

# Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte

Vom  
Fachbereich Physik der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades  
Doktor der Naturwissenschaften  
– Dr. rer. nat. –  
genehmigte Dissertation  
von

Dipl. Phys. Isabella Hapke-Wurst  
geboren am 16.08.1968 in Hannover

Hannover,  
im April 2002

Referent: Prof. Dr. R. J. Haug  
Korreferent: Prof. Dr. E. O. Göbel

Tag der Promotion: 24.01.2002  
Veröffentlichung: April 2002

# Abstract

This thesis focuses on the characterization of InAs self-assembled quantum dots (SAQDs) by means of transport measurements. The quantum dot formation is based on a self-assembling process during the lattice-mismatched epitaxial growth. The resulting very small islands with nanometer dimensions are interesting candidates for studying the electronic properties of zero-dimensional systems.

The structure and the size of the InAs dots are analyzed on reference samples by transmission electron microscopy and atomic force microscopy, respectively. Both methods give results for the dot sizes of about 10-15 nm in diameter and 4 nm in height. The dot density is  $1000 \mu\text{m}^{-2}$ . Additionally, photoluminescence measurements were performed to determine the electronic properties of the SAQDs, especially the bandgap between electrons in the conduction band and holes in the valence band of the quantized dot states.

For the transport measurements the sample device structure is designed as a resonant tunneling diode with a  $40 \times 40 \mu\text{m}^2$  square mesa. A layer of InAs SAQDs as active area is embedded symmetrically in a 10 nm AlAs barrier. Two highly Si-doped GaAs electrodes act as three-dimensional electron reservoirs. By applying a bias voltage on both contacts the quantized energy states of the InAs dots are shifted with respect to the emitter Fermi energy. When the emitter energy matches the energy level of a dot resonant tunneling of electrons through the AlAs barrier is possible and a sharp onset in the tunneling current is observed. The presence of several dots in the barrier gives rise to a sequence of steps in current-voltage characteristics (*IV*-characteristics) with typical step heights of a few tens of pA.

The comparison of samples with different InAs coverages from 1.76 monolayers up to 2.00 monolayers leads to onset voltages of the first current steps in the range of 300 mV down to 0 mV. This dependence can be assigned to a shift of the ground state energy of the quantized dot states in the conduction band with increasing size of the dots. Consistent with transport data, a decrease of the energy gap for higher InAs coverages is observed in photoluminescence measurements on reference samples.

In a magnetic field the degeneracy of the SAQD states is lifted and at low temperatures it is possible to resolve distinct spin states in magneto-transport measurements. In *IV*-characteristics a splitting of each current step into two separate steps can be observed with a voltage difference  $\Delta V$ . The linear increase of  $\Delta V$  with the magnetic field  $B$  is characteristic for Zeeman splitting. By analyzing the measured

energy difference a  $g$  factor for every dot can be determined. The values for  $g$  vary in a range from 0.7 up to 1.4, in contrast to the value  $g = -14.8$  for InAs bulk material. This strong deviation is mainly due to the strong quantization of the SAQDs energy states. We observe an increase of the value of  $g$  for dots with a higher voltage position of the zero-field step, which is correlated to the ground state energy of the corresponding dot. This variation of  $g$  is confirmed by a simple model based on the increasing energy gap between valence band holes and conduction band electrons for smaller dots.

The symmetry of the InAs SAQDs embedded in the AlAs/GaAs matrix is investigated by measuring the Zeeman splitting for different orientations of the magnetic field with respect to the crystallographic axes. A magnetic-field turn from the growth axis into the growth plane leads to an increase of the  $g$  factor of about 30 %. This anisotropy is due to the symmetry of the dot embedded in the AlAs barrier. Additionally, a smaller anisotropy of the  $g$  factor can be observed for tilting the field in the growth plane. This fact may hint to a slightly elongated shape of the dot base. The generalized  $g$  factor tensor can be described by three independent components, one parallel to the growth axis and two in the growth plane.

Measurements in very high magnetic fields up to 28 T confirm that the general properties of the SAQDs like Zeeman spin splitting and the  $g$  factor anisotropy are conserved also in high fields. Nevertheless,  $IV$ -characteristics show a significant change compared with low-field measurements. Up to magnetic fields of 18 T the spin split steps develop into current peaks. The peak that results from resonant tunneling of electrons carrying the majority spin of the partial spin polarized emitter gets enhanced by more than one order of magnitude at 28 T. This can be identified as a Coulomb-interaction effect of the localized charge on the quantum dot and the Landau-quantized electrons at the Fermi energy of the three-dimensional emitter. The strong enhancement of the tunneling current when only the lowest Landau level is occupied can be understood as a magnetic-field induced Fermi-edge singularity. The analysis of the current slope and temperature dependent measurements confirm this classification. A measure for the strength of this interaction is the characteristic edge exponent  $\gamma$ . The experimentally determined exponents  $\gamma$  show a good agreement to values based on theoretical calculations.  $\gamma$  increases up to  $\gamma > 0.5$  for  $B = 28$  T.

As a conclusion, it is shown, that InAs SAQDs embedded in resonant tunneling diodes represent a well suited instrument to promote the understanding of physics in zero-dimensional systems. The analysis of  $IV$ -characteristics provides valuable information about both, structural and electronic properties of the quantum dots.

**Keywords:**

self-assembled dots, resonant tunneling, Fermi-edge singularity

**Schlagworte:**

Selbstorganisierte Quantenpunkte, Resonantes Tunneln, Fermikanten-Singularität

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>11</b>
2.1	Elektronische Eigenschaften 3D-0D . . . . .	11
2.1.1	Vom Festkörper zum künstlichen Atom . . . . .	11
2.1.2	Einfluss eines Magnetfeldes . . . . .	15
2.2	Tunnelphänomene . . . . .	21
2.2.1	Tunneln durch eine Potentialbarriere . . . . .	21
2.2.2	Resonantes Tunneln . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Selbstorganisierte Quantenpunkte</b>	<b>33</b>
3.1	Selbstorganisiertes Wachstum . . . . .	34
3.1.1	Grundlagen . . . . .	34
3.1.2	Wachstumsparameter . . . . .	36
3.1.3	Direkte Struktur-Analysemethoden . . . . .	37
3.2	Untersuchungen zur elektronischen Struktur . . . . .	38
3.2.1	Optische Experimente . . . . .	38
3.2.2	Elektrische Eigenschaften . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Experimentelle Grundlagen</b>	<b>43</b>
4.1	Die InAs Quantenpunkt-Proben . . . . .	43
4.1.1	Herstellung . . . . .	43
4.1.2	Analyse der Quantenpunktstruktur . . . . .	46
4.2	Messaufbau . . . . .	54
4.2.1	Tiefe Temperaturen und hohe Magnetfelder . . . . .	54
4.2.2	Aufnahme der <i>IV</i> -Kennlinien . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Resonantes Tunneln</b>	<b>57</b>
5.1	Charakterisierungsmessungen . . . . .	57
5.2	Resonante Tunnelkennlinien . . . . .	62
5.2.1	Grundlagen . . . . .	62
5.2.2	Kennlinien-Asymmetrie . . . . .	67
5.3	Probensystematik . . . . .	70
5.3.1	Variation des Dotierprofils . . . . .	70
5.3.2	Barrierendicken . . . . .	74

5.4	Einfluss der Quantenpunktgröße . . . . .	75
5.5	Temperaturabhängigkeit . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Resonanter Magnetotransport</b>	<b>83</b>
6.1	Magnetfeld im 3D- und 0D-System . . . . .	83
6.1.1	Oszillation der Emitter-Fermienergie . . . . .	83
6.1.2	Spinaufspaltung im Quantenpunkt . . . . .	88
6.2	Größenabhängigkeit des $g$ Faktors . . . . .	94
6.3	Gedrehte Magnetfelder . . . . .	96
6.3.1	Verhalten des Tunnelstromes . . . . .	96
6.3.2	Anisotropie des $g$ -Faktors . . . . .	99
6.3.3	Winkelabhängigkeit . . . . .	102
6.4	Wechselwirkungseffekte in hohen Magnetfeldern . . . . .	106
6.4.1	Fermikanten-Singularitäten . . . . .	106
6.4.2	Verlauf des Stromes . . . . .	111
6.4.3	Temperaturverhalten . . . . .	112
6.4.4	Exponent $\gamma$ . . . . .	114
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Symbole und Abkürzungen</b>	<b>127</b>
<b>B</b>	<b>Übersicht der Waferstrukturen</b>	<b>131</b>
<b>C</b>	<b>Drehung in hohen Magnetfeldern</b>	<b>133</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die steigenden Anforderungen an die Produkte der Halbleitertechnologie führen zu einer zunehmenden Verkleinerung der integrierten Bauteile. Nach dem Mooreschen Gesetz nimmt alle 18 Monate die Größe eines Bauelementes um die Hälfte ab [1]. Strukturabmessungen bis hinab zu 50 nm sollen in den nächsten Jahren erreicht werden [2]. Dies stellt erhöhte Ansprüche an die verwendeten technologischen Prozesse. Die auftretenden Probleme der zunehmenden Integrationsdichte, z.B. die Auflösungsgrenzen der herkömmlichen lithographischen Prozesse, legen es nahe, eine Reduktion der Strukturgrößen mit neuen Ansätzen zu erzielen.

Darüber hinaus erfordern die stark reduzierten Abmessungen der Bauteile die Berücksichtigung quantenmechanischer Einflüsse, die zu veränderten elektronischen Eigenschaften führen [3]. Dies öffnet den Weg für alternative Konzepte: Durch Ausnutzen der Quantisierungseffekte können Bauelemente entwickelt werden, die im Nanometer-Bereich arbeiten. Als ein Beispiel sei der Einzelelektronen-Transistor genannt, bei dem Schaltvorgänge einzelner Elektronen betrachtet werden [4].

Eine von aufwendigen lithographischen Prozessen unabhängige Methode zur Herstellung sehr kleiner Strukturen ist das sogenannte selbstorganisierte Wachstum. Es basiert auf einer Fehlanpassung der Gitterkonstanten beim Abscheiden eines Halbleiterkristalles auf einem anderen Trägerkristall, z.B. mittels Molekularstrahlepitaxie. Dabei bilden sich auf natürliche Weise und mit hoher Reproduzierbarkeit geordnete Systeme mit Abmessungen im Nanometer-Bereich, in denen stark separierte Energieniveaus vorliegen. Aufgrund ihrer nulldimensionalen Ausdehnung werden diese Strukturen als Quantenpunkte oder künstliche Atome bezeichnet. Derartige selbstorganisierte Quantenpunkte finden Anwendung in Halbleiterlasern, da es möglich ist, sie in großer Anzahl mit hoher Qualität und Uniformität herzustellen [5].

Der erfolgreiche Einsatz zukünftiger Entwicklungen erfordert aber nicht nur die Bereitstellung geeigneter Herstellungsverfahren, sondern auch ein genaues mikroskopisches Verständnis der speziellen physikalischen Eigenschaften. Daher ist es unerlässlich, die Eigenschaften der erzeugten Systeme zu charakterisieren und ein Verständnis der physikalischen Effekte zu erlangen. Selbstorganisiert gewachsene Quantenpunkte sind dabei ein lohnendes Untersuchungsobjekt, da sie von Natur aus eine sehr geringe Größe im Nanometer-Bereich besitzen. Aufgrund dessen sind die interessierenden Quantisierungseffekte stark ausgeprägt. Untersuchungen der La-

Trägerdynamik in diesen Systemen geben nicht nur Einblick in die Gesetze der Quantenmechanik, sondern sind Voraussetzung für den Einsatz als Bauelement.

In Einzelelektronen-Tunnelbauteilen ist eine kontrollierte Manipulation einzelner Ladungen möglich; Elektronen können mit einer hohen Genauigkeit von einer Elektrode zur anderen transferiert werden. In diesem Zusammenhang ist das Studium von Quantenpunkten im Hinblick auf die Entwicklung eines Stromstandards besonders interessant. Bedeutend ist dabei die Verknüpfung der physikalischen Größen mit den Naturkonstanten Elementarladung  $e$  und Planck-Konstante  $h$ , wie im quantenmetrologischen Dreieck in Abbildung 1.1 dargestellt [6]. Der Josephson-Effekt verbindet dabei die Größen Spannung und Frequenz, wobei letztere die mit einer Unsicherheit von  $10^{-14}$  am genauesten darzustellende Größe ist. Der Quanten-Hall-Effekt setzt Spannung und Strom zueinander in Beziehung. In beiden Fällen ist die Proportionalitätskonstante durch fundamentale Größen gegeben. Seit 1990 werden die Einheiten Volt und Ohm durch diese beiden Effekte dargestellt. Die Proportionalitätskonstanten  $K_J = h/2e$  und  $R_J = h/e^2$  wurden festgelegt. Ziel gegenwärtiger Forschungen ist es, das quantenmetrologische Dreieck auf Basis eines Einzelelektronen-Tunnelbauteiles zu schließen. Dann könnte man unter Anwendung des Ohmschen Gesetzes auf der Basis des Einzelelektronen-Tunnelstromes eine Hall-Spannung erzeugen und diese mit der von einem Josephson-Spannungsstandard vergleichen. Auf diese Weise wäre eine absolute Bestimmung der Elementarladung  $e$  möglich.

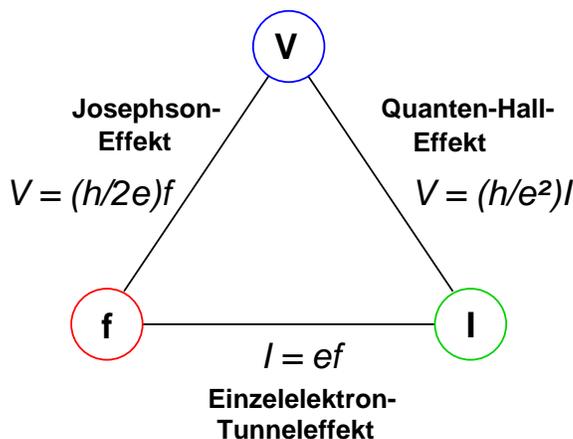


Abbildung 1.1: Das quantenmetrologische Dreieck verbindet die Größen Frequenz, Spannung und Strom durch den Josephson-Effekt, den Quanten-Hall-Effekt und den Einzelelektron-Tunneleffekt.

Einzelelektronen-Tunnelbauteile, wie das Einzelelektronen-Drehkreuz [7] und die Elektronenpumpe [8] werden bereits im Hinblick auf diese Anwendung diskutiert. Daneben bietet das Tunneln durch selbstorganisierte Quantenpunkte einen weiteren Ansatzpunkt auf dem Weg zur Realisierung eines Stromnormals. Der Stromfluss ist dabei zunächst abhängig von den gewählten Parametern während des Wachstums. Da die Molekularstrahlepitaxie eine sehr exakte Wachstumsmethode ist, ist prinzipiell eine hohe Reproduzierbarkeit der Quantenpunkteigenschaften und damit des Strombetrages durch einen einzelnen Quantenpunkt möglich.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt:

In Kapitel 2 werden zunächst einige theoretische Grundlagen zur Beschreibung dreidimensionaler und nulldimensionaler Systeme behandelt. Im zweiten Teil des Kapitels werden Tunnelphänomene vorgestellt und das resonante Tunneln durch einen nulldimensionalen Zustand diskutiert.

Eine allgemeine Übersicht über die Herstellung und die Eigenschaften selbstorganisierter InAs Quantenpunkte wird in Kapitel 3 gegeben. Es werden verschiedene Untersuchungsmethoden und zugehörige Ergebnisse vorgestellt, die die elektronischen Eigenschaften der Quantenpunkte betreffen.

Das Kapitel 4 führt in das Wachstum der dieser Arbeit zugrunde liegenden Proben ein. Dies sind resonante Tunneldioden, die selbstorganisierte InAs Quantenpunkte enthalten. Ergebnisse von Untersuchungen der strukturellen Eigenschaften der Quantenpunkte und eine kurze Darstellung der Durchführung der Transportmessungen runden dieses Kapitel ab.

In Kapitel 5 werden zunächst erste Charakterisierungsmessungen der Quantenpunktproben und zugehöriger Referenzproben diskutiert. Dann werden Strom-Spannungskennlinien vorgestellt und im Hinblick auf die Symmetrie der Diodenstruktur und den Einfluss der Größe der eingebetteten Quantenpunkte diskutiert. Abschließend werden temperaturabhängige Messungen erläutert.

Der Untersuchung des Einflusses eines externen Magnetfeldes auf die resonanten Tunnelprozesse ist das Kapitel 6 gewidmet. Dabei kann zwischen Effekten, die von der Quantisierung der Zuleitungen herrühren, und dem Verhalten der Quantenpunkte im Magnetfeld unterschieden werden. Messungen unter verschiedenen Drehwinkeln der Probe bezüglich der Magnetfeldrichtung liefern Aufschluss über die Symmetrie der Quantenpunkte. Im Anschluss daran wird das Verhalten der resonanten Tunneldioden in hohen Magnetfeldern untersucht. Es wird ein Wechselwirkungseffekt zwischen den Quantenpunkten und den Elektronen in den dreidimensionalen Zuleitungen vorgestellt. Eine quantitative Analyse und ein Vergleich mit theoretischen Berechnungen schließen dieses Kapitel ab.

Teile dieser Arbeit wurden bereits vorab veröffentlicht,  
bzw. zur Veröffentlichung eingereicht:

*Size determination of InAs quantum dots using magneto-tunneling experiments,*  
I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H.W. Schumacher, R.J. Haug, K. Pierz und F.J. Ahlers,  
Semicond. Sci. Technol. 14, L41 (1999).

*Magnetic-field-induced singularities in spin-dependent tunneling through InAs quantum dots,*  
I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A.G.M. Jansen, R.J. Haug und K. Pierz,  
Phys. Rev. B 62, 12621 (2000).

*Photoluminescence Study of InAs/AlAs Quantum Dots,*  
K. Pierz, A. Miglo, P. Hinze, F.J. Ahlers, G. Ade, I. Hapke-Wurst, U. Zeitler und  
R.J. Haug,  
physica status solidi b 224, 119 (2001).

*Resonant Tunneling through InAs Quantum Dots in Tilted Magnetic Fields:  
Experimental Determination of the g-Factor Anisotropy,*  
J.-M. Meyer, I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R.J. Haug und K. Pierz,  
physica status solidi b 224, 685 (2001).

*Singularities in Magneto-Tunneling through InAs Quantum Dots,*  
I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A.G.M. Jansen, R.J. Haug und K. Pierz,  
physica status solidi b 224, 689 (2001).

*Singularities in tunneling through InAs dots in high magnetic fields,*  
I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R.J. Haug, H. Frahm, A.G.M. Jansen und K. Pierz,  
Physica B 298, 272 (2001).

*Spin effects in AnAs quantum dots: Tunneling in tilted magnetic fields,*  
J.-M. Meyer, I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A.G.M. Jansen, R.J. Haug und  
K. Pierz,  
Proceedings of the 25th International Conference on the Physics of Semiconductors,  
Part 1, 845, Springer, Berlin (2001).

*Mapping the g Factor Anisotropy of InAs Self-Assembled Quantum Dots,*  
I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R.J. Haug und K. Pierz,  
eingereicht zur Veröffentlichung bei Physica E.

*Influence of the size of self-assembled InAs/AlAs quantum dots  
on photoluminescence and resonant tunneling,*  
K. Pierz, Z. Ma, I. Hapke-Wurst, U.F. Keyser, U. Zeitler, R.J. Haug,  
eingereicht zur Veröffentlichung bei Physica E.

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

### 2.1 Elektronische Eigenschaften 3D-0D

Die elektronischen Eigenschaften eines Systems sind in starkem Maß von den Leitungselektronen abhängig. Werden diese durch Einschlusspotentiale, sei es durch Reduktion der physikalischen Größe oder durch ein Magnetfeld, in ihrer Bewegung eingeschränkt, müssen quantenphysikalische Prinzipien berücksichtigt werden. In diesem Kapitel werden theoretische Grundlagen zusammengestellt, die zum Verständnis der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Transportexperimente von Nutzen sind. Zunächst wird in Abschnitt 2.1.1 der Weg vom dreidimensionalen (3D) Festkörper bis hin zum nulldimensionalen (0D) Quantenpunkt nachgezeichnet, d.h. erlaubte Elektronenzustände und Zustandsdichten vorgestellt. Die Auswirkungen, die ein externes Magnetfeld mit sich bringt, werden im anschließenden Abschnitt 2.1.2 erläutert.

#### 2.1.1 Vom Festkörper zum künstlichen Atom

Im komplexen Festkörper können die Elektronen – im Gegensatz zu Elektronen im einzelnen Atom mit seinen diskreten Energieniveaus – größere Energiebereiche, die sogenannten Energiebänder, besetzen. Zwischen den Bändern befinden sich Bereiche, in denen keine Elektronenzustände erlaubt sind. Die Beschreibung von Transportexperimenten kann über das Modell freier Elektronen im Festkörper erfolgen, bei dem die Bewegung der Elektronen getrennt von den Atomrümpfen im Kristallgitter betrachtet wird. Der Einfluss der Atomrümpfe äußert sich in der effektiven Masse  $m^*$  der Ladungsträger: Diese bewegen sich im periodischen Potential des Kristallgitters unter Einwirkung elektrischer oder magnetischer Felder mit ihrer effektiven Masse. Bei einer künstlichen Reduktion der Dimensionalität durch eine Einschränkung der Abmessungen des Festkörpers ist die Umkehrung des oben beschriebenen Prozesses zu beobachten: Die Einschränkung der Elektronenbewegung in einzelnen Raumrichtungen führt zur Quantisierung der Energiezustände in diesen Richtungen. Wenn die Bewegung in allen drei Dimensionen stark beschränkt ist, sind die erlaubten Energien wieder vollständig quantisiert. In diesen sogenannten Quantenpunkten (engl. *quantum dots*, im Folgenden auch kurz als „Dots“ bezeichnet) liegen wieder diskrete

Energieniveaus vor. Daher spricht man auch von „künstlichen Atomen“. Ein Maß für die kritische Größe, unterhalb der Quantisierungseffekte beobachtet werden können, ist die de-Broglie Wellenlänge  $\lambda_B$  der Elektronen. Diese hängt von der effektiven Masse  $m^*$  der Ladungsträger und der Temperatur  $T$  ab

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2m^*k_B T}} . \quad (2.1)$$

Für Elektronen in GaAs ( $m^* = 0.067m_e$ ) beträgt z.B. die de Broglie Wellenlänge bei  $T = 10$  K ca. 160 nm. Im Folgenden wird nun kurz der theoretische Hintergrund für den Weg vom dreidimensionalen Festkörper zum nulldimensionalen Quantenpunkt vorgestellt.

### 2.1.1.1 Elektron in drei Dimensionen

Die Schrödinger-Gleichung für ein Elektron in einem Potential  $V(\mathbf{r})$  lautet

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right) \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}) . \quad (2.2)$$

Im Kristallgitter kann man ein periodisches Potential  $V(\mathbf{r})$  ansetzen, also  $V(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r} + \mathbf{r}_n)$ , mit  $\mathbf{r}_n = n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 + n_3\mathbf{a}_3$ . Dabei bezeichnen  $n_i$  natürliche Zahlen und  $\mathbf{a}_i$  die Basisvektoren des Kristallgitters. Nach dem Blochschen Theorem kann die Lösung der Eielektronen-Schrödinger-Gleichung mit periodischem Potential als

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \cdot \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) , \quad (2.3)$$

mit dem Wellenvektor  $\mathbf{k}$  und einem gitterperiodischen Modulationsfaktor  $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{r}_n)$  geschrieben werden. Man erhält eine räumlich modulierte, unendlich ausgedehnte Welle. Aus der Periodizität des Gitters ergibt sich eine Periodizität der Energieeigenwerte  $E(\mathbf{k})$  im Raum der Wellenzahlen  $\mathbf{k}$ , so dass die Betrachtung auf die erste Brillouin-Zone reduziert werden kann. Die Energie  $E(\mathbf{k})$  des Quantenzustandes mit dem Wellenvektor  $\mathbf{k}$  ergibt sich allgemein zu

$$E(\mathbf{k}) = \sum_{i,j} \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_{ij}^*} , \quad (2.4)$$

mit einem effektiven Massentensor mit den Komponenten  $m_{ij}^*$ . Zur Vereinfachung wird hier eine isotrope effektive Masse angenommen, so dass sich die Energie zu

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*} \quad (2.5)$$

vereinfacht.

Im Grundzustand eines Systems mit  $N$  Elektronen in einem Kubus mit Kantenlängen  $L$  entsprechen besetzte Zustände äquidistanten Punkten innerhalb einer Kugel im  $\mathbf{k}$ -Raum. Die Fermienergie ist die Energie an der Oberfläche der Kugel

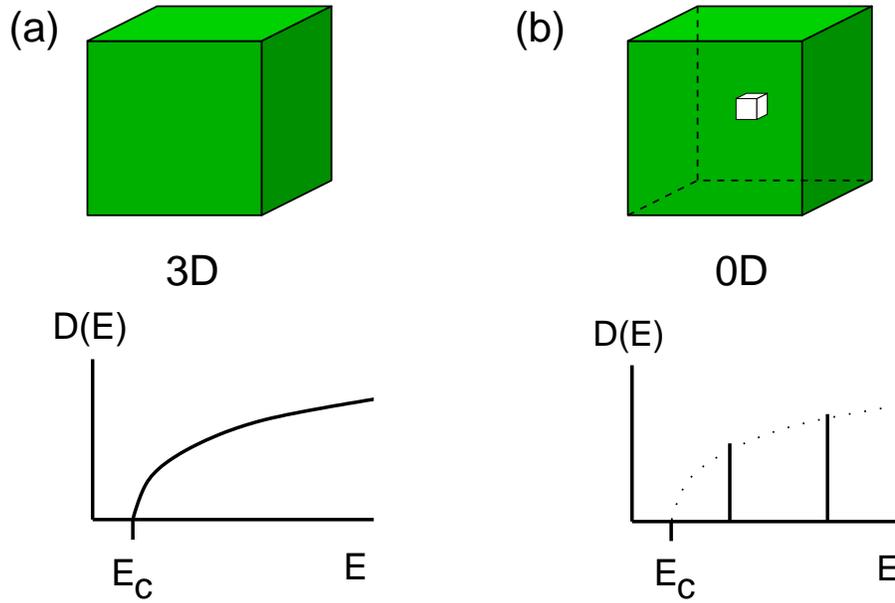


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines (a) dreidimensionalen und (b) nulldimensionalen Systems und der sich jeweils aus der Dimensionalität ergebenden Zustandsdichte.

$E_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_F^2$ . Elektronen, die auf der Fermifläche sitzen, sind besonders wichtig, da nur sie Energie in infinitesimal kleinen Portionen aufnehmen können; sie bestimmen alle Transportgrößen, z.B. die elektrische Leitfähigkeit. Die Gesamtzahl aller Elektronenzustände in einer Kugel vom Volumen  $4\pi k_F^3/3$  ist

$$N = 2 \cdot \frac{4\pi k_F^3/3}{(2\pi/L)^3} . \quad (2.6)$$

Der Faktor 2 berücksichtigt zwei erlaubte Spinzustände. Daraus ergibt sich für die Fermienergie in drei Dimensionen die folgende Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration  $N/\mathcal{V}$  ( $\mathcal{V} = L^3$  ist das betrachtete Volumen):

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{3\pi^2 N}{\mathcal{V}} \right)^{2/3} . \quad (2.7)$$

Damit kann man Werte für die Fermienergie abschätzen, wenn man als Elektronenkonzentration  $N/\mathcal{V}$  die Zahl der Valenzelektronen pro Atom oder die Konzentration von Dotieratomen in einem Halbleiter (siehe Abschnitt 4.1.1) annimmt. Die Zustandsdichte pro Einheitsvolumen gibt die Anzahl der Zustände im Einheitsenergieintervall an. Sie ist proportional zu  $\sqrt{E}$ :

$$D(E) = dN/dE = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{E} . \quad (2.8)$$

Die Abbildung 2.1 (a) veranschaulicht diese wurzelförmige Energieabhängigkeit der Zustandsdichte für einen dreidimensionalen Festkörper.

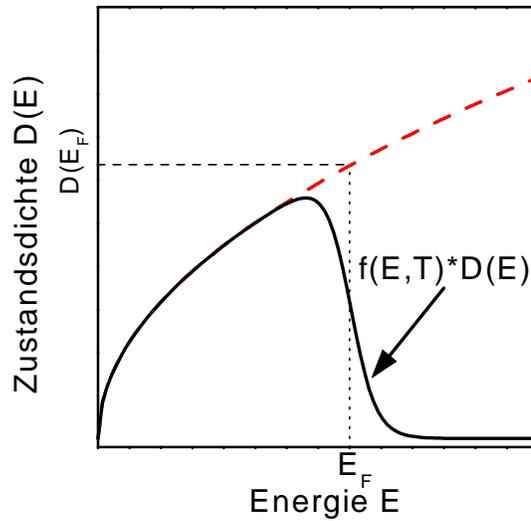


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Dichte von Einteilchenzuständen im dreidimensionalen Festkörper. Die durchgezogene Linie gibt die Dichte der besetzten Zustände bei endlicher Temperatur an.

### Endliche Temperaturen in 3D

Die Zustände, die ein Elektron im Rahmen der Eielektronennäherung im Potentialtopf besetzen kann, sind auf der Energieachse entsprechend der Zustandsdichte  $D(E)$  verteilt. Für Elektronen, oder allgemeiner Fermionen, gilt das Pauliprinzip, d.h., dass für tiefe Temperaturen  $T \rightarrow 0$  alle Elektronen im System die Energiewerte von niedrigen Energien her bis zu einer oberen Grenze, der Fermienergie  $E_F$ , besetzen. Dabei gibt die Fermi-Dirac-Verteilung die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Zustand der Energie  $E$  des Elektronengases im thermischen Gleichgewicht besetzt ist:

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] + 1} . \quad (2.9)$$

Das chemische Potential  $\mu$  ist temperaturabhängig, am absoluten Nullpunkt ist  $\mu = E_F$ . Für Temperaturen größer Null weicht die scharfe Fermikante auf, wie es in Abbildung 2.2 dargestellt ist. Zustände unterhalb von  $E_F$  werden bei endlichen Temperaturen mit gewisser Wahrscheinlichkeit nicht besetzt, während Zustände kurz oberhalb von  $E_F$  eine endliche Besetzungswahrscheinlichkeit erreichen. Das Produkt  $f(E, T) \cdot D(E)$  gibt dann die Dichte der besetzten Zustände in einem dreidimensionalen Elektronensystem an.

#### 2.1.1.2 Nulldimensionale Quantenpunkte

Ein Einschlusspotential in allen drei Raumrichtungen führt zu einem vollständig diskreten Energiespektrum. Die Zustandsdichte für ein nulldimensionales System ist in Abbildung 2.1 (c) skizziert. Sie ist delta-förmig mit Maxima an den diskreten Energien des Quantenpunktes.

Die einfachste Näherung zur Beschreibung eines 0D Quantenpunktes stellt der Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden dar. Für einen kubischen Potentialtopf mit der Seitenlänge  $a_0$  betragen die möglichen Energiezustände für ein Elektron:

$$E_{n_x n_y n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}{a_0^2}, \quad n_x, n_y, n_z = 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

Berücksichtigt man allerdings die Geometrie der in dieser Arbeit untersuchten Quantenpunkte, so stellt sich diese Näherung als sehr grob dar. Die Quantenpunkte besitzen die Form sehr flacher Pyramiden, mit der Grundfläche in der  $x$ - $y$ -Ebene. Die Quantisierung in  $z$ -Richtung ist damit wesentlich größer als in der  $x$ - $y$ -Ebene, so dass diese Raumrichtung separiert betrachtet werden kann. Der Hamilton-Operator kann dann in zwei unabhängige Summanden  $H = H_{xy} + H_z$  zerlegt werden und die Gesamtenergie enthält damit zwei Terme,  $E = E_{xy} + E_z$ . Aufgrund der starken Quantisierung in  $z$ -Richtung ist der Energieabstand zwischen den einzelnen Energieniveaus größer als in der  $x$ - $y$ -Ebene, so dass bei hinreichend kleiner Gesamtelektronenzahl alle Elektronen den Grundzustand  $E_{z0}$  besetzen werden. Das Einschlusspotential in der  $x$ - $y$ -Ebene kann als zweidimensionales parabolisches Potential  $V(r) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2 r^2$  beschrieben werden. Der Hamilton-Operator für dieses Problem lautet für eine isotrope effektive Masse:

$$H_{xy} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2 r^2 \quad \text{mit } r^2 = x^2 + y^2. \quad (2.11)$$

Die Energieeigenwerte dieses Hamilton-Operators sind

$$E_{nl} = (2n + 1 + |l|)\hbar\omega_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.12)$$

mit der radialen Quantenzahl  $n$  und der unabhängigen Drehimpulsquantenzahl  $l$ . Das Energiespektrum besitzt äquidistante Energieniveaus mit dem Abstand  $E_0 = \hbar\omega_0$ . Zur Größenabschätzung des Quantenpunktes kann die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion herangezogen werden. Sie ist im harmonischen Oszillator von der Oszillatorfrequenz  $\omega_0$  abhängig und durch die charakteristische Länge

$$x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\omega_0}} \quad (2.13)$$

gegeben.

### 2.1.2 Einfluss eines Magnetfeldes

Der Einfluss eines äußeren Magnetfeldes auf die Leitungselektronen eines Systems äußert sich in einer Quantisierung der Elektronenbewegung. Hierdurch wird die Zustandsdichte des Elektronensystems verändert, wobei die neue Form wiederum von der Dimension abhängt. Zudem führt ein Magnetfeld zur Aufhebung der Spinentartung der Elektronen-Spinzustände. Im Folgenden sollen diese zwei Aspekte vorgestellt werden.

### 2.1.2.1 Dreidimensionales System im externen Magnetfeld

In einem dreidimensionalen Elektronensystem, das einem externen Magnetfeld ausgesetzt wird, erfahren die Elektronen im Kristallgitter eine zusätzliche Kraft, die Lorentzkraft. Sie steht senkrecht auf der Magnetfeldrichtung und dem Geschwindigkeitsvektor. Klassisch betrachtet laufen die Elektronen im  $\mathbf{k}$ -Raum tangential zu Flächen konstanter Energie um das Magnetfeld herum. Die Umlaufzeit  $t_U = 2\pi m^*/eB$  kann aus der Gleichheit der Lorentzkraft und der Zentrifugalkraft abgeleitet werden:  $evB = m^*v\omega_c$ . Die Umlauffrequenz, auch Zyklotronfrequenz genannt, ist gegeben durch

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} . \quad (2.14)$$

Quantenmechanisch betrachtet wird die Bewegung in der Ebene senkrecht zur Magnetfeldrichtung quantisiert, während diejenige Bewegung, die in Richtung des Feldes weist, unbeeinflusst bleibt. Der Hamiltonian dieses Problems für ein Elektron mit der Masse  $m^*$ , dem Spin  $\mathbf{S}$ , einem  $g$  Faktor  $g^*$  und der Elementarladung  $e$  lautet

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2 + m_s g^* \mu_B B . \quad (2.15)$$

Dabei ist für ein Magnetfeld  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  in  $z$ -Richtung  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, Bx, 0)$  das Vektorpotential in Coulomb-Eichung und  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ .  $m_s = \pm \frac{1}{2}$  bezeichnet die Spinquantenzahl. Das Bohrsche Magneton  $\mu_B$  ist gegeben durch  $\mu_B = e\hbar/2m_e = 0.579 \cdot 10^{-4}$  eV/T. Der  $g$  Faktor  $g^*$ , der auch effektiver  $g$  Faktor oder Landé Faktor genannt wird, ist allgemein als Tensor angegeben, für ein isotropes System kann dieser auf einen Skalar reduziert werden. Der erste Term beschreibt die Bewegung des Elektrons im Magnetfeld, der zweite Summand berücksichtigt den Spin. Die zu diesem Problem gehörenden Energieeigenzustände sind [9]

$$E_{nm_s k_z} = \left( n + \frac{1}{2} \pm \frac{\nu}{2} \right) \hbar\omega_c + E_z = E_{nm_s} + E_z , \quad n = 0, 1, \dots \quad (2.16)$$

Der erste Summand stellt die Zyklotronenergie dar, die die  $n$ -quantisierte Bewegung der Elektronen in der  $x$ - $y$ -Ebene unter Berücksichtigung des Spins charakterisiert. Die Spinaufspaltung führt zu zwei getrennten Spinniveaus mit einem Abstand  $E_S = \nu\hbar\omega_c = g^*\mu_B B$ . Der Spinaufspaltungsfaktor  $\nu$  bezeichnet das Verhältnis aus Zeeman- und Landau-Aufspaltung und ist gegeben durch  $\nu = m^*g^*/2m_e$ . Der zweite Summand  $E_z = \hbar^2 k_z^2/2m^*$  beschreibt die kinetische Energie des Elektrons in  $z$ -Richtung. Die quantisierten Niveaus werden als Landauröhren bezeichnet. Für ein festes Magnetfeld sind dies Röhren mit konstantem Durchmesser im  $\mathbf{k}$ -Raum, wie in Abbildung 2.3 (a) skizziert.

Analog zum Vorgehen beim harmonischen Oszillator (siehe Gleichung 2.13) kann man auch hier zur Abschätzung der Ausdehnung der quantisierten Zustände eine charakteristische Größe, die magnetische Länge, einführen:

$$l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{m^*\omega_c}} = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} . \quad (2.17)$$

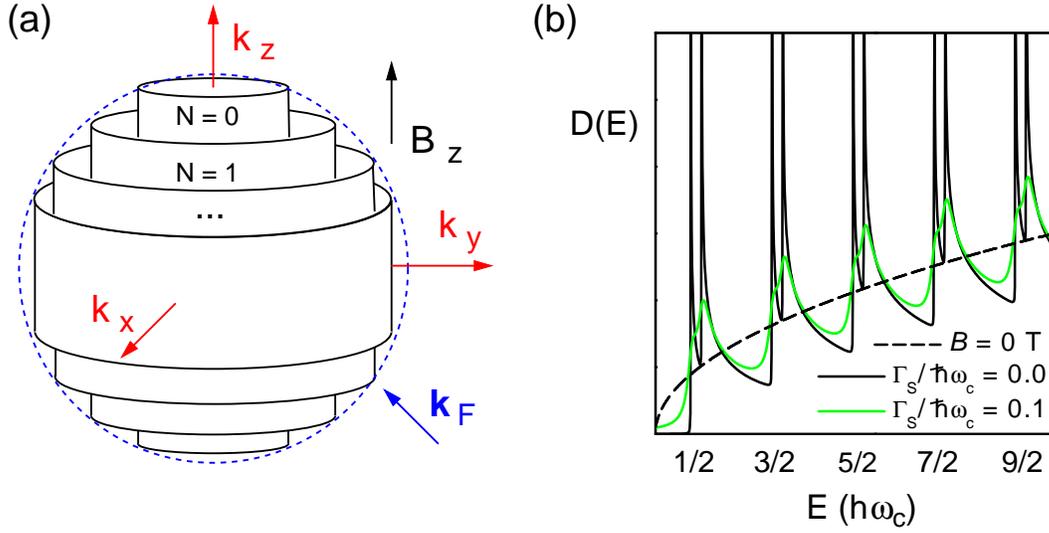


Abbildung 2.3: (a) Skizze der Landauröhren: Erlaubte Zustände der Elektronen im Magnetfeld, ohne Berücksichtigung des Spins. Die Fermioberfläche wurde vereinfacht als Kugel dargestellt. (b) Zustandsdichte eines dreidimensionalen Elektronengases für  $B = 0$  T (gestrichelte Kurve) und für ein festes Magnetfeld bei verschiedenen Verhältnissen  $\Gamma_S/\hbar\omega_c$ .

$l_B$  entspricht dem klassischen Zyklotronradius im untersten Landauniveau.

Die Zustandsdichte eines dreidimensionalen Elektronensystems im idealen Kristallgitter unter Einfluss eines Magnetfeldes ist durch

$$D(E, B) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_{n,s} \frac{\hbar\omega_c}{\sqrt{E - (n + \frac{1}{2} \pm \frac{\nu}{2}) \hbar\omega_c}} \quad (2.18)$$

gegeben [9]. Die Summe läuft dabei über alle nicht-negativen, ganzen Zahlen  $n$ , mit  $s = \pm 1$ , und ist null für Energien unterhalb des niedrigsten Eigenwertes,  $E < (1 - \nu)\hbar\omega_c/2$ . Die möglichen Energiezustände des 3D Systems bestehen also aufgrund der Quantisierung aus einer Anzahl magnetischer Subbänder, die zusätzlich spinaufgespalten sind. Der Abstand zwischen den Subbändern beträgt  $\hbar\omega_c$ . Die Zustandsdichte wird singulär an der niederenergetischen Seite eines jeden Levels, wie in Abbildung 2.3 (b) als schwarze, durchgezogene Kurve ( $\Gamma_S/\hbar\omega_c = 0$ ) für ein festes Magnetfeld dargestellt. Der Spinaufspaltungsfaktor  $\nu$  beträgt für GaAs  $\nu = 0.0015$ . Zur besseren Verdeutlichung der Spinaufspaltung wurde für die Darstellung ein größerer Faktor von  $\nu = 0.13$  gewählt. Verändert man das Magnetfeld, so tritt jedesmal in der Zustandsdichte eine Singularität auf, wenn ein neues Subband die Fermienergie überstreicht. Dies führt zu einem quasiperiodischem Verhalten der Zustandsdichte bei der Fermienergie in  $1/B$ . Zum Vergleich ist hier auch die wurzelförmige Abhängigkeit der Zustandsdichte für verschwindendes Magnetfeld als gestrichelte Kurve aufgetragen.

Tatsächlich muss allerdings für reale Systeme eine Verbreiterung der Landau-Niveaus in berücksichtigt werden. Aufgrund von Stößen der Leitungselektronen an Störstellen im Kristallgitter kommt es zur Stoßverbreiterung der Landauniveaus,

die insbesondere Auswirkungen auf das oszillatorische Verhalten und die Magnetfeldabhängigkeit der Transporteigenschaften in hohen Feldern haben. Die Zustandsdichte unter Berücksichtigung einer Stossverbreiterung  $\Gamma_S$  der Landaulevels und mit der Definition  $\varepsilon_{nm_s} = E - (n + \frac{1}{2} \pm \frac{\nu}{2})\hbar\omega_c$  als relativer Energieabstand zum Landaulevel lautet dann

$$\begin{aligned} D(E, B) &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \hbar\omega_c \sum_{n,s} \text{Re}[(\varepsilon_{nm_s} + i\Gamma_S)^{-1/2}] \\ &= \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \hbar\omega_c \sum_{n,s} \left\{ \frac{\varepsilon_{nm_s} + (\varepsilon_{nm_s}^2 + \Gamma_S^2)^{1/2}}{\varepsilon_{nm_s}^2 + \Gamma_S^2} \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Der quasiperiodische Charakter der Zustandsdichtefunktion ist nun verändert, die Singularitäten verschwinden mit zunehmendem Verhältnis  $\Gamma_S/\hbar\omega_c$  und werden zu verbreiterten Maxima, wie in Abbildung 2.3 (b) dargestellt. Die einzelnen Maxima können nur beobachtet werden, wenn der Abstand  $\hbar\omega_c$  größer als die Verbreiterung  $\Gamma_S$  ist.

### 2.1.2.2 Nulldimensionales System im externen Magnetfeld

Für die Beschreibung eines nulldimensionalen Quantenpunktes im Magnetfeld wird der Hamiltonian für das parabolische Oszillator-Potential aus Gleichung 2.11 durch den Beitrag des Feldes in  $z$ -Richtung ( $\mathbf{B} = Be_z$ ) ergänzt:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2 + \frac{1}{2}m^*\omega_0^2 r^2. \quad (2.20)$$

Dabei ist  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, Bx, 0)$  das Vektorpotential in Coulomb-Eichung. Dieses Problem ist analytisch lösbar [10]. Die Eigenenergien sind

$$E_{nl} = (2n + 1 + |l|) \sqrt{(\hbar\omega_0)^2 + \left( \frac{\hbar\omega_c}{2} \right)^2} + \frac{l}{2} \hbar\omega_c, \quad (2.21)$$

mit den unabhängigen Quantenzahlen  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , wobei der Elektronenspin an dieser Stelle noch vernachlässigt wird. Die Zustände sind dann zweifach entartet, da sie von zwei Elektronen mit unterschiedlichem Spin besetzt werden können. Für den Grenzfall verschwindenden Magnetfeldes ( $\hbar\omega_c = 0$ ) erhält man wieder Gleichung 2.12.

Die Entwicklung von Gleichung 2.21 für sehr kleine Magnetfelder, also  $\hbar\omega_c \ll \hbar\omega_0$ , führt zu

$$E_{nl} \approx (2n + 1 + |l|) \left( \hbar\omega_0 + \frac{1}{8} \frac{e^2 \hbar}{(m^*)^2 \omega_0} B^2 \right) + \frac{l}{2} \frac{\hbar e}{m^*} B. \quad (2.22)$$

Für den Grundzustand mit  $n = 0$  und  $l = 0$  führt der in  $B$  quadratische Term zu einer diamagnetischen Verschiebung des Zustandes um

$$\Delta E_D = \frac{1}{8} \frac{e^2 \hbar}{(m^*)^2 \omega_0} B^2 = \frac{e^2 B^2}{8m^*} x_0^2, \quad \text{da } x_0^2 = \frac{\hbar}{m^* \omega_0}. \quad (2.23)$$

Im anderen Grenzfall, d.h. für sehr hohe Magnetfelder ( $\hbar\omega_c \gg \hbar\omega_0$ ), folgt aus der Entwicklung von Gleichung 2.21

$$E_{nl} \approx \left( n + \frac{1}{2} + \frac{|l| + l}{2} \right) \hbar\omega_c . \quad (2.24)$$

Der Grundzustand ( $n = 0, l = 0$ ) verschiebt dann mit  $\frac{1}{2}\hbar\omega_c$ .

In Gleichung 2.13 war die charakteristische Größe  $x_0$  als Maß für die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion im harmonischen Oszillatorpotential angegeben; analog dazu wurde die magnetische Länge  $l_B$  in Gleichung 2.17 als klassischer Zyklotronradius des untersten Landauniveaus betrachtet. Aus dem Vergleich der beiden Größen lässt sich abschätzen, wie stark der Einfluss des zusätzlichen Magnetfeldpotentials auf das geometrische Einschlusspotential des Quantenpunktes ist. Für kleine Magnetfelder ist die magnetische Länge groß gegen die Ausdehnung des Quantenpunktes ( $l_B \gg x_0$ ), hier werden die Energieniveaus kaum beeinflusst. Dagegen werden die Energieniveaus magnetfeldabhängig, wenn  $l_B \ll x_0$  ist. Ein starkes Magnetfeld bildet ein zusätzliches laterales Einschlusspotential für die Elektronen, so dass es zu einer feldabhängigen Variation der Energieniveaus gemäß Gleichung 2.22 kommt.

### 2.1.2.3 Spin und $g$ Faktor in 0D

Ein extern angelegtes Magnetfeld  $\mathbf{B}$  hebt die Spinentartung auf, so dass sich die Elektronenspins im Feld ausrichten. Mit dem Spin ist ein magnetisches Moment verknüpft, das im Hamilton-Operator linear an das äußere Magnetfeld  $\mathbf{B}$  koppelt. Der Spin-Hamiltonoperator lautet

$$\mathcal{H}_{Spin} = \frac{1}{2}\mu_B\sigma_i g_{ij} B_j , \quad i, j = x, y, z , \quad (2.25)$$

Dabei bezeichnen  $g_{ij}$  die Komponenten des  $g$  Faktor-Tensors. Für ein isotropes System vereinfacht sich der Tensor zu einem Faktor  $g^*$ .  $\mu_B$  ist das Bohrsche Magneton und  $\sigma_i$  ( $i = x, y, z$ ) sind die Pauli-Spinmatrizen. Unter Berücksichtigung des Elektronenspins tritt dann in der Gleichung 2.21 ein zusätzlicher Summand, die Spinenergie  $E_S = \pm\frac{1}{2}g^*\mu_B B$ , auf. Der Faktor  $\frac{1}{2}$  stellt die Spinquantenzahl  $m_s = \pm\frac{1}{2}$  dar.

Im nulldimensionalen Quantenpunkt spalten die diskreten Energieniveaus in zwei getrennte Niveaus auf. Diese sogenannte Zeeman-Aufspaltung ist proportional zum Magnetfeld

$$E_Z = g^* \mu_B B . \quad (2.26)$$

Die Aufhebung der Entartung für ein endliches Magnetfeld und die Spinaufspaltung für ein freies Elektron mit dem positiven  $g$  Faktor  $g = 2$ , ist in Abbildung 2.4 (a) schematisch skizziert. Im energetisch niedrigeren Niveau ist der Elektronenspin antiparallel zum Magnetfeld ausgerichtet, im höheren Niveau ist er parallel zum Feld.

In Halbleiterkristallen ist der effektive  $g$  Faktor für die Leitungselektronen im Einzelelektronenbild, d.h. ohne Wechselwirkungseffekte, kleiner als der des freien

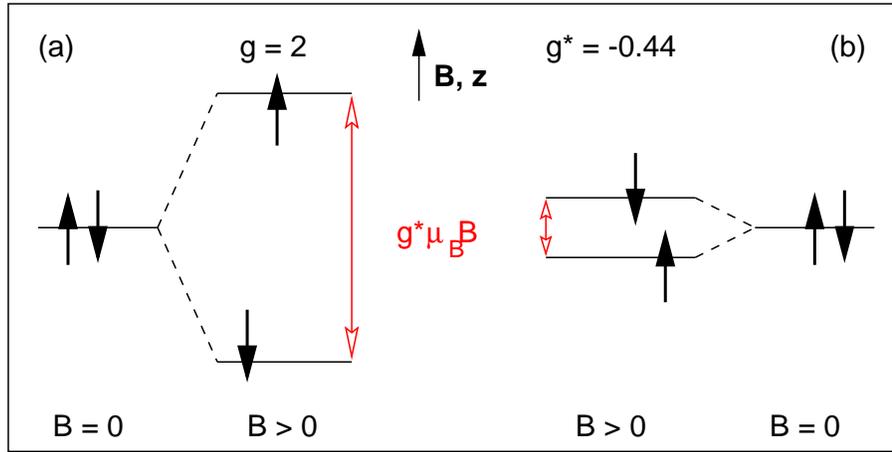


Abbildung 2.4: Vergleich der Spinaufspaltung für ein freies Elektron mit  $g = 2$  (a) und für ein Elektron im Festkörper GaAs mit  $g^* = -0.44$  (b). Das Magnetfeld weist in  $z$ -Richtung.

Elektrons. In Halbleitern mit Zinkblende-Gitter hängt er stark von der fundamentalen Energielücke  $E_g$  zwischen Valenz- und Leitungsband und der Spin-Orbit-Aufspaltung des obersten Valenzbandes ab. Aufgrund der unterschiedlichen Bandstrukturen kann der effektive  $g$ -Faktor hier in einem weiten Bereich von sehr großen negativen Werten für Materialien mit sehr kleiner Bandlücke (InSb:  $g^* = -50$ ) bis zu positiven Werten  $\leq +2$  für Materialien mit sehr großer Bandlücke variieren. Zur Anschauung ist in Abbildung 2.4 (b) die Spinkonfiguration für GaAs mit einem  $g$  Faktor  $g^* = -0.44$  skizziert. Für einen negativen Landé Faktor ist das untere Niveau mit zum Magnetfeld parallel ausgerichteten Spins besetzt. Die antiparallelen Spins liegen energetisch höher.

Die Variation des Landé Faktors mit der jeweils vorliegenden Bandlücke kann mit der sogenannten Roth-Formel [11, 12] (2. Ordnung  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Theorie) begründet werden. Danach wird der  $g$ -Faktor des freien Elektrons durch einen Korrekturterm reduziert, in den die Energielücke  $E_g$  des Halbleiters, die Spin-Orbit-Aufspaltung  $\Delta_0$  des Valenzbandes und das Kopplungsmatrixelement  $P^2$  eingehen:

$$g^* = g \left( 1 - \frac{P^2}{3} \left( \frac{1}{E_g} - \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \right). \quad (2.27)$$

Man kann hier direkt ablesen, dass eine Vergrößerung der Bandlücke  $E_g$  zu einer Vergrößerung des  $g$  Faktors führt. Zudem kann man diese Formel auch für Quantentöpfe, -drähte und -punkte anwenden. Nimmt man für  $E_g$  den Energieabstand der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband an, wie er aufgrund des jeweiligen Einschlusspotentials entsteht, so kann man aus einer Zunahme der Stärke des Einschlusspotentials auf einen wachsenden  $g$  Faktor schließen.

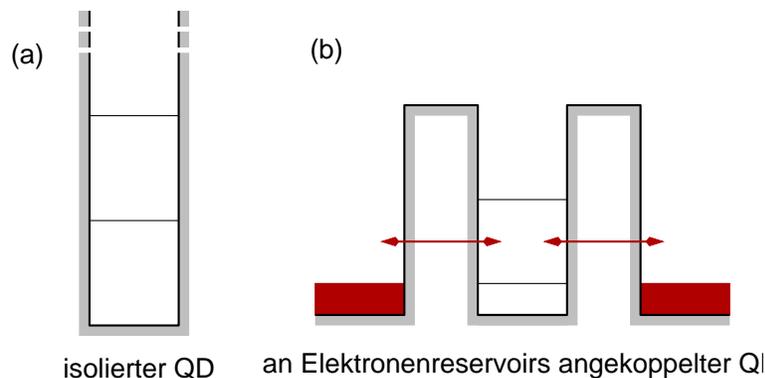


Abbildung 2.5: (a) Schematische Darstellung eines unendlich tiefen Potentialtopfes als 0D-Quantenpunkt. (b) Ankopplung eines Quantenpunktes über endliche Barrieren an ein dreidimensionales Elektronenreservoir.

## 2.2 Tunnelphänomene

Bisher wurden die Eigenschaften einzelner Elemente der in dieser Arbeit untersuchten Systeme, wie das dreidimensionale Elektronengas und der nulldimensionale Quantenpunkt, getrennt vorgestellt. Nun soll in einem weiteren Schritt die Zusammensetzung und das daraus resultierende Zusammenwirken untersucht werden. Um nulldimensionale (0D) Systeme mittels Transportmessungen untersuchen zu können, muss man den Quantenpunkt an ein Elektronenreservoir ankopplern. Das bedeutet, dass man den Schritt vom vollständig isolierten 0D-System, wie es in Abschnitt 2.1.1.2 z.B. durch den unendlich tiefen Potentialtopf beschrieben wurde, zu einem offeneren System vollziehen muss. Der Übergang von den unendlich hohen und dicken Barrieren im isolierten Quantenpunkt zu Barrieren mit endlicher Höhe und Breite ist in Abbildung 2.5 skizziert. Die Ankopplung erfolgt über Tunnelbarrieren, über die der Dot mit Elektronen geladen und wieder entladen werden kann.

Konkret können derartige Barrieren durch Kombination von Halbleitermaterialien mit unterschiedlicher Bandlücke realisiert werden. Wird eine dünne Schicht (typischerweise einige nm) eines Halbleitermaterials mit einer großen Bandlücke in ein anderes Material mit kleinerer Bandlücke eingebettet, so wirkt diese Schicht für Elektronen im Leitungsband des gesamten Systems wie ein Potentialwall. Umgekehrt kann die Einbettung eines Materials mit kleiner Bandlücke in ein anderes mit größerer Energielücke zur Herstellung eines Potentialtopfes ausgenutzt werden.

Zunächst wird im Folgenden der Tunneleffekt durch eine einzelne Potentialbarriere vorgestellt. Danach wird das resonante Tunneln von Elektronen über einen in zwei Barrieren eingebetteten Quantenpunkt diskutiert.

### 2.2.1 Tunneln durch eine Potentialbarriere

Unter Berücksichtigung der Quantenmechanik kann ein Elektron eine Energiebarriere passieren, obwohl klassisch seine Energie nicht ausreichen würde, diese zu über-

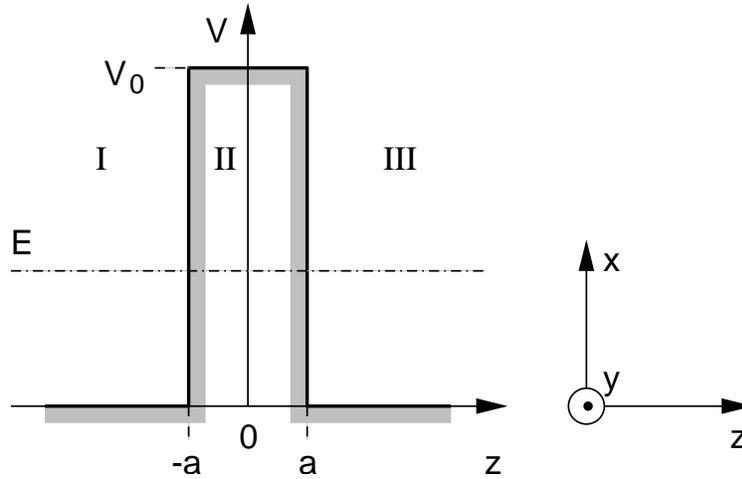


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung einer Potentialbarriere der Höhe  $V_0$  und der Ausdehnung  $2a$  in  $x$ -Richtung. Ein von links einlaufendes Elektron besitze die Energie  $E$ .

winden. Klassisch würde man eine Reflexion des Teilchens an der Barriere erwarten, wellenmechanisch jedoch besteht eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit für das Elektron jenseits der Barriere.

Zur theoretischen Analyse des auf eine Dimension (1D) reduzierten Problems in einem einfachen Modell wird die Potentialbarriere durch eine Rechteckbarriere,  $V(z) = V_0$  für  $|z| < a$  und  $V(z) = 0$  sonst, beschrieben. Abbildung 2.6 zeigt schematisch die betrachtete Barriere und verdeutlicht die Zerlegung des Problems in verschiedene Bereiche: I und III sind klassisch erlaubte Bereiche für ein Elektron mit einer Energie  $E$ , die kleiner ist als die Barrierenhöhe  $V_0$ , der Bereich II ist klassisch verboten. Die Schrödingergleichung in 1D für ein Elektron mit der Energie  $E$  lautet für die verschiedenen Bereiche:

$$\text{I, III: } \frac{d^2\Psi}{dz^2} = -k^2\Psi ; k = \sqrt{2m^*E}/\hbar \quad (2.28)$$

$$\text{II: } \frac{d^2\Psi}{dz^2} = \kappa^2\Psi ; \kappa = \sqrt{2m^*(V_0 - E)}/\hbar . \quad (2.29)$$

Die effektive Masse  $m^*$  wird hier zur Vereinfachung des Problems als konstant in den verschiedenen Bereichen angenommen. Die Lösungen in den verschiedenen Bereichen ergeben sich in allgemeiner Form zu

$$\Psi = \begin{cases} Ae^{ikz} + Be^{-ikz} & ; \text{ Bereich I} \\ Ce^{-\kappa z} + De^{+\kappa z} & ; \text{ Bereich II} \\ Fe^{ikz} + Ge^{-ikz} & ; \text{ Bereich III} , \end{cases} \quad (2.30)$$

mit den komplexen Wellenzahlen  $k$  und  $\kappa$  wie in den Gleichungen 2.28 und 2.29 angegeben. Die Koeffizienten  $A$  bis  $G$  erhält man aus den Stetigkeitsbedingungen für die Wellenfunktion und ihre Ableitung an den Barrierengrenzen  $|z| = \pm a$ .

Zur Charakterisierung der Transmission der Barriere definiert man eine Transmissionsamplitude als Quotient aus der Amplitude der einfallenden Welle und der

transmittierten Welle,  $S(E) = F/A$ . Das Amplitudenquadrat gibt dann die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Elektron, welches auf die Potentialschwelle auftrifft, diese durchdringt,  $|S(E)|^2 = T(E)$ .

Für den Fall eines von links einfallenden Elektrons in Bereich I, welches als ebene Welle angenommen wird, erfolgt eine teilweise Reflexion an der Barriere. Der in die Barriere transmittierte Anteil wird am Übergang zwischen den Bereichen II und III ebenfalls reflektiert. In Bereich III existiert nur eine transmittierte Welle, d.h.  $G = 0$ . In diesem Fall lautet die Transmissionsamplitude

$$T(E) = \left\{ 1 + \left( 1 + \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{\kappa}{k} - \frac{k}{\kappa} \right)^2 \right] \right) \sinh^2 2\kappa a \right\}^{-1}. \quad (2.31)$$

Eine WKB-Näherung ( $\kappa a \gg 1$ ) ergibt

$$T(E) \approx \exp \left( -4a \sqrt{2m^*(V_0 - E)}/\hbar \right). \quad (2.32)$$

Die Tunnelwahrscheinlichkeit nimmt also exponentiell mit der Breite  $2a$  der Potentialbarriere und der Wurzel aus der *effektiven* Potentialbarriere ( $V_0 - E$ ) ab.

Die bisherigen Betrachtungen der Tunnelbarriere waren auf eine Dimension, hier die  $z$ -Richtung, reduziert. An dieser Stelle wird die Analyse auf drei Dimensionen erweitert. Es soll nun die Stromdichte durch eine Tunnelbarriere ermittelt werden.

Die Stromdichte  $J_z$  durch eine Barriere lässt sich als Produkt aus der Zahl der beteiligten Ladungen  $n_e e$  ( $n_e$  ist die Ladungsträgerdichte) und der Elektron-Driftgeschwindigkeit  $v_z$  beschreiben,  $J_z = n_e e v_z$ . Berücksichtigt man für jedes Elektron eine Geschwindigkeit  $v_{z,i}$  und eine Transmissionswahrscheinlichkeit  $t_i$  durch den Kristall, so ist die Stromdichte durch eine Summation über alle Elektronen im Volumen  $L^3$  gegeben:

$$J_z = \frac{e}{L^3} \sum_{i=0}^N v_{z,i} t_i. \quad (2.33)$$

Eine Integration über alle Zustände im  $\mathbf{k}$ -Raum (siehe z.B. [13]) liefert die Stromdichte  $J_z$ . Für die Tunnelstromdichte von der linken Seite der Barriere (Emitter) auf die rechte (Kollektor) erhält man

$$J_{EK} = \frac{e}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty f_E(E) [1 - f_K(E)] v_z T(E_z) dk_x dk_y dk_z, \quad (2.34)$$

mit den jeweiligen Fermi-Verteilungsfunktionen  $f_E(E)$  und  $f_K(E)$  für das Emitter- und das Kollektor-Reservoir. Der Faktor  $[1 - f_K(E)]$  gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Zustand im Kollektor unbesetzt ist. Analog schreibt sich die Stromdichte für die umgekehrte Richtung

$$J_{KE} = \frac{e}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty [1 - f_E(E)] f_K(E) v_z T(E_z) dk_x dk_y dk_z. \quad (2.35)$$

Unter Vorspannung  $V$  wird sich ein Nettostrom ergeben. Das Elektronenreservoir, aus dem die Elektronen bereitgestellt werden, wird Emitter genannt. Das Reservoir, welches die durch die Barriere getunnelten Elektronen aufnimmt, wird als Kollektor bezeichnet. Bei gleicher Elektronentemperatur in Kollektor und Emitter kann die Vorspannung  $V$  durch den Übergang  $f_K(E) \rightarrow f_E(E + eV)$  berücksichtigt werden, und es ergibt sich die Stromdichte

$$J = \frac{e}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty [f_E(E) - f_E(E + eV)] v_z T(E_z) dk_x dk_y dk_z . \quad (2.36)$$

Eine Auswertung der Integrale  $\int \int \dots dk_x dk_y$  für  $T = 0$  K liefert [13]

$$J = \begin{cases} \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \left[ eV \int_0^{E_F - eV} dE_z T(E_z) + \int_{E_F - eV}^{E_F} dE_z (E_F - E_z) T(E_z) \right] & \text{für } eV \leq E_F, \\ \frac{em^*}{2\pi^2\hbar^3} \int_0^{E_F} dE_z (E_F - E_z) T(E_z), & \text{für } eV \geq E_F. \end{cases} \quad (2.37)$$

Wird die Barriere einem Magnetfeld ausgesetzt, so sind die Auswirkungen abhängig von der Richtung, in der das Magnetfeld zur Barriere steht. Ist das Magnetfeld so gerichtet, dass es die Barriere senkrecht durchstößt, also parallel den die Barriere durchtunnelnden Elektronen, so hat dies keine Auswirkungen auf den Tunnelstrom.

Hat hingegen das Magnetfeld eine Komponente in der Ebene der Barriere, so kommt es mit zunehmender Feldstärke zu einer Abnahme des Tunnelstromes in  $z$ -Richtung. Zur Erklärung dieses Effektes wird der folgende Hamilton-Operator betrachtet [14]:

$$H = \frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2}{2m^*} + V(z) - eF_E z , \quad (2.38)$$

mit  $V(z)$  als Barrierenpotential wie oben beschrieben.  $F_E$  ist das elektrische Feld über der Barriere. Einsetzen des Vektorpotentials  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (Bz, 0, 0)$  für ein Magnetfeld in  $y$ -Richtung führt zu:

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m^*} + V(z) + \frac{e^2 B^2 z^2}{2m^*} + \frac{p_x e B z}{m^*} - eF_E z \quad (2.39)$$

Die ersten beiden Terme repräsentieren den Hamiltonian ohne externe Felder, die drei folgenden Terme können als Variation des Barrierenpotentials betrachtet werden. Dazu kann die Analogie zur ballistischen Bewegung eines klassischen Elektrons in einem senkrechten Magnetfeld herangezogen werden. Der Gesamteffekt der beiden magnetfeldbehafteten Terme ist, die kinetische Energie des Elektrons in  $z$ -Richtung zu reduzieren und in die Richtung parallel zur  $x$ -Achse zu vergrößern. Diese Reduktion der Energie des tunnelnden Elektrons ist äquivalent zu einer Erhöhung der Barriere. Die Betrachtung der Transmissionswahrscheinlichkeit  $T(E)$  unter diesen Bedingungen liefert nach [14] mit  $V_0$  als Barrierenhöhe,  $2a$  als Barrierendicke und  $\kappa = \sqrt{2m^*(V_0 - E)}/\hbar$

$$T(E) = T_0(E) \exp \left\{ -\frac{2\kappa(2a)}{4(V_0 - E)} \left( -eF_E(2a) + \frac{e^2 B^2 (2a)^2}{3m^*} \right) \right\} . \quad (2.40)$$

$T_0(E)$  bezeichnet dabei die Transmission ohne Magnetfeld nach Gleichung 2.32. Unter Vernachlässigung des Einflusses des elektrischen Feldes und Reduktion des Problems auf Energien an der Fermikante ( $E = E_F$ ) erhält man

$$T(E_F) = T_0(E_F) \exp \left\{ -\frac{\kappa (2a)^3 e^2 B^2}{6m^*(V_0 - E_F)} \right\}, \quad \text{mit } \kappa = \sqrt{2m^*(V_0 - E_F)}/\hbar \quad (2.41)$$

Als Folge davon wird der Tunnelstrom mit wachsendem  $B$  reduziert:

$$J = J_0 \exp(-\beta B^2), \quad \text{mit } \beta = \frac{\kappa (2a)^3 e^2}{6m^*(V_0 - E_F)}. \quad (2.42)$$

$J_0$  bezeichnet dabei den Strom ohne ein externes Magnetfeld.

### 2.2.2 Resonantes Tunneln

Konventionelle resonante Tunnelioden, wie in Abbildung 2.5 enthalten einen Potentialtopf, welcher zwischen zwei Barrieren eingebettet ist. Die Elektronenbewegung ist damit nur in einer Richtung quantisiert, in der Ebene des Potentialtopfes können sich die Elektronen frei bewegen. Es handelt sich also um zweidimensionale Systeme; der Elektronentransport erfolgt aus einem dreidimensionalen Elektronenreservoir heraus über den zweidimensionalen Potentialtopf in ein weiteres dreidimensionales Elektronenreservoir. Im Folgenden wird kurz ein Abriss der Entwicklung von der Idee derartiger Dioden und ihrer Realisierung bis hin zu der Untersuchung nulldimensionaler Strukturen nachgezeichnet. Eine ausführliche Darstellung der Physik der resonanten Tunnelioden und ihrer Anwendungen bieten z.B. Mizuta und Tanoue [15].

Die Geschichte der resonanten Tunnelioden ist eng verknüpft mit der Weiterentwicklung der Molekularstrahlepitaxie, also der Verbesserung der Qualität des Kristallwachstums. Erstmals theoretisch vorgeschlagen wurde das Prinzip resonanten Tunnelns von Tsu und Esaki 1973 [16]. Aufgrund der Resonanz der Elektronenwellen spricht man von einer Analogie zum optischen Fabry-Perot Interferometer. Im Teilchenbild ist das vom Emitter her resonant in den Quantentopf tunnelnde Elektron für eine gewisse Verweildauer innerhalb der Barrieren eingeschlossen, bevor es ihn wieder verlässt und im Kollektor relaxiert. Die erste Realisierung einer resonanten Tunneliode und Beobachtung eines negativ differentiellen Widerstandes gelang 1974 Chang et al. [17]. Mit der Verbesserung der Epitaxie wurden immer reinere Kristallgitter gewachsen, so dass der Anteil des Hintergrundstromes, der aufgrund des Tunnelns durch Kristalldefekte entsteht, immer weiter reduziert werden konnte.

Gut zehn Jahre später wurde dann resonantes Tunneln bei Raumtemperatur gemessen [18]. Der Betrieb eines Bauteiles bei Raumtemperatur ist Voraussetzung für die praktische Anwendung in weiten Bereichen. Die resonanten Tunnelioden werden aufgrund ihrer nichtlinearen Kennlinie für die Messung und Generation elektromagnetischer Wellen sehr hoher Frequenz eingesetzt [19]. Neben der Anwendungsorientierung ist das Prinzip des resonanten Tunnelns auch geeignet für die theoretische Untersuchung des Quantentransports in Halbleiter-Heterostrukturen. Eine Methode ist z.B. die der resonanten Tunnelspektroskopie, vorgeschlagen von Capasso et al. [20].

### 2.2.2.1 Tunneln durch nulldimensionale Zustände

Mit den Fortschritten in der Halbleitertechnologie ging die Entwicklung hin zu sogenannten *nulldimensionalen* resonanten Tunneln. Reed et al. stellten Tunneln mit lateralen Abmessungen von unter 100 nm her [21]. Die Behandlung des Ladungstransports durch diese nulldimensionalen, künstlichen Quantenpunkte unterscheidet sich wesentlich von dem durch die konventionellen resonanten Tunneln mit einem zweidimensionalen Einschlusspotential. Der resonante Tunnelprozess wird stark durch Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekte auf dem Quantenpunkt beeinflusst. Dies bedeutet aber auch, dass derartige Quantenpunkte aufgrund ihrer geringen Größe prädestiniert sind für Untersuchungen zum Einzelelektronen-Tunneln. In asymmetrischen Barrierenstrukturen kann man besonders gut beobachten, wie der elektronische Transport durch die sogenannte Coulomb-Blockade, eine Form der Elektron-Elektron-Wechselwirkung, dominiert wird [22, 23].

Daneben wurde eine weitere Form nulldimensionaler Quantenpunkte erstmals von Dellow et al. untersucht [24]: Ionisierte Störstellen, die im Quantentopf eingewachsen waren, bieten resonante Zustände, durch die getunnelt werden kann. Diese Methode wurde weiterhin zur Spektroskopie von lokalen Zustandsdichten des Emitters ausgebaut [25]. Die nahezu deltaförmige Zustandsdichte des Quantenpunktniveaus tastet die Zustandsdichte im Emitter ab. Auf diese Weise kann z.B. Quasiteilchen-Relaxation im Emitter untersucht werden [26, 27].

Im Folgenden werden nun die Eigenschaften einer nulldimensionalen resonanten Tunneln vorgestellt. Das in alle drei Raumrichtungen herrschende Einschlusspotential für Elektronen kann man in zwei Schritten erreichen: Erstens ergibt sich, wie bereits oben beschrieben, durch das Wachstum einer dünnen Schicht eines Materials mit kleiner Bandlücke in einem anderen Material mit größerer Bandlücke ein zweidimensionaler Potentialtopf. Schränkt man zusätzlich im zweiten Schritt die laterale Ausdehnung dieser Schicht ein, so erhält man ein nulldimensionales System. Diese weitere Dimensionsreduktion erfolgt beim selbstorganisierten Quantenpunktwachstum, wie es in Kapitel 3 beschrieben wird, auf natürliche Weise.

Damit ergibt sich der in Abbildung 2.7 dargestellte, schematische Verlauf der Leitungsbandkante der in dieser Arbeit untersuchten Systeme. Die einzelnen Elemente sind

- die nulldimensionalen Quantenpunkte im Zentrum des Systems. Sie besitzen vollständig diskrete Energieniveaus, die als quasigebundene Zustände bezeichnet werden.
- die Energiebarrieren. Sie schließen die Quantenpunkte ein und bestimmen die Ankopplung zwischen dem außenliegenden Elektronenreservoir und den innenliegenden Quantenpunktzuständen.
- das Elektronenreservoir. Diese hochdotierten Bereiche in unmittelbarer Nachbarschaft der Barrieren stellen Elektronen zur Verfügung (Emitter), bzw. nehmen sie wieder auf (Kollektor). Sie repräsentieren ein dreidimensionales Elektronensystem.

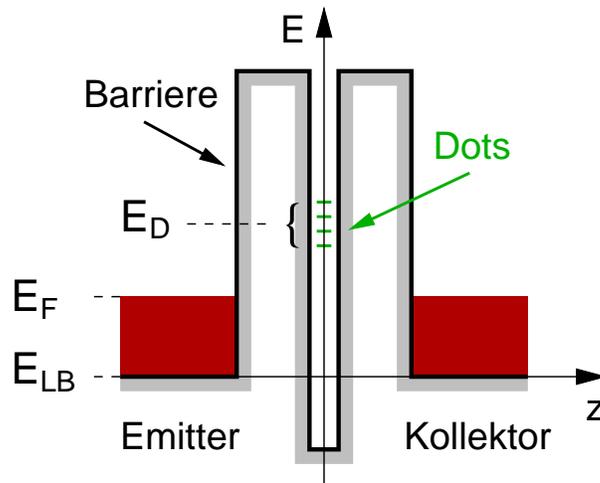


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung des Leitungsbandkantenverlaufes einer Doppelbarriere mit eingebetteten Quantenpunkten (Dots).

In der Abbildung 2.7 befindet sich das System im Gleichgewicht. Ohne eine von außen angelegte Spannung findet kein Nettostromfluss statt. Die Quantenpunktniveaus liegen aufgrund des starken Einschlusspotentials energetisch oberhalb der Fermienergie der Zuleitungen.

Wird eine externe Spannung an die Kontakte angelegt, so wird die Fermienergie auf beiden Seiten der Barrieren ins Ungleichgewicht gebracht. Die Abbildung 2.8 (a) zeigt dies schematisch für eine kleine Energiedifferenz  $\Delta E_1$  zwischen Emitter und Kollektor. Der Strom aufgrund des Tunnelns einzelner Elektronen durch *beide* Barrieren ist als gestrichelter Pfeil angedeutet. Dieser Stromanteil ist für kleine Vorspannungen vernachlässigbar klein, da die Stromstärke mit der Dicke der Barriere exponentiell abfällt. Für größere Vorspannungen, nämlich genau dann, wenn die Fermienergie des Emitters die Energie des untersten Quantenpunktniveaus erreicht hat, ist ein stark erhöhter Stromfluss möglich. Man spricht von resonantem Tunneln durch diesen Quantenpunktzustand, da die Emitter-Fermienergie in Resonanz mit dem Quantenpunktniveau ist. Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Zustandsdichte im Emitter in dem betrachteten Spannungsbereich konstant ist, ergibt sich bei weiterer Spannungserhöhung ein konstanter Stromfluss. Die im Resonanzfall in der Strom-Spannungskennlinie zu beobachtenden Stromstufen werden im Folgenden kurz als Resonanzen bezeichnet.

Erreicht bei weiterer Spannungserhöhung die Emitter-Fermienergie ein anderes, energetisch höher liegendes Quantenpunktniveau, so addiert sich der zusätzliche Stromfluss zu dem bereits vorhandenen. Die in dieser Arbeit untersuchten Quantenpunkte wurden mittels Molekularstrahlepitaxie mit dem Verfahren des sogenannten selbstorganisierten Wachstums hergestellt. Dabei entsteht eine große Anzahl von Quantenpunkten, die zudem eine gewisse Größenverteilung aufweisen. Infolgedessen existiert innerhalb der Barrieren eine Vielzahl nulldimensionaler Zustände. Wird die Emitter-Fermienergie bezüglich der Niveaus dieser Zustände verschoben, so ergibt sich in der Strom-Spannungskennlinie ( $IV$ -Kennlinie) eine Vielzahl von aufeinander

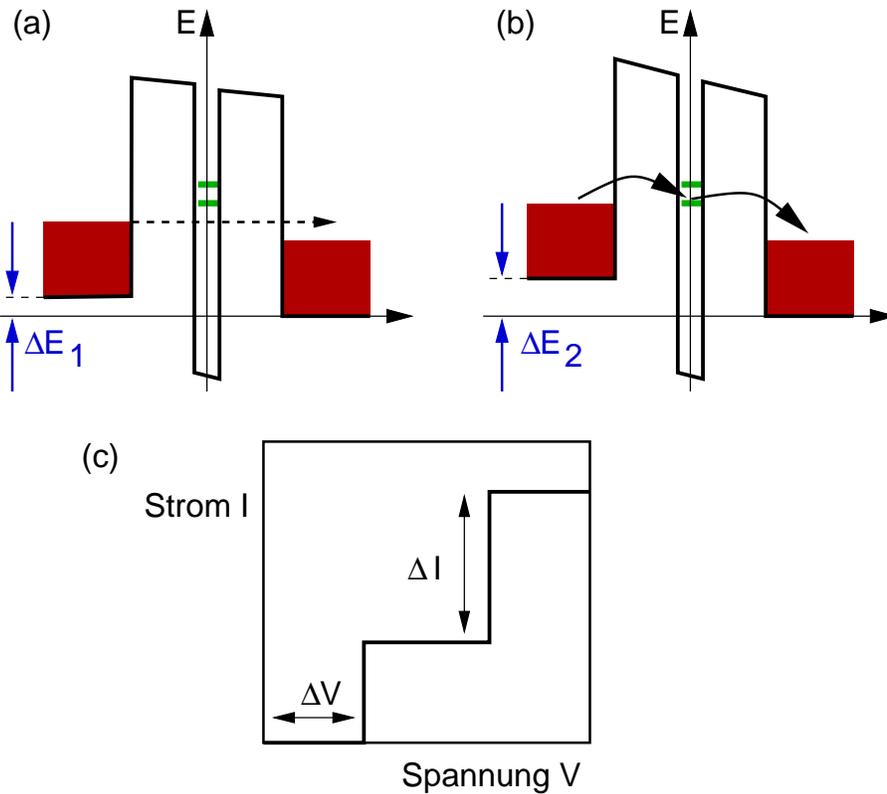


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung des Leitungsbandkantenverlaufes aus Abbildung 2.7 unter Vorspannung, (a) unterhalb der Resonanz, (b) in Resonanz. (c) Schematische Strom-Spannungskennlinie des resonanten Tunnelns mit dreidimensionalem Emittter.

folgender Stufen.

Aus den Spannungsdifferenzen  $\Delta V$ , gemessen in den Strom-Spannungskennlinien, kann man die entsprechenden Energiedifferenzen via

$$\Delta E = \alpha e \Delta V \quad (2.43)$$

mit der Elementarladung  $e$  und dem Hebelfaktor  $\alpha$  bestimmen. Der Hebelfaktor gibt an, welcher Anteil der an den äußeren Kontakten angelegten Spannung tatsächlich über der Barriere zwischen Emittter und Quantenpunktniveau abfällt. Er wird auch als Spannungs-Energie-Konversionsfaktor bezeichnet und ist ein Umrechnungsfaktor von Spannungen auf die Energieskala. Im einfachsten Fall, ohne Berücksichtigung der Zuleitungen und bei absolut symmetrischen Barrieren beträgt  $\alpha = 1/2$ . Im realen Fall ist allerdings zu berücksichtigen, dass ein Teil der Spannung in den Zuleitungen abfällt, dies reduziert bereits den maximalen Wert von 0.5. Selbstkonsistente Berechnungen der Bandstruktur haben gezeigt, dass unter Vorspannung in den undotierten Bereichen um die Barriere Ladungsträger-Verarmungszonen entstehen, die zu einem erhöhtem Spannungsabfall führen [28]. Zudem kann es bei asymmetrischen Barrieren zu Gewichtungverschiebungen kommen.

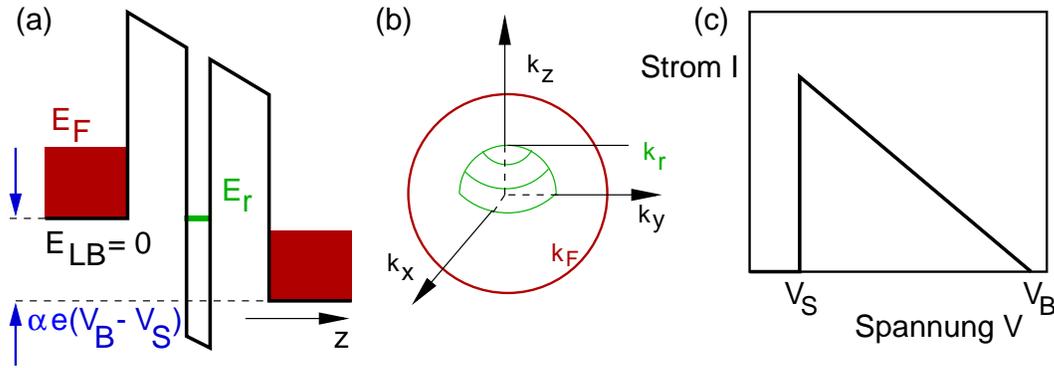


Abbildung 2.9: (a) Schematische Darstellung des Leitungsbandkantenverlaufes unter hoher Vorspannung, (b) Darstellung im  $\mathbf{k}$ -Raum, (c) Schematische Strom-Spannungskennlinie des resonanten 3D-0D-3D-Tunnelns.

### 2.2.2.2 3D-0D-Tunneln

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde zur Vereinfachung ein konstanter Stromfluss nach Auftreten des Resonanzfalles angenommen. Tatsächlich ändert sich aber der Strom oberhalb der Stufenkante in Abhängigkeit von der angelegten Spannung. Dies wird nun anhand der Abbildung 2.9 unter der Annahme diskutiert, dass nur ein nulldimensionaler Zustand mit der Energie  $E_r$  zum resonanten Tunneln zur Verfügung steht. Die betrachteten Energien werden auf die Leitungsbandunterkante des Emitters bezogen. Im Folgenden werden nur die Energien des Emitters betrachtet, so dass auf die Indizes zur Unterscheidung zum Kollektor verzichtet wird.

Oben wurde gezeigt, dass bei Anlegen einer Spannung an das System eine Stromstufe auftritt, sobald die Fermienergie des Emitters in Resonanz mit einem 0D Niveau ist,  $E_F = E_r$ . Die für den 3D-0D-3D-Tunnelprozess entscheidende Erhaltungsgröße ist die Gesamtenergie des tunnelnden Elektrons. Dies bedeutet, dass alle Elektronen aus dem 3D-Emitter mit den Wellenvektorkomponenten  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ , mit  $k_z > 0$ , die die Bedingung  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_r^2$  erfüllen, zum Tunnelstrom beitragen können. Die Größe  $k_r$  bezeichnet dabei den Wellenvektor, der zu der Energie des Quantenpunktes  $E_r = \hbar^2 k_r^2 / 2m^*$  gehört. Diese Auswahlregel ist in Abbildung 2.9 (b) skizziert. Nur die Elektronen, deren Wellenvektoren auf der Halbkugel mit Radius  $k_r$  liegen, können über das Niveau mit der Energie  $E_r$  tunneln. Durch Vergrößern der äußeren Spannung verschiebt die Energie  $E_r$  zu immer kleineren Werten, so dass die Halbkugel einen immer kleineren Durchmesser annimmt. Bei  $E_r = E_{LB}$  verschwindet  $k_r$  vollständig.

Der Strom ist proportional zu der Zahl der Zustände auf der Oberfläche der Fermikugel, so dass sich der in Abbildung 2.9 (c) dargestellte Stromverlauf ergibt. Unterhalb der Schwellspannung  $V_S$  kann kein Stromfluss stattfinden. Im Falle der Resonanz bei der Spannung  $V_S$  (d.h.  $E_F = E_r$ ) nimmt der Strom einen endlichen Wert an. Der Wert  $k_r$  ist maximal und beträgt  $k_r = k_F$ . Mit zunehmender Spannung sinkt der Strom linear, bis bei der Spannung  $V_B$  das Quantenniveau die Leitungsbandkante erreicht hat. Es gilt dann  $\alpha e(V_B - V_S) = E_F$ . Der Verlauf des

Stromes kann unter Berücksichtigung einer Temperaturverbreiterung der Emitter-Fermikante durch die Beziehung

$$I(V) \propto \frac{V_B - V}{1 + \exp\left\{\frac{\alpha}{k_B T}(V_S - V)\right\}} \quad \text{für } V \leq V_B, \quad (2.44)$$

$$I(V) = 0 \quad \text{für } V > V_B. \quad (2.45)$$

beschrieben werden.

Eine exakte theoretische Behandlung des Tunnelns durch nulldimensionale (0D) resonante Tunnelndioden erfordert eine aufwendige numerische Behandlung. Es ist die selbstkonsistente Lösung der Poisson und der Schrödinger-Gleichung in drei Dimensionen erforderlich. Dies soll allerdings in diesem Rahmen nicht weiter ausgeführt werden; der interessierte Leser wird auf [15] und Referenzen darin verwiesen.

Die Stromdichte durch einen Quantenpunkt lässt sich analog wie bei der Einzelbarriere ableiten. Eine Integration über alle Energiezustände ergibt

$$I(V) \sim \int_0^\infty dE D_E(E) f_E(E) T(E) D_K(E + eV) (1 - f_K(E + eV)) h_D(E), \quad (2.46)$$

unter Berücksichtigung der Zustandsdichten  $D_E(E)$  und  $D_K(E)$  im Emitter und Kollektor und einer Potentialdifferenz  $eV$  zwischen Emitter und Kollektor. Der Faktor  $1 - f_K(E + eV)$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass im Kollektor bei der Energie  $E + eV$  unbesetzte Zustände zum Hineintunneln zur Verfügung stehen. Bei endlichen Vorspannungen  $V$  und für  $eV \gg k_B T$  führt die Bandverkipfung dazu, dass  $(1 - f_K(E + eV)) = 1$  gilt. Die Funktion  $h_D(E)$  beschreibt die Energieverteilung des Quantenpunktes. Für eine idealisierte, deltaförmige Funktion lässt sich das Integral dann zu

$$I(V) \sim D_E(E_F) f_E(E_F) T(E_F) D_K(E_F + eV) \quad (2.47)$$

bestimmen.

Die Transmissionswahrscheinlichkeit  $T(E)$  ist eine wichtige Größe zur Beschreibung der resonanten Tunnelndioden. Elektronen mit der Energie  $E_z$  können, wie oben erläutert, durch die Doppelbarrieren hindurchtunneln, wenn sie in Resonanz mit einem Energieniveau  $E_r$  innerhalb der Barrieren sind. Quantenmechanische Berechnungen basieren auf der Kohärenz der Wellenfunktion über die gesamte Struktur. Dies bedeutet, dass die tunnelnden Elektronen keinerlei Streuprozessen unterliegen.

Die Lösung der Schrödinger Gleichung erfordert eine Anpassung des Problems in Form einer Zerlegung der Barrieren in eine Folge einzelner Schichten mit den entsprechenden Potentialenergien in jeder Schicht (Transfermatrix-Methode). Stetigkeitsbedingungen führen zu einer Beziehung für die einzelnen Wellenamplituden. Die Transfermatrix beschreibt schließlich den Quotienten zwischen dem transmittierten Strom und dem einfallenden Strom. Eine numerische Behandlung des Problems [13] liefert dann die kohärente Transmissionswahrscheinlichkeit  $T(E_z)$  in Abhängigkeit von der Energie in  $z$ -Richtung. In unmittelbarer Umgebung der Resonanz  $E_r$

kann sie durch die folgende einfache Form genähert werden [29]:

$$T(E_z) = \frac{T_0}{1 + [(E_z - E_r)/\Delta E_H]^2} = T_0 \frac{\Delta E_H^2}{\Delta E_H^2 + (E_z - E_r)^2} . \quad (2.48)$$

Der zweite Teil der Gleichung wird als Lorentz-Kurve oder Breit-Wigner-Funktion bezeichnet.  $T_0$  ist die maximale Transmissionswahrscheinlichkeit, die von der Symmetrie der Barrieren abhängig ist.  $T_0$  ist definiert durch [30]:

$$T_0 = 4 \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} , \quad (2.49)$$

wobei  $\Gamma_1$  und  $\Gamma_2$  die Tunnelraten der beiden Barrieren angeben.  $\Gamma_1$  ist die Tunnelrate für das Hineintunneln in den Quantenpunkt,  $\Gamma_2$  ist die Tunnelrate, die mit dem Verlassen des Dots verknüpft ist.  $T_0$  ist für symmetrische Barrieren gleich eins, für asymmetrische Barrieren ist der Wert reduziert.  $\Delta E_H$  bezeichnet die volle Halbwertsbreite des nulldimensionalen Zustandes

$$\Delta E_H = \hbar (\Gamma_1 + \Gamma_2) = \frac{\hbar}{\tau} . \quad (2.50)$$

Der zweite Term folgt mit der Gesamttunnelrate  $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 = 1/\tau$ . Die Lebensdauer  $\tau$  eines Zustandes bezeichnet diejenige Zeit, die ein Elektron benötigt, um den Quantenpunkt (durch eine der beiden Barrieren) wieder zu verlassen. Durch Einsetzen der Transmissionswahrscheinlichkeit  $T(E)$  aus Gleichung 2.48 in die Gleichung 2.47 lässt sich der Strom durch einen Quantenpunkt ermitteln.

Eine alternative Methode zur Bestimmung des Stromes durch einen lokalisierten Zustand eines Quantenpunkts innerhalb einer Doppelbarrierenstruktur basiert auf einem sequentiellen Tunnelbild [31]. Dabei wird der Tunnelprozess in zwei getrennte Prozesse zerlegt. Ersterer beschreibt das Tunneln zwischen dem Emitter und dem lokalisierten Zustand mit der Tunnelrate  $\Gamma_1$ , wobei beide Richtungen möglich sind. Der zweite Prozess beschreibt das Heraustunneln aus dem Quantenpunkt in den Kollektor hinein mit der Tunnelrate  $\Gamma_2$ . Beide Tunnelraten sind von der angelegten Spannung und der verfügbaren Zustandsdichte im jeweils angrenzenden Kontakt abhängig. Der Stromanteil durch einen einzelnen Zustand beträgt dann [32]:

$$\Delta I = 2e \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)} . \quad (2.51)$$

Der Faktor 2 berücksichtigt den Elektronenspin, d.h. maximal zwei Elektronen mit der Elementarladung  $e$  können gleichzeitig über das gleiche Resonanzniveau tunneln. Für den Fall, dass beide Tunnelraten gleich groß sind,  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ , erhält man

$$\Delta I = e\Gamma = \frac{e}{\tau} . \quad (2.52)$$

Gleichung 2.51 vernachlässigt allerdings noch die Wechselwirkung der Elektronen untereinander. Tunnelt ein Elektron unter Anlegen einer Spannung auf den Quantenpunkt, so wird es dort für eine gewisse Verweildauer  $\tau$  verbleiben. Dann wird

es aber für ein zweites Elektron mit entgegengesetztem Spin, das ohne Coulomb-Wechselwirkung gleichzeitig tunneln könnte, aufgrund der elektrostatischen Wechselwirkung unmöglich sein, ebenfalls den Quantenpunkt zu besetzen. Diese sogenannte *Coulomb-Blockade* hat zur Folge, dass der Strom nur durch einen Spin-Kanal getragen wird und daher reduziert wird [33]:

$$\Delta I_A = 2e \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(2\Gamma_1 + \Gamma_2)}. \quad (2.53)$$

Für identische Barrieren ( $\Gamma_1 = \Gamma_2$ ) ergibt sich  $\Delta I_A = \frac{2}{3}e\Gamma_1$ . Bei weiterer Spannungserhöhung kann dann der zweite Spin-Zustand zum Tunnelstrom beitragen; der Strom wird um  $\Delta I_B = \frac{1}{3}e\Gamma_1$  erhöht und nimmt wie in Gleichung 2.52 den Maximalwert  $\Delta I = \Delta I_A + \Delta I_B$  an.

Bei sehr asymmetrischen Barrieren kommt es zu einem starken Ungleichgewicht zwischen den Tunnelraten, was sich auf die Verweildauern des Elektrons im Quantenpunkt auswirkt. Für  $\Gamma_1 \gg \Gamma_2$  kann das Elektron sehr leicht in den Quantenpunkt hineintunneln und verlässt ihn langsam. In diesem Fall kommt die Coulomb-Blockade voll zum Tragen und die Tunnelrate wird halbiert:

$$\frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(2\Gamma_1 + \Gamma_2)} = \frac{\Gamma_2}{2 + \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}} \approx \frac{\Gamma_2}{2} \text{ für } \Gamma_1 \gg \Gamma_2 \quad (2.54)$$

Der Strom beträgt dann  $\frac{1}{2}\Delta I$ . Dagegen wird für  $\Gamma_1 \ll \Gamma_2$  die Coulomb-Wechselwirkung vernachlässigbar, denn das Elektron, das in den Quantenpunkt eingetunnelt ist wird diesen schneller wieder verlassen:

$$\frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{(2\Gamma_1 + \Gamma_2)} = \frac{\Gamma_1}{2\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} + 1} \approx \Gamma_1 \text{ für } \Gamma_1 \ll \Gamma_2 \quad (2.55)$$

Dies führt dazu, dass die Stufenhöhe wieder maximal  $\Delta I$  wird. Die Form der Strom-Spannungskennlinie ist also stark von der Barriersymmetrie, bzw. dem Verhältnis der Tunnelraten  $\Gamma_1/\Gamma_2$  abhängig [22, 23]. Es wird deutlich, dass in beiden Fällen diejenige Barriere mit der geringeren Tunnelrate den Tunnelprozess bestimmt.

# Kapitel 3

## Selbstorganisierte Quantenpunkte

Ziel dieses Kapitels ist es, eine kurze Übersicht über die Herstellung und die Eigenschaften selbstorganisierter Quantenpunkte zu geben. Dazu wird zunächst der Mechanismus des selbstorganisierten Quantenpunktwachstums vorgestellt und anschließend der Einfluss einiger verschiedener Wachstumsparameter diskutiert. Dabei wird besondere Betonung auf das Materialsystem InAs/AlAs gelegt. Im zweiten Teil des Kapitels wird ein kurzer Abriss über den Stand der Literatur bezüglich der Untersuchung der elektronischen Struktur selbstorganisierter InAs/GaAs- bzw. InAs/AlAs Quantenpunkte gegeben.

Die Herstellung elektronisch nulldimensionaler Strukturen kann auf verschiedenen Wegen erfolgen. In den 80er Jahren entwickelte sich das epitaktische Wachstum mit Molekularstrahlepitaxie (MBE<sup>1</sup>) und metallorganischer Gasphasenepitaxie (MOCVD<sup>2</sup>) rasch zu einer hohen Qualität. Gleichzeitig wurden die Lithographiemethoden an Halbleitermaterialien verbessert. So lag es nahe, hochwertige zweidimensionale Systeme mit lithographischen Methoden zu strukturieren, um die Dimensionalität weiter zu reduzieren. Vorteile hierbei sind die nahezu beliebig einstellbare Größe und Formgebung und das Vorhandensein einer Vielzahl von Prozessierungstechniken für Halbleitermaterialien. Probleme bereiten allerdings die z.T. sehr aufwendigen Prozesse, insbesondere für sehr kleine Strukturgrößen.

Einen völlig anderen Weg geht das sogenannte selbstorganisierte Wachstum. Damit ist eine direkte Herstellung nulldimensionaler Strukturen mit Größenabmessungen im Bereich von wenigen 10 nm möglich. Das selbstorganisierte Wachstum, bei dem sich die nulldimensionalen Systeme direkt während des Wachstumsprozesses bilden, wurde an einer Vielzahl an Materialsystemen untersucht, z.B. an Ge/Si und InAs/GaAs. 1985 beobachteten Goldstein et al. [34] als erste, dass eine Übergitterstruktur aus InAs und GaAs mit wenigen Monolagen InAs bei geeigneten Wachstumsbedingungen eine sehr homogene Verteilung von Inseln zeigt. Im Folgenden berichteten weitere Gruppen über das Wachstum kohärenter InAs-, bzw. InGaAs Inseln auf GaAs Substraten [35, 36]. Dabei wird bei einer Quantenpunktgröße von 3 nm Höhe und 12 nm Basisradius eine sehr schmale

---

<sup>1</sup>engl.: Molecular Beam Epitaxy

<sup>2</sup>engl.: Metal Organic Chemical Vapor Deposition

Größenverteilung beobachtet. Inzwischen können Einfach- und Mehrfachlagen [37, 38] sehr kleiner Quantenpunkte mit Durchmessern  $d \sim 10$  nm und mit kleiner Größenverteilung ( $< 10$  %) und hoher Ordnung hergestellt werden. Diese Systeme enthalten eine sehr hohe Quantenpunktdichte und besitzen hohe optische Qualität, so dass sie bereits Anwendung in optischen Bauteilen finden. Eine weiterführende Übersicht hierzu bieten z.B. Bimberg et al. [39].

## 3.1 Selbstorganisiertes Wachstum

### 3.1.1 Grundlagen

Beim heteroepitaktischen Wachstum unterscheidet man drei verschiedene Wachstumsmodi: Das rein zweidimensionale Frank-van-der-Merve Wachstum, das rein dreidimensionale Vollmer-Weber-Wachstum und die Kombination aus zwei- und dreidimensionalem Wachstum, das Stranski-Krastanov-Wachstum. Üblicherweise sind bei der Herstellung von Halbleiterheterostrukturen, z.B. für Übergitter oder zweidimensionale Elektronengase, möglichst glatte Schichten im Frank-van-der-Merve-Wachstum erwünscht. Dabei wird Lage für Lage die gewählte Schichtenfolge auf dem Substrat aufgewachsen. Dagegen kann man das sogenannte gitterfehlangepasste Stranski-Krastanov-Wachstum gezielt ausnutzen, um sehr kleine Strukturen im Nanometerbereich herzustellen. Der entsprechend stattfindende Wachstumsmodus ist von den Grenzflächenenergien und der Gitterfehlangepassung im jeweils gegebenen System abhängig. Bezeichnen  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  die Energie der Substratoberfläche, bzw. die Oberflächenenergie der aufgetragenen Schicht und  $\gamma_{12}$  die Grenzflächenenergie, so findet im gitterangepassten System für  $\gamma_1 + \gamma_{12} < \gamma_2$  eine gleichmäßige Benetzung der Oberfläche, also Wachstum im Frank-van-der-Merve Modus, statt, wie es schematisch in Abbildung 3.1 (a) gezeigt ist. Ändert sich die Summe  $\gamma_1 + \gamma_{12}$ , so kann es zum Vollmer-Weber-Wachstum kommen, bei dem das aufgewachsene Material dreidimensionale, mehrere Monolagen hohe Inseln bildet.

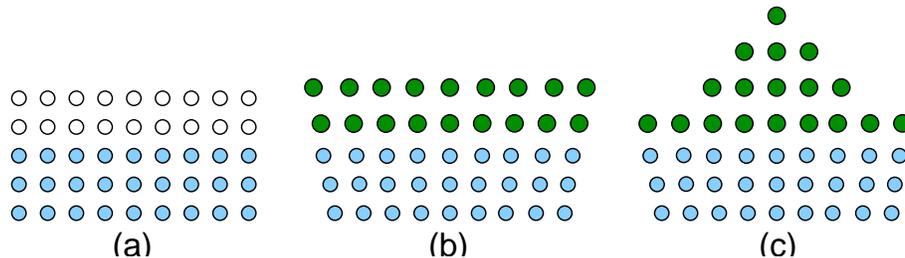


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Frank-van-der-Merve-Wachstums (a), der Verspannung bei Gitterfehlangepassung (b) und des Stranski-Krastanov-Wachstums (c).

Existiert zusätzlich eine Gitterfehlangepassung, kann dies zum Wachstum im Stranski-Krastanov-Modus führen. Beispielsweise beträgt die Abweichung in der Gitterkonstante zwischen GaAs oder AlAs als Substratmaterial und InAs als dem

darauf aufgewachsenen Material<sup>3</sup> ca. 7 %. Hat die aufgewachsene, verspannte Schicht eine kleine Grenzflächenenergie, so wächst sie zunächst benetzend. Bei größeren Schichtdicken nimmt die Verspannungsenergie zu. Das System kann seine Gesamtenergie verringern, indem sich isolierte Inseln bilden, in denen die Verspannung zunächst elastisch relaxiert. Abbildung 3.1 (b) und (c) veranschaulichen diesen Prozess. Die entstandenen Inseln sind versetzungsfrei und gleichmäßig verspannt, und werden aufgrund ihres Stranski-Krastanov-Wachstums und ihrer geringen Ausdehnung im Bereich der nm-Skala als *selbstorganisierte Quantenpunkte* bezeichnet.

Die Quantenpunkte können nunmehr durch Überwachsen mit einem anderen Halbleitermaterial (üblicherweise ist dies das darunterliegende Substratmaterial) in eine Halbleitermatrix eingebettet werden. Aufgrund der geringeren Wachstumsrate auf den facettenflächen der Quantenpunkte wird der Bereich um die dreidimensionalen Inseln herum aufgefüllt, bis diese vollständig bedeckt sind. Dieser Vorgang ist in der Abbildung 3.2 (a) skizziert.

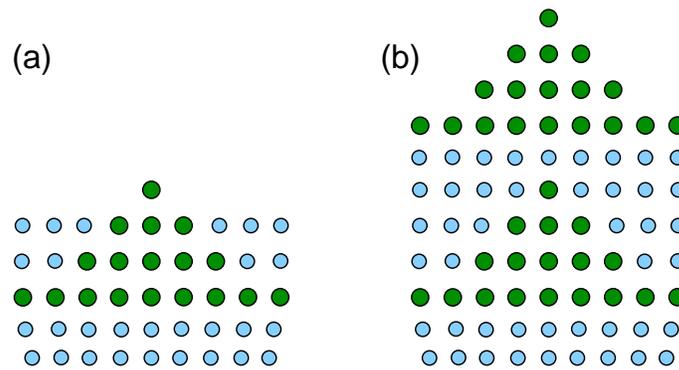


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Vergrabens der Quantenpunkte (a) und des Wachstums gekoppelter Quantenpunkte (b).

Wird nun eine weitere Quantenpunktschicht gewachsen, so führt die Verspannung im darunterliegenden Material zu einem inhomogenen Spannungsfeld, mit einem Maximum an Verspannung direkt über einem vergrabenen Quantenpunkt – die Gitterkonstante ist noch vergrößert. Ein auf der verspannten GaAs-Oberfläche migrierendes In-Atom wird sich bevorzugt über einem vergrabenen Quantenpunkt anlagern, so dass es – ebenfalls selbstorganisiert – zu einem vertikal geordneten Wachstum der Inseln direkt übereinander kommt. Dieser Vorgang ist in Abbildung 3.2 (b) skizziert. Die Reichweite der Spannungsfelder im System InAs/GaAs geht dabei bis hinauf zu 40 Monolagen [40]. Dies bedeutet, dass das Wachstum der InAs-Quantenpunkte bis zu dieser GaAs-Trennschichtdicke noch korreliert ist. Mit dieser Methode ist es möglich, durch Wachsen einer Vielzahl von Quantenpunktschichten ein dreidimensionales Gitter sehr ähnlicher nulldimensionaler Strukturen herzustellen. Dies ist insbesondere für Laseranwendungen interessant, die für eine hohe Quantenausbeute große Zahlen identischer Quantenpunkte benötigen. Ist der Abstand zwischen den einzelnen Quantenpunktschichten so klein, dass eine gegenseitige

<sup>3</sup>Gitterkonstanten bei  $T = 300$  K im Vergleich:  $a_{GaAs} = 0.5653$  nm,  $a_{AlAs} = 0.5660$  nm,  $a_{InAs} = 0.6058$  nm

Beeinflussung der jeweiligen Energieniveaus stattfindet, spricht man von *elektro-nisch gekoppelten* Quantenpunkten.

### 3.1.2 Wachstumsparameter

Im Folgenden wird kurz der Einfluß einiger ausgewählter Quantenpunkt-Wachstumsparameter für das dieser Arbeit zugrundeliegende Materialsystem InAs/AlAs und das verwandte System InAs/GaAs vorgestellt. Dabei wird angedeutet, wie sensibel die Struktur des entstehenden Quantenpunktensembles, d.h. die Ordnung der Inseln in Größe, Dichte, Zusammensetzung und Form, von den jeweils vorherrschenden MBE-Wachstumsbedingungen abhängt.

Die Orientierung des Ausgangssubstrates beeinflusst die für das Quantenpunkt-wachstum entscheidende Verspannungsenergie und die Oberflächenenergie. Während auf der (100)-Fläche gewachsene Quantenpunkte typischerweise eine laterale Ausdehnung von wenigen 10 nm haben, kommt es beispielsweise beim  $\text{In}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}$ -Wachstum auf (311)B GaAs-Substrat zur Bildung von sehr großen Inseln mit Durchmessern von über 100 nm [41]. Dagegen bilden sich beim InAs-Wachstum auf (111)A-GaAs-Substratoberflächen keine dreidimensionalen Inseln. Das Wachstum bleibt zweidimensional, vermutlich aufgrund der hohen Oberflächenenergie dieser Kristallrichtung [42].

Ein weiterer wichtiger Parameter für die Quantenpunkt-Bildung ist die Substrattemperatur. Ledentsov et al. [43] berichten bei konstanter InAs-Bedeckung über eine Abnahme des Inselvolumens mit zunehmender Substrattemperatur. Zudem beobachten sie reversible Prozesse, bei denen mit abnehmender Substrattemperatur von 500°C auf 450°C eine Abnahme in der lateralen Ausdehnung der Quantenpunkte von 21 nm auf 17 nm stattfindet. Gleichzeitig nimmt die Inseldichte von ca.  $2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  auf ca.  $7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  zu und die Inselhöhe wächst von 4 nm auf 10 nm an.

Insbesondere die kritische Schichtdicke, bei welcher der Übergang vom benetzenden Wachstum zum dreidimensionalen Inselwachstum erfolgt, wird durch die Substrattemperatur wesentlich bestimmt. Während sie bei InAs/GaAs für Temperaturen um 520°C typischerweise bei 1.6 Monolagen (ML) liegt, bilden sich bei verhältnismäßig niederen Temperaturen von 420°C bereits ab 0.6 ML Quantenpunkte [44].

#### 3.1.2.1 Besonderheiten des Materialsystems InAs/AlAs

Während das Materialsystem InAs/GaAs eingehend untersucht ist, gibt es weniger Informationen über Eigenschaften von InAs Quantenpunkten auf AlAs [45, 46, 47]. Die Kombination InAs/AlAs ist insbesondere deswegen interessant, weil die höhere effektive Energiebarriere eine höhere Stabilität der energetischen Zustände bei hohen Temperaturen verspricht [48]. Erste Bauteile, die diesen Effekt ausnutzen, sind bereits realisiert [49, 50]. Trotz vergleichbarer Gitterverspannung von 7 % zwischen InAs und GaAs bzw. AlAs, zeigen sich deutliche Unterschiede im dreidimensionalen Wachstum beider Systeme [47].

Zunächst unterscheiden sie sich in der Natur der Benetzungsschicht: InAs Schichtdicken unter einer Monolage führen auf GaAs zur Bildung von langgestreckten, eine Monolage hohen Inseln. Die Ausrichtung der Inseln erfolgt entsprechend der jeweils gegebenen Oberflächensymmetrie, welche durch die Oberflächen-Rekonstruktion und die Anisotropie der Ad-Atom Diffusion gegeben ist. Typischerweise ist die Diffusionslänge in die Richtung  $[1\bar{1}0]$  größer als entlang  $[110]$ . Ballet et al. [47] beobachteten „mäandrierende Ketten“ von InAs auf dem GaAs-Substrat. Die resultierende wellige Oberflächenstruktur wird mit der Vermischung von In- und Ga-Atomen an der Grenzfläche begründet. Dieser Effekt ist weniger stark ausgeprägt bei der Benetzungsschicht, die InAs auf AlAs bildet. Der Übergang zum dreidimensionalen Wachstum findet bei gleicher Wachstumstemperatur auf AlAs erst später statt. Typische Werte bei 500 °C sind 1.7 ML für GaAs und 2.2 ML für AlAs. Dabei ist der kritische Punkt, d.h. der Übergang zum dreidimensionalen Wachstum stark temperaturabhängig und verschiebt sich mit zunehmender Substrattemperatur zu größeren Schichtdicken. Dieses Verhalten ist auf ein stärkeres Vermischen an der InAs/AlAs-Grenzfläche mit wachsender Temperatur und somit auf eine verringerte Gitterfehlpassung und Verspannungsenergie in der Benetzungsschicht zurückzuführen.

Schließlich zeigen auch die dreidimensionalen InAs Strukturen unterschiedliches Verhalten, je nachdem ob sie auf AlAs oder auf GaAs aufgewachsen wurden. Die von Natur aus größere Oberflächenrauigkeit des AlAs wird bei Bildung der zweidimensionalen Benetzungsschicht etwas ausgeglichen. Die InAs Inseln wachsen auf AlAs mit sehr hoher Dichte, was auf die kleinere Diffusionslänge auf AlAs zurückzuführen ist. Mit zunehmender InAs-Bedeckung bleibt die Quantenpunktdichte nahezu konstant, während die Inselgröße zunimmt. Bei vergleichbaren Wachstumsbedingungen zeigt im Gegensatz dazu die Quantenpunktdichte auf GaAs eine eindeutige Abhängigkeit von der InAs-Bedeckung [35]. Die einmal bei festgelegten Wachstumsbedingungen erreichte Quantenpunktausdehnung ist von der Bedeckung unabhängig. Allerdings beobachten andere Gruppen unter geänderten Wachstumsbedingungen eine konstante Dichte und Form mit zunehmender Bedeckung, während der Quantenpunktradius zunimmt [44, 36].

### 3.1.3 Direkte Struktur-Analysemethoden

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, Aufschluß über die Struktur der selbstorganisierten Quantenpunkte zu bekommen. Eine Methode, in situ den Wachstumsprozeß zu beobachten, ist die Beugung schneller Elektronen (RHEED<sup>4</sup>). Aus dem Beugungsbild der hochenergetischen Elektronen (10-15 keV), die unter flachem Einfallswinkel die Wachstumsoberfläche treffen, kann man auf die Oberflächenrekonstruktion und -morphologie schließen. Mittels dieser oberflächensensitiven Methode, die standardmäßig bei der Molekularstrahlepitaxie zur Kontrolle des Wachstums eingesetzt wird, kann man exakt den Übergang vom zwei- zum dreidimensionalen Wachstum bestimmen.

---

<sup>4</sup>RHEED: engl.: **R**eflective **H**igh **E**nergy **E**lectron **D**iffraction

Nach Abschluß des Wachstums können die Quantenpunkte mit Rastertunnelmikroskopie (STM<sup>5</sup>), Rasterkraftmikroskopie (AFM<sup>6</sup>) oder Transmissionselektronenmikroskopie (TEM<sup>7</sup>) bezüglich ihrer Struktur – insbesondere im Hinblick auf Größe, Dichte und Form – untersucht werden. Alle Methoden bieten im Prinzip eine Auflösung im atomaren Bereich. Allerdings muß bei der Rasterkraftmikroskopie berücksichtigt werden, daß die tatsächliche Auflösung i.d.R. durch die Größe und Form der Spitze verringert wird. Zudem finden die AFM- und STM-Messungen auf nicht weiter überwachsenen Proben typischerweise bei Raumtemperatur statt. Dies sind andere Verhältnisse als unmittelbar während des Wachstums, so daß eine veränderte Oberflächenmorphologie vorliegen kann. Schließlich ist bei TEM-Messungen zu beachten, dass sie nicht unbedingt die absolute Größe der im Kristallgitter eingewachsenen Quantenpunkte darstellen, da hier das diese umgebende Spannungsfeld Einfluss auf die Bildgebung hat [51].

## 3.2 Untersuchungen zur elektronischen Struktur

### 3.2.1 Optische Experimente

Die elektronischen Eigenschaften der selbstorganisierten Quantenpunkte lassen sich mit optischen Experimenten verhältnismäßig einfach untersuchen. Die  $\delta$ -förmige Zustandsdichte eines einzelnen Quantenpunktes führt zu sehr scharfen Emissionslinien. Verschiebungen oder Aufspaltungen der Energieniveaus der Quantenpunkte sind direkt in den entsprechenden optischen Spektren, in der Photolumineszenz (PL), beobachtbar. Bereits 1985 führten Goldstein et al. Photolumineszenzmessungen an InAs/GaAs-Übergittern mit unterschiedlichen Schichtdicken von InAs durch [34]. Sie beobachteten zwei verschiedene, energetisch um ca. 300 meV auseinanderliegende Emissionssignale. Eines konnte den InAs-Benetzungsschichten zugeordnet werden, das andere den Quantenpunkten. Das Quantenpunktsignal ist eine inhomogen verbreiterte Emissionsbande, die sich aus den einzelnen Spektrallinien der Quantenpunkte zusammensetzt, deren Energie geringfügig variiert (z.B. durch Fluktuationen der Größe, Legierung oder Verspannung). Zu Beginn der 90er Jahre begannen dann verschiedene Gruppen mit eingehenden Photolumineszenzuntersuchungen an selbstorganisierten InAs Quantenpunkten in GaAs [36, 52].

Beobachtete Wellenlängen der PL-Emissionsmaxima von Quantenpunkten in einer GaAs-Matrix liegen im infraroten Bereich, typischerweise um 1050 nm für InAs-Dots und 975 nm für  $\text{In}_{0.5}\text{Ga}_{0.5}\text{As}$ -Dots bei ca. 10 K [53, 52]. Dies entspricht einer Bandlücke von 1.14 eV, bzw. 1.23 eV. Für praktische Anwendungen allerdings wären Wellenlängen im sichtbaren Bereich interessant. Lee et al. [46] berichten von (rot) sichtbarer Photolumineszenz aus InAs Quantenpunkten, die in eine 26 nm dicke AlAs-Barriere eingebettet sind. Die Emissionswellenlänge liegt für Temperaturen von 17 K aufgrund der kleineren Quantenpunktgröße bei 700 nm (1.71 eV).

<sup>5</sup>engl.: Scanning Tunneling Microscopy

<sup>6</sup>engl.: Atomic Force Microscopy

<sup>7</sup>engl.: Transmission Electron Microscopy

Theoretisch sollte das Rekombinationsspektrum eines Quantenpunktes aus einer Reihe schmaler Linien bestehen, die den Grundzustand und angeregte Zustände repräsentieren. Tatsächlich beobachteten Marzin et al. [54] wie sich mit abnehmender Mesafläche, also abnehmender Zahl der am PL-Signal beteiligten Quantenpunkte, aus einem energetisch breiten, gaussförmigen PL-Signal eine Folge sehr scharfer Emissionslinien entwickelt. Die Energieposition der einzelnen PL-Emissionsmaxima ist vom energetischen Abstand zwischen Elektronen und Löchern, d.h. von der Stärke des Einschlußpotentials, also letztlich der jeweiligen Quantenpunktgröße abhängig.

Ein externes statisches Magnetfeld führt zu einer diamagnetischen Verschiebung der Energieniveaus und zu einer Zeeman-Aufspaltung der spinentarteten Niveaus. Bayer et al. [55] beobachteten in  $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$  Quantenpunkten ein Anwachsen der Spinaufspaltung mit abnehmender Inselgröße. Dies wird auf eine Vergrößerung des  $g$ -Faktors der Löcher zurückgeführt.

Neben einer Vielzahl an Photolumineszenzmessungen wurden die selbstorganisierten Quantenpunkte unter anderem mit Photolumineszenz-Emissionsspektroskopie und in Absorptionsexperimenten untersucht. Eine ausführliche Übersicht hierzu bieten Bimberg et al. [39].

### 3.2.2 Elektrische Eigenschaften

Optische Experimente sind besonders geeignet die exzitonischen Eigenschaften, also die Eigenschaften von Elektron-Loch-Paaren, in den selbstorganisierten Quantenpunkte zu untersuchen, haben aber den Nachteil, dass sie nicht die Energieniveaus und die Ladungsträgerdynamik von Elektronen und Löchern getrennt darstellen können. Gerade dies ist aber von fundamentellem Interesse und besonders wichtig für Anwendungen und Bauteile. Die folgenden Unterabschnitte stellen kurz die gängigsten Untersuchungsmethoden zur Klärung der elektrischen Eigenschaften und ihre wichtigsten Ergebnisse vor.

#### 3.2.2.1 Kapazitätsspektroskopie

Mittels Kapazitätsspektroskopie (CV-Methode) kann man die elektronische Struktur der Quantenpunkte durch Aufladen derselben mit Elektronen (oder Löchern) untersuchen. Drexler et al. verwendeten dazu eine MISFET<sup>8</sup>-Struktur auf GaAs/AlGaAs-Basis [56]. Auf eine dotierte GaAs-Schicht, die das Elektronenreservoir darstellt (ohmsche Kontakte), folgt ein undotierter GaAs-Bereich. Durch diese Barriere können die Elektronen in die daran anschließende Quantenpunkt-Schicht tunneln. Ein GaAs/AlAs-Übergitter schirmt diese von der Metallelektrode auf der Probenoberseite ab und verhindert ein Heraustunneln der Elektronen. Durch Variation der Spannung an der Steuerelektrode wird die Fermienergie gegenüber den Energieniveaus der Quantenpunkte verschoben. So können diese nach und nach kontrolliert mit Elektronen geladen werden. Wird das System nun mit einem zusätzlichen Wechselspannungssignal angeregt, kann man durch Messungen der differentiellen Kapazität den Grundzustand und angeregte Zustände des Quantenpunktensembles auflösen

<sup>8</sup>engl.: Metal Insulator Semiconductor Field Effect Transistor

[56]. Ein Maximum in der Kapazität ist dabei einem Maximum in der Zustandsdichte der Quantenpunkt-Energielevels zuzuordnen. Damit ist es möglich, sukzessive Aufladung der Quantenpunkte und Elektron-Elektron-Wechselwirkungen zu untersuchen. Die Breite des Signals wird u.a. durch die Temperatur und durch die leicht inhomogene Größenverteilung der Dots bestimmt. Zudem hat die Amplitude der angelegten Wechselspannung Einfluß auf die Signalbreite.

Ist ein Quantenpunkt mit einem Elektron im s-förmigen Grundzustand gefüllt, so erfordert das Hinzufügen eines weiteren Elektrons in den Quantenpunkt die zusätzliche Ladungsenergie in der Größe  $E_C = e^2/C_D$  mit  $C_D$  als Kapazität des Quantenpunktes. Die Fermienergie muß also um diesen Betrag weiter angehoben werden, um die Insel mit einem zweiten Elektron zu laden. Fricke et al. [57] beobachteten ein entsprechendes Signal mit zwei Maxima für den s-Zustand. Weitere Elektronen werden in angeregte Zustände gefüllt. Die Energiedifferenz, die hierzu erforderlich ist, enthält zum einen den Ladeenergie-Beitrag  $E_C$ , zum anderen den Energieabstand zwischen Einteilchen-Grundzustand und angeregten Zuständen.

In hochauflösenden Kapazitätsspektroskopie-Experimenten mit kleinen Steuerelektrodenflächen konnte deutlich die Aufspaltung des s-förmigen Grundzustandes und des p-förmigen ersten angeregten Zustandes beobachtet werden [58]. Auch das Füllen der ersten zwei Elektronen in die d-Schale konnte nachgewiesen werden. Die Zuordnung der Kapazitätsmaxima zu den s-, p-, und d-Schalen wird durch das Verhalten im Magnetfeld bestimmt. Der Grundzustand wird im Magnetfeld nur wenig beeinflusst, während die vier p-Zustände mit zunehmendem Feld aufspalten (Fock-Modell).

Neben der Elektron-Elektron-Wechselwirkung, die bei der Ladung *eines* Quantenpunktes auftritt, wurde die Intradot-Wechselwirkung bei der Aufladung des gesamten Quantenpunktensembles von Medeiros-Ribeiro et al. untersucht [59]. Dabei führt letztere zu einer Verschiebung der Kapazitätsmaxima zu höheren Spannungen. Zudem bestimmt in einem geordneten Ensemble die Wechselwirkung zwischen den Quantenpunkte die Verteilung der Elektronen auf die einzelnen Dots.

### 3.2.2.2 DLTS als zeitaufgelöste CV-Methode

DLTS<sup>9</sup> als zeitaufgelöste Kapazitätsspektroskopie bietet zusätzlich zur elektronischen Struktur der Quantenpunkte noch Information über die Ladungsträgerdynamik in diesen Systemen. Dynamische Prozesse, wie das Einfangen und die Emission der Ladungsträger können damit untersucht werden. Die Probenstruktur besteht im Wesentlichen aus einem pn-Übergang, in dessen Nachbarschaft die InAs-Quantenpunkte gewachsen wurden, so dass über eine angelegte Spannung das Laden und Entladen der Inseln gesteuert werden kann. Bei Anlegen einer Sperrspannung an den pn-Übergang, oder bei entsprechender Lage der Dots bezüglich des Übergangs, befinden sich die Quantenpunkte innerhalb der Verarmungszone und sind daher leer; ein Ladepuls mit entgegengesetzter Spannung führt zum Füllen der Dots. Die Breite der Verarmungszone und damit die Kapazität des Überganges ist von der Ladungsmenge innerhalb der Raumladungszone abhängig. Damit ist es möglich,

<sup>9</sup>engl.: Deep Level Transient Spectroscopy

direkt die Ladung der Quantenpunkte und ihre zeitliche Veränderung zu messen. In den Dots „gefangene“ Elektronen werden nach einer charakteristischen Zeit wieder emittiert. Die entsprechende Zeitkonstante ist von dem jeweils für die Emission verantwortlichen Prozess abhängig. Kapteyn et al. [60] konnten zwei verschiedene Prozesse differenzieren. Sie beobachteten bei tiefen Temperaturen unter 30 K ein Tunneln aus den Quantenpunkt-Zuständen in die GaAs-Barriere. Um ca. 40 K findet thermische Aktivierung der Elektronen aus QD-Grundzuständen in angeregte Quantenpunkt-Zustände mit anschließender Emission in die GaAs-Matrix. Mit der DLTS-Methode ist es möglich, die Dynamik beider Ladungsträgerarten, also sowohl die der Elektronen als auch die der Löcher, zu untersuchen [61].

### 3.2.2.3 Lateraler Transport

Nur wenige Gruppen untersuchten Elektronentransport in der Ebene der Quantenpunkte [62, 63]. Horiguchi et al. [64] verwendeten dazu eine modulationsdotierte Struktur, die ein zweidimensionales Elektronengas und eine Schicht selbstorganisierter Quantenpunkte enthielt. Wird an die auf der Oberfläche aufgebracht Al-Steuer Elektroden eine negative Spannung angelegt, kann die Probe derart beeinflusst werden, dass nur die Quantenpunkte mit Elektronen besetzt sind. Zudem wird damit der Elektronenpfad seitlich eingeschränkt. In der Strom-Spannungscharakteristik sind bei großen negativen Spannungen zwei Strommaxima zu beobachten, die Stromfluss durch den Grundzustand bzw. durch einen durch die Ladeenergie des Quantenpunktes davon separierten Zustand repräsentieren. Diese Strommaxima lassen sich bis zu einer Temperatur von 20 K auflösen.

### 3.2.2.4 Vertikales Tunneln

Für Experimente in vertikalen Tunnelstrukturen werden die Quantenpunkte in die Barriere einer resonanten Tunnelodiode eingewachsen, wie es in Abschnitt 4.1.1 beschrieben wird. Nach den Ausführungen in Abschnitt 2.2.2 wird dann nur im Fall der Resonanz von Elektronenzuständen im Emitter mit den Quantenpunktniveaus ein Stromfluss beobachtet. Zudem kann man Tunneln durch die InAs Benetzungsschicht messen.

In einem der ersten Transportexperimente wurde das Tunneln aus einem zweidimensionalen Emitter heraus in die in eine AlAs Barriere eingebetteten InAs Quantenpunkte untersucht [65]. Für positive Spannungspolarität<sup>10</sup> wurden scharfe Strommaxima im pA-Bereich beobachtet. Dagegen wurden in negativer Polarität Stromstufen gemessen. Aus der diamagnetischen Verschiebung der Strommaxima in einem zum Stromfluß parallelen Magnetfeld konnte eine Ausdehnung der elektronischen Zustände zu  $10 \pm 5$  nm bestimmt werden. Die beobachteten Strommaxima werden Tunnelprozessen durch *einzelne* Quantenpunkte zugeschrieben. Zudem kann der Quantenpunkt als Spektrometer benutzt werden, um die Zustandsdichte des zweidimensionalen Emitters zu untersuchen [66]. Diese Methode der Spektroskopie

---

<sup>10</sup>Die Elektronen tunneln in diesem Fall in die Basis der Quantenpunkte und verlassen sie über die Spitze.

mittels Quantenpunkt-Störstellenniveaus als Spektrometer zur Untersuchung eines dreidimensionalen Emitters eingesetzt [25, 67].

Narihiro et al. untersuchten InAs Quantenpunkte in einer AlAs Barriere, wobei das InAs von einer jeweils zwei Monolagen dicken GaAs Schicht umgeben war [68]. Hier wurden Strommaxima im nA-Bereich beobachtet. Der Grundzustand und angeregte Zustände konnten identifiziert werden. Es wird argumentiert, dass deren Entartung aufgrund der Ladeenergie aufgehoben sei. Mit einem in der Ebene der Quantenpunkte angelegten Magnetfeld kann die Form der Wellenfunktion und die räumliche Ausdehnung der ersten zwei elektronischen Zustände aufgelöst werden.

InAs Quantenpunkte, die in einer  $\text{Al}_{0.24}\text{Ga}_{0.76}\text{As}$  Barriere eingewachsen waren, untersuchten Suzuki et al. [69]. Das Elektronenreservoir stellte hier ein 3D-Emitter.

Thornton et al. bestimmten die Spinaufspaltung der Quantenpunkte in einem Magnetfeld, das in der Wachstumsebene angelegt war [70]. Dabei konnten sie vollständige Spinpolarisation des zweidimensionalen Emitters beobachten und damit das Vorzeichen des  $g$ -Faktors der Quantenpunkte bestimmen. Sie erhielten  $g$ -Faktoren für die verschiedenen InAs-Quantenpunkte zwischen  $+0.52 \pm 0.08$  und  $+1.6 \pm 0.2$ . Es konnte neben dieser starken Streuung der Werte keine Korrelation zwischen der Spannungsposition und den zugehörigen  $g$ -Faktoren festgestellt werden. Die starke Abweichung der  $g$ -Faktoren der Quantenpunkte vom Wert für den InAs-Festkörper wurde mit einem einfachen  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modell begründet. Die Argumentation entspricht den Ausführungen zu Gleichung 2.27 in Abschnitt 2.1.2.3.

Austing et al. [71] untersuchten ein InAs Dot-Ensemble, welches mit seitlichen Steuerelektroden versehen war. Trotz der großen Zahl von einigen Hundert Quantenpunkten in der Diode tragen nur wenige am Stromfluss im Einsatzbereich, d.h. bei kleinen Spannungen, bei. Mittels Magnetospektroskopie wurde von Vdovin et al. [72] die räumliche Ausdehnung der elektronischen Wellenfunktion von InAs Quantenpunkte untersucht.

# Kapitel 4

## Experimentelle Grundlagen

In diesem Kapitel werden Grundlagen für die Untersuchung der Tunneldioden mit InAs Quantenpunkten behandelt. Dazu wird zunächst das Wachstum der aktiven Schichten inklusive Quantenpunkten und die anschließende Strukturierung der resonanten Tunneldioden beschrieben. Es werden dann einige Ergebnisse zur Untersuchung der Struktur der Quantenpunkte mittels Transmissionselektronenmikroskop, Rasterkraftmikroskop und Photolumineszenzmessungen vorgestellt. Der daran anschließende Abschnitt befasst sich mit den experimentellen Voraussetzungen in Bezug auf Kryostatensysteme und eingesetzte Magnetfelder. Hier werden auch die verwendeten Messaufbauten beschrieben. Als erste Charakterisierungsmessungen werden im Abschnitt  $\Gamma$ -X-Tunneln Strom-Spannungskennlinien dreier verschiedener Diodyentypen verglichen.

### 4.1 Die InAs Quantenpunkt-Proben

#### 4.1.1 Herstellung

In diesem Abschnitt wird exemplarisch am Beispiel des Wafers P238 der Aufbau der verwendeten Proben beschrieben. Die Herstellung der resonanten Tunneldioden-Wafer erfolgte an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig. Sie wurden von Klaus Pierz und Holger Marx mittels Molekularstrahlepitaxie gewachsen. Vorteile dieser Wachstumsmethode sind eine hohe Reinheit und ein verhältnismäßig langsames Schichtwachstum, so dass kontrolliert einzelne Monolagen (ML) abgeschieden werden können. Damit bietet sich die Möglichkeit, sehr exakte, glatte Grenzschichten herzustellen.

Die Probenstruktur der Probe P238 ist in Abbildung 4.1 (a) schematisch dargestellt. Die Tabelle 4.1.1 enthält eine Übersicht der Schichtenfolge und der zugehörigen Wachstumstemperaturen von diesem Wafer. Eine Gesamtübersicht weiterer Proben dieser Arbeit ist in den Tabellen B und B.1 im Anhang B aufgeführt.

Das Substratmaterial ist ein mit Silizium hochdotierter (100)GaAs Wafer. Die Dotierung beträgt  $2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  ( $n^+$ -Dotierung). Während des Wachstums rotiert der Waferhalter, um eine möglichst hohe Homogenität der Schichten zu erreichen. Zunächst werden 300 nm GaAs mit ebenfalls  $n^+$ -Dotierung aufgewachsen. Die Sub-

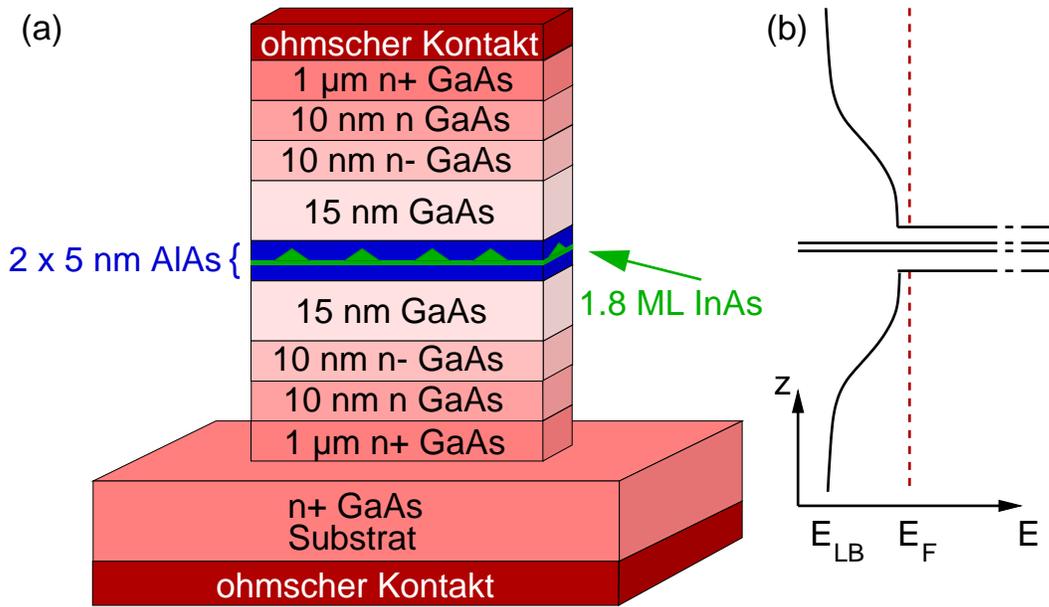


Abbildung 4.1: (a) Schematische Darstellung der Schichtstruktur der resonanten Tunnelioden mit Quantenpunkten. (b) Schematischer Leitungsbandkantenverlauf im  $\Gamma$ -Punkt unter Berücksichtigung des Dotierprofils. Die gestrichelte Linie kennzeichnet die Lage der Fermienergie.

strattemperatur beträgt dabei  $560^{\circ}\text{C}$ . Während des Wachstums von  $200\text{ nm n}^+\text{ GaAs}$  wird die Substrattemperatur linear auf  $600^{\circ}\text{C}$  erhöht und während des Aufbringens weiterer  $500\text{ nm n}^+\text{ GaAs}$  konstant gehalten. Dieser hochdotierte Bereich bildet später einen gemeinsamen ohmschen Rückkontakt der Tunnelioden. Gleichzeitig werden auf diese Weise eventuell vorhandene Verunreinigungen vom Substrat überwachsen. Daher wird dieser Bereich auch als Pufferschicht bezeichnet. Die im Folgenden angegebenen Schichtdicken gelten für die Probe P238; die entsprechenden Werte für die anderen Proben sind den Tabellen B und B.1 zu entnehmen. Der Übergang zu den elektrisch aktiven Schichten der Proben wird von  $2 \times 10\text{ nm GaAs}$  mit einer niedrigen Dotierung von  $1 \times 10^{17}\text{ cm}^{-3}$  bzw.  $1 \times 10^{16}\text{ cm}^{-3}$  (n-, bzw. n<sup>-</sup>-Dotierung) gebildet. Dieser Dotierungsgradient und die daran anschließende,  $15\text{ nm}$  dicke Schicht undotierten GaAs Materials sollen ein Eindiffundieren der Dotieratome in den elektrisch aktiven Bereich verhindern. Dieser beginnt mit der unteren,  $5\text{ nm}$  dicken AlAs Barriere. Nach Fertigstellung der Barriere wird die Rotation des Wafers gestoppt. Es folgt eine Wachstumsunterbrechung von  $60\text{ s}$ , in der die Temperatur des Substrates auf  $520^{\circ}\text{C}$  reduziert wird. Dieser Bereich hat sich als günstig für das Quantenpunktwachstum herausgestellt, denn oberhalb von  $530^{\circ}\text{C}$  beginnt das In wieder von der Oberfläche zu desorbieren [35]. Der Arsendruck  $\text{As}_4$  beträgt  $6 \times 10^{-6}\text{ Torr}$ . Das Wachstum erfordert ein Überangebot an As, die Wachstumsrate kann dann durch den Materialfluss des As-Partners kontrolliert werden. Das Wachstum der InAs Schicht erfolgt mit einer Geschwindigkeit von  $0.05\text{ ML/s}$ . Die selbstorganisierte Bildung der InAs Quantenpunkte erfolgt unter den gegebenen Bedingungen oberhalb von  $1.6\text{ ML}$ . Der Übergang vom zweidimensionalen zum

Probe	P238	Substrattemperatur
Substrat (Wafer)	0.45 mm n <sup>+</sup> GaAs	560°C
Puffer- schicht	1 μm n <sup>+</sup> GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n <sup>-</sup> GaAs	560°C - 600°C 600°C 600°C
Zwischen- schicht	15 nm GaAs	600°C
untere Barriere	5 nm AlAs	600°C
Wachstums- unterbrechung	60 s	600°C - 520°C
Aktive Schicht	1.8* ML InAs	520°C
obere Barriere	5 nm AlAs	520 - 600°C
Zwischen- schicht	15 nm GaAs	600°C
Puffer schicht	10 nm n <sup>-</sup> GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n <sup>+</sup> GaAs	600°C 600°C 600°C

Tabelle 4.1: Detaillierter Aufbau der Quantenpunktprobe P238. Die Si-Dotierungsbezeichnungen sind: n<sup>+</sup> = 2 · 10<sup>18</sup>cm<sup>-3</sup>, n = 1 · 10<sup>17</sup>cm<sup>-3</sup>, n<sup>-</sup> = 1 · 10<sup>16</sup>cm<sup>-3</sup>. \*: 1.8 ML InAs ist die Schichtdicke, bezogen auf das Zentrum des Wafers.

dreidimensionalen Wachstum wird mittels RHEED aus der Veränderung des Beugungsbildes bestimmt. Nach dem Aufwachsen von 1.8 ML InAs wird das Quantenpunktwachstum beendet. Anschließend wird eine Wachstumsunterbrechung von 3 s vorgenommen. Die Tunnelioden werden dann quasi-symmetrisch zum oberen Kontakt hin vervollständigt. Dabei wird der Wafer wieder rotiert. Während des Wachstums der oberen, ebenfalls 5 nm dicken AlAs Barriere wird die Temperatur wieder linear auf 600°C erhöht. Der daran anschließende, 15 nm dicke undotierte GaAs Bereich wird gefolgt von den beiden je 10 nm dicken n<sup>-</sup>-, bzw. n-dotierten GaAs Schichten. Abgeschlossen wird der obere Kontakt mit 1 μm hochdotierten n<sup>+</sup> GaAs Materials.

Eine Variation der Quantenpunktgröße wurde erreicht, indem während des Wachstums der InAs Quantenpunkte der Wafer nicht rotiert wurde. Aufgrund der geometrischen Anordnung der Effusionszellen bezüglich der Waferoberfläche entsteht auf der Probe ein Gradient in der InAs Bedeckung. Als Folge bilden sich Quantenpunkte unterschiedlicher Größe in Abhängigkeit von ihrer Position auf dem Wafer (Durchmesser 50 mm). Die InAs Bedeckung in der Mitte des Wafers beträgt nominell 1.8 ML. Dieser Wert wurde aus RHEED-Messungen bestimmt. Die Variation in der InAs Bedeckung reicht bei dieser Methode von 1.55 ML auf der einen Seite des Wafers bis 2.05 ML auf der anderen Seite. Die resultierende Größe der Quantenpunkte wurde mittels Rasterkraftmikroskopie an Referenzproben untersucht, die

unter nominell identischen Wachstumsbedingungen hergestellt wurden. Die Ergebnisse werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

Der Verlauf der Leitungsbandkante über die gesamte Probe ist in Abbildung 4.1 (b) unter Berücksichtigung des Dotierprofils schematisch skizziert. Durch die undotierte GaAs Schicht wird das Leitungsband im Barrierenbereich leicht angehoben [73]. Im Bereich der hohen Dotierung liegt die Fermikante weit oberhalb der Leitungsbandkante. Eine erste Abschätzung der energetischen Lage der Fermienergie bezüglich der Leitungsbandkante des Emitter kann mit Gleichung 2.7 erfolgen. Die Elektronenkonzentration  $N/\mathcal{V}$  ist durch die Konzentration der Dotieratome gegeben. Da das Dotierprofil von der maximalen Dotierung  $n^+ = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  bis auf  $n = 0 \text{ cm}^{-3}$  unmittelbar an den Barrieren abnimmt, wird hier eine mittlere Dotieratom-Konzentration von  $n = 1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  angesetzt. Mit der effektiven Elektronenmasse in GaAs  $m^* = 0.067m_e$  ergibt sich eine Fermienergie von etwa  $E_F \approx 12 \text{ meV}$ .

Auf den Wafern wurden anschließend mit optischer Lithographie im sogenannten Negativ-Prozess Photolack-Masken prozessiert, um die Tunnelioden-Querschnitte zu definieren. Im nächsten Schritt wurde auf den strukturierten Photolack eine Kombination aus Germanium-, Gold- und Nickelschichten<sup>1</sup> aufgedampft. Eine abschließende Goldschicht dient zum einen als Ätzmaske, zum anderen erleichtert sie die Kontaktierung der einzelnen Dioden. Die Waferrückseiten wurden großflächig mit der gleichen Schichtenfolge bedampft. Nach Einlegieren der Metallisierung bei 420°C bis 450°C unter Formiergasatmosphäre wurden die Diodenquerschnitte endgültig durch Herausätzen kleiner Säulen aus der darunterliegenden Heterostruktur definiert. Die Dioden haben quadratische Querschnittsflächen, mit unterschiedlichen Größen. Die Seitenlängen variieren von 200  $\mu\text{m}$  bis hinunter zu 10  $\mu\text{m}$ . Zur Durchführung der Messungen wurden die Waferstücke in einzelne Chips separiert, zur Kontaktierung des Rückseitenkontaktes mit Leitsilber in Chiphalter eingeklebt und die einzelnen Dioden der Vorderseite gebondet. Die Messungen wurden vorwiegend an Dioden mit Kantenlängen von 40  $\mu\text{m}$  und 50  $\mu\text{m}$  durchgeführt. Die Probenomenklatur wurde wie folgt festgelegt: Die einzelnen Wafer erhalten fortlaufende Nummern (z.B. P238). Ebenso werden Teile eines Wafers, die mit optischer Lithographie prozessiert wurden, mit arabischen Ziffern bezeichnet (P238-1). Bei weiterer Unterteilung dieses Stückes wurden die entstehenden Bruchstücke gegebenenfalls mit Großbuchstaben unterschieden. Da die verwendete Maske mehrere Chips in Matrixanordnung enthält, gibt eine zweistellige Zahl in Klammern die Chipnummer an (P238-1(20)). Schließlich benennt der letzte Teil der Probenbezeichnung eine einzelne Diode (P238-1(20)K11).

### 4.1.2 Analyse der Quantenpunktstruktur

Neben Transportmessungen an den resonanten Tunnelioden wurden auch Messungen an verschiedenen Arten von Referenzproben durchgeführt. Diese sollten zusätzliche Information zur Struktur, insbesondere zur Form und Größe, der

<sup>1</sup>Da verschiedene „Rezepte“ zum Einsatz kamen und sich dieser Prozessschritt als unkritisch erwiesen hat, wird auf genaue Mengenangaben verzichtet.

Quantenpunkte liefern, bzw. Aufschluß über ihre elektronischen Eigenschaften geben. Die Referenzmessungen umfassen Transmissionselektronenmikroskop- und Rasterkraftmikroskop-Messungen, sowie Photolumineszenz-Untersuchungen.

#### 4.1.2.1 Transmissionselektronenmikroskop

Untersuchungen mit dem Transmissionselektronenmikroskop (TEM) sind in der Lage, ein sehr unmittelbares Bild der Quantenpunkte zu bieten, da sie direkt an den Tunneldiodenstrukturen vorgenommen werden können. Die Proben wurden speziell für die TEM-Messungen präpariert. Dazu wurden sie auf ca. 10 nm ausgedünnt. Die im Folgenden vorgestellten TEM-Aufnahmen wurden von R. Lauer und Peter Hinze an der PTB Braunschweig erstellt. Die Abbildung 4.2 zeigt im oberen Teil eine

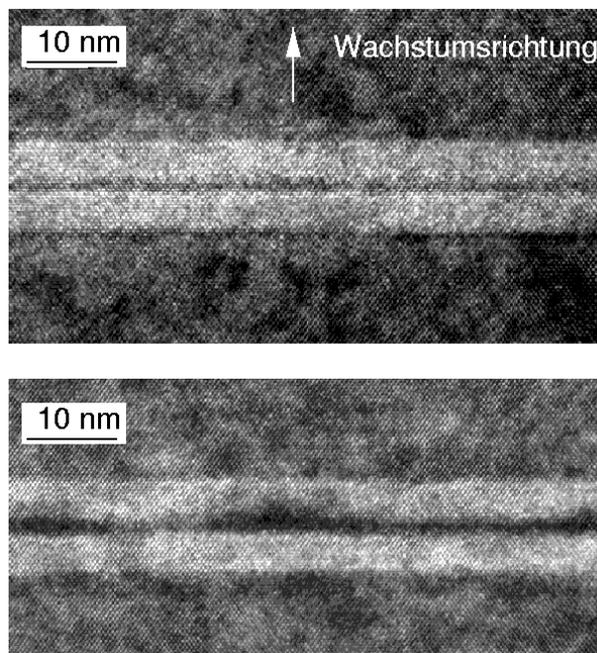


Abbildung 4.2: Oben: TEM-Aufnahme des Barrierenbereiches einer Probe mit InAs Benetzungsschicht (P202). Unten: TEM-Aufnahme des entsprechenden Bereiches einer Quantenpunktprobe (P192). Aufnahmen: R. Lauer, P. Hinze, PTB Braunschweig.

TEM-Aufnahme des Barrierenbereiches der Probe P202 im Querschnitt. Diese Probe enthält lediglich eine InAs Benetzungsschicht mit einer Schichtdicke von ca. 0.5 ML. Die AlAs Barriere ist als hellerer Bereich in der Mitte des Bildes zu erkennen. Das diese umgebende, dunklere Material ist die undotierte GaAs Zwischenschicht. In der Barrierenmitte ist die InAs Benetzungsschicht als dunkler Strich zu identifizieren. Zum Vergleich ist im unteren Teil der Abbildung 4.2 ein Ausschnitt des aktiven Bereiches einer resonanten Tunneldiode gezeigt. Im Zentrum der Barriere sind als dunklere Bereiche mehrere InAs Quantenpunkte zu erkennen: Ein Quantenpunkt in der Bildmitte und je einer am linken und rechten Bildrand. Ihre Größe beträgt im Durchmesser ca. 10 nm und in der Höhe ca. 3 nm.

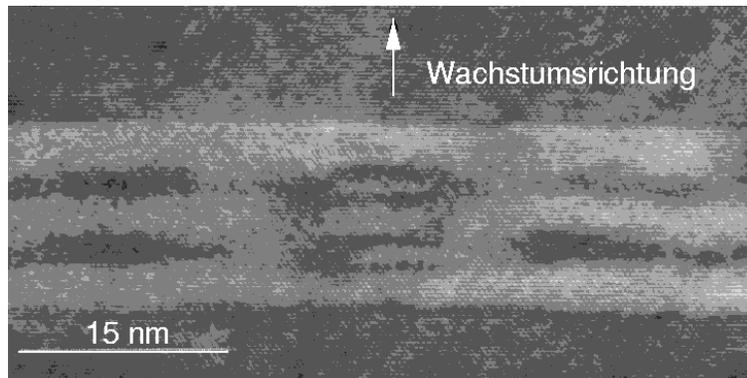


Abbildung 4.3: Transmissionselektronenmikroskop-Aufnahme eines Ausschnittes des Barrierenbereiches einer Doppeldot-Probe (P358, vergleichbar zu P500). Aufnahme: Peter Hinze, PTB Braunschweig.

In Abbildung 4.3 ist eine TEM Aufnahme einer Tunnelndiodenprobe mit zwei Schichten von InAs Quantenpunkten dargestellt. Die mittlere Barriere ist nominell 5 nm dick. In der Bildmitte sind deutlich zwei übereinander gewachsene Quantenpunkte zu erkennen; auch bei den benachbarten Quantenpunktpärchen links und rechts davon wächst der obere Dot direkt über dem ersten. Dies unterstreicht das korrelierte Wachstum derartig gekoppelter Quantenpunkte.

Beide TEM-Aufnahmen verdeutlichen sehr schön, dass die InAs Quantenpunkte in die obere Barriere hineinragen. Die Dots werden vom anschließend gewachsenen AlAs nicht als geschlossene Schicht überdeckt, sondern das Material wird um die InAs Inseln herum aufgefüllt. Diese Tatsache wird insbesondere durch die glatte Grenzschicht am Übergang zwischen AlAs Barriere und GaAs Zwischenschicht betont. Die endliche Höhe der Quantenpunkte kann andererseits bei einer Barrierendicke von 5 nm und einer stark inhomogenen Größenverteilung allerdings auch dazu führen, dass einige Quantenpunkte die obere Barriere durchstoßen und damit die resonanten Tunneleigenschaften zunichte gemacht werden.

#### 4.1.2.2 Rasterkraftmikroskop

Messungen mit einem Rasterkraftmikroskop (AFM) an unbedeckten InAs Quantenpunkten bieten die Möglichkeit deren Morphologie und Topologie zu untersuchen. Dabei geben die Aufnahmen Informationen über die Größe und die Dichte der Quantenpunkte. Allerdings erfordert diese Art von Messung, das Probenwachstum unmittelbar nach dem Quantenpunktwachstum zu beenden. Solche Quantenpunkte können sich von überwachsenen Quantenpunkten z.B. durch In Segregation unterscheiden. In den hier durchgeführten Messungen an Quantenpunkten ist die Form der Inseln nicht eindeutig zu bestimmen, da in deren Abbildung auch die Form der verwendeten Spitze mit eingeht .

Die AFM-Messungen wurden von Hans Werner Schumacher und Ulrich Keyser an Proben mit unbedeckten InAs Quantenpunkten durchgeführt. Die Referenzpro-

ben wurden unter vergleichbaren Bedingungen wie die Tunnelioden mit den in die Barriere eingebetteten Quantenpunkten gewachsen.

Zuerst wurde untersucht, wie sich die InAs Dots auf den zwei verschiedenen Substraten GaAs und AlAs verhalten. Dafür wurden bei den GaAs Proben die InAs Quantenpunkte direkt nach der 15 nm dicken Zwischenschicht auf den unteren Kontakt aufgewachsen. Dann wurde das Wachstum beendet. Für den zweiten Typ Substrat-Referenzproben, die AlAs Proben, wurden auf ein GaAs Substrat weitere 600 nm undotiertes GaAs aufgewachsen. Die sich anschließende AlAs Schicht ist 20 nm dick. Nach der Bildung der InAs Quantenpunkte wurde das Wachstum abgebrochen, um unbedeckte Inseln zu erhalten. Die natürliche Oxidation der AlAs Oberfläche erschwert die Untersuchung dieser Referenzproben. Die Morphologie der Quantenpunkte kann durch die Oxidation derart verfälscht werden, dass sie z.B. in ihrer Größe beeinflusst werden oder gar völlig degenerieren. Daher sollte die AFM-Untersuchung möglichst kurzfristig nach Exposition der Proben an die Atmosphäre erfolgen.

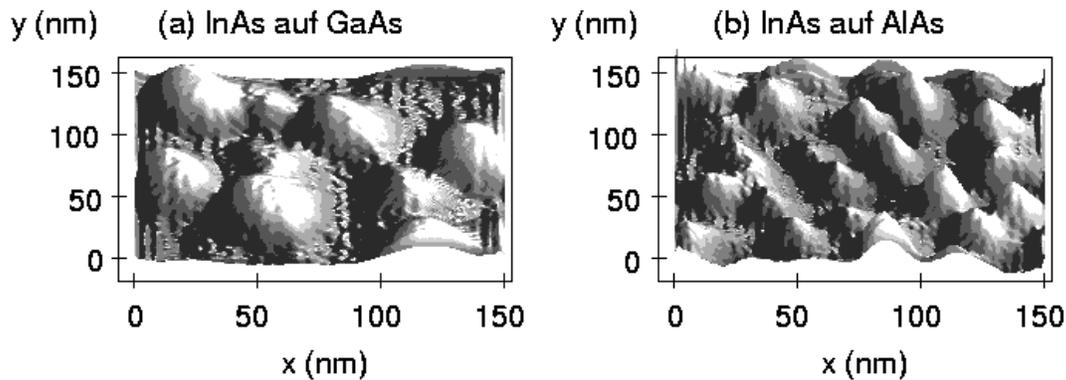


Abbildung 4.4: AFM Messung an 1.8 ML InAs Quantenpunkten auf (a) GaAs und (b) AlAs. Aufnahme: Hans Werner Schumacher.

Abbildung 4.4 zeigt einen Vergleich zwischen jeweils ca. 1.8 Monolagen InAs auf GaAs (a) und auf AlAs (b). Wie bereits in Unterabschnitt 3.1.2.1 erwähnt, zeigen sich deutliche Unterschiede in Größe und Dichte der InAs Inseln. Während die Höhe mit ca. 4 nm auf beiden Substraten gleich ist, unterscheiden sich die Quantenpunkte stark in ihrer lateralen Ausdehnung. Die Quantenpunkte auf GaAs sind mit einem Durchmesser von  $d = 20 - 30$  nm wesentlich größer als auf AlAs, wo der Durchmesser nur etwa die Hälfte, also  $d = 10 - 15$  nm, beträgt. Vergleicht man diese Werte mit den Daten aus den TEM-Messungen an den Tunnelioden, so ist eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen. Als Folge der geringeren Größe ist die Quantenpunktdichte auf AlAs höher als auf GaAs. Während sie auf GaAs ca.  $2.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  beträgt, liegt der Wert für die Quantenpunkte auf AlAs bei  $1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Außerdem sind bei den GaAs Referenzproben atomar glatte Bereiche zu erkennen, getrennt durch Stufen von atomarer Höhe. Eine bevorzugte Quantenpunktnukleation an diesen Stufenkanten konnte hier ebenfalls beobachtet werden. Diese grundsätzlichen Unterschiede auf den beiden untersuchten Substraten können auf die größere Oberflächenrauigkeit des AlAs und – damit verbunden – eine gerin-

gere Diffusionslänge der Adatome auf AlAs zurückgeführt werden. Folglich bilden sich auf AlAs mehr Nukleationszentren und damit kleinere InAs Inseln.

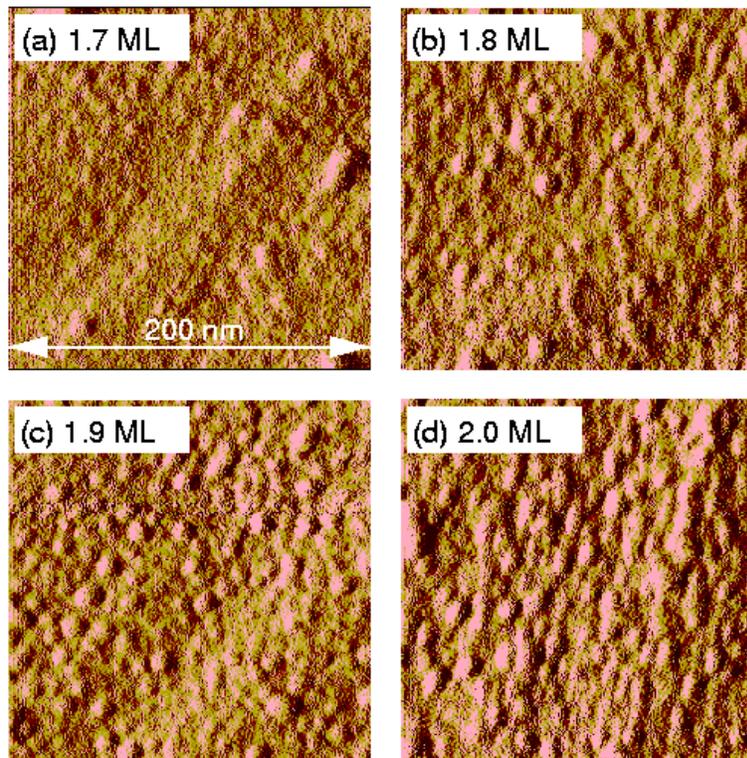


Abbildung 4.5: AFM Messung an InAs Quantenpunkten auf AlAs mit unterschiedlichen Bedeckungen. (a) 1.7ML InAs, (b) 1.8 ML InAs, (c) 1.9 ML InAs, (d) 2.0 ML InAs; Aufnahme: Ulrich Keyser.

Die Untersuchung unterschiedlicher Quantenpunktgrößen erfolgte für den direkten Vergleich mit Transportproben ausschließlich an InAs Inseln auf AlAs. Die Referenzproben für diese Messungen enthalten InAs Dots auf einer 20 nm dicken AlAs Schicht. Unter Berücksichtigung des InAs Bedeckungsgradienten wurden diese Referenzproben an unterschiedlichen Stellen des Wafers entnommen. Die Abbildungen 4.5 (a) bis (d) zeigen Messungen an diesen Proben, beginnend bei 1.7 ML, bis hinauf zu 2.0 ML InAs auf AlAs. Bei der kleinsten hier dargestellten InAs Bedeckung von 1.7 ML beobachtet man viele kleine, flache Quantenpunkte. Daneben gibt es aber auch einige wenige große Dots. Bei 1.8 ML InAs Bedeckung werden die Inseln insgesamt größer. Die Größenverteilung wird dabei inhomogener. Dies liegt eventuell auch in der hohen Oberflächenrauigkeit des AlAs begründet. Abhängig von den lokalen Migrationsmöglichkeiten um einen InAs Nukleationskeim kann mehr oder weniger InAs an die jeweilige Insel angelagert werden. Eine weitere Erhöhung der InAs Bedeckung auf 1.9 ML führt zu einem Ausgleich der Größenverteilung. Die großen Quantenpunkte wachsen zwar weiter, die kleineren Quantenpunkte allerdings erfahren eine stärkere Größenzunahme. Die Größenverteilung wird damit wieder homogener. Bei einer Bedeckung von 2.0 ML werden die Quantenpunkte so groß, dass sie bereits stellenweise zusammenwachsen. Bemer-

kenswert ist, dass bereits bei kleiner Bedeckung eine große Quantenpunktdichte von  $3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  vorliegt. Zudem ist die Dichte nahezu bedeckungsunabhängig, in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Ballet et al. [47].

#### 4.1.2.3 Photolumineszenzmessungen

Neben den Untersuchungen der Struktur der InAs Quantenpunkte wurden auch noch Photolumineszenzmessungen zur Klärung ihrer elektronischen Eigenschaften durchgeführt. Diese Messungen erfolgten an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig und wurden von Klaus Pierz und Zhixun Ma vorgenommen. Die Quantenpunkte in diesen Referenzproben wurden in eine  $2 \times 20 \text{ nm}$  dicke AlAs Schicht eingewachsen, um möglichst vergleichbare Verhältnisse zu den Tunneldioden zu schaffen. Den Abschluß bildet eine  $10 \text{ nm}$  dicke GaAs Lage. Damit wird die oben erwähnte, problematische Oxidation des AlAs unterbunden.

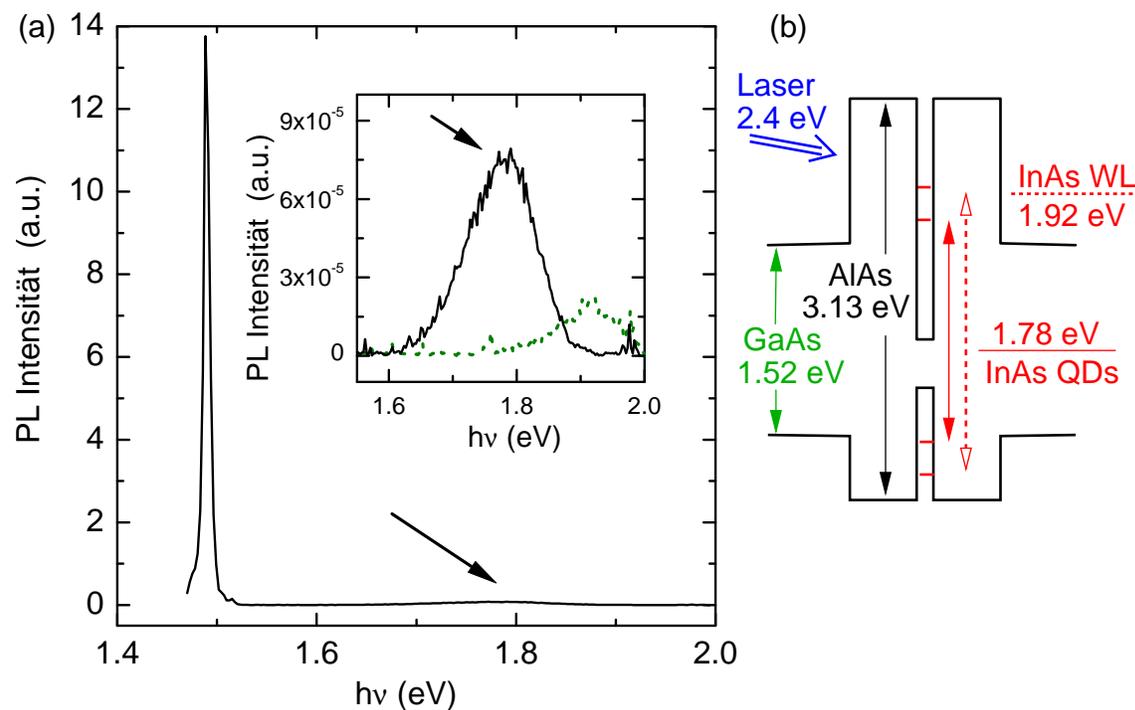


Abbildung 4.6: (a) Photolumineszenzspektren (PL) der Referenzprobe P393 bei  $T = 6 \text{ K}$ . Kleiner Graph: Ausschnittsvergrößerung, die die PL der Quantenpunkte (durchgezogene Linie) und der Benetzungsschicht (gepunktete Linie) zeigt. Messungen: Klaus Pierz und Zhixun Ma, PTB Braunschweig. (b) Skizze des Valenz- und Leitungsbandkanten-Verlaufes mit relevanten Energien.

Bei der Photolumineszenz (PL) wird die Probe mit monochromatischem Licht bestrahlt, dessen Energie oberhalb der erwarteten Übergänge liegt. Die entstehenden Elektronen-Loch-Paare rekombinieren und deren Lumineszenzstrahlung wird energieabhängig detektiert. Die Abbildung 4.6 zeigt PL-Spektren einer Referenzpro-

be gemessen bei  $T = 6$  K. Die Anregung erfolgte mit einem Ar-Ionenlaser mit einer Wellenlänge von  $\lambda = 514$  nm, was einer Energie von 2.4 eV entspricht, und bei einer Leistungsdichte von  $10 \text{ mW/cm}^2$ .

Im Hauptgraph ist die Photolumineszenzkurve einer Probe mit InAs Quantenpunkten bei einer Bedeckung von 1.72 ML InAs dargestellt. Das deutliche Maximum in der Intensität bei 1.49 eV ist auf die Lumineszenz des GaAs Substrates zurückzuführen. Die Halbwertsbreite dieses PL-Maximums beträgt etwa 7 meV. Im hier betrachteten Energiebereich ist keine Lumineszenz des AlAs Kristalls zu beobachten, da die Energielücke bei 10 K bei über 3 eV liegt. Im Vergleich zur Intensität des verhältnismäßig „massiven“ GaAs Substrates ist die Lumineszenzintensität der InAs Quantenpunkte um den Faktor  $10^{-5}$  kleiner (gekennzeichnet mit einem Pfeil). Der relevante Bereich ist im kleinen Graphen noch einmal vergrößert dargestellt. Das Maximum der PL-Intensität liegt für diese Probe bei 1.78 eV. Die Halbwertsbreite des Maximums beträgt etwa 125 meV. Die gepunktete Kurve zeigt die Photolumineszenz der Benetzungsschicht, die aufgrund der geringeren Ausdehnung in Wachstumsrichtung energetisch höher liegt. Das Maximum befindet sich in diesem Fall etwa bei  $E_g^{WL} = 1.92$  eV; je nach Dicke der Benetzungsschicht variiert das Maximum zwischen 1.9 eV und 2.0 eV. Die starke Verbreiterung der Maxima rührt von der breiten Größenverteilung der InAs Quantenpunkte bzw. der inhomogenen Dicke der Benetzungsschicht her.

Zur Verdeutlichung der Energieverhältnisse ist in Abbildung 4.6 (b) eine schematische Skizze der Valenzband- und Leitungsbandkante der untersuchten Struktur dargestellt. Zum Vergleich sind die Bandlücken von GaAs und AlAs und die experimentell aus der Photolumineszenz bestimmten Energieabstände der Elektronen und Löcher in den InAs Quantenpunkten eingetragen.

Ebenso wie bei den AFM-Referenzproben wurde auch mittels PL-Messungen der Einfluss unterschiedlicher InAs Bedeckung in Bezug auf die resultierenden Quantenpunkteigenschaften untersucht. Die Abbildung 4.7 (a) enthält eine Zusammenstellung von PL-Kurven, gemessen bei einer Temperatur  $T = 6$  K an verschiedenen Stellen eines Wafers. Die untersuchte Bedeckung reicht von 1.55 ML InAs (unterste Kurve), bei der nur eine Benetzungsschicht vorliegt, bis zu 2.03 ML InAs (oberste Kurve, durchgezogene Linie). Es ist deutlich zu beobachten, dass sich das PL-Maximum von  $E_g^{WL} = 1.92$  eV für die Benetzungsschicht mit zunehmender InAs Bedeckung zu kleineren Energien bis hin zu  $E_g^D = 1.62$  für die größten Quantenpunkte verschiebt.

Die Halbwertsbreite der PL-Maxima nimmt mit zunehmender InAs Bedeckung von ca. 90 meV für die Benetzungsschicht auf 125 meV für eine Bedeckung von 1.78 ML zu. Für weiter steigende Bedeckungen sinkt die Halbwertsbreite wieder ab auf ca. 100 meV für die größte Bedeckung. Diese Beobachtung deckt sich gut mit den AFM-Ergebnissen, die für mittlere Bedeckungen eine eher inhomogene Größenverteilung gezeigt haben. Die Intensität des PL-Maximums nimmt mit zunehmender Bedeckung zu bis zu einem Maximum bei 2.0 ML. Für größere Bedeckungen sinkt die Intensität ab, vermutlich, weil die Quantenpunkte so groß werden, dass sie nicht mehr versetzungsfrei wachsen. Dadurch wird die Lumineszenz gestört.

Eine Übersicht über die Abhängigkeit der Maxima der Photolumineszenzener-

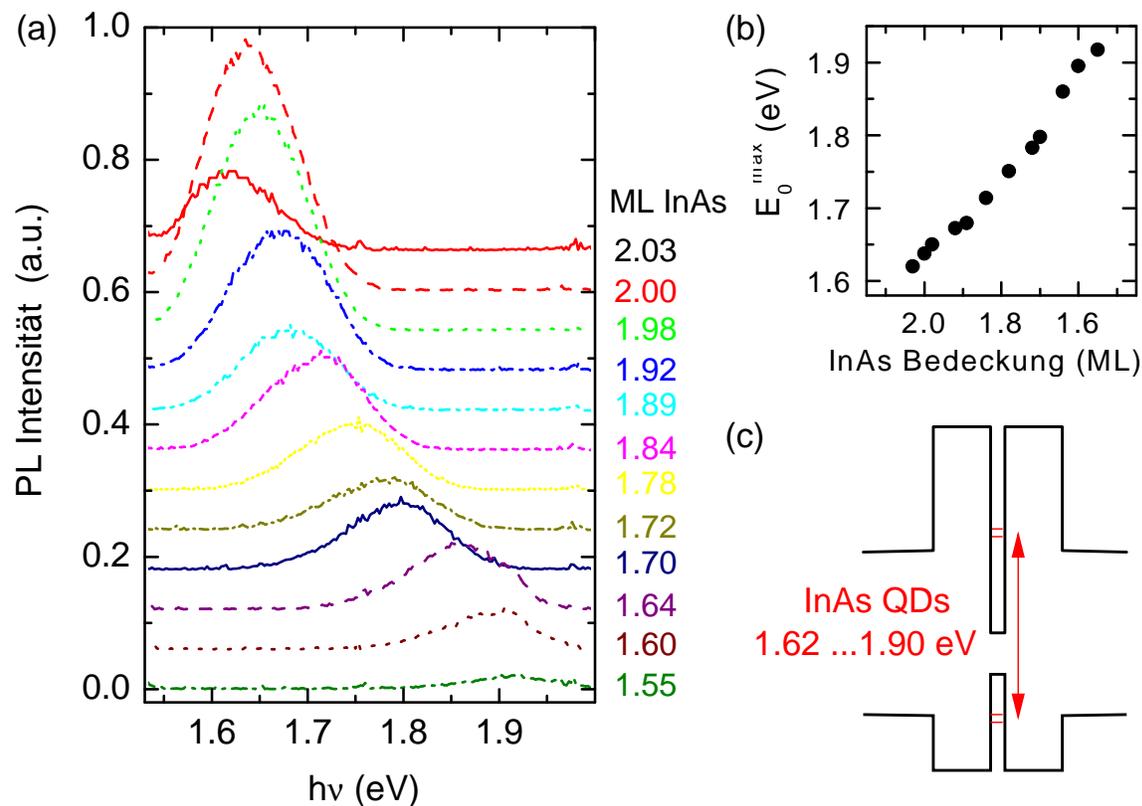


Abbildung 4.7: (a) Photolumineszenzspektren der Referenzprobe P393 bei  $T = 6$  K für unterschiedliche InAs Bedeckungen von 1.55 ML (nur Benetzungsschicht) bis 2.03 ML (größte Quantenpunkte). Messungen: Klaus Pierz und Zhixun Ma, PTB Braunschweig. (b) Energetische Position der Photolumineszenzmaxima in Abhängigkeit von der InAs Bedeckung. (c) Skizze des Valenz- und Leitungsbandkanten-Verlaufes mit Energiebereich der Quantenpunkte.

gie von der InAs Bedeckung ist in Abbildung 4.7 (b) dargestellt. Mit abnehmender Bedeckung ist ein linearer Anstieg der mittleren Energielücke zwischen Elektronenzuständen im Leitungsband und Lochzuständen im Valenzband zu beobachten. Die maximale Energie ist dabei durch das Energieniveau der Benetzungsschicht gegeben. Die Photolumineszenz-Energie der InAs Quantenpunkte kann also, wie in Abbildung 4.7 (c) skizziert, wachstumsbedingt über einen gewissen Bereich gezielt eingestellt werden.

## 4.2 Messaufbau

### 4.2.1 Tiefe Temperaturen und hohe Magnetfelder

Während herkömmliche resonante Tunnelioden mit einem zweidimensionalen Potentialtopf bei Raumtemperatur betrieben werden können, erfordert die Messung der resonanten Tunnelkennlinien von Dioden mit nulldimensionalen Quantenpunkten tiefe Temperaturen. Die zu untersuchenden Energieniveaus haben typische Abstände in der Größenordnung einiger meV, was Temperaturen von einigen 10 K entspricht. Um diese Temperaturen zu erreichen, wurden verschiedene Kryostatensysteme benutzt, die im Folgenden kurz vorgestellt werden. Eine ausführliche Darstellung der Funktionsprinzipien und Realisierungen von Tieftemperatur-Kryostaten ist in [74] enthalten.

Die einfachste Möglichkeit, Temperaturen unter 10 K zu erreichen, ist die Verwendung von  $^4\text{He}$ -Vorratsgefäßen. Die Probe wird dabei, an einem speziellen Probenstab befestigt, direkt in das flüssige  $^4\text{He}$  eingetaucht, so dass die Ankopplung an das Bad eine Temperatur der Probe von  $T = 4.2$  K gewährleistet. Viele Messungen zur ersten Charakterisierung der Waferstrukturen wurden auf diese Weise gemacht.

Für tiefere Temperaturen ist ein kommerzieller  $^4\text{He}$ -Kryostat (Oxford Instruments) eingesetzt worden. Dabei befindet sich die Probe in einem isolierten Einsatz, der über ein regelbares Nadelventil mit dem  $^4\text{He}$ -Hauptbad verbunden ist. Durch Reduktion des Dampfdruckes innerhalb des Einsatzes durch Abpumpen, kann die Temperatur auf  $T = 1.3$  K reduziert werden. Dieser Kryostat ist zusätzlich mit einem supraleitenden Magneten (Oxford Instruments) mit einem maximal möglichen Feld von  $B = 15$  T ausgerüstet. Durch Verwendung eines besonderen Probenstabes war eine Drehung der Probe im Magnetfeld möglich, so dass verschiedene Winkeleinstellungen zwischen dem Tunnelstrom und der Magnetfeldrichtung untersucht werden konnten.

Durch Verwendung des Isotopes  $^3\text{He}$  in einem  $^3\text{He}$ -Kryostateneinsatz in einem  $^4\text{He}$ -Kryostaten und aufgrund des niedrigen  $^3\text{He}$ -Dampfdruckes kann der Temperaturbereich bis zu  $T = 350$  mK hinunter erweitert werden. Das verwendete System läuft im *Single-Shot*-Betrieb; das  $^3\text{He}$  befindet sich in einem geschlossenen System. Durch Vorkühlung des  $^3\text{He}$ -Gases mit einem kleinen, begrenzten  $^4\text{He}$ -Volumen, das wie oben beschrieben auf 1.3 K gehalten wird (1K-Topf), kondensiert das im System vorhandene  $^3\text{He}$  ein. Durch Pumpen mit einer externen Pumpe an der Flüssigkeit wird dann der Dampfdruck reduziert. Dieser Kryostat wurde bei den Messungen am Hochfeld-Magnetlabor in Grenoble verwendet. Die dort vorliegenden Magnetfelder werden von einem normal-resistiven Magneten erzeugt. Maximal erreichte Felder betragen  $B = 28$  T (Magnet M10).

Schließlich sind Temperaturen von typischerweise 700 mK bis unter 100 mK durch Verwendung eines  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten möglich. Das Kühlprinzip des Entmischungskryostaten basiert auf dem Wärmeentzug beim Übergang von  $^3\text{He}$  aus einer  $^3\text{He}$ -reichen Phase im  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Gemisch in eine verdünnte Phase. Es wurden zwei verschiedene Systeme verwendet: In Grenoble stand ein *Top-Loading*-System (Oxford Instruments) zur Verfügung, bei dem die Probe über einen externen

Probenstab in die Mischungskammer eingeführt werden kann, was besonders schnelle Probenwechsel-Zyklen ermöglicht. Auch die Drehung der Probe im Magnetfeld (ebenfalls maximal 28 T) ist möglich. Die Messungen in Hannover erfolgten in einem  $^3\text{He}$ - $^4\text{He}$ -Gesamteinsatz-System (Kelvinox 300, Oxford Instruments) für einen  $^4\text{He}$ -Kryostaten. Hier stand ein supraleitender Magnet mit maximalem Feld von  $B = 13$  T (Oxford Instruments) zur Verfügung.

### 4.2.2 Aufnahme der *IV*-Kennlinien

Die Aufnahme der Strom-Spannungskennlinien erfolgte mit verschiedenen Messaufbauten, deren Genauigkeit sich an den jeweils vorliegenden Temperaturen orientierte. Die Messungen wurden jeweils als Zwei-Punkt-Messungen durchgeführt.

- Für die Charakterisierungsmessungen in den  $^4\text{He}$ -Vorratsgefäßen bei einer Temperatur von 4.2 K wurde ein *Semiconductor Parameter Analyzer* (HP4156A, Hewlett-Packard) verwendet. Eine Schaltskizze ist in Abbildung 4.8 (a) dargestellt.
- Die Messungen im  $^4\text{He}$ -Kryostat bei einer Temperatur von 1.3 K wurden mit einer *Source Measure Unit* (SMU 236, Keithley) durchgeführt. Die Spannungsauflösung ist auf 0.1 mV begrenzt. Zur Vermeidung hochfrequenter Störungen wurde ein Tiefpass-Filter ( $R = 1$  M $\Omega$ ,  $C = 10$  nF) auf der Signalleitung zur Probe hin eingesetzt. Dieser Aufbau ist in Abbildung 4.8 (b) skizziert.
- Die Messungen bei tieferen Temperaturen (20-700 mK) erforderten einen empfindlicheren Messaufbau. Der hier vorgestellte Aufbau wurde von Peter König für Messungen im Entmischungskryostaten entwickelt [75]. Eine Skizze ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Die an der Probe angelegten Spannungen wurden mit einem Funktionsgenerator (HP3325B, Hewlett-Packard) erzeugt, der sehr rauscharme Spannungen liefert. Der Spannungsverlauf wurde rampenförmig gewählt, die Frequenzen lagen im mHz-Bereich. Die Spannungen wurden direkt am Oszillatorausgang mit einem Multimeter (Modell 2000, Keithley) gemessen. Der Strom durch die Probe wurde über einen Stromverstärker (Modell 1211, Ithaco) in Spannungen umgewandelt und verstärkt. Diese Spannungen wurden ebenfalls mit einem Multimeter gemessen. Die Werte der beiden Multimeter wurden rechnergestützt ausgelesen.

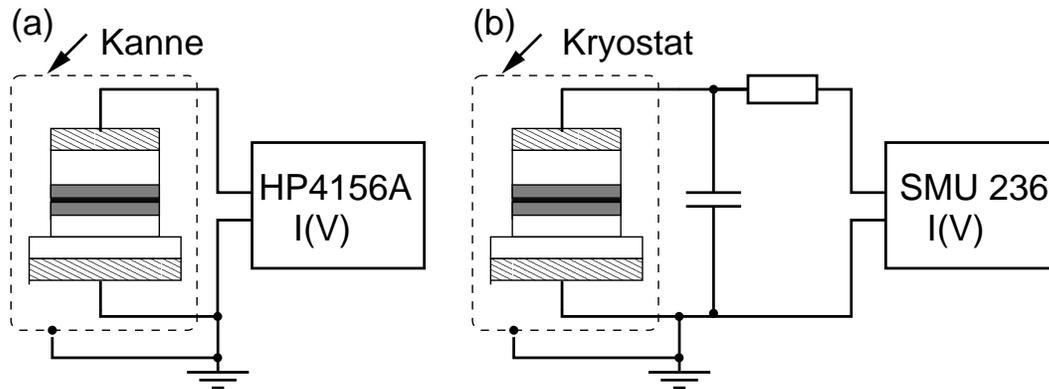


Abbildung 4.8: Messaufbau mit (a) HP4156A für Messungen bei  $T = 4.2$  K, (b) SMU 236 für Messungen bei  $T = 1.3$  K.

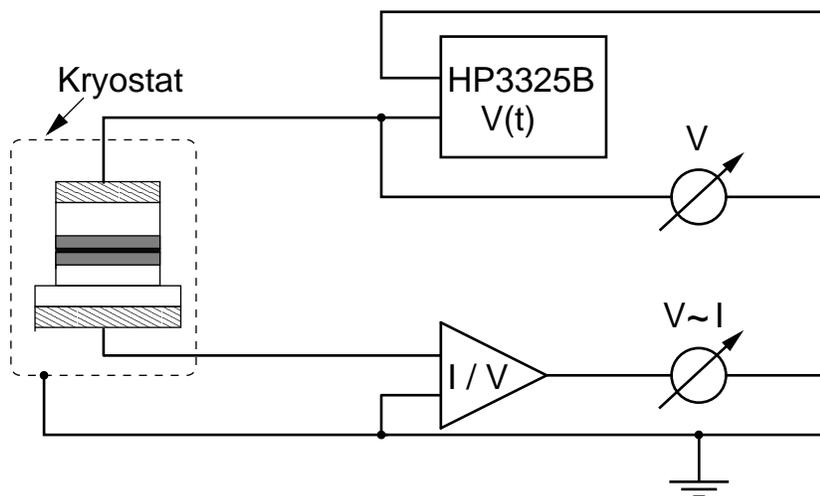


Abbildung 4.9: (a) Messaufbau mit Funktionsgenerator HP3325B und Stromverstärker für tiefste Temperaturen.

# Kapitel 5

## Resonantes Tunneln

In diesem Kapitel werden grundlegende Messungen an den resonanten Tunneln mit InAs Quantenpunkten vorgestellt. Die Strom-Spannungskennlinien bilden die Basis für Aussagen bezüglich der Struktur und der elektronischen Eigenschaften der Quantenpunkte. Zur Vorbereitung der Transportmessungen basierend auf resonantem Tunneln werden zunächst Charakterisierungsmessungen an den Quantenpunktproben und Referenzproben gezeigt. Im Anschluss daran werden typische Strom-Spannungskennlinien diskutiert, an denen das resonante Tunneln durch InAs Quantenpunkte zu beobachten ist. Sie werden im Hinblick auf die Symmetrie der untersuchten Dioden analysiert. Messergebnisse von Proben mit unterschiedlichen Dotierprofilen und Barrierendicken werden ebenso diskutiert, wie der Einfluss unterschiedlicher Quantenpunktgrößen auf die Form der Strom-Spannungskennlinie. Abschließend werden temperaturabhängige Messungen bei verhältnismäßig hohen und sehr tiefen Temperaturen vorgestellt.

### 5.1 Charakterisierungsmessungen

Bei den Betrachtungen der Tunneleffekte im einleitenden Theorie-Abschnitt wurden lediglich Elektronen im  $\Gamma$ -Leitungsband des GaAs Emitters und der AlAs Barrieren berücksichtigt. Tatsächlich kann aber unter bestimmten Voraussetzungen durch Streuung auch ein Übergang vom GaAs  $\Gamma$ -Band in das AlAs  $X$ -Band stattfinden und einen Strombeitrag liefern. Die Idee des resonanten Tunnelns durch  $X$ -Bandzustände wurde zuerst von Mendez et al. formuliert [76]. Dieser Abschnitt stellt den Einfluß des  $\Gamma$ - $X$ -Tunnelns in den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben dar. Dabei soll anhand eines bekannten Effektes ein erster Zugang zu den resonanten Tunneln mit eingebetteten InAs Quantenpunkten und zugehörigen Referenzproben ohne Quantenpunkte erfolgen. Zunächst werden die notwendigen Grundlagen zum Verständnis dieses Effektes erläutert und anschließend erste Charakterisierungsmessungen vorgestellt. Die erlangten Ergebnisse sind insbesondere wichtig für die Abgrenzung dieses Effektes gegenüber dem resonanten Tunneln durch die InAs Quantenpunkte.

Zur Erläuterung dieses Vorganges ist in Abbildung 5.1 (a) der Verlauf des Valenzbandes und der Leitungsbander im  $\Gamma$ - und im  $X$ -Punkt für das System

GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  bei Raumtemperatur dargestellt. GaAs ist ein direkter Halbleiter, die Energie der Leitungsbandunterkante besitzt im  $\Gamma$ -Punkt ihr Minimum. Die Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsbandkante beträgt im  $\Gamma$ -Punkt  $E_g = 1.42$  eV bei Raumtemperatur ( $E_g = 1.52$  eV bei  $T = 4$  K) [77]. Mit zunehmendem Al-Gehalt in der ternären Verbindung  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  verschiebt die Energie der Leitungsbandkante im  $\Gamma$ -Punkt zu höheren Werten. Bei gleichzeitiger Erniedrigung der Energie der Valenzbandkante kommt es so zu einem Anwachsen der direkten Energielücke. Die Energielücke für AlAs beträgt im  $\Gamma$ -Punkt schließlich  $E_g = 3.02$  eV bei Raumtemperatur ( $E_g = 3.13$  eV bei 4 K)) [77].

Betrachtet man allerdings zusätzlich die energetische Lage der Leitungsbandkante im  $X$ -Punkt, die mit zunehmendem Al-Gehalt abnimmt, so erfolgt für einen Al-Gehalt von  $x \approx 0.45$  eine Kreuzung mit der Energie der Leitungsbandkante im  $\Gamma$ -Punkt. Für einen höheren Al-Gehalt liegt das Minimum des Leitungsbandes damit im  $X$ -Punkt;  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ist für  $x > 0.45$  ein indirekter Halbleiter mit einer Bandlücke von  $E_g \approx 2.17$  eV für  $x = 1$ .

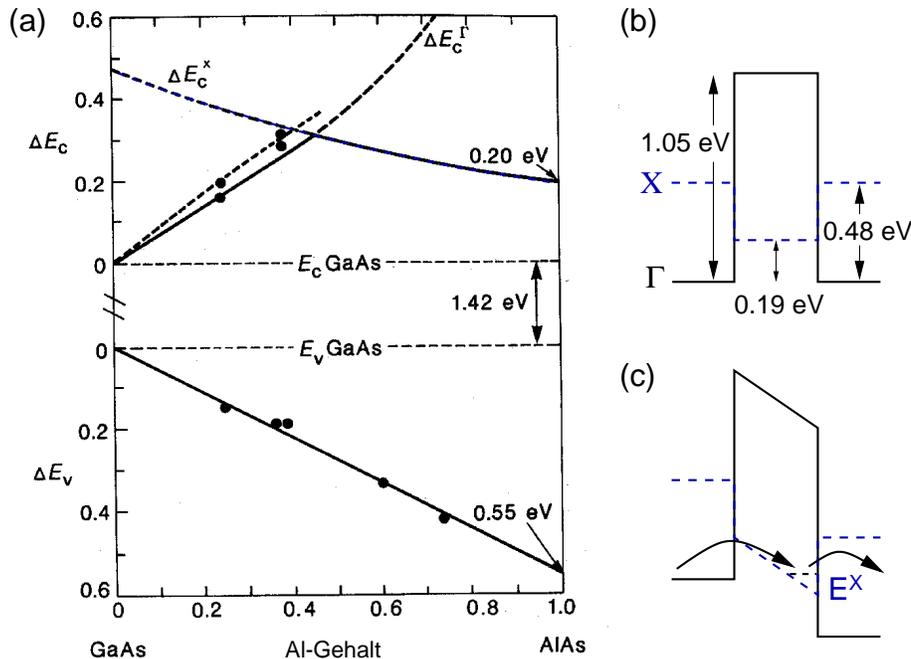


Abbildung 5.1: (a) Energieverlauf des Valenzbandes und des Leitungsbandes bezogen auf den  $\Gamma$ - und den  $X$ -Punkt von  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  in Abhängigkeit vom Al-Gehalt bei Raumtemperatur (nach [78] und Referenzen darin). (b)  $\Gamma$ - und  $X$ -Leitungsbandverlauf einer AlAs-Barriere in GaAs, (c) unter Vorspannung.

Betrachtet man eine AlAs-Barriere in GaAs, so ergibt sich der in Abbildung 5.1 (b) schematisch dargestellte Verlauf der Leitungsbander im  $\Gamma$ - und im  $X$ -Punkt [79]. Es bildet sich also in der AlAs-Barriere ein Potentialtopf im  $X$ -Band aus, durch den, wie in Teil (c) der Abbildung dargestellt, getunnelt werden kann [80]. Beim  $\Gamma$ - $X$ -Tunneln werden Übergänge von Zuständen mit Wellenvektoren nahe dem  $\Gamma$ -Punkt auf Zustände, die Wellenvektoren nahe dem  $X$ -Punkt besitzen,

ermöglicht. Dieser Prozess kann aufgrund der Rauigkeit an der GaAs-AlAs Grenzfläche und Streuprozessen an den Al Legieratomen stattfinden. Die Impulse parallel zur Grenzfläche bleiben erhalten, so dass man auch von resonantem  $\Gamma$ - $X$  Tunneln spricht.

In Abbildung 5.2 sind die Strom-Spannungskennlinien dreier verschiedener Proben zusammengestellt. Da die Messungen an unterschiedlich großen Dioden erfolgten, ist zur besseren Vergleichbarkeit der verschiedenen Kennlinien jeweils der Betrag der Stromdichte in Abhängigkeit von der angelegten Spannung aufgetragen. Die beiden oberen Kurven wurden der Übersichtlichkeit halber um den Faktor 10 bzw. 100 auf der logarithmischen Skala verschoben. Die unterste, gepunktete Kurve ist eine Messung an einer 1.8 Monolagen-InAs Quantenpunktprobe, P192-1(30), mit einem Diodenquerschnitt von  $(80 \mu\text{m})^2$  bei einer Temperatur  $T = 1.3 \text{ K}$ . Die zweite dargestellte Kennlinie, ebenfalls bei  $T = 1.3 \text{ K}$  gemessen, repräsentiert die Probe P202-1(41) mit einem Diodenquerschnitt von  $(100 \mu\text{m})^2$ . Sie enthält nur eine InAs Benetzungsschicht von 0.47 Monolagen. Die durchgezogene Linie repräsentiert eine Kennlinie der Probe P239-1(10), einer einzelnen AlAs Barriere bei einer Temperatur von  $T = 4.2 \text{ K}$ . Der Diodenquerschnitt dieser Referenzprobe beträgt  $(150 \mu\text{m})^2$ . Eine genaue Übersicht des Probenaufbaus ist in Tabelle 6.3.2 enthalten.

Allen diesen drei Proben ist gemein, dass sie bei ca.  $\pm 200 \text{ mV}$  und bei ca.  $\pm 400 \text{ mV}$  eine stärkere Zunahme im Strom aufweisen, in der Abbildung durch Pfeile an den Stellen (1) und (2) gekennzeichnet. Diese Strukturen sind auf das resonante  $\Gamma$ - $X$ -Tunneln von Elektronen durch  $X$ -Band Quantentopfniveaus in den AlAs Barrieren zurückzuführen. Dieser Prozess ist in der Skizze in Abbildung 5.2 dargestellt. Wie bereits in Unterabschnitt 5.1 erläutert, bilden sich innerhalb der AlAs Barrieren zweidimensionale Quantentöpfe bezüglich des  $X$ -Bandes aus. Unter einer an den Kontakten angelegten Spannung können Elektronen dann resonant aus dem  $\Gamma$ -Band des Emitters über das Niveau in der Barriere tunneln. Bei ca.  $+200 \text{ mV}$  wird das erste Niveau in der rechten Barriere  $E_1^X$  erreicht. Erhöht man die Spannung weiter, „sättigt“ der Strom, d.h. die Kurve steigt weniger stark an. Ab einer Spannung von ca.  $+400 \text{ mV}$  ist wieder ein stärkerer Stromanstieg zu verzeichnen, das Niveau  $E_2^X$  in der linken Barriere steht dann zum resonanten Tunneln zur Verfügung. Der Strombeitrag aufgrund des Tunnelns durch das Niveau (1) ist noch wesentlich kleiner als der durch das Niveau (2), da bei kleinen angelegten Spannungen die effektive Barrierendicke noch größer ist. Entsprechendes gilt für negative Spannungen.

Die Beobachtung der Strukturen bei  $\pm 200 \text{ mV}$  und  $\pm 400 \text{ mV}$  in der Probe mit lediglich einer AlAs Barriere bedarf einer Erläuterung, da man hier nur ein  $X$ -Bandniveau erwarten würde. Beachtet man jedoch die Tatsache, dass bei dieser Probe eine Wachstumsunterbrechung von 60 s erfolgte, so sind diese Strukturen durch eine Grenzschicht zu erklären, die aufgrund der Wachstumspause entstanden ist. Während dieser Zeit können sich Verunreinigungen, die im Hintergrunddruck vorhanden sind, an der Oberfläche anlagern. So entsteht eine Schicht, die zu einer Trennung der Gesamtbarriere in zwei einzelne führt, so dass sich auch zwei getrennte  $X$ -Band-Potentialtöpfe mit ihren Niveaus ausbilden können. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass die Resonanzen bei dieser Probe am deutlichsten ausgeprägt sind, während sie bei den Proben, die InAs enthalten, eher weich verlaufen. Dies gilt

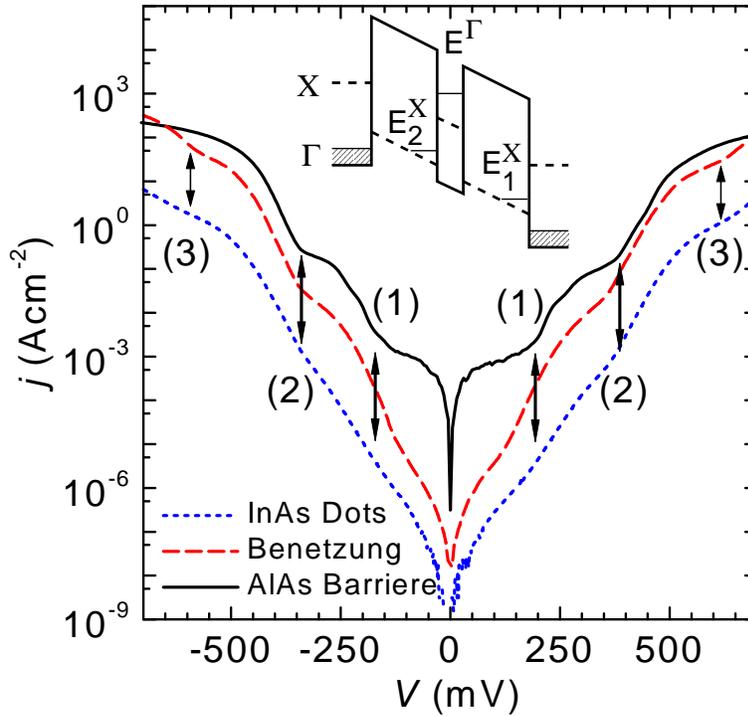


Abbildung 5.2: Stromdichte in Abhängigkeit von der Spannung  $j(V)$  einer AlAs Barriere (P239-1(10)), einer Probe mit einer InAs-Benetzungsschicht von 0.5 ML (P202-1(41)) und einer Quantenpunktprobe mit 1.8 ML InAs (P192-1(30)) bei Heliumtemperatur. Dargestellt ist der Absolutwert der Stromdichte. Die Kurven sind jeweils um den Faktor 10 auf der logarithmischen Stromdichteskala verschoben. Skizze: Leitungsbandschema unter Vorspannung mit zweidimensionalen  $X$ -Bandzuständen innerhalb der AlAs Barrieren.

insbesondere für die erste Struktur bei  $\pm 200$  mV in der Quantenpunktprobe. Hier kommt zu dem oben erwähnten Barriereneffekt zum einen die Tatsache hinzu, dass in diesem Spannungsbereich das resonante Tunneln durch die InAs Inseln stattfindet. Diese zusätzlichen Strombeiträge führen zu einer Erhöhung des Stromes in diesem Bereich. Zum anderen ist es wahrscheinlich, dass die Quantenpunkte, die ja in die obere Barriere hineinragen, die Ausbildung des Zustandes  $E_1^X$  in dieser Barriere stören.

Sehr ähnliche Strom-Spannungskennlinien haben auch Mendez et al. an vergleichbaren AlAs-GaAs-AlAs-Heterostrukturen bei 4 K gemessen [81]. Aufgrund der nominell identischen Barrierendicken, bzw.  $X$ -Band Potentialtopfbreiten, von 5 nm liegen die Resonanzen  $E_1^X$  und  $E_2^X$  an vergleichbaren Spannungspositionen. Da der GaAs-Potentialtopf zwischen den Barrieren mit 2 nm unserer dünnen InAs Schicht äquivalent ist, wird der Spannungsabfall kaum verfälscht.

Schließlich zeigen alle diejenigen Proben, die InAs enthalten – sei es als Benetzungsschicht oder in Form von Quantenpunkten – noch eine zusätzliche Struktur bei ca.  $\pm 600$  mV. Dieser stärkere Stromanstieg ist in der Abbildung mit (3) bezeichnet. Er rührt vom Tunneln durch die InAs Benetzungsschicht her, die aufgrund der geringen Dicke dieser Schicht energetisch verhältnismäßig hoch liegt. In der Skizze

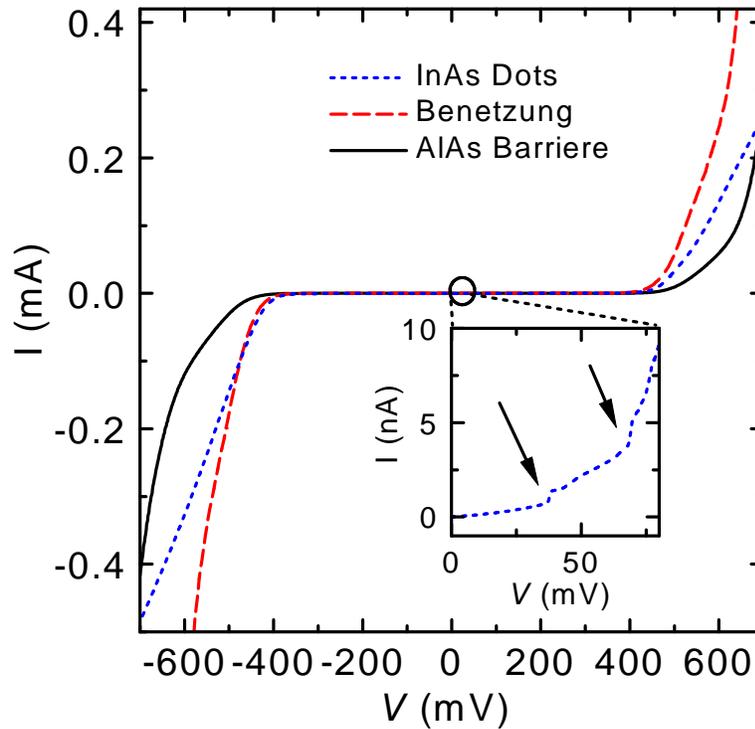


Abbildung 5.3: Strom-Spannungskennlinien der Proben aus Abbildung 5.2 in linearer Auftragung des Stromes. Kleiner Graph: Kennlinie der Quantenpunktprobe P192-(30)K16 bei  $T = 20$  mK.

in Abbildung 5.2 ist dieses ebenfalls zweidimensionale Niveau mit  $E^\Gamma$  bezeichnet.

Zusammenfassend sei festgehalten, dass das Tunneln durch  $X$ -Bandzustände innerhalb der AlAs Barrieren bei Spannungen um  $\pm 200$  mV und  $\pm 400$  mV stattfindet. Dadurch wird ein stärkerer Stromanstieg in diesen Bereichen beobachtet. Dieses Ergebnis deckt sich mit den für die vorliegenden Barrierendicken erwarteten Werten. So ist anhand des  $\Gamma$ - $X$ -Tunnelns eine erste, auf Transportmessungen basierende Kontrolle des Probenwachstums erfolgt. Das resonante Tunneln durch die InAs Quantenpunkte, das in den nun folgenden Abschnitten diskutiert wird, findet in der Regel bei kleineren Spannungen statt. Die dort zu beobachtenden Strukturen in den Strom-Spannungskennlinien können somit nicht von den hier diskutierten Effekten beeinflusst werden. Zudem erstreckt sich die Resonanz beim  $\Gamma$ - $X$ -Tunneln über einen größeren Spannungsbereich von  $> 50$  mV. Demnach können beide Prozesse getrennt voneinander betrachtet werden.

Dies soll abschließend durch die Abbildung 5.3 bekräftigt werden. Dort sind die Kennlinien der drei Proben aus Abbildung 5.2 mit einer linearen Stromskala dargestellt. Die Kurven zeigen typische Diodenkennlinien im bisher betrachteten Spannungsbereich von  $-700$  mV bis  $+700$  mV. Eine genauere Messung bei kleinen Spannungen, wie sie im kleinen Graphen gezeigt ist, ermöglicht die Beobachtung des resonanten Tunnelns durch die InAs Quantenpunkte. Die resonanten Tunnelereignisse sind in der Abbildung jeweils mit einem Pfeil gekennzeichnet. Der genaueren Untersuchung dieser Prozesse widmen sich die nächsten Abschnitte.

## 5.2 Resonante Tunnelkennlinien

Nachdem im vorigen Abschnitt das Verhalten der Tunnelioden im Hochstrom-Bereich vorgestellt wurde, wird nun derjenige Bereich untersucht, in dem das resonante Tunneln durch die InAs Quantenpunkte einsetzt. In Abbildung 5.4 ist eine typische Strom-Spannungskennlinie einer Quantenpunktprobe bei  $T = 4.2$  K dargestellt. Es handelt sich um die Probe P433-1A(21), deren genauer Aufbau in Tabelle B.1 im Anhang B dargestellt ist. Für beide Spannungspolaritäten sind deutlich einige Stromstufen zu erkennen. Die erste Stufe in positiver Spannungsrichtung – die Elektronen tunneln vom Substrat her in die Quantenpunkte – liegt in dieser Probe bei 83 mV. Die Stufenhöhe beträgt ca. 20 pA. Es folgen weitere Stufen von ähnlicher Stufenhöhe. Auch für negative Spannungen ist eine Reihe von Stufen zu erkennen.

### 5.2.1 Grundlagen

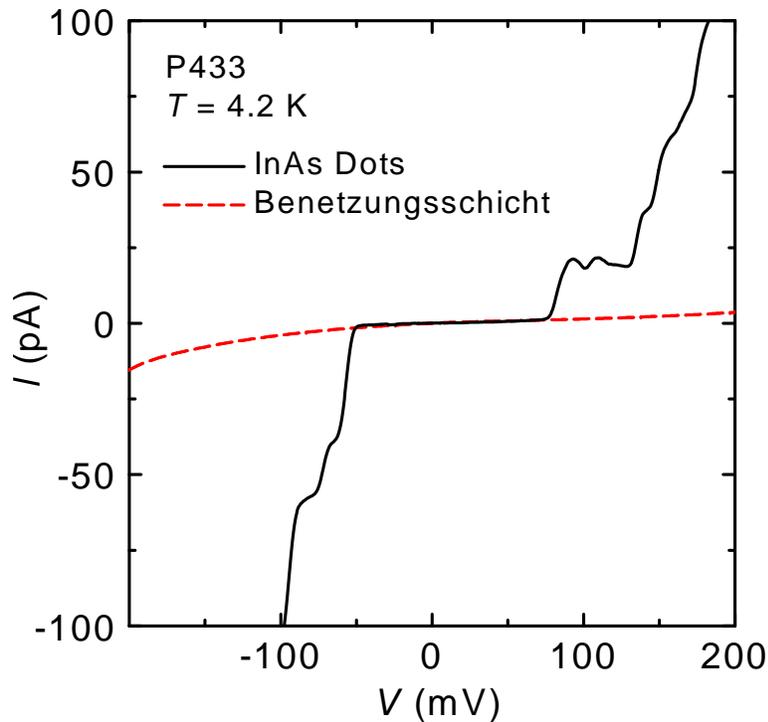


Abbildung 5.4: Strom-Spannungskennlinie  $I(V)$  der InAs Quantenpunktprobe P433-1A(21) und der Probe P433-3A(10) mit einer InAs Benetzungsschicht bei  $T = 4.2$  K.

Im Vergleich dazu zeigt eine Referenzprobe (P433-3A(10), siehe Tabelle B.1) mit nur einer InAs Benetzungsschicht keinerlei Stufen. Lediglich ein leichter Anstieg der Kennlinie ist für zunehmende Spannungen zu beobachten, da die effektive Barrierenhöhe bei höheren Spannungen reduziert ist und nach Gleichung 2.32 die Transmissionswahrscheinlichkeit zunimmt. Dieser Anteil ist jedoch gegenüber den resonanten Tunnelbeiträgen durch die InAs Dots zu vernachlässigen. Die Vermessung der Referenzprobe sollte sicherstellen, dass keine anderen Effekte als die Quantenpunkte für

die beobachteten Stufen verantwortlich sind. Es wurden zu verschiedenen Quantenpunktserien jeweils Benetzungsschicht-Referenzproben gewachsen, keine davon zeigte solche Strukturen, wie sie in den Quantenpunktproben beobachtet wurden. Die Qualität der Quantenpunktproben in Bezug darauf, dass sie Stromstufen dieser Art zeigten, war sehr hoch. Mindestens 80% der Dioden eines Chips wiesen Stufen auf. Nur wenige Dioden „schalteten durch“, d.h. trugen bereits bei kleinen Spannungen sehr hohe Ströme. Ursache dieses Verhaltens könnten lokale Defekte innerhalb der Barrieren sein, die zu einem erhöhten Stromfluß führen. Es besteht auch die Möglichkeit, dass vereinzelt sehr große Quantenpunkte vorliegen, die dann die obere Barriere durchstossen.

Für eine eingehendere Betrachtung der resonanten Tunnelkennlinien sind in Abbildung 5.5 die Strom-Spannungskennlinien zweier Dioden des Chips P238-1(20) dargestellt. Die Stufenhöhen liegen in beiden Dioden für die ersten Stufen bei kleinen Spannungen bei 20–40 pA. Unterhalb von 83 mV für die Diode K09, bzw. 109 mV für K11 findet kein signifikanter Stromfluss statt. Lediglich der Hintergrundstrom durch das gesamte AlAs Barrierenpaar trägt zu einem leichten Anstieg der Kennlinie bei. Die Diode K09 hat mit  $(80 \mu\text{m})^2$  eine größere Querschnittsfläche als die Diode K11, deren Fläche  $(40 \mu\text{m})^2$  beträgt. Aufgrund der größeren Zahl der eingeschlossenen Quantenpunkte zeigt die größere Diode eine höhere Stufendichte ab etwa 150 mV und damit einen stärkeren Stromanstieg. Die Stufendichte der Diode K11 ist dagegen bei vergleichbaren Spannungen noch geringer, so dass einzelne Stromstufen getrennt untersucht werden können. Daher wurden im Folgenden Dioden mit kleinen Querschnittsflächen von  $(40 \mu\text{m})^2$  und  $(50 \mu\text{m})^2$  für die Messungen herangezogen.

Die in Abbildung 5.5 dargestellten Stufenfolgen sind auf das resonante Tunneln von Elektronen durch *verschiedene, individuelle* Quantenpunkte zurückzuführen, die aber aufgrund der leicht unterschiedlichen Größenverteilung nicht die gleichen Grundzustandsenergien besitzen. Zur Untermauerung der Annahme, dass die Stromstufen tatsächlich jeweils auf resonantes Tunneln durch *einen einzelnen* Quantenpunkt zurückzuführen ist, wird eine einfache Abschätzung des Stromes in einem sequentiellen Tunnelbild vorgenommen. Das bedeutet, dass das Hineintunneln des Elektrons in den Dot und das Verlassen des Dots als getrennte Prozesse betrachtet werden. Der Strom ergibt sich dann zu:

$$I = ef \exp\{-2\kappa a\} \quad (5.1)$$

Dabei ist  $f$  die Frequenz, mit der die Elektronen im Emitter in den Quantenpunkt hineintunneln können,  $\kappa = \sqrt{2m^*\Delta E_K}/\hbar$  und  $a$  die Dicke der Kollektorbarriere, über die die Elektronen den Quantenpunkt wieder verlassen. Mit  $f \sim 10^{12}$  Hz [68],  $m^* = 0.067m_e$ ,  $\Delta E_K = 0.8$  eV als effektiver Barrierenhöhe und der effektiven Barrierendicke von 3.5 nm zum Kollektor hin ergibt sich ein Strom von  $I \approx 40$  pA in guter Übereinstimmung zu den beobachteten Werten. Damit kann also davon ausgegangen werden, dass jede Stufe einer Resonanz der Emitter-Fermienergie mit einem Grundzustandsniveau eines individuellen Quantenpunktes entspricht. Die Tatsache, dass in den untersuchten Spannungsbereichen nur jeweils durch das Grundzustandsniveau getunnelt wird, wird in Kapitel 6 begründet. Das Einsetzen der Stufenfolge bei 80 mV für die Diode K9 bzw. bei 110 mV für K11

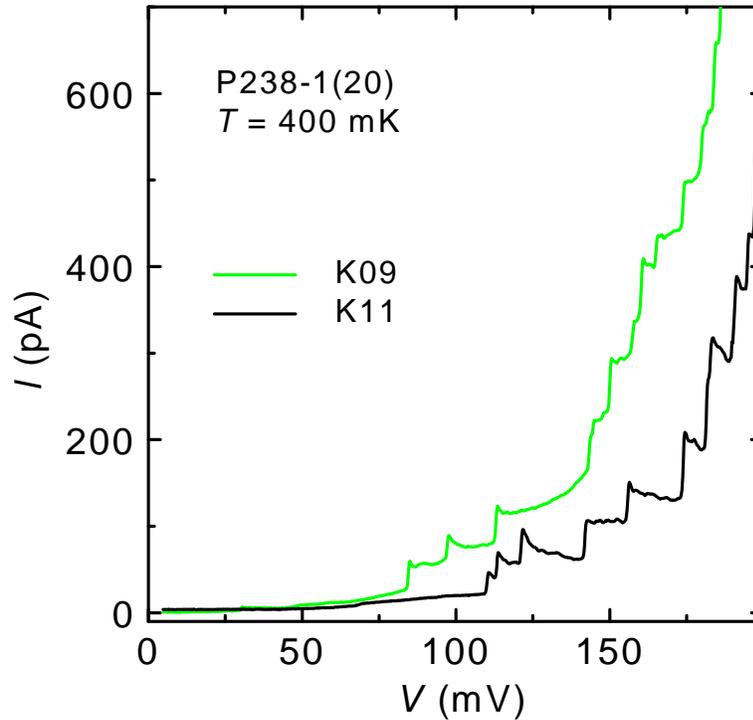


Abbildung 5.5: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  von zwei Dioden einer InAs Quantenpunktprobe P238-1(20) bei  $T = 400$  mK. Die Diode K09 weist eine Querschnittsfläche von  $(80 \mu\text{m})^2$  auf; die Diode K11 hat eine Fläche von  $(40 \mu\text{m})^2$ .

verdeutlicht, dass die Energieniveaus der Quantenpunkte energetisch *oberhalb* der Leitungsbandkante des GaAs Emitters liegen. Erst bei Anlegen einer Spannung erreichen Elektronen im Emitter die nötigen Resonanzenergien, so dass Stromfluss stattfinden kann. Lägen die Dotniveaus unterhalb der GaAs Leitungsbandkante, so wären sie mit Elektronen geladen, die bereits bei kleinen Vorspannungen aus den Quantenpunkten heraustunneln würden.

In den Strom-Spannungskennlinien ist mit zunehmender Spannung eine Zunahme der Stufendichte zu beobachten. Nachdem die ersten, energetisch tiefer liegenden Quantenpunktniveaus erreicht sind, tragen danach bald sehr viele Quantenpunkte zum Transport bei. Als Folge davon steigt der Stromfluss stark an. Aus diesem Grund kann auch nicht der in Abschnitt 2.2.2.2 beschriebene, dreieckförmige Stromverlauf beobachtet werden. Die Strom-Spannungskennlinien gleichen vielmehr einer Überlagerung mehrerer, mit zunehmender Spannung leicht abfallender Stromstufen. In Abbildung 5.6 ist ein Ausschnitt aus der Strom-Spannungskennlinie der Probe P238-1(20)K11 bei  $T = 1.5$  K dargestellt. Zusätzlich sind dort die Verläufe der Ströme eingetragen, wie sie sich aus Gleichung 2.45 ergeben. Dabei wurde die jeweilige Stufenposition  $V_S$  aus den Tunnelkennlinien entnommen und  $V_B$  folgendermaßen bestimmt: Ausgangspunkt ist eine Fermienergie von  $E_F = 13.6$  meV (siehe Abschnitt 6.1.1). Mit einem Hebelfaktor von  $\alpha \approx 0.3$  erreicht nach einer Spannungsdifferenz von  $\Delta V = E_F/e\alpha = 45$  mV die Leitungsbandkante das

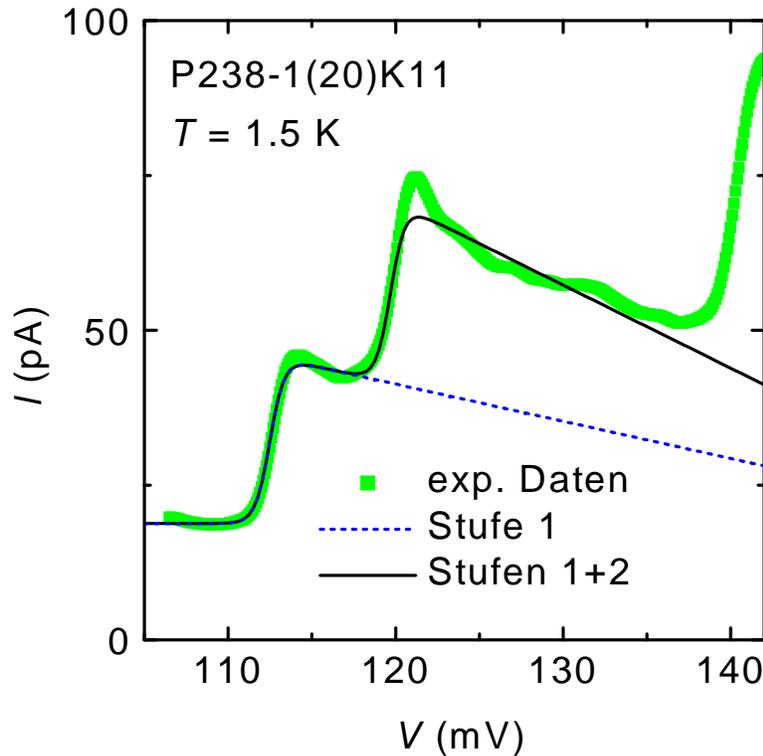


Abbildung 5.6: Strom-Spannungskennlinie  $I(V)$  einer InAs Quantenpunktprobe P238-1(20)K11 bei  $T = 400 \text{ mK}$  mit nach Gleichung 2.45 bestimmten Verläufen des Plateaustromes. Der Verlauf der ersten Stufe ist als gestrichelte Linie dargestellt, die Überlagerung mit der zweiten Stufe als durchgezogene Linie.

Dotniveau. Dann findet kein resonantes Tunneln mehr statt. Die Spannung  $V_B$  liegt also um  $\Delta V$  höher als die Stufenposition  $V_S$ ,  $V_B = V_S + 45 \text{ mV}$ . Für die Kennlinie der Stufe 1, in Abbildung 5.6 dargestellt als gestrichelte Linie, wurde zusätzlich ein konstanter Strombeitrag addiert, um den endlichen Hintergrundstrom zu berücksichtigen. Die Kennlinie für die Stufen 1 und 2 ergibt sich aus der Addition der einzelnen Kennlinien, derjenigen von Stufe 1 und einer analog ermittelten, hier nicht dargestellten der Stufe 2. Die Addition ist dargestellt als durchgezogene Linie. Der leicht abfallende Charakter der Plateaustrome wird somit durch die Gleichung 2.45 recht gut beschrieben. Für höhere Spannungen, bei denen die Stufendichte zunimmt, sind bereits mehrere Quantenpunkte als Transportkanäle zugänglich, so dass ein Stromrückgang mehrfach ausgeglichen ist. Einen vergleichbaren Stromverlauf mit ebenfalls mehreren Stufen beobachteten auch Suzuki et al. beim resonanten Tunneln durch InAs Quantenpunkte aus einem 3D Emitter heraus [69].

Andererseits spiegelt die Stufendichte, wie sie in den Tunnelkennlinien beobachtet wird, keinesfalls die Quantenpunktdichte wider wie sie innerhalb der Dioden vorliegt. Bei einer Inseldichte von  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$  und einer typischen Diodenfläche von  $50 \times 50 \mu\text{m}^2$  sind ca.  $2.5 \times 10^6$  Quantenpunkte darin enthalten. Nimmt man eine Ver-

teilung der Quantenpunktenergieniveaus über 200 meV an (siehe Abschnitt 4.1.2.3), so ergibt sich ein mittlerer Energieabstand von  $8 \times 10^{-8}$  eV. Diese Größenordnung ist nicht vergleichbar mit der hier vorliegenden von einigen meV. Die Annahme einer gaußförmigen Verteilung und die Betrachtung eines Bereiches am Fuße der Kurve führt zu Energieabständen der Quantenpunkte im  $\mu\text{eV}$ -Bereich.

Es muss also offensichtlich ein Selektionsprozess stattfinden, der nur das Tunneln durch einzelne InAs Quantenpunkte zulässt. Der Prozess ist noch nicht völlig geklärt, es gibt verschiedene Ansätze: Kießlich et al. untersuchten auf theoretischem Wege sequentielles Tunneln durch ein Quantenpunktensemble unter Berücksichtigung der elektrostatischen Wechselwirkung der Inseln untereinander und Inhomogenitäten in den Tunnelraten [82]. Unter der Annahme, dass die Tunnelrate in den Kollektor hinein für einen Quantenpunkt aus dem Ensemble etwas größer ist, – was aufgrund der Größenverteilung sinnvoll ist – kommt es zu einer Unterdrückung der Strombeiträge, die von den anderen Quantenpunkten herrühren. Es gibt also einen erhöhten Stromfluss durch den gut leitenden Dot, die anderen tragen nicht mehr zum Tunnelstrom bei.

Eine andere Möglichkeit der Selektion stellten Main et al. vor [83]. Sie untersuchten Proben mit einer 50 nm dicken undotierten Zwischenschicht. Aufgrund eines inhomogenen Emitters entstehen Bereiche, in denen die Elektronenverteilung der dotierten Bereiche näher über die nominell undotierte Schicht an die Barrieren heranreicht. So gibt es nur eine reduzierte Zahl von ausreichend leitfähigen Kanälen, die effektiv Elektronen von den hochdotierten Bereichen zu den Quantenpunkten transmittieren können. Da der Strom exponentiell von der Tunneldistanz abhängt, werden derart selektierte Dots einen höheren Beitrag zum Tunnelstrom liefern. Dieses Argument ist besonders schlagkräftig für eine breite undotierte Zwischenschicht. Da in den hier untersuchten Proben aber ein dreidimensionaler Emitter bis nahezu an die Barriere heranreicht, wird dieser Einfluss geringer sein.

Schließlich konnten Austing et al. [71] durch seitlich an den Dioden angebrachte Elektroden die Energieniveaus einzelner Quantenpunkte beeinflussen. Die Zahl der Dots in einer Diode betrug nur wenige hundert. Es konnte die Lage der Quantenpunkte bezüglich der separat gesteuerten Elektroden bestimmt werden. Dies wäre eine Methode, um die Auswahl einzelner Dots für den Tunnelvorgang genauer zu untersuchen. Insgesamt zeigt sich in den verschiedenen Ergebnissen, dass der Selektionsprozess noch nicht geklärt ist.

In diesem Rahmen soll auch die Reproduzierbarkeit der Messungen bei verschiedenen Abkühlvorgängen betrachtet werden. Abbildung 5.7 zeigt drei verschiedene Tunnelkennlinien, gemessen in verschiedenen Kryostatensystemen. Die Kurven sind der Übersichtlichkeit halber auf der Stromachse gegeneinander verschoben. Die Messung bei  $T = 1.5$  K fand in einem  $^4\text{He}$ -Kryostaten statt, die bei  $T = 400$  mK in einem  $^3\text{He}$ -System, und die Messung bei  $T = 20$  mK erfolgte in einem  $^3\text{He}^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten bei Basistemperatur. Bemerkenswert ist die Reproduzierbarkeit der Stromstufen an den Spannungspositionen  $\sim 142$  mV und  $\sim 155$  mV abgesehen von den Stufenverbreiterungen aufgrund der zunehmenden Temperatur. Dagegen ist die Tunnelkennlinie im niedrigen Spannungsbereich zwischen 110 mV und 120 mV nicht so stabil. Während die 60 mK-Kurve und die 1.5 K-Kurve jeweils

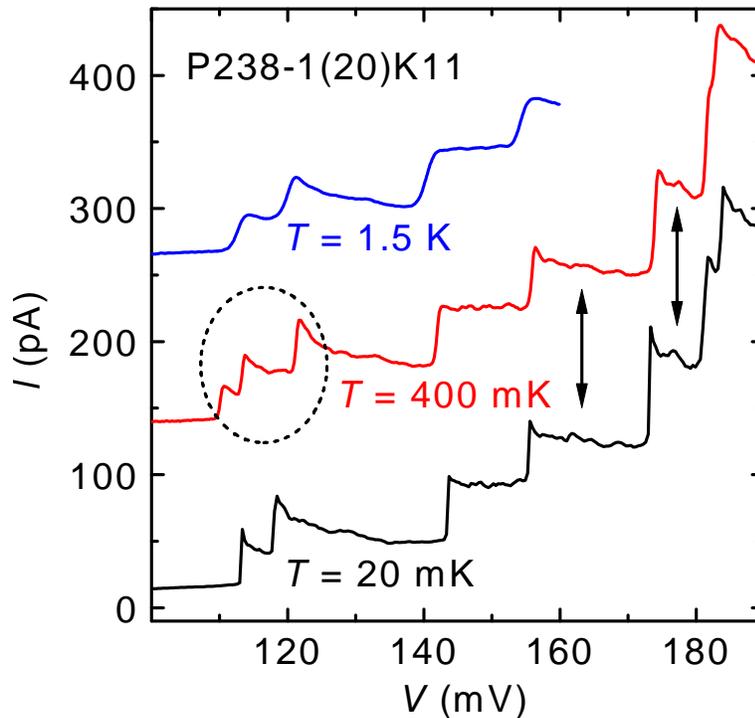


Abbildung 5.7: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  derselben Diode, P238-1(20)K11, nach drei verschiedenen Einkühlprozessen bei  $T = 1.5$  K (14.02.2001), 400 mK (14.11.1998) und 20 mK (13.02.1999). Der eingekreiste Bereich ist nicht stabil.

zwei Stufen aufweisen, treten bei der dritten Messung drei Stufen auf. Dieses Verhalten konnte bei verschiedenen Abkühlvorgängen der Probe beobachtet werden. Eine mögliche Erklärung wäre die Existenz einer lokalisierten Störstelle, die bei verschiedenen Abkühlprozessen entweder geladen ist oder nicht. Je nach Ladezustand dieser Störstelle wird das Tunneln durch einen bestimmten Quantenpunkt unterbunden und das Tunneln durch einen anderen Quantenpunkt begünstigt. Dass es sich bei den Stufen tatsächlich um Tunneln durch *denselben* Quantenpunkt handelt, ist deutlich bei den Stufen oberhalb von 140 mV, bzw. auf den Plateaus zu erkennen. In der Abbildung 5.7 sind exemplarisch diese Stellen mit einem Pfeil markiert: Die kleinen Strukturen nach der Stufenkante entstehen aufgrund von Zustandsdichtefluktuationen im Emitter, die durch das Quantenpunktniveau spektroskopiert werden [25]. Das Auftreten einer identischen Feinstruktur in beiden Kurven beweist, dass beide Male durch denselben Dot getunnelt wird. Aufgrund der reproduzierbaren Stabilität der Stufen ab 140 mV wurden diese für weitere Untersuchungen ausgewählt.

### 5.2.2 Kennlinien-Asymmetrie

Die bisher vorgestellten Kennlinien wurden an Dioden gemessen, bei denen die InAs Quantenpunkte symmetrisch in die nominell jeweils 5 nm dicken Barrieren eingewachsen sind. Da die Dots eine endliche Höhe von ca. 3 nm besitzen

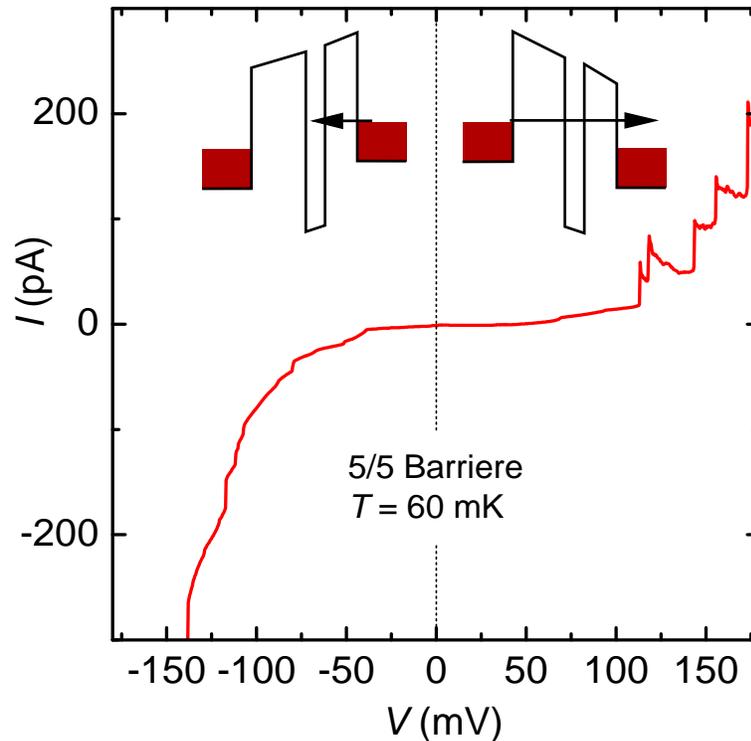


Abbildung 5.8: Strom-Spannungskennlinie  $I(V)$  der Probe P238-1(20)K11 bei  $T = 20$  mK. Skizzen: Barrierenverhältnisse für negative und positive Spannungen.

und das darauf aufgebrachte Barrierenmaterial zunächst gleichmäßig die Bereiche zwischen den InAs Inseln auffüllt, ist die effektive Dicke der oberen Barriere stark reduziert. Diese Tatsache wurde bereits in Unterabschnitt 4.1.2.1 anhand der Transmissionselektronenmikroskop-Messungen erläutert. An dieser Stelle werden nun die Auswirkungen dieser Barrierenasymmetrie auf die Strom-Spannungskennlinien diskutiert. Zum Vergleich wird eine Kennlinie einer Probe vorgestellt, bei der diese Asymmetrie durch das Wachstum unterschiedlich dicker Barrieren ausgeglichen wurde.

Abbildung 5.8 zeigt eine Strom-Spannungskennlinie der Probe P238-1(20)K11 bei  $T = 20$  mK. Vergleicht man die Kennlinien für beide Spannungspolaritäten, so beobachtet man asymmetrisches Verhalten. Während für positive Spannungen scharfe Stufen vorliegen, zeigt die Strom-Spannungskennlinie für negative Spannungen kleine Sprünge auf einem stark ansteigendem Hintergrundstrom. Die Ströme in dieser Spannungsrichtung sind bei diesen Probenstrukturen bei gleichem Spannungsbetrag bereits größer als in positiver Polarität.

Die AlAs Barrieren dieser Probe sind nominell jeweils 5 nm dick. In der Skizze im oberen Teil der Abbildung 5.8 sind die Barrierenverhältnisse für negative und positive Spannungen dargestellt. Für positive Spannungen tunneln Elektronen von der Substratseite her in den Quantenpunkt. Sie haben zuerst also die dickere, von den Quantenpunkten unbeeinflusste Barriere zu überwinden. Die Tunnelrate dieser Barriere ist die den Tunnelprozess bestimmende. Das Elektron verlässt den Quan-

tenpunkt sehr schnell wieder durch die obere, dünnere Barriere. In dieser Spannungsrichtung ist der Dot daher im zeitlichen Mittel unbesetzt. Die tunnelnden Elektronen beeinflussen sich gegenseitig nicht, so dass diese Spannungspolarität als Einzelelektronen-Tunnelrichtung bezeichnet wird. Für negative Spannungen können Elektronen aufgrund der höheren Tunnelrate schnell in den Dot hineintunneln und verweilen länger darin. Daher kommt es bei dieser Spannungspolarität zur Aufladung des Quantenpunktes. Der Dot ist im zeitlichen Mittel immer mit einem Elektron besetzt. Diese Spannungspolarität, bei der die Wechselwirkung der Elektronen untereinander dominiert, wird im Folgenden als Aufladerichtung bezeichnet. Die Unterschiede in den Barrierendicken erklären auch den für negative Spannungen stärker ansteigenden Hintergrundstrom. Bei Anlegen einer Spannung ist die den Tunnelprozess bestimmende, dickere Barriere in dieser Spannungsrichtung bereits in ihrer effektiven Höhe reduziert. Dagegen wird ihre effektive Höhe für vergleichbar große positive Spannungen nur wenig verändert.

Eine Auswertung und ein Vergleich der Tunnelraten gestaltet sich bei diesen Messungen allerdings als schwierig. Theoretisch erhält man nach den Gleichungen 2.54 und 2.55 für stark asymmetrische Barrieren maximal ein Verhältnis  $\Delta I_{pos}/\Delta I_{neg} = 2/1$  für die Stromstufen in beide Spannungsrichtungen. Vergleicht man die Höhen der Stromstufen der erste Stufen für positive und negative Polarität, so ist das Verhältnis  $\Delta I_{pos}/\Delta I_{neg} = 40 \text{ pA} / 10 \text{ pA}$ . Zudem ist eine eindeutige Zuordnung der Stufen in positiver und negativer Spannungspolarität aufgrund der effektiven Barrierenasymmetrie nicht möglich.

Abschließend wird nun eine Probe betrachtet, deren Barrierendicken derart variiert wurden, dass die Quantenpunkte möglichst symmetrisch im AlAs eingebettet sind. Die untere Barriere der Probe P518 wurde auf 4 nm reduziert, während die obere auf 6 nm vergrößert wurde. In Abbildung 5.9 ist die Strom-Spannungskennlinie  $I(V)$  der Probe P518-1A(20)K18 und deren Ableitung  $dI/dV$  bei  $T = 4.2 \text{ K}$  dargestellt. Die Kennlinien erscheinen symmetrischer – man kann Strukturen für beide Spannungspolaritäten einander zuordnen – allerdings sind die beobachteten Strukturen auf der Spannungsachse verschoben. Die einander zuzuordnenden Tunnelprozesse finden bei unterschiedlichen Spannungen im positiven und negativen Bereich statt.

Die Tatsache, dass man bei dieser Probe in beiden Spannungsrichtungen vergleichbare Stromstufen, bzw. Maxima in der Leitfähigkeit beobachten kann, zeigt, dass die Tunnelraten für beide Barrieren vergleichbar groß sind. Zudem ist der Verlauf des Stromes nach der Stufenkante auf dem Plateau für beide Polaritäten ähnlich dem oben diskutierten – leicht abfallend zu betragsmäßig höheren Spannungen hin. Beide Tunnelrichtungen sind also gleichberechtigt, die Quantenpunktzustände befinden sich verhältnismäßig symmetrisch in den AlAs Barrieren eingebettet. Dagegen liegen allerdings die Tunnelereignisse nicht symmetrisch zur  $V=0$ -Achse. Die Symmetrieachse der Strom-Spannungskennlinie ist um etwa 15 mV zu positiven Spannungen hin verschoben. Diese Tatsache gibt einen Hinweis auf unsymmetrische Spannungsabfälle außerhalb der Barrieren. Berücksichtigt man das Wachstum der Schichtstrukturen, so sind diese Spannungsabfälle folgendermaßen zu erklären: Im Bereich vor der unteren AlAs Barriere kann eine höhere Si Dotierung vorliegen als

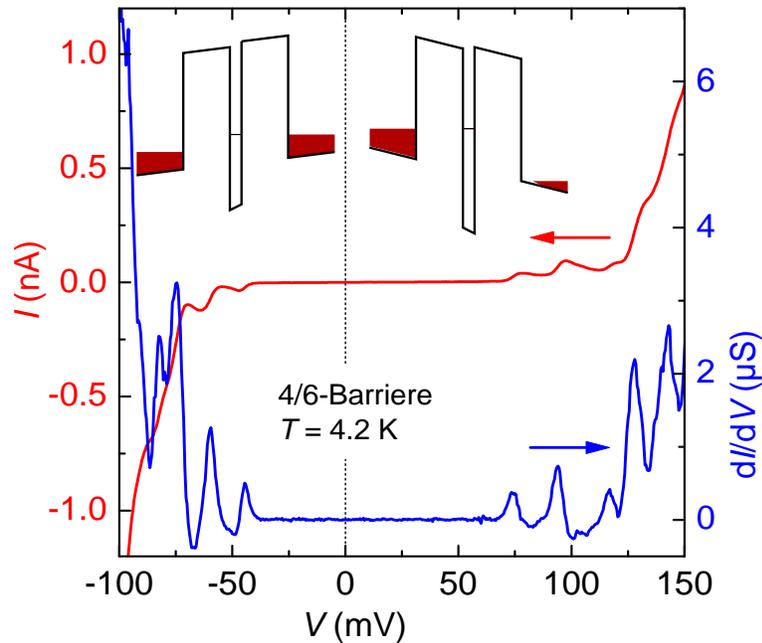


Abbildung 5.9: Strom-Spannungskennlinie  $I(V)$  der Probe P518-1A(20)K18 und deren Ableitung  $dI/dV$  bei  $T = 4.2$  K. Skizzen: Barrierenverhältnisse für negative und positive Spannungen.

im Bereich nach der oberen Barriere, da nach Beenden der intentionellen Dotierung vor der ersten Barriere noch Si Atome im Probenraum der MBE-Anlage vorhanden sind. Nach dem Wachstum der Barrieren ist dagegen die Konzentration der Si Restatome wesentlich geringer.

## 5.3 Probensystematik

Gegenstand dieses Abschnittes ist die Darstellung einer systematischen Untersuchung verschiedener Probenstrukturen. Zuerst werden die Ergebnisse vorgestellt, die eine Variation der Dotierprofile zwischen den hochdotierten Kontakten und der undotierten Pufferschicht unmittelbar an den Barrieren erbracht hat. Im darauf folgenden Abschnitt wird erläutert, wie sich eine Variation der AlAs Barrierendicken auf die Strom-Spannungskennlinie der Dioden auswirkt.

### 5.3.1 Variation des Dotierprofils

Die bisher vorgestellten Messungen wurden an Proben gemacht, deren Si Dotierung von einem hochdotierten Bereich  $n^+ = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  an den Kontakten bis hin zu den Barrieren auf  $n^- = 1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  abnimmt. Zudem erstreckt sich unmittelbar um die Barrieren herum eine undotierte Pufferschicht von 15 nm. Diese Parameter wurden so gewählt, um eine Verschleppung von Dotieratomen in die elektrisch aktiven Schichten zu verhindern. Andererseits ist eine Anhebung des Leitungsbandes im

Barrierenbereich die Folge. Eventuell kann dadurch sogar die Dreidimensionalität des Emitters gestört werden – insbesondere beim Anlegen einer externen Spannung. Es ist also ein Optimierungsprozess vorzunehmen, der sowohl eine genügend hohe Dotierung für die Ausbildung eines dreidimensionalen Emitters erreicht, als auch eine Zerstörung der Barriereigenschaften durch zu hohe Dotierung vermeidet.

Zur Bestimmung des optimalen Dotierprofils für die resonanten Tunneldioden wurden verschiedene Wafer, hergestellt unter nominell identischen Wachstumsbedingungen, verglichen. Dabei wurde zum einen die Dicke der undotierten Pufferschicht in unmittelbarer Nachbarschaft der Barrieren variiert, zum anderen die Dotierkonzentration der in Richtung der ohmschen Kontakte daran anschließenden 10 nm dicken Schicht.

Folgende Proben werden hier vorgestellt:

- P238: Pufferschicht 15 nm, Si Dotierung  $1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
- P355: Pufferschicht 7 nm, Si Dotierung  $3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$
- P379: Pufferschicht 10 nm, Si Dotierung  $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$
- P435: Pufferschicht 15 nm, Si Dotierung  $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

Die Angabe der Siliziumdotierung bezieht sich auf die Dotierung im unmittelbar an die undotierte Pufferschicht angrenzenden Bereich.

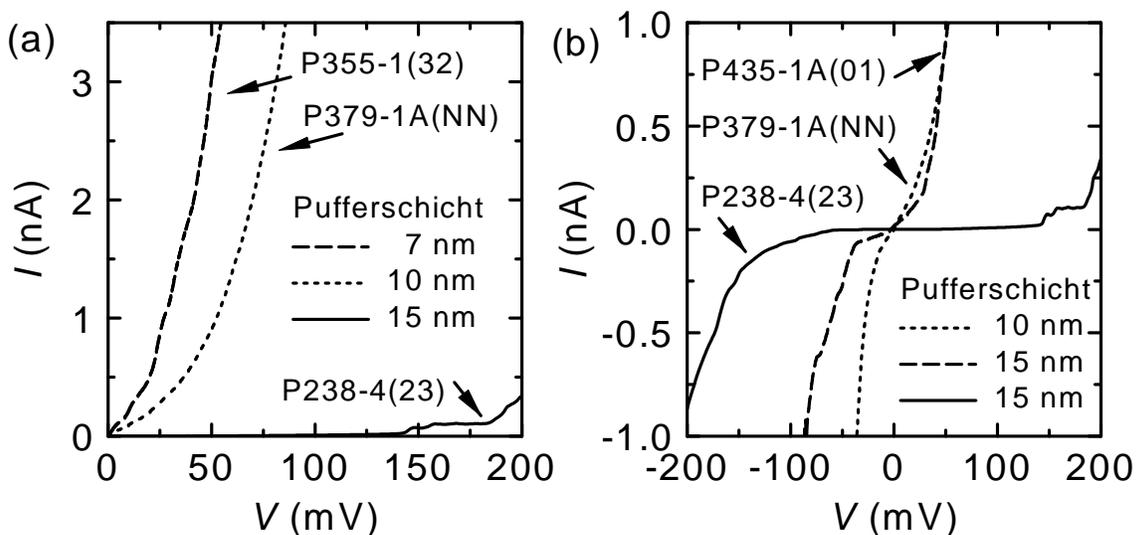


Abbildung 5.10:  $IV$ -Kennlinien verschiedener Dioden mit variierenden Dotierprofilen bei  $T = 4.2 \text{ K}$ . (a) P355-1(32): Pufferschicht 7 nm, Si Dotierung  $3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ; P379-1A(NN): Pufferschicht 10 nm, Si Dotierung  $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ; P238-4(23): Pufferschicht 15 nm, Si Dotierung  $1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  (b) P379-1A(NN); P435-1A(01): Pufferschicht 15 nm, Si Dotierung  $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ; P238-4(23) wie in (a).

In Abbildung 5.10 sind Tunnelkennlinien der vier Proben zusammengestellt, wobei jeweils eine Diode mit  $40 \mu\text{m}$  Kantenlänge vermessen wurde. Die Messungen

erfolgten bei  $T = 4.2$  K. In Abbildung 5.10 (a) wird deutlich, dass die Probe P355-1(32) mit der dünnsten Pufferschicht von 7 nm und der höchsten Si Dotierung von  $3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , dargestellt als gestrichelte Kurve, die größten Ströme trägt. Einzelelektronentunneln durch die Quantenpunkte ist hier aufgrund des hohen Hintergrundstromes nicht zu beobachten. Ebenso ist die Erhöhung der Barrierendicke auf 10 nm und die Reduzierung der Dotieratomkonzentration um den Faktor 3 in Probe P379-1A(NN), dargestellt als gepunktete Kurve, noch nicht ausreichend, um den Strom signifikant zu reduzieren. Erst die Erweiterung der undotierten GaAs Schicht auf 15 nm unter gleichzeitiger Erniedrigung der Si Konzentration auf  $1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  in P238-4(23) führt zu so niedrigen Strömen, dass Einzelelektroneneffekte beobachtet werden können.

Die Abbildung 5.10 (b) enthält noch einmal die Kurven der Proben P379-1A(NN) und P238-4(23) mit beiden Spannungspolaritäten. Für die moderatere Dotierung – d.h. zunehmende Pufferschichtdicke und flachere Dotierkonzentration – werden die Kurven asymmetrischer. Der Einfluss des Tunnelns durch die Quantenpunkte in der Barriere gewinnt an Bedeutung gegenüber dem Tunneln vom hochdotierten Emitter durch die gesamte Barriere in den Kollektor.

Als weitere Probe ist hier noch P435-1A(01) als gestrichelte Kurve dargestellt. Hier wurde die optimale, 15 nm dicke Pufferschicht mit einer höheren angrenzenden Dotierung von  $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  kombiniert, das Dotierprofil also wieder „steiler“ gemacht. Diese Variante ist allerdings vergleichbar mit Probe P379-1A(NN).

Insgesamt lässt sich zusammenfassend feststellen, dass eine zu hohe Dotierung in unmittelbarer Nachbarschaft der elektrisch aktiven Schichten die Beobachtung des resonanten Tunnelns durch die Quantenpunkte zunichte macht. Als optimal hat sich eine 15 nm dicke, undotierte GaAs Pufferschicht mit einer unmittelbar daran angrenzenden Dotierschicht mit Si Konzentrationen von  $1 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  herausgestellt. Die Form der Kennlinie beweist zudem nach den Ausführungen im vorigen Abschnitt, dass ein dreidimensionaler Emitter vorliegt.

Abschließend wird vorgestellt, wie sich die resonanten Tunnelkennlinien verändern, wenn der undotierte Pufferbereich stark vergrößert wird. Dazu wurde die Probe P236 hergestellt, deren undotierte GaAs Pufferschicht 100 nm beträgt. Die übrigen Schichtdicken und Wachstumsparameter wurden identisch zu P238 gehalten. Eine derartige Schichtenfolge wurde zuerst von einer Gruppe aus Nottingham entwickelt und vermessen [65]. Die Abbildung 5.11 zeigt die Strom-Spannungskennlinie der Diode P236-1(10)K18, gemessen bei  $T = 4.2$  K. Im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Messungen sind hier für positive Spannungen keine Stufen zu beobachten, sondern scharfe Maxima im Strom. Für negative Spannungen verlaufen die Kurven nicht wesentlich anders als die bisherigen.

Qualitativ vergleichbare Strom-Spannungskennlinien beobachteten auch Narihiro et al. [68]. Die dort untersuchten Proben enthielten eine 20 nm dicke, undotierte GaAs Pufferschicht, die untere und obere Barriere waren 6 ML, bzw. 8 ML dick, dies entspricht AlAs Dicken von 1.7 nm, bzw. 2.3 nm. Jeweils 2 ML (0.6 nm) GaAs umgaben die 2.2 ML InAs. Die beobachteten Ströme waren um den Faktor 20 größer.

Itskevich et al. [65] und Main et al. [84] untersuchten Proben mit einer Schicht-

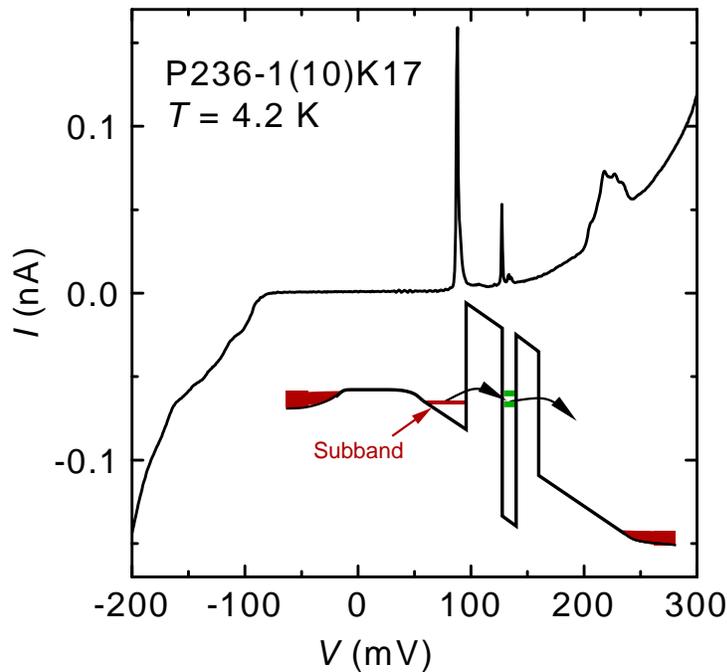


Abbildung 5.11:  $I$ - $V$ -Kennlinie der Diode P236-1(01)K18 bei  $T = 4.2$  K. Skizze: Resonantes Tunneln aus dem zweidimensionalen Emitter heraus.

tenfolge, die nominell der unseren identisch ist: Auf einen 100 nm undotierten GaAs-Bereich folgt eine 5 nm AlAs Barriere; nach 1.8 ML InAs wird die Probe symmetrisch komplettiert. Die beobachteten Ströme waren hier mit wenigen pA um den Faktor 100 kleiner als die von uns gemessenen.

Die Erklärung dieser Kennlinienform liegt in der Dicke der Pufferschicht begründet. Die Leitungsbandkante dieser Probe verläuft wie in der Skizze in Abbildung 5.11 gezeigt. Durch den breiten undotierten GaAs-Bereich kommt es bei Anlegen einer Spannung zu einer derartigen Bandverbiegung, dass sich unmittelbar vor der Barriere ein dreieckförmiger Potentialtopf ausbildet, in dem Ladungen akkumuliert werden. Dieses zweidimensionale Elektronengas wird aus dem 3D-Emitter her gespeist. Aufgrund der breiten Verarmungszone fällt ein gewisser Anteil der an den äußeren Kontakten angelegten Spannung über diesem Bereich ab; Main et al. bestimmten in vergleichbaren Strukturen den Hebelfaktor zu  $\alpha = 1/10$ .

In dem zweidimensionalen Emitter bilden sich Subbänder aus, deren energetische Breite scharf begrenzt ist. Resonantes Tunneln findet dann statt, wenn ein elektronischer Zustand eines Quantenpunktes innerhalb der Barrieren in Resonanz mit einem Subband in der zweidimensionalen Akkumulationsschicht ist. Ein scharfes Maximum im Strom ist die Folge für positive Spannungen, wenn die Elektronen in den Quantenpunkt über die untere Barriere hineintunneln. Der Strom sinkt dann bei weiterer Spannungserhöhung wieder, weil die beiden Niveaus nicht mehr in Resonanz sind. Für negative Spannungen sind keine derartigen Strommaxima zu beobachten, sondern Stromstufen. In dieser Spannungspolarität kommt es aufgrund der in Abschnitt 5.2.2 diskutierten Asymmetrie zur Aufladung der Quantenpunkte.

### 5.3.2 Barrierendicken

Nachdem in den vorherigen Abschnitten der Einfluss des Emitters diskutiert wurde, widmet sich der folgende Teil der Untersuchung der Rolle der AlAs Barrieren. Um den Einfluss unterschiedlich dicker Barrieren auf die Tunnelkennlinien, insbesondere in Bezug auf Hintergrundstromstärke und Stufenhöhe der Resonanzen, zu untersuchen, wurden verschiedene Wafer mit Barrierendicken von  $2 \times 3$  nm (P515),  $2 \times 4$  nm (P516),  $2 \times 5$  nm (P520) und  $2 \times 6$  nm (P517) hergestellt. Dies bedeutet, dass jeweils nominell 3, 4, 5 bzw. 6 nm als untere und obere Barriere gewachsen wurden, zur Übersicht siehe Tabelle B.1 in Anhang B. Es galt, die optimale Barrierendicke zu ermitteln. Da die Stufenhöhe von der Ankopplung der Quantenpunkte über die Barriere an den Emitter abhängt, sollte zum einen für genügend dünne Barrieren gesorgt werden. Andererseits muss ein zu hoher Hintergrundstrom, wie er durch zu dünne Barrieren entsteht, verhindert werden.

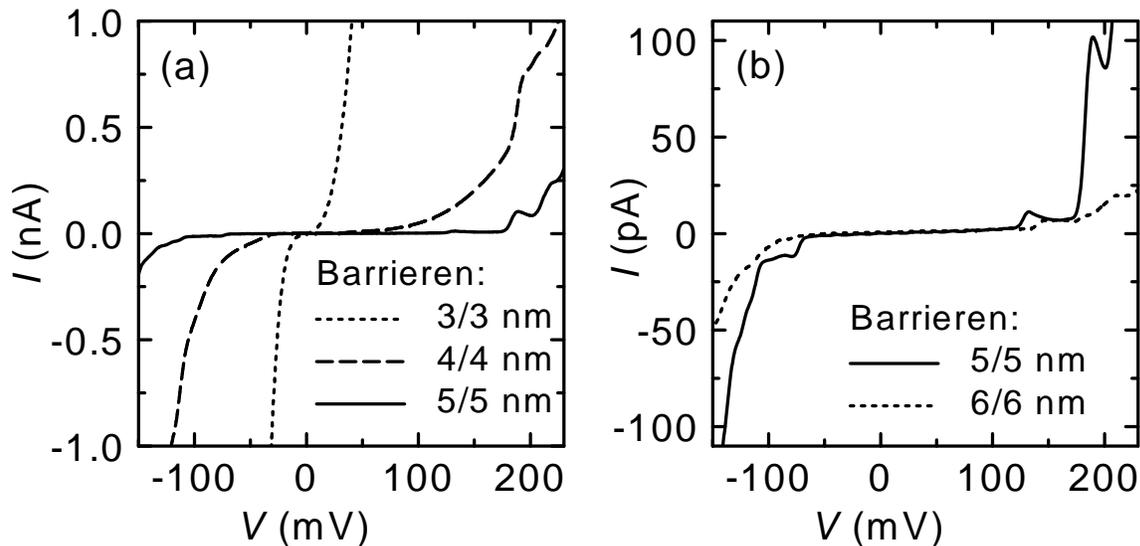


Abbildung 5.12: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  von Dioden mit unterschiedlichen Barrierendicken bei  $T = 4.2$  K. (a) 3/3 nm P515-1A(20)K11/K02; 4/4 nm P516-1A(20)K05/K03; 5/5 nm P520-1A(20)K07/K06. (b) 5/5 nm P520-1A(20)K07/K06; 6/6 nm P517-1A(21)K05/K16.

Abbildung 5.12 (a) zeigt exemplarische Tunnelkennlinien für die unterschiedlichen Barrierendicken für zwei Diodengrößen. Bei den 3/3 nm Barrieren sind die Stromstärken des Hintergrundstromes zu groß, es sind keine Strukturen auf den Hintergrundstrom aufgeprägt. Die 4/4 nm Barrieren führen zu einer Reduktion des Hintergrundstromes, hier sind bereits Stromstufen zu beobachten, bei ca. 165 mV, bzw. 190 mV für die kleinere Diode. In beiden Fällen zeigt die Stromstärke eine deutliche Abhängigkeit von der Diodenfläche. Bei weiterer Zunahme der Barrierendicke auf 5/5 nm treten in den Strom-Spannungskennlinien deutliche Stufen von einigen 10 pA Höhe auf. Die Barriere ist in diesem Fall dick genug, um den Hintergrundstrom weitestgehend zu reduzieren. Andererseits ist die Ankopplung der Quantenpunkte an die Reservoirs groß genug, so dass deutliche Stufen zu beobach-

ten sind. Erhöht man die Dicke der Barrieren weiter auf jeweils 6 nm, so wird der Strom weiter unterdrückt, allerdings führt die verringerte Ankopplung ebenso zur Reduktion der Stufenhöhe, wie in Abbildung 5.12 (b) zu sehen ist.

Der Vergleich der beiden Dioden eines Wafers zeigt bei den beiden dünnsten Barrieren, 3/3 nm und 4/4 nm, dass der Strom mit dem Diodenquerschnitt skaliert und im Wesentlichen durch die Transmission durch die gesamte Barriere bestimmt ist. Dies beweist auch die hohe Symmetrie der 3/3 nm Kennlinien. Dagegen wird bei den beiden dickeren Barrieren, 5/5 nm und 6/6 nm, in dem hier betrachteten Spannungsbereich, in dem die Stufen einsetzen, der Strom vom Einfluß des resonanten Tunnelns durch die Quantenpunkte dominiert. Das bedeutet, dass die Stromstärke nicht mehr unbedingt mit der Diodenfläche skaliert, der Resonanzfall kann zu höheren Strömen in der kleineren Diode führen. Zusammenfassend stellt sich also das 5/5 nm Barrierenpaar als optimal zur Beobachtung des resonanten Tunnelns durch die InAs Quantenpunkte dar.

## 5.4 Einfluss der Quantenpunktgröße

Die Größe der InAs Quantenpunkte in lateraler und vertikaler Ausdehnung bestimmt die Stärke des Einschlußpotentials für elektronische Zustände. Dies bedeutet, dass für kleinere Inseln die Energieniveaus im schmalen Quantentopf höher liegen als für größere. Zur Untersuchung der Quantenpunktgröße wurden im Abschnitt 4.1.1 Messungen mit dem Rasterkraftmikroskop vorgestellt, die gezeigt hatten, dass über die Waferfläche hinweg gezielt ein Gradient in der InAs Bedeckung eingestellt werden kann. Die Ergebnisse zeigten unterschiedlich große Quantenpunkte über den Waferdurchmesser, deren Homogenität bei größeren InAs Schichtdicken zunahm. Die Photolumineszenzmessungen an Referenzproben ergaben eine deutliche Abhängigkeit der Energie des Photolumineszenzmaximums von der InAs Bedeckung. Die Rotverschiebung des Maximums mit zunehmender Bedeckung ging einher mit einer leichten Variation der Halbwertsbreite.

In diesem Abschnitt wird nun exemplarisch am Wafer P433 (siehe Tabelle B.1) vorgestellt, inwieweit die Quantenpunktgröße die resonanten Tunnelkennlinien beeinflusst. Der Bedeckungsgradient des InAs nimmt über die Diagonale des Wafers von 1.55 ML InAs auf 2.05 ML zu. Für die Transportmessungen wurde der Wafer entlang des Gradienten in einzelne Chips mit Bedeckungen zwischen 1.76 ML und 2.00 ML aufgeteilt. Die Kennlinien je einer Diode von fünf verschiedenen Chips sind in Abbildung 5.13 (a) zusammengestellt. Die Messungen erfolgten bei  $T = 4.2$  K. Für sehr große InAs Bedeckungen, die zur Bildung großer Quantenpunkte führen, setzt das resonante Tunneln bereits bei sehr kleinen Spannungen von wenigen mV ein. Die Energieniveaus dieser Dots liegen sehr dicht an der GaAs Leitungsbandkante, so dass sie bereits bei sehr kleinen Spannungen in Resonanz mit dem Emitter sind. Es ist sogar möglich, dass einige sehr große Quantenpunkte energetisch unterhalb des Emitters liegen und unter Vorspannung entladen werden. Mit abnehmender Bedeckung verschiebt sich die Stufen-Einsatzspannung  $V_s$  zu höheren Werten. Die Energieniveaus der jetzt kleineren Quantenpunkte werden erst bei höheren Vorspan-

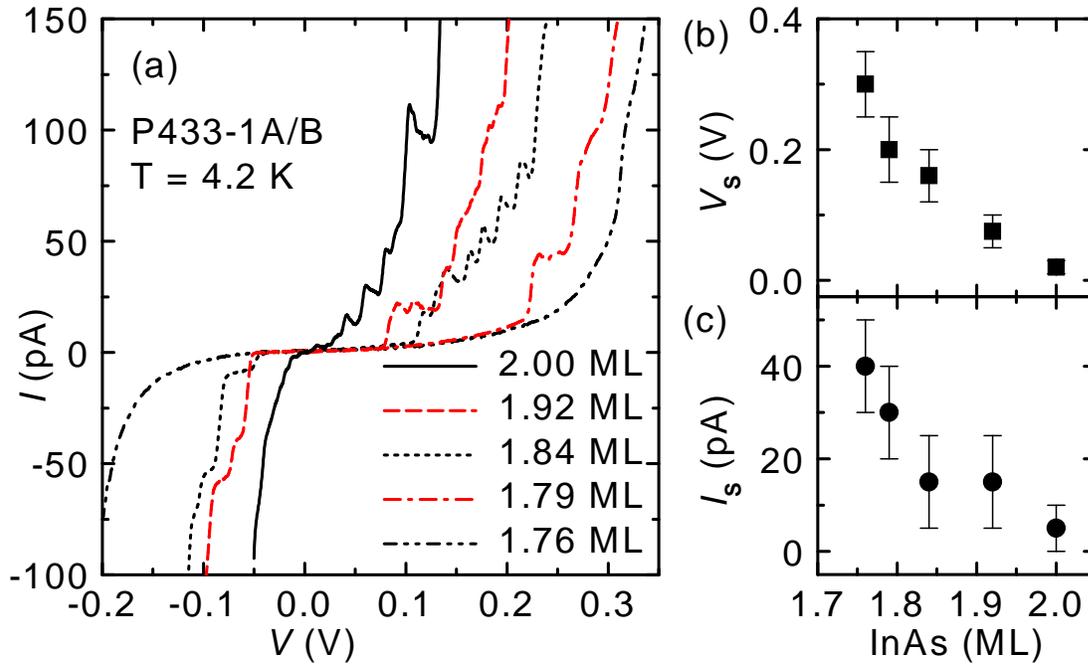


Abbildung 5.13: (a) Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  der Probe P433-1A/B bei  $T = 4.2$  K. (b) Mittlere Einsatzspannung und (c) mittlere Stufenhöhe der jeweils ersten Tunnelstromstufen aus (a) in Abhängigkeit von der InAs Bedeckung.

nungen von den Elektronen an der Emitter Fermikante erreicht. Diese Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit den Photolumineszenz-Messungen, da auch dort die Quantenpunktenergien für kleinere InAs Schichtdicken bei höheren Energien liegen.

In Abbildung 5.13 (b) sind die Einsatzspannungen  $V_s$  und in (c) die Stufenhöhen  $I_s$  der jeweils ersten Stromstufen der Dioden in Abhängigkeit von der InAs Bedeckung aufgetragen. Der jeweils angegebene Fehler ergibt sich aus der Schwankung verschiedener Dioden eines Chips. Ebenso wie die Einsatzspannung mit zunehmender InAs Schichtdicke abnimmt, sinkt auch die Stufenhöhe. Der Wert verkleinert sich von ca. 40 pA für die kleinsten untersuchten Quantenpunkte auf etwa 5 pA.

Qualitativ lässt sich dies durch die Veränderung der effektiven Barrierenhöhe erklären. Für kleine Vorspannungen – wie sie zum Tunneln durch größere Quantenpunkte nötig ist – ist die Leitungsbandverkipfung noch gering, so dass die Barriere noch die maximale Höhe besitzt. Bei den kleineren Quantenpunkten sind höhere Vorspannungen nötig. Dann ist das Leitungsband so stark verkippt, dass die effektive Barrierenhöhe verkleinert und damit die Transmission vergrößert wird. Als Folge davon wächst die Größe der Stromstufen an. Eine Abschätzung der Unterschiede in den Transmissionen kann nach Gleichung 2.32

$$T(E) \approx \exp\left(-4a\sqrt{2m^*(V_0 - E)/\hbar}\right). \quad (5.2)$$

mit einer Barrierendicke  $a = 5$  nm erfolgen. Dazu wird die AlAs Barrierenhöhe zu  $V_0 = 1.05$  eV und eine Fermienergie von 13.6 meV (Abschnitt 6.1.1) angenommen.

Für eine Spannungsposition der entsprechenden Stufen  $V_1 = 0.03$  V und  $V_2 = 0.3$  V ergeben sich mit einem Hebelfaktor  $\alpha = 0.3$  die Energien  $E_1 = \alpha eV_1 = 9$  meV, bzw.  $E_2 = \alpha eV_2 = 90$  meV. Daraus ergibt sich ein Verhältnis der Transmissionen  $T_2/T_1 \approx 3$ . Obwohl diese einfache Abschätzung identische Bedingungen für beide Stufen voraussetzt, und z.B. die Quantenpunktgröße unberücksichtigt bleibt, ist eine recht gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten gegeben.

## 5.5 Temperaturabhängigkeit

Die Beobachtung von Einzelelektroneneffekten erfordert tiefe Temperaturen, da die energetischen Abstände in diesen Systemen mit wenigen meV sehr klein sind. Die thermische Energie der Elektronen muss daher begrenzt werden. In diesem Abschnitt wird nun vorgestellt, wo diese Grenze bei den in dieser Arbeit untersuchten InAs Quantenpunkten liegt. Im Anschluss daran wird die Temperaturabhängigkeit der Strom-Spannungskennlinien bei tiefen Temperaturen diskutiert und aus den Messungen der Hebelfaktor  $\alpha$  bestimmt.

Die hier im Folgenden gezeigten Messungen bei hohen Temperaturen wurden in einem  $^3\text{He}$ -System durchgeführt. In Abbildung 5.14 sind im oberen Teil Ausschnitte der  $IV$ -Kennlinien der Diode P238-1(50)K09 für verschiedene Temperaturen von  $T = 4.2$  K bis hinauf zu  $T = 64$  K gezeigt. Im unteren Teil ist die differentielle Leitfähigkeit aufgetragen. Es sind zwei große Stufen von mehreren nA Höhe bei Spannungspositionen von  $V_s = 74$  mV und bei  $V_s = 128$  mV zu beobachten.

Mit zunehmender Temperatur werden die Stufen immer breiter aufgrund der thermischen Verbreiterung der Fermikante des Emitters. Deutlicher ist die Temperaturverbreiterung im Maximum in der differentiellen Leitfähigkeit für beide Stufen zu erkennen. Es wird deutlich, dass resonantes Tunneln durch die InAs Quantenpunkte bis zu hohen Temperaturen von ca. 40 K zu beobachten ist.

Messungen bei tieferen Temperaturen unterhalb von 1 K erlauben aufgrund der reduzierten thermischen Energie der Emitter-Elektronen die Auflösung weiterer Effekte in den Strom-Spannungskennlinien. Eine temperaturabhängige Messung der Diode P238-1(20)K11, die im  $^3\text{He}^4\text{He}$ -Entmischungskryostaten durchgeführt wurde, ist in Abbildung 5.15 dargestellt. In Teil (a) ist ein Ausschnitt der Kennlinie für negative Spannungen dargestellt, in Teil (b) ein Ausschnitt für positive Spannungen.

Trotz vergleichbarer Stufenspannungen im positiven und negativen Bereich sind diese Stufen nicht jeweils einem Tunnelprozess durch den gleichen Quantenpunkt bei positiver und negativer Spannung zuzuordnen. Während es sich bei positiven Spannungen bei der 112 mV-Stufe um die erste auftretende Stufe handelt, ist die Stufe bei -111.5 mV die dritte Stufe.

In Zusammenhang mit der bereits in Abschnitt 5.2.2 diskutierten Asymmetrie der Kennlinien sind hier einige Aspekte bemerkenswert, die erst bei tiefen Temperaturen beobachtbar werden: Während für negative Spannungen die Stromstufen bei abnehmender Temperatur lediglich schärfer werden, ist für positive Spannungen zudem eine Überhöhung des Stromes direkt an der Stufenkante zu beobachten. Dieser Effekt ist auf einen Coulomb-Wechselwirkungseffekt zwischen dem Elektron

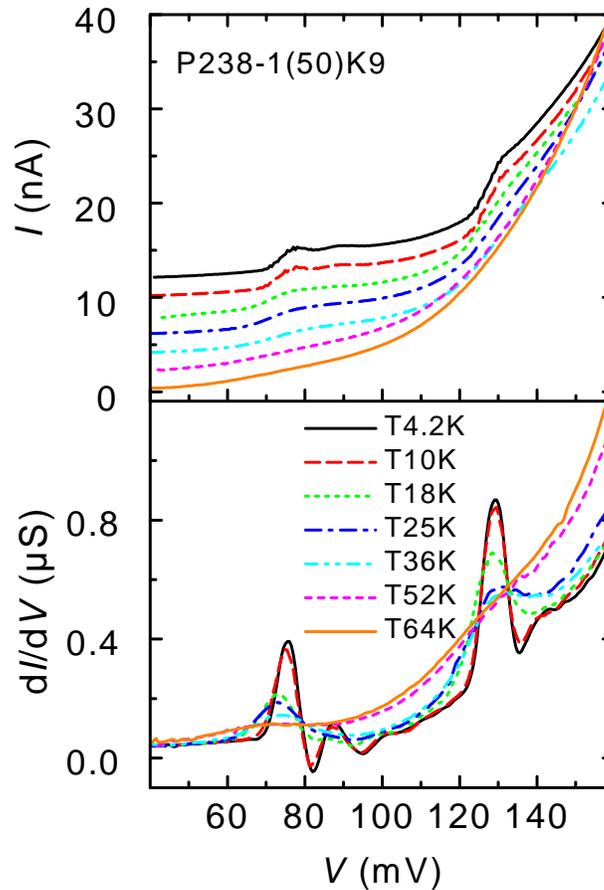


Abbildung 5.14: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  (oben) und differentielle Leitfähigkeit  $dI/dV$  (unten) der Probe P238-1(50)K09 bei  $T = 4.2$  K bis  $T = 64$  K.

auf dem Quantenpunkt und den Elektronen an der Emitter-Fermikante zurückzuführen. Daher wird er auch als Fermikanten-Singularität (FES<sup>1</sup>) bezeichnet. Eine durch ein externes Magnetfeld induzierte FES wird in Abschnitt 6.4.1 ausführlicher diskutiert. Die Tatsache, dass die FES nur in einer Spannungsrichtung auftritt, liegt an der Asymmetrie des Systems. Während die Aufladung des Quantenpunktes für negative Spannungen den erhöhten Tunnelstrom verhindert, ist dieser Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekt für positive Spannungen sehr ausgeprägt.

Die zweite Beobachtung ist, dass der Strom auf den Plateaus für negative Spannungen lediglich linear ansteigt, während in positiver Polarität noch eine zusätzliche Feinstruktur zu erkennen ist. Diese wird verursacht durch leichte Änderungen in der lokalen Zustandsdichte im Emitter. Da der Stromfluss von der Zahl der zum Tunneln zur Verfügung stehenden Zustände in der Nähe des jeweiligen Quantenpunktes abhängt, wird unter Variation der Spannung ein Zustandsdichteprofil des Emitters aufgenommen, abhängig jeweils von der Energie der tunnelnden Elektronen. Man spricht daher auch von Spektroskopie der Emitterzustände [67, 75]. Für negative Spannungen ist dagegen aufgrund des Ladezustandes des Quantenpunktes dieses

<sup>1</sup>engl.: Fermi Edge Singularity

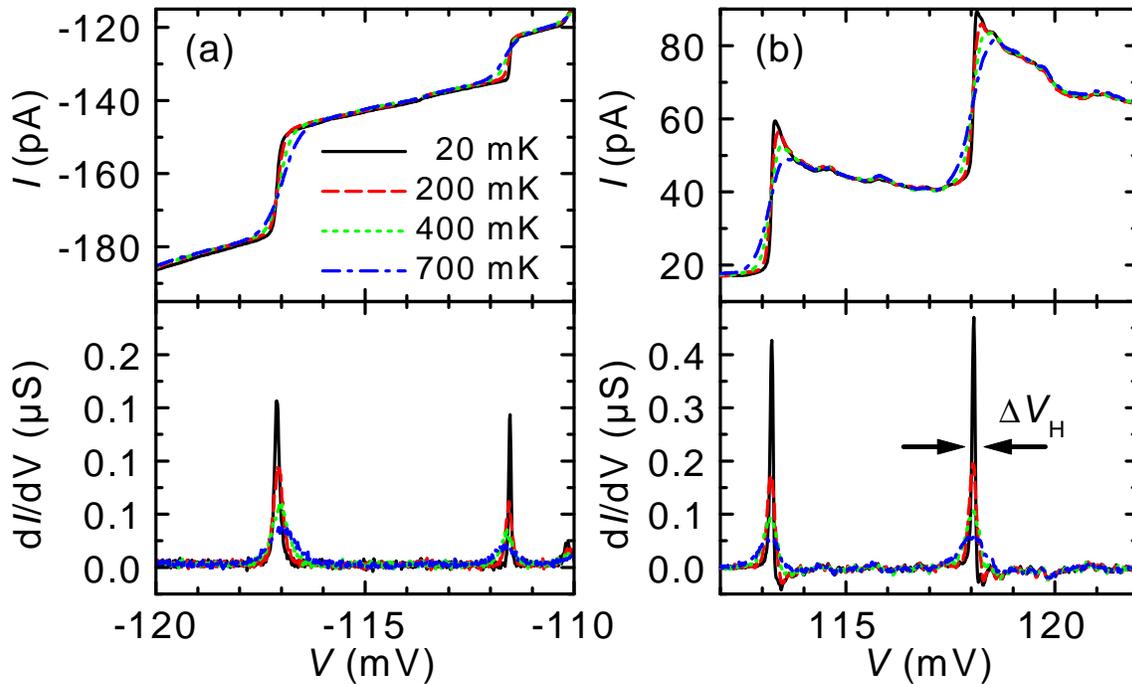


Abbildung 5.15: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  und differentielle Leitfähigkeit  $dI/dV$  je zweier Stufen der Probe P238-1(20)K11 bei  $T = 20$  mK bis  $T = 700$  mK für negative Spannungen (a) und positive Spannungen (b).

„Abtasten“ des Emitters unterhalb der Fermienergie nicht zu beobachten. Der Unterschied für beide Polaritäten ist also auf die asymmetrischen effektiven Barrieren zurückzuführen.

Ein weiterer Effekt, der hier beobachtet werden kann, ist die Verschiebung der Leitwertmaxima mit zunehmender Temperatur für negative Polaritäten, während die Position der Leitwertmaxima im positiven Spannungsbereich konstant bleibt. Auch diese Tatsache beruht auf der Barrierenasymmetrie. Für positive Spannungen steht das Energieniveau des Quantenpunkts quasi ständig zum Tunneln zur Verfügung. Eine Temperaturerhöhung führt lediglich zu einer Verschmierung der Emitter-Fermikante. Als Folge davon wird der Stufenbereich breiter. Die Kurven zu verschiedenen Temperaturen schneiden sich in etwa auf halber Höhe der Stufe. Etwas anders ist die Situation für negative Spannungen. Durch die Verbreiterung der Fermikante im Emitter können zwar bereits Elektronen bei kleineren Vorspannungen in den Quantenpunkt hineintunneln. Allerdings kommt es nicht zu einer Aufladung des Dots, da das Elektronenangebot im Emitter noch zu klein ist, um die „Heraustunnelrate“ zu decken. Somit kann noch ein größerer Strom fließen. Bei weiterer Spannungserhöhung verschiebt sich das Verhältnis zwischen zum Transport verfügbaren Elektronen und der Heraustunnelrate derart, dass es wieder zur Aufladung des Quantenpunkts kommt. Eine quantitative Betrachtung beider zuletzt genannter Effekte beim resonanten Tunneln durch eine Störstelle wurde von König et al. durchgeführt [85, 75]. Im Rahmen dieser Arbeit werden sie daher nicht weitergehend untersucht.

Die Abhängigkeit der Stufenverbreiterung von der Temperatur wird nun etwas genauer untersucht. In den temperaturabhängigen Messungen spiegelt die gemessene Stromstufe  $I(V)$  den Verlauf der Fermikante wider:

$$I(V) \sim \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F - \alpha eV}{k_B T}\right)}. \quad (5.3)$$

Die Ableitung des Stromes nach der Spannung,  $dI/dV$ , liefert die differentielle Leitfähigkeit. Über die Anpassung einer Gaußkurve an die Maxima der Leitfähigkeit wurde die Halbwertsbreite  $\Delta V_H$  der Stufenableitungen bestimmt. Die Breite der Resonanz, bzw. die Halbwertsbreite der differentiellen Leitfähigkeit, wird durch folgende Effekte beeinflusst: Die intrinsische Breite des Quantenpunktniveaus, nach Gleichung 2.50 gegeben durch  $\hbar\Gamma/2$ , und die Verbreiterung aufgrund der endlichen Temperatur, bestimmt durch den verbreiterten Fermikantenverlauf im Emitter. Die Größe dieser Verbreiterung lässt sich aus der Halbwertsbreite der Ableitung der Fermifunktion zu etwa  $3.53 \cdot k_B T$  bestimmen. Der Beitrag einer Verbreiterung, die aufgrund von Spannungsrauschen an der Probe eine Verbreiterung der  $I(V)$ -Kennlinie erwirkt, soll hier vernachlässigt werden. Die Berücksichtigung der Überlagerung der übrigen Effekte führt zu

$$(\alpha e \Delta V_H)^2 = \left(\frac{1}{2} \hbar\Gamma\right)^2 + (3.53 k_B T)^2. \quad (5.4)$$

Es wird nun die Temperaturabhängigkeit der Halbwertsbreite  $\Delta V_H$  der Stufen aus Abbildung 5.15 untersucht. Zur quantitativen Auswertung sind in Abbildung 5.16 die Halbwertsbreiten  $\Delta V_H$  über der Probertemperatur  $T$  dargestellt. Teil (a) enthält die entsprechenden Werte für die Stufen in Aufladerichtung der Quantenpunkte, mit den Spannungspositionen  $V_s = -111.5$  mV (dargestellt als offene Quadrate) und  $V_s = -117.0$  mV (dargestellt als gefüllte Kreise). In Teil (b) sind die Werte für die Einzel-Elektronen-Tunnelrichtung für die Stufe bei  $V_s = 113$  mV als offene Quadrate dargestellt und für die Stufe bei  $V_s = 118$  mV als gefüllte Kreise gezeichnet.

Zusätzlich zu den aus den Strom-Spannungskennlinien ermittelten Halbwertsbreiten sind in die beiden Abbildungen Kurven eingezeichnet, die auf einer Anpassung der experimentellen Daten an Gleichung 5.4 beruhen. Dabei sind die Tunnelrate  $\Gamma$  und der Hebelfaktor  $\alpha$  Fitparameter. Die ermittelten Werte für den Hebelfaktor  $\alpha$  sind im Einzelnen:  $\alpha = 0.35$  und  $\alpha = 0.29$  für die Stufen bei  $V_s = -111.5$  mV, bzw.  $V_s = -117$  mV. Im positiven Spannungsbereich ergaben sich die Hebelfaktoren zu  $\alpha = 0.41$  und  $\alpha = 0.28$  für die Stufen bei  $V_s = 113$  mV, bzw.  $V_s = 118$  mV. Es konnte keine systematische Spannungsabhängigkeit der Hebelfaktoren beobachtet werden, da vermutlich die lokalen Gegebenheiten im Emitter eine große Rolle spielen und die Werte des Hebelfaktors stärker beeinflussen als eine mehr oder weniger starke Verkipfung der Barrieren. Die Vermessung mehrerer Quantenpunkte ergab verschiedene Hebelfaktoren im Bereich von  $\alpha = 0.28$  bis  $\alpha = 0.41$  für Stufen in positiver Polarität.

Etwas kleinere Werte ergaben die Messungen an Stufen im negativen Spannungsbereich. Hier liegen die Werte zwischen  $\alpha = 0.27$  und  $\alpha = 0.35$ . Die kleineren Werte

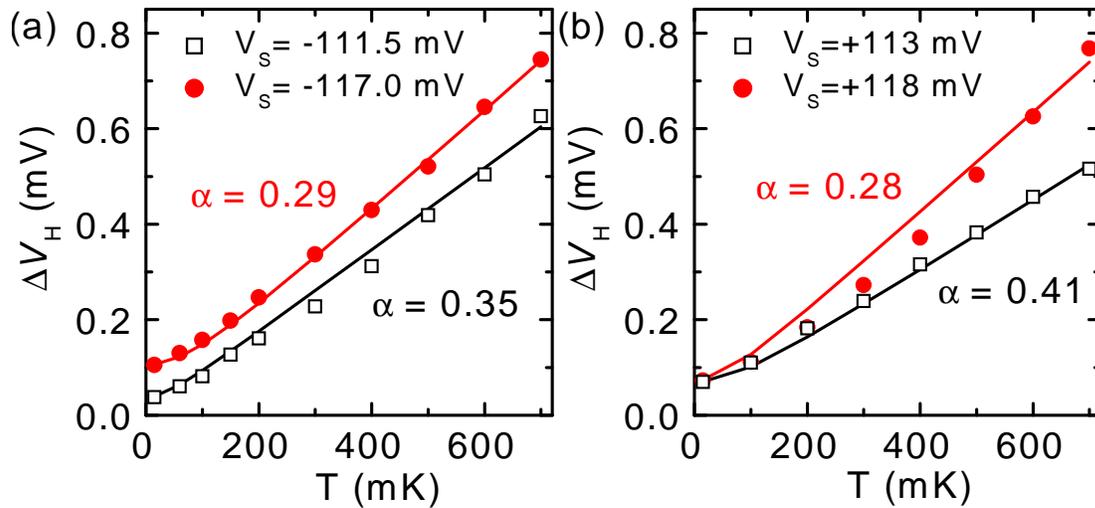


Abbildung 5.16: Halbwertsbreiten  $\Delta V_H(T)$  der differentiellen Leitfähigkeit der Stufen aus Abbildung 5.15 (Probe P238-1(20)K11) in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$ , (a) für die Aufladerichtung und (b) für die Einzel-Elektronen-Tunnelrichtung.

für negative Spannungen sind ein Resultat der asymmetrischen Barrieren: Über der dünneren Barriere ist der Spannungsabfall kleiner.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass resonantes Tunneln durch die InAs Quantenpunkte bis zu hohen Temperaturen von ca. 40 K zu beobachten ist. Messungen bei Temperaturen von  $T = 20$  mK zeigten deutliche Unterschiede in den Strom-Spannungskennlinien, die auf die Asymmetrie der Barrieren zurückzuführen ist. Aus temperaturabhängigen Messungen bei tiefen Temperaturen konnte der Hebelfaktor  $\alpha$  bestimmt werden.



# Kapitel 6

## Resonanter Magnetotransport

Das Anlegen äußerer Magnetfelder liefert weitergehende Informationen über größenquantisierte Systeme. Durch die zusätzliche Quantisierung, die ein Magnetfeld bewirkt, werden die Energieniveaus des untersuchten Systems beeinflusst. Im Folgenden werden die Auswirkungen eines externen Magnetfeldes auf die Quantenpunkt-Tunnelnioden diskutiert. Im Einzelnen sind dies die Oszillation der Emitter-Fermienergie, die Zeeman-Aufspaltung in den Quantenpunkten und deren Abhängigkeit von der Größe der Dots. Messungen, bei denen die Probe im Magnetfeld gedreht wird, liefern Aufschluss über die Symmetrie der Quantenpunkte. Schließlich werden Messungen zu einem magnetfeldinduzierten Wechselwirkungseffekt vorgestellt, der in hohen Feldern zu einer bemerkenswerten Veränderung der Tunnelkennlinien führt.

### 6.1 Magnetfeld im 3D- und 0D-System

Die Energiezustände eines Elektronensystems werden durch ein äußeres Magnetfeld beeinflusst. Die Art und Weise der Beeinflussung ist – wie bereits im Abschnitt 2.1.2 erläutert – stark abhängig von dessen Dimensionalität. Während im dreidimensionalen Emitter die Landau-Quantisierung der Zustände der wesentliche Effekt bei kleinen Magnetfeldern ist, wird im nulldimensionalen Quantenpunkt die Spinartung aufgehoben. In diesem Abschnitt wird zunächst der Einfluss des Emitters auf die resonanten Tunnelkennlinien diskutiert und anschließend die Spinaufspaltung der Elektronenzustände im Quantenpunkt betrachtet.

#### 6.1.1 Oszillation der Emitter-Fermienergie

Ein Magnetfeld führt im dreidimensionalen Emitter zu einer Landau-Quantisierung der Elektronenzustände, die Singularitäten in der 3D-Zustandsdichte zur Folge hat (vergl. Abbildung 2.3 (b) in Abschnitt 2.1.2). Bei Veränderung des Magnetfeldes ändert sich die Verteilung der besetzbaren Zustände, so dass die Fermienergie des Emitters ein oszillatorisches Verhalten aufweist. In diesem Abschnitt wird anhand einer Auswertung der Strom-Spannungskennlinien gezeigt, dass die Stufenposition, bei der resonantes Tunneln stattfindet, von genau diesem Effekt beeinflusst wird.

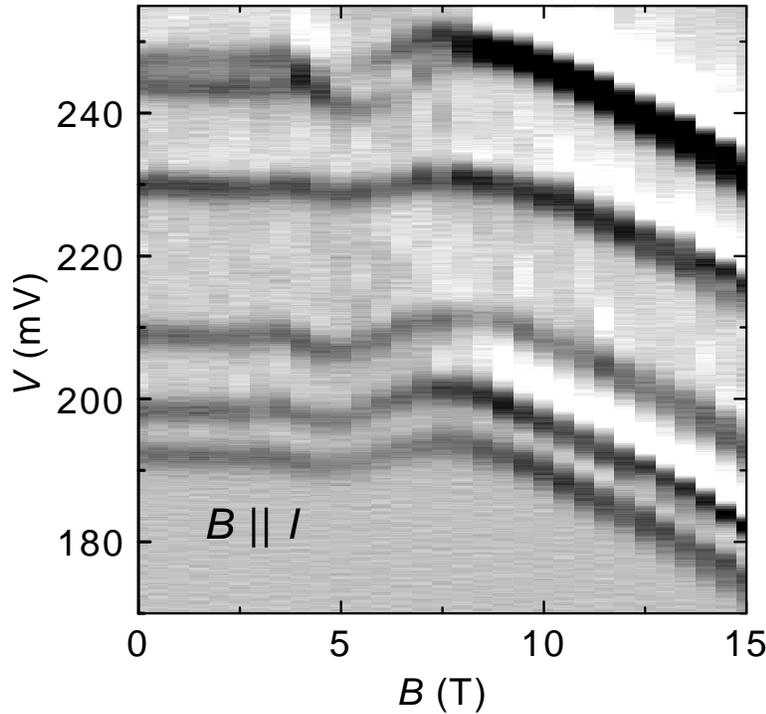


Abbildung 6.1: Differentielle Leitfähigkeit  $dI/dV(V, B)$  der Probe P433-1A(01)K06 bei  $T = 1.3$  K. Das Magnetfeld ist parallel zum Strom gerichtet. Die Skala  $dI/dV(V, B)$  reicht von  $-5$  nS (weiß) bis  $15$  nS (schwarz).

Es wird in diesem Abschnitt zunächst ein Magnetfeld, welches parallel zum Strom gerichtet ist, betrachtet. Bezeichnet man diese Richtung mit  $z$ , so wird die Landau-Quantisierung in der dazu senkrechten Ebene stattfinden. Während die Komponente  $k_z$  des Wellenvektors beliebige Werte annehmen kann, sind  $k_x$  und  $k_y$  auf bestimmte Werte beschränkt.

Einen Überblick über das Verhalten mehrerer Stromstufen der Probe P433-1A(01)K06 im Magnetfeld bietet Abbildung 6.1. Dort ist eine Graustufendarstellung der aus den Strom-Spannungskennlinien berechneten differentiellen Leitfähigkeiten  $dI/dV(V, B)$  in Abhängigkeit von der angelegten Spannung und der Stärke des Magnetfeldes abgebildet. Die Messungen fanden bei einer Temperatur von  $T = 1.3$  K statt. Die Skala der differentiellen Leitfähigkeit  $dI/dV(V, B)$  reicht von  $-5$  nS (weiß) bis  $15$  nS (schwarz), d.h. dunkle Stellen entsprechen einer hohen Leitfähigkeit und repräsentieren die Stufen im resonanten Tunnelstrom. Aufgrund der Landau-Quantisierung oszilliert die Fermienergie des Emitters. Dies führt zur Verschiebung – genauer zu einer Oszillation – der Stufenpositionen mit wachsendem Magnetfeld. Für Felder ab ca. 3 T ist eine Verschiebung der der Maxima der Leitfähigkeit zu kleineren und wieder größeren Spannungen zu beobachten. Ab ca. 8 T verschieben die Leitwertmaxima zu kleineren Spannungen.

Zur genaueren Analyse des Einflusses eines Magnetfeldes auf den Emitter wurden Strom-Spannungskennlinien der Probe P238-1(20)K11 bei verschiedenen Magnetfeldern mit einer Schrittweite von 0.2 T gemessen. Die Abhängigkeit der Spannungs-

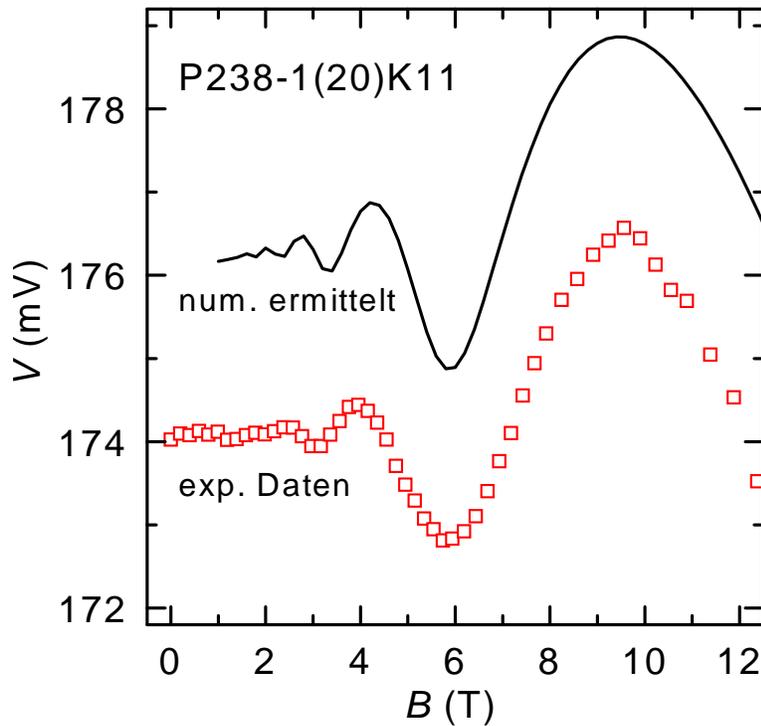


Abbildung 6.2: Stufenposition einer Stromstufe der Probe P238-1(20)K11 in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei  $T = 500$  mK. Die durchgezogene Linie beschreibt den Verlauf der Stufenpositionen basierend auf einer numerischen Bestimmung der Emitter-Fermienergie (zur besseren Deutlichkeit um 2 mV verschoben).

position  $V_s$  der Stromstufen vom Magnetfeld wurde aus den Maxima der differentiellen Leitfähigkeit bestimmt. Zu besseren Verdeutlichung der Oszillationen wurde die Spinaufspaltung des Quantenpunktes an dieser Stelle vernachlässigt und der Mittelwert der spinaufgespaltenen Stufenpositionen bestimmt. Das erzielte Ergebnis ist in Abbildung 6.2 mit quadratischen Symbolen dargestellt. Die Position der Resonanz zeigt eine deutliche Abhängigkeit vom Magnetfeld. Man erkennt eine Oszillation mit wachsender Amplitude für steigende Felder. Als weitere Kurve ist in dieser Abbildung das Ergebnis einer numerischen Berechnung in Form einer durchgezogenen Linie dargestellt. Bevor das Problem quantitativ genauer untersucht wird, soll zunächst eine qualitative Beschreibung der Vorgänge erfolgen.

Bei kleinen Magnetfeldern ist die Zahl der von Elektronen besetzten Landau-Niveaus im dreidimensionalen Emitter noch groß, die Abstände dazwischen sind klein. Wird das Feld erhöht, werden die Landauröhren nach und nach entvölkert. Dabei verschiebt die Fermienergie mit dem höchsten besetzten Landau-Niveau bis zu einem Maximalwert und geht dann auf das jeweils darunterliegende Landau-Niveau über, was insgesamt eine Oszillation der Fermienergie zur Folge hat. Bei sehr hohen Feldern befinden sich schließlich alle Elektronen auf dem untersten Landau-Level. Dann erfolgt lediglich eine lineare Verschiebung der Fermienergie zu höheren Energien.

Bei der Betrachtung des resonanten Tunnelprozesses kann die diamagnetische

Energieverschiebung des Quantenpunktes vernachlässigt werden. Die Variation der Emitter-Fermienergie führt dann zu dem folgenden Bild: Verschiebt die Fermienergie zu *höheren* Energiewerten, so wird die Energiedifferenz zum Quantenpunktniveau kleiner, es ist also auch nur eine kleinere Spannung nötig, bis die Resonanz zwischen der Emitter-Fermienergie und dem Dotniveau hergestellt ist. Die Stufenposition verschiebt sich zu kleineren Spannungswerten  $V_s$  hin. Wenn umgekehrt der Übergang auf das nächsttiefere Landauniveau erfolgt, wird die Energiedifferenz zwischen Emitter und Dot wieder größer, die Stufenpositionen verschieben zu größeren Spannungswerten. Schließlich ist für hohe Felder, in denen die Fermienergie im untersten Landau-Niveau ist, nur noch eine Verschiebung um etwa  $\Delta V = \frac{1}{\alpha e} \Delta E$  mit  $\Delta E = \frac{1}{2} \hbar \omega_c$  zu erwarten. Der Beginn dieses Regimes ist in Abbildung 6.2 für Magnetfelder  $B > 10$  T zu beobachten.

Um quantitative Aussagen über die Messdaten machen zu können, wird die Veränderung der energetischen Lage der Fermienergie des Emitters mit dem Magnetfeld nun genauer untersucht. Eine wichtige Rolle spielt dabei die Zustandsdichte im dreidimensionalen Emitter. Ihr magnetfeldabhängiges Verhalten wurde bereits in Abschnitt 2.1.2 diskutiert. Die Zustandsdichte eines realen 3D Elektronensystems im Magnetfeld unter Berücksichtigung einer Verbreiterung  $\Gamma_S$  der Landaulevels wurde dort mit

$$D_{3D}(E, B) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \hbar \omega_c \sum_{n=0}^{\infty} \text{Re}[(\varepsilon_{nm_s} + i\Gamma_S)^{-1/2}] \quad (6.1)$$

angegeben. Dabei ist  $\varepsilon_{nm_s} = E - (n + \frac{1}{2} \pm \frac{\nu}{2}) \hbar \omega_c$  die Energiedifferenz zum nächsttieferen Landau-Niveau und  $\nu$  bezeichnet den Spinaufspaltungsfaktor,  $\nu = m^* g^* / 2m_e$ . Die Zustandsdichte  $D_{3D}(E, B)$  weist Maxima im Abstand  $\hbar \omega_c$  auf, die ihrerseits spinaufgespalten sind. Um eine Aussage über die Magnetfeldabhängigkeit der Fermienergie zu treffen, muss man die Umverteilung der Elektronen auf die Landau-Levels mit wachsendem Feld berücksichtigen. Die Fermienergie ist als diejenige Energie definiert, bis zu der bei  $T = 0$  K alle Zustände in einem Elektronensystem besetzt sind. Für ein System mit der Gesamtelektronendichte  $n_e$  ist dann die magnetfeldabhängige Zustandsdichte über alle Energiezustände bis hin zur Fermienergie zu integrieren. Damit ergibt sich die folgende Bestimmungsgleichung für die Fermienergie in Abhängigkeit vom Magnetfeld

$$n_e = \int_{-\infty}^{E_F} dE D_{3D}(E, B) . \quad (6.2)$$

Einsetzen der Gleichung 6.1 liefert

$$n_e = \int_{-\infty}^{E_F} dE \sum_n \zeta B \cdot \text{Re} [(E - E_{nm_s} + i\Gamma_S)^{-1/2}] , \quad (6.3)$$

mit der Konstanten  $\zeta = e\sqrt{2m^*}/(2\pi\hbar)^2$  und mit  $E_{nm_s} = (n + \frac{1}{2} \pm \frac{\nu}{2}) \hbar \omega_c$ . Die Summation ist über alle Landau-Niveaus  $n$  auszuführen. Durch Integration und Einsetzen

der Integrationsgrenzen erhält man

$$n_e = 2 \sum_n \zeta B \cdot \operatorname{Re} \left[ (E_F - E_{nm_s}) + i\Gamma_S \right]^{1/2} . \quad (6.4)$$

Dabei verschwindet der Realteil der unteren Integrationsgrenze.

Eine numerische Behandlung des Problems [86] basiert auf der Magnetfeldabhängigkeit der dreidimensionalen Zustandsdichte. Dabei wird für jedes Magnetfeld  $B$  aus der Summation über alle besetzten Elektronenzustände die Fermienergie berechnet. Die Fermienergie  $E_F(B)$  oszilliert, wobei die Periode der Oszillationen von der Zahl der besetzten Elektronenzustände und damit von der Ladungsträgerkonzentration abhängt. Die Amplitude der Oszillationen ist abhängig von der Verbreiterung  $\Gamma_S$  der Landau-Levels. Über eine Anpassung der Periode und der Amplitude an die experimentellen Daten in Abbildung 6.2 kann sowohl die Ladungsträgerkonzentration als auch die Landau-Niveauverbreiterung bestimmt werden. Die diamagnetische Verschiebung des Quantenpunktes wird in diesem Zusammenhang vernachlässigt. Der Verlauf der Spannungsposition der Resonanz mit dem Magnetfeld ergibt sich dann zu  $V_s(B) = (E_r - E_F(B))/\alpha e$ , mit  $E_r - E_F(B)$  als Energieabstand des resonanten Niveaus von der Fermikante. Abbildung 6.2 enthält eine derartig ermittelte Abhängigkeit der Spannungsposition, dargestellt als durchgezogene Linie. Zur besseren Deutlichkeit ist sie um 2 mV verschoben. Die Werte für diese Kurve sind  $E_r = 72.8$  meV und  $\alpha = 0.34$ . In die Abhängigkeit  $E_F(B)$  gehen eine Landau-Levelverbreiterung  $\Gamma_S = 1.3$  meV und die aus der Periode der Oszillationen ermittelte Lage der Fermienergie bei null Magnetfeld  $E_F^0 = 13.6$  meV ein.

Da nur wenige Perioden der Oszillationen beobachtbar sind, wurde die Fermienergie  $E_F^0$  für  $B = 0$  T mit einer weiteren Methode aus den experimentellen Daten zu bestimmen. Der magnetfeldabhängige Energieabstand der einzelnen Landau-Niveaus beträgt  $\hbar\omega_c$ . Das bedeutet, dass für genau das Magnetfeld, bei dem die Fermienergie  $E_F(B)$  den Abstand  $\hbar\omega_c$  vom untersten Landau-Niveau hat, alle Elektronen im untersten Landau-Niveau sind.

Die Abhängigkeit der Fermienergie  $E_F(B)$  mit dem Magnetfeld für den Fall hohe Felder, bei denen alle Elektronen im untersten Landau-Niveau sind, lässt sich aus Gleichung 6.4 für  $n = 0$  und unter Vernachlässigung der Verbreiterung, also für  $\Gamma_S = 0$ , bestimmen:

$$n_e = 2 \zeta B \cdot \left( \operatorname{Re} \left[ (E_F + \sigma B)^{1/2} \right] + \operatorname{Re} \left[ (E_F - \sigma B)^{1/2} \right] \right) . \quad (6.5)$$

Dabei bezeichnet  $\pm\sigma B$  den Energiebeitrag der Spinaufspaltung mit  $\sigma = g^* e\hbar/4m_e$ . Nach Einsetzen der Abhängigkeit der Fermienergie bei null Magnetfeld  $E_F^0$  von der Elektronendichte  $n_e$

$$E_F^0 = \frac{\hbar^2}{2m^*} (3\pi^2 n_e)^{2/3} \quad (6.6)$$

erhält man dann die folgende Abhängigkeit der Fermienergie vom Magnetfeld für

hohe Felder, bei denen alle Elektronen das unterste Landau-Niveau besetzen:

$$E_F(B) = \frac{1}{2}\hbar\omega_c + \frac{4}{9} \frac{(E_F^0)^3}{(\hbar\omega_c)^2} + \frac{9}{16} \frac{(\hbar\omega_c)^2}{(E_F^0)^3} \sigma^2 B^2 . \quad (6.7)$$

Unter Vernachlässigung des Spins ( $\sigma = 0$ ) erhält man mit der Bedingung, dass genau dann alle Elektronen im untersten Landau-Niveau sind, wenn die Fermienergie  $E_F(B)$  den Abstand  $\hbar\omega_c$  vom untersten Landau-Niveau hat

$$E_F(B) - \frac{1}{2}\hbar\omega_c = \hbar\omega_c \quad (6.8)$$

eine Bestimmungsgleichung für die Fermienergie  $E_F^0$  bei null Magnetfeld:

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} \frac{(E_F^0)^3}{(\hbar\omega_c)^2} &= \hbar\omega_c \\ E_F^0 &= \sqrt[3]{\frac{9}{4}} \hbar\omega_c . \end{aligned} \quad (6.9)$$

$\omega_c$  bezeichnet das Magnetfeld, bei dem sich alle Elektronen im Emitter im untersten Landau-Niveau befinden, und kann den experimentellen Daten in Abbildung 6.2 entnommen werden. Für Felder  $B > 10$  T wird nur noch ein linearer Verlauf der Stufenpositionen  $V_s$  beobachtet. Damit ist das Vorliegen aller Elektronen im untersten Landau-Level sichergestellt. Der Übergang in dieses erfolgt bei  $B = 6$  T. An dieser Stelle liegt das letzte Minimum der Stufenposition  $V_s$ , d.h. in der Fermienergie liegt das letzte Maximum vor. Danach sinkt die Fermienergie beim sukzessiven Übergang der Elektronen auf das unterste Landau-Niveau, bis  $B = 10$  T, wo das Verschieben des Landau-Levels den Verlauf der Fermienergie dominiert. Mit dem Wert  $B = 6$  T für den Übergang ins unterste Landau-Niveau ergibt sich aus Gleichung 6.9 eine Fermienergie für null Magnetfeld von  $E_F^0 = 13.6$  meV. Die zugehörige Elektrodendichte bestimmt sich damit zu  $n_e = 1.25 \cdot 10^{17}$  cm<sup>-3</sup> in guter Übereinstimmung mit der Dotierkonzentration des Emitters.

Zusammenfassend lässt sich also der Einfluss des Emitters auf die resonanten Tunnelkennlinien auf die Oszillation der Emitter-Fermienergie zurückführen. Die relative Verschiebung der Emitter-Fermienergie bezüglich der Energie eines Quantenzustandes führt zu einer entsprechenden Verschiebung der Position der Resonanz auf der Spannungsskala.

### 6.1.2 Spinaufspaltung im Quantenpunkt

Nachdem im vorigen Abschnitt der Einfluss des Emitters auf die resonanten Tunnelkennlinien geklärt wurde, konzentrieren sich die nun folgenden Abschnitte auf die Untersuchung der Spinaufspaltung des Quantenpunktes. Als für die Stärke der Aufspaltung charakteristische Größe wird der  $g$  Faktor der Quantenpunkte bestimmt. In Abbildung 6.3 ist dargestellt, wie sich zwei Stromstufen der Probe P238-1(20)K11 unter Einfluss eines Magnetfeldes, welches parallel zur Stromrichtung angelegt ist, für verschiedene Spannungspolaritäten verhalten. Die Temperaturabhängigkeit der

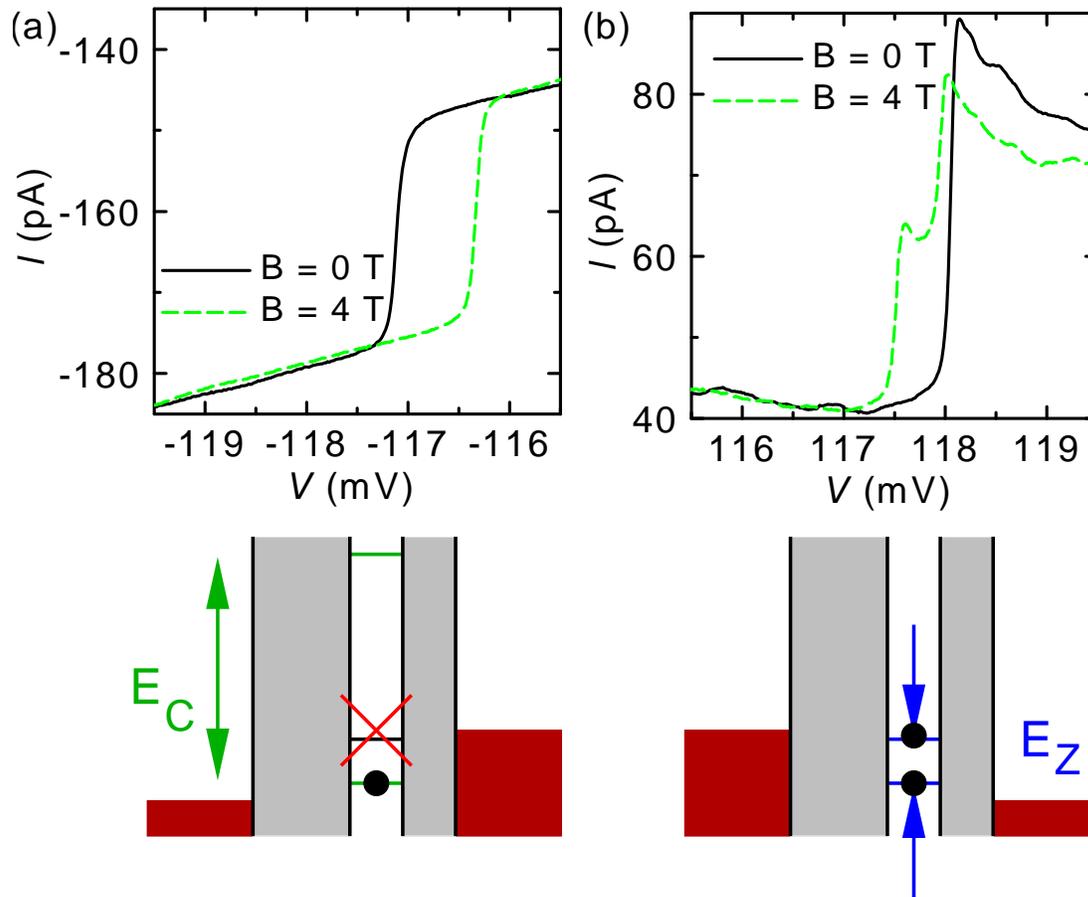


Abbildung 6.3: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  je einer Stufe der Probe P238-1(20)K11 bei  $T = 20$  mK für negative Spannungen (a) und positive Spannungen (b). Unten: Skizze der Probe für die zwei Spannungspolaritäten.

hier dargestellten Stufen wurde bereits in Abbildung 5.15 diskutiert. Dort wurde auch bereits festgestellt, dass die Stromstufen vermutlich nicht durch Tunneln durch den gleichen Dot verursacht werden. Die hier gezeigten Messungen erfolgten im Entmischungskryostaten bei Basistemperatur von  $T = 20$  mK. Teil (a) enthält eine Stufe, gemessen für negative Polarität, also in Aufladerichtung des Dots. Der Tunnelstrom durch den Quantenpunkt zeigt im Wesentlichen keine Veränderung für ein Magnetfeld von  $B = 4$  T. Es erfolgt lediglich eine Verschiebung der Stromstufe zu kleineren absoluten Spannungswerten. Dieser Aspekt wurde im Abschnitt 6.1.1 diskutiert. Trotz Aufhebung der Spinentartung der Niveaus im Quantenpunkt durch das Magnetfeld kann diese nicht beobachtet werden, weil die Coulomb-Wechselwirkung eine Doppelbesetzung des Dots verhindert. Wie links unten in Abbildung 6.3 dargestellt, ist für diese Spannungspolarität die Zeit zum Tunneln eines Elektrons auf den Dot wesentlich kleiner als die Zeit zum Verlassen des Quantenpunktes. Wenn der Quantenpunkt mit einem Elektron bestimmten Spins besetzt ist, kann das zweite Elektron mit entgegengesetztem Spin nicht in das um die Zeeman-Energie  $E_Z = g_D^* \mu_B B$  (siehe Gleichung 2.26) höher liegende Niveau hineintunneln. Die Coulomb-Blockade in

diesem quantisierten System erfordert für die Besetzung mit einem zweiten Elektron eine erhöhte Energie

$$E_C = e^2/C_D, \quad (6.10)$$

die um so größer wird, je kleiner die Kapazität  $C_D$  des Dots wird, je kleiner also der betrachtete Quantenpunkt ist. Dies bedeutet, dass erst bei einer Spannungserhöhung um  $\Delta V_C = E_C/e\alpha$  das Tunneln eines zweiten Elektrons möglich ist. Eine einfache Abschätzung soll hier die Größenordnung der zu diesem Effekt gehörenden Energieskala verdeutlichen: Die Quantenpunkt-Kapazität kann über die Eigenkapazität  $C_S = 8\epsilon_0\epsilon_r R$  einer flachen Scheibe [87] genähert werden. Dabei ist die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$  As/Vm und die relative Dielektrizitätszahl für die AlAs Barrieren  $\epsilon_r \approx 10$ . Der Radius des Quantenpunktes wird hier zu  $R = 6$  nm angenommen. Mit der errechneten Kapazität von  $C_S \approx 4 \cdot 10^{-18}$  F ergibt sich die Ladeenergie des Dots zu  $E_C \approx 40$  meV. Unter Annahme eines Hebelfaktors von  $\alpha = 0.3$  bedeutet dies, dass eine Spannungsdifferenz von ca.  $\Delta V_C = 130$  mV zwischen den durch die Ladeenergie getrennten Niveaus liegt. Aufgrund der Vielzahl und der hohen Dichte der Stromstufen, die von verschiedenen Quantenpunkten herrühren, ist allerdings eine Zuordnung zwischen dem Grundzustand und dem um  $E_C$  separierten Zustand in den hier untersuchten Spannungsbereichen nicht möglich.

Während also für negative Spannungen die Zeeman-Aufspaltung des Quantenpunktes aufgrund der Coulomb-Blockade nicht gemessen werden kann, ist die Situation für positive Vorspannungen, dargestellt in Abbildung 6.3 (b), völlig anders. Da die Zeit, die ein Elektron zum Tunneln auf den Quantenpunkt benötigt, wesentlich größer ist als zum Verlassen des Dots, kann für diese Spannungspolarität Einzel-Elektronentunneln ohne Coulomb-Wechselwirkung beobachtet werden. Neben der in Abschnitt 6.1.1 diskutierten Verschiebung der Stufeneinsatzspannung beobachtet man eine Aufspaltung der Stromstufe in zwei einzelne, jeweils etwa halb so hohe Stufen. Das bedeutet, dass für diese Polarität die Aufhebung der Spinartung durch ein äußeres Magnetfeld beobachtet werden kann. Die beiden Spinniveaus werden mit dem Magnetfeld linear verschoben, der Betrag dieser Zeeman-Aufspaltung ist  $E_Z = g_D^* \mu_B B$ , mit  $g_D^*$  als effektivem  $g$  Faktor des Quantenpunktes. In den Strom-Spannungskennlinien entspricht dies einer Spannungsdifferenz  $\Delta V_Z = \Delta E_Z/\alpha e$ . Sobald die Fermienergie des Emitters unter Anlegen einer Spannung das tiefer liegende Energieniveau erreicht, findet resonantes Tunneln des entsprechenden Spins aus dem Emitter statt. Bei weiterer Spannungserhöhung trägt dann auch der zweite Spinkanal zum Stromfluss bei. Eine weiterführende Diskussion, die sich mit der Zuordnung der Emitter-Spins zu den entsprechenden Niveaus im Quantenpunkt befasst, erfolgt weiter unten in diesem Abschnitt.

Da in negativer Spannungspolarität, in der eine Aufladung des Quantenpunktes erfolgt, keine Spinaufspaltung zu erwarten ist, konzentrieren sich die im Weiteren gezeigten Messungen auf positive Spannungen, bei denen man Einzel-Elektronentunneln beobachtet. In dieser Spannungsrichtung wurde bei allen vermessenen Stufen diesen Probenotyps Zeeman-Aufspaltung beobachtet. Aus der Größe der jeweiligen Aufspaltung läßt sich der Betrag des effektiven  $g$  Faktors gemäß Formel 2.26 für jeden Quantenpunkt bestimmen.

### 6.1.2.1 Betrag des $g$ Faktors

Das Ergebnis einer Messung der Aufspaltung der Stromstufen in Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes ist in Abbildung 6.4 dargestellt. In Teil (a) ist eine Messung einer weiteren Stufe der Probe P238-1(20)K11, die bei etwas bei höheren Vorspannungen liegt, für eine Temperatur von  $T = 500$  mK in einem  $^3\text{He}$  System abgebildet.

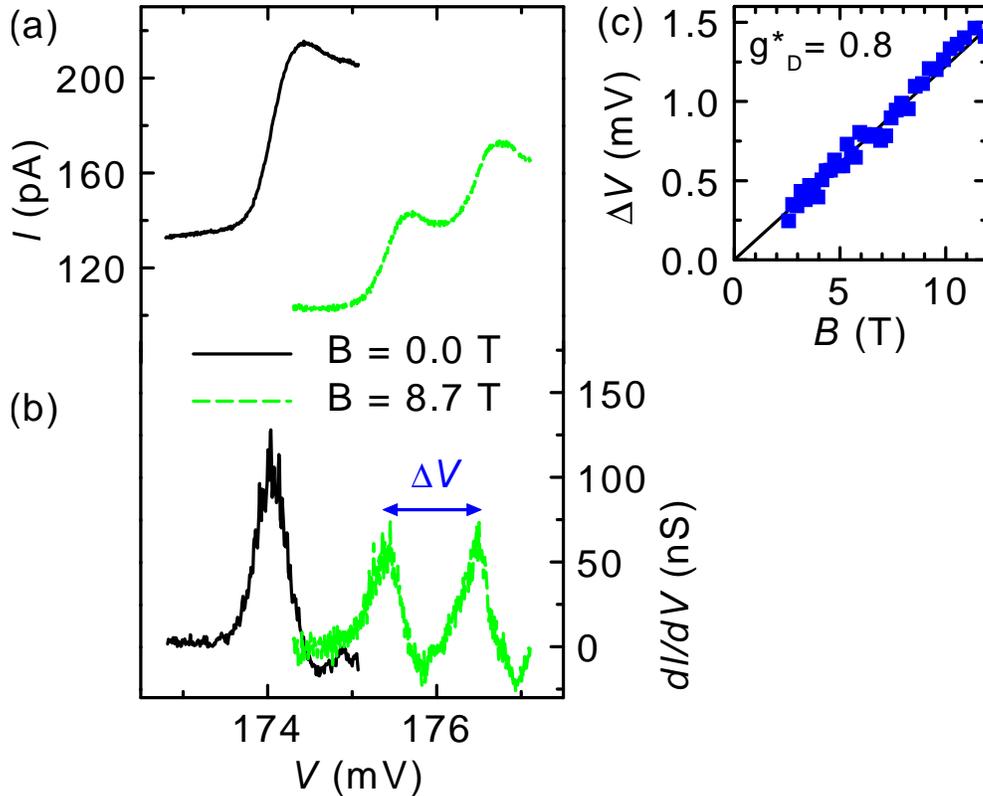


Abbildung 6.4: (a) Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  einer Stufe der Probe P238-1(20)K11 bei  $T = 500$  mK für  $B = 0.0$  T und  $B = 8.7$  T für  $B \parallel I$ . (b) Zugehörige berechnete differentielle Leitfähigkeit  $dI/dV$ . Der Abstand der spinaufgespaltenen Maxima wird mit  $\Delta V$  bezeichnet. (c) Abstand  $\Delta V$  der spinaufgespaltenen Leitfähigkeitsmaxima in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Aus der Steigung bestimmt sich der effektive  $g$  Faktor zu  $g_D^* = 0.8$  (siehe Text).

Die schwarze, als durchgezogene Linie gezeichnete Kurve stellt die Stufe ohne Magnetfeld dar. Die als gestrichelte Linie gezeichnete Kurve repräsentiert eine Tunnelkennlinie durch den Quantenpunkt mit Magnetfeld. Das Feld ist parallel zum Strom gerichtet und beträgt  $B = 8.7$  T. Hier wird die Zeeman-Aufspaltung des Quantenniveaus deutlich. Für die Bestimmung der Spinaufspaltung in Abhängigkeit vom Magnetfeld wurden Strom-Spannungskennlinien für verschiedene Felder aufgenommen. Die Magnetfeld-Schrittweite betrug 0.2 T. Zur Bestimmung der Stufenpositionen wurden die Ableitungen der  $I(V)$ -Kennlinien gebildet und daraus die Maxima der differentiellen Leitfähigkeit bestimmt, wie in Abbildung 6.4 (b) darge-

stellt. Der Abstand der spinaufgespaltenen Leitfähigkeitsmaxima  $\Delta V$  für verschiedene Magnetfelder ist in Teil (c) aufgetragen.

Der lineare Verlauf bestätigt, dass es sich bei dem beobachteten Effekt tatsächlich um eine Zeeman-Aufspaltung handelt. Aus der Steigung der Geraden  $d\Delta V/dB$  lässt sich über die Zeeman-Energie  $E_Z = g_D^* \mu_B B$  der Betrag  $|g_D^*|$  des effektiven  $g$  Faktors des Quantenpunktes bestimmen:

$$|g_D^*| = \frac{\alpha e}{\mu_B} \cdot \frac{d\Delta V}{dB} \quad (6.11)$$

mit dem Bohrschen Magneton  $\mu_B = 5.788 \cdot 10^{-5}$  eV/T. Mit einem Hebelfaktor von  $\alpha = 0.34$ , bestimmt aus temperaturabhängigen Messungen (Abschnitt 5.5), und einer Steigung  $d\Delta V/dB = 0.13$  mV/T erhält man einen effektiven  $g$  Faktor für diesen spezifischen Quantenpunkt von  $|g_D^*| = 0.76$ . Messungen an verschiedenen Quantenpunkten, deren Einsatzspannungen im Bereich 120 mV bis 200 mV liegen, ergaben ähnliche effektive  $g$  Faktoren von etwa  $g_D^* \approx 0.8 \pm 0.2$ .

### 6.1.2.2 Vorzeichen des $g$ Faktors

Bisher wurde nur der Betrag des Landé Faktors  $|g_D^*|$  betrachtet, nun soll zusätzlich das Vorzeichen geklärt werden. Eine direkte Messung des Vorzeichens ist in unserem Fall zwar nicht möglich, jedoch unterstützen temperaturabhängige Messungen in hohen Feldern die im Folgenden vorgestellte Spinkonfiguration des Emitters und der Quantenpunkte.

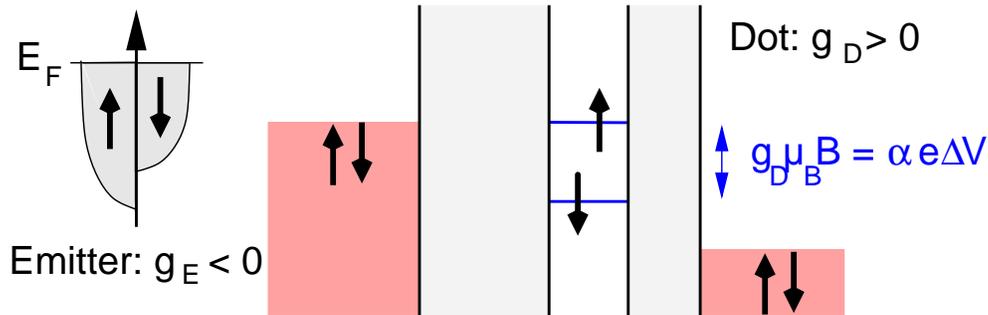


Abbildung 6.5: Spin-Verhältnisse im Emitter und im Quantenpunkt.

Die Spinverhältnisse im Emitter sind in der Abbildung 6.5 links vereinfacht, d.h. unter Vernachlässigung der Aufspaltung in Landauniveaus, dargestellt. Es gibt einen Minoritätsspin  $\downarrow$  (antiparallel zum Magnetfeld), der mit wachsendem Magnetfeld entvölkert wird und einen Majoritätsspin  $\uparrow$  (parallel zum Magnetfeld), der eine zusätzliche Besetzung erhält. Durch das äußere Magnetfeld kommt es zu einer energetischen Verschiebung der Spinzustände um den Betrag der Spinaufspaltung  $g_E^* \mu_B B$ , wobei  $g_E^* = -0.44$  der effektive  $g$  Faktor im GaAs Emitter ist. Da die Zustände nur bis zur Fermienergie besetzt werden können, erfolgt eine Umverteilung der Elektronen mit wachsendem Feld. Oberhalb der Fermienergie liegende Zustände des Minoritätsspins  $\downarrow$  werden nicht mehr besetzt sein, dagegen nimmt die Zahl der

besetzten Zustände des Majoritätsspins  $\uparrow$  zu. Temperaturabhängige Messungen in sehr hohen Magnetfeldern zeigen eine Zunahme der Stromstufenhöhe der ersten Resonanz bei zunehmenden Temperaturen. Das bedeutet, dass diese Spinzustände – die Spinzustände des Minoritätsspins des Emitters – mit zunehmender Temperatur stärker bevölkert werden können.

Damit ist die in Abbildung 6.5 skizzierte Zuordnung der Spins auf die Niveaus im Quantenpunkt möglich: Der Minoritätsspin  $\downarrow$  des Emitters tunnelt durch das energetisch tiefer gelegene Niveau im Quantenpunkt, was die erste Resonanz liefert. Der Majoritätsspin, der bei hohen Feldern erhalten bleibt, tunnelt durch das zweite, obere Niveau. Die Spinorientierungen auf den beiden Energieniveaus im Emitter und im Dot sind genau entgegengesetzt. Da der Landé Faktor des Emitters negativ ist, muss also der  $g$  Faktor des Quantenpunktes positiv sein,  $g_D^* > 0$ .

Ein diesen Messungen entsprechendes Ergebnis erzielten auch Thornton et al. Sie konnten in vergleichbaren resonanten Tunnelexperimenten durch InAs Quantenpunkte mit einem zweidimensionalen Emitter eine vollständige Entvölkerung des Minoritätsspins  $\downarrow$  beobachten [70]. Die Subbänder eines zweidimensionalen Elektronengases spalten im Magnetfeld in zwei völlig getrennte Niveaus auf, so dass zwei getrennte Strommaxima gemessen wurden. Für höhere Felder nahm die Amplitude des bei kleineren Spannungen gelegenen Maximums ab, bis sie völlig verschwunden war. Durch Erhöhung der Temperatur war es möglich, eine thermische Besetzung des Minoritätsspins zu erreichen, so dass wieder ein Strommaximum zu beobachten war.

### 6.1.2.3 Diamagnetische Verschiebung

Neben der Spinaufspaltung der Quantenpunktniveaus findet im Magnetfeld zusätzlich eine diamagnetische Verschiebung derselben statt. Eine Abschätzung der zu erwartenden Größenordnung soll eine Einordnung gegenüber den im Abschnitt 6.1.1 diskutierten Energieverschiebungen im Emitter ermöglichen. Die diamagnetische Verschiebung der Grundzustandsniveaus  $\Delta E_D$  lässt sich mittels Gleichung 2.23 bestimmen. Nimmt man ein laterales Einschlusspotential in Größenordnung der lateralen Quantenpunktausdehnung mit einem Durchmesser  $2r \approx 12$  nm an, so ist die Ausdehnung der Wellenfunktion senkrecht zur Richtung des angelegten Magnetfeldes ca.  $x_0 = r/\sqrt{2} = 4$  nm. Die effektive Masse beträgt  $m^* = 0.06 m_e$ , bestimmt aus Kapazitätsspektroskopie an InAs/GaAs Quantenpunkten [58, 57]. Damit erhält man für ein Magnetfeld von  $B = 6$  T eine diamagnetische Verschiebung des Dotniveaus von  $\Delta E_D \approx 0.2$  meV zu höheren Energien hin. Mit einem Hebelfaktor  $\alpha \approx 0.3$ , der für beide Stufen in Abbildung 6.3 gilt, folgt daraus eine Positionsverschiebung der Resonanz um  $\Delta V \approx 0.7$  mV zu höheren Spannungen. Die Stufenposition ist allerdings sowohl für negative als auch für positive Spannungen zu kleineren Werten verschoben. Dies bedeutet, dass die Oszillation der Emitter-Fermienergie einen stärkeren Einfluss auf die Position der resonanten Tunnelstufen ausübt. Die diamagnetische Verschiebung ist dagegen vernachlässigbar.

## 6.2 Größenabhängigkeit des $g$ Faktors

Im Abschnitt 5.4 wurde bereits die Abhängigkeit der Einsatzspannung des Tunnelstromes von der Quantenpunktgröße diskutiert. Dieser Abschnitt baut darauf auf und erweitert die zuvor gemachten Aussagen auf den  $g$  Faktor der Dots. Zur Untersuchung des Zusammenhanges zwischen Stufeneinsatzspannung  $V_S$  und  $g$  Faktor wurden Strom-Spannungskennlinien unter Einfluss eines zum Stromfluss senkrechten Magnetfeldes  $B \perp I$  gemessen. Die Messungen fanden in einem  $^4\text{He}$ -Kryostaten bei Temperaturen von  $T = 1.3$  K statt.

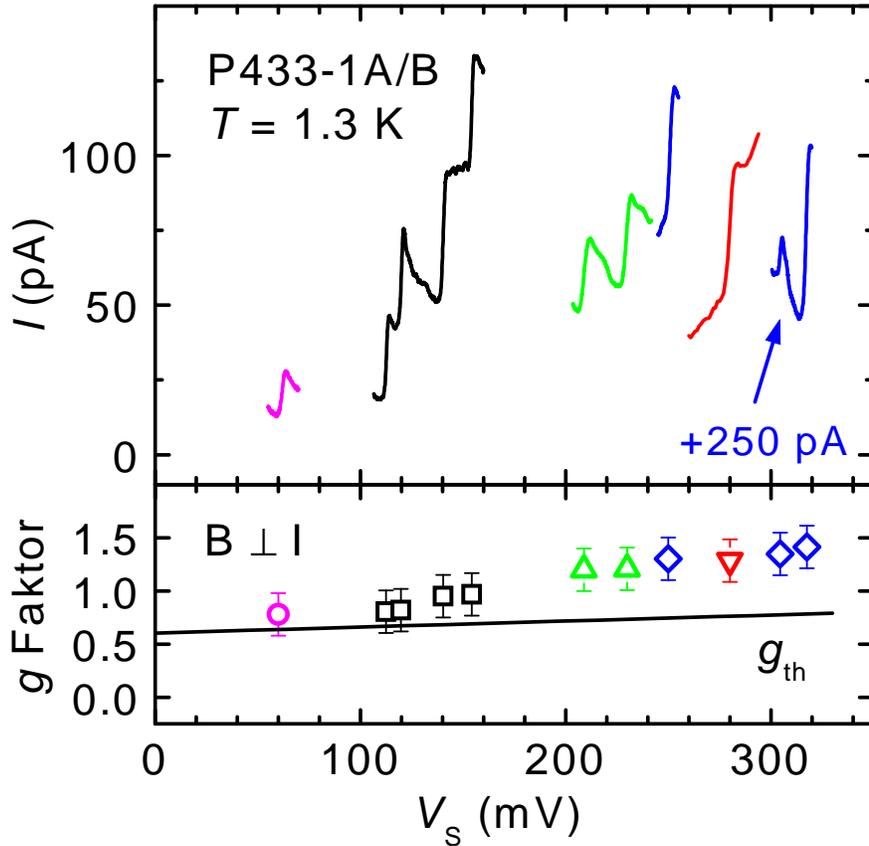


Abbildung 6.6: Oben: Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  verschiedener Dioden bei  $T = 1.3$  K. Unten:  $g$  Faktoren der einzelnen Quantenpunkte in Abhängigkeit von der Spannungsposition der zugehörigen Stromstufe. Die durchgezogene Linie zeigt nach Gleichung 6.12 theoretisch ermittelte Werte.

Die Abbildung 6.6 enthält im oberen Teil eine Zusammenstellung verschiedener Stromstufen bei  $B = 0$  T, die unterschiedliche Quantenpunkte repräsentieren. Im Folgenden sind die Diodenbezeichnungen mit den Spannungspositionen der entsprechenden Stufen in Klammern dahinter angegeben: P433-1A(41)K10 (61 mV), P238-1(20)K11 (112 mV, 119 mV, 139 mV, 153 mV), P433-1A(01)K06 (209 mV, 230 mV), P433-1A(01)K09 (250 mV, 305 mV, 318 mV), P433-1B(11)K06 (280 mV).

Für verschiedene Proben, genauer verschiedene Stromstufen, wurde die Größe der Spinaufspaltung über dem Magnetfeld,  $\Delta V(B)$ , bestimmt. Aus der Steigung der

Geraden  $d\Delta V/dB$  wurde dann über die Abhängigkeit  $\Delta V = g^* \mu_B B / \alpha e$  der jeweils zu einer Stufe gehörende  $g$  Faktor ermittelt. Dabei wurde ein einheitlicher Hebelfaktor von  $\alpha = 0.3$  angenommen. Im unteren Teil der Abbildung sind die zu den einzelnen Stufen gehörenden  $g$  Faktoren, wie sie aus der Größe der Spinaufspaltung ermittelt wurden, dargestellt. Gleiche Symbole repräsentieren dabei gleiche Dioden.

Der  $g$  Faktor zeigt eine eindeutige Abhängigkeit von der Spannungsposition der Stufe. In Abschnitt 5.4 wurde die Spannungsposition einer Stromstufe mit der Quantenpunktgröße in Verbindung gebracht. Gemeinsam mit den Photolumineszenzmessungen aus Abschnitt 4.1.2.3, die eine Korrelation der Energielücke  $E_g$  eines Quantenpunktes mit seiner Größe gezeigt hatten, ergibt sich der folgende Schluss: Die Energielücke  $E_g$  eines Quantenpunktes hat einen deutlichen Einfluss auf den Wert des zugehörigen effektiven  $g$  Faktors. Je kleiner ein Quantenpunkt, desto größer wird seine Energielücke und damit sein  $g$  Faktor. Zur Unterstützung dieser Aussage wird die bereits in Abschnitt 2.1.2.3 diskutierte Formel

$$g_D^* = g \left( 1 - \frac{P^2}{3} \left( \frac{1}{E_g} - \frac{1}{E_g + \Delta_0} \right) \right), \quad g = 2, \quad (6.12)$$

herangezogen. Für die Spin-Orbit-Aufspaltung  $\Delta_0$  des Valenzbandes und das Kopplungsmatrixelement  $P^2$  können dann die jeweiligen Werte für InAs angesetzt werden. Die entsprechenden Werte sind im einzelnen:  $\Delta_{0,InAs} = 0.38$  eV,  $P_{InAs}^2 = 22.2 \pm 0.5$  eV [88, 77].

Berücksichtigt man eine Vermischung des InAs mit AlAs aus den Barrieren, so kann jeweils ein leicht reduzierter Wert für die Spin-Orbit-Aufspaltung und das Kopplungsmatrixelement angesetzt werden. Da nur ein Literaturwert für eine  $Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ -Legierung bekannt war, wurde aus der relativen Änderung dieser Werte bezogen auf diejenigen für reines GaAs entsprechende Werte für eine InAlAs-Legierung ermittelt. Für die Spin-Orbit-Aufspaltung wurde  $\Delta_{0,InAlAs} = 0.35$  eV angenommen und für das Kopplungsmatrixelement  $P_{InAlAs}^2 = 20$  eV. Die Energielücke  $E_g$  wurde, wie in Abschnitt 4.1.2.3 dargestellt, durch Photolumineszenz-Messungen bestimmt. Dabei wurde jeweils der Wert des PL-Maximums für vergleichbare InAs Bedeckungen angenommen:  $E_{g,min} = 1.64$  eV für eine Bedeckung von 2.0 ML InAs, was einer Stufenposition  $V_s = 0$  V entspricht, und  $E_{g,max} = 1.76$  eV für eine Bedeckung von 1.74 ML InAs, mit einer Stufenposition  $V_s = 300$  mV.

Mit der berücksichtigten Beimischung von AlAs in die Dots und den beiden Grenzwerten für  $E_g$  ergibt sich der in Abbildung 6.6 unten als durchgezogene Linie dargestellte Verlauf  $g_{th}$  des effektiven  $g$  Faktors. Diese einfache Näherung bestimmt das positive Vorzeichen des Landé Faktors richtig, und auch die Größenordnung ist korrekt. Dies ist insbesondere bemerkenswert, wenn man berücksichtigt, dass der  $g$  Faktor vom InAs Festkörper  $-14.8$  beträgt.

Die Grenzen dieses Modells zeigen sich in dem systematisch zu kleinen Wert und der zu kleinen Steigung der Geraden. Allerdings sind einige für dieses System spezifische Aspekte nicht berücksichtigt. Ein Überlapp der Wellenfunktion in die Barriere hinein führt zu einer Beimischung von Eigenschaften des AlAs Materials. Der  $g$  Faktor in AlAs ist, im Gegensatz zu dem in GaAs, positiv, so dass eine Vergrößerung der oben ermittelten Werte möglich ist [89]. Auch das angelegte elektrische Feld bleibt

hier völlig unberücksichtigt. Eine Vorspannung führt zur Veränderung des Bandverlaufes; die effektiven Barrieren werden verändert, und damit auch die Energielücken beeinflusst. Der vermutlich wichtigste Aspekt ist die Verspannung des Systems, die die Bandstruktur und die Energielücken verändert [90].

Zusammenfassend können folgende Ergebnisse festgehalten werden: Die Landé Faktoren für selbstorganisierte InAs Quantenpunkte sind positiv. Ihr Wert hängt von der Größe der Quantenpunkte ab und lässt sich qualitativ recht gut mit einer einfachen Näherung beschreiben.

### 6.3 Gedrehte Magnetfelder

Durch Drehung der Probe im Magnetfeld ist es möglich, unterschiedliche Winkeinstellungen zwischen der Richtung des Feldes und der Richtung des Tunnelstromes einzustellen. In diesem Abschnitt wird erläutert, wie sich die Tunnelkennlinien und die Spinaufspaltung verhalten, wenn das Magnetfeld und die Stromrichtung in verschiedenen Winkeln zueinander stehen.

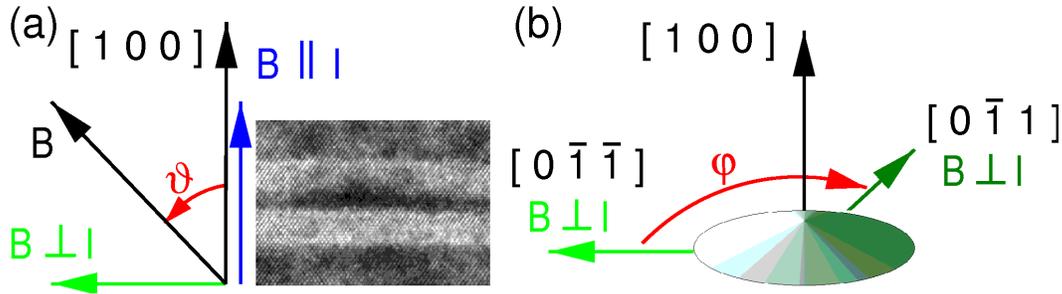


Abbildung 6.7: (a) Skizze für Drehung der Probe von  $B \parallel I$  ( $\vartheta = 0^\circ$ ) nach  $B \perp I$  ( $\vartheta = 90^\circ$ ). (b) Drehung des Magnetfeldes in der Wachstumsebene,  $B \perp I$ , von  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  ( $\varphi = 0^\circ$ ) nach  $B \parallel [0\bar{1}1]$  ( $\varphi = 90^\circ$ ).

Zur Übersicht der geometrischen Verhältnisse im Quantenpunkt und der im Folgenden verwendeten Winkelbezeichnungen ist in Abbildung 6.7 (a) die Drehung der Probe von  $B \parallel I$  nach  $B \perp I$  skizziert. Für  $\vartheta = 0^\circ$  sind Magnetfeld und Tunnelstromrichtung der Elektronen parallel zur Kristallrichtung  $[100]$ . In Teil (b) der Abbildung ist die Drehung in der Quantenpunktebene,  $B \perp I$ , dargestellt. Für  $\varphi = 0^\circ$  ist das Magnetfeld parallel zur Kristallrichtung  $[0\bar{1}\bar{1}]$ , für  $\varphi = 90^\circ$  gilt  $B \parallel [0\bar{1}1]$ .

Alle in diesem Abschnitt vorgestellten Messungen fanden in einem  $^4\text{He}$ -Kryostaten bei einer Temperatur von  $T = 1.3$  K statt. Die Drehung der Probe im Magnetfeld erfolgte über einen speziellen Drehprobenhalter, in den die Probe mit zwei verschiedenen Orientierungen eingebaut wurde, so dass alle drei Raumrichtungen zugänglich waren. Als maximale Magnetfeldstärke standen 15 T zur Verfügung.

#### 6.3.1 Verhalten des Tunnelstromes

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des Tunnelstromes für ein Magnetfeld senkrecht zur Stromrichtung,  $B \perp I$ , vorgestellt. Zunächst wird bei einer festen Rich-

tung des Magnetfeldes die Feldstärke variiert. Das Magnetfeld ist parallel zur Kristallrichtung  $[0\bar{1}1]$  ausgerichtet, d.h. der Winkel  $\varphi$  beträgt  $90^\circ$ . Abbildung 6.8 (a) enthält je eine Strom-Spannungskennlinie der Probe P238-1(20)K11 ohne Magnetfeld,  $B = 0$  T, und im senkrechten Magnetfeld,  $B = 15$  T. Die mit (1) bis (4) gekennzeichneten Stufen werden im Folgenden eingehender untersucht. Neben der bereits in Abschnitt 6.1.2 diskutierten Spinaufspaltung ist ein Absinken des resonant durch die vier Quantenpunkte fließenden Stromes mit zunehmendem Magnetfeld zu beobachten. Der maximale Stufenstrom  $I_s$  des Majoritätsspins in Abhängigkeit von der Stärke des angelegten Magnetfeldes ist in Teil (b) der Abbildung dargestellt. Dabei wurde zur Verdeutlichung der im Folgenden vorgestellten Abhängigkeit eine logarithmische Stromachse über dem Quadrat des Magnetfeldes gewählt. Für alle vier Stufen ist eine vergleichbare Stromunterdrückung für ein wachsendes Magnetfeld,  $B \perp I$ , zu beobachten.

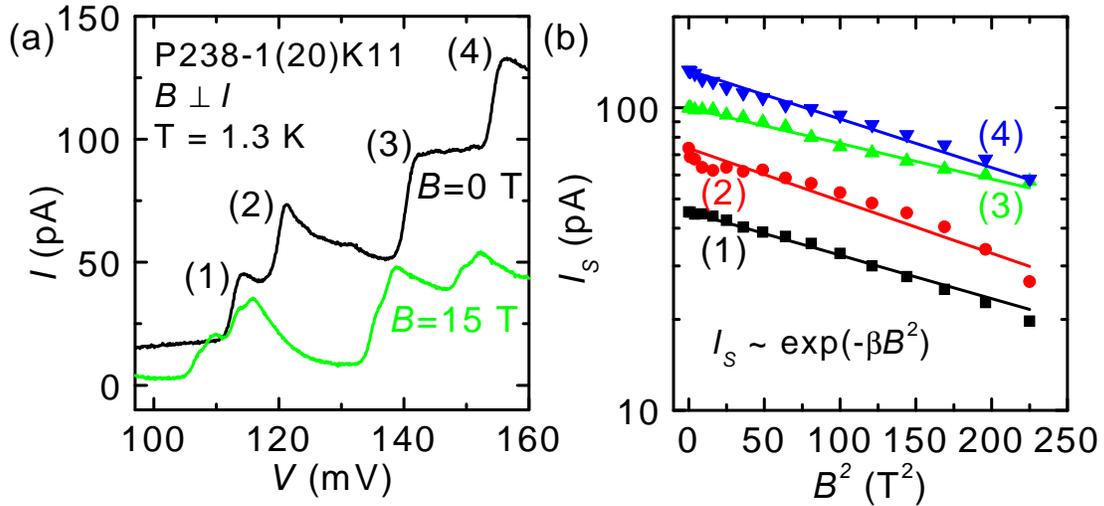


Abbildung 6.8: (a) Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  der Probe P238-1(20)K11 für  $B = 0$  T und  $B = 15$  T ( $B \perp I$ ,  $B \parallel [0\bar{1}1]$ ) bei  $T = 1.3$  K. (b) Höhe  $I_s$  der Stromstufen (1) bis (4) über dem Quadrat des Magnetfeldes.

Der Effekt der Stromunterdrückung in einem zur Barriere senkrechten Magnetfeld kann, wie in Gleichung 2.42 beschrieben, durch

$$I \sim \exp(-\beta B^2), \beta = \frac{\kappa (2a)^3 e^2}{6m^*(V_0 - E_F)}. \quad (6.13)$$

ausgedrückt werden. Die Konstante  $\beta$  beschreibt die Barriereigenschaften. Mit einer effektiven Barrierenhöhe von  $V_0 - E_F = 0.96$  eV und einer Gesamtbarrierendicke von  $a = 10$  nm ergibt sich  $\beta = 4.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4/(\text{Vs})^2$ . Die aus den Geradenanpassungen ermittelten Werte für  $\beta$  sind mit Werten zwischen  $\beta = 2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4/(\text{Vs})^2$  für die Stufe (3) und  $\beta = 3.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4/(\text{Vs})^2$  für die Stufe (1) in recht guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert. In der Abbildung (b) ist jeweils der Verlauf der angepassten Funktion für jede Stufe als durchgezogene Linie abgebildet. Die Unterdrückung des Stromes durch eine Tunnelbarriere unter Einwirken eines senkrechten

Magnetfeldes wurde bereits in einer GaAs/(AlGa)As Heterostruktur [14] und in  $\delta$ -dotierten zweidimensionalen Tunneln [91] untersucht, und auch im Tunneln durch InAs Quantenpunkte beobachtet [65].

Im nächsten Schritt werden nun Ergebnisse vorgestellt, die sich aus der Drehung der Probe P238-1(20)K11 im senkrechten Magnetfeld,  $B \perp I$ , ergaben. Dazu wurden Strom-Spannungskennlinien bei  $T = 1.3$  K für ein festes Magnetfeld von  $B = 15$  T aufgenommen. Als einziger Parameter wurde der Winkel  $\varphi$  zwischen Tunnelstrom und Magnetfeld um jeweils  $\Delta\varphi = 5^\circ$  variiert, indem die Probe im Feld gedreht wurde. Für einen Winkel  $\varphi = 0^\circ$  ist das Magnetfeld parallel zur Kristallrichtung  $[0\bar{1}\bar{1}]$ , nach Drehung um  $\varphi = 90^\circ$  ist  $B \parallel [0\bar{1}1]$ .

In Abbildung 6.9 (a) sind zwei Kennlinien für die beiden Grenzfälle  $\varphi = 0^\circ$  und  $\varphi = 90^\circ$  dargestellt. Die einzelnen Stromstufen zeigen ein unterschiedliches Verhalten unter der Drehung im Feld. Während die Stufe (1) nahezu unbeeinflusst bleibt, weist die Stufe (2) einen höheren Stromzuwachs auf. Die Stufen (3) und (4) verhalten sich deutlich entgegengesetzt zur Stufe (2), bei beiden sinkt der Strom mit zunehmendem Drehwinkel. Teil (b) zeigt die Werte des Stufenmaximums  $I_s$  des Gesamtstromes für alle vier Stufen und für sämtliche Drehwinkel von  $\varphi = 0^\circ$  bis  $\varphi = 170^\circ$ .

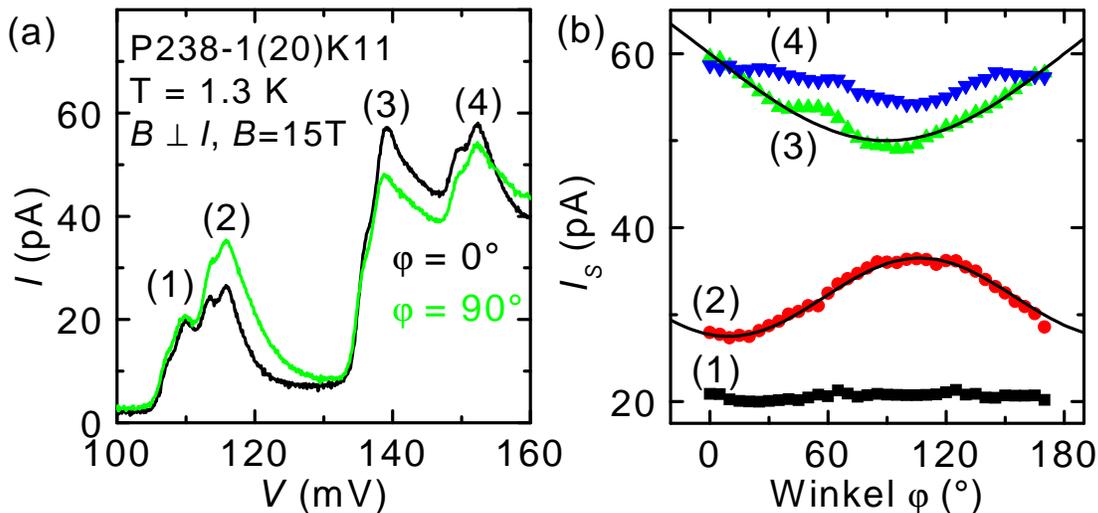


Abbildung 6.9: (a) Strom-Spannungskennlinien  $I(V)$  der Probe P238-1(20)K11 für  $B = 15$  T ( $B \perp I$ ,  $\varphi = 0^\circ$ , d.h.  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  und  $\varphi = 90^\circ$ , d.h.  $B \parallel [0\bar{1}1]$ ) bei  $T = 1.3$  K. (b) Verlauf der Höhe  $I_s$  der Stromstufen (1) bis (4) unter Drehung der Probe im senkrechten Magnetfeld.

Diese Abbildung lässt eine Einteilung in zwei Gruppen zu: Mit Drehung des Magnetfeldes von der Kristallrichtung  $[0\bar{1}\bar{1}]$  in die Richtung  $[0\bar{1}1]$  zeigen die Stufen (1) und (2) eine Zunahme der Stromamplitude, die Stufen (3) und (4) dagegen eine Abnahme der Stromamplitude. Ihr Verlauf mit dem Drehwinkel kann durch eine Sinus-Funktion ( $\sin(2\varphi + \varphi_0)$ ) beschrieben werden, die für die Stufen (2) und (3) als durchgezogene Linie in Abbildung 6.9 (b) dargestellt ist. Es ist festzustellen, dass die dritte Stufe zwischen  $30^\circ$  und  $60^\circ$  starke Abweichungen davon aufweist.

Diese Veränderungen in der Stromamplitude lassen sich durch leicht variierende Tunnelwahrscheinlichkeiten, bzw. einen sich ändernden Überlapp der Wellenfunktionen in Emitter und Dot unter Drehung des Feldes erklären. Das über die Strecke  $\Delta s$  (Entfernung zwischen Emitter und Dot) tunnelnde Elektron erfährt, klassisch betrachtet durch die die Lorenzkraft, einen zusätzlichen Impuls  $k_0 = eB\Delta s/\hbar$  senkrecht zur Tunnelstromrichtung und zum Magnetfeld  $B$ . Damit kann man durch Drehung der Feldrichtung den Überlapp der  $\mathbf{k}$ -Vektoren aus dem Emitter mit denen in den Quantenpunkten abtasten [92, 93]. Während für kleine Winkel der Überlapp zwischen Emitter und dem Quantenpunkt, der für das Tunneln durch die zweite Stufe verantwortlich ist, klein ist und mit zunehmendem Winkel wächst, ist es bei der dritten Stufe genau umgekehrt. Dies lässt Aussagen über die Symmetrie der zugehörigen Quantenpunkte zu: Die zweite Stufe zeigt deutliches sinusförmiges Verhalten mit der Periode  $\pi$ , dies legt die Annahme nahe, dass der Quantenpunkt symmetrisch bei Drehung um  $180^\circ$  ist. Eine Verschiebung der Minima und Maxima um ca.  $15^\circ$  deutet allerdings darauf hin, dass die Symmetrie des Quantenpunktes nicht exakt entlang der Kristallachsen ausgerichtet ist.

### 6.3.2 Anisotropie des $g$ -Faktors

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Abhängigkeit des effektiven  $g$ -Faktors der Quantenpunkte von der Winkelstellung zwischen Magnetfeldrichtung und Tunnelstromrichtung. Da bereits in Abschnitt 6.2 die Abhängigkeit des  $g$  Faktors von der Quantenpunktgröße – also letztlich von der Stärke des Einschlußpotentials – gezeigt wurde, und im vorigen Abschnitt eine Veränderung des Tunnelstromes in gedrehten Magnetfeldern festgestellt wurde, liegt es nahe, den  $g$  Faktor auf eine Abhängigkeit von der Quantenpunktgeometrie hin zu untersuchen.

Zur Übersicht über die Messungen bei verschiedenen Magnetfeldorientierungen ist in Abbildung 6.10 eine Graustufendarstellung der aus Strom-Spannungskennlinien berechneten differentiellen Leitfähigkeit der Probe P238-1(20)K11 abgebildet. Es handelt sich um dieselben Stufen wie in Abbildung 6.8. Die Kennlinien wurden bei konstanter Magnetfeldstärke  $B = 15$  T und einer Temperatur  $T = 1.3$  K unter Variation des Drehwinkels der Probe aufgenommen.

In (a) ist die Variation des Magnetfeldes von  $B \parallel [100]$  nach  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  dargestellt. Dies entspricht einer Drehung der Probe im Feld von  $B \parallel I$  nach  $B \perp I$ . Die Drehung der Probe im Feld führt zu einer Verkleinerung der Magnetfeldkomponente  $B_z$ , welche parallel zum Strom weist. Daher beobachtet man hier auch einen ähnlichen Verlauf der Leitwertmaxima wie in Abbildung 6.2 von hohen Feldern her kommend. Die Erklärung ist entsprechend: Durch die Verringerung des effektiven Feldes schiebt die Fermienergie im Emitter auf dem untersten Landauniveau zu kleineren Energien, folglich die Resonanzen zu höheren Spannungen. Für Drehwinkel über  $60^\circ$  ist die Feldkomponente  $B_z$  so klein, dass auch höhere Landauniveaus im Emitter am Tunneln beteiligt sind. Bei der Stufe (4) bei ca. 150 mV ist daher eine Verschiebung der spinaufgespaltenen Resonanzen zu kleineren Spannungen hin zu beobachten. Dieses Verhalten ist also auf die in Abschnitt 6.1.1 diskutierten Oszillationen der Emitter-Fermienergie zurückzuführen. Daneben ist die Zeeman-Aufspaltung jeder einzelnen

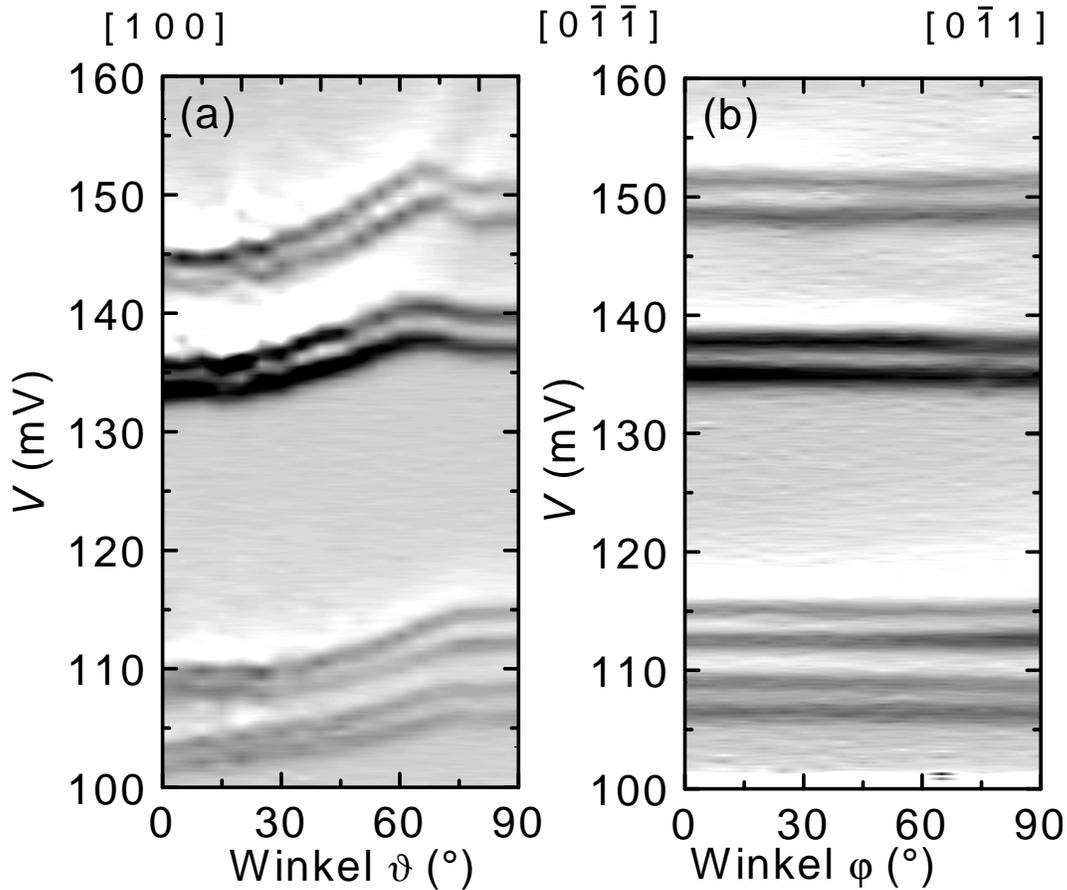


Abbildung 6.10: Graustufendarstellung der differentiellen Leitfähigkeit der Probe P238-1(20)K11 unter Drehung im Magnetfeld  $B = 15$  T,  $T = 1.3$  K. (a) Drehung von  $B \parallel I$  nach  $B \perp I$ . (b) Drehung in der Quantenpunktebene  $B \perp I$  von  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  nach  $B \perp I \parallel [0\bar{1}1]$ .

Stufe sichtbar und sogar eine leichte Vergrößerung der Abstände zwischen den beiden spinaufgespaltenen Stufen zu erkennen. Diese Beobachtung wird im Folgenden weiter untersucht.

In Abbildung 6.10 (b) ist die differentielle Leitfähigkeit der vier Stufen unter Drehung des Magnetfeldes in der Quantenpunktebene dargestellt. Zwischen den beiden Mess-Serien musste die Probe ausgebaut und um  $90^\circ$  gedreht eingebaut werden. Auf dieses zweimalige Abkühlen der Probe ist auch die leichte Verschiebung der Spannungspositionen der Leitwertmaxima im Vergleich zu den Werten aus Abbildung (a) für  $\vartheta = 90^\circ$  zurückzuführen. Jedoch ist in dieser Abbildung zunächst für die verschiedenen Drehwinkel in der Wachstumsebene kaum eine Veränderung zu beobachten. Sogar die Spinaufspaltung ändert sich nur wenig. Als erster Schluss folgt daraus, dass die Symmetrie der Quantenpunkte in der Wachstumsebene, bzw. in ihrer Grundfläche, größer ist als im Vergleich zur Wachstumsrichtung.

Im Folgenden wird eine genauere quantitative Untersuchung des Landé Faktors der Quantenpunkte für verschiedene Orientierungen des Magnetfeldes bezüglich der Tunnelstrom-Richtung bzw. der Kristallachsen vorgestellt. Dazu wurden zunächst

für drei feste Magnetfeld-Richtungen Strom-Spannungskennlinien für verschiedene Magnetfelder aufgenommen und nach Gleichung 6.11 aus der Größe der Spannungsdifferenz  $\Delta V$  zwischen den spinaufgespaltenen Stufen der effektive  $g$  Faktor für die einzelnen Quantenpunkte bestimmt. Eine vergleichbare Analyse für hohe Magnetfelder ist im Anhang C durchgeführt.

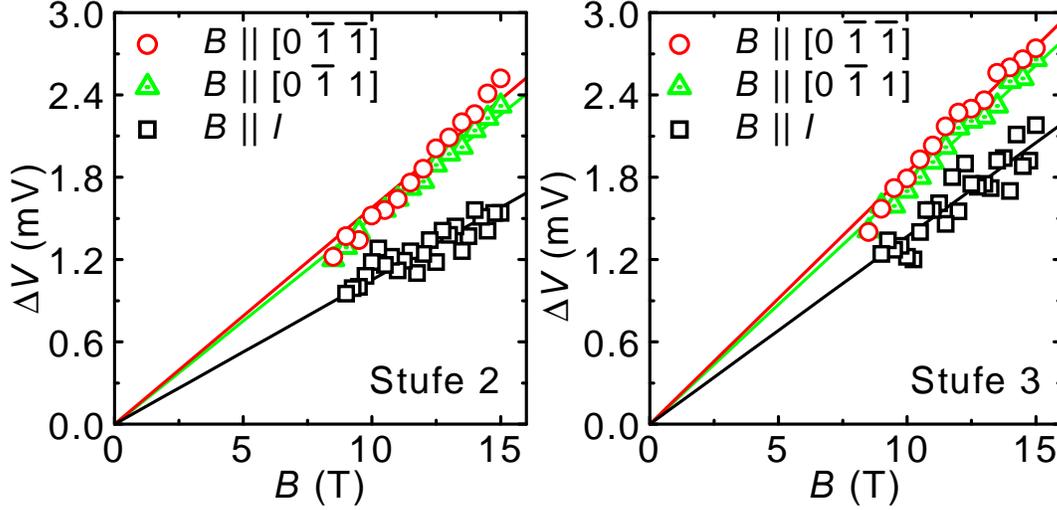


Abbildung 6.11: Spannungsdifferenz  $\Delta V$  der spinaufgespaltenen Stromstufen in Abhängigkeit vom Magnetfeld für (a) Stufe (2) und (b) Stufe (3) aus Abbildung 6.8. Dargestellt ist  $\Delta V$  für  $B \parallel I$  (Quadrate),  $B \parallel [0\bar{1}1]$  (Dreiecke) und  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  (Kreise).

In Abbildung 6.11 (a) und (b) ist die Spannungsdifferenz  $\Delta V$  über dem Magnetfeld für die Stufen (2) und (3) dargestellt. Die Magnetfeld-Richtungen sind im Einzelnen:  $B \parallel I$ , dargestellt durch Quadrate,  $B \parallel [0\bar{1}1]$ , dargestellt durch Dreiecke und  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$ , dargestellt durch Kreise. Beide spinaufgespaltenen Stufen zeigen die gleiche Tendenz. Die Spinaufspaltung für  $B \parallel I$  ist am kleinsten und sie nimmt zu, wenn das Magnetfeld parallel zur Quantenpunktebene orientiert ist. Dabei gibt es kleine Unterschiede für die um  $90^\circ$  differierenden Kristallrichtungen. Für ein Magnetfeld  $B \parallel [0\bar{1}1]$  ist die Spinaufspaltung kleiner als für ein Feld  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$ .

Zur Übersicht sind die  $g$  Faktoren aller vier untersuchten Stufen für alle drei Magnetfeldrichtungen in der Tabelle 6.1 aufgelistet. Der statistische Fehler, ermittelt aus der Geradenanpassung, beträgt weniger als 0.01. Zum einen zeigen alle Stufen eine Zunahme des Landé Faktors für die entsprechenden Kristallrichtungen. Die Änderung der Werte für  $B \parallel [100]$  auf  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  beträgt je nach Quantenpunkt 30% bis 50%, die Änderung innerhalb der Wachstumsebene sind mit unter 10% wesentlich kleiner. Zum anderen ist auch für alle Kristallrichtungen mit zunehmender Spannungsposition der Stufen ein Anwachsen des  $g$  Faktors zu beobachten. Dies bestätigt die Aussagen aus Abschnitt 6.2 und erweitert sie auf zwei weitere Kristallrichtungen.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass der Landé Faktor der InAs Quantenpunkte ein anisotropes Verhalten für alle drei Raumrichtungen aufweist. Diese Anisotropie lässt Rückschlüsse auf die Symmetrie des jeweils untersuchten Quantenpunktes zu. Wie in Abschnitt 6.2 diskutiert, ist ein hoher Wert des  $g$  Faktors Folge einer

$g$ Faktoren	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3	Stufe 4
$B \parallel I, B \parallel [100]$	0.52	0.55	0.71	0.74
$B \perp I, B \parallel [0\bar{1}1]$	0.77	0.78	0.90	0.91
$B \perp I, B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$	0.81	0.82	0.95	0.97
$g_{[0\bar{1}1]} - g_{[100]}$	0.25	0.23	0.19	0.17

Tabelle 6.1:  $g$  Faktoren für die vier Stufen aus Abbildung 6.8 für verschiedene Magnetfeld-Orientierungen. Absolute Differenzen zwischen den  $g$  Faktoren für  $B \perp I$  und  $B \parallel I$ .

starken Größen-Quantisierung, bzw. eines starken Einschlusspotentials in der Ebene senkrecht zur Magnetfeldrichtung. Im Durchmesser kleinere Quantenpunkte weisen den größeren  $g$  Faktor auf. Eine Übertragung dieser qualitativen Argumente auf die gesamte Geometrie der Dots ist möglich: Die Dots besitzen eine geringere Ausdehnung in die Höhe als in lateraler Richtung, daher macht sich die stärkere Größenbegrenzung in  $z$ -Richtung für Magnetfelder in der Wachstumsebene senkrecht zu  $z$  in einem größeren  $g$  Faktor bemerkbar. Eine differenziertere Analyse lässt der Vergleich der vier verschiedenen Stufen zu: Betrachtet man in Tabelle 6.1 die absoluten Differenzen der  $g$  Faktoren für die verschiedene Richtungen, so sind deutliche Tendenzen zu erkennen. Die Differenz der  $g$ -Faktoren für  $B \parallel [0\bar{1}1]$  und  $B \parallel [100]$ ,  $g_{[0\bar{1}1]} - g_{[100]}$  sinkt mit zunehmender Spannungsposition der Stromstufe. Eine höhere Spannungsposition einer Stufe war in Abschnitt 5.4 mit abnehmender Größe des Dots, also zunehmender Quantisierung, verknüpft worden. Dies bedeutet, dass eine Drehung des Magnetfeldes für große Quantenpunkte signifikantere Größenänderungen aufzeigt als für kleine Quantenpunkte. Die Rasterkraftmikroskop-Messungen in Abschnitt 4.1.2.2 hatten eine nahezu konstante Dothöhe von 4 nm für verschiedene InAs Bedeckungen gezeigt. Auf diese Weise ist mittels Magnetotransport-Messungen ein Nachweis erfolgt, dass die Größe der Quantenpunkte hauptsächlich durch den Durchmesser bestimmt ist.

Die Anisotropie des  $g$  Faktors in der Wachstumsebene ist zwar kleiner, jedoch kann auch hier eine Interpretation in Bezug auf die Stärke der Quantisierung in verschiedene Kristallrichtungen erfolgen. Die Anisotropie in der Quantenpunktebene weist auf eine nicht exakt rotationssymmetrische Grundfläche der Dots hin. Die Quantenpunkte sind demnach in  $[0\bar{1}\bar{1}]$ -Richtung weniger stark ausgedehnt als in  $[0\bar{1}1]$ -Richtung. Diese Überlegung deckt sich gut mit Rastertunnelmikroskop-Messungen von Ballet et al. an InAs/AlAs Quantenpunkten. Diese Gruppe beobachtete eine größere Ausdehnung der Inseln in  $[0\bar{1}1]$ -Richtung [47].

### 6.3.3 Winkelabhängigkeit

Nachdem bisher nur die  $g$  Faktor-Werte für die drei diskreten Raumrichtungen betrachtet wurden, widmet sich der Rest dieses Abschnitts der Untersuchung des Verlaufes der Werte  $g_D^*$  für verschiedene Drehwinkel, d.h. der genaueren, quantitativen

der Auswertung der Messung, die in Abbildung 6.10 dargestellt ist.

Dazu wurde der  $g$  Faktor aus der Größe der Spinaufspaltung für ein festes Magnetfeld  $B = 15$  T bestimmt und zunächst in Abbildung 6.12 gegen den Drehwinkel  $\vartheta$  der Probe aufgetragen. In die angegebenen Fehler gehen Unsicherheiten der Bestimmung der Position des Leitfähigkeitsmaximums ein. Sie wurden für alle Drehwinkel zu  $\pm 0.05$  angesetzt. Die Drehung findet von  $B \parallel I$ , bzw.  $B \parallel [100]$ , ( $\vartheta = 0^\circ$ ) nach  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  ( $\vartheta = 90^\circ$ ) statt. Die Teile (a) und (b) zeigen den Verlauf für den Quantenpunkt (2) bzw. (3) (siehe Stufen (2) und (3) in Abbildung 6.8). Da hier nicht mehr wie zuvor die Geradensteigung  $d\Delta V/dB$  zur Bestimmung des  $g$  Faktors herangezogen wurde, sondern lediglich der Betrag der Aufspaltung bei  $B = 15$  T eingeht, weichen die hier gezeigten Werte etwas von denen aus einem größeren Magnetfeldbereich bestimmten ab. Dennoch lässt sich aus dieser Darstellung gut der Verlauf von  $g_D^*$  mit dem Drehwinkel  $\vartheta$  ablesen.

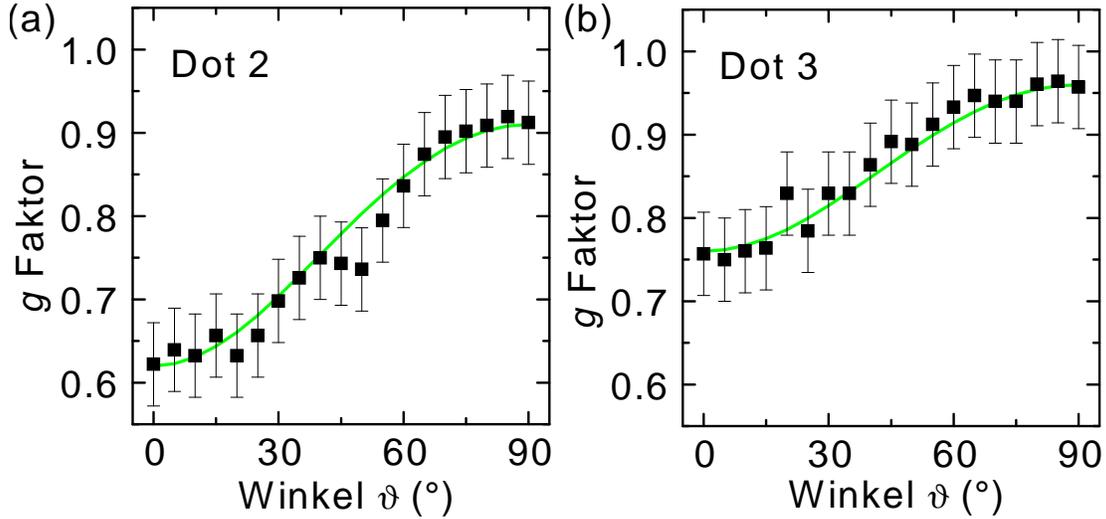


Abbildung 6.12: Änderung des effektiven  $g$  Faktors unter Drehung der Probe im Magnetfeld von  $B \parallel I$  nach  $B \perp I$ . Die durchgezogene Linie beschreibt eine phänomenologische Formel, siehe Gleichung 6.17.

Im Folgenden wird eine kurze Begründung für dieses Verhalten gegeben. Erweitert man die Gleichung 2.25 für einen anisotropen  $g$  Faktor, so lautet der Spin-Hamiltonian [12]

$$\mathcal{H}_{Spin} = \frac{1}{2} \mu_B \sigma_i g_{ij} B_j, \quad i, j = x, y, z, \quad (6.14)$$

mit den Pauli Spin Matrizen  $\sigma_i$  für die drei Raumrichtungen  $i, j = x, y, z$ , dem  $g$  Faktor des Quantenpunktes allgemein als Tensor und dem Magnetfeld  $\vec{B}$  als Vektor. Modelliert man den Quantenpunkt als Ellipsoid mit drei Hauptachsen, so kann man  $g_D^*$  als *diagonalen* Tensor ansetzen. Die entsprechenden Werte für die verschiedenen Kristallrichtungen lassen sich folgendermaßen einbeziehen (vergleiche Abbil-

dung 6.7):

$$g_D^* = \begin{pmatrix} g_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{[0\bar{1}1]} & 0 & 0 \\ 0 & g_{[0\bar{1}\bar{1}]} & 0 \\ 0 & 0 & g_{[100]} \end{pmatrix}. \quad (6.15)$$

Dabei bezeichnet  $g_{[0\bar{1}1]}$  den  $g$  Faktor für ein Magnetfeld  $B \parallel [0\bar{1}1]$ , die anderen Bezeichnungen ergeben sich entsprechend. Die Drehung des Magnetfeldes um den Winkel  $\vartheta$  wird in den einzelnen Komponenten des Vektors berücksichtigt:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ B \sin\vartheta \\ B \cos\vartheta \end{pmatrix}. \quad (6.16)$$

Damit lässt sich aus dem Betrag des Produktes  $g_D^* \cdot \vec{B}$  die Abhängigkeit des  $g$  Faktors von den Kristallrichtungen durch die folgende phänomenologische Formel beschreiben [94]:

$$g_D^*(\vartheta) = \sqrt{g_{[0\bar{1}1]}^2 \sin^2\vartheta + g_{[100]}^2 \cos^2\vartheta} \quad (6.17)$$

Der Verlauf dieser Funktion ist in Abbildung 6.12 (a) und (b) jeweils als durchgezogene Linie eingetragen. Dabei wurden für den Dot (2) die Werte  $g_{[100]} = 0.62$  und  $g_{[0\bar{1}\bar{1}]} = 0.91$  verwendet und für den Dot (3)  $g_{[100]} = 0.76$  und  $g_{[0\bar{1}\bar{1}]} = 0.96$ .

Die zweite Drehrichtung der Probe, die nun analysiert werden soll, ist diejenige Drehung, bei der das Magnetfeld in der Quantenpunktebene den Winkel  $\varphi$  überstreicht. Für  $\varphi = 0^\circ$  ist  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$ , nach Drehung der Probe um  $\vartheta = 90^\circ$  gilt  $B \parallel [0\bar{1}1]$ . In Abbildung 6.13 ist der Verlauf von  $g_D^*$  über dem Winkel  $\varphi$  für den Quantenpunkt (2) dargestellt. Die Drehung erfolgte hier über einen größeren Winkelbereich, um genauere Aussagen über die Symmetrie des Dots in seiner Grundfläche machen zu können.

Wie oben gezeigt, führen auch hier geometrische Überlegungen zu folgender Formel für die Winkelabhängigkeit des anisotropen, effektiven  $g$  Faktors:

$$g_D^*(\varphi) = \sqrt{g_{[0\bar{1}\bar{1}]}^2 \sin^2\varphi + g_{[0\bar{1}1]}^2 \cos^2\varphi} \quad (6.18)$$

Die für die Darstellung in Abbildung 6.13 verwendeten Werte sind  $g_{[0\bar{1}\bar{1}]} = 0.92$  und  $g_{[0\bar{1}1]} = 0.82$ . Unter Berücksichtigung aller drei Raumrichtungen lässt sich schließlich die Winkelabhängigkeit des Landé Faktors durch

$$g_D^*(\vartheta, \varphi) = \sqrt{(g_{[0\bar{1}\bar{1}]}^2 \sin^2\varphi + g_{[0\bar{1}1]}^2 \cos^2\varphi) \sin^2\vartheta + g_{[100]}^2 \cos^2\vartheta} \quad (6.19)$$

ausdrücken. Diese Beziehung geht für  $\varphi = 0^\circ$  wieder über in Gleichung 6.17 und für  $\vartheta = 90^\circ$  wird daraus Gleichung 6.18.

Es wurde eine Phasenverschiebung von  $\delta\varphi = 15^\circ$  vorgenommen, um eine bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zu erlangen. Die Diskussion dieses

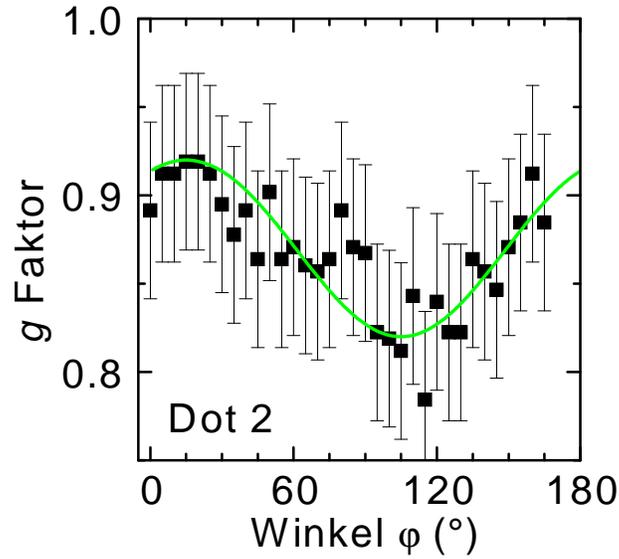


Abbildung 6.13: Änderung des effektiven  $g$  Faktors des Dots 2 unter Drehung der Probe im Magnetfeld  $B \perp I$  von  $B \parallel [0\bar{1}\bar{1}]$  nach  $B \parallel [0\bar{1}1]$ . Die durchgezogene Linie beschreibt eine phänomenologische Formel, siehe Gleichung 6.18.

Aspektes knüpft an die Ausführungen zur Variation der Stromamplitude für Drehung des Magnetfeldes senkrecht zur Stromrichtung an (siehe Abbildung 6.9 (b)). Dort waren für diesen Quantenpunkt die Extrema der Stromamplitude ebenfalls um  $15^\circ$  verschoben. Die Variation des  $g$  Faktors mit der gleichen Phasenverschiebung unterstützt die dort vorgelegte Argumentation, dass die Symmetrie des betrachteten Quantenpunktes leicht aus der Richtung der Kristallachsen herausgedreht sein kann.

Eine Anisotropie des  $g$  Faktors in größenquantisierten Systemen wurde von Ivchenko und Kiselev auf Basis eines  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -Modells (1-Band-Näherung) theoretisch vorhergesagt [95]. Eine experimentelle Bestätigung lieferten Le Jeune et al. für zweidimensionale Quantentöpfe [96] und Oestreich et al. für Quantendrähte [97]. In Übereinstimmung mit unseren Ergebnissen erhalten alle Gruppen einen erhöhten  $g$  Faktor für Richtungen senkrecht zu der der starken Größenquantisierung, d.h. für Quantentöpfe in der Wachstumsebene, und für Quantendrähte entlang des Drahtes. Die  $g$  Faktoren für die Richtung parallel zur Wachstumsrichtung im Quantentopf, bzw. senkrecht zum Quantendraht, sind aufgrund des geringeren Einschlusspotentials senkrecht dazu kleiner.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass eine ausgeprägte Anisotropie im Landé Faktor der Quantenpunkte für die Drehung des Magnetfeldes von der Richtung parallel zum Strom in die Wachstumsebene hinein vorliegt. Die Anisotropie in der Wachstumsebene ist weniger stark ausgeprägt, aber dennoch systematisch für alle untersuchten Quantenpunkte vorhanden und abhängig von den Kristallrichtungen.

## 6.4 Wechselwirkungseffekte in hohen Magnetfeldern

Nachdem in den vorherigen Abschnitten die Eigenschaften des dreidimensionalen Emitters und der Quantenpunkte bei kleinen Magnetfeldern vorgestellt wurden, werden in diesem Abschnitt Messungen in hohen Magnetfeldern bis  $B = 28$  T diskutiert. Die Unterscheidung „kleine“ und „hohe“ Felder richtet sich dabei nach den vorherrschenden Energieskalen. Die Landau-Quantisierung des Emitters ist in hohen Feldern besonders ausgeprägt. Der Abstand der Landau-Niveaus beträgt bei 20 T etwa  $\hbar\omega_c = 35$  meV. Auch die Spinaufspaltung  $E_Z$  erreicht bei diesen Feldern die Größe von über 1 meV, so dass sie in vergleichbare Größenordnungen wie die Fermienergie des Emitters ( $E_F(B = 0) = 13.6$  meV) gelangt. Zudem nimmt die Spin-Polarisation im Emitter für hohe Felder immer weiter zu. Dieser Abschnitt widmet sich der Untersuchung der Strom-Spannungskennlinien unter der Voraussetzung, dass sich alle Elektronen im untersten Landau-Level befinden. Dies ist die Grundlage zur Beobachtung der im Folgenden vorgestellten Fermikanten-Singularitäten. Sie sind Ausdruck eines Wechselwirkungseffektes zwischen dem geladenen Quantenpunkt und den Elektronen im Emitter.

Zunächst werden die Strom-Spannungskennlinien in Hinblick auf den für Fermikanten-Singularitäten charakteristischen Stromverlauf und das Temperaturverhalten der Kurven analysiert. Abschließend werden die Ergebnisse mit berechneten Kurven verglichen, die aus einem theoretischen Modell ermittelt wurden.

### 6.4.1 Fermikanten-Singularitäten

Die in diesen Abschnitten untersuchten Fermikanten-Singularitäten (FES<sup>1</sup>) beruhen auf einem Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekt. Die Wechselwirkung der Elektronen aus dem Fermisee mit einem lokalen Potential – wie es hier durch eine Ladung auf dem InAs Quantenpunkt verursacht wird – kann zu starken Singularitäten in den Strom-Spannungskennlinien für den Fall der Resonanz der Fermikante des Emitters mit dem Quantenpunktniveau führen. Eine theoretische Vorhersage derartiger Singularitäten wurde für die Röntgenabsorption und -emission von Metallen bereits Ende der 60er Jahre gemacht [98]. Die experimentelle Bestätigung erfolgte bald darauf (siehe z.B. [99] und Referenzen darin). Ein theoretische Vorhersage des Auftretens von FES beim Tunneln durch einen Tunnelkontakt mit einer lokalisierten Störstelle machten Matveev und Larkin [100]. Ein Elektron, das vom Niveau der Störstelle in die Leitung hineintunnelt, hinterlässt ein positiv geladenes Loch in der Störstelle. Die Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen in der Zuleitung mit dem Loch, lokalisiert auf der Störstelle, führt zu Singularitäten in der Übergangsrate.

Eine experimentelle Untersuchung erfolgte bisher in Messungen an Probenstrukturen, bei denen der Emitter jeweils ein zweidimensionales Elektronensystem darstellte: Fermikanten-Singularitäten wurden im resonanten Tunneln durch nulldimensionale Störstellen in einer makroskopischen Tunnelodiode [101] gemessen und auch

---

<sup>1</sup>engl.: Fermi Edge Singularity

an einer Störstelle in einem Metall-Oxid-Silizium-Transistor [102]. Im resonanten Tunneln aus einem zweidimensionalen Elektronengas durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte beobachteten Benedict et. al [103] ebenfalls Singularitäten.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nun Ergebnisse diskutiert, bei denen der Emitter ein dreidimensionales Elektronensystem darstellt. Die Strom-Spannungskennlinien des resonanten Tunnelns durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte weisen FES auf, die als Folge des extern angelegten Magnetfeldes induziert werden. Eine Auswertung der resonanten Tunnelkennlinien bei hohen Magnetfeldern soll Aufschluss über diesen Effekt geben.

Die erste vorgestellte Messung erfolgte in einem  $^3\text{He}$ -System bei einer Temperatur von  $T = 0.5$  K. Die Magnetfeld-Richtung ist parallel zur Tunnelstrom-Richtung. In Abbildung 6.14 ist als Ausschnitt aus der Kennlinie der Probe P238-1(20)K11 eine einzelne Stufe dargestellt, deren Spannungsposition  $V_s = 174$  mV für  $B = 0$  T ist. Für  $B = 9$  T zeigt diese Stufe die bereits diskutierte Spinaufspaltung und Verschiebung auf der Spannungsachse zu höheren Spannungen (vergleiche Abbildung 6.2). Wie in Abschnitt 6.1.1 diskutiert, sind für Magnetfelder  $B > 6$  T alle Elektronen im untersten Landau-Niveau, und für Felder  $B > 10$  T erfolgt eine Verschiebung der Fermienergie zu höheren Spannungen, was eine Erniedrigung der Stufeneinsatzspannung zur Folge hat. Diese Tatsache ist in Abbildung 6.14 gut zu beobachten: Die spinaufgespaltenen Strukturen verschieben mit zunehmendem Magnetfeld linear zu immer kleineren Spannungspositionen.

Besonders spektakulär ist die Veränderung der Form der Tunnelkennlinie für Magnetfelder  $B > 10$  T. Aus den Stufen bei kleinen Feldern entwickeln sich zum Teil stark überhöhte Strommaxima, wobei der genaue Verlauf des Maximums zudem vom jeweiligen Spinniveau des Quantenpunktes abhängt. Bereits in Abschnitt 6.1.2.2 wurde eine Zuordnung der beiden Spineinstellungen zu den Quantenpunktniveaus diskutiert. Dort wurde der Minoritätsspin  $\downarrow$  des Emitters, der mit wachsendem Feld entvölkert wird, dem energetisch tieferen Dotniveau zugeordnet. Der Majoritätsspin  $\uparrow$  des Emitters tunnelt durch das energetisch höher gelegene Dotniveau. Die beiden Spineinstellungen sind in Abbildung 6.14 für zwei Kennlinien (16 T und 28 T) entsprechend eingetragen. Die Resonanzen der beiden Spins ( $\uparrow$  und  $\downarrow$ ) für  $B = 16$  T sind noch gleichartig, beide zeigen in etwa eine Überhöhung um den Faktor drei gegenüber  $B = 0$  T. Für höhere Felder kommt es dann allerdings zu einem starken Ungleichgewicht in den Strommaxima für beide Spinrichtungen. Während die Resonanz, die vom Tunneln des Minoritätsspins  $\downarrow$  des Emitters herrührt, für sehr hohe Felder von  $B = 28$  T wieder auf eine vergleichbare Stromstufe wie für kleine Felder absinkt, kommt es beim Tunneln des Majoritätsspins  $\uparrow$  des Emitters durch das energetisch höher liegende Quantenpunktniveau zu einer Verstärkung des Tunnelstromes um etwa eine Größenordnung.

Dieses unterschiedliche Verhalten ist jedoch nicht auf die jeweiligen Zustandsdichten der beiden Spineinstellungen zurückzuführen. Bei den hier vorliegenden Magnetfeldern und bei einer Stossverbreiterung von  $\Gamma_S = 1.3$  meV ist der Unterschied zwischen der Zustandsdichte der Minoritätsspins  $\downarrow$  und der der Majoritätsspins  $\uparrow$  sehr gering. Allein auf dieser Basis wäre eine Überhöhung des Stromes um den Faktor 10,

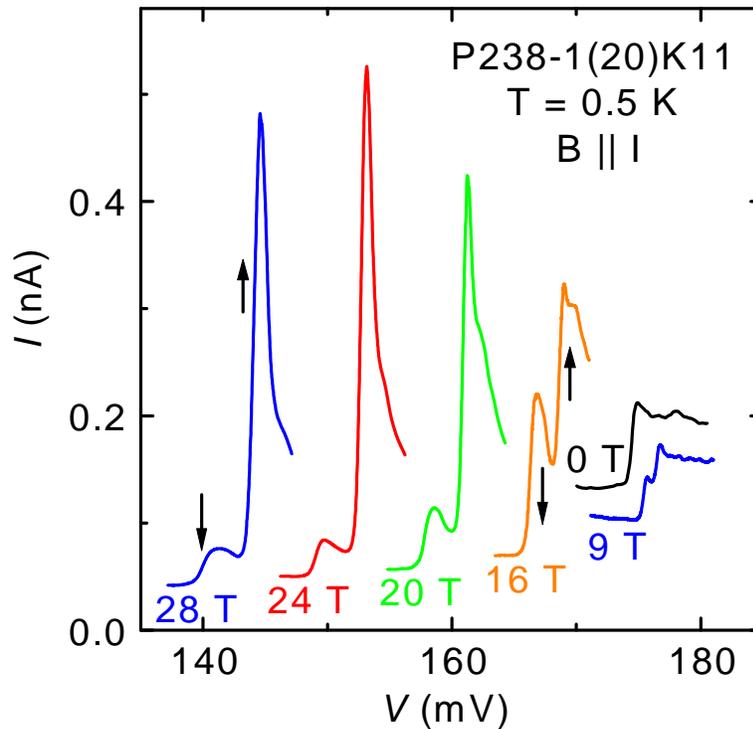


Abbildung 6.14: Strom-Spannungskennlinien einer Stromstufe der Probe P238-1(20)K11 für hohe Magnetfelder bei  $T = 500$  mK. Das Magnetfeld ist parallel zum Tunnelstrom gerichtet,  $B \parallel I$ .

wie sie hier beobachtet wird, nicht möglich.

Das Auftreten der Singularitäten konnte in verschiedenen Dioden der Probe P238-1(20) beobachtet werden. Die Untersuchung der Tunnelprozesse durch verschiedene Quantenpunkte zeigte, dass sich eine Anzahl von Stromstufen wie die hier beschriebene zu stark überhöhten Singularitäten entwickelt. Dabei ist bereits in Abbildung 6.14 zu erkennen, dass sich der Maximalwert des Stromes nicht streng monoton mit dem Magnetfeld verhält. Für das höchste dargestellte Feld  $B = 28$  T sinkt das Maximum des Stromes, der durch den Majoritätsspin getragen wird, wieder ab.

Eine detailliertere Untersuchung der Entwicklung der Strommaxima  $I_0$  mit dem Magnetfeld für beide Spineinstellungen ergibt ein sehr differenziertes Bild. Das Ergebnis einer Messung in einem Entmischungskryostaten ist in Abbildung 6.15 dargestellt. Aufgetragen sind die Absolutwerte der Strommaxima  $I_0$  für den Majoritätsspin (geschlossene Symbole) und den Minoritätsspin (offene Symbole) über dem Magnetfeld  $B$ . Teil (a) enthält die Datenpunkte mit einer Magnetfeldschrittweite von 2 T für Felder unter 20 T. Mit wachsendem Feld ist eine deutliche Zunahme des maximalen Stromes  $I_0$ , der aus dem resonanten Tunneln des Majoritätsspins des Emitters durch das energetisch höherliegende Quantenpunktniveau resultiert, zu beobachten. Dagegen nimmt das Strommaximum des Minoritätsspins mit zunehmenden Feldern ab. Das Verhalten des Strommaximums für hohe Felder über 20 T ist in Teil (b) dargestellt. Die Magnetfeldschrittweite betrug hier 0.2 T. Zur

Darstellung des Verlaufes der Strommaxima wurde für den Minoritätsspin und den Majoritätsspin jeweils eine Mittelung über drei benachbarte Messwerte vorgenommen. Es wird deutlich, dass bei hohen Feldern über  $B=20$  T das Strommaximum des Majoritätsspins nicht mehr rein linear zunimmt, sondern vielmehr ein eher oszillierendes Verhalten zu beobachten ist. Ebenso verhält sich auch der Minoritätsspin in diesem Bereich nichtlinear. Um die Änderungen besser sichtbar zu machen, sind die gemittelten Werte des durch den Minoritätsspin getragenen Stromes mit einem Faktor drei multipliziert worden.

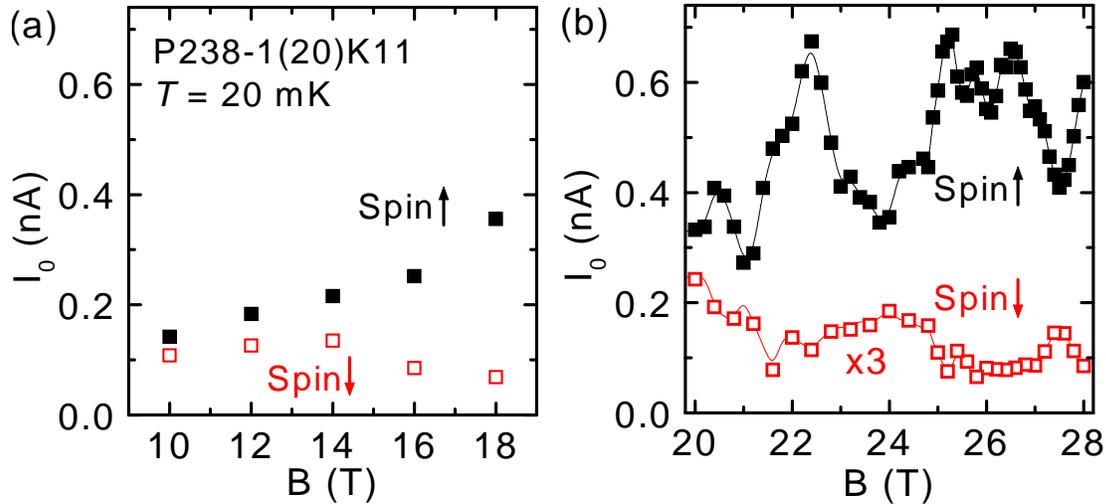


Abbildung 6.15: Werte des Maximalstromes  $I_0$ , der vom Majoritätsspin  $\uparrow$  (geschlossene Symbole) und vom Minoritätsspin  $\downarrow$  (offene Symbole) getragen wird, in Abhängigkeit vom Magnetfeld. (a) Werte für Felder unter 20 T, (b) Werte für Felder über 20 T.

Der Vergleich zwischen den beiden Spinrichtungen zeigt eine bemerkenswerte Korrelation. Ein Anwachsen des Strommaximums des Majoritätsspins ist gekoppelt mit einer gleichzeitigen Abnahme des Strommaximums des Minoritätsspins. Eine Erklärungsgrundlage für die Veränderung der Strommaxima ist die sich im Magnetfeld ändernde Zustandsdichte im Emittor. Eine Änderung der Zustandsdichte im Emittor bewirkt eine Veränderung der Wechselwirkung, bzw. der Kopplung, zwischen Emittor-Elektronen und geladenem Quantenpunkt. Eine geringere Kopplung führt zu einer Reduktion der in hohen Feldern durch die Wechselwirkung induzierten Effekte. Dies bedeutet, dass die Überhöhung des Strommaximums des Majoritätsspins reduziert wird. Gleichzeitig wird die Unterdrückung des Strommaximums des Minoritätsspins reduziert. Eine verstärkte Kopplung führt entsprechend zu höheren Maxima  $I_0$  des Majoritätsspins, während die Maxima des Minoritätsspins unterdrückt werden. Insgesamt zeigt sich, dass der Einfluss der Fermikanten-Singularitäten auf den resonanten Tunnelprozess sehr komplex ist.

In Abbildung 6.14 war mit zunehmendem Magnetfeld eine Verschiebung der Strommaxima für den Minoritätsspin und den Majoritätsspin zu beobachten. Daher soll an dieser Stelle eine kurze Betrachtung des Verlaufes der Spannungsposition der spinaufgespaltenen Stufen aus Abbildung 6.14 über dem angelegten Ma-

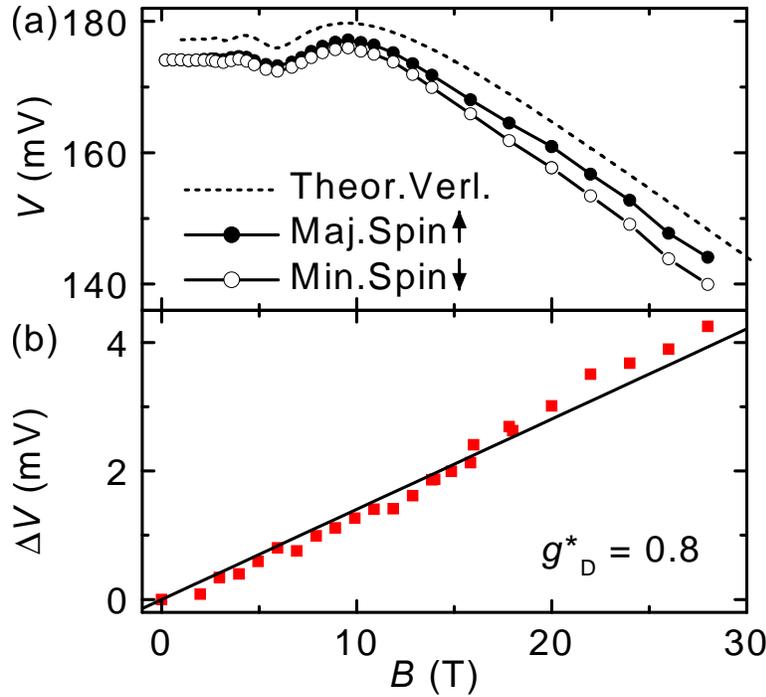


Abbildung 6.16: (a) Verlauf der Stufenpositionen der spinaufgespaltenen Stromstufe aus Abbildung 6.14 mit dem Magnetfeld. Geschlossene Kreise kennzeichnen die Resonanz des Majoritätsspins  $\uparrow$  des Emitters mit dem oberen Dottniveau, offene Kreise die des Minoritätsspins  $\downarrow$  mit dem unteren Dottniveau. Die gestrichelte Linie zeigt den Verlauf einer Resonanz mit numerisch bestimmter Fermienergie. Sie ist um 3 mV verschoben dargestellt. (b) Stufenabstand  $\Delta V$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld für große Felder bis  $B = 28$  T.

gnettefeld erfolgen. In Abbildung 6.16 (a) sind die Spannungspositionen für den Fall der Resonanz des Majoritätsspins  $\uparrow$  des Emitters mit dem energetisch höherliegenden Quantenpunktniveau (gefüllte Kreise), bzw. des Minoritätsspins  $\downarrow$  mit dem unteren Dottniveau (offene Kreise) gezeigt. Dieser Verlauf wurde bereits im Bereich  $B = 0 - 12$  T in Abschnitt 6.1.1 in der Abbildung 6.2 diskutiert. Für hohe Felder  $B > 10$  T verschieben die Positionen zu kleineren Spannungen. Die diamagnetische Verschiebung des Quantenpunktes für  $B = 30$  T ist mit  $\Delta E_D \approx 5$  meV (siehe Gleichung 2.23) dabei vernachlässigbar gegen die Verschiebung der Emitter-Fermienergie mit  $\hbar\omega_c/2 = 26$  meV. Zum Vergleich mit den experimentell bestimmten Werten ist in Abbildung 6.16 (a) als gestrichelte Linie der in Abschnitt 6.1.1 numerisch berechnete Verlauf der Stufenposition eingetragen. Zur besseren Übersicht ist diese Kurve um 3 mV verschoben aufgetragen. Aus einer Anpassung des Verlaufes bezüglich Periode und Amplitude der Oszillationen der Fermienergie ergeben sich die Emitter-Fermienergie für  $B = 0$  T zu  $E_F^0 = 13.6$  meV und eine Landau-Niveaubreiterung  $\Gamma_S = 1.3$  meV.

Außerdem nimmt, wie in Teil (b) der Abbildung dargestellt, die Spinaufspaltung weiterhin linear zu. Mit einem Hebelfaktor für diesen spezifischen Quantenpunkt von  $\alpha = 0.34$  ergibt sich ein effektiver  $g$  Faktor von  $g_D^* = 0.8$ . Diese beiden, bereits bei kleinen Feldern diskutierten Aspekte setzen sich in hohen Feldern fort und bleiben

im Wesentlichen von den FES unbeeinflusst.

Grundlegende Unterschiede zu den Messungen bei kleinen Feldern zeigen sich dagegen im Verlauf des Stromes. Die starke Stromüberhöhung für den Fall der Resonanz der Emitter-Fermienergie mit einem Quantenpunktniveau in hohen Magnetfeldern ist auf FES zurückzuführen. Dies ist ein Wechselwirkungseffekt zwischen dem tunnelnden Elektron und den Elektronen unmittelbar an der Fermikante im Emitter. Wie schon im Abschnitt 5.5 erwähnt wurde, ist eine gewisse Wechselwirkung bereits bei  $B = 0$  T vorhanden. Unabhängig davon kommt es aufgrund der besonderen Verhältnisse in hohen Feldern zu einer magnetfeldinduzierten Wechselwirkung. Die Form der Resonanz – der steile Stromanstieg, gefolgt von einem moderaten Abfall des Stromes bei höheren Spannungen – ist charakteristisch für diese Art von Singularität. Zudem kommt es bei höheren Temperaturen als Folge der Temperaturverschmierung des Emitters zu einem Absinken der Stromamplituden. Der Untersuchung der FES in Bezug auf diese beiden Aspekte – Stromverlauf und Temperaturabhängigkeit – sind die folgenden Abschnitte gewidmet.

### 6.4.2 Verlauf des Stromes

Der Verlauf der Strom-Spannungskennlinie für die Fermikanten-Singularität ist gekennzeichnet durch einen steilen Anstieg, gefolgt von einer abfallenden Flanke. Der Stromanstieg für den Fall, dass die Emitter-Elektronen in Resonanz mit dem entsprechenden Spin-Niveau im Quantenpunkt gelangen, weist aufgrund des Wechselwirkungseffektes eine Überhöhung direkt an der Stufenkante auf. Dieses Verhalten ist auf die Verringerung der Kopplung bei zunehmendem energetischem Abstand der tunnelnden Elektronen von der Fermikante zurückzuführen. Der Verlauf des Stromes  $I(V)$  nach dem Maximum der Resonanz kann durch

$$I(V) \propto (V - V_0)^{-\gamma}, \quad T = 0 \text{ K}, \quad (6.20)$$

beschrieben werden. Dabei ist  $V_0$  die Spannungsposition des Strommaximums und  $\gamma$  ein charakteristischer Exponent, der ein Maß für die Wechselwirkung zwischen dem tunnelnden Elektron und den Emitter-Elektronen ist. Diese Abhängigkeit wurde von Matveev und Larkin [100] theoretisch für resonantes Tunneln durch lokalisierte Störstellen bei  $T = 0$  K vorhergesagt und wenig später experimentell bestätigt [101].

Aus dem funktionalen Verlauf von  $I(V)$  für Spannungen  $V > V_0$  nahe der Resonanz kann der Exponent  $\gamma$  bestimmt werden. Dabei führen die im Experiment vorliegenden Temperaturen  $T > 0$  eventuell zu verkleinerten Werten des Exponenten, da die Resonanz verbreitert und das Strommaximum reduziert wird. Abbildung 6.17 (a) enthält exemplarisch die Strom-Spannungskennlinien bei einer Temperatur von  $T = 0.5$  K für die Magnetfelder  $B = 18$  T und  $B = 22$  T mit den dazugehörigen Fits für den Majoritätsspin  $\uparrow$ . Die Stromverläufe für  $B = 18$  T für die Resonanzen des Majoritätsspins und des Minoritätsspins zeigen jeweils eine Überhöhung und einen vergleichbaren Abfall des Stromes. Dagegen ist das Verhalten bei  $B = 22$  T für beide Spins deutlich unterschiedlich. Der Stromverlauf des Minoritätsspins ist gegenüber der 18 T-Kurve flacher geworden, der des Minoritätsspins wesentlich steiler. Eine quantitative Aussage über die Stärke der Kopplung zwischen

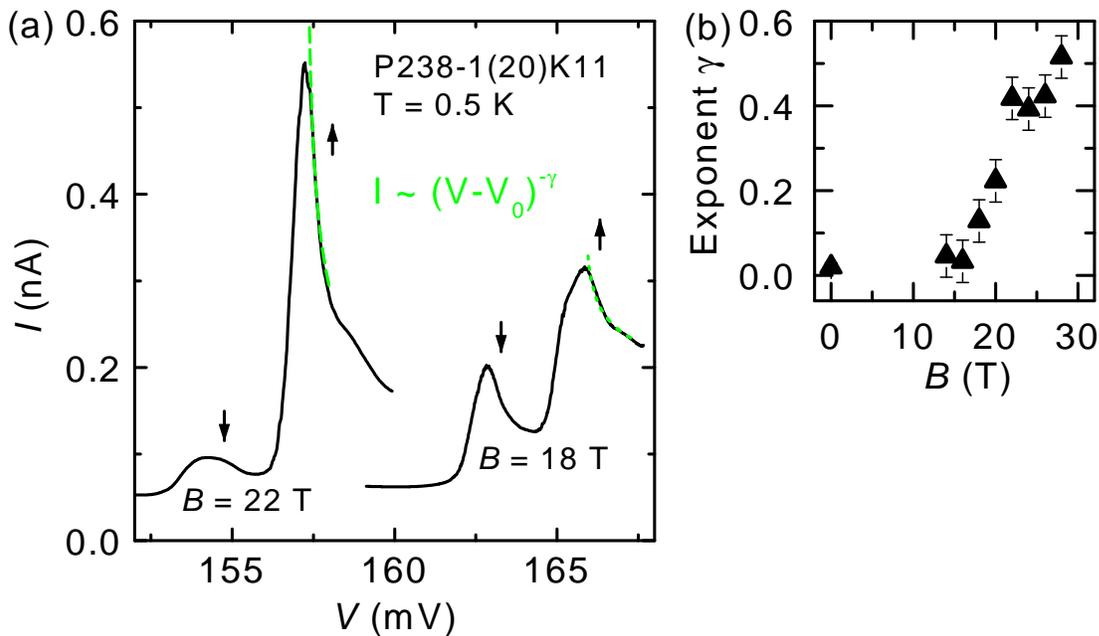


Abbildung 6.17: (a) Strom-Spannungskennlinien der Stufe aus Abbildung 6.14 für  $B = 18$  T und  $B = 22$  T bei  $T = 0.5$  K mit Fits der abfallenden Flanke zur Bestimmung des Exponenten  $\gamma$ . (b) Experimentell ermittelte Exponenten  $\gamma$  für den Majoritätsspin für verschiedene Magnetfelder.

dem über den Quantenpunkt tunnelnden Elektron mit den Emitter-Elektronen liefert der Exponent  $\gamma$ . In Abbildung 6.17 (b) sind die aus dem Anpassen des theoretischen Stromverlaufes bestimmten Exponenten des Majoritätsspins für verschiedene Magnetfelder dargestellt. Es konnte auch für die Stromkurve ohne Magnetfeld ein Exponent bestimmt werden, der mit  $\gamma = 0.02$  (mit einem Fehler von  $\pm 0.01$ ) im Vergleich zu den Werten in hohen Feldern allerdings sehr klein ist. Der in der Abbildung für hohe Felder angegebene Fehler von  $\pm 0.05$  berücksichtigt zusätzliche systematische Fehler in der Bestimmung der Anpassungskurve, z.B. die Festlegung der Resonanzposition  $V_0$ . Im Bereich mittlerer Felder von 10 T bis 20 T ist ein Anwachsen des Exponenten zu beobachten. Für hohe Felder werden hohe Werte von  $\gamma > 0.5$  erreicht.

### 6.4.3 Temperaturverhalten

Einen zweiten Zugang zur Analyse der Fermikanten-Singularitäten bietet die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Strom-Spannungskennlinien. Die Verbreiterung der Emitter-Fermikante bei hohen Temperaturen führt zu einer Reduktion des maximalen Stromes. In Abbildung 6.18 (a) sind die Resonanzen des Minoritätsspins  $\downarrow$  und des Majoritätsspins  $\uparrow$  bei  $B = 22$  T für vier verschiedene Temperaturen von  $T = 0.5$  K bis  $T = 4.2$  K dargestellt. Die Stromkurven werden mit zunehmender Temperatur breiter und das Maximum  $I_0$  des Majoritätsspins  $\uparrow$  nimmt stark ab. Die Strommaxima  $I_0$  für verschiedene Temperaturen sind in Teil (b) dar-

gestellt. Der Verlauf für den Majoritätsspin gehorcht der Beziehung

$$I_0(T) \propto T^{-\gamma}, \quad (6.21)$$

mit *demselben* Exponenten  $\gamma$ , wie er im vorigen Abschnitt aus der  $I(V)$ -Kurve bestimmt wurde. Dieses für Fermikanten-Singularitäten charakteristische Temperaturverhalten wurde auch an resonantem Tunneln durch Störstellen von Geim et al. [101] und durch InAs Quantenpunkte von Benedict et al. [103] beobachtet. Eine Analyse der Temperaturabhängigkeit für verschiedene Magnetfelder liefert damit auf eine zweite Weise Werte für den Exponenten  $\gamma$ . Die hier ermittelten Werte werden im folgenden Abschnitt mit den aus dem Stromverlauf extrahierten Werten und mit theoretischen Daten verglichen.

Eine weitere Beobachtung, die sowohl bei  $B = 0$  T als auch für hohe Magnetfelder gemacht wurde, ist die Verschiebung der Strommaxima der Majoritätsresonanzen zu höheren Spannungen mit zunehmender Temperatur. Als Folge der Ausschmierung der Emitter-Fermikante bei hohen Temperaturen kommt es damit zu einer Verschiebung des Maximums [101].

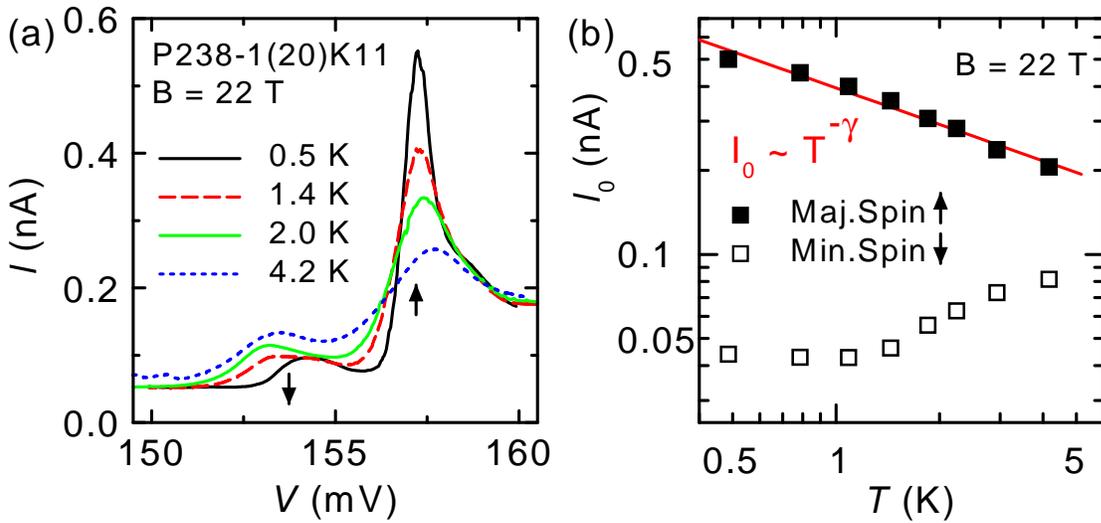


Abbildung 6.18: (a) Strom-Spannungskennlinien für  $B = 22$  T und verschiedene Temperaturen von  $T = 500$  mK bis  $T = 4.2$  K. (b) Abhängigkeit des Strommaximums  $I_0$  von der Temperatur für den Majoritäts- und den Minoritätsspin in doppelt-logarithmischer Auftragung. Die durchgezogene Linie stellt einen Fit der Abhängigkeit  $I_0 \sim T^{-\gamma}$  dar.

Für den Minoritätsspin ist eine Bestimmung des Exponenten  $\gamma$  aus der Temperaturabhängigkeit nicht möglich, da das Strommaximum durch einen anderen Effekt dominiert wird. Abbildung 6.18 (a) zeigt, dass die Stromamplitude der Resonanz des Minoritätsspins mit zunehmender Temperatur anwächst. Zudem erfolgt eine signifikante Verschiebung der Einsatzspannung – und damit auch des Strommaximums – zu kleineren Spannungen hin. Der Minoritätsspin erfährt in hohen Feldern eine erhöhte Depopulation durch die Spinpolarisation. Eine Temperaturerhöhung hat dagegen eine Ausschmierung der Fermikante zur Folge, so dass eine zusätzliche

Besetzung mit Minoritätsspins wieder möglich ist; die Spinpolarisation wird reduziert. Diese thermisch erhöhte Besetzung des Minoritätsspins im Emitter in hohen Feldern führt zu einem Anwachsen des resonanten Stromes durch das entsprechende Dotniveau.

#### 6.4.4 Exponent $\gamma$

In den vorangegangenen Abschnitten wurden sowohl die Anpassung einer Funktion an den Stromverlauf  $I(V)$  nahe der Resonanz als auch die Temperaturabhängigkeit des Strommaximums  $I_0(T)$  als zwei voneinander unabhängige Methoden zur Bestimmung des für die Fermikantensingularitäten charakteristischen Exponenten  $\gamma$  vorgestellt. Die dort auf experimentellem Wege ermittelten Werte für den Exponenten  $\gamma$  sollen nun mit Ergebnissen aus einem theoretischen Modell verglichen werden. In diesem Abschnitt wird zunächst der Weg für eine Berechnung des Exponenten  $\gamma$  vorgestellt. Abschliessend werden dann die Ergebnisse aus den experimentellen Daten mit theoretisch ermittelten Kurven verglichen.

Die im Folgenden angestellten Betrachtungen beschränken sich zunächst auf den Fall einer verschwindenden Stossverbreiterung,  $\Gamma_S = 0$ . Für die Fermikanten-Singularitäten ist die elektrostatische Wechselwirkung des Elektrons, welches sich auf dem Quantenpunkt befindet, mit den Elektronen an der Emitter-Fermikante verantwortlich. Das Modell basiert auf dem elektrostatischen Potential eines durch den Quantenpunkt tunnelnden Elektrons und dessen Auswirkungen auf die dreidimensionalen Elektronen im Emitter. In den hier untersuchten hohen Magnetfeldern befinden sich alle Elektronen im untersten Landau-Niveau, so dass der Elektronentransport über eine Anzahl eindimensionaler Kanäle stattfindet. Der Impuls der Elektronen weist parallel zur Wachstumsrichtung und zur Magnetfeldrichtung. Der Impuls senkrecht dazu ist vollständig quantisiert und geht nicht in die Betrachtungen ein. In die berechnete Magnetfeldabhängigkeit des charakteristischen Exponenten gehen zwei Aspekte ein: Erstens wird der Impuls der Elektronen an der Emitter-Fermikante im Magnetfeld unterschiedlich beeinflusst, abhängig davon, ob es sich um Träger des Minoritätsspins oder des Majoritätsspins handelt. Zweitens ändert sich das effektive Potential in den eindimensionalen Kanälen mit dem Magnetfeld. Diese beiden Prozesse werden im Folgenden genauer beschrieben.

Bei den hier betrachteten hohen Magnetfeldern besetzen alle Elektronen das unterste Landau-Niveau,  $n=0$ , wobei mit wachsendem Magnetfeld zusätzlich eine Polarisation der Spinzustände erfolgt. Zur Verdeutlichung der folgenden Argumentation sind in Abbildung 6.19 schematisch die einzelnen Zustandsdichten für den Majoritäts- und den Minoritätspin skizziert. Die Energie des untersten Landau-Levels liegt bei  $\frac{1}{2}\hbar\omega_c$ . Die einzelnen Spinniveaus sind davon um  $\pm\frac{\nu}{2}\hbar\omega_c$  entfernt. Dabei wurde  $\nu$  zur besseren Unterscheidung der Spinniveaus stark überhöht dargestellt.

Mit wachsendem Feld wird der Minoritätsspin  $\downarrow$  im Emitter zunehmend entvölkert, bis schließlich alle Elektronen als Elektronen mit Majoritätsspin  $\uparrow$  vorliegen. Die Bestimmung des Magnetfeldes, bei dem diese vollständige Spinpolarisation vorliegt, kann über die Kenntnis der magnetfeldabhängigen Fermienergie erfolgen

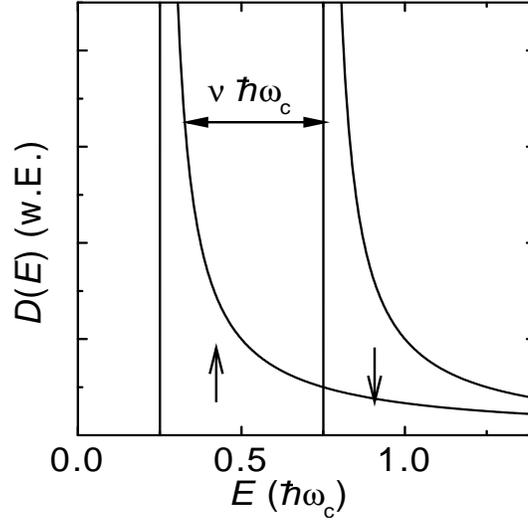


Abbildung 6.19: Schema der Zustandsdichten (in willkürlichen Einheiten, w.E.) der einzelnen Spin-Niveaus für Spin  $\uparrow$  und Spin  $\downarrow$  im untersten Landau-Niveau.

(vergleiche Abschnitt 6.1.1 mit vernachlässigter Stossverbreiterung,  $\Gamma_S = 0$ ),

$$E_F(B) = \frac{1}{2} \hbar\omega_c + \frac{4}{9} \frac{(E_F^0)^3}{(\hbar\omega_c)^2} + \frac{9}{16} \frac{(\hbar\omega_c)^2}{(E_F^0)^3} \sigma^2 B^2 . \quad (6.22)$$

Vollständige Spinpolarisation tritt bei zunehmendem Magnetfeld ein, sobald die Fermienergie  $E_F(B)$  energetisch unmittelbar unterhalb des Maximums des Spin  $\downarrow$ -Niveaus liegt. Genau dann, wenn der relative Abstand der magnetfeldabhängigen Fermienergie  $E_F(B)$  bezogen auf die energetische Lage des Landauniveaus bei diesem Feld gleich dem Betrag der Verschiebung aufgrund der Spinaufspaltung ist, ist der Emitter vollständig spinpolarisiert. Das Magnetfeld, bei dem vollständige Spinpolarisation eintritt, ist damit aus der Bedingung

$$E_F(B) - \frac{1}{2} \hbar\omega_c = \frac{\nu}{2} \hbar\omega_c \quad (6.23)$$

zu bestimmen. Einsetzen von Gleichung 6.22 und Auflösen nach dem Magnetfeld liefert als Feld der vollständigen Spinpolarisation

$$B_0 = \left( \frac{16}{9\nu} \right)^{1/3} \frac{m^* E_F^0}{\hbar e} \approx 43 \text{ T} . \quad (6.24)$$

Dabei wurden eine effektive Elektronenmasse im Emitter von  $m^* = 0.067m_e$  und  $\nu = \frac{m^* g^*}{2m_e}$  als Spinaufspaltungsfaktor verwendet. Hierbei ist  $g^*$  der effektive  $g$  Faktor des Emitters. Bei den hier betrachteten Magnetfeldstärken muss die Magnetfeld-Abhängigkeit von  $g^*$  berücksichtigt werden. Im untersten Landau-Niveau wächst der effektive  $g$  Faktor mit dem Magnetfeld an [104]. Der Wert verändert sich dabei von  $g^* = -0.44$  für  $B = 0$  T auf  $g^* = -0.29$  für  $B = 30$  T für die in diesem Fall betrachtete Ausrichtung des Magnetfeldes bezüglich einer Kristallrichtung. Zur Berechnung wird hier ein konstanter Mittelwert von  $g^* = -0.33$  – dies entspricht dem

Wert des  $g$  Faktors bei  $B = 22$  T – für alle hohen Felder  $B > 16$  T angenommen. Diese Annahme wurde zur Vereinfachung der Berechnungen gemacht und ist in diesem Rahmen gerechtfertigt, da die qualitative Abhängigkeit der betrachteten Größen davon unbeeinflusst ist.

Für die theoretischen Berechnungen des Exponenten  $\gamma$  wurden ein dreidimensionales Elektronengas im Emitter im negativen Halbraum,  $z < 0$ , und ein parallel zur Tunnel-Stromrichtung ausgerichtetes Magnetfeld angenommen. Bei den hier betrachteten Feldern von  $B > 10$  T befinden sich alle Elektronen im untersten Landau-Niveau. Es liegt eine Anzahl eindimensionaler Kanäle vor, die hier mit  $m$  bezeichnet werden. Der Elektronenimpuls  $\hbar k_z$  in diesen Kanälen steht senkrecht zur Barrieren-Grenzfläche. Die resonanten Tunnelbeiträge ergeben sich aus der Summe der Beiträge der Kanäle  $m \geq 0$ . Allgemein lautet die Einteilchen-Wellenfunktion in einem Kanal  $m$  [100]

$$\Psi_m(\rho, \phi, z) = \psi_m(\rho, \phi) \sin kz, \text{ mit } \psi_m(\rho, \phi) \propto \rho^m \exp(-im\phi - \rho^2/4l_B^2). \quad (6.25)$$

$\rho, \phi, z$  bezeichnen die Zylinderkoordinaten und  $l_B$  die magnetische Länge. Aufgrund der Symmetrie des betrachteten Problems ist eine Separation von  $\rho$  und  $\phi$  von  $z$  möglich.

Bei 20 T beträgt die magnetische Länge  $l_B = \sqrt{\hbar/eB} = 5.7$  nm. Bei den an dieser Stelle betrachteten Feldern ist sie dann von vergleichbarer Größe wie die Ausdehnung der Wellenfunktion im Quantenpunkt,  $2\sqrt{\langle r^2 \rangle} \approx 7$  nm. Der Einfluss des Potentials des geladenen Quantenpunktes ist für Kanäle mit kleinen  $m$  am größten und nimmt für wachsende  $m$  schnell ab. Der Beitrag des Kanals mit  $m = 0$  wird im Wesentlichen für die Singularitäten verantwortlich sein.

Mit der Magnetfeld-Abhängigkeit der Emitter-Fermienergie  $E_F(B)$  ist eine Änderung der Emitter-Fermiwellenvektoren  $k_F$  verknüpft. Dabei muss zwischen Elektronen mit Spin  $\sigma$  ( $\uparrow, \downarrow$ ) unterschieden werden. Die Änderung der Fermiwellenvektoren  $k_{F\sigma}$ , d.h.  $k_{F\uparrow}$ , bzw.  $k_{F\downarrow}$ , kann über ihre Dispersionsrelation ermittelt werden.

$$k_{F\sigma}(B) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\hbar} \sqrt{\varepsilon_{F\sigma}(B)}, \quad (6.26)$$

mit  $\varepsilon_{F\sigma}(B)$  als Energie des Elektrons bezogen auf die Kante des untersten Landau-Niveaus,

$$\varepsilon_{F\sigma}(B) = E_F(B) - \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\nu}{2}\right) \hbar\omega_c. \quad (6.27)$$

$E_F(B)$  aus Gleichung 6.22 kann in die Gleichung 6.26 eingesetzt werden. Dies ergibt für die Fermiwellenvektoren

$$k_{F\sigma}(B) = \pi^2 n_e l_B^2 \left(1 \pm \left(\frac{B}{B_0}\right)^3\right). \quad (6.28)$$

Dabei bezeichnen  $n_e$  die Elektronendichte und  $l_B \sim 1/B$  die magnetische Länge. Die Magnetfeldabhängigkeit ist bezogen auf das Feld der maximalen Spinpolarisation

$B_0$  angegeben.

Der zweite Aspekt, der bei der Berechnung der Exponenten eine wesentliche Rolle spielt, ist der Einfluss des elektrostatischen Potentials des geladenen Quantenpunktes auf die Elektronen im Landau-quantisierten Emitter. Dazu kann man zunächst das Potential, das von einer Ladung auf dem Dot erzeugt wird, ohne Einwirkung eines Magnetfeldes betrachten. Bei einer Potentialberechnung in Thomas-Fermi-Näherung wird die Abschirmung zwischen der auf dem Quantenpunkt lokalisierten Ladung und den Emitter-Elektronen berücksichtigt. Die Abschirmlänge wird als Debeye-Radius  $\kappa^{-1}$  bezeichnet. Sie lässt sich aus dem Abschirm-Wellenvektor  $\kappa$  bestimmen [105]

$$\kappa = 0.815 k_F \left( \frac{r_s}{a_0} \right)^{1/2}. \quad (6.29)$$

Dabei bezeichnet  $a_0$  den Bohr-Radius eines Dotieratoms in GaAs  $a_0 = (4\pi\epsilon_0\epsilon_r\hbar^2)/(m^*e^2) = 9.9$  nm. Der mittlere Abstand der Elektronen  $r_s$  bei der vorliegenden Elektronenkonzentration von  $n_e = 1.25 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$  beträgt  $r_s = (3/4\pi n_e)^{1/3} = 12.4$  nm und der Fermi-Wellenvektor ist von der Größe  $k_F = 1.5 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$ . Aus diesen Werten errechnet sich der Debeye-Radius zu  $\kappa^{-1} = 7$  nm.

Der Abstand in  $z$ -Richtung zwischen der betrachteten Ladung auf dem Quantenpunkt und einer Ladung im dreidimensionalen Emitter entspricht im Experiment der Barrierendicke  $a$ . Für den Fall, dass dieser Abstand  $a$  vergleichbar mit  $\kappa^{-1}$  ist, lautet das Potential [100]

$$U_0(\rho, z) = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp(\kappa z)}{\kappa} \frac{a}{(\rho^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (6.30)$$

Da der negative  $z$ -Halbraum betrachtet wird, beschreibt  $U(\rho, z)$  ein mit  $|z|$  exponentiell abfallendes Potential. Die allgemeine quantenmechanische Beschreibung des Potentials einer punktförmigen Ladung erfordert eine zusätzliche Berücksichtigung der Elektronenverteilung. Das effektive Potential, wie es auf die Elektronen im Landau-quantisierten Emitter wirkt, lautet dann:

$$U_{\text{eff}}(\rho, \phi, z) = \frac{2e^2 a}{4\pi\epsilon_0} \frac{\exp(\kappa z)}{\kappa} \int d\rho^2 \frac{|\psi_m(\rho, \phi)|^2}{(\rho^2 + a^2)^{3/2}}. \quad (6.31)$$

Das Integral beschreibt dabei die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Elektronen auf den Landau-Niveaus. Das effektive Potential für den Fall  $m = 0$  kann in reduzierten Einheiten aus der Integration zu

$$v_0 \sim \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{m^*e^2}{\hbar^2\kappa} \frac{1}{(\kappa a)^2} \quad (6.32)$$

bestimmt werden.

Mit den oben erzielten Ergebnissen lässt sich die Magnetfeldabhängigkeit der Exponenten  $\gamma$  berechnen. Die Exponenten für den entsprechenden Elektronenspin

$\sigma = \uparrow, \downarrow$  ergeben sich nach [100] aus einer Summation über Phasenverschiebungen, die die resonant tunnelnden Elektronen erfahren, zu

$$\gamma_\sigma = -\frac{2}{\pi}\delta_0(k_{F\sigma}) - \frac{1}{\pi^2} \sum_{m(m>0)} \sum_{\tau=\uparrow,\downarrow} [\delta_m(k_{F\tau})]^2, \quad (6.33)$$

wobei  $\delta_0(k_{F\sigma})$  eine maximale Phasenverschiebung beschreibt, die die Elektronen unterschiedlichen Spins  $\sigma$  an der Emittier-Fermikante aufgrund der Änderung des Fermiwellenvektors mit dem Magnetfeld erfahren. Der zweite Summand berücksichtigt eine Phasenverschiebung  $\delta_m(k_{F\tau})$  der Elektronen mit Spin  $\tau$  an der Emittier-Fermikante im Kanal  $m$ , die aufgrund des effektiven Potentials des geladenen Quantenpunktes entsteht. Es ist über die Beiträge sämtlicher Kanäle  $m$  und der einzelnen Spins zu summieren.

Zur qualitativen Diskussion dieser Abhängigkeit wird zunächst ein Grenzfall betrachtet. Berücksichtigt man nur den Kanal  $m = 0$ , so erhält man für große  $\kappa$  die maximale Phasenverschiebung [100]

$$\delta_0(k_{F\sigma}) \approx -\frac{v_0 f(B) k_{F\sigma}}{\kappa} \quad (6.34)$$

Der Vorfaktor von  $v_0$  geht als Fitparameter in die Berechnungen ein. Die Funktion  $f(B)$  ist gegeben durch

$$f(B) = \left(\frac{a}{l_B}\right)^2 \left\{ 1 - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{a}{l_B} \exp\left(\frac{a^2}{2l_B^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{a}{\sqrt{2}l_B}\right) \right\} \quad (6.35)$$

mit dem Komplement der Fehlerfunktion  $\operatorname{erfc}(x)$ . Damit ergibt sich über die Magnetfeldabhängigkeit der Fermikantenvektoren der in Abbildung 6.20 dargestellte Verlauf der Exponenten  $\gamma$  für den vereinfachten Fall, dass nur der Kanal  $m = 0$  berücksichtigt wird. Für die Berechnung wurde ein Debeye-Radius  $\kappa^{-1} = 7$  nm angenommen. Der Wert für  $v_0$  wurde zu  $v_0 = 6.75$  angenommen. Dieser Betrag ergibt sich, wie weiter unten gezeigt, aus einer Anpassung des theoretischen Verlaufes  $\gamma(B)$  an die experimentell ermittelten Daten. Es ist eine deutliche Abhängigkeit des Verlaufes der Exponenten  $\gamma$  für Spin  $\uparrow$  und Spin  $\downarrow$  vom Magnetfeld festzustellen.

Die Werte für beide Spins zeigen prinzipiell entgegengesetztes Verhalten. Für mittlere Felder von 10-20 T sind die Exponenten des Minoritätsspins mit dem des Majoritätsspins noch ähnlich groß. In hohen Feldern über 20 T dagegen nimmt der Exponent des Spin  $\uparrow$ -Kanals zu, während  $\gamma$  für den Spin  $\downarrow$ -Kanal stark abnimmt. Der qualitative Verlauf der Exponenten – die Zunahme für den Majoritätsspin und die Abnahme für den Minoritätsspin – steht bereits in guter Übereinstimmung mit den Erwartungen aus den experimentellen Ergebnissen. Dennoch zeigt sich dass die Reduktion auf nur einen Kanal  $m = 0$  die experimentellen Ergebnisse der vorigen Abschnitte nur unzureichend beschreibt. Für kleine Felder ist die magnetische Länge noch so groß, dass die Betrachtung nur eines Kanals unzulässig ist. Im Ausdehnungsbereich der Wellenfunktion des auf dem Quantenpunkt lokalisierten Elektrons besteht dann ein nicht zu vernachlässigender Überlapp mit Wellenfunktionen von Elektronen aus höheren Kanälen im Emittier. Um diese Anteile korrekt

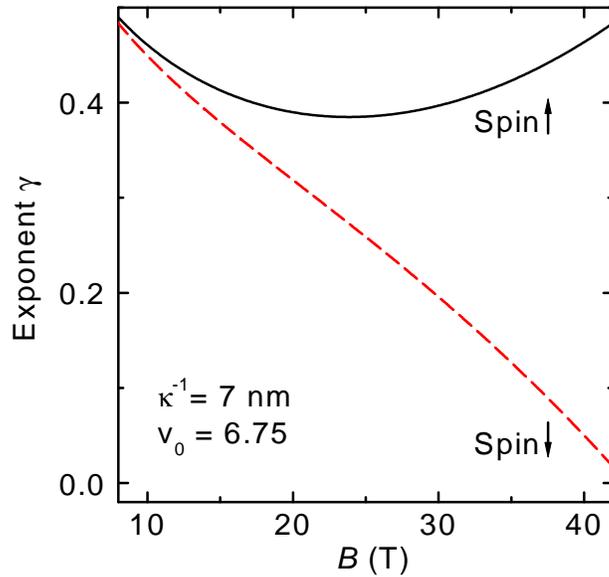


Abbildung 6.20: Schematischer Verlauf der Exponenten  $\gamma$  für den Majoritätsspin  $\uparrow$  und den Minoritätsspin  $\downarrow$  nach Gleichung 6.33 unter der Annahme  $\Gamma_S = 0$  und der Vernachlässigung von Termen mit  $m > 0$ .

in die Berechnungen des Exponenten einzubeziehen, muss der zweite Term in Gleichung 6.33 berücksichtigt werden.

Die exakte Berechnung der Magnetfeldabhängigkeit von  $\gamma$  mit einer Beimischung von Komponenten aus höheren Kanälen  $m > 0$  macht eine numerische Behandlung des Problems erforderlich. Außerdem muss in realen Systemen die bisher vernachlässigte Stossverbreiterung  $\Gamma_S$  berücksichtigt werden. Ein endliches  $\Gamma_S$  führt dazu, dass die Entleerung des Minoritätsspin-Niveaus weniger drastisch verläuft und damit die Polarisation mit dem Magnetfeld weniger stark ansteigt. Es wird dann nicht, wie in Gleichung 6.24 bestimmt, bei  $B_0 = 43$  T die vollständige Spinpolarisation erreicht, sondern die Polarisation beträgt bei  $B_0$  nur etwa 0.4. Als Folge werden die Exponenten beider Spinrichtungen einen gemäßigteren Verlauf aufweisen. Die theoretischen Berechnungen der Abhängigkeit der charakteristischen Exponenten  $\gamma$  vom Magnetfeld wurden von Holger Frahm am Institut für Theoretische Physik, Universität Hannover, in Zusammenarbeit mit unserer Gruppe durchgeführt.

Zum Vergleich der aus den experimentellen Daten extrahierten Exponenten mit den theoretischen Berechnungen sind in Abbildung 6.21 die Exponenten  $\gamma$  für hohe Magnetfelder zusammengestellt. Die Dreiecke bezeichnen die bereits in Abbildung 6.17 (b) vorgestellten Werte, wie sie aus der Anpassung der abfallenden Stromflanke bestimmt wurden; offene Symbole stellen die Werte für den Minoritätsspin dar, geschlossene Symbole die für den Majoritätsspin. Die Ergebnisse aus der Temperaturabhängigkeit des maximalen Stromes  $I_0$  des Majoritätsspins sind als geschlossene Kreise dargestellt. Die jeweils angegebenen Fehler geben die Güte der angepassten Funktion wieder.

Die Ergebnisse der theoretischen Analyse sind ebenfalls in Abbildung 6.21 dar-

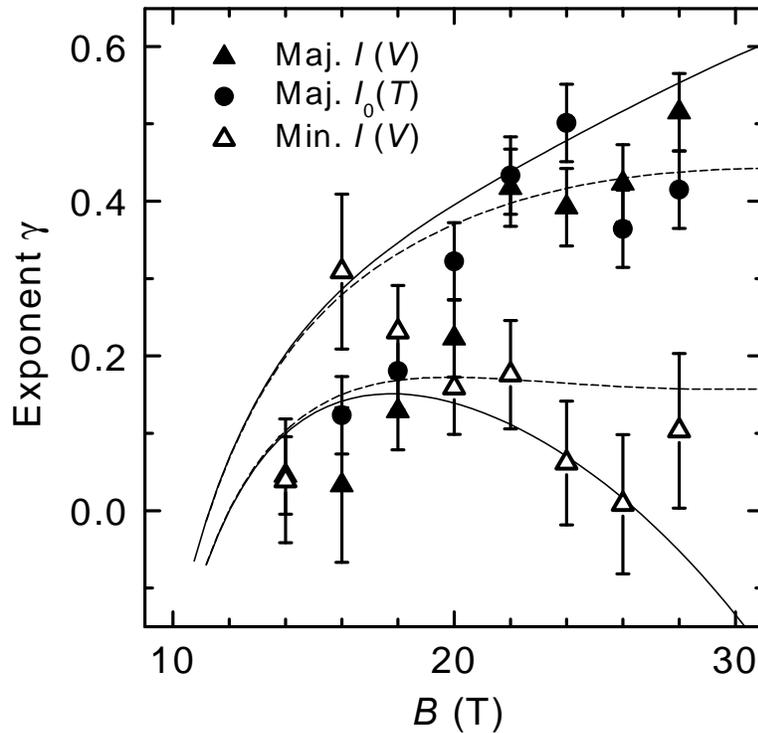


Abbildung 6.21: Vergleich der experimentell ermittelten Exponenten  $\gamma$  und theoretischer Berechnungen. Dreiecke kennzeichnen Werte  $\gamma$  aus dem Fit der abfallenden Stromflanke  $I(V)$  ( $\triangle$ : Minoritätsspin,  $\blacktriangle$ : Majoritätsspin), Kreise  $\bullet$  kennzeichnen Werte  $\gamma$ , die aus der Temperaturabhängigkeit des Strommaximums  $I_0(T)$  ermittelt wurden. Die Linien stellen unabhängige theoretische Berechnungen dar, ohne Niveau-Verbreiterung als durchgezogene Linien dargestellt, mit Verbreiterung von  $\Gamma = 1.3$  meV als gestrichelte Linien gezeichnet. Als einziger Parameter wurde die Konstante  $v_0$  passend zu den experimentellen Daten gewählt. Theoretische Kurven: Holger Frahm

gestellt. Durchgezogene Linien geben den Verlauf der Exponenten ohne Berücksichtigung einer Stossverbreiterung der Landau-Niveaus an,  $\Gamma_S = 0$ . Der Faktor  $v_0$  in Gleichung 6.34 geht als einziger Fitparameter in die Berechnungen ein und wurde zu  $v_0 = 6.75$  bestimmt. Im Vergleich zu Abbildung 6.20 ist deutlich zu beobachten, wie der Beitrag höherer Kanäle  $m > 0$  den Wert und den Verlauf des Exponenten im Magnetfeld beeinflusst.

Die Magnetfeldabhängigkeiten der Exponenten für den Majoritätsspin und den Minoritätsspin unterscheiden sich deutlich voneinander. Während der Exponent  $\gamma_{\uparrow}$  für den Majoritätsspin mit dem Magnetfeld stark ansteigt, hat der Exponent  $\gamma_{\downarrow}$  bei moderaten Feldern von  $B = 16 - 20$  T ein Maximum und nimmt für hohe Felder wieder ab. Bei sehr hohen Feldern sind sogar negative Werte möglich. Der Verlauf für eine Landau-Niveauverbreiterung von  $\Gamma = 1.3$  meV, deren Wert in Abschnitt 6.1.1 ermittelt wurde, ist als gestrichelte Linie in der Abbildung dargestellt. Bei hohen Feldern erreichen die Exponenten des Majoritätsspins weniger hohe Werte, die des Minoritätsspins werden dagegen weniger stark unterdrückt. Die in diesen Experimenten ermittelten hohen Werte für den Exponenten des Majoritätsspins von

$\gamma > 0.5$  für  $B = 28$  T liegen um fast eine Größenordnung höher als bisher beobachtete Exponenten in vergleichbaren Systemen (siehe z.B. [101]).

Insgesamt zeigt die theoretische Berechnung der Exponenten eine recht gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Werten, insbesondere bei sehr hohen Feldern. Die Theorie liefert für den Minoritätsspin und den Majoritätsspin eine signifikant unterschiedliche Magnetfeldabhängigkeit der Exponenten, wie sie auch experimentell ermittelt wurde. Da die Berechnung unabhängig von den experimentellen Daten erfolgte, ist auf diese Weise noch einmal die in Abschnitt 6.1.2.2 erfolgte Zuordnung der spinaufgespaltenen Resonanzen zu den beiden Spinrichtungen im Emitter bestätigt worden.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass der resonante Tunnelprozess durch die InAs Quantenpunkte in hohen Magnetfeldern durch einen starken Wechselwirkungseffekt beeinflusst wird. Es treten magnetfeldinduzierte Fermikanten-Singularitäten auf, die im Resonanzfall zu einer Überhöhung des Stromes um eine Größenordnung führen. Eine quantitative Analyse der Stärke der Wechselwirkung in Form der Bestimmung eines charakteristischen Exponenten  $\gamma$  konnte auf der Basis der experimentellen Daten auf zwei voneinander unabhängigen Wegen erfolgen. Zum einen wurde der Verlauf der Strom-Spannungskennlinie nahe der Resonanz untersucht, zum anderen die Temperaturabhängigkeit des Strommaximums analysiert. Die untersuchte Struktur konnte mit einem Modell beschrieben werden. In die theoretischen Berechnungen des Exponenten  $\gamma$  gehen die Änderung der Impulse der Elektronen an der Fermikante des Emitters und die Magnetfeldabhängigkeit des effektiven Potentials des geladenen Quantenpunktes auf die Landau-quantisierten Emitter-Elektronen ein. Der Vergleich der berechneten Exponenten mit den auf experimentellem Wege ermittelten zeigt eine gute Übereinstimmung.



# Kapitel 7

## Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, auf Basis des selbstorganisierten Wachstums erzeugte InAs Quantenpunkte mittels elektrischer Transportmessungen zu charakterisieren. Die Untersuchungen sollten grundlegende Erkenntnisse über die wesentlichen Eigenschaften dieses stark quantisierten Systems liefern, die sich in den elektronischen Zuständen der Quantenpunkte widerspiegeln.

Dazu wurde als Untersuchungsmethode der resonante Elektronentransport durch die diskreten Energieniveaus einzelner InAs Quantenpunkte gewählt. Die an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt hergestellten Probenstrukturen basieren auf dem Prinzip der resonanten Tunnelodiode. An den Quantenpunkten, die in einer AlAs Barriere und hochdotierten GaAs Zuleitungen eingebettet sind, beobachtet man unter Anlegen einer Spannung aufgrund des Tunneleffektes Transport von Elektronen über diskrete Quantenpunktniveaus. Unter der Voraussetzung, dass die Fermienergie des Emitters mit dem betrachteten Niveau in Resonanz ist, können in den gemessenen Strom-Spannungskennlinien Stromstufen beobachtet werden.

In Kombination mit unterstützenden Untersuchungsmethoden wurden zunächst strukturelle Eigenschaften der Quantenpunkte geklärt. Dazu wurden verschiedene Typen von Referenzproben hergestellt. Ein sehr unmittelbares Abbild der Quantenpunkte in Bezug auf deren Größenabmessungen bieten Aufnahmen eines Transmissionselektronenmikroskopes. Messungen mit einem Rasterkraftmikroskop erfolgten an Proben, bei denen die Quantenpunkte an der Oberfläche vorlagen. Der Vergleich beider Methoden lieferte Quantenpunktgrößen von ca. 4 nm in der Höhe und ca. 10-15 nm im Durchmesser. Die Rasterkraftmikroskopmessungen haben zudem gezeigt, dass die InAs Quantenpunkte in hoher Dichte ( $10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ) vorliegen.

Einen ersten Zugang zu den elektronischen Eigenschaften der Quantenpunkte boten Photolumineszenzmessungen. In Verbindung mit Rasterkraftmikroskopaufnahmen konnte eine Korrelation der energetischen Position des Maximums des Photolumineszenzsignals mit der Quantenpunktgröße festgestellt werden. Die untersuchten Quantenpunkte zeigten Emissionssignale bei Energien von 1.6 eV bis 1.9 eV.

Die Transportmessungen an den resonanten Tunneldioden fanden bei Temperaturen unter 4.2 K statt. Typische angelegte Spannungen waren einige 100 mV groß. Die gemessenen Ströme lagen im pA-Bereich. Zunächst wurden in ersten Charakterisierungsmessungen die Barrieren untersucht. Anhand des bekannten Prozesses

des  $\Gamma$ - $X$ -Tunnelns wurden verschiedene Referenzproben mit den Quantenpunktproben in Relation gesetzt. Es wurde gezeigt, dass dieser an der Grenzfläche zu den AlAs Barrieren auftretende Streuprozess das resonante Tunneln durch die Quantenpunkte nicht negativ beeinflusst.

Die Strom-Spannungskennlinien als Grundlage für Aussagen über die Eigenschaften der Quantenpunkte wurden eingehend diskutiert. Aufgrund der großen Anzahl der Quantenpunkte, die in einer Tunneldiode eingeschlossen sind, stellen sich die Tunnelkennlinien als eine Folge von mehreren Stromstufen dar. Sie signalisieren resonante Tunnelprozesse durch die Grundzustände verschiedener InAs Quantenpunkte. Der Verlauf der Stromstufen stimmt mit den theoretischen Erwartungen für resonantes Tunneln aus einem dreidimensionalen System über einen nulldimensionalen Quantenpunkt überein. Bemerkenswert ist die Stabilität der Proben im Hinblick auf zwei Aspekte: Erstens liefern in unterschiedlichen Epitaxieprozessen hergestellte Proben sehr gut vergleichbare Kennlinien mit ähnlichen Stromstufenhöhen. Zweitens lassen sich die Kennlinien ein und derselben Probe bei verschiedenen Abkühlvorgängen sehr gut reproduzieren.

Ein Vergleich verschiedener Dotierprofile und unterschiedlicher Barrierendicken führte zu einem optimalen Probenaufbau. Eine Tunneldiode mit 5 nm dicken AlAs Barrieren und einer 15 nm dicken undotierten GaAs Schicht zeigt besonders gut ausgeprägte Resonanzen in den Strom-Spannungskennlinien. In Verbindung mit Rasterkraftmikroskopmessungen und Photolumineszenzmessungen wurde eine systematische Untersuchung der Quantenpunktgrößen durchgeführt. Es konnte gezeigt werden, dass die Spannungspositionen der resonanten Stufen in den Strom-Spannungskennlinie mit der Quantenpunktgröße, also letztlich mit der Stärke der Quantisierung, korrelieren. In großen Quantenpunkten liegen die Grundzustandsenergien niedriger, daher können sie bereits unter kleinen Vorspannungen zum resonanten Tunnelstrom beitragen. In kleineren Quantenpunkten dagegen liegen die Grundzustandsenergien höher, so dass eine größere Vorspannung notwendig ist, um eine Resonanz zwischen diesen und dem Emitter herzustellen.

Um eingehendere Informationen über die Energieverhältnisse in den Tunneldioden zu erhalten, wurden magnetfeldabhängige Messungen durchgeführt. Zunächst wurde der Einfluss des Emitters auf den Verlauf der Strom-Spannungskennlinien im Magnetfeld betrachtet. Die Zustandsdichteänderung mit zunehmendem Feld führt zu einer Oszillation der Fermienergie dieses dreidimensionalen Elektronensystems. Die resultierende relative Energieänderung zwischen Emitter-Ferminenergie und Quantenpunktniveau führt zu deutlichen Oszillationen der Stromstufen-Positionen. Aus der Analyse dieses Effektes konnte die Fermienergie des untersuchten Systems zu  $E_F = 13.6$  meV bestimmt werden.

Die Strom-Spannungskennlinien zeigten unter Einfluss eines externen Magnetfeldes eine Aufspaltung der Stromstufen in zwei getrennte Stufen. Diese Aufspaltung wurde auf die Zeemanaufspaltung der Quantenpunkt-Energieniveaus zurückgeführt. Aus dem Betrag der Aufspaltung konnte ein effektiver  $g$  Faktor für die Quantenpunkte bestimmt werden, der gegenüber dem Wert  $-14.8$  für den InAs Kristall bei positiven Werten von 0.7 bis 1.4 liegt. Das positive Vorzeichen wurde in temperaturabhängigen Messungen bestätigt. Es wurde gezeigt, dass der Wert des  $g$  Faktors

von der Stärke der Quantisierung abhängig ist. Mit zunehmender Quantisierung, d.h. mit abnehmender Quantenpunktgröße, beobachtet man einen signifikanten Anstieg des  $g$  Faktors. Die ermittelte Abhängigkeit konnte durch ein einfaches theoretisches Modell erklärt werden.

Weitergehende Informationen über die Symmetrie der InAs Quantenpunkte konnten aus Messungen in gedrehten Magnetfeldern ermittelt werden. Der Zusammenhang des Betrages des  $g$  Faktors mit der Stärke der Quantisierung liefert in diesem Zusammenhang Aussagen über die Ausdehnungen des Quantenpunktes in verschiedene Raumrichtungen. Die im Vergleich zur lateralen Ausdehnung geringere Höhe der Quantenpunkte führt zu einem um etwa 30% größeren  $g$  Faktor für Magnetfeldrichtungen in der Quantenpunktebene. Zusätzlich wurde die Änderung des  $g$  Faktors für verschiedene Richtungen des Magnetfeldes in der Quantenpunktebene untersucht. Die in dieser Ebene beobachtete Anisotropie des  $g$  Faktors weist auf eine nicht rotationssymmetrische Grundfläche der Quantenpunkte hin.

In hohen Magnetfeldern bleiben die oben dargestellten Eigenschaften der Quantenpunkte wie die Spinaufspaltung der Quantenpunktiveaus und die Anisotropie des  $g$  Faktors prinzipiell erhalten. Die Strom-Spannungskennlinien zeigen jedoch eine signifikante Änderung gegenüber kleinen Feldern. Es kommt zu einer starken Überhöhung des Tunnelstromes um eine Größenordnung, direkt nachdem die Fermikante des Emitters in Resonanz mit dem Quantenpunktniveau gelangt ist. Es wurde gezeigt, dass diese Beobachtung auf einen Wechselwirkungseffekt zurückzuführen ist, der aufgrund des Magnetfeldes zwischen einer lokalisierten Ladung auf dem Quantenpunkt und den Elektronen an der Fermikante des Emitters induziert wird. Dieser Effekt wird daher als magnetfeldinduzierte Fermikanten-Singularität bezeichnet.

Eine Analyse des Stromverlaufes und temperaturabhängige Messungen bekräftigen diese Einordnung und liefern über die Bestimmung eines charakteristischen Exponenten  $\gamma$  ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung. Für Felder bis zu  $B = 18$  T entwickeln sich die zwei spinaufgespaltenen Stufen zu überhöhten Strommaxima. Bei zunehmender Feldstärke werden die Maxima, die durch das Tunneln des Minoritätsspins durch das untere Quantenpunktniveau entstehen, unterdrückt und nähern sich wieder den Stufenhöhen, wie sie bei  $B = 0$  T vorliegen. Dagegen erfährt das Strommaximum des Majoritätsspins des Emitters eine weiter zunehmende Überhöhung.

Ein theoretisches Modell, welches diese magnetfeldabhängige Wechselwirkung beschreibt, liefert aus der Betrachtung der Phasenverschiebung der Fermi-Wellenvektoren berechnete Exponenten  $\gamma$ . Während der Exponent des Minoritätsspins bei mittleren Feldern bis  $B = 18$  T zunächst ansteigt und dann wieder absinkt, weist der Exponent des Majoritätsspins einen starken Anstieg mit wachsendem Magnetfeld bis zu  $\gamma > 0.5$  für  $B = 28$  T auf. Die theoretisch berechneten Werte der Exponenten stehen in guter Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Werten.

Insgesamt hat sich gezeigt, dass selbstorganisierte InAs Quantenpunkte, eingebettet in resonante Tunnelioden, ein lohnendes Untersuchungsobjekt für das Verständnis nulldimensionaler Strukturen sind. Anhand der Analyse der Strom-Spannungskennlinie sind die grundlegenden strukturellen und elektronischen Eigenschaften der Quantenpunkte ermittelt worden. Dennoch bleiben einige Fragen

ungeklärt, bzw. drängen sich weitere Schritte auf: Zunächst ist der Selektionsprozess für das resonante Tunneln noch ungeklärt. Die Frage ist, welcher Mechanismus dafür sorgt, dass nur einzelne Quantenpunkte aus der großen Zahl der in einer Diode eingeschlossen zum resonanten Tunnelstrom beitragen. Eine Verkleinerung der Diodenflächen könnte hier zur Klärung beitragen. Zudem wäre es interessant, Steuerelektroden in der Nähe der Quantenpunktebene anzubringen, um gezielt Einfluss auf die energetische Lage der Quantenpunktniveaus nehmen zu können.

# Anhang A

## Symbole und Abkürzungen

$\alpha$	Hebelfaktor
$\beta$	Barrierenkonstante
$\gamma$	charakteristischer Exponent für FES
$\delta_m$	Phasenverschiebung
$\epsilon_0$	Dielektrizitätskonstante
$\epsilon_r$	relative Dielektrizitätszahl
$\varepsilon_{n,s}$	Energiedifferenz zum Landau-Niveau
$\vartheta$	Drehwinkel aus der Wachstumsrichtung in die Wachstumsebene
$\kappa$	komplexe Wellenzahl
$\kappa^{-1}$	Debye-Radius
$\lambda_B$	de-Broglie Wellenlänge
$\lambda_F$	Fermiwellenlänge
$\mu$	chemisches Potential
$\mu_B$	Bohrsches Magneton
$\nu$	Verhältnis Spinaufspaltung/Landau-Levelabstand
$\sigma$	Konstante ( $\sigma = g^* e\hbar/4m_e$ )
$\sigma_i, i = x, y, z$	Pauli-Spinmatrizen
$\rho$	Zylinderkoordinate
$\zeta$	Konstante ( $\zeta = e\sqrt{2m^*}/(2\pi\hbar)^2$ )
$\tau$	Tunnelzeit
$\varphi$	Drehwinkel in der Wachstumsebene
$\omega_0$	Oszillatorfrequenz
$\omega_C$	Zyklotron-Frequenz
$\psi$	Wellenfunktion
$\Gamma$	Tunnelrate
$\Gamma_{1,2}$	Tunnelrate für das Hinein-, Heraustunneln
$\Gamma$	Zentrum der Brillouin-Zone (für $\mathbf{k} = 0$ )
$\Delta_0$	Spin-Orbit-Aufspaltung des Valenzbandes
$\Delta_s$	Strecke
$\Delta E$	Energiedifferenz
$\Delta E_H$	Halbwertsbreite

$\Delta E_D$	diamagnetische Verschiebung
$\Delta E_K$	Änderung der Leitungsbandkante zum Kollektor hin
$\Delta E_V$	Änderung der Valenzbandkante
$\Delta I$	Höhe einer Stromstufe
$\Delta I_{A,B}$	Strombeitrag durch einen Spinkanal A,B
$\Delta V$	Spannungsdifferenz
$\Delta V_C$	Spannungsdifferenz zwischen zwei Coulomb-blockierten Niveaus
$\Delta V_H$	Halbwertsbreite
$\Psi$	Wellenfunktion
$a$	halbe Tunnelbarrierendicke
$a_0$	Seitenlänge eines Kubus
$a_0$	Bohrradius
$\mathbf{a}_i, i = 1, 2, 3$	Basisvektoren des Kristallgitters
$a_M$	Gitterkonstante eines Materials $M$
$A$	Konstante
$\mathbf{A}$	Vektorpotential
$\mathbf{B}$	Magnetfeld
$\vec{B}$	Magnetfeldvektor
$B$	Magnetfeldstärke
$C_D$	Kapazität des Quantenpunktes
$C_S$	Eigenkapazität einer Scheibe
$d$	Durchmesser
$D(E)$	Zustandsdichte
$e$	Elementarladung
$e_z$	Einheitsvektor in $z$ -Richtung
$E$	Energie
$E_0$	Grundzustandsenergie
$E_1$	Energie des ersten angeregten Zustandes
$E_g$	Energielücke
$E_{n\mathbf{k}\pm}$	Energieeigenwerte im Magnetfeld 3D
$E_n$	Energieeigenwerte der Raumrichtung $i$ ( $i = x, y, z$ )
$E_{nl}$	Eigenenergien des harmonischen Oszillators
$E_{nm_s k_z}$	Eigenenergien des 3D Systems im Magnetfeld
$E_r$	Resonanzenergie
$E_z$	Energie in $z$ -Richtung
$E_C$	Ladeenergie
$E_F$	Fermienergie
$E_S$	Spinenergie
$E_Z$	Energiebetrag der Zeeman-Aufspaltung
$f$	Frequenz
$F_E$	elektrisches Feld
$F(E)$	Fermifunktion
$g$	$g$ Faktor des freien Elektrons

---

$g^*$	Landé $g$ Faktor, effektiver $g$ Faktor
$g_D^*$	effektiver $g$ Faktor des Quantenpunktes
$g_E^*$	effektiver $g$ Faktor des Emitters
$h$	Plancksches Wirkungsquantum
$h_D$	Höhe eines Quantenpunktes
$\hbar$	$h/2\pi$
$H$	Hamiltonoperator
$H_{xy}$	Hamiltonoperator in der $x$ - $y$ -Ebene
$H_z$	Hamiltonoperator für die $z$ -Richtung
$\mathcal{H}_{Spin}$	Spin-Hamilton-Operator
$I$	Strom
$I_s$	Höhe einer Stromstufe
$I_0$	Strommaximum
$i$	Index für Raumrichtungen $x, y, z$
$j$	Index für Raumrichtungen $x, y, z$
$J$	Stromdichte
$k$	komplexe Wellenzahl
$\mathbf{k}$	Wellenvektor
$k_{x,y,z}$	$x, y, z$ -Komponente des Wellenvektors
$k_B$	Boltzmann-Konstante
$k_F$	Wellenvektor an der Fermikante
$l$	Drehimpulsquantenzahl
$l_B$	magnetische Länge
$L$	Länge
$L_i$	Länge in Raumrichtung $i = x, y, z$
$m^*$	effektive Elektronenmasse
$m_e$	freie Elektronenmasse
$m_s$	Spinquantenzahl
$n$	Dotierung
$n^-, n^+$	schwache, starke Dotierung
$n$	radiale Quantenzahl
$n_e$	Ladungsträgerkonzentration
$n_L$	Entartung für ein Landauniveau
$N$	Elektronenzahl
$\mathbf{p}$	Impulsvektor
$P^2$	Kopplungsmatrixelement
$r$	Radius, Betrag des Ortsvektors
$\mathbf{r}$	Ortsvektor
$\mathbf{r}_n$	Translationsvektor im Kristallgitter
$r_s$	mittlerer Elektronenabstand
$R$	Radius des Quantenpunktes
$\mathbf{S}$	Spinoperator
$S(E)$	Transmissionsamplitude
$t_U$	Umlaufzeit
$T$	Temperatur

$T(E)$	Transmissionswahrscheinlichkeit
$U_{\text{eff}}$	effektives Potential
$v$	Geschwindigkeit
$v_z$	Elektronen-Driftgeschwindigkeit in $z$ -Richtung
$V$	Potential
$V$	Spannung
$\mathcal{V}$	Volumen
$V_0$	Barrierehöhe
$V_0$	Spannungsposition des Strommaximums der FES
$V_s$	Spannungsposition einer Stromstufe
$x, y$	Raumrichtungen (der Wachstumsebene)
$x_0$	Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion (Gleichung 2.13)
$\mathbf{X}$	Punkt der Brillouin-Zone für $\mathbf{k} = 2\pi/a_M$
$z$	Raumrichtung (senkrecht zur Wachstumsebene)
0D	nulldimensional
1D	eindimensional
3D	dreidimensional
2DEG	zweidimensionales Elektronengas
AFM	Rasterkraftmikroskop (engl. Atomic Force Microscope)
FES	Fermikanten-Singularität (engl. Fermi Edge Singularity)
MBE	Molekularstrahlepitaxie (engl. Molecular Beam Epitaxy)
MISFET	Metal Insulator Semiconductor Field Effect Transistor
ML	Monolage(n)
MOCVD	metallorganische Gasphasenepitaxie
PL	Photolumineszenz
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
QD	Quantenpunkt (engl. Quantum Dot)
RHEED	Beugung schneller Elektronen (engl. Reflective High Energy Electron Diffraction)
SMU	Source-Measure-Unit
STM	Rastertunnelmikroskop (engl. Scanning Tunneling Microscope)
TEM	Transmissionselektronenmikroskop

# Anhang B

## Übersicht der Waferstrukturen

Dieser Abschnitt enthält eine tabellarische Zusammenstellung aller in dieser Arbeit untersuchten Wafer. Neben der in Abschnitt [4.1.1](#) ausführlich vorgestellten Probe P238 wurde eine Reihe weiterer Strukturen mit geänderten Schichtenfolgen hergestellt und mittels Transportmessungen untersucht.

- P192 unterscheidet sich von P238 nominell lediglich in der Dicke der abschließenden Pufferschicht.
- P202 ist eine Referenzprobe zu P192 und enthält keine Quantenpunkte. Die Barrieren wurden asymmetrisch gewachsen.
- P355 ist ein Wafer, bei der in der Pufferschicht gegenüber P238 eine höhere Dotierung beim Übergang zur undotierten Zwischenschicht gewählt wurde. Zudem ist die Dicke des undotierten GaAs auf 7 nm reduziert.
- P379 und P435 besitzen eine gegenüber P355 eine leicht reduzierte Dotierung, bei erhöhten Dicken der undotierten Bereiche.
- P433 und P519 wurden nominell identisch zu P238 gewachsen. Die Transportmessungen ergeben gute Übereinstimmungen, so dass die Reproduzierbarkeit des MBE-Wachstums bestätigt wurde.
- P239 und P520 sind Referenzproben zu P238, bzw. zu P515 bis P518 und enthalten keine InAs Quantenpunkte.
- P515, P516, P517 und P518 sind Wafer einer Reihe mit variierender Barrierendicke. P518 enthält asymmetrische Barrieren; die endliche Quantenpunkthöhe wurde derart berücksichtigt, dass der Quantenpunkt hier nahezu symmetrisch in die beiden Barrieren eingebettet ist.
- P499, P500 und P501 stellen eine Probenserie dar mit je einer Doppellage von InAs Quantenpunkten, getrennt durch eine Zwischenschicht AlAs mit variierender Dicke.

Probe	P192 / P202	P355 / P379 / P435
Substrat (Wafer)	0.45 mm n <sup>+</sup> 0.45 mm GaAs	n <sup>+</sup> GaAs
Pufferschicht	1 μm n <sup>+</sup> GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n <sup>-</sup> GaAs	1 μm n <sup>+</sup> GaAs 10 nm ↘ 3/1/1 n
Zwischenschicht untere Barriere	15 nm GaAs 5 / 4 nm AlAs	7 / 10 / 15 nm GaAs 5 nm AlAs
aktive Schicht	1.8* / 0.5 ML InAs	1,8* ML InAs
obere Barriere	5 / 6 nm AlAs	5 nm AlAs
Zwischenschicht	15 nm GaAs	7 / 10 / 15 nm GaAs
Pufferschicht	10 nm n <sup>-</sup> GaAs 10 nm n GaAs 0.3 μm n <sup>+</sup> GaAs	10 nm ↗ 3/1/1 n GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n <sup>+</sup> GaAs

Tabelle B.1: Detaillierter Aufbau der Wafer P192, P202, P355, P379 und P435. Die Si Dotierungen sind: n<sup>+</sup> = 2 · 10<sup>18</sup>cm<sup>-3</sup>, n = 1 · 10<sup>17</sup>cm<sup>-3</sup>, n<sup>-</sup> = 1 · 10<sup>16</sup>cm<sup>-3</sup>. ↘ 3/1 n GaAs bedeutet abnehmende Dotierung auf 3 · 10<sup>17</sup>cm<sup>-3</sup>, bzw. 1 · 10<sup>17</sup>cm<sup>-3</sup>. ↗ 3/1 bedeutet entsprechend ansteigende Dotierung. \*: Schichtdicke im Zentrum des Wafers.

Probe	P238, P433 P519, (P239/P520)	P515/P516 P517/P518	P499/P500/P501
Substrat (Wafer)	0.45 mm n <sup>+</sup> GaAs	0.45 mm n <sup>+</sup> GaAs	0.45 mm n <sup>+</sup> GaAs
Puffer- schicht	1 μm n <sup>+</sup> GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n <sup>-</sup> GaAs	1 μm n <sup>+</sup> GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n <sup>-</sup> GaAs	1 μm n <sup>+</sup> GaAs 10 nm n GaAs 10 nm n <sup>-</sup> GaAs
Zwischen- schicht	15 nm GaAs	15 nm GaAs	15 nm GaAs
untere Barriere	5 nm AlAs	3/4/6/4 nm AlAs	5 nm AlAs
aktive Schicht	1,8* ML InAs (0**/1.2 ML InAs)	1,8* ML InAs	1,8* ML InAs 3/5/7 nm AlAs 1,8* ML InAs
obere Barriere	5 nm AlAs	3/4/6/6 nm AlAs	5 nm AlAs
Zwischen- schicht	15 nm GaAs	15 nm GaAs	15 nm GaAs
Puffer- schicht	10 nm n <sup>-</sup> GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n <sup>+</sup> GaAs	10 nm n <sup>-</sup> GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n <sup>+</sup> GaAs	10 nm n <sup>-</sup> GaAs 10 nm n GaAs 1 μm n <sup>+</sup> GaAs

Tabelle B.2: Detaillierter Aufbau weiterer Waferserien. Die Si-Dotierungsbezeichnungen sind: n<sup>+</sup> = 2 · 10<sup>18</sup>cm<sup>-3</sup>, n = 1 · 10<sup>17</sup>cm<sup>-3</sup>, n<sup>-</sup> = 1 · 10<sup>16</sup>cm<sup>-3</sup>.

\*: 1.8 ML InAs ist die Schichtdicke, bezogen auf das Zentrum des Wafers.

\*\* : Wachstumsunterbrechung von 60 s.

# Anhang C

## Drehung in hohen Magnetfeldern

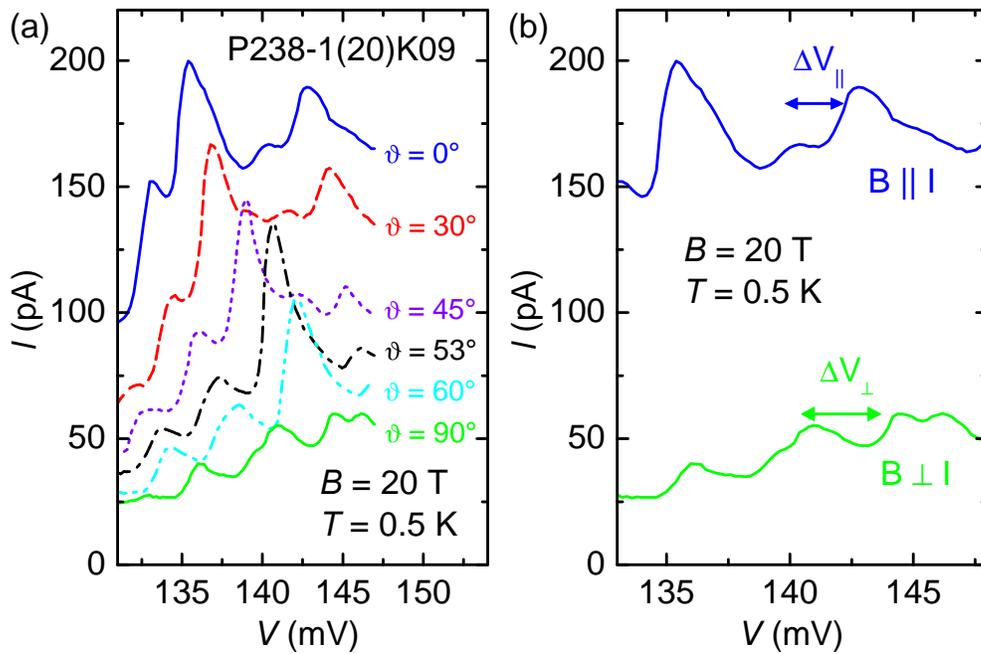


Abbildung C.1: (a) Strom-Spannungskennlinien für  $B = 20$  T und verschiedene Drehwinkel  $\vartheta$  der Probe bei einer Temperatur von  $T = 0.5$  K. (b) Strom-Spannungskennlinien aus (a) für Drehwinkel  $\vartheta = 0^\circ$ ,  $B \parallel I$ , und  $\vartheta = 90^\circ$ ,  $B \perp I$ .  $\Delta V_{\parallel}$  und  $\Delta V_{\perp}$  bezeichnen die Spannungsabstände der spinaufgespaltenen Stufen.

Dieser Anhang zeigt als Fortsetzung des Abschnittes 6.3 Messungen in hohen gedrehten Magnetfeldern. Die dort diskutierten Aspekte – Unterdrückung des Stromes für  $B \perp I$  und die Anisotropie des  $g$  Faktors – sind auch in hohen Feldern zu beobachten. Die Messungen wurden in einem  $^3\text{He}$ -Kryostaten bei einer Temperatur von  $T = 0.5$  K durchgeführt. Abbildung C.1 (a) zeigt einen Ausschnitt aus einer Strom-Spannungskennlinie der Probe P238-1(20)K09 bei einem festen Feld von  $B = 20$  T für verschiedene Winkeleinstellungen  $\vartheta$  zwischen dem Magnetfeld und der Tunnelstromrichtung. Für  $\vartheta = 0^\circ$  sind zwei spinaufgespaltene Resonanzen zu beobachten. Die Spannungspositionen für das erste Resonanz-Paar lauten etwa 132 mV (Mino-

ritätsspin) und 135 mV (Majoritätsspin); das zweite Paar liegt bei etwa 139 mV (Minoritätsspin) und 142 mV (Majoritätsspin). Mit zunehmendem Drehwinkel ist ein Verschieben der Spannungspositionen zu höheren Werten zu beobachten. Dies ist auf die Abnahme des effektiven Magnetfeldanteils parallel zur Stromrichtung zurückzuführen. Dadurch wird die Fermienergie im Emitter abgesenkt, wie in Abschnitt 6.1.1 diskutiert. Es müssen dann höhere Spannungen angelegt werden, um die Resonanz zwischen Emitter-Fermikante und Quantenpunktniveau herzustellen.

In Teil (b) der Abbildung C.1 sind die beiden Grenzfälle  $\vartheta = 0^\circ$ , was  $B \parallel I$  entspricht, und  $\vartheta = 90^\circ$ , d.h.  $B \perp I$ , dargestellt. Es ist deutlich, dass der Betrag der Spinaufspaltung  $\Delta V$  für die Drehung des Feldes senkrecht zur Tunnelstromrichtung zunimmt. Zur genaueren quantitativen Analyse wurden magnetfeldabhängige Messungen für die zwei Grenzfälle  $B \parallel I$  und  $B \perp I$  durchgeführt und aus den Abständen der Maxima in der differentiellen Leitfähigkeit die Spinaufspaltung  $\Delta V$  bestimmt. Das Ergebnis ist in Abbildung C.2 (a) dargestellt. Daraus lässt sich, wie in Abschnitt 6.1.2.1 beschrieben, über die Geradensteigung  $d\Delta V/dB$  der  $g$  Faktor bestimmen. Der  $g$  Faktor für  $B \perp I$  ist mit  $g_\perp^* = 0.96$  um fast 40% größer als der Wert für  $B \parallel I$  mit  $g_\parallel^* = 0.62$ . Schließlich ist in Abbildung C.2 (b) dargestellt, wie sich der  $g$  Faktor für verschiedene Drehwinkel  $\vartheta$  zwischen Magnetfeld und Tunnelstromrichtung verhält. Das Ergebnis entspricht dem in Abschnitt 6.3.3 vorgestellten und kann durch die Gleichung

$$g^* = g_D^*(\vartheta) = \sqrt{g_\perp^2 \sin^2 \vartheta + g_\parallel^2 \cos^2 \vartheta} \quad (\text{C.1})$$

beschrieben werden. Dieser Verlauf, mit den Werten  $g_\perp^* = 0.96$  und  $g_\parallel^* = 0.62$ , ist in der Abbildung als durchgezogene Linie eingetragen. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass hier die gleichen Ergebnisse wie in kleineren Feldern ermittelt wurden.

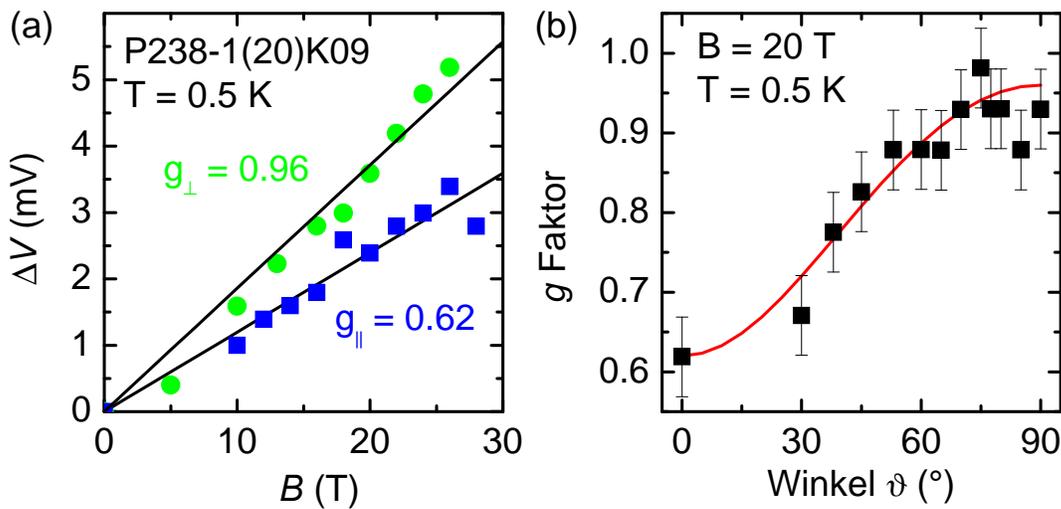


Abbildung C.2: (a) Spannungsabstand  $\Delta V$  der spinaufgespaltenen Stufen aus Abbildung C.1 (b) für  $B \parallel I$  und  $B \perp I$ . (b) Abhängigkeit des  $g$  Faktors vom Drehwinkel  $\vartheta$  der Probe.

# Literaturverzeichnis

- [1] G.E. Moore. *Proc. IEDM, S. 11*, 1975.
- [2] <http://public.itrs.net>.
- [3] C. Weisbuch und B. Vinter. *Quantum semiconductor Structures*. Academic Press, Inc., 1991.
- [4] H. Grabert und M.H. Devoret. *Single Charge Tunneling*. Plenum Press New York, 1992.
- [5] F. Heinrichsdorff, M.-H. Mao, N. Kirstaedter, A. Krost, D. Bimberg, A.O. Kosogov und P. Werner. Room-temperature continuous-wave lasing from stacked InAs/GaAs quantum dots grown by metalorganic chemical vapor deposition. *Appl. Phys. Lett.*, 71:22–24, 1997.
- [6] K.K. Likharev und A.B. Zorin. Theory of the Bloch-Wave Oscillations in Small Josephson Junctions. *J. Low Temp. Phys.*, 59:347–382, 1985.
- [7] L.J. Geerligs, V.F. Anderegg, P.A.M. Holweg, J.E. Mooij, H. Pothier, D. Esteve, C. Urbina und M.H. Devoret. Frequency-locked turnstile device for single electrons. *Phys. Rev. Lett.*, 64:2691–2694, 1990.
- [8] H. Pothier, P. Lafarge, C. Urbina, D. Estève, und M.H. Devoret. Single-Electron Pump Based on Charging Effects. *Europhys. Lett.*, 17:249–254, 1992.
- [9] L.M. Roth und P.N. Argyres. In: *Semiconductors and Semimetals (Volume 1: Physics of III-V compounds)*, Seiten 159–202. Academic Press New York London, 1966.
- [10] V. Fock. Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld. *Z. Phys.*, 47:446–449, 1928.
- [11] L.M. Roth, B. Lax und S. Zwerdling. Theory of Optical Magneto-Absorption Effects in Semiconductors. *Phys. Rev.*, 114:90–104, 1959.
- [12] A.A. Kiselev, E.L. Ivchenko und U. Rössler. Electron  $g$  factor in one- and zero-dimensional semiconductor nanostructures. *Phys. Rev. B*, 58:16353–16359, 1998.

- [13] E.E. Mendez. *Physics and Applications of Quantum Wells and Superlattices*, Seiten 159–188. Plenum Press New York and London, NATO ASI Series volume B 170, 1987.
- [14] L. Eaves, K.W.H. Stevens, F.W. Sheard. *The physics and fabrication of microstructures and microdevices*, Seiten 343–350. Springer-Verlag Berlin, 1986.
- [15] H. Mizuta und T. Tanoue. *The physics and applications of resonant tunnelling diodes*. Cambridge University Press, 1995.
- [16] R. Tsu, L. Esaki. Tunneling in a finite superlattice. *Appl. Phys. Lett.*, 22:562, 1973.
- [17] L.L. Chang, L. Esaki und R. Tsu. Resonant tunneling in semiconductor double barriers. *Appl. Phys. Lett.*, 24:593–595, 1974.
- [18] M. Tsuchiya, H. Sakaki und J. Yoshino. Room Temperature Observation of Differential Negative Resistance in an AlAs/GaAs/AlAs Resonant Tunneling Diode. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 24:L466–L468, 1985.
- [19] T.C.L.G. Sollner, E.R. Brown, C.D. Parker und W.D. Goodhue. *In: Electronic Properties of Multilayers and Low-dimensional Semiconductor Structures*, Seiten 238–296. Plenum Press New York, 1990.
- [20] F. Capasso, S. Sen, A.Y. Cho, und A.L. Hutchinson. Resonant tunneling spectroscopy of hot minority electrons injected in gallium arsenide quantum wells. *Appl. Phys. Lett.*, 50:930, 1987.
- [21] M.A. Reed, J.N. Randall, R.J. Aggarwal, R.J. Matyi, T.M. Moore und A.E. Westel. Observation of discrete electronic states in a zerodimensional semiconductor nanostructure. *Phys. Rev. Lett.*, 60:535, 1988.
- [22] M. Tewordt, L. Martin-Moreno, J.T. Nicholls, M. Pepper, M.J. Kelly, V.J. Law, D.A. Ritchie, J.E.F. Frost und G.A.C. Jones. Single-electron tunneling and Coulomb charging effects in asymmetric double-barrier resonant-tunneling diodes. *Phys. Rev. B*, 45:14407–14410, 1992.
- [23] B. Su, V.J. Goldman und J.E. Cunningham. Single-Electron tunneling in nanometer-scale double-barrier heterostructure devices. *Phys. Rev. B*, 46:7644, 1992.
- [24] M.W. Dellow, P.H. Beton, C.J.G.M. Langerak, T.J. Foster, P.C. Main, L. Eaves, M. Henini, S.P. Beaumont und C.D.W. Wilkinson. Resonant tunneling through the bound states of a single donor atom in a quantum well. *Phys. Rev. Lett.*, 68:1754, 1992.
- [25] T. Schmidt, R.J. Haug, V.I. Fal'ko, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth. Spectroscopy of local density of states fluctuations in a disordered conductor. *Europhys. Lett.*, 36:61–66, 1996.

- [26] T. Schmidt, P. König, E. McCann, Vladimir I. Fal'ko und R.J. Haug. Energy Dependence of Phase Relaxation in a Disordered Fermi Liquid. *Phys. Rev. Lett.*, 86:276–279, 2001.
- [27] J. Könemann, P. König, T. Schmidt, E. McCann, Vladimir I. Fal'ko und R.J. Haug. Correlation-function spectroscopy of inelastic lifetime in heavily doped GaAs heterostructures. *Phys. Rev. B*, 64:155314, 2001.
- [28] T. Schmidt. *Single-Electron Transport in Semiconductor Nanostructures*. Dissertation, MPI f. Festkörperforschung Stuttgart, Friedrich-Alexander Universität Erlangen-Nürnberg, 1997.
- [29] A. Förster. *Festkörperprobleme 33*, Seiten 37–62. Vieweg Verlag, 1994.
- [30] P.J. Price. Theory of resonant tunneling in heterostructures. *Phys. Rev. B*, 38:1994–1998, 1988.
- [31] S. Luryi. Frequency limit of double-barrier resonant tunneling oscillators. *Appl. Phys. Lett.*, 47:490, 1985.
- [32] M.R. Deshpande, J.W. Sleight, M.A. Reed und R.G. Wheeler. Sequential tunneling and spin degeneracy of zero-dimensional states. *Phys. Rev. B*, 62:8240–8248, 2000.
- [33] L.Y. Chen und C.S. Ting. Coulomb staircase in the I-V characteristic of an ultrasmall double barrier resonant-tunneling structure. *Phys. Rev. B*, 44:5916–5918, 1991.
- [34] L. Goldstein, F. Glas, J.Y. Marzin, M.N. Charasse und G. Le Roux. Growth by molecular beam epitaxy and characterisation of InAs/GaAs strained-layer superlattices. *Appl. Phys. Lett.*, 47:1099–1101, 1985.
- [35] D. Leonard, K. Pond und P.M. Petroff. Critical layer thickness for self-assembled InAs islands on GaAs. *Phys. Rev. B*, 50:11687–11692, 1994.
- [36] J.M. Moison, F. Houzay, F. Barthe, L. Leprince, E. André und O. Vatel. Self-organized growth of regular nanometer-scale InAs dots on GaAs. *Appl. Phys. Lett.*, 64:196–198, 1994.
- [37] G.S. Solomon, J.A. Trezza, A.F. Marshall und J.S. Harris, Jr. Vertically Aligned and Electronically Coupled Growth Induced InAs Islands in GaAs. *Phys. Rev. Lett.*, 76:952–955, 1996.
- [38] N.N. Ledentsov, V.A. Shchukin, M. Grundmann, N. Kirstaedter, J. Böhrer, O. Schmidt, D. Bimberg, V.M. Ustinov, A.Yu. Egorov, A. E. Zhukov, P.S. Kop'ev, S.V. Zaitsev, N. Yu. Gordeev, Zh.I. Alferov, A. I. Borovkov, A.O. Kosogov, S.S. Ruvimov, P. Werner, U. Gösele und J. Heydenreich. Direct formation of vertically coupled quantum dots in Stranski-Krastanov growth. *Phys. Rev. B*, 54:8743–8750, 1996.

- [39] D. Bimberg, M. Grundmann, N.N. Ledentsov. *Quantum Dot Heterostructures*. John Wiley & Sons Ltd., 1999.
- [40] Q. Xie, A. Madhukar, P. Chen und N.P. Kobayashi. Vertically Self-Organized InAs Quantum Box Islands on GaAs(100). *Phys. Rev. Lett.*, 75:2542–2545, 1995.
- [41] K. Nishi, T. Anan, A. Gomyo, S. Kohmoto und S. Sugou. Spontaneous lateral alignment of  $\text{In}_{0.25}\text{Ga}_{0.75}\text{As}$  self-assembled quantum dots on (311)B GaAs grown by gas source molecular beam epitaxy. *Appl. Phys. Lett.*, 70:3579–3581, 1997.
- [42] H. Yamagushi, M. R. Fahy und B.A. Joyce. Inhibitions of three dimensional island formation in InAs films grown on GaAs (111)A surface by molecular beam epitaxy. *Appl. Phys. Lett.*, 69:776–778, 1996.
- [43] N.N. Ledentsov, V.A. Shchukin, D. Bimberg, V.M. Ustinov, N.A. Cherkashin, Yu.G. Musikhin, B.V. Volovik, G.E. Cirlin und Zh.I. Alferov. Reversibility of the island shape, volume and density in Stranski-Krastanov growth. *Semicond. Sci. Technol.*, 16:502–506, 2001.
- [44] A. Polimeni, A. Patanè, M. Capizzi, F. Martelli, L. Nasi und G. Salviati. Self-aggregation of quantum dots for very thin InAs layers grown on GaAs. *Phys. Rev. B*, 53:R4213–R4216, 1996.
- [45] K.W. Berryman, S.A. Lyon und Mordechai Segev. Mid-infrared photoconductivity in InAs quantum dots. *Appl. Phys. Lett.*, 70:1861–1863, 1997.
- [46] U.H. Lee, D. Lee, H.G. Lee, S.K. Noh, J.Y. Leem und H.J. Lee. Visible photoluminescence from self-assembled InAs quantum dots embedded in AlAs cladding layers. *Appl. Phys. Lett.*, 74:1597–1599, 1999.
- [47] P. Ballet, J.B. Smathers und G.J. Salamo. Morphology of InAs self-organized islands on AlAs surfaces. *Appl. Phys. Lett.*, 75:337–339, 1999.
- [48] A. Polimeni, A. Patanè, M. Henini, L. Eaves und P.C. Main. Temperature dependence of the optical properties of InAs/ $\text{Al}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$  self-organized quantum dots. *Phys. Rev. B*, 59:5064–5068, 1999.
- [49] K. Hinzer, J. Lapointe, Y. Feng, A. Delàge, S. Fafard, A.J. SpringThorpe und E.M. Griswold. Short-wavelength laser diodes based on AlInAs/AlGaAs self-assembled quantum dots. *J. Appl. Phys.*, 87:1496–1502, 2000.
- [50] K. Koike, K. Saitoh, S. Li, S. Sasa, M. Inoue und M. Yano. Room-temperature operation of a memory-effect AsGaAs/GaAs heterojunction field-effect transistor with self-assembled InAs nanodots. *Appl. Phys. Lett.*, 76:1464–1466, 2000.

- [51] D. Leonard, M. Krishnamurthy, S. Fafard, J.L. Merz und P.M. Petroff. Molecular-beam epitaxy growth of quantum dots from strained coherent uniform islands of InGaAs on GaAs. *J. Vac. Sci. Technol.*, 12:1063–1066, 1994.
- [52] D. Leonard, M. Krishnamurthy, C.M.Reaves, S.P. Denbaars und P.M. Petroff. Direct formation of quantum-sized dots from uniform coherent islands of InGaAs on GaAs surfaces. *Appl. Phys. Lett.*, 63:3203–3205, 1993.
- [53] M. Grundmann, N.N. Ledentsov, O. Stier, D. Bimberg, V.M. Ustinov, P.S.Kopév und Zh.I. Alferov. Excited states in self-organized InAs/GaAs quantum dots: Theory and experiment. *Appl. Phys. Lett.*, 68:979–981, 1996.
- [54] J.-Y. Marzin, J.-M. Gérard, A. Izraël, D. Barrier und G. Bastard. Photoluminescence of Single InAs Quantum Dots Obtained by Self-Organized Growth on GaAs. *Phys. Rev. Lett.*, 73:716–719, 1994.
- [55] M. Bayer, V.B. Timofeev, T. Gutbrod, A. Forchel, R. Steffen und J. Oshino. Enhancement of spin splitting due to spatial confinement in  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  quantum dots. *Phys. Rev. B*, 52:R11623–R11625, 1995.
- [56] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus und P. M. Petroff. Spectroscopy of Quantum Levels in Charge-Tunable InGaAs Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.*, 73:2252–2255, 1994.
- [57] M. Fricke, A. Lorke, J.P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro und P.M. Petroff. Shell structure and electron-electron interaction in self-assembled InAs quantum dots. *Europhys. Lett.*, 36:197–202, 1996.
- [58] S. Manus R.J. Luyken A.Lorke J.P. Kotthaus S. Huant G. Medeiros-Ribeiro P.M. Petroff B.T. Miller, W. Hansen. Few-electron ground states of charge-tunable self-assembled quantum dots. *Phys. Rev. B*, 56:6764–6769, 1997.
- [59] P.M. Petroff und A.L. Efros G. Medeiros-Ribeiro, F.G. Pikus. Single-electron charging and Coulomb interaction in InAs self-assembled quantum dot arrays. *Phys. Rev. B*, 55:1568–1573, 1997.
- [60] C.M.A. Kapteyn, F. Heinrichsdorff, O. Stier, R. Heitz, M. Grundmann, N.D. Zakharov, D.Bimberg und P. Werner. Hole and electron emission from InAs quantum dots. *Appl. Phys. Lett.*, 76:1573–1575, 2000.
- [61] C.M.A. Kapteyn, M. Lion, R. Heiz, D. Bimberg, P.N. Brunkov, B.V. Volovik, S.G. Konnikov, A.R. Kovsh, und V.M. Ustinov. Hole and electron emission from InAs quantum dots. *Appl. Phys. Lett.*, 76:1573–1575, 2000.
- [62] S.K. Jung, S. W. Hwang, B.H. Choi, S.I. Kim, J.H. Park, Yong Kim, E.K. Kim und S.-K. Min. Direct electronic transport through an ensemble of InAs self-assembled quantum dots. *Appl. Phys. Lett.*, 74:714–716, 1999.

- [63] K.H. Schmidt, M. Versen, C. Bock, U. Kunze, D. Reuter und A.D. Wieck. In-plane and perpendicular tunneling through InAs quantum dots. *Physica E*, 7:425–429, 2000.
- [64] N. Horiguchi, T. Futatsugi, Y. Nakata und N. Yokoyama. Electron transport properties through InAs self-assembled quantum dots in modulation doped structures. *Appl. Phys. Lett.*, 70:2294–2296, 1997.
- [65] I.E. Itskevich, T. Ihn, A. Thornton, M. Henini, T.J. Foster, P. Moriarty, A. Nogaret, P.H. Beton, L. Eaves und P.C. Main. Resonant magnetotunneling through individual self-assembled InAs quantum dots. *Phys. Rev. B*, 54:16401–16404, 1996.
- [66] P.C. Main, A.S.G. Thornton, R.J.A. Hill, S.T. Stoddart, T. Ihn, L. Eaves, K.A. Benedict und M. Henini. Resonant magnetotunneling through individual self-assembled InAs quantum dots. *Phys. Rev. Lett.*, 84:729–732, 2000.
- [67] T. Schmidt, R.J. Haug, Vladimir I. Fal'ko, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth. Observation of the Local Structure of Landau Bands in a Disordered Conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 78:1540–1543, 1997.
- [68] M. Narihiro and G. Yusa and Y. Nakamura and T. Noda und H. Sakaki. Resonant tunneling of electrons via 20 nm scale InAs quantum dot and magnetotunneling spectroscopy of its electronic states. *Appl. Phys. Lett.*, 70:105–107, 1997.
- [69] T. Suzuki and K. Nomoto and K. Taira and I. Hase. Tunneling Spectroscopy of InAs Wetting Layers and Self-Assembled Quantum Dots: Resonant Tunneling through Two- and Zero- Dimensional Electronic States. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 36:1917–1921, 1997.
- [70] A.S.G. Thornton, T. Ihn, P.C. Main, L. Eaves und M. Henini. Observation of spin splitting in single InAs self-assembled quantum dots in AlAs. *Appl. Phys. Lett.*, 73:354–356, 1998.
- [71] D.G. Austing, S. Tarucha, P.C. Main, M. Henini, S.T. Stoddart und L. Eaves. Multiple gated InAs dot ensembles. *Appl. Phys. Lett.*, 75:671–673, 1999.
- [72] E.E. Vdovin, A. Levin, A.Patanè, L. Eaves, P.C. Main, Yu.N. Khanin, Yu.V. Dubrovskii, M. Henini und G. Hill. Imaging the Electron Wave Function in Self-Assembled Quantum Dots. *Science*, 290:122–124, 2000.
- [73] N.C. Kluksdahl, A.M. Krivan, D.K. Ferry und C. Ringhofer. Self-consistent study of the resonant-tunneling diode. *Phys. Rev. B*, 39:7720–7735, 1989.
- [74] F. Pobell. *Matter and Methods at Low Temperatures*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1996.

- [75] P. König. *Spinaufgelöste Tunnelspektroskopie von Halbleiterheterostrukturen: Zeeman-Effekt und Phasenrelaxation*. Dissertation, Universität Hannover, 2000.
- [76] E.E. Mendez, E. Calleja, C.E.T. Gonçalves da Silva, L.L. Chang und W.I. Wang. Observation by resonant tunneling of high-energy states in GaAs-Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As quantum wells. *Phys. Rev. B*, 33:7368–7370, 1986.
- [77] O. Madelung, Herausgeber. *Semiconductors, Group IV Elements and III-V Compounds, Data in Science and Technology*. Springer Verlag Berlin, 1991.
- [78] J. Batey und S.L. Wright. Energy band alignment in GaAs:(Al,Ga)As heterostructures: The dependence on alloy composition. *J. Appl. Phys.*, 59:200–209, 1986.
- [79] A.R. Bonnefoi, T.C. McGill, R.D. Burnham und G.B. Anderson. Observation of resonant tunneling through GaAs quantum well states confined by AlAs X-Point barriers. *Appl. Phys. Lett.*, 50:344–346, 1987.
- [80] R. Beresford, L.F. Luo, W.I. Wang und E.E. Mendez. Resonant tunneling through X-valley states in GaAs/AlAs/GaAs single-barrier heterostructures. *Appl. Phys. Lett.*, 55:1555–1557, 1989.
- [81] E.E. Mendez, W.I. Wang, E. Calleja und C.E.T. Gonçalves da Silva. Resonant tunneling via X-point states in AlAs-GaAs-AlAs heterostructures. *Appl. Phys. Lett.*, 50:1263–1265, 1987.
- [82] G. Kießlich, A. Wacker und E. Schöll. Sequential Tunneling Through an Array of Electrostatically Coupled Quantum Dots. *Zur Veröffentlichung eingereicht bei Physica E*.
- [83] P.C. Main, A. Patanè, R.J.A. Hill, A. Levin, L. Eaves, M. Henini, D.G. Austing, S. Tarucha, Yu.V. Dubrovskii und E.E. Vdovin. Mapping the wave function in quantum dots. *Zur Veröffentlichung eingereicht bei Physica E*.
- [84] A.S.G. Thornton, I.E. Itskevich, T. Ihn, M. Henini, P. Moriarty, A. Nogaret, P.H. Beton, L. Eaves, P.C. Main, J.R. Middleton und M. Heath. Resonant magnetotunneling through individual self-assembled InAs quantum dots. *Superlatt. and Microstr.*, 21:255–258, 1997.
- [85] P. König, U. Zeitler, J. Könemann, T. Schmidt und R.J. Haug. Resonant tunneling through zero-dimensional impurity states: Effects of a finite temperature. *cond-mat/0009349; Proceedings of the 25th ICPS, Part 1, 833, Springer, Berlin*, 2001.
- [86] U. Zeitler. private Mitteilung, Abt. Nanostrukturen, Inst. f. Festkörperphysik, Universität Hannover, 2001.
- [87] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley and Sons, 1975.

- [88] C. Hermann und C. Weisbuch.  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  perturbation theory in III-V compounds and alloys: a reexamination. *Phys. Rev. B*, 15:823–833, 1977.
- [89] M.J. Snelling, G.P. Flinn, A.S. Plaut, R.T. Harley, A.C. Tropper, R. Eccleston und C.C. Phillips. Magnetic  $g$  factor of electrons in GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  quantum wells. *Phys. Rev. B*, 44:11345–11352, 1991.
- [90] Y. Zhang. Motions of electrons in semiconductors under inhomogeneous strain with application to laterally confined quantum wells. *Phys. Rev. B*, 41:14352–14366, 1994.
- [91] J.-W. Sakai, T.M. Fromhold, P.H. Beton, L. Eaves, M. Henini, P.C. Main, F.W. Sheard und G. Hill. Probing the wave function of quantum confined states by resonant magnetotunneling. *Phys. Rev. B*, 48:5664–5667, 1993.
- [92] P.H. Beton, J. Wang, N. Mori, L. Eaves, P.C. Main, T.J. Foster und M. Henini. Measuring the Probability Density of Quantum Confined States. *Phys. Rev. Lett.*, 75:1996–1999, 1995.
- [93] E.E. Vdovin, Yu.N. Khanin, A.V. Veretennikov, A. Levin, A. Patanè, Yu.V. Dubrovskii, L. Eaves, P.C. Main, M. Henini und G. Hill. Spatial mapping of the the electron eigenfunctions in InAs self-assembled quantum dots by magnetotunneling. *cond-mat0106656*, 2001.
- [94] M. Oestreich und W.W. Rühle. Temperature Dependence of the Electron Landé  $g$  Factor in GaAs. *Phys. Rev. Lett.*, 74:2315–2318, 1995.
- [95] E.L. Ivchenko und A.A. Kiselev. Electron  $g$  factor of quantum wells and superlattices. *Sov. Phys. Semicond.*, 26:827–831, 1992.
- [96] P. Le Jeune, D. Robart, X. Marie, T.Amand, M. Brousseau, J. Barrau, V. Kavevich und D. Rodichev. Anisotropy of the electron Landé  $g$  factor in quantum wells. *Semicond. Sci. Technol.*, 12:380–383, 1997.
- [97] M. Oestreich, A.P. Heberle, W.W. Rühle, R. Nötzel und K. Ploog. Extreme anisotropy of the  $g$ -factor in quantum wires. *Europhys. Lett.*, 31:399–404, 1995.
- [98] P. Nozières und C.T. De Dominicis. Singularities in the X-Ray Absorption and Emission of Metals. III. One-Body Theory Exact Solution. *Phys. Rev.*, 178:1097–1107, 1969.
- [99] T.A. Callcott, E.T. Arakawa und D.L. Ederer.  $L_{23}$  soft-x-ray emission and absorption spectra of Na. *Phys. Rev. B*, 18:6622–6630, 1978.
- [100] K.A. Matveev und A.I. Larkin. Interaction-induced threshold singularities in tunneling via localized levels. *Phys. Rev. B*, 46:15337–15347, 1992.
- [101] A.K. Geim, P.C. Main, N. La Scala, Jr., L. Eaves, T.J. Foster, P.H. Beton, J.W. Sakai, F.W. Sheard, M. Henini, G. Hill und M.A. Pate. Fermi-Edge Singularity in Resonant Tunneling. *Phys. Rev. Lett.*, 72:2061–2064, 1994.

- 
- [102] D.H. Cobden und B.A. Muzykantskii. Finite-Temperature Fermi-Edge Singularity in Tunneling Studied Using Random Telegraph Signals. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4274–4277, 1995.
- [103] K.A. Benedict, A.S.G. Thornton, T. Ihn, P.C. Main, L. Eaves und M. Henini. Fermi edge singularities in high magnetic fields. *Physica B*, 256-258:519–522, 1998.
- [104] P. Pfeffer und W. Zawadzki. Conduction electrons in GaAs: Five-level  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$  theory and polaron effects. *Phys. Rev. B*, 41:1561–1576, 1990.
- [105] N.W. Ashcroft und N.D. Mermin. *Solid State Physics*. Saunders College Publishing, 1976.

# Danksagung

Zum Abschluss dieser Arbeit möchte ich all jenen danken, die mich auf dem Weg hierher unterstützt haben. Mein besonderer Dank gilt:

Herrn Prof. Dr. Rolf J. Haug dafür, dass er mir die Möglichkeit geboten hat, mich in seiner Abteilung mit diesem interessanten Thema zu beschäftigen. Die vielen Anregungen und die stetige Unterstützung waren eine große Hilfe dabei.

Herrn Prof. Dr. E.O. Göbel für die freundliche Übernahme des Korreferates.

Herrn Priv.-Doz. Dr. Ulrich Zeitler für so vieles... Es hat Spaß gemacht, von ihm zu lernen und unter seiner fachkundigen Anleitung zu arbeiten. Seine geduldige Hilfeleistung in praktischen und theoretischen Fragen hat entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Dr. Franz-J. Ahlers für die Ermöglichung der Zusammenarbeit mit dem Labor 2.41 der Physikalisch-technischen Bundesanstalt Braunschweig.

Dr. Klaus Pierz und Holger Marx für das Wachsen der Proben, ebenso Klaus und Dr. Zhixun Ma für die PL-Messungen und Dr. R. Lauer und Dr. Peter Hinze für die TEM-Aufnahmen.

Dr. A.G.M. Jansen und seinen Mitarbeitern für die freundliche Hilfestellung während der Messphasen am Hochfeld-Magnetlabor in Grenoble.

Dr. Hans Werner Schumacher und Ulrich F. Keyser für die schönen AFM-Messungen, auch auf undankbaren Proben.

Prof. Dr. Michael Oestreich und seiner Arbeitsgruppe für den frischen Wind in der Abteilung, insbesondere auf dem unteren Flur.

den freundlichen Systemadministratoren, allen voran Philipp Hullmann, für ihre zuverlässige Arbeit im Verborgenen und ihre Geduld bei „DAU-Fragen“.

meinen liebsten Büro-Kollegen, André Nauen und Jörn Regul, für die freundschaftlichen Gespräche und die super Stimmung in unserem „Energiezimmer“.

all den Doktoranden-Kollegen, die der Abteilung Nanostrukturen zu ihrer einzigartigen Arbeitsatmosphäre verholfen haben und noch verhelfen, als da sind Dr. Peter König, Dr. Hans Werner Schumacher, Dr. Frank Hohls, Philipp Hullmann, Claus Fühner, Kai-Martin Haendel, Ulrich Keyser, Jens Könemann, Jörg-Michael Meyer, Fritz Schulze Wischeler und Gennadiy Sukhodub. Peter, Frank und Jens einen herzlichen Dank für ihre Unterstützung in experimentellen Dingen.

Dipankar Sarkar und all den anderen Diplomanden, die Leben in diese Abteilung gebracht haben.

Yvonne Griep und Klara Tetzlaff für so manches Gespräch „von Frau zu Frau“.

Wolfram und Anna-Katharina für ihr liebevolles Verständnis und ihre Nachsicht, gerade in den letzten Monaten.

meinen Eltern, besonders meiner Mutter, für ihren Beistand in jeder Lebenslage.

# Lebenslauf

Name: Isabella Hapke-Wurst  
Geburtsdatum: 16.08 1968  
Geburtsort: Hannover  
Familienstand: verheiratet, ein Kind (\*1989)

1974 – 1978 Grundschule Sievershausen  
1978 – 1980 Orientierungsstufe Lehrte Ost  
1980 – 1987 Gymnasium Uetze  
Juni 1987 Abitur

1987 – 1989 Ausbildung zur Physikalisch-technischen Assistentin  
Carl-Severing-Schulen Bielefeld  
1989 – 1994 Mathematikstudium an der Fernuniversität Hagen  
Juni 1993 Vordiplom Mathematik

1992 – 1998 Studium der Physik an der Universität Hannover  
Okt. 1994 Vordiplom Physik  
1994 – 1995 Diplomarbeit am Institut für Festkörperphysik  
bei Prof. Dr. R.J. Haug mit dem Titel  
„Resonantes Tunneln in Halbleiterstrukturen:  
Selbstorganisierende InAs-Quantenpunkte“  
April 1998 Diplom Physik

Mai 1998 – Doktorarbeit in der Abteilung Nanostrukturen  
Jan. 2002 am Institut für Festkörperphysik der Universität Hannover  
bei Prof. Dr. R.J. Haug