Das Hypothesen-Beispiel (86e-87b) in Platons *Menon*

Hans-Georg Bensch (Hannover)

Im Platon-Dialog *Menon* ist das geometrische Beispiel an der Stelle (St. 87 a) dunkel. Es wird von Platon herangezogen, um den scheinbar festgefahrenen Dialog mittels der Hypothesenmethode fortzuführen. Die gegenwärtig maßgebliche Menon-Interpretation von O. Hallich gesteht die Dunkelheit der Passage ein und verzichtet auf einen eigenen Interpretationsvorschlag.[1] Worum geht es? Der Dialog handelt auf den ersten Blick von der Tugend bzw. von der Frage, ob die Tugend lehrbar, einübbar ist, oder aber ob die Tugend Menschen (vielleicht nur einigen) von Natur einwohnt. Bis zum fraglichen Geometriebeispiel ist bereits erörtert worden, dass die Frage nach der Beschaffenheit der Tugend – ob lehrbar, übbar oder angeboren – eigentlich mit dem Hinweis, dass erst das Was-Sein von etwas bekannt sein muss, bevor über ein Wie-Beschaffen-Sein geurteilt werden kann, zurückgewiesen werden müsste. Bis zu dieser Stelle im Dialog sind bereits mehrere Definitionsversuche von Menon zum Begriff, zum Was-Sein der Tugend verworfen worden und dennoch musste er nach dem ersten berühmten Geometriebeispiel (vgl. *Menon*, 82b-85b) zugestehen, dass Erkenntnis grundsätzlich aber möglich ist. Nach diesem Zwischenergebnis, und ohne dass das Was-Sein der Tugend bestimmt ist, drängt Menon dennoch darauf, gleichwohl die Beschaffenheit (lehrbar, einübbar, angeboren) der Tugend zu erörtern. Sokrates lässt sich darauf ein und schlägt die auch von Geometern benutzte Hypothesenmethoden als Verfahren vor. D.h. Platon lässt seinen literarischen Sokrates mittels der Analogie erwägen: Wenn dieses oder jenes gelten sollte, hätte es das und das zur Konsequenz, wenn dieses oder jenes aber nicht gelten sollte, folgt etwas anderes. Dabei ist das zur Analogie gewählte geometrische Problem nicht trivial; er, Platon, hat damals zu diesem Problem höchstens eine Vermutung aber keine Lösung. Das Problem ist, wie ich hier behaupten möchte, kein geringeres als die Möglichkeit oder eben Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises.

In drei nicht umstandslos kompatiblen Übersetzungsvarianten lautet die angesprochene dunkle Textpassage:

1. „Dieses „von einer Voraussetzung aus“ meine ich aber so, wie die Meßkünstler oft etwas zur Betrachtung ziehen, wenn ihnen jemand eine Frage vorlegt, wie etwa von einer Figur, ob es möglich ist, in diesen Kreis dieses Dreieck

[1] „Der Versuch, das mathematische Problem, das Platon hier benennt, zu rekonstruieren oder auch nur zu identifizieren [...] muss [...] insgesamt als nicht gelöst, vielleicht sogar als unlösbar gelten.“ O. Hallich, *Platons „Menon“*, Darmstadt 2013, S. 136.

einzuspannen, darauf möchte einer sagen: Ich weiß noch nicht, ob dieses ein solches ist, aber als eine Voraussetzung für die Sache glaube ich folgendes bei der Hand zu haben. Wenn dieses Dreieck ein solches ist, daß, wenn man um eine gegebene Grundlinie der Kreis herumzieht noch ein ebensolcher Raum übrigbleibt als der umspannte selbst ist, alsdann, dünkt mich, wird etwas anderes erfolgen, und wiederum etwas anderes, wenn die unmöglich ist. In Beziehung auf diese Voraussetzung nun will ich dir sagen, wie es mit der Einspannung desselben in den Kreis steht, ob sie unmöglich ist oder nicht."[2]
Schleiermacher (nach der Online-Version)

Margarita Kranz übersetzt:

2. „Ich meine mit „von einer Voraussetzung aus" etwas von der Art, wie die, die sich mit Geometrie befassen, oft überlegen, z.B. wenn sie gefragt werden, ob eine gegebene Fläche als Dreieck in einem gegebenen Kreis eingeschrieben werden kann, [87a] und einer sagte: „Ich weiß zwar noch nicht, ob die Fläche so beschaffen ist, (daß sie eingeschrieben werden kann,) aber ich glaube, daß sie sozusagen eine Voraussetzung folgender Art für die Lösung hilfreich ist: Wenn diese Fläche so beschaffen ist, daß sie, an die gegebene Strecke angelegt, eine ebenso große Fläche wie die angelegte zurückläßt, folgt anscheinend etwas anderes, als wenn das nicht möglich wäre. Also mit Hilfe dieser Voraussetzung will ich dir gern die Folgerung daraus sagen, [b] ob die Einschreibung der Fläche in den Kreis möglich ist oder nicht."[3]

Und nach der Übersetzung von O. Apelt / E. Zekl heißt es:

3. „Von einer Voraussetzung aber ausgehen – das meine ich so, wie die Geometer es öfter bei einer Betrachtung machen, wenn jemand sie fragt z.B. hinsichtlich einer Fläche, ob es möglich sei, in diesen Kreis diese Fläche als Dreieck einzuschreiben. Es erwidert dann wohl einer: Noch weiß ich nicht, ob dieses so geht, aber es dürfte wohl folgende Voraussetzung für die Sache förderlich sein: Wenn diese Fläche so beschaffen ist, daß sie, wenn man sie an die gegebene Seite des Kreises (= den Durchmesser) anlegt, um eine solche Fläche zurückbleibt, wie sie, die angelegte Fläche, selbst ist, so wird sich meines Erachtens etwas anderes ergeben als in dem anderen Falle, wo dies unmöglich ist."[4]

---

[2] Platon, *Menon*, (86e), übersetzt von F. Schleiermacher, bearbeitet von Heinz Hofmann, in: Platon Werke (Band 2), hrsg. von G. Eigler, Darmstadt 1990, S. 559. Wenn nicht anders ausgewiesen, beziehen sich alle weiteren Verweise auf diese Ausgabe.

[3] Platon, *Menon*, (86e) übersetzt und hrsg. von Margarita Kranz, Stuttgart 1994, S. 57.

[4] Platon, *Menon*, (86e) übersetzt von Otto Apelt in Verbindung mit Else Zekl, neu bearbeitet und hrsg. von Klaus Reich, Hamburg 1982, S. 53.

Die nun vorgelegte ausdrücklich geometrische Interpretation (unter der Voraussetzung der euklidischen Ebene) stützt sich in Teilen auf diese Übersetzungsvarianten – keine Übersetzungen aber trägt die folgende Interpretation im Ganzen.

Das geometrische Problem

Der Flächeninhalt jeder gradlinigen Figur kann in Dreiecken dargestellt werden. Ein jedes Dreieck lässt sich in einen Kreis einspannen. Bei allen stumpfwinkligen Dreiecken liegt der Mittelpunkt des umschließenden Kreises außerhalb solcher Dreiecke; deren Flächeninhalt ist damit garantiert kleiner als der verbleibende Rest der Kreisfläche. Allein bei spitzwinkligen Dreiecken liegt der Mittelpunkt des umschließenden Kreises innerhalb solcher Dreiecke. Der Flächeninhalt solch spitzwinkliger Dreiecke ist ebenfalls kleiner als der verbleibende Rest der Kreisfläche, denn selbst das flächenmäßig größte Innendreieck – das ist das gleichseitige Dreieck – ist immer noch kleiner als der halbe Flächeninhalt des umschließenden Kreises.[5] Allein bei einer Art von Dreiecken liegt der Mittelpunkt des umschließenden Kreises weder innerhalb noch außerhalb der genannten Dreiecksarten; es sind dies die rechtwinkligen Dreiecke, bei ihnen liegt der Mittelpunkt auf der Grundseite, die zugleich den Durchmesser des Kreises bildet. Nun gibt es bei den unendlich vielen rechtwinkligen Dreiecken (Satz des Thales: Alle Dreiecke in einem Kreis, deren Grundseite der Durchmesser ist, sind rechtwinklig.) garantiert eines, dessen Flächeninhalt größer ist als der übrigbleibende Flächeninhalt des Halbkreises. Es ist dies das gleichschenklige rechtwinklige Dreieck. Ebenso gibt es unbestimmt viele rechtwinklige Dreiecke, deren Flächeninhalt kleiner ist als der Rest des Halbkreises. Es muss also auf der Peripherie ein *gewisser Punkt* angenommen werden können, der genau das rechtwinklige Dreieck bestimmen würde, das weder kleiner noch größer als der verbleibende Rest ist – also dem Restflächeninhalt des Halbkreises gleich ist. Das durch diesen *gewissen Punkt* bestimmte rechtwinklige Dreieck wäre dann exakt ¼ so groß wie der Flächeninhalt des

[5] Eine anschauliche Demonstration – die auch in der Antike leicht möglich war – kann wie folgt vorgestellt werden: Das gleichseitige Innendreieck kann aus drei gleichschenkligen Dreiecken, die sich aus den bis zum Mittelpunkt reichenden Winkelhalbierenden ergeben, zusammengesetzt angenommen werden. Aus diesen drei identischen gleichschenkligen Dreiecken können durch Spiegelung an den Seiten des gleichseitigen Dreiecks drei weitere identische gleichschenklige Dreiecke gebildet werden. Das so entstandene regelmäßige Sechseck – aus sechs gleichschenklige Dreiecke – ist doppelt so groß wie das gleichseitige Innendreieck und doch kleiner als der umschließende Kreis, weil es eben ein regelmäßiges Innensechseck ist!

Kreises – weil es halb so groß wie der Halbkreis ist. Wenn sich also über diesen *gewissen Punkt* ein solches Dreieck bestimmen ließe, wäre damit die Quadratur des Kreises gelungen, so die Hypothese. – Die Behauptung von mir ist: Es muss solch ein Dreieck gedacht werden, es kann aber nicht (quantitativ) bestimmt werden!

J.H. Lambert bewies im 18. Jh., dass π eine irrationale Zahl ist; es also keine Kommensurabilität von Quadrat und Kreis (Flächeninhalt $F= \pi r^2$) geben kann. Es mag in der Antike bereits Vermutungen für die Inkommensurabilität von Kreis und Quadrat gegeben haben, es fehlte allerdings der Beweis. Platon argumentiert hier an dieser Stelle unter der Voraussetzung einer ihm bereits bekannten Inkommensurabilität; nämlich der, die bei der Verdopplung des Flächeninhalts eines gegebenen Quadrats unter Beibehaltung der Quadratgestalt (vgl. *Menon*, 82b-85b; Inkommensurabilität von Grundseite und Diagonale des Quadrats)[6] auftritt. D.h. er weiß, dass bei manchen geometrischen Problemen Inkommensurabilität auftritt.[7] In diesem Fall ist das aber noch umstritten – deswegen hier die Hypothesen-Methode: „„unter einer Voraussetzung“ verstehe ich so ...“ (86 e).

Das Ergebnis der geometrischen Interpretation in Analogie zum Gegenstand des Dialogs

Mit der hier vorgeschlagenen Interpretation der dunklen Textpassage – es gibt einen solchen Punkt, er lässt sich aber nicht (rational) quantitativ bestimmt angeben – nun zurück zum Thema der Lehrbarkeit / der Einübbarkeit /des Angeborenseins der Tugend. Wenn die Tugend lehrbar sein sollte, müsste es Lehrer der Tugend geben, die eine Erkenntnis vermitteln könnten; wenn sie aber nicht lehrbar sein sollte, kann das der Grund sein, warum es keine (unbestrittenen) Lehrer der Tugend gibt. Möglicherweise wäre sie aber dennoch eine Einsicht, denn dass es Tugend als Identifizierbares gibt, ist im gesamten Dialog unbestritten. Es könnte ja auch sein, dass diese oder jene Handlung tugendhaft gewesen ist, aber zunächst nicht aufgrund von Erkenntnis tugendhaft gehandelt wurde, sondern aufgrund von einer „richtigen Vorstellung“[8], für die es keiner Lehrer bedurft hätte. Und erst im Nachhinein wäre die aufgrund von richtiger Vorstellung vollzogene Handlung als tugendhaft einzusehen gewesen.

---

[6] Der doppelte Flächeninhalt eines gegebenen Quadrats in Quadratgestalt (*Menon*, 82b-85b) lässt sich als Innenquadrat und Außenquadrat eines Kreises darstellen (und „sehen“, wenn Innen- und Außenquadrat um 45° versetzt sind). Insofern stellt die hier behauptete hypothetische Untersuchung der Möglichkeit der Quadratur des Kreises den Zusammenhang beider Geometriebeispiele her.

[7] Vgl. P. Bulthaup, Von der Freiheit im ökonomischen Verstande, in: *Das Automatische Subjekt bei Marx*, hrsg. v. H.-G. Bensch u. F. Kuhne, Lüneburg 1998, S. 25.

[8] Platon, *Menon*, 97a.; a.a.O., S. 587.

Dass richtige Vorstellung und Erkenntnis verschieden sind, ist etwas, das Sokrates mit seiner stärksten Absichtserklärung im gesamten Dialog festhält!

> „Wiewohl ich auch dies keineswegs sage, als wüßte ich es, sondern ich vermute es nur. Daß aber richtige Vorstellung und Erkenntnis etwas Verschiedenes sind, dies glaube ich nicht nur zu vermuten; sondern wenn ich irgendetwas behaupten möchte zu wissen, und nur von Wenigem möchte ich dies behaupten, so würde ich dies eine hierher setzen und das, was ich weiß."[9]

Mit der Verschiedenheit von (lehrbarer) Erkenntnis, und richtiger (aber (noch) nicht begründeter) Vorstellung, hat Platon moderner gesprochen den Unterschied von vermitteltem und unmittelbarem Wissen im Dialog in seiner konstitutiven Bedeutung für Erkenntnis genannt. Auf den ersten Blick schien der Dialog die Tugend zum Thema zu haben, mit der hier vorgelegten Interpretation wäre nun die **Tugend nur das Modell**, an dem die Möglichkeit von Erkenntnis überhaupt, sowohl theoretischer als auch praktischer, erörtert wird.

Bezogen auf **theoretische Erkenntnis** hieße das, dass weder allein ausschließlich richtige Vorstellungen (unmittelbares Wissen) möglich sind – denn gäbe es nur unmittelbares Wissen hieße das, es gäbe entweder nur Offenbarung, Irrtum wäre ausgeschlossen, oder der Einzelne wäre vollständiger Solipsist – noch nur ausschließlich Erkenntnis (i. S. von begründetem Wissen; vermitteltem Wissen) kann möglich sein – denn in diesem Fall müsste dann der Grund des Grundes, der Beweis des Beweises[10] angegeben werden; auch dann gäbe es keine Erkenntnis, die notwendig und allgemein gelten würde.

Wenn aber sachhaltige Erkenntnis möglich ist und sie muss möglich sein, weil sie wirklich ist; (siehe Verhältnis des Flächeninhalts des Quadrats über der Diagonale eines gegebenen Quadrats) muss eine jede Erkenntnis sowohl ein Moment von unmittelbarem Wissen als auch von vermitteltem Wissen beinhalten.

Bezogen auf das tugendhafte Handeln **(praktisches Erkennen)**, das als tugendhaft hat beurteilt werden müssen, ist es für das Ergebnis gleichgültig, ob es durch richtige Vorstellungen oder Erkenntnis zustande gekommen ist.

---

[9] Platon, *Menon*, 98b, a.a.O., S. 591.

[10] Aristoteles: „Manche glauben nun, weil man die ersten Vordersätze wissen muß, gebe es keine Wissenschaft, während andere zwar den Bestand einer Wissenschaft gelten lassen, aber meinen, daß es für alles Beweise gibt; und doch ist weder das eine noch das andere wahr oder notwendig." Aristoteles, *Lehre vom Beweis oder Zweite Analytik*, 72b, übers. E. Rolfes, Hamburg 1976, (S. 6). Vgl. auch Aristoteles, *Metaphysik*, 996a und 1006a.

Damit bleiben aber richtige Vorstellung und Erkenntnis immer noch verschieden. Denn letztere wäre lehrbar/lernbar erstere dagegen nicht, denn die richtige Vorstellung verdankte sich der „göttlichen Schickung".[11] Und „göttliche Schickung" soll nur heißen: es wird etwas *als seiend gedacht*, das nicht weiter aus Anderem zu erklären ist. Es ist das Moment von Freiheit in jeder Erkenntnis, für das – der Analogie nach – der *gewisse Punkt* in der Interpretation des dunklen geometrischen Beispiels steht, der als seiend gedacht werden muss und doch nicht *durch anderes* zu bestimmen ist. Und damit wird durch Platon als Kompositeur dieses Dialogs über das Hypothesenmodell der Geometrie und anhand dieses geometrischen Problems eine Analogie zur Erkenntnis überhaupt präsentiert, die jeder einsehen können muss.

[11] Platon, *Menon*, (100 a), a.a.O., S. 597.