leicht ab.

Die Verläufe mit negativem Moment nähern sich im ersten Bereich dem Verlauf mit positivem Moment an. Bei einem Gleitwinkel von 180° fallen diese allerdings stark ab und streben gegen 0°.



Abbildung 98: Gleitwinkelverlauf im Gleitbereich



Abbildung 99: Verlauf der Gleitgeschwindigkeit im Gleitbereich

Versucht man Betriebspunkte innerhalb der Lücke zu berechnen, dann wechselt die Lösung des DGLS vor Erreichen des stabilen Betriebspunkts bei kleinsten Änderungen des Startgleitwinkels zwischen den beiden Verlaufsformen des Gleitwinkels.

In **Abbildung 99** sind für eine weitere Betrachtung die Gleitgeschwindigkeitsverläufe für die Betriebspunkte aus der vorherigen Abbildung aufgetragen. Im oberen Teilbild sind die Verläufe für die Betriebspunkte mit einem Moment oberhalb der Berechnungslücke, unten die mit negativem Moment gezeigt. Die mittlere Gleitgeschwindigkeit fällt zur Berechnungslücke hin ab. Bei den Betriebspunkten an der Grenze der Lücke tritt zum ersten Mal eine Gleitgeschwindigkeit von annähernd null auf. Da an dieser Bogenposition auch der Gleitwinkel zu 180° wird (Orthogonalpunkt), also rein radiales Einwandern vorliegt, kann ein Übergang zwischen einem reinen Gleiten und einem Verlauf mit einem Haftbereich vorliegen. Der Lösungsansatz nach [52] berücksichtigt kein Haften. Dies ist der Grund für den unstetigen Wechsel zwischen den Verlaufsformen; der nächste vom Ansatz berücksichtigte Betriebspunkt liegt an der anderen Grenze der Lücke, wo wieder ein reines Gleiten vorliegt. Um auch Betriebspunkte innerhalb der Lücke berechnen zu können, ist eine Erweiterung des Verfahrens um das Haften notwendig. Eine programmtechnische Umsetzungsmöglichkeit besteht darin, beim Erreichen der Gleitgeschwindigkeit null zunächst keine Gleitbewegungen mehr zuzulassen und die Haftbedingung zu überprüfen. Diese Vorgehensweise setzt allerdings ein anderes Berechnungsmodell im Haftbereich voraus. Sind die senkrecht zur Normalkraft angreifenden Kräfte im Kontakt größer als Normalkraft mal Reibwert, dann liegt wieder ein Gleiten vor. Neben dem erheblichen zusätzlichen Programmieraufwand spricht gegen eine Umsetzung dieses Ansatzes, dass es durch den Modellwechsel zu Instabilitäten in der Lösungsrechnung kommen könnte.

Es soll deshalb ein anderer Lösungsweg verwendet werden, wie er in [64] vorgeschlagen wird. Hierbei wird ein stetiger Verlauf der Reibkräfte im Nulldurchgang der Gleitgeschwindigkeit dadurch erreicht, dass eine Ansatzfunktion für den Reibwert verwendet wird, bei der der Reibwert für sehr kleine Gleitgeschwindigkeiten gegen null strebt.

$$\mu = \mu_0 \cdot \left( 1 - e^{-v_g / v_{\text{haft}}} \right) \tag{57}$$

In **Abbildung 100** ist der Verlauf für kleine Gleitgeschwindigkeiten ( $v_g < 1 \text{ mm/s}$ ) mit einem Reibwert von  $\mu_0 = 0,09$  und der Haftreibungskonstanten  $\mu_{haft} = 0,1 \text{ mm/s}$  aufgetragen.



Abbildung 100: Reibwert bei kleinen Gleitgeschwindigkeiten

Dieses Vorgehen hat mehrere Vorteile. Eine Überprüfung der Haftbedingung entfällt. Bei sehr kleinen Gleitgeschwindigkeiten werden die Reibkräfte durch die stetige Ersatzfunktion des Reibwerts quasi "automatisch" zu null. Ein mögliches Haften würde von diesem Ansatz durch ein "Kriechen" mit geringer Gleitgeschwindigkeit abgebildet. Die übertragenen tangentialen Haftkräfte werden mittels des sich einstellenden Reibwertes abgebildet. Trotzdem ist aber immer noch eine geringe Geschwindigkeit vorhanden, die weiterhin eine Bestimmung des Gleitwinkels  $\gamma$  ermöglicht. Anstelle dieser Ansatzfunktion, können bei zukünftigen Erweiterungen auch Funktionsabsätze verwendet werden, bei denen der Reibwert z.B. abhängig von der Gleitgeschwindigkeit oder der Flächenpressung ist. Beide Ansätze sind nicht als gleichwertig anzusehen. Bei dem hier verwendeten Ansatz handelt es sich um eine pragmatische Lösung des Problems. Da nur kleine Winkelbereiche des Umschlingungsbogens betroffen sind, dürfte der Fehler gegenüber der Lösung mit Modellwechsel gering sein. Dies wird durch Vergleiche mit Messungen bestätigt (siehe 3.7).

Mit dem erweiterten Ansatz lassen sich nun auch Berechnungen für die Betriebspunkte durchführen, bei denen Haftbereiche im Umschlingungsbogen vorhanden sind. Die Gleitwinkelverläufe über dem Umschlingungsbogen für diese Betriebspunkte sind in **Abbildung 101** dargestellt. Es ist erkennbar, dass es eine Grenzkurve zwischen den beiden Verlaufsformen gibt.



Abbildung 101: Gleitwinkelverlauf in Betriebsbereichen mit Haftzonen

Betrachtet man die Grenzkurve näher, dann stellt sie aber keinen Sprung im Verlauf dar, wie es zunächst den Anschein haben könnte. Die Kurve nähert sich zunächst einem Gleitwinkel von 180°; hier liegt dann ein rein radiales Einwandern vor. Durch die Periodizität des Gleitwinkels stellen die beiden letzten Bereiche der geteilten Grenzkurve identische Verläufe dar. 0° und 360° entsprechen einem rein radialen Auswandern. Die radiale Gleitbewegung ändert sich in beiden Ästen von einem Ein- zu einem Auswandern. Anschaulich kann man sich die Teilung der Grenzkurve so vorstellen: Man bewegt sich vorwärt, bremst ab, dreht sich um 180° und beschleunigt in die entgegengesetzte Richtung. Die beiden senkrechten Äste stellen lediglich die beiden Möglichkeiten dar, dass man sich entweder links- oder rechtsherum gedreht haben kann.



Abbildung 102: Gleitgeschwindigkeitsverlauf in Betriebsbereichen mit Haftzonen

Die Gleitgeschwindigkeitsverläufe dieser Punkte sind in **Abbildung 102** abgebildet. Die Zone sehr geringer Gleitgeschwindigkeit ist deutlich erkennbar. Die Kurve für ein Moment von 65 Nm stellt den Anfang des Momentenbereiches dar, in dem Haften auftritt. Bei etwa 5 Nm ist das Ende dieses Bereiches. Im Bereich zwischen 5 und 35 Nm treten leichte Instabilitäten in der Lösungsrechnung auf. Die Änderung des Startgleitwinkels und der Keilspaltaufweitung sind hier sehr gering. Mit einer Verringerung der Iterationsschrittweite müssten sich aber auch hier stabile Lösungen finden lassen.

Der Einfluss des Momentes, welches neben Übersetzung und Anpresskraft die entscheidende Kenngröße eines Betriebspunkts darstellt, auf die Form der Verläufe vier wichtiger Größen im Umschlingungsbogen, wird im Folgenden verdeutlicht.

In Abbildung 103 sind zunächst die Verläufe der lokalen Spreizkraft S' über dem Bogenwinkel und dem Moment aufgetragen. Wie auch in den folgenden Abbildungen ist Spreizkraft  $S_2$ konstant, sie entspricht der Fläche unter den Kurven der lokalen Spreizkraft. Bei Moment Null ist der Verlauf vom Einlauf her betrachtet zunächst fast konstant. Kurz vor dem Auslauf tritt eine starke Erhöhung auf. Mit steigendem (positivem) Moment wird diese Spitze schnell abgeflacht. Es bildet sich ein Rücken, der in Richtung Einlauf wandert. Im negativen Bereich ist die Formänderung nicht so stark. Die Spreizkraft wird am Einlauf und Auslauf geringer, sie muss folglich im mittleren Bereich zunehmen. Der Schwerpunkt der Kurve wandert etwas in Richtung Auslauf. In dieser und den nächsten Abbildungen ist allerdings zu berücksichtigen, dass, obwohl das Beispiel das Verhalten bei der Übersetzung i = 1 (180° Umschlingungsbogen) zeigt, die Verläufe am An- und Abtrieb nicht in den zum Moment null symmetrischen Verläufen zu sehen ist. Die Anpresskraft ist bei allen Verläufen konstant. Im realen Getriebe ist die Anpresskraft im stabilen Betriebspunkt, bedingt durch das positive Anpresskraftver-



Abbildung 103: Lokaler Spreizkraftverlauf in Abhängigkeit vom Moment

hältnis, am Antriebsscheibensatz erheblich größer.

Der Spreizkraftverlauf spiegelt sich erwartungsgemäß auch im Laufradius wider (Abbildung 104). Mit steigendem Moment wandert der Punkt des kleinsten Laufradius in Richtung Ein-



Abbildung 104: Laufradiusverlauf in Abhängigkeit vom Moment



Abbildung 105: Zugkraftverlauf in Abhängigkeit vom Moment

lauf. Bei negativem Moment verlagert er sich nur geringfügig Richtung Auslauf. Die maximale Laufradiusänderung nimmt allerdings deutlich zu.

Ohne Moment müssen die Zugkräfte am Ein- und Auslauf gleich groß sein (Abbildung 105). Über dem Umschlingungsbogen ist allerdings zunächst ein Abfall vorhanden; zum Auslauf hin steigt die Zugkraft dann wieder an. Mit steigendem Moment nimmt die Zugkraft am Einlauf zu. Die Verläufe sind zunächst parallel. In allen Verläufen zeigt sich eine Stelle mit starker Krümmung, an der die Zugkraft stärker abfällt. Die Knickstelle wandert mit steigendem Moment in Richtung Einlauf. Bei negativem Moment ist der Verlauf stetiger. Die Zugkraft fällt am Einlauf ab und nimmt am Auslauf etwas stärker zu. Über dem Umschlingungsbogen liegt eine in etwa konstante positive Krümmung vor.

In **Abbildung 106** sollen nun die lokal entstehende Verlustleistung  $P'_{V,Var}$  näher betrachtet werden. Ohne Moment fällt sie zunächst ab, bis sie fast zu null wird. Im Haftbereich ist die Gleitgeschwindigkeit null und dadurch treten keine Reibleistungsverluste auf. Gegen Ende des Umschlingungsbogens steigen die Verluste exponential an. Mit fallendem Moment wird der Abfall am Einlauf zunehmend geringer und der Anstieg am Auslauf nimmt auch bezüglich des Moments exponential zu. Mit steigendem positiven Moment verschwindet der exponentiale Anstieg am Auslauf. Das Minimum wandert Richtung Einlauf und es bildet sich ein leicht fallender Verlauf aus. Der sprunghafte Anstieg bei etwa 150 Nm deutet das Erreichen der Rutschgrenze an.



Abbildung 106: Lokale Verlustleistung in Abhängigkeit vom Moment

Während in **Abbildung 106** der Verlauf der lokal dissipierten Leistung gezeigt wurde, soll nun noch das Lösungsverhalten hinsichtlich der gesamten Verlustleistung im Umschlingungsbogen  $P_{V,Var,2}$  betrachtet werden. In **Abbildung 107** ist diese über dem Moment aufgetragen. Das Minimum liegt bei etwa 0 Nm, also im Schleppbetrieb.

Mit betragsmäßig steigendem Moment nimmt die Verlustleistung zunächst leicht zu. Im Bereich zwischen 140 und 150, bzw. –140 und –150 Nm, ist ein starker Anstieg erkennbar. Betrachtet man nun den zusätzlich eingetragenen Startgleitwinkel, so ist zu erkennen, dass der



Abbildung 107: Verlustleistung bei konstanter Spreizkraft
Startgleitwinkel mit steigender Verlustleistung gegen 90° bzw. gegen 270° strebt. Dies entspricht einem in Umfangsrichtung gerichtetem Gleiten schon im Einlaufpunkt. Am Antrieb (270°) eilt das Umschlingungsmittel bezüglich den Scheiben rückwärts, am Abtrieb (90°) vorwärts. Dies führt zu einer überlagerten tangentialen Gleitbewegung, also letztendlich zum Durchrutschen des Umschlingungsmittels. Dies spiegelt sich im starken Anstieg der Verlustleistung wider.

Im letzten Teil dieses Abschnitts soll nun der Schritt hin zur praktischen Anwendbarkeit des Berechnungsverfahrens vollzogen werden. Im zurückliegenden Teil wurde ein Berechnungsalgorithmus verwendet, der zunächst keine Unterscheidung zwischen An- und Abtrieb macht. Für die Berechnung eines kompletten Variators, bestehend aus An- und Abtriebsscheibensatz, muss eine differenzierte Berechnung hinsichtlich der einzuhaltenden Randbedingungen am An- und Abtrieb vorgenommen werden.

Ein Betriebspunkt ist durch die Parameter Antriebsdrehzahl, Übersetzung, Antriebsmoment und Anpresskraft charakterisiert. Bei üblichen Anpresssystemen wird die Anpresskraft am Abtrieb vorgegeben, weil hier die größte Gefahr eines Durchrutschens besteht. Das negative Moment am Abtrieb lässt sich aus dem Antriebsmoment und der Übersetzung unter Vernachlässigung der Verluste berechnen. Da am Abtrieb alle Sollgrößen bekannt sind, wird deshalb die Berechnung zunächst für diesen Scheibensatz durchgeführt.

In **Abbildung 108** ist der komplette Berechnungsalgorithmus dargestellt. Der linke Teil, der dem Flussdiagramm aus **Abbildung 95** entspricht, stellt die Abfolge der Berechnung am Abtrieb dar. Während am Abtrieb die Sollwerte Moment und Anpresskraft als Randbedingungen vorliegen, ist am Antriebsscheibensatz nur das Moment bekannt. Im realen Getriebe wird die Anpresskraft hier so variiert, dass sich die Sollübersetzung einstellt. Da mit dem Berechnungsverfahren keine Verstellvorgänge simuliert werden können und die Anpresskraft am Antrieb unbekannt ist, muss deshalb eine andere Randbedingung als Sollvorgabe gefunden werden.

Beide Scheibensätze stehen nur über das Umschlingungsmittel miteinander im Kontakt. Nach der Berechnung am Abtriebsscheibensatz sind die Trumkräfte bekannt und können somit als Randbedingungen bzw. Sollwerte für die Berechnung am Antrieb verwendet werden. Die Zugkraft am Auslauf des Abtriebsscheibensatz ist die Zugkraft am Einlauf des Antriebsscheibensatzes. Dadurch entfällt die Startzugkraft am Antriebsscheibensatz als Variationsparameter für die Lösung des DGLS. Es muss allerdings auch nur noch eine Randbedingung, nämlich die Endzugkraft  $F_2$ , eingehalten werden. Als Variationsparameter bleibt der Startgleitwinkel erhalten. Am Antrieb wird, wie schon am Abtrieb beim Moment, für den Regler nicht die Zugkraft, sondern die Zugkraftänderung als Führungs- und Regelgröße verwendet. Dieser



Abbildung 108: Berechnungsalgorithmus für An- und Abtrieb

Berechnungsalgorithmus wird für die Verifizierung des Verfahrens im Abschnitt 3.7 verwendet.

# 3.5 Wirkungsgradberechnung

Mit dem numerisch iterativen Verfahren lassen sich nur die Verluste im Kontakt zwischen Umschlingungsmittel und Scheiben berechnen. Für einen Vergleich mit Messungen am Prüfgetriebe, der insbesondere im Abschnitt 3.7 durchgeführt werden soll, sind aber weitere Verlustleistungsanteile zu berücksichtigen.

Da vom Wirkungsgradmesssystem nur die Verluste im Variator erfasst werden, können die Verluste im hydraulischen Anpresssystem unberücksichtigt bleiben, obwohl sie im Hinblick auf den Gesamtwirkungsgrad einen erheblichen Verlustleistungsanteil bilden [60]. Die zusätzlichen Verluste können in drehzahlabhängige und lastabhängige Verluste unterschieden werden.

Die drehzahlabhängigen Verluste setzen sich aus den drehzahlabhängigen Lagerverlusten und den Planschverlusten zusammen. Ähnlich wie industriell ausgeführte Getriebe ist auch das Prüfgetriebe mit einer Öleinspritzschmierung ausgestattet. Hierbei wird eine definierte Ölmenge, die zur Schmierung des Kontaktes und zur Kühlung von Scheiben und Kette notwendig ist, in den Keilspalt eingespritzt. Da im Prüfgetriebe keine berührenden Dichtungen, wie z.B. Radialwellendichtringe, sondern berührungslose Labyrinth- und Spaltdichtungen verwendet werden, brauchen Dichtungsverluste nicht berücksichtigt zu werden. Wie in Abschnitt 2.11 gezeigt werden konnte, sind die inneren Verluste der WDK im Gegensatz zum SGB gering und werden vernachlässigt. Die drehzahlabhängigen Verluste setzten sich somit aus Verlustanteilen zusammen, die den Leerlaufverlusten ohne Anpresskraft entsprechen. Sie lassen sich durch Extrapolation der gemessen Verlustleistungen von Schleppversuchen ohne Moment (**Abbildung 55**) zur Anpresskraft Null ermitteln und sollen mit  $P_{V,Leer}$  bezeichnet werden. Im Berechnungsverfahren kann eine teilempirische Näherungsfunktion nach *Dittrich* [68] verwendet werden.

Die lastabhängigen Verluste beinhalten die lastabhängigen Lagerverluste  $P_{V,Lager}$ . Sie werden mit dem klassischen Verfahren nach *Palmgren* berechnet.

Die Gesamtverlustleistung  $P_{V,ges}$  setzt sich also aus den numerisch berechneten Verlusten im Variator  $P_{V,Var}$ , die die Summe der Verluste am An- und am Abtriebsscheibensatz sind, und den beiden oben beschriebenen zusätzlichen Verlustanteilen zusammen.

$$P_{\rm V, ges} = P_{\rm V, Var} + P_{\rm V, Leer} + P_{\rm V, Lager}$$
(58)

Der berechnete Wirkungsgrad ergibt sich mit der am Antriebsscheibensatz zugeführten Antriebsleistung  $P_{an}$ , sie ist das Produkt aus Antriebsmoment und Winkelgeschwindigkeit, zu:

$$\eta_{\text{ges}} = 1 - \frac{P_{\text{V,ges}}}{P_{\text{an}}} = 1 - \frac{P_{\text{V,ges}}}{T_{\text{an}} \cdot \omega_{\text{an}}}$$
(59)

#### **3.6** Berechnungsumgebung

Um eine einfache Handhabung des Verfahrens zu ermöglichen, wurde eine Programmumgebung (**Abbildung 109**) entwickelt, die aus drei Teilbereichen besteht. Der erste Teil, der die Schnittstelle zum Benutzer darstellt, wurde unter dem Programmsystem DIAdem programmiert, das ansonsten primär zur Regelung, Messwerterfassung und Datendarstellung eingesetzt wird (siehe auch Abschnitt 2.3.3). Zur Bedienung des Programms wurde eine Benutzeroberfläche entworfen, die die Eingabe der Getriebeparameter, der Daten der Betriebspunkte und Berechnungsoptionen ermöglicht. Die Parameter können zur Berechnung unterschiedlicher Varianten gespeichert und wieder geladen werden. Außerdem werden hier sämtliche Berechnungen für Geometrie, und Lastverteilungen durchgeführt.

Die Lösung des DGLS mittels des *Runge-Kutta*-Verfahrens wird zur Rechenzeitoptimierung von einem externen Programm durchgeführt. Der Datenaustausch mit DIAdem erfolgt über



Abbildung 109: Programmumgebung

eine Zwischendatei. Im dritten Teilmodul werden die für das Verfahren notwendigen FE-Rechnungen mit dem Programm ANSYS durchgeführt. Hierfür wurde eine Skriptdatei programmiert, die eine vollautomatische Durchführung der FE-Rechnung ermöglicht. Im Bereich der Modellerzeugung wird dieses in Abhängigkeit der in der Lastdatei übergebenen Parameter generiert, vernetzt und die Lasten aufgebracht; dann werden die Lösungsrechnungen durchgeführt. Im Auswertungsteil werden die Verformungen am Laufkreis bestimmt. Die Ergebnisse werden in eine weitere Zwischendatei geschrieben. Für die Modellerstellung wird noch eine Geometriedatei benötigt, die im Wesentlichen die Koordinaten der Eckpunkte eines Halbschnitts der Wellen und Losscheiben enthält. Nachdem die FE-Rechnung abgeschlossen ist, werden die Daten aus der Zwischendatei von DIAdem eingelesen und der Programmablauf in DIAdem fortgesetzt. Ergebnisse können im Ausgabebereich der Programmungebung anschließend sofort in Form von Diagrammen beurteilt werden.

#### **3.7** Verifizierung des numerisch iterativen Berechnungsverfahrens

In den zurückliegenden Abschnitten des theoretischen Teils dieser Arbeit wurde das bestehende Berechnungsverfahren so erweitert, dass eine praktische Anwendbarkeit nunmehr möglich ist. Da aus dem FVA-Vorhaben "CVT-Steifigkeit" [67], das die Grundlage für den experimentellen Teil bildet, eine Fülle von Messwerten und die dazugehörigen Geometriedaten vorliegen, bietet sich eine Überprüfung des Berechnungsverfahrens anhand dieser Daten an. Ziel soll es sein, die Qualität des Verfahrens zu demonstrieren, Grenzen der Anwendbarkeit aufzuzeigen und hierdurch Ansätze für eine weitere Optimierung zu geben.

Die Verifizierung soll sich in drei Bereiche gliedern. Im ersten soll überprüft werden, ob die Verformung des Variators richtig abgebildet wird. Ein wichtiges Kriterium, das sowohl Aussagen über die Qualität des FE-Modells als auch über die Anpresskraftverteilung erlaubt, ist die Laufradiusänderung des Umschlingungsmittels.

Als zweites soll überprüft werden, ob die unterschiedlichen Anpresskräfte am An- und Abtrieb richtig abgebildet werden. Hierzu soll ein Vergleich mit einem Anpresskraftversuch ( $\zeta_{max}$ -Versuch) durchgeführt werden.

Zuletzt werden Vergleiche mit Wirkungsgradmessungen vorgenommen. Hierbei soll gezeigt werden, in wieweit sich die im experimentellen Teil gezeigten Geometrieeinflüsse mit dem Verfahren qualitativ und quantitativ berechnen lassen.

### 3.7.1 Laufradiusänderung und Verformung

Die Verifizierung soll zunächst anhand der beiden Varianten **CTX** und **CTX weich** erfolgen. In **Abbildung 110** sind die gemessenen und die berechneten Laufradiusänderungen der Variante **CTX** bei Übersetzung 1:1 dargestellt. An dieser Stelle sei nochmals auf die Besonderheit der Messwertdarstellung im Ein- und Auslaufpunkt hingewiesen. Durch die überhöhte Dar-



**Abbildung 110:** Gemessene und berechnete Laufradiusänderung bei der Variante **CTX**; i = 1,0

stellungsform erfolgt kein tangentialer Übergang zum freien Trum. Durch die Mittelwertbildung des Abstandssensors kommt es zu einer Glättung des real stark gekrümmten Übergangs (siehe auch 2.7). Die unterschiedlichen Verläufe am An- und Abtrieb werden gut wiedergegeben. Dies lässt auf eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Spreizkräften und denen im realen Scheibenkeil schließen. Allerdings liegen die berechneten Werte etwas unter den gemessenen.

In **Abbildung 111** sind die Werte der radialen Einlaufbewegung bei den Extremübersetzungen am großen Laufradius, also im Overdrive am Antrieb (links) und in Anfahrübersetzung am Abtrieb (rechts), dargestellt. Auch hier stimmen die berechneten Verlaufsformen gut mit den Messungen überein. Am Abtrieb liegen die gemessenen Werte allerdings wieder leicht unter den Berechnungswerten.



Abbildung 111: Gemessene und berechnete Laufradiusänderung bei der Variante CTX; großer Laufradius

Nun soll gezeigt werden, dass auch der "Stülpeffekt" vom Berechnungsverfahren richtig erfasst wird. Hierzu sind in Abbildung 112 und Abbildung 114 Berechnungsergebnisse der Varianten CTX und CTX weich gegenübergestellt. In Abschnitt 2.8.2 konnte messtechnisch gezeigt werden, dass die Schwächung der Festscheibe um 2 mm bei der Variante CTX weich keinen nennenswerten Einfluss auf die Laufradiusänderung und den Wirkungsgrad hat. Es soll zuerst das Verhalten am Antriebsscheibensatz (Übersetzung ins Schnelle) untersucht werden. Im rechten Polardiagramm wird die Laufradiusänderung verglichen. Die entsprechenden



# Variante: CTX / CTX weich

Abbildung 112: Vergleich der Berechnungen Variante CTX und CTX weich am Antrieb

Messwerte wurden bereits in **Abbildung 47** (unten rechts) vorgestellt. In Rechnung und Messung ist nahezu die gleiche Laufradiusänderungen bei den beiden Varianten erkennbar.

Im linken Diagramm werden die Keilspaltaufweitungen (Summe aus Axialverformung an Fest- und Losscheibe) verglichen. Die Absolutwerte der Berechnung liegen deutlich über denen der Messung. Dies ist auf die besondere Lagerung des FE-Modells zurückzuführen (siehe 3.3.4). Die maximale Differenz  $\Delta w$  zwischen beiden Varianten beträgt ca. 0,02 mm. Die Messwerte (**Abbildung 47**, unten links) geben die Verformung der Festscheibe wieder. Die maximale Differenz liegt ebenfalls bei ca. 0,02 mm. Bei der Variante **CTX weich** wurde nur die Festscheibe modifiziert. Da an der Wegscheibe bei gleicher Anpresskraft keine Verformungsänderungen zu erwarten sind, kann davon ausgegangen werden, dass die Verformungsdifferenz an der Festscheibe identisch mit der Keilspaltänderung ist. Die Messung und die Berechnung zeigen somit eine sehr gute Übereinstimmung.

In **Abbildung 114** sind die vergleichbaren Berechnungen bei großem Laufradius am Abtriebsscheibensatz (Übersetzung ins Langsame) dargestellt. Die berechnete radiale Einlaufbewegung vergrößert sich durch die Scheibenschwächung um ca. 0,15 mm. Dies entspricht dem gemessenen Wert (**Abbildung 49**, unten rechts). Auch die Verläufe der Keilspaltaufweitung werden in gleicher Größe berechnet (**Abbildung 49**, unten links). Der Maximalwert  $\Delta w$  beträgt etwa 0,07 mm.



Abbildung 114: Vergleich der Berechnungen Variante CTX und CTX weich am Abtrieb

Der schwer zu erfassende "Stülpeffekt" wird somit am An- und Abtriebsscheibensatz exzellent abgebildet. Dies lässt wiederum auf eine sehr gute Übereinstimmung zwischen berechneter Kraftverteilung und der im realen Variator schließen. Das vereinfachte 2D-Modell bildet Verformung bei Geometrievariationen sehr gut ab.



Abbildung 113: Vergleich Rechnung und Messung bei erhöhtem Kippspiel, i = 1

Nun soll der Einfluss des Führungsspiels untersucht werden. Hierzu wird die Variante mit geschraubten Scheiben und **Spiel 2** verwendet. Das Führungsspiel im Neuzustand betrug am An- und Abtrieb 0,10 mm. **Abbildung 113** zeigt die gemessene und berechnete Laufradiusänderung bei Übersetzung i = 1. Die Verlaufsformen sind gleich. Am Abtrieb liegt nahezu reines Einwandern vor. Am Antrieb wandert die WDK gegen Ende des Umschlingungsbogens wieder etwas radial nach außen. Allerdings liegen die berechneten Werte betragsmäßig deutlich unter den gemessenen. Das gleiche Verhalten zeigt sich an großen Laufradien (**Abbildung 115**). Die Form wird sehr gut berechnet, die Beträge sind etwas zu gering.



Abbildung 115: Vergleich Rechnung und Messung; erhöhtes Kippspiel; großer Laufradius

Vergleicht man die Unterschiede bei mittleren Laufradien (i = 1) und auf großen Laufradien, dann ist die relative Differenz bei 1:1 größer. Da hier das Spiel einen größeren Einfluss auf die Laufradiusänderung hat (durch den geringeren Hebelarm fällt die Scheiben- und Wellenverformung geringer aus), deuten die Unterschiede zwischen Rechnung und Messung auf eine fehlerhafte Berücksichtigung des Kippspiels hin. Hierauf wird ausführlich im Abschnitt 3.7.3 eingegangen.

#### **3.7.2** Anpresskraft und ζ-Verlauf

Zur weiteren Verifizierung des Berechnungsverfahrens soll das Anpresskraftverhältnis verwendet werden. In den Abschnitten 2.2.4 und 2.6 wurde gezeigt, wie mit Anpresskraftversuchen, den sogenannten  $\zeta_{max}$ -Versuchen, die Sicherheit gegen Durchrutschen bestimmt werden kann. Hierzu wird bei konstanter abtriebsseitiger Anpresskraft das zu übertragende Moment stufenweise gesteigert. Die antriebsseitige Anpresskraft wird so variiert, dass die Übersetzung während der gesamten Versuchsdurchführung ebenfalls konstant gehalten wird.

In **Abbildung 27** sind typische Verläufe des  $\zeta$ -Wertes, also des Verhältnisses der Anpresskraft am Antrieb zu der am Abtrieb, über dem normierten Antriebsmoment aufgetragen. Unabhängig vom Umschlingungsmittel lassen sich die Verläufe folgendermaßen charakterisieren:

- Die Verläufe starten ohne Momentenübertragung in einem Punkt, der nur von der Übersetzung abhängig ist. Die abtriebsseitige Anpresskraft hat nahezu keinen Einfluss auf den Startpunkt.
- 2. Mit steigendem Bremsmoment muss die Anpresskraft am Antrieb zunächst erhöht werden; der ζ-Wert nimmt hierdurch zu. Mit weiter steigendem Moment nimmt die Steigung der Kurven ab, bis ein Maximum erreicht wird. Die normierten Verläufe für unterschiedliche Momente sind nahezu deckungsgleich, wenn eine zum Antriebsmoment proportionale abtriebsseitige Anpresskraft verwendet wird.

Die Gründe für diese beiden charakteristischen Merkmale sollen nun zunächst mit einer theoretischen Betrachtung erläutert werden.

Für die Erklärung der Übersetzungsabhängigkeit des Startpunkts soll von einem ideal steifen Variator ohne Momentenübertragung ausgegangen werden. Da in diesem Fall keine Gleitbewegungen vorhanden sind, vereinfacht sich Gleichung (20) für die Spreizkraft am infinitesimalen Bogenelement zu:

$$dS = dN \cdot \cos\beta_0 \tag{60}$$

Der Keilwinkel ist konstant, da Verformungen ausgeschlossen werden. Er kann durch den geometrischen Grundkeilwinkel  $\beta_0$  beschrieben werden. Durch Ersetzen der Normalkraft aus Gleichung (17) und Vernachlässigung der Reibanteile lässt sich die Spreizkraft am Bogenelement bei konstanter Drehzahl und Übersetzung in Abhängigkeit von der Zugkraft beschreiben:

$$dS = \frac{\cos\beta_0}{2\cdot\sin\beta_0} \cdot \left(F - m^* \cdot \omega^2 \cdot r^2\right) \cdot d\varphi$$
(61)

Im betrachteten idealisierten Zustand ist die Zugkraft über dem Umschlingungsbogen konstant. Die Anpresskraft lässt sich nun als Integral der Spreizkraft über dem Umschlingungsbogen berechnen.

$$S_{2} = \int_{0}^{\varphi_{2}} \frac{\left(F - m^{*} \cdot \omega^{2} \cdot r^{2}\right)}{2 \cdot \tan \beta_{0}} d\varphi = \frac{\left(F - m^{*} \cdot \omega^{2} \cdot r^{2}\right)}{2 \cdot \tan \beta_{0}} \cdot \varphi_{2}$$
(62)

Beide Scheibensätze stehen über die Zugkraft im Kontakt. Hieraus folgt, dass in beiden Umschlingungsbögen dieselben Zugkräfte vorhanden sein müssen. Auch die Fliehkraftanteile sind an beiden Scheibensätzen identisch.

$$\omega_{ab} = \frac{1}{i} \cdot \omega_{an} \quad \text{und} \quad r_{ab} = i \cdot r_{an}$$

$$\omega_{ab}^2 \cdot r_{ab}^2 = \frac{1}{i^2} \cdot \omega_{an}^2 \cdot i^2 \cdot r_{an}^2 = \omega_{an}^2 \cdot r_{an}^2$$
(63)

Das theoretische Anpresskraftverhältnis  $\zeta_{\text{theor}}$  lässt sich nun aus den Grundkeilwinkeln und den Umschlingungsbögen berechnen.

$$\zeta_{\text{theor}} = \frac{S_{\text{an}}}{S_{\text{ab}}} = \frac{\tan \beta_{0,\text{ab}}}{\tan \beta_{0,\text{an}}} \cdot \frac{\varphi_{\text{an}}}{\varphi_{\text{ab}}}$$
(64)

Es ist zu erkennen, dass die Stützung primär vom Verhältnis der Umschlingungsbögen abhängt. Bei Scheiben mit nicht konstantem Keilwinkel, wie es bei balligen Scheiben der Fall ist, kommt es zu geringfügigen Veränderungen. In **Tabelle 5** sind die Geometriedaten bei den Untersuchungen mit der WDK zusammengestellt. Die Exzentrizität des Scheibenwölbradius (**Abbildung 20**) ist so gewählt, dass am An- und Abtrieb bei Übersetzung *i* = 1,0 identische Keilwinkel von ca. 10° vorhanden sind. Bei gleichen Umschlingungsbögen müsste hier also ein Startwert von etwa  $\zeta = 1$  vorhanden sein. Diese Annahme deckt sich sehr gut mit den Messergebnissen. Durch die gewölbten Scheiben vergrößert sich der Keilwinkel mit zunehmendem Radius. Hierdurch kommt es bei Übersetzungen ins Schnelle zu einer Reduzierung, bei Übersetzungen ins Langsame zu einer Erhöhung der Stützung gegenüber dem Verhältnis der Umschlingungsbögen. Vergleicht man die theoretischen Werte mit den gemessenen in **Abbildung 27**, so ist auch in den Extremübersetzungen eine Übereinstimmung erkennbar (siehe auch **Tabelle 5**).

							$\zeta$ gemessen ( <b>Spiel 1</b> )	
	$\varphi_{an}$	$m{eta}_{0,\mathrm{an}}$	$arphi_{ m ab}$	${m eta}_{0,{ m ab}}$	$\varphi_{\rm an}/\varphi_{\rm ab}$	$\zeta_{ m theor}$	WDK	SGB
<i>i</i> = 0,47	208,3°	10,65°	151,7°	9,32°	1,37	1,2	1,17	1,42
<i>i</i> = 1,00	180°	10,03°	180°	10,03°	1	1	0,98	1,00
<i>i</i> = 2,30	149,2°	9,25°	210,8°	10,7°	0,71	0,82	0,90	0,75

Tabelle 5: Theoretisches Anpresskraftverhältnis WDK und SGB

In den übersetzungsabhängigen Startpunkten des  $\zeta$ -Wertes zeigt sich in der Abbildung ein deutlicher Unterschied zwischen den beiden Umschlingungsmitteln. Während bei i = 1 beim SGB  $\zeta$  auch etwa 1 beträgt, liegt eine erheblich größere Spreizung der Startwerte bei den Extremübersetzungen vor. Beim SGB werden kegelige Scheiben mit einem konstanten Keilwinkel von 11° verwendet. Dadurch ist das theoretische Anpresskraftverhältnis nur noch von der Größe der Umschlingungsbögen abhängig. Vergleicht man die ebenfalls in der Tabelle angegebenen Werte für  $\varphi_{an} / \varphi_{ab}$  mit den gemessenen Startpunkten, dann ist auch hier die Übereinstimmung erkennbar. Die größere Spreizung der  $\zeta$ -Verläufe beim SGB wird also nicht von der Bauform des Umschlingungsmittels hervorgerufen. Gewölbte Scheiben führen dazu, dass die übersetzungsabhängigen Verläufe dichter zusammenliegen.

Zur Erklärung, warum das Spreizkraftverhältnis mit dem übertragenen Moment ansteigt, muss nun wieder auf einen elastischen Variator mit Gleitreibung übergegangen werden. Hier ist deshalb nochmals die Gleichung (20) angegeben, mit der sich die Spreizkraft am Bogenelement berechnet. Die Spreizkraft setzt sich demnach aus einem von der Normalkraft und dem Keilwinkel abhängigen Summanden und dem Anteil der Gleitreibung in axialer Richtung zusammen.

$$dS = dN \cdot \cos\beta - \mu \cdot dN \cdot \sin\beta_{s} \qquad (entspricht Glg. (20))$$

Der Einfluss der Gleitbewegung soll mit **Abbildung 116** verdeutlicht werden. Im linken Teilbild sind die Verhältnisse im stationären Zustand, ohne Gleiten, dargestellt. Im mittleren Bild sind die Kräfte eingetragen, die am Umschlingungsmittel bei einer nach innen gerichteten



Abbildung 116: Einfluss der radialen Gleitbewegung auf die axialen Kontaktkräfte

Gleitbewegung angreifen ( $\beta_{\rm S} > 0$ ). Die in die Axialebene projizierte Gleitgeschwindigkeit soll mit  $v_{\rm g}^{**}$  bezeichnet werden. In der betrachteten Ebene greift der Reibkraftanteil  $F_{\rm reib}$  entgegengesetzt zur Gleitrichtung im Kontakt an. Er lässt sich in eine radiale  $F_{\rm reib,rad}$  und eine axiale Komponente zerlegen. Der hier interessierende axiale Anteil  $F_{\rm reib,ax}$  ergibt sich entsprechend **Abbildung 65** zu  $\mu$ ·dN·sin $\beta_{\rm S}$  und entspricht dem axialen Reibkraftanteil in obiger Gleichung. Wie bereits gezeigt werden konnte, finden am Abtriebsscheibensatz in einem großen Bereich des Umschlingungsbogens solche radialen Einlaufbewegungen statt. Im allgemeinen wird die Anpresskraft  $S_{\rm ab}$  hier konstant gehalten. Der axiale Reibanteil ist der Axialkomponente der Normalkraft entgegengerichtet. Bei konstanter äußerer Spreizkraft kommt es also zu einer Erhöhung der Normalkraft durch das radiale Einwandern. Die Zugkraft steht über Gleichung (17) mit der Normalkraft in Beziehung. Bei konstantem Gleitwinkel und kleinen Änderungen des effektiven Keilwinkels  $\beta_{\rm S}$ , ist durch den Kosinus nur ein geringer Einfluss auf die Zugkraft zu erwarten. Mit erhöhter Normalkraft am Abtrieb ist somit auch von einer Zunahme der Normalkraft am Antrieb auszugehen.

Am Antrieb wandert die maximale Keilspaltaufweitung mit zunehmendem Moment in Richtung Mitte des Umschlingungsbogens. Es vergrößert sich somit am Ende des Umschlingungsbogens der Bereich, in dem nach außen gerichtete Gleitbewegungen auftreten ( $\beta_{\rm S} < 0$ ). Bei einem Auswandern (rechtes Teilbild) wirken der Axialanteil der Normalkraft und der Reibkraftanteil in dieselbe Richtung. Die entgegengerichtete äußere Spreizkraft ist bei konstanter Normalkraft bei einem Auswandern größer als beim Einwandern. Dieses führt dazu, dass bei konstanter abtriebsseitiger Anpresskraft die Anpresskraft am Antrieb zunächst ansteigen muss, um die gewünschte Übersetzung stabil zu halten. Die Verlagerung der maximalen Keilspaltaufweitung am Antrieb (Richtung Einlauf) ist stärker ausgeprägt als die Verlagerung am Abtrieb (Richtung Auslauf). Es tritt also mit steigendem Moment hauptsächlich der im rechten Teilbild gezeigte Effekt auf. Bei sehr hohen Momenten, kurz vor dem Durchrutschen am Abtriebsscheibensatz, erreicht die Winkellage des Keilspaltmaximums hier einen Maximalwert. Gleichzeitig dreht sich der Gleitwinkel  $\gamma$  auf dem gesamten Abtriebsscheibensatz in Richtung 90°. Hierdurch geht der Wert des effektiven Keilwinkels  $\beta_{\rm S}$  gegen null (Gleichung (15)). Bei konstanter Zone radialer Einwanderung und konstanter Spreizkraft verringert sich die Normalkraft und damit auch die Zugkraft. Dadurch muss am Antriebsscheibensatz die Spreizkraft, die die Trumkräfte abstützt, abfallen, dies entspricht einem Überschreiten des Maximums von  $\zeta$ .

In **Abbildung 117** werden die gemessenen Stützungen aus einem Anpresskraftversuch mit entsprechenden berechneten Werten verglichen. Zunächst kann gesagt werden, dass das typische Verhalten vom Verfahren richtig abgebildet wird. Der  $\zeta$ -Wert steigt zunächst an, erreicht



Abbildung 117: Vergleich Messung/ Rechnung Anpresskraftverhältnis

ein Maximum ( $\zeta_{max}$ ) und fällt danach wieder ab. Der berechnete Maximalwert der Kurve mit dem bisher verwendeten Reibwert  $\mu = 0,09$  liegt allerdings bei deutlich kleinerem Moment als der gemessene Wert. Dies lässt darauf schließen, dass der bisher im Rahmen dieser Arbeit verwendete Reibwert zu gering ist. Diese Annahme wird durch neuste Veröffentlichungen bestätigt. In [69] wird für das verwendete ATF Dextron IID (Donax TA) auf einem Modellprüfstand ein Reibwert von 0,097 bis 0,118 ermittelt. Um die Auswirkungen einer Reibwerterhöhung auf den  $\zeta$ -Verlauf zu verdeutlichen, ist eine zweite Berechnung mit einem Reibwert von 0,11 durchgeführt worden. Der Maximalwert verlagert sich zu höherem Moment, allerdings liegt nun die gesamte Kurve oberhalb der gemessenen. Es kann also festgehalten werden, dass das qualitative Spreizkraftverhalten richtig abgebildet wird. Der Effekt, der zum Anstieg des Anpresskraftverhältnisses führt, ist maßgeblich von der Größe des Reibwertes abhängig. Der quantitative Vergleich zeigt, dass die idealisierte Annahme von rein *Coulomb*scher Reibung nicht zu einer exakten zahlenmäßigen Abbildung des Effekts führt. Hier ist sicher ein Ansatzpunkt zur Verbesserung des Verfahrens.

Für eine weitere Diskussion sollen in Abbildung 118 die Verlustleistung und der Wirkungsgrad der berechneten und gemessenen Anpresskraftversuche aus Abbildung 117 betrachtet werden. Die Verlustleistungen verlaufen mit steigendem Moment zunächst annähernd parallel. Die berechneten Verläufe liegen geringfügig unter der Messung, wobei die Kurve mit dem höheren Reibwert den geringen Abstand zur Messung aufweist. Ab etwa 120 Nm nehmen die berechneten Verluste für einen Reibwert von  $\mu = 0,09$  stark zu und der Wirkungsgrad nimmt ab. Dies deutet, wie auch schon der starke Abfall des Stützungsverlaufs, auf ein nahendes Durchrutschen des Umschlingungsmittels hin. Das Wirkungsgradmaximum der Berechnungsvariante mit einem Reibwert von  $\mu = 0,11$  liegt bei etwa 135 Nm. Obwohl beide Rechnungen



Abbildung 118: Vergleich Rechnung/ Messung Verlustleistung und Wirkungsgrad von Anpresskraftversuchen

beim Sollmoment von 120 N etwa den gleichen Wirkungsgrad aufweisen, scheint die im realen System dissipierte Leistung mit einem Reibwert von  $\mu = 0,11$  besser abgebildet zu werden. Deshalb soll bei der Verifizierung der berechneten Verlustleistungen im Abschnitt 3.7.3 dieser höhere Reibwert verwendet werden.

Während im Abschnitt 3.4 die prinzipielle Veränderung einiger Größen über dem Umschlingungsbogen bei Variation des Momentes gezeigt wurde, soll dies nun für einen konkreten Betriebspunkt geschehen. Es wird dazu der Anpresskraftversuch aus **Abbildung 117** mit einem Reibwert von 0,09 verwendet. In **Abbildung 119** und **Abbildung 120** sind die Zugkraft *F*, die lokale Spreizkraft *S*' und die lokal entstehende Verlustleistung  $P'_{V,Var}$  über dem Umschlingungsbogen am An- und Abtrieb aufgetragen. Die Pfeile geben die Richtung der Gleitbewegung (Gleitwinkel  $\gamma$ ) an. Die Pfeillängen entsprechen dem Betrag der Gleitgeschwindigkeit  $v_g$ .

Wie bei einem Anpresskraftversuch wird das übertragende Moment ausgehend von null schrittweise gesteigert. Ohne Moment sind die Zugkräfte in beiden Trumen identisch. Bei i = 1 sind die Anpresskräfte am An- und Abtrieb ebenfalls gleich, folglich müssen an beiden Scheibensätzen identische Verhältnisse vorliegen. Die Gleitbewegung ist am Einlauf nach innen und rückwärts gerichtet. Im Verlaufe des Umlaufs dreht sich der Vektor Richtung 180° (Orthogonalpunkt, reines Einwandern). Die Gleitgeschwindigkeit nimmt ab; es besteht die



Abbildung 119: Berechnete Kräfte und Verlustleistungen über dem Umschlingungsbogen bei Variation des Antriebsmoments

Möglichkeit zum Haften. Der Bereich sehr geringer Gleitgeschwindigkeit ist gut erkennbar. Gegen Ende des Umschlingungsbogens findet ein verstärktes Auswandern statt. Hier liegt auch ein starker Spreizkraftanstieg vor, was hohe lokale Verluste zur Folge hat. Im Bereich geringer Gleitgeschwindigkeit sind die Verluste nahezu null. Mit steigendem Moment flacht die Spreizkraftspitze am Antrieb ab und wandert Richtung Einlauf. Der Bereich geringer Gleitgeschwindigkeit wird kleiner und verlagert sich ebenfalls Richtung Einlauf. Der Gleitwinkel ist zunehmend stärker rückwärts gerichtet.

Am Abtrieb verändert sich die prinzipielle Form des Spreizkraftverlaufs kaum, sein Schwerpunkt wandert allerdings Richtung Auslauf. Der Gleitwinkel dreht sich am Einlauf in Rich-



Abbildung 120: Berechnete Kräfte und Verlustleistungen über dem Umschlingungsbogen bei Variation des Antriebsmoments (Fortsetzung Abbildung 119)

tung voreilend. Im letzten Teilbild (130 Nm) bewegt sich der Gleitwinkel komplett im 1. und 2. Quadranten. Auch anhand des starken Anstiegs der Verlustleistung ist zu erkennen, dass das Umschlingungsmittel hier kurz vor dem Durchrutschen steht.

#### 3.7.3 Wirkungsgrad und Verlustleistung

Zuletzt soll eine Verifizierung der Verlustleistungsberechnung durchgeführt werden. Zunächst soll wieder die Abbildung des "Stülpeffekts" untersucht werden (**Abbildung 121**). Wie schon aus den Ergebnissen der Verformungsrechnungen zu erahnen ist, wird er sehr gut erfasst. Die Berechnung deckt sich bei Übersetzung ins Langsame mit den Messungen.



**Abbildung 121:** Vergleich Messung und Rechnung i = 2,3 bei Scheibengeometrie mit Stülpeffekt

Die gute Übereinstimmung zwischen Verformungs- und Wirkungsgradberechnung bei den Varianten **CTX** und **CTX weich** lässt schon vermuten, dass bei der Berechnung der Variante mit großen Führungsspiel (**Spiel 2**) keine so gute Übereinstimmung vorhanden sein dürfte, denn hier differierten berechnete und gemessene Laufradiusänderung stark. In **Abbildung 122** sind die Wirkungsgrade bei 1:1 für drei Varianten mit unterschiedlichem Spiel dargestellt. Die Berechnungen der Varianten **CTX** (Spiel 0,01 mm) und **Spiel 1** (Spiel 0,035 mm) zeigen eine gute Übereinstimmung. Bei der Variante **Spiel 2** (Spiel im Neuzustand 0,10 mm) nimmt die berechnete Verlustleistung zwar deutlich zu, der berechnete Wirkungsgrad fällt allerdings um ca. 1,5% zu groß aus (Kurve "neu"). Diese Differenz ist größer als es die Laufradiusberechnung erwarten ließ. Da sich anhand der bisherigen Berechnungen eine hohe Zuverlässigkeit des Verfahrens zeigt, kann der Fehler nicht im Verfahren an sich, sondern nur in den Eingangsgrößen gesucht werden.



**Abbildung 122:** Vergleich Messung und Rechnung i = 1,0 bei unterschiedlichem Führungsspiel

Ein Parameter ist das Führungsspiel. Eine nachträgliche Überprüfung der noch greifbaren Bauteile von Wellen und Führungshülsen ergab, dass sich die Passungen durch Verschleiß erheblich vergrößert haben. Die Passung zwischen Welle und Führungshülse fungiert gleichzeitig als Spaltdichtung für das Drucköl im Zylinder. Wegen starker Leckagen aufgrund des Spiels wurde bei der Variante **Spiel 2** eine Nut in die Passung eingedreht und zur Abdichtung mit einem O-Ring versehen (siehe **Abbildung 25**). Auf der druckabgewandten Seite, die nun nicht mehr geschmiert wurde, entstand Verschleiß durch Mikrobewegungen, der sich in Form von Passungsrost zeigte. Auf diese Problematik wurde bereits im Abschnitt 2.7 hingewiesen. Die Überprüfung ergab, dass sich das mittlere Spiel, das für das geometrisch berechnete Verkippen der Losscheibenachse relevant ist, an der Antriebswelle auf 0,16 und auf der Abtriebsseite auf 0,12 vergrößert hat. Bei den Kippspielmessungen fiel dies deshalb nicht so stark auf, weil sich das Verformungsmesssystem am Abtriebsscheibensatz befindet.

Eine erneute Berechnung mit dem korrigierten Spiel ist ebenfalls in das Diagramm eingezeichnet (Kurve "verschlissen"). Hiermit ergibt sich erwartungsgemäß eine Verringerung der Differenz zwischen Messung und Berechnung. Der Unterschied liegt aber immer noch im Bereich zwischen 0,5 und 0,8 %.

Das Kippen wird rein geometrisch berechnet und im Verfahren zur Keilspaltaufweitung aus der FE-Rechnung addiert. Bei großem Spiel nimmt die Größe der Kontaktfläche in Umfangsrichtung und in Achsrichtung (Kantentragen) in der Führung stark ab und damit die Flächenpressung und die Verformungen stark zu. Die Führung kann daher nicht mehr als ideal steif angesehen werden. Die Berücksichtigung des Führungsspiels als rein geometrische Größe ist damit nicht mehr zulässig. Wenn mit dem Verfahren ein Spiel in dieser Größenordnung berücksichtigt werden soll, müssen Deformationen der Führung berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit könnte darin bestehen, dass man die Einflüsse anhand eines 3D-Kontakt-Modells untersucht und durch eine spielabhängige Formzahl im 2D-Modell berücksichtigt. Allerdings muss gesagt werden, dass ein Führungsspiel in der Größenordnung von mehr als 0,05 mm allein schon aus Leckagegründen nicht praxistauglich ist. Bei großem Spiel haben Fest- und Wegscheibe unterschiedliche Rotationsachsen. Ein weiterer Ursache für die Differenz zwischen Messung und Rechnung dürfte deshalb in zusätzlichen Gleitbewegungen durch die raumfeste Exzentrizität liegen.

Im nun folgenden Beispiel (**Abbildung 123**) soll ein Vergleich zwischen Rechnung und Messung im Overdrive und erhöhter Antriebsdrehzahl von 3000 1/min mit der Variante **CTX weich** gezeigt werden. Die Verlaufsformen von Verlustleistung und Wirkungsgrad werden auch im Oberdrive gute abgebildet. Der Wirkungsgrad wird allerdings im gesamten Bereich um ca. 0,6-0,7 % zu hoch berechnet. Der Abfall des Wirkungsgrads bei kleinen Momenten ist darauf zurückzuführen, dass die Leerlaufverluste  $P_{V,Leer}$  durch die hohe Antriebsdrehzahl und die noch höhere Drehzahl am Abtrieb überproportional zunehmen.



**Abbildung 123:** Vergleich Messung und Rechnung i = 0,47;  $n_{an} = 3000 \text{ 1/min}$ 

In Abschnitt 2.10 wurde mittels einer rechteckförmigen Prüflast eine qualitative Aussage über den Einfluss eines Versteifungskragens (**Abbildung 60**) auf den Wirkungsgrad getroffen. Es konnte gezeigt werden, dass der Kragen zwar die absolute Verformung der Festscheibe verringert, gleichzeitig behindert er aber den "Stülpeffekt" und führt zu einer scheinbaren Verkippung der Scheibe. Es wurde deshalb angenommen, dass es zu keiner nennenswerten Verbesserung des Wirkungsgrads kommt. Diese Vermutung bestätigt sich anhand einer Berechnung. In **Abbildung 124** sind die berechneten Wirkungsgrade der Variante **CTX weich** mit und ohne Kragen dargestellt. Die Wirkungsgradsteigerung durch den Kragen (knapp 0,2%) ist



Abbildung 124: Vergleich Rechnung Variante CTX weich mit und ohne Kragen

im Vergleich zur Steigerung von Masse und Massenträgheit äußerst gering.

Abschließend kann gesagt werden, dass mit dem Verfahren alle messtechnisch nachgewiesenen Einflüsse qualitativ und quantitativ gut erfasst werden können. Insbesondere für einen Einsatz zur Geometrieoptimierung ist es entscheidend, das Steifigkeitseinflüsse und der "Stülpeffekt", dessen Ausnutzung für die Reduzierung des Massenträgheitsmoments von entscheidender Bedeutung ist, gut abgebildet werden.

#### 4 Zusammenfassung und Ausblick

Verstellgetriebe mit stufenloser Übersetzungsänderung (CVT) gewinnen vermehrt an Bedeutung. Besonders in Kraftfahrzeugen ermöglichen sie durch entsprechende Regelstrategien den Betrieb des Verbrennungsmotors in Betriebspunkten geringen spezifischen Kraftstoffverbrauchs. Dies ist im Hinblick auf die zunehmend strengeren gesetzlichen Abgasbestimmungen und das steigende Kundeninteresse an Fahrzeugen mit geringem Kraftstoffverbrauch von großer Bedeutung. Auch das Beschleunigungsvermögen lässt sich gegenüber Fahrzeugen mit Stufengetrieben dadurch steigern, dass der Motor über weite Geschwindigkeitsbereiche im Punkt maximaler Leistung gehalten werden kann. Durch das Entfallen von Lastwechseln beim Stufensprung wird außerdem eine Verbesserung des Fahrkomforts gegenüber herkömmlichen Stufenautomatikgetrieben erreicht. Auf den Gesamtwirkungsgrad des Antriebsstrangs hat aber nicht nur der gewählte Betriebspunkt des Verbrennungsmotors, sondern auch der Wirkungsgrad des Getriebes einen erheblichen Einfluss.

Eine Form von CVTs sind die hier betrachteten stufenlosen Umschlingungsgetriebe, bei denen ein großer Teil der Verlustleistung durch Gleitbewegungen im Kontakt zwischen Umschlingungsmittel und Kegelscheiben entsteht. Aufgrund von elastischen Bolzen- und Scheibenverformungen sowie der Scheibenverkippung läuft das Umschlingungsmittel nicht auf einem konstanten Radius; dies führt zu unerwünschten radialen Gleitbewegungen, dem spiraligen Lauf.

Im experimentellen Teil der Arbeit wurde der Einfluss des Kippspiels und der Scheibensteifigkeit auf den Wirkungsgrad, die Leerlauf- und Schleppverluste und die notwendige Anpresskraft von stufenlos verstellbaren Umschlingungsgetrieben untersucht.

Für die experimentellen Versuche stand ein CVT-Prüfstand zur Verfügung, der im Rahmen eines FVA-Vorhabens entwickelt wurde und sich insbesondere durch sein hochgenaues Wirkungsgradmesssystem auszeichnet. Da der Einfluss der Steifigkeit und damit der Verformungen untersucht werden sollte, wurde in das Prüfgetriebe ein Messsystem integriert, das es ermöglicht, die Verformungen des Variators und die Laufradienänderung des Umschlingungsmittels im Betrieb zu erfassen.

Die Versuche wurden mit Umschlingungsmitteln zweier verschiedener Hersteller durchgeführt, die sich in ihrem Aufbau und im Mechanismus der Kraftübertragung unterscheiden. Es handelt sich dabei um eine Wiegedruckstückkette und ein Schubgliederband.

Im ersten Teil des Versuchsprogramms wurde an einer Variante mit geschraubten Kegelscheiben das Spiel der Losscheibenführung stark erhöht. Dies führte zu vergrößerten radialen Gleitbewegungen, die sich auch messtechnisch erfassen ließen. Erwartungsgemäß kam es zu einer starken Zunahme der Gleitverluste und einer damit verbundenen Abnahme des Wirkungsgrads. Durch das verstärkte radiale Gleiten war in einigen Betriebspunkten eine Erhöhung der Anpresskraft notwendig.

Der Einfluss der Steifigkeit wurde anhand mehrerer Varianten untersucht, dazu wurde zuerst eine praxisnahe Variatorvariante (**CTX**) gefertigt. Im Vergleich zu der geschraubten Ausgangsvariante konnte der große Einfluss des Abstands der Momentenangriffspunkte der Kegelscheiben auf der Welle gezeigt werden. Durch die geringere freie Biegelänge bei der Variante **CTX** kommt es zu einer kleineren Durchbiegung der Welle und zu einer geringeren Verkippung der Scheiben. Obwohl die Scheiben der nicht geschraubten Variante nachgiebiger sind, ergibt sich eine insgesamt geringere Laufradienänderung und ein besserer Wirkungsgrad.

Um eine noch nachgiebigere Variante zu erzeugen, wurden die Festscheiben der **CTX**-Variante durch Abdrehen an der Scheibenrückseite geschwächt. Trotz der messtechnisch nachweisbaren stärkeren Verformung der Festscheibe veränderte sich die Größe des spiraligen Laufs und der Wirkungsgrad im Vergleich zur nicht abgedrehten Variante kaum. Es konnte gezeigt werden, dass der Grund hierfür ein Umstülpen der Festscheibe ist. Für die Laufradienänderung, und damit für die entstehende Verlustleistung, ist nicht die absolute Verformung der Scheiben, sondern die Keilspaltänderung im Umschlingungsbogen relevant. Besonders die Ausnutzung des "Stülpeffekts", bei dem mit relativ nachgiebigen Scheiben trotzdem ein guter Wirkungsgrad erreicht werden kann, bietet die Möglichkeit einer Optimierung hinsichtlich geringer Masse und Massenträgheit der Variatorwellen bei gleichzeitig hohem Wirkungsgrad.

Zuletzt wurde eine sehr massive Geometrievariante untersucht (**Steif**). Durch die Verstärkung der Scheiben war eine geringe Steigerung der Wirkungsgrade gegenüber der **CTX**-Variante möglich, sie liegen nahe am theoretischen maximalen Wirkungsgrad von stufenlosen Umschlingungsgetrieben mit starren Scheiben und Wellen.

Ziel der experimentellen Untersuchungen war es, einen Kennwert zu ermitteln, mit dessen Hilfe schon in der Entwurfsphase Aussagen über den Wirkungsgrad eines Variators in Ab-

hängigkeit von seiner Steifigkeit gemacht werden können. Es wurde gezeigt, dass hierzu die maximale Laufradienänderung des Umschlingungsmittels über dem Umschlingungsbogen verwendet werden kann, da sie in einem annähernd linearen Verhältnis zur Verlustleistung steht. Um genaue quantitative Vorhersagen über den radialen Einlauf eines Umschlingungsmittels machen zu können, sind FE-Rechnungen und eine realitätsnahe Lastverteilung über dem Umschlingungsbogen notwendig. Für eine erste Abschätzung ist aber neben dem absoluten Wirkungsgrad auch ein Kennwert, der den Vergleich unterschiedlicher Bauformen ermöglicht, von großer Bedeutung. Zur Ermittlung solcher Kennwerte wurde eine einfache rechteckförmige Lastverteilung definiert. Als Kennwerte zum Vergleich der wirkungsgradrelevanten Verformungen können der Neigungswinkel der Festscheibe oder die axiale Verformungsdifferenz der Festscheibe zwischen Einlauf und dem Punkt maximaler Ausspreizung herangezogen werden. Hiermit konnte gezeigt werden, dass durch einen Kragen an der Festscheibenrückseite keine Verbesserung des Wirkungsgrads zu erwarten ist; er verringert zwar die absolute Verformung der Scheibe, die für den radialen Einlauf des Umschlingungsmittels maßgebliche axiale Verformungsdifferenz zwischen Ein- und Auslauf bzw. maximaler Aufspreizung wird jedoch kaum verändert.

Ziel des theoretischen Teils dieser Arbeit war es, ein bestehendes Berechnungsverfahren zu erweitern und durch den Vergleich mit Messungen aus dem experimentellen Teil so abzusichern, dass eine praktische Anwendbarkeit des Verfahrens möglich wird. Numerische Probleme bei der Lösung des DGLS konnten durch die stetige Fortsetzung des Gleitwinkelverlaufs in einer Definitionslücke behoben werden. Um auch elastische Verformungen der Scheiben in sich berücksichtigen zu können, musste die in der Ansatzfunktion für den Laufradius berücksichtigte Keilspaltaufweitung neu definiert werden. Die aus einer FE-Rechnung stammenden Keilwinkel- und Keilspaltverläufe werden durch Polynome angenähert. Für die Verformungsrechnungen werden kurze Rechenzeiten dadurch erreicht, dass der Scheibensatz mit einem 2D-Modell abgebildet wird, bei dem die Lasten als Summanden einer *Fourier*-Reihe aufgebracht werden. Um die Berechnungen automatisiert ablaufen zu lassen, ist eine benutzerfreundliche Berechnungsumgebung entwickelt worden.

Die Konvergenz des Berechnungsverfahrens konnte gezeigt werden. Es stellt sich ein stabiler Betriebspunkt hinsichtlich berechneter Lastverteilung und Verformung ein. Zur Berechnung beliebiger Betriebspunkte wurde eine neue Regelstrategie entwickelt, bei der die Momentenänderung als Regelgröße verwendet wird.

Es konnte gezeigt werden, dass es im Falle kleiner Gleitgeschwindigkeiten und gleichzeitiger rein radialer Einwanderung zur Ausbildung einer Haftzone (Ruhebogen) kommen kann. Solche Zonen treten bei kleinen Momenten am Antriebsscheibensatz gegen Ende des Umschlingungsbogens auf. Das Verfahren wurde deshalb durch einen Funktionsansatz erweitert, der den Reibwert, und damit auch die Reibkräfte, bei kleinen Gleitgeschwindigkeiten gegen null gehen lässt, um bei solchen Betriebszuständen eine Konvergenz der Berechnung zu erreichen.

Anhand eines Beispiels konnten die prinzipiellen Verläufe von Gleitwinkel, Gleitgeschwindigkeit, Spreizkraft, Zugkraft, Laufradius und Verlustleistung bei Variation des Momentes über dem Umschlingungsbogen gezeigt werden.

Die Verifizierung mit Messwerten zeigte eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und dem realen System. Der "Stülpeffekt", die freie Biegelänge und kleines Kippspiel werden hinsichtlich Verformungen und Verlustleistung richtig abgebildet. Insbesondere die realitätsnahen Verformungen deuten auf die sehr gute Berechnung der Kraftverläufe, vor allem des Spreizkraftverlaufs, hin. Dies lässt den Schluss zu, dass auch die anderen Größen näherungsweise denen im realen System entsprechen. Um großes Führungsspiel quantitativ richtig abbilden zu können, ist das Verfahren z.B. um eine Formzahl, die elastische Verformungen durch Kantentragen berücksichtigt, zu erweitern.

Um das Anpresskraftverhältnis noch besser abbilden zu können, könnte das *Coulomb*sche Reibgesetz durch einen Funktionsansatz ersetzt werden, der die Gleitgeschwindigkeit und die Pressungsverteilung im Kontakt berücksichtigt.

Abschließend kann gesagt werden, dass nun ein anwendbares und abgesichertes Werkzeug für die Berechnung von stufenlosen Umschlingungsgetrieben zur Verfügung steht. Es bietet die Möglichkeit weitergehender Untersuchungen z.B. hinsichtlich des Einflusses bestimmter Geometrievarianten oder des Reibwertes.

Da keine Verluste im Inneren des Umschlingungsmittels berücksichtigt werden, ist das Verfahren zunächst nur auf Umschlingungsmittel in Form von Wiegedruckstückketten anwendbar. Um auch die Verlustleistungen von Schubgliederbändern berechnen zu können, bietet sich eine Implementierung des Verfahrens von *van Rooij* und *Schaerlaeckens* an, das wiederum nur die inneren Gleitreibungsverluste berücksichtigt. Eine Kombination dieses Verfahrens mit dem teilempirischen nach *Dittrich* wurde bereits in [60] erfolgreich durchgeführt.

Wegen der relativ langen Rechenzeiten ist eine Kombination mit dem in [68] vorgestellten teilempirischen Berechnungsverfahren sinnvoll. Für die ersten Optimierungsschritte würde hierbei das vereinfachte Verfahren verwendet. In einem letzten Schritt würde dann für vielversprechende Geometrievarianten eine Untersuchung mit dem numerisch iterativen Verfahren erfolgen.

### 5 Literatur

- [1] Adamis, P.; Petersen, R.; Hofmann, L.: Antriebskonzepte mit automatisierten Schaltgetrieben. VDI-Berichte Nr. 1393 (1998), S. 79-94. Düsseldorf, VDI-Verlag 1998
- [2] Amijima, S.; Fujii, T.; Matsuoka, H.; Ikeda, E.: Study on Axial Force and its Distribution of a New Belt for Cars. Int. Journal of Vehicle Design, Vol. 13 (1992) No. 2
- [3] Bart, J.; Runge, W.: Continuously Variable Transmission KWG 15. SAE Technical Paper No. 905087
- [4] Becker, H.-J.: Berechnung des Van Doorne CVT-Schubgliederbandes. Tagungsband 1.
   Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik '87, S. 458-486. ika, VDI, Aachen 1987
- [5] Bernhardt, W.; Heidemeyer, P.: Auswahl und Strukturen stufenloser Pkw-Getriebe. VDI-Berichte Nr. 803 (1990), S. 149-180. Düsseldorf, VDI-Verlag 1990
- [6] Blomqvist, J.: Finite-Elemente-Analyse des Verformungsverhaltens stufenlos verstellbarer Getriebe. Unveröffentlichte Diplomarbeit am IMKT der Universität Hannover, Bericht Nr. 901, Hannover, IMKT 1997
- [7] Boos, M.; Krieg, W.-E.: Stufenloses Automatikgetriebe Ecotronic von ZF. Automobiltechnische Zeitschrift Bd. 96 (1994) Nr. 6, S. 378-384
- [8] Ciavatti, V.; Dragoni, E.; Strozzi, A.: Mechanical Analysis of an Annular Plate Transversely Loaded at an Arbitrary Point by a Concentrated Force. Journal of Mechanical Design Vol. 114 (1992), pp. 335-342
- [9] Daieff, B.; Kern, J.; Krenn, H.; Petra, H.: CVT f
  ür Heckantrieb. Automobiltechnische Zeitschrift Bd. 96 (1994) Nr. 10, S. 578-587
- [10] Dittrich, O.: Theorie des Umschlingungstriebes mit keilförmigen Reibflanken. Dissertation TH Karlsruhe 1953
- [11]Dittrich, O.: Fluide in kraftschlüssigen Getrieben. VDI-Berichte Nr. 680 (1988), S. 201-219. Düsseldorf, VDI-Verlag 1988
- [12] Dittrich, O.: Die Schmierung stufenloser mechanischer Getriebe. Tribologie + Schmierungstechnik Bd. 36 (1989) Nr. 2, S. 91-95
- [13] Dittrich, O.: Das stufenlose Kettengetriebe als Hauptantrieb im Kraftfahrzeug. VDI-Berichte Nr. 803 (1990), S. 181-196. Düsseldorf, VDI-Verlag 1990

- [14] Dittrich, O.: Anwendung der Theorie des keilförmigen Umschlingungstriebes auf stufenlose Getriebe. Bad Homburg, 1992
- [15] Dittrich, O.: Berechnung des Wirkungsgrades aus der Scheibenverformung. Bad Homburg, 1997
- [16] Eggert, U.: CVT Elektronische Regelung und Fahrdynamik. Getriebe. VDI-Berichte Nr. 803 (1990), S. 197-234. Düsseldorf, VDI-Verlag 1990
- [17]Eggert, U.: Stufenlose Getriebe und elektronische Regelung bei Kraftfahrzeugen. Antriebstechnik. VDI-Z Spezial (Antriebstechnik) (1989) Nr. 3, S. 18-25
- [18] Eytelwein, J. A.: Handbuch der Statik fester Körper, Bd. 1. Berlin, Reiner 1808
- [19]Feldmann, D.: Repetitorium der Ingenieurmathematik Teil 2, 4. Auflage, Springe, Bionomi Verlag 1993
- [20] Fersen, O. v.: Stufenlos Schalten in der Mittelklasse. VDI-Nachrichten (1996) Nr. 33
- [21] Fujii, T.; Kurokawa, T.; Kanehara, S.: A Study of a Metal Pushing V-Belt Type CVT. Part 2: Compression Force Between Metal Blocks and Ring Tension. SAE Technical Paper Series No. 930667
- [22]Gerbert, B. G.: Force and Slip Behaviour in V-Belt Drives. Acta Polytechnica Scandinavica, Mech. Eng. Series No. 67, Helsinki 1972
- [23] Gerbert, B. G.: Metal-V-Belt Mechanics. ASME-Paper No. 84-Det-227
- [24] Gerbert, B. G.: Influence of Band Friction on Metal V-Belt Mechanics. Report No. 1985-08-25, Division of Machine Elements. Göteborg, Chalmers University of Technology 1985
- [25] Gerbert, B. G.: V-Belt Mechanics Considering Pulley Skewness. Report No. 1990-12-03, Machine and Vehicle Design. Göteborg, Chalmers University of Technology 1990
- [26]Gerbert, B. G. (Hrsg.); Olsson, J.: Deformation of Pulley in a V-Belt Transmission. Report 1989-01-27, Machine and Vehicle Design. Göteborg, Chalmers University of Technology, 1989
- [27]Gerbert, B. G.: Skew V-Belt Pulleys. Proceedings of the International Conference on Continuously Variable Power Transmissions, CVT '96, Paper 101. Yokohama, JSAE 1996
- [28]Gerbert, B. G.; Sorge, F.: Full Sliding "Adhesive-like" Contact of V-Belts. Proceedings of 8<sup>th</sup> ASME-PTG Conference, Baltmore, Maryland, USA, 2000

- [29] Gesenhaus, R.; Gutz, H.: Audi multitronic: Vom Konzeptbeginn bis zur Serienreife, Tagug "CVT Getriebe", Haus der Technik, Essen, 15-16.11.2000
- [30]Grashof, F.: Theoretische Maschinenlehre, Bd. 2. S. 304-324. Hamburg, Leopold Voss 1883
- [31]Gutjahr, E. M.: Über den radialen Schlupf des Keilriemens. Vestnik Mashinostroenja 39 (1959) 8
- [32] Hendriks, E.: Qualitative and Quantitative Influence of a Fully Electronically Controlled CVT on Fuel Economy and Vehicle Performance. SAE Technical Paper Series No. 930668
- [33] Hendriks, E.; ter Heegde, P.; van Prooijen, T.: Aspects of a metal Pushing V-Belt for Automotive Cut Application, Passenger Car Meeting and Exposition, Dearborn, Michigan, Oct. 31-Nov. 3, 1998, SAE-Paper 881734
- [34] Hirano, S.; Miller, A. L.; Schneider, K. F.: SCVT A State of the Art Electronically Controlled Continuously Variable Transmission. SAE Technical Paper Series No. 910410
- [35]Hirschmann, V.: Tragfähigkeitsuntersuchungen an stufenlosen Umschlingungsgetrieben. Dissertation TU München 1997
- [36]Hofmann, L.: Optimierung trockenlaufender CVT-Getriebe für die Anwendung in Kraftfahrzeugen. Dissertation Technische Universität Dresden 2000
- [37] Kim, H.; Jaeshin, L.: Analysis of Belt Behaviour and Slip Characteristics for a Metal V-Belt CVT. Int. Conf. Motion and Powertransmissions, MPT '91, Nov. 23-26, Paper 3C1. Hiroshima, JSME 1991
- [38] Kitagawa, T.; Fujii,T.; Kanehara, S.: A Study of a Metal Pushing V-Belt Type CVT. Part1: Relation between Transmitted Torque and Pulley Thrust. SAE Technical Paper Series No. 930666
- [39] Krieg, W.-E.; Boos, M.: Ecotronic Das stufenlose Getriebe von ZF Entwicklung, Simulation, Versuchsergebnisse. VDI-Berichte Nr. 1170 (1994), S. 153-172. Düsseldorf, VDI-Verlag 1994
- [40]Lutz, O.: Zur Theorie des Keilscheiben-Umschlingungsgetriebes. Konstruktion Bd. 12 (1960) Nr. 7, S. 265-268
- [41]Lutz, O.; Schlums, K.-D.: Selbsthemmung im kraftschlüssigen Keilscheiben-Umschlingungsgetriebe. Konstruktion Bd. 17 (1965) Nr. 9, S. 365-368

- [42] Micklem, J. D.; Longmore, D. K.; Burrows, C. R.: Belt Torque Loss in a Steel V-Belt Continuously Variable Transmission. Proc. Insttn. Mech. Engrs. (IMechE) Part D. Journal of Automobile Engineering Vol. 208 (1994) No. D2, pp. 91-97
- [43] Micklem, J. D.; Longmore, D. K.; Burrows, C. R.: Modelling of the Steel Pushing V-Belt Continously Variable Transmission. Proc. Insttn. Mech. Engrs. (IMechE), Part C. Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 208 (1994) No. C1, pp. 13-27
- [44] Micklem, J. D.; Longmore, D. K.; Burrows, C. R.: Modelling of the Van Doorne, Metal V-Belt, Continuously Variable Transmission System. Int. Conf. Motion and Powertransmissions, MPT '91, Nov. 23-26, 1991, Paper 3C2. Hiroshima, JSME 1991
- [45] Nowatschin, K.; Hommes, G.; Deimel, A.: Wie erlebt der Fahrer die neue Getriebegeneration multitronic von Audi? VDI-Berichte Nr. 1610, S. 763-783. Düsseldorf, VDI-Verlag 2001
- [46] Pausch, M.; Pfeiffer, F.: Dynamik von Verstell- und Schaltvorgängen in einem stufenlosen Getriebe. VDI-Berichte Nr. 1393 (1998), S. 259-272. Düsseldorf, VDI-Verlag 1998
- [47] Piepenbrink, A.; Fischer, J.; Danz, W.; Schwenger, A.: Modellbildung und experimentelle Identifikation als Grundlage der Übersetzungsregelung eines CVT. VDI-Berichte Nr. 1393 (1998), S. 777-794. Düsseldorf, VDI-Verlag 1998
- [48] Rooij, J. v.; Schaerlaeckens, W.: Kräfte und Wirkungsgrad beim Schubgliederband. TeilI: Allgemeine Kräftebetrachtungen. Antriebstechnik Bd. 32 (1993) Nr. 8, S. 55-58
- [49]Rooij, J. v.; Schaerlaeckens, W.: Kräfte und Wirkungsgrad beim Schubgliederband. TeilII: Im Band auftretende Kräfte. Antriebstechnik Bd. 32 (1993) Nr. 9, S. 57-60
- [50]Rooij, J. v.; Schaerlaeckens, W.: Kräfte und Wirkungsgrad beim Schubgliederband. Teil
   III: Leistungsverluste im Schubgliederband und CVT-Getriebe. Antriebstechnik Bd. 32 (1993) Nr. 10, S. 83-86
- [51]Sattler, H.: Mess- und Pr
  üfverfahren f
  ür eine Wirkungsgradbestimmung von stufenlos verstellbaren Umschlingungsgetrieben. FVA-Forschungsheft Nr. 561. Frankfurt/Main, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. 1998
- [52] Sattler, H.: Stationäres Betriebsverhalten stufenlos verstellbarer Metallumschlingungsgetriebe. Dissertation Universität Hannover, IMKT 1999
- [53] Sauer, G.: Grundlagen und Betriebsverhalten eines Zugketten-Umschlingungsgetriebes. VDI-Fortschritt-Bericht Nr. 293 (1996) Reihe 12, Düsseldorf, VDI-Verlag 1996 / Dissertation TU München 1996

- [54] Sauer, G.; Renius, K. T.; Kardelke, J.: Berechnungsmethoden zur Mechanik von Zugkettenwandlern. Teil I: Stationäre Leistungsübertragung - Messung und Berechnung. Antriebstechnik Bd. 35 (1996) Nr. 9, S. 61-65
- [55] Schneider, K. F.; Mott, Ph.: High Efficiency with CVT Chains. VDI-Bericht Nr. 977 (1992), S. 333-350. Düsseldorf, VDI-Verlag 1992
- [56] Schlums, K. D.: Untersuchungen an Umschlingungsgetrieben. Dissertation TH Braunschweig 1959
- [57] Schlums, K. D.: Reibschlüssige Zugmittel in Keilriemenscheiben, Habilitationsschrift, TU Braunschweig 1968
- [58] Schönnenbeck, G.; Wagner, P.: Gesichtspunkte und spezielle Prüfmethoden zur Schmierstoffauswahl für stufenlose Kettenwandler. Tribologie 2000, 8. Int. Kolloquium, Technische Akademie Esslingen 3 (1992), S. 1-20
- [59] Sedelmayr M.; Bullinger M.; Pfeiffer F.: Spatial Dynamics of CVT Chain Drives, VDI-Berichte Band 1709 (CVT 2002 Congress), S. 511-527., Düsseldorf, VDI-Verlag, 2002
- [60] Sladek, W.: Möglichkeiten zur Wirkungsgradoptimierung von Stufenlosgetrieben. Dissertation Universität Hannover, IMKT 2001
- [61] Sorge, F.: Influence of Pulley Bending on Metal V-Belt Mechanics. Proceedings of the International Conference on Continuously Variable Power Transmissions, CVT '96, Paper 102. Yokohama, JSAE 1996
- [62] Srnik, J.; Pfeiffer, Fr.: Berechnungsmethoden zur Mechanik von Zugkettenwandlern. Teil
   II: Dynamisches Verhalten Simulation und Versuch. Antriebstechnik Bd. 35 (1996) Nr. 10, S. 76-79
- [63] Srnik, J.: Dynamik von CVT-Keilkettengetrieben. VDI-Fortschritt-Bericht Nr. 372 Reihe 12, Düsseldorf, VDI-Verlag 1999 / Dissertation TU München 1998
- [64] Srnik, J.: Der Einfluss von Keilscheibenelastizitäten auf das Betriebsverhalten von CVT-Keilkettengetrieben. VDI-Berichte Band 1467 (Umschlingungsgetriebe), S. 291-311, Düsseldorf, VDI-Verlag 1999
- [65] Stieg, R. F.; Worley, W. S.: A Rubber Belt CVT for Front-Wheel-Drive Cars. SAE Paper No. 820745
- [66] Sue, A.: Untersuchungen zum Betriebsverhalten stufenlos verstellbarer Umschlingungsgetriebe. Unveröffentlichte Diplomarbeit am IMKT der Universität Hannover, Bericht Nr. 916, Hannover, IMKT 1997

- [67]Sue, A.: Einfluss der Getriebesteifigkeit auf den Wirkungsgrad stufenlos verstellbarer Umschlingungsgetriebe; Forschungsheft Nr. 654, Frankfurt/Main, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. 2002
- [68] Sue, A; Dittrich, O.; Poll, G.: CVT-Wirkungsgradberechnung aus der Verformung beim Umschlingungstrieb. VDI-Berichte Band 1709 (CVT 2002 Congress), Düsseldorf, VDI-Verlag 2002, S. 69-88
- [69] Süssmuth, J.-F.: Erarbeitung von Kenngrößen für die Eignungsbeurteilung von Schmierstoffen für stufenlose Umschlingungsgetriebe. Forschungsvorhaben Nr. 310; Frankfurt/Main, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. 2002
- [70] Tenberge, P.: Wirkungsgrade von Zug- und Schubgliederketten in einstellbaren Umschlingungsgetrieben. Dissertation Ruhr Universität Bochum 1986
- [71]Wang, G.: Untersuchungen an stufenlos einstellbaren Zug- und Schubgliedergetrieben. Dissertation TU Clausthal 1991
- [72] Yamaguchi, J.: Japanese CVT Uses Magnetic Clutch. Automotive Engineering Vol. 93 (1984) No. 4, pp. 82-85
- [73] Yamaguchi, J.: Toyota Prius. Automotive Engineering (1998) No. 1, pp. 29-32

# Anhang

# A.1 Differenzialgleichungssystem nach Sattler

$$F' = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\varphi} = (F - m^* \cdot r^2 \cdot \omega^2) \cdot \frac{\mu \cdot \cos\beta_{\mathrm{s}} \cdot \sin\gamma}{\sin\beta - \mu \cdot \cos\beta_{\mathrm{s}} \cdot \cos\gamma}$$
(65)

$$\gamma' = \frac{\frac{F + EA}{F_0 + EA} \cdot \frac{\left(r_0 + r_0' \cdot \tan \gamma_0\right)}{\tan \gamma} - \frac{r}{\tan \gamma}}{K_2 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) + K_5 \cdot \Psi} - \frac{K_6 \cdot \Psi}{K_2 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) + K_5 \cdot \Psi}$$

$$- \frac{K_1 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) + K_4 \cdot \Psi}{K_2 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) + K_5 \cdot \Psi} \cdot \beta' - \frac{K_3 \cdot \left(\Theta + \Phi\right)}{K_2 \cdot \left(\Theta + \Phi\right) + K_5 \cdot \Psi} \cdot w'$$
(66)

$$r' = \left(\frac{F + EA}{F_0 + EA} \cdot \left(r_0 + r_0' \cdot \tan \gamma_0\right) - r\right) \cdot \frac{1}{\tan \gamma}$$
(67)

$$T' = -F' \cdot r = -(F - m^* r^2 \omega^2) \cdot \frac{\mu \cdot \cos \beta_{\rm s} \cdot \sin \gamma}{\sin \beta - \mu \cdot \cos \beta_{\rm s} \cdot \cos \gamma} \cdot r$$
(68)

$$S' = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\varphi} = \left(F - m^* \cdot \omega^2 \cdot r^2\right) \cdot \frac{\cos\beta - \mu \cdot \sin\beta_{\mathrm{s}}}{2 \cdot \left(\sin\beta - \mu \cdot \cos\beta_{\mathrm{s}} \cdot \cos\gamma\right)}$$
(69)

$$P_{V,Var}' = \left| \left( \frac{F + EA}{F_0 + EA} \cdot \left( r_0 + r_0' \cdot \tan \gamma_0 \right) - r \right) \cdot \frac{\omega}{\sin \gamma \cdot \cos \beta_s} \right| \cdot \frac{\mu \cdot \left( F - m^* \cdot r^2 \cdot \omega^2 \right)}{\sin \beta - \mu \cdot \cos \beta_s \cdot \cos \gamma}$$
(70)

$$\tan \beta_{\rm s} = -\tan \beta \cdot \cos \gamma \tag{71}$$

mit

$$A = \sin \beta - \mu \cdot \cos \beta_{s} \cdot \cos \gamma$$
  

$$B = 4 \cdot q \cdot \tan \beta$$
  

$$C = \cos \beta - \mu \cdot \sin \beta_{s}$$
  

$$D = m^{*} \cdot \omega^{2} \cdot b$$
  

$$E = 2 \cdot R \cdot \tan \beta_{0} - w$$
  

$$G = \mu \cdot \cos \beta_{s} \cdot \sin \gamma$$
  

$$H = 1 + \tan^{2} \beta \cdot \cos^{2} \gamma$$
  

$$J = \cos^{2} \beta$$
  

$$L = -\mu \cdot \sin \beta_{s} \cdot \cos^{2} \gamma + \cos \beta \cdot H \cdot J$$
  

$$M = \mu \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta_{s} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma + G \cdot H \cdot J$$
  

$$N = \mu \cdot \cos \beta_{s} \cdot \cos \gamma - \sin \beta \cdot \cos^{2} \beta \cdot H$$
  

$$O = -\sin \beta \cdot \cos \beta \cdot G$$

$$\Theta = \frac{q \cdot E}{(AB - CD)^2 \cdot HJ}$$

$$\Phi = \frac{q^2 \cdot AE^2}{(AB - CD)^2 \cdot HJ \cdot \sqrt{(q \cdot AE)^2 - F \cdot b \cdot C \cdot (AB - CD)}}$$

$$\Psi = \frac{F \cdot b}{2 \cdot (AB - CD) \cdot HJ \cdot \sqrt{(q \cdot AE)^2 - F \cdot b \cdot C \cdot (AB - CD)}}$$

$$K_1 = L \cdot (AB - CD) - A \cdot (4q \cdot AH + BL) + ADN$$

$$K_2 = M \cdot (AB - CD) - ABM + ADO$$

$$K_3 = -A \cdot (AB - CD) \cdot HJ/E$$

$$K_4 = -N \cdot (AB - CD) + C \cdot (4q \cdot AH + BL) - CDN$$

$$K_5 = -O \cdot (AB - CD) + BCM - CDO$$

$$K_6 = (r \cdot r \cdot D/(F \cdot b) - 1) \cdot (AB - CD) \cdot CGHJ/A.$$



# A.2 Einfluss des Kippspiels auf den spiraligen Lauf

Abbildung 125: Einfluss des Kippspiels auf den spiraligen Lauf (WDK)



Abbildung 126: Einfluss des Kippspiels auf den spiraligen Lauf (SGB)
## <u>Lebenslauf</u>

Persönliche Daten:	Name:	Armin Sue
	Geburtsdatum:	21.07.1966
	Geburtsort:	Alfeld (Leine)
Schulbesuche:	August 1973 – Juni 1977	Besuch der Bürgerschule in Alfeld (Leine)
	August 1977 – Juni 1986	Besuch des Gymnasiums in Alfeld (Leine)
Zivildienst:	September 1986 – April 1988	Ableistung des Zivildienstes im Seniorenpark Winzenburg im Bereich der Altenpflege
Berufstätigkeit:	Mai 1988 – Juni 1988	Produktionshelfer bei der Firma Künkel- Wagner GmbH & Co. KG in Alfeld (Leine)
Ausbildung:	August 1988 – Juni 1991	Ausbildung zum Industriemechaniker, Fachrichtung Maschinen- und Systemtechnik bei der Firma C. Behrens AG in Alfeld (Leine)
Berufstätigkeit:	Juli 1991 – September 1991	Facharbeiter im Werkzeugbau bei der Firma C. Behrens AG in Alfeld (Leine)
Studium:	Oktober 1991 – September 1997	Maschinenbaustudium an der Universität Hannover
	Februar 1993 – Mai 1997	Studentische Hilfskraft am Institut für Ma- schinenelemente, Konstruktionstechnik und Tribologie der Universität Hannover
Berufstätigkeit:	Oktober 1997 – März 2003	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Maschinenelemente, Konstrukti- onstechnik und Tribologie der Universität Hannover
	seit Mai 2003	Mitarbeiter in der Konzernforschung der Volkswagen AG; Abteilung Getriebesyste- me