

Nr. 244

ULRICH LENK

**- 2.5D-GIS und Geobasisdaten -
Integration von Höheninformation und
Digitalen Situationsmodellen**

HANNOVER 2001

Diese Arbeit wurde auch veröffentlicht in:
DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Reihe C, Dissertationen, Heft Nr. 546
München 2001, ISSN 0065-5325, ISBN 3 7696 9585 2

Nr. 244

**- 2.5D-GIS und Geobasisdaten -
Integration von Höheninformation und
Digitalen Situationsmodellen**

Vom Fachbereich Bauingenieur- und Vermessungswesen
der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

DOKTOR - INGENIEUR

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Ulrich Lenk, PgDipHS

HANNOVER 2001

Diese Arbeit wurde auch veröffentlicht in:
DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Reihe C, Dissertationen, Heft Nr. 546
München 2001, ISSN 0065-5325, ISBN 3 7696 9585 2

Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. C. HEIPKE
Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. habil. M. SESTER, Prof. Dr. rer. nat. habil. M. BREUNIG
Gutachter: Präsident und Professor Dr.-Ing. D. GRÜNREICH
Tag der mündlichen Prüfung: 26.10.2001

Die Arbeit wurde mit Mitteln aus dem Stipendienprogramm der Deutschen Bundesstiftung Umwelt, Osnabrück, gefördert.

“Besonders aber erfüllte er meinen Geist mit hochstrebenden Gedanken und dem eifrigen Verlangen, alles Wissenswerte zu erlernen, indem er mir bewies, dass es keine bessere Vorbereitung für große Unternehmungen gäbe als eine über die gewöhnlichen Kenntnisse des Seemanns gehende Bildungsstufe, und daß Unwissenheit dem Menschen immer nur eine niedrige Stellung anweise, während Wissenschaft die erste Sprosse zur Leiter des Ruhmes bilde. ..., so daß ich fest entschlossen war, all das von Grund aus zu lernen, um mich zu einem vollkommenen Seemann zu machen.”

(aus: Daniel Defoe, 1660-1731, “Die Abenteuer des Kapitäns Singleton”.)

FÜR KARIN

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit zwei Verfahren der Integration von Höheninformation und Digitalen Situationsmodellen (DSM) im Kontext von Geographischen Informationssystemen (GIS). Der Schwerpunkt der Arbeit liegt zwecks Kompatibilität mit bestehenden Datensätzen auf der Berücksichtigung der heute verfügbaren 2.5D-Geobasisdaten, d. h. den Digitalen Geländemodellen (DGM) und den DSM des Amtlichen Topographisch-Kartographischen Informationssystems (ATKIS). Aus diesem Grund werden bei eigenen Untersuchungen ausschließlich 2.5D-Ansätze der integrierten Modellierung betrachtet und 3D-Verfahren nur als mögliche Erweiterungen diskutiert. Es wird zum einen ein 2.5D-Verfahren entwickelt, das eine Verallgemeinerung der in der Praxis üblichen Integration von Höheninformation mittels Höhengleichungsoberflächen darstellt. Es handelt sich um das Verfahren der *attributiven Integration auf der Grundlage von Polynomflächenobjekten*. Hierbei wird einem flächenhaften Objekt eine Anzahl von Polynomkoeffizienten zugewiesen, mit denen das Relief innerhalb des Objektes approximiert wird. Durch die Standard-GIS-Operation der Verschneidung ist eine Zuweisung dieser Form von attributiver Höheninformation möglich. Zum anderen handelt es sich um das Verfahren der *Integration von DGM und DSM auf der Basis von Triangulationen (triangulated irregular networks, TIN)*, bei dem flächenhaften Objekten jeweils eine Anzahl von Dreiecken in einem integrierten Modell zur Beschreibung ihrer Oberflächenform zugewiesen wird. Für punkt- bzw. linienhafte Objekte erfolgt diese entsprechend durch die Zuweisung von Knoten bzw. Kanten des integrierten Modells.

Die Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten umfasst zwei Teilaspekte. Zum einen müssen die Objekte geometrisch gebildet werden, zum anderen müssen die Polynomparameter berechnet werden. Es werden Verfahren aus der Geomorphologie (punktbasierte Oberflächengraphen, d. h. Pfaltz-Graphen sowie klassifizierte Reliefparameter) und Hydrologie (Einzugsgebiete mittels Wasserscheidentransformation) für die Extraktion von Maschen aus dem Relief als Grundlage für die geometrische Bildung von Polynomflächenobjekten diskutiert. Es zeigt sich, dass diese nur bedingt für eine Modellierung des Reliefs unter Berücksichtigung von Qualitätskriterien geeignet sind. Daher wird in der Arbeit ein konzeptionelles Verfahren entwickelt, das nach der Methode des *region-growing* Polynomflächenobjekte aus einem unregelmäßigen DGM extrahieren kann. Die Implementierung erfolgt für ein Quadratgitter-DGM.

Die Berechnung der Polynomparameter basiert auf den Methoden der Ausgleichsrechnung. An den Grenzen der Polynomflächenobjekte kommt es verfahrensbedingt zwischen den Polynomflächen, die durch die adjazenten Objekte gebildet werden, zu *Unstetigkeiten* bzw. *Diskontinuitäten*. Diese können erhebliche Ausmaße annehmen. Es werden verschiedene Verfahren untersucht, wie die Diskontinuitäten durch die Ausgleichung beeinflusst werden können. Die Verfahren können in die Kategorien *lokale* und *globale Ausgleichungen* oder *vermittelnde Ausgleichungen mit Bedingungen zwischen den Unbekannten* und *vermittelnde Ausgleichungen mit zusätzlichen Beobachtungen* untergliedert werden. Aus Gründen der Lösbarkeit der Gleichungssysteme und der Favorisierung einer gleichmäßigen Stützung der Polynomflächen sind Ausgleichungen, welche Bedingungen einführen, nicht allgemein einsetzbar.

Während lokale Verfahren nur einzelne Objekte in der Ausgleichung betrachten, werden für globale Vorgehensweisen Beziehungen zwischen adjazenten Objekten modelliert. Globale Verfahren sind aus praktischen und theoretischen Gründen für die Berechnung von Polynomparametern nicht geeignet. Bei lokalen Verfahren können entweder zusätzliche Beobachtungen in den Punkten und Knoten des Objektumrings in die Ausgleichung eingeführt werden, oder innerhalb eines zu bildenden Puffers um das Objekt werden weitere Beobachtungen, die bereits im Gebiet der adjazenten Objekte liegen, verwendet. Es zeigt sich, dass das Verfahren mit einer Pufferung der Objekte die geeignetere Vorgehensweise ist, da sie eine gleichmäßige Stützung der Polynome sowohl innerhalb der Objekte als auch in deren kritischen Randbereichen gewährleistet. Mit diesen Erkenntnissen wird *ein Verfahren vorgestellt, das Polynomflächenobjekte aus einem Quadratgitter-DGM extrahiert und die Polynomparameter unter Verwendung einer Pufferung berechnet*. Durch dieses Verfahren werden bei den verwendeten Testgebieten die Diskontinuitäten bis zum Größenbereich der Residuen verringert. Das Relief wird in diesem Sinn homogen modelliert. Bei den Tests konnte das Relief mit einer absoluten Approximationsgenauigkeit von ein bis mehreren Dekametern modelliert werden, die durchschnittliche Approximationsgenauigkeit lag i. Allg.

in der Größenordnung von einigen Dezimetern. Aspekte der attributiven Integration der Höheninformation mit anderen flächenhaften Objekten werden diskutiert.

Um eine Integration von Geobasisdaten-DGM und -DSM mittels Triangulation zu ermöglichen, muss das Gitter-DGM aus den Geobasisdatensätzen, das um Strukturinformation ergänzt sein kann, trianguliert werden. Für die Triangulation von unregelmäßigen Punkthaufen gibt es etablierte und effiziente Verfahren. Speziell für den Fall, dass ein mit Strukturinformation ergänztes Quadratgitter-DGM trianguliert werden soll, kann ein Algorithmus effizienter als die bestehenden Verfahren implementiert werden, indem die im Gitter implizit vorhandene Topologie genutzt wird. Die Triangulation erfolgt in drei Stufen. In der ersten Stufe wird das Gitter unter Nutzung seiner Topologie durch einfache Indexberechnungen vermascht. In der zweiten Stufe werden die Stützpunkte der Strukturinformation eingefügt. Die Suche nach den Einfügeorten erfolgt mittels Bestimmung eines nahen Dreiecks und anschließender topologischer Suche. Bei der Wahl des nahen Dreiecks wird die Topologie des Gitters ebenfalls vorteilhaft einbezogen. Die eigentliche Integration der Sollverbindungen als dritte Stufe basiert auf bestehenden Verfahren, es sind jedoch geometrische Sonderfälle zu berücksichtigen.

Bei der initialen Gittervermaschung ist der Fall zu lösen, in welcher Richtung die Diagonale in einer Gitterzelle gelegt werden soll. Dies stellt einen *neutralen Fall* der für DGM-TIN häufig verwendeten *DELAUNAY-Triangulation* dar. In jeder Gitterzelle sind vier Punkte kozyklisch. Es werden verschiedene Ansätze untersucht, wie das *DELAUNAY-Kriterium* im neutralen Fall unter Berücksichtigung der Gitterpunkthöhen ergänzt werden kann. Diese berücksichtigen das Volumen unter der Oberfläche bzw. das Differenzvolumen zu einer bilinearen Fläche, den Oberflächeninhalt, die räumliche Länge der Diagonalen sowie die lokale Rauigkeit der Oberfläche, die von den Neigungen der Dreiecke innerhalb einer Gitterzelle abhängt.

Es wird bewiesen, dass für Quadratgitter das Kriterium der Minimierung bzw. Maximierung des Oberflächeninhaltes dem Kriterium der Maximierung bzw. Minimierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz entspricht. Auch für die vorgestellten Kriterien existieren neutrale Fälle. Es wird gezeigt, dass für triangulierte Quadratgitter die Menge der neutralen Fälle bei der Optimierung des Oberflächeninhalts (bzw. der Optimierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz) die Vereinigungsmenge der neutralen Fälle der Volumenoptimierung sowie der optimierten Länge aller Raumdiagonalen bildet. Numerische Probleme bei der Berechnung von neutralen Fällen werden gelöst. Denkbare Anwendungen der Kriterien liegen z. B. im Ingenieurbereich. Es werden Interpretationsmöglichkeiten der Kriterien diskutiert.

Die Idee der *Integration von Höheninformation und DSM mittels Triangulationen* findet sich bereits im Abschlussbericht des TIN-Projektes von PEUCKER ET AL. (1976). Es gibt in der Literatur bestehende Verfahren. Teilweise werden sie im Kontext der *Simplizialen Komplexe* beschrieben. Die Ansätze werden diskutiert. Als wichtigster Punkt für eine Qualitätsaussage der Integration findet sich die *Forderung nach der Invarianz der Oberflächenform des integrierten Modells gegenüber dem DGM-TIN*. Es existieren zwei Verfahren, die diesem Anspruch gerecht werden. Nur bei einem steht der Aspekt der Höhenintegration im Vordergrund. Ein drittes Verfahren kann mit einer Korrektur für eine Integration von DGM-TIN und DSM verwendet werden. Die Verfahren berücksichtigen nicht alle potenziell möglichen geometrischen Konstellationen, die bei der Integration von DGM-TIN und DSM auftreten können (partielle und vollständige Kollinearitäten von Kanten des DGM-TIN und des DSM). Diese werden in einem *neuen Datenmodell* berücksichtigt. Es wird ein *neuer, eigener Ansatz* entwickelt, der nicht nur die *Invarianz der Oberflächenform erfüllt*, sondern zusätzlich beim *Berechnen des neuen Datenmodells algorithmische Vorteile* hat. Dabei handelt es sich um den *radial-topologischen Algorithmus*, der unter Ausnutzung der Topologien der DSM-Geometrien und des DGM-TIN letzteres traversiert und somit sequentiell die Geometrien des DSM integriert. Er deckt im Gegensatz zu den bestehenden Verfahren alle Anforderungen des neuen Datenmodells ab. Gegenüber den anderen Verfahren nutzt er die vorhandenen Topologien vorteilhaft (vgl. Quadratgitter-Triangulation; *carpe diem et utere sollertissime constructionibus praeformatis*). Eine geometrische Analyse der Ergebnisse des neuen Algorithmus zeigt, dass dieser erweitert werden muss, um eine minimale Anzahl an Dreiecken als Ergebnis aufzuweisen. *Es wird das redundanzfreie integrierte Datenmodell entwickelt, das alle geometrischen Konstellationsmöglichkeiten bei der Integration von DSM und DGM-TIN berücksichtigt. Der erweiterte radial-topologische Algorithmus stellt ein Verfahren dar, welches das redundanzfreie integrierte Datenmodell berechnet.* Nach Kenntnis des Autors gab es bisher kein Verfahren, das alle diese Eigenschaften aufweist.

Falls die Integration mit dem Algorithmus erfolgt, der nicht das redundanzfreie Datenmodell zum Ziel hat, hängt das redundante Datenvolumen von der Reliefform bzw. von der Größe der Dreiecke im DGM-TIN ab. Im Hinblick auf eine mögliche Redundanz in den Eingangsdaten wird der Einfluss der Datenausdünnung im DGM-TIN und im DSM unter Berücksichtigung von deren Genauigkeitsspezifikationen mit bestehenden Verfahren untersucht. Für flache Gebiete entstehen bei einer adaptiven Triangulation große Dreiecke im DGM-TIN. Mit der Größe der Dreiecke steigt das algorithmisch bedingte redundante Ergebnisdatenvolumen und erreicht bei Tests bis zu 50 %. Den größten Beitrag zur Datenreduktion liefert die adaptive Triangulation des DGM. Durch

das Entfernen von redundanten Daten im DGM-TIN und im DSM kann in Abhängigkeit der Reliefformen das Ergebnisdatenvolumen um rund 90 % reduziert werden.

Eine vergleichende Beurteilung der diskutierten Vorgehensweisen zur Integration von Höheninformation und DSM zeigt, dass das Verfahren mit Triangulationen gegenüber dem mit Polynomflächenobjekten Vorteile aufweist. Es ist weniger aufwendig in seiner Berechnung, bei Modellvereinfachungen von der Qualität her gut steuerbar und fügt sich besser in bestehende Ansätze der Erfassung, Verwaltung, Analyse und Präsentation von Geodaten ein. Diese Eigenschaften sind für Polynomflächenobjekte nur eingeschränkt gegeben.

Summary

This thesis investigates two possibilities of integrating altitude or height information and digital situation models (DSM), i. e. planar 2-dimensional GIS-datasets. To provide methods which are compatible with existing 2.5D basic geodata sets commonly available from national mapping agencies (in Germany digital terrain models, DTM, and digital situation models, DSM, as part of the authoritative topographic-cartographic information system, ATKIS) the main focus of this research is on 2.5D-approaches. 3D-models will only be treated as possible extensions.

The first method generalizes the frequently used procedure of integrating height information and DSM via map overlay of the DSM and area features associated with a constant height value. The latter may be built on the basis of isolines extracted from a DTM or digitised from an analogue map. This results in the well-known “wedding cake approximation” of the surface. Generalizing the approach leads to *polynomial surface objects* in which the respective area objects are linked not only with a constant height attribute (a polynomial of degree zero) but with an individual mathematical function (surface polynomial) and a set of coefficients as attributes. The latter ones describe the terrain relief within the boundary of the object.

An other approach establishes an integrated model on the basis of triangulated irregular networks (TIN). These are sometimes called *simplicial networks* or *simplicial complexes* in the literature. An area feature is decomposed into a set of spatial triangles and a line feature consists of a set of spatial edges. Point features may be integrated as nodes into the integrated TIN.

Modeling the terrain relief by polynomial surface objects requires two steps in the processing. Firstly, the boundaries of the objects have to be determined, and, secondly, the polynomial coefficients have to be estimated by a least squares process. For the purpose of tessellating the terrain relief into a set of non-overlapping area features the application of extant methods from geomorphology (surface networks and classification of relief parameters) and hydrology (watersheds) is discussed. As a result, these methods cannot be used if the relief has to be approximated with respect to a certain accuracy. To fulfill this requirement a new method of extracting polynomial surface objects from irregularly distributed points is conceptually developed and implemented for the special case of regularly sampled points, i.e. square grids.

The respective surface polynomials of adjacent objects cannot be continuous at their common boundaries and, consequently, the resulting *discontinuities* in height can reach considerable magnitudes. To estimate the polynomial coefficients of the individual objects in conjunction with trying to reduce these discontinuities several variants of least squares adjustment procedures are examined. They may be divided into *local* and *global adjustments* or *adjustments including constraints* and *adjustments with additional observations*. Adjustments including constraints suffer from the disadvantage that the solvability of the resulting linear equation systems cannot be guaranteed and, additionally, they lead to a non-uniform support of the polynomial surfaces. Local adjustments involve only one object in the adjustment procedure whereas global adjustments try to model relations between adjacent objects in order to reduce the magnitude of the discontinuities. Although global adjustments seem to be attractive for reducing discontinuities on object boundaries they suffer from several theoretical and practical restrictions. In local adjustments there are two possibilities to achieve a reduction of discontinuities. Additional observations located on the nodes and intermediate points of the object boundaries may be introduced into the least squares adjustment, or a buffer of the object may be computed in which all square grid points are used in the subsequent least squares process. The latter method leads to a uniform support of the polynomial surface objects not only in their interior but also within the critical regions of their boundaries. It thus reduces the discontinuities more efficiently than additional observations solely located on nodes and points of object boundaries.

On the basis of these results a procedure of extracting polynomial surface objects from square grids and determining their respective coefficients in least squares processes based on the buffering of the objects is introduced and applied to four test areas. By using this procedure the discontinuities on the object boundaries are reduced to the magnitude of the residuals of the least squares process. This leads to a homogeneous accuracy of the

approximated surface. Computed results show that the absolute accuracy is commonly better than 15 m and in certain cases better than 7 m. The root mean square accuracy is commonly better than 1 m.

For a geomorphologically sound integration of DTM-TIN and DSM it is necessary to perform a constrained DELAUNAY-triangulation of the DTM data sets including skeleton lines. Several efficient triangulation algorithms are available for the purpose of triangulating irregularly distributed point sets and adding skeleton lines as constraints into the resulting mesh. For the special case of triangulating a square grid supplemented by geomorphological structures there is a more efficient three step method based on the inherent topology of the grid. In the first step, the grid is triangulated by of simple index calculations. The second step involves the incremental insertion of the points of the skeleton lines. The search for the location of insertion makes the major difference in runtime behaviour of incremental triangulation algorithms while the influenced area of the actual insertion remains the same for all of them. The search conducted by the jump-and-walk method. The jump step is based on the given grid structure. After inserting the points of the skeleton lines the latter themselves are integrated into the mesh by well-known techniques such as sequential alteration of the mesh or deleting intersected triangles and performing polygon triangulation for both sides of the respective skeleton line. Special geometric constellations have to be considered.

Triangulating the grid in the first step leads to the *neutral case* of the DELAUNAY-criterion as more than three points (i.e. four) are located on the common circumcircle of a grid cell. Several approaches are investigated to extend the DELAUNAY-criterion in the neutral cases involving not only the planar coordinates of the grid points but also their associated height values. They consider the volume below the resulting surface and the volume difference to a bilinear polynomial determined from the four points of a grid cell, the spatial areas of the triangles, the roughness of the surface and the spatial length of the diagonals in the grid cells. It is proven that for a square grid, the criterion *minimal spatial area of the surface* equals the criterion *maximal local roughness difference* (and vice versa). Even the optimization criteria may lead to neutral cases. The set of neutral cases of optimization criterion *area of the surface* (as well as *local roughness difference*) corresponds to the union of the sets of neutral cases of *volume optimization* and *optimization of the lengths of the spatial grid cell diagonals*. Conclusions are drawn in order to generalize the optimization criteria to non uniform point distributions. Application examples and interpretations of the optimization criteria are provided.

The idea of *integrating DTM-TIN and DSM or polygon systems* may be traced back at least to the final report of the original TIN project conducted by PEUCKER ET AL. (1976). A main requirement of outmost importance for an ensuing potential procedure is that *the approximation of the terrain surface by a TIN may not be altered*. Existing methods of integrating DSM und DTM-TIN are investigated. It is shown that not all of them meet the requirement of shape invariance of the relief. The methods meeting the requirement may still be improved conceptionally as well as algorithmically. *A new integrated data model and a new method of integrating DSM and DTM-TIN to DTM-DSM-TIN is introduced* in order to overcome these insufficiencies. The new data model considers possible collinearities of edges (even for parts of edges) in the input data sets and thus takes all possible geometric constellations during the integration of DTM-TIN and DSM into account. The new method is based on a radial-topological sweep around the nodes in the TIN and adding DSM geometries sequentially while traversing the TIN on the basis of their inherent topologies. *In contradistinction to existing procedures the new radial-topological algorithm considers all geometric constellations during the integration process and makes use of the topology of both input data DSM and DTM-TIN* (cf. the topological triangulation of grids described above; *carpe diem et utere sollertissime constructionibus praeformatis*). It is shown geometrically that this initial algorithm leads to redundant data in the resulting model and, therefore, *an integrated data model with a minimum amount of nodes (and thus of edges and triangles) as well as an extension to the initial radial-topological algorithm are developed*.

The algorithms are applied to three test areas. A main criticism of DTM-DSM-TIN in literature is that they would result in a huge amount of data. Three sources influencing the amount of data in the DTM-DSM-TIN are identified. The first is due to the algorithmic background of the integration and thus cured by the integrated data model with the minimal number of nodes, and the associated extended radial-topological algorithm. The other two sources are the input data (DTM and DSM). Therefore, existing simplification methods are applied to the data sets and the potential data reduction is confirmed by the given examples. Simplification is conducted only on the basis of stated accuracies of the input data showing their respective amount of redundant data. Generalization as a topic of its own is not treated. The most important factor for data reduction in the integrated model is the adaptive DTM triangulation. The latter partly results in large triangles, especially in flat areas. The amount of redundant data caused by an integration algorithm which does not avoid redundant data, e. g. the initial radial-topological algorithm, increases with the size of the triangles in the DTM-TIN. It reaches 50 % and, consequently, the application of the integrated data model with the minimal number of nodes is of vital importance. Data reduction in the DTM-TIN and the DSM with respect to their specified accuracies leads to a geometric data volume reduction of some 95 %.

A comparison of the two methods (integration with polynomial surface objects and integration on the basis of TIN) yields that DTM-DSM-TIN provide several advantages in contradistinction to polynomial surface objects. DTM-DSM-TIN require less computing effort during the step of integration. Data reduction may be conducted with available methods in which the resulting accuracy of the integrated model is controlled efficiently. DTM-DSM-TIN fit better into existing approaches of geodata capturing, higher dimensional data modelling (3D and even 4D) and management as well as analysis and visualization. Polynomial surface objects do not provide all of these favourable properties in the same manner.

Schlagworte

Digitale Geländemodelle (DGM), Geographische Informationssysteme (GIS), multidimensionale objektstrukturierte Landschaftsmodellierung

Keywords

digital terrain models (DTM), geographical information systems (GIS), multidimensional objectstructured landscape modeling

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	5
Summary	8
Abkürzungsverzeichnis	16
Abbildungsverzeichnis	18
Tabellenverzeichnis	21
Algorithmenverzeichnis	22
1. Einleitung	23
1.1. Problemdarstellung	23
1.2. Aufbau der Arbeit	24
2. Digitale Landschaftsmodellierung	26
2.1. Einführung	26
2.2. Datenmodelle für 2D-GIS	27
2.2.1. Allgemeines	27
2.2.2. Graphentheoretische Landkarten	27
2.2.3. Simpliziale Komplexe	28
2.3. Digitale Situationsmodelle (DSM)	29
2.3.1. Das ATKIS-DSM-Datenmodell	29
2.3.2. DSM als Geobasisdatenbestände	30
2.3.2.1. Nationale Vorhaben und Realisierungen	30
2.3.2.2. Überblick zur Situation in anderen europäischen Ländern	30
2.4. Digitale Geländemodelle (DGM)	31
2.4.1. Allgemeines und Terminologie	31
2.4.2. Datenquellen für DGM	32
2.4.3. Datenmodelle	33
2.4.4. Berechnung von Gitter-DGM	34
2.4.5. DGM als Geobasisdatenbestände	34
2.5. Stand der Integration von DGM und DSM im Kontext von Geobasisdaten	35

3. Ansätze integrierter Geodatenmodellierung	36
3.1. Grundlagen	36
3.1.1. Allgemeines und Terminologie	36
3.1.2. Bestehende Klassifizierungen integrierter Datenmodellierung	36
3.2. 2.5D-Ansätze zur integrierten Datenmodellierung	37
3.2.1. Höhenintegration durch Attributierung	37
3.2.1.1. Höhenattribute für Punkte und Knoten: "Sachdatenabsorption"	37
3.2.1.2. Polynomflächen als Attribute zu flächenhaften Objekten	38
3.2.2. Integriertes 2.5D-Datenmodell auf der Basis von Dreiecken	38
3.2.3. Integriertes 2.5D-Datenmodell auf der Basis von Quadratgitter-DGM	39
3.3. Bewertung der Ansätze und eigene Forschungsschwerpunkte	40
4. Integrierte Datenmodellierung mittels Polynomflächenobjekten	41
4.1. Einführung	41
4.2. Grundlagen	42
4.2.1. Grundlagen der Ausgleichsrechnung	42
4.2.2. Ausgleichung mit Singulär-Werte-Zerlegung	43
4.2.3. Sequentielle Ausgleichungen	44
4.2.3.1. Gauß-Markov-Modell mit Bedingungen	44
4.2.3.2. Gauß-Markov-Modell mit zusätzlichen Beobachtungen	45
4.2.4. Auswahl der Polynomansätze	45
4.2.5. Bestimmung eines Polynomansatzes für ein Polynomflächenobjekt	46
4.2.6. Entwurf einer Objektart "Polynomflächenobjekte"	46
4.3. Bildung von Maschen im Relief für Polynomflächenobjekte	47
4.3.1. Allgemeines	47
4.3.2. Geomorphologische Reliefmaschen	47
4.3.2.1. Punktbasierte Oberflächengraphen (PFALTZ-Graphen)	47
4.3.2.2. Flächenbasierte Oberflächengraphen und klassifizierte Reliefparameter	49
4.3.3. Hydrologische Reliefmaschen	50
4.3.4. Ein neuer Ansatz zur Extraktion von Maschen für Polynomflächenobjekte	51
4.3.4.1. Konzept eines Algorithmus zur Extraktion von Polynomflächenobjekten	52
4.3.4.2. Konkretisierung der Extraktion von Polynomflächenobjekten aus Quadratgitter-DGM	53
4.3.4.3. Singuläre Fälle bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten aus Quadratgitter-DGM	57
4.4. Berechnung der Parameter von Polynomflächenobjekten	58
4.4.1. Lokale Ausgleichung in verschiedenen Varianten	58
4.4.1.1. Einfache lokale Ausgleichung mit Gitterpunkten	58
4.4.1.2. Lokale Ausgleichung mit zusätzlichen Beobachtungen auf dem Umringspolygon	59
4.4.1.3. Lokale Ausgleichung mit Pufferbildung	59

4.4.1.4.	Lokale Ausgleichung mit Bedingungen	60
4.4.2.	Globale Ausgleichung in verschiedenen Varianten	61
4.4.2.1.	Globale Ausgleichung mit Bedingungen	61
4.4.2.2.	Globale Ausgleichung mit beobachteten Differenzen in Punkten und Knoten	64
4.4.3.	Steuerung der Qualität der Modellierung und Qualitätsmaße	65
4.4.3.1.	Residuen der Ausgleichungen	65
4.4.3.2.	Qualitätsmaße für Diskontinuitäten auf den Objektgeometrien	65
4.4.3.3.	Iteration der Ausgleichung zur partiellen Kontrolle der Diskontinuitäten	66
4.5.	Aspekte der Implementierung eines Testsystems	66
4.5.1.	Festzulegende Parameter der Implementierung	66
4.5.2.	Kopplung des Testsystems an ein kommerziell verfügbares GIS	67
4.5.3.	Aufbau einer externen Datenstruktur	67
4.5.4.	Struktureller Aufbau der Matrizen in den Ausgleichungen	69
4.5.4.1.	Berechnung und Aufbau der Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ für die zweite Stufe der sequentiellen Ausgleichung	69
4.5.4.2.	Aufbau der Matrizen der Bedingungen und der beobachteten Differenzen	71
4.5.5.	Laufzeitverbesserung durch schnelle Matrizenmultiplikation	72
4.6.	Integration von Polynomflächenobjekten und Situationsmodellobjekten	74
4.6.1.	Integration durch Verschneidung	74
4.6.2.	Extraktion von Polynomflächenobjekten auf der Basis von flächenhaften DSM-Objekten	75
4.7.	Kritische Diskussion der Verfahren und des Modellierungsansatzes	75
4.7.1.	Verwendbarkeit der vorgestellten Maschenarten für Polynomflächenobjekte	75
4.7.2.	Auswahl eines Ausgleichungsansatzes zur Berechnung der Polynomparameter	76
4.7.3.	Aufstellung eines Auswerteverfahrens	77
4.7.4.	Kritische Betrachtung des Modellierungsansatzes	78
5.	Triangulationen in der Digitalen Geländemodellierung	80
5.1.	Einführung und Grundlagen von Triangulationen	80
5.2.	DELAUNAY-Triangulationen	80
5.2.1.	Datenstrukturen für Triangulationen	81
5.2.2.	Algorithmen zur Berechnung von DELAUNAY-Triangulationen	82
5.2.3.	Vorgehensweisen zur Berechnung bedingter Triangulationen	82
5.3.	Ein Algorithmus zur Triangulation von Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation	83
5.3.1.	Schritt 1: Die topologische Triangulation von Quadratgitter-DGM	84
5.3.2.	Die Schritte 2 und 3: Berücksichtigung von Strukturinformation	85
5.3.2.1.	Schritt 2: Inkrementelles Einfügen eines Punktes in eine Delaunay-Triangulation	85
5.3.2.2.	Verfahren zur Suche nach dem Einfügeort	86
5.3.2.3.	Bestimmung des Einfügeortes mittels lokaler Listen	88
5.3.2.4.	Bestimmung des Einfügeortes mittels eines nahen Dreiecks und topologischer Suche	90

5.3.2.5.	Vergleich der Verfahren zur Suche des Einfügeortes	92
5.3.2.6.	Schritt 3: Bildung der Sollseiten	93
5.4.	Kriterien zur Lösung der neutralen Fälle in DELAUNAY-Triangulationen	93
5.4.1.	Einführung	93
5.4.2.	Volumen-Optimierung	96
5.4.2.1.	Maximales und minimales Volumen	96
5.4.2.2.	Optimierung der Volumendifferenz zum bilinearen Polynom	98
5.4.2.3.	Der neutrale Fall der Volumenoptimierung	99
5.4.3.	Länge der Raumdiagonalen	100
5.4.3.1.	Die Länge der Raumdiagonalen als Optimierungskriterium	100
5.4.3.2.	Neutrale Fälle der Optimierung der Länge der Raumdiagonalen	101
5.4.4.	Der Flächeninhalt der räumlichen Dreiecke	101
5.4.4.1.	Optimierung des räumlichen Flächeninhalts	101
5.4.4.2.	Neutrale Fälle der Optimierung des räumlichen Flächeninhalts	102
5.4.5.	Lokale Optimierung der Differenz der Oberflächenrauheiten	104
5.4.6.	Morphologische und numerische Aspekte der neutralen Fälle	106
5.4.7.	Der allgemeine neutrale Fall für DELAUNAY-Triangulationen	106
5.4.7.1.	Permutierte Triangulationen von n -Ecken	106
5.4.7.2.	Optimierungskriterien	107
5.4.7.3.	Algorithmische Behandlung des allgemeinen neutralen Falls in DELAUNAY-Triangulationen	108
5.5.	Kritische Diskussion	108
6.	Integrierte Datenmodellierung mittels Triangulationen	110
6.1.	Algorithmen zur Modifikation von Dreiecksnetzen	110
6.2.	Konzepte und Realisierungen der Integration von triangulierten DGM und DSM	112
6.2.1.	Das Verfahren von PILOUK (1996) und verwandte Ansätze	112
6.2.1.1.	Grundlagen des Ansatzes	112
6.2.1.2.	Defizite des Ansatzes	113
6.2.2.	Die Verfahren von KLÖTZER (1997) und EGENHOFER et al. (1989)	114
6.2.2.1.	Einführende Untersuchungen und Realisierung des Ansatzes von KLÖTZER (1997)	114
6.2.2.2.	Defizite des Ansatzes von KLÖTZER (1997) und Gemeinsamkeiten mit dem Ansatz von EGENHOFER et al. (1989)	115
6.2.3.	Der Ansatz von ABDELGUERFI et al. (1997)	116
6.2.3.1.	Grundlagen des Ansatzes	116
6.2.3.2.	Diskussion des Ansatzes	116
6.3.	Das modifizierte Datenmodell zur Integration von triangulierten DGM und DSM	117
6.4.	Ein neuer Algorithmus zur Integration von Quadratgitter-DGM und DSM	118
6.4.1.	Grundprinzip des radial-topologischen Algorithmus	118
6.4.2.	Zuweisung der Dreiecke an flächenhafte Situationsobjekte	120

6.4.3.	Berücksichtigung von Aussparungsflächen im DGM	121
6.4.4.	Behandlung von DSM-Geometrie-Punkten außerhalb der konvexen Hülle des Quadratgitter-DGM	121
6.4.5.	Weitere Anwendungsgebiete des radial-topologischen Algorithmus	122
6.4.5.1.	Einsatz des Algorithmus mit anderen inkrementellen Verfahren	122
6.4.5.2.	Einsatz des Algorithmus zur Berechnung strukturierter DGM	122
6.4.6.	Geometrische Analyse des Algorithmus	122
6.5.	Integriertes Datenmodell mit minimaler Anzahl von Knoten	124
6.6.	Der erweiterte radial-topologische Algorithmus	124
6.7.	Vergleich der Ansätze zur Berechnung der integrierten Modelle	128
6.7.1.	Vergleich der Algorithmen	129
6.7.2.	Die Größe der beeinflussten Gebiete	129
6.7.3.	Geometrische Analyse der Ergebnisse	130
6.8.	Kritische Diskussion des Modellierungsansatzes	131
7.	Vergleich der Verfahren und Anwendung auf Realdatensätze	133
7.1.	Verfügbare Testdatensätze	133
7.1.1.	Die Altmoränenlandschaft der Dammer Berge	133
7.1.2.	Das Niedersächsische Bergland bei Ebergötzen	133
7.1.3.	Das Leinetal bei Nordstemmen südlich von Hannover	135
7.1.4.	Das Testgebiet Saar	136
7.2.	Anwendung der Verfahren auf die Testgebiete	136
7.2.1.	Modellierung der Testgebiete mit Polynomflächenobjekten	136
7.2.2.	Dreiecksbasierte Integration für die Testgebiete	142
7.3.	Vergleich der Verfahren	154
8.	Offene Probleme und mögliche Ansätze für weitere Forschung	159
	Dank	161
9.	Literaturverzeichnis	163
A.	Beweis zur Identität von Optimierungskriterien	176
B.	Detaillierte Wiedergabe einzelner Algorithmen	178
C.	Detailergebnisse des Ansatzes der Modellierung mit Polynomflächenobjekten	179
C.1.	Das Testgebiet Damme	180
C.2.	Das Testgebiet Ebergötzen	182
C.3.	Das Testgebiet Leine	184
C.4.	Das Testgebiet Saar	186
D.	Weitere Ergebnisse der integrierten Modellierung mittels Triangulationen	188
E.	Lebenslauf	190

Abkürzungsverzeichnis

Abb.	Abbildung
Abs.	Abschnitt
AdV	Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland
AG	Arbeitsgemeinschaft
ANSI	American National Standards Institute
ALKIS	Amtliches Liegenschaftskatasterinformationssystem
ATKIS	Amtliches Topographisch-Kartographisches Informationssystem
ATKIS-OK	ATKIS-Objektartenkatalog
BfG	Bundesanstalt für Gewässerkunde, Koblenz
BKG	Bundesamt für Kartographie und Geodäsie
BUNR	Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit
CDT	constrained DELAUNAY-triangulation
CISC	Complex Instruction Set Computer
CRGC	Characteristic Region Configuration Graph
DBU	Deutsche Bundesstiftung Umwelt
DCEL	doubly connected edge list
DFM	fachliches Datenmodell, Digitales Fachmodell
DGHM	Digitales Geländehöhenmodell
DGK	Deutsche Geodätische Kommission
DGK5	Deutsche Grundkarte 1 : 5.000
DGM	Digitales Geländemodell
DGM25	Digitales Geländemodell mit der Qualitätsstufe 2 nach der Spezifikation der AdV (HARBECK, 2000a)
DGM5	Digitales Geländemodell 1 : 5.000
DGM5/10	Digitales Geländemodell mit der Qualitätsstufe 1 nach der Spezifikation der AdV (HARBECK, 2000a)
DGM50	Digitales Geländemodell mit der Qualitätsstufe 3 nach der Spezifikation der AdV (HARBECK, 2000a)
DGM-DSM-TIN	Integriertes 2.5D-Landschaftsmodell aus DGM-TIN und DSM in der Dreiecksdatenstruktur
DGM-TIN	Digitales Geländemodell mit einer Dreiecksdatenstruktur
DHM	Digitales Höhenmodell
DLM	Digitales Landschaftsmodell
DOM	Digitales Objektmodell
DRM	Digitales Reliefmodell
DSM	Digitales Situationsmodell
DSM25	Digitales Situationsmodell 1 : 25.000, entspricht dem heutigen Basis-DSM
DSM25/1	DSM25 in der ersten Aufbaustufe
EVFP	Extended-Vector-Product-Format
FDS	formal data structure
Gelis	Geländeinformationssystem
GEO	Geometrieelement (in einem GIS)
GHDB	Geländehöhendatenbank
GIS	Geo-Informationssystem, Geographisches Informationssystem
Gl.	Gleichung
GRASS	Geographical Resources Analysis Support System
GM-Modell	Gauß-Markov-Modell
HMSO	Her Majesty's Stationery Office

ICDT	integrated constrained DELAUNAY-triangulation
ID	Identifikator
IfK	Institut für Kartographie, Universität Hannover
IKG	Institut für Kartographie und Geoinformatik, Universität Hannover
Kap.	Kapitel
KNO	Knoten (als topologisches Element in einem GIS oder Graphen)
LGN	Landesvermessung und Geobasisinformation Niedersachsen
MB	Megabytes
MVVM	multi-value vector map
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
OJ	Objekt
OK	Objektartenkatalog
OT	Objektteil
PC	Personal Computer
RISC	Reduced Instruction Set Computer
rms	root mean square
SARA	System zur Automatischen Reliefanalyse
SCOP	Stuttgart Contouring Programm: DGM-Softwarepaket des Instituts für Photogrammetrie und Fernerkundung, TU Wien, und der Firma INPHO GmbH
SVD	singular value decomposition
SVVM	single-value vector map
Tab.	Tabelle
TASH	Topographisches Auswertesystem der Universität Hannover
TIN	Triangulated Irregular Network, Dreiecksdatenstruktur für DGM
THOTN	The Hydrographer of the Navy
TK50	Topographische Karte 1:50.000
TU	Technische Universität
UML	Unified Modeling Language
URL	Uniform Resource Locator, Adresse im Internet
VPF	Vector-Product-Format

Abbildungsverzeichnis

2.1. UML-Diagramm für das minimale Landkartenmodell (nach GRÖGER, 2000).	28
2.2. Beispiele für Simplexe und simpliziale Komplexe.	28
2.3. ATKIS-DSM-Datenmodell (ADV, 1989, mit Überarbeitung des Verfassers).	29
2.4. Schema des ATKIS-OK (nach HAKE & GRÜNREICH, 1994).	30
2.5. Terminologie: Gitter versus Raster.	32
2.6. Datenquellen und Stützpunktverteilungen für DGM.	32
2.7. Dreiecksdatenmodell und Höhenliniendatenmodell.	33
4.1. Beispiel eines Oberflächengraphen (aus WOLF, 1988).	48
4.2. Mit <i>LandSerf</i> extrahierte Oberflächengraphen.	49
4.3. Verschneidung von Höhenstufen mit der Exposition.	51
4.4. Objekte gleicher Kompaktheit mit unterschiedlichen Umkreisen.	55
4.5. Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes.	56
4.6. Beispiele für singuläre Gitterpunktkombinationen.	58
4.7. Ausgleichung einzelner Reliefobjekte.	59
4.8. Ausgleichung einzelner Reliefobjekte mit Pufferung der Geometrie.	60
4.9. Ausgleichung einzelner Reliefobjekte mit Bedingungen an den Randpunkten.	61
4.10. Globale Ausgleichung aller Polynomflächenobjekte mit Randbedingungen.	62
4.11. Typische GIS-interne-Datenstruktur am Beispiel einer Masche (LAURINI & THOMPSON, 1992, mit Überarbeitung des Verfassers).	67
4.12. Externe Datenstruktur im Testsystem auf der Basis von Binärbäumen am Beispiel der Masche aus Abb. 4.11.	68
4.13. Struktureller Aufbau von $C_{x_1 x_1}$ in der 1. Stufe der globalen Ausgleichung.	70
4.14. Auswahl möglicher Kombinationen inzidenter extrahierter Polynomflächenobjekte an Punkten und Knoten der Objektgrenzen.	71
4.15. Struktureller Aufbau der Submatrix der Bedingungsgleichungen.	72
4.16. Gegenüberstellung von Laufzeiten für den Algorithmus von STRASSEN und die zeilenweise Multiplikation.	73
5.1. DELAUNAY-Triangulation einer Punktmenge mit assoziiertem VORONOI-Diagramm und exemplarischen Umkreisen.	81
5.2. Topologische Triangulation eines Quadratgitters.	84
5.3. Einfügen eines Punktes in ein Dreieck.	85
5.4. Einfügen eines Punktes auf einer Kante.	86
5.5. Einfügegebiete für den ersten einzufügenden Punkt innerhalb einer Gitterzelle.	86

5.6. Dreieckskombinationen bei Kozirkularität eines Punktes mit vier Gitterpunkten.	87
5.7. Aktualisierung der Verweise in der Zellenstruktur für einzeilige oder einspaltige minimal umschreibende Rechtecke.	89
5.8. Aktualisierung der Verweise in der Zellenstruktur für zweizeilige oder zweispaltige minimal umschreibende Rechtecke.	90
5.9. Aktualisierung der Verweise in der Zellenstruktur für die vier Zellen große Gitterzellen-Bounding-Box und dem Mittelpunkt als Dreieckspunkt.	90
5.10. Aufteilung der Ebene in Entscheidungsgebiete bei der Suche des Einfügeortes eines Punktes.	91
5.11. Topologische Suche des Einfügeortes eines Punktes.	91
5.12. Laufzeiten für das Einfügen von Punkten in ein trianguliertes Gitter für drei Algorithmen.	92
5.13. Dreieckskombinationen innerhalb der Gitterzelle.	94
5.14. Regelmäßige Vermaschungsmuster.	95
5.15. Optimierung des Volumens.	97
5.16. Optimierung der Volumendifferenz zu den lokalen bilinearen Polynomen.	99
5.17. Optimierung der Raumdiagonalen.	100
5.18. Optimierung des Oberflächeninhalts.	102
5.19. Graphischer Vergleich der neutralen Fälle.	104
5.20. Optimierung der lokalen Differenz der Oberflächenrauheit.	106
6.1. Polygontriangulation mit einem <i>Diagonalen</i> -Verfahren (aus AMMERAAL, 1997).	111
6.2. DELAUNAY-Verfeinerung nach RUPPERT (1995; aus SHEWCHUK, 1997).	111
6.3. DGM-GIS-Datenmodell von/aus PILOUK (1996).	113
6.4. Erweiterung des integrierten Datenmodells als UML-Diagramm.	118
6.5. Radial-topologische Suche um einen Punkt.	119
6.6. Geometrische Analyse der Ergebnisse des radial-topologischen Algorithmus.	123
6.7. Integriertes Datenmodell mit minimaler Knotenanzahl als UML-Diagramm.	125
6.8. Der erweiterte radial-topologische Algorithmus.	127
6.9. Der Sonderfall von kollinearen Punkten bei der Polygontriangulation.	128
7.1. Das Testgebiet Damme.	134
7.2. Das Testgebiet Ebergötzen.	134
7.3. Das Testgebiet Leine südlich von Hannover.	135
7.4. Der Wiltinger Bogen im Bereich der Saar.	136
7.5. Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Testgebiet Damme.	137
7.6. Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Testgebiet Ebergötzen.	138
7.7. Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Leine-Gebiet.	138
7.8. Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Testgebiet Saar.	139
7.9. Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Leine.	139
7.10. Beispiel einer Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Ebergötzen in Abb. 7.6.	142
7.11. Detailansicht von Polynomflächenobjekten im Testgebiet Damme vor der Ausgleichung mit Pufferung der Objekte.	143

7.12. Detailansicht von Polynomflächenobjekten im Testgebiet Damme nach der Ausgleichung mit Pufferung der Objekte.	144
7.13. DSM und trianguliertes 50- m -Quadratgitter-DGM mit integriertem DSM und redundanten Knoten für das Testgebiet Damme.	146
7.14. DSM und trianguliertes 50- m -Quadratgitter-DGM mit integriertem DSM und redundanten Knoten für das Testgebiet Ebergötzen.	147
7.15. DSM und trianguliertes 50- m -Quadratgitter-DGM mit integriertem DSM und redundanten Knoten für das Leine-Gebiet.	147
7.16. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachungen für DGM und DSM und ohne redundante Knoten im Testgebiet Damme, Schwellwerte 1 m	151
7.17. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM und ohne redundante Knoten im Testgebiet Ebergötzen, Schwellwerte 1 m	151
7.18. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM und ohne redundante Knoten im Leine-Gebiet, Schwellwerte 1 m	152
7.19. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM und redundanten Knoten im Leine-Gebiet, Schwellwerte 1 m	152
C.1. Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für Damme.	180
C.2. Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Damme in Abb. 7.5.	181
C.3. Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Damme.	181
C.4. Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für Ebergötzen.	182
C.5. Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Ebergötzen.	183
C.6. Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für das Testgebiet Leine.	184
C.7. Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Leine in Abb. 7.7.	185
C.8. Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für das Testgebiet Saar.	186
C.9. Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Saar in Abb. 7.8.	187
C.10. Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Saar.	187
D.1. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM im Testgebiet Damme, Schwellwerte 3 m	188
D.2. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM im Testgebiet Ebergötzen, Schwellwerte 3 m	189
D.3. Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM im Testgebiet Leine, Schwellwerte 3 m	189

Tabellenverzeichnis

4.1. Laufzeitverhalten bei der Lösung linearer Gleichungssysteme (Auszug aus ENGELN-MÜLLGES & UHLIG, 1996).	69
5.1. Zahlenbeispiel für die Volumenoptimierung.	97
5.2. Zahlenbeispiel für die Optimierung der Volumendifferenz.	99
5.3. Zahlenbeispiel für die Optimierung des Oberflächeninhalts.	102
5.4. Die ersten 12 Catalanischen Zahlen.	107
7.1. Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion und der abschließenden Polynomparameterberechnung für die Testgebiete (Angaben in $[m]$).	140
7.2. Anzahlen von Knoten und Dreiecken in triangulierten Gittern.	145
7.3. Anzahlen von Punkten und Knoten in DSM-Datensätzen ohne und mit Linienvereinfachung nach DOUGLAS & PEUCKER (1973).	145
7.4. Charakteristika der dreiecksbasierten Integration von Quadratgitter-DGM und DSM in verschiedenen Vereinfachungsstufen für Damme.	148
7.5. Charakteristika der dreiecksbasierten Integration von Quadratgitter-DGM und DSM in verschiedenen Vereinfachungsstufen für Ebergötzen.	149
7.6. Charakteristika der dreiecksbasierten Integration von Quadratgitter-DGM und DSM in verschiedenen Vereinfachungsstufen für das Testgebiet Leine.	150
7.7. Anzahlen von Knoten und Dreiecken in adaptiven Triangulationen für alle Testgebiete.	150
7.8. Anzahlen von Knoten in vereinfachten integrierten Modellen für alle Testgebiete.	153
C.1. Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für Damme.	181
C.2. Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für Ebergötzen.	183
C.3. Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für das Testgebiet Leine.	185
C.4. Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für das Testgebiet Saar.	187

Algorithmenverzeichnis

Das Algorithmenverzeichnis führt nur Verfahren auf, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurden. Folgende Algorithmen werden verbal-deskriptiv vorgestellt:

1.	Extraktion von Polynomflächenobjekten aus unregelmäßig verteilten Punkthaufen (konzeptionell)	52
2.	Extraktion von Polynomflächenobjekten aus Quadratgitter-DGM	53
3.	Überblick über alle Teilschritte des Auswertalgorithmus für Polynomflächenobjekte	77
4.	Triangulation von Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation	83
5.	Integration von DGM und DSM mittels Triangulation (radial-topologischer Algorithmus)	118
6.	Integration von DGM und DSM mittels Triangulation und minimalem Ergebnisdatenvolumen (erweiterter radial-topologischer Algorithmus)	124

Neben diesen Verfahren werden weitere Algorithmen mit Pseudoquelltexten erläutert:

B.1.	zeilenweise Matrizenmultiplikation $\mathbf{C} = \mathbf{A} * \mathbf{B}$	178
B.2.	zeilenweise Matrizenmultiplikation $\mathbf{C} = \mathbf{A} * \mathbf{B}^T$	178
B.3.	zeilenweise obere Dreiecksmatrix $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T * \mathbf{A}$	178

1. Einleitung

1.1. Problemdarstellung

Die Bearbeitung von raumbezogenen Fragestellungen impliziert beim Stand der Technik den Einsatz von *Geographischen Informationssystemen (GIS)*. Mit diesen werden räumliche Daten, d. h. *Geodaten* oder *Geoinformationen*, erfasst, verwaltet, analysiert und präsentiert (z. B. BILL & FRITSCH, 1994). Geoinformationen, und insbesondere digitale Geoinformationen, sind ein wesentlicher Teil des in der heutigen Informations- und Kommunikationsgesellschaft vorhandenen Wissens. Sie werden auf allen Ebenen in Verwaltung, Wirtschaft, Wissenschaft und vom Bürger genutzt (BUNDESREGIERUNG, 2000). Die Relevanz von Geodaten und GIS wird ebenso auf internationaler Ebene unterstrichen. Auf die notwendige Entwicklung und den Aufbau von GIS als wissenschaftliches und technologisches Mittel wird u. a. auch in der *Agenda 21 der Konferenz der Vereinten Nationen für Umwelt und Entwicklung*, die im Juni 1992 in Rio de Janeiro stattfand, hingewiesen (BUNR, 1997). Es wird dort eine Weiterentwicklung von GIS hinsichtlich Nutzerfreundlichkeit und Funktionalität bei der Verarbeitung, Auswertung und Interpretation von Messdaten und der Erarbeitung von Bewirtschaftungsstrategien als notwendig erachtet. Es findet sich die Forderung, die immer noch vorhandene Datenlücke bei der Beschreibung der Umwelt und ihrer Prozesse zu überbrücken, relevante Informationen in leichter verwendbarer Form und kürzerer Zeit bereitzustellen sowie die Verfügbarkeit von Information zu verbessern, z. B. durch die Einrichtung von nationalen und internationalen Informationszentren zur Sammlung präziser Daten (*Agenda 21*, Kap. 40). Diese Aspekte werden sinngemäß auch von der Bundesregierung (BUNDESREGIERUNG, 2000) und in dem Strategiepapier der Deutschen Geodätischen Kommission *Geodäsie 2000++* (DGK, 1998) angesprochen.

Die Datenerfassung, d. h. die Sammlung von Information, ist bei GIS der größte Kostenfaktor (BILL & FRITSCH, 1994). Die komplexe Umwelt muss in einem integrierten Datenmodell abgebildet werden, das zunehmend interdisziplinären Anforderungen genügen soll. Zur Kostenreduzierung bei der Erfassung und zur Schaffung konsistenter Datensätze wird heute bei GIS vermehrt eine Integration der Fachdaten bzgl. der topographischen *Geobasisdaten aus ATKIS* (Amtliches Topographisch-Kartographisches Informationssystem; ADV, 1989) vorgenommen.

ATKIS beschreibt die dreidimensionale Landschaft objektstrukturiert nach topographischen Kriterien, bei denen die „... Situation, Gewässer, Geländeformen, Bodenbewachsung und eine Reihe sonstiger Erscheinungen ...“ Hauptgegenstand sind (INTERNATIONALE KARTOGRAPHISCHE VEREINIGUNG, 1993; nach HAKE & GRÜNREICH, 1994). Der Zweck von ATKIS ist die 3D-Beschreibung der Landschaft in Form von *Digitalen Landschaftsmodellen (DLM)* bzw. durch *2D-Digitale Situationsmodelle (DSM)* in Kombination mit *2.5D-Digitalen Geländemodellen (DGM)* (HARBECK, 2000b; vgl. Abs. 2.1). Das DLM dient als Grundlage für den Aufbau von 3D-Modellen der Umwelt. Es besteht aufgrund des Stands von Forschung und Technik u. a. aus dem 2D-DSM, mit dem nur die Lage der Objekte in der Ebene beschrieben wird, und dem separat vorgehaltenen 2.5D-DGM, mit dem das Relief mit einer eindeutigen Höhe zu jeder Koordinate in der Ebene diskretisiert wird.

Bzgl. Geobasisdaten, DSM, DGM und DLM ist folgendes festzustellen:

1. *Geobasisdaten leisten einen wichtigen Beitrag zum Aufbau von GIS*, indem sie die Kosten der Erfassung nach dem Prinzip „einmal erfassen, mehrfach nutzen“ deutlich verringern und die Erzeugung von konsistenten Geodaten unterstützen.
2. *Ein DSM beschreibt die reale Landschaft* nach topographischen Kriterien *in einem zweidimensionalen Modell*.
3. *Das Relief wird* mit den bisherigen Ansätzen in GIS *punktweise (regelmäßig oder unregelmäßig verteilt) als DGM, linienhaft mit Höhenlinien oder flächenhaft in Höhenstufen diskretisiert modelliert*.
4. *DGM werden* in den Geobasisdatensätzen beim derzeitigen Stand der Entwicklung *logisch und ggf. softwaretechnisch getrennt von DSM vorgehalten*, d. h., die Landschaft wird in den Geobasisdatensätzen bisher

nicht flächendeckend durch objektstrukturierte 2.5D-DLM beschrieben. Geoobjektbezogene Reliefanalysen sind teilweise nur erschwert möglich. *Ein 2.5D-DLM kann durch die objektstrukturierte Beschreibung der 3D-Landschaftsoberfläche als Grenzfläche zwischen der Atmosphäre und dem festen Erdkörper einen wichtigen Beitrag für den Aufbau von 3D-GIS liefern.*

Ziel dieser Arbeit ist es, einen Beitrag zur Verbesserung der mehrdimensionalen objektstrukturierten Modellierung von Geobasisdaten zu erarbeiten.

Dabei werden im Wesentlichen zwei Ansätze untersucht. Der erste Ansatz hat experimentellen Charakter und versucht, eine *Integration von DGM und DSM auf der Grundlage von flächenhaften, mit mathematischen Funktionen verknüpften Objekten* zu erzielen. Diese stellen eine Verallgemeinerung der heute üblichen Verwendung von Höhenschichten zur Verschneidung von DSM mit Höheninformation dar. Aufgrund der Verwendung von Flächenpolynomen als Funktionen werden die flächenhaften Objekte als *Polynomflächenobjekte* bezeichnet. Sie approximieren das Relief und werden aus einem Quadratgitter-DGM extrahiert. Einen derartigen Ansatz gibt es nach Kenntnis des Autors bisher nicht.

Der zweite Ansatz greift Entwicklungen auf, die sich vereinzelt in der Fachliteratur finden. Dabei handelt es sich um eine *Integration von DGM und DSM auf der Basis von Triangulationen*, die teilweise unter dem Begriff der *simplizialen Komplexe* beschrieben wird. Die bestehenden Verfahren werden hinsichtlich ihrer Eignung für die Bereitstellung von DLM eingehend untersucht und beurteilt. Es werden eigene Entwicklungen vorgestellt und mit den bestehenden Verfahren verglichen. Der neue Ansatz ist im Gegensatz zu bestehenden Verfahren vollständig, weil er alle potenziell auftretenden geometrischen Kombinationen zulässt bzw. explizit berücksichtigt. Daneben hat er algorithmische Vorteile.

1.2. Aufbau der Arbeit

Diese Arbeit berührt ganz unterschiedliche Themenbereiche. Eine Einführung in alle wichtigen Grundlagen und Methoden vor Behandlung der eigenen Untersuchungen ist aus Gründen der Übersichtlichkeit und Zuordnungsmöglichkeit der Verfahren nach Meinung des Autors nicht sinnvoll. Daher werden zunächst Überblicke zur Praxis und zum Stand der Forschung bei der Geodatenmodellierung gegeben. In den anschließenden Kapiteln, welche die eigenen Untersuchungen beschreiben, werden am Anfang jeweils die für das Kapitel notwendigen Grundlagen und Verfahren vorgestellt.

Im folgenden Kapitel 2 wird ein Überblick zur Praxis der Geodatenmodellierung gegeben. Dabei liegt das Hauptgewicht auf den verfügbaren amtlichen Geobasisdaten. Aufgrund der getrennten Modellierung von DSM und DGM werden diese separat voneinander behandelt. Dabei wird das DGM eingehender vorgestellt, da die Datenstrukturen für DGM eine Grundlage für die spätere Integration der beiden Konzepte DSM und DGM bilden. Der Stand der Forschung zur Integration wird in Kapitel 3 beschrieben. Da es sich bei der amtlichen Geobasisdatenmodellierung um Ansätze handelt, bei denen zu jeder Koordinate in der Ebene nur ein Höhenwert zugelassen wird (2.5D-Modellierung), konzentriert sich das Kapitel auf 2.5D-Ansätze der Integration. Das Thema der 3D-Modellierung wird nur kurz im Kontext der diskutierten 2.5D-Ansätze angesprochen. Die eigenen Schwerpunkte der Arbeit werden unter Bezug auf bestehende Ansätze festgelegt.

Kapitel 4 ist den Untersuchungen zur 2.5D-Modellierung mit Polynomflächenobjekten gewidmet. Diese stellt sich in zwei Teilaspekten dar, der Tessellation der Ebene in Maschen und der Berechnung von Funktionen für diese Maschen. Diese Teilbereiche sind eng miteinander verknüpft, sie werden jedoch zwangsläufig getrennt voneinander behandelt. Bestehende Verfahren der Bildung von Maschen werden einer eigenen Entwicklung gegebenübergestellt. Für die Berechnung der Polynomfunktionen werden verschiedene Ansätze diskutiert. Es wird ein Verfahren zur automatischen Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten vorgestellt.

Für die Integration von DSM und DGM mittels Triangulation bedarf es der Modellierung des DGM mit der Dreiecksdatenstruktur. Da sich diese Arbeit vornehmlich im Kontext der amtlichen Geobasisdaten bewegt, wird in Kapitel 5 für die Triangulation der verfügbaren Gitter-DGM, die durch Strukturinformation ergänzt sein können, ein spezieller Triangulationsalgorithmus entwickelt. Er wird eingehend untersucht, und es werden Vorschläge gemacht, wie das klassische DELAUNAY-Kriterium, welches im Verlauf der Triangulation teilweise kein eindeutiges Ergebnis bietet, durch weiterführende Kriterien ergänzt werden kann.

Kapitel 6 befasst sich mit der Integration von DSM und DGM mittels Dreiecken. Grundlagen hierfür finden sich durch die notwendige Triangulation von DGM teilweise bereits in Kapitel 5. Es wird ein umfassender Überblick zu bestehenden Verfahren der Integration von DSM und DGM auf der Basis von Triangulationen gegeben.

Diese werden eigenen Entwicklungen gegenübergestellt. Die eigenen Entwicklungen lassen sich mit bestehenden Verfahren der Triangulation und höherdimensionalen Ansätzen der Geodatenmodellierung kombinieren.

In Kapitel 7 werden die entwickelten Verfahren auf reale Datensätze unterschiedlicher Relieftypen angewendet. Es erfolgt ein Vergleich der beiden Verfahren.

Offene Probleme werden in Kapitel 8 diskutiert, dies führt zu einem Ausblick auf weitere Forschungsmöglichkeiten. Das Literaturverzeichnis befindet sich in Kapitel 9.

2. Digitale Landschaftsmodellierung

2.1. Einführung

Für die Beschreibung der Umwelt und ihrer Prozesse mit Geographischen Informationssystemen (GIS) und darauf aufbauende Verarbeitungsschritte muss die Umwelt in vereinfachter Form modelliert werden. Nach HAKE & GRÜNREICH (1994) wird bei der Bildung eines *Digitalen Objektmodells (DOM)* ein konkreter Ausschnitt der Wirklichkeit unter Verwendung eines Datenmodells interpretiert und beschrieben. Ein DOM besteht aus einem *Digitalen Landschaftsmodell (DLM)* oder aus einem DLM-Auszug und einem oder mehreren *fachlichen Datenmodellen (DFM)*. In dieser Arbeit wird nur das DLM weiterführend behandelt. Hinweise zum Thema DFM und Integration von Geodaten verschiedener thematischer Quellen finden sich z. B. bei LECHER et al. (1998), GRÜNREICH (1997) und RAPPE (1995). Das DLM wird aus einem *Digitalen Situationsmodell (DSM)* mit diskreten topographischen Objekten sowie aus einem *Digitalen Geländemodell (DGM)* gebildet (HAKE & GRÜNREICH, 1994). Es muss beachtet werden, dass nicht immer zwischen dem DSM und dem DLM differenziert wird, häufig werden beide Begriffe synonym verwendet (vgl. auch HARBECK, 2000b). In dieser Arbeit werden die Begriffe unter Bezug auf die modellierte Dimension verwendet. Diese Differenzierung findet sich zum Teil auch in der ATKIS-Gesamtdokumentation (ADV, 1989) und ist insbesondere in dieser Arbeit zweckdienlich, um an entsprechenden Stellen klar zwischen verschiedenen Datensätzen bzw. Konzepten unterscheiden zu können.

Das DSM beschreibt die Landschaft zweidimensional mit diskreten topographischen Objekten, während mit dem DGM das Relief als diskretisiertes Kontinuum modelliert wird. Grundlagen zu 2D-GIS-Datenmodellen werden zunächst in allgemeiner Form in Abschnitt 2.2 beschrieben, Abschnitt 2.3 erörtert DSM. Entsprechend dieser Terminologie stellt ein DLM ein objektstrukturiertes Landschaftsmodell mit einer Dimension größer als zwei dar. Das DGM als Beschreibung der Geländeform wird in Abschnitt 2.4 vertieft behandelt. Der Grund für diese Trennung ist zum einen konzeptioneller Natur, er entspricht jedoch auch dem Stand der Technik. Im Kontext von Geobasisdaten wird dies ausführlicher in Abschnitt 2.5 dokumentiert. Kapitel 3 beschreibt den Stand der aktuellen Forschung zur Integration von DGM und DSM zu DLM.

Bei der Berücksichtigung der Höheninformation in GIS gibt es Differenzierungen in der Terminologie für die "Dimensionalität" oder Anzahl der Dimensionen, die mit verschiedenen Varianten verbunden sind. Diese variiert auch zwischen den unterschiedlichen Disziplinen, die sich mit GIS befassen (vgl. BREUNIG, 2000). Im Kontext dieser Arbeit wird bei der Erweiterung der Dimensionen von 2D zu 3D mit entsprechenden Zwischenschritten ausschließlich die Höhe betrachtet.

Bei der rein ebenen Information handelt es sich um eine 2D-Modellierung (s. Abs. 2.2). Durch die eindeutige Zuweisung genau eines Höhenwertes zu jedem Punkt in der Ebene wird festgelegt, dass keine Mehrdeutigkeiten in der Höhe berücksichtigt werden können, daher wird diese Form der eindeutigen Zuweisung eines Höhenwertes zu einem Punkt in der Ebene auch als *2.5-dimensionale (2.5D-)Repräsentation* des Reliefs bezeichnet. Die Höhe eines Ortes in der Ebene bildet eine Funktion: $z = f(x, y)$. Mit ihr sind z. B. keine senkrechten Wände oder Überhänge modellierbar. BILL & FRITSCH (1994) definieren den Begriff der *2D+1D-Modellierung* für den Fall, dass das DSM durch ein DGM ergänzt wird, dieses jedoch logisch getrennt vom DSM und nicht mit diesem verknüpft vorgehalten wird. In diesem Sinn wird damit eigentlich keine Dimension der Daten beschrieben, sondern ein integriertes Datenhaltungskonzept (vgl. Abs. 3.1.1), da das DGM die Geländeoberfläche üblicherweise 2.5-dimensional beschreibt. Ziel dieser Arbeit ist eine Integration von DGM und DSM, daher wird der Begriff der 2D+1D-Modellierung in dieser Arbeit nicht weiter verwendet.

Neuere Veröffentlichungen führen zwischen der 2.5D-Modellierung und echter 3D-Modellierung, bei der Körper im Raum gebildet werden können, noch eine weitere Variante ein, die als 2.75D-Modellierung bezeichnet wird (z. B. GRÖGER, 2000; DE CAMBRAY, 1993). Während DE CAMBRAY (1993) bei der 2.75D-Modellierung nur die Einführung einer zweiten z-Koordinate in einem Modell zulässt, wird dies in GRÖGER (2000) allgemeiner gefasst. Anschaulich kann man sich eine derartige Modellierung als ein Tuch vorstellen, das über die Landschaft gelegt wird. Das Tuch darf beliebig verformt werden, sich jedoch nicht selber berühren (GRÖGER, 2000).

Umgangssprachlich spricht man auch davon, dass *keine Henkel wie bei einer Tasse* modelliert werden können. Dergleichen Phänomene sind z. B. Brücken oder Tunnel. Diese Aspekte werden hier nicht vertieft betrachtet.

Berücksichtigt man, dass Phänomene wie senkrechte Wände oder Überhänge nur selten in der natürlichen Geländeoberfläche vorkommen, so ist eine Beschränkung in der Modellierung auf 2.5D sinnvoll. Weitere Details zu 2.5D- und 3D-Modellen werden ausführlich in Kapitel 3 behandelt.

2.2. Datenmodelle für 2D-GIS

2.2.1. Allgemeines

Prinzipiell ist bei Datenmodellen für 2D-GIS zwischen dem *Rasterdatenmodell* und dem *Vektordatenmodell* zu unterscheiden. Während beim Rasterdatenmodell die Ebene in gleichmäßig geformte, meist quadratische Grundelemente (*picture elements, pixel*) zerlegt wird und ein Objekt sich als eine Menge von Pixeln darstellt, erfolgt beim Vektordatenmodell eine Begrenzung der (i. Allg. unregelmäßig geformten) Objekte mittels Vektoren. Durch letztere ist eine Begrenzung der Objekte in Abhängigkeit der Auflösung der Koordinaten möglich, während die Genauigkeit der Wiedergabe von Landschaftsobjekten im Rasterdatenmodell von der Auflösung des Modells abhängt. Die Grundlagen zu diesen Datenmodellen finden sich in der Standard-GIS-Literatur wie z. B. BARTELME (2000), LONGLEY et al. (1999), BILL (1996), WORBOYS (1995), BILL & FRITSCH (1994) oder LAURINI & THOMPSON (1992) und werden hier nicht weiter ausgeführt. In dieser Arbeit werden hauptsächlich Vektordatenmodelle behandelt (s. a. Abs. 2.4.1).

Eine andere Differenzierung der räumlichen Information kann man hinsichtlich ihres räumlichen Bezugs vornehmen (HAKE & GRÜNREICH, 1994). Während *Diskreta* bzw. *diskrete Objekte* sich nach allen Seiten hin abgrenzen lassen, sind *Kontinua* räumlich oder flächenhaft unbegrenzt. In der internationalen GIS-Literatur (z. B. WORBOYS, 1995) werden hierfür die Begriffe des *feldbasierten Ansatzes (fields)* und des *objektbasierten Ansatzes (objects)* verwendet. Diskreta lassen sich einfach auf Vektorbasis darstellen, dagegen werden Kontinua i. Allg. approximiert und durch implizit oder explizit vernetzte Stützpunkte diskretisiert modelliert. Ein typischer Vertreter für ein Kontinuum ist z. B. das Geländere relief.

Weiter muss bei Datenmodellen für 2D-GIS differenziert werden, welche Arten von Objekten modelliert werden sollen. Für eine *flächenhafte Landschaftmodellierung*, die ein Ziel der Arbeit darstellt, ist es notwendig, flächenhafte Objekte zu berücksichtigen. Flächenhafte Objekte stellen, falls sie sich nicht überschneiden, eine Tessellation der Ebene dar. Die Beschränkung auf linienhafte Objekte ist ggf. bei der Modellierung von topologischen Netzen sinnvoll, sie wird hier jedoch nicht weiter verfolgt. Entsprechende Hinweise und weitere Unterscheidungskriterien für Datenmodelle finden sich in der angegebenen Standard-GIS-Literatur. Da sich diese Arbeit mit der *flächenhaften Landschaftmodellierung*, befasst beschränken sich die folgenden Ausführungen exemplarisch auf zwei Arten der Tessellation der Ebene. Der Grund für diese Wahl liegt darin, dass mit diesen Ansätzen bereits in verschiedenen Varianten die Möglichkeit einer Integration von DGM und DSM untersucht bzw. vorgestellt wurde. Weitere Verfahren finden sich in der angegebenen Literatur.

2.2.2. Graphentheoretische Landkarten

Insbesondere GRÖGER (2000) befasst sich mit flächenhaften Vektordatenmodellen für GIS. Auf der Basis der graphentheoretischen *Landkarte* (nicht zu verwechseln mit der klassischen Landkarte als analogem Medium der Kartographie, vgl. HAKE & GRÜNREICH, 1994) wird dargestellt, wie flächenhafte Geoobjekte axiomatisch definiert und in GIS modelliert werden können.

Die *allgemeine Landkarte* bildet ein allgemeines mathematisches Modell für eine Tessellation der Ebene in unregelmäßig geformte Flächenobjekte (GRÖGER, 2000). Dabei sind auch zweidimensionale Aussparungen bzw. Enklaven in Maschen zugelassen, ebenso der Fall, dass zwei Maschen nur in einem gemeinsamen Knoten adjazent sind. Für die graphentheoretischen Hintergründe und formale Definitionen wird auf GRÖGER (2000) verwiesen. Vergleiche mit anderen Ansätzen der Tessellation der Ebene finden sich ebenfalls bei dem Autor und werden hier nicht behandelt.

In GRÖGER (2000) werden verschiedene Grundrepräsentationen für Landkarten in GIS angegeben, die sich hinsichtlich der Redundanz in der topologischen Information unterscheiden. Es wird unterschieden zwischen dem *minimalen Modell*, dem *orientierten Modell* und der *doppelt verketteten Kantenliste (doubly connected edge list, DCEL)*. Andere bekannte Repräsentationen wie die *Winged-Edge-Repräsentation* (BAUMGART, 1975) oder die

Quad-Edge-Datenstruktur (GUIBAS & STOLFI, 1985) können letztendlich aus dem minimalen Landkartenmodell abgeleitet werden (vgl. WORBOYS, 1995). Abbildung 2.1 zeigt die minimale Landkarte in der *Unified Modeling Language* (UML, BOOCH et al., 1998; FOWLER & SCOTT, 1997).

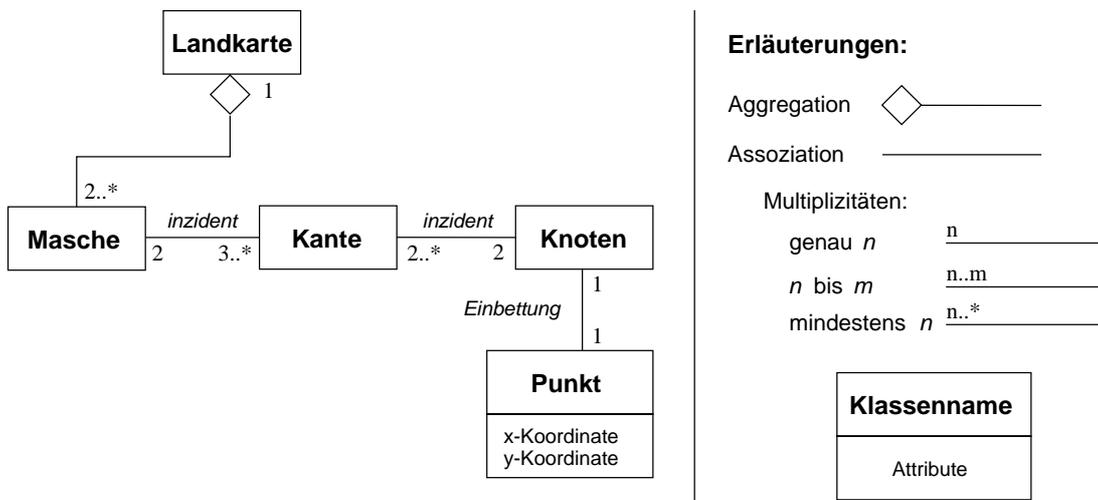


Abbildung 2.1.: UML-Diagramm für das minimale Landkartenmodell (nach GRÖGER, 2000).

2.2.3. Simpliziale Komplexe

Eine Spezialisierung der Landkarte stellen die *Simplizialen Komplexe* (*simplicial complexes*, vgl. EGENHOFER et al., 1989) dar, die bei entsprechender Dimension eine Tessellation der Ebene in Dreiecke bilden. In jeder Dimension gibt es ein minimales Objekt, das *Simplex* genannt wird. Abbildung 2.2 zeigt den *0-Simplex*, der einen Punkt/Knoten darstellt, den *1-Simplex*, bei dem es sich um die Kante handelt, und den *2-Simplex*, ein Dreieck in der Ebene. Jeder n -Simplex besteht aus $(n + 1)$ geometrisch unabhängigen Simplexen der Dimension $(n - 1)$. Eine *Facette* eines Simplex ist jeder Simplex, der Teil des ersteren Simplex ist. Eine 0-Facette eines 2-Simplex ist ein Punkt, und eine 1-Facette des Dreiecks ist jede seiner Kanten. Ein *simplizialer Komplex* ist eine endliche Menge von Simplexen und ihren Facetten. Er erfüllt die folgenden Eigenschaften (vgl. WORBOYS, 1995):

1. Eine Facette eines Simplex des simplizialen Komplex gehört ebenfalls zu dem simplizialen Komplex.
2. Die Schnittmenge von zwei Simplexen des simplizialen Komplex ist entweder leer oder gehört zu dem simplizialen Komplex.

Die Dimension des simplizialen Komplex wird durch die höchste Dimension seiner Simplexe und Facetten festgelegt. Die Hülle eines Komplex stellt einen Zellkomplex dar (PILOUK, 1996). Die Grundlagen von simplizialen Komplexen werden in Lehrbüchern der Topologie behandelt, z. B. TOM DIECK (2000) oder JÄNICH (1984).

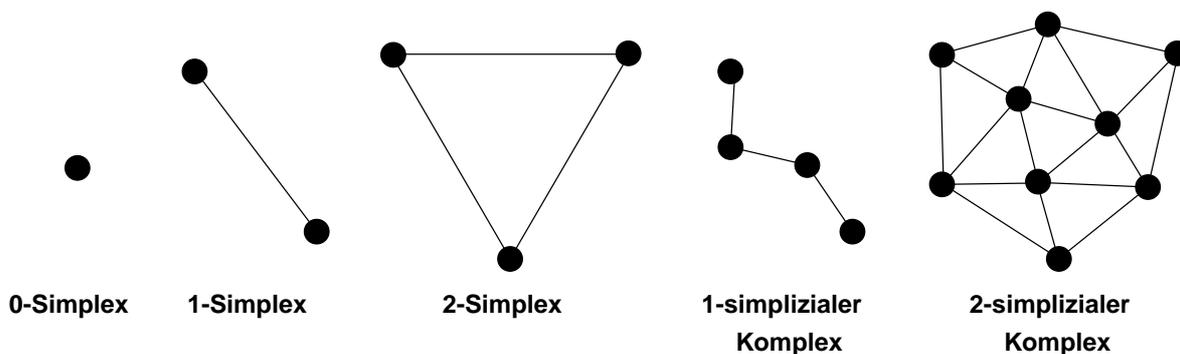


Abbildung 2.2.: Beispiele für Simplexe und simpliziale Komplexe.

Weitere Details zu simplizialen Komplexen im Kontext von GIS finden sich z. B. bei BREUNIG (2000, 1996), PILOUK (1996), WORBOYS (1995) oder EGENHOFER et al. (1989), wobei die beiden ersten Autoren auch die Erweiterung des Ansatzes zu β -Simplexen und entsprechenden Komplexen im Kontext von 3D-GIS (s. Abs. 3.2.2) behandeln. Ein Beispiel zu 2-simplizialen Komplexen sind triangulierte DGM.

2.3. Digitale Situationsmodelle (DSM)

DSM lassen sich nicht direkt in eines der oben beschriebenen Datenmodelle von 2D-GIS einordnen, da mit ihnen zur Modellierung der topographischen Objekte auf der Erdoberfläche sowohl eine Art der Tessellation der Ebene vorgenommen wird als auch weiterführend Netzwerke wie das Gewässernetz und das Verkehrsnetz und punktförmige Objekte modelliert werden. So findet z. B. in ATKIS eine Vermischung der Netz- und Flächentopologien statt (GRÖGER, 2000). Daher wird an dieser Stelle anhand eines Beispiels ein Datenmodell für DSM vorgestellt.

2.3.1. Das ATKIS-DSM-Datenmodell

Ein Datenmodell für ein vektorielles DSM ist in Anlehnung an das ATKIS-Datenmodell (ADV, 1989) in Abbildung 2.3 wiedergegeben. In der semantischen Ebene werden die *DSM-Objekte* abgebildet, sie können punkt-, linien- oder flächenförmig sein. Durch Referenzen können DSM-Objekte zu einem *komplexen Objekt* zusammengefasst werden und komplexe Objekte auf untergeordnete Objekte verweisen, wobei Rekursionen ausgeschlossen sind. Objekten können in einer 1:n-Beziehung *Objektteile* zugewiesen werden. Objektteile werden nach semanti-

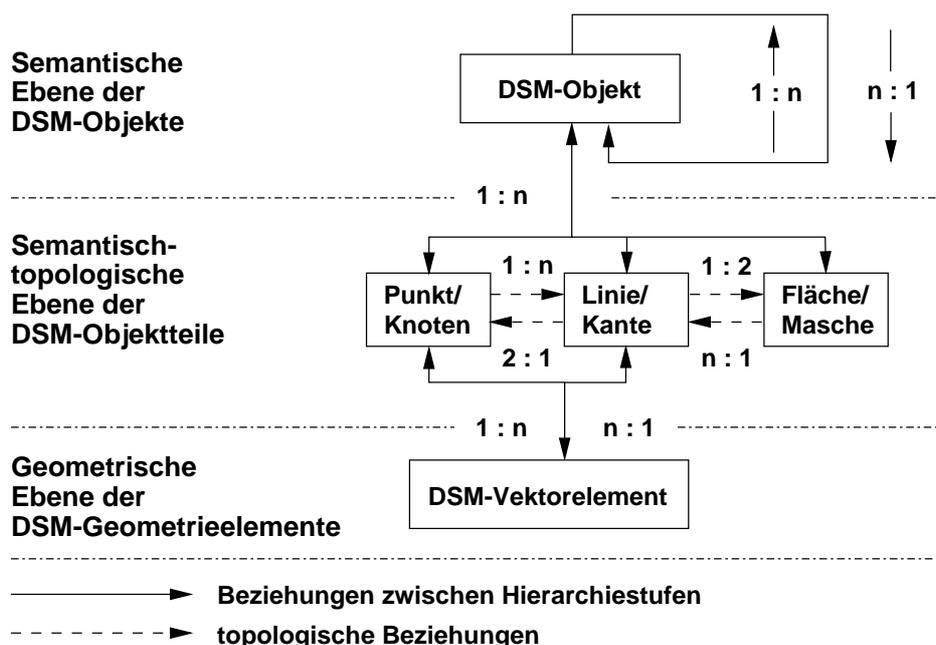


Abbildung 2.3.: ATKIS-DSM-Datenmodell (ADV, 1989, mit Überarbeitung des Verfassers).

schen und/oder topologischen Kriterien gebildet und können damit vom Typ Fläche/Masche, Linie/Kante oder Punkt/Knoten sein. Zwischen Objektteilen können *Überführungsreferenzen* eingeführt werden, um die vertikale Gliederung von Objekten zu beschreiben. Den Objektteilen sind in der dritten Ebene die Geometrien in Form von *Vektorelementen* zugeordnet, diese sind die eigentlichen Träger der geometrischen Information (ADV, 1989).

2.3.2. DSM als Geobasisdatenbestände

2.3.2.1. Nationale Vorhaben und Realisierungen

An der allgemeinen digitalen topographischen Landschaftsmodellierung wird seit Beginn der 80er Jahre von der *Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV)* im Rahmen des Projektes Amtliches Topographisch-Kartographisches Informationssystem (ATKIS) gearbeitet (AdV, 1995, 1989; GRÜNREICH, 1990; KOPHSTAHL & SELLGE, 1995; LANDESVERMESSUNGSAMT RHEINLAND-PFALZ, 1996). ATKIS strukturiert die dreidimensionale Landschaft in verschiedenen Modellauflösungen nach topographischen Kriterien, getrennt für DSM und DGM. Gegenwärtig enthält der ATKIS-Objektartenkatalog (ATKIS-OK) für das Basis-DSM (das frühere ATKIS-DSM25, s. Abb. 2.4) 7 Objektbereiche und etwa 20 Objektgruppen, die rund 170 Objektarten umfassen (AdV, 1995, 1989; GRÜNREICH, 1990). Die Landschaft wird im DSM zwei-

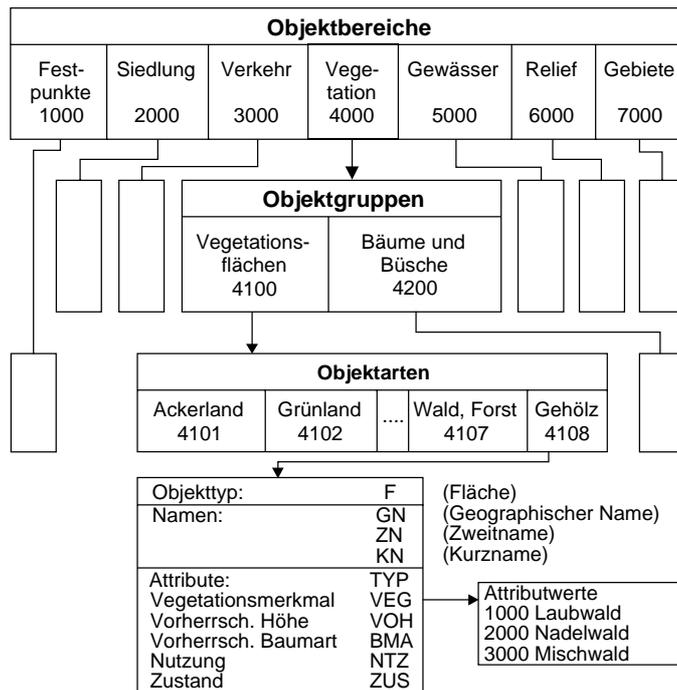


Abbildung 2.4.: Schema des ATKIS-OK (nach HAKE & GRÜNREICH, 1994).

dimensional in diskrete Objekte und Objektteile sowie deren gegenseitige Beziehungen eingeteilt und in ATKIS auf objektstrukturierte Weise beschrieben (AdV, 1989). Im Zuge der Entwicklung des Datenmodells des *Amtlichen Liegenschaftskatasterinformationssystems (ALKIS)* soll in Zukunft auf Objektteile zur Referenzierung der Geometrien verzichtet werden (JÄGER et al., 1998). Mit den DGM werden die Geländeformen des Reliefs modelliert.

Streng genommen handelt es sich bei ATKIS nicht um eine reine 2D-Modellierung, da zwischen DSM-Objektteilen die Überführungsreferenzen eingeführt werden können. Es wird also eine relative Höhenkomponente eingeführt, die jedoch nicht mit quantitativen Höhenangaben versehen ist. Diese Form der räumlichen Beziehung wird in ATKIS z. B. bei Brücken eingeführt (AdV, 1989).

Über den Aufbau von ATKIS als Geobasisdatensatz und seine Aktualisierung wird u. a. in den Veröffentlichungen der ATKIS-Symposien (z. B. BILL & SCHMIDT, 2000; LANDESVERMESSUNGSAMT BADEN-WÜRTTEMBERG, 1998; LANDESVERMESSUNGSAMT RHEINLAND-PFALZ, 1996; KOPHSTAHL & SELLGE, 1995;) berichtet, diese Thematik wird hier nicht weiter vertieft.

2.3.2.2. Überblick zur Situation in anderen europäischen Ländern

Über vergleichbare Vorhaben zur landesweiten Landschaftsmodellierung berichtet u. a. HARBECK (2000a) in einem europaweiten Überblick für Belgien, Dänemark, Deutschland, Frankreich, Großbritannien, die Niederlande, Österreich und die Schweiz. Bei SPÄLTI (2000) und EIDENBENZ (1999) finden sich Einzeldarstellungen über

den amtlichen Geodatenmarkt in der Schweiz. PAUL (2000) berichtet über den Aufbau eines digitalen Landschaftsmodells von Österreich. DEGERSTEDT & MÜLLER (2000) stellen einen Vergleich zwischen Deutschland und Schweden hinsichtlich der amtlichen Geodaten an.

Allgemein lässt sich feststellen, dass in den angegebenen Ländern jeweils in der einen oder anderen Form (unterschieden durch Erfassungsart, Abdeckung, Modellauflösung etc.) digitale "Landschaftsmodelle" aufgebaut werden. Interessanterweise führt HARBECK (2000a) die Höhenkomponente in seinem Vergleich nicht auf. Nach der hier verwendeten Terminologie behandelt HARBECK (2000a) demnach nur den Aufbau von *Situationsmodellen*. In Einzeldarstellungen wird der getrennte Aufbau von DGM und DSM für die entsprechenden Länder bestätigt (vgl. Abs. 2.5).

2.4. Digitale Geländemodelle (DGM)

2.4.1. Allgemeines und Terminologie

Seit der Einführung des Begriffs des *DGM* in den 50-er Jahren (TORLEGARD, 1983) hat dieser seiner Bedeutung nach unterschiedliche Auslegungen erfahren. Der Begriff des DGM wird häufig synonym zum *Digitalen Höhenmodell (DHM)* verwendet, allerdings müssen diese Begriffe eigentlich getrennt voneinander betrachtet werden. Ein DHM beschreibt im Allgemeinen eine kontinuierliche Oberfläche diskretisiert mit einer Menge von *Stützpunkten*, denen jeweils ein eindeutiger Höhenwert zugewiesen wird (z. B. REISS, 1998). Es ergibt sich eine 2.5D-Diskretisierung der Oberfläche, die nicht notwendigerweise identisch mit der Geländeoberfläche ist. Mit dem DGM wird die *Geländeoberfläche* als modellierte Fläche spezifiziert. REISS (1998) führt aus, dass aus Sicht der Landesvermessung unter einem DHM ein Höhenmodell verstanden wird, das nur im offenen Gelände die Geländehöhen enthält und in Waldbereichen die Vegetationshöhen. Daher nutzt die Landesvermessung für ein DHM, das ausdrücklich die Geländehöhen enthält, teilweise den Begriff des *Digitalen Geländehöhenmodells (DGHM)*. REISS (1998) weist jedoch darauf hin, dass die Begriffe nicht einheitlich verwendet werden (vgl. SCHLEYER, 2000).

Unter dem *Stützpunktfeld* versteht man die Menge der Stützpunkte, die zur Diskretisierung der kontinuierlichen Oberfläche genutzt wird. Die Anordnung der Stützpunkte wird in der Praxis häufig in Form eines Quadratgitters mit einer festzulegenden Gitterweite bzw. Gitterkonstante, dem Abstand der Gitterpunkte entlang der Koordinatenlinien, vorgenommen. Dieses wird auch als *Gitterdatenmodell* oder *Gittermodell* bezeichnet. Da die Stützpunkte im Quadratgitter i. Allg. nicht in der entsprechenden Position beobachtet werden, ist es notwendig, sie aus einem unregelmäßigen Stützpunktfeld abzuleiten. Man spricht daher bei der Geländemodellierung auch von einem *gemessenen DGM*, wenn man die originären Beobachtungen meint, und von einem *gerechneten DGM*, wenn abgeleitete Stützpunkte wie ein Quadratgitter betrachtet werden (BUZIEK, 1994). Über Abschätzungen zur Festlegung des kleinsten Diskretisierungsintervalls bei der DGM-Datenerfassung berichtet z. B. FRITSCH (1992).

Synonym zum Begriff des Gittermodells wird teilweise der Begriff des *Rasterdatenmodells* verwendet. Der Begriff *Raster* ist im Zusammenhang mit digitaler Geländemodellierung jedoch irreführend, da es zum einen begriffliche Analogien gibt sowohl im Bereich der Kartographie und Drucktechnik als auch in der digitalen Bildverarbeitung (vgl. LENK & KRUSE, 2000). Darüber hinaus ist mit einem Raster eine nur sehr grobe Approximation des Geländes verbunden (s. Abb. 2.5¹), falls nicht bei weiterführenden Verarbeitungsschritten an geometrischen Örtern, die nicht direkt auf den Rasterpunkten liegen, mehrere benachbarte Rasterpunkte berücksichtigt werden. Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, in der digitalen Geländemodellierung von *Gitterdaten* zu sprechen (vgl. KRAUS, 2000), es sei denn, man möchte explizit die Höhenwerte für die jeweils gesamte Fläche der Rasterelemente verwenden.

Ein DGM kann neben dem Stützpunktfeld weitere Informationen umfassen. Dabei handelt es sich um die *Strukturinformation*, mit der in besonderen Bereichen der Landschaft zusätzliche Elemente für die morphologisch plausible Modellierung der Geländeoberfläche zur Verfügung gestellt werden. Als Strukturinformation können markante Einzelpunkte (höchste Stellen von Kuppen, tiefste Stellen von Mulden und Sattelpunkte) und Geländelinien (Geripplinien) verwendet werden. Diese gliedern sich weiter auf in Rückenlinien (Kammlinien, Wasserscheiden) und Muldenlinien (Tallinien, Wassersammler), sowie Kantenlinien (Bruchkanten, Geländekanten), die einen mehr oder weniger stark ausgeprägten Wechsel der Hangneigung beschreiben (HAKE & GRÜNREICH, 1994). An den Kanten ist der Verlauf der Geländeoberfläche zwar stetig, aber nicht glatt. Ebenso können Gebiete vorhanden sein, in denen keine Daten vorliegen. Diese werden auch als *Aussparungsflächen* bezeichnet.

¹Eine Vorstellung des dargestellten Gebietes erfolgt in Abschnitt 7.1.3.

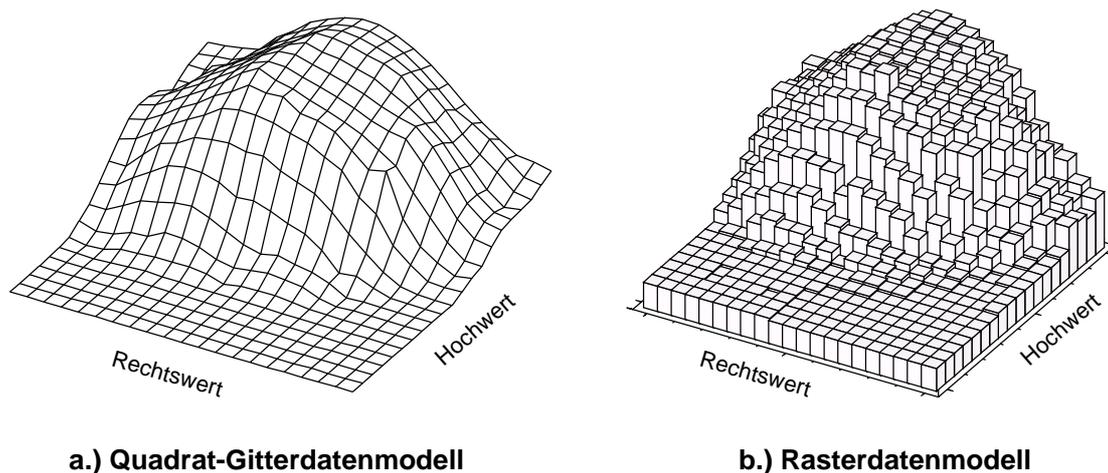


Abbildung 2.5.: Terminologie: Gitter versus Raster.

Um die Vorteile des Quadratgitter-DGM und die verbesserte morphologische Qualität von DGM bei Verwendung von Strukturinformation zu vereinen, wurde das *hybride DGM* entwickelt. Bei diesem wird in Bereichen, in denen Strukturinformation vorliegt, das Gitter-DGM lokal durch Dreiecksvermaschung verdichtet (vgl. KRAUS, 2000; BUZIEK et al., 1992).

Es zeigt sich beim Studium der Literatur, dass die hier aufgeführten Begriffe DGM, DHM und DGHM nicht einheitlich verwendet werden. Unter einem DGM wird daher in dieser Arbeit eine Menge (unregelmäßig) verteilter Stützpunkte (evt. mit zusätzlicher punkt- und linienhafter Strukturinformation) verstanden, aus der mittels Interpolationsverfahren und weiterer Techniken Folgeprodukte wie z. B. gerechnete DGM (s. Abs. 2.4.4) oder Höhenlinien (s. Abs. 2.4.2) abgeleitet werden. Für DGM, deren Stützpunkte ein Gitter (bzw. Quadratgitter) bilden, wird der Begriff des *Gitter-DGM* verwendet (bzw. *Quadratgitter-DGM*, s. auch Abs. 2.4.3). Ggf. wird bei Einbindung zusätzlicher Strukturinformation in das Gitter-DGM der Begriff des *hybriden DGM* verwendet, oder es wird anderweitig explizit darauf hingewiesen.

2.4.2. Datenquellen für DGM

Die Aufnahmeverfahren für DGM werden insbesondere von KRAUS (2000) in einem Überblick dargestellt und hier nicht weiter aufgeführt. Mit den unterschiedlichen Aufnahmeverfahren ergeben sich entsprechende Stützpunktverteilungen, die in Abbildung 2.6 veranschaulicht werden (vgl. LENK & KRUSE, 2000). Die Stützpunkt-

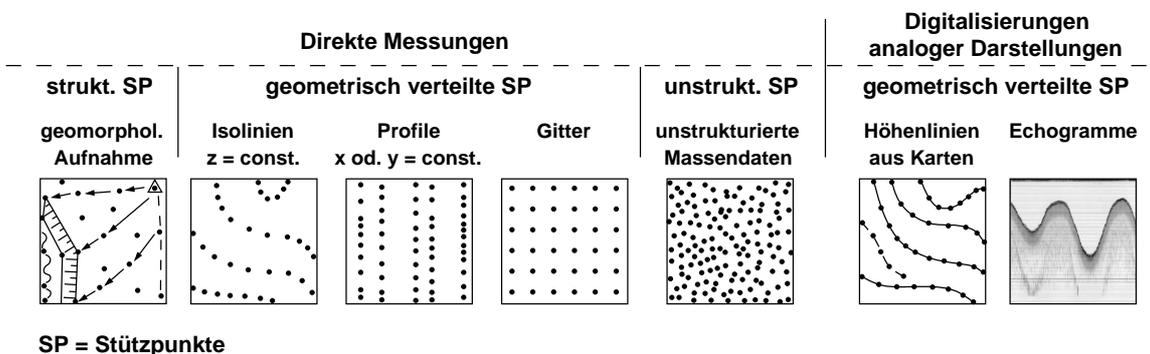


Abbildung 2.6.: Datenquellen und Stützpunktverteilungen für DGM.

verteilung kann bei der Wahl von Auswerteverfahren zur Ableitung von DGM-Folgeprodukten von Relevanz sein. Für eine flächenhafte Modellierung des Reliefs ist es notwendig, auch die Gewässerbereiche zu berücksichtigen. Eine Klassifizierung von Stützpunktfeldern, die weiterführend den Bereich der Hydrographie abdeckt, wird von BUZIEK (1994) vorgenommen. Hydrographische Aufnahmeverfahren werden u. a. von INGHAM & ABBOTT (1992), THOTN (1992, 1969) und BUZIEK & HAKE (1991) beschrieben.

Das Verfahren der Laserabtastung (*Laserscanning*) stellt heute neben photogrammetrischen Verfahren (vgl. KRAUS, 2000) den Standard bei der Datenerfassung für DGM dar. Ausführliche Darstellungen zu dem Laserverfahren finden sich z. B. bei WEHR & LOHR (1999), BALTSAVIAS (1999) oder LINDENBERGER (1993).

Allgemein ist festzustellen, dass Stützpunktfelder für die digitale Geländemodellierung vor allem in Grenzgebieten zwischen Ländern und Staaten und in Übergangsbereichen vom Unterwasserrelief zu Landflächen sehr heterogen sein können bzgl. ihrer Genauigkeit, ihrer Stützpunkteverteilung und zusätzlich auch hinsichtlich der horizontalen und vertikalen Bezugssysteme. Die fachgerechte Zusammenführung und Integration der Rohdaten stellt daher teilweise eine erhebliche Herausforderung dar. Dieser Schritt ist insbesondere vor dem Hintergrund relevant, dass bei der späteren Ableitung von Folgeprodukten (Einzelpunkthöhen, Höhenlinien, perspektive Ansichten, Reliefparameter wie Neigung, Exposition usw.) aus dem Stützpunktfeld des DGM letzteres i. Allg. als fehlerfrei oder homogen hinsichtlich seiner Genauigkeit betrachtet wird. Es wird keine Differenzierung zwischen verschiedenen Punkten vorgenommen bzgl. der mit unterschiedlichen Messverfahren assoziierten Varianzen der Messwerte. Die Korrelationen zwischen den Punkten werden i. d. R. auch bei Folgeprodukten vernachlässigt. Entsprechend wird auch in dieser Arbeit verfahren.

2.4.3. Datenmodelle

Im Wesentlichen kann man die grundlegenden Datenmodelle, die im Zusammenhang mit digitaler Geländemodellierung verwendet werden, in die Kategorien Gitter-, Dreiecks- und Höhenliniendatenmodell unterteilen. Abbildung 2.5 und Abbildung 2.7 stellen dasselbe Gebiet mit den unterschiedlichen Datenmodellen dar. Sie sind

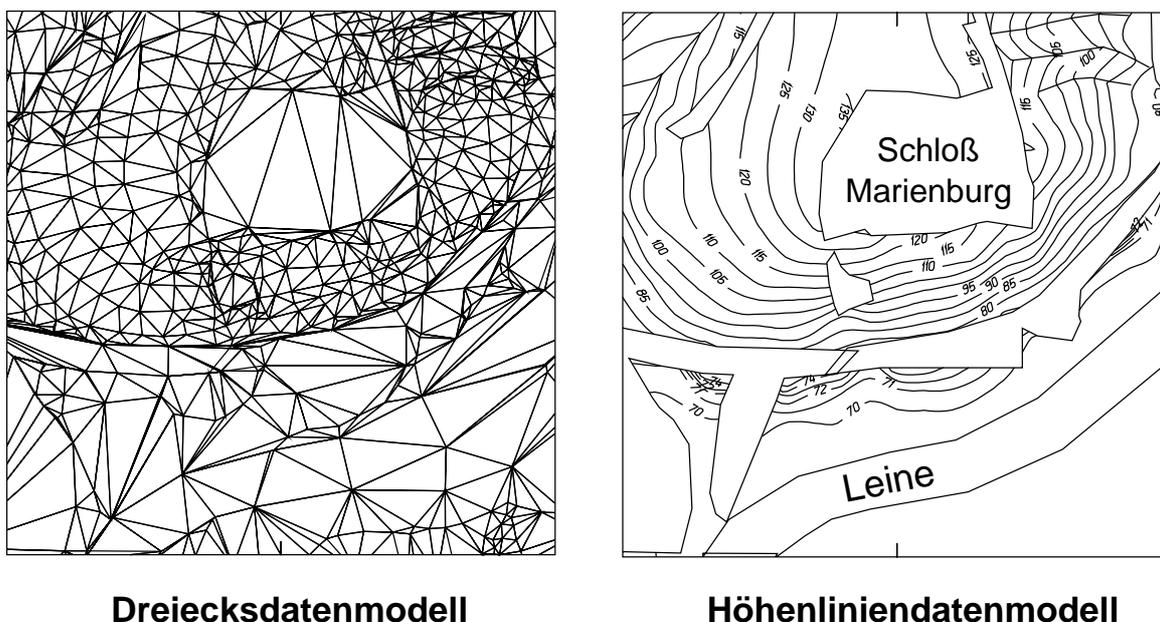


Abbildung 2.7.: Dreiecksdatenmodell und Höhenliniendatenmodell.

prinzipiell durch Interpolations- und Approximationstechniken ineinander überführbar. Die Hauptanwendung von Höhenlinien im Zusammenhang mit DGM liegt in der Visualisierung der Geländeformen in 2D-Darstellungen wie Karten und wird hier nicht weiter behandelt. Über die Ableitung von Höhenlinien aus Dreiecken berichten u. a. KRUSE (1985) und VAN KREVELD (1997), die Berechnung von Höhenlinien aus Quadratgittern stellen u. a. KRUSE (1987), HOFMANN-WELLENHOF (1983) und EBNER et al. (1980) vor. Einen Überblick und weitere Hinweise finden sich bei KRAUS (2000) und WATSON (1992).

Unter einem (Punkt-)Gitter wird allgemein jede periodische Anordnung von (Gitter-)Punkten verstanden. Den Abstand der Gitterpunkte bezeichnet man als Gitterkonstante (MEYERS, 1987). Gitterdatenmodelle müssen nicht notwendigerweise auf einer quadratischen Anordnung der Punkte in der Ebene basieren, es sind auch andere periodische Punktverteilungen denkbar. Zunächst können Punkte auch in Rechteckgittern angeordnet werden. Dieser Ansatz spielt jedoch in der Praxis eine untergeordnete Rolle. Eine andere Gitterform stellt die Einteilung der Ebene in gleichseitige Dreiecke, d. h., in ein Dreiecksgitter, dar. Die Vorteile dieser Datenstruktur ergeben sich u. a. aus der höheren Isotropie des Gitters und der Eindeutigkeit der sich ergebenden DELAUNAY-Triangulation (vgl. Kap. 5), sie werden u. a. von LENK & KRUSE (2000) und WATSON (1992) beschrieben.

Über eine weitere, speziell an Binnengewässervermessung angepasste Gitterform berichten HEYER & LEIBROCK (1991). Hier werden entlang und senkrecht zu einer Kurve in der Ebene lokale Gitterelemente erzeugt, in denen Höhenwerte eingetragen werden. Das Dreiecksdatenmodell für DGM, das in der englischsprachigen Literatur auch als *TIN* (*triangulated irregular network*; PEUCKER et al., 1976) bezeichnet wird, ist Gegenstand ausführlicher Betrachtungen in Kapitel 5.

2.4.4. Berechnung von Gitter-DGM

Da die Stützpunkte eines Gitter-DGM teilweise nicht direkt in der Gitteranordnung gemessen werden, müssen sie ggf. aus dem originären Stützpunktfeld abgeleitet werden. Dies erfolgt unter Berücksichtigung von Strukturinformation und Aussparungsflächen. Als Berechnungsmethoden kommen verschiedene Verfahren zum Einsatz, sie werden z. B. bei KRAUS (2000), BURROUGH & McDONNELL (1998), DECLERCQ (1996) und CRESSIE (1991) zusammengestellt. Einzeldarstellungen finden sich u. a. bei BUZIEK (1994, 1990), KRUSE (1990), DÜSEDAU et al. (1987), EBNER et al. (1980), EBNER (1979), GÖPFERT (1977). Die Liste erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit, da es eine Vielzahl von publizierten Methoden zur räumlichen Interpolation und Approximation gibt. Eine Bewertung der Methoden ist nicht Gegenstand dieser Arbeit und wird daher nicht vorgenommen.

Als Methode zur Berechnung von Gitter-DGM und Einzelpunkthöhen (ggf. Schnittpunkte von Linien) wird in dieser Arbeit die lineare Interpolation im Dreieck oder auf einer Kante im TIN nach vorheriger Triangulation des Stützpunktfeldes (z. B. BUZIEK, 1994, 1990) genutzt. Sie ist in vielen kommerziellen DGM- und GIS-Softwarepaketen realisiert. Der Grund für die Wahl liegt darin, dass bei der Integration von DGM und DSM mittels Triangulation methodisch bedingt eine Interpolation von unbekanntem Höhen im Dreieck erfolgen muss. Die Hintergründe hierzu werden in Kapitel 6 erläutert.

2.4.5. DGM als Geobasisdatenbestände

DGM werden von den deutschen Landesvermessungen in verschiedenen Versionen angeboten. Sie unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Gitterweite und der spezifizierten Genauigkeit der Geländewiedergabe (ggf. Lage- und Höhengenaugigkeit). Sie bilden einen Bestandteil der Produktpalette von ATKIS (HARBECK, 2000b). Über den Aufbau von Geobasisdaten-DGM in Deutschland berichten u. a. SCHLEYER (2000), PETZOLD et al. (1999), REICHE et al. (1997) und HOSS (1997). In diesen Veröffentlichungen wird insbesondere auf die Verwendung der Laserabtastung beim Aufbau des DGM eingegangen, während z. B. WASHAUSEN (1992) im Wesentlichen herkömmliche Techniken beschreibt.

Der ATKIS-OK modelliert das Relief beim derzeitigen Stand auf die folgende Weise (AdV, 1995): Der Objektbereich 6000 *Relief* umfasst die Objektgruppen 6100 *Digitales Geländemodell* und 6200 *Besondere Oberflächenformen*. Dabei sind für die flächenhafte Repräsentation des Reliefs die folgenden Objektarten relevant:

6101 DGM-Gitter: Ein Gitterbereich, d. h. eine Speichereinheit des DGM, die regelmäßig verteilte Punkte des DGM enthält. Das DGM-Gitter wird in Objekte so unterteilt, daß die zweckmäßige Speicherung der Punktmenge in Speichereinheiten möglich ist. Die Gitterweite soll in Abhängigkeit von der Geländestruktur 50 m oder 25 m betragen.

6102 DGM-Höhenlinie: Eine Schnittlinie der Geländeoberfläche mit einer Fläche konstanter Höhe über Normal-Null.

6103 DGM-Geländelinie: Eine Linie zur Darstellung und Charakterisierung der Geländeoberfläche.

6104 Besonderer Geländepunkt: Charakteristischer Höhenpunkt der Geländeoberfläche.

Eine konsequente Umsetzung dieser konzeptionellen Modellierung mit Hinblick auf eine integrierte Datenhaltung mit dem DSM in einem gemeinsamen System ist bisher nicht vorgenommen worden. Das Relief als Kontinuum wird separat durch DGM diskretisiert beschrieben und getrennt vom DSM vorgehalten (BILL et al., 2000). Über die gegenwärtige Kategorisierung der AdV für DGM berichtet HARBECK (2000a). Es sind 3 Kategorien in verschiedenen Qualitätsstufen vorgesehen.

- DGM5/10 (Qualitätsstufe 1), durchschnittliche Höhengenaugigkeit von ± 0.5 m, Gitterweite bis 20 m.
- DGM25 (Qualitätsstufe 2), durchschnittliche Höhengenaugigkeit von ± 2 m, Gitterweite bis 50 m.
- DGM50 (Qualitätsstufe 3), durchschnittliche Höhengenaugigkeit von ± 5 m, Gitterweite über 50 m.

Die Erfassung ist noch nicht in allen Bundesländern abgeschlossen. Vom Bundesgebiet gibt es ein DGM mit geringer Genauigkeit, das durch Digitalisierung der Höhenlinien der Topographischen Karte 1:50.000 (TK50) entstanden ist. Ein weiterer Datensatz mit einer Gitterauflösung von 1", der sich an den geographischen Koordinatenlinien orientiert, steht am Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) zur Verfügung (ENDRULLIS, 2000).

Angaben über ähnliche Vorhaben der landesweiten Höhenerfassung finden sich bei SPÄLTI (2000) für die Schweiz und bei PAUL (2000) für Österreich.

2.5. Stand der Integration von DGM und DSM im Kontext von Geobasisdaten

Aus den zitierten aktuellen Quellen zu amtlichen Geobasisdaten (s. Abs. 2.3.2.2) ergibt sich, dass in den betrachteten Ländern derzeit reine *Situationsmodelle* aufgebaut werden. Konzeptionell wird zwar diskutiert, die Höhe als Attribute zu Objekten zu integrieren, es finden sich jedoch keine weiteren Informationen darüber, wieweit dieser Ansatz bereits verfolgt wird. Vielmehr gibt es Hinweise, dass die Verwaltungen noch auf entsprechende Entwicklungen seitens der Industrie und der wissenschaftlichen Einrichtungen warten.

In ADV (1999) wird vermerkt, dass eine "... mögliche volumetrische Objektdefinition (3D-Modellierung) ... Gegenstand einer späteren Entwicklung sein ... " soll. HARBECK (2000b) gibt an, dass die ADV mit dem Beschluss der ATKIS-Komponentenpalette die Sprachregelung vertritt, "... dass die DLM² einschließlich der DGM die Landschaft vollständig, also dreidimensional modellieren. Dennoch ist eine geometrische Verknüpfung von DLM und DGM nicht möglich und auch die Zuordnung existierender DGM zu Korrespondenz-DLM ist nicht immer eindeutig." Interessanterweise differenzieren die Quellen nicht zwischen der Modellierung von Flächen im Raum als einer Option der 2.5D-Modellierung von Landschaften und volumetrischen Ansätzen (vgl. Kap. 3).

DEGERSTEDT & MÜLLER (2000) geben an, dass in Schweden bei Kartenobjekten (*map details*) für jede Lagekoordinate auch eine Höhenkomponente angegeben werden kann. Allerdings wird dies nicht weiter im Detail beschrieben. EIDENBENZ (1999) führt aus, dass für den Aufbau eines echten dreidimensionalen topographischen Informationssystems nicht nur die Höheninformation, sondern auch die GIS-Strukturen fehlen, die "eine gleichwertige Abbildung der Höhe" erlauben. SPÄLTI (2000) gibt an, dass in der Schweiz der Datensatz VECTOR25 aufgebaut wird. Die Höhenkomponente wird getrennt in dem digitalen Höhenmodell DHM25 modelliert, "... die Frage bezüglich der 3. Dimension ... muss angegangen werden".

PAUL (2000) führt für die Situation in Österreich an, dass das "DLM" in Österreich die Erdoberfläche zweidimensional modelliert, "... wobei einzelnen Objekten Höhenattribute zugeordnet werden können. Das Geländere relief ... wird im Objektbereich Gelände ... unabhängig ... als digitale Geländehöhendatenbank (GHDB) geführt". Eine Höhenzuweisung mittels Verschneidung "... zu einem quasi-dreidimensionalen Modell ... ist ... jederzeit möglich", wobei die Form der Verschneidung nicht näher spezifiziert ist.

Zusammenfassend ist damit festzustellen, dass zumindest in den deutschsprachigen Nachbarländern noch keine integrierte Datenmodellierung realisiert ist. Da sich relevante Veröffentlichungen auf europäischer Ebene mehr mit der Thematik unterschiedlicher Objektartenkataloge und Datenformate auseinandersetzen (HARBECK, 2000a; ILLERT, 2000) ist davon auszugehen, dass auch in den anderen Staaten Europas in dieser Richtung noch keine operationellen Verfahren bestehen.

²In der Quelle wird teilweise nicht zwischen DSM und DLM differenziert (s. Abs. 2.1) bzw. auf den synonymen Gebrauch der Begriffe hingewiesen.

3. Ansätze integrierter Geodatenmodellierung

3.1. Grundlagen

3.1.1. Allgemeines und Terminologie

Prinzipiell muss bei der Verwendung des Begriffs *Integration* im Zusammenhang mit DGM und GIS differenziert werden, was sich inhaltlich hinter einer "Integration" verbirgt. Etliche Autoren (z. B. WEIBEL, 1993; PFANNENSTEIN & REINHARDT, 1993; FRITSCH & PFANNENSTEIN, 1992; REINHARDT, 1991; MAYER, 1991; EBNER et al., 1990) befassen sich mit der "Integration von DGM in GIS" und verbinden damit letztendlich, dass DGM-Produkte oder die Funktionalität von DGM-Softwarepaketen in GIS-Softwarepakete eingebunden und ggf. entsprechende Datenstrukturen für DGM im GIS-Softwarepaket bereitgestellt werden. Dies stellt jedoch nur eine *integrierte Geodatenhaltung* dar. Sie ähnelt dem häufig in GIS verwendeten Ebenenprinzip (*Layerdatenmodell*, z. B. BILL & FRITSCH, 1994). Mit entsprechender Funktionalität kann dann eine Zuweisung von Höheninformation an DSM-Objekte erfolgen. Manche Autoren verbinden mit "Integration von DGM und GIS" die visuelle Überlagerung von DGM mit (thematischer) 2D-Information (z. B. topographischen Rasterkarten, Luftbildern, Satellitenbildern etc.) zur Erzeugung anschaulicher perspektiver Ansichten. Dies ist eine Form, die besonders in kommerziellen Softwarepaketen als DGM-Integration oder 3D-GIS bezeichnet wird (vgl. RIEDO, 1999). Diese beiden Interpretationen werden nicht weiter verfolgt. Hier soll vielmehr untersucht werden, wie Höheninformation in GIS-Datenmodellen im Sinne *integrierter Geodatenmodellierung* berücksichtigt werden kann.

Die Geschichte der Etablierung von GIS ist geprägt von der Entwicklung rein zweidimensionaler Datenstrukturen und dem separaten DGM. In FORESMAN (1997) finden sich umfangreiche Beiträge zur Historie der zweidimensionalen Systeme, während das Thema 3D-GIS nur kurz im Ausblick auf gegenwärtige Forschung auftaucht (GOODCHILD, 1997; in FORESMAN, 1997). Die Geschichte der Entwicklung von DGM wird kaum erwähnt, entsprechend wird hier wohl die Relevanz von DGM für GIS zumindest in den ersten Jahrzehnten gesehen. Der historische Hintergrund von triangulierten DGM wird von MARK (1997) dargestellt.

Das Thema der Erweiterung der etablierten 2D-GIS-Datenmodelle um die Höhenkomponente ist seit etwas mehr als einem Jahrzehnt Gegenstand intensiverer Forschung. Nach GOODCHILD (1997) stellt es einen der gegenwärtigen Schwerpunkte in der GIS-Forschung dar neben temporalen Ansätzen, der Generalisierung, der Berücksichtigung der Krümmung der Erdoberfläche und der Handhabung unsicherer Daten. Umfangreiche Betrachtungen aus den Anfängen finden sich z. B. bei RAPER & KELK (1991), FRITSCH (1990) oder RAPER (1989). Allgemeine Beschreibungen finden sich in den Standardwerken der GIS-Literatur, z. B. BILL & FRITSCH (1994) oder MAGUIRE et al. (1991). Monographien zu dem Thema stellen u. a. die Arbeiten von BREUNIG (2000, 1996), PILOUK (1996) und FRITSCH (1990) mit den entsprechenden Zusatzveröffentlichungen dar. RAPER (2000) gibt einen aktuellen allgemeinen Überblick, der teilweise weniger technisch ausgerichtet ist. Es finden sich dort etliche weitere Literaturhinweise. Softwaresysteme für entsprechende Ansätze, insbesondere kommerzielle Programme, werden u. a. von RIEDO (1999) beschrieben. Hinweise zu wissenschaftlichen Prototypen finden sich bei BREUNIG (2000, 1996) und PILOUK (1996). Sie werden hier nicht weiter behandelt.

3.1.2. Bestehende Klassifizierungen integrierter Datenmodellierung

Entsprechend der in Abschnitt 2.1 beschriebenen Klassifizierung der Dimensionen können auch die Ansätze zur Integration von Höheninformation in GIS-Datenmodellen in 2.5D- und 3D-Ansätze eingeteilt werden. Diese können anhand weiterer Eigenschaften zusätzlich differenziert werden. Die ebenfalls in Abschnitt 2.1 zitierte 2.75D-Modellierung der Umwelt wird nicht weiter betrachtet, hierzu wird auf die angeführten Quellen verwiesen.

FRITSCH (1990) klassifiziert die Ansätze zur Integration von DGM in GIS in drei Kategorien. Diese können teilweise entsprechend ihrer Dimensionalität in die Untersuchungen dieser Arbeit eingeordnet werden:

Sachdatenabsorption: Dies entspricht einem einfachen 2.5D-Ansatz und wird Abschnitt 3.2.1.1 besprochen.

Geländeinformationssysteme (Gelis): Dies entspricht Kategorien des 2.5D-Ansatzes für DGM, es handelt sich nicht um integrierte Datenmodellierung, sondern um integrierte Datenhaltung. Daher wird das GelIS selbst hier nicht behandelt. Aus diesem kann mit entsprechender Funktionalität ein integriertes Modell durch Attributierung abgeleitet werden. Die Vorgehensweise wird in Abschnitt 3.2.1.2 diskutiert.

Totale Integration: Hierbei wird nach FRITSCH (1990) prinzipiell eine 3D-Modellierung vorgenommen, in der Mehrdeutigkeiten hinsichtlich der Höhe erlaubt sind. Bei einer späteren Veröffentlichung (FRITSCH, 1996) wird die mögliche Beschränkung auf 2.5D beschrieben (s. Abs. 3.2.2).

REINHARDT (1991) klassifiziert zwei Integrationsformen, zum einen dreidimensionale Koordinaten in GIS, was der Sachdatenabsorption entspricht, und zum anderen die getrennte Datenhaltung von Höhen- und Situationsdaten im GIS. Mit der letzten Form befasst sich REINHARDT (1991) ausführlich, sie kann dem GelIS von FRITSCH (1990) zugeordnet werden. Varianten der letzten Form sind die Integration von DGM-Daten (Import von Folgeprodukten über Dateischnittstellen) in GIS, die Integration von DGM-Methoden und die vollständige Integration von DGM-Daten und -Methoden in GIS. Da dies keine integrierte Datenmodellierung darstellt, wird sie nicht weiter behandelt. Eine Zuweisung von Höheninformation auf der Grundlage von importierten DGM-Produkten oder aus einer integrierten Datenhaltung heraus erfolgt durch Attributierung, die ausführlich in Abschnitt 3.2.1 diskutiert wird.

3D-Ansätze sind ein aktuelles und häufig bearbeitetes Thema im Zusammenhang mit dem Aufbau von digitalen Stadtmodellen (z. B. BRENNER & HAALA, 2000; SCHILCHER et al., 1999; KOFLER & GRUBER, 1998; KÖNINGER & BARTEL, 1998). ZANINI (1999) bezeichnet das Ergebnis seines Ansatzes zwar als *3D-Landschaftsmodell*, jedoch wird der Begriff des Landschaftsmodells dort anders interpretiert als in dieser Arbeit (vgl. Abs. 2.1). Es findet keine Berücksichtigung allgemeiner Landschaftsobjekte statt, wie sie sich z. B. im ATKIS-OK finden. ZANINI (1999) befasst sich mit der automatisierten Generierung eines 3D-Stadtmodells und dessen Visualisierung.

Zum Thema 2.5D-GIS finden sich, insbesondere in letzter Zeit, nur noch wenige Literaturstellen. Dabei ist dieser Ansatz besonders unter dem Aspekt der Kompatibilität mit den bestehenden DGM und DSM und damit der Kosteneinsparung bei der Migration der Datensätze interessant (vgl. CAROSIO, 1999). Der Kontext von topographischen Geobasisdaten und damit vom Aufbau landesweiter 2.5D- oder 3D-Datensätzen wird in der dem Autor bekannten Literatur nicht angesprochen oder wenn, dann nur als Ausblick für künftige Entwicklungen (vgl. Abs. 2.5).

Den Schwerpunkt der Betrachtungen hier sollen daher die 2.5D-Ansätze bilden, mit denen die bestehenden Datensätze DGM und DSM zum Aufbau von 2.5D-DLM genutzt werden können. Sie werden deshalb ausführlich mit den bestehenden Ansätzen beschrieben. Überblicke zu verschiedenen 3D-Ansätzen werden in den angegebenen allgemeinen Quellen zu 3D-GIS gegeben, sie werden in dieser Arbeit jedoch nicht in eigenen Entwicklungen untersucht. Die folgenden Ausführungen beschränken sich daher auf 2.5D-Ansätze und es werden Verknüpfungsansätze zwischen einzelnen 2.5D-Ansätzen und der 3D-Modellierung aufgezeigt.

3.2. 2.5D-Ansätze zur integrierten Datenmodellierung

3.2.1. Höhenintegration durch Attributierung

Bei dem Ansatz der Höhenintegration durch Attributierung muss differenziert werden, mit welchen Elementen im GIS die Höhe als Attribut verknüpft wird. Die Höheninformation kann entweder mit den Lagegeometrien, d. h. deren Punkten und Knoten, oder flächenhaften Objekten verknüpft werden.

3.2.1.1. Höhenattribute für Punkte und Knoten: "Sachdatenabsorption"

Unter der *Sachdatenabsorption* wird nach FRITSCH (1990, vgl. BILL & FRITSCH, 1994; FRITSCH & PFANNENSTEIN, 1992) die Einführung von 3D-Koordinaten für Geometrielemente im GIS verstanden. Das Problem mit dieser Variante der Beschreibung der Geländeoberflächenform ist, dass die Dichte der Stützpunkte sich nicht an der Geländeform orientiert, sondern durch die Verteilung der Punkte und Knoten der Geometrien des DSM vorgegeben wird. Dadurch kann es zwar in dicht besiedelten Gebieten mit einer entsprechend hohen Zergliederung der Ebene durch Landschaftsobjekte zu einer ausreichenden Wiedergabe der Geländeoberflächenform kommen, allerdings wird dies in dünn besiedelten Gebieten nicht immer der Fall sein. Daher wird in der angegebenen Literatur diese Form der Integration von Höheninformation in GIS-Datenstrukturen tendenziell als unzulänglich betrachtet.

3.2.1.2. Polynomflächen als Attribute zu flächenhaften Objekten

Ein ganz anderer Ansatz zur Integration von Höheninformation und Situationsmodellen mittels Attributzuweisung an flächenhafte Objekte wurde konzeptionell am Institut für Kartographie¹ der Universität Hannover entwickelt und wird von BUZIEK (1993) beschrieben. Der Ansatz sieht vor, für flächenhafte DSM-Objekte räumliche Polynomfunktionen zu definieren, deren Koeffizienten als Attribute mit den Objekten verknüpft werden. Zu diesem Zweck kann es nötig sein, die Objekte unter Berücksichtigung von Strukturinformation wie z. B. Kantenlinien in Objektteile zu zerlegen. Für die Objektteile werden dann die entsprechenden Funktionen berechnet. Für den Ansatz wird von BUZIEK (1993) auch der Begriff der *kontinuierlichen Integration* (*continuous integration*) verwendet. Es muss jedoch beachtet werden, dass es im Zuge einer derartigen Modellierung an den Objektgrenzen zu *Diskontinuitäten* kommen kann, da i. Allg. nicht sichergestellt werden kann, dass Flächenpolynome adjazenter Objekte an den gemeinsamen Geometrien stetig oder sogar stetig differenzierbar ineinander übergehen. Der Begriff der "kontinuierlichen Integration" wird daher hier nicht weiter verwendet. In der genannten Quelle wird ferner postuliert, dass die Beschreibung des Reliefs in Form von Polynomen einen Kompressionseffekt für das DGM und damit eine Verringerung des notwendigen Speichervolumens mit sich bringt.

Der Ansatz wurde von HETTWER (1998) aufgegriffen und in Teilaspekten realisiert. Dabei wurden die Polynomflächen jedoch nicht für (ggf. geteilte) Objektteile des DSM berechnet, sondern HETTWER bildet eigenständige Objekte interaktiv anhand von Erfahrungswerten, für die dann Polynomflächen berechnet werden. Die Erfahrungswerte basierten auf umfangreichen Testdigitalisierungen. Diese Vorgehensweise wird auch hier vom Autor gegenüber dem Konzept von BUZIEK (1993) favorisiert, da die Teilung von DSM-Objektteilen und die Zuweisung der Polynomkoeffizienten im Anschluss an die Modellierung des Reliefs durch eine Verschneidung erfolgen kann. Damit stellt sich das Problem zunächst dar als Entwicklung eines Verfahrens zur Repräsentation des Reliefs in Form von flächenhaften Objekten, denen Flächenpolynome als Attribute zugewiesen werden.

Prinzipiell kann diesem Ansatz auch die häufig mit kommerziellen GIS durchgeführte Integration von Höheninformation in DSM auf der Grundlage von flächenhaften Höhengleichungsobjekten zugeordnet werden. Eine Horizontalebene stellt eine Polynomfläche niedrigsten Grades dar, und durch Verschneidung wird (Teilen von) Objekten des DSM die jeweilige Horizontalebene zugeordnet. Problematisch ist in diesem Zusammenhang die durch die Höhengleichungen gegebene Diskretisierung des Reliefs in "Stufenlandschaften" und die damit verbundene mangelnde Flexibilität. Wird eine Diskretisierung mit kleinerer Höhenstufe benötigt, so muss der Arbeitsvorgang wiederholt werden. Die Höhengleichung zwischen adjazenten Höhengleichungsobjekten stellt in diesem Fall die oben erwähnte Diskontinuität dar. Es handelt sich hierbei um eine Form der Integration, wie sie mit einem GellIS (Abs. 3.1.2) vorgenommen werden könnte.

Betrachtet man ein räumliches Dreieck mit seiner durch die Eckpunkte vorgegebenen Ebene als ein Objekt mit einem Polynom 1.-ten Grades, so könnte man auch triangulierte DGM begrifflich an dieser Stelle einordnen. Aufgrund des in der Fachwelt eingeführten Begriffs des TIN als eigenständiger Datenstruktur wird hiervon Abstand genommen. Der Vorteil des TIN liegt darin, dass es nicht zu Unstetigkeiten an den Objektgrenzen kommt wie bei höheren oder niedrigeren Polynomansätzen. Der Ansatz der Integration von Höheninformation und DSM mittels Triangulationen wird in Abschnitt 3.2.2 behandelt.

Den einfachsten Fall des Ansatzes mit attributiven Polynomflächen stellt die Vorgehensweise dar, einem Landschaftsobjekt *eine* eindeutige Höhenkoordinate, d. h. ein Polynom 0.-ten Grades, zuzuweisen. Allerdings ist die Diskretisierung des Reliefs damit nur am DSM orientiert, das zwar bzgl. seiner Geometrie naturgemäß mit dem Relief korreliert, jedoch keine Flexibilität wie Vorgaben durch Höhenstufen zulässt.

3.2.2. Integriertes 2.5D-Datenmodell auf der Basis von Dreiecken

Ein interessanter Ansatz basiert auf der Idee, die Geometrien eines DSM in ein bestehendes trianguliertes DGM (TIN) zu integrieren. Das entstehende Datenmodell ist damit den simplizialen Komplexen (vgl. Abs. 2.2.3) zuzuordnen. Dabei werden einem flächenhaften Landschaftsobjekt eine Anzahl von Dreiecken und einem linienhaften Landschaftsobjekt entsprechend Kanten aus dem integrierten TIN zugeordnet. Ein punktförmiges Objekt wird durch einen Knoten im integrierten TIN beschrieben.

Die Idee des Ansatzes kann bis in die 1970er Jahre zu den Ursprüngen des TIN zurückverfolgt werden. Es findet sich bereits in dem Abschlussbericht des TIN-Projektes von PEUCKER et al. (1976) der Hinweis, dass ein TIN und

¹Der Name des damaligen Instituts für Kartographie (IFK) der Universität Hannover wurde inzwischen in Institut für Kartographie und Geoinformatik (IKG) geändert.

ein “topologisches Polygonsystem” (*topologically structured polygonal system*²) miteinander verknüpft werden können zu einem umfassenden System, das die Vorteile der beiden Ansätze vereint. Es haben jedoch nach den Recherchen des Autors keine entscheidenden Entwicklungen in Richtung einer landschaftsobjektstrukturierten 2.5D-Modellierung des Geländes stattgefunden.

Auf die gemeinsamen Aspekte von simplizialen Komplexen und TIN weisen auch EGENHOFER et al. (1989) hin, allerdings ohne den Aspekt der 2.5D-Modellierung weiter auszuführen. KLÖTZER (1997) führt umfangreiche Untersuchungen mit Ansätzen aus der algorithmischen Geometrie durch und diskutiert, auf welche Art eine Integration der Landkarte (vgl. Abs. 2.2.2) mit einem triangulierten DGM durchgeführt werden kann. Das Verfahren von PILOUK (1996) (s. a. PILOUK & KUFONIYI, 1994; PILOUK & TEMPFLI, 1994a, 1994b, 1993) umfasst neben der volumenhaften Modellierung von Körpern (z. B. Gebäude oder geologische Körper) durch 3-simpliziale Komplexe einen Bearbeitungsschritt, bei dem die Geländeoberfläche mit 2-simplizialen Komplexen modelliert wird. ABDELGUERFI et al. (1997) berichten über die Entwicklung eines erweiterten Vektorformates, welches für flächenhafte Objekte durch Anwendung der Verschneidungsoperation eine Zuordnung von Dreiecken erlaubt. Auch BUZIEK (1993) beschreibt u. a. den dreiecksbasierten Ansatz auf konzeptioneller Ebene. KRAUS (2000, 1995) greift den Ansatz auf, führt aber aus, dass er sich auf die Untersuchungen von PILOUK & KUFONIYI (1994) bezieht. FRITSCH (1996) zitiert ebenso PILOUK & KUFONIYI (1994) sowie KRAUS (1995). Er bezeichnet den Ansatz als *fully integrated 2.5D data model* und führt damit eine Differenzierung gegenüber der totalen Integration in FRITSCH (1990) hinsichtlich der Dimensionalität ein (vgl. Abs. 3.1.2).

Die anderen Veröffentlichungen zu diesem Ansatz nehmen jedoch kaum aufeinander Bezug, u. a. wohl deshalb, da sie teilweise nahezu parallel stattfanden. Nur PILOUK (1996) bezieht sich bei der Entwicklung seiner *simplizialen Netzwerke* u. a. auf EGENHOFER et al. (1989). Die Vorgehensweisen der Autoren bei der Integration sind teilweise sehr unterschiedlich. Bisher existiert nach den Informationen des Autors außer den unabhängigen Untersuchungen von KLÖTZER (1997) keine Bewertung verschiedener Verfahren.

Ein wichtiger Aspekt dieses Ansatzes ist, dass er sich zu einer 3D-Modellierung erweitern lässt. Das Verfahren der *Zellenzerlegung* (*cell decomposition*) bei der 3D-Modellierung (z. B. BILL & FRITSCH, 1994) setzt Objekte aus einfacheren Bausteinen bzw. Primitiven (z. B. Würfel, Tetraeder, Zylinder etc.) zusammen. Darüberhinaus verwendet man Zellenzerlegungen auch für räumliche Zugriffsmethoden, die hier jedoch nicht weiter betrachtet werden (s. z. B. GAEDE & GÜNTHER, 1998). Insbesondere die Verwendung von Tetraedern (3-Simplizia, allgemeinen dreieckigen Pyramiden, vgl. BRONSTEIN & SEMENDJAJEW, 1989) wurde bereits für die Modellierung von unregelmäßigen Volumen in 3D-GIS untersucht (BREUNIG, 2000, 1996; PILOUK, 1996). Dieser Ansatz stellt die Erweiterung der 2-simplizialen Komplexe in den 3D-Raum dar. Zellenzerlegungen entsprechen der unregelmäßigen Tessellation des Raumes. DE LA LOSA (1998) beschreibt ferner einen Ansatz, bei dem auf die explizite Tetraedrisierung von Körpern verzichtet wird. Die Körper werden nur über ihren *Rand dargestellt*, der mit 2-simplizialen Komplexen beschrieben ist. Das Verfahren der *Randdarstellung* (*boundary representations, b-reps*) hat eine hohe Verbreitung in GIS. Die Ränder von Objekten können durch analytische oder approximierende Verfahren dargestellt werden. Damit kann sich ein räumliches Objekt aus geraden und gekrümmten Linien bzw. Flächen zusammensetzen. Betrachtet man nur die Hülle eines simplizialen Komplex, so kann dies als Randdarstellung aufgefasst werden.

Neben den beschriebenen Anwendungen und Erweiterungsmöglichkeiten wird das Verfahren der Berücksichtigung von Objektgeometrien in Dreiecksnetzen auch bei der Modellierung topologischer Beziehungen zwischen Objekten im Zuge von Generalisierungsmaßnahmen verwendet (z. B. SESTER, 2000; WARE & JONES, 1996). Allerdings steht hier die Topologie der Objekte im Vordergrund. Die Höhe der Knoten im Dreiecksnetz wird nicht berücksichtigt, da es sich i. Allg. um rein planare Aufgabenstellungen handelt.

3.2.3. Integriertes 2.5D-Datenmodell auf der Basis von Quadratgitter-DGM

BUZIEK (1993) beschreibt die Variante, als Höhenkomponente für ein integriertes Datenmodell ein Quadratgitter-DGM zu verwenden. Dieses wird, analog zur Integration der Strukturinformation in ein Gitter, lokal durch DSM-Geometrien mittels Triangulation verdichtet, wobei Schnittpunkte der DSM-Geometrien mit den Gitterlinien berücksichtigt werden. Damit kann dieser Ansatz als ein Spezialfall der Integration auf der Basis von Triangulationen aufgefasst werden mit den folgenden Einschränkungen:

²Ein *Polygon* ist in diesem Zusammenhang eine einfache, geschlossene Aneinanderreihung von Liniensegmenten vereinigt mit der Fläche, die von den Liniensegmenten umschlossen wird. Im Folgenden wird in dieser Arbeit unter einem Polygon immer ein derartiges geometrisches Konstrukt verstanden. In der Geodäsie dagegen wird im Zusammenhang mit der Bestimmung von Festpunktfeldern und Aufnahmepegeln unter einem “Polygon” bzw. einem “Polygonzug” eine Aneinanderreihung von Liniensegmenten verstanden, die nicht notwendigerweise geschlossen sein müssen (vgl. z. B. GROSSMANN & KAHMEN, 1983).

1. als Stützpunktfeld des DGM wird ein Quadratgitter verwendet;
2. die Diagonalen von Gitterzellen, die nicht von DSM-Geometrien geschnitten werden, werden nicht gebildet.

Prinzipiell kann der Ansatz auch auf Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation (hybride DGM) erweitert werden (BUZIEK, 1993). In dem Fall wird ein entsprechend erweitertes Stützpunktfeld verwendet, und die Diagonalen, die nicht von DSM-Geometrien *oder* Strukturinformation geschnitten werden, werden nicht gebildet.

3.3. Bewertung der Ansätze und eigene Forschungsschwerpunkte

Berücksichtigt man die u. a. von CAROSIO (1999) geforderte Kompatibilität von neu zu entwickelnden Ansätzen integrierter Datenmodellierung mit bestehenden Datensätzen, so kann man die Ansätze der 3D-Modellierung für primäre Betrachtungen zur Entwicklung eines integrierten Datenmodells ausschließen. Wünschenswert für ein integriertes Datenmodell wäre ggf. eine Kompatibilität mit 3D-Ansätzen, um für spätere Entwicklungen der landesweiten 3D-Modellierung die Migration der bestehenden Datensätze zu ermöglichen. 3D-Ansätze werden zudem bereits in den zitierten umfangreichen Entwicklungen im Bereich der Stadtmodelle verwendet bzw. untersucht und beschrieben. Diese Entwicklungen wurden meist nur für Gebiete der Größenordnung von Städten durchgeführt.

Einige Ansätze der integrierten 2.5D-Modellierung sind Stand der Technik. Dabei handelt es sich um die Zuweisung einer Höhenkoordinate an Landschaftsobjekte, die Verwendung von 3D-Koordinaten für die Geometrien des DSM sowie um die Verschneidung von DSM-Objekten mit Höhenschichtobjekten. Diese stellen sich als unflexibel bzw. als qualitativ unzulänglich hinsichtlich ihrer Beschreibung der Geländeoberflächenform dar.

Das Verfahren der Verwendung höherer Polynomansätze zur Beschreibung der Geländeform ist bisher nur mit einem weitgehend manuellen Verfahren untersucht worden. Hierzu sind zwecks Automatisierung weitere Untersuchungen notwendig. Das konzeptionelle Verfahren der Integration auf der Basis von Quadratgitter-DGM oder hybriden DGM (Abs. 3.2.3) kann als Spezialfall des Ansatzes der 2-simplizialen Komplexe (s. Abs. 3.2.2) aufgefasst werden. Die Verwendung der 2-simplizialen Komplexe wurde bereits von einigen Autoren untersucht (wenngleich die Autoren nicht immer diese Terminologie aufgriffen). Es fand bisher jedoch noch keine Untersuchung im Vergleich mit anderen Ansätzen statt. Ebenso wurden die Arbeiten der genannten Autoren auf diesem Gebiet noch keiner vergleichenden Beurteilung unterzogen. Die Verwendung von simplizialen Komplexen für ein integriertes Datenmodell birgt den Vorteil, dass derart modellierte Daten als Grundlage für eine Erweiterung des Datenmodells für 3D-GIS dienen können. Man kann von einer Kompatibilität mit (bereits bestehenden) höherdimensionalen Ansätzen sprechen.

Es zeigt sich, dass es für eine landesweite Modellierung der Erdoberfläche zwecks Kompatibilität mit bestehenden Geobasisdatensätzen notwendig ist, ein 2.5D-Verfahren zu wählen. Diese Einschränkung bzgl. der Dimension ist auch unter dem Aspekt sinnvoll, dass 3D-Ansätze zur Modellierung der Erdoberfläche nur in Bereichen von senkrechten Wänden, Überhängen und brückenhaften Erscheinungen nötig sind, die in der Natur selten vorkommen (vgl. Abs. 2.1). Unter den 2.5D-Ansätzen besteht für das Verfahren auf der Grundlage von Polynomflächen und den Ansatz mit 2-simplizialen Komplexen weiterer Untersuchungsbedarf. Diese 2.5D-Ansätze werden daher als Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit gewählt.

4. Integrierte Datenmodellierung mittels Polynomflächenobjekten

4.1. Einführung

In Abschnitt 3.2.1.2 wurde das grundlegende Prinzip der integrierten Datenmodellierung auf der Basis von Polynomflächen erläutert. Flächenhafte Objekte werden jeweils mit einem individuellen Satz von Polynomkoeffizienten als Attributen verknüpft, die in Verbindung mit einer Anwendungsregel, einem entsprechenden Flächenpolynomansatz, die Geländeoberfläche innerhalb des Objektes beschreiben. Diese Objekte sollen unabhängig vom DSM gebildet werden, damit sie als eigenständige thematische Ebene ggf. auch mit anderen Daten oder thematischen Ebenen eines GIS verknüpft werden können.

BUZIEK (1993) stellt seinen Ansatz auf der Grundlage von Flächenpolynomen vor. Zunächst ist zu diskutieren, ob der Einsatz von Polynomen sinnvoll ist, oder ob ggf. andere mathematische Funktionen gewählt werden sollten. Der Einsatz von Polynomen wird an einigen Literaturstellen kritisch betrachtet (z. B. KRAUS, 2000; HOSCHEK & LASSER, 1992). Prinzipiell können auch andere, z. B. trigonometrische Funktionen für eine Untersuchung des Ansatzes gewählt werden. Polynome haben sich jedoch auch in der Geländemodellierung als zweckmäßig erwiesen, u. a. für die Berechnung von Gitter-DGM mit dem Ansatz der gleitenden Flächen (z. B. BUZIEK et al., 1992; KRUSE, 1990, 1987). Sie stellen trotz ihrer einhergehenden Probleme wie Welligkeit bei höheren Polynomgraden (HOSCHEK & LASSER, 1992) für allgemeine Anwendungen der Datenmodellierung häufig die erste Wahl dar (z. B. PRESS et al., 1996), da sie sich hinsichtlich ihrer Basisfunktionen gut klassifizieren lassen (vgl. Abs. 4.2.4) und bei der Aufstellung von Gleichungssystemen unproblematisch zu handhaben sind. Sie zeigen verfahrenstechnisch in dieser Arbeit Vorteile, auf die in Abschnitt 4.2.5 eingegangen wird.

Als Funktionsansätze für die zu bildenden Objekte werden daher in dieser Arbeit bivariate Flächenpolynome verwendet, und es zeigen sich drei zu betrachtende Teilaspekte für die Modellierung des Reliefs mit Flächenpolynomen:

1. Es müssen flächenhafte Objekte vorhanden sein oder gebildet werden.
2. Für jedes Objekt muss zunächst ein Polynomgrad gewählt werden, bevor die Koeffizienten bestimmt werden können.
3. Die Flächenpolynome müssen aufgestellt bzw. die Polynomkoeffizienten berechnet werden. Es sollte dabei eine Form von Qualitätskontrolle für die modellierte Fläche erfolgen.

Die Aspekte sind, falls die Wiedergabe des Geländes mit einer gewissen Qualität erfolgen soll, direkt voneinander abhängig. Die Größe und Form der Objekte bestimmt deren Polynomgrade und -koeffizienten. Die zur Verfügung stehenden Polynomansätze limitieren die Größe und Form der Objekte. Durch Qualitätsanforderungen an die Modellierung ergeben sich Rückkopplungen.

Als Berechnungsverfahren für die Polynomparameter ist im Hinblick auf die Qualität der Beschreibung der Geländeoberfläche ein *approximierendes Verfahren* zu wählen, da *interpolierende Polynome* eine stärkere Tendenz zur Bildung von Aufschwingungen haben (z. B. KRAUS, 2000). Außerdem wäre bei Verwendung interpolierender Polynome die Größe der Objekte direkt durch die Anzahl der verfügbaren Polynomparameter eines Ansatzes bestimmt. Ein Polynom mit vier Parametern kann i. Allg. nur durch vier räumliche Punkte gehen. In diesem Fall würde ein Polynomflächenobjekt sich nur über vier Stützpunkte erstrecken. Um eine Verringerung der Anzahl der Polynomflächenobjekte zu erreichen und um ein Aufschwingen der Flächen zu vermeiden, sollten jedoch möglichst viele Stützpunkte in ein Objekt integriert werden.

Die Berechnung der Parameter der approximierenden Flächenpolynome erfolgt in dieser Arbeit, wie bereits von BUZIEK (1993) vorgeschlagen, mit den Methoden der Ausgleichsrechnung (z. B. KOCH, 1999, 1987; PELZER,

1985; HÖPKE, 1980). Die verwendeten Techniken werden in ihren Grundlagen unter Abschnitt 4.2 beschrieben. Ebenso wird dort auf die verwendeten Polynomansätze eingegangen und eine Objektart *Polynomflächenobjekte* entworfen.

Für die geometrische Bildung der Polynomflächenobjekte ist eine Tessellation der Ebene vorzunehmen. Diese sollte, falls nicht bereits bestehende Maschen wie flächenhafte Objekte genutzt werden, automatisch berechenbar sein. In Abschnitt 4.3 wird diskutiert, welche Verfahren hierzu verwendet werden können.

Innerhalb der Objekte ist eine Polynomfläche stetig bzw. stetig differenzierbar. Bedingt durch den Ansatz, dass mit jedem Objekt ein individuelles Flächenpolynom verknüpft wird, ist es im Sinne einer Qualitätskontrolle von Interesse, wie sich die Flächenpolynome adjazenter Objekte an den gemeinsamen Objektgrenzen verhalten. In Abschnitt 3.2.1.2 wurde bereits angedeutet, dass der Übergang zwischen den Polynomflächen zweier Objekte i. Allg. nicht stetig ist. Es kommt zu Diskontinuitäten zwischen zwei Objekten. Dies schließt die Möglichkeit eines stetig differenzierbaren Übergangs zwischen zwei Objekten aus. Der Ansatz der Modellierung muss zumindest eine Überprüfung der Diskontinuitäten gewährleisten, um Qualitätsaussagen bzgl. der Modellierung zu erlauben. Idealerweise sollte die Diskontinuität kontrolliert bzw. gesteuert werden können. Dies ist z. B. über die Wahl der in die Ausgleichung eingehenden Beobachtungen und über entsprechende Ausgleichungsverfahren möglich. In Abschnitt 4.4 wird dieser Sachverhalt im Zusammenhang mit der Berechnung der Polynomflächenparameter diskutiert.

In Abschnitt 4.5 werden technische Aspekte der Implementierung beschrieben und in Abschnitt 4.6 wird die eigentliche Zuweisung der Höheninformation an DSM-Objekte behandelt. Die Diskussion der Verfahren und die zusammenfassende Darstellung einer Bearbeitungsstrategie erfolgen in Abschnitt 4.7.

4.2. Grundlagen

4.2.1. Grundlagen der Ausgleichungsrechnung

In diesem Abschnitt wird zunächst davon ausgegangen, dass die Polynomflächenobjekte unabhängig voneinander bearbeitet werden. Komplexere Ausgleichungsmodelle zur Behandlung von Beziehungen zwischen adjazenten Objekten werden in Abschnitt 4.4.2 vorgestellt.

Im einfachsten Fall erfolgt die Berechnung der Polynomparameter mit dem Ansatz der *Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen*. Hier wird davon ausgegangen, dass das Gleichungssystem nicht singulär ist. Auf singuläre Gitterpunktkombinationen wird in Abschnitt 4.3.4.3 eingegangen. Ebenso muss für ein Objekt der zu wählende Polynomansatz bekannt sein. Die Wahl eines Polynomansatzes wird in Abschnitt 4.2.5 behandelt. Für jedes Objekt wird ein Satz von *Beobachtungsgleichungen* der allgemeinen Form 4.1 erstellt:

$$z_p(x, y) + v_p = a_{00} + a_{10}x_p + a_{01}y_p + a_{20}x_p^2 + a_{11}x_p y_p + a_{02}y_p^2 + \dots \quad (4.1)$$

Die Höhen z_p der Punkte p entsprechen den in die Ausgleichung einzuführenden n Beobachtungen, der Index p läuft demnach von 1 bis n . Die a_{ij} sind die u unbekannt Parameter des Gleichungssystems, d. h., die Polynomkoeffizienten. Bei Gleichung 4.1 handelt es sich bzgl. der Unbekannten a_{ij} ein lineares Gleichungssystem. Die v_p stellen die in der Ausgleichung zu bestimmenden Verbesserungen an die Höhen z_p und die x_p und y_p die Koordinaten eines Punktes in der Ebene dar.

Zweckmäßigerweise werden die Koordinaten x_p und y_p auf den Koordinatenschwerpunkt des aktuell zu prozessierenden Objektes reduziert, um numerisch stabilere Gleichungssysteme zu erhalten. Dies geschieht vor dem Hintergrund, dass Gleichungssysteme zur Berechnung von Polynomparametern häufig schlecht konditioniert sind, da die Koeffizienten in der Designmatrix Potenzen der Koordinaten(-differenzen) aufweisen und ihre Größe damit exponentiell mit dem Grad der Polynome wächst. Bei konsistenten, d. h. nicht überbestimmten Gleichungssystemen, bezeichnet man die Koeffizientenmatrizen auch als *Vandermonde-Matrizen* (PRESS et al., 1996). In Matrizenform nimmt Gleichung 4.1 die nachstehende Gestalt 4.2 an:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{1} + \mathbf{v}, \quad (4.2)$$

die auch als das *funktionale Modell der vermittelnden Ausgleichung* bezeichnet wird. Dabei ist \mathbf{A} die Designmatrix des Gleichungssystems (Koeffizientenmatrix, vgl. 4.3(1)) mit den Ableitungen der Polynome nach den Unbekannten. Sie hat die Dimension $n * u$. Der Vektor \mathbf{x} mit der Dimension $u * 1$ enthält die Unbekannten

(Parameter der Ausgleichung, vgl. 4.3(2)), der Vektor \mathbf{l} mit der Dimension $n * 1$ die Beobachtungen (4.3(3)) und der Vektor \mathbf{v} (Dimension $n * 1$) die Verbesserungen (vgl. 4.3(4)) an die Beobachtungen.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & \dots \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2 y_2 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_n y_n & \dots \end{bmatrix} \quad (1), \quad \mathbf{x}^T = [a_{00} \quad a_{01} \quad a_{10} \quad a_{20} \quad a_{11} \quad \dots] \quad (2), \quad (4.3)$$

$$\mathbf{l}^T = [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_n] \quad (3), \quad \mathbf{v}^T = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n] \quad (4).$$

Neben dem funktionalen Modell einer Ausgleichung ist für die Berücksichtigung von Varianzen bzw. einer Gewichtung der Beobachtungen das *stochastische Modell einer Ausgleichung* (Gl. 4.4) aufzustellen, das die Varianzen und Kovarianzen der Beobachtungen enthält. Dabei bezeichnet $\mathbf{C}_{\mathbf{ll}}$ die Varianz-Kovarianz-Matrix der Beobachtungen, σ_0^2 den a-priori-Varianzfaktor, $\mathbf{Q}_{\mathbf{ll}}$ die entsprechende Kofaktoren-Matrix mit den relativen Genauigkeiten der Beobachtungen und \mathbf{P} die Gewichtsmatrix der Beobachtungen.

$$\mathbf{C}_{\mathbf{ll}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\mathbf{ll}} = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1} \quad (4.4)$$

In der Ausgleichungsrechnung wird Gleichung 4.2 in Verbindung mit Gleichung 4.4 als *Gauß-Markov-Modell* (*GM-Modell*) bezeichnet (z. B. KOCH, 1987).

Das Gleichungssystem 4.2 ist unter Voraussetzung der Regularität von \mathbf{A} (vgl. Abs. 4.3.4.3) für $n \geq u$ lösbar. Für $n = u$ liegt keine Überbestimmung vor, d. h., die Verbesserungen v_p sind identisch null und Gl. 4.2 kann wie ein normales lineares Gleichungssystem gelöst werden. Es handelt sich dann um ein *Vandermonde-System*. Für $n > u$ liegt eine Überbestimmung vor und das Gleichungssystem 4.2 kann mittels Ausgleichungsrechnung gelöst werden. Dabei wird die gewichtete Quadratsumme der Höhendifferenzen zwischen den beobachteten Höhen und den Funktionswerten der berechneten Polynome an den Stützpunkten minimiert. Die Unbekannten \mathbf{x} und ihre Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$ berechnen sich mit den Formeln 4.5:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{xx}} = [\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}]^{-1} \quad (4.5)$$

Die Matrix $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ wird in der Ausgleichungsrechnung auch als *Normalgleichungsmatrix* bezeichnet.

Auf die Aufstellung eines stochastischen Modells für die Beobachtungen, d. h. die Höhenwerte, wird in diesem Fall aus praktischen Gründen verzichtet. Zwar sind die eingeführten Beobachtungen mit Fehlern behaftet und aufgrund ihrer gemeinsamen Erfassung oder Berechnung miteinander korreliert, es liegt jedoch i. Allg. keine Information über das Ausmaß der Varianzen und Kovarianzen der Höhen vor. Dies gilt sowohl für die verfügbaren originären Stützpunkte eines gemessenen DGM als auch für gerechnete DGM. Damit liegt es nahe, auf die Nutzung eines differenzierten stochastischen Modells zu verzichten. Die Gewichtsmatrix \mathbf{P} degeneriert unter dieser Annahme zur Einheitsmatrix \mathbf{I} , und die Gleichungen 4.5 können vereinfacht mit den Gleichungen 4.6 geschrieben werden:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{xx}} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1}. \quad (4.6)$$

4.2.2. Ausgleichung mit Singulär-Werte-Zerlegung

Der Ansatz 4.5 zur Berechnung der Unbekannten \mathbf{x} wird als *Lösung über Normalgleichungen* bezeichnet und ist i. Allg. das Standardverfahren, das in den Lehrbüchern der Ausgleichungsrechnung (KOCH, 1999, 1987; PELZER, 1985; HÖPKE, 1980) beschrieben wird. Dabei ist es nicht unbedingt notwendig, eine Inversion der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} durchzuführen, ggf. kann das Gleichungssystem 4.5 mit anderen Verfahren gelöst werden, z. B. mit dem Eliminationsverfahren nach GAUSS. Es ist jedoch erforderlich, dass die Matrix \mathbf{N} berechnet bzw. aufgestellt wird.

Eine Alternative hierzu wird von PRESS et al. (1996) angegeben. Die Autoren empfehlen die Verwendung der *Singulär-Werte-Zerlegung* (*singular value decomposition, SVD*). Dieses erweist sich für die Ausgleichung zur Berechnung von ausgleichenden Polynomflächen als besonders geeignet, da derartige Gleichungssysteme häufig schlecht konditioniert sind. PRESS et al. (1996), STOER & BULIRSCH (1990) und auch ENGELN-MÜLLGES & UHLIG (1996) betonen die numerische Stabilität der SVD, die auch zur numerischen Bestimmung des Rangs einer Matrix verwendet werden kann. Für diese Zwecke wird sie in Abschnitt 4.3.4.3 verwendet. Die SVD soll daher kurz unter Verwendung einer einheitlichen Gewichtung ($\mathbf{P} \equiv \mathbf{I}$) für die Beobachtungen vorgestellt werden.

Die Designmatrix \mathbf{A} kann als das Produkt der spalten-orthogonalen Matrix \mathbf{U} der Dimension $n * u$, der $u * u$ -Diagonalmatrix \mathbf{W} und der Transponierten \mathbf{V}^T der orthogonalen $u * u$ -Matrix \mathbf{V} geschrieben werden (Gl. 4.7);

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{V}^T = \mathbf{U} [\text{diag}(w_j)] \mathbf{V}^T. \quad (4.7)$$

Dabei handelt es sich bei den w_j um die *singulären Werte* der Matrix \mathbf{A} (s. STOER & BULIRSCH, 1990). Die Anzahl der singulären Werte, die numerisch als ungleich null betrachtet werden, gibt den Rang von \mathbf{A} sowie der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} wieder. Dabei ist ein entsprechender Schwellwert einzuführen. Die Inverse \mathbf{A}^{-1} kann mit Gleichung 4.8

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{V} [\text{diag}(1/w_j)] \mathbf{U}^T \quad (4.8)$$

berechnet werden, womit sich die Unbekannten \mathbf{x} und ihre Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{xx}}$ mit den Formeln Gleichung 4.9 ergeben;

$$\mathbf{x} = \mathbf{V} [\text{diag}(1/w_j)] \mathbf{U}^T \mathbf{l} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}_{jk} = \sum_{i=1}^u \frac{1}{w_i^2} \mathbf{V}_{ji} \mathbf{V}_{ki}. \quad (4.9)$$

Eine entsprechende Routine zur Berechnung der SVD nach dem GOLUB-REINSCH-Algorithmus findet sich bei PRESS et al. (1996), die ihre Implementierung auf FORSYTHE et al. (1977) bzw. die darin gegebenen Quellen zurückführen.

4.2.3. Sequentielle Ausgleichungen

Neben den beiden beschriebenen Vorgehensweisen zur Lösung des Ausgleichungsproblems nach vermittelnden Beobachtungen in einem Guss werden später zusätzlich sequentielle Ausgleichungsmethoden benötigt. Dies ist zum einen der Fall, wenn neben den Beobachtungsgleichungen zusätzlich Bedingungen zwischen den Unbekannten berücksichtigt werden sollen. Dieses Modell wird als *GM-Modell mit Bedingungen* (oder auch *Restriktionen*) bezeichnet. Zum anderen wird diese Methode angewendet, wenn neben den verwendeten Stützpunkten weitere unabhängige Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt werden (*GM-Modell mit zusätzlichen Beobachtungen*).

Der letzte Fall ist gegeben, wenn bei der Berechnung einer Ausgleichung noch nicht alle Beobachtungen bekannt sind. Falls eine gemeinsame Ausgleichung aller Beobachtungen durchgeführt wird, nachdem alle Beobachtungen zur Verfügung stehen, weist die Normalgleichungsmatrix aufgrund der Unabhängigkeit der Beobachtungen eine Blockstruktur entlang ihrer Diagonalen auf. Bei den Matrizen in den anderen Blöcken handelt es sich um Nullmatrizen $\mathbf{0}$. Beim ersten Fall führt die Berechnung einer Ausgleichung in einem Guss ebenso dazu, dass eine Submatrix im Gleichungssystem die Nullmatrix $\mathbf{0}$ ist (s. Abs. 4.2.3.1). Dies resultiert, falls die Gleichungssysteme z. B. durch Inversion der Normalgleichungsmatrizen der Gesamtgleichungssysteme oder durch das Eliminationsverfahren nach GAUSS gelöst werden, bei den notwendigen Gleitkommaoperationen in einer hohen Anzahl an rechenzeitintensiven Multiplikationen von Termen mit dem Wert Null. Diese tragen nicht zur Lösung der Systeme bei.

In beiden Fällen ist es daher aus lauffzeittechnischen Gründen sinnvoller, in einer zweiten Stufe Verbesserungen für die bisherigen Unbekannten zu berechnen, was zu mehrstufigen, d. h. sequentiellen Ausgleichungen, führt. Diese werden im Folgenden kurz vorgestellt.

4.2.3.1. Gauß-Markov-Modell mit Bedingungen

Das *GM-Modell mit Restriktionen* wird definiert als ein *GM-Modell*, in dem neben den Beobachtungsgleichungen (Gl. 4.2 bzw. Gl. 4.1) zusätzlich die Restriktionen 4.10 gelten (z. B. KOCH, 1987).

$$\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{w} \quad (4.10)$$

\mathbf{B} bezeichnet die Koeffizienten- bzw. Bedingungsmatrix der Dimension $r * u$, und $\text{rg}(\mathbf{B}) = r$ sowie $r \leq u$. \mathbf{w} stellt einen bekannten $r * 1$ -Vektor dar, wobei r die Anzahl der linear unabhängigen Bedingungen ist. Der Vektor \mathbf{x} steht in diesem speziellen Fall des *GM-Modells mit Restriktionen* analog zu Gleichung 4.2 für den Vektor der Unbekannten, wobei an der Stelle von \mathbf{x} bei der allgemeinen *Bedingten Ausgleichung* die ausgeglichenen Beobachtungen $\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v}$ stehen. Gilt $r < u$, so lassen sich r Unbekannte \mathbf{x} mit Gleichung 4.10 aus Gleichung 4.2 eliminieren, um dann die Unbekannten mit den Methoden der Ausgleichungsrechnung zu berechnen. Gilt $r = u$, so sind die Unbekannten eindeutig bestimmt. Für $r > u$ ist das System i. Allg. nicht lösbar.

Die Lösung eines GM-Modells mit Bedingungen kann direkt über Normalgleichungen oder sequentiell in zwei Stufen erfolgen. Das *allgemeine System der Normalgleichungen* für das GM-Modell mit Restriktionen ist mit Gleichung 4.11(1) gegeben, die unter Einführung der Einheitsmatrix \mathbf{I} als Gewichtsmatrix \mathbf{P} (vgl. Abs. 4.2.1) in Gleichung 4.11(2) übergeht:

$$\mathbf{P} \equiv \mathbf{I} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}, & (1) \\ \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{l} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}, & (2) \end{cases} \quad (4.11)$$

wobei $\mathbf{0}$ die Nullmatrix darstellt und in \mathbf{k} die LAGRANGE-Koeffizienten, die sogenannten *Korrelaten*, zusammengefasst sind.

Bei der *sequentiellen Ausgleichung des Modells in zwei Stufen* werden zunächst die Beobachtungsgleichungen mit dem GM-Modell (Gl. 4.5) ausgeglichen. Dabei muss beachtet werden, dass die Normalgleichungsmatrix regulär ist ($n > u$). Als Ergebnis erhält man eine erste Schätzung \mathbf{x}_1 für die Unbekannten \mathbf{x} und eine entsprechende Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$. Die Berücksichtigung der Bedingungen erfolgt in der zweiten Stufe, die eine *Bedingte Ausgleichung* darstellt. Mit den Schätzungen \mathbf{x}_1 für die Unbekannten aus der ersten Stufe folgen die Widersprüche $\bar{\mathbf{w}}_1$ für die zweite Stufe mit Gleichung 4.12:

$$\bar{\mathbf{w}}_1 = \mathbf{B} \mathbf{x}_1. \quad (4.12)$$

Die endgültige Schätzung der Unbekannten \mathbf{x} zur Erfüllung der Restriktionen 4.10 erfolgt mit Gleichung 4.13 (VAN MIERLO, 1992)

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}_1 + \mathbf{v}_{\mathbf{x}_1} \quad \text{mit} \quad \mathbf{v}_{\mathbf{x}_1} = -[\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}^T \left[\mathbf{B} [\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}^T \right]^{-1} \bar{\mathbf{w}}_1 \\ &\stackrel{\mathbf{P} \equiv \mathbf{I}}{=} -[\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}^T \left[\mathbf{B} [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}^T \right]^{-1} \bar{\mathbf{w}}_1 \\ &= -\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} \mathbf{B}^T \left[\mathbf{B} \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} \mathbf{B}^T \right]^{-1} \bar{\mathbf{w}}_1. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Die Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}$ der Unbekannten \mathbf{x} wird für die weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit nicht benötigt.

4.2.3.2. Gauß-Markov-Modell mit zusätzlichen Beobachtungen

Ebenso wie beim GM-Modell mit Bedingungen kann das GM-Modell mit zusätzlichen Beobachtungen (Gl. 4.14)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

bei Vernachlässigung von Korrelationen zwischen den Beobachtungsgruppen \mathbf{l}_1 und \mathbf{l}_2 sequentiell in zwei Stufen gelöst werden. Bei der sequentiellen Ausgleichung wird zunächst das System 4.15(1)

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 = \mathbf{l}_1 + \mathbf{v}_1 \quad (1) \quad \mathbf{A}_2 (\mathbf{x}_1 + \mathbf{v}_{\mathbf{x}_1}) = \mathbf{l}_2 + \mathbf{v}_2 \quad (2) \quad (4.15)$$

als GM-Modell gelöst (Gl. 4.6 oder Gl. 4.9). Man erhält eine erste Schätzung \mathbf{x}_1 und ihre Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ für die Unbekannten \mathbf{x} . Nun gilt es, die zweite Stufe der Ausgleichung (Gl. 4.15(2)) zu berechnen, in die die zusätzlichen Beobachtungen \mathbf{l}_2 mit ihrer Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{C}_{\mathbf{l}_2 \mathbf{l}_2}$ eingehen. Diese kann als das “bedingte Modell” in Gleichung 4.16 aufgefasst werden

$$\mathbf{l}_2 + \mathbf{v}_2 - \mathbf{A}_2 (\mathbf{x}_1 + \mathbf{v}_{\mathbf{x}_1}) = \mathbf{0}. \quad (4.16)$$

Die endgültigen Parameter \mathbf{x} ergeben sich dann mit den Gleichungen 4.17 (VAN MIERLO, 1992):

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x}_1 + \mathbf{v}_{\mathbf{x}_1}, & \mathbf{v}_{\mathbf{x}_1} &= \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} \mathbf{A}_2^T \mathbf{C}_{\mathbf{w}_2 \mathbf{w}_2}^{-1} \mathbf{w}_2, \\ \mathbf{w}_2 &= \mathbf{l}_2 - \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_1 & \text{und} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{w}_2 \mathbf{w}_2} &= \mathbf{C}_{\mathbf{l}_2 \mathbf{l}_2} + \mathbf{A}_2 \mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} \mathbf{A}_2^T \end{aligned} \quad (4.17)$$

Dabei stellen \mathbf{w}_2 die “Widersprüche” der zweiten Stufe mit den Ergebnissen der ersten Stufe dar mit $\mathbf{C}_{\mathbf{w}_2 \mathbf{w}_2}$ als ihrer Kovarianzmatrix, und $\mathbf{v}_{\mathbf{x}_1}$ sind die Verbesserungen an die erste Schätzung \mathbf{x}_1 für die Unbekannten \mathbf{x} .

4.2.4. Auswahl der Polynomansätze

Eine Klasseneinteilung für Flächenpolynome wird u. a. von LANCASTER & ŠALKKAUSKAS (1986) vorgenommen. Ein Polynom der Klasse \mathcal{P}_g enthält nach dieser Einteilung alle Funktionen der Form $x^i y^j$ mit $i + j \leq g$ für $i \geq 0$

und $j \geq 0$, die auch als *Basisfunktionen* der jeweiligen Polynomklasse bezeichnet werden. In Kurzform können die Polynomklassen mit der folgenden Summe 4.18 beschrieben werden:

$$\mathcal{P}_g = \sum_{i=0}^g \sum_{j=0}^g a_{ij} x^i y^j, \quad (4.18)$$

wobei g die maximale Potenz des Polynoms angibt und die Indices i und j entsprechend die Bedingung 4.19 erfüllen müssen:

$$i + j \leq g \quad \forall \quad i \geq 0, \quad j \geq 0. \quad (4.19)$$

Die a_{ij} stellen die zu bestimmenden Polynomkoeffizienten dar, deren Anzahl u_g nach BRONSTEIN & SEMENDJAJEW (1989) für ein Polynom der Klasse \mathcal{P}_g mit Gleichung 4.20 festgelegt ist.

$$u_g = 1 + 2 + 3 + \dots + (g + 1) = \frac{1}{2}(g + 1)(g + 2) \quad (4.20)$$

Zwecks Systematisierung der Auswahl der Polynomansätze ist es notwendig, eine Klasseneinteilung für die prinzipiell möglichen Ansätze vorzunehmen. Generell könnten zwar maximal erlaubte Potenzen der Koordinaten(-differenzen) vorgegeben und alle möglichen Summenkombinationen aus den sich ergebenden Basisfunktionen gebildet werden, dies führt jedoch durch die Permutation der Basisfunktionen zu einer sehr großen Anzahl von Funktionsansätzen. Diese jeweils einzeln als individuellen Funktionsansatz zu berücksichtigen ist aus praktischer Sicht nicht sinnvoll. Daher werden sie durch die Klassenbildung zusammengefasst. Einzelne Kombinationen von Potenzen der Koordinaten können sich daraus ergeben, wenn entsprechende Koeffizienten in den Polynomen identisch Null werden. Die Klasseneinteilung für Flächenpolynome von LANCASTER & ŠALKAUSKAS (1986) bietet den Vorteil, dass durch sie für einen vorzugebenden Polynomgrad alle Basisfunktionen $x^i y^j$ unter der Bedingung 4.19 in komprimierter Darstellung abgedeckt sind.

4.2.5. Bestimmung eines Polynomansatzes für ein Polynomflächenobjekt

Zur Aufstellung der Gleichungssysteme muss für jedes Objekt bekannt sein, welchen Grad das jeweilige ausgleichende Polynom hat. Die Festlegung eines Polynomansatzes kann für bereits bestehende Objekte mit unbekanntem Polynomgrad im einfachsten Fall über eine iterative Ausgleichung mit einem Schwellwert erfolgen. Beginnend mit dem Polynomansatz niedrigsten Grades wird fortwährend der Grad des Polynoms erhöht, bis ein festzulegendes betragsmäßig maximal erlaubtes Residuum unterschritten wird. Der Nachteil dieses Verfahrens ist, dass für jeden Iterationsschritt eine neue Ausgleichung gerechnet werden muss. Durch den Einsatz von *Orthogonalpolynomen*, deren Koeffizienten unabhängig von Polynomgrad sind, kann dies vermieden werden (KOCH, 1999, 1987).

Der Nachteil dieser Verfahren ist jedoch, dass bei der Polynomgradfestlegung die Beobachtungen mit ihren numerischen Werten und ihrer Anzahl bekannt sein müssen und sich danach nicht mehr ändern dürfen, da sich ansonsten das betragsmäßig maximal auftretende Residuum der Ausgleichung wieder ändert. Das bedeutet, dass die Größe und die Form eines Objektes damit ebenso festgelegt sind.

Ein anderes Verfahren, das bei der vorliegenden Arbeit verwendet wird, ist die Bestimmung und schrittweise Aktualisierung der Polynomansätze im Zuge einer Extraktion der Polynomflächenobjekte mit einem Wachstumsprozess aus einem DGM. Dabei werden sequentiell neue Beobachtungen in ein Objekt eingefügt und es wird der Polynomgrad während der Extraktion permanent überprüft. Er wird ggf. erhöht, wenn die geforderte Approximationsqualität nicht mehr gewährleistet ist. Diese Vorgehensweise bietet den Vorteil, dass der Polynomgrad bei Bedarf aktualisiert bzw. erhöht wird und man hinsichtlich der Anzahl der Beobachtungen für ein Objekt nicht festgelegt ist. Der Ansatz wird in Abschnitt 4.3.4 erläutert.

4.2.6. Entwurf einer Objektart "Polynomflächenobjekte"

Auf der Grundlage der bisherigen Betrachtungen kann nun eine Objektart *Polynomflächenobjekte* entworfen werden. Wie es sich bereits durch den Namen der Objektart ausdrückt, handelt es sich um ein *flächenhaftes Objekt*. Es muss mit einem Satz vom Polynomparametern verknüpft werden, deren Anzahl sich aus dem Polynomgrad ableiten lässt. Der Polynomgrad g eines Objektes kann für eine Auswertung der Koeffizientenattribute mit $g = \max(i + j) \wedge a_{ij} \neq 0 \forall i, j$ bestimmt werden, womit eine explizite Speicherung der Ansätze mit den Objekten entfallen kann. Neben den Polynomparametern ist es notwendig, einen Bezugspunkt für das Objekt

zu wählen, damit zum einen die Koordinaten der Stützpunkte in der Ausgleichung für eine bessere numerische Stabilität des Gleichungssystems reduziert werden können (s. o.), zum anderen werden dessen Koordinaten auch für die Berechnung von Höhen aus dem Polynomkoeffizientensatz benötigt. Zweckmäßigerweise wird hierfür der Schwerpunkt des Objektumrings gewählt (s. o.), so dass auch hier eine explizite Speicherung entfallen kann.

Zusätzlich zu diesen Angaben ist es für eine Qualitätsbeschreibung der Geländeapproximation innerhalb des Objektes notwendig, Genauigkeitsinformationen mit dem Objekt zu verknüpfen. Die Speicherung der vollständigen Genauigkeitsinformation in Form der Kovarianzmatrix erscheint jedoch aus praktischer Sicht nicht sinnvoll, da dies zu einem hohen Speicherbedarf führt. Daher wird hier das betragsmäßig maximal auftretende Residuum als absolutes Qualitätsmaß mit einem Objekt verknüpft. Ggf. könnte zusätzlich ein mittleres Qualitätsmaß wie die gemittelte Verbesserungsquadratsumme in den Gitterpunkten innerhalb des Objektes (s. Abs. 4.4.1.3) verwendet werden.

4.3. Bildung von Maschen im Relief für Polynomflächenobjekte

4.3.1. Allgemeines

Zur Berechnung der Polynomflächenparameter muss eine Tessellation der Ebene vorgenommen oder eine bestehende Strukturierung genutzt werden. BUZIEK (1993) sieht hierfür die Verwendung von flächenhaften DSM-Objekten vor. Dieser Ansatz wird hier nicht verfolgt, da die Modellierung des Reliefs unabhängig vom DSM erfolgen soll, damit auch andere, vom DSM unabhängige Datensätze mit Polynomflächen verknüpft werden können. Eine Zuweisung der Höheninformation kann prinzipiell durch eine Verschneidung im Anschluss an die Modellierung des Reliefs erfolgen. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, welche Verfahren für eine flächenhafte Gliederung des Reliefs in Maschen bestehen (Abs. 4.3.2, Abs. 4.3.3). Anschließend wird ein eigener Ansatz zur Extraktion von Polynomflächenobjekten aus Quadratgitter-DGM vorgestellt (vgl. Abs. 4.3.4).

BRÄNDLI (1997) unterscheidet bei den Oberflächenmodellen zwischen *punkt-, linien- und flächenbasierten Oberflächengraphen*. Typische *linienbasierte Oberflächengraphen* sind Inhalt der Arbeiten von WERNER (1988). Diese modellieren die Oberfläche durch die gegenseitige Abhängigkeit von Tal- und Kammnetzwerken, die ein ineinander verzahntes Netzwerk (*interlocking network*) bilden. Da diese keine Tessellation des Reliefs bilden, können sie für die Berechnung von Polynomflächenparametern nicht verwendet werden.

4.3.2. Geomorphologische Reliefmaschen

4.3.2.1. Punktbasierte Oberflächengraphen (PFALTZ-Graphen)

Das Verfahren der Gliederung des Reliefs in *punktbasierte Oberflächengraphen* geht auf Arbeiten von WARNTZ (1966), PFALTZ (1976, 1978) und WOLF (1988, 1990) zurück. Die Motivation von PFALTZ war die kompakte Beschreibung einer geographischen Oberfläche durch ein Oberflächennetzwerk, einen *Pfaltz-Graphen*, da seiner Meinung nach der Mensch nicht in der Lage sei, eine Masse von Daten zu erfassen, wie sie bei der Darstellung des Geländes durch Höhenmodelle, d. h. durch die Darstellung der Oberfläche mit *xyz*-Koordinatentripeln, entstehen. Bei dieser Strukturierung wird das Relief durch eine Menge von *kritischen Punkten* und *kritischen Linien* beschrieben. Kritische Punkte stellen dabei Gipfel, Senken und Sättel dar, die durch die kritischen Linien miteinander verbunden werden. Damit kann die Oberfläche mittels eines tripartiten Graphen beschrieben werden (Abb. 4.1).

Das Verfahren wurde von PFALTZ (1976) mathematisch formuliert und von WOLF (1988, 1990) hinsichtlich einiger Modellierungsschwächen beim Zusammenfluss von Tal- und Flusslinien verbessert. Die Arbeiten von WOLF (1988, 1990) basieren auf Testdatensätzen, die von Hand zusammengestellt und strukturiert wurden. Die Problematik der automatisierten Extraktion des Pfaltz-Graphen wurde schon von PFALTZ (1976) erkannt, wobei er vorschlug, bereits bei der Erfassung des Geländes entsprechend den Anforderungen des Oberflächengraphen zu strukturieren. Diese Vorgehensweise entspricht einer topographischen Aufnahme, die heutzutage für ein praktikables modernes Verfahren im landesweiten Einsatz zu teuer ist. WOLF (1988) zeigt auch keine Alternativen auf, wie der Pfaltz-Graph automatisiert berechnet werden kann.

Aktuelle Arbeiten von BRÄNDLI (1997) und WOOD (1998) führen ebenfalls nicht zu praktikablen Verfahren der automatisierten Extraktion des Pfaltz-Graphen aus DGM. BRÄNDLIS Untersuchungen gründen auf einem 25m-Gitter, aus dem mit einem Algorithmus von PEUCKER & DOUGLAS (1975) Senken, Gipfel, Pässe (Sättel),

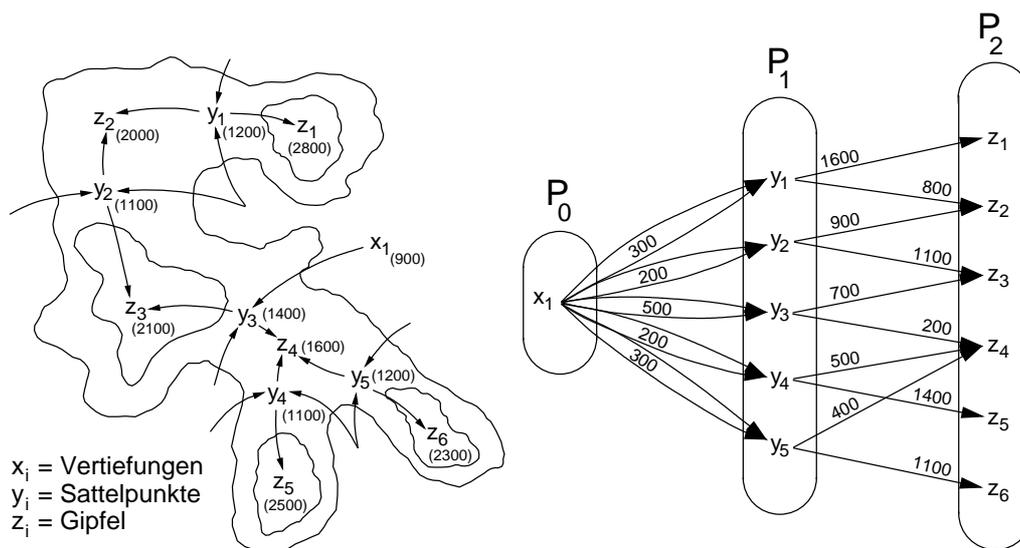


Abbildung 4.1.: Beispiel eines Oberflächengraphen (aus WOLF, 1988).

Kamm- und Talpunkte sowie Punkte, die Teile von Bruchkanten im Gelände markieren, extrahiert werden. Dabei stellt BRÄNDLI fest, dass eine große Menge von Pässen gefunden wird, die nicht eindeutig konsistent mit den umliegenden gefundenen Gipfeln zu einer Kammlinie zusammengefügt werden können. Der Grund hierfür liegt darin, dass der Extraktionsalgorithmus das Höhenmodell nur lokal analysiert, indem ein Höhenwert mit seiner 8- oder 4-Nachbarschaft verglichen wird. Ein übergeordneter Zusammenhang wird weder zwischen den Höhendaten noch zwischen den extrahierten Objekten berücksichtigt. BRÄNDLI (1997) schließt daraus, dass es keine Extraktionsalgorithmen gibt, die aus einem Gitter direkt Flusszusammenflüsse extrahieren, wie sie von WOLF (1988) zur Verbesserung der Modellierung eingeführt wurden.

WOOD (1998) zeigt in seiner Arbeit, dass es mit Methoden der lokalen Flächenapproximation zwar möglich ist, einige kritische Punkte im Höhenmodell zu finden und diese zu einem Netzwerk zu verbinden, allerdings genügt dieses Netzwerk nicht allen Anforderungen, die von WOLF (1990) an einen Oberflächengraphen gestellt werden. So finden sich bei WOODS (1998) Ergebnissen einige Pässe, die ohne eine dazwischen liegende Senke miteinander verbunden werden. Zudem basieren seine Untersuchungen auf einem 50m-Gitter, in dem entsprechend weniger Rauigkeit zu finden ist als bei BRÄNDLI (1997). Aufgrund der geringeren Rauigkeit ist das Gelände glatter und damit einfacher zu strukturieren.

Das Verfahren von WOOD (1998) steht in der Form des Programms *LandSerf* im Internet zur Verfügung. Dessen Grundlagen werden bei WOOD (1996) und die Berechnung von Oberflächennetzwerken bei WOOD (1998) beschrieben.

Die Vorgehensweise beruht auf der Identifizierung von Kegelschnittthalbachsen. Hierzu wird lokal ein bivariates quadratisches Polynom für jede Gitterzelle berechnet. Insbesondere geht WOOD (1996) auch auf die *Relevanz des Maßstabs* (*importance of scale*) und damit auf die Rauigkeit der Daten bei der Berechnung von Reliefparametern ein. WOOD stellt in *LandSerf* die Möglichkeit zur Verfügung, eine Glättung der Daten durch Vergrößerung des Fensters zu erzielen, innerhalb dessen die bivariaten quadratischen Flächen mittels einer Ausgleichung berechnet werden. Die minimale Fenstergröße beträgt zur Lösbarkeit des Systems ein 3 x 3-Zellen-Fenster, das in Schritten von 2 Zellen in der Ausdehnung vergrößert werden kann. Für weitere Details des Verfahrens wird auf WOOD (1998) verwiesen. Der Nachteil des in *LandSerf* implementierten Algorithmus zum Aufbau des Pfaltz-Graphen ist, dass er nur die Geometrien des Netzwerks aus dem Relief extrahiert und keine topologischen Maschen bildet. Weiter wird der Pfaltz-Graph mit realen Datensätzen nur angenähert extrahiert (WOOD, 1998). Dies wurde durch Ergebnisse eigener Testrechnungen mit *LandSerf* bestätigt.

Für ein Testgebiet in Damme (s. Abs. 7.1.1) wurde die Extraktion des Oberflächennetzwerks mit verschiedenen Glättungen bzw. Fenstergrößen durchgeführt, die Ergebnisse sind in Abbildung 4.2¹ dargestellt. Es zeigt sich, dass es an etlichen Stellen neben den typischen Lückenproblemen in topologischen Netzen wie *Overshoots* und *Undershoots* noch zu weiteren Unzulänglichkeiten bei der Bildung von Geometrien kommt. Dabei handelt es sich um Kanten, die nicht vollständig in den Oberflächengraphen eingebunden sind, d. h., sie beginnen innerhalb einer ansonsten "geschlossenen Masche". Es finden sich zudem etliche kollineare und damit redundante

¹Basisdaten dieser Darstellung: ATKIS-DGM5-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN).

Zwischenpunkte in den Geometrien. Für die Bildung von Maschen innerhalb des Oberflächennetzwerks müsste das Ergebnis demnach überarbeitet bzw. der Algorithmus wesentlich verbessert werden.

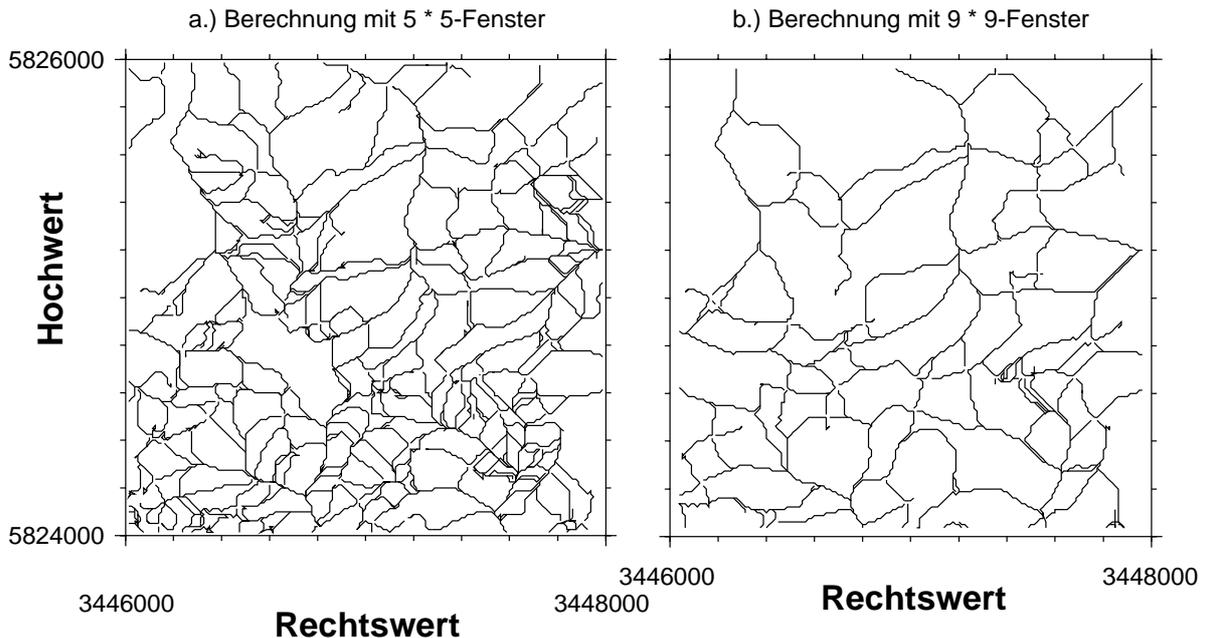


Abbildung 4.2.: Mit *LandSerf* extrahierte Oberflächengraphen.

Eine Möglichkeit der Verbesserung des Ansatzes wäre zum Beispiel, Strukturinformation bei der Bildung des Pfaltz-Graphen zu berücksichtigen. Diese wird bei WOOD (1998) und BRÄNDLI (1997) nicht berücksichtigt. Deren Arbeiten basieren auf Gitter-DGM und die gewählten Auflösungen bzw. Glättungen des DGM beeinflussen das Ergebnis entscheidend.

Mit dem Pfaltz-Graphen stellen sich jedoch auch konzeptionelle Probleme. Nimmt man als Berg eine rotations-symmetrische Fläche wie die rotierende Gauß'sche Glockenkurve an, so kann in der Rotationsfläche zwar der Gipfel als kritischer Punkt gefunden werden, allerdings kann dieser nicht mit Sattelpunkten verbunden werden, weil es keine gibt. Eine derartige Konstellation kann z. B. in einer Hügellandschaft durchaus denkbar sein, in der ein isolierter Hügel liegt, der nach allen Seiten hin flach und gleichmäßig abfällt. Es kann also zu Situationen kommen, in denen der Pfaltz-Graph nicht zur Gliederung des Relief genutzt werden kann. Weitere Kritikpunkte, die mehr geomorphologisch motiviert sind, finden sich bei WEIBEL (1989).

4.3.2.2. Flächenbasierte Oberflächengraphen und klassifizierte Reliefparameter

Die nach der Einteilung von BRÄNDLI (1997) dritte Gruppe der oberflächenbeschreibenden Graphen, die *flächenbasierten Oberflächengraphen*, beruhen auf der Charakterisierung von Teilflächen der Topographie und ihrer Verknüpfung zu einem zusammenhängenden Mosaik. BRÄNDLI bezieht dabei seine Ausführungen auf die Arbeiten von FALCIDIENO & SPAGNUOLO (1990, 1991), die auf der Dreiecksdatenstruktur für DGM basieren. Die Untergliederung der Oberfläche wird anhand geometrischer Ausprägungen vorgenommen. Dabei werden konvexe, konkave und planare Formen voneinander getrennt und adjazente Dreiecke gleicher bzw. ähnlicher Charakterisierung zu *homogenen charakteristischen Regionen* akkumuliert. Weiter werden *charakteristische Linien* (Kantenlinien, Tallinien etc.) und *charakteristische Punkte* (Gipfel, Pässe und Senken als Schnittpunkte zwischen charakteristischen Linien) aus den Eigenschaften der Kanten des Dreiecksnetzes abgeleitet. Diese Oberflächencharakteristika werden genutzt, um einen attributierten Hypergraphen zu definieren, den *Characteristic Region Configuration Graph (CRGC)*. In diesem werden die charakteristischen Regionen durch die Knoten repräsentiert. Die Kanten des CRGC stellen die Beziehungstypen zwischen den Regionen dar, deren Eigenschaften durch die charakteristischen Linien und Punkte definiert sind. Damit repräsentieren die eigentlichen Maschen des CRGC jedoch nicht Gebiete mit definierter geometrischer bzw. geomorphometrischer Qualität, sondern umfassen Teilgebiete verschiedener homogener Regionen und sind somit Gebiete mit inhomogenen geomorphometrischen Eigenschaften. Nur die charakteristischen Regionen selbst haben innerhalb ihrer Begrenzungen homogene Eigenschaften, d. h., sie sind konvex, konkav oder planar. Da mit approximierenden Polynomen niederen Grades jedoch nur Maschen mit relativ homogenen Eigenschaften modelliert werden können, erscheint der

CRGC selbst als nicht geeignet für eine Strukturierung des Reliefs für das hier zu entwickelnde Verfahren. Die Bildung von Regionen bzw. Gebieten durch eine Klassifizierung von geometrischen Eigenschaften, hier konvex, konkav und planar, stellt hingegen ein potenzielles Verfahren dar.

Während FALCIDIENO & SPAGNUOLO (1990, 1991) ihre Arbeiten auf TINs aufbauen, ist es generell auch möglich, eine derartige Bewertung der Reliefeigenschaften mit gitterbasierten Ansätzen durchzuführen. Ein Gitterpunkt wird als Mittelpunkt einer Rasterzelle aufgefasst. Für jede Rasterzelle werden geometrische bzw. geomorphometrische Parameter wie *Neigung*, *Wölbung* oder *Exposition* (z. B. KÖTHE & LEHMEIER, 1993) abgeleitet. Diese Parameter können in Klassen differenziert werden, die den Rasterzellen zugewiesen werden. Durch die alleinige Klassifizierung von Rasterzellen ist zwar noch keine direkte Bildung von flächenhaften Reliefobjekten gegeben, es können jedoch entsprechend einheitlich klassifizierte Rasterzellen zu flächenhaften (Raster-)Objekten definierter geomorphometrischer Eigenschaften zusammengefasst werden. Ebenso können verschiedene Parameter im Sinne einer multivariaten Klassifizierung kombiniert werden. Durch die eindeutige Zuweisung einer Klasse zu jeder Rasterzelle ist eine Tessellation des Reliefs gegeben, wie sie als Notwendigkeit für das hier diskutierte Verfahren der Berechnung von ausgleichenden Flächenpolynomen vorausgesetzt wird. Die Bildung von nutzerdefinierten Klassen ist gegenüber einer Differenzierung nach konvexen, konkaven und planaren Gebieten flexibler und kann damit örtlichen Gegebenheiten, wie unterschiedlichen Reliefausprägungen, durch die Festlegung spezifischer Parameterklassen individuell angepasst werden.

Richtwerte für nutzerdefinierte Klassen werden z. B. in der *Bodenkundlichen Kartieranleitung* (AG BODEN, 1994) gegeben. Mit diesen Vorgaben wurden Testrechnungen mit dem System *SARA - System zur Automatischen Relief-Analyse* - (KÖTHE & LEHMEIER, 1993) für verschiedene DGM durchgeführt. Das System *SARA* berechnet aus Quadratgitter-DGM unter Verwendung von Modulen des an der Technischen Universität Braunschweig entwickelten Programms *Digitales Reliefmodell (DRM)* (BAUER et al., 1985) für jede Rasterzelle u. a. die geomorphometrischen Reliefparameter Neigungsstärke, Exposition (Neigungsrichtung), Radius der Vertikalwölbung (Änderung der Neigungsstärke mit Differenzierung in konvex und konkav) und den Radius der Horizontalwölbung (Änderung der Exposition mit Differenzierung in konvex und konkav). Eine nutzerdefinierte Klassenbildung für Reliefparameter ist möglich.

Bei Testrechnungen zeigt sich, dass die Differenzierung der Klassen nach der *Bodenkundlichen Kartieranleitung* als sehr fein betrachtet werden muss, da sich bei den gebildeten Reliefobjekten sehr stark die zugrundeliegende Rasterstruktur durchzeichnet, d. h., sehr viele Reliefobjekte entsprechen nur der Ausdehnung einer Rasterzelle. Demnach muss für eine Extraktion von Objekten für die Berechnung von Polynomflächen eine wesentlich grobere Klassifizierung vorgenommen werden, da die geomorphologisch begründete Klassenbildung sich für diese Zwecke als nicht praktikabel erweist.

Abbildung 4.3² zeigt den Versuch, eine Strukturierung des Geländes anhand der Exposition und Höhenstufen zu erzielen. Die Wahl dieser Reliefparameter wurde vor dem Hintergrund getroffen, dass diese intuitiv als voneinander unabhängig betrachtet werden können und somit in Kombination in der Lage sein sollten, Objekte im Gelände zu bilden, deren Geometrien sich nahezu senkrecht schneiden. Auf diese Weise sollten sich genäherte Rechtecke als Objekte im Relief bilden.

Es zeigt sich, dass die Verwendung der individuellen Parameter teilweise zur Bildung sehr großer Objekte führt. Eine Kombination beider Parameter führt wieder zu einer starken Zergliederung des Geländes, die mit diesen Ansätzen aufgrund der Unabhängigkeit der Parameter nur schwer gesteuert werden kann. Die Größe der Objekte kann prinzipiell durch eine andere Klasseneinteilung beeinflusst werden. Ebenso können andere Reliefparameter gewählt werden. Allerdings wären sowohl die Wahl der Reliefparameter als auch die Klassenbildung rein subjektiver Natur. Weiter stellt sich die Frage, welche Objektform und -größe als geeignet betrachtet werden sollen.

4.3.3. Hydrologische Reliefmaschen

Ein Beispiel für ein flächenhaftes Objekt, das aufgrund hydrologischer Charakteristika im Relief gebildet wird, stellt das von einem Fließgewässer entwässerte Gebiet, das *Einzugsgebiet* eines Gewässers dar. Unter einem Einzugsgebiet versteht man dasjenige Gebiet in der Horizontalprojektion, aus dem Wasser einem bestimmten Ort zufließt. Die dafür maßgebenden unterirdischen Wasserscheiden sind i. Allg. unbekannt. Vereinfachend wird daher zumeist mit dem durch oberirdische Wasserscheiden abgegrenzten oberirdischen Einzugsgebiet gearbeitet (BRETTSCHEIDER et al., 1993). Es kann mittels einer *Wasserscheidentransformation* bestimmt werden. Ein entsprechendes Modul befindet sich u. a. in dem System GRASS (*r.watershed*, vgl. NETELER, 2000). Hintergründe zur Wasserscheidentransformation finden sich z. B. bei SOILLE (1998).

²Basisdaten dieser Darstellung: ATKIS-DGM5-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN).

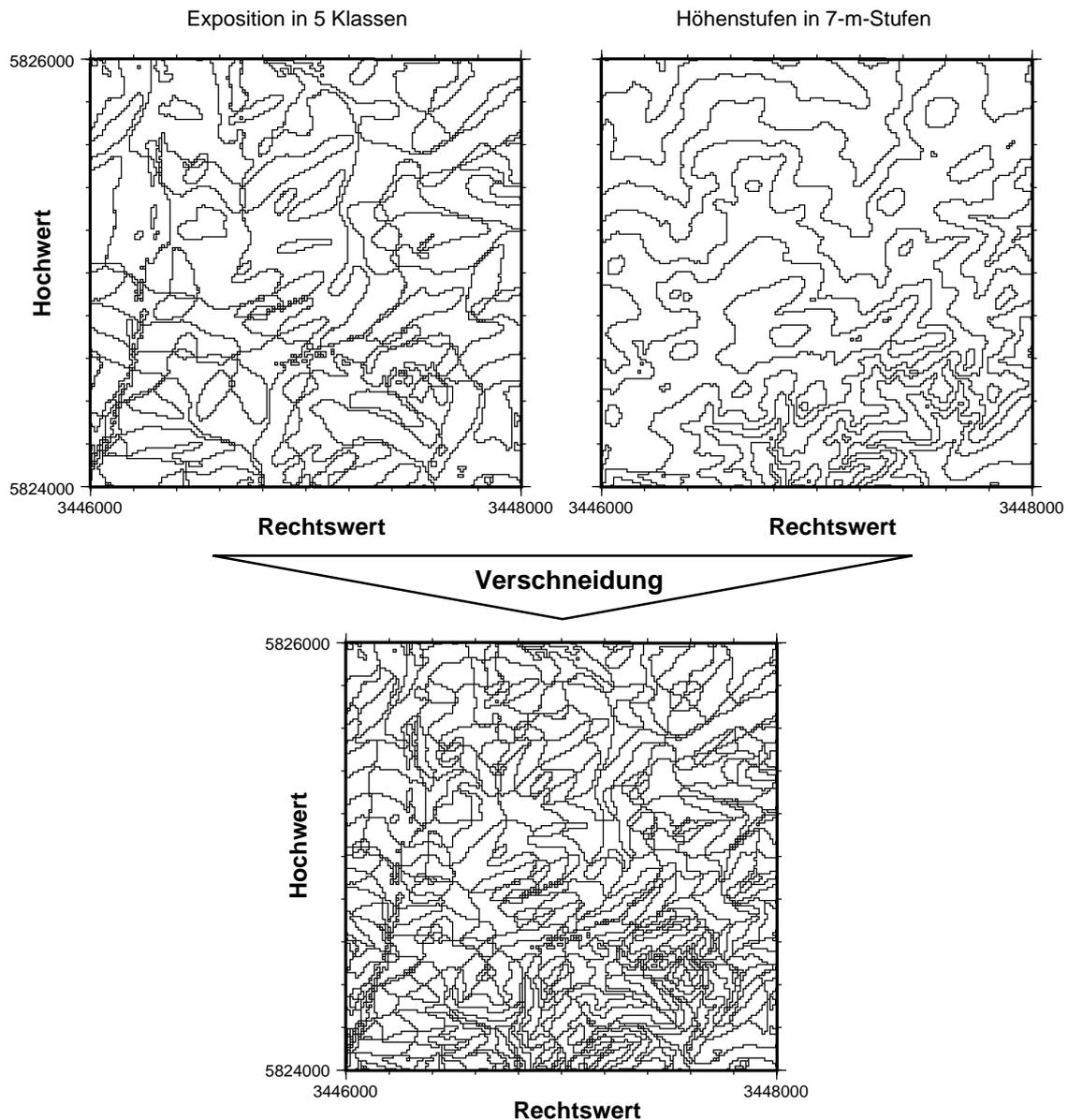


Abbildung 4.3.: Verschneidung von Höhenstufen mit der Exposition.

Einzugsgebiete werden u. a. auf der Grundlage von Kammlinien gebildet, die als Verbindungslinien zwischen Sätteln und Gipfeln wiederum bei den Pfaltz-Graphen zu den kritischen Linien gehören. Dagegen befinden sich Tal- und Flusslinien innerhalb der Einzugsgebiete, da in diesen das Wasser gesammelt wird. Das Einzugsgebiet kann gewissermaßen als eine Obermenge der Reliefmaschen betrachtet werden, die durch den Pfaltz-Graphen gebildet werden.

4.3.4. Ein neuer Ansatz zur Extraktion von Maschen für Polynomflächenobjekte

Der Nachteil der oben beschriebenen Verfahren ist, dass sie nicht für das Verfahren der Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten konzipiert sind. Vielmehr wird dabei eine Strukturierung des Reliefs in fachspezifische Einheiten wie geomorphologisch oder hydrologisch definierte Regionen vorgenommen, die damit jedoch nicht optimal für die Bildung von Polynomflächen geeignet sein müssen. Die Genauigkeit der Geländeapproximation ist nur mit etlichen Restriktionen steuerbar bzw. kontrollierbar. Mit der flexiblen Methode der Definition nutzeigener Klassen für Reliefparameter kann zwar die Größe und Form der Objekte beeinflusst werden, allerdings erfolgt dabei keine automatische Rückkoppelung mit dem Ergebnis der Reliefapproximation durch die ausgleichenden Polynomflächen.

Im Folgenden wird ein Algorithmus vorgestellt, der nach dem Verfahren der Gebietsvergrößerung (auch Gebietswachstum, *region growing*) aus einem DGM Polynomflächenobjekte extrahiert. Region-growing-Verfahren werden vor allem in der Bildverarbeitung als Segmentierungsverfahren zur Objektextraktion eingesetzt (HARALICK & SHAPIRO, 1993). Weiter wird der Begriff des region-growing-Verfahrens auch beim Matching von digitalen Stereobildern verwendet (z. B. OTTO & CHAU, 1989). Auch in der Geomorphologie werden Gebietsvergrößerungsverfahren zur Bestimmung von geomorphologischen Einheiten verwendet (BRÄNDLI, 1997).

Konzeptionell wird der Algorithmus zunächst für allgemeine Punktverteilungen entwickelt, deren Nachbarschaftsbeziehungen durch eine DELAUNAY-Triangulation (vgl. Kap. 5) und das assoziierte VORONOI-Diagramm gegeben sind. Eine grundlegende Recherche zu diesen Datenstrukturen und ihrer Dualität findet sich bei AURENHAMMER (1991). Die detaillierte Diskussion und Implementierung des Algorithmus erfolgt für eine regelmäßige Stützpunktverteilung, d. h. ein Quadratgitter-DGM.

4.3.4.1. Konzept eines Algorithmus zur Extraktion von Polynomflächenobjekten

Als Ausgangssituation für den Gebietsvergrößerungsalgorithmus wird das Relief des betrachteten Gebietes durch eine Anzahl von Stützpunkten diskretisiert dargestellt. Das Gebiet ist durch die konvexe Hülle der Stützpunkte begrenzt und durch deren VORONOI-Diagramm innerhalb der konvexen Hülle in disjunkte Maschen unterteilt.

Im Prinzip ist durch die Tessellation der konvexen Hülle mit dem VORONOI-Diagramm bereits als eine erste Gliederung des Gebietes in Polynomflächenobjekte gegeben. Für jede Masche kann der Höhenwert des Stützpunktes als Polynom vom Grad 0 betrachtet werden. Ziel des Verfahrens ist es, möglichst viele dieser Maschen zu Polynomflächenobjekten höheren Grades zusammenzufassen.

Ausgehend von einem zu wählendem Startpunkt und seiner Masche, die als Startobjekt mit einem Polynom vom Grad 0 als Instanz gebildet wird, werden sukzessiv zu wählende Nachbarpunkte temporär hinzugefügt, und es wird geprüft, ob das Relief nach einer vorläufigen sequentiellen Ausgleichung (Abs. 4.2.3.2) noch mit einer zu spezifizierenden Genauigkeit (ein betragsmäßig maximal erlaubtes Residuum) approximiert wird. Die Nachbarschaft leitet sich aus dem VORONOI-Diagramm bzw. der DELAUNAY-Triangulation ab. Nach jedem temporär hinzugefügtem Punkt wird die Nachbarschaft der Vereinigungsmenge des Objektes und des temporär hinzugefügten Punktes neu bestimmt. Das Ausfügen von Punkten im Sinne von robusten Schätzungen (z. B. KOCH, 1987) wird hier nicht unterstützt, da dies zu einer Zersplitterung der Objekte führen kann. Zur vollständigen Modellierung des Reliefs müssten die Punkte im weiteren Verfahrensverlauf wieder für ein anderes Objekt verwendet werden können. Falls sie jedoch innerhalb des bisher gebildeten Objektes liegen ist dies nicht möglich. Es wird daher davon ausgegangen, dass die Punkte bzw. die Höhen der Punkte kontrolliert wurden und fehlerfrei sind.

Falls die gewünschte Genauigkeit erreicht ist, wird die Neuausgleichung akzeptiert, und das Polynomflächenobjekt bildet nun die Vereinigungsmenge der bisher enthaltenen Maschen sowie der temporär hinzugefügten. Falls die gewünschte Genauigkeit nicht erfüllt ist, kann versucht werden, einen höheren Polynomansatz zu wählen. Dabei kann es erforderlich sein, zusätzlich weitere Nachbarpunkte hinzuzunehmen, um den höheren Polynomgrad verwenden zu können und ein damit verbundenes minimal erforderliches Verhältnis zwischen der Anzahl der Unbekannten und der Anzahl der Beobachtungen zu erfüllen oder um eine Singularität des Gleichungssystems zu vermeiden. Im Fall der Erhöhung wird die Approximationsgenauigkeit wieder geprüft.

Das Wachstum eines Objektes wird beendet, wenn:

1. die geforderte Approximationsgenauigkeit nach hinzufügen eines temporären Stützpunktes nicht erfüllt ist und eine Erhöhung des Polynomgrades nicht möglich ist, der (die) temporäre(n) Stützpunkt(e) wird (bzw. werden) in diesem Fall nicht in das Objekt integriert;
2. die verfügbare Nachbarschaft der Vereinigungsmenge des Objektes und der temporären Punkte die leere Menge bildet; ggf. wird der (werden die) temporäre(n) Stützpunkt(e) nicht in das Objekt integriert.

Bei Beendigung des Wachstums eines Objektes wird geprüft, ob es bestimmte Mindestmaße an flächenhafter Ausdehnung oder an enthaltenen Stützpunkten erfüllt, die sich aus einer vorzugebenden Redundanz ableiten oder als feste Werte vorgegeben sind. Falls dies nicht der Fall ist wird das Objekt gelöscht. Nach Beendigung wird ein neuer Startpunkt gesucht.

Dieser Grundalgorithmus terminiert, wenn alle Gitterpunkte entweder zu einem Polynomflächenobjekt zugeordnet sind oder einmal als Startpunkt verwendet wurden. Insbesondere die letzte Abbruchbedingung ist zur

Vermeidung einer Endlosschleife wichtig, da es sein kann, dass ein Startpunkt nicht zur dauerhaften Bildung eines Polynomflächenobjektes genutzt werden kann. Das Ergebnis dieses initialen Algorithmus ist eine Menge von Polynomflächenobjekten, die einen Teilbereich des Gebietes abdecken und das Relief dort in den Stützpunkten mit der vorgegebenen Genauigkeit approximieren. Es kann als *initiale Extraktion* bezeichnet werden. Die Behandlung der Abdeckungslöcher in der Modellierung des Reliefs und weitere Detailspekte werden für die konkrete Implementierung in Abschnitt 4.3.4.2 beschrieben.

Die dargelegte Vorgehensweise stellt sicher, dass die sich vergrößernden Polynomflächenobjekte ihre maximal mögliche Größe unter Einhaltung einer gegebenen Genauigkeit in den Stützpunkten erreichen. Allerdings sind die hierfür notwendigen Rechenschritte sehr aufwendig. Zum einen müssen das VORONOI-Diagramm bzw. die DELAUNAY-Triangulation berechnet werden. Weiter ist als boolesche Operation die Berechnung der Vereinigungsmengen von Maschen erforderlich. Dieser Ansatz setzt zudem voraus, dass die Stützpunkte das Gebiet weitgehend regelmäßig abdecken, um die anzustrebende gleichmäßige Stützung der approximierenden Flächenpolynome zu gewährleisten. Dies ist z. B. bei digitalisierten Höhenlinien nur bedingt der Fall. Verfügbare Datenquellen, in denen das Relief mit einem unregelmäßigem Stützpunktfeld, jedoch mit relativ gleichmäßiger Dichte beschrieben werden, stellen i. Allg. Massendaten (z. B. Laserscan- o. Fächerecholotdaten) dar. Diese müssten aus Laufzeitgründen, die sich durch die Ausgleichungen ergeben (s. Abs. 4.4 und Abs. 4.7.2), entweder durch eine adaptive Triangulation sinnvoll reduziert werden, oder aus den Massendaten muss ein Gitter-DGM abgeleitet werden. Regelmäßige Stützpunktfelder, die damit auch eine gleichmäßige Dichte in der Stützpunktverteilung aufweisen, sind im Wesentlichen durch das Quadratgitter-DGM gegeben. Für deren Ableitung aus unregelmäßig verteilten Punktfeldern existieren etliche ausgereifte Programme.

Vor diesen Hintergründen und nicht zuletzt aus dem Grund, dass die Bearbeitung eines Quadratgitter-DGM algorithmisch wesentlich einfacher ist, wurde die konkrete Implementierung auf der Basis eines Quadratgitter-DGM vorgenommen. In diese Form sind auch die Geobasisdaten-DGM verfügbar, die in dieser Arbeit besonders berücksichtigt werden.

4.3.4.2. Konkretisierung der Extraktion von Polynomflächenobjekten aus Quadratgitter-DGM

Die prinzipielle Vorgehensweise des Algorithmus wurde in Abschnitt 4.3.4.1 vorgestellt. Kritische Details bei diesem Vorgehen sind zunächst die Wahl des Startpunktes eines Objektes sowie die Bestimmung des Objektpuffers, die "Nachbarschaft" des Objektes. Ferner gilt es, den beim Wachstum jeweils als nächsten einzufügenden Gitterpunkt aus der Nachbarschaft des Objektes zu ermitteln. Weiterhin ist eine Strategie zur vollständigen Abdeckung des Gebietes mit Polynomflächenobjekten zu entwickeln, da i. Allg. aufgrund der Approximationsanforderung der initialen Extraktion nicht alle Stützpunkte des DGM einem Objekt zugewiesen werden.

Die Wahl des Startpunktes: Bei der Wahl eines Startpunktes zur Bildung einer Instanz eines Objektes sind die nachfolgenden Kriterien relevant.

1. Er darf noch nicht einem Objekt zugeordnet sein.
2. Für das Wachstum sollte um das Objekt eine maximale Anzahl von Gitterpunkten zur Verfügung stehen, die noch nicht einem Objekt zugeordnet wurden. Da nicht ein beliebig großes Gebiet um ein Objekt betrachtet werden kann, muss beim Zählen der freien Punkte mit einem zu wählendem Ausschnitt, z. B. der 8-Nachbarschaft, gearbeitet werden.
3. Der Startpunkt sollte in einem höhenmäßig homogenen Gebiet liegen, damit möglichst große Objekte erzeugt werden können und das Objekt zunächst mit einem Polynom niederen Grades wachsen kann, um ausreichend Gitterpunkte für später notwendige höhere Polynomansätze zur Verfügung zu haben. Da bei der Beurteilung der Eigenschaften eines Gebietes um ein Objekt nicht ein beliebig großer Ausschnitt betrachtet werden kann, muss wie beim 2. Kriterium mit einem zu wählendem Fenster, z. B. der 8-Nachbarschaft, gearbeitet werden. Weiter werden zur Beurteilung nur frei verfügbare Punkte innerhalb der Nachbarschaft verwendet. Damit reduziert sich die Anzahl der Punkte bei der Beurteilung im Extremfall auf nur einen.

Aufgrund dieser geringen Anzahl von Punkten ist es zur Beurteilung der Homogenität der Gebiete nicht möglich, einen statistischen Test wie z. B. den WILCOXON-Test durchzuführen. Eine Alternative stellt die direkte Verwendung der Standardabweichung der mittleren Höhe dar, die aus dem betreffenden Punkt und frei verfügbaren Gitterpunkten innerhalb der 8-Nachbarschaft abgeleitet wird.

Die Kriterien 2. und 3. können nicht beide gleichzeitig optimal eingehalten werden. Mit dem 2. Kriterium soll erreicht werden, dass das Objekt nach allen Seiten hin wachsen kann. Falls dies nicht beachtet wird, können als Startpunkte Punkte gewählt werden, die nur einen Nachbarn haben und eine nur um einen geringen Betrag abweichende Höhe zu diesem haben. In diesem Fall ist das dritte Kriterium optimal erfüllt, das Objekt kann aber nicht in allen Richtungen gleichmäßig wachsen.

Einen ersten Ansatz stellt die Vorgehensweise dar, dass derjenige Punkt als Startpunkt gewählt wird, der eine maximale Anzahl von verfügbaren Punkten in der 8-Nachbarschaft besitzt, und bei mehrfachem Auftreten einer derartigen Kombination von diesen derjenige Punkt, der eine minimale Standardabweichung in der mittleren Höhe aufweist. Dies kann zu der Situation führen, dass ein Punkt eine freie 8-Nachbarschaft aufweist, jedoch in einem relativ inhomogenen Gebiet liegt, während es einen Punkt mit einer frei verfügbaren 7-Nachbarschaft (oder 6-Nachbarschaft) in einem homogenen Gebiet gibt. In diesem Fall wäre intuitiv der letzte Punkt als Startpunkt zu wählen.

Es ist daher notwendig, einen Kompromiss zwischen diesen Kriterien zu finden. Ein solcher kann mit einer Fenstertechnik bei den Vergleichen realisiert werden. Für alle vorhandenen Nachbarschaften (1-8) wird unter diesen jeweils diejenige mit minimaler Standardabweichung ermittelt. Von diesem Ergebnis werden bei der endgültigen Auswahl nur die beiden größten Nachbarschaften betrachtet und hiervon diejenige gewählt, die die geringere Standardabweichung aufweist.

Die Bestimmung des Puffers des Objektes: Bei der allgemeinen konzeptionellen Beschreibung des Algorithmus wurde zunächst davon ausgegangen, dass die Nachbarschaftsbeziehungen zwischen den Stützpunkten durch die DELAUNAY-Triangulation über die Punkte und das duale VORONOI-Diagramm gegeben sind. Für zwei Punkte in einem unregelmäßigen Punkthaufen gilt, dass sie durch eine Kante der DELAUNAY-Triangulation verbunden sind, wenn ihre zugehörigen Maschen, d. h. ihre VORONOI-Regionen, eine gemeinsame Kante haben (AURENHAMMER, 1991). Dieser Ansatz ist nicht direkt auf die Nachbarschaft im Gitter übertragbar, da die Dreiecksvermaschung eines Gitters nicht zu einer eindeutigen DELAUNAY-Triangulation führt. Dieser Aspekt wird in Kapitel 5 ausführlich behandelt. Auf dem Umkreis eines Dreiecks in einem triangulierten Gitter befinden sich nicht drei, sondern immer vier Punkte. Ein Punkt *kann* mit einem Eckpunkt seiner 8-Nachbarschaft über eine Diagonale im Gitter verbunden sein. Dann haben die beiden Punkte zwar eine gemeinsame Kante, sie teilen jedoch keine gemeinsame Kante ihrer Maschen bzw. die gemeinsame Kante degeneriert zu einem Punkt. Allerdings ist diese Verbindung nicht zwangsläufig gegeben, d. h., die Nachbarschaft kann nicht aus der DELAUNAY-Triangulation abgeleitet werden.

Die VORONOI-Regionen im Gitter sind identisch mit den Flächen der Rasterelemente, die die Gitterpunkte umgeben. Die VORONOI-Region eines Gitterpunktes hat mit den Punkten der 4-Nachbarschaft eine gemeinsame Kante, und aus dieser Menge muss von einem Startpunkt aus die Wahl des nächsten, auf das Einfügen zu prüfenden Gitterpunktes erfolgen.

Die Verwendung der 4-Nachbarschaft anstatt der 8-Nachbarschaft zur Bestimmung des Objektpuffer lässt sich auch weiterführend geometrisch begründen. Bei Verwendung einer Zelle mit ihrer 8-Nachbarschaft kann es dazu kommen, dass Zellen in ein Objekt eingebunden werden, die später nur über eine Ecke (einen Knoten) mit dem Objekt verbunden sind (ein sogenannter *Artikulationsknoten*, vgl. GRÖGER, 2000). Dies erscheint intuitiv als nicht wünschenswert bei der Bildung der Objekte.

Die Wahl des nächsten Punktes aus dem Objektpuffer: Bei der Wahl des beim Wachstum einzufügenden Gitterpunktes sind die folgenden Kriterien relevant.

1. Er muss anhand des Zielkriteriums ausgewählt werden, auf dem das Gebietswachstum basiert.
2. Es sollte sich um einen schnellen Test handeln, da er vor jedem Einfügen für jeden Punkt innerhalb des Puffers des Objektes durchgeführt werden muss.
3. Es sollten möglichst *kompakte* Objekte gebildet werden.

Das 1. Kriterium, anhand dessen entschieden wird, ob ein Punkt in ein Objekt integriert wird, ist das maximale betragsmäßige Residuum, das durch eine Hinzunahme des zu prüfenden Punktes aus der Ausgleichung resultieren würde. Das bedeutet, dass für jeden Punkt innerhalb des Objektpuffers zur Bestimmung des Entscheidungskriteriums eine Ausgleichung mit Analyse der Residuen gerechnet werden muss, um anschließend einen der Punkte zu wählen. Dies ist, bedingt durch die aufwendigen Gleitkommaoperationen wie Matrizenmultiplikationen, auch

bei Verwendung einer sequentiellen Ausgleichung (vgl. Abs. 4.2.3) ein sehr rechenzeitintensives Verfahren. Eine Alternative stellt die Vorgehensweise da, von den Punkten im Objektpuffer denjenigen zu wählen, der einen minimalen vertikalen Abstand zur bereits bestehenden Polynomfläche des Objektes hat. Allerdings muss diese Vorgehensweise als Kompromiss betrachtet werden. Das eigentlich entscheidende Kriterium für die Akzeptanz eines Punktes bildet das betragsmäßig maximale Residuum. Damit stellt die Auswahl anhand einer Ausgleichung die fachlich bessere Vorgehensweise dar, die auch in dieser Arbeit verwendet wird.

Der Aspekt der Bildung möglichst *kompakter* Objekte ist durch das Bestreben begründet, die Bildung von *schlauchartigen* Objekten nach Möglichkeit zu verhindern. Dabei handelt es sich um Objekte, die nur eine Gitterzeile oder -spalte breit sind, entlang der jeweils anderen Parameterlinienrichtung jedoch eine größere Ausdehnung haben. Es kann sich dabei auch nur um einen schlauchartigen Teil eines Objektes handeln, der aus diesem hervorsticht. In diesen Bereichen ist die Polynomfläche zwar entlang der Hauptrichtung des schlauchförmigen Gebildes gut bestimmt, quer zur Hauptrichtung jedoch wird die Polynomfläche durch Beobachtungen gestützt, die sich nicht in der Nähe des "Schlauchs" befinden. Daraus ergibt sich quer zur Hauptrichtung eine sehr unzulängliche Approximation des Geländes. Das Residuum in einem Gitterpunkt im Schlauch mag zwar der Qualitätsanforderung entsprechen, direkt neben diesem Punkt quer zur Hauptausrichtung des Schlauchs kann es jedoch zu den erwähnten Aufschwingungen von Polynomen kommen, die erhebliche Ausmaße annehmen können.

Die *Kompaktheit* K eines Objektes wird durch das Verhältnis 4.21 beschrieben (z. B. WAHL, 1989):

$$K = \frac{U^2}{4\pi A}, \quad (4.21)$$

wobei U den Umfang des Objektes und A die Fläche des Objektes darstellt. Je kleiner K ist, desto kompakter ist das betreffende Objekt. Die Verwendung von K ist jedoch nicht in jedem Stadium des Extraktionsalgorithmus eine gute Wahl, wie durch Abbildung 4.4 veranschaulicht wird. Aus dem oberen Objekt, bestehend aus

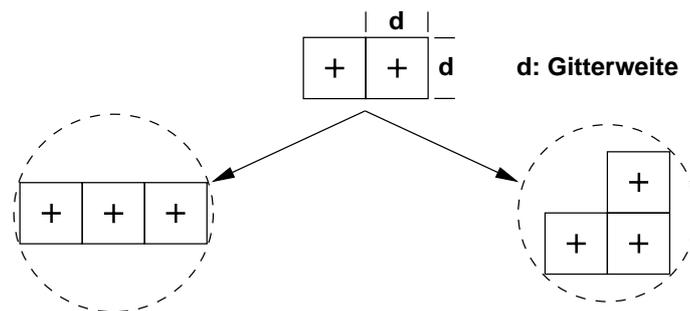


Abbildung 4.4.: Objekte gleicher Kompaktheit mit unterschiedlichen Umkreisen.

zwei Gitterpunkten (+), kann durch Hinzufügen eines Gitterpunktes aus dem Puffer eine der beiden unteren Gitterpunktkombinationen entstehen. Beide Kombinationen haben die gleiche Kompaktheit von $K = \frac{16}{3\pi}$, die rechte Kombination kann jedoch mit einem Umkreis mit dem Durchmesser $\sqrt{8} d$ umschrieben werden. Dagegen hat der Umkreis der linken Kombination den Durchmesser $\sqrt{10} d$. Demnach muss die rechte Kombination "kompakter" als die linke Kombination sein, da $\sqrt{8} < \sqrt{10}$ ist. Entsprechende Konstellationen ergeben sich auch bei Objekten mit anderen Gitterpunktkombinationen. Ein besseres Kriterium als Maß der resultierenden "Kompaktheit" eines erweiterten Objektes basiert daher für diese Anwendung auf der Anzahl der vorhandenen Punkte des zu erweiternden Objektes innerhalb der 8-Nachbarschaft des zu testenden Punktes.

Wie bei der Wahl eines geeigneten Startpunktes können nicht alle Kriterien gleichzeitig optimal erfüllt werden. Daher wird an dieser Stelle in Anlehnung an die Vorgehensweise bei der Startpunktsuche eine Fenstertechnik verwendet. Dabei kann die Kombination aus den verschiedenen "Kompaktheitskriterien" und dem minimalen betragsmäßig maximalen Residuum variiert werden. Zu Vergleichszwecken wurden vier Varianten implementiert:

1. alleinige Berücksichtigung des minimalen betragsmäßig maximalen Residuums;
2. zwischen den beiden Punkten mit der geringsten betragsmäßig maximalen Verbesserung wird der mit der größeren Kompaktheit nach Gleichung 4.21 gewählt;
3. von den zwei Punkten mit der größten Kompaktheit nach Gleichung 4.21 wird der mit der geringsten betragsmäßig maximalen Verbesserung gewählt;

4. von den zwei Punkten mit der größten 8-Nachbarschaft der Objekt-ID des zu erweiternden Objektes wird der mit der geringsten betragsmäßig maximalen Verbesserung gewählt.

Das Ergebnis der initialen Extraktion der Varianten ist in Abbildung 4.5 für ein Testgebiet³ im niedersächsischen Mittelgebirge, das in Abschnitt 7.1.2 weitergehend beschrieben wird, dargestellt. Es zeigt sich, dass die

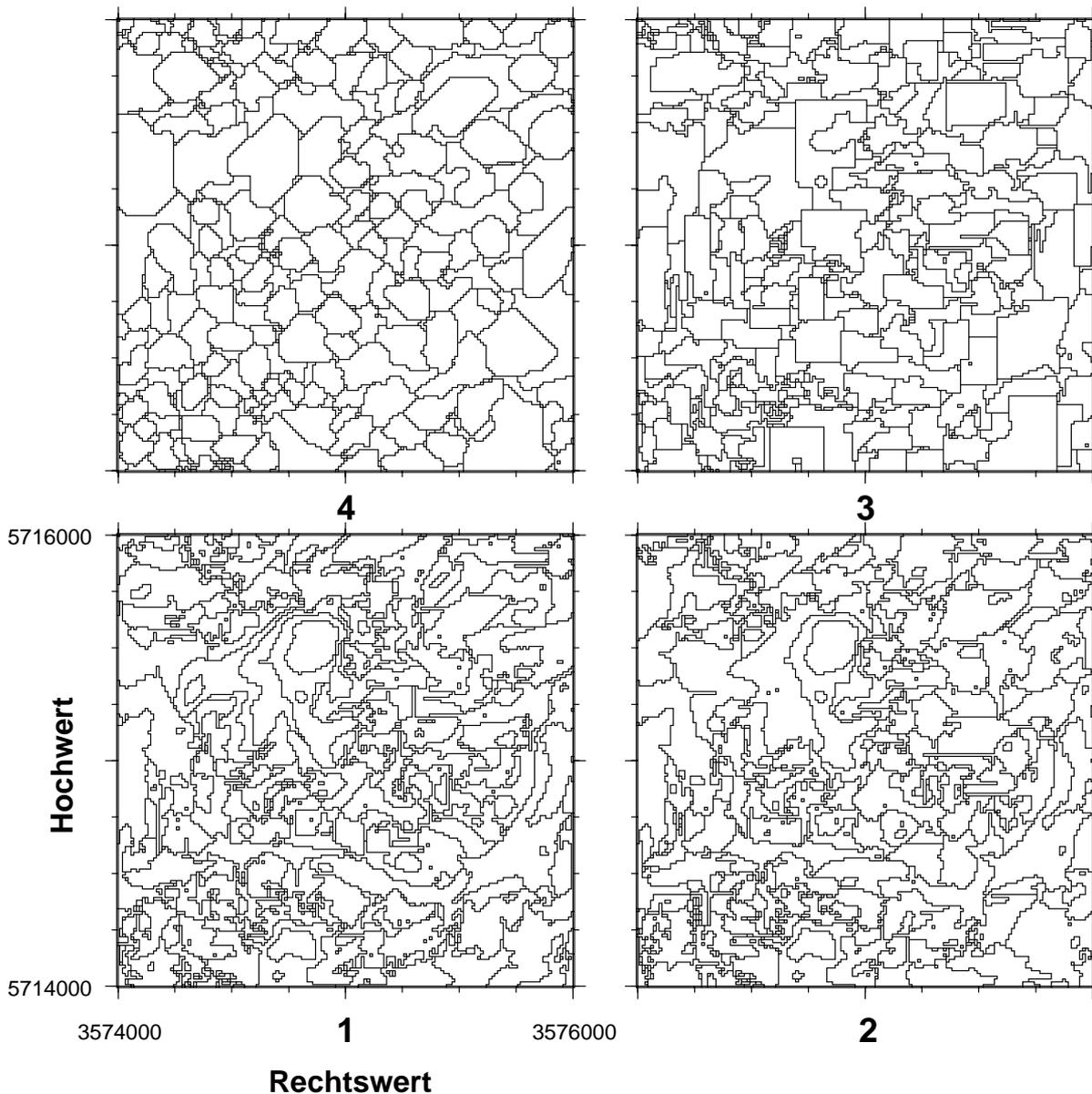


Abbildung 4.5.: Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes.

Verwendung der 8-Nachbarschaft (Variante 4) zu einer flächenmäßig relativ gleichmäßigen Tessellation des Reliefs führt, bei der nahezu alle schmalen Objekte unterdrückt werden. Die Objekte wirken optisch kompakter, da sie sich mehr an Kreisen orientieren. Variante 3 tendiert bei Testextraktionen mehr dahin, rechteckige Objekte zu bilden. Mit den Ansätzen 1 und 2 werden teilweise größere Objekte gebildet, es kommt jedoch nach Abschluß der Bildung der großen Objekte zu Problemen mit den verbleibenden, nicht zugewiesenen Gitterpunkten. Diese können nicht mehr den großen Objekten zugewiesen werden, es kommt zur Bildung einer großen Anzahl von kleinen Objekten. Bei Variante 4 ist eine deutliche Verringerung der Anzahl der Objekte gegenüber den anderen Varianten zu beobachten. Die Größe der Objekte in Variante 4 variiert nicht so stark wie mit den anderen Ansätzen. Bei weiterführenden Untersuchungen im Zusammenhang mit der Approximationsgenauigkeit der Flächenpolynome (vgl. Abs. 4.4.3) zeigt sich, dass die Variante 4 für drei von vier der verwendeten Testgebiete nach der initialen Extraktion und dem Auffüllen von Abdeckungslöchern (s. nächster Abschnitt) deutlich

³Basisdaten dieser Darstellung: ATKIS-DGM5-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN).

kleinere gemittelte quadratische Residuen in den Gitterpunkten aufweist. Für das vierte Testgebiet zeigt sich dies nach weiteren Verarbeitungsschritten. Die Abbildungen für die Extraktion der Objekte in den verschiedenen Varianten für die verwendeten Testgebiete befinden sich im Anhang C. Ebenso sind dort numerische Qualitätsmaße aufgeführt, die in Abschnitt 4.4.3 beschrieben werden.

Aufgrund dieser empirischen Untersuchungen wird die Variante 4 als die günstigste betrachtet. Bei der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes werden hierbei von allen Punkten im Puffer die zwei Punkte betrachtet, in deren 8-Nachbarschaft die größte Anzahl von Punkten des bereits bestehenden Objektes (inklusive des temporären Buffers) liegen. Von diesen wird derjenige gewählt, dessen resultierendes betragsmäßig maximales Residuum minimal ist. Weitere Betrachtungen zu den vorgestellten Extraktionsvarianten in Verbindung mit sich anschließenden Verarbeitungsschritten bei der abschließenden Berechnung der Polynomparameter finden sich in Kapitel 7.

Das Auffüllen von Abdeckungslöchern der initialen Extraktion: Durch die initiale Extraktion werden im Allgemeinen nicht alle Gitterpunkte einem Objekt zugewiesen. Es kommt zu Abdeckungslöchern, die gefüllt werden müssen. Praktische Untersuchungen zeigen, dass die Löcher nicht durch die Wahl eines größeren betragsmäßig maximal erlaubten Residuums vermieden werden können, ohne dass dieses kritische Größenordnungen annimmt. Es werden dabei zunächst nur weniger Objekte gebildet, die dafür größer sind und das Gelände entsprechend schlechter approximieren. Eine vollständige Abdeckung des Gebietes erfolgt erst mit der Einführung betragsmäßig maximal erlaubter Residuen im Bereich von Dekametern.

Daher wird hier in Anlehnung an die Wahl des nächsten einzufügenden Punktes aus dem Objektpuffer vorgegangen, und es werden die Punkte der Abdeckungslöcher einem der umliegenden Objekte hinzugefügt. Es wird dasjenige von den Objekten der 4-Nachbarschaft gewählt, bei dem das durch den Gitterpunkt verursachte betragsmäßig maximale Residuum minimal ist. Dadurch hat die schlechtere Approximation des Geländes nur lokalen Einfluß. Ggf. ist das Auffüllen der Abdeckungslöcher zu iterieren, falls es Gitterpunkte gibt, deren 4-Nachbarschaft ausschließlich aus Abdeckungslöchern besteht. Es ist weiterhin die strategische Entscheidung zu fällen, ob die zusätzlich zugewiesenen Gitterpunkte in die Berechnung der Polynomparameter einbezogen werden sollen. Dies führt teilweise zu einer erheblichen Vergrößerung des betragsmäßig maximalen Residuums für das Objekt. Falls diese Zahl als ein Qualitätsmerkmal für die Polynomflächenobjekte verwendet wird, verschlechtert der zugewiesene Punkt damit die Qualität des ganzen Objektes. Demgegenüber könnte man die Gitterpunkte auch quasi als Ausreißer im DGM auffassen, die zwar Objekten zugewiesen werden, jedoch nicht in die Ausgleichung aufgenommen werden. In diesem Fall ist das Qualitätsmerkmal des Objektes "fehlerhaft" bzw. "nicht gültig".

In dieser Arbeit gehen alle Gitterpunkte mit gleichem Gewicht in die Ausgleichung ein, daher werden die neu zugewiesenen Gitterpunkte bei den Ausgleichungen berücksichtigt.

4.3.4.3. Singuläre Fälle bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten aus Quadratgitter-DGM

In Abschnitt 4.3.4.1 wurde bereits die eventuelle Singularität des Gleichungssystems zur Berechnung der Polynomparameter erwähnt. Dieser Aspekt soll nun weiterführend untersucht werden.

Geometrisch interpretiert handelt es sich dabei um die Fälle, bei denen ein oder mehrere Polynomparameter nicht aus der vorhandenen Punktkombination berechnet werden können. Eine Ebene im 3D-Raum ist durch 3 Punkte festgelegt, die nicht kollinear sein dürfen. Abbildung 4.6 zeigt Beispiele für singuläre Gitterpunktkombinationen für die Ebene im Raum (das Polynom \mathcal{P}_1) und das bilineare Polynom. Die Singularität kann durch einfaches Aufstellen der Koeffizientenmatrix \mathbf{A} und Berechnung des Produktes $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ gezeigt werden. Hierzu kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen werden, dass der lokale Entwicklungspunkt eines Polynoms jeweils auf einen Gitterpunkt gelegt wird.

Während sich diese singulären Fälle noch relativ einfach mit einer Analyse der zur Berechnung des Polynoms heranzuziehenden Gitterpunkte aufdecken lassen, wird dies bei höheren Polynomen wesentlich komplexer. Daher ist es angebracht, in den Fällen der Berechnung von Polynomen höheren Grades beim Übergang auf den höheren Grad das Gleichungssystem numerisch auf eine eventuelle Singularität hin zu untersuchen. Prinzipiell kann die Behebung der Singularität entweder durch Einführung von Zusatzbedingungen oder Hinzunahme von Beobachtungen, welche eine reguläre Ausgleichung erlauben, gelöst werden. Bei einer Ebene im Raum, die durch drei kollineare Punkte gehen soll, könnte eine Bedingung sein, dass die Normale der zu bestimmenden Ebene in einer vorzugebenden Ebene liegen soll, z. B. in der Ebene, die durch die Verbindungslinie der kollinearen Punkte und den Zenit (Z-Achse des Koordinatensystems) festgelegt ist. Allerdings ist die Vorgabe derartiger

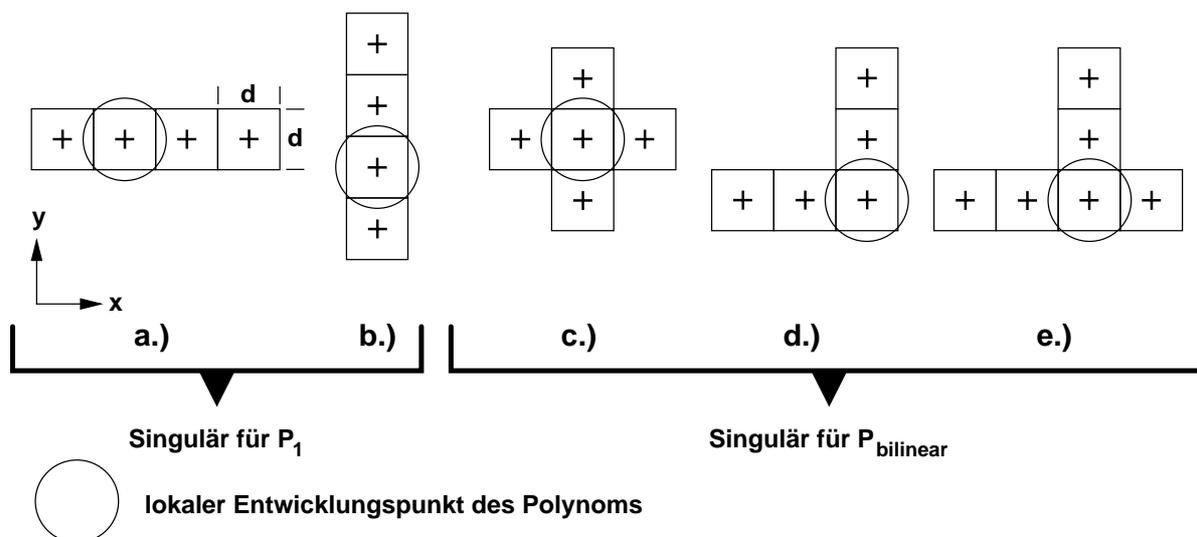


Abbildung 4.6.: Beispiele für singuläre Gitterpunktkombinationen.

Bedingungen für höhere Polynomgrade wesentlich aufwendiger. Daher wird hier die Variante verfolgt, dass bei auftretender Singularität weitere Punkte temporär hinzugenommen werden, bis das System regulär ist. Die Wahl der Punkte erfolgt mit den oben aufgeführten Kriterien.

Für diese Vorgehensweise muss eine numerische Prüfung der Regularität des Gleichungssystems 4.2 erfolgen. Diese wird in der vorliegenden Arbeit mit der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen SVD durchgeführt.

4.4. Berechnung der Parameter von Polynomflächenobjekten

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie die endgültigen Polynomflächenparameter für bestehende flächenhafte Objekte berechnet werden können. Die Diskussion wird unabhängig von der Entstehung der Objekte geführt. Einen Schwerpunkt der Untersuchungen bildet die Forderung nach möglichst geringen Diskontinuitäten zwischen adjazenten Objekten. Bei den Verfahren wird unterschieden zwischen *lokalen Ausgleichungen*, die jeweils nur ein einzelnes Objekt bearbeiten, und *globalen Ausgleichungen*, die Beziehungen zwischen adjazenten Objekten berücksichtigen.

4.4.1. Lokale Ausgleichung in verschiedenen Varianten

Es gibt verschiedene Strategien, welche Punkte bei der Berechnung einer ausgleichenden Fläche herangezogen werden können. Zunächst bietet es sich an, die originären Höhenkoten zu verwenden, da diese nicht durch weitere Zwischenarbeitsschritte beeinflusst sind, deren Ausmaße sich direkt auch auf die Folgeberechnungen auswirken. Allerdings ist dann nicht in jedem Fall gesichert, dass für jedes Polynomflächenobjekt ausreichend Punkte für die Berechnung der Polynomkoeffizienten zur Verfügung stehen. Daher ist es sinnvoller, eine regelmäßige Punktverteilung in Form eines Quadratgitter-DGMs als Ausgangsbasis für die Berechnungen zu verwenden, die auch eine gleichmäßige Stützung des Polynoms innerhalb seines Umrings gewährleistet. In seiner einfachsten Form führt dies zu dem folgenden Ansatz der Berechnung der Polynomparameter.

4.4.1.1. Einfache lokale Ausgleichung mit Gitterpunkten

Für jedes Objekt werden diejenigen Gitterpunkte genutzt, die innerhalb der Masche liegen (s. Abb. 4.7), sie können z. B. mit einem *Point-in-Polygon-Test* aus einem Punkthaufen ausgewählt werden. Da dieser Test beim Aufstellen des Gleichungssystems sehr häufig aufgerufen wird und viele Punkte getestet werden müssen, ist es von besonderer Bedeutung, einen schnellen Test zu verwenden. Über Geschwindigkeitsvergleiche beim *Point-in-Polygon-Test* berichtet HAINES (1992). Die alleinige Verwendung von Gitterpunkten innerhalb des Objektumrings führt jedoch dazu, dass es an den Objektgeometrien beim Übergang zwischen adjazenten Objekten zu Diskontinuitäten kommt, die mit diesem Ansatz nicht berücksichtigt werden. Aus diesem Grund werden im

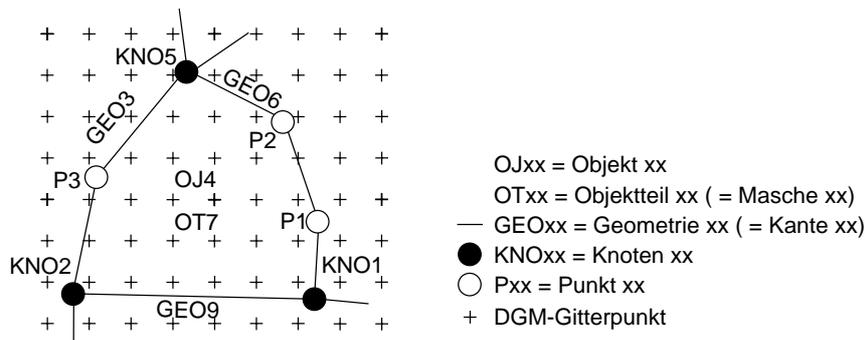


Abbildung 4.7.: Ausgleichung einzelner Reliefobjekte.

Folgendes verschiedene Ansätze vorgestellt, wie ein Polynomflächenobjekt mit zusätzlichen Beobachtungen oder Bedingungen im Bereich der Objektgrenzen gestützt werden kann.

4.4.1.2. Lokale Ausgleichung mit zusätzlichen Beobachtungen auf dem Umringspolygon

Um ein Aufschwingen der ausgleichenden Flächen an den Objektgrenzen zu verringern, werden die Höhen an den Knoten der Objektumringe und an den Punkten der Kanten als zusätzliche Beobachtungen mit in die Ausgleichung einbezogen, wobei deren Höhen ebenso wie die DGM-Gitterpunkthöhen aus dem Stützpunktfeld berechnet werden (Abb. 4.7). Da die Anordnung der Punkte und Knoten als unregelmäßig angenommen wird, erfordert der Ansatz, dass ein entsprechendes Berechnungsverfahren für die zusätzlich benötigten Höhen zur Verfügung steht. Auch bei extrahierten Objekten muss eine zusätzliche Berechnung von Höhen erfolgen, da sich die Punkte und Knoten der Maschenumringe zwischen den Gitterpunkten des Quadratgitter-DGM befinden. Es ergibt sich eine ungleichmäßige Stützung der Polynomfläche.

4.4.1.3. Lokale Ausgleichung mit Pufferbildung

BARTELME (2000) schlägt bei der Diskussion von Interpolationsmethoden im Gitter vor, die Umgebung, die zur Berechnung der Koeffizienten einer Gittermasche herangezogen wird, zu vergrößern. Damit beeinflusst ein Gitterpunkt im Grenzbereich einer Masche nicht nur die Masche selbst, in der er liegt, sondern auch die Nachbarmasche. BARTELME (2000) führt an, dass dann die Knicke zwischen aneinandergrenzenden Maschen gemildert werden, wobei er dies auf die Berechnung bilinearer Interpolationspolynome bezieht, mit Hilfe derer die Höhe weiterer Punkte in der Gittermasche interpoliert werden kann. Dieser Ansatz kann sinngemäß auf den Fall allgemeinerer Maschen im Relief übertragen werden. In diesem Fall wird um die betreffende Masche ein Pufferbereich gelegt bzw. eine Zone generiert, innerhalb der alle Punkte zur Bestimmung der Koeffizienten herangezogen werden (Abb. 4.8). Sinnvollerweise wird für den minimalen Pufferkorridor eine Breite gewählt, die dem maximalen Abstand von Punkten in einer Gitterzelle entspricht und somit $\sqrt{2} \cdot d$ beträgt. Dabei ist d die Gitterweite des zu Grunde liegenden DGM-Gitters. Dadurch kann die erweiterte Stützung der Polynomfläche gleichmäßig in alle Richtungen erfolgen. Man kann davon ausgehen, dass die Diskontinuitäten an den Grenzen der Objekte verkleinert werden, da der Aufschwingeffekt des Polynoms eines Objektes weiter in die Bereiche der Nachbarobjekte verschoben wird und somit nicht mehr für die Repräsentation des Reliefs in der Masche von Relevanz ist. Daneben werden zusätzlich mehr Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt, so dass auch Polynome höheren Grades bestimmt werden können. Andererseits kann es schwieriger werden, gegenüber vorgegebenen Genauigkeitskriterien akzeptable Resultate zu erzielen, da die Polynomflächen nun an mehr Datenpunkte angepasst werden müssen.

Rechentechnische Aspekte bei der Bildung der Pufferzone bei der Verwendung eines Vektordatenmodells werden in allgemeiner Form bei BILL (1996) behandelt. Dabei ist zu unterscheiden zwischen den Fällen, bei denen punktförmige Objekte mit Quadraten und damit Kanten mit Rechtecken gepuffert werden, die dann zu einem Pufferbereich um die Masche vereinigt werden, und jenen, bei denen punktförmige Objekte mit Kreisen gepuffert werden. Entsprechend wird bei dem letzten Ansatz an Knickpunkten von Kanten mit Kreisbögen gearbeitet. Bei HETTWER (1998) finden sich Untersuchungen zum Ansatz der Ausgleichung mit Pufferbildung, die auf einem Kompromiss zwischen diesen beiden Ansätzen basieren, der durch Abbildung 4.8 veranschaulicht wird. An den Punkten mit einem Rechtsknick des im Uhrzeigersinn orientierten Umrings (P1, P2, KNO1, KNO2, KNO5)

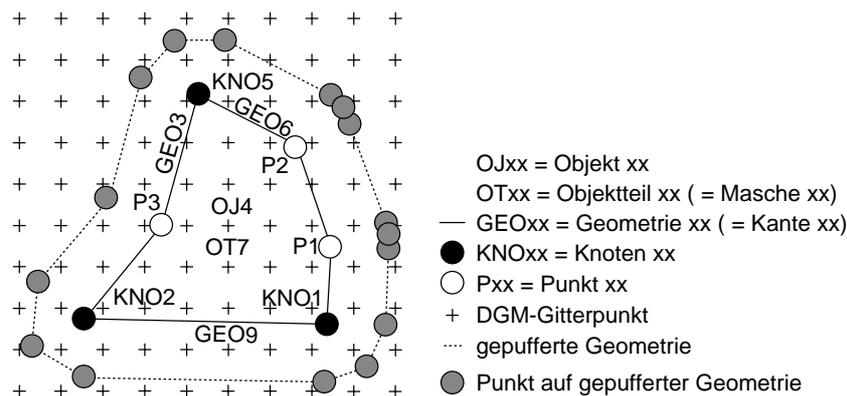


Abbildung 4.8.: Ausgleichung einzelner Reliefobjekte mit Pufferung der Geometrie.

wird der für die Pufferung notwendige Kreis durch drei Punkte approximiert. Bei Linksknicken (P3) wird nur der Schnittpunkt zwischen den betreffenden Kanten gebildet.

Die zusätzliche Einbindung der Knickpunkte der Puffergeometrie als Beobachtungen ist zwar generell denkbar, sie soll hier jedoch nicht weiter verfolgt werden. Der Grund hierfür liegt darin, dass ein Rechtsknickpunkt der Originalgeometrie mit drei Punkten des Pufferumrings korrespondiert, während ein Linksknickpunkt nur einen entsprechenden Punkt auf dem Pufferumring hat. Es würde sich damit eine ungleiche Gewichtung für die Bereiche der Knickpunkte der Originalgeometrie ergeben.

Die Pufferbildung eines aus dem Quadratgitter-DGM extrahierten Polynomflächenobjekts ist gegenüber der Pufferung im Vektordatenmodell algorithmisch wesentlich einfacher umzusetzen. Sie kann durch die Berechnung der Dilatation (vgl. SOILLE, 1998) der bereits in dem Objekt vorhandenen Beobachtungen mit einer Nachbarschaft als strukturierendem Element durchgeführt werden. Die 8-Nachbarschaft gewährleistet bereits, dass ein geschlossener Puffer von Gitterpunkten um das Objekt zusätzlich in der Ausgleichung verwendet wird. Auch die Verwendung größerer Nachbarschaften und die Berücksichtigung von Knickpunkten auf dem Umring der gepufferten Objekte als zusätzliche Beobachtungen ist prinzipiell denkbar (vgl. Abs. 4.4.1.2). Zusätzliche Beobachtungen auf dem Umring werden hier jedoch nicht weiter verfolgt, da dies wieder zu einer ungleichmäßigen Stützung der Polynomfläche führt.

4.4.1.4. Lokale Ausgleichung mit Bedingungen

Durch die Verfahren der Verwendung von Beobachtungen auf dem Objektumring bzw. der Pufferbildung ist gewährleistet, dass eine Stützung im Bereich des Umrings erfolgt. Da die Ausgleichungen für die Objekte jedoch unabhängig voneinander sind, kommt es dennoch an den Objektränder zu Diskontinuitäten, da für alle Beobachtungen in den individuellen Ausgleichungen Verbesserungen berechnet werden, die sich für Beobachtungen, die in zwei adjazenten Objekten verwendet werden, i. Allg. nicht entsprechen.

Eine Alternative hierzu stellt die punktweise Unterdrückung der Berechnung von Verbesserungen dar. Dies führt zur *Formulierung von Zwangsbedingungen*, die z. B. auf den Maschenumringen der Objekte definiert werden können. Es können Bedingungen sowohl für die Höhe als auch für die Ableitungen der ausgleichenden Flächen eingeführt werden. Es liegt nahe, zunächst die Knickpunkte des Umrings als geometrische Örter für die Formulierung zusätzlicher Bedingungen zwischen den Unbekannten \mathbf{x} zu betrachten. Bei dem für diesen Ansatz zu verwendenden Ausgleichungsmodell handelt es sich um das *GM-Modell mit Restriktionen* (Abs. 4.2.3.1). Entspricht dabei die Anzahl der Bedingungen der Anzahl der Unbekannten ($r = u$), so sind die Unbekannten eindeutig bestimmt, und es handelt sich um ein *Vandermonde-System*.

Abbildung 4.9 verdeutlicht die Situation, wie sie sich bei lokaler Ausgleichung und der Einführung von punktbezogenen Randbedingungen bzw. Übergangsbedingungen zwischen adjazenten Objekten darstellt. Bei diesem Ansatz werden für die Punkte des Maschenumrings definierte Höhen bzw. partielle Ableitungen entlang der Parameterlinien des Koordinatensystems als Bedingungen eingeführt, die wie die Gitterpunkte des Gitter-DGM aus dem Stützpunktfeld interpoliert werden. Dieser Ansatz führt dazu, dass die Höhen der Punkte auf dem Maschenumring als nicht stochastisch betrachtet werden, hingegen die Höhen der DGM-Gitter-Punkte im Zuge der Ausgleichung Verbesserungen erfahren. Anders ausgedrückt erhalten Höhen der Punkte auf dem Maschenumring das Gewicht ∞ gegenüber den Höhen der DGM-Gitter-Punkte, die mit dem Gewicht 1 in die Ausgleichung

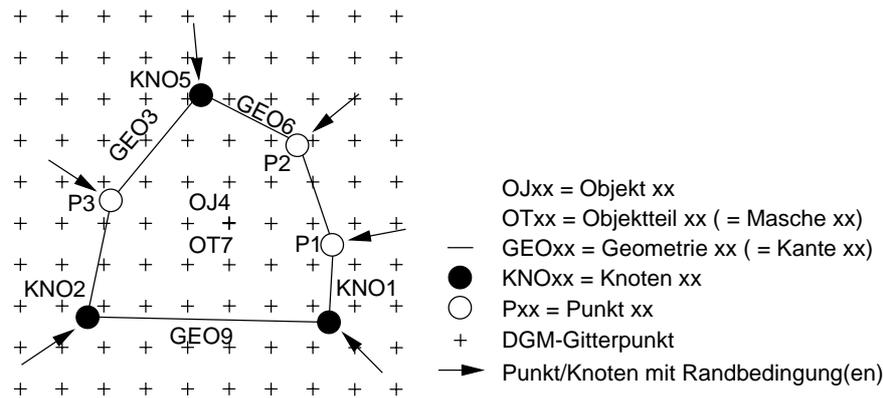


Abbildung 4.9.: Ausgleichung einzelner Reliefobjekte mit Bedingungen an den Randpunkten.

eingeführt werden, obgleich beide mit demselben Stützpunktfeld berechnet werden und die Berechnung von nahe beieinander liegenden Punkten dieser Punktmengen mit großer Wahrscheinlichkeit auf denselben Stützpunkten des gemessenen DGM beruht. Allein wegen der ungleichen Gewichtung von Beobachtungen gleicher Herkunft bzw. Berechnungsart ist dieser Ansatz der *lokalen Ausgleichung mit Bedingungen* als bedenklich einzustufen.

Weiter dürfen die Objektumringe bei alleiniger Berücksichtigung von Höhenbedingungen nicht aus mehr Punkten bestehen, als Unbekannte im Gleichungssystem zur Verfügung stehen. Bei zusätzlicher Einführung von partiellen Ableitungen als Bedingungen reduziert sich die Anzahl der maximal erlaubten Punkte im Umring entsprechend. Die Anzahl von verfügbaren Unbekannten wird mit Gleichung 4.20 beschrieben. Dadurch sind die Form und die Größe der Objekte erheblichen Einschränkungen unterworfen. Bei Einführung von mehr Bedingungen als Unbekannten ist das System im Allgemeinen nicht lösbar. Selbst bei einer Lösbarkeit des Systems wird eine entsprechende Fläche dann im Wesentlichen über die Punkte auf dem Umring festgelegt, wodurch die Approximation der Oberfläche innerhalb der Masche nur mit eingeschränkter Qualität möglich ist. Mit diesen Überlegungen erübrigt sich die Diskussion der Einführung von zusätzlichen Zwischenpunkten auf dem Umring als geometrische Örter für weitere Bedingungen.

Eine Erweiterung des Ansatzes der Einführung von Bedingungen reduziert die Gesamtanzahl der Bedingungen in einem Gebiet. Sie beruht auf der Formulierung von variablen Übergangsbedingungen verbunden mit einer abschließenden globalen Ausgleichung aller Polynomflächenobjekte in einem Guss.

4.4.2. Globale Ausgleichung in verschiedenen Varianten

Für die Berücksichtigung von Beziehungen zwischen Objekten in globalen Ausgleichungen sind umfangreiche Betrachtungen notwendig. Globale Ausgleichungen unterscheiden sich grundlegend von den bisher vorgestellten Gleichungssystemen. Die Untersuchungen werden zunächst anhand der ersten Variante, der globalen Ausgleichung mit Bedingungen, vorgestellt. Sie können auf die zweite Variante übertragen werden, bei deren Vorstellung Bezug zur globalen Ausgleichung mit Bedingungen genommen wird.

4.4.2.1. Globale Ausgleichung mit Bedingungen

Abbildung 4.10 verdeutlicht die Situation, wie sie sich bei einer globalen Ausgleichung mit Bedingungen für alle Polynomflächenobjekte ergibt. Allgemein betrachtet werden, wie bei der lokalen Ausgleichung, für jedes Objekt in allen in der betreffenden Masche enthaltenen DGM-Gitter-Punkten Beobachtungsgleichungen in der Form von Gleichung 4.1 aufgestellt. Da jedoch alle Objekte in einem Guss ausgeglichen werden, erweitert sich die Designmatrix \mathbf{A} aus dem einfachen Fall der lokalen Ausgleichung (Gl. 4.3(1)) auf die Form wie in Gleichung 4.22 angedeutet. In dem Beispiel werden n Gitterpunkte für das 1. Objekt und m Gitterpunkte für das h -te Objekt verwendet. Für jedes Objekt befindet sich ein Satz von Koeffizienten in der Matrix, die damit bei entsprechender Anordnung eine Blockstruktur aufweist.

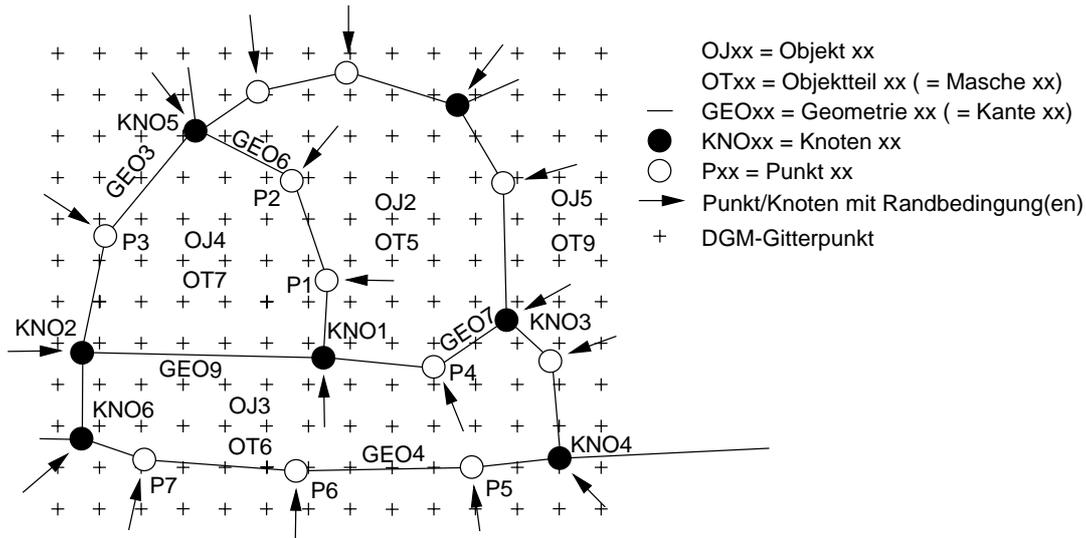


Abbildung 4.10.: Globale Ausgleichung aller Polynomflächenobjekte mit Randbedingungen.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 1 & x_{1_1} & y_{1_1} & x_{1_1}^2 & x_{1_1}y_{1_1} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
 1 & x_{1_n} & y_{1_n} & x_{1_n}^2 & x_{1_n}y_{1_n} & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & x_{h_1} & y_{h_1} & x_{h_1}^2 & x_{h_1}y_{h_1} & \cdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & x_{h_m} & y_{h_m} & x_{h_m}^2 & x_{h_m}y_{h_m} & \cdots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Neben den Beobachtungsgleichungen für jedes Objekt werden für adjazente Objekte in deren inzidenten Punkten und Knoten *Höhenbedingungsgleichungen* in der Form 4.23 aufgestellt (vgl. 4.18),

$$\begin{aligned}
 0 &= \sum_{i=0}^{g_h} \sum_{j=0}^{g_h} a_{h_{ij}} x_p^i y_p^j - \sum_{i=0}^{g_k} \sum_{j=0}^{g_k} a_{k_{ij}} x_p^i y_p^j \\
 &= a_{h_{00}} + a_{h_{10}} x_p + a_{h_{01}} y_p + a_{h_{20}} x_p^2 + a_{h_{11}} x_p y_p + \cdots \\
 &\quad - (a_{k_{00}} + a_{k_{10}} x_p + a_{k_{01}} y_p + a_{k_{20}} x_p^2 + a_{k_{11}} x_p y_p + \cdots)
 \end{aligned} \quad (4.23)$$

wobei die Indices i und j gemäß der Bedingung 4.19 jeweils für das h -te bzw. das k -te Objekt die Bedingung 4.24 erfüllen müssen:

$$i + j \leq g_{h/k} \quad \forall \quad i \geq 0, \quad j \geq 0. \quad (4.24)$$

Dieser Ansatz erfüllt zunächst nur die Bedingung, dass die Höhen in den gemeinsamen inzidenten Punkten und Knoten der adjazenten Objekte identisch sein sollen. Will man zusätzlich einen glatten Übergang zwischen den Polynomflächen in diesen Punkten und Knoten erzielen, müssen neben den punktbezogenen Höhenbedingungen auch die partiellen Ableitungen, getrennt nach zwei unabhängigen Richtungen, berücksichtigt werden. Zweckmäßigerweise betrachtet man die partiellen Ableitungen nach den Parameterlinien, d. h., nach den ebenen Koordinaten X und Y . Sie können in allgemeiner Form durch die Summen 4.25 und 4.26 beschrieben werden, wobei wie bei Gleichung 4.18 Bedingungen für die Indices berücksichtigt werden müssen.

$$P_{g_x} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=0}^g i a_{ij} x^{i-1} y^j, \quad i + j \leq g \quad \forall \quad i \geq 1, \quad j \geq 0. \quad (4.25)$$

$$P_{g_y} = \sum_{j=1}^g \sum_{i=0}^g j a_{ij} x^i y^{j-1}, \quad i + j \leq g \quad \forall \quad i \geq 0, \quad j \geq 1. \quad (4.26)$$

Unter Verwendung der Gleichungen 4.25 und 4.26 können äquivalent zu den Höhenbedingungsgleichungen nun *Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art* formuliert werden. Dabei bezieht sich der Terminus “1. Art” auf die bei den Bedingungsgleichungen verwendete Ordnung der partiellen Ableitung der Flächenpolynome. In diesem Fall wurden zunächst nur die 1. partiellen Ableitungen verwendet. Ebenso können auch höhere partielle Ableitungen inklusive der gemischten Ableitungen gebildet und verwendet werden, worauf an dieser Stelle jedoch vorerst verzichtet werden soll.

Auf der Grundlage der 1. Ableitungen der Flächenpolynome können nun die *Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art* für die X - bzw. Y -Richtung formuliert werden (Gl. 4.27 bzw. 4.28).

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{i=1}^{g_h} \sum_{j=0}^{g_h} i a_{h_{ij}} x_p^{i-1} y_p^j - \sum_{i=1}^{g_k} \sum_{j=0}^{g_k} i a_{k_{ij}} x_p^{i-1} y_p^j \\ &= a_{h_{10}} + 2a_{h_{20}} x_p + a_{h_{11}} y_p + a_{h_{12}} y_p^2 + 3a_{h_{30}} x_p^2 + \dots \\ &\quad - (a_{k_{10}} + 2a_{k_{20}} x_p + a_{k_{11}} y_p + a_{k_{12}} y_p^2 + 3a_{k_{30}} x_p^2 + \dots) \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{j=1}^{g_h} \sum_{i=0}^{g_h} j a_{h_{ij}} x_p^i y_p^{j-1} - \sum_{j=1}^{g_k} \sum_{i=0}^{g_k} j a_{k_{ij}} x_p^i y_p^{j-1} \\ &= a_{h_{01}} + 2a_{h_{02}} y_p + a_{h_{11}} x_p + a_{h_{21}} x_p^2 + 3a_{h_{03}} y_p^2 + \dots \\ &\quad - (a_{k_{01}} + 2a_{k_{02}} y_p + a_{k_{11}} x_p + a_{k_{21}} x_p^2 + 3a_{k_{03}} y_p^2 + \dots) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Ebenso wie die Beobachtungsgleichungen 4.1 stellen die Bedingungsgleichungen 4.23, 4.27 und 4.28 bzgl. der Unbekannten a_{ij} bereits ein lineares Gleichungssystem dar. Die Bedingungsgleichungen können damit direkt in Matrixschreibweise in der Form 4.29

$$\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4.29)$$

dargestellt werden. In diesem Fall ist der Vektor \mathbf{w} aus Gleichung 4.10 mit Nullen gefüllt und stellt damit den Nullvektor $\mathbf{0}$ dar.

Eine Zeile $\mathbf{b}_{\mathbf{p}_i}$ in der Matrix \mathbf{B} hat für die i -te Höhenbedingungsgleichung im Punkt P dabei die Form 4.30.

$$\mathbf{b}_{\mathbf{p}_i} = [\dots \ 1 \ x_p \ y_p \ x_p^2 \ \dots \ 0 \ \dots \ -1 \ -x_p \ -y_p \ -x_p^2 \ \dots \ 0 \ \dots]. \quad (4.30)$$

Die Anzahl der Höhenbedingungsgleichungen r_{pH} für einen Knoten bzw. Punkt P im planaren Graphen ist eine Funktion der Anzahl M_p der inzidenten Maschen in diesem Knoten bzw. Punkt. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Bedingungsgleichungen linear unabhängig voneinander sein müssen, d. h., der Rang $rg(\mathbf{B})$ von \mathbf{B} muss der Zeilenanzahl $n_{\mathbf{B}}$ von \mathbf{B} entsprechen (Gl. 4.31).

$$rg(\mathbf{B}) \equiv n_{\mathbf{B}} \quad (4.31)$$

Die lineare Unabhängigkeit der Höhenbedingungsgleichungen wird erzielt, indem man zwischen einem Objekt, z. B. der ersten Masche in der Liste der Master-Referenzen in einem Punkt bzw. Knoten, und allen folgenden in der Liste jeweils eine Bedingungsgleichung aufstellt. Der Beweis hierfür kann anhand von Abbildung 4.10 veranschaulicht werden. Betrachtet wird der Knoten KNO1. In diesem Knoten sollen die Höhenfunktionswerte F_{OJ2} , F_{OJ3} und F_{OJ4} der inzidenten Objekte OJ2, OJ3 und OJ4 identisch sein. Permutiert man alle möglichen Kombinationen an Bedingungsgleichungen in dem Knoten, so ergeben sich die folgenden Gleichungen 4.32:

$$\begin{aligned} F_{OJ2} - F_{OJ3} &= 0 \\ F_{OJ2} - F_{OJ4} &= 0 \\ F_{OJ3} - F_{OJ4} &= 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Subtrahiert man die erste Gleichung von der zweiten, dann ergibt sich die dritte Gleichung, d. h., von den drei Gleichungen sind nur zwei linear unabhängig. Verallgemeinert man diese Feststellung, dann beträgt die Anzahl der linear unabhängigen Höhenbedingungsgleichungen r_{pH} für einen Knoten bzw. Punkt mit M_p inzidenten Objekten:

$$r_{pH} = M_p - 1. \quad (4.33)$$

Entsprechend wie bei den Höhenbedingungsgleichungen werden die Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art in Matrizenform aufgestellt. Eine Zeile für eine Ableitungsbedingungsgleichung 1. Art in X -Richtung hat dann die Form 4.34.

$$\mathbf{b}_{\mathbf{p}_i} = [\dots \ 0 \ 1 \ 0 \ 2x_p \ y_p \ 0 \ \dots \ 0 \ \dots \ 0 \ -1 \ 0 \ -2x_p \ -y_p \ 0 \ \dots \ 0 \ \dots] \quad (4.34)$$

Entsprechend wird eine Zeile für eine Ableitungsbedingungsgleichung in Y -Richtung in der Form 4.35 besetzt.

$$\mathbf{b}_{p_i} = \left[\cdots \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ x_p \ 2y_p \ \cdots \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ -x_p \ -2y_p \ \cdots \ 0 \ \cdots \right] \quad (4.35)$$

Die Anzahl der linear unabhängigen Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art r_{p_A} in einem Knoten bzw. Punkt P wird wie die Anzahl der linear unabhängigen Höhenbedingungsgleichungen aus der Anzahl M_p der inzidenten Maschen in diesem Knoten bzw. Punkt P abgeleitet. Da immer zwei Ableitungsbedingungsgleichungen simultan verwendet werden, beträgt die Anzahl der linear unabhängigen Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art r_{p_A} in einem Knoten bzw. Punkt P demnach

$$r_{p_A} = 2(M_p - 1). \quad (4.36)$$

Die Gesamtanzahl r_p der Höhenbedingungsgleichungen und Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art in einem Punkt oder Knoten P ergibt sich demnach aus Gleichung 4.37.

$$r_p = r_{p_H} + r_{p_A} = 3(M_p - 1). \quad (4.37)$$

Dabei ist zu beachten, dass zur Lösbarkeit des Systems Gleichung 4.38 gelten muss:

$$\sum_{i=1}^{N_p} r_{p_i} \leq \sum_{i=1}^{N_O} u_{g_i} \quad (4.38)$$

wobei N_p die Anzahl der Punkte und Knoten im Oberflächengraphen und N_O die Gesamtanzahl der zu modellierenden Polynomflächenobjekte und damit Maschen im Oberflächengraphen darstellt. Entsprechend bezeichnen r_{p_i} die Anzahl der Bedingungsgleichungen in einem Knoten bzw. Punkt p_i und u_{g_h} die Anzahl der Unbekannten für ein Polynomflächenobjekt h (vgl. Gl. 4.20).

Es wurde oben erwähnt, dass neben den Ableitungsbedingungsgleichungen 1. Art generell auch höhere partielle Ableitungen der verwendeten Polynomklassen verwendet werden können. Auf die explizite Formulierung der Gleichungen wird jedoch verzichtet, es soll nur erwähnt werden, dass die Einführung der partiellen Ableitungen $\mathcal{P}_{g_{xx}}$ und $\mathcal{P}_{g_{yy}}$ und der gemischten Ableitungen $\mathcal{P}_{g_{xy}}$ und $\mathcal{P}_{g_{yx}}$ aufgrund des Satzes von SCHWARZ (vgl. BRONSTEIN & SEMENDJAJEW, 1989) eine Erhöhung der Anzahl der Bedingungsgleichungen um $3(M_p - 1)$ mit sich bringt, da die gemischten Ableitungen $\mathcal{P}_{g_{xy}}$ und $\mathcal{P}_{g_{yx}}$ identisch sind. Dieser Ansatz resultiert damit in einer erheblichen Erhöhung der Anzahl der Bedingungen, die eine Lösbarkeit des Systems in Frage stellen. Das Gleichungssystem ist dann im Wesentlichen durch Punkte auf dem Oberflächengraphen bestimmt, was sich auf die Genauigkeit der Geländeapproximation innerhalb der Objekte auswirkt. Daher werden höhere Ableitungsbedingungsgleichungen im Folgenden nicht weiter betrachtet.

Auf die Berechnung der Lösung des Gleichungssystems wird in Abschnitt 4.5 eingegangen.

4.4.2.2. Globale Ausgleichung mit beobachteten Differenzen in Punkten und Knoten

Ähnlich wie bei der lokalen Ausgleichung mit Bedingungen kann die Formulierung von fixen (harten) Bedingungen im Abschnitt 4.4.2.1 im ungünstigen Fall dazu führen, dass das Gleichungssystem nicht mehr lösbar ist, da mehr Bedingungen als zu bestimmende Unbekannte eingeführt werden. Eine Möglichkeit der Behandlung dieser Fälle ist durch eine Verringerung der Punkt- und Knotenanzahl an den Objektgrenzen mit Linienvereinfachungsalgorithmen wie dem DOUGLAS-PEUCKER-Algorithmus (DOUGLAS & PEUCKER, 1973) gegeben. Mit der Verringerung der Punkte und Knoten reduziert sich die Anzahl der einzuführenden Bedingungen. Dies wirkt damit jedoch auch dem Ziel der Verringerung der Diskontinuitäten entgegen.

Hier stellt die Formulierung von "weichen Bedingungen" eine Alternative dar. Dabei können die weichen Bedingungen in der Ausgleichung Verbesserungen erfahren, wodurch das System wieder lösbar ist. In diesem Fall stellen die weichen Bedingungen *beobachtete Differenzen* dar (vgl. BARTELME, 2000), deren "Beobachtungswert" identisch null ist, d. h., an ihrer Position wird der Beobachtungsvektor \mathbf{I}_2 mit Nullen gefüllt. Sinngemäß werden Höhendifferenzbeobachtungen und Ableitungsdifferenzbeobachtungen 1. Art gebildet. Die Designmatrix \mathbf{A}_2 entspricht von ihrem Aufbau her der Matrix der Bedingungen \mathbf{B} der globalen Ausgleichung mit Bedingungen. Damit ergibt sich eine Situation, die im Wesentlichen der in Abbildung 4.10 entspricht mit dem Unterschied, dass der Hinweis auf die Punkte und Knoten mit Bedingungen durch einen entsprechenden Verweis auf Punkte und Knoten mit beobachteten Differenzen ersetzt wird.

Durch die Einführung der unterschiedlichen Beobachtungstypen und ggf. unterschiedlicher Beobachtungseinheiten stellt sich nun zusätzlich die Aufgabe der Aufstellung eines geeigneten stochastischen Modells für die

Ausgleichung. Da für die beobachteten Höhendifferenzen die gleiche Einheit wie für die als Beobachtungen verwendeten Gitterpunkthöhen vorliegt, könnte hier das gleiche Gewicht verwendet werden. Falls man die Bildung der Differenz betonen möchte, ist es sinnvoll, in Anlehnung an das Fortpflanzungsgesetz der Varianzen das Gewicht von $\sqrt{2}$ gegenüber den Gitterpunkthöhen einzuführen.

Das Gewicht für beobachtete Ableitungsdifferenzen muss jedoch anders festgelegt werden. Die Richtungsableitung entspricht der Steigung in einem Punkt in dieser Richtung und ist dimensionslos. Eine Veränderung der Steigung um 1 stellt eine Höhenveränderung von 1 m in einer Entfernung von 1 m dar. Die Einführung des Gewichtes 1 stellt damit keine geeignete Wahl dar, vielmehr müssen die Ableitungsdifferenzen ein höheres Gewicht gegenüber den Gitterpunkten und den Höhendifferenzbeobachtungen haben. Der mittlere Abstand der Beobachtungen in der Ebene kann in erster Näherung durch die Gitterweite des für die Berechnung zugrunde liegenden Gitters beschrieben werden. Eine theoretisch geeignete Wahl für das Gewicht der Ableitungsdifferenzbeobachtungen ist daher mit der Gitterweite d gegeben.

4.4.3. Steuerung der Qualität der Modellierung und Qualitätsmaße

4.4.3.1. Residuen der Ausgleichungen

Eine erste Überprüfungsmöglichkeit der Qualität der Modellierung ist durch die Residuen der Ausgleichungen gegeben. Über die maximal erlaubte Größe des Absolutbetrages eines Residuums in den Gitterpunkten werden lokal die Polynomgrade festgelegt, so dass hiermit die lokale Qualität der Modellierung beeinflusst wird. Die Einhaltung eines vorgegebenen betragsmäßig maximalen Residuums ist nicht immer gewährleistet. Es kann sich durch Einführen zusätzlicher Beobachtungen oder Bedingungen verändern und/oder es kann, falls die Objekte nicht durch Extraktion gebildet werden, ggf. nicht erreicht werden. Dies ist der Fall, wenn der maximale Polynomgrad bereits verwendet wird. Das betragsmäßig maximale Residuum eines Objektes stellt daher ein lokales absolutes Qualitätsmaß dar, das individuell berechnet werden muss.

Da z. B. in eine globale Ausgleichung mit beobachteten Differenzen unterschiedliche Beobachtungstypen eingehen und das Interesse der lokalen Modellierungsqualität der Oberfläche innerhalb des Objektumrings gilt, ist es notwendig, bei der Bestimmung des betragsmäßig maximalen Residuums für ein Objekt nur Gitterpunkte zu berücksichtigen, die innerhalb des Objektes liegen. Dies gilt sinngemäß auch für Ausgleichungen mit Pufferung der Objekte. Bei dieser Variante wird eine große Anzahl von Beobachtungen in mehr als einer lokalen Ausgleichung verwendet. Da Flächenpolynome nur innerhalb der Objektumringe (oder auf den Objektumringen unter Berücksichtigung der Diskontinuitäten) verwendet werden, sollten die Beobachtungen, die außerhalb der Objekte liegen, nicht für eine Qualitätsaussage der Modellierung innerhalb des Objektes verwendet werden. Falls absolute Beobachtungen auf dem Objektumring in der Ausgleichung verwendet werden, können diese ggf. geprüft werden. Bei einer Interpretation sind dann die auftretenden Diskontinuitäten auf dem Objektumring zu beachten.

Ein mittleres Qualitätsmaß stellt die gemittelte Verbesserungsquadratsumme dar. Sie beschreibt für eine lokale Ausgleichung ohne weitere Beobachtungen (Abs. 4.4.1.1), wie die ausgleichende Fläche im quadratischen Mittel von den Stützpunkten differiert. Wie bei der Bestimmung eines betragsmäßig maximalen Residuums sollten bei Verwendung anderer Ausgleichungsansätze als mittleres Qualitätsmaß ggf. nicht die Summen $\mathbf{v}^T \mathbf{v}/n$ über alle n Beobachtungen verwendet werden, sondern nur die gemittelten Summen der quadrierten Residuen in den Gitterpunkten. Der gleiche Gedankengang gilt für die lokale Ausgleichung mit Pufferung. Diese objektbasierten Qualitätsmaße können auch als *flächenhafte Qualitätsmaße* angesehen werden, da sie innerhalb der Fläche der Objekte gelten.

Das Ausmaß der Anschmiegung einer ausgleichenden Fläche eines Objektes an dessen Stützpunkte und damit die Aufschwingungen der Fläche werden durch das Verhältnis von Beobachtungen und Unbekannten beeinflusst. Die Vorgabe einer absoluten minimalen Redundanz in der Ausgleichung ist aufgrund der differierenden Größen der Objekte nicht sinnvoll, es muss vielmehr ein minimales Verhältnis vorgegeben werden. Es wurden jedoch keine weiterführenden Untersuchungen in dieser Richtung durchgeführt, sondern empirisch ein Verhältnis von 2:1 festgelegt, d. h., zur Akzeptanz eines Polynomgrades müssen mindestens doppelt so viele Beobachtungen wie Unbekannte vorhanden sein.

4.4.3.2. Qualitätsmaße für Diskontinuitäten auf den Objektgeometrien

Ähnlich wie bei den flächenhaften Qualitätsmaßen, die für Polynomflächenobjekte auf der Grundlage der Residuen der Ausgleichungen bestimmt werden, können für die Geometrien absolute Qualitätsmaße in Form einer

betragsmäßig maximal auftretenden Diskontinuität sowie einer mittleren Diskontinuität berechnet werden. Diese sind mit der jeweiligen Geometrie verbunden und nicht mit einem Polynomflächenobjekt. Sie können als *linienhafte Qualitätsmaße* angesehen werden.

Die Diskontinuitäten entlang einer Geometrie sind stetige Funktionen, da sich die Diskontinuitäten als Differenz zweier (stetiger) Polynomflächen ergeben. Der Aufwand für eine analytische Überprüfung der Diskontinuitäten auf Maxima und Minima erscheint sehr groß, da das Aufstellen von Funktionen abschnittsweise zwischen Knickpunkten der Geometrien mit Berechnung entsprechender Koeffizienten erfolgen müsste. Noch aufwendiger wäre die Berechnung einer mittleren Diskontinuität, da hierfür eine abschnittsweise Integration der Funktionen vorzunehmen wäre, die deren Nullstellen berücksichtigen muss.

Eine Möglichkeit der Überprüfung der Qualität der Modellierung auf den Objektgeometrien kann jedoch durch die Berechnung von diskreten Testpunkten erfolgen, in denen die Höhen aus den Polynomen der inzidenten Objekte berechnet werden. Zwecks gleichmäßiger Erfassung werden die Testpunkte in regelmäßigem Abstand entlang der Geometrien gerechnet. Aus den Testpunkten können dann genähert die betragsmäßig maximal auftretende Diskontinuität sowie eine mittlere quadratische Diskontinuität berechnet werden. Bei einer Interpretation ist die gewählte Diskretisierung entlang der Geometrie mit zu berücksichtigen.

4.4.3.3. Iteration der Ausgleichung zur partiellen Kontrolle der Diskontinuitäten

Falls die entsprechend Abschnitt 4.4.3.2 berechnete betragsmäßig maximale Diskontinuität einen vorzugebenen Grenzwert überschreitet, kann versucht werden, die Qualität der Modellierung durch Erhöhung der Grade der Flächenpolynome der inzidenten Objekte zu verbessern. Diese lokale Erhöhung der Polynomgrade wirkt sich bei einer rein lokalen Ausgleichung auf die Diskontinuitäten zu allen Nachbarobjekten der manipulierten Objekte und bei einer globalen Ausgleichung auf alle Objekte aus. Daher muss im Anschluss an die Erhöhung eine neue Kontrolle erfolgen. Es ergibt sich eine Iterationsschleife. Ein erstes Abbruchkriterium ist durch die Erfüllung des Schwellwertkriteriums gegeben. Allerdings kann es sein, dass dieses Ziel während der Iteration nicht erreicht wird. Trotz der Einführung weiterer Unbekannter in die Ausgleichung kann es zu einer Verschlechterung der Modellierung bzgl. der maximal existierenden Diskontinuität kommen. Das liegt darin begründet, dass die Differenzen in den verwendeten Testpunkten nicht selber in die Ausgleichung eingehen und damit deren Berücksichtigung nicht direkt in der Ausgleichung erfolgt. Falls dieser Fall eintritt, kann er als ein Abbruchkriterium der Iteration verwendet werden. Es kann jedoch auch solange iteriert werden, bis die Polynomgrade der Objekte, deren gemeinsame adjazente Geometrie die größte Diskontinuität aufweist, nicht weiter erhöht werden können; man kann dies als Abbruchkriterium verwenden. Dabei wird überprüft, welche Modellierung während der Iteration die geringste Diskontinuität aufweist; und man sollte im Anschluss an die Iteration zu dieser zurückkehren.

4.5. Aspekte der Implementierung eines Testsystems

Bisher wurde der Ansatz der Approximation des Reliefs mit Polynomflächenobjekten im Wesentlichen konzeptionell erläutert. Für eine Realisierung des Ansatzes sind darüber hinaus technische Details von Interesse, von denen hier die wichtigsten beschrieben werden.

4.5.1. Festzulegende Parameter der Implementierung

Ein wichtiger Faktor, der direkten Einfluß auf die Form, Größe und Qualität der Polynomflächenobjekte hat, ist der höchste Polynomgrad, der für die Modellierung des Reliefs verwendet werden kann. Dieser maximale Funktionsansatz muss bei der Festlegung eines individuellen Polynomgrades für ein Objekt bzw. bei Verfahrensschritten des Objektwachstums sowie bei der Iteration der Ausgleichung zur Reduktion der Diskontinuitäten auf den Objektgrenzen berücksichtigt werden.

Die hier durchgeführten Untersuchungen beschränken sich auf die Verwendung der Polynomansätze \mathcal{P}_0 (ein Koeffizient) bis \mathcal{P}_6 (28 Koeffizienten; s. Gl. 4.20) sowie das bilineare Polynom (vier Koeffizienten). Die Beschränkung ist zum einen aus technischen Gründen sinnvoll, zum anderen empfehlen HOSCHEK & LASSER (1992) aufgrund der mit hohen Polynomansätzen einhergehenden Welligkeit der Flächen, keine höheren Polynomansätze zu verwenden. Das bilineare Polynom wird als eigener Funktionsansatz zusätzlich zu den vollständigen Polynomklassen berücksichtigt, da es bei Approximations- und Interpolationsberechnungen im Zusammenhang mit DGM häufig genutzt wird.

Zwecks Codierung der Flächenansätze werden die Polynomgrade von \mathcal{P}_0 an durchnummeriert, wobei das bilineare Polynom den Flächenansatz 2 bildet und im Anschluss daran die Polynomgrade weiter hochgezählt werden. Damit stehen 8 Flächenansätze (0-7) zur Verfügung. Bei der Speicherung der Parameter als Attribute ist insbesondere bei höheren Polynomansätzen zu beachten, dass alle relevanten Stellen der Gleitkommazahl eines Polynomparameter berücksichtigt werden.

4.5.2. Kopplung des Testsystems an ein kommerziell verfügbares GIS

Bei der Implementierung eines Testsystems zur Berechnung der Polynomparameter gilt es, zwei Ausgangssituationen zu berücksichtigen. Zum einen handelt es sich um den Fall, dass für bestehende flächenhafte Objekte wie die Maschen im Pfaltz-Graphen Parameter berechnet werden sollen (Abs. 4.3.2.1). Den anderen Fall stellt die eigenständige Extraktion der Polynomflächenobjekte dar.

Bei Verwendung einer kommerziellen GIS-Software erfordert dies ggf. die Durchführung umfangreicher numerischer Berechnungen mit Hilfe dieser Software bzw. die Möglichkeit der Implementierung entsprechender Makromodule. Allerdings werden diese Makromodule i. Allg. nicht direkt in Maschinencode übersetzt, sondern durch einen Interpreter ausgeführt, was bei aufwendigen Berechnungen zu Performanceproblemen führen kann. Eine Alternative stellt daher die externe Implementierung in einer höheren Programmiersprache dar, falls der Aufruf aus einem GIS-Makromodul möglich ist. Dies ist z. B. bei den Produkten SMALLWORLD GIS oder SICAD/open möglich.

Auf die Implementierung des Testsystems in einer Makrosprache einer kommerziellen GIS-Software wurde verzichtet, da die zur Verfügung stehenden Systeme zum Zeitpunkt des Beginns der Entwicklungsarbeiten nicht die Voraussetzungen für die notwendigen umfangreichen Berechnungen erfüllten. Um die Unabhängigkeit der Entwicklung von Dritten zu gewährleisten, wurde der Austausch der Daten über eine Dateischnittstelle realisiert. Der Aufruf der Programme kann ggf. aus der GIS-Software heraus erfolgen.

4.5.3. Aufbau einer externen Datenstruktur

Abbildung 4.11 gibt eine Übersicht über eine typische GIS-interne Datenstruktur am Beispiel eines flächenhaften Objektes (OJ4). Die topologische Struktur ist durch Master-Detail-Beziehungen zwischen den Elementen auf den verschiedenen Hierarchiestufen gegeben. Dem Objekt OJ4 ist ein Objektteil (OT7) als Detail zugeordnet. Adressierungsmechanismen generieren beim Anlegen der Elemente die topologischen Beziehungen zwischen den Master- und den Detailelementen. Dem Objektteil sind verschiedene Geometrielemente (Kanten) als Details zugeordnet, die wiederum als Master der Knoten fungieren. Dieser Aufbau wird durch einen zweiten Satz von Adressen vervollständigt, der die Elemente gleichen Typs zur Vermeidung einer rein hierarchischen Datenstruktur und zur Ermöglichung eines flexiblen Datenzugriffs miteinander verbindet. Nach LAURINI & THOMPSON (1992) kann der Ansatz als eine Art Netzwerkdatenstruktur betrachtet werden.

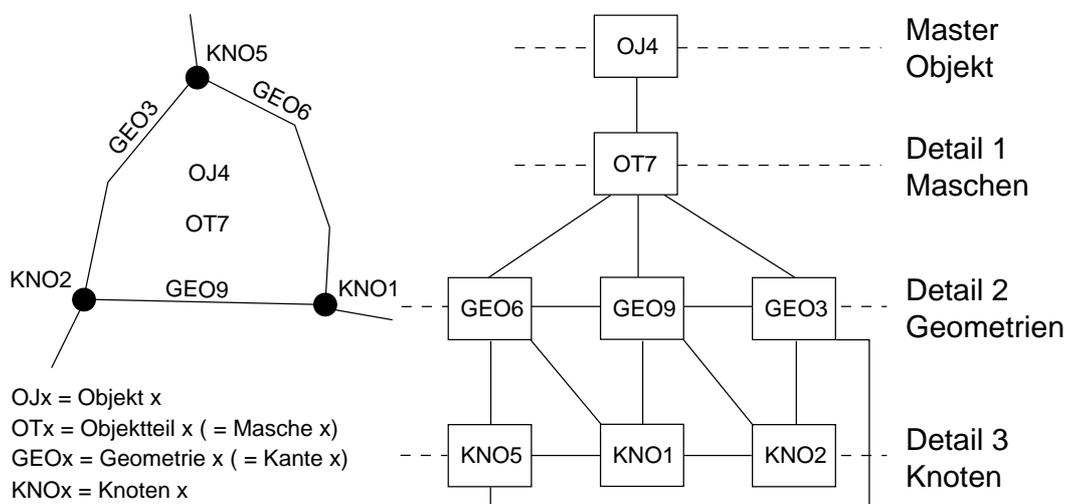


Abbildung 4.11.: Typische GIS-interne-Datenstruktur am Beispiel einer Masche (LAURINI & THOMPSON, 1992, mit Überarbeitung des Verfassers).

Diese Master-Detail-Beziehungen werden in der Struktur des Dateiaustauschformates abgebildet. Nach einem Master-Geometrieelement (z. B. GEO6) folgen dessen Details (KNO5 und KNO1) in der Datei. Falls dieses Master-Geometrieelement als Detail von mehreren Masterelementen dient, die im Anschluss in der Datei aufgelistet sind, werden die Detailknoten zu dem Geometrieelement nicht mehr aufgeführt, wohl aber das Geometrieelement selber. Elemente, die einmal selber als Masterelement und dann noch als Detail von mehreren Masterelementen dienen, stehen in einer Anzahl entsprechend der Häufigkeit ihrer Verwendung als Master- und Detailelement in der Datei.

Beim Entwurf und der Implementierung der externen Datenstruktur wurden die folgenden Kriterien berücksichtigt:

1. Das Einlesen der Daten muss schnell erfolgen und die Verarbeitung unterschiedlicher Datenmengen zulassen. Dies erfordert eine dynamische Datenstruktur, die beim einmaligen Lesen und Analysieren der Schnittstellendatei unter Nutzung der Elementsequenzen sukzessiv und effizient aufgebaut wird.
2. Redundanzen, die durch die Master-Detail-Beziehungen in der Schnittstellendatei gegeben sind, sind in der externen Datenstruktur nicht zugelassen.
3. Es muss ein schneller logischer Zugriff auf die Elemente der Datenstruktur anhand eines Schlüssels möglich sein. Da die Verarbeitung der Daten sich auf Bearbeitungsgebiete beschränkt, ist ein raumbezogener Zugriff nicht erforderlich. Ein Zugriff auf die Daten über einen 1D-Schlüssel, den eindeutigen Objektidentifikator (ID) der Elemente, ist ausreichend.
4. Es müssen alle notwendigen Master-Detail-Beziehungen und Detail-Master-Beziehungen in der externen Datenstruktur abgebildet werden.

Aufgrund dieser Anforderungskriterien wurde die externe Datenstruktur auf der Basis von Binärbäumen (vgl. KERNIGHAN & RITCHIE, 1990) für die verschiedenen Elementtypen implementiert, wobei die Master-Detail-Beziehungen zwischen Elementen auf verschiedenen Hierarchiestufen durch Verweise zwischen den entsprechenden Bäumen realisiert sind. Als Schlüssel für die Sortierung der Daten dienen die IDs der Elemente. Alle weiteren relevanten Informationen zu den einzelnen Elementen werden mit in den Knoten der Bäume gespeichert. Abbildung 4.12 zeigt die Masche aus Abbildung 4.11 in der externen Datenstruktur.

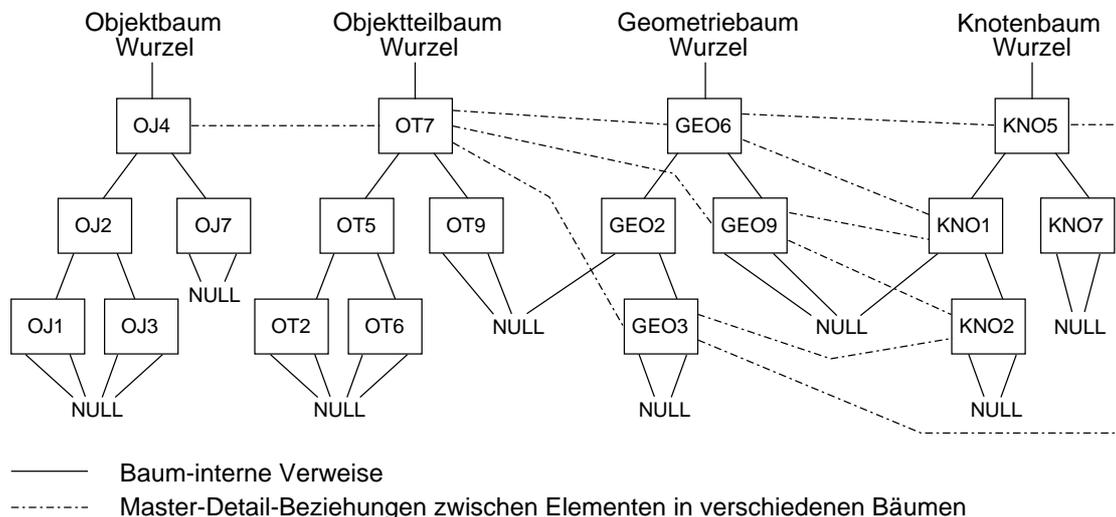


Abbildung 4.12.: Externe Datenstruktur im Testsystem auf der Basis von Binärbäumen am Beispiel der Masche aus Abb. 4.11.

Die Suche in einem Binärbaum ist ein einfaches, effizientes dynamisches Suchverfahren, das als eines der fundamentalsten Algorithmen in der Informatik betrachtet werden kann (SEGEWICK, 1992). Sie ist in vielen Situationen die bevorzugte Methode. Wenn beim Lesen der Schnittstellendatei ein geometrisches Element, ein Objektteil oder ein Objekt gefunden wird, so erfolgt eine Überprüfung des entsprechenden Baumes auf einen Eintrag mit der gelesenen ID. Falls kein Knoten mit der ID existiert, wird die Datenstruktur dynamisch erweitert und das Element in den Baum eingetragen. Durch die Überprüfung der Binärbäume während des Lesens wird eine Redundanz in der Datenstruktur vermieden.

Die Verwendung des Binärbäums als grundlegende Datenstruktur ermöglicht einen schnellen Zugriff auf vorhandene Elemente bzw. eine schnelle Überprüfung. Der Zugriff über einen 1D-Schlüssel in Binärbäumen erfolgt am effizientesten, wenn es sich um ausgeglichene (balancierte) Bäume handelt. In so einem Fall beträgt die Laufzeit von Algorithmen für Einfügen, Suchen und Löschen von Knoten bei n Knoten im Baum im Mittel $O(\log_2 n)$. Bei degenerierten Suchbäumen, die lange Sequenzen von Knoten mit jeweils nur einem Sohn enthalten und somit zu linearen Listen entarten, benötigen die Algorithmen jedoch $O(n)$ Vergleiche. Dieser Fall tritt insbesondere dann auf, wenn es sich bei den Daten um geordnete Dateien handelt, die in einen Binärbaum eingelesen werden. Da sich die Vergabe von Elementidentifikatoren an bestimmten Kriterien orientiert (z. B. einfaches Hochzählen der IDs), kann ein derartiger Fall leicht beim Einlesen von Elementlisten in Binärbaumstrukturen entstehen. Eine Verbesserung in solchen Fällen stellen ausgeglichene Bäume dar. Sie werden in verschiedenen Varianten u. a. von OTTMANN & WIDMAYER (1996) und SEDGEWICK (1992) beschrieben und sollen hier nicht weiter vertieft werden.

Falls die Maschen der Polynomflächenobjekte aus einem Quadratgitter-DGM extrahiert werden, unterliegt man nicht der Restriktion, dass die Objekte in einer beliebigen Reihenfolge ihrer IDs gebildet werden müssen. Die Vergabe der Objekt-IDs kann in aufsteigender Reihenfolge erfolgen. Damit ist die Speicherung der Objekte in Vektoren und ein linearer Zugriff möglich.

4.5.4. Struktureller Aufbau der Matrizen in den Ausgleichungen

Der Aufbau der Matrizen bei den lokalen Ausgleichungen ist trivial, da keine Beziehungen zwischen adjazenten Objekten berücksichtigt werden müssen. Die Anordnung der Beobachtungs- bzw. Bedingungsgleichungen erfolgt in der Reihenfolge der Zuordnung der Gitterpunkte sowie ggf. der Umringspunkte zu einem Objekt.

Das Aufstellen der Matrizen für die globalen Ausgleichungsvarianten ist jedoch wesentlich aufwendiger, da bei einer globalen Ausgleichung eine blockweise Anordnung der Objekte oder eine systematische Anordnung der Gleichungen innerhalb der Matrizen erfolgen muss. Dabei ist zwischen der Anordnung der Objektblöcke innerhalb der linken oberen Blockmatrix $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ und der Matrix der Bedingungen \mathbf{B} in Formel 4.11 (1) zu unterscheiden, da diese unterschiedliche Strukturen aufweisen. Der Aufbau der Matrix \mathbf{A}_2 bei einer globalen Ausgleichung mit beobachteten Differenzen entspricht der von \mathbf{B} .

4.5.4.1. Berechnung und Aufbau der Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1}$ für die zweite Stufe der sequentiellen Ausgleichung

Die folgende Diskussion bezieht sich auf die Lösung einer globalen Ausgleichung mit Bedingungen. Ihre Aussagen können sinngemäß auf die globale Ausgleichung mit beobachteten Differenzen übertragen werden.

Die Struktur der globalen Designmatrix \mathbf{A} ergibt sich als Konsequenz aus der Vereinigung der lokalen Designmatrizen \mathbf{A}_i und ist in Formel 4.22 angedeutet. Die vollständige Berechnung von $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ aus der globalen Designmatrix 4.22 ist rechentechnisch ungünstig bzw. nicht notwendig, da $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ bei Vernachlässigung von Korrelationen zwischen den Gitterpunkten nur in Blöcken entlang der Diagonalen besetzt ist und die anderen Blockmatrizen identisch Null sind. Es liegt nahe, sich im Rahmen einer sequentiellen Ausgleichung (s. Abs. 4.2.3) die Eigenschaft des Gleichungssystems zunutze zu machen, dass die Blockmatrizen für die einzelnen Objekte in der Designmatrix \mathbf{A} (4.22) voneinander linear unabhängig sind. Die Blockmatrizen können aufgrund dieser Eigenschaft einzeln verarbeitet werden.

Die üblichen Algorithmen zur Lösung linearer Gleichungssysteme haben ein Laufzeitverhalten der Ordnung $O(n^3)$, wobei n die Anzahl der Gleichungen bzw. Unbekannten im System darstellt (vgl. Tab. 4.1; ENGELN-MÜLLGES & UHLIG, 1996).

Tabelle 4.1.: Laufzeitverhalten bei der Lösung linearer Gleichungssysteme (Auszug aus ENGELN-MÜLLGES & UHLIG, 1996).

Algorithmus	Anzahl der notwendigen Rechenoperationen
Gauß-Algorithmus	$\frac{n^3}{3} + n^2 - \frac{n}{3}$
Cholesky-Faktorisierung	$\frac{n^3}{6} + O(n^2)$
Gauß-Jordan-Methode	$\frac{n^3}{2} + n^2 + \frac{n}{2}$

Die Anzahl der Gleichungen im Gleichungssystem 4.11 beträgt $N = u + r$, wobei u die Gesamtanzahl der Parameter ist und r nach Gleichung 4.39 bestimmt ist (vgl. Gl. 4.38 und Gl. 4.31):

$$r = \text{rg}(\mathbf{B}) = n_{\mathbf{B}} = \sum_{i=1}^{N_p} r_{p_i}. \quad (4.39)$$

Aufgrund der individuellen Verarbeitung der Blockmatrizen in \mathbf{A} wird der Rechenaufwand auf einen Bruchteil von $O(N^3)$ reduziert. Für die Lösung des Gleichungssystems mit einer sequentiellen Ausgleichung (Abs. 4.2.3.1) wird in der zweiten Stufe die Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1}$ der ersten Schätzung \mathbf{x}_1 der Unbekannten \mathbf{x} mit der Dimension $u * u$ benötigt. Durch Ausnutzung der Blockstruktur von \mathbf{A} wird diese Inversion in eine Serie von N_O (Anzahl der Objekte) Teilinversionen zerlegt. Für jedes Polynomflächenobjekt wird eine Teilausgleichung mit den in der Masche vorhandenen Gitterpunkten vorgenommen.

Entsprechend der Vorgehensweise bei der sequentiellen Ausgleichung muss zur Berechnung der endgültigen Schätzungen der unbekannt Parameter \mathbf{x} neben den Teilinversen der 1. Stufe in der 2. Stufe eine Matrix der Dimension $r * r$ invertiert werden. Da hier alle Bedingungen, d. h. sowohl die Höhenbedingungsgleichungen als auch die Ableitungsbedingungsgleichungen, in der Matrix \mathbf{B} zusammengefasst sind und zusätzlich i. Allg. $r \gg n_O, \forall i \in 1 \dots N_O$ gilt, wird die Laufzeit der Lösung des Gleichungssystems von der Inversion bzw. von den einhergehenden Matrizenmultiplikationen in der 2. Stufe dominiert. Dies wird durch praktische Untersuchungen bestätigt.

Mit diesen Überlegungen kann die erste Schätzung \mathbf{x}_1 der unbekannt Polynomparameter in der 1. Stufe der sequentiellen Ausgleichung für die jeweiligen Objekte zunächst unabhängig voneinander schnell und effizient erfolgen, d. h., für jedes Objekt O kann eine lokale Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen (Gl. 4.6 oder Gl. 4.9) als erste Schätzung \mathbf{x}_{1O} für die objektbezogenen Unbekannten \mathbf{x}_O berechnet werden. Diese Strategie bietet zudem den Vorteil, dass die ausgleichenden Polynome bei der sequentiellen Ausgleichung individuell über einen Schwellwert für die Verbesserungen an die Beobachtungen der Objekte oder bei der Extraktion der Objekte angepasst werden können. Damit kann die Dimension der Gesamtinversen $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ gemeinsam mit den Teilinversen sukzessiv berechnet werden. Auf der Grundlage dieser objektbezogenen Gleichungssysteme kann $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ anschließend zur Berücksichtigung der Restriktionen aus den Teilinversen zusammengesetzt werden.

Es ergibt sich der Aufbau von $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1}$, der in Abbildung 4.13 angedeutet ist. Dabei ist eine Anordnung

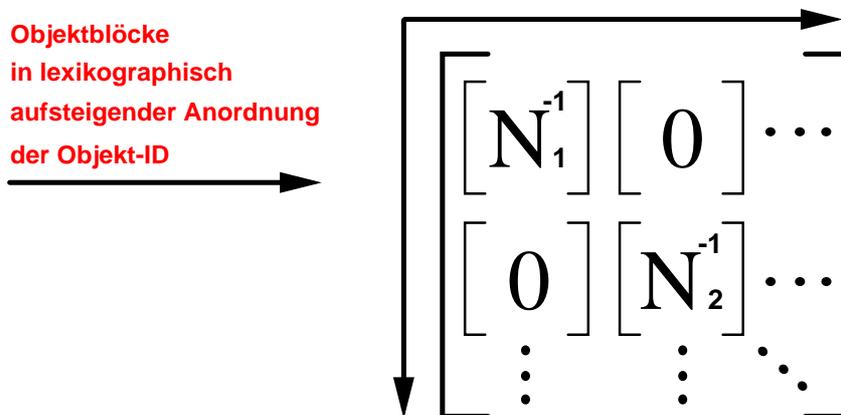


Abbildung 4.13.: Struktureller Aufbau von $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ in der 1. Stufe der globalen Ausgleichung.

der Objektblöcke innerhalb der Matrix festzulegen. Hierbei zeigt sich die Wahl des Binärbaums für den internen Aufbau der externen Datenstruktur als vorteilhaft. Durch Traversierung des Baumes der Objektteile kann das globale Gleichungssystem sequentiell strukturiert reproduzierbar aufgebaut werden. Der Baum muss immer in derselben Richtung traversiert werden, z. B. durch *Inorder-Traversierung*, bei der der Baum in aufsteigender lexikographischer Reihenfolge traversiert wird (z. B. SEDGEWICK, 1992). Bei einer Extraktion von Objekten aus einem Quadratgitter-DGM erfolgt die Sortierung der Objekte im Speicher in einem Vektor, so dass eine Identifizierung und Anordnung auf der Grundlage des Index im Objektvektor realisiert werden kann.

Da die Inverse der 1. Stufe der Ausgleichung aus den lokalen Inversen zusammengesetzt wird, ist es bei der Iteration der Ausgleichung zur Verringerung der Diskontinuitäten ausreichend, nur die betreffenden Objekte lokal neu auszugleichen und die neue Dimension von $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ durch die Addition der Anzahl der zusätzlich eingeführten Unbekannten zu berechnen. $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_1}$ kann dann über Traversierung des Objektbaumes bzw. den

Vektor besetzt werden. Berücksichtigt man, dass das Gesamtlaufzeitverhalten der globalen Ausgleichung durch die Inversion der zweiten Stufe dominiert wird und diese Inverse mit jedem Iterationsschritt berechnet werden muss, so ist die Verwendung der Iteration zur Verringerung der Diskontinuitäten kritisch zu beurteilen.

4.5.4.2. Aufbau der Matrizen der Bedingungen und der beobachteten Differenzen

Die Aufstellung der Matrix der Bedingungen \mathbf{B} bzw. der Matrix der beobachteten Differenzen \mathbf{A}_2 erfordert, dass die Topologie zwischen der Geometrie und den Objekten ausgewertet wird. Grundsätzlich wird in die Fälle unterschieden, dass die Polynomflächenobjekte entweder aus einem Quadratgitter-DGM extrahiert oder im Vektorformat aus einer Schnittstellendatei gelesen werden.

Bei Objekten, die aus einem Gitter extrahiert werden und dementsprechend in einer Objektmatrix eingetragen sind, ist deren Topologie implizit durch das Gitter gegeben. Es ergeben sich die in Abbildung 4.14 dargestellten grundlegenden Möglichkeiten von Objektkombinationen zwischen den zugewiesenen Gitterpunkten. Weitere werden aus diesen durch Rotation um ganzzahlige Vielfache des rechten Winkels abgeleitet. Die systematische

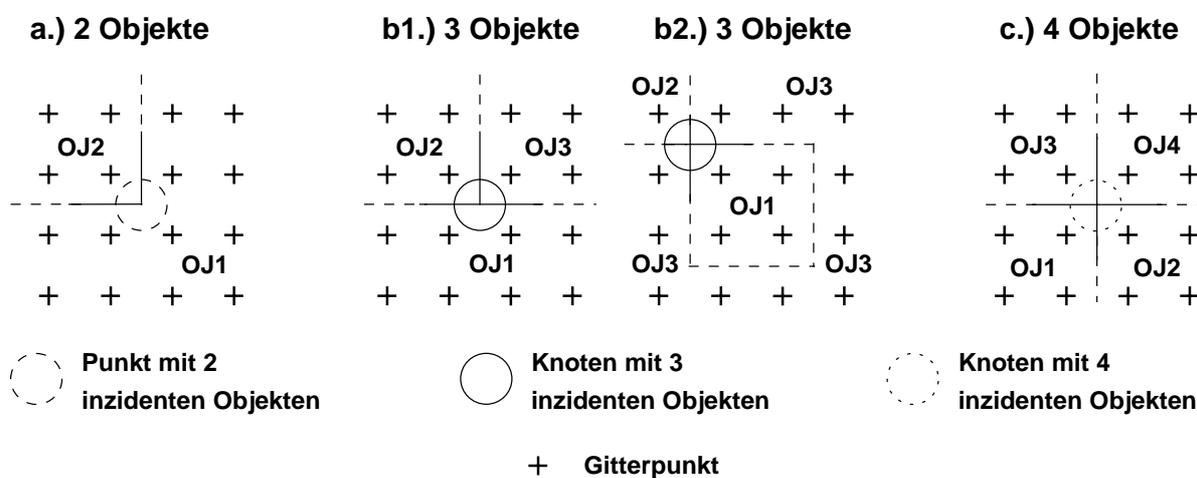


Abbildung 4.14.: Auswahl möglicher Kombinationen inzidenter extrahierter Polynomflächenobjekte an Punkten und Knoten der Objektgrenzen.

Aufstellung von \mathbf{B} bzw. \mathbf{A}_2 kann durch einfache Traversierung der Objektmatrix und Auswertung der Objektkombinationen aufgestellt werden. Im Prinzip wird hierbei wie bei der Vektorisierung eines segmentierten Bildes vorgegangen (vgl. RIEKERT, 1993).

Bei Objekten, die aus einer Schnittstellendatei im Vektorformat gelesen werden, kann die Aufstellung von \mathbf{B} bzw. \mathbf{A}_2 wie beim Aufstellen der Gesamtinversen $\mathbf{C}_{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1}$ in Abschnitt 4.5.4.1 durch *Inorder*-Traversierung der entsprechenden Elementbinärbäume realisiert werden. Es ergibt sich der Aufbau, der in Abbildung 4.15 dargestellt ist.

Es finden sich Blockmatrizen für die verschiedenen Punkttypen, d. h. für Knoten und für Knickpunkte (Zwischenpunkte) der Geometrien. Als unterster Block bei den Bedingungen wurde ein Block mit "fixen" Randbedingungen eingeführt, der weiterführender Erläuterung bedarf. Die bisherigen Darstellungen des Sachverhalts ließen die Einführung von Bearbeitungsgebieten unberücksichtigt. Da aufgrund technischer und numerischer Probleme eventuell keine Bearbeitung des gesamten zu betrachtenden Gebietes in einem Schritt erfolgen kann, muss eine Einteilung des Gebietes in Bearbeitungsbereiche durchgeführt werden. Allerdings müssen die Ergebnisse der Bearbeitungsblöcke wieder zusammengeführt werden, wobei an den Grenzen auch Bedingungen eingehalten werden müssen. Da an den Grenzen von Bearbeitungsblöcken keine Bedingungsgleichungen als Differenzen formuliert werden können, muss hier ein anderer Ansatz gewählt werden. Für die einzelnen Objekte werden numerisch fixe Bedingungen in den inzidenten Punkten und Knoten, die auf den Blockgrenzen liegen, vorgegeben. Sie entsprechen den Bedingungsgleichungen für die lokale bedingte Ausgleichung. Die Berechnung der numerisch vorzugebenden Werte kann z. B. in einer Vorausgleichung erfolgen, bei der nur Überlappungsgebiete bearbeitet und deren Ergebnisse an den Punkten und Knoten gespeichert werden.

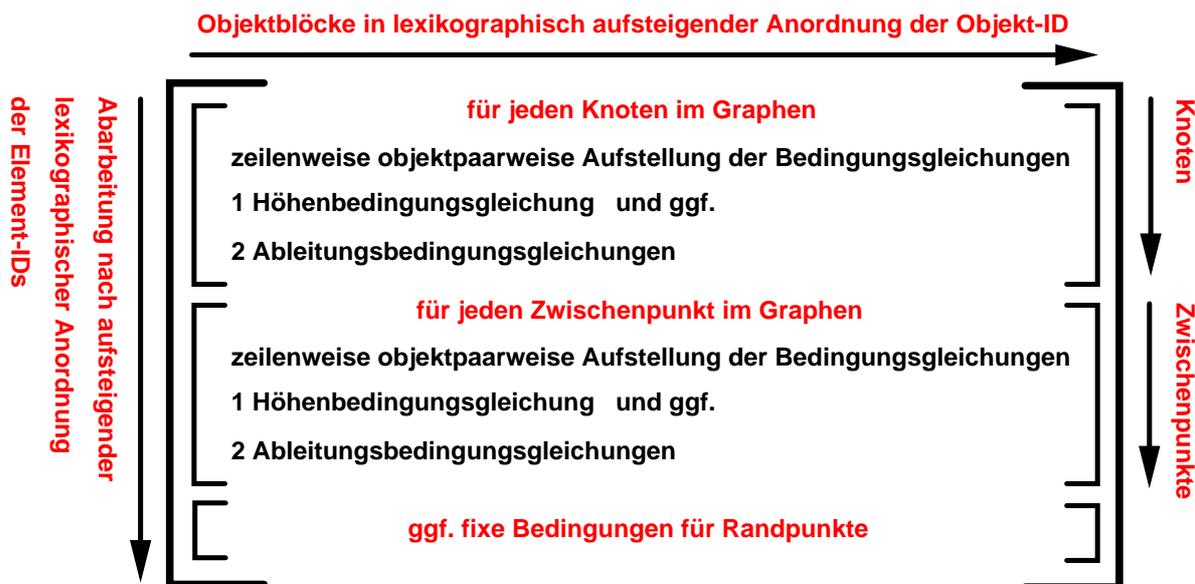


Abbildung 4.15.: Struktureller Aufbau der Submatrix der Bedingungsgleichungen.

4.5.5. Laufzeitverbesserung durch schnelle Matrizenmultiplikation

Die Motivation für die Suche nach einer schnellen Matrizenmultiplikation stellt die große Anzahl von Multiplikationen in der Ausgleichsrechnung und die Verarbeitung von Vektoren (und damit auch Matrizen) mit der Programmiersprache *C* dar. Überträgt man bei der Matrizenmultiplikation die Rechenregeln der *Linearen Algebra* direkt in einen Algorithmus, so baut sich eine entsprechende Routine aus drei verschachtelten Schleifen auf, weshalb die notwendige Laufzeit für die Multiplikation zweier $n * n$ -Matrizen auch die Komplexität $O(n^3)$ hat (SEDGWICK 1992). Sie liegt damit in der gleichen Größenordnung wie die Inversion von Matrizen (vgl. ENGELN-MÜLLGES & UHLIG 1996). Während der schnellen Inversion von Matrizen häufig große Aufmerksamkeit gewidmet wird, erfährt die wesentlich häufiger auftretende Operation der Multiplikation von Matrizen seltener eine detaillierte Betrachtung. In dieser Arbeit ist eine Verbesserung des Laufzeitverhaltens von besonderem Interesse, da bei der Extraktion von Polynomflächen aus Quadratgitter-DGM die Auswahl des nächsten einzufügenden Punktes in ein Objekt durch eine Ausgleichung getroffen wird. Für ein Quadratgitter-DGM mit 6561 Punkten wurden bei den durchgeführten Untersuchungen alleine für diese Operation mehr als 300000 sequentielle Ausgleichungen gerechnet.

Durch einen Trick bei der Berechnung der Multiplikation von zwei $2 * 2$ Matrizen und Anwendung der *Divide & Conquer-Technik* gelang es STRASSEN (1969; zitiert nach PRESS et al. 1996), die Anzahl der Multiplikationen bei der Matrizenmultiplikation von $O(n^3)$ auf $O(n^{\log_2 7}) \approx O(n^{2.81})$ zu reduzieren. Während bei der konventionellen Berechnung des Matrizenproduktes für zwei $2 * 2$ -Matrizen acht Multiplikationen benötigt werden konnte STRASSEN die Anzahl der Multiplikationen auf sieben reduzieren. Allerdings werden dann 18 Additionen bzw. Subtraktionen benötigt gegenüber den 4 Additionen in dem konventionellen Verfahren. WINOGRAD (1970; zitiert nach KELLERMANN & SCHRÖCK-PAULI, 1979) bewies, dass die Anzahl von 7 Multiplikationen minimal ist. Weiter zeigte WINOGRAD, dass die Anzahl der Additionen auf 15 reduziert werden kann. Diese Anzahl ist ebenso minimal und kann nicht unterschritten werden, wie PROBERT (1973; zitiert nach KELLERMANN & SCHRÖCK-PAULI, 1979) darstellte. Durch die Reduktion der Anzahl der Multiplikationen konnte STRASSEN die Laufzeit der Inversion von Matrizen entsprechend verbessern. Allerdings ist der Algorithmus von STRASSEN mit seinen Varianten aufgrund seiner aufwendigen Implementierung mehr von theoretischer als von praktischer Bedeutung (SEDGWICK, 1992; vgl. auch AHO et al., 1974).

In LENK (2001) wurde das Prinzip der *zeilenweisen Matrizenmultiplikation* für die Programmiersprache *C* vorgestellt. Es beruht auf dem heute verwendeten hierarchischen Speicheraufbau von Computern (vgl. OBERSCHELP & VOSSEN, 2000; DUDEN, 1993) und auf der konsequenten Ausnutzung des speicherinternen Aufbaus von Matrizen beim Durchführen der Matrizenmultiplikation. Aufgrund der Speicherhierarchie der Computer ist es kritisch, in welcher Reihenfolge die Indices in den verschachtelten Schleifen die Matrizenelemente ansprechen. Einfache Untersuchungen zeigen, dass es am günstigsten ist, den Index, der sich am schnellsten ändert, entlang der speicherinternen Struktur der Matrix laufen zu lassen. Auf die Notwendigkeit der Berücksichtigung des Speicheraufbaus und des Speicherverkehrs wird u. a. auch von GOLUB & VAN LOAN (1996) hingewiesen.

Beispiele, wie die Indices in den Schleifen und den Matrixelementen angeordnet werden können, finden sich z. B. bei DONGARRA et al. (1984). Für die Programmiersprache *C* bedeutet dies, den Index entlang der Zeilen der Matrix laufen zu lassen (vgl. KERNIGHAN & RITCHIE 1990), für FORTRAN sollte der Index entlang der Spalten der Matrix laufen (vgl. ANDERSON et al., 1995). Entsprechende Vorgehensweisen des Permutierens von Indices in den Schleifen und Matrixelementen sind z. B. in den frei verfügbaren Routinen von LAPACK (ANDERSON et al., 1995) berücksichtigt. Allerdings kann durch alleiniges Permutieren der Schleifenindices nicht für alle Matrizenkombinationen eine optimale Ansprache der Elemente im Speicher erfolgen. In LENK (2001) wurde gezeigt, dass es sinnvoll ist, für die allgemeine Matrizenmultiplikation $C = A * B$ die Kosten einer zusätzlichen Transponierung (ein $O(n^2)$ -Prozess) in Kauf zu nehmen, damit die anschließende zeilenweise Multiplikation (ein $O(n^3)$ -Prozess) durch Inkrementierung des Index der innersten Schleife entlang der Zeilenvektoren der zweiten Matrix wesentlich schneller laufen kann. Entsprechende Ansätze finden sich derzeit nicht in LAPACK.

Nachdem in LENK (2001) ein praktischer Einsatz des Algorithmus von STRASSEN als kritisch angesehen wurde, konnte dies nun mit einem Laufzeitenvergleich bestätigt werden. Dabei kam eine Implementierung des STRASSEN-Algorithmus zum Einsatz, die in CRANDALL (1996) wiedergegeben ist. Bei diesem Algorithmus handelt es sich zwar nicht um die WINOGRAD-Variante des Verfahrens, allerdings liegt der Unterschied zwischen dem originalen STRASSEN-Algorithmus und seiner Variante in nur 3 Additionen. Da die gesamte Beschleunigung der Matrizenmultiplikation bei STRASSEN auf der Reduktion der Multiplikationen von 8 auf 7 basiert (unter den zusätzlichen Kosten von 14 Additionen), wurde dies als vernachlässigbar betrachtet.

Im Zusammenhang mit der eingehenderen Untersuchung des Algorithmus von STRASSEN wurden die Algorithmen, die in LENK (2001) beschrieben sind, verbessert, da sich gezeigt hatte, dass die Multiplikation nochmals um etwa 40 % beschleunigt werden kann, wenn zur Aufsummation eines Einzelergebnisses eine zusätzlich vereinbarte statische Variable verwendet wird und nicht das Matrixelement selber (s. Anhang B, Algorithmen B.1, B.2 und B.3). Weiter zeigt sich, dass bei Verwendung der Optimierungsoption (vgl. LOUKIDES & ORAM, 1997) des Übersetzers die zeilenweise Matrizenmultiplikation bereits bei kleinen Matrizen zu Laufzeitverbesserungen gegenüber der konventionellen Multiplikation führt. Die Ergebnisse des Laufzeitenvergleichs zwischen dem Algorithmus von STRASSEN und der zeilenweisen Matrizenmultiplikation sind in Abbildung 4.16 für quadratische Matrizen wiedergegeben. Die Untersuchungen wurden auf einem Pentium I (200MHz) mit einem Hauptspeicher

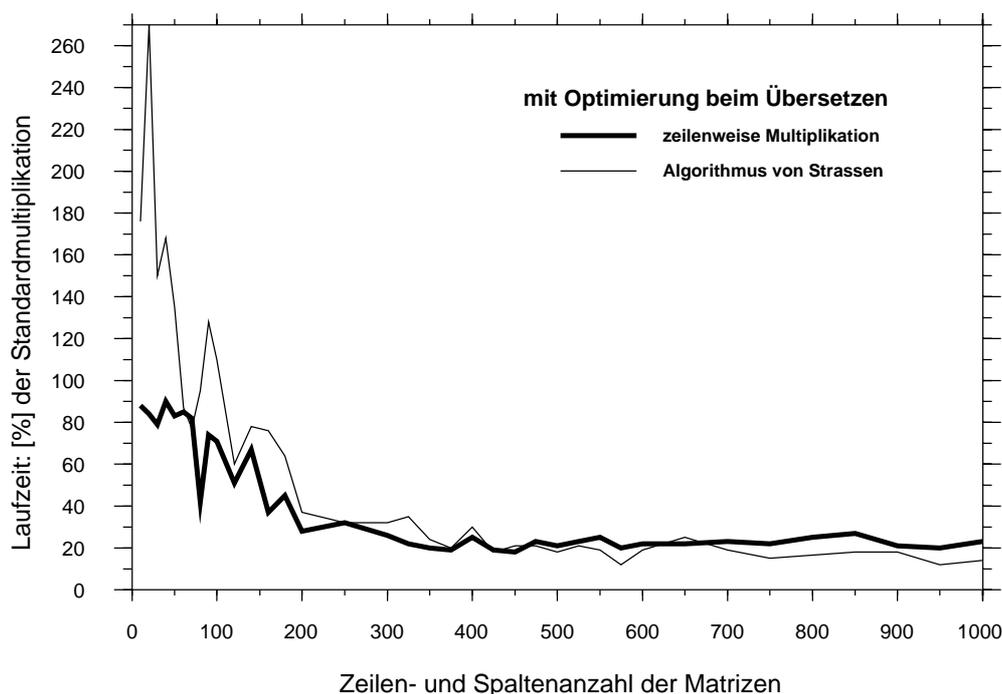


Abbildung 4.16.: Gegenüberstellung von Laufzeiten für den Algorithmus von STRASSEN und die zeilenweise Multiplikation.

von 128 MB unter dem Betriebssystem *Linux (Kernel 2.0)* durchgeführt. Für eine Beurteilung des Vergleichs muss betont werden, dass die theoretischen Hintergründe der Laufzeitverbesserungen für die beiden Ansätze unterschiedlicher Natur sind. Aus praktischer Sicht ist hier jedoch nur ein Laufzeitgewinn und ein einfache Einbindung entsprechender Algorithmen in eigene Programme von Interesse und kein theoretischer Vergleich der Ansätze.

Die Vorteile des Algorithmus von STRASSEN kommen erst bei sehr großen Matrizen zum Tragen. Weiter zeigt sich bei den Untersuchungen, dass die für die Rekursion zusätzlichen notwendigen Speicheranforderungen zu Speicherproblemen führen können. Bei einer linearen Rekursion wächst mit steigender Anzahl der Rekursionen der erforderliche Speicherbedarf des Programms linear (ABELSON et al., 1996), weshalb mit der verwendeten Implementierung des STRASSEN-Algorithmus keine Matrizen mit größeren Dimensionen als etwa $1000 * 1000$ zu multiplizieren waren. Die Anzahl der Rekursionen kann zwar über eine vorzugebende Konstante beeinflusst werden, die angibt, ab welcher Matrizengröße die Matrizenmultiplikation konventionell vorgenommen werden soll, allerdings muss dann eine entsprechende problemorientierte Anpassung des Programms erfolgen.

Demgegenüber hat eine zusätzliche Matrix für eine Transponierte einen klar definierten zusätzlichen Speicherbedarf. Die zeilenweise Matrizenmultiplikation wurde bis zu einer Matrizengröße von $1600 * 1600$ ohne Probleme getestet, wobei der Laufzeitgewinn gegenüber der konventionellen Matrizenmultiplikation wie in dem Bereich zwischen $400 * 400$ und $1000 * 1000$ weiterhin nahezu konstant bei rund 70 % liegt. Die Tests mit der zeilenweisen Multiplikation wurden nicht aufgrund von technischen Problemen beendet, sondern weil die Matrizenmultiplikationen bei diesen Dimensionen sehr hohe Laufzeiten erfordern und sich eine gewisse Konstanz der Ergebnisse zeigte. Angesichts dieser Erkenntnisse und der hohen Komplexität des Algorithmus von STRASSEN mit der einhergehenden rekursiven Datenstruktur der Matrizen folgt, dass der Einsatz des Algorithmus von STRASSEN bei den Anwendungen in dieser Arbeit nicht gerechtfertigt ist.

Ähnliche Ergebnisse bzgl. der prozentualen Unterschiede bei den Laufzeiten wurden auch bei Portierungen des Ansatzes auf andere Plattformen und Betriebssysteme (Workstations mit Sun Solaris bzw. SGI IRIX; Personal Computer - PC -, mit Linux, Microsoft WindowsNT 4 bzw. Microsoft Windows95) in Kombination mit entsprechenden Prozessortypen (RISC- und CISC-Prozessoren) erzielt, wengleich sich der Effekt z. B. bei WindowsNT erst bei etwas größeren Matrizen dimensionen einstellt. Da die Programmiersprache *c* eine Untermenge ihrer objektorientierten Erweiterung *C++* darstellt, gelten entsprechende Aussagen auch für *C++*-Programme. Vergleichbare Ergebnisse wurden ebenso mit einer Implementierung unter *JAVA* erzielt. Die prozentualen Unterschiede sind letztendlich jedoch von der Speicherkonfiguration des verwendeten Rechners bzw. von der Speicherverwaltung des Betriebssystems abhängig und müssen ggf. ausgetestet werden.

Ähnliche Ansätze der verbesserten Nutzung der Speicherstruktur einer Matrix wurden parallel zu diesen Untersuchungen von EIRON et al. (1998) vorgestellt.

4.6. Integration von Polynomflächenobjekten und Situationsmodellobjekten

Die bisherigen Ausführungen des Kapitels dienen dazu, eine alternative Beschreibung des Reliefs zu entwickeln, die für eine Integration von Höheninformation in DSM geeignet ist. Im Folgenden wird nun dargestellt, wie eine solche Integration vorgenommen werden kann.

4.6.1. Integration durch Verschneidung

Da es sich bei den Polynomflächenobjekten um flächenhafte Objekte handelt, deren Höheninformation in attributiver Form den Objekten zugeordnet ist, kann die Zuweisung der Höheninformation prinzipiell mit dem Standard-GIS-Operator der Verschneidung erfolgen. Auf dessen algorithmische Aspekte wird z. B. in DE BERG et al. (1997) eingegangen. Weitere Aspekte, insbesondere die Berücksichtigung der Genauigkeit der Verschneidung, werden z. B. von KRAUS & LUDWIG (1998) und BILL & KORDUAN (1998a/b) und den darin angegebenen Quellen behandelt und sind hier nicht Gegenstand der Untersuchung.

Jedem entstehenden Objekt werden die Attribute seiner Ursprungsobjekte zugewiesen, damit steht ihm die zur Ableitung von Höheninformation innerhalb seiner Fläche benötigte Information zur Verfügung. Bei den Attributen handelt es sich nicht nur um die entsprechenden Polynomkoeffizienten und ggf. den Polynomgrad. Es muss berücksichtigt werden, wie mit dem Bezugspunkt des Flächenpolynoms beim Attributübergang verfahren wird. Entweder wird dieser mit an die entstehenden Objekte übergeben, in diesem Fall sind keine weiteren Berechnungen notwendig. Falls auf die Übergabe der Bezugskordinaten verzichtet wird bzw. ein neuer lokaler Bezugspunkt gewählt werden soll, muss eine Anpassung der Polynomparameter erfolgen. Dies ist durch die Auflösung eines linearen Gleichungssystems bzw. durch Bestimmung der Polynomparameter mittels *Interpolation* möglich. Dabei wird die Polynomfläche durch eine Anzahl von Stützpunkten vorgegeben, die der Anzahl der Koeffizienten des Polynoms entspricht (konsistentes Gleichungssystem). Zweckmäßigerweise können Stützpunkte verwendet werden, die zur Berechnung der ausgleichenden Fläche genutzt wurden. Als deren Höhe wird

dann die verbesserte Höhe, d. h., $l_i + v_i$ verwendet. Es muss auf die Regularität des Gleichungssystems geachtet werden (vgl. Abs. 4.3.4.3).

Falls die Polynomflächenobjekte durch Extraktion aus einem Quadratgitter-DGM entstanden sind, können die Kanten den bei der Vektorisierung bekannten Treppeneffekt aufweisen. Im ungünstigen Fall kann dies bei der Verschneidung zur Bildung von sehr kleinen Flächen führen, daher sollte ggf. der Einsatz von Linienglättungs-algorithmen wie dem DOUGLAS-PEUCKER-Algorithmus (DOUGLAS & PEUCKER, 1973) in Erwägung gezogen werden.

4.6.2. Extraktion von Polynomflächenobjekten auf der Basis von flächenhaften DSM-Objekten

Eine Alternative zur Verschneidung der Polynomflächenobjekte mit den Objekten des DSM stellt der Ansatz dar, als Grundlage für die Extraktion der Polynomflächenobjekte die Geometrien von ausgewählten DSM-Objekten zu verwenden, die das zu bearbeitende Gebiet flächenhaft abdecken. Nach dem ATKIS-OK sind dies die Objektarten, die zu den Grundflächen gerechnet werden (ADV, 1989) und sich nur in Ausnahmefällen gegenseitig überlagern dürfen. Problematisch sind in diesem Zusammenhang die Unzulänglichkeiten in der Realisierung von ATKIS, die von GRÖGER (2000) beschrieben werden. Die Landesfläche wird nicht vollständig mit flächenhaften Objekten abgedeckt.

Vom prinzipiellen Ansatz her ist diese Vorgehensweise mit dem vorgestellten Extraktionsalgorithmus möglich. Der Unterschied liegt lediglich darin, dass nicht mit einem rechteckigen Eingangsdatensatz gearbeitet wird, sondern mit einem unregelmäßig geformten Vieleck, das sich aus der Vereinigungsmenge der VORONOI-Regionen der Gitterpunkte zusammensetzt, die innerhalb des aktuell zu bearbeitenden Objektumrings liegen. Bei einer Ausgleichung mit Pufferung ist der Pufferungskorridor zu berücksichtigen.

Der Nachteil dieser Vorgehensweise liegt darin, dass es nun an allen Geometrien der DSM-Objekte zu den beschriebenen Diskontinuitäten kommen wird, während die Extraktion ohne Vorinformation weniger Diskontinuitäten und damit eine höhere Qualität aufweist.

4.7. Kritische Diskussion der Verfahren und des Modellierungsansatzes

4.7.1. Verwendbarkeit der vorgestellten Maschenarten für Polynomflächenobjekte

Es wurden verschiedene Verfahren zu Bildung (bzw. zur genäherten Bildung) von Maschen im Relief vorgestellt. Die vorgestellten Verfahren haben ganz unterschiedliche fachliche Motivationen. Eine Restriktion der Verfahren, die geomorphologisch oder hydrologisch begründet sind (s. Abs. 4.3.2, Abs. 4.3.3), liegt darin, dass bei der Bildung der Maschen die Qualität einer Approximation des Reliefs mittels Polynomflächen nicht berücksichtigt wird. Es ist zwar grundsätzlich möglich, auch für derartige Reliefmaschen approximierende Polynomflächen zu berechnen, allerdings ist zu erwarten, dass die Approximationsgenauigkeit der entstehenden Flächenpolynome für das Relief nur bedingt potenziellen Nutzeranforderungen entspricht.

Da die bereits bestehenden geomorphologischen Parameterklassen der Bodenkundlichen Kartieranleitung nicht genutzt werden können, muss die Bildung von Maschen auf der Grundlage von Reliefparametern mit selbstdefinierten Klassen durchgeführt werden. Hier erscheint aufgrund des Umstands, dass keine direkte Abhängigkeit zwischen den Reliefparametern und der Approximationsqualität gebildet werden kann, nur der Weg über umfangreiche Testreihen als praktikabel. Eine Einschränkung bildet die Tatsache, dass die festzulegenden Klassen für verschiedene Relieftypen aufgestellt werden müssen. Eine Übertragbarkeit der Ergebnisse ist jedoch in jedem Fall nur eingeschränkt gewährleistet. Eine weitere Einschränkung der Verwendbarkeit von geomorphologisch motivierten Maschen ist, dass bestimmte Reliefparameter nicht in allen Bereichen des Reliefs definiert sind. Dies ist vor allem im Flachland der Fall. Dort ist zum Beispiel die Exposition nicht definiert und die Horizontalwölbung und die Vertikalwölbung stellen unendlich große Radien dar. Auf Probleme bei der Strukturierung des Reliefs, die in der Rauigkeit der Reliefdaten begründet liegen, wurde in Abschnitt 4.3.2.1 hingewiesen. Entsprechende Hinweise finden sich hierzu auch in der Literatur (WOOD, 1996; BUZIEK, 1994).

Die räumliche Ausdehnung der Einzugsgebiete von im Meer mündenden Gewässern, wie sie in der Hydrologie berechnet werden (Abs. 4.3.3), gibt aufgrund deren Größe bzw. der eingehenden verschiedenen Reliefformen in den Gesamtgebieten von den Quellen der Gewässer in Gebirgsbereichen bis zu den Mündungsgebieten am

Meer Anlass zur kritischen Hinterfragung, ob sie, beim gegenwärtigen Stand der Entwicklung, mit Polynomflächenobjekten einer akzeptablen Qualität approximierbar sind. Eine Alternative zur Verwendung dieser großen Einzugsgebiete wäre, deren baumartige Struktur (BRETTSCHNEIDER et al., 1993) für eine hierarchische Aufteilung der Einzugsgebiete zu verwenden. Es stellt sich dabei die Frage, bei welcher Gliederungstiefe die weitere Aufteilung der Gebiete beendet werden soll. Die Gliederungstiefe kann nicht global vorgegeben werden, da sie für die verschiedenen individuellen Gewässer variiert. Erweitert man das zu modellierende Gebiet auf den Bereich der Meeresböden, so stellt sich dieses Differenzierungsproblem in wesentlich größeren Dimensionen. In letzter Konsequenz münden alle Gewässer in die Ozeane, in deren Einzugsgebieten die Kontinente liegen. Mit ähnlichen Restriktionen ist (neben den beschriebenen konzeptionellen und algorithmischen Problemen) auch die Verwendung des geomorphologisch motivierten Pfaltz-Graphen verbunden (Abs. 4.3.2.1).

Diesen Einschränkungen gegenüber basiert das Verfahren der Extraktion von Polynomflächenobjekten rein auf vorzulegenden Qualitätskriterien für die (initiale) Extraktion. Damit ist die Größe und Form der Objekte zwar ein Produkt von heuristischen Methoden, und die entstehenden Objekte können auch nicht aus geomorphologischer oder hydrologischer Perspektive interpretiert werden, das ist aber auch nicht ihre Intention. Diese liegt für Polynomflächenobjekte in einer qualitativ bestmöglichen Approximation des Reliefs durch Flächenpolynome. Das Verfahren ist wenig anfällig gegenüber verrauschten Daten, da diese im Rahmen der Approximation geglättet werden. Die Ausdehnung der Objekte ist theoretisch durch die Approximationsanforderung bei der Extraktion vorgegeben. Aus technischen Gründen ist es sinnvoll, die Größe der zu extrahierenden Polynomflächenobjekte zu beschränken. Dies liegt im Algorithmus der Extraktion begründet. Vor jedem Einfügen eines neuen Punktes in das aktuelle Objekt werden alle Punkte im Puffer des Objektes getestet. Mit wachsender Größe des Objektes und entsprechend steigender Anzahl von Punkten im Puffer verlangsamt sich dieser Test. Dies stellte jedoch bei den bisher durchgeführten Testrechnungen keine entscheidende Restriktion dar. Die Relevanz ergibt sich aber, wenn sich ein großes Gebiet gut mit einem Polynomflächenobjekt modellieren läßt, wie es z. B. für sehr flache Gebiete großer Ausdehnung der Fall ist.

Als Konsequenz aus diesen Betrachtungen wird die Methode der Extraktion der Polynomflächenobjekte aus DGM als das einzige praktikable Verfahren bewertet, mit dem das Relief unter Berücksichtigung der Qualität der Approximation mit Polynomflächen modelliert werden kann.

4.7.2. Auswahl eines Ausgleichungsansatzes zur Berechnung der Polynomparameter

Ein entscheidendes Kriterium bei der Wahl einer der vorgestellten Ausgleichungsvarianten ist die uneingeschränkte Nutzbarkeit eines Ansatzes für alle Objektformen. Die uneingeschränkte Nutzung der Ausgleichungsvarianten, die zur Beeinflussung der Diskontinuitäten *Bedingungen* verwenden, ist aufgrund der potenziellen Probleme mit der Lösbarkeit der Gleichungssysteme nicht gegeben. Des Weiteren wurde erwähnt, dass es im Fall der Lösbarkeit der lokalen Ausgleichung mit Bedingungen als bedenklich angesehen wird, dass in diesem Fall die Polynomfläche zu einem hohen Anteil mit den Punkten des Umrings bestimmt wird. Die Verfahren der lokalen bzw. globalen Ausgleichung mit Bedingungen werden daher als nicht geeignet betrachtet und in der weiteren Diskussion nicht berücksichtigt.

Die Notwendigkeit der Beeinflussung der Diskontinuität zeigt sich deutlich bei Testrechnungen. Falls dies nicht erfolgt, kommt es zu Aufschwingungen, die erhebliche Ausmaße annehmen können und in den Randbereichen der Objekte zu einer Approximation des Reliefs führen, die nicht mit der Realität vergleichbar ist. Die vorgestellten Strategien zur Beeinflussung der Diskontinuitäten haben eines gemeinsam: Sie verwenden *punktuell* Ansätze bzw. formulieren die Übergangsbedingungen zwischen Objekten *punktweise*. Es erfolgt keine *stetige* Kontrolle der Diskontinuitäten *entlang der Objektgrenzen* zwischen den Knoten und Knickpunkten der Objektgeometrien. Die Formulierung von Anforderungen bezüglich der Übergangskriterien *entlang der Kanten* ist mit Polynomen mit einem Grad größer als zwei nicht möglich. Eine vollständige Unterdrückung der Diskontinuitäten ist nicht realisierbar. Die Kontinuität einer polynominalen Oberflächenbeschreibung ist nur mit einem TIN gewährleistet, bei dem es durch die Verwendung rein linearer Polynome nicht zu Aufschwingungen kommen kann und die "Polynomflächenobjekte" *interpolierende* Flächen als Polynome haben. Allerdings ist dann die Form der "Polynomflächenobjekte" auf Dreiecke beschränkt und ihre Größe abhängig von dem zu wählenden Triangulationsverfahren (s. Kap. 5).

Es ist daher zu diskutieren, welche der verbleibenden Ausgleichungsvarianten zum einen eine bestmögliche Approximation des Reliefs gewährleistet und zum anderen die Diskontinuitäten weitgehend verringert. Auch technische Aspekte wie Speicheranforderungen und Laufzeitverhalten sind zumindest ansatzweise zu berücksichtigen.

Die globale Ausgleichung mit Differenzbeobachtungen wurde vor dem Hintergrund entwickelt, dass die Formulierung von Bedingungen die Lösbarkeit des Gesamtgleichungssystems in Frage stellt. Es wurde gezeigt, dass die Diskontinuitäten allgemein nicht vollständig unterdrückt werden können. Dies gilt bei der globalen Ausgleichung mit beobachteten Differenzen auch in den Punkten und Knoten, in denen die Differenzbeobachtungen aufgestellt werden. Diese "Null-Beobachtungen" erhalten in der Ausgleichung Verbesserungen, und als Konsequenz kommt es zu Diskontinuitäten an diesen Orten. Ein stetig differenzierbarer Übergang ist hier nicht mehr gewährleistet und ein sinnvoller Einsatz der Formulierung von Ableitungsdifferenzbeobachtungen damit fragwürdig.

Die globale Ausgleichung mit beobachteten Differenzen hat methodisch bedingt hohe Speicheranforderungen und ein ungünstiges Laufzeitverhalten. Es kommt bei der Berechnung der zweiten Stufe zur Bildung einer vollbesetzten Kovarianzmatrix der Widersprüche. Die Widersprüche ergeben sich aus den Beobachtungen der zweiten Stufe mit den Unbekannten der ersten Stufe der Ausgleichung (s. Gl. 4.17). Die Anzahl der Beobachtungen bzw. Widersprüche kann sehr groß werden, insbesondere wenn die Objekte mit dem in Abschnitt 4.3.4.2 beschriebenen Verfahren extrahiert werden und es durch die zugrundeliegende Gitterstruktur zu Treppeneffekten in der Geometrie der Objekte kommt. Zur Sicherstellung der numerischen Stabilität der Polynome müssen die Elemente der Matrizen der Ausgleichung mit doppelt genauer Rechengenauigkeit (vom Typ *double*) im Speicher des Rechners angelegt werden. Geht man von dem Extremfall aus, dass die Objekte nahezu mit Gitterstruktur gebildet werden, so entsteht eine Anzahl von Objekten der Ordnung $O(n^2)$, wobei n die Anzahl der Gitterpunkte entlang eines als quadratisch betrachteten Bearbeitungsgebietes ist. Die Anzahl der Beobachtungen der zweiten Stufe hat ebenfalls die Ordnung $O(n^2)$. Aus den Beobachtungen wird eine vollbesetzte Kovarianzmatrix der Widersprüche abgeleitet, die damit eine Speicheranforderung der Ordnung $O(n^4)$ hat. Zusätzlich zur Größe der Kovarianzmatrix kommt die verfahrensbedingte Notwendigkeit der Inversion dieser Matrix, die eine kubische Laufzeitkomplexität hat. Dieser Aspekt wird in Abschnitt 4.5.4.1 weitergehend dargestellt. Für die notwendige Inversion ergibt sich ein Laufzeitverhalten der Ordnung $O(n^6)$. Auch wenn dieses Zahlenbeispiel nur bedingt als repräsentativ gelten kann, so zeigt es die technischen Restriktionen, die mit einer globalen Ausgleichung verbunden sind. Diese führten bei Testrechnungen dazu, dass auf einer gut ausgestatteten Workstation globale Ausgleichungen nur für Gebiete mit weniger als 1 km Seitenlänge bearbeitet werden konnten. Globale Ausgleichungen sind damit zwar vom theoretischen Ansatz und von der Implementierung her interessant, sie kommen aber für den praktischen Einsatz nicht in Betracht.

Ein universell einsetzbarer Ansatz muss unter Berücksichtigung dieser Ausführungen lokaler Natur sein. Lokale Ausgleichungen hatten bei Testrechnungen selten mehr als 1000 Beobachtungen und ansatzbedingt nur eine geringe Anzahl von Unbekannten (hier maximal 28). Sie können schnell berechnet werden, da die Matrizen relativ klein sind. Zur Verringerung der Diskontinuitäten können nach der obigen Diskussion die Pufferung der Geometrie oder Beobachtungen auf dem Umring eingesetzt werden. Die Einführung zusätzlicher Zwischenpunkte auf dem Umring als geometrische Örter für Beobachtungen bewirkt, dass das Flächenpolynom stärker durch diese Bereiche bestimmt wird. Es ergibt sich bei der Bestimmung der Polynomkoeffizienten eine ungleichmäßige Stützpunktverteilung mit unterschiedlicher "Gewichtung" der Gebiete innerhalb der Objekte.

Die Ausgleichung mit Pufferung birgt diesen Nachteil nicht. Durch sie bleibt die gleichmäßige Stützpunktverteilung gewahrt, außerdem werden die kritischen Aufschwingbereiche der Polynome in die Bereiche der anderen Objekte "verschoben" und sind nur noch von geringer Relevanz. Dies ergibt sich auch als Ergebnis von praktischen Untersuchungen. Berechnet man die gemittelte quadratische Verbesserung über alle Punkte in der Ausgleichung mit Pufferung und stellt sie der gemittelten quadratischen Höhendifferenz in den Gitterpunkten gegenüber, so beträgt erstere i. Allg. ein Mehrfaches der letzteren. Dies verdeutlicht, wie die Aufschwingungen der Flächen bereits in den Randgitterpunkten der Objekte beginnen und durch die Pufferung in die Maschen der Nachbarobjekte verschoben werden. Bei Testrechnungen konnten die Diskontinuitäten bis in den Größenbereich der Residuen in den Gitterpunkten reduziert werden, wodurch die Approximationsgenauigkeit der Polynome empirisch betrachtet homogen ist.

Damit stellt sich die lokale Ausgleichung mit Pufferung als das am besten geeignete Verfahren zur Berechnung der Polynomparameter dar.

4.7.3. Aufstellung eines Auswerteverfahrens

Als Ergebnis der Diskussionen zur Wahl eines Verfahrens der Objektumringbildung und einer der Ausgleichungsvarianten stellt sich das hier entwickelte Bearbeitungsverfahren wie folgt dar:

1. Initiale Extraktion der Polynomflächenobjekte (Abs. 4.3.4.2),
2. Auffüllen der Abdeckungslöcher (Abs. 4.3.4.2),

3. Berechnung der Polynomkoeffizienten durch Ausgleichung mit Pufferung auf der Grundlage der 8-Nachbarschaft der Gitterpunkte (Abs. 4.4.1.3) unter Einbezug *aller Beobachtungen*, d. h. auch der Punkte, die beim Füllen der Abdeckungslöcher zusätzlich den Objekten zugewiesen wurden (Abs. 4.3.4.2),
4. Iteration der Ausgleichungen zur Verringerung der Diskontinuitäten (Abs. 4.4.3.3),
5. Auswahl des Iterationsschrittes mit der geringsten Diskontinuität (Abs. 4.4.3.3).

Die initiale Extraktion wird durch mehrere Parameter gesteuert. Diese wurden teilweise bereits beschrieben, sie sollen zur Übersicht nochmals komprimiert dargestellt werden.

Die Wahl des Startpunktes eines Objektes bei der Extraktion erfolgt auf der Basis der 8-Nachbarschaft derart, dass alle freien Gitterpunkte anhand der verfügbaren Nachbarschaft klassifiziert werden und für jede Nachbarschaft (1-8) nur der Gitterpunkt mit minimaler Standardabweichung der gemittelten Höhe betrachtet wird. Für die endgültige Wahl werden die Punkte mit den beiden größten Nachbarschaften betrachtet und von diesen derjenige mit der geringeren Standardabweichung der gemittelten Höhe genommen.

Der nächste wichtige steuernde Parameter ist das betragsmäßig maximal erlaubte Residuum eines Objektes. Es wird bei den hier vorgenommenen Arbeiten anhand der Qualität des DGM festgelegt. Weiter wird für ein ausgleichendes Polynom ein minimales Verhältnis von Beobachtungen zu Unbekannten von 2:1 gefordert.

Die Wahl des nächsten Punktes basiert auf dem betragsmäßig maximalen Residuum einer sequentiellen Ausgleichung verbunden mit der Anzahl der vorhandenen Objektpunkte in der 8-Nachbarschaft des zu prüfenden Punktes. Es werden die beiden Punkte betrachtet, welche die größte Anzahl von Objektpunkten innerhalb der 8-Nachbarschaft haben, und von diesen wird derjenige gewählt, der das kleinere betragsmäßig maximale Residuum in der Ausgleichung hervorruft.

Die Iteration der Ausgleichung erfolgt so lange, bis die Polynomgrade der inzidenten Objekte der Geometrie mit der betragsmäßig maximalen Diskontinuität nicht weiter erhöht werden können. Von den Iterationsschritten wird derjenige gewählt, der die geringste betragsmäßig maximale Diskontinuität hervorruft.

Es muss eine Entscheidung getroffen werden, auf welcher Datengrundlage die Extraktion der Objekte vorgenommen werden soll. Hier wurde die Vorgabe eingeführt, dass die Modellierung von Geobasisdaten das Ziel dieser Arbeit bildet. Daher wird mit entsprechenden Spezifikationen der Geobasisdaten-DGM gearbeitet. Die verwendeten Quadratgitter-DGM haben eine Gitterweite von 12.5 m entsprechend dem DGM5 der Landesvermessung und Geobasisinformation Niedersachsen (LGN; WASHAUSEN, 1992).

4.7.4. Kritische Betrachtung des Modellierungsansatzes

Es wurde eine neue Form der Modellierung des Reliefs durch Polynomflächenobjekte vorgestellt. Die hierfür notwendigen Verfahren und der Ansatz bergen verschiedene Vor- und Nachteile in sich. Der Hauptkritikpunkt bei dieser Form der Modellierung ist, dass es an den Objektgrenzen zu Diskontinuitäten kommt, die nicht vermieden werden können. Die Modellierung des Reliefs ist auf den Objekträndern nicht konsistent, da es für Punkte in diesen Bereichen i. Allg. zwei verschiedene Höhen gibt. Diese Diskontinuitäten treten jedoch auch bei den heute üblichen Verfahren der Verschneidung von Höhenschichtobjekten mit DSM-Objekten auf. Insofern stellt die neue Form der Modellierung eine qualitative Verbesserung der Beschreibung des Reliefs unter Beibehaltung in der Praxis gängiger Restriktionen dar, da mit ihr das Relief nicht mehr in Stufenlandschaften modelliert wird.

Ein weiterer Vorteil dieser Form der Datenmodellierung ist, dass sie auf bestehende Datenmodelle in GIS aufbaut und im Prinzip mit jeder 2D-GIS-Software realisiert werden kann. Diese muss nur die erforderliche Anzahl von Attributen in der notwendigen Wortlänge, d. h. der numerischen Genauigkeit, an den Objekten verwalten können.

Das Verfahren erfordert umfangreiche numerische Berechnungen zum Aufbau des Datenmodells. Die Stabilität der auftretenden Gleichungssysteme ist nicht immer gewährleistet.

Ein Nachteil der Modellierung ist, dass eine raumbezogene Abfrage unter Spezifizierung eines Höhenbereiches nicht mit einfachen Operationen erfolgen kann, da die minimale und maximale Höhe eines Objektes nicht als diskrete Werte zur Verfügung stehen. Hierzu müssten entweder die Polynomparameter zum Aufbau eines raumbezogenen Index interpretiert werden oder zusätzlich der Höhenbereich, in dem sich das Objekt befindet, in attributiver Form mit dem Objekt verknüpft werden.

Eine Berücksichtigung von Strukturlinien wurde bisher nicht vorgenommen. Das bedeutet, dass diese Information auch nicht aus der Modellierung zur qualitativ hochwertigen Beschreibung des Reliefs abgeleitet werden kann. Es stellt sich die Frage, ob dies überhaupt möglich ist. Strukturinformation kann nicht durch Geometrien zwischen allgemeinen Polynomflächenobjekten repräsentiert werden, da es dort zu den Diskontinuitäten und damit Mehrdeutigkeiten in der Höhe kommt. Kantenlinien bzw. Bruchkanten können auch nicht innerhalb der Objekte verlaufen, da Polynomflächen stetig differenzierbar sind. Ein möglicher Ansatz wäre, als adjazente Objekte an Geometrien von Strukturinformation nur Polynomflächenobjekte mit einem Polynom der Klasse \mathcal{P}_1 , d. h., einer Ebene zuzulassen. Dann ist die Stetigkeit und somit die Eindeutigkeit in der Höhe gewährleistet. Das Relief wird in dem Fall lokal durch ein TIN beschrieben.

5. Triangulationen in der Digitalen Geländemodellierung

5.1. Einführung und Grundlagen von Triangulationen

Für eine Integration von DSM und DGM auf der Grundlage von Dreiecken muss eine Triangulation des Geobasisdaten-DGM erfolgen, die Gegenstand der Untersuchungen dieses Kapitels ist. Es werden zunächst allgemein Triangulationen und anschließend DELAUNAY-Triangulationen betrachtet (Abs. 5.2), bevor der spezielle Fall der DELAUNAY-Triangulation von Geobasisdaten-DGM, bei denen es sich i. Allg. um Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation handelt, dargestellt wird (Abs. 5.3). Das DELAUNAY-Kriterium liefert bei bestimmten Punktkombinationen kein eindeutiges Ergebnis, diese Aspekte werden in Abschnitt 5.4 behandelt. Eine Diskussion der Ergebnisse des Kapitels erfolgt in Abschnitt 5.5.

Eine Triangulation der Punktmenge P entsteht, wenn alle Punkte aus P durch einander nicht schneidende Geradenstücke verbunden werden, so dass jede Fläche innerhalb der konvexen Hülle der Punktmenge ein Dreieck ist. Die konvexe Hülle einer Punktmenge P ist das umschreibende konvexe Polygon von P mit der kleinsten Fläche (O'ROURKE, 1998), sie kann anschaulich dargestellt werden durch ein Gummiband, das um alle Punkte gelegt wird. Die konvexe Hülle enthält alle Verbindungslinien zwischen Punktepaaren der Punktmenge. Weitere Definitionen finden sich z. B. bei O'ROURKE (1998). Die Anzahlen der Dreiecke n_{Δ} und Kanten n_e einer Triangulation von einer Punktmenge mit n Punkten lässt sich mit den Formeln 5.1 angeben:

$$n_{\Delta} = 2n - 2 - k \quad (1) \quad \text{und} \quad n_e = 3n - 3 - k \quad (2), \quad (5.1)$$

wobei k die Anzahl der Punkte auf der konvexen Hülle der Punktmenge ist (siehe z. B. DE BERG et al., 1997).

Es gibt verschiedene Arten von Triangulationen, die sich anhand der Kriterien, die sie erfüllen, unterscheiden (vgl. BERN & EPPSTEIN, 1995; HOSCHEK & LASSER, 1992):

- Kriterium der kürzesten Diagonalen (*minimum-length*-Kriterium),
- Max-Min-Winkelkriterium (DELAUNAY-Triangulation),
- Min-Max-Winkelkriterium,
- Kriterien auf der Grundlage von Funktionswerten, falls die Punkte Attribute, z. B. Höhenangaben aufweisen.

Die Vorteile einer Triangulation für die Geländemodellierung liegen in der morphologisch anpassbaren Punktverteilung und in der durch sie beschriebenen stetigen Oberfläche (vgl. Abs. 4.7.2).

5.2. DELAUNAY-Triangulationen

Von den Triangulationskriterien hat sich die DELAUNAY-Triangulation im Bereich der Geländemodellierung als Standardverfahren etabliert. Die DELAUNAY-Triangulation ist ein mathematisches Verfahren, das u. a. für eine 2.5D-Punktmenge die stückweise linear interpolierende Oberfläche mit minimaler Rauheit bildet (RIPPA, 1990). Weitere Eigenschaften der DELAUNAY-Triangulation stellen die Kriterien dar, dass in den Umkreisen der Dreiecke keine weiteren Punkte vorhanden (Umkreiskriterium) sind und sie den minimalen Dreiecksinnenwinkel maximiert (Winkelkriterium¹). Sie bildet den dualen Graphen zum VORONOI-Diagramm (auch THIESSEN-Polygon

¹Das Umkreiskriterium und das Winkelkriterium können auch als DELAUNAY-Kriterium bezeichnet werden.

oder DIRICHLET-*Tessellation* bzw. *Parkettierung*), welches das Problem der nächsten Nachbarn beschreibt. Diese Eigenschaft wurde bereits in Abschnitt 4.3.4.1 angesprochen. Weitere Details finden sich z. B. bei O'ROURKE (1998), DE BERG et al. (1997), HOSCHEK & LASSER (1992) oder AURENHAMMER (1991). Abbildung 5.1 enthält neben der DELAUNAY-Triangulierung einer Punktmenge auch das assoziierte VORONOI-Diagramm sowie exemplarisch die Umkreise für einige Dreiecke, deren Mittelpunkte in den Knoten des VORONOI-Diagramms liegen.

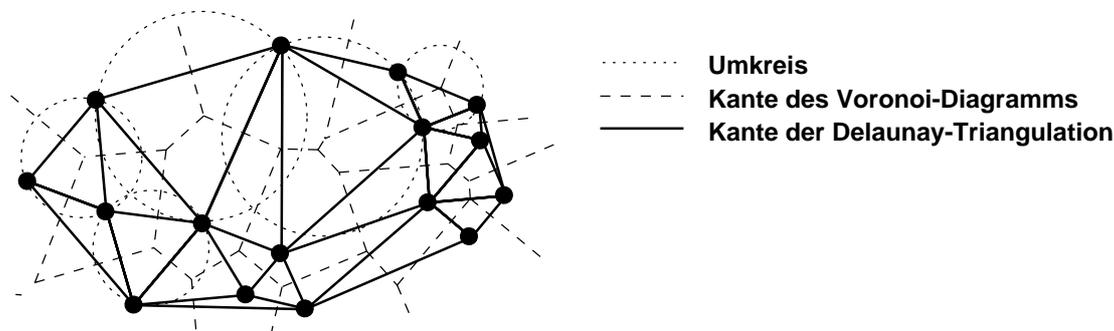


Abbildung 5.1.: DELAUNAY-Triangulation einer Punktmenge mit assoziiertem VORONOI-Diagramm und exemplarischen Umkreisen.

Die DELAUNAY-Triangulation kann bei bestimmten Punktanordnungen (den *neutralen Fällen*, HOSCHEK & LASSER, 1992) degenerieren, d. h., nicht eindeutig sein. Dabei handelt es sich um geometrische Konstellationen, in denen mehr als drei Punkte auf einem Dreiecksumkreis liegen, d. h., *kozirkulär* sind (s. Abs. 5.4). Weiter kann sie im Bereich von Geländelinien bei bestimmten Punktkombinationen hinsichtlich einer morphologisch plausiblen Geländeapproximation fehlerhafte Ergebnisse verursachen. Dies kann weiterhin der Fall sein, wenn als Eingangsdaten Niveaulinien verwendet werden (z. B. SCHNEIDER, 1998; BUZIEK, 1994). Letzteres kann zu horizontalen Dreiecken, zur *Plateaubildung* (engl. *wedding cake effect*, vgl. VAN KREVELD, 1997) führen.

5.2.1. Datenstrukturen für Triangulationen

Während Landkarten bzw. allgemeine Polygone mit relativ aufwendigen Datenstrukturen repräsentiert werden (vgl. GRÖGER, 2000), ist es bei Triangulationen aufgrund der Besonderheiten ihrer Basiselemente möglich, auch einfachere Datenstrukturen zu verwenden. Datenstrukturen für Triangulationen werden u. a. von SHEWCHUK (1997), ABDELGUERFI et al. (1997), BUZIEK (1994) und MIDTBØ (1993) untersucht.

SHEWCHUK (1997) hat seine Implementierung in zwei Varianten durchgeführt, zum einen mit der *quad-edge*-Datenstruktur von GUIBAS & STOLFI (1985) und zum anderen mit einer dreiecksbasierten Datenstruktur, bei der jedes Dreieck sechs Zeiger hat, drei auf die inzidenten Punkte und drei auf die adjazenten Dreiecke. Er stellt fest, dass die letztere Variante um den Faktor zwei schneller ist als die Variante auf der Basis der *quad-edge*-Datenstruktur. Dies liegt daran, dass weniger Zeiger unterhalten werden müssen, was auch die Sekundärspeicherzugriffe verringert (vgl. Abs. 4.5.5).

BUZIEK (1994) verwendet für seine Implementierung eine relationale dreiecksbasierte Datenstruktur, bei der eine Punktliste und eine topologische Flächenliste zum Einsatz kommen. Letztere unterhält die Verweise auf die inzidenten Punkte und die adjazenten Dreiecke. MIDTBØ (1993) verweist darauf, dass es bei der Einführung von Bruchkanten in DELAUNAY-Triangulationen sinnvoll ist, mit einer kantenbasierten Datenstruktur ähnlich einer *winged-edge*-Datenstruktur zu arbeiten, da eine bedingte Kante leicht als solche markiert werden kann.

SHEWCHUK (1997) dagegen gibt an, dass es ebenfalls einfach ist, eine dreiecksbasierte Datenstruktur für die Bedürfnisse der Anreicherung der Datenstruktur mit thematischer Information wie bedingten Kanten zu erweitern. ABDELGUERFI et al. (1997) vergleichen eine knotenbasierte Repräsentation, eine erweiterte dreiecksbasierte Datenstruktur und eine *winged-edge*-Datenstruktur miteinander und kommen zu dem Schluss, dass die erweiterte dreiecksbasierte Datenstruktur hinsichtlich Speicherbedarf und benötigter Rechenzeit für Zugriffsmethoden zwischen Primitiven am geeignetsten erscheint.

Bei den genannten Quellen ist zu beachten, dass es für die Autoren nur relevant ist, die Geometrie eines Dreiecksnetzes zu repräsentieren. Die Bildung von komplexeren Landschaftsobjekten findet dort keine Berücksichtigung. Aufgrund der beschriebenen Erfahrungen der genannten Autoren wurde bei den Untersuchungen hier mit einer

erweiterten dreiecksbasierten Datenstruktur gearbeitet, die eine Liste für Punkte, eine für Kanten und eine für Dreiecke unterhält. Sie ähnelt damit der Datenstruktur, die in Abschnitt 4.5.3 für Polynomflächenobjekte verwendet wurde. Dies geschieht vor dem Hintergrund, dass es bei der in Abschnitt 6 beschriebenen Integration von Situationsmodellen und Triangulationen notwendig ist, an Kanten Informationen zu speichern, die bei der Aktualisierung der Datenstruktur während der inkrementellen Fortführung ausgewertet werden. Weiter können auf diese Weise direkt Beziehungen zwischen Landschaftsobjekten und den Geometrien hergestellt werden.

5.2.2. Algorithmen zur Berechnung von DELAUNAY-Triangulationen

Ein wichtiger rechentechnischer Aspekt der DELAUNAY-Triangulation ist, dass sie sich mit komplexen Operationen in $O(n \log n)$ berechnen lässt. Es gibt einfache, geometrisch anschauliche Algorithmen, die sich direkt aus den Eigenschaften der DELAUNAY-Triangulation ableiten lassen, allerdings für die Praxis nicht akzeptable Laufzeiten erfordern (vgl. O'ROURKE, 1998).

LEE & SCHACHTER (1980) stellen einen *Divide & Conquer*-Algorithmus mit $O(n \log n)$ vor, beim dem das Gebiet im *Divide*-Schritt vertikal in mehrere Teilgebiete unterteilt wird, die einzeln trianguliert werden. Die Teiltriangulationen werden dann im *Conquer*-Schritt zusammengeführt. GUIBAS & STOLFI (1985) beschreiben den Algorithmus erneut auf der Basis der *quad-edge*-Datenstruktur. DWYER (1987) verbessert das Laufzeitverhalten des *Divide & Conquer*-Algorithmus, indem er neben den vertikalen Unterteilungen der Punkte zusätzlich auch horizontale einführt.

FORTUNE (1987) stellt das *Sweepline*-Verfahren vor, bei dem die Ebene mit einem horizontalen Suchstrahl überstrichen wird. MIRANTE & WEINGARTEN (1982) nutzen einen radialen Suchstrahl. KRÄMER (1995) beschreibt eine Implementierung des DELAUNAY-WALL-Algorithmus, bei dem zunächst eine Mauer bestehend aus Kanten aufgebaut wird, die Teil der späteren Triangulation sind. Der Algorithmus kann parallelisiert werden. Parallele Algorithmen werden im Bereich Triangulationen u. a. auch von SU (1995) behandelt. FANG & PIEGL (1992) verwenden eine dünn besetzte Matrix (*sparse matrix*) als Suchstruktur und verbessern bei der Nutzung eines Suchgitters (FANG & PIEGL, 1993) das Laufzeitverhalten ihres Algorithmus. Ein ähnliches Verfahren findet sich bei BUZIEK (1994).

Inkrementelle Verfahren, die in Abschnitt 5.3.2 noch eingehender behandelt werden, haben den Vorteil, dass die Gesamtpunktmenge nicht vor Beginn der Vermaschung bekannt sein muss. Die Punkte werden sukzessiv in die Dreiecksvermaschung eingefügt, und das DELAUNAY-Kriterium wird lokal wiederhergestellt. Ggf. kann getestet werden, ob das Einfügen des Punktes notwendig ist, um das Relief mit einer gewissen Genauigkeit zu approximieren (vgl. GARLAND & HECKBERT, 1995; POLIS et al., 1995, 1994), man spricht dann auch von einer *adaptiven Triangulation* (HELLER, 1990). Dadurch kann eine Reduktion des Ergebnisdatenvolumens erzielt werden, ein Aspekt, der bei Verwendung von Massendaten von Interesse ist. Da dies für spätere Anwendungen von Bedeutung ist, soll ein Verfahren etwas detaillierter beschrieben werden.

Eine einfache Vorgehensweise zur Datenausdünnung in Gitter-DGM besteht darin, als initiale Dreiecke die Eckpunkte des Gitters zu zwei Dreiecken zu verknüpfen. Danach wird für alle anderen Punkte der jeweilige vertikale Abstand des Datenpunktes zur bisher bestehenden, durch das TIN approximierten Geländeoberfläche berechnet. Am Anfang ist diese durch die zwei initialen Dreiecke, die aus den Eckpunkten des Gitters gebildet werden, nur sehr grob approximiert. Es wird der Punkt mit dem maximalen Abstand eingefügt (vgl. Abs. 5.3.2) und eine Neuberechnung der vertikalen Abstände der noch nicht eingefügten Punkte zur bestehenden TIN-Oberfläche durchgeführt. Um das Verfahren effizienter zu gestalten, sollte das Gebiet der Neuberechnung der Höhendifferenzen beschränkt werden. Eine einfache Möglichkeit liegt in der Verwendung des minimal umschreibenden Rechtecks des beeinflussten Gebietes des Einfügeverfahrens, das beschränkt ist (vgl. Abs. 5.3.2). Der Algorithmus terminiert, wenn der maximale vertikale Abstand zwischen den noch nicht eingefügten Datenpunkten zur bis dahin bestehenden Oberfläche einen vorzugebenden Schwellwert unterschreitet. Insbesondere GARLAND & HECKBERT (1995) befassen sich mit Verfahren der Datenausdünnung in triangulierten DGM. Die Bearbeitung großer Gebiete mit adaptiven Triangulationen wird u. a. von TERRIBILINI (1999) und ABDELGUERFI et al. (1997) behandelt. Derartige Verfahren bilden nicht den Schwerpunkt der Arbeit und werden daher nicht weiter vertieft, sondern ggf. nur zur Datenreduktion verwendet (vgl. LENK & KRUSE, 2001).

5.2.3. Vorgehensweisen zur Berechnung bedingter Triangulationen

Ein mögliches Hilfsmittel zur Lösung von Problemen bei Verwendung der DELAUNAY-Triangulation in der digitalen Geländemodellierung stellt die *bedingte (constrained) DELAUNAY-Triangulation* dar. Sie ist streng

genommen aufgrund der oben genannten Kriterien keine DELAUNAY-Triangulation, allerdings hat sich auch hierfür der Begriff der bedingten DELAUNAY-Triangulation in der Fachwelt etabliert. Sie setzt eine existierende Strukturierung der Geländepunkte voraus, bei der entweder Geländepunkte durch (Gelände-)Linien miteinander verbunden sind (topographische Geländestrukturierung) und/oder, im Fall von digitalisierten Niveaulinien, diese Linienstruktur in den Eingangsdaten der Dreiecksvermaschung berücksichtigt wird. Diese Informationen sind entsprechend als Zwangsseiten bzw. Bedingungen zu berücksichtigen, was bereits bei der Vermaschung erfolgen kann.

LEE & LIN (1986) zeigen, dass die bedingte DELAUNAY-Triangulation in $O(n^2)$ berechnet werden kann. Sie berechnen den Sichtbarkeitsgraphen und löschen anschließend diejenigen Seiten, die keine DELAUNAY-Kanten sind. CHEW (1989) stellt einen *Divide & Conquer*-Algorithmus mit einer Laufzeit von $O(n \log n)$ vor, der sehr komplex und nur unter erheblichem Aufwand zu implementieren ist (vgl. KLEIN, 1995). Ein weiteres Verfahren wird von DE FLORIANI & PUPPO (1992) beschrieben.

In der Geländemodellierung wird für die Integration von Kantenlinien häufig ein zweistufiges Verfahren verwendet. Es wird zunächst die DELAUNAY-Triangulation berechnet und diese anschließend modifiziert. Es können unterschiedliche Modifikationen (Gelände- bzw. Niveaulinien) notwendig sein (SCHNEIDER, 1998; BUZIEK, 1994). Kantenlinien können durch sequentielle Netzbildung in das Dreiecksnetz integriert werden. Ausgehend von dem Startpunkt der Kante wird getestet, ob das inzidente Dreieckspaar der Dreieckskante, die von der zu bildenden Kante geschnitten wird, ein konvexes Viereck ist. In diesem Fall kann das Dreieckspaar durch Umklappen der inneren Kante des konvexen Vierecks umgebildet werden, ansonsten wird die nächste geschnittene Kante gesucht und versucht, diese umzubilden. Es wird sequentiell fortgefahren, bis die zu bildende Kante in das Dreiecksnetz integriert ist. Sie wird als bedingte Kante markiert, damit sie bei späteren Modifikationen bestehen bleibt. Anschließend werden beide Seiten der Kante mit dem Umkreiskriterium optimiert (BUZIEK, 1994; vgl. HELLER, 1990). Ein anderes Verfahren löscht alle von der zu bildenden Kante geschnittenen Dreiecke, fügt die Kante ein und führt für beide Seiten der Kante, die das Gebiet der gelöschten Dreiecke in zwei nichtkonvexe Polygone zerlegt, eine Polygontriangulation durch (z. B. SHEWCHUK, 1997; KLEIN, 1995). Polygontriangulationen werden in Abschnitt 6.1 detaillierter behandelt, da sie für die in Kapitel 6 zu behandelnden Verfahren von Interesse sind.

Die Verfahren der Berücksichtigung von Niveaulinien bei der Bildung von Dreiecksnetzen sind in dieser Arbeit nicht von weiterem Interesse, hierzu finden sich vektorielle Ansätze u. a. in den Arbeiten von THIBAUT & GOLD (2000), SCHNEIDER (1998), AUMANN (1994) und BUZIEK (1994). Einen Ansatz auf der Grundlage der Rasterdatenverarbeitung behandelt TANG (1991).

Bedingte Triangulationen werden in der Geländemodellierung neben ihrem Einsatz zur Berücksichtigung von Strukturinformation auch beim Verbinden von Blöcken (auch Kacheln, *tiles*) bei der Bearbeitung großer Gebiete mit adaptiven Triangulationen verwendet (vgl. Abs. 5.2.2, z. B. TERRIBILINI, 1999; ABDELGUERFI et al., 1997).

5.3. Ein Algorithmus zur Triangulation von Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation

Die oben beschriebenen Triangulationen gehen davon aus, dass es sich bei dem Stützpunktfeld um eine in der Ebene unregelmäßig verteilte Punktmenge handelt, die ggf. um Strukturinformation ergänzt wird. Dies ist der allgemeine Fall, wenn aus einer solchen Punktmenge ein regelmäßiges Quadratgitter-DGM berechnet wird. Für derartige Anwendungen stehen mit den zitierten Algorithmen und anderen, nicht dreiecksbasierten Verfahren zur Berechnung von Gittermodellen (Abs. 2.4.4) ausgereifte Methoden zur Verfügung.

Bei den Geobasisdaten-DGM handelt es sich i. Allg. um Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation. In dieser Form werden von den Landesvermessungseinrichtungen die Daten an *DGM-Nutzer* abgegeben. Dabei werden das Gitter und die Strukturinformation meistens getrennt voneinander in verschiedenen Dateien gespeichert. Diese Besonderheit von Geobasisdaten-DGM gibt Anlass, einen speziellen Algorithmus für deren (bedingte) DELAUNAY-Triangulation zu entwickeln, der gegenüber den etablierten Verfahren die implizit vorhandene Topologie des Gitters vorteilhaft ausnutzt. Dies führt im Gegensatz zu den meisten bedingten DELAUNAY-Triangulationen, die in zwei Stufen berechnet werden, zu einer dreistufigen Triangulation.

Zunächst wird in der 1. Stufe des Verfahrens das Quadratgitter trianguliert. Im Anschluss werden als 2. Stufe die Stützpunkte der Sollseiten inkrementell eingefügt und in der 3. abschließenden Stufe die Sollseiten durch Dreiecksnetzbildung eingefügt. Während die 1. Stufe ein einfaches Verfahren darstellt, bedarf es zur Berücksichtigung der Strukturinformation weiterführender Überlegungen.

5.3.1. Schritt 1: Die topologische Triangulation von Quadratgitter-DGM

Die topologische Triangulation geht davon aus, dass die Eingangsdaten bereits in einer Gitterstruktur vorliegen. Abbildung 5.2 veranschaulicht die Vorgehensweise bei der Vermaschung der Gitterpunkte. In diesem Beispiel wird in der linken unteren Ecke des Gitters bzw. der linken unteren Gitterzelle begonnen. Der Startpunkt bzw. die Startzelle kann jedoch beliebig in einer Gitterecke gewählt werden. Dann werden *gitterzellenweise* sukzessiv alle Dreiecke und, falls die der Triangulation zugrunde liegende Datenstruktur es erfordert, auch alle Kanten mit den entsprechenden Verweisen entlang der Zeile gebildet (auch die *gitterzellenweise zeilenweise* Bearbeitung ist willkürlich gewählt, ebenso ist eine *gitterzellenweise spaltenweise* Bearbeitung denkbar). Dabei wird eine bestimmte regelmäßige Struktur in den Indices für Punkte, Kanten und Dreiecke vorausgesetzt (s. Abb. 5.2), so dass in ein Dreieck ein Nachbardreieck oder in eine Kante ein inzidentes Dreieck eingetragen werden kann, das in der Datenstruktur noch nicht vorhanden ist, weil es sich östlich und/oder nördlich befindet. Bedingt

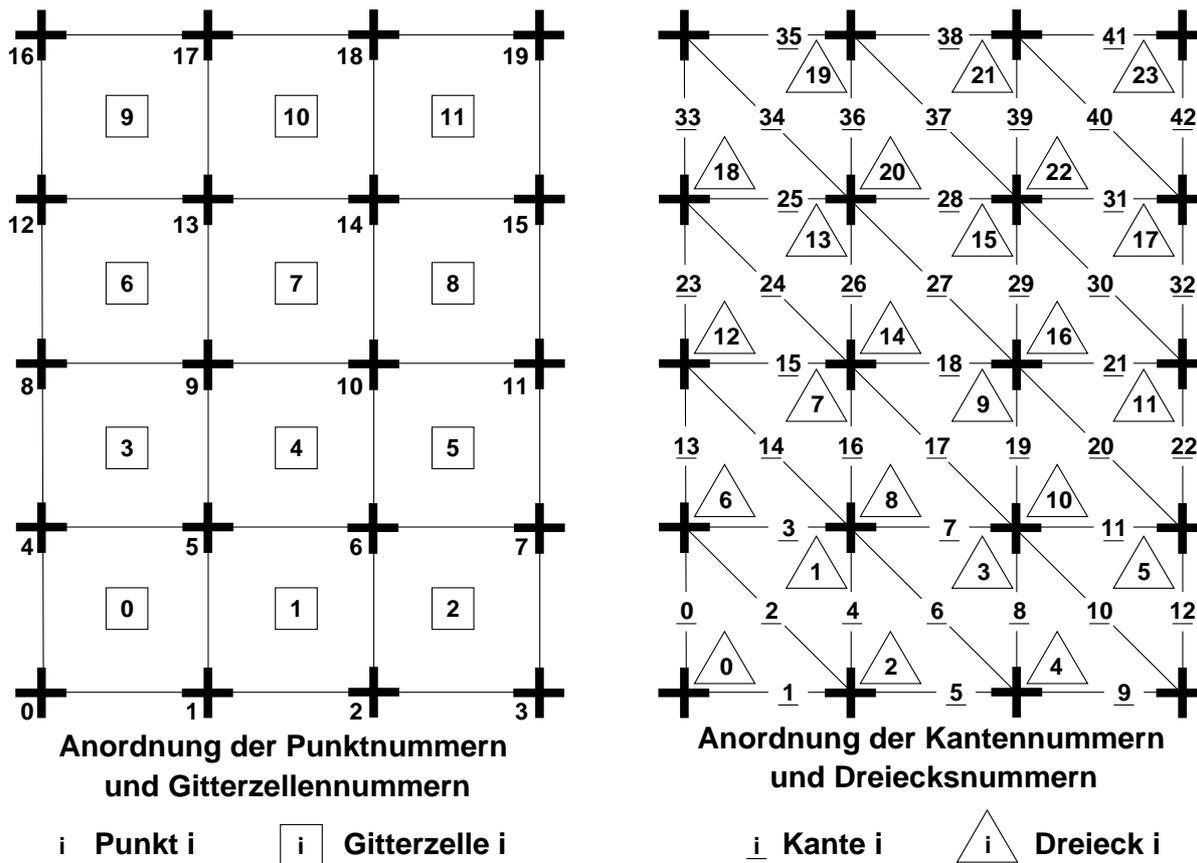


Abbildung 5.2.: Topologische Triangulation eines Quadratgitters.

durch die Anordnung der Indices ist es erforderlich, die Abarbeitung der ersten Zeile, der zweiten Zeile sowie der dritten und weiteren Zeilen voneinander zu trennen, wodurch sich die Verwendung von drei Schleifen ergibt. Der Grund hierfür liegt darin, dass sich das regelmäßige Muster in den Indices erst mit der dritten Zeile ergibt, wobei sich zusätzlich das Muster von Zeile 1 auch von Zeile 2 unterscheidet (Abb. 5.2).

Durch die in der Gitterstruktur vorhandene implizite Topologie ist kein aufwendiges Verfahren zur Suche der Stützpunkte erforderlich, die Dreiecke (und Kanten) können direkt ohne weitere Suche mit alleiniger Berechnung der Topologie aus Indices gebildet werden. Das Umkreis Kriterium muss in dieser Stufe der Triangulation nicht überprüft werden. Aufgrund dieser Merkmale zeichnet sich die 1. Stufe der Triangulation durch ein lineares Laufzeitverhalten $O(n)$ aus, was sich bei Laufzeituntersuchungen bestätigt.

Ein Problem, das sich bei dieser speziellen topologischen Triangulation ergibt und auch bei DELAUNAY-Triangulationen generell auftreten kann, ist die Behandlung der neutralen Fälle, wenn also mehr als drei Punkte auf einem Dreiecksumkreis kozyklisch sind. Bei der DELAUNAY-Triangulation von Quadratgittern stellt sich damit die Frage, in welche Richtung die Diagonale einer Gitterzelle gelegt werden soll. Die Behandlung dieser Thematik soll getrennt in Abschnitt 5.4 erfolgen, zunächst wird der Triangulationsalgorithmus beschrieben, bei dem von einer einheitlichen Ausrichtung der Diagonalen ausgegangen wird.

5.3.2. Die Schritte 2 und 3: Berücksichtigung von Strukturinformation

Nach Abschluss der topologischen Triangulation wird das Dreiecksnetz um die Strukturinformation ergänzt. Aufgrund des bereits aus der 1. Stufe vorhandenen Dreiecksnetzes muss inkrementell vorgegangen werden. Der Schritt 2 lehnt sich an bekannte Verfahren des inkrementellen Einfügens von Punkten in eine bestehende Triangulation an (z. B. DE BERG et al., 1997). Eine wichtige Eigenschaft der Einfügeoperation ist, dass das durch sie beeinflusste Gebiet lokal begrenzt ist. Es bildet ein sternförmiges, nicht-konvexes Gebiet um den Einfügeort (DEVIJVER & DEKESEL, 1982).

5.3.2.1. Schritt 2: Inkrementelles Einfügen eines Punktes in eine Delaunay-Triangulation

Beim Einfügen eines Punktes in eine bestehende DELAUNAY-Triangulation gibt es drei Fälle zu berücksichtigen. Der einzufügende Punkt kann auf einen vorhandenen Punkt fallen, in diesem Fall wird keine Modifikation des Dreiecksnetzes vorgenommen. Es muss ggf. getestet werden, ob es sich um einen doppelten Punkt handelt oder ob sich die Höhe der Punkte unterscheidet, was der 2.5-Dimensionalität der Punktmenge widersprechen würde.

Der zweite Fall ist quasi der Normalfall, bei dem der Punkt eindeutig in ein bereits bestehendes Dreieck fällt (s. Abb. 5.3). Hierbei wird das bestehende Dreieck modifiziert und zwei neue Dreiecke entstehen, indem von

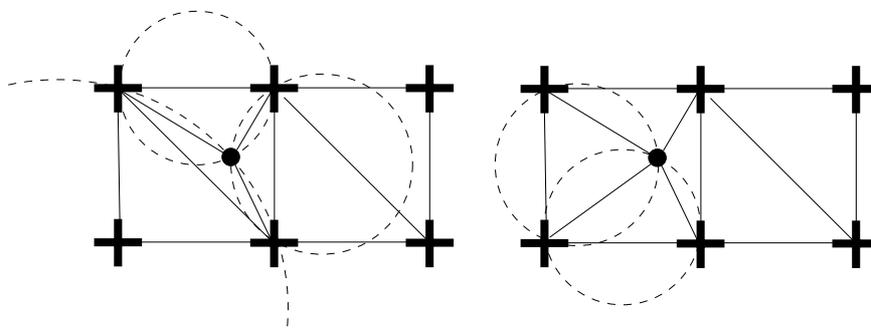


Abbildung 5.3.: Einfügen eines Punktes in ein Dreieck.

dem einzufügenden Punkt drei Kanten zu den Eckpunkten des alten Dreiecks gebildet werden, in das der Punkt eingefügt wird. Anschließend überprüft man das umgebildete Dreieck und die neuen Dreiecke mit dem Umkreiskriterium. Dabei wird getestet, ob der Punkt des Nachbardreiecks, welcher der aus dem alten Dreieck übernommenen Kante gegenüberliegt, in dem Umkreis des umgebildeten bzw. neuen Dreiecks liegt. Ist das der Fall, so muss diese Kante umgeklappt werden, und die beiden nunmehr modifizierten Dreiecke müssen ebenfalls mit dem Umkreiskriterium getestet werden.

Durch die Beschränktheit der Ausdehnung des beeinflussten Gebietes bei der Einfügeoperation ist gewährleistet, dass sich nach der Einfügeoperation ein Dreieck mit dem Index des Dreiecks, in dem der Einfügeort lokalisiert wurde, in nächster Nähe zum Einfügeort befindet. Dies ist für spätere Anwendungen von Relevanz, bei denen Dreiecke im TIN durch Berechnung von in der Nähe liegenden Dreiecken lokalisiert werden müssen. Es wird damit sichergestellt, dass das abzusuchende Gebiet nach dem Dreieck lokal beschränkt ist (s. Abs. 5.3.2.3 und 5.3.2.4).

Der dritte Fall ist der Sonderfall, bei dem der einzufügende Punkt auf eine Kante der bestehenden Triangulation fällt (s. Abb. 5.4). Bei einer solchen Situation muss die entsprechende Kante geteilt werden, d. h., die Kante wird modifiziert und es wird eine neue Kante gebildet. Zusätzlich zu dieser neuen Kante werden zwei neue Kanten von dem einzufügenden Punkt zu den Punkten, die der nunmehr geteilten Kante in deren inzidenten Dreiecken gegenüberliegen, gebildet. Gleichmaßen werden diese zwei inzidenten Dreiecke modifiziert und zwei neue Dreiecke eingefügt, die alle mit dem Umkreiskriterium getestet werden. Wie oben befinden sich nach der Einfügeoperation zwei Dreiecke mit den Indices der beiden Dreiecke, die der zu teilenden Kante inzident waren, in der direkten Nähe des Einfügeortes (s. o.; vgl. Abs. 5.3.2.3 und 5.3.2.4). Falls der einzufügende Punkt auf der konvexen Hülle bzw. auf dem Rand des von einer Matrix abgedeckten Gebietes liegt, werden nur zwei neue Kanten (eine durch Teilung der betreffenden Kante und eine weitere vom einzufügenden Punkt zu dem Punkt, welcher der geteilten Kante gegenüberliegt) und ein neues Dreieck gebildet.

Da hier ein trianguliertes Gitter als Ausgangsbasis dient, ist eine Voraussetzung an die Neupunkte, dass sie in oder auf die konvexe Hülle des Gitters fallen. Falls im Anschluss an das Einfügen der Punkte auf deren Grundlage

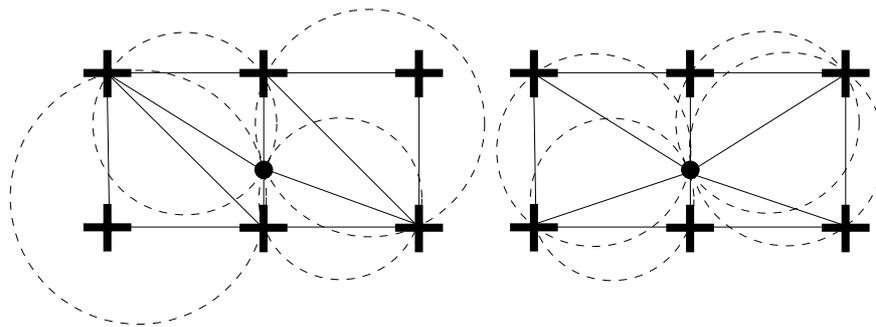


Abbildung 5.4.: Einfügen eines Punktes auf einer Kante.

Strukturinformation in das TIN integriert werden soll und Stützpunkte von Kanten außerhalb der konvexen Hülle liegen, so müssen ggf. Schnittpunkte der Kanten mit der konvexen Hülle interpoliert werden. Andernfalls sind Verfahren anzuwenden, die das Einfügen von Punkten außerhalb der konvexen Hülle der bestehenden Triangulation unterstützen (siehe z. B. KLEIN, 1995; KRÄMER, 1995).

Durch die regelmäßige Anordnung der Gitterpunkte kann beim Einfügen des *ersten* Punktes in eine Zelle deren Gebiet in Teilgebiete eingeteilt werden, die nach dem Einflußgebiet der Einfügung differenziert werden können (s. Abb. 5.5). Fällt der Punkt in einen der grau hinterlegten Bereiche, die sich aus den Schnittmengen des Umkreises der Zelle mit den Umkreisen der Nachbarzellen ergeben, so sind durch die Einfügeoperation die Zellen betroffen, aus denen sich die Schnittmenge bildet. Fällt der einzufügende Punkt nicht in eine solche

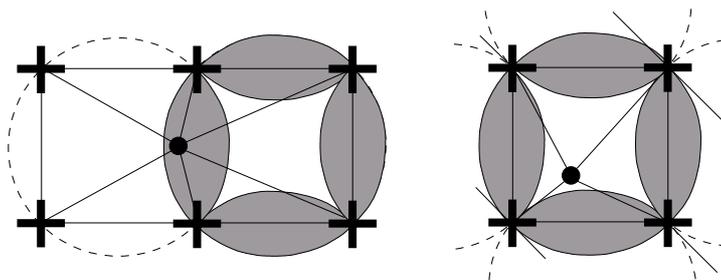


Abbildung 5.5.: Einfügegebiete für den ersten einzufügenden Punkt innerhalb einer Gitterzelle.

Schnittmenge, so ist das durch die Einfügeoperation beeinflusste Gebiet auf die Gitterzelle selbst beschränkt. Die beiden Dreiecke, die sich vor dem Einfügen des Punktes in der Gitterzelle befanden, verbleiben innerhalb der Zelle. Dies ist ggf. für die Suche nach einem Dreieck im TIN von Relevanz (Abs. 5.3.2.3 und 5.3.2.4).

Auch beim inkrementellen Einfügen von Punkten kann der neutrale Fall auftreten, dass mehr als drei Punkte eines Dreiecksumkreises kozykular sind (s. Abs. 5.4). An dieser Stelle kann jedoch ein Entscheidungskriterium angeführt werden, falls ein Punkt mit vier Gitterpunkten kozykular ist. Es wird durch Abbildung 5.6 veranschaulicht. Da die Punkte auf einem Kreis liegen formen sie ein konvexes Polygon. Die Anzahl der möglichen Triangulationen von fünf Punkten auf einem Kreis beträgt fünf (z. B. GRIMALDI, 1994; weitere Details hierzu finden sich in Abs. 5.4.7). Allerdings unterscheiden sich die beiden oberen Triangulationen in Abbildung 5.6 nur durch die Ausrichtung der Diagonalen der linken Zelle. Beschränkt man das beeinflusste Gebiet bei einer Einfügeoperation im Fall der Kozykularität des einzufügenden Punktes mit vier Gitterpunkten auf diejenige Zelle, in welcher der Punkt liegt, so ist die Triangulation wieder eindeutig. Die Entscheidung wird auf der Grundlage getroffen, in welcher Gitterzelle ein Punkt liegt. Bei dieser Vorgehensweise wird wie bei der DELAUNAY-Triangulation nur die Lage der Punkte in der Ebene berücksichtigt. Erst bei der Kozykularität von vier Gitterpunkten mit zwei und mehr Punkten innerhalb einer Zelle kommt es dann zu nicht eindeutigen Situationen. Diese können mit Optimierungskriterien behandelt werden, die das Thema von Abschnitt 5.4 bilden.

5.3.2.2. Verfahren zur Suche nach dem Einfügeort

Von entscheidender Bedeutung bei inkrementellen Verfahren ist es, wie man das Dreieck (bzw. die Kante) findet, in das (bzw. die) ein Punkt eingefügt werden muss. Hierbei gibt es verschiedene, für unregelmäßig verteilte Punkte entwickelte Verfahren, die sich hinsichtlich ihrer Effizienz und der genutzten Datenstrukturen unterscheiden. Da das beeinflusste Gebiet beim Einfügen eines Punktes für die verschiedenen Algorithmen immer gleich

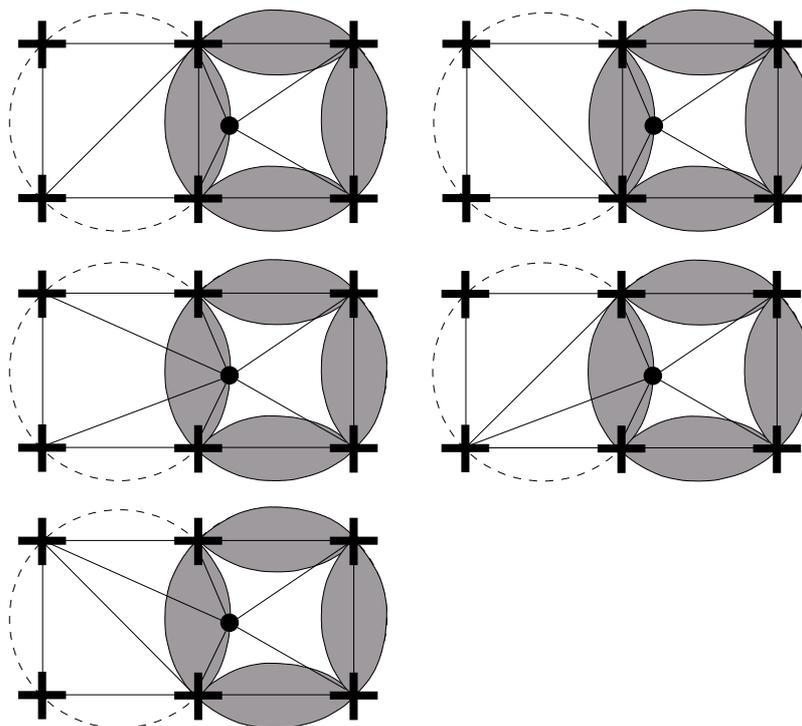


Abbildung 5.6.: Dreieckskombinationen bei Kozirkularität eines Punktes mit vier Gitterpunkten.

ist, bilden die Zugriffsdatenstrukturen zur Lokalisierung des Einfügeortes das Hauptunterscheidungsmerkmal hinsichtlich des Laufzeitverhaltens der Algorithmen.

Der einfachste Fall ist, linear alle vorhandenen Dreiecke mit dem einzufügenden Punkt mit einem Punkt-in-Dreieck-Test zu testen. Allerdings bedeutet dies, dass zur Identifizierung des Dreiecks maximal $O(n)$ Dreiecke untersucht werden müssen. Das führt beim Einfügen von n Punkten zu einer Komplexität von $O(n^2)$, die für praktische Anwendungen nicht akzeptabel ist.

GUIBAS et al. (1992) nutzen den DELAUNAY-Baum von BOISSONNAT & TEILLAUD (1986), um einen schnellen Zugriff auf die Dreiecke zu erzielen. Durch Randomisierung der Reihenfolge der einzufügenden gleichmäßig verteilten Punkte erzielen sie eine Laufzeitverhalten von $O(n \log n)$, da der DELAUNAY-Baum nahezu ausgeglichen ist und eine maximale Tiefe von $O(\log n)$ hat. Dadurch ergibt sich für n einzufügende Punkte die Komplexität von $O(n \log n)$. Nachteil des Verfahrens ist, dass die gesamte Historie der Konstruktion der Dreiecksvermaschung im Baum gespeichert ist, der zudem stark von der Einfügereihenfolge abhängt.

MULMULEY (1991) stellt eine Datenstruktur vor, die unabhängig von der Einfügereihenfolge ist. Die Struktur hat $O(n)$ Ebenen, wobei jede Ebene eine Zufallsmenge der nächstunteren Ebene bildet. Für jede Ebene wird die DELAUNAY-Triangulation gerechnet, und die Dreiecke, die sich zwischen zwei Schichten überlappen, werden verknüpft. Dies erlaubt eine Lokalisierungszeit von $O(\log^2 n)$, allerdings ist der Speicheraufwand hoch.

MÜCKE et al. (1996) schlagen eine einfache Datenstruktur vor. Sie reduziert die Anzahl der Punkte randomisiert auf die Anzahl von $\sqrt[3]{n}$ Punkten und Zeiger von diesen Punkten auf inzidente Dreiecke in der DELAUNAY-Triangulation. Für einen neu einzufügenden Punkt wird derjenige Punkt dieser Menge bestimmt, der dem neuen Punkt am nächsten liegt. Von diesem Punkt in der Suchstruktur aus wird unter Auswertung der Topologie das Dreieck gesucht, das den einzufügenden Punkt enthält. Dies führt für gleichmäßig verteilte Punkte auf eine Komplexität von $O(n^{\frac{4}{3}})$, die sich für ungünstig verteilte Punkte auf $O(n^{\frac{5}{2}})$ erhöht (DEVILLERS, 1997).

KLEIN (1995) und KRÄMER (1995) nutzen als Beschleunigungsdatenstruktur den Quadtree (z. B. SAMET, 1990). Da dieser bei der Aktualisierung ein ungünstiges Laufzeitverhalten hat, verzichten die Autoren auf die Speicherung aller Dreiecke im Quadtree und beschränken die Anzahl der eingetragenen Dreiecke pro Zelle, um ausgehend von einem dieser Dreiecke als Startdreieck unter Verwendung der Topologie das korrekte Dreieck zu finden. Das Startdreieck der Suche wird über Abstandsberechnungen zu allen Punkten der betroffenen Quadtreezelle gefunden. Die Punkte haben Verweise auf ein inzidentes Dreieck, das bei minimalem Abstand das Startdreieck der topologischen Suche darstellt.

DEVILLERS (1997) nutzt eine Datenstruktur mit verschiedenen Ebenen - ähnlich wie MULMULEY (1991), allerdings mit einfacheren Beziehungen zwischen den Ebenen. Nach seinen Angaben vermeidet dies ein Übermaß an Speicherbelegung für die Zugriffsdatenstruktur, allerdings ist die Verbindung zwischen zwei Datenstrukturebenen nicht direkt gegeben, sondern basiert auf einer topologischen Suche ähnlich wie bei MÜCKE et al. (1996). Die Ebene i umfasst die DELAUNAY-Triangulation DT_i einer Untermenge M_i von Punkten der Gesamtmenge M_0 . Die Bildung der M_i basiert auf einer BERNOULLI-Auswahltechnik. Ein Punkt in der Menge M_i ist jeweils über ein inzidentes Dreieck mit den DT_j mit $j < i$ verknüpft. Die Anzahl der Ebenen ist nicht vorgegeben, sondern wird zur Laufzeit dynamisch aktualisiert. Im Speicher werden alle Punkte und alle Dreiecke der DT_i vorgehalten.

Die vorgestellten Algorithmen sind für den Allgemeinfall von in der Ebene unregelmäßig verteilten Punkten entwickelt worden. Sie können in drei Klassen unterteilt werden:

Lineare Suche des Dreiecks: Die Dreiecksliste wird durchsucht, bis das gesuchte Dreieck (oder die Kante) gefunden ist.

Hierarischer Zugriff: Gezielte hierarchische Suche des Dreiecks unter Ausnutzung einer dynamischen Baumstruktur.

Kombination aus hierarchischer und topologischer Suche: Zugriff durch eine raumbezogene dynamische Datenstruktur auf ein Dreieck, das entweder das gesuchte Dreieck ist oder zumindest in seiner Nähe liegt, und Lokalisierung des gesuchten Dreiecks (der gesuchten Kante) unter Ausnutzung der Topologie des Dreiecksnetzes. Die Methode wird als *jump-and-walk*-Methode bezeichnet (VAN KREVELD, 1997).

In dieser Anwendung der topologischen Triangulation eines Gitters mit nachfolgendem inkrementellen Einfügen von Zusatzinformation ist es aufgrund der vorhandenen Gitterstruktur sinnvoll, diese für einen schnellen raumbezogenen Zugriff auf die Dreiecke zu nutzen. Dies kann mit zwei verschiedenen Methoden erfolgen, die im Folgenden erläutert werden.

5.3.2.3. Bestimmung des Einfügeortes mittels lokaler Listen

Für jede Gitterzelle kann gespeichert werden, welche Dreiecke sie schneiden oder, wenn mit einem einfachen Ansatz gearbeitet wird, welche minimal umschreibenden, an den Koordinatenlinien ausgerichteten Rechtecke (*Bounding-Boxen*) der Dreiecke im Netz die Zelle schneiden. Beim Einfügen eines Punktes wird für die Gitterzelle, in welcher der Punkt liegt, deren Datenstruktur linear durchlaufen, um das Dreieck (bzw. die Kante) zu finden, in dem (bzw. auf der) der Punkt liegt. Diese Vorgehensweise stellt einen Sonderfall der Kategorie 1 dar, bei dem der Einfügeort linear gesucht wird, hier jedoch mit dem Vorteil, dass die zu betrachtende Menge an Dreiecken wesentlich geringer ist.

Es stellt sich die Frage, welche Datenstruktur für diese Verknüpfung der Gitterzellen mit den Dreiecken günstig ist. Hierzu muss betrachtet werden, welche Operationen auf dieser Datenstruktur ausgeführt werden. Die für die Gitterzelle gespeicherten Dreiecke werden bei der Suche linear durchlaufen. Eine einfache lineare Liste ist somit für das Auffinden des Einfügeortes ausreichend. Allerdings muss ein Dreieck, wenn es geändert wird, schnell aus allen von ihm geschnittenen Gitterzellen ausgetragen werden. Wird das den Punkt enthaltene Dreieck innerhalb der Gitterzelle gefunden, so ist für diese Zelle bereits ein Zeiger auf das Dreieck vorhanden, und es kann manipuliert werden. Geht man davon aus, dass die Dreiecke in der Regel mehrere Zellen schneiden, so ist hierfür in den anderen geschnittenen Zellen ein schneller selektiver Zugriff auf deren Listen notwendig, da noch kein Zeiger auf das Dreieck in diesen Zellen verweist. Die Annahme, dass ein Dreieck in der Regel mehr als eine Zelle schneidet, gilt jedoch nur, wenn die Anzahl der Strukturpunkte klein gegenüber der Anzahl der Gitterpunkte bleibt. Bei einer großen Anzahl von Strukturpunkten innerhalb einer Zelle verringert sich die Größe der Dreiecke und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Dreieck mehr als eine Zelle schneidet. Auf der anderen Seite ist die Anzahl der Dreiecke in den Listen bei einer kleinen Anzahl von Strukturpunkten ebenfalls relativ klein (vgl. Gl. 5.1). Dies legt die Verwendung einer einfachen linearen Liste nahe.

Bei den hier durchgeführten Untersuchungen wurden die Dreiecke für einen schnellen selektiven Zugriff in gitterzellenbezogenen Hash-Mengen verwaltet. Bei der Bestimmung des Einfügeortes können die entsprechenden Hash-Mengen linear mit einem Iterator durchlaufen und beim Löschen eines Dreiecks dieses in der Liste schnell angesprochen werden (vgl. ECKEL, 1998; OTTMANN & WIDMAYER, 1996).

Vor dem Eintragen und Löschen von Dreiecken in den Hash-Mengen der Gitterzellen muss bestimmt werden, welche Gitterzellen von dem betreffenden Dreieck bzw. dessen Bounding-Box geschnitten werden. Vergrößert man die Bounding-Box eines Dreiecks auf ganzzahlige Vielfache der Gitterweite, so erhält man dessen

Gitterzellen-Bounding-Box. Sie enthält die Gitterzellen, die von der Bounding-Box geschnitten werden. Mit den Gitterzellen-Bounding-Boxen können bereits Listen für die Gitterzellen geführt werden. Allerdings kann es bei der Verwendung von Bounding-Boxen als Kriterium für den Eintrag in die Hash-Mengen dazu kommen, dass ein Dreieck in einer Gitterzelle eingetragen wird, obwohl es diese nicht direkt schneidet, da die Gitterpunkte selbst Teil der Vermaschung sind. Falls eine ggf. mit einem Mehraufwand an Berechnungen verbundene Filterung dieser Fälle nicht zu einer Verlängerung der Gesamtlaufzeit führt, könnte es somit günstiger sein, die Dreiecke nur in den Zellen einzutragen, die auch wirklich geschnitten werden. Durch diese Vorgehensweise würden überflüssige Punkt-in-Dreieck-Tests vermieden.

Die Abbildungen 5.7 und 5.8 illustrieren die geometrischen Konstellationen, die dabei auftreten können. Als Erkennungskriterium dient das Produkt aus Zeilen- und Spaltenanzahl der Gitterzellen-Bounding-Box. Die

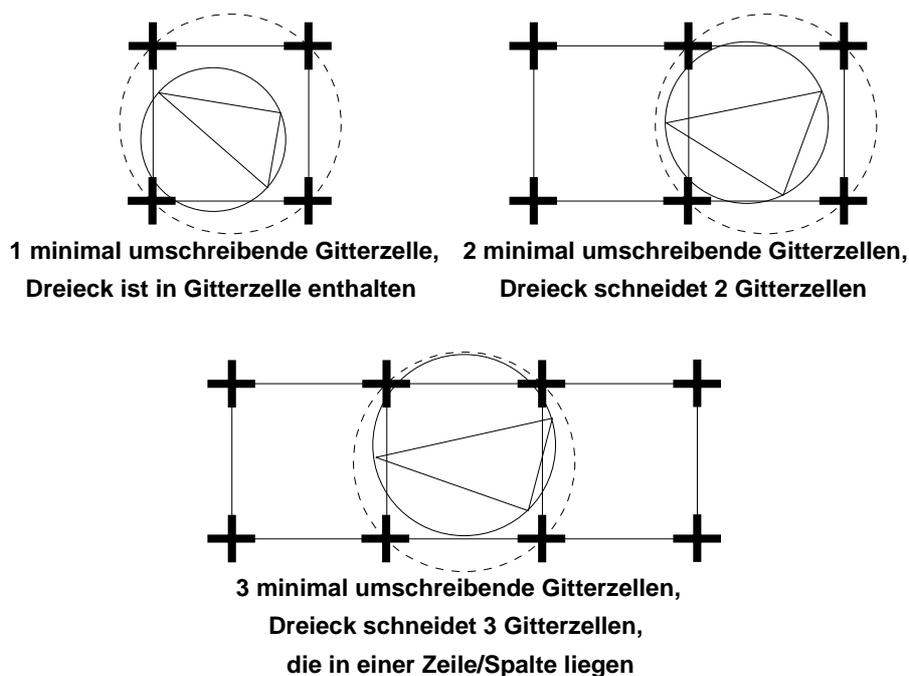


Abbildung 5.7.: Aktualisierung der Verweise in der Zellenstruktur für einzelige oder einspaltige minimal umschreibende Rechtecke.

Abbildung 5.7 zeigt die Fälle, in denen ein Dreieck entweder vollständig in einer oder in zwei benachbarten Zellen liegt oder in drei Zellen, die *einer Zeile* oder *einer Spalte* nebeneinander liegen. Diese Konstellationen sind einfach zu behandeln, da bei ihnen das Dreieck alle Zellen des auf Gitterzellen bezogenen minimalen umschreibenden Rechtecks schneidet. Die betroffenen Gitterzellen stellen die Gitterzellen-Bounding-Box des Dreiecks dar.

In der Abbildung 5.8 hingegen werden die komplexeren Fälle beschrieben, bei denen die Bounding-Box des Dreiecks mehr Zellen schneidet als das Dreieck selbst. Sie können dadurch erkannt werden, dass das Produkt aus Zeilen- und Spaltenanzahl der Gitterzellen-Bounding-Box vier bzw. sechs ist. Für diese Fälle gilt, es eine möglichst effiziente Methode zu entwickeln, mit der diejenigen Gitterzellen gefunden werden können, die von den Dreiecken geschnitten werden.

Zunächst soll der Test für den Fall beschrieben werden, dass sechs Zellen in der Gitterzellen-Bounding-Box enthalten sind. Beim Betrachten der geometrischen Situation (Abb. 5.8 a.) fällt auf, dass die beiden mittleren Zellen in jedem Fall von dem Dreieck geschnitten werden, d. h., einer der Dreieckspunkte muss sich in einer der beiden mittleren Zellen befinden. Da die Gitterzellenpunkte Teil der Vermaschung sind, müssen die beiden anderen Punkte auf der anderen Seite der Längsmittelachse liegen. Testet man also, auf welcher Seite der Längsmittelachse sich zwei der drei Dreieckspunkte befinden, so werden auf diese Art diejenigen Zellen gefunden, die von dem Dreieck geschnitten werden. Es müssen also drei Tests gegen die (horizontale oder vertikale) Längsmittelachse der Gitterzellen-Bounding-Box gerechnet werden. Der Fall, dass ein Gitterpunkt ein Dreieckspunkt ist, kann bei dieser Konstellation nicht auftreten. Wäre ein Gitterpunkt ein Dreieckspunkt, so wäre die Gitterzellen-Bounding-Box nicht mehr sechs Zellen groß, sondern maximal vier.

Die Bestimmung der drei von dem Dreieck geschnittenen Zellen im Falle der vier Zellen umfassenden Gitterzellen-Bounding-Box (Abb. 5.8 b.)) stellt sich komplizierter dar. Es muss der Fall berücksichtigt werden, dass der

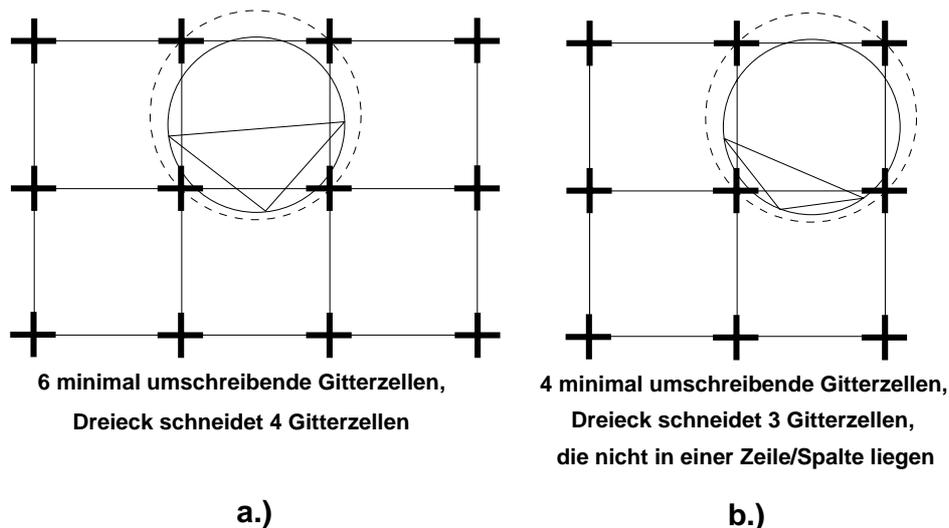


Abbildung 5.8.: Aktualisierung der Verweise in der Zellenstruktur für zweizeilige oder zweisepaltige minimal umschreibende Rechtecke.

mittlere Gitterpunkt ein Dreieckspunkt sein und auf allen 4 möglichen inneren Symmetrieachsen (eine horizontale, eine vertikale und zwei diagonale Achsen) der Gitterzellen-Bounding-Box liegen kann (s. Abb. 5.9). Eine

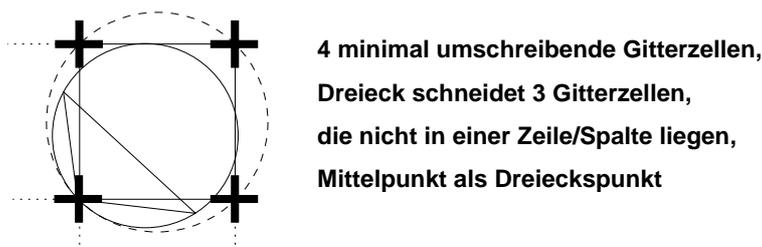


Abbildung 5.9.: Aktualisierung der Verweise in der Zellenstruktur für die vier Zellen große Gitterzellen-Bounding-Box und dem Mittelpunkt als Dreieckspunkt.

Möglichkeit, die betroffenen Zellen zu finden, ist dadurch gegeben, dass mindestens eine Dreiecksseite jeweils eine vertikale *und* eine horizontale Symmetrieachse der Gitterzellen-Bounding-Box schneiden muss. Es können auch schnellere Kriterien für bestimmte geometrische Kombinationen unter Verwendung der diagonalen Symmetrieachsen der Gitterzellen-Bounding-Box gerechnet werden, so dass eine gestaffelte Entscheidung möglich ist. Eine andere Methode basiert darauf zu testen, in welchem der Umkreise der Gitterzellen sich das Dreieck befindet. Die Zelle, in deren Umkreis sich das Dreieck befindet, bildet mit ihren direkten Nachbarn von den vier Gitterzellen der Gitterzellen-Bounding-Box die Menge der Zellen, die von dem Dreieck geschnitten werden.

Unter Berücksichtigung dieser Überlegungen kann die Anzahl der Dreiecke in den Listen minimiert werden. Allerdings muss ein Mehraufwand an Rechenzeit für die Berechnung der Entscheidungskriterien in Kauf genommen werden.

5.3.2.4. Bestimmung des Einfügeortes mittels eines nahen Dreiecks und topologischer Suche

Eine Alternative zum direkten Speichern der Dreiecke in Hash-Mengen oder linearen Listen stellt die Methode dar, bei der zunächst ein Dreieck in der Nähe bestimmt wird und im Anschluss daran das gesuchte Dreieck durch Halbraumtests und Verwendung der gespeicherten Topologie gefunden wird. Hierzu müssen die Seiten des Dreiecks orientiert sein. Weiter muss beachtet werden, dass ein Dreiecksindex beim Einfügen eines Punktes und der folgenden Wiederherstellung des Delaunay-Kriteriums nicht gelöscht wird, sondern erneut an ein entstehendes Dreieck vergeben wird. Aufgrund des lokalen Charakters der Einfügeoperation verbleibt ein Dreieck mit einem bestimmten Index immer in der Nähe der Gitterzelle, zu der der Index nach der initialen Gittervermaschung gehörte. So wird sichergestellt, dass aus den Punktkoordinaten ein Dreieck berechnet werden kann, das nahe der Gitterzelle liegt, in der der einzufügende Punkt liegt. Das Dreieck kann aus den Indices der Zeile und der Spalte

der Gitterzelle berechnet werden, in der der Punkt liegt. Ggf. kann sich das Dreieck aufgrund vorangegangener Dreiecksnetzbildung inzwischen außerhalb der Gitterzelle befinden.

Die Bestimmung des eigentlichen Einfügeortes (das Dreieck oder die Kante, in dem bzw. auf der der Punkt liegt) erfolgt anschließend mittels der oben genannten Methode. Aus der Determinante, die man aus einer orientierten Kante des Dreiecks und dem einzufügenden Punkt berechnen kann, lässt sich ermitteln, welche der Eigenschaften *rechts-von*, *links-von* oder *liegt-auf* der Punkt, bezogen auf die Dreiecksseite, hat (s. O'ROURKE, 1998). Verknüpft man die Determinanten für alle Dreiecksseiten miteinander, so kann die Ebene in geometrische Örter bzw. Entscheidungsgebiete eingeteilt werden, die in Abbildung 5.10 dargestellt sind.

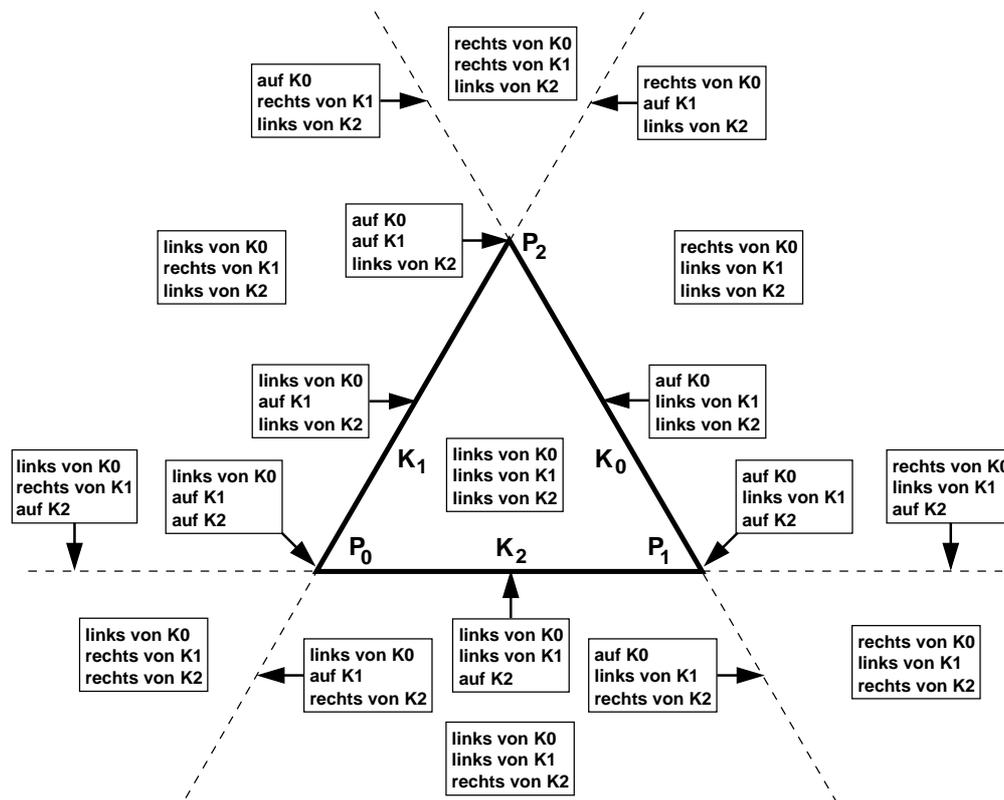


Abbildung 5.10.: Aufteilung der Ebene in Entscheidungsgebiete bei der Suche des Einfügeortes eines Punktes.

Beginnend mit dem Startdreieck wird getestet, ob sich der einzufügende Punkt innerhalb des Dreiecks oder auf einer der inzidenten Kanten befindet. Falls sich der einzufügende Punkt nicht innerhalb des Dreiecks oder auf einer seiner Kanten (K_i) oder auf einem der Dreieckspunkte (P_i) befindet, so wird die Suche mit einem der Nachbardreiecke fortgesetzt. Das entsprechende Nachbardreieck ergibt sich aus der Topologie des Dreiecksnetzes. Abbildung 5.11 veranschaulicht die sich ergebene topologische Suche nach dem Einfügeort bzw. die "Wanderung" im Dreiecksnetz.

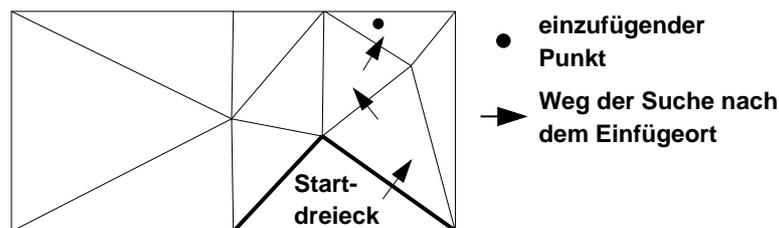


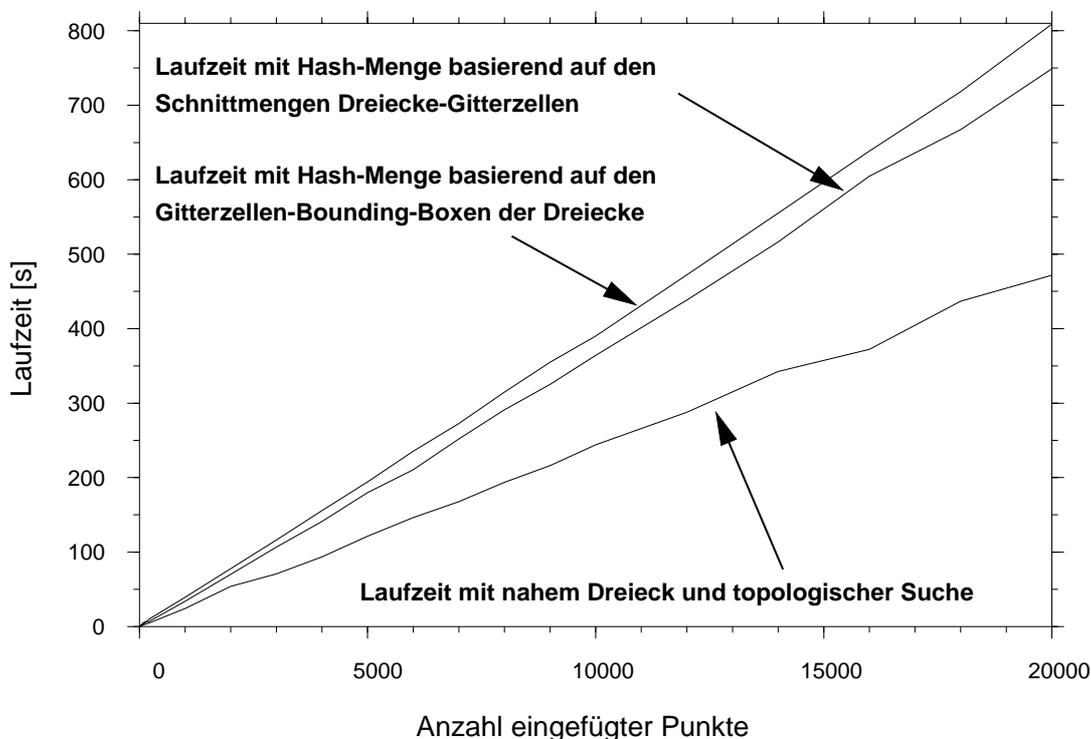
Abbildung 5.11.: Topologische Suche des Einfügeortes eines Punktes.

5.3.2.5. Vergleich der Verfahren zur Suche des Einfügeortes

Zu Vergleichszwecken wurden die drei beschriebenen Varianten des inkrementellen Einfügens von Punkten implementiert. Dabei handelt es sich um die beiden Varianten der Speicherung von Dreiecken in Listen zu den Gitterzellen (mittels Gitterzellen-Bounding-Box und Bestimmung der vom Dreieck geschnittenen Gitterzellen) sowie um das Verfahren der Bestimmung eines nahen Dreiecks und anschließender topologischer Suche.

Vergleicht man diese drei Verfahren miteinander, so stellt man fest, dass die Methoden auf der Basis der Hash-Mengen speicheraufwendiger sind, da neben dem Dreiecksnetz eine Matrix von Hash-Mengen im Hauptspeicher gehalten werden muss. Die Variante mit der Bestimmung der von einem Dreieck geschnittenen Zellen ist aufwendig zu berechnen, insbesondere wenn der Fall eintritt, dass ein Dreieck drei Zellen schneidet, die nicht in einer Zeile bzw. Spalte liegen.

Dagegen stellt sich die topologische Suche als robustes Verfahren dar, das ohne zusätzlichen Speicheraufwand auskommt. Die Suche nach dem Einfügeort ist effizienter, da räumliche Beziehungen bei der Traversierung des Dreiecksnetzes ausgewertet werden und nicht nur eine Liste linear getestet wird, die nicht weiter räumlich differenziert ist. Das Verfahren ist schneller als die anderen Verfahren, wie Laufzeitmessungen ergaben (vgl. Abb. 5.12). Die Laufzeiten wurden für ein Gitter der Größe von 81 x 81 Punkten gerechnet, was einem DGM



Grundgitter: 81 x 81 Punkte, entsprechend einem 25-m-Gitter für eine DGK5

Abbildung 5.12.: Laufzeiten für das Einfügen von Punkten in ein trianguliertes Gitter für drei Algorithmen.

mit 25 Meter Gitterweite für eine Deutsche Grundkarte 1:5.000 (DGK5) entspricht. Es wurden entsprechende Mengen von Punkten innerhalb des Gitters mit einem Zufallsgenerator erzeugt. Es zeigt sich durch die Ergebnisse, dass sich eine gezielte Berechnung der von einem Dreieck geschnittenen Zellen nicht lohnt, da sie keinen entscheidenden Zeitgewinn gegenüber der Verwendung der Gitterzellen-Bounding-Box mit sich bringt.

Bei den Überlegungen zur Favorisierung einer der Varianten muss berücksichtigt werden, dass die durchgeführten Laufzeitmessungen beim Einfügen von Punkten für den praktischen Einsatz nur bedingt als repräsentativ zu betrachten sind. Die Anzahl der Stützpunkte der Strukturinformation in einem Quadratgitter-DGM ist gegenüber der Anzahl der Gitterpunkte i . Allg. gering, weshalb der Aufwand sowohl bei der Implementierung der Varianten mit den Hash-Mengen als auch deren hoher Speicheraufwand zur Laufzeit nicht gerechtfertigt ist. Damit wird für die Suche nach dem Einfügeort die Variante mit der Bestimmung des nahen Dreiecks und anschließender topologischer Suche als die günstigste betrachtet.

Abschließend soll noch erwähnt werden, dass sich die topologische Triangulation zur Parallelisierung eignet, da die Indices der Dreiecke (und ggf. Kanten) bestimmten Gebieten im Ergebnisdreiecksnetz zugeordnet werden

können. Durch diese geometrische Eigenschaft kann das Gebiet in Teilgebiete zerlegt werden, die getrennt voneinander bearbeitet werden können. Ebenso kann das Einfügen von Punkten parallelisiert werden, da die entstehenden Dreiecke entlang einer Zeile oder Spalte der Gitterzellenmatrix maximal 3 Gitterzellen schneiden und die Einfügeoperation damit nur regionale Auswirkungen hat.

5.3.2.6. Schritt 3: Bildung der Sollseiten

Nach dem Einfügen der Stützpunkte der Strukturinformation müssen in der 3. Stufe der Triangulation die Sollseiten gebildet werden. Dies kann mit den in Abschnitt 5.2.3 beschriebenen Verfahren vorgenommen werden (z. B. SHEWCHUK, 1997; BERNAL, 1995; KLEIN, 1995; BUZIEK, 1994).

Bei einer sequentiellen Kantenbildung (BUZIEK, 1994) ist der Sonderfall zu berücksichtigen, dass das Dreieckspar einer geschnittenen Kante, das zur Umbildung auf Konvexität getestet wird, zum Dreieck degenerieren kann. In dem Fall kann keine einfache lokale Umbildung der zwei Dreiecke erfolgen, sondern es müssen weitere adjazente Dreiecke miteinbezogen werden.

Verfahren der Polygontriangulation stellen hierzu eine Alternative dar. Sie werden in Abschnitt 6.1 detaillierter behandelt. Der Fall, dass es bei einer Polygontriangulation zu einer kollinearen Punktfolge im Polygon kommt und somit ein Dreieckspar zum Dreieck degeneriert, wird in Abschnitt 6.6 berücksichtigt. Eine Prüfung des Dreiecksnetzes bzgl. horizontaler Dreiecke (*Plateaus*) muss nicht vorgenommen werden, da die Geripplinien im DGM i. Allg. keine Niveaulinien sind.

5.4. Kriterien zur Lösung der neutralen Fälle in DELAUNAY-Triangulationen

Wie oben bereits dargestellt ist bei der Vermaschung von regelmäßigen Gittern die Situation der neutralen Fälle zu lösen, in denen vier Punkte auf dem Umkreis eines Dreiecks liegen. Dieser Fall kann auch bei DELAUNAY-Triangulationen im Allgemeinen auftreten. Zunächst soll der häufig auftretende Fall der Triangulation von Quadratgittern untersucht werden, da dieser von zentralem Interesse für die Untersuchungen hier ist. Anschließend sollen die Überlegungen konzeptionell auf den allgemeinen neutralen Fall in DELAUNAY-Triangulationen ausgeweitet werden.

Abbildung 5.13 veranschaulicht die Situation für die zwei möglichen Kombinationen in einer Gitterzelle und dient als Grundlage der im Folgenden verwendeten Notation. Dabei bezeichnen die x_i und y_i die Koordinaten der Punkte in der Ebene, die z_i deren Höhe und d die mit dem Gitter assoziierte Gitterweite.

5.4.1. Einführung

Die einfachste Art, mit einem neutralen Fall umzugehen, ist die Festlegung der Orientierung der Diagonalen auf eine einheitliche Richtung innerhalb der Gitterzellen, wie es in Abbildung 5.14 links dargestellt ist (vgl. auch Abb. 5.2). Der Ausschnitt zeigt das Gebiet in den Abbildungen 2.5 und 2.7 mit einer Ausdehnung von $1 \text{ km} * 1 \text{ km}$, einer Gitterweite von 25 m und einer sich damit ergebenden Punktzahl von $41 * 41 = 1681$ sowie einer Zellenanzahl von $40 * 40 = 1600$. Alle weiteren Darstellungen bei der Einführung der Optimierungskriterien basieren auf diesem Datensatz, der in Abschnitt 7.1.3 eingehender beschrieben wird.

Durch die einheitliche Ausrichtung der Diagonalen beschränkt man sich auf die reine 2D-Information der Punkte bei der Vermaschung. Eine Alternative beim Quadratgitter ist, quasi ein "Schachbrettmuster" der Richtungen der Diagonalen zu erstellen, d. h., einen regelmäßigen Wechsel der Richtungen vorzugeben (vgl. Abb. 5.14 rechts).

Der Vollständigkeit halber sei hier noch auf den häufig verwendeten numerischen Trick hingewiesen, demzufolge bei mehr als 3 kozyklischen Punkten auf einem Dreiecksumkreis in einer irregulär verteilten Punktmenge eine Anzahl von Punkten während der Vermaschung geringfügig verschoben werden. Damit ist das Ergebnis jedoch abhängig von der Reihenfolge, in der die Dreiecke gebildet werden. Dieser Fall kann aufgrund der Vermaschungsvorgehensweise bei der topologischen Triangulation nicht auftreten, da die Punkte hierbei nicht auf Kozyklizität getestet werden. Die topologische Triangulation basiert gegenüber dem Umkreis Kriterium auf Indexberechnungen und die Punkte werden direkt über ihre Indices identifiziert.

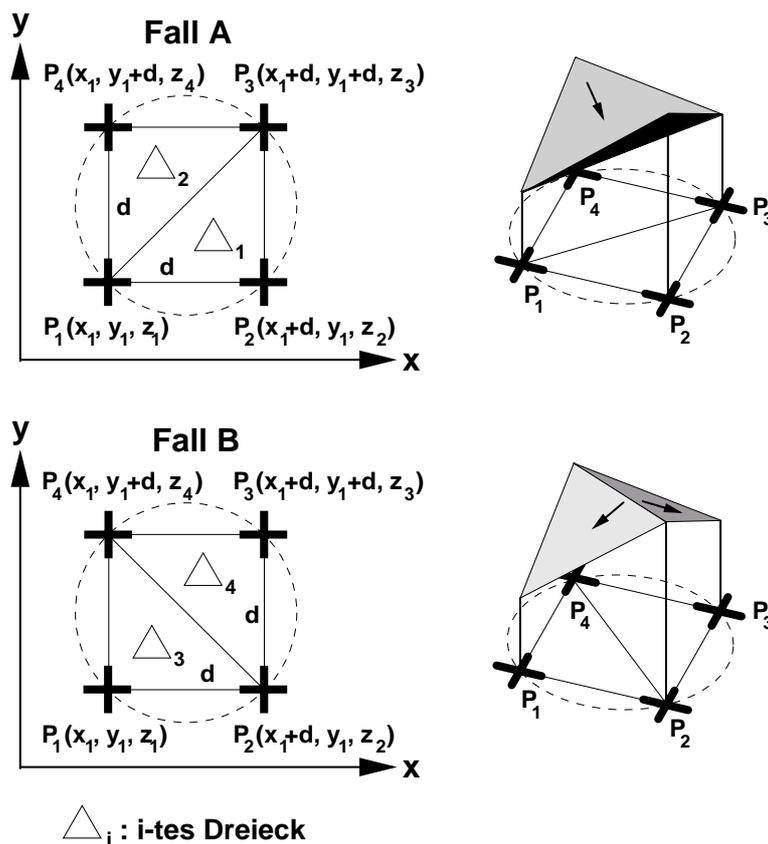


Abbildung 5.13.: Dreieckskombinationen innerhalb der Gitterzelle.

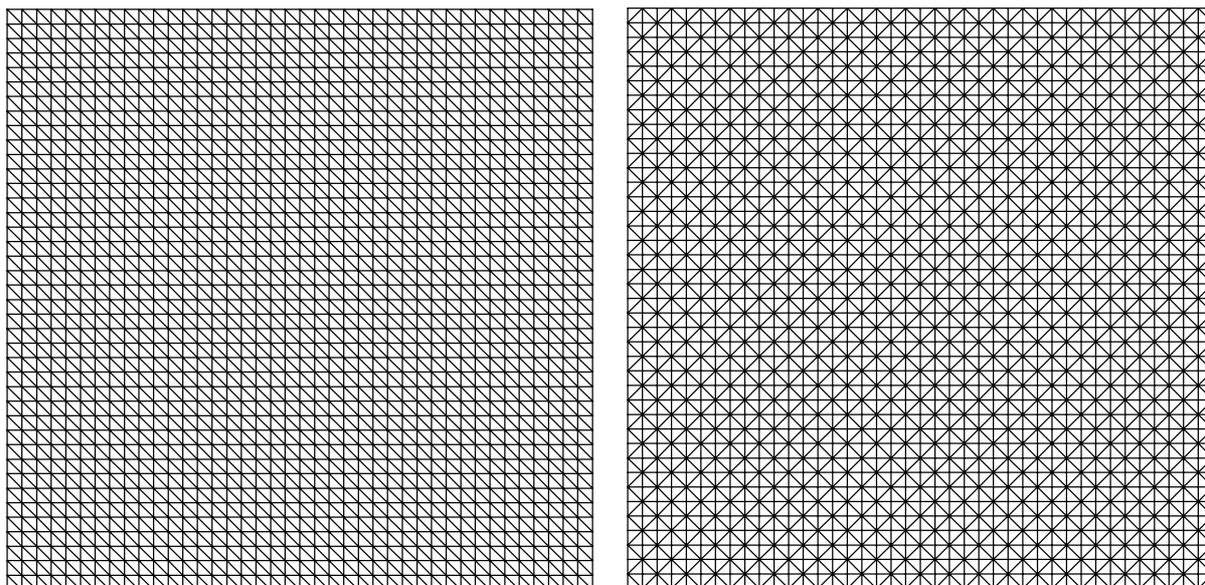
Die genannten Vorgehensweisen basieren nicht auf objektiven Kriterien, vielmehr wird die Wahl vom Entwickler des Programms vorgegeben. Es ist daher sinnvoll, nach alternativen Vermauskriterien zu suchen, die das DELAUNAY-Kriterium im neutralen Fall ergänzen. Das bedeutet die Ausweitung der bei der Vermauskung zu verwendenden Information auf die dritte Dimension, d. h. die entsprechenden Höhenwerte oder andere Attribute, mit denen die Punkte in der Ebene verknüpft sind. Da eine Ebene im Raum durch 3 Punkte (ein Dreieck) festgelegt ist und daher die zwei Dreiecke in einer Gitterzelle i . Allg. nicht koplanar sind, können unter Nutzung der dritten Dimension weiterführende Entscheidungskriterien für die Vermauskung aufgestellt werden.

Damit stellt sich die Frage, welche charakteristischen Merkmale eines Dreiecks als Kriterien verwendet werden können. Weiter muss diskutiert werden, wie diese dreiecksbezogenen Parameter bei der Berechnung eines charakteristischen Parameters bzw. eines Kriteriums für eine Gitterzelle miteinander kombiniert werden können. Darüber hinaus ist eine Auswahl an konkret zu untersuchenden Kriterien zu treffen.

Ein Dreieck hat einen *Flächeninhalt*, der trotz der planar gleichmäßigen Anordnung der Eckpunkte des Dreiecks aufgrund von dessen schiefer Lage variieren kann. Verbunden mit der schiefer Lage der Ebenen ist deren *Neigung*, die wiederum mit der *Rauhigkeit des Dreiecksnetzes* verknüpft ist. Weiter befindet sich unter dem Dreieck ein auf eine bestimmte Bezugsfläche bezogenes *Volumen*. Neben diesen Eigenschaften, die zunächst einzeln für die Dreiecke einer Gitterzelle berechnet und dann zusammengeführt werden können, gibt es auch die Möglichkeit, direkt für eine Gitterzelle Entscheidungskriterien anzugeben. Ein Beispiel hierfür ist die *Länge der räumlichen Diagonalen der Zelle*.

Für den Fall, dass für jede Zelle und für jede Variante nur ein Parameter berechnet wird, kann nur eine Minimierung oder Maximierung dieses Parameters für die Zelle erfolgen. Falls sich der entscheidungsbildende Parameter aus einer Kombination von Parametern der einzelnen Dreiecke zusammensetzt, kann weiter differenziert werden, wie die dreiecksbezogenen Parameter zusammengeführt bzw. miteinander verknüpft werden sollen. Zwei einfache Möglichkeiten bilden die Summe bzw. die Differenz der Dreiecksparameter.

Nach der Identifizierung dieser Charakteristika von Dreiecken bzw. der Gitterzelle, die prinzipiell als Grundlage für weiterführende Entscheidungskriterien genutzt werden können, gilt es zu untersuchen, welche davon einer detaillierteren Untersuchung zugeführt werden sollen. Dabei muss zunächst diskutiert werden, was das Ziel der Approximation eines Gitter-DGM mit einer Triangulation sein kann. Das allgemeine Ziel einer Approximation



**einheitliche Ausrichtung:
von links oben nach rechts unten**

**regelmäßige Ausrichtungsmuster:
Schachbrett**

Abbildung 5.14.: Regelmäßige Vermaschungsmuster.

ist, ein Referenzmodell oder ein Original in möglichst guter Qualität genähert wiederzugeben.

Das bringt die Frage auf, was bei einem Gitter-DGM ein Referenzmodell ist bzw. woraus dieses Modell besteht. Zum einen besteht das Gitter-DGM aus Daten bzw. Stützpunkten. Diese werden entweder aus einem unregelmäßigen Punkthaufen, d. h. dem originären DGM, mit einer Berechnungsregel abgeleitet (vgl. Abs. 2.4.4), oder bereits in Gitterform gemessen. Die Gitterweite wird bei letzterem derart gewählt, dass zwischen den Stützpunkten das Gelände durch eine Beschreibungsregel mit einer gewissen Genauigkeit modelliert werden kann. Falls das Gitter-DGM aus einem originären DGM berechnet wird, muss dieses eine hinreichende Stützpunktdichte aufweisen, die sich am zu verwendenden Berechnungsverfahren und an der kleinsten darzustellenden Reliefform orientiert. In beiden Fällen gilt, dass das Gitter-DGM mit einem Berechnungsverfahren assoziiert ist. Daher müssen diese Beschreibungsregeln bzw. die Interpolationsverfahren ebenfalls ein Teil des Modells bilden. Diese Betrachtungsweise wird z. B. auch von KRAUS (1973) verfolgt.

Da bei der hier durchzuführenden Approximation des Gitter-DGM mittels Triangulation alle Stützpunkte desselben verwendet werden, kann die Beurteilung der *Qualität der Approximation des Gitter-DGM durch die Triangulation* theoretisch nur über die *Qualität der Approximation des innerhalb der Gitterzellen geltenden Interpolationsverfahrens durch die Triangulation* erfolgen. Das heißt, durch die Triangulation des Gitters sollte die Interpolationsregel, die innerhalb der Gitterzellen gilt, bestmöglichst angenähert werden.

Die Konsequenz daraus ist, dass einem DGM-Nutzer für die Triangulation eines Gitter-DGM zu diesem immer die Interpolationsregel bekannt sein muss, mit der zwischen den Stützpunkten das Gelände modelliert werden soll. KRAUS (2000) und auch KONECNY & LEHMANN (1984) geben z. B. an, dass die Dichte der Stützpunkte im Gitter so gewählt werden sollte, dass zwischen den Gitterpunkten linear interpoliert werden kann. Dies führt auf die häufig verwendete Interpolationsregel des bilinearen Polynoms. Eine Triangulation des Gitters sollte demnach die bilinearen Polynome in den Gitterzellen bestmöglichst annähern.

In der Praxis ist einem DGM-Nutzer die in der Gitterzelle zu verwendende Interpolationsregel nicht immer bekannt. Zusätzlich kommt hinzu, dass die verfügbaren Geobasisdaten-DGM (bundesweit) unterschiedliche Gitterweiten aufweisen (vgl. ENDRULLIS, 2000; HARBECK, 2000a) und im ATKIS-OK nicht spezifiziert ist, mit welcher Interpolationsvorschrift in den Gitterzellen gearbeitet werden soll. Es wird vielmehr nur angegeben, dass die Gitterweite in Abhängigkeit von der Geländestruktur 25 m oder 50 m betragen soll (ADV, 1995). Die aktuelle Kategorisierung der ADV für DGM mit der besten Qualitätsstufe (DGM5/10) spezifiziert als Gitterweite "bis 20 m" (vgl. Abs. 2.4.5; HARBECK, 2000a). Da Geobasisdaten-DGM i. Allg. landesweit mit festen Gitterweiten bereitgestellt werden (sollen), können sich die Gitterweiten nur bedingt an den lokal vorhandenen Geländestrukturen orientieren. Insofern ist kritisch zu hinterfragen, ob durch eine Triangulation eine Interpolationsvorschrift approximiert werden kann bzw. soll. Es kann nur mit Einschränkungen angenommen werden,

dass sich die Gitterweite eines Gitter-DGM an der lokalen Geländestruktur orientiert und damit das Gelände in der Gitterzelle durch eine vorzugebende Interpolationsvorschrift, z. B. das bilineare Polynom, bestmöglichst modelliert wird.

Aus dieser Diskussion ergibt sich, dass das theoretisch günstigste ergänzende Vermaschkriterium dasjenige ist, welches die ursprüngliche Berechnungsregel, mit der zwischen den Gitterstützpunkten interpoliert werden soll, am besten approximiert. Daher soll hier der Ansatz der Approximation der bilinearen Polynome in den Gitterzellen untersucht werden, da das bilineare Polynom häufig als Berechnungsregel im DGM-Bereich verwendet wird (Abs. 5.4.2.2). Als Kriterium der Approximation des bilinearen Polynoms wurde das Volumen gewählt, d. h., die Differenz der Summe der Dreiecksvolumina zum Volumen des bilinearen Polynoms in der Gitterzelle wird minimiert. Als Gegenüberstellung wird zusätzlich auch eine Maximierung der Differenz vorgestellt.

Die Interpolationsvorschrift eines Gitter-DGM ist jedoch nicht immer bekannt und man kann nicht allgemein davon ausgehen, dass es sich dabei um das bilineare Polynom handelt. Daher sollen zusätzlich ergänzende Vermaschkriterien untersucht werden, die unabhängig von der originalen Interpolationsvorschrift sind. Entsprechend analysieren sie nur die durch das triangulierte Gitter-DGM gebildete Oberfläche hinsichtlich ihrer Eigenschaften. Als mögliche dreiecksbasierte Kriterien wurden oben das *Volumen unter der Oberfläche*, der *Oberflächeninhalt* sowie die *Neigung der Dreiecke* bzw. die *Rauhigkeit des Dreiecksnetzes* identifiziert. Sie sind als dreiecksbasierte Parameter geometrisch anschaulich, es ist jedoch festzulegen, wie sie zur Aufstellung eines Gitterzellenparameters miteinander kombiniert werden sollen. Für das Volumen und den Oberflächeninhalt ergeben sich durch Maximierung und Minimierung der Summen der Parameter leicht interpretierbare und anwendungsbezogene Kriterien, die entsprechend eingesetzt werden können (z. B. bei Massenermittlungen oder räumliche Flächenberechnungen; Abs. 5.4.2.1 und Abs. 5.4.4). Die Verwendung einer Differenz der Dreiecksparameter erscheint hier nur eingeschränkt sinnvoll und soll daher für diese Parameter nicht untersucht werden. Die Summe der Neigungen der Dreiecke im Dreiecksnetz bzw. die Rauhigkeit des Dreiecksnetzes lässt sich aufgrund der Eigenschaften der DELAUNAY-Triangulation nicht maximieren oder minimieren (Abs. 5.4.5). Es kann jedoch z. B. die Verwendung der Differenz der Dreiecksparameter erfolgen, da es hierfür eine Interpretationsmöglichkeit aus dem Bereich der Geomorphologie gibt (Erosion von Geländeoberflächen, s. a. Abs. 5.5).

Als mögliches gitterzellenbasiertes Kriterium wurde die *Länge der räumlichen Diagonalen der Gitterzelle* angeführt. Dieses Kriterium ist zwar auch geometrisch anschaulich, jedoch mehr abstrakter Natur, da sich nicht wie bei den anderen dreiecksbasierten Kriterien direkt potenzielle Anwendungen aufzeigen lassen. Prinzipiell kann das Kriterium als gitterzellenbezogener Parameter nur für eine Minimierung oder Maximierung der Summe der Längen der Diagonalen im Dreiecksnetz verwendet werden, und mögliche Anwendungen sind z. B. bei Netzwerkanalysen denkbar. Dies allein würde eine detaillierte Untersuchung jedoch nur mit Einschränkung rechtfertigen. Es zeigen sich allerdings im Verlauf der Untersuchung der anderen Kriterien übergeordnete Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften der Kriterien, so dass das Kriterium der *Länge der räumlichen Diagonalen der Gitterzelle* ebenfalls weiterführend untersucht wird (Abs. 5.4.3).

Da die mit den Kriterien entstehenden Oberflächen bestimmte Eigenschaften erhalten, kann man von *Optimierungskriterien* für die entstehenden Oberflächen sprechen. Mit diesen Untersuchungen können entsprechend auch die Eigenschaften der Oberflächen von triangulierten Gitter-DGM analysiert werden.

5.4.2. Volumen-Optimierung

5.4.2.1. Maximales und minimales Volumen

Ein Kriterium zur Entscheidung, welche Dreieckskombination gewählt werden soll, kann aus den Volumina abgeleitet werden, die sich durch die Dreiecke bezogen auf einen bestimmten Horizont bilden. Das Volumen eines Dreiecksprismas wird nach Formel 5.2 berechnet, als Beispiel dient das Dreieck Δ_1 in Abbildung 5.13.

$$V_{\Delta_1} = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 + z_3) * \frac{1}{2} (x_2 - x_1) * (y_3 - y_2) = \frac{1}{6} (z_1 + z_2 + z_3) d^2 \quad (5.2)$$

Entsprechend ergeben sich die Volumina der Dreiecke Δ_2 , Δ_3 und Δ_4 nach den Gleichungen 5.3:

$$V_{\Delta_2} = \frac{1}{6} (z_1 + z_3 + z_4) d^2, \quad V_{\Delta_3} = \frac{1}{6} (z_1 + z_2 + z_4) d^2 \quad \text{und} \quad V_{\Delta_4} = \frac{1}{6} (z_2 + z_3 + z_4) d^2 \quad (5.3)$$

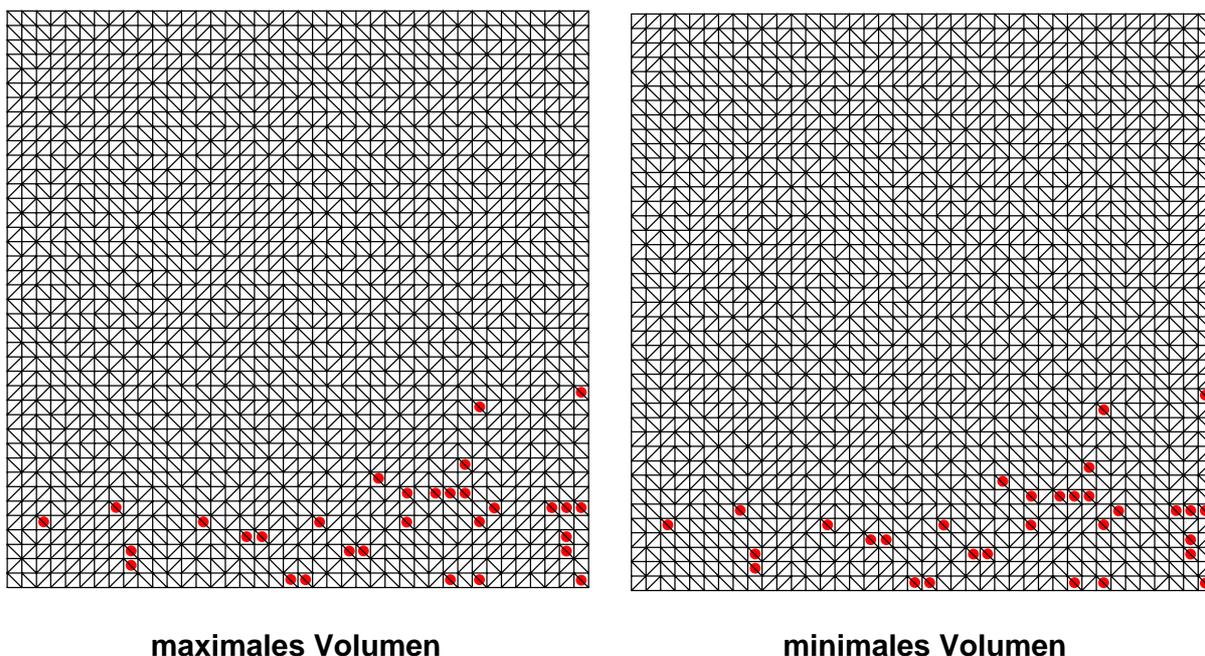
Kombiniert man die Volumina entsprechend den Dreieckskombinationsmöglichkeiten von Abbildung 5.13, so ergeben sich die Formeln 5.4 und 5.5 für die Kombinationen A und B:

$$\text{Fall A: } V_{\Delta_{12}} = \frac{1}{6} (2z_1 + z_2 + 2z_3 + z_4) d^2, \quad (5.4)$$

$$\text{Fall B: } V_{\Delta_{34}} = \frac{1}{6} (z_1 + 2z_2 + z_3 + 2z_4) d^2. \quad (5.5)$$

Aus ihnen ist ersichtlich, dass sich die Volumina der Dreiecks kombinationen A und B i. Allg. unterscheiden und damit mehrere Entscheidungskriterien möglich sind. Zum einen kann das Volumen innerhalb der Gitterzelle minimiert oder maximiert werden. Ein weiteres Kriterium wird im Zusammenhang mit der Approximation des bilinearen Polynoms in der Gitterzelle in Abschnitt 5.4.2.2 vorgestellt.

Abbildung 5.15 zeigt die nach Maximierung und Minimierung des Gesamtvolumens optimierten Triangulationen von Abbildung 5.14. Auf einen ersten Blick zeigt sich in Abbildung 5.15 erwartungsgemäß, dass die



- **Gitterzelle mit neutralem Fall (keine Entscheidungsmöglichkeit)**

Abbildung 5.15.: Optimierung des Volumens.

Ausrichtung der Diagonalen bei korrespondierenden Zellen differiert. Dies ist jedoch nicht immer der Fall. Zur leichteren Identifikation wurden in Abbildung 5.15 Zellen, in denen die Ausrichtung der Diagonalen in beiden Teilabbildungen gleich, durch Punkte hervorgehoben. In ihnen ist keine Entscheidung möglich, da sich für beide Kombinationsmöglichkeiten der Dreiecke das gleiche Volumen ergibt. Auf sie wird in Abschnitt 5.4.2.3 detaillierter eingegangen.

Zusätzlich werden aufgrund der geometrischen Anschaulichkeit des Optimierungskriteriums in Tabelle 5.1 einige Kenngrößen zu dem Beispiel angegeben. Die Angabe der absoluten extremalen Volumina ist wenig aussagekräftig, da diese sich auf einen gewählten Horizont (hier Normal Null) beziehen und daher in ihrer Größe direkt davon abhängig sind. Interessanter ist die Differenz zwischen beiden Werten bzw. die mittlere Zelledifferenz. Unter Berücksichtigung der Größe des Gebietes (1 km^2) zeigt sich, dass die Oberflächen im Mittel einen vertikalen Abstand von rund 0.17 m aufweisen.

Tabelle 5.1.: Zahlenbeispiel für die Volumenoptimierung.

Kenngröße	Volumen [m^3]
maximales Volumen	$1.044738 * 10^8$
minimales Volumen	$1.043009 * 10^8$
Gesamtdifferenz	173900.0
mittl. Zelledifferenz	108.7

5.4.2.2. Optimierung der Volumendifferenz zum bilinearen Polynom

Neben den absoluten Volumenbetrachtungen soll nun die Differenz zwischen der jeweiligen Summe der einzelnen Dreiecksvolumina und dem Volumen unter der bilinearen Fläche in der Gitterzelle betrachtet werden. Dies geschieht vor dem Hintergrund, das bilineare Polynom als Interpolationsregel innerhalb der Gitterzelle durch Minimierung der Differenz bestmöglichst zu approximieren. Als direkte Vergleichsmöglichkeit wird zusätzlich die maximale Volumendifferenz behandelt.

Die Koeffizienten a_{ij} des bilinearen Polynoms können mit dem linearen Gleichungssystem 5.6 eindeutig aus den Gitterzellenpunkten berechnet werden:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ a_{01} \\ a_{11} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Zur Lösung von Gleichung 5.6 wurde als Vereinfachung ein lokaler gitterzellenbezogener ebener Koordinatensprung in die linke untere Ecke der Zelle gelegt. Damit ergeben sich die Polynomkoeffizienten a_{ij} in Gleichung 5.7:

$$a_{00} = z_1, \quad a_{10} = \frac{z_2 - z_1}{d}, \quad a_{01} = \frac{z_3 - z_1}{d}, \quad a_{11} = \frac{z_1 - z_2 + z_3 - z_4}{d^2}. \quad (5.7)$$

Das Volumen unter der bilinearen Fläche V_b berechnet sich nach Gleichung 5.8:

$$\begin{aligned} V_b &= \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_3} a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy \, dx \, dy \\ &= a_{00} d^2 + \frac{1}{2} (a_{10} + a_{01}) d^3 + \frac{1}{4} a_{11} d^4. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Setzt man hier die Polynomkoeffizienten von Formel 5.7 ein, so stellt sich V_b in Abhängigkeit der Gitterweite d und der Höhen z_i wie in Gleichung 5.9 angeben dar.

$$V_b = \frac{1}{4} (3z_1 - z_2 + 3z_3 - z_4) d^2 \quad (5.9)$$

Damit ergeben sich für die Fälle A und B die folgenden Kennwerte, die für eine bestmögliche Approximation des bilinearen Polynoms in der Gitterzelle minimiert werden müssen (Gl. 5.10(1) und 5.10(2)):

$$\text{Fall A: } \delta V_{\Delta_{12b}} = \left| \frac{1}{6} (2z_1 + z_2 + 2z_3 + z_4) d^2 - \frac{1}{4} (3z_1 - z_2 + 3z_3 - z_4) d^2 \right|, \quad (1) \quad (5.10)$$

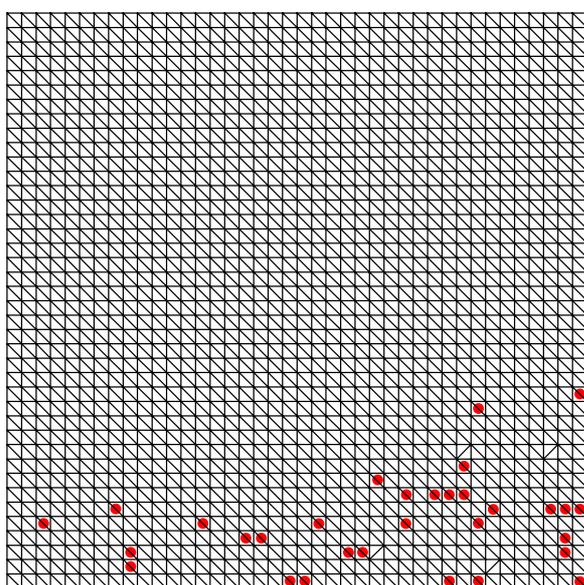
$$\text{Fall B: } \delta V_{\Delta_{34b}} = \left| \frac{1}{6} (z_1 + 2z_2 + z_3 + 2z_4) d^2 - \frac{1}{4} (3z_1 - z_2 + 3z_3 - z_4) d^2 \right|. \quad (2)$$

Abbildung 5.16 links zeigt die demnach günstigste Annäherung des bilinearen Polynoms in den Gitterzellen von Abbildung 5.14, rechts befindet sich zwecks Vergleich die Triangulation mit der Maximierung der Volumendifferenz. Das Ergebnis unterscheidet sich beim rein optischen Vergleich deutlich vom vorherigen in Abbildung 5.15 und überrascht durch die scheinbar einheitliche Ausrichtung der Diagonalen. Bei genauer Betrachtung zeigen sich jedoch einzelne Abweichungen. Ebenso wie in Abbildung 5.15 sind diejenigen Gitterzellen hervorgehoben, in denen keine Entscheidung möglich ist.

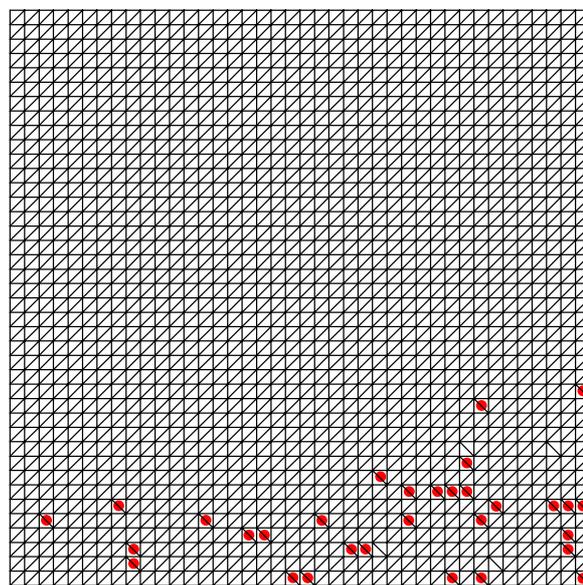
Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über die mit diesen Triangulationen verbundenen Kenngrößen. Interessant dabei ist, dass sich das Gesamtvolumen der Triangulation bei einer Maximierung oder Minimierung der Differenz nur sehr gering unterscheidet von dem Volumen, das sich aus der Summe der bilinearen Einzelvolumina ergibt. Das bedeutet, dass die Gesamtsumme der bilinearen Volumina im Mittel durch die Triangulationen gut approximiert wird. Betrachtet man die gemittelte absolute Einzeldifferenz für die Minimierung der Differenzen, so zeigt sich, dass die Approximation des bilinearen Polynoms in der Gitterzelle durch die Triangulation zu einer Oberfläche führt, die im Mittel einen vertikalen Abstand von rund $0.27 \, m$ zur bilinearen Fläche hat. Dies kann als mittlerer Höhenfehler der Triangulation gegenüber den bilinearen Flächen in den Gitterzellen aufgefasst werden. Ein entsprechend größerer mittlerer Höhenfehler ergibt sich durch die Maximierung der Differenz, die hier jedoch nicht weiter diskutiert werden soll.

Tabelle 5.2.: Zahlenbeispiel für die Optimierung der Volumendifferenz.

Kenngroße	Volumen [m^3]
Summe der bilinearen Einzelvolumina	$1.043761 * 10^8$
Minimierung der Differenzen	
Summe der Einzeldifferenzen zu den bil. Volumina	-8984.4
mittl. Zelloffizier	-5.6
Summe der absoluten Einzeldifferenzen zu den bil. Volumina	434750.0
mittl. absolute Zelloffizier	271.7
Maximierung der Differenzen	
Summe der Einzeldifferenzen zu den bil. Volumina	-12578.1
mittl. Zelloffizier	-7.9
Summe der absoluten Einzeldifferenzen zu den bil. Volumina	608650.0
mittl. absolute Zelloffizier	380.4



**Minimale Volumendifferenzen
zu lokalen bilinearen Polynomen**



**Maximale Volumendifferenzen
zu lokalen bilinearen Polynomen**

- **Gitterzelle mit neutralem Fall (keine Entscheidungsmöglichkeit)**

Abbildung 5.16.: Optimierung der Volumendifferenz zu den lokalen bilinearen Polynomen.

5.4.2.3. Der neutrale Fall der Volumenoptimierung

Da mit den diskutierten Kriterien Entscheidungsmöglichkeiten beim Auftreten von neutralen Fällen bei der DELAUNAY-Triangulation und im Speziellen bei der Triangulation von Quadratgittern untersucht werden sollen, stellt sich die Frage, in welchen Situationen die vorgestellten Kriterien nicht greifen, wann also ein *neutraler Fall* für ein Optimierungskriterium vorliegt.

Im Fall der Volumenoptimierung bedeutet dies, die Formeln 5.4 und 5.5 gleichzusetzen, dies ergibt Gleichung 5.11:

$$\frac{1}{6} (2z_1 + z_2 + 2z_3 + z_4) d^2 = \frac{1}{6} (z_1 + 2z_2 + z_3 + 2z_4) d^2 \quad (5.11)$$

Multiplikation mit 6 bzw. Division durch d^2 und Sammlung aller Terme auf einer Seite ergibt Gleichung 5.12, deren Lösung die neutralen Fälle der Volumenoptimierung beschreibt.

$$z_1 - z_2 + z_3 - z_4 = 0 \quad (5.12)$$

Diese Gleichung lässt sich umformen zu den Gleichungen 5.13(1) und 5.13(2)

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_3 \quad (1) \quad \text{und} \quad z_1 - z_4 = z_2 - z_3 \quad (2), \quad (5.13)$$

aus denen zu erkennen ist, dass es sich bei den neutralen Fällen der Volumenoptimierung um die Fälle handelt, bei denen die vier Punkte einer Gitterzelle koplanar sind. Dies ist geometrisch einfach vorstellbar, da in diesem Fall jede Dreieckskombination das gleiche Volumen hat.

Da das Volumen des bilinearen Polynoms in einer Gitterzelle eindeutig bestimmt ist, ergeben sich für die neutralen Fälle der Minimierung oder Maximierung der Differenzen zwischen der Volumensumme der Dreiecke und den jeweiligen bilinearen Volumen in den Gitterzellen die gleichen neutralen Fälle. Eine gesonderte Betrachtung ist daher nicht notwendig.

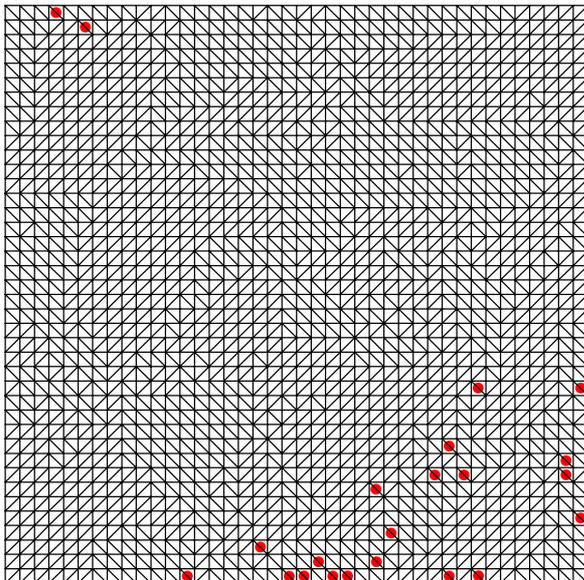
5.4.3. Länge der Raumdiagonalen

5.4.3.1. Die Länge der Raumdiagonalen als Optimierungskriterium

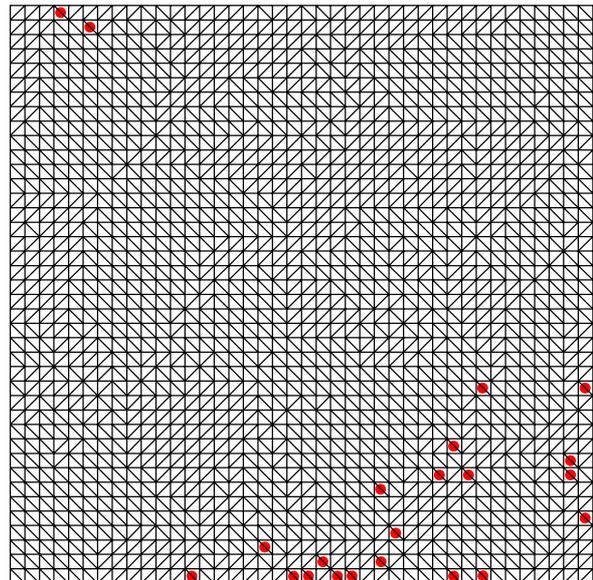
Als nächstes Optimierungskriterium soll die Länge der Raumdiagonalen s in der Gitterzelle untersucht werden, die für die Fälle A und B nach mehrfacher Anwendung des Satzes von Pythagoras mit den Formeln 5.14(1) und 5.14(2) berechnet werden:

$$\text{Fall A: } s = \sqrt{2d^2 + (z_3 - z_1)^2}, \quad (1) \quad \text{und} \quad \text{Fall B: } s = \sqrt{2d^2 + (z_4 - z_2)^2}. \quad (2) \quad (5.14)$$

Die beiden Raumdiagonalen sind i. Allg. nicht identisch, und es kann ein Entscheidungskriterium aufgestellt werden. Die Summe der Diagonalen kann minimiert oder maximiert werden. Abbildung 5.17 zeigt die nach diesen Kriterien optimierten Triangulationen von Abbildung 5.14. Aufgrund der eher abstrakten Eigenschaften dieses Optimierungskriteriums wird auf die Wiedergabe der numerischen Werte verzichtet. Im Vergleich mit den Ergebnissen aus der Optimierung des Volumens (Abb. 5.15 u. Abb. 5.16) ist allein aus der räumlichen Verteilung der neutralen Fälle zu sehen, dass die bisher vorgestellten Kriterien unterschiedliche Triangulationen hervorbringen. Die analytische Betrachtung der neutralen Fälle dieses Kriteriums erfolgt im nächsten Abschnitt.



maximale räumliche Diagonalen



minimale räumliche Diagonalen

- **Gitterzelle mit neutralem Fall (keine Entscheidungsmöglichkeit)**

Abbildung 5.17.: Optimierung der Raumdiagonalen.

5.4.3.2. Neutrale Fälle der Optimierung der Länge der Raumdiagonalen

Gleichsetzen der Formeln 5.14(1) und 5.14(2) führt zu der Gleichung 5.15:

$$\sqrt{2d^2 + (z_3 - z_1)^2} = \sqrt{2d^2 + (z_4 - z_2)^2}. \quad (5.15)$$

Quadrieren der Gleichung, Subtraktion von $2d^2$ und Sammlung der Terme auf der linken Seite führt zu Gleichung 5.16.

$$(z_3 - z_1)^2 - (z_4 - z_2)^2 = 0. \quad (5.16)$$

Diese kann man unter Nutzung der Binomischen Formeln auflösen zu Gleichung 5.17.

$$\left((z_3 - z_1) - (z_4 - z_2)\right)\left((z_3 - z_1) + (z_4 - z_2)\right) = 0 \quad (5.17)$$

Auflösen der Klammern sowie zweimalige Multiplikation des Ausdrucks mit -1 führt zu Gleichung 5.18:

$$(z_1 - z_2 - z_3 + z_4)(z_1 + z_2 - z_3 - z_4) = 0. \quad (5.18)$$

Das heisst, ein neutraler Fall der Optimierung der Länge der Raumdiagonalen ist gegeben, wenn einer der beiden Klammerausdrücke in Gleichung 5.18 identisch Null wird. Geometrisch interpretiert versagt das Kriterium der Länge der Raumdiagonalen also, wenn die Höhendifferenzen der diagonal gegenüberliegenden Punkte identisch sind.

5.4.4. Der Flächeninhalt der räumlichen Dreiecke

5.4.4.1. Optimierung des räumlichen Flächeninhalts

Der räumliche Flächeninhalt der Dreiecke kann unter Verwendung des Vektorproduktes berechnet werden. Der Betrag des Vektorproduktes $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ entspricht dem Flächeninhalt des von \mathbf{a} und \mathbf{b} aufgespannten Parallelogramms, somit entspricht der Flächeninhalt F_{Δ_i} des räumlichen Dreiecks Δ_i der Hälfte des Betrags des Vektorproduktes, das aus zwei Dreiecksseiten gebildet wird. Zur Behandlung des Vorzeichens des Vektorproduktes wird dessen Skalarprodukt mit sich selber berechnet, zur weiteren Berechnung kann die Identität von LAGRANGE angewendet werden. Damit ergibt sich Gleichung 5.19.

$$F_{\Delta_i} = \frac{1}{2} \sqrt{(\mathbf{a}_{\Delta_i} \times \mathbf{b}_{\Delta_i})(\mathbf{a}_{\Delta_i} \times \mathbf{b}_{\Delta_i})}, \quad (5.19)$$

wobei \mathbf{a}_{Δ_i} und \mathbf{b}_{Δ_i} aus den Differenzvektoren zu den Dreiecks Eckpunkten errechnet werden (s. Gl. 5.20 als Beispiel für Δ_1).

$$\mathbf{a}_{\Delta_1} = \begin{pmatrix} -d \\ 0 \\ z_1 - z_2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b}_{\Delta_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ d \\ z_3 - z_2 \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

Für die einzelnen Dreiecke in Abbildung 5.13 ergeben sich unter Einführung des lokalen Koordinatenursprungs in der linken unteren Ecke der Gitterzelle und der Gitterweite d (s. o.) die Flächeninhalte in den Formeln 5.21.

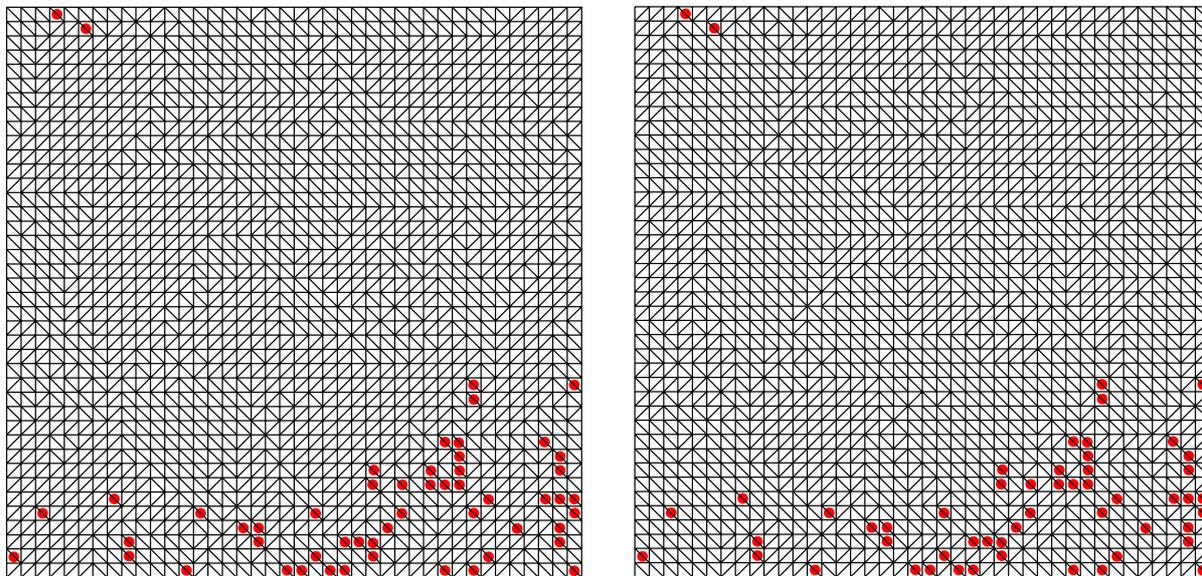
$$\begin{aligned} F_{\Delta_1} &= \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_3 - z_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)} \\ F_{\Delta_2} &= \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_1 - z_4)^2 + (z_3 - z_4)^2)} \\ F_{\Delta_3} &= \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2)} \\ F_{\Delta_4} &= \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_3)^2 + (z_2 - z_3)^2)} \end{aligned} \quad (5.21)$$

Es zeigt sich, dass die Kombinationen A und B aus den Dreiecken in Abbildung 5.13 i. Allg. nicht den gleichen Oberflächeninhalt haben. Man kann den Oberflächeninhalt der durch die Triangulation gebildeten Oberfläche durch Wahl der entsprechenden Varianten A oder B, deren Oberflächeninhalte mit den Gleichungen 5.22 und 5.23 gegeben sind, minimieren bzw. maximieren.

$$\begin{aligned} \text{Fall A: } F_{\Delta_{12}} &= \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_3 - z_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)} + \\ &\quad \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_1 - z_4)^2 + (z_3 - z_4)^2)} \quad , \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\text{Fall B: } F_{\Delta_{34}} = \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2)} + \frac{1}{2} \sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_3)^2 + (z_2 - z_3)^2)} \quad (5.23)$$

Abbildung 5.18 zeigt die nach diesen Kriterien optimierten Triangulationen von Abbildung 5.14, sie unterscheidet sich vom Muster her deutlich von den bisherigen Optimierungsergebnissen (Abb. 5.15, Abb. 5.16 u. Abb. 5.17). Allerdings zeigt sich, dass ein Großteil der neutralen Fälle der Optimierung des Oberflächeninhalts auch als neutrale Fälle bei der Optimierung des Volumens bzw. der Länge der Raumdiagonalen auftritt.



**Maximaler Flächeninhalt
der Oberfläche**

**Minimaler Flächeninhalt
der Oberfläche**

- **Gitterzelle mit neutralem Fall (keine Entscheidungsmöglichkeit)**

Abbildung 5.18.: Optimierung des Oberflächeninhalts.

In Tabelle 5.3 werden aufgrund der geometrischen Anschaulichkeit des Kriteriums die Kenngrößen der Triangulationen aufgeführt. Berücksichtigt man, dass die ebene Fläche des Gebietes bereits $10^6 m^2$ umfasst, so ist die Differenz gegenüber den berechneten Oberflächen mit rund 2% sehr gering. Sie könnte jedoch als Maßzahl der Bewegtheit des Geländes im Gebiet interpretiert werden. Dies soll hier jedoch nicht weiter ausgeführt werden, da hierzu vertiefende Untersuchungen und weitere vergleichende Studien mit anderen Testgebieten notwendig wären. Wesentlich geringer als die Differenz der Oberflächen zur Horizontalebene ist die Differenz zwischen den berechneten Flächeninhalten (weniger als 0.01 %).

Tabelle 5.3.: Zahlenbeispiel für die Optimierung des Oberflächeninhalts.

Kenngröße	Flächeninhalt [m^2]
maximale Oberfläche	1020418.1
minimale Oberfläche	1020347.6
Gesamtdifferenz	70.5
mitl. Zellendifferenz	0.044

5.4.4.2. Neutrale Fälle der Optimierung des räumlichen Flächeninhalts

Für das Auftreten eines neutralen Falles bei der Optimierung des räumlichen Flächeninhalts muss die folgende Gleichung 5.24 erfüllt sein:

$$F_{\Delta_1} + F_{\Delta_2} = F_{\Delta_3} + F_{\Delta_3}. \quad (5.24)$$

Einsetzen der Formeln 5.21 in Gleichung 5.24 und multiplizieren des gesamten Ausdrucks mit 2 ergibt

$$\begin{aligned} & \sqrt{d^4 + d^2((z_3 - z_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)} + \sqrt{d^4 + d^2((z_1 - z_4)^2 + (z_3 - z_4)^2)} = \\ & \sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2)} + \sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_3)^2 + (z_2 - z_3)^2)}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Da es sich bei den Ausdrücken in den innersten Klammern jeweils um Differenzen zwischen verschiedenen z_i handelt, wird aus Platzgründen an dieser Stelle die folgende Notation bzw. Substitution 5.26 eingeführt:

$$\begin{aligned} (z_1 - z_2) &\mapsto \delta z_{12} \iff (z_1 - z_2)^2 \mapsto \delta z_{12}^2 \\ (z_1 - z_4) &\mapsto \delta z_{14} \iff (z_1 - z_4)^2 \mapsto \delta z_{14}^2 \\ (z_2 - z_1) &\mapsto \delta z_{21} \iff (z_2 - z_1)^2 \mapsto \delta z_{21}^2 \\ (z_2 - z_3) &\mapsto \delta z_{23} \iff (z_2 - z_3)^2 \mapsto \delta z_{23}^2 \\ (z_3 - z_2) &\mapsto \delta z_{32} \iff (z_3 - z_2)^2 \mapsto \delta z_{32}^2 \\ (z_3 - z_4) &\mapsto \delta z_{34} \iff (z_3 - z_4)^2 \mapsto \delta z_{34}^2 \\ (z_4 - z_3) &\mapsto \delta z_{43} \iff (z_4 - z_3)^2 \mapsto \delta z_{43}^2 \\ (z_4 - z_1) &\mapsto \delta z_{41} \iff (z_4 - z_1)^2 \mapsto \delta z_{41}^2. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Aufgrund der 2. Potenzen der Differenzausdrücke im rechten Teil erhält man für diese Ausdrücke immer ein positives Vorzeichen, und es gelten die Gleichungen 5.27:

$$\delta z_{14}^2 = \delta z_{41}^2, \delta z_{12}^2 = \delta z_{21}^2, \delta z_{34}^2 = \delta z_{43}^2 \text{ und } \delta z_{32}^2 = \delta z_{23}^2. \quad (5.27)$$

Mit den Konventionen 5.26 bzw. Identitäten 5.27 kann Gleichung 5.25 nach einigen elementaren Umformungen als Gleichung 5.28 geschrieben werden, die unabhängig von der Gitterweite d ist.

$$\delta z_{32}^2 \delta z_{34}^2 + \delta z_{12}^2 \delta z_{14}^2 = \delta z_{41}^2 \delta z_{43}^2 + \delta z_{21}^2 \delta z_{23}^2. \quad (5.28)$$

Mehr Details zu den Einzelschritten dieser Umformung finden sich in einem anderen Zusammenhang in Anhang A. Sammeln der Terme auf der linken Seite der Gleichung und Vertauschen einiger Indices (vgl. Gl. 5.27) ergibt Gleichung 5.29.

$$\delta z_{32}^2 \delta z_{43}^2 + \delta z_{12}^2 \delta z_{41}^2 - \delta z_{41}^2 \delta z_{43}^2 - \delta z_{12}^2 \delta z_{32}^2 = 0. \quad (5.29)$$

Hier können nun zwei Ausdrücke, nämlich δz_{43}^2 und δz_{12}^2 , ausgeklammert werden, was zu Gleichung 5.30 führt:

$$(\delta z_{32}^2 - \delta z_{41}^2) \delta z_{43}^2 - (\delta z_{32}^2 - \delta z_{41}^2) \delta z_{12}^2 = 0. \quad (5.30)$$

Dies kann weiter zusammengefasst werden zu Gleichung 5.31:

$$(\delta z_{32}^2 - \delta z_{41}^2) (\delta z_{43}^2 - \delta z_{12}^2) = 0 \quad (5.31)$$

Unter Verwendung der Binomischen Formeln kann dies aufgelöst werden zu Gleichung 5.32:

$$(\delta z_{32} - \delta z_{41}) (\delta z_{32} + \delta z_{41}) (\delta z_{43} - \delta z_{12}) (\delta z_{43} + \delta z_{12}) = 0. \quad (5.32)$$

Rücksubstitution der Kurznotation 5.26 führt zu Gleichung 5.33:

$$\left((z_3 - z_2) - (z_4 - z_1) \right) \left((z_3 - z_2) + (z_4 - z_1) \right) \left((z_4 - z_3) - (z_1 - z_2) \right) \left((z_4 - z_3) + (z_1 - z_2) \right) = 0. \quad (5.33)$$

Auflösen der Klammern ergibt Gleichung 5.34:

$$(z_3 - z_2 - z_4 + z_1)(z_3 - z_2 + z_4 - z_1)(z_4 - z_3 - z_1 + z_2)(z_4 - z_3 + z_1 - z_2) = 0. \quad (5.34)$$

Diese Gleichung wird mit $1 = (-1)^2$ multipliziert, und zwar jeweils der 2. und die 3. Klammerausdruck mit -1 . Weiter werden die Terme in den Klammern nach aufsteigenden Indices sortiert. Dies ergibt Gleichung 5.35:

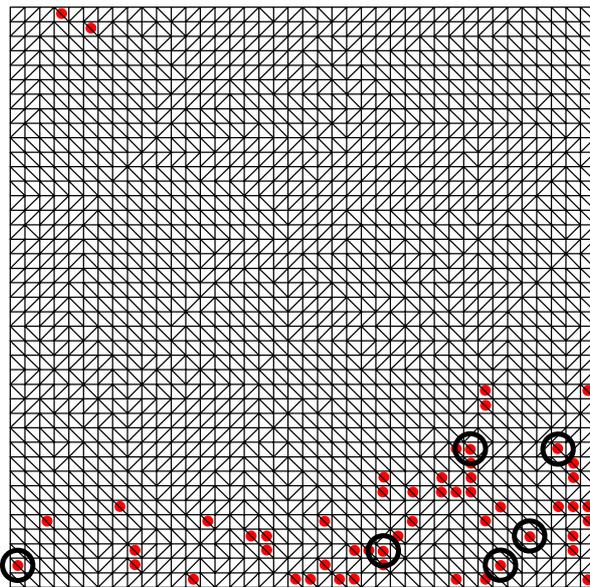
$$(z_1 - z_2 + z_3 - z_4)(z_1 + z_2 - z_3 - z_4)(z_1 - z_2 + z_3 - z_4)(z_1 - z_2 - z_3 + z_4) = 0. \quad (5.35)$$

Betrachtet man diese Gleichung genauer, so stellt man fest, dass die 1. und die 3. Klammer identisch sind. Weiter stellt der Ausdruck in diesen Klammern den neutralen Fall bei der Optimierung des Volumens dar (Gl. 5.12). Außerdem handelt es sich bei der 2. sowie der 4. Klammer um die neutralen Fälle bei der Optimierung der Länge der Raumdiagonalen dar (Gl. 5.18). Damit ist bewiesen, dass die Menge der neutralen Fälle bei der

Optimierung des Oberflächeninhalts der Vermaschung der Vereinigungsmenge der neutralen Fälle der Optimierung des Volumens sowie der Optimierung der Länge der Raumdiagonalen entspricht. Zusammengefasst kann Gleichung 5.35 damit dargestellt werden als Gleichung 5.36:

$$\underbrace{(z_1 - z_2 + z_3 - z_4)^2}_{\text{s. Gl. 5.12}} \underbrace{(z_1 + z_2 - z_3 - z_4)(z_1 - z_2 - z_3 + z_4)}_{\text{s. Gl. 5.18}} = 0. \quad (5.36)$$

Ein graphischer Vergleich des Auftretens der neutralen Fälle ist in Abbildung 5.19 gegeben. Die Unterschiede zwischen den neutralen Fällen bei der Optimierung des Oberflächeninhalts einerseits und den neutralen Fällen bei der Optimierung des Volumens bzw. der Länge der Raumdiagonalen andererseits wurden mit einem schwarzen Kreis hervorgehoben. Eine Überprüfung der mit schwarzen Kreisen markierten Zellen zeigte, dass die



Minimaler Oberflächeninhalt

- Gitterzelle mit neutralem Fall (keine Entscheidungsmöglichkeit)
- numerisch zunächst nicht detektierte Zelle mit neutralem Fall bei der Volumenoptimierung

Abbildung 5.19.: Graphischer Vergleich der neutralen Fälle.

Differenzen der Volumina für die Fälle A und B in der Größenordnung der letzten Stelle liegen und damit die scheinbare Entscheidungsmöglichkeit auf numerische Probleme zurückzuführen ist. Dies liegt in der aufwendigen Berechnung der Volumina. Damit zeigt sich, dass nicht alle neutralen Fälle bei der Optimierung des Volumens mit den Formeln 5.4 und 5.5 detektiert werden. Eine numerisch bessere Detektierung der neutralen Fälle ist direkt mit der Formel 5.12 (und für die Optimierung der Länge der Raumdiagonalen mit Formel 5.18) möglich, da hier Originalgitterhöhen derselben Größenordnung addiert bzw. subtrahiert werden, mit denen direkt in Abhängigkeit von der numerischen Genauigkeit der gegebenen Höhen ein Vergleich vorgenommen werden kann.

5.4.5. Lokale Optimierung der Differenz der Oberflächenrauheiten

Eine Eigenschaft der DELAUNAY-Triangulation ist, dass sie die SOBOLEV-Semi-Norm, d. h. die Oberflächenrauheit der durch sie gebildeten Oberfläche, minimiert (Abs. 5.2.2; RIPPA, 1990). Die Parameterdarstellung der Ebenengleichung g_{Δ_1} für das Dreieck Δ_1 in Abbildung 5.13 ergibt sich mit Formel 5.37:

$$g_{\Delta_1} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + x * \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ (z_1 - z_2)/d \end{pmatrix} + y * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ (z_3 - z_2)/d \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

$$= p_2 + x * \alpha_{\Delta_1} + y * \beta_{\Delta_1},$$

dabei stellen α_{Δ_1} und β_{Δ_1} die Gradienten der Ebene entlang der Koordinatenlinien für das Dreieck Δ_1 dar. Entsprechend können die Ebenengleichungen für die anderen Dreiecke aufgestellt werden. Die SOBOLEV-Semi-Norm $|g|_{\Delta}^2$ der Triangulation Δ ergibt sich mit Formel 5.38 (RIPPA, 1990):

$$|g|_{\Delta}^2 = \sum_{i=1}^{n_{\Delta}} |g|_{\Delta_i}^2, \quad |g|_{\Delta_i}^2 = \int_{\Delta_i} \left[\left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)^2 \right] dx \, dy. \quad (5.38)$$

Das bedeutet, dass die Summe der in die Ebene projizierten Dreiecksflächen, die jeweils mit der Summe der Quadrate der Gradienten des entsprechenden Dreiecks multipliziert werden, die SOBOLEV-Semi-Norm bildet. Vereinfacht kann Formel 5.38 dann unter Verwendung von Formel 5.37 mit deren Anwendung auf alle Dreiecke und Berücksichtigung der Gitterweite als Differenz zwischen den Koordinatenwerten der Gitterzellen mit Formel 5.39 dargestellt werden:

$$|g|_{\Delta}^2 = \sum_{i=1}^{n_{\Delta}} \frac{d^2}{2} (\alpha_{\Delta_i}^2 + \beta_{\Delta_i}^2) \quad (5.39)$$

Die Beiträge der einzelnen Dreiecke aus Abbildung 5.13 zur Gesamtrauheit ergeben sich dann mit den Formeln 5.40:

$$\begin{aligned} \Delta_1 : |g|_{\Delta_1}^2 &= \frac{d^2}{2} \left(2 + \frac{(z_1 - z_2)^2}{d^2} + \frac{(z_3 - z_2)^2}{d^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (2d^2 + (z_1 - z_2)^2 + (z_3 - z_2)^2) \\ \Delta_2 : |g|_{\Delta_2}^2 &= \frac{1}{2} (2d^2 + (z_1 - z_4)^2 + (z_3 - z_4)^2) \\ \Delta_3 : |g|_{\Delta_3}^2 &= \frac{1}{2} (2d^2 + (z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) \\ \Delta_4 : |g|_{\Delta_4}^2 &= \frac{1}{2} (2d^2 + (z_4 - z_3)^2 + (z_2 - z_3)^2). \end{aligned} \quad (5.40)$$

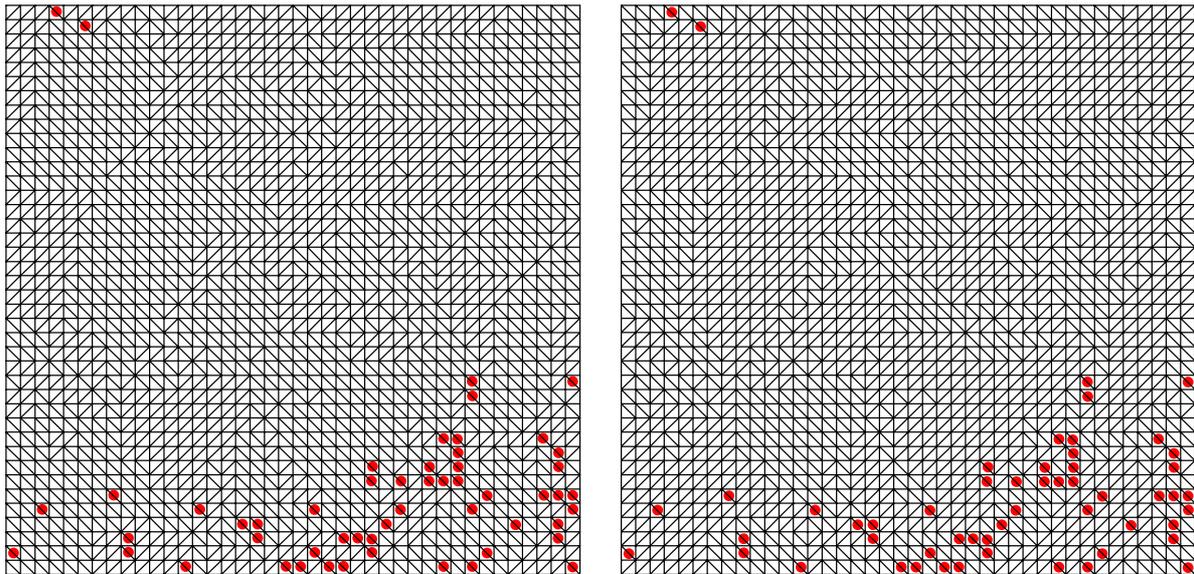
Dabei wurde zur Vereinfachung für die Gitterzelle ein lokaler ebener Koordinatenursprung in der linken unteren Ecke angenommen. Bildet man nun entsprechend der möglichen Dreieckskombinationen aus Abbildung 5.13 mit Δ_1 und Δ_2 sowie Δ_3 und Δ_4 die Summen der Einzelrauheiten, so stellt man fest, dass sich aufgrund der Quadrierung der Höhendifferenzen die Gesamtsumme der Rauheiten, also die Gesamtoberflächenrauheit der Gitterzelle, auch im neutralen Fall nicht ändert, wie es bereits von RIPPA (1990) bewiesen wurde. Allerdings variieren die Einzelrauheiten aufgrund des wechselseitigen Auftretens der Quadrate der Höhendifferenzen unterschiedlich, so dass aus der Differenz der Einzelrauheiten der Dreiecke einer Gitterzelle ein Kriterium zur Beschreibung der lokalen Variation der Rauigkeit innerhalb der Zelle abgeleitet werden kann.

Nimmt man also bei der Wahl der Diagonalen diejenige, deren assoziierte Dreieckskombination betragsmäßig die geringere Differenz bei den Einzelrauheiten aufweist, so erzielt man eine Minimierung der Streuung der lokalen (gitterzellenbezogenen) Oberflächenrauheiten. Umgekehrt kann eine Maximierung der Streuung der lokalen Oberflächenrauheiten erzielt werden (s. Gl. 5.41 und 5.42).

$$\text{Fall A: } \delta |g|_{\Delta_{12}}^2 = \left| \frac{1}{2} (2d^2 + (z_1 - z_2)^2 + (z_3 - z_2)^2) - \frac{1}{2} (2d^2 + (z_1 - z_4)^2 + (z_3 - z_4)^2) \right| \quad (5.41)$$

$$\text{Fall B: } \delta |g|_{\Delta_{34}}^2 = \left| \frac{1}{2} (2d^2 + (z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) - \frac{1}{2} (2d^2 + (z_4 - z_3)^2 + (z_2 - z_3)^2) \right| \quad (5.42)$$

Abbildung 5.20 stellt die nach diesen Kriterien optimierten Triangulationen von Abbildung 5.14 dar. Auf eine Wiedergabe der numerischen Werte für die Triangulation wird aufgrund des abstrakten Charakters des Optimierungskriteriums verzichtet. Beim Vergleich mit den bisherigen Ergebnissen zeigt sich, dass sich bis auf zwei Ausnahmen unterschiedliche Triangulationen ergeben, was sich bereits durch die Unterschiede in den Mustern der neutralen Fälle zeigt. Nur beim Vergleich mit dem Kriterium *Optimierung des räumlichen Flächeninhalts der Dreiecke* (Abs. 5.4.4) findet sich ein identisches Muster bei den neutralen Fällen und jeweils zwei Triangulationen sind identisch. Das Kriterium der Minimierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz entspricht offensichtlich dem Kriterium der Maximierung des Oberflächeninhalts, zumindest für den Beispieldatensatz. Entsprechend gilt umgekehrt bei der lokalen Rauigkeitsdifferenz für deren Maximierung, dass sie einer Minimierung des Oberflächeninhalts entspricht. Die beiden Kriterien können ineinander überführt werden. Der Beweis kann durch elementare Umformungen erbracht werden und befindet sich in Anhang A. Aufgrund dieser Identität gelten die Aussagen bzgl. der neutralen Fälle, die in Abschnitt 5.4.4.2 gemacht wurden.



Maximale lokale Rauigkeitsdifferenzen

Minimale lokale Rauigkeitsdifferenzen

- **Gitterzelle mit neutralem Fall (keine Entscheidungsmöglichkeit)**

Abbildung 5.20.: Optimierung der lokalen Differenz der Oberflächenrauheit.

5.4.6. Morphologische und numerische Aspekte der neutralen Fälle

Die Identitäten zwischen Optimierungskriterien sowie deren Zusammenhänge bei den neutralen Fällen wurden bereits in den vorherigen Abschnitten dargestellt. An dem genutzten Testdatensatz zeigt sich, dass die neutralen Fälle der Optimierungskriterien in Abhängigkeit von der Geländeform auftreten (vgl. Abbildungen 5.15, 5.16, 5.17, 5.18, 5.19 und 5.20 mit der perspektiven Ansicht des Testdatensatzes, Abb. 2.5 links). In flacheren Gebieten zeigen sich mehr neutrale Fälle als in steileren Gebieten bzw. Hangbereichen. Dies ist auf die durch Rundung eingeschränkte numerische Genauigkeit der Höhen zurückzuführen und die damit verbundene Tatsache, dass in flachen Gebieten die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Konstellation mit einem neutralen Fall größer ist als in Hangbereichen. In diesem Beispiel wurde das DGM mit Zentimetergenauigkeit berechnet. Für eine höhere Genauigkeit reduziert sich die Anzahl der neutralen Fälle der Optimierungskriterien entsprechend.

5.4.7. Der allgemeine neutrale Fall für DELAUNAY-Triangulationen

Für die Vermaschung eines regelmäßigen Gitters ist es relativ einfach, die möglichen Triangulationen der Vierecke (Quadrate) zu berechnen, da es nur 2 sind und die jeweilige Diagonale einfach umgeklappt werden kann. Dieser Fall ist aufgrund seiner Häufigkeit in Verbindung mit der Vermaschung von regelmäßigen Gittern von hoher praktischer Relevanz. Will man die Optimierungskriterien bei Situationen anwenden, in denen mehr als 4 Punkte auf einem Dreiecksumkreis kozyklisch sind, so muss man alle möglichen Triangulationen eines Polygons bestimmen, um für diese jeweils das entsprechende Entscheidungskriterium zu berechnen.

5.4.7.1. Permutierte Triangulationen von n -Ecken

Damit stellt sich die Frage, wieviele unterschiedliche Triangulationen eines konvexen Polygons mit n Ecken existieren. In Abbildung 5.6 wurde bereits angedeutet, dass für ein Fünfeck mit kozyklischen Eckpunkten 5 verschiedene Triangulationen existieren. Bildet man alle möglichen Kombinationen für ein Sechseck bzw. Siebeneck, ergeben sich 14 bzw. 42 verschiedene Triangulationen. Bei der entstehenden ganzzahligen Folge handelt es sich um die *Catalanischen Zahlen* (benannt nach E. CATALAN, auch *Segner Zahlen* genannt), die mit Gleichung 5.43 berechnet werden können.

$$C(n) = \frac{\binom{2n}{n}}{n+1} \quad (5.43)$$

Dabei wird mit der Catalanischen Zahl $C(n)$ das $n + 2$ -Eck assoziiert. Die Catalanischen Zahlen wurden bereits 1753 von EULER studiert, der das Problem der Triangulierung von Polygonen untersuchte (siehe auch SLOANE & PLOUFFE, 1995). STANLEY (1999) gibt eine umfassende Übersicht über weitere Phänomene, die mit den Catalanischen Zahlen beschrieben werden können. Tabelle 5.4 zeigt die ersten 12 Catalanischen Zahlen. Es zeigt sich, wie schnell die Anzahl der möglichen Triangulation wächst.

Tabelle 5.4.: Die ersten 12 Catalanischen Zahlen.

n	Catalanische Zahl $C(n)$	Bemerkung	n	Catalanische Zahl $C(n)$	Bemerkung
0	1	per Definition	6	132	Achteck
1	1	Dreieck	7	429	Neuneck
2	2	Viereck	8	1430	Zehneck
3	5	Fünfeck	9	4862	Elfleck
4	14	Sechseck	10	16796	Zwölfleck
5	42	Siebeneck	11	58786	Dreizehneck

5.4.7.2. Optimierungskriterien

Die vorgestellten Kriterien können in der Regel auf die Fälle mit mehr als 4 Punkten in einem Polygon übertragen werden, allerdings müssen die Kriterien teilweise allgemeiner formuliert werden.

Regelmäßiges Vermaschungsmuster: Will man bei allen Gegebenheiten, bei denen 4 und mehr Punkte auf einem Dreiecksumkreis kozyklisch sind, die Punkte auf dem Kreis immer nach dem gleichen topologischen Muster miteinander kombinieren, so muss für jedes n -Eck ein derartiges Vermaschungsmuster vorgegeben werden. Das Ergebnis ist jedoch abhängig von der Reihenfolge, mit der die Punkte in der Liste stehen, es sei denn, man wählt (willkürlich) einen Punkt als Startpunkt, z. B. den südlichsten Punkt. Ebenso kann eine andere maximale (oder minimale) Koordinate gewählt werden. Falls man verschiedene Muster im regelmäßigen Wechsel (siehe *Schachbrettmuster*) verwenden will, so ist entsprechend ein weiteres Muster vorzugeben und im Wechsel zu verwenden, allerdings ist die räumliche Verteilung des Auftretens durch die Anwendung vorgegeben.

Volumenoptimierung: Das Kriterium der Volumenoptimierung kann unter der Vorgabe verwendet werden, dass alle Triangulationskombinationen bestimmt und deren Volumina berechnet werden können. Ggf. ist diejenige Triangulation wählen, deren Volumen dem Mittel aus allen Volumina am nächsten liegt.

Optimierung der Volumendifferenz zu einem bilinearen Flächenpolynom: Eine Übertragung dieses Ansatzes auf den allgemeinen Fall ist aufgrund der einhergehenden Integration aufwendig. Dabei muss man das konvexe Polygon der kozyklischen Punkte des betreffenden Dreiecksumkreises in einen oberen und einen unteren Teil zerlegen, um getrennt deren Integration durchführen zu können. Deren Differenz bildet den Vergleichswert zur Entscheidung, welche Konstellation des triangulierten Polygons verwendet werden soll.

Optimierung der Summe der Längen der räumlichen Diagonalen: Dieses Kriterium wird erweitert und geht über in das Kriterium, das die Summe der räumlichen Längen der (internen) Kanten innerhalb der konvexen Hülle des Polygons darstellt, da bei einem Fünfeck bereits zwei innere Kanten existieren und es keine eindeutige Diagonale mehr gibt.

Optimierung des Oberflächeninhalts: Das Kriterium der Optimierung des Oberflächeninhalts kann wie das Kriterium der Volumenoptimierung ohne Änderung verwendet werden. Ggf. ist diejenige Triangulation zu wählen, deren Oberfläche dem Mittel aus allen Oberflächen am nächsten liegt.

Optimierung der lokalen Differenz der Oberflächenrauigkeit: Das Kriterium muss aufgrund der höheren Anzahl von Dreiecken erweitert werden. Für jede mögliche Triangulation muss die Varianz des Rauigkeitsmittelwertes berechnet werden, insofern kann an dieser Stelle von dem Kriterium der lokalen Varianz der mittleren Oberflächenrauigkeit gesprochen werden. Ein Beweis, dass dieses Kriterium wie beim oben beschriebenen Fall Äquivalenzen mit dem Kriterium des Oberflächeninhalts aufweist, ist bisher nicht erfolgt.

5.4.7.3. Algorithmische Behandlung des allgemeinen neutralen Falls in DELAUNAY-Triangulationen

Bei Verwendung eines Optimierungskriteriums muss ein Bewertungswert für alle möglichen Triangulationen berechnet werden. Die Herleitung aller möglichen Triangulationen von n kozyklischen Punkten kann z. B. über die Aufstellung aller möglichen Kantenmengen erfolgen, deren Kanten innerhalb des n -Ecks liegen. Dabei gehören nur diejenigen Kantenmengen zu einer gültigen Triangulation des n -Ecks, deren Schnittpunkte *alle* auf dem (konvexen) Umringspolygon liegen. Diese Lösung ist jedoch aufgrund der damit einhergehenden Permutation der Kantenmenge und der Mengenoperationen nicht effizient. Eine bessere Methode basiert auf den möglichen Variationen von Binärbäumen, die ebenfalls mit den Catalanischen Zahlen beschrieben werden (z. B. GRIMALDI, 1994). Jede Variation ist dabei einer Triangulation zuzuordnen.

5.5. Kritische Diskussion

Der vorgestellte Algorithmus zur Triangulation von Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation stellt eine effiziente Methode dar, um derartige Datenstrukturen zu triangulieren, da er bereits bestehende topologische Eigenschaften vorteilhaft verwendet. Aufgrund seiner Anforderungen an die Eingangsdaten kann er bestehende Verfahren, die für unregelmäßige Punkthaufen mit Strukturinformation entwickelt wurden, nicht ersetzen. Er stellt eine Ergänzung dar. Der Einsatz von allgemeinen DELAUNAY-Triangulationsalgorithmen ist für Quadratgitter-DGM nicht sinnvoll, da diese für eine effiziente Vorgehensweise bei der Vermaschung erst eine Sortierung der Daten vornehmen oder eine Suchstruktur für das inkrementelle Einfügen von Punkten aufbauen müssen. Dies ist mit dem vorgestellten Algorithmus nicht notwendig.

Mit dem neu entwickelten Algorithmus und der von ihm aufgebauten Datenstruktur kann ein Dreieck oder eine Kante schnell gefunden werden, in das oder auf die ein einzufügender Punkt fällt. Diese Eigenschaft wird bereits hier verwendet und ist für Kapitel 6 von Bedeutung.

Ein Nachteil des Verfahrens ist, dass eine große Anzahl von Dreiecken gebildet wird, die nur wenig zur Beschreibung der Geländeoberfläche beitragen. Dieser Aspekt betrifft die grundsätzliche Beurteilung der Vor- und Nachteile der Gitterdatenstruktur und der Dreiecksdatenstruktur sowie der Methoden zu ihrer Überführung und soll hier nicht ausgeführt werden. Es existieren verschiedene Vorgehensweisen zur Ausdünnung von Geländedaten mittels Triangulationen. Eine davon wurde exemplarisch in Abschnitt 5.2.2 beschrieben. Die Entwicklung eines weiteren Verfahrens ist nicht Gegenstand dieser Arbeit, hierzu finden sich Untersuchungen u. a. bei LENK & KRUSE (2001), GARLAND & HECKBERT (1995), POLIS et al. (1995, 1994) und HELLER (1990).

Für die Wahl der Diagonalenrichtung innerhalb einer Gitterzelle wurden anschauliche Kriterien vorgestellt. Sie wurden theoretisch sowie anhand eines Testdatensatzes miteinander verglichen. Es stellt sich die Frage, welches von den Kriterien zu bevorzugen ist.

Auch für die vorgestellten Kriterien kann es zum neutralen Fall kommen. Wenn ein neutraler Fall eines Optimierungskriteriums auftritt, so kann dieser dadurch behoben werden, dass ein anderes Optimierungskriterium benutzt wird, das in der betreffenden Gitterzelle keinen neutralen Fall aufweist. Wenn kein weiteres Kriterium zur Verfügung steht wie im Fall der ebenen Gitterzelle, so muss auf eine Konvention bei der Orientierung der Diagonalen bzw. ein regelmäßiges Vermaschungsmuster zurückgegriffen werden (siehe Abs. 5.4.1, 5.4.2.3 und 5.4.7.2). Eine Konvention hat beim Ausrichten der Diagonalen keinen "neutralen Fall". Die geringste Anzahl an neutralen Fällen zeigt sich für das Kriterium *Länge der Raumdiagonalen* (22). Für das Kriterium *Volumenoptimierung* gibt es 31 Gitterzellen mit dem numerischen neutralen Fall bei Verwendung der Formeln 5.4 und 5.5 bzw. 37 neutrale Fälle bei Verwendung von Formel 5.12. Die Kriterien *Lokale Optimierung der Differenz der Oberflächenrauheit* bzw. *Optimierung des räumlichen Flächeninhalts der Dreiecke* ergeben in dem Testdatensatz noch eine Anzahl von 54 Gitterzellen mit dem neutralen Fall. Eine mögliche Entscheidung ist, das Kriterium mit der minimalen Anzahl von neutralen Fällen zu verwenden. Aus den praktischen Untersuchungsergebnissen kann jedoch bisher keine allgemein gültige Entscheidung getroffen werden, welches von den Kriterien die geringste Anzahl an neutralen Fällen aufweist.

Die Entscheidung über die Verwendung eines der Optimierungskriterien kann z. B. projektbezogen gefällt werden. Bei Kriterien, für die Maxima und Minima berechnet werden, können diese als Indikatoren für die Streuung der Parameter verwendet werden. Für Volumina ist dies bei Massenberechnungen denkbar, für die Länge der Raumdiagonalen bei Netzwerkberechnungen im Dreiecksnetz, für den Oberflächeninhalt bei Anwendungen, die sich auf die Oberfläche des Geländes beziehen (Evaporation etc.). Es ist ggf. zu prüfen, ob die Abweichungen der Extrema voneinander so groß sind, dass sie von Relevanz sind (vgl. Tabellen 5.1, 5.2 und 5.3).

Eine Interpretation des Kriteriums der Minimierung oder Maximierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz ist mit dem *Minimum-Prinzip der Energie* möglich (z. B. FALK & RUPPEL, 1976). Nach diesem Prinzip versuchen alle Systeme, einen Zustand der minimalen Energie zu erreichen. Für die Geländeoberfläche ist dies durch Erosionsvorgänge gegeben. Die Energie eines Reliefs kann durch die Differenz von maximalem und minimalem Höhenwert einer Flächeneinheit oder bei starker Verringerung der Flächengröße mit der Hangneigungsstärke beschrieben werden (LESER et al., 1987). Die Summe der Rauigkeiten innerhalb der Gitterzelle ist nach RIPPA (1990) konstant, dies wurde hier mit den Gleichungen 5.40 bestätigt. Die Energie der Gesamtgitterzelle ist konstant. Wählt man die maximale Rauigkeitsdifferenz als Kriterium, so erzielt ein Dreieck ein *Minimum* an Neigung und Energie, während das andere eine maximale Neigung und Energie hat. Die entstehende Oberfläche hat nicht nur die lokal maximale Rauigkeitsdifferenz, sie bildet eine Oberfläche mit lokal minimaler Fläche. Hier finden sich vergleichbare Phänomene in der Physik, dass z. B. eine Seifenblase (Annäherung an eine Kugel) dazu tendiert, mit minimaler Oberfläche ein Maximum an Volumen zu umschließen. Die Kugel bildet auch eine Grundfigur für die Approximation der Erdoberfläche. Aufgrund dieser Argumentation kann die Maximierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz mit der einhergehenden Minimierung des lokalen Oberflächeninhalts als Zielkriterium gewählt werden.

Eine andere Möglichkeit der theoretischen Beurteilung der Kriterien kann mit Methoden der Signaltheorie bzw. digitalen Bildverarbeitung erfolgen. Ein Quadratgitter-DGM kann als Diskretisierung des stetigen Reliefs aufgefasst werden. Nach BÄHR (1991) kann unter der Annahme, dass die Grenzfrequenz der Abtastung des Reliefs richtungsunabhängig angesetzt wird, dessen verlustfreie Wiederherstellung bzw. eine Interpolation an den Koordinaten (x, y) zwischen Abtastwerten zur Wiederherstellung der kontinuierlichen Funktion $f(x, y)$ mit Formel 5.44 erfolgen:

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} f(n\alpha, m\alpha) \frac{\sin\left(\frac{\pi x}{\alpha} - \pi n\alpha\right) * \sin\left(\frac{\pi y}{\alpha} - \pi m\alpha\right)}{\left(\frac{\pi x}{\alpha} - \pi n\alpha\right) * \left(\frac{\pi y}{\alpha} - \pi m\alpha\right)} \quad (5.44)$$

Dabei entspricht α der Periode der Diracimpulsfolge, n und m sind Indices der Abtastung und die $f(n\alpha, m\alpha)$ stellen die Abtastwerte (Gitterhöhen) in den Abtastpunkten dar. Theoretisch ist jeder interpolierte Funktionswert von allen Abtastwerten abhängig (BÄHR, 1991). Da dies in der Realität zu nicht vertretbarem Aufwand führt, werden in der Praxis verschiedene Vereinfachungen von Formel 5.44 angesetzt. Diese werden u. a. von JÄHNE (1995) beschrieben. Es zeigt sich, dass eine genäherte Wiederherstellung u. a. mit einem bilinearen Polynom möglich ist, das aus den umgebenden Gitterpunkten berechnet wird. Weitere Details und sich einstellende Effekte bei dieser Art der Bildwiederherstellung finden sich u. a. bei JÄHNE (1995) und BÄHR (1991) und sollen hier nicht vertieft werden. Auf der Grundlage dieser Betrachtungen kann von den vorgestellten Optimierungskriterien dasjenige als günstigstes eingeschätzt werden, das die lokale Volumendifferenz innerhalb der Gitterzelle minimiert. Mit diesem wird eine Approximation der lokalen bilinearen Flächen vorgenommen, die eine genäherte Wiederherstellung des Reliefs gewährleistet. Damit ist ein Zusammenhang mit der Verwendung des bilinearen Polynoms als Interpolationsregel innerhalb der Gitterzellen aufgezeigt.

Aus diesen unterschiedlichen Interpretationsmöglichkeiten ist ersichtlich, dass mit den bisherigen Überlegungen keine abschließende Bewertung der Optimierungskriterien vorgenommen werden kann. Hierzu sind weiterführende Untersuchungen bzw. Informationen bei einer konkreten Anwendung (z. B. Metadaten des DGM-Datensatzes) notwendig. Die bisher vorgestellten Kriterien waren lokaler Natur und bezogen sich nur auf den Bereich einer Gitterzelle. Die detaillierte Betrachtung erfolgte für den einfachen, in der Praxis häufig vorkommenden Fall der Gittertriangulation. Neben weiteren lokalen Kriterien (inklusive der gegenseitigen Abhängigkeiten) sowie einer eingehenden Untersuchung der neutralen Fälle mit mehr als vier kozirkulären Punkten sind auch globalere Zusammenhänge im Relief untersuchungswürdig, z. B. Abflusseigenschaften im Kontext von Überflutungssimulationen.

6. Integrierte Datenmodellierung mittels Triangulationen

Nachdem im Kapitel 5 ein effizientes Verfahren für die Triangulation von Geobasisdaten-DGM vorgestellt wurde, gilt es nun zu untersuchen, wie eine Integration von DSM und dem triangulierten DGM vorgenommen werden kann. Da es sich bei dem eingeführten Begriff des TIN um ein allgemeines *triangulated irregular network* handelt und hier neben dem DGM auch das integrierte Modell in TIN-Form angesprochen wird, ist eine Differenzierung notwendig. Unter dem *DGM-TIN* wird das triangulierte DGM verstanden, das *DGM-DSM-TIN* bildet das integrierte Modell.

In Abschnitt 6.1 wird zunächst ein Überblick über einige Verfahren der Modifikation von Dreiecksnetzen aus der algorithmischen Geometrie gegeben, die für spätere Betrachtungen von Interesse sind. Es folgt eine Diskussion der bereits existierenden Verfahren der Integration von triangulierten DGM und DSM in Abschnitt 6.2. Aus diesen Untersuchungen resultierend wird in Abschnitt 6.3 ein entsprechendes Datenmodell vorgestellt. Zu dessen Realisierung wird in Abschnitt 6.4 ein neuer Algorithmus entwickelt. Eine geometrische Analyse der Ergebnisse des Algorithmus zeigt, dass er zur Bildung von redundanten Daten führt. Daher wird in Abschnitt 6.5 eine weitere Bedingung an das integrierte Datenmodell gestellt. Der neue Algorithmus wird in Abschnitt 6.6 an diese Anforderung angepasst. Ein Vergleich der neuen Algorithmen mit bestehenden Verfahren erfolgt in Abschnitt 6.7. Eine allgemeine Diskussion des Ansatzes erfolgt in Abschnitt 6.8.

6.1. Algorithmen zur Modifikation von Dreiecksnetzen

Bei der Integration von DGM-TIN und DSM muss das bestehende DGM-TIN modifiziert bzw. ergänzt und erweitert werden. Darüber hinaus kann es bei weiteren Bearbeitungsschritten notwendig sein, Punkte innerhalb einer bestehenden Triangulation zu löschen. Daher werden an dieser Stelle Verfahren zur Modifikation von Dreiecksnetzen in einem Überblick vorgestellt. Sie können in drei Klassen eingeteilt werden:

1. Verfahren mit Erhöhung der Stützpunktzahl,
2. Verfahren ohne Änderung der Stützpunktzahl und
3. Verfahren mit Verringerung der Stützpunktzahl des Dreiecksnetzes und Wiederherstellung von bestimmten Eigenschaften der Triangulation.

Die Algorithmen der 3. Klasse sind im Kontext der Aktualisierung des integrierten Datenmodells von zentralem Interesse. Der Aspekt wird in dieser Arbeit nicht behandelt. Betrachtungen zum Löschen von Punkten in Dreiecksnetzen mit Wiederherstellung von bestimmten Eigenschaften der Triangulation finden sich z. B. bei DEVILLERS (1998), BUZIEK (1994), MIDTBØ (1993), HELLER (1990) oder DEVIJVER & DEKESEL (1982). KLÖTZER (1997) untersucht die Operationen des Löschens von Punkten bzw. Kanten im Kontext der Fortführung des integrierten Datenmodells.

Bei Verfahren, die eine Modifikation des Dreiecksnetzes ohne Änderung der Stützpunktzahl vornehmen (2. Klasse), handelt es sich um diejenigen, die bereits in Abschnitt 5.2.3 im Zusammenhang mit der Integration von Kanten in ein Dreiecksnetz vorgestellt wurden. Die grundlegende Operation bei einer sequentiellen Vorgehensweise (BUZIEK, 1994; 1990) ist das Umklappen der Diagonalen eines konvexen Vierecks innerhalb der Triangulation. Die andere Vorgehensweise löscht die von der zu integrierenden Kante geschnittenen Dreiecke (und ggf. Kanten) der Triangulation, um die entstehenden, nicht notwendigerweise konvexen Polygone nach bestimmten Vorgaben neu zu triangulieren (z. B. SHEWCHUK, 1997; KLEIN, 1995).

Umfassendere Betrachtungen zum Thema der Polygontriangulation finden sich z. B. bei O'ROURKE (1998) und DE BERG et al. (1997). Da für später zu erläuternde Anwendungen die Polygontriangulation von Interesse

ist, soll auf ein einfaches Verfahren detaillierter eingegangen werden. Dabei wird in einem geschlossenen, im Gegenuhrzeigersinn orientierten Polygon von drei aufeinanderfolgenden Punkten der mittlere Punkt aus dem Polygon abgetrennt, wenn dieser ein konvexer Punkt des Polygons ist und das durch den Punkt und seine Nachbarn gebildete Dreieck keine weiteren Punkte des Polygons enthält (AMMERAAL, 1997). Das abgetrennte Dreieck wird auch als ‐Ohr‐ oder *Ear* bezeichnet (O’ROURKE 1998).

Die Vorgehensweise wird durch Abbildung 6.1 veranschaulicht. In dem Beispiel wird zunächst das Dreieck mit

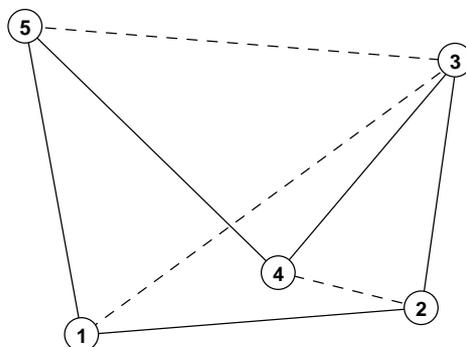


Abbildung 6.1.: Polygontriangulation mit einem *Diagonalen*-Verfahren (aus AMMERAAL, 1997).

den Punkten 1, 2 und 3 getestet und verworfen, weil es den Punkt 4 enthält. Als nächstes wird die Kombination 2, 3 und 4 getestet und akzeptiert. Das Verfahren fährt anschließend mit dem Polygon 1-2-4-5 fort. Effizientere Verfahren zur Polygontriangulation, die eine Aufteilung des Polygons in Teilpolygone mit bestimmten Eigenschaften vornehmen, finden sich z. B. bei O’ROURKE (1998) und DE BERG et al. (1997) und sollen hier nicht weiter vertieft werden, da sie nicht den Schwerpunkt der Arbeit bilden.

Verfahren der 1. Klasse der Modifikation von TIN sind bei der Integration von DSM und DGM erforderlich. Das Einfügen eines Punktes in eine bestehende Triangulation wird in Abschnitt 5.3.2 beschrieben. Es ist zu beruckichtigen, ob nach dem Einfügen des Punktes in ein Dreieck oder auf einer Kante bestimmte Eigenschaften der Triangulation wieder hergestellt werden. Bei der DELAUNAY-Triangulation wird lokal das DELAUNAY-Kriterium wieder hergestellt. EGENHOFER et al. (1989) fügen bei der Fortführung der simplizialen Komplexe nur Punkte und die notwendigen Kanten ein und ändern ansonsten das lokale Dreiecksnetz nicht weitergehend. Nach BERN & EPPSTEIN (1995) werden Punkte, die zusätzlich in eine Triangulation eingefügt werden, auch STEINER-Punkte genannt (vgl. WORBOYS, 1995). Dieser Begriff soll auch hier für einzufügende Punkte verwendet werden.

Die Verfeinerung von Dreiecksnetzen ist das zentrale Thema der Arbeit von SHEWCHUK (1997). Dort findet sich eine umfangreiche Zusammenstellung von Verfahren, wie Triangulationen nach bestimmten Kriterien (maximal erlaubte Fläche von Dreiecken; maximal erlaubter kleinster Winkel, der eine Funktion des Verhältnisses Umkreisradius zu kürzester Kante ist; etc.) optimiert werden können (vgl. auch BERN & EPPSTEIN, 1995). Stellvertretend soll hier das Verfahren von RUPPERT (1995) beschrieben werden (Abb. 6.2), da dies gewährleistet, dass eine Kante nach ihrer Teilung in der Triangulation repräsentiert bleibt. Dies ist für das Einfügen einer DSM-Kante in eine Triangulation eine wichtige Forderung. Das Verfahren von RUPPERT (1995) wurde von KLÖTZER (1997) hinsichtlich seiner Eignung für eine Integration von Landkarten und TIN untersucht (s. Abs. 6.2.2).

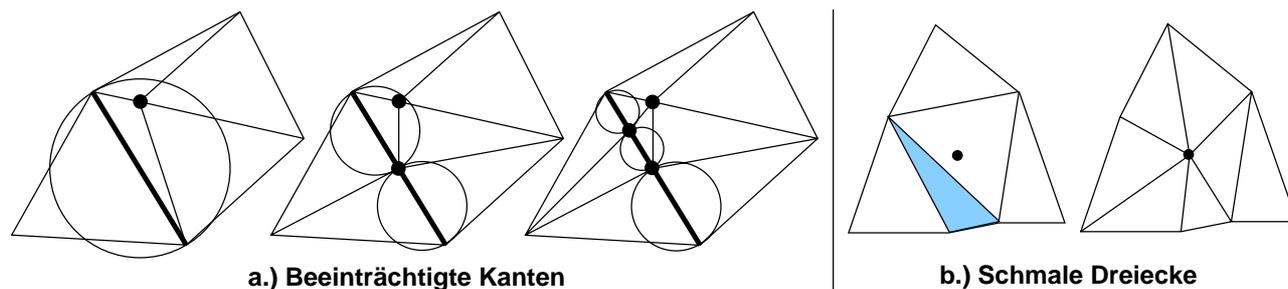


Abbildung 6.2.: DELAUNAY-Verfeinerung nach RUPPERT (1995; aus SHEWCHUK, 1997).

Der Algorithmus von RUPPERT (1995) nimmt zwei Arten von Modifikationen an einem Dreiecksnetz vor, bis das Verhältnis Dreieckssumme zu inzidenten Kanten für die Dreiecke der Triangulation einen vorzugebenden Grenzwert erfüllt (vgl. SHEWCHUK, 1997). Der Grenzwert ist theoretisch beschränkt, dies ist hier nicht von Interesse.

1. Der *diametrale Kreis* einer Kante ist der eindeutige kleinste Kreis, der die Kante enthält. Eine Kante wird als *beeinträchtigt* bezeichnet, wenn sich in ihrem diametralen Kreis ein weiterer Punkt der Triangulation befindet. Jede beeinträchtigte Kante wird in ihrem Mittelpunkt durch einen STEINER-Punkt geteilt. Die zwei entstehenden Kanten haben kleinere diametrale Kreise und können weiterhin beeinträchtigt sein. Es erfolgt ggf. eine Rekursion.
2. Jedes schmale Dreieck, dessen Verhältnis von Umkreisradius zu kürzester Kante einen Grenzwert überschreitet, wird durch das Einfügen eines STEINER-Punktes in seinen Umkreismittelpunkt aufgeteilt. Es wird aufgrund des DELAUNAY-Kriteriums gelöscht bzw. modifiziert. Falls der neue Punkt andere Kanten beeinträchtigt, wird er nicht eingefügt, sondern diese Kanten werden nach dem obigen Verfahren aufgeteilt.

Beeinträchtigte Kanten haben gegenüber schmalen Dreiecken Vorrang. Für weitere Details wird auf SHEWCHUK (1997) verwiesen.

Durch das Verfahren ist gewährleistet, dass eine geteilte Kante des initialen Dreiecksnetzes durch mehrere Kanten im optimierten Dreiecksnetz repräsentiert wird, wobei die Triangulation nach der Optimierung das DELAUNAY-Kriterium erfüllt. Es muss ggf. berücksichtigt werden, dass eine aus dem DSM eingefügte Kante nicht nachträglich durch das Einfügen weiterer Kanten gelöscht wird. Ein weitere Teilung einer Kante hingegen ist statthaft.

6.2. Konzepte und Realisierungen der Integration von triangulierten DGM und DSM

6.2.1. Das Verfahren von PILOUK (1996) und verwandte Ansätze

Der Ansatz von PILOUK (1996) stellt eine Erweiterung der *single-value vector map (SVVM)* und der *formal data structure (FDS)* von MOLENAAR (1989) dar (vgl. auch PILOUK & TEMPFLI, 1994a; 1994b; 1993). Es werden in der Arbeit Hinweise auf die Verwendung des Ansatzes mit *multi-value vector maps (MVVM)* (PILOUK & KUFONIYI, 1994; vgl. KUFONIYI, 1995) gegeben, die hier nicht verfolgt werden. Die Arbeiten werden auch von KRAUS (2000; 1995) und FRITSCH (1996) referenziert.

PILOUK stellt das Konzept vor, die Landschaft bzw. den Raum dreidimensional mit simplizialen Komplexen (*simplicial networks*) zu modellieren. Dabei werden 3D-Körper aus Tetraedern zusammengesetzt und flächenhafte Objekte einer Fläche im Raum aus räumlichen Dreiecken (vgl. Abs. 2.2.3). Die weitere Betrachtung hier beschränkt sich auf den 2.5D-Anteil der Modellierung. Das von PILOUK vorgestellte DGM-GIS-Datenmodell (*DTM-GIS data model*) ist in Abbildung 6.3 wiedergegeben.

6.2.1.1. Grundlagen des Ansatzes

Die von PILOUK beschriebene Vorgehensweise zur SVVM-2.5D-Modellierung der Erdoberfläche stellt sich folgendermaßen dar (entnommen und übersetzt aus PILOUK, 1996):

1. Strukturierung von 2D-Daten räumlich begrenzter Objekte gemäß der SVVM, diese wird als 2D-FDS bezeichnet.
2. Bezug von Geländedaten (*terrain relief data*) im Gitter- oder TIN-Datenformat.
3. Interpolation der Höhenkoordinate für jeden Knoten in der 2D-FDS, der noch keine Höheninformation besitzt.
4. Falls es sich bei den Geländedaten um ein Gittermodell handelt wird dies nun in ein TIN überführt, ggf. kann eine Datenreduzierung durchgeführt werden.
5. Bildung der Vereinigungsmenge der Knoten des TIN mit den Knoten der 2D-FDS.

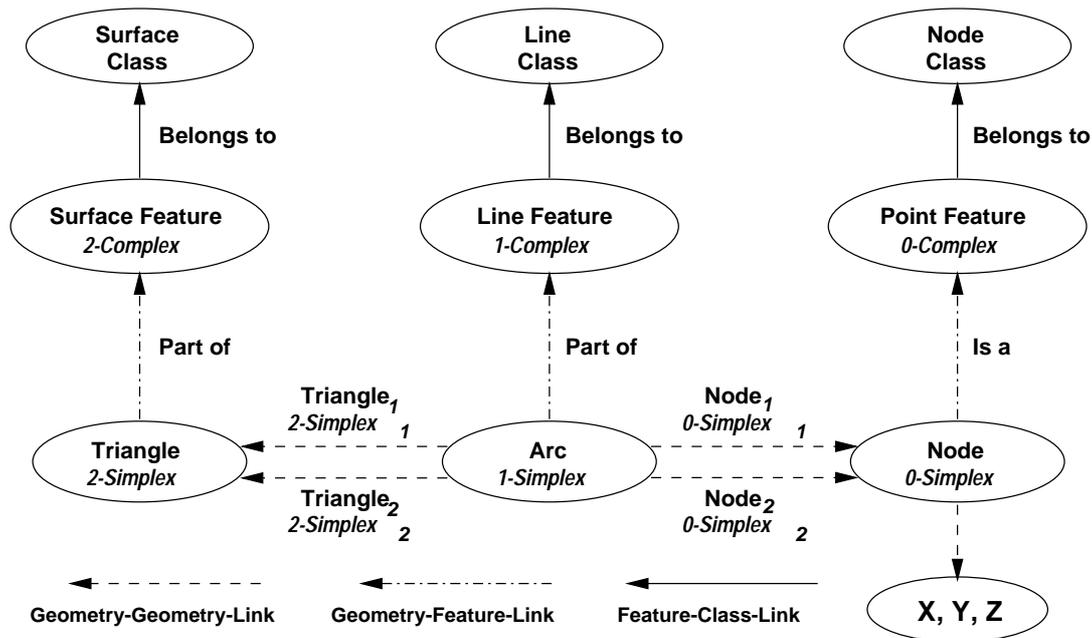


Abbildung 6.3.: DGM-GIS-Datenmodell von/aus PILOUK (1996).

- Alle 2D-FDS-Objekte werden durch *bedingte Triangulation* in das TIN integriert (*“embed all features into TIN by performing constrained triangulation, using terrain features as constraints”*; PILOUK, 1996). Das Ergebnis ist die *2.5D-unified-data-structure*, mit der die Erdoberfläche modelliert wird.

6.2.1.2. Defizite des Ansatzes

Die auftretenden Probleme bei dem Ansatz von PILOUK sind offensichtlich. Durch die Einführung der Kanten als Bedingungen in das Dreiecksnetz kann es zu Modellfehlern kommen, welche die Repräsentation der Erdoberfläche entscheidend verfälschen. Nimmt man an, eine Straße verläuft quer über einen Rücken, ohne dass auf der Rückenlinie ein Knoten oder Punkt gesetzt wird, so kommt es hier zu einem Einschnitt, der in der Natur nicht existiert. Geländelinien, die, sofern sie vorhanden sind, heutzutage standardmäßig zur morphologischen Strukturierung des Reliefs verwendet werden, bleiben unberücksichtigt. Das Verfahren kann nur zum Erfolg führen, wenn die Daten der 2D-FDS bereits dreidimensional *unter Berücksichtigung der Geländeformen* erfasst wurden. Dann erübrigt sich jedoch jede Höheninterpolation.

Die Ausführungen von PILOUK (1996) sind zudem nicht eindeutig gehalten. An einer Stelle wird aufgeführt, dass die Kanten der 2D-FDS als Bedingungen in das TIN eingeführt werden, in einer Abbildung wird jedoch eine Verschneidung (*“overlaying of 2D FDS database and TIN”*) als Bearbeitungsschritt angegeben, der in seiner eigentlichen Bedeutung im Kontext von GIS die Berechnung von Schnittpunkten zwischen der 2D-FDS und dem TIN impliziert. Dies ist jedoch anscheinend nicht die Intention von PILOUK (1996), da entsprechende Schritte des Einfügens von Schnittpunkten in das ergänzte Dreiecksnetz fehlen.

Diesem Ansatz entspricht die Vorgehensweise bei der Verwendung von Triangulationen im Zusammenhang mit Generalisierungsmaßnahmen (z. B. SESTER, 2000; WARE & JONES, 1996). Zur Modellierung von topologischen Beziehungen zwischen Objekten ist dieser Ansatz geeignet, aus der Perspektive der Geländemodellierung ist er kritisch zu beurteilen. Dieser Umstand wird z. B. von SCHILCHER et al. (1999) beim Aufbau von Stadtmodellen erkannt. Damit die einzufügenden Gebäude eine horizontale Grundplatte bekommen, verfahren die Autoren derart, dass die ebene Geometrie der zu bildenden Gebäude gepuffert wird. Die Grundplatte wird horizontal in das Gelände eingerechnet, die entstehenden Sprünge in der Höhen werden durch Dreiecke, die aus dem Puffer gebildet werden, überbrückt. Da der Ansatz von SCHILCHER et al. (1999) im Wesentlichen zur Visualisierung eines Stadtmodells konzipiert ist, stellt diese Vorgehensweise ein adäquates Konstrukt dar. Aus der Sicht der Geländemodellierung ist er nicht anwendbar, da es zu *“Ausschachtungen”* bzw. *“Grabenbildung”* um die Gebäude kommt.

6.2.2. Die Verfahren von KLÖTZER (1997) und EGENHOFER et al. (1989)

Eine detaillierte Beschreibung der Integration von DGM und Landkarten (vgl. Abs. 2.2.2) findet sich bei KLÖTZER¹ (1997), dessen Arbeit sich im Kontext der Arbeiten von PLÜMER & GRÖGER (1997; 1996; vgl. GRÖGER, 2000) über Datenintegrität in GIS und geschachtelte Landkarten bewegt. KLÖTZER erweitert das Konzept der geschachtelten Landkarten um die Höhenkomponente und führt u. a. Untersuchungen durch, auf welche Art die Geometrien einer Landkarte in ein Dreiecksnetz eingerechnet werden können.

Bei EGENHOFER et al. (1989) findet sich ein Verfahren, wie 1-Simplexe in einen 2-simplizialen Komplex eingerechnet werden können. Dieses weist gewisse Ähnlichkeiten mit dem noch vorzustellenden Verfahren von KLÖTZER (1997) auf, allerdings ist eine Integration von DGM und DSM nicht das primäre Ziel der Autoren. Ihre Motivation ist die Fortführung von simplizialen Komplexen. Auf die Gemeinsamkeiten mit dem Ansatz von KLÖTZER (1997) wird in Abschnitt 6.2.2.2 eingegangen.

6.2.2.1. Einführende Untersuchungen und Realisierung des Ansatzes von KLÖTZER (1997)

KLÖTZER (1997) diskutiert mehrere Ansätze aus der algorithmischen Geometrie, bei denen die Geometrien nach Abschluss der Berechnungen im Dreiecksnetz repräsentiert sind. Als Beurteilungskriterium für die Auswahl bzw. die Entwicklung eines eigenen Verfahrens dient die in Abschnitt 5.4.5 eingeführte SOBOLEV-Semi-Norm. KLÖTZER fordert, dass die Integration der Geometrien die Approximation der Oberfläche des Reliefs durch das DGM nicht verändern darf. Er untersucht die folgenden Möglichkeiten:

1. Einführen der Landkartengeometrien als bedingte Kanten. Diese Vorgehensweise entspricht dem Ansatz von PILOUK (1996).
2. Einführen der Landkartengeometrien als Kanten, die durch Berechnung von STEINER-Punkten nach dem Algorithmus von RUPPERT (1995; vgl. Abs. 6.1), d. h. durch rekursives Auftrennen der beeinträchtigten Kanten an deren Mittelpunkten, geteilt werden. Das Dreiecksnetz erfüllt durch lokale Retriangulationen nach Abschluss der Integration das DELAUNAY-Kriterium.
3. Einführen der Landkartengeometrien als Kanten, die durch die Berechnung von STEINER-Punkten geteilt werden. Die Berechnung der STEINER-Punkte erfolgt aus der Bestimmung der Schnittpunkte der Landkartengeometrien mit den Kanten des Dreiecksnetzes. Das Dreiecksnetz erfüllt durch lokale Retriangulationen nach Abschluss der Integration wieder das DELAUNAY-Kriterium. Die Ausführungen basieren auf den Arbeiten von TSAI (1993).
4. Einführen der Landkartengeometrien als Kanten, die durch die Berechnung von STEINER-Punkten geteilt werden. Zuerst werden alle Punkte und Knoten der Landkarte in das DGM eingefügt und ihre Höhen linear in den Dreiecken interpoliert². Die DELAUNAY-Eigenschaft wird wieder hergestellt(!). Die Berechnung der STEINER-Punkte erfolgt anschließend durch Bestimmung der Schnittpunkte der Landkartengeometrien mit den Kanten des (zwangsläufig bereits geänderten) Dreiecksnetzes. Das Dreiecksnetz wird beim Einfügen der STEINER-Punkte und der ggf. geteilten Landkartenkanten zwar fortgeführt, jedoch werden alle Kanten, die zur Erfüllung des DELAUNAY-Kriteriums umgeklappt werden müssten, als bedingt markiert, und jegliches Umklappen von Dreiecksseiten wird unterbunden. Alle Kanten der Landkarte sind als eine oder mehrere Kanten im integrierten Modell vorhanden. Nach Abschluss der Integration erfüllt das Dreiecksnetz nicht mehr das DELAUNAY-Kriterium.

KLÖTZER (1997) stellt bei seinem Vergleich fest, dass die ersten drei Ansätze nicht für eine Integration von DGM-TIN und Landkarten geeignet sind. Seine Kritik am ersten Verfahren entspricht den Ausführungen, die in Abschnitt 6.2.1 zu dem Verfahren von PILOUK (1996) gemacht wurden, wengleich er diese Quelle und die dazugehörigen Vorveröffentlichungen nicht verwendet. Die beiden folgenden Ansätze mit den Methoden von RUPPERT (1995) und TSAI (1993) sind zwar in der Lage, Landkartenkanten durch eine oder mehrere Kanten

¹Der Ansatz wurde als Präsentation von KLÖTZER, F. & PLÜMER, L. bei der 34. Sitzung der Arbeitsgruppe "Automation in der Kartographie (AGA)" am 7./8. Oktober 1997 an der TU Dresden unter dem Titel: *Homogene Verknüpfung des digitalen Geländemodells mit ATKIS-DLM-Daten* vorgetragen. Es existiert keine Tagungsveröffentlichung. Die Ausführungen hier basieren auf der Diplomarbeit von Herrn KLÖTZER, die freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurde.

²KLÖTZER (1997) schlägt zudem vor, zur Verringerung der unumgänglichen Höhendiskretisierungsfehler im Voraus *alle* Höhen der Punkte und Knoten zu berechnen. Hierdurch wird bei der Höheninterpolation immer das Original-DGM-TIN verwendet und nicht ein soweit bestehendes integriertes Modell, dessen Oberflächenform sich durch das Einfügen von Punkten mit interpolierten Höhen aufgrund der technisch bedingten Diskretisierung der Höhe geringfügig geändert hat. Erst im Anschluss daran erfolgt ggf. ein inkrementelles Einfügen der Punkte und Knoten in das DGM-TIN.

im integrierten Modell zu repräsentieren, diese Vorgehensweisen verändern jedoch die Oberflächeneigenschaften des Ergebnis-TIN gegenüber dem DGM-TIN, da sie beim Einfügen (von Teilen) der Landkartenkante lokal das DELAUNAY-Kriterium wiederherstellen. Nach der Integration sind Dreieckskanten, die vorher im DGM-TIN vorhanden waren, nicht durch eine oder mehrere Teilkanten im integrierten Modell repräsentiert. KLÖTZER behauptet, dass nur der letzte, von ihm entwickelte Ansatz die Approximation der Erdoberfläche durch ein DGM-TIN nicht verändert und daher für die Erstellung eines integrierten Modells geeignet ist³.

6.2.2.2. Defizite des Ansatzes von KLÖTZER (1997) und Gemeinsamkeiten mit dem Ansatz von EGENHOFER et al. (1989)

Wenngleich der Ansatz von KLÖTZER (1997) auf den ersten Blick die Anforderung der Invarianz der Qualität der Geländemodellierung erfüllt und die grundsätzliche Vorgehensweise mit inkrementellen Techniken richtig ist, so zeigen sich doch Defizite bei seinen Ausführungen und seiner algorithmischen Vorgehensweise.

Der Grundgedanke von KLÖTZER (1997) ist richtig. Die Oberflächenform des DGM-DSM-TIN darf durch das Einfügen von zusätzlichen Punkten gegenüber dem initialen DGM-TIN nicht verändert werden⁴. Er widerspricht sich hier allerdings gegenüber den Ausführungen bei der abschließenden Darstellung seines Verfahrens. Aufgrund der Wiederherstellung des DELAUNAY-Kriteriums nach dem Einfügen der Punkte und Knoten der Landkarten-geometrien ist lokal an den Enden der Landkartenkanten die Form der Oberfläche geändert worden. Das Umklappen von Dreiecksseiten zur Wiederherstellung des DELAUNAY-Kriteriums muss bereits beim Einfügen der Landkartenknoten bzw. deren Punkte unterdrückt werden. Eine derartige Vorgehensweise verändert somit die Form der Oberfläche des DGM-TIN nicht und wird im Folgenden als das *korrigierte Verfahren nach KLÖTZER (1997)* bezeichnet.

Diese Vorgehensweise ähnelt dem Ansatz der Einrechnung eines 1-simplizialen Komplex in einen 2-simplizialen Komplex, der sich bei EGENHOFER et al. (1989) findet, wenngleich die Autoren nicht eine durch Attribute gebildete Oberfläche und deren Invarianz bzgl. ihrer Form bei der Fortführung des simplizialen Komplex betrachten. Es werden dort erst die 0-Facetten des 1-simplizialen Komplex eingefügt und anschließend (STEINER-Punkte als) Schnittpunkte (0-Simplexe) des einzufügenden 1-Simplex mit bestehenden 1-Simplexen berechnet. Die 0-Simplexe werden in die 2-Simplexe und 1-Simplexe eingefügt, ohne ein anschließendes Umklappen von Dreiecksseiten des ursprünglichen simplizialen Netzes durchzuführen.

Der Unterschied zwischen einem korrigierten Verfahren nach KLÖTZER (1997) und dem Ansatz von EGENHOFER et al. (1989) liegt in der Einfügereihenfolge für die Punkte und Knoten der Landkarte. KLÖTZER (1997) fügt erst alle Punkte und Knoten ein und fährt dann mit der Integration der Kanten fort, und EGENHOFER et al. (1989) rechnen zunächst den Anfangspunkt und dann den Endpunkt einer Kante ein, bevor die Integration der Kante beginnt. Erweitert man den Ansatz von EGENHOFER et al. (1989) um eine Höhenkomponente im Datenmodell und interpoliert die Höhen der STEINER-Punkte linear, so ist dies, mit einer Restriktion, ein geeignetes Verfahren zur Integration von DGM und DSM, da es die Oberflächeneigenschaften des DGM-DSM-TIN gegenüber dem DGM-TIN nicht verändert. Wird bei KLÖTZER (1997) die Wiederherstellung des DELAUNAY-Kriteriums beim Einfügen der Landkartenpunkte unterdrückt, so ist damit ebenfalls unter gewissen Restriktionen ein geeignetes Verfahren zur Integration von DGM und DSM gegeben.

Neben dem methodischen Hauptkritikpunkt an dem Verfahren von KLÖTZER (1997) bzgl. der Oberflächenveränderung an den Endpunkten der Geometrien sind die anderen Verbesserungsmöglichkeiten algorithmischer Natur, sie stellen die genannten Restriktionen dar. Es wird der Fall vernachlässigt, dass es beim Einfügen der Punkte und Knoten der Landkarte in die Triangulation dazu kommen kann, dass bereits ein DGM-Punkt an dieser Stelle existiert. Dies mag zwar in der Praxis nur selten vorkommen, kann aber bei der üblichen endlichen Koordinatengenauigkeit durchaus der Fall sein. DGM und DSM werden bisher getrennt erfasst, daher können die Mengen ihrer Punkte bzw. Knoten bezogen auf ihre ebenen Koordinaten eine nicht leere Schnittmenge aufweisen. Dies wird allerdings von EGENHOFER et al. (1989) berücksichtigt. Des Weiteren besteht die Möglichkeit, dass Kanten der Landkarte mit bestehenden Kanten der Triangulation kollinear und überlappend sind. Eine Landkartenkante kann durch eine oder mehrere bestehende Kanten oder auch nur durch einen Teil einer Kante der Triangulation bereits im DGM-TIN repräsentiert sein. Dieser Fall wird von KLÖTZER nicht berücksichtigt bzw. vom Ansatz her ausgeschlossen. Der Fall wird von EGENHOFER et al. (1989) ebenfalls nicht berücksichtigt, er stellt die genannte Restriktion für deren Ansatz dar.

³KLÖTZER (1997) stellt darüber hinaus vor, wie eine Integration unter Einhaltung von Qualitätskriterien auf der Grundlage der SOBOLEV-Semi-Norm mit Änderung der Oberflächenform erfolgen kann. Dies soll nicht weiter ausgeführt werden.

⁴Im Folgenden wird bei der Diskussion des Ansatzes von KLÖTZER (1997) und den weiteren Ausführungen dieses Kapitels nicht mehr strikt zwischen einer Landkarte (Abs. 2.2.2) und dem DSM (Abs. 2.3) unterschieden.

Bereits bestehende bedingte Kanten im DGM-TIN, wie sie zur morphologisch qualitativ hochwertigen Beschreibung des Geländes erforderlich sind, werden von KLÖTZER (1997) nicht explizit diskutiert. Es finden sich zwar diesbezüglich auch keine Hinweise bei EGENHOFER et al. (1989), da die Autoren das DGM-TIN nur als ein Beispiel der simplizialen Komplexe angeben, allerdings werden bei deren Ansatz alle Kanten des ursprünglichen simplizialen Komplex durch eine oder mehrere Kanten im erweiterten simplizialen Komplex repräsentiert. Daraus ergibt sich, dass bereits bestehende bedingte Kanten erhalten bleiben.

Eine weitere Verbesserungsmöglichkeit der algorithmischen Umsetzung der Integration von KLÖTZER (1997) ist darin gegeben, dass KLÖTZER zunächst *alle* Landkartenpunkte in das DGM einfügt und dann erst mit der Berechnung der Schnittpunkte und der Bildung der Landkartenkanten beginnt. Das bedeutet, dass für *alle* Landkartenpunkte die Suche nach dem Einfügeort (vgl. Abs. 5.3.2) durchgeführt werden muss⁵. Hier kann eine Verbesserung des Ansatzes von KLÖTZER (1997) dahingehend erfolgen, dass bei der Einrechnung der Landkartenkanten die *Linientopologie* der Geometrien genutzt wird. Diese Kritik gilt teilweise auch für den Ansatz von EGENHOFER et al. (1989). Die Autoren fügen zwar jeweils nur den Endpunkt der aktuellen Kante ein, allerdings muss dessen Einfügeort auch bestimmt werden.

6.2.3. Der Ansatz von ABDELGUERFI et al. (1997)

Ein weiteres Verfahren der Integration von 2D-Geoinformation mit TIN stellen ABDELGUERFI et al. (1997) vor. Ihre Arbeiten bewegen sich vor dem Hintergrund, dass für die Modellierungs- und Simulationsarbeiten der US-Verteidigungskräfte deren bisher verwendetes ebenenbasiertes Datenaustauschformat *Vector-Product-Format (VPF)* als nicht mehr ausreichend eingestuft wird. Sie stellen einen erweiterten Ansatz, das *Extended-Vector-Product-Format (EVVPF)* vor.

6.2.3.1. Grundlagen des Ansatzes

Hierzu erweitern ABDELGUERFI et al. (1997) das Verfahren von POLIS et al. (1994, 1995), die einen weitgehend automatisierten Ansatz der Erstellung großer virtueller Welten für Simulatoren vorstellen. POLIS et al. führen zur Datenreduktion eine adaptive Triangulation mit einem Quadratgitter-DGM durch und integrieren das Straßenverkehrsnetz als Polygone, d. h. als n -Ecken in das Dreiecksnetz. Dabei berücksichtigen sie, dass die Straße im Querschnitt flach und nicht der Neigung des Hangs angepasst sein sollte. Allerdings belassen POLIS et al. es bei der Einrechnung der Polygone. Deren Triangulation ist für die Visualisierung der Landschaften in Simulatoren nicht notwendig. Diese Triangulation wird von ABDELGUERFI et al. (1997) durchgeführt. Jedem flächenhaften Objekt der Datenebene wird ein lokales TIN zugewiesen. Auf die vollständige Einrechnung der Geometrien in das Basis-TIN verzichten die Autoren, um die Straßenverkehrsdatensätze nicht zu duplizieren.

Die algorithmischen Aspekte beschreiben die Autoren folgendermaßen: “The process regions with a polygon with absolute x, y boundary coordinates. After determining which triangles contain these points, the polygon is overlaid by dividing it into one or more child polygons based on the elevation TIN edges. Once the child polygons are defined they are triangulated...” (ABDELGUERFI et al., 1997). Die entstehenden Teilpolygone werden mit einem Verfahren, das bei O’ROURKE (1998) aufgeführt ist, trianguliert.

6.2.3.2. Diskussion des Ansatzes

Vom Ansatz her entspricht das Vorgehen von ABDELGUERFI et al. (1997) der Forderung von KLÖTZER (1997), dass die Geländeoberfläche durch das Einrechnen der 2D-Geometrien nicht verändert werden darf. Insofern ist der Ansatz für die Integration von DGM und DSM geeignet.

Bei differenzierter Betrachtung zeigen sich algorithmische Schwachstellen. Ähnlich wie bei KLÖTZER (1997) wird das Problem koordinatenmäßig identischer Punkte sowie die mögliche Überlappung von Kanten aus beiden Datensätzen von ABDELGUERFI et al. (1997) nicht explizit behandelt. Hier hängt das Ergebnis bzw. der korrekte Ablauf des Verfahrens von der korrekten Implementierung der Verschneidung ab. Von der Implementierung der Verschneidung ist zusätzlich abhängig, wie oft die Geometrien der flächenhaften 2D-Objekte in einem Verschneidungsprozess verarbeitet werden. Falls die Verschneidung für eine Datenebene sequentiell alle Objekte abarbeitet, so werden die Geometrien entsprechend oft in das Dreiecksnetz eingerechnet. Günstiger wäre es in

⁵Interpoliert man zur Verringerung des Diskretisierungsfehlers der Höhen vor dem Einfügen der Punkte und Knoten alle entsprechenden Höhen im Original-DGM-TIN, so muss die Suche nach dem Einfügeort für alle Punkte und Knoten ggf. ein weiteres Mal erfolgen (vgl. Fußnote 2).

diesem Fall, zunächst alle Geometrien einzurechnen und dann die Triangulierung der Polygone mit mehr als drei Ecken vorzunehmen. Im Anschluss daran kann die Zuweisung der Dreiecke an die 2D-Objekte erfolgen.

Zunächst bestimmen ABDELGUERFI et al. (1997) die Menge der Dreiecke, die die Randkoordinaten enthalten. Es ist nicht angegeben, wie dies realisiert wird. Im Anschluß daran wird die Verschneidung der Dreiecke mit dem Polygon, dem die Höheninformation zugewiesen werden soll, vorgenommen. Es wird nicht genau spezifiziert, welche Dreiecke in die Verschneidung einbezogen werden. Geht man davon aus, dass nur die wirklich von den Randkoordinaten geschnittenen Dreiecke in die Verschneidung eingehen, so fehlt die Zuweisung der Dreiecke, die vollständig innerhalb des Polygons liegen. Gehen alle Dreiecke in die Verschneidung ein, so hat die allgemeine Verschneidung algorithmische Nachteile. Wird die Ebene unter Einsatz eines ausgabesensitiven Algorithmus effizient mit einem horizontalen Suchstrahl durchlaufen, so muss vorab eine Sortierung aller an der Verschneidung beteiligten Kanten erfolgen (vgl. DE BERG et al., 1997). Da viele Dreiecke vollständig innerhalb von flächenhaften Objekten liegen können, werden viele von der Verschneidung nicht betroffene Kanten in die Vorsortierung der Daten einbezogen. Die Laufzeit der Verschneidung wird entsprechend verlängert. Falls bei einer ineffizienten Verschneidung alle Kanten der 2D-Daten mit allen Kanten des TIN verglichen werden, so stellt sich die Laufzeitverlängerung aufgrund der quadratischen Komplexität als wesentlich größer heraus. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund kritisch zu betrachten, dass das TIN bereits die Daten sortiert bzw. strukturiert zur Verfügung stellt. Die *Topologie des Dreiecksnetzes* findet bei ABDELGUERFI et al. (1997) keine Berücksichtigung in ihrem Verfahren.

Das Ignorieren einer vorhandenen Topologie lässt sich bei ABDELGUERFI et al. (1997) auch an anderer Stelle aufzeigen, zumindest erwähnen die Autoren nicht explizit, dass sie genutzt wird. Wie KLÖTZER (1997) und auch EGENHOFER et al. (1989) wird die *Topologie der Landkartengeometrie* nicht vorteilhaft beim Einrechnen der Kanten genutzt. Hier hängt die Effizienz des Verfahrens wieder von der Implementierung der Verschneidung ab.

Neben diesen Merkmalen werden linienhafte Objekte von den Autoren nicht berücksichtigt. Die Geometrien des linienhaften Verkehrsnetzes werden extra mit einer festzulegenden Straßenbreite "aufgeweitet" und zu flächenhaften Objekten umgewandelt. Es ist jedoch nicht bei allen Anwendungen wünschenswert bzw. sinnvoll, mit derartigen Konstrukten zu arbeiten.

Gegenüber KLÖTZER (1997) berücksichtigen die Autoren bei der Vermaschung explizit vorhandene Strukturinformation. Diese wird bei der initialen Dreiecksvermaschung in das DGM-TIN eingerechnet. ABDELGUERFI et al. (1997) stellen vor, wie die Verarbeitung sehr großer Datenmengen behandelt werden kann. Es muss aufgrund technischer Restriktionen eine Einteilung des Gesamtgebietes in Bearbeitungsabschnitte erfolgen. ABDELGUERFI et al. (1997) bilden Blöcke (Kacheln, *tiles*) im TIN und verknüpfen die einzelnen Blöcke mittels bedingter Triangulation (vgl. z. B. TERRIBILINI, 1999 bzw. Abs. 5.2.2 und Abs. 5.2.3).

6.3. Das modifizierte Datenmodell zur Integration von triangulierten DGM und DSM

Aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse wird der Zusammenhang zwischen 2D-Situationsmodellen und 2.5D-Geländemodellen mit dem UML-Diagramm in Abbildung 6.4 neu beschrieben. Ein Algorithmus zur Berechnung des integrierten 2.5D-Modells wird in Abschnitt 6.4.1 beschrieben.

Die Darstellung stellt eine Erweiterung der minimalen Landkarte (Abb. 2.1) von GRÖGER (2000) in Abschnitt 2.3.1 dar. Das DGM-TIN wird durch eine bedingte DELAUNAY-Triangulation (*constrained Delaunay triangulation, CDT*) repräsentiert. Das integrierte Datenmodell (DGM-DSM-TIN) wird durch die integrierte bedingte DELAUNAY-Triangulation (*integrated constrained Delaunay triangulation, ICDT*) dargestellt.

Ein Punkt oder Knoten der Landkarte bildet einen Knoten in der integrierten Datenstruktur oder wird durch einen Knoten, der aus der CDT stammt, repräsentiert. Ein Punkt oder Knoten der Landkarte kann auf eine bestehende Kante des DGM-TIN fallen. Eine Kante aus der Landkarte wird durch mindestens eine Kante der ICDT repräsentiert, ebenso die Kanten aus der CDT. Landkartenkanten und CDT-Kanten können sowohl partiell als auch vollständig kollinear sein. Ein Knoten der CDT kann auf einer Kante der Landkarte liegen. Eine ICDT-Kante ist entweder von einer Kante aus der Landkarte oder der CDT abgeleitet, oder es handelt sich um eine zusätzlich eingefügte Kante. Eine Masche in der Landkarte ist durch ein oder mehrere Dreiecke der ICDT dargestellt, ebenso ein Dreieck aus der CDT. Ein STEINER-Punkt (Klasse $\mathbf{Knoten}_{S_{TE}}$) liegt auf einer Landkartenkante und wird als Schnittpunkt mit einer anderen Kante berechnet. Ein Knoten in der ICDT wird aus einem Punkt oder Knoten der Landkarte, einem Knoten der CDT oder aus einem STEINER-Punkt

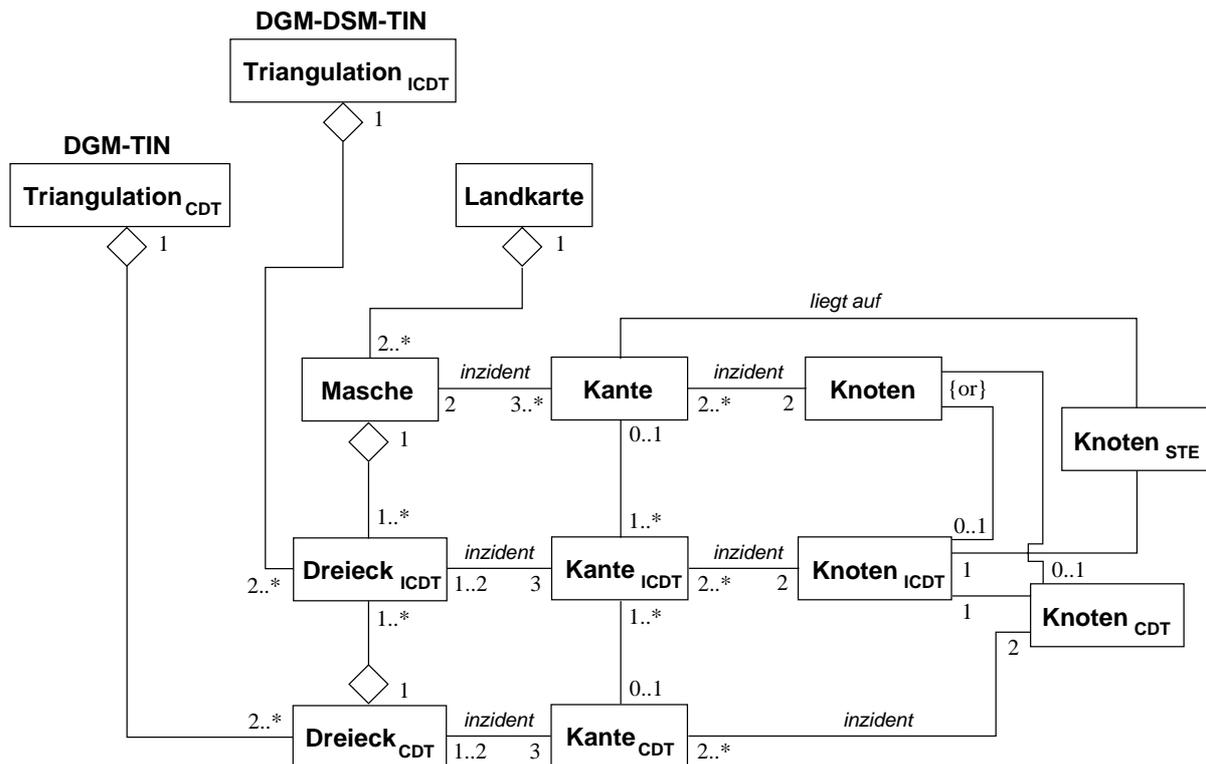


Abbildung 6.4.: Erweiterung des integrierten Datenmodells als UML-Diagramm.

abgeleitet. Um die Übersichtlichkeit der Abbildung 6.4 zu erhalten, wurden nicht alle möglichen Beziehungen in das Diagramm aufgenommen.

Aufgrund der expliziten Berücksichtigung aller geometrischen Konstellationsmöglichkeiten, die sich bei der Vereinigung der unabhängigen Datensätze *Landkarte* und *DGM-TIN* zu einem *DGM-DSM-TIN* ergeben können, kann das Datenmodell auch als *vollständig* bezeichnet werden.

6.4. Ein neuer Algorithmus zur Integration von Quadratgitter-DGM und DSM

In Anlehnung an die Triangulation, die in Kapitel 5 vorgestellt wurde, basieren die Betrachtungen zunächst auf dem Algorithmus zur Triangulation von Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation. Sie sind auf eine allgemeine Triangulation übertragbar, dieser Aspekt wird im Anschluss an die Beschreibung des Algorithmus in Abschnitt 6.4.5.1 behandelt. Zunächst wird die Integration der DSM-Geometrien in das DGM-TIN betrachtet. Diese Phase der Algorithmus kann daher auch als *geometrischer Teil* bezeichnet werden. Die Zuweisung von Dreiecken des DGM-DSM-TIN an Objekte als *semantischer Teil* des Algorithmus wird in Abschnitt 6.4.2 beschrieben.

6.4.1. Grundprinzip des radial-topologischen Algorithmus

Das Grundprinzip des neuen Algorithmus zur Berechnung des DGM-DSM-TIN ist eine radial-topologische Suche um den jeweils zuletzt eingefügten Landkartenpunkt und das sequentielle Abarbeiten der weiteren Punkte der Landkartengeometrie. Er arbeitet nach der *jump-and-walk*-Methode (z. B. VAN KREVELD, 1997) und “näht quasi wie eine Nähmaschine” beim Traversieren des bis dahin bestehenden DGM-DSM-TIN die DSM-Geometrien simultan in das Dreiecksnetz ein. Dabei werden explizit die vorhandenen Topologien der Eingangsdatensätze DGM-TIN und DSM vorteilhaft genutzt.

Der Einfügeort des Startpunktes einer DSM-Geometrie im triangulierten Quadratgitter-DGM wird nach dem in Abschnitt 5.3 beschriebenen Verfahren der Berechnung eines nahen Dreiecks mit anschließender topologischer

Suche bestimmt (*jump*-Schritt, ggf. gefolgt von *walk*-Schritten). Die Höhe eines Punktes wird entweder linear im Dreieck oder auf der Kante interpoliert oder, falls ein Punkt auf einen bereits bestehenden Punkt in der Triangulation fällt, von diesem übernommen, da dann kein Einfügen erfolgen muss. Prinzipiell kann, falls der Punkt auf einer Kante liegt, seine Höhe auch in der Ebene eines der inzidenten Dreiecke berechnet werden. Die lineare Interpolation entlang der Kante ist jedoch aufgrund der geringeren Anzahl von notwendigen Rechenoperationen vorzuziehen. Um die lineare Interpolation der Höhe für den Startpunkt und alle weiteren Punkte der DSM-Geometrie zu gewährleisten, müssen diese sich innerhalb der konvexen Hülle des triangulierten Quadratgitter-DGM befinden. Hinweise zum Vorgehen mit Punkten, die sich außerhalb der konvexen Hülle befinden, folgen in Abschnitt 6.4.4.

Durch die topologische Suche und das evt. Einfügen des Punktes ist mindestens eines seiner inzidenten Dreiecke bekannt. Das Gebiet um den Punkt kann durch seine inzidenten Dreiecke in Winkelsektoren eingeteilt werden. Der Punkt und das Startdreieck des Algorithmus bilden einen dieser Winkelsektoren, der in Abbildung 6.5 dargestellt ist. Das weitere Vorgehen ähnelt der topologischen Suche des Einfügeortes eines Punktes (Abs. 5.3) und

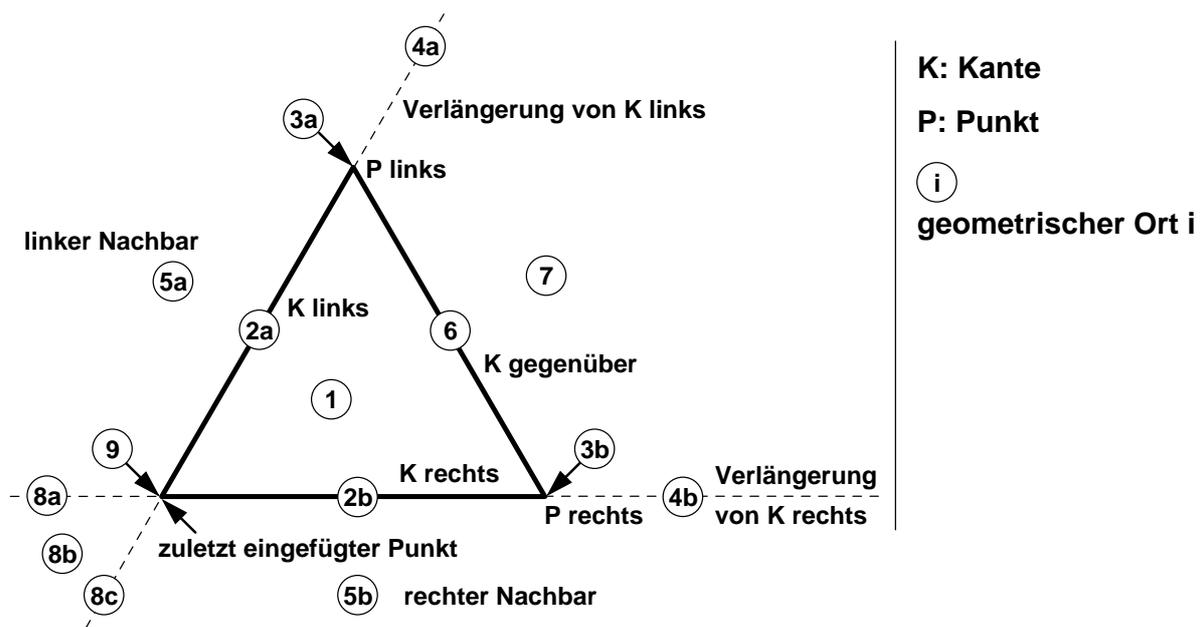


Abbildung 6.5.: Radial-topologische Suche um einen Punkt.

stellt den *walk*-Schritt bzw. die *walk*-Schritte des Verfahrens dar. Anhand der Kreuzprodukte, die zwischen dem jeweils nächsten einzufügenden Punkt der DSM-Geometrielinie und den Dreieckskanten des Sektors berechnet werden, können die folgenden Fälle unterschieden werden:

1. Fall: der Punkt liegt im Sektor innerhalb des inzidenten Dreiecks. Der Punkt wird in das Dreieck eingefügt und dient als neuer Drehpunkt der radialen Sektorsuche. Das Liniensegment der DSM-Geometrie ist beendet und eines der inzidenten Dreiecke wird als neues Startdreieck verwendet, falls die Linie bzw. die Geometrie nicht beendet ist.
2. Fall mit den Unterfällen 2a (linke Kante) und 2b (rechte Kante): der Punkt liegt auf einer der inzidenten Kanten des Punktes. Der Punkt wird auf der jeweiligen Kante eingefügt und dient als neuer Drehpunkt der radialen Sektorsuche. Das Liniensegment der DSM-Geometrie ist beendet, und eines der inzidenten Dreiecke wird als neues Startdreieck verwendet, falls die Linie bzw. die Geometrie nicht beendet ist.
3. Fall mit den Unterfällen 3a (Punkt liegt auf dem Endpunkt der linken Kante) und 3b (Punkt liegt auf dem Endpunkt der rechten Kante): der Punkt wird, da er schon im Dreiecksnetz existiert, nicht in die Triangulation eingefügt. Das Liniensegment der DSM-Geometrie ist beendet. Der existierende Punkt und sein inzidentes Dreieck werden als Startelemente der neuen radialen Sektorsuche verwendet, falls die Linie bzw. die Geometrie nicht beendet ist.
4. Fall mit den Unterfällen 4a (Punkt liegt auf der Verlängerung der linken Kante) und 4b (Punkt liegt auf der Verlängerung der rechten Kante): die entsprechende Kante stellt einen Teil des Liniensegmentes der DSM-Geometrie dar. Der jeweilige Eckpunkt der Kante teilt das Liniensegment auf, der Punkt und sein inzidentes Dreieck werden als Startelemente der neuen radialen Sektorsuche verwendet.

5. Fall mit den Unterfällen 5a (der Punkt liegt links neben dem Sektor) und 5b (der Punkt liegt rechts neben dem Sektor): der Punkt und das jeweilige Nachbardreieck werden als Startelemente der neuen Sektorsuche verwendet.
6. Fall: der Endpunkt des Segments liegt auf der Kante, die dem Drehpunkt der Suche im Dreieck gegenüber liegt. Das Liniensegment der DSM-Geometrie ist beendet. Der Punkt wird auf der Kante eingefügt. Er und eines seiner inzidenten Dreiecke werden als Startelemente der neuen radialen Sektorsuche verwendet, falls die Linie bzw. die Geometrie nicht beendet ist.
7. Fall: der Endpunkt liegt auf der anderen Seite der Kante, die dem Drehpunkt der Suche im Dreieck gegenüber liegt. Es existiert ein Schnittpunkt innerhalb der Kante, da die Fälle, dass der Schnittpunkt auf einem Endpunkt der Kante liegt, durch die Fälle 3a und 3b bereits getestet sind. Der Schnittpunkt wird berechnet, er wird als neuer Punkt auf der Kante eingefügt. Er dient dann mit einem seiner inzidenten Dreiecke als Startelement der neuen radialen Sektorsuche.
8. Fall mit den Unterfällen 8a (Punkt liegt auf der Verlängerung der rechten Kante hinter dem Drehpunkt), 8c (Punkt liegt auf der Verlängerung der linken Kante hinter dem Drehpunkt) und 8b (Punkt liegt im Sektor hinter dem Drehpunkt): hierbei muss eines der Nachbardreiecke in Verbindung mit dem Drehpunkt als neues Startelement verwendet werden. Im Fall 8a kann dies der linke Nachbar sein, bei 8c der rechte Nachbar, im Fall 8b kann einer der beiden gewählt werden.
9. Fall: es liegt anscheinend ein Datenfehler vor. Der Punkt steht zweimal hintereinander in der Punktliste der DSM-Geometrie.

Ein Verfahren zur Berechnung von Geradenschnitten, das unabhängig von der Lage der Geraden zu den Koordinatenlinien ist, wird z. B. von HÄSSLER & WACHSMUTH (1990) beschrieben. Bei der Berechnung des Schnittpunkts ist der Fall der parallelen Geraden als numerische Fehlerquelle zu berücksichtigen. Durch die Auswertung der Kreuzprodukte ist die Stabilität des Verfahrens gesichert, da die Berechnung von Schnittpunkten für parallele Geraden nicht durchgeführt wird.

Da es bei der Teilung einer Dreieckskante (Änderung der entsprechenden Kante und Bildung einer neuen) dazu kommen kann, dass eine mit bestimmten Eigenschaften ausgewiesene Kante davon betroffen ist (z. B. ein Marker für die konvexe Hülle der Triangulation oder Verweis auf ein Objekt), müssen an beiden Kanten die Eigenschaften bzw. Attribute der nunmehr geteilten Kante erhalten bleiben und ggf. ergänzt werden.

Das Verfahren verarbeitet aufgrund des sequentiellen Vorgehens auch Selbstüberschneidungen einer DSM-Geometrie bzw. Überschneidungen von DSM-Geometrien. Falls dies verhindert oder aufgedeckt werden soll, müssen entsprechende Marker an den eingerechneten Kanten mitgeführt werden. Bei Verwendung einer Landkarte nach Abschnitt 2.2.2 als Eingangsdatensatz stellt dies eine Inkonsistenz dar (vgl. GRÖGER, 2000).

Durch diesen Algorithmus werden sequentiell alle DSM-Geometrien in das Dreiecksnetz eingerechnet. Beim Abarbeiten der Geometrien kann es nicht zu Problemen mit dem mehrfachen Auftreten der Knoten der DSM-Geometrien kommen, da diese ggf. als bereits im Dreiecksnetz vorhanden detektiert werden. Dies ist der Fall, wenn eine einzurechnende Linie einen Knoten als Start- oder Endpunkt hat, der bereits in das Dreiecksnetz eingerechnet wurde.

Die eigentliche Suche nach einem Einfügeort wird nur für den Anfangspunkt einer Geometrie durchgeführt und nicht für alle Punkte der Landkarte, wie es bei KLÖTZER (1997) der Fall ist. Die Linientopologie der DSM-Geometrie wird auf diese Art ebenso wie die Topologie des Dreiecksnetzes vorteilhaft beim Fortschreiten des Algorithmus eingesetzt. Da es bei DSM viele Zwischenpunkte in den Kanten gibt, wird hier die Zeit der Suche nach den Einfügeorten für die Zwischenpunkte und den Endpunkt der Kante eingespart. Ebenso werden auf diese Art Kollinearitäten zwischen Kanten, d. h. die teilweise Überlappung von Kanten beider Datensätze, erkannt und entsprechend behandelt. Es muss keine aufwendige Vorsortierung von Kanten oder Dreiecken wie bei ABDELGUERFI et al. (1997) vorgenommen werden.

Nachdem alle Geometrien in das Dreiecksnetz eingerechnet wurden, muss die Zuweisung der Dreiecke an die flächenhaften Situationsobjekte erfolgen. Die Zuweisung der Kanten des DGM-DSM-TIN an linienhafte Objekte erfolgt bereits beim Einrechnen der Geometrien.

6.4.2. Zuweisung der Dreiecke an flächenhafte Situationsobjekte

Bei der Zuweisung der Dreiecke an flächenhafte Situationsobjekte ist zu beachten, dass es nicht ausreicht, die Dreiecke entlang der eingerechneten Geometrien unter Verwendung der Nachbarschaftsbeziehungen der DSM-Objektgeometrien den DSM-Objekten zuzuweisen. Auf diese Weise werden Dreiecke, die vollständig in einem

flächenhaften Objekt liegen, nicht zugewiesen. Die Zuweisung muss getrennt nach Abschluss der Einrechnung der Geometrien erfolgen. Dies kann daher auch als semantischer Teil des Algorithmus betrachtet werden, da hier keine geometrischen Operationen mehr vorgenommen werden. Dabei können die nachfolgenden Verfahren zum Einsatz kommen.

1. Die Zuweisung erfolgt unter Verwendung des Punkt-in-Fläche-Tests (z. B. HAINES, 1992). Aus den Koordinaten der Eckpunkte eines Dreiecks wird durch deren Mittelbildung der Schwerpunkt des Dreiecks berechnet. Dieser Schwerpunkt liegt innerhalb des Dreiecks und damit auch innerhalb des zugehörigen Situationsobjektes. Letzteres kann dann durch lineares Testen aller Situationsobjekte mit dem Punkt-in-Fläche-Test gefunden werden. Diese Vorgehensweise wird von PILOUK (1996) vorgeschlagen.
2. Die Zuweisung kann auch unter Verwendung eines *Dreiecksvirus* erfolgen. Dieses Verfahren wird von SHEWCHUK (1997) und von LIN (1997) eingesetzt, um definierte Löcher in das Dreiecksnetz zu integrieren. Dabei handelt es sich um eine rekursive Tiefensuche (s. SEDGEWICK, 1992) im Graphen des Dreiecksnetzes, die beim Erreichen einer Netzante mit bestimmten Eigenschaften die weitere Rekursion des Verfahrens abbricht. Es ist ggf. die Rekursionstiefe zu beachten (vgl. ABELSON et al., 1996; Abs. 4.5.5). Da hierbei die Topologie des Dreiecksnetzes genutzt wird, arbeitet die Methode effizienter als das lineare Testen aller Objekte beim Punkt-in-Fläche-Test. Beim Einfügen der DSM-Geometrien muss zu diesem Zweck eine Liste angelegt werden, die für jede DSM-Geometrie ein Liniensegment mit der Information der inzidenten Objekte und dessen Index im Dreiecksnetz enthält. Sie wird nach Abschluss des Einrechnens der Geometrie abgearbeitet. Auf diese Weise wird in Verbindung mit der Tiefensuche sichergestellt, dass alle betroffenen Dreiecke ihren Objekten zugewiesen werden. Eine entsprechende Vorgehensweise findet sich auch bei EGENHOFER et al. (1989).

6.4.3. Berücksichtigung von Aussparungsflächen im DGM

Zwar wäre es wünschenswert, wenn die Fläche eines Objektes vollständig mit Dreiecken bzw. Höheninformation abgedeckt ist und im Fall von Aussparungsflächen ein entsprechender Vermerk für die Höhe an den Dreiecken ist, dennoch mag es manchmal notwendig sein, bei der radial-topologischen Suche eine bereits existierende Aussparungsfläche im DGM zu überbrücken. Eine derartige Situation wird durch den entsprechenden Vermerk an der gegenüberliegenden Kante in Abbildung 6.5 erkannt. Die weitere Suche nach Schnittpunkten des DGM-Dreiecksnetzes mit der DSM-Geometrie muss in diesem Fall mit den Begrenzungskanten der Aussparungsfläche durchgeführt werden. Falls kein Schnittpunkt innerhalb der Begrenzungskante oder mit deren Endpunkten existiert, muss die Suche mit der nächsten adjazenten Begrenzungskante der Aussparungsfläche weitergeführt werden.

Alternativ dazu kann die Berücksichtigung der Aussparungsflächen im DGM auch nach der Integration der DSM-Geometrie und der Zuweisung der DSM-Objekte an die Dreiecke unter Verwendung eines Dreiecksvirus (s. o.) erfolgen. In diesem Fall dürfen die Aussparungsflächen im DGM erst nach der Integration von DSM und DGM berücksichtigt werden, damit diese traversiert, d. h. überquert werden können.

6.4.4. Behandlung von DSM-Geometrie-Punkten außerhalb der konvexen Hülle des Quadratgitter-DGM

Aufgrund der verfahrenstechnisch notwendigen Interpolation einer Höhe für die Punkte der DSM-Geometrie und die beabsichtigte Zuweisung von Quadratgitter-DGM-Dreieckskanten an DSM-Geometrien können diejenigen Teile einer DSM-Geometrie, die sich außerhalb der konvexen Hülle befinden, beim Einrechnen in das triangulierte Quadratgitter-DGM nicht berücksichtigt werden. Daher muss, falls Teile der Geometrie über die konvexe Hülle hinausragen, ein Abschneiden der Geometrie an der konvexen Hülle erfolgen und ein STEINER-Punkt zwischen letzterer und der Geometrie errechnet werden.

Im Fall von triangulierten Quadratgitter-DGM und der sich ergebenden Rechteckform der konvexen Hülle kann ein solcher Fall durch Vergleich mit dem minimal umschreibenden Rechteck aufgedeckt werden, da dieses gleichzeitig die konvexe Hülle bildet. Das Verlassen des minimal umschreibenden Rechtecks einer Geometrie kann direkt durch Koordinatenvergleich der Punkte festgestellt werden.

Der (Wieder-)Eintritt einer Geometrie ist aufwendiger zu erkennen, da eine Geometrie den Bereich auch nur schneiden kann, ohne selber einen Punkt innerhalb oder auf der konvexen Hülle zu haben. Daher muss in diesem Fall das jeweils aktuelle Liniensegment auf Schnittpunkte mit der konvexen Hülle überprüft werden, was dem

bekanntem Verfahren der Überprüfung einer Geraden auf Schnittpunkte mit einer Geradenschar entspricht. Dieses hat in einer *brute-force*-Implementierung prinzipiell ein quadratisches Laufzeitverhalten (s. DE BERG et al., 1997). Im Fall von triangulierten Quadratgitter-DGM kann die konvexe Hülle zur Schnittpunktberechnung mit vier Kanten repräsentiert werden, die sich an den Koordinatenlinien orientieren, so dass auch hier mit vertretbarem rechnerischen Aufwand ein direkter Vergleich erfolgen kann.

Gibt es nur einen Schnittpunkt zwischen der konvexen Hülle und dem Liniensegment, so liegt der zweite Punkt des Liniensegments innerhalb der konvexen Hülle und der Algorithmus startet regulär mit diesem Punkt. Gibt es zwei Schnittpunkte, so schneidet das Liniensegment die konvexe Hülle und es muss als Startpunkt für den Algorithmus der erste Schnittpunkt verwendet werden. Weiter muss der Fall, dass eine Kante außerhalb der konvexen Hülle startet, ihr Endpunkt auf die konvexe Hülle fällt und der nächste Punkt der folgenden Kante nicht innerhalb oder auf der konvexen Hülle liegt, berücksichtigt werden.

6.4.5. Weitere Anwendungsgebiete des radial-topologischen Algorithmus

6.4.5.1. Einsatz des Algorithmus mit anderen inkrementellen Verfahren

Da sich die inkrementellen Triangulationsverfahren nur durch den ersten Schritt, die Suche nach dem Einfügeort eines Punktes, unterscheiden, ist der Algorithmus prinzipiell ebenso mit anderen Suchverfahren bzw. Zugriffsdatenstrukturen einsetzbar, die nicht speziell für triangulierte Quadratgitter-DGM konzipiert sind. Der Einfügeort kann prinzipiell auch durch alleinige topologische Suche bestimmt werden, wenngleich dies kein effizientes Verfahren darstellt.

Die Suche des Einfügeortes führt zum anschließenden Einfügen des Punktes. Durch geschickte Indizierung der Dreiecke beim Einfügen eines Punktes kann ein inzidenter Dreieck des Punktes als Startdreieck der radial-topologischen Suche ermittelt werden. Daraus folgt, dass der Algorithmus gleichermaßen ohne Probleme mit unregelmäßig verteilten Stützpunktfeldern arbeitet. Es muss ggf. beachtet werden, dass die Zugriffsdatenstruktur des Triangulationsverfahrens den Modifikationen des Dreiecksnetzes angepasst wird, oder sie wird nach der Triangulation des DGM-TIN nur noch zur Berechnung eines dem Einfügeort nahen Dreiecks genutzt. Mit diesem kann die endgültige Bestimmung des Einfügeortes mit der *jump-and-walk*-Methode erfolgen, allerdings ist dann die ursprüngliche Zugriffsdatenstruktur nicht mehr für einen direkten Zugriff im DGM-DSM-TIN verwertbar.

Die Überprüfung der DSM-Geometrie dahingehend, ob sie ganz oder teilweise in der konvexen Hülle des DGM-TIN liegt, stellt sich aufgrund von deren unregelmäßigen Form komplexer dar. Die Überprüfung eines Punktes kann durch einen allgemeinen Punkt-in-Fläche-Test erfolgen. Ein Test des aktuellen Liniensegmentes auf Schnittpunkte mit der konvexen Hülle kann effizient ausgabesensitiv mit einem *sweep*-Verfahren erfolgen (z. B. DE BERG et al., 1997).

6.4.5.2. Einsatz des Algorithmus zur Berechnung strukturierter DGM

Der Algorithmus der radial-topologischen Suche kann vom Grundprinzip her zum Einfügen von stückweise geraden Geometrien jeglicher semantischer Art in ein Dreiecksnetz verwendet werden. Auch das Einfügen von Strukturinformation bei der Berechnung der Triangulation eines Quadratgitter-DGM mit Strukturinformation (Abs. 5.3) ist möglich. In diesem Fall muss der Algorithmus nur dahingehend geändert werden, dass die Höhen der Schnittpunkte zwischen den Linien der Strukturinformation und den Kanten der Triangulation nicht in dem bereits bestehenden Dreiecksnetz linear interpoliert werden, sondern zwischen den Höhen der Strukturpunkte. Das entstehende Dreiecksnetz hat damit das Stützpunktfeld eines hybriden DGM und die linienhafte Strukturinformation wird in Teilabschnitte aufgetrennt. Der Unterschied zwischen dem hybriden DGM und dem triangulierten Quadratgitter-DGM besteht dann im Wesentlichen in der Triangulation (den Diagonalen) derjenigen Gitterzellen, die keine Strukturpunkte enthalten. Der Zugriff auf die Dreiecke einer Zelle kann direkt aus den Koordinaten mit topologischer Suche des entsprechenden Dreiecks erfolgen.

Mit den Ausführungen von Abschnitt 6.4.5.1 kann damit auch ein allgemeines TIN um Strukturinformation ergänzt werden.

6.4.6. Geometrische Analyse des Algorithmus

In Abschnitt 6.4.1 wurde die grundlegende Vorgehensweise des radial-topologischen Algorithmus erläutert. Die Ausführungen bezogen sich dabei auf ein einzelnes lokales Dreieck. Nun soll untersucht werden, wie sich der

Algorithmus während seines Fortschreitens im bis dahin bestehenden DGM-DSM-TIN und somit beim Traversieren von mehreren zusammenhängenden Dreiecken verhält. Dabei ist von Interesse, wie groß das beeinflusste Gebiet eines Einfügeschrittes ist. Dies kann bei der Bearbeitung großer DGM-Datensätze und DSM-Geometrien mit großer räumlicher Ausdehnung von Interesse sein. Weiter ist das Ergebnis des Algorithmus hinsichtlich seiner Eindeutigkeit zu untersuchen.

Die Größe des beeinflussten Gebietes eines Einfügeschrittes ergibt sich als das maximale Gebiet, das beim Einfügen eines Punktes geändert wird. Beim Einfügen eines Punktes in ein Dreieck wird im integrierten Modell nur ein Gebiet mit der Ausdehnung dieses Dreiecks geändert. Wird eine Kante mit einem Punkt aufgetrennt, so müssen bei der Fortführung des integrierten Modells die inzidenten Dreiecke der Kante bearbeitet werden. Diese Dreiecke können, da alle Kanten des DGM-TIN erhalten bleiben müssen, maximal die Größe eines DGM-TIN-Dreiecks aufweisen. Daraus folgt, dass der Algorithmus im geometrischen Teil bei einem Einfügeschritt ein maximal zu modifizierendes Gebiet der Ausdehnung von zwei Dreiecken des DGM-TIN aufweist. Beim Zuweisen der Dreiecke des DGM-DSM-TIN an Objekte (semantischer Teil des Algorithmus) beträgt die maximale Größe des Gebietes die Ausdehnung eines DSM-Objektes, wenn sequentiell verfahren wird. Dagegen hat das beeinflusste Gebiet bei einer inkrementellen DELAUNAY-Triangulation aufgrund der Wiederherstellung des DELAUNAY-Kriteriums die Ausdehnung eines sternförmigen Gebietes um den Einfügeort (vgl. Abs. 5.3.2), das wesentlich mehr als zwei Dreiecke aufweisen kann.

Die Untersuchung hinsichtlich der Eindeutigkeit des Ergebnisses wird schematisch mit Abbildung 6.6 veranschaulicht. Auf der linken Seite der Abbildung 6.6 befindet sich ein Dreieck des DGM-TIN, in das von rechts

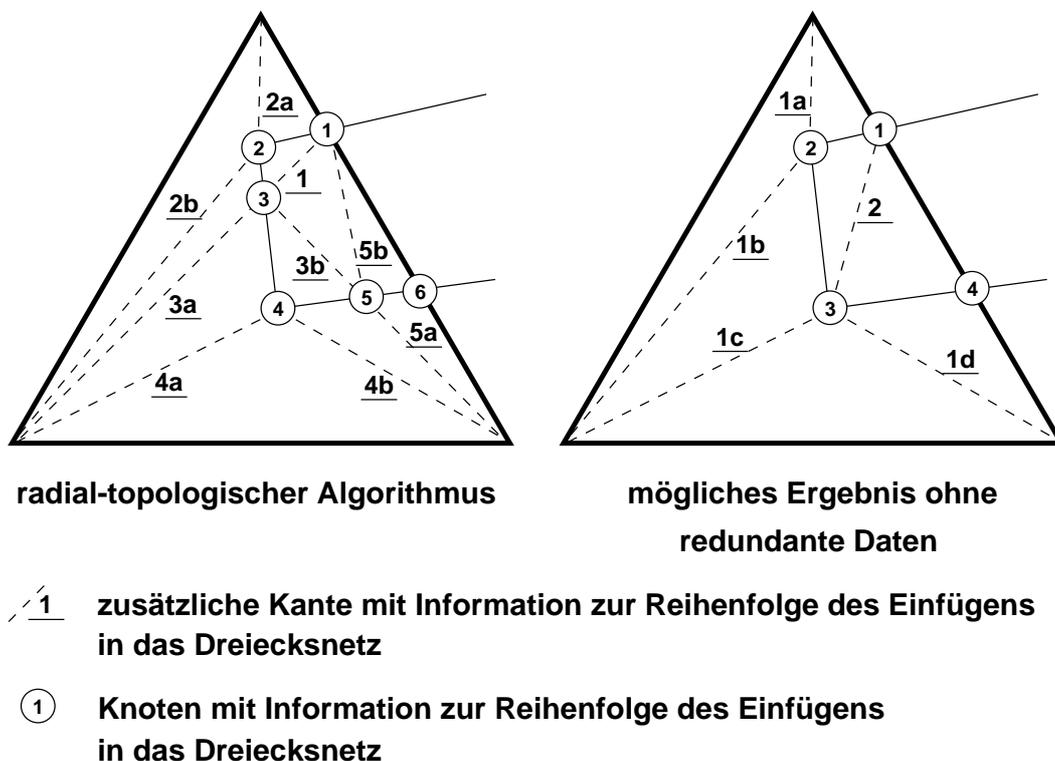


Abbildung 6.6.: Geometrische Analyse der Ergebnisse des radial-topologischen Algorithmus.

oben beginnend mit dem Schnittpunkt 1 auf der DGM-TIN-Dreieckskante eine DSM-Kante integriert wird. Die Reihenfolge der gebildeten Knoten und Kanten wird mit deren Nummerierung beschrieben und kann anhand von Abbildung 6.5 nachvollzogen werden. Nachdem die Punkte 2, 3, 4 und 5 innerhalb des ursprünglichen DGM-TIN-Dreiecks inkrementell eingefügt wurden, verlässt der Algorithmus das Dreieck wieder im Schnittpunkt 6.

Wichtig ist dabei, dass nur die Punkte 2 und 4 originäre Punkte der DSM-Geometrie darstellen. Bei den Punkten 3 und 5 handelt es sich um berechnete Schnittpunkte, die sich auf Kanten befinden, die vorher zusätzlich in das Dreieck bzw. in das DGM-DSM-TIN eingefügt wurden. Ebenso ist von Bedeutung, dass die Oberflächenform des ursprünglichen Dreiecks durch die eingefügten Punkte nicht verändert werden darf, d. h., alle Knoten und Kanten innerhalb des Dreiecks sind, abgesehen von numerisch bedingten Ungenauigkeiten, koplanar. Das bedeutet, dass die Punkte 3 und 5 keinen Beitrag zur geometrischen Form des integrierten Modells leisten. Sie sind mit den DSM-Kanten, auf denen sie als Schnittpunkte berechnet wurden, kollinear und liegen in der räumlichen Ebene,

die durch die Eckpunkte des ursprünglichen DGM-TIN-Dreiecks festgelegt ist. Abweichungen hiervon sind durch numerische Ungenauigkeiten möglich und sollen hier nicht berücksichtigt werden. Die Punkte 3 und 5 stellen somit *redundante Daten* dar. Sie ändern weder die morphologische Qualität des Modells noch tragen sie zur initialen Tessellation der Ebene durch die Landkarte bei.

Dies liegt daran, dass beim radial-topologischen Algorithmus, wie er bisher vorgestellt wurde, nach jeder Punkteinfügeoperation eine vollständige Triangulation existiert, um die weitere Navigierbarkeit des Dreiecksnetzes zu gewährleisten. Da die Knoten einer Landkartenkante sequentiell abgearbeitet werden und das Dreiecksnetz mit diesen Knoten und weiteren Schnittpunkten permanent zur vollständigen Triangulation erweitert wird, ist immer die vollständige Anzahl von Kanten (Gl. 5.1) im Dreiecksnetz vorhanden. Es kommt zur Bildung von STEINER-Punkten, die als Schnittpunkte zwischen Landkartenkanten und zusätzlich eingefügten Kanten berechnet werden. Wengleich das Ergebnis des radial-topologischen Algorithmus richtig ist in dem Sinne, dass eine eindeutige Zuordnung von Dreiecken zu Landkartenobjekten hergestellt wird, so ist redundante Information insbesondere beim Aufbau sehr großer Datenbestände wie landesweiten Geodatenbanken bzw. Geobasisdatensätzen nicht wünschenswert.

Auf der rechten Seite der Abbildung 6.6 befindet sich ein integriertes Modell für die links dargestellte Situation, in der keine redundanten Knoten vorhanden sind. Die *alleinige Verwendung von Schnittpunkten von DGM- und DSM-Kanten* als STEINER-Punkte führt anschaulich zu einer *minimalen Anzahl von Knoten* bzw. einer *minimalen Anzahl von Dreiecken* (vgl. Gl. 5.1) im integrierten Modell.

Der bisher vorgestellte radial-topologische Algorithmus, der von seiner Grundintention her für die Traversierung eines TIN mit simultanem Einrechnen von Geometrien konzipiert ist, führt aufgrund dieser Ausführungen zwar zu einem korrekten Ergebnis, er ist jedoch durch die Bildung redundanter Daten für die Berechnung von DGM-DSM-TIN nur bedingt geeignet. Seine getrennte Betrachtung vor einer nun durchzuführenden Modifikation bzw. Erweiterung ist jedoch sinnvoll, weil hierdurch sein grundlegendes Prinzip besser erläutert werden kann.

6.5. Integriertes Datenmodell mit minimaler Anzahl von Knoten

Die *minimale Anzahl von Knoten und Dreiecken* ist zunächst im Datenmodell konzeptionell zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck wird in dem UML-Diagramm in Abbildung 6.4 eine Bedingung eingeführt. Als STEINER-Punkte dürfen nur Schnittpunkte zwischen den DSM-Kanten und den Kanten des triangulierten DGM verwendet werden. Hierzu ist die weitere Assoziation *liegt auf* notwendig, dass ein STEINER-Punkt auf einer DGM-TIN-Kante liegt. Die Assoziationen von der Landkartenkante und von der DGM-TIN-Kante zum STEINER-Punkt müssen beide gleichzeitig gelten (vgl. Abb. 6.7 rechts, **{and}**-Bedingung an der Klasse **Knoten_{STE}**). Dadurch ist die Anzahl der STEINER-Punkte eindeutig bestimmt, wodurch auch die Anzahl der Dreiecke im DGM-DSM-TIN eindeutig festgelegt ist (vgl. Gl. 5.1).

Dieses Datenmodell berücksichtigt wie das Datenmodell in Abbildung 6.4 alle geometrischen Konstellationsmöglichkeiten, die sich bei der Berechnung des DGM-DSM-TIN ergeben können, da keine Beziehungen gelöscht wurden, sondern nur eine weitere eingefügt wurde. Es kann daher ebenso als *vollständig* bezeichnet werden, und es ist darüber hinaus *redundanzfrei*. Algorithmen zur Berechnung dieses Modells werden in Abschnitt 6.6 diskutiert.

6.6. Der erweiterte radial-topologische Algorithmus

Der radial-topologische Algorithmus kann grundsätzlich dahingehend erweitert werden, dass redundante Information nicht gebildet wird. Gegenüber dem in Abschnitt 6.4 beschriebenen einfachen radial-topologischen Algorithmus ist zur Vermeidung von redundanter Information nicht nur das aktuelle Liniensegment bei einem Einfügeschritt bzw. bei der Navigation im Dreiecksnetz zu berücksichtigen, sondern der Teil der DSM-Geometrie, der sich innerhalb eines DGM-TIN-Dreiecks befindet. Zusätzlich müssen die Schnittpunkte des Ein- und Austritts der DSM-Geometrie verwendet werden. Wenn beim sequentiellen Abarbeiten der DSM-Geometrie ein neues DGM-Dreieck betreten wird, so wird neben dem Eintrittsschnittpunkt zunächst der Austrittsschnittpunkt berechnet, um dann die aus der Teilung des Dreiecks entstehenden Teilpolygone mit einem Polygontriangulationsverfahren weitergehend zu bearbeiten (Abs. 6.1). Es ist dabei zu beachten, ob das DGM-TIN-Dreieck bereits von einer DSM-Geometrie geschnitten wurde. In diesem Fall muss nur der erneut geschnittene Teil des DGM-TIN-Dreiecks betrachtet werden.

trie geschnitten wird, innerhalb des ursprünglichen DGM-TIN-Dreiecks liegt und durch dessen Eckpunkte und die erste DSM-Geometrie begrenzt wird. Wesentlich komplexer wird die Situation bei weiteren Schnitten.

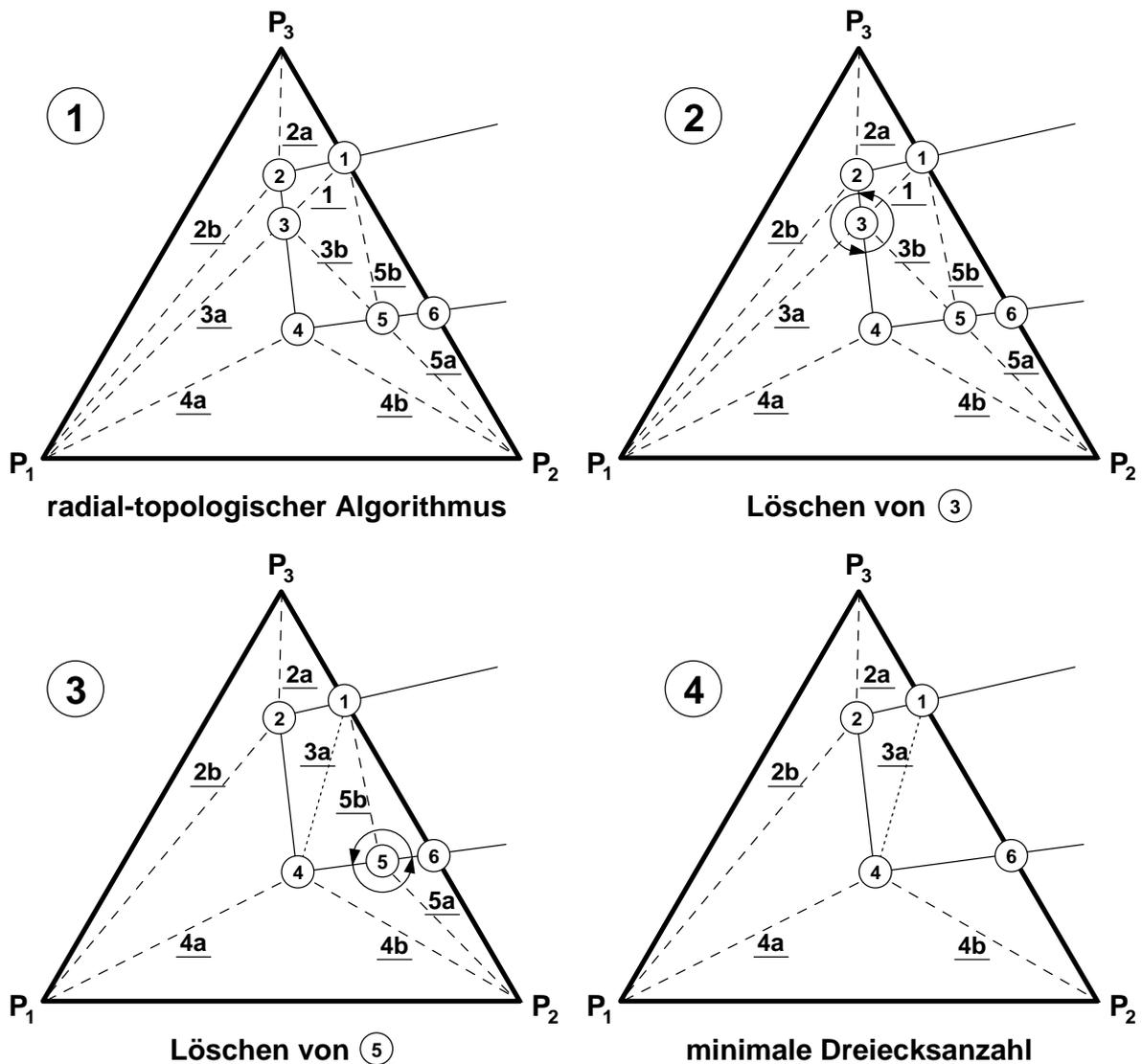
In Anbetracht der sich ergebenden sehr komplexen Konstellationsmöglichkeiten bei einer direkten Berechnung des integrierten Modells in Abbildung 6.7 stellt sich die Frage, wie groß das redundante Datenvolumen des einfachen radial-topologischen Algorithmus ist und ob eine detaillierte Ausarbeitung und Implementierung eines direkten erweiterten radial-topologischen Algorithmus mit minimaler Knotenanzahl im integrierten Modell gerechtfertigt ist. Zur Überprüfung dieser Frage mit den vorhandenen Datensätzen wurde anstatt eines direkten Algorithmus ein indirektes Verfahren implementiert, bei dem zunächst ein vorläufiges integriertes Modell mit dem ursprünglichen radial-topologischen Algorithmus berechnet und im Anschluss daran die redundante Information entfernt wird. Das Verfahren ist algorithmisch wesentlich einfacher zu realisieren, da es auf den bisherigen Ausführungen aufbauen kann.

Zu diesem Zweck muss an den Knoten und Kanten im DGM-DSM-TIN die boolesche Information vorhanden sein, ob es sich um eine aus dem DGM oder DSM abgeleitete Kante bzw. um einen DGM- oder DSM-Knoten oder einen Schnittpunkt von DGM- und DSM-Kanten handelt. Andernfalls ist ein Knoten bzw. eine Kante redundant. Diese Information wird den geometrischen Elementen während der Berechnung des initialen integrierten Modells beigelegt. Ein redundanter Knoten entsteht, wenn eine DSM-Geometrie beim Einrechnen eine zusätzlich eingefügte Kante schneidet, die nicht aus einer DGM- oder DSM-Kante abgeleitet wird. Dies kann aufgrund der geometrischen Konstellation nur bei dem Fall 7 in Abbildung 6.5 auftreten. Nach Abschluss des initialen radial-topologischen Algorithmus werden die redundanten, d. h. die zum Entfernen markierten Knoten sequentiell abgearbeitet und gelöscht. Die Vorgehensweise beim Löschen von redundanten Punkten ist in Abbildung 6.8 veranschaulicht und beginnt mit der linken Seite von Abbildung 6.6 als Ausgangssituation.

Ein zu entfernender Knoten muss zunächst im DGM-DSM-TIN gefunden werden. Die Suche kann entweder über die aus dem inkrementellen Triangulationsverfahren vorhandene Zugriffsstruktur oder mit der *jump-and-walk*-Methode erfolgen. Für das weitere Verfahren ist es notwendig, dass ein inzidentes Dreieck bekannt ist. Beim Austragen des Knotens muss die ursprüngliche DSM-Kante bzw. der entsprechende Abschnitt in dem Gebiet wiederhergestellt und Teil des DGM-DSM-TIN werden. Aus diesem Grund kann die Vorgehensweise nicht direkt einer der in Abschnitt 6.1 angegebenen Klassen von Modifikationsverfahren von Dreiecksnetzen zugeordnet werden, da zwar zum einen ein Punkt gelöscht, zum anderen aber die DSM-(Teil-)Kante wiederhergestellt wird. Es müssen genau zwei Kanten inzident sein, die aus einer DSM-Kante abgeleitet wurden. Sie werden anhand ihrer Attribute identifiziert. Dies erfolgt über eine vollständige Rotation um den Knoten, wofür das inzidente Dreieck in dem Knoten erforderlich ist. Zweckmäßigerweise erfolgt die Rotation im Gegenuhrzeigersinn, da diese Orientierung für die spätere Vorgehensweise notwendig ist. Als Startelement des eigentlichen vollständigen radialen Überstreichens der Umgebung wird die erste der zwei aus dem DSM abgeleiteten inzidenten Kanten mit einer radialen Suche bestimmt. Eine mögliche Startkante beim Löschen von Punkt 3 in Abbildung 6.8 ist die Kante 3-2.

Beginnend von dieser Kante wird das Gebiet der in dem Punkt inzidenten Dreiecke im Gegenuhrzeigersinn radial überstrichen, bis die zweite von der DSM-Kante abgeleitete DGM-DSM-TIN-Kante gefunden wird. Es muss sich dabei ein Winkel von 200 gon ergeben. Während dieses radialen Überstreichens werden verschiedene Listen geführt. In eine Liste werden die adjazenten Knoten des zu löschenden Knoten eingetragen. Sie bilden ein Polygon, dass im Anschluss mit einem Polygontriangulationsverfahren bearbeitet werden muss. Für die Polygontriangulation in Abschnitt 6.1 ist eine Anordnung der Punkte des Polygons im Gegenuhrzeigersinn erforderlich. Daher erfolgt das Überstreichen der Nachbarschaft des zu löschenden Punktes mit dieser Drehrichtung. Beim Löschen von Punkt 3 in Abbildung 6.8 stehen dann die Punkte 2, P_1 und 4 in der Knotenliste. Eine weitere Liste enthält die zu löschenden bzw. zu überarbeitenden Kanten (für Punkt 3 linke Seite die Kante 3a), eine zusätzliche Liste wird für ebensolche Dreiecke geführt. Nach Erreichen der zweiten aus einer DSM-Geometrie abgeleiteten Kante wird das radiale Überstreichen des Gebietes mit einem zweiten Satz von Listen fortgeführt, bis es an der Startkante des Überstreichens stoppt.

Nach Abschluss des radialen Überstreichens des Gebietes erfolgt das Austragen des Knotens aus dem Dreiecksnetz sowie die lokale Retriangulation mittels Polygontriangulation und die Wiederherstellung der Topologie. Ein Verfahren von AMMERAAL (1997) zur Polygontriangulation wurde in Abschnitt 6.1 beschrieben, weitere finden sich z. B. bei O'ROURKE (1998) oder DE BERG et al. (1997). Da in dieser Arbeit die zu triangulierenden Polygone nur geringe Punktzahlen aufweisen, wurde auf die Implementierung eines effizienten Polygontriangulationsverfahrens verzichtet. Es wurde das einfache *Diagonalen*-Verfahren aus AMMERAAL (1997; vgl. Abs. 6.1) überarbeitet und um die Wiederherstellung der Topologie ergänzt. Falls auf einer Seite der DSM-Kante nur zwei inzidente Dreiecke in der Liste der Dreiecke stehen (Abb. 6.8, linke Seite von Punkt 3; und beim Löschen von Punkt 5 beide Seiten), kann eines davon direkt geändert und das andere sowie die inzidente Kante gelöscht werden. Das Löschen der redundanten Punkte 3 und 5 in Abbildung 6.6 links oben führt zum integrierten Modell



1 zusätzliche Kante mit Information zur Reihenfolge des Einfügens in das Dreiecksnetz

1 Knoten mit Information zur Reihenfolge des Einfügens in das Dreiecksnetz

3a beim Löschen von 3 geänderte Kante

Abbildung 6.8.: Der erweiterte radial-topologische Algorithmus.

mit minimaler Anzahl von Knoten und Dreiecken, für das ein mögliches Ergebnis auf der rechten Seite unten von Abbildung 6.6 dargestellt ist.

Bei einer ggf. durchzuführenden Polygontriangulation muss der Sonderfall beachtet werden, dass es aufgrund der Berechnung von Schnittpunkten während des initialen einfachen radial-topologischen Algorithmus in dem zu triangulierenden Polygon zu Punktfolgen kommt, die unter Berücksichtigung der numerischen Genauigkeit kollinear sind. Eine mögliche Konstellation ist in Abbildung 6.9 wiedergegeben. Bei der angedeuteten Situation handelt es sich bei den Punkten 1 und 2 um Schnittpunkte, die bei einem ersten Schnitt einer DSM-Geometrie mit dem Dreieck P_1 , P_2 und P_3 berechnet wurden. Bei den Punkten 15 und 22 handelt es sich um DSM-Punkte, 13, 16, 19 und 24 sind weitere Schnittpunkte von DSM-Geometrien mit den initialen DGM-Dreiecksanten. Als erste zusätzliche Geometrie wird die Kante von 1 nach P_2 eingefügt. Bei den weiteren Schnitten kommt es zur Berechnung der redundanten Punkte 14, 20, 21 und 23. Eine Verifizierung der abgebildeten Kanten kann

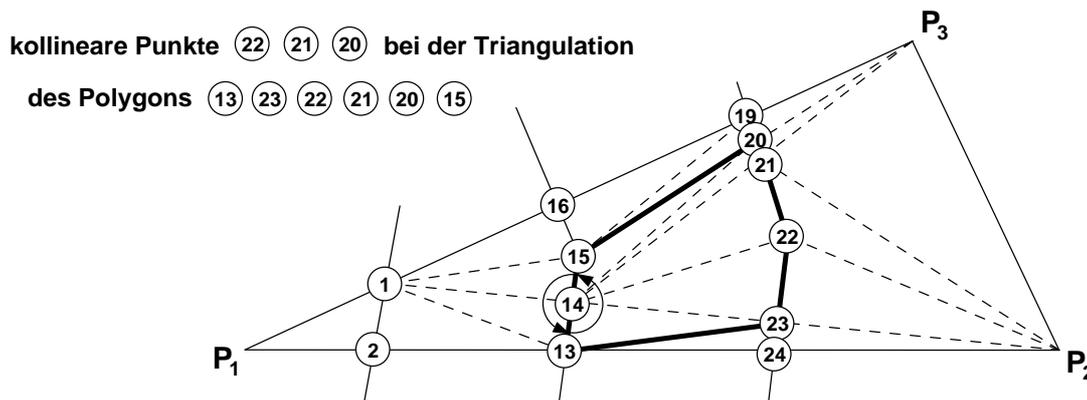


Abbildung 6.9.: Der Sonderfall von kollinearen Punkten bei der Polygontriangulation.

unter Verwendung von Abbildung 6.5 erfolgen. Als erstes wird der Knoten 14 gelöscht. Dessen inzidente Kanten und Dreiecke führen zu dem Polygon 13, 23, 22, 21, 20 und 15, das trianguliert werden muss. Beim *Diagonalen*-Verfahren wird als erstes das Dreieck 13, 23 und 22 gebildet. Als weiteres Dreieck im Verfahren wird die kollineare Punkt Kombination 22, 21 und 20 getestet. Derartige Punkt Kombinationen müssen für eine korrekte Retriangulation des Gebietes erkannt und eine Dreiecksbildung aus diesen Punkten vermieden werden. Dies kann entweder über einen numerischen Schwellwert beim Test der Orientierung eines Dreiecks erfolgen, oder es werden die Attribute der Knoten und Kanten ausgewertet. Mit dem letzten Verfahren wird ein redundanter Knoten zwischen Kanten, die aus DSM-Kanten abgeleitet wurden, erkannt, eine kollineare Folge von DSM-Knoten jedoch nicht.

Nach Bearbeitung der beiden Seiten der wiederhergestellten DSM-Teil-Kante wird mit dem nächsten redundanten Punkt auf der DSM-Kante fortgefahren. Zwecks Performanceverbesserung kann die Suche dieses Knotens mit der *walk*-Methode durchgeführt und mit einem überarbeiteten Dreieck aus dem letzten Lösungsverfahren begonnen werden, da die Punktnummern mit dem Fortschreiten des radial-topologischen Algorithmus entlang einer DSM-Kante vergeben werden. Daraus folgt, dass aufeinanderfolgende redundante Punkte auf einer ursprünglichen DSM-Kante nahe beieinander liegen. Bei dieser Vorgehensweise muss nur beim Beginn des Lösens von redundanten Punkten entlang einer neuen DSM-Kante eine Knotensuche mit der Zugriffsdatenstruktur im Dreiecksnetz erfolgen, und die vorhandenen Strukturen der Topologie und der Indizierung im DGM-DSM-TIN werden sinnvoll genutzt.

Damit steht ein Algorithmus zur Verfügung, der nach Abschluss der Berechnungen eine minimale Anzahl von Knoten im integrierten Modell erzielt. Das im geometrischen Teil beeinflusste Gebiet des Algorithmus ist bei einem einzelnen Einfügeschritt maximal zwei Dreiecke des DGM-TIN groß. Dies ist der Fall, wenn ein Schnittpunkt zwischen der DSM-Kante und einer DGM-TIN-Kante eingefügt wird. Beim Löschen von Punkten wird maximal das Gebiet eines DGM-TIN-Dreiecks modifiziert. Beim Zuweisen von Dreiecken an Objekte (semantischer Teil des Algorithmus) beträgt die Größe des beeinflussten Gebietes die Ausdehnung eines DSM-Objektes. Das redundante Bearbeiten von Geometrien wie bei einem objektbasierten Algorithmus wird vermieden. Die Eindeutigkeit hinsichtlich der morphologischen Qualität ist gegeben, die Eindeutigkeit des Ergebnisses hängt vom Verfahren der Polygontriangulation ab.

Der Nachteil des indirekten Verfahrens ist, dass es zur Berechnung von Geometrien im DGM-DSM-TIN kommt, die nachträglich entfernt werden müssen. Dies erfordert zunächst zusätzlichen Speicherplatz für die redundanten Daten und Rechenzeit zu deren Berechnung, darüber hinaus ist ein Mehrbedarf an Rechenzeit für das Löschen der redundanten Information erforderlich.

6.7. Vergleich der Ansätze zur Berechnung der integrierten Modelle

Bei dem hier durchgeführten Vergleich werden nur Algorithmen berücksichtigt, die für eine Integration von DGM und DSM als geeignet eingestuft werden. Dabei handelt es sich um:

1. das *korrigierte* Verfahren nach KLÖTZER (1997), bei dem auf die Wiederherstellung des DELAUNAY-Kriteriums beim Einfügen der Landkartenknoten bzw. ihrer Punkte verzichtet wird;

2. das Verfahren von EGENHOFER et al. (1989), wobei hier für eine Integration von DGM und DSM die Höhenkomponente an den 0-Simplexen berücksichtigt werden muss;
3. den hier entwickelten erweiterten radial-topologischen Algorithmus sowie
4. um die Methode von ABDELGUERFI et al. (1997).

Der Vergleich der beiden radial-topologischen Algorithmen wurde bereits implizit mit der Entwicklung des erweiterten radial-topologischen Algorithmus durchgeführt. Es wird jedoch teilweise noch auf die einfache Variante verwiesen werden.

Einige der hier diskutierten Aspekte wurden bereits in den Beschreibungen der einzelnen Vorgehensweisen aufgeführt. Nun erfolgt jedoch eine direkte Gegenüberstellung, die ggf. bei Redundanz mit vorherigen Ausführungen komprimiert dargestellt wird.

6.7.1. Vergleich der Algorithmen

Vergleicht man die vier für die Integration von DSM und DGM-TIN geeigneten Algorithmen miteinander, so stellt man zunächst fest, dass die Methode von ABDELGUERFI et al. (1997) einen ganz anderen algorithmischen Hintergrund als die anderen Verfahren hat. Den wesentlichen Unterschied bildet die notwendige Verschneidungsoperation bei ABDELGUERFI et al. (1997). Die Autoren betrachten zwar bei der Auswahl ihrer Datenstruktur die wesentlichen Merkmale eines TIN gegenüber allgemeinen Polygonen, beim Berechnen des integrierten Modells werden diese jedoch nur bedingt berücksichtigt.

Die bereits durch das DGM-TIN vorhandene Topologie des Dreiecksnetzes wird von ABDELGUERFI et al. (1997) nicht verwendet, für eine effiziente Verschneidung muss eine anders geartete zusätzliche Vorverarbeitung der Daten durchgeführt werden. Die vorhandene Topologie der Geometrien der 2D-Information wird von den Autoren ebenfalls nicht explizit berücksichtigt bzw. genutzt. Die Korrektheit der Ergebnisse und die Nutzung der Topologie des DSM sind von der Implementierung der Verschneidungsoperation abhängig.

Das Verfahren von EGENHOFER et al. (1989) und der einfache radial-topologische Algorithmus weisen gewisse Ähnlichkeiten auf. Die Topologie der Geometrien des DSM wird bei EGENHOFER et al. (1989) zum Teil genutzt, indem die Punkte einer linienhaften Geometrie sequentiell abgearbeitet werden. Allerdings fügen EGENHOFER et al. (1989) zunächst beide 0-Facetten des 1-Simplex ein, bevor die STEINER-Punkte berechnet werden. Der radial-topologische Algorithmus startet demgegenüber mit dem Anfangspunkt einer Kante und spart die Suche nach dem Einfügeort des Endpunktes. Er nutzt damit die Topologie der DSM-Geometrie besser als das Verfahren von EGENHOFER et al. (1989). Die Berechnung der STEINER-Punkte ist beim radial-topologischen Algorithmus allgemeiner, da er die vollständige und partielle Kollinearität von Kanten des DSM und DGM berücksichtigt. Beide Verfahren nutzen gegenüber dem Verfahren von ABDELGUERFI et al. (1997) die bestehende Topologie des TIN vorteilhaft für die Einrechnung der Geometrien.

Das korrigierte Verfahren nach KLÖTZER (1997) nutzt die Topologie des DGM-TIN nur bei der Integration der Kanten. Für jeden Landkartenpunkt bzw. -knoten muss die Zugriffsdatenstruktur des DGM-TIN durchlaufen werden, um die Einfügeorte der Punkte zu lokalisieren. Es werden nicht alle geometrischen Konstellationsmöglichkeiten berücksichtigt, die bei der Integration von DGM-TIN und DSM entstehen können.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass der radial-topologische Algorithmus gegenüber den anderen Verfahren alle potenziell möglichen geometrischen Konstellationen, d. h. die partielle und damit auch die vollständige Kollinearität von Geometrien bei der Integration von DGM-TIN und DSM berücksichtigt und für seinen Verfahrensablauf die vorhandenen topologischen Strukturen des DGM-TIN und des DSM vorteilhaft nutzt. Der Nachteil des hier beschriebenen erweiterten radial-topologischen Algorithmus ist, dass es sich gegenwärtig um ein indirektes Verfahren handelt. Dies führt zu einem Mehraufwand an Rechenzeit und Speicheraufwand, wobei ein direkter absoluter Vergleich mit den anderen Verfahren bisher nicht erfolgt ist.

6.7.2. Die Größe der beeinflussten Gebiete

Vergleicht man die unter Abschnitt 6.7.1 diskutierten Ansätze bzgl. der Größe der beeinflussten Gebiete im geometrischen Teil, so zeigt sich, dass sie bei der Berechnung der Geometrien unterschiedlich große Gebiete modifizieren bzw. betrachten. Der radial-topologische Algorithmus ändert beim Einrechnen der Landkarten-geometrien nur ein minimales Gebiet, da er pro Iterationsschritt maximal drei Dreiecke neu einfügt und eines

modifiziert. Das Gebiet ist maximal so groß wie zwei Dreiecke im DGM-TIN. Da in dem Ergänzungsschritt, d. h. der Erweiterung des Algorithmus ein kleineres Gebiet geändert wird als in der einfachen Variante, ist dies für beide Varianten gültig. Diese Gebietsgröße gilt prinzipiell auch für den Ansatz von EGENHOFER et al. (1989) mit der Einschränkung, dass für das Einfügen einer Kante erst deren Endpunkte und damit verschiedene Gebiete des Ergebnis-TIN bearbeitet werden. Bei langen Geometrien sind daher entsprechend "große Sprünge" im TIN erforderlich. Da KLÖTZER (1997) zunächst alle Punkte und Knoten der Landkarte einfügt, ändert er auch jeweils nur ein minimales Gebiet von maximal zwei Dreiecken des DGM-TIN. Allerdings wird das Gebiet eines jeden Punktes bzw. Knotens durch die Bearbeitungssequenzen *Einfügen der Punkte* und *Integration der Kanten* (mindestens) zweimal bearbeitet. Die mehrfache Bearbeitung gilt dementsprechend auch für die Methode von EGENHOFER et al. (1989).

Beim Algorithmus von ABDELGUERFI et al. (1997) hängt das zu bearbeitende Gebiet von der Ausdehnung der Objekte in den Datenebenen ab und ist daher nicht näher zu bestimmen. Hier kann es bei der Berechnung großer integrierter Modelle zu Problemen kommen, da das Gebiet in Bearbeitungsgebiete eingeteilt werden muss (vgl. GOLD et al., 1997). Daher kann der radial-topologische Algorithmus bei der Erstellung großer integrierter Modelle unter algorithmischen Aspekten Vorteile bieten. Allerdings gilt dies zunächst nur für den geometrischen Teil des Algorithmus, d. h., für das Einrechnen der DSM-Geometrien. Für die Zuweisung der Dreiecke an die Objekte ist die Größe der Gebiete von der Ausdehnung der Objekte abhängig. Die Traversierung von TIN und die Zuweisung von Dreiecken des DGM-DSM-TIN an DSM-Objekte kann jedoch aufgrund der definierten Nachbarschaft von Dreiecken auch für sehr große Datensätze erfolgen, indem immer nur Teile der TIN aus einer Datenbank in den Speicher geladen werden.

Als Konsequenz der Betrachtungen ergibt sich, dass die radial-topologischen Algorithmen ein minimales beeinflusstes Gebiet im geometrischen Teil des Verfahrens haben. Die Einfügeorte für Zwischenpunkte werden jeweils nur einmal und diejenigen von Knoten in Abhängigkeit der Anzahl der inzidenten Kanten gesucht, wobei sich aufgrund der Verwendung der DSM-Geometrie-Topologie sehr kurze Suchwege ergeben. Die Einfügeorte für redundante Knoten werden zweimal mit jeweils kurzen Suchwegen bestimmt. Die Größe des beeinflussten Gebietes im semantischen Abschnitt des Verfahrens hängt von der Größe der DSM-Objekte ab. Bei großen Gebieten kann jedoch unter Verwendung der DGM-DSM-TIN-Topologie eine Aufteilung in Teilgebiete erfolgen.

6.7.3. Geometrische Analyse der Ergebnisse

Bei der geometrischen Ergebnisanalyse ist zu berücksichtigen, dass bei den in der Literatur gefundenen und hier betrachteten Verfahren (ABDELGUERFI et al., 1997; KLÖTZER, 1997; EGENHOFER et al., 1989) eine Untersuchung des integrierten Modells hinsichtlich auftretender Redundanzen durch die Autoren nicht erfolgte. Ebenso berücksichtigen die Autoren nicht alle geometrischen Konstellationsmöglichkeiten. Der Vergleich muss daher unabhängig von den Restriktionen der zitierten Verfahren erfolgen.

In Anlehnung an die Untersuchung in Abschnitt 6.4.6 kann eine Abschätzung des redundanten Datenvolumens erfolgen. Der einfache radial-topologische Algorithmus führt durch die permanente vollständige Aktualisierung des Dreiecksnetzes zu einer Redundanz im DGM-DSM-TIN. EGENHOFER et al. (1989) fügen zwar den Endpunkt der jeweils aktuellen Kante vor dem Berechnen der STEINER-Punkte ein, dies führt jedoch nicht zu einer Vergrößerung des Datenvolumens gegenüber dem einfachen radial-topologischen Algorithmus. Am Endpunkt der aktuellen einzufügenden Kante werden zwar zusätzliche Kanten in das DGM-DSM-TIN eingefügt, diese stellen jedoch, unter Vernachlässigung einer Kollinearität einer dieser Kanten mit der aktuellen Kante und damit der Restriktion des Verfahrens, keine potenziellen Kandidaten für Schnittpunkte mit der aktuellen Kante dar⁶. Daher entspricht das Ergebnisdatenvolumen von EGENHOFER et al. (1989) dem des einfachen radial-topologischen Algorithmus, da keine redundanten Knoten entfernt werden.

Ganz anders verhält es sich bei dem korrigierten Verfahren nach KLÖTZER (1997). Hier werden vor dem Berechnen der STEINER-Punkte *alle* Punkte und Knoten der Landkarte eingefügt. Dies führt zwangsläufig zu einer *deutlich größeren Menge an Kanten im "Zwischenergebnis-TIN"*, aufgrund dessen dann die STEINER-Punkte berechnet werden. Es existieren mehr potenzielle Schnittpunktskandidaten für die DSM-Kanten. Daraus folgt, dass von den hier diskutierten Vorgehensweisen das korrigierte Verfahren nach KLÖTZER (1997) mindestens das gleiche Datenvolumen erzeugt wie der einfache radial-topologische Algorithmus. Im Fall der Gleichheit der Datenvolumen bedeutet dies, dass es trotz der größeren Menge an Kanten nicht zu weiteren Schnittpunkten

⁶Im Fall der Kollinearität kommt es zu einem degenerierten Schnittpunkt, d. h., die DSM-Geometrie verläuft über einen TIN-Knoten und ggf. entlang einer TIN-Kante. Daraus folgt, dass von diesem Knoten eine Kante zum neuen Punkt gelegt wird, die somit kollinear mit der aktuellen DSM-Geometrie ist. Bei Kollinearität mit einer bestehenden TIN-Kante erfolgt ggf. eine Teilung einer der Kanten. Diese Situation würde von den radial-topologischen Algorithmen gefunden werden, s. Abb. 6.5.

kam. Es ist jedoch sehr wahrscheinlich, dass es zu Überkreuzungen zwischen DSM-Geometrien und zusätzlichen Kanten kommt und das Verfahren vermutlich zum größten Datenvolumen der hier behandelten Vorgehensweisen führt. Es würde damit die größte Anzahl an redundanten Knoten im DGM-DSM-TIN aufweisen.

Der erweiterte radial-topologische Algorithmus kann daher hinsichtlich seiner Ergebnisse nur noch mit dem Verfahren von ABDELGUERFI et al. (1997) verglichen werden. Wie bei der Diskussion oben werden auch hier die Restriktionen des Verfahrens, die aus der Vernachlässigung von potenziell möglichen geometrischen Konstellationen resultieren, nicht berücksichtigt. ABDELGUERFI et al. (1997) nutzen aufgrund der Verschneidungsoperation als STEINER-Punkte *nur* Schnittpunkte zwischen dem DGM-TIN und den 2D-Geometrien. Daraus folgt, dass das Ergebnis der Autoren redundanzfrei ist, da dies eine Forderung des redundanzfreien Datenmodells in Abschnitt 6.5 ist. Eine Übereinstimmung des Verfahrens von ABDELGUERFI et al. (1997) mit dem Ergebnis des erweiterten radial-topologischen Algorithmus hängt nur vom Ergebnis der Polygontriangulation (und von der Implementierung der Verschneidungsoperation) ab.

6.8. Kritische Diskussion des Modellierungsansatzes

In diesem Kapitel wurden bestehende Verfahren zur Integration von DSM und DGM hinsichtlich ihrer Eignung unter den Aspekten

1. der Invarianz der durch das integrierte Modell gebildeten Oberfläche,
2. der Vollständigkeit bei der Berücksichtigung möglicher geometrischer Konstellationen,
3. der algorithmischen Effizienz durch Ausnutzung vorhandener topologischer Information und
4. des Ergebnisdatenvolumens bzw. der Redundanzfreiheit des integrierten Modells

betrachtet. *Der in der Arbeit neu entwickelte erweiterte radial-topologische Algorithmus erfüllt diese Kriterien gegenüber den anderen beschriebenen Verfahren mit der Einschränkung, dass durch die initiale Berechnung des Zwischenmodells ein Mehraufwand an Speicherplatz für das redundante Datenvolumen sowie zusätzliche Rechenzeit für die nachfolgende Bearbeitung der redundanten Daten erforderlich ist.* Die bestehenden Verfahren entsprechen ggf. nur teilweise den aufgeführten Aspekten und daraus resultierenden Anforderungen. Die Einschränkung des neuen Verfahrens resultiert aus der bislang indirekten Vorgehensweise des Algorithmus. Durch das DGM-DSM-TIN wird die Landschaft 2.5-dimensional objektstrukturiert und mit einer stetigen Oberfläche beschrieben.

Das vorgestellte Verfahren der Integration von DGM und DSM mittels Triangulation kann nur ein geometrisches Verfahren im Sinne einer Verschneidung von Datenebenen darstellen. Es erfolgt bisher keine Berücksichtigung von geometrisch-semantischen Inkonsistenzen in den verschiedenen Datensätzen von DGM und DSM. Falls die Daten aus verschiedenen Quellen stammen und z. B. eine verfahrensbedingte Differenz in den Koordinatensystemnullpunkten aufweisen, wird dies nicht aufgedeckt. Ebenso betrifft dies Datensätze, die zu verschiedenen Zeitpunkten aufgenommen wurden. Ein Beispiel für einen Versatz in den Koordinaten der Datensätze mag eine Straße sein, die aufgrund von Koordinateninkonsistenzen zwischen DGM und DSM im DGM-DSM-TIN theoretisch nicht befahrbar sein würde, weil sie abrupte Neigungswechsel in der Längsachse durch Kantenlinien im DGM-TIN aufweist. Sie kann auch im Querprofil zu steil sein, weil sich die Straße des DSM in einem Abhang des DGM befindet. Straßenquerprofile werden z. B. von ABDELGUERFI et al. (1997) und POLIS et al. (1995) berücksichtigt. Der zeitliche Aspekt mag durch eine Straße veranschaulicht werden, für die im DGM-TIN aufgrund mangelnder Aktualität bisher keine Aufschüttung vorhanden ist.

Probleme resultieren aufgrund der "Verschneidung" auch, wenn DSM-Objekte in der einen oder anderen Form bereits im DGM-TIN (ggf. approximiert) repräsentiert sind. Es kommt dann zur Verschneidung nahezu identischer Geometrien, was i. Allg. zu Splitterpolygonen (*sliver polygons*; z. B. HAKE & GRÜNREICH, 1994) und hier zu langen schmalen Dreiecken führt, da das Dreiecksnetz wiederhergestellt wird. Die Situation ergibt sich zwangsläufig, da z. B. Straßenböschungen teilweise als Bruchkanten in TIN existieren.

Das Verfahren kann daher eine integrierte semantisch-geometrische 2.5D- bzw. 3D-Erfassung von Geodaten wie bei einer photogrammetrischen Auswertung oder entsprechende Zuordnungsverfahren nicht ersetzen, bei der bzw. denen eine Konsistenz zwischen der Semantik von Objekten und den mit ihnen verbundenen Oberflächenformen interaktiv oder automatisiert kontrolliert wird. Das Ziel der Arbeit ist die Integration von DGM und DSM und nicht die integrierte Datenerfassung für DLM.

Ein Problem, das in allgemeiner Form von vielen Autoren angesprochen wird, ist die große Anzahl von Dreiecken, die mit der Integration entsteht (ABDELGUERFI et al., 1997; KLÖTZER, 1997; POLIS et al., 1995; EGENHOFER et al. 1989). Es gliedert sich gemäß der Untersuchungen hier in drei verschiedene Aspekte auf:

1. Algorithmische Hintergründe;
2. Datenmenge im DGM-TIN;
3. Datenmenge im DSM.

Der erste Aspekt wird in der Arbeit ausführlich behandelt und betrifft das redundante Datenvolumen im integrierten Modell. Zur Vermeidung der redundanten Daten wurde das *redundanzfreie Datenmodell* vorgestellt (Abs. 6.5). Der zweite Aspekt wird bereits in der hier zitierten Literatur diskutiert, und dies auch im Kontext integrierter Modelle. Es gibt entsprechende Verfahren, die eine Reduktion von Dreiecken im DGM gewährleisten (z. B. GARLAND & HECKBERT, 1995; POLIS et al., 1995, 1994; HELLER, 1990; vgl. Abs. 5.2.2). Auch die Behandlung von großen Gebieten bei der Datenreduktion im DGM-TIN wurde untersucht (z. B. TERRIBILINI, 1999; ABDELGUERFI et al., 1997). Es liegt nahe, dass redundante Information mit entsprechenden Verfahren aus dem DGM-TIN reduziert werden sollte. Unter diesem Gesichtspunkt ist die direkte Verwendung der vollständigen Geobasisdaten-DGM nur eingeschränkt zu empfehlen, da triangulierte Gitter-DGM Dreiecksnetze mit einer hohen Anzahl von Dreiecken darstellen (vgl. Kap. 5 und Abs. 5.5). Der erweiterte radial-topologische Algorithmus wurde anhand des triangulierten Gitters vorgestellt. Es wurde die allgemeine Verwendbarkeit mit unregelmäßigen Stützpunktfeldern gezeigt (Abs. 6.4.5.1), dabei kann es sich z. B. um eine adaptive Triangulation handeln (vgl. Abs. 5.2.2).

Der dritte Aspekt ist die Dichte der Punkte und Knoten der DSM-Geometrien; dies wird in der dem Autor bekannten Literatur im Zusammenhang mit dem Aufbau von integrierten Datensätzen bisher nicht diskutiert. Einen verbreiteten Linienvereinfachungsalgorithmus stellt das Verfahren von DOUGLAS & PEUCKER dar (DOUGLAS-PEUCKER-Algorithmus; DOUGLAS & PEUCKER, 1973). Bei diesem werden die Zwischenpunkte einer Geometrie solange in die approximierende Geometrie eingefügt, bis die senkrechten Abstände der noch nicht eingefügten Punkte zur approximierenden Geometrie einen vorzugebenden Schwellwert unterschreiten. Die senkrechten Abstände der Punkte werden dabei zu den jeweiligen Liniensegmenten der approximierenden Geometrie berechnet, die aus den bereits eingefügten Nachbarpunkten in der Punktsequenz der Originalgeometrie gebildet werden. Die Vereinfachung von Liniengeometrien ist nicht Thema dieser Arbeit, sie stellt jedoch ein einfaches Verfahren dar, um zusätzlich zur Datenreduktion im DGM-TIN und der Vermeidung von redundanten Daten durch den Integrationsalgorithmus die Anzahl von Dreiecken im DGM-DSM-TIN zu verringern. Für weitere Details zur Linienvereinfachung wird auf die Originalquelle DOUGLAS & PEUCKER (1973) und z. B. auf WEIBEL (1997) oder HERSHBERGER & SNOEYINK (1992) verwiesen.

Vor allem bei großen DGM-TIN-Dreiecken kommt es bei einer hohen Dichte von Punkten entlang der DSM-Geometrien zur Bildung einer entsprechenden Anzahl von langen schmalen Dreiecken im DGM-DSM-TIN. Ebenso wie bei der DGM-Datenreduktion ist es sinnvoll, redundante Information aus den DSM-Geometrien zu eliminieren, um ein angepasstes Verhältnis zwischen der Dichte der Stützpunkte im DGM-TIN und der Dichte der Punkte im DSM zu erhalten. Dabei ist es naheliegend, beim Aufbau von 2.5D- bzw. 3D-GIS auf eine homogene Genauigkeitssituation zu achten und eine Abstimmung der Lagegenauigkeit des DSM mit der Höhengenaugigkeit der verwendeten DGM vorzunehmen. Falls sowohl das DGM-TIN als auch die DSM-Geometrien vereinfacht werden, kann eine Abstimmung leicht erfolgen. Letztendlich ist eine ggf. durchzuführende Vereinfachung von DGM-TIN und DSM jedoch davon abhängig, welche Qualität das integrierte Modell (ggf. getrennt für Höhe und Lage) aufweisen soll.

7. Vergleich der Verfahren und Anwendung auf Realdatensätze

In diesem Kapitel werden die in den Kapiteln 4 und 6 vorgestellten Ansätze der Integration von Höheninformation in Digitale Situationsmodelle auf reale ATKIS-Geobasisdatensätze angewendet und kritisch miteinander verglichen. Im Abschnitt 7.1 werden die zur Verfügung stehenden Datensätze vorgestellt. In Abschnitt 7.2 erfolgt die Anwendung der Verfahren auf die Testgebiete, wobei Abschnitt 7.2.1 zunächst die Modellierung der Testgebiete mit Polynomflächenobjekten beschreibt und in Abschnitt 7.2.2 für einige Gebiete integrierte Datensätze auf der Grundlage von Triangulationen berechnet werden. Als DGM-TIN dienen triangulierte Quadratgitter (vgl. Kap. 5). Der Vergleich der Verfahren wird in Abschnitt 7.3 vorgenommen.

7.1. Verfügbare Testdatensätze

7.1.1. Die Altmoränenlandschaft der Dammer Berge

Die Dammer Berge nördlich von Osnabrück wurden als Testgebiet ausgewählt, weil sie in typischer Weise die *norddeutsche Altmoränenlandschaft* repräsentieren (MENSCHING, 1969). Bei den Dammer Bergen handelt es sich um eine Ansammlung von Altmoränenzügen, die von Südwesten nach Nordosten verlaufen und durch das Gewässernetz quer dazu zerschnitten werden (Abb. 7.1¹). Die Moränenlandschaft ist stark zergliedert. Die höchste Erhebung der Dammer Berge ist der Signalberg mit 145.5 m. Zum Rand hin fallen die Moränenzüge in flachen Aufschüttungen ab, in südöstlicher Richtung schließt sich die vermoorte Hunte-Dümmer-Niederung an. Der Dümmer, der sich schon außerhalb des Testgebietes befindet, hat nur noch eine Höhe von 37 m. Im Vorland der Moränenzüge treten größere Zertalungsformen auf, es existiert eine große Zahl von flachen Muldentälern und Dellen. Im Bereich des Höhenrückens weisen die Täler steile, kerbtalähnliche Formen auf. Der Ort Damme selbst befindet sich in der südwestlichen Ecke des Testgebietes.

Die Datengrundlage für dieses Gebiet stellen digitalisierte Höhenlinien aus der DGK5 dar, aus denen das DGM5 für dieses Gebiet gerechnet wird. Eine Genauigkeitsschätzung des Datensatzes erfolgt aus der allgemeinen Angabe der Genauigkeit des DGM5 mit 1 m für die Genauigkeitsstufe 2 (WASHAUSEN, 1992). Der grau hinterlegte Bereich dient in einer späteren Darstellung als Detailausschnitt (Abb. 7.11 und Abb. 7.12).

7.1.2. Das Niedersächsische Bergland bei Ebergötzen

Als Beispiel für eine *deutsche Mittelgebirgslandschaft* wurde ein Teil des Niedersächsischen Berglandes bei Ebergötzen östlich von Göttingen ausgewählt (Abb. 7.2²). Das Bergland bei Ebergötzen ist ein typisches Beispiel für ein *Schichtstufenrelief*, das aus steilen Stufenhängen und sanft abfallenden Stufenflächen besteht (POSER & SCHUNKE, 1974). Im Südwesten erhebt sich die Muschelkalk-Schichtstufe des Göttinger Waldes mit einer Höhe von über 400 m. Diese Schichtstufe fällt in östlicher Richtung in einem teilweise felsigen Stufenhang auf 290 m ab. Am Fuß des Stufenhanges liegt die Ortschaft Waake. Die Hochfläche des Göttinger Waldes weist bis zu 80 m tiefe Täler auf, die teilweise auf natürliche Weise entstanden sind (Dolinen), teilweise aber auch anthropogenen Ursprungs sind (Steinbrüche). Östlich des Göttinger Waldes schließt sich die Bausandstein-Schichtstufe an, die aber von teilweise stark gegliederten Resten der Muschelkalk-Schichtstufe überragt wird. Die höchsten Erhebungen sind der Papier-Berg mit 298 m und der Kolie-Berg mit 296 m.

¹Quelle: ATKIS-DGM5-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN). Alle Darstellungen des Reliefs in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen für das Testgebiet Damme basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

²Quelle: ATKIS-DGM5-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN). Alle Darstellungen des Reliefs in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen für das Testgebiet Ebergötzen basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

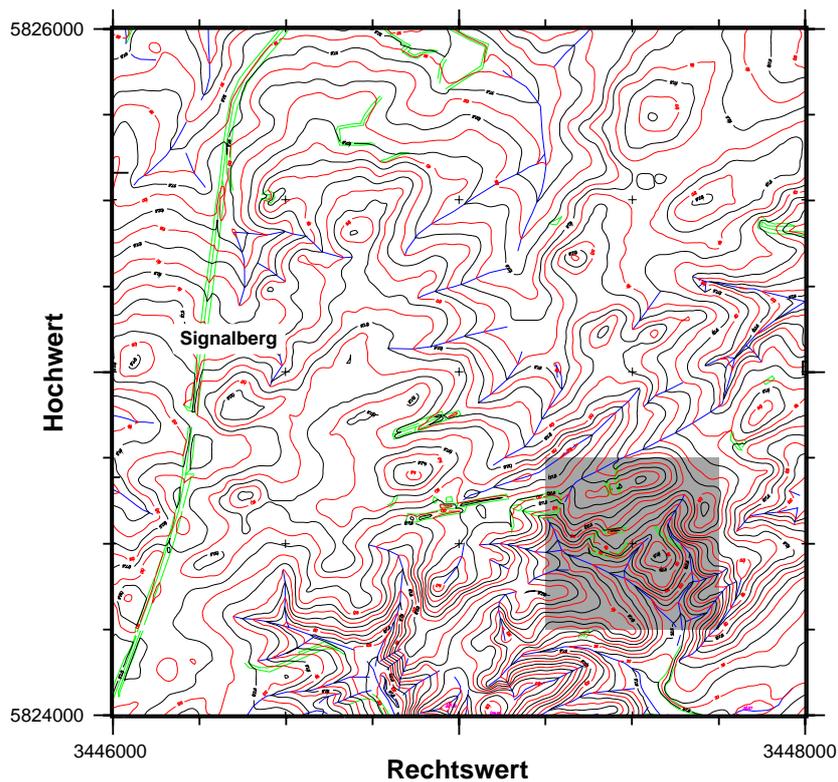


Abbildung 7.1.: Das Testgebiet Damme.

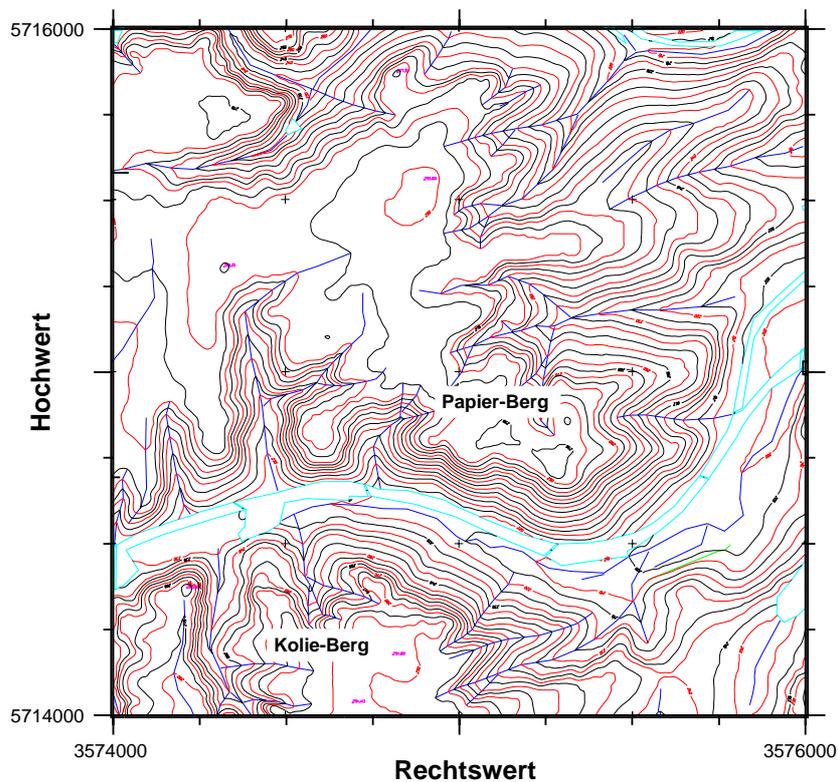


Abbildung 7.2.: Das Testgebiet Ebergötzen.

Bei den zur Verfügung stehenden Daten handelt es sich wie bei dem Testgebiet Damme um digitalisierte Höhenlinien der DGK5, die als Grundlage des DGM5 dienen. Eine Genauigkeitsschätzung erfolgt wie beim Datensatz Damme aus der allgemeinen Angabe der Genauigkeit des DGM5 mit 1 m für die Genauigkeitsstufe 2 (WASHAUSEN, 1992).

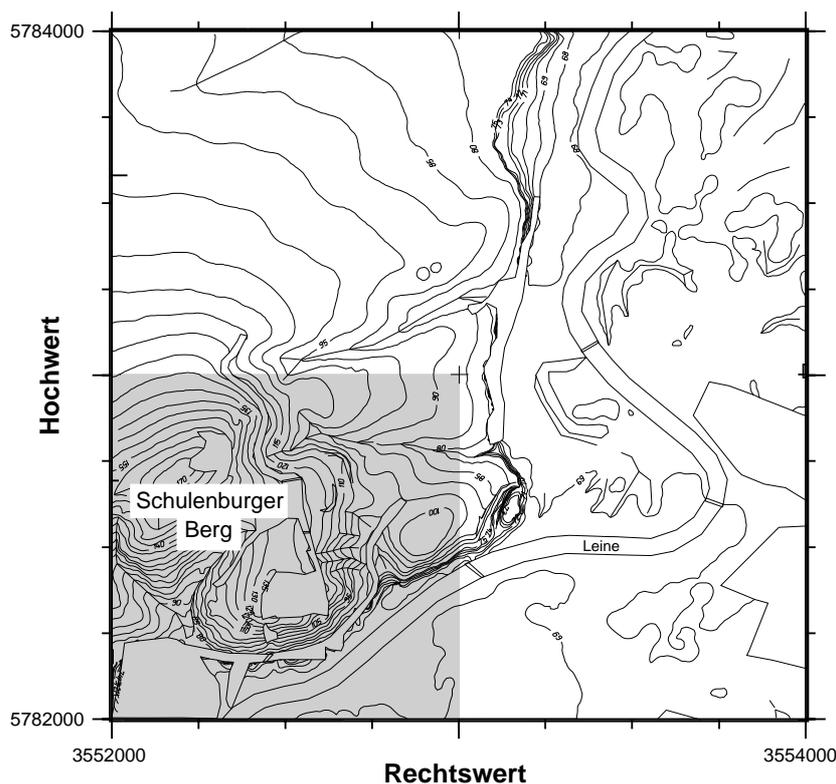


Abbildung 7.3.: Das Testgebiet Leine südlich von Hannover.

7.1.3. Das Leinetal bei Nordstemmen südlich von Hannover

Das Flussgebiet der Leine befindet sich im südöstlichen Niedersachsen, wobei das Einzugsgebiet im Süden begrenzt ist durch die Hügel- und Schichtstufenlandschaft von Eichsfeld und Dün, im Westen durch das Weserbergland mit Solling, Hils, Süntel und Deister und im Osten durch den Harz. Im Norden hingegen öffnet sich das Einzugsgebiet in die *norddeutsche Tiefebene*, die durch flache Hügel und weite Ebenen gekennzeichnet ist. Als Testgebiet wurde ein Abschnitt aus der naturräumlichen Einheit *Kalenberger Lössbörde*, unmittelbar nördlich des *Kalenberger Berglandes*, gewählt, eines Ausläufers der naturräumlichen Haupteinheit *Weser-Leine-Bergland*. Die Leinetalung verläuft im südlichen Teil des Gebietes zwischen lössbedeckten Gesteinsschollen mesozoischen Ursprungs. Im bereits dem Flachland zugehörigen Nordteil, aus dem ein Bereich in Abbildung 7.3³ als Testgebiet dargestellt ist, ist die heutige Aue in die Mittelterrasse der Leine eingetieft (MEYNEN & SCHMITTHÜSEN, 1962). Die höchste Erhebung am Rand der Leineaue ist der Schulenburger Berg mit einer Höhe von 173 m, der im südöstlichen Hang zur Aue hin stark abfällt. Am Fuß des Berges fließt die Leine bei einem Niveau von 69 m. Nach Norden und Nordwesten hin verlaufen die Hänge des Berges sanft und gehen in eine Hügellandschaft über. Das Gebiet der Aue selbst ist sehr flach mit anthropogener Überprägung, wobei hier zum einen der intensive Ackerbau und zum anderen der Kies- und Sandabbau aufzuführen sind. Der grau hinterlegte Bereich des Ausschnitts stellt das Gebiet in den Abbildungen 2.5 und 2.7 dar. Es dient auch als Testgebiet zur Veranschaulichung der Optimierungskriterien in Kapitel 5.

Bei den Rohdaten handelt es sich um digitalisierte Höhenlinien der DGK5, die im Bereich des Gewässerbettes der Leine durch lokale topographische und hydrographische Profilmessungen sowie um bestehende und zusätzlich interpolierte Profile ergänzt wurden (vgl. LECHER et al., 1998). Eine Genauigkeitsschätzung ergibt sich aus der allgemeinen Angabe der Genauigkeit des DGM5 mit 1 m für die Genauigkeitsstufe 2 (WASHAUSEN, 1992), im Gewässerbereich ist aufgrund der topographischen Aufnahme von einer günstigeren Genauigkeitssituation auszugehen.

³Basisdaten dieser Darstellung: ATKIS-DGM5-Daten des Niedersächsischen Landesverwaltungsamtes - Landesvermessung -, Hannover. Mit Erlaubnis des Herausgebers: Niedersächsisches Landesverwaltungsamt - Landesvermessung - vom 08.12.1995, Az.: B2 - A148/95. Alle Darstellungen des Reliefs in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen für das Testgebiet Leine basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

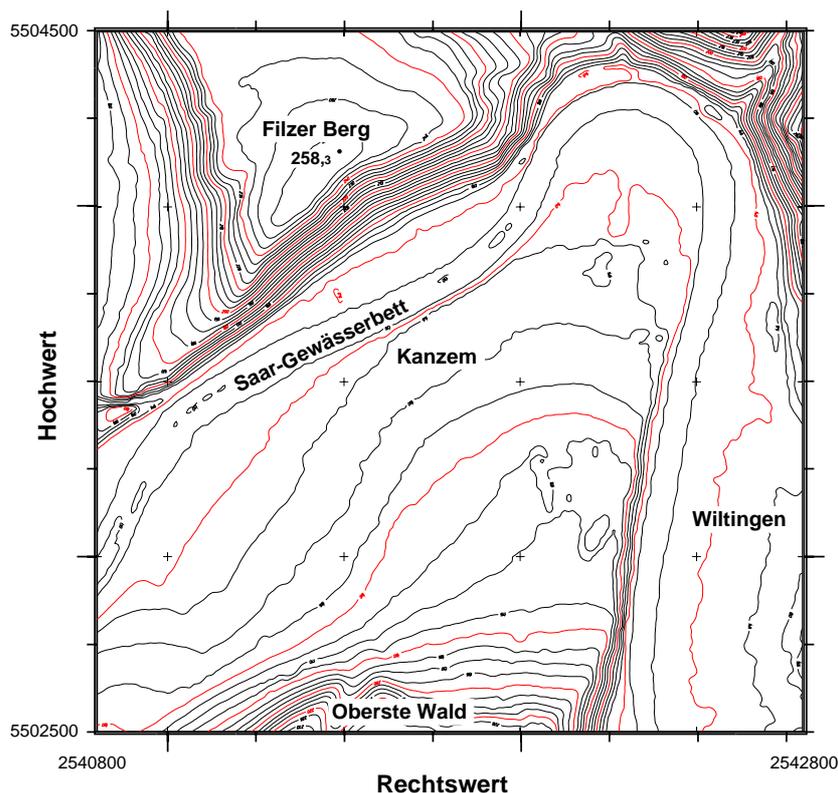


Abbildung 7.4.: Der Wiltinger Bogen im Bereich der Saar.

7.1.4. Das Testgebiet Saar

Die Saar ist der größte Nebenfluß der Mosel. Von der Quelle bis zur Mündung fließt die Saar in nordwestlicher Richtung. Der Bereich der unteren Saar, in dem das Testgebiet liegt, gehört bereits zum *Hunsrück* mit den quarzitäen und schieferigen Gesteinen der Rheinischen Scholle. Im Quarzit weist das Saartal den Charakter des Kerb- bis Kerbsohlental, im weniger harten Schiefer dagegen den eines Kerbsohlen- bis Sohlentals auf (BOHRER & GOEDICKE, 1989).

Im Bereich von Schoden, das etwa 2 km südlich des in Abbildung 7.4⁴ dargestellten Gebietes liegt, zweigt der *Kanzerner Schleusenkanal* von der Saar ab. Abbildung 7.4 zeigt den Teil des *Wiltinger Bogens* des Hauptbettes der Saar, der als Testgebiet dient. In diesem Bereich fließt die Saar auf einem Niveau von rund 140 m. Im südlichen Teil der Abbildung steigt das Gelände im Bereich des *Oberste Wald* an auf rund 250 m. In nördlichen Teil befindet sich der *Filzer Berg* mit einem steilen Anstieg von 140 auf fast 260 m.

Das DGM steht als Quadratgitter mit einer Gitterweite von 2.5 m zur Verfügung und wurde am Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung der Technischen Universität Wien mit dem Programmsystem SCOP berechnet (MANDLBURGER, 2000). Es basiert auf Laserabtastungen im Vorland (TOPOSCAN, 1999) sowie hydrographischen Querprofilaten im Gewässerbereich, die vor der DGM-Berechnung ähnlich wie beim Datensatz des Leine-DGM entlang der Gewässerslängsachse weiter verdichtet wurden (MANDLBURGER, 2000). Als Genauigkeit der Daten wird 0.5 m angenommen.

7.2. Anwendung der Verfahren auf die Testgebiete

7.2.1. Modellierung der Testgebiete mit Polynomflächenobjekten

Die Modellierung der Testgebiete wurde mit dem in Abschnitt 4.7.3 beschriebenen Verfahren durchgeführt. Als betragsmäßig maximal erlaubte Residuen bei den initialen Extraktionen wurden die angenommenen Genauigkeiten der DGM verwendet, d. h., für Damme, Ebergötzen und das Leine-Gebiet wurde 1 m verwendet

⁴Die Daten des Gebietes wurden freundlicherweise von der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG), Koblenz, für diese Untersuchungen zu Verfügung gestellt. Alle Darstellungen des Reliefs in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen für das Testgebiet Saar basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

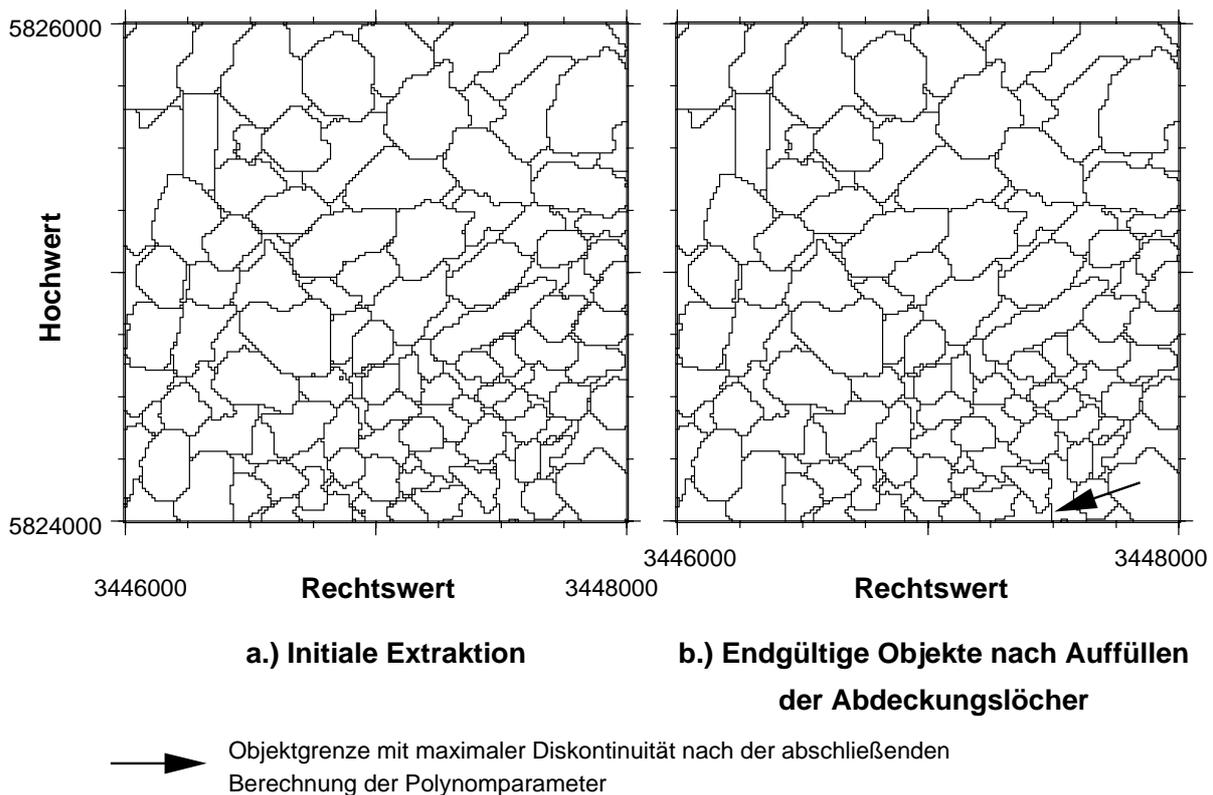


Abbildung 7.5.: Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Testgebiet Damme.

und für das Testgebiet Saar 0.5 *m*. Alle anderen steuernden Parameter sind gebietsunabhängig und wurden in Abschnitt 4.7.3 erläutert.

Die Ergebnisse der Extraktionen sind für Damme in Abbildung 7.5, für Ebergötzen in Abbildung 7.6, für das Leine-Gebiet in Abbildung 7.7 und für das Testgebiet Saar in Abbildung 7.8 dargestellt. Dabei sind jeweils auf der linken Seite die Ergebnisse der initialen Extraktion dargestellt. Auf den rechten Seiten befinden sich die endgültigen Ergebnisse der Extraktion nach dem Auffüllen der Abdeckungslöcher. Bei einem detaillierten Vergleich der korrespondierenden Abbildungen finden sich in den Darstellungen der initialen Extraktionsergebnisse viele nicht zugewiesene Gitterpunkte, die nicht notwendigerweise isolierte Gitterpunkte sein müssen.

Wie erwartet finden sich in flachen Gebieten sehr große Objekte, vor allem die Aue im Leine-Gebiet und die sanft auslaufenden Hänge im Norden des Schulenburger Berges werden zu großen Objekten zusammengefasst. Die Bildung von großen Objekten zeigt sich deutlich im Laufzeitverhalten der Extraktion und in der Anzahl der ausgeführten sequentiellen Ausgleichungen. Die für die Modellierung des Testgebietes Leine notwendige Laufzeit betrug ein Mehrfaches der Laufzeit der anderen Gebiete. In steileren Gebieten werden kleinere Objekte gebildet. Die Größe der Objekte variiert auch stark innerhalb der Testgebiete. In Damme werden im Nordwesten des Gebietes mit gemäßigten Steigungen deutlich größere Objekte gebildet gegenüber dem Südosten, wo das Gebiet in die Niederungen abfällt. Der Gipfelbereich des Schulenburger Berges im Leine-Gebiet und sein Südosthang werden gegenüber dem Nordhang in deutlich kleinere Objekte gegliedert. In den Testgebieten Saar und Leine ist der grobe Gewässerverlauf in der Struktur der Polynomflächenobjekte erkennbar. Allerdings kann aus den Polynomflächenobjekten aufgrund ihrer von den Situationsgeometrien unabhängigen Entstehung nicht zuverlässig die Lage des Gewässers abgeleitet werden. Dies gilt gleichermaßen für die Straße, deren Verlauf im Westen des Testgebietes Damme sowohl durch Bruchkanten in Abbildung 7.1 als auch in den Geometrien der Polynomflächenobjekte erkennbar ist.

In den Abbildungen 7.5, 7.6, 7.7 und 7.8 befinden sich zusätzlich Vermerke zur Lage der Geometrien, die nach der abschließenden Berechnung der Polynomparameter die maximal auftretende Diskontinuität im jeweiligen Gebiet aufweisen. Für das Beispiel des Leine-Gebietes ist der Verlauf der Diskontinuitäten für diese Geometrie in Abhängigkeit ihrer Lauflänge in Abbildung 7.9 dargestellt. Sie vermittelt einen Eindruck, wie sich die Diskontinuitäten verhalten, wobei das Verhalten an den Knickpunkten von besonderem Interesse ist. Es kommt teilweise zu abrupten Veränderungen im Verlauf der Diskontinuitäten, die auf die rechtwinkligen Richtungswechsel der Geometrien zurückzuführen sind. Für die anderen Testgebiete befinden sich die entsprechenden Abbildungen

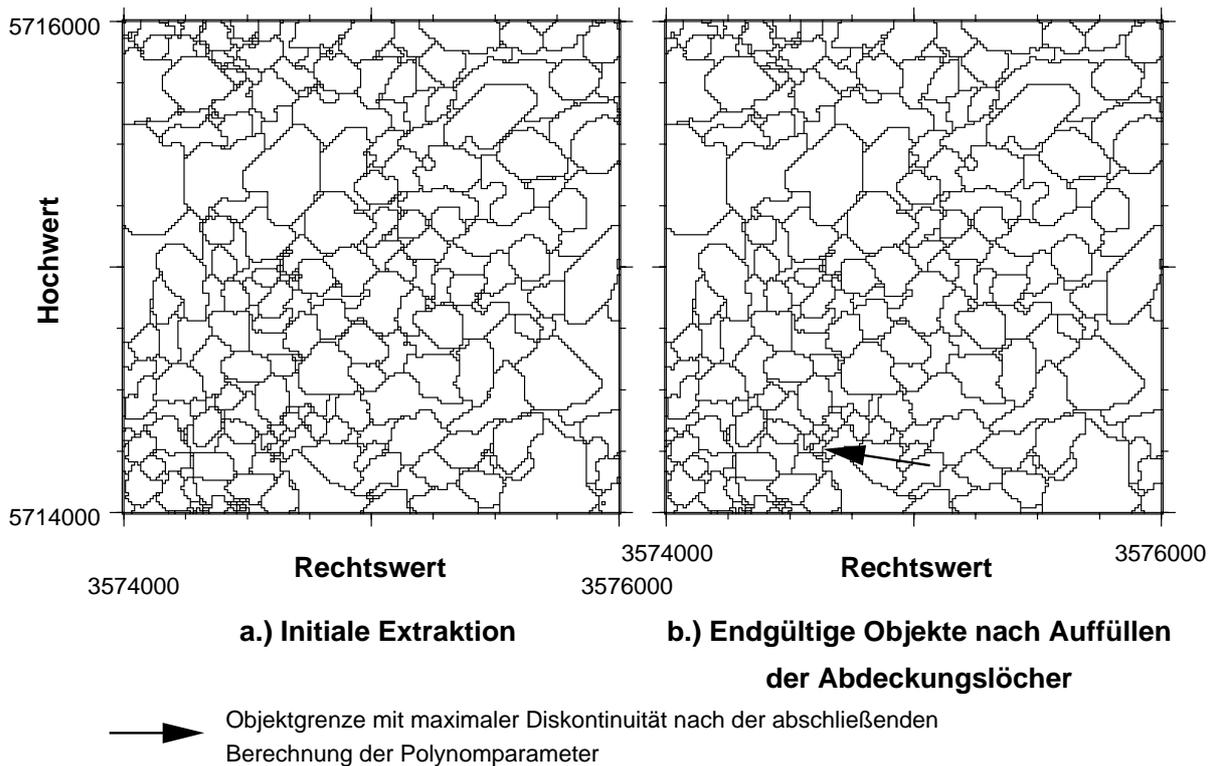


Abbildung 7.6.: Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Testgebiet Ebergötzen.

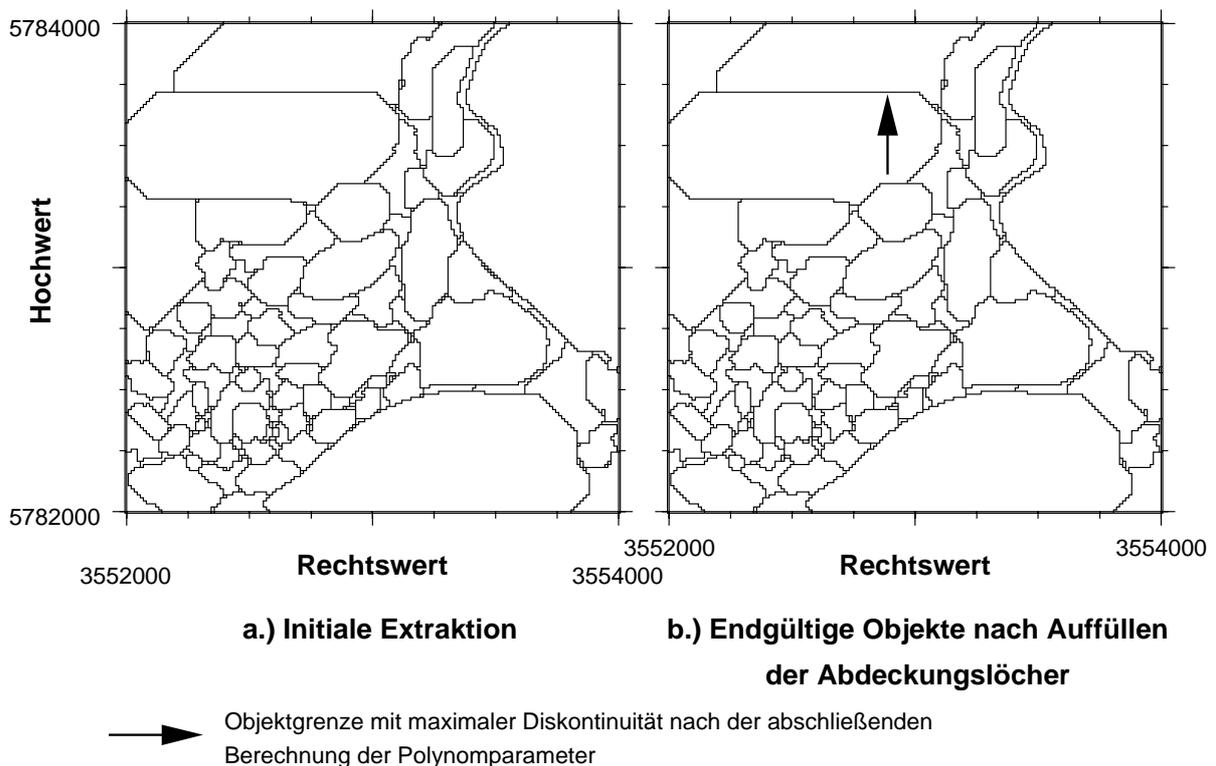
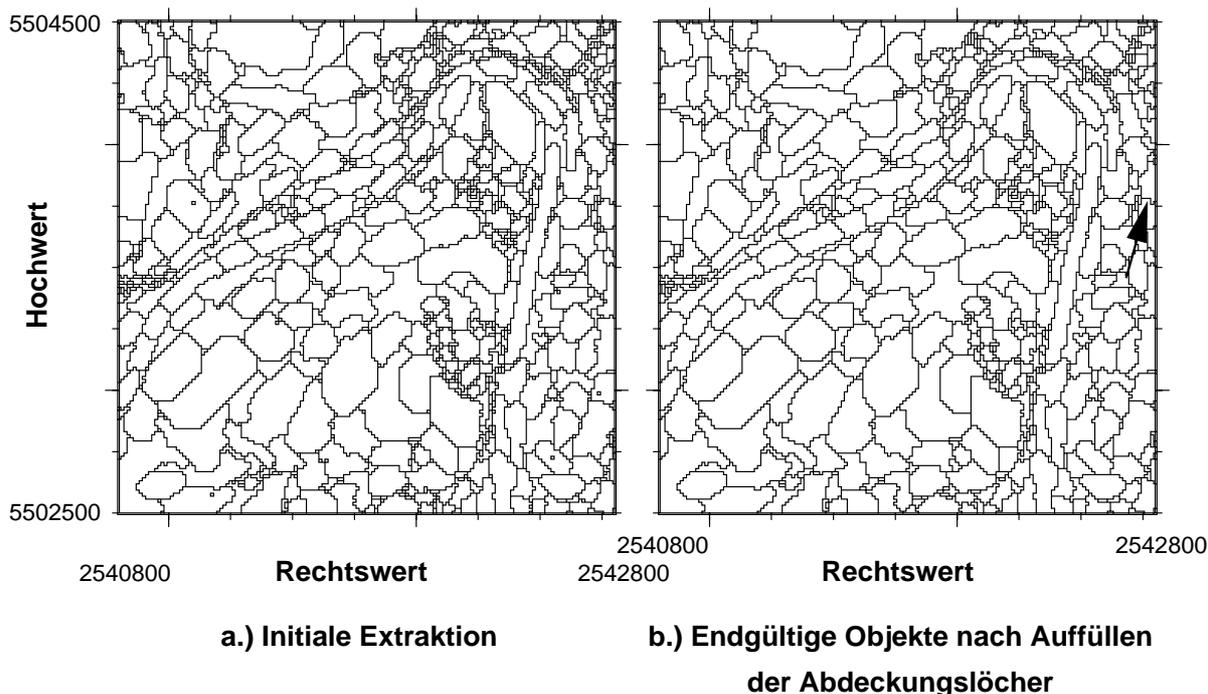


Abbildung 7.7.: Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Leine-Gebiet.

im Anhang C (Abbildungen C.3, C.5 und C.10).

Ein Gesamtüberblick für alle Testgebiete zu den Ergebnissen der Extraktion der Polynomflächenobjekte, der Berechnung der Polynomflächenparameter mittels Pufferung und Iteration der Ausgleichung befindet sich in Tabelle 7.1. Da eine individuelle objektbezogene Darstellung von Qualitätsparametern aufgrund der Menge der



➔ Objektgrenze mit maximaler Diskontinuität nach der abschließenden Berechnung der Polynomparameter

Abbildung 7.8.: Extrahierte Polynomflächenobjekte für das Testgebiet Saar.

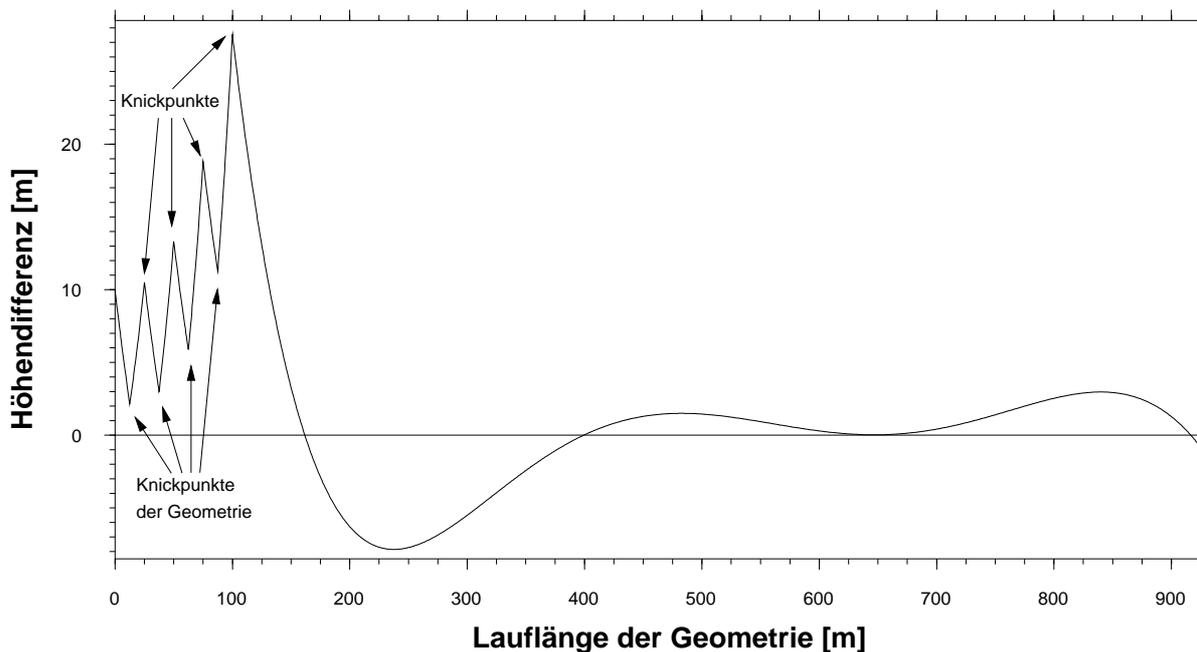


Abbildung 7.9.: Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Leine.

Objekte nicht sinnvoll ist, werden hier die in Abschnitt 4.4.3 beschriebenen Qualitätsmaße für die Gesamtgebiete angegeben. Dementsprechend beziehen sich die angegebenen betragsmäßig maximalen Residuen auf die Gitterpunkte im Gesamtgebiet; ebenso wird die Quadratwurzel des Mittels der quadrierten Verbesserungen (*root mean square, rms*) auf der Grundlage der Residuen in den Gitterpunkten für das Gesamtgebiet gebildet. Nach der Pufferung werden etliche Punkte in den Ausgleichungen mehrmals verwendet. Für die Qualitätsmaße wird jeder Punkt nur einmal in Verbindung mit dem Objekt verwendet, in dem er liegt. Die Werte in den Spalten 4 und 6 werden daher als R_{git} bezeichnet. Vor der Pufferung entspricht diese Vorgehensweise der Quadratwurzel

der gemittelten quadrierten Verbesserungen über die Gesamtheit der Verbesserungen in den Ausgleichungen. Daher wird in Spalte 2 der Tabelle 7.1 die Bezeichnung R_{ges} verwendet. Für die Diskontinuitäten werden der maximal auftretende Wert sowie ein mittlerer Wert angegeben. Bei der Berechnung der Diskontinuitäten wurde ein Diskretisierungsintervall von 30 cm auf den Geometrien verwendet. Für das Testgebiet Leine war keine Iteration der Ausgleichung möglich, da die der Geometrie mit der maximalen Diskontinuität adjazenten Objekte bereits beide die maximal implementierte Polynomklasse \mathcal{P}_6 aufwiesen. Die Einträge in den entsprechenden Tabellenzellen wurden mit einem Bindestrich (“-”) bezeichnet.

Tabelle 7.1.: Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion und der abschließenden Polynomparameterberechnung für die Testgebiete (Angaben in [m]).

Gebiet (# Objekte)	Nach Füllen der Abdeckungs-löcher		Nach Ausgleichung mit Pufferung		Nach Iteration der Ausgleichung	
	max. $ R_{ges} $ (rms)	max. D (mittl.)	max. $ R_{git} $ (rms)	max. D (mittl.)	max. $ R_{git} $ (rms)	max. D (mittl.)
Damme (197)	7.52 (0.35)	22.23 (1.63)	3.07 (0.47)	4.57 (0.60)	3.07 (0.48)	2.84 (0.58)
Ebergötzen (357)	17.73 (0.46)	52.08 (2.94)	9.38 (0.67)	8.57 (1.07)	6.72 (0.65)	4.18 (0.85)
Leine (140)	15.94 (0.35)	+ (+)	31.63 (3.91)	27.48 (2.00)	- (-)	- (-)
Saar (720)	+ (+)	+ (+)	13.19 (0.65)	15.13 (1.15)	13.19 (0.64)	11.79 (1.12)

In der Tabelle finden sich einige Einträge, die mit einem “+” markiert sind. Falls dies in einer Spalte mit Qualitätsmerkmalen für Diskontinuitäten steht, so handelt es sich dabei um Werte, die nicht mehr sinnvoll dargestellt werden können, da die Aufschwingungen der Polynomflächen sehr hohe Werte annehmen. Andernfalls handelt es sich (hier für das Gebiet an der Saar) um Modellierungen des Reliefs, bei denen es für einzelne Objekte verfahrensbedingt noch zu Problemen bei der Berechnung der Polynomparameter kommt. Bisher wird die Forderung nach einem minimalen Verhältnis von Beobachtungen zu Unbekannten in der Ausgleichung allgemein richtungsunabhängig für die Objekte gestellt. Sie hat zum Ziel, ein Aufschwingen der Fläche zu vermeiden bzw. den Grad der Anschmiegung der Polynomflächen an die Gitterpunkte zu beeinflussen. Mit dieser allgemeinen Forderung ist jedoch nicht gesichert, dass die räumliche Verteilung der Beobachtungen zu einer genäherten Isotropie der Überbestimmung für die Unbekannten führt. Entlang einer Koordinatenlinienrichtung kann es immer noch zu einer “Nahezu-Interpolation” mit entsprechenden Aufschwingungen zwischen den Gitterpunkten kommen. Diese können zwar rein lokaler Natur sein und müssen nicht überall im Gebiet auftreten, bei einer Betrachtung von gebietsbezogenen Qualitätsparametern sind sie jedoch maßgebend zur Beurteilung der Ergebnisse. Durch die Pufferung der Objekte werden auch in der schlecht bestimmten Koordinatenlinienrichtung zusätzliche Beobachtungen eingeführt, und es kann eine verbesserte Approximation erzielt werden. Daher zeigen sich nach der Pufferung die besseren Qualitätsmaße für das Testgebiet Saar. Als Konsequenz dieser Interpretation ergibt sich, dass das bisher angewandte Verfahren zur Prüfung der Regularität der Gleichungssysteme ggf. nur in Verbindung mit der Pufferung zu einem Erfolg führt. Dies ist der Grund für die entsprechenden Einträge der “+” im Testgebiet Saar. Im Leine-Gebiet handelt es sich bei dem “+” dagegen um den Fall, dass es vor der Pufferung zu großen Diskontinuitäten kommt, die nach der Pufferung drastisch reduziert sind.

Im Leine-Gebiet kommt es aufgrund der Pufferung noch zu einem anderen Effekt. Zunächst wird es nach dem Auffüllen der Abdeckungs-löcher mit einer relativ guten mittleren Modellierungsqualität (rms von 0.35 m) approximiert. Nach der Pufferung der Objekte zeigt sich eine deutlich schlechtere Modellierungsqualität (rms von 3.91 m). Das kann verschiedene Hintergründe bzw. Kombinationen aus diesen haben. Zum einen können dies Probleme durch die Verwendung der allgemeinen Pufferung ohne Berücksichtigung von ggf. vorhandenen Bruchkanten sein. Großen Objekten, wie sie im Leine-Gebiet vorhandenen sind, wird aufgrund ihrer Ausdehnung eine hohe Anzahl weiterer Beobachtungen zugewiesen, die bereits in steileren Hanglagen liegen können, wodurch die gute Modellierungsqualität für die flachen Gebiete beeinträchtigt wird. Es kann durch eine ungünstige Gitterpunkt-kombination, die erst durch die Pufferung entsteht, zu Aufschwingungen der Fläche kommen. Eine Abhilfe hierfür kann durch die Berücksichtigung von Bruchkanten erfolgen. Zu diesem Zweck müssten sie allerdings als linienhafte Strukturinformation vorhanden sein, oder diese Bereiche mit abrupten Steigungswechseln müssen bei der Pufferung im Gitter erkannt werden. Bei modernen Erfassungsmethoden wie Laserabtastung steht die Strukturinformation nicht zur Verfügung. Der andere Grund für die schlechte mittlere Modellierungsqualität

kann der Umstand sein, dass es sich bei den großen Objekten im Leine-Gebiet überwiegend um Objekte handelt, die teilweise durch den Gebietsrand begrenzt werden. Wird ein Objekt gepuffert, so kommt es zu einer ungleichmäßigen Vergrößerung, was wiederum in einer Aufschwingung der Polynomfläche des Objekts durch die ungleichmäßige Stützung der Fläche gegenüber dem Originalobjekt resultieren kann. Ggf. kann dies auch zu einer allgemeinen Verschlechterung der Approximation gegenüber der vorherigen Situation führen. In Fall des Leine-Gebietes zeigt sich für das große Objekt, in dem der Pfeil zur Markierung der Objektgrenze mit der maximalen Diskontinuität liegt, nach der Pufferung eine extreme Aufschwingung. Durch die Pufferung werden dem Objekt Beobachtungen in einem steilen Bereich zugewiesen (Ostrand des Objektes), während der Rest des Objektes vorwiegend in dem relativ flach auslaufenden Nordhang des Schulenburger Berges liegt. Die Westseite gehört zum Gebietsrand und die Schwingung erfolgt in Ost-West-Richtung. Das Objekt hat den maximalen Funktionsansatz, d. h., ein Polynom der Klasse \mathcal{P}_6 . Aufgrund dieser Ergebnisse ist für dieses Gebiet die Variante 4 (vgl. Abs. 4.3.4.2) bei der Berücksichtigung der Kompaktheit beim Wachstum der Objekte in Verbindung mit einer Pufferung der Objekte nur bedingt geeignet. Bei den Varianten 1 und 2 zeigen sich für das Gebiet nach der Pufferung bessere Ergebnisse, allerdings weisen diese etwas schlechtere Modellierungsqualitäten vor der Pufferung bzw. direkt nach dem Auffüllen der Abdeckungslöchern auf (vgl. Anhang C, Tab. C.3).

Abgesehen von diesen Aspekten zeigt sich durch einen Vergleich der Spalten mit den Qualitätsmerkmalen der Diskontinuitäten vor und nach der Pufferung der positive Effekt der zusätzlichen Beobachtungen in den Randbereichen der Objekte. Die maximalen Diskontinuitäten werden für Damme und Ebergötzen auf ein Viertel reduziert, die mittleren Diskontinuitäten verringern sich auf rund ein Drittel der vorherigen Werte. Für Leine und Saar nehmen die aus den adjazenten Objekten abgeleiteten Höhendifferenzen erst durch die Pufferung miteinander vergleichbare Werte an. Nach der Pufferung sind die Ergebnisse für das Testgebiet Saar mit denen aus den relativ homogenen Gebieten Damme und Ebergötzen vergleichbar. Es zeigt sich, dass es in den Gebieten der Leine und der Saar nach Abschluss der Modellierung zu deutlich größeren Diskontinuitäten kommt gegenüber Damme und Ebergötzen. Diese extremen Diskontinuitäten treten in steilen Hanglagen (Saar) bzw. im Bereich eines Abbruchs (Leine) auf. Da die Polynomflächen hier dem Trend der Geländeoberfläche folgen, wird der Aufschwingungseffekt der Polynomflächen verstärkt.

In den Gebieten Damme und Ebergötzen treten derartig problematische Anstiege nicht auf, sie werden mit dem verwendeten Ansatz unproblematisch mit der zu erwartenden Qualität modelliert. Es kommt nach der Pufferung jeweils zu einer Vergrößerung des *rms*-Wertes im Verhältnis von rund 2:3, was jedoch angesichts der Approximationsforderung bei der initialen Extraktion von 1 *m* und den relativ guten *rms*-Werten von weniger als 0.5 *m* nach dem Auffüllen der Abdeckungslöcher akzeptabel ist. Dagegen halbiert sich die absolute Approximationsqualität. Dies liegt daran, dass die Gitterpunkthöhen nur mit denjenigen Objekten in Relation gesetzt werden, in denen die Gitterpunkte liegen. Die Aufschwingbereiche der Polynome werden in die jeweiligen Gebiete der adjazenten Objekte "verschoben". Betrachtet man die Residuen aller Beobachtungen der Objekte, so ergeben sich wesentlich größere Werte für die absolute Approximationsqualität. Allerdings kann es in ungünstigen Situationen durch die Pufferung bzw. das Einfügen von zusätzlichen Punkten zu einer Aufschwingung kommen, wie das Beispiel im Leine-Gebiet zeigt.

Tabelle 7.1 verdeutlicht weiterhin, dass das Verfahren der Iteration der Ausgleichung als abschließender Bestandteil der Bestimmung der Polynomparameter zu einer deutlichen Verringerung der maximal auftretenden Diskontinuität führt. Im Mittel verbessert sich die Situation auf den Objektgrenzen dagegen nur geringfügig, da es sich immer um rein lokale Operationen handelt. Es muss betont werden, dass nicht immer der letzte Iterationsschritt der günstigste ist. Von den Iterationsschritten wurde derjenige gewählt, der die minimale maximal auftretende Diskontinuität hatte.

Abbildung 7.10 zeigt für die Extraktion des Testgebietes Ebergötzen auf der linken Seite den Verlauf der Gebietsabdeckung in der initialen Phase mit aufsteigender Objekte-ID auf der Abszisse und die prozentuale Abdeckung des Gebietes auf der Ordinate. Auf der rechten Seite ist auf der Ordinate zum einen der prozentuale Anteil der Objekte sowie die modellierte Fläche in Prozent des Gesamtgebietes in Abhängigkeit von dem Polynomansatz auf der Abszisse dargestellt. Die rechte Graphik basiert auf den abschließenden Ergebnissen der Berechnung der Polynomparameter. Die linke Seite zeigt, dass bei der Extraktion zunächst die großen Objekte gebildet werden, die schnell einen großen Teil des Gebietes abdecken. Da es zu Abdeckungslöchern bei der initialen Extraktion kommt, wird der Wert von 100 % von der Kurve nicht erreicht. Die rechte Seite der Abbildung macht deutlich, dass die Objekte mit höherem Polynomansatz erwartungsgemäß den überwiegenden Teil des Gebietes modellieren. Etwa ein Viertel der Objekte weisen die höchste Polynomklasse \mathcal{P}_6 (Flächenansatz 7) auf und decken nahezu 60 % des Gebietes ab. Weitere 25 % des Gebietes werden von den Objekten mit dem Flächenansatz 6 (Polynomklasse \mathcal{P}_5) abgedeckt. Weiter fällt auf, dass es deutlich mehr Objekte mit niedrigen bzw. hohen Polynomansätzen gibt als mit mittleren Polynomansätzen. Dieser Trend zeigt sich bei Graphiken, bei denen die Iteration der lokalen Ausgleichungen nicht berücksichtigt ist, noch deutlicher. Dies ist darauf zurückzuführen,

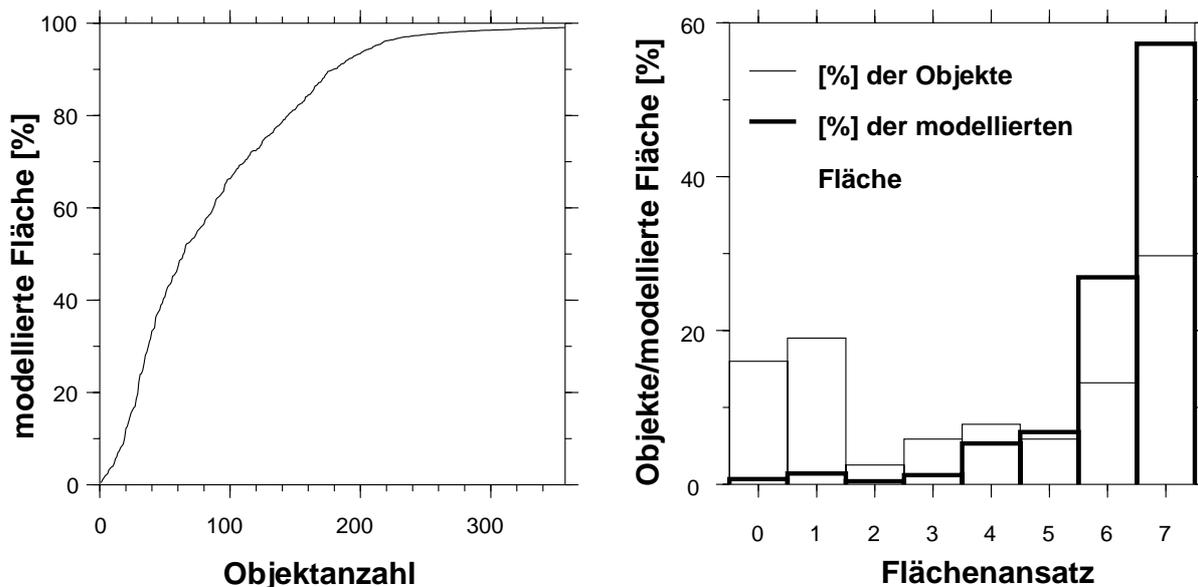


Abbildung 7.10.: Beispiel einer Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Ebergötzen in Abb. 7.6.

dass die ersten Polynomflächenobjekte zunächst soweit wachsen, wie es mit den maximal verfügbaren Ansätzen möglich ist. Diese anfänglich gebildeten Objekte haben nach Abschluss ihres Wachstums einen hohen Funktionsansatz. Die hohe Anzahl der niedrigen Funktionsansätze resultiert daraus, dass nach der Bildung von großen Objekten die noch nicht zugewiesenen Gitterpunkte aufgrund der eingeschränkten Wachstumsmöglichkeiten nur zur Bildung von kleineren Objekten genutzt werden können, die dann nur einen niedrigeren Funktionsansatz aufweisen können. Aufgrund der Pufferung haben die kleinen Objekte mehr Beobachtungen zur Verfügung, und es können entsprechend höhere Funktionsansätze berechnet werden. Vergleichbare Interpretationen sind für die Statistiken der anderen Testgebiete möglich, deren graphische Darstellungen sich im Anhang C befinden (Abb. C.2, Abb. C.7 und Abb. C.9).

Neben den numerischen Aussagen der Qualität der Modellierung, die auf der Grundlage von maximalen und mittleren Residuen bzw. Diskontinuitäten basieren, sollen die Abbildungen 7.11 und 7.12 einen visuellen Eindruck vermitteln, wie sich die Polynomflächenobjekte und die Diskontinuitäten im Zusammenhang mit den Objektgrenzen vor und nach der Pufferung der Objekte darstellen. Zu diesem Zweck wurde aus den berechneten Polynomflächenparametern ein Gitter mit der Gitterweite von 2.5 m gerechnet. Dieses weist allen seinen Gitterpunkten einen eindeutigen Höhenwert zu, da sich die Objektgeometrien ggf. zwischen seinen Gitterpunkten befinden. Als Beispiel wurde der grau hinterlegte Ausschnitt aus dem Testgebiet Damme (Abb. 7.1) gewählt, wo die höheren Lagen nahe dem Signalberg in die Hunte-Dümmer-Niederung abfallen.

In den Abbildungen 7.11 und 7.12 zeigt sich deutlich der sich durch die Pufferung einstellende Glättungseffekt der Gesamtmodellierung an den Objektträgern und damit die Verringerung der Diskontinuitäten. Ebenso deutlich lassen sich einzelne Objekte in den perspektiven Darstellungen identifizieren. Kleinere Objekte werden nur mit einer Horizontal- oder Schrägebene modelliert. Für ein Objekt in der Mitte des Gebietes, das in Abbildung 7.11 noch als Horizontalebene dargestellt ist, zeigt sich in Abbildung 7.12, dass sein Polynomgrad während der Iteration erhöht wurde und der Bereich des Objektes nunmehr durch eine Schrägebene approximiert wird. Eine quantitative Beurteilung der deutlich sichtbaren Diskontinuitäten ist mit den Abbildungen jedoch nur eingeschränkt möglich, da die Objektgrenzen sich zwischen den Gitterpunkten befinden und die erkennbaren Trends in den Versätzen zwischen den Flächen adjazenter Polynomflächenobjekte sich zwischen entsprechenden Gitterpunkten noch deutlich verstärken können.

7.2.2. Dreiecksbasierte Integration für die Testgebiete

Für drei der vier Testgebiete stehen neben DGM-Daten auch ATKIS-Basis-DSM-Daten in der ersten Aufbaustufe (DSM25/1) zur Verfügung. Dabei handelt es sich um die Testgebiete Damme, Ebergötzen und Leine. Für diese wurden mit dem in Kapitel 6 beschriebenen einfachen radial-topologischen Algorithmus jeweils integrierte DGM-DSM-TIN in verschiedenen Stufen einer Linienvereinfachung der DSM-Geometrien und verschiedenen

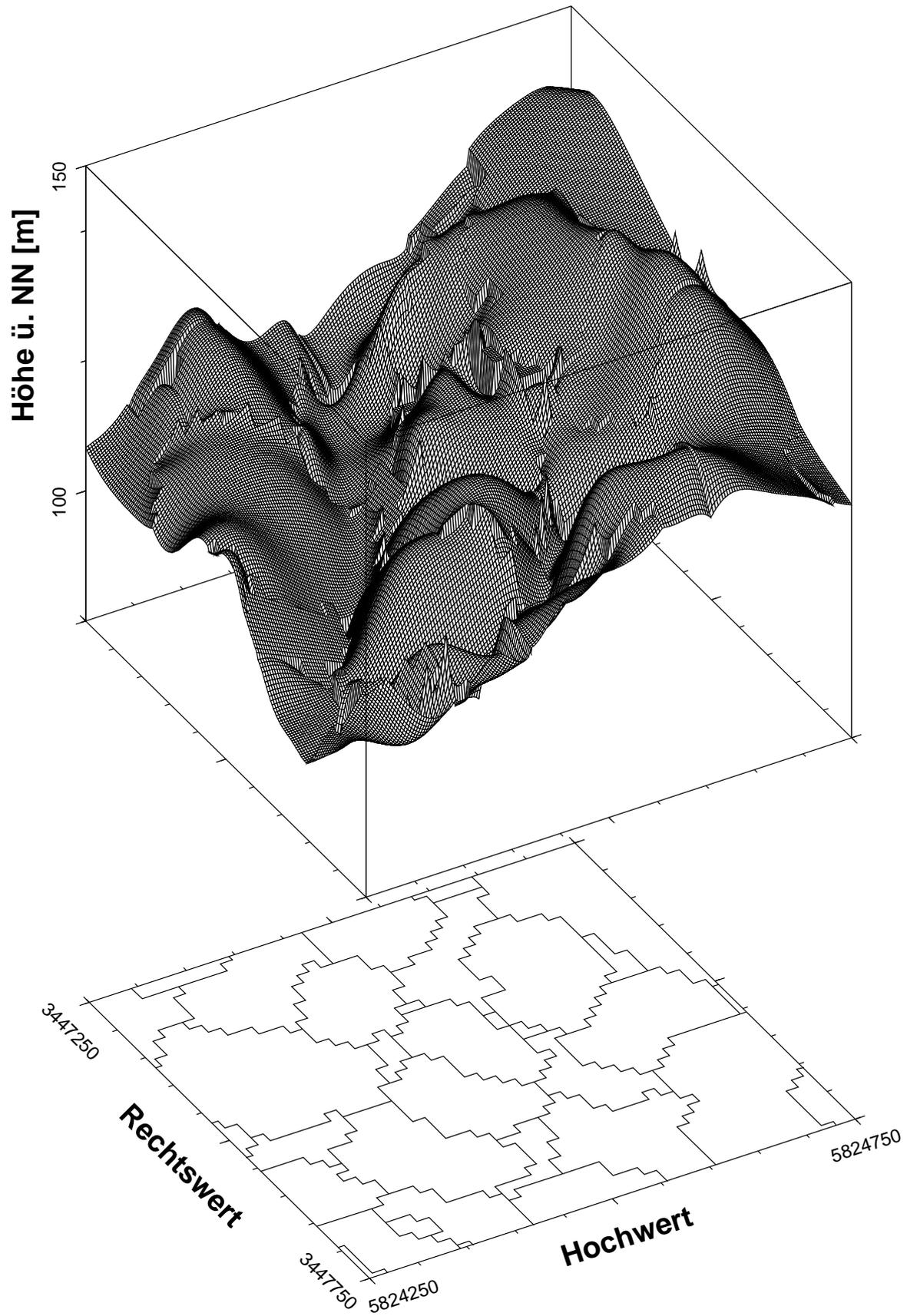


Abbildung 7.11.: Detailansicht von Polynomflächenobjekten im Testgebiet Damme vor der Ausgleichung mit Pufferung der Objekte.

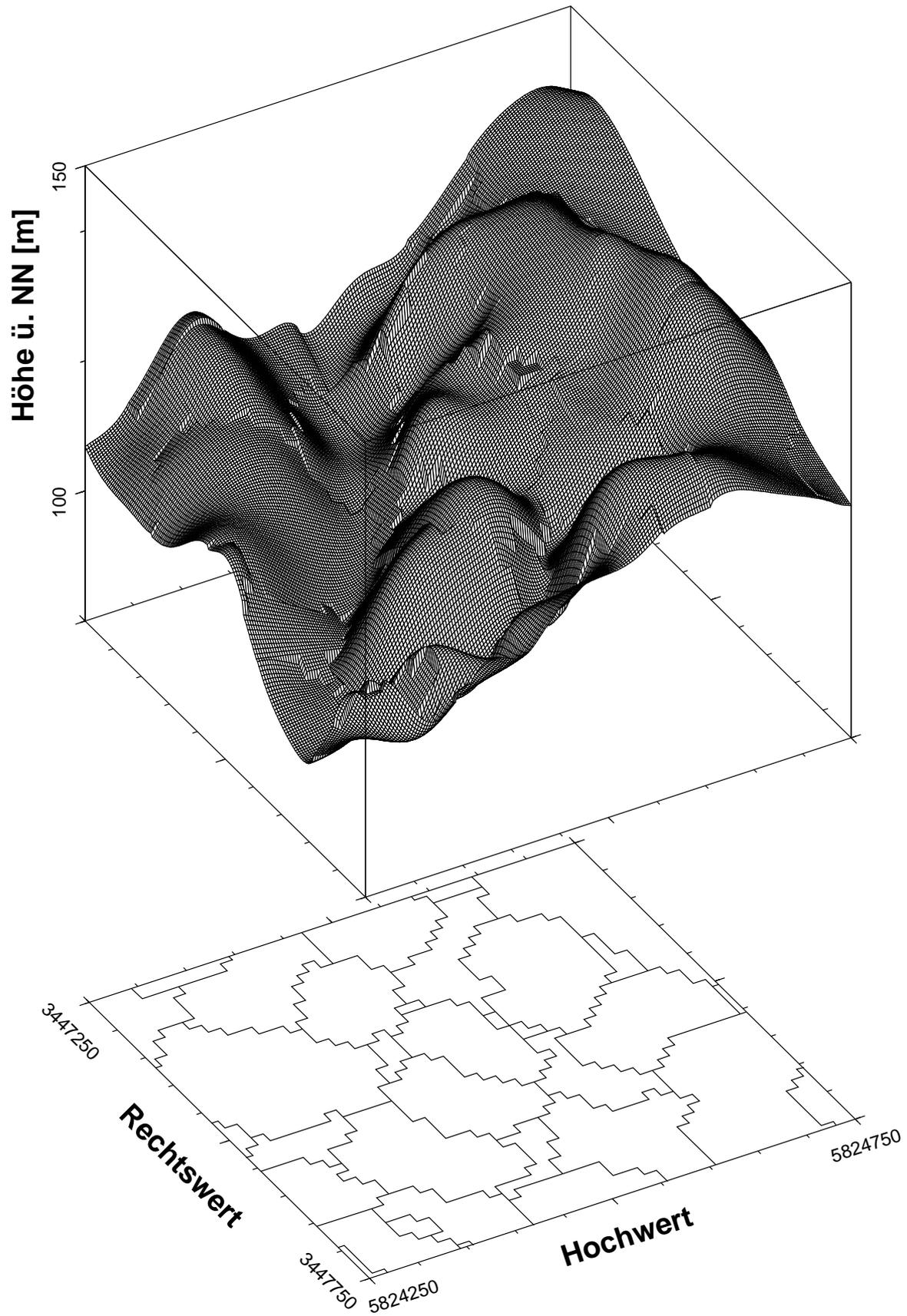


Abbildung 7.12.: Detailansicht von Polynomflächenobjekten im Testgebiet Damme nach der Ausgleichung mit Pufferung der Objekte.

DGM-Gitterauflösungen berechnet. Um das aus dem einfachen radial-topologischen Algorithmus resultierende redundante Datenvolumen zu bestimmen, wurde zusätzlich das Verfahren des erweiterten radial-topologischen Algorithmus angewendet. Die Ausrichtung der Diagonalen in den Gitterzellen (vgl. Abs. 5.4) erfolgt einheitlich von links oben nach rechts unten, um die eingerechneten DSM-Geometrien leichter zu identifizieren. Die Diskussion, welches Optimierungskriterium zur Lösung des neutralen Falls in DELAUNAY-Triangulationen verwendet werden sollte, wird in diesem Kapitel nicht geführt. Tabelle 7.2 enthält die Anzahlen der Knoten und Dreiecke in den verwendeten triangulierten Quadratgitter-DGM. Sie dienen als Vergleich für entsprechende Charakteristika der integrierten Datensätze und sind aufgrund der zugrundeliegenden Gitteranordnung der Punkte für alle Testgebiete gleich. Die Anzahlen können unter Verwendung der Anzahlen der Knoten auf den Gebietsrändern bzw. den konvexen Hüllen der Stützpunktfelder mit der Formel 5.1(1) ineinander überführt werden, die Dreiecke werden dennoch aus Gründen der anschaulichen Darstellung der entstehenden Datenmengen aufgeführt. Ebenso kann mit Formel 5.1(2) die Anzahl der Kanten im TIN berechnet werden, auf deren Wiedergabe daher verzichtet wird. Die Gebietsgröße beträgt für alle DGM $2 \text{ km} * 2 \text{ km}$. Die Wahl der verwendeten Gitterweiten von 12.5 m , 25 m und 50 m wurde vor dem Hintergrund getroffen, dass dies die gängigen Gitterweiten der Geobasisdaten-DGM darstellen.

Tabelle 7.2.: Anzahlen von Knoten und Dreiecken in triangulierten Gittern.

Gitterweite [m]	Knoten	Dreiecke
12.5	25921	51200
25	6561	12800
50	1681	3200

Tabelle 7.3 beschreibt die verwendeten DSM-Datensätze in verschiedenen Stufen der Linienvereinfachung. Es wurden nur Geometrien verwendet, die Details von flächenhaften Objekten darstellen. Sinnvollerweise werden für eine Integration die Geometrien der Grundflächenobjekte (vgl. ADV, 1989) genutzt. Ggf. kann eine Einrechnung der Geometrien von anderen (flächenhaften) Objekten erfolgen. Es sollte allerdings eine Zuordnungsmöglichkeit der zu berücksichtigenden Objekte mit der Erdoberfläche gegeben sein. Die Integration der Geometrie einer Freileitung (Objektart 3531) erscheint beispielsweise wenig sinnvoll und sollte im Einzelfall geprüft werden. Der Gedankengang ist auf andere Objektarten übertragbar und soll hier nicht im Detail ausgeführt werden.

Tabelle 7.3.: Anzahlen von Punkten und Knoten in DSM-Datensätzen ohne und mit Linienvereinfachung nach DOUGLAS & PEUCKER (1973).

Vereinfachung mit DP-Algorithmus	Damme		Ebergötzen		Leine	
	abs.	[%]	abs.	[%]	abs.	[%]
keine	2323	-	2962	-	1608	-
1 m	1230	52.9	1587	53.6	947	58.9
3 m	841	36.2	1020	34.4	620	38.6

Da das Verkehrswege- und Gewässernetz im DSM auch zur Bildung der flächenhaften Objekte genutzt wird (vgl. Abs. 2.3), sind mit den Geometrien der flächenhaften Objekten die wesentlichen Verkehrswege im Datensatz vorhanden. Die Linienvereinfachung wurde mit der Implementierung des DOUGLAS-PEUCKER-Verfahrens von HERSHBERGER & SNOEYINK (1992) durchgeführt. Als Toleranzschwellwerte für die Vereinfachungen wurden zwei Stufen gewählt. Für die erste Vereinfachung wurde der Wert von 1 m gewählt, da dies die Genauigkeitsspezifikation des ATKIS-DGM5 mit der Qualitätsstufe 2 darstellt (WASHAUSEN, 1992). Im Anschluss an die Berechnung integrierter Modelle mit triangulierten Quadratgitter-DGM wird noch der Effekt der Datenausdünnung im DGM-TIN gezeigt. Die hier verwendeten DGM5-Daten weisen die Genauigkeitsstufe 2 auf und die Datenausdünnung soll vor dem Hintergrund der mit den Gitter-DGM-Daten verbundenen Genauigkeitsangabe erfolgen. Als zweite Vereinfachungsstufe wurde die Lagegenauigkeitsangabe des Basis-DSM gewählt, um exemplarisch zu zeigen, wie sich eine angepasste Vereinfachung von DGM und DSM auf die Anzahlen der Knoten und Dreiecke im integrierten Modell auswirkt. Die Lagegenauigkeit des ATKIS-Basis-DSM wird mit 3 m spezifiziert (ADV, 1989). In diesem Bereich ($1-10 \text{ m}$) bewegt sich zudem die Höhengenaugkeit verfügbarer DGM50-Datensätze (vgl. WASHAUSEN, 1992) bzw. die aktuelle Spezifikation des DGM50 ($\pm 5 \text{ m}$; vgl. Abs. 2.4.5 u. HARBECK, 2000a).

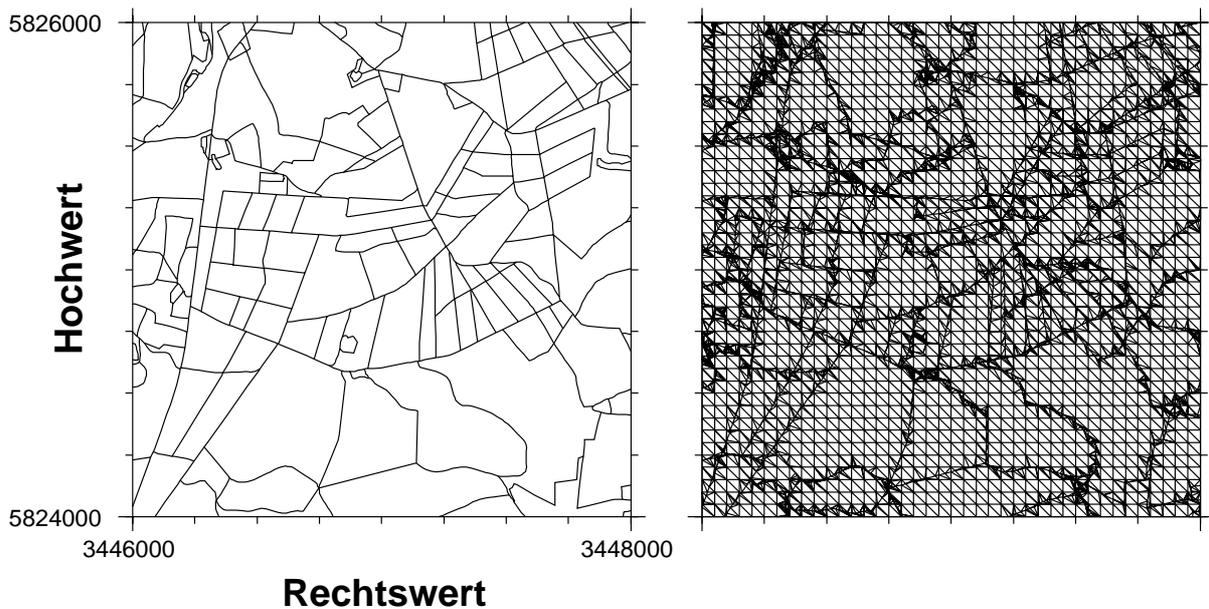


Abbildung 7.13.: DSM und trianguliertes 50- m -Quadratgitter-DGM mit integriertem DSM und redundanten Knoten für das Testgebiet Damme.

Durch die Verwendung der Genauigkeitsspezifikationen der Eingangsdatensätze für eine Linienvereinfachung und Datenausdünnung im DGM-TIN wird eine angepasste Datenreduktion vorgenommen, die keine oder nur eine unwesentliche geometrische Verschlechterung gegenüber den angegebenen Genauigkeiten der Originaldaten verursacht. In diesem Sinn findet kein Informationsverlust statt, sondern es werden Daten aus den Originaldaten gefiltert, die im Hinblick auf deren Genauigkeitsspezifikation redundant sind. Das Thema der Modellvereinfachung und Generalisierung von Datensätzen mit dem Ziel der automatisierten Ableitung von Modellen mit geringerer geometrischer und ggf. semantischer Auflösung ist nicht Gegenstand der Arbeit und soll daher hier nicht weiter vertieft werden. Semantisch bedeutsame Punkte in den Geometrien wurden bei der Linienvereinfachung nicht berücksichtigt, da hier nur die prinzipielle Möglichkeit der Datenreduktion im DSM von Interesse ist.

Die Anzahlen der Punkte und Knoten vor und nach den Linienvereinfachungen (Tab. 7.3) zeigen deutlich, dass das ATKIS-Basis-DSM unter Berücksichtigung seiner Genauigkeitsangabe zumindest in den Testdatensätzen in seiner Datenmenge erheblich reduziert werden kann. Nutzt man als Kriterium für den DOUGLAS-PEUCKER-Algorithmus die Toleranz von nur 1 m , so führt dies bei allen drei verwendeten Datensätzen zu einer geometrischen Datenreduktion um rund 45 %. Bei Verwendung der ATKIS-Basis-DSM-Lagegenauigkeit (3 m) als Toleranz verringert sich das geometrische Datenvolumen auf rund 35 %. Es ist nicht das Ziel dieser Arbeit, Verfahren zur Datenausdünnung in den ATKIS-DSM zu entwickeln. Allerdings ist anscheinend noch erhebliches Potenzial zur Reduktion des Datenvolumens vorhanden, das direkt beim Aufbau des Basis-DSM durch Anwendung von Linienvereinfachungsverfahren jeweils nach der Digitalisierung einer Linie genutzt werden könnte.

Die Abbildungen 7.13⁵, 7.14⁶ und 7.15⁷ zeigen jeweils auf der linken Seite die verwendeten Geometrien des Basis-DSM in den Testgebieten ohne Linienvereinfachung, auf den rechten Seiten der Abbildungen sind integrierte Modelle dargestellt, die mit dem einfachen radial-topologischen Algorithmus berechnet wurden und damit noch redundante Punkte enthalten. Als Grundlage der DGM-DSM-TIN in den Abbildungen wurde jeweils ein Quadratgitter-DGM mit 50 m Gitterweite verwendet. Eine Darstellung der vereinfachten DSM-Geometrien erfolgt nicht, da es bei dem verwendeten Maßstab keine sichtbaren Änderungen gegenüber den vollständigen Darstellungen gibt. Dies gilt in diesen Fällen auch für die integrierten Modelle, die mit dem erweiterten radi-

⁵Quelle des DSM Damme: ATKIS-DLM25-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN). Alle Darstellungen des DSM Damme in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

⁶Quelle des DSM Ebergötzen: ATKIS-DLM25-Daten der Landesvermessung + Geobasisinformation Niedersachsen (LGN). Alle Darstellungen des DSM Ebergötzen in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

⁷DSM-Basisdaten dieser Darstellung: ATKIS-DLM25/1-Daten des Nieders. Landesverwaltungsamtes - Landesvermessung -, Hannover. Mit Erlaubnis des Herausgebers: Niedersächsisches Landesverwaltungsamt - Landesvermessung - vom 04.03.1996, Az.: B2 - A8/96. Alle Darstellungen des DSM Leine in dieser Arbeit und abgeleitete Modellierungen basieren auf dieser Quelle. Es wird daher im Folgenden nicht bei jeder Darstellung explizit darauf verwiesen.

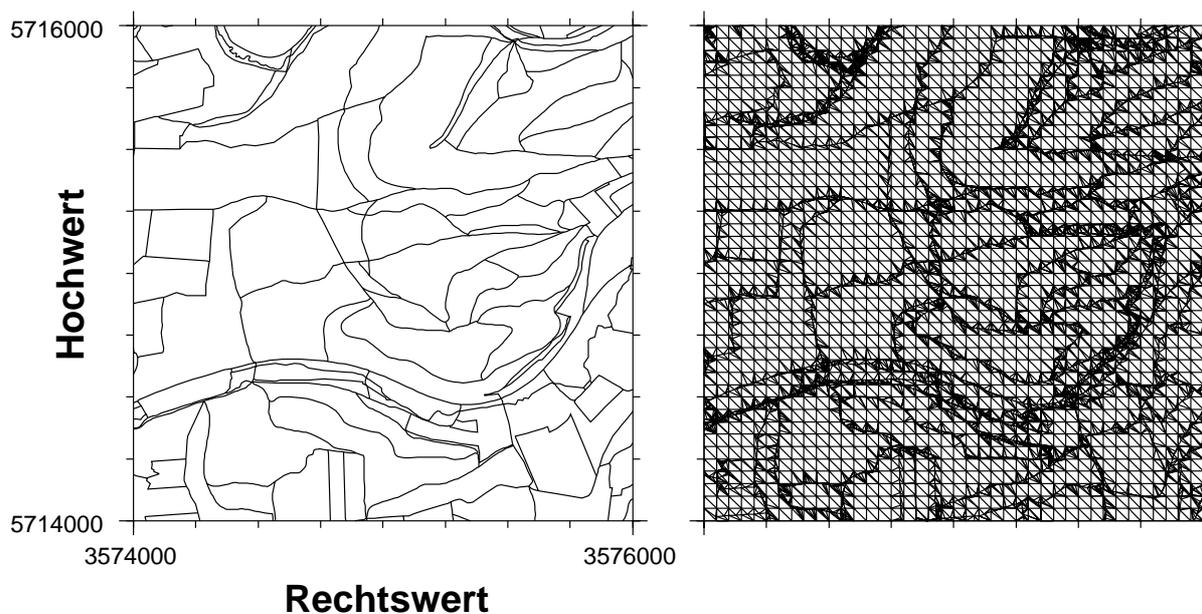


Abbildung 7.14.: DSM und trianguliertes 50-*m*-Quadratgitter-DGM mit integriertem DSM und redundanten Knoten für das Testgebiet Ebergötzen.

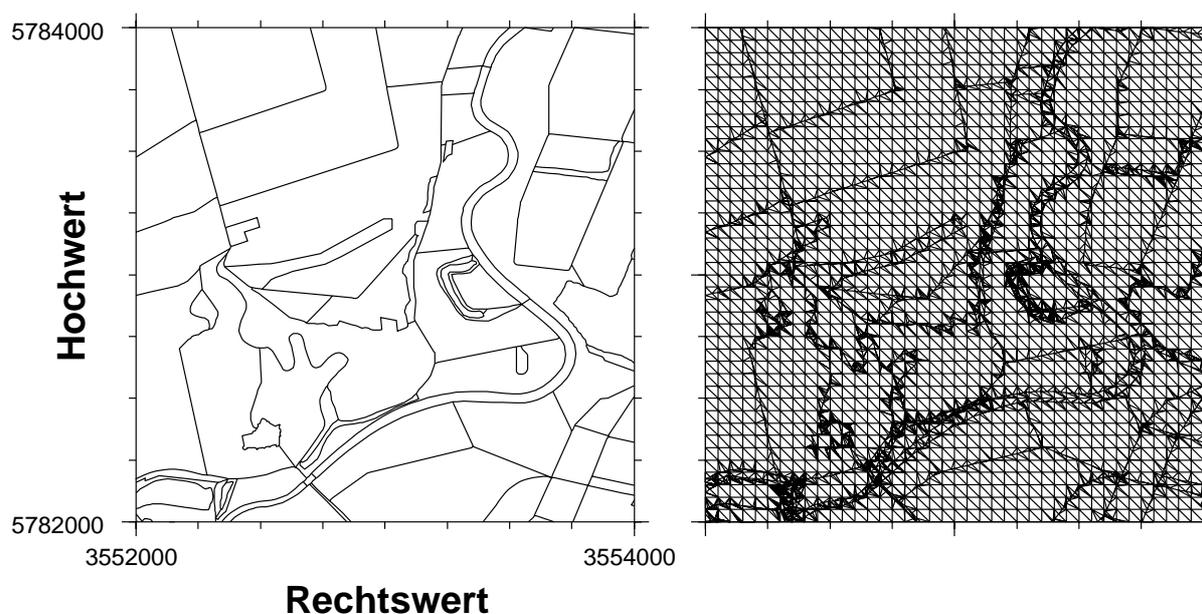


Abbildung 7.15.: DSM und trianguliertes 50-*m*-Quadratgitter-DGM mit integriertem DSM und redundanten Knoten für das Leine-Gebiet.

al-topologischen Algorithmus berechnet wurden und somit keine redundanten Daten mehr aufweisen. Es zeigen sich keine deutlich sichtbaren Änderungen gegenüber den Ergebnissen des einfachen radial-topologischen Algorithmus. Ebenso erfolgt keine Darstellung der integrierten Modelle mit geringeren Gitterweiten, da aus ihnen keine weiteren Erkenntnisse gewonnen werden.

Diese sind deutlicher aus den Anzahlen der Knoten und Dreiecke in den integrierten Modellen ableitbar, die für die DSM-Geometrien mit den verschiedenen Vereinfachungstoleranzen und den verwendeten Gitterweiten in den Tabellen 7.4, 7.5 und 7.6 für beide Varianten des radial-topologischen Algorithmus wiedergegeben sind.

Zusätzlich zu den Anzahlen der Knoten und Dreiecken der integrierten Modelle wurden die Anzahlen der bei der Integration verwendeten Schnittpunkte zwischen den bereits im DGM-DSM-TIN vorhandenen Kanten und den einzurechnenden DSM-Geometrien angegeben. Zwecks leichterer Interpretierbarkeit werden sie auch in Prozent der Punktzahlen der integrierten Modelle der jeweiligen Quadratgitter-DGM mit dem Original-DSM aufgeführt. Dies geschieht vor dem Hintergrund, den Effekt der Datenausdünnung in den DSM-Geometrien und

Tabelle 7.4.: Charakteristika der dreiecksbasierten Integration von Quadratgitter-DGM und DSM in verschiedenen Vereinfachungsstufen für Damme.

Gitterweite [m]	Vereinfachung DP-Algo.	Punkte	Dreiecke	Schnittpunkte	[%] vom Original-DSM	redundante Schnittpunkte
12.5	keine	37243	73778	9223	-	587
12.5	1 m	36029	71350	9102	98.7	467
12.5	3 m	35560	70412	9022	97.8	398
12.5	keine	36656	72604	8636	-	0
12.5	1 m	35562	70416	8635	100.0	0
12.5	3 m	35546	70384	8624	99.9	0
25	keine	13775	27162	5115	-	806
25	1 m	12450	24512	4883	95.7	575
25	3 m	11937	23486	4759	93.3	457
25	keine	12969	25550	4309	-	0
25	1 m	11875	23362	4308	100.0	0
25	3 m	11480	22572	4302	99.8	0
50	keine	7069	13892	3280	-	1139
50	1 m	5574	10920	2887	88.0	746
50	3 m	4997	9766	2699	82.3	562
50	keine	5921	11614	2141	-	0
50	1 m	4828	9428	2141	100.0	0
50	3 m	4435	8642	2137	99.8	0

die Auswirkungen der unterschiedlichen Gitterweiten in den Quadratgitter-DGM in Verbindung mit dem radial-topologischen Algorithmus und seiner Erweiterung zu veranschaulichen. In den letzten Spalten der Tabellen werden die Anzahlen der Punkte gegeben, die von der Gesamtanzahl der Schnittpunkte redundant sind. Bei Zeilen, in denen dort eine Null ("0") steht, wurde der erweiterte radial-topologische Algorithmus verwendet. Die prozentualen Angaben der Schnittpunkte in den vereinfachten Modellen beziehen sich auf das jeweilige Modell, das mit der entsprechenden Variante des radial-topologischen Algorithmus berechnet wurde.

Bei den Datensätzen zeigt sich, dass sich bei Verwendung des einfachen radial-topologischen Algorithmus und dem Original-DSM für eine Integration die Anzahl der Dreiecke im DGM-DSM-TIN gegenüber dem DGM-TIN für das 50-*m*-DGM ungefähr vervierfacht, für das 25-*m*-DGM verdoppelt sich die Anzahl in etwa und für das 12.5-*m*-DGM kommt es zu einer Vergrößerung der Dreiecksanzahl um rund 40 %. Entsprechend der Ausdünnung der DSM-Geometrien variieren die Anzahlen für Punkte und Dreiecke. Weitere Anzahlen der Knoten und Dreiecke können direkt aus den Ergebnistabellen entnommen werden. Im Folgenden steht die Interpretation der Ergebnisse im Vordergrund.

Die angegebenen Verhältnisse von berechneten Schnittpunkten für die vereinfachten DSM-Modelle gegenüber den Original-DSM zeigen, wie sich die Anzahl der Schnittpunkte verringert, wenn zum einen die Anzahl der Punkte im DSM bzw. zum anderen die Dichte der Punkte der Quadratgitter-DGM variiert wird. Während bei einem DGM hoher Auflösung die Anzahlen der Schnittpunkte für vereinfachte DSM gegenüber dem Original-DSM und auch untereinander nur sehr wenig differieren, zeigt sich beim DGM mit geringer Auflösung, dass es durch die Ausdünnung der DSM zu einer deutlichen gestuften Reduktion der berechneten Schnittpunkte bei der Integration kommt. Darin zeigt sich, dass während des Einrechnens der vereinfachten DSM-Geometrien weniger Kanten in das DGM-DSM-TIN eingefügt werden und es zu weniger Schnittpunkten zwischen DSM-Kanten und zusätzlich eingefügten Kanten kommt. Mit der durch die Linienvereinfachung bedingten Verringerung der Anzahl der berechneten Schnittpunkte sinkt auch die Anzahl der redundanten Schnittpunkte, allerdings wesentlich stärker als der allgemeine Rückgang der berechneten Schnittpunkte.

Bei Verwendung des erweiterten radial-topologischen Algorithmus bleibt die Anzahl der Schnittpunkte zwischen DGM-TIN-Kanten und dem DSM für die verschiedenen Stufen der Linienvereinfachung im DSM erwartungsgemäß nahezu konstant. Es zeigt sich weiter der Effekt der größeren Dreiecke mit wachsender Gitterweite, falls die redundanten Punkte nicht aus dem Ergebnis-DGM-DSM-TIN entfernt werden. Wenn die Dreiecke größer sind, kommt es bei der Bildung der zusätzlichen Kanten zu längeren Kanten, die mit dem Fortschreiten des Ein-

Tabelle 7.5.: Charakteristika der dreiecksbasierten Integration von Quadratgitter-DGM und DSM in verschiedenen Vereinfachungsstufen für Ebergötzen.

Gitterweite [m]	Vereinfachung DP-Algo.	Punkte	Dreiecke	Schnittpunkte	[%] vom Original-DSM	redundante Schnittpunkte
12.5	keine	38228	75744	9520	-	567
12.5	1 m	36778	72844	9445	99.2	494
12.5	3 m	36161	71610	9395	98.6	457
12.5	keine	37661	74610	8953	-	0
12.5	1 m	36284	71856	8951	100.0	0
12.5	3 m	35704	70696	8938	99.8	0
25	keine	14635	28878	5287	-	831
25	1 m	13068	25744	5095	96.4	642
25	3 m	12398	24404	4992	94.4	549
25	keine	13804	27216	4456	-	0
25	1 m	12426	24460	4453	99.9	0
25	3 m	11849	23306	4443	99.7	0
50	keine	8000	15768	3532	-	1312
50	1 m	6222	12212	3129	88.6	909
50	3 m	5434	10636	2908	82.3	696
50	keine	6688	13144	2220	-	0
50	1 m	5313	10394	2220	100.0	0
50	3 m	4738	9244	2212	99.6	0

rechnens der DSM-Geometrien entsprechend häufiger wieder geschnitten bzw. aufgetrennt werden müssen. Die Notwendigkeit des Löschens bzw. der Vermeidung von redundanten Punkten im Ergebnismodell steigt damit mit wachsender Größe der Dreiecke im DGM-TIN.

Um den Effekt der Datenausdünnung mit adaptiven Triangulationen darzustellen, wurde das in Abschnitt 5.2.2 beschriebene Verfahren auf die Quadratgitter-DGM mit der kleinsten Gitterweite (12.5 m) angewendet. Es erfolgte keine Anwendung der Optimierungskriterien im neutralen Fall der DELAUNAY-Triangulation, da das zur Verfügung stehende Programm diese Vorgehensweise beim derzeitigen Entwicklungsstand nicht berücksichtigt. Als Schwellwerte der Datenreduktion wurden zwecks angepasster Approximationsgenauigkeit von DGM und DSM wie bei der Linienvereinfachung im DSM die Toleranzwerte von 1 m und 3 m gewählt.

Tabelle 7.7 enthält die absoluten Anzahlen der Knoten und Dreiecke in den vereinfachten DGM-TIN für die Testgebiete Damme, Ebergötzen und Leine. Als direkte Vergleichsmöglichkeit werden zusätzlich die entsprechenden Anzahlen für ein volles 12.5-m-Quadratgitter-DGM angegeben, auf deren Knotenanzahl sich die prozentualen Angaben der notwendigen Knoten in den vereinfachten Modellen beziehen.

Erwartungsgemäß zeigt sich bei den Werten in Tabelle 7.7, dass eine Abhängigkeit zwischen den Relieftypen und den für die Approximation des Geländes notwendigen Knotenanzahlen besteht. Für flache Gebiete wie das Leine-Gebiet ist eine geringe Anzahl von Knoten (265) ausreichend, in der Endmoränenlandschaft von Damme werden rund doppelt so viele Knoten benötigt. Im niedersächsischen Mittelgebirge bei Ebergötzen werden bei der Triangulation nahezu doppelt so viele Knoten wie in der Endmoränenlandschaft berücksichtigt. Diese genäherten Verhältnisse von 1:2:4 zeigen sich bei beiden verwendeten Schwellwerten. Beim Leine-Gebiet ist zu beachten, dass es nicht nur flache Gebiete wie die Aue enthält, sondern auch den Schulenburger Berg mit steileren Bereichen umfasst. Daher können die Werte nicht als allgemein repräsentativ für flache Gebiete wie die norddeutsche Tiefebene angesehen werden. Interessanter für die integrierte Modellierung ist jedoch die Datenreduktion gegenüber triangulierten Gittern. Die Ergebnisse entsprechen denen, die von anderen Autoren zur Datenreduktion in Quadratgitter-DGM mittels adaptiver Triangulation angegeben werden (z. B. ABDELGUERFI et al., 1997; POLIS et al., 1994). Selbst in Gebieten mit großer Reliefenergie (vgl. Abs. 5.5) wie dem Mittelgebirge ist bei einer relativ hohen Genauigkeitsforderung von nur 1 m eine Datenreduktion um rund 85 % möglich. Entsprechend größer ist die Datenreduktion in Gebieten mit geringerer Reliefenergie, für das Leine-Gebiet werden nur rund 4 % der Daten benötigt.

Tabelle 7.6.: Charakteristika der dreiecksbasierten Integration von Quadratgitter-DGM und DSM in verschiedenen Vereinfachungsstufen für das Testgebiet Leine.

Gitterweite [m]	Vereinfachung DP-Algo.	Punkte	Dreiecke	Schnittpunkte	[%] vom Original-DSM	redundante Schnittpunkte
12.5	keine	34505	68321	7069	-	339
12.5	1 m	33775	66864	7000	99.0	273
12.5	3 m	33360	66034	6912	97.8	217
12.5	keine	34166	67643	6730	-	0
12.5	1 m	33502	66318	6727	100.0	0
12.5	3 m	33353	66020	6695	99.5	0
25	keine	11958	23577	3882	-	526
25	1 m	11152	21938	3737	96.3	384
25	3 m	10744	21122	3656	94.1	309
25	keine	11432	22495	3356	-	0
25	1 m	10768	21170	3353	99.9	0
25	3 m	10435	20504	3347	99.7	0
50	keine	5739	11269	2543	-	878
50	1 m	4783	9360	2248	88.4	586
50	3 m	4295	8384	2087	82.0	429
50	keine	4861	9513	1665	-	0
50	1 m	4197	8188	1662	99.8	0
50	3 m	3866	7526	1658	99.6	0

Tabelle 7.7.: Anzahlen von Knoten und Dreiecken in adaptiven Triangulationen für alle Testgebiete.

Testgebiet	Schwellwert [m]	Knoten		Dreiecke
		abs.	[%]	abs.
volles 12.5-m-Gitter	0	25921	100	51200
Damme	1	2301	8.9	4490
Damme	3	587	2.7	1121
Ebergötzen	1	4109	15.9	8078
Ebergötzen	3	1337	5.2	2592
Leine	1	1103	4.3	2163
Leine	3	265	1.0	507

Die Darstellungen der ausgedünnten Triangulationen befinden sich für die Vereinfachung mit dem Schwellwert von 1 m jeweils links in den Abbildungen 7.16, 7.17 und 7.18, wo sie den daraus berechneten integrierten Modellen gegenübergestellt werden. Diese Abbildungen stellen die Ergebnisse des erweiterten radial-topologischen Algorithmus dar. Zusätzlich wird in Abbildung 7.19 für das Leine-Gebiet das Ergebnis des einfachen radial-topologischen Algorithmus graphisch wiedergegeben, da sich hier aufgrund der Größe der Dreiecke im DGM-TIN und der hohen Anzahl von redundanten Knoten im DGM-DSM-TIN auch visuell ein deutlicher Unterschied gegenüber Abbildung 7.18 zeigt.

Die Darstellungen mit dem Vereinfachungsschwellwert von 3 m befinden sich mit den entsprechenden integrierten Modellen im Anhang D (Abb. D.1, D.2 und D.3).

Es zeigt sich, dass die Existenz von großen Dreiecken im DGM-TIN vor der Integration zur Bildung von langen schmalen Dreiecken ("Nadeldreiecken") im integrierten Modell führt, da die Dichte der Punkte entlang der DSM-Geometrien wesentlich größer ist als die Knotendichte im DGM-TIN. Vor allem im Leine-Gebiet ist dies deutlich erkennbar (Abb. 7.18), wo in der Aue sehr große Dreiecke des DGM-TIN liegen. In Abbildung 7.19 finden sich gegenüber Abbildung 7.18 noch mehr lange schmale Dreiecke, da die Dichte der Knoten entlang der DSM-Geometrien durch die redundanten Knoten höher ist. Bisher wird bei der Berechnung der

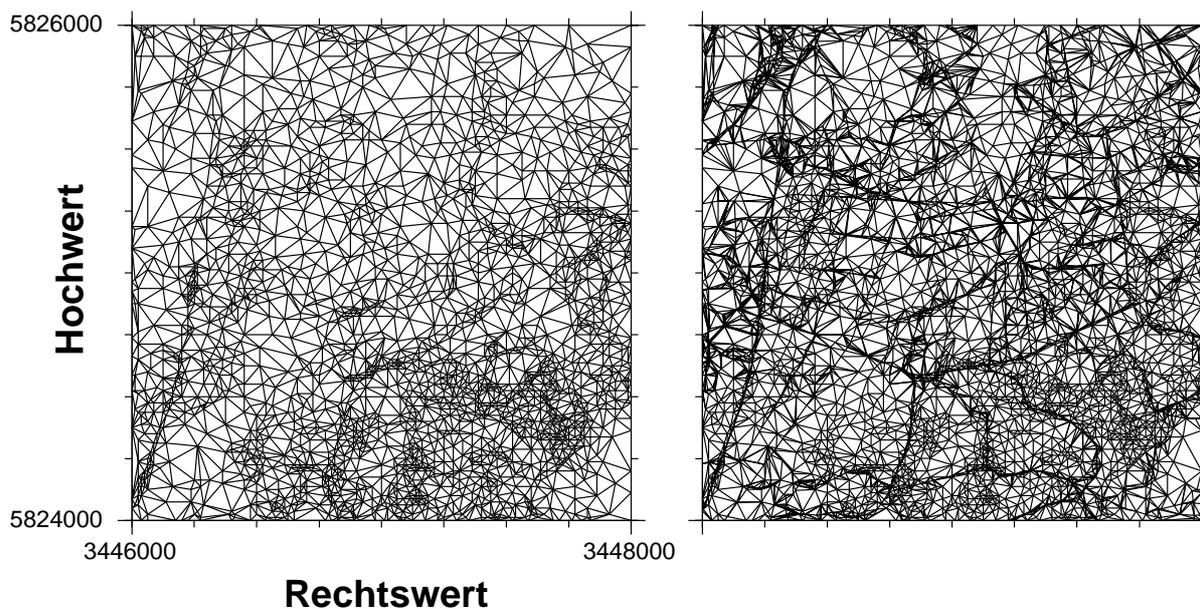


Abbildung 7.16.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachungen für DGM und DSM und ohne redundante Knoten im Testgebiet Damme, Schwellwerte 1 m.

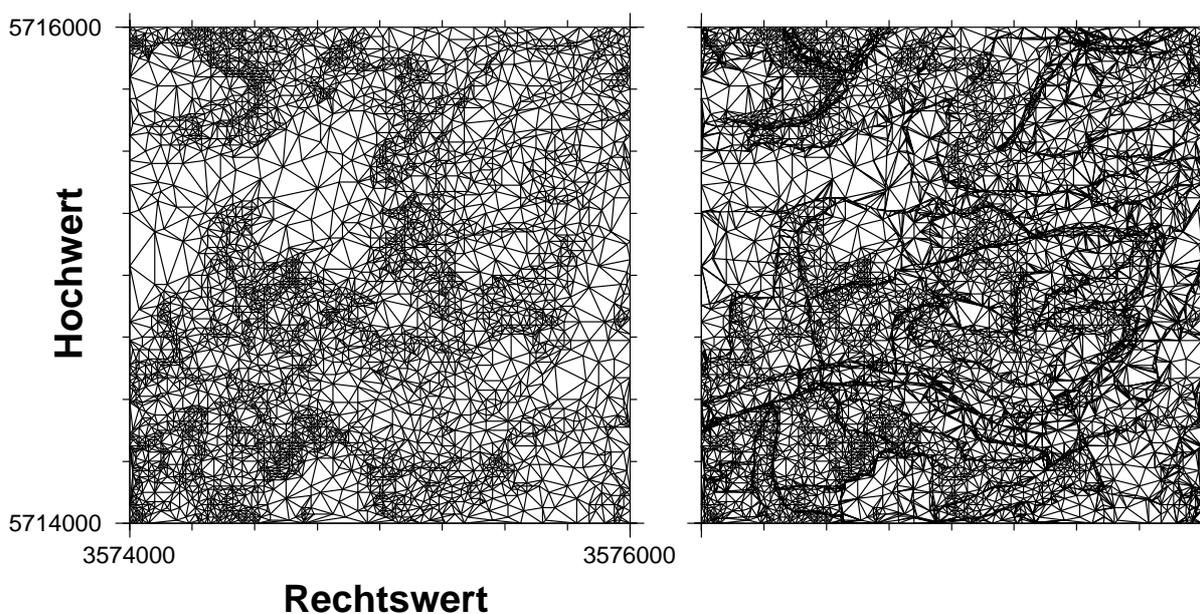


Abbildung 7.17.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM und ohne redundante Knoten im Testgebiet Ebergötzen, Schwellwerte 1 m.

integrierten Modelle mit dem einfachen radial-topologischen Algorithmus keine Überprüfung der Ergebnisse hinsichtlich der Eigenschaften der Dreiecke vorgenommen. Ebenso wird bei der im erweiterten radial-topologischen Algorithmus verwendeten Polygontriangulation kein Qualitätskriterium für die Dreiecke innerhalb der zu triangulierenden Polygone verwendet. Es ist jedoch fraglich, ob diese "Nadeldreiecke" ohne redundante Daten wirkungsvoll unterdrückt werden können, da ihre Entstehung in dieser Situation durch die hohe Dichte der Punkte auf den DSM-Geometrien gegenüber der geringen Knotendichte im DGM-TIN bedingt ist. Ggf. könnten zusätzliche Punkte in das DGM-DSM-TIN wie bei der Optimierung von Triangulationen eingefügt werden, um eine gleichmäßigere Punktverteilung zu erzielen und um der Bildung von langen schmalen Dreiecken entgegenzuwirken. In Abschnitt 6.1 wurde der Algorithmus von RUPPERT (1995) beschrieben, bei dem Kanten in einem TIN geteilt werden, bis das Dreiecksnetz bestimmte Qualitätskriterien erfüllt (s. a. SHEWCHUK, 1997; BERN & EPPSTEIN, 1995). Allerdings würde dies wieder zu redundanten Daten in den integrierten Modellen führen und steht somit konträr zur hier angestrebten angepassten Datenreduktion. Die Einführung einer minimalen

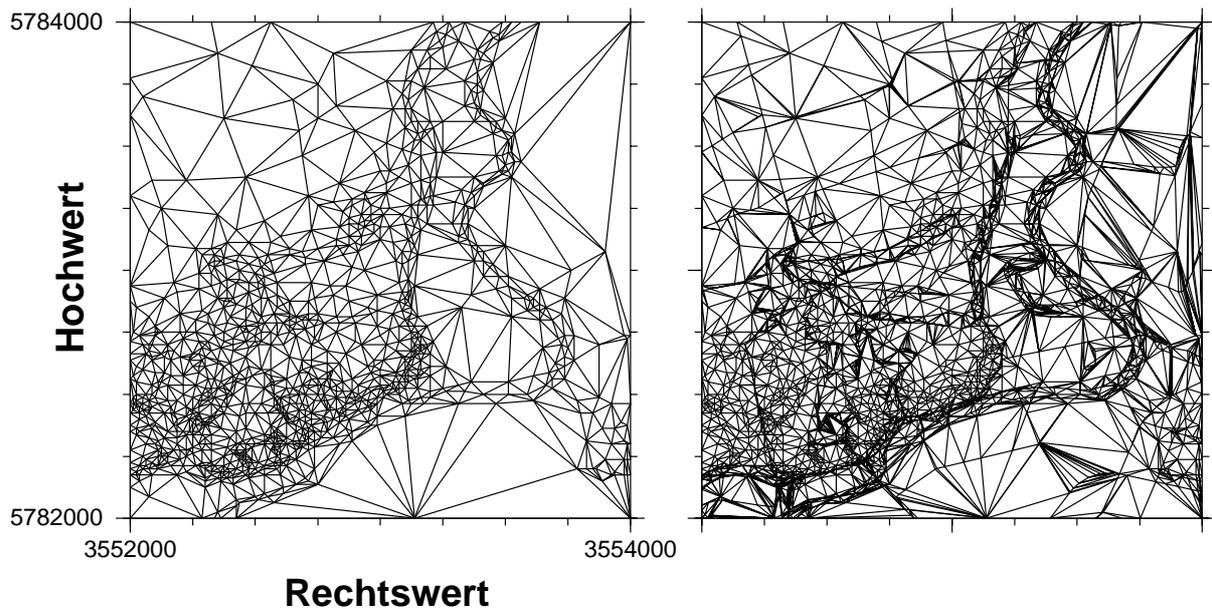


Abbildung 7.18.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM und ohne redundante Knoten im Leine-Gebiet, Schwellwerte 1 *m*.

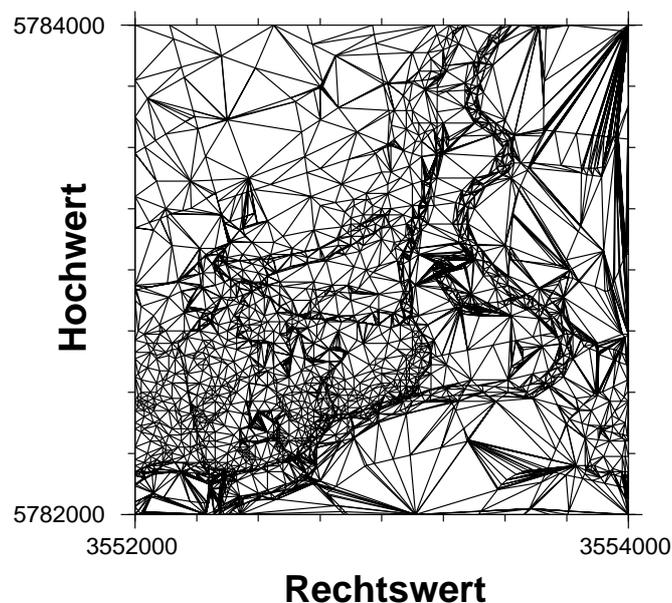


Abbildung 7.19.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM und redundanten Knoten im Leine-Gebiet, Schwellwerte 1 *m*.

Dichte von DGM-TIN-Knoten führt tendenziell in die Richtung der Nutzung von triangulierten Gitter-DGM. Diese Diskussion wird daher hier nicht weitergeführt. Die Abbildung 7.19 verdeutlicht jedoch, dass bei Verwendung des erweiterten radial-topologischen Algorithmus durch das Entfernen der redundanten Knoten eine große Anzahl von langen schmalen Dreiecken gelöscht wird. Dies liegt an der einhergehenden Verringerung der Punktdichte entlang der DSM-Geometrien.

In Abbildung 7.18 zeigt sich im Bereich des Gewässerbettes der Leine eine weitere Ursache für das Auftreten von langen schmalen Dreiecken, deren Hintergrund in der adaptiven Triangulation liegt und bereits in Abschnitt 6.8 angedeutet wurde. Bei Verwendung eines entsprechenden Schwellwertes (hier 1 *m*) wird das Gewässerbett bereits im DGM-TIN durch Kanten lagemäßig genähert dargestellt. Dies ist in Abbildung D.3 bei der Verwendung eines Schwellwertes von 3 *m* nicht mehr der Fall. Bei der Integration werden die Geometrien, mit denen die Leine im DSM modelliert wird, in das DGM-TIN eingerechnet. Es kommt zu dem klassischen Fall einer Verschneidung von Geometrien, die in verschiedenen Datensätzen das gleiche Objekt approximieren bzw. repräsentieren. Hier-

bei entstehen im allgemeinen Fall die bekannten Splitterpolygone. In diesem speziellen Fall führt das zusätzliche Einfügen von Kanten zur Erhaltung des Dreiecksnetzes zu langen schmalen Dreiecken. Entsprechende Situationen können auch für andere Objekte auftreten, falls sie zum einen im DSM und zum anderen mit einer approximierten Repräsentation im adaptiven DGM-TIN bzw. mit einer qualitativ hochwertigen Beschreibung durch Strukturinformation im allgemeinen DGM-TIN oder einem triangulierten hybriden DGM dargestellt werden. Dies sind u. a. die Nachteile des bisherigen Verfahrens, das noch keine geometrisch-semantische Konsistenz der Datensätze überprüft (vgl. Abs. 6.8).

Tabelle 7.8 enthält Kenngrößen der den genannten Genauigkeitsspezifikationen der Eingangsdaten angepassten integrierten Modelle. Zur direkten Vergleichsmöglichkeit werden zusätzlich jeweils die Werte der integrierten Modelle aufgeführt, die auf der Grundlage des 12.5- m -Gitters und der vollständigen DSM erstellt wurden. Die Anzahl der Knoten der integrierten Modelle in Prozent der Knoten im vollständigen Modell wird zur Einschätzung der relativen Verringerung des Datenvolumens angegeben. Es wird zwischen der Herkunft der Knoten im integrierten Modell unterschieden (vgl. Abs. 6.3). Ein Knoten kann aus dem DGM oder aus dem DSM abgeleitet sein. Falls ein DSM-Punkt auf einen DGM-Punkt fällt, wurde er aus Gründen der übersichtlichen Darstellung als DGM-Punkt gezählt. Neben diesen Klassen von Knoten im DGM-DSM-TIN kann es sich bei einem Knoten auch um einen Schnittpunkt handeln. Zusätzlich zur Gesamtanzahl der Schnittpunkte wird die Anzahl der redundanten Schnittpunkte aufgeführt, die mit dem einfachen radial-topologischen Algorithmus berechnet wurden.

Tabelle 7.8.: Anzahlen von Knoten in vereinfachten integrierten Modellen für alle Testgebiete.

Testgebiet	Schwellwerte [m]	Knoten		DGM-TIN-Knoten	DSM-Punkte	Schnittpunkte	redundante Schnittpunkte
		absolut	% vom vollen Modell				
Damme	0	37243	-	25921	2099	9223	587
Damme	1	6252	16.8	2301	1006	2945	739
Damme	3	3134	8.4	587	617	1930	849
Damme	0	36656	-	25921	2099	8636	0
Damme	1	5513	15.0	2301	1006	2206	0
Damme	3	2285	6.2	587	617	1081	0
Ebergötzen	0	38228	-	25921	2787	9520	567
Ebergötzen	1	9355	24.5	4109	1412	3834	800
Ebergötzen	3	4771	12.5	1337	845	2589	853
Ebergötzen	0	37661	-	25921	2787	8953	0
Ebergötzen	1	8555	22.7	4109	1412	3034	0
Ebergötzen	3	3918	10.4	1337	845	1736	0
Leine	0	34505	-	25921	1515	7069	339
Leine	1	3863	11.2	1103	853	1907	720
Leine	3	2905	8.4	265	527	2113	1591
Leine	0	34166	-	25921	1515	6730	0
Leine	1	3143	9.2	1103	853	1187	0
Leine	3	1314	3.8	265	527	522	0

Bei den Ergebnissen zeigt sich klar, dass die adaptive Triangulation im DGM-TIN den größten Beitrag zur Verringerung der Punktzahl in den integrierten Modellen leistet. Dabei wirkt sich der Effekt auch deutlich auf die Anzahl der Schnittpunkte aus. Mit der drastischen Verringerung der Kanten im DGM-TIN werden entsprechend weniger Schnittpunkte bei der Integration notwendig. Dieser Effekt zeigt sich durch die gegenüber den triangulierten Quadratgitter-DGM größerer Gitterweite wesentlich geringere Punktzahl in den adaptiven DGM-TIN deutlicher als in den entsprechenden Ergebnistabellen 7.4, 7.5 und 7.6.

Interessant ist das Ausmaß der durch den einfachen radial-topologischen Algorithmus berechneten redundanten Schnittpunkte. Es nimmt wie bei den Ergebnissen mit den Quadratgitter-DGM-TIN mit der Größe der Dreiecke zu, erreicht nunmehr jedoch die Größenordnung der Anzahlen der Knoten, die aus dem DGM bzw. aus dem DSM abgeleitet werden. Dies variiert entsprechend der notwendigen Punktzahl für die verschiedenen Relieftypen. Im Leine-Gebiet zeigt sich, dass es bei der Datenreduktion mit 3 m als Schwellwert dazu kommt, dass die überwiegende Menge der Knoten im DGM-DSM-TIN aus dem DSM abgeleitet bzw. als Schnittpunkte berechnet

werden. Die Knoten, die aus dem DGM-TIN abgeleitet werden, machen bei Verwendung des einfachen radial-topologischen Algorithmus nur 10 % aus, nach dem Löschen der redundanten Punkte haben sie noch einen Anteil von 20 % der Gesamtknotenanzahl. Bedingt durch die geringe Reliefenergie im flachen Gebiet mit der einhergehenden geringen Anzahl von notwendigen DGM-Punkten und der resultierenden großen flächenhaften Ausdehnung der DGM-TIN-Dreiecke steigt die Anzahl der berechneten Schnittpunkte in diesen Bereichen. Sie erreicht 50 % der Gesamtknotenanzahl im integrierten Modell. Nach dem Löschen der redundanten Daten beträgt der Anteil der Schnittpunkte noch 40 % der Gesamtknotenanzahl.

Zusammenfassend kann hinsichtlich der angepassten Datenreduktion festgehalten werden, dass die Nutzung eines Schwellwertes von nur 1 *m*, d. h. die Anpassung der geometrischen Genauigkeit des integrierten Modells an die Genauigkeitsspezifikation des DGM5 (Qualitätsstufe 2, vgl. WASHAUSEN, 1992), zu einer Datenreduktion von rund 80 % gegenüber den vollständigen Modellen führt. Für den Schwellwert von 3 *m* (Genauigkeitsspezifikation des ATKIS-Basis-DSM; ADV, 1995) verringert sich das Datenvolumen im integrierten Modell um etwa 90 %. Die Angaben variieren mit den Relieftypen. Vor allem in flachen Gebieten sind deutlich weniger Daten notwendig, da das DGM-TIN nur eine geringe Anzahl von Knoten hat und den größten Anteil zur Datenreduktion beiträgt. Als wichtigster Schritt zur Datenreduktion im integrierten Modell ist die adaptive Triangulation des DGM-TIN zu nennen. Die Datenreduktion im DSM hat in den Bereichen des Mittelgebirges bei Ebergötzen und der Endmoränenlandschaft von Damme einen größeren Einfluss auf die Gesamtknotenanzahl als die Vermeidung der redundanten Daten mit dem erweiterten radial-topologischen Algorithmus. Dies verhält sich im Testgebiet Leine anders. Dort ist es wichtig, den erweiterten radial-topologischen Algorithmus für die Berechnung eines integrierten Modells zu verwenden, da die Anzahl der redundanten Punkte größer wird als die Anzahl der Punkte, die durch die Datenreduktion im DSM gefiltert werden. Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass z. B. in Niedersachsen 90 % der Fläche zum Tiefland mit einer Höhe von weniger als 200 *m* über dem Meeresspiegel gehört und damit relativ flach und homogen ist (NIEDERSÄCHSISCHES LANDESAMT FÜR STATISTIK, 1998), ist die Vermeidung von redundanten Daten im integrierten Modell nachdrücklich zu empfehlen.

7.3. Vergleich der Verfahren

Eine Beurteilung oder Bewertung von Verfahren erfordert immer die Betrachtung und Beachtung unterschiedlicher Kriterien, die sich an aktuellen Anforderungen orientieren. Eine Beurteilung muss unter Berücksichtigung von Rahmenbedingungen erfolgen. Die Aufstellung eines Kriterienkatalogs, der zur allgemeinen Beurteilung von Modellierungsverfahren alle potenziell möglichen Bedürfnisse von Datennutzern abdeckt, ist nicht das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Bei einem Vergleich hingegen kann versucht werden, die Unterschiede zwischen Ansätzen darzustellen. Anhand von Vergleichskriterien kann die Beurteilung der Modellierungsverfahren projektbezogen vorgenommen werden, bzw. es können vergleichende Beurteilungen durchgeführt werden, die ggf. für eine spezielle Aufgabe überprüft werden müssen.

Die folgende Auflistung von Vergleichskriterien orientiert sich konsequenterweise an den kritischen, nur in beschränktem Maße vergleichenden Einzelbetrachtungen zu den Modellierungsansätzen in den Abschnitten 4.7 und 6.8. Mögliche Vergleichskriterien stellen die folgenden Punkte dar:

1. Kompatibilität der Ansätze mit bestehenden Datensätzen;
2. Kompatibilität der Ansätze mit bestehenden Modellierungsansätzen;
3. Kompatibilität der Ansätze mit bestehender GIS-Software;
4. Definitionsbereiche der Modellierungen und die Verwendbarkeit der Ansätze für eine Zuweisung von Höheninformation an die unterschiedlichen Geometrietypen Punkt, Linie und Fläche;
5. Qualität der Modellierung und die Möglichkeit ihrer Steuerung;
6. numerischer Aufwand der Integration bzw. beim Aufbau des integrierten Modells;
7. Analyse der Datenmodelle und räumliche Abfragen bzw. räumliche Indizierung;
8. Speichervolumen und Beschreibungslänge der Objekte;
9. Präsentation der Landschaftsmodelle.

Bezieht man sich bei einem Vergleich der Modellierungsansätze auf die vier Grundaufgaben von GIS, nämlich die Erfassung, Verwaltung, Analyse und Präsentation von raumbezogenen Daten (vgl. Abs. 1.1; z. B. BILL & FRITSCH, 1994), so ist die Erfassung mit Punkt 6 verbunden. Die Verwaltung betrifft Punkt 7 der Vergleichskriterien, die Analyse wird ebenfalls in Punkt 7 angesprochen und die Präsentation der Daten wird unter Punkt 9 behandelt.

Die Kompatibilität der Ansätze mit flächenhaft existierenden Datensätzen (Punkt 1) stellte zwecks Investitionssicherung ein Ziel der Arbeit dar. Die dargestellten Verfahren nutzen beide als Eingangsdaten die ATKIS-DGM und ATKIS-DSM und sind vom Dimensionsansatz her 2.5-dimensional.

Die Verwendbarkeit von bestehenden Modellierungsansätzen (Punkt 2) ist teilweise eng verknüpft mit der Verwendbarkeit von bestehender GIS-Software (Punkt 3) und für die beiden Verfahren unterschiedlich zu bewerten. Als "Datenmodell" für Polynomflächenobjekte kann ein einfaches Datenmodell, wie z. B. die in Abschnitt 2.2.2 dargestellte Landkarte in Verbindung mit einer Attributierung der Landschaftsobjekte, verwendet werden. Insofern sind Polynomflächenobjekte mit bestehenden flächenhaften Modellierungsansätzen kompatibel. Polynomflächenobjekte können mit den verfügbaren Softwaresystemen verarbeitet werden, sofern die Systeme eine ausreichende Beschreibungslänge an den Attributen zulassen. Diese ist für die erforderliche numerische Stabilität des Verfahrens notwendig. Um eine Auswertung der attributiven Höheninformation zu gewährleisten, müssen entsprechende Funktionen mit einer GIS-Software bereitstellbar sein. Da es sich um eine neues Verfahren handelt, existiert derzeit keine kommerziell verfügbare Software für den Aufbau eines flächenhaften Datensatzes von Polynomflächenobjekten.

Die integrierte Modellierung der Landschaft auf der Grundlage von Triangulationen ist nur eingeschränkt kompatibel mit Datenmodellen, die in verfügbaren GIS-Softwaresystemen realisiert sind. Für kleine Anwendungen ist mit Systemen, die eine allgemeine Datenbankschnittstelle haben, eine Implementierung im Sinne eines Kompromisses möglich. Das integrierte Datenmodell kann relativ einfach relational in einer relationalen Datenbank abgespeichert werden und dann über die Datenbankschnittstelle abgefragt werden. Ansätze hierzu finden sich z. B. bei PILOUK (1996). Dies stellt jedoch nur einen Kompromiss dar, der für kleine Gebiete eingesetzt werden kann. Für große Gebiete und landesweite Modellierungen ist diese Vorgehensweise aufgrund der Duplizierung der DSM-Geometrien nicht praktikabel. Weitere Nachteile entstehen, falls das integrierte Modell in der Datenbank nicht raumbezogen abgefragt werden kann. Dies ist gegeben, wenn die Dreiecke zu einem flächenhaften Objekt mit der Objekt-ID und nicht mit dem Umringspolygon des Objektes in der Datenbank als Suchkriterium abgefragt werden. Als Alternative kann jedes entstehende Dreieck des DGM-DSM-TIN als Objekt mit den Attributen des flächenhaften Elternobjektes des DSM versehen werden; allerdings ist ohne die Einführung von komplexen Objekten die ursprüngliche fachliche Gliederung der Ebene nicht mehr gegeben, da keine Aggregation der Objekte erfolgt. Die Dreiecke müssen dementsprechend Referenzen auf ihre Elternobjekte erhalten bzw. es müssen *komplexe Objekte* gebildet werden (vgl. die simplizialen *Komplexe* in Abs. 2.2.3). Falls eine GIS-Software dies unterstützt, ist eine Kompatibilität gegeben. Die Berechnung integrierter Modelle mit kommerziell verfügbarer Software ist mit Einschränkung möglich. ABDELGUERFI et al. (1997) verwenden teilweise Routinen von Arc/Info für ihre Arbeiten. Es gelten die in Kapitel 6 diskutierten algorithmischen Defizite bzw. Restriktionen für die korrekte Implementierung der verwendeten Algorithmen.

Die simplizialen Komplexe sind darüber hinaus kompatibel mit bestehenden höherdimensionalen Modellierungsansätzen, wie sie von BREUNIG (2000) für 3D- und 4D-Ansätze und von PILOUK (1996) für den 3D-Fall beschrieben werden. Die objektstrukturierte Modellierung der Erdoberfläche mit einem DGM-DSM-TIN kann damit als Grundlage für höherdimensionale Anwendungen dienen, bei denen nicht nur die Erdoberfläche, sondern der 3D-Raum sowie zeitliche Aspekte betrachtet werden. Diese Kompatibilität ist für den Ansatz mit den Polynomflächenobjekten bisher nicht gegeben.

Mit Punkt 4 werden die Definitionsbereiche der Modellierungsansätze angesprochen und die Verwendbarkeit der Ansätze für eine Höhenzuweisung für die Geometrietypen Punkt, Linie und Fläche. Dieser Aspekt ist vor dem Hintergrund der Diskontinuitäten von Interesse, die bei der Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten entstehend. Auf den Geometrien der Polynomflächenobjekte tritt bei den aus den Attributen adjazenter Objekte gebildeten Höhenwerten i. Allg. eine Zweideutigkeit auf. Die Attribute und damit die Modellierungen sind in dem Bereich nicht konsistent. Daraus folgt, dass diese Bereiche aus dem Definitionsbereich der Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten ausgeschlossen werden müssen, oder es müssen Mechanismen geschaffen werden, die eine Konsistenz ermöglichen. Eine entsprechende Möglichkeit wäre, für die Berechnung von Höhenwerten in diesen Gebieten ein Gitter zu rekonstruieren und die Gitterpunkte für eine Höhenberechnung mit herkömmlichen Methoden (vgl. Abs. 2.4.4) zu verwenden.

Der Ausschluss der geometrischen Örter der Objektgeometrien aus dem Definitionsbereich der Modellierung führt über zur Verwendbarkeit des Ansatzes mit verschiedenen Geometrietypen bei einer Höhenzuweisung, z. B.

durch eine Verschneidungsoperation. Innerhalb der Polynomflächenobjekte kann dieser Ansatz für alle Geometrietypen verwendet werden, da dort die Fläche stetig ist. Wird eine Zuweisung der Höheninformation bei nur partieller Überlappung von Objekten an andere flächenhafte Objekte wie DSM-Objekte vorgenommen, so kommt es zu Diskontinuitäten bzw. zur Existenz geometrischer Örter innerhalb der Objekte, die vom Definitionsbereich der Modellierung ausgeschlossen sind. Ein ähnlicher Gedankengang gilt für linienhafte Objekte. Soll für ein beliebiges linienhaftes Objekt Höheninformation aus Polynomflächenobjekten abgeleitet werden, so kommt es zwangsläufig zur Bildung von Absätzen entlang des Objektes. Dies führt z. B. für Straßen dazu, dass diese ggf. als nicht befahrbar erscheinen und bei Gewässern "Abflussbarrieren" oder nicht existente "Wasserfälle" als Artefakte entstehen. Für linienhafte Objekte gilt weiterhin, dass z. B. in ATKIS die Verkehrs- und Gewässernetze für die Bildung von flächenförmigen Objekten verwendet werden. Auf den Geometrien der flächenhaften Objekte kommt es ebenfalls zur Absatzbildung. Punktförmige Objekte können dementsprechend nur mit Höheninformation versehen werden, wenn ihre Lage in der Ebene innerhalb des Definitionsbereichs, d. h. innerhalb der Polynomflächenobjekte, liegt. Diese Problematik stellt sich nicht mit TIN, die Oberfläche wird stetig modelliert. Der Definitionsbereich deckt die horizontale Ebene vollständig ab, ggf. müssen Aussparungsflächen im DGM-TIN berücksichtigt werden (vgl. Abs. 2.4.1). Das DGM-DSM-TIN ist unter dieser Restriktion in der Lage, auch linien- bzw. flächenhaften Objekten stetige Höheninformationen zuzuweisen. Entsprechend können punktförmige Objekte unter Berücksichtigung der Aussparungsflächen beliebig in der horizontalen Ebene liegen.

Punkt 5 nennt die Qualität der Modellierung und ihre Steuerbarkeit als Vergleichskriterien. Bei dem Verfahren der Integration von DSM und DGM mittels Triangulation bleibt die Form der Reliefoberfläche, d. h. die eingeführte Genauigkeit der Repräsentation des Reliefs, erhalten. Der Detaillierungsgrad, der in den Ausgangsdatsätzen DGM und DSM enthalten ist, bleibt bei einer Integration ohne Ausdünnung der Daten unverändert. Die Genauigkeit der Beschreibung einer Geländeoberfläche kann über Einführung von Schwellwerten bei einer ggf. durchzuführenden Datenreduktion gut kontrolliert werden. Es handelt sich um ein *interpolierendes* Verfahren. Demgegenüber handelt es sich bei der Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten um ein *approximierendes* Verfahren. Es findet eine Form der Tiefpassfilterung statt. Kleinere Strukturen im Relief werden ggf. durch die Polynomflächenobjekte gefiltert und können nicht mehr rekonstruiert werden. Es geht Information verloren. Aufgrund der Approximation können Artefakte in der Oberfläche entstehen, welche die lokalen morphologischen und hydrologischen Eigenschaften beeinflussen. Die Steuerung der Qualität der Modellierung bzw. der Tiefpassfilterung ist nur in eingeschränktem Maße möglich (vgl. Kap. 4), eine vollständige Kontrolle wie bei der Verwendung des DGM-DSM-TIN ist nicht gegeben.

Der Aufwand der Berechnung der integrierten Modelle wird unter Punkt 6 als Vergleichskriterium aufgeführt. Die Komplexität der mit den Modellierungen einhergehenden Verfahren wurde in den Einzeldarstellungen der Verfahren ausgiebig diskutiert. Da die Polynomflächenobjekte durch aufwendige numerische Verfahren extrahiert bzw. die Polynomflächenparameter mit entsprechend aufwendigen Verfahren berechnet werden, stellt dies einen limitierenden Faktor des Modellierungsansatzes dar. Es sind Verfahren erforderlich, die i. Allg. kubisches Laufzeitverhalten aufweisen (z. B. die Matrizenmultiplikation als Teil der Ausgleichungen, vgl. Abs. 4.5.5; bzw. Matrizeninversionen oder SVDs). Bei der Zuweisung von Höheninformation durch eine Verschneidung sind ggf. zusätzliche Gleichungssysteme zu lösen, um die Polynomparameter der entstehenden Objekten auf deren Schwerpunkt zu beziehen. Andernfalls sind für diese Objekte zwei weitere Attribute mit den Bezugskoordinaten der Polynomparameter einzuführen. Hinzu kommt, dass bei der abschließenden Berechnung der Polynomparameter durch die Pufferung der Objekte etliche Punkte mehrmals genutzt werden. Demgegenüber wird bei einer Triangulation jeder Punkt nur einmal verwendet. Als Vorstufe für die Extraktion ist beim gegenwärtigen Stand der Entwicklung die Berechnung eines regelmäßigen Gitters erforderlich. Bei Triangulationen gibt es eingeführte Verfahren für regelmäßige und unregelmäßige Punkthaufen, und auch die Algorithmen zur Integration von DGM-TIN mit dem DSM können problemlos mit beiden Punktverteilungstypen arbeiten. Da die Geometrien der Polynomflächenobjekte aus einer Segmentierung des Quadratgitters entstehen, kommt es zu dem bekannten Treppeneffekt, der ggf. mit Linienvereinfachungsalgorithmen bearbeitet werden muss. Ein derartiger Verfahrensschritt ist bei Triangulationen nicht notwendig. Zusammenfassend ist festzustellen, dass das Verfahren der Integration von Höheninformation mit Polynomflächenobjekten beim Stand der Entwicklung erheblich aufwendiger ist als das Verfahren auf der Grundlage von Triangulationen.

Punkt 7 der Vergleichskriterien ist der Analyse der Datenmodelle und den räumlichen Abfragen bzw. der Indizierung der Objekte gewidmet. Das DGM-DSM-TIN fügt sich aufgrund seiner Kompatibilität mit bestehenden Verfahren und seiner vollständig diskreten Randdarstellung in die existierenden Ansätze der räumlichen Indizierung ein. BREUNIG (2000, 1996) behandelt entsprechende Ansätze der effizienten Verwaltung von simplizialen Komplexen mit raumbezogenen Datenbankverwaltungssystemen. GAEDE & GÜNTHER (1998) geben einen allgemeinen Überblick zu räumlichen Zugriffsmethoden. Demgegenüber handelt es sich bei der Modellierung mit Polynomflächenobjekten um eine Vermischung von kontinuierlicher und diskreter Randdarstellung. Der ebene

Umring eines Polynomflächenobjektes wird diskret durch die Punkte und Knoten seiner Geometrien beschrieben. Eine ebene räumliche Indizierung (2D-Indizierung) ist damit möglich. Für die Höheninformation gilt dies nicht. Die Polynomflächenobjekte können prinzipiell beliebige Höhenbereiche als Wertebereiche ihrer Funktionen annehmen. Die Ermittlung des Wertebereiches bzw. die Berechnung der *impliziten (lokalen) Extrema* ist nur mit aufwendig zu implementierenden Methoden der Analysis möglich. Ein Hilfskonstrukt zur Lösung des Problems stellt die Einführung von zwei weiteren Attributen für jedes Objekt dar, den minimalen und maximalen Höhenwert innerhalb der Objekte. Diese *attributiven Extrema* können dann zum Aufbau einer höherdimensionalen Zugriffstruktur auf der Grundlage von minimal umschließenden 3D-Quadern ähnlich wie den minimal umschreibenden, an den Koordinatenlinien ausgerichteten 2D-Quadern, den Rechtecken, verwendet werden.

Die Analyse von TIN unter morphologischen oder hydrologischen Aspekten ist Gegenstand zahlreicher Untersuchungen, die hier nicht alle aufgezählt werden können. Hinweise hierzu finden sich in der Literatur zu DGM und Triangulationen. Die Analyse von Polynomflächenobjekten ist aufgrund der impliziten Höhenmodellierung gegenüber TIN erheblich aufwendiger; hinzu kommen die unter Punkt 4 aufgeführten Probleme des ggf. eingeschränkten Definitionsbereichs der Modellierung und das Auftreten von Artefakten (Punkt 5), bedingt durch das Approximationsverfahren.

Unter Punkt 8 der Vergleichskriterien sind Speichervolumen und Beschreibungslänge der Objekte angeführt. Die große Anzahl von Dreiecken eines DGM-DSM-TIN kann hinsichtlich Datenvolumen und Performance von Operationen problematisch werden, sie kann aber mit Linien- und Flächenvereinfachungsverfahren kontrolliert verringert werden. Ggf. sind auch hierarchische DGM-DSM-TIN denkbar. Gegenüber den Polynomflächen ist bei der dreiecksbasierten Integration zur Beschreibung der Oberfläche innerhalb der flächenhaften Objekte aufgrund ihrer Diskretisierung deutlich mehr Speicherplatz erforderlich, da alle Stützpunkte und die Topologie der Dreiecke mitgespeichert werden müssen. Dies resultiert in einer deutlich größeren Beschreibungslänge der Objekte.

Bei Polynomflächenobjekten ist in Abhängigkeit des Polynomgrades des Objektes mehr Speicherplatz für die Polynomparameter (Attribute) erforderlich, wobei auf die numerische Stabilität zu achten ist. Für die hier verwendeten Ansätze bedeutet das einen maximalen Speicheraufwand von 28 Attributen. Der Funktionsansatz kann aus der Anzahl der besetzten Polynomparametern abgeleitet werden; als Bezugskoordinaten können die implizit durch den Objektumring gegebenen Schwerpunktskoordinaten genutzt werden. Ggf. sind Qualitätsparameter zu ergänzen. BUZIEK (1993) postuliert daher bei Verwendung von Polynomflächenobjekten zur Modellierung des Reliefs einen Kompressionseffekt für das DGM. Diese Frage kann mit den hier durchgeführten Untersuchungen nicht eindeutig beantwortet werden, da sie von sehr vielen Faktoren abhängig ist. Zum einen gibt es für Quadratgitter bzw. TIN sehr effiziente Speicherungs- und Kompressionsverfahren (z. B. DE FLORIANI et al., 1998; KIDNER & SMITH, 1997; WARE & KIDNER, 1997; FRANKLIN & SAID, 1996; FRANKLIN, 1995). Diese in der Praxis erzielbaren Kompressionsraten müssten von einem neuen Verfahren zur Datenkompression verbessert werden, um Polynomflächenobjekte sinnvoll im Zusammenhang mit Kompressionsverfahren zu betrachten. Auf der anderen Seite kann bei der Verwendung von Polynomflächenobjekten zur Modellierung des Reliefs nicht einfach davon ausgegangen werden, dass das Relief allein durch die Polynomparameter komprimiert wird. Zur Bildung der Polynomflächenobjekte sind Geometrien erforderlich. Die Form der Geometrien ist abhängig davon, auf welche Weise sie entstanden sind. Bei einer Segmentierung des Reliefs kommt es zum Treppeneffekt mit einer großen Anzahl von Knickpunkten in den Geometrien. Wählt man ein kleines betragsmäßig maximal erlaubtes Residuum für die initiale Extraktion, so wird das Relief nahezu mit Gitterstruktur segmentiert, und es ergibt sich kein Kompressionseffekt. Im Gegenteil, da bei der Bildung der Objekte zusätzliche Informationen wie Objekt-IDs, Referenzen auf Geometrien, Topologie etc. gespeichert werden müssen, kann es zu einer Datenvolumenvergrößerung kommen. Entsprechende Untersuchungen von HETTWER (1998) weisen sinngemäß in diese Richtung. Wählt man ein größeres betragsmäßig maximal erlaubtes Residuum, so entstehen Treppengeometrien, die ggf. mit Linienvereinfachungsalgorithmen und vorzugebenden Toleranzwerten ausgedünnt werden. Die Größe der Polynomflächenobjekte bei der Extraktion ist abhängig von dem maximal implementierten Polynomgrad. Aus dieser Diskussion wird klar, dass die Polynomflächenobjekte auf der Grundlage etlicher Vorgaben und Konventionen entstehen und daher keine objektive Aussage über das erforderliche Speichervolumen erlauben.

Der letzte, abschließende Vergleichspunkt 9 spricht die Präsentation bzw. Visualisierung von Daten an. Berücksichtigt man, dass das Thema dieser Arbeit die Integration von Höheninformation und objektstrukturierten 2D-Modellen darstellt, so sind in diesem Zusammenhang vor allem Visualisierungen von Interesse, welche die Darstellung der Höheninformation einschließen, z. B. perspektive Ansichten von objektstrukturierten Landschaften. Der Aspekt wird von ABDELGUERFI et al. (1997) direkt im Zusammenhang mit dem DGM-DSM-TIN angeführt, da dieses eine Visualisierung des integrierten Modells leicht zulässt. Den entsprechenden Dreiecken der Objekte werden für einen Import in eine Visualisierungssoftware in Abhängigkeit der Objektart Attribute zugewiesen. Dabei kann es sich z. B. um Farbwerte handeln, wodurch die Objekte in einer perspektiven Ansicht objektstrukturiert farblich gekennzeichnet bzw. visualisiert werden können.

Da die Form der Oberfläche bei Polynomflächenobjekten durch die Polynomparameter beschrieben wird, müssen diese für eine perspektive Darstellung ausgewertet werden. Das kann etwa durch eine Diskretisierung bzw. Berechnung eines Gitters oder Dreiecksnetzes geschehen, um die Fläche z. B. durch ein Drahtmodell zu visualisieren. Ohne dies im Detail auszuführen, folgt daraus, dass dementsprechend die Verwendung von Polynomflächen zur Modellierung des Reliefs gegenüber Triangulationen einen Mehraufwand an Rechenoperationen erfordert, um zu einer räumlichen objektstrukturierten Darstellung der Landschaft zu gelangen. Verfahren zur Dreiecksnetzgenerierung als Diskretisierung von gekrümmten Flächen werden u. a. von KLEIN (1995) beschrieben. Allgemeine Aspekte der Computergraphik finden sich bei FOLEY et al. (1997) und sollen hier nicht weiter vertieft werden.

Zusammengefasst ist aus dieser Diskussion ersichtlich, dass das Verfahren der Höhenintegration mit Polynomflächenobjekten gegenüber der Integration mittels Triangulationen rechentechnisch deutlich aufwendiger, bei der Approximation in seiner Qualität der Oberflächenbeschreibung schlechter kontrollierbar, in der raumbezogenen Analyse und räumlichen Indizierung aufwendiger und mit bestehenden Verfahren der Analyse und Visualisierung nur eingeschränkt kompatibel ist. Der Definitionsbereich des Modellierungsansatzes ist aufgrund der Zweideutigkeit der Höhen auf den Objektgrenzen eingeschränkt. Damit ist es für allgemeine Anwendungen im Vergleich zur Integration auf der Grundlage von Triangulationen nur bedingt zu empfehlen.

Das Verfahren der Integration von Höheninformation mittels Triangulationen fügt sich jedoch besser in bestehende Ansätze der Erfassung, Verwaltung, Analyse und Präsentation von raumbezogenen Daten ein. Problematisch kann die aus der Diskretisierung der Oberfläche entstehende große Anzahl von Dreiecken sein. Dieser Umstand kann mit dem redundanzfreien Datenmodell sowie bestehenden und beschriebenen Verfahren der Vereinfachung von DGM-TIN und DSM-Geometrien kontrollierbar beeinflusst werden. Angesichts des technischen Fortschritts bei Rechenleistung, Speichervolumen und Zugriffszeiten von GIS-Systemen und der Möglichkeit der kontrollierbaren Datenreduktion sollte die Anzahl von Dreiecken in einem integrierten Modell in absehbarer Zeit kein limitierender Faktor mehr sein.

8. Offene Probleme und mögliche Ansätze für weitere Forschung

Ein Nachteil der Integration von Höheninformation und DSM mittels Triangulationen ist, dass beim Stand der Entwicklung keine gegenseitige semantisch-geometrische Überprüfung der Daten stattfindet. Bislang handelt es sich um ein Verfahren, das im Sinn einer Verschneidung die Daten einander zuordnet. Es ist wünschenswert, die Konsistenz der Daten beim Einrechnen von DSM in DGM-TIN zu überprüfen. Hierfür sind entsprechende Regeln und zusätzliche Mechanismen notwendig, wie im Fall einer Inkonsistenz von DGM und DSM im Weiteren verfahren werden soll. Es wäre ggf. zu prüfen, ob die Bildung der langen schmalen Dreiecke ("Nadeldreiecke") beeinflusst werden kann. Während dies weiterhin die getrennte Erfassung von DGM und DSM bedeutet, können die Probleme der Inkonsistenz bereits bei einer *integrierten 2.5D-Erfassung von Geobasisdaten* aufgedeckt bzw. vermieden werden. Hierzu sind ggf. weitere Untersuchungen und Entwicklungen zwecks Automatisierung der Verfahren notwendig.

Das hier beschriebene Verfahren der Berechnung eines redundanzfreien integrierten Modells unter Berücksichtigung aller geometrischen Konstellationsmöglichkeiten stellt bislang ein indirektes Verfahren dar, welches daher nur bedingt effizient arbeitet. Das Ziel muss sein, ein direktes Verfahren zu entwickeln, das keinen zusätzlichen Speicherplatz und weitere Rechenzeit benötigt. Falls die Integration auf der Grundlage von triangulierten Quadratgitter-DGM erfolgen soll, sind weitere Untersuchungen zur Interpretation der vorgestellten Kriterien zur Lösung des neutralen Falls der DELAUNAY-Triangulation in der Gitterzelle denkbar.

Den Aspekt der Fortführung des integrierten Datenmodells müsste man nunmehr weiterführend ausarbeiten. Ansätze hierzu wurden bereits von KLÖTZER (1997) vorgestellt und sollten unter Berücksichtigung des redundanzfreien Datenmodells und der weiteren Ergebnisse dieser Arbeit vertieft untersucht werden.

Während die genannten Punkte die weitere Forschung betreffen, ist es ebenso interessant, das vorgestellte Verfahren mit einer Implementierung in einer GIS-Software einer konkreten Anwendung zuzuführen. Dabei sind vor allem die Bearbeitung großer Gebiete (vgl. TERRIBILINI, 1999; ABDELGUERFI et al., 1997) oder landesweiter Datensätze zwecks Performancetests und Untersuchungen zum Datenvolumen von Interesse. Auf die ggf. durchzuführende angepasste Vereinfachung von Gitter-DGM und dem DSM mit dem Ziel einer homogenen Genauigkeitssituation (Höhe und Lage) und der Vermeidung redundanter Daten in den Eingangsdatensätzen wurde hingewiesen. Es wurden hierzu entsprechende einführende Untersuchungen vorgestellt.

Ebenso wie bei der Integration von DGM und DSM auf der Grundlage von Triangulationen lässt der Ansatz der Modellierung des Reliefs mit Polynomflächenobjekten Raum für weiterführende Untersuchungen. Zunächst wäre eine modifizierte Vorgehensweise bei der Extraktion der Objekte denkbar. Bisher wird beim Testen eines Punktes aus dem Objektpuffer nur dieser in einer sequentiellen Ausgleichung berücksichtigt. Dies kann dahingehend erweitert werden, dass die bei dem hier angewandten Verfahren durchgeführte Pufferung der Objekte zur Verringerung der Diskontinuitäten bereits bei der Gebietsvergrößerung berücksichtigt wird. Damit wäre ggf. eine lokale Verschlechterung der Genauigkeitssituation durch die Pufferung der Objekte nach der initialen Extraktion vermeidbar. Ebenso kann die Zuordnung der Abdeckungsflächen an die initial extrahierten Objekte überdacht werden. Da nach der Pufferbildung einer einzelnen Gitterzelle für die Berechnung der Polynomparameter neun Gitterpunkte zur Verfügung stehen, kann mit diesen bereits ein Polynom höheren Grades unter Berücksichtigung eines minimalen Verhältnisses von Beobachtungen zu Unbekannten berechnet werden.

Neben diesen Modifikationen der Berechnungsverfahren könnte man die Eingangsdaten um die Strukturinformation ergänzen. Da es bei dem vorgestellten Verfahren zur Berücksichtigung der Objektkompaktheit in einem Testgebiet nach der Pufferung der Objekte zu Problemen kam, könnte untersucht werden, ob ein Extraktionsverfahren gebietsbezogen gewählt werden soll. Die Überprüfung der Regularität der Gleichungssysteme kann durch die Berücksichtigung der Koordinatenlinien bzw. Parameterlinien verbessert werden, da das hier verwendete Verfahren bislang nur in Verbindung mit einer sich der Extraktion anschließenden Pufferung eine Redundanz in beiden Koordinatenlinienrichtungen gewährleistet.

Ein Aspekt, der bei den bisherigen Untersuchungen noch nicht im Detail berücksichtigt wurde, ist die Bearbeitung von großen Gebieten mit diesem Ansatz. Dies wurde nur kurz bei der Beschreibung der Struktur der Matrix der Bedingungsgleichungen (s. Abb. 4.15) im Rahmen einer globalen Ausgleichung angesprochen. Das Problem von großen Gebieten stellt sich nach den hier durchgeführten Untersuchungen im Wesentlichen bei der Extraktion der Objekte. Falls dies mit einer Einteilung des Gesamtgebietes in Bearbeitungsabschnitte durchgeführt wird, kommt es dazu, dass die Grenzen der Bearbeitungsabschnitte teilweise zu Objektgrenzen bei den Polynomflächenobjekten werden. Es sollten daher Verfahren entwickelt werden, die eine blattschnittfreie Extraktion der Objekte ermöglichen. Ein möglicher Ansatz wäre, zunächst Objekte für verschiedene Bearbeitungsabschnitte zu extrahieren, um im Anschluss daran die Objekte, deren Geometrien zum Teil aus Bearbeitungsabschnittsgrenzen bestehen, zu überarbeiten.

Zusätzlich zu diesen Verfeinerungen des bestehenden Extraktionsansatzes für Quadratgitter-DGM wäre es interessant, den konzeptionell vorgestellten Extraktionsalgorithmus für unregelmäßige Punkthaufen zu implementieren, um ausschließlich mit originären Daten arbeiten zu können und um auf den zusätzlichen Arbeitsschritt der Gitterberechnung verzichten zu können. Dieser hat einen bislang nicht weitergehend untersuchten Einfluss auf das Ergebnis. Eventuell kann ein Algorithmus, der für unregelmäßige Punkthaufen konzipiert ist, mit einer Änderung des Einfügekriteriums auch auf andere Probleme der raumbezogenen Analyse angewendet werden, bei denen ein Gebietswachstum mit entsprechenden Punktverteilungen durchgeführt werden soll. Darüberhinaus könnte der mit der Approximation einhergehende Glättungseffekt des Reliefs genauer untersucht werden. Ggf. wäre zu prüfen, ob dieser für andere Anwendungen genutzt werden kann, z. B. für eine Generalisierung des Reliefs.

Bei diesen Hinweisen ist zu beachten, dass die Diskontinuitäten auf den Objektgrenzen mit diesem Ansatz der Modellierung noch nicht vermieden werden können. Die Verwendung von Triangulationen ermöglicht die Modellierung einer stetigen Oberfläche. Es sollten auch andere Verfahren der geometrischen Modellierung (z. B. PIEGL & TILLER, 1995; FARIN, 1994a, 1994b; HOSCHEK & LASSER, 1992) für den Aufbau integrierter Datenmodelle überprüft werden, um für bestimmte Gebiete eine stetig differenzierbare Modellierung zu ermöglichen.

Dank

Eine Arbeit wie die vorliegende ist selten das alleinige Produkt eines Einzelnen, so auch in diesem Fall. Viele Institutionen und Personen haben sie erst ermöglicht.

Zuerst möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. GRÜNREICH danken, der die initiale Anregung zu der Arbeit gab, mich bei der Bewerbung für das Stipendium bei der Deutschen Bundesstiftung Umwelt (DBU) unterstützte und auch nach seiner beruflichen Veränderung mit Rat und Tat zur Seite und als Gutachter zur Verfügung stand. Der DBU gilt mein Dank für die finanzielle Unterstützung während der drei Jahre und das interessante interdisziplinäre Umfeld, aus dem ich Anregungen auf den Stipendiatenseminaren erfuhr.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. HEIPKE, der sich nach den personellen Veränderungen am Institut für Kartographie (IfK) bereit erklärte, das Hauptreferat der Arbeit zu übernehmen. Er diskutierte mit mir etliche Stunden in die Abende hinein und gab viele wertvolle Anregungen und Hinweise. Sein kritisches Hinterfragen meiner Ansätze inspirierte mich und führte zu sehr interessanten Aspekten. Ebenso gilt mein Dank Frau Prof. Dr.-Ing. SESTER für die Übernahme des Korreferats und ihre Kommentare während der finalen Bearbeitung des Themas sowie Herrn Prof. Dr. BREUNIG für die kurzfristige Bereiterklärung zur Erstellung eines Gutachtens und seine weiteren Hinweise.

Meinen ehemaligen Kollegen am IfK danke ich für die vielen Unterstützungen, die ich im Lauf der Jahre erhalten habe. Insbesondere danke ich Herrn Dr.-Ing. BUZIEK für die vielen fachlichen Diskussionen, aus denen etliche Anregungen resultierten, und Herrn Dipl.-Ing. KRUSE sowohl für die fachlichen Diskussionen und Hilfe beim Einsatz von *TASH* als auch für die Unterstützung bei der Administration der Rechenanlagen, an denen ich gearbeitet habe. Weiter danke ich Herrn Dipl.-Ing. WILKE für die vielen Diskussionen zum Thema der Reliefanalyse und Herrn Dipl.-Inform. KOCH für seine Hilfe bei zahlreichen Fragen in der Informatik. Mein Dank gilt ebenso Herrn Dipl.-Ing. HETTWER, der in seiner Diplomarbeit über die Modellierung des Reliefs mit Polynomflächen viele Ideen entwickelt hat, die ich in meiner weiteren Ausarbeitung aufgegriffen habe. Aus den weiteren Diskussionen mit ihm resultierten ebenfalls interessante Aspekte.

Herrn Prof. Dr.-Ing. MEIER, Dresden, danke ich für die ausführlichen Hinweise, die er mir zum Thema der Triangulation von Quadratgittern und den Eigenschaften der entstehenden stückweise linear interpolierenden Oberflächen gab.

Herrn Dipl.-Math. KLEINER vom Institut für Informatik, Universität Hannover, danke ich für die Unterstützung bei den Beweisen zu den Optimierungskriterien bei degenerierten DELAUNAY-Triangulationen und für weitere Diskussionen zur Matrizenmultiplikation und der UML. Herrn Dipl.-Inform. KLÖTZER danke ich für die Überlassung der elektronischen Fassung seiner äußerst interessanten Diplomarbeit, deren Vorstellung bei der AGA'97 ein Initiator für meine Untersuchungen zur Integration von DGM und DSM mittels Triangulationen war.

Der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG), Koblenz, und dabei vor allem den Herren Dr. BEHRENS und BROCKMANN, danke ich für die Überlassung der Testdaten im Saar-Gebiet. Die anderen Testdaten wurden freundlicherweise von der Landesvermessung und Geobasisinformation Niedersachsen (LGN) zur Verfügung gestellt.

Der Firma ESRI danke ich für die finanzielle Unterstützung bei der Teilnahme an der GIScience 2000 in Savannah, Georgia, bei der ich Teilergebnisse dieser Arbeit vortrug.

Neben diesen namentlich genannten Personen und Institutionen gilt mein weiterer Dank den zahllosen Menschen, die uneigennützlich die Ergebnisse ihrer mühevollen Arbeit in Form von frei zugänglichen und qualitativ hochwertigen Programmen im Internet zur Verfügung stellen. Von ihnen habe ich sehr viel gelernt, und ohne das Betriebssystem *Linux* und Programme wie *triangle*, *JAVAMESH*, *xemacs*, den *ddd* (*DataDisplayDebugger*), den *GNU C-Compiler*, *pstoedit*, *xfig*, *jfig*, \LaTeX mit Zusatzprogrammen, *GRASS*, *LandSerf*, *GMT* (*Generic Mapping Tools*) usw. wäre das Erstellen dieser Arbeit erheblich erschwert worden und das Ergebnis hätte in seiner Qualität deutlich gelitten.

Keiner dieser Beiträge war jedoch so wesentlich wie die Unterstützung, die ich von meinen Eltern, meiner Schwiegermutter und meiner Familie erfahren habe. Nur durch diesen Rückhalt war es möglich, die Zeit für diese Arbeit aufzubringen. Mein ganz besonderer Dank gilt hierbei meiner Frau Karin, die auf Vieles in den letzten Jahren verzichtete und die undankbare Aufgabe hatte, während der Bearbeitung permanent fachliche Diskussionen mit mir zu führen. Sie hat die Arbeit zudem mehrmals gelesen....

“Und ferner noch: Mein Sohn, lass dich warnen! Des vielen Büchermachens ist kein Ende, und das viele Studieren ermüdet den Leib.”
(DIE BIBEL, Prediger 12, 12)

9. Literaturverzeichnis

- ABDELGUERFI M., COOPER E., WYNNE C. & SHAW K. (1997): *An Extended Vector Product Format (EVPPF) suitable for the representation of three-dimensional elevation in terrain databases*. Int. J. Geographical Information Science, 11(7): 649-676.
- ABELSON H., SUSSMAN G. J. & SUSSMAN J. (1996): *Structure and Interpretation of Computer Programs*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England.
- ACKERMANN F. (Hrsg.) (1973): *Numerische Photogrammetrie*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- ADV (1999): *Adv-Konzept für die Modellierung der Geoinformationssysteme ALKIS und ATKIS (ALKIS-ATKIS-Konzept)*. URL: www.adv-online.de/veroeffentlichungen/index.htm, Stand: 31.12.1999, besucht am 17.04.2001.
- ADV (Hrsg.) (1995): *ATKIS-Objektartenkatalog*. Hannover, Bonn.
- ADV (Hrsg.) (1989): *ATKIS-Gesamtdokumentation*. Hannover, Bonn.
- AG BODEN (1994): *Bodenkundliche Kartieranleitung*. E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- AHO V. A., HOPCROFT J. E. & ULLMAN J. D. (1974): *The Design and analysis of computer algorithms*. Addison-Wesley, Reading, Mass., Menlo Park, California, London, Amsterdam u. a.
- AMMERAAL L. (1997): *Computer Graphics for Java Programmers*. John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester u. a.
- ANDERSON E., BAI Z., BISCHOF C., DEMMEL J., DONGARRA J., DU CROZ J., GREENBAUM A., HAMMARLING S., MCKENNEY A., OSTROUCHOV S. & SORENSON D. (1995): *LAPACK User's Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- AUMANN G. (1994): *Aufbau qualitativ hochwertiger digitaler Geländemodelle aus Höhenlinien*. Dissertation, Technische Universität München, DGK, Reihe C, Nr. 411, München.
- AURENHAMMER F. (1991): *Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure*. ACM Computing Surveys 23(3): 345-405.
- BÄHR H. P. (1991): *Grundlagen der digitalen Bildverarbeitung, Grundbegriffe*. In: BÄHR & VÖGTLE, 1991, 60-74.
- BÄHR H. P. & VÖGTLE TH. (Hrsg.) (1991): *Digitale Bildverarbeitung*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- BALTSAVIAS E. P. (1999): *Airborne laser scanning - basic relations and formulas*. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing 54 (2/3): 199-214.
- BARTELME N. (2000): *Geoinformatik*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.
- BAUER J., ROHDENBURG H. & BORK H.-R. (1985): *Ein Digitales Reliefmodell als Voraussetzung für ein deterministisches Modell der Wasser- und Stoff-Flüsse*. Landschaftsgenese und Landschaftsökologie, 10: 1-15.
- BAUMGART B. (1975): *A polyhedron representation for computer vision*. Proceedings AFIPS National Conference, 44: 589-596.
- DE BERG M., VAN KREVELD M., OVERMARS M. & SCHWARZKOPF O. (1997): *Computational Geometry - Algorithms and Applications*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.

- BERN M. & EPPSTEIN D. (1995): *Mesh Generation and Optimal Triangulation*. In: DU & HWANG, 1995, 47-123.
- BERNAL J. (1995): *Inserting Line Segments into Triangulations and Tetrahedralizations*. Technischer Bericht NISTIR-5596, (U. S.) National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
- BILL R. (1996): *Grundlagen der Geo-Informationssysteme, Bd. 2., Analysen, Anwendungen und neue Entwicklungen*. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- BILL R. & FRITSCH D. (1994): *Grundlagen der Geo-Informationssysteme, Bd. 1., Hardware, Software und Daten*. Wichmann Verlag, Heidelberg.
- BILL R. & KORDUAN P. (1998a): *Flächenverschnidung in GIS - Stochastische Modellierung und Effizienz-betrachtungen*. Zeitschrift für Vermessungswesen 123(8): 247-253
- BILL R. & KORDUAN P. (1998b): *Flächenverschnidung in GIS - Stochastische Modellierung und Effizienz-betrachtungen*. Zeitschrift für Vermessungswesen 123(10): 333-338
- BILL R. & SCHMIDT F. (Hrsg.) (2000): *ATKIS - Stand und Fortführung*. DVW-Schriftenreihe 39/2000, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- BILL R., TEICHERT B. & ZIMMERMANN A. (2000): *ATKIS - Eine Bestandsaufnahme*. DVW-Schriftenreihe 39/2000: 1-8, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- BOHRER H. & GOEDICKE J. (1989): *Geologie und Geomorphologie des Saartals*. In: SOYEZ et al., 1989, 15-31.
- BOISSONNAT J. & TEILLAUD M. (1986): *A hierarchical representation of objects: The Delaunay tree*. Proc. 2nd Annu. ACM Sympos. Comput. Geom., 260-268.
- BOOCH G., RUMBAUGH J. & JACOBSEN I. (1998): *Unified Modeling Language User Guide*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts u. a.
- BRÄNDLI M. (1997): *Modelle und Algorithmen für die Extraktion geomorphologischer und hydrologischer Objekte aus Digitalen Geländemodellen*. Dissertation, Universität Zürich.
- BRASSEL K. & KISHIMOTO H. (Hrsg.) (1990): *Proceedings of the 4th International Symposium on Spatial Data Handling, Zürich, July 23-27, 1990*. International Geographical Union IGU, Department of Geography, The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA.
- BRENNER C. & HAALA N. (2000): *Erfassung von 3D Stadtmodellen*. Photogrammetrie, Fernerkundung, Geoinformation (2): 109-117.
- BRETTSCHEIDER H., LECHER K. & SCHMIDT M. (1993): *Taschenbuch der Wasserwirtschaft*. Verlag Paul Parey, Hamburg, Berlin.
- BREUNIG M. (2000): *On the way to Component-Based 3D/4D Geoinformation Systems*. Lecture Notes in Earth Sciences 94, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- BREUNIG M. (1996): *Integration of Spatial Information for Geo-Information Systems*. Lecture Notes in Earth Sciences 61, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- BRONSTEIN I. N. & SEMENDJAJEW K. A. (1989): *Taschenbuch der Mathematik*. 24. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt a. M.
- BUNDESREGIERUNG (2000): *Antwort der Bundesregierung auf die Große Anfrage der Abgeordneten Dr.-Ing. Rainer Jork, Ilse Aigner, Günter Baumann, weiterer Abgeordneter und der Fraktion der CDU/CSU - Drucksache 14/3214 - Nutzung von Geoinformation in der Bundesrepublik Deutschland*. Abgedruckt in: Zeitschrift für Vermessungswesen 126(3): 156-169.
- BUNR (BUNDESMINISTERIUM FÜR UMWELT, NATURSCHUTZ UND REAKTORSICHERHEIT, Hrsg.) (1997): *Konferenz der Vereinten Nationen für Umwelt und Entwicklung im Juni 1992 in Rio de Janeiro - Dokumente - Agenda 21*. Bonn.
- BURROUGH P. A. & McDONNELL R. A. (1998): *Principles of Geographical Information Systems*. Oxford University Press, Oxford, New York u. a.

- BUZIEK G. (Hrsg.) (1995): *GIS in Forschung und Praxis*. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- BUZIEK G. (1994): *Analyse und Optimierung hydrographischer Punktfelder als Grundlage der Modellierung des Unterwasserreliefs*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover Nr. 197. Dissertation, Universität Hannover.
- BUZIEK G. (1993): *Considerations on Integration of DTM in GIS*. *Proceedings of Eurocarto XI*, Kiruna, 165-176.
- BUZIEK G. (1990): *Neuere Untersuchungen zur Dreiecksvermaschung*. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen (NaKaVerm), Reihe I, Heft Nr. 105, 41-51.
- BUZIEK G., GRÜNREICH D. & KRUSE I. (1992): *Stand und Entwicklung der digitalen Landschaftsmodellierung mit dem Topographischen Auswertesystem der Universität Hannover (TASH)*. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 90(2): 84-88.
- BUZIEK G. & HAKE G. (1991): *Feintopographische Vermessung ausgewählter Küstenbereiche zur Bestimmung morphologischer Analyseeinheiten*. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover Nr. 171. Universität Hannover.
- CAROSIO A. (Hrsg.) (1999): *Die dritte Dimension in Geoinformationssystemen und in der Amtlichen Vermessung*. Veröffentlichung zur Weiterbildungstagung 14.10.1999, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Bericht Nr. 290 d.
- DE CAMBRAY B. (1993): *Three-Dimensional (3D) Objects in Geographical Databases*. *Proceedings 4th European Conference and Exhibition on Geographical Information Systems (EGIS'93)*, Genova, Italy, 29.03.-01.04: 217-226.
- CHEW L. P. (1989): *Constrained Delaunay triangulations*. *Algorithmica* 4(1): 97-108.
- CLAUS V., EHRIG H. & ROZENBERG G. (1978): *Graph-Grammars and Their Application to Computer Science and Biology*. Lecture Notes in Computer Science 73, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- CRANDALL R. E. (1996): *Projects in Scientific Computation*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- CRESSIE N. A. C. (1991): *Statistics for Spatial Data*. John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester u. a.
- DECLERCQ F. A. N. (1996): *Interpolation Methods for Scattered Sample Data: Accuracy, Spatial Patterns, Processing Time*. *Cartography and Geographic Information Systems* 23(3): 128-144.
- DEGERSTEDT K. & MÜLLER K. (2000): *Development of Swedish and German Land Information Systems*. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 125(2): 38-47.
- DEVIJVER P. A. & DEKESEL M. (1982): *Insert and delete algorithms for maintaining dynamic Delaunay triangulations*. *Pattern Recognition Letters* 1(2): 73-77.
- DEVILLERS O. (1998): *On Deletion in Delaunay Triangulation*. Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Rapport de recherche no 3451.
- DEVILLERS O. (1997): *Improved Incremental Randomized Delaunay Triangulation*. Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Rapport de recherche no 3298.
- TOM DIECK T. (2000): *Topologie*. Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- DGK (1998): *GEODÄSIE 2000++ ein Strategiepapier der Deutschen Geodätischen Kommission*. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 123(6): 173-176.
- DOUGLAS D. H. & PEUCKER T. K. (1973): *Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a line or its caricature*. *The Canadian Cartographer* 10(2): 112-122.
- DIE BIBEL, Ausgabe von 1942: Verlag der Zürcher Bibel, Zürich.
- DONGARRA J. J., GUSTAVSON F. G. & KARP A. (1984): *Implementing linear algebra algorithms for dense matrices on a vector pipeline machine*. *SIAM Review* 26(3): 91-112.

- DU D. Z. & HWANG F. K. (Eds.) (1995): *Computing in Euclidean Geometry (2nd Edition)*. Lecture Notes Series on Computing, Vol. 4, World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong.
- DUDEN (1993): *Duden Informatik*. bearbeitet von CLAUS V. & SCHWILL A. Dudenverlag, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich.
- DÜSEDAU G., HÖSSLER R., REINHARDT R. & THIEMANN R. (1987): *Digitale Geländemodelle - neue Entwicklungen und Möglichkeiten*. Bildmessung und Luftbildwesen 55(5): 175-194.
- DWYER J. (1987): *A faster Divide-and-Conquer algorithm for constructing Delaunay triangulations*. *Algorithmica* 2(2): 137-151.
- EBNER H. (1979): *Zwei neue Interpolationsverfahren und ihre Anwendung*. Bildmessung und Luftbildwesen 47(1): 15-27.
- EBNER H., HÖSSLER R. & WÜRLÄNDER R. (1990): *Integration von digitalen Geländemodellen in Geoinformationssysteme - Konzept und Realisierung*. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I, Heft 51, 71-76.
- EBNER H., HOFMANN-WELLENHOF B., REISS P. & STEIDLER F. (1980): *HIFI - Ein Minicomputer-Programmsystem für Höheninterpolation mit finiten Elementen*. Zeitschrift für Vermessungswesen 105(5): 215-225.
- ECKEL B. (1998): *Thinking in JAVA*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- EGENHOFER M. J., FRANK A. U. & JACKSON J. P. (1989): *A Topological Data Model for Spatial Databases*. *Proceedings First Symposium SSD'89*, Santa Barbara, California, USA, 17.-18.07.1989, 271-286.
- EIDENBENZ CH. (1999): *Die Höhe in der Landeskarte und in den Topografischen Informationssystemen der Schweiz*. In: CAROSIO, 1999, 9-16.
- EIRON N., RODEH M. & STEINWARTS I. (1998): *Matrix Multiplication: A Case Study of Algorithm Engineering*. In: MEHLHORN, 1998, 98-109.
- ENDRULLIS M. (2000): *Bundesweite Geodatenbereitstellung durch das Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG)*. DVW-Schriftenreihe 39/2000: 39-52, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- ENGELN-MÜLLGES G. & UHLIG F. (1996): *Numerical Algorithms with C*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- FALCIDIENO B. & SPAGNUOLO M. (1990): *Automatic recognition of topographic features for digital terrain modeling*. *Proceedings 4th International Symposium on Spatial Data Handling*: 35-44.
- FALCIDIENO B. & SPAGNUOLO M. (1991): *A new method for the characterization of topographic surfaces*. *International Journal of Geographical Information Systems*, 5(4): 397-412.
- FALK G. & RUPPEL W. (1976): *Energie und Entropie*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.
- FANG J. & PIEGL L. (1993): *Delaunay triangulation using a uniform grid*. *IEEE Computer Graphics and Applications* 13(2): 36-47.
- FANG J. & PIEGL L. (1992): *Algorithm for Delaunay triangulation and convex-hull computation using a sparse matrix*. *Computer Aided Geometric Design* 24(8): 425-436.
- FARIN G. (1994a): *Kurven und Flächen im Computer Aided Geometric Design*. vieweg Lehrbuch, Braunschweig, Wiesbaden.
- FARIN G. (1994b): *NURB Curves and Surfaces from Projective Geometry to Practical Use*. A K Peters, Wellesley, Massachusetts, USA.
- DE FLORIANI L., MAGILLO P. & PUPPO E. (1998): *Compressing TINs*. *Proceedings ACM-GIS'98, Advances in Geographic Information Systems*, Washington, D.C., USA, 06.-07.11.1998: 145-150.
- DE FLORIANI L. & PUPPO E. (1992): *An On-Line Algorithm for Constrained Delaunay Triangulation*. *CV-GIP: Graphical Models and Image Processing* 54(3): 290-300.

- FOLEY J. D., VAN DAM A., FEINER S. K. & HUGHES J. F. (1997): *Computer Graphics Principles and Practice. Second Edition in C*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts u. a.
- FORESMAN T. W. (Ed.) (1997): *The History of Geographic Information Systems: Perspectives from the Pioneers*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- FORSYTHE G. E., MALCOLM M. A. & MOLER C. B. (1977): *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- FORTUNE S. (1987): *A Sweepline Algorithm for Voronoi Diagrams*. *Algorithmica* 2(2): 153-174.
- FOWLER M. & SCOTT K. (1997): *UML konzentriert*. Addison-Wesley, Bonn, Reading, Massachusetts, Menlo Park, California u. a.
- FRANKLIN W. R. (1995): *Compressing elevation data*. *Proceedings SSD'95*, Portland, Maine, USA, 06.-09.08.1995, 385-404.
- FRANKLIN W. R. & SAID A. (1996): *Lossy compression of elevation data*. In: KRAAK & MOLENAAR, 1996: 8B.29-8B.41.
- FRITSCH D. (1996): *Three-Dimensional Geographic Information Systems - Status and Prospects*. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, Vol. XXXI, Part B3, Vienna, Austria, 215-221.
- FRITSCH D. (1992): *Zur Abschätzung des kleinsten Diskretisierungsintervalls bei der DGM-Datenerfassung*. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 117(7): 367-377.
- FRITSCH D. (1990): *Raumbezogene Informationssysteme und Digitale Geländemodelle*. Habilitationsschrift, Technische Universität München.
- FRITSCH D. & HOBBIE D. (Hrsg.) (1995): *Photogrammetrische Woche '95*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- FRITSCH D. & PFANNENSTEIN A. (1992): *Conceptual Models for Efficient DTM Integration into GIS*. *Proceedings EGIS'92, Third European Conference and Exhibition on Geographical Information Systems*, Munich, Germany, 23.-26.03.1992, 701-710.
- GAEDE V. & GÜNTHER O. (1998): *Multidimensional Access Methods*. *ACM Computing Surveys* 30(2): 123-169.
- GARLAND M. & HECKBERT P. S. (1995): *Fast Polygonal Approximation of Terrains and Height Fields*. *Technischer Bericht CMU-CS-95-181*, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburg.
- GOLD C. M., REMMELE P. R. & ROOS TH. (1997): *Voronoi Methods in GIS*. In: VAN KREVELD et al., 1997, 21-35.
- GOLUB G. H. & VAN LOAN C. F. (1996): *Matrix Computations*. The John Hopkins University Press. Baltimore, London.
- GOODCHILD M. F. (1997): *What Next? Reflections from the Middle of the Growth Curve*. In: FORESMAN, 1997, 369-381.
- GÖPFERT W. (1977): *Interpolationsergebnisse mit der Multiquadratischen Methode*. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 102(10): 457-460.
- GRIMALDI R. P. (1994): *Discrete and Combinatorial Mathematics, An Applied Introduction*. Addison-Wesley, Reading, Mass., New York, Sydney, Tokyo, Paris.
- GRÖGER G. (2000): *Modellierung raumbezogener Objekte und Datenintegrität in GIS*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- GROSSMANN W. & KAHMEN H. (1983): *Vermessungskunde II*. Sammlung Göschen, Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- GRÜNREICH D. (1997): *Integration fachlicher Geo-Objekte in das ATKIS-DLM25 für das Umweltinformationssystem Baden-Württemberg*. DVW-Schriftenreihe 27/1997: 187-195, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.

- GRÜNREICH D. (1990): *ATKIS - Amtliches Topographisch-Kartographisches Informationssystem der Landesvermessung*. GIS 3(4): 4-9.
- GUIBAS L. & STOLFI J. (1985): *Primitives for the Manipulation of General Subdivisions and the Computation of Voronoi Diagrams*. ACM Transactions on Graphics 4(2): 74-123.
- GUIBAS L., KNUTH D. E. & SHARIR M. (1992): *Randomized incremental construction of Delaunay and Voronoi diagrams*. Algorithmica 7(4): 381-413.
- HAINES E. (1992): *Code for Point in Polygon Intersectors*. Ray Tracing News 5(3),
URL: <ftp://ftp.princeton.edu/pub/Graphics/RTNews>, Aktualisierungsdatum: 02.09.1992.
- HAKE G. & GRÜNREICH D. (1994): *Kartographie*. Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- HARALICK R. M. & SHAPIRO L. G. (1993): *Computer and Robot Vision. Vol. II*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts u. a.
- HARBECK R. (2000a): *Eine geographische Basis für Europa - Utopie, Vision, Wirklichkeit?* Kartographische Nachrichten 50(3): 103-112.
- HARBECK R. (2000b): *Das topographische Geoinformationssystem ATKIS - Stand und Entwicklung aus Sicht der AdV*. DVW-Schriftenreihe 39/2000: 9-21, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- HÄSSLER J. & WACHSMUTH H. (1990): *Formelsammlung für den Vermessungsberuf*. Wilhelm Bing Verlag, Korbach.
- HELLER M. (1990): *Triangulation algorithms for adaptive terrain modeling. Proc. 4th Int. Symp. on Spatial Data Handling, Volume 1, 163-174, Zürich*.
- HERSHBERGER J. & SNOEYINK J. (1992): *Speeding up the Douglas-Peucker Line-Simplification Algorithm*. Technischer Bericht UBC CS TR-92-07, Department of Computer Science, University of British Columbia, Vancouver.
- HETTWER J. (1998): *Integration von Reliefinformation in digitale Situationsmodelle auf der Basis von Flächenfunktionen*. Unveröffentlichte Diplomarbeit am Institut für Kartographie, Universität Hannover.
- HEYER H. & LEIBROCK K. (1991): *Das Informationssystem zur dezentralen Auswertung von Peildaten auf den Binnenwasserstraßen in der WSV*. Binnengewässervermessung und Gewässerkunde. Deutsche Hydrographische Gesellschaft. Beiträge zum 7. Hydrographie-Symposium, Koblenz, 24.-25.10.1991: 81-106.
- HODGSON S., RUMOR M. & HARTS J. J. (Eds.) (1997): *Geographical Information '97, Vol. 1, From Research to Application through Cooperation. Proceedings Third Joint European Conference & Exhibition on Geographical Information*. Vienna, Austria, 1997, IOS Press, Amsterdam.
- HOFMANN-WELLENHOF B. (1983): *Die Berücksichtigung von Geländekanten bei der Ableitung von Höhenlinien aus einem Höhenraster*. Zeitschrift für Vermessungswesen 108(2): 59-66.
- HÖPKE W. (1980): *Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung*. Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- HOSCHEK J. & LASSER D. (1992): *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. B. G. Teubner, Stuttgart.
- HOSS H. (1997): *Einsatz des Laserscanner-Verfahrens beim Aufbau des Digitalen Geländehöhenmodells (DGM) in Baden-Württemberg*. Photogrammetrie, Fernerkundung, Geoinformation (2): 131-142.
- ILLERT A. (2000): *Auf dem Weg zur Europäischen Topographischen Datenbank*. Kartographische Nachrichten 50(3): 112-119.
- INGHAM A. E. & ABBOTT V. J. (1992): *Hydrography for the Surveyor and Engineer*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.
- JÄGER E., SCHLEYER A. & UEBERHOLZ R. (1998): *AdV-Konzept für die integrierte Modellierung von ALKIS und ATKIS*. Zeitschrift für Vermessungswesen 123(6): 176-193.
- JÄHNE B. (1995): *Digital Image Processing*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.
- JÄNICH K. (1984): *Topologie*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.

- KELLERMANN M. & SCHRÖCK-PAULI C. (1979): *Schnelle Matrizenmultiplikation nach P. C. Fischer, V. Strassen und S. Winograd*. Berichte der Kernforschungsanlage Jülich Nr. 1583, Jülich.
- KERNIGHAN B. W. & RITCHIE D. M. (1990): *Programmieren in C*. 2. Ausgabe, ANSI C, Carl Hanser, München, Wien.
- KIDNER D. B. & SMITH D. H. (1997): *Data Compression for Digital Elevation Models*. In: HODGSON et al., 1997, 96-105.
- KLEIN R. (1995): *Netzgenerierung impliziter und parametrisierter Kurven und Flächen in einem objektorientierten System*. Dissertation, Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen.
- KLÖTZER F. (1997): *Integration von triangulierten digitalen Geländemodellen und Landkarten*. Unveröffentlichte Diplomarbeit am Institut für Informatik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn.
- KOCH K. R. (1999): *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.
- KOCH K. R. (1987): *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. Dümmler Verlag, Bonn.
- KOFLER M. & GRUBER M. (1998): *Verwaltung und Visualisierung dreidimensionaler Stadtmodelle*. Zeitschrift für Photogrammetrie und Fernerkundung (2): 157-170.
- KONECNY G. & LEHMANN G. (1984): *Photogrammetrie*. Walter de Gruyter, Berlin, New York.
- KÖNINGER A. & BARTEL S. (1998): *3D-GIS for Urban Purposes*. GeoInformatica 2(1): 79-103.
- KOPHSTAHL E. & SELIGE H. (Hrsg.) (1995): *Das Geoinformationssystem ATKIS und seine Nutzung in Wirtschaft und Verwaltung*. Niedersächsisches Landesverwaltungsamt - Landesvermessung -, Hannover.
- KÖTHE R. & LEHMEIER F. (1993): *SARA - Ein Programmsystem zur Automatischen Relief-Analyse*. - Standort - Zeitschrift für Angewandte Geographie 93(1): 11-21.
- KRÄMER J. C. (1995): *Delaunay-Triangulierungen in zwei und drei Dimensionen*. Diplomarbeit, Wilhelm-Schickard-Institut, Graphische Interaktive Systeme (WSI-GRIS), Fakultät für Informatik, Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen, unveröffentlicht.
- KRAAK M. J. & MOLENAAR M. (Eds.) (1996): *Proceedings of the 7th International Symposium on Spatial Data Handling, Delft, 12.-16.08, 1996*. International Geographical Union IGU, TU Delft, Delft, The Netherlands.
- KRAUS K. (2000): *Photogrammetrie, Bd. 3, Topographische Informationssysteme*. Dümmler Verlag, Köln.
- KRAUS K. (1996): *Photogrammetrie, Bd. 2, Verfeinerte Methoden u. Anwendungen*. Dümmler Verlag, Bonn.
- KRAUS K. (1995): *From Digital Elevation Model to Topographic Information System*. In: FRITSCH & HOBBIE, 1995: 277-285.
- KRAUS K. (1973): *Ein allgemeines digitales Geländemodell*. In: ACKERMANN, 1973: 225-253.
- KRAUS K. & LUDWIG M. (1998): *Genauigkeit der Verschneidung geometrischer Daten*. Zeitschrift für Vermessungswesen 123(3): 81-87.
- VAN KREVELD M. (1997): *Digital Elevation Models and TIN Algorithms*. In: VAN KREVELD. et al., 1997, 37-78.
- VAN KREVELD M., NIEVERGELT J., ROOS TH. & WIDMAYER P. (Eds.) (1997): *Algorithmic Foundations of Geographic Information Systems*. Lecture Notes in Computer Science 1340, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg u. a.
- KRUSE I. (1990): *Neuere Entwicklungen und Einsatzmöglichkeiten des Programmsystems TASH*. Kartographische Nachrichten 40(3): 90-93.
- KRUSE I. (1987): *TASH - Ein Programmsystem zur Berechnung von digitalen Geländemodellen (DGM) und zur Ableitung von Isoliniendarstellungen*. Institut für Kartographie, Universität Hannover. 4. Kontaktstudium vom 17.-19. März 1987, Beitrag Nr. 13.

- KRUSE I. (1985): *Automatische Ableitung von Isolinien aus einem unregelmäßigen Wasserlinien-DGM über Dreiecksvermaschung*. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I, Heft 95, 91-99.
- KUFONIYI O. (1995): *Spatial coincidence modelling, automated database updating and data consistency in vector GIS*. PhD Thesis, Wageningen Agricultural University, The Netherlands.
- LANCASTER P. & ŠALKKAUSKAS K. (1986): *Curve and Surface Fitting: An Introduction*. Academic Press, London.
- LANDESVERMESSUNGSAMT BADEN-WÜRTTEMBERG (Hrsg.) (1998): *Das Geoinformationssystem ATKIS und seine Nutzung in Wirtschaft und Verwaltung*. Landesvermessungsamt Baden-Württemberg, Stuttgart.
- LANDESVERMESSUNGSAMT RHEINLAND-PFALZ (Hrsg.) (1996): *Das Geoinformationssystem ATKIS und seine Nutzung in Wirtschaft und Verwaltung*. Landesvermessungsamt Rheinland-Pfalz, Koblenz.
- LAURINI R. & THOMPSON D. (1992): *Fundamentals of Spatial Information Systems*. The A.P.I.C Series Nr. 37, Academic Press, London, San Diego, New York.
- LECHER K., LANGE H., GRÜNREICH D., KNICKREHM B., LANGE C. & LENK U. (1998): *Unterstützung des Planungsprozesses durch Geoinformationssysteme bei der ökologisch orientierten Fließgewässerplanung*. Abschlussbericht des gleichnamigen von der Volkswagen-Stiftung geförderten Forschungsprojektes, Universität Hannover.
- LEE D.-T. & LIN A.-K. (1986): *Generalized Delaunay triangulations for planar graphs*. Discrete Comput. Geom., 1: 201-217.
- LEE D.-T. & SCHACHTER B. J. (1980): *Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation*. International Journal of Computer and Information Science 9(3): 219-242.
- LENK U. (2001): *Schnellere Multiplikation großer Matrizen durch Verringerung der Speicherzugriffe und ihr Einsatz in der Ausgleichsrechnung*. Zeitschrift für Vermessungswesen 126(4): 201-207.
- LENK U. & KRUSE I. (2001): *Multibeam Data Processing: Data Reduction, Adaptive Triangular Meshing and Comments Resulting from Brouns et al. (THJ No. 101, 2001)*. The Hydrographic Journal 102: 9-14.
- LENK U. & KRUSE I. (2000): *Digitale Geländemodellierung - Grundlagen, Methoden und ihre kritische Bewertung*. Bundesanstalt für Gewässerkunde-Reihe Veranstaltungen 3/2000, "Modellierung von Höhendaten für hydrologische Fragestellungen".
- LESER H., HAAS H.-D., MOSIMANN T. & PAESLER R. (1987): *Diercke-Wörterbuch der Allgemeinen Geographie. Bd. 2*. Deutscher Taschenbuch Verlag, München, Westermann Verlag, Braunschweig.
- LIN H.-C. (1997): *JAVAMESH - A Two Dimensional Triangular Mesh Generator for Finite Elements*. MSc Thesis, School of Engineering, University of Pittsburgh.
- LINDENBERGER J. (1993): *Laser-Profilmessungen zur topographischen Geländeaufnahme*. Dissertation, Universität Stuttgart, DGK, Reihe C, Nr. 400, München.
- LONGLEY P. A. GOODCHILD M. I., MAGUIRE D. J. & RHIND D. W. (Eds.) (1999): *Geographical Information Systems, Vol. 1., Principles and Technical Issues*. John Wiley & Sons, Inc., New York, Chichester u. a.
- DE LA LOSA A. (1998): *Towards a 3D GIS. Proceedings GISPlanet'98*, Lisboa, Portugal, 28.-30.10.1998, CD-ROM.
- LOUKIDES M. & ORAM A. (1997): *Programmieren mit GNU-Software*. O'Reilly, Cambridge, Köln, Paris, Sebastopol, Tokyo.
- MAGUIRE D. J., GOODCHILD M. I. & RHIND D. W. (Eds.) (1991): *Geographical Information Systems, Vol. 1*. Longman Scientific & Technical, London.
- MANDLBURGER G. (2000): *Die Bearbeitung des H-GIS-Projektes mit dem Programmsystem SCOP*. Unveröffentlichter Projektabschlussbericht, Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung, Technische Universität Wien, Österreich.

- MARK D. M. (1997): *The History of Geographic Information Systems: Invention and Re-Invention of Triangulated Irregular Networks (TINs)*. Proceedings GIS/LIS'97, Cincinnati Convention Center, Cincinnati, Ohio, USA, 28.-30.10.1997, CD-ROM. Verfügbar im Internet unter der URL: www.geog.buffalo.edu/ncgia/gishist/GISLIS97.html, 19.04.2001
- MAYER H. (1991): *Integration von digitalen Geländemodellen in hybride graphische Systeme*. In: SCHILCHER, 1991, 119-125.
- MEHLHORN K. (Ed.) (1998): *Proceedings of WAE'98*, Saarbrücken, Germany, August 20-22, 1998. Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken, Germany.
- MENSCHING H. (1969): *Geomorphologische Beschreibung*. In: HOFMANN W. & LOUIS H. (Hrsg.): *Landformen im Kartenbild: Gruppe I: Norddeutsches Flachland: Kartenprobe 5: Altmoränenlandschaft der Dammer Berge, nordwestlich des Dümmer*. 5-9, Westermann, Braunschweig.
- MEYERS (1987): *Meyers Großes Taschenlexikon in 24 Bänden, Band 8*. B. I. Taschenbuchverlag, Mannheim, Wien, Zürich.
- MEYNEN E. & SCHMITTHÜSEN J. (Hrsg.) (1962): *Handbuch der naturräumlichen Gliederung Deutschlands*. Bundesamt für Landeskunde u. Raumforschung, Bad Godesberg.
- MIDTBØ T. (1993): *Spatial Modelling by Delaunay Networks of Two and Three Dimensions*. PhD Thesis, Norwegian Institute of Technology, University of Trondheim, Trondheim, Norwegen.
- VAN MIERLO J. (1992): *Ausgleichsrechnung I*. Unveröffentlichtes Vorlesungsskript vom WS92/93 am Geodätischen Institut Karlsruhe, Universität Karlsruhe.
- MIRANTE A. & WEINGARTEN N. (1982): *The Radial Sweep Algorithm for Constructing Triangulated Irregular Networks*. IEEE Computer Graphics and Applications 2(2): 11-21.
- MOLENAAR M. (1989): *Single valued vector maps - a concept in GIS*. GIS 2(1): 770-781.
- MULMULEY J. (1991): *Randomized multidimensional search trees: Dynamic Sampling*. Proc. 7th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom., 121-131.
- MÜCKE E. P., SAIAS I. & ZHU B. (1996): *Fast randomized point location without preprocessing in two- and three-dimensional Delaunay triangulations*. Proc. 12th Annu. ACM Sympos. Comput. Geom., 274-283.
- NETELER M. (2000): *GRASS-Handbuch - Der praktische Leitfaden zum Geographischen Informationssystem GRASS*. Geosynthesis 11, Geographisches Institut der Universität Hannover. Hannover.
- NIEDERSÄCHSISCHES LANDESAMT FÜR STATISTIK (1998):
URL: <http://www.nls.niedersachsen.de/Überblick/Bundesvergleich.html>,
Aktualisierungsdatum: 11.03.1998.
- OBERSCHELP W. & VOSSEN G. (2000): *Rechneraufbau und Rechnerstrukturen*. 8. Aufl., Oldenbourg Verlag, München, Wien.
- O'ROURKE J. (1998): *Computational Geometry in C. 2nd Edition*. Cambridge University Press, Cambridge, New York.
- OTTMANN TH. & WIDMAYER P. (1996): *Algorithmen und Datenstrukturen*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford.
- OTTO G. P. & CHAU T. K. W. (1989): *'Region-growing' algorithm for matching of terrain images*. image and vision computing 7(2): 83-94.
- PAUL G. (2000): *Aufbau eines digitalen Landschaftsmodells von Österreich*. DVW-Schriftenreihe 39/2000: 65-73, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- PELZER H. (Hrsg.) (1985): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- PETZOLD B., REISS P. & STÖSSEL W. (1999): *Laser scanning - surveying and mapping agencies are using a new technique for the derivation of digital terrain models*. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing 54 (2/3): 95-104.

- PEUCKER T. K., FOWLER R. J., LITTLE J. J. & MARK D. M. (1976): *Digital Representation of Three-Dimensional Surfaces by Triangulated Irregular Networks (TIN) (Revised)*. Technischer Bericht Nr. 10, Simon Fraser University, Burnaby, British Columbia, Canada & Office of Naval Research, Geography Programs, Arlington, Virginia, USA.
- PEUCKER T. K. & DOUGLAS D. H. (1975): *Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain elevation data*. *Computer Graphics and Image Processing* 4(4): 375-387.
- PFALTZ J. L. (1978): *A Graph Grammar that describes the Set of two-dimensional Surface Networks*. In: CLAUS et al., 1978, 379-388.
- PFALTZ J. L. (1976): *Surface Networks*. *Geographical Analysis* 8(1): 77-93.
- PFANNENSTEIN A. & REINHARDT W. (1993): *Data Analysis in Geographical Information Systems in Combination with integrated Digital Terrain Models. Proceedings EGIS'93, Fourth European Conference and Exhibition on Geographical Information Systems*, Genova, Italy, 23.03.-01.04.1993, 1341-1349.
- PIEGL L. & TILLER W. (1995): *The NURBS Book*. Springer Verlag, Berlin, New York u. a.
- PILOUK M. (1996): *Integrated Modelling for 3D GIS*. PhD Thesis, ITC Publication Series No. 40, Enschede, The Netherlands.
- PILOUK M. & KUFONIYI O. (1994): *A relational data structure for integrated DTM and multitheme GIS*. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III, Vol. 30, Part 3/2*, Munich, Germany, 670-677.
- PILOUK M. & TEMPFLI K. (1994a): *Integrating DTM and GIS using a relational data structure. Proceedings GIS'94*, Vol. 1, Vancouver, Canada, 163-169.
- PILOUK M. & TEMPFLI K. (1994b): *An object oriented approach to the unified data structure of DTM and GIS*. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. XXX, Part 4*, Athens, Georgia, USA, 672-679.
- PILOUK M. & TEMPFLI K. (1993): *An integrated DTM-GIS data structure: a relational approach. Proceedings 11th International Symposium on Computer Assisted Cartography (AUTOCARTO 11)*, 30.10.-01.11.93, Minneapolis, Minnesota, USA, 278-287.
- PLÜMER L. & GRÖGER G. (1997): *Achieving Integrity in Geographic Information Systems - Maps and Nested Maps*. *GeoInformatica* 1(4): 345-367.
- PLÜMER L. & GRÖGER G. (1996): *Nested Maps - a Formal, Provable Correct Object Model for Spatial Aggregates. Proceedings 4th ACM Workshop on Advances in GIS (ACM Press)*, Rockville, Maryland, November 15-16: 77-84.
- POIKER T. K. (Hrsg.) (1998): *Proceedings of the 8th International Symposium on Spatial Data Handling*, Vancouver, July 11-15, 1998. Burnaby, GIS Lab., Department of Geography.
- POLIS M. F., GIFFORD S. J. & MCKEOWN JR. D. M. (1995): *Automating the construction of Large-Scale Virtual Worlds*. *IEEE Computer* 28(7): 57-65.
- POLIS M. F., GIFFORD S. J. & MCKEOWN JR. D. M. (1994): *Automating the construction of Large-Scale Virtual Worlds. Proceedings of the ARPA Image Understanding Workshop*, 931-946, Hyatt Regency Hotel, Monterey, California, 13.-16. November 1994. Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, California.
- POSER H. & SCHUNKE E. (1974): *Geomorphologische Beschreibung*. In: HOFMANN W. & LOUIS H. (Hrsg.): *Landformen im Kartenbild: Gruppe III: Mittelgebirge: Schichttafeln, Schichtstufen, Schichtkämme: Kartenprobe 3: Schichtstufe mit Zeugenberg im Muschelkalk bei Waake, östlich Göttingen*. 5-12, Westermann, Braunschweig.
- PRESS W. H., TEUCHOLSKY S. A., VETTERLING W. T. & FLANNERY B. P. (1996): *Numerical Recipes in C*. Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge.
- RAPER J. (2000): *Multidimensional Geographic Information Science*. Taylor & Francis, London, New York.
- RAPER J. F. (Hrsg.) (1989): *Three dimensional applications in Geographical Information Systems*. Taylor & Francis, London.

- RAPER J. F. & KELK B. (1991): *Three-Dimensional GIS*. In: MAGUIRE et al., 1991, 299-317.
- RAPPE B. (1995): *Erfassung und Integration von Geo-Daten aus unterschiedlichen Quellen*. In: BUZIEK, 1995, 123-140.
- REICHE A., SCHÖNEMAIER P. & WASHAUSEN M. (1997): *Der Einsatz des Laserscannerverfahrens beim Aufbau des ATKIS-DGM5*. Nachrichten der Niedersächsischen Vermessungs- und Katasterverwaltung 47(2):68-87.
- REINHARDT W. (1991): *Zur Integration von digitalen Geländemodellen in Geo-Informationssysteme*. In: SCHILCHER, 1991, 107-118.
- REISS P. (1998): *Digitale Geländemodelle - Datengewinnung, Aufbau und Einbindung in ATKIS -*. In: LANDESVERMESSUNGSAMT BADEN-WÜRTTEMBERG, 1998, 157-168.
- RIEDO M. (1999): *Software für die Verwaltung und die Visualisierung von dreidimensionalen GIS-Daten*. In: CAROSIO, 1999, 79-109.
- RIEKERT W.-F. (1993): *Extracting Area Objects from Raster Image Data*. IEEE Computer Graphics and Applications 13(2): 68-73.
- RIPPA S. (1990): *Minimal roughness property of the Delaunay Triangulation*. Computer Aided Geometric Design 22(7): 489-497.
- RUPPERT J. (1995): *A Delaunay refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation*. Journal of Algorithms 18(3): 548-585.
- SAMET R. (1990): *The Design and Analysis of Spatial Data Structures*. Addison-Wesley, Reading, MA.
- SCHILCHER M., GUO Z., KLAUS M. & ROSCHLAUB R. (1999): *Aufbau von 3D-Stadtmodellen auf der Basis von 2D-GIS*. Photogrammetrie, Fernerkundung, Geoinformation (3): 157-170.
- SCHILCHER M. (Hrsg.) (1991): *Geo-Informatik - Anwendungen, Erfahrungen, Tendenzen*. Siemens Nixdorf Informationssysteme AG, Berlin, München.
- SCHLEYER A. (2000): *Flächendeckendes, hochgenaues DGM für Baden-Württemberg*. DVW-Schriftenreihe 39/2000: 125-137, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- SCHNEIDER B. (1998): *Geomorphologisch plausible Rekonstruktion der digitalen Repräsentation von Geländeoberflächen aus Höhenliniendaten*. Geoprocessing Series Vol. 35. Dissertation, Universität Zürich.
- SEDGEWICK R. (1992): *Algorithmen in C*. Addison-Wesley, Bonn, München, Paris u. a.
- SESTER M. (2000): *Automatische Generalisierung mittels Ausgleichung*. Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie (17): 105-113.
- SHEWCHUK J. R. (1997): *Delaunay Refinement Mesh Generation*. PhD Thesis, School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh.
- SLOANE N. J. A. & PLOUFFE S. (1995): *The Encyclopedia of Integer Sequences*. Academic Press, San Diego.
- SOILLE P. (1998): *Morphologische Bildverarbeitung Grundlagen, Methoden, Anwendungen*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- SPÄLTI K. (2000): *Das Topographische Informationssystem der Schweiz*. DVW-Schriftenreihe 39/2000: 53-63, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.
- SOYEZ D., BRÜCHER W., FLIEDNER D., LÖFFLER E., QUASTEN H. & WAGNER J. M. (1989): *Das Saarland: aus Anlass des 47. Deutschen Geographentages in Saarbrücken. Bd. 2. Die Saar - eine Flusslandschaft verändert ihr Gesicht*. Selbstverlag des Geographischen Instituts der Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
- STANLEY R. P. (1999): *Enumerative Combinatorics, Vol. 2*. Cambridge University Press, Cambridge.
- STOER J. & BULIRSCH R. (1990): *Numerische Mathematik 2*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.

- SU P. (1995): *Efficient Parallel Algorithms for Closest Point Problems*. PhD Thesis, Dartmouth College, Hanover, New Hampshire.
- TANG L. (1991): *Einsatz der Rasterdatenverarbeitung zum Aufbau digitaler Geländemodelle*. Dissertation, Technische Universität München.
- THIBAUT D. & GOLD C. M. (2000): *Terrain Reconstruction from Contours by Skeleton Construction*. *Geoinformatica* 4(4): 349-373.
- TERRIBILINI A. (1999): *Maps in transition: development of interactive vector-based topographic 3D-maps*. *Proceedings of the 11th General Assembly of International Cartographic Association and the 11th International Cartographic Congress*, 14.-21.08.1999, Vol. 1, 993-1001, Ottawa, Canada.
- THOTN (THE HYDROGRAPHER OF THE NAVY) (1992): *General Instructions for Hydrographic Surveyors (GIHS)*. Her Majesty's Stationery Office (HMSO), Hydrographic Department, London.
- THOTN (1969): *Admiralty Manual of Hydrographic Surveying*. Vol. 2. HMSO, Hydrographic Department, London; printed by Balding + Mansell Ltd., Wisbech.
- TOPSCAN (1999): *Projektbericht zur Laserscannermessung Saar im Auftrag der Bundesanstalt für Gewässerkunde*. Unveröffentlichter Projektbericht, TopScan, Gesellschaft zur Erfassung topographischer Information mbH.
- TORLEGARD K. (1983): *Photogrammetrie und Digitale Geländemodelle: Gegenwärtiger Stand der Entwicklung und Anwendung*. *Bildmessung und Luftbildwesen* 51(1): 11-20.
- TSAI V. J. D. (1993): *Delaunay triangulations in TIN creation: an overview and a linear time algorithm*. *Int. J. Geographical Information Systems*, 7(6): 501-524.
- WAHL F. M. (1989): *Digitale Bildsignalverarbeitung*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York u. a.
- WARNTZ W. (1966): *The Topology of a Socio-Economic Terrain and Spatial Flows*. *Papers of the Regional Science Association* 17: 47-61.
- WARE J. M. & KIDNER D. B. (1997): *A Flexible Storage-Efficient TIN Data Model*. In: HODGSON et al., 1997, 48-57.
- WARE J. M. & JONES C. B. (1996): *A spatial model for detecting (and resolving) conflict caused by scale reduction*. In: KRAAK & MOLENAAR, 1996: 9A.15-9A.26.
- WASHAUSEN M. (1992): *Digitale Geländemodelle in Niedersachsen - Qualität, Aufbau, Nutzung -*. *Nachrichten der Niedersächs. Vermessungs- und Katasterverwaltung* 42(3): 177-203.
- WATSON D. F. (1992): *Contouring. A guide to the analysis and display of spatial data*. Pergamon Press, Oxford.
- WEHR A. & LOHR U. (1999): *Airborne laser scanning - an introduction and overview*. *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing* 54 (2/3): 68-82.
- WEIBEL R. (1997): *Generalization of Spatial Data: Principles and Selected Algorithms*. In: VAN KREVELD et al., 1997, 99-152.
- WEIBEL R. (1993): *On the Integration of Digital Terrain and Surface Modeling into Geographic Information Systems*. *Proceedings 11th International Symposium on Computer Assisted Cartography (AUTOCARTO 11)*, 30.10.-01.11.93, Minneapolis, Minnesota, USA, 257-266.
- WEIBEL R. (1989): *Konzepte und Experimente zur Automatisierung der Reliefgeneralisierung*. Dissertation, Universität Zürich.
- WERNER C. (1988): *Formal analysis of ridge and channel patterns in maturely eroded terrain*. *Annals of the Association of American Geographers* 78(2): 253-270.
- WOLF G. W. (1990): *Metric Surface Networks*. In: BRASSEL & KISHIMOTO, 1990, 844-856.
- WOLF G. W. (1988): *Generalisierung Topographischer Karten mittels Oberflächengraphen*. Dissertation, Universität Klagenfurt.

-
- WOOD J. (1998): *Modelling the Continuity of Surface Form Using Digital Elevation Models*. In: POIKER, 1998, 725-735.
- WOOD J. (1996): *The Geomorphological Characterisation of Digital Elevation Models*. PhD Thesis, University of Leicester, UK.
- WORBOYS M. F. (1995): *GIS - A Computing Perspective*. Taylor & Francis, London, Philadelphia.
- ZANINI M. (1999): *Wissensbasierte Systeme für die wirtschaftliche Entwicklung von 3D-Landschaftsmodellen*. In: CAROSIO, 1999, 117-139.

A. Beweis zur Identität von Optimierungskriterien

Um zu zeigen, dass das Kriterium der Minimierung des Oberflächeninhaltes (Ungleichung A.2) dem Kriterium der Maximierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz (Ungleichung A.1) entspricht, müssen die folgenden beiden Ungleichungen ineinander überführt werden.

$$\left| |g|_{\Delta_1}^2 - |g|_{\Delta_2}^2 \right| > \left| |g|_{\Delta_3}^2 - |g|_{\Delta_4}^2 \right|, \quad (\text{A.1})$$

$$F_{\Delta_1} + F_{\Delta_2} < F_{\Delta_3} + F_{\Delta_4}. \quad (\text{A.2})$$

Einsetzen der Formeln 5.21 in Ungleichung A.2 und multiplizieren des gesamten Ausdrucks mit 2 ergibt

$$\frac{\sqrt{d^4 + d^2((z_3 - z_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)}}{\sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2)}} + \frac{\sqrt{d^4 + d^2((z_1 - z_4)^2 + (z_3 - z_4)^2)}}{\sqrt{d^4 + d^2((z_4 - z_3)^2 + (z_2 - z_3)^2)}} < \quad (\text{A.3})$$

Da es sich bei den Ausdrücken in den innersten Klammern jeweils um Differenzen zwischen verschiedenen z_i handelt wird wie in Abschnitt 5.4.4.2 aus Platzgründen an dieser Stelle die folgende Notation bzw. Substitution A.4 eingeführt. Die Substitution sowie die nachfolgenden Identitäten und einige sich anschließende Schritte werden der Vollständigkeit nochmals angegeben:

$$\begin{aligned} (z_1 - z_2) &\mapsto \delta z_{12} \iff (z_1 - z_2)^2 \mapsto \delta z_{12}^2 \\ (z_1 - z_4) &\mapsto \delta z_{14} \iff (z_1 - z_4)^2 \mapsto \delta z_{14}^2 \\ (z_2 - z_1) &\mapsto \delta z_{21} \iff (z_2 - z_1)^2 \mapsto \delta z_{21}^2 \\ (z_2 - z_3) &\mapsto \delta z_{23} \iff (z_2 - z_3)^2 \mapsto \delta z_{23}^2 \\ (z_3 - z_2) &\mapsto \delta z_{32} \iff (z_3 - z_2)^2 \mapsto \delta z_{32}^2 \\ (z_3 - z_4) &\mapsto \delta z_{34} \iff (z_3 - z_4)^2 \mapsto \delta z_{34}^2 \\ (z_4 - z_3) &\mapsto \delta z_{43} \iff (z_4 - z_3)^2 \mapsto \delta z_{43}^2 \\ (z_4 - z_1) &\mapsto \delta z_{41} \iff (z_4 - z_1)^2 \mapsto \delta z_{41}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Aufgrund der 2. Potenzen der Differenzausdrücke im rechten Teil wird für die Quadrate ein positives Vorzeichen erhalten und es gelten die Gleichungen A.5:

$$\delta z_{14}^2 = \delta z_{41}^2, \quad \delta z_{12}^2 = \delta z_{21}^2, \quad \delta z_{34}^2 = \delta z_{43}^2 \quad \text{und} \quad \delta z_{32}^2 = \delta z_{23}^2. \quad (\text{A.5})$$

Durch Quadrieren der beiden Seiten von Ungleichung A.3 folgt

$$\frac{2d^4 + d^2(\delta z_{32}^2 + \delta z_{12}^2 + \delta z_{14}^2 + \delta z_{34}^2)}{2\sqrt{d^8 + d^6(\delta z_{14}^2 + \delta z_{34}^2 + \delta z_{32}^2 + \delta z_{12}^2)} + d^4(\delta z_{32}^2 + \delta z_{12}^2)(\delta z_{14}^2 + \delta z_{34}^2)} < \frac{2d^4 + d^2(\delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2 + \delta z_{43}^2 + \delta z_{23}^2)}{2\sqrt{d^8 + d^6(\delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2 + \delta z_{43}^2 + \delta z_{23}^2)} + d^4(\delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2)(\delta z_{43}^2 + \delta z_{23}^2)}. \quad (\text{A.6})$$

Von dieser Ungleichung können jeweils die ersten beiden Glieder aufgrund ihrer Identität (vgl. Gleichungen A.5) auf beiden Seiten der Ungleichung subtrahiert werden, die verbleibenden Terme werden durch 2 dividiert und dann wieder quadriert, was zu Ungleichung A.7 führt:

$$\frac{d^8 + d^6(\delta z_{14}^2 + \delta z_{34}^2 + \delta z_{32}^2 + \delta z_{12}^2) + d^4(\delta z_{32}^2 + \delta z_{12}^2)(\delta z_{14}^2 + \delta z_{34}^2)}{d^8 + d^6(\delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2 + \delta z_{43}^2 + \delta z_{23}^2) + d^4(\delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2)(\delta z_{43}^2 + \delta z_{23}^2)} < \quad (\text{A.7})$$

Auch hier sind die jeweils die ersten beiden Terme auf beiden Seiten der Ungleichung identisch. Beim ersten handelt es sich um eine Potenz der Gitterkonstante, die damit auch konstant ist, bei dem zweiten gelten die

Gleichungen A.5 und damit deren Identität. Damit ergibt sich Ungleichung A.8, wobei nach der Subtraktion der ersten beiden Glieder beide Seiten bereits durch d^4 dividiert wurden:

$$(\delta z_{32}^2 + \delta z_{12}^2)(\delta z_{14}^2 + \delta z_{34}^2) < (\delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2)(\delta z_{43}^2 + \delta z_{23}^2). \quad (\text{A.8})$$

Diese Ungleichung ist unabhängig von der Gitterweite d . Nun werden die Klammern auf beiden Seiten der Ungleichung ausmultipliziert, was zu Ungleichung A.9 führt:

$$\delta z_{32}^2 \delta z_{14}^2 + \delta z_{32}^2 \delta z_{34}^2 + \delta z_{12}^2 \delta z_{14}^2 + \delta z_{12}^2 \delta z_{34}^2 < \delta z_{41}^2 \delta z_{43}^2 + \delta z_{41}^2 \delta z_{23}^2 + \delta z_{21}^2 \delta z_{43}^2 + \delta z_{21}^2 \delta z_{23}^2, \quad (\text{A.9})$$

was wieder durch Subtraktion identischer Terme auf beiden Seiten (vgl. Gleichungen A.5) zu Ungleichung A.10 führt:

$$\delta z_{32}^2 \delta z_{34}^2 + \delta z_{12}^2 \delta z_{14}^2 < \delta z_{41}^2 \delta z_{43}^2 + \delta z_{21}^2 \delta z_{23}^2, \quad (\text{A.10})$$

Durch Vertauschen der beiden Seiten mit Umkehr der Relation und Multiplikation beider Seiten mit dem Faktor 4 und überarbeiteter Reihenfolge der Auflistung der Summanden ergibt sich Ungleichung A.11, wobei auch hier bei den z_{ij} Indices vertauscht worden (vgl. Gleichungen A.5):

$$4\delta z_{12}^2 \delta z_{32}^2 + 4\delta z_{14}^2 \delta z_{34}^2 > 4\delta z_{41}^2 \delta z_{21}^2 + 4\delta z_{32}^2 \delta z_{34}^2. \quad (\text{A.11})$$

Zu dieser Ungleichung werden nun etliche Glieder addiert, nämlich δz_{12}^4 , δz_{32}^4 , δz_{14}^4 und δz_{34}^4 , weiter werden die folgenden Glieder subtrahiert: $2\delta z_{12}^2 \delta z_{32}^2$, $2\delta z_{12}^2 \delta z_{14}^2$, $2\delta z_{12}^2 \delta z_{34}^2$, $2\delta z_{32}^2 \delta z_{14}^2$, $2\delta z_{32}^2 \delta z_{34}^2$ und $2\delta z_{14}^2 \delta z_{34}^2$. Damit ergibt sich unter Vertauschung von Indices (vgl. Gleichungen A.5) und Neuordnung der Reihenfolge der Einzelglieder die Ungleichung A.12:

$$\begin{aligned} & \delta z_{12}^4 + 2\delta z_{12}^2 \delta z_{32}^2 - 2\delta z_{12}^2 \delta z_{14}^2 - 2\delta z_{12}^2 \delta z_{34}^2 + \delta z_{32}^4 - \\ & 2\delta z_{32}^2 \delta z_{14}^2 - 2\delta z_{32}^2 \delta z_{34}^2 + \delta z_{14}^4 + 2\delta z_{14}^2 \delta z_{34}^2 + \delta z_{34}^4 > \\ & \delta z_{41}^4 + 2\delta z_{41}^2 \delta z_{21}^2 - 2\delta z_{41}^2 \delta z_{43}^2 - 2\delta z_{41}^2 \delta z_{23}^2 + \delta z_{21}^4 - \\ & 2\delta z_{21}^2 \delta z_{43}^2 - 2\delta z_{21}^2 \delta z_{23}^2 + \delta z_{43}^4 + 2\delta z_{43}^2 \delta z_{23}^2 + \delta z_{23}^4. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Dies kann vereinfacht werden zu Ungleichung A.13:

$$(\delta z_{12}^2 + \delta z_{32}^2 - \delta z_{14}^2 - \delta z_{34}^2)^2 > (\delta z_{41}^4 + \delta z_{21}^4 - \delta z_{43}^4 - \delta z_{23}^4)^2. \quad (\text{A.13})$$

Zieht man für die Ausdrücke auf beiden Seiten der Ungleichung A.13 die Quadratwurzel, so ergibt sich die Ungleichung A.14:

$$|\delta z_{12}^2 + \delta z_{32}^2 - \delta z_{14}^2 - \delta z_{34}^2| > |\delta z_{41}^4 + \delta z_{21}^4 - \delta z_{43}^4 - \delta z_{23}^4|. \quad (\text{A.14})$$

Hier kann nun auf jeder Seite der Faktor $2d^2 > 0$ addiert und wieder subtrahiert werden. Zusätzlich werden beide Seiten mit dem Faktor $1/2$ multipliziert, es ergibt sich Ungleichung A.15:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{1}{2}(2d^2 + \delta z_{12}^2 + \delta z_{32}^2) - \frac{1}{2}(2d^2 + \delta z_{14}^2 - \delta z_{34}^2) \right| > \\ & \left| \frac{1}{2}(2d^2 + \delta z_{41}^2 + \delta z_{21}^2) - \frac{1}{2}(2d^2 + \delta z_{43}^2 - \delta z_{23}^2) \right|. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Führt man nun eine Rücksubstitution der Notation A.4 durch, so ergibt sich Ungleichung A.16:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{1}{2}(2d^2 + (z_1 - z_2)^2 + (z_3 - z_2)^2) - \frac{1}{2}(2d^2 + (z_1 - z_4)^2 - (z_3 - z_4)^2) \right| > \\ & \left| \frac{1}{2}(2d^2 + (z_4 - z_1)^2 + (z_2 - z_1)^2) - \frac{1}{2}(2d^2 + (z_4 - z_3)^2 - (z_2 - z_3)^2) \right|. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Diese Ungleichung entspricht nun der Ungleichung A.1, wenn die Gleichungen 5.40 eingesetzt werden. Damit ist gezeigt, dass das Kriterium der Minimierung des Oberflächeninhaltes (Ungleichung A.2) dem Kriterium der Maximierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz (Ungleichung A.1) entspricht. Die Umkehrung der Aussage gilt ebenso, da während der Umformung der Ungleichungen keine Abschätzungen vorgenommen wurden. Entsprechendes gilt für die Maximierung des Oberflächeninhaltes, die einer Minimierung der lokalen Rauigkeitsdifferenz entspricht.

B. Detaillierte Wiedergabe einzelner Algorithmen

Algorithmus B.1 zeilenweise Matrizenmultiplikation $C = A * B$

Require: Matrizen $A(n_a, m_a)$, $B(n_b, m_b)$ mit $m_a = n_b$; Matrizen $C(n_a, m_b)$, $B^T(m_b, n_b)$;

Laufvariablen (Integer) z, s, i ; Hilfsvariable (Double) sum .

```

1:  $B^T = \text{Transponierte}(B)$ 
2: for  $z = 0$  to  $n_a$  do {für jede Zeile in C}
3:   for  $s = 0$  to  $m_b$  do {für jede Spalte in C}
4:      $sum = 0.0$ 
5:     for  $i = 0$  to  $n_b$  do {Bildung der Einzelprodukte und Summation}
6:        $sum = sum + A[z, i] * B^T[s, i]$ 
7:     end for{Ende Summation der Einzelprodukte}
8:      $C[z, s] = sum$ 
9:   end for{Ende Bearbeitung der Spalten von C}
10: end for{Ende Bearbeitung der Zeilen von C}

```

Algorithmus B.2 zeilenweise Matrizenmultiplikation $C = A * B^T$

Require: Matrizen $A(n_a, m_a)$, $B(m_b, n_b)$ mit $m_a = n_b$; Matrix $C(n_a, m_b)$;

Laufvariablen (Integer) z, s, i ; Hilfsvariable (Double) sum .

```

1: for  $z = 0$  to  $n_a$  do {für jede Zeile in C}
2:   for  $s = 0$  to  $m_b$  do {für jede Spalte in C}
3:      $sum = 0.0$ 
4:     for  $i = 0$  to  $n_b$  do {Bildung der Einzelprodukte und Summation}
5:        $sum = sum + A[z, i] * B[s, i]$ 
6:     end for{Ende Summation der Einzelprodukte}
7:      $C[z, s] = sum$ 
8:   end for{Ende Bearbeitung der Spalten von C}
9: end for{Ende Bearbeitung der Zeilen von C}

```

Algorithmus B.3 zeilenweise obere Dreiecksmatrix $N = A^T * A$

Require: Matrix $A(n, m)$ mit $n > m$; Matrizen $N(m, m)$, $A^T(m, n)$;

Laufvariablen (Integer) z, s, i ; Hilfsvariable (Double) sum .

```

1:  $A^T = \text{Transponierte}(A)$ 
2: for  $z = 0$  to  $m$  do {für jede Zeile in N}
3:   for  $s = z$  to  $m$  do {für jede Spalte in N}
4:      $sum = 0.0$ 
5:     for  $i = 0$  to  $n$  do {Bildung der Einzelprodukte und Summation}
6:        $sum = sum + A^T[z, i] * A^T[s, i]$ 
7:     end for{Ende Summation der Einzelprodukte}
8:      $N[z, s] = sum$ 
9:     if  $z \neq s$  then {untere Dreiecksmatrix besetzen}
10:       $N[s, z] = N[z, s]$ 
11:     end if
12:   end for{Ende Bearbeitung der Spalten von N}
13: end for{Ende Bearbeitung der Zeilen von N}

```

C. Detailergebnisse des Ansatzes der Modellierung mit Polynomflächenobjekten

In den Tabellen C.1, C.2, C.3 und C.4 mit Detailergebnissen der Extraktion von Polynomflächenobjekten in verschiedenen Varianten bezeichnet “max. $|R_{ges}|$ ” das betragsmäßig maximal auftretende Residuum von allen Residuen der Ausgleichung. Die Abkürzung “max. $|R_{git}|$ ” setzt bei der Berechnung des betragsmäßig maximalen Residuums voraus, dass bei der Bestimmung dieses Residuums jeder Gitterpunkt nur einmal in Verbindung mit dem Objekt verwendet wird, in dem der Gitterpunkt liegt. Diese Differenzierung ist notwendig, da durch die Ausgleichung mit Pufferung der Objekte (vgl. Abs. 4.4.1.3) etliche Punkte mehrfach verwendet werden und als Qualitätsmaß nur das Verhalten der Polynomflächen innerhalb der Objekte interessiert. Die Abkürzung “*rms*” steht für die Quadratwurzel der gemittelten quadrierten Residuen (*root mean square*) und wird sowohl für alle Residuen in den Ausgleichungen als auch für die Residuen mit der oben beschriebenen Differenzierung aufgrund der Mehrfachverwendung von Punkten genutzt. Die Abkürzung “max. *D*” steht für die maximal aufgetretene Diskontinuität an den Geometrien im Bearbeitungsgebiet, mit “mittl.” wird eine gemittelte Diskontinuität beschrieben. Die Berechnung der Diskontinuitäten erfolgt mit Testpunkten, die in gleichmäßigem Abstand entlang der Geometrie berechnet wurden. Hier wurde ein Abstand von 30 *cm* verwendet. In den Tabellen finden sich einige Einträge, die mit einem “+” markiert sind. Falls diese in einer Spalte mit Qualitätsmerkmalen der Diskontinuitäten stehen, handelt es sich um Fälle, in denen die Polynomflächen der Objekte an den Rändern sehr stark aufschwingen und nicht mehr sinnvolle Werte annehmen. In den anderen Fällen handelt es sich um Modellierungen, bei denen verfahrensbedingt noch Probleme auftreten. Sie werden in Abschnitt 7.2.1 erläutert bzw. interpretiert.

Die Qualitätsparameter werden in den Tabellen nicht objektbasiert, sondern jeweils bezogen auf das gesamte Testgebiet angegeben (vgl. Abs. 4.4.3 und Abs. 7.2.1).

C.1. Das Testgebiet Damme

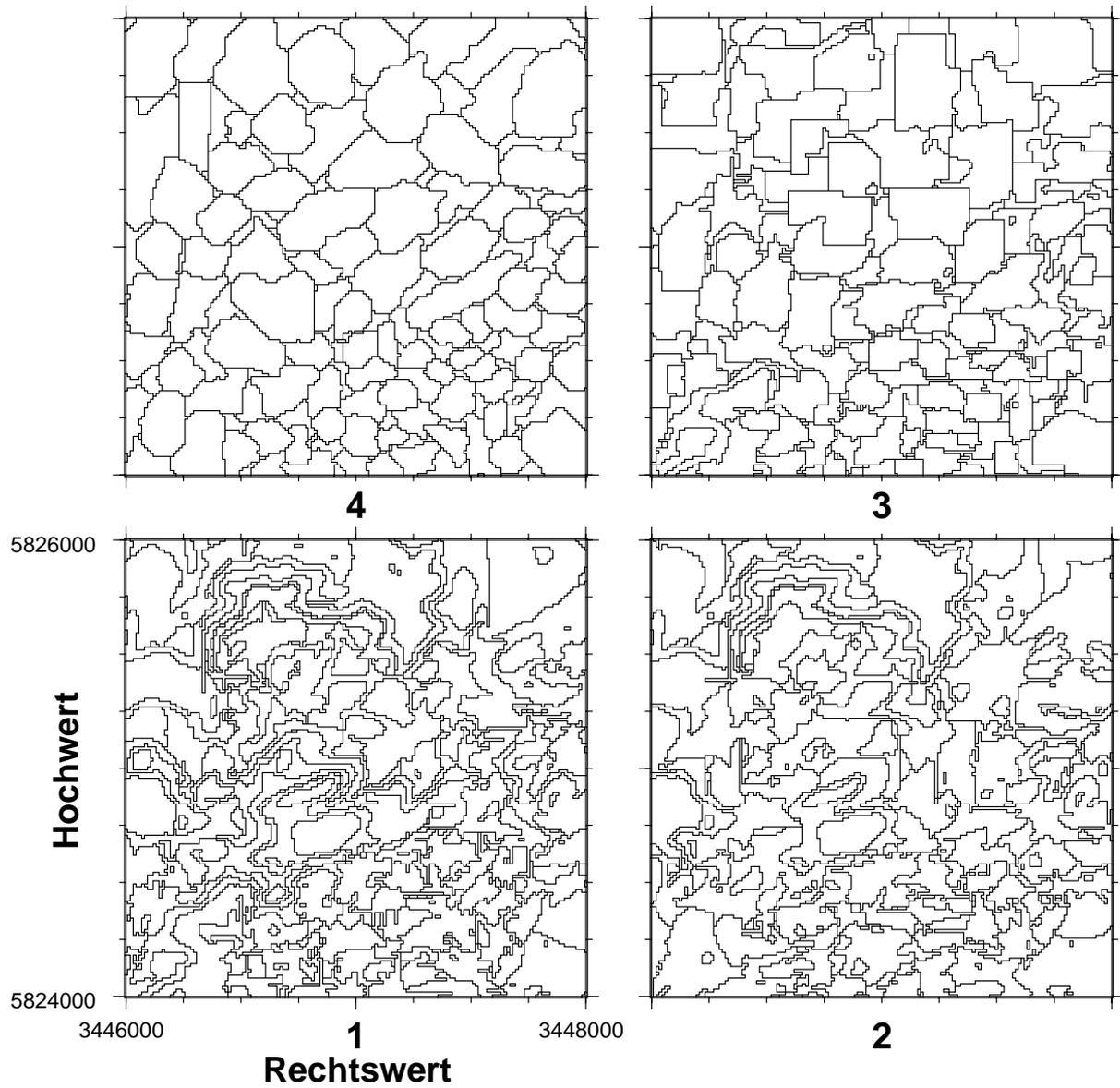


Abbildung C.1.: Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für Damme.

Tabelle C.1.: Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für Damme.

Extraktions- variante	Anzahl Objekte	Nach Füllen der Abdeckungslöcher		Nach Ausgleichung mit Pufferung	
		max. $ R_{ges} $ (<i>rms</i>)	max. D (mittl.)	max. $ R_{git} $ (<i>rms</i>)	max. D (mittl.)
-	-				
1	331	31.68 (0.49)	192.14 (6.45)	4.16 (0.63)	4.93 (1.17)
2	298	10.75 (0.42)	178.40 (5.22)	17.65 (0.85)	23.98 (1.44)
3	245	+ (+)	+ (+)	3.93 (0.53)	6.39 (0.75)
4	197	7.52 (0.35)	22.23 (1.63)	3.07 (0.48)	4.57 (0.60)

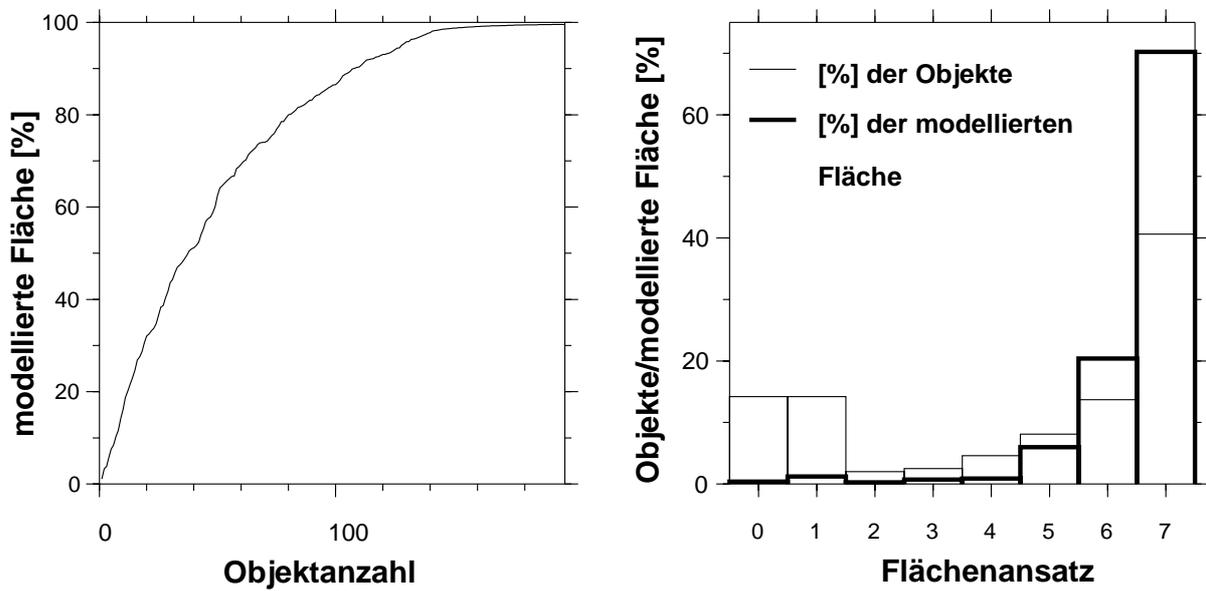


Abbildung C.2.: Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Damme in Abb. 7.5.

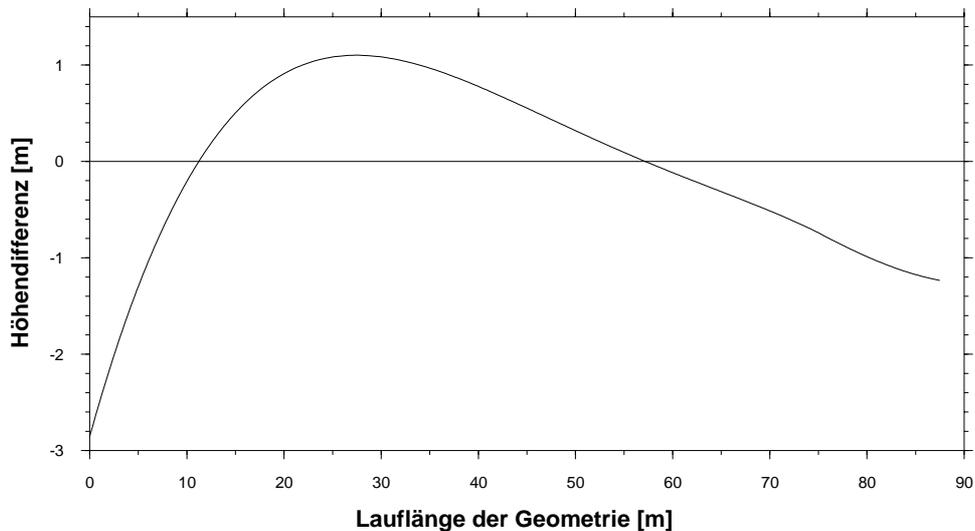


Abbildung C.3.: Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Damme.

C.2. Das Testgebiet Ebergötzen

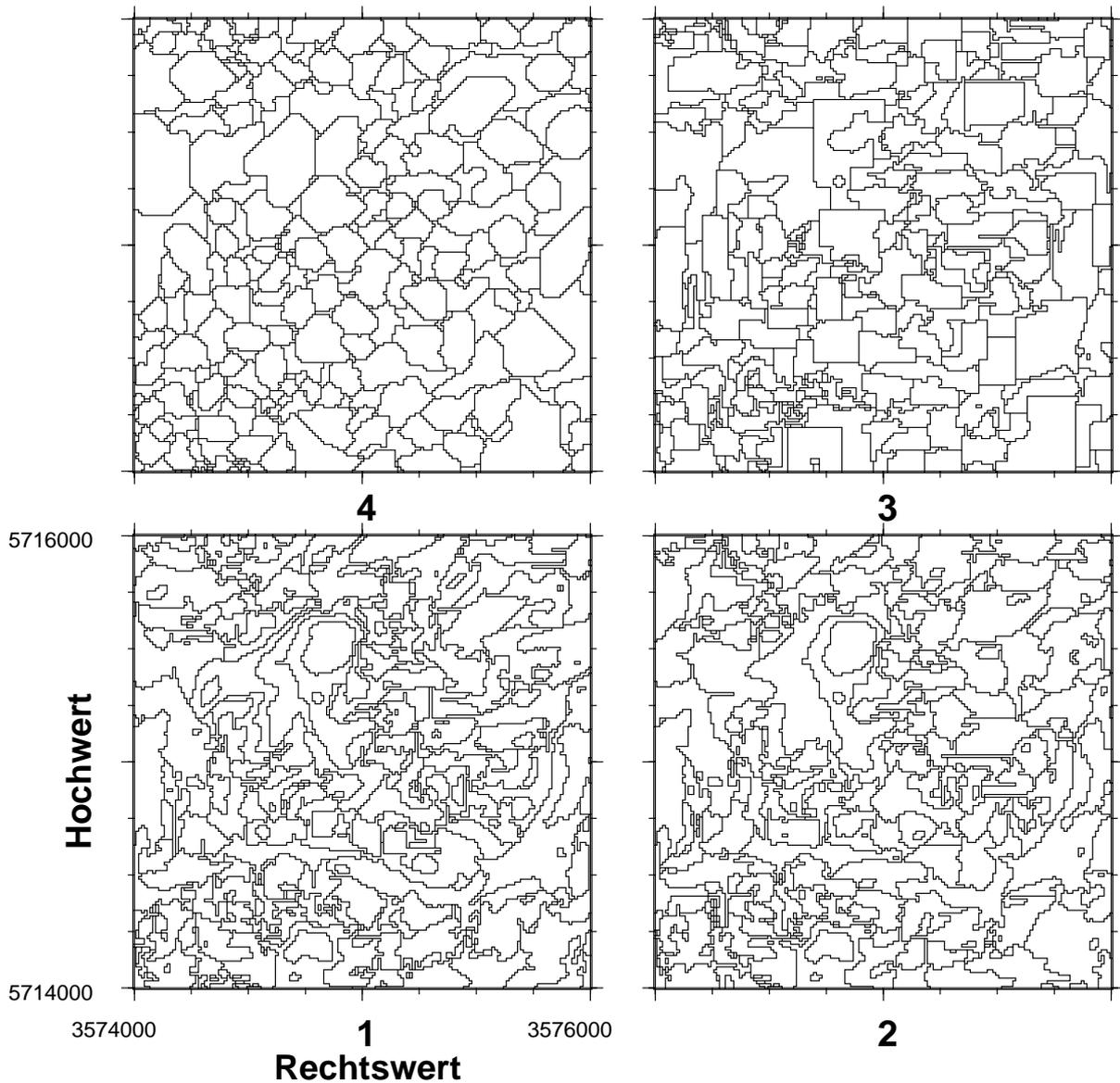


Abbildung C.4.: Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für Ebergötzen.

Gegenüber Abbildung 4.5 zeigt Abbildung C.4 die Ergebnisse der Extraktion nach dem Auffüllen der Abdeckungsflächen. Die graphische Wiedergabe der Statistik der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Ebergötzen befindet sich im Hauptteil der Arbeit, Kapitel 7, Abbildung 7.10.

Tabelle C.2.: Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für Ebergötzen.

Extraktions- variante	Anzahl Objekte	Nach Füllen der Abdeckungslöcher		Nach Ausgleichung mit Pufferung	
		max. $ R_{ges} $ (rms)	max. D (mittl.)	max. $ R_{git} $ (rms)	max. D (mittl.)
-	-				
1	409	31.27 (0.57)	+ (+)	9.19 (0.87)	14.00 (1.32)
2	392	+ (+)	+ (+)	9.19 (0.84)	10.72 (1.32)
3	395	14.58 (0.49)	+ (+)	9.27 (0.74)	13.62 (1.20)
4	357	17.73 (0.46)	52.08 (2.94)	9.37 (0.67)	8.57 (1.07)

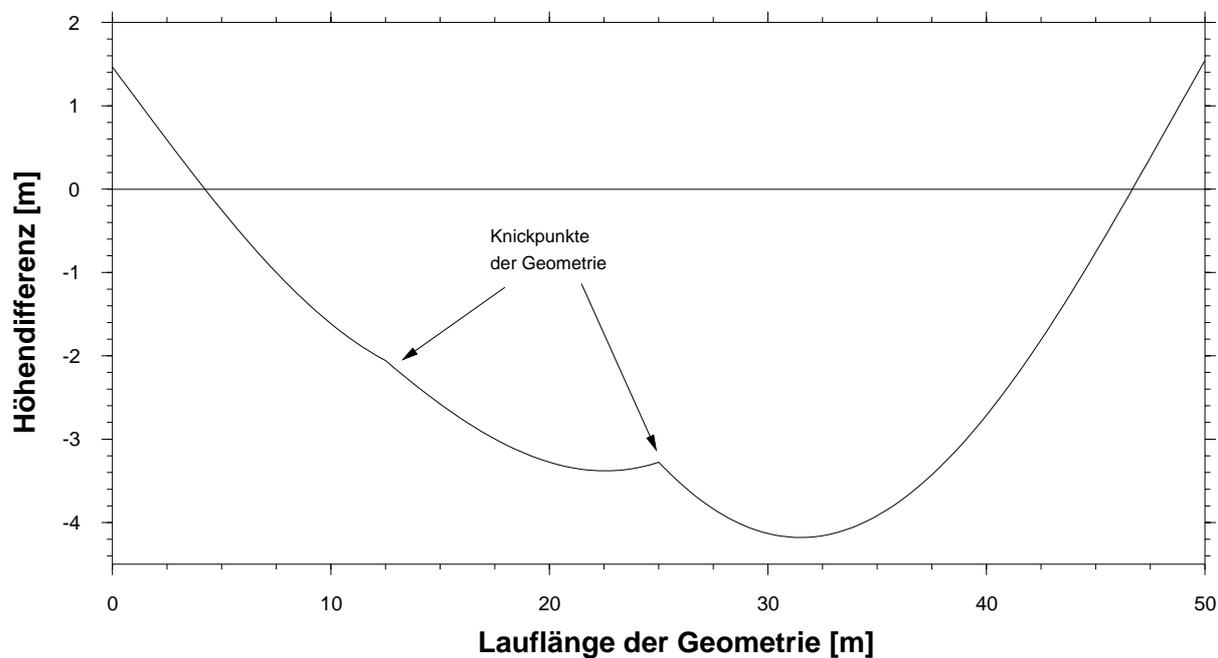


Abbildung C.5.: Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Ebergötzen.

C.3. Das Testgebiet Leine

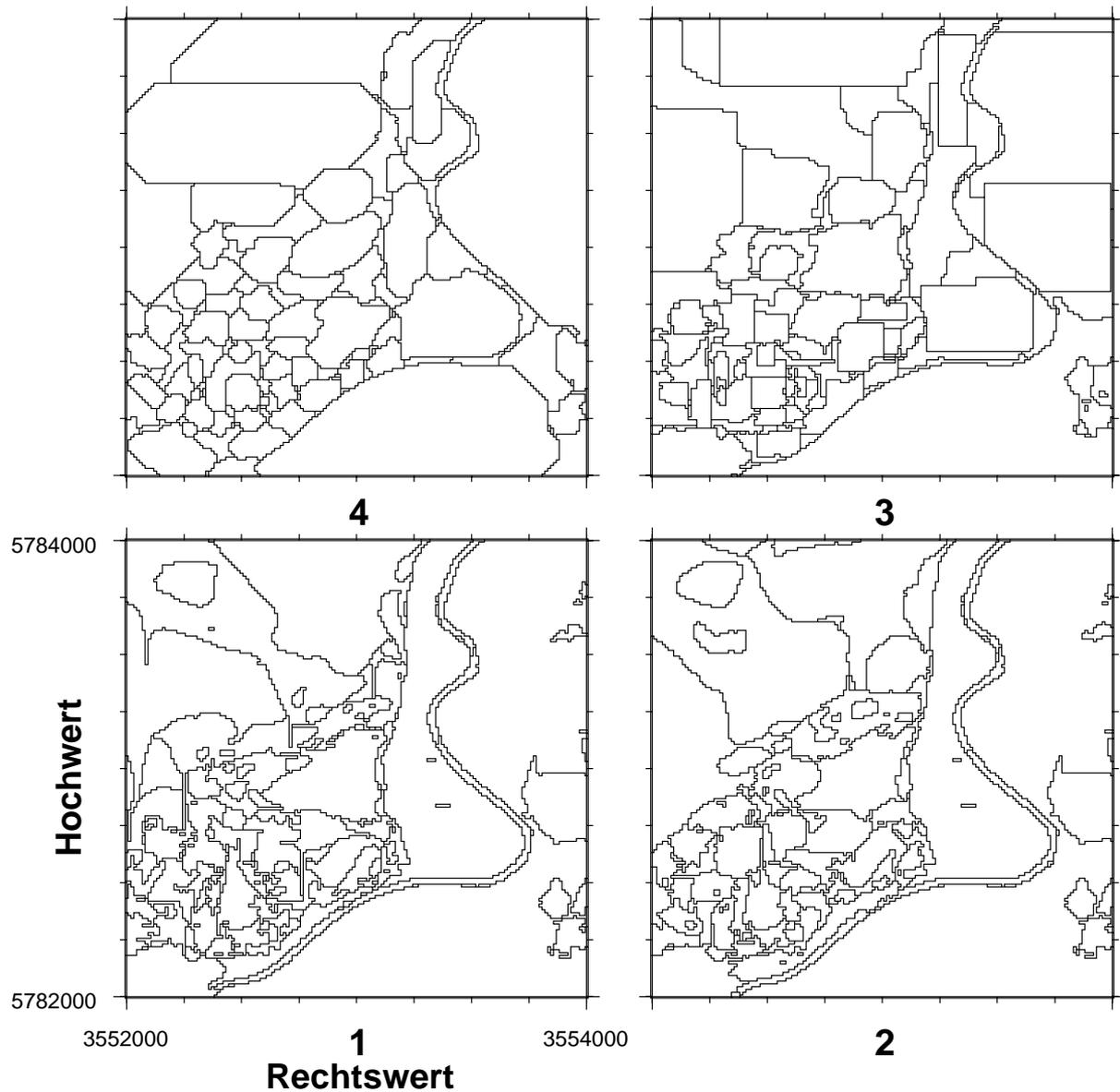


Abbildung C.6.: Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für das Testgebiet Leine.

Die Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität nach Abschluss der Berechnung der Polynomparameter für das Testgebiet Leine ist im Hauptteil der Arbeit, Kapitel 7, Abbildung 7.9 dargestellt.

Tabelle C.3.: Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für das Testgebiet Leine.

Extraktions- variante	Anzahl Objekte	Nach Füllen der Abdeckungslöcher		Nach Ausgleichung mit Pufferung	
		max. $ R_{ges} $ (<i>rms</i>)	max. D (mittl.)	max. $ R_{git} $ (<i>rms</i>)	max. D (mittl.)
-	-				
1	166	59.19 (0.63)	+ (+)	5.91 (0.57)	3.72 (1.02)
2	149	11.63 (0.39)	+ (+)	5.55 (0.66)	6.11 (1.17)
3	162	22.49 (0.38)	+ (+)	4.20 (0.46)	11999.19 (139.82)
4	140	15.94 (0.35)	+ (+)	31.63 (3.91)	27.48 (2.00)

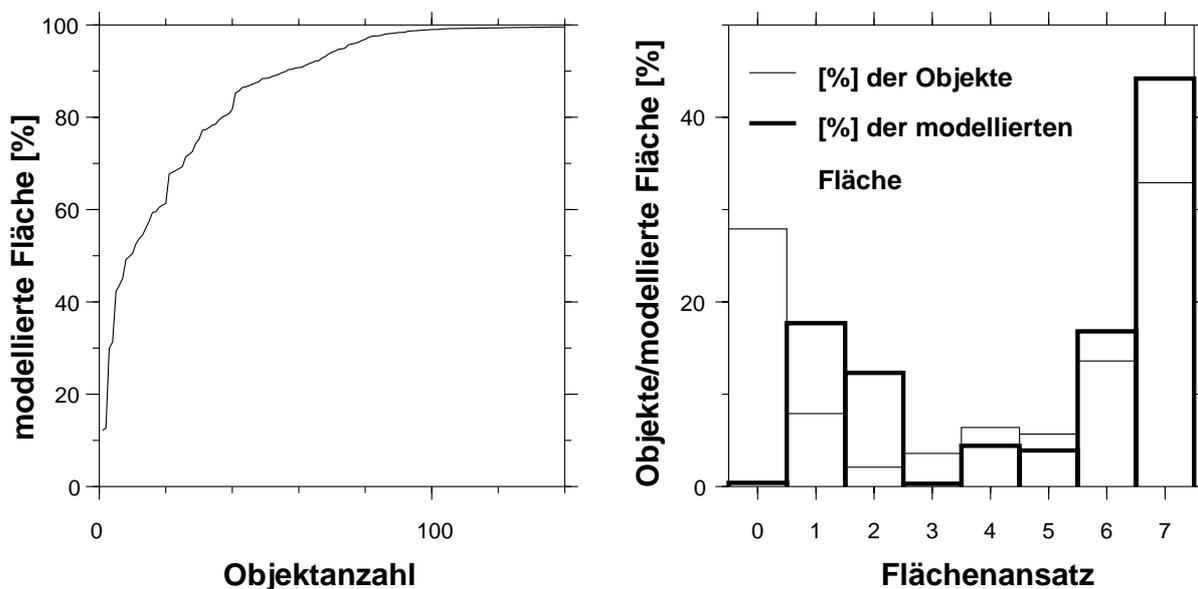


Abbildung C.7.: Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Leine in Abb. 7.7.

C.4. Das Testgebiet Saar

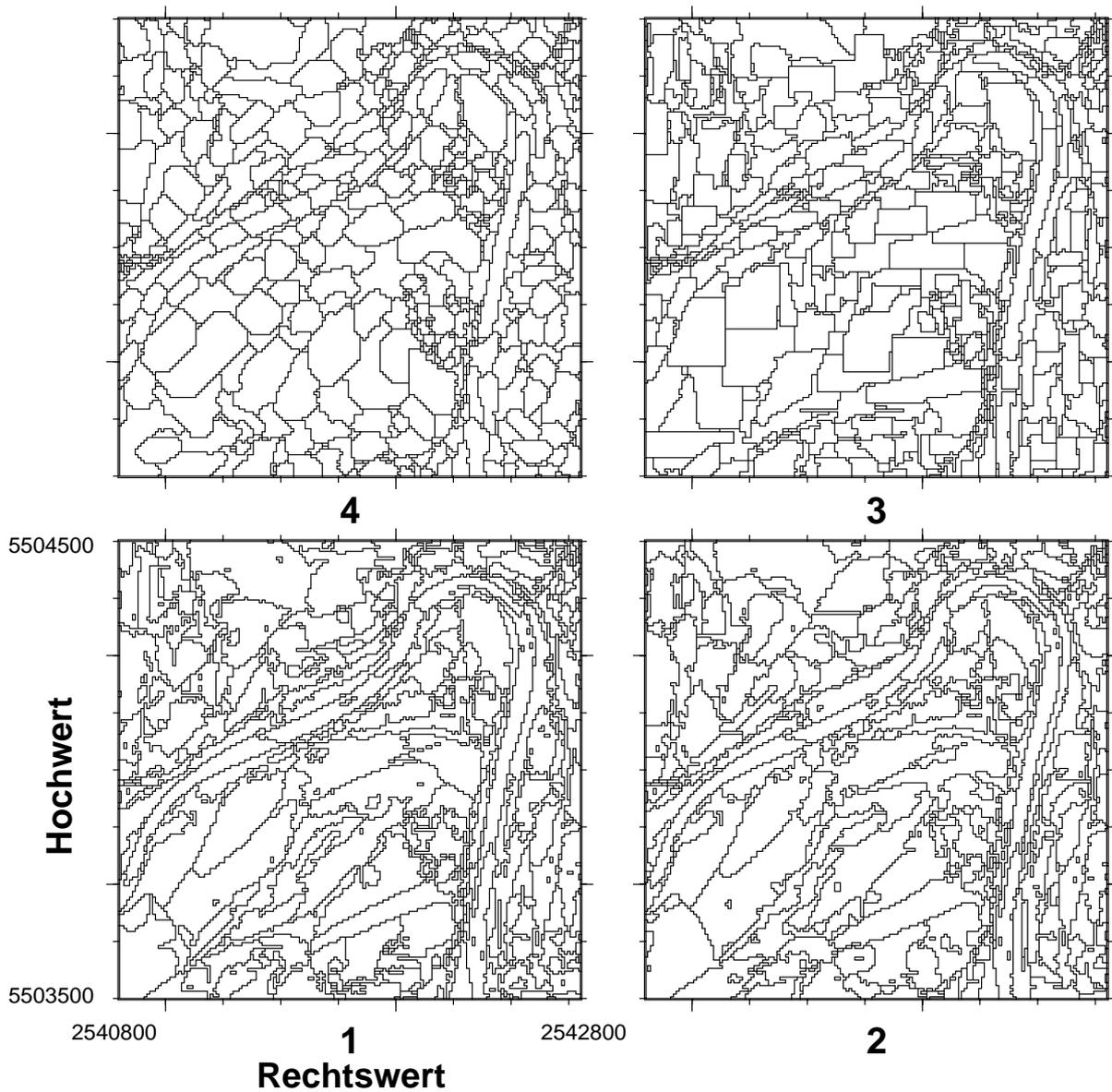


Abbildung C.8.: Extrahierte Objekte nach verschiedenen Kriterien der Wahl des nächsten einzufügenden Punktes für das Testgebiet Saar.

Tabelle C.4.: Charakteristika der Polynomflächenobjektextraktion in verschiedenen Varianten für das Testgebiet Saar.

Extraktions- variante	Anzahl Objekte	Nach Füllen der Abdeckungslöcher		Nach Ausgleichung mit Pufferung	
		max. $ R_{ges} $ (<i>rms</i>)	max. D (mittl.)	max. $ R_{git} $ (<i>rms</i>)	max. D (mittl.)
-	-				
1	619	81.75 (0.94)	+ (+)	10.75 (0.68)	14.52 (1.23)
2	603	+ (+)	+ (+)	10.75 (0.66)	11.72 (1.16)
3	740	+ (+)	+ (+)	12.78 (0.65)	14.51 (1.32)
4	720	+ (+)	+ (+)	13.19 (0.65)	15.13 (1.15)

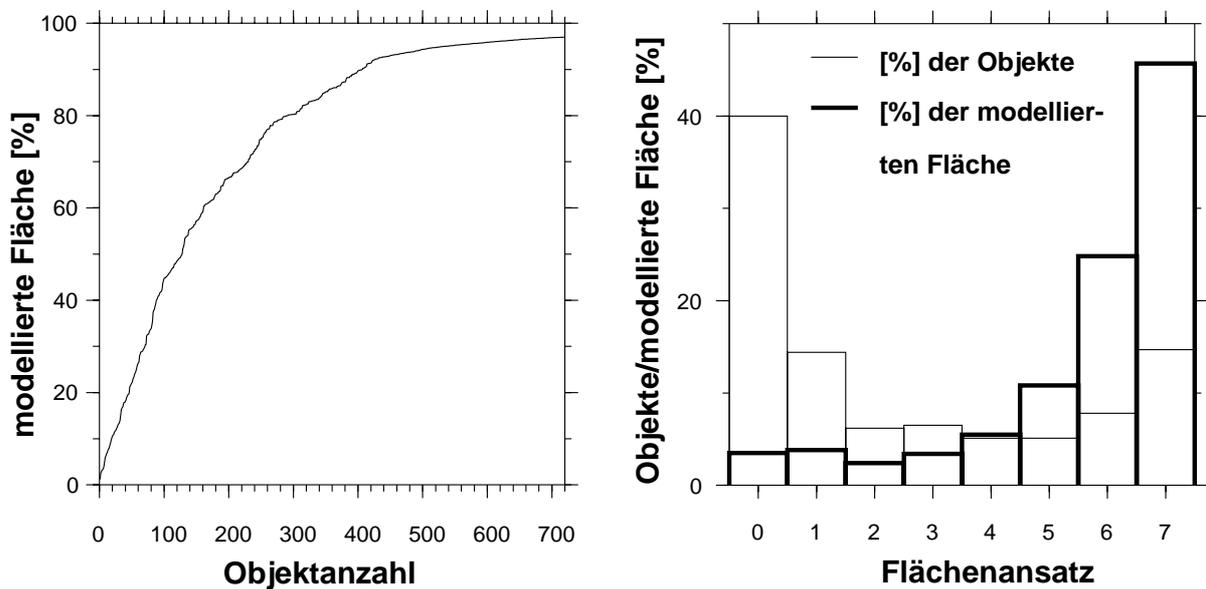


Abbildung C.9.: Statistik bei der Extraktion von Polynomflächenobjekten für das Testgebiet Saar in Abb. 7.8.

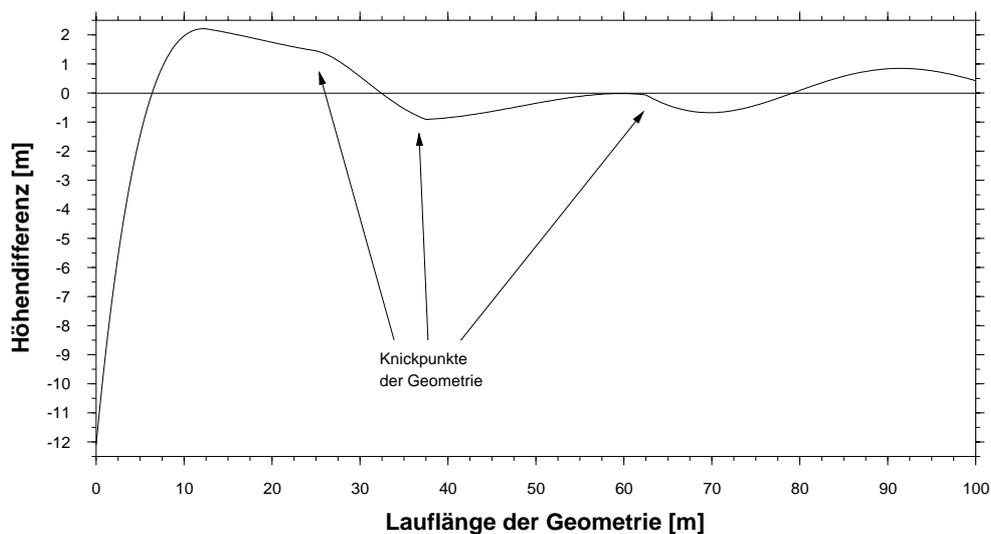


Abbildung C.10.: Auftretende Diskontinuitäten an der Geometrie mit maximaler Diskontinuität im Testgebiet Saar.

D. Weitere Ergebnisse der integrierten Modellierung mittels Triangulationen

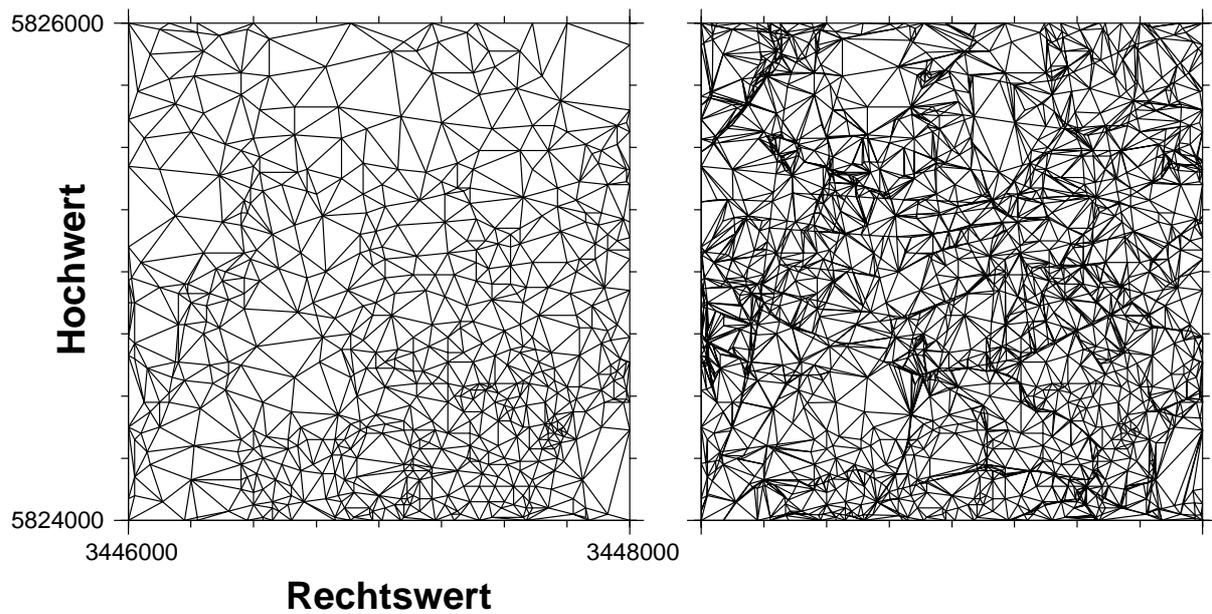


Abbildung D.1.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM im Testgebiet Damme, Schwellwerte 3 m.

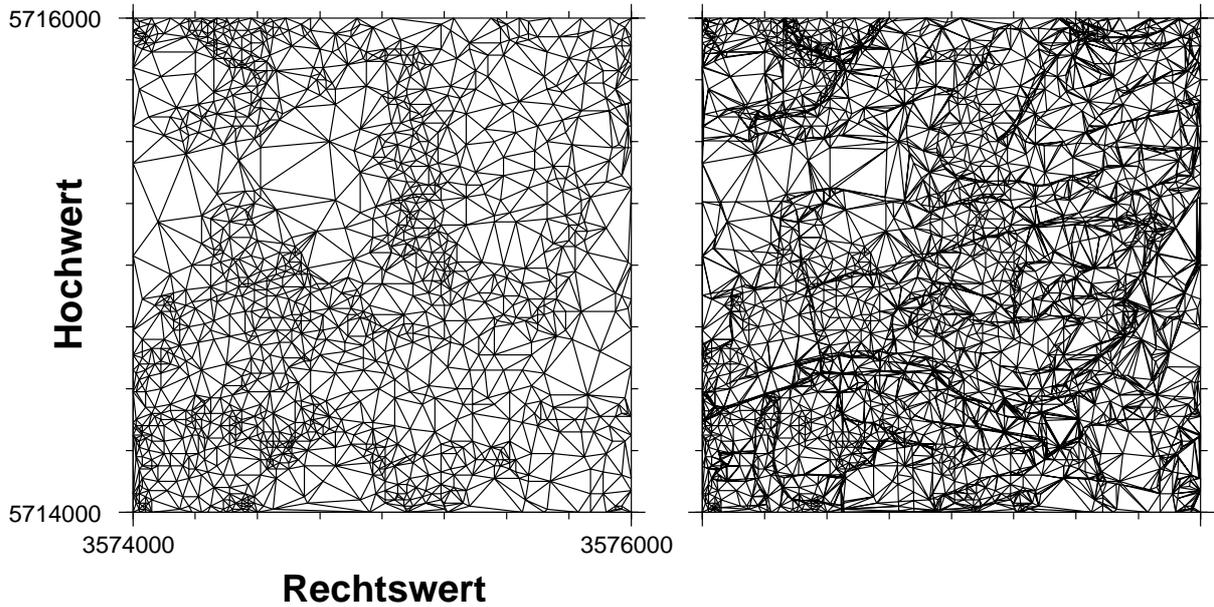


Abbildung D.2.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM im Testgebiet Ebergötzen, Schwellwerte 3 m.

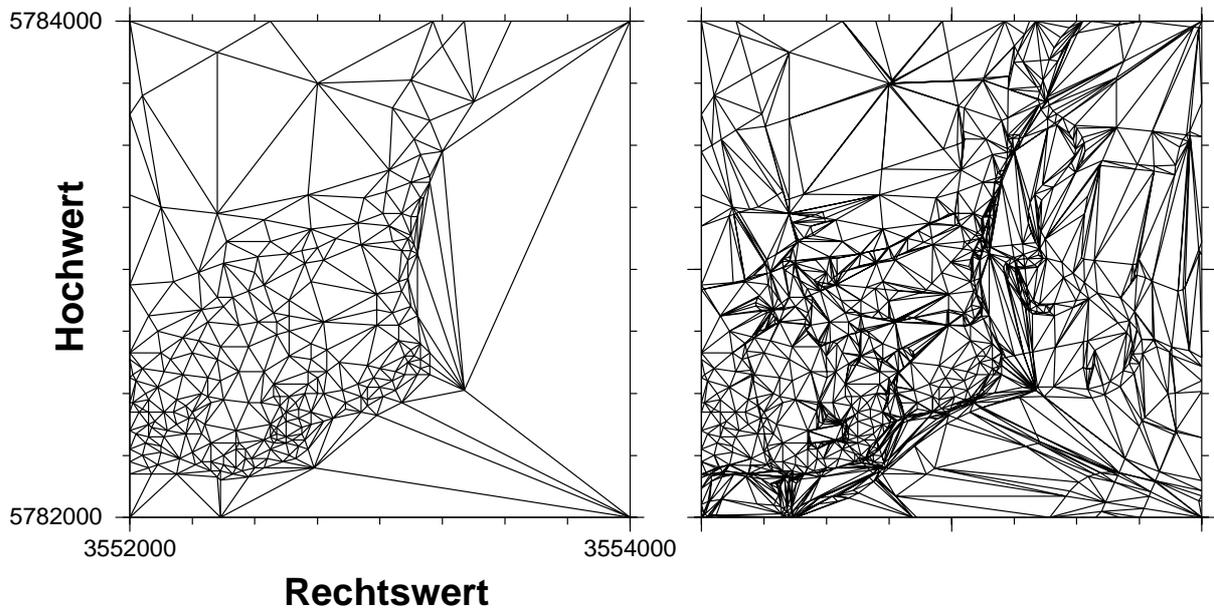


Abbildung D.3.: Vereinfachtes DGM-TIN und integriertes Modell mit Vereinfachung für DGM und DSM im Testgebiet Leine, Schwellwerte 3 m.

E. Lebenslauf

Name: Ulrich Lenk
Geburt: 25.04.1967 in Berlin-Charlottenburg
Familienstand: verheiratet, zwei Kinder
Schulbildung: 1973 - 1977 Grundschule Bergwald, Karlsruhe
1977 - 1979 Markgrafengymnasium Durlach, Karlsruhe
1979 - 1986 Gymnasium Karlsbad, Karlsbad
05.06.1986 Abitur
Studium: 1986 - 1988 Studium der Elektrotechnik, Universität Karlsruhe
1988 - 1994 Studium der Geodäsie, Universität Karlsruhe
20.07.1994 Diplom-Ingenieur für Vermessungswesen
21.01.1995 Verleihung des Hermann-Billing-Preises 1995
für die Diplomarbeit
09.02.1996 Verleihung eines Preises aus der Ludwig-Lenz-Stiftung
für den Gesamtdiplomabschluss
1994 - 1995 Aufbaustudium Hydrographie,
University of Plymouth, England
12.07.1995 Postgraduate Diploma with Distinction in
Hydrographic Surveying (PgDipHS mit FIG/IHO Level A)
Berufstätigkeit: 01.09.95 - 30.11.95 wissenschaftliche Hilfskraft mit Abschluss am
Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung,
Bremerhaven
01.12.95 - 31.12.95 wissenschaftliche Hilfskraft mit Abschluss am
Institut für Kartographie, Universität Hannover
01.01.96 - 31.12.98 wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Institut für Kartographie, Universität Hannover
01.01.99 - 31.12.01 Stipendiat der Deutschen Bundesstiftung Umwelt,
Osnabrück, am Institut für Kartographie
(heute Institut für Kartographie und Geoinformatik), Universität Hannover