

Rauschmessungen an mikroskopischen Tunnelsystemen

Vom
Fachbereich Physik an der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
— Dr. rer. nat. —
genehmigte Dissertation
von

André Nauen

geboren am 21. November 1972 in Hannover

2003

Referent: Prof. Dr. R. J. Haug
Korreferent: Prof. Dr. E. Schöll
Tag der Promotion: 05.02.2003

Ist ´s auch Wahnsinn, so hat es doch Methode!
Hamlet — William Shakespeare

Abstract

This work analyzes different microscopic tunnelling systems in terms of their noise properties. The main focus lies on shot noise although frequency dependent contributions like $1/f$ and generation/recombination-noise are also discussed.

The most simple structure measured is a single tunnelling barrier. Such a barrier has been fabricated by patterning the surface of a two-dimensional electron gas (2DEG) using wet-chemical etching. The observed frequency independent shot noise is in agreement with the expected behavior for an ideal tunnelling barrier, that is the noise power S is given by $S = 2eI$. Additionally, we find frequency dependent components which we identify as $1/f$ -noise. This kind of noise can be ascribed to fluctuations of the tunnelling current caused by generation/recombination processes of the 2DEG's background doping concentration.

The second part deals with a resonant GaAs/AlGaAs tunnelling structure. However, we do not analyze the transport through the two-dimensional sub-band as it is usually done, since under low bias condition resonant transport through single zero-dimensional states occurs. Most likely this is caused by a single dopant atom that has diffused into the quantum well during growth. We confirm theoretical predictions and experimental results that the suppression of the shot noise α below its poissonian value — characterized by the so called Fano factor — is linked to the asymmetry of the tunnelling structure. We find the Fano factor to be in quantitative agreement with the growth parameters of the sample.

More detailed analysis reveals a complex energy spectrum of the zero-dimensional state. This is underlined by the observation of Lorentzian noise contributions that indicate the additional modulation of

the tunnelling current with a fixed time constant.

A striking result is the appearance of super-poissonian shot noise in a certain bias voltage range. Up to now such a behavior has only been observed in resonant tunnelling through a sub-band where it is caused by a feedback mechanism due to charging.

The last part analyzes the noise properties of a resonant GaAs/AlAs-tunnelling structure with embedded InAs quantum dots (QDs). These dots are formed self-organized in a Stranski-Krastanov growth mode because of the lattice mismatch between InAs and AlAs. Depending on applied bias voltage single quantum dots can be activated for resonant single electron transport.

Everytime an additional QD gets into resonance a modulation of the Fano factor up to $\alpha = 1$ occurs. This is due to the vanishing influence of the Pauli principle on the correlation in the tunnelling current as the emitter tunnelling rate falls short of a critical value. In contrast, on every current plateau the shot noise is suppressed in quantitative agreement with the asymmetry of the AlAs barriers. The dependance of the Fano factor for crossover from non-resonant to resonant tunnelling can be accurately described by a theoretical model.

Überblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden unterschiedliche mikroskopische Tunnelsysteme im Hinblick auf ihre Rauscheigenschaften untersucht. Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf dem Verhalten des Schrotrauschens. Es werden darüberhinaus jedoch auch frequenzabhängige Rauscharten wie $1/f$ - oder Generations-/Rekombinationsrauschen diskutiert.

Als einfachste Struktur dient eine einzelne Tunnelbarriere. Diese wird mittels eines nasschemischen In-situ-Ätzprozesses in die Oberfläche eines sogenannten zweidimensionalen Elektronengases (2DEG) strukturiert. Die derart hergestellten Barrieren erzeugen ein Schrotrauschen wie es für eine ideale Tunnelbarriere erwartet wird: Die Rauschleistung S ist durch $S = 2eI$ gegeben. Die spektrale Form der Rauschspektren wird jedoch darüber hinaus wesentlich durch eine frequenzabhängige $1/f$ -Komponente geprägt. Es wird gezeigt, dass die Ursache dieser zusätzlichen Fluktuationen des Tunnelstromes in Umladeprozessen der Hintergrunddotierung des 2DEGs gesucht werden muss.

Im zweiten experimentellen Teil schließt sich die Analyse der Rauscheigenschaften einer resonanten GaAs/AlGaAs-Tunnelstruktur an. Die untersuchte Probe weist dabei die Besonderheit auf, dass der Ladungstransport in einem bestimmten Spannungsbereich von einem einzelnen nulldimensionalen Zustand getragen wird, während der üblicherweise relevante Subbandtransport keine Rolle spielt. Theoretische und experimentelle Ergebnisse, wonach der Grad der Korrelation bzw. der Wert des Fanofaktors α durch die Asymmetrie der beiden Tunnelbarrieren bestimmt wird, werden bestätigt. Eine eingehende Analyse ergibt darüberhinaus, dass der resonante Zustand ein komplexes Energiespektrum aufweist. Diese Vorstellung wird zusätzlich durch ein beobachtetes Lorentzrauschen unterstrichen, welches auf eine zusätzliche

Modulation des Tunnelstromes mit einer charakteristischen Zeitkonstanten hindeutet.

Ein bemerkenswertes Ergebnis stellt weiterhin das Auftreten eines superpoissonschen Schrotrauschens dar. Ein solches Verhalten wurde bisher lediglich für das resonante Tunneln durch ein zweidimensionales Subband beobachtet und theoretisch verstanden. Möglicherweise kann dieser Effekt auch hier auf Ladeeffekte zurückgeführt werden.

Der letzte experimentelle Teil untersucht eine resonante Tunnelstruktur mit eingebetteten InAs-Inseln im Hinblick auf die Unterdrückung des Schrotrauschens. Die Auswertung der Strom-/Spannungseigenschaften zeigt, dass in Abhängigkeit der externen Vorspannung einzelne dieser Quantenpunkte für den Transport ausgewählt werden können. Auch hier lassen sich wiederum die gemessenen Werte des Fanofaktors α für den resonanten Transport durch einen einzelnen InAs-Quantenpunkt auf die Wachstumsparameter der Probe quantitativ zurückführen.

Je nach angelegter Spannung werden nacheinander bis zu zehn Quantenpunkte (QP) für den parallelen Ladungstransport aktiviert. Dabei wird jedesmal, wenn ein weiterer QP in Resonanz gelangt, eine Modulation des Fanofaktors hin zu $\alpha = 1$ beobachtet, wobei die Stärke der Modulation mit zunehmender Anzahl von aktiven Quantenpunkten nachlässt. Der Anstieg des Fanofaktors in den Stufenkanten des Stromes liegt in der nachlassenden Wirkung des Pauliprinzips auf den Tunnelstrom begründet, wenn eine kritische Tunnelrate durch die Emitterbarriere unterschritten wird. Die nachlassende Modulationstiefe beruht auf einem Ensemblemittelungseffekt, wenn sich die Zahl der am Transport beteiligten Quantenpunkte vergrößert.

Die genaue Verlaufsform des Fanofaktors im Bereich der Stufenkanten kann sehr gut durch ein theoretischen Modell beschrieben werden, dessen Entwicklung auch durch die experimentellen Resultate der vorliegenden Arbeit angestoßen wurde.

Keywords

resonant tunnelling, shot noise, 1/f-noise

Schlagworte

Resonantes Tunneln, Schrotrauschen, 1/f-Rauschen

Inhaltsverzeichnis

Abstract	i
Überblick	iii
Einführung	xxi
1 Theoretischer Hintergrund	1
1.1 Schrotrauschen	1
1.1.1 Mesoskopische Systeme	4
1.1.2 Resonantes Tunneln durch nulldimensionale Zustände	6
1.2 Johnson-Nyquist- bzw. Thermisches Rauschen	11
1.3 Lorentzrauschen	13
1.4 $1/f$ -Rauschen	15
1.4.1 $1/f$ -Rauschen in elektronischen Widerständen . .	17
1.4.2 $1/f$ -Rauschen im Generations-/Rekombinationsbild	19
2 Messaufbau	23
2.1 Allgemeine Messmethodik	23
2.2 Prinzip der Rauschmessung	24
2.3 Übertragungsfunktion	28
2.4 Berechnung des Probensignales	29
2.5 Kalibration des Verstärkers	31
2.6 Abhängigkeit des Verstärkereigenrauschens von der externen Impedanz	34

2.7	Problematik des thermischen Rauschens	37
2.8	Kryostat	39
3	Tunnelbarrieren	41
3.1	Verfahren zur Oberflächenstrukturierung von zweidi- mensionalen Elektronengasen	42
3.2	In-situ Ätzprozess	42
3.2.1	Das Prinzip der Oberflächenstrukturierung . . .	45
3.2.2	Prozessbeispiele	48
3.3	Rauschmessungen	51
3.3.1	Form der Rauschspektren	51
3.3.2	Rauscheigenschaften einer geätzten Tunnelbarriere	52
3.3.3	Störstellen als Ursache des $1/f$ -Rauschens	56
3.3.4	Lithographische Variation der Tunnelbarrieren .	59
3.3.5	Elektrostatische Variation der Tunnelbarriere . .	61
3.3.6	Vergleich einer geätzten mit einer elektrostatisch eingestellten Tunnelbarriere	65
3.4	Zusammenfassung	67
4	Resonante Tunneldioden	69
4.1	Probenbeschreibung & Charakterisierung	70
4.1.1	Resonantes Tunneln durch einen 0- dimensionalen Zustand	74
4.1.2	Magnetotransportspektroskopie	75
4.2	Rauschspektren	78
4.3	Unterdrückung des Schrotrauschens in Nichtaufladerich- tung	79
4.3.1	Unterdrückung im resonanten Transport durch einen einzelnen 0-d Zustand	81
4.3.2	Diskussion der Rauschunterdrückung im Bereich der Stufenkante	82
4.4	Aufladerichtung	88
4.5	Superpoissonsches Schrotrauschen	90
4.6	Frequenzabhängige Rauschanteile	96

4.7	Lorentzrauschen aufgrund einer Zwei-Niveauechselwirkung	100
4.7.1	Strom/Spannungs-Charakteristik der Probe \mathfrak{B}	100
4.7.2	Verhalten der Rauschleistung im Magnetfeld	101
4.7.3	Das Zwei-Niveaumodell	108
4.7.4	Temperaturabhängigkeit der Rauschleistung	111
4.8	Zusammenfassung	114
5	Selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte	117
5.1	Aufbau der InAs-Proben	118
5.2	Strom/Spannungscharakterisierung	120
5.2.1	Magnetfeldspektroskopie	125
5.3	Unterdrückung des Schrotrauschens	130
5.3.1	Analyse der Barrierenasymmetrie aus dem Fanofaktor	131
5.3.2	Modulation des Fanofaktors	135
5.3.3	Theoretische Modellierung	141
5.4	Frequenzabhängige Rauschkomponenten	145
5.4.1	Form der Rauschspektren	145
5.5	Zusammenfassung	150
6	Zusammenfassung	153
A	Rauschmessungen an einer weiteren InAs-Tunnelstruktur	155
B	Kotunnelstrom durch eine resonante GaAs/AlGaAs-Tunneldiode	161
C	Mathematisches Werkzeug	163
C.1	Die Autokorrelationsfunktion	163
C.2	Carson-Theorem	165
C.3	Wiener-Khintchine-Theorem	166
	Literaturverzeichnis	169

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schema für das resonante Tunneln in einer Doppelbarrierenstruktur	6
1.2	Theoretischer Verlauf des Fanofaktors bei verschiedenen Temperaturen	9
1.3	Zur quadratischen Abhängigkeit des $1/f$ -Rauschens von I_0	17
1.4	Modell für die Entstehung von $1/f$ -Rauschen in einer Tunnelbarriere	19
2.1	Schema des Versuchsaufbaus	24
2.2	Das Prinzip der Kreuzkorrelationsmessung	25
2.3	Schema zur Rolle der externen Beschaltung	26
2.4	Ersatzschaltbild des Eingangs eines Stromverstärkers	27
2.5	Schematischer Aufbau einer Koaxialleitung	28
2.6	Spice-Simulation des Netzwerks	30
2.7	Kalibration und Linearität des Verstärkers	32
2.8	Abhängigkeit des Verstärkerrauschens von der Lastimpedanz	35
2.9	Thermisches Stromrauschen von Widerständen unterschiedlicher Größe	37
3.1	Der In-Situ Ätzprozess	44
3.2	Verarmung des 2DEG bei Strukturierung der Oberfläche	46
3.3	In-Situ Ätzprozess einer schmalen Tunnelbarriere	47
3.4	In-Situ Ätzprozess einer dicken Tunnelbarriere	48

3.5	Abhängigkeit der charakteristischen Einsatzspannung V_c von der Zunahme des Raumtemperaturwiderstandes R_{Rt}	49
3.6	Bandbreitengemitteltetes Rauschen einer Tunnelbarriere	52
3.7	Rauschspektren einer Tunnelbarriere für verschiedene Ströme	53
3.8	Anpassung einer $1/f$ -Funktion an die Spektren einer Tunnelbarriere	54
3.9	Abhängigkeit der $1/f$ -Amplitude \mathcal{A} vom stationären Strom I	55
3.10	Schema zur Aktivierung des $1/f$ -Rauschens	57
3.11	$1/f$ -Amplitude \mathcal{A} in Abhängigkeit von V_{SD}	58
3.12	Abhängigkeit der Rauschleistung von der geätzten Barrierendicke.	59
3.13	Schema der in die Tunnelbarrieren eingebetteten Störstellen.	61
3.14	$I - V$ -Kennlinien einer Tunnelbarriere bei elektrostatischer Veränderung ihrer Dicke	62
3.15	Bandbreitengemitteltetes Rauschsignal bei niedrigen Strömen	63
3.16	Abhängigkeit von der Backgatespannung	64
3.17	Vergleich der Rauschleistung einer geätzten und einer elektrostatisch erzeugten Tunnelbarriere	66
4.1	Schema der untersuchten resonanten Tunnelndiode	71
4.2	Schema für das resonante Tunneln in einer Doppelbarrierenstruktur	72
4.3	$I - V$ -Kennlinie der resonanten Tunnelndiode im im Einzelelektronentunnelregime bei $T = 1.3$ K. <i>Eingesetzte Abbildung</i> $I - V$ -Kennlinie im Bereich des Subbandtransports.	73
4.4	Differentielle Leitfähigkeit einer resonanten Tunnelndiode im Magnetfeld	76
4.5	Rauschspektren der resonanten Tunnelndiode	79

4.6	Rauschleistung der resonanten Tunnelodiode im Bereich des Einzelektronentunnelns in Nichtaufladerichtung . . .	80
4.7	Fanofaktor α für positive Vorspannung $V_{SD} > 0$	81
4.8	Fanofaktor in Nichtaufladerichtung im Vergleich mit dem berechneten Verlauf.	85
4.9	Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors in Nichtaufladerichtung	87
4.10	Rauschleistung der resonanten Tunnelodiode im Bereich des Einzelektronentunnelns in Aufladerichtung	88
4.11	Fanofaktor α in Aufladerichtung	89
4.12	Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors in Aufladerichtung	91
4.13	Superpoissonsches Rauschen in Nichtaufladerichtung . .	92
4.14	Superpoissonsches Rauschen in Aufladerichtung	93
4.15	Vergleich der I - V -Kennlinien in Auflade- und Nichtaufladerichtung.	94
4.16	Spektren der resonanten Tunnelodiode in Nichtaufladerichtung mit ausgeprägten $1/f$ -Anteilen.	96
4.17	Spektren der resonanten Tunnelodiode in Aufladerichtung im Bereich deutlicher $1/f$ -Komponenten	97
4.18	Der Exponent des $1/f$ -Rauschens als Funktion der Vorspannung V_{SD}	98
4.19	Amplitude der $1/f$ -Rauschanteile der resonanten Tunnelodiode in Abhängigkeit der Vorspannung V_{SD}	99
4.20	(a) Strom-Spannungskennlinie der resonanten Tunnelstruktur bei $T = 1.6$ K und die numerisch ermittelte differentielle Leitfähigkeit σ . (b) Differentielle Leitfähigkeit σ im Magnetfeld. Große Werte von σ entsprechen hellen Grautönen.	101
4.21	Spektren der Probe 3	102
4.22	Bandbreitengemittelte Rauschleistung der resonanten Tunnelodiode 3 bei unterschiedlichen Magnetfeldern . . .	103
4.23	Fits an Spektren mit Lorentzkomponente	105
4.24	Verhalten der Amplitude \mathcal{L} der Lorentzkomponente . . .	106

4.25	Abhängigkeit der Zeitkonstante τ von der Vorspannung V_{SD}	107
4.26	Schema zur Niveauwechselwirkung	108
4.27	Schema zur Entstehung der lorentzförmigen Rauschkomponente	109
4.28	Abhängigkeit des Lorentzrauschens von der Temperatur	112
4.29	Rauschspektrum für $T = 3$ K im Spannungs- bzw. Magnetfeldbereich, in dem bei niedrigen Temperaturen ein Lorentzrauschen auftaucht.	113
5.1	Schichtabfolge der InAs-Proben	118
5.2	Schema des Bandkantenverlaufes einer resonanten Tunnelstruktur mit einem eingebetteten Ensemble von InAs-Quantenpunkten.	120
5.3	Strom/Spannungskennlinie im Einzelektronentunnelregime	121
5.4	Strom/Spannungscharakteristik einer InAs-Probe für beide Polaritäten	122
5.5	Prinzip des resonanten Einzelektronentunnels	123
5.6	Resonantes Tunneln aus einem 3-dimensionalen Emitter durch einen 0-dimensionalen Zustand	124
5.7	Strom/Spannungseigenschaften einer resonanten InAs-Quantenpunktstruktur im Magnetfeld	127
5.8	Differentielle Leitfähigkeit σ	128
5.9	Spektren einer InAs-Quantenpunktstruktur	130
5.10	Amplitude des Schrotrauschens der InAs-Probe in Nichtaufladerichtung. Zum Vergleich ist $\alpha = 1$ in Form der durchgezogenen Kurve gezeigt. Die Messpunkte für $V_{SD} < 130$ wurden mit einem Faktor 10 skaliert und zusätzlich mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet. Die Auflösung der Originaldaten liegt bei $\Delta V_{SD} = 0.2$ mV.)	132
5.11	Fanofaktor α in Abhängigkeit der externen Spannung V_{SD}	134
5.12	Fanofaktor im Mehrfachquantenpunktregime	136
5.13	Vergleich mit dem theoretischen Fanofaktor	140

5.14	Simulation des Fanofaktors von zwei gekoppelten Quantenpunkten	142
5.15	Vergleich des theoretischen Modells mit dem Experiment	143
5.16	Frequenzabhängige Rauschanteile	146
5.17	Spektrum einer InAs-Probe im Vergleich mit der Anpassung eines Lorentzrauschens	147
5.18	Ergebnisse des Lorentzfits an Probe 3	148
A.1	<i>I-V</i> -Kennlinie der symmetrisch gewachsenen InAs-Quantenpunktprobe 3	156
A.2	Spektren der symmetrischen InAs-Quantenpunktprobe 3	157
A.3	Fanofaktor der Probe 3	158
A.4	Fanofaktor der Probe 3 im Magnetfeld	159

Symbole

A	Amplitude
\mathcal{A}	Amplitude des $1/f$ -Rauschens
\mathcal{K}	Autokorrelationsfunktion
α	Fanofaktor
B	magnetisches Feld
\mathbf{B}	Magnetfeld als vektorielle Größe
β	Konversionsfaktor zwischen Spannung V_{SD} und Energie ($E = \beta e V_{SD}$), wird auch als „Hebelfaktor“ bezeichnet
C	Kapazität
c	Konstante
ε_0	Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Jm}$
ε_r	relative Dielektrizitätskonstante
$D(E)$	Zustandsdichte
e	Elementarladung <i>sci</i> 1.6021–19
E	Energie
E_D	Grundzustandsenergie eines Quantenpunktes
E_F	Fermienergie
E_C	Leitungsbandkante
E_V	Valenzbandkante
E_B	Bindungsenergie eines Donatorzustandes
f	Frequenz
f_E	Fermifunktion des Emitters für eine Energie $E = E_R$

$$\frac{1}{f_E} = 1 + \exp\left(\frac{E_R - \beta e V_{SD}}{k_B T}\right)$$

$\mathfrak{F}(f(t))$ Fouriertransformierte einer Funktion $f(t)$:

$$\mathfrak{F}(f(t))(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-i\omega t} f(t)$$

Γ	Zerfallslinienbreite eines resonanten Zustandes
g	Landé g-Factor, in GaAs $g_{GaAs} = -0.44$
h, \hbar	Planck'sches Wirkungsquantum, $\hbar = h/2\pi$
i, n	Zählindizes
$i(t)$	Zeitabhängiger Strom
I	Stationärer Strom
J	Stromdichte
k_B	Boltzmann-Konstante
\mathcal{L}	Amplitude des Lorentzanteils
λ	Zeitkonstante
m_e	Elektronenmasse
m^*	effektive Elektronenmasse, in GaAs $m^* = 0.067m_e$
ν	Mittlere Rate eines Ereignisses
P	Wahrscheinlichkeit
Φ_0	elektronische Barrierenhöhe
R	ohmscher Widerstand
S	spektrale Rauschleistungsdichte $S = s^2$
s	spektrale Amplitudendichte $s = \sqrt{S}$
T	Temperatur
$T(E)$	Transmissionskoeffizient
τ	Charakteristische Zeitkonstante
Θ	Tunnelrate
U	Kopplungsparameter
v	Zeitkonstante
V	Spannung
V_{BG}	Backgatespannung
V_c	charakteristische Einsatzspannung einer Tunnelbarriere
V_{SD}	externe Vorspannung
ω	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$
$x(t)$	stochastisch fluktuierender Parameter
χ	Exponent
y_0	Konstante


Abkürzungen

2DEG	zwei-dimensionales Elektronengas
AFM	<i>Atomic Force Microscope</i> — Rasterkraftmikroskop
DI-Wasser	Deinonisiertes Wasser
TLC	<i>The Light Craziness</i> — der helle Wahnsinn
LDOS	<i>Local Density of States</i> — Lokale Zustandsdichte
MBE	Molekularstrahlepitaxie
PMMA	Polymethylmetacrylat (Lack für Elektronenstrahlithographie)
QP	Quantenpunkt
REM	Rasterelektronenmikroskop
SET	single-electron transistor
SMU	<i>Source Measure Unit</i> — Strom/Spannungsmessgerät bzw. -quelle

Einführung

It is probably fair comment to say that to many physicists the subject of fluctuations (or “noise” to put in bluntly) appears rather esoteric and perhaps even pointless; spontaneous fluctuations seem nothing but an unwanted evil which only an unwise experimenter would encounter!

D. K. C. MacDonald, *Noise and Fluctuations* 1962

ieses Zitat von MacDonald spiegelt vermutlich — trotzdem es aus dem Jahr 1962 stammt — eine auch heute noch weitverbreitete Ansicht über Rauschmessungen wider. Dies mag zum Teil dadurch bedingt sein, dass der experimentelle Aufwand i. A. im Vergleich zu der „simplen“ Messung einer Gleichstromkennlinie deutlich größer ist.

Insbesondere in mikroskopischen Systemen ist die Größe des Rauschsignals sehr klein, was eine Detektion des interessierenden Signals erschwert. Darüberhinaus ist auch ein profundes Verständnis des eingesetzten Aufbaus vonnöten, da ansonsten systematische Fehler drohen. Letztendlich ringt der Experimentator immer mit dem Problem, das ihn interessierende Rauschsignal von dem grundsätzlich vergleichbar großen und ähnlich aussehenden Eigenrauschen der Apparatur zu trennen.

Auf der anderen Seite kann die Analyse des von einem physikalischen System erzeugten Rauschens Informationen liefern, die nicht aus einer stationären Transportmessung gewonnen werden können. Fundamental mit der Kinetik der Transportprozesse von Ladungsträgern verknüpft ist das sogenannte *Schrotrauschen*, das zuerst von Walter

Schottky diskutiert wurde. [1] Schrotrauschen resultiert aus der Diskretheit der Ladung des Elektrons in Verbindung mit einem unkorrelierten Ladungsfluss. Wechselwirkungseffekte zwischen einzelnen Elektronen können nun jedoch die Korrelation des fließenden Stromes, und damit die Amplitude des Schrotrauschens, beeinflussen. Dabei kommt als Mechanismus nicht nur die Coulomb-, sondern auch die grundlegende Pauliwechselwirkung zum Tragen. [2] Die Letztere tritt insbesondere in sogenannten *Hanbury-Brown* und *Twiss*-Experimenten in Erscheinung, die in Halbleitern durchgeführt wurden und die fermionische Natur der Elektronen bestätigen. [3, 4] Sie ergänzen damit die entsprechenden optischen Experimente für Phononen. [5]

Auch der erste direkte Nachweis der *gebrochenzahlig-geladenen* Laughlin-Quasiteilchen, deren Existenz im Zusammenhang mit dem *fraktionalen Quantenhalleffekt* postuliert wurde [6], konnte durch Messung des Schrotrauschens erbracht werden. Da die Rauschleistung S des Schrotrauschens durch

$$S = 2qI$$

mit der Ladung q und dem stationären Strom I gegeben ist, erlaubt eine Messung von S den Rückschluss auf q , und im Fall der erwähnten Quasiteilchen konnte $q = -e/3$ nachgewiesen werden. [7, 8]

Eine Rauschmessung liefert zwar einen stationären Messwert, der innerhalb einer endlichen Mittelungsdauer bestimmt wird, die lang gegen diejenigen Zeitskalen ist, auf denen dynamische Effekte des Stromflusses eine Rolle spielen. Sie ist damit in gewisser Weise einer Gleichstrommessung verwandt. Andererseits jedoch beinhaltet die genaue Größe und spektrale Form des Rauschens Informationen, die mit Details der Kinetik der relevanten Transportprozesse verknüpft sind. Im Unterschied zur zeitaufgelösten Messungen stellt eine Rauschmessung allerdings immer eine Mittelung über eine große Anzahl von Ereignissen dar. Damit bilden Rauschmessungen gewissermaßen ein Bindeglied zwischen der reinen Gleichstrommessung einer Strom-/Spannungskennlinie einerseits, und zeitaufgelösten Messungen andererseits, wobei sie mit den Letzteren das gleiche Schicksal im Hinblick

auf den hohen experimentellen Aufwand teilen.

Das *Kapitel 1* beinhaltet den theoretische Teil dieser Arbeit. Es enthält eine Darstellung aller drei Rauscharten, die in den untersuchten Tunnelstrukturen von Relevanz sind. Namentlich sind dies das bereits erwähnte Schrot-, das $1/f$ - und das Lorentzrauschen. Sie werden in ihren wesentlichen Merkmalen vorgestellt, gegeneinander abgegrenzt und der theoretische Hintergrund beleuchtet.

Das Lorentz- und das sogenannte $1/f$ -Rauschen sind im Vergleich zum Schrotrauschen weniger von Interesse für die Grundlagenforschung, sondern sie besitzen vielmehr eine technologische Bedeutung, da die Bauelemente der modernen Halbleiter- und Mikrotechnologie in ihrer Leistungsfähigkeit wesentlich durch sie begrenzt werden. [9]

Um den Schwierigkeiten der Rauschmessung Rechnung zu tragen, wird in *Kapitel 2* der verwendete Aufbau und relevante Grundlagen der Messtechnik erschöpfend beschrieben. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Kalibration und möglichen Quellen für systematische Fehler.

Das sich anschließende *Kapitel 3* widmet sich vorrangig dem $1/f$ -Rauschen, wie es an den untersuchten Tunnelbarrieren beobachtet wird, auch wenn das Schrotrauschen kurz Erwähnung findet. Das Auftreten des frequenzabhängigen $1/f$ -Rauschens kann ursächlich auf die Existenz von Fremdatomen — sogenannte Störstellen — im zweidimensionalen Elektronengas zurückgeführt werden, deren Besetzung fluktuiert. Ein wesentlicher Teil dieses Abschnitts erläutert darüberhinaus auch die Herstellung der untersuchten Tunnelbarrieren in einem zweidimensionalen GaAs/AlGaAs-Elektronengas mittels eines oberflächenstrukturierenden Verfahrens.


Dass die Analyse des Schrotrauschens — wie eingangs erwähnt — Aussagen über dynamische Aspekte des Ladungstransports erlaubt, wird in *Kapitel 4* und *5* deutlich. Dazu dienen in beiden Teilen Tunnelstrukturen, in denen der Stromfluss von einzelnen nulldimensionalen (0-d) Zuständen bestimmt wird. Diese sogenannten „Quantenpunkte“ besitzen Durchmesser in der Größenordnung von ~ 10 nm, so dass man aufgrund der resultierenden Quantisierung der Elektronenwellenfunk-

tion mit einer gewissen Berechtigung vom resonanten Tunneln durch künstliche Atome sprechen kann. Im Fall der GaAs/AlGaAs-Struktur in *Kapitel 4* handelt es sich dabei um eine einzelne Störstelle, die sich aufgrund von Verunreinigungen während der Herstellung zufällig gebildet hat. Im *Abschnitt 5* hingegen wurden Proben benutzt, in denen die 0-d-Zustände in Form von selbstorganisiert gewachsenen InAs-Inseln bewusst hergestellt wurden.

Auch in den Messungen an den resonanten Tunnelstrukturen lassen sich nicht nur aus dem Schrotrauschen interessante Rückschlüsse ziehen. Hier treten — genauso wie im Fall der Tunnelbarrieren — ebenfalls frequenzabhängige Rauschanteile auf, die sich auf den Einfluss von Generations-/Rekombinationszentren in der Struktur zurückführen lassen, wie es in den Teilkapiteln 4.6 und 5.4, sowohl für die GaAs/AlGaAs-Tunnelodiode als auch die InAs-Quantenpunktstruktur gezeigt wird.

Dass jedoch nicht nur eine größere Menge von Störstellen, sondern sogar eine einzelne einen deutlichen Einfluss auf den Stromfluss in einer resonanten Tunnelstruktur haben kann, wird in *Abschnitt 4.7* deutlich, in dem das Auftreten einer lorentzförmigen Rauschkomponente im Bild eines gekoppelten Zwei-Zustandssystems diskutiert wird.

1 Theoretischer Hintergrund

 In diesem Kapitel findet sich die grundlegende Beschreibung der unterschiedlichen Rauscharten, die für die vorliegende Arbeit Relevanz besitzen. Da ist zuerst das sogenannte *Schrotrauschen* zu nennen, in dessen Eigenschaften sich sowohl die Granularität der Elektronenladung als auch die Stochastik des beteiligten Transportprozesses widerspiegeln. Dem schließt sich das verwandte *Johnson-Nyquist-Rauschen* an, welches auch als *thermisches Rauschen* in der Literatur zu finden ist. An nächster Stelle wird das *Lorentzrauschen* diskutiert, welches auftritt, wenn Parameter eines physikalischen Systems mit einer bestimmten Zeitkonstanten moduliert werden. Den Abschluss bildet das $1/f$ -Rauschen, welches unter bestimmten Bedingungen auf eine Überlagerung von Lorentzspektren unterschiedlicher Zeitkonstanten zurückgeführt werden kann.

1.1 Schrotrauschen

Ein elektrischer Strom ist ein Fluß aus diskreten elektrischen Ladungen. Im Falle eines unkorrelierten Transports dieser Ladungsträger, entsteht ein frequenzunabhängiges — „weißes“ — Rauschspektrum. Da über den Leiter für $I \neq 0$ eine endliche Spannung abfällt, handelt es sich um einen Nichtgleichgewichtsprozess. [10] Diese Art des elektronischen Rauschens wurde erstmals von Walter Schottky anhand von Messungen an Vakuumröhren diskutiert. [1] Daher wird als einfaches Modellsystem häufig die Emission von Elektronen aus einer Glühwendel herangezogen: Elektronen als quantenmechanische Teilchen können die nötige Austrittsarbeit nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit aufbringen, so dass der resultierende Stromfluß der Ladungsträger stochastisch um seinen Mittelwert fluktuiert.

Damit stellt sich der zeitabhängigke Stromfluss $i(t)$ in einer Vakuumröhre mikroskopisch als eine zufallsverteilte Pulsfolge dar, wobei jeder Einzelpuls genau einem Elektron entspricht.

$$i(t) = \sum_{k=1}^K e\delta(t - t_k) \quad (1.1)$$

Die Granularität der elektronischen Ladung e spiegelt sich in den δ -Funktionen wider, und die Emission jeweils des k -ten Elektrons erfolgt zum Zeitpunkt t_k . Im Rahmen einer endlichen Messdauer T werden insgesamt K Ladungsträger freigesetzt. Alle Emissionsprozesse sind dabei vollkommen unabhängig voneinander, was bedeutet, dass das Tunneln eines Elektrons aus der Glühwendel in keiner Weise die Wahrscheinlichkeit, mit der weitere Elektronen die Emissionsschwelle überwinden können, beeinflusst. Daher unterliegen die Zeitpunkte t_k einer Poisson'schen Verteilung.

Für eine zufallsverteilte Pulsfolge wie (1.1) ergibt sich die spektrale Leistungsdichte aus Carsons Theorem^A unter Vernachlässigung des Gleichstromterms^B mit der Fouriertransformierten $\mathfrak{f}(\delta(t))$ der Pulsform zu

$$S(\omega) = 2\nu e^2 \mathfrak{f}(\delta(t))^2 . \quad (1.2)$$

Dabei ist $\nu = \lim_{T \rightarrow \infty} K/T$ die mittlere Emissionsrate. Wegen $\mathfrak{f}(\delta(t)) = 1$ und $\nu e = I$ erhält man daraus den Ausdruck

$$S(\omega) = 2eI , \quad (1.3)$$

der auch als *Schottky*-Gleichung bekannt ist. ^C Nach (1.3) wird S in

^AAnhang C.2

^BDer Gleichstromterm $4\pi \overline{i(t)^2} \delta(\omega) = 4\pi I^2 \delta(\omega)$ liefert nur für $\omega \stackrel{\perp}{=} 0$ einen Beitrag zur Rauschleistungsdichte $S(\omega)$.

^CFür den mittleren Strom $I = \overline{i(t)}$ gilt nebenbei bemerkt natürlich

$$I = \nu e \int_{-\infty}^{\infty} dt \delta(t) = \nu e = I .$$

Einheiten von $C^2/s = C^2/s^2 \cdot s = A^2/Hz$ gemessen. Es handelt sich folglich um eine spektrale Leistungsdichte.^D

Da die Rauschleistungsdichte nach (1.3) frequenzunabhängig ist, divergiert die im Schrotrauschen enthaltene Gesamtleistung. In (1.1) wird jeder einzelne Ladungsträger durch eine δ -Funktion repräsentiert. Das entspricht einer verschwindenden Ortsunschärfe der Elektronen. Dementsprechend resultiert aus der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ eine beliebig große Impulsunschärfe. In dem gewählten Modellsystem der Feldemission in einer Vakuumröhre benötigen die Elektronen jedoch im Mittel eine gewisse und konstante Transferzeit, um von der Glühkathode zur Kollektorelektrode zu gelangen. Dies legt eine definierte Geschwindigkeit fest und erlaubt daher nur eine endliche Impulsunschärfe. Demzufolge muss im realen physikalischen System die Pulsform durch Funktionen endlicher Breite beschrieben werden. Als Konsequenz daraus beginnt die Rauschleistung jedoch oberhalb von Frequenzen, die der reziproken Pulsbreite entsprechen, abzufallen.

Wie eingangs erwähnt, sind die Emissionsprozesse aus der Glühwendel vollkommen unkorreliert voneinander. Damit muss die Autokorrelationsfunktion^E des Elektronenstromes $i(t)$ durch die Vakuumröhre

$$\mathcal{K}_{i(t)}(s) = \overline{i(t)i(t+s)} \quad (1.4)$$

die Eigenschaft $\mathcal{K}_{i(t)}(s) = 0$ für $s \neq 0$ aufweisen, da auch auf beliebig kurzen Zeitskalen keinerlei Selbstähnlichkeit in $i(t)$ vorhanden ist. Dementsprechend ist für Schrotrauschen $\mathcal{K}_{i(t)}(s) \sim \delta(s)$. Man spricht in diesem Fall vom *vollen* oder auch *poissonschen* Schrotrauschen.

Die Kenntnis der Autokorrelationsfunktion eines Rauschprozesses erlaubt mittels des Wiener-Khintchine-Theorems^F ebenfalls die Be-

^DVerknüpft über eine Impedanz R kann diese entweder als Rauschstrom- $[S_I] = A^2/Hz$ oder als Rauschspannungsleistungsdichte $[S_V] = V^2/Hz$ mit

$$S_V = R^2 S_I$$

aufgefasst werden.

^ESiehe Anhang C.1

^FSiehe dazu unter Anhang C.3

rechnung der spektralen Leistungsdichte $S(\omega)$:

$$S = 4 \int_0^{\infty} ds \mathcal{K}(s) \cos(\omega s). \quad (1.5)$$

Für den Fall eines „weißen“ Rauschens, d. h. $\mathcal{K}(s) = eI\delta(s)$ folgt daraus

$$\begin{aligned} S &= 4eI \int_0^{\infty} ds \delta(s) \cos(\omega s) \\ &= 4eI \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} ds \delta(s) \cos(\omega s) \\ &= 2eI \cos(0) \\ &= 2eI \end{aligned}$$

wiederum das bereits bekannte Resultat; das 2. Gleichheitszeichen ist gültig, da $\delta(s) \cos(\omega s)$ eine gerade Funktion in s ist.

1.1.1 Mesoskopische Systeme

Im vorhergehenden Abschnitt 1.1 wurde das Schrotrauschen als der Effekt eines makroskopischen Systems diskutiert. Bei den Strukturen, wie sie in der vorliegenden Arbeit untersucht werden, handelt es sich jedoch um *mesoskopische* Systeme, deren Beschreibung nicht mehr ohne quantenmechanische Verfahren auskommt. In [11] findet sich beispielsweise eine umfassende qualitative Diskussion von Schrotrauschen in mesoskopischen Systemen.

Für die mathematische Analyse elektronischer Systeme, in denen der Ladungsfluss als kohärenter Transport durch eindimensionale Kanäle beschrieben werden kann, hat sich der sogenannte *Landauer-Büttiker-Formalismus* als sehr erfolgreich herausgestellt. In dessen Rahmen er-

gibt sich das Stromrauschen durch ein solches System allgemein zu

$$S = \frac{e^2}{\pi\hbar} \left[2k_B T \sum_n T_n^2 + eV_{SD} \coth\left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T}\right) \sum_n T_n(1 - T_n) \right]. \quad (1.6)$$

Die insgesamt n Transmissionskanäle werden durch ihre Transmissionskoeffizienten $0 \leq T_n \leq 1$ beschrieben. [12] Für den Fall einer Tunnelbarriere ist die Transmission üblicherweise sehr klein, so dass $T_n \ll 1$ gegeben ist. Dementsprechend erhält man aus (1.6) unter Vernachlässigung der quadratischen Terme in T_n

$$\begin{aligned} S &= \frac{e^3 V_{SD}}{\pi\hbar} \sum_n T_n \coth\left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T}\right) \\ &= \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_n T_n \cdot 2eV_{SD} \coth\left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T}\right) \end{aligned}$$

bzw. mit der allgemeinen Landauerformel $G = e^2/2\pi\hbar \sum_n T_n$ und $I = GV_{SD}$

$$S = 2eI \coth\left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T}\right). \quad (1.7)$$

Im Gegensatz zu dem klassischen Resultat der Herleitung im vorhergehenden Abschnitt 1.1 beinhaltet (1.7) auch das thermische Rauschen: Falls nämlich $eV_{SD} \ll k_B T$, also das chemische Potential vernachlässigbar gegen die thermische Energie ist, kann $\coth()$ in (1.7) durch den Kehrwert seines Arguments ersetzt werden^G, so dass sich

$$S_{thermisch} = \frac{2k_B T}{eV_{SD}} \cdot 2eI = \frac{4k_B T}{R} \quad (1.8)$$

ergibt, was der klassischen Nyquistformel für die Leistungsstromdichte des thermischen Rauschens entspricht.^H Im entgegengesetzten Fall $eV_{SD} \gg k_B T$ konvergiert $\coth()$ gegen 1, und die Schottkygleichung (1.3)

$$S = 2eI \quad (1.9)$$

^G $\coth(x) \approx 1/x + x/3 - \dots$

^HGleichung (1.16) in Abschnitt 1.2

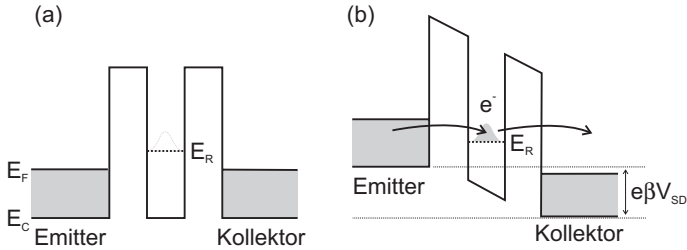


Abbildung 1.1: Schema für das resonante Tunneln in einer Doppelbarrierenstruktur. (a) $V_{SD} = 0$ (b) $|V_{SD}| \gtrsim (E_R - E_F)/e\beta$

ist das Resultat.

1.1.2 Resonantes Tunneln durch nulldimensionale Zustände

Bisher wurde das Schrotrauschen im dem einfachsten System betrachtet, in dem es auftritt, nämlich einer einzelnen Tunnelbarriere. Als naheliegende Fortsetzung stellt sich daher die Frage nach dem Verhalten der Rauschleistung für das resonante Tunneln von Ladungsträgern durch eine Doppelbarrierenstruktur, wie es schematisch in Abb. 1.1 gezeigt ist.

Liegt die Fermienergie E_F des Emitters unterhalb der Resonanzenergie E_R , dann ist ein Tunneln nur durch virtuelle Zustände zwischen den Barrieren möglich. Damit verhält sich die Tunnelstruktur effektiv wie eine einzelne Barriere, so dass poissonsches Schrotrauschen $2eI$ zu erwarten ist.¹ Falls die Vorspannung V_{SD} so gewählt wird, dass die Leitungsbandkante des Emitters über E_R wandert und keine höherenergetischen Resonanzen vorhanden sind, ergibt sich das gleiche Ergebnis.

Interessant ist also der Fall $E_F = E_R$. Die Voraussetzung für volles Schrotrauschen $2eI$ war die vollkommene Unabhängigkeit der einzel-

¹Abschnitt 1.1.1

nen Tunnelereignisse voneinander. Der Einfachheit halber wird jetzt angenommen, dass es sich bei dem resonanten Zustand E_R um einen Nulldimensionalen handelt; damit ist dessen Zustandsdichte δ -förmig, so dass E_R im Einklang mit dem Pauliprinzip gleichzeitig von maximal zwei Elektronen entgegengesetzten Spins besetzt werden kann. Ist die räumliche Ausdehnung des resonanten Niveaus hinreichend klein, um die Entartung der beiden Spinniveaus aufgrund der Coulombenergie e^2/C^J aufzuheben, reduziert sich die maximale Besetzungszahl sogar auf eins. Aufgrund dessen geraten nun jedoch aufeinander folgende Tunnelereignisse in eine Abhängigkeit: Ist nämlich E_R von einem Elektron besetzt, dann kann kein Zweites tunneln. Und zwar solange bis das resonante Niveau wieder entleert ist.

Aufgrund des geschilderten Mechanismus weist der Tunnelstrom also ein gewisses Maß an *Antik*korrelation auf. Dieses führt zu einer Unterdrückung der Amplitude des Schrotrauschens, die Frequenzunabhängigkeit bleibt jedoch bestehen. Daher wird der sogenannte *Fano*-faktor eingeführt, der durch die Normierung der gemessenen Rauschleistung S auf den poissonschen Wert definiert wird:

$$\alpha = \frac{S}{2eI}. \quad (1.10)$$

Volles Schrotrauschen entspricht dann $\alpha = 1$, während sich eine Unterdrückung in $\alpha < 1$ äußert.

Die qualitative Überlegung zur Unterdrückung des Schrotrauschens ist prinzipiell unabhängig von der Dimensionalität des resonanten Zustandes E_R . In der Tat wurde $\alpha < 1$ zuerst in resonanten Tunnelstrukturen, in denen E_R ein zweidimensionales Subband ausbildet, nachgewiesen. [13, 14]. Dabei zeigt sich, dass der Wert des Fanofaktors α von dem Verhältnis der Zerfallsbreiten des resonanten Zustandes $\Gamma_{E,K}$ durch beide Barrieren abhängt:

$$\alpha = \frac{\Gamma_E^2 + \Gamma_K^2}{\Gamma^2}, \quad (1.11)$$

^JC ist die Kapazität des Quantenpunktes E_R .

mit $\Gamma = \Gamma_E + \Gamma_K$. Für eine vollkommen symmetrische Struktur wird $\alpha = 1/2$ beobachtet, während eine zunehmende Asymmetrie den Fanofaktor wieder in Richtung $\alpha = 1$ wandern lässt.

Der Effekt ist mittlerweile theoretisch sehr gut verstanden, und zwar sowohl im Bild des vollständig kohärenten [15] wie auch des sequentiellen Tunnelns [16]. Die Ergebnisse sind in beiden Fällen identisch, da Schrotrauschen im allgemeinen nicht empfindlich auf etwaige Dephasierung reagiert. [12]

Auch für das resonante Tunneln durch nulldimensionale Zustände konnte die Schrotrauschunterdrückung im Einklang mit den theoretischen Modellen nachgewiesen werden. [17, 18, 19]

Unter bestimmten Umständen kann eine positive Korrelation im resonanten Tunneln sogar zu einer Erhöhung des Fanofaktors über Werte von $\alpha = 1$ hinaus führen. [20, 21]

Gl. (1.10) beschreibt die Rauschunterdrückung *in* Resonanz, also für eine Besetzungswahrscheinlichkeit der Emitterzustände bei $E = E_R$ gleich eins. Interessant ist jedoch das Verhalten von α außerhalb der Resonanz. [22] Kiesslich et al. konnten für einen nulldimensionalen Zustand zeigen, dass der Verlauf des Fanofaktors α in Abhängigkeit der Zerfallsbreiten^K des resonanten Zustandes durch Emitter- und Kollektorbarriere $\Gamma_{E,K}$ durch die Beziehung

$$\alpha(V_{SD}) = 1 - \frac{2\Gamma_E\Gamma_K}{\Gamma^2} f_E(V_{SD}) \quad (1.12)$$

mit der Besetzungsfunktion des Emitters bei der Energie des resonan-

^KDie Zerfallsbreiten sind

$$\Gamma_{E,K} = \hbar\Theta_{E,K}$$

mit den Tunnelraten $\Theta_{E,K}$ verknüpft. Der Zusammenhang mit dem Transmissionskoeffizienten $T_{E,K}$ der Barrieren wird durch

$$\Gamma_{E,K} = \hbar\nu T_{E,K}$$

mit der Versuchsfrequenz $\nu^{-1} = w/\sqrt{2E_R/m^*}$ und dem geometrischen Abstand der Tunnelbarrieren w vermittelt.

ten Zustandes

$$\frac{1}{f_E(V_{SD})} = 1 + \exp\left(\frac{E_R - \beta e V_{SD}}{k_B T}\right) \quad (1.13)$$

gegeben wird. [23] β ist der sogenannte Hebelfaktor und erlaubt die Umrechnung der externen Spannung in eine Energie; für symmetrische Strukturen ist im allgemeinen $\beta = 1/2$.

Deutlich unterhalb der Resonanz ist die Besetzung des Emitters praktisch null, $f_E \approx 0$, so dass nach (1.12) poissonisches Schrotrauschen $\alpha = 1$ beobachtet wird. Damit kommen wir auf die eingangs geführte qualitative Diskussion zurück: Der Grund dafür ist darin zu suchen, dass das Pauliprinzip seine antikorrelierende Wirkung nicht entfalten kann, da die Elektronen im Mittel deutlich schneller aus dem resonanten Niveau heraustunneln, bevor aus dem Emitter ein weiteres Elektron hineintunneln könnte. Oder in anderen Worten: Da die Größe des fließenden Stromes in diesem Fall ausschließlich durch die Kollektorbarriere bestimmt wird, tritt auch das zugehörige Schrotrauschen einer einzelnen Tunnelbarriere zutage.

Das ändert sich erst in der Nähe der Resonanz, und zwar in dem Maße, in dem bei zunehmender Vorspannung die Emitterbesetzung $f_E(V_{SD})$ — und damit die Tunnelrate durch die Emitterbarriere — im Verhältnis zur Tunnelrate durch die Kollektorbarriere zunimmt. Analog erniedrigt sich der Fanfaktor graduell, bis er für $f_E = 1$ seinen

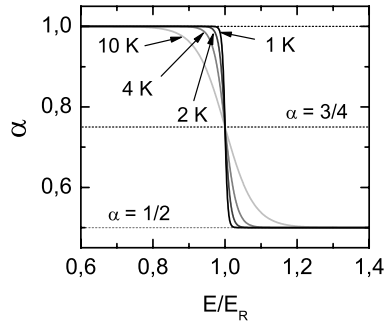


Abbildung 1.2: Nach (1.12) errechneter Verlauf des Fanfaktors α im Fall symmetrischer Barrieren.

Minimalwert

$$\alpha = \frac{\Gamma_E^2 + \Gamma_K^2}{\Gamma_E^2} \quad (1.14)$$

erreicht. Die überhaupt größtmögliche Unterdrückung tritt für $\Gamma_E = \Gamma_K$, d. h. symmetrische Tunnelbarrieren, mit dem Wert $\alpha = 1/2$ auf. Für diesen Fall ist der Verlauf von α bei unterschiedlichen Temperaturen in Abb. 1.14 gezeigt.

Bemerkenswert ist noch, dass für den Fall $E_F = E_R$ der Fanofaktor noch nicht seinen asymptotischen Wert angenommen hat, sondern vielmehr unabhängig von der Temperatur bei $\alpha = 3/4$ liegt. Dies ist auch nicht verwunderlich, da per Definition die Besetzungswahrscheinlichkeit der Emittierzustände bei E_F gerade $1/2$ beträgt, so dass die antikorrelierende Wirkung des Pauliprinzipis noch nicht voll zum Tragen kommt. Interessanterweise wird dieser Wert der Rauschunterdrückung auch für den Fall des resonanten Tunnelns durch ein zufallsverteiles Ensemble von Zuständen erwartet. [24]

Zum Schluss soll noch einmal die Frequenzabhängigkeit diskutiert werden. Da im Falle einer Schrotrauschunterdrückung $1/2 < \alpha < 1$ eine Teilkorrelation des Stromes $i(t)$ gegeben ist, kann die Autokorrelationsfunktion $\mathcal{K}(i(t))$ nicht mehr $\delta(\omega)$ -förmig sein. Demzufolge muss nach dem Wiener-Khintchine-Theorem die spektrale Leistungsdichte $S(\omega)$ ab einer gewissen Frequenz ω_t abfallen. Für resonantes Tunneln konnten Chen et al. zeigen, dass das Schrotrauschen die Abhängigkeit

$$S(\omega) = eI \left(1 + \left(1 - \frac{4\Gamma_E\Gamma_K}{\Gamma^2} \right) \frac{4\Gamma^2}{\omega^2 + 4\Gamma^2} \right) \quad (1.15)$$

aufweist. [15] Dies stellt eine Lorentzform mit der Trennfrequenz $\omega_t = 2\Gamma$ auf einem frequenzunabhängigen Untergrund eI dar. Γ ist die Gesamtzerfallsbreite des resonanten Zustandes und mithin umgekehrt proportional zu dessen Lebensdauer und definiert damit eine endliche Transferzeit eines Elektrons durch die Tunnelstruktur. Demzufolge muss $S(\omega)$ auf kürzeren Zeitskalen als die Zustandslebensdauer Γ abfallen.

Auf längeren Zeitskalen weist der Strom eine Antikorrelation in dem Maße auf, wie sie aus dem Pauliprinzip resultiert. Entsprechend verliert die Leistungsdichte Gl. (1.15) dann jede Frequenzabhängigkeit: $S(\omega) = konst$ für $\omega \ll \omega_t$ und es ergibt sich wieder Gl. (1.14).

1.2 Johnson-Nyquist- bzw. Thermisches Rauschen

An den Kontakten eines Widerstands R , welcher sich im thermischen Gleichgewicht mit seiner Umgebung befindet, wird eine fluktuierende Spannung gemessen, deren *frequenzunabhängige* Leistungsdichte durch

$$S_{therm}^V = 4k_B T R \quad (1.16)$$

gegeben ist.¹ Dies wurde zuerst von Johnson beobachtet und von Nyquist theoretisch beschrieben. [25, 26] Daher wird das thermische Rauschen manchmal auch als *Johnson-Nyquist-Rauschen* bezeichnet.

Dessen Ursache ist in der zufälligen Bewegung der Elektronen bei endlichen Temperaturen durch das Kristallgitter zu suchen, die der Brownschen Molekülbewegung vergleichbar ist. [10] Das thermische Rauschen kann also als das Resultat zahlreicher, voneinander unabhängiger Ereignisse aufgefasst werden, die in einer Abfolge von Störung und Relaxation des thermischen Gleichgewichtes gekennzeichnet sind.

Die stochastische Bewegung der Elektronen führt zu einer lokalen Störung der neutralen Ladungsverteilung, die im Zeitmittel jedoch durch entsprechende Umverteilung von Elektronen wieder ausgeglichen wird. Diese kurzzeitigen Störungen äußern sich nach außen

¹Die korrespondierende Rauschstromleistungsdichte ist entsprechend

$$S_{therm}^I = \frac{4k_B T}{R} .$$

hin als Spannungs- bzw. Strompulse. Demzufolge kann das Johnson-Nyquist-Rauschen analog zum Schrotrauschen als eine zeitliche zufallsverteilte Pulsfolge beschrieben werden.^M Folglich weist es ein frequenzunabhängiges Spektrum bzw. eine δ -förmige Autokorrelationsfunktion auf und damit resultiert aus dem Wiener-Khintchine-Theorem^N ein frequenzunabhängiges Spektrum, im Einklang mit Gl. (1.16).

Im realen physikalischen System zeigt sich jedoch, dass ab gewissen Zeitskalen in Analogie zum Schrotrauschen.^O eine Teilkorrelation des thermischen Rauschens zutage tritt, und die Rauschleistung daher frequenzabhängig wird.^P Eine detaillierte Analyse der Pulsform ergibt ein exponentielles Abklingverhalten der Gleichgewichtsstörungen mit einer Zeitkonstanten τ_d , der sogenannten delektrischen Relaxationszeit. [10] Dieses Relaxationsverhalten findet sich auch in der Autokorrelationsfunktion wieder, die nun nicht mehr δ -förmig ist, sondern die Form

$$\mathcal{K}(\tau) = \frac{k_B T R}{\tau_d} e^{-|\tau|/\tau_d} \quad (1.17)$$

annimmt.

Mit der Kenntnis der Pulsform bzw. der Autokorrelationsfunktion kann nach Carsons Theorem bzw. der Wiener-Khintchine-Beziehung^Q die Leistungsdichte errechnet werden, für die sich der Ausdruck

$$S_{therm}^V = \frac{4k_B T R}{1 + \omega^2 \tau_d^2} \cdot \quad (1.18)$$

ergibt. Vergleichbar dem Fall des teilkorrelierten Schrotrauschens im resonanten Tunneln^R besitzt Gl. (1.18) eine Lorentzform. τ_d liegt in

^MAbschnitt 1.1

^NAnhang C.3

^OAbschnitt 1.1

^PDamit wird auch das Problem der divergierenden Gesamtrauschleistung $S_G = \int_0^\infty d\omega 4k_B T R$, welches eine frequenzunabhängige Rauschleistungsdichte mit sich bringt, gelöst.

^QAnhang C.2 bzw. C.3

^RAbschnitt 1.1.2, Gl. (1.15)

der Größenordnung von 10^{-12} s, so dass im Bereich relevanter Frequenzen $\omega^2 \tau_d^2$ in (1.18) vernachlässigbar ist, und damit das thermische Rauschen im Experiment als „weiss“ betrachtet werden kann.

Die bisherigen Überlegungen zum thermischen Rauschen beruhen auf einer klassischen Beschreibung ausgehend von Elektronen als Punktteilchen. Im Allgemeinen werden vor diesem Hintergrund Schrot- und thermisches Rauschen als voneinander unabhängige Prozesse diskutiert, trotzdem sie sich im Hinblick auf ihre stochastischen Eigenschaften stark ähneln. [10, 9, 27] Dies wird jedoch in Veröffentlichungen neueren Datums angezweifelt, da sich das thermische Rauschen nicht nur für mesoskopische Systeme^S, sondern auch für einen klassischen Leiter als Superposition von schrot rauschenden Strömen darstellen lässt, die in der Summe jedoch zu keinem Nettoladungstransport führen. [28, 29] Eine gemeinsame Beschreibung des thermischen und des Schrot rauschens in makroskopischen Leitern, die ausschließlich auf thermodynamischen Methoden beruht, wurde von Weiss et al. vorgeschlagen. [30]

1.3 Lorentzrauschen

In leitfähigen Festkörpern, in denen Prozesse auftreten, die durch eine Zeitkonstante τ charakterisiert werden können, aber nichtsdestotrotz stochastischer Natur sind, treten Rauschströme der spektralen Abhängigkeit

$$S(\omega) \sim \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (1.19)$$

auf. Beispiele dafür sind Fluktuationen der Ladungsträgerdichte durch Generations-/Rekombinationsprozesse in Störstellenzuständen, oder stochastische Schwankungen der Ladungsträgermobilität. [9]

Die genaue Form der Rauschleistungsdichte wurde von Machlup hergeleitet. [31] Ausgehend von dem Modell eines Zustandes, welcher entweder in einer Zeitspanne $\Delta t = \lambda$ leer bzw. während $\Delta t = \nu$ besetzt

^SSiehe dazu in Abschnitt 1.1.1 Gleichungen 1.7 und 1.8.

ist, und den damit verknüpften Wahrscheinlichkeiten $P_\lambda = v/(v + \lambda)$ und $P_v = \lambda/(v + \lambda)$, das System in einem der beiden Zustände zu finden, erhält man die Autokorrelationsfunktion

$$\mathcal{K}(t) = \frac{v}{(v + \lambda)^2} \left[\lambda \exp \left(- \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{\lambda} \right) |t| \right) + v \right]. \quad (1.20)$$

Mit der Kenntnis von $\mathcal{K}(t)$ kann nach dem Wiener-Khintchine-Theorem[†] die spektrale Rauschleistungsdichte berechnet werden:

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{v\lambda}{v + \lambda} \frac{1}{\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{\lambda} \right)^2 + \omega^2}, \quad (1.21)$$

was einer Form $\sim 1/(\text{konst} + \omega^2)$ entspricht, und daher zu der Bezeichnung *Lorentzrauschen* geführt hat. Für den symmetrischen Fall, in dem die Störstelle im Mittel genauso lange besetzt wie leer ist, also $\tau' = v = \lambda$, vereinfacht sich (1.21) zu der Form

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\tau'}{4 + \omega^2 \tau'^2}. \quad (1.22)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit nehmen wir noch die Ersetzung $\tau' = 2\tau$ vor. Dann nimmt (1.22) die Form

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (1.23)$$

an. Kommen wir in diesem Fall noch einmal auf die Autokorrelation $\mathcal{K}(t)$ zurück:

$$\mathcal{K}(t) = \frac{1}{4} \left(e^{-|t|/\tau} + 1 \right). \quad (1.24)$$

Das Lorentzrauschen weist also auf allen Zeitskalen $t \gg \tau$ eine gleichbleibende Selbstähnlichkeit auf, ganz im Gegensatz zum Schrotrauschen, das aufgrund seiner δ -förmigen Autokorrelationsfunktion auf beliebig kurzen Zeitskalen jede Vorhersagbarkeit verliert.[‡]

[†]Anhang C.3

[‡]Abschnitt 1.1

In Halbleiterbauelementen, in denen die Ladungsträgerzahl aufgrund von Generations-/Rekombinationsprozessen um ΔN fluktuiert, ist die Gesamt rauschleistung durch

$$S_N(\omega) = \overline{4\Delta N^2} \frac{\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (1.25)$$

gegeben. [9]

Lorentz-Rauschen tritt beispielsweise in Feldeffekttransistoren auf. Auch im Quantenhallregime konnte es in Verbindung mit Generations- und Rekombinationsprozessen in und aus lokalisierten Zuständen beobachtet werden. [32].

Im Fall von sehr kleinen Bauelementen wie z.B. Einzelelektronentransistoren können zeitliche Fluktuationen der Ladung einer in der Nähe befindlichen Störstelle das elektrostatische Potential des Bauelementes — und damit seine Leitfähigkeit — Schwankungen unterwerfen, die sich im Stromrauschen als lorentzförmige Spektren bemerkbar machen. Beispielsweise konnten solche Umladeprozesse in Quantenpunktkontakten nachgewiesen werden. [33, 34]

1.4 1/f-Rauschen

Die Allgegenwärtigkeit des sogenannten 1/f-Rauschens stellt eines der ältesten Rätsel der modernen Physik dar. [35, 36] Bis heute existiert keine universelle und allgemein akzeptierte Erklärung für diesen Phänomen. Die Bezeichnung 1/f-Rauschen leitet sich von der charakteristischen Form der Leistungsdichte $S(f)$ her:

$$S(\omega) \sim \frac{1}{\omega^\chi}, \quad (1.26)$$

wobei der Exponent χ üblicherweise Werte von $\simeq 1$ annimmt.

Kann die Korrelation eines stochastischen Prozesses $x(t)$ mit einer einzelnen Zeitkonstante τ_c charakterisiert werden, dann hat das einen lorentzartigen Verlauf der spektralen Leistungsdichte zur Folge.^V Eine

^VAbschnitt 1.3

Abhängigkeit der Form (1.26) legt hingegen eine abnehmende Korrelation auf allen Zeitskalen nahe, so dass ein Prozess $x(t)$, dessen Leistungsdichte S_x sich wie $\sim 1/\omega$ verhält, nicht durch eine einzelne Korrelationszeit beschrieben werden kann, so dass auf allen Zeitskalen eine gewisse (jedoch nicht konstante) Selbstähnlichkeit von $x(t)$ vorhanden ist. [37]

Man kann zeigen, dass eine Pulsform, deren fallende Flanke proportional zu $1/\sqrt{t}$ verläuft, zu einer spektralen $1/\omega$ -Abhängigkeit führt. Die Überlagerung aller langsam abklingenden Einzelpulse sorgt dann für Korrelationen auf langen Zeitskalen. [38]

Beispiele, für die $1/f$ -Rauschen nachgewiesen wurde, sind ebenso zahlreich, wie vielfältig: Lichtemission von Quasaren [38], Musik und Sprache [37], Informationsverarbeitung im menschlichen Gehirn [39] und humane Bewegungskoordination [40], Ladungsfluss durch einen zellulären Ionenkanal [41], Transport von granularer Materie durch eine Engstelle [42] und Verkehrsfluss [43]. Offensichtlich beruht die Entstehung von $1/f$ -Rauschen in einem Fingerklopfen und dem Verkehrsfluss auf einer Straße auf vollkommen unterschiedlichen physikalischen Prozessen.

Die Tatsache, dass die Form der spektralen Abhängigkeit $S(\omega)$ durch (1.26) beschrieben werden kann, legt es nahe, nach einer universellen Erklärung zu suchen. Es erweist sich jedoch, dass allgemeine Modellsätze von den empirischen Tatsachen am weitesten entfernt sind, wohingegen die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment mit dem Grad der Spezialisierung der theoretischen Modellierung zunimmt. [44] So kann z. B. für den Spezialfall von Vorgängen, die durch die eine zufallsverteilte Abfolge von im wesentlichen identischen Einzelpulsen beschrieben werden kann ([40, 43, 42]) ein vergleichsweise simples Modell zur Erklärung der $1/\omega^\chi$ -Spektren herangezogen werden. [45]

Darüber hinaus birgt (1.26) für $\chi = 1$ ein Problem in sich: Die im $1/f$ -Rauschsignal enthaltene Leistung ist mit (1.26) durch

$$P \sim \int_0^\infty \frac{1}{\omega^\chi} \quad (1.27)$$

gegeben; folglich divergiert P für $\chi \leq 1$, was offensichtlich unphysikalisch ist. Dementsprechend muss eine Frequenz ω_l existieren, derart dass $S(\omega)$ für $\omega < \omega_l$ langsamer als $1/\omega$ für $\omega \rightarrow \infty$ divergiert. Analog ergibt sich für eine obere Grenzfrequenz $\omega_h \gg \omega_l$ die Bedingung, dass $S(\omega)$ ab $\omega > \omega_h$ schneller als $1/\omega$ gegen null strebt. Nichtsdestotrotz konnte von Caloyannides die Gültigkeit von (1.26) bis hin zu Frequenzen von 10^{-6} Hz gezeigt werden. [46]

1.4.1 1/f-Rauschen in elektronischen Widerständen

Für die vorliegende Arbeit ist die Existenz von 1/f-Rauschen ausschließlich in elektronischen Systemen von Interesse. Beispiele dazu finden sich in dünnen metallischen oder halbleitenden Schichten [47], in Widerständen [48], in supraleitenden Josephson-Kontakten [49], in Halbleiterbauelementen [50], in Kohlenstoffnanoröhrchen [51] etc.

Im Hinblick auf die Untersuchung von elektronischen Bauelementen ist der Zusammenhang zwischen dem 1/f-Rauschen und dem stationären Gleichstrom I_0 von Interesse:

$$S(\omega) = konst \frac{I_0^\beta}{\omega^\chi}. \quad (1.28)$$

Die Abhängigkeit ist dabei näherungsweise quadratisch $\beta \simeq 2$ [35], was im Falle eines ohmschen Widerstandes relativ einfach begründbar ist. Die Fluktuationen $\delta R(t)$ dieses Widerstandes sind für das 1/f-Rauschen verantwortlich. Die physikalischen Ursachen der Fluktuation sind dabei unerheblich. Entscheidend ist lediglich, dass $\delta R(t)$ keine Funktion der externen Spannung ist.

Betrachten wir die Situation, dass eine ideale DC-Spannung V_0 über den Widerstand R_0 abfällt, wie in Abb. 1.3 skizziert. Ausgehend von

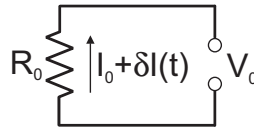


Abbildung 1.3: Zur quadratischen Abhängigkeit der 1/f-Rauschens von I_0 .

$$R(t) = R_0 + \delta R(t) \quad (1.29)$$

mit dem mittleren Widerstand $R_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt R(t)$ ergibt sich für die Stromfluktuationen $\delta I(t)$ im Kreis

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{V_0}{R(t)} = \frac{V_0}{R_0 + \delta R(t)} \\ &= \frac{V_0}{R_0} \left(1 + \frac{\delta R(t)}{R_0} \right)^{-1} \end{aligned}$$

und wegen $R(t) \gg \delta R(t)$

$$I(t) \approx \frac{V_0}{R_0} \left(1 - \frac{\delta R(t)}{R_0} \right) .$$

Da der mittlere fließende Strom $I_0 = V_0/R_0$ ist, erhält man für den Rauschstrom $\delta I(t)$

$$\delta I(t) = -\frac{V_0}{R_0^2} \delta R(t) = -\frac{I_0}{R_0} \delta R(t)$$

bzw. für die Rauschleistung mit $S_I = \delta I(t)^2$ und $S_R = \delta R(t)^2$

$$S_I = \frac{I_0^2}{R_0^2} S_R , \quad (1.30)$$

so dass eine quadratische Funktion des stationären Gleichstroms ist: $S_I \sim I_0^2$. Darüber hinaus zeigt (1.30), dass der Gleichstrom I_0 nicht die Ursache des Rauschens ist, sondern lediglich eine Möglichkeit zur Detektion bietet. Die Widerstandsfluktuationen als Ursache des $1/f$ -Rauschens können in Metallfilmen auch in einer potentialfreien Messung nachgewiesen werden. [52] Es handelt sich also um Schwankungen des thermischen Gleichgewichts, die unabhängig von einer externen Spannung vorhanden sind.

Falls jedoch die Voraussetzung, der zufolge die Ursachen der Widerstandsfluktuationen unabhängig von der Spannung V_0 sein müssen, nicht erfüllt ist, dann verliert der Ausdruck (1.30) seine Gültigkeit.

1.4.2 1/f-Rauschen im Generations-/Rekombinationsbild

Ein Modell zur Erklärung der spektralen Form des 1/f-Rauschens beruht letztendlich auf dem Lorentzrauschen eines Ensembles von in der Besetzung fluktuierenden Störstellen. Die Besetzung der erwähnten Generations-/Rekombinationszentren muss auf einem hinreichend langsamen Prozess beruhen, da lange Zeitkonstanten nötig sind, um die 1/f-Form der Spektren bis zu niedrigen Frequenzen hin aufrecht zu erhalten. Die Störstellen können Elektronen mit nicht näher spezifizierten Elektronenreservoirs austauschen (s. Abb. 1.4).

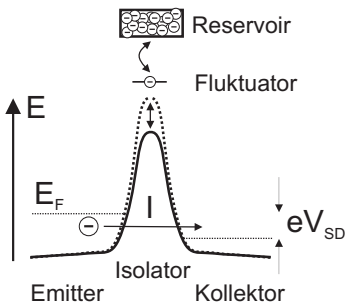


Abbildung 1.4: Ein schematisches Modell für die Entstehung von 1/f-Rauschen in einer Tunnelbarriere.

Diese dabei relevanten Generations- bzw. Rekombinationsvorgänge lassen sich durch charakteristische Zeitkonstanten τ_G bzw. τ_R beschreiben. Eine kapazitive Kopplung von dem jeweiligen Generations-/Rekombinationszentrum beeinflusst dann lokal das elektronische System, z. B. das elektrostatische Potential einer Tunnelbarriere. Diese Modulation überträgt sich dementsprechend auf den Strom der zwischen Emitter und Kollektor tunnelnden Ladungsträger. [53]

Fällt eine ideale Gleichspannung über einer Tunnelbarriere ab, dann wird der resultierende Strom nicht nur aufgrund der stochastischen Natur des Tunnelprozesses ein Schrottrauschen S_{Schrot} (s. Kap. 1.1), sondern einen zusätzlichen Anteil S_f aufweisen. Zwar moduliert die Besetzung des Fluktuators das Barrierenpotential und damit die lokale Tunnelstromdichte; die Stochastik des Tunnelprozesses durch die Barriere bleibt davon jedoch unbeein-

flusst. Daher sind die beiden Rauschquellen S_{Schrot} und S_f unkorreliert zueinander, so dass sich ihre Rauschleistungen zu dem Gesamtsignal S_g addieren:

$$S_g = S_{Schrot} + S_f \quad (1.31)$$

Das Rauschspektrum einer einzelnen Störstelle besitzt für den symmetrischen Fall die Form eines Lorentz-Rauschens nach (1.23).

$$S(f) = konst \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} . \quad (1.32)$$

In der Regel findet sich in einem mesoskopischen System immer ein Ensemble von solchen Fluktuatoren. Darüber hinaus unterliegen die Zeitkonstanten τ_i einer Verteilungsfunktion. Damit ergibt sich das gesamte Rauschsignal als eine Superposition von unterschiedlichen Lorentzspektren. Da die Prozesse der einzelnen Generations-/Rekombinationszentren unkorreliert zueinander sind, addieren sich die Rauschleistungen.

Um das Gesamtrauschen berechnen zu können, ist die Kenntnis der Verteilung der Zeitkonstanten τ_i vonnöten. Unter der Annahme, dass die Kopplung zwischen dem jeweiligen Fluktuator und den Elektronenreservoirs über den Tunneleffekt gewährleistet ist, zeigt die mittlere Zeitspanne zwischen zwei Übergängen die Abhängigkeit

$$\tau_i = \tau_0 e^{\delta a_i} \quad (1.33)$$

vom Abstand zwischen Reservoir und Störstelle a_i . δ ist eine allgemeine Tunnelkonstante und τ_0 ist wegen $a_i = 0 \rightsquigarrow \tau_i = \tau_0$ die kürzestmögliche Schaltzeit. Im einfachsten Fall ist die Verteilung der Abstände a_i bis hin zu einem Maximalwert y_m homogen, so dass sich die Dichtefunktion

$$f(y) = 1/y_m \quad (1.34)$$

ergibt. Mit der Transformationsvorschrift

$$g(\tau) = \frac{dy}{d\tau} f(y) \quad (1.35)$$

kann die räumliche Dichtefunktion der Störstellen in diejenige der Zeitkonstanten $g(\tau)$ umgeformt werden. Demzufolge bestimmt sich $g(\tau)$ mit (1.33) und $\tau_m = \tau_0 e^{\delta y_m}$ zu

$$g(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\delta y_m} \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\ln(\tau_m/\tau_0)} \frac{1}{\tau} & : \text{ für } \tau_0 < \tau < \tau_m \\ 0 & : \text{ ansonsten} \end{cases} . \quad (1.36)$$

Die Bestimmung von $g(\tau)$ aus einer räumlichen Verteilungsfunktionen stellt nur eine Möglichkeit dar. Eine homogene Verteilung der Energieniveaus über das Störstellenensemble resultiert in der gleichen Verteilung über der Zeitachse $g(\tau)$. [36] Experimentell wurde eine solche Verteilung der Aktivierungsenergien von Ralls et al. nachgewiesen. [54]

Die Kenntnis von $g(\tau)$ ermöglicht nun mit (1.32) das Gesamttrauschen $S(\omega)$ des Störstellenensembles zu errechnen:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \textit{konst} \int_{\tau_0}^{\tau_m} d\tau \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{1}{\ln(\tau_m/\tau_0)} \frac{1}{\tau} \\ &= \textit{konst} \frac{1}{\omega \ln(\tau_m/\tau_0)} \int_{\omega \tau_0}^{\omega \tau_m} dx \frac{1}{1 + x^2} \\ &= \textit{konst} \frac{1}{\omega \ln(\tau_m/\tau_0)} (\arctan(\omega \tau_m) - \arctan(\omega \tau_0)) \end{aligned} \quad (1.37)$$

Unter der Bedingung

$$1/\tau_m \ll \omega < 1/\tau_0 \quad (1.38)$$

vereinfachen sich die arctan-Terme in der folgenden Weise:

$$\frac{1}{\tau_m} \ll \omega \curvearrowright \omega \tau_m \gg 1 \curvearrowright \arctan(\omega \tau_m) \approx \frac{\pi}{2} \quad (1.39)$$

und

$$\omega \ll \frac{1}{\tau_0} \curvearrowright \omega \tau_0 \ll 1 \curvearrowright \arctan(\omega \tau_0) \approx \omega \tau_0 . \quad (1.40)$$

Aufgrund des rechten Teils von (1.38) ist $\omega \tau_0 \ll 1 < \frac{\pi}{2}$, so dass (1.40) im Vergleich zu (1.39) vernachlässigbar wird. Dementsprechend ergibt

sich für (1.37) mit $\omega = 2\pi f$ der Ausdruck

$$S(\omega) \cong \frac{1}{4} \frac{(\Delta I)^2}{f \ln(\tau_m/\tau_0)} \sim \frac{1}{f}, \quad (1.41)$$

welcher die spektrale Abhängigkeit eines $1/f$ -Rauschens aufweist. Darüber hinaus genügt der exakte Ausdruck (1.37) wegen (1.38) der Forderung der Integrierbarkeit (1.27).

Die Gültigkeit dieses Modells konnte beispielsweise in Rauschmessungen an Metall-Isolator-Metall-Tunnelbarrieren nachgewiesen werden. [55] Dabei wurde der Übergang von einem $1/f$ -Spektrum zu einer Überlagerung einiger Lorentzspektren beobachtet, indem die Anzahl der aktiven Generations-/Rekombinationszentren mittels thermischer Aktivierung variiert wurde.

Das skizzierte Modell setzt jedoch nicht zwingend die Existenz von Störstellen voraus und seine Gültigkeit ist nicht auf Tunnelbarrieren beschränkt. Generell können damit elektronische Systeme beschrieben werden, welche Fluktuationen unterliegen, die sich als Superposition einzelner Komponenten der Form $\tau/(1 + \omega^2\tau^2)$ darstellen. Als Beispiel werden dazu in der Literatur sowohl Fluktuationen der Ladungsträgerdichte als auch der Ladungsträgermobilität angeführt. [36]

2 Messaufbau

Dieses Kapitel beleuchtet die technischen und physikalischen Hintergründe der verwendeten Messtechnik und erläutert, warum der Strommessung gegenüber einer Spannungsmessung der Vorzug gegeben wurde. Desweiteren finden sich hier Messungen und Abschätzungen zu Grenzen der Detektion kleiner Rauschsignale und über die Größenordnung von etwaigen systematischen Fehlern.

2.1 Allgemeine Messmethodik

Der grundlegende Messaufbau, der für alle Rauschmessungen dieser Arbeit Verwendung fand, ist in Abb. 2.1 skizziert. Mittels einer programmierbaren Spannungsquelle^A wird eine Gleichspannung V_{SD} an die zu untersuchende Probe angelegt^B. Der daraus resultierende Gleichstrom I_{DC} fließt durch die Probe. Die in dieser Arbeit untersuchten Strukturen zeichnen sich dadurch aus, dass sie — anders als z.B. ein rein ohmscher Widerstand — zusätzlich einen frequenzabhängigen Strom $I(\omega)$ erzeugen. Dabei handelt es sich um das zu charakterisierende Rauschsignal, welches sich dem fließenden Gleichstrom überlagert. Beide Anteile werden von einem Stromverstärker^C detektiert. Dieser definiert darüber hinaus mit seinem Eingang den Massepunkt der Schaltung.

^AKeithley SMU-236

^BAufgrund von höherfrequenten Störungen, die in V_{SD} nachweisbar sind, erfolgt eine Glättung mittels eines aus passiven Elementen aufgebauten Tiefpassfilters ($f_c \approx 15$ Hz).

^CFemto LCA 100K-50M, Bandbreite 100 kHz, Verstärkung $5 \cdot 10^7$ V/A

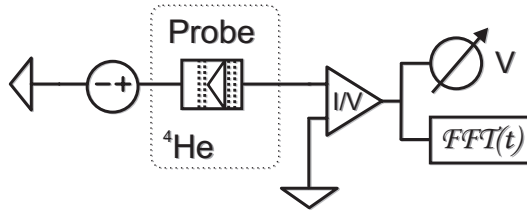


Abbildung 2.1: Schema des Versuchsaufbaus. Alles innerhalb des gestrichelten Kastens befindet sich für die Messungen in flüssigem ${}^4\text{He}$.

Für die Analyse der Strom-Spannungscharakteristik der Probe wird das Verstärkersignal einem Gleichspannungsmessgerät zugeführt.^D Die Erfassung der frequenzabhängigen Anteile erfolgt parallel dazu mit einem Spektrumanalysator^E, der nach der Methode der schnellen Fouriertransformation arbeitet.

2.2 Prinzip der Rauschmessung

Für die Erfassung der Rauschsignale wurde — wie bereits angedeutet — die Messung mittels eines einzelnen Stromverstärkers gewählt. [56] Der Grund dafür liegt in mehreren inhärenten Vorteilen, die gegenüber einer Spannungsmessung zum Tragen kommen. Bei der letzteren wird das erzeugte Rauschstrom $I(\omega)$ nicht direkt erfasst, sondern an einem Vorwiderstand R_{vor} in ein Spannungsrauschen gewandelt, welches dann mit einem Spannungsverstärker detektiert wird (s. Abb. 2.2). Üblicherweise erfolgt der Aufbau mit zwei identischen Spannungsverstärkern in Verbindung mit einem phasensensitiven und zweikanaligen Spektrumanalysator. Da das Eigenrauschen der beiden Verstärker

^DEs erwies sich dabei als sinnvoll für die Stabilität der DC-Messwerte, das Verstärkersignal vor dem Gleichstromvoltmeter mit einem Tiefpassfilter zu glätten.

^EStanford Research SR-780, 100 kHz Bandbreite

sowohl in Amplitude als auch in der Phase unkorreliert ist, mittelt es sich bei der Messung der Kreuzkorrelationsfunktion $K(\omega)$ für beliebig lange Integrationszeiten prinzipiell vollständig heraus.

Das interessierende Messsignal hingegen bleibt übrig, da es im Ausgangssignal beider Verstärker vorhanden ist. Für das vorhandene Messsystem und unter den gegebenen elektromagnetischen Umgebungsbedingungen erwies sich jedoch, dass dieser Vorteil nicht zum Tragen kam: Aufgrund der — im theoretischen Idealfall — beliebig großen Eingangsimpedanz eines Spannungsverstärkers werden etwaige Übersprechstörungen in den Aufbau aus externen Quellen in jedem Fall detektiert. Für diese Messtechnik ist daher ein enormer Aufwand im Hinblick auf die Abschirmung des gesamten Aufbaus notwendig. [57]

Bei der Verwendung eines Stromverstärkers hingegen fallen aufgrund des verschwindenden Eingangswiderstandes Störspannungen aus externen Quellen ausschließlich über der Impedanz der Probe ab. Die daraus resultierenden Ströme liegen i.A. deutlich unterhalb der Detektionsgrenze des Verstärkers. Somit ist diese Messmethodik deutlich unempfindlicher im Hinblick auf „Elektrosmog“.

Ein zusätzliches Problem der Spannungsmessung ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild einer allgemeinen Rauschmessung, wie in Abb. 2.3 gezeigt. Die Probe, deren Rauschleistungssignal $S(\omega)$ analysiert werden soll, besitzt eine Impedanz R_P . Im Allgemeinen sind die Impedanzen $Z(\omega)$ Funktionen der Frequenz ω , was jedoch im Bereich der zugänglichen Frequenzen vernachlässigbar bleibt, so dass $Z(\omega = 0) = R$ gilt. Der Widerstand R_{ext} entspricht dabei je nach Messmethodik entweder dem Eingangswiderstand eines Stromverstärkers oder einem Vorwiderstand, wenn ein Spannungsverstärker eingesetzt wird. Eine Analyse dieser Schaltung ergibt, dass das Stromrauschen S_I , welches dann vom

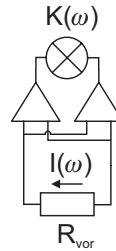


Abbildung 2.2: Das Prinzip der Kreuzkorrelationsmessung

Verstärker gemessen wird, durch die folgende Beziehung geben ist: [12]

$$S_I = \frac{S}{(1 + R_{ext}/R)^2} . \quad (2.1)$$

Damit ist das Detektorsignal nur für den Fall von im Vergleich zum Probenwiderstand R verschwindender externer Impedanz R_{ext} identisch mit dem interessierenden Rauschsignal der Probe:

$$R_{ext} \ll R \rightarrow S_I \approx S .$$

Ist jedoch $R_{ext} \gtrsim R$, dann wird S_I zu einer Funktion von R_{ext} . Ein Stromverstärker weist i.A. einen Eingangswiderstand von $R_{ext} \approx 50 \Omega$ auf, während $R > 100 \text{ k}\Omega$, so dass die obige Bedingung problemlos erfüllt wird. Findet jedoch eine Spannungsmessung über einen Vorwiderstand Verwendung, dann stellt (2.1) eine Einschränkung für die Wahl von dessen Größe dar.

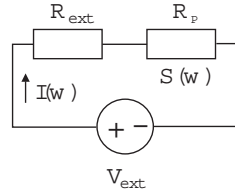


Abbildung 2.3: Schema zur Rolle der externen Beschalung

Die Benutzung eines Stromverstärkers weist jedoch ebenfalls Nachteile auf, die im folgenden diskutiert werden sollen. Wie bereits erwähnt, stellt der ideale Stromverstärker eine virtuelle Masse dar. In einem realen Verstärker kann dessen Eingang jedoch immer als Spannungsquelle aufgefasst werden (Abb. 2.4). Diese erzeugt zum einen die Gleichspannung V_{DC} . Damit ist der Verstärkereingang nicht mehr potentialfrei, d.h. die vom ihm gebildete virtuelle Masse weist eine konstante Differenzspannung V_{DC} zur wirklichen Schaltungsmasse auf. Bei dem verwendeten Stromverstärker ist $V_{DC} \approx -1 \text{ mV}$ und sie ist über Tage hinweg stabil im Prozentbereich. Für Proben hinreichend großer Impedanz (s.u.) muss lediglich bei der Auswertung der Daten eine Korrektur der Spannungsachse V_{SD} mit V_{DC} vorgenommen werden. Im Falle von Proben, die bei Spannungen in der Größenordnung von V_{CD} bereits messbares Rauschen erzeugen, muss diese für Messung

des Hintergrundsignals S_0 durch Anlegen der Spannung $V_{SD} = V_{DC}$ potentialfrei gemacht werden.

Wesentlich kritischer ist jedoch der Einfluss des frequenzabhängigen Anteiles der Verstärkereingangsspannung. Da es sich dabei um ein unkorreliertes Rauschsignal handelt, wird die weitere Diskussion auf elektrische Leistungen bezogen. Als Leistungsstromquelle lässt sich der Eingang eines Stromverstärkers also durch die Beziehung

$$S(\omega) = S_{DC} + S_{amp}(\omega) , \quad (2.2)$$

beschreiben, wobei $S_{DC} = V_{DC}/(R_{ext} + R)$ ist (Abb. 2.3). Im weiteren wird nur noch $S_{amp}(\omega)$ von Interesse sein.

Die Beschaltung des Verstärkereingangs kann im einfachsten Fall durch das Ersatzschaltbild in Abb. 2.4 beschrieben werden. Die elektrische Verbindung zwischen Probe und Verstärker wird durch eine Leitung gebildet, welche durch die Kapazität C_A beschrieben wird.^F R_P ist der Widerstand der Probe. Aufgrund deren Parallelschaltung ergibt sich die frequenzabhängige Impedanz

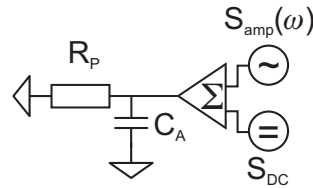


Abbildung 2.4: Ersatzschaltbild des Eingangs eines Stromverstärkers

$$Z(\omega) = \frac{R_P}{1 + \omega C_A \cdot R_P} . \quad (2.3)$$

Der Verstärkereingang treibt nun aufgrund seiner Eigenschaft als frequenzabhängiger Leistungsquelle einen Rauschstrom durch die Impedanz $Z(\omega)$. Für große Probenwiderstände, d.h. $R \rightarrow \infty$ vereinfacht sich (2.3) zu $Z = 1/(\omega C_A)$. Jeder reale Stromverstärker liefert mit unbeschaltetem Eingang bereits ein Signal, das sog. Eigenrauschen, welches durch die Leistungsamplitude S_0 charakterisiert ist. Ist nun die Kapazität C_A hinreichend groß, dann wird das Eigenrauschen S_0 erhöht,

^FEtwas Induktivitäten sind für den benutzten Leitungstyp vernachlässigbar klein.

da der Verstärker das von ihm selbst erzeugte Signal detektiert; ein Effekt, der mit wachsender Frequenz vermehrt zum Tragen kommt.

Um dem zu begegnen, wird der Verstärker über eine speziell gebaute Niedrigkapazitätsleitung mit der Probe verbunden. Diese besteht aus einem Edelstahlrohr mit einem zentriert gespannten Draht. Die Kapazität einer Koaxialleitung (s. Abb. 2.5) wird durch

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}, \quad (2.4)$$

mit der Länge der Leitung l , und Außen- bzw. Innendurchmesser D, d , gegeben. [58] Mithin ist für eine möglichst kleine Kapazität ein möglichst großes Verhältnis von Außen- zu Innendurchmesser erstrebenswert.

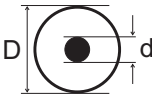


Abbildung 2.5:
Schematischer
Aufbau einer
Koaxialleitung

Für herkömmliche Koaxialleitungen mit Dielektrikum als Isolator zwischen Innen- und Außenleiter, z.B. RG-58 (≈ 100 pF/m), ist $\ln(D/d) \approx 0.48$. Die relative Dielektrizitätskonstante beträgt für z.B. Teflon $\epsilon_r = 2$. In den verwendeten Leitungen wird ein $50 \mu\text{m}$ starker Manganin-Draht eingesetzt, da dieses Material robuster ist als z.B. Kupfer. Das Edelstahlrohr besitzt einen Innendurchmesser von $D = 20$ mm. Da das Rohr im Betrieb mit ^4He -Gas gefüllt ist, wird $\epsilon_r \approx 1$. Somit ergibt sich für $\ln(D/d) \approx 6$. Nach Formel (2.4) erhält man eine Kapazität von 9.6 pF/m. Unter Berücksichtigung der Länge $l = 1.5$ m und der Kapazität der hermetisch dichten BNC-Buchsen (ca. 2 pF) am oberen Ende des Probenstabs ergibt sich eine Gesamtkapazität von ca. 16 pF.

2.3 Übertragungsfunktion

Die Übertragungsfunktion des Messaufbaus wurde mittels einer Spice-Simulation berechnet. Das der Analyse zugrunde liegende Schaltbild

findet sich in der Teilabbildung in Abb. 2.6. Dabei wird die im Hinblick auf ihre Rauscheigenschaften zu untersuchende Probe als Stromquelle dargestellt, die zusätzlich zum aufgrund der Spannung V_{SD} fließenden Gleichstrom einen Rauschstrom $I_N(\omega)$ erzeugt. Der Rauschstrom $I_N(\omega)$ muss vollständig über den Eingangswiderstand R_A des Stromverstärkers fließen, ansonsten wären systematische Messfehler die Folge.

$$I_A(\omega) \stackrel{!}{=} I_N(\omega)$$

Die in der Schaltung vorhandenen Kapazitäten stellen jedoch Kurzschlusspfade für $I_N(\omega)$ dar; jeder Anteil, der über solche abfließt, wird nicht vom Verstärker detektiert.

Es zeigt sich jedoch, dass im Rahmen der Verstärkerbandbreite von 100 kHz die Apparatfunktion S_{UF} identisch mit der Übertragungsfunktion des Stromverstärkers ist.

Das Resultat der Schaltungsanalyse ist in Abb. 2.6 dargestellt. Der Strom in den Verstärker $I_A(\omega)$ ist im Vergleich mit demjenigen durch die Gesamtkapazität zwischen Probe und Verstärker $I_{C_A}(\omega)$ dargestellt. Es zeigt sich, dass das Verstärkersignal erst oberhalb von einigen MHz beeinflusst wird. Für Frequenzen größer als 100 MHz fließt der Rauschstrom $I_N(\omega)$ bevorzugt durch die Kapazität C_A , da deren Impedanz $1/\omega C_A$ dann deutlich kleiner als R_A wird. Im Beispiel wurde zusätzlich der Einfluss eines Spannungsteilers vor der Gleichspannungsquelle V_{SD} mit einbezogen. Hier ist $R_{T2} = 100 \Omega$ und ein weiterer Teil des Rauschsignals geht über C_K bzw. R_{T2} verloren (nicht dargestellt). Kann auf den Einsatz eines solchen Spannungsteilers verzichtet werden, dann verschiebt sich die Grenzfrequenz für I_A noch weiter zu größeren Werten.

2.4 Berechnung des Probensignales

Die Messung der von der Probe generierten Rauschleistung erfolgt in zwei Einzelmessungen. Zuerst erfolgt eine Aufnahme des spannungslosen Spektrums ($V_{SD} = 0$), die zugehörige Rauschleistungsdichte

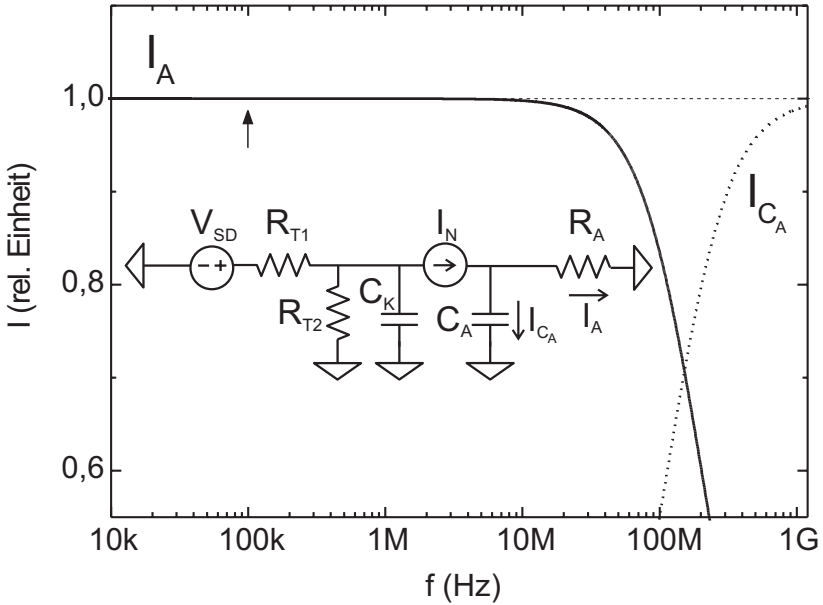


Abbildung 2.6: Resultat einer Spice-Simulation des Stromes I_A durch den Eingangswiderstand des Verstärkers R_A im Vergleich zum parasitären Strom I_{C_A} durch die Kapazität C_A über der Frequenz. Der Pfeil markiert die Verstärkerbandbreite bei 100 kHz.

Teilabbildung : Ersatzschaltbild für die Simulation. Der Widerstand $R_A = 50 \Omega$ stellt den Eingangswiderstand des Stromverstärkers dar. $C_K = 16 \text{ pF}$ ist die Kapazität einer Koaxialleitung. $C_A = 21 \text{ pF}$ enthält zusätzlich die Eingangskapazität des Verstärkers. $R_{T1} = 100 \text{ k}\Omega$ und $R_{T2} = 100 \Omega$ bilden einen optionalen Spannungsteiler für V_{SD} .

wird im weiteren mit S_0 bezeichnet. S_0 enthält das Eigenrauschen des gesamten Aufbaus, jedoch keinen Beitrag seitens der Probe.^G Dem schließt sich eine Messung der Rauschleistung S_V mit $V_{SD} \neq 0$ an. Diese enthält nach wie vor das gesamte Eigenrauschen des Aufbaus und zusätzlich das von der Probe stammende Signal S_P . Dieses errechnet sich nun durch Differenzbildung der beiden Teilmessungen^H

$$S_P = \frac{S_V - S_0}{S_{UF}}. \quad (2.5)$$

Da es sich hierbei jeweils um zueinander — in Amplitude und Phase — unkorrelierte Rauschsignale handelt, müssen Rauschleistungen benutzt werden. Dem Einfluss der Übertragungsfunktion des Aufbaus wird durch die Normierung mit dem Leistungsfrequenzgang S_{UF} Rechnung getragen.

2.5 Kalibration des Verstärkers

Ein Verstärker besitzt die Aufgabe, eine Eingangsgröße mit einem bestimmten Faktor zu verstärken. Jeder reale Verstärker ist jedoch mit dem Problem behaftet, dass der Verstärkungsfaktor oberhalb bzw. unterhalb bestimmter charakteristischer Werte abhängig von der Größe des Eingangssignales wird. Damit entstehen systematische Messfehler.

Die Spezifikation des in dieser Arbeit verwendeten Stromverstärkers wurde auf zwei Methoden kontrolliert. Zum einen wurde das thermische Stromrauschen von Dickfilmwiderständen unterschiedlicher Größe

^GDas ist nur richtig, falls die Probenimpedanz R hinreichend groß ist, um das thermische Stromrauschen der Probe $S_{therm} = 4kT/R$ unter die Nachweisgrenze des Detektors zu drücken. Auf diese Problematik wird in Teil 2.7 ausführlich eingegangen.

^HStreng genommen setzt diese Art der Messung voraus, dass das Eigenrauschen S_0 über die Zeitdauer der beiden Teilmessungen konstant ist. Für den verwendeten Aufbau ergab sich ein konstanter Zeitgang für S_0 über Stunden hinweg, die Messdauer für einen Messpunkt V_{SD} liegt dagegen im Bereich von maximal 10 Minuten.

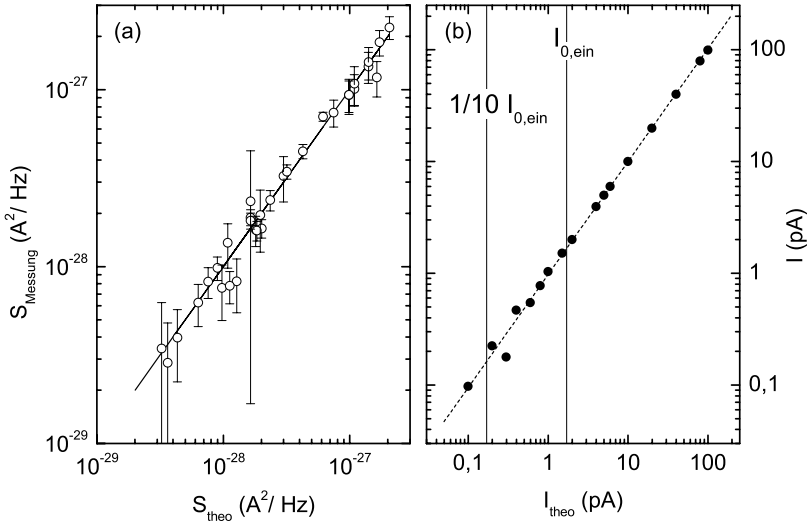


Abbildung 2.7: (a) Messung des thermischen Rauschens von Metallfilmwiderständen. Die durchgezogene Linie stellt den theoretisch erwarteten Verlauf dar. (b) Linearität des Stromverstärkers (Femto LCA 100K-50M) gemessen mit einer sinusförmigen Anregung ($f = 10$ kHz). Die gepunktete Gerade ist ein Fit. Die vertikalen Linien entsprechen dem äquivalenten Eingangsrauschstrom $I_{0,\text{ein}}$ bzw. $1/10 I_{0,\text{ein}}$

und bei unterschiedlichen Temperaturen als absolute Eichquelle benutzt. Diese wurden — genau wie die später zu untersuchenden Proben — in den Aufbau eingesetzt und ihre Rauschspektren aufgenommen. Da die genannten Messungen mit dem Stromverstärker in Verbindung mit dem Spektrumanalysator durchgeführt wurden, erstreckt sich die Kalibration letztendlich auf die gesamte Messkette.

Das Resultat findet sich in Abb. 2.7 (a), wobei jeweils die gemessene Rauschleistung $S_{Messung}$ gegen die nach $S_{theo} = 4kT/R$ Errechnete aufgetragen ist. Die einzelnen Messpunkte streuen zwar — insbesondere bei kleinen Signalen — deutlich, jedoch sind im Rahmen der Fehlerbalken keine systematischen Abweichungen erkennbar. Zusätzlich wurde die Verstärkung mit einem sinusförmigen Signal mit $f = 10$ kHz gemessen, was in Abb. 2.7 (b) dargestellt ist. Der Verstärker arbeitet auch bei Signalen, deren Amplitude weniger als 10 % seines äquivalenten Eingangsstromrauschens s_0 beträgt, immer noch linear. Die graue Gerade stellt einen linearen Fit dar; für die Steigung ergibt sich ein Wert von 1.01 ± 0.02 , d.h. der spezifizierte Verstärkungsfaktor wird besser als 3 % eingehalten. Dieser Wert ist daher als obere Abschätzung des systematischen Fehlers des Versuchsaufbaus zu verstehen.

Für den Verstärker Femto LCA-100K-50M ist die *Eigenrauschspannungsdichte* zu $s_0(f = 10 \text{ kHz}) = 30 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ spezifiziert. Wegen $S_0 = s_0^2$ entspricht das einer spektralen *Leistungsdichte* von ca. $\sim 1 \cdot 10^{-27} \text{ A}^2/\text{Hz}$. Der Verstärker arbeitet, wie aus Abb. 2.7 (b) ersichtlich, für Signale die 10 % seines äquivalenten Eigangsruschstromes bzw. 1 % seiner äquivalenten Eingangsruschleistung entsprechen, noch im linearen Bereich. Dementsprechend lassen sich Rauschleistungen bis $\sim 1 \cdot 10^{-29} \text{ A}^2/\text{Hz}$ messen, was durch die Analyse des thermischen Rauschens der Dickfilmwiderstände bestätigt wird (s. Abb. 2.7 (a)).

2.6 Abhängigkeit des Verstärkereigenrauschens von der externen Impedanz

Wie bereits zuvor erwähnt (s. Abb. 2.4), erzeugt der Eingang eines jeden realen Stromverstärkers ein Spannungssignal, so dass er im externen Kreis als Quelle wirkt. Diese Spannungsquelle lässt sich in eine Gleichstrom- S_{DC} und eine Rauschquelle $S_{amp}(\omega)$ zerlegen.

$$S(\omega) = S_{DC} + S_{amp}(\omega) \quad (2.6)$$

Hier soll nun im weiteren der Einfluss des frequenzabhängigen Leistungsanteiles $S_{amp}(\omega)$ diskutiert werden. Letzterer treibt durch die externe Impedanz, die im wesentlichen von der zu untersuchenden Probe gebildet wird, einen Rauschstrom, welcher wiederum vom Verstärker erfasst wird. Ist der Probenwiderstand R_P hinreichend groß, dann liegt das resultierende Signal unterhalb der Detektionsschwelle. Ansonsten jedoch moduliert eine Änderung des Probenwiderstandes das Verstärkereigenrauschen. Da zur Bestimmung des Probenrauschsignales S_P die Differenz zwischen Mess- und Hintergrundsignal dient, verbirgt sich hier die Gefahr systematischer Fehler.

Um diese Modulation des äquivalenten Eingangsstromrauschens s_0 zu quantifizieren, wurden Widerstände unterschiedlicher Größe anstelle der Probe in den Messaufbau eingesetzt. Nach dem Abziehen des thermischen Rauschens der Widerstände entspricht das Restsignal dem Hintergrundrauschen der Messkette. Die Resultate sind in Abb. 2.8 (a) in Form der relativen Änderung der Amplitude von s_0 für unterschiedliche Frequenzen in Abhängigkeit des Lastwiderstands R_P dargestellt. Für jede Frequenz f_i wurde der Datensatz auf den $s_0(f_i)$ -Wert bei maximalem Probenwiderstand R_P normiert. Abb. 2.8 (b) zeigt das Verhalten der über die Bandbreite des Verstärkers gemittelten Daten. Während für $R \geq 1 \text{ M}\Omega$ $s_0 \approx 65 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ ist, wächst s_0 für $R = 100 \text{ k}\Omega$ auf $\sim 85 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$, das entspricht einer Zunahme um ca. 33 %.

Im Fall von Probenimpedanzen $R_P > 1 \text{ M}\Omega$ lässt sich keine

2.6 Abhängigkeit des Verstärkereigenrauschens von der externen Impedanz

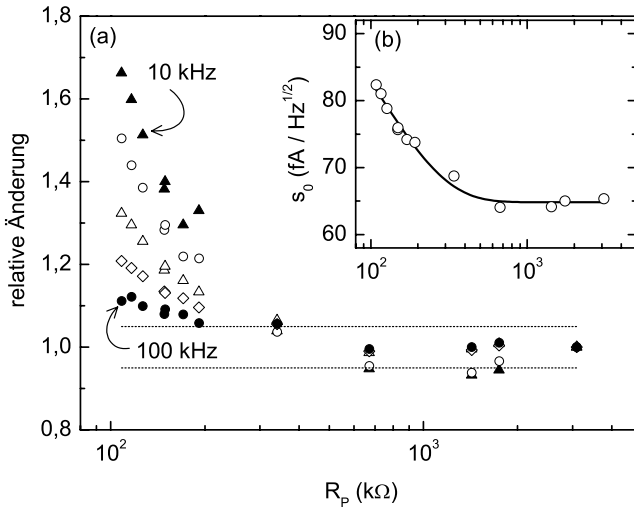


Abbildung 2.8: (a) Relative Variation des äquivalenten Eingangstromrauschens des Verstärkers in Abhängigkeit der externen Impedanz für Frequenzen zwischen 10 und 100 kHz. Die horizontalen, gestrichelten Linien markieren das $\pm 5\%$ Intervall. (b) Abhängigkeit des über die Bandbreite (1 – 100 kHz) gemittelten äquivalenten Eingangstromrauschens.

Veränderung von s_0 mehr nachweisen. Entscheidend ist dabei jedoch, dass $R_P(V_{SD})$ über den *gesamten* untersuchten Spannungsbereich größer als 1 M Ω bleibt. Würde beispielsweise der Widerstand R der Probe ohne äußere Spannung das Kriterium $R(V_{SD} = 0) \stackrel{!}{>} 1 \text{ M}\Omega$ erfüllen, wäre die Messung von S_0 frei von systematischen Fehlern. Falls jedoch mit einer angelegten Spannung $V_{SD}(\neq 0) \ll 1 \text{ M}\Omega$ würde, dann ergäbe die Messung für S_V — und damit folglich auch für S_P — ein fehlerhaftes Ergebnis.

Dahingehend unkritischer ist die Messung von Rauschsignalen, deren Amplitude deutlich größer als diejenige des Verstärkereigenrauschens ist: Falls nämlich $S_V \gg S_0$ und demzufolge

$$S_P = \frac{S_V - S_0}{S_{UF}} \approx \frac{S_V}{S_{UF}} ,$$

dann kann die Anforderung an die minimale Größe von R_P gelockert werden. Zu beachten ist jedoch, dass jeder Stromverstärker oberhalb eines Stromes I_{max} übersteuert. Der hier eingesetzte Typ erlaubt $I_{max} = 100 \text{ nA}$. Wird $R_P < 50 \text{ k}\Omega$, dann wird I_{max} überschritten und jede Messung unmöglich. Für Proben solch niedriger Impedanz ist eine Rauschmessung dann nur noch mittels einer Spannungsmessung über einen Vorwiderstand möglich.

In Abb. 2.8 (a) fällt eine Frequenzabhängigkeit der Daten auf. Die Modulation des Eigenrauschens s_0 wird mit höheren Frequenzen weniger ausgeprägt. Der Grund dafür ist in der Parallelschaltung von Probenimpedanz R_P und Kabelkapazität C_{Kabel} zu suchen (s. Abb. 2.4). Der Eingang des Verstärkers wirkt als Spannungsquelle, die einen Strom $I(\omega)$ durch die Gesamtimpedanz nach (2.3) treibt. Für hohe Frequenzen, d.h. $\omega \rightarrow \infty$ ergibt sich

$$Z \approx \frac{R_P}{\omega C_A \cdot R_P} = \frac{1}{\omega C_A}$$

und R_P wird nun bedeutungslos. Damit ist in diesem Fall aus Sicht des Stromverstärkers die Lastimpedanz Z konstant, unabhängig von einer Variation von R_P . Dementsprechend wird s_0 jede Abhängigkeit von R_P verlieren. Maximaler Einfluss auf s_0 ergibt sich hingegen für $\omega \rightarrow 0$ und demzufolge $Z \approx R_P$, da nun der Probenwiderstand R_P dominiert.

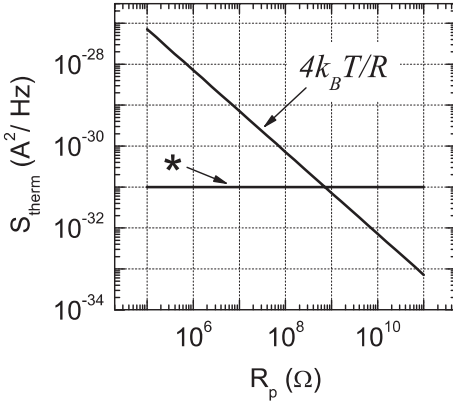


Abbildung 2.9: Thermisches Stromrauschen von Widerständen unterschiedlicher Größe bei einer Temperatur von $T = 1.3 \text{ K}$. Die mit * bezeichnete horizontale Linie markiert die Schwelle für einen systematischen Fehler von 1 % (s. Text).

2.7 Problematik des thermischen Rauschens

Eine mögliche Quelle für systematische Fehler im Fall hinreichend kleiner Probenwiderstände kann das thermische Rauschen der Probe ohne äußere angelegte Spannungs V_{SD} darstellen. Jeder ohmsche Widerstand erzeugt eine frequenzunabhängige Rauschleistung, deren Amplitude über $S_{\text{therm}} = 4k_B T/R$ mit seiner Größe R und der Temperatur T verknüpft ist. Für $R \rightarrow \infty$ wird $S_{\text{therm}} \rightarrow 0$. Für endliche Widerstände hingegen wie z.B. $R = 100 \text{ k}\Omega$ bei $T = 1.3 \text{ K}$ ist $S_{\text{therm}} \approx 7 \cdot 10^{-28} \text{ A}^2/\text{Hz}$ (s. Abb. 2.9), und in einer Messung des Hintergrundspektrums S_0 wird sich diese Rauschleistung zum Eigenrauschen des Aufbaus addieren. Damit würde — da sich das thermische Rauschen S_{therm} und das Schrotrauschen S_{Schrot} eines mesoskopischen Systems *nicht* addieren, sondern vielmehr durch eine gemeinsame Beziehung beschrieben werden¹ — die Bestimmung von S_P nach (2.5) ein zu kleines Ergebnis liefern.

Da der systematische Fehler der Messkette in Abschnitt 2.5 zu $< 3 \%$ bestimmt wurde, erscheint ein systematischer Fehler von 1 % bei der Messung von S_P tolerierbar. Wie aus Abb. 2.8 ersichtlich, liegen die

¹Siehe dazu im Theorieteil, Abschnitt 1.1.1 Gleichung 1.7.

Probe	$R_P(V_{SD} = 0)$
Tunnelbarriere	$> 100 \text{ M}\Omega$
resonante Tunneldiode	$> 40 \text{ M}\Omega$
InAs-Quantenpunktstruktur	$> 10 \text{ G}\Omega$

Tabelle 2.1: Widerstände der untersuchten Proben für $V_{SD} = 0$.

kleinsten zugänglichen Rauschsignale bei $\sim 1 \cdot 10^{-29} \text{ A}^2/\text{Hz}$. Damit sollte idealerweise das thermische Rauschen des Probenwiderstandes $R_P(V_{SD} = 0)$ kleiner als $1 \cdot 10^{-31} \text{ A}^2/\text{Hz}$ sein, was einen Probenwiderstand $R_P(V_{SD} = 0) \stackrel{!}{>} 1 \text{ G}\Omega$ erfordert.

Diese Bedingung wird von den untersuchten InAs-Quantenpunktstrukturen problemlos erfüllt (s. Tabelle 2.1). Kritischer sind in dieser Hinsicht jedoch schmale Tunnelbarrieren und die resonante Tunneldiode. Entscheidend ist allerdings, wie sich die gemessene Rauschleistung S_P zum thermischen Rauschen der Probe bei $V_{SD} = 0$ verhält. Für den Fall, dass $S_P \approx S_{Schrot} \gg S_{therm}(V_{SD} = 0)$, ist der systematische Fehler wiederum vernachlässigbar. Die Rauschleistung der resonanten Tunneldiode ist im interessierenden Bereich größer als $1 \cdot 10^{-28} \text{ A}^2/\text{Hz}$, ihr thermisches Rauschen ($T = 1.3 \text{ K}$) liegt bei $\sim 1 \cdot 10^{-30} \text{ A}^2/\text{Hz}$, so dass der Fehler wieder unterhalb der 1 %-Schwelle liegt. Das gleiche gilt für die Tunnelbarrieren.

Sollte der Fall eintreten, dass z.B. bei Messungen unter höheren Temperaturen der systematische Fehler im Rahmen der obigen Betrachtungen nicht mehr außer Acht gelassen werden kann, muss von der Hintergrundmessung S_0 das thermische Rauschen, unter Berücksichtigung der Apparatefunktion S_{UF} , abgezogen werden.

2.8 Kryostat

Die Probe befindet sich in einem speziell konstruierten Probenhalter in einem ^4He -Verdampfungskryostaten. Dieser ist mit einer supraleitenden Magnetspule ausgerüstet, die im Bereich der Probe Magnetfelder bis hin zu 15 T erzeugen kann.

Für die Rauschmessungen wird die Probenkammer mit flüssigem ^4He geflutet. Das Helium wird dabei aus dem sog. Hauptbad, welches für die Kühlung der Magnetspule sorgt, entnommen und fließt durch ein Regelventil über eine Kanüle in die Probenkammer. Ohne weitere Maßnahmen würde sich damit eine Temperatur von 4.2 K einstellen, da sich da das Hauptbad auf atmosphärischem Umgebungsdruck befindet. Mittels einer externen Vakuumpumpe besteht jedoch die Möglichkeit, den Druck über der Heliumoberfläche zu verringern. Diese Verdampfungskühlung erlaubt es, die Temperatur des Bades bis hin zu 1.3 K abzusinken. Die Regelung der Temperatur erfolgt durch Veränderung des Pumpquerschnittes und damit der Kühlleistung. Dabei erlaubt der eindeutige Zusammenhang zwischen dem Dampfdruck einer Flüssigkeitsoberfläche und deren Temperatur eine präzise Kontrolle mittels der Messung des ^4He -Gasdruckes vor dem Eingang der Pumpe. Die erzielte Temperaturstabilität ist dabei über rund zehn Stunden besser als 0.05 K.

Der Füllstand innerhalb des ^4He -Bades kann durch eine Messung zweier Metallfilmwiderstände überwacht werden, die beide oberhalb der Probe angeordnet sind. Damit lässt sich eine vollständige Bedeckung der Probe mit flüssigen Helium und dementsprechend eine wohldefinierte Temperatur gewährleisten.

Es zeigte sich, dass der benutzte Messaufbau äußerst empfindlich auf mechanische Schwingungen reagiert. Diese werden durch das Einströmen des vergleichsweise warmen ^4He ($T = 4.2$ K) aus dem Hauptbad in das temperierte Heliumbad ($T < 4.2$ K) innerhalb der Probenkammer angeregt. Vermutlich führt die Temperaturdifferenz zu einem turbulenten Einströmen, was noch verschärft wird, wenn das ^4He -Bad für $T < 2.2$ K suprafluid ist.

Diese Schwingungsanregungen ließen mit verringerter Kühlleistung bzw. erhöhter Badtemperatur nach. Das beschränkt allerdings die Temperaturen auf Werte $T \gtrsim 2$ K. Für niedrigere Temperaturen konnte diesem Problem nur dadurch begegnet werden, dass während der Rauschmessungen das Ventil zum ^4He -Hauptbad geschlossen war. Der Ablauf war dann der Folgende: Die Probenkammer wird mit Flüssigkeit geflutet, bis beide oberhalb der Probe befindlichen Widerstände identische Werte erreichen. Danach wird gewartet, bis die Temperatur des ^4He -Bades sich auf einen stationären Wert stabilisiert hat. Erst dann wird die Messung gestartet. Sobald nun der Wert des oberen Widerstandes unter denjenigen des näher an der Probe angeordneten fällt, ist der ^4He -Füllstand entsprechend gesunken. Nun wird die Messung angehalten, die Kammer erneut geflutet, eine Temperaturstabilisierung abgewartet usw.

3 Tunnelbarrieren

Eine Tunnelbarriere stellt eines der einfachsten Systeme dar, in dem das Schrotrauschen als Ausdruck der Diskretheit der elektrischen Ladung nachgewiesen werden kann. Zuerst wurde diese Art eines Rauschens von Walter Schottky in Vakuumröhren beobachtet und analysiert. [1] Die für die Glühemission aus der Kathode nötige Austrittsarbeit formt eine Tunnelbarriere, die von den Elektronen nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit überwunden werden kann. Da darüberhinaus die einzelnen Emissionsereignisse voneinander unabhängig sind, wird das volle Schrotrauschen $2eI$ beobachtet.

In diesem Kapitel wurden Tunnelbarrieren in einem nasschemischen Ätzverfahren hergestellt, welches im ersten Teil beschrieben wird. Daran schließt sich die Analyse ihrer Rauscheigenschaften im Hinblick auf unterschiedliche Barrierenparameter an. Der Schwerpunkt der Auswertung liegt dabei auf den frequenzabhängigen Rauschanteilen — dem sogenannten $1/f$ -Rauschen — es zeigt sich aber auch, dass die untersuchten Tunnelbarrieren im Rahmen der Erwartung volles Schrotrauschen erzeugen.

3.1 Verfahren zur Oberflächenstrukturierung von zweidimensionalen Elektronengasen

Die Herstellung von strukturierten Elektronengasen mittels direkt-schreibender Verfahren stellt mittlerweile ein etabliertes und gut beherrschtes Verfahren dar. Die Übertragung einer gewünschten Struktur in ein 2DEG kann dabei auf unterschiedliche Arten erfolgen. Die einfachste Methode ist das direkte Kratzen der Probenoberfläche mittels der Spitze eines Rasterkraftmikroskopes. [59, 60, 61] Der Materialabtrag kann auch durch chemische bzw. physikalische Ätzverfahren erreicht werden [62, 63], die Strukturdefinition erfolgt dabei üblicherweise durch Elektronenstrahlolithographie. Eine weitere Möglichkeit bietet die lokale anodische Oxidation, wobei hier wiederum ein Rasterkraftmikroskop Verwendung findet [64, 65] In dieser Arbeit wurde ein naschemisches Ätzverfahren eingesetzt.

Allen diesen Verfahren ist gemeinsam, dass die Strukturierung der Probenoberfläche zu einer Beeinflussung des Potentials in der Ebene des 2DEGs führt. Durch entsprechende Prozessparameter kann dabei eine völlige Ladungsträgerverarmung des 2DEGs herbeigeführt werden, so dass eine Tunnelbarriere gebildet wird.

3.2 In-situ Ätzprozess

Die untersuchten Tunnelbarrieren wurden in einem In-situ Ätzprozess hergestellt. Die Bezeichnung In-situ steht dabei für eine kontinuierliche Überwachung des Strukturierungsfortschrittes, was ein höheres Maß der Prozesskontrolle erlaubt.

Als Ausgangsmaterial wurden GaAs-Substrate verwendet, auf denen sich ein epitaktisch aufgewachsenes 2DEG befindet. Diese werden im weiteren auch als „Wafer“ bezeichnet. Mittels eines ersten photolithographischen Negativprozesses wurden auf diese ohmsche Kontak-

te^A aufgedampft und nach einem Lift-Off-Schritt einlegiert^B. In einem zweiten positiven Lithographieschritt folgte dann die Definition der sogenannten „Hallbar“-Struktur, wie sie schematisch in Abb. 3.1 (a) dargestellt ist. Diese sogenannte Mesa-Struktur wird im nasschemischen Prozess ca. 300 nm tief geätzt.^C Ein funktionierendes 2DEG ist danach nur noch im Bereich der Mesa vorhanden.

Nach dem Einbau in eine Chipfassung wurden die so erzeugten Mesa-Strukturen im Hinblick auf die Linearität der ohmschen Kontakte und der Funktionsfähigkeit des 2DEGs bei $T = 4$ K untersucht. Vereinzelt fanden sich Schottky-artige Strom-Spannungs-Kennlinien, die zugehörigen Kontakte wurden dann für die weitere Prozessierung nicht mehr benutzt.

Insbesondere für die Analyse der Rauscheigenschaften einer Tunnelbarriere ist es wichtig, dass die Kontakte eine ohmsche Strom-Spannungs-Charakteristik aufweisen. Es zeigte sich in Kontrollmessungen, dass Kontakte, in denen sich eine Schottky-Barriere gebildet hatte, deutliche $1/f$ -Rauschkomponenten generieren. Es ist jedoch prinzipiell unmöglich die Rauschbeiträge des Kontaktes von denen der eigentlich interessierenden Tunnelbarriere zu unterscheiden, was jede sinnvolle Analyse unmöglich machen würde.

Die Ätzmaske für die Tunnelbarrieren wurden in einem elektronolithographischen Positivprozeß in eine aufgeschleuderte PMMA-Lackschicht geschrieben. Anschließend erfolgte die Übertragung der Linienstruktur in das 2DEG mittels eines nasschemischen Ätzprozesses.^D Dieser erlaubt minimale Linienbreiten von ca. 50 nm; solch schmale Linien sind jedoch zu flach, um im 2DEG eine effektive Potentialbarriere zu erzeugen. Es ist dann lediglich eine Erhöhung des 2DEG-Widerstandes bei tiefen Temperaturen zu beobachten. Aufgrund der Isotropie des nasschemischen Prozesses sind tiefer geätzte Strukturen

^A50 nm Gold, 25 nm Germanium, 7 nm Nickel und 150 nm Gold

^BEinlegiertemperatur: 450 °C

^CZum nasschemischen Ätzen diente eine Mischung aus H_3PO_4 , H_2O_2 und H_2O im Verhältnis 20:0.5:200

^DFür den sog. Shallow-Etch Prozess wurde eine Mischung aus $H_3PO_4:H_2O_2:H_2O$ verwendet, und zwar im Verhältnis 40 : 1 : 200.

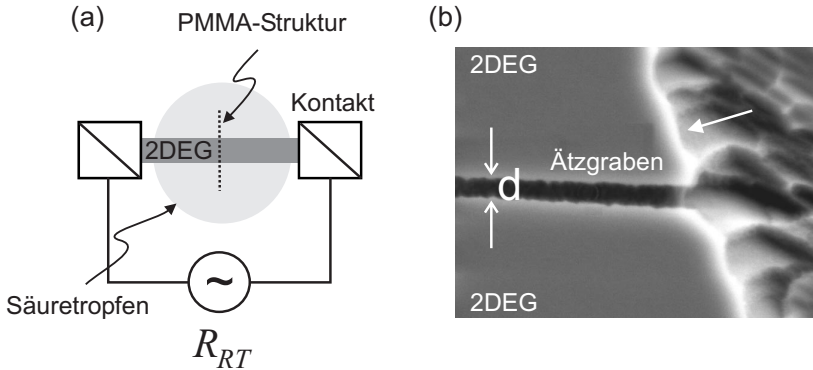


Abbildung 3.1: (a) Schema des Aufbaus zur Kontrolle des Raumtemperaturwiderstandes R_{RT} für den In-Situ Ätzprozess. (b) Elektronenmikroskopische Aufnahme einer geätzten Tunnelbarriere. $d = 100 \text{ nm}$. Der weiße Pfeil markiert die Kante der Mesa-Struktur.

auch automatisch breiter. Typische Breiten der hergestellten Tunnelbarrieren liegen bei ca. 100 nm (siehe Abb. 3.1 (b)).

Während des Ätzens der Tunnelbarrieren wurde der Widerstand R desjenigen Kontaktpaares überwacht, zwischen dem zuvor die Linienstruktur in die PMMA-Schicht geschrieben worden war. Die Kontaktierung erfolgte über zwei mit Mikrometerschrauben verstellbare Messspitzen. Die Säurelösung wurde dann mittels einer Pipette aufgetropft. Aufgrund der kleinen Ausdehnung der Mesa, befanden sich immer auch die Messspitzen im Kontakt mit dem Säuretropfen. Daher wurde der Widerstand mittels eines Lock-In Verstärkers gemessen, um elektrochemische Prozesse möglichst zu vermeiden.

Der Widerstand R des unbeleuchteten 2DEGs bei Raumtemperatur lag je nach Abstand der verwendeten Kontakte bei typischerweise $50 \text{ k}\Omega$. Der Parallelwiderstand durch die Säurelösung liegt in ähnlichen Größenordnungen. Daher wurden die Messspitzen durch Eintauchen in

einen mechanisch lösbaren Lack^E mit einer isolierenden Schicht überzogen. Beim Aufsetzen der Spitzen auf den Goldkontakt der Mesa werden dieser Lack und die auf der Probe vorhandene PMMA-Schicht abgerieben, so dass die Messspitze in Kontakt mit dem 2DEG gelangt.

Da eine Beleuchtung der Proben den Widerstand R durch Photogeneration von Ladungsträgern deutlich verändert, wurde der Ätzprozess in weitestgehend abgedunkelter Umgebung durchgeführt.

Nach dem Aufbringen der Säure ist ein Anstieg von R_{Rt} zu beobachten. Sobald ein gewünschter Wert erreicht wird, erfolgt ein Abbrechen des Ätzvorganges durch Überspülen mit DI-Wasser.

3.2.1 Das Prinzip der Oberflächenstrukturierung

Probe	P 107
Spacer (nm)	10
Dotierschicht (nm)	50
Si-Konzentration ($1/\text{cm}^3$)	$7 \cdot 10^{17}$
Cap (nm)	10
Ladungsträgerkonzentration n_d (cm^2)	$4.4 \cdot 10^{11}$
Beweglichkeit* μ_d (cm^2/Vs)	380000

Tabelle 3.1: Elektronische Eigenschaften der benutzten 2DEGs bei $T = 4.2$ K. Das 2DEG-Material P107-9 wurde von Klaus Pierz an der PTB Braunschweig gewachsen.

Die MBE-Schichtabfolge des strukturierten Ausgangsmaterials P107 ist in Figur 3.2 abgebildet, in Tabelle 3.1 finden sich einige Kenngrößen. Durch die Strukturierung der Waferoberfläche wird der dreiecksförmige Potentialtopf, in dem sich das 2DEG ausbildet, energetisch angehoben. Bei genügendem Materialabtrag liegt die Leitungsbandunterkante oberhalb der Fermienergie E_F , so dass das 2DEG von Ladungsträgern

^EGE-Lack

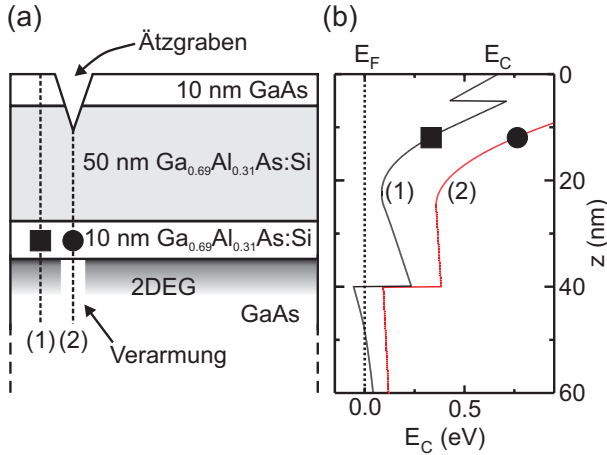


Abbildung 3.2: (a) Schichtaufbau des strukturierten MBE-Materials P107. (b) Einfluss der Oberflächenstrukturierung auf die Bandstruktur.

entvölkert wird, und sich damit im Bereich der strukturierten Oberfläche eine Tunnelbarriere ausbildet.

Während sich bei Temperaturen unterhalb von ~ 70 K freie Elektronen nur im 2DEG aufhalten können, gilt dies nicht mehr für Raumtemperatur ($T \approx 300$ K). Dann können thermisch angeregte Ladungsträger den Potentialtopf verlassen, und eine Paralleleitfähigkeit zum 2DEG ermöglichen. Die Tiefe eines GaAs-Quantentopfes liegt in einer $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Umgebung bei rund 300 meV. Die thermische Energie der Elektronen kann man nach $E_{\text{therm}} \approx k_B T$ zu ~ 30 meV abschätzen. Damit kann man davon ausgehen, dass sich der überwiegende Anteil der freien Ladungsträger nach wie vor im 2DEG aufhält. Damit ist die Widerstandsänderung des Raumtemperaturwiderstandes R_{RT} direkt verknüpft mit der Ladungsträgerdichte im 2DEG und damit ein Maß für den Fortgang der Strukturierung. [66]

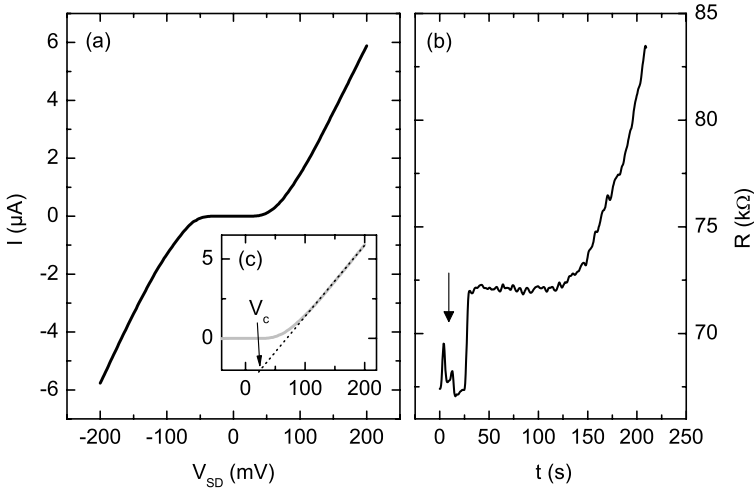


Abbildung 3.3: (a) Tunnelkennlinie einer flach geätzten Barriere bei $T = 4$ K. (b) Zeitliche Entwicklung des zugehörigen Raumtemperaturwiderstandes. Der Pfeil markiert den Zeitpunkt des Auftropfens der Ätzlösung. (c) Schema zur Bestimmung der charakteristischen Einsatzspannung V_c .

Allerdings muss der In-situ-Ätzprozess, da der Wert von R stark auf Beleuchtung reagiert, in möglichst dunkler Umgebung durchgeführt werden, da durch Photogeneration Ladungsträger in Dotierschicht und Substrat freigesetzt werden und damit eine Widerstandsmessung des 2DEGs unmöglich machen.

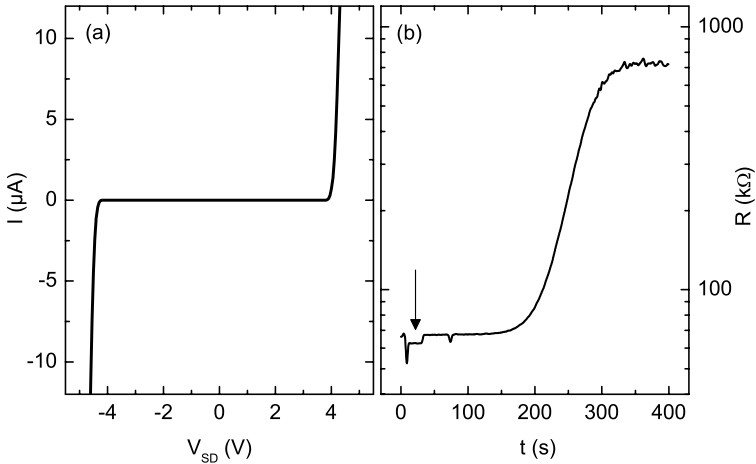
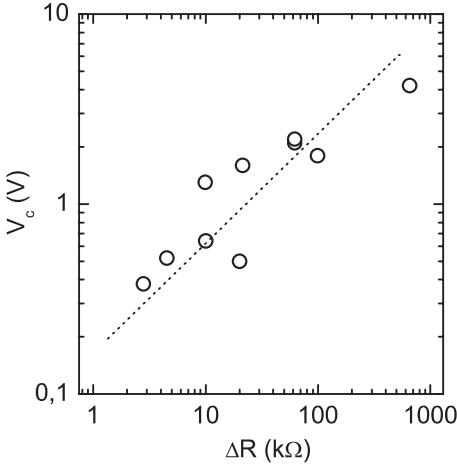


Abbildung 3.4: (a) Tunnelkennlinie einer tief geätzten Barriere bei $T = 4$ K. (b) Zeitliche Entwicklung des zugehörigen Raumtemperaturwiderstandes. Der Pfeil markiert den Zeitpunkt des Auftropfens der Ätzlösung.

3.2.2 Prozessbeispiele

Zwei Beispiele für die aufgezeichneten Zeitverläufe des Widerstandes R_{Rt} und der entsprechenden Tunnelkennlinien bei $T = 4$ K finden sich in den Abbildungen 3.3 und 3.4. In den Zeitgängen markiert ein Pfeil jeweils den Zeitpunkt des Auftropfens der Ätzlösung. Ab diesem Zeitpunkt wird das GaAs im durch die PMMA-Schicht ungeschützten Bereich abgetragen. Die daraus resultierende Verarmung der Ladungsträger unterhalb der Struktur führt zu einem monotonen Anwachsen von R_{Rt} . Die Ausgangswiderstände lagen in beiden Fällen bei ca. $70 \text{ k}\Omega$. Im Falle von Abb. 3.3 wurde der Ätzprozeß nach einer Erhöhung von $\Delta R_{Rt} \approx 10 \text{ k}\Omega$ durch überspülen mit DI-Wasser gestoppt.

**Abbildung 3.5:**

Abhängigkeit der charakteristischen Einsatzspannung V_c von der Zunahme des Raumtemperaturwiderstandes R_{Rt} . Die gestrichelte Orientierung dient lediglich der Orientierung.

Die resultierende Tunnelbarriere weist eine charakteristische Einsatzspannung $V_c \approx 30$ mV auf. V_c wurde als Schnittpunkt der Achse $V_{SD} = 0$ und der Extrapolation des linearen Teiles der Strom-Spannungs-Kennlinie bestimmt. Siehe dazu 3.3 (c). Eine thermische Aktivierungsmessung ist zwar genauer und enthält zudem zusätzliche Informationen über die Barrierenform, jedoch garantiert das skizzierte Verfahren bereits eine befriedigende Präzision für die Bestimmung der elektronischen Barrierenhöhe Φ_0 . [67] Unter der Annahme eines idealen Hebelfaktors $\beta = \frac{1}{2}$ ergibt sich $\Phi_0 \approx 15$ meV.

Im Vergleich dazu wurde eine sehr tief geätzte Barriere hergestellt. In Abb. 3.4 wuchs R_{Rt} um über eine Größenordnung, wobei zusätzlich eine Sättigung zu beobachten war. Die resultierende Barriere weist eine Einsatzspannung $V_c \approx 4$ V und damit eine Höhe $\Phi_0 \approx 2$ eV auf.

In Abb. 3.5 ist die Einsatzspannung des Tunnelstroms $V_{Einsatz}$ durch verschieden tief geätzte Barrieren gegen die Zunahme des Widerstandes ΔR aufgetragen.

Der Zusammenhang zwischen ΔR und V_c ist eindeutig ersichtlich. Aufgrund der Streuung der Messpunkte ist jedoch die Genauigkeit, mit

der sich die charakteristische Einsatzspannung V_c während des Ätzprozesses festlegen lässt, begrenzt. Nichtsdestotrotz kann mit diesem Herstellungsverfahren V_c über einen Bereich von ca. zwei Größenordnungen variiert werden.

3.3 Rauschmessungen

3.3.1 Form der Rauschspektren

Für den Fall, dass das Rauschen der Tunnelbarrieren ausschließlich durch Schrotrauschen nach $S = 2eI$ gegeben ist, können die Spektren über die Bandbreite des Messapparates — in diesem Fall über das Intervall $300 \text{ Hz} \leq f \leq 102.4 \text{ kHz}$ — gemittelt werden, um die Signalqualität zu verbessern. Die so bestimmte Rauschleistung S_{avg} ist in Abb. 3.6 (a) für eine beispielhaft ausgewählte geätzte Tunnelbarriere gezeigt. Die Messpunkte zeigen für $I < 3 \text{ nA}$ die Abhängigkeit

$$S_{avg} = 2eI = S_{Schrot} ,$$

was bedeutet, dass die Tunnelbarriere volles Schrotrauschen erzeugt, wie es im idealen Fall auch erwartet würde. Das ändert sich jedoch bei weiter vergrößertem Strom. Für $I \gtrsim 10 \text{ nA}$ wächst S_{avg} deutlich über $2eI$ an (Bild 3.6 (b)). Die Ursache liegt in zusätzlichen frequenzabhängigen Signalanteilen, die schneller als das Schrotrauschen in Abhängigkeit von I anwachsen. In Abb. 3.7 (a) sind beispielhaft Spektren der Tunnelbarriere aus Abb. 3.6 dargestellt.^F In diesem Fall ist für Ströme im Bereich einiger nA ein im wesentlichen frequenzunabhängiges Spektrum erkennbar, was die gestrichelte horizontale Linie für $I = 2.5 \text{ nA}$ unterstreicht. Daher liefert S_{avg} hier den korrekten Wert der Amplitude des Schrotrauschens.

Für Ströme I im Bereich oberhalb von 10 nA entwickelt sich jedoch eine deutliche $1/f$ -Komponente, welche das Schrotrauschen zunehmend verdeckt und oberhalb von 20 nA vollständig dominiert. Um die spektrale Form der Rauschspektren besser charakterisieren zu können, erfolgte an diese eine Anpassung mit der Funktion

$$S_{Fit} = \frac{\mathcal{A}}{f^\chi} + y_0 . \quad (3.1)$$

Die Amplitude \mathcal{A} , der Exponent χ und der Offset y_0 sind dabei die

^FDie Temperatur betrug bei den Messungen $T = 1.5 \text{ K}$.

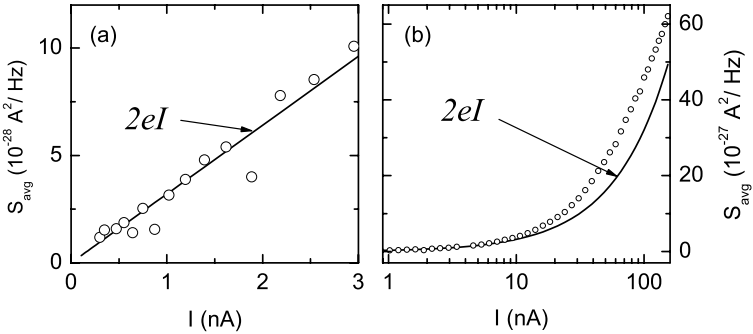


Abbildung 3.6: (a) Bandbreitengemitteltetes Rauschsignal der Barriere aus Abb. 3.7 im Vergleich mit dem vollen Schrotrauschen $2eI$. (b) Der gleiche Datensatz wie in (a) skaliert in den Kleinstsignalbereich.

Fitparameter. (3.1) beschreibt die allgemeine Form eines Schrotrauschens.⁶ Die gepunktete Kurve in Abb. 3.7 (a) stellt eine Anpassung mit (3.1) an das Spektrum für $I = 9.3$ nA dar. Offenbar ist die gewählte Funktion sehr gut geeignet, um die Frequenzabhängigkeit des Rauschsignales zu beschreiben. Das gilt über den gesamten Bereich der analysierten Ströme. Abb. 3.7 (b) mit Rauschspektren für Ströme $I > 30$ nA in doppelt-logarithmischer Auftragung unterstreicht dies zusätzlich mit Anpassungen an Spektren für $I = 9.3$ nA und $I = 130$ nA.

3.3.2 Rauscheigenschaften einer geätzten Tunnelbarriere

Das Verhalten der Parameter χ und y_0 aus (3.1) in Abhängigkeit des Stromes I ist in Abb. 3.8 gezeigt. Wie bereits zuvor erwähnt, verdecken die $1/f$ -Rauschanteile bei Strömen oberhalb von ca. 10 nA bereits

⁶Siehe auch im Theoriekapitel 1.4.

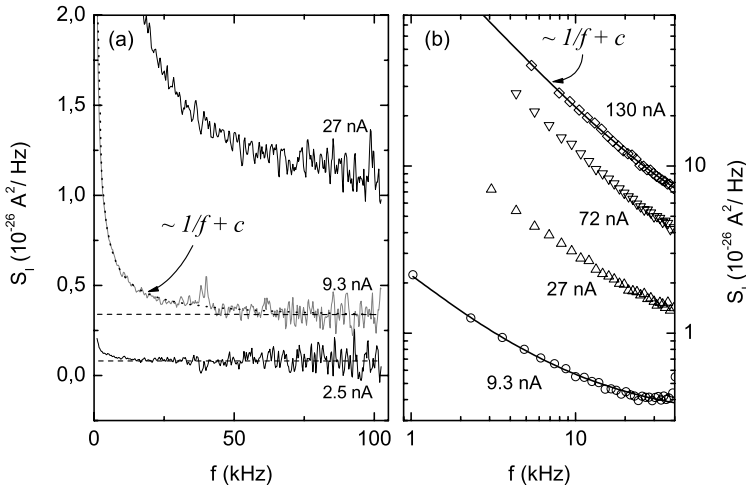


Abbildung 3.7: (a) Rauschspektren einer beispielhaft ausgewählten Barriere für unterschiedlich große Ströme I . Die durchgezogene Kurve für $I = 9.3 \text{ nA}$ ist ein Fit. (b) Doppeltlogarithmische Darstellung der Spektren für große Ströme. Bei den durchgezogenen Kurven handelt es sich um Fits.

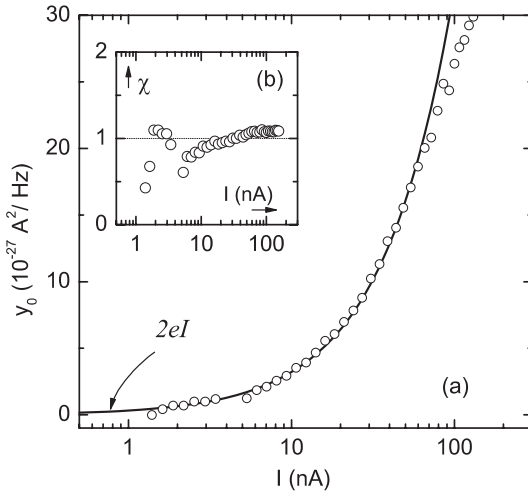
das Schrotrauschen. Da hierbei spektrale Leistungsdichten betrachtet werden, ergibt sich das gesamte Rauschsignal aus einer linearen Superposition aller einzelnen Beiträge.^H Damit korrespondiert der Parameter y_0 zur Amplitude des frequenzunabhängigen Schrotrauschens $S_{Schrot} = 2eI$. In der Tat folgt y_0 in Abb. 3.8 (a) dem Verlauf des theoretisch erwarteten vollen Schrotrauschens $S_{Schrot} = 2eI$ praktisch über den gesamten untersuchten Bereich.

Der Exponent χ findet sich in Abb. 3.8 (b). χ charakterisiert die

^HUnter der Voraussetzung, dass die ursächlichen Prozesse des Schrot- und $1/f$ -Rauschen unabhängig voneinander sind.

Abbildung 3.8:

Ergebnisse der Anpassung der Funktion $S_{Fit} = \frac{\mathcal{A}}{f^\chi} + y_0$ an die Spektren der Tunnelbarriere aus Abb. 3.7: (a) Konstante y_0 im Vergleich zu $2eI$; (b) Exponent χ ; (c) und (d) Amplitude \mathcal{A} in unterschiedlichen Skalierungen.



Form der Spektren und bestimmt die obere Grenzfrequenz des $1/f$ -Signals. Im Rahmen der Genauigkeit des Fits ist χ keine Funktion des Strom I und $\chi \approx 1$. Damit lässt sich das Gesamttrauschsignal S_{Tb} der Tunnelbarriere als lineare Superposition von Schrot- und $1/f$ -Rauschen

$$S_{Tb} = 2eI + \frac{\mathcal{A}}{f} \quad (3.2)$$

beschreiben.

Beide Rauschanteile lassen sich auf unterschiedliche physikalische Prozesse zurückführen. Wie in Kapitel 1.1 dargelegt, ist das Schrotrauschen zum einen mit der Quantisierung der elektrischen Ladung, und zum anderen mit der Stochastik des Tunnelprozesses verknüpft. Das Schrotrauschen ist also Ausdruck fundamentaler Eigenschaften des zugrundeliegenden Ladungsträgertransports und als solches unabhängig von der konkreten Realisierung.

Genau das Gegenteil trifft für $1/f$ -Rauschen zu. Dieses ist in hohem Maße von den Details des Fabrikationsprozesses der untersuchten

Tunnelbarrieren abhängig. [68] Darüberhinaus können sich u.U. sogar nominell identische Proben im Hinblick auf die Amplitude und die genaue Form ihres $1/f$ -Rauschens unterscheiden.

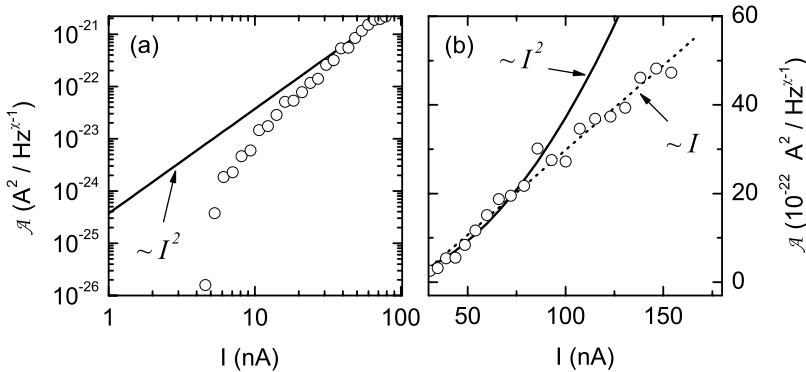


Abbildung 3.9: Abhängigkeit der $1/f$ -Amplitude \mathcal{A} vom stationären Strom I .

Das Verhalten der Amplitude des $1/f$ -Rauschens \mathcal{A} ist in Abb. 3.9 (a) bzw. (b) abgebildet. Im gesamten Bereich lässt sich der Verlauf von \mathcal{A} nur ungenügend durch eine quadratische Abhängigkeit beschreiben. Damit sind offenbar die ursächlichen Prozesse des $1/f$ -Rauschens nicht unabhängig vom stationären Strom I bzw. der angelegten Vorspannung.¹ Figur 3.9 (a) zeigt, dass die Tunnelbarriere für $I \lesssim 5$ nA praktisch kein $1/f$ -Rauschen erzeugt, seine Amplitude bei größeren Strömen dann jedoch schlagartig anwächst.

\mathcal{A} verbleibt im Bereich $I \lesssim 20$ nA deutlich unterhalb des I^2 -Verhaltens und geht ab $I \gtrsim 70$ nA in eine lineare Stromabhängigkeit über (Bild 3.9 (b)).

Insgesamt legen diese Beobachtungen nahe, dass die Fluktuationen

¹Theorieteil, Kapitel 1.4.1.

des Potentials der Tunnelbarriere *nicht* unabhängig vom fließenden Strom I bzw. der angelegten Spannung V_{SD} sind, im Unterschied zu anderen experimentellen Ergebnissen. [55, 69]. Speakman et al. beobachteten jedoch auch eine von I^2 abweichende Abhängigkeit des $1/f$ -Rauschens und sie erklären ihre Messdaten durch einen theoretischen Ansatz, der auf dem stochastischen Öffnen bzw. Schließen von resonanten Transportkanälen durch Umladevorgänge beruht. [68]

3.3.3 Störstellen als Ursache des $1/f$ -Rauschens

Als nächstes stellt sich die Frage, wo genau sich in den vorliegenden Proben die Fluktuatoren, welche die Ursache des $1/f$ -Rauschens darstellen, befinden, und welcher Natur diese sind. Der Ätzprozess zur Definition der Barriere bringt die bereits vorhandenen Oberflächenzustände räumlich näher an das 2DEG und es ist anzunehmen, dass er darüberhinaus zusätzliche Zustände erzeugt. Diese befinden sich allerdings zum einen in vergleichsweise großem Abstand zum 2DEG (~ 50 nm, s. Abb. 3.2), so dass die elektrostatische Kopplung zur Barriere gering ist. Zum anderen werden die Oberflächenniveaus aus der Dotierschicht abgesättigt.

Am wahrscheinlichsten sind Generations-/Rekombinationszentren, die sich räumlich im Bereich der Ebene des 2DEGs befinden und daher die Mobilität der Ladungsträger bestimmen. Das Vorhandensein dieser Zustände ist zum einen bedingt durch eine Hintergrunddotierung der in der MBE gewachsenen Heterostruktur. Beispielsweise bilden Si-Dotieratome in GaAs ein rund 6 meV unterhalb der Leitungsbandkante E_C liegende Zustände aus, Sauerstoff erzeugt zwei Donatorzustände mit Bindungsenergien von $E_B = 400$ meV und $E_B = 670$ meV. [70]

Zum anderen können direkt an der Grenzschicht zwischen GaAs und AlAs Störungen des Gitters in der Form von Fehlstellen, Versetzungen etc. auftreten. As et al. konnten in der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Schicht einer Heterostruktur Zustände mit Bindungsenergien zwischen 120 meV und 630 meV nachweisen, die vermutlich Wachstumsdefekten zugeschrieben werden können. [71]

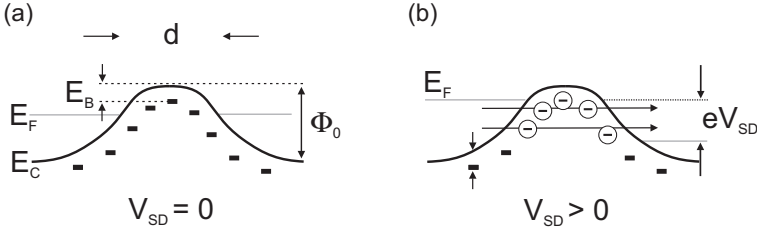


Abbildung 3.10: Schema zur Aktivierung der für das $1/f$ -Rauschen verantwortlichen Störstellen (a) Potentialfrei (b) Mit externer Spannung $V_{SD} \neq 0$.

Schematisch würde sich der Mechanismus zur Entstehung des $1/f$ -Rauschens dann wie in Abb. 3.10 gezeigt darstellen. Im Bereich des 2DEGs befinden sich Donatorzustände mit einer auf die Leitungsbandkante E_C bezogenen diskreten Energieverteilung, wobei letztere durch den Typ der Störstellen bestimmt wird. Im Bereich der strukturierten Oberfläche wird die Leitungsbandkante auf einer Länge von ~ 200 nm angehoben und bildet eine Tunnelbarriere mit der räumlichen Dicke d und einer elektronischen Höhe Φ_0 .^J Aufgrund der vergleichsweise kleinen Ausdehnung der Donatorzustände^K ~ 10 nm kann man davon ausgehen, dass deren Abstand zu E_C konstant bleibt, so dass ihre Energien der Verschiebung der Leitungsbandkante folgen.

Im potentialfreien Fall sind daher die Störstellen oberhalb E_F entleert (Abb. 3.10 (a)). Für eine Störstelle mit der Bindungsenergie E_B , die sich in der Mitte der Barriere befindet, wird durch Anlegen einer Spannung in der Größenordnung

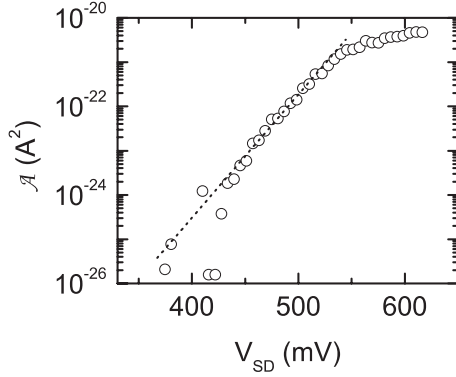
$$\beta e V_{SD} \gtrsim \Phi_0 - E_B - E_F \quad (3.3)$$

die Fermikante des Kollektors unter E_B wandern, so dass Elektronen

^JDie geometrische Ausdehnung des Ätzgrabens liegt bei ~ 100 nm, die Verarmungslänge wird mit ~ 50 nm abgeschätzt.

^KSiehe dazu auch Kapitel 4.1.2 bzw. [72].

Abbildung 3.11: $1/f$ -Amplitude \mathcal{A} in Abhängigkeit der externen Vorspannung V_{SD} .



in die Störstelle hinein und wieder heraus tunneln können, und ihre Besetzung damit zu fluktuieren beginnt (Abb. 3.10 (b)). Gl. (3.3) stellt natürlich nur eine grobe Vereinfachung dar, und vernachlässigt z. B. eine Verkippung des Potentials. Experimentell konnte ein resonanter Transport durch einzelne Störstellen, die sich innerhalb einer elektrostatisch definierten Tunnelbarriere befinden, bereits von Savchenko et al. in einem GaAs-Feldeffektransistor nachgewiesen werden. [73]

Sobald die Störstellen entleert und besetzt werden können, modulieren sie das lokale Potential der Barriere. Da die Ausdehnung der Zustände (~ 10 nm) nur sehr klein im Vergleich mit der Dicke d der Barriere ist, können sie effektiv nicht zum Transport beitragen. Vielmehr sorgt die schwache Ankopplung für die langsamen Zeitkonstanten der Umladeprozesse τ , die für das bis zu Frequenzen von $f \sim 100$ Hz beobachtete $1/f$ -Rauschen notwendig sind.

Für die Fermienergie erhält man nach $E_F = \frac{\pi \hbar^2 n}{m^*}$ mit der Ladungsträgerdichte $n = 4.4 \cdot 10^{15} \text{ 1/m}^2$ $E_F \approx 16$ meV. Die Höhe der untersuchten Tunnelbarriere liegt mit $\beta = 1/2$ bei $\Phi_0 \approx 250$ meV. Als Dotierung des 2DEGs findet im untersuchten Substrat Silizium Verwendung, so dass dieses Material den wesentlich Teil der Hintergrunddotierung bilden dürfte.

Damit erwartet man nach (3.3) für einen flachen Si-Zustand mit

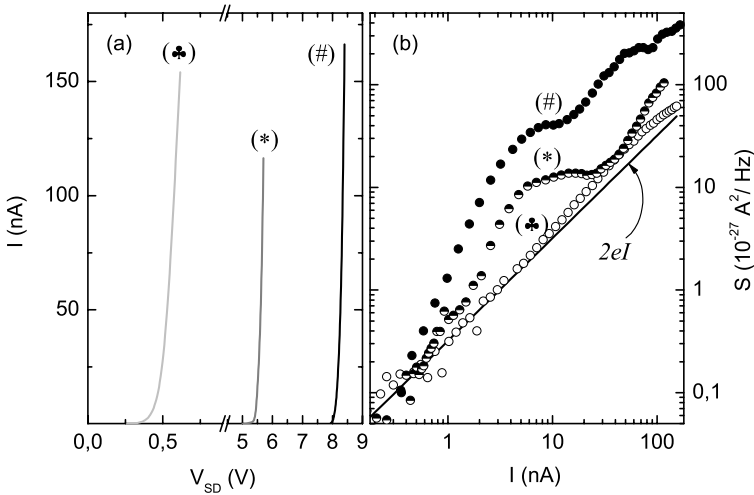


Abbildung 3.12: (a) $I - V$ -Charakteristik dreier unterschiedliche hoher Tunnelbarrieren. (b) Bandbreitengemitteltetes Rauschsignal der Barrieren aus (a).

$E_B \approx 6 \text{ meV}$ einen Spannungswert $V_{SD} \approx 460 \text{ meV}$, bei dem das $1/f$ -Rauschens aktiviert wird. Im Hinblick auf das Verhalten der $1/f$ -Amplitude \mathcal{A} in Abhängigkeit der externen Spannung (Abb. 3.11) erscheint dies konsistent mit dem experimentellen Resultat.

3.3.4 Lithographische Variation der Tunnelbarrieren

Das theoretische Modell für die Entstehung des $1/f$ -Rauschens in einer Tunnelbarriere nach Abschnitt 1.4.2 lässt erwarten, dass die Amplitude des $1/f$ -Anteils linear mit der Anzahl der Störstellen skaliert. Dieses Verhalten wird darüberhinaus in der Literatur beschrieben. [74]

Es wurden daher nasschemisch geätzte Tunnelbarrieren mit unter-

schiedlichen Einsatzspannungen durch verschieden langes Ätzen hergestellt. Die jeweiligen I - V -Kennlinien sind in Abb. 3.12 (a) gezeigt. Da der Materialabtrag durch den nasschemischen Ätzprozess in alle Richtungen erfolgt, sind die geometrische Breite d einer Tunnelbarriere und die elektronische Höhe Φ_0 miteinander verknüpft. Wird durch längeres — und damit tieferes — Ätzen Φ_0 vergrößert, nimmt automatisch auch d zu.

Da die Spektren für die interessierenden Ströme vom $1/f^\chi$ -Rauschen dominiert werden, wird auf eine Anpassung der Spektren wie im vorhergehenden Teil 3.3.2 verzichtet. Es wird vielmehr die über die Verstärkerbandbreite gemittelte Leistungsdichte S_{avg} herangezogen. Deren Verhalten verläuft im wesentlichen proportional zu \mathcal{A} , so dass die Größe S_{avg} für eine qualitative Analyse geeignet ist.

Die in Abhängigkeit des fließenden Stromes erzeugte Rauschleistung S der unterschiedliche tief geätzten Tunnelbarrieren ist in Abb. 3.12 (b) dargestellt.

Es zeigt sich, dass die Spektren der Barriere mit kleinster Einsatzspannung für Ströme $I \lesssim 10$ nA vom frequenzunabhängigen Schottrauschen dominiert werden, und daher $S_{avg} \approx 2eI$. Mit anwachsendem Strom hingegen überwiegt die $1/f$ -Komponente, was sich in der Zunahme von S_{avg} über $2eI$ äußert. Im Fall der beiden dickeren Barrieren hingegen beginnt die Rauschleistung in Abhängigkeit des Stromes deutlich früher über den Wert des theoretisch für volles Schottrauschen erwarteten anzuwachsen.

Insgesamt zeigt sich, dass mit zunehmender Barrierenhöhe Φ_0 bzw. -dicke d die Amplitude des $1/f$ -Rauschens bei gleichem Strom I anwächst. Die Modellvorstellung dazu ist in Abb. 3.13 gezeigt: In der Barriere größerer Dicke $d' > d$ befindet sich eine größere Anzahl von aktiven Störstellen, die den Tunnelstrom mit einem $1/f$ -Spektrum fluktuieren lassen. Dementsprechend muss die insgesamt erzeugte Rauschleistung für die tiefer geätzten Strukturen anwachsen.

Bei genauer Betrachtung sind die experimentellen Ergebnisse jedoch kein eindeutiger Beleg für die geschilderte Hypothese. Der Vergleich der Rauschleistung der Tunnelbarrieren ist nur bezogen auf den fließenden

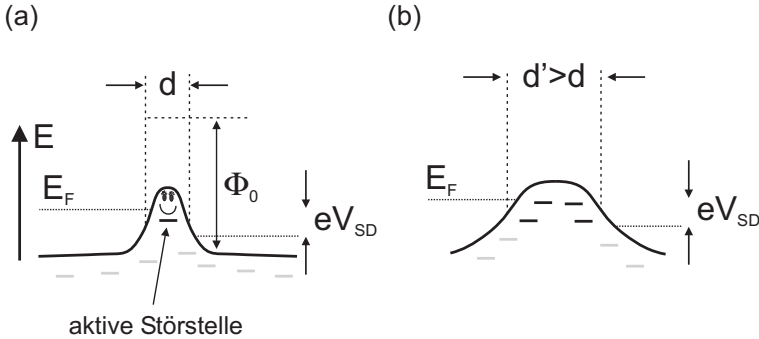


Abbildung 3.13: Schema der in die Tunnelbarrieren eingebetteten Störstellen. Im Vergleich zu einer schmalen Tunnelbarriere (a) wächst die Anzahl der Störstellen an, wenn die Dicke bzw. Höhe der Barriere zunimmt (b)

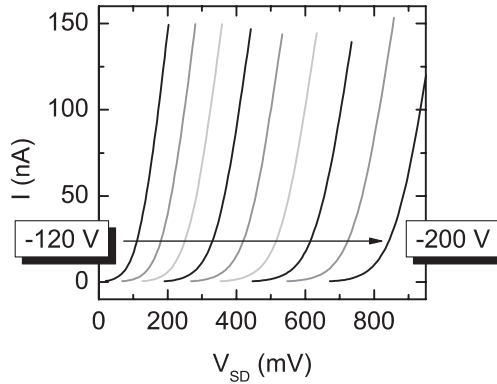
Strom möglich, da sich die Einsatzspannungen der drei untersuchten Strukturen mit $V_c \approx 0.3, 5$ und 8 V (s. Abb. 3.12 (a)) stark unterscheiden. Um jeweils den gleichen Strom I durch die dickere Barriere zu treiben, ist demzufolge eine größere Vorspannung vonnöten. Dieses allein würde jedoch nach den Ergebnissen von Abschnitt 3.3.3 zu einem verstärkten $1/f$ -Rauschen führen. Ohne eine detaillierte theoretische Modellierung des Potentialverlaufes der Tunnelbarriere inklusive der eingebetteten Donatorzustände, lassen sich daher diese beiden Effekte nicht voneinander trennen.

3.3.5 Elektrostatische Variation der Tunnelbarriere

Die untersuchten 2DEG-Substrate, auf denen die Tunnelbarrieren strukturiert sind, befinden sich für die Messungen in einem Träger, der über einen Rückkontakt verfügt, welcher im weiteren als „Backgate“ bezeichnet werden wird. Damit erhält man neben unterschiedlichen Herstellungsparametern eine zweite Möglichkeit, die Einsatzspannung

Abbildung 3.14:

$I - V$ -Kennlinien einer Tunnelbarriere bei Verschieben der Fermienergie im 2DEG mittels kapazitiver Kopplung.



V_C der Tunnelbarrieren zu variieren. Dazu wird an das Backgate eine Spannung V_{BG} angelegt. Diese verschiebt aufgrund der kapazitiven Kopplung an das 2DEG dessen Fermienergie relativ zum elektronischen Potential der Barriere. Aufgrund der Potentialform der Tunnelbarrieren wie in Abb. 3.13 dargestellt, verändert sich damit sowohl die Dicke d bzw. die Höhe Φ_0 aus der Sicht der Ladungsträger an der Fermikante E_F . Im untersuchten 2DEG ist $E_F \sim 10$ meV, dementsprechend gering ist der Einfluss auf die Barrierenhöhe Φ_0 , da selbst bei vollständiger Entleerung des 2DEGs die elektronische Barrierenhöhe höchstens um $\Delta\Phi_0 \sim 10$ meV zunehmen könnte. Also ist die Variation von V_C wesentlich auf die Vergößerung der Tunnelbarrierendicke d zurückzuführen.

Aufgrund der großen Abstände zwischen Backgate und 2DEG (entsprechend der Substratdicke von ca. $500 \mu\text{m}$) und der dielektrischen Eigenschaften des GaAs-Substrats ist die Kapazität zwischen dem 2DEG und dem Backgate so klein, dass vergleichsweise hohe Spannungen von bis zu 200 V nötig sind, um eine wirksame Verschiebung der Fermienergie E_F zu erzielen.

In Abb. 3.14 sind die Strom-Spannungskennlinien einer Barriere dargestellt, deren Einsatzspannung V_C mittels der kapazitiven Kopplung zwischen Backgate und 2DEG durchgestimmt wurde. In diesem Fall wurde das 2DEG derart strukturiert, dass ohne Anlegen einer äußeren

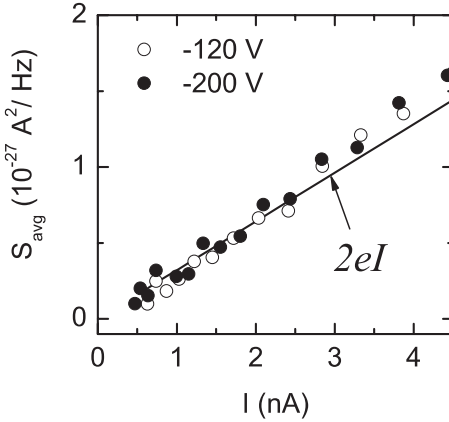


Abbildung 3.15: Bandbreitengemitteltetes Rauschsignal S_{avg} bei niedrigen Strömen im Vergleich zum theoretischen Schrotrauschen

Spannung keine Tunnelbarriere vorhanden ist, da $E_F \gtrsim \Phi_0$. Die $I-V$ -Kennlinie weist dann keinen Sperrbereich auf, d.h. der Widerstand am Nulldurchgang der Spannung V_{SD} bleibt endlich.

Daher sind negative Backgatespannungen $V_{BG} < 0$ notwendig, um die Fermienergie E_F unter die Barrierenhöhe Φ_0 zu drücken. Die Einsatzspannung V_c des Tunnelstromes lässt sich dann von ca. 80 mV für $V_{BG} = -120V$ bis zu ~ 800 mV bei $V_{BG} = -200V$ einstellen, wie in Abb. 3.14 ersichtlich.

Das bandbreitengemittelte Rauschsignal S_{avg} der Tunnelbarriere in Abhängigkeit der Backgatespannung V_{BG} ist in Abb. 3.16 gezeigt. Offensichtlich skaliert die Amplitude der Rauschleistung mit V_c .

Bei sehr kleinen Strömen zeigt sich auch hier wiederum, dass die Beiträge des $1/f$ -Rauschens vernachlässigbar bleiben, und das Rauschsignal ausschliesslich vom Schrotrauschen bestimmt wird. Dazu ist in Abb. 3.15 das bandbreitengemittelte Signal S_{avg} für maximale bzw. minimale Spannung V_{BG} im Vergleich zum erwarteten Wert aufgetragen. Für $I < 3$ nA ist $S_{avg} \approx 2eI$ und zwar unabhängig von der Spannung V_{BG} bzw. der Einsatzspannung V_c .

Bei einem Strom von z.B. $I = 100$ nA ist das Signal S_{avg} für $V_{BG} =$

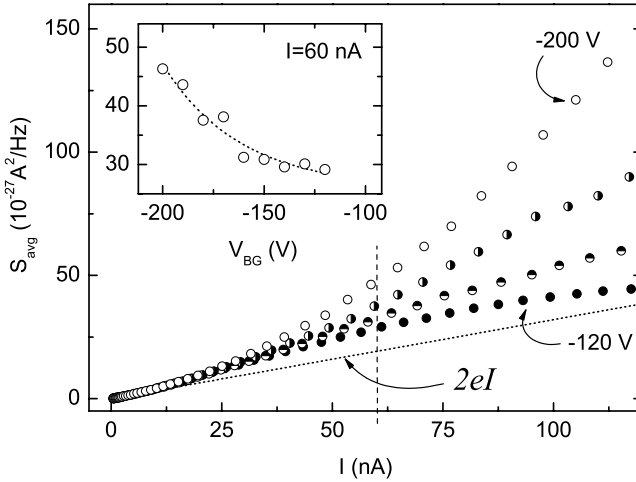


Abbildung 3.16: Abhängigkeit des bandbreitengemittelten Rauschsignales von der Backgatespannung. Die gestrichelte Gerade entspricht dem vollen theoretischen Schrotrauschen.

Teilabbildung Das Signal S_{avg} für $I = 60$ nA für verschiedene Spannungen V_{BG} . Die gepunktete Kurve ist ein Fit mit einem exponentiellen Abfall.

-200 V um rund einen Faktor drei größer als für $V_{BG} = -120$ V. Die Teilabbildung zeigt die Entwicklung der Rauschleistung S_{avg} beispielhaft für einen Strom von $I = 60$ nA. Die gepunktete Linie stellt dabei einen Fit mit einer Exponentialfunktion der Form $A \cdot e^{-\frac{V_{BG}}{v}} + y_0$ dar. Hier sollte wiederum der Parameter y_0 zur Amplitude des Schrotrauschens $2eI$, das einen Untergrund des $1/f$ -Rauschens bildet, korrespondieren. Die Anpassung liefert $y_0 = (2.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-26}$ A²/Hz; für den theoretischen Wert ergibt sich $S_{Schrot}(I = 60$ nA) $\approx 2 \cdot 10^{-26}$ A²/Hz in im Hinblick auf die Güte der Anpassung befriedigender Übereinstim-

mung.

Aufgrund der Form des Barrierenpotentials, wie sie in Abb. 3.13 dargestellt ist, resultiert die Verschiebung von E_F relativ zu Φ_0 in einer Veränderung der Barrierendicke d und damit der Anzahl von Störstellen, die elektrostatisch das Barrierenpotential beeinflussen können. Dies ist zwar konsistent mit der beobachteten Zunahme der Rauschleistung bezogen auf den gleichen Stromfluss, jedoch ist auch hierbei ohne eine detaillierte theoretische Modellierung des Barrierenpotentials keine endgültige Interpretation möglich. Wie bereits zuvor in Abschnitt 3.3.4 geschildert, kann die Zunahme der $1/f$ -Rauschteile auch ein Effekt der größeren Anzahl an aktivierten Störstellen aufgrund der höheren Vorspannung V_{SD} sein.

3.3.6 Vergleich einer geätzten mit einer elektrostatisch eingestellten Tunnelbarriere

Interessant ist der Vergleich mit einer geätzten Barriere. Dazu wurde die schmalste Barriere aus Abb. 3.12 (♣) herangezogen. Für eine Backgatespannung $V_{BG} = -170$ V weisen beide ähnliche Einsatzspannungen auf, wie aus Abb. 3.17 (a) ersichtlich. Das gleiche gilt für die bandbreitengemittelte Rauschleistung, die sich als Funktion des Stromes I praktisch nicht unterscheidet.

Offensichtlich ist — zumindest für Barrieren vergleichsweise geringer Einsatzspannung — der Einfluss des Ätzprozesses auf die Potentialform derselbe wie derjenige einer negativen Backgatespannung. Dies bekräftigt die Hypothese, dass die Ursache des $1/f$ -Rauschens in der Hintergrunddotierung des 2DEGs zu suchen ist: Nach den Überlegungen in Abschnitt 3.3.3 und 3.3.4 bestimmt lediglich die Potentialform die Anzahl der aktiven Störstellen und damit die Stärke der frequenzabhängigen Rauschkomponenten. Wären hingegen durch den Ätzprozess an der Oberfläche erzeugte Zustände verantwortlich für den $1/f$ -Anteil, dann müsste die geätzte Barriere im Vergleich zur elektrostatisch definierten, bei gleichem Strom ein größeres S_{avg} aufweisen, da im Fall der Barriere „♣“ aufgrund der längeren Ätzdauer ein größe-

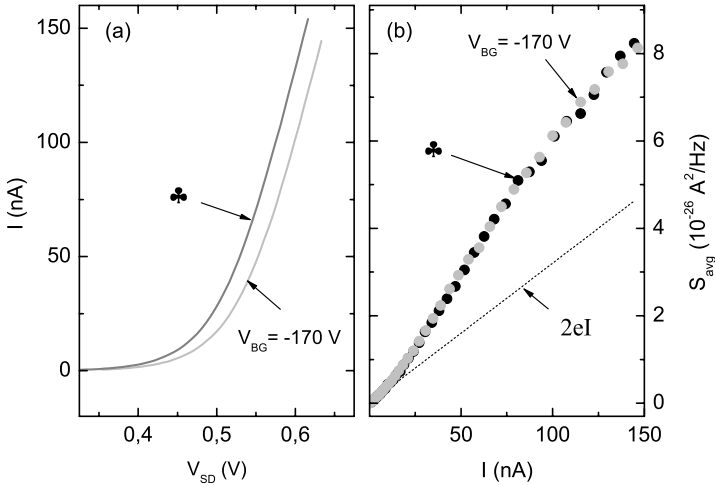


Abbildung 3.17: (a) Strom/Spannungscharakteristik einer elektrostatisch eingestellten ($V_{BG} = -170$ V) und der schmalsten geätzten Tunnelbarriere aus Abb. 3.12 (♣). (b) Die dazugehörige bandbreitengemittelte Rauschleistung.

rer Materialabtrag an der Oberfläche des 2DEGS erfolgte. Die Tatsache, dass dies nicht der Fall ist, gibt einen Hinweis darauf, dass der Herstellungsprozess unerheblich für die Bildung der Generations-/Rekombinationszentren im Bereich der Barriere ist.

3.4 Zusammenfassung

Zuallererst konnte in diesem Kapitel gezeigt werden, dass die Methode der Oberflächenstrukturierung eines zweidimensionalen Elektronengases in Kombination mit einem nasschemischen Ätzprozess die Herstellung von Tunnelbarrieren erlaubt. Da der Ladungstransport über eine solche Tunnelbarriere durch eine Vielzahl voneinander unabhängiger Ereignisse getragen wird, erwartet man das Auftreten von vollem Schrotrauschen $2eI$ bei der spektralen Zerlegung des durch die Struktur fließenden Stromes. Eine Erwartung, der die in diesem Kapitel untersuchten Proben gerecht werden.

Die gemessenen Spektren sind jedoch nur für vergleichsweise kleine Ströme „weiss“. Wird ein kritischer Wert überschritten, dann bilden sich frequenzabhängige Anteile aus, deren spektrale Form sehr gut als $1/f$ -Rauschen beschrieben werden kann. Als Ursache wird die Hintergrunddotierung des 2DEGs diskutiert: Im Bereich des Tunnelbarrierenpotentials können die Energieniveaus dieser Störstellen oberhalb der Fermienergie im 2DEG liegen, so dass ihre Besetzung in Abhängigkeit der externen Vorspannung zu fluktuieren beginnt. Diese Störung des lokalen Barrierenpotentials überträgt sich als zusätzliches Rauschen auf den Strom. Das beobachtete Aktivierungsverhalten ab einem kritischen Wert der Vorspannung V_{SD} bestätigt diese Modellvorstellung, genauso wie der Vergleich einer elektrostatisch definierten Barriere mit einer geätzten vergleichbarer Einsatzspannung.

4 Resonante Tunneldioden

Untersuchungen der Rauscheigenschaften von resonanten Tunnelsystemen erlauben es, über die Analyse der Amplitude des Schrotrauschens Rückschlüsse auf Korrelationen im Fluss der Ladungsträger durch die Struktur nachzuweisen. Experimente dieser Art wurden zuerst von Li et al. [13] und später von Liu et al. durchgeführt. [14] Sie konnten dabei zeigen, dass sich die Unterdrückung des Schrotrauschens im Vergleich zum vollen Schrotrauschen $S_{Schrot} = 2eI$ mit der Asymmetrie der Barrieren verändert, und zwar im Einklang mit theoretischen Modellen. [15, 16]

Dieses Kapitel umfasst Charakterisierungs- und Rauschmessungen an einer resonanten Tunneldiode in einem Regime, in dem der Ladungstransport wesentlich von einem einzelnen mikroskopischen Zustand bestimmt wird. Da zwei Messphasen im Abstand von ca. einem halben Jahr stattfanden, und sich die Eigenschaften der Probe zwischenzeitlich verändert hatten — es sich daher effektiv um unterschiedliche Proben handelt — werden zur Unterscheidung die Bezeichnungen **A** und **B** Verwendung finden.

Bei den Messungen an Probe **A** liegt das Hauptaugenmerk auf dem Schrotrauschen, es werden jedoch auch die Eigenschaften von frequenzabhängigen Signalkomponenten, dem sogenannten $1/f$ -Rauschen, analysiert.

Die Probe **B** hingegen zeichnet sich durch das Auftreten von Lorentz- und $1/f$ -Rauschkomponenten solcher Amplitude aus, dass die Analyse der Schroteigenschaften nicht mehr möglich ist, da sich kein Fanofaktor definieren lässt. Hier wird das Lorentzrauschen in einem qualitativen Modell auf die Wechselwirkung zweier gekoppelter 0-d Zustände zurückgeführt.

4.1 Probenbeschreibung & Charakterisierung

Bei der untersuchten Struktur handelt es sich um eine sogenannte vertikale resonante Tunneldiode, die im Weiteren als **Q** bezeichnet wird. Der schematische Aufbau und die Abfolge der Materialschichten ist in Abb. 4.1 dargestellt.

Der elektronisch aktive Teil — der sogenannte Quantentopf — wird von der 10 nm dicken GaAs-Lage gebildet. Diese befindet sich zwischen zwei 5 nm und 6 nm dicken $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Schichten, welche als Tunnelbarrieren wirken. Daran schließt sich 7 nm undotiertes GaAs an. Die fehlende Dotierung dient dazu, eine Verschleppung von Si-Atomen aus in die Barrieren oder den Quantentopf weitgehend zu verhindern. Danach folgt eine Si-dotierte GaAs-Schicht, deren Si-Konzentration bei $n_d = 4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ liegt.

Die Bandlücke von $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ ist deutlich größer als diejenige von GaAs. Daraus resultiert eine elektronische Barrierenhöhe $\Phi_0 \approx 300 \text{ meV}$. Falls Elektronen den GaAs-Quantentopf besetzten, wird deren Wellenfunktion entlang der Wachstumsrichtung in sogenannte Subbänder quantisiert. Aufgrund des vergleichsweise großen Radius der vertikalen Struktur von $2 \mu\text{m}$ können die Elektronenwellenfunktionen innerhalb der Quantentopfebene als ebene Wellen betrachtet werden. Demzufolge bildet sich zwischen den $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Tunnelbarrieren ein zweidimensionales Elektronengas aus, das sogenannte *Subband*. Die anschließenden Dotierschichten hingegen bilden dreidimensionale Emitter- bzw. Kollektorkontakte, d.h. sie stellen Reservoirs eines freien Elektronengases zur Verfügung.

Der Transport durch das zuvor erwähnte Subband ist für das charakterisierende Merkmal einer resonanten Tunneldiode verantwortlich: Einem negativ differentiellen Bereich der Leitfähigkeit wie es in der Teilabbildung von Figur 4.3 zu erkennen ist. Die genauen Details sollen an dieser Stelle nicht weiter von Interesse sein, und der Leser sei dazu auf Standardliteratur verwiesen. [75]

Die untersuchte Probe **Q** zeichnet sich jedoch dadurch aus, dass in einem bestimmten Spannungsbereich der Ladungstransport nicht

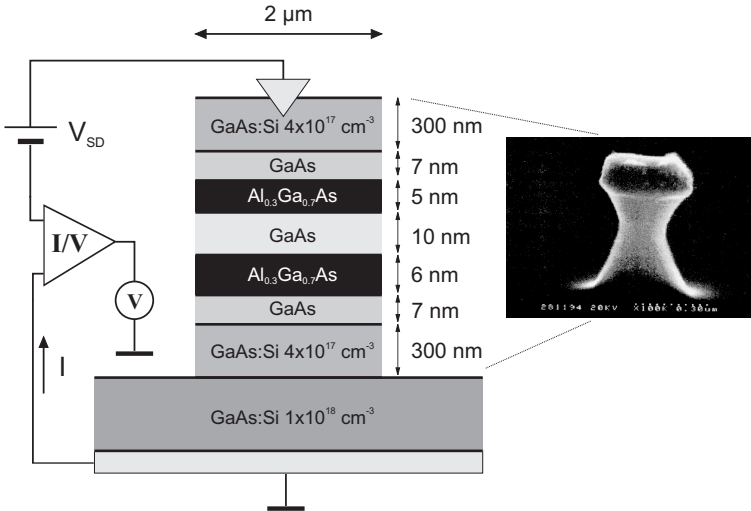


Abbildung 4.1: Schema der untersuchten resonanten Tunneldiode. Der Quantentopf bildet sich in der 10 nm dicken GaAs-Schicht, während die sich symmetrisch anschließenden AlAs-Lagen als Tunnelbarrieren wirken. Das Bild rechts zeigt eine TEM-Aufnahme einer vertikalen Tunneldiode bevor sie zum Aufdampfen des oberen Kontaktes in Polyimid vergraben wurde.

durch das zweidimensionale Subband, sondern vielmehr durch einzelne *nulldimensionale* Zustände erfolgt. Bei diesen handelt es sich vermutlich um verschleppte Dotieratome, die sich innerhalb der beiden AlAs-Barrieren befinden (s.u.).

Damit ergibt sich eine Bandstruktur, wie sie in Abb. 4.2 (a) skizziert ist. Im spannungslosen Fall $V_{SD} = 0$ kann der Quantenpunkt E_R nicht von Elektronen besetzt werden, da dessen Energie E_R größer als die Emitterfermienergie E_E ist, wie in Abb. 4.2 (a) veranschaulicht. Durch Anlegen einer endlichen Vorspannung $|V_{SD}| > 0$ (s. Abb. 4.2 (b)) wird

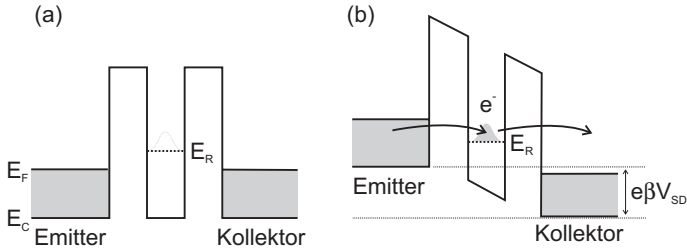


Abbildung 4.2: Schema für das resonante Tunneln in einer Doppelbarrierenstruktur. (a) $V_{SD} = 0$ (b) $|V_{SD}| \gtrsim E_S/e\beta$

die gesamte Bandstruktur verkippt, mit der Folge, dass sich der Abstand zwischen E_S und E_F verringert. Ein Stromfluss $|I| > 0$ kann jedoch erst einsetzen, wenn $E_S = E_R$ ist.^A Sobald bei weiterer Vergrößerung von $|V_{SD}|$ E_R unter die Leitungsbandkante des Emitters wandert, geht I wieder zurück auf den Wert Null. Eine solche stufenförmige Strom/Spannungskennlinie stellt jedoch nur eine gedankliche Idealisierung für $T = 0$ K dar. Aufgrund von thermischen Anregungen ist für $T > 0$ K ein endlicher Stromfluss $|I| > 0$ auch für Vorspannungen unterhalb der Resonanz möglich.

Die Messung der Strom/Spannungscharakteristik der realen Struktur \mathfrak{A} ist in der Teilabbildung von Figur 4.3 gezeigt. Die Resonanz durch das Subband tritt um $V_{SD} = \pm 110$ mV auf. Unter der Annahme eines Hebelfaktors $\beta = 1/2$ für eine ideal symmetrische Struktur entspricht das einer Subbandenergie von $E_S \sim 55$ meV. Ein selbstkonsistente Rechnung ergibt einen Wert von $E_S = 46$ meV in befriedigender Übereinstimmung zum Experiment. [76]

Im Gegensatz zu den Arbeiten[13, 14] haben wir jedoch die Rauschmessungen nicht im Regime des resonanten Tunnelns

^AFür $E_F < E_R$ ist ein Ladungsträgertransport nur durch virtuelle Zustände zwischen den Tunnelbarrieren möglich, was allerdings aufgrund der größeren Dicke der von den beiden AlAs-Lagen gebildeten effektiven Tunnelbarriere entsprechend geringe Beiträge zum Strom I liefert.

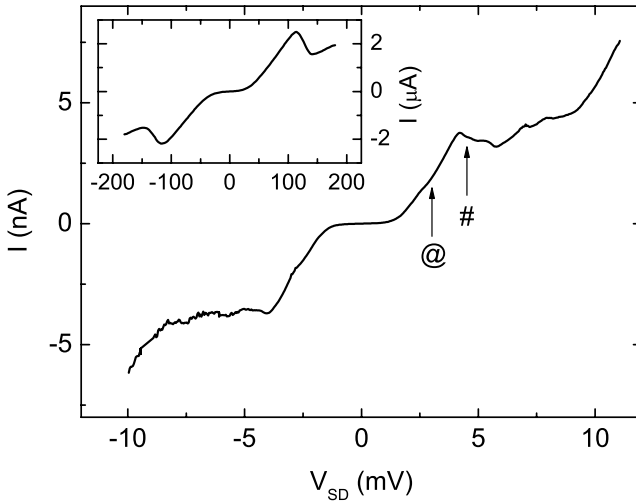


Abbildung 4.3: $I - V$ -Kennlinie der resonanten Tunnelndiode im im Einzelelektronentunnelregime bei $T = 1.3$ K. *Eingesetzte Abbildung* $I - V$ -Kennlinie im Bereich des Subbandtransports.

durch das Subband durchgeführt. Die genau Analyse der Strom-Spannungscharakteristik zeigt eine stufenartige Struktur bei Spannungen $V_{SD} \approx 5$ mV, also deutlich unterhalb der Subbandenergie. In diesem Spannungsbereich lässt sich die resonante Tunnelstruktur im einfachsten Fall durch eine einzelne und entsprechend dicke Tunnelbarriere beschreiben, da sich im Quantentopf keine erlaubten Zustände befinden. Wenn dem so wäre, dann müsste der Strom I jedoch eine monotone Abhängigkeit von V_{SD} aufweisen.

4.1.1 Resonantes Tunneln durch einen 0-dimensionalen Zustand

Das Auftreten der in Figur 4.3 mit „#“ markierten Stufenkante ab $V_{SD} = \pm 4$ mV deutet jedoch auf die Existenz — mindestens eines — zusätzlichen resonanten Zustands E_S innerhalb der Tunnelbarrieren hin, der zudem weitestgehend symmetrisch angeordnet ist. Höchstwahrscheinlich handelt es sich dabei um ein Si-Atom, das während des Wachstums der Heterostruktur aus der Dotierschicht verschleppt wurde. [72]

Bei $V_{SD} = \pm 3$ mV findet sich eine zweite Struktur („@“) in der $I-V$ -Kennlinie, was auf einen zusätzlichen nulldimensionalen Zustand innerhalb des Quantentopfes hindeutet. Der Überlapp der Wellenfunktion zum Emitter ist jedoch offensichtlich schwach, und der Einfluss auf die Strom/Spannungscharakteristik dementsprechend gering.

Bei genauer Betrachtung fällt eine leichte Asymmetrie der Stufenstruktur zwischen positiver und negativer Polarität der Vorspannung V_{SD} auf. Die Position der Stufenkante liegt bei $V_+ = 4.2$ mV bzw. $V_- = 4.1$ mV. Das bedeutet, dass sich der nulldimensionale Zustand nicht vollständig symmetrisch zwischen den beiden Tunnelbarrieren befindet, und diese damit leicht verschiedene Transmissionskoeffizienten aufweisen.

Die Kopplung eines resonanten Zustandes an Emitter- bzw. Kollektorreservoir wird durch die sogenannten Zerfallsbreiten Γ_E und Γ_K beschrieben. Für den Transmissionskoeffizienten T gilt im Fall von Resonanz zwischen Emitter und E_S der Ausdruck [77]

$$T = \frac{4\Gamma_E\Gamma_K}{(\Gamma_E + \Gamma_K)^2} . \quad (4.1)$$

Die maximale Transmission $T = 1$ ergibt sich nur im symmetrischen Fall $\Gamma_E = \Gamma_K$, in allen anderen Fällen ist $T < 1$. Im Bild des sequenziellen Tunnelns wird der Strom I_E durch den resonanten Zustand E_S dann durch

$$I_E = 2e \frac{\Gamma_E\Gamma_K}{\Gamma_E + \Gamma_K} \quad (4.2)$$

gegeben. [78] Bisher wurde implizit davon ausgegangen, dass das Niveau E_S spinentartet ist. Gleichung (4.2) beschreibt folglich einen Ladungstransport durch zwei parallele Spinkanäle. Aufgrund der geringen räumlichen Ausdehnung des Zustandes E_S (~ 10 nm) und der daraus resultierenden Ladeenergie wird diese Entartung jedoch aufgehoben. Damit kann der Quantenpunkt gleichzeitig nur von einem Elektron beliebigen Spins besetzt werden, d. h. sobald ein Elektron durch einen der beiden Spinkanäle tunnelt, ist der jeweils andere blockiert. Man bezeichnet diese Situation daher als *Coulombblockade*. Damit reduziert sich in diesem Fall der Strom I_C zu

$$I_C = 2e \frac{\Gamma_E \Gamma_K}{2\Gamma_K + \Gamma_E}, \quad (4.3)$$

und mithin $I_C < I_E$. [79]

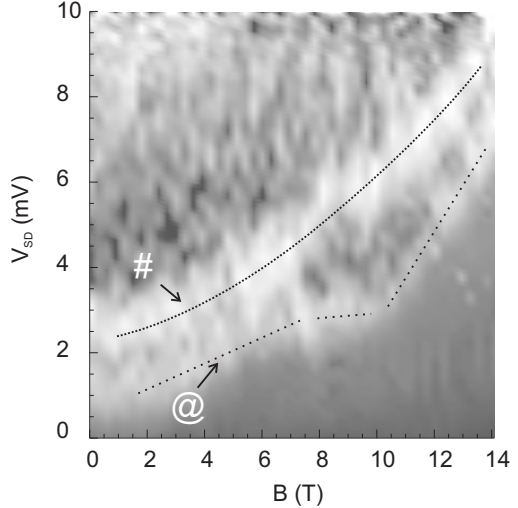
Für die untersuchte Tunnelstruktur ist $V_+ \neq V_-$ und mithin $\Gamma_E \neq \Gamma_K$. Aufgrund von $V_+ > V_-$ tunnelt die Emittierelektronen in positiver Polarität $V_{SD} > 0$ also zuerst durch die Barriere geringerer Transmissivität in den resonanten Zustand E_S ($\Gamma_E < \Gamma_K$). Damit wird der Quantenpunkt E_S schneller entleert, als er aus dem Emitter nachgefüllt werden kann. Im Extremfall stark asymmetrischer Barrieren ($\Gamma_E \ll \Gamma_K$) ist der Quantenpunkt im Zeitmittel leer, daher spricht man von *Nichtaufladerichtung*. Analog dazu wird der entgegengesetzte Fall $\Gamma_E \gg \Gamma_K$, in dem der nulldimensionale Zustand permanent besetzt ist, als *Aufladerichtung* bezeichnet.

4.1.2 Magnetotransportspektroskopie

Um die 0-dimensionalen Zustände im Einzelektronentunnelregime genauer zu analysieren, wurden Strom-Spannungskennlinien im äußeren Magnetfeld B aufgenommen. Die Feldlinien von \mathbf{B} verlaufen dabei parallel zur Wachstums- bzw. Stromrichtung. In Figur 4.4 ist die daraus errechnete differentielle Leitfähigkeit

$$\sigma = \frac{\partial I}{\partial V_{SD}}$$

Abbildung 4.4: Differentielle Leitfähigkeit σ einer resonanten Tunneldiode im Magnetfeld. Große Werte von σ entsprechen hellen Grautönen. Die Markierungen der Stufenkanten entsprechen denen in Abb. 4.3.



als Graustufenplot abgebildet. Helle Grautöne entsprechen dabei großen Werten von σ . Die beiden in der Stromspannungscharakteristik identifizierten resonanten Zustände sind analog zu Abb. 4.3 mit „#“ bzw. „@“ markiert. Es muss jedoch beachtet werden, dass große Werte von σ im Bereich der *Stufenflanke* auftreten, während auf dem Plateau $\sigma \approx 0$ ist. Daher entsprechen die markierten hellgrauen Strukturen in Abb. 4.4 den Stufenkanten der zu den Zuständen $E_{\#}$ bzw. $E_{@}$ gehörigen Resonanzen.

Die deutlich ausgeprägt Stufenkante bei $V_{SD} = 5$ mV ($E_{\#}$) verschiebt im Magnetfeld B mit einer quadratischen Abhängigkeit zu höheren Spannungen bzw. Energien. Der Grund dafür ist in der sogenannten diamagnetischen Verschiebung ΔE_D des nulldimensionalen Zustandes E_S

$$E_S = E_{S_0} + \frac{e^2 B^2}{8m^*} x_0^2, \quad (4.4)$$

mit $x_0^2 = \hbar/m^* \omega_0$, der effektiven Masse m^* und der zur Grundzustandsenergie $E_{S_0} = \hbar \omega_0$ korrespondierenden Kreisfrequenz ω_0 zu su-

chen.^B

Darüberhinaus kann aus den klassischen Umkehrpunkten der Radius $r = \sqrt{2\hbar/m^*\omega_0}$ des Energieniveaus zu $r \sim 10$ nm abgeschätzt werden, was die Annahme eines in den Quantentopf verschleppten einzelnen Dotieratoms bekräftigt. [72]

Das zweite Niveau $E_{\text{@}}$ zeigt hingegen einen nichttrivialen Verlauf im Magnetfeld. Die Ursache dafür ist unklar, genauso wie die genaue Natur dieses Zustands. Möglicherweise handelt es sich um ein räumlich sehr nah bei der dominanten Störstelle „#“ angeordnetes, jedoch nur schwach an den Emitter gekoppeltes Dotieratom.

Die übrige Feinstruktur, welche in Abb. 4.3 und besonders in 4.4 zu erkennen ist, rührt von den Fluktationen der lokalen Zustandsdichte des Emitters (LDOS) her: Das dominante Niveau „#“ bildet aufgrund seiner δ -förmigen Zustandsdichte ein Spektrometer genügend hoher Energieauflösung, um die LDOS-Fluktuationen auflösen zu können. [80]

^BGleichung (4.4) gilt in der Näherung $\omega_c = eB/m^* \ll \omega_0$.

4.2 Rauschspektren

Beispiele von an der resonanten Tunneliode im Einzelektronentunnelregime gemessenen Rauschspektren sind in Abb. 4.5 (a) gezeigt. Die Daten wurden für Frequenzen oberhalb von 20 kHz durch Mittelung über jeweils sieben Messpunkte geglättet, um der Verschlechterung des Signal zu Rauschabstandes bei höheren Frequenzen (s. Kap. 2) entgegenzuwirken.

Für $V_{SD} \lesssim 4$ mV ist keine wesentliche Frequenzabhängigkeit von $S(f)$ erkennbar. Mit zunehmender Vorspannung V_{SD} bildet sich ein $1/f$ -Anteil heraus, der oberhalb von $V_{SD} \gtrsim 6$ mV die Rauschspektren dominiert.

Die Beiträge der $1/f$ -Komponenten zum Signal der Probe sind oberhalb einer kritischen Frequenz f_c vernachlässigbar. f_c hängt von der Vorspannung V_{SD} ab, wie aus Abb. 4.5 ersichtlich, und bewegt sich für $V_{SD} \lesssim \pm 8$ mV zwischen 5 und 80 kHz. Zur Bestimmung der Amplitude des Schrotrauschen bzw. des Fanofaktors α werden daher die Daten je nach Vorspannung für Frequenzen größer als $f_c(V_{SD})$ gemittelt. Dieses Verfahren verbessert darüberhinaus den Signal-Rauschabstand. Für Vorspannungen $V_{SD} \gtrsim \pm 8$ mV liegt f_c dann oberhalb der Bandbreite der Messung, so dass eine Definition des Fanofaktors direkt aus den Spektren nicht mehr möglich ist.^C

Das Ergebnis der Auswertung findet sich in Abb. 4.6 bzw. 4.10. Dort ist jeweils die Rauschleistung der resonanten Tunneliode im Bereich des resonanten Einzelektronentunnels für Auflade bzw. Nichtaufladerichtung^D im Vergleich zu den nach

$$S_{Schrot} = 2eI \coth\left(\frac{eV_{SD}}{2k_bT}\right) \quad (4.5)$$

berechneten theoretischen Werten für volles Schrotrauschen $\alpha = 1$ und eine Unterdrückung mit $\alpha = 3/4$ dargestellt.^E

^CSiehe dazu Abschnitt 4.5.

^DVergleiche Abschnitt 4.1.1

^ESiehe dazu im Theorieteil Kapitel 1.1.1 Gleichung (1.7).

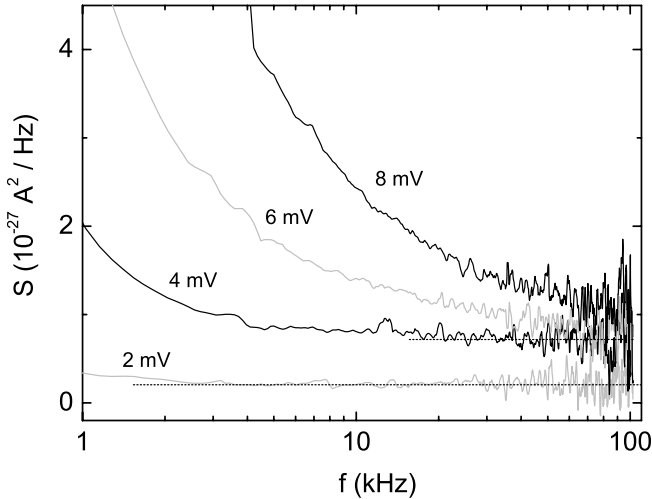


Abbildung 4.5: Rauschspektren der resonanten Tunneliode für unterschiedliche Spannungen V_{SD} . Die gepunkteten horizontalen Linien sollen die fehlende Frequenzabhängigkeit verdeutlichen. Die Spektren wurden mittels einer 7-Punkte-Mittelung geglättet.

4.3 Unterdrückung des Schrotrauschens in Nichtaufladerichtung

Für den Bereich kleinster Vorspannungen $V_{SD} < 2$ mV entspricht das Signal der Probe im Rahmen der Messgenauigkeit vollem Schrotrauschen. Für 1 mV $< V_{SD} < 2$ mV liegt es signifikant oberhalb von $\alpha = 3/4$. (s. Teilabbildung in 4.6).

Wird die Vorspannung jedoch weiter erhöht, dann beobachtet man eine signifikante Unterdrückung unter $\alpha = 1$. Die Messdaten liegen für 2.5 mV $\lesssim V_{SD} \lesssim 3.8$ mV in guter Übereinstimmung mit der Kur-

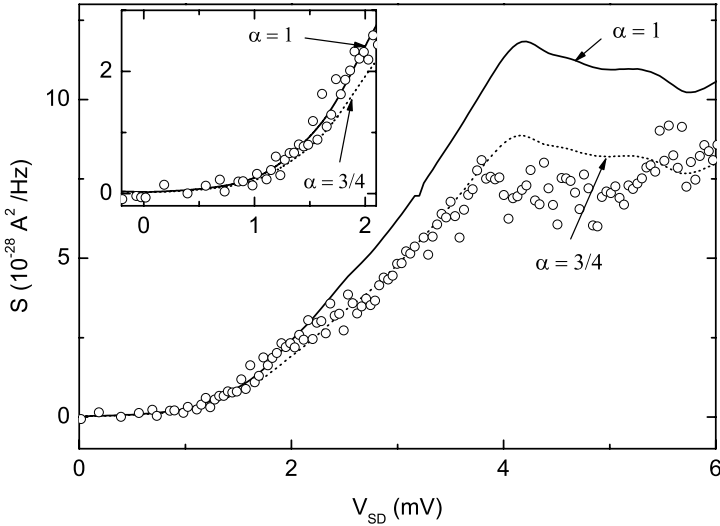


Abbildung 4.6: Rauschleistung der Probe im Bereich des resonanten Einzelelektronentunnels in Nichtaufladerichtung. Die Temperatur ist $T = 1.6$ K. Die durchgezogene Linie entspricht der theoretisch errechneten Amplitude des vollen Schrotrauschens $\alpha = 1$, die gepunktete dem einer Unterdrückung von $\alpha = 3/4$.

ve für $\alpha = 3/4$. Im dem Spannungsbereich $V_{SD} > 4$ mV, in dem der Stromfluss durch die Tunnelstruktur durch einen einzelnen null-dimensionalen resonanten Zustand dominiert wird, verringert sich α nochmals.

Zum besseren Überblick ist in Figur 4.7 der Fanofaktor $\alpha = S/S_{Schrot}$ im diskutierten Spannungsbereich abgebildet.

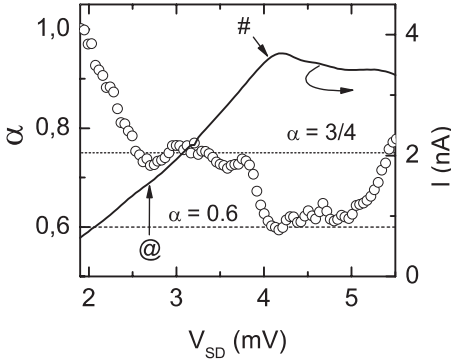


Abbildung 4.7: Fanofaktor α für positive Vorspannung $V_{SD} > 0$ im Vergleich mit der $I - V$ -Kennlinie. Der Datensatz wurde mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet.

4.3.1 Unterdrückung im resonanten Transport durch einen einzelnen 0-d Zustand

Die maximale Unterdrückung wird im Bereich der zum resonanten Zustand $E_{\#}$ gehörenden Stufenkante („#“) beobachtet und erreicht dort Werte $\alpha \gtrsim 0.6$. Die analytische Abhängigkeit des Fanofaktors α von den Zerfallsbreiten des resonanten Zustandes zum Emitter bzw. Kollektor Γ_K bzw. Γ_E wird nach Abschnitt 1.1.2 durch den Ausdruck

$$\alpha = \frac{\Gamma_E^2 + \Gamma_K^2}{\Gamma^2} \quad (4.6)$$

mit der Gesamtzerfallsbreite $\Gamma = \Gamma_E + \Gamma_K$ beschrieben. Da Gleichung (4.6) für eine vollständig symmetrische Struktur $\alpha = 1/2$ erwarten ließe, ist die gemessene Unterdrückung von $\alpha = 0.6$ ein Zeichen für Barrieren unterschiedlicher Transmissivität, im Einklang mit den leicht verschiedenen Positionen der Stufenkanten (s. Abschnitt 4.1.1). Mit den nominellen Wachstumsparametern der resonante Tunnelstruktur wurden die Zerfallsbreiten Γ_E bzw. Γ_K aus einer numerischen, selbstkonsistenten Lösung von Schrödinger- und Poissongleichung berechnet.^F

^FDas Programm wurde von Thomas Schmidt im Rahmen seiner Dissertation erstellt. [76] Die Simulation wurde von Jens Könemann durchgeführt.

Daraus ergibt sich mit Gl. (4.6) ein Wert von $\alpha = 0.61$, in sehr guter Übereinstimmung mit dem experimentellen Befund (s. Abb. 4.7).

4.3.2 Diskussion der Rauschunterdrückung im Bereich der Stufenkante

Fanofaktor eines Zustandsensembles

Als nächstes stellt sich die Frage nach der Ursache der Unterdrückung $\alpha = 3/4$ im Bereich der Stufenkante $2.5 \text{ mV} \lesssim V_{SD} \lesssim 3.8 \text{ mV}$. Nazarov und Struben machten eine theoretische Vorhersage für die Unterdrückung des Schrotrauschens in einem ungeordneten System mit dem Ergebnis $\alpha = 3/4$. [24] Ihr Modell geht ursprünglich von einer einzelnen Tunnelbarriere aus, innerhalb der sich stark lokalisierte Zustände befinden, die sowohl räumlich als auch energetisch zufällig verteilt sind. Falls die Anzahl dieser Zustände groß genug ist, um eine Mittelung über die Unordnung der Struktur zu erlauben, dann sollte der Wert des Fanofaktor $\alpha = 3/4$ universelle Gültigkeit haben, unabhängig von der konkreten Form und Realisierung des physikalischen Systems und auch z. B. der Temperatur. Da in diesem Bild nur die symmetrisch innerhalb der Barriere liegenden Zustände effektiv am Transport beteiligt sind, kann die Situation als resonantes Tunneln durch zwei Barrieren aufgefasst werden, so dass diese Theorie prinzipiell auf die untersuchte Probe übertragbar ist. [81]

Im Lichte dieser Modellvorstellung betrachtet, würde sich der Ladungstransport durch die untersuchte Probenstruktur folgendermaßen darstellen: Über ein Ensemble von resonanten Zuständen fließt über den Anstiegsbereich zum Stromplateau bei $V_{SD} \gtrsim 4 \text{ mV}$ der Strom I_H . Damit sorgt I_H für die „verschmierte“ Strom-Spannungskennlinie, die in Abschnitt 4.1.1 bereits diskutiert wurde, da er eine monotone Abhängigkeit von V_{SD} aufweist, und sich zum stufenartig verlaufenden Anteil durch $E_{\#}$ zum Gesamtstrom I addiert:

$$I = I_H + I_{\#} .$$

Für Vorspannungen zwischen 2.5 mV und 3.8 mV erfolgt der Ladungs-transport praktisch ausschließlich durch dieses Kollektiv von Störstellen und das Schrotrauschen wird auf $\alpha = 3/4$ unterdrückt.

Ab $V_{SD} \gtrsim 4$ mV dominiert dann der einzelne — besonders gut an Emitter bzw. Kollektor angekoppelter — resonanter Zustand $E_{\#}$ den Ladungstransport und der Fanofaktor nimmt den zur Asymmetrie der Tunnelbarrieren korrespondierenden Wert $\alpha = 0.6$ an. [19] Dieser letzte Punkt birgt jedoch ein Problem in sich: Damit der Zustand $E_{\#}$ den Strom dominieren kann, müsste beim Übergang auf das Stromplateau, der Strombeitrag des Ensembles I_H sehr schnell abfallen, da aufgrund der Bestimmung des Fanofaktors aus dem *Gesamtstrom* I ansonsten α nicht einen Wert im Einklang mit den Asymmetrien der Barrieren annehmen würde.

Kotunneln

Eine weitere Möglichkeit besteht darin anzunehmen, dass der Gesamtstrom I nicht ausschließlich durch den resonanten Zustand $E_{\#}$ fließt ($I_{\#}$), sondern ein zweiter Teil I_T aufgrund von Kotunnelprozessen jedoch durch die aus beiden AlAs-Schichten gebildete Einzelbarriere, so dass $I = I_{\#} + I_T$. Da die Normierung der gemessenen Rauschleistung auf den Gesamtstrom I erfolgt, könnte sich auf diese Weise je nach Verhältnis von $I_{\#}$ und I_T ein Fanofaktor $0.6 \leq \alpha \leq 1$ ergeben.

Eine Abschätzung des Kotunnelstromes, wie sie in Anhang B durchgeführt wurde, ergibt jedoch lediglich $I_T \approx 5 \cdot 10^{-29}$ A, so dass dieser Mechanismus ausgeschlossen werden kann.

Feinstruktur

Im Bereich des vermuteten zweiten in den Magnetfeldmessungen deutlicher sichtbaren (s. Teil 4.1.2) resonanten Zustandes $E_{\textcircled{a}}$ bei $V_{SD} \approx 2.6$ mV zeigt sich eine geringe Modulation von α (Pfeilmarkierung in Figur 4.7). Es ist anzunehmen, dass diese nach (4.6) vom resonanten

Tunneln durch den Zustand $E_{\textcircled{a}}$ herrührt. Da die Normierung der gemessenen Rauschleistung auf den Gesamtstrom erfolgt, der Anteil des zweiten Niveaus $E_{\textcircled{a}}$ am Gesamtstrom I jedoch offensichtlich sehr klein ist, ergibt sich dementsprechend auch nur eine geringe Modulation des Fanofaktors.^G

Zwei gekoppelte Zustände

Aus der Existenz des zweiten resonanten Zustandes $E_{\textcircled{a}}$ ergibt sich eine weitere Erklärungsmöglichkeit für die Unterdrückung des Schrotrauschens auf $\alpha \approx 3/4$: Kiesslich et al. konnten zeigen, dass eine kapazitive Kopplung zwischen zwei resonanten Zuständen einen deutlichen Einfluss auf den Fanofaktor nimmt. [23] $\alpha \approx 3/4$ wäre dann ausschließlich ein — zufälliges — Resultat der Wechselwirkung zwischen beiden Niveaus, ohne die Beteiligung eines Zustandsensembles wie nach [24]. Ein Problem dabei besteht jedoch in dem Missverhältnis des Einflusses von „ \textcircled{a} “ auf $I - V$ -Kennlinie im Vergleich zu demjenigen, der in der Rauschleistung auftritt.

Ausgehend von den Zerfallsbreiten $\Gamma_{E,K}$, die im Rahmen der selbstkonsistenten Simulation der Diodenstruktur aus den den Wachstumsparametern berechnet wurden, lässt sich der Verlauf des Fanofaktors α nach

$$\alpha = 1 - \frac{2\Gamma_E\Gamma_K}{(\Gamma_E + \Gamma_K)^2} f_E \quad (4.7)$$

mit der Emitterfermifunktion $f_E = (1 + \exp(\mu - \beta eV_{SD})/k_B T)^{-1}$ für ein resonantes Niveau mit Energie μ beschreiben.^H Dies ist in Abb. 4.8 veranschaulicht.

Für die dominante Resonanz bei $\mu = E_{\#}$ ergibt sich — wie bereits erwähnt — eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment für $V_{SD} > 4$ mV. Der Übergang von $\alpha = 3/4$ zu

^GDieses Detail ist für die Aufladerichtung ausgeprägter, s. daher auch Abschnitt 4.4

^HSiehe auch Kapitel 1.1.2.

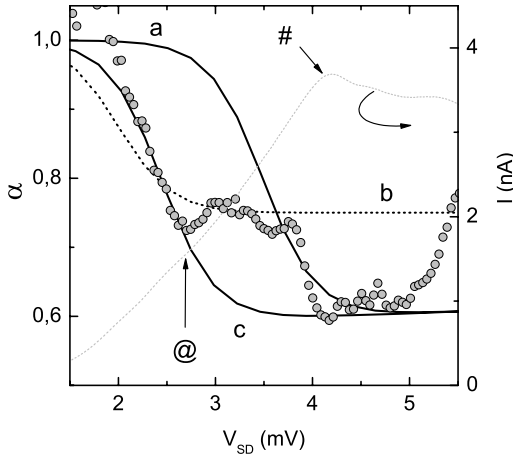


Abbildung 4.8: Fanofaktor α (Kreise) in Nichtaufladerichtung im Vergleich mit dem aus Gl. (4.7) berechneten Verhalten (durchgezogene Kurven): (a) Zustand „#“; Wachstumsdaten / (b) Zustand „@“, Asymmetrie der Tunnelraten für $\alpha = 3/4$ / (c) Zustand „@“; Wachstumsdaten. Die α -Daten wurden mittels einer 7-Punktemittelung geglättet. Die gepunktete, hellgraue Kurve stellt die Strom/Spannungskennlinie dar.

$\alpha = 0.6$ verläuft allerdings steiler, als es nach Gl. (4.7) zu erwarten wäre (Kurve a in Abb. 4.8).

Nimmt man für das Niveau $\mu = E_{@}$ hypothetisch ein verändertes Verhältnis von Γ_E/Γ_K an, so dass in Resonanz nach (4.7) $\alpha = 3/4$ resultiert, dann ergibt sich ebenso ein unbefriedigender Verlauf des Fanofaktors um $V_{SD} \approx 2.3$ mV (Kurven b in Abb. 4.8).

Ausgehend von den nominellen Wachstumsparametern, allerdings einer Resonanz bei $\mu = E_{@}$, ergibt sich jedoch eine gute Übereinstim-

mung zwischen (4.7) und den Messdaten im Übergangsbereich von $\alpha = 1$ zu $\alpha = 3/4$, mit Ausnahme des Bereiches $2.7 \text{ mV} < V_{SD} < 4.1 \text{ mV}$ (siehe Kurve c in Abb. 4.8).

Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors

In der Temperaturabhängigkeit zeigt sich, dass der Verlauf des Fanofaktors unter Verwendung der Wachstumsparameter auch für höhere Temperaturen im Vergleich zu $\mu = E_{\#}$ besser durch die Annahme eines Niveaus bei $\mu = E_{\textcircled{a}}$ beschrieben werden kann. Besonders deutlich ist dies bei $T = 4 \text{ K}$ im Übergangsbereich zwischen $1 \text{ mV} < V_{SD} < 2.5 \text{ mV}$.

Die maximale Rauschunterdrückung um $\alpha = 0.6$ wird eine Temperatur von $T = 1.6 \text{ K}$ bei $V_{SD} = 4.1 \text{ mV}$ beobachtet, was im Einklang mit der Asymmetrie der Tunnelbarrieren steht. Dieser Punkt ist in Abb. 4.9 durch (*) markiert. Allerdings wächst mit zunehmender Temperatur auch α an der Position (*), was nach Gl. (4.6) nicht zu erwarten ist, da die Zerfallsbreiten $\Gamma_{L,R}$ nicht von der Temperatur abhängen. Aufgrund der aus Gl. (4.7) resultierenden thermischen Verschmierung wird jedoch unter der Annahme von $\mu = E_{\textcircled{a}}$ der Wert von α bei $V_{SD} = 4.1 \text{ mV}$ vergrößert, was qualitativ der experimentellen Beobachtung entspricht. Zwar ist eine quantitative Übereinstimmung nicht gegeben, aber oberhalb von $V_{SD} \gtrsim 4.5 \text{ mV}$ setzen offensichtlich — mit zunehmender Temperatur ausgeprägter werdende — Effekte ein, welche die Rauschleistung in Richtung $\alpha = 1$ bringen. Zusammenfassend könnte also der nichttriviale Verlauf des Fanofaktors als Effekt eines gekoppelten Systems zweier Zustände aufgefasst werden. Dazu kommt, dass diese Annahme u.U. das komplexe Verhalten der Struktur „@“ in der Magnetotransportspektroskopie^l erklären könnte. Kiesslich et al. konnten für zwei symmetrisch an Emitter und Kollektor gekoppelte und coulombwechselwirkende Niveaus einen Anstieg des Fanofaktors im Übergangsbereich zwischen den Resonanzen nachweisen.^l Es wäre

^lAbschnitt 4.1.2.

^lSiehe dazu auch in Kapitel 5.3.3 die Abbildung 5.14 bzw. [23].

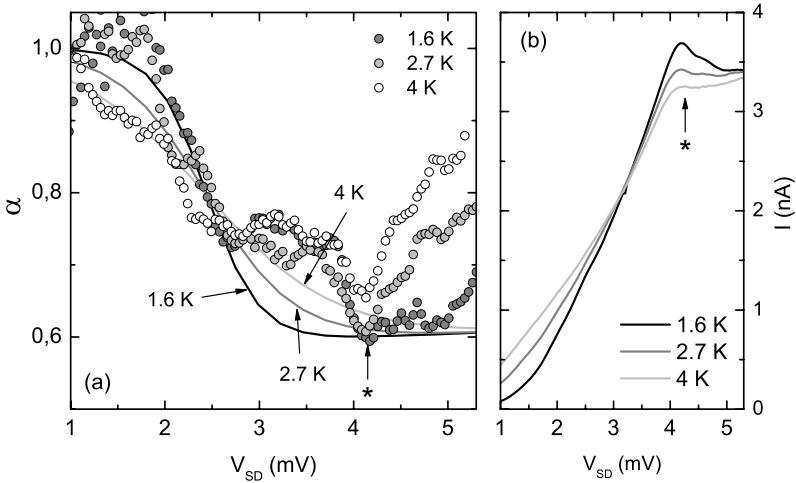


Abbildung 4.9: (a) Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors in Nichtaufladerichtung im Vergleich zu dem nach Gl. (4.7) mit $\mu = E_{\text{@}}$ berechneten Fanofaktor. Die α -Messpunkte wurden mittels einer 7-Punkte-Mittelung geglättet. (b) Die entsprechenden $I - V$ -Kennlinien.

interessant zu sehen, inwieweit eine theoretischen Simulation eines solchen Zwei-Niveausystems, von denen einer nur schwach an Emitter bzw. Kollektor angekoppelt ist, ein Verhalten ähnlich dem experimentell beobachteten aufweisen würde.

Der Blick in die $I - V$ -Charakteristik in Abb. 4.9 (b) zeigt, dass der negativ-differentielle Bereich bei $V_{SD} = 4.1$ mV gleichfalls mit der Temperatur verschwindet. Möglicherweise ist daher auch dieses Merkmal durch eine Zwei-Niveauwechselwirkung bedingt.

Im Hinblick auf die Überlegungen zur Rauscherunterdrückung als Resultat eines Ensembleeffektes, erscheint das Postulat eines gekoppelten Zustandes als der momentan erfolgversprechendste Erklärungsansatz.

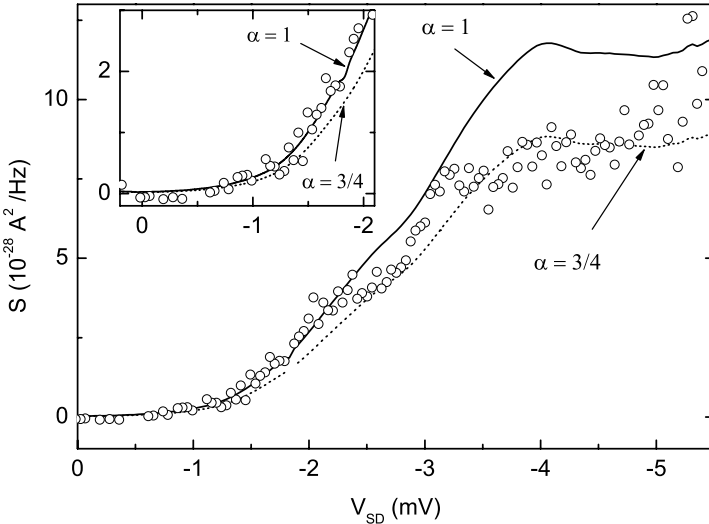


Abbildung 4.10: Rauschleistung der Probe im Bereich des resonanten Einzelelektronentunnels in Aufladerichtung. Die Temperatur ist $T = 1.6 \text{ K}$. Die durchgezogene Linie entspricht der theoretisch errechneten Amplitude des vollen Schrotrauschens $\alpha = 1$, die gepunktete dem einer Unterdrückung von $\alpha = 3/4$.

4.4 Aufladerichtung

Für negative Vorspannungen $V_{SD} < 0$ — also Transport in Aufladungsrichtung — ist die gemessene Rauschleistung in beiden Polaritäten für $|V_{SD}| < 2 \text{ mV}$ unverändert. Das Rauschsignal entspricht mit $\alpha = 1$ dem einer einzelnen Tunnelbarriere, wie es in der Teilabbildung in Figur 4.10 erkennbar ist.

Das ändert sich jedoch für Vergrößerung der negativen Vorspan-

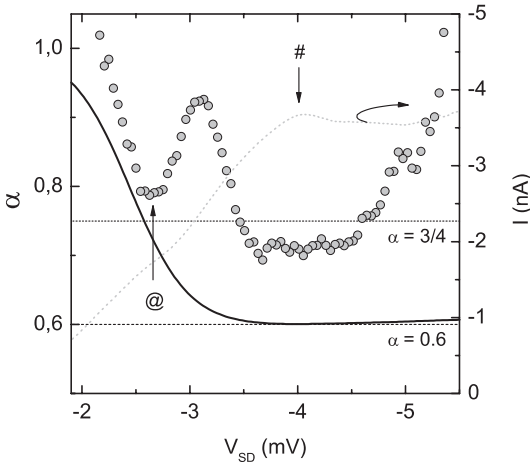


Abbildung 4.11: Fanofaktor α für negative Vorspannung $V_{SD} < 0$ (Kreise), d. h. Aufladerichtung im Vergleich zum nach (4.7) mit $\mu = E_{@}$ berechneten Verlauf des Fanofaktors (durchgezogene Kurve). Der Datensatz wurde mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet. Die hellgraue, gepunktete Kurve stellt die $I - V$ -Kennlinie dar.

nung V_{SD} . Im Bereich des zweiten resonanten Zustandes „@“ bei $V_{SD} = -2.6$ mV findet sich im Gegensatz zur Nichtaufladerichtung eine deutlichere Modulation, wie in der Darstellung des Fanofaktors in Abb. 4.11 erkennbar ist. Der größere Einfluss des resonanten Zustandes $E_{@}$ auf den Fanofaktor spiegelt sich auch ausgeprägter in der Strom-Spannungskennlinie wider.

Danach bleibt α jedoch nicht konstant, sondern klettert vielmehr fast wieder auf volles Schrotrauschen $\alpha = 1$. Ein Bereich der Vorspannung, in dem der Fanofaktor wie in Nichtaufladerichtung praktisch konstant $\alpha = 3/4$ ist, findet sich in Aufladerichtung nicht mehr.

Auf dem anschließenden Stromplateau ist wiederum eine deutliche Unterdrückung sichtbar, allerdings ist sie signifikant kleiner als in Nichtaufladerichtung: $\alpha_- \approx 0.7 > \alpha_+ \approx 0.6$. Die Breite des α -Minimums ist mit $\Delta V_{SD} \approx 1$ mV derjenigen für $V_{SD} > 0$ vergleichbar, jedoch ist die relative Lage im Vergleich zur Stromstufenkante zu betragsmäßig kleineren V_{SD} -Werten verschoben. Dieses Verhalten des Fanofaktors

würde nach Gl. (4.6) eine stärkere Asymmetrie der Zerfallsbreiten des resonanten Zustandes Γ_E und Γ_K und damit der Transmission der beiden Tunnelbarrieren erfordern.

Insgesamt ergibt sich das Bild, dass das Rauschen in Aufladerichtung im Vergleich zur Nicht-Aufladungsrichtung erhöht ist. Die Ursache dafür ist unklar. Im Rahmen der theoretischen Modelle für den Fanofaktor im resonanten Tunneln Gl. (4.6) ist keine Abhängigkeit der Unterdrückung von der Polarität der externen Spannung V_{SD} zu erwarten. Offensichtlich kommen hier zusätzliche Effekte zum Tragen, welche die Korrelation des resonanten Tunnelstromes in Richtung $\alpha = 1$ beeinflussen.^K

Das Verhalten des Fanofaktors für verschiedene Temperaturen zwischen 1.6 K und 4 K ist in Figur 4.12 zusammen mit den jeweiligen $I - V$ -Kennlinien abgebildet. Genau wie in Nichtaufladerichtung, wächst die Rauschleistung mit wachsender Temperatur an. Es ist daher anzunehmen, dass beides dem gleichen Prozess zugeschrieben werden kann, nur ist dieser in Aufladerichtung bei gleicher Temperatur ausgeprägter als für $V_{SD} > 0$. Dementsprechend wird der eigentlich aufgrund der Symmetrie der Probe zu erwartende Wert $\alpha = 0.6$, anders als in Nichtaufladerichtung, von diesem Rauschprozess bereits bei $T = 1.6$ K überdeckt.

4.5 Superpoissonsches Schrotrauschen

Für Vorspannungen $V_{SD} \gtrsim 5$ mV werden die Spektren zunehmend von Signalanteilen dominiert, welche die Form eines $1/f$ -Rauschens aufweisen. Aufgründessen wird die Bestimmung des Fanofaktors direkt aus den Spektren unmöglich, sobald die Grenzfrequenz f_c des $1/f$ -Rauschens die Bandbreite des Verstärkers überschreitet. Daher wurde an die Spektren eine Anpassung mit der Funktion

$$\mathcal{A}/f^x + y_0 \tag{4.8}$$

^KSiehe dazu auch Abschnitt 4.5.

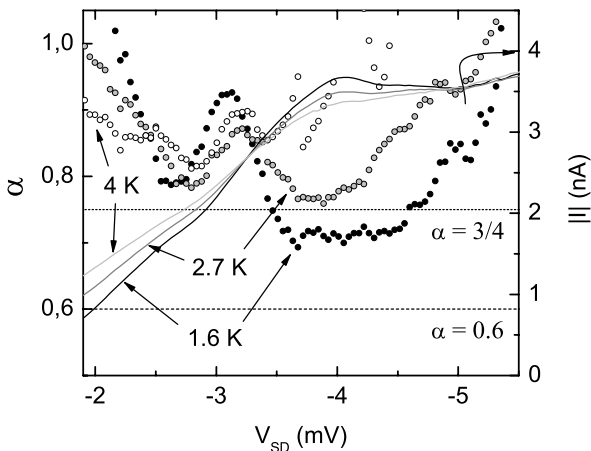


Abbildung 4.12: Temperaturabhängigkeit des Fanofaktors (Kreise) in Aufladerichtung im Vergleich zu den entsprechenden $I - V$ -Kennlinien (durchgezogene Kurven). Die α -Messpunkte sind mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet.

durchgeführt. Beispielhaft ausgewählte Spektren mit ihren jeweiligen Anpassungen sind in Abbildungen 4.16 und 4.17 in Abschnitt 4.6 gezeigt. Unter der Voraussetzung, dass die Rauschquellen des Schrot- und des $1/f$ -Rauschens vollständig unkorreliert zueinander sind, addieren sich die Rauschleistungen linear. Da außerdem das Schrotrauschen *frequenzunabhängig* ist, entspricht der Parameter y_0 direkt dessen Amplitude. Im Bereich $V_{SD} \lesssim 5$ mV sind die Werte des Schrotrauschens, bestimmt aus dem frequenzunabhängigen Teil der Spektren, und y_0 im Rahmen der Zuverlässigkeit der Anpassung identisch. Es spricht nichts dafür, dass sich das für größere Vorspannungen V_{SD} ändert.

Die Resultate für Nichtaufladerichtung sind in Abb. 4.13 dargestellt. Im Bereich der Stufenkante bei $V_{SD} \sim 5$ mV zeigt sich die Unter-

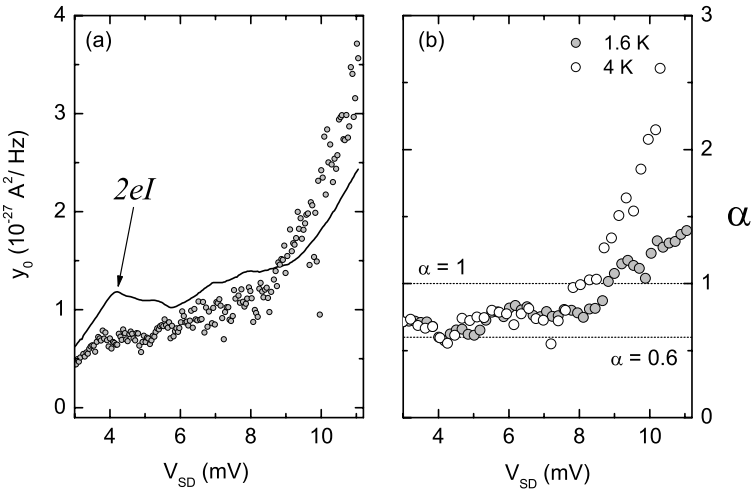


Abbildung 4.13: Superpoissonisches Rauschen in *Nichtaufladerichtung*. (a) Der Fitparameter y_0 im Vergleich zum theoretischen Schrotrauschen $\alpha = 1$. (b) Fanfaktor für $T = 1.6$ K und 4 K; die Datensätze wurden mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet.

drückung bis auf $\alpha = 0.6$ aufgrund der Asymmetrie der Tunnelbarrieren (Abschnitt 4.3). Für Vorspannungen $5.4 \text{ mV} \lesssim V_{SD} \lesssim 8 \text{ mV}$ klettert α auf Werte ~ 0.8 . Im Übergang der Strom-Spannungskennlinie vom Plateaubereich in den Anstiegsbereich bei $V_{SD} \approx 8.5 \text{ mV}$ jedoch wächst das Schrotrauschen deutlich bis zu einem Wert von $\alpha = 1.4$ bei $V_{SD} = 11 \text{ mV}$ an.

Ungleich dramatischer stellt sich die Situation in Aufladerichtung dar, wie der Blick auf Figur 4.14 verrät. Nach der Unterdrückung von $\alpha \approx 0.7$ im Bereich der Stufenkante überschreitet der Fanfaktor das volle, poissonische Schrotrauschen $2eI$ bei $V_{SD} = -5.4 \text{ mV}$ und erreicht bei $V_{SD} = -10 \text{ mV}$ den Wert $\alpha \approx 7$.

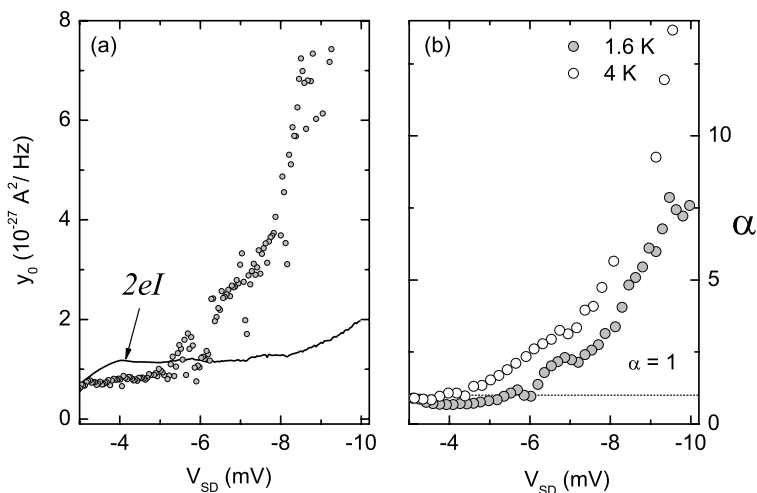


Abbildung 4.14: Superpoissonisches Rauschen in *Aufladerichtung*. (a) Der Fitparameter y_0 im Vergleich zum theoretischen Schrotrauschen $\alpha = 1$. (b) Fanofaktor für $T = 1.6$ K; der Datensatz wurde mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet.

Superpoissonisches Schrotrauschen $\alpha > 1$ wurde experimentell in resonanten Tunnelstrukturen beobachtet [20, 21], allerdings für den Transport durch ein zweidimensionales Subband. Der Effekt tritt ausschließlich im negativ differentiellen Bereich (NDR) der Tunnelkennlinie auf. Er beruht darauf, dass ein Elektron, welches in das Subband tunnelt, dessen Energie um $e^2/(C_K + C_E)$ anhebt; C_K und C_E sind die Kapazitäten zwischen dem Quantentopf und Emitter bzw. Kollektor. Da sich im NDR-Bereich das Maximum der Zustandsdichte unterhalb der Leitungsbandkante des Emitters befindet, führt das Anheben des Quantentopfzustandes zu einer größeren Anzahl von Zuständen, die zum resonanten Tunneln zur Verfügung stehen. Dieser Mechanismus

vergrößert zum einen den Strom, zum andern nimmt aber auch die Korrelation zwischen den einzelnen Tunnelereignissen zu. Während die Unterdrückung des Schrotrauschens auf einer *negativen* Korrelation beruht, führt eine *positive* zum Anwachsen des Fanofaktors, bis hin zu Werten deutlich über eins. Diese qualitative Überlegung konnte durch eine numerische Simulation bestätigt werden. [20]

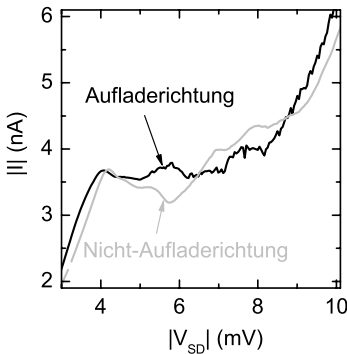


Abbildung 4.15: Vergleich der $I-V$ -Kennlinien in Auflade- und Nichtaufladerichtung.

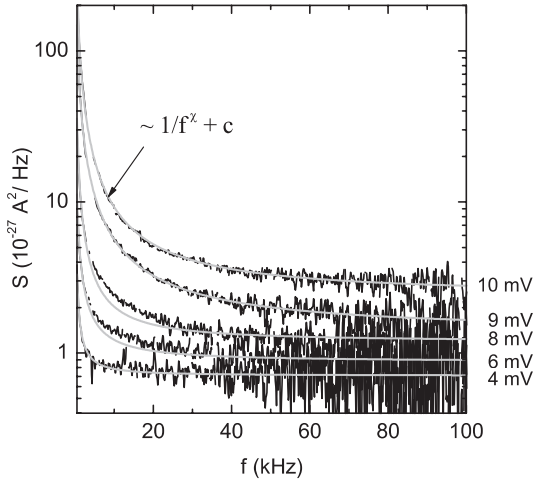
Blanter und Büttiker konnten analytisch zeigen, dass unter bestimmten Umständen Ladungseffekte des Quantentopfes zu Bistabilitäten im negativ-differentiellen Bereich der stationären Strom-Spannungskennlinie führen. [82] Die damit verknüpften Fluktuation der Subbandenergie resultieren in superpoissonschen Werten des Fanofaktors $\alpha > 1$. Auch in diesem Fall geht die Rechnung von einem zweidimensionalen Subband im Quantentopf aus, jedoch spekulieren Blanter et al., dass ein einzelner Quantenzustand ein ähnliches Verhalten aufweisen könnte.

Da negative Werte der Vorspannung V_{SD} der Aufladerichtung entsprechen, ist der resonante Zustand $E_{\#}$ im Zeitmittel häufiger gefüllt als leer. Möglicherweise kommen daher Ladeeffekte analog zu [20, 82] auch hier zum Tragen. Beim Vergleich der $I-V$ -Kennlinien in Abb. 4.15 fällt eine Fluktuation der Strom/Spannungskennlinie in Aufladerichtung auf, die für $V_{SD} > 0$ nicht beobachtet wird. Diese Fluktuation ist stochastisch und daher nicht mit reproduzierbaren LDOS-Effekten zu verwechseln. Es kann spekuliert werden, dass Instabilitäten aufgrund von Ladeeffekten die Ursache dafür sind. Die Fluktuationen in der $I-V$ -Kennlinie setzen

ab $V_{SD} \gtrsim 5$ mV ein, bei genau der Spannung, ab der die Rauschleistung schlagartig beginnt, anzuwachsen (Abb. 4.14). Insofern erscheint es zulässig, das in Aufladerichtung beobachtete superpoissonsche Rauschen mit Ladeeffekten der resonanten Tunnelstruktur in Verbindung zu bringen.

Abbildung 4.16:

Spektren der resonanten Tunneliode in Nicht-Aufladerichtung. Mit zunehmender Vorspannung V_{SD} entwickeln sich deutliche $1/f$ -Anteile. Die grauen Kurven stellen jeweils Anpassungen der Funktion $\mathcal{A}/f^x + y_0$ an die Messdaten dar.



4.6 Frequenzabhängige Rauschanteile

Um die Eigenschaften der niederfrequenten Rauschanteile in den Spektren der resonanten Tunneliode im Bereich des Einzelektronentransports zu charakterisieren wurde an die Messdaten eine Anpassung der Funktion

$$\mathcal{A}/f^x + y_0 \quad (4.9)$$

vorgenommen. In den Figuren 4.16 und 4.17 sind für Nicht-Auflade- bzw. Aufladerichtung die Ergebnisse für einige Werte der Vorspannung V_{SD} abgebildet; in beiden Darstellungen sind die Achsen gleich skaliert, so dass direkte Vergleiche möglich sind. Es fällt auf den ersten Blick auf, dass in Aufladerichtung Gl. (Abb. 4.17) ein wesentlich stärker ausgeprägter frequenzunabhängiger Untergrund vorhanden ist. Dieser stellt das superpoissonsche Schrotrauschen dar, welches im vorangegangenen Abschnitt 4.5 diskutiert wurde.

Insgesamt ist die Güte der Anpassungen befriedigend, auch wenn teilweise leichte Abweichungen von (4.9) zu beobachten sind, die auf

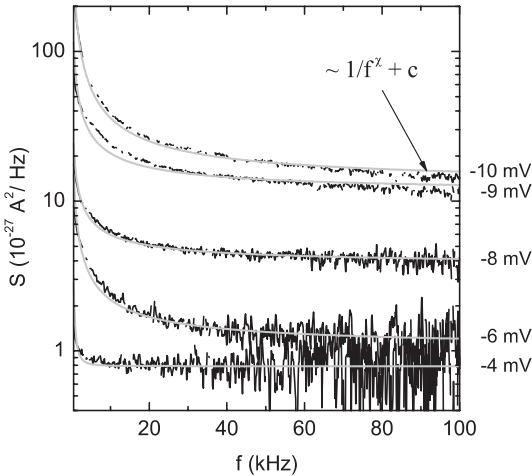


Abbildung 4.17: $1/f$ -Anteile in den Spektren der resonanten Tunneliode in Aufladerichtung für unterschiedliche Werte der Vorspannung V_{SD} . Die grauen Kurven stellen Anpassungen der Funktion $\mathcal{A}/f^\chi + y_0$ an die Messdaten dar.

zusätzliche spektrale Komponenten hindeuten, wie z. B. Lorentzförmige Spektren.^L Sie sind jedoch zu schwach ausgeprägt, um sie quantitativ auswerten zu können.

Das Resultat der Anpassung von (4.9) für den Exponenten χ in Abhängigkeit der Vorspannung V_{SD} findet sich in Abb. 4.18. Für Spannungen $|V_{SD}| > 7$ mV wird in Aufladerichtung, d. h. $V_{SD} < 0$, $\chi \approx 0.9$ beobachtet, während in Nicht-Aufladerichtung die Werte im Bereich von $\chi \lesssim 1.3$ liegen. Bei kleineren Betragswerten der Vorspannung $|V_{SD}| < 7$ mV streut χ um ≈ 1 . Der Exponent χ befindet sich damit innerhalb des Wertebereiches, der üblicherweise in der Literatur angegeben wird. [44, 35, 36]

In dem — einfachsten — Bild, dass die Prozesse, die zur Entstehung des $1/f$ -Rauschens führen, unabhängig von der angelegten Spannung V_{SD} sind, würde man nach Abschnitt 1.4.1 für die Amplitude \mathcal{A} eine quadratische Abhängigkeit des stationären Stromes I aufzuweisen. Die Teilabbildung in Figur 4.19 zeigt beispielhaft in positiver Polarität, dass dieses hier nicht zutrifft. Für $V_{SD} < 6$ mV wächst die Amplitude des $1/f$ -Rauschens deutlich stärker an, als nach I^2 zu erwarten wäre.

^LSiehe auch Kapitel 4.7.2.

Ab $V_{SD} \gtrsim 6$ mV ist eine Anpassung $\sim I^2$ möglich, allerdings ist die Streuung zu groß, um eine sichere Aussage im Hinblick auf die genaue Abhängigkeit der Amplitude \mathcal{A} vom Gleichstrom I treffen zu können.

Die Amplitude des $1/f$ -Anteils in Funktion der Vorspannung V_{SD} ist in Figur 4.19 abgebildet. Die Messpunkte im Intervall -5 mV $< V_{SD} < 5$ mV wurden maskiert, da in diesem Bereich aufgrund der geringen Amplitude der niederfrequenten Spektralanteile kein sinnvoller Fit mehr möglich ist.

Es zeigt, sich dass die Amplitude \mathcal{A} in Nichtaufladerichtung wesentlich größer ist, als in Aufladerichtung. Dies erscheint auf den ersten Blick verwunderlich, da man aufgrund der Neigung der Probe zur Instabilität in Aufladerichtung (s. Abb. 4.15) vermuten könnte, dass dementsprechend auch die $1/f$ -Anteile ausgeprägter wären.

Nach den in Abschnitt 1.4 skizzierten Modellen liegt die Ursache des $1/f$ -Rauschens in einer Modulation des lokalen elektrostatischen Potentials durch ein Ensemble von Fluktuatoren, die eine breite Verteilung von charakteristischen Zeitkonstanten aufweisen. Im Bereich des Einzelektronentunnels durch eine einzelne Störstelle befinden sich aufgrund der geringen räumlichen Ausdehnung des resonanten Zustands jedoch nur vergleichsweise wenige Fluktuatoren in dessen Umgebung. Dementsprechend können Abweichungen von der $1/f$ -Form der Rauschspektren erwartet werden, was sich in der schlechteren Qualität der Anpassungen in den Abbildungen 4.16 und 4.17 im Vergleich zu den Ergebnissen an Tunnelbarrieren^M widerspiegelt.

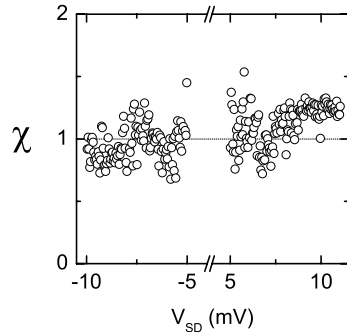


Abbildung 4.18: Der Exponent des $1/f$ -Rauschens als Funktion der Vorspannung V_{SD} .

^MKapitel 3.3.1

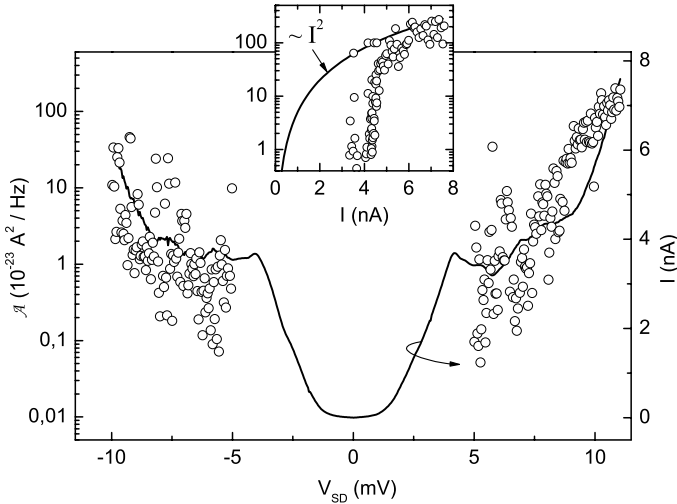


Abbildung 4.19: Amplitude \mathcal{A} der $1/f$ -Rauschanteile der resonanten Tunneliode in Abhängigkeit der Vorspannung V_{SD} . *Teilabbildung* Das Verhalten des Parameters \mathcal{A} für $V_{SD} > 0$ als Funktion des Gleichstromes I im Vergleich zu einer angenommenen I^2 -Abhängigkeit.

Die praktisch vernachlässigbare Amplitude des $1/f$ -Rauschens auf dem Stromplateau um $V_{SD} \sim 5$ mV bzw. $I \lesssim 5$ nA in Verbindung mit dem Anwachsen von \mathcal{A} bei größeren Werten von V_{SD} bzw. I (s. Teilabbildung in Figur. 4.19) legt nahe, dass die Rauschprozesse erst ab einer gewissen Vorspannung aktiviert werden, ein Verhalten wie es ähnlich bereits an Tunnelbarrieren beobachtet wurde.^N Dementsprechend nähert sich erst bei deutlich zunehmendem Hintergrundstrom am Ende des Plateaus — $V_{SD} \gtrsim 8$ mV bzw. $I \gtrsim 5$ nA — der Verlauf der Amplitude einem parabelförmigen $\sim I^2$ an.

^NKapitel 3.3.2

4.7 Lorentzrauschen aufgrund einer Zwei-Niveauechselwirkung

4.7.1 Strom/Spannungs-Charakteristik der Probe \mathfrak{B}

Die Messungen in diesem Teilkapitel wurden an der gleichen Probe durchgeführt, wie in dem vorangegangenen, allerdings bestand ein zeitlicher Abstand von rund einem halben Jahr. Aus den Strom-Spannungskennlinie in Abb. 4.20 (a) ist erkennbar, dass sich die resonante Tunneliode in ihren Eigenschaften deutlich verändert hat: Der dominierende resonante nulldimensionale Zustand $E_{\#}$ ist nach wie vor bei den gleichen Werten der Vorspannung $|V_{SD}| \approx \pm 4$ mV vorhanden, allerdings ist kein Plateau im Gleichstrom mehr ausgebildet.^O Daher wird die resonante Tunneliode in diesem Zustand im weiteren als Probe \mathfrak{B} bezeichnet.

Bei vergleichbaren Vorspannungen fließt rund der doppelte Strom durch \mathfrak{B} . Vermutlich haben sich aufgrund von Degradationsprozessen die Tunnelbarrieren verändert, so dass die Transmission dementsprechend erhöht ist und nur noch eine leichte Modulation des Gesamtstroms im Bereich des resonanten Tunnelns beobachtet wird.

Weder in der $I - V$ -Kennlinie noch in der differentiellen Leitfähigkeit σ lässt sich für $B = 0$ der zweite resonante Zustand E_{\circledast} nachweisen. In den magnetfeldabhängigen Messungen kann er jedoch bei Feldstärken oberhalb von $B \gtrsim 5$ T identifiziert werden, und zwar wiederum deutlicher für $V_{SD} < 0$, d. h. in Aufladerichtung.

Wie aus dem Verhalten der differentiellen Leitfähigkeit im Magnetfeld erkennbar ist (Abb. 4.20 (b)), verschiebt der Zustand $E_{\#}$ wie zuvor mit parabolischer Abhängigkeit vom Magnetfeld zu höheren Spannungen V_{SD} bzw. Energien, während das nicht für E_{\circledast} zutrifft.^P Die gekreuzten fächerartigen Strukturen für $\beta e V_{SD} = E > E_{\#}$ rühren von den Dichtefluktuationen der lokalen Emitterzustandsdichte her. [72]

^OVergleiche dazu Abb. 4.3 in Abschnitt 4.1.

^PSiehe dazu Abb. 4.4 in Abschnitt 4.1.2.

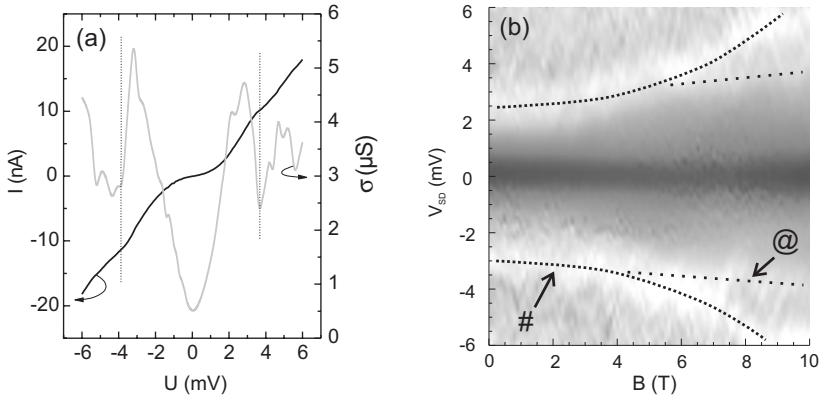


Abbildung 4.20: (a) Strom-Spannungskennlinie der resonanten Tunnelstruktur bei $T = 1.6$ K und die numerisch ermittelte differentielle Leitfähigkeit σ . (b) Differentielle Leitfähigkeit σ im Magnetfeld. Große Werte von σ entsprechen hellen Grautönen.

4.7.2 Verhalten der Rauschleistung im Magnetfeld

Im Vergleich zu \mathfrak{A} in Abschnitt 4.1 unterscheiden sich nicht nur die Strom/Spannungscharakteristik, sondern auch die Rauscheigenschaften der Probe \mathfrak{B} deutlich. Dies wird anhand von beispielhaft ausgewählten Spektren in Abb. 4.21 für verschiedene Vorspannungen deutlich. Selbst bei vergleichsweise kleinen Vorspannungen $|V_{SD}| \approx 2$ mV ist keine frequenzunabhängige Rauschleistung mehr zu beobachten. Deutliche frequenzabhängige Signalkomponenten verdecken jedes etwaige Schrotrauschen, was die Definition eines Fano-faktors α direkt aus den Spektren verbietet. Darüberhinaus weisen diese zusätzlichen Anteile eine komplexere Form auf, als sowohl in den Messungen an geätzten Tunnelbarrieren^Q als auch der Probe \mathfrak{A} ^R beobachtet wurde.

^QSiehe Kapitel 3.3

^RDer geneigte Leser möge dazu Abschnitt 4.6 vergleichen.

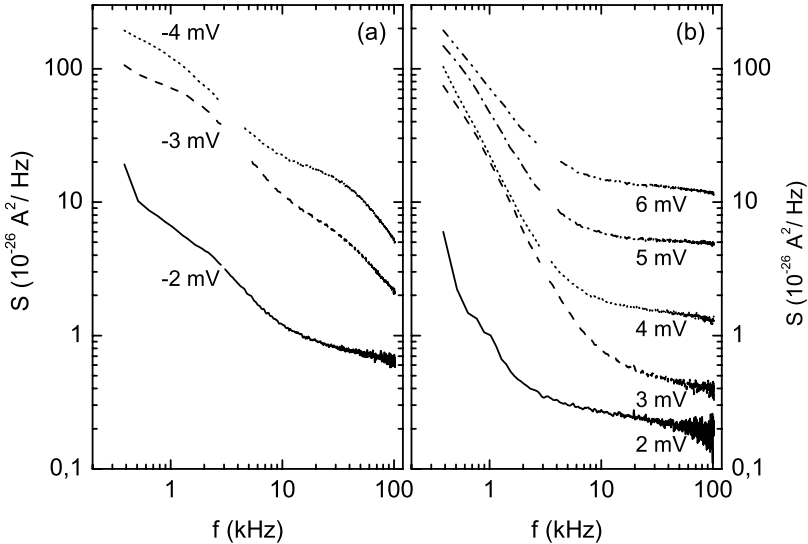


Abbildung 4.21: Spektren der Probe **3** für verschiedene Werte der Vorspannung V_{SD} ohne äußeres Magnetfeld. Die Temperatur der Messung lag bei $T = 1.6$ K. (a) $V_{SD} > 0$ (b) $V_{SD} < 0$

Daher wurde für einen ersten Überblick die bandbreitengemittelte⁵ Rauschleistung S_{avg} als Funktion der Vorspannung V_{SD} und des Magnetfeldes B ausgewertet. Dabei zeigt sich ein deutlicher Anstieg der Rauschleistung zwischen $-2.5 \text{ mV} < V_{SD} < -3.5 \text{ mV}$ bzw. $6 \text{ T} < B < 8 \text{ T}$ mit einem Maximum bei $V_{SD} \approx -2.8 \text{ mV}$ bzw. $B \approx 8 \text{ T}$. Wie man in Abb. 4.22 (b) und (c) sehen kann, befindet sich dieses unmittelbar im Anstiegsbereich des Stromes zum schwach angedeuteten resonanten Zustand „@“ und liegt bei Magnetfeldern, bei denen die Trennung zum dominanten Zustand „#“ deutlich wird.

⁵1-100 kHz

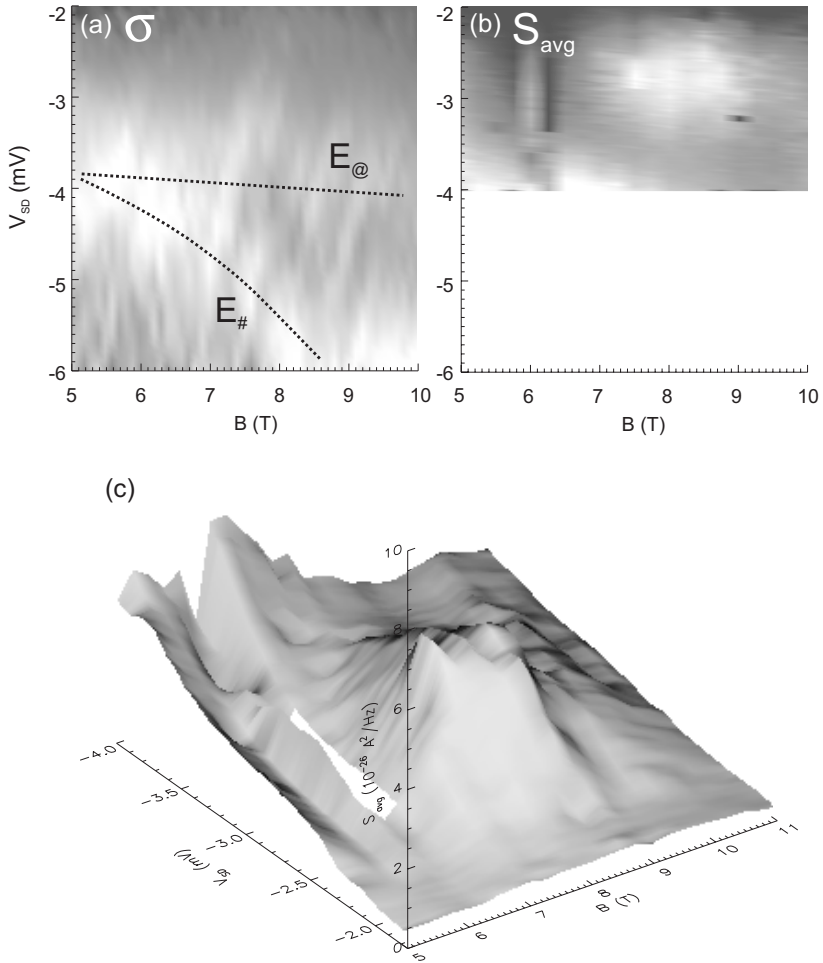


Abbildung 4.22: (a) Differentielle Leitfähigkeit σ der Probe \mathfrak{B} in Abhängigkeit der Vorspannung V_{SD} und des externen Magnetfeldes B . (b) Bandbreitengemittelte Rauschleistung. Um die Orientierung zu erleichtern, wurden die Achsen genau wie in (a) skaliert. Die beiden vertikalen Linienstrukturen zwischen $-2 \gtrsim V_{SD} \gtrsim -3.2$ mV um $B \approx 6$ T rühren von einer Störung der Messung her. (c) Daten wie (b).

Die Analyse der Spektren ergibt als Ursache eine sich in diesem Magnetfeld- bzw. Vorspannungsbereich entwickelnde Rauschkomponente mit lorentzförmiger spektraler Form, wie in Abb. 4.23 erkennbar. Da zusätzlich ein $1/f$ -Untergrund vorhanden ist, stellt sich das Lorentzrauschen in den Spektren als ein „Knick“ bei $f = 20$ kHz dar. In Abb. 4.23 besitzt das Spektrum bei $V_{SD} = -1.8$ mV die Form eines im wesentlichen reinen $1/f$ -Rauschens, während in den beiden weiteren Beispielen die Lorentzkomponente deutlich wird. Für einen quantitativen Einblick wurde eine Anpassung mit der Funktion

$$S = \frac{\mathcal{A}}{f} + \frac{\mathcal{L}\tau}{1 + \omega^2\tau^2} + y_0 \quad \text{mit } \omega = 2\pi f \quad (4.10)$$

vorgenommen, wobei \mathcal{A} , \mathcal{L} , τ^\top und y_0 die freien Parameter darstellen. Die durchgezogenen Kurven in Abb. 4.23 sind die Resultate. Offensichtlich stellt Gl. (4.10) eine gute Beschreibung der spektralen Abhängigkeit dar.

Ein Rauschen solcher spektraler Form, wie hier beobachtet, wird auch als Generations-/Rekombinationsrauschen bezeichnet. Es tritt auf, wenn Prozesse mit einer festen charakteristischen Zeitkonstante Eigenschaften des physikalischen Systems modulieren.^U Diese Zeitkonstante entspricht in (4.10) dem Parameter τ , während die Amplitude des Lorentzanteils durch \mathcal{L} gegeben wird. Lorentzförmiges Rauschen in Verbindung mit dem Schaltverhalten einzelner, weniger Störstellen wurde bereits in resonanten Tunneldioden beobachtet. [83, 84, 85]

Die Abhängigkeit von \mathcal{L} von der Vorspannung V_{SD} ist in Figur 4.24 für unterschiedliche Magnetfelder dargestellt. Der Verlauf stimmt qualitativ mit demjenigen überein, welcher bereits in Abb. 4.22 (c) für

[†]Die charakteristische Zeitkonstante τ weist ihrerseits die Abhängigkeit

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{leer}}} + \frac{1}{\tau_{\text{besetzt}}}$$

von den Zeitspannen τ_{leer} bzw. τ_{besetzt} , in denen der fluktuierende Zustand entweder leer oder besetzt ist, auf. Diese zusätzliche Information lässt sich allerdings nicht aus den Rauschspektren $S(\omega)$ gewinnen, da die Anpassung mathematisch nicht eindeutig ist. Dies erlauben nur zeitabhängige Messungen. [33]

^USiehe dazu Kapitel 1.3.

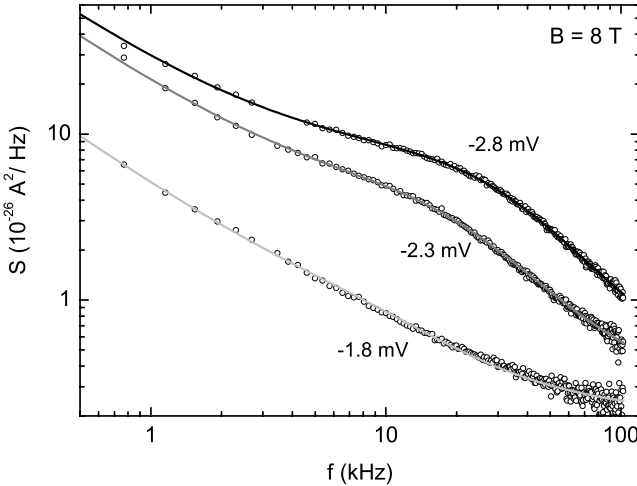


Abbildung 4.23: Drei beispielhaft ausgewählte Spektren bei $B = 8 \text{ T}$. Die durchgezogenen Kurven sind die Resultate von Fits mit der Funktion (4.10).

die bandbreitengemittelte Rauschleistung erkennbar war. Damit rührt der Anstieg von S_{avg} im wesentlichen von \mathcal{L} her. Das ist auch aus den Spektren in Abb 4.23 erkennbar: Im Maximum $V_{SD} = -2.8 \text{ mV}$ von \mathcal{L} wird die Form des Rauschsignal wesentlich durch den Lorentzanteil um $f \approx 20 \text{ kHz}$ geprägt, während für $V_{SD} = -1.8 \text{ mV}$ ein reines $1/f$ -Rauschen vorhanden ist.

Das Maximum der Lorentzkomponente zeigt sich bei $B = 8 \text{ T}$ und einer Vorspannung von $V_{SD} \approx 2.8 \text{ mV}$. Die Halbwertsbreiten liegen bei $\Delta V_{SD} \approx 0.5 \text{ mV}$ bzw. $\Delta B \approx 1.3 \text{ T}$. Bemerkenswert ist im Hinblick auf die Position im Magentfeld, dass in dem Bereich des maximalen Lorentzrauschens die beiden Zustände $E_{\#}$ und $E_{\textcircled{a}}$ deutlich getrennt sind, während sie für kleinere Feldstärken zu einer Struktur verschmel-

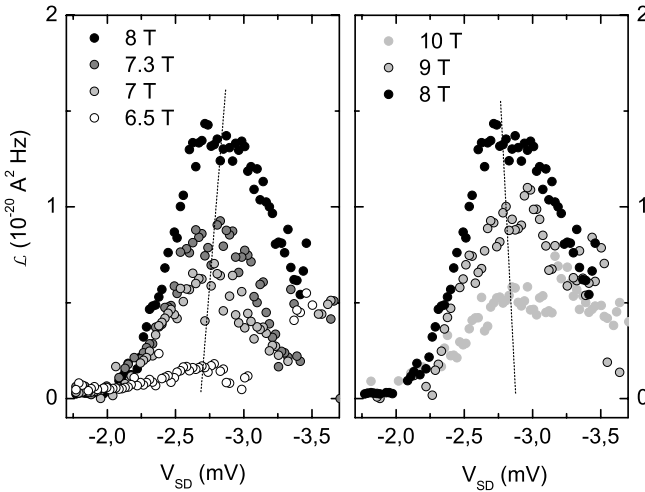


Abbildung 4.24: Das Verhalten der Amplitude \mathcal{L} der spektralen Lorentzkomponente für unterschiedliche Magnetfelder. Die gestrichelten Geraden dienen zur Verdeutlichung der Verschiebung des Maximums von \mathcal{L} im B-Feld.

zen; oberhalb von 9 T nimmt die Trennung der Niveaus weiter zu, und die Lorentzkomponente ist verschwunden. Daher liegt die Vermutung nahe, die Ursache dieses Rauschanteiles in einer Wechselwirkung zwischen den beiden resonanten Zuständen zu suchen. Das Vorhandensein eines spektralen Anteils der Form

$$\frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

zeigt, dass diese Wechselwirkung mit einer einzelnen charakteristischen Zeitkonstante erfolgt, was zusätzlich die Hypothese stützt, dass lediglich zwei null-dimensionale Zustände beteiligt sind. Im Falle einer Beteiligung eines Ensembles von Zuständen würde die Streuung der Zeit-

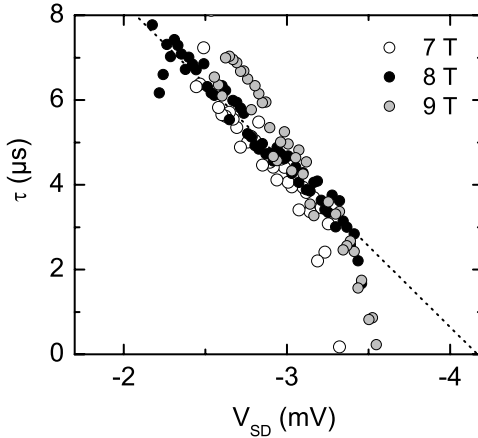


Abbildung 4.25: Abhängigkeit der Zeitkonstante τ des Lorentzrauschens von der Vorspannung V_{SD} für unterschiedliche B-Felder. Die gepunktete Gerade ist das Ergebnis eines linearen Fits an die τ -Werte für $B = 8$ T, d. h. im Maximum der Lorentzkomponente.

konstanten nach Abschnitt 1.4.2 ein $1/f$ -Rauschen bedingen.^V

Aufgrund der geringen räumlichen Ausdehnung von ≈ 10 nm der Zustände^W müssen sich $E_{\#}$ und $E_{\textcircled{a}}$ räumlich in einem Abstand vergleichbarer Größenordnung befinden, da die einzige denkbare Möglichkeit der Kopplung kapazitiver Art ist.

Das Verhalten der Zeitkonstante τ , welche aus der Anpassung von (4.10) ermittelt wurde, ist in Figur 4.25 gezeigt. Sie bewegt sich in der Größenordnung von μs und weist ein für zunehmenden Betragswert

^VDer durchaus merkbare $1/f$ -Anteil kann einem solchen Ensembleeffekt zugeschrieben werden, der sich zu der Modulation mit *einer* festen Zeitkonstante τ zum Gesamtrauschen addiert.

^WSiehe dazu Abschnitt 4.1.2.

der Vorspannung V_{SD} fallendes Verhalten auf. Wegen ihrer Größenordnung kann sie in keinem Zusammenhang mit einem Prozess stehen, der effektive Beiträge zum Ladungstransport liefert: Im Bild einer resonanten Störstelle, über die in Zeitabständen von τ Elektronen fließen, würde nach $I \sim e/\tau$ mit $\tau \approx 1 \mu\text{s}$ ein Strom in der Größenordnung von $I \sim 0.1 \text{ pA}$ resultieren — tatsächlich wird jedoch $I \gtrsim 1 \text{ nA}$ gemessen.

4.7.3 Das Zwei-Niveaumodell

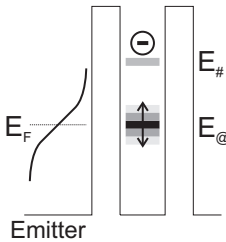


Abbildung 4.26: In Abhängigkeit der Besetzung von $E_{\#}$ wird der Zustand $E_{@}$ relativ zur Emittterfermienergie E_F verschoben.

eine Fluktuation der energetische Lage des unteren Zustandes relativ zur Fermienergie des Emitters. Daher moduliert $E_{\#}$ für den Fall $E_{@} \approx E_F$, die Größe des Stromflusses mit der Zeitkonstanten τ . Der Wert von τ hängt wiederum ab von der Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustandes $E_{\#}$.

Zuerst wird die Abhängigkeit der Amplitude des Lorentzrauschen vom Magnetfeld, für einen festen Wert der Spannung V_{SD} betrachtet. Für den Fall, dass die beiden resonanten Zustände $E_{\#}$ und $E_{@}$ einen Abstand aufweisen, der klein gegen die thermische Verschmierung der Fermikante des Emitters ist, sind ihre Besetzungswahrscheinlichkeiten praktisch gleich: $P_{\#} = P_{@}$. Diese Situation ist in Abb. 4.27 (a) schema-

Damit ergibt sich das folgende Bild für das Auftreten des Lorentzrauschens in den Spektren: Es sind zwei kapazitiv gekoppelte resonante Zustände vorhanden, von denen einer — $E_{\#}$ — energetisch höher liegt.^X Der Ladungstransport durch die Probe ist wesentlich vom resonanten Einzelektronentunneln über $E_{@}$ bestimmt, während $E_{\#}$ nicht bzw. vernachlässigbar zum Gesamtstrom I beiträgt. Abhängig davon, ob $E_{\#}$ besetzt ist oder nicht, ergibt sich

^XIn diesem Zusammenhang sei auf die Interpretation der Schrotrauschunterdrückung im Bild eines gekoppelten Zwei-Niveausystems in Kapitel 4.3 verwiesen.

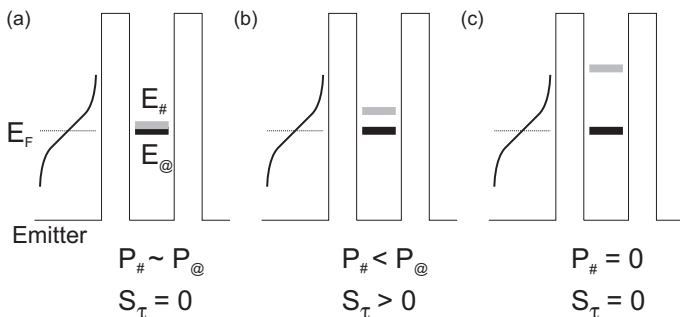


Abbildung 4.27: Schema zur Entstehung der lorentzförmigen Rauschkomponente. Im Fall (a) ist die Besetzungswahrscheinlichkeit der Niveaus aufgrund ihres zu geringen Abstandes praktisch gleich, damit ist keine Lorentzkomponente vorhanden $S_{\tau} = 0$ (b) Der Abstand der Niveaus ist genügend groß, damit die Besetzung von $E_{\#}$ den Strom durch E_{\otimes} mit τ modulieren kann: $S_{\tau} > 0$ (c) Der Niveauabstand ist so groß, dass $E_{\#}$ praktisch unbesetzt ist: $S_{\tau} = 0$.

tisch dargestellt. Damit wird τ so kurz, wie es die Tunnelraten durch die Barrieren erlauben, so dass die Abschneidefrequenz des Lorentzrauschens wegen $S_{\tau} \propto \tau/(1 + \omega^2\tau^2) \approx \tau$ aus dem Messbereich des Verstärkers ($f < 100$ kHz) herauswandert. Das effektiv „weisse“ Lorentzrauschen wird dann vom $1/f$ -Rauschen überdeckt, da $S_{\tau} \approx \tau \rightarrow 0$ für $\tau \rightarrow 0$. Diese Situation entspricht der in niedrigen Magnetfeldern unterhalb von 7 T (s. Abb. 4.22).

Ist nun jedoch im entgegengesetzten Extrem der Niveauabstand groß gegen $3.5k_B T$, wird der Zustand $E_{\#}$ im Zeitmittel leer sein, so dass keine Modulation des Ladungstransports durch E_{\otimes} erfolgt. Dann wird $\tau \rightarrow \infty$ und damit $S_{\tau} \propto \tau/(1 + \omega^2\tau^2) \approx 1/\omega^2\tau$, so dass die Abschneidefrequenz des Lorentzrauschens zu beliebig niedrigen Frequenzen wandert, bis es vom $1/f$ -Rauschen nicht mehr zu unterscheiden ist. Dies korrespondiert in den Messungen zu Magnetfeldern $B > 9$ T, bei denen

der Niveauabstand ΔE größer als 2 mV bzw. 1 meV ist.^Y Die Temperatur der Messungen ist $T = 1.6$ K. Das hat eine im Vergleich zu ΔE vernachlässigbare thermische Verbreiterung von $\Delta_T = 3.5k_B T \approx 0.5$ meV zur Folge, so man in der Tat davon ausgehen kann, dass der Zustand $E_{\#}$ praktisch unbesetzt ist.

Zwischen beiden Extrema existiert dann ein gewisser Wert von τ , der zu einem maximalen Lorentzanteil beiträgt. Jedoch kann die Ausbildung des Maximums der Lorentzkomponente, und der genaue Verlauf in Abhängigkeit von V_{SD} und B , nicht ausschließlich dem Verhalten der Zeitkonstanten τ alleine zugeschrieben werden. Wie aus Abb. 4.24 erkennbar, ist dafür ebenso die Amplitude \mathcal{L} verantwortlich. Es ist zu erwarten, dass \mathcal{L} beispielsweise eine Funktion der gegenseitigen Kopplungsstärke der beiden Niveaus ist. Für weitergehende Interpretationen im Hinblick auf das Verhalten von \mathcal{L} wäre allerdings eine Modellierung des Systems der zwei gekoppelten Zustände hilfreich.

Im Hinblick auf die Abhängigkeit von der Vorspannung V_{SD} bei festem Magnetfeld, erfolgt die Argumentation analog zu den bisher gemachten Überlegungen (s.o.): Ist $E_F \lesssim E_{\textcircled{a}}$, dann ist die Besetzungswahrscheinlichkeit von $E_{\#}$ praktisch null, was genau dem zuvor geschilderten Fall eines sehr großen Niveauabstandes entspricht, so dass $S_{\tau} = 0$. Für $E_F \approx E_{\#}$ kommt es zur Situation, dass beide Zustände gleichwahrscheinlich besetzt sind und damit wiederum $S_{\tau} = 0$ (s.o.).

Dass in dieser Probe das Maximum des Lorentzrauschens im Anstiegsbereich unterhalb der Resonanz $E_F = E_{\textcircled{a}}$ beobachtet wird (s. Abb. 4.22 (b)) ist dementsprechend dem Zufall zu verdanken. Bei größerem Niveauabstand ΔE würde auch das Maximum von S_{τ} zu größeren Betragswerten der Vorspannung liegen. Dieser Effekt ist tatsächlich bei genauer Betrachtung in Abb. 4.24 erkennbar: Das Maximum von \mathcal{L} wandert mit zunehmenden Werten des Magnetfeldes geringfügig zu höheren Werten der Vorspannung V_{SD} . Der Grund dafür liegt darin, dass mit größer werdendem Niveauabstand die kritische Besetzungswahrscheinlichkeit von $E_{\#}$, ab der eine Modulation des Stromes durch $E_{\textcircled{a}}$ verschwindet, erst für größere Werte der Emitterfermi-

^YUnter Berücksichtigung eines Hebelfaktors von $\beta = 1/2$

energie erreicht wird.

Wie bereits bei der Beschreibung von Abb. 4.25 erwähnt, nehmen die Werte der das Lorentzrauschen charakterisierenden Zeitkonstanten τ mit zunehmendem $|V_{SD}|$ ab, und zwar sowohl im Maximum der Lorentzkomponente bei 8 T als auch im Bereich deutlicher Dämpfung bei 7 T bzw. 9 T. Die Besetzung des modulierenden Niveaus $E_{\#}$ erfolgt also in immer kürzeren Abständen. Aufgrund der Verschiebung der Emitterfermifunktion in Abhängigkeit von V_{SD} ist das auch genau das erwartete Verhalten. Die Abhängigkeit ist weitestgehend linear: Die gepunktete Linie in Abb. 4.25 ist ein Fit an den Datensatz für $B = 8$ T. Da τ sich umgekehrt proportional zur Besetzungswahrscheinlichkeit $P_{\#}$ des Zustands $E_{\#}$ verhält, die wiederum direkt mit dem Wert der Emitterfermifunktion bei $f(E_{\#})$ verknüpft ist, misst τ die letztere. Das asymptotische Verhalten von $f(E)$ für $E \rightarrow 0$ und $f(E) \rightarrow 1$ bzw. $E \rightarrow \infty$ und $f(E) \rightarrow 0$ kann jedoch nicht beobachtet werden, da in diesen Fällen jeweils $P_{\#} \rightarrow 1$ bzw. $P_{\#} \rightarrow 0$ ist, so dass kein Lorentzanteil mehr auftritt (s.o.).

4.7.4 Temperaturabhängigkeit der Rauschleistung

Nach den im vorhergehenden Abschnitt 4.7.3 gemachten Betrachtungen muss die Amplitude \mathcal{L} des spektralen Lorentzanteils eine deutliche Abhängigkeit von der Temperatur aufweisen, da unterhalb bzw. oberhalb einer kritischen Besetzungswahrscheinlichkeit $P_{\#}$ für den energetisch höher gelegenen Zustand $E_{\#}$ keine Modulation des Ladungstransports durch E_{\circledast} mehr beobachtet werden kann. Nun lässt sich das Verhältnis der Besetzungswahrscheinlichkeiten der beiden Zustände nicht nur durch Veränderung ihres gegenseitigen Energieabstandes verändern, sondern genauso durch die Variation der thermischen Verbreiterung der Fermifunktion des Emitters. Demzufolge muss mit zunehmender Temperatur die Amplitude \mathcal{L} des Lorentzrauschens abnehmen, da bei konstanter Lage der Emitterfermienergie die Besetzung des Emitters bei $E = E_{\#}$ und damit auch die Besetzungswahrscheinlichkeit $P_{\#}$ bei steigender Temperatur anwächst.

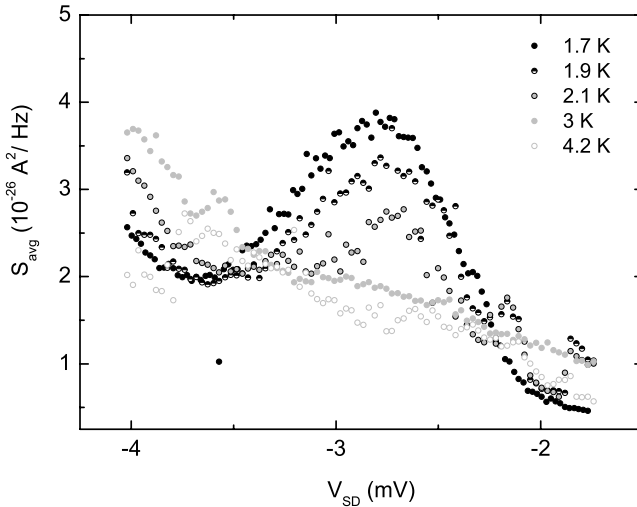


Abbildung 4.28: Abhängigkeit der bandbreitengemittelten Rauschleistung, deren Verlauf im wesentlichen durch den Lorentzanteil S_τ bestimmt wird, von der Temperatur.

Daher wurde im Maximum des Lorentzrauschens bei $B = 8$ T die Rauschleistung bei unterschiedlichen Temperaturen in Abhängigkeit der Spannung V_{SD} gemessen. Tatsächlich wird ein Abnehmen der Intensität von S_τ beobachtet. Da — insbesondere bei hohen Temperaturen — aufgrund der kleinen Amplitude der Lorentzkomponente die Anpassung keine sinnvollen Werte mehr für \mathcal{L} und τ liefern kann, wird wiederum die bandbreitengemittelte Rauschleistung S_{avg} zur Analyse herangezogen; diese ist in Figur 4.28 abgebildet

Es zeigt sich, dass S_τ sehr empfindlich auf Veränderung der Proben­temperatur T reagiert. Ab $T = 3$ K ist kein Lorentzsignal mehr vorhanden. Dies wird unterstrichen durch die Abbildung eines Rausch-

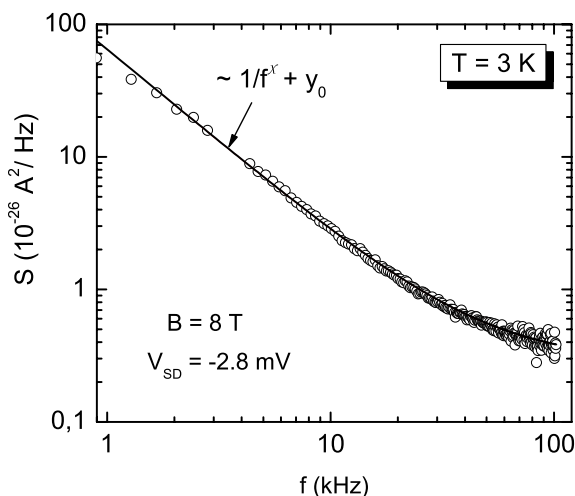


Abbildung 4.29: Rauschspektrum für $T = 3 \text{ K}$ im Spannungs- bzw. Magnetfeldbereich, in dem bei niedrigen Temperaturen ein Lorentzrauschen auftaucht.

spektrums bei $T = 3 \text{ K}$ für $B = 8 \text{ T}$ und $V_{SD} = -2.8 \text{ mV}$ — d. h. also dort wo bei niedrigeren Temperaturen das Maximum der Lorentzkomponente auftritt — in Bild 4.29. Der Verlauf der Rauschleistungsdichte wird gut durch ein reines $1/f$ -Rauschen beschrieben, wie es die Anpassung in Form der durchgezogenen Kurve verdeutlicht.

Der Blick in Tabelle 4.1 zeigt, dass bei einer Temperatur von 3 K die thermische Verbreiterung der Emitterfermifunktion bei $\sim 1 \text{ meV}$ liegt, und damit dem Niveauabstand zwischen $E_{\#}$ und E_{Q} bei $B = 8 \text{ T}$ vergleichbar ist (s. Abb. 4.22 (b)). Nach den im vorigen Teil umrissenen Überlegungen hat ab dieser Temperatur die Besetzungswahrscheinlichkeit des höhergelegenen Zustandes $E_{\#}$ den kritischen Wert überschritten, ab dem keine Modulation des Ladungstransportes durch

Tabelle 4.1: Halbwertsbreite der Fermifunktion nach $e\Delta E = 3.5k_B T$.

T (K)	Δ_T (meV)
1.6	0.5
2.1	0.7
3	0.9
4.2	1.3

$E_{\text{@}}$ erfolgt bzw. messbar ist.

Darüberhinaus wandert das Maximum von S_T mit steigender Temperatur zu kleineren Betragswerten der Vorspannung V_{SD} . Dies ist verständlich, da aufgrund der thermischen Verbreiterung von $f(E)$ bereits bei kleineren Werten der Emitterfermienergie eine zur Unterdrückung des Lorentzrauschen notwendige Besetzungswahrscheinlichkeit $P_{\#}$ erreicht wird.

4.8 Zusammenfassung

Die Analyse der Strom/Spannungseigenschaften der Probe **A** in diesem Kapitel zeigt, dass im Bereich der Vorspannung $|V_{SD}| < 10$ meV der Transport wesentlich durch einen nulldimensionalen Zustand kontrolliert wird, wobei dieser im Magnetfeld ein komplexes Verhalten aufweist. Dabei handelt es sich vermutlich um ein während des Wachstums zwischen die Tunnelbarrieren verschlepptes Dotieratom.

Die Auswertung der Rauschspektren ergibt, dass das Schrotrauschen eines resonanten Tunnelstromes durch einen nulldimensionalen Zustand unter seinen poissonschen Wert $\alpha = 1$ unterdrückt ist. Der kleinste beobachtete Wert von $\alpha \approx 0.6$ am Beginn des Stromplateaus befindet sich in guter Übereinstimmung mit den geometrischen Eigenschaften der Tunnelstruktur und den theoretischen Modellen, die den Fanofaktor α über

$$\alpha = \frac{\Gamma_E^2 + \Gamma_K^2}{\Gamma^2} \quad (4.11)$$

mit der Asymmetrie des Systems verknüpfen.

Im Hinblick auf den genauen Verlauf des Fanofaktors über den gesamten untersuchten Vorspannungsbereich wird ein komplexes Verhalten beobachtet, das nicht vollständig im Bild eines einfachen resonanten Zustandes erklärt werden kann. Es werden unterschiedliche Möglichkeiten diskutiert, die zu den beobachteten Merkmalen des Fanofaktors führen könnten. Dabei stellt sich die Modellvorstellung eines Systems zweier gekoppelter Zustände als die Wahrscheinlichste heraus, insbesondere vor dem Hintergrund des nichttrivialen Verhaltens im Magnetfeld.

Dieses Bild wird von den Messungen an der Probe **B** bestätigt: Dabei handelt es sich um dieselbe Diode wie **A**, mit jedoch aufgrund des großen zeitlichen Abstandes zwischen den Messungen veränderten Eigenschaften der Tunnelbarrieren. Nichtsdestotrotz wird auch im Fall von **B** der Stromfluss wesentlich durch dieselbe Störstelle wie in **A** bestimmt. Das beobachtete Lorentzrauschen in seiner Abhängigkeit von Vorspannung V_{SD} , Magnetfeld B und Temperatur T lässt sich qualitativ auch in seinen Details aus den Wechselwirkungseffekten zweier gekoppelter Zustände erklären. Der Mechanismus beruht darauf, dass der energetisch höher Gelegene den Stromfluss durch den unteren moduliert. Da die Besetzung des oberen Niveaus mit einer Zeitkonstanten fluktuiert, die durch die Elektronenbesetzung des Emitters bestimmt ist, äußert sich dies in einem zusätzlichen Lorentzanteil im Rauschspektrum. Dieses Resultat bestätigt die aus den Ergebnissen der Messungen an **A** gewonnene Vorstellung eines gekoppelten Zwei-Niveau-Systems.

Als weitere Ergebnisse der Messungen an **A** ergaben sich die erhöhten Werte des Fanofaktors für negative Werte der Vorspannung im Vergleich zu positiven. Genauso wie im Fall des in negativer Polariät signifikanten superpoissonschen Schrotrauschens mit $\alpha \lesssim 8$ sind die Ursachen dafür nicht klar, auch wenn der Vergleich zu experimentellen und theoretischen Resultaten aus der Literatur Aufladeeffekte in der Struktur nahe legt.

5 Selbstorganisierte InAs-Quantenpunkte

Nesonante Doppelbarrierenstrukturen mit eingelagerten InAs-Quantenpunkten stellen in gewissem Sinne die logische Weiterentwicklung der in Kapitel 4 analysierten Struktur dar: Während dort nulldimensionale Zustände durch unbeabsichtigtes Verschleppen von Dotieratomen innerhalb der Doppelbarriere vorhanden sind, werden solche durch das selbstorganisierte Wachstum von InAs-Quantenpunkten bewusst erzeugt.

Eine bemerkenswerte Eigenschaft dieser Proben besteht darin, dass es — trotz der großen Zahl $\sim 1.000.000$ von Quantenpunkten in einer solchen Struktur — möglich ist, in Abhängigkeit der externen Vorspannung *einzelne* für den Ladungstransport zu aktivieren. [86, 87, 88, 89]

Der Schwerpunkt der Auswertung liegt in diesem Kapitel auf der Unterdrückung des Schrotrauschens im resonanten Tunneln durch einzelne Quantenpunkte. Dazu werden detaillierte theoretische Modelle herangezogen. Es zeigt sich, dass die Analyse der Rauscheigenschaften Aussagen über Details des Wachstumsprozesses in den InAs-Quantenpunkten ermöglicht.

Die Eigenschaften der frequenzabhängigen Rauschkomponenten werden kurz umrissen und in den Kontext des Ladungstransportes eingebettet.

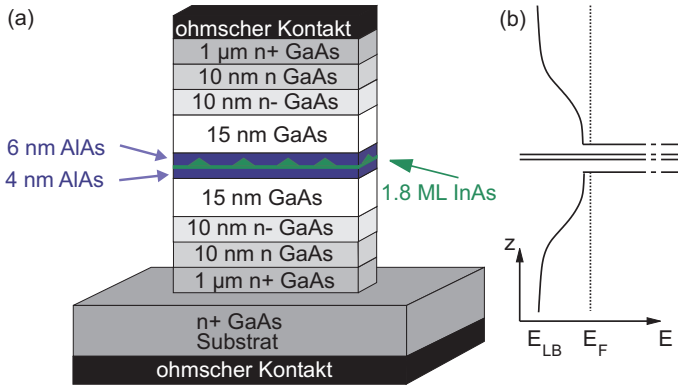


Abbildung 5.1: (a) Schichtabfolge der InAs-Proben. (b) Das daraus resultierende Bandschema.

5.1 Aufbau der InAs-Proben

Die untersuchten Probenstrukturen stammen alle aus den Laboren der Physikalisch Technischen Bundesanstalt in Braunschweig, wo sie mittels molekularstrahlepitaktischen Wachstums von Klaus Pierz hergestellt wurden. Die Messungen in diesem Kapitel wurden an einer aus der Probenserie P518^A hergestellten Tunnelodiode durchgeführt, die im weiteren als **3** bezeichnet wird.^B Die zugehörige Schichtstruktur und der sich daraus ergebende Verlauf der Leitungsbandkante finden sich in Abb. 5.1.

Der elektronisch „interessante“ Teil besteht in den InAs-Quantenpunkten, die sich zwischen zwei 4 nm bzw. 6 nm breiten AlAs-Tunnelbarrieren befinden. Die Bildung dieser InAs-Inseln liegt in den unterschiedlichen Gitterkonstanten von InAs und GaAs begründet. Die

^ADie genaue Probenbezeichnung in der Nomenklatur, wie sie von Isabella Hapke-Wurst in ihrer Dissertation gewählt wurde, lautet P518-1A(20)-18. [90]

^BResultate einer zweiten Diode **3** sind im Anhang A nachzulesen.

daraus resultierende Verspannung der aufwachsenden InAs-Schicht relaxiert ab einer gewissen kritischen Schichtdicke, indem sich inselartige Strukturen ausbilden. [91, 92] Dieses Verhalten wird auch als *Stranski-Krastanov*-Wachstum bezeichnet.

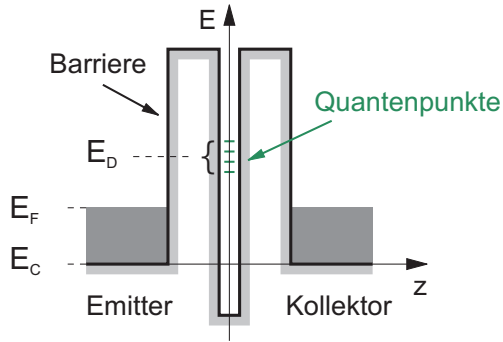
Die Bildung der im Schnitt rund 10 nm durchmessenden, pyramidenförmigen Quantenpunkte mit ca. 3 nm Höhe erfolgt *selbstorganisiert* und damit im Hinblick auf die räumliche Verteilung innerhalb der Wachstumsebene zufällig. [93] Die mittlere Dichte der Inseln liegt auf GaAs bei etwa $2.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$.

An die beiden GaAs-Tunnelbarrieren schließen sich symmetrisch undotierte 15 nm GaAs-Schichten an. Danach folgen zwei 10 nm breite Si-dotierte Lagen mit zunehmender Dotierkonzentration von $1 \cdot 10^{16} \text{ 1/cm}^{-3}$ und $1 \cdot 10^{17} \text{ 1/cm}^{-3}$. Die Aufgabe der undotierten „Pufferschicht“ in Verbindung mit dem Gradienten der Si-Konzentration besteht darin, während des Wachstums die Diffusion von Dotieratomen zu unterbinden. Den Abschluss bildet eine $1 \mu\text{m}$ messende, hochdotierte GaAs-Lage ($2 \cdot 10^{18} \text{ 1/cm}^{-3}$). Das gesamte Schichtsystem wird auf einem ebenfalls hochdotierten GaAs-Substrat gewachsen, das gleichzeitig einen der beiden elektrischen Kontakte bildet. Der zweite wird nach dem Strukturieren einer $40 \times 40 \mu\text{m}^2$ umfassenden Diode auf die Oberseite des Wafers aufgedampft und einlegiert.^c Damit befinden sich in einer solchen Diodenstruktur der genannten Fläche rund eine Million InAs-Quantenpunkte.

Die Streuung der Größenverteilung der Quantenpunkte — die im Weiteren auch als Quantendots bezeichnet werden — ist mit $\sim 10 \%$ bemerkenswert gering. [90] Trotzdem unterliegen aufgrund der sich daraus ergebenden unterschiedlichen Quantisierung der Elektronenwellenfunktion die Grundzustandsenergien der Quantenpunkte E_D ebenso einer Verteilung. Bis hin zu Vorspannungen im Bereich von $V_{SD} \lesssim 400 \text{ mV}$ sind rund 50 InAs-Dots am Ladungstransport beteiligt. Darüber hinaus kann abgeschätzt werden, dass in einer solchen Struktur maximal ~ 1000 Quantenpunkte überhaupt elektronisch aktiv sind, was im Vergleich zur Gesamtzahl der vorhandenen InAs-Inseln

^cEs handelt sich dabei um Au/Ge/Ni/Au-Kontakte.

Abbildung 5.2: Schema des Bandkantenverlaufes einer resonanten Tunnelstruktur mit einem eingebetteten Ensemble von InAs-Quantenpunkten.



lediglich einen verschwindenden Anteil darstellt. [94]

Das Leitungsband einer solchen resonanten Tunnelstruktur hat dann eine Form wie in Abb. 5.2 schematisiert: Zwischen den beiden AlAs-Tunnelbarrieren befindet sich ein Ensemble von Quantenzuständen unterschiedlicher Energie. Wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, erlaubt dies — abhängig von der Wahl der externen Spannung V_{SD} — die Selektion einzelner Dots für den Transport.

5.2 Strom/Spannungscharakterisierung

Eine Schemazeichnung eines in die AlAs-Barriere eingebetteten InAs-Quantenpunktes ist in Abb. 5.3 dargestellt. Ohne äußere Vorspannung, d. h. $V_{SD} = 0$, sind die Quantenpunkte ungefüllt. Erst durch Anlegen einer endlichen Spannung, kann die Bandstruktur so weit verkippt werden, dass Emitterelektronen in einen Quantenpunkt tunneln können. Die Proben sind im weiteren derart beschaltet, dass das Anlegen einer positiven Spannung $V_{SD} > 0$ dem Tunneln der Elektronen *zuerst* durch die Basis der pyramidenförmigen Quantenpunkte entspricht. Bei dem Vergleich der Einsatzspannungen des Stromes in Abb. 5.4 für beide Spannungspolaritäten zeigt sich jedoch, dass für $V_{SD} > 0$ im Vergleich zu $V_{SD} < 0$ eine deutlich größerer Betragswert der Spannung nötig ist,

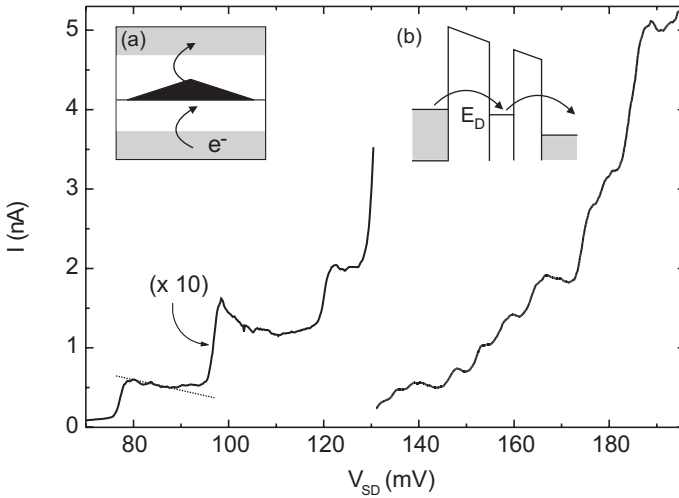


Abbildung 5.3: Strom/Spannungskennlinie einer Probe mit eingebetteten InAs-Quantenpunkten. Für Vorspannungen $V_{SD} < 130$ mV ist die Stromachse mit einem Faktor 10 skaliert dargestellt. *Teilabbildungen:* (a) Schema eines InAs-Quantenpunktes (schwarz) eingebettet in die AlAs-Barriere (weiss). (b) Bandstruktur im Einzelektronentunnelbereich.

um eine Strom gleicher Stärker durch die Tunnelstruktur zu treiben. Die Ursache dafür ist, dass tatsächlich die mit 4 nm nominell geometrisch schmalere Tunnelbarriere elektronisch die „dickere“ darstellt. Der Grund dafür ist die Pyramidenform der Quantenpunkte: Diese ragen mit ihren Spitzen in die bedeckende AlAs-Barriere hinein und reduzieren damit deren effektive Dicke unter den durch die nominellen Wachstumsparameter gegebenen Wert. Da also die Ladungsträger für $V_{SD} > 0$ zuerst durch die Barriere geringerer Transmission tunneln, entspricht das der *Nichtaufladerichtung*.

Bei Spannungen $V_{SD} \lesssim 80$ mV finden sich in der für Abb. 5.3 bei-

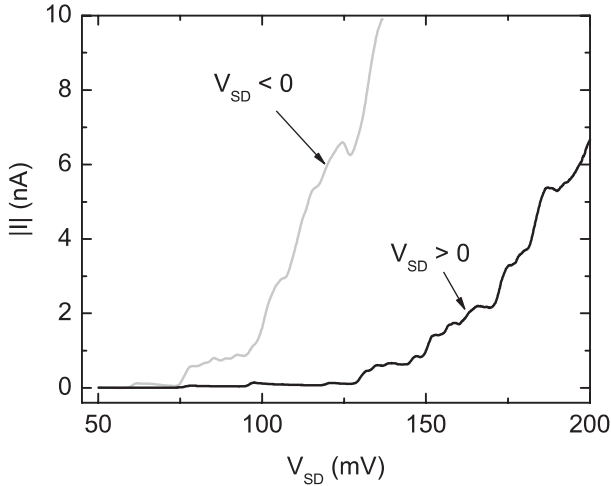


Abbildung 5.4: Strom/Spannungskennlinie der Tunnelstruktur mit eingebetteten InAs-Quantenpunkten im Vergleich beider Polaritäten der Vorspannung V_{SD} .

spielhaft ausgewählten Diode keine Anzeichen auf einen nennenswerten Ladungstransfer. Die Situation entspricht derjenigen in Abb. 5.5 (a). Die angelegte Spannung ist zu klein, um die Fermikante der Emitterelektronen auf das Niveau des niedrigsten Zustandes E_D zu bringen. Demzufolge ist der Ladungstransport nur noch über virtuelle Zustände zwischen den Barrieren erlaubt und die Struktur verhält sich wie eine einzelne AlAs-Tunnelbarriere mit 10 nm Dicke, was zu einem vernachlässigbaren Strom I führt.

Da die räumliche Ausdehnung der InAs-Inseln sich aufgrund der Quantisierung der Elektronenwellenfunktion umgekehrt proportional zur Energie ihrer Grundzustände verhält, korrespondiert das Auftreten der Stufe im Strom bei $V_{SD} \approx 80$ mV mit dem Ladungstransport durch den *größten* elektronisch aktiven Quantenpunkt des gesamten

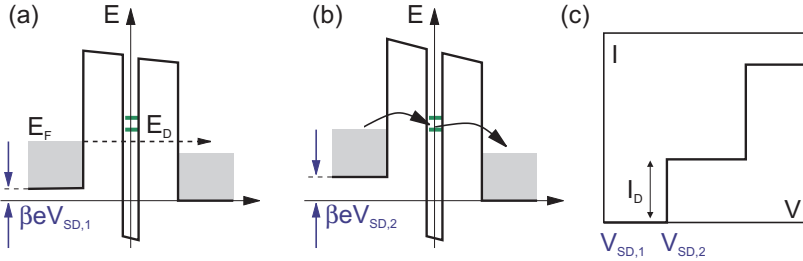


Abbildung 5.5: Prinzip des resonanten Einzelelektronentunnels. (a) Ohne Resonanz mit einem Quantenzustand E_D fließt praktisch kein Strom. (b) Für $E_F = E_D$ findet Ladungstransport statt. (c) Idealierte Strom/Spannungskennlinie.

Ensembles innerhalb der Diode. Die Größe des Stromes durch diesen einzelnen Quantenpunkt liegt bei $I \approx 60$ pA. Schematisch stellt sich das wie in Abb. 5.5 (b) dar.

Die weiteren Stufen bei 95 und 120 mV ergeben sich aus dem Einzelelektronentunneln aufgrund der Resonanz zwischen der Emittenermienergie E_F und den jeweils nächstkleineren InAs-Quantenpunkten.

Im Hinblick auf die Form der Stromplateaus der ersten Stromstufen fällt deren negative Steigung auf, was in Abb. 5.3 durch die gepunktete Linie angedeutet ist. Dieses resultiert aus dem Abtasten der Zustandsdichte des dreidimensionalen Emitters durch den nulldimensionalen Quantenpunkt, wie es in Figur 5.6 schematisch abgebildet ist.^D Für den Fall der Resonanz zwischen Emittenermienergie und des Quantenzustandes $E_F = E_D$ tunneln einzelne Elektronen resonant durch E_D . Dabei ist die Gesamtenergie bzw. der Betrag des Impulses $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ die Erhaltungsgröße. Daher können alle

^D Alle Energien im Rahmen dieser Diskussion sind auf die Leitungsbandunterkante bezogen, d. h. $E_C \stackrel{!}{=} 0$.

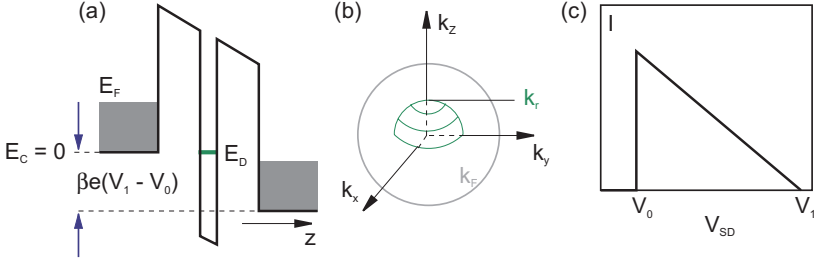


Abbildung 5.6: (a) Verlauf der Leitungsbandkante kurz bevor das resonante Niveau E_D unter die Leitungsbandkante E_C wandert. (b) Darstellung im k -Raum. (c) Idealisierte Form der Strom/Spannungskennlinie.

Elektronen, deren Impuls der Auswahlregel

$$k_D^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad \text{mit} \quad E_D = \frac{\hbar^2 k_D^2}{2m^*} \quad (5.1)$$

gehört, zum Tunnelstrom beitragen. Diese Bedingung ist in Abb. 5.6 (b) skizziert. Da nur Elektronen, die in Richtung der angelegten Spannung V_{SD} fließen, in den Quantenpunkt tunneln können, also $k_z > 0$, ist die Anzahl N aller Emitterzustände, die Elektronen in E_D injizieren können, durch die Oberfläche der von (5.1) festgelegten Halbkugel gegeben:

$$N(V_{SD}) = 2\pi k_D^2(V_{SD}) = \frac{4\pi m^*}{\hbar^2} E_D(V_{SD}),$$

Demzufolge ist $I \propto N(V_{SD}) \propto E_D(V_{SD})$, was wegen $E_D(V_{SD}) = \beta e V_{SD}$ die beobachtete lineare Abhängigkeit zur Folge hat. [95] Für $E_D \leq E_C$ wird dann jeglicher Transport durch den nulldimensionalen Quantenpunkt unterbunden.

Der Bereich der Vorspannung, über den ab der Stufenkante der Strom durch einen einzelnen Dot linear abnimmt, lässt sich mit Kenntnis des Hebelfaktors β und der Lage der Fermienergie E_F bestimmen.

Aus Messungen an mit symmetrischen Barrieren^E gewachsenen Proben kennen wir $\beta = 0.34$. [89] Da in der diesem Kapitel zugrunde liegenden Probe die Tunnelbarriere an der Basis der pyramidenförmigen Quantenpunkte eine Dicke von 6 nm aufweist, wird der entsprechend der geringeren Transmissivität zunehmende Spannungsabfall über diese den Hebelfaktor verkleinern. Wir schätzen ihn zu $\beta \approx 0.3$ ab. Aus der Dotierkonzentration ergibt sich $E_F \approx 14$ meV. Damit befindet sich ein Quantenpunktzustand über einen Vorspannungsbereich $\Delta V_{SD} \approx 50$ mV innerhalb des von E_F und E_C gebildeten Energiefensters, innerhalb dessen der resonante Transport durch diesen Zustand möglich ist. Dieser Wert von ΔV_{SD} befindet sich in vernünftiger Übereinstimmung zu dem Resultat der Extrapolation des ersten Stromplateaus in Abb. 5.3.

5.2.1 Magnetfeldspektroskopie

Um einen besseren Überblick über die allgemeinen Eigenschaften der Proben zu erhalten, wurden magnetfeldabhängige Messungen der Strom/Spannungskennlinien durchgeführt. Das B-Feld zeigt dabei in Wachstumsrichtung der Schichtstruktur (Abb. 5.1) bzw. parallel zur Richtung des Tunnelstromes.

Aufgrund des Magnetfeldes \mathbf{B} erfolgt eine Aufspaltung der Zustandsdichte des dreidimensionalen Emitters in sogenannte Landaubänder. Der Emitter wird dadurch quasi-eindimensional, da die Elektronenwellenfunktion in der Ebene senkrecht zu \mathbf{B} quantisiert wird, während sie sich entlang von \mathbf{B} nach wie vor als ebene Welle verhält. Die Zustandsdichte innerhalb eines Landaubandes verhält sich $\propto 1/\sqrt{E}$. Das Problem ist analytisch lösbar. [96] Unter Vernachlässigung der Spinaufspaltung weist der Emitter dann das Energiespektrum

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c + E_z \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2)$$

auf. n numeriert die Landauniveaus, $\omega_c = eB/m^*$ ist die Zyklotronfre-

^EJeweils 5 nm AlAs-Barrieren.

quenz der im klassischen Bild um die Feldlinien kreisenden Elektronen. $E_z = \hbar^2 k_z^2 / 2m^*$ entspricht der freien Elektronenbewegung entlang der Magnetfeldachse.

Wegen $E_n \propto \omega_c \propto B$ vergrößern sich die Abstände zwischen den Landauniveaus für zunehmende Werte des Magnetfeldes. Da gleichzeitig deren Zustandsdichte zunimmt, erfolgt eine Umverteilung der Ladungsträger aus Niveaus mit größerem n in energetisch darunter liegende. Demzufolge zeigt die Fermienergie E_F des Emitters ein oszillatorisches Verhalten, und zwar solange, bis sämtliche Elektronen im Zustand mit der Quantenzahl $n = 0$ Platz finden. Ab dann gilt $E_F \approx E_0 \propto B$.

Magnetfeldabhängig gemessene Strom/Spannungskennlinien finden sich in Abb. 5.7. Auf den Stufenkanten insbesondere der ersten Quantenpunkte ($V_{SD} \lesssim 130$ mV), die in Resonanz gelangen, ist der fächerartige Verlauf der LDOS-Fluktuationen im Magnetfeld gut erkennbar. Diese entstehen, da die Quantenpunkte quasi als Spektrometer hoher Auflösung die lokale Zustandsdichte des Emitters abtasten. [72] In der Auftragung der differentiellen Leitfähigkeit σ in Figur 5.8 zeigt sich, dass diese LDOS-Fluktuationen auch auf den Stromplateaus der Resonanzen oberhalb von $V_{SD} = 140$ mV vorhanden sind.

Die Stufenkanten selbst wandern im Magnetfeld, wobei insbesondere eine lineare Verschiebung für $B > 10$ T zu *kleineren* Werten der Vorspannung auffällt. Der Übergang von praktisch magnetfeldunabhängigen Positionen der Stufenkanten in die lineare Abhängigkeit beginnt bei etwa 6 T. Ab $|B| \gtrsim 10$ T befinden sich sämtliche Ladungsträger im untersten Landauband ($n = 0$). Dessen Energie — und damit auch die Fermienergie E_F — nimmt nach (5.2) linear in B zu, so dass eine sich entsprechend verringernde Vorspannung V_{SD} nötig ist, um in Resonanz mit einem bestimmten Quantenpunktzustand E_D zu gelangen.

Aus dem charakteristischen Magnetfeld B_u bzw. ω_u , oberhalb dessen nur noch das $n = 0$ -Niveau mit Elektronen bevölkert ist, lässt sich die Lage der Fermienergie im Nullfeld nach

$$E_F^0 = \sqrt[3]{\frac{9}{4}} \hbar \omega_u \quad (5.3)$$

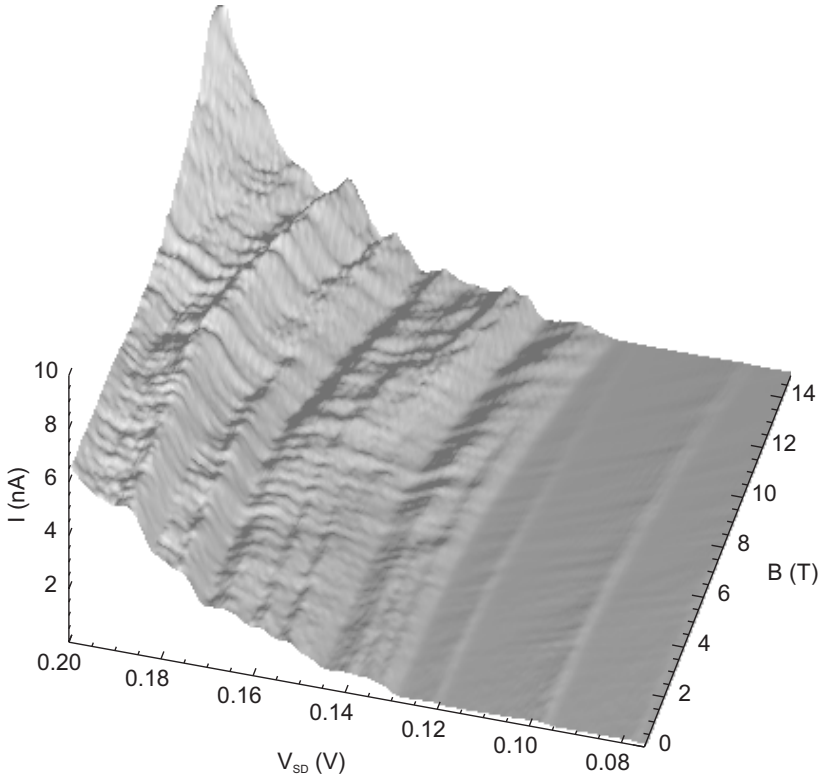


Abbildung 5.7: Strom/Spannungseigenschaften einer resonanten InAs-Quantenpunkt-tunnelstruktur im Magnetfeld.

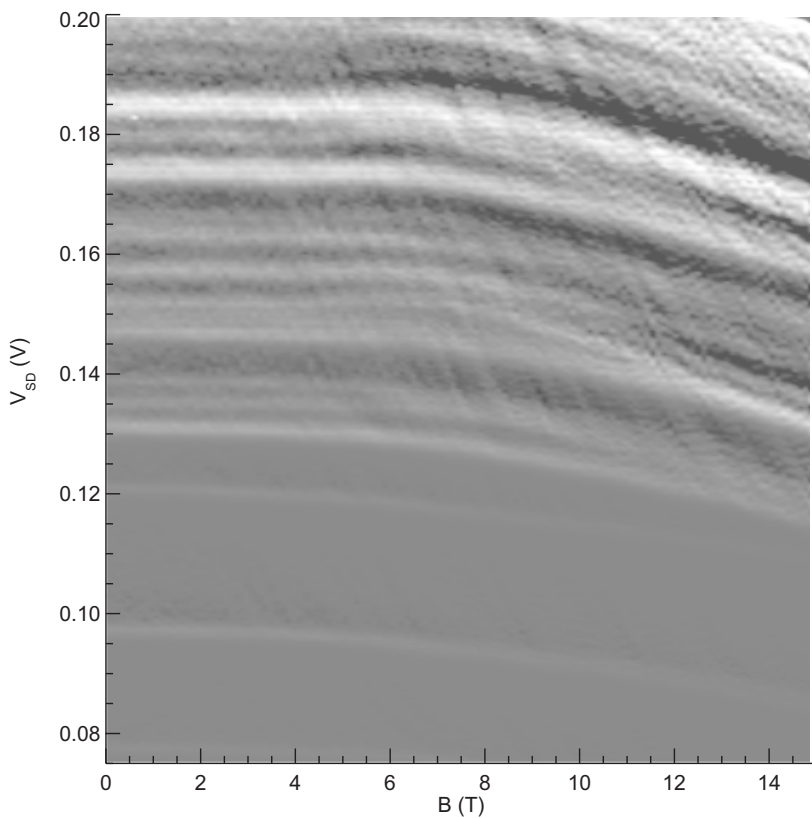


Abbildung 5.8: Differentielle Leitfähigkeit σ . Helle Grautöne entsprechen größeren σ -Werten.

bestimmen. [90] Mit $B_u \approx 6$ T ergibt sich $E_F \approx 13$ meV und daraus eine Ladungsträgerkonzentration von $n_e \approx 1.3 \cdot 10^{17}$ 1/cm³, was in guter Übereinstimmung mit den nominellen Wachstumsparametern steht.

Zusätzlich zu dem eben Genannten sind noch zwei weitere Einflüsse des Magnetfeldes auf die I - V -Kennlinien denkbar: Spinaufspaltung und diamagnetische Verschiebung des nulldimensionalen Quantenzustandes E_D . In den Messdaten (Abb. 5.7 und 5.8) finden sich keine eindeutigen Hinweise auf eine zusätzliche Spinaufspaltung der Stufenkanten in hohen Magnetfeldern, wie sie üblicherweise in vergleichbaren Proben beobachtet wird. [97]

Die diamagnetische Verschiebung von E_D ist durch

$$\Delta E_D = \frac{e^2 B^2}{8m^*} x_0^2 \quad (5.4)$$

mit der charakteristischen Breite x_0 des harmonischen Oszillators gegeben. Für ein Einschlusspotential in der Größenordnung des lateralen Quantenzpunktdurchmessers $2r \approx 12$ nm erhält man mit der effektiven Masse des Elektrons im Quantenpunkt von $m^* = 0.06m_e$ [98] und der Ausdehnung der Wellenfunktion senkrecht zu \mathbf{B} von ca. $x_0 = r/\sqrt{2}$ für $B = 6$ T eine Verschiebung $\Delta E_D \approx 0.2$ mV. Mit einem Hebelfaktor von $\beta \approx 0.3$ werden also die Stufenkanten um $\Delta V \approx 0.7$ mV zu höheren Energien verschoben, was im Vergleich zum Einfluss des B -Feldes auf den Emitter vernachlässigbar ist. [90]

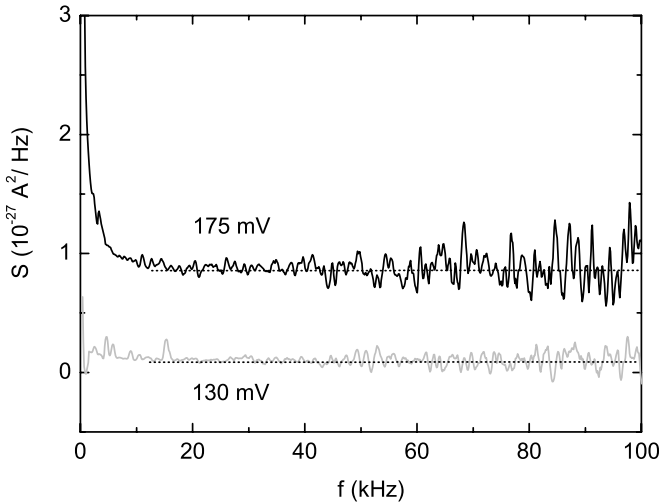


Abbildung 5.9: Spektren einer InAs-Quantenpunktstruktur bei $T = 1.6$ K. Die Daten wurden mit einer 5-Punkte-Mittelung geglättet.

5.3 Unterdrückung des Schrotrauschens

Die Rauschspektren der resonanten InAs-Doppelbarrierenstruktur enthalten nur vergleichsweise geringe Beiträge von frequenzabhängigen Komponenten. In Abb. 5.9 sind zwei Beispiele für unterschiedliche Vorspannungen zu sehen. Oberhalb von 20 kHz wird das Signal auch bei größeren Vorspannungen ausschliesslich vom frequenzunabhängigen Schrotrauschen bestimmt. Der bessere Signal-zu-Rausch-Abstand des Spektrums für $V_{SD} = 130$ mV liegt in einer längeren Integrationszeit begründet.

Zur Bestimmung des Fanfaktors α wird das Rauschsignal je nach Vorspannung oberhalb der Trennfrequenz des $1/f$ -Rauschens gemittelt.

5.3.1 Analyse der Barrierenasymmetrie aus dem Fanofaktor

Die Diskussion der Messdaten wird sich zuerst auf den Bereich der Vorspannung erstrecken, in dem die energetisch tiefstliegenden drei Quantenpunktzustände in Resonanz mit der Emitterfermienergie E_F gelangen. Siehe dazu Bild 5.10. Der geringe Signal-Rauschabstand in diesem Einzelquantenpunktregime erschwert aufgrund der geringen Signalgröße quantitative Aussagen. Durch die Mittelung der Rauschleistung über den Plateaubereich des Stromes ergibt sich jedoch ein Fanofaktor $\alpha \approx 0.8$ für das erste Niveau, während auf dem zweiten die maximale Unterdrückung $\alpha \approx 0.7$ beträgt. In den Stufenkanten hingegen deuten die Messdaten auf eine Rauschleistung im Bereich von $\alpha = 1$ hin.

Für resonantes Tunneln durch einen Zustand E_D , d. h. auf dem Plateau des Stromes, ist der Wert des Fanofaktors α durch

$$\alpha = \frac{\Gamma_E^2 + \Gamma_K^2}{(\Gamma_E + \Gamma_K)^2}. \quad (5.5)$$

gegeben. Γ_E and Γ_K sind die Zerfallsbreiten von E_D durch die beiden Tunnelbarrieren. Wäre die Tunnelstruktur symmetrisch, dann würde der Fanofaktor den Wert $1/2$ annehmen.

Für den gemessenen Wert $\alpha \approx 0.8$ ergibt sich aus (5.5) für das Verhältnis der Zerfallsbreiten von Emitter- bzw. Kollektorbarriere von $\Gamma_K/\Gamma_E \approx 8$, was sich in der Asymmetrie der I - V -Eigenschaften widerspiegelt.^F

Für einen quantitativen Einblick benutzen wir die Lehrbuchformel für den Transmissionskoeffizienten T einer rechteckförmigen Tunnelbarriere:

$$T(E) = \frac{1}{1 + \left\{ 1 + \left(\frac{1}{4} \left(\frac{\kappa}{k} - \frac{k}{\kappa} \right)^2 \right) \right\} \sinh^2(\kappa d)}, \quad (5.6)$$

^FSiehe dazu Abb. 5.4 in Abschnitt 5.2.

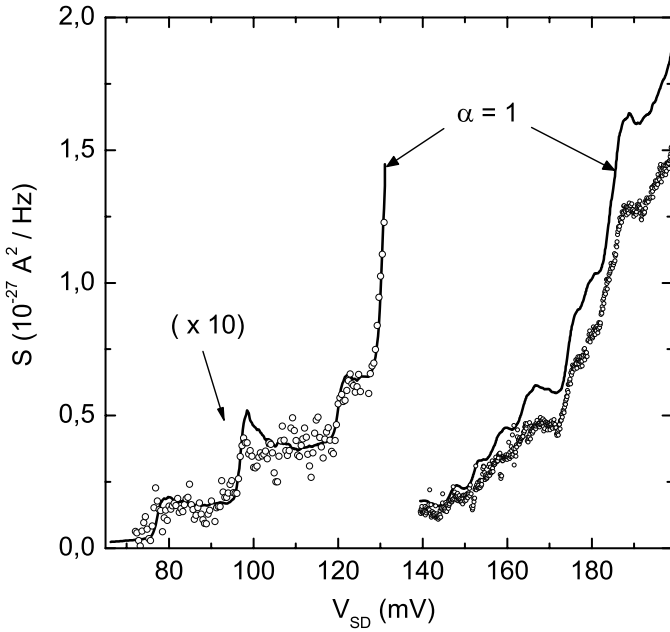


Abbildung 5.10: Amplitude des Schrotrauschens der InAs-Probe in Nichtaufladerichtung. Zum Vergleich ist $\alpha = 1$ in Form der durchgezogenen Kurve gezeigt. Die Messpunkte für $V_{SD} < 130$ wurden mit einem Faktor 10 skaliert und zusätzlich mit einer 7-Punkte-Mittelung geglättet. Die Auflösung der Originaldaten liegt bei $\Delta V_{SD} = 0.2$ mV.)

mit $\kappa = \sqrt{2m^*(V_0 - E)}/\hbar$ und $k = \sqrt{2m^*E}/\hbar$, der Barrierenbreite a und -höhe $V_0 = 1.05 \text{ eV} - E_F$, der effektiven Elektronenmasse m^* und der Energie E der tunnelnden Emittierelektronen. Der Einfluss der Vorspannung V_{SD} auf die Form des Barrierenpotentials bleibt dabei unberücksichtigt. Dies erscheint jedoch gerechtfertigt, da die AlAs-Barrrieren sehr schmal und im Vergleich zur angelegten Spannung βeV_{SD} sehr hoch sind.

Die Transmissionskoeffizienten durch die Tunnelbarrieren $T_{E,K}$ sind mit den partiellen Zerfallsbreiten $\Gamma_{E,K}$ des resonanten Zustandes E_D über

$$\Gamma_{E,K} = \hbar\nu T_{E,K} \quad (5.7)$$

verknüpft. Die Versuchsfrequenz ν des Quantenpunktzustandes ist durch $\nu = \sqrt{2E_D/m^*}/w$ gegeben, wobei w der Abstand zwischen beiden Barrieren ist. Demzufolge nimmt (5.5) die Form

$$\alpha = \frac{T_E^2 + T_K^2}{(T_E + T_K)^2} \quad (5.8)$$

an.

Wir nehmen die Breite der Emittertunnelbarriere — das ist diejenige, welche sich an der Basis der Quantenpunkte befindet — als gegeben: $a_K = 4 \text{ nm}$. Aus dem gemessenen Fanofaktor können wir dann für eine Vorspannung $V_{SD} = 100 \text{ mV}$ mithilfe von (5.8) das Verhältnis $T_K/T_E = 8.4$ ermitteln. Damit lässt sich nun aus (5.6) die Breite der Kollektorbarriere bestimmen. Man erhält $a_R = 3.2 \text{ nm}$. Zwar sollte nach den nominellen Wachstumsparametern die Barriere 6 nm dick sein, jedoch wissen wir aus TEM-Aufnahmen, dass die Spitzen der Quantenpunkte in die Kollektorbarriere hineinragen. Dies zeigte sich auch bereits in den Strom/Spannungskennlinien.^G Außerdem zeigen zusätzliche AFM-Messungen, dass die durchschnittliche Höhe der InAs-Inseln bei 3 nm liegt. Damit befindet sich der berechnete Wert $a_K = 3.2 \text{ nm} \approx 6 \text{ nm} - 3 \text{ nm}$ in guter Übereinstimmung mit der Probengeometrie.

^GVergleiche Abschnitt 5.2.

Dabei ist der Einfluss der Vorspannung V_{SD} auf den Fanofaktor im relevanten Spannungsbereich relativ unerheblich: In Abb. 5.11 ist der mit Hilfe von (5.8) und (5.6) errechnete Fanofaktor α dargestellt. Es zeigt sich, dass α für $60 \text{ mV} < V_{SD} < 200 \text{ mV}$ sich nur um rund 6 % verändert.

In einem dem stark vereinfachenden Bild, dass die Transmission durch die Gesamtstruktur aufgrund der Asymmetrie der Tunnelbarrieren $T_K/T_E = 8.4$ im wesentlichen von derjenigen der Emitterbarriere bestimmt wird, kann eine Abschätzung für den fließenden Gleichstrom I gemacht werden. Mit dem Wert für die Dicke der Emitterbarriere $a_E = 4 \text{ nm}$ errechnet sich die Tunnelrate Θ_E durch die Emitterbarriere nach $\Theta_E(V_{SD}) = \nu T_E(V_{SD})$. Der Strom ergibt sich dann aus $I = e \Theta_E$ und für $V_{SD} = 80 \text{ mV}$ erhält man dann $I \approx 150 \text{ pA}$ bei $V_{SD} = 80 \text{ mV}$, d. h. auf dem ersten Stromplateau. Der tatsächlich fließende Strom ist mit $I \approx 60 \text{ pA}$ (s. Abb. 5.3) zwar um fast einen Faktor drei kleiner, aber das ist auch nicht verwunderlich, da in diesem einfachen Bild der Einfluss der Kollektorbarriere keine Berücksichtigung findet.

Darüber hinaus ist es denkbar, dass die elektronische Größe des Quantenpunktes kleiner als die Geometrische ist, so dass sich die wirksame Breite der Tunnelbarrieren erhöht, und dementsprechend der Strom abnimmt. Da aus dem Fanofaktor nur eine Bestimmung des Verhältnisses von a_E zu a_K möglich ist, würde eine vergleichbare Änderung der Breiten beider Barrieren zwar die absolute Größe des fließenden Stromes I verändern, den Wert des Fanofaktors jedoch unbeeinflusst lassen. Wird die Dicke der Emittertunnelbarriere von $a_E = 4 \text{ nm}$

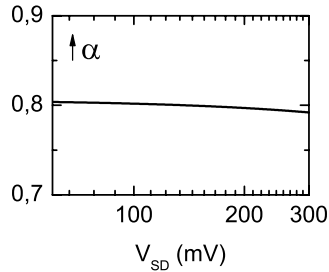


Abbildung 5.11: Fanofaktor α in Abhängigkeit der externen Spannung V_{SD} .

auf $a_E = 4.5$ nm vergrößert, dann ergibt sich nach dem zuvor umrissenen Verfahren ein Strom $I \approx 50$ pA, was im Hinblick auf die Höhe der InAs-Inseln von rund 3 nm nicht unphysikalisch erscheint.

Letztendlich muss man auch davon ausgehen, dass die Form der QP-Wellenfunktion die Stärke der Kopplung an den Emitter beeinflusst. [99]

5.3.2 Modulation des Fanofaktors

Bisher fand nur der Spannungsbereich Beachtung, in dem der Ladungstransport von einigen wenigen Quantenpunkten bestimmt ist. Wird die Vorspannung über $V_{SD} = 130$ mV vergrößert, dann nimmt der Abstand zwischen aufeinander folgenden QP-Zuständen im Vergleich zu $V_{SD} < 130$ mV deutlich ab (Bild 5.10). Dementsprechend nimmt die Zahl der am Transport beteiligten Zustände zu und erreicht einen Wert von ~ 10 bei $V_{SD} = 190$ mV. In diesem Mehrfachquantenpunktregime wird das Rauschen auf den Stromplateaus nach wie vor unter den Poissonschen Wert von $\alpha = 1$ gedrückt. Allerdings wird — anders als im Bereich des Einzelquantenpunktregimes — auch in den Stufenflanken eine Unterdrückung des Schrotrauschens vorgefunden.

Für einen besseren Überblick ist in Bild 5.12 der entsprechende Fanofaktor α im Vergleich mit der Strom/Spannungskennlinie gezeigt. Die deutliche Oszillation von α kann direkt mit Details der I - V -Charakteristik in Verbindung gebracht werden: Am Fuß einer jeden Stufenflanke nimmt das Schrotrauschen zu, während auf dem anschließenden Plateau jeweils ein lokales Minimum der Rauschleistung auftritt. Darüber hinaus nimmt mit zunehmenden Werten von V_{SD} die Amplitude der Modulation von α ab. Dabei schwankt der Fanofaktor im Spannungsbereich 145 mV $< V_{SD} < 195$ mV um einen Mittelwert von $\alpha \approx 0.8$.

Das Phänomen eines anwachsenden, aber trotzdem unterhalb des Poissonschen Wertes $\alpha = 1$ bleibenden Fanofaktors im Bereich einer jeden Stufe kann qualitativ verstanden werden: Wie zuvor be-

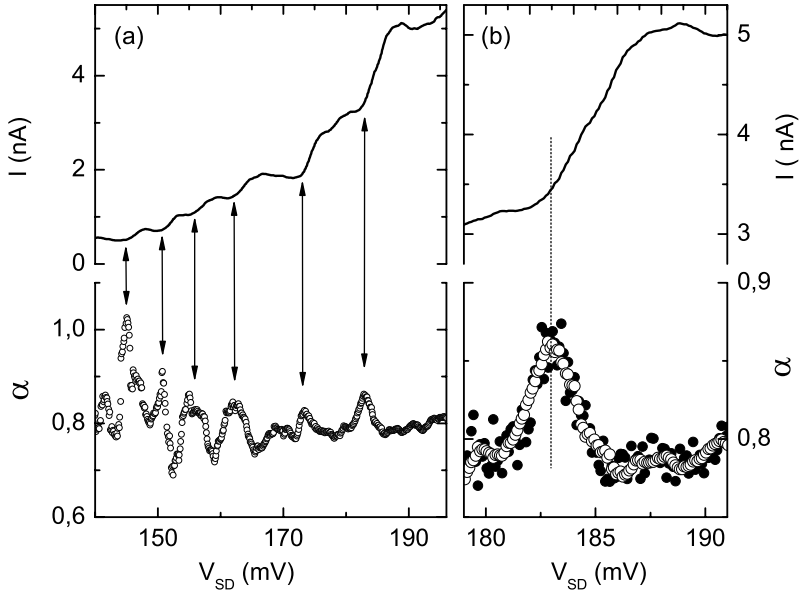


Abbildung 5.12: (a) I - V -Kennlinie im Mehrfachquantenpunktregime (oben) im Vergleich mit dem gemessenen Fanofaktor α (unten) für Nichtaufklärerichtung. Die Temperatur der Messung ist $T = 1.7$ K. Wie die eingezeichneten Pfeile andeuten, erhöht sich die Rauschleistung jeweils am Beginn einer Stufe des Stromes I . Der Datensatz des Fanofaktors wurde mit einer 15-Punkte-Mittelung geglättet (Die Spannungsaufösung der Originaldaten ist $\Delta V_{SD} = 0.1$ mV).

(b) Detaildarstellung von Strom (durchgezogene Kurve) und dem Fanofaktor (offene Kreise) im Bereich einer Stufe. Die gefüllten Punkte stellen die nicht geglätteten Originaldaten dar.

reits dargelegt^H, ist jeder Quantenpunkt über einen Spannungsbereich $\Delta V_{SD} \approx 50$ mV am Ladungstransport beteiligt, danach wird sein Zustand unter die Leitungsbandkante des Emitters geschoben und der Dot damit elektronisch vom Emitter getrennt. D. h. beispielsweise, dass der Zustand bei $V_{SD} = 145$ mV in Figur 5.12 (a) über praktisch den gesamten abgebildeten Bereich der Vorspannung aktiv ist, auch wenn sein Anteil am Gesamtstrom I natürlich abnimmt. Das gilt für jeden weiteren Quantenpunkt genauso. Damit ist an einer bestimmten Stelle V_{SD} der Gesamtstrom $I_g(V_{SD})$ durch die Addition der Teilströme I_i aller Quantenpunkte im von E_F und E_C definierten Fenster gegeben,

$$I_g(V_{SD}) = \sum_{i=1}^{n(V_{SD})} I_i(V_{SD}), \quad (5.9)$$

wobei $n(V_{SD})$ die Zahl der aktiven Quantenpunkte ist. Wie durch die gepunktete Linie in Abb. 5.3 angedeutet, zeigt jeder Teilstrom I_i ein linear fallendes Verhalten mit anwachsender Vorspannung.

Aus den theoretischen Modellen für den resonanten Transport wissen wir, dass der Fanofaktor α_i konstant auf der Stromstufe ist. [15, 16] Dieses bedingt, dass mit zunehmendem Wert der externen Spannung eine anwachsende Zahl von Quantendots einen Rauschstrom mit konstantem, aber unterdrücktem Wert erzeugt. Da in der Messung die Rauschleistung jedoch auf den *Gesamtstrom* I_g normiert wird, führt dies dazu, dass der Einfluss zusätzlicher Quantenpunkte, die in Resonanz gelangen, stetig nachlässt.

Im Extremfall einer sehr großen Zahl von Quantenpunkten innerhalb des Transportfensters $E_F - E_C$ sollte danach jede Modulation des Fanofaktors verschwinden, und dieser einen konstanten Wert annehmen, welcher durch das Ensemblemittel gegeben ist:

$$\langle \alpha \rangle = \sum_{i=1}^{n(V_{SD})} \frac{I_i}{I_g} \alpha_i. \quad (5.10)$$

^HAbschnitt 5.2

I_i/I_g gewichtet den Beitrag des i ten Quantenpunktes zum Fanofaktor mit dessen relativem Anteil am Gesamtstrom I_g aus Gleichung (5.9). Dies steht in Übereinstimmung mit der Abnahme der Modulationstiefe des Fanofaktors mit anwachsender Vorspannung. Schlussendlich wird im Bereich $V_{SD} \gtrsim 190$ mV, in dem $n(190 \text{ mV}) \approx 10$ ist, nur noch eine leicht Schwankung von α sichtbar. Und der Wert von $\alpha \approx 0.8$ befindet sich in guter Übereinstimmung mit der zuvor diskutierten Asymmetrie der Tunnelbarrieren.

Als Nächstes soll die Ursache des ansteigende Fanofaktors im Bereich einer Stufenkante beleuchtet werden. Dazu ist in Figur 5.12 (b) eine Detailvergrößerung der Messdaten abgebildet. Es wird ersichtlich, dass sich das lokale Maximum der Rauschleistung genau am Fuß des Stromplateaus befindet, welches ab $V_{SD} \gtrsim 187$ mV erreicht wird.

Poissonsches Schrotrauschen tritt in einem Strom von Elektronen auf, der vollkommen unkorreliert ist, d. h. es ist zu keinem Zeitpunkt möglich, vorherzusagen, wie viele Elektronen in einem Zeitintervall einen bestimmten Raumbereich durchqueren. Die Unterdrückung für resonantes Tunneln $1/2 \leq \alpha \leq 1$ resultiert aus einer negativen Korrelation des Ladungstransports nach (5.5) aufgrund der Wirkung des Pauliprinzips: Sobald ein Elektron sich im Quantenpunkt befindet, ist dieser coulombblockiert, und kein weiteres Elektron kann den Zustand besetzen.¹ Die daraus resultierende Abhängigkeit von aufeinander folgenden Tunnelprozessen reduziert das Rauschen.

Für den Fall, dass ein Quantendotzustand allmählich in Resonanz mit der Emitterfermienergie gelangt, stehen im Emitter nur Elektronen aus dem hochenergetischen Schwanz der Fermiverteilung

$$f_e^{-1} = 1 + e^{\frac{\beta e V_{SD} - E_D}{k_B T}}$$

zur Verfügung. Dies sind jedoch vergleichsweise wenige. Falls nun die Tunnelraten durch die Barrieren, und zwar insbesondere durch die Kollektorbarriere, groß genug sind, so dass im Zeitmittel ein Elektron aus

¹Unter der Voraussetzung, dass die thermische Verbreiterung $\sim k_B T$ klein gegen die Coulombenergie $\sim \frac{e^2}{2C}$ mit der Kapazität C des Quantenpunktes ist.

dem Quantenpunkt heraustunnelt, bevor das nächste im Emittor bereit steht, dann verliert das Pauliprinzip seine Wirkung auf den Ladungstransport. Dieser ist dann wiederum vollkommen unkorreliert und der Fanofaktor erreicht den Poissonschen Wert $\alpha = 1$.

In Abb. 5.12 (b) wird dieser Extremwert nicht erreicht, was daran liegt, dass ein nach Gleichungen (5.9) und (5.10) ein Hintergrundstrom mit $\alpha \approx 0.8$ durch die Struktur fließt. Bei kleineren Vorspannungen, d. h. einer kleineren Zahl von aktiven Quantenpunkten, erreicht das Maximum des Schrotrauschens fast wieder den Poissonschen Wert, wie es in Abb. 5.12 (a) für $V_{SD} < 150$ mV ersichtlich ist.

Für eine weitere Erhöhung der Vorspannung in Richtung der Resonanz $E_F = E_D$ vergrößert sich allmählich die Tunnelrate $\Theta_E = \Theta_E^0 f_e$ durch die Emittorbarriere, während diejenige durch die Kollektorbarriere $\Theta_K = \Theta_K^0 f_e$ konstant bleibt. Letztendlich wird auf dem Stromplateau — im Rahmen der Barrierenasymmetrie — die volle Schrotrauschunterdrückung erreicht.

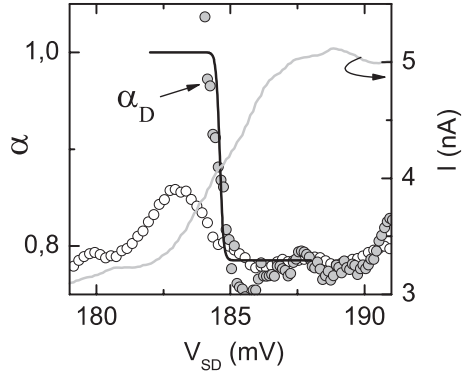
Diese qualitativen Überlegungen spiegeln sich in dem analytischen Ausdruck

$$\alpha = 1 - \frac{2\Theta_E^0 \Theta_K^0}{(\Theta_E^0 + \Theta_K^0)^2} f_e \quad (5.11)$$

mit den Tunnelraten durch Emittor- bzw. Kollektorbarriere $\Theta_{E/K}^0 = \nu T_{E/K}$ wider. [23] Der diskutierte Einfluss der Emittorbesetzung wird über die Fermifunktion f_e bei der Energie des resonanten Quantenpunktzustandes E_D vermittelt. Der daraus berechnete Verlauf des Fanofaktors ist in Figur 5.13 mit den Messdaten verglichen.

Mit der Dicke für die Kollektortunnelbarriere $d_K = 3.25$ nm wird die maximale Unterdrückung für α von (5.11) sehr gut reproduziert. Allerdings erfolgt der Übergang aus dem Maximum des Schrotrauschens theoretisch sehr viel steiler, als es die Daten zeigen. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da (5.11) für den Transport durch genau einen resonanten Zustand Gültigkeit besitzt. Den Messdaten liegt jedoch die Situation zugrunde, dass rund zehn QPte am Tunnelstrom beteiligt sind, und der Einfluss eines jeden Einzelnen — sowohl im Hinblick auf seinen Strom-, aber auch seinen Rauschbeitrag — nach (5.9) und

Abbildung 5.13: Vergleich der Messdaten mit dem nach (5.11) theoretisch berechneten Fanofaktor (durchgezogene Kurve). Die grau gefüllten Kreise entsprechen dem Fanofaktor α_D des resonanten Zustandes bei $V_{SD} \approx 187$ mV.



(5.10) auf das Ensemble normiert wird.

Unter der Annahme, dass die Größe des Stromes $I_{Ensemble}$ und die Fanofaktoren α_i aller Zustände unterhalb von $V_{SD} \approx 182$ mV im Bereich der Resonanz konstant sind, lässt sich der Ensembleeinfluss herausrechnen. Es ergibt sich für den Strom I_D durch den Zustand E_D , der ab $V_{SD} \gtrsim 182$ mV in Resonanz gelangt, $I_D = I - I_{Ensemble}$ und $I_{Ensemble} = 3.2$ nA. Mit einem Fanofaktor von $\bar{\alpha} = \alpha_i = 0.8$ für den Rest aller aktiven Quantenpunkte berechnet sich der Rauschbeitrag von E_D aus der gemessenen Rauschleistung S zu $S_D = S - \bar{\alpha} \cdot 2eI_{Ensemble}$. Damit kann nun der Fanofaktor des Quantenpunktes E_D nach $\alpha_D = S_D/2eI_D$ bestimmt werden. Die grau gefüllten Kreise in Abb. 5.13 zeigen das Ergebnis. Das Verhalten von α_D wird nun im Bereich der Flanke recht gut durch den berechneten Verlauf wiedergegeben. Unterhalb der Resonanz werden I_D und S_D sehr klein, so dass aufgrund der begrenzten Genauigkeit der Daten $\alpha = 1$ nicht reproduziert werden kann.

Insgesamt unterstreicht diese grobe Abschätzung die Gültigkeit der qualitativen Überlegungen, welche zu (5.9) und (5.10) geführt haben, und damit die Vorstellungen über die Natur des Ladungstransportes in den resonanten InAs-Quantenpunktdioden.

Abgesehen von dem bisher diskutierten deutlichen Merkmalen, fin-

det sich sowohl in der I - V -Kennlinie als auch im Rauschen eine Feinstruktur, wie sie beispielhaft in Bild 5.12 (b) um $V_{SD} \approx 181$ mV erkennbar ist. Höchstwahrscheinlich kann dies dem resonanten Tunneln durch lediglich schwach angekoppelte Quantenpunkte zugeschrieben werden. Darüber hinaus mögen jedoch solche Details zusätzlich von den Fluktuationen der lokalen Emittierzustandsdichte beeinflusst werden. [80]

5.3.3 Theoretische Modellierung

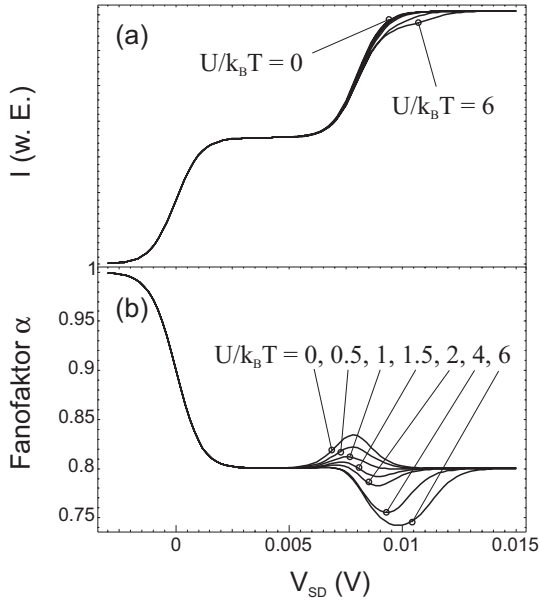
Angestoßen durch die experimentellen Resultate dieses Kapitels wurde von Gerold Kiesslich in der Gruppe von E. Schöll an der TU Berlin eine theoretische Modellierung durchgeführt. [18, 23] Diese beinhaltet zwei nichtentartete, kapazitiv — d. h. mittels Coulombwechselwirkung — gegenseitig gekoppelte Quantenzustände zwischen zwei Tunnelbarrieren. Als Parameter der letzteren wurden dabei die aus der Messung des Fanofaktors Ermittelten herangezogen.^J Sowohl die simulierten Rauscheigenschaften, als auch die Strom/Spannungscharakteristik der InAs-Quantenpunktstruktur befinden sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment.

Das mathematische Verfahren beruht auf der Beschreibung der Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände mittels einer sogenannten Mastergleichung. Die Berechnung der spektralen Form des Rauschens folgt dem von Hershfield et al. beschrittenen Weg. [100]

Die Resultate sind in Abbildung (5.14) dargestellt: Die wesentlichen Merkmale — unabhängig von der Stärke der Kopplung U beider Niveaus — der I - V -Kennlinie sind die beiden Resonanzen mit der Emittierfermienergie mit ihren charakteristischen Stufenstrukturen. Auf den Plateaus wird das Schrotrauschen entsprechend der Barrierenasymmetrie (5.12) zu $\alpha = 0.8$ unterdrückt, wohingegen unterhalb der ersten Resonanz der Fanofaktor den Poissonschen Wert $\alpha = 1$ erreicht. Im Übergangsbereich zwischen den Resonanzen dagegen wird ein Anwachsen des Schrotrauschens beobachtet, in qualitativer Übereinstimmung mit

^JAbschnitt 5.3

Abbildung 5.14:
Theoretische Berechnung der I - V -Kennlinie (a) und des Fanofaktors (b) zweier nulldimensionaler Zustände in Abhängigkeit des Kopplungsparameters U .



den Messungen und den Überlegungen zum Einfluss des Pauliprinzips in Abschnitt 5.3. In der InAs-Quantenpunktprobe ist es aufgrund der großen Zahl^K der vorhandenen Quantenpunkte äußerst unwahrscheinlich, dass zwei energetisch benachbarte Dots gleichzeitig räumlich in einem Abstand angeordnet sind, der eine Coulombwechselwirkung zulassen würde. Daher besitzt für Messungen an InAs-Quantenpunktproben nur der nichtwechselwirkende^L Fall $U/k_B T = 0$ Relevanz.

Wird die Stärke der Kopplung der beiden Niveaus erhöht, dann verändert sich die Strom/Spannungscharakteristik nicht wesentlich (Abb. 5.14) (a)). Selbst für $U/k_B T = 6$ entwickelt sich nur eine leichte Schulter im Bereich der Stufenkante der zweiten Resonanz, die von

^KIn einer Diode des untersuchten Typs befinden sich typischerweise eine Million Quantenpunkte, siehe dazu auch Teil 5.1.

^LD. h. die kapazitive Kopplung zwischen beiden Zuständen ist abgeschaltet.

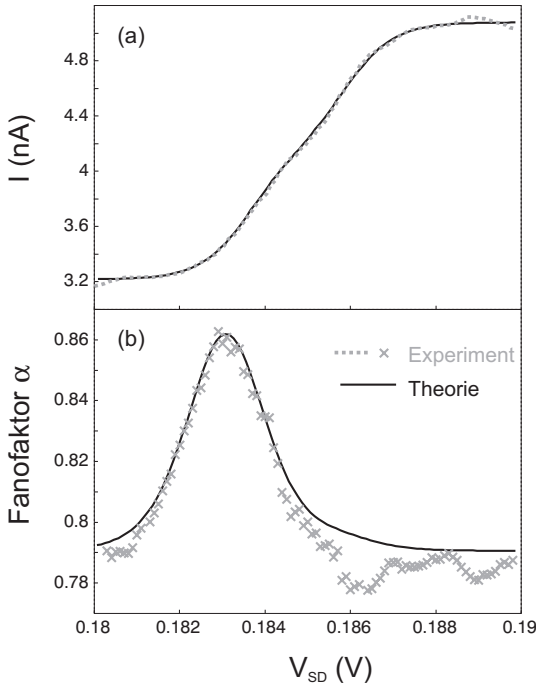


Abbildung 5.15:
 (a) Aus einem Fit des Fanofaktors errechneter Strom I im Vergleich zum Experiment. (b) Fit des Fanofaktors für ungekoppelte Zustände ($U = 0$) an die experimentellen Resultate.

der Coulombwechselwirkung zwischen den beiden Zuständen herrührt. Der Fanofaktor verändert sich jedoch dramatisch, wie in Abb. 5.14 (b) erkennbar ist: Das Anwachsen der Rauschleistung für $U/k_B T = 0$ verschwindet, und es bildet sich vielmehr eine zusätzliche Unterdrückung im Bereich der zweiten Resonanz aus. Die Situation ist damit dem resonanten Tunneln durch zwei Zustände eines einzelnen Quantenpunktes vergleichbar. In der Tat konnten Birk et al. in der Rauschleistung eines metallischen Quantenpunktes im Coulombblockaderegime ein lokales Minimum der Rauschleistung im Stufenbereich nachweisen, im Einklang mit dem theoretischen Modell von Hershfield et al. [17, 100]

Um den Bezug zum Experiment zu verbessern, wurde das Modell

sowohl an die Strom/Spannungskennlinie als auch an den Verlauf des Fanofaktors angepasst. Abb. 5.15 zeigt, dass eine sehr gute Übereinstimmung zu den experimentellen Daten erreicht werden kann.

Der Strom I wird durch die Funktion $I(V_{SD}) = I_0 + I_a f_{a,E} + I_b f_{b,E}$ gefittet. Der I_0 ist derjenige Stromanteil, welcher durch das Ensemble bereits aktiver Quantenpunkte fließt und im Bereich der betrachteten Stufe als konstant angenommen wird. Um den genauen Verlauf der Stufenkante anpassen zu können, sind jedoch zwei Quantenzustände $E_{a/b}$ nötig.

$$f_{a/b,E}^{-1} = 1 + e^{\frac{E_{a/b} - \beta e V_{SD}}{k_B T}}$$

ist folglich die Fermifunktion des Emitters für die Energien der resonanten Zustände $E_{a/b}$. Es ergibt sich $I_0 = 3.2$ nA, $I_a = 0.8$ nA und $I_b = 1.1$ nA. Die Energien der resonanten Zustände bezogen auf die Emitterfermienergie bei $V_{SD} = 0$ liegen bei $E_a - E_F^0 = 45.9$ meV und $E_b - E_F^0 = 46.4$ meV. Der Hebelfaktor steht mit $\beta = 0.25$ in guter Übereinstimmung mit dem Schätzwert aus Abschnitt 5.2 $\beta \approx 0.3$.

Bisher sind wir davon ausgegangen, dass jede Stufe in der Strom/Spannungscharakteristik von einem einzelnen InAs-Quantenpunkt herrührt. Die Theorie erfordert jedoch zwei sehr dicht beieinander liegende. Auch wenn es natürlich nicht unmöglich ist, zufällig zwei Dots praktisch gleicher Energie zu haben, erscheint es dennoch vor dem Hintergrund der Zahl von insgesamt vorhandenen Quantenpunkten^M als unwahrscheinlich. Darüber hinaus erhalten wir aus der Anpassung an den Fanofaktor ein Verhältnis der Teilströme $I_0/I_b = 3$, welches konsistent mit dem Fitresultat des Stromes ist. Diese Übereinstimmung gilt allerdings nicht mehr für $I_b/I_a = 9.4$.

Trotz dieser Diskrepanzen zeigt die Übereinstimmung der Form des berechneten Fanofaktors mit den experimentellen Daten, dass es grundsätzlich möglich ist, Experimente dieser Art unter Zuhilfenahme des benutzten Modells zu beschreiben, auch wenn die Ursachen der Abweichungen u. U. in Unzulänglichkeiten des theoretischen Ansatzes zu suchen sind.

^MAbschnitt 5.1

5.4 Frequenzabhängige Rauschkomponenten

Im Zusammenhang mit den Messungen an resonanten InAs-Quantenpunktstrukturen fällt auf, dass in diesen Proben im Vergleich zur Amplitude des Schrotrauschens nur vergleichsweise geringe frequenzabhängige Rauschanteile auftreten.^N

Das in Kapitel 1.4.2 diskutierte Modell des $1/f$ -Rauschen beinhaltet ein Ensemble von Zuständen fluktuierender Besetzung, die nicht direkt am Ladungstransport beteiligt sind, aber über eine Modulation des lokalen Potential Einfluss auf dessen Stochastik nehmen. In den InAs-Proben fließt der Strom über die Quantenpunkte, deren Fläche $\sim 2\pi(10 \text{ nm})^2$ im Vergleich zu derjenigen der gesamten Diodenstruktur ($\sim 40 \times 40 \mu\text{m}^2$) vollkommen vernachlässigbar ist. Damit sind nur Fluktuatoren, die sich innerhalb einer kritischen Abschirmlänge um den aktiven Quantenpunkt befinden, überhaupt befähigt, den Strom durch diesen zu modulieren. An einer Tunnelbarriere, wie sie beispielsweise in Abschnitt 3.3.2 untersucht wurde, ist die Situation eine vollkommen Andere, da der Strom über die gesamte Breite des 2DEGs fließt, und damit sämtliche in diesem Bereich befindlichen Störstellen Einfluss nehmen können.

5.4.1 Form der Rauschspektren

In Abb. 5.16 sind Rauschspektren im Bereich der Stufenkanten und der Stromplateaus gegenüber gestellt. Offensichtlich ändert sich die Form der Rauschspektren nicht wesentlich und ist damit unabhängig von speziellen Merkmalen der Strom/Spannungskennlinie.

Um die Form der Rauschspektren besser charakterisieren zu können, wurden sowohl Anpassungen mit einem $1/f$ -Rauschen

$$S = \frac{A}{f^x} + y_0$$

^NVergleiche dazu Messungen an den Tunnelbarrieren in Kapitel 3.3.2 und an den Dioden **A** und **B** in Kapitel 4.6 bzw. 4.7.2.

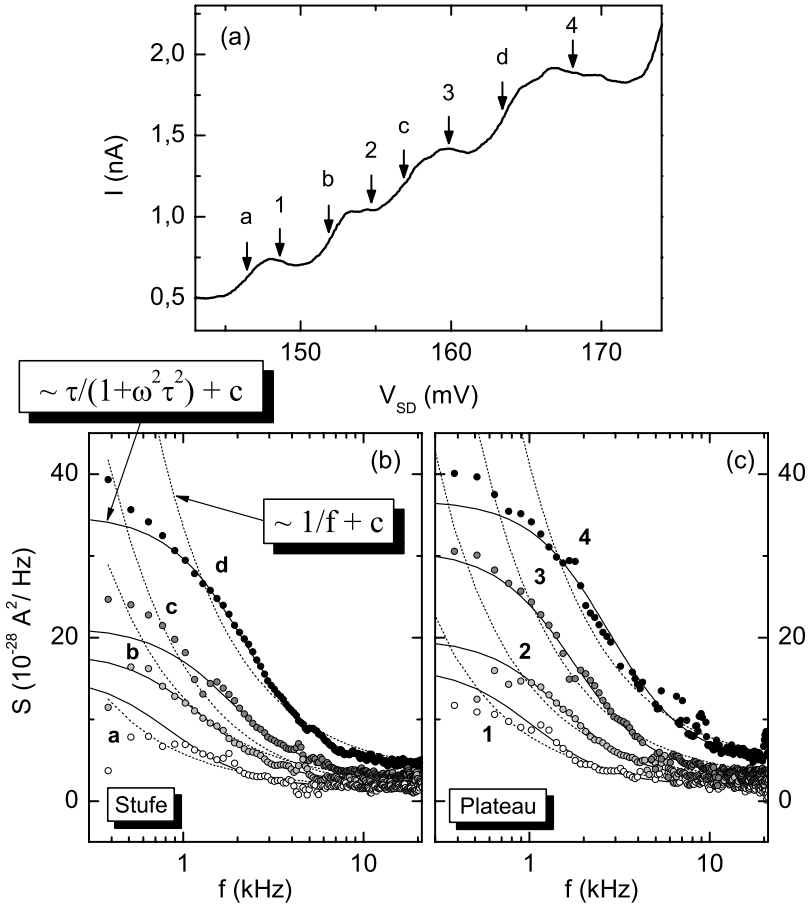


Abbildung 5.16: (a) Ausschnitt der Strom/Spannungskennlinie von \mathfrak{F} . Die Pfeile markieren die Vorspannungen, deren zugehörige Rauschspektren in (b) und (c) gezeigt sind. (b) Spektren in den Stufenkanten. Die gepunkteten Kurven sind Fits mit einem $1/f$ -Rauschen, während für die Durchgezogenen ein Lorentzrauschen gewählt wurde. (c) Spektren auf Stromplateaus.

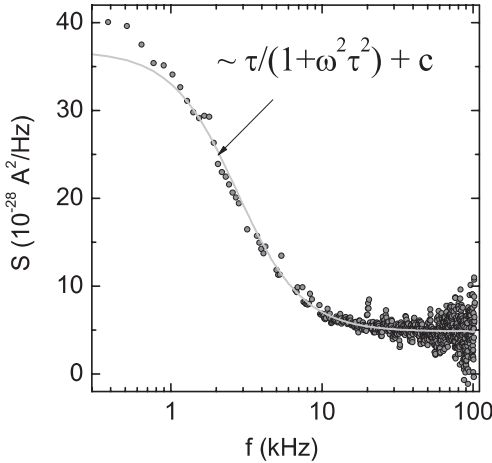


Abbildung 5.17: Beispielhaft ausgewähltes Spektrum der InAs-Probe (Kreise) im Vergleich zu einer Anpassung nach Gl. (5.12) (graue Kurve).

als auch einer spektralen Lorentzabhängigkeit

$$S = \frac{\mathcal{L}\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (5.12)$$

durchgeführt. Es erweist sich, dass die frequenzabhängigen Rauschanteile der InAs-Probe weitgehend die Form von (5.12) aufweisen. Dies wird in Abb. 5.17 aus dem Vergleich eines beispielhaft ausgewählten Rauschspektrums mit dem Fit nach Gl. 5.12 deutlich. Leichte Abweichungen bei sehr niedrigen Frequenzen ($f \lesssim 1$ kHz) rühren von schwachen $1/f$ -Anteilen her. Dies bedeutet, dass der Stromfluss durch die Quantenpunkte nicht nur der Stochastik des resonanten Tunnelns unterliegt, sondern zusätzlich mit einer charakteristischen Zeitkonstante τ fluktuiert.

Nach den zuvor gemachten Überlegungen befinden sich nur einige wenige Fluktuatoren innerhalb der Abschirmlänge um den jeweils aktiven InAs-Quantenpunkt. Dies ist konsistent mit dem Auftreten eines Lorentzrauschens, da für den Übergang zu einem $1/f$ -Rauschen ein größeres Ensemble mit einer Verteilung der Zeitkonstanten τ notwen-

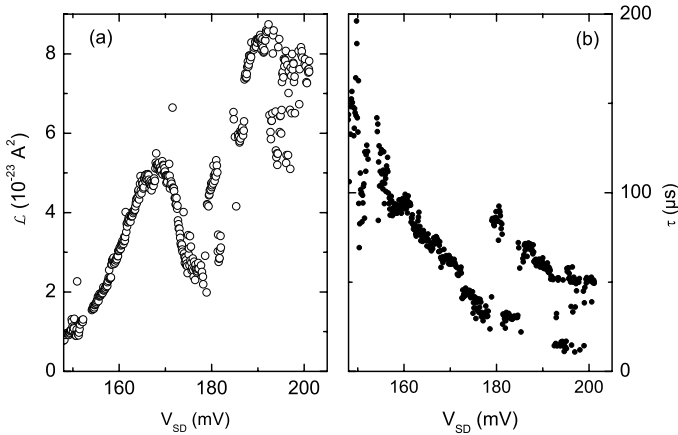


Abbildung 5.18: (a) Verlauf der Amplitude \mathcal{L} der Anpassung eines Lorentzrauschens nach (5.12). (b) Die Zeitkonstante τ .

dig ist.^O Das Lorentzrauschen rührt also vermutlich von einer dominierenden Störstelle her, während der schwache $1/f$ -Hintergrund von einer größeren Anzahl von Fluktuatoren stammt, die sich in größerem Abstand befinden.

Über die genaue Natur dieser Fluktuatoren, kann nur spekuliert werden. Denkbar wären InAs-Quantenpunkte, die nur schwach and Emitter- bzw. Kollektorkontakte angekoppelt sind, und sich daher nicht am Ladungstransport beteiligen. In der Tat kann man zeigen, dass von der großen Anzahl aller überhaupt in einer solchen Diode vorhandenen InAs-Inseln nur eine vergleichsweise verschwindende Anzahl elektronisch aktiv wird.^P

Das Verhalten der Fitparameter \mathcal{L} und τ ist in Bild 5.18 darge-

^OSiehe Theorieteil, Kapitel 1.4.2.

^PSiehe dazu Kapitel 5.1 bzw. [94].

stellt. Beide zeigen keine Merkmale, die sich Stellen der I - V -Kennlinie zuordnen lassen. Die Zeitkonstante τ liegt in der Größenordnung von knapp $100 \mu\text{s}$. Außerdem nimmt τ mit zunehmender Spannung ab, was auf eine Aktivierung des Rauschprozesses durch V_{SD} hindeutet. Daher müssen die Störstellenzustände energetisch den InAs-Quantenpunkten vergleichbar sein. Zustände — wie sie beispielsweise von Dotieratomen gebildet werden — die unterhalb der Leitungsbandkante liegen, sind abgesehen von thermischer Anregung immer besetzt, solange die Bandverbiegung vernachlässigbar bleibt.^Q Sie kommen daher auch nicht als Verursacher des Lorentzrauschens in Betracht.

Dies deutet darauf hin, dass es sich bei den Fluktuatoren in der Tat um schwach angekoppelte InAs-Quantenpunkte handelt, die effektiv nicht am Ladungstransport beteiligt sind, was von der Größenordnung von τ bestätigt wird: Ein Zustand, welcher sich in Zeiten $\tau \sim 100 \mu\text{s}$ unlädt, würde einen Stromfluss von $I \sim e/\tau \approx 1 \text{ fA}$ tragen, was im Vergleich zum fließenden Gesamtstrom $I \sim 1 \text{ nA}$ vollkommen vernachlässigbar ist.

^QSiehe zur Erläuterung des Mechanismus Kapitel 3.3.3.

5.5 Zusammenfassung

Am Beginn des Kapitels wurde im Rahmen der Analyse der Strom/Spannungseigenschaften der resonanten InAs-Quantenpunktstruktur \mathfrak{J} gezeigt, dass der Ladungstransport im untersuchten Bereich der Vorspannung V_{SD} von einer geringen Zahl von Quantenpunkten bestimmt wird. In Abhängigkeit von V_{SD} gelangen jeweils einzelne QDs in Resonanz mit dem Emitter, was sich in einem stufenartigen Anwachsen des Stromes äußert.

Die Auswertung der Rauschmessungen ergibt, dass im Einklang mit den Resultaten aus Kapitel 4.3.1 das Schrotrauschen für das resonante Tunneln durch die nulldimensionalen InAs-Quantenpunkte im Vergleich zum Poissonschen Wert $2eI$ unterdrückt wird. Eine einfache Berechnung der relevanten Transmissionskoeffizienten zeigt, dass der gemessene Wert von $\alpha \approx 0.8$ konsistent mit den geometrischen Parametern der Struktur, wie sie aus den MBE-Daten und AFM-Messungen bekannt sind, ist.

Außerhalb der Resonanzen, d. h. im Bereich der Stufenflanken der $I - V$ -Kennlinie zeigt sich ein Anwachsen des Fanofaktors bis hin zu $\alpha = 1$. Die Ursache dafür besteht darin, dass — solange die Tunnelrate durch die Emitterbarriere deutlich kleiner als diejenige durch die Kollektorbarriere ist — das Pauliprinzip seine antikorrelierende Wirkung nicht entfalten kann.

Mit zunehmenden Werten der Vorspannung verringert sich die Modulationstiefe des Fanofaktors α , so dass auch im Bereich der Stufenkante $\alpha < 1$ ist. Dafür ist ein Ensemblemittelungseffekt verantwortlich: Da ein InAs-Quantenpunkt über ein gewisses Intervall der Vorspannung am Ladungstransport beteiligt ist, fließt der Strom gleichzeitig durch bis zu zehn Quantenpunkte. Eine Modulation des Fanofaktors erfolgt nur, wenn ein zusätzlicher Zustand in Resonanz gelangt, bei größeren Werten der Vorspannung bleibt α konstant. Da der Fanofaktor aus der Normierung auf den Gesamtstrom bestimmt wird, nimmt dementsprechend der Einfluss eines einzelnen QDs ab, wenn mit zunehmendem V_{SD} die Anzahl aktiver Zustände anwächst.

Folglich lässt sich der gemessene Verlauf des Fanofaktors nicht direkt mit dem theoretisch nach

$$\alpha(V_{SD}) = 1 - \frac{2\Gamma_E\Gamma_K}{\Gamma^2} f_E(V_{SD}) \quad (5.13)$$

Erwarteten vergleichen, da die Ensemblemittelung für eine Verschmierung der Merkmale des Fanofaktors sorgt. Eine einfache Abschätzung, in der für einen einzelnen Quantenpunkt der Ensemblehintergrund sowohl aus dem Strom, als auch aus der Rauschleistung herausgerechnet wird, ergibt jedoch ein Verhalten von α , der recht gut durch Gl. (5.13) beschrieben wird.

Das entwickelte qualitative Bild über den Ladungstransport in diesen Strukturen und den damit verknüpften Eigenschaften des Schrot-rauschens wird durch eine detaillierte Modellierung, wie sie Kiesslich et al. durchgeführt haben, bestätigt.

Die Auswertung der frequenzabhängigen Rauschanteile ergibt, dass sich diese, anders als im Fall der Tunnelbarrieren in Kapitel 3.3 nicht als ein $1/f$ - sondern vielmehr als ein Lorentzrauschen darstellen. Das Vorhandensein einer durch lediglich eine einzelne Zeitkonstante charakterisierten Fluktuation ist konsistent mit der Vorstellung, dass der Stromfluss durch einzelne InAs-Quantenpunkte erfolgt: Da diese aufgrund ihrer geringen räumlichen Ausdehnung nur von wenigen Störstellen in ihrer Umgebung beeinflusst werden können, ist die für das Auftreten eines $1/f$ -Rauschens nötige Ensemblemittelung nicht gewährleistet. Vermutlich sind diese Störstellen InAs-Quantenpunkte, die nicht am Ladungstransport beteiligt sind.

6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sollen noch einmal die wichtigsten Ergebnisse der in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Rauschmessungen an mikroskopische Tunnelsystemen umrissen werden.

Im ersten experimentellen Kapitel 3 wurde die Eignung des Verfahrens der Obeflächenstrukturierung eines 2DEGs mittels eines nasschemischen In-situ-Ätzprozesses für die Herstellung von Tunnelbarrieren gezeigt. Diese Barrieren erzeugen einen Rauschstrom $2eI$ im Einklang mit dem, was für eine ideale Tunnelbarriere erwartet wird. Die spektrale Form der Rauschspektren wird jedoch darüber hinaus wesentlich durch eine frequenzabhängige $1/f$ -Komponente bestimmt. Es konnte gezeigt werden, dass die Ursache dieser zusätzlichen Fluktuationen des Tunnelstromes in Umladeprozessen der Hintergrunddotierung des 2DEGs gesucht werden muss.

Im nachfolgenden Teil 4 wurde die Korrelation des resonanten Tunnelstromes durch einen einzelnen nulldimensionalen Zustand in einer GaAs/AlGaAs-Struktur untersucht. Theoretische und experimentelle Ergebnisse, wonach der Grad der Korrelation bzw. der Wert des Fano-faktors α durch die Asymmetrie der beiden Tunnelbarrieren bestimmt wird, konnten bestätigt werden. Darüberhinaus ist eine quantitative Übereinstimmung zu dem Wert von α , der aufgrund der geometrischen Parameter der untersuchten Tunnelstruktur erwartet wird, vorhanden.

Zwar ist die genaue Natur des resonanten Zustandes bis jetzt nicht vollständig verstanden, jedoch ergibt sich aus der Diskussion verschiedener Möglichkeiten, das Modell eines gekoppelten Zwei-Niveausystems als das Wahrscheinlichste. Diese Vorstellung wird zusätzlich durch das beobachtete Lorentzrauschen in Abschnitt 4.7 un-

terstrichen.

Ein relativ bemerkenswertes Ergebnis stellt auch das Auftreten eines superpoissonschen Schrotrauschens in Aufladerichtung dar. Ein solches Verhalten wurde bisher lediglich für das resonante Tunneln durch ein zweidimensionales Subband beobachtet und theoretisch verstanden. Möglicherweise kann dieser Effekt auch hier auf Ladeeffekte zurückgeführt werden, allerdings besteht hier noch weiterer Klärungsbedarf.

Der letzte experimentelle Teil 5 untersucht erstmalig eine resonante Tunnelstruktur mit eingebetteten InAs-Inseln im Hinblick auf die Unterdrückung des Schrotrauschens. Die Auswertung der Strom-/Spannungseigenschaften zeigt, dass in Abhängigkeit der externen Vorspannung einzelne dieser Quantenpunkte für den Transport ausgewählt werden können. Auch hier lassen sich wiederum die gemessenen Werte des Fanofaktors α für den resonanten Transport durch einen einzelnen InAs-Quantenpunkt auf die Wachstumsparameter der Probe quantitativ zurückführen.

Je nach angelegter Spannung werden nacheinander bis zu zehn Quantenpunkte für den Ladungstransport aktiviert. Dabei wird jedesmal, wenn ein weiterer QD in Resonanz gelangt, eine Modulation des Fanofaktors hin zu $\alpha = 1$ beobachtet, wobei die Stärke der Modulation mit zunehmender Anzahl von aktiven Quantenpunkten nachlässt. Der Anstieg des Fanofaktors in den Stufenkanten des Stromes liegt in der nachlassenden Wirkung des Pauliprinzips auf den Tunnelstrom begründet, wenn eine kritische Tunnelrate durch die Emitterbarriere unterschritten wird. Die nachlassende Modulationstiefe beruht auf einem Ensemblemittelungseffekt, wenn sich die Zahl der am Transport beteiligten Quantenpunkte vergrößert.

Die genaue Verlaufsform des Fanofaktors im Bereich der Stufenkanten kann sehr gut durch ein theoretischen Modell beschrieben werden, dessen Entwicklung auch durch die experimentellen Resultate der vorliegenden Arbeit angestoßen wurde.

A Rauschmessungen an einer weiteren InAs-Tunnelstruktur

Zusätzlich zu den Messungen in Kapitel 5 an der resonanten Tunnelstruktur \mathfrak{J} sind in diesem Kapitel Messungen an einer zweiten InAs-Quantenpunktstruktur \mathfrak{K} dargestellt. Die Schichtstruktur ist im Vergleich zu \mathfrak{J} bis auf die Tunnelbarrieren identisch:^A In diesem Fall weisen die AlAs-Barrieren eine nominelle Schichtdicke von jeweils 5 nm auf.^B

In den Strom-/Spannungskennlinien macht sich die im Vergleich zu \mathfrak{J} größere Dicke der Emittiertunnelbarriere an der Basis der Quantenpunkte durch die höhere Einsatzspannung des Stromes bemerkbar (Abb. A.1). Während \mathfrak{J} die erste Stromstufe aufgrund des resonanten Tunnelns durch einen Quantenpunkt bei $V_{SD} = 80$ mV zeigt, sind für \mathfrak{K} 150 mV nötig, bevor ein messbarer Stromfluss einsetzt. Im Vergleich der beiden Proben weist \mathfrak{K} insgesamt weniger deutlich ausgeprägte Strukturen auf, insbesondere oberhalb von 250 mV ist nur noch eine vergleichsweise geringe Modulation des Stromes beobachtbar (Abb. A.1 (a)). Dies erschwert die Bestimmung der gleichzeitig aktiv am Ladungstransport beteiligten Quantenpunkte. Sie liegt für $V_{SD} > 250$ mV jedoch sicherlich in der Größenordnung von zehn.

Damit ist nach den Überlegungen in Kapitel 5.3 nur noch eine geringe Schwankung des Fanofaktors zu erwarten, da dessen Wert nach

^ASiehe Abb. 5.1 in Kapitel 5.1.

^BDie Probe stammt aus MBE-Serie P520 und die Bezeichnung in der von I. Hapke-Wurst gewählten Notation lautet P520-1-20.

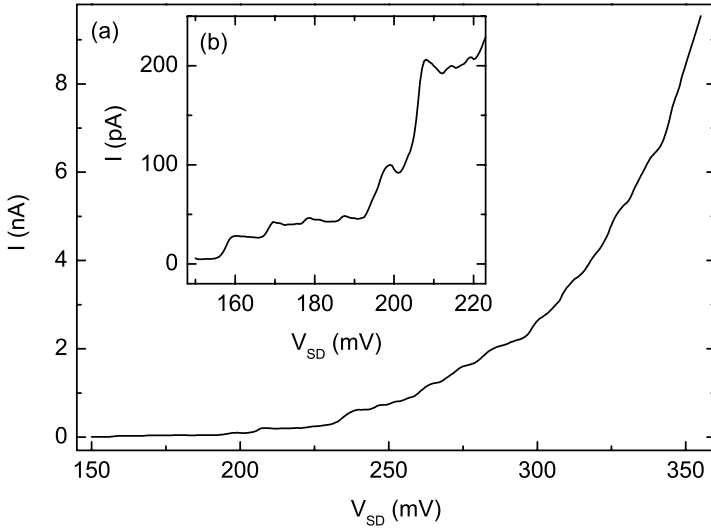


Abbildung A.1: I - V -Kennlinie der symmetrisch gewachsenen InAs-Quantenpunktprobe \mathfrak{A} . Der Einsatzbereich wurde in (b) vergrößert dargestellt. Bei kleineren Vorspannungen $V_{SD} < 150$ mV ist kein Stromfluss mehr messbar.

Gleichung (5.10) aus Kapitel 5.3.2

$$\langle \alpha \rangle = \sum_{i=1}^n \frac{I_i}{I_g} \alpha_i . \quad (\text{A.1})$$

durch das Ensemblemittel der Fanofaktoren α_i aller aktiven Quantenpunkte gegeben wird.

Rauschspektren von \mathfrak{A} sind in Figur A.2 abgebildet. Bemerkenswert ist dabei das vollständige Fehlen einer frequenzabhängigen Komponente im gesamten der Messung zugänglichen Frequenzbereich.

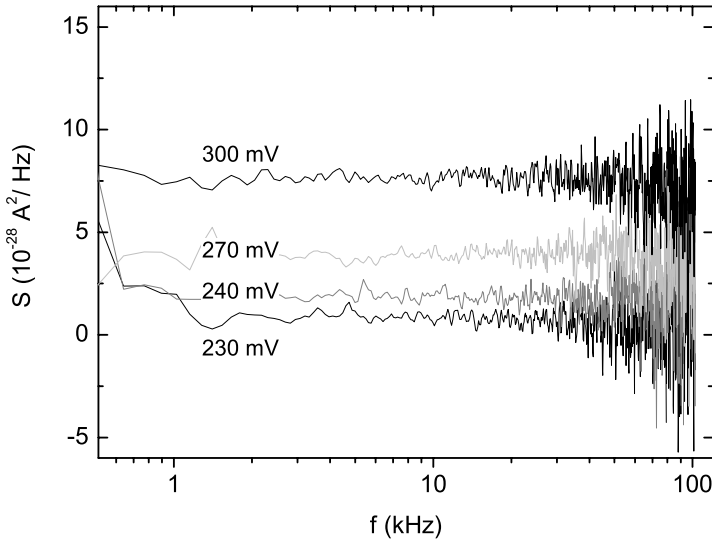
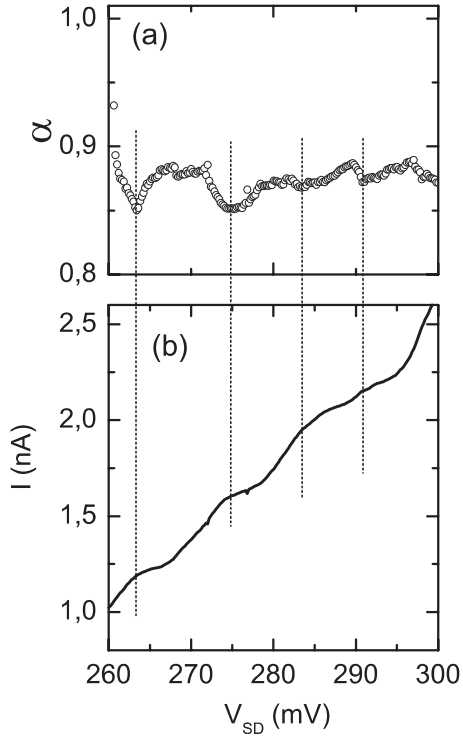


Abbildung A.2: Spektren der symmetrischen InAs-Quantenpunktprobe **A**. Bemerkenswert ist das vollkommene Fehlen eines $1/f$ -Anteils bis herab zu 500 Hz

Die gemessene relative Rauschleistung und die entsprechende I - V -Kennlinie finden sich in Abb. A.3. Tatsächlich ist die Modulation des Fanofaktors α in diesem Bereich der Vorspannung nur noch schwach ausgeprägt, was auf eine große Zahl von in Resonanz befindlichen Zuständen hindeutet (s.o.). Das Verhalten ist nichtsdestotrotz qualitativ den Ergebnissen aus Probe **B** vergleichbar. Jeweils auf einem Stromplateau — soweit erkennbar — findet sich ein lokales Minimum der Rauschleistung. Dies wird in Abb. A.3 durch die gepunkteten Linien unterstrichen.

Der Wert des Fanofaktors liegt im Bereich von $\alpha \approx 0.88$. Damit

Abbildung A.3: (a) Fanofaktor der Probe **A** bei $T = 1.8$ K. Der Datensatz ist mit einer 15-Punkte-Mittelung geglättet. (b) Strom/Spannungskennlinie. Die gepunkteten Linien markieren die Zuordnung zwischen Merkmalen des Stromes und des Fanofaktors α .



sind die Tunnelbarrieren der Probe **A** asymmetrischer als diejenigen der Probe **B**, was aufgrund des Wachstums auch zu erwarten ist (s. o). Aus dem für α gemessenen Wert ergibt sich nach dem in Kapitel 5.3 durchgeführten Verfahren eine Dicke der Barriere an der Spitze der Quantenpunkte von $d \approx 4$ nm. Dieser Wert erscheint jedoch zu groß, da dann die Höhe der Quantenpunkte nur noch 1 nm betragen würde. Dies ist jedoch inkonsistent mit den TEM- und AFM-Messungen vergleichbar gewachsenen Proben und dem aus den Messungen an **B** gewonnenen Ergebnis. In beiden Fällen erhält man eine durchschnittliche Höhe der InAs-Inseln von ~ 3 nm. Da die beiden MBE-Serien,

aus denen \mathfrak{J} und \mathfrak{K} hergestellt wurden, unter nominell identischen Bedingungen gewachsen wurden, erscheint es auch wenig sinnvoll, von Quantenpunkten geringerer Höhe auszugehen.

Alle Messungen bisher wurden ohne äußeres Magnetfeld durchgeführt. Es zeigt sich jedoch in Abb. A.4, dass der Fanofaktor der Probe \mathfrak{K} im untersuchten Spannungsbereich systematisch mit dem Betrag des Magnetfeldes anwächst. Dieses Verhalten ist für \mathfrak{J} nicht nachweisbar.^c

Im Rahmen der theoretischen Modelle für resonantes Tunneln würde das eine Zunahme der Asymmetrie beider

Tunnelbarrieren bedeuten. Die Achse des Magnetfeldes verläuft jedoch parallel zum Tunnelstrom, und in dieser Konfiguration ist kein Einfluss auf die Barrierendicke zu erwarten. [101]

Der Wert des Fanofaktors sättigt für $B = 10$ T im Mittel bei $\alpha \approx 0.95$. Wird aus diesem Wert nach dem Verfahren aus Kapitel 5.3 die „Dicke“ der zweiten Barriere bestimmt, so ergibt sich $d \approx 3$ nm, was zu einer Höhe der Quantenpunkte von rund 2 nm führen würde.

Die Veränderung der Feinstruktur von α resultiert dagegen aus der

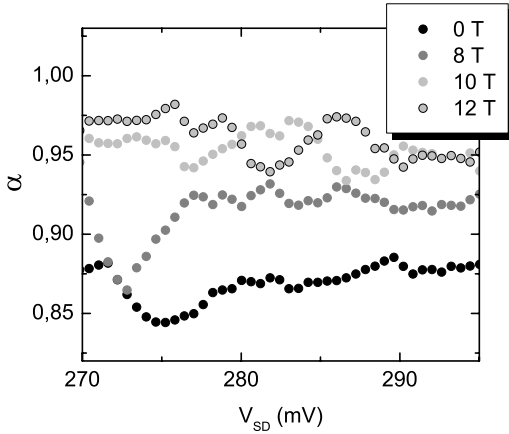


Abbildung A.4: Fanofaktor der Probe \mathfrak{K} bei $T = 1.8$ K im Magnetfeld. Dessen Achse verläuft parallel zur Richtung des Tunnelstroms.

^cDaten nicht gezeigt.

Verschiebung der resonanten Quantenpunktzustände im Magnetfeld.^D

Insgesamt bleibt die Zunahme des Durchschnittswertes von α unverständlich, genauso wie die fehlerhafte Bestimmung der Barrierendicke an der Spitze der InAs-Inseln ohne äußeres Magnetfeld im Fall der Probe **A** .

^DSiehe dazu Kapitel 5.2.1.

B Kotunnelstrom durch eine resonante GaAs/AlGaAs-Tunnelodiode

Der Transmissionskoeffizient einer einzelnen Tunnelbarriere ist durch die Beziehung

$$T(E) = \frac{1}{1 + \left\{ 1 + \left(\frac{1}{4} \left(\frac{\kappa}{k} - \frac{k}{\kappa} \right)^2 \right) \right\} \sinh^2(\kappa d)}, \quad (\text{B.1})$$

mit $\kappa = \sqrt{2m^*(\Phi_0 - E)}/\hbar$ und $k = \sqrt{2m^*E}/\hbar$ gegeben, wobei a die Barrierendicke und Φ_0 die Höhe, m^* die effektive Elektronenmasse und $E = \beta eV_{SD}$ die Energie der tunnelnden Emittierelektronen sind. Als wirksame Barrierenbreite wird für diese einfache Abschätzung die Summe der Breiten der AlAs-Barrieren verwendet. Der Quantentopf selber wird vernachlässigt, da dessen Anteil an der Gesamtwellenfunktion dem einer ebenen Welle entspricht. Folglich ist $a = 11$ nm. Die $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ -Barrieren weisen eine Höhe von $\Phi_0 \approx 300$ meV auf. Nach (B.1) ergibt sich damit eine Transmission von $T(V_{SD} \leq 5$ mV) $\lesssim 2 \cdot 10^{-8}$.

Die Stromdichte J durch eine einzelne Tunnelbarriere zwischen drei-

dimensionalen Emitter- und Kollektorkontakten wird für $T = 0$ durch

$$J = \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \left[eV_{SD} \int_0^{E_F - eV_{SD}} dE_z T(E_z) + \int_{E_F - eV_{SD}}^{E_F} dE_z (E_F - E_z) T(E_z) \right] \text{ für } eV_{SD} \leq E_F \quad (\text{B.2})$$

$$= \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \int_0^{E_F} dE_z (E_F - E_z) T(E_z) \text{ für } eV_{SD} \geq E_F \quad (\text{B.3})$$

beschrieben. [102] Die Fermienergie in der Probe **9** liegt bei $E_F = 30$ meV. [76] Daher ist im relevanten Spannungsbereich $eV_{SD} < E_F$ und man erhält $J \approx 2 \cdot 10^{-17}$ m². Da die vertikalen Tunnelstrukturen einen Radius von $r = 1$ μm aufweisen^A, fließt ein Kotunnelstrom der Größe $I = J\pi r^2 \approx 5 \cdot 10^{-29}$ A.

^ASiehe dazu Kapitel 4.1.

C Mathematisches Werkzeug

Nauschen beruht auf Statistik. Daher sind zur Beschreibung und Charakterisierung einer rauschenden Messgröße Verfahren der statistischen Mathematik notwendig, von denen einige Wichtige im Folgenden umrissen werden sollen. Für weitergehende und detailliertere Informationen seien beispielsweise die Lehrbücher [27, 10, 9] empfohlen.

C.1 Die Autokorrelationsfunktion

Stationäre Rauschprozesse lassen sich durch die sogenannte *Autokorrelationsfunktion* \mathcal{K} charakterisieren:

$$\begin{aligned}\mathcal{K}(s) &= \overline{x(t)x(t+s)} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt x(t)x(t+s).\end{aligned}$$

Sie gibt für einen beliebigen Zeitpunkt s an, wie „stabil“ ein bestimmter Wert von x bestehen bleibt bzw. auf welchen Zeitskalen eine gewisse Selbstähnlichkeit der Funktion $x(t)$ vorhanden ist.

\mathcal{K} besitzt die folgenden Eigenschaften [9]:

- a \mathcal{K} nimmt entweder kontinuierliche Werte an, selbst wenn $x(t)$ diskret ist, oder ist eine δ -Funktion in s .
- b $\overline{x(t)x(t+s)} = \overline{x^2(t)}$ für $s = 0$, solange es sich bei \mathcal{K} nicht um eine δ -Funktion handelt.

c \mathcal{K} ist symmetrisch in s , d.h. $\overline{x(t)x(t-s)} = \overline{x(t)x(t+s)}$, wegen

$$\begin{aligned} \overline{x(t)x(t+s)} &= \overline{x(u-s)x(u)} \\ &= \overline{x(u)x(u-s)} \\ &= \overline{x(t)x(t-s)} \end{aligned} \tag{C.1}$$

Das erste Gleichheitszeichen erreicht man mittels $t+s=u$, das Zweite durch Vertauschen der Reihenfolge der Integranden, und in der dritten Gleichung wurde u durch t ersetzt. Alle Umformungen sind erlaubt, da die Mittelungen unabhängig von u oder t sind und die Bedingung der Stationarität gegeben ist.

d \mathcal{K} fällt für reale physikalische System mit s schnell genug ab, um absolut integrelabel zu sein, d.h. das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} ds \left| \overline{x(t)x(t+s)} \right| \tag{C.2}$$

divergiert nicht.

e Falls \mathcal{K} eine δ -Funktion in s ist, also

$$\overline{x(t)x(t+s)} = C\delta(s), \tag{C.3}$$

dann spricht man von *weißem* Rauschen.

C.2 Carson-Theorem

Das *Carson-Theorem* stellt für ein Signal $x(t)$, welches durch eine zufallsverteilte Pulsfolge beschrieben werden kann, den Zusammenhang zwischen der Fouriertransformierten $\mathbf{f}(\omega)$ von $x(t)$ und der Rauschleistungsdichte $S(\omega)$ her. [10]

$x(t)$ wird durch eine Superposition von Einzelpulsen gleicher Form

$$x(t) = \sum_{k=1}^K a_k f(t - t_k) \quad (\text{C.4})$$

mit der Amplitude a_k des k ten Pulses, der zum Zeitpunkt t_k auftritt, beschrieben. Die Funktion $f(t)$ beschreibt die Form der Pulse, wobei $f(t)$ die Bedingung $f(t) = 0$ für $t < 0$ erfüllen muss. Der Pulszug der Länge T enthält K Einzelpulse. Dies bedingt zusätzlich, dass die Pulsform $f(t)$ auf Zeitskalen kurz gegen T auf null fällt und (C.4) dementsprechend konvergiert.

Der Mittelwert von $x(t)$ wird durch

$$\overline{x(t)} = \nu \bar{a} \int_{-\infty}^{\infty} dt f(t) \quad (\text{C.5})$$

mit der durchschnittlichen Ereignisrate $\nu = \lim_{T \rightarrow \infty} k/T$ und der mittleren Amplitude $\bar{a} = 1/K \sum_{k=1}^K a_k$ gegeben.^A Für die spektrale Rauschleistungsdichte $S(\omega)$ gilt dann, sofern die Verteilung der t_k poissonartig ist, der Ausdruck

$$S(\omega) = 2\nu \bar{a}^2 \mathbf{f}(\omega)^2 + 4\pi \overline{x(t)}^2 \delta(\omega) \quad (\text{C.6})$$

mit der Fouriertransformierten $\mathbf{f}(\omega)$ der Messgröße $x(t)$. Der zweite Summand in (C.6) ist frequenzunabhängig und liefert für $\omega = 0$ einen zusätzlichen Beitrag. Er tritt nur auf, wenn die Pulsamplituden a_k *nicht* symmetrisch um null verteilt sind.

^ADabei wurde zusätzlich angenommen, dass die Verteilung der a_k unabhängig von k ist.

C.3 Wiener-Khintchine-Theorem

Das *Wiener-Khintchine-Theorem* verknüpft die Autokorrelationsfunktion \mathcal{K} eines Rauschprozesses $x(t)$ mit der zugehörigen spektralen Leistungsdichte $S_x(\omega)$.

$$\begin{aligned} S_x(\omega) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} ds \mathcal{K} e^{-i\omega s} \\ &= 4 \int_0^{\infty} ds \mathcal{K} \cos(\omega s) \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

da $\mathcal{K} \cos(\omega s)$ eine gerade, $\mathcal{K} \sin(\omega s)$ jedoch eine ungerade Funktion in s ist, bzw. in der Umkehrung

$$\mathcal{K} = \overline{x(t)x(t+s)} = \int_0^{\infty} df S_x(\omega) \cos(2\pi f s) . \quad (\text{C.8})$$

Das Transformationspaar aus Gl.(C.7) und (C.8) existiert, sofern \mathcal{K} absolut integrierbar ist.

Angenommen, die Autokorrelationsfunktion $\mathcal{K}(t, s)$ besitzt eine Zeitkonstante τ , so daß $\mathcal{K}(t, s) = 0$ für $s \gg \tau$; betrachtet man dann Frequenzen $\omega\tau \ll 1$, dann folgt wegen $e^{-i\omega s} \approx 1$ für das niederfrequente Rauschen $S_x(\epsilon)$ mit $\epsilon \ll 1$

$$S_x(\epsilon) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} ds \overline{x(t)x(t+s)} . \quad (\text{C.9})$$

Für den Fall von weißem Rauschen, d.h. $\overline{x(t)x(t+s)} = A\delta(s)$, gilt wegen $\int_{-\infty}^{\infty} ds \delta(s) = 1$

$$S_x(\epsilon) = 2A \quad (\text{C.10})$$

für jede weiße Rauschquelle $x(t)$.

Setzt man in Gl.(C.8) $s = 0$, dann ergibt sich

$$\overline{x^2(t)} = \int df S_x(\omega), \quad (\text{C.11})$$

somit lassen sich die quadratischen Momente durch einfache Integration bestimmen, sobald die spektrale Leistungsdichte eines Rauschprozesses bekannt ist.

Literaturverzeichnis

- [1] W. Schottky, Ann. d. Phys. **57**, 541 (1918).
- [2] R. Landauer, Nature **392**, 658 (1998).
- [3] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland und C. Schönenberger, Science **284**, 296 (1999).
- [4] W. D. Oliver, J. Kim, R. C. Liu und Y. Yamamoto, Science **284**, 299 (1999).
- [5] R. H. Brown und R. Q. Twiss, Nature **178**, 1447 (1956).
- [6] R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983).
- [7] L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin und B. Etienne, PRL **79**, 2526 (1997).
- [8] R. de Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin und D. Mahalahu, Nature **389**, 162 (1997).
- [9] A. van der Ziel, *Noise in solid state devices and circuits* (John Wiley&Sons, 1986).
- [10] M. J. Buckingham, *Noise in electronic devices and systems* (Ellis Horwood Ltd., 1983).
- [11] R. Landauer, in *Proceedings of the Conference on Fundamental Problems in Quantum Theory*, Herausgeber: D. Greenberger (NY Acad. Sci., New York, 1994).

- [12] Y. M. Blanter und M. Büttiker, *Phys. Rep.* **336**, (2000).
- [13] Y. P. Li, A. Zaslavsky, D. C. Tsui, M. Santos und M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **47**, 8388 (1988).
- [14] H. C. Liu, J. Li, G. C. Aers, C. R. Leavens, M. Buchanan und Z. R. Wasilewski, *Phys. Rev. B* **51**, 5116 (1995).
- [15] L. Y. Chen und C. S. Ting, *Phys. Rev. B* **43**, R4534 (1991).
- [16] J. H. Davies, P. Hyldgaard, S. Hershfield und J. W. Wilkins, *Phys. Rev. B* **46**, 9620 (1992).
- [17] H. Birk, M. J. M. de Jong und C. Schönenberger, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1610 (1995).
- [18] A. Nauen, I. Hapke-Wurst, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Pierz, *Phys. Rev. B* **66**, R161303 (2002).
- [19] A. Nauen, J. Königmann, U. Zeitler, F. Hohls und R. J. Haug, *Physica E* **12**, 865 (2002).
- [20] G. Iannaccone, G. Lombardi, M. Macucci und B. Pellegrini, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1054 (1998).
- [21] V. V. Kuznetsov, E. E. Mendez, J. D. Bruno und J. T. Pham, *Phys. Rev. B* **58**, R10159 (1998).
- [22] J. H. Davies, J. C. Egues und J. W. Wilkins, *Phys. Rev. B* **52**, 11259 (1995).
- [23] G. Kiesslich, A. Wacker, E. Schöll, A. Nauen, F. Hohls und R. J. Haug, angenommen zur Veröffentlichung in *phys. stat. sol.* (2002).
- [24] Y. V. Nazarov und J. J. R. Struben, *Phys. Rev. B* **53**, 15466 (1996).
- [25] J. B. Johnson, *Phys. Rev.* **32**, 97 (1928).

- [26] H. Nyquist, Phys. Rev. **32**, 110 (1928).
- [27] A. Ambrozy, *Electronic Noise* (McGraw-Hill, 1982).
- [28] R. Landauer, Phys. Rev. B **47**, 16427 (1993).
- [29] R. Landauer, Physica D **38**, 226 (1989).
- [30] L. Weiss und W. Mathis, AIP Conf. Proc. **89**, 511 (2000).
- [31] S. Machlup, J. Appl. Phys. **25**, 341 (1954).
- [32] A. Kil, R. Zijlstra, M. Schuurmans und J. André, Phys. Rev. B **41**, 5169 (1990).
- [33] C. Dekker, A. J. Scholten, F. Liefrink, R. Eppenga und H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**, 2148 (1991).
- [34] F. Liefrink, C. Dekker, A. J. Scholten, J. I. Dijkhuis, B. W. Alphenaar und H. van Houten, Phys. Rev. B **46**, 15523 (1992).
- [35] A. Ambrozy, in *Electronic Noise* (McGraw-Hill, 1982), Seite 113.
- [36] A. van der Ziel, in *Noise in solid state devices and circuits* (Wiley & Sons, 1986), Seite 145.
- [37] R. F. Voss und J. Clarke, Nature **258**, 317 (1975).
- [38] W. H. Press, Comments. Astrophys. **7**, 103 (1978).
- [39] D. L. Gilden, T. Thornton und M. W. Mallon, Science **267**, 1837 (1995).
- [40] H. Yoshinaga, S. Miyazima und S. Mitake, Physica A **280**, 582 (2000).
- [41] S. M. Bezrukov und M. Winterhalter, Phys. Rev. Lett. **85**, 202 (2000).
- [42] A. Nakahara und T. Isoda, Physica E **55**, 4264 (1997).

- [43] T. Musha und H. Higuchi, *Jpn. J. Appl. Phys.* **15**, 1271 (1976).
- [44] P. Dutta und P. M. Horn, *Rev. Mod. Phys.* **53**, 497 (1981).
- [45] J. Davidsen und H. G. Schuster, *Phys. Rev. E* **65**, 026120 (2000).
- [46] M. A. Caloyannides, *J. Appl. Phys.* **45**, 307 (1974).
- [47] K. Dagge, W. Frank, A. Seeger und H. Stoll, *Appl. Phys. Lett.* **68**, 1198 (1996).
- [48] B. Pellegrini, R. Saletti, R. Terreni und M. Prudenziati, *Phys. Rev. B* **27**, 1233 (1983).
- [49] C. T. Rogers und R. A. Buhrmann, *IEEE Trans.Mag.* **19**, 453 (1983).
- [50] D. V. Kuksenov, H. Temkin, A. Osinsky, R. Gaska und M. A. Khan, *Appl. Phys. Lett.* **72**, 1365 (1998).
- [51] P. G. Collins, M. S. Fuhrer und A. Zettl, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 894 (2000).
- [52] R. F. Voss und J. Clarke, *Phys. Rev. B* **13**, 556 (1976).
- [53] K. Amberiadis, A. van der Ziel und L. M. Rucker, *J. Appl. Phys.* **52**, 6989 (1981).
- [54] K. Ralls, W. J. Skocpol, L. D. Jackel, R. E. Howard, L. A. Fetter, R. W. Epworth und D. M. Tennant, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 228 (1984).
- [55] C. T. Rogers und R. A. Buhrmann, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1272 (1984).
- [56] H. Birk, K. Oostveen und C. Schönenberger, *Rev. Sci. Instrum.* **67**, 2977 (1996).
- [57] D. C. Glattli, P. Jacques, A. Kumar, P. Pari und L. Saminadayar, *J. Appl. Phys* **81**, 7350 (1997).


- [58] F. Vilbig, *Lehrbuch der Hochfrequenztechnik*, 4 (Akademische Verlagsgesellschaft Becker & Erler, 1945), Band 1.
- [59] S. Lüscher, A. Fuhrer, R. Held, T. Heinzel, K. Ensslin und W. Wegscheider, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 2452 (1999).
- [60] H. W. Schumacher, U. F. Keyser, U. Zeitler, R. J. Haug und W. Wegscheider, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 1107 (1999).
- [61] J. Regul, U. F. Keyser, M. Paesler, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, A. Malavé, E. Oesterschulze, D. Reuter und A. D. Wieck, *Appl. Phys. Lett.* **2023** .
- [62] A. J. Peck, S. J. Bending, K. von Klitzing und K. Ploog, *Appl. Phys. Lett.* **62**, 1544 (1993).
- [63] L. Worschech, S. Reitzenstein und A. Forchel, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 3662 (2000).
- [64] R. Held, T. Vancura, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland und W. Wegscheider, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 2452 (1999).
- [65] U. F. Keyser, H. W. Schumacher, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Eberl, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 457 (2000).
- [66] H. W. Schumacher, in *Nanostrukturierung mit dem Rasterkraftmikroskop: Vom zweidimensionalen Elektronengas zum Einzel-elektronentransistor* (Logos Verlag, 2000), Seite 64.
- [67] H. W. Schumacher, in *Nanostrukturierung mit dem Rasterkraftmikroskop: Vom zweidimensionalen Elektronengas zum Einzel-elektronentransistor* (Logos Verlag, 2000), Seite 90.
- [68] A. M. Speakman und C. J. Adkins, *J. Phys. : Condens. Matter* **4**, 8053 (1992).
- [69] Z. Whang, A. Kawakami, A. Saito und K. Hamasaki, *IEEE Trans. Appl. Superconductivity* **11**, 84 (2001).

- [70] S. M. Sze, in *Semiconductor devices, physics and technologies*, 2 (Wiley, 2002), Seite 38.
- [71] D. J. As, P. W. Epperlein und P. M. Mooney, *J. Appl. Phys.* **64**, 2408 (1988).
- [72] T. Schmidt, R. J. Haug, V. I. Fal'ko, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1540 (1997).
- [73] A. K. Savchenko und V. V. Kuznetsov, *Phys. Rev. B* **52**, R17021 (1995).
- [74] M. J. Kirton und M. J. Uren, *Advances in Physics* **38**, 367 (1989).
- [75] S. M. Sze, *Semiconductor devices, physics and technologies*, 2 (Wiley, 2002).
- [76] T. Schmidt, *Single-Electron Transport in Semiconductor Nanostructures: Artificial Atoms, Molecules and Local Density of States Fluctuations, Dissertation* (Max-Planck Institut für Festkörperforschung, Stuttgart, 1997).
- [77] P. J. Price, *Phys. Rev. B* **38**, 1994 (1988).
- [78] M. R. Deshpande, J. W. Sleight, M. A. Reed und R. G. Wheeler, *Phys. Rev. B* **62**, 8240 (2000).
- [79] L. Y. Chen und C. S. Ting, *Phys. Rev. B* **44**, R5916 (1991).
- [80] T. Schmidt, P. König, E. McCann, V. I. Fal'ko und R. J. Haug, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 276 (2001).
- [81] Y. M. Blanter und M. Büttiker, *Phys. Rep.* **336**, 24 (2000).
- [82] Y. M. Blanter und M. Büttiker, *Phys. Rev. B* **59**, 10217 (1999).
- [83] M. H. Weichold und S. S. Villareal, *Appl. Phys. Lett.* **55**, 657 (1989).

- [84] M. H. Weichold, S. S. Villareal und R. A. Lux, Appl. Phys. Lett. **55**, 1969 (1989).
- [85] C. Surya, S. Ng, E. R. Brown und P. A. Maki, IEEE Trans. Elec. Dev. **41**, 2016 (1994).
- [86] M. Narihiro, G. Yusa, Y. Nakamura, T. Noda und H. Sakaki, Appl. Phys. Lett. **62**, 105 (1996).
- [87] I. E. Itskevich, T. Ihn, A. Thornton, M. Henini, T. J. Foster, P. Moriarty, A. Nogaret, P. H. Beton, L. Eaves und P. C. Main, Phys. Rev. B **54**, 16410 (1996).
- [88] T. Suzuki, K. Nomoto, K. Taira und I. Hase, Jpn. J. Appl. Phys. **36**, 1917 (1997).
- [89] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A. G. M. Jansen und R. J. Haug, Phys. Rev. B **62**, 12621 (2000).
- [90] I. Hapke-Wurst, *Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte, Dissertation* (Universität Hannover, 2002).
- [91] L. Goldstein, F. Glas, J. Y. Marzin, M. N. Charasse und G. L. Roux, Appl. Phys. Lett. **47**, 1099 (1985).
- [92] D. Leonard, K. Pond und P. M. Petroff, Phys. Rev. B **50**, 11687 (1994).
- [93] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. W. Schumacher, R. J. Haug, K. Pierz und F. J. Ahlers, Semicond. Sci. Technol. **14**, L41 (1999).
- [94] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, U. F. Keyser, R. J. Haug, K. Pierz und Z. Ma, cond-mat 0210375 v1 (2002).
- [95] H. C. Liu und G. C. Aers, J. Appl. Phys. **65**, 4908 (1989).
- [96] V. Fock, Z. Phys. **47**, 446 (1928).

- [97] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Pierz, *Physica-E* **12**, 802 (2002).
- [98] B. T. Miller, W. Hansen, S. Manus, R. J. Luyken, A. Lorke, J. P. Kotthaus, S. Huant, G. Medeiros-Ribeior und P. M. Petroff, *Phys. Rev. B* **56**, 6764 (1997).
- [99] O. Stier, M. Grundmann und D. Bimberg, *Phys. Rev. B* **59**, (1999).
- [100] S. Hershfield, J. H. Davies, P. Hyldgaard, C. J. Stanton und J. W. Wilkins, *Phys. Rev. B* **47**, 1967 (1993).
- [101] P. Guéret, A. Baratoff und E. Marclay, *Europhys. Lett.* **3**, 367 (1987).
- [102] E. E. Mendez, in *Physics and applications of quantum wells and superlattices*, Band B170 aus *NATO ASI*, Herausgeber: E. E. Mendez und K. von. Klitzing (Plenum Press, 1987), Seiten 159–188.

Danksagung

 um Abschluss dieser Arbeit möchte ich all jenen danken, die mich dabei unterstützt haben, auch wenn im einen oder anderen Fall, der Versuch vermessen ist, den jeweiligen Beitrag in Worte kleiden zu wollen:

Prof. Dr. Rolf J. Haug für die Möglichkeit, sich mit diesem interessanten Thema in seiner Arbeitsgruppe auseinanderzusetzen.

Prof. Dr. E. Schöll dafür, dass er netterweise die Arbeit des Korreferats auf sich genommen hat.

Prof. Dr. U. Zeitler für Hilfen in jeder physikalischen Lebenslage.

Dr. Frank Hohls für die ausdauernde Bereitschaft, messtechnische und physikalische Problemen zu diskutieren, und für die Bewältigung penetranter Frustphasen.

Gerold Kiesslich für die tollen theoretischen Rechnungen, die diese Arbeit auf ein vorher nicht für möglich gehaltenes intellektuelles Niveau gehievt haben ;-).

Philipp Hullmann und Claus Fühner für die Aufnahme in den Kreis der Hüter des Wissens um die Geheimnisse der Elektronenstrahlolithographie.

Jens Könemann für das Ausleihen seiner Proben.

Ulrich Keyser für die AFM-Tunnelbarrieren, auch wenn sie in dieser Arbeit überhaupt nicht auftauchen.

meiner lieeeeeeben Bürokollegin Isabella „Natterlie“
Hapke-Wurst für psychologische Rundumbetreuung,
Cappuccino- und Keksversorgung ... und natürlich
auch ernsthafte Diskussionen, ...

... was natürlich genauso für meinem lieeeeeeben Bürokolle-
gen Jörn Regul gilt, dem darüber hinaus noch für die
kulturellen Höhenflüge im „Literarische Duett“ gedankt
sei.

Fritz Schulze Wischeler für das Reinraumdosenschießen.

Allen „Nanos“ für die tolle Arbeitsatmosphäre, das gilt
natürlich auch für alle bisher nicht erwähnten, als da
wären Jömi Becker, Kai-Martin Haendel, Gennadiy
Sukhodub und alle Diplomanden.

Winfried für das Coladoping während des Zusammenschrei-
bens.

Prof. Dr. Michael Oestreich und seiner Arbeitsgruppe für
die „optische“ Verschönerung des Instituts.

Yvonne Griep und Klara Tetzlaff für alles, was mit der
„Infrastruktur“ zu tun hatte.

Der Werkstatt — namentlich Herrn Lehmann — für die
schnelle, unkomplizierte und stets perfekte Ausführung
von Spezialanfertigungen, und der Hilfe bei der Planung
und Verbesserung von Aufträgen.