

# **Modellgestützte Untersuchung der Gleisdynamik und des Verhaltens von Eisenbahnschotter**

Vom Fachbereich Maschinenbau  
der Universität Hannover  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
genehmigte

Dissertation

von

**Dipl.-Ing. Holger Kruse**  
geb. am 31. Oktober 1971 in Hannover

**2002**



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik der Universität Hannover.

Für die Gelegenheit zum wissenschaftlichen Arbeiten, für die sehr gute fachliche Betreuung und für die hervorragenden Arbeitsbedingungen gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. K. Popp.

Herrn Prof. K. Knothe danke ich für seine zahlreichen wertvollen Hinweise, das der Arbeit entgegengebrachte Interesse sowie die freundliche Übernahme des Korreferats. Herrn Prof. G. Voß danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Allen meinen Kollegen gilt ein großer Dank für das freundschaftliche Arbeitsklima und die zahlreichen Ratschläge und Diskussionen. Hierdurch schafften sie optimale Voraussetzungen zum Gelingen dieser Arbeit.

Besonders hervorzuheben sind die stundenlangen, zumeist fachlichen Diskussionen mit Herrn Dr. A. Metrikine, ohne die die Durchführung wichtiger Teile dieser Arbeit wahrscheinlich nicht möglich gewesen wäre. Vielen Dank, Andrei.

Weiterhin danke ich allen Studenten, die meine Arbeit mit Studien- oder Diplomarbeiten unterstützt haben. Besonderer Dank gebührt in diesem Zusammenhang Thomas Hempe, der mich in meinem Forschen ein gutes Stück vorangebracht hat.

Die Anfertigung einer Doktorarbeit bereitet nur dann Freude, wenn ein erfülltes Privatleben einen Gegenpol zur Forschungstätigkeit bildet. Dass dieses bei mir der Fall war, dafür danke ich meiner lieben Freundin Katrin Wolf, meinen Eltern und Brüdern sowie allen meinen Freunden und Bekannten ganz herzlich.

Nicht zuletzt sei der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die umfassende finanzielle Förderung der Arbeit gedankt.

Hannover, im Juni 2002

*Holger Kruse*

'Auf eingefahrenen Gleisen kommt man an kein neues Ziel.'  
Paul Mommertz

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Stand des Wissens . . . . .	2
1.2.1	Der Schotter als schwächstes Glied im Oberbau . . . . .	2
1.2.2	Vorgänge im Schotter - in-situ-Messungen . . . . .	4
1.2.3	Untersuchungen im Labor . . . . .	5
1.2.4	Theoretische, modellgestützte Ansätze . . . . .	6
1.3	Ziele der Arbeit . . . . .	9
1.4	Hinweise zur Notation . . . . .	11
1.5	Hinweise zur Gliederung . . . . .	12
<b>2</b>	<b>HAUPTTEIL I: Untersuchung des Fahrzeug-Fahrweg-Gesamtsystems mittels teilanalytischer Verfahren</b>	<b>13</b>
2.1	Vorbemerkungen . . . . .	13
2.2	Das reale System . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>18</b>
3.1	Modellierung des Fahrweges . . . . .	18
3.2	Modellierung des Fahrzeugs . . . . .	22
3.3	Modellierung des Rad-Schiene-Kontakts . . . . .	23
3.4	Modellierung der Anregung . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Berechnung des eingeschwungenen Zustands</b>	<b>25</b>
4.1	Behandlung des Untergrundes . . . . .	26
4.2	Behandlung des Schotters . . . . .	28
4.3	Bestimmung der Eigenschaften der Schienenbettung . . . . .	30
4.4	Berechnung der Dynamik des Eisenbahngleises . . . . .	32
4.5	Ermittlung der Fahrzeug-Fahrweg-Wechselwirkungen . . . . .	39
4.6	Verifikation der Algorithmen . . . . .	41

<b>5</b>	<b>Simulationsergebnisse</b>	<b>42</b>
5.1	Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen . . .	43
5.1.1	Betrachtung einer einzelnen Schienenlagerstelle . . . . .	43
5.1.2	Übergang auf das durch Kräfte belastete Gleis . . . . .	47
5.1.3	Analyse des Fahrzeug-Fahrweg-Gesamtsystems . . . . .	54
5.2	Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen . . .	61
5.2.1	Vergleich mit einfacher Modellierung . . . . .	61
5.2.2	Einfluss der Schotterparameter . . . . .	67
5.2.3	Einfluss der Untergrundbeschaffenheit . . . . .	69
5.2.4	Statische Biegelinie der Schiene . . . . .	69
5.2.5	Effekte bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten . . . . .	71
5.3	Vergleich mit Messungen . . . . .	74
5.4	Fazit . . . . .	77
<b>6</b>	<b>HAUPTTEIL II:</b>	
	<b>Untersuchung einer einzelnen unterschotterten Schwelle mittels</b>	
	<b>molekulardynamischer Simulation</b>	<b>80</b>
6.1	Vorbemerkungen . . . . .	80
6.2	Grundlagen der molekulardynamischen Simulation . . . . .	81
6.3	Typische Anwendungsgebiete . . . . .	83
<b>7</b>	<b>Modellbildung</b>	<b>84</b>
7.1	Das ebene Modell . . . . .	84
7.2	Formulierung der Kontaktgesetze . . . . .	86
<b>8</b>	<b>Berechnung der Systemdynamik</b>	<b>92</b>
8.1	Sequentieller Aufbau des Modells . . . . .	92
8.2	Algorithmus zur Kontaktdetektion . . . . .	94
8.3	Zeitschrittintegrationsverfahren . . . . .	95
8.4	Wahl der Integrationsschrittweite . . . . .	97
8.5	Bemerkungen zur Datenverwaltung . . . . .	97
8.6	Zusammenstellung der Ausgabegrößen . . . . .	98
<b>9</b>	<b>Simulationsergebnisse</b>	<b>99</b>
9.1	Bewertung hinsichtlich Plausibilität und Robustheit . . . . .	99
9.1.1	Kontaktkräfte und Energien . . . . .	99
9.1.2	Einfluss des Zeitschrittes . . . . .	101
9.1.3	Einfluss der Anfangsbedingungen . . . . .	102
9.1.4	Einfluss der Randbedingungen . . . . .	104
9.1.5	Einfluss der Steinform . . . . .	107
9.1.6	Einfluss der Kontaktgesetze . . . . .	107
9.2	Aussagen zum Kurzzeitverhalten . . . . .	108

9.2.1	Kontaktkraftnetzwerk . . . . .	108
9.2.2	Quasistatische Belastung . . . . .	109
9.2.3	Dynamische Belastung . . . . .	112
9.3	Aussagen zum Langzeitverhalten . . . . .	116
9.3.1	Vorbemerkungen . . . . .	116
9.3.2	Steinumlagerungsprozesse im Schotter . . . . .	117
9.3.3	Berücksichtigung von Abrieb und Kornbruch . . . . .	118
9.4	Vergleich mit Messungen . . . . .	119
9.5	Fazit . . . . .	122
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Synthese der Hauptteile I und II</b>	<b>124</b>
<b>11</b>	<b>Anhang</b>	<b>128</b>
11.1	Daten der verwendeten Modelle . . . . .	128
11.2	Mathematische Behandlung der elastischen Schwelle . . . . .	131
11.3	Informationen zum Programm TTI . . . . .	132
11.4	Informationen zum Programm BALLAST . . . . .	136
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>139</b>

# Inhaltsangabe

Die Instandhaltung von Eisenbahngleisen verursacht enorme Kosten, die zu einem wesentlichen Anteil durch Setzungen im Schotterbett hervorgerufen werden. Diese bilden sich insbesondere auf den Hochgeschwindigkeitsstrecken unerwartet schnell aus. Zur Vermeidung der verantwortlichen Schädigungsprozesse bedarf es spezieller, validierter Modellierungswerkzeuge, die bislang nicht existieren. Die vorliegende Arbeit, die sich in zwei Hauptteile gliedert, leistet einen Beitrag zur Behebung dieser unbefriedigenden Situation.

Im *Hauptteil I* wird ein Verfahren zur Analyse der Vertikaldynamik des Rad-Schiene-Systems entwickelt. Da sich die verwendeten Algorithmen auf Wellenausbreitungslösungen im Frequenzbereich stützen, ist das Verfahren auf lineare Modelle beschränkt. Der modulare Aufbau ermöglicht die Untersuchung sehr vieler unterschiedlicher Modellvarianten sowie die Analyse von Teilsystemen. Durch eine anfängliche Verwendung einfacher Prinzipmodelle soll der Leser in die Lage versetzt werden, das Gleisverhalten in seinem Zustandekommen zu verstehen. Anschließend erfolgt ein Übergang von den herkömmlichen Bettungsmodellen zu einer detaillierteren Abbildung des Schotters in Form gedrungener Dehnstäbe und des Untergrundes als geschichteter Halbraum. Die Fahrzeug-Fahrweg-Dynamik ändert sich hierdurch erheblich, wobei der Wellenausbreitung im Untergrund eine wesentliche Rolle zukommt.

Die Studien in *Hauptteil II* konzentrieren sich auf die Untersuchung der dynamischen Vorgänge innerhalb der Schotterschicht. Hierbei kommt die molekulardynamische Simulation zum Einsatz, bei der jeder einzelne Schotterstein als elastischer Körper abgebildet wird. Die Bewegung der Steine wird sodann mittels numerischer Zeitschrittintegration bestimmt. Erste Ergebnisse für ein ebenes Modell einer unterschotterten Schwelle erscheinen vielversprechend. Während die Randbedingungen das Bewegungsverhalten erstaunlich wenig beeinflussen, hat die variierende Steinausgangskonfiguration eine sehr große Streuung in den Resultaten zur Folge. Das Kontaktnetzwerk sowie die Funktionsverläufe der Schwellenvertikalverschiebung, der kinetischen Energie und der Schotterschichtsteifigkeit erscheinen plausibel. Durch Aufzeigen von Erweiterungsmöglichkeiten in der Modellierung und interessanten Einsatzgebieten wird das große Potenzial der MD-Simulation deutlich.

*Stichwörter:* Fahrzeug-Fahrweg-Dynamik, Eisenbahnschotter, molekulardynamische Simulation.

# Abstract

In recent years railway companies have faced enormous maintenance costs caused by ballast degradation. Especially, on newly laid high-speed lines the ballast settlement rate is unexpectedly high. To avoid the underlying damage phenomena, properly adapted and validated numerical simulation tools are needed. Up to date, such tools are missing. The present thesis, which is divided into two main parts, is intended as a contribution to improve this unsatisfying situation.

The subject of *part I* is the analysis of the vertical dynamics of a full vehicle-track system. Since the algorithms used are based on wave propagation solutions in the frequency domain, the method is restricted to linear models. The modular structure allows for an investigation of a large variety of track models and component models. Initially, simple models are considered which permit a complete understanding of the dynamic effects. Subsequently, the viscoelastic sleeper foundation representing ballast and subsoil is replaced by viscoelastic rods which lie on a layered halfspace. In consequence, the train-track dynamics change significantly, which is mainly due to the consideration of waves propagating in the subsoil. However, it becomes obvious that even such advanced ballast-subsoil models have to be improved further. In particular, the determination of forces in the contact area between sleeper and ballast as well as ballast and subsoil is still associated with high uncertainties.

In *part II* emphasis is put on the dynamic processes inside the ballast layer. As numerical tool the Molecular Dynamics Method is applied, where each individual ballast stone is represented as an elastic body. The stone motion is calculated by a numerical time-step integration. First results at a plane model of a single sleeper resting on ballast are promising. While the simulations are affected surprisingly little by the boundary conditions, the results are rather sensitive to different initial stone configurations. The contact force network and the stiffness of the ballast layer as well as the time functions of vertical sleeper displacement and kinetic energy are plausible. The potential of the MD simulation is elucidated by discussing possible enhancements of the model and by showing promising fields of application.

*Keywords:* train-track interaction, railway ballast, molecular dynamics simulation.



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Mit der Privatisierung der historisch bedingt zumeist staatlich geführten Eisenbahngesellschaften hat der Wettbewerb der drei Verkehrsträger Zug, Auto und Flugzeug eine enorme Steigerung erfahren. Im Vordergrund steht das Bestreben nach einer schnellen, zuverlässigen, sicheren und vor allem wirtschaftlichen Beförderung von Personen und Gütern. Bei der Eisenbahn hat der Wettbewerb mit dazu beigetragen, dass in den letzten Jahren sowohl die Fahrgeschwindigkeiten als auch die Achslasten erhöht und besondere Schnellfahrstrecken gebaut wurden.

Der beim spurgeführten Verkehr sehr aufwändige und damit kostenintensive Fahrweg hat auf die Wirtschaftlichkeit des Rad-Schiene-Systems großen Einfluss. Die Betreiber sind daher in besonderem Maße gefordert, die Kosten der Fahrwegvorhaltung zu minimieren. Voraussetzung für einen kostenoptimalen Fahrweg ist eine möglichst gute Anpassung an die jeweiligen Anforderungen. Seine Hauptaufgabe stellt neben der sicheren Führung des Fahrzeugs die Aufnahme der aus der Verkehrsbelastung resultierenden vertikalen und horizontalen Kräfte dar. Diese Kräfte müssen so in den Untergrund abgeleitet werden, dass weder eine Überlastung einer der Oberbaukomponenten<sup>1</sup> noch Überbeanspruchungen von Unterbau oder Untergrund auftreten. Zudem sind negative Auswirkungen auf die Fahrzeug-Fahrweg-Wechselwirkungen zu vermeiden.

In diesem Zusammenhang kommt dem Schotter eine Schlüsselrolle zu. Während er zu Pionierszeiten der Eisenbahn — wie z.B. bei der 1825 fertiggestellten Strecke Stockton-Darlington in England oder bei der 'Bayerischen Ludwigsbahn' im Jahre 1835 [70] — wegen seiner guten Entwässerungseigenschaften im Oberbau eingesetzt wurde, kamen später als weitere Pluspunkte die niedrigen Investitionskosten, die beim Schottergleis gegebene leichte Korrekturmöglichkeit des Gleisverlaufes sowie sein günstiges Schallabsorptionsverhalten hinzu.

Obwohl der Eisenbahnschotter seine Eignung in Schienenfahrwegen für bis zu 200 km/h schnelle Reisezüge und schwere Güterzüge mit Radsatzlasten bis zu

---

<sup>1</sup>Begriffsdefinition: Der Oberbau beinhaltet das aus Schienen, Zwischenlagen und Schwellen bestehende Gleis sowie die auch als Bettungskörper bezeichnete Schotterschicht.

## 1 Einleitung

22.5 t unter Beweis gestellt hat, scheint er für die neuen Hochgeschwindigkeitsstrecken nur bedingt geeignet zu sein [68]. Auf diesen Strecken wird eine, in solcher Höhe nicht erwartete, beschleunigte Verschlechterung der Gleislage beobachtet. Insbesondere auf Brücken und in Tunneln treten zudem sogenannte 'weiße Stellen' auf [25]. Das für diese Stellen verantwortliche pulverisierte Gestein ist ebenfalls ein Anzeichen für eine Überlastung des Schotters, und zwar durch zu hohe dynamische Beanspruchungen. Selbst durch eine Reihe von Maßnahmen zur Verringerung der Schotterbelastung, wie z.B. der Optimierung der Stopfverfahren, der Verwendung breiterer Schwellen oder dem Einbau elastischerer Schienenbefestigungen, können die Probleme voraussichtlich nicht zufriedenstellend behoben werden.

Die Deutsche Bahn AG muss somit die Gleise häufiger durcharbeiten bzw. nachstopfen, was sowohl mit erheblichen Kosten verbunden ist<sup>2</sup> als auch negative Auswirkungen auf die Verfügbarkeit der entsprechenden Gleisabschnitte mit sich bringt. Falls das Schottergleis im Hochgeschwindigkeitsverkehr nicht vollständig von der in der Herstellung bisher teureren Festen Fahrbahn verdrängt werden soll, scheinen weitere Anstrengungen hinsichtlich einer Verbesserung seines konstruktiven Aufbaus notwendig. Ein umfassendes Verständnis des Systemverhaltens ist hierfür außerordentlich wichtig.

Aus dieser Erkenntnis heraus wurden die beiden europäischen Forschungsprojekte EUROBALT I und EUROBALT II sowie das DFG-Schwerpunktprogramm 1015 'Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund' ins Leben gerufen. Beim Schwerpunktprogramm 1015, im Zuge dessen auch diese Arbeit entstand, erfolgt eine Konzentration auf den für die Schädigungsmechanismen entscheidenden mittelfrequenten Bereich zwischen 30 Hz und 500 Hz. Hinsichtlich des Schotters wurde schnell deutlich, dass die Wirkzusammenhänge, die letztendlich zu der beschleunigten Schotterbettschädigung führen, weitestgehend unbekannt sind. Selbst grundlegende Fragen, z.B. nach der Bedeutung einer Wellenausbreitung im Schotter oder nach einer groben Abschätzung seiner Dämpfungseigenschaften oder seines Verhaltens bei hochfrequenter Anregung, sind bisher unbeantwortet geblieben.

## 1.2 Stand des Wissens

### 1.2.1 Der Schotter als schwächstes Glied im Oberbau

Eisenbahnschotter besteht aus druck- und abriebfestem, gebrochenen Naturgestein. Die Bruchstücke sollten möglichst winklig und scharfkantig sein, so dass sie sowohl eine hohe Stabilität in einem insgesamt elastischen Gefüge als auch

---

<sup>2</sup>Die Deutsche Bahn AG wendete im Jahr 2000 für Gleisunterhaltungsmaßnahmen ca. 1.2 Milliarden DM auf [53].

eine rasche Entwässerung gewährleisten. Zum Einsatz kommt u.a. Granit mit einem Elastizitätsmodul  $E$  von  $3.7 \cdot 10^{10}$  bis  $7.2 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> und einer zulässigen Druckspannung  $\sigma_{d,zul}$  von  $1 \cdot 10^8$  bis  $3 \cdot 10^8$  N/m<sup>2</sup>. Für das Erreichen einer stabilen Verzahnung ist zudem die Verwendung einer speziellen Mischung verschiedener Korngrößen vorteilhaft. Der von der DB AG eingesetzte Gleisschotter weist ein Kleinstkorn von 22.4 mm und ein Größtkorn von 63.0 mm auf [18].

Für die Schädigung des Oberbaus sind nach heutigem Kenntnisstand die vertikalen Lasten ausschlaggebend [79]. In Folge des Schienenverkehrs erfährt das Schottermaterial eine Belastung in einem breiten Amplituden- und Frequenzbereich. Grund hierfür sind z.B. unterschiedliche Achsabstände, variierende Radsatzlasten und stark voneinander abweichende Auflagerbedingungen im Gleis. Neben den statischen Radkräften sind insbesondere dynamische Kraftanteile, hervorgerufen durch Gleislagefehler, Welligkeiten der Schienenlaufflächen oder Radunwuchten und Radunrundheiten, von großer Bedeutung.

In der Literatur wird eine maximal zulässige Schotterpressung von  $2.1 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> angegeben, oberhalb der Versagen des Schotters eintritt [21]. Würde die gesamte Gewichtskraft eines sich über einer Schwelle befindenden 22.5 t-Radsatzes nur über diese eine Schwelle abgetragen, so ergäbe sich bei Zugrundelegung einer wirksamen Auflagerfläche von 0.57 m<sup>2</sup> für eine B70-Schwelle eine Schotterpressung von bereits  $3.95 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup> [68]. Allein aus dieser Überlegung heraus wird deutlich, dass durch eine definierte Elastizität in der Schienenaullagerung eine Durchbiegung der Schiene herbeizuführen ist, die eine Lastabtragung über mehrere Schwellen hinweg ermöglicht.

Die Einsenkung der Schiene unter einem 22.5 t-Radsatz beträgt in der Praxis je nach Randbedingungen 1.0 bis 1.5 mm [24] und setzt sich aus der elastischen Verformung des Schotters, des Untergrundes und der Zwischenlage zwischen Schiene und Schwelle zusammen. Während der Bettung bei einem sehr weichen Unterbau ein Anteil von 40 % an der Gesamtelastizität zugerechnet wird, steigt dieser Wert bei sehr steifem Unterbau, wie er auf den Hochgeschwindigkeitsstrecken wegen der sehr hohen Verdichtung und der Verwendung des dynamischen Gleisstabilisators vorliegt, auf bis zu 80 % an [28]. Die Gesamtelastizität ist sodann kleiner, was zu einer Verschlechterung der Verteilung der Radkräfte auf mehrere Nachbarschwellen und somit zu einer höheren Belastung von Schotter und Planum führt.

Als Folge dieser Belastung kommt es in der Bettung zu Kornumlagerungen und damit einhergehenden Gleislageveränderungen. Eine gleichmäßige Absenkung des Gleisrostes würde noch keine Verschlechterung der Gleislage darstellen. Das Verhalten des Schotters streut jedoch dermaßen, dass sich benachbarte Schwellen trotz anfangs ähnlicher Randbedingungen unterschiedlich stark setzen und so Schwellenhohllagen entstehen. Als eine Ursache dafür wird — neben einer ungleichmäßigen Vorverdichtung des Schotters und bereits bei Fertigstellung des Gleises vorhandener Imperfektionen in der Gleisstruktur, u.a. in Form von Hohl-

## 1 Einleitung

lagen — die zufällige Lage der Schottersteine zueinander und die dadurch ebenso zufällige Lastabtragung im Schotter angesehen [72].

Neben den Kornumlagerungen spielen bei der Gleissetzung aber auch Kornveränderungen eine wichtige Rolle. Insbesondere bei Störstellen wie Schweiß- und Isolierstößen, Schienenfehlern oder Brückenübergängen kann es zu dynamischen Kraftspitzen kommen. Die hierbei auftretenden hohen Druckkräfte an den Kanten einzelner Schotterkörner sowie Biegespannungen, die insbesondere in plattigen Steinen aktiviert werden, führen zu Abplatzungen und Brüchen [23]. Die resultierenden Veränderungen in der Korngrößenverteilung haben zur Folge, dass die Zwischenräume des grob verzahnten Materials mehr und mehr durch kleinere Körner aufgefüllt werden. Mit zunehmendem Feinkornanteil sinkt die für die Elastizität der Bettung erforderliche Kantenpressung zwischen den Schottersteinen. Die infolge der Kornumlagerungen aufgetretenen Setzungen werden nun durch die steigende Beanspruchung des Unterbaus weiter verstärkt, da eine optimale Lastverteilung aufgrund der mangelnden Elastizität der Bettung nicht mehr gewährleistet ist. Eine Durcharbeitung wird im Mittel nach 30 bis 60 Mio. Lasttonnen erforderlich. Die Gesamtsetzung beträgt dann rund 20 mm [68].

Bei der Gleisbetschädigung spielen neben der Verkehrsbelastung noch weitere Prozesse wie Frostschäden oder die Verunreinigung der Bettung durch Vegetationsrückstände und aufsteigendes Material eine wichtige Rolle. Auf sie wird jedoch nicht näher eingegangen, weil sie von den dynamischen Vorgängen weitestgehend entkoppelt sind.

Die Tatsache, dass man die beschleunigt stattfindende Gleislageverschlechterung auf den Schnellfahrstrecken nicht vorhersagen konnte, macht deutlich, dass der Umgang mit dem Schotter vielfach auf Erfahrungen basiert und als eine Art 'trial and error'-Prozess angesehen werden kann. Auch nach über 150 Jahren Verwendung von Schotter als Bettungsmaterial ist kein detailliertes Wissen über die Wechselwirkungen im Korngefüge vorhanden. Der gegenwärtige Kenntnisstand, der sowohl durch in-situ-Messungen und modellgestützte Analysen, zumeist aber aus Laborexperimenten gewonnen wurde, soll im Folgenden grob umrissen werden. Aufgrund der weit gefächerten Thematik ist eine vollständige Literaturübersicht nicht möglich. Es erfolgt deshalb lediglich eine Zusammenstellung einiger wichtiger Arbeiten.

### 1.2.2 Vorgänge im Schotter - in-situ-Messungen

Zur Untersuchung der dynamischen Vorgänge im Eisenbahnschotter bedarf es spezieller Messtechnik, die ortsfest am Gleis installiert werden muss. Entsprechende Studien über Schwingungs- und Kraftmessungen während einzelner Überfahrten sind bisher nur vereinzelt veröffentlicht worden. Während einige von Hochschulen initiierte Messungen vorrangig die Validierung und einen Abgleich von Gleismodellen zum Ziel hatten [90, 44, 81], steht bei den Bahnbetreibern eher der

Vergleich verschiedener Gleiskonstruktionen im Vordergrund [22, 88]. Eine genauere Analyse z.B. der Kompression der Schotterschicht oder der Kontaktkräfte zwischen einzelnen Schottersteinen gestaltet sich schwierig. Erste Einblicke in das Bewegungsverhalten einzelner Steine werden mit speziell hierfür entwickelten Schottermesssteinen möglich [69]. Will man Aufschlüsse über das Langzeitverhalten von Gleisschotter gewinnen, so erfordert dieses Messreihen, die über einen längeren Zeitraum laufen. Veröffentlichte Ergebnisberichte gibt es bisher kaum [48, 96, 67, 16]. Eine interessante Studie stammt aus Südafrika [29, 30]. Sie umfasst sowohl die Analyse kurzzeitdynamischer Vorgänge als auch die Veränderung der Kurzzeitdynamik im Laufe zweier Monate. Auf die zahlreichen Schwierigkeiten wird hingewiesen.

### 1.2.3 Untersuchungen im Labor

Aufgrund der permanenten Verfügbarkeit und der besser kontrollierbaren Randbedingungen — auch die Lastaufbringung und die Witterung betreffend — werden selbst kurzzeitdynamische Vorgänge nicht nur vor Ort im Gleis, sondern auch im Labor untersucht. In den neuesten Forschungsvorhaben [66] wird dabei zum Teil die Einsetzbarkeit aufwändiger messtechnischer Verfahren wie z.B. der holografischen Interferometrie erprobt. Vielfach steht jedoch das Setzungsverhalten des Schotters als langzeitdynamischer Vorgang im Vordergrund.

Bereits ab Mitte der 70er Jahre fanden hierzu in diversen Ländern umfangreiche Untersuchungen statt [23, 17, 72, 2, 101, 21, 96], die zumeist in Setzungsformeln mündeten, die den stark degressiven Setzungsverlauf durch eine Logarithmus- oder Wurzelfunktion wiedergeben. Beispielhaft ergibt sich nach Hettler [37] die Schottersetzung  $u$  nach  $n$  Lastzyklen zu

$$u_n = u_1(1 + c \log(n)), \quad (1.1)$$

wobei  $u_1$  die Setzung nach der ersten Belastung darstellt und  $c$  eine Konstante ist. Neben der Abhängigkeit der Setzung von der Lastspielzahl  $n$  wird von den oben erwähnten Autoren aber auch der Einfluss der Vorverdichtung, der Belastungsamplitude, der Belastungsgeschwindigkeit, der Feuchtigkeit und anderer Größen untersucht. Viele weiterführende Arbeiten basieren selbst heute noch auf diesen Erkenntnissen [68, 25, 99], obwohl bei einer Gegenüberstellung der Setzungsformeln deutliche Unstimmigkeiten zu Tage treten [15, 40]. Jüngste Forschungsvorhaben in England [3], aber auch an der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung in Berlin [6] zeigen, wie komplex die Zusammenhänge sind.

Alternativ werden die Stoffeigenschaften von Eisenbahnschotter in Triaxialtests ermittelt [38, 85, 34]. Hinsichtlich seines Dehnungs- und Bruchverhaltens liefern sogenannte Schotterkastenversuche interessante Ergebnisse [102, 33, 100, 72]. Herunterskalierte Modelle können zudem zur Gewinnung neuer Erkenntnisse bzgl.

## 1 Einleitung

der Ausbildung von Setzungsmulden [5] oder bzgl. der Wirksamkeit verschiedener Stopfverfahren [95] verwendet werden.

### 1.2.4 Theoretische, modellgestützte Ansätze

#### Gleismodellierung

Seit den Pioniersarbeiten von Winkler [109], Zimmermann [112] und Timoshenko [106] sind immer komplexere Gleismodelle erschaffen worden. Aufgrund der Rechenleistung moderner Computer kamen gerade in den letzten Jahren viele neue Modelle hinzu, so dass inzwischen die Modellvielfalt nahezu unüberschaubar geworden ist. Eine gute Strukturierung und Zusammenstellung diverser Modellierungen liefern die Übersichtsartikel von Knothe und Grassie [49] und Popp et al. [84] sowie die Dissertationen von Ripke [91] und Dinkel [20] und ein kürzlich erschienenes, sehr umfangreiches Buch über Gleisdynamik von Knothe [54]. Im Folgenden werden einige wenige Modellierungen herausgegriffen, die insbesondere die Struktur unterhalb der Schwellen detailliert wiedergeben.

Noch in den achtziger Jahren bildeten die meisten Wissenschaftler Schotter und Untergrund gemeinsam durch eine viskoelastische Bettung der Schwellen ab, wie sie Abbildung 1.1a zusammen mit der Auflistung einiger Literaturstellen zeigt<sup>3</sup>. Für Fragestellungen hinsichtlich einer Wellenausbreitung im Untergrund fanden erste teilanalytische Ansätze Anwendung, bei denen der Untergrund durch einen Halbraum repräsentiert wurde, siehe Abbildung 1.1b. Solche Modelle erfassen jedoch stets nur ein kurzes Gleisstück, zum Teil fehlten die Schienen völlig. Mit wachsenden Anforderungen an die Modellierung des Rad-Schiene-Systems kam sodann vereinzelt das Schotter-Untergrund-Modell in Abbildung 1.1c zum Einsatz.

Die in den letzten fünf Jahren hinzugekommenen Modelle bilden den Untergrund fast alle durch einen Halbraum [20, 98] oder einen geschichteten Halbraum ab [4, 8, 1]. Der Schotter wird entweder als gesonderte Schicht erfasst — häufig seitlich begrenzt als Strang in Gleislängsrichtung — oder durch gedrungene Dehnstäbe wiedergegeben, siehe Modellierungen f und d in Abbildung 1.1. Die Autoren untersuchen neben Erschütterungsausbreitungen [20, 71, 8, 1, 4] in erster Linie spezielle Phänomene bei Erreichen oder Überschreiten von Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten im Untergrund [19, 75, 60]. Überdies sind entsprechend feine Modellierungen zur Analyse der auf Schwelle und Schotter einwirkenden Kräfte erforderlich [51, 61, 53, 94], die wiederum wichtige Eingangsgrößen für Schädigungsmodelle darstellen [98, 99, 41]. Nicht zuletzt wird die gesamte Fahrzeug-Fahrweg-Dynamik unterhalb von 300 Hz wesentlich von der Abbildung von Schotter und Untergrund beeinflusst.

---

<sup>3</sup>Die Einteilung in Frequenzbereichsmodelle (FB) und Zeitbereichsmodelle (ZB) wird später erläutert.

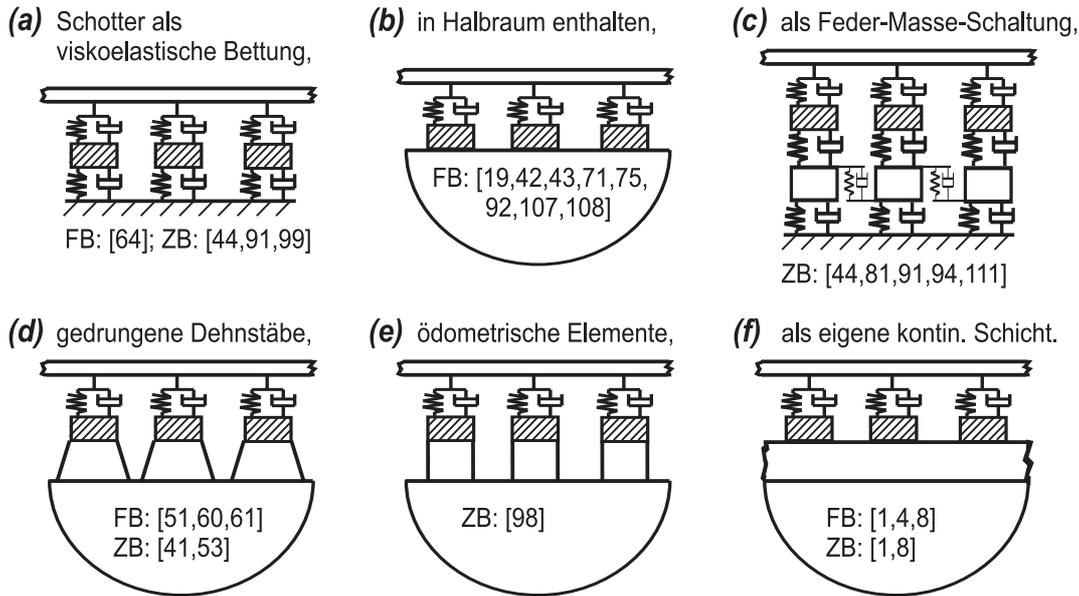


Abbildung 1.1: Verschiedene Modelle für Schotter und Untergrund bei Berücksichtigung der diskreten Schienenlagerung.

Grob lassen sich die Gleismodelle in Frequenzbereichs- (FB) und Zeitbereichsmodelle (ZB) untergliedern, siehe erneut Abbildung 1.1. Zu den neueren Frequenzbereichsmodellen, die eine lineare Beschreibung der Struktur voraussetzen und somit die Anwendung der Fourier-Transformation zulassen, zählen die Arbeiten von Metrikine [19, 75], der nach Berechnung äquivalenter Steifigkeiten das Bewegungsverhalten der Gleisstruktur in weitestgehend analytischer Form erhält. Knothe und Wu [51] verwenden eine Modellierung, die der später in dieser Arbeit vorgestellten sehr nahe kommt. Neben einer Behandlung im Frequenzbereich hat er allerdings zusätzlich Algorithmen entwickelt, die auch Zeitbereichsberechnungen und somit eine Berücksichtigung von Nichtlinearitäten wie Schwellenhohllagen ermöglichen [53]. Die Modellierung in [71] verwendet das sogenannte 'Krylov's prediction model', welches eine analytische Abschätzung der aus dem Zugverkehr herrührenden Erschütterungen liefert. Der Schwerpunkt der Arbeiten von Dinkel [20] liegt in der Modellierung der Festen Fahrbahn. Eine Nachbildung der Schotterebene erfolgt demnach nicht.

Die Zeitbereichsverfahren basieren auf einer räumlichen Diskretisierung der Gleisstruktur. Hiermit verbunden ist die Herausforderung, den unendlich großen Untergrund durch endlich viele Teilbereiche so abzubilden, dass unerwünschte Reflektionen an den Berandungen möglichst gering ausfallen. Numerisch sehr aufwändig ist das Vorgehen von Schmid [1], der die Wellenabstrahlungsbedingung im Untergrund mittels Randelementen (BE) einbringt. Im Gegensatz hierzu ar-

## 1 Einleitung

beitet die Forschergruppe um Savidis [97] mit der Methode der Finiten Elemente (FEM), aber auch eine Kombination von FEM und BEM wird bereits durchgeführt [8, 39, 107, 108]. Der Schotter wird in den entsprechenden Arbeiten zumeist als eigenständige, seitlich begrenzte Schicht wiedergegeben, siehe Abbildung 1.1f.

### Schottermodellierung

Liegt der Schwerpunkt auf der Modellierung des Schottermaterials selbst, so gibt es im Wesentlichen zwei Ansätze, entweder eine kontinuumsmechanische Beschreibung oder eine diskrete Wiedergabe der einzelnen Schottersteine. Hinsichtlich des ersten Ansatzes ist speziell für granulare Medien das hypoplastische Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung [32] entwickelt worden. Es lässt sich sowohl in konventionelle FE-Programme als auch z.B. in Form von ödometrischen Elementen<sup>4</sup> in bestehende Gleismodelle einbauen. Erste Berechnungen von Gleissetzungen sind in Schünemann et al. [98] publiziert. Die Schwierigkeit besteht jedoch in der experimentellen Bestimmung der 13 enthaltenen Stoffparameter. Aufgrund der Grobkörnigkeit des Materials gestalten sich die notwendigen Versuche sehr aufwändig. Der Stoffparametersatz hängt zudem sensibel von der Steingeometrie, Feuchtigkeit und weiteren Faktoren ab. Außerdem kann ein solches Stoffgesetz Schwankungen der Eigenschaften der einzelnen, den Schwellen zugeordneten Schotterblöcke untereinander nur unbefriedigend wiedergeben. Da die Schotter-schicht jedoch lediglich aus wenigen Kornlagen besteht, fallen solche Schwankungen in der Realität recht hoch aus. Eine Nachbildung von Stopfverfahren oder eine Untersuchung der Eignung unterschiedlicher Schwellenformen oder Unterschottermatten ist ebenfalls nahezu unmöglich.

Deshalb wird in dieser Arbeit der zweite Ansatz verfolgt. Bei Suikker [104, 105] bilden die diskreten Schottersteine eine periodische Struktur. Dieses trifft zwar die Realität nur sehr schlecht, ermöglicht aber teilanalytische Analyseverfahren, die Aussagen über den Einfluss der Dämpfung und den Energieeintrag in die Schotter-schicht zulassen. Bei der molekulardynamischen (MD-) Simulation<sup>5</sup> dagegen basiert die Untersuchung des Systemverhaltens auf einer numerischen Zeitschritt-integration. Von großem Vorteil ist hierbei, dass bei der Wahl der Geometrie der einzelnen Schottersteine quasi keine Beschränkungen bestehen. Erstmals wurde die MD-Simulation zur Behandlung von Eisenbahnschotter Ende der achtziger

---

<sup>4</sup>Bei den in Abbildung 1.1e skizzierten ödometrischen Elementen handelt es sich um Blöcke, deren Spannungs-Dehnungs-Verhalten durch das hypoplastische Stoffgesetz mit intergranularer Dehnung beschrieben wird. Eine seitliche Ausdehnung der Blöcke ist im Modell nicht integriert.

<sup>5</sup>Hinweis: Wird das Verfahren der molekulardynamischen Simulation zur Untersuchung granularer Stoffe statt atomarer Strukturen eingesetzt, so wird neuerdings zunehmend auch der Begriff 'granulardynamische Simulation' verwendet.

Jahre eingesetzt. Estradé [27] verwendete das in Abbildung 1.2 dargestellte Modell. Es wird deutlich, dass seine Studien wegen der Rechenleistung damaliger Computer auf runde Partikel beschränkt waren. Er konnte bereits die Höhe der Kontaktkräfte zwischen den einzelnen Schottersteinen in Abhängigkeit des Reibwertes in den Kontaktstellen sowie in Abhängigkeit der Druckverteilung zwischen Schwelle und Schotter untersuchen. Für verschiedene Schottermaterialien traf er sodann Aussagen über den Prozentsatz an zerbrechenden Steinen.

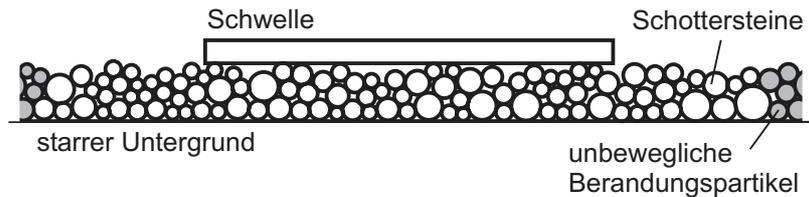


Abbildung 1.2: Modellierung von Eisenbahnschotter nach Estradé [27].

In den Folgejahren wurde die MD-Simulation zwar für viele Anwendungen neu entdeckt und verfeinert, auf Eisenbahnschotter jedoch fand sie lediglich im Rahmen des europäischen Forschungsprogramms EUROBALT Anwendung [26]. Hierbei kam es zu keinen wesentlichen Neuerkenntnissen. Erst in den eigenen Veröffentlichungen [62, 63] sowie in einer kürzlich von französischen Forschern publizierten Arbeit [13] wird das Potenzial der MD-Simulation zur Behandlung von Eisenbahnschotter neu bewertet.

## 1.3 Ziele der Arbeit

Vorrangiges Ziel dieser Arbeit ist die Gewinnung neuer Erkenntnisse bzgl. der Modellierung von Schotter im Eisenbahngleis. Aufgrund vieler noch ungeklärter Fragen können heutige Rechenprogramme weder die kurzzeitdynamischen Vorgänge im Schotter noch sein Setzungsverhalten ausreichend genau vorhersagen. Belastbare Verbesserungsvorschläge hinsichtlich der Gleiskonstruktion oder hinsichtlich des Streckenbetriebes lassen solche Programme nicht zu. Die vorliegende Arbeit soll zum einen einige der oben erwähnten, bisher ungeklärten Fragen beantworten, zum anderen soll ein neues Werkzeug zur Modellierung von Eisenbahnschotter erprobt werden. Zum Einsatz kommen hierbei zwei grundsätzlich unterschiedliche Modellierungsansätze.

Der erste Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der Modellierung des gesamten Rad-Schiene-Systems, wobei insbesondere verfeinerte Modellierungen von Schotter und Untergrund angestrebt werden. Die Fahrzeug-Fahrweg-Vertikaldynamik, aber auch die Dynamik des Gleises an sich oder die Dynamik einzelner Gleiskom-

## 1 Einleitung

ponenten, soll mit teilanalytischen Frequenzbereichsverfahren<sup>6</sup> bestimmt werden. Dem mit der Gleismodellierung befassten Wissenschaftler wird hierbei ein modular aufgebautes Geflecht von zum Teil neu entwickelten Algorithmen präsentiert.

Anschließend sollen umfangreiche Parameterstudien erfolgen. Das Systemverhalten ist nicht nur zu berechnen, sondern auch — und dieses ist ein bedeutsamer Unterschied — in seinem Zustandekommen zu erklären: Um die unterschiedlichen Phänomene richtig deuten zu können, bietet es sich an, mit der Analyse sehr einfacher Modelle zu beginnen und diese dann schrittweise zu verfeinern. Komplexe Fragestellungen, z.B. die bei einer speziellen Anwendung erforderliche Genauigkeit der Schottermodellierung betreffend, können sodann beantwortet werden. Zudem wird deutlich, in welchen Grenzen sich die Systemdynamik durch Veränderungen an der Schotterschicht oder Wahl einer anderen Untergrundbeschaffenheit beeinflussen lässt. Aus den Parameter- und Modellstudien ergeben sich nicht zuletzt wichtige Hinweise für die kritische Beurteilung von Simulations- und Messergebnissen.

Der zweite Teil soll Impulse auf einer gänzlich anderen Modellierungsstufe liefern, bei der der Schotter sehr fein als Vielkörpersystem mit wechselnden Bindungen nachgebildet wird. Mit dem Einsatz der molekulardynamischen Simulation ist hier Pionierarbeit zu leisten. Es gilt in erster Linie, die folgenden grundsätzlichen Fragen zu klären:

1. Eignet sich die MD-Simulation überhaupt zur Behandlung von Eisenbahnschotter?
2. Wo ergeben sich Schwierigkeiten? Worauf ist zu achten?
3. Für welche Fragestellungen lässt sie sich sinnvoll anwenden?

Selbstverständlich darf hierbei ein Vergleich mit alternativen Vorgehensweisen nicht fehlen. Erste Simulationsergebnisse werden auf ihre Plausibilität hin untersucht. Des Weiteren wird deutlich gemacht, welche Schritte erforderlich sind, um zu praxisrelevanten, belastbaren Aussagen zu kommen.

---

<sup>6</sup>Die Gründe für die Wahl eines Frequenzbereichsverfahrens statt eines Zeitbereichsverfahrens sind in Abschnitt 2.1 aufgeführt.

## 1.4 Hinweise zur Notation

In der Arbeit treten außerordentlich viele Formelzeichen auf, so dass ihre Zusammenstellung in einer Tabelle eher verwirrend als hilfreich wäre. Die folgenden Größen werden allerdings in verschiedenen Abschnitten mehrfach verwendet:

$f$	Frequenz
$i$	imaginäre Einheit $i = \sqrt{-1}$
$t$	Zeit
$w$	Vertikalverschiebung
$x$	Koordinate in Gleislängsrichtung
$F$	Kraft
$Q$	Rad-Schiene-Kontaktkraft
$R$	Kraft in linker oder rechter Zwischenlage
$S$	Kraft zwischen einer Schwellenhälfte und dem Schotter
$T$	Kraft zwischen dem einer Schwellenhälfte zugeordneten Schotter und dem Untergrund
$\kappa$	Wellenzahl
$\omega$	Kreisfrequenz
$\Omega$	Anregungskreisfrequenz
$\bar{\Omega}$	durch Doppler-Effekt modulierte Anregungskreisfrequenz $\bar{\Omega} = \Omega - \kappa v$

Des Weiteren sind die Symbole für die Modellparameter dem Abschnitt 11.1 im Anhang zu entnehmen. Zur Kennzeichnung der jeweiligen Komponente werden die folgenden Indizes eingeführt:

$w$	Wagenkasten (wagon)
$bo$	Drehgestell (bogie)
$ws$	Radsatz (wheelset)
$c$	Kontakt (contact)
$p$	Zwischenlage (pad)
$s$	Schwelle (sleeper)
$b$	Schotter (ballast)
$f$	Untergrund (foundation)

Die entsprechenden physikalischen Größen für die Schiene haben keinen Index. Größen, die weder in obiger Zusammenstellung noch in Abschnitt 11.1 aufgeführt sind, werden im Text erläutert. Es gelten die Regeln

- Matrizen erscheinen in ***Fettdruck***.
- Vektoren sind durch ihren Vektorpfeil  $\vec{\phantom{a}}$  erkennbar.

## 1 Einleitung

- Für das Kreuzprodukt zweier Vektoren findet das Symbol ' $\times$ ' Anwendung, für das Skalarprodukt das Symbol ' $\cdot$ '.
- Eine in den Bildraum transformierte Größe  $f$  wird mit  $A_f$  bezeichnet.
- Bei harmonischen Funktionen wird die Amplitude durch  $\hat{\cdot}$  gekennzeichnet.

## 1.5 Hinweise zur Gliederung

Wie bereits im Abschnitt 1.3 angesprochen, gliedert sich die Arbeit in zwei Hauptteile. Der *Hauptteil I* mit dem Titel 'Untersuchung des Fahrzeug-Fahrweg-Gesamtsystems mittels teilanalytischer Verfahren' beginnt mit einer Erläuterung der physikalischen Vorgänge im Gleis während einer Zugüberfahrt. Anschließend werden in den Abschnitten 3 bis 5 nacheinander die Modellbildung, die Algorithmen zur Berechnung der Systemdynamik und die unter Verwendung dieser Algorithmen erzielten Simulationsergebnisse präsentiert. Im Unterabschnitt 5.3 erfolgt zudem ein Vergleich dieser Ergebnisse mit aus der Literatur entnommenen Messungen, bevor im als Fazit bezeichneten Unterabschnitt 5.4 die gewonnenen Erkenntnisse zusammengefasst werden.

Im *Hauptteil II* 'Untersuchung einer einzelnen unterschotterten Schwelle mittels molekulardynamischer Simulation', der mit Abschnitt 6 beginnt, wird der Eisenbahnschotter quasi unter einem Vergrößerungsglas betrachtet. Anfangs erfolgt eine kurze Beschreibung der Grundlagen der MD-Simulation. Die weitere Gliederung entspricht weitestgehend der des ersten Hauptteils: Nach der Modellbeschreibung im Abschnitt 7 liefert Abschnitt 8 Informationen zum Berechnungsverfahren. Die mit der numerischen Zeitschrittintegration gewonnenen Simulationsergebnisse enthält sodann Abschnitt 9, der ebenfalls mit einem Vergleich zwischen Messung und Rechnung und einem Fazit endet.

Der Abschnitt 10 beinhaltet in erster Linie eine abschließende Kurzbeschreibung und Bewertung der beiden zuvor vorgestellten Modellierungsansätze. Überdies wird ein Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen gegeben, wobei auch die Möglichkeit einer Synthese der stark unterschiedlichen Vorgehensweisen in den beiden Hauptteilen kurz angesprochen wird. Im Anhang schließlich sind die Parameter für die Modelle aus Hauptteil I und ein spezieller Algorithmus zur Behandlung der elastischen Schwelle sowie Erläuterungen zu den Programmen TTI und BALLAST aufgeführt.

# 2 HAUPTTEIL I: Untersuchung des Fahrzeug-Fahrweg-Gesamtsystems mittels teilanalytischer Verfahren

## 2.1 Vorbemerkungen

Im Folgenden wird anhand einer Gesamtmodellierung eines Rad-Schiene-Systems der Einfluss des Schotters auf die Fahrzeug-Fahrweg-Dynamik untersucht. Da die Systemdynamik mittels teilanalytischer Verfahren im Frequenz- bzw. Wellenzahlenbereich berechnet wird, kommen sowohl beim Fahrzeug als auch beim Fahrweg ausschließlich lineare Modelle zum Einsatz. Die angewendeten Algorithmen stellen eine Erweiterung der Arbeiten von Bogacz, Krzyżyński und Popp dar, siehe z.B. [9, 10, 64]. Wesentliche Erweiterungsschritte bei der Modellierung bestehen in der Hinzunahme des Fahrzeugs, der Berücksichtigung der Schwellenelastizität und einer für diese Arbeit besonders wichtigen detaillierteren Abbildung von Schotter und Untergrund, wobei auch eine Wellenausbreitung im Untergrund erfasst wird. Die in den drei zitierten Arbeiten bestehende Beschränkung auf eine Analyse der Vertikaldynamik wurde nicht fallengelassen, weil diese Bewegungsrichtung hinsichtlich des Schottereinflusses und der Schotterbelastung von vorrangiger Bedeutung ist<sup>1</sup>.

Alternativ zu den Frequenzbereichsverfahren wurden im Abschnitt 1.2.4 die zumeist auf einer FE-Modellierung beruhenden Zeitbereichsverfahren angesprochen. Sie bieten die Möglichkeit, nichtlineare Effekte und Einzelstörungen, z.B. in der Gleisstruktur, abzubilden. Eine für die Anwendung des hier benutzten teilanalytischen Verfahrens erforderliche Periodizität des Gleismodells muss ebenfalls

---

<sup>1</sup>Eine Übertragung des Verfahrens auf die Horizontaldynamik ist prinzipiell möglich. Schwierigkeiten ergeben sich für Frequenzen oberhalb von 400 Hz, da sich sodann der Schienenquerschnitt zunehmend verformt.

nicht gegeben sein. Es drängt sich deshalb die Frage auf, weshalb die Studie nicht auf einem FE-Modell beruht, welches die Bestimmung des Systemverhaltens mittels Zeitschrittintegration zulässt.

Als wichtige Vorteile der teilanalytischen Verfahren werden häufig die direkte Bestimmung des eingeschwungenen Zustands sowie wesentlich kürzere Rechenzeiten angeführt. Es zeigt sich jedoch, dass bei den heutigen Rechnern diese Vorteile stark an Gewicht eingebüßt haben. Wählt man für die Zeitschrittintegration sinnvolle Anfangsbedingungen, so stellt sich aufgrund der dem Rad-Schiene-System eigenen hohen Dämpfung ein ausreichend eingeschwungener Zustand recht schnell ein. Die Rechenzeit liegt zudem im Falle einer Behandlung des Gesamtsystems und einer Zugrundelegung von aufwändigen Untergrundmodellen für beide Vorgehensweisen in ähnlicher Größenordnung. Eine Bevorzugung des teilanalytischen Verfahrens muss folglich andere Gründe haben, die im Folgenden zusammengestellt sind:

- Die vorliegende Studie kann aufgrund der hohen Unsicherheiten bei der Abbildung des Schotters nur eine grobe Abschätzung von Schottereinfluss und Schotterbelastung liefern. Es wird davon ausgegangen, dass das zugrunde liegende lineare, periodische Modell die zu analysierenden Zusammenhänge tendenziell gut wiedergibt. Die z.B. aufgrund von Schwellenhohllagen in der Realität von Schwelle zu Schwelle stark schwankende Schotterlast wird hierbei durch einen gemittelten Wert repräsentiert. Zur Untersuchung der Höhe der Schwankungen erscheint die Verwendung spezieller Modelle empfehlenswert, die den entsprechenden nichtlinearen Effekt gut wiedergeben können, dafür aber andere Systemkomponenten nur grob berücksichtigen.
- Viele der ausschließlich von Zeitbereichsverfahren behandelbaren Nichtlinearitäten waren zu Beginn der Studie und sind selbst heute noch weitestgehend unerforscht. Dieses gilt insbesondere für das nichtlineare Bauteilverhalten der Schienenlagerungselemente sowie für das Stoffgesetz von Schotter. Folglich lassen sich diese Nichtlinearitäten in einem FE-Modell bisher nicht sinnvoll implementieren.
- Bereits das Systemverhalten des linearen Modells ist aufgrund der Vielzahl an Parametern nur sehr schwer analysierbar. Eine Hinzunahme von Störungen der periodischen Gleisstruktur, von Parameterstreuungen und nichtlinearen Effekten würde diese Situation maßgeblich verschlechtern.
- Die Auswertung der mit Zeitbereichsverfahren berechneten Zeitfunktionen gelingt aufgrund ihrer starken Abhängigkeit vom untersuchten Ort und der gewählten Anregung nur mit Methoden der Statistik. Der Aufwand ist hierbei um ein Vielfaches höher als bei den sich im Falle von teilanalytischen Verfahren ergebenden periodischen Zeitfunktionen bzw. Frequenzgängen.

- Die Berücksichtigung der Wellenausbreitung im Untergrund gelingt bei Zeitbereichsmodellen nur unter großen Schwierigkeiten<sup>2</sup>, will man nicht den Untergrund als diskretisierte dreidimensionale Struktur mitschleppen. Letzteres führt zu unerwünschten, sehr großen Systemmatrizen.
- Im Rahmen der Studie wurden sehr viele verschiedene Modellvarianten untersucht. Ein Austausch von Modellkomponenten sowie eine Veränderung in den geometrischen Abmessungen gestaltet sich bei einer Zeitbereichsmodellierung aufwändiger als bei dem hier verwendeten teilanalytischen Frequenzbereichsverfahren.

Da jeder Modellierung eine genaue Betrachtung des zu modellierenden Objekts vorausgehen sollte, werden im Abschnitt 2.2 einige wesentliche Eigenschaften des realen Rad-Schiene-Systems und die wesentlichen — die Dynamik betreffenden — physikalischen Phänomene bei einer Zugüberfahrt zusammengestellt. Es schließt sich im Abschnitt 3 eine detaillierte Vorstellung des Modells an. Die im Abschnitt 4 beschriebenen Algorithmen sollen als Nebeneffekt verdeutlichen, was mit der hier verwendeten mathematischen Vorgehensweise möglich ist und wo ihre Grenzen liegen. Zur Berechnung der in Abschnitt 5 präsentierten Ergebnisse wurde das im Zuge dieser Arbeit erstellte Programmpaket Train Track Interaction (TTI) eingesetzt, welches durch seinen modularen Aufbau eine sehr komfortable Analyse vieler unterschiedlicher Fahrzeug-Fahrweg-Modelle zulässt. Während im ersten Teil von Abschnitt 5 die Grundzüge der Vertikaldynamik des Rad-Schiene-Systems erläutert werden, steht im zweiten Teil die Struktur unterhalb der Schwellen im Zentrum der Studien.

## 2.2 Das reale System

Die Abbildung 2.1 zeigt sowohl ein Foto als auch eine Querschnittsskizze eines typischen Schienenfahrweges, bestehend aus UIC60-Schienen, die über elastische Zwischenplatten auf B70-Betonschwellen festgeschraubt sind. Unterhalb der Schwellen befindet sich die mindestens 30 cm dicke Schotterdecke, unter der bei schlechten Untergrundverhältnissen eine 30-50 cm starke Schutzschicht aus geeignetem Kiessandgemisch eingebracht wird. Wie Abbildung 2.1 verdeutlicht, schließt sich sodann das Planum bzw. der Unterbau an.

Wird eine solche Struktur von einem Zug befahren, so wirken zwischen den einzelnen Rädern und den Schienen Kräfte. Auf geraden Streckenabschnitten

---

<sup>2</sup>Eine Berücksichtigung der Untergrundkopplung von Schwellen, die mehrere Meter voneinander entfernt sind, ist mit heutigen Rechnern basierend auf einer FE-Modellierung kaum realisierbar. Spezielle Effekte bei kritischen Fahrzeuggeschwindigkeiten (siehe Abschnitt 5.2.5) können somit nicht untersucht werden.

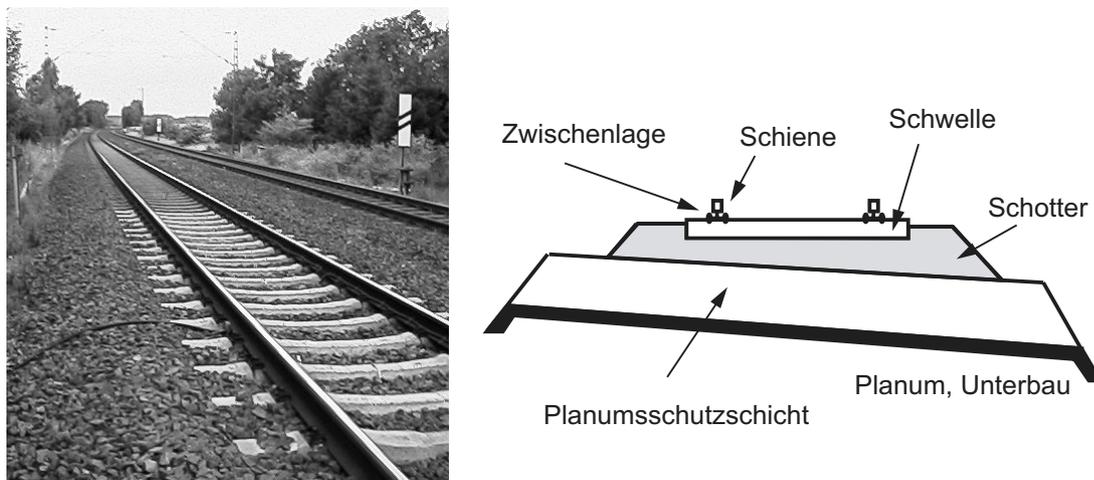


Abbildung 2.1: Foto und Querschnittsskizze des Schottergleises.

sind diese Kräfte bei einem frei laufenden Radsatz annähernd vertikal gerichtet. Sie setzen sich aus einem konstanten Anteil aufgrund der Gewichtskraft des Fahrzeugs und einem dynamischen Anteil bedingt durch Fahrzeug- und Fahrwegschwingungen zusammen. Als Anregungsquellen für solche Schwingungen sind u.a. Inhomogenitäten in der Gleisstruktur, Gleislagefehler, die diskrete Schienenlagerung, Unebenheiten auf den Rad- und Schienenaufläufen sowie Unwuchten der Räder zu nennen. Insbesondere, wenn in der Anregung Frequenzen enthalten sind, die dicht bei den Eigenfrequenzen des Gesamtsystems liegen, können erhebliche Schwingungsamplituden auftreten. Fahrzeugseitig erfahren in einem solchen Resonanzfall Feder- und Dämpferelemente große Verformungswege. Zudem kann es bei höheren Frequenzen zu unerwünscht großen elastischen Deformationen der Radsätze oder des Drehgestellrahmens kommen.

Fahrwegseitig führen die Rad-Schiene-Kontaktkräfte, deren Angriffspunkt sich nahezu mit konstanter Geschwindigkeit in Gleislängsrichtung bewegt, zu einer Verformung der Schienen, die sich in ein lokales, mitgeführtes Verformungsfeld (Nahfeld) und sich ausbreitende Wellen unterteilen lässt. Aufgrund des Dopplereffektes breiten sich vor und hinter den Kontaktkräften unterschiedliche Wellen aus.

An den Befestigungselementen der Schienen kommt es zu leichten Reflexionen und zur Auskopplung von Energie über die Zwischenlagen. Letztere erfahren aufgrund der sich vor dem Zug ausbreitenden Wellen bereits leichte Be- und Entlastungen bevor der erste Radsatz sie erreicht. Die Kompression der Zwischenlagen beim Passieren der Lasten ist allerdings um ein Vielfaches höher. Die hier auftretenden Deformationen tragen wesentlich zur Verteilung der Lasten auf mehrere Lagerstellen bzw. Schwellen bei. Die Schwellen selbst erfahren ähnlich wie die

Radsätze neben ihrer Auslenkung als Starrkörper eine elastische Verformung. Der unter ihnen befindliche Schotter ist so gestopft, dass sich für die Schwellen eine Lagerung auf zwei Blöcken ergibt.

Wie bereits in Abschnitt 1 ausgeführt wurde, ist über die in der Schotterschicht ablaufenden physikalischen Vorgänge wenig bekannt. Es gilt als wahrscheinlich, dass hier hochfrequente Schwingungen stark gedämpft werden. Außerdem wird der Schotterschicht eine hohe Elastizität zugerechnet. Auf jeden Fall leitet sie die Kräfte verteilt in die Planumsschutzschicht und letztendlich in den Untergrund weiter. Hier findet wie bereits in den Schienen eine Wellenausbreitung statt. Sie spielt für die Gesamtdämpfung des Eisenbahngleises eine wichtige Rolle. Beim Auftreffen dieser Wellen auf Boden- oder Gesteinsschichten mit abweichenden wellenmechanischen Eigenschaften kommt es zu Reflexionen.

Sehr komplizierte physikalische Effekte treten in den Kontaktflächen der Komponenten auf. Zu nennen sind Haft-Gleit-Übergänge an Ober- und Unterseite der Zwischenlagen oder ein schlagartiges Auftreffen einzelner Schwellen auf den Schotter aufgrund von Schwellenhohllagen. Die Druckverteilungen zwischen Schwelle und Schotter, besonders aber zwischen Schotter und Untergrund sind nicht homogen und nur schwer zu erfassen. Auf spezielle Phänomene wie das Abheben einzelner Räder, den Sinuslauf und Vorgänge beim Bremsen, bei Kurvenfahrt oder bei Tunnelleinfahrt wird hier nicht näher eingegangen. Sie spielen für die Studien dieser Arbeit eine untergeordnete Rolle.

# 3 Modellbildung

Zum Verstehen der beim Rad-Schiene-System auftretenden komplexen dynamischen Vorgänge bedarf es einer Vielzahl unterschiedlicher Modellierungen. Im Folgenden wird in erster Linie das 'Standardmodell' beschrieben, dessen Parameter im Abschnitt 11.1 zusammengestellt sind. Werden bei der Präsentation der Simulationsergebnisse weitere Modelle herangezogen, so wird deren Struktur vor Ort kurz erläutert.

Von vorrangiger Bedeutung in dieser Arbeit ist die Abbildung des Fahrweges. Es sei darauf hingewiesen, dass die Modellierung des Eisenbahngleises selbst bei Vernachlässigung sämtlicher Nichtlinearitäten bis heute eine anspruchsvolle Aufgabe darstellt [58]. Grund hierfür ist in erster Linie die räumliche Ausdehnung einzelner Komponenten: Wenn man im Modell Schiene und Untergrund durch unendlich ausgedehnte Kontinua wiedergibt, lassen sie sich nicht mehr auf effiziente Weise modal beschreiben. Weitere Schwierigkeiten aufgrund der Stoffgesetze von Schotter- und Zwischenlagenmaterial oder aufgrund der zahlreichen, mathematisch zu formulierenden Randbedingungen sind bereits in den vorherigen Abschnitten angesprochen worden.

## 3.1 Modellierung des Fahrweges

### Komponente Schiene

Die Schiene weist mit ihrem Schienenkopf, -steg und -fuß eine komplizierte Querschnittsform auf, siehe Abbildung 3.1. Für ihre Durchbiegung in Vertikalrichtung kann im relevanten Frequenzbereich unterhalb von 1000 Hz eine Verformung des Querschnittes vernachlässigt werden [91]. Ebenso spielt Materialdämpfung im Schienenstahl eine untergeordnete Rolle. Im Modell erscheinen die Schienen als unendlich lange Timoshenko-Balken, die auf gleichartigen Stützen konstanten Abstandes diskret gelagert sind. Nicht im Modell enthalten ist eine Momentenübertragung über die Zwischenlagen. Außerdem greifen die Kräfte in den Zwischenlagen nicht über die Auflagefläche verteilt, sondern punktförmig an.

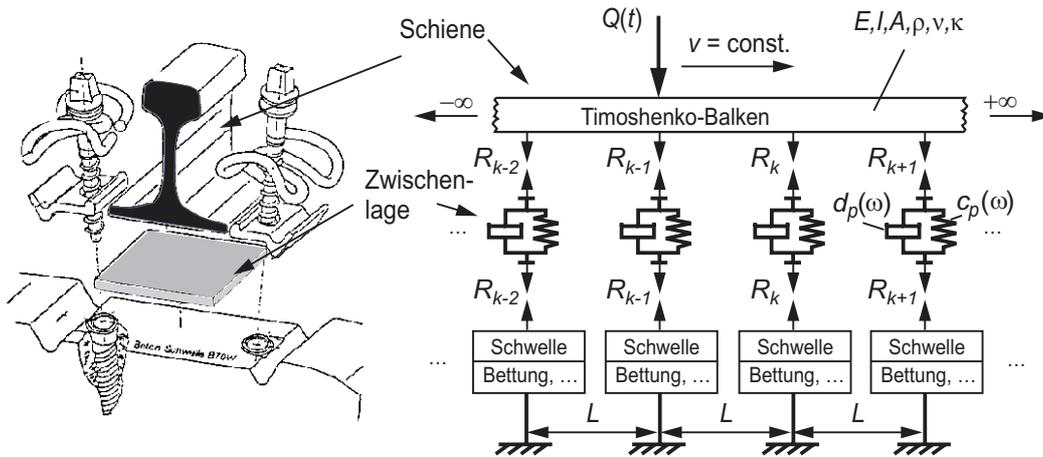


Abbildung 3.1: Skizze von Schiene und Zwischenlage (links) und zugehörige Modellierungen (rechts).

### Komponente Zwischenlage

Bei den Zwischenlagen handelt es sich um Platten aus Natur- oder Synthekautschuk sowie Polymeren oder Kork, die zwischen Schiene und Schwelle montiert werden. Die verschiedenen Elastomere weisen ein kompliziertes nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten auf, welches zusätzlich temperaturabhängig ist. Aufgrund der unterschiedlichen Einbauformen kommen weitere nichtlineare Effekte hinzu. Da die verwendete mathematische Vorgehensweise Nichtlinearitäten nicht zulässt und da außerdem nur wenige messtechnisch abgesicherte Daten über das nichtlineare Verhalten vorliegen [55], erfolgt eine Beschreibung des Zwischenlagenverhaltens mittels einer linearen Differentialgleichung, in der die Zwischenlagenkraft  $R$  und die Zwischenlagenkompression  $w - w_s$  auftreten,

$$\sum_{i=0}^p a_i \frac{d^i}{dt^i} R(t) = \sum_{j=0}^q b_j \frac{d^j}{dt^j} (w(t) - w_s(t)) . \quad (3.1)$$

Somit ergibt sich im Frequenzbereich in Vertikalrichtung eine frequenzabhängige komplexe dynamische Steifigkeit  $c_p(\omega) + i\omega d_p(\omega)$ , siehe erneut Abbildung 3.1. Aber selbst die Frequenzabhängigkeit verschiedener Zwischenlagen wurde bisher nur in wenigen Studien messtechnisch erfasst [52, 55]. In den Simulationen werden für die Steifigkeit  $c_p$  und die Dämpfungskonstante  $d_p$  entweder die von Knothe et al. [52] bestimmten Daten der Zwischenlage Zw700 oder konstante Werte angenommen, siehe Anhang.

### Komponente Schwelle

Das hier verwendete Balkenmodell für die Betonschwelle B70 ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Es vernachlässigt die Veränderung des Querschnittes in Schwellenlängsrichtung. Die punktförmig angreifenden Zwischenlagenkräfte lassen wie bereits bei der Schiene keine Momentenübertragung zu. An der im Abschnitt 11.2 angegebenen partiellen Differentialgleichung wird ersichtlich, dass die Bettungskräfte proportional zur Vertikalverschiebung des Balkens angenommen werden. Eine solch einfache Spannungsverteilung stellt sich in der Realität nicht ein, wie detailliertere Modellierungen zeigen [97, 39]. Und selbst bei diesen aufwändigen Modellen konnte die von Schwelle zu Schwelle stark schwankende Unterschotterung einschließlich Hohllagen nicht nachgebildet werden. Die somit sehr ungenaue Wiedergabe der extrem komplizierten Randbedingungen zwischen Schwelle und Schotter führt voraussichtlich dazu, dass der Einfluss der Schwellenelastizität im Modell stark vom wirklichen Einfluss abweicht. Deshalb wird für die meisten Studien die Schwelle vereinfachend als starr angenommen.

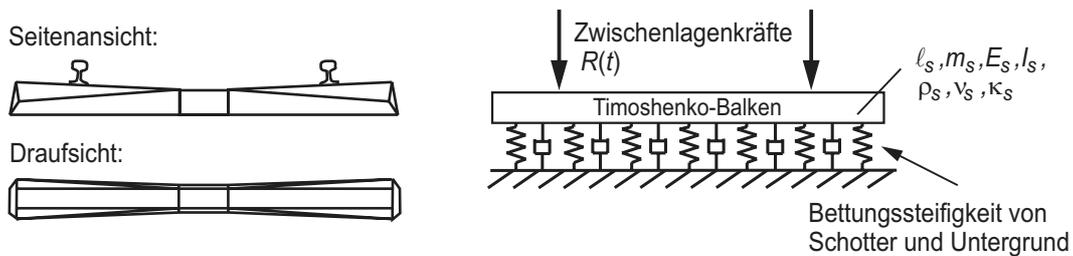


Abbildung 3.2: Skizze der Schwelle und Modellierung als Timoshenko-Balken.

### Komponente Schotter

Bei der Modellierung des Schotters, die auf einen Vorschlag von Knothe und Wu zurückgeht [53], bleiben eine Wellenausbreitung in Gleislängsrichtung und nicht-lineare Effekte unberücksichtigt. Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass der Schotter die auf die Schwellen einwirkenden vertikalen Kräfte unter einem bestimmten Abtragungswinkel  $\beta_b$  in den Untergrund weiterleitet. Eine solche Annahme führt zu einer Modellierung des Schotters als Block, siehe Abbildung 3.3, wobei das Bettungsmaterial zwischen den Blöcken und oberhalb der Schwellenunterkante unberücksichtigt bleibt. Diese einzelnen Blöcke, die sich aufgrund der ungleichmäßigen Schwellenunterschotterung nicht über die gesamte Schwellenlänge  $l_s$  erstrecken ( $l_b < l_s$ ), werden als vertikal ausgerichtete, gedrungene Dehnstäbe aufgefasst. Als Stoffparameter kann neben dem Elastizitätsmodul  $E_b$  und der Dichte  $\rho_b$  eine Dämpfungskonstante  $\gamma_b$  eingeführt werden, über deren Größe jedoch nichts bekannt ist. Es wird vereinfachend angenommen, dass sich

zwischen Schotterblock und Untergrund ein über die rechteckförmige Kontaktfläche konstanter Druck einstellt, also ein biegeschlaffes Fundament vorliegt.

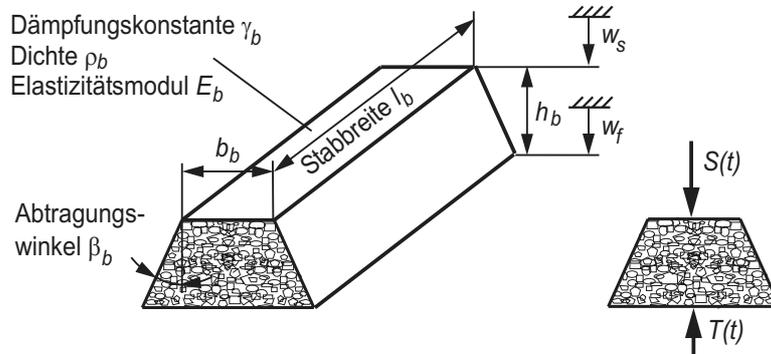


Abbildung 3.3: Modellierung des Schotters in Form von unter den einzelnen Schwellen befindlichen, gedrunenen Dehnstäben.

### Komponente Planum-Untergrund

Um das dynamische Verhalten von Planum und Untergrund einschließlich der evtl. vorhandenen Planumsschutzschicht mit vertretbarem rechentechnischen Aufwand berücksichtigen zu können, werden in einem ersten Schritt sämtliche seitliche Begrenzungen der Bodenschichten vernachlässigt. Man geht somit von einem geschichteten Halbraum aus, wie ihn die Abbildung 3.4 zeigt.

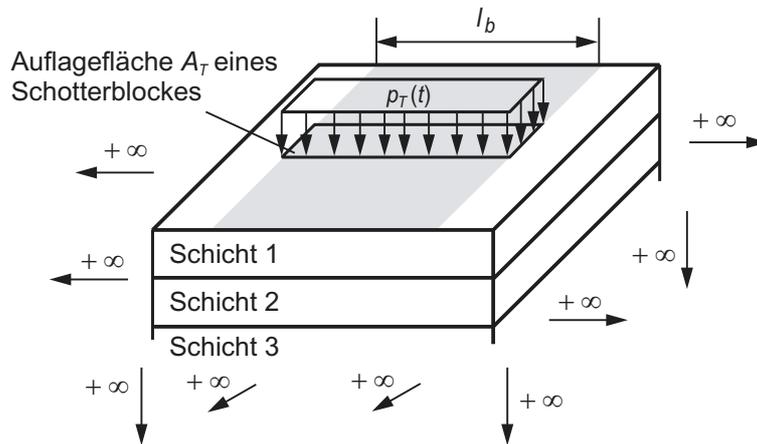


Abbildung 3.4: Modellierung des Untergrundes als geschichteter Halbraum.

Die Belastung erfolgt über rechteckförmige Flächen konstanter Druckbeaufschlagung gemäß der Modellierung des Schotters. Aufgrund der Wellenausbrei-

### 3 Modellbildung

tung im Untergrund kommt es zu Wechselwirkungen zwischen den unter den einzelnen Schotterblöcken befindlichen Lastflächen.

#### Gesamtmodell

Mit den erwähnten Modellen für die Komponenten ergibt sich das in Abbildung 3.5 dargestellte Gesamtmodell eines idealisierten, periodischen Schottergleises. Es wird belastet durch ortsfeste oder mit konstanter Geschwindigkeit bewegte Kräfte  $Q$ . Wegen der Linearität des Modells können beliebig viele solcher Kräfte an der linken (Index  $L$ ) bzw. an der rechten Schiene (Index  $R$ ) angreifen. Ihre Wirkungen lassen sich additiv überlagern.

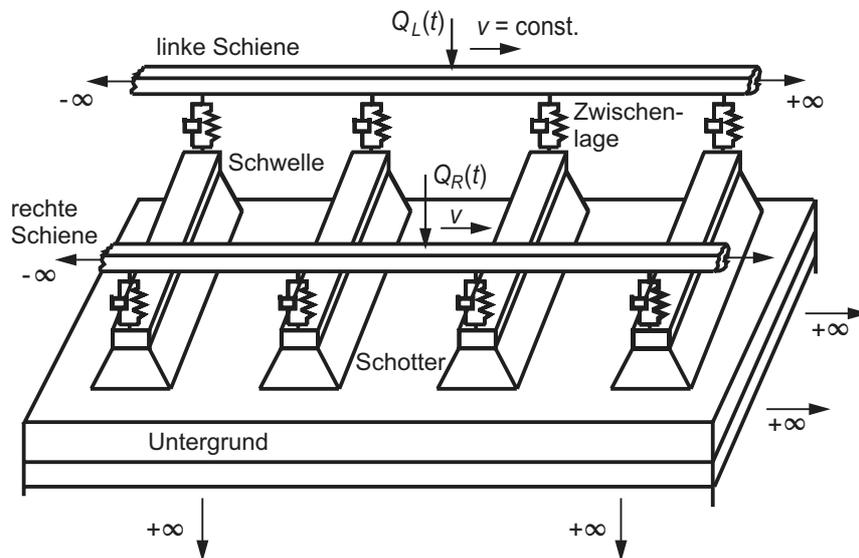


Abbildung 3.5: Gesamtmodell für den Fahrweg.

## 3.2 Modellierung des Fahrzeugs

Die Fahrzeugmodellierung soll hier nur kurz angerissen werden. Für die meisten in Abschnitt 5 wiedergegebenen Studien genügt bereits eine sehr einfache Modellierung in Form einer die unabgefederte Radsatzmasse repräsentierenden Punktmasse, siehe Abbildung 3.6a, oder — falls die statische Radlast einen Einfluss hat — in Form eines 3-Massen-Oszillators, siehe Abbildung 3.6b. Als weitere Modelle werden aber auch das in Abbildung 3.6c dargestellte Starrkörpermodell des Drehgestells MD522 mit neun Freiheitsgraden sowie ein entsprechendes Modell mit elastischen Radsätzen eingesetzt [46], vergleiche Abbildung 3.6d. Sämtliche Gleismodelle enthalten ausschließlich lineare Komponenten.

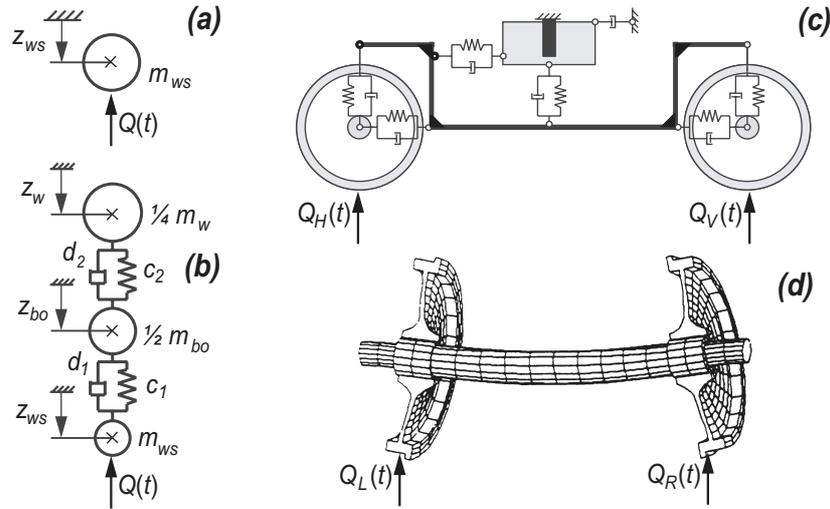


Abbildung 3.6: In dieser Arbeit verwendete Fahrzeugmodelle.

### 3.3 Modellierung des Rad-Schiene-Kontakts

Unter Vernachlässigung der Einbauneigung der Schienen und der Konizität der Räder handelt es sich bei dem Rad-Schiene-Kontakt in Vertikalrichtung um einen reinen Normalkontakt. Zwischen der Abplattung und damit Annäherung  $\delta_c$  der Kontaktpartner und der Kontaktkraft  $Q$  besteht nach der nichtlinearen Hertz'schen Theorie [36] der Zusammenhang

$$\delta_c = \alpha_c \cdot Q^{2/3}. \quad (3.2)$$

Die Konstante  $\alpha_c$  hängt von den Materialeigenschaften und den insgesamt vier Krümmungsradien von Schiene und Rad im Berührungspunkt ab [83]. Für die Simulationen in Abschnitt 5 wird die Gleichung (3.2) um die statische Ruhelage linearisiert, bei der die Kontaktkraft dem auf den jeweiligen Kontakt entfallenden Fahrzeuggewicht  $Q_0$  entspricht. Es ergibt sich sodann eine lineare Kontaktfeder der Steifigkeit

$$c_c = \left. \frac{dQ}{d\delta_c} \right|_{Q_0} = \left. \left( \frac{d\delta_c}{dQ} \right)^{-1} \right|_{Q_0} = \frac{3}{2\alpha_c} \cdot \sqrt[3]{Q_0}, \quad (3.3)$$

mit der sich die Kontaktkraft auf einfache Weise bestimmen lässt,

$$Q(t) - Q_0 = c_c \cdot (\delta_c(t) - \delta_{c0}). \quad (3.4)$$

Bei den Simulationsrechnungen sollte stets überprüft werden, ob die Abweichungen von der statischen Ruhelage ( $Q_0, \delta_{c0}$ ) ausreichend klein ausfallen. Nur dann ist die vorgenommene Linearisierung gerechtfertigt.

### 3.4 Modellierung der Anregung

Selbst in Abschnitt 2.2 sind nur einige der auf das Rad-Schiene-System wirkenden Anregungsquellen genannt worden. Die folgenden Studien beschränken sich zusätzlich auf solche Anregungsquellen, die bei konstanter Fahrgeschwindigkeit zu periodischen Fahrzeugschwingungen im eingeschwungenen Zustand führen. Hierzu zählen die diskrete Schienenlagerung, harmonische Profilirregularitäten auf den Schienenlauflächen sowie unrunde Räder und Radsatzunwuchten, siehe Abbildung 3.7. Die zugehörigen Anregungsfrequenzen steigen proportional mit der Fahrgeschwindigkeit an und können in sehr unterschiedlichen Frequenzbereichen liegen.

Des Weiteren sind zwei Anregungsformen zu unterscheiden: Im Falle der Anregungsform 1 rollt das Rad wie in Bild 3.7 angedeutet auf der Schiene ab. Somit werden die Folgen der Schwellenüberrollung und der unterschiedlichen Wellenausbreitung vor und hinter dem bewegten Fahrzeug (Doppler-Effekt) sowie gyroscopische Effekte richtig erfasst. Bei Anregungsform 2 dagegen wird eine Profilirregularität zwischen Gleis und ruhendem Fahrzeug hindurchgezogen. Diese vereinfachte Anregungsform liefert Ergebnisse, die sich sehr gut auswerten und darstellen lassen.

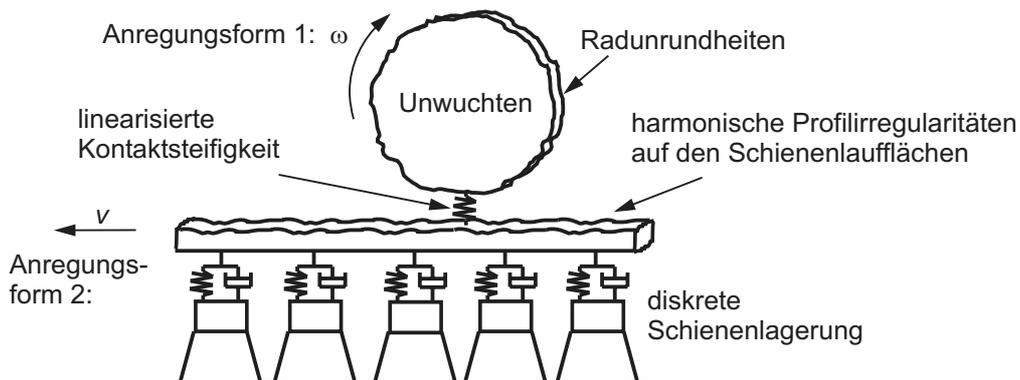


Abbildung 3.7: Berücksichtigte Anregungsquellen sowie Unterscheidung in Anregungsform 1 und Anregungsform 2.

# 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

Die Dynamik des Rad-Schiene-Systems wird mit einem teilanalytischen Verfahren berechnet, welches die Behandlung sehr vieler unterschiedlicher Fahrzeug-Fahrweg-Modelle ermöglicht. Grund hierfür ist der in Abbildung 4.1 veranschaulichte modulare Aufbau, bei dem das Fahrzeug-Fahrweg-Modell in vier Modellierungsstufen untergliedert wird. In jeder Modellierungsstufe stehen mehrere Algorithmen zur Auswahl, die z.B. bei der untersten Stufe 4 wahlweise die Berücksichtigung der Schwellenelastizität, einer Wellenausbreitung im Untergrund oder eines speziellen Schottermodells zulassen. Diese Algorithmen können in einfacher Weise ausgetauscht werden, ohne dass hierbei der übergeordnete Algorithmus der Stufe 3 wesentlich verändert werden muss.

**Stufe 1:** Algorithmen für Gesamtsystem: Fahrzeug auf Gleis  
(siehe Kapitel 4.5)

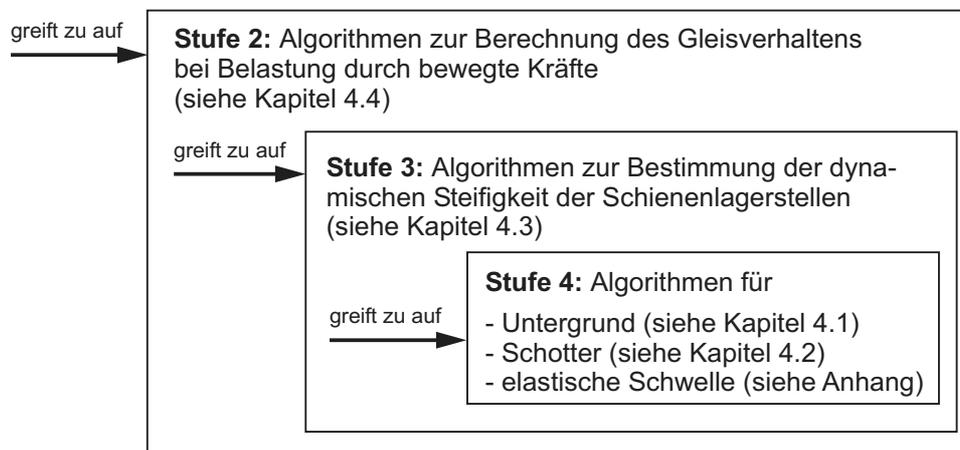


Abbildung 4.1: Modularer Aufbau des Berechnungsverfahrens.

Gleiches gilt für die Übergänge zu den höheren Modellierungsstufen 2 und 1, bei denen das gesamte Gleis bzw. ein vollständiges Fahrzeug-Fahrweg-System behandelt werden. Ein weiterer Vorteil der modularen Struktur besteht darin, dass

## 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

die jeweiligen Berechnungsverfahren getrennt anwendbar sind. So lassen sich auch die Teilsysteme komfortabel analysieren. Im Folgenden werden die Berechnungsverfahren der einzelnen Modellierungsstufen nacheinander vorgestellt, beginnend bei Stufe 4.

### 4.1 Behandlung des Untergrundes

Für die Einbindung des in Abschnitt 3.1 beschriebenen Untergrundmodells ins Gleismodell ist die Bestimmung von Nachgiebigkeitsfrequenzgängen erforderlich. Ausgehend von einer über die Kontaktfläche  $A_T$  zwischen Schotterblock und Untergrund homogen verteilten harmonischen Kraft  $T$  der Frequenz  $\bar{\Omega}$ <sup>1</sup>,

$$T(t) = \hat{T} \cdot e^{i\bar{\Omega}t} = \hat{p}_T \cdot A_T \cdot e^{i\bar{\Omega}t}, \quad (4.1)$$

ergibt sich die Nachgiebigkeit  $N_{f0}(\bar{\Omega})$  durch Berechnung einer über die Fläche  $A_{V0} = A_T$  gemittelten komplexwertigen Vertikalschwingungsamplitude

$$\hat{w}_{f0} = \frac{1}{A_T} \int_{A_T} \hat{w}_{f,P} dA \quad (4.2)$$

und anschließender Quotientenbildung,

$$N_{f0} = \frac{\hat{w}_{f0}}{\hat{p}_T \cdot A_T}, \quad (4.3)$$

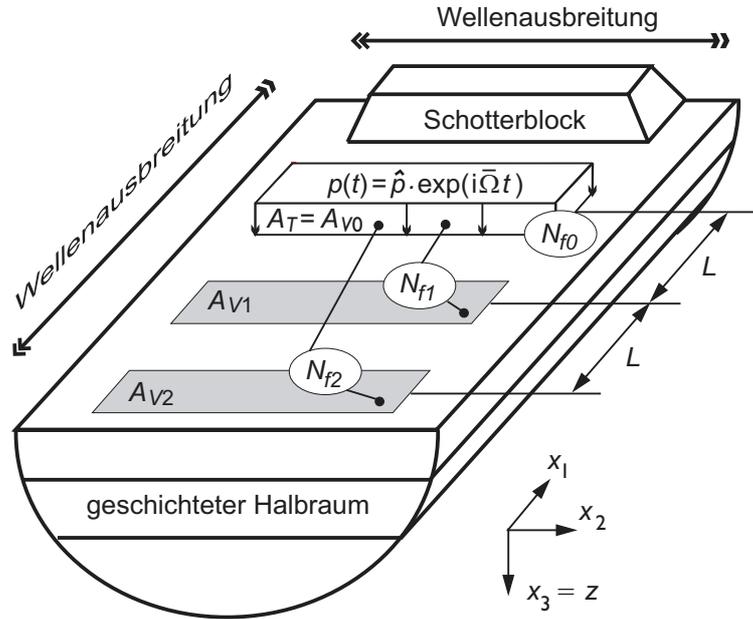
siehe Abbildung 4.2. Neben dieser direkten Nachgiebigkeit  $N_{f0}$  werden bei der Behandlung der Schienenbettung in Abschnitt 4.3 sogenannte Koppelnachgiebigkeiten  $N_{fj}$  benötigt. Sie werden auf analoge Weise berechnet, wobei allerdings die Lastfläche  $A_T$  und die Fläche  $A_{Vj}$ , an der durch Integration die mittlere Vertikalverschiebung bestimmt wird, nicht mehr identisch sind. Der Index  $j$ , der im Falle der direkten Nachgiebigkeit den Wert 0 annimmt, beinhaltet für die Koppelnachgiebigkeiten die Anzahl an Schwellenabständen  $L$  zwischen den Schwerpunkten der Flächen  $A_T$  und  $A_{Vj}$ , siehe erneut Abbildung 4.2.

Die Schwingungsamplitude  $\hat{w}_f$  an einem beliebigen Punkt  $P_1$  als Folge einer Vertikalkraft am Ort  $P_2$  lässt sich mit unterschiedlichen Verfahren berechnen. Zumeist findet die sogenannte Einflussfunktion  $\tilde{g}$  Anwendung,

$$\hat{w}_{f,P_1} = \tilde{g}(\bar{\Omega}, r_{P_1P_2}) \cdot \hat{T}_{P_2}, \quad (4.4)$$

mit  $r_{P_1P_2}$  als Abstand der Punkte  $P_1$  und  $P_2$ . Während diese Funktion für einen Halbraum in analytischer Form vorliegt [65, 42], muss sie bei komplizierteren

<sup>1</sup>Warum als Anregungsfrequenz nicht  $\Omega$ , sondern die modulierte Frequenz  $\bar{\Omega}$  Verwendung findet, siehe Gleichung (4.38), wird im Zuge der in Abschnitt 4.4 eingeführten Transformationen verständlich.


 Abbildung 4.2: Verdeutlichung der Definition der Untergrundnachgiebigkeiten  $N_{fj}$ .

Untergrundstrukturen numerisch bestimmt werden. Hierbei kommen Finite Elemente oder Randelemente zum Einsatz. Die in dieser Arbeit verwendeten Bodennachgiebigkeiten wurden von Savidis und Hirschauer am Institut für Grundbau und Baubetrieb der TU Berlin berechnet [97, 39]. Im Falle des geschichteten Halbraums wenden sie zur Bestimmung der Einflussfunktionen die auf Kausel [47] zurückgehende Methode der dünnen Schichten an. Sie wird im Folgenden grob umrissen.

Ausgangspunkt sind die für jede einzelne Schicht gültigen Grundgleichungen für ein linear-elastisches Kontinuum. Für kleine Verformungen gilt für die Verzerrungen  $\varepsilon_{ij}$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4.5)$$

Das linear-elastische Stoffgesetz lautet in allgemeiner Form

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} \cdot \sigma_{kl}, \quad (4.6)$$

und der Impulssatz liefert

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + f_j = \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}. \quad (4.7)$$

In diesen Gleichungen treten neben den Verschiebungen  $u_i$  in den drei Raumrichtungen und den bereits erwähnten Verzerrungen  $\varepsilon_{ij}$  die Spannungen  $\sigma_{ij}$ , die

#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

Komponenten der Volumenkräfte  $f_i$ , die Dichte  $\rho$  und diverse Materialkonstanten  $C_{ijkl}$  auf. Es gilt die Einsteinsche Summationskonvention. Die Eliminierung der Spannungen führt zu einer partiellen Differentialgleichung in den Verschiebungen  $u_i$ . Überdies sind zwischen den Schichten spezielle Randbedingungen zu erfüllen.

Der geschichtete Halbraum wird nun in vertikaler Richtung im Sinne der Finiten Elemente in dünne Scheibchen unterteilt, so dass sich die  $z$ -Abhängigkeit der Verschiebung bei Zugrundelegung linearer Ansatzfunktionen durch die Gleichung

$$u_j(z) = \xi \cdot U_j(z_n) + (1 - \xi) \cdot U_j(z_{n+1}) \quad , \quad z_n < z < z_{n+1} \quad , \quad \xi = \frac{z - z_n}{z_{n+1} - z_n} \quad (4.8)$$

approximieren lässt mit  $U_j(z_n)$  und  $U_j(z_{n+1})$  als Verschiebungen an den Scheibchengrenzen. Wird dieser Ansatz in das Randwertproblem eingesetzt, so können die Gleichungen nicht mehr exakt erfüllt werden. Die sich ergebenden Restglieder werden minimiert, indem man das Prinzip der gewichteten Residuen anwendet und verlangt, dass die über die Schichtgrenzen integrierte virtuelle Arbeit verschwindet. Dieses führt zu einem Differentialgleichungssystem für den gesamten Halbraum, in dem sowohl die Verschiebungsfunktionen  $U_j$  als auch die an den Schichtgrenzen wirksame Belastung  $P$  in horizontaler Richtung analytisch bleiben und nur in der Tiefenrichtung diskretisiert sind.

Mittels einer Integraltransformation — bei Verwendung von Kugelkoordinaten einer Hankeltransformation — gelingt der Übergang auf ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen im Wellenzahlenraum. Es hat die Struktur

$$\mathbf{M}_f \frac{\partial^2 \mathbf{A}_U}{\partial t^2}(\kappa, t) + \mathbf{K}_f(\kappa) \mathbf{A}_U(\kappa, t) = \mathbf{A}_P(\kappa, t) \quad , \quad (4.9)$$

wobei  $\mathbf{M}_f$  für die Massen- und  $\mathbf{K}_f$  für die Steifigkeitsmatrix sowie  $\kappa$  für die Wellenzahl stehen. Für eine *harmonische* Anregung kann dieses Gleichungssystem nach den Unbekannten  $\mathbf{A}_U(\kappa, \bar{\Omega})$  aufgelöst werden. Eine analytische Rücktransformation in den Ortsbereich gelingt unter Zuhilfenahme einer Spektralzerlegung der Impedanzmatrix bezüglich der Wellenzahl.

## 4.2 Behandlung des Schotters

Der in Abbildung 3.3 skizzierte Schotterblock wird als gedrungener Dehnstab modelliert. Zur Berechnung seiner Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix wird von einer über seine Länge konstanten Dehnung ausgegangen. Die somit linearen Ansatzverschiebungsfunktionen lauten

$$f_s(z) = 1 - z/h_b \quad , \quad f_f(z) = z/h_b \quad . \quad (4.10)$$

Mit diesen Funktionen lässt sich die Vertikalverschiebung  $w_b$  in Abhängigkeit der zwei Freiheitsgrade Schwellenauslenkung  $w_s$  und Untergrundauslenkung  $w_f$

darstellen,

$$w_b(z, t) = f_s(z) \cdot w_s(t) + f_f(z) \cdot w_f(t) = [1 - z/h_b, z/h_b] \cdot \begin{Bmatrix} w_s(t) \\ w_f(t) \end{Bmatrix}. \quad (4.11)$$

Die Massenmatrix kann aus der im Stab enthaltenen kinetischen Energie hergeleitet werden, in welche die Schotterdichte  $\rho_b$ , die Querschnittsfläche  $A_b$  sowie das Quadrat der Ansatzfunktionen für die Verschiebung eingehen,

$$\mathbf{M}_b = \int_0^{h_b} \rho_b A_b(z) [1 - z/h_b, z/h_b]^T [1 - z/h_b, z/h_b] dz. \quad (4.12)$$

Nach Einsetzen von

$$A_b(z) = (l_b + 2 \tan \beta_b z) \cdot (b_b + 2 \tan \beta_b z) \quad (4.13)$$

und Ausführen der Integration erhält man

$$\mathbf{M}_b = \frac{\rho_b h_b}{30} \begin{bmatrix} 4c_1 + 5c_2 + 5c_3 + 10c_4 & 6c_1 + 5c_2 + 5c_3 + 5c_4 \\ 6c_1 + 5c_2 + 5c_3 + 5c_4 & 24c_1 + 15c_2 + 15c_3 + 10c_4 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

mit den Konstanten

$$c_1 = h_b^2 \tan^2 \beta_b, \quad c_2 = h_b \tan \beta_b l_b, \quad c_3 = h_b \tan \beta_b b_b, \quad c_4 = l_b b_b. \quad (4.15)$$

Für die Elementsteifigkeitsmatrix ist die potentielle Energie entscheidend. Wird eine lineare Beziehung zwischen Spannung  $\sigma_b$  und Dehnung  $\varepsilon_b$  vorausgesetzt,

$$\sigma_b(z) = E_b \cdot \varepsilon_b(z), \quad (4.16)$$

so treten im Integranden neben der Dehnsteifigkeit  $E_b A_b$  die Quadrate der Ableitungen der Ansatzfunktionen nach der Koordinate  $z$  auf,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_b &= \int_0^{h_b} E_b A_b(z) [-1/h_b, 1/h_b]^T [-1/h_b, 1/h_b] dz \\ &= E_b/h_b \cdot (4/3 \cdot c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Da über die Dämpfung im Schotter wenig bekannt ist, wird in [53] zum einen eine massenproportionale, zum anderen eine steifigkeitsproportionale, viskose Dämpfung vorgeschlagen. Ist der Dämpfungskoeffizient  $\gamma_b$  im gesamten Schotterblock konstant, so ergibt sich im ersten Fall die Dämpfungsmatrix

$$\mathbf{D}_b = \gamma_{b1}/\rho_b \cdot \mathbf{M}_b. \quad (4.18)$$

#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

Im zweiten Fall lautet der entsprechende Ausdruck

$$\mathbf{D}_b = \gamma_{b2}/E_b \cdot \mathbf{K}_b. \quad (4.19)$$

In den späteren Simulationen findet stets die massenproportionale Dämpfung Anwendung, weil sich die Modellierungen bei entsprechender Wahl der beiden unbekanntenen Konstanten  $\gamma_{b1}$  und  $\gamma_{b2}$  kaum unterscheiden. Für jeden einzelnen Schotterblock ergibt sich letztendlich bei einer harmonischen Anregung das Gleichungssystem

$$\mathbf{M}_b \begin{pmatrix} \ddot{w}_s(t) \\ \ddot{w}_f(t) \end{pmatrix} + \mathbf{D}_b \begin{pmatrix} \dot{w}_s(t) \\ \dot{w}_f(t) \end{pmatrix} + \mathbf{K}_b \begin{pmatrix} w_s(t) \\ w_f(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S(t) \\ -T(t) \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

### 4.3 Bestimmung der Eigenschaften der Schienenbettung

Bei den Algorithmen der Stufe 3 werden die in den Abschnitten 4.1 und 4.2 hergeleiteten Gleichungen weiterverwendet, so dass sich eine mathematische Beschreibung für das dynamische Verhalten der gesamten Fahrwegstruktur unterhalb der Schienen ergibt. Als Komponenten sind somit neben Schotter und Untergrund auch die Schwellen und die Schienenbefestigungselemente samt Zwischenlagen enthalten. Der Übersichtlichkeit wegen wird im Folgenden das in Abbildung 4.3 skizzierte, einfache Modell zugrunde gelegt. Es zeigt die Schwellen als Starrkörper mit nur jeweils einem Freiheitsgrad, die Zwischenlagenparameter werden als frequenzunabhängig angenommen.

Da das Gleismodell eine Kopplung der einzelnen Lagerstellen<sup>2</sup> über den Untergrund berücksichtigt, ist eine Betrachtung einer einzelnen Lagerstelle  $k$  nicht sinnvoll. Im Hinblick auf die Verwendung der Ergebnisse für die höheren Modellierungsstufen 2 und 1 wird deshalb eine kinematische Anregung an sämtlichen oberen Enden der Zwischenlagen der Form

$$w_k(t) = \hat{w}_k \cdot \exp(i\bar{\Omega}t) = \hat{w} \cdot \exp(ik\kappa L) \cdot \exp(i\bar{\Omega}t) \quad (4.21)$$

angesetzt. Eine solche Anregung würde auftreten, wenn sich in beiden Schienen eine Welle der Wellenzahl  $\kappa$  ohne jegliches Abklingen gleichphasig ausbreiten würde. Das Formelzeichen  $L$  steht für den Schwellenabstand. Im eingeschwungenen Zustand schwingt die gesamte Struktur mit der Anregungsfrequenz  $\bar{\Omega}$ . Folglich lässt sich die Zeit eliminieren, so dass im weiteren Verlauf statt der Zeitfunktionen lediglich komplexe Amplituden bestimmt werden müssen. Hierzu erfolgt in einem ersten Schritt eine Berücksichtigung des Untergrundeinflusses durch die in

<sup>2</sup>In dieser Arbeit werden die Begriffe 'Stützstelle', 'Lager' bzw. 'Lagerstelle' und 'Schienenbettung' synonym verwendet.



#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

die im eingeschwungenen Zustand lautet

$$\left(-\bar{\Omega}^2 \mathbf{M}_b + i\bar{\Omega} \mathbf{D}_b + \mathbf{K}_b\right) \cdot \begin{pmatrix} \hat{w}_s \\ \hat{w}_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{S} \\ -\hat{T} \end{pmatrix}, \quad (4.25)$$

einem entsprechenden mathematischen Ausdruck für die starre Schwelle

$$-\bar{\Omega}^2 m_s \hat{w}_s = \left(c_p + i\bar{\Omega} d_p\right) \cdot (\hat{w} - \hat{w}_s) - \hat{S}, \quad (4.26)$$

der aus dem Impulssatz folgt, sowie der Gleichung (4.23). Die Gleichungen (4.23), (4.25) und (4.26) ergeben zusammen vier lineare Beziehungen zwischen den fünf Unbekannten  $\hat{w}$ ,  $\hat{w}_s$ ,  $\hat{w}_f$ ,  $\hat{S}$  und  $\hat{T}$ . Durch Elimination von  $\hat{w}_f$ ,  $\hat{S}$  und  $\hat{T}$  kann die Schwellenauslenkung  $\hat{w}_s$  als Funktion der Schienenauslenkung bzw. Anregungsamplitude  $\hat{w}$  ausgedrückt werden. Ein anschließendes Einsetzen dieses Terms in Gleichung (4.24) liefert sodann die gesuchte äquivalente Steifigkeit  $\chi_{equi}$ .

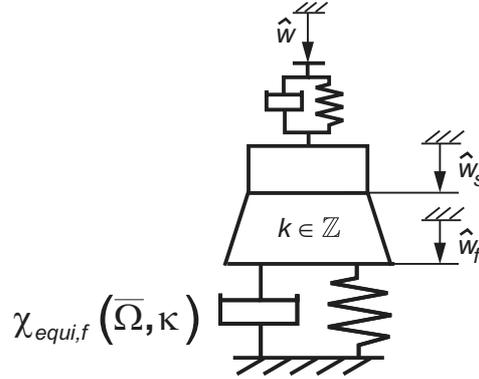


Abbildung 4.4: Frequenzbereichsmodell für die Schienenbettung.

## 4.4 Berechnung der Dynamik des Eisenbahngleises

Im Folgenden werden die Gleichungen zur Bestimmung des Gleisverhaltens bei einer Belastung durch bewegte, harmonische Kräfte hergeleitet. Zur Vereinfachung der mathematischen Ausdrücke wird eine symmetrische Anregung vorausgesetzt<sup>3</sup>,

$$Q_L(t) = Q_R(t) = \hat{Q} \cdot \exp(i\Omega t) \cdot \delta(x - vt). \quad (4.27)$$

<sup>3</sup>Gleichung (4.27) bedeutet nahezu keine Einschränkung der Allgemeinheit, weil sich jede einzelne Kraft als Überlagerung eines symmetrischen und eines antisymmetrischen Kräftepaars darstellen lässt. Die hier nicht hergeleitete Lösung für eine antisymmetrische Anregung unterscheidet sich von der Lösung für symmetrische Last lediglich durch den Ausdruck  $\chi_{equi}$ , der in Gleichung (4.24) erläutert wurde und in Gleichung (4.45) eingeht.

#### 4.4 Berechnung der Dynamik des Eisenbahngleises

Auf linke und rechte Schiene wirkt somit die gleiche Kraft der Amplitude  $\hat{Q}$ , der Frequenz  $\Omega$  sowie der Geschwindigkeit  $v$  ein. Das Symbol  $\delta$  steht für die Dirac-Funktion, die Ortskoordinate  $x$  weist in Gleislängsrichtung. Da auch die Gleisstruktur symmetrisch ist, lassen sich alle weiteren Betrachtungen auf eine Gleishälfte beschränken. Für beide Schienen gelten die Timoshenko-Balken-Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \bar{k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \hat{Q} \cdot \exp(i\Omega t) \cdot \delta(x - vt), \\ EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \bar{k} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \psi \right) - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

mit den die Verformung charakterisierenden Größen Vertikalverschiebung  $w$  und Querschnittsverdrehung aufgrund von Biegung  $\psi$ . Die Systemparameter  $\bar{k}$ ,  $\rho$ ,  $A$ ,  $E$  und  $I$  sind im Abschnitt 11.1 erläutert. Die Lagerung der Schienen auf den Schwellen wird durch periodische Randbedingungen eingebracht,

$$\begin{aligned} w^+(kL, t) &= w^-(kL, t), \\ \psi^+(kL, t) &= \psi^-(kL, t), \\ EI \frac{\partial \psi^+}{\partial x}(kL, t) &= EI \frac{\partial \psi^-}{\partial x}(kL, t), \\ \bar{k} \left[ \frac{\partial w^+}{\partial x}(kL, t) - \psi^+(kL, t) \right] &= \bar{k} \left[ \frac{\partial w^-}{\partial x}(kL, t) - \psi^-(kL, t) \right] + R_k(t) \end{aligned} \quad (4.29)$$

mit  $k \in \mathbb{Z}$ . Das Formelzeichen  $L$  steht für den Schwellenabstand bzw. für die Periodenlänge, der Hochindex '+' weist auf einen Ort infinitesimal rechts, der Hochindex '-' auf einen Ort infinitesimal links von der Position  $x = kL$  der Schwelle  $k$  hin. Während die ersten drei Randbedingungen die Stetigkeit der Vertikalverschiebung  $w$ , der Verdrehung  $\psi$  und — aufgrund der fehlenden Momenteneinleitung — auch der ersten Ortsableitung von  $\psi$  sicherstellen, findet durch die vierte Randbedingung die Einleitung der Querkraft  $R_k$  Berücksichtigung. Wie im vorherigen Abschnitt deutlich wurde, hängt diese Querkraft bei Wahl einer Koppelzahl  $n \neq 0$  von der Schienenauslenkung an mehreren Schwellenpositionen ab,

$$R_k(t) = f \left( \sum_{j=-n}^{+n} w(jL) \right). \quad (4.30)$$

Für die weiteren Umformungen wirkt sich günstig aus, dass die dynamischen Eigenschaften der Struktur unterhalb der Schienen nur die vierte Randbedingung beeinflussen. Dieser Umstand ermöglicht eine weitestgehend getrennte Behandlung der Schienendifferentialgleichungen (4.28) einerseits und der die Komponenten Zwischenlage, Schwelle, Schotter und Untergrund beschreibenden Gleichungen andererseits.

#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

Es ist bekannt, dass die Lösung des Gleichungssystems (4.28) in Verbindung mit den Randbedingungen (4.29) die sogenannte Periodizitätsbedingung erfüllt,

$$\begin{aligned} w(x + L, t + L/v) &= \exp(i\Omega L/v) \cdot w(x, t) , \\ \psi(x + L, t + L/v) &= \exp(i\Omega L/v) \cdot \psi(x, t) . \end{aligned} \quad (4.31)$$

Anschaulich bedeutet Gleichung (4.31), dass — wenn man nicht die gesamte Schiene, sondern die Punktmenge  $\{x = jL; j \in Z\}$  betrachtet — sich diese Punktmenge verhält wie ein Kontinuum: Bei der vorliegenden Anregung bewegt sich ein oszillierendes Verformungsfeld entlang der Struktur, siehe Abbildung 4.5a. Für eine um  $\Delta x$  verschobene Punktmenge mit  $0 < \Delta x < L$  weist das Verformungsfeld eine andere Form auf.

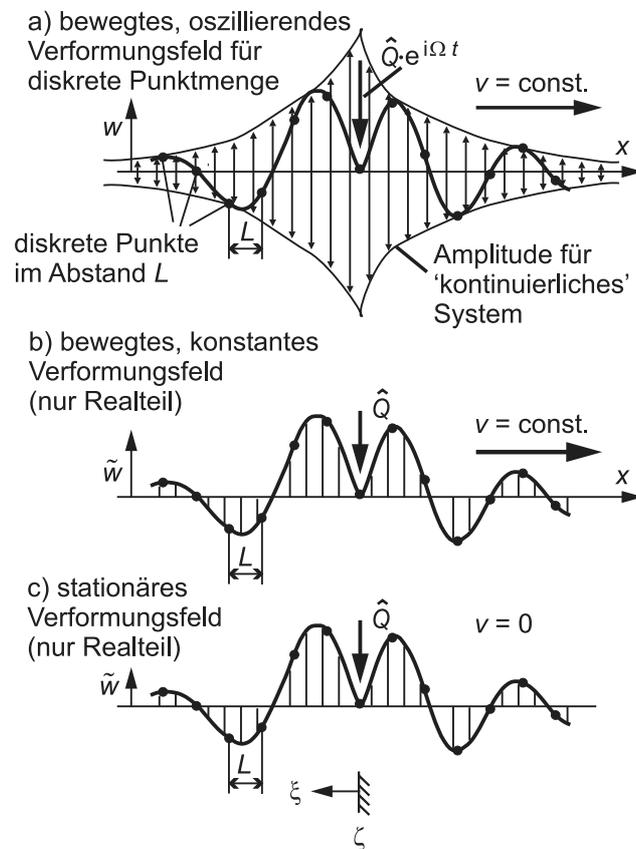


Abbildung 4.5: Veranschaulichung der Eigenschaften der gesuchten Lösung  $w(x, t)$  sowie der Transformaten  $\tilde{w}(x, t)$  und  $\tilde{w}(\zeta, \xi)$ .

In einem ersten Umformungsschritt werden nun neue zeitabhängige Funktionen eingeführt,

$$\begin{aligned} \tilde{w}(x, t) &= w(x, t) \cdot \exp(-i\Omega t) , \\ \tilde{\psi}(x, t) &= \psi(x, t) \cdot \exp(-i\Omega t) . \end{aligned} \quad (4.32)$$

#### 4.4 Berechnung der Dynamik des Eisenbahngleises

Die Bewegung, dargestellt in den Größen  $\tilde{w}$  und  $\tilde{\psi}$ , verdeutlicht die Abbildung 4.5b: Noch immer bewegt sich das gleiche Verformungsfeld durch die Struktur, aber jetzt ohne harmonische Oszillation. Es schließt sich ein Übergang auf neue Koordinaten an,

$$\zeta = x; \quad \xi = x - vt. \quad (4.33)$$

Die an Stelle der Zeit  $t$  auftretende Ortskoordinate  $\xi$  beinhaltet den räumlichen Abstand zwischen der Anregung  $F(t)$  und einer speziellen Position  $\zeta$ . Die Periodizitätsbedingung (4.31) lautet nach diesen Umformungen

$$\begin{aligned} \tilde{w}(\zeta + L, \xi) &= \tilde{w}(\zeta, \xi), \\ \tilde{\psi}(\zeta + L, \xi) &= \tilde{\psi}(\zeta, \xi), \end{aligned} \quad (4.34)$$

so dass es im Weiteren ausreicht, eine Lösung für das Intervall  $0 \leq \zeta < L$  zu bestimmen. Für eine spezielle Position  $\zeta$  innerhalb eines Schwellenfaches ist die Lösung in Abbildung 4.5c skizziert. Unter Verwendung der Fourier-Transformationen

$$\begin{aligned} A_w(\kappa, \zeta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{w}(\zeta, \xi) \cdot \exp(-i\kappa\xi) d\xi, \\ A_\psi(\kappa, \zeta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(\zeta, \xi) \cdot \exp(-i\kappa\xi) d\xi \end{aligned} \quad (4.35)$$

wird das in dem stets unverändert gebliebenen Verformungsfeld enthaltene Wellenzahlenspektrum erfasst. Die Timoshenko-Balken-Differentialgleichungen (4.28) lauten im zugehörigen Bildraum

$$\begin{aligned} \bar{k} \cdot \text{Diff}(\text{Diff}(A_w) - A_\psi) + \rho A \bar{\Omega}^2 A_w &= -\hat{Q}, \\ EI \cdot \text{Diff}^2(A_\psi) + \bar{k} \cdot (\text{Diff}(A_w) - A_\psi) + \rho I \bar{\Omega}^2 A_\psi &= 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

mit  $\kappa$  als Wellenzahl sowie dem Differentialoperator

$$\text{Diff}(\cdot) = i\kappa(\cdot) + \frac{\partial(\cdot)}{\partial\zeta} \quad (4.37)$$

und der durch den Doppler-Effekt modulierten Anregungsfrequenz

$$\bar{\Omega} = \Omega - \kappa v. \quad (4.38)$$

Ein solches System aus gewöhnlichen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten lässt sich mit Standardverfahren lösen, siehe z.B. [11]. Die Lösung hat die allgemeine Form

$$A_w(\zeta) = \underbrace{\sum_{m=1}^4 a_{w_m} e^{\alpha_m \zeta}}_{A_{w_h}(\zeta)} + A_{w_P}(\zeta), \quad A_\psi(\zeta) = \underbrace{\sum_{m=1}^4 a_{\psi_m} e^{\alpha_m \zeta}}_{A_{\psi_h}(\zeta)} + A_{\psi_P}(\zeta), \quad (4.39)$$

#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

wobei der erste Teil die Lösung des homogenen Gleichungssystems mit den Eigenwerten  $\alpha_m$  darstellt und  $A_{w_P}$  bzw.  $A_{\psi_P}$  eine beliebige Lösung des inhomogenen Systems repräsentieren. Aufgrund der zeitunabhängigen rechten Seite der Gleichungen 4.36 gestaltet sich die Bestimmung von  $A_{w_P}$  und  $A_{\psi_P}$  sehr einfach,

$$\begin{aligned} A_{w_P} = \text{const.} &= \frac{EI\kappa^2 + \bar{k} - \rho I \bar{\Omega}^2}{EI\bar{k}\kappa^4 - (\rho I \bar{k} + \rho A EI) \bar{\Omega}^2 \kappa^2 - \rho A \bar{\Omega}^2 (\bar{k} - \rho I \bar{\Omega}^2)} \cdot \hat{Q}, \\ A_{\psi_P} = \text{const.} &= \frac{i\bar{k}\kappa}{EI\bar{k}\kappa^4 - (\rho I \bar{k} + \rho A EI) \bar{\Omega}^2 \kappa^2 - \rho A \bar{\Omega}^2 (\bar{k} - \rho I \bar{\Omega}^2)} \cdot \hat{Q}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Nach Berechnung der Eigenwerte

$$\alpha_{1,2} = -i(\kappa \mp s_1), \quad \alpha_{3,4} = -i(\kappa \mp s_2) \quad (4.41)$$

mit

$$s_1 = \sqrt{\left(-b_s - \sqrt{b_s^2 - 4c_s}\right) / 2}, \quad s_2 = \sqrt{\left(-b_s + \sqrt{b_s^2 - 4c_s}\right) / 2}, \quad (4.42)$$

$$b_s = -\bar{\Omega}^2 \left(\frac{\rho A}{\bar{k}} + \frac{\rho}{E}\right), \quad c_s = -\rho A \bar{\Omega}^2 \left(\frac{1}{EI} - \frac{\rho \bar{\Omega}^2}{\bar{k}E}\right) \quad (4.43)$$

sind die vier Konstanten vor den Eigenvektoren  $[a_{w_m} \ a_{\psi_m}]^T$  aus den Randbedingungen (4.29) zu bestimmen. Aufgrund der Periodizität von  $A_w$  und  $A_\psi$  lassen sich diese Randbedingungen umformulieren,

$$\begin{aligned} A_w [(k+1)L] &= A_w [kL], \\ A_\psi [(k+1)L] &= A_\psi [kL], \\ \text{Diff}(A_\psi [(k+1)L]) &= \text{Diff}(A_\psi [kL]), \\ \bar{k}(\text{Diff}(A_w [(k+1)L]) - A_\psi [(k+1)L]) &= \bar{k}(\text{Diff}(A_w [kL]) - A_\psi [kL]) + A_R. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Bei der Fourier-Transformierten  $A_R$  der Zwischenlagenkraft  $R(t)$  handelt es sich somit um die Kraft, welche auftritt, wenn sich in den Schienen Wellen einer speziellen reellen Wellenzahl  $\kappa$  ausbreiten. Die vorausgegangenen Umformungen zeigen, dass hierbei die Anregungsfrequenz den Wert  $\bar{\Omega} = \Omega - \kappa v$  aufweist. Benachbarte diskrete Schienenpunkte im Abstand  $L$  schwingen zudem um den Winkel  $\Delta\phi = \exp(i\kappa L)$  phasenverschoben.

Für eine solche Anregung wurde im Abschnitt 4.3 die dynamische Steifigkeit  $\chi_{equi}(\bar{\Omega}, \kappa)$  der Schienenbettung hergeleitet, siehe Gleichung (4.24). Setzt man die entsprechende Beziehung

$$A_R = \chi_{equi}(\bar{\Omega}, \kappa) \cdot A_w \quad (4.45)$$

#### 4.4 Berechnung der Dynamik des Eisenbahngleises

in die vierte Randbedingung ein, so gelingt die Berechnung der fehlenden Konstanten. Unter Verwendung der auf das Intervall  $[0; L]$  beschränkten Koordinate  $\varsigma$  mit  $\varsigma = \zeta - kL$  für  $\zeta \in [kL; (k+1)L]$  lauten die Bildfunktionen sodann

$$\begin{aligned} A_w(\varsigma) &= A_{wP} \cdot \frac{\chi_{equi}}{EI} \frac{f_w(\varsigma)}{M(\chi_{equi})} + A_{wP} , \\ A_\psi(\varsigma) &= A_{wP} \cdot \frac{\chi_{equi}}{EI} \frac{f_\psi(\varsigma)}{M(\chi_{equi})} + A_{\psi P} \end{aligned} \quad (4.46)$$

mit

$$\begin{aligned} f_w(\varsigma) &= -g_1 [\cos(\kappa L) - \cos(s_2 L)] \sin[s_1(L - \varsigma)] + \\ &\quad -g_2 [\cos(\kappa L) - \cos(s_1 L)] \sin[s_2(L - \varsigma)] + \\ &\quad - \{g_1 [\cos(\kappa L) - \cos(s_2 L)] \sin(s_1 \varsigma) + \\ &\quad + g_2 [\cos(\kappa L) - \cos(s_1 L)] \sin(s_2 \varsigma)\} \cdot \exp(i\kappa L) \end{aligned} \quad (4.47)$$

und

$$\begin{aligned} f_\psi(\varsigma) &= -b_1 [\cos(\kappa L) - \cos(s_2 L)] \cos[s_1(L - \varsigma)] + \\ &\quad -b_2 [\cos(\kappa L) - \cos(s_1 L)] \cos[s_2(L - \varsigma)] + \\ &\quad - \{b_1 [\cos(\kappa L) - \cos(s_2 L)] \cos(s_1 \varsigma) + \\ &\quad + b_2 [\cos(\kappa L) - \cos(s_1 L)] \cos(s_2 \varsigma)\} \cdot \exp(i\kappa L) \end{aligned} \quad (4.48)$$

sowie

$$g_1 = \frac{t_1}{2(s_2^2 - s_1^2)}, \quad g_2 = \frac{t_2}{2(s_1^2 - s_2^2)}, \quad b_1 = \frac{1}{2(s_2^2 - s_1^2)}, \quad b_2 = \frac{1}{2(s_1^2 - s_2^2)} \quad (4.49)$$

mit

$$t_1 = \frac{EI s_1^2 - \rho I \bar{\Omega}^2 + \bar{k}}{\bar{k} s_1}, \quad t_2 = \frac{EI s_2^2 - \rho I \bar{\Omega}^2 + \bar{k}}{\bar{k} s_2}. \quad (4.50)$$

Der Nenner  $M(\chi_{equi})$  beinhaltet die Dispersionsrelation<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} M(\chi_{equi}) &= \cos^2(\kappa L) + \cos(\kappa L) \cdot \\ &\quad \cdot \left[ \frac{\chi_{equi}}{EI} g_1 \sin(s_1 L) + \frac{\chi_{equi}}{EI} g_2 \sin(s_2 L) - \cos(s_1 L) - \cos(s_2 L) \right] + \\ &\quad - \frac{\chi_{equi}}{EI} g_1 \sin(s_1 L) \cos(s_2 L) + \\ &\quad - \frac{\chi_{equi}}{EI} g_2 \sin(s_2 L) \cos(s_1 L) + \cos(s_1 L) \cos(s_2 L) . \end{aligned} \quad (4.51)$$

<sup>4</sup>In der Dispersionsrelation ist die Geschwindigkeit zu Null zu setzen. Es gilt dann  $\bar{\Omega} = \Omega$ .

#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

Die gesuchten Größen  $w$  und  $\psi$  erhält man mittels einer modifizierten inversen Fourier-Transformation, die zugleich die ursprünglichen Koordinaten  $x$  und  $t$  und die ursprüngliche Zeitabhängigkeit wieder einführt,

$$w(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_w(x, \kappa) \cdot \exp[i(\kappa(x - vt) + \Omega t)] d\kappa,$$

$$\psi(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A_\psi(x, \kappa) \cdot \exp[i(\kappa(x - vt) + \Omega t)] d\kappa. \quad (4.52)$$

Aufgrund der Verzweigungspunkte und der unendlich vielen Pole des Integranden ist eine Ausführung der Integration mit Hilfe des Residuensatzes nicht ratsam. Da der Integrand für  $\kappa \rightarrow \pm\infty$  schnell abklingt, hat sich eine direkte numerische Integration als besser geeignet herausgestellt. Gute Erfahrungen konnten mit dem Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung mit adaptiver Schrittweitensteuerung gesammelt werden.

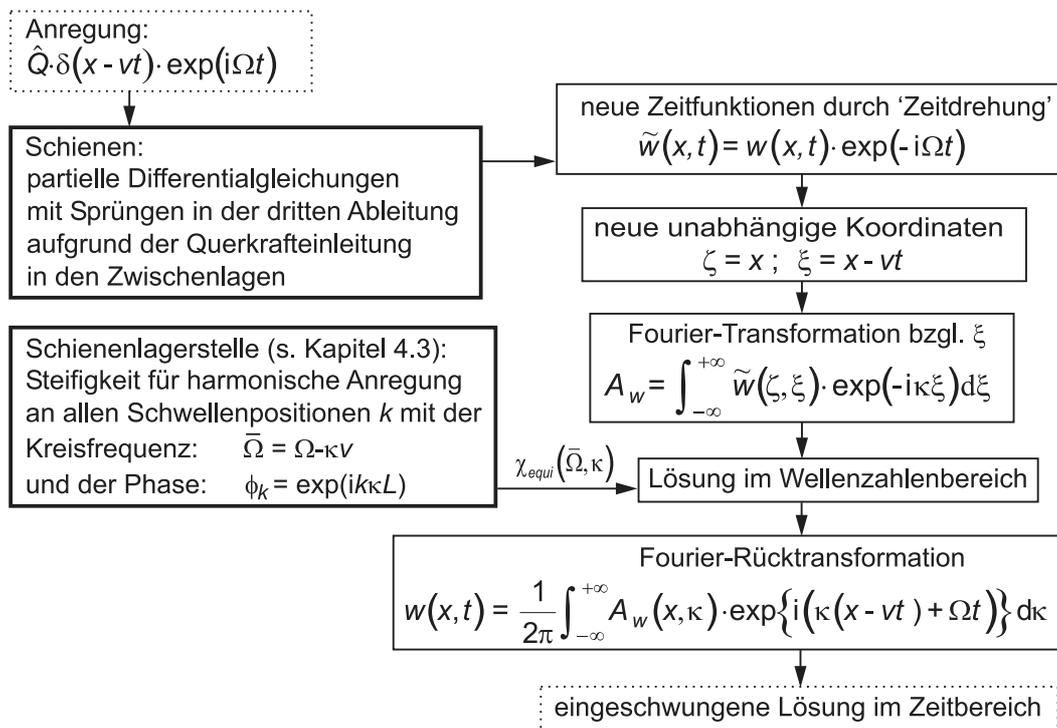


Abbildung 4.6: Verdeutlichung des Algorithmus zur Berechnung der Dynamik des Eisenbahngleises im Blockdiagramm.

Abschließend liefert Abbildung 4.6 einen Überblick über den gesamten Algorithmus, wobei allerdings nur die Gleichungen für die Vertikalverschiebung  $w$  enthalten sind.

## 4.5 Ermittlung der Fahrzeug-Fahrweg-Wechselwirkungen

Der Algorithmus der Stufe 1 basiert auf der Tatsache, dass die in Abschnitt 3.4 beschriebenen Anregungsmechanismen zu einem eingeschwungenen Bewegungszustand führen, bei dem sowohl die Kontaktkräfte  $Q$  als auch die Kontaktpunktauslenkungen  $w$  periodisch von der Zeit abhängen. Folglich lassen sie sich durch Fourier-Reihen darstellen. Im Folgenden werden die wesentlichen Fourier-Koeffizienten von Kontaktkraft und Kontaktpunktauslenkung simultan berechnet. Anschließend können bei Kenntnis der Kontaktkräfte unter Verwendung der Algorithmen der Stufe 2 weitere Studien — z.B. bezüglich der Belastung einzelner Komponenten — durchgeführt werden.

In einem ersten Schritt ist zu klären, welche Fourier-Koeffizienten bzw. Harmonische zu berücksichtigen und welche von vernachlässigbarer Größe sind, siehe Abschnitt 5.1.3. Die Beantwortung dieser Frage ist nicht einfach. Falls keine Erfahrungen bestehen, sind Vergleichsrechnungen mit unterschiedlich vielen Harmonischen anzuraten. Die einzelnen Koeffizienten werden sodann in den Spaltenvektoren  $\mathbf{Q}_{harm}$  und  $\mathbf{w}_{harm}$  zusammengefasst. Jedes Vektorelement beinhaltet hierbei eine reellwertige Amplitude einer Cosinus- oder Sinusschwingung.

Bei der Berechnung wird zuerst für jede der berücksichtigten Harmonischen die Gleisnachgiebigkeit bestimmt und in eine Gleisnachgiebigkeitsmatrix  $\mathbf{N}_{track}$  eingetragen. Dieses geschieht mit dem im vorherigen Kapitel beschriebenen Algorithmus, mit dem sich die Auslenkung des Kraftangriffspunktes für beliebige harmonisch zeitveränderliche, mit konstanter Geschwindigkeit bewegte Kräfte berechnen lässt. Aufgrund der Schwellenüberrollung ist diese Auslenkung moduliert, sie enthält neben der Anregungsfrequenz weitere Frequenzanteile. Folglich sind bei der Gleisnachgiebigkeitsmatrix nicht nur die Diagonalelemente besetzt, für jede Anregungsfrequenz ergeben sich jeweils die Elemente einer ganzen Spalte von  $\mathbf{N}_{track}$ . Die Elemente selbst entsprechen speziellen Fourier-Koeffizienten, wenn man bei einer normierten Anregungsamplitude  $\hat{Q} = 1$  N die periodische Kontaktpunktauslenkung  $w(t)$  als Fourier-Reihe darstellt.

Weist das Fahrzeug-Fahrweg-System mehrere Rad-Schiene-Kontakte auf, müssen die Auslenkungen an den entsprechenden, in einem festen Abstand mitbewegten Punkten in ähnlicher Weise behandelt werden. Eine Kopplung der Radsätze über das Gleis findet so Berücksichtigung. Anschließend wird für das Fahrzeug samt Kontakt eine Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{vehicle}$  bestimmt. Bei ihr sind anders als bei der Gleisnachgiebigkeitsmatrix  $\mathbf{N}_{track}$  nur wenige Elemente ungleich Null. Sie ergeben sich als Quotient aus der Amplitude der im eingeschwungenen Zustand harmonischen Kraft in der Kontaktfeder und der Amplitude der Weganregung am Kontaktfederfußpunkt.

Die zur Berechnung von  $\mathbf{K}_{vehicle}$  durchzuführende Ermittlung der Radberühr-

#### 4 Berechnung des eingeschwungenen Zustands

punktauslenkung bei harmonischer Anregung gestaltet sich im Falle der einfachen Fahrzeugmodelle (a), (b) und (c) der Abbildung 3.6 trivial. Sollen zusätzlich noch die Elastizitäten und das Eigenschwingungsverhalten der Radsätze berücksichtigt werden, so ist eine aufwändigere Modellierung des Fahrzeugs als Elastisches Mehrkörpersystem (EMKS) erforderlich. Im Interesse einer möglichst effizienten Berechnung ist hier eine Beschreibung des EMKS durch lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten wünschenswert. Diese Anforderung lässt sich — insbesondere vor dem Hintergrund großer Radsatzrotationen und den damit verbundenen gyroskopischen Effekten sowie des entlang des Radumfangs wandernden Kraftangriffspunktes — in eleganter Weise unter Verwendung der gemischten Eulerschen-Lagrangeschen Betrachtungsweise erfüllen. Nähere Informationen entnehme man [80].

Bei Kenntnis der beiden Matrizen  $\mathbf{N}_{track}$  und  $\mathbf{K}_{vehicle}$  ergibt sich folgendes Gleichungssystem,

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{harm} &= \mathbf{N}_{track} \cdot \mathbf{Q}_{harm} + \mathbf{N}_{track,g} \cdot \mathbf{Q}_g, \\ \mathbf{Q}_{harm} &= \mathbf{K}_{vehicle} \cdot \mathbf{w}_{harm} + \mathbf{K}_{vehicle,irr} \cdot \mathbf{w}_{irr} + \mathbf{K}_{vehicle,uw} \cdot \mathbf{w}_{uw}, \end{aligned} \quad (4.53)$$

wobei  $\mathbf{Q}_g$  die auf die Radsätze verteilte Gewichtskraft des Fahrzeugs und  $\mathbf{w}_{irr}$  die Amplituden der Profilirregularitäten der Schienen bzw. Radsätze enthält. Bei der Größe  $\mathbf{w}_{uw}$  handelt es sich um die Vertikalverschiebung der Räder am fiktiven Rad-Schiene-Berührungspunkt aufgrund einer rotierenden Unwuchtverteilung in den Radsätzen. Diese Größe muss im Voraus am ungefesselten Fahrzeugmodell bestimmt werden. Die Matrizen mit Zusatzindizes 'g' für 'Fahrzeuggewicht', 'irr' für Profilirregularität und 'uw' für Unwucht weisen die Spalten der entsprechenden Matrizen ohne Zusatzindex auf, die den Frequenzen der Anregungsgrößen  $\mathbf{Q}_g$ ,  $\mathbf{w}_{irr}$  und  $\mathbf{w}_{uw}$  zugeordnet sind. Der in den Gleichungen 4.53 angegebene Zusammenhang wird in Abbildung 4.7 verdeutlicht, wobei allerdings zur Vereinfachung der Schreibweise die Dimension der Matrizen stark reduziert wurde.

Die Lösung für die Unbekannten  $\mathbf{Q}_{harm}$  und  $\mathbf{w}_{harm}$  lautet

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{harm} &= [\mathbf{E} - \mathbf{K}_{vehicle} \cdot \mathbf{N}_{track}]^{-1} \cdot \\ &\quad \left[ \mathbf{K}_{vehicle} \cdot \mathbf{N}_{track,g} \cdot \mathbf{Q}_g + \mathbf{K}_{vehicle,irr} \cdot \mathbf{w}_{irr} + \mathbf{K}_{vehicle,uw} \cdot \mathbf{w}_{uw} \right], \quad (4.54) \\ \mathbf{w}_{harm} &= \mathbf{N}_{track} \cdot \mathbf{Q}_{harm} + \mathbf{N}_{track,g} \cdot \mathbf{Q}_g. \end{aligned}$$

Sollen große Kontaktkraftschwankungen untersucht werden, so ist ein Übergang auf eine nichtlineare Kontaktsteifigkeit erforderlich. In einem solchen Fall führt Gleichung 4.54 zu einer ersten Näherung für die gesuchten Fourierkoeffizienten. Es muss nun der aus den Elementen von  $\mathbf{Q}_{harm}$  und  $\mathbf{w}_{harm}$  bestehende Lösungsvektor iterativ hinsichtlich eines Gütekriteriums optimiert werden. Umfangreiche Studien haben gezeigt, dass gängige Suchalgorithmen wie z.B. das Simplex-Verfahren

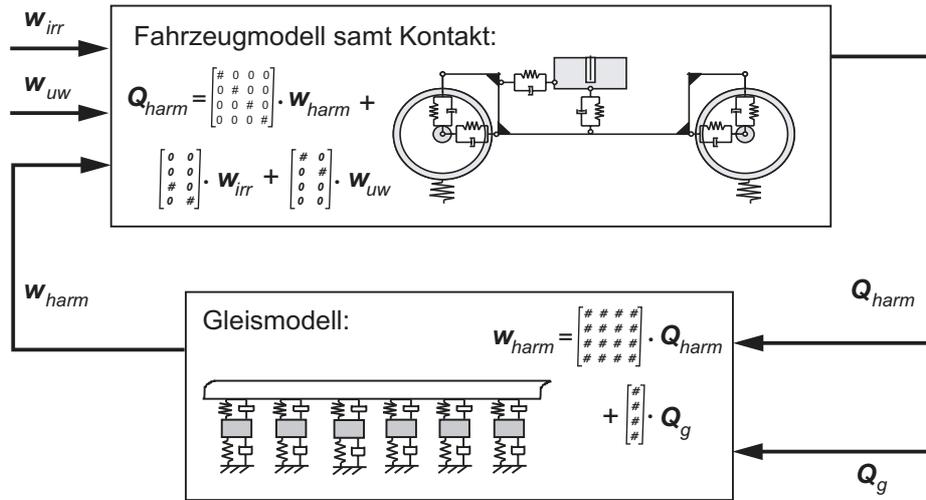


Abbildung 4.7: Erstellung des Gesamtmodells aus Fahrzeug- und Fahrwegmodell.

aufgrund der hohen Anzahl lokaler Extrema mit großen Konvergenzschwierigkeiten zu kämpfen haben [61]. Deshalb werden in Abschnitt 5 ausschließlich Ergebnisse mit linearer Kontaktsteifigkeit gezeigt.

## 4.6 Verifikation der Algorithmen

Nahezu sämtliche beschriebene Algorithmen sind in das am Institut für Mechanik erstellte Software-Paket TTI eingeflossen [59]. Um die Fehlerwahrscheinlichkeit im inzwischen mit über 25000 Zeilen sehr umfangreichen Quellcode möglichst gering zu halten, fand neben einer Vielzahl von Testrechnungen und Plausibilitätsstudien ein Vergleich mit von anderen Forschergruppen publizierten Simulationsergebnissen statt. Hierzu zählen insbesondere

- zur Validierung der Programmabschnitte mit herkömmlicher Schotter-Untergrund-Modellierung die Veröffentlichung [78] und
- im Falle einer erweiterten Schotter-Untergrund-Modellierung die Ergebnisse aus [51].

Nicht zuletzt ist in diesem Zusammenhang auch der DFG-Benchmarktest zu sehen [93]. An ihm beteiligten sich eine ganze Reihe von Teilnehmern des DFG-Schwerpunktprogramms. Insbesondere Vergleichsrechnungen mit einem an der TU Berlin erstellten Programm ergaben eine außerordentlich gute Übereinstimmung der berechneten Gleisrezeptanzen. Die Abweichungen lagen weit unterhalb von einem Prozent.

## 5 Simulationsergebnisse

Das im vorherigen Abschnitt hergeleitete Fahrzeug-Fahrweg-Modell ist sehr komplex. Das Modellverhalten wird durch eine Vielzahl von Systemparametern bestimmt. Eine Auswertung von Simulationsergebnissen muss deshalb mit großer Sorgfalt erfolgen. Sämtliche Modelleigenschaften sind auf ihre Robustheit hinsichtlich Parameteränderungen zu untersuchen.

Die im Folgenden präsentierten Studien sollen die vom Modell wiedergegebenen Phänomene strukturiert erklären. Hierzu werden im Abschnitt 5.1 als Ausgangspunkt sehr einfache Modelle verwendet, die sodann eine schrittweise Verfeinerung erfahren. Zuerst wird eine einzelne Schienenlagerstelle betrachtet, bei der die Schwelle auf einer viskoelastischen Bettung ruht. Es wird aufgezeigt, in welcher Weise die Bettungsparameter die Steifigkeit der Lagerstelle beeinflussen. Anschließend soll deutlich werden, wie sich diese frequenzabhängige Steifigkeit in der Dispersionsrelation der Schiene und dem Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgang niederschlägt. In ähnlicher Weise wird die Abhängigkeit der Rad-Schiene-Kontaktkräfte von der Gleisnachgiebigkeit aufgezeigt. Überdies werden der Einfluss der Fahrgeschwindigkeit, der diskreten Schienenlagerung und der Schwellenelastizität kurz angesprochen. Der erste Unterabschnitt des Kapitels 5 schließt mit einem Vergleich verschiedener Anregungsquellen.

Nachdem die Grundzüge des Systemverhaltens klar geworden sind, folgt im Abschnitt 5.2 eine fundierte Bewertung der erweiterten Schotter- und Untergrundmodellierung. Dieses geschieht anhand des in Abschnitt 3 beschriebenen Standardmodells. Aufgrund der gewonnenen Vorkenntnisse bezüglich der Beziehungen zwischen den einzelnen physikalischen Größen kann auf die erneute Darstellung bereits bekannter Zusammenhänge verzichtet werden. Folgende Fragen sollen u.a. geklärt werden:

- In welcher Weise wirkt sich eine zu grobe bzw. falsche Abbildung von Schotter und Untergrund auf die Dynamik des Fahrzeug-Fahrweg-Modells aus?
- Wie genau müssen Schotter und Untergrund modelliert werden, um belastbare Rechenergebnisse hinsichtlich der auf den Schotter wirkenden Kräfte und seiner Erschütterungen zu erhalten? Welche Unsicherheiten verbleiben und warum?

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

- Wie groß sind die Schotterschwingungen und -belastungen?
- Mit welchen besonderen Effekten ist bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten zu rechnen?

Wichtig bei der Bewertung sämtlicher Simulationsergebnisse ist, dass die vom Modell wiedergegebenen Phänomene in der Realität von nicht mitmodellierten zusätzlichen Effekten überlagert werden. Sie rühren in erster Linie von Inhomogenitäten, Nichtlinearitäten, Einzelstörungen oder in den Randbedingungen des Modells nur angenähert erfassten Bewegungskopplungen her. In den Fällen, bei denen eine ausgeprägte Modelleigenschaft aufgrund dieser Effekte für das reale System voraussichtlich kaum Bedeutung hat, wird darauf explizit hingewiesen. Weitere Hinweise liefert zudem der Abschnitt 5.3, in dem den Simulationsergebnissen größtenteils der Literatur entnommene Messergebnisse vergleichend gegenübergestellt werden.

Wenn nicht anders angegeben, werden die Berechnungen mit den im Abschnitt 11.1 zusammengetragenen Parametern durchgeführt. In fast allen Fällen bleibt aus Rechenzeitgründen die Elastizität der Schwellen unberücksichtigt. Des Weiteren finden zumeist sehr primitive Fahrzeugmodelle Anwendung, da diese zu leichter interpretierbaren Ergebnissen führen: Der Schottereinfluss ist isoliert erkennbar, ohne Überlagerung durch fahrzeugseitige Strukturanregungen. Als Anregungsmechanismus des Fahrzeug-Fahrweg-Systems wird häufig vereinfachend eine harmonische Profilirregularität zwischen Schiene und ruhendem Rad hindurchgeschoben, siehe vereinfachte Anregungsform 1 in Abschnitt 3.4. Das Kapitel schließt mit einem Fazit, in dem Kernaussagen zusammengetragen werden.

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

### 5.1.1 Betrachtung einer einzelnen Schienenlagerstelle

Bei vielen Gleismodellen ruht die Schwelle auf einer viskoelastischen Bettung. Betrachtet man hierbei die Schwelle als starr, so ergibt sich für eine Lagerstelle einer einzelnen Schiene das in Abbildung 5.1 skizzierte System. Zur Berechnung der in Abschnitt 4.3 eingeführten äquivalenten Steifigkeit  $\chi_{equi}$  wird eine harmonische kinematische Anregung  $w$  an der Zwischenlagenoberkante angenommen. Für die Schwellenauslenkung  $w_s$  gilt sodann die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{m_s}{2} \frac{d^2 w_s}{dt^2} = c_p (w - w_s) + d_p \frac{d(w - w_s)}{dt} - \frac{c_{bf}}{2} w_s - \frac{d_{bf}}{2} \frac{dw_s}{dt}. \quad (5.1)$$

In einem ersten Schritt werden die Dämpfungskonstanten  $d_p$  und  $d_{bf}$  zu Null

## 5 Simulationsergebnisse

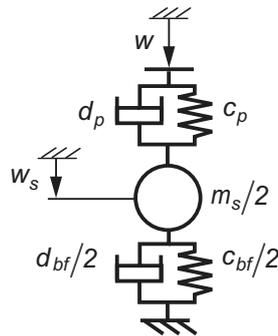


Abbildung 5.1: Primitiv-Modell einer einzelnen Schienenlagerstelle.

gesetzt, woraus eine reelle äquivalente Steifigkeit resultiert,

$$\chi_{equi} = \frac{\hat{R}}{\hat{w}} = c_p \cdot \frac{c_{bf} - m_s \omega^2}{2c_p + c_{bf} - m_s \omega^2}. \quad (5.2)$$

Sie ist in Abbildung 5.2 als durchgezogene Linie dargestellt. Charakteristisch für den Funktionsverlauf sind die Nullstelle und der Pol. Während die Nullstelle bei der Eigenfrequenz  $f_N$  des Teilsystems Schwelle-Schotter auftritt, liegt der Pol höher und markiert die Eigenfrequenz  $f_P$  des in Abbildung 5.2 links unten skizzierten Systems mit festgesetztem oberem Federende.

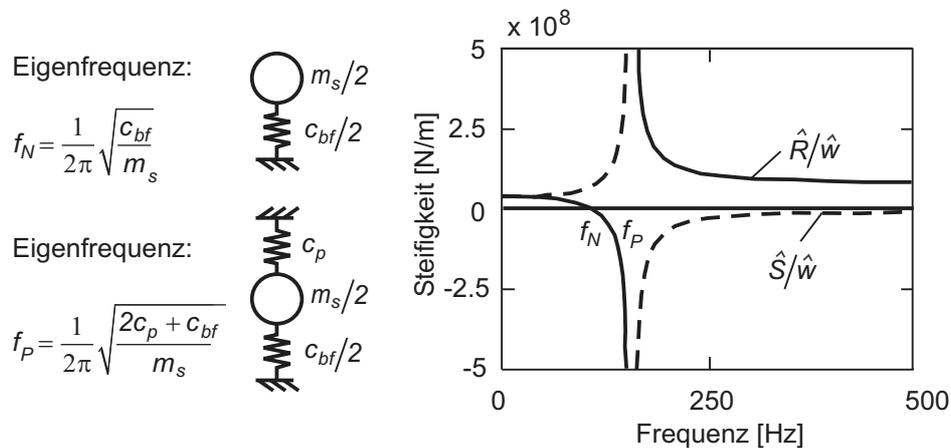


Abbildung 5.2: Steifigkeitsfrequenzgänge  $\hat{R}/\hat{w}$  und  $\hat{S}/\hat{w}$  und Verdeutlichung der Lage von Nullstelle  $f_N$  und Pol  $f_P$ .

Anhand dieses einfachen Modells ist erkennbar, in welcher Weise sich die wenigen enthaltenen Parameter auswirken, und zwar nicht nur auf die Lage der

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

Nullstelle und des Pols, sondern auch auf die Relativbewegung zwischen Schwelle und Untergrund und — im Rahmen von Grenzwertbetrachtungen — auf die Steifigkeiten bei besonders großen oder kleinen Frequenzen.

Als weitere Kurve enthält die Abbildung 5.2 den Verlauf der in der Schwellenbettung auftretenden Kraftamplitude  $\hat{S}$ . Bezieht man diese Kraft ebenfalls auf die Anregungsamplitude  $\hat{w}$ , so ergibt sich

$$\frac{\hat{S}}{\hat{w}} = c_p \cdot \frac{c_{bf}}{2c_p + c_{bf} - m_s \omega^2}. \quad (5.3)$$

Im Gegensatz zu  $\chi_{equi}$  weist diese Funktion keine Nullstelle auf. Überdies nähert sie sich aufgrund der Trägheit der Schwellenmasse für höhere Frequenzen asymptotisch der Null an.

In einem zweiten Schritt wird jetzt die Dämpfung hinzugenommen. Die bisher reelle äquivalente Steifigkeit stellt dann eine komplexwertige Größe dar. Außerdem wird aus der Nullstelle ein relatives Minimum und aus dem Pol ein relatives Maximum. Selbst ein vollständiges Verschwinden der beiden lokalen Extrema ist bei ausreichend hoher Dämpfung denkbar. Eine genaue Analyse der resultierenden Frequenzgänge von  $\hat{R}/\hat{w}$  und  $\hat{S}/\hat{w}$  gelingt bei dem zugrunde liegenden einfachen Modell mit Hilfe des Bodediagramms. Hierzu müssen die entsprechenden gebrochen rationalen Funktionen für die Frequenzgänge in die Bode-Normalform gebracht werden,

$$\begin{aligned} \frac{\hat{R}}{\hat{w}}(i\omega) &= \frac{c_p \cdot c_{bf}}{2c_p + c_{bf}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{d_{bf}}{c_{bf}} i\omega + \frac{m_s}{c_{bf}} (i\omega)^2\right) \cdot \left(1 + \frac{d_p}{c_p} i\omega\right)}{1 + \frac{2d_p + d_{bf}}{2c_p + c_{bf}} i\omega + \frac{m_s}{2c_p + c_{bf}} (i\omega)^2}, \\ \frac{\hat{S}}{\hat{w}}(i\omega) &= \frac{c_p \cdot c_{bf}}{2c_p + c_{bf}} \cdot \frac{\left(1 + \frac{d_{bf}}{c_{bf}} i\omega\right) \cdot \left(1 + \frac{d_p}{c_p} i\omega\right)}{1 + \frac{2d_p + d_{bf}}{2c_p + c_{bf}} i\omega + \frac{m_s}{2c_p + c_{bf}} (i\omega)^2}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Anschließend können die für das Bodediagramm charakteristischen Größen statische Verstärkung  $V_0$ , Zählerfrequenz  $f_N$ , Nennerfrequenz  $f_P$ , Eckfrequenz  $f_E$  und Dämpfungsgrade  $D_N$  und  $D_P$  abgelesen werden. Im Falle von  $\chi_{equi}$  lauten diese

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{c_p \cdot c_{bf}}{2c_p + c_{bf}}, & f_E &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{c_p}{d_p}, \\ f_N &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_{bf}}{m_s}}, & f_P &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2c_p + c_{bf}}{m_s}}, \\ D_N &= \frac{d_{bf}}{2\sqrt{c_{bf} \cdot m}}, & D_P &= \frac{2d_p + d_{bf}}{2\sqrt{(2c_p + c_{bf}) \cdot m_s}}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Mit ihnen lässt sich das Bodediagramm konstruieren. Es ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Neben den eigentlichen Frequenzgängen sind auch die Asymptoten dünn

## 5 Simulationsergebnisse

eingetragen. Es ist zu erkennen, dass die Frequenzen der Null- und Polstellen des ungedämpften Systems als Knick- bzw. Sprungstellen der Asymptoten weiterhin eine wichtige Rolle spielen. Überdies erhält man aus den Dämpfungsgraden Informationen darüber, in welcher Weise einzelne Systemparameter die relativen Extrema beeinflussen. Die in dieser Arbeit besonders interessierenden Bettungsgrößen  $c_{bf}$  und  $d_{bf}$  wirken sich sowohl auf Lage (lediglich  $c_{bf}$ ) und Höhe beider Extrema als auch auf die Größe  $V_0$  aus. Die Eckfrequenz  $f_E$  markiert die Stelle des Frequenzganges, ab der sich das System zunehmend differenzierend verhält. Sie hängt lediglich von den Zwischenlagenparametern ab.

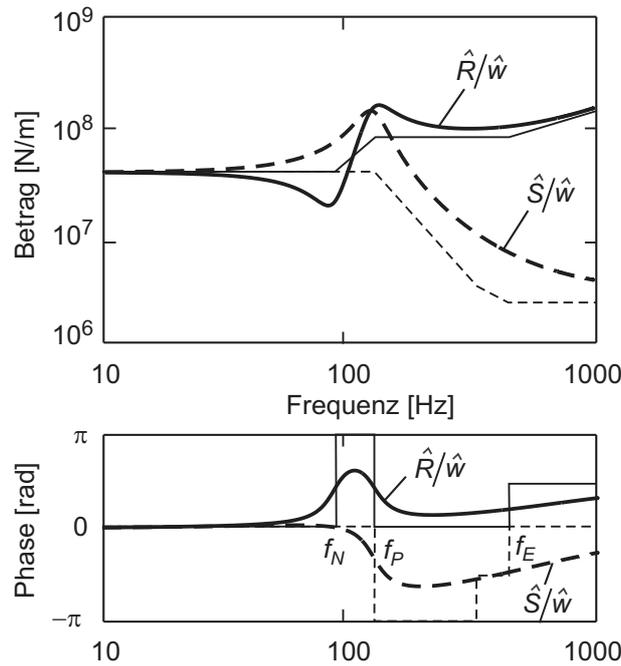


Abbildung 5.3: Steifigkeitsfrequenzgänge  $\hat{R}/\hat{w}$  und  $\hat{S}/\hat{w}$  für Schienenlagerstelle mit Dämpfung.

Da bei der Funktion  $\hat{R}/\hat{w}$  Nullstelle und Pol dicht zusammenliegen und sich somit gegenseitig beeinflussen, geben die Dämpfungsgrade allein noch keine genaue Auskunft über die Höhe der relativen Extrema. Zusätzlich gilt, dass mit sich verringerndem Abstand zwischen  $f_N$  und  $f_P$  auch die beiden lokalen Extrema kleiner ausfallen. Im Falle der Größe  $\hat{S}/\hat{w}$  existiert eine solche Beeinflussung nicht. Nach Erreichen der Resonanz bei  $f_P$  fällt die S-Kraft rasch ab. Wegen der beiden Dämpfer strebt sie jedoch nicht gegen Null, sondern gegen den sehr kleinen Wert

$$\lim_{f \rightarrow \infty} \frac{\hat{S}}{\hat{w}} = \frac{d_{bf} \cdot d_p}{m_s}. \quad (5.6)$$

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

In der Realität sind die Verhältnisse selbst bei Vernachlässigung sämtlicher Nichtlinearitäten sehr viel komplizierter, da sowohl Zwischenlagenparameter als auch Schwellenbettungsparameter von der Frequenz abhängen. Eine Verwendung von Bodediagrammen ist sodann nicht mehr sinnvoll. Dennoch ist der einfache 1-Massen-Schwinger in Abbildung 5.1 für das Verständnis vieler später gezeigter Effekte hilfreich.

### 5.1.2 Übergang auf das durch Kräfte belastete Gleis

Zur Erläuterung des dynamischen Verhaltens des Gleises wird von dem einfachen in Abbildung 5.4 dargestellten System ausgegangen. Es hat mit dem in Abschnitt 3 beschriebenen Modell die unendliche Länge der Schiene und ihre diskrete Lagerung auf einzelnen Stützen gemein.

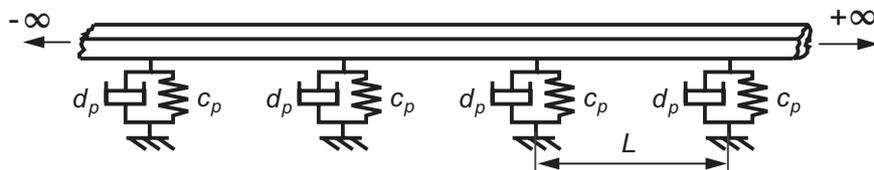


Abbildung 5.4: Gleismodell mit diskreter Schienenlagerung.

Bei Vernachlässigung der Dämpfung  $d_p$  ergibt sich die Dispersionsrelation in Abbildung 5.5. Da die Balkendifferentialgleichung eine Differentialgleichung vierter Ordnung darstellt, sind jeder Anregungsfrequenz vier Wellenzahlen  $\kappa$  zugeordnet, von denen jeweils zwei paarweise symmetrisch zur Abszisse liegen. Ihr Realteil bestimmt die Wellenlänge, während der Imaginärteil ein Maß für das räumliche Abklingverhalten der Wellen ist. Die Abbildung 5.5 zeigt nur die beiden Wellenzahlen mit positivem Realteil. Anhand des links gezeigten ersten Astes, der für die Wellenausbreitung die bedeutende Rolle spielt, erkennt man das von der Schienenbettung herrührende Haltefrequenzband, welches bis zur Frequenz

$$f_{cut} = 2\pi \sqrt{\frac{c_p}{\rho AL}} \quad (5.7)$$

reicht. Lediglich oberhalb dieser Cutoff-Frequenz können sich in der Schiene Wellen im sogenannten Durchlassfrequenzband ungedämpft ausbreiten. Die diskrete Lagerung wirkt sich wegen des geringen Schwellenabstandes erst bei einer Frequenz von  $f \approx 1000$  Hz aus. Bei der zugehörigen Pinned-Pinned-Mode nimmt die Wellenlänge den doppelten Wert des Schwellenabstandes ein. Die Dispersionsrelation weist hier ein schwaches Haltefrequenzband auf ( $\text{Im}(\kappa) > 0$ ). Da — wie bereits in Abbildung 5.3 deutlich wurde und später noch mehrfach gezeigt wird

## 5 Simulationsergebnisse

— der für Schotter und Untergrund interessante Frequenzbereich bei ca. 500 Hz endet, wird im Folgenden auf eine genauere Analyse der Vorgänge bei solch hohen Frequenzen einschließlich einer Erläuterung der Brillouinzonen verzichtet.

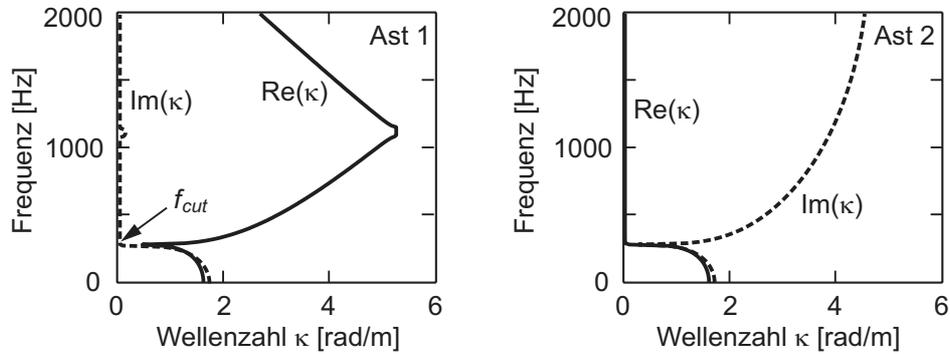


Abbildung 5.5: Dispersionsrelation zum Gleismodell in Abbildung 5.4 – ungedämpft.

Insgesamt spielt die diskrete Lagerung der Schienen aber nicht nur aufgrund der Höhe der ersten Pinned-Pinned-Frequenz, sondern auch aus den folgenden zwei Gründen eine eher untergeordnete Rolle<sup>1</sup>: Zum einen weisen die Stützstellen im Vergleich zur Biegesteifigkeit der Schienen eine recht hohe Nachgiebigkeit auf, so dass sie oberhalb von  $f_{cut}$  eine nahezu ungestörte Wellenausbreitung zulassen. Zum anderen verlieren die bei den Pinned-Pinned-Moden auftretenden zusätzlichen Haltefrequenzbänder aufgrund der dem Gleis eigenen hohen Dämpfung an Bedeutung. Dieses verdeutlicht die Abbildung 5.6, bei der die Zwischenlagendämpfung  $d_p$  auf ihren Standardwert gesetzt ist.

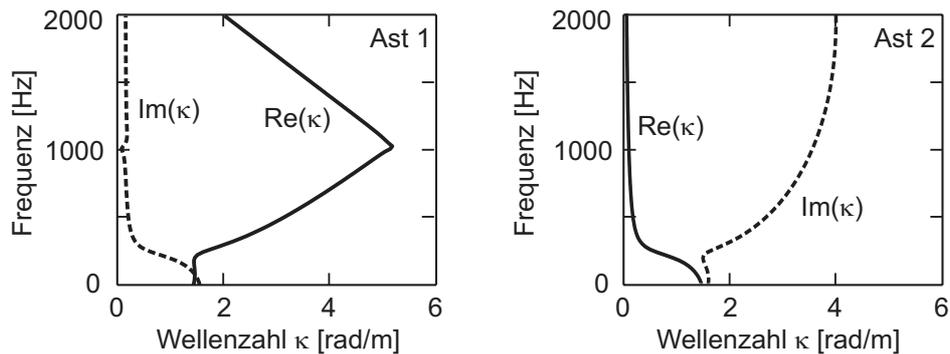


Abbildung 5.6: Dispersionsrelation zum Gleismodell in Abbildung 5.4 – gedämpft.

<sup>1</sup>Als wichtigste Auswirkung der diskreten Schienenlagerung ist die aus ihr resultierende Schwingungsanregung zu nennen. Sie wird später analysiert.

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

Im gedämpften Fall haben die Wellenzahlen nun auch im höheren Frequenzbereich erhebliche Imaginärteile. Beim ehemaligen Haltefrequenzband in der Nähe von 1000 Hz breiten sich sogar Wellen mit relativ geringem Abklingverhalten aus.

Während die Dispersionsrelation die Form der Schienendeformation bestimmt, beschreibt die dynamische Nachgiebigkeit die Höhe der Gleisverformung. Die Abbildung 5.7 macht deutlich, dass die Nachgiebigkeit nicht nur von der Anregungsfrequenz, sondern auch vom Belastungsort abhängt. Großen Einfluss hat der Belastungsort jedoch erneut nur in einem für Schotter und Untergrund bereits uninteressanten Frequenzbereich oberhalb 800 Hz. Als wesentliches Merkmal im mittleren Frequenzbereich weist die Nachgiebigkeit bei  $f_{cut}$  eine ausgeprägte Resonanz auf und fällt sodann bis zur Pinned-Pinned-Frequenz kontinuierlich ab.

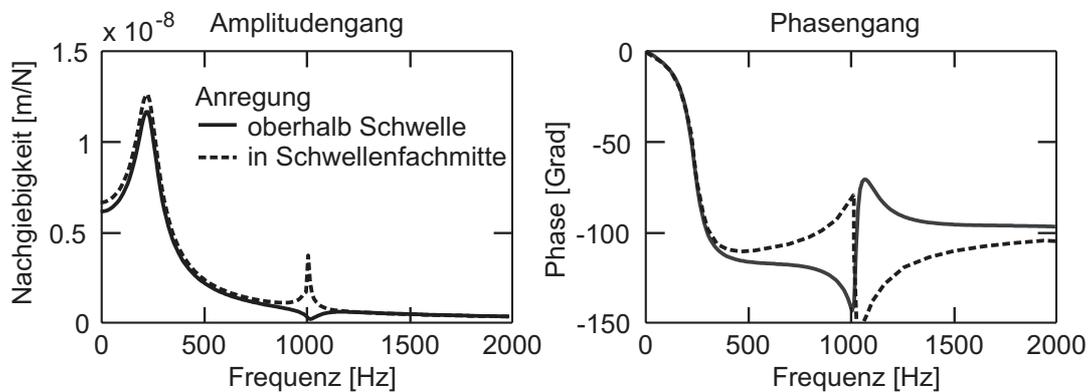


Abbildung 5.7: Dynamische Nachgiebigkeit des Gleismodells in Abbildung 5.4 – gedämpft.

Es soll nun gezeigt werden, wie sich eine Veränderung der Stützstellensteifigkeit auf die beiden charakteristischen Graphen der Dispersionsrelation und der Gleisnachgiebigkeit auswirkt<sup>2</sup>. Hierzu erhält die bisher festgesetzte Schwelle ihren vertikalen Verschiebungsfreiheitsgrad zurück, so dass die Lagerstellen dem in Abbildung 5.1 gezeigten System entsprechen. Die Abbildung 5.8 enthält in den beiden oberen Diagrammen die Stützstellensteifigkeiten für die drei Fälle:

1. festgesetzte Schwelle<sup>3</sup>,
2. Schwelle auf Standardbettung mit konstanten Zwischenlagenparametern<sup>4</sup>,

<sup>2</sup>Zur Erhöhung der Verständlichkeit sei darauf hingewiesen, dass in dieser Arbeit konsistent zur Beschreibung von Modellen der Modellierungsstufe 3, siehe Abbildung 4.1, die Steifigkeit Verwendung findet, während das gesamte Gleis (Modellierungsstufe 2) durch seine Nachgiebigkeit charakterisiert wird.

<sup>3</sup>System siehe Abbildung 5.4.

<sup>4</sup>Die gleichen Funktionen wurden bereits im Bodediagramm 5.3 dargestellt und eingehend diskutiert.

## 5 Simulationsergebnisse

- Schwelle auf Standardbettung mit den in Abbildung 11.1 aufgetragenen frequenzabhängigen Zwischenlagenparametern.

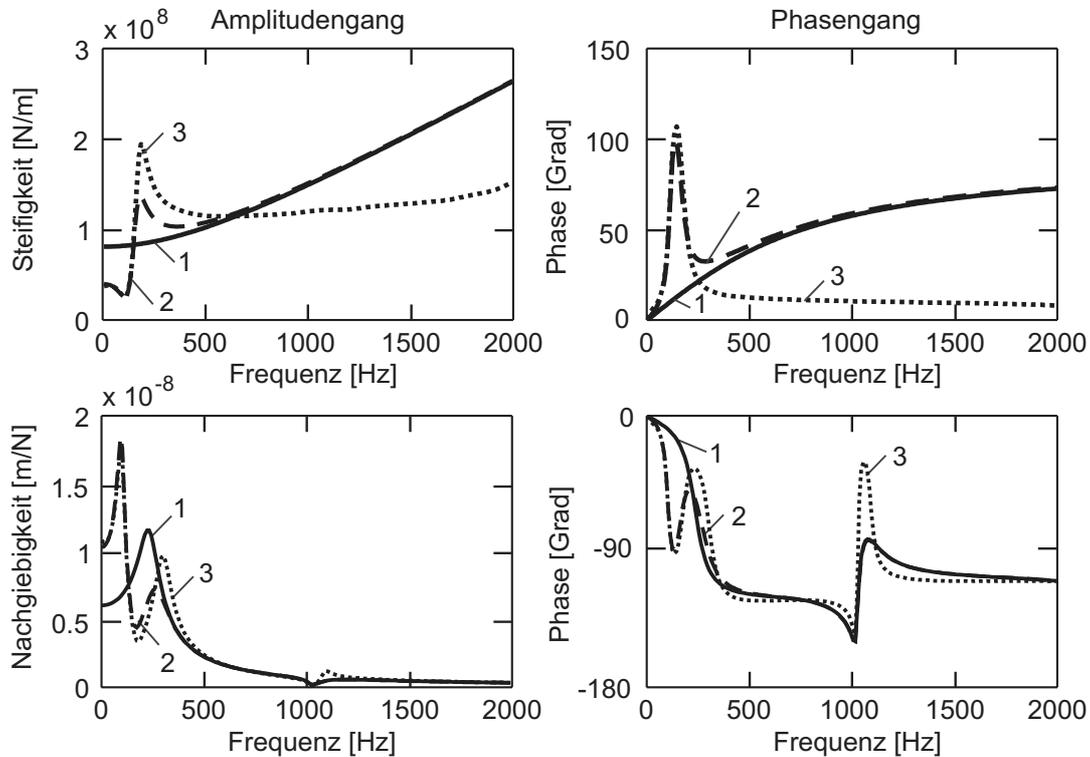


Abbildung 5.8: Verdeutlichung der Beziehung zwischen Schienenbettungssteifigkeit (oben) und Gleisnachgiebigkeit (unten) für drei verschiedene Modelle der Schienenbettung.

Für die Fälle 2 und 3 sind die beiden lokalen Extrema im Steifigkeitsfrequenzgang deutlich erkennbar. Im niederfrequenten Bereich ist zudem die Steifigkeit wegen der zusätzlichen Elastizität der Schwellenbettung geringer. Überdies führen die frequenzabhängigen Zwischenlagenparameter (Kurven 3) zu einer ausgeprägten Reduktion der Steifigkeit im oberen Frequenzbereich. Anhand des Phasenganges wird ersichtlich, dass dieses an der nahezu vollständig wegfallenden viskosen Dämpfungseigenschaft der Zwischenlagen liegt — eine Eckfrequenz  $f_E$ , wie in Gleichung (5.5) angegeben, gibt es nicht.

Die zugehörigen Gleisnachgiebigkeiten sind in der unteren Hälfte der Abbildung 5.8 visualisiert, wobei die Anregung oberhalb einer Schwelle erfolgte. Wegen der bei verschieblicher Schwelle geringeren Stützstellensteifigkeit tritt die bisherige,  $f_{cut}$  zugeordnete Resonanz schon bei ungefähr 100 Hz auf und fällt höher aus. Die sich oberhalb dieser ersten Cutoff-Frequenz aufgrund des gegenphasigen

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

Schwingens von Schwelle und Schiene stark versteifende Lagerung bringt einen erheblichen Rückgang in der Gleisnachgiebigkeit mit sich. Im ungedämpften Fall entspräche dieses einem Verlassen des lediglich in einem engen Frequenzbereich existierenden Durchlassfrequenzbandes.

Erhöht man die Anregungsfrequenz weiter, so werden die Lagerstellen wieder weicher, und es tritt eine zweite Cutoff-Frequenz auf, die sich in Form einer zweiten Resonanz zeigt. Für die Höhe der Resonanz ist das bei der entsprechenden Frequenz wirksame Verhältnis aus Steifigkeit und Lagerdämpfung entscheidend, über welches die im Diagramm oben rechts dargestellte Phase Auskunft gibt. Dieses Verhältnis ist eng mit dem Lehrschen Dämpfungsmaß verknüpft und fällt im Fall 3 besonders gering aus.

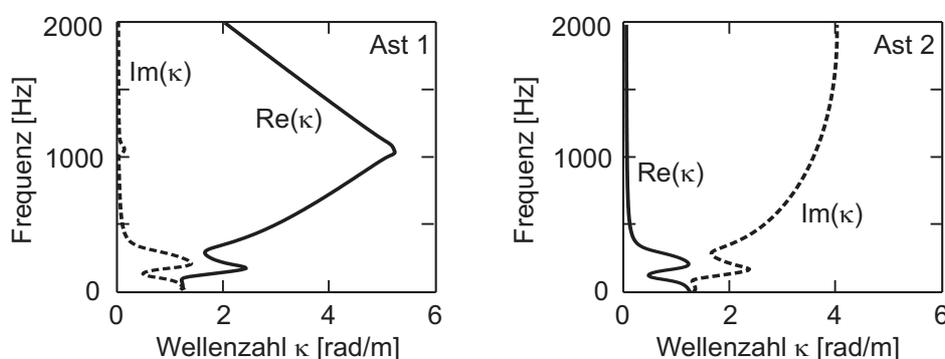


Abbildung 5.9: Dispersionsrelation zum Gleismodell mit frequenzabhängigen Zwischenlagenparametern und getrennter Berücksichtigung der Schwellen (Modellierung 3).

Die Folgen für die Dispersionsrelation verdeutlicht die Abbildung 5.9, der die Modellierung 3 zugrunde liegt. Die geringe Lagersteifigkeit unterhalb 100 Hz bewirkt im entscheidenden Ast 1 ein rasches Abklingen von Im( $\kappa$ ). Die dann einsetzende Versteifung allerdings bringt sowohl einen Anstieg des Imaginärteils als auch eine Reduktion der Wellenlänge mit sich. Nimmt die Lagersteifigkeit kaum noch zu, so entspricht der Verlauf wieder in etwa der Kurve in Abbildung 5.6. Die bei den frequenzabhängigen Zwischenlagenparametern bereits erwähnte sehr geringe Dämpfung führt allerdings zu einem wesentlich geringeren Imaginärteil der Wellenzahlen speziell im höherfrequenten Bereich.

Die Vorgänge unterhalb der Schiene sind für die vorliegende Studie besonders wichtig. Unter erneuter Verwendung der frequenzabhängigen Zwischenlagenparameter stellen sich bei einer harmonischen Gleisanregung mit einer Amplitude von  $\hat{Q} = 1$  N die in Abbildung 5.10 veranschaulichten Verschiebungen und Kräfte ein. Die Verhältnisse  $\hat{R}/\hat{w}$  und  $\hat{S}/\hat{w}$  sind bereits anhand von Abbildung 5.3 für konstante Zwischenlagenparameter erklärt worden. Weil bei der jetzigen Betrachtung

## 5 Simulationsergebnisse

tion des gesamten Gleises die Schienenauslenkung  $\hat{w}$  frequenzabhängig ist, ergeben sich für  $\hat{R}$  und  $\hat{S}$  stärkere Schwankungen. Überdies liegen die Maxima der beiden Funktionen weit auseinander: Während für  $\hat{S}$  das Maximum in der Nähe der ersten Resonanz im Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgang liegt, hat in diesem Bereich die Funktion  $\hat{R}/\hat{w}$  ihr lokales Minimum.  $\hat{R}$  erreicht seine größten Werte erst bei der zweiten Resonanzüberhöhung von  $\hat{w}$ . Aufgrund der geringen Zwischenlagendämpfung tritt diese Resonanz stark hervor. Die Amplitude  $\hat{S}$  nimmt mit steigender Frequenz rasch ab.

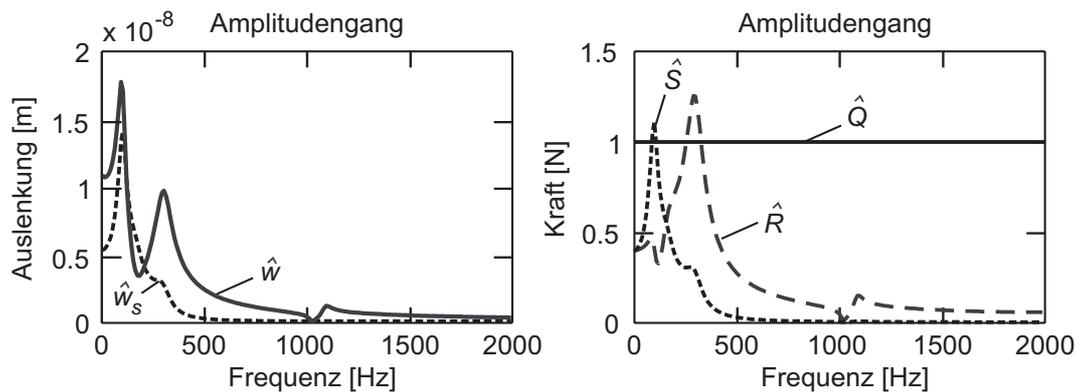


Abbildung 5.10: Frequenzgänge der GleisAuslenkungen (links) und Kraftgrößen (rechts) am Ort der Anregung.

Bisher bezogen sich alle Graphen auf eine ruhende Gleisbelastung. Für bewegte Kräfte, wie sie bei einer Zugüberfahrt auftreten, stellt sich für einen ortsfesten Punkt eine transiente Anregung ein, deren Frequenzgehalt mittels einer Fourier-Transformation bestimmt werden kann. Anschließend können die in den Abbildungen 5.8 und 5.10 gezeigten Frequenzgänge zur Bewertung herangezogen werden. Wichtig ist, dass sich bei den bisher verwendeten einfachen Modellen nur in den Schienen Wellen ausbreiten können. Die kleinste Phasengeschwindigkeit solcher Wellen beträgt hierbei

$$v_{krit} = \sqrt{2 \cdot \sqrt{\chi_{equi} EI} / \rho A}. \quad (5.8)$$

Diese kritische Geschwindigkeit übersteigt die realisierbaren Fahrzeuggeschwindigkeiten um ein Vielfaches. Folglich breiten sich vor und hinter der bewegten Kraft sehr ähnliche Wellen aus, das Verformungsfeld ist für die meisten Anregungsfrequenzen annähernd symmetrisch. Die Wellenzahlen entsprechen ungefähr denen bei ruhender Anregung, welche aus den Dispersionsrelationen direkt abgelesen werden können. Anders als bei der späteren, detaillierteren Untergrundmodellierung werden deshalb an dieser Stelle keine kritischen Fahrgeschwindigkeiten

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

untersucht<sup>5</sup>.

Ein wesentlicher Bestandteil der Rad-Schiene-Kontaktkraft ist ihr vom Fahrzeuggewicht herrührender konstanter Anteil. Welche Verschiebungen und Belastungen eine solche Kraft vom Betrag  $\hat{Q} = 50$  kN bei Passieren einer Schienenlagerstelle mit  $v = 60$  m/s verursacht, zeigt die Abbildung 5.11. Neben der Abhebewelle der Schiene wird die bereits angesprochene Symmetrie sämtlicher Verläufe deutlich. Da bei einer bewegten konstanten Kraft nur niederfrequente Anregungen auftreten, unterscheiden sich die Zeitverläufe für die Kräfte  $R$  und  $S$  kaum.

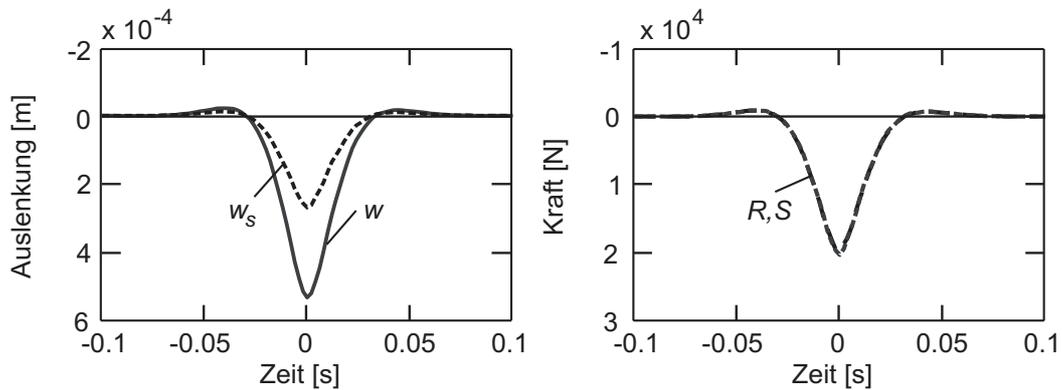


Abbildung 5.11: Zeitlicher Verlauf der ortsfesten Größen aus Abbildung 5.10 bei Überfahrt einer bewegten, konstanten Kraft  $\hat{Q} = 50$  kN.

Abschließend soll noch auf die Folgen einer Berücksichtigung der Schwellenelastizität hingewiesen werden. Unter Zugrundelegung eines Modells, bei dem sich unterhalb der beiden Schienen elastische Schwellen auf einer Winklerbettung befinden, siehe auch Abschnitt 11.2, ergeben sich im Vergleich zu einer entsprechenden Modellierung mit starren Schwellen deutliche Einbrüche in der Stützstellensteifigkeit [56, 57]. Da jedoch die Stützstellen bereits bei der zweiten symmetrischen Schwelleneigenform (zugehörige Eigenfrequenz: 620 Hz) die Gleisnachgiebigkeit kaum noch beeinflussen, unterscheiden sich die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge der Gleismodelle kaum. Dieses wird anhand eines Vergleiches der Schienenauslenkung  $\hat{w}$  in den Abbildungen 5.10 und 5.12 deutlich. Im höheren Frequenzbereich dagegen sind die Auswirkungen der Schwellenelastizität auf die Schwellenbewegung und die S-Kraft recht groß, weil hier die starre Schwelle aufgrund ihrer Trägheit als nahezu unverschieblich angesehen werden kann. Bei der elastischen Schwelle kommt es zu einer Anregung ihrer höheren Eigenformen.

<sup>5</sup>Für den ungedämpften Fall können kritische Paarungen aus Anregungsfrequenz und Anregungsgeschwindigkeit grafisch bestimmt werden [10]. Wegen der hohen Systemdämpfung haben die meisten dieser Kombinationen jedoch keine praktische Relevanz [56].

## 5 Simulationsergebnisse

Wegen der gewählten symmetrischen Belastung  $\hat{Q}_L = \hat{Q}_R = \hat{Q}$  treten lediglich die symmetrischen Eigenformen bei 160 Hz, 620 Hz und 1400 Hz zu Tage. In Abbildung 5.12 ist neben der über die halbe Schwellenlänge  $l_s$  gemittelten Schwellenauslenkung  $w_{s,mean}$  auch ihr Maximalwert  $w_{s,max}$  eingetragen. Zur Berechnung der S-Kraft wurde die Streckenlast  $q_s$  mit  $l_s/2$  multipliziert. Hinsichtlich der Interpretation der Ergebnisse in Abbildung 5.12 sei noch einmal betont, dass die im Modell beobachteten Auswirkungen der Schwellenelastizität aus den in Kapitel 3.1 genannten Gründen die realen Gegebenheiten voraussichtlich nur sehr schlecht wiedergeben.

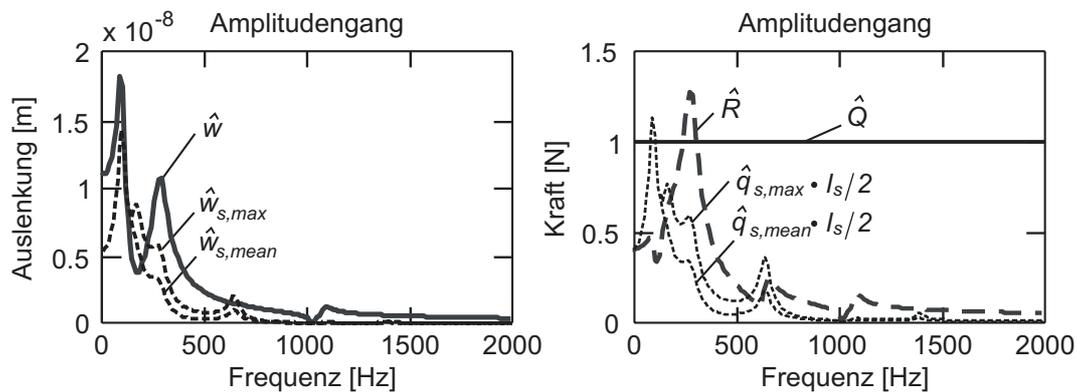


Abbildung 5.12: Frequenzgänge der Gleisauslenkungen (links) und Kraftgrößen (rechts) am Ort der Anregung — Berücksichtigung der Schwellenelastizität.

### 5.1.3 Analyse des Fahrzeug-Fahrweg-Gesamtsystems

Die vorausgegangenen Kapitel haben gezeigt, dass bereits das Gleismodell für sich genommen ein außerordentlich komplexes Verhalten aufweist. Nimmt man in die Modellierung das Fahrzeug mit hinein, so treten eine Reihe zusätzlicher Effekte auf. Um diese verstehen zu können, müssen auch hier sehr stark vereinfachte Modelle herangezogen werden. Ein solches Modell für das Gesamtsystem ist der ungedämpfte 3-Massen-Schwinger, siehe Abbildung 5.13a. Die drei Massen repräsentieren die Schwelle, die einem Schwellenfach zugeordnete Schienenmasse sowie die unabgefederte Radsatzmasse. Eine gute Abhandlung über das Verhalten dieser Struktur bei Anregung durch Profilirregularitäten findet sich in [78].

Es hat sich aber in [78] gezeigt, dass man das Verhalten des 3-Massen-Schwingers nur sehr eingeschränkt auf das Gleisverhalten übertragen kann. Grund ist zum einen die hohe Dämpfung im realen System, welche die beiden höheren der drei auftretenden Resonanzen nahezu vollständig verschwinden lässt. Mindestens ebenso ausschlaggebend jedoch ist, dass der 3-Massen-Schwinger weder

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

die Pinned-Pinned-Mode noch den Einfluss der Fahrzeuggeschwindigkeit, noch spezielle Phänomene aufgrund der Wellenausbreitung in den Schienen und im Untergrund erfassen kann. Überdies ist die Wiedergabe der von der Schwellenüberrollung herrührenden Systemanregung nicht möglich.

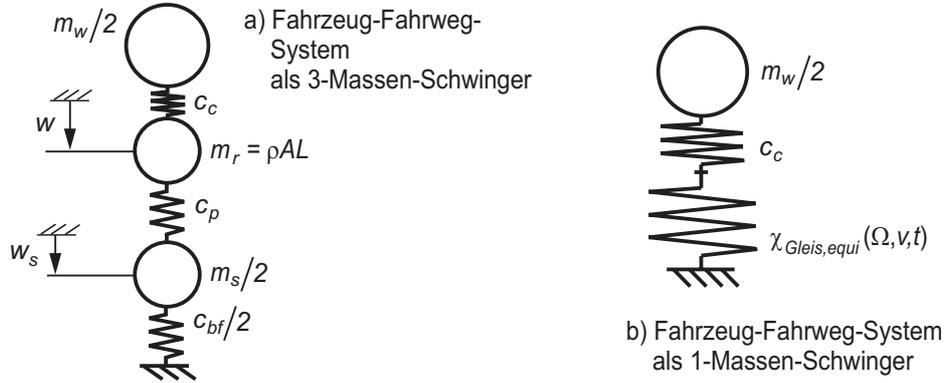


Abbildung 5.13: Primitiv-Modelle für das Fahrzeug-Fahrweg-System.

Eine Alternative zum 3-Massen-Schwinger ist in Abbildung 5.13b dargestellt. Das Fahrzeug wird auch hier durch eine Punktmasse abgebildet und steht mit dem Gleis über eine lineare Kontaktfeder in Verbindung. Das Gleisverhalten selbst wird allerdings genauer und allgemeiner erfasst, und zwar mittels einer äquivalenten komplexen Steifigkeit  $\chi_{Gleis,eq}$ , die von der Anregungsfrequenz  $\Omega$ , der Fahrgeschwindigkeit  $v$  und der Zeit  $t$  abhängt. Die Zeitabhängigkeit liegt in der unterschiedlichen Gleisnachgiebigkeit oberhalb und zwischen den Schwellen begründet. Da die Unterschiede jedoch — wie bereits anhand Abbildung 5.8 erläutert — nur im Frequenzbereich um 1000 Hz gravierend ausfallen, kann man im unteren und mittleren Frequenzbereich  $\chi_{Gleis,eq}$  angenähert als zeitlich konstant ansehen. Ähnliches gilt für den Einfluss der Geschwindigkeit  $v$ , der selbst bei den später verwendeten erweiterten Untergrundmodellen erst bei sehr hohen Werten von  $v > 300$  km/h stark zunimmt. Anders dagegen verhält es sich mit der Frequenzabhängigkeit. Sie wurde auf den letzten Seiten im Detail untersucht, wobei allerdings jeweils die Gleisnachgiebigkeit als Kehrwert von  $\chi_{Gleis,eq}$  betrachtet wurde. Würde man auch sie vernachlässigen, so hätte das System in Abbildung 5.13b bei nicht zu hoher Dämpfung genau eine Resonanzstelle

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\operatorname{Re}(\chi_{Gleis,eq}) \cdot c_c}{(\operatorname{Re}(\chi_{Gleis,eq}) + c_c) \cdot m_w/2}}. \quad (5.9)$$

Unabhängig davon, ob das System durch eine externe Kraft, durch eine Profilirregularität oder eine periodische Schwankung eines Parameters angeregt wird, wäre

## 5 Simulationsergebnisse

lediglich in der Nähe dieser Frequenz eine Resonanzüberhöhung denkbar<sup>6</sup>. Weil aber bei den bereits beschriebenen Gleismodellen die Steifigkeit  $\chi_{Gleis, equi}$  eine Funktion mit mehreren lokalen Extrema darstellt, können im Schwingungsverhalten des Gesamtsystems mehrere Resonanzen auftreten. Aufgrund der Wellenabstrahlungsdämpfung sind überdies Verläufe des Frequenzganges möglich, wie sie bei diskreten Masse-Feder-Dämpfer-Systemen nicht beobachtet werden. Hierzu zählen weitgestreckte plateau-ähnliche Resonanzüberhöhungen. Zur Detektion von Kreisfrequenzen  $\Omega_i$ , bei denen der Frequenzgang der Kontaktkraft unter Vernachlässigung der Dämpfung eine Polstelle aufweist, kann man die Gleichung

$$\Omega_i^2 = \frac{\operatorname{Re}(\chi_{Gleis, equi}(\Omega_i)) \cdot c_c}{(\operatorname{Re}(\chi_{Gleis, equi}(\Omega_i)) + c_c) \cdot m_w / 2} \quad (5.10)$$

heranziehen. Diese Gleichung ist i.A. transzendent, so dass ihre Lösungen numerisch bestimmt werden müssen. Im Folgenden wird als Fahrzeugmodell ein 3-Massen-Schwinger mit den in Tabelle 11.4 gegebenen Parametern verwendet. Er verhält sich prinzipiell sehr ähnlich wie der 1-Massen-Schwinger, hat aber den Vorteil, dass die statische Radlast richtig wiedergegeben wird. Die Steifigkeit der linearen Kontaktfeder ist ebenfalls in Tabelle 11.4 aufgeführt. Die Abbildung 5.14 zeigt links die Kontaktkraftschwankungen für den Fall einer mit unterschiedlicher Geschwindigkeit durch den Kontakt hindurchgezogenen harmonischen Profilstörung der Amplitude  $\hat{w}_{irr} = 20 \mu\text{m}$ . Da bei  $\hat{w}_{irr} = 50 \mu\text{m}$  ein Nachschleifen der Schienen erfolgt, ist dieses ein realistischer Wert. Die sich im eingeschwungenen Zustand einstellende Kontaktkraftschwankung kann mit dem Gleichanteil verglichen werden, der bei dem verwendeten Fahrzeugmodell  $\bar{Q} \approx 50 \text{ kN}$  beträgt. Im mittleren Frequenzbereich sind die Kontaktkraftschwankungen bei  $\hat{w}_{irr} = 20 \mu\text{m}$  so moderat, dass die Verwendung einer linearen Kontaktfeder zulässig erscheint.

Deutlich tritt unterhalb 100 Hz eine erste Resonanz hervor, die mit Gleichung (5.9) überschlägig abgeschätzt werden kann. Das rechte Diagramm von Abbildung 5.14 veranschaulicht, dass bei dieser Resonanz die Schiene recht großen Schwingungsamplituden ausgesetzt ist. Oberhalb der ersten Resonanz stellt sich zunehmend ein Zustand ein, bei dem der als starr angenommene Radsatz sich wegen seiner Trägheit kaum noch bewegt. Da zudem die Kontaktsteifigkeit erheblich größer als die Gleissteifigkeit ist, müssen die Profilirregularitäten nahezu vollständig vom Gleis ausgeglichen werden, siehe erneut Abbildung 5.14 rechts. Es gilt in guter Näherung

$$\hat{Q} = \frac{\chi_{Gleis, equi} \cdot c_c}{\chi_{Gleis, equi} + c_c} \cdot \hat{w}_{irr} \approx \chi_{Gleis, equi} \cdot \hat{w}_{irr} \quad (5.11)$$

<sup>6</sup>Bei Parametererregung kann unter Umständen auch Resonanz auftreten, wenn die Parameterschwankungsfrequenz  $\Omega$  gleich der doppelten Systemeigenkreisfrequenz  $\omega_0$  ist, oder allgemeiner, wenn  $\Omega/\omega_0 = 2/n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , gilt.

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

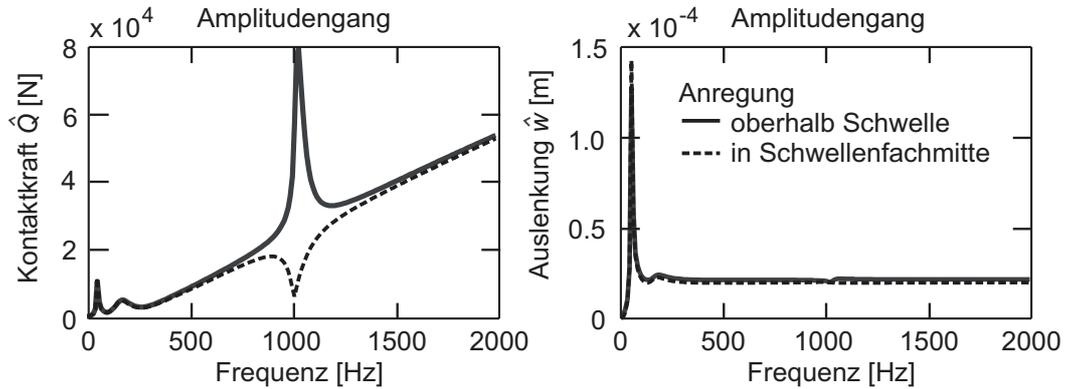


Abbildung 5.14: Frequenzgänge von Rad-Schiene-Kontaktkraft  $\hat{Q}$  (links) und Schienen- auslenkung  $\hat{w}$  (rechts) bei ortsfester Anregung (Anregungsform 1).

Demnach verhält sich die Kraft  $\hat{Q}$  in etwa proportional zu  $\chi_{Gleis,equi}$ . Erst ab einem Frequenzbereich oberhalb von 800 Hz, der für die Komponenten Schotter und Untergrund bereits unwichtig ist, kommt es zu weiteren Phänomenen, insbesondere bei Erreichen der Pinned-Pinned-Frequenz. Sie sollen hier nicht näher betrachtet werden. Mit den Gleichungen (5.9) und (5.11) lassen sich die Auswirkungen einer Veränderung der Parameter  $c_c$ ,  $m_w$  und  $\chi_{Gleis,equi}$  grob abschätzen.

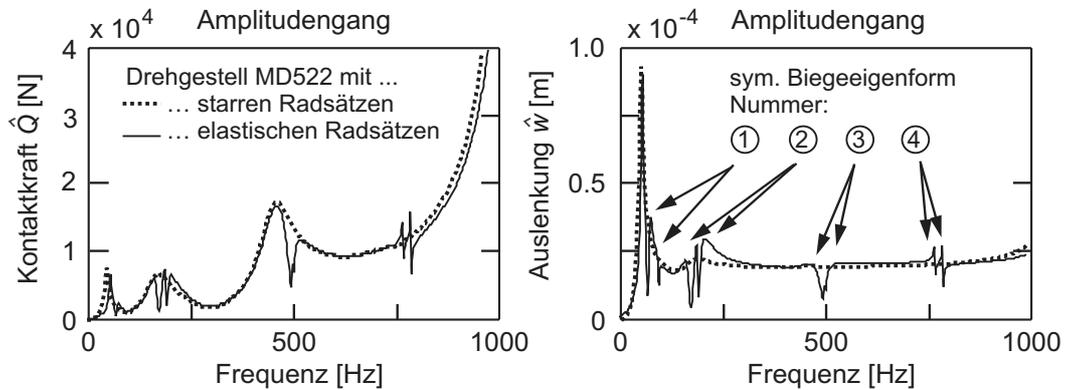


Abbildung 5.15: Frequenzgänge von Rad-Schiene-Kontaktkraft  $\hat{Q}$  (links) und Schienen- auslenkung  $\hat{w}$  (rechts) bei Verwendung detaillierterer Fahrzeugmodelle.

Wie sensibel die Kontaktkräfte im mittleren Frequenzbereich auf Veränderungen in der Modellierung reagieren, zeigt die Abbildung 5.15. An Stelle des 3-Massen-Oszillators liegt den gepunkteten Graphen das in Abbildung 3.6c skizzierte Starrkörpermodell des Drehgestells MD522 zugrunde. Die neu hinzugekommene Kontaktkraftüberhöhung bei  $f \approx 470$  Hz ist allein eine Folge der Interaktion

## 5 Simulationsergebnisse

von vorderem und hinterem Radsatz über die Schiene. Berücksichtigt man zusätzlich elastische Radsatzdeformationen (durchgezogene Linien), so verliert die zuvor getroffene Aussage, dass der (starre) Radsatz als unbeweglich angesehen werden kann, ihre Gültigkeit. Im Bereich der Radsatzbiegeeigenfrequenzen sacken  $\hat{Q}$  und  $\hat{w}$  deutlich ab. Da bei der Berechnung trotz stehendem Fahrzeug die Radsatzrotation enthalten ist — zur Festlegung der Rotationsgeschwindigkeit wurde eine Fahrzeuggeschwindigkeit von  $v = 200 \text{ km/h}$  angenommen —, erfolgt aufgrund von Kreiseffekten eine Aufspaltung der Eigenfrequenzen.

Ein Übergang von der vereinfachten Systemanregung mit stillstehendem Fahrzeug zu einer Berechnung der Kontaktkräfte beim sich bewegenden Zug ermöglicht u.a. die Bestimmung der Kontaktkraftschwankungen aufgrund der Schwellenüberrollung. Im Rahmen des Modells in Abbildung 5.13b werden somit nun die Folgen der Zeitabhängigkeit von  $\chi_{Gleis, equi}$  untersucht. Hierbei handelt es sich nicht um eine monofrequente Anregung, sondern um eine allgemein periodische mit der geschwindigkeitsabhängigen Periodendauer

$$T = L/v \quad (5.12)$$

mit  $L$  als Schwellenabstand. Kontaktkraft und Kontaktpunktauslenkung lassen sich deshalb nicht mehr als Frequenzgang darstellen. Im Folgenden werden ihre Zeitfunktionen gezeigt, und zwar für die Dauer des Überfahrens eines Schwellenfaches, also für eine Periodendauer.

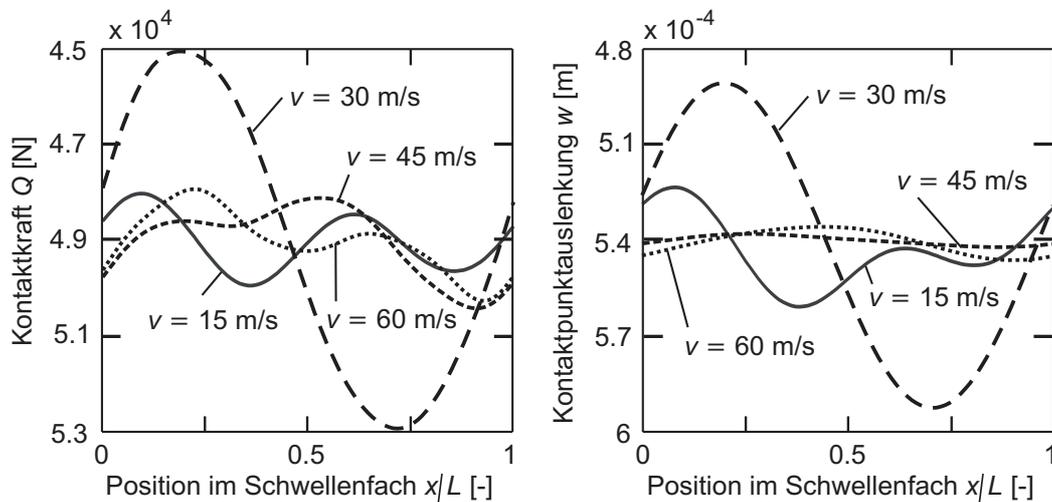


Abbildung 5.16: Rad-Schiene-Kontaktkraftschwankungen (links) und Kontaktpunktauslenkung (rechts) als Folge der Schwellenüberrollung.

Für die in Abbildung 5.16 enthaltenen Ergebnisse fanden die ersten fünf Harmonischen Berücksichtigung, siehe Beschreibung des Algorithmus für das Fahr-

## 5.1 Einfache Schotter-Untergrund-Modellierung: Voruntersuchungen

zeug-Fahrweg-Gesamtsystem in Abschnitt 4.5. Zahlreiche Simulationen haben ergeben, dass die größten Kontaktkraftschwankungen auftreten, wenn die Schwellenüberrollfrequenz mit der ersten Resonanz  $f_0$  des Fahrzeug-Fahrweg-Systems zusammenfällt. Dieses ist bei der Fahrzeuggeschwindigkeit  $v = 30$  m/s und somit  $f_0 = 50$  Hz der Fall. Folglich tritt hier vornehmlich die erste Harmonische in Erscheinung. Bei den anderen Geschwindigkeiten ist die erste Harmonische nicht so dominant ausgeprägt, so dass auch die höheren Harmonischen insbesondere im Kraftverlauf gut zu erkennen sind.

Bei der Kontaktpunktauslenkung spielt die mit wachsender Anregungsfrequenz abnehmende Gleisnachgiebigkeit eine wichtige Rolle. Wegen ihr führen höhere Geschwindigkeiten i.A. zu geringeren Schwankungen der Schienenauslenkung am Kontaktpunkt.

Erneut ist das Verhältnis zwischen Kontaktkraftschwankungsamplitude und Kontaktkraftmittelwert wichtig. Letzterer ist von der Fahrzeuggeschwindigkeit unabhängig. Da dieses Verhältnis in den dargestellten Fällen unterhalb von zehn Prozent liegt, ist auch hier die durchgeführte Linearisierung der Kontaktsteifigkeit als gerechtfertigt anzusehen. Überdies ist nicht damit zu rechnen, dass es aufgrund der Schwellenüberrollung zu einem Abheben des Radsatzes kommt. Die Kontaktkraftschwankungen bleiben wegen der nahezu ausschließlich vom Gleis aufgebrachten Dämpfung moderat<sup>7</sup>.

Es sei allerdings darauf hingewiesen, dass die Parameteranregung sensibel auf Modellierungsfehler reagiert. So führt bereits eine Abbildung der Schienen durch Bernoulli-Euler-Balken wegen der hierbei unberücksichtigt bleibenden Schubverformung zu einer Reduktion der Kontaktkraftschwankungen um bis zu 75 %. Außerdem kann die Konzentrierung der Einleitung der Zwischenlagenkräfte auf diskrete Punkte einen unrealistisch großen hochfrequenten Anregungsanteil bewirken. Dieses ist jedoch nur bei einer rechenzeitaufwändigen Mitnahme sehr vieler Harmonischer erkennbar.

Abschließend sollen verschiedene Anregungsmechanismen kurz vergleichend einander gegenübergestellt werden. Neben der bereits untersuchten Kontaktkraftschwankung aufgrund von Profilirregularitäten und diskreter Schienenlagerung werden auch die Folgen der in Abbildung 5.17 links dargestellten Unwuchtverteilung<sup>8</sup> betrachtet. Weitere Anregungsarten, die nicht zu harmonischen Kontaktkraftschwankungen führen, können leider nicht vergleichend hinzugezogen werden.

---

<sup>7</sup>Mit steifer werdender Schienenlagerung, z.B. durch Verwendung harter Schienenbefestigungen bei stark verdichtetem Untergrund, nimmt auch die Stärke der Parameteranregung zu. Weist das Gesamtsystem im Bereich seiner (sodann verschobenen) ersten Resonanz keine ausreichend hohe Dämpfung auf, vergleiche Abbildung 5.14, so können erheblich höhere Kontaktkraftschwankungen die Folge sein.

<sup>8</sup>In der vorliegenden Arbeit wird nur diese eine Unwuchtverteilung berücksichtigt. Morys [77] zeigt jedoch, dass die räumliche Anordnung der Unwuchten die Höhe der Kontaktkraftschwankungen stark beeinflusst.

## 5 Simulationsergebnisse

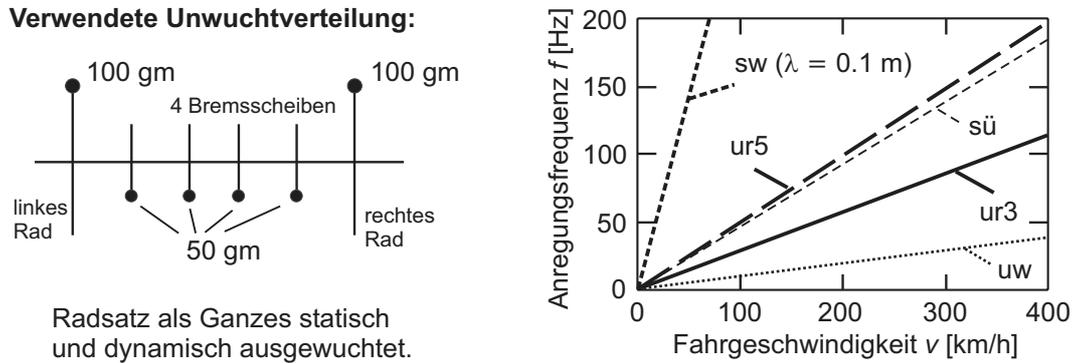


Abbildung 5.17: Unwuchtverteilung an beiden Radsätzen (links) und Anregungsfrequenzen aufgrund von Unwuchten (uw), Radunrundheiten (ur) dritter und fünfter Ordnung, Schienenwelligkeit (sw) und Schwellenüberrollung (sü) als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit (rechts).

Anhand von Abbildung 5.17 rechts wird deutlich, dass sämtliche Anregungsfrequenzen  $f$  proportional zur Fahrzeuggeschwindigkeit zunehmen. Während Unwuchten (uw) und Radunrundheiten erster Ordnung selbst bei  $v = 300$  km/h noch im unteren Frequenzbereich  $f < 50$  Hz wirksam sind, liegen Schwingungen aufgrund von Radunrundheiten fünfter Ordnung (ur5) bzw. aufgrund der Schwellenüberrollung (sü) immerhin bei  $f \approx 120$  Hz<sup>9</sup>. Schienenwelligkeiten (sw) führen je nach Wellenlänge  $\lambda$  zu Anregungen im mittel- und hochfrequenten Bereich.

Die Höhe der Schwankungen von  $Q$  ist in Abbildung 5.18 als Funktion der Geschwindigkeit  $v$  skizziert. Die Linienarten entsprechen denen in Abbildung 5.17. Für die beiden Unrundheitsamplituden wurde der Wert  $\Delta z = 100 \mu\text{m}$  verwendet, für die Schienenwelligkeit mit Wellenlänge  $\lambda = 0.1$  m der Wert  $\Delta z = 20 \mu\text{m}$ . Damit orientieren sich sämtliche Anregungsstärken an den in der Praxis anzutreffenden Verhältnissen.

Man erkennt, dass Unwuchten eine untergeordnete Rolle spielen. Welche Unrundheit die größten dynamischen Belastungen verursacht, hängt entscheidend von der Fahrzeuggeschwindigkeit ab. Im Mittel sind die von Profilirregularitäten herrührenden Kontaktkraftschwankungen größer als diejenigen aufgrund der diskreten Schienenlagerung, vergleiche Abbildung 5.16.

<sup>9</sup>Den Radunrundheiten fünfter Ordnung sowie der Schwellenüberrollung könnte demnach auch beim Entstehen des 100 Hz-Brummens in den ICE-Mittelwagen eine Schlüsselrolle zukommen.

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

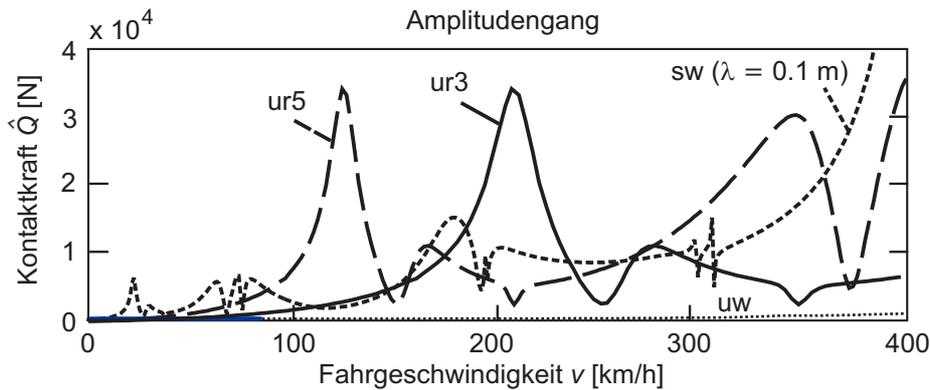


Abbildung 5.18: Kontaktkraftschwankungen bei verschiedenen Anregungsmechanismen.

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

### 5.2.1 Vergleich mit einfacher Modellierung

#### Übergang vom Bettungsmodell zum elastischen Halbraum mit gesonderter Schottermodellierung

Bei einer Verwendung unterschiedlicher Modelle für Schotter und Untergrund verändern sich lediglich die Eigenschaften der Schienenlagerstellen. Obwohl im vorherigen Abschnitt der Zusammenhang zwischen der dynamischen Schienenlagersteifigkeit und der Gleisnachgiebigkeit aufgezeigt wurde, werden im Folgenden zumeist beide Frequenzgänge untereinander abgebildet<sup>10</sup>. Sämtliche Kurven ergeben sich bei symmetrischer Belastung<sup>11</sup> — auf linke und rechte Schiene wirken somit die gleichen Kräfte ein. Die Schwellen werden als starr angenommen.

Eine detaillierte Schottermodellierung ist bei gleichzeitiger sehr grober Erfassung der Untergrunddynamik wenig sinnvoll. Deshalb wird in einem ersten Schritt die Schwellenbettung durch einen homogenen Halbraum ersetzt. Die Nachgiebigkeitsfrequenzgänge für den verwendeten Standard-Halbraum sind in der Abbildung 5.19 skizziert.

Sowohl die Kopplung der Schwellen über den Untergrund als auch der Einfluss der Schotterschicht bleiben allerdings fürs Erste unberücksichtigt. Es wird

<sup>10</sup>Zur Vermeidung von Verwirrungen sei nochmals darauf hingewiesen, dass die Begriffe 'Stützstellensteifigkeit', 'Schienenbettungssteifigkeit' und 'Lagersteifigkeit' als Synonyme verwendet werden und streng von der 'Gleisnachgiebigkeit' zu unterscheiden sind.

<sup>11</sup>Im Gegensatz zu den bisherigen 'einfachen' Modellen berücksichtigen die erweiterten Modelle beide Schienen.

## 5 Simulationsergebnisse

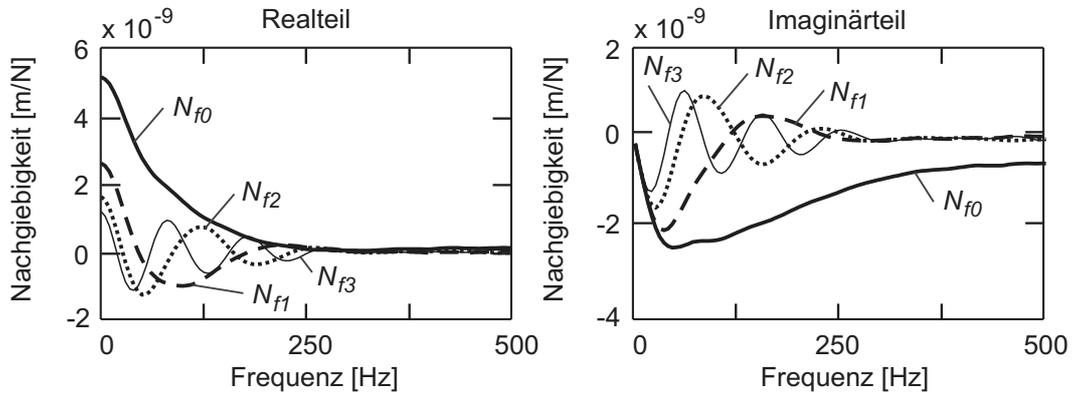


Abbildung 5.19: Real- und Imaginärteil der Nachgiebigkeitsfrequenzgänge für den Standard-Halbraum.

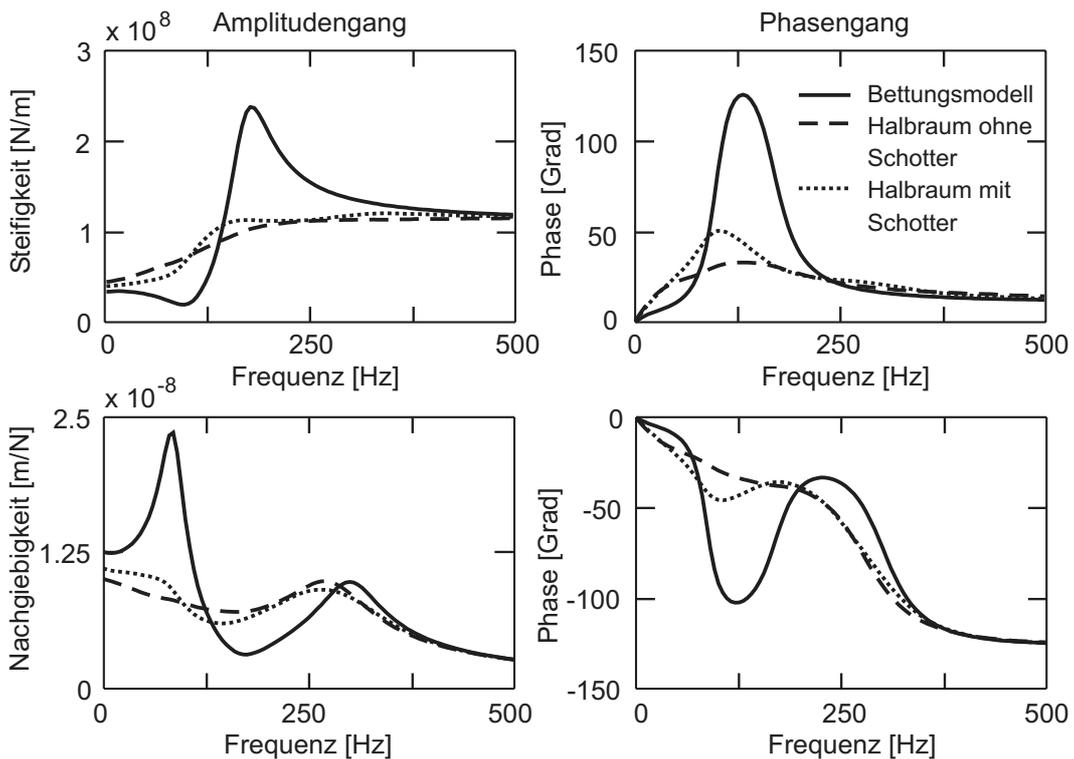


Abbildung 5.20: Schienenbettungssteifigkeit (oben) und Gleisnachgiebigkeit (unten) für drei verschiedene Modellierungen der Komponenten Schotter und Untergrund.

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

somit lediglich die komplexe Nachgiebigkeit  $N_{f_0}$  verwendet, die Schwellen liegen direkt auf dem Halbraum auf. Anschließend wird das System zusätzlich um das Standard-Schottermodell erweitert, bei dem der Schotter durch gedrungene Dehnstäbe Berücksichtigung findet.

Die Ergebnisse zeigt die Abbildung 5.20. Die dargestellten Frequenzgänge beschränken sich nunmehr auf den interessanten Bereich unterhalb 500 Hz. Dass oberhalb dieser Frequenz der Einfluss der Komponenten unterhalb der Schwelle auf die Verschiebungen vernachlässigbar ist, wird durch die geringen Abweichungen der drei Kurven in allen vier Diagrammen noch einmal bestätigt. Es sei aber darauf hingewiesen, dass die hochfrequenten Anteile der S- und T-Kraft sehr wohl durch die Modellierung von Schotter und Untergrund bestimmt werden.

Die Graphen für das Bettungsmodell mit den beiden lokalen Extrema im Amplitudengang der Stützstellensteifigkeit sind aus dem vorherigen Abschnitt bereits bekannt, siehe Abbildungen 5.3 und 5.8. Beim Übergang zu einem elastischen Halbraum ergibt sich ein stark verändertes Systemverhalten. Aufgrund der bereits bei sehr niedrigen Frequenzen wirksamen Abstrahlungsdämpfung werden die Resonanzschwingungen der Schwelle reduziert, weshalb sowohl das Minimum als auch das Maximum im Steifigkeitsfrequenzgang der Schienenlagerung verschwinden. Eine Veranschaulichung der Situation ist auch anhand des in Abbildung 5.21 präsentierten Vergleichs der beiden Schwellenbettungsparameter  $c_{bf}$  und  $d_{bf}$  deutlich, die sich beim Halbraum zu

$$c_{bf} = \frac{1}{\operatorname{Re}(N_{f_0})}, \quad d_{bf} = \frac{1}{2\pi f \cdot \operatorname{Im}(N_{f_0})} \quad (5.13)$$

ergeben. Die von der Frequenz  $f$  abhängige Dämpfungskonstante  $d_{bf}$  ist beim Halbraum im Vergleich zu  $c_{bf}$  so hoch, dass jegliche Resonanzüberhöhungen wegfallen. Beide Lehrschen Dämpfungsmaße in Gleichung 5.5 liegen weit oberhalb von  $D = 1$ .

Der geglättete Kurvenverlauf für die Schienenbettungssteifigkeit wirkt sich entsprechend auf die Gleisnachgiebigkeit aus: Das Minimum bei 180 Hz tritt bei der gestrichelten Kurve im Diagramm unten links der Abbildung 5.20 kaum noch in Erscheinung. Die verbleibende Resonanz bei ca. 270 Hz kennzeichnet erneut die Cutoff-Frequenz. Das schwach erkennbare Randminimum für den statischen Fall resultiert ebenfalls aus der bereits bei sehr niedrigen Frequenzen rasch ansteigenden Abstrahlungsdämpfung. Durch Hinzunahme des Schottermodells fügt man unterhalb der Schwelle eine weitere Elastizität ein. Demzufolge fällt zum einen die statische Lagersteifigkeit im Vergleich zum reinen Halbraummodell geringer aus, zum anderen erhält die Schwelle mehr Bewegungsspielraum. Deshalb liegen die Kurvenverläufe in allen vier Diagrammen zwischen denen für das Bettungsmodell und denen für den Halbraum ohne Schottermodellierung.

Die Höhe der Kontaktkraft und die Kontaktpunktauslenkung werden von Abbildung 5.22 für die vereinfachte Systemanregung mit ruhendem Fahrzeug wie-

5 Simulationsergebnisse

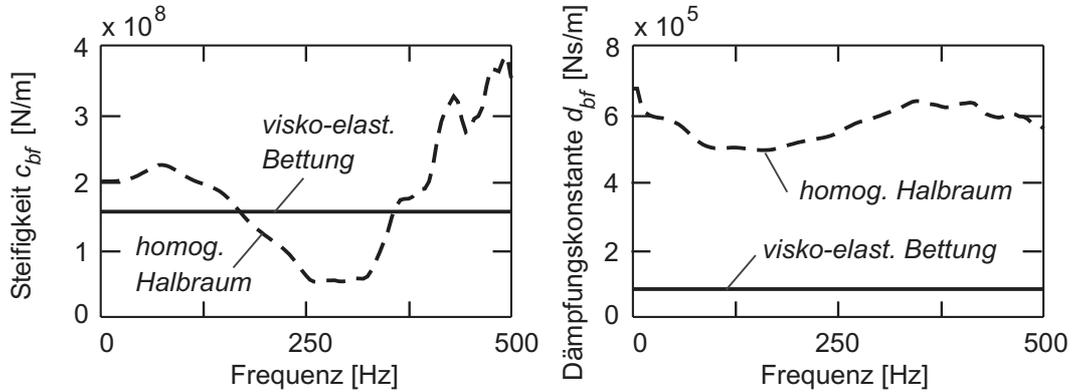


Abbildung 5.21: Vergleich der Schwellenbettungsparameter  $c_{bf}$  und  $d_{bf}$  bei viskoelastischer Bettung und homogenem Halbraum.

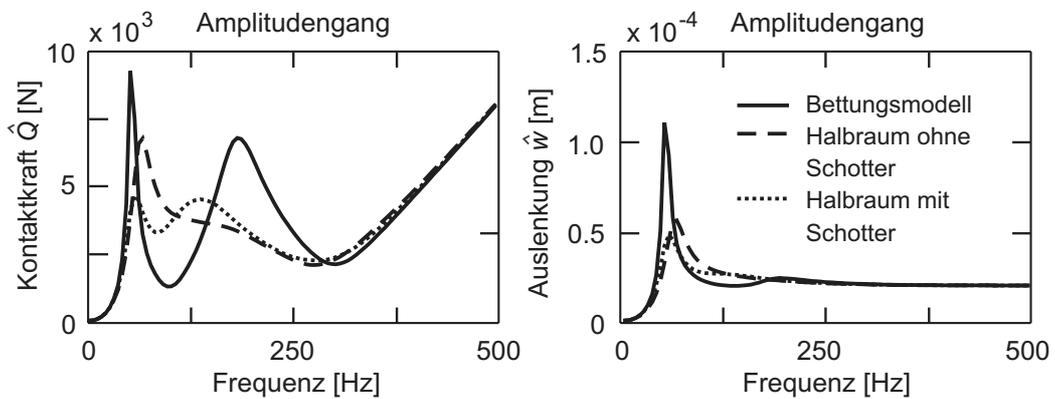


Abbildung 5.22: Frequenzgang der Rad-Schiene-Kontaktkraft und der Kontaktpunkt-auslenkung für drei verschiedene Modellierungen der Komponenten Schotter und Untergrund.

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

dergegeben. Im Abschnitt 5.1.3 wurde erklärt, wie sich der Frequenzgang für die Kontaktkraft aus der Gleisnachgiebigkeit herleiten lässt. Je weicher das Gleis ist, desto niedriger liegt die erste Resonanzfrequenz. Für die Resonanzüberhöhung ist die bei dieser Frequenz vom Gleis aufgebrauchte Dämpfung entscheidend. Da diese für das Bettungsmodell besonders niedrig ausfällt, siehe Phasengang der Nachgiebigkeit in Abbildung 5.20, ergibt sich hier die größte Resonanzspitze. Im höheren Frequenzbereich ( $f > 125$  Hz) ist die Kontaktkraft nahezu proportional zum Kehrwert der Gleisnachgiebigkeit, was an den Amplitudengängen in Abbildung 5.22 gut sichtbar wird. Die relativen Abweichungen in den Kurven entsprechen somit in etwa denen der drei Nachgiebigkeitsfrequenzgänge und sind mit Werten oberhalb von 100 % erheblich.

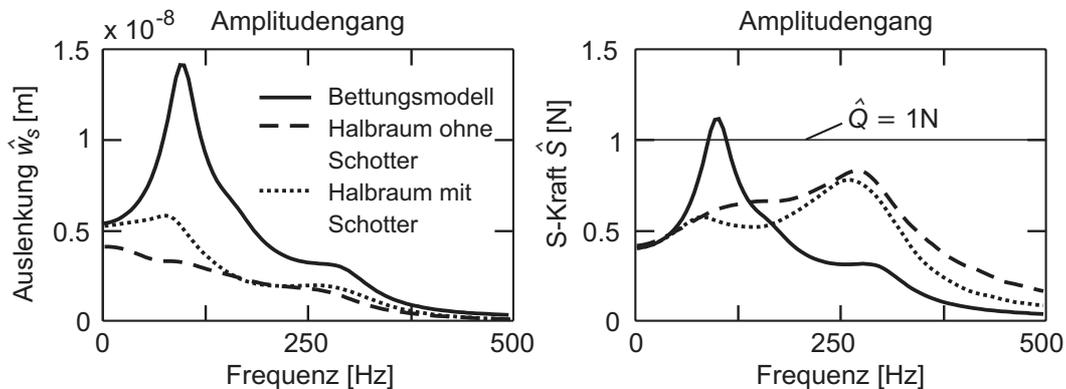


Abbildung 5.23: Frequenzgang der Schwellenauslenkung  $\hat{w}_s$  und der S-Kraft für drei verschiedene Modellierungen der Komponenten Schotter und Untergrund.

Zum Abschluss sollen noch die sich bei  $\hat{Q} = 1$  N einstellende Schwellenauslenkung  $\hat{w}_s$  und die Schotterbelastung  $\hat{S}$  diskutiert werden. Die Abbildung 5.23 veranschaulicht, welche hohen Abweichungen eine ungenaue Modellierung der Struktur unterhalb der Schwelle mit sich bringt. Insbesondere  $\hat{w}_s$  fällt beim Bettungsmodell aufgrund der fehlenden Abstrahlungsdämpfung viel zu hoch aus. Die S-Kraft weist im höherfrequenten Bereich trotz der geringen Schwellenauslenkung noch recht große Werte auf. Wegen der beim Halbraum vorliegenden stärkeren dynamischen Versteifung ergeben sich hier die größten Kräfte, obwohl die Schwellenauslenkung kleiner ausfällt als bei den beiden anderen Schotter-Untergrund-Modellierungen.

### Berücksichtigung der Schwellenkopplung über den Untergrund

Die Auswirkungen einer zusätzlichen Berücksichtigung der Schwellenkopplung über den Untergrund zeigen die Diagramme in Abbildung 5.24, wobei von den

## 5 Simulationsergebnisse

Frequenzgängen jeweils nur der Amplitudengang enthalten ist.

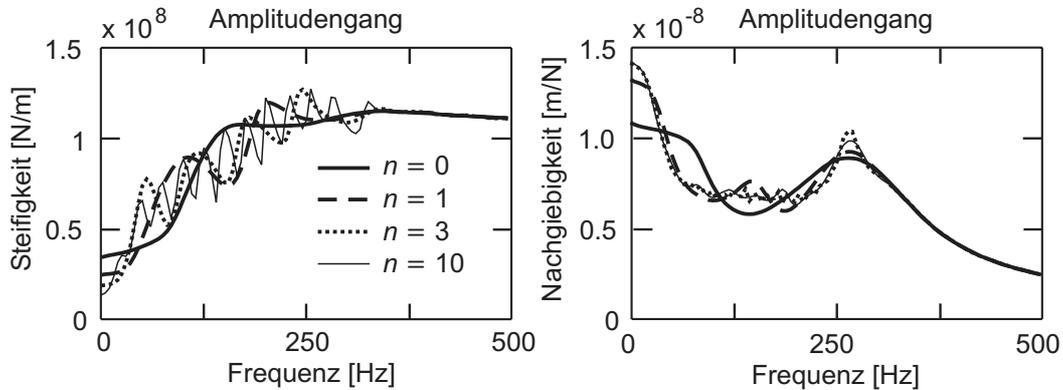


Abbildung 5.24: Schienenbettungssteifigkeit (links) und Gleisnachgiebigkeit (rechts) in Abhängigkeit der Anzahl  $n$  der über den Untergrund gekoppelten Nachbarschwellen.

Zur Bestimmung der dynamischen Lagersteifigkeit muss festgelegt werden, welche Phasenverschiebung die auf die einzelnen Schienenlager wirkenden harmonischen Kräfte haben. Diese Phasenverschiebung wurde zu Null gesetzt. Untersucht man das gesamte Gleis, so folgt die Phasenverschiebung allerdings aus der Verformung der Schienen. Da die Lagersteifigkeit empfindlich auf die Phasenverschiebung reagiert, gibt das linke Diagramm der Abbildung 5.24 somit nicht unbedingt die im Gleis bei einer speziellen Anregungsfrequenz wirksame dynamische Steifigkeit der Schienenlager wieder.

Für Abbildung 5.24 wurde eine Mitnahme der Schwellenkopplung bis hin zur ersten, dritten und zehnten Nachbarschwelle gewählt. Diesem entsprechen Kopplungswerte von  $n = 0$ ,  $n = 1$ ,  $n = 3$  und  $n = 10$ . Man erkennt, dass mit steigendem Kopplungswert  $n$  insbesondere die Lagersteifigkeit großen Schwankungen unterliegt. Der Abstand der lokalen Extrema verkürzt sich zunehmend. Da in der Realität der Kopplungswert quasi unendlich groß ist, haben die meisten dieser Extrema wenig Praxisrelevanz. Sehr wohl praxisrelevant aber ist der Rückgang der Lagersteifigkeit für sehr niedrige Frequenzen und die sich herausbildenden Extrema bei ca. 60 Hz und 250 Hz. Sie hängen nicht so sehr von der Höhe des Kopplungswertes ab und wirken sich auf die rechts in der Abbildung 5.24 angegebene Gleisnachgiebigkeit relativ stark aus. Die somit von Wellenausbreitungseffekten im Untergrund herrührenden zusätzlichen Resonanzen im Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgang werden bereits bei einem Kopplungswert von  $n = 3$  gut wiedergegeben. Wichtig ist außerdem, dass aufgrund der Schwellenkopplung über den Untergrund das lokale Maximum im Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgang für den statischen Fall ( $f = 0$  Hz) besonders ausgeprägt ist.

### 5.2.2 Einfluss der Schotterparameter

Die Schottergleise der Deutschen Bahn AG weisen zum einen Schwankungen in ihrem Aufbau auf, zum anderen sind einige der zur Schotterbeschreibung verwendeten Modellparameter mit großen Unsicherheiten behaftet. Inwiefern sich Parameterschwankungen auf die Gleisnachgiebigkeit auswirken, wird in diesem Abschnitt untersucht. Hierbei wird in einem ersten Schritt unter Vernachlässigung der Schwellenkopplung über den Untergrund ( $n = 0$ ) bei sonst beibehaltener Modellierung beispielhaft die Schotterschichtdicke  $h_b$  variiert.

Die Abbildung 5.25 zeigt die Folgen sowohl einer Halbierung als auch einer Verdopplung des Standardwertes  $h_b = 0.3$  m. Anhand dermaßen unterschiedlicher Schotterschichtdicken wird deutlich, dass sich im Schienenlagersteifigkeitsfrequenzgang mit steigender Schotterschichtdicke Minimum und Maximum hin zu niedrigeren Frequenzen verschieben, da die Steifigkeit ab- und die mitschwingende Masse zunimmt ( $\omega_{res}^2 = c/m$ ). Weil zudem für niedrige Frequenzen die Abstrahlungsdämpfung geringer ausfällt, bilden sich bei einer Schotterschichtdicke von  $h_b = 0.6$  m Minimum und Maximum am deutlichsten aus. Überdies treten im höherfrequenten Bereich weitere Resonanzen zu Tage.

Die veränderte Lagersteifigkeit führt wiederum zu Verschiebungen der Resonanzen im Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgang. Ein Übergang von  $h_b = 0.3$  m auf  $h_b = 0.6$  m bewirkt z.B. bei einer Frequenz von 100 Hz eine Verringerung der Gleisnachgiebigkeit um 30 %.

Die zugehörige Schwellenauslenkung  $w_s$  und die Kräfte  $R$ ,  $S$  und  $T$  sind in Abbildung 5.26 aufgetragen. In Anbetracht der sich sehr stark unterscheidenden Werte für  $h_b$  fallen die Abweichungen in sämtlichen Kurven moderat aus. Eine Schwankung der geometrischen Abmessungen, der Dichte oder der Steifigkeit der Schotterschicht hat sehr ähnliche Konsequenzen auf die Gleisdynamik, wobei im Falle der geometrischen Abmessungen sich zugleich die Größe der Kontaktflächen zum Untergrund und damit die Bodennachgiebigkeitsfrequenzgänge verändern. Bei all diesen Schwankungen werden mitschwingende Schottermasse bzw. Schotterschichtelastizität in einem in der Realität eng begrenzten Intervall beeinflusst, mit den entsprechenden, oben beschriebenen Auswirkungen auf die Resonanzen.

Eine abweichende Rolle könnte dagegen die weitestgehend unbekannteste Höhe der Dämpfung spielen. Um diese Rolle zu klären, ist in Abbildung 5.27 die Lagerstellensteifigkeit für vier verschiedene Werte von  $\gamma_{b1}$  aufgetragen, die sich jeweils um den Faktor 2 unterscheiden.

Es wird ersichtlich, dass der Standardwert  $\gamma_{b1} = 8 \cdot 10^4$  Ns/m<sup>4</sup> so klein gewählt wurde, dass die Dämpfung im Schotter nur einen sehr geringfügigen Einfluss besitzt. Erst ab einer Vervierfachung dieses Wertes führt die Dämpfung zu einer leichten Reduktion von Minimum und Maximum. Die Beeinflussung des nicht dargestellten Gleisnachgiebigkeitsfrequenzganges durch den Parameter  $\gamma_{b1}$  ist demnach ebenfalls gering. Betrachtet man allerdings sehr große Rad-Schiene-

5 Simulationsergebnisse

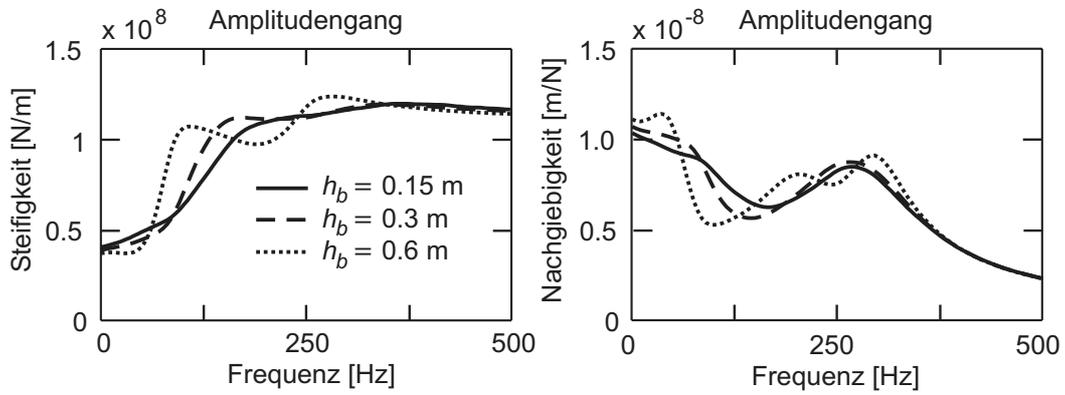


Abbildung 5.25: Schienenbettungssteifigkeit (links) und Gleisnachgiebigkeit (rechts) bei verschiedenen Schotterstichtdicken  $h_b$ .

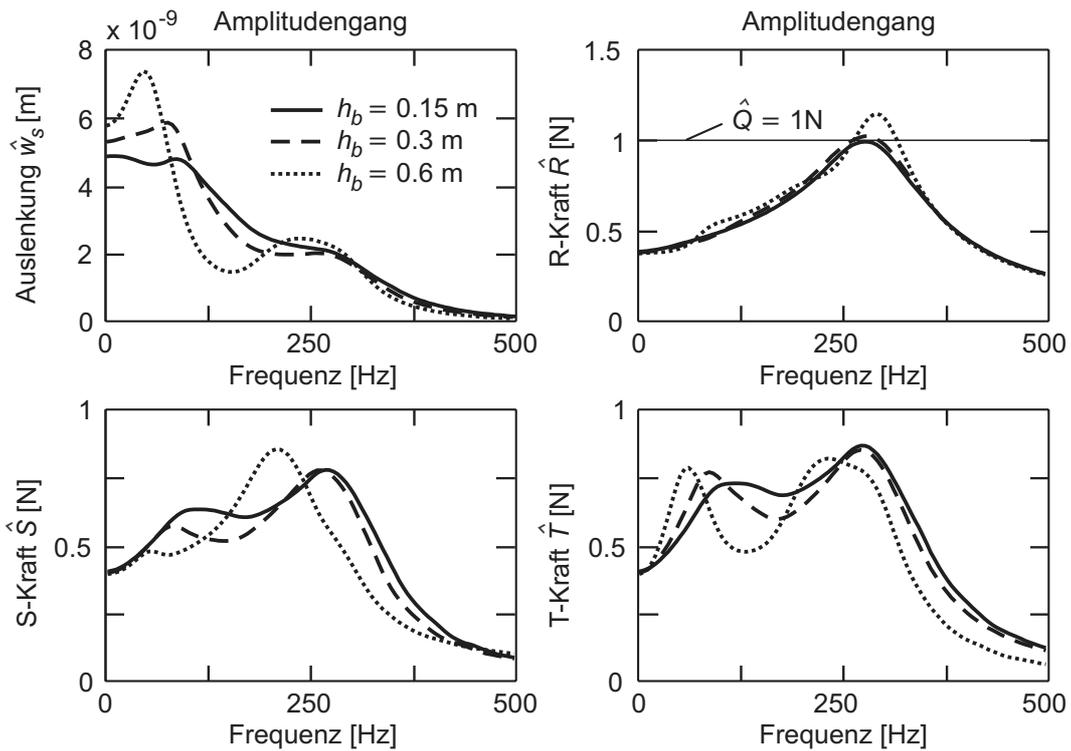


Abbildung 5.26: Schwellenverschiebung und R-, S- und T-Kraft bei verschiedenen Schotterstichtdicken  $h_b$ .

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

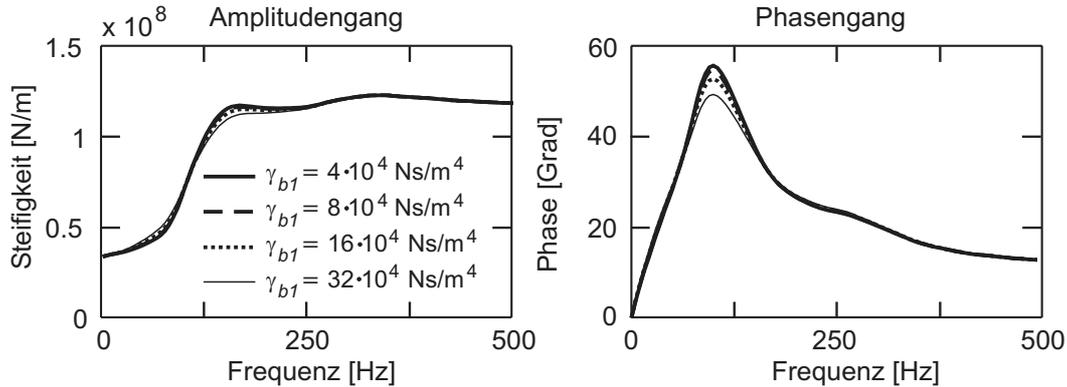


Abbildung 5.27: Einfluss der Schotterdämpfung  $\gamma_b$  auf die Schienenbettungssteifigkeit.

Kontaktkraftschwankungen, die ein Abheben der Schwelle mit sich anschließendem schlagartigem Auftreffen auf den Schotter bewirken, so scheint der Schotterdämpfung eine größere Bedeutung zuzukommen. Dieses jedenfalls belegen erste Studien in [53].

Insgesamt ist festzustellen, dass kleinere Schwankungen im Aufbau der Schottererschicht im Rahmen der linearen Modellierung eher geringe Auswirkungen auf die Gleisrezeptanz haben. Grund hierfür ist die beschränkte Dicke der Schottererschicht, die zu einer verhältnismäßig kleinen Masse und einer recht großen Steifigkeit führt. Die realen Streuungen in der Schottererschichtbeschaffenheit müssen mit den Streuungen bei anderen Komponenten verglichen werden. Eine wesentliche Rolle spielt hierbei der Untergrund.

### 5.2.3 Einfluss der Untergrundbeschaffenheit

Noch stärker als die Beschaffenheit des Schotters schwanken in der Realität die Eigenschaften des Untergrundes. Dass eine solche Inhomogenität stark auf die Gleisnachgiebigkeit durchschlägt, zeigt die Abbildung 5.28. Die Parameter der drei verwendeten Untergründe sind dem Abschnitt 11.1 zu entnehmen. Bei den beiden Schichtungen beträgt die Dicke der oberen Schicht jeweils 1 m.

Aufgrund von Reflexionen an der Schichtgrenze kommt es in den zugehörigen Frequenzgängen zu ausgeprägten Resonanzen. Die Abweichungen sind mit Maximalwerten von nahezu 100 % bei weitem größer als die Abweichungen in den vorausgegangenen Abbildungen 5.25 und 5.27.

### 5.2.4 Statische Biegelinie der Schiene

Herkömmliche Bettungsmodelle des Eisenbahngleises führen zu einer Biegelinie, die zwei in der Realität nicht beobachtete Eigenschaften aufweist. Zum einen

## 5 Simulationsergebnisse

kommt es zu einer Abhebewelle links und rechts von der Krafteinleitungsstelle, also zu einer nach oben gerichteten Schienenauslenkung. Zum anderen treten zwischen Schwelle und Schotter Zugkräfte auf.

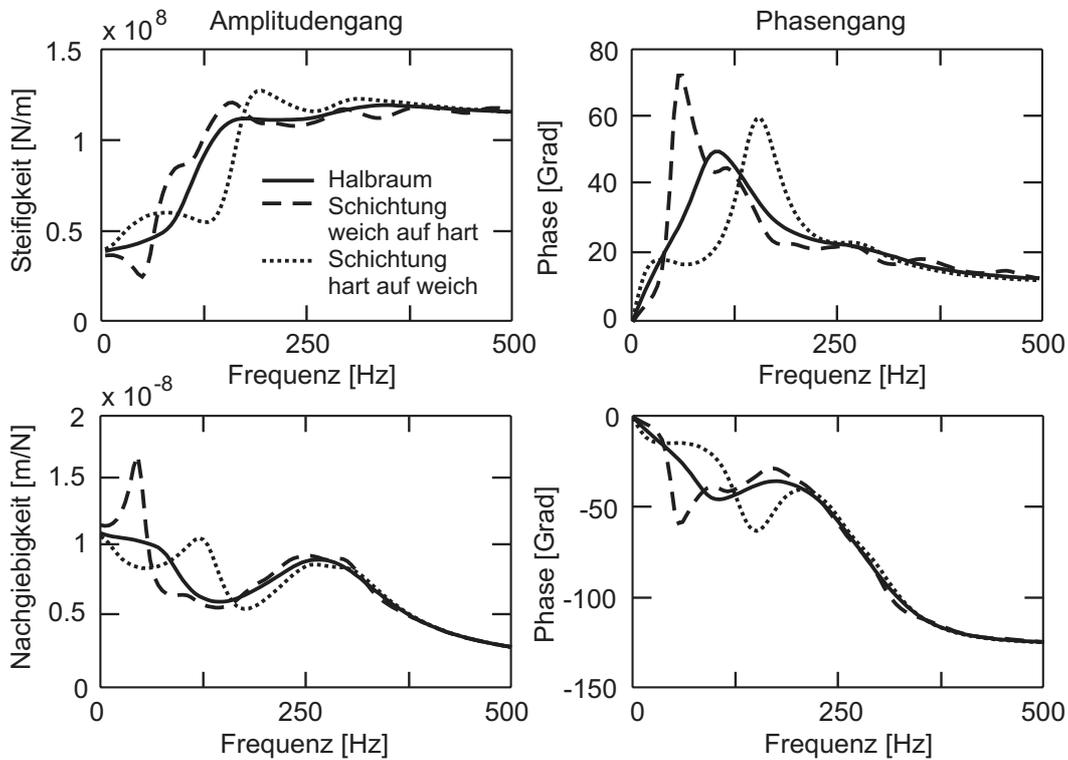


Abbildung 5.28: Schienenbettungssteifigkeit (oben) und Gleisnachgiebigkeit (unten) bei unterschiedlicher Untergrundbeschaffenheit.

Ob diese Unstimmigkeiten bei der detaillierteren Schotter- und Untergrundmodellierung verschwinden, soll im Folgenden geklärt werden. Hierzu wird das Standard-Gleismodell oberhalb einer Schwelle mit einer ruhenden Last von 10 t beaufschlagt. Die Ergebnisse für die Biegelinie und die zwischen den Schwellen und Schotterblöcken auftretenden S-Kräfte<sup>12</sup> sind in Abbildung 5.29 für verschiedene Kopplungswerte  $n$  dargestellt.

Man erkennt, dass die Abhebewelle bei genügend hoch angesetzttem Kopplungswert gänzlich verschwindet. Demgegenüber wirkt sich die verbesserte Modellierung auf die Höhe der S-Kraft unterhalb der einzelnen Schwellen kaum aus.

Hinsichtlich der Wahl eines ausreichend hohen Kopplungswertes ist zu bemerken, dass für die Bestimmung der Auslenkung des Kraftangriffspunktes ein relativ

<sup>12</sup>Der statische Anteil der S-Kraft aufgrund der Gewichtskräfte der Gleiskomponenten ist nicht enthalten.

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

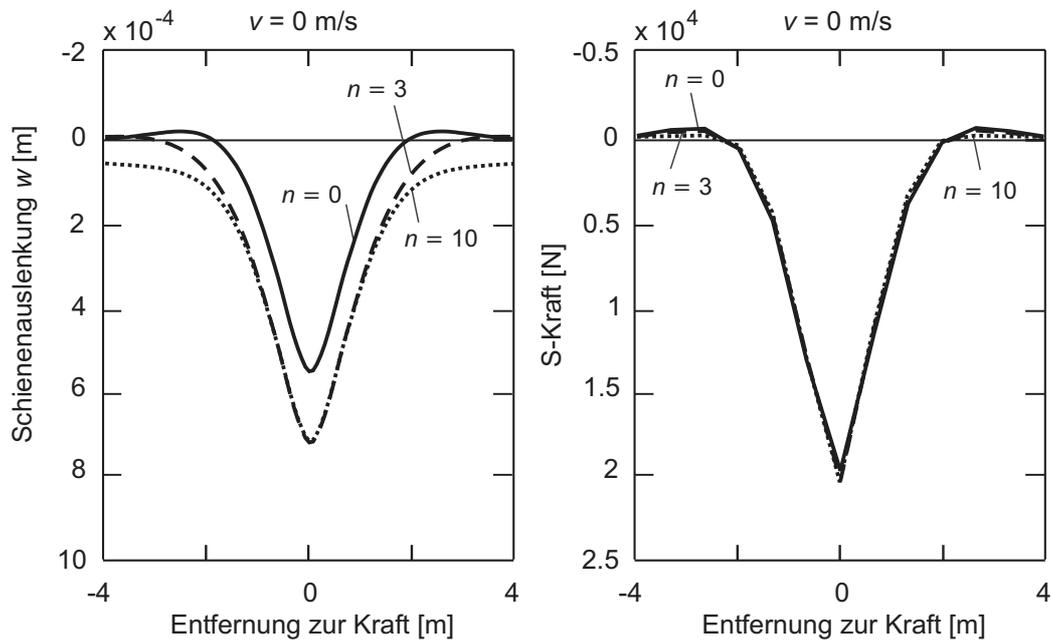


Abbildung 5.29: Statische Biegelinie der Schiene und zugehörige S-Kraft.

geringer Wert von  $n = 3$  völlig ausreicht. Dieses zeigten auch bereits die in Abbildung 5.24 wiedergegebenen Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgänge. Ist aber eine Schienenverformung weiter entfernt von der Krafteinleitungsstelle von Interesse — z.B. weil man die Interaktion zwischen verschiedenen Fahrzeugachsen erfassen will —, so ist ein sehr viel höherer Kopplungswert zu wählen.

### 5.2.5 Effekte bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten

#### Biegelinie der Schiene

Während Abbildung 5.29 die Durchbiegung der Schiene für eine ruhende konstante Kraft zeigt, soll jetzt der Fall einer bewegten Kraft untersucht werden. Abbildung 5.30 veranschaulicht die Ergebnisse für die beiden Geschwindigkeiten  $v = 85 \text{ m/s}$  und  $v = 170 \text{ m/s}$ . Bei dem zweiten Geschwindigkeitswert handelt es sich um die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleigh-Welle im Untergrund, welche wegen der speziellen Standardparameter sehr hoch liegt. Die bei den Simulationen variierte Größe ist erneut der Kopplungswert  $n$ .

Bei der Geschwindigkeit  $v = 85 \text{ m/s}$  ähneln die Kurven noch sehr denen des statischen Falles: Obwohl die Auslenkungen links und rechts von der Kraft nicht mehr gleich sind, hat sich ihr Maximalwert nur geringfügig erhöht. Für hinreichende Genauigkeit ist derselbe Kopplungswert  $n$  ausreichend wie bei  $v = 0 \text{ m/s}$ .

## 5 Simulationsergebnisse

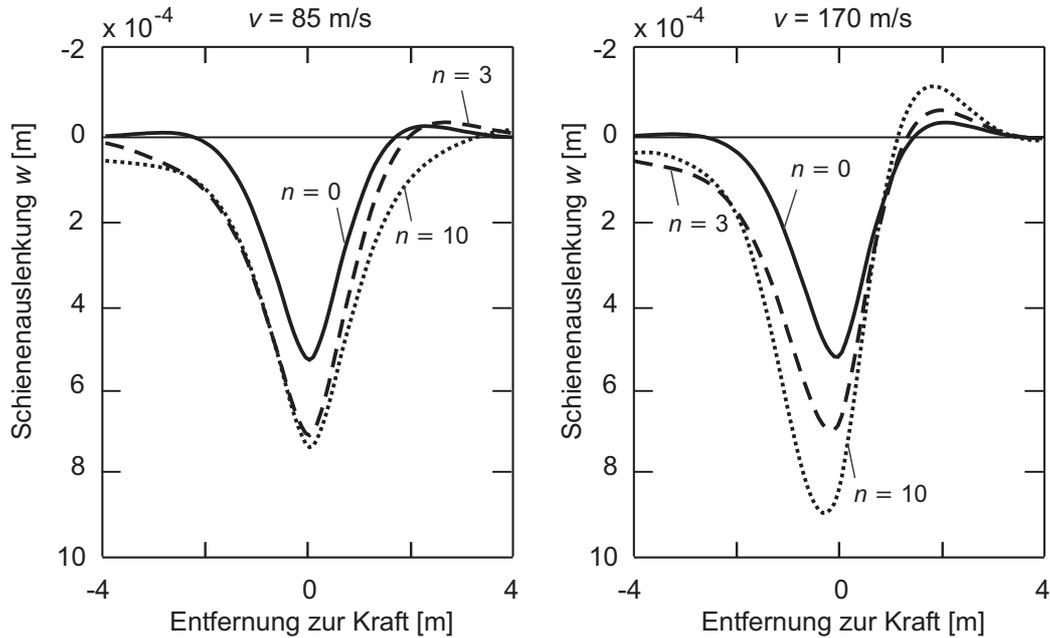


Abbildung 5.30: Biegelinie der Schiene bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten.

Lediglich für die Bestimmung der Schienenauslenkung einige Meter vor der Kraft ist ein im Vergleich zum statischen Fall höherer Wert zu empfehlen.

Anders dagegen sind die Verhältnisse bei Erreichen der kritischen Geschwindigkeit  $v_{Rayleigh}$ . Die Abbildung 5.31 verdeutlicht, in welcher Weise sich die Wellenfronten, die im Wesentlichen beim Überqueren der einzelnen Schwellen erzeugt werden, überlagern. Jeder eingezeichnete Kreis lässt sich somit einer speziellen Schwelle zuordnen, die Belastung hat in allen drei Skizzen eine Distanz von der vierfachen Länge des Schwellenabstandes  $L$  zurückgelegt. Man erkennt, wie sich bei  $v = v_{Rayleigh}$  die Wellenfronten in der Nähe der bewegten Last additiv überlagern. Der Kopplungswert bestimmt, wie viele dieser Wellenfronten aufsummiert werden. Deshalb hat er einen sehr ausgeprägten Einfluss auf das Systemverhalten. Selbst bei einem Übergang auf Kopplungswerte  $n \gg 10$  verstärken sich sowohl die maximale Schienenauslenkung kurz hinter der bewegten Kraft als auch die Höhe der Abhebewelle und die Schienenneigung vor der Kraft noch erheblich. Eine Konvergenz ist in Abbildung 5.30 rechts nicht zu erkennen. Zur Untersuchung dieses eher speziellen Effektes, der aber bei weichem Untergrund sehr wohl mit bloßem Auge erkennbar ist und z.B. in Frankreich auf einigen Strecken zur Einführung von reduzierten Höchstgeschwindigkeiten geführt hat [103], ist somit ein möglichst hoher Kopplungswert anzustreben. Für Fahrzeuggeschwindigkeiten  $v > v_{Rayleigh}$  bildet sich in Analogie zum Machkegel bei Überschallflugkörpern ein spitz zulaufendes Verformungsfeld aus, siehe rechtes Diagramm in Abbildung 5.31.

## 5.2 Erweiterte Schotter-Untergrund-Modellierung: Auswirkungen

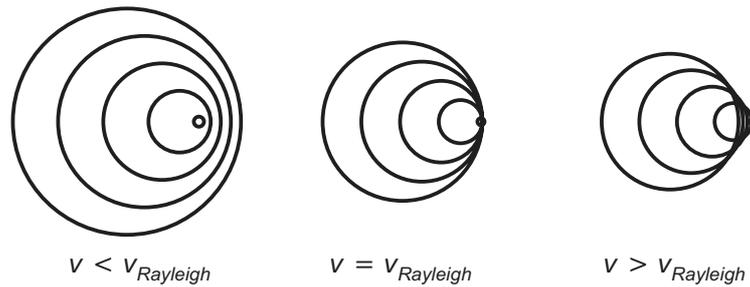


Abbildung 5.31: Überlagerung der Wellenfronten bei unter- und überkritischer Geschwindigkeit.

### Resonanzerscheinungen bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten

Da die Biegelinie der Schienen für  $v = 170$  m/s einen bedrohlich gekrümmten Verlauf aufweist (siehe Abbildung 5.30), ist zu klären, wie hoch in diesem Fall zum einen die Auslenkung der Schwellen samt zeitlicher Ableitungen und zum anderen die Belastung des Schotters ausfallen. Abbildung 5.32 zeigt diese Größen für drei verschiedene Schotterschichtdicken bei einer Berücksichtigung der Kopplung über den Untergrund bis hin zur 10. Nachbarschwelle.

Man erkennt, dass sich die drei Schwellenauslenkungen aufgrund des mit hoher Geschwindigkeit vorbeifahrenden Zuges sehr schnell ändern. Die somit hohen Schwellengeschwindigkeiten und -beschleunigungen spielen wahrscheinlich eine wesentliche Rolle für den Verschleiß des Schotters. Die Beschleunigung gibt zudem Aufschluss, ob es zu einem Abheben einzelner Schottersteine kommt. Dieses wäre möglich bei Beschleunigungswerten oberhalb der im entsprechenden Diagramm eingetragenen Fallbeschleunigung  $g$ . Man muss aber bedenken, dass für einen solchen Fall, der in Abbildung 5.32 sehr häufig auftritt, die unzureichende Modellierung des Schotters und insbesondere die stark vereinfachte Wiedergabe der Randbedingungen zwischen Schwelle und Schotter keine genauen Aussagen zulassen.

Anhand des Diagramms unten rechts wird ersichtlich, dass trotz der starken Abweichungen in der Schwellenbewegung die maximale S-Kraft bei den drei gewählten Werten für  $h_b$  sehr ähnlich ausfällt. Während bei  $v = v_{Rayleigh}$  die Schwellenkinematik sehr sensibel auf eine Veränderung der Schotterschichtdicke reagiert, ist dieses bei der S-Kraft nicht der Fall.

Dass es beim Erreichen der kritischen Geschwindigkeit — aber auch bei niedrigeren Geschwindigkeiten — zu unerwartet großen Schwellenauslenkungen kommen kann, lässt sich mittels der folgenden Überlegung erklären: Aufgrund der Überlagerung vieler Wellenfronten ergibt sich unterhalb des Schotters eine sehr geringe äquivalente Untergrundsteifigkeit. Wird zudem die mitschwingende Masse durch eine dicke Schotterschicht erhöht, verlagern sich — wie bereits erwähnt

## 5 Simulationsergebnisse

— die Eigenfrequenzen der Schienenlagerstelle hin zu tieferen Werten. In diesem 'tieffrequenten Bereich', der zusätzlich bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten recht stark angeregt wird, ist die Wellenabstrahlungsdämpfung noch nicht so sehr ausgeprägt. Deshalb kann es, wie am Graphen für  $h_b = 0.6$  m ersichtlich ist, sowohl hinter als auch vor der bewegten Kraft zu schwach gedämpften Schwellenschwingungen mit erheblichen Amplituden kommen. Diese Resonanzen werden nicht nur von der Schotterschichthöhe beeinflusst, sondern auch von nahezu allen anderen Gleisparametern.

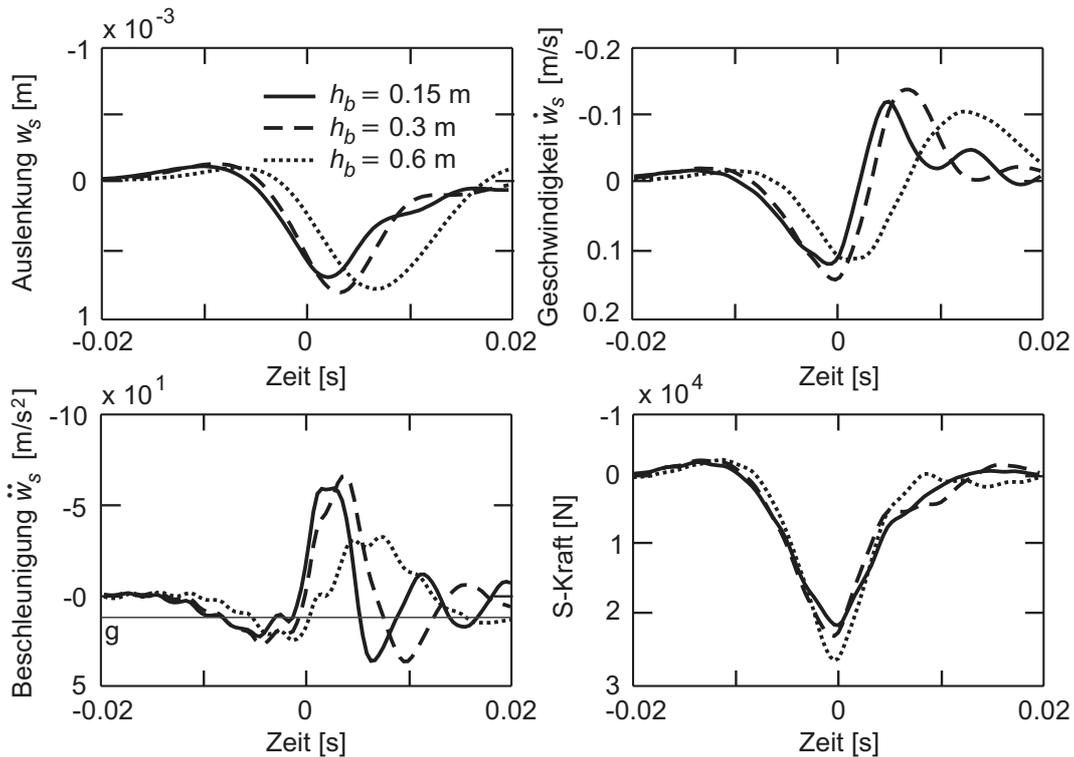


Abbildung 5.32: Schwellenbewegung bei Zugüberfahrt und zugehörige S-Kraft.

### 5.3 Vergleich mit Messungen

Obwohl im Zuge der vorliegenden Arbeit keine eigenen Messungen stattfanden und obwohl ein Vergleich der Simulationsergebnisse mit in der Literatur publizierten Messergebnissen keinesfalls einen Schwerpunkt dieser Arbeit darstellt, dürfen doch einige Bemerkungen zu dieser Thematik nicht fehlen.

Wie bereits in Abschnitt 1.2.2 erwähnt wurde, sind in den letzten beiden Jahrzehnten viele Messungen in erster Linie mit dem Ziel der Gleismodellpara-

meterbestimmung durchgeführt worden. Zu den mit den größten Unsicherheiten behafteten Parametern zählten hierbei Steifigkeit und Dämpfungskonstante von Zwischenlagen und unter den Schwellen befindlicher Winklerbettung. Die Unterschiede in den identifizierten Zahlenwerten, siehe Zusammenstellung in [54], machen deutlich, dass diese Größen stark von der Fahrwegbeschaffenheit und — aufgrund nichtlinearer Einflüsse — von der Art der Belastung abhängen.

Bei der Komplexität der Modelle und der hiermit einhergehenden großen Anzahl an adaptierbaren Parametern gelingt eine Nachrechnung eines gemessenen Gleisnachgiebigkeitsfrequenzganges i.A. recht gut, siehe z.B. [91]. Sollen transiente Vorgänge bei einer Zugüberfahrt korrekt nachgebildet werden, so besteht zusätzlich die Möglichkeit, durch geschickte Wahl der messtechnisch zumeist nicht erfassten Hohllagenverteilung, der Radunrundheit und weiterer Anregungsmechanismen die berechneten Funktionsverläufe an die gemessenen anzunähern. Gleiches ist mittels einer Identifikation einer nichtlinearen Kraft-Verschiebungsfunktion für die Schwellen erreichbar [110].

Stets zu bedenken ist jedoch, dass sich mit einem solchen Vorgehen lediglich Modelle erstellen lassen, welche die Dynamik des realen Fahrweges für eine spezielle Belastung und für einen speziellen Gleisabschnitt gut wiedergeben. Fröhling [29, 30] zeigt, dass bereits an den Nachbarschwellen sowohl die statische Gleisnachgiebigkeit als auch die dynamischen Eigenschaften ganz andere sein können. Kleine Imperfektionen im Schotterbett verändern die Gleisdynamik erheblich [66]. Eine Validierung der *Struktur* eines Gleismodells kann demnach bei gleichzeitiger Identifikation weitestgehend unbekannter Modellparameter nicht gelingen.

Dieses gilt auch für das hier vorgestellte Gleismodell mit detaillierterer Abbildung von Schotter und Untergrund. Wichtig ist nachzuweisen, dass eine solche Modellierung den Einfluss der neu hinzugekommenen, physikalisch motivierten Parameter wie Schotterschichtdicke, Wellenausbreitungsgeschwindigkeit, etc. auf die Systemdynamik tendenziell ausreichend genau wiedergibt. Nur dann sind Vorhersagen bezüglich der Fahrzeug-Fahrweg-Dynamik bei verschiedenen Schotter/Untergrund-Verhältnissen möglich. Zu beachten ist, dass diese Vorhersage aufgrund hoher Streuungen im realen Gleis die tatsächlichen Gegebenheiten nur im Mittel gut nachbilden kann. Bei einem Vergleich mit einer einzelnen Messung sind große Abweichungen denkbar.

Der geforderte Nachweis gestaltet sich sehr aufwändig und wurde wohl auch deshalb bisher nur ansatzweise anhand der folgenden groben, qualitativen Merkmale erbracht:

- In [50] weist Knothe darauf hin, dass in einigen frühen Messungen der siebziger Jahre die Gleisrezeptanzen zu niedrigen Frequenzen hin stark ansteigen [12]. Während ein solches Verhalten von den herkömmlichen Bettungsmodellen nicht abgebildet werden kann, weisen die erweiterten Modelle sehr wohl ein lokales Nachgiebigkeitsmaximum für den statischen Fall auf, siehe

## 5 Simulationsergebnisse

Abbildung 5.20.

- Die Veröffentlichung [50] enthält zudem die Bemerkung, dass in der Praxis in über 80 % der Messungen keine Abhebewelle der Schiene beobachtet wird. Auch dieser Sachverhalt kann vom Modell lediglich bei der verfeinerten Modellierung von Schotter und Untergrund wiedergegeben werden, siehe Abbildung 5.29.
- Die in Abbildung 5.31 veranschaulichte Verformungswelle im Untergrund ist in Schweden messtechnisch nachgewiesen worden [7]. Sie lässt sich ebenfalls nur durch das detaillierte Modell abbilden.
- Bei der Verwendung von Schottermesssteinen [69] hat sich herausgestellt, dass das System unterhalb der Schwellen in den untersuchten Fällen keine stark ausgeprägten Resonanzen aufwies. Auch dieses spricht für die detaillierte Modellierung von Schotter und Untergrund, da sodann die Wellenabstrahlung zu einer hohen Dämpfung sämtlicher Resonanzen führt, siehe z.B. Abbildung 5.23.
- In [45] wird gezeigt, dass zumindest für Wellenausbreitungsphänomene im Untergrund die Bodenschichtung eine wesentliche Rolle spielt. Bei den gemessenen Transferfunktionen konnten für eine spezielle Schichtung charakteristische Resonanzen detektiert werden. Dieses würde ebenfalls für eine aufwändige Modellierung des Untergrundes als geschichteten Halbraum sprechen.

Für eine fundierte Modellvalidierung müssen die physikalischen Parameter des Untergrundes und möglichst auch des Schotters und der Zwischenlagen an unterschiedlichen Gleisabschnitten im Voraus bekannt sein. Anschließend können an diesen Orten zum einen Gleisrezeptanzen gemessen werden, wobei sich die Gewinnung belastbarer Daten speziell im niederfrequenten Bereich schwierig gestaltet: Auf eine ausreichende Vorbelastung des Gleises sowie einen ausreichend hohen Energieeintrag ist zu achten. Eine gleichzeitige Messung der Verschiebung von Schwellen und Planumsoberkante sowie der R-Kräfte ist zu empfehlen. Auf Basis dieser Daten lässt sich anschließend prüfen, ob das Modell den Schotter- und Untergrundeinfluss richtig vorhersagen kann. Alternativ können in ähnlicher Weise transiente Zeitfunktionen ausgewertet werden, wenn beim vorbeifahrenden Zug zusätzlich die Rad-Schiene-Kontaktkraft messtechnisch erfasst wurde. Eine dritte Möglichkeit besteht in der Auswertung der mittels eines Messradsatzes aufgenommenen Q-Kraft. Modell und Realität sollten auch hier eine ähnliche Abhängigkeit der Q-Kraftschwankungen von der Untergrundbeschaffenheit aufweisen.

## 5.4 Fazit

Die durchgeführten Simulationen zeigen, wie vielschichtig und kompliziert das dynamische Verhalten selbst eines linearen Rad-Schiene-Modells ist. Im Abschnitt 5.1, in dem Schotter und Untergrund durch eine viskoelastische Schwellenbettung repräsentiert werden, gelingt noch eine weitestgehend vollständige, gedankliche Durchdringung der Physik. Unter Verwendung einfacher Modelle für die Teilsysteme 'einzelne Schienenlagerstelle' und 'durch ruhende, harmonische Kräfte belastetes Gleis' können sowohl Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgänge als auch Dispersionsrelationen in ihrem Zustandekommen anschaulich begründet werden. Als wichtige Erkenntnisse sind zu nennen:

- Das Gleis stellt ein stark gedämpftes System dar. Theoretische Untersuchungen des ungedämpften Systems haben nahezu keine Praxisrelevanz.
- Für die Gleisnachgiebigkeit ist die frequenzabhängige Steifigkeit der einzelnen Stützstellen entscheidend. Diese lässt sich in einfacher Weise analytisch herleiten. Eine Visualisierung im Bodediagramm ist hilfreich. Analog kann zudem die Größe der R- und S-Kraft anschaulich erklärt werden.
- Auch bei der Berechnung der Resonanzen des Fahrzeug-Fahrweg-Gesamtsystems helfen sehr einfache Prinzipmodelle. Insgesamt ergeben sich im Falle der vereinfachten Anregung<sup>13</sup> zumeist nur zwei wesentliche Resonanzen im Frequenzbereich unterhalb 300 Hz. Die niedrigste lässt sich mittels eines Ersatzmodells, das aus einer auf zwei in Reihe geschalteten Federn sitzenden Punktmasse besteht, in einfacher Weise erklären. Entscheidend für die Ausprägung dieser Resonanz ist die dämpfende Wirkung des Gleises in Resonanznähe. Da der Radsatz aufgrund seiner großen Masse nahezu keine Vertikalbewegungen ausführt, spiegeln die höheren Resonanzen wegen der konstant gehaltenen Amplitude der durch den Kontakt hindurchgezogenen Profilstörung die Maxima im Frequenzgang der Gleissteifigkeit wieder. Berücksichtigt man die Verformung der Radsätze, so kommt es zu ausgeprägten Einbrüchen im Frequenzgang der Rad-Schiene-Kontaktkraft.
- Eine Berücksichtigung der Schwellenelastizität wirkt sich erheblich auf die Schwellenbewegung und die Schotterpressung im Frequenzbereich oberhalb 100 Hz aus. Das Bewegungsverhalten der Schiene wird dagegen nur geringfügig beeinflusst.
- Die diskrete Schienenlagerung bzw. die Periodizität der Gleisstruktur spielt verglichen mit ihren Auswirkungen bei anderen periodischen Strukturen eine relativ geringe Rolle. Neben der hohen Dämpfung liegt dieses insbesondere

---

<sup>13</sup>Siehe Abschnitt 3.4.

## 5 Simulationsergebnisse

an der großen Nachgiebigkeit der Lagerstellen, die im höherfrequenten Bereich nur eine geringe Störung für die sich ausbreitenden Wellen darstellen. Außerdem bleiben die Wellenlängen im Frequenzbereich bis ca. 1000 Hz oberhalb der doppelten Periodenlänge, weshalb in diesem Bereich keine für periodische Strukturen charakteristischen Haltefrequenzbänder auftreten.

- Als wichtigste Konsequenz der diskreten Schienenlagerung verbleibt die Anregung aufgrund der Schwellenüberrollung. Sie fällt am größten aus, wenn die Schwellenüberrollfrequenz mit einer der Resonanzfrequenzen des Fahrzeug-Fahrweg-Systems zusammenfällt. Aber selbst dann liegen die Radlastschwankungen bei weniger als 20 Prozent des statischen Wertes.
- Ein Vergleich verschiedener Anregungsmechanismen macht deutlich, dass Unwuchten der Radsätze eine vernachlässigbare Anregungsquelle darstellen. Im mittleren Frequenzbereich erzeugen primär Radunrundheiten große Normalkraftschwankungen. Welche Unrundheitsordnung besonders stark wirksam wird, hängt entscheidend von der Fahrgeschwindigkeit ab.

Im Abschnitt 5.2 werden Schotter und Untergrund detaillierter wiedergegeben. Die vom Modell erfasste Wellenausbreitung im Untergrund führt hierbei zu komplizierten Wellenüberlagerungseffekten, deren Veranschaulichung außerordentlich schwierig ist. Die Ausprägung solcher Effekte scheint erheblich von den Modellvereinfachungen abzuhängen, wie der im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms 1015 durchgeführte Benchmarktest aufzeigt [93]. Von wesentlicher Bedeutung sind die Randbedingungen zwischen Schwelle und Schotter sowie zwischen Schotter und Untergrund. Bei letzterer Kontaktstelle ist sowohl die Annahme eines verschweißten Kontaktes als auch die Approximation durch biegeschlaffe Fundamente vertretbar — die Realität liegt wahrscheinlich irgendwo dazwischen. Wird zudem, wie bei dem in dieser Arbeit eingesetzten Modell, die Bodennachgiebigkeit durch Mittelwertbildung der Oberflächenverschiebung in der Kontaktfläche zwischen Schotterblock und Boden berechnet, so kann auch dieses zu Abweichungen im Vergleich zu einer diskretisierten FE-Kontaktbeschreibung führen. Es lassen sich jedoch trotz dieser Unsicherheiten eine Reihe robuster Aussagen formulieren:

- Die Wellenausbreitung im Untergrund führt zu einer hohen Dämpfung, die bereits bei Frequenzen unterhalb von 50 Hz wirksam wird und insgesamt eine geringere Ausprägung von lokalen Maxima und Minima im Gleisnachgiebigkeitsfrequenzgang mit sich bringt. Eine entsprechende Dämpfungscharakteristik kann mit einer viskoelastischen Bettung der Schwellen nicht realisiert werden.
- Die Frequenzgänge von Gleisnachgiebigkeit und Rad-Schiene-Kontaktkraft hängen sensibel von dem gewählten Schotter-Untergrund-Modell ab. Dieses

gilt selbst für ihre qualitativen Verläufe. Für den statischen Lastfall ergibt sich — im Gegensatz zur viskoelastischen Bettung — bei den meisten detaillierteren Modellierungen ein Maximum der Gleisnachgiebigkeit.

- Die Lage weiterer lokaler Extrema in den Frequenzgängen wird durch die gewählten Schotterparameter und durch die Schichtung des Untergrundes bestimmt. Abweichungen in den Kurven von 100 % können durchaus auftreten. Oberhalb von 350 Hz ist der Einfluss der Schotter- und Untergrundbeschaffenheit gering. Hier reicht eine Modellierung als viskoelastische Bettung aus. Weil das Systemverhalten nunmehr wesentlich von den dynamischen Eigenschaften der Zwischenlage abhängt, ist eine genaue Bestimmung der frequenzabhängigen Zwischenlagenparameter wünschenswert.
- Der oben angesprochene Einfluss der Schwellenelastizität ist zu relativieren, da im Falle einer guten Unterschotterung die Resonanzschwingungen der Schwelle stark gedämpft werden. Bei einer hohl liegenden Schwelle dagegen können weiterhin sehr große Schwellendeformationen auftreten.
- Hinsichtlich der Kopplung der Schwellen über den Untergrund reicht bei moderaten Zuggeschwindigkeiten eine Berücksichtigung der Wechselwirkung von Schwellen im maximalen Abstand von 2 Metern aus. Dieses entspricht einem Kopplungswert von  $n = 3$ . Das unrealistische Abheben der Biegelinie verschwindet allerdings erst, wenn auch weiter entfernte Schwellen über den Untergrund gekoppelt werden.
- Spezielle Effekte treten auf, wenn die Zuggeschwindigkeit der Rayleigh-Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Untergrund nahe kommt. Eine Untersuchung des drastischen Anstiegs der Schienenauslenkung und der bedrohlich hohen Schwellenschwingungen ist nur mit sehr hohen Kopplungswerten  $n > 10$  möglich.

Im abschließenden Kapitel 'Vergleich Messung-Rechnung' wurde ausgeführt, warum eine Validierung des Modells anhand von Streckenexperimenten sehr schwierig ist. Erste qualitative Gegenüberstellungen erscheinen aber vielversprechend.

# 6 HAUPTTEIL II: Untersuchung einer einzelnen unterschotterten Schwelle mittels molekulardynamischer Simulation

## 6.1 Vorbemerkungen

Während im ersten Hauptteil dieser Arbeit die Dynamik eines Eisenbahngleises bei Zugüberfahrt behandelt wurde, erfolgt im Hauptteil II eine genauere modellbasierte Analyse der Vorgänge unterhalb einer einzelnen Schwelle. Von dem bisherigen sehr großen System wird somit ein kleiner Bereich ausgewählt und quasi unter einem Vergrößerungsglas betrachtet. Hierbei kommt ein numerisches Verfahren zum Einsatz, welches für eine Abbildung eines längeren Gleisabschnittes zu rechenzeitaufwändig wäre, die molekulardynamische Simulation (MD-Simulation). Statt einer Berücksichtigung des Schotters mittels einer Kontinuumsbeschreibung — wie im Hauptteil I geschehen — ermöglicht die MD-Simulation eine sehr realitätsnahe Wiedergabe jedes einzelnen Schottersteins. Die für das Setzungsverhalten wesentlichen Prozesse wie Steinumlagerung, Kornbruch und Abrasion können mit einem solchen Modell prinzipiell sehr gut wiedergegeben werden. Schwierigkeiten verursacht allerdings die Sensitivität dieser Prozesse hinsichtlich der Schottersteinform und der Kraft-Verformungs-Beziehungen in den zahlreichen Kontaktstellen.

Aufgrund des Einflusses der Steinform werden in der Modellierung keine runden, sondern eckige Körper verwendet. Da für dreidimensionale eckige Körper noch keine ausgereiften MD-Simulationsalgorithmen existieren, findet ein ebenes Modell Anwendung, dem ein am Institut für Computeranwendungen der Universität Stuttgart entwickeltes Softwarepaket zugrunde liegt [74].

Der Einfluss der Kraft-Verformungs-Beziehungen führt dazu, dass die Kontaktkraftgesetze sehr sorgfältig formuliert werden müssen. Weil die Geometrie zweier sich berührender Steine in jedem Kontakt unterschiedlich ausfällt, gestaltet sich eine experimentelle Bestimmung der Kontaktgesetze aufwändig. Aufgrund

fehlender detaillierter Versuchsergebnisse mussten somit für die in diesem zweiten Hauptteil enthaltenen Simulationsergebnisse eine Reihe von Annahmen getroffen werden. Die Simulationen geben jedoch bereits Hinweise, inwiefern sich die angewandte Methode für eine Behandlung des Schotters eignet und welche physikalischen Eigenschaften der Schotterschicht gut nachgebildet werden können.

Der zweite Hauptteil beginnt mit einer kurzen Einführung in die Grundzüge der MD-Simulation sowie einem Vergleich mit klassischen Verfahren der Mehrkörperdynamik. Anschließend werden einige typische Anwendungsgebiete genannt. Im Abschnitt 7 wird sodann das Modell des Schwellenfaches im Detail vorgestellt. Es folgt im Abschnitt 8 eine Beschreibung der für die Simulationsrechnungen benötigten Algorithmen. Die Simulationsergebnisse selbst werden im Abschnitt 9 präsentiert. Hierbei wird zuerst die Robustheit des Modellverhaltens überprüft. Erst dann sind Untersuchungen sowohl zum Kurzzeit- als auch zum Langzeitverhalten sinnvoll durchführbar. Die gezeigten Ergebnisse lassen aufgrund der ebenen Modellierung und der erwähnten Annahmen nur qualitative Aussagen zu. Sie werden im Abschnitt 9.5 zusammengefasst.

## 6.2 Grundlagen der molekulardynamischen Simulation

Die MD-Simulation fußt auf wissenschaftlichen Arbeiten, die Ende der siebziger Jahre entstanden. Einer der Vorreiter auf diesem Gebiet war Cundall [14]. Er nannte seinen Algorithmus zur Berechnung des dynamischen Verhaltens von Vielkörpersystemen 'distinct element method'. Die von ihm untersuchten Systeme zeichneten sich dadurch aus, dass es häufig zu einer Neubildung von Kontakten bzw. zu einem Öffnen bestehender Kontakte kam und dass an den in großer Vielzahl vorhandenen Kontaktstellen Übergänge vom Haften zum Gleiten erfolgten.

Eine Anwendung klassischer Verfahren der Mehrkörperdynamik, bei denen die vielfältigen Bedingungen für das Auftreten der genannten Unstetigkeiten mathematisch formuliert werden müssen, wird mit wachsender Anzahl an Partikeln zunehmend unpraktikabel. Bei der 'distinct element method' wird deshalb auf eine entsprechende Formulierung und die damit verbundene Einführung wechselnder Zwangsbedingungen bzw. wechselnder Blockierungen einzelner Bewegungsfreiheiten verzichtet. Dieses gelingt im Rahmen einer Zeitschrittintegration mit sehr kleinem, konstanten Zeitschritt  $\Delta t$ . Die Bewegungsgleichungen werden für jeden Körper getrennt aufgestellt. Ausgehend von dem Systemzustand zur Zeit  $t$ , beschrieben durch Lage und Geschwindigkeit sämtlicher Körper, ergibt sich der Zustand zur Zeit  $t + \Delta t$  wie folgt:

1. Detektion sämtlicher Kontaktstellen. Kontakt liegt vor, wenn sich zwei Körpergeometrien überlappen. Eine Verkürzung der Rechenzeit kann bei

## HAUPTTEIL II: Untersuchung eines einzelnen Schwellenfaches

den verschiedenen Suchalgorithmen durch eine Segmentierung des Aufenthaltsraumes der Teilchen erzielt werden.

2. Berechnung der Kontaktkräfte mittels geeigneter Kontaktkraftgesetze und Zuordnung dieser Kräfte zu den jeweiligen Kontaktpartnern. Steht ein Körper mit mehreren Nachbarn in Kontakt, so werden die entsprechenden Kräfte addiert.
3. Berechnung der Beschleunigung jedes einzelnen Teilchens unter Verwendung von Impuls- und Drallsatz. Aus den Beschleunigungen folgen sodann die gesuchten Positionen und Geschwindigkeiten zur Zeit  $t + \Delta t$ .

Sowohl Stoßvorgänge als auch Haft-Gleit-Übergänge erscheinen hierbei zeitlich aufgelöst. Eine Kontaktneubildung wird erst registriert, wenn die Ausgangsgeometrien zweier Körper sich bereits überlappen. Da jedoch alle realen Körper elastisch verformbar sind, kann hierdurch die Physik beliebig gut wiedergegeben werden. Eine vergleichende Gegenüberstellung der MD-Simulation mit dem in [82] publizierten Vorgehen, welches speziell für Systeme mit einseitigen Bindungen entwickelt wurde und sich an die klassischen Verfahren der Mehrkörperdynamik anlehnt, enthält die Abbildung 6.1.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Gesamtsystembeschreibung, da viele kinematische Zwangsbedingungen.</li><li>• Wenige einseitige Bindungen, Haft-Gleit-Übergänge, Stöße -- Auftreten muss mathematisch formuliert werden.</li><li>• Strenge Unterscheidung zwischen Kontakt ja/nein bzw. Haften/Gleiten, Schaltpunkte werden möglichst genau detektiert.</li><li>• Grober adaptierbarer Zeitschritt.</li><li>• Einschränkung in Kontaktesetzformulierung.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Bewegungsgleichungen getrennt für jeden Körper; wenige ‚strenge‘, im Voraus bekannte Zwangsbedingungen.</li><li>• Viele einseitige Bindungen, Haft-Gleit-Übergänge, Stöße -- Auftreten wird mathematisch nicht formuliert.</li><li>• Verschmierter Wechsel zwischen Kontakt ja/nein bzw. Haften/Gleiten.</li><li>• Sehr kleiner konstanter Zeitschritt.</li><li>• Größere Freiheit in Kontaktesetzen, Einbau von Kontaktsteifigkeiten und viskosen Dämpfern unproblematisch.</li></ul> |
|---|--|

Abbildung 6.1: Wesentliche Eigenschaften von MD-Simulation (rechts) und Mehrkörperalgorithmus nach Pfeiffer und Glocker [82] (links) im Vergleich.

Im Falle von kreis- oder kugelförmigen Partikeln ermöglicht die MD-Simulation die Behandlung von sehr großen Systemen mit mehreren hunderttausend Teilchen. Die diversen Verfahren unterscheiden sich u.a. in der Art des Such- sowie des Integrationsalgorithmus, in der Form der verwendeten Teilchen und in der Formulierung der Kontaktesetze. Eine Übersicht liefern die Werke [35, 87].

## 6.3 Typische Anwendungsgebiete

Die Anwendungsgebiete der MD-Simulation sind sehr vielschichtig. Der Name lässt schon erkennen, dass sie von Physikern im Bereich der Molekularphysik eingesetzt wird. Hier stehen die Wechselwirkungen zwischen einzelnen Atomen oder Molekülen im Vordergrund. Dieses ist auch der Fall bei thermodynamischen Fragestellungen, z.B. der Bestimmung von Diffusionskoeffizienten oder Viskositäten als Funktion diverser Zustandsgrößen. Hinsichtlich mechanischer Fragestellungen sind u.a. eine numerische Abschätzung von Kontaktsteifigkeiten und Reibwerten bei rauen Oberflächen oder eine Analyse der Vorgänge in Lawinen denkbar. Enger mit der Schotterproblematik verknüpft sind Untersuchungen des Verhaltens granularer Materialien oder Schüttgüter wie Sand, Getreide oder Pillen. Auch hier ist die Fülle an theoretischen Arbeiten unüberschaubar. Sie beschäftigen sich u.a. mit Druckverteilungen in Sandhaufen und Silos, diversen Vermischungsprozessen, Ausfließvorgängen einschließlich des Auftretens von Trichterverstopfungen und speziellen Phänomenen wie der Verklumpung, Konvektion und Segregation sowie der Entstehung von Oberflächenwellen. Einige typische Anwendungen sind in Abbildung 6.2 dargestellt.

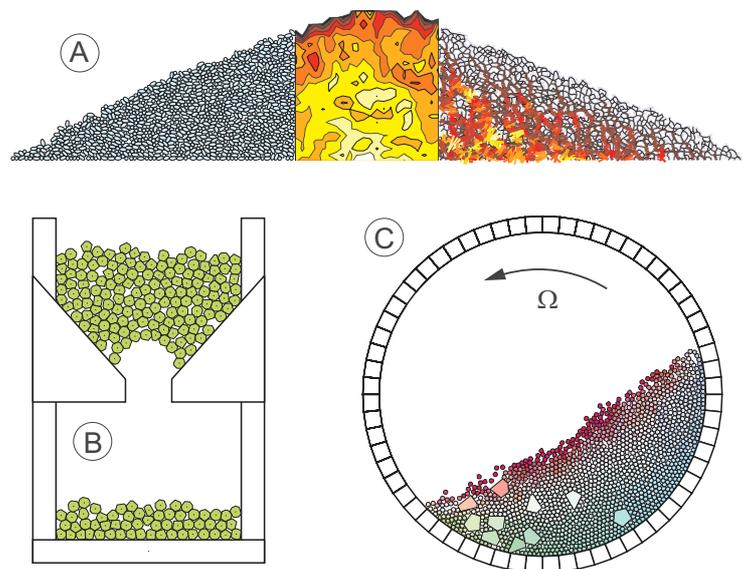


Abbildung 6.2: Anwendungsbeispiele für die MD-Simulation: A) Kornanordnung (links), Drücke (Mitte) und Kraftnetzwerk (rechts) in einem Sandhaufen; B) verstopfter Trichter; C) Teilchenbewegung in einer Mischtrommel.

# 7 Modellbildung

## 7.1 Das ebene Modell

Das ebene Modell einer unterschotterten Schwelle zeigt die Abbildung 7.1. Die Schottersteine erscheinen als in Ellipsen eingeschriebene Polygone, deren Eckenanzahl im Bereich zwischen 5 und 8 liegt. Die Größe der Ellipsen und das Verhältnis ihrer Halbachsen streuen. Mit Abmessungen von 2 cm bis maximal 6.3 cm wird die Siebkennlinie des realen Schottermaterials grob nachgebildet.

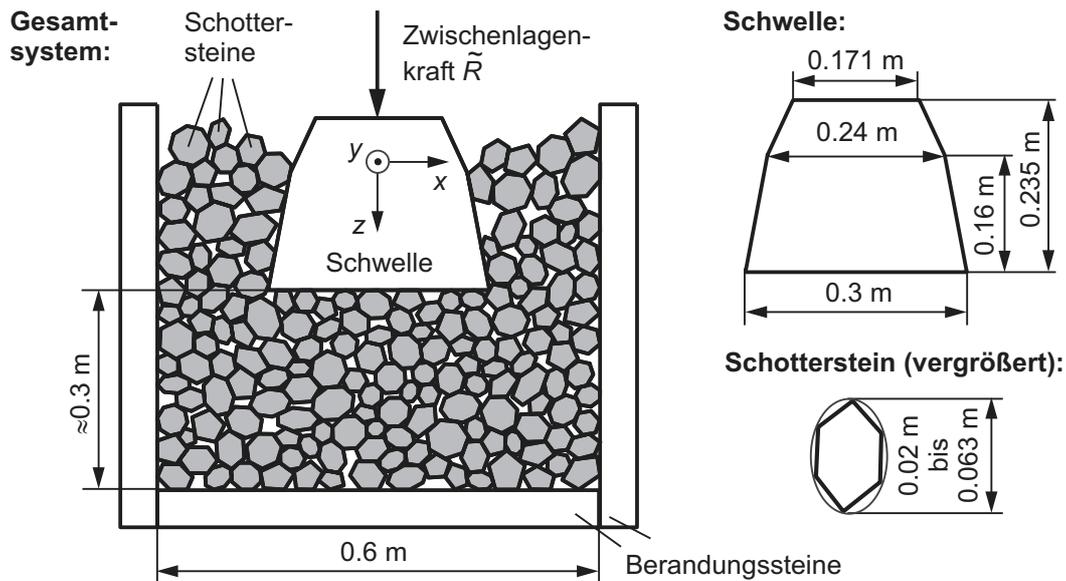


Abbildung 7.1: Modell einer einzelnen unterschotterten Schwelle.

Die Schwelle weist im Modell ebenfalls ihre Originalabmessungen auf<sup>1</sup>. Hierbei wird ein über den Bereich der tragenden Länge gemittelter Querschnitt der

<sup>1</sup>Die Verwendung von Originalabmessungen stellt bei Anwendungen der MD-Simulation eher die Ausnahme dar. Betrachtet man z.B. die Interaktion zwischen Sand und einem Behälter oder Werkzeug, so müssen die sehr kleinen Sandkörner in einem als Upscaling bezeichneten Prozess durch um ein Vielfaches größere Partikel ersetzt werden. Die zahlreichen Fragen

B70-Schwelle gewählt. Während die Schotterpartikel drei Bewegungsfreiheiten haben — zwei translatorische und einen rotatorischen —, sind beim Schwellenpolygon lediglich Vertikalverschiebungen möglich. Die anderen beiden Freiheitsgrade sind blockiert, wodurch evtl. die beim realen Gleis von der Schienenbefestigung herrührende Einschränkung der Schwellenbewegung näherungsweise erfasst werden kann.

Obwohl sich mit der MD-Simulation prinzipiell nahezu beliebig komplexe Randbedingungen nachbilden lassen, wird aufgrund der Unkenntnis hinsichtlich der tatsächlichen Gegebenheiten und aufgrund der starken Schwankungen bei den verschiedenen Gleiskonstruktionen eine sehr einfache Modellierung herangezogen: Das System wird seitlich durch drei großflächige, unbewegliche Wandpartikel begrenzt. Sowohl Dämpfung durch sich im Unterbau und Untergrund ausbreitende Wellen als auch eine Verzahnung der Schottersteine mit den Steinen der Nachbarschwellenfächer, mit dem Unterbau oder mit der Schwelle selbst bleiben somit unberücksichtigt. Allerdings repräsentiert das Modell mit der gewählten Berandung in etwa die Verhältnisse bei einem sogenannten Schotterkastenversuch, bei dem sich das Schottermaterial in einer sehr steifen Kiste befindet.

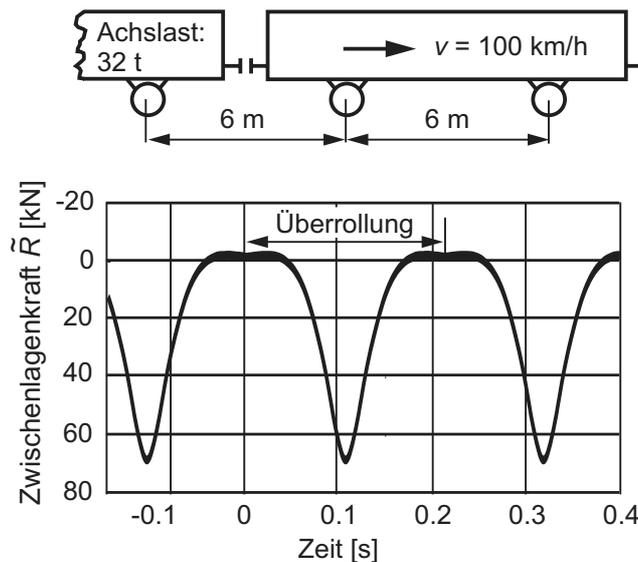


Abbildung 7.2: Typischer Verlauf der Zwischenlagenkraft und zugrunde liegendes Fahrzeugmodell.

Die Schwingungsanregung des Systems erfolgt zum einen durch äußere Kräfte, zum anderen können Verschiebungszeitfunktionen vorgegeben werden. In den

---

hinsichtlich der für diese Ersatzpartikel anzusetzenden Parameter fallen bei der Anwendung der MD-Simulation auf Eisenbahnschotter weg.

meisten späteren Studien wirkt auf die Schwelle eine Vertikalkraft ein. Ein typischer periodischer Zeitablauf dieser im Hauptteil I mit dem Symbol  $R$  bezeichneten Zwischenlagenkraft ist in Abbildung 7.2 skizziert. Er wurde mit der Software TTI berechnet und ergibt sich, wenn das Standardgleis von dem in der gleichen Abbildung dargestellten Güterzug befahren wird. Dynamische Kontaktkraftschwankungen rühren bei der speziellen Simulation ohne Berücksichtigung von Profilirregularitäten lediglich von der diskreten Schienenlagerung her und sind somit sehr gering. Die zugehörige Zuggeschwindigkeit beträgt 100 km/h. Die sich bei der sehr hoch angesetzten Achslast von 32 t ergebende, auf eine einzelne Schwelle wirkende Kraft ist bereits auf die 1 m betragende Tiefe des ebenen Modells umgerechnet worden, weshalb statt  $R$  das Symbol  $\tilde{R}$  verwendet wird. Bei der Umrechnung findet der Divisor 2.1 Anwendung, da die B70-Schwelle im Mittel über eine Länge von 2.1 m abträgt. Alternativ ist eine Verwendung von gemessenen Zeitfunktionen denkbar.

## 7.2 Formulierung der Kontaktgesetze

### Kontaktgeometrie

Das Herzstück einer jeden MD-Simulation ist die Formulierung der Kontaktgesetze. Im vorliegenden Fall ergeben sich die Kontaktkräfte aus einer Auswertung der Geometrie der Überlappungsfläche  $A$  zweier Schottersteinpolygone. Die Situation ist in Abbildung 7.3 veranschaulicht.

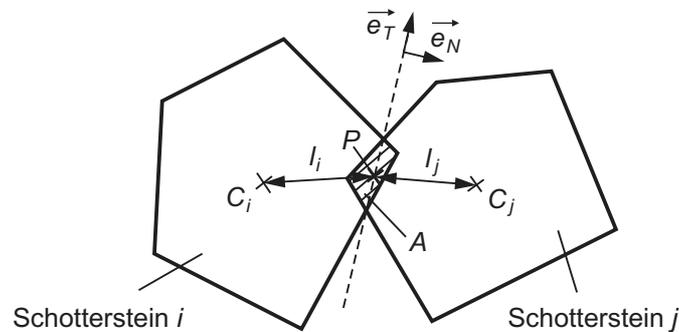


Abbildung 7.3: Definition der wesentlichen kontaktgeometrischen Größen.

Die Verbindungsline der beiden Polygonschnittpunkte, an deren Mittelpunkt  $P$  die Kontaktkräfte angreifen, markiert die Richtung des Tangenteneinheitsvektors  $\vec{e}_T$ . Der Normaleneinheitsvektor  $\vec{e}_N$  steht senkrecht auf  $\vec{e}_T$ . Die Gesamtkontaktkraft setzt sich aus vier noch näher zu erläuternden Anteilen zusammen,

$$\vec{F} = (F_{N,C} + F_{N,D}) \cdot \vec{e}_N + (F_{T,C} + F_{T,D}) \cdot \vec{e}_T. \quad (7.1)$$

Bei der mathematischen Formulierung der Kräfte ist zu berücksichtigen, dass in der Realität statt der Überlappung eine elastische Verformung der im Kontakt befindlichen Steine auftritt. Eine analytische Beziehung zwischen der Normalkraft und der Annäherung der Kontaktpartner, wie sie Hertz unter Verwendung der Halbraumtheorie hergeleitet hat, ist wegen der eckigen Form und der eingeschränkten räumlichen Ausdehnung der Steine nicht möglich. Gleiches gilt auch für die Festlegung der Tangentialsteifigkeit sowie der Dämpfung in Normal- und Tangentialrichtung. Deshalb mussten für die folgenden Gleichungen eine Reihe von Annahmen getroffen werden.

### Normalkräfte

Die Kräfte in Normalenrichtung bestehen aus einem Federanteil  $F_{N,C}$  und einem Dämpferanteil  $F_{N,D}$ , siehe Gleichung 7.1. Die Federkraft ist proportional zur Überlappungsfläche  $A$  und berechnet sich zu

$$F_{N,C} = \frac{\tilde{E}A}{l} \quad (7.2)$$

mit  $\tilde{E}$  als einem an die Zweidimensionalität angepassten Elastizitätsmodul und  $l = 4 \cdot l_i \cdot l_j \cdot (l_i + l_j)^{-1}$  als Maß für die Größe der beiden Kontaktpartner  $i$  und  $j$ . Weil  $l$  im Nenner steht, nimmt mit abnehmender Steingröße die Steifigkeit zu — eine Folge des verringerten Volumens an deformierbarem Material. Streng genommen ist dieser Ansatz nur für einen einachsigen Spannungszustand, wie er beim Dehnstab vorliegt, exakt erfüllt: Auch die Steifigkeit eines Dehnstabes verhält sich umgekehrt proportional zu seiner Länge.

Da sich mit den später angegebenen Parametern sehr kleine Überlappungsflächen  $A$  ergeben, tritt fast immer eine Schottersteinspitze in eine Polygonseite ein. Für die sich ergebende Dreiecksfläche gilt  $A \approx 0.5 \cdot b \cdot x_N$ , wobei  $b$  als Kontaktbreite und  $x_N$  näherungsweise als Annäherung der Partikelschwerpunkte  $C_i$  und  $C_j$  interpretiert werden kann, siehe Abbildung 7.4. Weil  $b$  linear mit  $x_N$  zunimmt, ergibt sich eine quadratische Beziehung zwischen Annäherung und Kontaktkraft. Die hiermit verbundene stark progressive Steifigkeit trägt der hohen Oberflächenrauigkeit sowie der elastischen Eigenschaft des in der Realität vorherrschenden Punktkontaktes Rechnung<sup>2</sup>.

Die starke Sensitivität der Kontaktbreite  $b$  bzgl. der Winkelstellung der beiden Polygone und somit bzgl. der Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  wird durch die Formel

$$b = \frac{x_N}{\tan \alpha_1} + \frac{x_N}{\tan \alpha_2} \quad (7.3)$$

---

<sup>2</sup>Im Falle eines Linienkontaktes unendlicher Länge ergibt sich bei ideal glatter Oberfläche analytisch eine lineare Beziehung zwischen Annäherung und Kontaktkraft, beim Punktkontakt beträgt der Exponent unter Vernachlässigung von Oberflächenrauigkeiten nach Hertz 1.5, siehe Gleichung 3.2.

## 7 Modellbildung

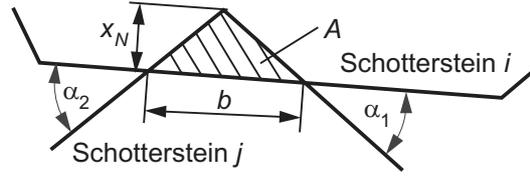


Abbildung 7.4: Zur Bestimmung der Überlappungsfläche  $A$ .

beschrieben. Als Konsequenz treten sehr große Unterschiede in der Steifigkeit der einzelnen Kontakte auf. Die Schwankungsbreite umfasst nahezu drei Zehnerpotenzen.

Der dämpfende Anteil der Normalkraft beinhaltet in erster Linie physikalische Effekte wie Materialdämpfung, Schallabstrahlung und Mikroschlupf und ergibt sich zu

$$F_{N,D} = \begin{cases} 2D_N \cdot \sqrt{\tilde{E}m_N/bl} \cdot dA/dt & \text{für } dA/dt > 0 \\ \max\{2D_N \cdot \sqrt{\tilde{E}m_N/bl} \cdot dA/dt, -F_{N,C}\} & \text{für } dA/dt < 0 \end{cases}, \quad (7.4)$$

wobei  $m_N = m_i \cdot m_j \cdot (m_i + m_j)^{-1}$  von den Massen  $m_i$  und  $m_j$  der beiden Kontaktpartner abhängt,  $t$  die Zeit symbolisiert und  $D_N$  die Stärke der Dämpfung reguliert. Der Buchstabe  $D$  wurde gewählt, weil sich  $D_N$  als eine Art Lehrsches Dämpfungsmaß auffassen lässt, welches für beliebige kleine Relativschwingungen Gültigkeit besitzt. Es wird somit davon ausgegangen, dass die Stärke der Dämpfung sowohl unabhängig vom Kompressionszustand als auch unabhängig von der Kontaktgeometrie ist, eine Annahme, welche die realen Verhältnisse nur sehr vereinfacht wiedergibt. Die obere Schranke für  $F_{N,D}$  gilt lediglich für den Trennvorgang ( $dA/dt < 0$ ) und stellt sicher, dass es zwischen den Kontaktpartnern nicht zu Anziehungskräften und hieraus resultierenden Oszillationen kommt.

### Tangentialkräfte

Auch in Tangentialrichtung wirken eine Feder- und eine Dämpferkraft. Ihre Resultierende richtet sich stets so aus, dass sie eine tangentielle Relativgeschwindigkeit  $v_T$  zu hemmen versucht. In Anlehnung an das Coulomb'sche Gesetz kann sie einen maximalen Wert nicht überschreiten

$$|\vec{F}_T| = \min(\mu \cdot |\vec{F}_N|, F_{T,C} + F_{T,D}). \quad (7.5)$$

Hierbei steht  $\mu$  für den Reibkoeffizienten, der für Haften und Gleiten idealisiert den gleichen Wert annimmt. Ein Haftvorgang kann problemlos abgebildet werden, indem die Federkraft bei jedem Zeitschritt je nach Richtung der Relativverschiebung inkrementell erhöht bzw. erniedrigt wird,

$$F_{T,C}(t) = F_{T,C}(t - \Delta t) + \tilde{G} \cdot b/l \cdot v_T \cdot \Delta t \quad (7.6)$$

mit  $\tilde{G}$  als einer Art Schersteifigkeit. Der Faktor  $b/l$  führt zu einer Kopplung der beiden zeitveränderlichen Steifigkeiten in Normal- und Tangentialrichtung. Es wird angenommen, dass sich bei zunehmend aufeinander gedrückten Schottersteinen proportional zur Normalsteifigkeit aufgrund der anwachsenden Kontaktfläche und der stärker werdenden Verzahnung auch die Tangentialsteifigkeit erhöht. Bei konstanter Normalsteifigkeit ( $b/l = \text{const.}$ ) liefert Gleichung 7.6 ein lineares Federverhalten. Die Dämpfungskomponente berechnet sich zu

$$F_{T,D} = 2D_T \cdot \sqrt{\tilde{G} \cdot b/l \cdot m_T} \cdot v_t \quad (7.7)$$

mit  $m_T = (1/m_i + 1/m_j + l_i^2/I_i + l_j^2/I_j)^{-1}$  als effektive Masse, die den Einfluss der Trägheitsmomente  $I$  mitberücksichtigt. Die Gleichung ist wie schon beim Normalkontakt so konstruiert worden, dass auch hier kleine Schwingungen bei einer beliebigen Steinkonfiguration stets mit dem gleichen Lehrschen Dämpfungsmaß  $D_T$  abklingen.

### Parameterwahl

Bei der Wahl der Parameter wurde versucht, möglichst viele Werte des realen Systems zu übernehmen. Dieses ist natürlich nur möglich, wenn die entsprechenden Größen bekannt sind, wie im Fall der Materialdichten — für Basaltgestein:  $\rho_{bg} = 5000 \text{ kg/m}^3$ , für die Schwelle:  $\rho_s = 3070 \text{ kg/m}^3$  — und der geometrischen Abmessungen. Aufgrund der Zweidimensionalität des Modells sind die Steifigkeiten bereits nicht eindeutig bestimmbar. Ausgangspunkt war aber auch hier der Elastizitätsmodul des wirklichen Schottermaterials, also bei Basaltgestein  $E_{bg} = 6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ . Da dieser Wert noch mit der auf 1 m festgelegten Systemtiefe multipliziert werden muss, ergibt sich als Einheit N/m. Ein analoges Vorgehen führt bei den Dichten zu der Einheit  $\text{kg/m}^2$ . Die entsprechenden Größen sind durch eine Tilde gekennzeichnet, die Indizes entfallen.

Für das Verhältnis zwischen  $\tilde{G}$  und  $\tilde{E}$  wird der Wert  $2/5$  angesetzt. Er entspricht in etwa dem beim Schottermaterial vorliegenden Quotienten aus Schubmodul  $G_{bg}$  und  $E_{bg}$  und lässt sich mittels des Verformungsverhaltens eines Stabes unter Zug- und Scherbeanspruchung motivieren.

Von großer Bedeutung ist, dass sich bereits in Folge der bisherigen eingeführten Parameterwerte die dynamischen Eigenschaften des 2D-Modells und der 3D-Realität quantitativ unterscheiden. So haben im Modell Schwelle und Schottersteine die gleiche Tiefe, woraus ein falsches Verhältnis ihrer Massen resultiert. Hinsichtlich der Steifigkeit ergibt sich aufgrund der Linienkontakte im Modell ein höherer Wert als bei den Punktkontakten zwischen realen Schottersteinen. Vergleicht man überdies die Geometrie, so lässt das Modell bei den Steinpolygonen nur konvexe Ecken mit Innenwinkeln  $< 180^\circ$  zu. Eine Bildung von stabilisierend wirkenden Mehrpunktkontakten zwischen zwei Schottersteinen ist daher

## 7 Modellbildung

ausgeschlossen. Eine detaillierte Abbildung der für die Schichtstabilität ebenfalls wichtigen Steinrauigkeit ist im Modell nicht möglich.

Die Dämpfung wird aufgrund der getroffenen Annahmen lediglich durch die beiden Konstanten  $D_N$  und  $D_T$  bestimmt. In Normalenrichtung erscheint ein Wert von  $D_N = 0.5$  sinnvoll, weil sich sodann ein einzelner herabfallender Stein beim Auftreffen auf eine steife Unterlage in der Simulation ähnlich verhält wie in der Realität. Über die Tangentialdämpfung weiß man sehr wenig. Deshalb wird für  $D_T$  der Zahlenwert von  $D_N$  übernommen.

Als Reibwert wird ein mittlerer Wert von  $\mu = 0.3$  angesetzt. Auch hier ist über den tatsächlichen Reibwert wenig bekannt. Er wird sicherlich wegen der Scharfkantigkeit der Steine in einem weiten Bereich streuen und stark vom Feuchtigkeits- und Verschmutzungsgrad abhängen. Einige wichtige Merkmale der Kontaktmodellierung sind in der Abbildung 7.5 noch einmal zusammengetragen.

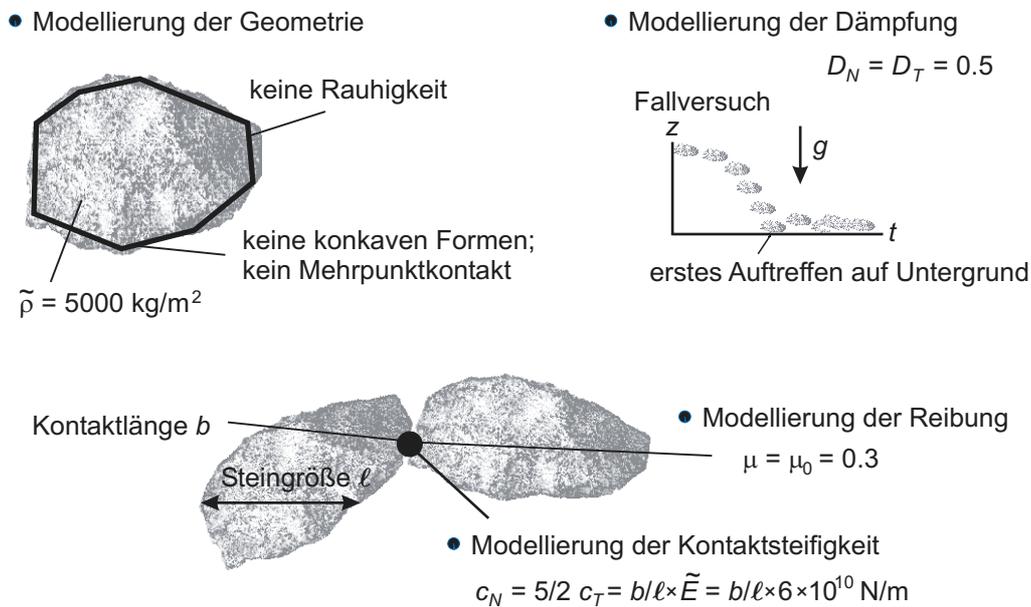


Abbildung 7.5: Wichtige Merkmale der Kontaktmodellierung und Zusammenstellung der benötigten Parameter.

### Anomalien im Systemverhalten

Zum Abschluss dieses Abschnittes soll kurz anhand dreier Beispiele darauf hingewiesen werden, dass die vorgenommenen Vereinfachungen bei der Kontaktgeometrie- und der Kontaktkraftberechnung unerwünschte Anomalien im Systemverhalten zur Folge haben können. Es gilt sicherzustellen, dass solche Anomalien die dynamischen Vorgänge im Modell nicht wesentlich verfälschen. Bei

folgenden Szenarien liefert die Simulation ein unrealistisches Verhalten:

1. Überlappen sich drei Schottersteine wie in Abbildung 7.6 links skizziert, so wäre diese komprimierte Konstellation unter Voraussetzung ebener Berührflächen in der Realität stabil. Im Modell dagegen ergibt sich bei einer minimalen Verdrehung des mittleren Steines um den Winkel  $\Delta\alpha$  kein Rückstellmoment, sondern ein Moment in Richtung der aufgebrachtten Störung. Hierbei kann es in ungünstigen Fällen zudem zum Anstieg der potentiellen Energie kommen, was einer unphysikalischen Energievermehrung entspräche. Ein solches Phänomen ist möglich, weil sich die Kontaktkräfte nicht aus einem Potenzial herleiten.
2. Die in Abbildung 7.6 rechts dargestellte Situation führt zu einer unstetigen Kraft-Verschiebungs-Charakteristik: Bei einer Vertikalverrückung der beiden Steine verändert sich die Richtung der Verbindungslinie der beiden Polygonschnittpunkte und somit auch die Richtung der Kontaktkraft sprunghaft.
3. Die Tangentialkraft  $F_T$  wird in jedem Zeitschritt inkrementell angepasst und zugleich durch den Wert  $F_{T,max} = \mu \cdot F_N$  beschränkt. Da sich diese obere Grenze stetig ändert und zusätzlich eine viskose Dämpfungskraft  $F_{T,D}$  im Modell enthalten ist, kann dieses zum Auftreten unrealistischer Relativverschiebungen führen: Obwohl der Haftreibungszustand kaum verlassen wird, stellt sich nach völliger Entspannung der Tangentialfeder ein Gleichgewichtszustand ein, der sich von dem Zustand zu Beginn des Lastzyklus recht stark unterscheidet. Dass diese Verrückungen dem realen Mikroschlupf nahe kommen, ist eher unwahrscheinlich.

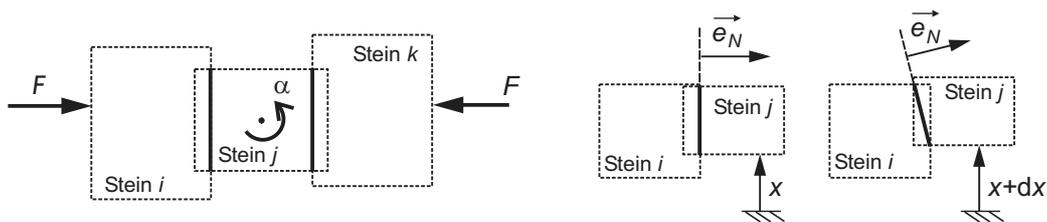


Abbildung 7.6: Visualisierung zweier Konfigurationen, die zu einem anomalen Systemverhalten führen.

Während sich die ersten beiden Anomalien nur sehr selten ereignen und Anomalie 2 zudem aufgrund der hohen Partikelsteifigkeit und der damit verbundenen kleinen Überlappungsflächen sehr schwach ausfällt, kann Anomalie 3 sehr wohl insbesondere das Langzeitsetzungsverhalten erheblich beeinflussen.

# 8 Berechnung der Systemdynamik

Zur Durchführung der Simulationen wurde kein von Grund auf neues Programm geschrieben. Vielmehr ermöglichte eine enge Kooperation mit dem Institut für Computeranwendungen der Universität Stuttgart die Nutzung eines von H.-G. Matuttis erstellten Quelltextes [74]. Dieser Quelltext wurde durch Zusatzfunktionen, die u.a. die im Abschnitt 8.1 erläuterte Geometrieerstellung sowie die Datenausgabe ermöglichen, zum Programm BALLAST erweitert. Überdies wurden die Kontaktgesetze an die spezielle Anwendung auf Schottersteine angepasst. Der in Abschnitt 8.2 kurz angesprochene Algorithmus zur Kontaktdetektion sowie das Zeitschrittintegrationsverfahren wurden dagegen beibehalten. Die im Folgenden gegebenen Informationen zur Berechnung der Systemdynamik können nur einen groben Einblick in die in der Software BALLAST enthaltenen Algorithmen geben. Viele Berechnungsschritte bleiben unerwähnt. Die Grundstruktur der Vorgehensweise wurde bereits mit den Grundlagen der molekulardynamischen Simulation im Abschnitt 6.2 vorgestellt.

## 8.1 Sequentieller Aufbau des Modells

Die Erstellung des in Abbildung 7.1 gezeigten Modells, bei dem sich die einzelnen Schottersteine annähernd im Kräftegleichgewicht befinden, ist auf verschiedene Weisen möglich: So können sämtliche Steine schon zu Beginn auf ihre ungefähre spätere Position gesetzt werden, allerdings nicht in Originalgröße, sondern so klein, dass sie sich nicht gegenseitig berühren. Anschließend werden sie schrittweise vergrößert, bis sich erste Kontakte bilden. Unter dem Einfluss einer hinzugeschalteten Gravitationskraft treten sodann nur noch geringfügige Umlagerungen auf. Alternativ kann jeder Stein einzeln auf die bereits bestehende Schottersteinkonfiguration aufgesetzt werden — ein Vorgehen, welches eine sehr gute Kontrolle der Partikelabmessungen und -ausrichtungen sowie der sich ergebenden Hohlraumverteilung zulässt.

Im Folgenden wird ein drittes Verfahren angewendet, welches die Realität besser wiedergibt: Die Steine werden simultan eingerieselt. Die Abbildung 8.1 unterteilt diesen Prozess in sechs Teilschritte.

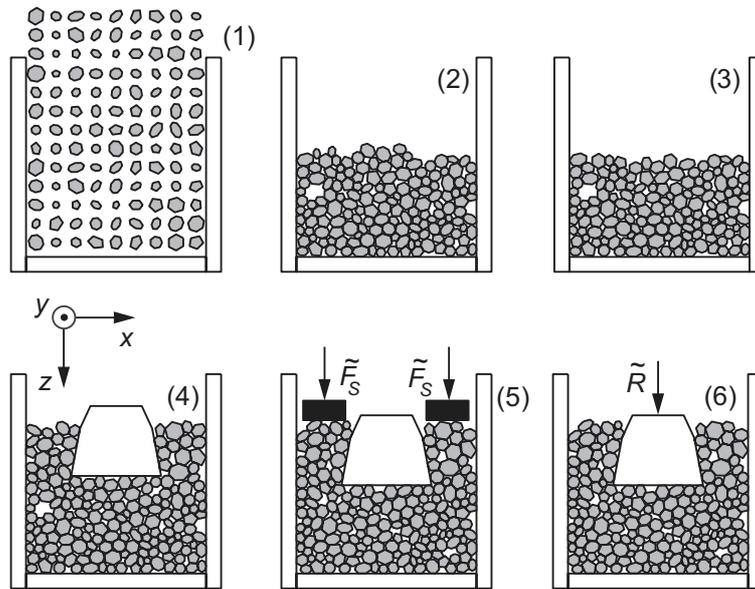


Abbildung 8.1: Sequentieller Aufbau des Modells.

1. Positionieren der Schottersteine derartig, dass zwischen ihnen keine Überlappung auftritt. Bei der Festlegung der Form der Steine, die in erster Linie von der Länge der Ellipsenhalbachsen und der Eckenanzahl bestimmt wird, findet ein Zufallszahlengenerator Anwendung.
2. Herabfallenlassen der Steine aufgrund des Schwerkrafteinflusses. Um die Wucht des realen Einschüttens des Schotters nachzubilden, wird den Steinen eine vertikale Anfangsgeschwindigkeit von  $v_z = 1 \text{ m/s}$  gegeben. Dieses wirkt sich zudem verkürzend auf die Rechenzeiten aus. Nach einer Reihe von Stoßvorgängen kommen die Steine in einer speziellen Konfiguration zur Ruhe. Diese Konfiguration hängt außerordentlich sensitiv von den Anfangsbedingungen ab und lässt sich nicht vorausberechnen.
3. Glättung der Oberfläche durch einfaches Entfernen derjenigen Schottersteine mit dem am höchsten gelegenen Schwerpunkt.
4. Hinzufügen der Schwelle samt seitlicher Schottersteine. Dieses geschieht analog der Schritte 1 und 2.
5. Nachbildung des Stopfvorganges. Bei den meisten späteren Studien wird eine solche Vorverdichtung nicht vorgenommen.
6. Die Ausgangskonfiguration ist nun erreicht. Somit kann mit der Simulation der Radsatzüberrollungen begonnen werden.

## 8.2 Algorithmus zur Kontaktdetektion

Da bei jedem Zeitschritt geprüft werden muss, zwischen welchen Steingeometrien Überlappungen bestehen, ist die Verwendung von schnellen Algorithmen hier außerordentlich wichtig. Mit der Einteilung des gesamten Aufenthaltsraumes in Segmente kann in einem ersten Schritt eine andernfalls durchzuführende Überprüfung sämtlicher Stein-Stein-Kombinationen vermieden werden. Für zwei Steine im gleichen oder in zwei zueinander benachbarten Segmenten wird anschließend durch Vergleich der Maximal- und Minimalwerte der Polygonkoordinaten geklärt, ob eine Überlappung überhaupt möglich ist, siehe Abbildung 8.2 oben links. Ist dieses der Fall, wird in ähnlicher Weise mit jeder einzelnen Polygonseite verfahren. Die entsprechenden Umrandungsrechtecke zeigt Abbildung 8.2 oben rechts. Nur, wenn auch hier zwischen diesen Umrandungsrechtecken eine Schnittfläche

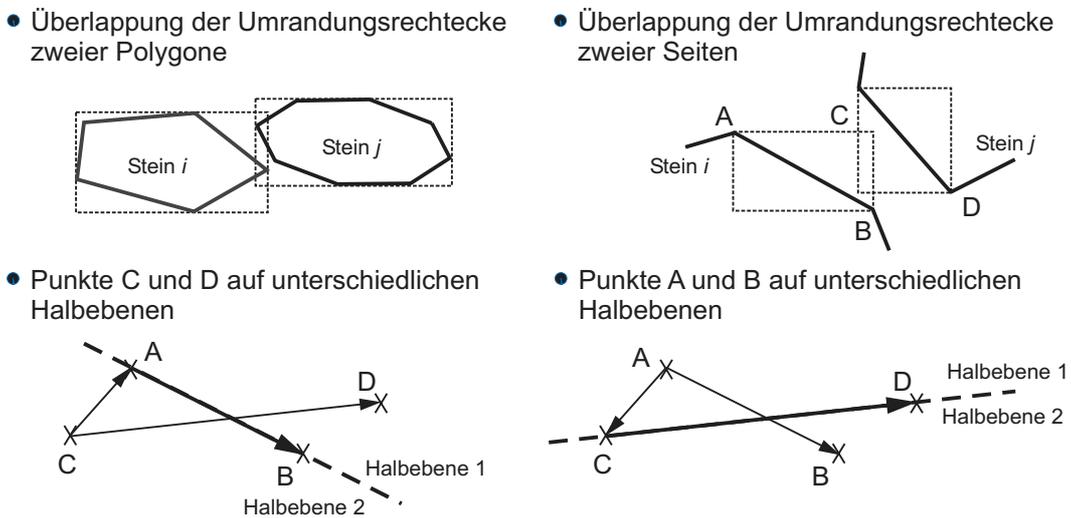


Abbildung 8.2: Schrittfolge bei der Kontaktdetektion.

existiert, folgt eine aufwändigere Untersuchung hinsichtlich eines tatsächlich existierenden Schnittpunktes. Das Vorgehen soll anhand der unteren Diagramme der Abbildung 8.2 deutlich werden. Die Kanten  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$  schneiden sich genau dann, wenn folgende zwei Bedingungen erfüllt sind:

1. Denkt man sich die Ebene durch die gestrichelt eingezeichnete Gerade  $AB$  in zwei Halbebenen unterteilt, so müssen die Punkte  $C$  und  $D$  auf unterschiedlichen Halbebenen liegen. Mathematisch bedeutet dieses

$$\text{sign} [(\vec{r}_{AB} \times \vec{r}_{CD}) \cdot (\vec{r}_{AB} \times \vec{r}_{CA})] = +1 \wedge |\vec{r}_{AB} \times \vec{r}_{CD}| > |\vec{r}_{AB} \times \vec{r}_{CA}|. \quad (8.1)$$

### 8.3 Zeitschrittintegrationsverfahren

2. Analog muss bei einer Halbierung der Ebene durch die Gerade CD gelten,

$$\text{sign}[(\vec{r}_{CD} \times \vec{r}_{AB}) \cdot (\vec{r}_{CD} \times \vec{r}_{AC})] = +1 \wedge |\vec{r}_{CD} \times \vec{r}_{AB}| > |\vec{r}_{CD} \times \vec{r}_{AC}|. \quad (8.2)$$

Die Vektoren  $\vec{r}$  sind in der Abbildung 8.2 eingetragen. Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, schließt sich die Bestimmung des Schnittpunktes an. Hierfür ist ein 2x2-Gleichungssystem zu lösen. Die unvermeidbare Division wirkt sich erheblich auf die vom Programm benötigte Rechenzeit aus.

Nachdem zwei solcher Schnittpunkte bestimmt wurden, wird der Schnittpunktsuchalgorithmus kurzfristig unterbrochen. Wegen der Konvexität der Polygone sowie der Beschränkung auf Polygonecken mit Innenwinkeln  $> 90^\circ$  und der großen Steifigkeit der Partikel ist das Auftreten von weiteren Schnittpunkten nämlich ausgeschlossen. Es folgt die Berechnung der ebenfalls polygonförmigen Überlappungsfläche, die mit hier nicht näher beschriebenen Standardverfahren gelingt. Neben dieser Fläche sind aber auch weitere Größen wie die Koordinaten des Kraftangriffspunktes und die Richtungsvektoren  $\vec{e}_N$  und  $\vec{e}_T$  zu ermitteln und abzuspeichern. Erst dann wird der Kontaktdetektionsalgorithmus auf die nächste Steinpaarung angewendet.

Zur Verkürzung der Rechenzeit werden eine Reihe weiterer Operationen eingesetzt, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann. Unter anderem wird hierbei auch das Vorabwissen über die beim vorherigen Zeitschritt aufgetretenen Kontakte genutzt.

## 8.3 Zeitschrittintegrationsverfahren

Je Schotterstein  $i$  ergeben sich drei skalare Differentialgleichungen, und zwar zwei für die Translation in  $x$ - und  $z$ -Richtung sowie eine weitere für die Rotation um die  $y$ -Achse. Weist die  $z$ -Achse vertikal nach unten, so lauten diese Gleichungen

$$m_i \frac{d^2 r_{i,x}}{dt^2} = \sum_{j=1}^{n_i} F_{ij,x}, \quad m_i \frac{d^2 r_{i,z}}{dt^2} = \sum_{j=1}^{n_i} F_{ij,z} + m_i g, \quad J_i \frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} = \sum_{j=1}^{n_i} M_{ij} \quad (8.3)$$

mit den Schwerpunktkoordinaten  $r_{i,x}$  und  $r_{i,z}$  und der Winkelkoordinate  $\varphi_i$ . Die Masse  $m_i$  und das Massenträgheitsmoment  $J_i$  lassen sich aus den Polygoneometrien berechnen. Auf der rechten Seite der Gleichungen stehen die in Abschnitt 7.2 hergeleiteten, vom Stein  $j$  auf den Stein  $i$  ausgeübten Kontaktkräfte  $F_{ij,x}$  und  $F_{ij,z}$  und die Momente  $M_{ij}$  sowie die Gewichtskraft  $m_i g$  mit  $g$  als Fallbeschleunigung. Der Wert  $n_i$  gibt die Anzahl an Kontaktpartnern des Steines  $i$  an.

Während die Berechnungsgleichung für die Resultierende von  $F_{ij,x}$  und  $F_{ij,z}$  im Abschnitt 7.2 detailliert vorgestellt wurde, folgen die Momente  $M_{ij}$  aus dem

## 8 Berechnung der Systemdynamik

Kreuzprodukt des Vektors  $\vec{r}_{ij}$  vom Steinschwerpunkt zum Kraftangriffspunkt mit der Kontaktkraft  $\vec{F}_{ij}$ ,

$$M_{ij} = (\vec{r}_{ij} \times \vec{F}_{ij}) \cdot \vec{e}_y, \quad (8.4)$$

wobei  $\vec{e}_y$  der Einheitsvektor in  $y$ -Richtung ist. Für die Lösung der Bewegungsgleichungen 8.3 findet das Prädiktor-Korrektor-Verfahren fünfter Ordnung nach Gear Anwendung [31, 86]. Es gliedert sich in drei wesentliche Schritte. Im ersten Schritt, dem sogenannten Prädiktor-Schritt, werden neue Werte für die kinematischen Größen  $r_{i,x}$ ,  $r_{i,z}$  und  $\varphi_i$  und deren zeitliche Ableitungen vorhergesagt. Die Verfahrensordnung — hier fünf — gibt die höchste berücksichtigte Zeitableitung an. Die Vorhersage basiert auf den bekannten Werten der genannten Größen zum Zeitpunkt  $t$ . Mittels einer Taylorentwicklung ergibt sich beispielhaft für die Horizontalverschiebung und deren erste Zeitableitungen

$$\begin{aligned} r^P(t + \Delta t) &= r(t) + \Delta t v(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 a(t) + \frac{1}{6} \Delta t^3 b(t) + \dots, \\ v^P(t + \Delta t) &= v(t) + \Delta t a(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 b(t) + \dots, \\ a^P(t + \Delta t) &= a(t) + \Delta t b(t) + \dots, \\ &\dots \end{aligned} \quad (8.5)$$

mit den Abkürzungen

$$r = r_{i,x}, \quad v = \frac{dr_{i,x}}{dt}, \quad a = \frac{d^2 r_{i,x}}{dt^2}, \quad b = \frac{d^3 r_{i,x}}{dt^3}. \quad (8.6)$$

Im zweiten Schritt werden sodann aus den mit dem Hochindex 'P' gekennzeichneten vorhergesagten Werten die resultierenden Kontaktkräfte gemäß der in Abschnitt 7.2 erläuterten Gesetze bestimmt. Die Gleichung 8.3 liefert anschließend die Beschleunigung  $a^C(t + \Delta t)$ , deren Abweichung vom vorhergesagten Wert

$$\Delta a(t + \Delta t) = a^C(t + \Delta t) - a^P(t + \Delta t) \quad (8.7)$$

ein Maß für die Güte der für den Stein  $i$  getroffenen Vorhersage darstellt und die Stärke des nun folgenden Korrekturingriffs reguliert. Die entsprechenden Gleichungen des als Korrektorschritt bezeichneten Schrittes 3 lauten

$$\begin{aligned} r^C(t + \Delta t) &= r^P(t + \Delta t) + c_0 \Delta a(t + \Delta t), \\ v^C(t + \Delta t) &= v^P(t + \Delta t) + c_1 \Delta a(t + \Delta t), \\ a^C(t + \Delta t) &= a^P(t + \Delta t) + c_2 \Delta a(t + \Delta t), \\ &\dots \end{aligned} \quad (8.8)$$

Die Korrekturkoeffizienten  $c_i$  wurden von Gear mittels einer Variationsrechnung ermittelt. Für ein Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung gilt

$$c_0 = \frac{3}{16} \text{s}^2, \quad c_1 = \frac{251}{360} \text{s}, \quad c_2 = 1, \quad c_3 = \frac{11}{18} \text{s}^{-1}, \quad c_4 = \frac{1}{6} \text{s}^{-2}, \quad c_5 = \frac{1}{60} \text{s}^{-3}. \quad (8.9)$$

Wegen der hier verwendeten, speziellen Kontaktmodellierung kann es zu hohen Schwankungen in den Kontaktkräften kommen, so dass gelegentlich ein zweiter Korrektorschritt notwendig ist. Das Vorgehen läuft analog der Schritte 2 und 3 ab. Den vorhergesagten Werten entsprechen jetzt jedoch die mit dem Hochindex 'C' gekennzeichneten, bereits einmal korrigierten Werte.

## 8.4 Wahl der Integrations-schrittweite

Die Integration wird mit konstantem Zeitschritt  $\Delta t$  durchgeführt, dessen Größe linear in die Rechenzeit eingeht. Da die einzelnen Stoßvorgänge zeitlich aufgelöst werden müssen, hängt  $\Delta t$  von der Stoßdauer und damit von der Masse  $m$  und der Elastizität  $\tilde{E}$  der Schottersteine ab. Obwohl die Stoßvorgänge im Mittel viel länger andauern, ist von der ungünstigsten Konstellation auszugehen. Eine sehr ungünstige Konstellation liegt vor, wenn der Körper mit der kleinsten Masse  $m_{min}$  mit einer seiner Kanten in einen unbeweglichen Körper eindringt, entsprechend einem Winkel  $\alpha_1 = 0^\circ$  in Abbildung 7.4. Fordert man eine Unterteilung der resultierenden Stoßdauer in ungefähr fünf Zeitinkremente, die für einen stabilen Ablauf der Simulation notwendig sind, so ergibt sich als Richtwert

$$\Delta t < 0.3 \cdot \sqrt{m_{min}/\tilde{E}}. \quad (8.10)$$

Mit den in Abschnitt 7.2 angegebenen Zahlenwerten führt diese Beziehung zu  $\Delta t \leq 1\mu s$ . Die Simulation von einer Sekunde realer Zeit muss somit in mindestens  $10^6$  Integrationsschritte unterteilt werden. Ein zu großer Zeitschritt hat zur Folge, dass die kinetische Energie im System nicht ausreichend dissipiert wird und die Steine Restschwingungen ausführen.

## 8.5 Bemerkungen zur Datenverwaltung

Während einer MD-Simulation müssen eine Reihe von Daten im Rechner gespeichert werden. Wegen der langen Rechenzeiten erfolgt in bestimmten Zeitabständen die Erstellung einer Art Backup-Kopie, bei der sämtliche für einen Neustart erforderlichen Informationen in eine Datei geschrieben werden. Hierzu zählen u.a. für jeden Schotterstein  $i$

- seine Schwerpunktkoordinaten  $r_{i,x}$  und  $r_{i,z}$  und seine Orientierung  $\varphi_i$  sowie die ersten fünf Zeitableitungen dieser drei Größen,
- seine Dichte, die Anzahl an Ecken und deren Koordinaten

sowie die kontaktbezogenen Daten

- Anzahl an Kontakten und jeweilige Kontaktpartner und

## 8 Berechnung der Systemdynamik

- aktuelle Größe der Kontaktfläche sowie momentan wirksame Tangentialkraft.

Wenn das Programm abgearbeitet wird, befinden sich diese Daten zusammen mit weiteren wichtigen Rechengrößen, die z.B. im Rahmen des Prädiktorschrittes anfallen oder für die Kontaktdetektion oder Kontaktkraftberechnung wesentlich sind, in Tabellen bzw. großen Listen. Da die Teilchenanzahl bei der Anwendung auf Eisenbahnschotter lediglich einige Hundert beträgt, werden diese Tabellen statisch angelegt. Folglich muss von dem speicherplatzaufwändigsten Fall ausgegangen werden, so dass zumeist sehr viel allozierter Speicher ungenutzt bleibt. Für sehr große Teilchenanzahlen ist eine dynamische Speicherverwaltung unbedingt anzuraten.

### 8.6 Zusammenstellung der Ausgabegrößen

Aufgrund der langandauernden Simulationsläufe — für die Berechnung der Systemdynamik während einer einzelnen Radsatzüberrollung mit einer Dauer von 0.02s benötigt ein PC Pentium 2 ca. 30 Minuten — empfiehlt es sich, im Laufe der Rechnung eine ganze Reihe von Daten abzuspeichern. Hierzu zählen u.a.

- die Schwellenkraft  $\tilde{R}$  und die Schwellenauslenkung in Vertikalrichtung,
- die mittlere Partikelgeschwindigkeit sowie die Gesamtlageveränderung der Schottersteine,
- Informationen über den Verschleiß der Steine<sup>1</sup>,
- die in den Schottersteinen enthaltene kinetische und potentielle Energie, letztere aufgespalten in Lageenergie und Deformationsenergie in den Kontakten,
- die über die Schwelle dem System zugeführte Energie und
- Maximal- und Mittelwerte für die zwischen den Schottersteinen auftretenden Kontaktkräfte.

Neben der Analyse dieser Zeitfunktionen besteht mit der Abspeicherung ganzer Steinkonstellationen zusätzlich die Möglichkeit, das Schotterverhalten unter Lasteinwirkung im Film zu beobachten.

---

<sup>1</sup>Einfache Verschleißhypothesen werden in Abschnitt 9.3.3 angesprochen.

# 9 Simulationsergebnisse

Wie in Abschnitt 1.2 deutlich wurde, gibt es bisher nahezu keinerlei Erfahrungen bezüglich einer Verwendung der MD-Simulation zur Modellierung von Eisenbahnschotter. Bei den in Abschnitt 6.3 aufgeführten typischen Anwendungsgebieten führen die einzelnen Partikel große Relativbewegungen aus. Die Kontakte sind zu meist nur von kurzer Dauer, Stoßvorgänge prägen das Systemverhalten. Während einer Zugüberrollung dagegen kommt es in erster Linie zu einer starken Kompression der Granulatschicht bei weitestgehender Beibehaltung des Kontaktnetzwerkes. Die zu untersuchenden Phänomene wie Steinumlagerung und elastische, reversible Verformung der Struktur hängen entscheidend von der Art der gewählten Kontaktgesetze, der Partikelform und anderer Größen ab.

Deshalb werden im Abschnitt 9.1 grundlegende Fragestellungen geklärt. Nachdem zuerst anhand der Zeitfunktionen der Energien und der Kontaktkräfte die Simulationsergebnisse auf Plausibilität überprüft worden sind, wird sukzessive der Einfluss der Integrationsschrittweite, der Anfangs- und Randbedingungen sowie diverser Systemparameter untersucht. Erst wenn somit die Robustheit der Simulationsergebnisse bekannt ist, lassen sich in den folgenden Abschnitten 9.2 und 9.3 spezielle Aussagen zum Kurz- und Langzeitverhalten des Schotterschichtmodells treffen. Inwiefern die Eigenschaften des Modells den realen Verhältnissen entsprechen, zeigt der Abschnitt 9.4 anhand einiger messtechnisch gewonnener Ergebnisse aus der Literatur. Eine Zusammenfassung liefert der Abschnitt 9.5.

## 9.1 Bewertung hinsichtlich Plausibilität und Robustheit

### 9.1.1 Kontaktkräfte und Energien

Die Abbildung 9.1 veranschaulicht die während einer Simulation auftretenden Kontaktkräfte. Eingetragen ist neben der über sämtliche Kontaktstellen gemittelten Kontaktkraft  $\bar{F}$  die jeweils an wechselnden Stein-Stein-Berührungspunkten vorherrschende maximale Kontaktkraft  $F_{max}$ . Da letztere sehr viel größer ist als  $\bar{F}$ , ist die gepunktete Linie im Diagramm kaum zu erkennen.

## 9 Simulationsergebnisse

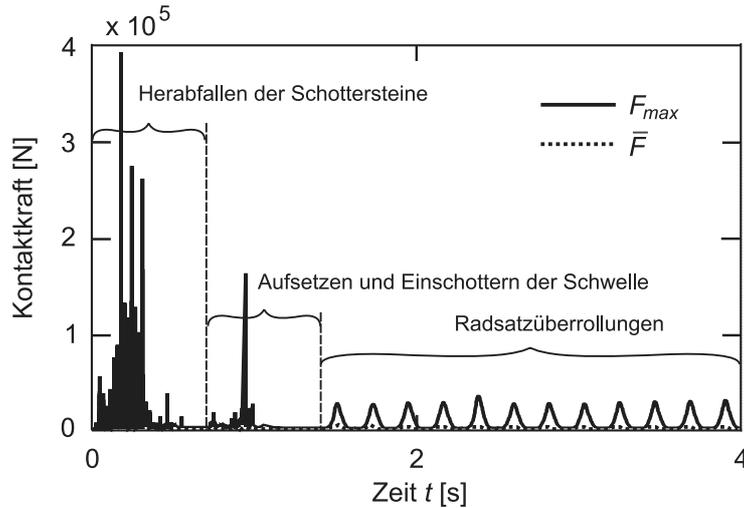


Abbildung 9.1: Kontaktkraftverlauf während der einzelnen Simulationssequenzen.

Deutlich sichtbar sind die einzelnen, in Abschnitt 8.1 erläuterten Simulationsschritte. Beim Herabfallen der Schottersteine ( $t < 0.7\text{s}$ ) kommt es zu Stoßvorgängen, die sich in hohen, kurz andauernden Kraftspitzen widerspiegeln. Während des Hinzufügens der Schwelle und der seitlichen Schottersteine ( $0.7\text{s} < t < 1.4\text{s}$ ) finden weitere Stöße statt. Kurz vor Beginn der Radsatzüberrollungen ( $t = 1.4\text{s}$ ) wirken allerdings bereits nur noch moderate Kontaktkräfte, die vom Eigengewicht der Steine herrühren. Anschließend folgt  $F_{max}$  qualitativ weitestgehend der in Abbildung 7.2 dargestellten, auf die Schwelle wirkenden äußeren Kraft  $\tilde{R}$ . Aufgrund von Umlagerungsprozessen fallen die Zeitverläufe von  $F_{max}$  während der Lastzyklen jedoch nicht identisch aus. Ein Vergleich der Beträge von  $F_{max}$  und  $\tilde{R}$  lässt zudem erahnen, dass die Schwellenkraft über sehr wenige Kontakte in die Schotterschicht eingeleitet wird.

Auch die Energien in Abbildung 9.2 sind plausibel. Im ersten Zeitintervall  $0\text{s} < t < 0.7\text{s}$  nimmt die kinetische Energie  $E_{kin}$  — ausgehend von einem wegen der Startgeschwindigkeit der Schottersteine bereits recht hohen Wert — anfangs so lange zu, bis immer mehr Steine auf der Bodenplatte zur Ruhe kommen. Gleichzeitig nimmt die potentielle Lageenergie  $E_{pot}$  ab. Beide Energieformen springen, wenn bei  $t = 0.7\text{s}$  die Schwelle und weitere Steine hinzugefügt werden. Bevor bei  $t = 1.4\text{s}$  die Simulation der Radsatzüberrollungen beginnt, ist  $E_{kin}$  nahezu auf Null abgesunken. Dieses verdeutlicht auch die Detailansicht in Abbildung 9.2 rechts, die  $E_{kin}$  und die in der Steindeformation gespeicherte potentielle Energie  $E_{kon}$  für einige Lastzyklen vergrößert wiedergibt. Während in den beiden ersten Intervallen  $E_{kin}$  im Vergleich zu  $E_{kon}$  zumeist dominiert, kehrt sich das Verhältnis während der Lastzyklen um. Die kinetische Energie liegt sodann im Mittel

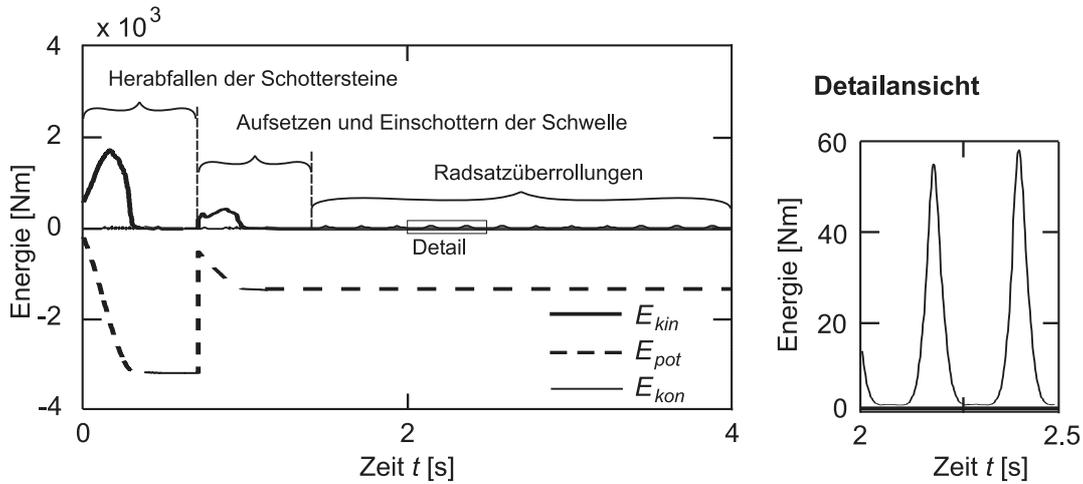


Abbildung 9.2: Zeitliche Verläufe von kinetischer, Lage- und Kontaktenergie.

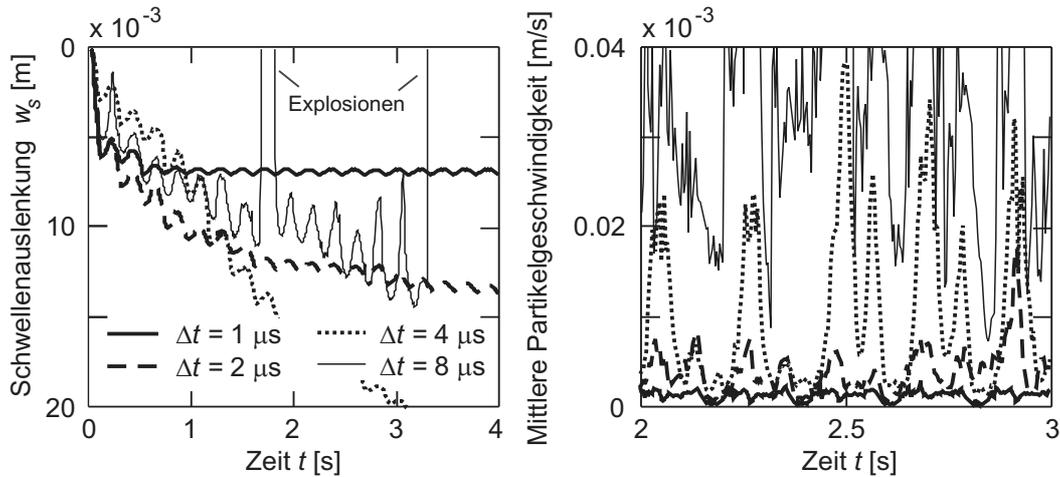
unterhalb von  $E_{kin} = 0.1 \text{ Nm}$ . Der glatte Verlauf der Kurven beweist, dass das Modellverhalten nicht durch numerische Instabilitäten beeinflusst wird.

### 9.1.2 Einfluss des Zeitschrittes

Selbst bei exakt gleicher Platzierung der Schottersteine und gleicher Schottersteinform — siehe Simulationsschritt 1 in Abschnitt 8.1 — führt eine leichte Veränderung der Integrationsschrittweite  $\Delta t$  zu einer gänzlich anderen Anordnung der Steine nach ihrem Herabfallen. Grund hierfür ist in erster Linie die eckige Stein-geometrie: Ob ein Stein nach links oder nach rechts kippt, kann mathematisch nur in Form einer unstetig von den Randbedingungen abhängigen Beziehung formuliert werden. Ein minimal anderes  $\Delta t$  kann folglich eine Verkippung in die entgegengesetzte Richtung zur Folge haben, mit drastischen Auswirkungen auf weitere Stoßvorgänge.

Dieser Tatbestand gilt nicht für die Radsatzüberrollungen, bei denen nahezu keine Stöße mehr auftreten. Wählt man den Zeitschritt ausreichend klein, so sind in der entsprechenden Simulationssequenz die Folgen einer Variation von  $\Delta t$  vernachlässigbar. Lediglich ein zu großes  $\Delta t$  bewirkt eine starke Verfälschung des qualitativen Systemverhaltens, da es dann zu Instabilitäten kommt. Die Abbildung 9.3 veranschaulicht, wie sich solche Instabilitäten auswirken.

Ausgehend vom ausreichend kleinen Zeitschritt  $\Delta t = 1 \mu\text{s}$  — siehe auch Abschnitt 8.4 — erfolgt jeweils eine Verdoppelung der Integrationsschrittweite. Da die Lastzyklen auf dieselbe Ausgangskonfiguration einwirken, sollte eine Veränderung von  $\Delta t$  nur geringfügige Auswirkungen auf den Verlauf der Vertikalverschie-

Abbildung 9.3: Einfluss des Zeitschrittes  $\Delta t$  auf die Partikelbewegung.

bung  $w_s$  der Schwelle<sup>1</sup> haben. Man erkennt aber, dass bereits eine Verdoppelung der Schrittweite zu sehr großen Abweichungen führt: Das Absacken der Schwelle fällt fast doppelt so hoch aus. Dieser Effekt verstärkt sich bei noch größerem  $\Delta t$ . Die viel zu grobe Abtastung der Systemdynamik mit  $\Delta t = 8 \mu\text{s}$  bewirkt letztendlich das Auftreten von so hohen Kontaktkräften, dass einzelne Partikel in explosionsähnlicher Weise hochgeschleudert werden. Da im dargestellten konkreten Fall einer der Schottersteine bei  $t \approx 3.3 \text{ s}$  den zulässigen Aufenthaltsraum verlässt, bricht das Programm vorzeitig ab.

Noch deutlicher werden die Folgen eines zu großen Zeitschrittes anhand der rechts in Abbildung 9.3 aufgetragenen, über sämtliche Partikel gemittelten Geschwindigkeiten. Je gröber die Abtastung gewählt wurde, desto mehr Unruhe kommt in die Systemdynamik, die Steingeschwindigkeiten steigen stark an. Bei ausreichend kleinem  $\Delta t$  gehen die mittleren Partikelgeschwindigkeiten zwischen den Lastzyklen auf Werte unterhalb von  $1 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$  zurück. Dieses ist hier bereits für  $\Delta t = 2 \mu\text{s}$  nicht mehr der Fall.

### 9.1.3 Einfluss der Anfangsbedingungen

Bei jeder Simulation ergeben sich wegen der Verwendung eines Zufallszahlengenerators andere Steinformen, die sich in einer jeweils charakteristischen Ausgangskonfiguration der Schottersteine niederschlagen. Obwohl sämtliche Systemparameter und der Zeitschritt identisch sind, erhält man somit für die einzelnen Rechenläufe ein unterschiedliches Systemverhalten. Wie groß die hierbei auftre-

<sup>1</sup>Die charakteristischen Eigenschaften der Setzungskurven werden in Abschnitt 9.1.4 näher erläutert.

## 9.1 Bewertung hinsichtlich Plausibilität und Robustheit

tenden Abweichungen sind, macht die Abbildung 9.4 anhand der Vertikalverschiebung  $w_s$  der Schwelle während der ersten 20 Überrollungen deutlich. Während im Diagramm A die Steinschicht so aufgebaut wurde wie in Abschnitt 8.1 geschildert — ein Stopfen fand allerdings nicht statt —, erfolgten beim Diagramm B die in Abbildung 8.1 dargestellten Simulationsschritte bis Schritt 6 unter Verwendung einer auf den halben Wert verringerten Reibungszahl von  $\mu = 0.15$ . Für die im Diagramm C eingetragenen Ergebnisse fand eine noch stärkere Verdichtung statt, indem den dargestellten 20 Lastzyklen mit  $\mu = 0.3$  zehn Überrollungen mit ebenfalls reduziertem  $\mu = 0.15$  vorgeschaltet wurden.

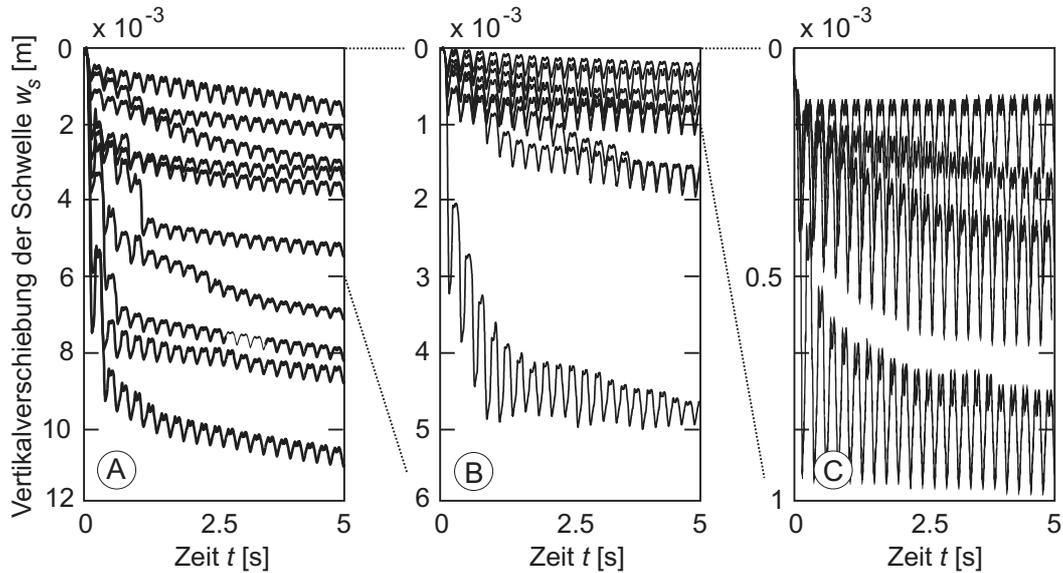


Abbildung 9.4: Streuung der Schwellenverschiebung bei unverdichteter (A), schwach vorverdichteter (B) und stark vorverdichteter Schotterschicht (C), jeweils für mehrere unterschiedliche Ausgangskonfigurationen.

Die großen Streuungen der Ergebnisse in Diagramm A sind eine Konsequenz der Tatsache, dass jede Ausgangskonfiguration ihr eigenes Setzungsverhalten aufweist. Bestehen z.B. anfangs recht große Hohlräume, so kann ein Übergang in eine stabilere Konfiguration ein merkliches Absacken der Schwelle bewirken. Ein solcher Vorgang kann sich auch erst nach sehr vielen Lastzyklen mit kleinen, nahezu nicht registrierbaren bleibenden Relativverschiebungen in den Kontakten ereignen. Andere Ausgangskonfigurationen sind bereits so stabil, dass kaum noch Steinumlagerungen möglich sind.

Die Streuung von  $w_s$  beträgt im Fall A nach 20 Überrollungen ungefähr 60 % vom Mittelwert. Dieser große relative Streubereich wird auch durch eine Vorverdichtung nicht wesentlich reduziert, wie die Diagramme B und C zeigen. Lediglich die absoluten Verschiebungswerte nehmen erwartungsgemäß stark ab.

## 9 Simulationsergebnisse

Ein solch großer Streubereich in den Simulationsergebnissen stellt eine besondere Schwierigkeit bei der Interpretation der Ergebnisse dar. Will man die Auswirkungen z.B. einer anderen Schwellen- oder Steinform untersuchen, so liegen die relativen Unterschiede im Setzungsverhalten oftmals weit unterhalb von 50 %. Um diese Unterschiede im Mittelwert oder in der Standardabweichung der durchgeführten Rechenläufe nachweisen zu können, bedarf es einer ausreichend genauen Bestimmung dieser statistischen Größen. Hierfür sind sehr viele Rechenläufe notwendig. Bei  $n$  Simulationen lässt sich mittels der Student-t-Verteilung folgende Aussage über das Intervall treffen, in dem der tatsächliche, unbekannte Mittelwert  $\bar{\mu}$  mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit liegt,

$$\bar{\mu} = \bar{x} \pm \bar{t} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}. \quad (9.1)$$

Hierbei sind  $\bar{x}$  und  $s$  die auf der Basis der begrenzten Anzahl an Simulationen bestimmten Approximationen von Mittelwert und Standardabweichung. Der Faktor  $\bar{t}$  hängt von der Wahrscheinlichkeit ab und ist tabelliert [11]. Bei 95 % Wahrscheinlichkeit gilt  $\bar{t} = 2.26$ , so dass obige Simulationen mit  $s = 0.6 \cdot \bar{x}$  und  $n = 10$  nur eine sehr grobe Aussage über die Lage des Mittelwertes zulassen: Mit 95 % Wahrscheinlichkeit liegt  $\bar{\mu}$  im Intervall  $[0.57 \bar{x}, 1.43 \bar{x}]$ . Die Streuung der Mittelwerte unterschiedlicher zehn Simulationsläufe beträgt demnach ungefähr  $\sigma = 0.15 \bar{x}$ . Eine Erhöhung von  $n$  um den Faktor 10 auf  $n = 100$  bewirkt lediglich eine Reduktion der Intervallgröße auf ein Drittel ihres Ursprungswertes,  $\bar{\mu} \in [0.864 \bar{x}, 1.136 \bar{x}]$ .

Es sei angemerkt, dass die starken Streuungen eine wichtige und zugleich unerwünschte Eigenschaft des realen Systems darstellen. Dass das Modell diese Eigenschaft nachbildet, ist sicherlich positiv zu bewerten. Die Streuungen fallen allerdings in der Realität voraussichtlich schwächer aus, da im räumlichen Fall aufgrund der größeren Anzahl an Steinen eine bessere Mittelung über die vielen Kontaktstellen erfolgt.

### 9.1.4 Einfluss der Randbedingungen

Das in Abbildung 7.1 dargestellte, für die bisherigen Simulationen verwendete Modell kann die in der Realität vorliegenden Randbedingungen nur sehr ungenau wiedergeben. Dieses gilt sowohl für die Untergrundplatte, die die insbesondere durch Wellenausbreitungsphänomene stark frequenzabhängige Bodennachgiebigkeit nicht richtig erfasst, als auch für die seitlichen Berandungssteine. An ihre Stelle tritt in der Realität eine Verzahnung der modellierten Schottersteine mit weiteren, im Modell nicht enthaltenen Steinen. Eine Überprüfung, inwiefern das Systemverhalten durch die Randbedingungen beeinflusst wird, ist folglich außerordentlich wichtig.

## 9.1 Bewertung hinsichtlich Plausibilität und Robustheit

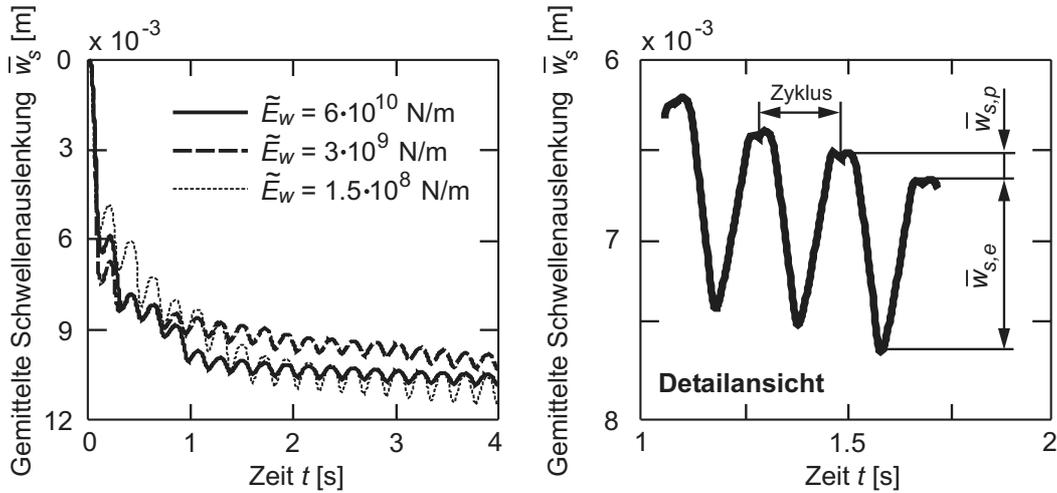


Abbildung 9.5: Vertikalverschiebung der Schwelle bei unterschiedlicher Steifigkeit der Berandungssteine.

Hierzu wurden nacheinander die Abmessungen der 'Schottersteinkiste', der Reibwert  $\mu_w$  für die Kontakte zwischen Schottersteinen und Berandungssteinen und zuletzt der Elastizitätsmodul  $\tilde{E}_w$  der Wände variiert. Beispielhaft zeigt die Abbildung 9.5 die Ergebnisse für drei verschiedene Werte für  $\tilde{E}_w$ , die sich jeweils um den Faktor 20 unterscheiden. Aufgetragen ist die über zehn Simulationen gemittelte Vertikalverschiebung  $\bar{w}_s$  der Schwelle. Die Detailansicht rechts in Abbildung 9.5 veranschaulicht die grundlegenden Eigenschaften dieser im Folgenden noch häufig dargestellten Zeitfunktionen: Bei jedem Lastzyklus wird die Schwelle in das Schotterbett hineingedrückt. Ist der Lastzyklus beendet, so kehrt die Schwelle nicht vollständig in ihre Ursprungslage zurück. Die Gesamtverschiebung setzt sich folglich aus einem reversiblen, elastischen Anteil  $\bar{w}_{s,e}$  und einem irreversiblen, plastischen Setzungsanteil  $\bar{w}_{s,p}$  zusammen.

Wenn man die Zeitfunktionen über die Dauer mehrerer Lastzyklen betrachtet, ergeben sich die im Bild 9.5 links dargestellten welligen, abfallenden Setzungslinien. Ein Vergleich der drei Kurven zeigt, dass selbst bei einer drastischen Reduktion von  $\tilde{E}_w$  um den Faktor 400 die Auswirkungen moderat ausfallen. Während sich  $\bar{w}_{s,e}$  ungefähr verdoppelt, bleiben die irreversiblen Setzungsanteile nahezu unverändert. Die Variation von  $\mu_w$  bzw. eine Wahl eines anderen Abstandes der seitlichen Wandpartikel führte ebenfalls zu keinen nennenswerten Veränderungen im Setzungsverhalten.

Gänzlich andere Randbedingungen liegen vor, wenn statt einer Queransicht der Schwelle ihr Längsschnitt samt Unterschotterung betrachtet wird. In einem solchen Fall entfällt die stützende Wirkung der seitlichen Berandungssteine. Im Folgenden wird untersucht, ob dennoch eine stabile Steinkonfiguration erzielt wer-

## 9 Simulationsergebnisse

den kann. Hierfür ist eine Adaption bei der Modellerstellung erforderlich: Die Steine werden nun lediglich auf der linken Seite eingerieselt. Da sie recht hart auf die steife Bodenplatte aufschlagen, kann allerdings auf die rechte Seitenwand nicht vollständig verzichtet werden — sie verhindert ein Wegrollen einzelner Partikel. Wird die Schwelle sodann abgesenkt, ergibt sich die in Abbildung 9.6 skizzierte Konstellation zur Zeit  $t_1$ . Das Bild macht deutlich, dass das Modell aus Rechenzeitgründen nur eine verkürzte Halbschwelle berücksichtigt. Es folgt eine Vorverdichtung durch zehn ebenfalls in Abbildung 9.6 skizzierte, langsame Belastungszyklen. Insbesondere während des ersten Zyklus setzt sich hierbei das Material erheblich, und zwar um nahezu  $w_{s,p} = 80$  mm. Die resultierende Konstellation, die in der mittleren Schwellenansicht der Abbildung 9.6 dargestellt ist, hat bereits eine hohe Stabilität.

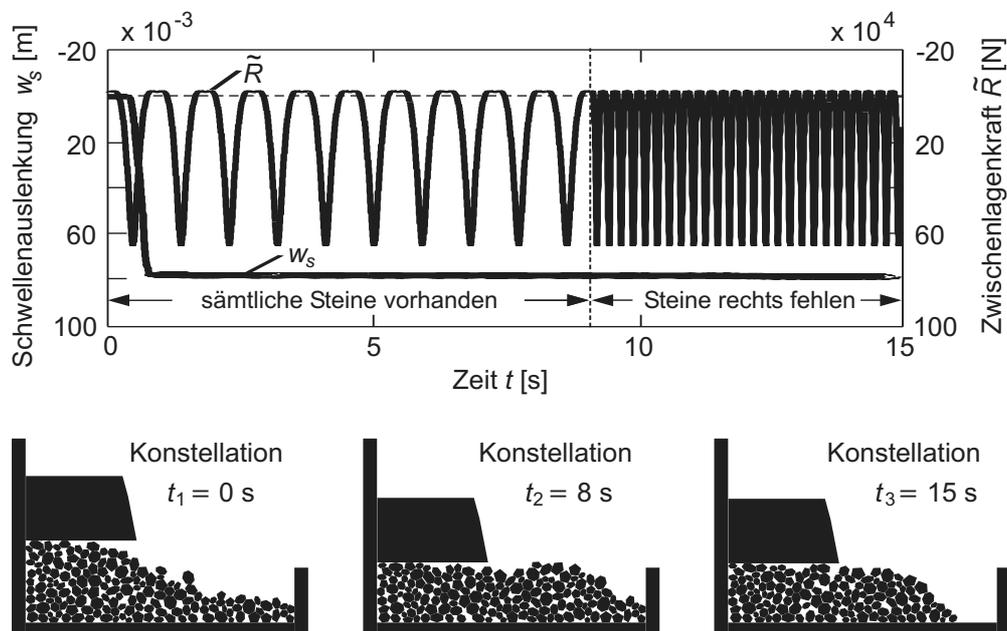


Abbildung 9.6: Systemverhalten bei Modellierung des Schwellenlängsschnittes samt Unterschotterung.

Zum Zeitpunkt  $t_2 = 8$  s werden einzelne Schottersteine in der Nähe des rechten Berandungssteines entfernt, so dass die verbleibenden Steine in etwa den beim realen Gleis vorherrschenden Schotterschichtquerschnitt nachbilden. Anhand der nun folgenden schnellen Lastzyklen ( $v = 100$  km/h) wird deutlich, dass für die bereits erwähnte Stabilität die rechte Wand nicht erforderlich ist. Zur Zeit  $t_3 = 15$  s haben demnach die Schottersteine unterhalb der Schwelle noch nahezu die gleiche Position wie zur Zeit  $t_2$ . Es sei allerdings angemerkt, dass in einigen, hier nicht gezeigten Simulationen auch für  $t > t_2$  noch größere Umlagerungsprozesse

stattfanden. Deshalb scheint das Modell im Mittel instabiler zu sein als das reale System. Ein wesentlicher Grund hierfür könnte die Zweidimensionalität des Modells sein. Überdies weist die reale Planumsschutzschicht voraussichtlich einen höheren Widerstand gegen eine Verrückung der untersten Schottersteine auf als vom Modell durch den unteren Berandungsstein abgebildet wird.

### 9.1.5 Einfluss der Steinform

Die Vertikalverschiebung der Schwelle bei unterschiedlichen Steinformen zeigt die Abbildung 9.7. Wie bereits in Abschnitt 9.1.4 wurden auch hier jeweils die Simulationsergebnisse von zehn Rechenläufen gemittelt. Neben der der Realität nachempfundenen Referenzsteinform (dünne, gestrichelte Linie) wurden zum einen nahezu runde, zum anderen stark abgeplattete Steine verwendet.

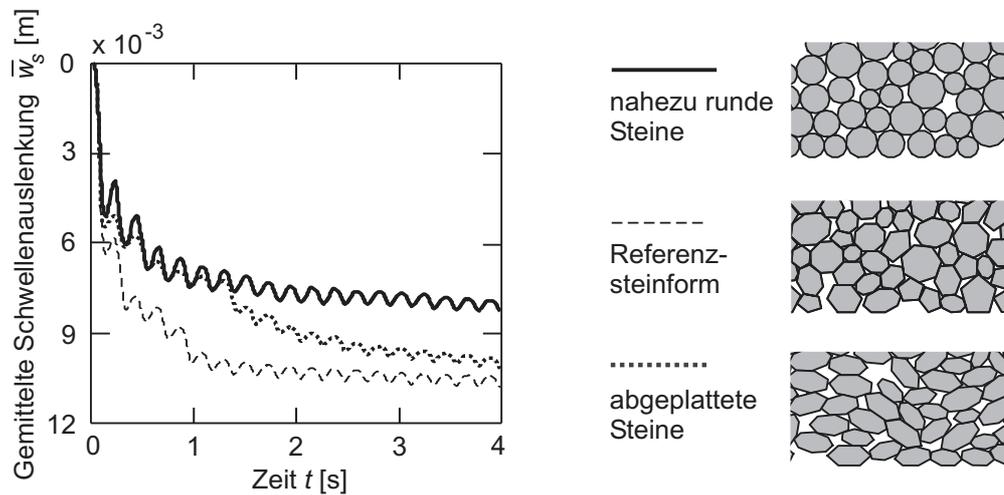


Abbildung 9.7: Schwellenauslenkung bei unterschiedlicher Schottersteingeometrie.

Die Auswirkungen auf das Systemverhalten sind wie schon bei der Veränderung der Randbedingungen gering. Tendenziell jedoch führen runde Steine zu etwas kleineren Setzungen, die schneller abklingen als dieses bei kantigen Steinen der Fall ist. Die Setzungsverläufe sind überdies bei den abgeplatteten Steinen besonders ungleichmäßig. Wegen der geringen Anzahl an Rechenläufen sind genauere Aussagen nicht möglich, siehe Abschnitt 9.1.3.

### 9.1.6 Einfluss der Kontaktgesetze

Abschließend soll die Robustheit der Simulationsergebnisse hinsichtlich einer Veränderung der fünf in Abschnitt 7.2 eingeführten Kontaktgesetzparameter untersucht werden. Hierzu werden — ausgehend vom ebenfalls im Abschnitt 7.2 an-

## 9 Simulationsergebnisse

gegebenen Nominalparametersatz — die die Steifigkeit bestimmenden Größen  $\tilde{E}$  und  $\tilde{G}$  sowie die 'Lehrschen Dämpfungsmaße'  $D_N$  und  $D_T$  nacheinander um den Faktor 5 reduziert. Die Abbildung 9.8 verdeutlicht, dass nach 20 Überrollungen die Abweichungen zwischen den sich ergebenden Setzungskurven und der dick eingezeichneten Referenzkurve unterhalb von 25 % liegen. Besonders klein scheint der Einfluss von  $D_N$  und  $D_T$  zu sein. Eine Verringerung der Steifigkeit, und zwar insbesondere der Steifigkeit in Normalenrichtung ( $\tilde{E}$ ), führt dagegen zu einer mäßigen Erhöhung der Schotterschichtelastizität und damit zu größeren reversiblen Verformungsanteilen  $\bar{w}_{s,e}$ .

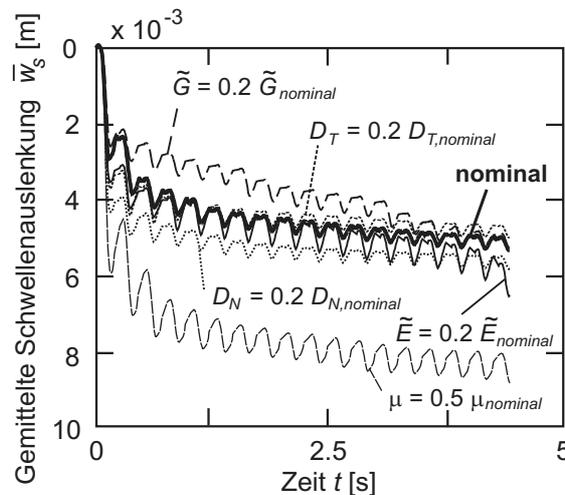


Abbildung 9.8: Sensitivität der Schwellenverschiebung hinsichtlich der Wahl der Kontaktgesetzparameter.

Im Fall des Reibwertes  $\mu$  erfolgte lediglich eine Halbierung des Nominalwertes. Da bereits hierdurch sich die Schwellensetzung nahezu verdoppelt, kommt  $\mu$  im Vergleich zu den anderen Kontaktgesetzparametern die größte Bedeutung zu. In der Realität kann der Reibwert aufgrund von Feuchtigkeit oder Verschmutzungen zeitlich und örtlich schwanken.

## 9.2 Aussagen zum Kurzzeitverhalten

### 9.2.1 Kontaktkraftnetzwerk

Die Abbildung 9.9 veranschaulicht die Kontaktkräfte, die sich zwischen den einzelnen Schottersteinen ausbilden. Die Stärke der Verbindungslinie zweier Polygonmittelpunkte ist hierbei der zwischen den Steinen wirkenden Normalkraft proportional. Man erkennt, dass die Schwellenkraft  $\tilde{R}$  über wenige Lastpfade in

den Untergrund eingeleitet wird. Die Belastung der einzelnen Steine ist demnach sehr unterschiedlich. Selbst die Schwelle hat nur mit einigen wenigen der unter ihr befindlichen Steine Kontakt. Es ist allerdings wahrscheinlich, dass sich im räumlichen Fall die Anzahl an Lastpfaden und deren Verzweigung erhöhen.

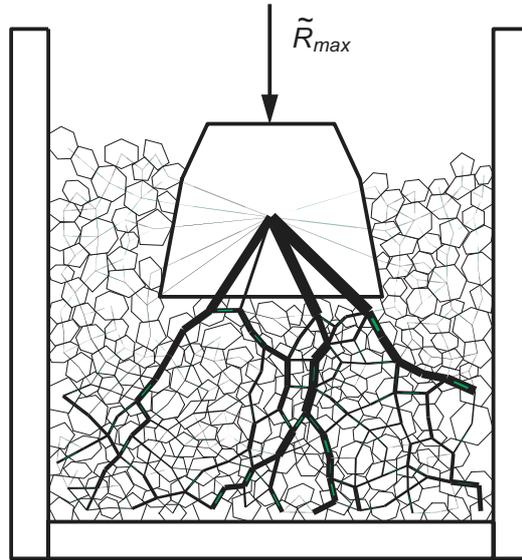


Abbildung 9.9: Kontaktkraftnetzwerk.

### 9.2.2 Quasistatische Belastung

Belastet man die Schotterschicht mit der in Abbildung 9.10(a) skizzierten Schwellenkraft  $\tilde{R}$ , so kann der Einfluss von Trägheitskräften und viskoser Dämpfung vernachlässigt werden<sup>2</sup>. Es wirken nahezu nur noch Feder- und Reibungskräfte. Ein typischer Verlauf für die sich einstellende Vertikalverschiebung  $w_s$  der Schwelle ist im Diagramm 9.10(b) eingetragen. Da der Schotter sich in einem recht schwach verdichteten Zustand befindet, ist bei den beiden dargestellten Lastzyklen ein Restsetzungsanteil  $w_{s,p}$  erkennbar.

In Abbildung 9.10(c) ist die Kraft  $\tilde{R}$  als Funktion von  $w_s$  dargestellt. Die Stärke der deutlich erkennbaren beiden Hysteresen ist ein Maß für die Verlustenergie  $E_V$  pro Lastzyklus, die sich in einfacher Weise durch Integration über die Belastungsphase 1 bzw. 3 einerseits und die Entlastungsphase 2 bzw. 4 anderer-

<sup>2</sup>Die Dauer eines Lastzyklus beträgt zwei Sekunden, welches dem zehnfachen Wert vorheriger Simulationen entspricht.

## 9 Simulationsergebnisse

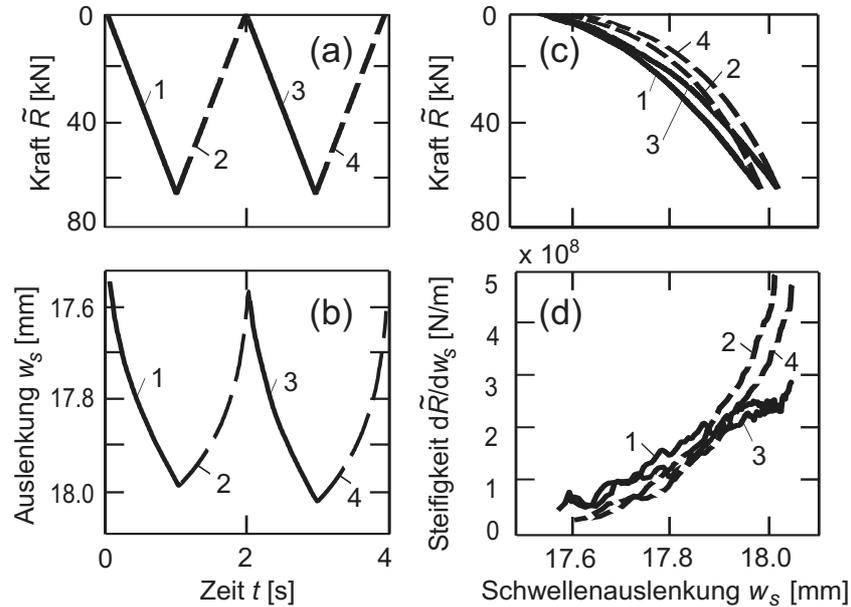


Abbildung 9.10: Verschiebung der Schwelle bei quasistatischer Belastung.

seits berechnen lässt,

$$E_V = \int^{1(3)} \tilde{R}(w_s) dw_s + \int^{2(4)} \tilde{R}(w_s) dw_s. \quad (9.2)$$

Sie kommt aufgrund von Gleitreibungsvorgängen zwischen den Steinen zustande. Im Diagramm (d) der Abbildung 9.10 ist die quasistatische Steifigkeit der Schottererschicht ebenfalls über  $w_s$  aufgetragen. Man erkennt, dass während der Belastungsphasen 1 und 3 die Steifigkeit in etwa linear mit wachsendem  $w_s$  zunimmt. Dieses ist in erster Linie eine Folge des quadratischen Kontaktgesetzes in Normalenrichtung, siehe Abschnitt 7.2. Aber die Bildung neuer Kontakte verstärkt die Progressivität der Steifigkeit. Nachdem die Last ihren Maximalwert erreicht hat und wieder zurückgeht, zeigt das Schottermaterial das Bestreben, in seinem komprimierten Zustand zu verharren. Die Steifigkeit steigt deshalb sprunghaft an. Grund hierfür ist die Haftreibung — ein Zurückgleiten in Richtung Ausgangslage ist an den Kontaktstellen erst möglich, wenn die Tangentialkräfte ihre Richtung gewechselt und somit das gesamte Haftgebiet bis zum Erreichen der Grenze  $F_T = \mu F_N$  durchfahren haben. Anschließend kommt es zu einem raschen Abfall der Steifigkeit.

Es ist zu betonen, dass auch die quasistatische Steifigkeit je nach Anfangskonfiguration bei den einzelnen Rechenläufen sehr verschieden ausfällt. Parame-

terstudien, z.B. hinsichtlich einer Abhängigkeit dieser Steifigkeit von der Schichtdicke, gestalten sich folglich sehr rechenzeitaufwändig. Bisher sind sie nicht durchgeführt worden. Eine sinnvolle Alternative stellt die Herleitung einer Überschlagsformel für die Schichtsteifigkeit dar: Ausgehend von dem Kontaktkraftnetzwerk in Abbildung 9.9 wird die Schotterschicht durch eine Federschaltung wiedergegeben, siehe Abbildung 9.11. Obwohl die Steifigkeiten der individuellen Stein-Stein-Kontakte je nach Geometriepaarung und Vorlast stark schwanken, wird für sämtliche Kontakte die gleiche mittlere Federsteifigkeit  $\bar{c}$  angesetzt. Die Federn lassen sich sodann in einfacher Weise zur gesuchten Schichtsteifigkeit  $c_{ges}$  zusammenfassen. Bei fünf identischen Lastpfaden mit jeweils zehn Kontaktstellen gilt  $c_{ges} = 5 \cdot \bar{c} / 10 = \bar{c} / 2$ .

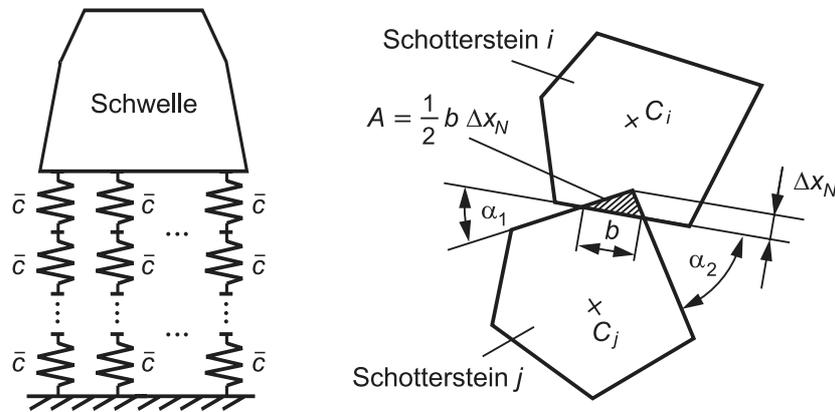


Abbildung 9.11: Primitiv-Modell und Geometriegrößen zur überschlägigen Abschätzung der Schotterschichtsteifigkeit.

Da es vor allem auf qualitative Einblicke ankommt, werden im Folgenden eine Reihe grober Näherungen vorgenommen. Zuerst erfolgt eine sehr einfache Definition von  $\bar{c}$  in der Form<sup>3</sup>

$$\bar{c} = K \cdot \frac{F_{N,C}}{\Delta x_N} = K \cdot \frac{\tilde{E}A}{l \cdot \Delta x_N} = K \cdot \frac{\tilde{E}b}{2l}. \quad (9.3)$$

Hierbei wurden die Gleichung 7.2 für  $F_{N,C}$  sowie die in der Abbildung 9.11 enthaltene Formel für die Überlappungsfläche  $A$  verwendet. Mit dem Korrekturfaktor  $K$  können unberücksichtigte Effekte wie die Schräglage der Kontaktnormaleinheitsvektoren, die Steifigkeit in Tangentialrichtung und vieles mehr eingebracht werden. Die Kontaktbreite  $b$  hängt von der Kontaktkraft  $F_{N,C}$  selbst ab.

<sup>3</sup>Mit Gleichung 9.3 ergibt sich eine lineare Feder, bei der sich unter Einwirkung der maximalen Kontaktkraft  $F_{N,C}$  der gleiche Federweg  $\Delta x_N$  ergibt wie im Falle der ursprünglich nichtlinearen Kraft-Verformungs-Charakteristik.

## 9 Simulationsergebnisse

Nimmt man gleiche Winkel  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  an, so gilt zudem mit Gleichung 7.3  $x_N = b/2 \cdot \tan \alpha$ . Unter erneuter Verwendung von Gleichung 7.2 ergibt sich letztendlich

$$c_{ges} = \frac{\bar{c}}{2} = \frac{K}{2} \cdot \sqrt{\frac{F_{N,C} \cdot \tilde{E}}{l \cdot \tan \alpha}}. \quad (9.4)$$

Die Schichtsteifigkeit ist demnach nicht zum Elastizitätsmodul des Materials proportional, sondern zu dessen Quadratwurzel. Überdies steigt sie erwartungsgemäß mit zunehmender Normalkraft  $F_{N,C}$  in den Kontaktstellen. Eine sehr wichtige Rolle spielt die Geometriegröße  $\alpha$ . Nimmt man einen mittleren Überlappungswinkel  $\alpha = 15^\circ$  an, so liefert Gleichung 9.4 mit  $l = 0.05$  m,  $\tilde{E} = 6 \cdot 10^{10}$  N/m und  $F_{N,C} = 10000$  N den Ausdruck  $c_{ges} = K \cdot 2.1 \cdot 10^8$  N/m. Mit  $K = 1$  führt diese Steifigkeit zu einer maximalen reversiblen Schwellenverschiebung<sup>4</sup> von  $w_{s,e} = \tilde{R}_{max}/c_{ges} \approx 3.3 \cdot 10^{-4}$  mm. Dieser Wert stimmt mit der elastischen Schwellenauslenkung in Abbildung 9.10 gut überein. Zugleich kommt er auch der Steifigkeit des in Abschnitt 3.1 beschriebenen Dehnstabmodells eines einzelnen Schotterblockes sehr nahe: Durch Einsetzen der Standardwerte aus dem Anhang in die Gleichung 4.17 ergibt sich für einen solchen Dehnstab mit konstanter Länge  $l_b$  eine Steifigkeit von  $c_{ges} = 2.9 \cdot 10^8$  N/m. Die geringe Abweichung dieses Wertes insbesondere zu den aus den MD-Simulationen herrührenden Steifigkeitswerten mag überraschen. Anscheinend heben sich die versteifende Wirkung der Linienkontakte im Modell — die Punktkontakte in der Realität sind weicher — und die größere Nachgiebigkeit aufgrund der idealisierten Kantenform gegenseitig weitestgehend auf. Die tatsächlich vorhandenen abgerundeten Steinecken lassen sich durch einen größeren Überlappungswinkel  $\alpha$  im 'Überschlagsmodell' berücksichtigen. Ein signifikant höheres  $c_{ges}$  ist die Folge.

### 9.2.3 Dynamische Belastung

Das Verhalten der Schotterschicht unter dynamischer Belastung wurde bereits in Abschnitt 9.1.4 detailliert beschrieben. Während dort in sämtlichen Simulationen die in Abbildung 7.2 dargestellte Kraft  $\tilde{R}(t)$  auf die Schwelle einwirkte, soll jetzt der Einfluss der Belastungshöhe und Belastungsgeschwindigkeit untersucht werden. Hierzu wird in einem ersten Schritt die Achslast des Fahrzeugs um den Faktor 2 auf 16 t erniedrigt bzw. auf unrealistisch hohe 48 t heraufgesetzt. Da die Bestimmung von  $\tilde{R}$  erneut mit der Software TTI erfolgt, der ein lineares Fahrzeug-Fahrweg-Modell zugrunde liegt, ergeben sich zur in Bild 7.2 gezeigten Funktion proportionale Zeitverläufe. Die über zehn Simulationen gemittelten Schwellenauslenkungen sind der Abbildung 9.12 links zu entnehmen.

---

<sup>4</sup>Die im Folgenden benutzte lineare Beziehung ist für eine grobe Abschätzung gerechtfertigt, da zuvor für die einzelnen Kontaktstellen ein analoger Ansatz verwendet wurde.

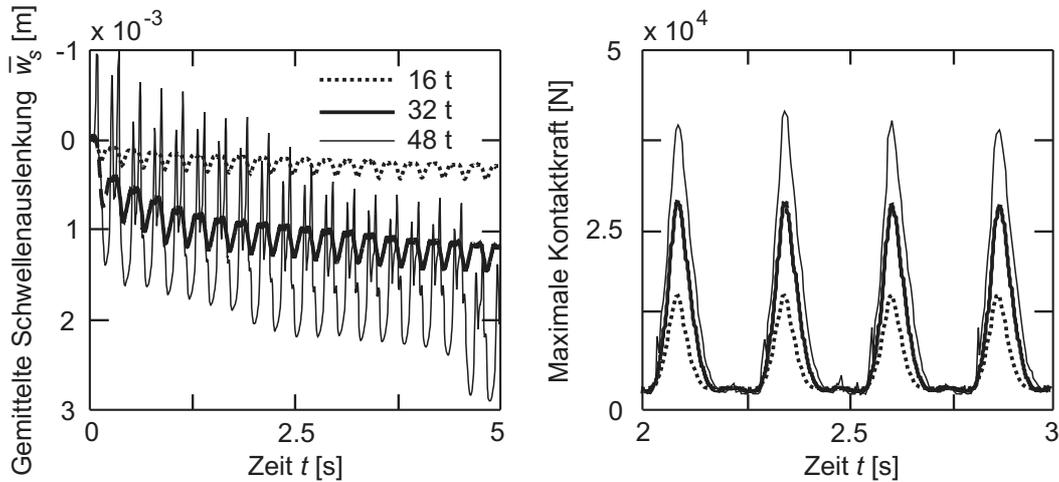


Abbildung 9.12: Einfluss der Belastungsamplitude auf Schwellenauslenkung und maximale Kontaktkraft zwischen den Schottersteinen.

Die Setzungen fallen bei der Nominalachslast von 32 t (dicke durchgezogene Linie) kleiner aus als in den meisten vorherigen Studien, weil beim Herabfallen der Steine die Reibungszahl  $\mu$  auf ihren halben Wert reduziert und somit ein verdichteter Anfangszustand erreicht wurde, siehe Abschnitt 9.1.3. Im Falle der halbierten Achslast von 16 t sind die bleibenden Steinumlagerungen allerdings noch bei weitem geringer. Es scheint so, dass hier ein Schwellenwert, ab dem größere Relativverschiebungen in den Kontakten stattfinden, nicht überschritten wird. Die registrierbaren, sehr schwachen, gleichmäßigen Umlagerungen klingen nur sehr langsam ab.

Eine Erhöhung der Achslast auf 48 t dagegen führt zu einem Anstieg der Setzungen. Die im ersten Moment verwirrenden Spitzen in der Schwellenauslenkung rühren von einem Abheben der Schwelle her. Für realitätsnahe Werte von  $\tilde{R}(t)$  ist dieser Effekt, obwohl die äußere Kraft  $\tilde{R}$  zeitweise nach oben gerichtet ist (siehe Abbildung 7.2), nicht zu beobachten. Dieses liegt an der Gewichtskraft der Schwelle<sup>5</sup>, die sodann stets größer ist als  $-\tilde{R}$ . Das mit dem Abhebevorgang verbundene schlagartige Auftreffen der Schwelle auf den Schotter scheint nur eine mäßige Verstärkung der Setzungsvorgänge zu bewirken. Während sich die maximalen Kontaktkräfte in guter Näherung proportional zu  $\tilde{R}$  erhöhen, steigt die elastische Schwelleneinsenkung  $\tilde{w}_{s,e}$  in Einklang mit Gleichung 9.4 unterproportional an.

Das Ergebnis einer sukzessiven Veränderung der Belastungsamplitude zeigt die Abbildung 9.13. Nach zehn Lastzyklen wird die Achslast auf 16 t reduziert.

<sup>5</sup>Beim realen Gleis wirkt zusätzlich noch das anteilige Schienengewicht, welches im Gegensatz zur Gewichtskraft der Schwelle im Modell keine Berücksichtigung findet.

## 9 Simulationsergebnisse

Als Folge treten kaum noch irreversible Kornumlagerungen auf. Bei erneuter Erhöhung der Achslast setzen die Kornumlagerungen wieder ein. Dass bei der abschließenden Verringerung der Achslast von 48 t auf 32 t noch Setzungsprozesse stattfinden, liegt wahrscheinlich in erster Linie an der geringen Anzahl von lediglich zehn Lastzyklen je Belastungsniveau. Ein hinreichend stabiler, verdichteter Zustand wird hierbei nicht erreicht. Zudem führt bei der hohen Achslast von 48 t das Abheben der Schwelle in Verbindung mit dem anschließenden stoßartigen Auftreffen evtl. zu einer Auflockerung der Schotterschicht.

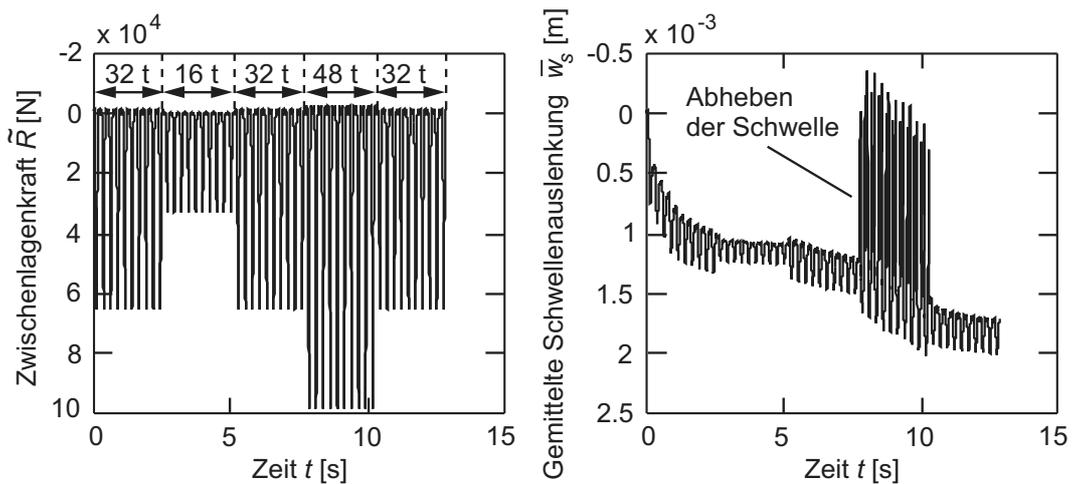


Abbildung 9.13: Schwellenauslenkung bei gestufter Belastungsamplitude.

Setzt man die Fahrzeuggeschwindigkeit auf den doppelten oder sogar dreifachen Wert, so verändert sich trotz stark verkürzter Belastungsamplitude die Vertikalverschiebung der Schwelle kaum. In Abbildung 9.14 ist rechts zusätzlich die mittlere Partikelgeschwindigkeit aufgetragen. Es wird deutlich, dass diese sehr wohl ansteigt, und zwar überproportional. Besonders auffällig ist, dass bei der hohen Fahrzeuggeschwindigkeit  $v = 300$  km/h die Steine auch zwischen den einzelnen Radsatzüberrollungen nicht mehr zur Ruhe kommen.

Keine Berücksichtigung fand bisher die Anregung der Schotterschicht durch Schwingungen des Untergrundes. In Abschnitt 5.2.5 konnte jedoch gezeigt werden, dass gerade bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten insbesondere aufgrund einer Wellenausbreitung im Untergrund erhebliche Schwingschnellen von Schwelle und Schotter auftreten, siehe Abbildung 5.32. Ähnlich hohe Anregungen durch Erschütterungen treten zudem auf Brücken auf. Die zugrunde liegende Situation kann im MD-Modell durch eine Zwangsbewegung der Berandungspartikel nachgebildet werden, siehe Abbildung 9.15 rechts. Erste Einblicke in das Systemverhalten sollen unter Verwendung einer harmonischen Verschiebungsfunktion gewonnen werden. Während die Anregungsfrequenz konstant bei  $f = 20$  Hz belassen wird,

## 9.2 Aussagen zum Kurzzeitverhalten

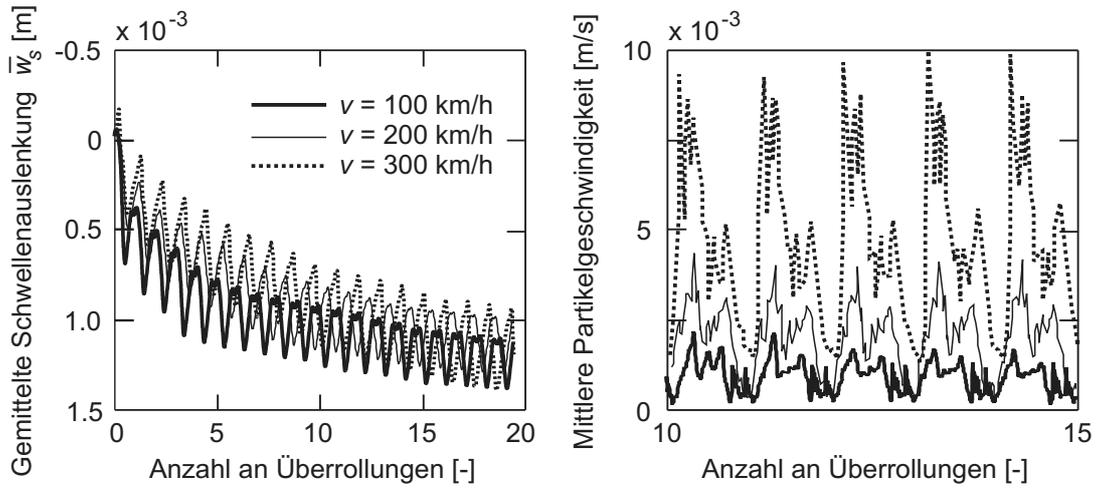


Abbildung 9.14: Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf Schwellenauslenkung und mittlere Schottersteingeschwindigkeit.

erfolgt eine gestufte Erhöhung der Anregungsamplitude, wodurch die maximale Beschleunigung von  $0.75 g$  auf  $1.0 g$  und schließlich auf  $1.25 g$  anwächst, mit  $g$  als Fallbeschleunigung. Die über jeweils 3 Simulationen gemittelte Schwellenverschiebung ist in Abbildung 9.15 links aufgetragen. Die dicke Linie repräsentiert die Situation bei einer konstanten R-Kraft von  $\tilde{R} = 10$  kN, bei der dünnen Linie gilt  $\tilde{R} = 40$  kN.

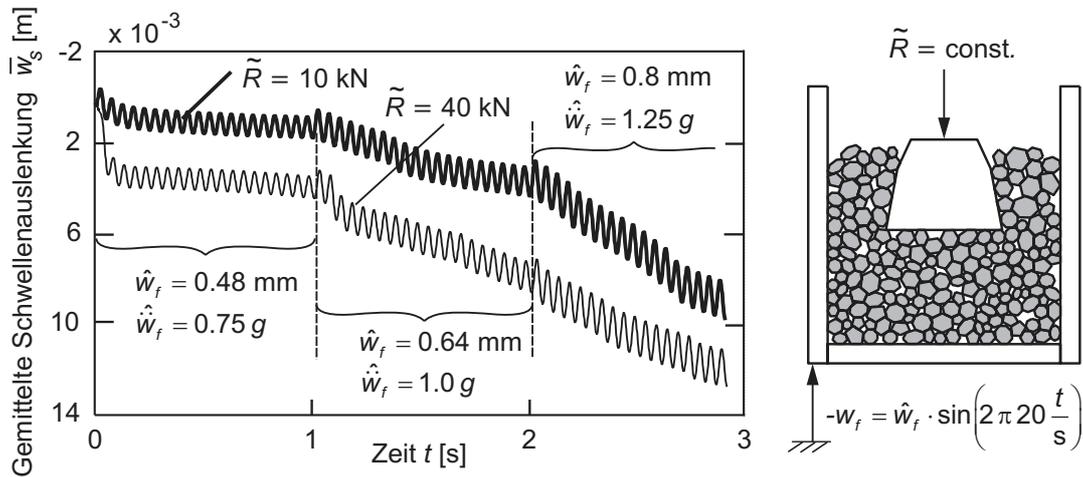


Abbildung 9.15: Setzungsverhalten der Schwelle bei kinematischer Anregung der Schottererschicht.

Im Verlauf der ersten Belastungsstufe klingen die Schwellensetzungen in beiden Fällen sehr rasch ab, das System stabilisiert sich. Die Setzungen sind außerdem bei  $\tilde{R} = 10$  kN deutlich geringer als bei  $\tilde{R} = 40$  kN. Erhöht sich sodann die Beschleunigung auf  $1.0 g$  bzw.  $1.25 g$ , so erfährt der Schotter eine Art Verflüssigung — die Schwelle scheint im granularen Material zu versacken. Dieser Effekt ist bei geringerer Kompression ( $\tilde{R} = 10$  kN) mindestens ebenso ausgeprägt wie bei  $\tilde{R} = 40$  kN. Für konkretere Aussagen sind weitere Simulationen erforderlich.

### 9.3 Aussagen zum Langzeitverhalten

#### 9.3.1 Vorbemerkungen

Eine modellgestützte Untersuchung des Langzeit- bzw. Verschleißverhaltens von Eisenbahnschotter gestaltet sich schwieriger als eine Analyse der kurzzeitdynamischen Vorgänge. Der Grund hierfür ist nicht so sehr die Tatsache, dass das MD-Modell viele wichtige Verschleißphänomene wie z.B. Verschmutzung, Frostschäden oder aufsteigendes Untergrundmaterial nur schlecht wiedergeben kann. Hier lässt sich die Beschränkung auf einzelne Schädigungsmechanismen wie die Kornumlagerung oder den später angesprochenen Abrieb sogar als Vorteil interpretieren. Die großen Schwierigkeiten rühren vielmehr daher, dass zum einen diese Schädigungsmechanismen sehr langsam ablaufen und eine Simulation von mehreren Millionen Radsatzüberrollungen mit dem verwendeten Modell nicht machbar ist. Zum anderen ist über die Verschleißvorgänge — insbesondere über Abrieb und Kornbruch — wenig bekannt. Ohne entsprechende, experimentell abgesicherte mathematische Modelle müssen sich die Simulationen auf grobe Annahmen stützen. Der erstgenannten Problematik kann auf zweierlei Weise begegnet werden:

1. Man geht davon aus, dass sich das während der ersten Überrollungen beobachtete Setzungsverhalten der Schwelle in die Zukunft extrapolieren lässt. Die hierbei wesentlichen physikalischen Prozesse können durch eine Anpassung spezieller Parameter — z.B. eine Verringerung des Reibwertes — vom Modell beschleunigt wiedergegeben werden. Ob eine solche Extrapolation zu sinnvollen Ergebnissen führt, sollte durch Vergleiche mit experimentellen Befunden kritisch hinterfragt werden<sup>6</sup>.
2. Es erfolgt eine Auswertung des Kurzzeitverhaltens. Anhand der auftretenden Kraftspitzen oder anhand der in die Schotterschicht eingeleiteten kinetischen Energie bzw. der Schwingungsenergie einzelner Steine wird anschließend auf den Verschleiß oder das Setzungsverhalten geschlossen. Für

---

<sup>6</sup>Zu bemerken ist in diesem Zusammenhang, dass auch bei vielen empirisch ermittelten Setzungsformeln die Gesamtsetzung nach Hunderttausenden von Überrollungen durch die Anfangssetzung während der ersten ein bis zehn Lastzyklen bestimmt wird.

diese zweite Vorgehensweise sollte ein recht detailliertes Vorabwissen über die Langzeitprozesse bestehen.

Streng genommen wurde somit bereits im Abschnitt 9.2 das Langzeitverhalten der Schotterschicht ansatzweise mituntersucht, wobei die Setzungen ausschließlich durch Steinumlagerungen verursacht wurden. Im folgenden Abschnitt 9.3.2 wird gezeigt, wie sich solche Umlagerungen über eine sehr große Anzahl an Lastzyklen auswirken. Der Abschnitt 9.3.3 gibt anschließend einige Hinweise zur modellgestützten Behandlung von Abrieb und Kornbruch.

### 9.3.2 Steinumlagerungsprozesse im Schotter

In Abbildung 9.16 ist die Vertikalverschiebung der Schwelle für einen Zeitraum von ca. 700 Radsatzüberrollungen aufgetragen. Den sechs dargestellten Kurven liegen drei unterschiedliche Reibwerte  $\mu$  zugrunde. Eine Mittelwertbildung, z.B. über jeweils 10 Simulationen, fand aus Rechenzeitgründen nicht statt.

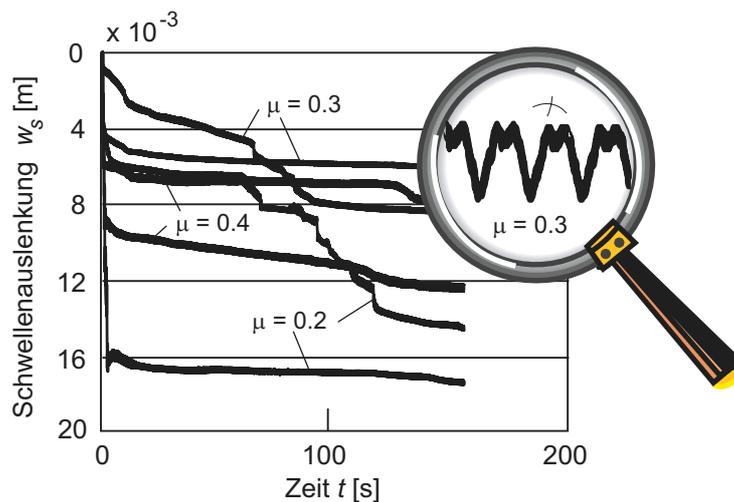


Abbildung 9.16: Setzungsverhalten der Schwelle bei unterschiedlichen Reibwerten  $\mu$ .

Obwohl bei fast allen Kurven die starke Anfangssetzung rasch abklingt, verbleibt zumeist eine schwache Restsetzung, die während der folgenden Belastungszyklen nicht zurückgeht. Der sich ergebende lineare Setzungsverlauf wurde bisher in Experimenten nicht beobachtet. Es ist deshalb zu überprüfen, ob dieser Verlauf evtl. eine Folge von unrealistischen, kleinen Verrückungen in den Kontaktstellen ist, die ihre Ursache in einer ungünstig gewählten Tangentialkraftbeschreibung haben können, siehe Anomalie 3 am Ende von Abschnitt 7.2. Für eine solche Prüfung sind rechenzeitaufwändige Studien mit leicht veränderten Kontaktgesetzen erforderlich. Sie wurden bisher nicht durchgeführt.

Die Kurven in Abbildung 9.16 zeigen außerdem, dass sich die Setzungen bei einer Verringerung von  $\mu$  nicht in dem Maße erhöhen, wie man aus den Studien in Abschnitt 9.1.6 schließen würde. Dieses kann aber auch eine Folge der fehlenden Mittelwertbildung sein.

### 9.3.3 Berücksichtigung von Abrieb und Kornbruch

Eine realistische Nachbildung des Langzeitverhaltens von Eisenbahnschotter gelingt sicherlich nur unter Berücksichtigung von Abrieb an den Kontaktstellen sowie von Kornbruch<sup>7</sup>. Prinzipiell lassen sich solche Phänomene in eine MD-Simulation einbauen. Die Anordnung der Teilstücke eines zerbrechenden Steins im Hohlraum, der sich durch Wegnahme des bisher noch unversehrten Steins ergibt, stellt allerdings bei der in dieser Arbeit vorgenommenen Geometriebeschreibung eine Herausforderung dar. Eine Abrundung der Steinecken könnte durch eine Verringerung der Reibwerte, eine Erhöhung der Eckenanzahl oder eine Vergrößerung der Kontaktsteifigkeit grob wiedergegeben werden. Eine weitere, sehr einfache Möglichkeit zur Berücksichtigung von Abrieb besteht zudem darin, die Steine zusammenschrumpfen zu lassen. Eine solche Reduktion der geometrischen Abmessungen kann z.B. proportional zu der in den Kontakten verrichteten Reibarbeit angesetzt werden oder in beliebiger Weise von der Höhe der Kontaktkräfte abhängen. Experimentell validierte Bruch- und Verschleißgesetze wären bei der Wahl eines sinnvollen, funktionellen Zusammenhangs außerordentlich hilfreich.

Im Folgenden wird eine erste Studie gezeigt, bei der sich die Masse  $m_i$  und damit zugleich die Querschnittsfläche  $A_i$  eines Steins  $i$  bei Überlastung  $\tilde{F}_i$  gemäß der Formel

$$A_i(t + \Delta t) = \frac{m_i - k_w \cdot \tilde{F}_i}{m_i} \cdot A_i(t) \quad (9.5)$$

verringert. Die Höhe des Verschleißes wird durch den Verschleißfaktor  $k_w$  festgelegt. Für jeden Zeitpunkt  $t$  muss die Überlastung aus den auf einen Stein  $i$  einwirkenden  $n_i$  Kontaktkräften  $\vec{F}_{ij}$  neu berechnet werden,

$$\tilde{F}_i = \sum_{j=1}^{n_i} F_{ij} \quad (9.6)$$

mit

$$F_{ij} = \begin{cases} |\vec{F}_{ij}| - 1 \text{ kN} & \text{für } |\vec{F}_{ij}| - 1 \text{ kN} > 0 \text{ kN} \\ 0 \text{ kN} & \text{für } |\vec{F}_{ij}| - 1 \text{ kN} \leq 0 \text{ kN} \end{cases} \quad (9.7)$$

Die Gleichungen sind so gewählt, dass lediglich ab Überschreiten einer zulässigen Kontaktkraft von  $|\vec{F}_{zul}| = 1 \text{ kN}$  Verschleiß auftritt.

---

<sup>7</sup>Insbesondere bei Stopfvorgängen spielt das Zerbrechen von Steinen eine entscheidende Rolle. Ohne Kornbruch wäre ein Eindringen der Stopfpickel in die Schotterschicht nicht möglich.

Die Abbildung 9.17 zeigt die Vertikalverschiebung der Schwelle in Abhängigkeit des Verschleißfaktors  $k_w$  für zwei unterschiedliche Startkonfigurationen. Bei Startkonfiguration 1 ergibt sich mit  $k_w = 0 \text{ kg/N}$  ein rasches Abklingen der Schwellensetzung. Erst nach einer Belastungsdauer von  $t = 8 \text{ s}$  erfolgt eine größere Steinumlagerung. Nimmt man den Verschleiß in die Simulation mit hinein, so tritt diese einzelne Umlagerung mit wachsendem  $k_w$  früher auf. Außerdem werden anhand des zunehmenden, nahezu linearen Abfalls der Kurven in Phasen geringer Steinumlagerung die Folgen des Schrumpfprozesses sichtbar.

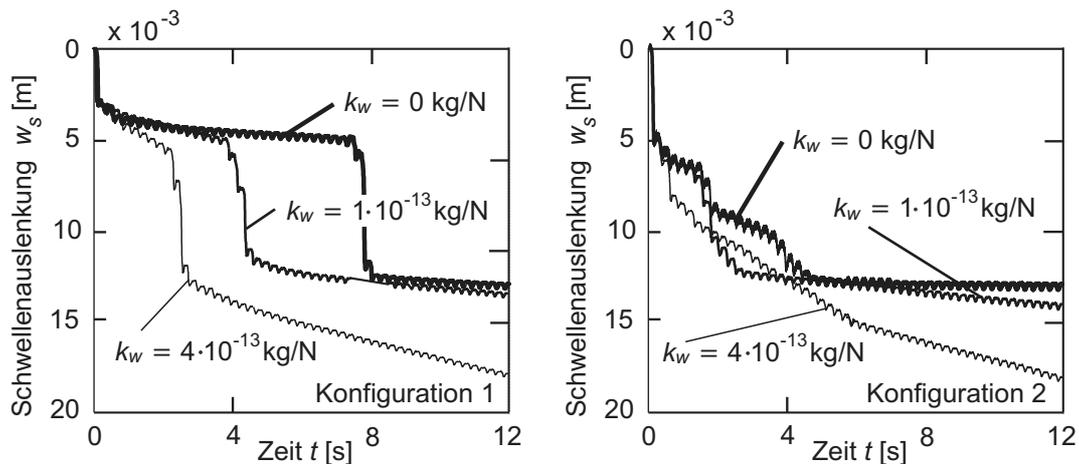


Abbildung 9.17: Setzungsverhalten der Schwelle in Abhängigkeit des Verschleißfaktors  $k_w$  bei zwei unterschiedlichen Startkonfigurationen.

Dass die Verhältnisse nicht immer so einfach sind, veranschaulicht Startkonfiguration 2. Hier schneiden sich die drei Kurven für unterschiedliche  $k_w$ . Eine Verringerung der Korngröße kann demnach auch zu einer Stabilisierung einer speziellen Steinanordnung führen. Das Verhältnis zwischen der negativen Steigung der Setzungskurven und  $k_w$  ist aber das gleiche wie zuvor bei Konfiguration 1.

## 9.4 Vergleich mit Messungen

Ähnlich wie am Ende des ersten Hauptteils sollen auch hier einige Bemerkungen hinsichtlich einer Validierung des Modells angefügt werden. Erneut tritt das Problem auf, dass die Messergebnisse außerordentlich sensibel von den Anfangs- und Randbedingungen sowie von der Durchführung der Experimente selbst abhängen. In der Literatur findet man deshalb häufig sich gegenseitig widersprechende Erkenntnisse, z.B. bezüglich des Einflusses der Schotterpressung auf die Schwellensetzung [15] oder bezüglich der Auswirkung verschiedener Schottersteingeometrien auf die Schichtsteifigkeit [34]. Folglich ist schon im Falle einer dreidimensio-

## 9 Simulationsergebnisse

nenalen Modellierung von Eisenbahnschotter ein quantitativer Vergleich zwischen Messung und Rechnung mit großen Schwierigkeiten und Unsicherheiten behaftet. Beim hier vorliegenden ebenen Modell ist eine quantitative Übereinstimmung nahezu ausgeschlossen. Die Bedeutung spezieller Einflussgrößen sollte aber qualitativ zumindest grob wiedergegeben werden. Dass diese Forderung beim aktuellen Modellierungsstand bereits erfüllt ist, wird anhand einiger, der Literatur entnommener, experimenteller Befunde nachgewiesen.

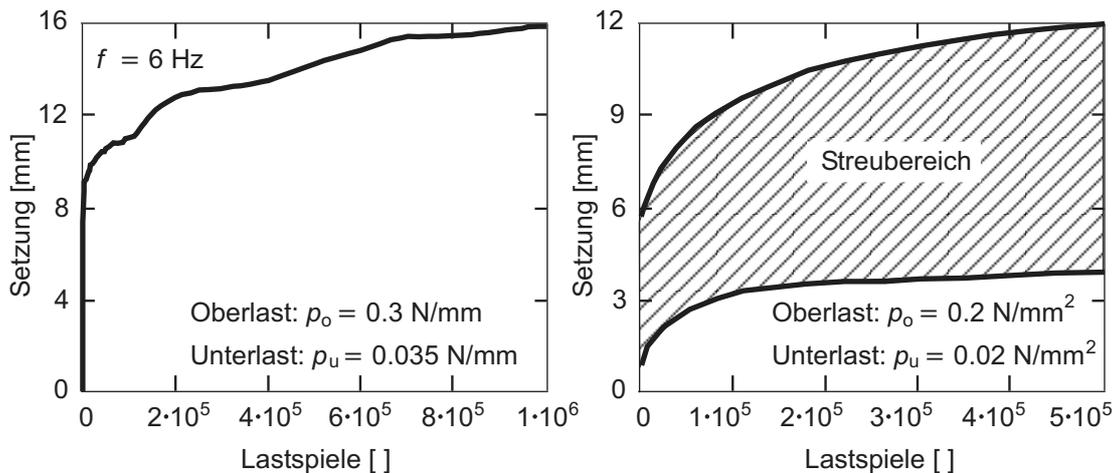


Abbildung 9.18: In Schotterkastenversuchen gemessenes Setzungsverhalten der Schwelle aus [3] (links) und Streubereich der von Mattner am Großversuchsstand ermittelten Setzungskurven bei gleich großer Belastung und einheitlichen Versuchsbedingungen aus [73] (rechts).

Einen typischen Setzungsverlauf für eine mit harmonischer Kraft beaufschlagte Schwelle zeigt die Abbildung 9.18 links. Trotz der im Vergleich zu den Simulationen sehr hohen Anzahl an aufgebrauchten Lastzyklen — siehe Abbildung 9.16 — erkennt man, dass die Setzungen stark abklingen. Anderson et al. [3] berichten, dass allein während der ersten zehn Überrollungen mit ungefähr  $w_s = 4$  mm ein Großteil der Gesamtsetzung erreicht werde. Gerade in dieser Anfangsphase streuten die Setzungsverläufe erheblich. Der in Abbildung 9.18 rechts dargestellte Streubereich ist der Publikation [73] entnommen. Nach ca.  $10^4$  Lastspielen endet die sogenannte Anfangsphase und es beginnt eine Konsolidierungsphase, in der es kaum noch zu größeren Steinumlagerungen kommt. Obwohl in den Simulationen die Vorgänge evtl. bedeutend schneller durchlaufen werden, ist davon auszugehen, dass selbst in Abbildung 9.16 die Anfangsphase noch nicht abgeschlossen ist<sup>8</sup>. Hier sind weitere Untersuchungen erforderlich.

<sup>8</sup>Evtl. ist gerade die Konsolidierungsphase für die Gleissetzungen im Schotterbett relevant.

Ein messtechnischer Beleg für das in Abbildung 9.9 visualisierte Kontaktkraftnetzwerk ist bisher nicht bekannt. Einige Beobachtungen unterstützen aber die These, dass ein ähnliches Netzwerk existiert. So berichten Selig [100] und Anderson [3] von einer ausgesprochen hohen Anfälligkeit eines stabilen Schotterzustandes auf sehr kleine, eingebrachte Störungen. Sie führen diesen Tatbestand darauf zurück, dass u.a. bereits durch leichtes Anheben der Schwelle einzelne tragende Kraftpfade zerstört werden. Überdies wurde an der TU Graz die Druckverteilung dicht unterhalb der Schotterschicht bei Zugüberfahrt bestimmt [89]. Die Messergebnisse für äquidistante Messpunkte, bei deren Auswertung unerwartete zeitliche Verschiebungen im Erreichen der Druckmaxima sowie große Streuungen in der Druckmaximahöhe erkennbar wurden, lassen sich ebenfalls erklären, wenn man von wenigen Kraftpfaden in der Schotterschicht ausgeht. Eine weitgehend gleichmäßigte Lastübertragung zwischen Unterkante des Schotterbettes und Untergrund stellt sich somit nicht ein.

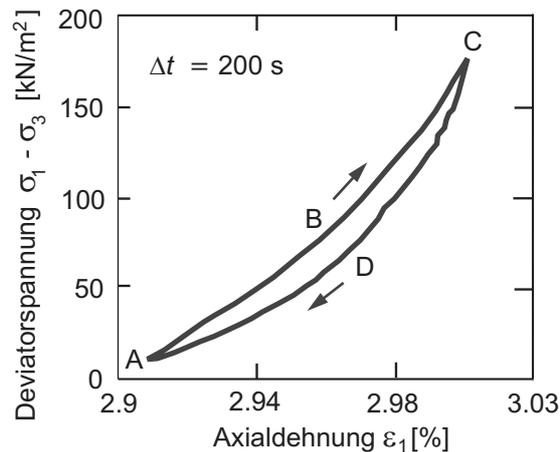


Abbildung 9.19: Gemessene Steifigkeit einer Schotterprobe bei der 100000. Wechselbelastung aus [34].

Die Steifigkeit einer Schotterschicht wurde u.a. von Guldenfels [34] in Triaxialversuchen bestimmt. Bei der in Abbildung 9.19 aufgezeigten Last-Verformungskurve, die sich qualitativ mit Abbildung 9.10(c) vergleichen lässt, betrug die Dauer eines Lastspiels  $\Delta t = 200$  s. In Messung und Simulation fallen die Kurvenkrümmungen und die Hysterese sehr ähnlich aus. Sehr deutlich tritt in der

---

Da in ihr gänzlich andere physikalische Prozesse das Setzungsverhalten bestimmen als in der Anfangsphase, muss die Interpretation der Simulationsergebnisse mit Vorsicht erfolgen. Es gilt, kritisch zu hinterfragen, ob man von den am jetzigen Modell beobachteten Vorgängen während der Anfangsphase überhaupt auf das Systemverhalten während der Konsolidierung schließen kann.

Messung bei Punkt C das auch in den Simulationen beobachtete Bestreben des Schotters zu Tage, in seinem komprimierten Zustand zu verharren.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass ein detaillierterer Vergleich von Messung und Rechnung anzustreben ist. Eine mögliche Ausweitung besteht in der Betrachtung des Einflusses von Feuchtigkeit und sehr feinkörnigem Material, beides Systemzustände, die im Modell durch eine Anpassung des Reibwertes nachgebildet werden können. Alternativ kann die Abhängigkeit der Schwellensetzung von der Anregungsamplitude oder der Anregungsfrequenz in Modell und Versuch gegenübergestellt werden. Gleiches gilt für den Schüttwinkel, der sich allerdings nur unter großem Rechenzeitaufwand numerisch bestimmen lässt.

### 9.5 Fazit

Zusammenfassend können die folgenden Aussagen getroffen werden:

- Die MD-Simulation eignet sich zur Behandlung von Eisenbahnschotter. Die Schicht aus einzelnen Steinen weist eine stabile Konfiguration sowohl für statische als auch dynamische Belastung auf, und dieses selbst bei fehlender seitlicher Stützung durch Berandungswände.
- Die Ergebnisse sind in hohem Maße von der zufälligen Anordnung der Steine abhängig. Da z.B. die Streuung der Schwellensetzung ca. 60 % des Setzungsmittelwertes beträgt, ist für statistisch abgesicherte Aussagen zum Systemverhalten eine Auswertung sehr vieler Simulationsläufe durchzuführen<sup>9</sup>.
- Die Randbedingungen beeinflussen das Systemverhalten nur geringfügig. Dieses gilt sowohl hinsichtlich der horizontalen Abmessungen des Modells als auch hinsichtlich der Elastizität der Wandpartikel und des Reibwertes für die Schotterstein-Wand-Kontaktpaarung. Eine allzu genaue Modellierung der Umgebung ist somit voraussichtlich nicht erforderlich.
- Erstaunlicher Weise zeigte eine Veränderung der Steinform und eine Variation der vier Kontaktgesetzparameter  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{G}$ ,  $D_N$  und  $D_T$  ebenfalls nur mäßige Auswirkungen auf die Systemdynamik. Es wurden allerdings jeweils lediglich zehn Simulationsläufe ausgewertet — bei weitem zu wenig für endgültige, statistisch abgesicherte Aussagen.
- Den größten Einfluss auf die Steinumlagerung hat der Reibwert  $\mu$ . Eine Halbierung von  $\mu$  führt in etwa zu einer Verdopplung der Schwellensetzung während der ersten 20 Radsatzüberrollungen.

---

<sup>9</sup>In diesem Sachverhalt liegt wahrscheinlich eine der größten zukünftigen Schwierigkeiten begründet. Denn als Konsequenz steigt der Rechenaufwand enorm an. Es ist davon auszugehen, dass bei einer räumlichen Modellierung bzw. beim realen System die Streuungen aufgrund der größeren Anzahl an beteiligten Steinen kleiner ausfallen.

- Eine Berechnung der zwischen den Steinen auftretenden Kontaktkräfte, der kinetischen Energie, der Schwellenbewegung oder der Schotterschichtsteifigkeit liefert durchweg plausible Funktionsverläufe, die teilweise in ähnlicher Form von Experimenten her bekannt sind.
- Einige der Charakteristika — wie z.B. der sprunghafte Anstieg der Schichtsteifigkeit beim Wechsel von der Belastungs- zur Entlastungsphase — lassen sich mit Kontinuumsmodellen nur schwer abbilden. Dieses gilt auch für das Materialverhalten bei einer hohen Vertikalbeschleunigung der Schicht, wodurch eine Auflockerung erzielt werden kann.
- Schwierig gestaltet sich die Bestimmung des Langzeitverhaltens<sup>10</sup>. Zum einen stößt man hier wegen des enormen Rechenzeitbedarfs auf enge Grenzen. Zum anderen ist zu hinterfragen, ob die Geometrie- und Kontaktmodellierung ausreichend genau formuliert sind, so dass die sehr kleinen Verschiebungen in den Kontaktzonen richtig wiedergegeben werden.
- Eine realitätsnahe Berücksichtigung von Abrieb und Kornbruch ist beim aktuellen Wissensstand über diese Phänomene kaum möglich.

Abschließend sei erwähnt, dass die hier vorgestellte ebene Modellierung sicherlich keine quantitativ richtige Wiedergabe der realen Verhältnisse zulässt. Es ist aber davon auszugehen, dass viele Zusammenhänge qualitativ gut abgebildet werden. Aufgrund der großen Anzahl an Kontaktstellen mitteln sich hierbei wahrscheinlich die individuellen Eigenschaften der einzelnen Kontakte und mit ihnen die Folgen der zahlreichen zuvor getroffenen Annahmen und Vereinfachungen größtenteils heraus.

---

<sup>10</sup>Im Abschnitt 9.3.1 wird die Frage behandelt, wie sich dennoch Aussagen zum Langzeitverhalten gewinnen lassen. Im Rahmen eines Ausblicks werden überdies in der Zusammenfassung mögliche Anwendungsgebiete und ein Übergang auf eine räumliche Modellierung diskutiert.

# 10 Zusammenfassung und Synthese der Hauptteile I und II

Im *Hauptteil I* dieser Arbeit wird ein Verfahren entwickelt, welches die Bestimmung des Vertikalschwingungsverhaltens eines Gleises im eingeschwungenen Zustand ermöglicht. Aufgrund der durchzuführenden Transformationen in den Wellenzahlen- bzw. Frequenzbereich ist dieses Verfahren auf lineare Modelle beschränkt. Das Gleismodell muss zudem periodisch aufgebaut sein. Für die sich hieraus ergebende Modellklasse stellt das präsentierte Rechenprogramm TTI ein 'High-End-Produkt' dar. Sein modularer Aufbau und die zahlreichen neu entwickelten Algorithmen machen es zu einem sehr leistungsstarken Werkzeug.

In welcher Weise sich dieses Werkzeug zur Analyse des Rad-Schiene-Systems einsetzen lässt und welche Ergebnisse erzielt werden können, ist in Abschnitt 5.4 zusammengefasst. Eine besondere Stärke des Verfahrens liegt in der guten Berücksichtigung der Wellenausbreitung im Untergrund, wodurch sich spezielle Effekte bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten untersuchen lassen.

Im Zentrum des Interesses stehen in dieser Arbeit die dynamischen Vorgänge im Eisenbahnschotter. Hinsichtlich der Modellbildung findet ein Übergang von einer durch zwei Parameter beschriebenen viskoelastischen Bettung zu einer Abbildung des Schotters in Form von einzelnen gedrunenen Dehnstäben statt. Diese Stäbe liegen auf einer den Untergrund repräsentierenden Halbraumstruktur auf. Den vielen neu hinzukommenden Parametern wie z.B. Dichte, Elastizitätsmodul oder Dämpfungskonstante des Schotters müssen einerseits Werte zugeordnet werden, was beim heutigen Stand des Wissens eine besondere Herausforderung darstellt. Andererseits wirkt sich jedoch die Tatsache vorteilhaft aus, dass nunmehr sämtliche Parameter physikalisch motiviert sind. Ohne solche physikalisch motivierten Parameter ist eine genauere Untersuchung der Vorgänge in Schotter und Untergrund nicht durchführbar.

Als Schlusswort zu *Hauptteil I* sei erwähnt, dass selbst mit der hier erfolgten detaillierteren Schottermodellierung die extrem komplizierten tatsächlichen Verhältnisse unterhalb der Schwellen nur sehr grob approximiert werden. Bei den weitestgehend unbekanntem Materialeigenschaften des Schotters sowie den bislang mathematisch nur unzureichend formulierbaren Randbedingungen zwischen Schwelle, Schotter und Untergrund ist hier noch sehr viel Forschungsarbeit zu

leisten. Insbesondere die Berechnung der auf die Schotterschicht einwirkenden Kraftgrößen ist bei allen derzeitigen Gleismodellen unbefriedigend. Dennoch liefert das beschriebene Gleismodell eine Reihe wertvoller Einsichten in das reale Geschehen, siehe erneut Abschnitt 5.4. Für wissenschaftliche Folgearbeiten ist über den Einsatz von FE-Modellen<sup>1</sup> nachzudenken, da diese eine weitere Verfeinerung der Modellierung zulassen.

Der *Hauptteil II* beschäftigt sich mit der Frage, ob die molekulardynamische Simulation als gänzlich anderer Modellierungsansatz zur Behandlung von Eisenbahnschotter sinnvoll eingesetzt werden kann. Hierzu wird ein ebenes Modell einer einzelnen unterschotterten Schwelle erstellt. Die ersten Simulationsergebnisse sind außerordentlich vielversprechend. Wesentliche Erkenntnisse zur Robustheit des Systemverhaltens und zur Plausibilität der berechneten Funktionsverläufe sind in Abschnitt 9.5 aufgeführt.

Ein Übergang auf eine räumliche Modellierung ist natürlich anzustreben. Bisher sind allerdings entsprechende Algorithmen zur Berechnung der Durchdringungsvolumina eckiger Geometrien sowie leistungsfähige Auswerte- und Visualisierungswerkzeuge noch nicht ausreichend entwickelt bzw. viel zu rechenzeitaufwändig. Eine 3D-Modellierung einer unterschotterten Schwelle wird deshalb in den nächsten Jahren nicht realisierbar sein.

Rechenzeitprobleme treten bereits im ebenen Fall bei der Behandlung des Langzeitverhaltens auf. Ein gangbarer Weg könnte hier eine auf kurzzeitdynamische Analysen begründete Verschleißvorhersage sein. Beispielhaft wäre eine Auswertung der Kontaktkräfte oder der Reibarbeiten denkbar. Es ist jedoch hierbei zu prüfen, ob sich die während der ersten Achsüberrollungen registrierten Prozesse in die Zukunft extrapolieren lassen. Als interessante Einsatzgebiete der vorgestellten Modellierung sind denkbar:

- Eine Optimierung der Schwellengeometrie, der Schotterschichtdicke, der Untergrundsteifigkeit oder der Schottersteinform — Zielgrößen wären z.B. eine möglichst geringe Setzung insgesamt oder eine möglichst geringe Streuung der Setzungen,
- die Verbesserung von Stopfverfahren,
- Untersuchungen zur Auswirkung von Hohllagen, insbesondere eine Analyse der Folgen eines schlagartigen Auftreffens der Schwelle auf den Schotter,
- die Berechnung von Verschiebewiderständen,
- eine Optimierung von Unterschottermatten oder Schwellenbesohlungen oder

---

<sup>1</sup>Vergleiche kritische Bewertung in Abschnitt 2.1.

## 10 Zusammenfassung und Synthese der Hauptteile I und II

- Studien zur Schotterverflüssigung bei hochfrequenter Schotterschichtenanregung, wie sie z.B. auf Brücken oder bei hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten auftreten kann.

Obwohl die Simulationsergebnisse recht robust hinsichtlich einer Variation der Kontaktgesetzparameter sind, ist dennoch eine Verfeinerung der Kontakt- und Geometriemodellierung anzuraten. Die zahlreichen, im Kontaktgesetz enthaltenen Annahmen lassen sich durch experimentelle Untersuchungen am Stein-Stein-Kontakt und durch FE-Berechnungen validieren bzw. anpassen. Zusätzliche Vergleiche mit Triaxialtests oder Schotterkastenversuchen sind erforderlich, um eine qualitativ richtige Beschreibung der Realität sicherzustellen. Überdies wären theoretische und experimentelle Arbeiten wünschenswert mit dem Ziel, Kornabrieb und Kornbruch in den Simulationen richtig zu erfassen.

Während das in Hauptteil I vorgestellte Verfahren kaum noch erweiterbar ist, liegt in der MD-Simulation ein hohes Potenzial für zukünftige Forschungsaktivitäten. Eine alternative Verwendung kontinuumsmechanischer Modelle versagt bei vielen der oben aufgelisteten Einsatzgebiete. Methoden, die auf der Formulierung von Komplementaritätsbedingungen fußen [82] und zumeist einen geringeren numerischen Aufwand erfordern, sind u.a. wegen der Einschränkungen bei der Kontaktgesetzformulierung bisher nicht konkurrenzfähig: Eine elastische Verformung der Steine ist ebenso schwer realisierbar wie die Anordnung von viskosen Dämpfern in den Kontaktstellen. Die gleichen Einschränkungen existieren auch bei sehr schnellen, speziell für Starrkörper entwickelten Vielkörperalgorithmen [76].

Zum Abschluss steht noch der Versuch einer *Synthese der beiden Hauptteile I und II* aus. In absehbarer Zeit wird es wohl aus Rechenzeitgründen nicht gelingen, Gleismodelle zu untersuchen, bei denen die gesamte Schotterschicht — und mit ihr wohl auch viele weitere Gleiskomponenten — mittels MD-Simulation behandelt werden. Da ein solches Gleismodell jedoch Voraussetzung für eine Bestimmung der Fahrzeug-Fahrweg-Interaktion ist, erscheint in den nächsten Jahren die Durchführung von Co-Simulationen der einzige sinnvolle Weg: Hierbei liefert ein grobes Modell des Rad-Schiene-Systems z.B. im Falle einer Hohllage die Aufprallgeschwindigkeit der Schwelle auf die Schotterschicht. Anschließend zeigt die MD-Simulation, wie sich ein solcher Stoßvorgang u.a. auf die Kraftspitzen und die damit verbundenen Abplatzungen auswirkt. Durch sequentielle Berechnung der Fahrzeug-Fahrweg-Dynamik einerseits und der Belastungen und Umlagerungen in der Schotterschicht andererseits lassen sich in einer Rückkopplungsschleife Langzeitveränderungen für einen speziellen Gleisabschnitt vorhersagen, siehe Abbildung 10.1. Dem Ausgangsmodell können z.B. eine realitätsnahe Hohllagenverteilung oder andere Inhomogenitäten in der Gleisstruktur zugewiesen werden. Es sei allerdings betont, dass für das grobe Modell des Rad-Schiene-Systems Zeitbereichsverfahren dem im Hauptteil 1 vorgestellten Frequenzbereichsverfahren

ren vorzuziehen sind. Denn nur diese ermöglichen eine Berücksichtigung von Nichtlinearitäten und Abweichungen im periodischen Gleisaufbau.

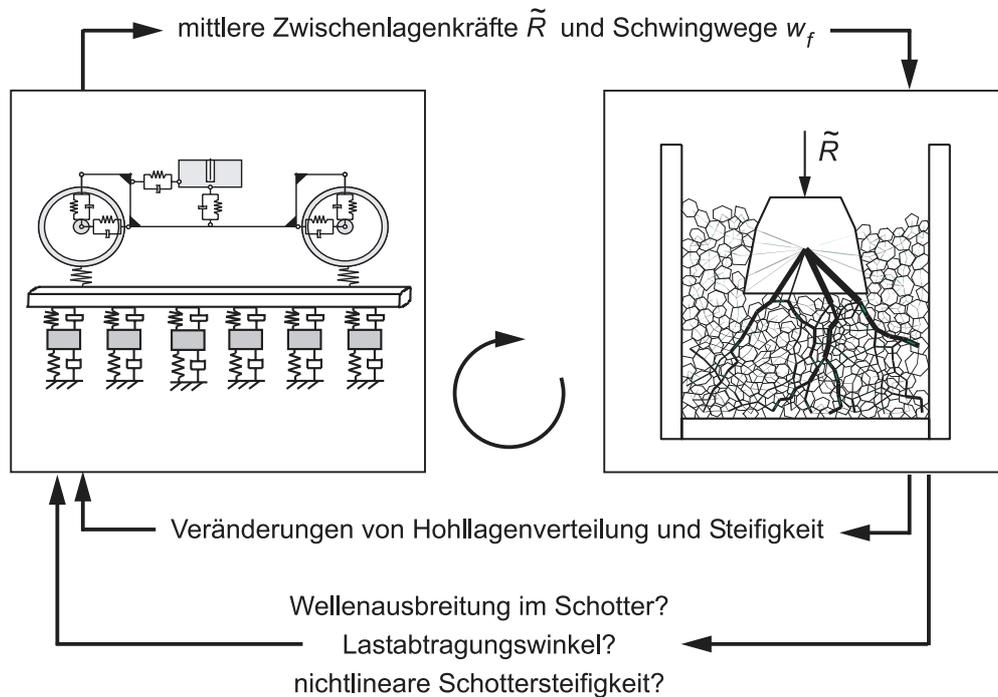


Abbildung 10.1: Möglichkeiten der Kombination der Verfahren aus Hauptteil I und II.

Eine weitere Möglichkeit der Kombination der in den beiden Hauptteilen vorgestellten Verfahren besteht in einem einseitigen Informationsaustausch. So wurde bereits in dieser Arbeit die Software TTI zur Bestimmung der bei der MD-Simulation benötigten Eingangsgrößen Zwischenlagenkraft  $\tilde{R}(t)$  und Untergrundverschiebung  $w_f(t)$  herangezogen. In ähnlicher Weise lassen sich aber auch mittels auf der MD-Simulation basierender Studien wichtige Informationen bezüglich einer korrekten Schotterabbildung im Fahrzeug-Fahrweg-Modell gewinnen, siehe erneut Abbildung 10.1. Wissenslücken, z.B. die Höhe des Lastabtragungswinkels, die Streuung der Eigenschaften der einzelnen 'Schotterblöcke', die nichtlineare Schottersteifigkeit oder die Frage betreffend, ob es im Schotter zu einer Wellenausbreitung kommt, können so geschlossen werden.

# 11 Anhang

## 11.1 Daten der verwendeten Modelle

Die Daten für das Gleismodell sind in Anlehnung an den DFG-Referenzdatensatz A ausgewählt worden, der im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms 1015 'Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund' erstellt wurde. Unter der Adresse <http://ice.fb12.tu-berlin.de/gleisdaten/> ist er im Internet einsehbar. Für die Schiene ergeben sich die in Tabelle 11.1 aufgeführten Zahlenwerte.

Tabelle 11.1: Daten der Schiene - UIC60.

Elastizitätsmodul	$E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Schubmodul	$G = E/(2 + 2\nu) = 0.81 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$
Flächenträgheitsmoment um $y$ -Achse	$I = 3.055 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$
Querschnittsfläche	$A = 7.69 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
Materialdichte	$\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$
Querkontraktionszahl	$\nu = 0.3$
Schubfaktor	$\kappa = 0.29$
Schubsteifigkeit	$\bar{k} = \kappa GA = 1.81 \cdot 10^8 \text{ N}$
Schwellenabstand	$L = 0.6 \text{ m}$

Die von der DB-AG eingesetzten Zwischenlagen unterscheiden sich in ihrem Steifigkeits- und Dämpfungsverhalten sehr. Während auf vielen älteren Strecken die Zw 687a mit einer Steifigkeit von  $q_p \approx 5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$  verwendet wurde, liegen die Steifigkeiten neuerer, insbesondere für Neubaustrecken entwickelter Zwischenlagen um mehr als den Faktor 10 niedriger [25]. Über die Höhe der Dämpfung ist nur sehr wenig bekannt. Falls in den Simulationen mit konstanten Zwischenlagenparametern gerechnet wird, liegen die in Abbildung 11.1 links angegebenen Werte zugrunde. Andernfalls werden die in [52] veröffentlichten frequenzabhängigen Parameter für die Zwischenlage Zw700 benutzt. Sie sind in der Abbildung 11.1 rechts grafisch dargestellt.

**frequenzabhängige Parameter:**  
(Zw700, Vorlast: 25 kN)

**konstante Parameter:**

Steifigkeit  $c_p = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}$   
Dämpfung  $d_p = 2 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

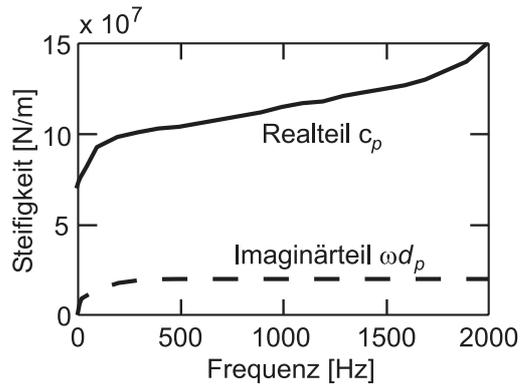


Abbildung 11.1: Daten der beiden verwendeten Zwischenlagenmodelle.

Die Schwellendaten von Tabelle 11.2 entstammen ebenfalls dem DFG-Datensatz. Sehr wenige gesicherte Messwerte bestehen hinsichtlich der Schotterparameter. Die für einen Schotterblock gewählten Größen der Tabelle 11.3 sind insbesondere bezüglich der Dämpfung und des Abtragungswinkels als grobe Schätzung anzusehen. Ähnliche Werte wurden in [53] verwandt.

Tabelle 11.2: Daten der Stahlbetonschwelle B70.

Kenngröße	starr	elastisch
Länge	$l_s = 2.6 \text{ m}$	$l_s = 2.6 \text{ m}$
Masse	$m_s = 305 \text{ kg}$	$m_s = 305 \text{ kg}$
Materialdichte	-	$\rho_s = 3070 \text{ kg/m}^3$
Elastizitätsmodul	-	$E_s = 6.4 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$
Flächenträgheitsmoment um $y_s$ -Achse	-	$I_s = 9.86 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$
Querkontraktionszahl	-	$\nu_s = 0.15$
Schubfaktor	-	$\kappa_s = 0.833$

Als Untergrund stehen drei verschiedene Typen zur Auswahl. Beim homogenen Halbraum weist der Boden die mittlere Scherwellengeschwindigkeit  $c_{s,f2}$  auf. Bei den zwei Schichtungen liegt entweder eine 1 Meter hohe steife Schicht ( $c_{s,f1}$ ) auf einer weichen Schicht ( $c_{s,f3}$ ) oder umgekehrt. Alle drei Materialien haben gleiche Dichte und gleiche Querkontraktionszahl, siehe Tabelle 11.3 Mitte. Die aufgeführten Zahlenwerte wurden im Rahmen eines DFG-Benchmarktests ausgewählt. Werden Schotter und Untergrund gemeinsam durch eine viskoelastische Schwellenbettung wiedergegeben, so finden die Parameter am unteren Ende der Tabelle 11.3 Anwendung.

Tabelle 11.3: Daten des Schotters (modelliert als Dehnstab), der verwendeten Untergrundmodelle sowie der Winklerbettung unterhalb der Schwelle (einfache Modellierung von Schotter und Untergrund.)

Breite des Dehnstabes	$l_b = 2.1 \text{ m}$
Breite der Schwelle (Unterkante)	$b_b = 0.26 \text{ m}$
Länge des Dehnstabes	$h_b = 0.3 \text{ m}$
Abtragungswinkel	$\beta_b = 30.0^\circ$
Materialdichte	$\rho_b = 1800.0 \text{ kg/m}^3$
Elastizitätsmodul	$E_b = 2.0 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$
Dämpfungskonstante	$\gamma_{b1} = 2.0 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}^4$
Scherwellengeschwindigkeit (steif)	$c_{s,f1} = 300.0 \text{ m/s}$
Scherwellengeschwindigkeit (mittel)	$c_{s,f2} = 200.0 \text{ m/s}$
Scherwellengeschwindigkeit (weich)	$c_{s,f3} = 150.0 \text{ m/s}$
Querkontraktionszahl	$\nu_f = 0.25$
Materialdichte	$\rho_f = 1700.0 \text{ kg/m}^3$
Lastfläche	$A_f = 2.8 \text{ m} \cdot 0.49 \text{ m}$
Steifigkeit	$c_{bf} = \tilde{c}_{bf} \cdot l_s = 1.5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$
Dämpfung	$d_{bf} = \tilde{d}_{bf} \cdot l_s = 8.0 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

Die Tabelle 11.4 enthält neben der linearisierten Kontaktsteifigkeit lediglich die zur Beschreibung des 3-Massen-Oszillators aus Abbildung 3.6 benötigten Parameter. Da die komplexeren Fahrzeugmodelle in dieser Arbeit selten verwendet werden und zu ihrer Beschreibung sehr viele Daten notwendig sind, werden ihre Parameter nicht aufgeführt. Sie können der Literatur entnommen werden [59].

Tabelle 11.4: Kontaktsteifigkeit und Fahrzeugdaten.

Kontaktsteifigkeit	$c_c = 5.83 \cdot 10^9 \text{ N/m}$
Masse des Wagenkastens	$m_w = 4.9 \cdot 10^4 \text{ kg}$
Sekundärfedersteifigkeit	$c_2 = 5.55 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
Sekundärfederdämpfung	$d_2 = 2.0 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
Masse des Drehgestells	$m_{bo} = 2.38 \cdot 10^3 \text{ kg}$
Primärfedersteifigkeit	$c_1 = 7.66 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
Primärfederdämpfung	$d_1 = 1.2 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
Masse des Radsatzes	$m_{ws} = 1.58 \cdot 10^3 \text{ kg}$

## 11.2 Mathematische Behandlung der elastischen Schwelle

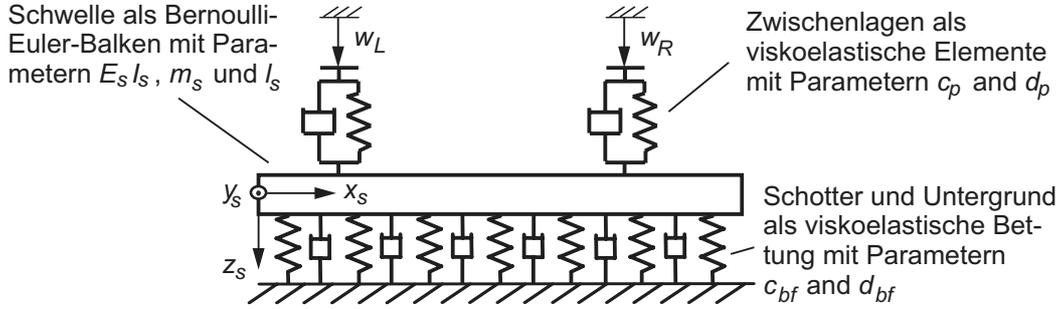


Abbildung 11.2: Schienenbettung mit elastischer Schwelle.

Im Folgenden wird die in Abschnitt 4.3 eingeführte äquivalente Steifigkeit  $\chi_{equi}(\bar{\Omega})$  für die in Abbildung 11.2 dargestellte Modellierung einer einzelnen Stützstelle hergeleitet. Unter Verwendung der Bernoulli-Euler-Balkentheorie gilt für die Schwellenauslenkung  $w_s$

$$E_s I_s \frac{\partial^4 w_s(x_s, t)}{\partial x_s^4} + m_s / l_s \frac{\partial^2 w_s(x_s, t)}{\partial t^2} + d_{bf} \frac{\partial w_s(x_s, t)}{\partial t} + c_{bf} w_s(x_s, t) = R_L(t) \cdot \delta(x_s - x_{s,L}) + R_R(t) \cdot \delta(x_s - x_{s,R}) . \quad (11.1)$$

Hierbei hängen die bei  $x_s = x_{s,L/R}$  wirkenden beiden Zwischenlagenkräfte  $R_{L/R}$  von den Schienenverschiebungen  $w_{L/R}$  und den Schwellenauslenkungen  $w_{s,L/R}$  am Ort der Zwischenlagen ab,

$$R_{L/R}(t) = c_p \cdot (w_{L/R} - w_{s,L/R}) + d_p \cdot \left( \frac{dw_{L/R}}{dt} - \frac{dw_{s,L/R}}{dt} \right) . \quad (11.2)$$

Sämtliche weitere Systemgrößen sind im Abschnitt 11.1 erläutert. Zusätzlich ergeben sich aufgrund der freien Schwellenenden die vier Randbedingungen

$$\left. \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_s^2} \right|_{x_s=0, l_s} = 0, \quad \left. \frac{\partial^3 w_s}{\partial x_s^3} \right|_{x_s=0, l_s} = 0 . \quad (11.3)$$

Die kinematische Anregung kann sowohl symmetrisch als auch antisymmetrisch sein,

$$w_L(t) = \pm w_R(t) = \hat{w} \cdot \exp(i\bar{\Omega}t) . \quad (11.4)$$

Zur Berechnung von  $\chi_{equi} = \hat{R}_L / \hat{w}_L = \hat{R}_R / \hat{w}_R$  wird zuerst die Zeit eliminiert,

$$w_s(x_s, t) = \hat{w}_s(x_s) \cdot \exp(i\bar{\Omega}t) , \quad (11.5)$$

## 11 Anhang

wobei  $\hat{w}_s(x_s)$  eine komplexe Schwingungsamplitude darstellt. Anschließend erfolgt eine Laplace-Transformation bezüglich  $x_s$ <sup>1</sup>,

$$A_{w_s}(s) = \int_0^{+\infty} \hat{w}_s(x_s) \cdot \exp(-sx_s) dx_s. \quad (11.6)$$

Die resultierende algebraische Gleichung enthält die vier 'räumlichen Anfangsbedingungen'  $\hat{w}_S(0)$ ,  $\hat{w}'_S(0)$ ,  $\hat{w}''_S(0)$  und  $\hat{w}'''_S(0)$ . Die Striche kennzeichnen Ableitungen nach  $x_s$ . Als weitere Schritte schließen sich an:

- Zunullsetzen von  $\hat{w}''_S(0)$  und  $\hat{w}'''_S(0)$  aufgrund der Randbedingungen 11.3 für  $x_s = 0$ ,
- Durchführung der Laplace-Rücktransformation unter Verwendung einer Partialbruchzerlegung,
- Bestimmung von  $\hat{w}_S(0)$  und  $\hat{w}'_S(0)$  aus den Randbedingungen 11.3 für  $x_s = l_s$ ,
- Formulierung der Schwellenauslenkungen  $w_{s,L/R}$  als Funktion der Kraftamplituden  $R_{L/R}$  und letztendlich
- Berechnung von  $\chi_{equi}(\bar{\Omega}) = \hat{R}_L / \hat{w}_L$  unter Zuhilfenahme der Gleichung 11.2.

### 11.3 Informationen zum Programm TTI

Im Zuge dieser Arbeit wurde das Programm Train Track Interaction (TTI) erstellt, welches die mathematische Behandlung sehr vieler verschiedener Modellierungen von Rad-Schiene-Systemen ermöglicht. Dass die Algorithmen in der Programmiersprache C umgesetzt wurden, bleibt dem Benutzer verborgen. Er kann vielmehr auf eine komfortable grafische Oberfläche zugreifen, die auf der leistungsstarken Software MATLAB basiert. Das bei Aufruf des M-Files `tti.m` erscheinende Hauptfenster ist in Abbildung 11.3 wiedergegeben. Es leitet den Benutzer durch ein Geflecht weiterer Unterfenster. Die zahlreichen, hierbei zu tätigen Eingaben sind zumeist selbsterklärend, andernfalls öffnen sich spezielle Informationsfenster. Nahezu alle Eingabegrößen werden auf ihre Plausibilität hin überprüft, so dass ein Start des Berechnungsprogramms `tti.exe` mit einem fehlerhaften Parametersatz nur sehr selten auftritt.

---

<sup>1</sup>Ein solches Vorgehen mag ungewöhnlich erscheinen. Es hat aber im Vergleich zur konventionellen modalen Betrachtung der Schwelle drei massive Vorteile: 1) Die Lösung ist exakt, entsprechend einer Berücksichtigung unendlich vieler Moden; 2) eine bei komplexeren Modellen extrem aufwändige Bestimmung der Moden entfällt; 3) Dämpfung verursacht im Algorithmus keinerlei Probleme.

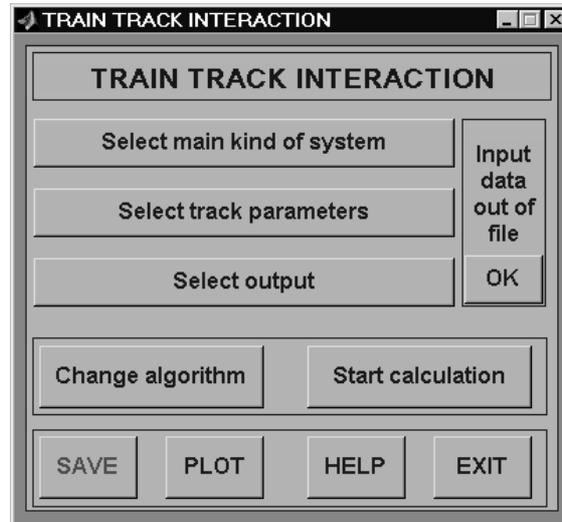


Abbildung 11.3: Startfenster der grafischen Benutzeroberfläche von TTI.

Die wesentliche Funktion der grafischen Benutzeroberfläche liegt in der Vereinfachung der Spezifizierung des zu berechnenden Modells. In welcher Weise das Fahrzeug-Fahrweg-Modell sukzessive definiert wird, zeigt Abbildung 11.4 im oberen Bereich.

Hinsichtlich der Modellierung des Fahrzeugs stehen in erster Linie die in Abbildung 3.6 enthaltenen Modelltypen zur Auswahl. Die Beschreibung der komplexeren Fahrzeugmodelle mit elastischen Komponenten erfordert hierbei die Bereitstellung besonderer Dateien, deren Aufbau in den Beispiel-ASCII-Dateien `vehicle_data.example` und `vehicle_om_data.example` erläutert ist.

Abbildung 11.4 lässt erkennen, dass in der Software TTI dem Fahrweg die wesentliche Bedeutung zukommt. Dem Anwender ist neben der Untersuchung des Gesamtsystems 'Fahrzeug auf Gleis' auch einer Beschränkung seiner Studien auf ein durch Kräfte belastetes Gleis oder eine einzelne Lagerstelle der Schienen möglich. Als Fahrwegtypen sind das Schottergleis und die Feste Fahrbahn behandelbar. Obwohl die in Abschnitt 4 beschriebenen Algorithmen speziell für periodische Strukturen entwickelt wurden, lässt sich überdies durch Verschmieren der in den diskreten Schienenlagern übertragenen Kräfte ein Schottergleis mit kontinuierlicher Schienenlagerung nachbilden. Sämtliche Modelle sind auf die Vertikaldynamik beschränkt.

Für die Fahrweg-Komponenten Schiene, Zwischenlage, Schwelle, Schotter, Betontragplatte und Untergrund stehen jeweils mehrere Modellierungen zur Auswahl:

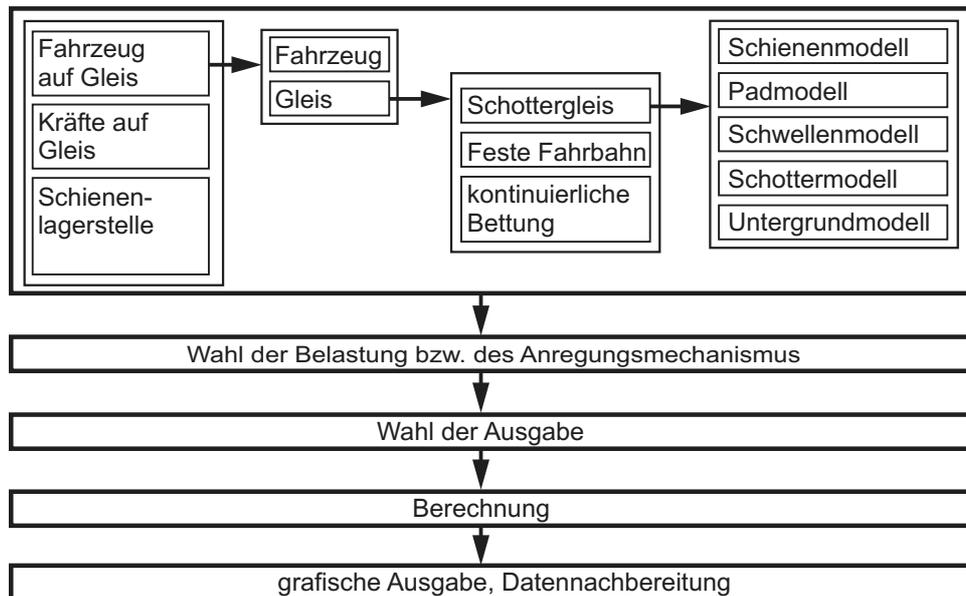


Abbildung 11.4: Modularer Aufbau der Software TTI.

- Modellierung der Schienen als Bernoulli-Euler- oder Timoshenko-Balken.
- Modellierung der Zwischenlagen als lineare, viskoelastische Elemente oder als lineare Elemente mit beliebiger frequenzabhängiger komplexer Steifigkeit. Die Frequenzabhängigkeit kann sowohl durch Angabe einer mathematischen Funktion als auch durch Verwendung einer ASCII-Datei erfolgen, deren Struktur in der Datei `pad_data.example` erläutert wird.
- Modellierung der Schwelle als Starrkörper oder Bernoulli-Euler- oder Timoshenko-Balken.
- Berücksichtigung des Schotters in Form einer Winklerbettung, eines Masse-Feder-Dämpfer-Systems oder eines gedrunenen Dehnstabes.
- Im Falle der Festen Fahrbahn: Modellierung der Betontragplatte als unendlich langer Bernoulli-Euler- oder Timoshenko-Balken.
- Abbildung des Untergrundes durch einen Halbraum oder einen geschichteten Halbraum. Die benötigten Nachgiebigkeitsfrequenzgänge müssen in einem speziellen Format vorliegen, welches der Datei `subsoil_data.example` entnommen werden kann.

Wird als Hauptsystem ein vollständiges Fahrzeug-Fahrweg-System analysiert, so muss des Weiteren die Anregung näher spezifiziert werden. Die in TTI imple-

mentierten Anregungsmechanismen sowie die zwei unterschiedlichen Anregungsformen sind in Abschnitt 3.4 aufgeführt. Die vereinfachte Anregungsform 2 ist automatisch angewählt, wenn die Fahrzeuggeschwindigkeit auf den Wert  $v = 0$  gesetzt wurde. Bei der Anregungsform 1 können neben der Schwellenüberrollung weitere Anregungsquellen simultan wirken. Zur Behandlung von Unwuchten bedarf es einer Eingabe-Datei, siehe `unbal_om.example`.

Die Abbildungen 11.3 und 11.4 zeigen auf, dass nach erfolgter Spezifizierung des Systems die zu berechnenden Ausgabegrößen angegeben werden müssen. Die bei den drei Hauptgruppen angebotenen physikalischen Größen sind in Abbildung 11.5 zusammengestellt. Viele dieser Größen kann man sich sowohl als Zeitfunktion, Frequenzgang oder Funktion des Ortes bei festgehaltener Zeit bestimmen lassen.

#### Hauptsystem 1: Fahrzeug auf Gleis

- Kontaktkräfte, Kontaktpunktverschiebungen,
- Querkräfte und Biegemomente in Schienen und Schwellen,
- R-, S- und T-Kräfte,
- Auslenkung von Schienen, Schwellen und Untergrund.

#### Hauptsystem 2: Kräfte auf Gleis

- (Dispersionsrelationen,)
- Querkräfte und Biegemomente in Schienen und Schwellen,
- R-, S- und T-Kräfte,
- Auslenkung von Schienen, Schwellen und Untergrund.

#### Hauptsystem 3: Schienenlagerstelle

- Eigenfrequenzen, Eigenformen,
- dynamische Steifigkeit.

Abbildung 11.5: Ausgabegrößen der Software TTI.

Anschließend ist noch der Berechnungsalgorithmus auszuwählen. Während das Verfahren 'Direct Integration' sehr zuverlässig zum richtigen Ergebnis führt, lässt ein alternatives, auf dem Residuensatz beruhendes Vorgehen zwar eine außerordentlich schnelle Berechnung zu, die aber gelegentlich fehlerbehaftet und auch nicht bei sämtlichen Modellvarianten durchführbar ist. Bei beiden Algorithmen kann sich der Benutzer zwischen drei Genauigkeitsstufen entscheiden.

Ein Mausklick auf das Feld 'Start calculation' — siehe Abbildung 11.3 — bewirkt sodann, dass unter MATLAB eine Datei `input_data.dat` erstellt wird, die dem Programm `tii.exe` als Eingabe dient. Während `tii.exe` läuft, erscheinen Programmausgaben auf dem MATLAB-Terminalfenster. Außerdem erzeugt `tii.exe` bei einem auftretenden Fehler die Datei `tii_error` und zum Programmende die Datei `done`.

Diese beiden Dateien dienen der MATLAB-Oberfläche zur Erkennung des aktuellen Berechnungsstatus. Im Falle eines korrekten Ergebnisses werden die von `tti.exe` erstellten ASCII-Dateien, in denen die zuvor angewählten Ausgabegrößen abgespeichert sind, namentlich genannt. Der Benutzer kann sie sodann mit der SAVE-Option abspeichern oder mit einem im Leistungsumfang von TTI enthaltenen PLOT-Werkzeug visualisieren. Natürlich ist auch eine Verwendung der Daten in anderen Programmen wie z.B. EXCEL oder GNU PLOT denkbar<sup>2</sup>.

## 11.4 Informationen zum Programm BALLAST

Im Gegensatz zur Software TTI handelt es sich beim Programm BALLAST um keine Neuprogrammierung. Es stellt vielmehr eine Anpassung bzw. Erweiterung eines am Institut für Computeranwendungen der Universität Stuttgart in der Programmiersprache Fortran 90 realisierten Simulationswerkzeuges dar. Aufgrund seiner bewegten Entstehungsgeschichte weist BALLAST eine Reihe von Schwächen auf: Die einzelnen Unterprogramme sind auf verschiedene Quelltextdateien verteilt, wobei ein modulares Konzept mit wohl definierten Schnittstellen kaum zu erkennen ist. Für die Verbesserungswürdigkeit der Programmstruktur sprechen zudem die hohe Anzahl an globalen Variablen und die statische Speicherverwaltung. Obwohl die im Folgenden zusammengetragenen Informationen für eine Befähigung zu einer problemfreien Nutzung von BALLAST sicherlich nicht ausreichen<sup>3</sup>, sollen sie dennoch zur Vermeidung einer Vielzahl möglicher Komplikationen beitragen.

Die Modellspezifikation erfolgt in erster Linie mittels der Eingabe-ASCII-Datei `pinput`, deren Format auf keinen Fall geändert werden darf. Die meisten Eingabegrößen werden durch die jeweils vorangestellte Textzeile ausreichend erläutert. Da die Simulation nicht automatisch bei Erfüllung eines Abbruchkriteriums stoppt, muss für jede Simulationssequenz, siehe Abbildung 8.1, die Anzahl an Zeitschritten  $\Delta t$  explizit angegeben werden. BALLAST bricht überdies nach jeder Simulationssequenz ab, so dass das Programm neu gestartet werden muss. Hier bietet sich die Verwendung einer Batch-Datei an, siehe `movie.bat`. Als weitere Eingabegrößen enthält `pinput` u.a. Parameter zur Festlegung der geometrischen Abmaße des Modellbereichs sowie der Form und Lage der Schottersteine und der Wandpartikel, Materialwerte für die Schotter- und Wandpartikel, Kontaktgesetzparameter sowie Eingabewerte zur Spezifizierung der Verschleißstärke.

Für eine Variation der Schwellengeometrie, des Verschleißgesetzes oder der Kontaktkraftgesetze müssen die Quelltexte in den Dateien `particles.f` und

---

<sup>2</sup>Weitere Hinweise zu TTI liefert ein Bedienungshandbuch. Die Schritte bei der Installation sind der Datei `install.txt` zu entnehmen.

<sup>3</sup>Anzuraten wäre ein eingehendes Studium sämtlicher Quelltexte. Über eine Neuprogrammierung unter Berücksichtigung neuester Programmierstandards ist nachzudenken.

## 11.4 Informationen zum Programm BALLAST

`forces.f` abgewandelt werden. Hinsichtlich der Festlegung der Geometrie ist darauf zu achten,

- dass sich die Körper nach ihrer Erschaffung nicht überlappen,
- dass einzelne Partikel nicht zu klein sind bzw. durch Verschleiß zu klein werden<sup>4</sup>,
- dass einzelne Partikel nicht zu groß sind und<sup>5</sup>
- dass sich keine Partikel mit spitzen Winkeln ergeben.

Wird gegen eine dieser Forderungen verstoßen, kann es zu explosionsartigen Partikelbewegungen kommen, sobald an einem bisher falsch berechneten oder unerkannt gebliebenen Kontakt eine sehr große Kontaktkraft festgestellt wird. Ähnliche Effekte können aber auch durch eine ungünstige Kontaktgesetzformulierung verursacht werden. Jede Änderung der Kontaktgesetze sollte mit größter Sorgfalt auf ihre Auswirkungen hin untersucht werden. Abzuklärende Aspekte sind u.a.:

- Kommt das System bei statischer Belastung zur Ruhe ( $E_{kin} \rightarrow 0$ )? Ist hierbei die Tangentialkraft  $F_T$  nahezu konstant und an den meisten Kontakten deutlich unterhalb ihres Maximalwertes ( $F_T < \mu F_N$ )?
- Wurde ein ausreichend kleiner Zeitschritt gewählt? Führt eine Halbierung des Zeitschrittes demnach zu keiner qualitativen Veränderung des Systemverhaltens?
- Bewirkt eine Erhöhung der Lehrschen Dämpfungsmaße  $D_N$  und  $D_T$  eine schnellere Abnahme von  $E_{kin}$ ?

Sämtliche Fragen sollten eindeutig mit 'ja' beantwortet werden können. Bei Unstimmigkeiten ist eine aufwändige Analyse der Kontaktkräfte an einer einzelnen Kontaktstelle anzuraten. Wenn sich aufgrund eines ungünstigen Kontaktgesetzes Instabilitäten ergeben, wird dieses anhand der beim Integrationsverfahren durchgeführten Anzahl  $n_{iter}$  an Korrektor-Iterationen deutlich. Der auf dem Terminal ausgegebene Maximalwert sollte bei  $n_{iter} = 2$  liegen.

Die Anregung wird aus den Dateien `v1_point_s1.dat` (Zwischenlagenkraft) bzw. `grd_velocity.dat` (Bewegung der Untergrundplatte) eingelesen oder in den Quelltexten durch mathematische Funktionen definiert. Durch Aufruf der bereits erwähnten Batch-Datei `movie.bat` wird das Programm BALLAST sodann mehrfach sukzessive gestartet. Als Ausgabe speichert es zum einen in regelmäßigen

---

<sup>4</sup>Es könnte sonst eine Durchdringung zweier Körper auftreten, die eine fehlerhafte Berechnung der Überlappungsfläche zur Folge haben kann.

<sup>5</sup>Ist der Schwerpunktabstand zweier sich berührender Körper größer als der in `pinput` anzugebende Wert  $plp$ , wird ein entsprechender Kontakt evtl. nicht erkannt.

## 11 Anhang

Abständen (siehe Variablen *npic* in *pinput*) die zur bildlichen Darstellung der Modellkonstellation benötigten Geometriedaten sowie die Kräfte in der Bilddatei *figures.dat* ab. Sie kann unter MATLAB mit dem M-File *make\_movie.m* u.a. zur Produktion von eps-Dateien oder Filmausschnitten im avi-Format genutzt werden. Hinweise zum Umgang mit *make\_movie.m* enthält die Datei selbst.

Als zweite wichtige Ausgabeinheit verwendet BALLAST die Datei *wear.dat*. In ihr werden die in Abschnitt 8.6 aufgeführten physikalischen Größen protokolliert. Zur Weiterverarbeitung dieser Daten steht das M-File *my\_plot.m* zur Verfügung, welches weitestgehend selbsterklärend ist.

Eine Abfrage des aktuellen Standes einer Simulation kann jederzeit durch eine grafische Darstellung des Inhalts von *wear.dat* erfolgen. Bei einem (ungewollten) Abbruch von BALLAST bewirkt ein Neustart die Fortsetzung der Simulation ab der zuletzt in *figures.dat* abgespeicherten Konstellation. Sie wird aus der Datei *ballast.fig* ausgelesen, die jeweils aktualisiert wird.

# Literaturverzeichnis

- [1] Adam, M., Pflanz, G. und Schmid, G.: *Two- and three-dimensional modelling of half-space and train-track embankment under dynamik loading*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering (to be published).
- [2] Alva-Huarta, J. E. und Selig, E. T.: *Permanent strain behavior of railroad ballast*. Proc. of 10th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, Sweden, Vol. 1, S. 543–546, A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1981.
- [3] Anderson, W. F. und Key, A. J.: *Model testing of two-layer railway track ballast*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, S. 317–323. 2000.
- [4] Auersch, L.: *Wave propagation in layered soil: theoretical solution in wavenumber domain and experimental results of hammer and railway traffic excitation*. Journal of Sound and Vibration 173, S. 233-264, 1994.
- [5] Augustin, S.: *Entstehung von Gleisbettwellen*. Eisenbahntechnische Rundschau 48, S. 597 ff, 1999.
- [6] Baesler, M. und Rücker, W.: *Track settlement due to cyclic loading*. In: Popp, Schiehlen (Hrsg.): System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade, Lecture Notes of Applied Mechanics, Springer-Verlag, to appear.
- [7] Banverket: *High speed lines on soft ground: evaluation and analyses of measurements from the West Coast line*. Swedish National Rail Administration, Sweden, 1999.
- [8] Bode, C., Hirschauer, R. und Savidis, S. A.: *Three-dimensional time domain analysis of moving loads on railway tracks on layered soils*. In: Chouw, Schmid (Hrsg.): Wave 2000, Balkema, Rotterdam, S. 3–12, 2000.
- [9] Bogacz, R., Krzyżyński, T. und Popp, K.: *On the generalisation of Mathews' problem of the vibrations of a beam on elastic foundation*. Z. angew. Math. Mech. 69, S. 243-252, 1989.
- [10] Bogacz, R., Krzyżyński, T. und Popp, K.: *On dynamics of systems modelling continuous and periodic guideways*. Arch. Mech. 45, S. 575-593, 1993.

## Literaturverzeichnis

- [11] Bronstein, I. N. und Semenjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Hrsg. von Grosche, G., Ziegler, V. und Ziegler, D., 24. Auflage, BSB Teubner, Leipzig, 1989.
- [12] Budde, U.: *Ergebnisse der Messungen zur Ermittlung der Lagegenauigkeit und der dynamischen Parameter eines Gleises*. Technischer Bericht, Statusseminar V, Spurgeführter Fernverkehr – Rad/Schiene-Technik –, Willingen, 1978.
- [13] Cholet, C., Oviedo, K., Combe, G., Gautier, P. E., Sab, K., Moreau, J. J., Foret, G., Josse, F. und Cleon, L. M.: *Study of the mechanical behaviour of the ballast using discrete approach*. Proc. of 5th World Congress of Railway Research (WCRR), Köln, Germany, 2001.
- [14] Cundall, P. A. und Strack, O. D. L.: *A discrete numerical model for granular assemblies*. Geotechnique, Vol. 29, S. 47–65, 1979.
- [15] Dahlberg, T.: *Some railroad settlement laws - a critical review*. IMechE Journal of Rail and Rapid Transit, Vol. 215, S. 289–300, 2001.
- [16] Darr, E.: *Systemvergleich Schotteroberbau - Feste Fahrbahn*. Der Eisenbahningenieur 49 (4), S. 44–50, 1998.
- [17] Demharter, K.: *Setzungsverhalten des Gleisrostes unter vertikaler Lasteinwirkung*. Mitteilungen des Prüfamtes für Bau von Landverkehrswegen der TU München, Heft 36, 1982.
- [18] Deutsche Bahn AG: *Oberbaurichtlinien für Regelspurbahnen (DS 820)*.
- [19] Dietermann, H.A. und Metrikine, A.V.: *The equivalent stiffness of a half-space interacting with a beam. Critical velocities of a moving load along the beam*. European Journal of Mechanics A/Solids 15, S. 67–90, 1996.
- [20] Dinkel, Jens: *Ein semi-analytisches Modell zur dynamischen Berechnung des gekoppelten Systems Fahrzeug-Fahrweg-Untergrund fuer das Oberbausystem Feste Fahrbahn*. Dissertation, TU München, 2000.
- [21] Dyaljee, V. A.: *Effects of stress history on ballast deformation*. Journal of Geotechnical Engineering 113 (8), S. 909–914, 1987.
- [22] Ebersbach, D. und Müller-Boruttau, F. H.: *Dynamische Wegmessungen im Gleis - eine unverzichtbare Methode zur Auswahl neuer Oberbaukomponenten*. ETR 45, S. 271–280, 1996.
- [23] Eisenmann, J. und Kaess, G.: *Das Verhalten des Schotters unter Belastung*. Eisenbahntechnische Rundschau 29 (3), S. 201 ff, 1980.
- [24] Eisenmann, J.: *Die Weiterentwicklung des Eisenbahn-Oberbaus - Auswirkung auf Langzeitverhalten und Körperschallemission*. ZEV + DET Glasers Annalen 120 (4), S. 128 ff, 1996.

- [25] Eisenmann, J. und Rump, R.: *Ein Schotteroberbau für hohe Geschwindigkeiten*. ETR 46, S. 99–106, 1997.
- [26] ENPC, N.N.: *Micro-scale modelling*. Final report, EUROBALT Task No.2, ENPC, 1993.
- [27] Estradé, J.-M.: *Contribucion al Conocimiento del Mecanismo de Deterioro de la Geometria de la Via por el Analisis del Comportamiento en Rotura de los Materiales que Forman la Capa de Balasto*. Dissertation, Barcelona, 1989.
- [28] Führer, G.: *Gleiskonstruktionen*. Transpress, Verlag für Verkehrswesen, 1987.
- [29] Fröhling, R. D.: *Deterioration of railway track due to dynamic vehicle loading and spatially varying track stiffness*. Dissertation, University Pretoria, 1997.
- [30] Fröhling, R. D.: *Measurement and analysis of differential track settlement*. Tagungsbericht zum Symposium 'Schotteroberbau - Mechanische Modellierung, Laborversuche und Praxis', Berlin, 1999.
- [31] Gear, C. W.: *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Prentice-Hall, 1971.
- [32] Gudehus, G.: *A comprehensive constitutive equation for granular material*. Soils and Foundation, Vol. 36, S. 1–12, 1996.
- [33] Guerin, N., Sab, K. und Moucheront, P.: *Identification expérimentale d'une loi de tassement du ballast*. Can. Geotech. Journal 36, S. 523–532, 1999.
- [34] Guldenfels, R.: *Die Alterung von Bahnschotter aus bodenmechanischer Sicht*. Veröffentlichung des Instituts für Geotechnik der ETH Zürich, vol. 206, vdf Hochschulverlag Zürich, 1996.
- [35] Haberlandt, R., Fritzsche, S., Peinel, G. und Heinzinger K.: *Molekularodynamik*. Vieweg, Braunschweig, 1995.
- [36] Hertz, H.: *Über die Berührung fester elastischer Körper*. Journal für die reine und angewandte Mathematik 92, S. 156–171, 1882.
- [37] Hettler, A.: *Bleibende Setzungen des Schotteroberbaus*. ETR 33, S. 847–853, 1984.
- [38] Hettler, A.: *Schottertriaxialversuche mit statischem und zyklischem Belastungsverlauf*. ETR 36, S. 399–405, 1987.
- [39] Hirschauer, R.: *Kopplung von Finiten Elementen mit Rand-Elementen zur Berechnung der dynamischen Baugrund-Bauwerk-Interaktion*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 2001.
- [40] Holtzendorff, K.: *Ursachen von Schottersetzung und deren Modellierung*. Tagungsbericht zum Symposium 'Schotteroberbau - Mechanische Modellierung, Laborversuche und Praxis', Berlin, 1999.

## Literaturverzeichnis

- [41] Holtzendorff, K.: *Predicting settlements of ballasted tracks due to voided sleepers*. Proc. of 5th World Congress of Railway Research (WCCR), Köln, Germany, 2001.
- [42] Holzlöhner, U.: *Schwingungen des elastischen Halbraumes bei Erregung auf einer Rechteckfläche*. Ingenieurarchiv 38, 1969.
- [43] Huber, G., Prange, B. und Triantafyllidis, Th.: *Dynamische Wechselwirkung von Untergrund und Oberbau*. VDI-Berichte 510, S. 317–322, 1984.
- [44] Igeland, A.: *Dynamic train/track interaction: Simulation of railhead corrugation growth under a moving bogie using mathematical models combined with full-scale measurements*. Dissertation, Division of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1997.
- [45] Jones, C. J. C., Sheng, X. und Thompson, D. J.: *Ground vibration from dynamic and quasi-static loads moving along a railway track on layered ground*. In: Chouw, Schmid (Hrsg.): Wave 2000, Balkema, Rotterdam, S. 83–97, 2000.
- [46] Kaiser, I. und Popp, K.: *Schwingungen und Verschleiß von Fahrwerken*. Zweiter Zwischenbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Po 136/19, 1999.
- [47] Kausel, E.: *An explicit solution for the dynamic loads in layered media*. MIT Report No. R81–13, 1981.
- [48] Kearsley, E. P. und van As, S. C.: *Deterioration of rail track geometry*. Journal of the South African Institution of Civil Engineers 35, S. 1–5, 1995.
- [49] Knothe, K. und Grassie, S. L.: *Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies*. Vehicle System Dynamics 22, S. 209–262, 1993.
- [50] Knothe, K. und Wu, Y.: *Diskret gelagertes Gleis auf geschichtetem Untergrund*. Zwischenbericht zum DFG-Projekt 'Verknüpfung von diskret gelagerten Gleismodellen mit Untergrundmodellen', 1997.
- [51] Knothe, K. und Wu, Y.: *Receptance behaviour of railway track and subgrade*. Archive of Applied Mechanics 68, S. 457–470, Springer-Verlag, 1998.
- [52] Knothe, K. und Ilias, H.: *Simulation der Gleisdynamik bei Verwendung kontinuumsmechanischer Modelle für Zwischenlagen*. Abschlussbericht zum gleichnamigen DFG-Forschungsvorhaben Kn 132/24, 1998.
- [53] Knothe, K. und Wu, Y.: *Simulation des Überrollvorgangs bei diskret gelagerter Schiene*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 412, 1999.
- [54] Knothe, K.: *Gleisdynamik*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2001.
- [55] Knothe, K. und Yu, M.: *Statische und dynamische Eigenschaften von Gummi-Zwischenlagen für Eisenbahnschienen*. Forschung im Ingenieurwesen 66, S. 247–259, 2001.

- [56] Kruse, H. und Popp, K.: *Fahrwegmodelle als periodische Strukturen mit gestörten Parametern*. Erster Zwischenbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Po 136/20, 1997.
- [57] Kruse, H., Popp, K. und Krzyżyński, T.: *On steady state dynamics of railway tracks modelled as continuous periodic structures*. Machine Dynamics Problems 20, S. 149–166, 1998.
- [58] Kruse, H. und Popp, K.: *Zur Modellierung der Gleisdynamik*. Der Eisenbahningenieur 50 (11), S. 39–43, 1999.
- [59] Kruse, H. und Popp, K.: *Fahrwegmodelle als periodische Strukturen mit gestörten Parametern*. Zweiter Zwischenbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Po 136/20, 1999.
- [60] Kruse, H. und Popp, K.: *The influence of wave propagation in the subsoil on the train-track dynamics*. In: Chouw, Schmid (Hrsg.): Wave 2000, Balkema, Rotterdam, S. 171–184, 2000.
- [61] Kruse, H. und Popp, K.: *A modular algorithm for linear, periodic train track models*. Archive of Applied Mechanics 71, S. 473–486, Springer-Verlag, 2001.
- [62] Kruse, H., Popp, K., Matuttis, H.-G. und Schinner, A.: *Behandlung des Schotters als Vielkörpersystem mit wechselnden Bindungen*. Der Eisenbahningenieur 52, Heft 2, S. 30–34, 2001.
- [63] Kruse, H. und Popp, K.: *Investigation of the dynamic behavior of railway ballast using molecular dynamics simulations*. In: Proc. of the International Design Engineering Technical Conference, Paper-No. DETC2001/VIB21502, Pittsburgh, USA, 2001.
- [64] Krzyżyński, T. und Popp, K.: *A mathematical treatise on periodic structures under travelling loads with an application to railway tracks*. Proc. 9th Conf. Mathematics in Industry, Teubner, S. 93–100, 1997.
- [65] Lamb, H.: *On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid*. Trans. Royal Soc. 203, 1904.
- [66] Lammering, R. und Plenge, B.: *Investigations on railway tracks with special emphasis on partially unsupported sleepers due to voids*. Engineering Transactions 48, S. 293–307, 2000.
- [67] Le, R. und Ripke, B.: *Evaluation of the first series of long-term measurements on the Hanover-Berlin high-speed line*. In: Chouw, Schmid (Hrsg.): Wave 2000, Balkema, Rotterdam, S. 183–194, 2000.
- [68] Leykauf, G. und Mattner, L.: *Moderne Fahrweg-Systeme*. Eisenbahntechnische Rundschau (ETR), Vol. 47, S. 133–138, 1998.
- [69] Leykauf, G., Mattner, L. und Steinbeißer, L.: *Schwingungsmessungen mittels Schotter-Meßsteinen*. ETR 47, S. 37–41, 1998.

## Literaturverzeichnis

- [70] Leykauf, G.: *Schotteroberbau und Feste Fahrbahn im Vergleich*. ETR 48, S. 265–273, 1999.
- [71] Lombaert, G., Degrande, G. und Clouteau, D.: *Deterministic modelling of free field traffic induced vibrations*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 19, S. 473–488, 2000.
- [72] Mattner, L.: *Analyse von Versuchen mit Eisenbahnschotter und Simulationsberechnung der Gleislageverschlechterung unter einem oftmals überrollenden Rad*. Mitteilungen des Prüfamtes für Bau von Landverkehrswegen der TU München, Heft 47, 1986.
- [73] Mattner, L.: *Versuche mit Eisenbahnschotter und Simulationsberechnung zur Beurteilung der Gleislage*. Eisenbahntechnische Rundschau (ETR), Vol. 35, S. 839–846, 1986.
- [74] Matuttis, H.-G.: *Simulations of the pressure distribution under a two dimensional heap of polygonal particles*. Granular Matter, Vol. 1 (2), S. 83–91, 1998.
- [75] Metrikine, A. V. und Popp, K.: *Vibration of a periodically supported beam on an elastic half-space*. European Journal of Mechanics A/Solids 18, S. 679–701, 1999.
- [76] Moreau J. J.: *Unilateral contact and dry friction in finite freedom dynamics*. Non-Smooth Mechanics and Applications, CISM Courses and Lectures 302, Springer-Verlag, Wien, 1988.
- [77] Morys, G. B.: *Zur Entstehung und Verstärkung von Unrundheiten an Eisenbahnrädern bei hohen Geschwindigkeiten*. Dissertation, Universität Karlsruhe (TH), 1998.
- [78] Müller, S.: *Abrollen eines Radsatzes oder eines Drehgestells über eine mit sinusförmigen Profilstörungen versehene Schiene*. Diplomarbeit an der TU Berlin, Institut für Luft- und Raumfahrt, September 1993.
- [79] Müller-Boruttau, F., Ebersbach, D. und Breitsamter, N.: *Dynamische Fahrbahnmodelle für HGV-Strecken und Folgerungen für Komponenten*. ETR 47 (11), S. 696–703, 1998.
- [80] Nackenhorst, U.: *Rollkontaktdynamik - Numerische Analyse der Dynamik rollender Körper mit der Finite Elemente Methode*. Bericht aus dem Institut für Mechanik, Universität der Bundeswehr Hamburg, November 2000.
- [81] Oscarsson, J.: *Dynamic Train/Track/Ballast Interaction*. Licensiate Thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1999.
- [82] Pfeiffer, F. und Glocker, C.: *Multibody dynamics with unilateral contacts*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [83] Popp, K. und Schiehlen, W.: *Fahrzeugdynamik. Eine Einführung in die Dynamik des Systems Fahrzeug-Fahrweg*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1993.

- [84] Popp, K., Kruse, H. und Kaiser, I.: *Vehicle-track dynamics in the mid-frequency range*. Vehicle System Dynamics 31, S. 423–464, 1999.
- [85] Prange, B.: *Resonant column testing of railroad ballast*. Proc. of 10. Intern. Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, 1981.
- [86] Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. und Vetterling, W. T.: *Numerical recipes in C*. Cambridge University Press, 1989.
- [87] Rapaport, D. C.: *The art of molecular dynamics simulation*. Cambridge University Press, 1995.
- [88] Rehfeld, E.: *Untergrundbeschaffenheit - Anforderungen für den Einsatz Fester Bahnbahnen*. Der Eisenbahningenieur 46 (4), S. 258–264, 1995.
- [89] Riessberger, K.: *Frame-sleeper upgrade ballast-track*. Proc. of 5th World Congress of Railway Research (WCRR), Köln, Germany, 2001.
- [90] Ripke, B.: *Gleisexperimente in Calau und ihre numerische Auswertung*. Abschlussbericht zu den Gleisexperimenten auf der DR-Strecke, TU Berlin, 1993.
- [91] Ripke, B.: *Hochfrequente Gleismodellierung und Simulation der Fahrzeug-Gleisdynamik unter Verwendung einer nichtlinearen Kontaktdynamik*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 249, 1995.
- [92] Rücker, W.: *Dynamic interaction of a railroad-bed with the subsoil*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering Conference, Southampton, vol. 2, S. 435-448, 1982.
- [93] Rücker, W. et al.: *A comparative study of results from numerical track-subsoil calculations*. In: Popp, Schiehlen (Hrsg.): System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade, Lecture Notes of Applied Mechanics, Springer-Verlag, to appear.
- [94] Sato, Y., Odaka, T. und Takai, H.: *Theoretical analysis on vibration of ballasted track (in Japanese)*. Railway Technical Research Report 1347, 1987.
- [95] Sato, Y.: *Experimental study of restoration works of settled ballast using scale models*. 4. IHHRC, 1989.
- [96] Sato, Y.: *Japanese studies on deterioration of ballasted track*. Vehicle System Dynamics 24, S. 197–208, 1995.
- [97] Savidis, S.A. und Hirschauer, R.: *Dynamische Steifigkeiten von Schwelensystemen auf geschichtetem Untergrund*. Zwischenbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Sa 310/13-1, 1997.
- [98] Schünemann, A., Augustin, S., Huber, G. und Gudehus, G.: *Sackungen des Schottergleises durch Zugüberfahrten*. Schriftenreihe des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Uni-Bochum, Heft 32, S. 223–239, 2000.

## Literaturverzeichnis

- [99] Schwab, C. A. und Mauer, L.: *An interactive track train dynamics model for investigating system limits in high speed track*. In: Proceedings of 11th IAVSD Symposium, Kingston, Kanada, 1989.
- [100] Selig, E. T.: *Ballast deformation: Its causes and cures*. Railway Track & Structures, S. 25–31, May 1998.
- [101] Shenton, M. J.: *Ballast deformation and track deterioration in track technology*. Proceedings of a Conference organized by the Institution of Civil Engineers and held at the University of Nottingham, 1984, S. 253–265, London, Thomas Telford, 1985.
- [102] Suiker, A. S. J.: *Static and cyclic loading experiments on non-cohesive granular material*. TU-Delft, Report no. 1-99-DUT-1, 1999.
- [103] Suiker, A. S. J., de Borst, R. und Esveld, C.: *Critical behaviour of a Timoshenko beam-half plane system under a moving load*. Archive of Applied Mechanics 68, S. 158–168, 1998.
- [104] Suiker, A. S. J., Metrikine, A. V. und De Borst, R.: *Dynamic behaviour of a layer of discrete particles, part 1: Analysis of body waves and eigenmodes*. Journal of Sound and Vibration 240 (1), S. 1–18, 2001.
- [105] Suiker, A. S. J., Metrikine, A. V. und De Borst, R.: *Dynamic behaviour of a layer of discrete particles, part 2: Response to a uniformly moving, harmonically vibrating load*. Journal of Sound and Vibration 240 (1), S. 19–39, 2001.
- [106] Timoshenko, S.: *Stresses in Rails*. Transactions of the Institute of Ways of Communication, 1915.
- [107] Van den Broeck, P. und de Roeck, G.: *The vertical receptance of track including soil-structure interaction*. In: Frýba, Náprstek (Hrsg.): Structural Dynamics, Eurodyn '99, Balkema, Rotterdam, S. 837–842, 1999.
- [108] Von Estorff, O. und Feruziaan, M.: *FEM and BEM for nonlinear soil/structure interaction analysis*. In: Chouw, Schmid (Hrsg.): Wave 2000, Balkema, Rotterdam, S. 357–368, 2000.
- [109] Winkler, E.: *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit*. H. Dominicus, Prag, 1867.
- [110] Zacher, M. und Reinecke, J.-M.: *Vertikale Kräfte am Oberbau — Messung und Rechnung*. ETR 45, S. 75–82, 1996.
- [111] Zhai, W. und Sun, X.: *A detailed model for investigating vertical interaction between railway vehicle and track*. In: The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks, Proc. 12th IAVSD-Symposium held in Chengdu, China, 1993. Supplement to Vehicle System Dynamics 22, 1994.
- [112] Zimmermann, H.: *Die Berechnung des Eisenbahnoberbaus*. Verlag von Ernst & Korn (Wilhelm Ernst), Berlin, 1888.



# Lebenslauf

Name: Holger Kruse

Geburtsdatum: 31.10.1971

Geburtsort: Hannover

Familienstand: ledig

Eltern: Dr. Walter Kruse  
Gerlinde Kruse, geb. Lemm

Schulbildung: 1978 – 1982 Grundschule Eilvese  
1982 – 1984 Orientierungsstufe Süd Neustadt  
1984 – 1991 Gymnasium Neustadt  
Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Studium: 1991 – 1996 Studium des Maschinenbaus  
an der Universität Hannover  
Schwerpunkte: Mechanik, Regelungs-  
technik, Informatik, Mechatronik  
Abschluss: Diplom

Berufstätigkeit: 1997 – 2002 wissenschaftlicher Mitarbeiter  
am Institut für Mechanik  
der Universität Hannover  
seit 2002 Entwicklungsingenieur bei Bosch  
Rexroth Pneumatics Hannover