

**Hornstrahler mit beliebigen Querschnittsgeometrien
und deren Einsatz in Gruppenantennen**

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Rainer Kühne

geboren am 18. Mai 1970 in Hannover

2001

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. J. Marquardt

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Garbe

Tag der Promotion: 20. November 2001

Abstract

Kühne, Rainer:

Hornstrahler mit beliebigen Querschnittsgeometrien und deren Einsatz in Gruppenantennen

In der vorliegenden Arbeit werden Hornstrahler mit beliebigen Querschnittsgeometrien mit Hilfe geeigneter Abstrahlungsmodelle betrachtet und deren Einsatz in Gruppenantennen untersucht. Im Vordergrund der Analyse steht die Erhöhung der Designflexibilität unter Berücksichtigung fertigungstechnischer Aspekte sowie die Bestimmung der interelementaren Wechselwirkungen in Gruppen und deren Auswirkungen auf die aktiven Reflexions- und Strahlungseigenschaften.

Die Berechnung eines einzelnen Hornstrahlers erfolgt durch die Modellierung seiner Geometrie aus abschnittsweise homogenen Hohlleitersegmenten mit beliebigem Querschnitt. Die Segmente werden durch ein im Ansatz exaktes Verfahren hinsichtlich der elektromagnetischen Eigenschaften ihrer TE- und TM-Eigenwellen analysiert und mittels der Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung zur Gesamtstruktur verkettet. Zur Berechnung der Antennenparameter wird ein einfaches, aber effizientes Abstrahlungsmodell unter Berücksichtigung der Aperturreflexionen und Feldbeugungen verwandt, dessen Flexibilität durch die Analyse unterschiedlicher Hörner verifiziert wird. Darüber hinaus wird der Entwurf eines einfach zu fertigenden Strahlers mit quadratischem Querschnitt und verrundeten Ecken mit rotationssymmetrischer Richtcharakteristik und geringer Eingangsreflexion präsentiert.

Eine Zusammenfassung mehrerer Hornstrahler zu einer Gruppenantenne erfordert die Bestimmung der Verkopplung zwischen dicht benachbarten Elementen. Hierfür wird ein allgemeingültiges Integralgleichungsverfahren formuliert, welches erstmals die Berechnung der Strahlungskopplung zwischen Hohlleiterstrahlern mit beliebigen Aperturquerschnitten erlaubt. Dieser Ansatz ermöglicht die Charakterisierung planarer Gruppen und bildet zusammen mit der Berechnung der Einzelstrahler ein vollständiges Analysepaket zur Bestimmung der Gruppeneigenschaften. Zusätzlich wird ein Verfahren vorgestellt, welches die sehr effiziente und schnelle Berechnung der Verkopplung in Gruppenanordnungen mit großer Anzahl an identischen Elementen gestattet.

Die Simulationsergebnisse für die Einzelstrahler und die interelementaren Wechselwirkungen werden sowohl für die Richtcharakteristik als auch für die Streuparameter durch Messungen und durch Berechnungen mit dem HF-Simulationsprogramm HFSS verifiziert. Abschließend werden verschiedene Gruppenkonfigurationen betrachtet und der Einfluss der Verkopplung auf die Reflexionseigenschaften der Elemente und die Richtcharakteristik der Gruppe diskutiert.

Schlagwörter: Hornstrahler, Gruppenantenne, Verkopplung

Abstract

Kühne, Rainer:

Horn Antennas with Arbitrary Cross-Sections and their Use in Antenna Arrays

The characteristics of horn antennas with arbitrary cross-sections and their applications in antenna arrays are investigated by using suitable models. Providing a higher design flexibility and taking account of production mechanisms are the main objectives of this analysis. Furthermore, the mutual coupling between closely spaced elements in antenna arrays, which affects the active reflection characteristics and the radiation pattern, is determined.

The calculation of a single horn antenna is based on the segmentation of the geometry into basic waveguides with arbitrary cross-sections. The field inside each waveguide is expressed as a sum of transverse electric and transverse magnetic eigenmodes and the overall scattering matrix is computed using mode matching technique. For the determination of the antenna parameters a simple but efficient model is used which takes into consideration the reflection and diffraction characteristics of the aperture. The flexibility of this approach is verified by analysing different types of horn antennas. Furthermore, the design of a new type of horn with square cross-section and rounded corners with a symmetric radiation pattern and a high return loss is presented.

Combining several antennas within one array requires the calculation of the mutual coupling between closely spaced elements. Therefore, a further developed integral equation is formulated in order to determine the cross coupling in a planar array of apertures with arbitrary shapes. Together with the calculation of the horn antennas, this results in a complete and flexible design tool. In addition, a fast and efficient approach is given for the calculation of the mutual coupling in arrays with a large number of identical elements.

The simulated results of the antennas and the cross coupling are verified by measurements as well as calculations with the simulation software HFSS. Finally, different antenna arrays are investigated and the behaviour of the active return loss of the elements and the radiation pattern due to the mutual coupling is discussed.

Keywords: horn antenna, antenna array, mutual coupling

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen und Abkürzungen	iv
1 Einleitung	1
2 Zylindrische Hohlleiter mit beliebiger Querschnittsgeometrie.....	8
2.1 Feldlösungen und Eigenwellen in zylindrischen Hohlleitern.....	8
2.1.1 Feldansatz	8
2.1.2 Randbedingungen auf der Oberfläche	12
2.1.3 Gleichungssystem zur Berechnung der Eigenwellen.....	13
2.1.4 Geometrie zylindrischer Hohlleiter.....	17
2.1.5 Eigenwellen zylindrischer Hohlleiter	19
2.2 Sprungförmige Approximation von Speisestrukturen.....	25
2.2.1 Orthogonalreihen-Entwicklung zur Berechnung sprungförmiger Hohlleiteranordnungen	25
2.2.2 Streumatrix hintereinandergeschalteter Hohlleitersprünge.....	29
2.2.3 Berechnung der Koppelintegrale	30
3 Einfaches Abstrahlungsmodell für Einzelstrahler	32
3.1 Strahlungsquellen des Fernfeldes.....	33
3.2 Abstrahlung in einen Rundhohlleiter	35
3.2.1 Bestimmung der transversale Feldverteilung.....	35
3.3 Berücksichtigung eines endlichen Antennenflansches.....	39
3.3.1 Eigenwellen im Rundhohlleiter mit koaxialem Innenleiter	40
3.3.2 Streumatrizen von Bifurkationen und koaxial hinterdrehten Rillen	40
3.3.3 Bestimmung der transversalen Feldverteilung.....	44
3.4 Bestimmung des Strahlungsfeldes.....	48
3.4.1 Allgemeine Definitionen.....	48
3.4.2 Formulierung der Fernfeldkomponenten	49

4	Gruppenantennen aus Hornstrahlern mit beliebiger Querschnittsgeometrie...	54
4.1	Abstrahlung aus Öffnungen im leitenden Schirm.....	56
4.2	Allgemeine Betrachtungen zu Gruppenantennen	57
4.3	Berücksichtigung der Verkopplung in Gruppenantennen	59
4.3.1	Modale Wechselwirkung.....	60
4.3.2	Numerische Bestimmung der Koppeladmittanzen.....	65
4.4	Gruppen mit großer Elementanzahl.....	69
4.5	Berücksichtigung von Speisestrukturen.....	80
5	Ergebnisse.....	83
5.1	Eigenschaften von Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie	84
5.1.1	Konvergenz des Feldansatzes.....	84
5.1.2	Eigenschaften der Eigenmoden.....	89
5.2	Kettenschaltungen von Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie	95
5.2.1	Sprunganordnungen aus Hohlleitersegmenten.....	96
5.2.2	Optimierte Hohlleiterübergänge.....	98
5.3	Hornantennen als Einzelstrahler	101
5.3.1	Vergleich mit Messungen und Literaturdaten.....	102
5.3.2	Erreger für Reflektorantennen.....	111
5.3.3	Grenzen des Verfahrens	122
5.4	Hornstrahler als Elemente von Gruppenantennen	124
5.4.1	Reflexionsverhalten von offenen Hohlleitern	126
5.4.2	Strahlungseigenschaften von Hornstrahlern.....	135
5.4.3	Verkopplung in Gruppenanordnungen.....	142
5.4.4	Strahlungseigenschaften von Gruppenanordnungen.....	158
6	Zusammenfassung	175

Literaturverzeichnis.....	179
Anhang	
A Normierungsfaktoren.....	186
B Teilanalytische Näherung für die modale Verkopplung in runden Aperturen	189
C Herleitung des Interpolationsverfahrens	198
D Feldbilder	203
E Fotos der Messanordnungen	206
Lebenslauf.....	207

Formelzeichen und Abkürzungen

\vec{A}	magnetisches Vektorpotential
$A_1 - A_8$	komplexe Koeffizienten für das Interpolationsverfahren
A_p	Entwicklungskoeffizient der Feldverteilung des zylindrischen Hohlleiters mit beliebigem Querschnitt
a	je nach Zusammenhang zulaufende Wellenamplitude der Streuparametertheorie oder halbe Kantenlänge der Breitseite des Hohlleiterquerschnittes
$ a^{(k)} $	Amplitude der Anregung des Gruppenelementes k
a_{ei}, a_{hi}	zulaufende Wellenamplitude des i -ten E- bzw. H-Modes der Streuparametertheorie
B_p	Entwicklungskoeffizient der Feldverteilung des zylindrischen Hohlleiters mit beliebigem Querschnitt
b	je nach Zusammenhang ablaufende Wellenamplitude der Streuparametertheorie oder halbe Kantenlänge der Höhe des Hohlleiterquerschnittes
b_{ei}, b_{hi}	ablaufende Wellenamplitude des i -ten E- bzw. H-Modes der Streuparametertheorie
C_p	Entwicklungskoeffizient der Feldverteilung des zylindrischen Hohlleiters mit beliebigem Querschnitt
$C_{ei,p}, C_{hi,p}$	Entwicklungskoeffizient der Feldverteilung des i -ten E- bzw. H-Modes für die Ordnung p
$C_{p\mu}$	Fourierkoeffizient von $\cos p\varphi$
c	Radius der verrundeten Ecken des Hohlleiterquerschnitts
c_0	Lichtgeschwindigkeit
$[c]$	Koeffizientenvektor des linearen Gleichungssystems
D	je nach Zusammenhang Richtfaktor oder Innendurchmesser des Außenleiters der Koaxialleitung
D_p	Entwicklungskoeffizient der Feldverteilung des zylindrischen Hohlleiters mit beliebigem Querschnitt
d	Durchmesser des Innenleiters der Koaxialleitung
$[E]$	Einheitsmatrix
\vec{E}	elektrischer Feldvektor

$E_{cp}(\vartheta, \varphi), E_{xp}(\vartheta, \varphi)$	ko- und kreuzpolare Fernfeldkomponenten
E_ρ, E_φ, E_z	elektrische Feldkomponenten im kreiszylindrischen Koordinatensystem
$\vec{E}_r, \vec{E}_\vartheta, \vec{E}_\varphi$	elektrische Feldkomponenten im Kugelkoordinatensystem
E_{mn}	E-Mode des Rechteckhohlleiters oder des Rundhohlleiters
E_{cu}, E_{cg}	cosinusförmiger ungerader und gerader E-Mode im zylindrischen Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt
E_{su}, E_{sg}	sinusförmiger ungerader und gerader E-Mode im zylindrischen Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt
$\vec{e}_{ei}, \vec{e}_{hi}$	transversaler elektrischer Feldvektor des i -ten E- bzw. H-Modes
\vec{F}	elektrisches Vektorpotential
$F_e(\vartheta, \varphi)$	Richtcharakteristik des Einzelstrahlers
$F_g(\vartheta, \varphi)$	Gruppencharakteristik
$F(\vartheta, \varphi)$	Richtcharakteristik der Gruppeanordnung
f	Frequenz
f_c	Grenzfrequenz
$G_{p\mu}$	Fourierkoeffizient der in Umfangsrichtung periodischen, abgeleiteten Besselfunktion $J'_p(k_c R(\varphi))$
$G(R, R')$	skalare Green'sche Funktion des freien Raumes
\vec{H}	magnetischer Feldvektor
H_ρ, H_φ, H_z	magnetische Feldkomponenten im kreiszylindrischen Koordinatensystem
$H_r, H_\vartheta, H_\varphi$	magnetische Feldkomponenten im Kugelkoordinatensystem
H_{mn}	H-Mode des Rechteckhohlleiters oder des Rundhohlleiters
H_{cu}, H_{cg}	cosinusförmiger ungerader und gerader H-Mode im zylindrischen Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt
H_{su}, H_{sg}	sinusförmiger ungerader und gerader H-Mode im zylindrischen Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt
$H_{p\mu}$	Fourierkoeffizient der in Umfangsrichtung periodischen Besselfunktion $J_p(k_c R(\varphi))$
$\vec{h}_{ei}, \vec{h}_{hi}$	transversaler magnetischer Feldvektor des i -ten E- bzw. H-Modes
$I_{V_{ee}}, I_{V_{eh}}, I_{V_{hh}}$	frequenzunabhängige Koppelintegrale zur Berechnung von Hohlleitersprüngen

\vec{J}, \vec{J}_m	elektrische bzw. magnetische Oberflächenstromdichte
$J_p(x)$	Besselfunktion erster Art und p -ter Ordnung
K_{hi}, K_{ei}	Feldkoeffizienten des i -ten E- bzw. H-Modes
k, k_0	Wellenzahl, Freiraumwellenzahl
k_c, k_r	Grenzwellenzahl bzw. radiale Wellenzahl
$\ \mathbf{M}\ $	Koeffizientenmatrix des linearen Gleichungssystems
N	maximale Anzahl an Moden im Feldansatz
N_{ei}, N_{hi}	Normierungsfaktor des i -ten E- bzw. H-Modes
P	Ordnung der maximal im Feldansatz berücksichtigten Besselfunktion
p	Ordnung der Besselfunktion
Q	feldführende Querschnittsfläche des Hohlleiters bzw. der Apertur
\vec{R}	Aufpunktvektor
\vec{R}'	Quellpunktvektor
R_{ij}	Abstand zwischen der Apertur i und der Apertur j
$R(\varphi)$	Hohlleiterrandfunktion bei beliebiger Querschnittsform
$\vec{R}^{(k)}$	Verschiebungsvektor des Gruppenelementes k aus dem Koordinatenursprung
R_μ	Fourierkoeffizient der in Umfangsrichtung periodischen Randfunktion $R(\varphi)$
R_μ^φ	Fourierkoeffizient der in Umfangsrichtung periodischen Randfunktion $\partial R(\varphi)/\partial \varphi$
$[S]$	Streumatrix
$[S_{ij}]$	Blockmatrix mit Bezug auf Hohlleiter i ausgehend von Hohlleiter j
$S_{p\mu}$	Fourierkoeffizient von $\sin p\varphi$
$T(\theta)$	obere Grenze der Integration nach der Koordinatentransformation
t	Transformationsvariable zur Reduktion der Polstelle im Integrationsgebiet
$[V_{ee}], [V_{eh}], [V_{hh}]$	modale Koppelmatrizen
$[Y]$	Admittanzmatrix
Y_0	Kehrwert des Freiraumwellenwiderstands $1/\eta_0$

Y_{ei}, Y_{hi}	Kehrwert des Wellenwiderstands des i -ten E- bzw. H-Modes $1/Z_{ei}$ bzw. $1/Z_{hi}$
Y_p	Besselfunktion zweiter Art und p -ter Ordnung
y_{ij}	Koppeladmittanz zwischen der Eigenwelle i und der Eigenwelle j
$Z_{V_{ee}}, Z_{V_{eh}}, Z_{V_{hh}}$	frequenzabhängige Vorfaktoren zur Berechnung von Hohlleitersprüngen
Z_{ei}, Z_{hi}	Wellenwiderstand des i -ten E- bzw. H-Modes
α	je nach Zusammenhang Dämpfungskonstante oder Drehwinkel des Hohlleiters im lokalen Koordinatensystem
β	Phasenkonstante
γ	komplexe Ausbreitungskonstante
ε	Dielektrizitätskonstante
η_0	Freiraumwellenwiderstand
η_1, η_2	Polarwinkel des ersten bzw. des zweiten Eckpunktes des Hohlleiterquerschnitts
φ_{ij}	Versatzwinkel zwischen den Aperturen i und j
$\varphi^{(k)}$	Winkelposition des Gruppenelementes k
λ, λ_0	Wellenlänge, Freiraumwellenlänge
μ	Permeabilitätskonstante
θ	Transformationsvariable zur Reduktion der Polstelle im Integrationsgebiet
$\theta^{(k)}$	Phase der Anregung des Gruppenelementes k
ϑ_0, φ_0	Hauptstrahlrichtung
ω	Kreisfrequenz $2\pi f$
ψ_i	Polarisationswinkel der i -ten Eigenwelle
$\bar{\Psi}_{ei}, \bar{\Psi}_{hi}$	magnetisches Feld des i -ten E- bzw. H-Modes
∇	Nablaoperator

Abkürzungen

ANA	automatischer Netzwerkanalysator
FDTD	Finite Differenzen im Frequenzbereich
HFSS	High Frequency Structure Simulator
MoM	Methode der Momente
MM	Mode Matching
TEM	transversal elektromagnetisch
cp, xp	Index zur Kennzeichnung des kopolaren (<i>copolar</i>) und des kreuzpolaren (<i>x-polar = crosspolar</i>) Strahlungsfeldes
J_p, J_{p-1}, J_{p+1}	$J_p(k_{r,hi/r,ei}\rho), J_{p-1}(k_{r,hi/r,ei}\rho), J_{p+1}(k_{r,hi/r,ei}\rho)$
$\cos_p, \cos_{p-1}, \cos_{p+1}$	$\cos(p\varphi - \psi), \cos((p-1)\varphi - \psi), \cos((p+1)\varphi - \psi)$
$\sin_p, \sin_{p-1}, \sin_{p+1}$	$\sin(p\varphi - \psi), \sin((p-1)\varphi - \psi), \sin((p+1)\varphi - \psi)$

1 Einleitung

Die Übertragung hochfrequenter Signale im GHz-Bereich wird seit Beginn der Kommunikationstechnik vor allem mittels Hohlleitern vorgenommen. Diese Leitungen zeichnen sich aufgrund ihrer elektromagnetischen Eigenschaften durch geringe Verluste bei hohen Frequenzen und durch geringe Störanfälligkeit aus. Die wichtigsten Einsatzgebiete sind die Richtfunk-, die Radar- und die Satellitenfunktechnik. Neben der leitungsgebundenen Signalübertragung wird ebenfalls die Abstrahlung von elektromagnetischer Energie in Form von Hohlleiter- oder Hornantennen in den genannten Einsatzbereichen vorgenommen. Als wesentliche Vorteile sind hier der hohe Antennengewinn, die hohen Reflexionsdämpfungen und nicht zuletzt die Raumfahrttauglichkeit dieser Strahler zu nennen.

Die Möglichkeit, mit Hornstrahlern hohe Antennengewinne gewährleisten zu können, ist bei direkt strahlenden Antennen in der Richtfunktechnik entscheidend. Im geostationären Raumsegment werden sie für die Ausleuchtung der gesamten Erdoberfläche eingesetzt. Diese Antennen sind oft als Rillenhörner oder als Mehrmodenhörner ausgeführt, um hohe Kreuzpolarisationsdämpfungen zu erzielen. Die Erzeugung von schmalen Strahlungskeulen wird durch Reflektorantennen mit einem Hornstrahler als Erreger sichergestellt. Die Reflektoren benötigen Speiseelemente mit hoher Reflexionsdämpfung, rotationssymmetrischer Strahlungscharakteristik und hoher Polarisationsreinheit, um die Antenneneffizienz zu steigern und die Überstrahlung des Reflektors zu minimieren. In der Radar- und in der Satellitenfunktechnik werden hierfür auch sogenannte Multi-Feed-Systeme benutzt, also die Zusammenfassung mehrerer Einzelstrahler zu einem Erregersystem, mit dem bestimmte Antenneneigenschaften erzielt werden können. Durch die variable Ansteuerung der Elemente kann die Stromverteilung auf der Reflektoroberfläche und damit die Strahlungseigenschaft in gewissen Grenzen eingestellt werden; die Hauptkeule des Systems wird geformt. Eine Ausleuchtung definierter geografischer Bereiche der Erdoberfläche ist so möglich, ohne dass eine Deformation der Reflektoroberfläche notwendig ist.

Eine weitere Verwendungsart von Hohlleiter- und Hornstrahlern ist der Einsatz in Gruppenantennen zur Strahlschwenkung, bei denen die Strahlungscharakteristik gezielt durch die Ansteuerung der Elemente beeinflusst und gesteuert werden kann. Insbesondere ist die elektronische Schwenkung der resultierenden Hauptkeule möglich, ohne die Anordnung mechanisch zu bewegen. Zusätzlich kann die Hauptkeule geformt, die Nebenkeulen reduziert oder Störsignale aus bestimmten Raumrichtungen unterdrückt werden. Die Gruppe kann wiederum als direkt strahlende Anordnung betrieben werden, oder sie dient als Erreger eines Reflektors.

Die Strahlungscharakteristik von Multi-Feed-Systemen und von Gruppenantennen ist neben der Anzahl der Elemente, ihrer Position und ihrer Ansteuerung wesentlich durch

die Eigenschaften der Einzelstrahler bestimmt. Durch den kompakten Aufbau treten die Elemente in Wechselwirkung, was meist einen negativen Einfluss auf die elektromagnetischen Eigenschaften des Gesamtsystems hat und sich direkt auf das Strahlungsverhalten der Gruppe sowie das Reflexionsverhalten der Einzelelemente auswirkt. Die Verkopplung kann dazu führen, dass in bestimmten Raumrichtungen keine oder nur geringe Abstrahlung (oder Empfang) möglich ist, weil einzelne Elemente fehlangepasst sind. Zusätzlich können die Form der Hauptkeule sowie das Niveau der Nebenkeulen durch die Elementverkopplung beeinflusst werden. Die Analyse der Einzelstrahler sowie die Bestimmung der Elementverkopplung sind neben der elektronischen Ansteuerung und der Signalverarbeitung zentrale Gesichtspunkte beim Entwurf von Gruppenantennen.

Der Aufbau von Gruppenantennen ist bestimmten Grenzen unterworfen. Generell wird eine möglichst kompakte und damit leichte Bauweise gewünscht. In Systemen, bei denen eine Strahlschwenkung gefordert ist, darf die strahlende Öffnung der Elemente zudem nicht beliebig groß gewählt werden, um Nebenkeulen mit hohem Niveau im Richtdiagramm, die mit großen Elementabständen zwangsläufig verbunden sind, zu vermeiden und damit eine Abstrahlung in eine unerwünschte Raumrichtung auszuschließen.

Zur Zeit werden in den beschriebenen Anwendungen Hohlleiter- oder Hornstrahler mit entweder rechteckigem, quadratischem oder rundem Querschnitt eingesetzt. Einige Arbeiten befassen sich auch mit elliptischen Querschnitten. Rechteckige Elemente lassen sich sehr einfach in das Verteilnetzwerk integrieren, welches meist in Rechteckhohlleitertechnik aufgebaut ist. Bezüglich der Fertigung verursachen sie allerdings einen höheren Aufwand als z.B. Elemente mit runder Querschnittsgeometrie. Sie sind für die Übertragung orthogonaler Polarisierungen geeignet, weisen aber lediglich einen geometrischen Freiheitsgrad für das Design auf. Die Flexibilität der Entwicklung ist dadurch eingeschränkt.

Eine Möglichkeit, die Designfreiheit zu erhöhen ohne auf die Vorteile von Hohlleiterantennen verzichten zu müssen, stellt die Verwendung von Strahlern mit einem beliebigen, feldführenden Querschnitt dar. Die elektromagnetische Feldverteilung der dominierenden Grundwelle in der Antennenapertur erzeugt charakteristische Strahlungseigenschaften, die in Vorteilen bzgl. des Strahlungsverhaltens resultieren können [53]. Empirische Untersuchungen zeigen, dass ein Hornstrahler mit der Querschnittsform eines Achtecks bei geeigneten Geometrieparametern sehr kreuzpolarisationsrein aufgebaut werden kann [77]. Die Analyse mit Hilfe einer Näherungsrechnung zeigt, dass Hornstrahler mit sechseckigem Querschnitt eine Richtcharakteristik mit geringen Nebenzipfeln versprechen, weil die Feldverteilung der Grundwelle nahezu gaußförmig über der Apertur verläuft [87], [88]. Darüber hinaus bieten Querschnittsveränderungen die Möglichkeit, fertigungstechnische Aspekte in Betracht zu ziehen. Die quadratischen Hohlleitermodule von Mehrmodenhörnern werden durch Segmente mit verrundeten Ecken ersetzt, was die Fertigung entscheidend vereinfacht. Durch die Abwandlung der

quadratischen Apertur sind zugleich Vorteile bei der Kreuzpolarisationsentkopplung zu erwarten [66].

Darüber hinaus ist der Einsatz neuartiger Strahler auch in Erreger-Systemen mit mehreren Elementen oder in Gruppenantennen denkbar. Die obengenannten Strahlungseigenschaften wie hohe Polarisationsreinheit oder geringe Nebenzipfel können vorteilhaft genutzt werden. Gerade dann sind die Anregung höherer Moden durch Reflexionen und die Verkopplungseinflüsse zwischen den Elementen zu berücksichtigen, um genaue Berechnungen zu ermöglichen und adäquate Dimensionierungsvorschriften bereit zu stellen. Darüber hinaus wird die Flexibilität gesteigert, wenn Elemente unterschiedlichen Typs, also mit unterschiedlicher Querschnittsform, innerhalb derselben Gruppe eingesetzt werden können, z.B. zur Strahlformung in Gruppenanordnungen. Sowohl im Bereich der Einzelstrahler und vor allem auch im Bereich von Gruppenantennen sind die bisher vorgeschlagenen Konzepte auf Standardhohlleiter beschränkt.

Es wird daher als notwendig erachtet, ein Verfahren zu entwickeln, welches die Analyse von Hornstrahlern mit beliebiger Querschnittsform ermöglicht, um beim Entwurf von neuartigen Hornantennen nicht auf die bekannten Standardkonfigurationen beschränkt zu bleiben. Der Entwurf von Einzelstrahlern sollte neben den elektromagnetischen Eigenschaften auch eine einfache Fertigung sowie eine kompakte Bauweise berücksichtigen. Aus diesem Grund ist ein automatisches Optimierungsverfahren in den Berechnungsvorgang zu implementieren, mit dem individuelle Fehlerfunktionen minimiert werden können. Der Einsatz dieser Antennen in Gruppenanordnungen bedarf zusätzlich der Kenntnis und der Berücksichtigung von interelementaren Verkopplungseffekten.

Prinzipiell bieten moderne 3D-Feldsimulatoren die Möglichkeit, beliebige Strukturen mit unterschiedlichen Verfahren zu berechnen und zu analysieren: z.B. *Finite Elemente Methode* (FEM), *Finite Differenzen im Zeitbereich* (FDTD), *Methode der Momente* (MoM). Sie sind aufgrund ihres allgemeinen Feldansatzes sehr flexibel, jedoch auch sehr zeitintensiv und damit für einen automatischen Optimierungsprozess nur bedingt geeignet. Daher werden seit einigen Jahren hybride Verfahren zur Analyse von Hohlleiter- und Hornstrahlern verwendet. In diesem Zusammenhang wird sehr oft die Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung (*Mode Matching* (MM)) zur Modellierung der Hornstruktur aus stückweise homogenen Hohlleitermodulen eingesetzt. Mit dieser Methode können Kettenschaltungen von Hohlleitersegmenten sehr effizient und genau berechnet werden. Sie besticht durch ihre ausgesprochen gute numerische Konvergenz und ihren geringen Speicherplatzbedarf sowie eine hohe Rechengeschwindigkeit. Gerade mit Hinblick auf die Optimierung von Systemparametern gibt es zu diesem Verfahren derzeit keine Alternative. Die Analyse von Hornstrahlern, die aus einer Aneinanderkettung homogener Hohlleitersegmente mit rechteckigem, quadratischem oder rundem Querschnitt bestehen, wird auf diesem Weg seit einiger Zeit sehr erfolgreich von zahlreichen Autoren durchgeführt (z.B. [8], [15], [21], [99], [100]). Auch die Modellierung von Rillenhörnern gelingt mit diesem Ansatz [24], [32], [78]. Dieses Vorgehen soll auch in der vorliegenden Arbeit verwandt werden, was die Kenntnis der

elektromagnetischen Eigenschaften der betrachteten Wellenleiter voraussetzt. Nach diversen Betrachtungen von Hohlleitern mit spezieller Querschnittsform mit unterschiedlichen numerischen Verfahren in [18], [27], [72], [91], [93], [102] wurde von Schneider in [82] ein im Ansatz exaktes Verfahren vorgestellt, mit welchem die Eigenwellen von Hohlleitern mit beliebigen Querschnitten bestimmt werden können und zusammen mit der ebenfalls durchgeführten Berechnung von Kettenschaltungen mittels der Orthogonalreihen-Entwicklung die Grundlage der Strahleranalyse bildet.

Das Strahlungsfeld der Antenne wird in vielen Anwendungen ausgehend von der ungestörten, transversalen Feldverteilung im letzten Hohlleitersegment berechnet. Dieser Ansatz setzt voraus, dass das Feld in der Hornöffnung mit dem des angeschlossenen Wellenleiters übereinstimmt, die einfallende Leitungswelle also nicht durch die Diskontinuität beim Übergang in den Freiraum gestört wird. Diese Näherung ist zulässig, solange die Abmessungen der Antennenapertur im Bereich einiger Wellenlängen und darüber liegen [23], [30].

Beim Übergang in den Freiraum treten an der Strahlerapertur Reflexionen und Feldbeugungen auf, die mit dem zuvor beschriebenen Modell nicht erfasst werden. Ein hybrides Berechnungsverfahren, welches die äußere Antennengeometrie über eine Feldanpassung mittels der MoM einbezieht, kann die Reflexionen und Feldbeugungen berücksichtigen [21], [75], [100]. Zu Beginn der 80er Jahre wurden die Feldverzerrungen erstmals durch einen an die Hornstruktur angeschlossenen Rundhohlleiter berücksichtigt, der mit sehr großem Durchmesser den Freiraum modellieren soll. Die Diskontinuität zwischen der eigentlichen Antenne und dem freien Raum kann so in die Analyse integriert werden. Das gesamte Modell bildet ein in sich geschlossenes System und ist sehr effizient mit der Orthogonalreihen-Entwicklung zu analysieren. Eine automatische Optimierung von einigen Geometrieparametern des Strahlers ist leicht zu implementieren. Eine Erweiterung dieser Methode, mit der auch die Feldbeugungen im Bereich eines endlichen Antennenflansches berücksichtigt werden können, besteht darin, den rückwärtigen Antennenhalbraum ebenfalls durch einen Wellenleiter zu modellieren. Dieser Wellenleiter bildet zwangsläufig eine Koaxialleitung, deren Innenleiter durch die zu untersuchende Antenne gebildet wird. Die Antenne besitzt dabei stets einen runden Flansch, der sie vollständig umschließt. Das Strahlungsfeld wird jeweils aus dem Transversalfeld der Strahlerapertur mit Hilfe der Aperturfeldmethode bestimmt. Diese Verfahren werden von Erb und Reiter auf runde Hohlleiter und konische Hörner angewandt [30], [74].

Aufgrund der Vielzahl von wissenschaftlichen Arbeiten auf diesem Gebiet sind mittlerweile die grundlegenden Eigenschaften von Pyramidenhörnern und konischen Hörnern sowie Rillenhörnern hinlänglich bekannt. Die Berechnung ihrer Reflexions- und Strahlungseigenschaften sowie die Bereitstellung von Dimensionierungsrichtlinien ist mit sehr guter Genauigkeit möglich. Bisher unbekannt sind allerdings Hornstrukturen, die neuartige Querschnittsformen aufweisen. Deren Untersuchung bildet einen wesentlichen Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit.

Einen weiteren Schwerpunkt bildet die Analyse der Strahlungseigenschaften von Gruppenantennen unter besonderer Berücksichtigung der Elementverkopplung. Auch hier werden neben den bekannten Querschnittsprofilen vor allem neuartige Strahler erforscht. Die Bestimmung der Strahlungseigenschaften von Gruppenanordnungen erfolgt oftmals durch die lineare Überlagerung der Richtcharakteristiken aller (isolierten) Einzelstrahler. Die Verkopplungseffekte zwischen den Einzelelementen innerhalb der Gruppe werden dabei vernachlässigt. In kompakten Aufbauten sind die Elemente jedoch meist sehr dicht benachbart und die Interaktion unbedingt zu beachten. Zur rechnergestützten Analyse der Koppelmechanismen wird fast ausschließlich ein Integralgleichungsverfahren verwendet, das auf dem Feldäquivalenzprinzip aufbaut.

Die ersten Näherungen zur Bestimmung der Verkopplung durch die Annahme von unendlichen periodischen Antennenfeldern wurden Anfang der 60er Jahre nahezu zeitgleich von Edelberg und Oliner, Kieburz, Galindo, Wu und anderen für rechteckige Aperturen durchgeführt [29], [31], [41], [42], [101]. Die Analyse einer endlichen Gruppe erfolgte wenige Jahre später durch Mailloux [57], [58]. Er untersuchte die Grundwellenverkopplung zweier identischer, offener Rechteckhohlleiter in einem leitenden Schirm. Dieser Ansatz wurde von Luzwick und Harrington, Kitchener und Bird aufgegriffen und durch die Berücksichtigung höherer Moden erweitert [16], [43], [44], [55]. Die ersten Ergebnisse von Koppelmechanismen zwischen rechteckigen Aperturen unterschiedlicher Größe wurden erstmals 1990 von Bird veröffentlicht [10]. Er stellte auch ein Verfahren vor, mit dem Anschlussstrukturen in die Berechnungen integriert werden konnten, um schließlich 1994 nicht kopolarisierte (also zueinander verdrehte) Hornstrahler zu untersuchen [8], [9]. Diese Ausführungen sind umfassend und vollständig dargestellt und verifiziert, jedoch auf rechteckige bzw. quadratische Querschnitte beschränkt.

Zu Beginn der 70er Jahre wurden von Bailey elementare Studien zur Bestimmung der Grundmodeverkopplung in Gruppenantennen mit identischen Rundhohlleitern durchgeführt [2], [5]. Einige Jahre später folgten einfache Näherungsformeln, welche die Berechnungszeiten verkürzten: z.B. im englischsprachigen Raum durch Bird und in Russland durch Mishustin [14], [65]. Diese Studien wurden Mitte der 80er Jahre von Clarricoats und Tun auf konische Hörner erweitert, bei denen neben dem Grundmode weitere Eigenwellen in der Apertur ausbreitungsfähig waren, die Gruppe aber nach wie vor aus identischen Elementen bestand [25], [95]. 1996 veröffentlichte Bird Bestimmungsgleichungen für die Verkopplung zwischen runden Aperturen mit unterschiedlichen Durchmessern, die eine ausgezeichnete numerische Konvergenz aufwiesen [13].

Nach den ersten grundlegenden Arbeiten zur Untersuchung von elliptischen Hohlleiter- und Hornstrahlern wurden erstmals 1990 wiederum von Bird Verkopplungserscheinungen zwischen offenen elliptischen Hohlleitern untersucht. Allerdings sind die formelmäßigen Zusammenhänge auf identische Elemente beschränkt [11]. Verkopplungserscheinungen zwischen elliptischen Aperturen mit unterschiedlichen Halbachsen sind noch nicht umfassend untersucht worden. Die von Tarricone vorgestellte Lösung

beinhaltet zwar den Ansatz für unterschiedliche Halbachsen, die Darstellung von Ergebnissen beschränkt sich jedoch auf identische Aperturen [94].

Die angegebenen Literaturstellen geben einen umfassenden Überblick zur Elementverkopplung von Hohlleiter- und Hornantennen mit bekannten Standardquerschnittsformen. Darüber hinaus beschreibt Mioc einen Ansatz über ein zweifaches Linienintegral zur Bestimmung der Verkopplung zwischen Wellenleitern mit beliebigem Querschnitt. Die Darstellung von Ergebnissen beschränkt sich allerdings auf die Interaktion zweier Rundhohlleiter, so dass über die Flexibilität des Verfahrens keine konkrete Aussage gemacht werden kann [64].

Einen Schwerpunkt der Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit bildet die Formulierung des feldtheoretischen Ansatzes zur Berechnung der Eigenwellen in homogenen Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie. Grundlage der im Ansatz exakten Analyse in Kapitel 2 ist die Entwicklung der Eigenwellen in unendliche Reihen von Lösungen der Wellengleichung. Nach der Formulierung der Randbedingungen kann ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Eigenwerte aufgestellt und die zugehörigen Feldverteilungen hergeleitet werden. Um bei den Untersuchungen des Strahlungsverhaltens von Antennen nicht nur auf homogene Hohlleiter beschränkt zu sein, wird anschließend auf Basis der Orthogonalreihen-Entwicklung die Berechnung von Kettenschaltungen abschnittsweise längshomogener Hohlleitersegmente vorgestellt. Die Felder in jedem Segment werden in Reihen von H- und E-Moden entwickelt, um über die Berechnung der modalen Verkopplung die Streumatrix des Einzelsprunges zu bestimmen. Eine Zusammenfassung aller Einzelstreumatrizen resultiert in der Gesamtstreumatrix der durch homogene Hohlleitersegmente modellierten Hornstruktur.

In einem einfachen Modell für die Bestimmung der Strahlungseigenschaften von Hornantennen in Kapitel 3 wird der Freiraum in die Kettenschaltung von Hohlleitersegmenten der Horngeometrie integriert und als Rundhohlleiter mit großem Durchmesser betrachtet. Durch die gegenläufige Feldanpassung mittels der Orthogonalreihen-Entwicklung werden die Randbedingungen erfüllt und das Transversalfeld in der Apertur ebene der Antenne kann bestimmt werden. Die Strahlungseigenschaften können über die Aperturfeldmethode durch den Ansatz äquivalenter Flächenströme ermittelt werden. Eine Erweiterung dieses Ansatzes besteht darin, auch den rückwärtigen Antennenhalbraum durch einen Wellenleiter zu ersetzen, um die bei realen Strahlern auftretenden Feldbeugungen erfassen zu können. Der rückwärtige Halbraum wird als Koaxialleiter in die Berechnungen integriert, dessen Innenleiter durch die zu untersuchende Antenne gebildet wird.

In Kapitel 4 wird ein im Ansatz exaktes Verfahren entwickelt, welches die Berechnung der Verkopplung beliebig geformter Aperturen in einer leitenden Ebene erlaubt. Die elektromagnetischen Felder in den Aperturen werden in eine unendliche Reihe von H- und E-Moden eines angeschlossenen Wellenleiters mit identischer Querschnittsform entwickelt. Nach dem Ersetzen der Transversalfelder durch ihre äquivalenten Flächenströme führt die allgemeine Strahlungsbedingung zusammen mit der Anwendung der

Bildtheorie auf die Bestimmungsgleichung der Koppeladmittanz. Sie gibt die Interaktion zweier Eigenwellen an und bildet die Grundlage zur Bestimmung der Streumatrix der Gesamtanordnung, die das Reflexionsverhalten des einzelnen und das Transmissionsverhalten zwischen den Antennenelementen beschreibt. Über eine einfache Streumatrixverknüpfung können Anschlussstrukturen oder Speisenetzwerke berücksichtigt werden.

Zwecks einer Keulenformung finden als Erreger für Reflektorantennen oft Gruppen mit einer großen Anzahl identischer Hohlleiter- oder Hornstrahler Verwendung. Mit dem ebenfalls in Kapitel 4 vorgestellten Interpolationsverfahren kann die Gesamtheit der Verkopplungseigenschaften in Gruppen mit beliebiger Elementanzahl aus der Kenntnis weniger, diskreter Anordnungen geschlossen werden. Die Berechnungszeit, die benötigt wird, um das Verhalten der gesamten Gruppe zu charakterisieren, kann dadurch erheblich verkürzt werden.

Im Vordergrund der Ergebnisse in Kapitel 5 steht die Eigenwellenanalyse von Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie unter besonderer Beachtung der Konvergenz des gewählten Feldansatzes. Die Verifizierung erfolgt sowohl durch den Vergleich der berechneten Grenzwellenzahlen mit theoretischen Referenzwerten als auch durch Messung verschiedener Hohlleiterschaltungen. Es schließen sich umfangreiche Untersuchungen zu Hornstrahlern mit unterschiedlichen Querschnittsgeometrien an, wobei die Ergebnisse mit Messungen und Literaturdaten verifiziert werden. Im Rahmen dieser Analyse werden mittels eines automatischen Optimierungsprozesses Hornstrahler entworfen, bei denen die Verwendung neuartiger Geometrien elektromagnetische und fertigungstechnische Vorteile bietet. Weiterhin werden umfassende Ergebnisse zur Strahlungskopplung von Aperturstrahlern mit beliebiger Querschnittsgeometrie in Gruppenantennen präsentiert. Aufgrund des gewählten Feldansatzes ist die Betrachtung nahezu beliebiger Geometrien und Anordnungen der Aperturen möglich, die anhand von Messungen verifiziert werden. Bei der Analyse zeigt sich, dass mit neuartigen Strahlern sehr kreuzpolarisationsarme Strahlungsfelder erzeugt werden können. An Demonstrationsobjekten wird schließlich gezeigt, dass die Verkopplung der Elemente für eine vollständige und adäquate Bestimmung des Strahlungsfeldes und vor allem zur Ermittlung der Reflexionseigenschaften der aktiven Gruppenelemente unbedingt berücksichtigt werden muss.

2 Zylindrische Hohlleiter mit beliebiger Querschnittsgeometrie

Die heute üblichen Anwendungen von Hohlleiterschaltungen oder -antennen sind auf standardisierte Querschnitte begrenzt. Diese Formen zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Randkontur mit den Linien orthogonaler Koordinatensysteme übereinstimmen. Für rechteckige Querschnitte wird das kartesische, für runde Querschnitte wird das polare Koordinatensystem verwandt. Elliptische Querschnitte werden über das elliptische Zylinderkoordinatensystem beschrieben. Die Bestimmung des elektromagnetischen Verhaltens dieser Leitungen ist über die Lösungen der Wellengleichung möglich. Jede Lösung der Wellengleichung, die zugleich die Randbedingungen erfüllt, führt auf einen Eigenmode des entsprechenden Hohlleiters. Bei dem Übergang zu beliebigen Querschnittsformen steht kein geeignetes Koordinatensystem zur Verfügung. Die Wellengleichung muss in einem bekannten System formuliert werden, wobei sich das kreiszylindrische Koordinatensystem als zweckmäßig erweist. Um die Randbedingungen erfüllen zu können, ist bei diesem Ansatz eine Überlagerung von theoretisch unendlich vielen Lösungen der Wellengleichung notwendig.

Die grundlegende Theorie zur Bestimmung der Eigenlösungen für zylindrische Hohlleiter ist ausführlich von Schneider [82] und Wendel [97] beschrieben. In [82] wird ein Feldansatz zur Berechnung gewellter Hohlleiter mit beliebiger Querschnittsgeometrie präsentiert. Dieser Ansatz wird zusätzlich für den Entwurf reflexionsarmer Übergänge zwischen rechteckigen und elliptischen Hohlleitern genutzt, wobei die Übergänge ihrerseits aus stückweise längshomogenen Hohlleitersegmenten mit ebenfalls beliebigen Querschnitten bestehen und nach der Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung berechnet werden. Dieser Ansatz wird für die vorliegende Problemstellung benutzt und bildet zusammen mit den theoretischen Ausführungen in [82] die Grundlage für die Analyse von Hornstrahlern mit beliebigen Querschnittsformen, die ebenfalls aus stückweise längshomogenen Segmenten aufgebaut werden können. Die grundlegenden und zum Verständnis notwendigen, formalen Schritte sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

2.1 Feldlösungen und Eigenwellen in zylindrischen Hohlleitern

2.1.1 Feldansatz

Die in dieser Arbeit betrachteten Hohlleiter seien quellenfrei und mit homogenen Medien gefüllt. Die Wellenausbreitung erfolge stets in positiver oder negativer z -Richtung. Bei der Beschränkung auf zeitlich harmonische Vorgänge lassen sich mittels der Maxwell'schen Gleichungen in komplexer Schreibweise

$$\operatorname{rot} \vec{H} = j\omega \epsilon \vec{E} \quad (2.1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H} \quad (2.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0 \quad (2.3)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad (2.4)$$

die Wellengleichungen für das elektrische und das magnetische Feld in vektorieller Form gewinnen:

$$\Delta \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = \vec{0} \quad (2.5)$$

$$\Delta \vec{H} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{H} = \vec{0} \quad (2.6)$$

($\Delta \vec{H} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{H} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{H}$).

Da das elektromagnetische Feld definitionsgemäß quellenfrei ist, lässt es sich aus einem elektrischen Vektorpotential \vec{F} und einem magnetischen Vektorpotential \vec{A} erzeugen, die bei zylindrischen Anordnungen jeweils nur in axiale Richtung weisen. Bei den betrachteten Wellenleitern sei dies die Richtung der z -Achse:

$$\vec{F} = (0, 0, F_z) \quad (2.7)$$

$$\vec{A} = (0, 0, A_z). \quad (2.8)$$

Der Vorteil der Einführung dieser Vektorpotentiale ist die Überführung der Wellengleichungen (2.5) und (2.6) von der vektoriellen in die skalare Form:

$$\Delta F_z + \omega^2 \mu \epsilon F_z = 0 \quad (2.9)$$

$$\Delta A_z + \omega^2 \mu \epsilon A_z = 0. \quad (2.10)$$

Lösen die skalaren Potentiale F_z und A_z diese Wellengleichungen, so erfüllen auch das elektrische und magnetische Feld die Wellengleichungen (2.5) und (2.6) bzw. die Maxwell'schen Gln. (2.1) und (2.2), wenn sie über die Beziehungen

$$\vec{E} = -\operatorname{rot} \vec{F} + \frac{1}{j\omega \epsilon} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} \quad (2.11)$$

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A} + \frac{1}{j\omega \mu} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{F} \quad (2.12)$$

aus den Vektorpotentialen erzeugt werden.

Besitzt die Querschnittsgeometrie des Hohlleiters keine Änderung in axialer Richtung und ist die Berandung ideal leitend, so können zwei Lösungen unabhängig voneinander existieren, bei denen eines der Vektorpotentiale verschwindet bzw. im Feldansatz gar nicht berücksichtigt wird. Betrachtet man nur das magnetische Vektorpotential \vec{A} und findet eine Lösung der Gl. (2.10), so ist das zugehörige magnetische Feld $\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$ aus Gl. (2.12) transversal. Diese Eigenlösungen werden als TM- oder E-Moden bezeichnet.

Existiert hingegen nur das elektrische Vektorpotential \vec{F} , so bezeichnet man die Eigenlösungen als TE- oder H-Moden, die demnach nur transversale elektrische Feldkomponenten enthalten.

Unter diesen Voraussetzungen lassen sich die Wellengleichungen (2.9) und (2.10) über einen Produktansatz lösen, bei dem eine Exponentialfunktion für die z -Abhängigkeit angesetzt wird. In kreiszylindrischen Koordinaten (ρ, φ, z) lauten die Skalarpotentiale dann:

$$F_z(\rho, \varphi, z) = F(\rho, \varphi) e^{\mp \gamma_{hi} z} \quad A_z(\rho, \varphi, z) = A(\rho, \varphi) e^{\mp \gamma_{ei} z}. \quad (2.13)$$

Hierbei ist z die axiale Koordinate und γ die komplexe Ausbreitungskonstante. Das negative (positive) Vorzeichen im Exponenten beschreibt eine Wellenausbreitung in positiver (negativer) z -Richtung. Die Wellengleichung der Skalarpotentiale, hier stellvertretend nur für das magnetische Potential angegeben, ergibt sich zu:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right] A_z(\rho, \varphi, z) = 0 \quad (2.14)$$

mit der Wellenzahl $k_0 = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$.

Lösungen dieser Differentialgleichung sind Produkte von Besselfunktionen zur Beschreibung der radialen Abhängigkeit, trigonometrische Funktionen für die Abhängigkeit in φ -Richtung sowie Exponentialfunktionen für die z -Abhängigkeit. Eine Lösung lautet demnach:

$$A_z(\rho, \varphi, z) = \left(C J_p(k_{r,e} \rho) + Y_p(k_{r,e} \rho) \right) \begin{cases} \cos p \varphi \\ \sin p \varphi \end{cases} e^{\mp \gamma_i z}. \quad (2.15)$$

$J_p(k_{r,e} \rho)$ ist die Besselfunktion erster Art und $Y_p(k_{r,e} \rho)$ die Besselfunktion zweiter Art (auch Neumannfunktion genannt) jeweils ganzzahliger Ordnung p . $k_{r,e}$ bezeichnet die radiale Wellenzahl. Der Index e gibt in diesem Zusammenhang an, dass es sich bei der Lösung um einen E-Mode handelt. Damit dieser Produktansatz eine Lösung der Wellengleichung (2.14) ist, muss die Separationsbedingung

$$k_{r,e}^2 = k_0^2 + \gamma_e^2 \quad (2.16)$$

erfüllt werden. Da die betrachteten Hohlleiter definitionsgemäß mit homogenen Medien gefüllt sein sollen, ist die Berücksichtigung der Neumannfunktion Y_p im Lösungsansatz überflüssig. Sie streben für $\rho = 0$ gegen unendlich und beschreiben daher keine physikalische Lösung. Für das elektrische Potential gelten analoge Überlegungen. Zur Unterscheidung werden die hieraus abgeleiteten Wellengrößen mit dem Index h (H-Mode) gekennzeichnet.

Der Ansatz nach Gl. (2.15) ist zwar eine Lösung der Wellengleichung, die Randbedingungen für beliebige Konturen im kreiszylindrischen Koordinatensystem können allerdings mit nur einer dieser Lösungen nicht erfüllt werden, da die Berandung des Hohl-

leiters i.d.R. nicht mit den Koordinatenlinien übereinstimmen. Dies wäre nur für den Rundhohlleiter der Fall. Deshalb werden die Skalarpotentiale jeweils in eine unendliche Reihe von Eigenlösungen entwickelt:

$$F_z = \sum_{p=0}^{\infty} J_p(k_{c,h}\rho) (A_p \cos(p\varphi) + B_p \sin(p\varphi)) e^{\mp\gamma_h z}, \quad (2.17)$$

$$A_z = \sum_{p=0}^{\infty} J_p(k_{c,e}\rho) (C_p \cos(p\varphi) + D_p \sin(p\varphi)) e^{\mp\gamma_e z}. \quad (2.18)$$

Die Separationsbedingung Gl. (2.16) muss natürlich für jeden einzelnen Summanden des Feldansatzes erfüllt sein, da nur dann jeder einzelne Summand auch die Wellengleichung löst:

$$k_{c,e/c,h}^2 = k_0^2 + \gamma_{e/h}^2. \quad (2.19)$$

Zur Unterscheidung, dass die Lösung für beliebige Konturen im kreiszylindrischen Koordinatensystem gültig ist (und nicht nur für eine Kreiskontur) wird hier nicht mehr der Ausdruck für die radiale Wellenzahl k_r verwendet, sondern es wird die allgemeine Grenzwellenzahl k_c eingeführt. Die Konstanten A_p , B_p , C_p und D_p sind die Entwicklungskoeffizienten des Feldansatzes. Ihre Bestimmung hat über die Forderung nach Erfüllung der Randbedingungen zu erfolgen.

Der Ansatz der Gln. (2.17) - (2.19) erfüllt die Wellengleichung und ist für beliebige Querschnittsformen anwendbar. Einzige Voraussetzung für die Querschnittsform der Hohlleiter ist die Notwendigkeit der Beschreibung des Hohlleiterrandes durch eine eindeutige und stetige Randfunktion $R(\varphi)$ in kreiszylindrischen Koordinaten.

Mit den Vektoroperationen der Gln. (2.11) und (2.12) können nun alle Feldkomponenten für E- und H-Moden formuliert werden. Man erhält durch Bildung der einfachen Rotation der z -gerichteten Vektorfelder in kreiszylindrischen Koordinaten folgende Lösungen für H-Moden

$$E_\rho = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_z}{\partial \varphi} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,h}\rho) [A_p \sin(p\varphi) - B_p \cos(p\varphi)] e^{\mp\gamma_h z} \quad (2.20)$$

$$E_\varphi = \frac{\partial F_z}{\partial \rho} = \sum_{p=0}^{\infty} k_{c,h} J'_p(k_{c,h}\rho) [A_p \cos(p\varphi) + B_p \sin(p\varphi)] e^{\mp\gamma_h z} \quad (2.21)$$

$$E_z = 0 \quad (2.22)$$

$$H_\rho = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \rho \partial z} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\mp\gamma_h}{j\omega\mu} k_{c,h} J'_p(k_{c,h}\rho) [A_p \cos(p\varphi) + B_p \sin(p\varphi)] e^{\mp\gamma_h z} \quad (2.23)$$

$$H_\varphi = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \varphi \partial z} = -\sum_{p=0}^{\infty} \frac{\mp\gamma_h}{j\omega\mu} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,h}\rho) [A_p \sin(p\varphi) - B_p \cos(p\varphi)] e^{\mp\gamma_h z} \quad (2.24)$$

$$H_z = \frac{1}{j\omega\mu} \left[\frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} + k_0^2 F_z \right] = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_0^2 + \gamma_h^2}{j\omega\mu} J_p(k_{c,h}\rho) [A_p \cos(p\varphi) + B_p \sin(p\varphi)] e^{\mp\gamma_h z} \quad (2.25)$$

und für E-Moden

$$E_\rho = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho \partial z} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\mp\gamma_e}{j\omega\epsilon} k_{c,e} J'_p(k_{c,e}\rho) [C_p \cos(p\varphi) + D_p \sin(p\varphi)] e^{\mp\gamma_e z} \quad (2.26)$$

$$E_\varphi = \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi \partial z} = - \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\mp\gamma_e}{j\omega\epsilon} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,e}\rho) [C_p \sin(p\varphi) - D_p \cos(p\varphi)] e^{\mp\gamma_e z} \quad (2.27)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k_0^2 A_z \right] = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_0^2 + \gamma_e^2}{j\omega\epsilon} J_p(k_{c,e}\rho) [C_p \cos(p\varphi) + D_p \sin(p\varphi)] e^{\mp\gamma_e z} \quad (2.28)$$

$$H_\rho = \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} = - \sum_{p=0}^{\infty} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,e}\rho) [C_p \sin(p\varphi) - D_p \cos(p\varphi)] e^{\mp\gamma_e z} \quad (2.29)$$

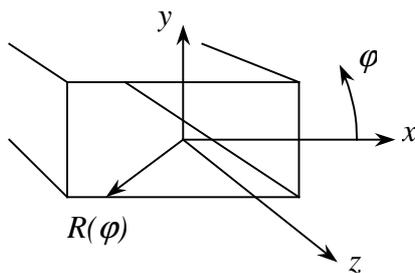
$$H_\varphi = - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} = - \sum_{p=0}^{\infty} k_{c,e} J'_p(k_{c,e}\rho) [C_p \cos(p\varphi) + D_p \sin(p\varphi)] e^{\mp\gamma_e z} \quad (2.30)$$

$$H_z = 0. \quad (2.31)$$

Nachdem nun ein Feldansatz für die Lösung der Wellengleichung gefunden ist, müssen durch geeignete Wahl der Entwicklungskoeffizienten die Randbedingungen erfüllt werden. Diese sollen in Kapitel 2.1.2 vorgestellt werden. Anschließend ist das Gleichungssystem zur Berechnung der Eigenmoden abzuleiten.

2.1.2 Randbedingungen auf der Oberfläche

Der in Kapitel 2.1.1 vorgestellte Feldansatz beschreibt erst dann einen Eigenmode, wenn die Randbedingungen auf der Oberfläche erfüllt werden. Ist die Wandleitfähigkeit des Hohlleiters endlich, dann sind alle $\gamma_{e,h} = \alpha + j\beta$ komplex. Die Entwicklungskoeffizienten des Ansatzes treten dann ebenfalls nur komplex auf. Es müssen dann Besselfunktionen mit komplexen Argumenten bestimmt werden, so dass die Berechnung der Eigenmoden einen hohen numerischen Aufwand erfordert. Sind die Wände hingegen ideal leitend, so sind alle $\gamma_{e,h}$ entweder rein reell oder rein imaginär. Dies führt dazu, dass auch die Grenzwellenzahlen $k_c = \sqrt{k_0^2 + \gamma^2}$ reell sind und der numerische Rechenaufwand erheblich verringert wird. Die Hohlleiterwände werden aus diesem Grund bei allen Betrachtungen als ideal leitend angenommen, welches auch in der Praxis ein gängiges Vorgehen darstellt, da die verwendeten Materialien sehr gut leitend sind und aufgrund der kurzen axialen Ausdehnungen der Hohlleiterschaltungen keine nennenswerten Verluste auftreten.



Zur Beschreibung der Randbedingungen wird - wie beim Feldansatz - das kreiszylindrische Koordinatensystem (ρ, φ, z) gewählt (vgl. Bild 2.1). Das tangentielle elektrische und das normale magnetische Feld müssen auf dem Hohlleiterrand verschwinden.

Bild 2.1: Definition des Koordinatensystems

Gelingt es mit dem gewählten Feldansatz, das tangentielle elektrische Feld auf der Oberfläche zu Null werden zu lassen, so ist das normale magnetische Feld automatisch Null, so dass die Randbedingung für das elektrische Feld nicht nur notwendig sondern auch hinreichend ist. Die Randbedingungen für das elektrische Feld lauten [82]:

$$E_z = 0 \quad \text{für } \rho = R(\varphi) \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{R(\varphi)} \frac{\partial R(\varphi)}{\partial \varphi} E_\rho + E_\varphi = 0 \quad \text{für } \rho = R(\varphi). \quad (2.33)$$

Für H-Moden ist die Feldkomponente E_z im gesamten Hohlleiter Null, es muss also nur die zweite Bedingung erfüllt werden, während für E-Moden die Forderung nach Verschwinden von E_z genügt, da dann Gl. (2.33) automatisch erfüllt wird [96]. Die Randkontur $R(\varphi)$ selbst ist ebenfalls in kreiszylindrischen Koordinaten zu formulieren.

2.1.3 Gleichungssystem zur Berechnung der Eigenwellen

Nach Einführung des Feldansatzes und der Randbedingungen wird in diesem Abschnitt ein lineares Gleichungssystem zur vollständigen Berechnung der Eigenmoden von Hohlleitern mit beliebigem Querschnitt formuliert. Die Basis des Gleichungssystems stellt der in Kapitel 2.1.1 vorgestellte Feldansatz dar. Es wird zunächst eine Lösung angegeben, die für beliebige Querschnitte mit unendlich hoher elektrischer Wandleitfähigkeit gültig ist. Anschließend wird durch geeignete Wahl der Querschnittsgeometrie der Ansatz und damit das Lösungssystem derart vereinfacht, dass der numerische Rechenaufwand erheblich reduziert werden kann, ohne die Flexibilität der Geometriewahl all zu sehr einzuschränken.

Bei idealer elektrischer Leitfähigkeit sind die Randbedingungen (2.32) und (2.33) zu erfüllen. Setzt man die Feldkomponenten E_ρ und E_φ aus (2.20) und (2.21) für $\rho = R(\varphi)$ in Gl. (2.33) ein, so erhält man als Bestimmungsgleichung¹ für H-Moden

¹ auch charakteristische Gleichung genannt

$$\begin{aligned} \frac{1}{R(\varphi)} \frac{\partial R(\varphi)}{\partial \varphi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{p}{R(\varphi)} J_p(k_{c,h} R(\varphi)) [A_p \sin(p\varphi) - B_p \cos(p\varphi)] e^{\mp \gamma_h z} + \\ \sum_{p=0}^{\infty} k_{c,h} J'_p(k_{c,h} R(\varphi)) [A_p \cos(p\varphi) + B_p \sin(p\varphi)] e^{\mp \gamma_h z} \stackrel{!}{=} 0, \end{aligned} \quad (2.34)$$

welche aus Gründen der Übersichtlichkeit mit $R^2(\varphi)/e^{\mp \gamma_h z}$ multipliziert und nach den Entwicklungskoeffizienten sortiert wird:

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^{\infty} \left\{ \left[k_{c,h} R^2(\varphi) J'_p(k_{c,h} R(\varphi)) \cos(p\varphi) + p \frac{\partial R(\varphi)}{\partial \varphi} J_p(k_{c,h} R(\varphi)) \sin(p\varphi) \right] A_p + \right. \\ \left. \left[k_{c,h} R^2(\varphi) J'_p(k_{c,h} R(\varphi)) \sin(p\varphi) - p \frac{\partial R(\varphi)}{\partial \varphi} J_p(k_{c,h} R(\varphi)) \cos(p\varphi) \right] B_p \right\} \stackrel{!}{=} 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Die Bestimmungsgleichung für E-Moden ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (2.28) in Gl. (2.32):

$$\sum_{p=0}^{\infty} \frac{k_0^2 + \gamma_e^2}{j\omega\epsilon} J_p(k_{c,e} R(\varphi)) [C_p \cos(p\varphi) + D_p \sin(p\varphi)] e^{\mp \gamma_e z} \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.36)$$

Nach Multiplikation mit $j\omega\epsilon/(k_0^2 + \gamma_e^2)e^{\mp \gamma_e z}$ wird daraus:

$$\sum_{p=0}^{\infty} \left\{ [J_p(k_{c,e} R(\varphi)) \cos(p\varphi)] C_p + [J_p(k_{c,e} R(\varphi)) \sin(p\varphi)] D_p \right\} \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.37)$$

Zur Berechnung eines Eigenmodes sind demnach die Gln. (2.35) bzw. (2.37) durch geeignete Wahl der Parameter zu lösen. Aus numerischen Gründen ist es also zunächst erforderlich, die unendliche Summe auf eine endliche Anzahl P an Basisfunktionen zu limitieren:

$$\sum_{p=0}^{\infty} \rightarrow \sum_{p=0}^P. \quad (2.38)$$

Gleichwohl ist eine Lösung auf analytischem Wege nicht möglich, da die Gleichungen nicht nach den einzelnen Entwicklungskoeffizienten separiert werden können. Vielmehr muss ein lineares Gleichungssystem aufgestellt werden, um den unbekanntem Koeffizientenvektor zu ermitteln. Hierfür werden alle periodischen Funktionen in Fourierreihen zerlegt und zusammengefasst. Aufgrund der Periodizität der Randfunktion $R(\varphi)$ sind auch die Besselfunktionen $J_p(k_c R(\varphi))$ sowie deren Ableitungen $J'_p(k_c R(\varphi))$ periodisch. Durch Zusammenfassung der Produkte einzelner Fourierreihen zu einer Fourierreihe und anschließendem Koeffizientenvergleich erhält man das gesuchte

Gleichungssystem. Für die bzgl. der Koordinate φ periodischen Funktionen gelten folgende Definitionen²:

$$\sin(p\varphi) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} S_{p\mu} e^{j\mu\varphi} \quad S_{p\mu} = \begin{cases} -1/2j & \text{für } \mu = -p \\ 1/2j & \text{für } \mu = p \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (2.39)$$

$$\cos(p\varphi) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} C_{p\mu} e^{j\mu\varphi} \quad C_{p\mu} = \begin{cases} 1/2 & \text{für } \mu = \pm p, p \neq 0 \\ 1 & \text{für } \mu = p = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (2.40)$$

$$R(\varphi) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} R_{\mu} e^{j\mu\varphi} \quad R_{\mu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} R(\varphi) e^{-j\mu\varphi} d\varphi, \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial R(\varphi)}{\partial \varphi} = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} R_{\mu}^{(\varphi)} e^{j\mu\varphi} \quad R_{\mu}^{(\varphi)} = j\mu R_{\mu}, \quad (2.42)$$

$$J_p(k_c R(\varphi)) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} H_{p\mu} e^{j\mu\varphi} \quad H_{p\mu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J_p(k_c R(\varphi)) e^{-j\mu\varphi} d\varphi, \quad (2.43)$$

$$J'_p(k_c R(\varphi)) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} G_{p\mu} e^{j\mu\varphi} \quad G_{p\mu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} J'_p(k_c R(\varphi)) e^{-j\mu\varphi} d\varphi. \quad (2.44)$$

Die Fourierreihendarstellung der Produkte aus Besselfunktion, Randfunktion und trigonometrischer Funktion in den Randbedingungen (2.35) und (2.37) wird durch Faltung der jeweiligen Fourierkoeffizienten erzeugt, also z.B.:

$$\begin{aligned} J'_p(k_c R(\varphi)) \cos(p\varphi) &= \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} G_{p\mu} e^{j\mu\varphi} \cdot \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} C_{p\nu} e^{j\nu\varphi} \\ &= \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} G_{p\nu} C_{p(\mu-\nu)} \right] e^{j\mu\varphi} \\ &= \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} (GC)_{p\mu} e^{j\mu\varphi}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Durch mehrfache Anwendung des Faltungstheorems können die Randbedingungen nun folgendermaßen dargestellt werden:

² Zur Unterscheidung von den Entwicklungskoeffizienten werden die Fourierkoeffizienten **fett** gedruckt.

$$\sum_{p=0}^P \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \left\{ \left[k_{c,h}(\mathbf{RRGC})_{p\mu} + p(\mathbf{R}^{(\varphi)}\mathbf{HS})_{p\mu} \right] A_p + \left[k_{c,h}(\mathbf{RRGS})_{p\mu} - p(\mathbf{R}^{(\varphi)}\mathbf{HC})_{p\mu} \right] B_p \right\} e^{j\mu\varphi} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.46)$$

$$\text{und} \quad \sum_{p=0}^P \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \left\{ \left[(\mathbf{HC})_{p\mu} \right] C_p + \left[(\mathbf{HS})_{p\mu} \right] D_p \right\} e^{j\mu\varphi} \stackrel{!}{=} 0. \quad (2.47)$$

Wird die Reihenfolge der Summation vertauscht, so ergibt sich jeweils eine einzige Fourierreihe, deren Koeffizienten durch eine Summe über p gebildet werden. Damit diese Reihe für alle Winkel φ zu Null wird, müssen alle ihre Koeffizienten, also alle Summen über p , ebenfalls zu Null werden. Durch die Multiplikation mit einer Testfunktion $e^{js\varphi}$ und anschließender Integration über eine Periode können aufgrund der Orthogonalität der Exponentialfunktionen

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\mu\varphi} e^{-js\varphi} d\varphi = \begin{cases} 1 & \text{für } s = \mu \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.48)$$

durch Variation des Parameters s der Testfunktion genau so viele linear unabhängige Gleichungen generiert werden wie Entwicklungskoeffizienten angesetzt sind. Zu beachten ist hierbei, dass die Koeffizienten B_0 und D_0 keine Unbekannten darstellen, da sie nur in Verbindung mit den Termen $\sin(p\varphi)$ bzw. $p \cdot \cos(p\varphi)$ auftreten. Diese sind für $p = 0$ identisch Null, so dass B_0 und D_0 zu Null gesetzt werden können. Das entstehende lineare und homogene Gleichungssystem der Form

$$\|\mathbf{M}\| \cdot [\mathbf{c}] = \vec{0} \quad (2.49)$$

mit der Koeffizientenmatrix $\|\mathbf{M}\|$ und dem Koeffizientenvektor $[\mathbf{c}]$ besitzt genau dann nichttriviale Lösungen, wenn die Determinante von $\|\mathbf{M}\|$ durch Variation der Grenzwellenzahl k_c verschwindet:

$$\det\|\mathbf{M}\| = 0. \quad (2.50)$$

Nachdem einer der unbekanntenen Koeffizienten, z.B. A_0 , vorgegeben wird, existiert eine eindeutige Lösung des Gleichungssystems, und somit ergibt sich die Lösung für die Grenzwellenzahl und für das Skalarpotential sowie für die Feldverteilung eines Eigenmodes.

Die bisherigen Betrachtungen gelten für beliebige Querschnittsformen der Hohlleiter, welches in einem komplexen Gleichungssystem resultiert. In der Praxis treten jedoch i.d.R. Symmetrien auf, die aufgrund des damit verbundenen, erheblich reduzierten numerischen Aufwandes näher betrachtet werden sollen. Wird der Hohlleiterring allein durch Cosinusfunktionen beschrieben, d.h. sein Querschnitt weist eine Symmetrie zur x -Achse auf (vgl. Bild 2.1), so sind die Koeffizienten der komplexen Fourierreihe der Randfunktion $R(\varphi)$ reell (vgl. Gl. (2.41)). Das jeweilige Gleichungssystem wird reell, und die Entwicklung der Skalarpotentiale in Sinusfunktionen ist zu einer Entwicklung

in Cosinusfunktionen orthogonal. Es sind z.B. für E-Moden nur die Koeffizienten C oder D zu berücksichtigen, nicht aber deren Kombination. Für H-Moden gilt die gleiche Aussage. Man kann dann zwischen E_c - und E_s als auch zwischen H_c - und H_s -Moden unterscheiden. Ist zusätzlich die Randfunktion nicht nur 2π - sondern π -periodisch, d.h. es tritt zusätzlich eine Symmetrie zur y -Achse auf, brauchen in den Feldansätzen entweder Besselfunktionen nur gerader Ordnung oder nur ungerader Ordnung berücksichtigt zu werden, nicht aber die Kombination beider. Daraus resultiert die folgende Nomenklatur der acht unterschiedlichen Eigenwellentypen dieser Hohlleiter³:

$$H_{cu}, H_{su}, H_{cg}, H_{sg}, E_{cu}, E_{cg}, E_{su}, E_{sg}.$$

Die Kennzeichnung der Moden durch die Vergabe von zwei Indexzahlen – wie z.B. bei Rund- oder Rechteckhohlleitermoden – kann hier nicht vorgenommen werden, da je Mode nicht nur eine sondern unendlich viele Basisfunktionen anzusetzen sind. Folglich ist die Angabe der sonst üblichen „ n -ten“ Nullstelle der Basisfunktion als zweite Indexzahl unmöglich. Die Kennzeichnung der einzelnen Moden erfolgt also sinnvollerweise in Abhängigkeit ihrer Grenzwellenzahl. Ein ungerader H-Mode mit \cos -Ansatz wird demnach als H_{cu1} -Mode bezeichnet, der nächst ausbreitungsfähige Mode desselben Wellentyps wird als H_{cu2} -Mode bezeichnet usw. Aus diesem Grund kann von der Indexzahl selbst auch nicht auf die zu erwartende Feldverteilung geschlossen werden. Generell gilt für alle in dieser Arbeit betrachteten Wellenleiter, dass der H_{cu1} -Mode den Grundmode darstellt, also genau die Eigenwelle mit der geringsten Grenzwellenzahl. Die Nomenklatur der Eigenwellen in Hohlleitern mit bekanntem Querschnitt wird in dieser Arbeit bei Bedarf vergleichend angegeben.

Die Einschränkung bzgl. der Geometrie der untersuchten Wellenleiter, die auf diesen deutlich vereinfachten Feldansatz führt, ist so gering, dass die Querschnittsform der Hohlleiter weiterhin als beliebig bezeichnet und keine Unterscheidung vorgenommen wird.

2.1.4 Geometrie zylindrischer Hohlleiter

Neben den in der modernen Übertragungstechnik üblicherweise eingesetzten Standardhohlleitern mit rechteckigem, rundem oder elliptischem Querschnitt existieren eine Vielzahl anderer Querschnitte, welche mit dem in Kapitel 2.1.3 bereitgestellten Formelwerk unter Berücksichtigung der Symmetrie bezüglich beider Hauptachsen des lokalen kartesischen Koordinatensystems analysiert werden können. Im Folgenden sollen verschiedene Querschnitte vorgestellt und die für die Beschreibung ihrer Randfunktion wichtigen Geometrieparameter genannt werden.

Für alle betrachteten Querschnittsformen gilt bei den theoretischen Untersuchungen stets, dass die Grundseite eine Länge von $2a$ und die Höhe eine Länge von $2b$ aufweist. Ihre Randkontur ist durch einen winkelabhängigen Radius $R(\varphi)$ festgelegt. Die Kenn-

³ Im Folgenden werden die Moden als gerade (Index g) und ungerade (Index u) bezeichnet.

zeichnung weiterer Parameter ist von der jeweiligen Grundform des Querschnitts abhängig. Ein Hohlleiter mit prinzipiell rechteckigem Querschnitt ist in Bild 2.2 dargestellt. Die Ecken dieser Form sollen durch eine Verrundung mit Radius c beschrieben werden; der Querschnitt ist damit durch drei Parameter vollständig erfasst. Der Radius kann zwischen $c = 0$ und seinem durch die Höhe des Querschnitts festgelegten Maximalwert $c = b$ variieren. Für eine verschwindende Verrundung ($c = 0$) entartet diese Querschnittsform zum Rechteck. Für den speziellen Fall, dass Grundseite und Höhe eine identische Länge besitzen, kann dann ein Quadrat und mit maximaler Verrundung auch ein Kreis generiert werden. Diese Querschnittsform ist demnach gut geeignet, einen Vergleich mit Standardhohlleitern durchzuführen. Gleichzeitig sind mit ihr Hohlleitersegmente beschreibbar, die aufgrund der verrundeten Ecken eine einfache Fertigung erlauben. Segmente dieser Querschnittsform sind hervorragend geeignet, Anpassschaltungen in Hohlleitertechnik zu entwickeln (vgl. Kapitel 5).

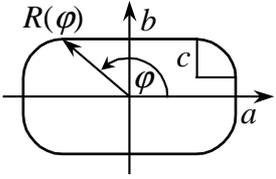
		$c = 0$
		$b = a, c = 0$
		$b = a, c = b$

Bild 2.2: Geometrieparameter zur Beschreibung eines Rechteckhohlleiters mit verrundeten Ecken

Für den sechseckigen Querschnitt in Bild 2.3 muss neben den drei oben beschriebenen Geometrieparametern eine zusätzliche Größe betrachtet werden. Die polare Lage des ersten Eckpunktes wird mit η_1 gekennzeichnet. Mit $b = 2/\sqrt{3} a$ und $\eta_1 = 30^\circ$ entsteht ein gleichschenkliges Sechseck. Es ist anzumerken, dass sich die resultierende Höhe des Querschnitts mit der Variation der Verrundung ändert. Die geometrischen Angaben bezüglich dieser Form beziehen sich stets auf nicht verrundete Ecken.

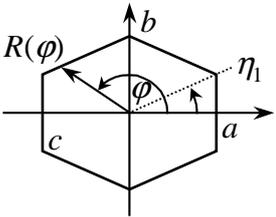
		$b = 2/\sqrt{3} \cdot a, c = 0, \eta_1 = 30^\circ$
		$b = 2/\sqrt{3} \cdot a, c = a, \eta_1 = 30^\circ$

Bild 2.3: Geometrieparameter zur Beschreibung eines sechseckigen Hohlleiters. Die Verrundung der Ecken ist im linken Bild nicht dargestellt, sondern nur durch den Parameter c angedeutet.

		$b = a, c = 0, \eta_1 = 22,5^\circ, \eta_2 = 67,5^\circ$
		$b = a, c = 0, \eta_1 = 0^\circ, \eta_2 = 90^\circ$

Bild 2.4: Geometrieparameter zur Beschreibung eines achteckigen Hohlleiters. Die Verrundung der Ecken ist im linken Bild nicht dargestellt, sondern nur durch den Parameter c angedeutet.

Als weiterer Typ wird bei den Untersuchungen ein achteckiger Querschnitt betrachtet. Zusätzlich zu den bislang eingeführten Geometrieparametern ist mit η_2 ein weiterer Freiheitsgrad vorhanden. Er beschreibt die polare Lage des zweiten Eckpunktes (vgl. Bild 2.4). Der Versuch, mit dieser Form durch geeignete Wahl der Parameter alle oben genannten Querschnitte zu erzeugen, schlägt fehl. Durch die sehr aufwendige Beschreibung der Randfunktion mit mehrfacher Anwendung des Sinussatzes kann keine eindeutige Zuordnung $\varphi \rightarrow R(\varphi)$ bei beliebiger Parameterwahl sichergestellt werden.

Zusätzlich zu den bereits vorgestellten Querschnittsformen kann ein elliptischer Querschnitt definiert werden. Hierbei sind nur die beiden Kantenlängen $2a$ und $2b$ zur Beschreibung der Randfunktion notwendig. Der elliptische Querschnitt kann durch die oben beschriebenen Typen nicht dargestellt werden und bildet deswegen einen eigenen Querschnittstyp. Seine Eigenschaften als Wellenleiter werden in [82] ausführlich betrachtet.

2.1.5 Eigenwellen zylindrischer Hohlleiter

Die im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Querschnittsformen der betrachteten Hohlleiter sollen in diesem Kapitel aufgegriffen werden, um die Eigenmoden hinsichtlich ihrer Grenzwellenzahl und ihrer Feldverteilung zu beschreiben und zu charakterisieren.

Bei Anwendung des Verfahrens der Orthogonalreihen-Entwicklung, welches in Kapitel 2.2 vorgestellt wird, müssen die Eigenmoden und somit die Skalarpotentiale hinsichtlich der allgemeinen Streuparametertheorie normiert werden. Diese Normierung dient dazu, die Wellenamplituden der hin- und rücklaufenden Wellen direkt über die Streumatrix zu verknüpfen. Der Eigenmode i eines zylindrischen Hohlleiters mit π -periodischer Randfunktion wird für cosinus- und sinusförmige H-Moden durch das Skalarpotential F_{zi} beschrieben

$$F_{zi} = K_{hi} \sum_p C_{hi,p} J_p(k_{c,hi} \rho) \begin{Bmatrix} \cos p\varphi \\ \sin p\varphi \end{Bmatrix} e^{\mp \gamma_{hi} z} \quad (2.51)$$

und für cosinus- und sinusförmige E-Moden durch das Skalarpotential A_{zi}

$$A_{zi} = K_{ei} \sum_p C_{ei,p} J_p(k_{c,ei} \rho) \begin{Bmatrix} \cos p\varphi \\ \sin p\varphi \end{Bmatrix} e^{\mp \gamma_{ei} z}. \quad (2.52)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden für alle Eigenwellen die Entwicklungskoeffizienten durch $C_{hi,p/ei,p}$ formuliert. Weiterhin wird das Argument der trigonometrischen Funktionen nicht explizit durch Klammerausdrücke gekennzeichnet. Die obere Grenze der Summation ist wiederum P . Bei ungeraden Moden durchläuft die Summe über p nur ungerade Indizes, d.h. mit einer oberen Grenze von z.B. $P = 7$ werden die Basislösungen mit $p = 1, 3, 5$ und 7 berücksichtigt. Bei geraden Moden sind entsprechend nur gerade Indizes p anzusetzen. Dies führt bei einer oberen Grenze von $P = 8$ bei einem cos-Ansatz zu Basislösungen mit $p = 0, 2, 4, 6$ und 8 und bei einem sin-Ansatz zu Basislösungen mit $p = 2, 4, 6$ und 8 .

Für die eingeführten Koeffizienten K_{hi} und K_{ei} gilt nach [97] für eine Ausbreitung in positiver z -Richtung

$$K_{hi} = N_{hi} a_{hi} \sqrt{Z_{hi}}, \quad K_{ei} = -N_{ei} a_{ei} \sqrt{Y_{ei}} \quad (2.53)$$

und für eine Ausbreitung in negativer z -Richtung

$$K_{hi} = N_{hi} b_{hi} \sqrt{Z_{hi}}, \quad K_{ei} = N_{ei} b_{ei} \sqrt{Y_{ei}}. \quad (2.54)$$

Hierbei geben $a_{hi/ei}$ und $b_{hi/ei}$ die Wellenamplitude der hin- und rücklaufenden Eigenwelle i mit dem Wellenwiderstand

$$Z_{hi} = \frac{1}{Y_{hi}} = \frac{\gamma_{hi}}{j\omega\mu}, \quad Z_{ei} = \frac{1}{Y_{ei}} = \frac{j\omega\epsilon}{\gamma_{ei}} \quad (2.55)$$

an. $N_{hi/ei}$ sind frequenzunabhängige Normierungsfaktoren. Sie bestimmen sich durch Integration über die Querschnittsfläche Q des Hohlleiters:

$$N_{hi/ei} = \left(k_{c,hi/c,ei} \sqrt{\iint_Q \left[\sum_p C_{hi,p/ei,p} J_p(k_{c,hi/c,ei}\rho) \begin{Bmatrix} \cos p\varphi \\ \sin p\varphi \end{Bmatrix} \right]^2} \right)^{-1}. \quad (2.56)$$

Die Berechnung der Normierungskonstanten hat auf numerischem Weg zu erfolgen, weil das angegebene Doppelintegral i.d.R. analytisch nicht lösbar ist. Nur für runde Querschnitte ist die Angabe einer analytischen Lösung möglich (vgl. Anhang A).

An dieser Stelle wird zusätzlich zur Verkürzung der Schreibweise der Polarisationswinkel ψ_i eingeführt. Er ersetzt die formale Unterscheidung zwischen dem sin- und dem cos-Ansatz und führt auf die Winkelabhängigkeit $\cos(\rho\varphi - \psi_i)$. Der Polarisationswinkel ψ_i ist relativ zur Initiellinie im kreiszylindrischen Koordinatensystem definiert, welche für H-Wellen parallel zur y -Achse und für E-Wellen parallel zur x -Achse liegt. Ein weiterer Vorteil wird erst bei der Programmumsetzung deutlich: Die Entwicklungskoeffizienten $C_{hi,p/ei,p}$ sind bei cosinusförmiger Umfangsabhängigkeit reell, während sie bei sinusförmigen Moden rein imaginär sind. Werden diese imaginären Größen multiplikativ mit der imaginären Einheit gewichtet, so sind sie ebenfalls reell und entsprechen jenen Koeffizienten, die unter Berücksichtigung des Polarisationswinkels berechnet werden. Es brauchen dann nur noch rein reelle Koeffizienten betrachtet zu

werden. Für den Polarisationswinkel kann mit obiger Normierungsvorschrift folgende Definition gefunden werden:

$$\begin{aligned}
 \psi_i = 0 & \quad \text{für (cosinusförmige) } H_c - \text{Moden} \\
 \psi_i = \frac{\pi}{2} & \quad \text{für (sinusförmige) } H_s - \text{Moden} \\
 \psi_i = 0 & \quad \text{für (cosinusförmige) } E_c - \text{Moden} \\
 \psi_i = -\frac{\pi}{2} & \quad \text{für (sinusförmige) } E_s - \text{Moden.}
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

Die feldtheoretische Bedeutung des Polarisationswinkels lässt sich sehr einfach an ungeraden Moden erkennen. Er gibt die Richtung des transversalen elektrischen Feldvektors im Ursprung relativ zur oben genannten Initiallinie an (vgl. Bild 2.5). Für H_{cu} -Moden ($\psi_i = 0$) existiert nur eine positive y -Komponente, für H_{su} -Moden ($\psi_i = \pi/2$) nur eine negative x -Komponente des elektrischen Feldes im Ursprung. Bei E_{cu} -Moden ($\psi_i = 0$) weist der Feldvektor in positive x -Richtung, und bei E_{su} -Moden ($\psi_i = \pi/2$) weist er in negative y -Richtung.

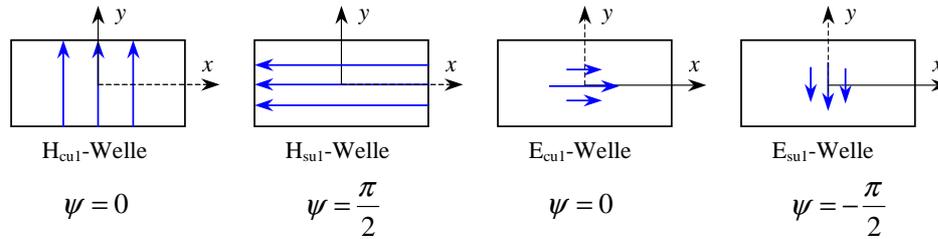


Bild 2.5: Feldtheoretische Verdeutlichung des Polarisationswinkels ψ an dem transversalen elektrischen Feld ungerader Eigenwellen

Die Feldkomponenten der Eigenwellen lassen sich nunmehr für H-Wellen wie folgt darstellen:

$$E_\rho = \sqrt{Z_{hi}} N_{hi} \sum_p C_{hi,p} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,hi} \rho) \sin(p\varphi - \psi_i) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}) \tag{2.58}$$

$$E_\varphi = \sqrt{Z_{hi}} N_{hi} k_{c,hi} \sum_p C_{hi,p} J'_p(k_{c,hi} \rho) \cos(p\varphi - \psi_i) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}) \tag{2.59}$$

$$E_z = 0 \tag{2.60}$$

$$H_\rho = -\sqrt{Y_{hi}} N_{hi} k_{c,hi} \sum_p C_{hi,p} J'_p(k_{c,hi} \rho) \cos(p\varphi - \psi_i) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} - b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}) \tag{2.61}$$

$$H_\varphi = \sqrt{Y_{hi}} N_{hi} \sum_p C_{hi,p} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,hi} \rho) \sin(p\varphi - \psi_i) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} - b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}) \tag{2.62}$$

$$H_z = \sqrt{Y_{hi}} N_{hi} \frac{k_{c,hi}^2}{\gamma_{hi}} \sum_p C_{hi,p} J_p(k_{c,hi} \rho) \cos(p\varphi - \psi_i) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}). \tag{2.63}$$

Für E-Wellen ergeben sich die Feldkomponenten zu:

$$E_\rho = \sqrt{Z_{ei}} N_{ei} k_{c,ei} \sum_p C_{ei,p} J'_p(k_{c,ei}\rho) \cos(p\varphi - \psi_i) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei}z} + b_{ei} e^{\gamma_{ei}z}) \quad (2.64)$$

$$E_\varphi = -\sqrt{Z_{ei}} N_{ei} \sum_p C_{ei,p} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,ei}\rho) \sin(p\varphi - \psi_i) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei}z} + b_{ei} e^{\gamma_{ei}z}) \quad (2.65)$$

$$E_z = -\sqrt{Z_{ei}} N_{ei} \frac{k_{c,ei}^2}{\gamma_{ei}} \sum_p C_{ei,p} J_p(k_{c,ei}\rho) \cos(p\varphi - \psi_i) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei}z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei}z}) \quad (2.66)$$

$$H_\rho = \sqrt{Y_{ei}} N_{ei} \sum_p C_{ei,p} \frac{p}{\rho} J_p(k_{c,ei}\rho) \sin(p\varphi - \psi_i) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei}z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei}z}) \quad (2.67)$$

$$H_\varphi = \sqrt{Y_{ei}} N_{ei} k_{c,ei} \sum_p C_{ei,p} J'_p(k_{c,ei}\rho) \cos(p\varphi - \psi_i) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei}z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei}z}) \quad (2.68)$$

$$H_z = 0. \quad (2.69)$$

Im Zuge dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass unter bestimmten Umständen die Darstellung der Feldkomponenten in kartesischen Koordinaten von Vorteil, zum Teil sogar notwendig ist. Zur Vollständigkeit sollen sie an dieser Stelle für H-Moden mit den Abkürzungen $J_p := J_p(k_{c,hi/c,ei}\rho)$, $\cos_p = \cos(p\varphi - \psi_i)$ und $\sin_p = \sin(p\varphi - \psi_i)$ angegeben werden:

$$E_x = \sqrt{Z_{hi}} N_{hi} \frac{k_{c,hi}}{2} \sum_p C_{hi,p} (J_{p-1} \sin_{p-1} + J_{p+1} \sin_{p+1}) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi}z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi}z}) \quad (2.70)$$

$$E_y = \sqrt{Z_{hi}} N_{hi} \frac{k_{c,hi}}{2} \sum_p C_{hi,p} (J_{p-1} \cos_{p-1} - J_{p+1} \cos_{p+1}) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi}z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi}z}) \quad (2.71)$$

$$E_z = 0 \quad (2.72)$$

$$H_x = \sqrt{Y_{hi}} N_{hi} \frac{k_{c,hi}}{2} \sum_p C_{hi,p} (-J_{p-1} \cos_{p-1} + J_{p+1} \cos_{p+1}) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi}z} - b_{hi} e^{\gamma_{hi}z}) \quad (2.73)$$

$$H_y = \sqrt{Y_{hi}} N_{hi} \frac{k_{c,hi}}{2} \sum_p C_{hi,p} (J_{p-1} \sin_{p-1} + J_{p+1} \sin_{p+1}) (a_{hi} e^{-\gamma_{hi}z} - b_{hi} e^{\gamma_{hi}z}) \quad (2.74)$$

$$H_z = \sqrt{Y_{hi}} N_{hi} \frac{k_{c,hi}^2}{\gamma_{hi}} \sum_p C_{hi,p} J_p \cos_p (a_{hi} e^{-\gamma_{hi}z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi}z}). \quad (2.75)$$

Für E-Moden lautet die Darstellung der Feldkomponenten in kartesischer Form:

$$E_x = \sqrt{Z_{ei}} N_{ei} \frac{k_{c,ei}}{2} \sum_p C_{ei,p} (J_{p-1} \cos_{p-1} - J_{p+1} \cos_{p+1}) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} + b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \quad (2.76)$$

$$E_y = \sqrt{Z_{ei}} N_{ei} \frac{k_{c,ei}}{2} \sum_p C_{ei,p} (-J_{p-1} \sin_{p-1} - J_{p+1} \sin_{p+1}) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} + b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \quad (2.77)$$

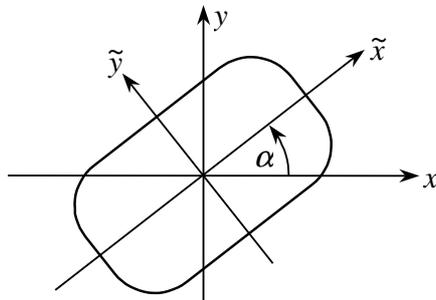
$$E_z = -\sqrt{Z_{ei}} N_{ei} \frac{k_{c,ei}^2}{\gamma_{ei}} \sum_p C_{ei,p} J_p \cos_p (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \quad (2.78)$$

$$H_x = \sqrt{Y_{ei}} N_{ei} \frac{k_{c,ei}}{2} \sum_p C_{ei,p} (J_{p-1} \sin_{p-1} + J_{p+1} \sin_{p+1}) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \quad (2.79)$$

$$H_y = \sqrt{Y_{ei}} N_{ei} \frac{k_{c,ei}}{2} \sum_p C_{ei,p} (J_{p-1} \cos_{p-1} - J_{p+1} \cos_{p+1}) (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \quad (2.80)$$

$$H_z = 0. \quad (2.81)$$

Eine Rotation der Wellenleiter um ihre longitudinale Achse um den Winkel α kann berücksichtigt werden, wenn die Feldkomponenten über die Transformationsvorschrift in Bild 2.6 wieder in die kartesischen Anteile zerlegt werden.



$$\vec{e}_x = \vec{\tilde{e}}_x \cos \alpha - \vec{\tilde{e}}_y \sin \alpha$$

$$\vec{e}_y = \vec{\tilde{e}}_x \sin \alpha + \vec{\tilde{e}}_y \cos \alpha$$

Bild 2.6: Rotation eines Wellenleiters um seine longitudinale Achse

Die Gln. (2.58)-(2.69) bzw. (2.70)-(2.81) geben die elektromagnetische Feldverteilung beliebiger Hohlleiter im polaren bzw. im kartesischen Koordinatensystem an. Für den Spezialfall eines runden Querschnitts können diese Gleichungen auf die bekannten Lösungen für den Rundhohlleiter zurückgeführt werden. Eine einzige Lösung der Wellengleichung kann zugleich die Randbedingungen erfüllen, und die Summation über p entfällt. Die Entwicklungskoeffizienten $C_{hi,p/ei,p}$ brauchen dann ebenfalls nicht berücksichtigt zu werden. In der Literatur ist es üblich, die Eigenwellen mit der Ordnung n (und nicht wie hier mit p) anzugeben. Mit p wird hingegen die jeweilige Nullstelle der Besselfunktion $J_n(x)$ (bzw. deren Ableitung) gekennzeichnet, welche die mit dem Radius normierte Grenzwellenzahl angibt. Eine Eigenwelle im Rundhohlleiter ist dem-

nach durch die Ordnung n und durch die „ p -te“ Nullstelle bestimmt. Die Eigenwellen können wie gewohnt mit zwei Indizes beschrieben werden, also E_{np} und H_{np} (vgl. [47], [61]). Für die Normierungsfaktoren dieser Moden stehen analytische Lösungen zur Verfügung (vgl. Anhang A).

Bei allen anderen Wellenleitern ist eine Vereinfachung der Gln. (2.70)-(2.81) nicht möglich. Für exakte Feldverteilungen muss eine unendliche Summe über p gebildet werden, die für numerische Berechnungen allerdings auf die obere Grenze P limitiert werden muss. Untersuchungen bezüglich der Konvergenz sind daher unerlässlich, um eine Information über die notwendige Anzahl an Basislösungen im Feldansatz für unterschiedliche Wellenleiterquerschnitte und Moden zu erhalten. Nach [84] sind die Lösungen für kreisrunde Hohlleiter exakt, was aufgrund des Feldansatzes zu erwarten ist. Bei einem elliptischen Hohlleiter mit einem Kantenverhältnis von 0,6 ist bei einer Berücksichtigung von sechs Basislösungen ($P = 11$) die Bestimmung der Grenzwellenzahl des Grundmodes ebenfalls exakt. Bei dem E_{sg2} -Mode⁴, welcher als 28. Mode ausbreitungsfähig wird, ist für diese Anzahl mit einer Übereinstimmung bis zur achten Nachkommastelle zu rechnen. Auch für den dritten Standardhohlleiter, den Rechteckhohlleiter, können die Grenzwellenzahlen mit guter Genauigkeit bestimmt werden. Bei einem Kantenverhältnis von 0,6 beträgt die Abweichung beim Grundmode weniger als $6 \cdot 10^{-4} \%$ und beim E_{sg2} -Mode⁵ weniger als $3,2 \cdot 10^{-4} \%$. Exakte Ergebnisse sind hier nicht zu erwarten, da die Berechnung der Eigenwellen des Rechteckhohlleiters aufgrund der notwendigen Beschreibung seiner Randfunktion in kreiszylindrischen Koordinaten kritisch ist. Die Randfunktion $R(\varphi)$ ist im Bereich der Ecken nicht stetig differenzierbar, wodurch die Konvergenz der Fourierreihe negativ beeinträchtigt wird und ein endlicher Fehler bei der Bestimmung der Grenzwellenzahlen und der Feldverteilung resultiert. Die genannten Abweichungen sind jedoch gering. Generell ist zu erwarten, dass die Genauigkeit mit wachsender Annäherung des Querschnitts an die Kreisform zunimmt. Im Allgemeinen bedarf die Berechnung höherer Moden aufgrund ihrer komplexeren Feldbildstruktur einer größeren Anzahl an Basislösungen als die des Grundmodes. Die Konvergenzuntersuchungen bezüglich des Feldansatzes werden in Kapitel 5 ausführlich geschildert.

Als ein prinzipielles Problem des gewählten Feldansatzes erweist sich die Untersuchung entarteter Moden gleichen Feldtyps. Bei einem ideal quadratischen Hohlleiter besitzen z.B. die beiden Eigenwellen E_{24} und E_{42} identische Grenzwellenzahlen. Für den hier gewählten Ansatz werden diese Moden durch die E_{sg2} - und E_{sg3} -Welle beschrieben. Die Bestimmung der Nullstelle der Koeffizientenmatrix $\|\mathbf{M}\|$ führt in diesem Fall nicht zum Ziel, weil die Determinantenfunktion die k_c -Achse nicht schneidet, sondern nur berührt. Bei einer Variation von k_c und der Suche nach einem Vorzeichenwechsel in der Determinantenfunktion ist es somit unwahrscheinlich, dass diese „Nullstelle“ lokalisiert

⁴ E_{s41} -Mode gemäß der Nomenklatur für elliptische Hohlleiter

⁵ E_{42} -Mode gemäß der Nomenklatur für rechteckige Hohlleiter

wird. In praktisch allen Fällen bleibt sie unberücksichtigt, und dem ursprünglich zu suchenden E_{sg2} -Mode wird der nächsthöhere, nicht entartete Mode gleichen Typs im quadratischen Hohlleiter zugeordnet, also der E_{44} -Mode. Bei der Betrachtung von Standardquerschnitten kann eine Plausibilitätsprüfung anhand von theoretischen Werten durchgeführt und die Lage der Nullstelle entsprechend genau bestimmt werden. Für andere Querschnitte können die potentiell entarteten Wellen nur durch eine geringfügige Geometrieänderung vermieden werden. So ist es z.B. hilfreich, im Falle eines quadratischen Hohlleiters eine der beiden Kanten um den Faktor 1,001 zu vergrößern. Die Moden sind so eindeutig bestimmbar. Auswirkungen auf die Untersuchungen bezüglich der Konvergenz, des Feldbildes oder des Strahlungsfeldes sind durch diese geringe Geometrieänderung nicht zu erwarten.

2.2 Sprungförmige Approximation von Speisestrukturen

Die zu untersuchenden Antennen werden durch geeignete Verkettung von unterschiedlichen Hohlleitersegmenten angenähert. Es ist zunächst eine Eigenwellenanalyse der betreffenden Segmente durchzuführen. Jeder Sprung zwischen zwei homogenen Leitungsteilen kann durch eine Streumatrix beschrieben werden. Die Berechnung erfolgt über die Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung, und die Verknüpfung der einzelnen Streumatrizen in Verbindung mit den homogenen Leitungsteilen führt schließlich auf die Gesamtstreumatrix der Kette. Dieses Verfahren hat sich bei der Berechnung von Hohlleiteranordnungen wie im einfachsten Fall Sprünge und Knicke aber auch bei der Dimensionierung von Filtern sowie Anpassnetzwerken und auch bei der Entwicklung von Hohlleiterstrahlern und Rillenhörnern bewährt und etabliert.

2.2.1 Orthogonalreihen-Entwicklung zur Berechnung sprungförmiger Hohlleiteranordnungen

Ende der 60er Jahre wurden die ersten grundlegenden Arbeiten zur Orthogonalreihen-Entwicklung veröffentlicht. Spezielle Probleme und Aspekte bei der Anwendung, wie z.B. die Koeffizientennormierung, die Konvergenz in Abhängigkeit vom Modenansatz und die Einführung von Zwischenmedien und Zwischenflächen bei axial versetzten Sprüngen werden ausführlich in [97] behandelt. Diese Arbeiten bilden die Grundlage für die Berechnung von Sprüngen zwischen beliebig geformten Hohlleitern, wie sie schon in [82] beschrieben werden. In der vorliegenden Arbeit soll diese grundlegende Theorie nur soweit wiedergegeben werden, wie es zum Verständnis notwendig ist. Ausführlichere Darstellungen können den genannten Literaturstellen und zusätzlich [63], [70], [71] und bzgl. der Einführung von Zwischenmedien [46] und [47] entnommen werden.

Die theoretischen Ausführungen beschränken sich jeweils auf unendlich gut leitende Hohlleitersegmente. Die Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung ist zwar prinzipiell auf verlustbehaftete Materialien erweiterbar, jedoch wäre hierbei zu berücksichtigen, dass dann keine E- und H-Moden mehr sondern nur hybride Moden als

Eigenlösungen auftreten und mit diesen die Feldentwicklung durchzuführen wäre. Da aber letztlich die untersuchten Speisesysteme im Vergleich zur Wellenlänge kurz und die verwendeten Materialien sehr gut leitend sind, kann auf eine Berücksichtigung der Verluste in den metallischen Randflächen verzichtet werden.

Ausgehend von der Orthogonalität der Eigenlösungen homogener Wellenleiter können die transversalen Felder einer einzelnen Stufe einer mehrstufigen, zylindrischen Hohlleiteranordnung idealer Leitfähigkeit mit abschnittsweise beliebiger Querschnittsform in eine Summe unendlich vieler E- und H-Moden entwickelt werden [97]

$$\vec{E}_t = \sum_i \sqrt{Z_{ei}} (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} + b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \vec{e}_{ei} + \sum_i \sqrt{Z_{hi}} (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} + b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}) \vec{e}_{hi} \quad (2.82)$$

$$\vec{H}_t = \sum_i \sqrt{Y_{ei}} (a_{ei} e^{-\gamma_{ei} z} - b_{ei} e^{\gamma_{ei} z}) \vec{h}_{ei} + \sum_i \sqrt{Y_{hi}} (a_{hi} e^{-\gamma_{hi} z} - b_{hi} e^{\gamma_{hi} z}) (-\vec{h}_{hi}) \quad (2.83)$$

mit den Wellenwiderständen

$$Z_{ei} = \frac{1}{Y_{ei}} = \frac{\gamma_{ei}}{j\omega\epsilon} \quad Z_{hi} = \frac{1}{Y_{hi}} = \frac{j\omega\mu}{\gamma_{hi}}. \quad (2.84)$$

Die Betrachtung der z -gerichteten Feldkomponenten ist nicht erforderlich. Die komplexen Faktoren a_{ei} , a_{hi} , b_{ei} sowie b_{hi} beschreiben die hinlaufenden bzw. rücklaufenden Wellenamplituden der allgemeinen Streuparametertheorie. Die transversalen elektrischen Feldvektoren \vec{e}_{ei} , \vec{e}_{hi} und magnetischen Feldvektoren \vec{h}_{ei} , \vec{h}_{hi} werden auch als Eigenvektoren bezeichnet und gehören jeweils zum i -ten E- bzw. H-Mode. γ_{ei} und γ_{hi} sind die komplexen Ausbreitungskonstanten dieser Moden.

Die Bestimmung der Eigenvektoren kann durch Koeffizientenvergleich der Gln. (2.82) und (2.83) und der Gln. (2.58)-(2.69) erfolgen. Einfacher ist jedoch ihre Darstellung mittels der Skalarpotentiale:

$$\begin{aligned} \vec{e}_{ei} &= \text{grad}_t A_i & \vec{h}_{ei} &= \vec{e}_z \times \text{grad}_t A_i \\ \vec{e}_{hi} &= \vec{e}_z \times \text{grad}_t F_i & \vec{h}_{hi} &= \text{grad}_t F_i \end{aligned} \quad (2.85)$$

\vec{e}_z ist der Einheitsvektor in Ausbreitungsrichtung z . Der Index t besagt, dass die Gradientenbildung nur die transversalen Komponenten des erzeugten Vektors berücksichtigt.

Die notwendige Orthonormalität der Eigenwellen in jedem Hohlleiter wird durch die Flächenintegrale in Gln. (2.86) und (2.87) formuliert. Die angegebene Integration bezieht sich dabei auf die gesamte Querschnittsfläche des jeweiligen Hohlleiters. Das Flächenintegral über gemischte Produkte von E- und H-Moden ist für nichtentartete Moden Null:

$$\iint_Q \vec{e}_{ei} \vec{e}_{ek} df = \iint_Q \vec{h}_{ei} \vec{h}_{ek} df = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ 1 & i = k \end{cases} \quad (2.86)$$

$$\iint_Q \vec{e}_{hi} \vec{e}_{hk} df = \iint_Q \vec{h}_{hi} \vec{h}_{hk} df = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ 1 & i = k \end{cases} \quad (2.87)$$

$$\iint_Q \vec{e}_{ei} \vec{e}_{hk} df = \iint_Q \vec{h}_{ei} \vec{h}_{hk} df = 0 \quad \text{für alle } i, k. \quad (2.88)$$

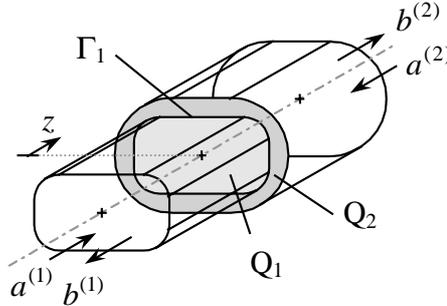


Bild 2.7: Sprungstelle zwischen dem kleineren Hohlleiter 1 und dem größeren Hohlleiter 2

An einer Sprungstelle ($z = 0$) zwischen dem kleineren Hohlleiter 1 und dem größeren Hohlleiter 2 (vgl. Bild 2.7) werden in beiden Systemen Eigenwellen angeregt, um die Randbedingungen auf der gemeinsamen Grenzfläche und auf den metallischen Stirnflächen in der Sprungebene zu erfüllen:

$$\vec{E}_t^{(2)} = \vec{E}_t^{(1)} \quad \text{auf } Q_1 \quad (2.89)$$

$$\vec{H}_t^{(2)} = \vec{H}_t^{(1)} \quad \text{auf } Q_1 \quad (2.90)$$

$$\vec{E}_t^{(2)} = 0 \quad \text{auf } Q_2 - Q_1. \quad (2.91)$$

Durch Einsetzen der transversalen Felder in die Stetigkeitsbedingungen kann eine Entwicklung in die unterschiedlichen Hohlleitermoden vorgenommen werden. Hierbei wird über die gemeinsame Querschnittsfläche integriert und die Orthogonalität der Eigenwellen ausgenutzt⁶. Es ist zu beachten, dass die Ausbreitungsrichtung der Moden im zweiten Hohlleiter entgegengesetzt zu der im ersten Hohlleiter ist. Dies wird durch ein negatives Vorzeichen bei der transversalen magnetischen Feldkomponente des zweiten Hohlleiters berücksichtigt. Ausgehend von Gl. (2.89) können für den H-Mode j und für den E-Mode j in Hohlleiter 2 die folgenden Ausdrücke gewonnen werden:

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{hj}^{(2)}} (a_{hj}^{(2)} + b_{hj}^{(2)}) &= \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(1)}} (a_{ei}^{(1)} + b_{ei}^{(1)}) \iint_{Q_1} \vec{e}_{ei}^{(1)} \vec{e}_{hj}^{(2)} df \\ &+ \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(1)}} (a_{hi}^{(1)} + b_{hi}^{(1)}) \iint_{Q_1} \vec{e}_{hi}^{(1)} \vec{e}_{hj}^{(2)} df \end{aligned} \quad (2.92)$$

⁶ Dieses Verfahren wird auch als Galerkin-Verfahren bezeichnet.

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{ej}^{(2)}}(a_{ej}^{(2)} + b_{ej}^{(2)}) &= \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(1)}}(a_{ei}^{(1)} + b_{ei}^{(1)}) \iint_{Q_1} \bar{e}_{ei}^{(1)} \bar{e}_{ej}^{(2)} df \\ &+ \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(1)}}(a_{hi}^{(1)} + b_{hi}^{(1)}) \iint_{Q_1} \bar{e}_{hi}^{(1)} \bar{e}_{ej}^{(2)} df \end{aligned} \quad (2.93)$$

Für die zweite Stetigkeitsbedingung Gl. (2.90) werden die Felder in die Eigenmoden des ersten Hohlleiters entwickelt, und es ergeben sich analoge Ausdrücke für den H-Mode j und den E-Mode j in Hohlleiter 1 unter Berücksichtigung verschiedener Identitäten [97]:

$$\begin{aligned} \sqrt{Y_{hj}^{(1)}}(a_{hj}^{(1)} - b_{hj}^{(1)}) &= -\sum_i \sqrt{Y_{ei}^{(2)}}(a_{ei}^{(2)} - b_{ei}^{(2)}) \iint_{Q_1} \bar{e}_{ei}^{(2)} \bar{e}_{hj}^{(1)} df \\ &- \sum_i \sqrt{Y_{hi}^{(2)}}(a_{hi}^{(2)} - b_{hi}^{(2)}) \iint_{Q_1} \bar{e}_{hi}^{(2)} \bar{e}_{hj}^{(1)} df \end{aligned} \quad (2.94)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{Y_{ej}^{(1)}}(a_{ej}^{(1)} - b_{ej}^{(1)}) &= -\sum_i \sqrt{Y_{ei}^{(2)}}(a_{ei}^{(2)} - b_{ei}^{(2)}) \iint_{Q_1} \bar{e}_{ei}^{(2)} \bar{e}_{ej}^{(1)} df \\ &- \sum_i \sqrt{Y_{hi}^{(2)}}(a_{hi}^{(2)} - b_{hi}^{(2)}) \iint_{Q_1} \bar{e}_{hi}^{(2)} \bar{e}_{ej}^{(1)} df \end{aligned} \quad (2.95)$$

Dieses als gegenläufige Orthogonalreihen-Entwicklung bezeichnete Verfahren bietet im Gegensatz zur gleichläufigen Entwicklung den Vorteil der unbedingten Konvergenz.

Die Verkopplungen der i -ten Eigenwellen in Hohlleiter 1 mit der j -ten Eigenwellen in Hohlleiter 2 ergeben sich somit zu:

$$v_{ee} = \frac{\sqrt{Z_{ei}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(2)}}} \iint_{Q_1} \bar{e}_{ei}^{(1)} \bar{e}_{ej}^{(2)} df = \frac{\sqrt{Z_{ei}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(2)}}} k_{c,ej}^{(2)2} \iint_{Q_1} A_i^{(1)} A_j^{(2)} df = Z_{V_{ee}} I_{V_{ee}} \quad (2.96)$$

$$v_{eh} = \frac{\sqrt{Z_{hi}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(2)}}} \iint_{Q_1} \bar{e}_{hi}^{(1)} \bar{e}_{ej}^{(2)} df = -\frac{\sqrt{Z_{hi}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(2)}}} \oint_{\Gamma_1} A_j^{(2)} \text{grad}_i F_i^{(1)} d\vec{s} = Z_{V_{eh}} I_{V_{eh}} \quad (2.97)$$

$$v_{hh} = \frac{\sqrt{Z_{hi}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{hj}^{(2)}}} \iint_{Q_1} \bar{e}_{hi}^{(1)} \bar{e}_{hj}^{(2)} df = \frac{\sqrt{Z_{hi}^{(1)}}}{\sqrt{Z_{hj}^{(2)}}} k_{c,hi}^{(1)2} \iint_{Q_1} F_i^{(1)} F_j^{(2)} df = Z_{V_{hh}} I_{V_{hh}} \quad (2.98)$$

$$v_{he} = 0. \quad (2.99)$$

$Z_{V_{ee}}$, $Z_{V_{eh}}$ und $Z_{V_{hh}}$ sind komplexe und frequenzabhängige Vorfaktoren, $I_{V_{ee}}$, $I_{V_{eh}}$ und $I_{V_{hh}}$ geben die reellen und frequenzunabhängigen Koppelintegrale an. Γ_1 ist der Rand der Fläche Q_1 des kleineren Hohlleiters, und $d\vec{s}$ ist ein differentielles Wegelement auf Γ_1 . Die Einführung der Skalarpotentiale in Gl. (2.86) ermöglicht die Schreibweise der Koppelintegrale in skalarer Form und zusätzlich die Umwandlung des Flächenintegrals $I_{V_{eh}}$ in ein Linienintegral. E-Moden im kleineren Hohlleiter regen keine H-Moden im größeren Hohlleiter an; damit ergibt sich das Koppellement v_{he} stets zu Null.

Die Streumatrix der betrachteten Diskontinuität kann nun über die Anordnung der Koppellemente in die Koppelmatrizen $[V_{ee}]$, $[V_{eh}]$ und $[V_{hh}]$ sowie über die Definition der Matrizen

$$[K_1] = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}] & 0 \\ [V_{eh}] & [V_{ee}] \end{pmatrix}^T \\ \begin{pmatrix} [V_{hh}] & 0 \\ [V_{eh}] & [V_{ee}] \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

$$[K_2] = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}] & 0 \\ [V_{eh}] & [V_{ee}] \end{pmatrix}^T \\ \begin{pmatrix} -[V_{hh}] & 0 \\ -[V_{eh}] & -[V_{ee}] \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

und den Spaltenmatrizen der zu- und ablaufenden Wellenamplituden der allgemeinen Streuparametertheorie

$$[a] = [a_{h1}^{(1)}, \dots, a_{e1}^{(1)}, \dots, a_{h1}^{(2)}, \dots, a_{e1}^{(2)}, \dots]^T \quad (2.102)$$

$$[b] = [b_{h1}^{(1)}, \dots, b_{e1}^{(1)}, \dots, b_{h1}^{(2)}, \dots, b_{e1}^{(2)}, \dots]^T \quad (2.103)$$

angegeben werden:

$$[K_1][a] = [K_2][b] \quad (2.104)$$

$$\Rightarrow [S] = [K_2]^{-1}[K_1]. \quad (2.105)$$

Da in der vorliegenden Arbeit ausschließlich Wellenleiter betrachtet werden, die mit homogenen, verlustlosen Materialien gefüllt sind, ist die Überlagerung von reinen E- und H-Moden zulässig und somit diese Art der Feldentwicklung allgemein gültig und auf sämtliche Hohlleitergeometrien anwendbar.

2.2.2 Streumatrix hintereinandergeschalteter Hohlleitersprünge

Die Speisestrukturen von Hornantennen werden i.d.R. nicht durch nur einen Hohlleiter konstanten Querschnitts gebildet, vielmehr wird der Querschnitt des Speisehohlleiters allmählich vergrößert, um die Eingangsreflexionen zu verringern und den Gewinn der Antenne zu steigern. Für diesen Fall wird die Antenne (oder auch die Speiseschaltung) als Kette einzelner Hohlleitersprünge betrachtet. Für jeden einzelnen Hohlleitersprung kann nach Kapitel 2.2.1 die Streumatrix angegeben werden. Für die Hintereinanderschaltung einzelner Diskontinuitäten ist eine geeignete Streumatrixverknüpfung notwendig.

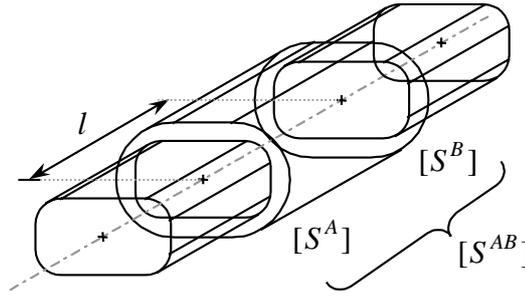


Bild 2.8: Verknüpfung der Streumatrizen zweier Hohlleitersprünge im Abstand l

Die Streumatrizen zweier Hohlleitersprünge A und B in Bild 2.8

$$[S^A] = \begin{bmatrix} [S_{11}^A] & [S_{12}^A] \\ [S_{21}^A] & [S_{22}^A] \end{bmatrix}, \quad [S^B] = \begin{bmatrix} [S_{11}^B] & [S_{12}^B] \\ [S_{21}^B] & [S_{22}^B] \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

können zu einer Streumatrix

$$[S^{AB}] = \begin{bmatrix} [S_{11}^{AB}] & [S_{12}^{AB}] \\ [S_{21}^{AB}] & [S_{22}^{AB}] \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

mittels folgender Matrixoperationen zusammengefasst werden [54]:

$$[S_{11}^{AB}] = [S_{11}^A] + [S_{12}^A][D][S_{11}^B][D][E - [S_{22}^A][D][S_{11}^B][D]]^{-1}[S_{21}^A] \quad (2.108)$$

$$[S_{21}^{AB}] = [S_{21}^B][D][E - [S_{22}^A][D][S_{11}^B][D]]^{-1}[S_{21}^A] \quad (2.109)$$

$$[S_{12}^{AB}] = [S_{12}^A][D][S_{11}^B][D][E - [S_{22}^A][D][S_{11}^B][D]]^{-1}[S_{22}^A][D][S_{12}^B] + [S_{12}^A][D][S_{12}^B] \quad (2.110)$$

$$[S_{22}^{AB}] = [S_{22}^B] + [S_{21}^B][D][E - [S_{22}^A][D][S_{11}^B][D]]^{-1}[S_{22}^A][D][S_{12}^B]. \quad (2.111)$$

$[E]$ ist die Einheitsmatrix. Die Matrix $[D]$ ist eine Diagonalmatrix und beschreibt die Ausbreitung der Eigenwellen im verbindenden Hohlleiterstück der Länge l .

$$[D] = \text{diag}\{e^{-\gamma_i l}\} \quad (2.112)$$

Die Eigenwellen können ausbreitungsfähig sein (γ_i ist imaginär), es können aber genauso nicht ausbreitungsfähige Moden betrachtet werden (γ_i ist reell). Die in den Gln. (2.108)-(2.111) gezeigten Operationen erfordern bei ausschließlicher Verwendung der Streuparameterform einen minimalen mathematischen Aufwand. Unter mehrfacher Verwendung von Zwischenergebnissen sind insgesamt 17 Multiplikationen und eine Inversion durchzuführen.

2.2.3 Berechnung der Koppelintegrale

Die Berechnung der Koppelintegrale aus den Gln. (2.96)-(2.99) zwischen zwei zylindrischen Hohlleitern erfolgt durch Einsetzen der Eigenfunktionen und Integration über

den gemeinsamen Querschnitt der Sprungebene. Zur Unterscheidung werden die Feldgrößen des kleineren Hohlleiters durch den Index i und die des größeren Hohlleiters durch den Index j gekennzeichnet. Auch die transversalen Koordinaten der beiden Hohlleiter sind im Allgemeinen unterschiedlich. Sie sind nur identisch, wenn sie axial nicht gegeneinander versetzt sind. Daher werden die Koordinaten der Hohlleiter ebenfalls durch entsprechende Indizes verdeutlicht.

$$I_{V_{ee}} = N_{ei} N_{ej} k_{c,ej}^2 \cdot \int_0^{2\pi R(\varphi_i)} \int_0^p C_{ei,p} J_p(k_{c,ei} \rho_i) \cos(p\varphi_i - \psi_i) \sum_q C_{ej,q} J_q(k_{c,ej} \rho_j) \cos(q\varphi_j - \psi_j) \rho_i d\rho_i d\varphi_i \quad (2.113)$$

$$I_{V_{hh}} = N_{hi} N_{hj} k_{c,hi}^2 \cdot \int_0^{2\pi R(\varphi_i)} \int_0^p C_{hi,p} J_p(k_{c,hi} \rho_i) \cos(p\varphi_i - \psi_i) \sum_q C_{hj,q} J_q(k_{c,hj} \rho_j) \cos(q\varphi_j - \psi_j) \rho_i d\rho_i d\varphi_i \quad (2.114)$$

Bei diesen Berechnungen ist darauf zu achten, dass die innere Integrationsgrenze des Doppelintegrals von der äußeren Integrationsvariablen abhängig ist. Die Integrationsreihenfolge darf nicht vertauscht werden. Bei dem Koppelintegral $I_{V_{eh}}$ wird entlang der Randfunktion des kleineren Hohlleiters integriert:

$$I_{V_{eh}} = - \oint_{\Gamma_i} A_j \text{grad}_t F_i d\vec{s} = - \int_0^{2\pi} A_j \left[\frac{\partial F_i}{\partial \rho} \frac{\partial R(\varphi_i)}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial F_i}{\partial \varphi_i} \right] d\varphi_i \\ = - N_{hi} N_{ej} \int_0^{2\pi} \sum_q C_{ej,q} J_q(k_{c,ej} \rho_j) \cos(p\varphi_j - \psi_j) \cdot \sum_p C_{hi,p} \left[k_{c,hi} J'_p(k_{c,hi} \rho_i) \cos(p\varphi_i - \psi_i) \frac{\partial R(\varphi_i)}{\partial \varphi_i} - p J_p(k_{c,hi} \rho_i) \sin(p\varphi_i - \psi_i) \right] d\varphi_i \quad (2.115)$$

Die Bestimmung der Koppelintegrale kann für den Spezialfall von runden Querschnitten deutlich vereinfacht werden. Analytische Lösungen sind z.B. in [46] angegeben. Auch andere Standardwellenleiter mit rechteckigem oder elliptischem Querschnitt, deren Beschreibung in dem jeweilig gültigen Koordinatensystem vorgenommen ist, können in die Berechnung von sprungförmigen Querschnittsänderungen mit der Orthogonalreihen-Entwicklung integriert werden, wenn die Gln. (2.113)-(2.115) entsprechend angepasst werden [22], [70], [83], [86].

3 Einfaches Abstrahlungsmodell für Einzelstrahler

In diesem Kapitel werden die formalen Zusammenhänge zur Berechnung der Abstrahlung in den freien Raum behandelt. Ausgehend von dem Huygen'schen Prinzip kann das Feld in einem beliebigen Raumpunkt aus den tangentialen Feldkomponenten auf einer Oberfläche, welche die Apertur der Antenne vollständig umschließt, bestimmt werden [62]. Für den wichtigsten Fall der Antennentechnik, dem Fernfeld, existieren geeignete Näherungen, die eine Analyse recht einfach gestalten. In Abschnitt 3.1 werden die wesentlichen Gleichungen angegeben, mit deren Hilfe aus den als bekannt vorausgesetzten tangentialen Feldkomponenten der Aperturebene auf das zu erwartende Fernfeldverhalten geschlossen werden kann. Anschließend werden zwei Berechnungsmodelle vorgestellt, welche die an der Hornöffnung auftretenden Reflexionen und Feldbeugungen berücksichtigen. Hieraus können die tangentialen Feldkomponenten bestimmt und die Antenneneigenschaften im Fernfeld über das Huygen'sche Prinzip ermittelt werden.

Für das erste Berechnungsverfahren wird der Einzelstrahler als Kette von Hohlleitersprüngen modelliert. Der Freiraum wird dabei als reflexionsfrei abgeschlossener Rundhohlleiter mit großem Durchmesser angenommen. Die Öffnung der Antenne liegt somit in einem elektrisch leitenden Schirm, weil die Stirnfläche des Freiraumhohlleiters ideal leitend sein muss, um die Berechnungsvorschriften nach Kapitel 2.2 anwenden zu können. Der Durchmesser ist so zu wählen, dass er möglichst geringe Auswirkungen auf die Streufelder besitzt.

Mit diesem Modell können die wesentlichen Einflüsse wie Reflexionen und Streufelder der Apertur erfasst werden. Nach der Bestimmung der Gesamtstrematrix und bei bekannter Anregung des Antennenspeisetores liegen für den Freiraumhohlleiter die von der Sprungstelle ablaufenden Wellenamplituden vor. Das Aperturfeld kann bestimmt und die abgestrahlten Felder über die Aperturfeldmethode im vorderen Halbraum ermittelt werden. Dieses Modell ist für die Analyse von Strahlern mit beliebigem Querschnitt einsetzbar, vorausgesetzt dass die Sprunganordnungen richtig berechnet werden.

Zusätzlich zu dem einfachen Fall, dass die Öffnung der Antenne in einem leitenden Schirm liegt, können mit einer Erweiterung dieser Methode auch Feldbeugungen und Rückwärtsstrahlung untersucht werden. Die Erweiterung besteht darin, dass die Antenne im rückwärtigen Halbraum als Innenleiter eines Koaxialleiters betrachtet wird [74]. Die Streuparameterberechnungen in Kapitel 2 sind dann in der Aperturebene von einem Zweitor auf ein Dreitor auszudehnen (Apertur, Koaxialleiter, Rundhohlleiter). Zu beachten ist, dass sich die untersuchte Antenne stets und vollständig in einem runden Zylinder befindet, da die Berechnung des Modells die Kenntnis der Eigenwellen von Koaxialleitern erfordert. Die Betrachtung von Hohlleitern mit beliebigem Querschnitt

und konstanter endlicher Wandstärke würde die Bestimmung der Eigenwellen in Koaxialleitern mit beliebigem Innenleiter verlangen, welches einen extrem hohen numerischen Aufwand bedeutet. Für Innenleiter mit rundem Querschnitt ist die Eigenwertbestimmung bedeutend einfacher durchzuführen. Beliebige Strahleraperturen können demnach nur untersucht werden, wenn sie sich in einer runden Stirnfläche befinden. Die wesentlichen Feldbeugungen sind trotz dieser Einschränkung in dem Modell enthalten, so dass es zumindest als sehr gute Näherung für einen realen Strahler dienen kann. Für den Spezialfall eines runden Antennenquerschnittes ist mit dieser Methode die Analyse des Einflusses einer endlichen Wandstärke möglich.

Bisher werden diese Verfahren für die Analyse von offenen Rundhohlleitern oder konischen Hörnern angewendet. Bei axial nicht versetzten Sprunganordnungen ist dann die Umfangsordnung der angeregten Moden identisch mit der anregenden Eigenwelle (meist H_{11} -Welle), was die Analyse recht einfach gestaltet. Auch für den Koaxialleiter müssen nur Eigenwellen der Ordnung 1 bestimmt werden. Im Fall beliebiger wellenführender Querschnitte ist zusätzlich die Berücksichtigung von Moden höherer Ordnung zur Erfüllung der Randbedingungen erforderlich, die in die Berechnung einbezogen werden müssen. Dies macht eine vollständige Eigenwellenanalyse aller am Sprung beteiligten Wellenleiter notwendig. Die feldtheoretische Formulierung dieses Verfahrens wird für beliebige Wellenleiter erstmals durchgeführt.

Die in dieser Arbeit präsentierten Simulationsergebnisse werden so weit wie möglich mit dem Programmpaket HFSS⁷ verifiziert. Der HFSS ist ein Berechnungsprogramm, das auf Basis der Finite Elemente Methode die Berechnung nahezu beliebiger Strukturen ermöglicht. Es wird zur Zeit sowohl von der Firma Agilent als auch von der Firma Ansoft vertrieben. Ein abgeschlossenes Volumen wird dabei solange adaptiv in Tetraeder unterteilt, bis die Randbedingungen auf der Hüllfläche des Volumens und die Stetigkeit aller elektromagnetischer Felder angrenzender Teilvolumina erfüllt wird. Der HFSS eignet sich sehr gut zur Berechnung von Hohlleiterschaltungen. Durch Vorgabe entsprechender Randbedingungen auf der Hüllfläche kann auch eine Leistungsabstrahlung in den freien Raum simuliert werden. Einen entscheidenden Nachteil dieses Verfahrens bildet die Berechnungsdauer und der sehr hohe Speicherplatzbedarf. Die erzielbaren Ergebnisse beider HFSS-Programmversionen sind bei ausreichender Diskretisierung des Berechnungsvolumens vergleichbar. Aufgrund der etwas schnelleren Berechnungszeit wird hauptsächlich der HFSS der Firma Agilent zur Verifikation der Simulationsergebnisse verwendet.

3.1 Strahlungsquellen des Fernfeldes

Im Folgenden wird die zu untersuchende Antenne stets im Sendefall betrachtet. Dies stellt für passive Strahler keine Einschränkung dar, weil aufgrund des Reziprozitäts-

⁷ HFSS: High Frequency Structure Simulator

theorems die charakteristischen Antenneneigenschaften wie Anpassung, Richtfaktor und Richtcharakteristik davon unberührt bleiben⁸.

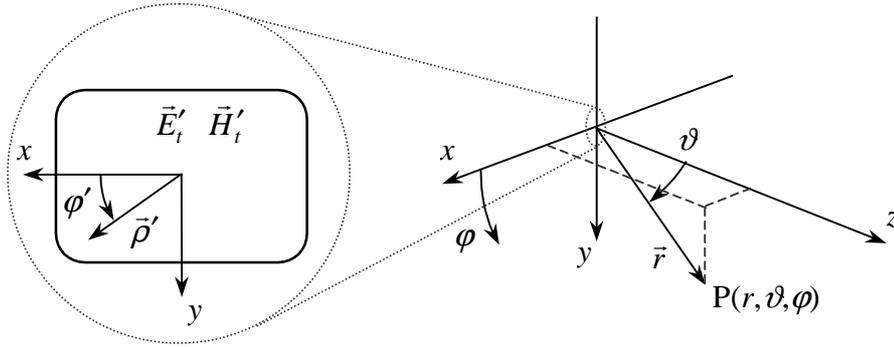


Bild 3.1: Formulierung des Koordinatensystems zur Fernfeldbestimmung von Aperturstrahlern

Bei Aperturstrahlern, zu denen Hohlleiter- und Hornstrahler gehören, sind die eigentlichen Quellen des Strahlungsfeldes die transversalen Feldkomponenten in der Aperturebene. Diese Ebene befindet sich bei $z=0$, und die tangentialen Feldkomponenten gehen in die äquivalenten elektrischen und magnetischen Flächenströme

$$\vec{J}' = \vec{e}_z \times \vec{H}'_t \quad \text{und} \quad \vec{J}'_m = \vec{E}'_t \times \vec{e}_z$$

über. Diese Quellen sind so gewählt, dass sie im betrachteten Halbraum (hier $z > 0$) das ursprüngliche Feld erzeugen (vgl. Bild 3.1). Die Strahlungsfelder im Fernfeld können nun mit Hilfe des magnetischen und elektrischen Vektorpotentials im Freiraum bestimmt werden [92]:

$$\vec{A} = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \iint_{Q'} \vec{J}' e^{jk_0 \rho' \cos \xi} dQ' \quad \text{mit } \vec{J}' = \vec{e}_z \times \vec{H}'_t \quad (3.1)$$

$$\vec{F} = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \iint_{Q'} \vec{J}'_m e^{jk_0 \rho' \cos \xi} dQ' \quad \text{mit } \vec{J}'_m = \vec{E}'_t \times \vec{e}_z \quad (3.2)$$

$$\text{mit } \cos \xi = \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi') \quad \text{und} \quad dQ' = \rho' d\rho' d\varphi'. \quad (3.3)$$

Die Integration muss sich theoretisch über die gesamte Ebene $z=0$ erstrecken. Unter den angenommenen Fernfeldbedingungen resultieren daraus die sphärischen Fernfeldkomponenten

$$E_\vartheta = \eta_0 H_\varphi = -jk_0 (\eta_0 A_\vartheta + F_\varphi) \quad (3.4)$$

$$E_\varphi = -\eta_0 H_\vartheta = -jk_0 (\eta_0 A_\varphi - F_\vartheta). \quad (3.5)$$

⁸ Die Voraussetzung hierfür ist, dass die Antenne sowie der sie umgebende Raum reziproke Eigenschaften aufweist.

Liegen die Vektorpotentiale in kartesischen Koordinaten vor, so ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} E_\vartheta \\ E_\varphi \end{bmatrix} = -jk_0 \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \varphi & \cos \varphi & \cos \vartheta \sin \varphi & -\sin \varphi \\ -\sin \varphi & -\cos \vartheta \sin \varphi & \cos \varphi & -\cos \vartheta \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_0 A_x \\ F_y \\ \eta_0 A_y \\ F_x \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Das Abstrahlungsproblem scheint damit gelöst. Die Felder in der Aperturebene und damit die äquivalenten Flächenströme sind jedoch prinzipiell unbestimmt. Ein weiteres Problem liegt darin begründet, dass nach dem Eindeutigkeitsatz nur das tangentiale E- oder H-Feld angegeben werden darf. Werden beide vorgeschrieben, so erzeugen diese ein Strahlungsfeld, das die vorgeschriebenen Randbedingungen nicht reproduziert [92]. Nur bei den exakten Feldverteilungen gibt es eine in sich widerspruchsfreie Lösung. Für Aperturabmessungen, die im Vergleich zur Wellenlänge groß sind, können geeignete Näherungen benutzt werden. Im einfachsten Fall wird dazu das einfallende Feld in der Apertur benutzt, wobei der Beitrag von Quellen außerhalb dieses Gebietes vernachlässigt wird. Dieses als Kirchhoff'sche Näherung bezeichnete Verfahren erfasst jedoch nicht die an der Apertur auftretenden Reflexionen und Beugungserscheinungen.

In den folgenden Kapiteln sollen daher zwei Modelle vorgestellt werden, mit deren Hilfe die transversale Feldverteilung in der Aperturebene unter Berücksichtigung von Beugungserscheinungen ermittelt werden kann.

3.2 Abstrahlung in einen Rundhohlleiter

Bei dem Modell der Abstrahlung in einen Rundhohlleiter wird die Hohlleiter- oder Hornantenne sowie der Freiraum als Kette von Hohlleitersprüngen modelliert. Der Freiraum, in den die Antenne abstrahlt, wird dabei als reflexionsfrei abgeschlossener Rundhohlleiter mit großem Durchmesser berücksichtigt. Die hierfür notwendigen Berechnungsvorschriften sind in Kapitel 2 vorgestellt worden. In diesem Modell wird die Apertur der Antenne in einen elektrisch leitenden Schirm eingebettet, weil die Stirnfläche zwischen Abschlusssegment und Freiraumhohlleiter ideal leitend sein muss. Nur dann kann dieser letzte Hohlleitersprung mit der Orthogonalreihen-Entwicklung berechnet werden.

3.2.1 Bestimmung der transversale Feldverteilung

Die Formulierung der transversalen Felder \vec{E}'_t und \vec{H}'_t der Aperturebene kann prinzipiell auf zwei Arten erfolgen: Zum einen können sie aus der Überlagerung der lokalen Eigenwellen des letzten, im Allgemeinen beliebigen Segmentes der Antennengeometrie entwickelt werden; es ist aber genauso möglich, sie durch die Eigenwellen des angeschlossenen runden Freiraumhohlleiters auszudrücken. Die zweite Möglichkeit bietet den Vorteil, dass neben der numerisch günstigeren Handhabung der Moden runder Hohlleiter auch die Feldbeugungen am Flansch der Antenne außerhalb der Apertur

berücksichtigt werden. Die transversale Feldverteilung in dem Freiraumhohlleiter ist nach Kapitel 2 über die Eigenvektoren und den hin- bzw. rücklaufenden Wellenamplituden formuliert. Dabei können die Amplituden $a_{hi/ei}^{(2)}$ der in negative z -Richtung laufenden Wellen unberücksichtigt bleiben, weil der Freiraum und damit auch der entsprechende Hohlleiter als reflexionsfrei betrachtet werden kann ($a_{hi}^{(2)} = a_{ei}^{(2)} = 0$). Die Wellenamplituden $b_{hi}^{(2)}$ und $b_{ei}^{(2)}$ werden über die Streumatrix der Gesamtanordnung bestimmt und sind abhängig von der gewählten Speisung der Antenne. In den meisten Fällen wird diese nur mit dem Grundmode angeregt, und es gilt daher:

$$[b] = [b_{h1}^{(1)}, \dots, b_{e1}^{(1)}, \dots, b_{h1}^{(2)}, \dots, b_{e1}^{(2)}, \dots]^T = [S][a] \quad (3.7)$$

mit $[a] = [a_{h1}^{(1)}, \dots, a_{e1}^{(1)}, \dots, a_{h1}^{(2)}, \dots, a_{e1}^{(2)}, \dots]^T = [1, 0, 0, 0, \dots]^T$.

Mit den so gewonnenen Wellenamplituden $b_{hi/ei}^{(2)}$ kann die transversale Feldverteilung der Aperturebene aus den Eigenwellen des runden Freiraumhohlleiters abgeleitet werden. Als Beispiel soll an dieser Stelle eine Rundhohlleiterverbindung nach Bild 3.2 betrachtet werden. Ein mit seinem Grundmode gespeister Rundhohlleiter mit dem normierten Durchmesser λ_0 ist dabei einem um den Faktor fünf größeren runden Freiraumhohlleiter vorgeschaltet. Der Grundmode ist in y -Richtung polarisiert. Bei der Berechnung werden 120 Eigenwellen im kleinen und 300 Eigenwellen im großen Hohlleiter berücksichtigt.

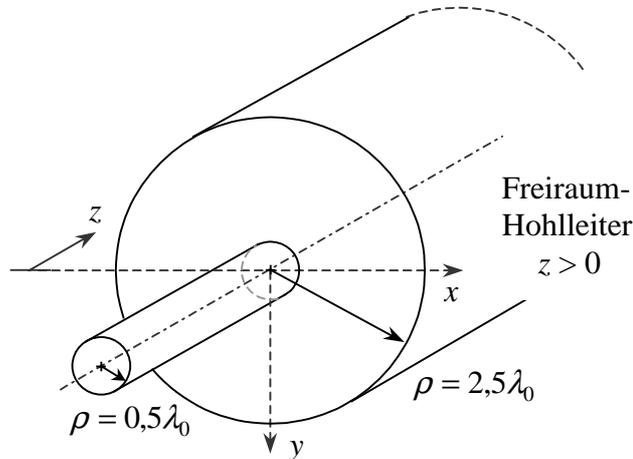


Bild 3.2: Geometrie einer Rundhohlleiterverbindung

Bild 3.3 zeigt die normierten elektrischen Feldkomponenten in den Ebenen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$ der Sprungebene. Die Randbedingungen werden für die metallische Stirnfläche weitgehend erfüllt, und die prinzipielle Feldverteilung der dominierenden Grundwelle im Rundhohlleiter ist erkennbar. Es ist jedoch deutlich eine Oszillation im gesamten radialen Bereich und das Anwachsen der E_y -Komponente für $\varphi = 90^\circ$ in unmittelbarer Nähe der Kante zu erkennen.

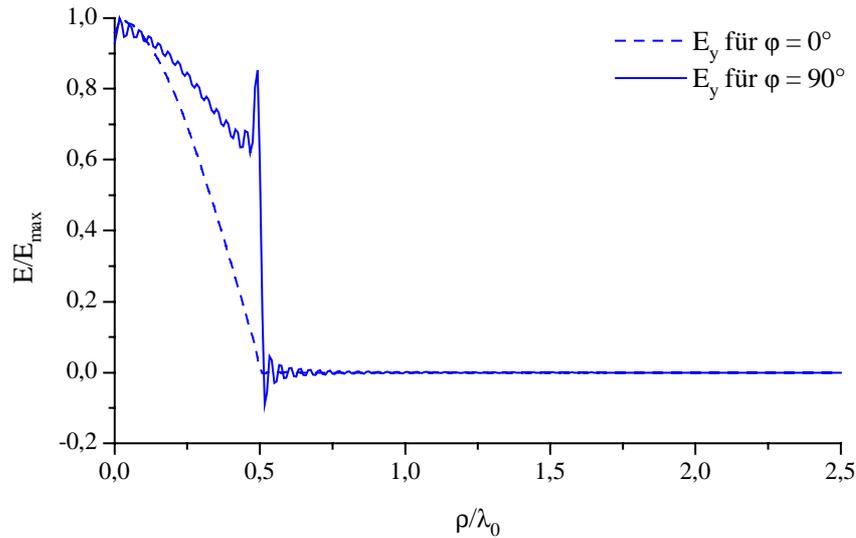


Bild 3.3: Transversale Feldverteilung in der Sprungebene der Hohlleiterverbindung nach Bild 3.2

An solchen spitzen Knicken oder Kanten zwischen homogenen Leitungsteilen treten Feldsingularitäten auf [39]. Die Darstellung dieser Unstetigkeiten durch endliche Orthogonalreihen gelingt nur ansatzweise. Ein wesentliches Problem besteht darin, dass in der Nähe der Kante unphysikalische Überschwinger bei der Summation der Reihen auftreten, die das numerische Ergebnis z.T. verfälschen können. Als Folge dessen werden auch die Randbedingungen durch die Orthogonalreihen nicht exakt wiedergegeben ($\rho > 0,5$), und es kommt zu der dargestellten Oszillation im Feldverlauf. Sie ist im Wesentlichen auf räumlich schnell variierende Feldanteile zurückzuführen, also auf höhere Wellentypen. Dieses - dem aus der Theorie der Fourierreihen bekannten Gibbs'schen Phänomen ähnelnde - Problem kann durch eine schwächere Gewichtung der höheren Wellentypen minimiert werden und führt zu einer geringeren Oszillation und einem glatteren Feldverlauf in der Trennebene. Die Auswahl einer geeigneten Gewichtung bedeutet indes stets einen Kompromiss zwischen erwünschter Dämpfung der Überschwinger und ausreichender Flankensteilheit der Kantensingularität. Es sind eine Vielzahl solcher Funktionen bekannt, unter anderem auch die \cos^2 -Funktion und die si-Funktion, deren modales Gewichtungsverhalten mit den folgenden Gleichungen beschrieben werden kann:

$$w_{\cos^2} = \cos^2\left(s \frac{\pi}{2}\right) = 0,5 + 0,5 \cos(s\pi) \quad \text{mit } s = (i-1)/(I-1) \quad (3.8)$$

$$w_{si} = si(s\pi) = \frac{\sin(s\pi)}{s\pi} \quad \text{mit } s = (i-1)/(I-1) \quad (3.9)$$

Der jeweilige H- bzw. E-Mode der nach aufsteigenden Grenzwellenzahlen sortierten Eigenwellen im Freiraumhohlleiter wird mit i gekennzeichnet; I gibt die Gesamtanzahl der angesetzten H- bzw. E-Moden an. Praktisch bedeuten die Gln. (3.8) und (3.9), dass

die Wellenamplitude des ersten H-Modes – also des Grundmodes - vollständig bei den Berechnungen berücksichtigt wird ($w = 1$), die Amplituden der höheren H-Moden jedoch entsprechend der Funktion w immer weniger in die Felddarstellung einfließen bis schließlich der höchste Mode unberücksichtigt bleibt ($w = 0$). Für E-Moden gilt die äquivalente Aussage. Die Gewichtung der Orthogonalreihe ist eine dem eigentlichen Rechenprozess nachgestellte Prozedur.

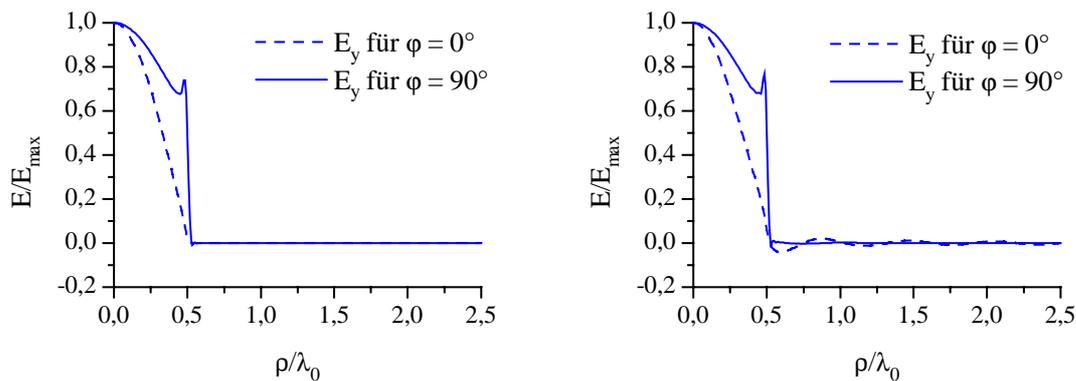


Bild 3.4: Transversale Feldverteilung in der Sprungebene der Hohlleiterverbindung nach Bild 3.2 bei Gewichtung der Orthogonalreihe mit einer \cos^2 -Funktion (links) und einer si-Funktion (rechts)

In Bild 3.4 sind die elektrischen Feldkomponenten dargestellt, welche sich bei einer Gewichtung der Orthogonalreihe einstellen. Die Oszillation der Feldkomponente ist in beiden Fällen deutlich reduziert. Gleichzeitig wird jedoch die Feldsingularität nicht mehr derart ausgeprägt nachgebildet. Bei der si-Gewichtung werden weiterhin die Randbedingung auf der metallischen Stirnfläche nicht eingehalten; hingegen weist das Feldbild nach \cos^2 -Gewichtung einen sehr glatten Verlauf und ein physikalisch richtiges Verhalten auf. Im Zuge dieser Untersuchungen sind Richtcharakteristiken von verschiedenen Antennen bestimmt worden. Die Abweichungen zwischen dem Ergebnis ohne Gewichtung im Vergleich zur \cos^2 -Gewichtung der Orthogonalreihe sind verschwindend gering. Der Grund hierfür ist: Für eine Fernfeldbetrachtung wird nach Gl. (3.1) und (3.2) eine Integration über das gesamte transversale Feld vorgenommen. Damit heben sich mathematisch die oszillierenden Anteile im Mittel auf. Demnach ist die modale Gewichtung der Orthogonalreihe zur Bestimmung der wesentlichen Antennenparameter nicht zwingend erforderlich. Sie bietet jedoch die Möglichkeit, numerisch bedingte Fehler in gewissen Grenzen zu verringern und physikalisch plausible Feldverteilungen in der Aperturebene der Antenne zu erzeugen.

In Bild 3.5 sind neben den transversalen elektrischen auch die magnetischen Feldkomponenten unter Berücksichtigung der \cos^2 -Gewichtung nach Gl. (3.8) dargestellt. Der Einfluss des modellbedingten metallischen Mantels bei $\rho/\lambda_0 = 2,5$ (Berandung des Freiraumhohlleiters) bleibt offensichtlich gering, da die Feldkomponenten an dieser Stelle schon nahezu abgeklungen sind. Die Erfüllung dieses Kriteriums ist zwingend notwendig, wenn eine Abstrahlung in den Freiraum simuliert werden soll. Untersu-

chungen zeigen, dass ein Abklingen der transversalen Feldstärken auf 1 % bezogen auf den Maximalwert ausreichend ist. Demnach gelingt die Modellierung des Freiraums mit einem Rundhohlleiter bereits bei einem Durchmesser/Aperturverhältnis von etwa fünf bis zehn für offene Hohlleiter. Für Antennen mit höherem Gewinn wie z.B. Hornstrahlern kann dieser Faktor weiter verringert werden. Die strahlende Apertur ist im Vergleich zur Wellenlänge groß, und Beugungserscheinungen am Flansch tragen weniger zum Antennenverhalten bei.

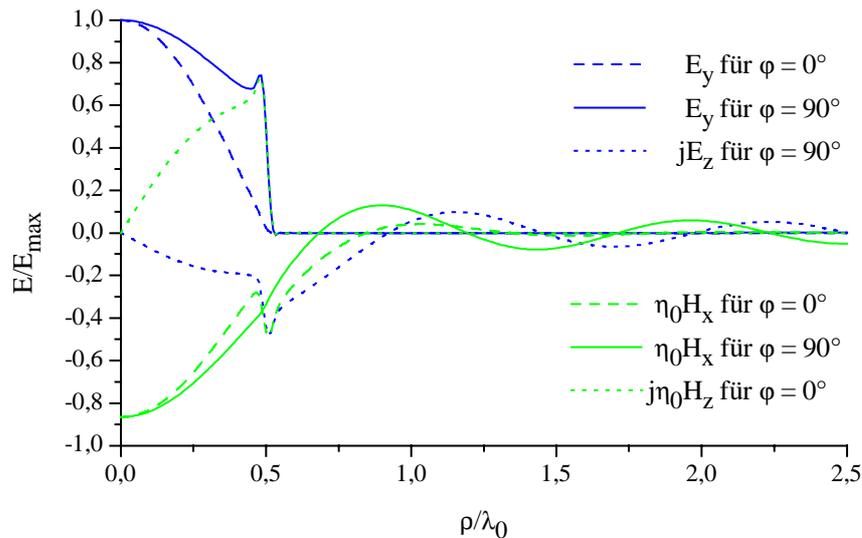


Bild 3.5: Feldkomponenten in der Sprungebene der Hohlleiterverbindung nach Bild 3.2 bei \cos^2 -Gewichtung der Orthogonalreihe

Neben dem hier verdeutlichten Fall eines strahlenden Rundhohlleiters können andere Speisekonfigurationen, also z.B. Hohlleiter mit beliebiger Querschnittsgeometrie als auch aus diesen generierte Hornstrukturen mit diesem Verfahren untersucht werden. Die Bestimmung der transversalen Feldverteilung und des Strahlungsfeldes bleiben hiervon unberührt, weil der Freiraumhohlleiter stets als Rundhohlleiter definiert ist.

3.3 Berücksichtigung eines endlichen Antennenflansches

Das untersuchte Modell aus Kapitel 3.2 impliziert stets eine metallische Stirnfläche in der Aperturebene. Die Antenne befindet sich also in einem elektrisch leitenden Schirm. Es ist notwendig das Modell abzuwandeln, wenn die Analyse eines endlichen Flansches gewünscht ist. Der rückwärtige Antennenhalbraum wird dazu ebenfalls durch einen Rundhohlleiter mit großem Durchmesser beschrieben, in dessen Innern die Antenne koaxial angeordnet ist. In dem Bereich $z < 0$ entsteht ein Rundhohlleiter mit koaxialem Innenleiter (im Folgenden kurz Koaxialleiter genannt). Dieser ist geeignet in die Berechnungen zu integrieren, welches die Kenntnis der Eigenmoden und ihrer transversalen Feldverteilung erfordert. Anschließend kann die Streumatrix des entstandenen

Dreiters mit Hilfe der Orthogonalreihen-Entwicklung bestimmt und in die Modelle integriert werden.

3.3.1 Eigenwellen im Rundhohlleiter mit koaxialem Innenleiter

Der Koaxialleiter wird zweckmäßig im kreiszylindrischen Koordinatensystem beschrieben. Für das elektrische Skalarpotential gilt dann zusammen mit den in Kapitel 2 angegebenen Definitionen

$$F_{zi} = N_{hi} \left[J_n(k_{r,hi}\rho) Y_n'(k_{r,hi} \frac{d}{2}) - Y_n(k_{r,hi}\rho) J_n'(k_{r,hi} \frac{d}{2}) \right] \cos(n\varphi - \psi_i) e^{\mp \gamma_{hi} z}, \quad (3.10)$$

und es folgt für die charakteristische Gleichung zur Bestimmung der Grenzwellenzahlen von H-Moden

$$J_n'(k_{r,hi} \frac{D}{2}) Y_n'(k_{r,hi} \frac{d}{2}) - Y_n'(k_{r,hi} \frac{D}{2}) J_n'(k_{r,hi} \frac{d}{2}) = 0. \quad (3.11)$$

Entsprechend findet man für das magnetische Skalarpotential

$$A_{zi} = N_{ei} \left[J_n(k_{r,ei}\rho) Y_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) - Y_n(k_{r,ei}\rho) J_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) \right] \cos(n\varphi - \psi_i) e^{\mp \gamma_{ei} z} \quad (3.12)$$

und für die charakteristische Gleichung für E-Moden

$$J_n(k_{r,ei} \frac{D}{2}) Y_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) - Y_n(k_{r,ei} \frac{D}{2}) J_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) = 0. \quad (3.13)$$

In den Gln (3.10) und (3.11) bedeuten gestrichene Größen Ableitungen nach dem gesamten Argument. Der Außendurchmesser des Innenleiters ist mit d , und der Innendurchmesser des Außenleiters ist mit D gekennzeichnet. Die Eigenwellen des Koaxialleiters werden mit n und p indiziert. n gibt die Ordnung der Besselfunktionen an, und die p -te Lösung der charakteristischen Gleichung legt den zweiten Index der Modenbezeichnung fest. Für die Normierungsfaktoren N_{hi} und N_{ei} existieren analytische Lösungen (vgl. Anhang A). Der TEM-Mode des Koaxialleiters wird auch als E_{00} -Mode bezeichnet. Er wird jedoch bei den betrachteten Anordnungen niemals angeregt und braucht daher bei der feldtheoretischen Untersuchung nicht berücksichtigt zu werden⁹.

3.3.2 Streumatrizen von Bifurkationen und koaxial hinterdrehten Rillen

Eine Verzweigung, die aus einem Hohlleiter endlicher Wandstärke gebildet wird, der koaxial in einem größeren Rundhohlleiter liegt, zeigt Bild 3.6. Die Gabelung wird im Folgenden auch Bifurkation genannt. Der Freiraum wird wiederum durch einen Rundhohlleiter mit großem Durchmesser ersetzt. Es entsteht ein Dreitor, dessen Streumatrix mit Hilfe der Orthogonalreihen-Entwicklung zu bestimmen ist.

⁹ Der TEM-Mode wird nur bei einem Sprung zwischen zwei Koaxialleitern benötigt, wenn einer der beiden Leiter mit diesem Mode angeregt oder gespeist wird.

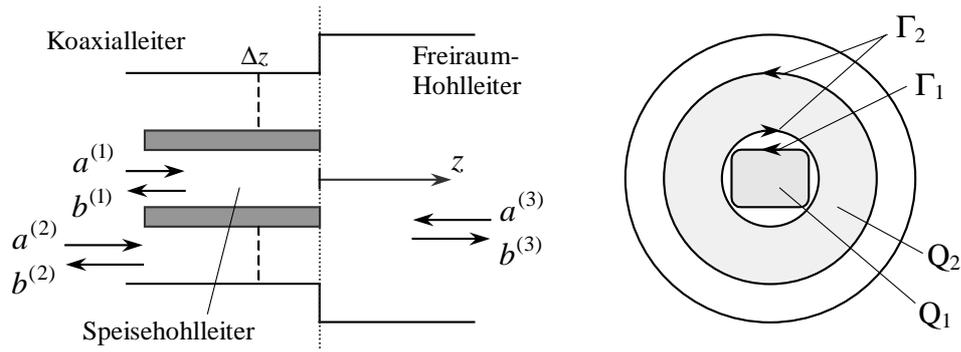


Bild 3.6: Geometrie einer Hohlleiterbifurkation

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf einen Freiraumhohlleiter, dessen Durchmesser nicht kleiner ist als der Außendurchmesser des Koaxialleiters (vgl. Bild 3.6). Die Berechnung der Streumatrix erfolgt analog zu Kapitel 2.2. Ausgehend von der transversalen Feldverteilung in der Stößebeine $z = 0$

$$\vec{E}_t^{(v)} = \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(v)}} (a_{ei}^{(v)} + b_{ei}^{(v)}) \vec{e}_{ei}^{(v)} + \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(v)}} (a_{hi}^{(v)} + b_{hi}^{(v)}) \vec{e}_{hi}^{(v)} \quad (3.14)$$

$$\vec{H}_t^{(v)} = \sum_i \sqrt{Y_{ei}^{(v)}} (a_{ei}^{(v)} - b_{ei}^{(v)}) \vec{h}_{ei}^{(v)} + \sum_i \sqrt{Y_{hi}^{(v)}} (a_{hi}^{(v)} - b_{hi}^{(v)}) (-\vec{h}_{hi}^{(v)}) \quad (3.15)$$

$$\vec{E}_t^{(3)} = \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(3)}} (a_{ei}^{(3)} + b_{ei}^{(3)}) \vec{e}_{ei}^{(3)} + \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(3)}} (a_{hi}^{(3)} + b_{hi}^{(3)}) \vec{e}_{hi}^{(3)} \quad (3.16)$$

$$\vec{H}_t^{(3)} = \sum_i \sqrt{Y_{ei}^{(3)}} (a_{ei}^{(3)} - b_{ei}^{(3)}) (-\vec{h}_{ei}^{(3)}) + \sum_i \sqrt{Y_{hi}^{(3)}} (a_{hi}^{(3)} - b_{hi}^{(3)}) \vec{h}_{hi}^{(3)} \quad (3.17)$$

wird eine gegenläufigen Feldanpassung mit den Randbedingungen

$$\vec{E}_t^{(3)} = \vec{E}_t^{(v)} \quad \text{auf } Q_v \quad (3.18)$$

$$\vec{E}_t^{(3)} = 0 \quad \text{sonst} \quad v = \begin{cases} 1 & \text{für Hohlleiter 1} \\ 2 & \text{für Hohlleiter 2} \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\vec{H}_t^{(3)} = \vec{H}_t^{(v)} \quad \text{auf } Q_v \quad (3.20)$$

durchgeführt. Q_1 gibt die Querschnittsfläche des Hohlleiters 1 an, Q_2 ist die feldführende Querschnittsfläche des Koaxialleiters. Über die Stetigkeit des transversalen elektrischen Feldes können mit den Gln. (3.18)-(3.19) für den H-Mode j und den E-Mode j in Hohlleiter 3 die folgenden Ausdrücke gewonnen werden:

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{ej}^{(3)}} (a_{ej}^{(3)} + b_{ej}^{(3)}) &= \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(1)}} (a_{ei}^{(1)} + b_{ei}^{(1)}) \iint_{Q_1} \vec{e}_{ei}^{(1)} \vec{e}_{ej}^{(3)} df + \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(1)}} (a_{hi}^{(1)} + b_{hi}^{(1)}) \iint_{Q_1} \vec{e}_{hi}^{(1)} \vec{e}_{ej}^{(3)} df \\ &+ \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(2)}} (a_{ei}^{(2)} + b_{ei}^{(2)}) \iint_{Q_2} \vec{e}_{ei}^{(2)} \vec{e}_{ej}^{(3)} df + \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(2)}} (a_{hi}^{(2)} + b_{hi}^{(2)}) \iint_{Q_2} \vec{e}_{hi}^{(2)} \vec{e}_{ej}^{(3)} df \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_{hj}^{(3)}}(a_{hj}^{(3)} + b_{hj}^{(3)}) &= \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(1)}}(a_{ei}^{(1)} + b_{ei}^{(1)}) \iint_{Q_1} \vec{e}_{ei}^{(1)} \vec{e}_{hj}^{(3)} df + \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(1)}}(a_{hi}^{(1)} + b_{hi}^{(1)}) \iint_{Q_1} \vec{e}_{hi}^{(1)} \vec{e}_{hj}^{(3)} df \\ &+ \sum_i \sqrt{Z_{ei}^{(2)}}(a_{ei}^{(2)} + b_{ei}^{(2)}) \iint_{Q_2} \vec{e}_{ei}^{(2)} \vec{e}_{hj}^{(3)} df + \sum_i \sqrt{Z_{hi}^{(2)}}(a_{hi}^{(2)} + b_{hi}^{(2)}) \iint_{Q_2} \vec{e}_{hi}^{(2)} \vec{e}_{hj}^{(3)} df \end{aligned} \quad (3.22)$$

Die Entwicklung der Eigenwellen j in den Hohlleitern 1 und 2 erfolgt über die Forderung nach Stetigkeit des transversalen magnetischen Feldes und der Randbedingung (3.20):

$$\begin{aligned} \sqrt{Y_{ej}^{(v)}}(a_{ej}^{(v)} - b_{ej}^{(v)}) &= -\sum_i \sqrt{Y_{ei}^{(3)}}(a_{ei}^{(3)} - b_{ei}^{(3)}) \iint_{Q_v} \vec{e}_{ej}^{(v)} \vec{e}_{ei}^{(3)} df \\ &- \sum_i \sqrt{Y_{hi}^{(3)}}(a_{hi}^{(3)} - b_{hi}^{(3)}) \iint_{Q_v} \vec{e}_{ej}^{(v)} \vec{e}_{hi}^{(3)} df \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{Y_{hj}^{(v)}}(a_{hj}^{(v)} - b_{hj}^{(v)}) &= -\sum_i \sqrt{Y_{ei}^{(3)}}(a_{ei}^{(3)} - b_{ei}^{(3)}) \iint_{Q_v} \vec{e}_{hj}^{(v)} \vec{e}_{ei}^{(3)} df \\ &- \sum_i \sqrt{Y_{hi}^{(3)}}(a_{hi}^{(3)} - b_{hi}^{(3)}) \iint_{Q_v} \vec{e}_{hj}^{(v)} \vec{e}_{hi}^{(3)} df \end{aligned} \quad (3.24)$$

Die Verkopplungen der i -ten Eigenwelle in Hohlleiter v mit der j -ten Eigenwelle in Hohlleiter 3 folgen damit zu:

$$v_{ee}^{(3)(v)} = \frac{\sqrt{Z_{ei}^{(v)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(3)}}} \iint_{Q_v} \vec{e}_{ei}^{(v)} \vec{e}_{ej}^{(3)} df = \frac{\sqrt{Z_{ei}^{(v)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(3)}}} k_{r,ej}^{(3)2} \iint_{Q_v} A_i^{(v)} A_j^{(3)} df = Z_{V_{ee}}^{(3)(v)} I_{V_{ee}}^{(3)(v)} \quad (3.25)$$

$$v_{eh}^{(3)(v)} = \frac{\sqrt{Z_{hi}^{(v)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(3)}}} \iint_{Q_1} \vec{e}_{hi}^{(v)} \vec{e}_{ej}^{(3)} df = -\frac{\sqrt{Z_{hi}^{(v)}}}{\sqrt{Z_{ej}^{(3)}}} \oint_{\Gamma_v} A_j^{(3)} \text{grad}_t F_i^{(v)} d\vec{s} = Z_{V_{eh}}^{(3)(v)} I_{V_{eh}}^{(3)(v)} \quad (3.26)$$

$$v_{hh}^{(3)(v)} = \frac{\sqrt{Z_{hi}^{(v)}}}{\sqrt{Z_{hj}^{(3)}}} \iint_{Q_1} \vec{e}_{hi}^{(v)} \vec{e}_{hj}^{(3)} df = \frac{\sqrt{Z_{hi}^{(v)}}}{\sqrt{Z_{hj}^{(3)}}} k_{r,hi}^{(v)2} \iint_{Q_v} F_i^{(v)} F_j^{(3)} df = Z_{V_{hh}}^{(3)(v)} I_{V_{hh}}^{(3)(v)} \quad (3.27)$$

$$v_{he}^{(3)(v)} = 0. \quad (3.28)$$

$Z_{V_{ee}}^{(3)(v)}$, $Z_{V_{eh}}^{(3)(v)}$ und $Z_{V_{hh}}^{(3)(v)}$ sind komplexe und frequenzabhängige Vorfaktoren, $I_{V_{ee}}^{(3)(v)}$, $I_{V_{eh}}^{(3)(v)}$ und $I_{V_{hh}}^{(3)(v)}$ geben die reellen und frequenzunabhängigen Koppelintegrale an. Γ_1 ist der Rand der Fläche Q_1 des Hohlleiters 1. Die Randkurve Γ_2 setzt sich aus der Umfangsline des Außendurchmessers abzüglich der Umfangsline des Innendurchmessers des Koaxialleiters zusammen. Die Lösungen können in analytischer Form angegeben werden (vgl. Anhang A).

Die Streumatrix des Dreitors ist durch die Anordnung der Koppellemente in die Koppelmatrizen $[V_{ee}^{(3)(v)}]$, $[V_{eh}^{(3)(v)}]$ und $[V_{hh}^{(3)(v)}]$ sowie über die Definition der Matrizen K_1 und K_2 mit

$$K_1 = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}^{(3)(1)}] & 0 \\ [V_{eh}^{(3)(1)}] & [V_{ee}^{(3)(1)}] \end{pmatrix}^T \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}^{(3)(2)}] & 0 \\ [V_{eh}^{(3)(2)}] & [V_{ee}^{(3)(2)}] \end{pmatrix}^T \\ \begin{pmatrix} [V_{hh}^{(3)(1)}] & 0 \\ [V_{eh}^{(3)(1)}] & [V_{ee}^{(3)(1)}] \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}^{(3)(2)}] & 0 \\ [V_{eh}^{(3)(2)}] & [V_{ee}^{(3)(2)}] \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}^{(3)(1)}] & 0 \\ [V_{eh}^{(3)(1)}] & [V_{ee}^{(3)(1)}] \end{pmatrix}^T \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} [V_{hh}^{(3)(2)}] & 0 \\ [V_{eh}^{(3)(2)}] & [V_{ee}^{(3)(2)}] \end{pmatrix}^T \\ \begin{pmatrix} -[V_{hh}^{(3)(1)}] & 0 \\ -[V_{eh}^{(3)(1)}] & -[V_{ee}^{(3)(1)}] \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -[V_{hh}^{(3)(2)}] & 0 \\ -[V_{eh}^{(3)(2)}] & -[V_{ee}^{(3)(2)}] \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

und den Spaltenmatrizen der zu- und ablaufenden Wellenamplituden der allgemeinen Streuparametertheorie

$$[a] = [a_{h1}^{(1)}, \dots, a_{e1}^{(1)}, \dots, a_{h1}^{(2)}, \dots, a_{e1}^{(2)}, \dots, a_{h1}^{(3)}, \dots, a_{e1}^{(3)}, \dots]^T \quad (3.31)$$

$$[b] = [b_{h1}^{(1)}, \dots, b_{e1}^{(1)}, \dots, b_{h1}^{(2)}, \dots, b_{e1}^{(2)}, \dots, b_{h1}^{(3)}, \dots, b_{e1}^{(3)}, \dots]^T \quad (3.32)$$

bestimmt:

$$[K_1][a] = [K_2][b] \quad (3.33)$$

$$\Rightarrow [S] = [K_2]^{-1}[K_1]. \quad (3.34)$$

Auch die Modellierung koaxial hinterdrehter Rillen ist mit dieser Anordnung möglich. Zu diesem Zweck muss nur der von der Verzweigung gebildete koaxiale Wellenleiter in einem gewissen Abstand mit einem idealen Leiter kurzgeschlossen werden. In Bild 3.6 ist dies gestrichelt eingezeichnet.

Befindet sich im koaxialen Wellenleiter im Abstand Δz von der Stoßstelle eine Kurzschlussplatte, muss der Zusammenhang

$$[a^{(2)}] = -\Delta [b^{(2)}] \quad (3.35)$$

mit der Diagonalmatrix

$$[\Delta] = [e^{-2\gamma_i \Delta z}] \quad (3.36)$$

zwischen den vor- und den rücklaufenden Wellenamplituden im Wellenleiter 2, wie er sich bei einem Kurzschluss im Abstand Δz ergibt, in die allgemeine Streumatrix ein-

gesetzt werden. Nach kurzer Rechnung erhält man für das entstehende Zweitor der koaxial hinterdrehten Stoßstelle

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{13} \\ \tilde{S}_{31} & \tilde{S}_{33} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

mit den Blockmatrizen

$$[\tilde{S}_{11}] = [S_{11}] - [S_{12}][\Delta][M][S_{21}] \quad (3.38)$$

$$[\tilde{S}_{13}] = [S_{13}] - [S_{12}][\Delta][M][S_{23}] \quad (3.39)$$

$$[\tilde{S}_{31}] = [S_{31}] - [S_{32}][\Delta][M][S_{21}] \quad (3.40)$$

$$[\tilde{S}_{33}] = [S_{33}] - [S_{32}][\Delta][M][S_{23}] \quad [M] = ([E] + [S_{22}][\Delta])^{-1}. \quad (3.41)$$

Mit dieser Berechnungsvorschrift können Rillenhörner mit koaxial hinterdrehten Rillen analysiert werden, sofern mehrere Segmente in geeigneter Weise hintereinander geschaltet werden. Für $\Delta z = 0$ entartet diese Sprunganordnung zu einem Übergang mit metallischer Stirnfläche.

3.3.3 Bestimmung der transversalen Feldverteilung

Die transversale Feldverteilung der vorgestellten Sprunganordnung wird wie in Kapitel 3.2.1 aus den Eigenwellen des Freiraumhohlleiters bestimmt, nachdem die gesamte Streumatrix des Modells errechnet wurde. Die Anordnung gemäß Bild 3.7 wird zur Verifikation herangezogen. Ein Rundhohlleiter (Innendurchmesser λ_0) besitzt einen Flansch mit dem Durchmesser $2\lambda_0$ und wird mit seiner in y -Richtung polarisierten Grundwelle angeregt. Der Freiraum wird im vorderen wie im rückwärtigen Antennenhohlraum durch einen Rundhohlleiter (Innendurchmesser $5\lambda_0$) modelliert. In der Sprungebene entsteht hieraus ein Dreitor, das mit dem beschriebenen Verfahren berechnet werden kann.

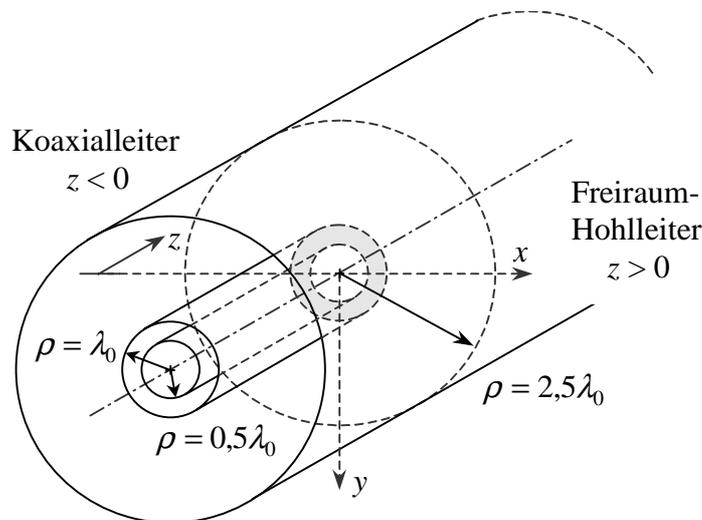


Bild 3.7: Geometrie einer Rundhohlleiterbifurkation

Bild 3.8 zeigt die normierten elektrischen Feldkomponenten in den Ebenen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$ der Sprungebene. Die Oszillation im radialen Bereich und das Anwachsen der E_y -Komponente für $\varphi = 90^\circ$ in unmittelbarer Nähe der Kante ist erneut zu erkennen. Die am Flansch auftretenden Beugungserscheinungen werden für $\rho/\lambda_0 > 1$ sichtbar. Gegenüber dem Modell aus Kapitel 3.2 verschwinden in diesem Bereich die elektrischen Feldkomponenten nicht. Im Bereich der Apertur ist erneut die Feldverteilung der Grundwelle im Rundhohlleiter erkennbar.

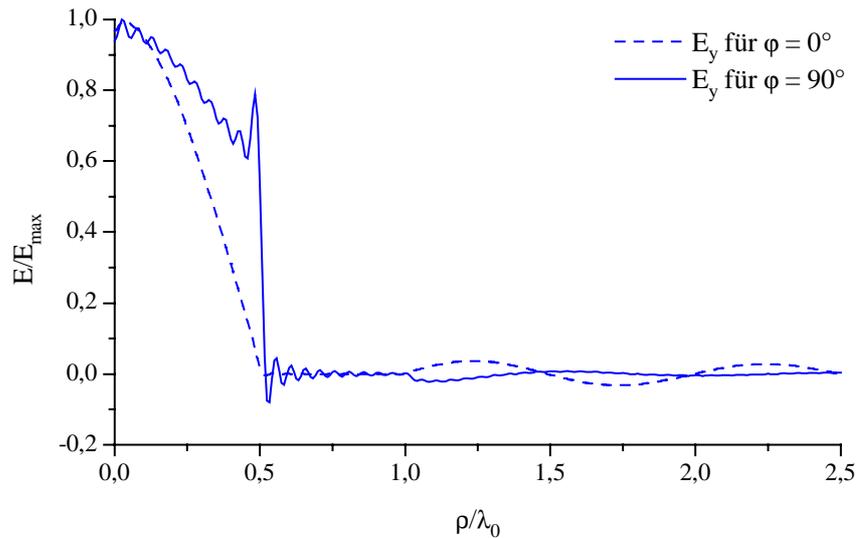


Bild 3.8: Transversale Feldverteilung in der Sprungebene der Hohlleiterverbindung nach Bild 3.7

Durch die nachträgliche Gewichtung der Orthogonalreihe (vgl. Gl. (3.8) und (3.9)) kann der Feldverlauf wiederum an die physikalischen Grenzbedingungen angenähert und ein geglätteter Verlauf über dem radialen Bereich erzeugt werden.

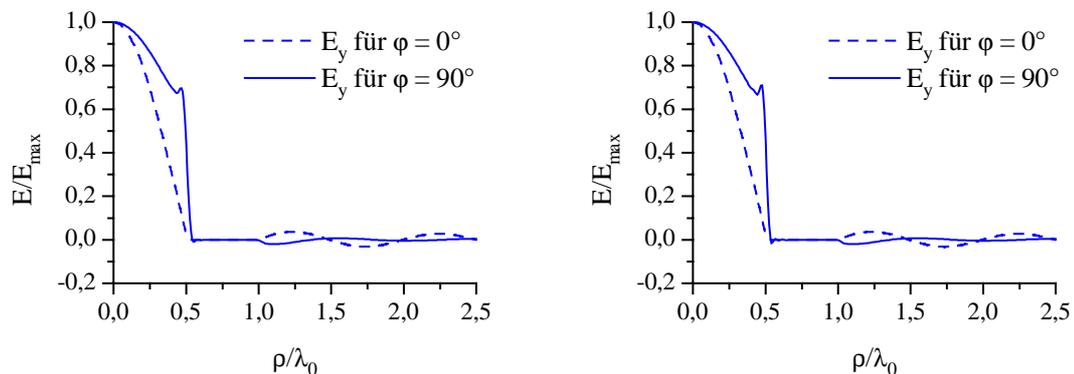


Bild 3.9: Transversale Feldverteilung in der Sprungebene der Hohlleiterverbindung nach Bild 3.7 bei Gewichtung der Orthogonalreihe mit einer \cos^2 -Funktion (links) und einer si -Funktion (rechts)

In Bild 3.10 sind neben den elektrischen auch die magnetischen Feldkomponenten unter Berücksichtigung der \cos^2 -Gewichtung nach Gl. (3.8) dargestellt. Der Einfluss des modellbedingten metallischen Mantels bei $\rho/\lambda_0 = 2,5$ (Berandung der Freiraumhohlleiter) ist gering. Die transversalen Feldkomponenten sind an dieser Stelle schon nahezu abgeklungen. Auch dieses Modell kann in späteren Untersuchungen mit einem Durchmesser/Aperturverhältnis von fünf bis zehn benutzt werden. Dann betragen die Transversalkomponenten weniger als 1 % bezogen auf den Maximalwert des Aperturfeldes. Anstelle des speisenden Rundhohlleiters können ebenfalls andere Antennenanordnungen untersucht werden, solange sie sich in einem runden Zylinder befinden.

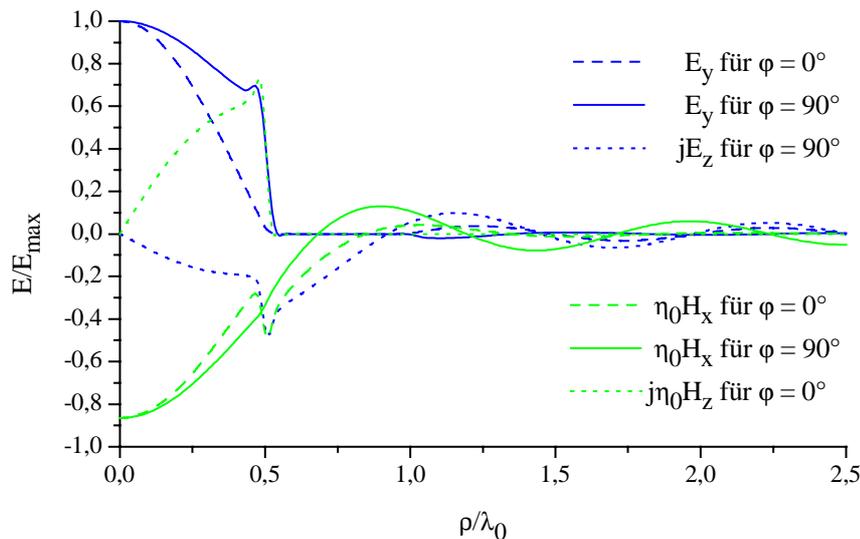


Bild 3.10: Feldkomponenten in der Sprungebene der Hohlleiterverbindung nach Bild 3.7 bei \cos^2 -Gewichtung der Orthogonalreihe

Nach der Verifizierung der Feldkomponenten in der Sprungebene sollen an dieser Stelle ebenfalls die berechneten Streuparameter verifiziert werden. Die Sprunganordnung wird - wie in Bild 3.11 dargestellt - verändert, um eine leichte und genaue Berechnung mit dem HFSS sicherzustellen.

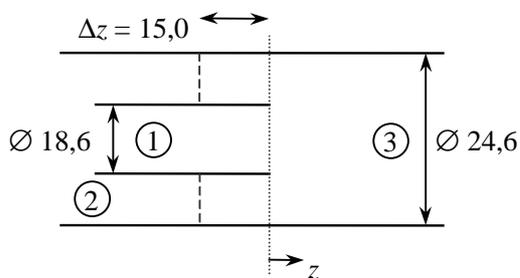


Bild 3.11: Modell zur Überprüfung der berechneten Streuparameter (Angaben in mm)

Die Abmessungen sind so gewählt, dass in dem Rundhohl- und dem Koaxialleiter genau ein Mode und in dem Freiraumhohlleiter nur wenige Moden ausbreitungsfähig sind. Aufgrund der rotationssymmetrischen Sprunganordnung wird als ausbreitungsfähige Eigenwelle des Koaxialleiters nicht der TEM-Mode sondern der H_{11} -Mode betrachtet. Als Referenzebene dient die Sprungebene $z = 0$.

In Bild 3.12 sind ausgewählte Streuparameter der betrachteten Sprunganordnung dargestellt. Sie können durch die Berechnungen mit dem HFSS bestätigt werden. Geringe Abweichungen sind bei dem Eingangsreflexionsfaktor an Tor 1 zu erkennen. Sie betragen maximal 8 % bezogen auf die Ergebnisse der Orthogonalreihen-Entwicklung und basieren auf einer endlichen Genauigkeit, mit der die modale Zerlegung der Felder in die Eigenwellen des Koaxialleiters mittels Finiter Elemente vorgenommen werden.

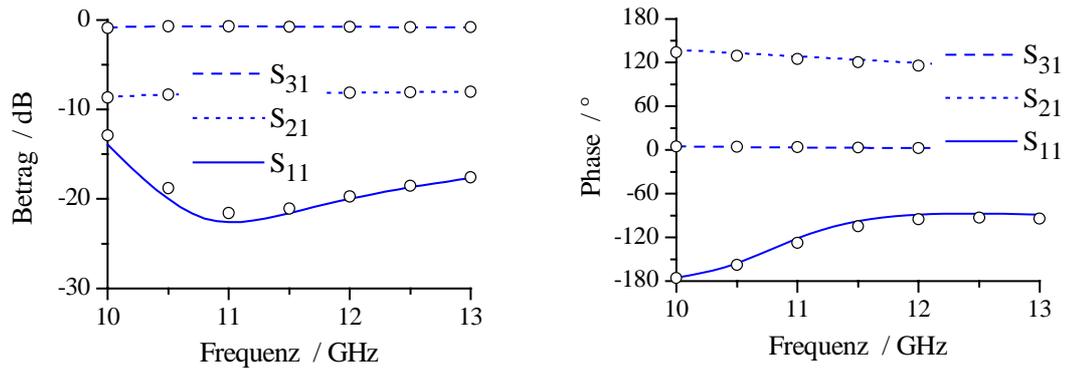


Bild 3.12: Ausgewählte Streuparameter des Modells nach Bild 3.11. Die Punkte kennzeichnen Ergebnisse des HFSS.

Wird der Koaxialleiter zur Überprüfung der numerischen Berechnung von Anordnungen mit koaxial hinterdrehter Rille im Abstand $\Delta z = 15$ mm mit einer idealen Kurzschlussplatte verschlossen, treten die genannten Abweichungen nicht auf. Die Streuparameter dieses geänderten Modells werden erneut auf die Sprungebene bezogen (vgl. Bild 3.13). Selbst für sehr kleine Beträge des Eingangsreflexionsfaktors stimmen beide Verfahren überein. Aus dem Verlauf des Betrags kann man zusätzlich erkennen, dass durch eine einfache koaxiale Rille eine schmalbandige aber dennoch gute Anpassung des kleinen an den größeren Rundhohlleiter erreicht werden kann.

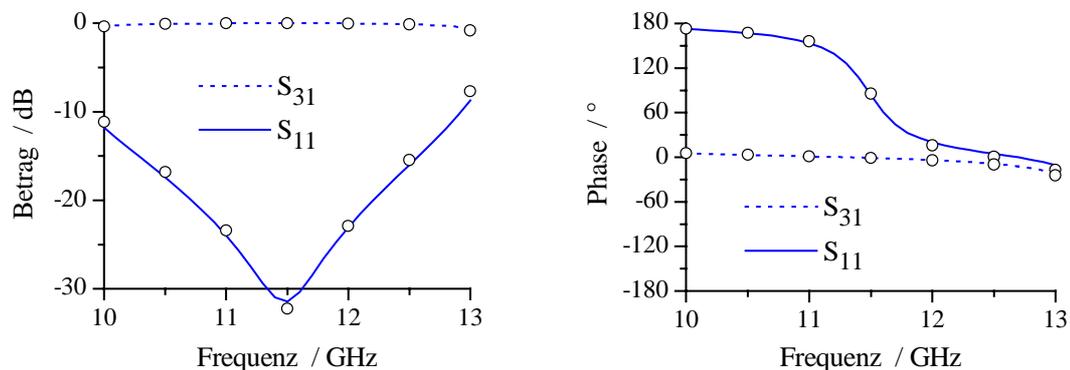


Bild 3.13: Ausgewählte Streuparameter des Modells nach Bild 3.11 mit Kurzschluss von Tor 2 im Abstand $\Delta z = 15$ mm. Die Punkte kennzeichnen Ergebnisse des HFSS.

3.4 Bestimmung des Strahlungsfeldes

Nachdem die transversale Feldverteilung der Aperturbene als bekannt vorausgesetzt werden kann, soll im Folgenden näher auf die Bestimmung der Richtcharakteristik eingegangen werden.

3.4.1 Allgemeine Definitionen

Zur vollständigen Beschreibung des Strahlungsfeldes einer Antenne muss die komplette, dreidimensionale Richtcharakteristik bestimmt werden. Diese enthält die elektrische Feldstärke nach Betrag und Phase sowie die Richtung in jedem Punkt (ϑ, φ) auf der Fernkugel. Bei Antennen, die für lineare Polarisation ausgelegt sind, werden häufig nur die zweidimensionalen Richtdiagramme der Haupt- oder Kopolarisation in der H- und E-Ebene¹⁰ sowie die Kreuzpolarisation in einer Ebene, die um 45° gegenüber der E-Ebene geneigt ist, angegeben. In dieser Ebene wird die Kreuzpolarisationskopplung für einen bestimmten Polarwinkel ϑ maximal [53]. Bild 3.14 zeigt die prinzipielle Vorgehensweise der Bestimmung solcher Richtdiagramme. Die Antenne befindet sich im Ursprung eines Kugelkoordinatensystems und ist so um die z-Achse gedreht, dass die Polarisation ihres Fernfeldes in Hauptstrahlrichtung (meist $\vartheta = 0^\circ$) in der Messebene liegt. Die Referenzantenne wird dabei so orientiert, dass ihre Polarisation mit der zu untersuchenden übereinstimmt. Mit ihr wird das Fernfeld bei konstantem Abstand und variierendem Polarwinkel ϑ ermittelt. Zur Bestimmung der Kopolarisation in der orthogonalen Ebene müssen Sende- und Empfangsantenne um jeweils 90° gleichsinnig um die z-Achse gedreht werden. Die Kreuzpolarisation wird ermittelt, wenn die Polarisation der Sende- und der Referenzantenne in Hauptstrahlrichtung orthogonal zueinander sind.

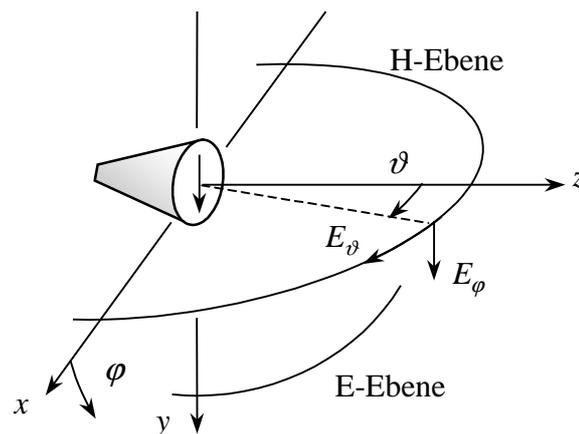


Bild 3.14: Prinzipielle Anordnung zur Messung von Richtdiagrammen

Die beschriebene Definition der Ko- und der Kreuzpolarisation ist als 3. Ludwig'sche Definition bekannt und für linear polarisierte Strahlungsfelder üblich [53]. Der Zusam-

¹⁰ Die E-Ebene ist diejenige Ebene, in der die Antenne polarisiert ist. Die H-Ebene liegt orthogonal dazu.

menhang zwischen ihnen und den sphärischen Fernfeldkomponenten aus Gl. (3.6) lautet dann¹¹:

$$E_{cp}(\vartheta, \varphi) = E_{\vartheta}(\vartheta, \varphi) \sin \varphi + E_{\varphi}(\vartheta, \varphi) \cos \varphi \quad (3.42)$$

$$E_{xp}(\vartheta, \varphi) = E_{\vartheta}(\vartheta, \varphi) \cos \varphi - E_{\varphi}(\vartheta, \varphi) \sin \varphi. \quad (3.43)$$

Durch der Normierung der Feldkomponenten auf das Betragsmaximum des elektrischen Fernfeldes entsteht der Elementfaktor

$$F_{e,cp}(\vartheta, \varphi) = E_{cp}(\vartheta, \varphi) / |E_{\max}|, \quad F_{e,xp}(\vartheta, \varphi) = E_{xp}(\vartheta, \varphi) / |E_{\max}|, \quad (3.44)$$

also die Richtcharakteristik eines einzelnen, isolierten Strahlers. Die Richtdiagramme, welche in dieser Arbeit vorgestellt werden, entsprechen diesen Gleichungen, wobei im Wesentlichen der Betrag von Interesse ist. In Kapitel 4 wird auf diese Elementfaktoren bei der Untersuchung von Gruppenanordnungen zurückgegriffen. Die Messung der Richtcharakteristik erfolgt mittels einer sphärischen Nahfeldmessaanlage. Die Richtcharakteristik wird aus den gewonnenen Nahfelddaten durch einen anschließenden Transformationsprozess ermittelt [90].

Die bevorzugte Abstrahlung einer Antenne in eine bestimmte Raumrichtung wird als Richtwirkung bezeichnet. Sie gibt an, wie stark die abgestrahlte Eingangsleistung in die Raumrichtung (ϑ_0, φ_0) konzentriert wird. Als Referenzgröße dient meist der isotrope Kugelstrahler. Der Richtfaktor wird dann im logarithmischen Maß mit dBi angegeben und ist definiert durch

$$D = \frac{1}{2\eta_0} \frac{|E_{cp}(\vartheta_0, \varphi_0)|^2}{P_S / 4\pi r^2}. \quad (3.45)$$

Dabei ist η_0 der Freiraumwellenwiderstand und r ist der Radius der Fernkugel, für den die Richtcharakteristik bestimmt wird. Die abgestrahlte Wirkleistung P_S kann entweder über eine sehr langwierige Integration der Strahlungsdichte über die gesamte Fernkugel oder über die bei dem in diesem Kapitel vorgestellten Modell bekannten Amplituden der zu- und ablaufenden Leistungswellen am Eingang der Antenne bestimmt werden.

3.4.2 Formulierung der Fernfeldkomponenten

Nach Gl. (3.1) und (3.2) sind die äquivalenten Flächenströme in der Aperturbene die eigentlichen Quellen des Strahlungsfeldes. Im Allgemeinen müssen sowohl die magnetischen als auch die elektrischen Ersatzströme als Quellen berücksichtigt werden. Dies ist zum Beispiel bei dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Bifurkationsmodell unbedingt notwendig.

¹¹ Die Indizierung der Kopolarisation durch *cp* erfolgt gemäß des englischen Begriffs *copolar*, die der Kreuzpolarisation durch *xp* gemäß des englischen Begriffs *crosspolar* ($\equiv xpolar$).

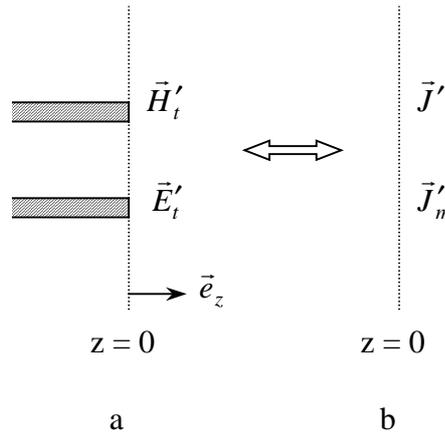


Bild 3.15: Äquivalente Flächenströme für das Bifurkationsmodell

Die transversale Feldverteilung \vec{H}'_t und \vec{E}'_t in der Aperturebene liegt als gewichtete Summe der Transversalfelder der Eigenwellen im runden Freiraumhohlleiter vor. Sie geht in die äquivalenten Flächenströme $\vec{J}'_m = \vec{E}'_t \times \vec{e}_z$ und $\vec{J}' = \vec{e}_z \times \vec{H}'_t$ über (vgl. Bild 3.15). Die gestrichelten Größen geben dabei generell an, dass es sich um Quellgrößen handelt.

$$\vec{A} = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \iint_{Q'} \vec{J}' e^{jk_0 \rho' \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} dQ' \quad \text{mit } \vec{J}' = \vec{e}_z \times \vec{H}'_t \quad (3.46)$$

$$\vec{F} = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \iint_{Q'} \vec{J}'_m e^{jk_0 \rho' \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} dQ' \quad \text{mit } \vec{J}'_m = \vec{E}'_t \times \vec{e}_z \quad (3.47)$$

Die Vektorpotentiale im Fernfeld der Antenne werden aus einer Integration über die transversalen Feldkomponenten gewonnen. Um die an den Kanten entstehenden Beugungserscheinungen berücksichtigen zu können, wird das Integrationsgebiet Q' in den Gln. (3.1) und (3.2) nicht auf die eigentliche Öffnung beschränkt, sondern es wird ein Integrationsgebiet gewählt, welches die Apertur und den sie umgebenden Flansch sowie den Bereich mit den stärksten Feldbeugungen beinhaltet. Dieses Gebiet beschreibt aufgrund des Feldansatzes in zylindrischen Koordinaten zweckmäßigerweise einen Kreis mit dem Radius R' .

Durch Einsetzen der transversalen Felder im runden Freiraumhohlleiter in der Aperturbene $z = 0$ folgt z.B. für die x -Komponente des elektrischen Vektorpotentials in Gl. (3.47):

$$F_x = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \int_0^{R'} \left\{ \sum_i \sqrt{Z_{hi}} b_{hi} N_{hi} \frac{k_{r,hi}}{2} [J_{p-1} \cos_{p-1} - J_{p+1} \cos_{p+1}] \right. \\ \left. + \sum_i \sqrt{Z_{ei}} b_{ei} N_{ei} \frac{k_{r,ei}}{2} [-J_{p-1} \sin_{p-1} - J_{p+1} \sin_{p+1}] \right\} e^{jk_0 \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} \rho' d\rho' d\varphi' \quad (3.48)$$

$$\text{mit} \quad J_p = J_p(k_{r,hi}/r_{,ei} \rho') \quad \cos_p = \cos(p\varphi' - \psi_i).$$

Der erste Summand in Gl. (3.48) beschreibt den Beitrag von H-Wellen am Transversalfeld, der zweite Summand beschreibt den Beitrag von E-Wellen. Die obere Grenze der Summation über i ist für beide Wellenarten durch die jeweilige Anzahl an Eigenmoden bestimmt.

Die Vertauschung der Integrationsreihenfolge Gl. (3.48) ist zulässig, und die Integration über die Winkelkoordinate φ' lässt sich analytisch mit Hilfe der Bessel'schen Reihe durchführen [19]:

$$e^{jx \cos(\varphi - \varphi')} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(x) e^{jm(\frac{\pi}{2} - \varphi + \varphi')} = J_0(x) + \sum_{m=1}^{\infty} 2j^m J_m(x) \cos(m(\varphi - \varphi')). \quad (3.49)$$

Es können die folgenden Ausdrücke gewonnen werden:

$$\int_0^{2\pi} \cos_{p-1} e^{jk_0 \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' = 2\pi j^{p-1} J_{p-1}(k_0 \sin \vartheta) \cos_{p-1} \quad p \geq 1 \quad (3.50)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos_{p+1} e^{jk_0 \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' = 2\pi j^{p+1} J_{p+1}(k_0 \sin \vartheta) \cos_{p+1} \quad p \geq 0 \quad (3.51)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin_{p-1} e^{jk_0 \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' = 2\pi j^{p-1} J_{p-1}(k_0 \sin \vartheta) \sin_{p-1} \quad p \geq 1 \quad (3.52)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin_{p+1} e^{jk_0 \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' = 2\pi j^{p+1} J_{p+1}(k_0 \sin \vartheta) \sin_{p+1} \quad p \geq 0. \quad (3.53)$$

Die verbleibende Integration über die radiale Koordinate muss numerisch erfolgen, kann jedoch sehr effizient und genau mit verschiedenen Algorithmen durchgeführt werden. Die obere Grenze R' sollte größer sein als die wirkliche Antennenöffnung, um Beugungserscheinungen zu erfassen. Die naheliegende Wahl, den Radius des Freiraumhohlleiters für R' zu benutzen, ist nicht sinnvoll, weil mit diesem Modell das Feld nur in Nähe der Antennenapertur richtig beschrieben wird.

Die Bestimmung der übrigen Fernfeldkomponenten erfolgt analog. Mit Gl. (3.6) in Verbindung mit den Gln. (3.42) und (3.43) kann der kopolare und der kreuzpolare Anteil des Strahlungsfeldes angegeben werden. Die Lösung ist sowohl für den rechten als auch für den linken Halbraum gültig, weil bzgl. der transversalen Feldverteilung keine Ein-

schränkungen gemacht wurden. Sie ist damit richtungsunabhängig und dient als Strahlungsquelle für den gesamten Raum.

Es bleibt zusätzlich festzuhalten, dass die Strahlungseigenschaft auch mit einer geringeren Anzahl an Eigenwellen in den beteiligten Hohlleitern bestimmt werden kann als die in den Beispielen nach den Kapiteln 3.2.1 und 3.3.3 zur korrekten Darstellung der transversalen Feldverteilung verwandte Anzahl. Die Oszillation der Feldkomponenten im radialen Bereich wird zwar erhöht, die Integration über das Aperturfeld gleicht diese Ungenauigkeiten aber weitestgehend aus. Die genaue Anzahl ist im Einzelnen zu prüfen. 40 Eigenwellen pro Aperturausdehnung ausgedrückt in Freiraumwellenlängen sind in der Regel ausreichend. Gleichzeitig sollten die z.B. in [97] vorgestellten Modenverhältnisse bei Sprunganordnungen eingehalten werden, um eine optimale Konvergenz der Orthogonalreihen-Entwicklung zu gewährleisten.

Die bis hier gezeigten Ausführungen für das Bifurkationsmodell lassen sich prinzipiell auf das in Kapitel 3.2 vorgestellte Modell der Abstrahlung in einen Rundhohlleiter übertragen. Die Antennenöffnung liegt dabei in einem elektrisch leitenden Schirm, wodurch die Bestimmungsgleichungen für das Fernfeld vereinfacht werden können. Betrachtet wird ein beliebiger Wellenleiter, dessen plane Öffnung in einem elektrisch ideal leitenden, unendlich ausgedehnten Schirm liegt, der gleichzeitig die Ebene $z=0$ kennzeichnen soll (vgl. Bild 3.16a). Auf der Öffnungsfläche liegen die transversalen Feldkomponenten \vec{H}'_t und \vec{E}'_t vor. Außerhalb der Öffnung sind die transversalen elektrischen Feldkomponenten Null, über die transversal magnetischen Feldkomponenten kann zunächst keine Aussage getroffen werden.

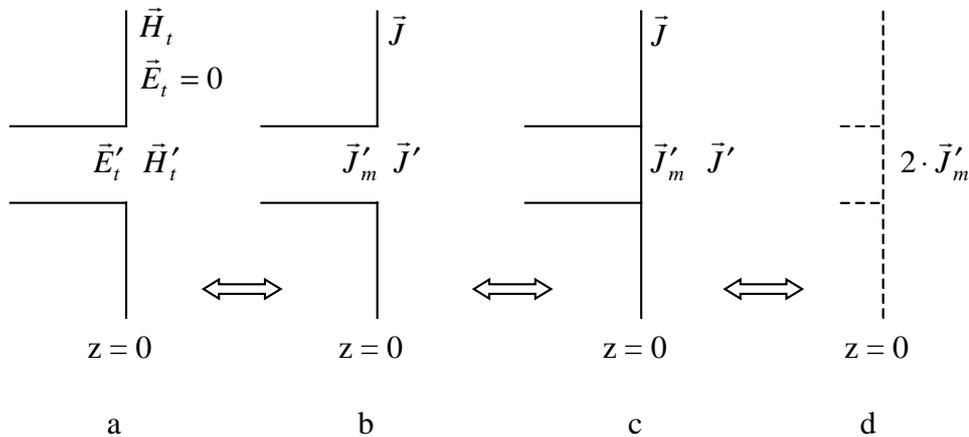


Bild 3.16: Äquivalente Oberflächenströme für eine Hohlleiteröffnung im leitenden Schirm

Mit der Wahl der äquivalenten Oberflächenströme mit $\vec{J}' = \vec{e}_z \times \vec{H}'_t$ und $\vec{J}'_m = \vec{E}'_t \times \vec{e}_z$ bleibt das Feld im rechten Halbraum unverändert, und im angeschlossenen Wellenleiter wird ein Nullfeld erzeugt (vgl. Bild 3.16b). Da das elektromagnetische Feld auch in unmittelbarer Nähe der Öffnung verschwindet, kann die Öffnung elektrisch leitend verschlossen werden (vgl. Bild 3.16c). Nach Anwendung der Bildtheorie ist eine

Konfiguration gefunden, mit der über die alleinige Kenntnis der transversalen elektrischen Feldverteilung in der Apertur das gesamte Feld im Halbraum $z > 0$ bestimmt werden kann (vgl. Bild 3.16d). Die elektrischen Flächenströme verschwinden, die magnetischen Flächenströme verdoppeln sich in ihrer Wirkung:

$$J' = 0 \quad \vec{J}'_m = 2 \cdot \vec{E}'_t \times \vec{e}_z . \quad (3.54)$$

Die magnetischen Ersatzquellen werden für die Berechnung als im freien Raum wirkend angesehen, die Lösung ist aber lediglich für den rechten Halbraum $z > 0$ bzw. $\vartheta < 90^\circ$ gültig. Für den linken Halbraum existiert keine Lösung.

Die Bestimmungsgleichungen für das Strahlungsfeld können von dem Bifurkationsmodell übernommen werden. Das magnetische Vektorpotential \vec{A} bleibt aufgrund der verschwindenden elektrischen Ersatzquellen unberücksichtigt. Das hier vorgestellte Feldäquivalenzprinzip in Verbindung mit Aperturen in elektrisch leitenden Ebenen wird in der Literatur auch nach Schelkunoff benannt [80], [81].

4 Gruppenantennen aus Hornstrahlern mit beliebiger Querschnittsgeometrie

Die Anordnung mehrerer Einzelstrahler im Raum zur Erzeugung von speziellen Richtdiagrammen wird allgemein als Gruppenantenne, oder kurz als Gruppe, bezeichnet. Mit vielen kleinen Antennen ist so z.B. das Strahlungsverhalten einer einzigen großen Antenne zu erzielen. Darüber hinaus ist es möglich, durch eine geeignete Ansteuerung der Elemente, die Hauptkeule der Gruppe zu schwenken, ihre Form zu beeinflussen und die Pegel der Nebenkeulen des Richtdiagramms zu reduzieren. Durch die Variation der Speisephase der Gruppenelemente kann eine Keulenschwenkung im Raum erreicht werden. Solche Gruppenantennen sind in der englischsprachigen Literatur als *phased arrays* bekannt. Eine zusätzliche Gewichtung der Speiseleistung beeinflusst im Wesentlichen das Nebenkeulenniveau. Im Gegensatz zur mechanischen Rotation einer Reflektorantenne können die Eigenschaften einer Gruppe elektronisch variiert werden. Es werden aber auch Kombinationen beider Möglichkeiten eingesetzt, bei denen innerhalb eines rotierenden Systems zusätzlich eine elektronische Steuerung des Antennendiagramms bewirkt wird.

Das Konzept von Antennen mit elektronisch schwenkbarer Keule ist seit dem Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts bekannt. Heute sind sie in allen Bereichen der Antennentechnik verbreitet. Die elementarste Anordnung einzelner Elemente zu einer Gruppe ist die der *linearen Gruppe*, in der die Einzelstrahler in einer Zeile oder in einer Spalte platziert sind. Die zweidimensionale Ausdehnung der Elemente wird als *ebene Gruppe* bezeichnet. In *konformen Gruppenantennen* sind die Strahler schließlich in eine nicht-ebenen Fläche verteilt.

Mit Gruppenantennen ist eine ausgeprägte Bündelung der Abstrahlung möglich. In dieser, meist gewünschten Raumrichtung interferieren die Einzelbeiträge der Elemente konstruktiv, in davon abweichenden Winkelrichtungen können sich die Einzelbeiträge durch destruktive Interferenz auslöschen. Gruppenantennen beinhalten daher viele Vorteile gegenüber großen Aperturantennen. Wie bereits erwähnt, ist eine elektronische Schwenkung der Hauptkeule möglich, ohne das gesamte Gebilde mechanisch zu bewegen. Zusätzlich ist die Erzeugung von mehr als einer Hauptkeule in großen Gruppen denkbar, um z.B. gleichzeitig in die Richtungen unterschiedlicher Empfänger zu senden, oder aus diesen zu empfangen. Darüber hinaus ist ein Wechsel dieser Richtungen und - bei einem bewegten Empfänger - eine Zielverfolgung möglich. Für die Nutzung dieser Vorteile bedarf es einer komplexen Ansteuerung der Elemente, die einen wesentlichen Nachteil von Gruppenantennen darstellt. Außerdem treten Verkopplungen der Einzelstrahler untereinander auf, welche die Eingangsimpedanz der Elemente sowie die Richtcharakteristik der Gruppe zum Teil stark beeinflussen können. Beim Design sind diese Verkopplungserscheinungen unbedingt zu berücksichtigen. Sie sind abhängig von

der Wahl der Speisekonfigurationen und der geometrischen Lage der Strahler. Es ist notwendig, neben der Berechnung der Verkopplung auch eine Optimierung der Systemparameter vorzusehen, um geforderte Spezifikationen gewährleisten zu können.

Neben der klassischen Art, Gruppenantennen mit schwenkbarer Keule als direkt strahlende Antennen zu verwenden, werden häufig Erreger von Reflektoren aus mehreren Einzelstrahlern konfiguriert. Durch die variable Ansteuerung kann eine Stromverteilung auf der Reflektoroberfläche erzeugt werden, die wiederum eine definierte Richtcharakteristik erzeugt. In Satellitenanwendungen werden so definierte Bereiche der Erdoberfläche ausgeleuchtet. In diesen Erregersystemen sind Verkopplungserscheinungen ebenfalls zu berücksichtigen.

Für die Untersuchungen stehen verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung. Zunächst sind numerische Berechnungen denkbar, z.B. mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) oder mit der Methode der Momente (MoM) in [98]. Diese Verfahren sind zum Teil sehr zeitaufwendig und somit die Untersuchung von Verkopplungserscheinungen entsprechend auf definierte Elementanordnungen zu reduzieren. Eine andere Möglichkeit besteht darin, die in Kapitel 3 vorgestellte Berechnung von Einzelstrahlern so zu erweitern, dass mehrere Speisehohlleiter in der Referenzebene berücksichtigt werden können. Dieses Modell führt auf den Resonatoransatz nach Kühn [48], mit dem die Leistungswellen in den Anschlussarmen eines Hohlraumresonators nach der Orthogonalreihen-Entwicklung bestimmt werden. Als Resultat ergibt sich die vollständige Streumatrix der Anordnung, aus der auch die Verkopplung der Anschlüsse hervorgeht. Diese Methode wird erfolgreich auf die Untersuchung verschiedener Hohlleiterschaltungen angewendet (z.B. auf die Analyse des magischen T's in [89]). Bei veränderter Anzahl der Speiseelemente müssen allerdings jeweils neue, mathematische Zusammenhänge entwickelt werden. Gerade bei großen Gruppenanordnungen würde dies zu einem unvermeidbaren Aufwand führen. Die Methode ist demnach ebenfalls ungeeignet für die vorliegende Problemstellung.

Ein sehr elegantes Verfahren zur Bestimmung der Verkopplung in Gruppen basiert auf dem Feldäquivalenzprinzip. Es kann unabhängig von der Art und der Anzahl der Elemente formuliert werden, bietet deswegen den Vorteil eines flexiblen Einsatzes und wird daher zur Untersuchung von Gruppenanordnungen häufig verwendet [2], [5], [11], [13]. In diesem Kapitel sollen die grundsätzlichen mathematischen Zusammenhänge vorgestellt werden, wobei die Einzelstrahler in Kapitel 4.1 zunächst als Öffnungen mit beliebigem Querschnitt aufgefasst werden. Die Gültigkeit des Verfahrens setzt voraus, dass sie sich in einem ebenen, elektrisch ideal leitenden Schirm befinden. Es folgen Überlegungen zur Analyse von planaren Gruppenantennen, bei denen die Verkopplung der Elemente zunächst nicht berücksichtigt wird. Sie dienen zur Bestimmung der Gruppeneigenschaften hinsichtlich der Betrags- und Phasenansteuerung aller Elemente zur Keulenschwenkung und Diagrammformung (vgl. Kapitel 4.2). Die bereits erwähnte Verkopplung der Einzelstrahler untereinander lässt sich über die allgemeinen Abstrahleigenschaften von Öffnungen im leitenden Schirm im Nahfeld bestimmen. Die

numerische Berechnung der Verkopplung soll hierbei im Vordergrund stehen. Da sie typischerweise ein Nahfeldphänomen darstellt und sie daher nur durch eine aufwendige, numerische Integration zu bestimmen ist, wird zusätzlich ein Verfahren vorgestellt, welches eine erhebliche Rechenzeitverkürzung für große Gruppen bietet. Ausgehend von den Koppelmechanismen zwischen wenigen, identischen Elementen definierter, geometrischer Anordnung lässt sich auf die Verkopplung in beliebigen Anordnungen dieser Elemente schließen (vgl. Kapitel 4.4).

Offene Hohlleiter werden eher selten als Gruppenelemente eingesetzt. Die zusätzliche Berücksichtigung von Speisestrukturen in Hohlleitertechnik ist daher unverzichtbar. Diese meist zur Anpassung dienenden Gebilde können sehr genau und effizient mit der in Kapitel 2.2 vorgestellten Orthogonalreihen-Entwicklung berechnet werden. Die Verknüpfung der Verkopplungsberechnung und der Speisung resultiert dann in der korrekten Aperturfeldverteilung, welche die eigentliche Quelle des Strahlungsfeldes ist und die Richtcharakteristik der Gruppe bestimmt.

Eine Berücksichtigung der rückwärtigen Antennengeometrie ist mit dem entwickelten Verfahren nicht möglich. Bei den Untersuchungen wird stets vorausgesetzt, dass sich die Einzelemente in einem elektrisch leitenden Schirm befinden. Diese zur Formulierung der Verkopplungsberechnung notwendige Näherung erweist sich jedoch als praktikabel, da die gegenseitige Elementbeeinflussung auf eine Strahlungskopplung zurückzuführen ist. Die wesentlichen Beugungserscheinungen der elektromagnetischen Felder im Bereich der Aperturen lassen sich mit diesem Modell korrekt nachbilden. Hornstrahler oder Hohlleiterantennen weisen außerdem meist endliche Materialstärken oder Flansche im Bereich der Öffnungen auf. In der Regel zeichnen sich Gruppenantennen zusätzlich durch geringe Elementabstände aus, um unerwünschte Nebenkeulen mit erheblichem Niveau zu vermeiden. Für die Bestimmung der Strahlungskopplung für kleine Elementabstände ist das Modell ebenfalls sehr gut geeignet; die Antennengeometrie ist dabei unerheblich.

4.1 Abstrahlung aus Öffnungen im leitenden Schirm

In diesem Kapitel sollen die grundlegenden Gleichungen für die Berechnung der Abstrahlung von beliebig geformten Aperturen angegeben werden. Die Apertur befindet sich stets in einem elektrisch ideal leitenden Schirm in der Ebene $z = 0$. Das Prinzip wurde bereits in Kapitel 3.4.2 vorgestellt, bei dem sich ein Einzelstrahler in einem elektrisch leitenden Schirm befindet und das Strahlungsfeld über die äquivalenten Ersatzquellen in der Aperturebene bestimmt wird. Nach Anwendung der Bildtheorie verschwinden die äquivalenten elektrischen Flächenströme, und die äquivalenten magnetischen Flächenströme verdoppeln sich in ihrer Wirkung.

$$\vec{J}' = 0 \quad \vec{J}'_m = 2 \cdot \vec{E}'_t \times \vec{e}_z \quad (4.1)$$

Die magnetischen Ersatzquellen werden für die Berechnung als im freien Raum wirkend angesehen, die Lösung ist aber lediglich für den vorderen Antennenhalbraum gültig.

Nach Kapitel 2 kann das transversale elektrische Feld in dem angeschlossenen Hohlleiter und damit auch in der Apertur durch eine mit den Wellenamplituden gewichtete, aber zunächst unbekannte Überlagerung aller Eigenwellen bestimmt werden. Die äquivalenten Flächenströme sind mit Gl. (3.54) anzusetzen, und das abgestrahlte Gesamtfeld ist über die Vektorpotentiale in dem durch ein Kugelkoordinatensystem definierten Halbraum $z > 0$ gegeben [62]:

$$\vec{F}(r, \vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} \iint_{Q'} \vec{J}'_m \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} df' \quad \vec{A}(r, \vartheta, \varphi) = 0 \quad (4.2)$$

$$\vec{H}(r, \vartheta, \varphi) = \nabla \times \vec{A} + \frac{1}{j\omega\mu} (\nabla\nabla + k_0^2) \vec{F} = \frac{1}{j\omega\mu} (\nabla\nabla + k_0^2) \vec{F} \quad (4.3)$$

$$\vec{E}(r, \vartheta, \varphi) = -\nabla \times \vec{F} + \frac{1}{j\omega\epsilon} (\nabla\nabla + k_0^2) \vec{A} = -\nabla \times \vec{F}. \quad (4.4)$$

Der vektorielle Abstand des Aufpunktes vom Ursprung des Koordinatensystems ist durch \vec{r} , der des Quellpunktes ist durch \vec{r}' bestimmt. ∇ kennzeichnet den Nablaoperator.

Für den besonderen Fall der Bestimmung des Fernfeldes können die bekannten Näherungen angewendet und Gl. (4.2) entsprechend vereinfacht werden. Es ist aber weiterhin eine Integration der elektrischen Transversalfelder über die Öffnungsfläche Q' notwendig, welche für beliebig geformte Aperturen ein numerisches Verfahren erfordert.

4.2 Allgemeine Betrachtungen zu Gruppenantennen

Eine qualitative Charakterisierung von Gruppenantennen lässt sich durch die lineare Überlagerung von Einzelstrahlern erreichen. Die Gruppe besteht dabei aus K identischen Elementen. Der Elementfaktor $F_e(\vartheta, \varphi)$, also die Richtcharakteristik eines einzelnen, isolierten Strahlers im Koordinatenursprung, kann entweder nach Kapitel 3 oder nach Kapitel 4.1 bestimmt werden. Bei einer Verschiebung um $\vec{R}^{(k)}$ aus dem Koordinatenursprung tritt im Fernfeld der Phasenfaktor $e^{jk_0 R^{(k)} \cos \xi^{(k)}}$ hinzu (vgl. Kapitel 3), vorausgesetzt die Verschiebung ist klein gegen den Empfängerabstand. Bei einem Einzelstrahler ist dieser Faktor bedeutungslos.

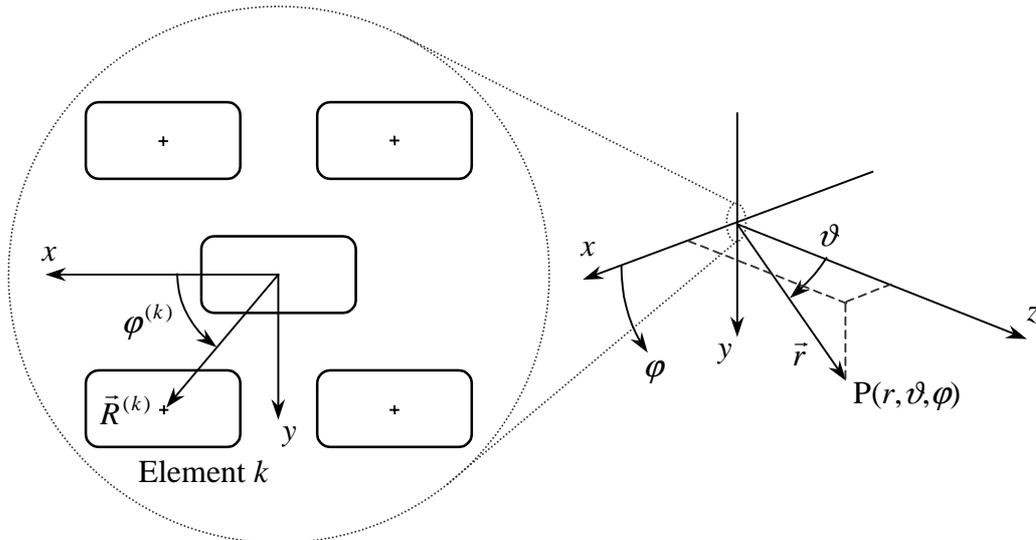


Bild 4.1: Planare Gruppenanordnung von Einzelstrahlern

Die Richtcharakteristik der Gruppe setzt sich nun als Produkt des Elementfaktors und des Gruppenfaktors $F_g(\vartheta, \varphi)$ zusammen, der die geometrische Lage der Einzelelemente zum Koordinatenursprung beschreibt. Zusätzlich können unterschiedliche Amplituden und Phasenlagen des Speisestroms berücksichtigt werden. Bei Hohlleiter- oder Hornantennen tritt an Stelle des Speisestroms die anregende Wellenamplitude des Grundmodes in Element k . Auch hier können die Einzelstrahler mit unterschiedlicher Amplitude $|a^{(k)}|$ und Phase $\theta^{(k)}$ gespeist werden:

$$F_g(\vartheta, \varphi) = \sum_{k=1}^K |a^{(k)}| e^{j(k_0 R^{(k)} \cos \xi^{(k)} + \theta^{(k)})}. \quad (4.5)$$

Darin gilt für planare Gruppen [92]:

$$\cos \xi^{(k)} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{R}^{(k)}}{r R^{(k)}} = \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi^{(k)}).$$

Wird die Phase der Anregung gemäß

$$\theta^{(k)} = -k_0 R^{(k)} \sin \vartheta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi^{(k)})$$

gewählt, so stellt sie die notwendige Phase der Speisung des Elementes k dar, damit die Richtcharakteristik der Gruppe in der Raumrichtung (ϑ_0, φ_0) ein Maximum aufweist, die Hauptkeule also in diese Richtung zeigt. Nach der Normierung des Gruppenfaktors auf seinen Maximalbetrag ergibt sich für die Richtcharakteristik der gesamten Gruppe:

$$F(\vartheta, \varphi) = F_e(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{F_g(\vartheta, \varphi)}{F_{g,\max}}. \quad (4.6)$$

Die Verkopplung der Einzelelemente untereinander ist in diesem Verfahren nicht enthalten. Somit ist Gl. (4.6) als Näherung des tatsächlichen Strahlungsfeldes anzusehen,

mit der nur qualitative Aussagen über Hauptkeule und Nebenzipfel gemacht werden können. Eine Erweiterung von Gl. (4.6) besteht darin, die Verkopplung der Elemente durch ihre aktiven Richtdiagramme zu berücksichtigen. Das aktive Richtdiagramm $F_{ea}^{(k)}(\vartheta, \varphi)$ des Elementes k kann ermittelt werden, wenn allein dieses Element gespeist wird und alle anderen Strahler der Gruppe an ihrem Speisetor reflexionsfrei abgeschlossen sind. Die Gruppencharakteristik bestimmt sich dann zu:

$$F(\vartheta, \varphi) = \sum_{k=1}^K F_{ea}^{(k)}(\vartheta, \varphi) \frac{F_g(\vartheta, \varphi)}{F_{g, \max}}. \quad (4.7)$$

Dieses Verfahren wird meist eingesetzt, wenn die Verkopplung der Elemente nicht oder nur unzureichend berechnet werden kann, sie jedoch nicht vernachlässigbar ist. Die aktiven Richtdiagramme sind dann messtechnisch zu erfassen, was für Gruppen mit vielen Strahlern zu einem enormen Zeitaufwand führt. In den meisten Fällen wird als Näherung die Summation in Gl. (4.7) durch das aktive Richtdiagramm des Elementes in der Mitte der Gruppe - multipliziert mit dem Gruppenfaktor - ersetzt. Für nicht zu große Schwenkwinkel der Hauptkeule ist diese Näherung durchaus praktikabel. Mit zunehmendem Schwenkwinkel können allerdings verschiedene Effekte in Erscheinung treten, die erst unter Berücksichtigung aller Verkopplungseigenschaften innerhalb der Gruppe quantitativ richtig erfasst werden. Zum einen wird die Keule mit zunehmendem Schwenkwinkel breiter (dieses Phänomen tritt ebenfalls für ideale, also nicht verkopplte Elemente auf); zum anderen ändert sich das Eingangsreflexionsverhalten der Einzelstrahler. Dies kann dazu führen, dass in bestimmten Raumrichtungen keine oder nur geringe Abstrahlung möglich ist, weil einzelne Elemente fehlangepasst sind.

Aus den genannten Gründen ist es erforderlich, der Elementverkopplung in Gruppenantennen und Gruppenerregern von Reflektoren besondere Beachtung zu schenken; nicht zuletzt um sie schon beim Design zu berücksichtigen und geeignete Maßnahmen für ihre Reduzierung zu ergreifen oder spezifische Grenzen des Systems festzulegen.

4.3 Berücksichtigung der Verkopplung in Gruppenantennen

Die Bestimmung von Wechselwirkungen zwischen Einzelementen von Gruppenantennen setzt im Folgenden stets voraus, dass sich sämtliche Elemente in einem unendlich ausgedehnten, elektrisch ideal leitenden Schirm befinden, um die in Kapitel 4.1 beschriebene Bildtheorie anwenden zu können. Dieser Schirm möge sich in der Ebene $z = 0$ befinden. Das von einem Element abgestrahlte Feld kann mit Hilfe der Gln. (4.3)-(4.4) im gesamten Halbraum $z > 0$ bestimmt werden, also auch in jedem Raumpunkt in unmittelbarer Nähe der Ebene $z = 0$. Wenn sich in diesem betrachteten Aufpunkt eine weitere Apertur befindet, so lassen sich die dort vorliegenden magnetischen Transversalfelder aufgrund der Stetigkeit der tangentialen Felder in die Eigenwellen des angeschlossenen Hohlleiters entwickeln. Dies ist die Basis für die Berechnung der modalen Verkopplung zwischen diesen beiden Aperturen. Die Linearität des Raumes ermöglicht weiterhin die Überlagerung aller abgestrahlten Felder der Einzel-

elemente zum Gesamtfeld, so dass die modale Verkopplung ebenfalls zwischen einzelnen Eigenwellen ermittelt werden kann, um sie anschließend zur Bestimmung der Gesamtheit aller Effekte zu superponieren. Gleichzeitig können mit diesem Modell auch die Reflexionseigenschaften isolierter Elemente bestimmt werden, wenn die Aufpunkte in der Quellapertur liegen. Nach der Herleitung der allgemeinen Beziehung zur Berechnung der Streumatrix wird in einem weiteren Schritt konkret auf die Berechnung der Reflexionseigenschaften eingegangen. Es wird dabei stets vorausgesetzt, dass den Aperturen homogene Wellenleiter mit gleichem Querschnitt vorgeschaltet sind. Die Berücksichtigung anderer Speisestrukturen, also z.B. Anpassungsschaltungen oder Hornstrukturen, kann in einem anschließenden Schritt erfolgen (vgl. Kapitel 4.5).

4.3.1 Modale Wechselwirkung

Die transversalen und longitudinalen Felder in einem der betrachteten Hohlleiter lassen sich nach Kapitel 2 in der Ebene $z = 0$ mit den Abkürzungen¹²

$$\begin{pmatrix} -\vec{h}_{hi} \end{pmatrix} = N_{hi} \frac{k_{c,hi}}{2} \sum_p C_{hi,p} \begin{bmatrix} (-J_{p-1} \cos_{p-1} + J_{p+1} \cos_{p+1}) \vec{e}_x \\ + (J_{p-1} \sin_{p-1} + J_{p+1} \sin_{p+1}) \vec{e}_y \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\vec{h}_{ei} = N_{ei} \frac{k_{c,ei}}{2} \sum_p C_{ei,p} \begin{bmatrix} (J_{p-1} \sin_{p-1} + J_{p+1} \sin_{p+1}) \vec{e}_x \\ + (J_{p-1} \cos_{p-1} - J_{p+1} \cos_{p+1}) \vec{e}_y \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$h_{z,hi} = N_{hi} \frac{k_{c,hi}^2}{\gamma_{hi}} \sum_p C_{hi,p} J_p \cos_p \quad h_{z,ei} = 0 \quad (4.10)$$

sowie

$$\begin{aligned} A_{hi} &= a_{hi} + b_{hi} & B_{hi} &= a_{hi} - b_{hi} \\ A_{ei} &= a_{ei} + b_{ei} & B_{ei} &= a_{ei} - b_{ei} \end{aligned} \quad (4.11)$$

besonders einfach darstellen:

$$\vec{H}_{t,hi} = \sum_i \sqrt{Y_{hi}} B_{hi} (-\vec{h}_{hi}) \quad H_{z,hi} = \sum_i \sqrt{Y_{hi}} A_{hi} h_{z,hi} \quad (4.12)$$

$$\vec{E}_{t,hi} = \sum_i \sqrt{Z_{hi}} A_{hi} (\vec{e}_z \times \vec{h}_{hi}) \quad (4.13)$$

$$\vec{H}_{t,ei} = \sum_i \sqrt{Y_{ei}} B_{ei} (\vec{h}_{ei}) \quad H_{z,ei} = 0 \quad (4.14)$$

$$\vec{E}_{t,ei} = \sum_i \sqrt{Z_{ei}} A_{ei} (\vec{h}_{ei} \times \vec{e}_z). \quad (4.15)$$

¹² Bzgl. der abkürzenden Schreibweise wird auf Kapitel 2 verwiesen.

Im Folgenden wird die Verkopplung zwischen zwei beliebig geformten Aperturen - sie mögen mit i und j bezeichnet sein - gemäß Bild 4.2 betrachtet, wobei Apertur j als Quelle angesehen wird.

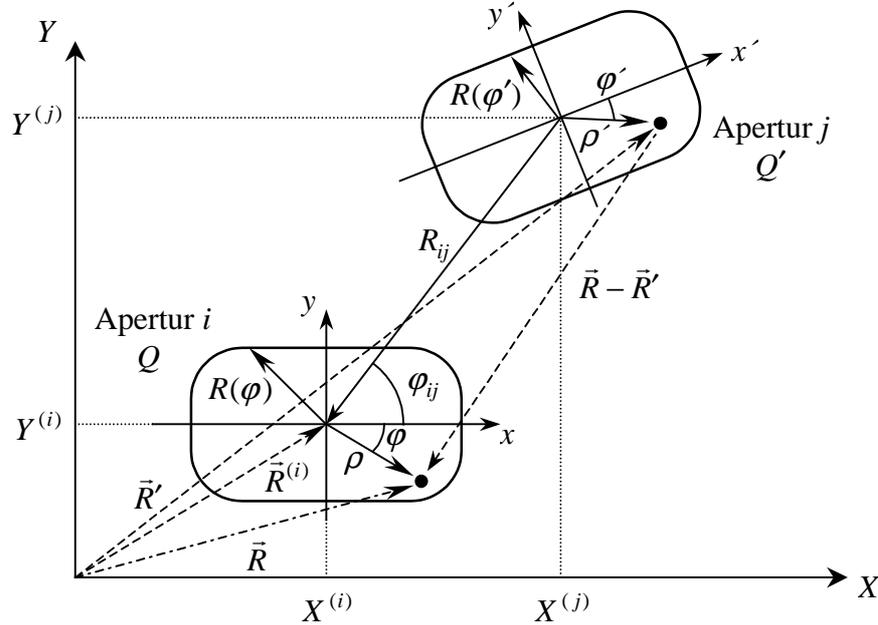


Bild 4.2: Zwei Aperturen im leitenden Schirm

Feldgrößen, welche sich auf die Aperturen beziehen, werden mit einem entsprechenden Index gekennzeichnet. Zur besseren Unterscheidung sind die Koordinaten der Quelle gestrichen. Der Versatz der beiden lokalen Koordinatensysteme sei durch den Abstand R_{ij} und den Winkel φ_{ij} bestimmt. Für den Fall $R_{ij} = 0$ entarten die lokalen Koordinatensysteme, welches die Untersuchung von Reflexionseigenschaften der Strahler ermöglicht. Das transversale elektrische Feld der Apertur j erzeugt die äquivalenten Flächenströme $\vec{J}'_m = 2 \cdot \vec{E}'_t \times \vec{e}_z$. In einem beliebigen Punkt in unmittelbarer Nähe der Ebene $z = 0$ beträgt das magnetische Feld nach Gl. (4.3):

$$\vec{H}(r, \vartheta, \varphi) \Big|_{z \rightarrow +0} = \frac{j}{2\pi\omega\mu} (\nabla_t \nabla_t + k_0^2) \iint_{Q'} (\vec{e}_z \times \vec{E}'_t) \frac{e^{-jk_0 |\vec{R} - \vec{R}'|}}{|\vec{R} - \vec{R}'|} df' . \quad (4.16)$$

Wird der Aufpunktvektor \vec{R} so gewählt, dass der Aufpunkt in der Apertur i liegt, so kann das Feld aufgrund der Stetigkeit der transversalen Felder wiederum als Summe aller in Apertur i vorliegenden Eigenwellen beschrieben werden. Nach Anwendung des Galerkin-Verfahrens erhält man aufgrund der Orthonormalität der Eigenvektoren für die Beziehung zwischen den Eigenwellen j in Apertur j und der Eigenwelle i in Apertur i folgendes Ergebnis¹³:

¹³ Bei der Indizierung wird nicht zwischen Aperturen und Eigenwellen unterschieden.

$$\begin{aligned}
\vec{H}_t &= \vec{H}_t(r, \varphi, \vartheta) \Big|_{z \rightarrow +0} = \frac{j}{2\pi\omega\mu} (\nabla_t \nabla_t + k_0^2) \iint_{Q'} (\vec{e}_z \times \vec{E}') G(R, R') df' \\
\sum_i \sqrt{Y_{hi}} B_{hi}(-\vec{h}_{hi}) &= \frac{j}{2\pi\omega\mu} (\nabla_t \nabla_t + k_0^2) \iint_{Q'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' \\
\Rightarrow \sqrt{Y_{hi}} B_{hi} &= \frac{j}{2\pi\omega\mu} \iint_Q (-\vec{h}_{hi}) (\nabla_t \nabla_t + k_0^2) \sum_j \sqrt{Z_{hj}} A_{hj} \iint_{Q'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' df
\end{aligned} \tag{4.17}$$

mit der Green'schen Funktion des freien Raumes

$$G(R, R') = e^{-jk_0 |\vec{R} - \vec{R}'|} / |\vec{R} - \vec{R}'|.$$

Es wird dabei berücksichtigt, dass die Quellen nur transversale Komponenten bzgl. der Ebene $z=0$ besitzen und somit der Nablaoperator nur auf diese Komponenten anzuwenden ist. Die Herleitung wird an dieser Stelle beispielhaft für H-Eigenwellen in beiden Aperturen durchgeführt. Die Betrachtung von E-Wellen oder die Kombination beider Wellenarten führt formal auf das gleiche Ergebnis. Erst bei der Programmrealisierung ist es notwendig, die entsprechenden Feldkomponenten richtig zuzuordnen.

Als Bestimmungsgleichung der modalen Verkopplung, d.h. der Verkopplung zwischen der Eigenwelle i in Hohlleiter i und der Eigenwelle j in Hohlleiter j kann Gl. (4.18) angegeben werden:

$$B_{hi} = A_{hj} \frac{j}{2\pi\omega\mu} \frac{1}{\sqrt{Y_{hi} Y_{hj}}} \iint_Q (-\vec{h}_{hi}) (\nabla_t \nabla_t + k_0^2) \iint_{Q'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' df. \tag{4.18}$$

Eine weitere Vereinfachung dieser Gleichung besteht in der Umwandlung der Nablaoperatoren ∇_t . Diese stammen von der Berechnung des transversalen magnetischen Feldes aus einem Vektorpotential bei der Abstrahlung und sind somit auf die ungestrichenen Größen - also auf R - anzuwenden. Die Untersuchung der Komponenten des Vierfachintegrals führt z.B. für die x -Komponente auf Gl. (4.19), bei der zusätzlich die Summanden des Integranden aus Gl. (4.18) separat betrachtet werden:

$$I_x = \iint_Q (-\vec{h}_{hi}) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \iint_{Q'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' df + INT. \tag{4.19}$$

INT beschreibt den Anteil der Integration, der in Gl. (4.18) in Verbindung mit der Freiraumwellenzahl k_0 auftritt. Die Anwendung der partiellen Differentiationen auf die Green'sche Funktion führt mit $\partial/\partial x G(R, R') = -\partial/\partial x' G(R, R')$ auf:

$$I_x = - \iint_Q (-\vec{h}_{hi}) \frac{\partial}{\partial x} \iint_{Q'} (-\vec{h}'_{hj}) \frac{\partial}{\partial x'} G(R, R') df' df + INT. \tag{4.20}$$

Das Doppelintegral über die Fläche Q' lässt sich über die Vektoridentität

$$\iint_{Q'} \frac{\partial}{\partial x'} \left((-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') \right) df' = \iint_{Q'} \frac{\partial}{\partial x'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' + \iint_{Q'} (-\vec{h}'_{hj}) \frac{\partial}{\partial x'} G(R, R') df' \quad (4.21)$$

und des Satzes von Gauß vereinfachen:

$$\iint_{Q'} \frac{\partial}{\partial x'} \left((-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') \right) df' = \oint_{\Gamma'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') \vec{e}_z d\vec{s}' \quad (4.22)$$

Γ' gibt die Randkurve der Quellapertur an, $d\vec{s}'$ ist ein infinitesimales Wegelement. Das Skalarprodukt des transversalen Vektors \vec{h}'_{hj} mit dem Einheitsvektor \vec{e}_z in normaler Richtung ist stets null, und zusammen mit Gl. (4.21) erhält man für I_x :

$$I_x = \iint_Q (-\vec{h}_{hi}) \frac{\partial}{\partial x} \iint_{Q'} \frac{\partial}{\partial x'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' df + INT \quad (4.23)$$

Die zweite partielle Differentiation kann ganz analog umgeformt werden, wodurch I_x letztendlich durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$I_x = - \iint_Q \frac{\partial}{\partial x} (-\vec{h}_{hi}) \iint_{Q'} \frac{\partial}{\partial x'} (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' df + INT \quad (4.24)$$

Bisher wurde nur eine Komponente des Integrals aus Gl. (4.18) angegeben. Die zweite, also die y -Komponente kann nach dem gleichen Verfahren entwickelt werden, und in der Zusammenfassung kann das Vierfachintegral wie folgt beschrieben werden:

$$I = - \iint_Q \nabla_t (-\vec{h}_{hi}) \iint_{Q'} \nabla'_t (-\vec{h}'_{hj}) G(R, R') df' df + INT \quad (4.25)$$

Nach den Maxwell'schen Gleichungen gilt für ein die Randbedingungen erfüllendes Feld

$$\nabla_t (-\vec{h}_{hi}) = \gamma_{hi} h_{z,hi} \vec{e}_z, \quad (4.26)$$

wodurch die Nablaoperatoren eliminiert werden können und eine formal einfach zu handhabende Beziehung für die Verkopplung zweier H-Eigenwellen entsteht:

$$B_{hi} = A_{hj} \frac{jk_0}{2\pi} \frac{Y_0}{\sqrt{Y_{hi} Y_{hj}}} \iint_Q \left((-\vec{h}_{hi}) + \frac{\gamma_{hi}}{jk_0} h_{z,hi} \vec{e}_z \right) \cdot \iint_{Q'} \left((-\vec{h}'_{hj}) + \frac{\gamma_{hj}}{jk_0} h'_{z,hj} \vec{e}_z \right) G(R, R') df' df \quad (4.27)$$

$Y_0 = k_0 / \omega \mu_0$ gibt dabei den Kehrwert des Freiraumwellenwiderstandes η_0 an.

Die Untersuchung von E-Eigenwellen oder Kombinationen von H- und E-Eigenwellen führt formal auf das gleiche Ergebnis. Die Klammerausdrücke in Gl. (4.27) geben dabei

jeweils die Summe des transversalen magnetischen und des normierten, longitudinalen magnetischen Eigenvektors der Eigenwelle i und j an¹⁴. Mit den Abkürzungen

$$\vec{\Psi}_{hi} = \vec{h}_{hi} + \frac{\gamma_{hi}}{jk_0} h_{z,hi} \vec{e}_z \quad \text{und} \quad \vec{\Psi}_{ei} = \vec{h}_{ei} \quad (4.28)$$

kann eine einheitliche Darstellung der modalen Wechselwirkung zweier Moden gefunden werden, ohne dass eine Unterscheidung zwischen H- und E-Wellen notwendig ist. Erst bei der Programmrealisierung sind die Feldkomponenten richtig zuzuordnen:

$$\begin{aligned} B_i &= A_j \frac{jk_0}{2\pi} \frac{Y_0}{\sqrt{Y_i Y_j}} \iint_{\mathcal{Q}} \vec{\Psi}_i \iint_{\mathcal{Q}'} \vec{\Psi}_j' G(R, R') df' df \\ &= A_j y_{ij} . \end{aligned} \quad (4.29)$$

y_{ij} wird als Koppeladmittanz zwischen dem Mode i in Apertur i und dem Mode j in Apertur j bezeichnet. Aus der Gesamtheit aller möglichen Koppeladmittanzen wird die Admittanzmatrix $[Y]$ gebildet, aus der die Streumatrix $[S]$ der Gesamtanordnung nach Gl. (4.30) bestimmt werden kann. $[E]$ ist die Einheitsmatrix.

$$[S] = [[E] - [Y]][[E] + [Y]]^{-1} \quad (4.30)$$

Der Begriff „Admittanz“ ist genau genommen irreführend, da y_{ij} eine dimensionslose Größe beschreibt. Erst in Verbindung mit Gl. (4.17), in der magnetische und elektrische Transversalfelder ins Verhältnis zu setzen sind, wird die Bezeichnung Admittanz ersichtlich. Die Koppeladmittanz y_{ij} kann auch als Element eines π -Ersatzschaltbildes aufgefasst werden, das die modale Wechselwirkung zweier Aperturen beschreibt.

Die Dimension dieser quadratischen Matrizen ist abhängig von der Anzahl der Aperturen K und den jeweils angesetzten Moden N und beträgt $\dim(S) = K \cdot N$. Über die Streumatrix können nun in Verbindung mit einer Spaltenmatrix, welche die Speisung der einzelnen Elemente angibt, die hin- und rücklaufenden Wellenamplituden in jeder Apertur bestimmt sowie Reflexions- und Transmissionseigenschaften angegeben werden. Die resultierende transversale Feldverteilung führt mit den Gln. (4.3) und (4.4) auf das Strahlungsfeld der Gesamtanordnung. Der relative Versatz einzelner Elemente aus dem Ursprung ist mit einem entsprechenden Phasenterm zu berücksichtigen (vgl. Kapitel 4.2).

Das vorgestellte und im Ansatz exakte Verfahren erlaubt die exakte Berechnung der Reflexions- und der Verkopplungseigenschaften von Hohlleiterstrahlern mit beliebigen Querschnittsgeometrien in Gruppen sowie deren vollständige Richtcharakteristik im Halbraum $z > 0$. Die Genauigkeit wird durch die endliche Anzahl N der Eigenwellen und die für ihre Berechnung berücksichtigten, endlichen Summen an Basisfunktionen und Fourierkoeffizienten begrenzt. In der Literatur sind mit vergleichbaren Verfahren

¹⁴ Bei E-Eigenwellen entfällt der longitudinale magnetische Eigenvektor, da $h_{z,ei} = 0$ gilt.

lediglich runde, rechteckige, elliptische und koaxiale Strahler behandelt [2], [8], [12], [13]. Andere Elemente sind ausschließlich durch Näherungsverfahren oder durch spezifische, numerische Lösungen charakterisiert worden, nicht aber durch ein hier vorgestelltes, nahezu allgemeingültiges Verfahren. Die Verwendung von beliebigen Querschnitten erhöht die Designflexibilität enorm. Insbesondere können auch Wellenleiter mit unterschiedlichem Querschnitt in derselben Gruppe betrachtet werden. Diese Möglichkeit wird bisher in der Literatur nicht behandelt.

4.3.2 Numerische Bestimmung der Koppeladmittanzen

Die Integration in Gl. (4.29) zur Bestimmung der Koppeladmittanzen kann bei den betrachteten Hohlleiterquerschnitten von beliebiger Form nur auf numerischem Wege erfolgen. Die jeweils innere, obere Integrationsgrenze $R(\varphi)$ ist abhängig von der äußeren Integrationsvariablen φ . Eine Vertauschung der Integrationsreihenfolge ist daher nicht zulässig, und eine geschlossene Lösung des Integrals kann nicht angegeben werden. Im Folgenden soll näher auf die Problematik der numerischen Bestimmung der Koppeladmittanzen für beliebige Querschnittsformen eingegangen werden.

Die vierfache Integration aus Gl. (4.29) kann unter Berücksichtigung der Koordinatenabhängigkeiten wie folgt formuliert werden:

$$\begin{aligned}
 I &= \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}_j'(\rho', \varphi') \frac{e^{-jk_0|\vec{R}-\vec{R}'|}}{|\vec{R}-\vec{R}'|} \rho' \rho d\rho' d\varphi' d\rho d\varphi \\
 &= \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}_j'(\rho', \varphi') \frac{\cos(k_0|\vec{R}-\vec{R}'|) - j \sin(k_0|\vec{R}-\vec{R}'|)}{|\vec{R}-\vec{R}'|} \rho' \rho d\rho' d\varphi' d\rho d\varphi.
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Die konkrete Berechnung der Koppeladmittanzen erfordert die Unterteilung in zwei Gruppen. Für den Fall, dass räumlich getrennte Aperturen betrachtet werden, d.h. für $R_{ij} > 0$, ist der Integrand im gesamten Integrationsgebiet definiert und weist keine Singularitäten auf. Gl. (4.31) kann dann unter Benutzung herkömmlicher Integrationsroutinen numerisch gelöst werden. Solche Routinen stehen z.B. von der NAG¹⁵ zur Verfügung und weisen exzellente Eigenschaften hinsichtlich numerischer Stabilität und Konvergenz auf.

Bei der Untersuchung von modalen Verkopplungen in derselben Apertur, d.h. für $R_{ij} = 0$ zur Bestimmung von reflektierten Anteilen, entarten die Koordinaten zur Beschreibung des Aufpunktes (\vec{R}) und des Quellpunktes (\vec{R}'), welches für den speziellen Fall $\vec{R} = \vec{R}'$ auf eine Singularität im Integranden führt. Der Summand mit sinusförmiger Abhängigkeit in Gl. (4.31) kann mit herkömmlichen Integrationstechniken bestimmt werden; er bleibt wegen $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1$ stets endlich.

¹⁵ Numeric Algorithm Group

Für den Anteil des Integranden mit cosinusförmiger Abhängigkeit existiert eine Singularität. Übliche Integrationsverfahren scheitern hier, was eine gesonderte Behandlung des Terms erfordert. Durch die Subtraktion der Polstelle aus dem Integrationsgebiet wird der Ausdruck in zwei Teilintegrale separiert:

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}'_j(\rho', \varphi') \frac{\cos(k_0 |\vec{R} - \vec{R}'|)}{|\vec{R} - \vec{R}'|} \rho' \rho d\rho' d\varphi' d\rho d\varphi \\
I &= \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}'_j(\rho', \varphi') \frac{\cos(k_0 |\vec{R} - \vec{R}'|) - 1}{|\vec{R} - \vec{R}'|} \rho' \rho d\rho' d\varphi' d\rho d\varphi \\
&+ \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi R(\varphi')} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}'_j(\rho', \varphi') \frac{1}{|\vec{R} - \vec{R}'|} \rho' \rho d\rho' d\varphi' d\rho d\varphi = I_1 + I_2 .
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Die Bestimmung des Teilintegrals I_1 ist problemlos möglich; der Integrand bleibt stets endlich. Im Integranden des Teilintegrals I_2 tritt nach wie vor eine Singularität für $\vec{R} = \vec{R}'$ auf. Durch die Koordinatentransformation

$$x' = \rho \cos \varphi + t \cos \theta \quad y' = \rho \sin \varphi + t \sin \theta \tag{4.33}$$

folgt für das Integral I_2 :

$$I_2 = \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi T(\theta)} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \int_0^{2\pi T(\theta)} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}'_j(\rho, \varphi, t, \theta) \rho dt d\theta d\rho d\varphi . \tag{4.34}$$

Die vierfache Integration kann in zwei, ineinander geschachtelte Operationen aufgeteilt werden: eine innere Integration über das Gebiet (t, θ) und eine äußere Integration über das Gebiet (ρ, φ) . Für einen vorgegebenen Integrationspunkt der äußeren Integrationsvariablen (ρ, φ) muss demnach über die Variablen t und θ aufsummiert werden:

$$I'_2 = \int_0^{2\pi T(\theta)} \int_0^{2\pi R(\varphi)} \bar{\Psi}_i(\rho, \varphi) \bar{\Psi}'_j(\rho, \varphi, t, \theta) \rho dt d\theta . \tag{4.35}$$

Dieses Vorgehen ist in Bild 4.3 für den Fall veranschaulicht, bei dem der äußere Integrationspunkt $P(\rho, \varphi)$ im ersten Quadranten liegt.

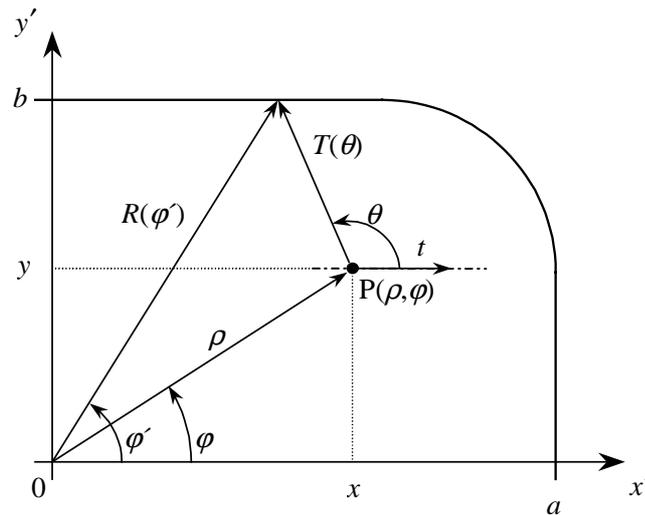


Bild 4.3: Koordinatentransformation für die Reduktion der Polstelle bei der numerischen Integration

Die obere Grenze $T(\theta)$ der Integration über die Variable t ist eine Funktion der Koordinaten ρ und φ (bzw. x und y). Sie ist zusätzlich sowohl von der Randkurve des betrachteten Wellenleiters $R(\varphi')$ als auch von dem Winkel φ' abhängig. Es gilt im gesamten Integrationsgebiet:

$$T(\theta) = \sqrt{(R(\varphi') \cos \varphi' - x)^2 + (R(\varphi') \sin \varphi' - y)^2} . \quad (4.36)$$

Eine Integration ist möglich, wenn die Unbekannte φ' in Abhängigkeit von den anderen Integrationsvariablen bestimmt werden kann. Durch die Randfunktion des Hohlleiters ist dann $R(\varphi')$ ebenfalls bekannt. Mit Bild 4.3 ergibt sich nach Anwendung des Sinussatzes die für das gesamte Integrationsgebiet gültige Beziehung:

$$\rho \sin(\theta - \pi + \varphi) - R(\varphi') \sin(\theta - \varphi') = 0 . \quad (4.37)$$

Eine analytische Angabe von φ' ist nicht möglich. Aus diesem Grund ist eine Variation von φ' derart durchzuführen, so dass Gl. (4.37) erfüllt wird. Mit dem so ermittelten Wert für φ' kann dann die obere Integrationsgrenze $T(\theta)$ nach Gl. (4.36) bestimmt werden. Dieses Minimierungsproblem, welches bei jedem Integrationspunkt $P(\rho, \varphi)$ auftritt und während der äußeren Integration gelöst werden muss, ermöglicht die dynamische Angabe der oberen Integrationsgrenze $T(\theta)$, mit der die numerische Berechnung von Gl. (4.34) durchgeführt werden kann.

Es ist weiterhin notwendig, das Integrationsgebiet der Variablen ρ und φ sinnvoll zu unterteilen, damit eine eindeutige Beziehung zwischen $T(\theta)$ und φ' gefunden wird. Zudem ist die Verringerung des Variationsbereiches von φ' bezüglich des Minimierungsproblems möglich. Die Unterteilung des Integrationsgebietes ist in Bild 4.4 verdeutlicht. Das beschriebene Vorgehen ist für alle betrachteten Querschnittsformen allgemein gültig.

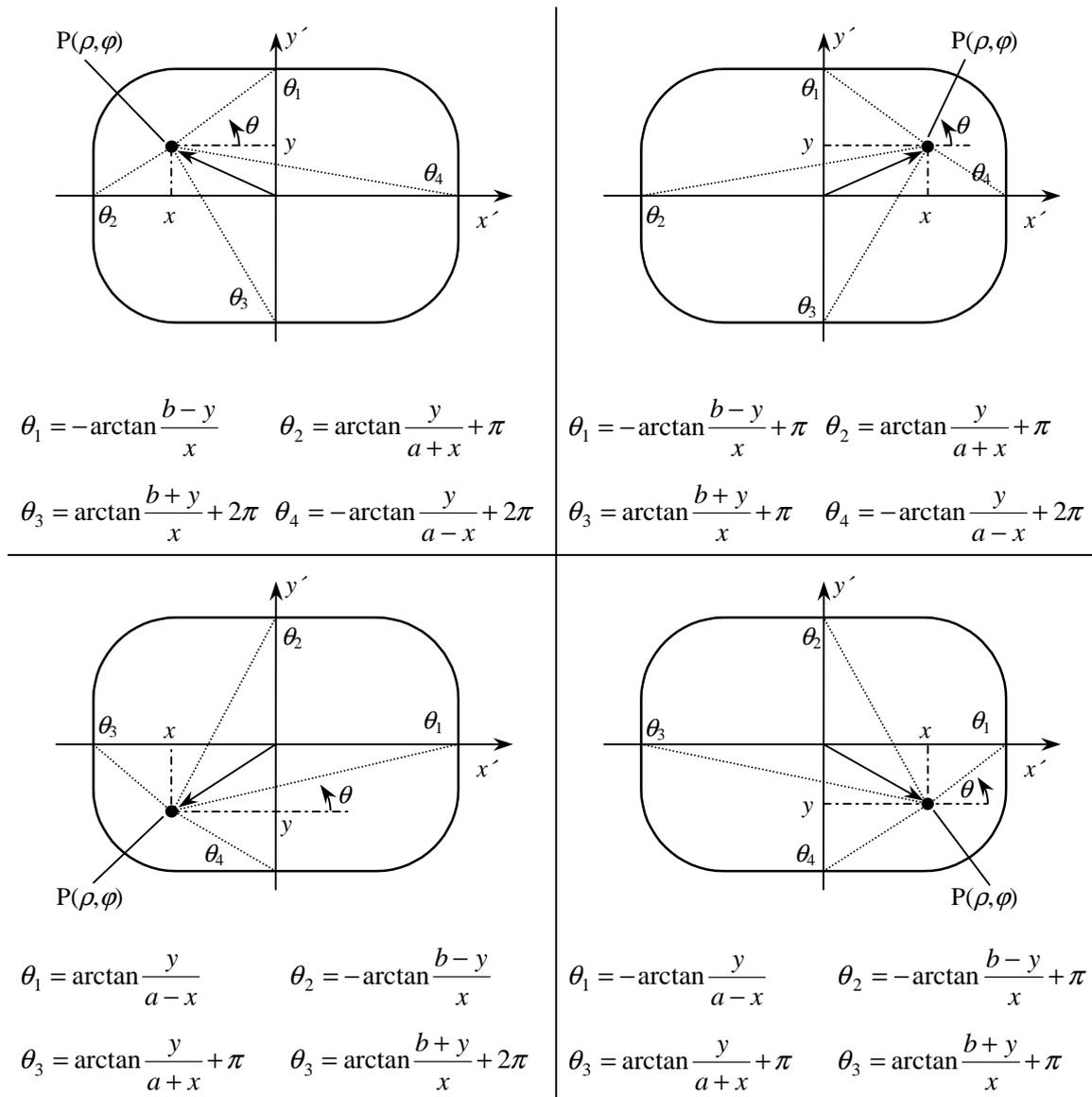


Bild 4.4: Unterteilung des Integrationsgebietes zur Erlangung einer eindeutigen Beziehung zwischen φ' und der oberen Integrationsgrenze $T(\theta)$

Für die Bestimmung der modalen Verkopplung zwischen runden Aperturen kann Gl. (4.29) deutlich vereinfacht werden. Sowohl die Berechnung der Koppeladmittanzen in derselben Apertur als auch die Berechnung für unterschiedliche Aperturen wird auf eine einfache Integration zurückgeführt. Dadurch wird eine erhebliche Rechenzeitersparnis erreicht. Die teilanalytische Lösung wurde erstmals von [13] angegeben. In Anhang B sind die notwendigen Transformationsschritte erläutert. Die entwickelten Gleichungen sind bei der Betrachtung von runden Aperturen zu bevorzugen und werden in der vorliegenden Arbeit benutzt, wenn eine Gruppenanordnung ausschließlich aus runden Hohlleitern besteht.

4.4 Gruppen mit großer Elementanzahl

Die Bestimmung der komplexen Koeffizienten der Streumatrix einer Gruppenantenne erfordert die Berechnung der komplexen Admittanzen aller möglichen Moden- und Aperturkombinationen. Da diese Interaktion typischerweise ein Nahfeldphänomen darstellt, ist - wie zuvor beschrieben - eine vierfache Integration über sehr komplizierte Funktionen notwendig. Bei dem Entwurf von Gruppenantennen ist neben der Möglichkeit, eine möglichst exakte Berechnung der Anordnung durchführen zu können, ebenfalls die Zeitdauer der kompletten Analyse sehr wichtig. Die Anzahl dieser Rechenschritte wächst quadratisch mit der Anzahl der Hohlleiteröffnungen und der in ihnen angesetzten Eigenwellen, was für große Gruppen einen erheblichen Zeitaufwand bedeutet. Aus diesem Grund erscheint es erforderlich, die Analyse einer großen Gruppe durch geeignete Näherungen zu beschleunigen.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen und die Ausführungen in [3] und [4] zeigen, dass die Verkopplung zwischen Hohlleitern durch wenige, wenngleich sehr charakteristische Einflüsse beschreibbar ist:

- Das Strahlungsfeld in der Nähe einer Quelle nimmt proportional dem kubischen Abstand ab;
- Der Betrag der Verkopplung zwischen zwei Hohlleitern nimmt bei einer Anordnung in der E-Ebene proportional dem Abstand und in der H-Ebene proportional dem Quadrat des Abstandes ab, wobei die Phasenvariation jeweils linear mit dem Abstand verläuft;
- Für einen festen Abstand zweier Hohlleiter variiert die Verkopplung bei Änderung des relativen Winkels gemäß einer harmonischen Funktion.

Das erste Charakteristikum kann direkt aus den Feldgleichungen einer strahlenden Quelle abgelesen werden. Das charakteristische Verhalten bezüglich der beiden anderen Punkte ist in Bild 4.5 - Bild 4.8 für die Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen mit einem normiertem Durchmesser von $0,7\lambda_0$ verdeutlicht.

Der Betrag der Koppeladmittanz verhält sich nach Bild 4.5 für genügend große Entfernungen der Aperturen umgekehrt proportional zu dem Abstand in der E-Ebene und umgekehrt proportional zu dem Quadrat des Abstandes in der H-Ebene. In der logarithmischen Darstellung, die für den großen Wertebereich der Beträge notwendig ist, kann diese Proportionalität z.B. anhand der Kurvensteigungen abgelesen werden. Für $\varphi_{21} = 90^\circ$ weist die Kurve eine Steigung von $-8,686 \text{ dB} / R_{21}$ auf, also z.B. $-1,241 \text{ dB} / \lambda_0$ für $R_{21} = 7 \lambda_0$. In der H-Ebene für $\varphi_{21} = 0^\circ$ ist die Steigung der Kurve mit $-17,372 \text{ dB} / R_{21}$ doppelt so groß, also $-2,482 \text{ dB} / \lambda_0$ für $R_{21} = 7 \lambda_0$. Dies entspricht den oben genannten Proportionalitäten.

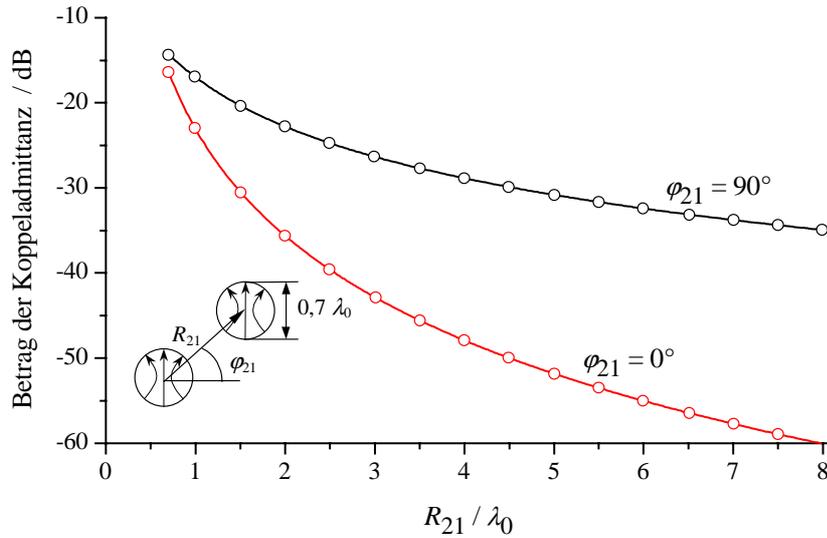


Bild 4.5: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen in der H- und in der E-Ebene in Abhängigkeit des relativen Versatzes

Die Phase der Koppeladmittanz verläuft in beiden Ebenen linear mit dem Abstand, unabhängig von der Position und der Entfernung der Aperturen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist die Darstellung in Bild 4.6 in zwei Bereiche des relativen Versatzes unterteilt.

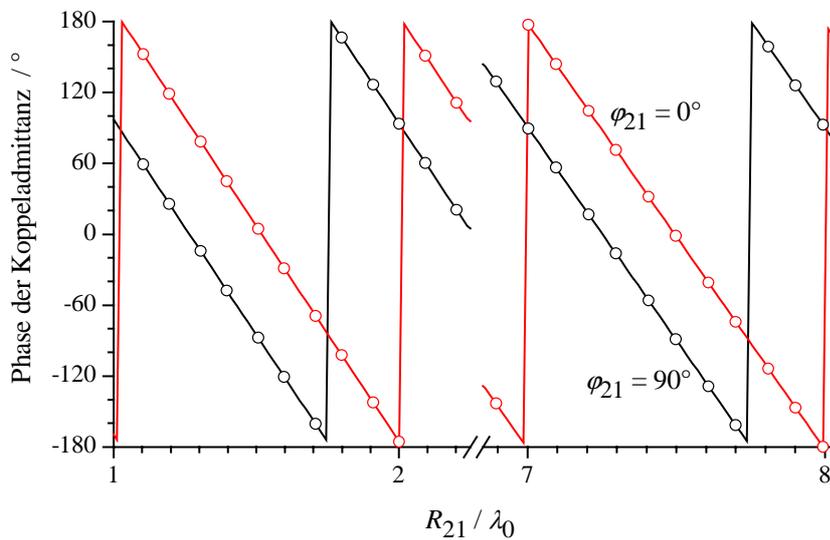


Bild 4.6: Phase der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen in der H- und in der E-Ebene in Abhängigkeit des relativen Versatzes. Zur Verdeutlichung der Anordnung wird auf Bild 4.5 verwiesen

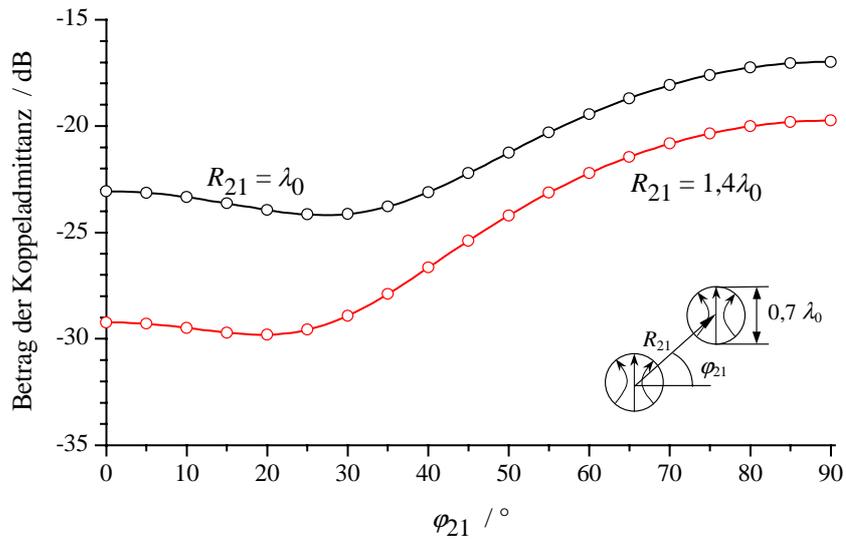


Bild 4.7: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels

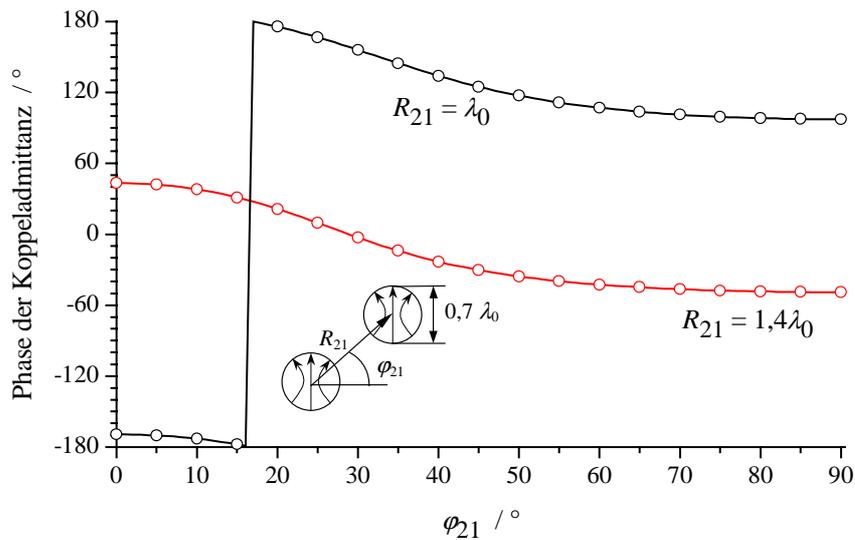


Bild 4.8: Phase der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels

Bild 4.7 und Bild 4.8 dokumentieren das Verhalten des Betrages und der Phase der Koppeladmittanz für einen festen Abstand und bei Variation des Versatzwinkels. In beiden Fallbeispielen ist die Änderung gemäß einer harmonischen Funktion erkennbar. Der Betrag der Koppeladmittanz ist bei der Anordnung in der E-Ebene generell größer als in der H-Ebene.

Im Folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, welches die oben genannten charakteristischen Koppelleinflüsse berücksichtigt und aus der Kenntnis der modalen Verkopplung einer geringen Anzahl an Elementen auf die Koppelmechanismen in beliebigen Anordnungen schließen lässt. Insbesondere können so Gruppen mit einer großen Elementanzahl sehr genau und effizient berechnet werden. Bei diesem Verfahren ist stets gefordert, dass kopolarisierte Aperturen mit identischer Querschnittsgeometrie und gleichem Modenansatz betrachtet werden. Dies bildet zugleich die einzige Voraussetzung für seine Gültigkeit.

Die in [3] erstmals vorgestellte und in Anhang C wiedergegebene analytische Näherung für die Bestimmung der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier kopolarisierter Rundhohleiter dient als Basis des Verfahrens. Die entwickelte Gleichung besagt, dass die Koppeladmittanz y_{ij} zwischen dem Mode in der Apertur i und dem Mode in der Apertur j im Abstand R_{ij} durch ein Gleichungssystem mit acht unbekanntem komplexen Koeffizienten A in sehr guter Näherung bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned}
 y_{ij} = & \left\{ \left[A_1 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right)^2 + A_2 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right)^3 \right] \cos^2 \varphi_{ij} \right. \\
 & + \left[A_3 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right) + A_4 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right)^2 + A_5 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right)^3 \right] \sin^2 \varphi_{ij} \\
 & \left. + \left[A_6 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right) + A_7 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right)^2 + A_8 \left(\frac{1}{k_0 R_{ij}} \right)^3 \right] \sin^2 2\varphi_{ij} \right\} e^{-jk_0 R_{ij}} .
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Aus den Funktionen in Gl. (4.38) kann direkt auf die oben genannten charakteristischen Einflüsse geschlossen werden. Zusätzlich sind einzelne Koeffizienten unabhängig bestimmbar. Sind z.B. die komplexen Koppeladmittanzen für die Anordnung zweier Elemente mit zwei verschiedenen Abständen R_{ij} in der H-Ebene ($\varphi_{ij} = 0$) bekannt, können daraus die Koeffizienten A_1 und A_2 ermittelt werden. Die Kenntnis der Koppeladmittanzen für drei unterschiedliche Abstände R_{ij} in der E-Ebene ($\varphi_{ij} = \pi/2$) erlaubt die Berechnung der Koeffizienten A_3 - A_5 . Diese fünf Terme können allein zur Bestimmung beliebiger Koppelmechanismen zwischen zwei Aperturen dienen. Durch die drei zusätzlichen Terme - zusammen mit dem Faktor $\sin^2 2\varphi_{ij}$ - wird die Genauigkeit für Winkelbereiche $0 < \varphi_{ij} < \pi/2$ erhöht (vgl. Anhang C).

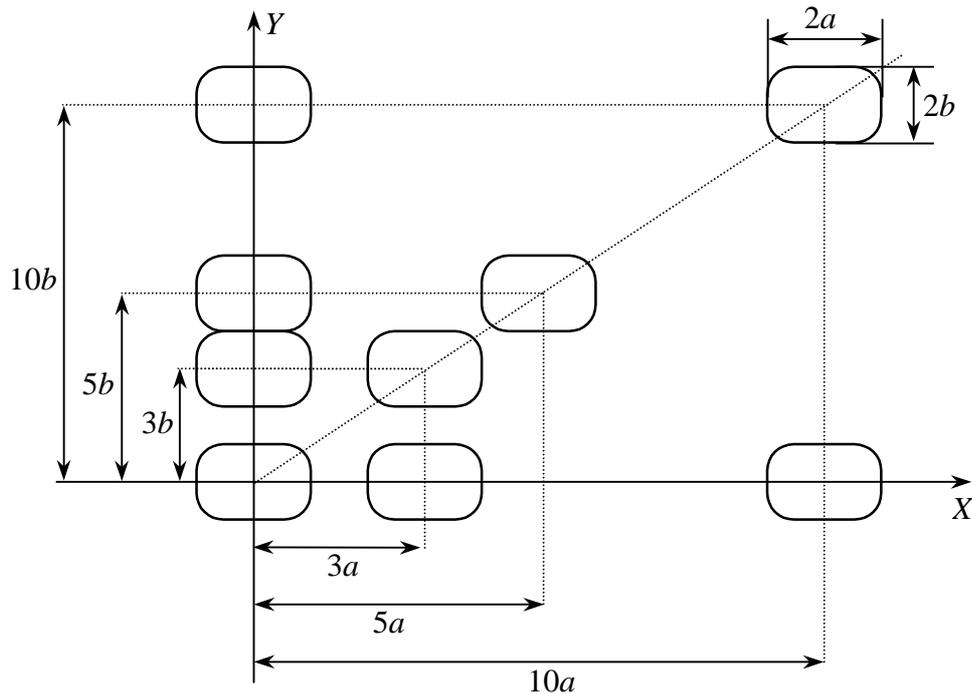


Bild 4.9: Elementanordnung zur Bestimmung der Koppeladmittanzen für das Näherungsverfahren

Zur Bestimmung der acht unbekanntenen Koeffizienten müssen insgesamt acht Koppeladmittanzen der Moden in jeweils zwei Aperturen unterschiedlicher Anordnung bekannt sein. Eine Möglichkeit der Anordnung ist in Bild 4.9 skizziert. Dabei sind zwei unterschiedliche Distanzen in der H-Ebene und drei in der E-Ebene realisiert. Die Position der Elemente ist so gewählt, dass sowohl sehr kurze Abstände - bei denen der Term $1/R_{ij}^3$ noch signifikant ist - als auch entfernte Abstände - hier ist der Term $1/R_{ij}$ dominant - berücksichtigt werden. Das Aufstellen eines linearen Gleichungssystems und eine einfache Matrixinversion führt dann auf die unbekanntenen Koeffizienten:

$$[Y_{ij}] = [K][A] \quad [A] = [K]^{-1}[Y_{ij}] \quad (4.39)$$

Die Spaltenmatrix $[Y_{ij}]$ enthält die numerisch berechneten Koppeladmittanzen der modalen Elementpaare, $[A]$ beschreibt die Spaltenmatrix der Koeffizienten, und die 8×8 -Matrix $[K]$ enthält die radius- und winkelabhängigen Größen nach Gl. (4.38). Der immense Vorteil des Verfahrens wird deutlich, wenn die Koeffizienten der modalen Verkopplung einmal bestimmt sind. Beliebige Anordnungen mit der untersuchten Apertur und dem entsprechenden Modenansatz können dann berechnet werden, ohne dass für die Verkopplung der Einzelelemente jeweils das aufwendige numerische Integrationsverfahren durchgeführt wird. Lediglich für die modale Verkopplung in derselben Apertur eines Elementes ist diese Integration unbedingt notwendig. Es können hierbei allerdings einige Ergebnisse mehrfach Verwendung finden, weil alle Elemente identische Querschnittsformen besitzen. Das vorgestellte Verfahren wird in [4] erfolgreich

auf die Grundmodeverkopplung zwischen runden und quadratischen Aperturen angewendet. Es liegt nahe, es sowohl auf die in dieser Arbeit vorgestellten beliebigen Querschnitte als auch auf höhere Moden zu erweitern, weil die entsprechenden Feldverteilungen aus der Überlagerung von Besselfunktionen entwickelt werden können. Im Folgenden wird das Näherungsverfahren auch Interpolationsverfahren genannt, weil die Lösung einer beliebigen Anordnung aus dem Ergebnis einer diskreten Anordnung durch Interpolation (oder Extrapolation) hervorgeht.

Die Interpolationslösungen sollen an dieser Stelle hinsichtlich ihrer Güte untersucht werden. Dazu ist ein bewertender Vergleich zwischen den über die numerische Integration ermittelten und den nach dem Näherungsverfahren gewonnenen Ergebnissen vorzunehmen. Zunächst wird die Grundmodeverkopplung zweier Rundhohlleiter 1 und 2 betrachtet. Die Aperturen besitzen einen normierten Durchmesser von $0,7 \lambda_0$. In Bild 4.10 ist der Betrag der Koppeladmittanz der kopolarisierten Grundmoden in Abhängigkeit des relativen Versatzes für vier unterschiedliche Versatzwinkel dargestellt. Der Vergleich zeigt, dass die Ergebnisse für alle Winkel φ_{21} auch für sehr große Abstände R_{21} durch die numerische Integration bestätigt werden können. Die gleiche Aussage gilt für die Anordnung in Bild 4.11, bei der die Rundhohlleiter einen normierten Durchmesser von λ_0 aufweisen. Bemerkenswert ist, dass der Betrag der Koppeladmittanz auch für direkt benachbarte Aperturen durch die Interpolation richtig bestimmt wird.

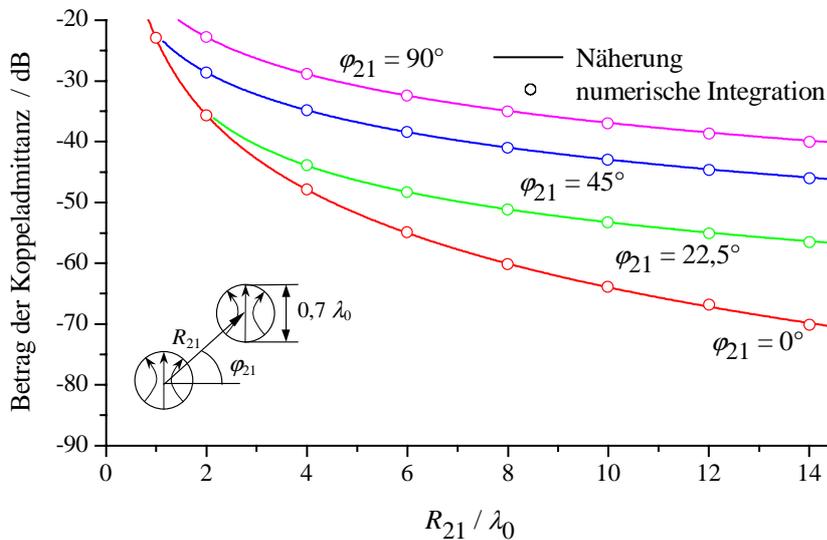


Bild 4.10: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen (Durchmesser $0,7\lambda_0$) in Abhängigkeit des relativen Versatzes für unterschiedliche Versatzwinkel

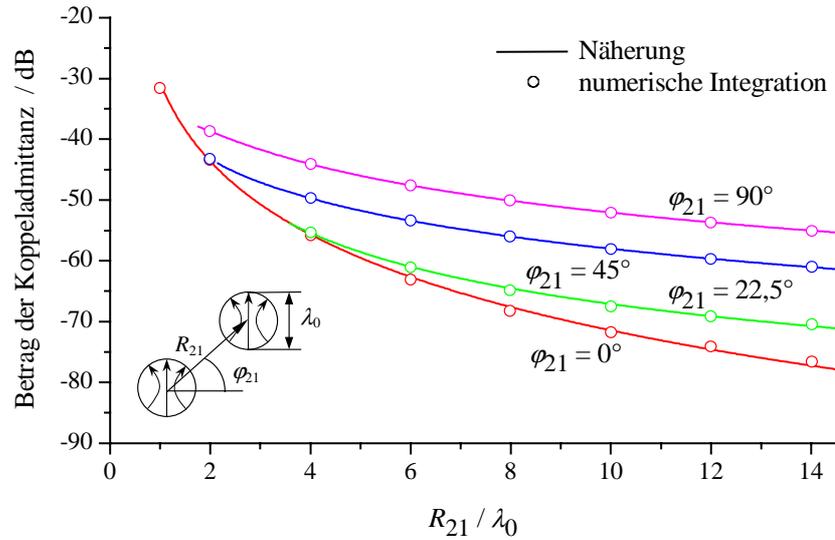


Bild 4.11: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen (Durchmesser λ_0) in Abhängigkeit des relativen Versatzen für unterschiedliche Versatzwinkel

Signifikante Abweichungen treten für die Untersuchung von Anordnungen in der H-Ebene ($\varphi_{21} = 0^\circ$) nur für große Abstände auf (vgl. Bild 4.11). Diese Diskrepanz begründet sich jedoch nicht durch die unzureichende Güte der Interpolation, sondern durch Problematiken bei der numerischen Integration. Es treten u.a. große Argumente bei der Berechnung von Besselfunktionen auf. Sie nehmen dann sehr kleine Werte an, und die hieraus resultierende, unsichere Berechnung dieser Funktionen führt auf die genannten Abweichungen.

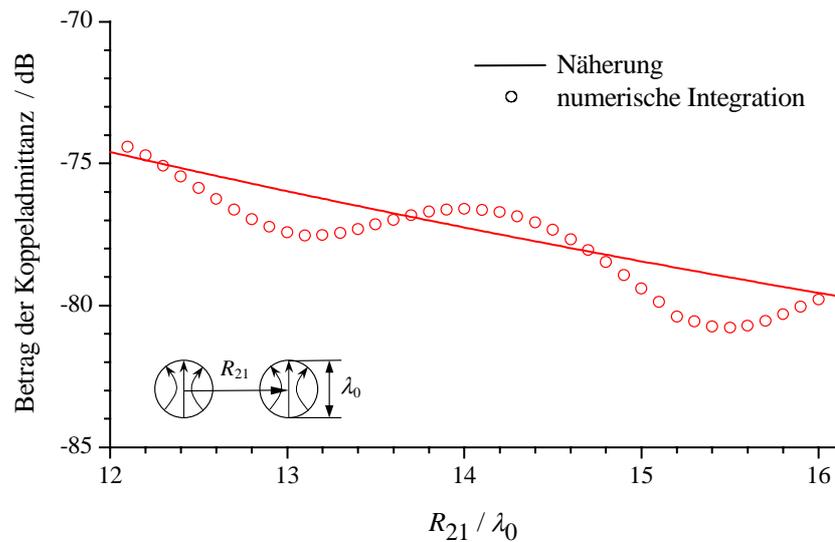


Bild 4.12: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen für große Abstände in der H-Ebene

In Bild 4.12 ist dieses Verhalten verdeutlicht. Für genügend große Abstände der Aperturen tritt eine physikalisch nicht sinnvolle Oszillation der numerischen Ergebnisse um die Kurve der Interpolation auf. Es ist außerdem keine eindeutige Bestimmung des relativen Fehlers möglich, da je nach Lage des Vergleichspunktes mehr oder weniger große Abweichungen zwischen den beiden Lösungen entstehen. Demnach ist das Interpolationsverfahren der numerischen Integration bei sehr weit entfernten Elementen und somit sehr kleinen Koppeladmittanzen unbedingt vorzuziehen.

Bei der Untersuchung von Aperturstrahlern ist es notwendig, neben dem Grundmode auch höhere Moden in der Berechnung zu berücksichtigen, um die entstehenden Feldverzerrungen modellieren zu können. Das vorgestellte Interpolationsverfahren kann sehr erfolgreich auch auf diese Moden angewendet werden. Bild 4.13 und Bild 4.14 zeigen den Betrag der Koppeladmittanz zwischen dem Grundmode des ersten und dem E_{11} -Mode des zweiten Hohlleiters. Zwischen der numerischen Lösung und dem Interpolationsverfahren treten Abweichungen von maximal 3,45 % für direkt benachbarte Elemente in der E-Ebene auf. Mit wachsendem Abstand werden diese geringer bis die oben genannten numerischen Probleme bei ca. $R_{21} = 8 \lambda_0$ einsetzen.

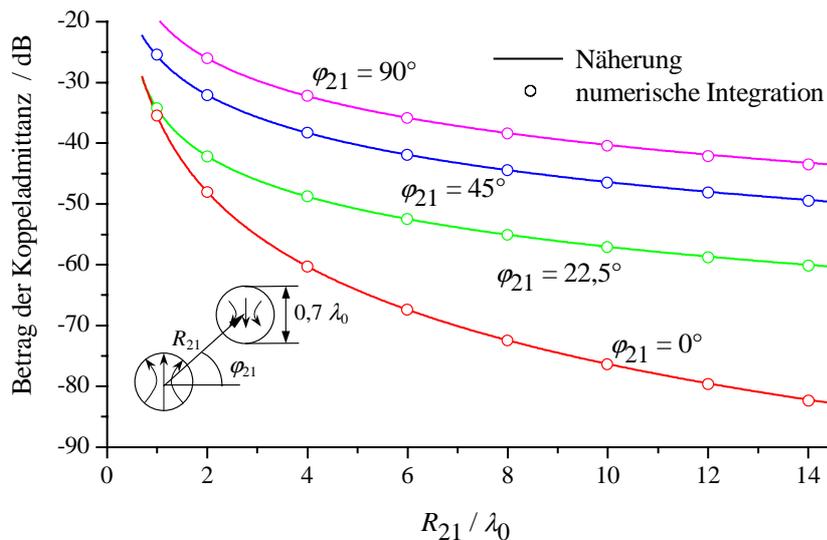


Bild 4.13: Betrag der Koppeladmittanz zwischen dem H_{11} -Mode und dem E_{11} -Mode zweier runder Aperturen (Durchmesser $0,7\lambda_0$) in Abhängigkeit des relativen Versatzes für unterschiedliche Versatzwinkel

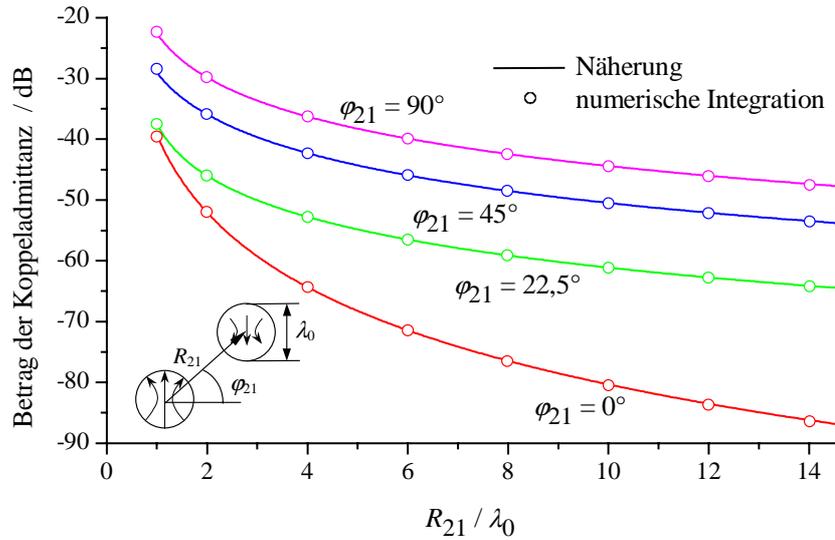


Bild 4.14: Betrag der Koppeladmittanz zwischen dem H_{11} -Mode und dem E_{11} -Mode zweier runder Aperturen (Durchmesser λ_0) in Abhängigkeit des relativen Versatzes für unterschiedliche Versatzwinkel

Auch für die modale Verkopplung zwischen E-Moden kann das Interpolationsverfahren Verwendung finden (vgl. Bild 4.15). Die maximale Abweichung der Ergebnisse tritt erneut für direkt benachbarte Elemente in der E-Ebene auf.

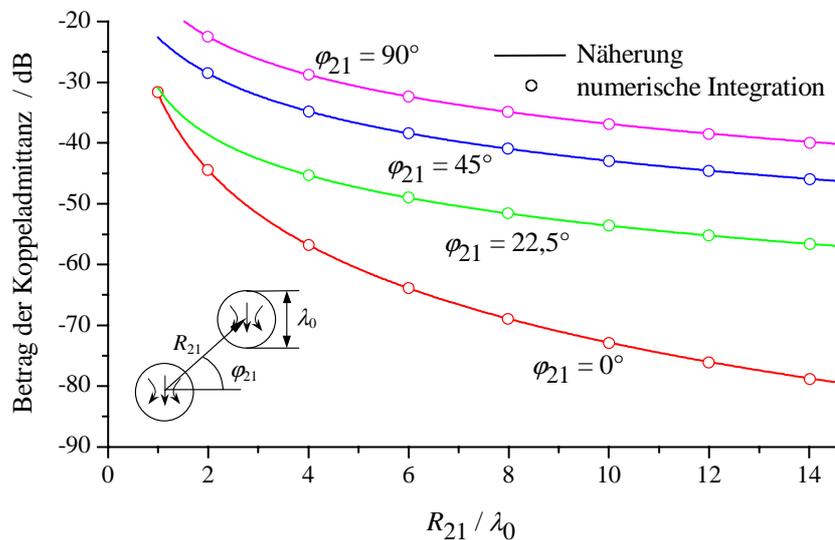


Bild 4.15: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den E_{11} -Moden zweier runder Aperturen (Durchmesser λ_0) in Abhängigkeit des relativen Versatzes für unterschiedliche Versatzwinkel

Bezüglich der Phase der Koppeladmittanzen lässt sich allgemein feststellen, dass ihre Bestimmung unabhängig von der modalen Kombination oder der geometrischen Anord-

nung ebenfalls mittels des Interpolationsverfahrens mit sehr guter Genauigkeit möglich ist. Stellvertretend für die Vielzahl der bereits vorgestellten Beispiele soll die Phasendifferenz der beiden betrachteten Verfahren für die Verkopplung zweier E-Moden angegeben werden (vgl. Bild 4.16).

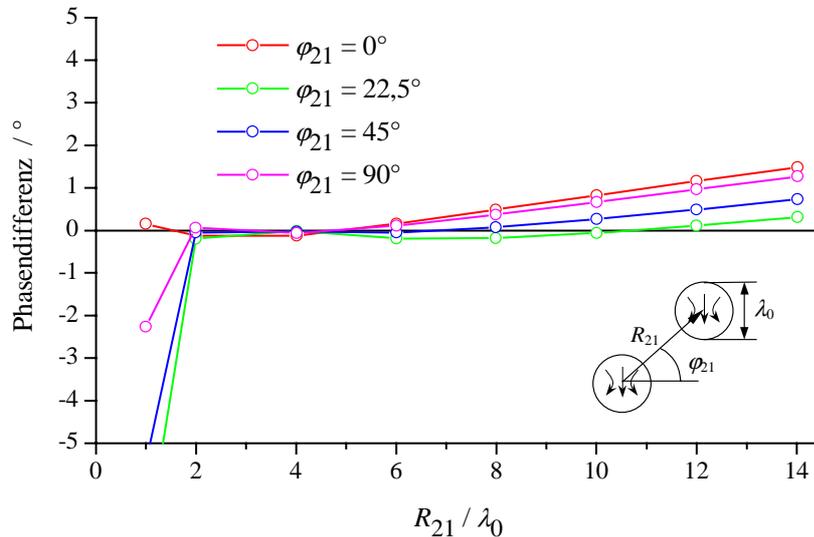


Bild 4.16: Differenz der Phase der Koppeladmittanz zwischen den E_{11} -Moden zweier runder Aperturen (Durchmesser λ_0) in Abhängigkeit des relativen Versatzes für unterschiedliche Versatzwinkel. Die Bezugsphase stellt die Lösung des Interpolationsverfahrens dar.

Für sehr kleine radiale Abstände können Phasendifferenzen von zum Teil mehr als 5° festgestellt werden; für größere Versatzanordnungen ist die Phasendifferenz nahezu Null. Im Bereich $R_{21} > 8 \lambda_0$ treten erneut kleinere Abweichungen auf. Die Resultate der numerischen Berechnung sind hier zumindest fraglich, und die Interpolationslösung ist dem numerischen Verfahren vorzuziehen (s.o.).

Für die bisher aufgeführten Vergleiche zwischen numerischer Integration und dem Interpolationsverfahren sind ausschließlich runde Querschnitte zugrunde gelegt. Die Feldverteilungen in den Aperturen lassen sich durch Besselfunktionen darstellen. Die Erweiterung des Interpolationsverfahrens auf beliebige Querschnitte sollte indes kein Problem darstellen, weil die Beschreibung der Felder ebenfalls (durch eine Überlagerung) durch Besselfunktionen möglich ist. Die Erweiterung des Verfahrens auf neuartige Querschnitte ist in Bild 4.17 dargestellt. Beispielhaft werden hier quadratische Geometrien mit verschiedenen Verrundungen betrachtet. Der normierte Verrundungsradius $c/b = 1$ führt wieder auf einen runden Querschnitt, folglich können diese Ergebnisse direkt mit denen für Rundhohlleiter in Bild 4.10 verglichen werden. Für andere Verrundungen stimmen die Lösungen der Interpolation und der numerischen Berechnung wie erwartet sehr gut überein. Es ist weiterhin zu erkennen, dass der Betrag der Koppeladmittanz bei einem konstanten Abstand mit zunehmendem Verrundungsradius wächst. Eine Vielzahl weiterer, hier nicht dargestellter Vergleiche belegt, dass das

Interpolationsverfahren unabhängig von der jeweiligen Querschnittsform der Aperturen und der darin angesetzten Eigenwellen genutzt werden kann.

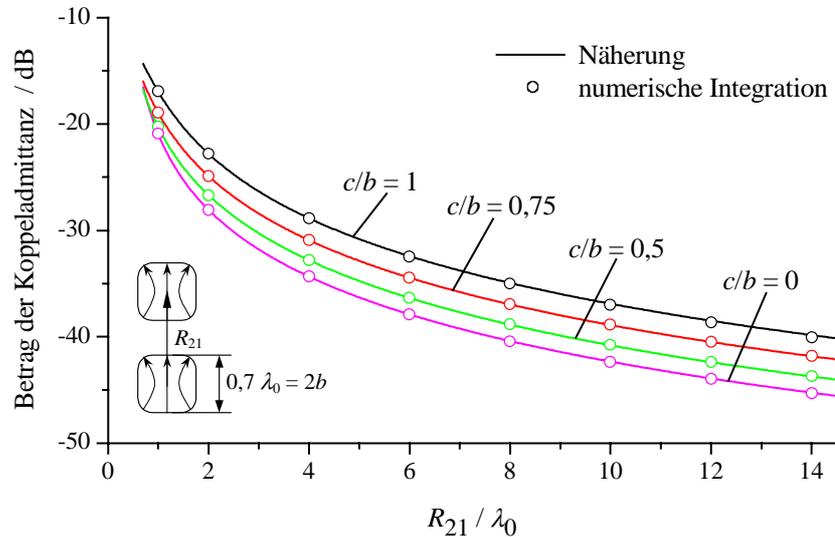


Bild 4.17: Betrag der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier quadratischer Aperturen (Kantenlänge $0,7 \lambda_0$) für verschiedene Verrundungsradien c in Abhängigkeit des relativen Versatzes in der E-Ebene

Die Überprüfung mit der numerischen Integrationstechnik macht deutlich, dass es sich bei der vorgestellten Interpolationsmethode um ein sehr leistungsfähiges Verfahren zur Analyse von Koppelmechanismen in Gruppenantennen handelt. Mit dessen Hilfe können nach einmaliger Bestimmung der Koeffizienten beliebige Anordnungen berechnet werden, wodurch eine erhebliche Rechenzeiterparnis zu erzielen ist. Eine Gegenüberstellung der notwendigen Rechenzeit für unterschiedliche Gruppenkonfigurationen soll hierzu einen Eindruck vermitteln.

Betrachtet werden runde Aperturen, in denen jeweils zwei Moden angesetzt sind. Es ist unerheblich, welche geometrischen Anordnungen oder welche Eigenwellen berechnet werden, entscheidend ist allein die Anzahl der Elemente. Die Bestimmung der für die Interpolation notwendigen Koeffizienten umfasst vier Berechnungsschritte, bei denen jeweils eine modale Kombination von Eigenwellen betrachtet wird. Die Untersuchung einer Gruppenantenne mit neun Elementen ist mit beiden Verfahren nahezu zeitgleich lösbar. Wird eine größere Anzahl an Elementen analysiert oder sind zusätzliche Moden im Feldansatz zu berücksichtigen, so weist das Interpolationsverfahren deutliche Rechenzeitvorteile auf, die mit zunehmender Elementanzahl wachsen. Dieser Vorteil wird unterstrichen, wenn beliebig geformte Aperturen analysiert werden. Im Gegensatz zu runden Elementen, bei denen eindimensionale Integrale behandelt werden müssen, sind bei beliebigen Querschnitten vierdimensionale Integrale zu lösen. Die damit verbundene Erhöhung der Rechenzeit wirkt sich erheblich auf die in Tabelle 4.1 gezeigten Rechenzeiten und auf die Zeitunterschiede aus.

Tabelle 4.1: Vergleich der Rechenzeit für verschiedene Gruppenanordnungen runder Aperturen¹⁶

Angaben in CPU-Sekunden	numerische Integration	Interpolationsverfahren
Berechnung aller Koeffizienten und Ablegen in einer Datei	-	5,25s
Berechnung von zwei Elementen	0,97s	0,63s
Berechnung einer 3x3-Gruppe	6,01s	1,50s
Berechnung einer 4x4-Gruppe	11,46s	3,06s

Für die Analyse von Verkopplungsmechanismen in Gruppenantennen steht mit dem Interpolationsverfahren eine Methode zur Verfügung, die es erlaubt, aus der Berechnung der Eigenschaften weniger Elemente auf die Interaktion beliebiger Anordnungen mit beliebiger Elementanzahl zu schließen. Für sehr große Elementabstände, wie sie insbesondere in großen Antennengruppen vorkommen, ist dieses Verfahren der direkten Berechnung überlegen. Lediglich für unmittelbar benachbarte Elemente können Unsicherheiten in der Bestimmung der Admittanzphase auftreten. Die numerische Integration ist hier zu bevorzugen.

4.5 Berücksichtigung von Speisestrukturen

In Kapitel 4.2 wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dem die Interaktion zwischen beliebig geformten Aperturen im elektrisch leitenden Schirm analysiert werden kann. In modernen Kommunikationssystemen bestehen Gruppenantennen nur selten aus offenen Hohlleitern, es werden vielmehr Hornstrahler bzw. spezielle Speisestrukturen als Elemente der Gruppe benutzt. Die Speisestruktur jedes Elementes kann i.d.R. durch die Kettenschaltung definierter Hohlleitersegmente modelliert werden, der nach der Orthogonalreihen-Entwicklung in Kapitel 2.2 eine Streumatrix zuzuordnen ist. Die Verknüpfung der Streumatrizen mit der Verkopplungsmatrix (vgl. Gl. (4.30)) führt auf die Amplituden der in den Aperturen zu- und ablaufenden Wellen in Abhängigkeit von der Speisung am Elementeingang.

Es wird eine Gruppenanordnung nach Bild 4.18 betrachtet. Jedes Element k ist durch seine Streumatrix $[S^{(k)}]$ vollständig beschrieben. Die Verkopplungseigenschaften der Elementaperturen ist in der Verkopplungsmatrix $[S^{(0)}]$ zusammengefasst. Die Verknüpfung dieser Streumatrizen setzt stets voraus, dass die zur Verkopplungsberechnung

¹⁶ Die Berechnungen werden auf einem PC mit 750MHz Prozessortakt durchgeführt.

benutzten geometrischen Querschnittsformen der Aperturen sowie deren Eigenwellen jeweils mit denen des letzten Hohlleitersegmentes des entsprechenden Speiseelementes übereinstimmen. Für diesen Fall gehen die Leistungswellen am Ausgang der Elemente in diejenigen über, für die auch die Verkopplung bestimmt ist. Weiterhin sei am Eingang jedes Elements ein Speisehohlleiter reflexionsfrei angeschlossen.

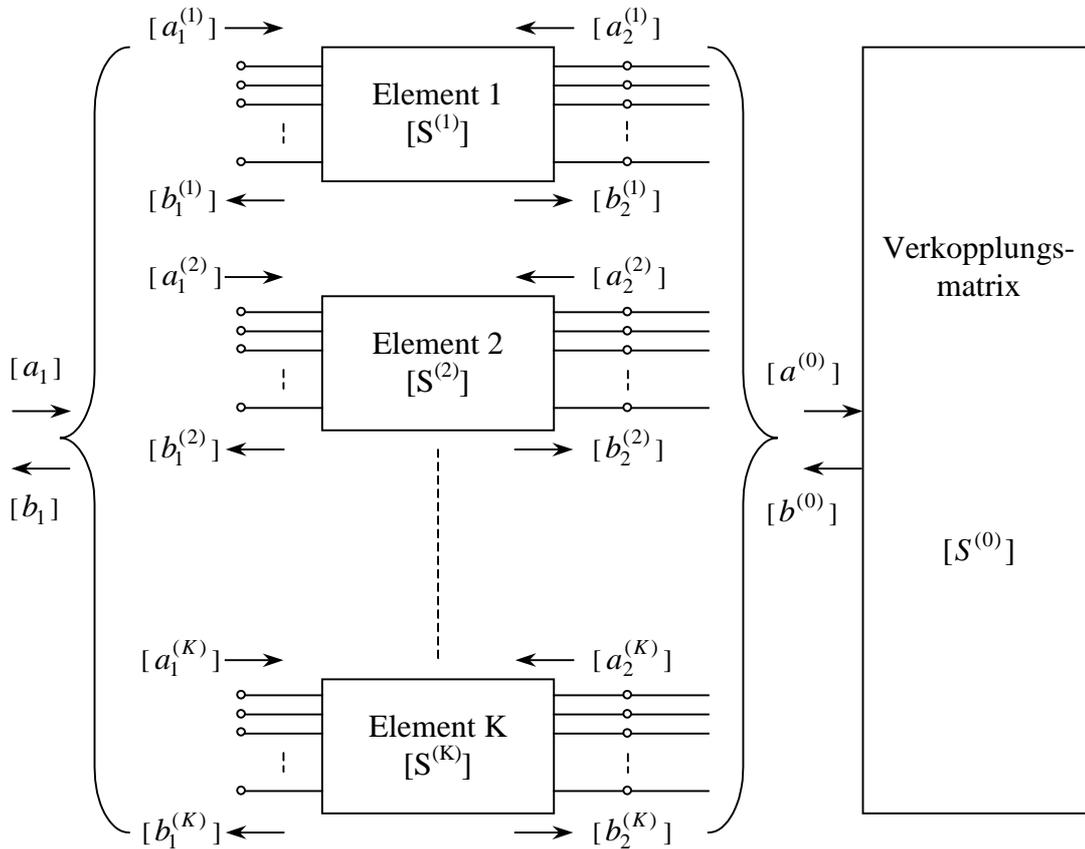


Bild 4.18: Streumatrixverknüpfung von Speisestrukturen und Verkopplungsmatrix

Für die Bestimmung des Strahlungsfeldes ist die Kenntnis der tangentialen Feldverteilung in der Aperturebene notwendig. Die zu- und ablaufenden Wellen am Eingang des Elementes k , $[a_1^{(k)}]$ und $[b_1^{(k)}]$, sind mit den zu- und ablaufenden Wellen in der zugehörigen Apertur, $[a_2^{(k)}]$ und $[b_2^{(k)}]$, wie folgt verknüpft:

$$\begin{bmatrix} [b_1^{(k)}] \\ [b_2^{(k)}] \end{bmatrix} = [S^{(k)}] \begin{bmatrix} [a_1^{(k)}] \\ [a_2^{(k)}] \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} [b_1^{(k)}] \\ [b_2^{(k)}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_{11}^{(k)}] & [S_{12}^{(k)}] \\ [S_{21}^{(k)}] & [S_{22}^{(k)}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [a_1^{(k)}] \\ [a_2^{(k)}] \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$

Die Blockmatrizen der idealen, also nichtverkopplten Gruppenanordnung sind die einfache Kombination der Streumatrizen der individuellen Elemente.

Mit $i, j = 1, 2$ gilt:

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} [S_{ij}^{(1)}] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [S_{ij}^{(2)}] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & [S_{ij}^{(K)}] \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Die Streumatrix der Verkopplungsberechnung bestimmt das Verhältnis der zu- und ablaufenden Wellen in den Aperturen

$$[b^{(0)}] = [S^{(0)}][a^{(0)}], \quad (4.42)$$

und wegen der Kontinuität der Eigenwellen gilt $[a^{(0)}] = [b_2]$ und $[b^{(0)}] = [a_2]$ (vgl. Bild 4.18). Zusammen mit Gl. (4.40) ist die Darstellung der Wellenamplituden in den Aperturen und die der Reflexionskoeffizienten der Elemente in Abhängigkeit der Eingangserregung möglich:

$$[a^{(0)}] = [[E] - [S_{22}][S^{(0)}]]^{-1} [S_{21}][a_1] \quad (4.43)$$

$$[b_1] = [[S_{11}] + [S_{12}][S^{(0)}][[E] - [S_{22}][S^{(0)}]]^{-1} [S_{21}]] [a_1]. \quad (4.44)$$

Die Wahl der Eingangserregung $[a_1]$ der Elemente hängt von der jeweiligen Speisung ab. Ist diese gegeben, so kann die Aperturfeldverteilung der verkoppelten Elemente über die Wellenamplituden $[a^{(0)}]$ und $[b^{(0)}]$ bestimmt werden. Das Richtdiagramm der Gruppenanordnung ist dann wiederum mit dem in Kapitel 4.1 beschriebenen Verfahren zu ermitteln.

5 Ergebnisse

Bei der Untersuchung von Hornstrahlern und deren Einsatz in Gruppenantennen stehen Untersuchungen bezüglich der Einzelstrahler und der Elementverkopplung im Vordergrund. Die Einzelstrahler werden durch Kettenschaltungen von Hohlleitersegmenten definierter Länge und unterschiedlicher sowie z.T. neuartiger Querschnittsgeometrie gebildet. Die Berechnung und die Verknüpfung dieser einzelnen Störstellen setzt den Schwerpunkt des ersten Teilkapitels. Es werden unterschiedliche Konfigurationen messtechnisch verifiziert, wobei auch reflexionsarme Übergänge zwischen Standardhohlleitern behandelt werden. Diese Übergänge bestehen ihrerseits wiederum aus Hohlleitersegmenten beliebiger Querschnittsform und sind leicht und kostengünstig zu fertigen.

Die durch eine segmentierte Hohlleiterschaltung modellierten Einzelstrahler werden durch Messungen und mit Hilfe von Literaturdaten verifiziert. Die Darstellung von zum Teil sehr unterschiedlichen Strukturen soll einen Eindruck der Flexibilität des in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungsansatzes vermitteln. Neben herkömmlichen Hohlleiterstrahlern mit standardisiertem Querschnitt, wie z.B. Pyramidenhörnern und konische Hörnern, sollen spezielle Verfahren analysiert werden, die einen Einsatz der Antenne als Erreger von Reflektoren ermöglichen. Hierbei ist die Erzeugung einer rotationssymmetrischen Richtcharakteristik entscheidend. Es werden schließlich Hornstrahler mit neuartiger Querschnittsform vorgestellt, die sich durch verbesserte Eigenschaften sowie eine einfache Fertigung auszeichnen und für den Einsatz in *phased arrays* oder als Speiselemente von Reflektorantennen geeignet sind.

In zahlreichen Applikationen werden darüber hinaus sehr kompakte Antennen mit geringer Kreuzpolarisation benötigt (z.B. als Elemente von Gruppenerregern für Reflektoren). In diesen Systemen können nur Antennen mit relativ kleiner Apertur benutzt werden, damit der Elementabstand nicht zu groß wird und die Elemente in geringem Abstand zum fokalen Punkt des Reflektors liegen. Anhand von Untersuchungen zum kreuzpolaren Strahlungsfeld von Hörnern mit geringem Öffnungswinkel und kleiner Apertur wird gezeigt, dass Querschnitte mit neuartiger Form sehr kreuzpolarisationsarme Strahlungsfelder erzeugen.

Über die Analyse von Einzelstrahlern hinaus stehen hauptsächlich die Betrachtungen der Koppelmechanismen zwischen Hohlleiter- und Hornelementen in Gruppenantennen im Vordergrund. Dazu werden Untersuchungen bezüglich der modalen Verkopplung zwischen den Aperturen durchgeführt. Aus diesen Ergebnissen lassen sich allgemeine Erkenntnisse ableiten, die auf eine möglichst effiziente Berechnung von Koppelereigenschaften führen. Es zeigt sich, dass die Verkopplung der Elemente neben ihrer geometrischen Anordnung auch von der Querschnittsform abhängt. Die Berechnungen können durch einfache Messanordnungen überprüft und bestätigt werden. Es werden schließlich

Gruppenanordnungen mit neuartigen Elementen vorgestellt und hinsichtlich des Strahlungsverhaltens und der Koppelmechanismen untersucht. Die wichtigsten Ergebnisse wurden diesbezüglich bereits vorveröffentlicht [50], [51], [52].

5.1 Eigenschaften von Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie

Anhand von Beispielen wird in diesem Kapitel zunächst das Konvergenzverhalten des Feldansatzes untersucht. Anschließend werden die Grenzwellenzahlen verschiedener Eigenmoden für unterschiedliche Querschnitte der Wellenleiter sowie deren Feldbilder betrachtet. Die Diskussion der Ergebnisse schließt die Überprüfung mit theoretisch bekannten Resultaten für Standardhohlleiter ein.

5.1.1 Konvergenz des Feldansatzes

Als Kriterium für die Konvergenz der Feldentwicklung in die Eigenlösungen des gewählten zylindrischen Koordinatensystems dient das Verhalten der Grenzwellenzahlen. Für den Fall, dass die Wellenzahlen bei Erhöhung der Anzahl an Basisfunktionen im Feldansatz gegen einen bestimmten Endwert konvergieren, kann davon ausgegangen werden, dass auch die Felder genügend genau approximiert werden. Die Endwerte werden nach Möglichkeit mit theoretischen Werten verglichen.

In Kapitel 2 wurde die im Ansatz exakte Beschreibung der Eigenwellen in längshomogenen Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie erläutert. Aus numerischen Gründen muss die theoretisch unendliche Summe über Lösungen der Wellengleichung auf eine endliche Anzahl P an Basislösungen limitiert werden. Auch die Anzahl der Koeffizienten für die Fourierreihe der Randfunktion und ihrer Ableitung ist auf einen Maximalwert beschränkt. Es ist daher notwendig, die Fehlereinflüsse durch Annahme dieser endlichen Reihen zu untersuchen: Die Darstellung der Fourierreihen durch jeweils 75 Koeffizienten erweist sich für alle betrachteten Querschnittsprofile als ausreichend. Die folgenden Konvergenzuntersuchungen beschränken sich daher auf die Abhängigkeit der Grenzwellenzahl verschiedener Eigenwellen von der Anzahl an berücksichtigten Basisfunktionen im Feldansatz.

Für die Konvergenzbetrachtungen werden im Folgenden zwei Moden aus der Vielzahl der Eigenwellen näher betrachtet. Es handelt sich hierbei um den H_{cu1} -Mode, der in allen betrachteten Wellenleitern den Grundmode darstellt, und einen höheren E-Mode, den E_{sg2} -Mode. In Bild 5.1 ist die prozentuale Abweichung von dem jeweiligen Endwert der auf die Hohlleiterkante normierten Grenzwellenzahl des H_{cu1} -Modes eines quadratischen Hohlleiters mit unterschiedlichen Verrundungen dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass ein relativer Fehler kleiner als 0,1 % bezogen auf den jeweiligen Endwert schon mit einer oberen Grenze von $P = 5$ erreicht wird. Bei ungeraden Moden bedeutet diese Grenze, dass Basislösungen der Ordnung 1, 3 und 5 im Feldansatz berücksichtigt werden. Eine Erhöhung der oberen Grenze hat nur noch geringen

Einfluss auf die Güte der berechneten Grenzwellenzahl. Für eine relative Verrundung von $c/b = 1$ entartet der quadratische Querschnitt zum Kreis. Für diesen Fall wird die Grenzwellenzahl, wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, exakt berechnet und stimmt mit der Grenzwellenzahl des H_{11} -Modes im Rundhohlleiter überein. Es treten dabei keine Abweichungen gegenüber dem Endwert 1,8412 auf, was auch auf die numerische Stabilität des Verfahrens hinweist. Mit geringerer Verrundung sinkt die Cut-Off-Wellenzahl. Für $c/b = 0$ entsteht ein ideal quadratischer Querschnitt. Der theoretische Wert $k_c a = \pi/2$ wird mit guter Näherung erreicht. Der endliche Fehler ist bedingt durch die Randfunktion. Bei der Bestimmung der Eigenwellen ist die Darstellung der periodischen Randkurve des Hohlleiters $R(\varphi)$ und ihrer Ableitung $\partial R(\varphi)/\partial \varphi$ durch Fourierreihen notwendig. Im Bereich der nicht verrundeten Ecken ist die Randfunktion nicht stetig differenzierbar, was zu einem endlichen Fehler bei der Bestimmung der Fourierreihe für die Ableitung führt und unabhängig von der Anzahl der Basislösungen im Feldansatz ist.

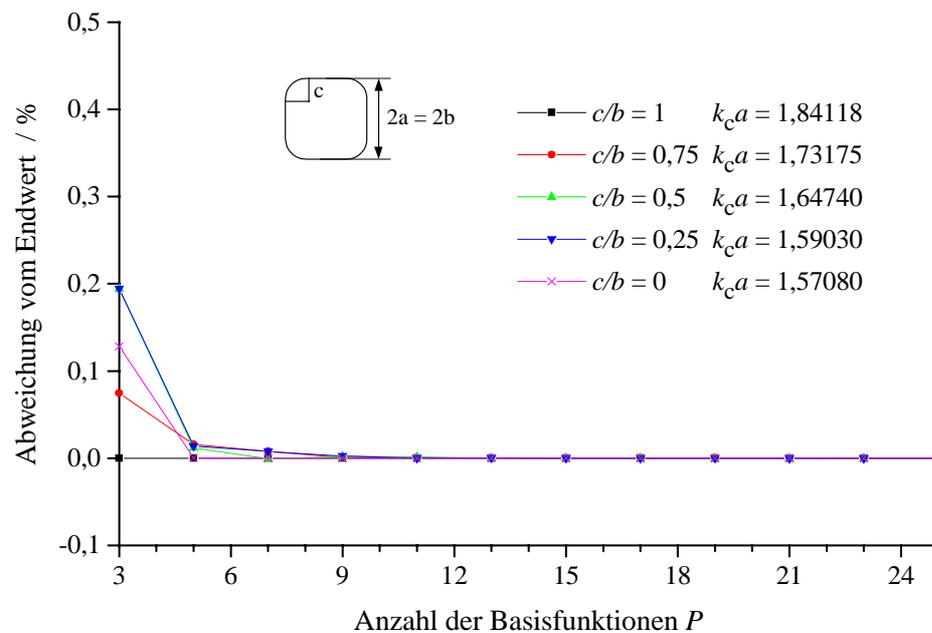


Bild 5.1: Konvergenz der normierten Grenzwellenzahl für den H_{cul} -Mode bei quadratischem Querschnitt des Hohlleiters

Die Konvergenz der Grenzwellenzahl des E_{sg2} -Modes in Bild 5.2 zeigt im Wesentlichen die gleichen charakteristischen Eigenschaften. Allerdings muss bei diesem Mode eine größere Anzahl an Basislösungen für den Feldansatz zur Verfügung gestellt werden, um eine Genauigkeit von 0,1 % bezogen auf den jeweiligen Endwert sicherzustellen. Dies ist mit der komplexeren Feldbildstruktur des Modes zu erklären. Im Fall des ideal quadratischen Querschnitts ohne Verrundung muss eine obere Grenze der Summation von $P = 14$ - also Lösungen der Ordnung $p = 2, 4, 6, 8, 10$ und 12 - angenommen wer-

den. Der E_{sg2} -Mode entspricht dann dem E_{42} -Mode im Rechteckhohlleiter. Bei kreisförmigem Querschnitt ($c/b = 1$) ergibt sich wiederum ein exaktes Ergebnis schon für wenige Basisfunktionen. Für diesen Fall gleicht der E_{sg2} -Mode dem E_{41} -Mode im Rundhohlleiter. Die unterschiedliche Nomenklatur des gleichen Modes in unterschiedlichen Standardhohlleitern macht deutlich, dass die Bezeichnung der Wellen in Hohlleitern mit beliebigem Querschnittsprofil nur eingeschränkte Rückschlüsse auf das zu erwartende Feldbild zulässt. Die jeweiligen Grenzwellenzahlen der Eigenwellen können in den betrachteten Querschnitten mit Hilfe des HFSS bestätigt werden.

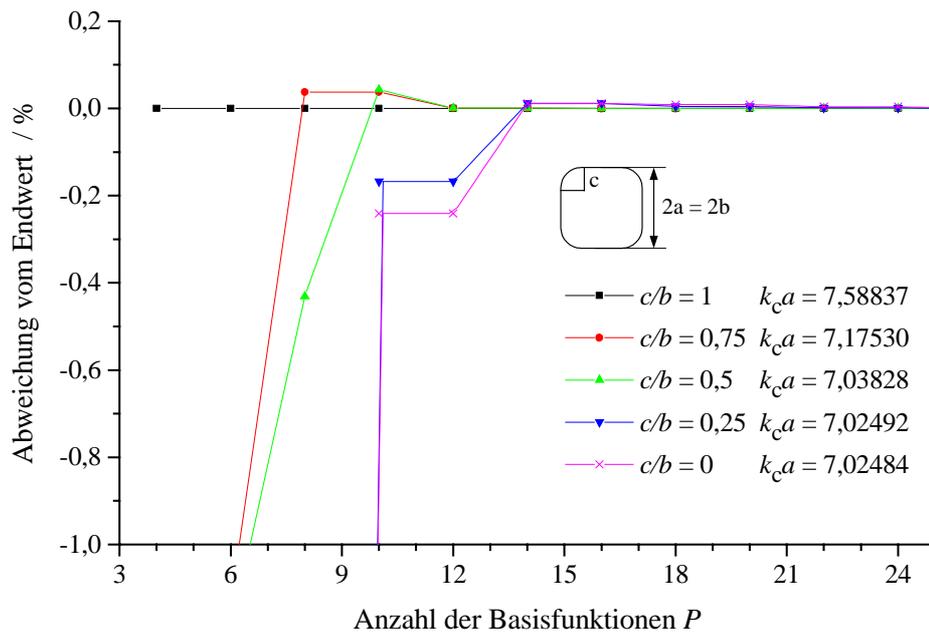


Bild 5.2: Konvergenz der normierten Grenzwellenzahl für den E_{sg2} -Mode bei quadratischem Querschnitt des Hohlleiters

Äquivalente Untersuchungen zur Konvergenz der Grenzwellenzahlen wurden auch für rechteckige Querschnitte mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 0,5$ und variierenden Verrundungen durchgeführt. Auch in diesem Fall werden die Ergebnisse beispielhaft für den H_{cu1} -Mode und den E_{sg2} -Mode angegeben. Die in Bild 5.3 dargestellten Ergebnisse der Untersuchungen für den H_{cu1} -Mode entsprechen im Wesentlichen denen für quadratische Querschnitte. Die Grenzwellenzahl wird schon mit sehr wenigen Basislösungen im Feldansatz richtig berechnet, und es treten keine numerischen Instabilitäten auf. Für den ideal rechteckigen Querschnitt ergibt sich der erwartete Wert von $\pi/2$; der H_{cu1} -Mode entspricht demnach dem H_{10} -Mode. Die endliche Abweichung der normierten Grenzwellenzahl von dem theoretischen Wert resultiert wiederum aus der Differentiation der Randfunktion nach dem Winkel im Bereich der Ecken und damit in einem systematischen Fehler bei der Bestimmung der entsprechenden Fourierreihe. Mit zunehmender Verrundung steigt die Grenzwellenzahl des Grundmodes bis auf einen Wert von $k_c a = 1,74461$ bei maximaler Verrundung.

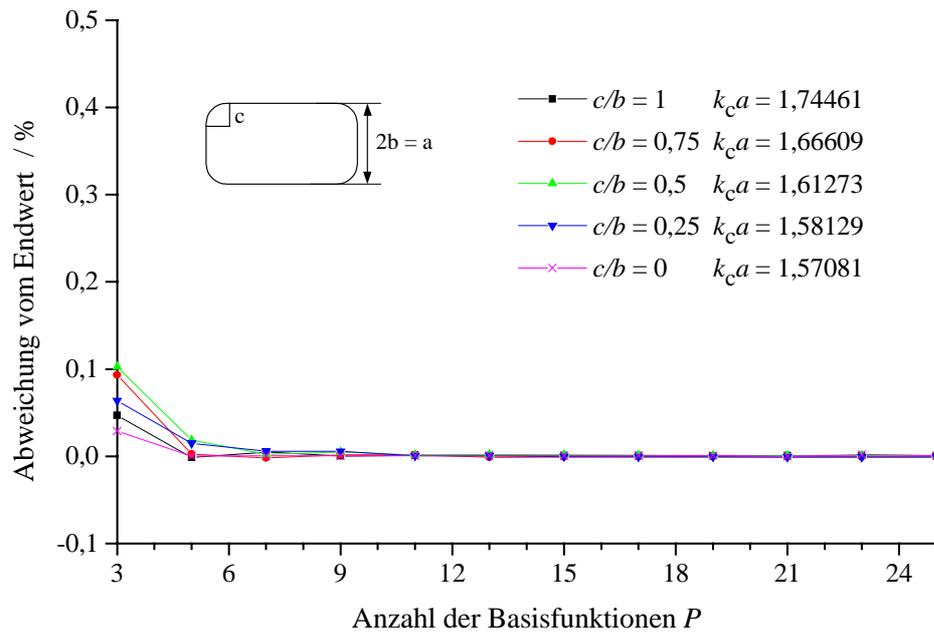


Bild 5.3: Konvergenz der normierten Grenzwellenzahl für den H_{cul1} -Mode bei rechteckigem Querschnitt mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 0,5$

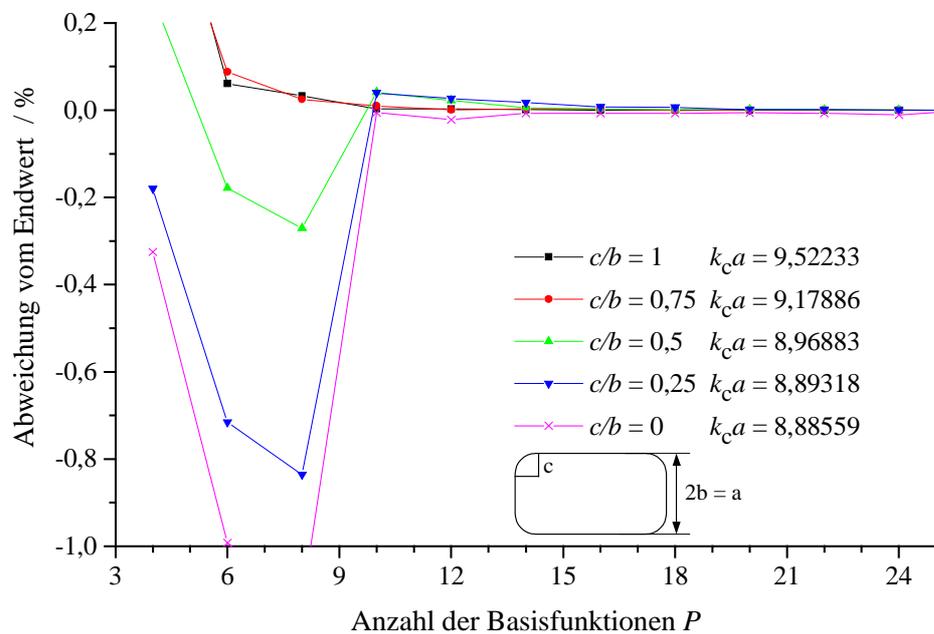


Bild 5.4: Konvergenz der normierten Grenzwellenzahl für den E_{sg2} -Mode bei rechteckigem Querschnitt mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 0,5$

Bei den Konvergenzuntersuchungen für den E_{sg2} -Mode in Bild 5.4 wird deutlich, dass die Güte der Berechnungen in direktem Zusammenhang mit der Größe der Verrun-

dungen steht. Bei einem ideal rechteckigen Querschnitt treten z.T. Abweichungen von mehr als 1 % auf, hingegen sind bei maximaler Verrundung der Ecken schon mit sehr wenigen Basisfunktionen sehr gute Ergebnisse zu erzielen. Werden ausreichend Basisfunktionen im Feldansatz berücksichtigt, so sind auch für alle hier betrachteten rechteckigen Querschnitte Abweichungen vom Endwert von weniger als 1 % zu erzielen. Es ist wieder ein Steigen der Grenzwellenzahl mit wachsender Verrundung zu beobachten, weil die wellenführende Querschnittsfläche des Hohlleiters zunehmend verringert wird. Für den ideal rechteckigen Querschnitt beträgt die Cut-Off-Wellenzahl $k_{ca} = 8,88559$, der E_{sg2} -Mode entspricht hier dem E_{42} -Mode. Bei maximaler Verrundung beträgt die Grenzwellenzahl $k_{ca} = 9,52233$.

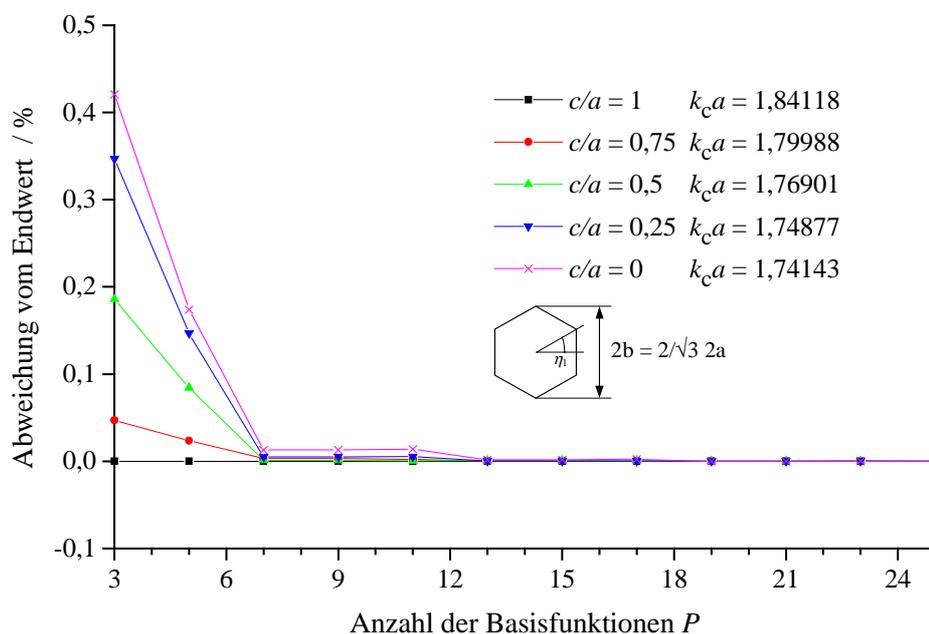


Bild 5.5: Konvergenz der normierten Grenzwellenzahl für den H_{cul1} -Mode bei sechseckigem Querschnitt mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 2/\sqrt{3}$

Als dritter Querschnitt, welcher zu Konvergenzbetrachtungen zugrunde gelegt werden soll, wird ein gleichschenkliges Sechseck mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 2/\sqrt{3}$ betrachtet. Der Winkel η_1 , der die polare Lage des Eckpunktes im ersten Quadranten definiert, beträgt 30° . Mit dieser Wahl der Geometrieparameter generiert ein maximaler Verrundungsradius von $c/a = 1$ wieder einen exakt runden Querschnitt. Folglich wird dann die Grenzwellenzahl des H_{cul1} -Modes exakt bestimmt (vgl. Bild 5.5). Für alle anderen Verrundungsradien stellt sich für $P = 7$ die gewünschte Genauigkeit von 0,1 % ein. Deutlich ist auch zu erkennen, daß mit zunehmender Verrundung der Endwert früher erreicht wird. Dieses Verhalten ist auch bei den Konvergenzbetrachtungen für den E_{sg2} -Mode nach Bild 5.6 zu beobachten. Hier müssen bei fehlender Verrundung mindestens fünf Basislösungen ($P = 10$) berücksichtigt werden, bei einer relativen Verrundung von z.B. $c/a = 0,75$ ist eine obere Grenze $P = 4$ ausreichend.

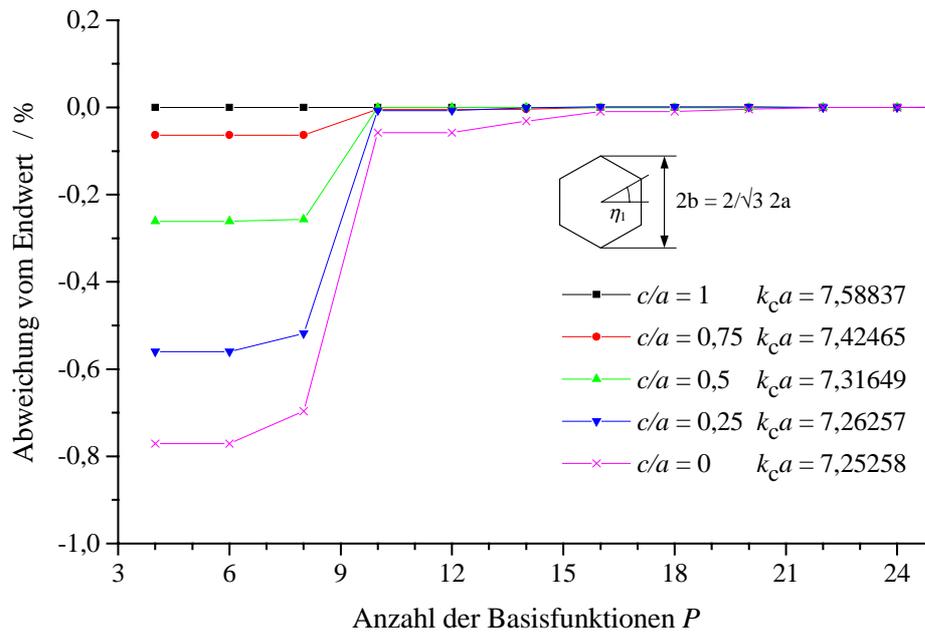


Bild 5.6: Konvergenz der normierten Grenzwellenzahl für den E_{sg2} -Mode bei sechseckigem Querschnitt mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 2/\sqrt{3}$

Die Untersuchungen in diesem Abschnitt zeigen, daß sich eine Verrundung der Ecken eines Hohlleiterquerschnittes positiv auf den Feldansatz auswirkt, dass aber selbst bei fehlender Verrundung eine sehr genaue Bestimmung der Grenzwellenzahlen der Moden möglich ist. Für sämtliche bezüglich der Konvergenz untersuchten Hohlleiterquerschnitte und Moden konnte dieses Verhalten festgestellt und die Grenzwellenzahlen mit dem HFSS bestätigt werden. Dies gilt insbesondere für den ideal rechteckförmigen Hohlleiter, welcher aufgrund der Beschreibung seiner Randfunktion in kreiszylindrischen Koordinaten als kritischster Fall des vorgestellten Berechnungsverfahrens betrachtet werden kann. Im Allgemeinen müssen für den jeweiligen Grundmode nur wenige, für höhere Moden aufgrund des komplexeren Feldbildes entsprechend mehr Basislösungen im Feldansatz berücksichtigt werden. Dabei ist die Wahl der oberen Grenze unkritisch, weil sich das Berechnungsverfahren als numerisch außerordentlich stabil erweist. Diese obere Grenze kann umso geringer gewählt werden, je mehr sich die betrachtete Querschnittsform einer Kreisform nähert. Dieses Verhalten ist z.B. sehr deutlich bei dem sechseckigen Querschnitt zu beobachten.

5.1.2 Eigenschaften der Eigenmoden

In diesem Abschnitt werden die Grenzwellenzahlen der Eigenwellen in Abhängigkeit des Hohlleiterquerschnitts angegeben. Tabelle 5.2 zeigt die normierten Cutoff-Wellenzahlen verschiedener Eigenwellen eines quadratischen Hohlleiters bei Variation der normierten Verrundung seiner Ecken. Für den ideal quadratischen Querschnitt sind die Ergebnisse mit theoretischen Werten zu vergleichen. Der H_{cu1} -Mode entspricht der H_{10} -

Welle im Rechteckhohlleiter, der H_{su1} -Mode entspricht der H_{01} -Welle und der E_{su1} -Mode stimmt mit der E_{12} -Welle überein. Die maximale Abweichung gegenüber den theoretischen Werten beträgt bei diesem Vergleich für den E_{su2} -Mode weniger als 0,0206 %. Mit zunehmendem Verrundungsradius wachsen die Grenzwellenzahlen bis sie mit denen der Eigenwellen im Rundhohlleiter übereinstimmen.

Tabelle 5.2: Normierte Grenzwellenzahlen $k_c a$ der Eigenmoden eines quadratischen Hohlleiters mit verrundeten Ecken

c/b	H_{cu1}	H_{cu2}	H_{su1}	H_{su2}	E_{su1}	E_{su2}	E_{sg1}	E_{sg2}
0	1,57080	3,51257	1,57080	3,51257	3,51257	5,66347	4,44128	7,02484
0,25	1,59030	3,59309	1,59038	3,59311	3,51494	5,67583	4,45125	7,02492
0,5	1,64740	3,76223	1,64741	3,76222	3,54284	5,78045	4,52803	7,03828
0,75	1,73175	3,95387	1,73178	3,95385	3,63598	6,01938	4,74995	7,17530
1	1,84118	4,20126	1,84118	4,20126	3,83182	6,38029	5,13571	7,58837

Bei diesem Querschnittstyp besitzen z.T. verschiedene Eigenwellen gleichen Feldtyps identische Grenzwellenzahlen, z.B. der E_{sg2} - und der E_{sg3} -Mode bei fehlender Verrundung. Die Eigenwellen entarten, und die Bestimmung der Cut-Off-Wellenzahlen wird unsicher. Für ideal quadratische und für runde Formen kann die Bestimmung der Grenzwellenzahlen anhand von theoretischen Lösungen überprüft werden. Eine korrekte Berechnung der Wellenzahlen für verrundete Ecken kann jedoch nur über eine geringe Geometrieänderung vorgenommen werden, weil theoretische Vergleichswerte fehlen. Um die Existenz entarteter Moden auszuschließen, wird für derartige Querschnitte stets ein Kantenverhältnis 1,001:1 angenommen.

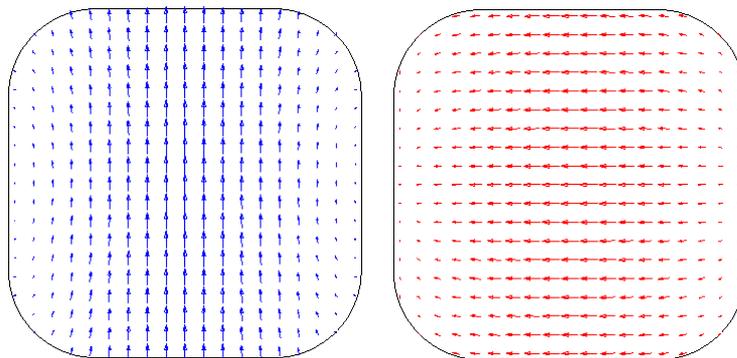


Bild 5.7: Transversales E- und H-Feld des H_{cu1} -Modes im quadratischen Hohlleiter

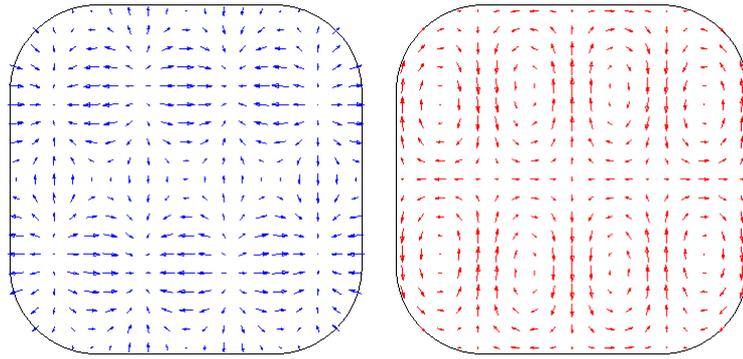


Bild 5.8: Transversales E- und H-Feld des E_{sg2} -Modes im quadratischen Hohlleiter

Tabelle 5.3 und Tabelle 5.4 zeigen die berechneten Grenzwellenzahlen der Eigenwellen eines rechteckigen Hohlleiters mit Kantenverhältnis $b/a = 0,5$ und eines sechseckigen Hohlleiters mit Kantenverhältnis $b/a = 2/\sqrt{3}$. Die Ergebnisse des Rechteckhohlleiters für $c/b = 0$ (also ohne Verrundung) können wiederum mit theoretischen Werten verglichen werden. Bei den untersuchten Moden ergibt sich für den E_{sg1} -Mode mit 0,07 % die maximale Abweichung gegenüber dem theoretischen Wert.

Tabelle 5.3: Normierte Grenzwellenzahlen $k_c a$ der Eigenmoden eines rechteckigen Hohlleiters mit Kantenverhältnis 2:1 und verrundeten Ecken

c/b	H_{cu1}	H_{cu2}	H_{su1}	H_{su2}	E_{su1}	E_{su2}	E_{sg1}	E_{sg2}
0	1,57081	4,71246	3,14175	4,44303	6,47690	7,85385	7,01983	8,88559
0,25	1,58129	4,74032	3,16156	4,50029	6,47775	7,86030	7,02744	8,89318
0,5	1,61273	4,80073	3,20998	4,65909	6,48532	7,91201	7,05485	8,96883
0,75	1,66609	4,86034	3,26794	4,90666	6,50869	8,06232	7,13931	9,17886
1	1,74461	4,92098	3,32192	5,21493	6,55116	8,31929	7,28172	9,52233

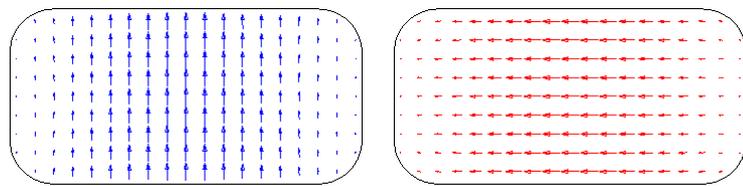


Bild 5.9: Transversales E- und H-Feld des H_{cu1} -Modes im rechteckigen Hohlleiter

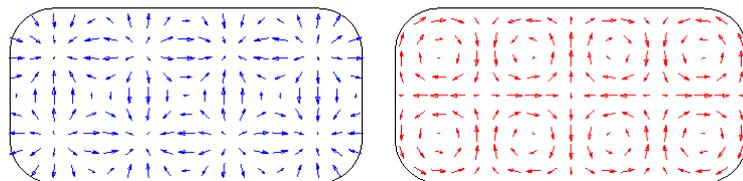


Bild 5.10: Transversales E- und H-Feld des E_{sg2} -Modes im rechteckigen Hohlleiter

Tabelle 5.4: Normierte Grenzwellenzahlen $k_c a$ der Eigenmoden eines sechseckigen Hohlleiters mit Kantenverhältnis $2/\sqrt{3}$ und $\eta_1 = 30^\circ$ sowie mit verrundeten Ecken

c/a	H_{cu1}	H_{cu2}	H_{su1}	H_{su2}	E_{su1}	E_{su2}	E_{sg1}	E_{sg2}
0	1,74143	4,32384	1,74165	3,62761	3,68652	5,97234	4,92888	7,25258
0,25	1,74877	4,31501	1,74886	3,67379	3,69015	5,98711	4,93602	7,26257
0,5	1,76901	4,27944	1,76901	3,80115	3,70808	6,05195	4,96476	7,31649
0,75	1,79988	4,22638	1,79992	3,98919	3,75237	6,18724	5,02789	7,42465
1	1,84118	4,20126	1,84118	4,20126	3,83182	6,38029	5,13571	7,58837

Der sechseckige Querschnitt wird mit einem Kantenverhältnis von $b/a = 2/\sqrt{3}$ betrachtet, wobei der Eckpunkt im ersten Quadranten stets bei $\eta_1 = 30^\circ$ liegt. Bei maximaler Verrundung der Ecken ($c/a = 1$) ist diese Form mit der eines Kreises identisch und stimmen mit denen der letzten Zeile aus Tabelle 5.2 überein. Die stetige Änderung der Grenzwellenzahlen bei Variation des Verrundungsradius deutet darauf hin, daß die Eigenwellen jeweils ähnliche Feldbilder aufweisen.

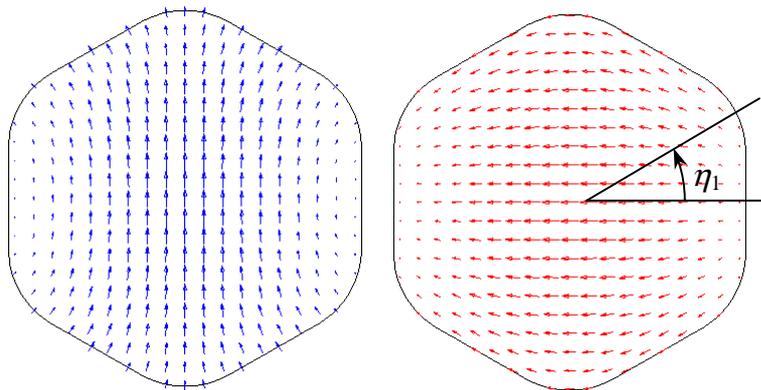


Bild 5.11: Transversales E- und H-Feld des H_{cu1} -Modes im sechseckigen Hohlleiter

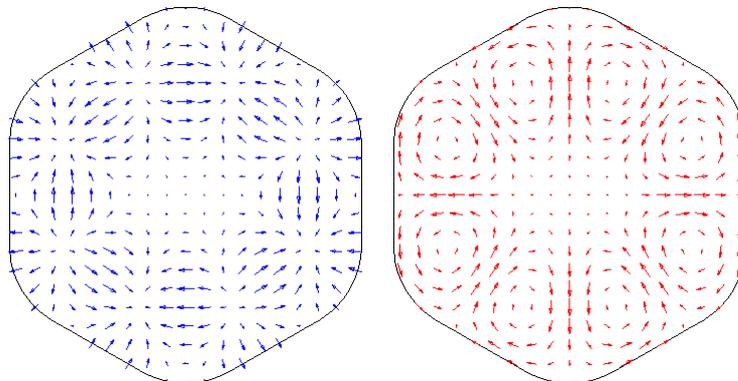


Bild 5.12: Transversales E- und H-Feld des E_{sg2} -Modes im sechseckigen Hohlleiter

Für einen achteckigen Hohlleiter sind die Grenzwellenzahlen der Eigenwellen in Tabelle 5.5 aufgelistet. Sein Kantenverhältnis beträgt $b/a = 1$, die Ecken sind nicht

verrundet. Bei diesem Profil wird keine Änderung des Verrundungsradius vorgenommen. Vielmehr wird die polare Lage der Eckpunkte variiert. Die Winkel η_1 und η_2 geben dabei die polare Lage der Eckpunkte des Querschnittes im zylindrischen Koordinatensystem an. Für $\eta_1 = 0^\circ$ und $\eta_2 = 90^\circ$ entsteht ein um 45° gedrehtes Quadrat. Ein regelmäßiges Achteck mit jeweils gleicher Schenkellänge wird durch die Wahl $\eta_1 = 22,5^\circ$ und $\eta_2 = 67,5^\circ$ generiert. Für $\eta_1 = \eta_2 = 45^\circ$ entartet dieses Profil zum Quadrat. Die Ergebnisse der Grenzwellenzahlen sind dann mit der ersten Zeile in Tabelle 5.2 vergleichbar.

Bei grenzwertiger, polarer Lage der Eckpunkte kann diese Anordnung nur mit Hilfe einer leichten Veränderung des Kantenverhältnisses berechnet werden, die außerdem keine entarteten Moden zulässt. Dies führt auf kleine Abweichungen der Cutoff-Wellenzahlen. Da der betrachtete Querschnitt neben der Symmetrie zu den beiden Hauptebenen auch eine Symmetrie bzgl. der 45° -Ebene aufweist, müssten die Ergebnisse für den H_{cu1} - und den H_{su1} -Mode identisch sein. Durch die geringfügig größere Kantenlänge a wird dies in Tabelle 5.5 nur näherungsweise erreicht. Die Unterschiede sind jedoch so gering, daß keine Auswirkungen auf die Feldverteilung zu erwarten sind.

Tabelle 5.5: Normierte Grenzwellenzahlen $k_c a$ der Eigenmoden eines achteckigen Hohlleiters mit Kantenverhältnis 1,001:1 ohne Verrundung der Ecken

η_1 / η_2	H_{cu1}	H_{cu2}	H_{su1}	H_{su2}	E_{su1}	E_{su2}	E_{sg1}	E_{sg2}
$0^\circ / 90^\circ$	2,22146	4,96737	2,22156	4,96754	4,96746	8,00952	7,02653	9,93945
$11,25^\circ / 88,75^\circ$	1,94711	4,61312	1,94719	4,61637	4,56792	7,35071	6,27848	8,83387
$22,5^\circ / 67,5^\circ$	1,79319	4,05452	1,79329	4,05857	3,73319	6,23113	5,00850	7,27598
$33,75^\circ / 56,25^\circ$	1,64952	3,76816	1,64982	3,76893	3,54425	5,78671	4,52902	7,03328
$45^\circ / 45^\circ$	1,57080	3,51258	1,57089	3,51247	3,51256	5,66347	4,44129	6,90822

Durch die starken Geometrieänderungen bei Variation der Polarwinkel η_1 und η_2 überstreicht die Cut-Off-Wellenzahl einer Eigenwelle einen großen Wertebereich, z.B. $k_c a = 1,57080$ bis $k_c a = 2,22146$ für die H_{cu1} -Grundwelle oder $k_c a = 6,90822$ bis $k_c a = 9,93945$ für die Eigenwelle E_{sg2} . Da die Breite und die Höhe des Profils jeweils als konstant betrachtet wird, ergeben sich durch die Variation der Polarwinkel erhebliche Änderungen der wellenführenden Querschnittsfläche. Das gedrehte Quadrat ($\eta_1 = 0^\circ$, $\eta_2 = 90^\circ$) besitzt eine Flächendiagonale der Länge $2a$, während das nicht gedrehte Quadrat ($\eta_1 = \eta_2 = 45^\circ$) eine Kantenlänge von $2a$ aufweist. Damit unterscheiden sich

die Querschnittsflächen dieser Hohlleiter um den Faktor 2, wodurch der große Wertebereich der Grenzwellenzahlen der gleichen Eigenwelle bedingt ist.

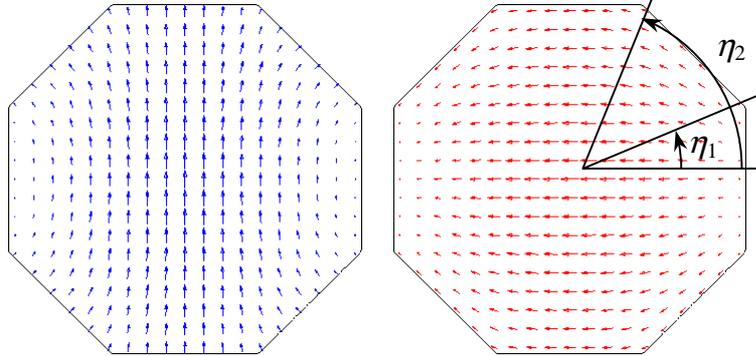


Bild 5.13: Transversales E- und H-Feld des H_{cu1} -Modes im achteckigen Hohlleiter

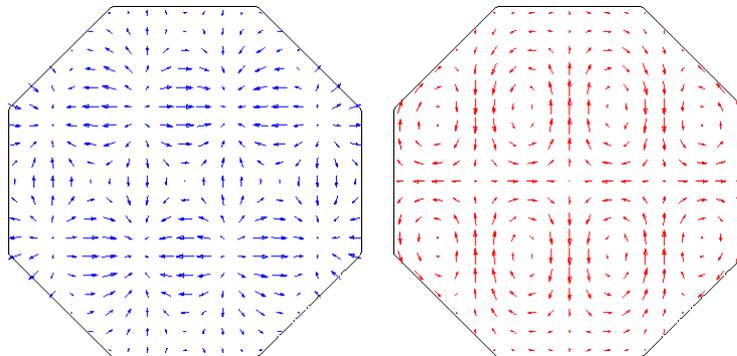


Bild 5.14: Transversales E- und H-Feld des E_{sg2} -Modes im achteckigen Hohlleiter

Zur Kontrolle der Berechnungen können ebenfalls die zugehörigen Feldbilder herangezogen werden. Die Grenzwellenzahlen der Eigenwellen sind in den Tabellen grau hinterlegt. Die in Bild 5.7 bis Bild 5.14 dargestellten Felder veranschaulichen, dass die Randbedingungen insbesondere auch im Bereich der verrundeten Metallflächen erfüllt sind. Im Fall des quadratischen Querschnitts ähnelt das Feldbild des E_{sg2} -Modes bei einer relativen Verrundung von $c/b = 0,5$ dem E_{42} -Mode. Für den sechseckigen Querschnitt ist eine Übereinstimmung mit dem E_{41} -Mode im Rundhohlleiter zu erkennen. Der Vergleich macht deutlich, dass die Nomenklatur der Eigenwellen nur eingeschränkt Rückschlüsse auf das zu erwartende Feldbild zulässt, weil die Eigenwellen jedes Feldtyps lediglich gemäß aufsteigender Grenzwellenzahlen durchnummeriert werden.

Eine messtechnische Überprüfung der berechneten Grenzwellenzahlen wird in [84] angegeben. Hier werden Resonanzmessungen zur Bestimmung der Hohlleiterwellenlänge an einem Hohlkörper durchgeführt. Die berechneten Grenzwellenzahlen für Eigenwellen von rechteckigen Hohlleitern mit verrundeten Ecken konnten bestätigt werden. Eine Überprüfung ist außerdem mit dem HFSS möglich, mit dem die obigen Ergebnisse ebenfalls bestätigt werden können. Auf eine gesonderte Darstellung wird an dieser Stelle verzichtet. Vielmehr sollen im nächsten Kapitel diverse Sprunganordnungen von Hohlleitern untersucht und messtechnisch verifiziert werden, was gleichzeitig als Überprüfung der gezeigten Ergebnisse dient.

5.2 Kettenschaltungen von Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie

Für eine störungs- und verlustarme Signalübertragung ist die nahezu reflexionsfreie Einspeisung der abzustrahlenden Leistung in die Antenneneinheit die wichtigste Voraussetzung. Als Zuführungsleitungen von der Sende-Empfangseinheit dienen überwiegend standardisierte Rechteckhohlleiter, so dass zur reflexionsarmen Verbindung meist der Einsatz von Übergängen erforderlich ist. Seit geraumer Zeit werden auch Wellprofile mit rundem oder elliptischem Querschnitt eingesetzt. Bei mangelnder Anpassung können die auftretenden Reflexionen das Übertragungsverhalten derart stören, dass die Antenneneinheit ihre gewünschten Eigenschaften verliert. Die Übergänge können als sogenannter „Taper“ ausgeführt sein, bei dem der wellenführende Querschnitt des Speisehohlleiter kontinuierlich in das Profil der Antenne übergeht. Für eine etwas geringere Bandbreite steht eine andere Möglichkeit zur Verfügung: Die Übergänge werden aus diskreten Hohlleitersegmenten zusammengesetzt. Die Querschnittsform der Segmente ist so gewählt, dass eine einfache und kostengünstige Fertigung mittels axialer Frästechnik möglich ist. Die Berechnung kann mit dem in Kapitel 2 vorgestellten Ansatz erfolgen. In einem Optimierungsverfahren können die geometrischen Freiheitsgrade der einzelnen Segmente variiert werden, so dass z.B. eine hohe Eingangsreflexionsdämpfung von mehr als 30 dB erreicht wird. Die Berechnung dieser Übergänge kann natürlich ebenfalls mit anderen Feldlösungsprogrammen (FEM, MoM, FDTD) vorgenommen werden, allerdings würde eine automatische Optimierung zu nicht akzeptablen Rechenzeiten führen. In [82] wird die Orthogonalreihen-Entwicklung erfolgreich für die Ankopplung eines Rechteckhohlleiters an einen elliptischen Hohlleiter angewendet. Das Verfahren soll in dieser Arbeit aufgegriffen und auf andere Querschnitte erweitert werden. Die Überprüfung der Übergänge durch Messungen und durch Berechnungen mit dem HFSS dienen zugleich zur Überprüfung der korrekten Berechnung der Grenzwellenzahlen und der Feldverteilung von Eigenwellen in Hohlleitern mit beliebigem Querschnitt sowie der Verknüpfung von Streumatrizen nach Kapitel 2.

Die Genauigkeit der Berechnungen ist vom gewählten Modenansatz abhängig. Bei den vorgestellten Sprüngen sind bei Berücksichtigung von 20 bis 30 relevanten Moden in jedem Hohlleitersegment gute Ergebnisse zu erreichen. Bei nicht axial versetzten Sprüngen werden jeweils nur Moden gleicher Umfangsordnung angeregt, also bei Betrachtung der Grundwelle H_{cu1} nur H_{cu} - und E_{su} -Moden. Andere Eigenwellentypen brauchen bei diesen Anordnungen nicht berücksichtigt zu werden, da sie die Simulationsergebnisse nicht beeinflussen.

Als Messgerät dient der automatische Netzwerkanalysator HP-8510C (ANA). Seine Messtoren werden auf den jeweiligen Anschluss hohlleiter kalibriert.

5.2.1 Sprunganordnungen aus Hohlleitersegmenten

Zur Verifizierung der Simulation soll zunächst eine Sprunganordnung nach Bild 5.15 dienen. Dabei ist einem Rundhohlleiter mit einem Durchmesser von 18,6 mm ein Segment mit elliptischem Querschnitt zwischengeschaltet. Die Breite des elliptischen Segmentes ist größer, die Höhe hingegen geringer als der Durchmesser des Rundhohlleiters. Es handelt sich demnach um einen überlappenden Sprung. Bei der Simulation wird ein rechteckiges Zwischenmedium der Länge Null eingefügt, welches beide am Sprung beteiligten Querschnitte vollständig umschließt.

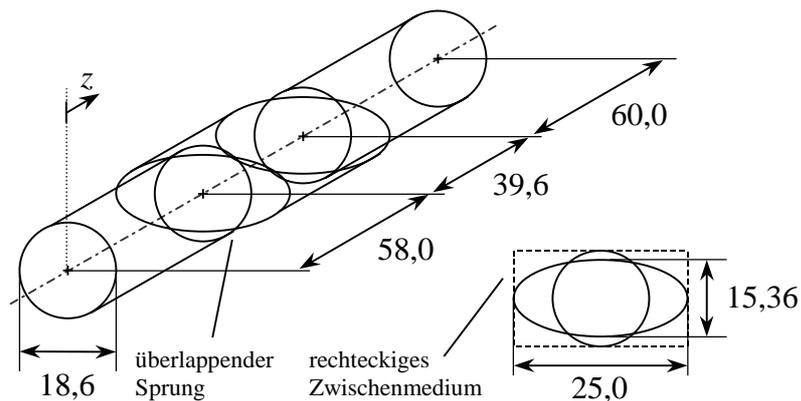


Bild 5.15: Sprunganordnung aus zwei runden und einem elliptischen Hohlleiter (Angaben in mm)

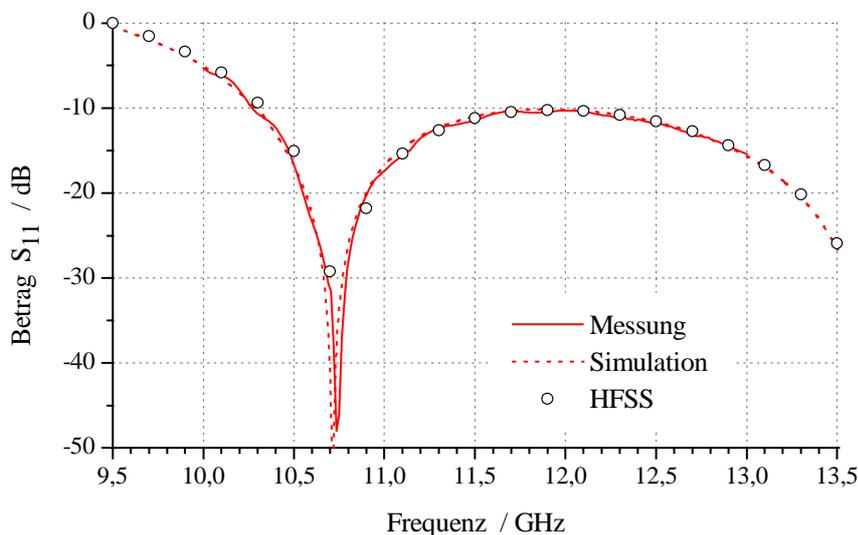


Bild 5.16: Betrag des Eingangsreflexionsfaktors der Anordnung aus Bild 5.15

Bei der Simulation werden in jedem Segment 24 Eigenwellen berücksichtigt. Die Grenzfrequenz des Grundmodes im Rundhohlleiter beträgt 9,45 GHz. Ein Vergleich der Simulations- und der Messergebnisse ist in Bild 5.16 und in Bild 5.17 für den Eingangsreflexionsfaktor der Anordnung dargestellt. Die Übereinstimmung des Betrages wie

auch der Phase ist sehr gut. Aufgrund von Mehrfachreflexionen existiert ein Bereich, bei dem der Reflexionsfaktor mit einem Betrag von weniger als -50 dB äußerst gering ist.

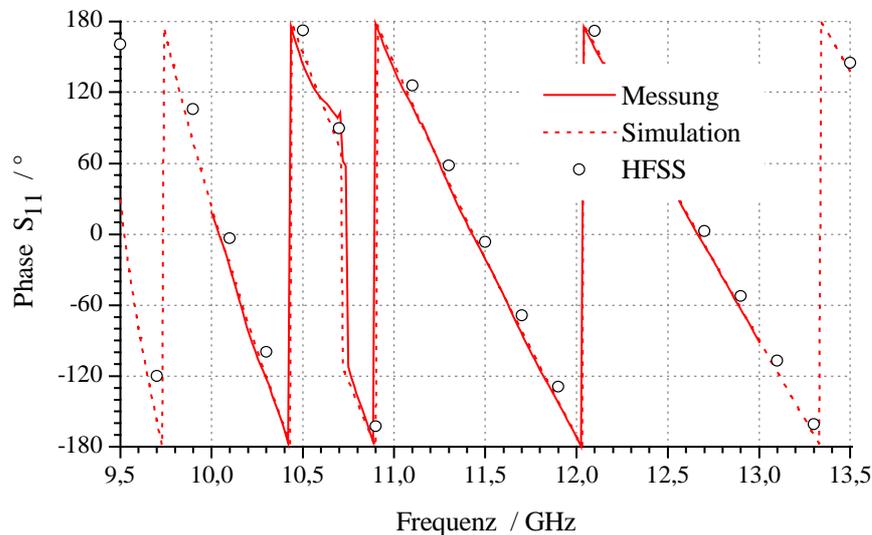


Bild 5.17: Phase des Eingangsreflexionsfaktors der Anordnung aus Bild 5.15

In Bild 5.18 ist eine Sprunganordnung aus rechteckigen Segmenten skizziert. Zwischen den beiden R100-Bezugswellenleitern befindet sich ein Rechteckhohlleiter mit maximal verrundeten Ecken der Länge 31,32 mm. Seine Querschnittsabmessungen weichen nur geringfügig von denen der Anschlüsse ab, so dass im gesamten Frequenzbereich mit einem äußerst geringen Reflexionsfaktor zu rechnen ist. Der Einsatz des R100-Hohlleiters ist für das X-Band (8 – 12 GHz) vorgesehen. Die skizzierte Sprunganordnung weist wiederum einen überlappenden Sprung auf, der bei der Simulation ein rechteckiges Zwischenmedium erfordert. Dieses ist in Bild 5.18 nicht dargestellt. Seine minimal geforderte Größe ist durch die Geometrie der beteiligten Wellenleiter festgelegt (s.o.).

Der Vergleich des berechneten Betrages des Eingangsreflexionsfaktors mit Messwerten in Bild 5.19 zeigt die erwartete hohe Reflexionsdämpfung der Anordnung. Sie beträgt im Eindeutigkeitsbereich der Grundwelle des R100-Hohlleiters mehr als 22 dB. Die Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung ist sehr gut, genau wie für die hier nicht dargestellte Phase. Lediglich das erste Minimum des Betrages wird durch die Simulation nicht exakt wiedergegeben. Eine Abweichung dieser Art kann durch den Messaufbau begründet sein, wenn der zwischengeschaltete Hohlleiter eine geringfügig abweichende Länge aufweist. Die Verifizierung mit dem HFSS bestätigt den frequenzabhängigen Verlauf.

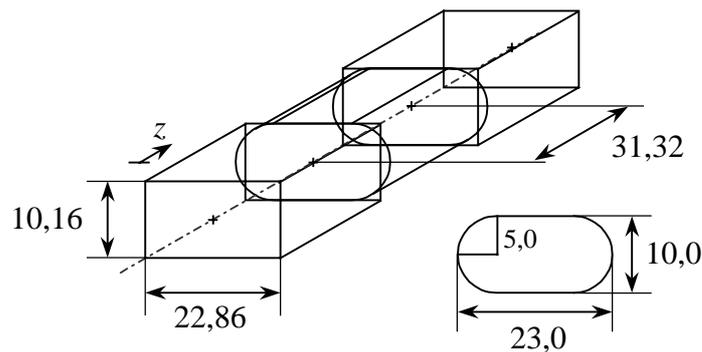


Bild 5.18: Sprunganordnung aus zwei R100-Hohlleitern und einem Rechteckhohlleiter mit maximal verrundeten Ecken

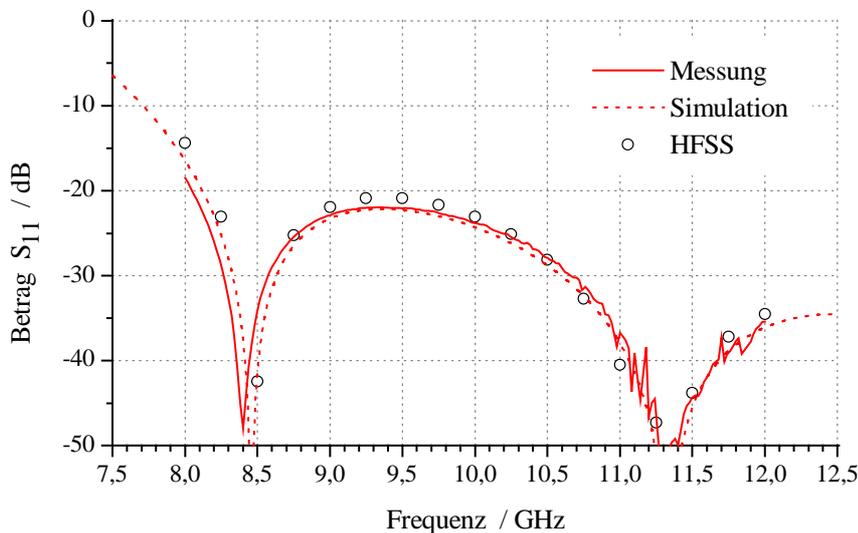


Bild 5.19: Eingangsexreflexionsfaktor der Anordnung aus Bild 5.18

5.2.2 Optimierte Hohlleiterübergänge

Ausgehend von einem standardisierten Rechteckhohlleiter R100 soll im Folgenden eine reflexionsfreie Anpassung an einen runden Hohlleiter mit einem Durchmesser von 18,6 mm erreicht werden. Die Grenzfrequenz des Grundmodes im Rundhohlleiter stellt dabei die untere Grenze des möglichen Frequenzbandes dar. Eine geringe Reflexionsdämpfung ist in dieser Nähe nicht zu erwarten, weil die Hohlleiterwellenlänge in dem runden Segment sehr groß wird. Es wird ein Optimierungsprozess durchgeführt, der als Fehlerkriterium den Betrag der Eingangsreflexion minimieren soll. Er beinhaltet sowohl ein Evolutionsverfahren als auch ein Gradientenverfahren. Nach dem Prinzip der biologischen Evolution findet diese Strategie durch zufällige Variation der Parameter und Verwerfen unbrauchbarer Geometrien lokale Minima einer selbst zu definierenden Fehlerfunktion. Das Gradientenverfahren erlaubt durch gezielte Variation der Parameter

in der Nähe lokaler Minima die Bestimmung des absoluten Minimums und damit die für diesen Fall günstigsten Geometrieparameter. Neben der Vorgabe möglichst günstiger Startwerte ist bei diesem Prozess auch darauf zu achten, dass die erzeugte Struktur fertigungstechnischen Anforderungen gerecht wird. Bei der Methode der Orthogonalreihenentwicklung ist es zudem möglich, Lösungen der frequenzunabhängigen Koppelintegrale mehrfach zu verwenden. Der Entwurf ist dann innerhalb kürzester Zeit möglich.

Die durch eine Optimierung erhaltene Dimensionierungsvorschrift des Übergangs R100-Ru18,6 ist in Bild 5.20 dargestellt.

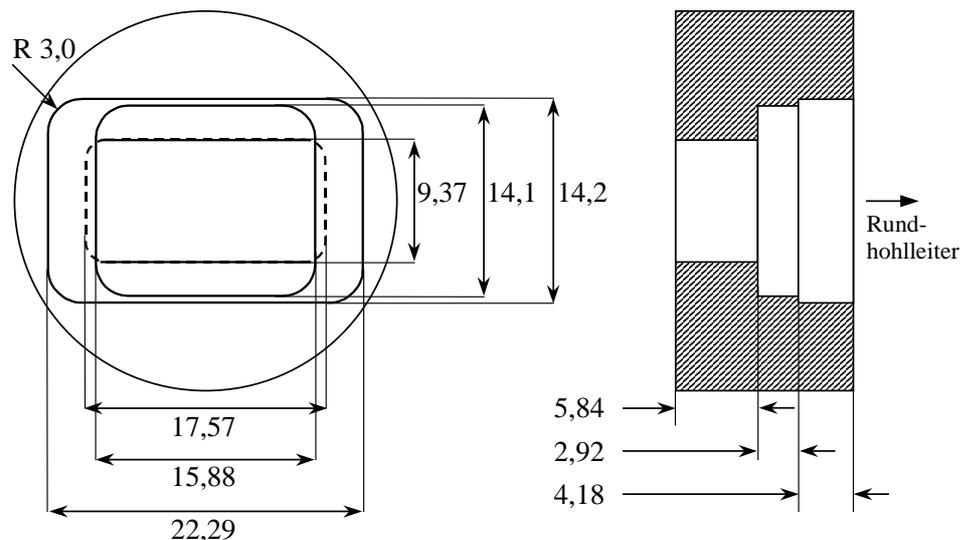


Bild 5.20: Dimensionierung des optimierten Übergangs von einem Rechteckhohlleiter (R100) auf einen Rundhohlleiter (Durchmesser 18,6mm)

Die Anpassung wird über drei Stufen unterschiedlicher Querschnitte erreicht. Sie bestehen aus prinzipiell rechteckförmigen Segmenten, welche jedoch eine Verrundung der Ecken mit einem Radius $c = 3$ mm aufweisen und somit leicht mittels axialer Frästechnik hergestellt werden können. Die Sprunganordnung beinhaltet ebenfalls einen überlappenden Sprung. Aus diesem Grund muss das Werkstück bei der Fertigung einmal gewendet werden. Der Betrag der Reflexionsdämpfung über der Frequenz ist in Bild 5.21 sowohl für die theoretisch zu erwartenden Werte als auch für die Messung aufgetragen. Zum Vergleich ist ebenfalls der Reflexionsfaktor einer direkten Verbindung zwischen dem Rechteck- und dem Rundhohlleiter dargestellt.

Für die direkte Verbindung der beiden Wellenleiter liegt der Betrag des Reflexionsfaktors im betrachteten Frequenzbereich zwischen -5 dB und -11 dB. Wird der optimierte Übergang eingesetzt, kann der Betrag auf weniger als -30 dB abgesenkt werden. Die Messkurve zeigt allerdings deutlich, dass im oberen Frequenzbereich höhere Moden im Rundhohlleiter ausbreitungsfähig sind. Die Grenzfrequenz der E_{cg1} -Welle (E_{01} -Welle im Rundhohlleiter) beträgt 12,35 GHz. Sie wird bei rein axial versetzten Sprüngen nicht angeregt. Erst durch Störungen im Hohlleiter oder bei nicht idealer Ankopplung durch

eine Speisestruktur tritt sie in Erscheinung, wodurch die Messung unsicher wird. Der Einsatz des Übergangs ist dann nicht mehr sinnvoll, zumal der Eindeutigkeitsbereich des rechteckigen Bezugsleiters ebenfalls verlassen wird.

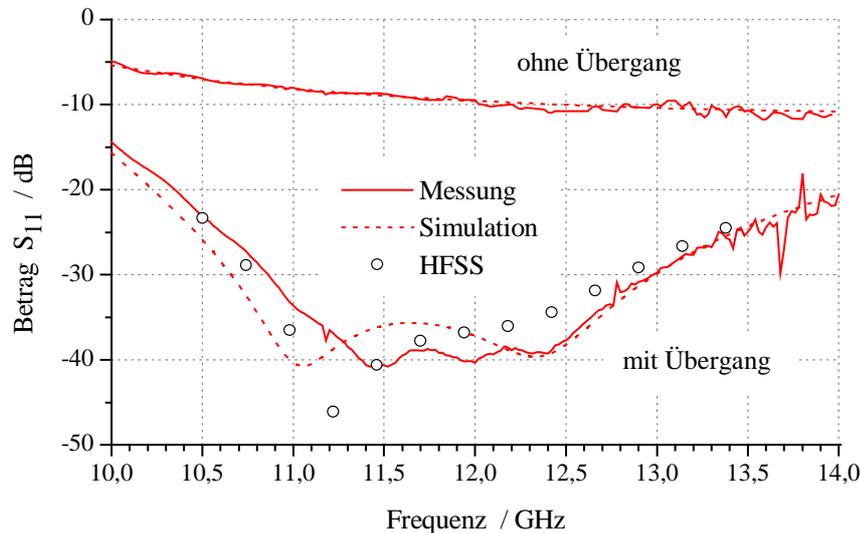


Bild 5.21: Betrag der Reflexionsdämpfung der Verbindung eines R100-Rechteckhohlleiters und eines Rundhohlleiters mit 18,6 mm Durchmesser

Laut Messung weist der Übergang im Frequenzbereich von 10,87 GHz bis 13,01 GHz eine Reflexionsdämpfung von mehr als 30 dB auf. Dies entspricht einer relativen Bandbreite von etwa 18 % bezogen auf die Mittenfrequenz des Übertragungsbereiches. Die Kurve der Simulation ist geringfügig breitbandiger. Die Abweichungen lassen einen leichten axialen Versatz des Übergangs zum Speisehohlleiter vermuten. Bei den kleinen Beträgen des Reflexionsfaktors im Übertragungsbereich wirken sich außerdem Fertigungstoleranzen und Fehler aufgrund des endlichen Modenansatzes bereits signifikant aus. Es wurden in jedem Hohlleitersegment 24 Eigenwellen berücksichtigt. Bei den zu vermessenden kleinen Pegeln können zusätzlich Fehler durch eine nicht ideale Kalibrierung nicht ausgeschlossen werden.

Die Optimierung des Übergangs wurde innerhalb von ca. 700 Berechnungsschritten in einer Zeitdauer von ca. 2 CPU-Stunden durchgeführt. Die Simulation der Struktur mit dem HFSS erfordert nach einer Variation der Geometrie stets eine erneute vollständige Diskretisierung des Berechnungsvolumens. Jeder einzelne Berechnungsschritt benötigt bei ausreichender Genauigkeit dieses adaptiven Verfahrens ca. 16 CPU-Minuten, so dass bei alleiniger Benutzung des HFSS für die Optimierung des Übergangs mit einer Zeitdauer von ca. 187 CPU-Stunden zu rechnen ist. Bei diesem Vergleich sind die Vorzüge der Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung durch die Mehrfachverwendung von Zwischenergebnissen deutlich zu erkennen.

Zusammenfassend zeigt die Überprüfung der dargestellten Sprunganordnungen, dass eine Berechnung von Kettenschaltungen aus verschiedensten Hohlleitersegmenten mit sehr guter Genauigkeit durchgeführt werden kann. Im nächsten Kapitel wird darauf aufbauend die Antennengeometrie der Hornstrahler ebenfalls durch verkettete, stückweise homogene Hohlleitermodule beschrieben.

5.3 Hornantennen als Einzelstrahler

In diesem Kapitel werden unterschiedliche Hohlleiterstrahler mit dem in Kapitel 3 vorgestellten Modell analysiert. Die Antennen strahlen dabei in einen Rundhohlleiter mit großem Durchmesser, wobei der rückwärtige Halbraum für den Fall eines endlichen Antennenflansches durch das ebenfalls vorgestellte Bifurkationsmodell angenähert wird. Der Durchmesser des Innenleiters des so in das Modell integrierten Koaxialleiters ist durch die Antennengeometrie festgelegt und stimmt mit der größten Abmessung der strahlenden Apertur in Verbindung mit einer endlichen Wandstärke überein. Der Durchmesser des Außenleiters wird stets mit dem des Freiraumhohlleiters gleichgesetzt.

Die Flexibilität des Ansatzes wird durch die Untersuchung sehr unterschiedlicher Strukturen aufgezeigt. Zunächst sollen weitgehend bekannte Antennen wie offene Hohlleiter, Pyramidenhörner und konische Hörner betrachtet werden. Der Vergleich mit Mess- und Literaturdaten soll dabei im Vordergrund stehen. Der Einfluss der metallischen Berandung des in radialer Richtung endlichen Freiraumhohlleiters sowie modellbedingte Abweichungen der Antennengeometrie gegenüber einem realen Strahler werden untersucht und spezifiziert. Die Messung der Richtcharakteristik erfolgt mittels einer sphärischen Nahfeldmessaanlage und wird durch einen Transformationsprozess aus den Nahfelddaten ermittelt.

Darüber hinaus befasst sich dieses Kapitel schwerpunktmäßig mit Erregern für Reflektorantennen der Satellitenkommunikationstechnik. Diese Strahler zeichnen sich neben einer hohen Reflexionsdämpfung durch eine möglichst rotationssymmetrische Richtcharakteristik aus, um als Primärstrahler den Reflektor möglichst gleichmäßig auszu-leuchten. In der heutigen Zeit werden für die Satellitenkommunikation vor allem Frequenzbänder im C-, Ku- und Ka-Band verwendet. Traditionell ist die Übertragung von Signalen mit Frequenzen im Ka-Band (Downlink: ca. 20 GHz, Uplink: ca. 30 GHz) für LEO- und MEO-Systeme¹⁷ vorgesehen (z.B. TELEDESIC). Moderne geostationäre Satellitensysteme (GEO) arbeiten vornehmlich mit Signalfrequenzen im Ku-Band (Downlink: ca. 11 GHz, Uplink: ca. 14 GHz). des wachsenden Bedarfs an Übertragungsbandbreite werden zukünftige GEO-Systeme ebenfalls Signalfrequenzen im Ka-Band für die Übertragung zwischen Raum- und Bodensegment verwenden (z.B. SPACEWAY, Hughes Communications Inc.; ASTROLINK, Lockheed Martin Telecommunications). Auch die Signalübertragung zwischen den Satelliten wird bei diesen

¹⁷ LEO: low earth orbit, MEO: medium earth orbit

Frequenzen stattfinden [40]. Für die angegebenen Frequenzbereiche werden in diesem Kapitel Strahler mit unterschiedlichen Konzepten zur Erzeugung der Diagrammsymmetrie untersucht. Es werden schließlich neuartige Hornerreger entworfen, die gegenüber anderen Antennen fertigungstechnische Vorteile aufweisen und speziell aus Hohlleitermodulen mit verrundeten Ecken aufgebaut sind. Dabei wird ein automatischer Optimierungsprozess verwendet, um die geforderte hohe Reflexionsdämpfung und die Rotationssymmetrie der Richtcharakteristik durch eine Variation einzelner Geometrieparameter sicherzustellen.

5.3.1 Vergleich mit Messungen und Literaturdaten

Die denkbar einfachste „Hornantenne“ ist ein offener Hohlleiter. Als Apertur dient lediglich sein feldführender Querschnitt. Bei dieser Art von Strahlern treten aufgrund der kleinen Aperturfläche sehr große Streufelder auf, deren Vernachlässigung zu nicht tolerierbaren Fehlern führt. Die Streufelder sind in derjenigen Ebene am größten, in der die Leitungswelle polarisiert ist (vgl. Kapitel 3.3). Die Grundwelle aller betrachteten Wellenleiter ist stets in positiver y -Richtung polarisiert, so dass die Streufelder in der yz -Ebene, also für $\varphi = 90^\circ$ (bzw. $\varphi = 270^\circ$), maximal werden. Diese Ebene wird bei Antennen für lineare Polarisation auch E-Ebene, die hierzu orthogonale wird auch H-Ebene genannt.

Als einfache „Hornantenne“ wird im Folgenden ein an seinem Ende offener, elliptischer Hohlleiter gemäß Bild 5.22 im Eindeutigkeitsbereich der Grundwelle betrachtet. Das Halbachsenverhältnis beträgt ca. $b/a = 0,61$. Die durch einen Speisehohlleiter angeregten höheren Moden können aufgrund der geometrischen Länge von 39,6 mm in der Aperturebene vernachlässigt werden. Den Außenmantel stellt ein Zylinder mit einem Durchmesser von 65 mm dar. Daran schließt sich im rückwärtigen Bereich ein Speisehohlleiter an. Die Struktur wird mit dem Bifurkationsmodell berechnet, so dass der Innenleiter des Koaxialleiters demnach einen Durchmesser von 65 mm besitzt. Der Durchmesser des Außenleiters und der des Freiraumhohlleiters ist um den Faktor 6 größer als die längste Aperturausdehnung.

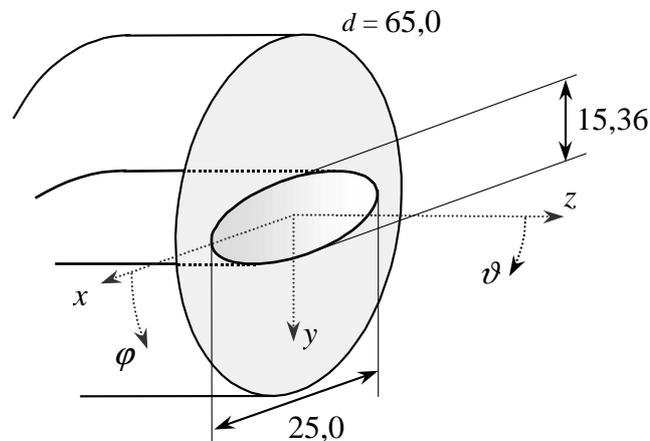


Bild 5.22: Geometrie eines offenen elliptischen Hohlleiters (Angaben in mm)

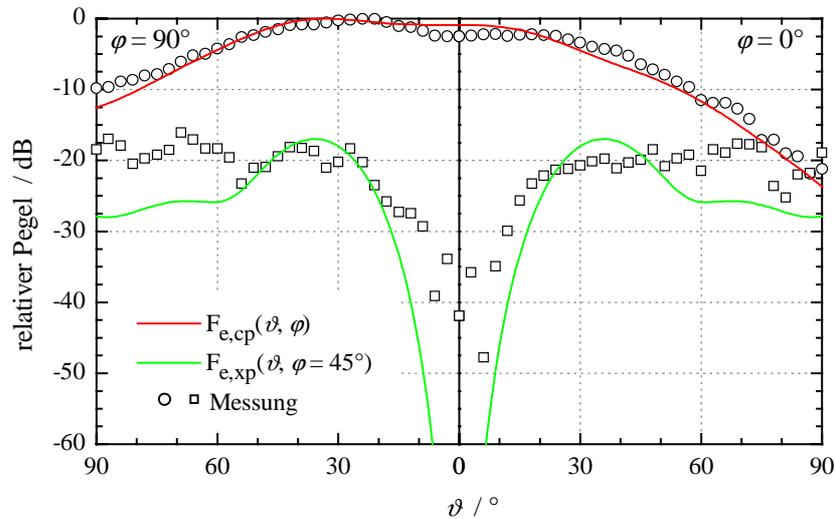


Bild 5.23: Richtdiagramme des offenen elliptischen Hohlleiters nach Bild 5.22 bei 10,0 GHz

Die Richtdiagramme der Kopolarisation in den beiden Hauptebenen sind in Bild 5.23 für 10,0 GHz gezeigt. Aus Symmetriegründen ist in der Darstellung jeweils nur die Hälfte der gesamten Ebene, also die Halbebenen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$, für Winkelbereiche $\vartheta > 0^\circ$ berücksichtigt. Die maximale Kreuzpolarisationskopplung tritt bei linear polarisierten Antennen stets in der ebenfalls gezeigten Ebene $\varphi = 45^\circ$ auf. Die Approximation der Messkurve durch die Simulation gelingt recht gut, auch für große Raumwinkel ϑ . Die minimale Kreuzpolarisationsentkopplung kann mit -18 dB angegeben werden. Unterschiede treten für $\vartheta > 60^\circ$ auf und sind wesentlich auf die im Vergleich zum Berechnungsmodell abweichende Messanordnung zurückzuführen. In diesem Bereich sind bereits Einflüsse durch die Objektaufnahme und die Drehtürme des sphärischen Nahfeldmesssystems vorhanden (vgl. Anhang E).

Auffällig ist, dass das Maximum des relativen Pegels der Kopolarisation nicht für die vermeintliche Hauptstrahlrichtung $\vartheta = 0^\circ$ auftritt, sondern bei ca. 30° in der E-Ebene. Den Grund hierfür bilden Beugungseffekte an der Außenkante des metallischen Zylinders. Diese Beugungserscheinungen treten wesentlich in der E-Ebene auf, weil hier die Streufelder am größten sind. Sie wirken im Fernfeld als zusätzliche (aber sekundäre) Quellen identischer Polarisation, deren Speiseamplitude $|A|$ zunächst unbekannt ist. Die Speisephase beider Quellen kann mit guter Näherung durch den elektrischen Abstand der Kante vom Mittelpunkt der Apertur angegeben werden, also $k_0 \cdot d/2 = k_0 \cdot 32,5$ mm. Über die Gruppennäherung nach Kapitel 4 kann das Maximum der Richtcharakteristik für das Ersatzmodell in Bild 5.24 abgeschätzt werden. Die Ersatzquellen besitzen keinen Einfluss auf das Strahlungsverhalten in der H-Ebene.

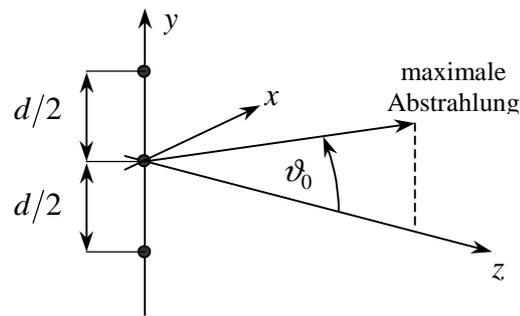


Bild 5.24: Ersatzmodell für die Beugungseffekte an der Kante des metallischen Flansches

$$\begin{aligned}
 AF(\vartheta, \varphi = 90^\circ) &= 1 + |A| e^{jk_0 \frac{d}{2} (\sin \vartheta - k_0 \frac{d}{2})} + |A| e^{-jk_0 \frac{d}{2} (\sin \vartheta - k_0 \frac{d}{2})} \\
 &= 1 + 2|A| \cos[k_0 \frac{d}{2} (\sin \vartheta - k_0 \frac{d}{2})]
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Das Maximum der Gruppencharakteristik wird erreicht, wenn das Argument der cos-Funktion verschwindet:

$$0 = \sin \vartheta_0 - k_0 \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad \vartheta_0 = 30,6^\circ. \tag{5.2}$$

Dieser theoretisch ermittelte Wert stimmt sehr gut mit der Messung ($\vartheta_0 = 27^\circ$) und der Simulation ($\vartheta_0 = 31^\circ$) überein. Der maximale Pegel in der Hauptstrahlrichtung ist ca. 1,5 dB größer als das Maximum der H-Ebene, in der die Ersatzquellen keinen Einfluss besitzen. Damit kann die Speiseamplitude $|A|$ mit Gl. (5.1) zu ca. 9,4 % bezogen auf die Speiseamplitude des Hohlleiters angegeben werden.

Für kleinere Flanschabmessungen treten die gezeigten Beugungseffekte ebenfalls auf, sie können jedoch nicht derartig lokalisiert werden. Erst wenn der Radius des Zylinders - so wie hier - im Bereich der Freiraumwellenlänge liegt, ist der Ansatz über die Gruppennäherung und eine messtechnische Verifizierung möglich.

Oft sind offene Hohlleiter für die Signalübertragung aufgrund ihrer geringen Richtwirkung nicht ausreichend. Es werden dann Antennen eingesetzt, welche die Freiraumdämpfung durch einen hohen Gewinn kompensieren und als Hornstrahler ausgeführt sind. Der wellenführende Querschnitt wird dabei allmählich aufgeweitet, um die Wirkfläche zu vergrößern und so die Richtwirkung und den Gewinn zu steigern.

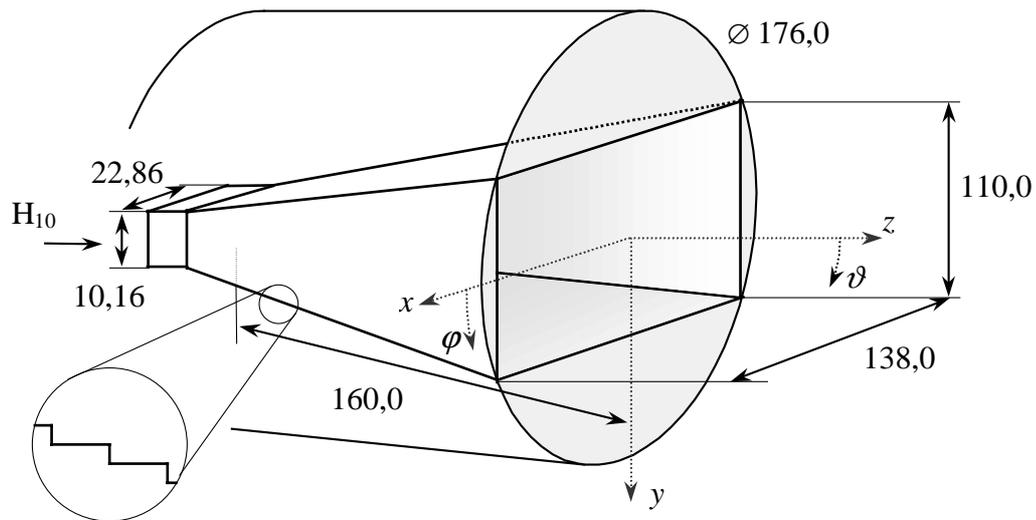


Bild 5.25: Geometrie eines Pyramidenhorns (Angaben in mm)

In Bild 5.25 ist die Geometrie eines Pyramidenhorns gezeigt. Als Speisehohlleiter dient ein R100-Rechteckhohlleiter, dessen Querschnitt über eine Gesamtlänge von 160,0 mm geöffnet wird. Für die Simulation liegt die Apertur des Horns in einem Zylinder mit einem Durchmesser von 176 mm, der in Bild 5.25 ebenfalls dargestellt ist. Das Horn wird zur Analyse mit der Orthogonalreihen-Entwicklung in 60 Hohlleitermodule unterteilt. Der Rundhohlleiter am Ende der Kette, der den Freiraum repräsentiert, ist mit einem um den Faktor 6 größeren Durchmesser gegenüber der längsten Aperturausdehnung angesetzt.

Die Simulationsergebnisse für das kopolare Strahlungsfeld in den beiden Hauptebenen bei 10 GHz sind in Bild 5.26 mit Messwerten verglichen. Das Richtdiagramm zeigt eine deutliche Aufzipfelung, die in der E-Ebene ausgeprägter ist. Im Bereich der Hauptkeule ist eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung zu erkennen. Sowohl die Lage als auch der relative Pegel der lokalen Minima und der Nebenzipfel stimmen überein. Nur der Nebenzipfel bei ca. 70° in der Ebene $\varphi = 90^\circ$ ist bei der Simulation ausgeprägter. Im rückwärtigen Antennenhalbraum ist eine Oszillation der Simulationskurve zu beobachten, auf die später eingegangen wird. Die Messwerte weisen hier einen etwa 5-7 dB höheren Pegel gegenüber den Simulationsergebnissen auf. Eine Übereinstimmung ist nicht zu erwarten, weil der Messaufbau im rückwärtigen Raum deutlich von dem Berechnungsmodell abweicht.

Geringe Abweichungen treten ebenfalls in der H-Ebene bei dem ersten lokalen Minimum bei einem relativen Pegel von -40 dB auf. Für größere Raumwinkel ϑ sind die Messergebnisse unsicher. In diesem Bereich weist das Richtdiagramm extrem kleine Pegel auf, und es ist zu vermuten, dass hier die Dynamik der Messanordnung erreicht ist. Der für die Messung zur Verfügung stehende automatische Netzwerkanalysator weist bei maximaler Ausgangsleistung einen Dynamikbereich von ca. 90 dB auf. Seine Tore sind über zwei HF-Leitungen mit der Sendeantenne - in diesem Fall ein offener

Rechteckhohlleiter - und mit der Empfangsantenne - dem Pyramidenhorn - verbunden. Die Dämpfung der Signalleitungen beträgt bei 10 GHz in Summe ca. 20 dB. Der freie Raum zwischen den beiden Antennen dämpft das gesendete Signal zusätzlich um ca. 55 dB. Der dämpfende Einfluss der Übertragungsstrecke wird durch die Richtwirkung der Antennen teilweise kompensiert. Der Gewinn des Horns beträgt ca. 19,3 dBi, der Gewinn der Sendeantenne beträgt etwa 5,5 dBi. Der Dynamikbereich der vorliegenden Messanordnung kann demnach mit ca. 40 dB abgeschätzt werden. Ein Vergleich mit Bild 5.26 zeigt, dass in der H-Ebene deutlich geringere Pegel zu erwarten sind und somit die Messanordnung in diesem Bereich keine zuverlässigen Ergebnisse liefert. Der Dynamikbereich könnte durch geeignet integrierte Verstärkerkomponenten erhöht werden, um so den Leistungspegel an den Messtoren des Netzwerkanalysators anzuheben. Bei Strahlern, die einen niedrigeren Gewinn besitzen, sind die zu detektierenden Leistungen entsprechend geringer. Im Allgemeinen weisen deren Richtdiagramme jedoch keine ausgeprägten Minima oder derart geringe Pegel auf. Die geschilderte Problematik tritt demnach verstärkt bei Hochgewinnantennen auf, die außer in Hauptstrahlrichtung nur geringe Abstrahlung in andere Raumwinkel aufweisen.

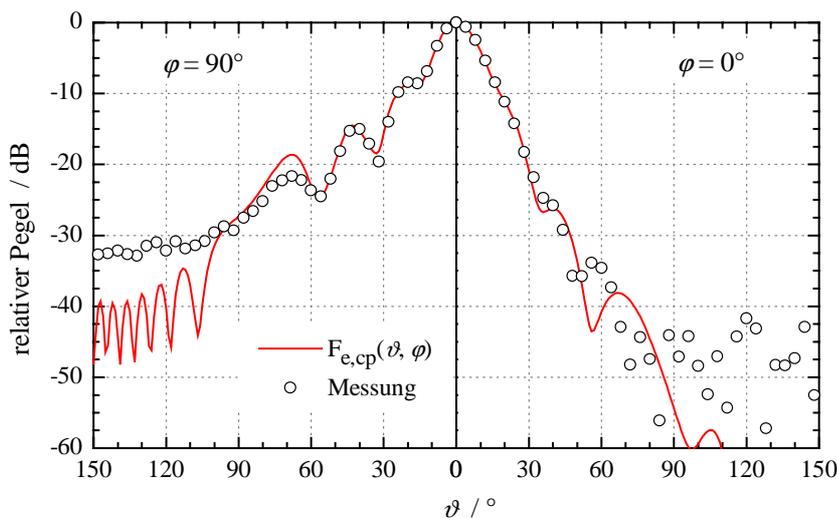


Bild 5.26: Richtdiagramm des Pyramidenhorns aus Bild 5.25 bei 10,0 GHz

Generell sind bei diesem Pyramidenhorn die Abweichungen durch den modellbedingten runden Antennenflansch - mit einem Durchmesser von 176 mm - für wachsende Raumwinkel ϑ zu erklären. Die geringen Unterschiede im Winkelbereich $50^\circ < \vartheta < 70^\circ$ zwischen Simulation und Messung sind hierdurch bedingt. Für eine Beschreibung der kopolaren Richtcharakteristik ist das verwendete Modell dennoch geeignet, weil im Wesentlichen die Form der Hauptkeule und der Gewinn der Antenne und von Interesse sind.

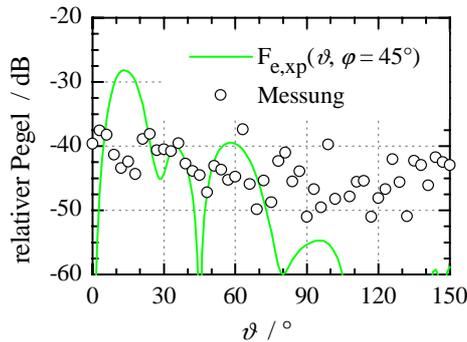


Bild 5.27: Kreuzpolarisation des Pyramidenhorns aus Bild 5.25 in der Ebene $\varphi = 45^\circ$

Der für dieses Horn berechnete Maximalpegel des kreuzpolaren Strahlungsfeldes von ca. 29 dB in der Ebene $\varphi = 45^\circ$ wird durch die Messungen nicht bestätigt, obwohl er innerhalb des Dynamikbereichs liegt. Hier besitzt der im Berechnungsmodell enthaltene runde Antennenflansch entscheidenden Einfluss auf die Simulation und lässt die zu erwartende Kreuzpolarisationsentkopplung stark ansteigen. Die Übertragungsstrecke wird schon bei kleinen Raumwinkeln ϑ durch den recht großen metallischen Zylinder beeinflusst.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Richtdiagramme von Hochgewinnantennen mit rechteckförmiger Aperturöffnung im Bereich der Hauptkeule mit guter Genauigkeit bestimmt werden. Bei der Bestimmung der Kopolarisation für Winkelbereiche $\vartheta > 60^\circ$ und im rückwärtigen Antennenhalbraum führt neben den modellbedingten Fehlern auch die Messanordnung zu Abweichungen. Hier sind dann keine quantitativen, aber dennoch qualitative Aussagen möglich. Durch den geringen, relativen Pegel lassen sich Kreuzpolarisationsuntersuchungen nur eingeschränkt durchführen. Systematische Abweichungen sind durch das Berechnungsmodell bedingt.

Aperturstrahler mit im Vergleich zur Wellenlänge großem, rechteckigem Querschnitt sind stets sehr polarisationsrein. Die Polarisation des zu übertragenen Signals stimmt mit jener der Grundwelle überein und ist durch die Querschnittsgeometrie eindeutig bestimmt. Signale mit orthogonaler Polarisation können nicht gesendet oder empfangen werden. Eine Möglichkeit, die Übertragungsbandbreite zu verdoppeln, bildet die Verwendung zweier orthogonaler Polarisationen. Die Voraussetzung hierfür ist eine ausreichende Kreuzpolarisationsentkopplung der Sende- und Empfangsantennen. Zwangsläufig erfordert die Übertragung orthogonaler Polarisationen eine Symmetrie der Horngeometrie bzgl. der beiden Hauptebenen.

Im folgenden Beispiel soll daher ein konisches Horn betrachtet werden, das durch die in y -Richtung polarisierte Grundwelle eines Rundhohlleiters gespeist wird. Der ebenfalls runde Antennenflansch kann dabei besser durch einen Zylinder als koaxialer Innenleiter für das Bifurkationsmodell angenähert werden als dies bei dem Pyramidenhorn möglich ist. Modellbedingte Abweichungen sind daher im kopolaren Strahlungsfeld nur für sehr große Raumwinkel ϑ und in der Kreuzpolarisationsdämpfung zu erwarten. Das Horn wird von Reiter in [74] vorgestellt. Der Öffnungswinkel beträgt $9,8^\circ$; die endliche Wandstärke des Horns ist mit 10 mm angegeben. Die genauen Abmessungen sind in Bild 5.28 dargestellt. Zur Analyse wird die Struktur in 120 Segmente unterteilt.

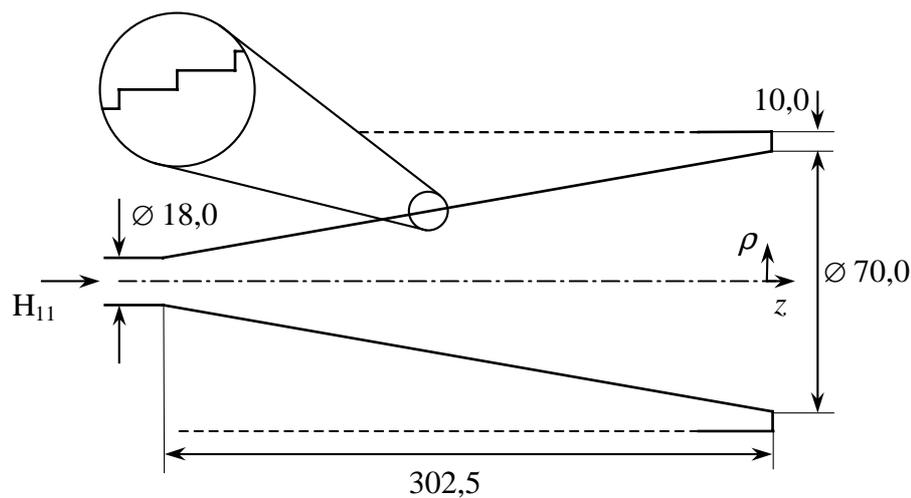


Bild 5.28: Geometrie eines konischen Horns mit kleinem Öffnungswinkel (Angaben in mm)

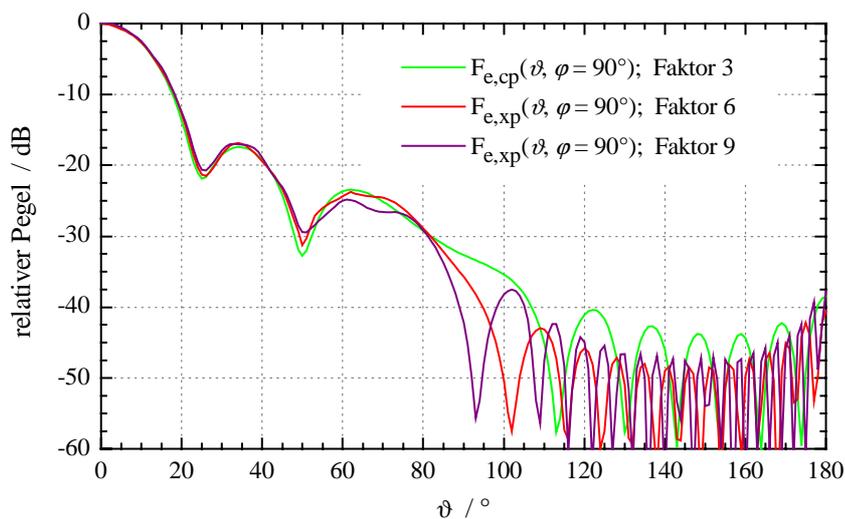


Bild 5.29: Richtdiagramm des konischen Horns aus Bild 5.28 bei 12,5 GHz in der E-Ebene. Der Parameter gibt den Durchmesser des Freiraumhohlleiters im Verhältnis zu dem Durchmesser der Hornöffnung an.

Zunächst soll der Einfluss des Freiraumhohlleiters untersucht werden. Stellvertretend für die Richtcharakteristik ist in Bild 5.29 das Richtdiagramm in der E-Ebene für 12,5 GHz dargestellt. Die Apertur besitzt dann eine Ausdehnung von $2,92 \lambda_0$. Der Durchmesser des Freiraumhohlleiters ist bei der Simulation um den Faktor 3 - bzw. 6 und 9 - größer als der Durchmesser der Hornöffnung. Im vorderen Antennenhalbraum zeigen alle drei Modellvarianten nahezu die gleichen Resultate. Das Strahlungsfeld ist hier wesentlich von der Feldverteilung in der Hornöffnung abhängig, die jeweils richtig nachgebildet wird. Werden der Freiraumhohlleiter und der Außendurchmesser des Koaxialleiters mit dem Faktor 9 angesetzt, so treten bereits leichte numerische Probleme

bei der Bestimmung des Aperturfeldes auf. Die Eigenwellenanalyse des Koaxialleiters und damit die korrekte Berechnung der Streumatrix und des Aperturfeldes wird durch den großen Unterschied zwischen Innen- und Außenleiter aus numerischen Gründen zunehmend unsicher. Dadurch sind die Pegel der lokalen Minima in der Richtcharakteristik um ca. 2 dB größer. Weiterhin zeigt der dritte Nebenzipfel bei ca. 70° einen zu geringen Pegel. Der Unterschied zwischen den Kurven der beiden anderen Berechnungsmodelle ist äußerst gering.

Im rückwärtigen Halbraum treten Oszillationen in allen Kurvenverläufen auf (vgl. auch Bild 5.26). Die Lage der lokalen Maxima und Minima stehen dabei in direktem Zusammenhang mit dem Durchmesser des Freiraumhohlleiters. Das Richtdiagramm im rückwärtigen Bereich wird wesentlich durch die Streufelder in der Aperturebene bestimmt. Beispielhaft ist in Bild 5.30 die y -Komponente des transversalen elektrischen Feldes in der Ebene $\varphi = 0^\circ$ gezeigt. Die Darstellung umfasst dabei den äußeren Bereich der Antenne beginnend bei $\rho = 45$ mm. Der metallische Rand des Freiraumhohlleiters ist jeweils auf der Abszisse gekennzeichnet.

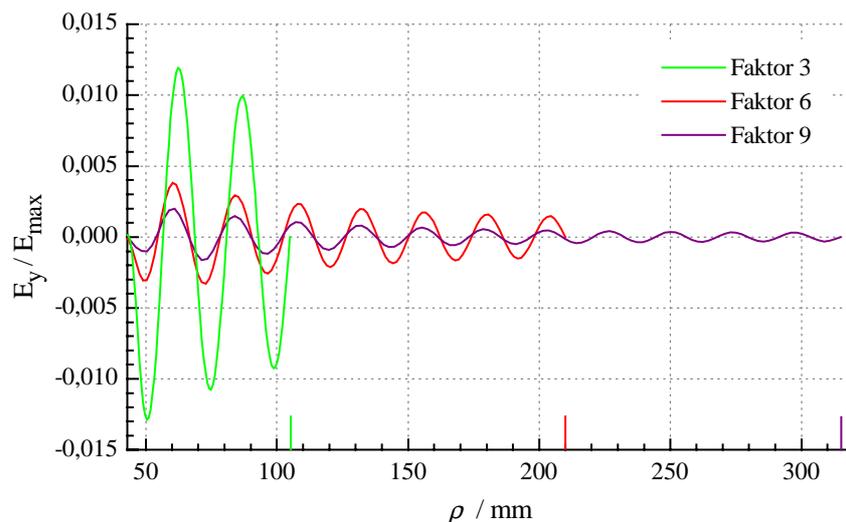


Bild 5.30: y -Komponente der elektrischen Feldstärke in der Aperturebene bei 12,5 GHz. Der Parameter gibt den Durchmesser des Freiraumhohlleiters im Verhältnis zu dem Durchmesser der Hornöffnung an.

Deutlich ist eine mit wachsendem Radius abnehmende Amplitude einer modellbedingten Oszillation der Feldkomponente zu erkennen. Sie wirkt sich auf die Berechnung der Richtdiagramme im Winkelbereich $\vartheta > 90^\circ$ aus. Durch konstruktive und destruktive Interferenz entstehen lokale Maxima und Minima im rückwärtigen Halbraum. Wird der Durchmesser des Freiraumhohlleiters erhöht, nimmt die Anzahl an Nulldurchgängen der Feldkomponente zu; die Amplitude wird jedoch geringer. Das Richtdiagramm weist dann im rückwärtigen Bereich eine höhere Anzahl an lokalen Minima auf. Im Grenzfall eines unendlich großen Freiraumhohlleiters geht der Abstand zweier Minima gegen

Null. Der Pegel der lokalen Maxima bleibt nahezu konstant, so dass die Darstellung in Bild 5.29 die Angabe des Richtdiagramms im rückwärtigen Antennenhalbraum mit guter Näherung als Verbindungslinie der lokalen Maxima erlaubt. Eine weitere Vergrößerung des Freiraumhohlleiters auf den Faktor 12 bestätigt diese Aussage, ist aber nicht mehr sinnvoll, da die Bestimmung der Eigenwellen im Koaxialleiter und die numerische Behandlung der Felder zunehmend ungenauer werden. Die transversale Feldverteilung dieser Anordnung zeigt weiterhin, dass der Freiraumhohlleiter mit Faktor 3 noch kein ausreichendes Abklingen der Feldstärke zum Rand hin zulässt. Insbesondere die hier nicht dargestellte x -Komponenten des magnetischen Feldes ist deutlich größer als 1 % bezogen auf den Maximalwert. Die Pegel der lokalen Maxima im rückwärtigen Halbraum werden infolge dessen zu groß bestimmt. Durch den um den Faktor 6 größeren Freiraumhohlleiter ist ein Abklingen aller Komponenten des Transversalfeldes auf weniger als 1 % sichergestellt. Die Untersuchungen zeigen, dass dies die notwendige Bedingung für den Durchmesser des Hohlleiters darstellt, um die Richtcharakteristik auch im rückwärtigen Antennenhalbraum mit der beschriebenen Näherung bestimmen zu können (vgl. Kapitel 3.2.1).

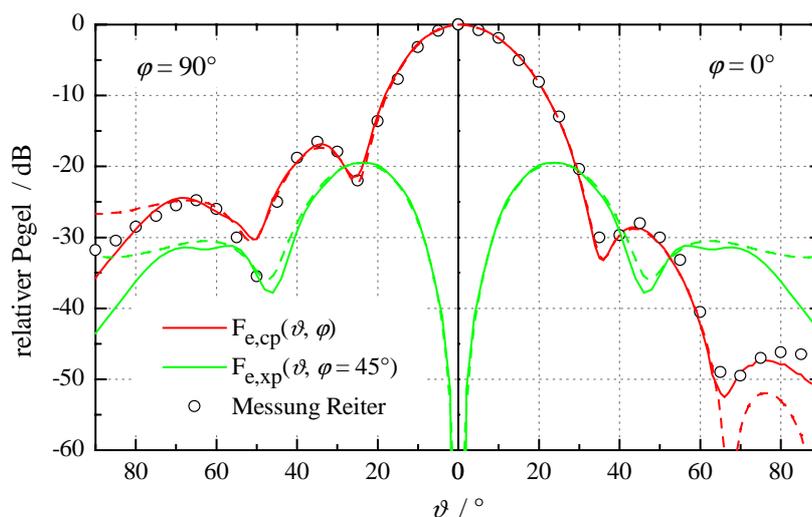


Bild 5.31: Richtdiagramm des konischen Horns aus Bild 5.28 bei 12,5 GHz. Die Ergebnisse des Modells mit einem leitenden Schirm in der Apertur ebene sind gestrichelt gekennzeichnet.

In [74] stehen Messwerte für das kopolare Strahlungsfeld der Antenne bei 12,5 GHz zur Verfügung, welche für einen bewertenden Vergleich mit den Ergebnissen des Bifurkationsmodells in Bild 5.31 dienen können. Messwerte für die kreuzpolare Komponente sind nicht angegeben. Die Ergebnisse des Berechnungsmodells, welches einen leitenden Schirm in der Apertur ebene vorsieht, sind ebenfalls dargestellt und gestrichelt gekennzeichnet.

Die Simulationsergebnisse können durch die Messwerte im gesamten vorderen Halbraum bestätigt werden. Sowohl die Lage als auch die relativen Pegel der lokalen Minima und der Nebenzipfel stimmen überein. Geringe Abweichungen treten lediglich im Bereich des zweiten lokalen Minimums der E-Ebene und für Raumwinkel $\vartheta > 80^\circ$ auf. Offensichtlich ist der Einfluss des modellbedingten Zylinders, in den das Horn eingebettet ist, deutlich geringer als bei dem Pyramidenhorn. Das Diagramm in der E-Ebene besitzt einen ausgeprägten Nebenzipfel mit einem Pegel von ca. -17 dB bei $\vartheta = 35^\circ$, während der Pegel des ersten Nebenmaximums in der H-Ebene kleiner als -28 dB ist. Die maximale Kreuzpolarisationskopplung, die in der dargestellten Ebene $\varphi = 45^\circ$ auftritt, beträgt ca. $-19,5$ dB bezogen auf den Pegel des kopolaren Fernfeldes in Hauptstrahlrichtung.

Bild 5.31 zeigt ebenfalls, dass die Simulationsergebnisse ohne und mit leitendem Schirm in der Aperturebene weitgehend übereinstimmen. Erst für Winkel $\vartheta > 70^\circ$ ist eine Differenz zu erkennen. Aufgrund der im Vergleich zur Wellenlänge großen Apertur der Antenne sind die Streufelder klein und die Strahlungseigenschaften im Wesentlichen durch das Feld in der Hornöffnung bestimmt. Die hier auftretenden Reflexionen sind sehr gering, was sich in einer sehr hohen Eingangsreflexionsdämpfung der Antenne von $35,5$ dB widerspiegelt.

5.3.2 Erreger für Reflektorantennen

Ende der 70er Jahre wurden verschiedene grundlegende Studien und Untersuchungen bezüglich der Speisung von Parabolantennen für das Boden- sowie für das Raumsegment durchgeführt [37]. Diese Antennen benötigen Speiseelemente mit hoher Reflexionsdämpfung, symmetrische Strahlungsdiagramme und eine hohe Polarisationsreinheit, um die Effizienz der Gesamtanordnung zu steigern, hohe Kreuzpolarisationsdämpfungen zu erzielen und die Überstrahlung des Reflektors zu minimieren. Das wichtigste Kriterium für eine rotationssymmetrische Richtcharakteristik ist die Diagrammgleichheit in den beiden Hauptebenen, die sich bei herkömmlichen Strahlern meist stark unterscheiden. Für eine ausreichende Polarisationsreinheit sollte die maximale kreuzpolare Kopplung nicht über -25 dB bis -30 dB bezogen auf den kopolaren Pegel der Hauptstrahlrichtung anwachsen.

Die Richtdiagramme in den beiden Hauptebenen sind bei dem zuvor beschriebenen konischen Horn aus Bild 5.28 sehr unterschiedlich. Insbesondere weist die Charakteristik in der E-Ebene einen relativ hohen Nebenzipfel auf. Die Kreuzpolarisationsentkopplung in der Ebene $\varphi = 45^\circ$ ist nicht besser als 20 dB bezogen auf das Maximum des kopolaren Feldes. Dies hängt mit der großen Aperturöffnung von $2,92 \lambda_0$ in Verbindung mit der unsymmetrischen Aperturbelegung zusammen, wie sie durch die dominierende Grundwelle des runden Querschnitts hervorgerufen wird. Bei großen Strahlungsöffnungen ist eine hohe Dämpfung kreuzpolarer Feldanteile nur zu erzielen, wenn das elektrische (und das magnetische) Transversalfeld eine einzige Komponente aufweist.

Durch die gezielte Anregung einer höheren Eigenwelle kann der Pegel des Nebenzipfels in der E-Ebene verringert werden, wodurch zusätzlich eine weitgehend rotations-symmetrische Hauptkeule mit geringerer Kreuzpolarisation resultiert. Überlagert sich in der Apertur zur H_{11} - die E_{11} -Welle mit richtiger Amplitude und Phase, so kann der erste Nebenzipfel in der E-Ebene sogar vollständig kompensiert werden. Das Richtdiagramm in der H-Ebene bleibt davon unbeeinflusst, weil die E_{11} -Welle keinen Beitrag zum Strahlungsfeld in dieser Ebene liefert. Das Prinzip dieser Anwendung basiert auf Potter und den nach ihm benannten Hornstrahlern [73]. Dieses Vorgehen ist in der Praxis üblich, bildet allerdings eine recht frequenzselektive Methode, welche die Bandbreite des Strahlers auf wenige Prozent begrenzt. Die Anregung der höheren Wellentypen erfolgt im Horn durch Querschnittssprünge, abschnittsweise Änderung des Öffnungswinkels, Stifte oder Blenden.

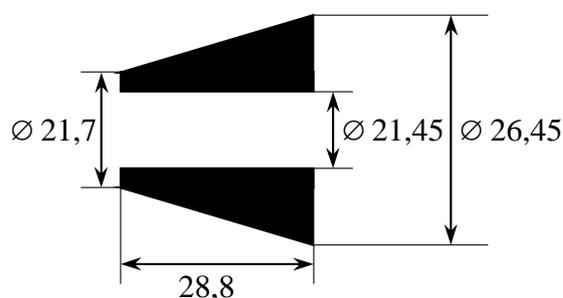


Bild 5.32: Geometrie eines Metalleinsatzes zur Erhöhung der Kreuzpolarisations-entkopplung (Angaben in mm)

Bei dem konischen Horn kann die Anregung der zusätzlich notwendigen E-Welle mit Hilfe einer abrupten Querschnittsänderung erfolgen. Der in Bild 5.32 gezeigte Metalleinsatz wird dazu in die Antenne eingeschoben und am Anfang des Hornhalses positioniert, wodurch das Amplitudenverhältnis eingestellt wird. Die Grundwelle regt in der Sprungebene die Eigenwellen im Verhältnis $H_{11}:E_{11} \cong 1:0,3$ an.

Über die restliche Laufstrecke des Hornhalses wird die gleichphasige Beziehung der beiden Moden in der Apertur sichergestellt.

Das resultierende elektrische Transversalfeld der Hornöffnung besteht aus linear polarisierten Feldkomponenten, welche bei der vorliegenden Antenne vorwiegend in y -Richtung orientiert sind. Die Komponenten des elektrischen Feldes in der Aperturebene sind in Bild 5.33 für 15,1 GHz dargestellt. In der Ebene $\varphi = 45^\circ$ wird der Betrag der x -Komponente maximal, ist aber um den Faktor 10 geringer als der Maximalbetrag in der Aperturmitte. Allein die x -Komponente verursacht bei dieser Anordnung eine kreuzpolare Kopplung im Fernfeld. Die Feldverteilung ähnelt dem Feldbild der HE_{11} -Welle in konischen Rillenhörnern [24]. Sie ist optimal zur Erzeugung eines kreuzpolarisationsarmen Strahlungsfeldes; und zwar unabhängig von der Antennengeometrie, solange die Aperturabmessung im Vergleich zur Wellenlänge groß ist (ca. $2\sqrt{(a^2+b^2)} > 2...3\lambda_0$). Der Aperturdurchmesser des vorliegenden konischen Horns beträgt $3,52\lambda_0$ bei 15,1 GHz.

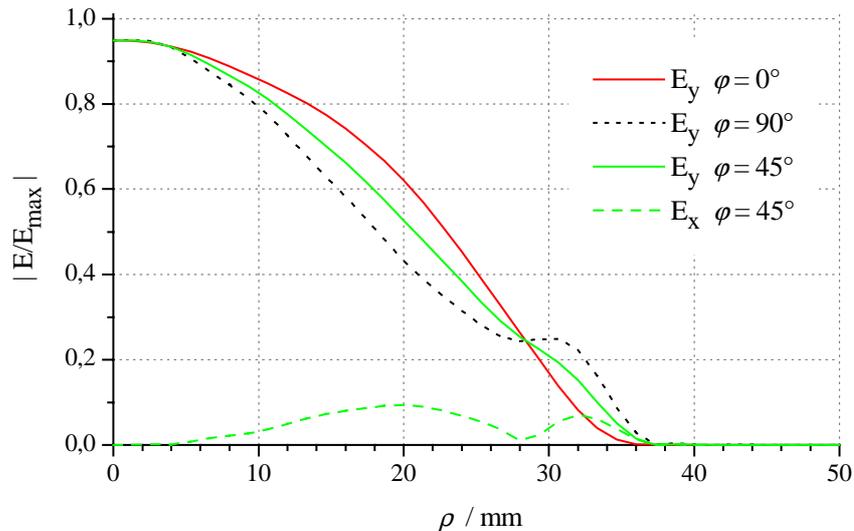


Bild 5.33: Transversale elektrische Feldverteilung in der Aperturebene des konischen Zwei-Moden-Horns bei $f = 15,1$ GHz. Die E_x -Komponente in den Ebenen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$ ist identisch Null.

In Bild 5.34 sind die berechneten Richtdiagramme der beiden Hauptebenen und die Kreuzpolarisationsentkopplung in der Ebene $\varphi = 45^\circ$ bei der Frequenz 15,1 GHz dargestellt. Sie werden mit den ebenfalls von Reiter in [75] angegebenen Messwerten verglichen.

Die berechneten Werte stimmen wieder gut mit den Messdaten überein. In der E-Ebene treten Abweichungen im Bereich des ersten lokalen Minimums auf, welches nicht derart ausgeprägt simuliert wird. Allerdings ist der genaue Ort des Metalleinsatzes bei der Messung nicht bekannt. Schon kleinste Störungen verursachen Fehler in der relativen Phase der Moden, so dass sich die H_{11} - und die E_{11} -Welle zum Strahlungsfeld anders überlagern. Aber auch die Annäherung des konischen Verlaufes durch einzelne Segmente kann zu derartigen Fehlern führen. Die Ergebnisse der Kreuzpolarisationsentkopplung nähern die Messwerte gut an, wenngleich der Maximalpegel zu hoch ist. Hier wirken sich erneut modellbedingte Abweichungen aus, weil der konische Außenmantel des realen Objektes nicht nachgebildet werden kann.

Die Hauptkeule dieser Antenne erscheint im Winkelbereich $\vartheta < 25^\circ$ nahezu rotations-symmetrisch. Der erste Nebenzipfel in der E-Ebene wird durch den Metalleinsatz fast vollständig kompensiert, ohne das Diagramm in der H-Ebene wesentlich zu stören. Durch die Rotationssymmetrie der Hauptkeule wird gleichzeitig das Maximum der Kreuzpolarisationskopplung gegenüber dem Modell ohne Metalleinsatz um fast 10 dB verringert. Die Eingangsreflexionsdämpfung der Antenne beträgt bei 15,1 GHz weniger als 28 dB, und der 12 dB-Öffnungswinkel kann aus Bild 5.34 zu ca. 39° abgelesen werden.

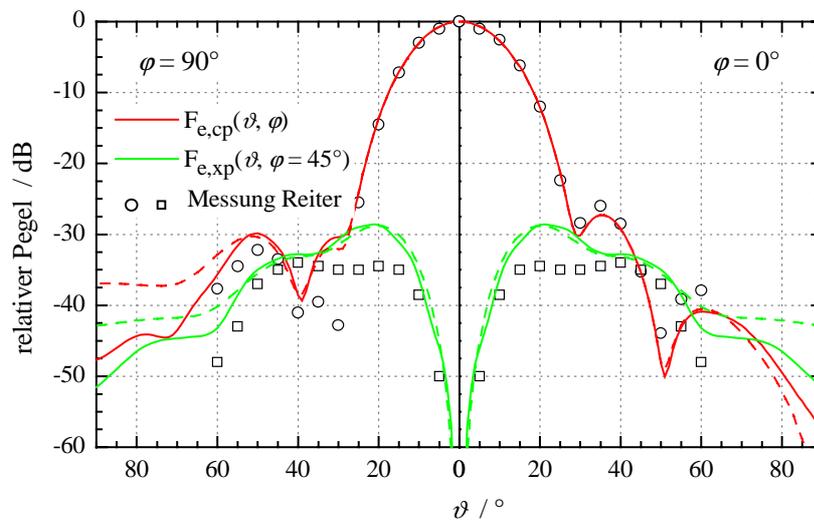


Bild 5.34: Richtdiagramm des konischen Horns mit Metalleinsatz bei 15,1 GHz. Die Ergebnisse des Modells mit einem leitenden Schirm in der Aperturebene sind gestrichelt gekennzeichnet.

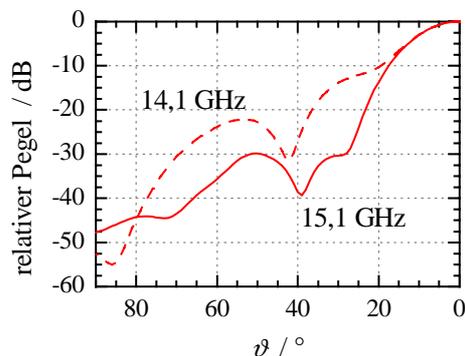


Bild 5.35: Richtdiagramm in der E-Ebene für 15,1 GHz und 14,1 GHz (gestrichelt)

Der Metalleinsatz wirkt allerdings frequenzselektiv. In Bild 5.35 sind die berechneten Richtdiagramme der E-Ebene für 14,1 GHz und 15,1 GHz gegenübergestellt. Der richtige Phasenbezug zwischen den beteiligten Eigenwellen ist nur für die größere Frequenz gegeben. Das Diagramm wird bei veränderter Frequenz deutlich verformt. Die Rotationssymmetrie der Charakteristik geht verloren, und es entsteht ein Nebenzipfel mit hohem Pegel. Die Eingangsdämpfung des Horns verringert sich auf 23,6 dB

Eine weitere Möglichkeit zur Erzeugung einer rotationssymmetrischen Richtcharakteristik, diesmal unter Bereitstellung einer großen Bandbreite, wird von Desvilles in [28] durch ein kurzes und damit kompaktes, konisches Horn mit zwei coaxialen Rillen im konischen Mantel realisiert. Der Aperturdurchmesser ist mit $1,85 \lambda_0$ bei 10 GHz deutlich kleiner als bei dem konischen Horn des vorangegangenen Beispiels.

Die coaxialen Rillen im konischen Teil der Antenne dienen dazu, ähnlich dem Ansatz bei Rillenhörnern mit radialen Rillen in [24], eine Welle mit hybridem Charakter durch die veränderten Randbedingungen an der anisotropen Wand zu erzeugen. Die Quellen des Strahlungsfeldes werden wieder aus dem transversalen Feld einer HE_{11} -Welle mit den bereits bekannten Strahlungseigenschaften gebildet. Empirische Untersuchungen

zeigen, dass offene Rundhohlleiter mit im Flansch eingelassenen, coaxialen Rillen eine rotationssymmetrische Strahlungscharakteristik und damit hohe Kreuzpolarisationsdämpfungen zur Verfügung stellen können [36]. Bei der vorliegenden Hornantenne wird der konische Mantel durch die Rillen unterbrochen, wodurch die Frequenzselektivität weniger ausgeprägt ist und der Einsatzbereich der Antenne das gesamte X-Band (8 – 12 GHz) überstreicht.

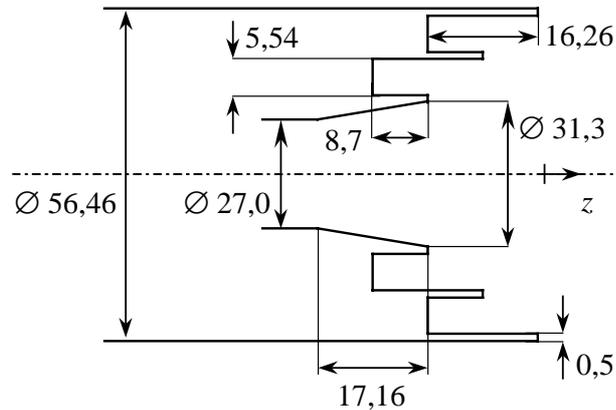


Bild 5.36: Geometrie eines konischen Horns mit axialen Rillen (Angaben in mm)

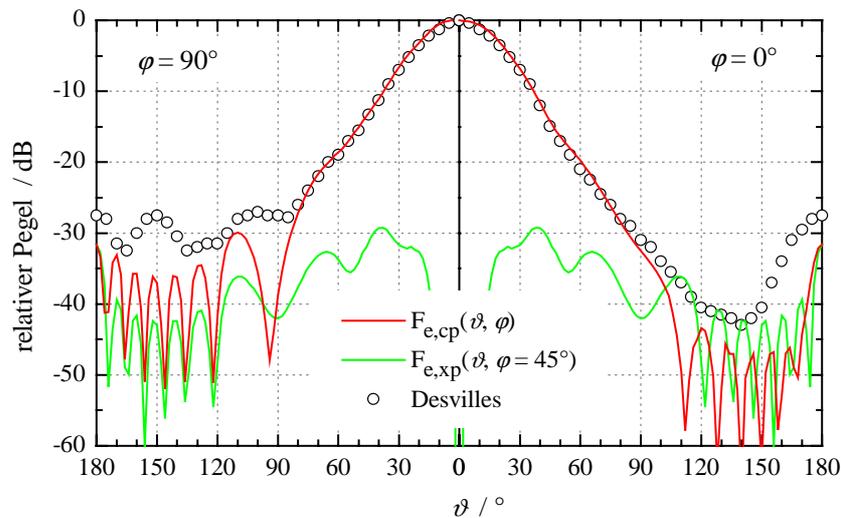


Bild 5.37: Richtdiagramm des konischen Horns mit axialen Rillen aus Bild 5.36 bei 10,0 GHz

Die Richtdiagramme der beiden Hauptebenen bei 10,0 GHz sind bis zu Raumwinkeln $\vartheta < 80^\circ$ nahezu identisch (vgl. Bild 5.37) und stimmen mit den in [28] angegebenen Simulationsergebnissen überein. Neben der Hauptkeule treten keine weiteren (Neben-) Maxima auf. Im rückwärtigen Halbraum ist ebenfalls eine recht gute Approximation durch das Simulationsmodell vorhanden, wenn die lokalen Maxima zu einer Ausgleichskurve verbunden werden. Auch die berechnete Eingangsreflexionsdämpfung von 28,6 dB kann mit dem in der genannten Literaturquelle angegebenen Wert von

ca. 28 dB bestätigt werden. Geringe Abweichungen zeigen sich erneut bei der Bestimmung des kreuzpolaren Anteils im Strahlungsfeld. In [28] ist die maximale Kreuzpolarisationskopplung bei 10,0 GHz mit -32 dB bezogen auf die maximale kopolare Fernfeldkomponente angegeben, mit dem Bifurkationsmodell wird dieser Wert zu $-29,5$ dB bestimmt. Die Abweichung könnten wieder auf modellbedingten Unterschiede zurückzuführen sein: In [28] wird ein konischer Zylinder als Außenmantel der Antenne angenommen, bei dem Bifurkationsmodell liegt das Horn in einem Zylinder mit konstantem Durchmesser von 56,46 mm.

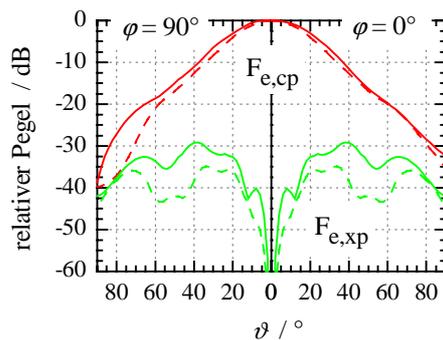


Bild 5.38: Fernfelddiagramme bei 10,0 GHz und bei 12,0 GHz (gestrichelt)

Eine Erhöhung der Frequenz auf 12,0 GHz wirkt sich positiv auf die Kreuzpolarisationsentkopplung aus, ohne die Diagrammsymmetrie im Bereich $\vartheta < 60^\circ$ zu beeinflussen (vgl. Bild 5.38). Für größere Raumwinkel ist die Frequenzabhängigkeit der Anregung höherer Wellen bemerkbar. Der Eingangsreflexionsfaktor beträgt bei 12,0 GHz ca. $-29,0$ dB, welches die breitbandige Einsatzmöglichkeit dieses Strahlers verdeutlicht.

Die vorgestellte Antenne stellt einen Strahler dar, der über einen sehr breiten Frequenzbereich eine nahezu rotationssymmetrische Richtcharakteristik mit hoher Kreuzpolarisationsdämpfung bei geringer Eingangsreflexionsdämpfung erzeugt. Allerdings erfordert die Fertigung einen sehr hohen Aufwand. Die axialen Rillen, die im Öffnungsbereich eine Materialstärke von nur 0,5 mm aufweisen, müssen äußerst präzise gefräst werden. Es ist zudem günstiger, keine allmähliche Öffnung des Hornhalses anzustreben, sondern die Antenne durch wenige, stückweise homogene Leitungssegmente zu formen. Rechteckige oder quadratische Segmente erfordern dabei zwei separat gefertigte Teilstücke, die geeignet zusammengefügt werden. Für diese Art von Strahlern soll im Folgenden ein weiteres Beispiel betrachtet werden.

Bild 5.39 zeigt den Aufbau eines Mehrmodenhorns für das X-Band aus Modulen mit quadratischem Querschnitt, wie es von Wolff in [98] vorgestellt wird. Der Strahler wird mit der Grundwelle in einem quadratischen Hohlleiter mit einer Kantenlänge von 20,0 mm angeregt. Zur Erzeugung einer rotationssymmetrischen Charakteristik ist bei quadratischen Aperturen dem H_{10} -Grundmode die höhere E_{12} -Welle amplituden- und phasenrichtig zu überlagern. Durch die sprungförmige Querschnittsänderung wird diese Eigenwelle und mit deutlich geringerer Amplitude auch die H_{12} -Welle angeregt, die beide im letzten Segment ausbreitungsfähig sind. Die Anpassung des relativen Phasenbezugs zwischen der H_{10} - und der E_{12} -Welle erfolgt mit einem langen Hohlleitersegment, welches gleichzeitig die Apertur der Antenne bildet. Bei einer Frequenz von

10,8 GHz beträgt die Kantenlänge der Apertur $1,33 \lambda_0$. Sie ist jedoch nicht die größte Querausdehnung des Strahlers, die im vorderen Antennenbereich 42,0 mm beträgt.

Eine konkrete Aussage über das Amplitudenverhältnis der angeregten Eigenwellen lässt sich bei diesem Strahler nicht angeben, da mehrere abrupte Querschnittsänderungen auftreten, die durch Mehrfachreflexionen der Moden miteinander in Wechselwirkung treten.

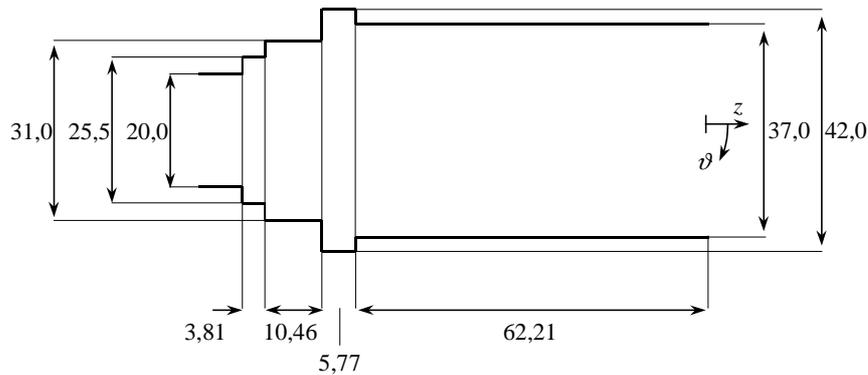


Bild 5.39: Geometrie einer Hornantenne aus Segmenten mit quadratischem Querschnitt (Angaben in mm)

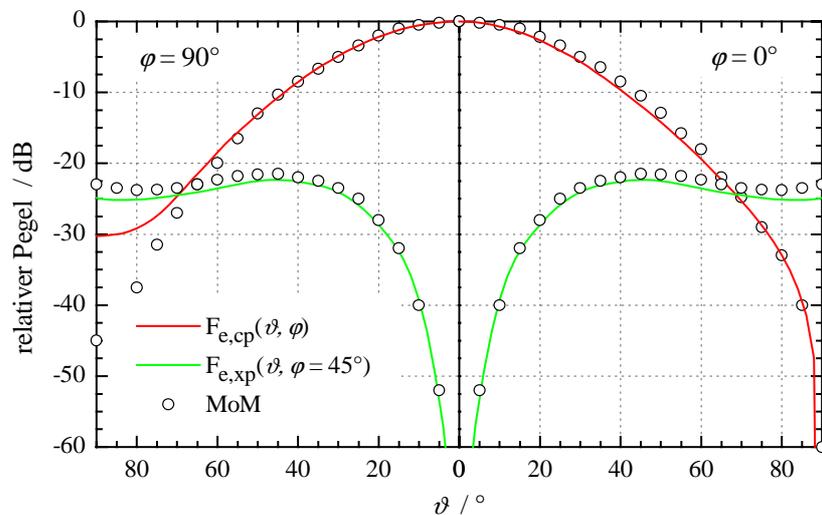


Bild 5.40: Richtdiagramm der Hornantenne aus Bild 5.39 bei 10,8 GHz

In Bild 5.40 sind die berechneten Richtdiagramme dargestellt und werden mit den in [98] auf Basis der MoM bestimmten Ergebnisse für 10,8 GHz verglichen. Bei beiden Modellen befindet sich die Apertur des Strahlers in einer elektrisch leitenden Ebene, so dass ausschließlich Raumwinkel $\vartheta < 90^\circ$ berücksichtigt sind. Beide Verfahren liefern nahezu identische Resultate sowohl für die Ko- als auch für die Kreuzpolarisation. Erst für große Raumwinkel in der Ebene $\varphi = 90^\circ$ sind Unterschiede erkennbar. Dieser

Bereich ist allerdings unkritisch, da die Berechnungsmodelle mit einem leitenden Schirm einen realen Strahler mit endlicher Wandstärke nur für $\vartheta < 70^\circ$ approximieren können. In diesem Bereich ist auch die Diagrammsymmetrie sichergestellt. Die relativen Pegel des kopolaren Richtdiagramms nehmen mit wachsendem Raumwinkel kontinuierlich ab. In der H-Ebene geht der Pegel für $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ gegen Null: Der für die Kopolarisation verantwortliche elektrische Feldvektor liegt hier tangential zur elektrischen leitenden Ebene und muss aufgrund der Randbedingung verschwinden. In der E-Ebene wird ein endlicher Pegel des Richtdiagramms erreicht. Der elektrische Feldvektor steht hier senkrecht auf der metallischen Wand.

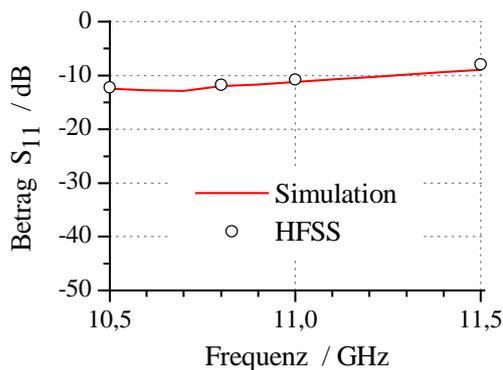


Bild 5.41: Betrag des Eingangsreflexionsfaktors der Hornantenne aus Bild 5.39

Der entscheidende Nachteil dieses Strahlers ist sein sehr hoher Eingangsreflexionsfaktor, der in Bild 5.41 im Bereich 10,5 -11,5 GHz mit HFSS-Ergebnissen verglichen wird. Er ist mit ca. -10dB deutlich zu groß, um einen effektiven Einsatz der Antenne zu gewährleisten.

Es soll daher im Folgenden eine optimierte, neuartige Hornantenne auf der Basis dieses Strahlers entworfen und für 10,8 GHz dimensioniert werden.

Neben der Rotationssymmetrie der Richtcharakteristik ist auf eine wesentliche Verbesserung des Eingangsreflexionsfaktors und eine geringe Kreuzpolarisationskopplung zu achten. Das Speisesystem, das aus einem quadratischen Hohlleiter mit 20,0 mm Kantenlänge besteht, und die Aperturabmessungen des Strahlers von $1,33 \lambda_0$ werden nicht verändert, um später einen direkten Vergleich zu ermöglichen. Zur Gewährleistung der Übertragung orthogonaler Polarisierungen müssen die Segmente wiederum eine Symmetrie bzgl. der beiden Hauptebenen aufweisen. Für das Design bieten sich quadratische Querschnitte mit verrundeten Ecken an, die in axialer Frästechnik sehr genau gefertigt werden können. Die Fehlerfunktion des Optimierungsprozesses wird aus der Pegeldifferenz der Richtdiagramme in den beiden Hauptebenen für $\vartheta < 70^\circ$ und dem Betrag des Eingangsreflexionsfaktors gebildet. Bild 5.42 zeigt die unter diesen Gesichtspunkten optimierte Struktur, für die insgesamt 800 Optimierungsschritte durchgeführt wurden.

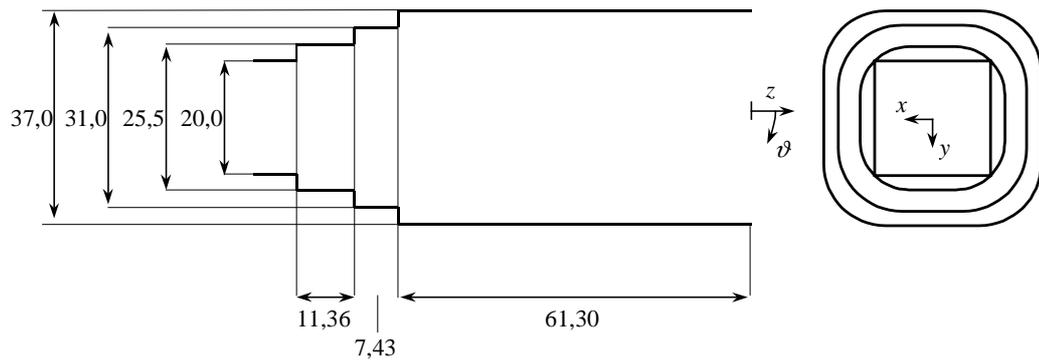


Bild 5.42: Geometrie einer Hornantenne aus quadratischen Segmenten mit verrundeten Ecken (Angaben in mm)

Sie besteht aus drei quadratischen Hohlleitersegmenten mit verrundeten Ecken. Gegenüber dem Strahler aus Bild 5.39 ist demnach ein Segment eingespart. Außerdem treten an den Sprungstellen der Segmente keine überlappenden Sprünge auf. Die Antenne kann damit aus einem einzigen Werkstück gefertigt werden. Der Verrundungsradius von 8 mm ist bei allen Modulen identisch, was die Fertigung mit einem einzigen Werkzeug erlaubt. Die abrupten Sprünge in Verbindung mit entsprechenden Querschnittsänderungen regen im Hornhals neben der H_{cu1} -Grundwelle die höhere E_{su1} -Eigenwelle an. Sie entspricht im ideal quadratischen Querschnitt der E_{12} -Welle (s.o.) und wird zur Erzeugung der Diagrammsymmetrie, speziell für die Formung des Richtdiagramms in der E-Ebene, unbedingt benötigt. Die dem H_{12} -Mode entsprechende H_{cu3} -Welle ist in dem langen Segment nicht ausbreitungsfähig und beeinflusst daher die Aperturfeldverteilung nicht.

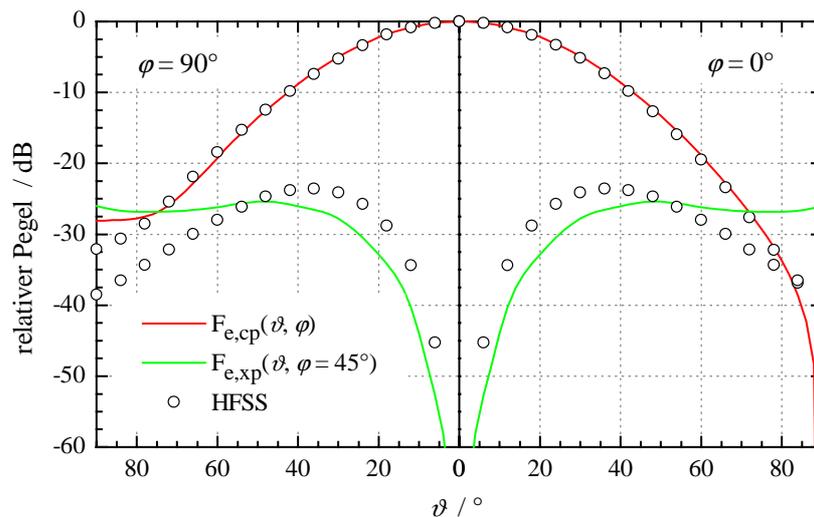


Bild 5.43: Richtdiagramm der Hornantenne aus Bild 5.42 bei 10,8 GHz

Die Richtdiagramme in den Hauptebenen sind identisch für $\vartheta < 70^\circ$ und sind gegenüber dem Horn mit ideal quadratischen Segmenten kaum verändert. Sie können mit Ergebnissen des HFSS bestätigt werden, wobei geringe Abweichungen bei großen Raumwinkeln auftreten. Diese sind auf Modellunterschiede zurückzuführen, weil eine unendlich ausgedehnte, leitende Ebene bei dem HFSS nicht berücksichtigt werden kann und daher eine endliche Platte modelliert wird. Dieser systematische Unterschied spiegelt sich auch in dem Vergleich des kreuzpolaren Strahlungsfeldes wieder. Die Abweichung des relativen Pegels zwischen beiden Verfahren wird bei $\vartheta = 21^\circ$ maximal und beträgt ca. 5 dB. Der Vergleich für große Raumwinkel ist aufgrund der Modellunterschiede nicht sinnvoll. Es ist offensichtlich, dass ein endlicher Schirm größtenteils Auswirkungen auf die Bestimmung des kreuzpolaren Strahlungsfeldes besitzt, das kopolare Fernfeld hiervon jedoch weitgehend unabhängig ist.

In Bild 5.44 sind darüber hinaus die Richtdiagramme in verschiedenen Schnittebenen φ dargestellt. Für $\vartheta = 60^\circ$ ist der maximale Unterschied der relativen Pegel kleiner als 3 dB.

Das Maximum der Kreuzpolarisationskopplung liegt bei ca. $-26,3$ dB bezogen auf das Maximum des kopolaren Strahlungsfeldes in Hauptstrahlrichtung und ist um ca. 5 dB gegenüber dem Strahler mit unverrundeten Ecken verbessert.

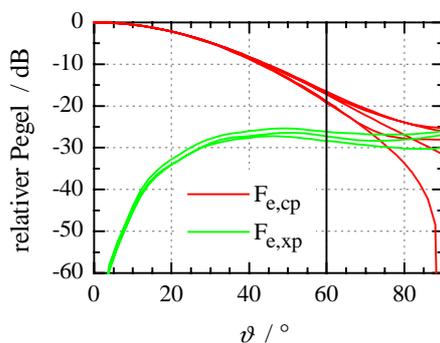


Bild 5.44: Richtdiagramme der Hornantenne aus Bild 5.42 bei 10,8 GHz in den Ebenen $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ und 90°

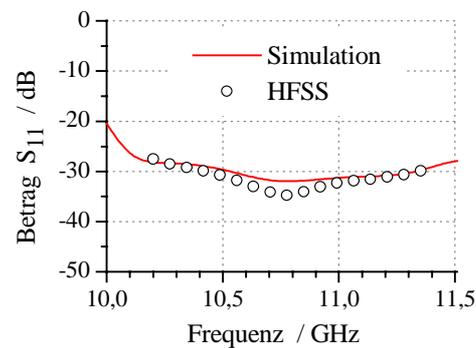


Bild 5.45: Betrag des Eingangsreflexionsfaktors der Hornantenne aus Bild 5.42

Der Betrag des Eingangsreflexionsfaktors bleibt im Bereich zwischen 10,54 GHz-11,33 GHz kleiner als -30 dB und ist mit $-31,9$ dB bei 10,8 GHz gegenüber dem Strahler mit ideal quadratischen Segmenten sehr deutlich verringert (vgl. Bild 5.45). Die sprungförmigen Querschnittsabmessungen im vorderen Antennenbereich dienen demnach nicht nur der Anregung einer höheren Eigenwelle zur Erzeugung der Diagrammsymmetrie sondern auch der Anpassung an den Speisehohlleiter.

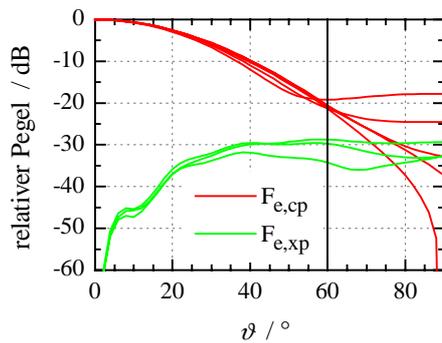


Bild 5.46: Richtdiagramme der Hornantenne aus Bild 5.42 bei 11,5 GHz in den Ebenen $\varphi = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ und 90°

Die breitbandige Einsatzmöglichkeit dieses Strahlers wird durch die Richtdiagramme bei 11,5 GHz in Bild 5.46 unterstrichen. Bei dieser Frequenz liegt nach wie vor eine rotationssymmetrische Charakteristik für $\vartheta < 60^\circ$ vor, wenngleich der relative Pegel für große Raumwinkel mit mehr als -20 dB recht groß ist. Die maximale Kreuzpolarisationskopplung ist gegenüber der Bandmitte nochmals reduziert und bleibt für alle Raumwinkel unter -29,5 dB. Bei weiterer Erhöhung der Frequenz geht die Diagrammsymmetrie verloren.

Der Gewinn dieser Antenne beträgt 12,5 dBi bei 10,8 GHz. Er kann gesteigert werden, wenn der Querschnitt des letzten Antennensegmentes allmählich, d.h. mit kleinem Öffnungswinkel aufgeweitet wird. Dies bewirkt gleichzeitig eine schmalere Hauptkeule.

Der vorliegende Entwurf vereint damit eine relativ kleine Aperturabmessung von $1,33 \lambda_0$ mit einer rotationssymmetrischen Richtcharakteristik und einer sehr hohen Eingangsreflexionsdämpfung. Neben der Möglichkeit einer einfachen Fertigung kann die Apertur dieses Strahlers zugleich als größte Querausdehnung angesehen werden, was eine hohe Packungsdichte gewährleistet und damit den Einsatz dieses Strahlers in Gruppenantennen ermöglicht. Ein quadratischer Querschnitt mit verrundeten Ecken wird nochmals in Kapitel 5.4.2 betrachtet. Hier wird sich zeigen, dass diese Geometrie ausgezeichnet geeignet ist, ein sehr kreuzpolarisationsarmes Strahlungsfeld zu erzeugen. Dies hat sich im vorliegenden Kapitel bereits angedeutet.

Das Design des vorliegenden Hornstrahlers kann über eine Geometrieskalierung in andere Frequenzbereiche übertragen werden. Eine Änderung des Verrundungsradius ist nach wenigen Berechnungsschritten ausgeglichen, weil über die Skalierung günstige Startwerte für die Optimierung vorliegen. Tabelle 5.6 zeigt die geometrischen Abmessungen des vorliegenden Strahlers für das K-Band bei 20 GHz und für das K_a-Band bei 30 GHz. Die Fernfelddiagramme sind nahezu identisch mit denen des Strahlers für das X-Band. Der Betrag der Eingangsreflexionsfaktoren bleibt kleiner als -31 dB.

Tabelle 5.6: Geometrie des Hornstrahlers aus Bild 5.42 für verschiedene Frequenzbänder

	X-Band bei 10,8 GHz	K-Band bei 20,0 GHz	K _a -Band bei 30,0 GHz
Speisehohlleiter	a = b = 20,0 mm	a = b = 10,8 mm	a = b = 7,2 mm
1. Segment	a = b = 25,5 mm c = 8 mm l = 11,36 mm	a = b = 13,77 mm c = 4,5 mm l = 6,14 mm	a = b = 9,18 mm c = 2,9 mm l = 4,10 mm
2. Segment	a = b = 31,0 mm c = 8 mm l = 7,43 mm	a = b = 16,74 mm c = 4,5 mm l = 4,01 mm	a = b = 11,16 mm c = 2,9 mm l = 2,68 mm
3. Segment	a = b = 37,0 mm c = 8 mm l = 61,30 mm	a = b = 19,98 mm c = 4,5 mm l = 33,10 mm	a = b = 13,32 mm c = 2,9 mm l = 22,08 mm

In diesem Kapitel wurde durch eine Vielzahl an Simulationen für z.T. sehr unterschiedliche Antennenstrukturen die Flexibilität des hier gewählten Ansatzes aufgezeigt. Für alle Modelle konnte eine sehr gute Übereinstimmung mit Referenzdaten gefunden werden, bei denen sehr verschiedene Querschnittsgeometrien zum Einsatz kommen. Darüber hinaus wurde durch die Verwendung von neuartigen Querschnitten der Entwurf eines Hornstrahlers vorgestellt, dessen Struktur einen kompakten Aufbau besitzt und sehr leicht gefertigt werden kann.

Der entscheidende Vorteil des in diesem Kapitel verifizierten Berechnungsansatzes der Abstrahlung in einen Rundhohlleiter mit dem einfachen Sprung- oder dem Bifurkationsmodell liegt - neben der Berechnungsgeschwindigkeit - vor allem in der Möglichkeit, beliebige Hohlleiterquerschnitte zu berücksichtigen. Es ist zusätzlich eine automatische Optimierung der Strukturen möglich, mit der bestimmte Eigenschaften der Antenne stärker gewichtet werden können als andere. Allerdings weist das Berechnungsverfahren Grenzen auf, welche im nächsten Abschnitt diskutiert werden sollen.

5.3.3 Grenzen des Verfahrens

An dem im vorigen Abschnitt gezeigten Beispiel des Pyramidenhorns sind die modellbedingten Grenzen des gewählten Ansatzes deutlich zu erkennen. Aufgrund der Forderung, dass sich der zu untersuchende Strahler entweder in einem metallischen Zylinder oder in einer elektrisch leitenden Ebene befindet, kann das Modell einen realen Strahler mit z.B. rechteckigem Aperturquerschnitt nur bedingt annähern. Die Simulationsergebnisse für den Reflexionsfaktor und das kopolare Strahlungsfeld sind trotzdem sehr gut. Für das kreuzpolare Fernfeld konnten die Resultate nicht mit Messdaten bestätigt

werden. Modellbedingte Unterschiede wirken sich also im Wesentlichen auf die Bestimmung der Kreuzpolarisation aus.

Bei der Untersuchung von kleinen Aperturen, wie sie bei offenen Hohlleiterstrahlern mit z.B. elliptischem Querschnitt auftreten, sind vergleichbare Resultate für das ko- und das kreuzpolare Fernfeld nur zu erreichen, wenn Modell und Messobjekt weitgehend übereinstimmen. Dies wurde anhand des elliptischen Hohlleiters mit großem Flansch gezeigt. Untersuchungen für offene Rundhohlleiter mit geringer Wandstärke von 10 % des Aperturdurchmessers zeigen, dass das Berechnungsverfahren für normierte Aperturabmessungen $k_0 a > 2,5$ (das entspricht $2a/\lambda_0 = 0,8$) geeignet ist [49]. Eine kleinere Apertur bzw. eine geringere Frequenz erfordern die Berücksichtigung sehr vieler Eigenwellen, um die Streufelder quantitativ zu erfassen. Zusätzliche Unterschiede zwischen dem Simulationsmodell und einem realen Objekt lassen dann nur noch Tendenzen des Strahlungsverhaltens erkennen. Im Grenzfall eines offenen rechteckigen Hohlleiters mit endlicher aber geringer Wandstärke werden die modellbedingten Fehler so groß, dass andere Berechnungsverfahren zu bevorzugen sind.

Da Antennen mit kleiner Apertur auch eine kleine Richtwirkung besitzen und deshalb eine signifikante Abstrahlung auch zu großen Raumwinkeln hin aufweisen, müssen ihre Streufelder im Berechnungsmodell mit den Eigenwellen eines Koaxial- bzw. eines Freiraumhohlleiters mit großem (Außen-)Durchmesser beschrieben werden. Der Wahl des Durchmessers sind durch numerische Ungenauigkeiten bei der Eigenwellenanalyse insbesondere für den Koaxialleiter Grenzen gesetzt.

Für große Aperturen treten die genannten Problematiken nicht auf. Bei Hornstrahlern mit zusätzlich großem Öffnungswinkel ist allerdings darauf zu achten, dass eine ausreichende Anzahl an Eigenwellen im Hornhals angesetzt wird, um die sich tatsächlich ausbildenden sphärischen Wellentypen anzunähern und Phasenfehler bei der Bestimmung der Aperturbelegung zu vermeiden.

Im rückwärtigen Antennenhalbraum treten bei allen Berechnungen modellbedingte lokale Maxima und Minima auf. Eine Aussage über das Strahlungsfeld kann näherungsweise über eine Verbindungslinie der lokalen Maxima getroffen werden. Der rückwärtige Raum ist allerdings bei den meisten Antennen nicht korrekt zu vermessen, weil Störungen durch die Aufnahme des Messobjektes oder die Peripherie des Messsystems unvermeidlich sind. Es kann somit keine konkrete Aussage über die Berechnungsgenauigkeit des vorgestellten Verfahrens gemacht werden.

Als systematisches Problem erweist sich darüber hinaus die Anregung von E_{1n0} -Resonanzen im angeschlossenen, den vorderen Halbraum definierenden Rundhohlleiter. Die Resonanzen sind unabhängig von der Länge dieses Hohlleiters und treten abhängig von seinem Durchmesser stets für diskrete Frequenzen auf. Gerade bei großen Durchmessern des Freiraumhohlleiters, also wenn kleine Aperturstrahler untersucht werden, treten diese Effekte in Erscheinung. Die Berücksichtigung der E_{1n} -Wellen ist für die korrekte Berechnung der Sprunganordnung zwischen dem Abschlussegment der Antenne und dem Freiraumhohlleiter zwingend erforderlich. Hieraus resultieren resonanz-

artige Erscheinungen im Frequenzverhalten der Streuparameter und damit unter Umständen auch Fehler bei der Bestimmung des Aperturfeldes. Ist das Strahlungsdiagramm nur für einen ausgezeichneten Frequenzpunkt erforderlich, werden die resonanzartigen Erscheinungen durch geschickte Wahl des Durchmessers für den Freiraumhohlleiter ausgeschlossen. Für den Fall, dass das frequenzabhängige Verhalten eines Strahlers zu untersuchen ist, werden alle berechneten Streuparameter über der Frequenz nach Real- und Imaginärteil durch polynomiale Ausgleichskurven beschrieben, um anschließend das Aperturfeld sowie das Strahlungsfeld zu bestimmen. Die messtechnische Überprüfung der Strahlungsdiagramme und des Reflexionsverhaltens offener Hohlleiter bestätigt die Richtigkeit dieses Vorgehens.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass Einzelstrahler mit beliebiger Querschnittsgeometrie und moderatem bis hohem Gewinn durch das vorgestellte Verfahren schnell und effizient analysiert und vor allem bzgl. ihrer Richtcharakteristik und des Eingangsreflexionsverhaltens optimal entworfen werden können. Als Beispiel hierfür dient ein Zwei-Moden-Horn aus quadratischen Segmenten mit verrundeten Ecken, welches für verschiedene Frequenzbänder optimiert wurde. Bei Antennen mit kleiner Apertur können zunehmend numerische und modellbedingte Fehler auftreten.

In vielen Antennenanwendungen kommen als Erreger von Reflektoren aber auch als direkt strahlende Systeme Gruppen zum Einsatz. Die einzelnen Elemente der Gruppe sind meist dicht benachbart, wodurch eine gegenseitige Interaktion auftritt. Diese Verkopplung lässt sich mit dem in diesem Kapitel angewendeten Verfahren nicht bestimmen. Darüber hinaus werden als Elemente solcher Gruppenerreger vorwiegend Hornstrahler mit kleiner Apertur verwendet, weil sie geringe Elementabstände gewährleisten. Eine Möglichkeit, die Verkopplungseinflüsse in Gruppenantennen aus Hornstrahlern sowie die Strahlungseigenschaften von Elementen mit kleiner Apertur zu berechnen, ist in Kapitel 4 vorgestellt worden. Die wesentlichen Erkenntnisse der Untersuchungen werden im nächsten Kapitel erörtert.

5.4 Hornstrahler als Elemente von Gruppenantennen

Werden Antennen in einer Gruppe zusammengefasst, so tritt stets eine Interaktion der Elemente untereinander auf. Sie ist abhängig von der Art und der geometrischen Lage der Strahler. Als Elemente von Gruppen sind vor allem Antennen mit im Vergleich zur Wellenlänge kleiner Apertur interessant, die mit geringen Elementabständen angeordnet werden können. Die Untersuchung der Eigenschaften solcher Einzelstrahler und die Wechselwirkungen in Gruppen sind Hauptbestandteil dieses Kapitels.

Mit dem im vorherigen Kapitel verifizierten Verfahren ist die Untersuchung kleiner Aperturstrahler zwar möglich, allerdings werden die numerischen Probleme zunehmend kritischer, weil die Berechnung eine sehr große Anzahl an Eigenwellen in den beteiligten Hohlleitersegmenten erfordert, um die Streufelder zu erfassen. Aus diesem Grund werden Einzelstrahler mit kleiner Apertur im Vergleich zur Wellenlänge über das in

Kapitel 4 vorgestellte Verfahren berechnet. Aus den Transversalfeldern des einfallenden Feldes in der Apertur wird über die allgemeine Abstrahlbedingung in Verbindung mit der Bildtheorie die modale Anregung aller Eigenwellen im Aperturquerschnitt bestimmt, was auf die sogenannten modalen Koppeladmittanzen führt. Der Kenntnis aller möglichen Kombinationen der modalen Interaktionen führt schließlich auf die Streumatrix und somit auf die Reflexionseigenschaften des Einzelstrahlers. Die Strahlungskopplung zwischen Elementen in Gruppenanordnungen ist nach dem gleichen Prinzip zu ermitteln.

Zunächst wird das Reflexionsverhalten offener Hohlleiter analysiert und messtechnisch verifiziert, wobei gleichzeitig die Konvergenz bzgl. des modalen Ansatzes verdeutlicht wird. Es folgen Untersuchungen zum Strahlungsverhalten von Einzelelementen, bei denen die Vorzüge neuartiger Strahlergeometrien herausgestellt werden. Sie zeichnen sich durch kleine Aperturen und damit durch eine kompakte Bauform aus und sind als Elemente von Gruppenerregern geeignet, die in geringem Abstand zum fokalen Punkt des Reflektors angeordnet werden. Anschließend werden verschiedene Kopplungseffekte zwischen Strahlern unterschiedlichster Anordnung und Geometrie betrachtet. Diese Ergebnisse dienen dazu, grundlegende Eigenschaften der modalen Anregung von Eigenwellen herauszustellen, bevor eine messtechnische Verifikation der Transmissionskoeffizienten und der Strahlungsfelder erfolgt. Sowohl die Berechnung einzelner Strahler als auch die Bestimmung der vollständigen Streumatrix von Gruppen wird mit dem in Kapitel 4 beschriebenen, im Ansatz exakten und in dieser Arbeit für beliebige Hohlleiter erstmals vorgestellten Berechnungsverfahren durchgeführt. Abschließend werden Anordnungen aus Strahlern mit neuartiger Geometrie vorgestellt und hinsichtlich der interelementaren Verkopplungseffekte und der Strahlschwenkung unter besonderer Berücksichtigung der Eingangsreflexionsfaktoren der aktiven Gruppe analysiert.

Die Untersuchungen beschränken sich auf Aperturstrahler, deren Öffnungen in einer gemeinsamen, unendlich ausgedehnten, elektrisch ideal leitenden Ebene liegen. Diese Ebene dient gleichzeitig als Bezugsebene. Das Verhalten realer Strahler, die in einer planaren Gruppe angeordnet sind, lässt sich mit diesem Modell sehr gut beschreiben. Sie sind meist sehr dicht benachbart und weisen zudem einen metallischen Flansch auf. Die Einflüsse der Strahlungskopplung werden daher richtig modelliert.

Bei den Berechnungen werden die Ergebnisse der in Kapitel 5.1 durchgeführten Konvergenzuntersuchungen stets berücksichtigt. In [45] wird gezeigt, dass die Konvergenz der Grenzwellenzahl einer Eigenwelle gegen ihren Endwert eine hinreichende Bedingung zur korrekten Beschreibung ihres Aperturfeldes darstellt. Es werden im Feldansatz dieser Eigenwelle darüber hinaus zwei weitere Basisfunktionen berücksichtigt, um die Genauigkeit der Felddarstellung weiter zu erhöhen. Numerische Probleme sind aufgrund der Konvergenzuntersuchungen nicht zu erwarten.

5.4.1 Reflexionsverhalten von offenen Hohlleitern

Die Einsatzmöglichkeit eines Aperturstrahlers als Element einer Gruppenantenne ist abhängig von seinen Abmessungen. Je kleiner die Kantenlänge eines Strahlers ist, desto kompakter kann die Gruppe aufgebaut werden. Aus diesem Grund werden zunächst offene Hohlleiter als Einzelstrahler betrachtet.

Die transversale Feldverteilung in der Apertur von Hohlleiterantennen - und damit die Quellen des Strahlungsfeldes - werden im Wesentlichen durch die dominierende Grundwelle bestimmt. Sie wird beim Übergang in den Freiraum u.a. in sich selbst reflektiert, woraus eine Fehlanpassung der Antenne resultiert. Es ist daher besonders wichtig, das Reflexionsverhalten der Grundwelle im angeschlossenen Wellenleiter beim Übergang in den Freiraum zu kennen.

Die nachfolgenden Diagramme sollen einen Eindruck vermitteln, welches Verhalten für den Reflexionskoeffizienten des H_{cul} -Grundmodes in Abhängigkeit von der Frequenz für verschiedene Geometrieparameter eines offenen Hohlleiters zu erwarten ist. Mit der Geometrie wird ebenfalls die Ausbreitungseigenschaft und die Grenzwellenzahl des Grundmodes verändert. Es wird bei der Darstellung bewusst darauf verzichtet, jede Kurve auf die jeweilige Grenzwellenzahl der Eigenwelle zu normieren, um die Kurvenform und deren Verlauf deutlicher herauszukristallisieren. Als Bezugsebene dient jeweils die Aperturebene des Strahlers. Bild 5.47 und Bild 5.48 zeigen den Betrag und die Phase des Reflexionskoeffizienten für quadratische Hohlleiter in Abhängigkeit von der auf die halbe Hohlleiterbreite normierten Wellenzahl k_0 . Als Kurvenparameter dient der Verrundungsradius der Ecken. Generell nimmt der Betrag des Reflexionskoeffizienten für $k_0 = k_c$ den Wert 0 dB an, weil bei dieser Frequenz die Wellenlänge unendlich groß ist und die Welle an der Apertur vollständig reflektiert wird. Für alle betrachteten Querschnitte nimmt er dann für $k_0 > k_c$ zunächst ab. Für große Frequenzen ist ein erneutes Anwachsen zu erkennen.

Das Reflexionsverhalten des Grundmodes am offenen Ende ist sehr stark von der Querschnittsform des Wellenleiters geprägt. Die Kurven zeigen unterschiedliches Verhalten über der Frequenz. Während für den runden Querschnitt (normierte Verrundung $c/b = 1$) ein ausgeprägtes Minimum von $-45,5$ dB bei $k_0 a = 3,36$ erreicht wird, bleibt der Reflexionskoeffizient für die ideal quadratische Apertur (normierte Verrundung $c/b = 0$) stets größer als $-29,1$ dB.

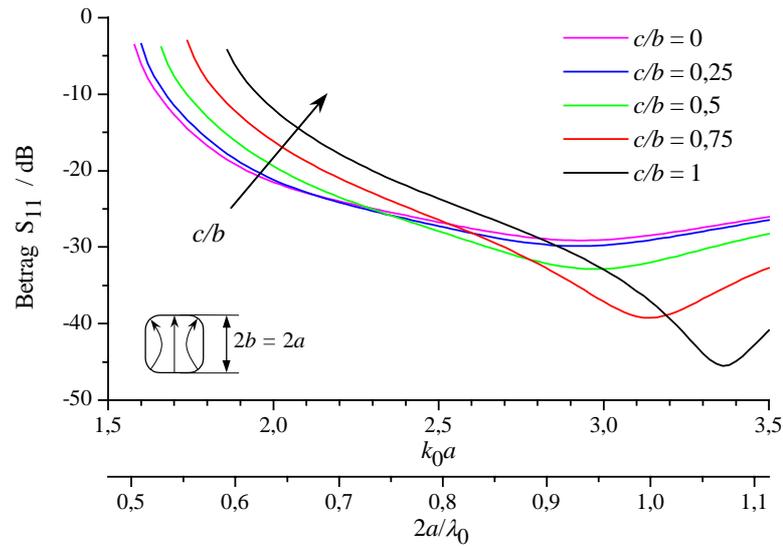


Bild 5.47: Betrag des Reflexionskoeffizienten für quadratische Hohlleiter mit verrundeten Ecken

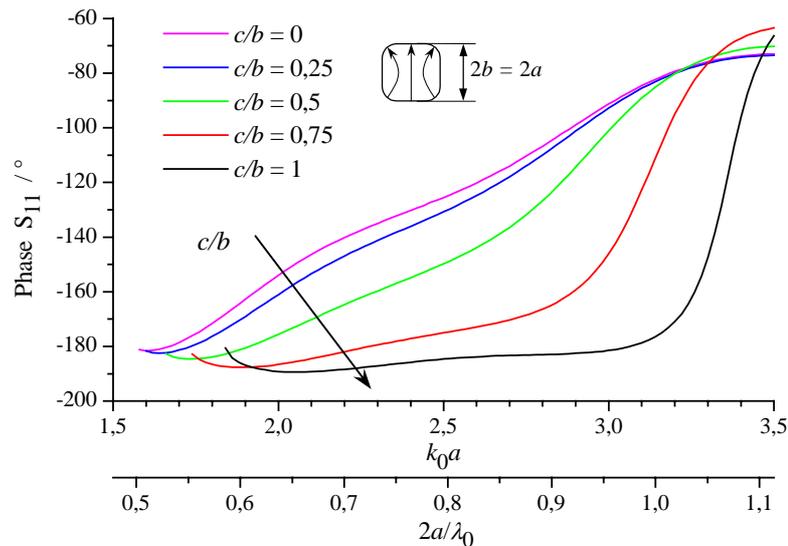


Bild 5.48: Phase des Reflexionskoeffizienten für quadratische Hohlleiter mit verrundeten Ecken

Der Phasenverlauf für runde Querschnitte ist zunächst nahezu konstant, während er für den quadratischen Querschnitt fast proportional zur Frequenz verläuft. Die Kurven für andere Verrundungsradien liegen zwischen diesen beiden ausgezeichneten Verläufen, wobei stets eine monotone Änderung mit der Variation der Verrundung zu erkennen ist. Bei alleiniger Betrachtung des Reflexionsverhaltens erscheint eine runde Apertur mit $k_0a = 3,2-3,5$ (das entspricht $2a/\lambda_0 = 1,019-1,114$) optimal. Auch mit einer quadratischen Apertur mit großer Verrundung der Ecken von z.B. $c/b = 0,75$ ist eine geringe

Reflexion am offenen Ende zu erwarten, die für den Grundmode bei $k_0a = 3,1$ weniger als -35 dB beträgt.

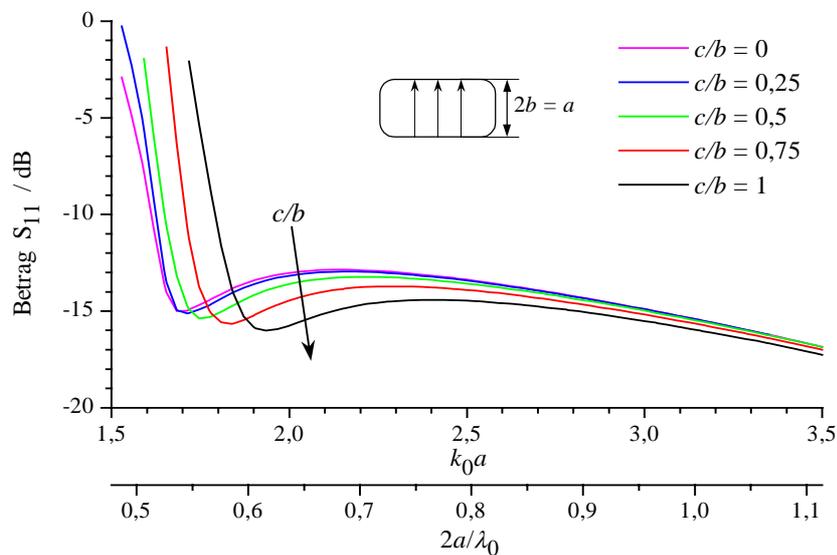


Bild 5.49: Betrag des Reflexionskoeffizienten für rechteckige Hohlleiter mit verrundeten Ecken

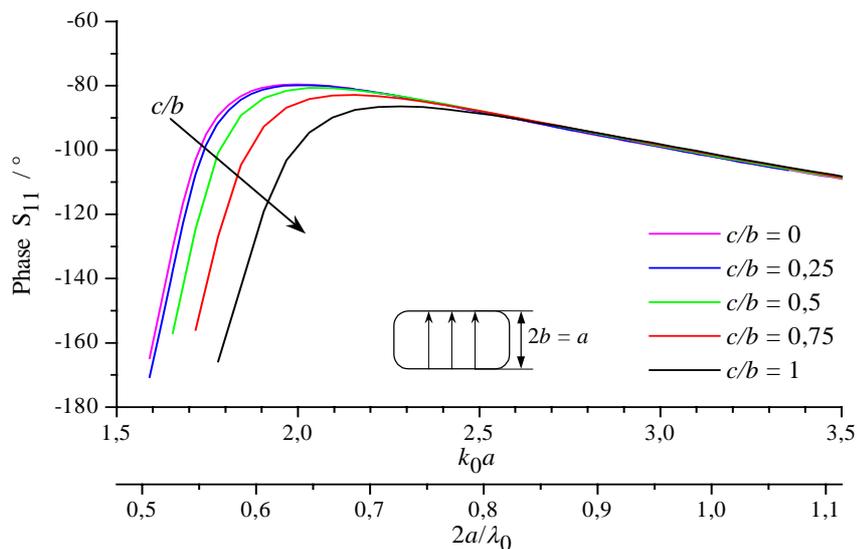


Bild 5.50: Phase des Reflexionskoeffizienten für rechteckige Hohlleiter mit verrundeten Ecken

Die Untersuchungen an rechteckigen Querschnitten zeigen weniger ausgeprägte Geometrieabhängigkeiten im Verhalten des Reflexionskoeffizienten (vgl. Bild 5.49 und Bild 5.50). Dies liegt an der Feldverteilung der Grundwelle, die sich durch die Verrundung der Ecken nur wenig ändert. Deutlich ist aber ein mit wachsender Verrundung abnehmender Maximalbetrag des Reflexionskoeffizienten zu erkennen. Für

den ideal rechteckigen Querschnitt beträgt er im nutzbaren Eindeutigkeitsbereich der Grundwelle ca. -12,9 dB; bei maximaler Verrundung bleibt er unterhalb -14,4 dB. Der Betrag durchläuft jeweils für kleine Frequenzen im Eindeutigkeitsbereich ein lokales Minimum, dessen Wert mit wachsender Verrundung sinkt. Interessant ist weiterhin, dass die Reflexionen an der Apertur für rechteckige Querschnitte stets erheblich größer sind als für quadratische Querschnitte.

Das Reflexionsverhalten der Grundwelle im elliptischen Querschnitt zeigen Bild 5.51 und Bild 5.52. Der Betrag des Koeffizienten nimmt mit steigendem Kantenverhältnis b/a ab. Für $b/a = 0,4$ ist das Verhalten vergleichbar mit dem eines rechteckigen Querschnitts, was zu erwarten war, da sich die Querschnittsformen nur gering voneinander unterscheiden. Die Ellipse nähert sich mit wachsendem Kantenverhältnis der Kreisform, was sich ebenfalls in dem Reflexionsverhalten der Grundwelle widerspiegelt. Mit dem Kantenverhältnis ändert sich auch der Querschnitt des elliptischen Hohlleiters und damit die Feldverteilung der Grundwelle sehr ausgeprägt, woraus die gezeigten extremen Änderungen resultieren.

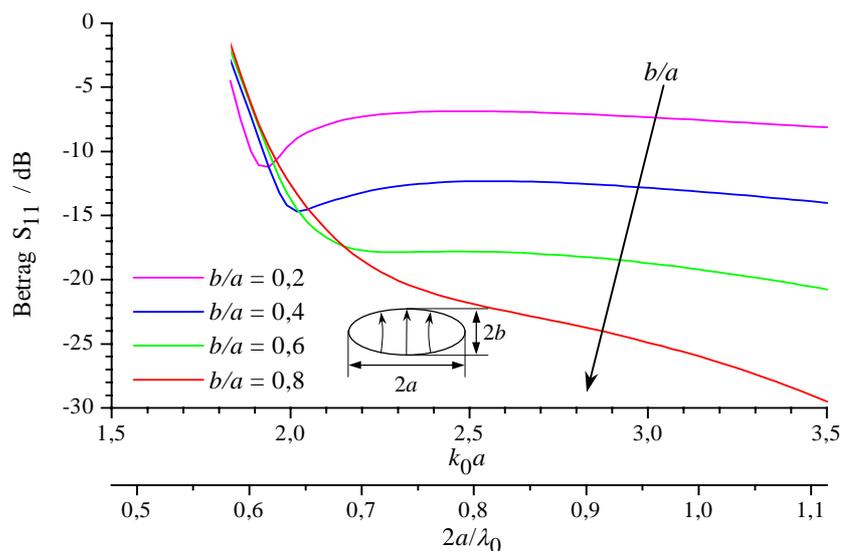


Bild 5.51: Betrag des Reflexionskoeffizienten für elliptische Hohlleiter

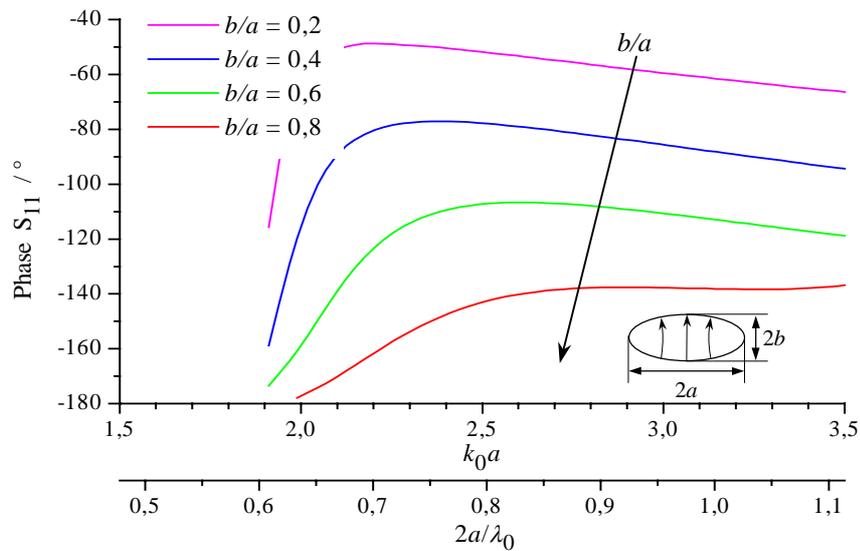


Bild 5.52: Phase des Reflexionskoeffizienten für elliptische Hohlleiter

Die Querschnittsformen - und damit das Feldbild der Grundwelle - von hexagonalen und oktagonalen Hohlleitern unterscheiden sich nicht wesentlich von der Kreisform. Die Reflexionskoeffizienten sind daher mit denen der H_{11} -Welle im Rundhohlleiter vergleichbar und werden an dieser Stelle nicht dargestellt.

Am offenen Ende eines Hohlleiters wird die eingespeiste Leistung nicht nur in die Grundwelle reflektiert, sondern es werden zusätzlich höhere Moden angeregt. Dabei ist aus Symmetriegründen die Umfangsordnung der angeregten Wellen mit der Grundwelle identisch. Für den speziellen Fall eines offenen Rundhohlleiters werden demnach von der H_{11} -Welle nur Moden mit der Umfangsordnung 1 angeregt, also H_{1n} - und E_{1n} -Wellen. Bei beliebig geformten Hohlleiteraperturen sind neben der H_{cu1} -Grundwelle zusätzlich höhere H_{cu} - und E_{su} -Wellen zu berücksichtigen. Die Verifikation der Berechnung erfolgt durch die Messung des Eingangsreflexionsfaktors eines offenen Hohlleiters, mit der gleichzeitig die Konvergenz des Modenansatzes untersucht wird. Der Messaufbau besteht aus einer Messingplatte der Größe $250 \times 300 \text{ mm}^2$, in die durch verschiedene Einsätze offene Hohlleiter eingelassen werden können.

Der Einsatz zur Vermessung eines runden Hohlleiters besitzt eine Gesamtlänge von 8 mm, dessen Anfang zugleich die Bezugsebene der Messung und der Simulation bildet. Die elektrische Länge des somit an die Apertur angeschlossenen Wellenleiters muss bei der Simulation berücksichtigt werden, um die Phasendrehung zwischen Apertur und Bezugsebene zu erfassen. Zur Verringerung von Beugungserscheinungen wird an den Kanten der Messingplatte Mikrowellenabsorbermaterial aufgebracht. Als Messgerät dient der automatische Netzwerkanalysator, dessen Tor auf den runden Hohlleiterquerschnitt kalibriert wird.

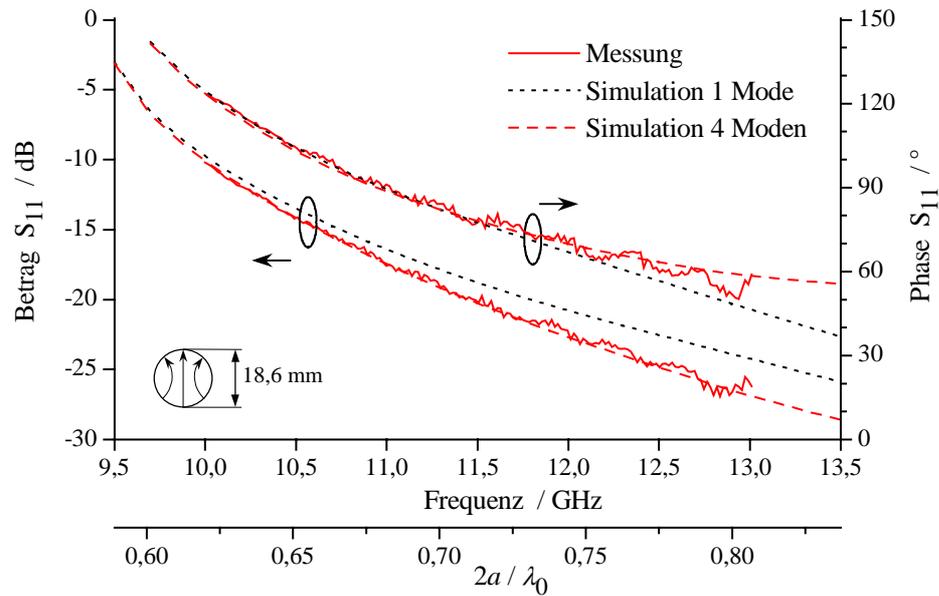


Bild 5.53: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Reflexionsfaktors am offenen Ende eines Rundhohlleiters

In Bild 5.53 ist der frequenzabhängige Reflexionsfaktor eines offenen Rundhohlleiters mit 18,6 mm Durchmesser aufgetragen. Ein Vergleich mit Messwerten macht deutlich, dass eine Approximation der Aperturfeldverteilung allein mit dem Grundmode schon zu recht akzeptablen Ergebnissen führt, eine Übereinstimmung jedoch nicht erreicht werden kann. Durch die Berücksichtigung von drei zusätzlichen, in diesem Beispiel nicht ausbreitungsfähigen aber durch den Grundmode angeregten Eigenwellen H_{12} , E_{11} und E_{12} werden die Messdaten nahezu exakt wiedergegeben. Geringe Abweichungen im oberen Frequenzbereich sind durch den Messaufbau bedingt, in dem eine Anregung der E_{01} -Welle ($f_c = 12,35$ GHz) nicht ausgeschlossen werden kann. Eine weitere Erhöhung der Modenanzahl hat keine Auswirkungen auf die Berechnungen, so dass die Approximation des Aperturfeldes durch die Überlagerung dieser vier Eigenwellen ausreichend ist. Im Gegensatz zu dem in Kapitel 5.3 eingesetzten Verfahren ist die Anzahl der bei der Berechnung notwendigen Eigenwellen erheblich reduziert.

Die Vermessung eines offenen Rechteckhohlleiters R100 erfolgt mit einem Einsatz von 14 mm Länge im X-Band. Der Wellenleiter wird als zylindrischer Hohlleiter mit einer relativen Verrundung von Null modelliert und mit der H_{cu1} -Grundwelle gespeist. Die frequenzabhängige Phasenänderung des Reflexionsfaktors ist erheblich stärker - bedingt durch die größere elektrische Länge zwischen der Bezugsebene und der Öffnung des Strahlers (vgl. Bild 5.54). Bei einem rechteckigen Hohlleiter ist das Reflexionsverhalten des offenen Endes im Wesentlichen durch die reflektierte Grundwelle geprägt; höhere Eigenwellen werden kaum angeregt. Eine Berechnung mit allein diesem Mode liefert schon zufriedenstellende Ergebnisse. Die Darstellung des Aperturfeldes mit insgesamt vier Eigenwellen (H_{cu1} , H_{cu2} , E_{su1} , E_{su2}) nähert die Messkurve wiederum nahezu exakt

an. Der Reflexionsfaktor des offenen Rechteckhohlleiters ist wenig frequenzabhängig; sein Betrag liegt im betrachteten Bereich zwischen -12 dB und -13 dB.

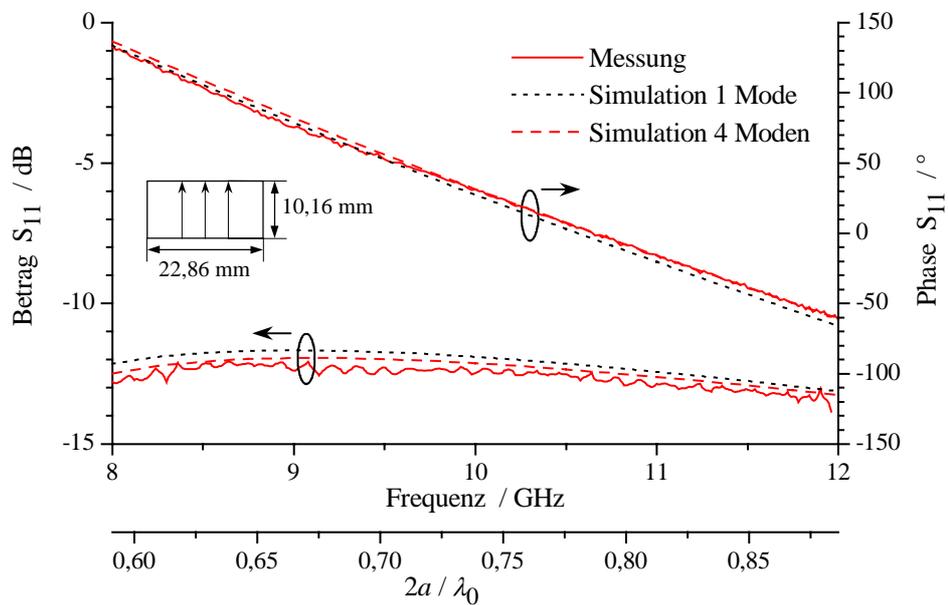


Bild 5.54: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Reflexionsfaktors am offenen Ende eines Rechteckhohlleiters

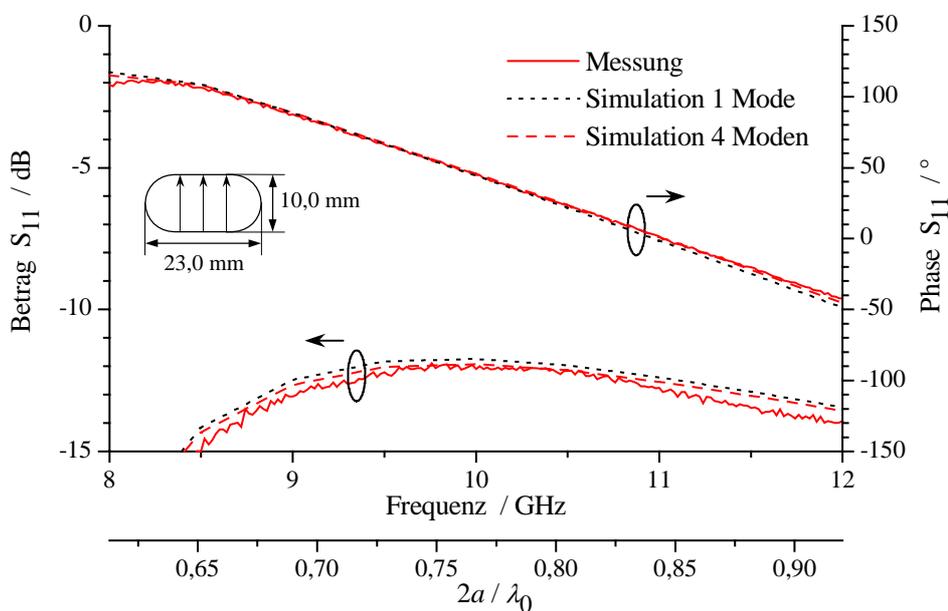


Bild 5.55: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Reflexionsfaktors am offenen Ende eines Rechteckhohlleiters mit maximal verrundeten Ecken

Als Beispiel eines neuartigen Hohlleiterquerschnitts wird im Folgenden ein Rechteckhohlleiter mit maximal verrundeten Ecken betrachtet. Die Länge des Einsatzes beträgt wiederum 14 mm; die Kantenlänge des Querschnitts beträgt 23 mm bzw. 10 mm. Die Bezugsebene wird bei der Messung durch einen Rechteckhohlleiter R100 (s.o.) gebildet, mit dem der zylindrische Hohlleiter gespeist wird. Es erfolgt keine Kalibrierung des Messsystems auf den zylindrischen Querschnitt. Ein bewertender Vergleich zwischen Messung und Simulation kann demnach nur durchgeführt werden, wenn die Streumatrix des Übergangs zwischen den Wellenleitern durch die in Kapitel 4.5 gezeigte Streumatrixverknüpfung in dem Simulationsmodell berücksichtigt wird. Dies kann gleichzeitig als Überprüfung der Berechnungsvorschrift dienen. Die obige Geometrie ist außerdem so gewählt, dass der Reflexionsfaktor des Übergangs von dem Bezugswellenleiter zu dem zylindrischen Hohlleiterstrahler im betrachteten Frequenzbereich äußerst gering ist (< -30 dB bei 10 GHz), um bei der abrupten Querschnittsänderung möglichst wenige höhere Eigenwellen in den Hohlleitern anzuregen. Die Streumatrix der Sprunganordnung wird mittels der Orthogonalreihen-Entwicklung mit jeweils 20 Eigenwellen je Wellenleiter berechnet. Für die korrekte Berechnung der Streumatrix für die Aperturreflexion sind weit weniger Eigenwellen notwendig. Eine unterschiedliche Anzahl an Moden zur Charakterisierung beider Störstellen bildet indes keinen Widerspruch, da an der Sprungstelle angeregte höhere Eigenwellen im folgenden Hohlleitungssegment nicht ausbreitungsfähig sind, also stark gedämpft werden und somit nicht zur Aperturfeldverteilung und zum Reflexionsverhalten beitragen.

Die berechneten Ergebnisse stimmen, wie in Bild 5.55 gezeigt, erneut sehr gut mit der Messung überein. Verglichen mit den Resultaten für den ideal rechteckigen Hohlleiter sind sie im unteren Frequenzbereich stark verändert. Der Einfluss der verrundeten Ecken ist an dieser Stelle maßgebend: Aufgrund der größeren Grenzwellenzahl der Grundwelle erreicht der Betrag des Reflexionsfaktors bei 8 GHz das lokale Minimum seines frequenzabhängigen Verhaltens (vgl. Bild 5.49). Für den ideal rechteckigen Hohlleiter tritt dieses Minimum bereits bei 7,1 GHz auf und liegt damit außerhalb des Darstellungsbereiches. Über den gesamten Messbereich ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung vorhanden. Die geringen Abweichungen im oberen Frequenzbereich lassen auf einen leichten axialen Versatz des Bezugsleiters während der Messung schließen.

Das berechnete Richtdiagramm dieses Strahlers bei 10,0 GHz wird in Bild 5.56 mit Messwerten verglichen. Die Öffnung des realen Strahlers befindet sich in einem elektrisch leitenden Schirm der Größe $200 \times 300 \text{ mm}^2$. Für das Berechnungsmodell wird eine unendliche Ausdehnung des Schirms angenommen. In der H-Ebene ($\varphi = 0^\circ$) können die simulierten Ergebnisse für alle Raumwinkel durch die Messdaten bestätigt werden. Ausgehend von der Hauptstrahlrichtung $\vartheta = 0^\circ$ nimmt der Pegel des Richtdiagramms kontinuierlich ab, bis es für $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ zu keiner Abstrahlung mehr kommt. Der elektrische Feldvektor des kopolaren Fernfeldes liegt dann tangential zu dem leitenden Schirm und muss zwangsläufig verschwinden. Die Unterschiede zwischen dem Messobjekt und dem Simulationsmodell, welches eine unendlich ausgedehnte,

leitende Ebene annimmt, wirken sich nur sehr gering aus. Das Diagramm in der Ebene $\varphi = 90^\circ$ weist dagegen keinen ausgeprägten Abfall des Pegels zu großen Raumwinkeln auf. Die weitgehend uniforme Aperturbelegung für $\varphi = 90^\circ$ führt auf eine verstärkte Leistungsabstrahlung in dieser Ebene. Das Diagramm wird bei der Messung daher stark durch Beugungserscheinungen an den Kanten der endlichen Metallplatte beeinflusst. Diese können bei der Simulation nicht nachgebildet werden. Zur Verringerung dieser Effekte wurde Mikrowellenabsorbermaterial auf die Kanten der Metallplatte aufgebracht, wodurch die Streuung allerdings nicht vollständig ausgeschlossen werden kann und sich auf das Diagramm in der Ebene $\varphi = 90^\circ$ auswirkt. Aufgrund der geringen Richtwirkung des Einzelstrahlers kommt es zu einer signifikanten Abstrahlung auch bei großen Raumwinkeln ϑ in dieser Ebene, so dass Beugungserscheinungen zu einem zusätzlichen Maximum für $\vartheta = 60^\circ$ bei der Messung führen. Dieses Phänomen stellt ein prinzipielles Problem dar, wenn Fernfelddaten für Hohlleiterstrahler im elektrisch leitenden Schirm messtechnisch überprüft werden. Es wurde bereits bei der Untersuchung des offenen elliptischen Hohlleiters in Kapitel 5.3 beobachtet. Der Abfall des relativen Pegels ist bei der Messung außerdem erheblich größer als bei der Simulation, was ebenfalls auf die endliche Metallplatte und die damit verbundenen Randbedingungen für $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ zurückzuführen ist. Die Verifikation der Simulationsergebnisse ist aus diesem Grund auf den Winkelbereich $\vartheta < 70^\circ$ zu beschränken. Für größere Raumwinkel ist der Einfluss der endlichen Metallplatte bei der Messung gegenüber dem unendlich ausgedehnten Schirm bei der Simulation so erheblich, dass es zu keiner Übereinstimmung der Ergebnisse kommt. In der H-Ebene ist dieser Effekt nicht zu beobachten. Weiterhin lässt sich anhand der Kreuzpolarisation in der Ebene $\varphi < 45^\circ$ eine leichte Unsymmetrie des Messraums erkennen. Sie ist auf den Messaufbau zurückzuführen.

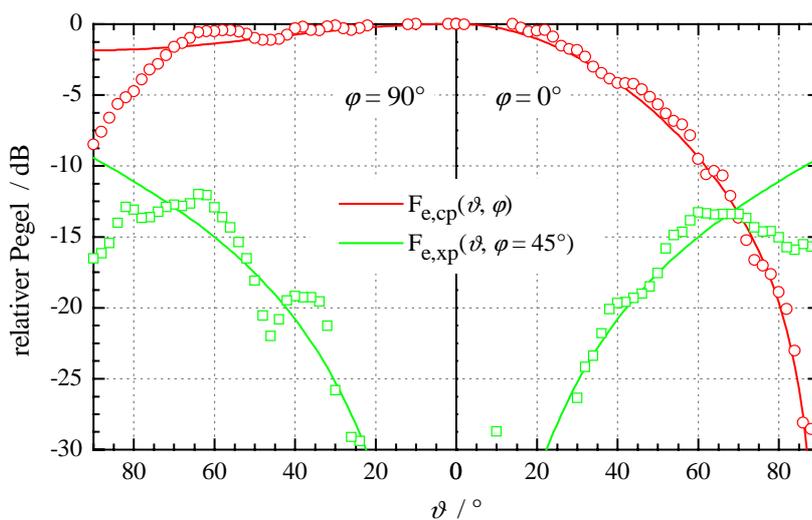


Bild 5.56: Richtdiagramm eines offenen Rechteckhohlleiters mit maximal verrundeten Ecken bei $f = 10,0 \text{ GHz}$. Die Messwerte sind durch Punkte gekennzeichnet.

5.4.2 Strahlungseigenschaften von Hornstrahlern

In vielen Systemen werden zunehmend kompakte Antennen benötigt, die hohe Kreuzpolarisationsentkopplungen im Fernfeld zur Verfügung stellen. Als relevante Applikationen sind Gruppenerreger von Reflektoren für die Möglichkeit der Strahlformung oder zur Generierung von mehreren Strahlungskeulen zu nennen. Hierfür werden kompakte Primärerreger eingesetzt, die in geringem Abstand zum fokalen Punkt des Reflektors angeordnet werden können. Die Polarisationsreinheit der Elemente ist dabei von großer Bedeutung: Neben der Möglichkeit, orthogonale Polarisationen zur Signalübertragung zu nutzen, können Nebenkeulen im kopolaren Strahlungsfeld durch die fehlende Polarisationsreinheit der Elemente in Gruppenerregern erzeugt werden. Die Problematik wird zunehmend signifikant, wenn der Erreger durch eine Amplituden- und Phasensteuerung rekonfigurierbar aufgebaut wird. Auch in Systemen, die lediglich eine ausgezeichnete Polarisation nutzen, ist eine hohe Polarisationsreinheit zur Vermeidung von Störungen erwünscht.

Zur Erzeugung kreuzpolarisationsarmer Strahlungscharakteristiken mit einer Entkopplung orthogonaler Polarisationen um mehr als 30 dB werden häufig Rillenhörner mit rundem Querschnitt oder Zwei-Moden-Hörner verwendet, die in Kapitel 5.3.2 vorgestellt wurden. Das elektrische Transversalfeld besteht dabei überwiegend aus linear polarisierten Feldkomponenten, die in einer Richtung orientiert sind. Hieraus resultiert ein kreuzpolarisationsarmes Strahlungsdiagramm, solange die Aperturabmessungen im Vergleich zur Wellenlänge groß sind (ca. $2\sqrt{a^2 + b^2} > 2...3 \lambda_0$). Das konische Zwei-Moden-Horn mit Metalleinsatz aus Kapitel 5.3.2 besitzt z.B. einen Aperturdurchmesser von $3,5 \lambda_0$. Aufgrund der großen Apertur sind diese Elemente für den Einsatz in Gruppen aber wenig geeignet, weil durch den notwendigen Elementabstand Nebenkeulen mit hohem Niveau im Richtdiagramm erzeugt werden.

Für Strahler, die gegenüber der Wellenlänge klein sind (Aperturausdehnung ca. $0,8 \lambda_0$ bis $1,5 \lambda_0$), ist die homogene Verteilung kopolarisierter Feldkomponenten in der Apertur nicht optimal zur Erzeugung einer hohen Kreuzpolarisationsentkopplung. Das lässt sich aus dem allgemeinen kreuzpolaren Strahlungsfeld nach Gl. (3.43) ableiten. Der Maximalpegel der Kreuzpolarisation wird bei Einzelstrahlern stets in der Ebene $\varphi = 45^\circ$ erreicht:

$$\begin{aligned} E_{xp}(\vartheta, \varphi) &= E_\vartheta(\vartheta, \varphi) \cos \varphi - E_\varphi(\vartheta, \varphi) \sin \varphi \\ \Rightarrow E_{xp}(\vartheta, \varphi = 45^\circ) &\sim E_\vartheta(\vartheta, \varphi = 45^\circ) - E_\varphi(\vartheta, \varphi = 45^\circ). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Liegt der betreffende Strahler in einer leitenden Ebene, reicht die Betrachtung des elektrischen Transversalfeldes zur Bestimmung des Fernfeldes aus. Nach Ersetzen der Fernfeldkomponenten Gl. (3.6) durch die Fernfeldpotentiale Gl. (3.45) in Verbindung mit der elektrischen Transversalfeldverteilung erhält man die kreuzpolare Fernfeldkomponente in Abhängigkeit von dem transversalen Quellfeld:

$$E_{xp}(\vartheta, \varphi = 45^\circ) \sim \iint_{Q'} [E'_x(1 + \cos \vartheta) - E'_y(1 - \cos \vartheta)] e^{jk_0 \rho' \cos \xi} dQ'. \quad (5.4)$$

Es müssen prinzipiell zwei Fälle für die folgenden, rein qualitativen Überlegungen unterschieden werden: Antennen mit großer Apertur und solche mit kleiner Apertur. Technisch genutzte Antennen mit einer großen Öffnungsfläche besitzen eine große Richtwirkung, so dass das Maximum der Ko- und auch der Kreuzpolarisation in der Nähe der Hauptstrahlrichtung auftritt, also $\vartheta \rightarrow 0^\circ$. Für diese Anordnungen wird eine minimale Kreuzpolarisation erzeugt, wenn das Aperturfeld keine elektrischen Feldkomponenten in x -Richtung aufweist, da die kreuzpolaren Fernfelder nach Gl. (5.4) allein aus diesen hervorgehen. Als Beispiel wurde bereits das konische Zwei-Moden-Horn oder das Rillenhorn erwähnt.

Eine Antenne mit kleiner Apertur besitzt keine derart ausgeprägte Richtwirkung, so dass eine signifikante Abstrahlung für große Winkel ϑ vorhanden ist. Mit $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ besagt Gl. (5.4), dass für ein Verschwinden der kreuzpolaren Fernfeldkomponente x - und y -Komponenten des elektrischen Quellfeldes benötigt werden. Für kleine Aperturen muss das elektrische Transversalfeld demnach zwangsläufig beide Komponenten aufweisen. Die prinzipiellen Feldlinien sind für ein derartiges Quellfeld in Bild 5.57 dargestellt und entsprechen einer Quelle mit maximaler Kreuzpolarisationsentkopplung nach der hier verwendeten 3. Ludwig'schen Definition [53], [77].

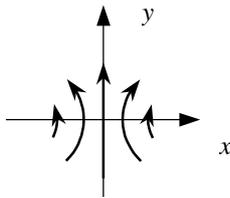


Bild 5.57: Prinzipielle elektrische Feldverteilung für kleine Hornstrahler zur Erzeugung von geringen kreuzpolaren Fernfeldkomponenten

Die Grundwelle in einem Rundhohlleiter weist z.B. eine ähnliche Feldverteilung auf und erzeugt geringere kreuzpolare Fernfeldkomponenten als eine quadratische Apertur mit gleicher Kantenlänge. Aus diesem Grund sind kleine konische Hörner bei vorgegebener Kantenlänge quadratischen Aperturen bzgl. der Polarisationsreinheit überlegen.

Erst bei hohen Frequenzen, bei denen die Aperturabmessungen wieder groß gegenüber der Wellenlänge sind, wird durch die dominierende Grundwelle im quadratischen Hohlleiter ein kopolarisiertes Aperturfeld generiert, und es kann im Fernfeld mit einer hohen Kreuzpolarisationsentkopplung gerechnet werden.

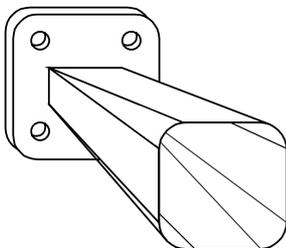


Bild 5.58: Allmähliche Querschnittsaufweitung

Die Untersuchungen beziehen sich auf Hornstrahler, deren Apertur ausgehend von einem Speisehohlleiter durch allmähliche Querschnittsveränderungen hervorgeht, so dass im Hornhals keine höheren Eigenwellen angeregt werden. Das Prinzip ist in Bild 5.58 für einen quadratischen Aperturquerschnitt mit verrundeten Ecken dargestellt.

Fertigungstechnische Aspekte werden zunächst außer acht gelassen. Unter diesen Umständen kann das Aperturfeld durch die Feldverteilung der Grundwelle genügend genau beschrieben werden. Ist die Öffnung des Horns klein genug, ist ebenfalls die Phasenkorrektur für die sich ausbreitenden sphärischen Wellen nicht notwendig.

Das Verhalten des maximalen Pegels der Kreuzpolarisation in der Ebene $\varphi \rightarrow 45^\circ$ ist für quadratische Querschnitte in Bild 5.59 über der normierten Kantenlänge der Apertur aufgetragen. Als Parameter der Kurven dient der normierte Verrundungsradius der Ecken. Ein kleines konisches Horn ($c/b = 1$) mit einem Aperturdurchmesser von $1,116 \lambda_0$ kann eine Kreuzpolarisationsentkopplung von mehr als 30 dB über eine Bandbreite von 8 % bereitstellen und wird in der Praxis häufig als Element für Gruppen-erreger verwendet. Mit Bild 5.47 zeigt sich, dass bei diesen Geometrieparametern auch eine geringe Aperturreflexion zu erzielen ist. Durch die Abwandlung des Strahlungsquerschnittes gelingt es, die erforderliche Feldverteilung in der Apertur bei gleicher Kantenlänge noch besser nachzubilden, als es mit dem runden Querschnitt möglich ist. Es sind dann geringfügig größere Aperturreflexionen des eingespeisten Signals zu erwarten, die allerdings durch geeignete Anpassglieder oder Übergangsstrukturen minimiert werden können.

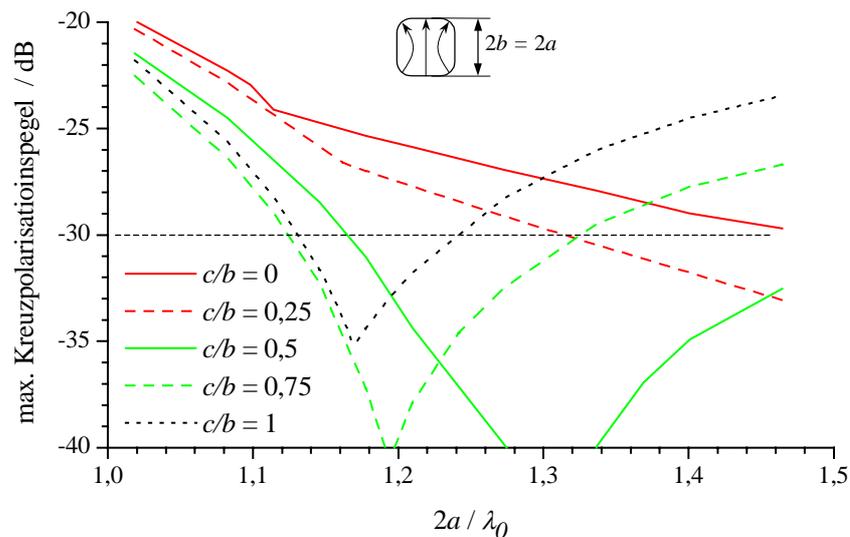


Bild 5.59: Maximaler Pegel der Kreuzpolarisation von Hornstrahlern mit quadratischer Apertur und verrundeten Ecken in Abhängigkeit von der normierten Kantenlänge $2a$

Mit einem quadratischen Querschnitt mit normierter Verrundung von $c/b = 0,75$ und einer Kantenlänge von $1,2 \lambda_0$ kann die Bandbreite gegenüber dem konischen Horn verdoppelt werden. Der Maximalpegel der Kreuzpolarisation ist zudem im gesamten Frequenzbereich geringer. Äußerst interessant ist eine Verrundung von $c/b = 0,5$. Die erforderliche Kantenlänge für eine minimale Kreuzpolarisationskopplung ist mit $1,3 \lambda_0$ geringfügig größer. Ein Maximalpegel von weniger als -30 dB kann dafür in einem sehr großen Frequenzbereich sichergestellt werden. Das in Kapitel 5.3.2 vorgestellte und

neuartige Zwei-Moden-Horn mit quadratischer Querschnittsgeometrie und verrundeten Ecken ($2a = 2b = 1,33 \lambda_0$, $c/b = 0,43$, maximaler Kreuzpolarisationspegel $-24,5$ dB) kombiniert demnach die notwendige Anregung einer höheren Eigenwelle zur Erzeugung einer rotationssymmetrischen Richtcharakteristik mit einer Feldverteilung der Grundwelle für geringe Kreuzpolarisation im Fernfeld. Die theoretisch erzielbare, maximale Entkopplung von ca. 40 dB für die Kreuzpolarisation nach Bild 5.59 wird bei dieser Antenne nicht erreicht. Die im Hornhals angeregte, höhere Eigenwelle wirkt sich negativ auf die Entkopplung aus, weil ihr Aperturfeld kreuzpolare Anteile im Fernfeld erzeugt. Die Aperturabmessungen können aber als nahezu optimal für diese Art Strahler angesehen werden. Es ist weiterhin ersichtlich, dass eine quadratische Apertur mit geringer Verrundung der Ecken aus den oben genannten Gründen erst bei höheren Frequenzen bessere Kreuzpolarisationsentkopplungen aufweist.

Im Allgemeinen lässt sich feststellen, dass bei kleinen Aperturabmessungen bezogen auf die Wellenlänge eine Verrundung der Ecken positiven Einfluss auf die Kreuzpolarisationsdämpfung besitzt. Diese Überlegungen lassen sich auch auf rechteckige Querschnitte übertragen, wenngleich die Unterschiede aufgrund der Feldverteilung der Grundwelle nicht derart ausgeprägt sind.

Ähnliche Untersuchungen wurden von Rudge in [77] durchgeführt, der mit der Methode der Finiten Elemente achteckige Aperturquerschnitte betrachtete. In Bild 5.60 werden diese zusammen mit anderen Aperturen hinsichtlich der Kreuzpolarisationsreinheit des Strahlungsfeldes verglichen. Es ist erneut der runde Querschnitt aufgenommen, um einen direkten Vergleich mit Bild 5.59 zu ermöglichen. Die abkürzende Schreibweise für die Querschnittsgeometrien ist in Tabelle 5.7 erläutert.

Tabelle 5.7: Erläuterung der abkürzenden Schreibweise (vgl. Kapitel 2)

 a-22,5 : $2a = 2b$, $c = 0$, $\eta_1 = 22,5^\circ$, $\eta_2 = 67,5^\circ$	 s-30 : $2a = \sqrt{3}b$, $c = 0$, $\eta_1 = 30^\circ$
 a-30 : $2a = 2b$, $c = 0$, $\eta_1 = 30^\circ$, $\eta_2 = 60^\circ$	 s-40 : $2a = \sqrt{3}b$, $c = 0$, $\eta_1 = 40^\circ$

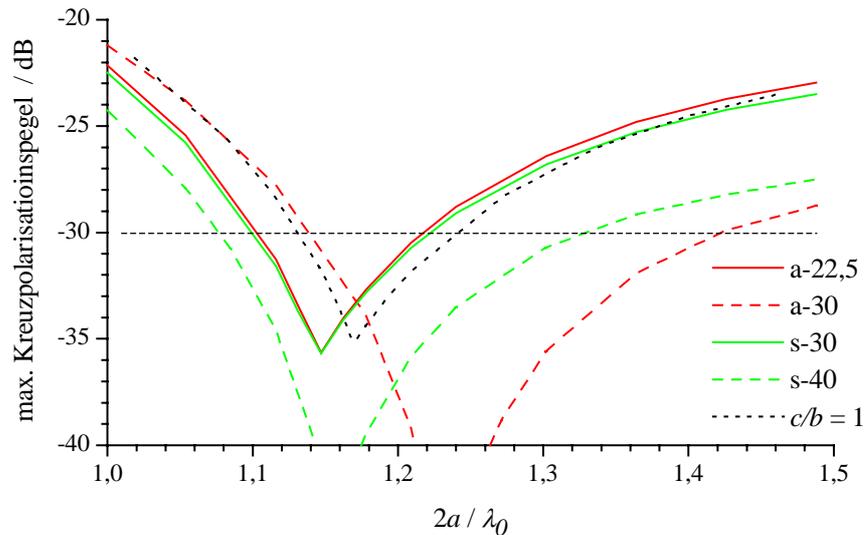


Bild 5.60: Maximaler Pegel der Kreuzpolarisation von Hornstrahlern mit unterschiedlicher Apertur in Abhängigkeit von der normierten Kantenlänge $2a$

Aperturen mit achteckigem Querschnitt sind aufgrund ihrer Symmetrie zu den beiden Hauptebenen geeignet, orthogonale Polarisierungen zu senden und zu empfangen. Mit einer Kantenlänge von $2a = 2b = 1,24 \lambda_0$ ist mit dem Querschnitt a-30 über eine Bandbreite von 23 % eine Entkopplung orthogonaler Polarisierungen von mehr als 30 dB zu erreichen. Diese Apertur wird von Rudge als optimal bezeichnet. Durch die Variation der Eckwinkel η_1 und η_2 entsteht ein Querschnitt mit jeweils gleicher Seitenlänge (a-22,5), der einer runden Apertur sehr ähnlich ist und auch eine vergleichbare Strahlungseigenschaften besitzt. Der maximale Kreuzpolarisationspegel erreicht ein ausgeprägtes Minimum für $2a/\lambda_0 = 1,15$. Eine Entkopplung von mehr als 35 dB ist allerdings wie beim runden Querschnitt nicht zu erreichen, wenngleich das Maximum mit einer etwas kleineren Kantenlänge erreicht wird. Ein Vergleich zwischen den Hornstrahlern mit achteckigem Querschnitt und den vorgestellten quadratischen Aperturen mit verrundeten Ecken zeigt, dass beide Querschnittstypen bei geeigneter Parameterwahl durchaus vergleichbare Eigenschaften aufweisen. Beim Entwurf von kompakten Zwei-Moden-Hörnern mit kleiner Kantenlänge sind verrundete Ecken bzgl. der Fertigung jedoch deutlich von Vorteil.

Antennen, die lediglich für eine Polarisation ausgelegt werden sollen, können sehr polarisationsrein mit kleinen, sechseckigen Aperturen aufgebaut werden. Die Ergebnisse für zwei Beispiele dieses Querschnittstyps sind ebenfalls in Bild 5.60 dargestellt. Die sechseckige Apertur s-30, bei der alle Kanten gleich lang sind, besitzt identische Kreuzpolarisationseigenschaften wie der Typ a-22,5. Mit einem geringfügig größeren Winkel η_1 , der die polare Lage des ersten Eckpunktes angibt, ist mit einer Aperturausdehnung von $2a = 1,16 \lambda_0$ für den Typ s-40 die maximale Entkopplung zu

erzielen. Die relative Bandbreite beträgt dabei ca. 20 %. Dieser Querschnitt gewährleistet bereits bei einer Aperturausdehnung von $2a = 1,08 \lambda_0$ eine Entkopplung von 30 dB.

Die Darstellungen in Bild 5.59 und Bild 5.60 zeigen, dass durch die Abwandlung der üblichen Aperturquerschnitte auch mit sehr kleinen Strahlern hohe Kreuzpolarisationsdämpfungen zu erzielen sind. Die Kurven weisen stets ein ausgeprägtes Minimum auf, welches auf die optimale Aperturausdehnung für den jeweiligen Strahler führt. Werden zusätzlich noch andere Strahlungseigenschaften gefordert, wie z.B. eine weitgehend rotationssymmetrische Richtcharakteristik durch Anregung höherer Moden, so ist ein Kompromiss zwischen beiden Forderungen erforderlich. Das Minimum liegt nämlich stets in einem Bereich, in dem höhere Eigenwellen ausbreitungsfähig sind. Die theoretisch erreichbare Polarisationsreinheit wird dadurch beeinträchtigt. Insbesondere wenn der Strahler aus stückweise homogenen Leitungsteilen zusammengesetzt ist und nicht allmählich in den Aperturquerschnitt übergeht, wächst die kreuzpolare Fernfeldkomponente aufgrund des Wirkleistungstransports der ausbreitungsfähigen Eigenwellen an. Bei dem Entwurf des Zwei-Moden-Horns mit quadratischer Apertur und verrundeten Ecken musste ein solcher Kompromiss eingegangen werden.

In Bild 5.61 und Bild 5.62 ist ergänzend der Richtfaktor der Einzelstrahler über der normierten Frequenz aufgetragen. Für alle Strahler ist ein mit der Frequenz wachsender Richtfaktor zu erkennen. Die Apertur wird im Vergleich zur Wellenlänge groß, und die Wirkfläche der Antenne steigt. Bei den vorgestellten Einzelstrahlern beträgt der Richtfaktor für den Darstellungsbereich für kleine Frequenzen ca. 10 dB und für größere Frequenzen ca. 13 dB. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Antennen betragen bei gleicher Kantenlänge der Apertur ca. 1 dB.

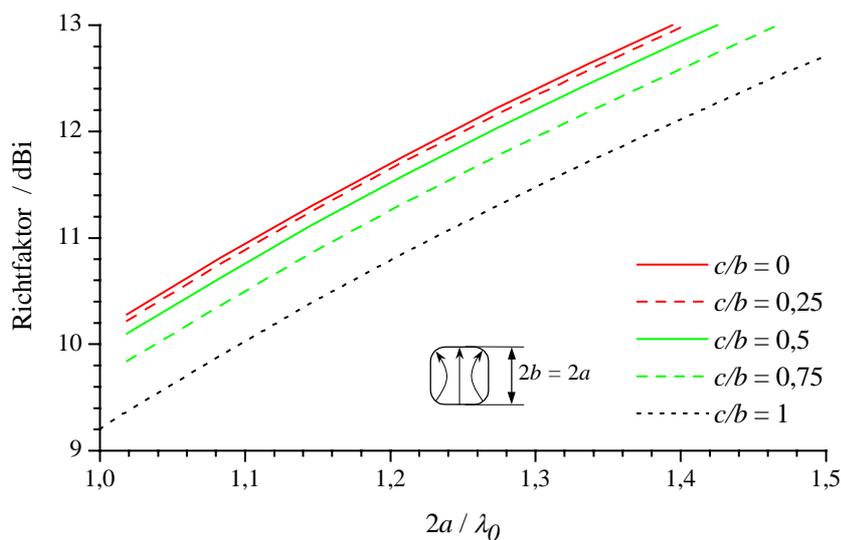


Bild 5.61: Richtfaktor von Hornstrahlern mit quadratischer Apertur und verrundeten Ecken in Abhängigkeit von der normierten Kantenlänge $2a$

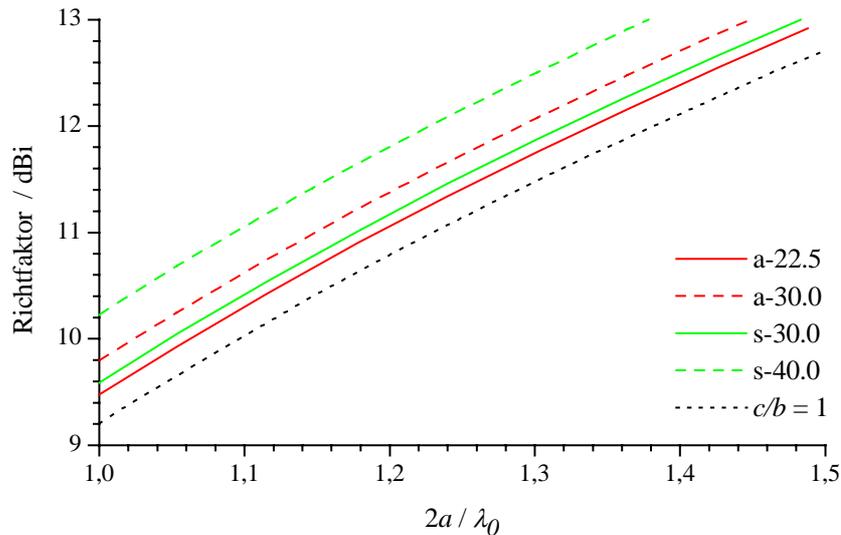


Bild 5.62: Richtfaktor von Hornstrahlern mit unterschiedlicher Apertur in Abhängigkeit von der normierten Kantenlänge $2a$

Mit zunehmender Verrundung der Ecken bei quadratischen Querschnitten nimmt die Wirkfläche des Strahlers ab und der Richtfaktor und damit auch der Gewinn werden verringert. Dieses Verhalten lässt sich auch auf andere Querschnitte übertragen, so z.B. auf den Typ s-30. Für maximal verrundete Ecken geht dieser Typ in die ebenfalls dargestellte runde Apertur über. Mit fehlender Verrundung ist aber die Aperturfläche und damit bei den betrachteten Einzelstrahlern auch die Wirkfläche und der Richtfaktor größer.

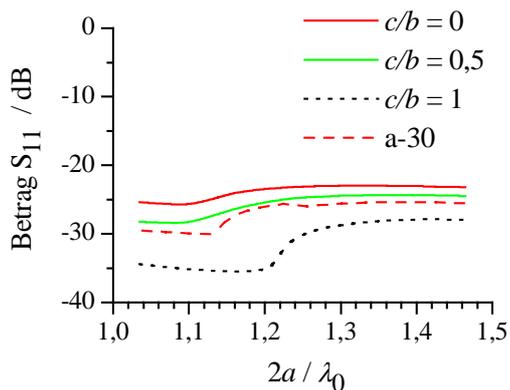


Bild 5.63: Betrag des Reflexionsfaktors an der Apertur von verschiedenen Hornstrahlern in Abhängigkeit von der normierten Kantenlänge $2a$

Eine sehr charakteristische Größe von Hornstrahlern ist der Eingangsreflexionsfaktor der Antenne, der bei allmählicher Querschnittsaufweitung im Wesentlichen durch die Aperturreflexionen bestimmt ist. Diese sind in Bild 5.63 dargestellt. Die runde Öffnung weist neben einer hohen Kreuzpolarisationsdämpfung zusätzlich eine geringe Aperturreflexion von $-35,5$ dB für $2a = 1,16 \lambda_0$ auf. Mit abnehmender Verrundung der Ecken einer quadratischen Öffnung steigt der Betrag des Reflexionsfaktors bei sonst gleichen Parametern, wobei ein Maximalwert von -23 dB bei fehlender Verrundung nicht überschritten wird.

Der Betrag des Reflexionsfaktors des quadratischen Querschnitts mit normierter Verrundung $c/b = 0,5$ kann für $2a = 1,3 \lambda_0$ mit $-24,4$ dB angegeben werden. Es besteht aber auch die Möglichkeit, diesen Strahler durch das in Kapitel 5.2 vorgestellte Optimierungsverfahren an ein Speisesystem anzupassen.

Die Aperturreflexionen anderer Hornstrahler sind mit denen quadratischer Öffnungen vergleichbar. Beispielhaft ist die Kurve für den Querschnitt a-30 dargestellt. Sie liegt im betrachteten Bereich zwischen $-30,0$ dB und $-25,4$ dB.

Die Untersuchungen einzelner Hohlleiteröffnungen und Hornstrahler in diesem Abschnitt zeigen, dass die Abwandlung der Querschnittsgeometrie in Vorteilen bzgl. des Strahlungsverhaltens dieser Antennen resultiert. Besonders interessant sind dabei Elemente, die orthogonale Polarisierungen übertragen können und bei denen die Möglichkeit besteht, eine sehr effiziente und kompakte Zusammenfassung in Gruppen durchzuführen, wie z.B. quadratische oder achteckige Hornstrahler. Eine höchste Packungsdichte ist zweifelsohne mit quadratischen Aperturen ohne Verrundung der Ecken und mit sechseckigen Öffnungen zu erzielen. Letztere weisen bei gleicher Öffnungsbreite verbesserte kreuzpolare Eigenschaften im Strahlungsfeld auf, sind allerdings nur bedingt für die Übertragung orthogonaler Polarisierungen geeignet.

Die Strahlungseigenschaften der Gruppe, wie die Richtcharakteristik oder der Eingangsreflexionsfaktor der Elemente, sind nicht nur durch die Art und den Aufbau des einzelnen Strahlers bestimmt, sondern zusätzlich abhängig von der Verkopplung der Einzelstrahler untereinander. Diese soll im nächsten Abschnitt ebenfalls für beliebige Querschnitte der Aperturen analysiert werden.

5.4.3 Verkopplung in Gruppenanordnungen

Die Verkopplung zweier Elemente einer Gruppe ist - neben der geometrischen Form ihrer Aperturen - abhängig von ihrem Abstand sowie vom relativen Versatzwinkel. Die grundlegenden Erkenntnisse sind in Kapitel 4.4 bei der Einführung des Interpolationsverfahrens dargestellt worden. Als wesentliche Ergebnisse lassen sich folgende Einflüsse der Verkopplung zwischen zwei Aperturen 1 und 2 festhalten: Der Betrag der modalen Koppeladmittanz y_{21} ist bei alleiniger Betrachtung einer Abstandsvariation zwischen zwei Aperturen umgekehrt proportional zum Abstand bzw. zu dessen Quadrat; die Phase weist dabei eine lineare Abhängigkeit auf. Für einen festen Abstand variieren Betrag und Phase der Koppeladmittanz gemäß einer harmonischen Funktion, wenn der Versatzwinkel verändert wird. Diese Ausführungen gelten nicht nur für die Grundmodeverkopplung zweier Hohlleiter, sondern lassen sich direkt auf höhere Moden übertragen. Aus den Koppeladmittanzen aller möglichen Kombinationen der modalen Verkopplung lässt sich die Admittanzmatrix aufstellen, aus der gemäß Kapitel 4 die geläufigere Streumatrix und damit die Reflexions- und Transmissionseigenschaften der Anordnung hervorgehen.

Die messtechnische Verifizierung des Reflexionsverhaltens von offenen Hohlleitern in Kapitel 5.4.1 zeigt, dass die Beschreibung des Aperturfeldes allein durch den Grund-

mode schon zu akzeptablen Ergebnissen führt. Er besitzt auch den hauptsächlichen Einfluss auf die Verkopplung zweier Aperturen. Bei einem einzelnen Strahler werden beim Übergang zum Freiraum in der Apertur nur höhere Eigenwellen mit der gleichen Umfangsordnung angeregt. Somit brauchen auch nur diese Moden bei einer Berechnung berücksichtigt zu werden. In einer Gruppenanordnung werden darüber hinaus weitere Eigenwellen angeregt, über deren Umfangsordnung (oder deren Wellentyp) zunächst keine Aussage gemacht werden kann. Für eine ausreichende Approximation der realen Aperturfelder sind neben den zur Berechnung der Reflexion notwendigen noch andere Eigenwellen zu berücksichtigen, abhängig von dem jeweiligen Maß der Anregung. Die folgenden Untersuchungen zeigen, welche Abhängigkeiten zwischen der Anregung von Eigenwellen und der geometrischen Lage der Aperturen bestehen.

Die Ergebnisse der Betrachtungen einer Abstandvariation wurden bereits in Kapitel 4.4 vorgestellt, so dass an dieser Stelle ausschließlich Variationen des relativen Versatzwinkels durchgeführt werden. Die nachfolgenden Darstellungen beschränken sich auf die Angabe des Betrags der Koppeladmittanzen y_{21} zwischen den Eigenwellen zweier identischer Hohlleiteraperturen und sind so mit den Ausführungen in Kapitel 4.4 vergleichbar. Außerdem ist die Bestimmung der modalen Koppeladmittanz unabhängig von dem gewählten Modenansatz. Es treten daher keine Ergebnisverfälschungen durch die Anregung von Eigenwellen in derselben Apertur auf, die wiederum in Wechselwirkung mit Eigenwellen der jeweils anderen Apertur treten. Dies wäre bei der Darstellung der Transmissionskoeffizienten der Streumatrix unvermeidbar. Eine Aussage über die tatsächlich vorhandene modale Anregung kann also nur über die Koppeladmittanzen erfolgen. Sie wirken sich jedoch direkt auf die Streuparameter der Anordnung aus, so dass große Beträge der Koppeladmittanzen auch großen Einfluss auf die geläufigere Streumatrix haben. An dieser Stelle sind aber weniger die tatsächlichen Transmissionskoeffizienten von Interesse, als vielmehr die relative Aussage über das Maß der Anregung verschiedener Eigenwellen in unterschiedlichen geometrischen Anordnungen, um die Berechnungen mit so wenig Eigenwellen wie nötig aber mit so vielen wie notwendig durchzuführen.

Bild 5.64 zeigt den Betrag der Koppeladmittanz zwischen der in positiver y -Richtung polarisierten H_{11} -Grundwelle und höheren H-Wellen in zwei runden Aperturen mit dem Durchmesser $0,7 \lambda_0$ in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels φ_{21} bei konstantem Abstand $R_{21} = 1,4 \lambda_0$. Aus der Vielzahl der Eigenwellen sind diejenigen mit starker Anregung und charakteristischem Verhalten herausgegriffen. Aus Symmetriegründen ist die Darstellung zusätzlich auf den Winkelbereich $0^\circ \leq \varphi_{21} \leq 90^\circ$ beschränkt.

Die stärkste Anregung in der zweiten Apertur erfährt die Grundwelle. Ausgehend von einem Betrag von $-29,6$ dB für eine Position in der H-Ebene wächst die Koppeladmittanz mit steigendem Versatzwinkel bis auf $-19,8$ dB. Sehr bedeutend ist auch die Wechselwirkung der Grundwelle und der H_{21} -Welle in der zweiten Apertur. Der Betrag der Koppeladmittanz liegt in der Größenordnung der Grundwellenanregung, teilweise sogar darüber. Bei großen relativen Versatzwinkeln geht die Interaktion gegen Null:

Aus Symmetriegründen wird die H_{21} -Welle bei einer exakten Position in der E-Ebene durch die Grundwelle in der ersten Apertur nicht angeregt. Im Gegensatz dazu ist dann die Wechselwirkung mit der H_{31} -Welle maximal. Andere Eigenwellen, wie z.B. die H_{01} - und die H_{12} -Welle, werden nur mit sehr geringer Amplitude angeregt, so dass ihre Berücksichtigung nicht unbedingt erforderlich ist. Sie besitzen nur geringen Einfluss auf die Koppelmechanismen der betrachteten Anordnung.

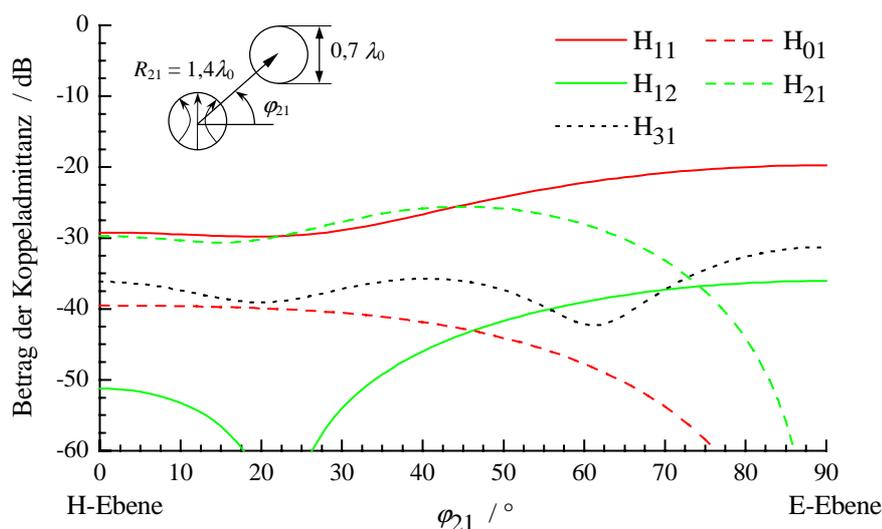


Bild 5.64: Betrag der Koppeladmittanz zwischen der H_{11} -Grundwelle in der ersten und unterschiedlichen H-Wellen in der zweiten Apertur in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels

Unter den E-Moden erfährt die E_{11} -Welle die größte Anregung und ist für alle Versatzwinkel dominierend (vgl. Bild 5.65). Der Betrag der Koppeladmittanz wird mit $-22,7$ dB für eine Position in der E-Ebene maximal und liegt damit in der Größenordnung der H_{11} -Grundwellenanregung. Für große Versatzwinkel ist ebenfalls die E_{01} -Welle zu berücksichtigen, die - wiederum aus Symmetrieüberlegungen - für kleine Versatzwinkel keine Rolle spielt. Die elektrischen Feldstärkevektoren der Moden sind bei dieser Anordnung gerade so orientiert, dass die Koppelprodukte vollständig verschwinden. Für diesen Fall ist dann neben der E_{11} -Welle auch die E_{21} -Welle zu beachten.

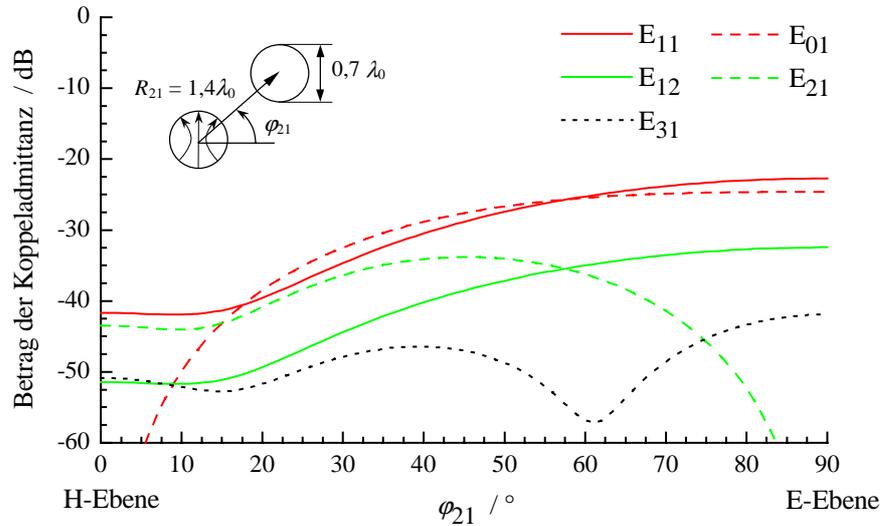


Bild 5.65: Betrag der Koppeladmittanz zwischen der H_{11} -Grundwelle in der ersten und unterschiedlichen E-Wellen in der zweiten Apertur in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels

In Bild 5.66 und Bild 5.67 ist die modale Anregung von H- bzw. E-Wellen in einem offenen rechteckigen Hohlleiter mit maximal verrundeten Ecken dargestellt. Als Bezugswelle dient der H_{cu1} -Grundmode. Den dominierenden Einfluss auf die Interaktion der beiden Hohlleiter besitzt erneut die in der zweiten Apertur angeregte Grundwelle.

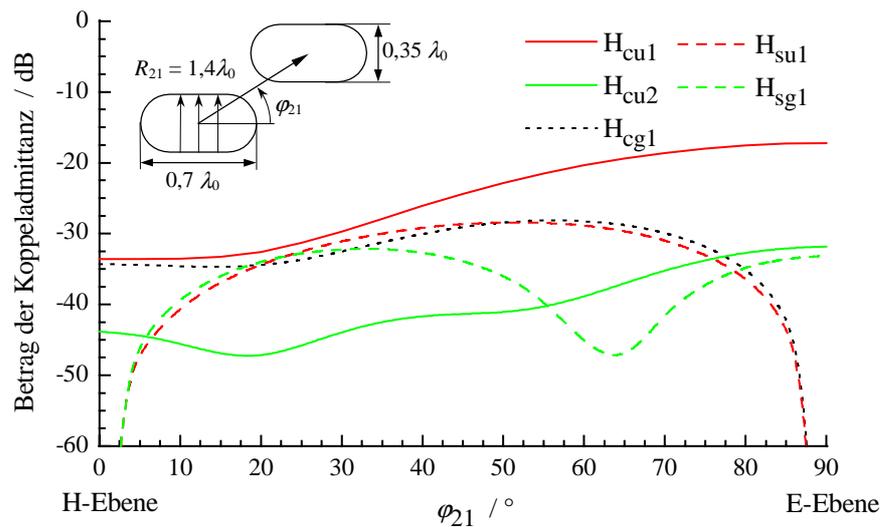


Bild 5.66: Betrag der Koppeladmittanz zwischen der H_{cu1} -Grundwelle in der ersten und unterschiedlichen H-Wellen in der zweiten Apertur in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels

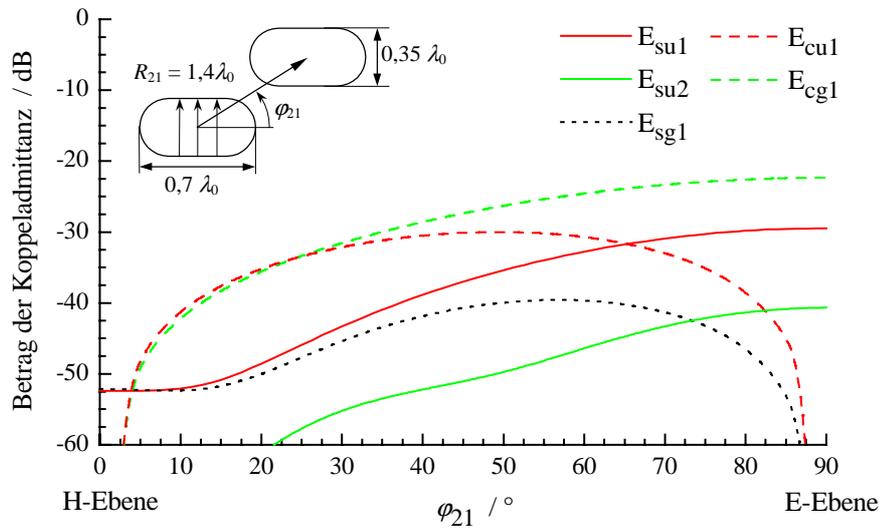


Bild 5.67: Betrag der Koppeladmittanz zwischen der H_{cu1} -Grundwelle in der ersten und unterschiedlichen E-Wellen in der zweiten Apertur in Abhängigkeit des relativen Versatzwinkels

Verglichen mit runden Aperturen ist der Betrag der Koppeladmittanz für einen Versatz in der H-Ebene mit $-33,6$ dB geringfügig kleiner. Je weiter die zweite Apertur in Richtung der E-Ebene positioniert wird, desto größer wird die Grundwellenanregung. Der Maximalbetrag von $-17,2$ dB wird für $\varphi_{21} = 90^\circ$ erreicht. Bei einem Versatz in der H-Ebene wird zusätzlich die H_{cg1} -Welle mit nicht vernachlässigbarer Amplitude angeregt. Für kleine relative Versatzwinkel im Bereich $10^\circ < \varphi_{21} < 40^\circ$ sind mindestens vier H-Moden zur adäquaten Beschreibung der Verkopplungseffekte notwendig. Von den E-Moden ist unbedingt die E_{cg1} -Welle zu beachten, deren Wechselwirkung mit der Grundwelle für $\varphi_{21} = 90^\circ$ maximal wird und bei anderen Versatzwinkeln dominierend ist. Bei der Verkopplung beider Aperturen in der H-Ebene kann auf die Berücksichtigung von E-Moden im Feldansatz verzichtet werden.

Den Kurvenverläufen der Anregung von H- und E-Wellen können lokale Minima und Maxima entnommen werden. Sie sind plausibel, wenn das transversale Feldbild dieser Moden betrachtet wird: Mit der Änderung des Feldbildes einer Eigenwelle in Umfangsrichtung oder radialer Richtung existieren Bereiche des Versatzwinkels, in denen die Welle durch Symmetrie weniger, und andere Bereiche, in denen sie durch Antisymmetrie stärker angeregt wird. Im Grenzfall kann die modale Wechselwirkung sogar verschwinden. Die Darstellungen machen deutlich, dass eine alleinige Grundmodebetrachtung nicht zur vollständigen Erfassung der Verkopplungseffekte ausreichend ist, und dass in planaren Gruppen eine Vielzahl an Eigenwellen eine signifikante Anregung erfahren. Generell ist die modale Anregung anhand der Transversalfelder der Eigenwellen ersichtlich. Die gezeigten Abhängigkeiten von dem relativen Versatzwinkel

können daher auf andere Hohlleiterquerschnitte übertragen werden, wenn die Transversalfelder der Eigenwellen als Grundlage des Vergleichs dienen (vgl. Anhang D).

Generell werden die Koppelmechanismen in der H-Ebene wesentlich durch die Anregung von H-Wellen bestimmt. In der E-Ebene sind neben dem dominierenden Grundmode unbedingt auch E-Wellen im Feldansatz zu berücksichtigen. Wird der Abstand zwischen den beiden Hohlleitern variiert, ändern sich in Bild 5.64 - Bild 5.67 allein die Beträge der Koppeladmittanzen (umgekehrt proportional zum Abstand in der E-Ebene und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes in der H-Ebene), nicht jedoch die relative Lage der Kurven zueinander. Damit bleibt das relative Maß der modalen Verkopplung erhalten, und die im Feldansatz berücksichtigte Modenanzahl kann ohne Fehler für verschiedene Versatzwinkel beschränkt werden.

Weiter ist zu beobachten, dass der Betrag der Koppeladmittanz für denjenigen Mode eines Feldtyps mit der kleinsten Indexzahl (z.B. H_{11} oder H_{cu1}) stets größer ist als für alle anderen Eigenwellen des gleichen Feldtyps (z.B. H_{12} , H_{13} oder H_{cu2} , H_{cu3}). Dies gilt unabhängig von der Querschnittsform der Aperturen.

Unter Berücksichtigung der modalen Anregung kann die Berechnung des frequenzabhängigen Transmissionskoeffizienten zwischen den Grundmoden zweier Hohlleitern im elektrisch leitenden Schirm durchgeführt werden. Bild 5.68 und Bild 5.69 zeigen den Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen zwei identischen quadratischen Hohlleitern in Abhängigkeit der normierten Frequenz. Die Ergebnisse werden für jeweils zwei Abstände in der E- und in der H-Ebene angegeben. Als Parameter der Kurven dient der normierte Verrundungsradius der Ecken. Für die Berechnung werden die relevanten Eigenwellen so gewählt, dass die Bestimmung des Reflexionsverhaltens unbedingt richtig ist (vgl. Kapitel 5.4.1). Entsprechende Konvergenzuntersuchungen zeigen, dass das Transmissionsverhalten durch die Berücksichtigung von maximal vier bis fünf zusätzlich durch den Grundmode angeregten Eigenwellen genügend genau berechnet werden kann.

Mit zunehmender Frequenz stellt sich die erwartete Verringerung der Wechselwirkung zwischen den Aperturen ein. Die als Quelle wirkende Apertur ist bezogen auf die Wellenlänge größer, und es erfolgt eine verstärkte Abstrahlung in den vorderen Antennenhalbraum. Die seitlich abgestrahlte, geringere Leistung wird zusätzlich aufgrund der höheren Frequenz stärker gedämpft, bevor eine Wechselwirkung mit der als Senke wirkenden Apertur erfolgen kann. Der Betrag des Transmissionskoeffizienten ist für die Anordnung der Aperturen in der E-Ebene stets größer als für die Anordnung in der H-Ebene. Der Einfluss der normierten Verrundung ist aus den Grafiken deutlich erkennbar: Bei vorgegebener Kantenlänge ist die Wechselwirkung runder Aperturen in der E-Ebene deutlich größer als die für quadratische Querschnitte. Zusätzlich liegt eine unterschiedliche Frequenzabhängigkeit vor. Im unteren Frequenzbereich der Darstellung ist die Wechselwirkung für alle betrachteten Querschnitte mit ca. -29 dB näherungsweise gleich und divergiert mit steigender Frequenz zunehmend (vgl. Bild 5.47). Im Gegensatz dazu ist die Leistungstransmission für einen H-Ebenen-Versatz zwischen

runden Aperturen geringer als zwischen quadratischen. Das Frequenzverhalten ist annähernd gleich.

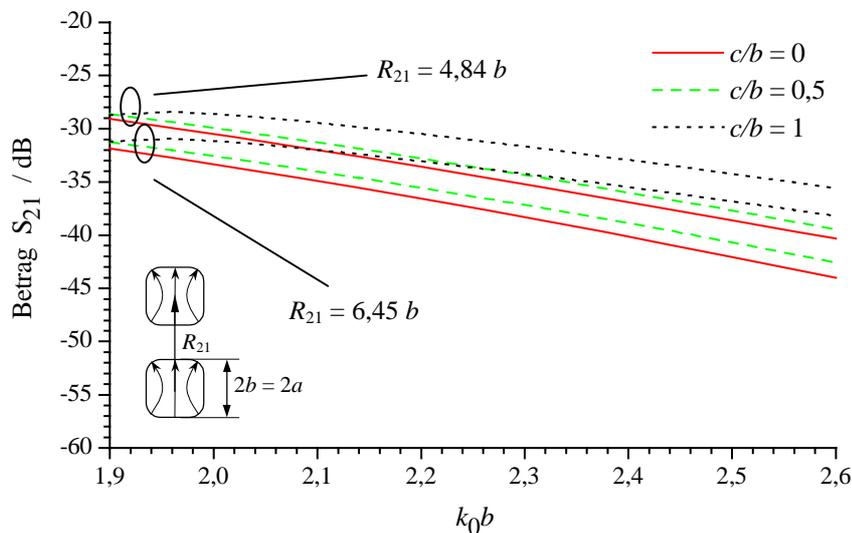


Bild 5.68: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen zwei quadratischen Hohlleitern für Anordnungen in der E-Ebene. Parameter ist der normierte Verrundungsradius der Ecken.¹⁸

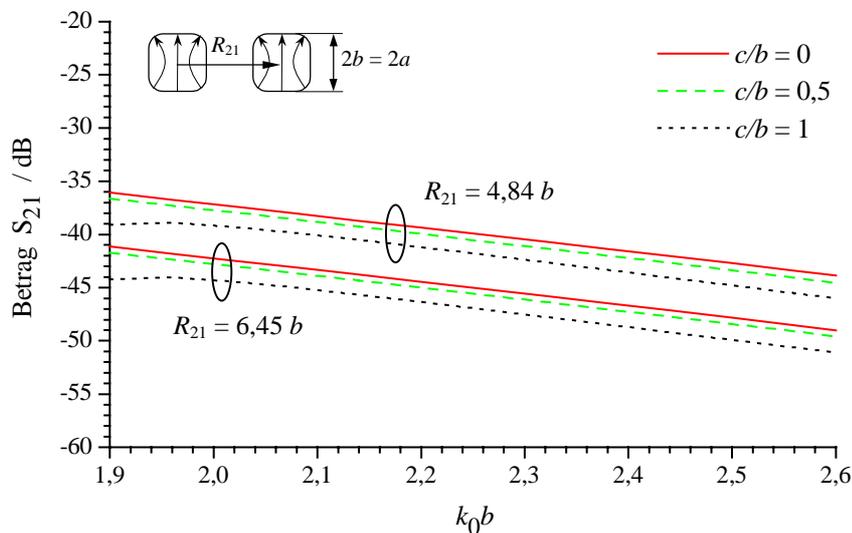


Bild 5.69: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen zwei quadratischen Hohlleitern für Anordnungen in der H-Ebene. Parameter ist der normierte Verrundungsradius der Ecken.

¹⁸ Als Beispiel soll folgender Vergleich dienen: Für die Kantenlänge $a = b = 9,3$ mm gilt $R_{21} = 45$ mm bzw. 60 mm. Die normierte Frequenz $k_0 b = 2,2$ entspricht dann $f = 11,3$ GHz. Diese Parameter werden auch bei der messtechnischen Untersuchung benutzt.

Prinzipiell können die Elemente einer Gruppe nicht nur kopolar, wie in den vorangegangenen Beispielen, mit bestimmten Abstand und relativem Versatzwinkel angeordnet sein. Es ist zum Teil erforderlich, die Elemente um ihre longitudinale Achse um den Winkel α zu verdrehen. Dieser Ansatz wird in Gruppenerregern verfolgt, um durch zusätzliche Elemente das Strahlungsfeld eines Haupterregers zu optimieren. Diesbezüglich kann eine Anordnung zweier Aperturen für unterschiedliche Versatzwinkel betrachtet werden. In Bild 5.70 und Bild 5.71 sind beispielsweise die Versatzwinkel $\varphi_{21} = 90^\circ$ und $\varphi_{21} = 0^\circ$ herausgegriffen. Ausgehend von einer kopolaren Anordnung der Strahler ist der Betrag des Transmissionskoeffizienten für kleine Winkel α konstant. Für große Winkel geht die Transmission gegen Null, weil keine Wechselwirkung zwischen orthogonalen oder paarweise symmetrischen Feldkomponenten stattfindet.

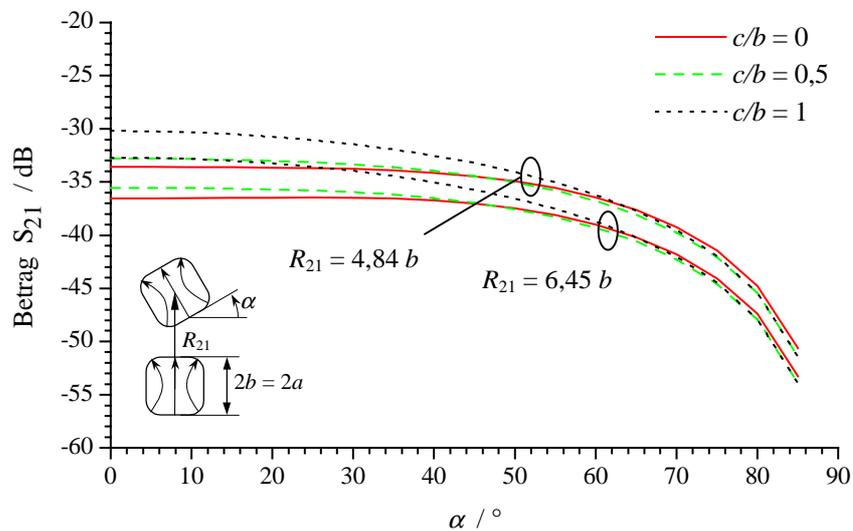


Bild 5.70: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen zwei quadratischen Hohlleitern für Anordnungen in der E-Ebene bei der normierten Frequenz $k_0 b = 2,2$. Parameter ist der normierte Verrundungsradius der Ecken.

Der Einfluss der verrundeten Ecken des quadratischen Querschnitts ist in der E-Ebene am stärksten ausgeprägt. Im Grenzfall $\alpha = 0^\circ$ beträgt der Unterschied der Transmission zwischen runden und quadratischen Aperturen ca. 3,5 dB. Während die Transmission für einen E-Ebenen-Versatz auch bis zu einem Verdrehwinkel $\alpha = 30^\circ$ nahezu konstant bleibt, ist für einen H-Ebenen-Versatz bei diesem Winkel schon ein deutliches Abklingen der Transmission zu erkennen. Dieses ist für ideal quadratische Querschnitte ausgeprägter als für runde Aperturen.

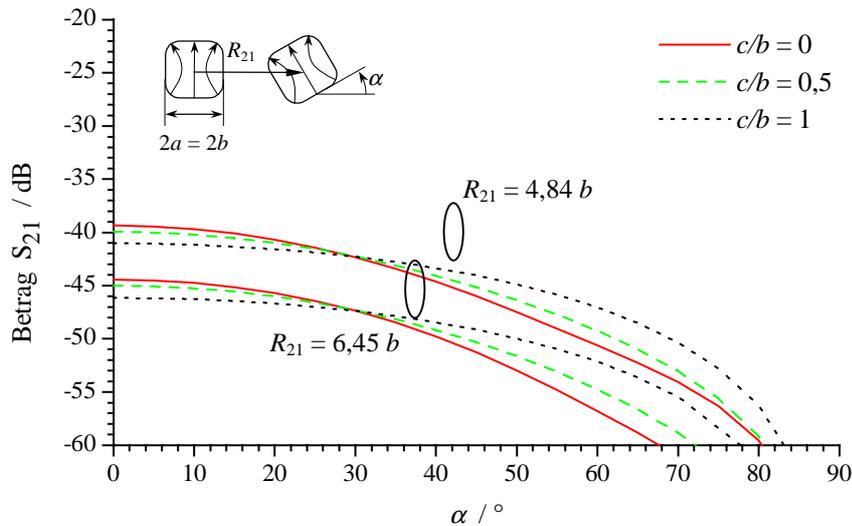


Bild 5.71: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen zwei quadratischen Hohlleitern für Anordnungen in der H-Ebene bei der normierten Frequenz $k_0 b = 2,2$. Parameter ist der normierte Verrundungsradius der Ecken.

Bei rechteckigen Hohlleiterquerschnitten hat der Verrundungsradius nur geringe Auswirkungen auf das Transmissionsverhalten bei Variation des Drehwinkels. Hier ist allein die relative Lage und der Drehwinkel von Bedeutung. Dies hängt mit der Aperturfeldverteilung zusammen, die durch die Verrundung nur unwesentlich verändert wird. Mit maximaler Verrundung erhöht sich die Verkopplung der beiden Hohlleiter um ca. 1 dB gegenüber nicht verrundeten Ecken. Die Phase des Transmissionskoeffizienten ist über den Drehwinkel nahezu konstant. Bei der Lage der Aperturen in der H-Ebene bleibt die Wechselwirkung auch von großen Drehwinkel $\alpha < 50^\circ$ fast unbeeinflusst. Dieses Verhalten ist bei quadratischen Aperturen nicht zu beobachten.

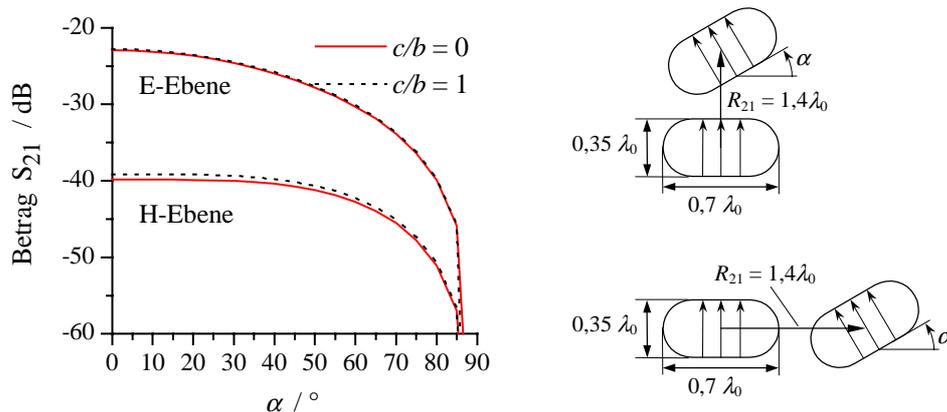


Bild 5.72: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen zwei rechteckigen Hohlleitern. Parameter ist der normierte Verrundungsradius der Ecken.

Nach der Präsentation von theoretischen Ergebnissen soll im Folgenden eine messtechnische Verifikation der Verkopplungsberechnungen durch einfache Hohlleiteranordnungen durchgeführt werden. Dabei kommen Rundhohlleiter und rechteckige Hohlleiter mit maximal verrundeten Ecken zum Einsatz. Die Messanordnung besteht aus einer Messingplatte der Größe $250 \times 300 \text{ mm}^2$. Durch verschiedene Einsätze lassen sich unterschiedliche Anordnungen zwischen zwei Hohlleitern, deren offenes Ende in der Platte mündet, analysieren. Die Messtore des automatischen Netzwerkanalysators werden auf den Querschnitt eines Anschlusshohlleiters kalibriert.

Bei der Simulation werden jeweils acht Eigenwellen in jedem Hohlleiter berücksichtigt. Vier Eigenwellen dienen dabei zur korrekten Bestimmung der Reflexionseigenschaften des einzelnen Elementes. Sie beschreiben auch die Verkopplung schon recht gut. Weitere vier Eigenwellen werden auf Basis der Untersuchungen zur modalen Verkopplung ausgewählt. Dabei werden diejenigen Moden im Feldansatz berücksichtigt, die abhängig von der Geometrie der untersuchten Anordnung am stärksten angeregt werden.

Da die grundlegenden Einflüsse der Wechselwirkung zwischen zwei offenen Hohlleitern in Abhängigkeit von den Aperturabmessungen, der Frequenz und der geometrischen Lage bereits diskutiert wurden, sollen die messtechnischen Ergebnisse an dieser Stelle hauptsächlich für die Verifikation der Simulationen dienen. Es werden daher nur die wichtigsten Erkenntnisse präsentiert.

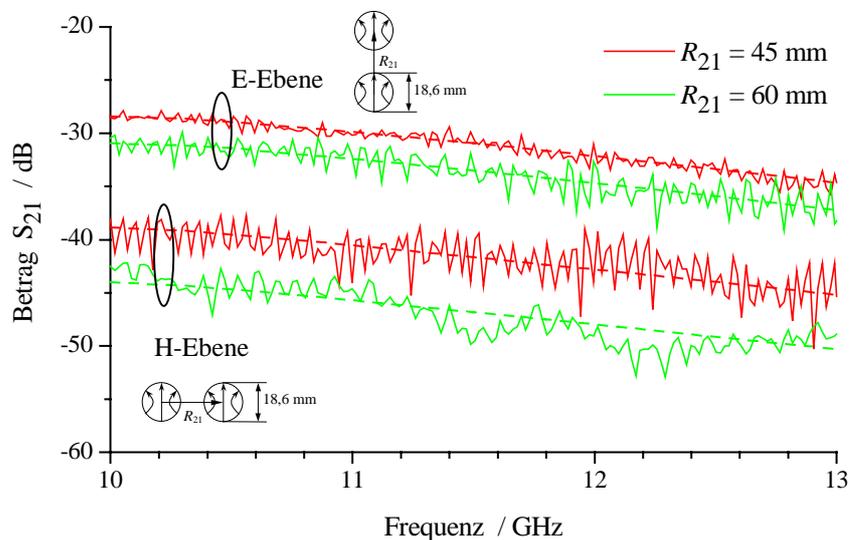


Bild 5.73: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Betrags der Transmission zwischen zwei identischen Rundhohlleitern für verschiedene Abstände in der E- und in der H-Ebene. Die Simulationen sind gestrichelt dargestellt.

Zunächst wird die Verkopplung zwischen zwei Rundhohlleitern mit Durchmesser 18,6 mm für Anordnungen in der E- und in der H-Ebene betrachtet. Die Abstände der Mittelpunkte der Aperturen betragen dabei 45 mm bzw. 60 mm. In Bild 5.73 ist der

Betrag und in Bild 5.74 ist die Phase des Transmissionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Die Länge des Einsatzes zur Positionierung in der Metallplatte beträgt dabei jeweils 8 mm, wodurch eine zusätzliche Phasendrehung erzeugt wird. Diese wird bei der Simulation über eine entsprechende Streumatrix berücksichtigt. In Bild 5.73 ist deutlich zu erkennen, dass der Betrag des Transmissionskoeffizienten bei einem Versatz in der E-Ebene viel größer ist als in der H-Ebene, die beiden Strahler also eine stärkere Wechselwirkung erfahren. Die Simulationsergebnisse können für alle betrachteten Anordnungen durch die Messungen bestätigt werden. Der stark oszillierende Verlauf der Messkurve ist dabei auf stochastische Störungen zurückzuführen. Sie wirken sich im Wesentlichen bei der Bestimmung von sehr kleinen relativen Pegeln von weniger als -40 dB auf die Messergebnisse aus. Zusätzliche Fehler können bei kleinen Pegeln aufgrund einer unzureichenden Güte der Kalibrierung des ANA auftreten. Diese Effekte sind bei der Vermessung der H-Ebenen-Anordnung ersichtlich. Weitere Fehlerquellen resultieren aus dem Messaufbau: Zur Vermeidung von Beugungserscheinungen wird Mikrowellenabsorbermaterial an den Kanten der endlichen Metallplatte aufgebracht. Dadurch werden die Beugungen zwar minimiert aber nicht gänzlich ausgeschlossen, wodurch es zu einer leichten Oszillation der Messkurve um die Simulationskurve kommt. Dieser Effekt wurde bereits bei der Bestimmung der Richtcharakteristik von Einzelstrahlern erläutert. Wenn die Fehlereinflüsse bei einem bewertenden Vergleich zwischen Messung und Simulation berücksichtigt werden, so ist sowohl für den Betrag als auch für die Phase der Transmission eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen.

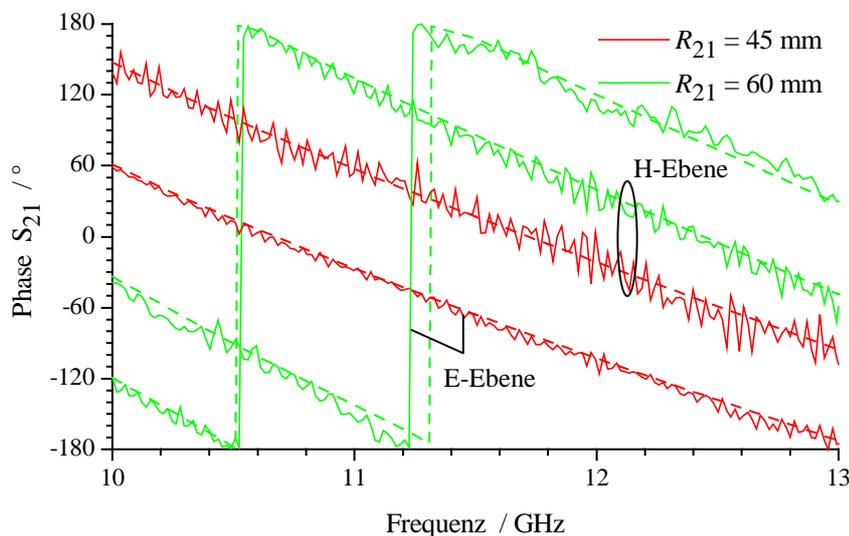


Bild 5.74: Vergleich zwischen Messung und Simulation der Phase der Transmission zwischen zwei identischen Rundhohlleitern für verschiedene Abstände in der E- und in der H-Ebene. Die Simulationenkurven sind gestrichelt dargestellt.

Die Vermessung des Transmissionsverhaltens zwischen zwei rechteckigen Hohlleitern mit maximal verrundeten Ecken erfolgt mittels Hohlleitereinsätze mit einer geometrischen Länge von 14 mm. Die Wellenleiter weisen eine Breite von 23 mm und eine Höhe von 10 mm auf. Als Bezugswellenleiter dient jeweils ein R100-Rechteckhohlleiter, auf den die Tore des ANA kalibriert werden. Der Übergang zwischen dem Speisehohlleiter und dem zu untersuchenden Wellenleiter sowie dessen Länge müssen bei der Simulation durch eine entsprechende Streumatrixverknüpfung berücksichtigt werden. Dieses Vorgehen wurde bereits bei der Messung des Reflexionsfaktors angewendet. Der Transmissionskoeffizient zwischen den Grundwellen der Hohlleiter ist nach Betrag und Phase für Abstände in der E-Ebene von 60 mm, 90 mm und 150 mm in Bild 5.75 und Bild 5.76 dargestellt. Der Betrag des Koeffizienten wächst mit sinkendem Abstand: Bei z.B. 10,0 GHz beträgt er ca. -25 dB für $R_{21} = 60$ mm und ist selbst für einen sehr großen Abstand von $R_{21} = 150$ mm mit -32,5 dB noch signifikant. Die simulierten Ergebnisse können erneut mit sehr guter Übereinstimmung durch die Messungen bestätigt werden. Auf die Darstellung der Ergebnisse der Vermessung dieser Hohlleiter für Anordnungen in der H-Ebene wird an dieser Stelle verzichtet. Der Betrag des Verkopplung liegt im betrachteten Frequenzbereich für $R_{21} = 60$ mm unter -55 dB. Aufgrund der endlichen Genauigkeit der Kalibrierung des ANA wird bei derart kleinen Pegeln der Bereich einer ausreichenden Messgenauigkeit verlassen.

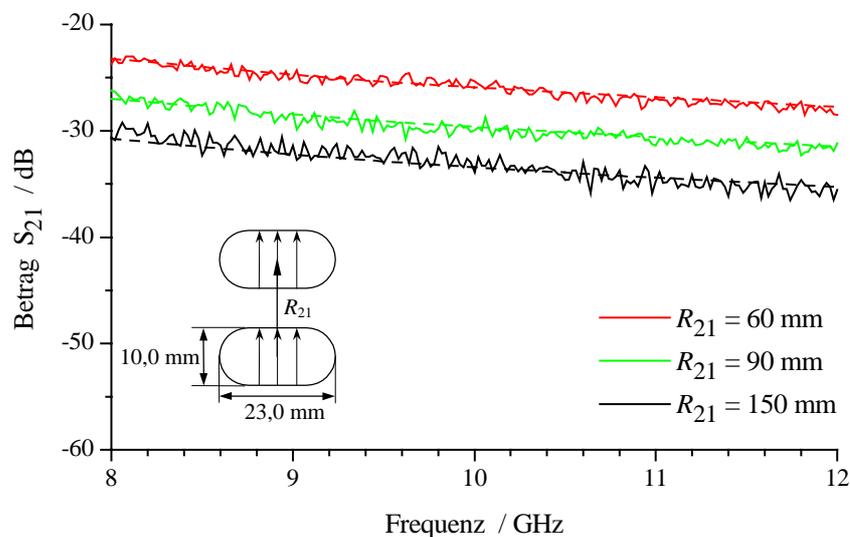


Bild 5.75: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Betrags der Transmission zwischen zwei identischen Rechteckhohlleitern mit maximal verrundeten Ecken für verschiedene Abstände in der E-Ebene. Die Simulationen sind gestrichelt dargestellt.

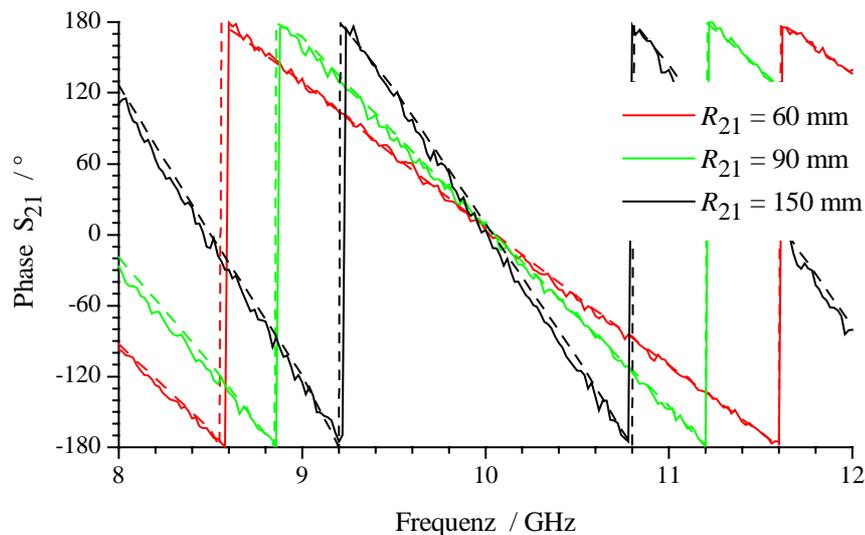


Bild 5.76: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Betrags der Transmission zwischen zwei identischen Rechteckhohlleitern mit maximal verrundeten Ecken für verschiedene Abstände in der E-Ebene. Die Simulationskurven sind gestrichelt dargestellt.

Es sollen an dieser Stelle vielmehr die Ergebnisse für Anordnungen überprüft werden, bei denen einer der beiden Hohlleiter um seine longitudinale Achse um den Winkel α verdreht ist. Dabei kommen erneut die schon oben verwendeten Hohlleiter zum Einsatz. Es wird der Betrag des Transmissionskoeffizienten für diskrete Drehwinkel $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° mit Messwerten verglichen, wobei in Bild 5.77 die Ergebnisse für runde Aperturen mit einem Abstand von 45 mm und in Bild 5.78 die Ergebnisse für rechteckige Aperturen mit maximal verrundeten Ecken mit einem Abstand von 60 mm dargestellt sind. Für einen relativen Drehwinkel von 0° liegen die Öffnungen jeweils in der E-Ebene.

Die Simulationsergebnisse stimmen erneut bis auf geringe Abweichungen mit den Messdaten überein. Trotz des größeren Elementabstandes der rechteckigen Hohlleiter, tritt eine stärkere Wechselwirkung auf als bei den Rundhohlleitern. Dies begründet sich durch die nahezu uniforme Aperturfeldbelegung der Grundwelle im rechteckigen Querschnitt, die eine verstärkte Leistungsabstrahlung in der E-Ebene verursacht. Beugungseffekte an den Kanten der endlichen Metallplatte verursachen wiederum eine leichte Oszillation der Messkurven um die jeweilige Simulationskurve. Aufgrund der größeren Leistungsabstrahlung in die Richtung ihrer Polarisierung besitzen Beugungseffekte an den Kanten in dieser Ebene einen größeren Einfluss auf die Messergebnisse.

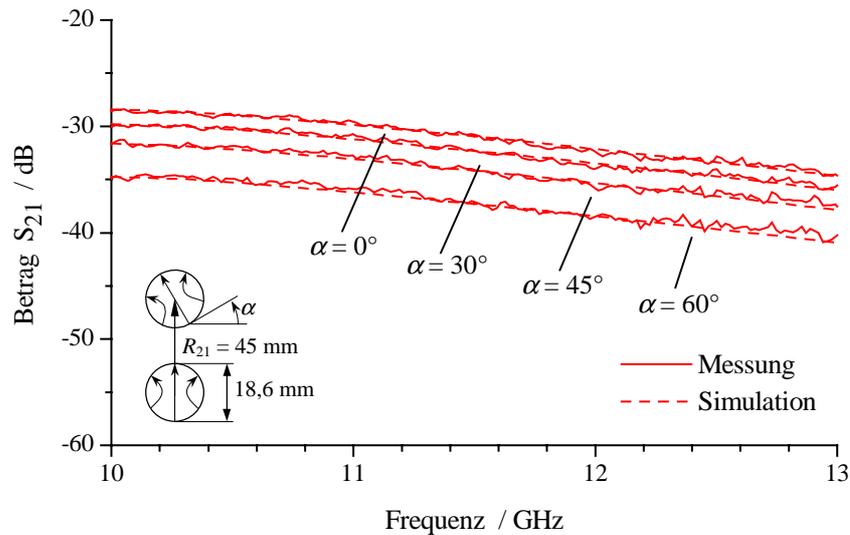


Bild 5.77: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Betrags der Transmission zwischen zwei identischen Rundhohlleitern für einen Versatz von 45 mm in der E-Ebene. Parameter der Kurven ist der relative Drehwinkel.

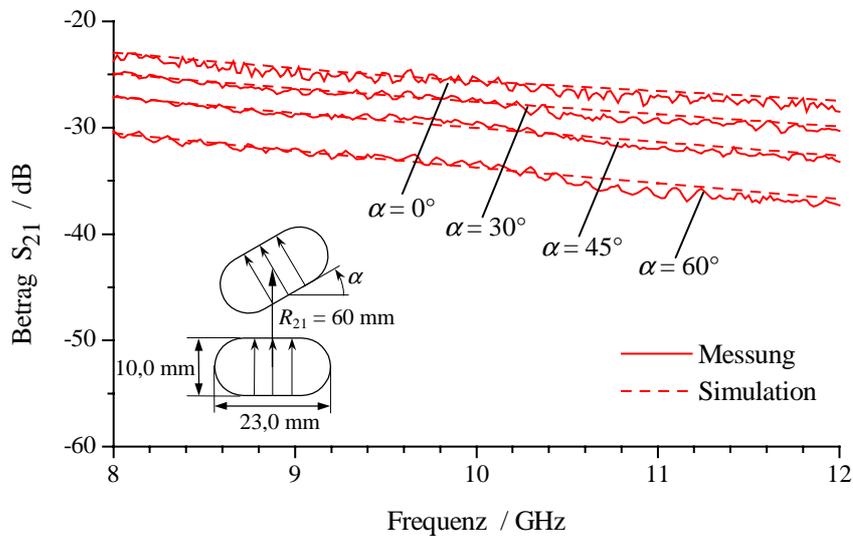


Bild 5.78: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Betrags der Transmission zwischen zwei identischen Rechteckhohlleitern mit maximal verrundeten Ecken für einen Versatz von 60 mm in der E-Ebene. Parameter der Kurven ist der relative Drehwinkel.

Das vorgestellte Berechnungsverfahren ist aufgrund seines allgemeinen Feldansatzes nicht auf die Analyse von Verkopplungseffekten zwischen identischen Elementen beschränkt. Es sind praktisch unendlich viele Anordnungen denkbar, auf die das Verfahren angewendet werden kann. Aus der Vielzahl der möglichen Kombinationen soll

im Folgenden genau eine herausgegriffen werden, die eine messtechnische Überprüfung mit den bereits bekannten Hohlleitertypen erlaubt.

Betrachtet wird die Transmission von einem rechteckigen Hohlleiter mit maximal verrundeten Ecken in einen Rundhohlleiter, wenn beide mit ihrer Öffnung in einer leitenden Ebene liegen. Beide Hohlleiter sind bereits an anderer Stelle vorgestellt worden, ihre Querschnittsabmessungen sind nochmals in Bild 5.79 dargestellt. Es werden die Simulationsergebnisse für drei verschiedene Abstände in der E-Ebene mit Messdaten verglichen. Für die Messungen dient wiederum die Messingplatte, wobei beide Hohlleitereinsätze eine Länge von je 14,0 mm aufweisen und jeweils durch einen R100-Rechteckhohlleiter gespeist werden, der hier wieder als Bezugswellenleiter dient. Die Streumatrizen der entstehenden Hohlleitersprünge und die elektrische Länge der Einsätze werden bei der Simulation berücksichtigt. Die untere Frequenzgrenze der Darstellung wird zu 9,5 GHz gewählt, weil die Grenzfrequenz des Grundmodes im Rundhohlleiter ca. 9,45 GHz beträgt.

Die Betragskurven der Transmission weisen keinen ausgeprägt fallenden Charakter mit steigender Frequenz auf, wie er in allen vorangegangenen Untersuchungen festgestellt werden konnte. Sie sind vielmehr im betrachteten Frequenzbereich nahezu konstant. Bei einem Abstand von $R_{21} = 60$ mm ist eine Änderung des Betrages von nur 0,9 dB über der Frequenz vorhanden. Der Betrag der Transmission zwischen diesen beiden Hohlleitern ist bei gleichem Abstand um ca. 9 dB geringer als die Transmission zwischen zwei identischen Rechteckhohlleitern mit maximal verrundeten Ecken in Bild 5.75. Hierfür ist die weniger homogene Feldverteilung der H_{11} -Grundwelle und der nicht vernachlässigbare Reflexionsfaktor zwischen rechteckigem Speisehohlleiter und Rundhohlleiter verantwortlich.

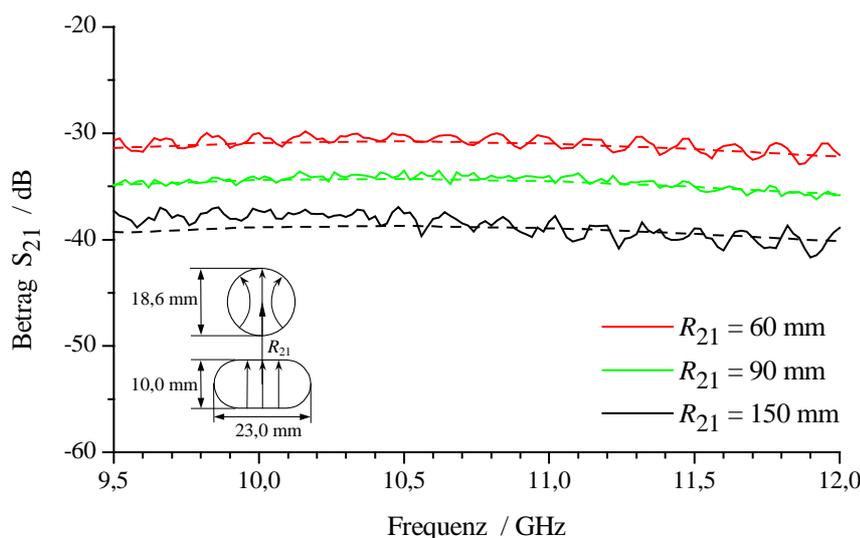


Bild 5.79: Vergleich zwischen Messung und Simulation des Betrages der Transmission zwischen einem Rechteckhohlleiter mit maximal verrundeten Ecken und einem Rundhohlleiter für verschiedene Abstände in der E-Ebene. Die Simulationen sind gestrichelt dargestellt.

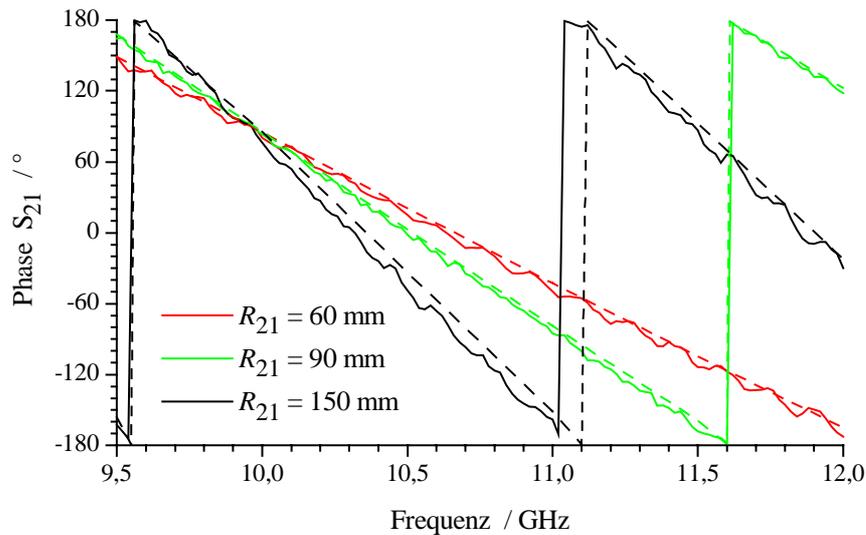


Bild 5.80: Vergleich zwischen Messung und Simulation der Phase der Transmission zwischen einem Rechteckhohlleiter mit maximal verrundeten Ecken und einem Rundhohlleiter für verschiedene Abstände in der E-Ebene. Die Simulationen sind gestrichelt dargestellt.

Die Simulationsergebnisse können sowohl für den Betrag als auch für die Phase des Transmissionskoeffizienten durch die Messungen bestätigt werden. Es treten Abweichungen allein im unteren Frequenzbereich für $R_{21} = 150$ mm für den Betrag auf. Hier werden die Untersuchungen zunehmend unsicher, weil die Wellenausbreitung im Rundhohlleiter nahe der Grenzfrequenz seines Grundmodes nicht exakt nachgebildet werden kann. In Bild 5.80 ist deshalb ein leichter Phasenversatz von ca. 7° zu erkennen.

Die in diesem Abschnitt vorgestellte, messtechnische Verifikation einer Vielzahl von wechselwirkender Hohlleiteranordnungen zeigen, dass die Bestimmung der vollständigen Streumatrix einer Gruppe mit dem gewählten Feldansatz nach Kapitel 2 sowie den formalen und allgemein gültigen Zusammenhängen nach Kapitel 4 mit sehr hoher Genauigkeit gelingt. Der Flexibilität sind dabei kaum Grenzen gesetzt, da Aperturen mit beliebigen Querschnitten und beliebiger geometrischer Anordnung analysiert werden können. Insbesondere erlaubt dieses Verfahren erstmals die Analyse der Interaktion zwischen Hohlleiter- oder Hornstrahlern unterschiedlichen Querschnittstyps innerhalb derselben Gruppe mit einem im Ansatz exakten Verfahren. Der Übergang zu einer Gruppe mit einer großen Anzahl an Elementen ist unproblematisch, weil die Berechnung der Koppeladmittanzen sowie die notwendigen Streumatrixoperationen unabhängig von der Elementanzahl sind. Bei dem Entwurf von Gruppenerregern kann die Flexibilität des Berechnungsverfahrens vorteilhaft genutzt und fertigungstechnische Aspekte berücksichtigt werden.

Im nächsten Abschnitt sollen die Richtcharakteristik und vor allem das Verhalten der aktiven Elemente von Gruppenantennen betrachtet werden, was die Kenntnis der Streumatrix für eine umfangreiche und vollständige Analyse der Anordnung voraussetzt.

5.4.4 Strahlungseigenschaften von Gruppenanordnungen

Es werden nachfolgend zwei Gruppenkonfigurationen im X-Band betrachtet, deren Einzelstrahler aus zylindrischen Hohlleitern bestehen und eine messtechnische Verifikation erlauben. Als Elemente werden jeweils rechteckige Hohlleiter mit maximaler Verrundung der Ecken gewählt, die schon bei den Verkopplungsuntersuchungen Verwendung fanden und vergleichsweise leicht zu fertigen sind. Sie können reflexionsarm durch standardisierte R100-Rechteckhohlleiter gespeist werden, wodurch die Messdynamik der Anordnung nicht beeinträchtigt wird. Mit einer axialen Länge der Elemente von 40,0 mm ist sichergestellt, dass alle beim Übergang vom Speisehohlleiter angeregten höheren Eigenwellen um mindestens 40 dB gedämpft werden und das einfallende Aperturfeld allein von dem in y -Richtung polarisierten Grundmode bestimmt ist.

Im Messaufbau befindet sich ein Leistungsteiler¹⁹ 1:4, der das zu sendende Signal phasengleich und mit identischer Amplitude auf 4 Tore aufteilt, so dass für die folgenden Untersuchungen ausschließlich Gruppen mit vier Elementen betrachtet werden. Die Ausgangstore des Leistungsteilers sind über vier flexible, nicht phasenstarre HF-Koaxialleitungen gleicher Länge mit den Eingangstoren der Gruppe verbunden, die wiederum aus standardisierten Koaxial-R100-Übergängen mit einem Flanschmaß von $\square 41,4$ mm bestehen. Der kleinstmögliche Elementabstand wird durch den Flansch begrenzt. Die Vermessung des Leistungsteilers bestätigt die Annahme, dass eine amplituden- und phasengleiche Aufteilung des eingefügten Signals auf die vier Ausgangstore erfolgt und daher alle Elemente der Gruppe mit Signalen jeweils gleicher Amplitude und Phase gespeist werden. Der Einfluss der HF-Verbindungsleitungen wird an anderer Stelle diskutiert.

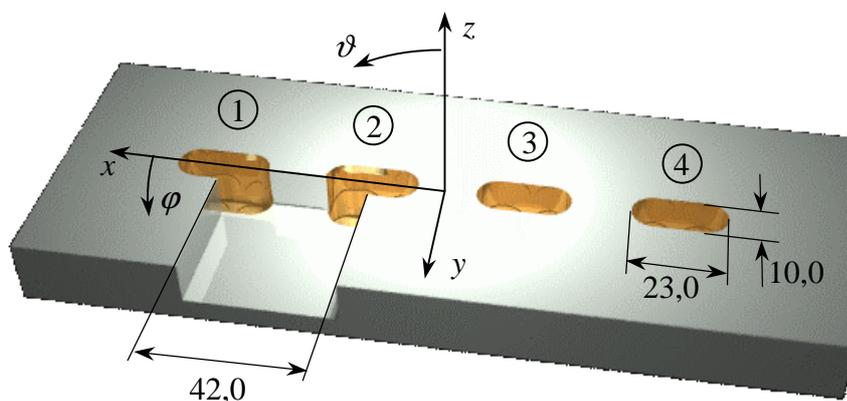


Bild 5.81: Symmetrische 4-Elemente-Zeile aus identischen, rechteckigen Hohlleiterstrahlern mit maximal verrundeten Ecken (Angaben in mm)

¹⁹ Leistungsteiler: Pasternack PE2030; Koaxial-Rechteckhohlleiterübergänge: Pasternack PE9804 WR90; HF-Leitungen: Suhner RB 316/U 50 Ω

Bild 5.81 zeigt eine Zeile aus vier Hohlleiterstrahlern, bei der die obige Messanordnung zu Grunde gelegt wird. Die Aperturen der zylindrischen Hohlleiter ($2a = 23,0$ mm, $2b = 10,0$ mm, maximal verrundete Ecken) befinden sich mit äquidistantem Elementabstand von $R_{i+1} = 42,0$ mm in einer leitenden Platte mit den Abmessungen 120×300 mm². Die Kanten der Metallplatte sind mit Absorbermaterial abgedeckt, um Beugungseffekte zu verringern. Für die Simulation wird diese Platte als ideal elektrisch leitend und unendlich ausgedehnt angesehen.

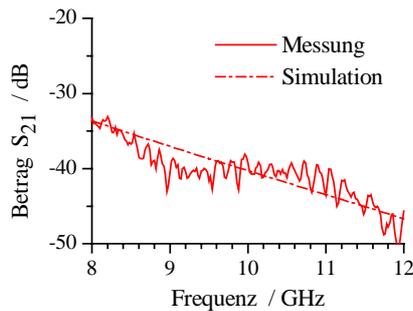


Bild 5.82: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen Element 1 und 2 der aktiven 4-Elemente-Zeile

In dieser Anordnung treten Wechselwirkungen der Elemente ausschließlich in der H-Ebene auf. In Bild 5.82 ist der Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen den Elementen 1 und 2 der Gruppe dargestellt. Im gesamten Frequenzbereich des X-Bandes ist der Betrag nicht größer als -34 dB, was die Aussage bestätigt, dass Hohlleiterstrahler nur in geringem Maße in Wechselwirkung treten, wenn sie in ihrer H-Ebene angeordnet sind.

Der Messkurve können erneut die Beugungseffekte an den Kanten der Metallplatte entnommen werden, welche zu dem übergeordneten Interferenzschema führen. Der Transmissionskoeffizient zwischen nicht benachbarten Elementen ist nicht dargestellt, weil sein Betrag so klein ist, dass keine messtechnische Überprüfung durchgeführt werden konnte. Die Eigenschaften dieser Gruppe werden demnach vorrangig durch die Verkopplung benachbarter Elemente beeinflusst, so dass alle Transmissionskoeffizienten zwischen jeweils benachbarten Strahlern der aktiven Gruppe mit dem in Bild 5.82 dargestellten Verlauf identisch sind.

Die Positionierung der Einzelelemente in einer Zeile besitzt Auswirkungen auf das Richtdiagramm in dieser Anordnungsebene, also hier der Ebene $\varphi = 0^\circ$. Das Richtdiagramm in der hierzu orthogonalen Ebene bleibt aufgrund der geringen Verkopplungseffekte gegenüber dem eines isolierten Elementes unverändert. Im Folgenden bleibt der rückwärtige Antennenhalbraum sowohl für die Darstellung der Richtdiagramme als auch für die Ergebnisdiskussion unberücksichtigt, weil die zu untersuchenden Gruppenanordnungen meist eine große Richtwirkung besitzen und somit die Charakteristik in der Umgebung der Hauptstrahlrichtung von übergeordnetem Interesse ist. Die Leistungsabstrahlung in Raumwinkeln $\vartheta > 90^\circ$ kann vernachlässigt werden. Aus diesem Grund ist eine hervorragende Vergleichsmöglichkeit mit dem Berechnungsmodell gewährleistet, bei dem Raumwinkel $\vartheta > 90^\circ$ nicht definiert sind.

Die Darstellung der Richtdiagramme erfolgt im Winkelbereich $-90^\circ \leq \vartheta \leq 90^\circ$ in den Schnittebenen $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$, was nach dem zugrunde gelegten Kugelkoordinatensystem mathematisch unkorrekt ist. Dieses Vorgehen ist bei Gruppenanordnungen üblich, um eine Schwenkung der Hauptkeule in einer bestimmten Schnittebene der

Fernkugel verdeutlichen zu können. Die Darstellung ermöglicht zudem einem fiktiven Beobachter im Koordinatenursprung, eine Analogie zwischen seiner Blickrichtung und dem Raumwinkel des Richtdiagramms herzustellen. Die H-Ebene ($\varphi = 0^\circ$) ist dabei stets die Horizontalebene, die E-Ebene ($\varphi = 90^\circ$) ist stets die Vertikalebene für den fiktiven Beobachter.

In Bild 5.83 wird das gemessene Richtdiagramm der 4-Elemente-Zeile in der Ebene $\varphi = 0^\circ$ bei 10,0 GHz mit berechneten Ergebnissen verglichen. Eine der Simulationskurven berücksichtigt dabei die Wechselwirkung der Elemente, die andere wird über die Multiplikation der Gruppencharakteristik und der Einzelcharakteristik eines identischen aber isolierten Strahlers gewonnen und ist daher frei von Verkopplungseinflüssen.

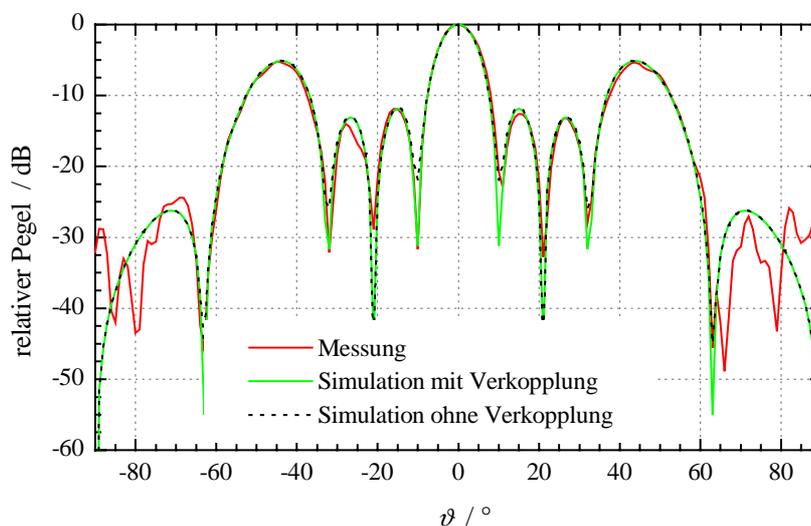


Bild 5.83: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 0^\circ)$ der 4-Elemente-Zeile aus Bild 5.81

Das Richtdiagramm der Gruppe weist bei $\vartheta = 0^\circ$ eine erheblich schmalere Hauptkeule als die Charakteristik des Einzelstrahlers auf und ist durch eine große Anzahl an lokalen Minima und Maxima bestimmt. Der große Elementabstand von $1,4 \lambda_0$ führt im Fernfeld zu einer Vielzahl von destruktiven und konstruktiven Interferenzerscheinungen. Bei den Raumwinkeln $\vartheta = \pm 45^\circ$ sind Nebenkeulen von hohem Niveau zu erkennen (*grating lobes*), die stets bei Elementabständen $d > \lambda_0$ im vorderen Antennehalbraum auftreten und deren Absenkung nur über eine veränderte Charakteristik des Einzelementes erfolgen kann. Ihr relativer Pegel stimmt aufgrund der geringen Verkopplungserscheinungen mit dem Pegel des Richtdiagramms eines isolierten Strahlers für den selben Raumwinkel überein (vgl. Bild 5.56), wenn beide Diagramme jeweils auf ihren Maximalwert normiert sind.

Weitere Nebenmaxima treten bei $\vartheta = \pm 15^\circ$ und $\vartheta = \pm 27^\circ$ auf, deren Pegel über eine Gewichtung der Speiseamplituden z.B. nach Dolph-Chebyshev (vgl. [92]) reduziert

werden können. Derartige Diagrammsyntheseverfahren sind hinlänglich bekannt und können allgemein auf Gruppen mit äquidistantem Elementabstand angewandt werden.

Die Wechselwirkungen der Elemente sind in der 4-Elemente-Zeile sehr gering, so dass sich die Simulationskurven der Richtcharakteristik mit und ohne Berücksichtigung der Verkopplung kaum unterscheiden. Es treten hauptsächlich Abweichungen in den relativen Pegeln der lokalen Minima auf. Die durch Aperturkopplung verursachte Pegelabsenkung beträgt für die Nullstelle bei $\vartheta = \pm 10^\circ$ ca. 9,4 dB und bei $\vartheta = \pm 32^\circ$ ca. 5,8 dB. Beide Simulationskurven geben die Messdaten bis auf geringe Abweichungen in den Pegeln dieser lokalen Minima sehr gut wieder. Die Vergleiche sind auch hier auf Winkelbereiche $\vartheta < 70^\circ$ zu beschränken, weil die unendlich ausgedehnte, leitende Fläche bei der Simulation den Effekt der Metallplatte des Messobjektes für große Raumwinkel nicht nachbilden kann (s.o.). Die Bestimmung der Charakteristik im Winkelbereich $|\vartheta| < 70^\circ$ bleibt hiervon unbeeinflusst.

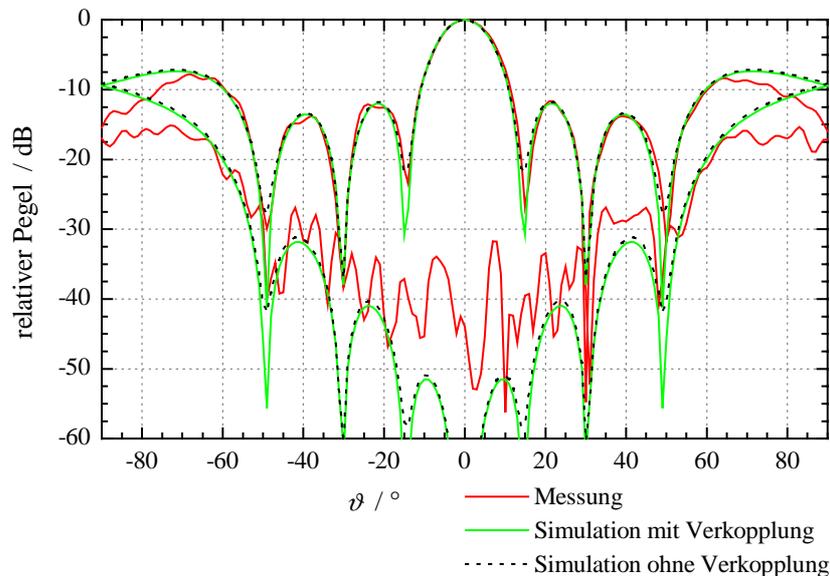


Bild 5.84: Richtdiagramme $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 45^\circ)$ und $F_{xp}(\vartheta, \varphi = 45^\circ)$ der 4-Elemente-Zeile aus Bild 5.81

Die Anzahl der lokalen Minima und Maxima der Richtdiagramme in anderen Schnittebenen ist gegenüber dem Diagramm in der H-Ebene reduziert, so z.B. für das ko- und das kreuzpolare Richtdiagramm in der Ebene $\varphi = 45^\circ$ in Bild 5.84. Auch hier unterscheiden sich die Berechnungen mit und ohne Verkopplung nur wenig voneinander. Die größten Unterschiede treten mit 13,4 dB bei der Bestimmung des relativen Pegels der lokalen Minima des kopolaren Strahlungsfeldes bei $\vartheta = \pm 49^\circ$ auf. Für das kreuzpolare Fernfeld ist im Bereich kleiner Raumwinkel keine Übereinstimmung der Mess- und der Simulationsdaten vorhanden. Mit einer Direktivität der Gruppe von ca. 10,8 dBi ist die messtechnische Bestimmung des Fernfeldes aus Dynamikgründen für relative Pegel kleiner als ca. -30 dB unsicher (vgl. Kapitel 5.3).

Die Anordnung von Einzelstrahlern in einer Gruppe ermöglicht neben der Formung auch die Schwenkung der Hauptkeule durch gezielte Variation der Speisephasen aller Elemente. Die Berechnung der notwendigen Phase $\theta^{(k)}$ des Elementes k für die gewünschte Schwenkung in die Richtung (ϑ_0, φ_0) wurde in Kapitel 4 in Gl. (4.5) angegeben. Bei phasengleicher Speisung aller vier Elemente der vorliegenden Anordnung ergibt sich die Hauptstrahlrichtung zu $\vartheta_0 = 0^\circ$ in allen Schnittebenen der Fernkugel. Da die Elemente der Zeile ausschließlich in der H-Ebene angeordnet sind, kann die Hauptstrahlrichtung bei veränderter Phasensteuerung nur in dieser ausgezeichneten Ebene verbleiben.

Für eine Hauptstrahlrichtung von z.B. $\vartheta_0 = -10,0^\circ$ (und $\varphi_0 = 0^\circ$) bei der Frequenz $f = 10,0$ GHz ergeben sich die in Tabelle 5.8 gezeigten, notwendigen Speisephasen der Elemente. Die Phase des ersten Elementes dient als Bezugsphase und wird willkürlich zu 0° festgelegt. Die absolute Phasenbelegung ist indes nicht entscheidend, weil stets harmonische Vorgänge betrachtet werden und allein die gezeigten Phasendifferenzen von Bedeutung sind. Die Erzeugung der unterschiedlichen Phasendifferenzen gegenüber Element 1 erfolgt bei dem Messobjekt über zusätzliche Hohlleitersegmente definierter geometrischer Länge, die den Gruppenelementen 2, 3 und 4 vorgeschaltet sind. Die Querschnittsgeometrie dieser Hohlleiter ist mit derjenigen der Aperturen identisch.

Tabelle 5.8: Speisephasen der Elemente für die Schwenkung der Hauptkeule nach $\vartheta_0 = -10,0^\circ$

Element	Differenzphase $\Delta\theta^{(k)}$ bzgl. Element 1 / $^\circ$	entsprechende Länge des Hohlleitersegments / mm
2	87,58	10,44
3	175,16	20,88
4	262,74	31,32

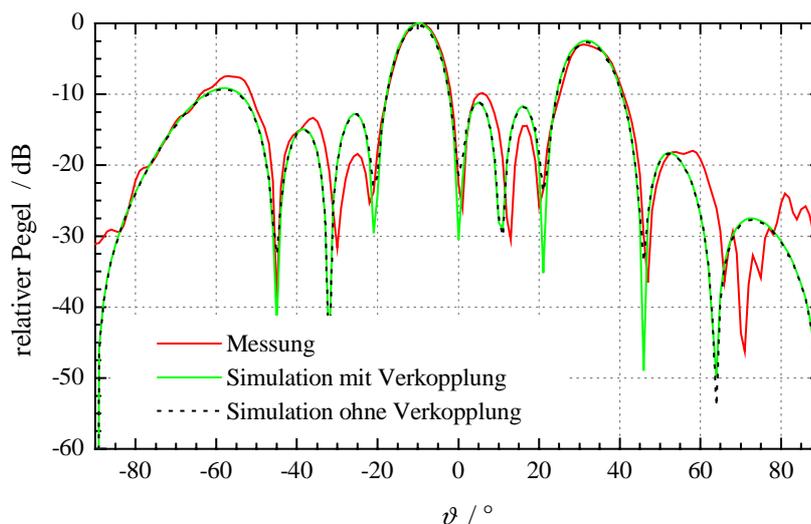


Bild 5.85: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 0^\circ)$ der 4-Elemente-Zeile aus Bild 5.81 mit gestellter Phasensteuerung bei 10,0 GHz

Das berechnete Richtdiagramm in der Ebene $\varphi = 0^\circ$ der so veränderten Zeile ist zusammen mit den Messwerten in Bild 5.85 dargestellt. Es ist wiederum einleuchtend, dass die Simulationskurven mit und ohne Berücksichtigung der Elementverkopplung nahezu identisch sind und nur geringe Unterschiede auftreten. Die Schwenkung der Hauptkeule auf $\vartheta_0 = -10,0^\circ$ ist für alle drei Kurven erfüllt. Eine vollständige Übereinstimmung mit den Messdaten ist hingegen nicht gegeben: Die Simulationsdaten weichen z.T. drastisch in der Lage als auch im relativen Pegel der Nebenmaxima und -minima von den Messdaten ab (z.B. bei $\vartheta = -25^\circ$ oder bei $\vartheta = +12^\circ$).

Bei dieser Konfiguration wird der Einfluss der HF-Verbindungsleitungen zwischen den Ausgangstoren des Leistungsteilers und den Eingangstoren der Gruppe deutlich. Die Vermessung zeigt, dass die Leitungen unterschiedliche, elektrische Längen aufweisen. Bezogen auf die Phasendrehung der Leitung 1, die im Speisepfad des ersten Strahlers angeordnet ist, ergeben sich die relativen Phasendifferenzen²⁰ der drei anderen Leitungen bei 10,0 GHz zu : $\Delta\theta_{2;3;4} = -7,5^\circ; -5,8^\circ; 0,7^\circ$. Diese Phasenfehler haben keinen Einfluss auf die Bestimmung des Richtdiagramms ohne Schwenkung der Hauptkeule, weil die Elemente 1 und 4 sowie 2 und 3 ungefähr phasengleich angesteuert werden und sich kleine Fehler kompensieren. Im Fall der Schwenkung auf $\vartheta_0 = -10,0^\circ$ und der damit verbundenen phasenverschiedenen Ansteuerung der Elemente müssen die Phasendifferenzen berücksichtigt werden.

Darüber hinaus ist die elektrische Länge der HF-Leitungen abhängig von der Leitungsverformung. Gegenüber einem geraden Segment weist eine Leitung gleicher geometrischer Länge mit einem Biegeradius von etwa 3,7 cm eine Phasendifferenz von ca. $\Delta\theta_B = -8^\circ$ bei 10,0 GHz auf²¹. Die Leitungs- und die Einfügedämpfung werden im Wesentlichen nicht beeinflusst, so dass deren Änderungen unberücksichtigt bleiben. Während bei phasengleicher Ansteuerung der Zeile jede der vier Verbindungsleitungen etwa der gleichen Verformung unterworfen ist und damit kein relativer Fehler bei der Speisung der Elemente auftritt, ist bei der phasengestellten Ansteuerung die Verformung der Leitungen ungleich. Die geometrische Länge der Phasenstellglieder 2, 3 und 4 erfordert in jedem Signalpfad unterschiedliche Biegeradien der Leitungen. Folglich werden die Gruppenelemente nicht mit der nach Tabelle 5.8 geforderten Phasendifferenz gespeist, sondern es kommt zu einer zunächst unbekanntem Belegung.

Die Abweichungen zwischen dem Simulations- und dem Messmodell beruhen demnach auf systematischen Fehlern und können durch die Korrektur der Speisephase im Simulationsmodell minimiert werden. Die Phase jedes Elementes wird dazu innerhalb der genannten Fehlertoleranz variiert bis eine optimale Übereinstimmung mit den Messdaten erreicht ist. Mit den Phasendifferenzen für die Elemente 2, 3 und 4 von

²⁰ Eine Phasendifferenz von 1° entspricht einem Unterschied in der geometrischen Länge von ca. $83\mu\text{m}$

²¹ Wird die Leitung über ihre gesamte Länge zu einer kreisförmigen Schleife verformt, so weist dieser Kreis einen Radius von ca. 3,7 cm auf. Dies ist zugleich die maximal auftretende Verformung im Messaufbau.

$\Delta\theta = 74,6^\circ$, $175,2^\circ$ und $257,7^\circ$ bezogen auf Element 1 können die Messdaten nahezu exakt wiedergegeben werden (vgl. Bild 5.86). Die Lage und die relativen Pegel der lokalen Extremstellen stimmen bis auf geringe Unterschiede überein. Die Veränderung der Speisephasen gegenüber den geforderten Werten nach Tabelle 5.8 liegen im Bereich der systematischen Unsicherheit von $\Delta\theta = -8^\circ$, wenn zusätzlich die unterschiedliche elektrische Länge der Leitung 2 (und 3) berücksichtigt werden. Die noch verbleibenden Abweichungen sind auf geringe Unterschiede in den Signalamplituden der Elemente zurückzuführen, die bei diesen Untersuchungen nicht berücksichtigt werden.

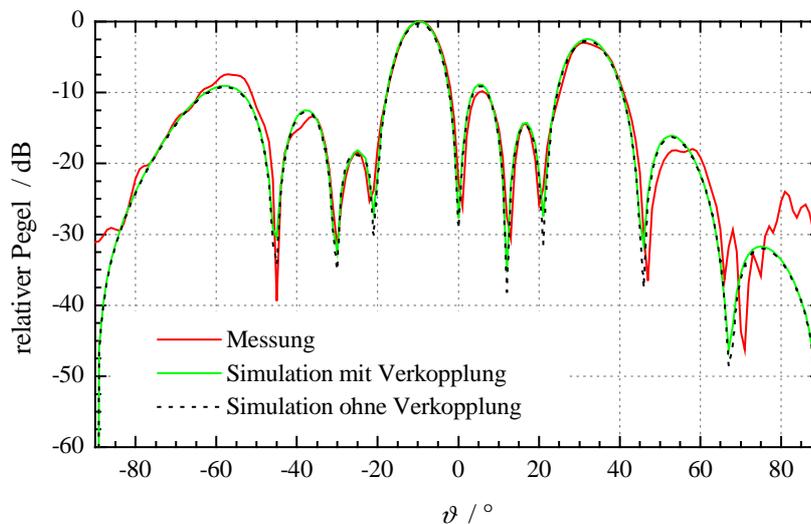


Bild 5.86: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 0^\circ)$ der 4-Elemente-Zeile aus Bild 5.81 mit korrigierter Phasensteuerung bei dem Simulationsmodell bei 10,0 GHz

Bei der bisher betrachteten 4-Elemente-Zeile kommen ausschließlich Elementverkopplungen in der H-Ebene vor. Sie sind, wie in dem vorherigen Kapitel gezeigt wurde, stets erheblich kleiner als Verkopplungen in der E-Ebene. In Bild 5.87 wird daher eine Anordnung der Elemente betrachtet, die eine Wechselwirkung in der E-Ebene und zusätzlich in einer Diagonalebene zulässt, um den Einfluss einer größeren interelementaren Wechselwirkung zu überprüfen. Die Anordnung besteht wiederum aus den bereits bekannten Hohlleitermodulen, die jeweils symmetrisch zur x - und zur y -Achse angeordnet sind und im Folgenden als 2x2-Gruppe bezeichnet wird.

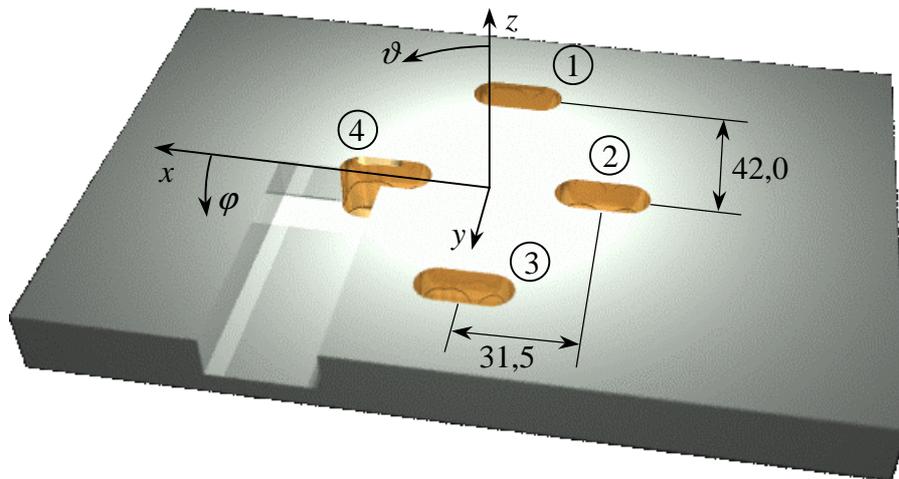


Bild 5.87: Symmetrische 2x2-Gruppe aus identischen, rechteckigen Hohlleiterstrahlern mit maximal verrundeten Ecken (Angaben in mm)

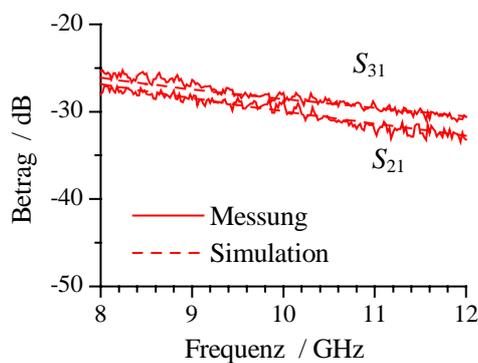


Bild 5.88: Betrag des Transmissionskoeffizienten zwischen Element 1 und 2 sowie zwischen Element 1 und 3 der aktiven 2x2-Gruppe

Die Wechselwirkungen zwischen den Elementen dieser Gruppe sind gegenüber der 4-Elemente-Zeile deutlich erhöht, was durch den größeren Betrag der Transmissionskoeffizienten S_{21} und S_{31} zum Ausdruck kommt (vgl. Bild 5.88). Das Niveau der Verkopplung ist um etwa 10 dB angehoben. Trotz des großen Elementabstandes von 84 mm zwischen den Strahlern 1 und 3 tritt hier mit -28,5 dB bei 10 GHz die stärkste Wechselwirkung auf. Nicht dargestellt ist der Transmissionskoeffizient S_{42} . Sein Betrag ist zu gering, um Einfluss auf die Eigenschaften der Gruppe zu nehmen.

Bei dieser Gruppe befinden sich jeweils nur zwei Strahler in den Hauptebenen, wodurch die Anzahl der Maxima und Minima in den Richtdiagrammen reduziert wird. Dies geht aus dem Richtdiagramm in der Ebene $\varphi = 0^\circ$ bei 10,0 GHz in Bild 5.89 hervor, in dem neben den Messdaten wieder die Simulationskurven für die Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der interelementaren Wechselwirkungen dargestellt sind. Anhand dieser Kurven kann der Einfluss der Verkopplung zwischen den Elementen abgelesen werden: Nur wenn die Wechselwirkungen berücksichtigt werden, ist eine Übereinstimmung mit den Messdaten im Bereich der lokalen Minima bei $\vartheta = \pm 30^\circ$ zu erreichen. Die gestrichelte Kurve, welche die Verkopplungen vernachlässigt, gibt diesen Pegel ca. 6 dB zu hoch an. Außerhalb der Minima stimmen die Simulationskurven exakt überein und geben die Messkurve mit guter Genauigkeit wieder. Der Einfluss der unterschiedlichen elektrischen Längen der Speiseleitungen sowie deren Verformung auf das Richtdiagramm bleibt gering, weil alle Elemente nahezu phasengleich angesteuert

werden und sich kleinere Unterschiede kompensieren. Eine Fehleranalyse wird für diesen Fall nicht durchgeführt.

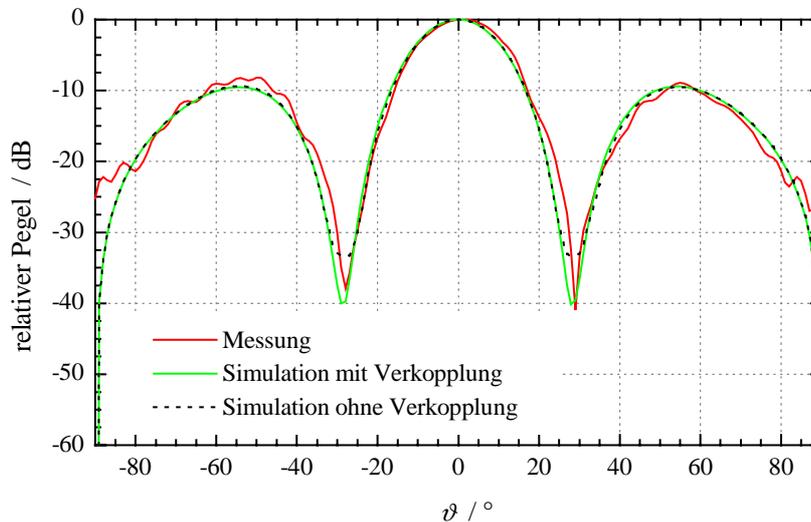


Bild 5.89: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 0^\circ)$ der 2×2 -Gruppe aus Bild 5.87

Eine ungleiche Phasensteuerung der Elemente wird wieder durch die Phasenstellglieder 2, 3 und 4 erzielt, die in die entsprechenden Signalpfade integriert werden. Die unterschiedliche Phasensteuerung bewirkt eine Schwenkung der Hauptkeule, so dass das Maximum der Richtcharakteristik in der Raumrichtung ($\vartheta_0 = -22^\circ$, $\varphi_0 = +15^\circ$) erreicht wird und deswegen das Diagramm in der Ebene $\varphi = 0^\circ$ nicht auf 0 dB normiert ist. Die Berechnung der Richtcharakteristik wird zunächst mit der unkorrigierten Phasenbelegung nach Tabelle 5.8 durchgeführt. Der Vergleich mit dem gemessenen Richtdiagramm der Ebene $\varphi = 0^\circ$ in Bild 5.90 zeigt wieder deutliche Abweichungen in der Lage lokaler Minima und in den relativen Pegeln lokaler Maxima (z.B. bei $\vartheta = -40^\circ$ und bei $\vartheta = +10^\circ$). Zusätzlich sind geringe Unterschiede zwischen den beiden Simulationskurven erkennbar, die auf den größeren Verkopplungseffekten in dieser Gruppenanordnung beruhen.

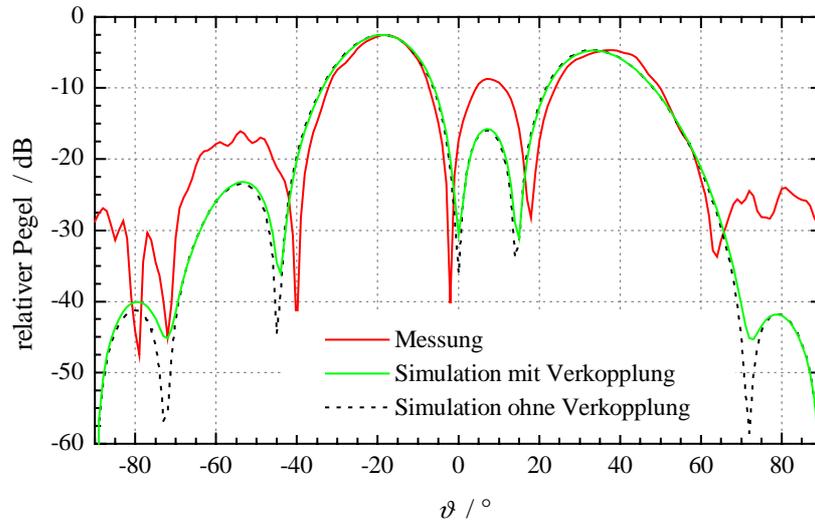


Bild 5.90: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 0^\circ)$ der 2×2 -Gruppe aus Bild 5.87 mit gestellter Phasensteuerung bei 10,0 GHz

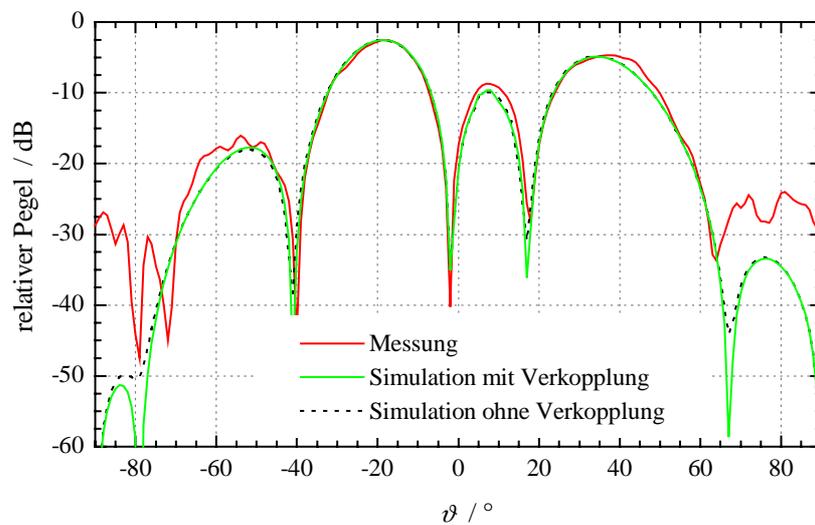


Bild 5.91: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 0^\circ)$ der 2×2 -Gruppe aus Bild 5.87 mit korrigierter Phasensteuerung bei dem Simulationsmodell bei 10,0 GHz

Eine Fehleranalyse zeigt erneut, dass die Unterschiede zwischen der Messung und der Simulation auf die systematischen Unsicherheiten bei der Ansteuerung der Elemente aufgrund der Verformung der HF-Leitungen und deren ungleiche elektrische Länge zurückzuführen sind. Die Korrektur der Speisephasen zu $\Delta\theta = 73,6^\circ$, $162,2^\circ$ und $257,7^\circ$ bezogen auf Element 1 und ein erneuter Vergleich mit den Messwerten in Bild 5.91

resultiert wieder in einer exzellenten Übereinstimmung im Winkelbereich $|\vartheta| < 65^\circ$. Es bleibt offen, ob die weiterhin bestehenden Abweichungen für größere Raumwinkel durch Beugungserscheinungen hervorgerufen werden, oder ob die Dynamik der Messanordnung die Bestimmung der geringen Pegel verhindert.

Bei Gruppenantennen ist die Kenntnis der genauen Phasenbelegung der Elemente von besonderer Wichtigkeit. Wie die Beispiele zeigen, können schon kleine Unsicherheiten von wenigen Grad die Richtcharakteristik der Gruppe entscheidend beeinflussen, wenn deren Hauptkeule geschwenkt wird. Das bedeutet, dass nicht nur die genaue Charakterisierung der Antenne erforderlich ist, sondern dass auch die zur Ansteuerung dienenden Speise- und Anpassnetzwerke genauestens bekannt sein müssen. Der Entwurf von Anpassschaltungen wurde in Kapitel 5.2 beispielhaft vorgestellt.

Die oben angeführten Vergleiche machen deutlich, dass die Richtcharakteristik der Gruppe mit ausreichender Genauigkeit über die Gruppennäherung ohne Beachtung der Verkopplungseffekte bestimmt werden kann. Hierfür muss allein die Charakteristik des einzelnen, isolierten Strahlers bekannt sein. Unterschiede zu der Simulation, die alle interelementaren Wechselwirkungen berücksichtigt, treten nur in den lokalen Minima des Fernfeldes auf, die jedoch aufgrund des dort vorliegenden kleinen Pegels für einen ersten Entwurf tolerierbar sind. Die Übereinstimmung der beiden Simulationsansätze ist qualitativ und quantitativ sehr gut, weil die Elementverkopplung in den betrachteten Anordnungen sehr klein ist.

Durch die Erhöhung der Elementanzahl treten die Verkopplungseffekte gegenüber dem Einfluss der Gruppencharakteristik weiter in den Hintergrund und brauchen nicht berücksichtigt zu werden, wenn allein das Fernfeld von Interesse ist. Allerdings können die Koppelmechanismen einen erheblichen Einfluss auf die Eingangsreflexionsfaktoren der Gruppenelemente besitzen. Ihre genaue Kenntnis ist besonders für die richtige Dimensionierung der Anpassschaltungen wichtig, um Rückwirkungen auf vorgeschaltete Komponenten wie Filter oder Multiplexer auszuschließen.

Der Betrag des Reflexionsfaktor eines isolierten Elementes, das bei den oben betrachteten Gruppen Verwendung findet, kann bei 10,0 GHz mit $-12,93$ dB angegeben werden. Unter Vernachlässigung der interelementaren Verkopplung ist der Reflexionsfaktor jedes Elementes der aktiven Gruppe identisch mit dem des isolierten Strahlers, unabhängig von der Anzahl der Elemente, ihrer Position innerhalb der Gruppe und ihrer Phasenansteuerung. Mit Berücksichtigung der Verkopplung verringert sich z.B. der Betrag des Reflexionsfaktors des ersten Elementes der 4-Elemente-Zeile bei phasengleicher Ansteuerung der Gruppe auf $-12,83$ dB. Bei zusätzlicher Schwenkung der Hauptkeule um 10° beträgt er nur noch $-12,77$ dB. Obwohl die Elementverkopplung sehr klein ist, können Auswirkungen auf die Reflexionseigenschaften des Strahlers beobachtet werden, die zusätzlich abhängig von der Ansteuerung der Gruppe sind.

Bei der aktiven 2x2-Gruppe, bei der die Wechselwirkungen offensichtlich größer sind, ist die Veränderung des Reflexionsverhaltens gegenüber dem eines isolierten Elementes noch deutlicher zu erkennen. Der Betrag des Reflexionsfaktors des ersten Elementes ist

bei phasengleicher Ansteuerung aller Elemente mit $-10,30$ dB bei $10,0$ GHz erheblich größer als der des isolierten Strahlers. Er wird wiederum geringfügig verändert ($-10,36$ dB), wenn die Elemente mit unterschiedlicher Phasenbelegung angesteuert werden.

Neben dem Betrag ist auch die Phase der Reflexionsfaktoren einer Veränderung unterworfen, die allerdings für alle Elemente nahezu gleich ist. Die Unterschiede liegen bei der 2×2 -Gruppe innerhalb einer Differenz von 1° , wodurch kein relativer Phasenfehler bezüglich des Aperturfeldes aller vier Strahler auftritt und die recht gute Übereinstimmung der lokalen Minima und Maxima der Richtdiagramme für die Gruppennäherung und für die Simulation mit Berücksichtigung der Verkopplung zu erklären ist. Die Änderung der Reflexionsfaktorbeträge hat im Wesentlichen Auswirkungen auf den relativen Pegel der Extremstellen und in geringem Maße auf die Form der Haupt- und Nebenkeulen.

Es zeigt sich zusätzlich, dass die Veränderung des Eingangsreflexionsfaktors der Gruppenelemente in direktem Zusammenhang mit der Größe der auftretenden Wechselwirkungen steht. Dieser Einfluss soll anhand einer planaren Gruppe aus 19 identischen Elementen verifiziert werden, die gemäß Bild 5.92 angeordnet sind. Als Elemente dienen quadratische Hohlleiter mit einer geringen Kantenlänge von $0,7 \lambda_0$, deren Eckverrundung variiert werden kann. Der Abstand beträgt jeweils $0,715 \lambda_0$ und ist in beiden Anordnungsrichtungen identisch. Üblicherweise werden derartige Gruppen mit hoher Packungsdichte aufgebaut, wodurch große Wechselwirkungen zwischen den Elementen auftreten. Als Bezugsebene der folgenden Ergebnisse dient stets die Ebene $z = 0$.

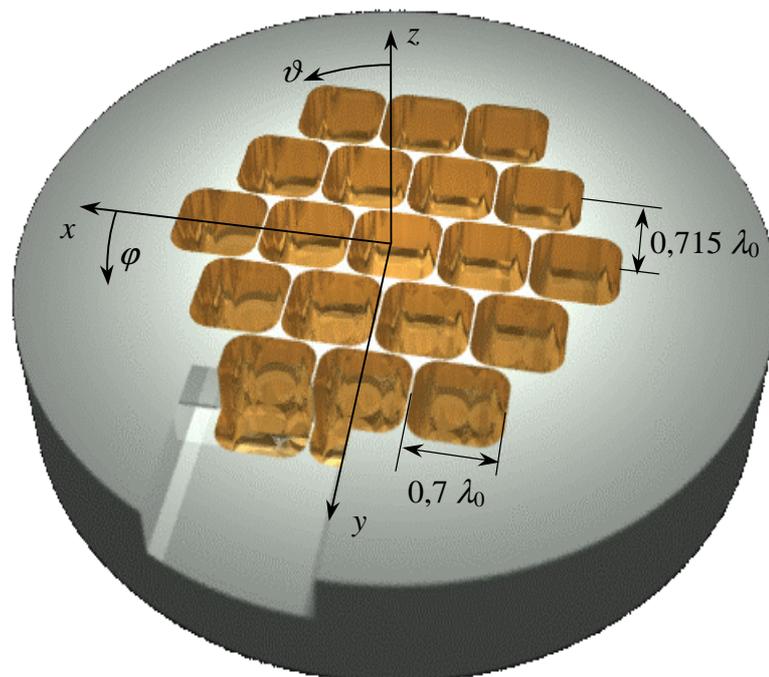


Bild 5.92: Symmetrische 19-Elemente-Gruppe aus identischen, quadratischen Hohlleiterstrahlern mit verrundeten Ecken

Die Analyse der Anordnung erfordert einen sehr hohen Rechenaufwand. Werden in jedem Element 8 Eigenwellen für die Feldentwicklung berücksichtigt, so sind insgesamt 23104 Koppeladmittanzen je Frequenzpunkt zu bestimmen. Unter Ausnutzung von Symmetrien und Mehrfachverwendung bereits berechneter Ergebnisse müssen immer noch 936 Admittanzen mittels einer vierfachen Integration über die Aperturfelder ermittelt werden. Der erhebliche numerische Aufwand, der wegen des flexiblen Feldansatzes erforderlich ist, führt auf eine Rechenzeit von ca. 46,8 CPU-Stunden. Die vorliegende Gruppe kann jedoch hervorragend mit dem in Kapitel 4.4 vorgestellten Interpolationsverfahren berechnet werden, das die Übertragung der Ergebnisse diskreter Elementanordnungen auf beliebige Strukturen mit identischen Strahlern erlaubt. Es reicht dabei aus, die Koppeladmittanzen von acht verschiedenen Elementpaaren durch numerische Integration zu berechnen, um von diesem Ergebnisvektor auf jede beliebige Anordnung schließen zu können. Mit diesem Verfahren kann bei der betrachteten Gruppe eine erhebliche Rechenzeitreduktion erzielt werden, weil insgesamt nur noch 324 Koppeladmittanzen numerisch zu bestimmen sind. Alle anderen gehen aus einer einfachen Multiplikation komplexer Größen hervor. Die notwendige Berechnungszeit verringert sich auf ca. 16,2 CPU-Stunden, was einer Zeitreduktion um den Faktor drei entspricht. Der immense Vorteil des Verfahrens wird aber erst deutlich, wenn der Elementabstand der betrachteten Gruppe von $0,715 \lambda_0$ auf z.B. $0,8 \lambda_0$ vergrößert wird. Das numerische Integralgleichungsverfahren ist mit ca. 45 CPU-Stunden nur geringfügig schneller als bei dem ersten Berechnungsdurchlauf, da ausschließlich die Ergebnisse der modalen Verkopplung in der selben Apertur übernommen werden können und alle anderen erneut numerisch zu bestimmen sind. Demgegenüber liegt nun die vollständige Lösung der Gruppe mit dem Interpolationsverfahren in Sekunden! vor, weil keine numerische Integration durchzuführen ist.

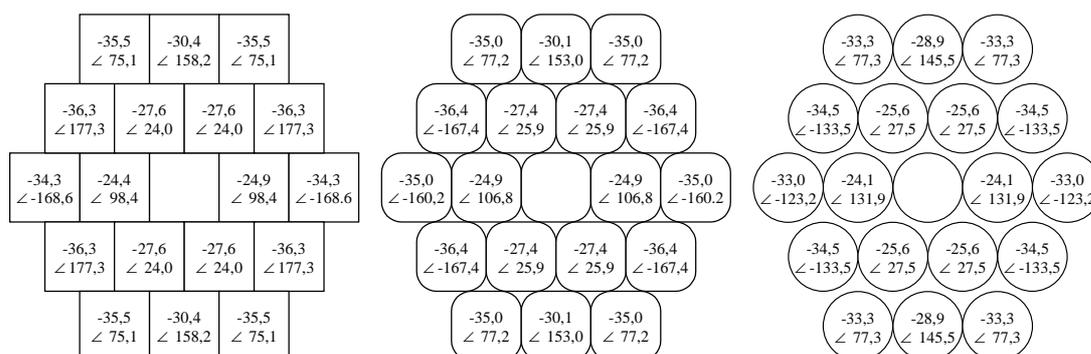


Bild 5.93: Transmissionskoeffizienten nach Betrag (oben in dB) und Phase (unten in $^{\circ}$) zwischen dem Mittenelement und anderen Elementen der 19-Elemente-Gruppe für quadratische Querschnitte mit normierter Verrundung von $c/b = 0, 0,5$ und 1 (von links nach rechts)

Die vorliegende Gruppe zeichnet sich durch einen sehr geringen Elementabstand aus, der zu einer großen Wechselwirkung der Elemente führt. In Bild 5.93 sind beispielhaft die Transmissionskoeffizienten zwischen dem Mittenelement und den anderen Strahlern für die jeweils in y -Richtung polarisierten Grundwellen gezeigt. Die große Wechselwirkung resultiert in einem betragsgroßen Transmissionskoeffizienten für Elemente, die

in unmittelbare Umgebung des Mittenstrahlers liegen, wobei es nahezu unerheblich ist, ob ein Versatz in der H- oder einer anderen Ebene vorliegt und welche Verrundung die Ecken aufweisen. Das Betragsniveau des Transmissionskoeffizienten ist in erster Näherung allein von dem Abstand zum Mittenelement abhängig und liegt in der Größenordnung des Reflexionskoeffizienten des Grundmodes des Mittenelementes (vgl. zweite Zeile von Tabelle 5.9). Dieser Wert entspricht dem Eingangreflexionsfaktor des aktiven Mittenelementes, wenn alle anderen Strahler reflexionsfrei abgeschlossen sind und stimmt in erster Näherung mit dem eines isolierten Strahlers im unendlichen Schirm überein (vgl. erste Zeile von Tabelle 5.9 sowie Bild 5.47 und Bild 5.48). Im Gegensatz dazu ist der Reflexionsfaktor des Elementes stark verändert, wenn die gesamte Gruppe aktiv ist, d.h. wenn alle Strahler mit identischer Amplitude und gleicher Phase gespeist werden (vgl. dritte Zeile von Tabelle 5.9).

Tabelle 5.9: Reflexionsfaktoren des Mittenelementes der 19-Elemente-Gruppe.

	$c/b = 0$	$c/b = 0,5$	$c/b = 1$
Reflexionsfaktor des isolierten Elementes	-23,6 dB \angle -116,9°	-25,1 dB \angle -144,1°	-19,1 dB \angle 171,3°
Reflexionsfaktor des aktiven Mittenelements	-22,3 dB \angle -121,2°	-23,5 dB \angle -143,4°	-18,7 dB \angle 167,9°
Reflexionsfaktor des Mittenelements der aktiven Gruppe	-13,6 dB \angle 101,9°	-12,9 dB \angle 106,6°	-10,8 dB \angle 118,1°

Der Reflexionsfaktor eines isolierten Elementes stellt für alle Elemente der Gruppe bei Vernachlässigung der Elementverkopplungen eine konstante Größe dar, unabhängig von der Ansteuerung der Gruppe. Dieser Wert ist offensichtlich inadäquat, um die Elemente der aktiven Gruppe hinsichtlich ihres Reflexionsverhaltens beschreiben zu können.

Das Reflexionsverhalten ist nicht nur abhängig von der Anzahl der Elemente und der Größe der auftretenden Interaktionen. Wenn zusätzlich die Speisephasen der Gruppenelemente verändert werden (*phased array*), ergeben sich für die 19-Elemente-Gruppe die in Bild 5.94 und Bild 5.95 gezeigten extremen Änderungen des Reflexionsfaktors des Mittenelementes in Abhängigkeit des Schwenkwinkels der Hauptkeule. Als Parameter der Kurven dient hierbei der normierte Verrundungsradius der Ecken des quadratischen Aperturquerschnitts. Die Schwenkung der Hauptkeule über den Darstellungsbereich von $\vartheta_0 = 45^\circ$ hinaus ist nicht mehr sinnvoll, weil die durch den Elementabstand hervorgerufenen Nebenkeulen (*grating lobes*) eine definierte Angabe der Hauptstrahlrichtung verhindern.

Den beiden Diagrammen ist eine sehr starke Änderung des Reflexionsfaktors mit dem Schwenkwinkel der Hauptkeule zu entnehmen. Für runde Aperturen überstreicht der

Betrag einen extremen Wertebereich, wenn die Schwenkung der Keule in der Ebene $\varphi = 0^\circ$ (H-Ebene) erfolgt. Ausgehend von einem Betrag von $-10,8$ dB für einen Hauptstrahl in z -Richtung wird ein sehr ausgeprägtes Minimum mit einem Betrag von $-34,8$ dB durchlaufen. Eine geringere Verrundung der Ecken verschiebt das Minimum zu kleineren Schwenkwinkeln, und es erscheint weniger stark ausgebildet. Der Reflexionsfaktor für ideal quadratische Elemente weist so den kleinsten Wertebereich auf ($-11,4$ dB bis $-20,5$ dB).

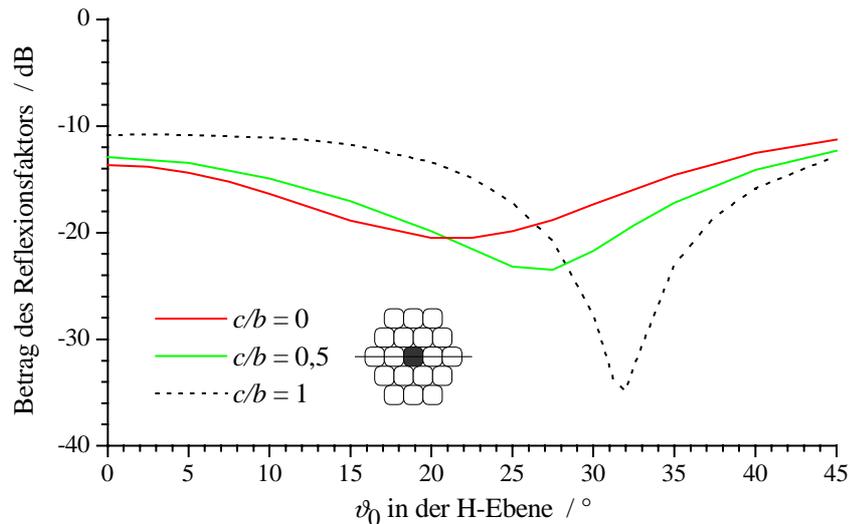


Bild 5.94: Betrag des Reflexionsfaktors des Mittenelementes der 19-Elemente-Gruppe bei Schwenkung der Hauptkeule in der H-Ebene

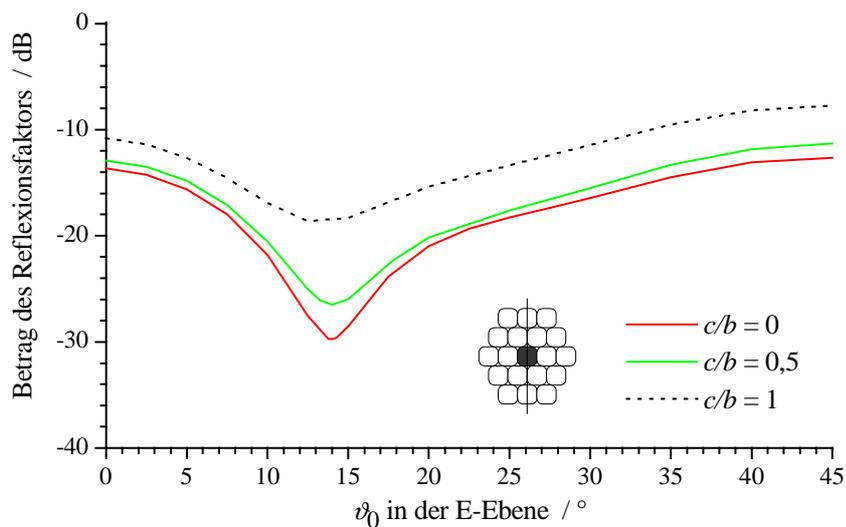


Bild 5.95: Betrag des Reflexionsfaktors des Mittenelementes der 19-Elemente-Gruppe bei Schwenkung der Hauptkeule in der E-Ebene

Eine Schwenkung der Hauptkeule in der E-Ebene wirkt sich ebenfalls deutlich auf das Reflexionsverhalten des Mittenelementes aus. Unabhängig von der Verrundung der Ecken tritt ein Minimum des Reflexionsfaktorbetrages bei einem Schwenkwinkel von ca. 14° auf, wobei der Wertebereich für runde Aperturen am geringsten ist und für ideal quadratische Querschnitte maximal wird.

Die Aperturen mit normierter Verrundung von $c/b = 0,5$ zeichnen sich bei diesen Untersuchungen dadurch aus, dass der Betrag des Eingangsexpressionsfaktor des Mittenelementes bei beliebigem Schwenkwinkel insgesamt den kleinsten Wertebereich überstreicht und so erheblich einfachere Anpassmaßnahmen ermöglicht.

Es lässt sich somit eine Analogie zwischen den Koppelmechanismen der vorliegenden Gruppe und den Auswirkungen auf den hier betrachteten Reflexionsfaktor des Mittenelementes feststellen. Gruppenantennen werden immer mit einem möglichst geringem Elementabstand aufgebaut, um Nebenkeulen mit hohem relativen Pegel im vorderen Antennenhalbraum zu vermeiden. Der kompakte Aufbau resultiert dann in nicht vernachlässigbaren Wechselwirkungen der Elemente, die bei zusätzlicher Variation der Phasensteuerung zu einem nicht vorhersehbaren Reflexionsverhalten führen.

Das Richtdiagramm dieser Gruppe ist im Wesentlichen durch die Anzahl, die Position und die Ansteuerung der Elemente bestimmt, so dass Verkopplungserscheinungen hierbei in den Hintergrund treten. Der Vergleich in Bild 5.96 und Bild 5.97 für die Richtdiagramme in der Ebene $\varphi = 90^\circ$ zeigen, dass eine Vernachlässigung der Elementverkopplungen durchaus zu akzeptablen Ergebnissen führt und sich der symmetrische Aufbau und die hohe Elementanzahl positiv auswirken. Die Aperturfeldverteilung der Elemente wird weiterhin durch die jeweilige Grundwelle dominiert. Die Charakteristik der Gruppe ist darüber hinaus weitgehend unabhängig von der Wahl der Elemente, so dass ausschließlich die Diagramme für runde Aperturquerschnitte dargestellt sind.

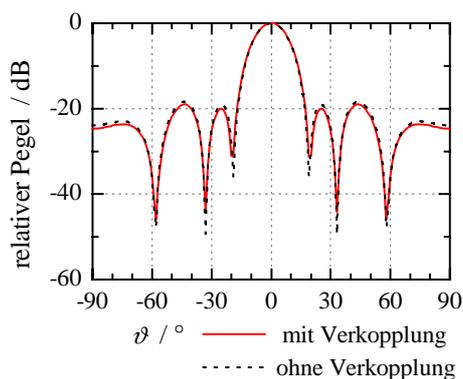


Bild 5.96: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 90^\circ)$ der 19-Elemente-Gruppe bei phasengleicher Ansteuerung der runden Aperturen

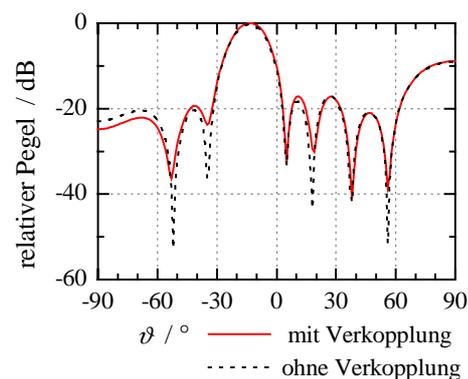


Bild 5.97: Richtdiagramm $F_{cp}(\vartheta, \varphi = 90^\circ)$ der 19-Elemente-Gruppe bei Schwenkung der Hauptkeule auf $\vartheta_0 = -14^\circ$ für runde Aperturen

Die geringen Unterschiede in den relativen Pegeln der Nebenzipfel von maximal 1 dB können für einen ersten Entwurf toleriert werden. Für den Fall einer genauen Spezifikation der Richtcharakteristik sollte jedoch jegliche Unsicherheit ausgeschlossen und die Elementverkopplung berücksichtigt werden. Gerade bei Multi-Feed-Systemen mit geringer Elementanzahl hat sie größeren Einfluss.

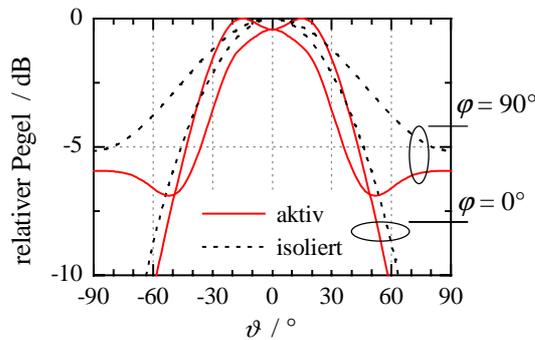


Bild 5.98: Vergleich der Richtdiagramme $F_{ea,cp}(\vartheta, \varphi = 90^\circ)$ des aktiven Mittenelementes und $F_{e,cp}(\vartheta, \varphi = 90^\circ)$ eines isolierten Strahlers in den Ebenen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$

Dies lässt sich aus dem in Bild 5.98 dargestellten Vergleich der Richtdiagramme des aktiven Mittenelementes mit denen eines isolierten Strahlers ableiten. Obwohl sich die Reflexionsfaktoren nach Tabelle 5.9 nur wenig voneinander unterscheiden ist ein deutlicher Einfluss der Verkopplung auf die Richtcharakteristik erkennbar. Das Maximum der Hauptkeule des aktiven Elementes erscheint z.B. nicht bei $\vartheta = 0^\circ$. Vielmehr kommt es zu einer deutlichen Einkerbung des Diagramms in der H-Ebene. Der relative Pegel des E-Ebenen-Diagramms weicht sogar um bis zu 4,1 dB von dem des isolierten Strahlers ab.

Erst durch die große Elementanzahl der untersuchten Anordnung treten diese Erscheinungen aufgrund der dominierenden Gruppencharakteristik in den Hintergrund.

Die Darstellungen in diesem Kapitel machen deutlich, dass die interelementaren Wechselwirkungen in Gruppenantennen zur vollständigen Beschreibung vor allem der Reflexionseigenschaften aber auch der Richtcharakteristik im Fernfeld unbedingt zu berücksichtigen sind.

6 Zusammenfassung

Zur drahtlosen Übertragung von Mikrowellen für Anwendungen in der Richtfunk-, der Radar- und der Satellitenfunktechnik bietet sich der Einsatz von Hohlleiter- oder Hornantennen zur gerichteten Abstrahlung der elektromagnetischen Welle an. Sie können mit vergleichsweise hohem Gewinn, geringen Verlusten und geringer Eingangsreflexion sowie hoher Kreuzpolarisationsdämpfung aufgebaut werden. Neben der Möglichkeit, diese Antennen als Direktstrahler zu verwenden, kann mit der Zusammenfassung mehrerer Einzelstrahler zu einem Gesamtsystem die Flexibilität der Ansteuerung erhöht und so bestimmte Antenneneigenschaften wie z.B. die Hauptstrahlrichtung, die Richtwirkung und das Nebenkeulenniveau eingestellt werden. Als Erreger von Reflektoren dienen diese Gruppenantennen als effektiver und rekonfigurierbarer Primärstrahler.

Die Merkmale von Gruppenantennen sind neben den Eigenschaften der Einzelstrahler im Wesentlichen durch die Anzahl und die Position der Elemente sowie deren Ansteuerung bestimmt. Die Elemente treten aufgrund des kompakten Aufbaus und des damit verbundenen geringen Elementabstands in Wechselwirkung, wodurch ihr Reflexionsverhalten und zusätzlich die Strahlungscharakteristik der Gruppe beeinflusst werden können. Die Bestimmung der interelementaren Strahlungskopplung sowie die Analyse der Einzelstrahler stellen sehr wichtige Größen bei dem Entwurf von Gruppenantennen dar.

Bislang werden in den beschriebenen Applikationen Hörner mit entweder rechteckigem, quadratischem oder rundem Querschnitt eingesetzt, die eine verhältnismäßig einfache Berechnung erlauben. Ziel der vorliegenden Arbeit war die Untersuchung von Hohlleiter- und Hornstrahlern mit beliebigen Querschnittsgeometrien zur Steigerung der Designflexibilität und zur Verringerung des fertigungstechnischen Aufwandes. Die vollständige Analyse umfasst dabei die Charakterisierung der Einzelstrahler und die Bestimmung der Strahlungskopplung in Gruppenanordnungen.

Die Untersuchung der Einzelstrahler erfolgte mittels eines einfachen Modells, welches die Hornstruktur als eine Aneinanderkettung stückweise homogener Hohlleitersegmente annähert. Zur feldtheoretischen Analyse wurde in Kapitel 2 ein analytischer Ansatz formuliert, mit dem die Eigenwellen in Hohlleitern mit beliebiger Querschnittsgeometrie und π -periodischer Randfunktion berechnet werden können. Die Formulierung des Feldansatzes in kreiszylindrischen Koordinaten ermöglicht die Untersuchung sehr vieler verschiedener Querschnittsformen sowie den direkten Vergleich mit runden Segmenten. Er entwickelt die Felder in eine unendliche Anzahl an Lösungen der Wellengleichung. Die Konvergenzuntersuchungen bezüglich der Grenzwellenzahlen von Eigenwellen zeigten, dass das Verfahren numerisch außerordentlich stabil ist und dass die notwendige Limitierung der unendlichen Anzahl an Lösungen der Wellengleichung,

die zur Erfüllung der Randbedingungen notwendig ist, zu vernachlässigbaren Fehlern führt (Kapitel 5.1). Als ein systematisches Problem des Feldansatzes stellte sich jedoch die Berechnung entarteter Eigenwellen heraus, deren Auftreten durch eine geringe Geometrieänderung stets ausgeschlossen wurden.

Als hervorragendes Instrument zur Berechnung der aus Segmenten zusammengesetzten Hornstruktur erwies sich die Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung, deren Ergebnisse ausgezeichnet mit Messdaten übereinstimmen. Durch die Schnelligkeit der Berechnung erfüllt sie die wesentliche Voraussetzung für einen automatischen Optimierungsprozess, der beispielhaft anhand eines Überganges zwischen einem Rechteck- und einem Rundhohlleiter mit sehr geringer Eingangsreflexion präsentiert wurde (Kapitel 5.2).

Eine Möglichkeit zur Analyse der Abstrahlung in den freien Raum wurde in Kapitel 3 mit einem einfachen Abstrahlungsmodell vorgestellt, bei dem die zu untersuchende Antenne in einem elektrisch leitenden Schirm liegt und in einen Rundhohlleiter mit großem Durchmesser strahlt. Die Berücksichtigung eines endlichen Antennenflansches wurde durch einen weiteren Hohlleiter im rückwärtigen Antennenhalbraum realisiert, in dem der Einzelstrahler koaxial angeordnet ist und dabei stets einen runden Flansch aufweist. Die wesentlichen Aperturreflexionen und Feldbeugungen können mit diesem Ansatz sehr einfach und effizient berücksichtigt und mit der Methode der Orthogonalreihen-Entwicklung berechnet werden. Das Strahlungsverhalten der Antenne wird über das bekannte Transversalfeld der Aperturebene mittels äquivalenter Flächenströme ermittelt. Beide Ansätze wurden in dieser Arbeit erstmals für Hornstrahler mit beliebiger Querschnittsgeometrie formuliert. Aufgrund des Berechnungsansatzes kommt es zu unphysikalischen Oszillationen der Transversalfeldkomponenten, die über eine Gewichtung der (endlichen) Orthogonalreihe in physikalisch plausible Lösungen überführt werden können.

Die Ergebnisse der Untersuchungen unterstreichen die Flexibilität des Ansatzes sowie die Güte der Berechnungen, die für eine Vielzahl unterschiedlichster Antennen anhand von Literatur- und Messdaten verifiziert wurden (Kapitel 5.3). Größere Abweichungen traten hauptsächlich bei der Bestimmung des kreuzpolaren Fernfeldes auf, wenn modellbedingte Unterschiede zwischen Messobjekt und Simulationsmodell vorlagen oder wenn die Apertur der Antenne im Vergleich zur Wellenlänge sehr klein ist. Mit dem vorgestellten Verfahren wurde der Entwurf eines neuartigen Hornstrahlers entwickelt, der mit seiner rotationssymmetrischen Strahlungscharakteristik und der geringen Eingangsreflexion als Primärerreger eines Reflektors eingesetzt werden kann. Durch den segmentierten Aufbau aus quadratischen Modulen mit verrundeten Ecken ist eine leichte Fertigung aus einem einzigen Werkstück sichergestellt. Es zeigt sich, dass der gewählte Aperturquerschnitt bei vorgegebener Kantenlänge als optimal zur Erzeugung eines kreuzpolarisationsarmen aber rotationssymmetrischen Strahlungsfeldes bezeichnet werden kann.

Bei der Zusammenfassung von Einzelstrahlern zu einer planaren Gruppenantenne treten interelementare Wechselwirkungen auf, die sehr elegant mit dem in Kapitel 4 vorgestellten und im Ansatz exakten Integralgleichungsverfahren berechnet werden können. Die Aperturen der Gruppenelemente liegen dabei in einer gemeinsamen, elektrisch ideal leitenden und unendlich ausgedehnten Ebene und werden zunächst als offene Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt angesehen. Über die transversalen und longitudinalen Felder in Verbindung mit der allgemeine Abstrahlbedingung kann auf die vollständige Streumatrix der Anordnung geschlossen werden. Der für standardisierte Querschnitte bereits bekannte und erfolgreich angewandte feldtheoretische Ansatz wurde in der vorliegenden Arbeit erstmals in einer allgemeingültigen Form formuliert, der die Berechnung der Verkopplung zwischen Strahlern mit beliebiger Öffnungsfläche ermöglicht.

Die Interaktion der Gruppenelemente stellt dabei typischerweise ein Nahfeldphänomen dar. Die Berechnung der modalen Verkopplung erfordert daher eine sehr rechenzeitintensive vierfache Integration über die Aperturfelder. Mit dem ebenfalls in Kapitel 4 präsentierten und auf beliebige Querschnitte erweiterten Interpolationsverfahren kann die Berechnungszeit für große Antennenfelder mit identischen Elementen erheblich reduziert werden, weil die Lösung der modalen Verkopplung zwischen Aperturen beliebiger Anordnung aus den bekannten Lösungen diskreter Anordnungen interpoliert werden kann. Die Interpolationslösung ist der numerischen Berechnung sogar vorzuziehen, wenn große Elementabstände betrachtet werden. Es wurde schließlich gezeigt, dass die Berücksichtigung von Horngeometrien, anderen Speisestrukturen oder Anpassnetzwerken durch wenige Streumatrixoperationen möglich ist. Die Ermittlung der Richtcharakteristik der Gruppe erfolgt im vorderen Antennenhalbraum über äquivalente Flächenströme in Verbindung mit der Bildtheorie.

Die Verkopplung zwischen Gruppenelementen aber auch das Verhalten von Einzelstrahlern wurde mit diesem Verfahren untersucht (Kapitel 5.4). Es zeigte sich, dass das kreuzpolare Strahlungsverhalten von Hornstrahlern mit im Vergleich zur Wellenlänge kleiner Kantenlänge abhängig von der Querschnittsform der Apertur ist, und dass mit dem in dieser Arbeit unter anderem betrachteten quadratischen Querschnitt mit verrundeten Ecken über weite Bereiche bessere Eigenschaften zu erzielen sind als mit üblichen Standardformen. Die Hornstrahler mit kleiner Aperturabmessung sind besonders für den Einsatz in Gruppenantennen geeignet

Die Verifikation des Feldansatzes erfolgte mit Hilfe einer Vielzahl an Messungen von Transmissionskoeffizienten, bei denen neben jeweils identischen Elementen auch ungleiche Querschnittstypen zum Einsatz kamen. Die exzellente Übereinstimmung zwischen der Simulation und der Messung wurde bei allen untersuchten Anordnungen allein durch stochastische Störungen und modellbedingte Unterschiede beeinflusst.

Es wurde schließlich anhand von diskret aufgebauten Gruppenanordnungen der Einfluss der interelementaren Wechselwirkung auf das Strahlungsverhalten verifiziert. Die berechneten Richtcharakteristika wurden mit Messwerten verglichen, wobei eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt werden konnte. Im Rahmen dieser Untersuchungen

stellte sich heraus, dass die Richtcharakteristik einer symmetrisch aufgebauten Gruppenantenne mit ausreichender Genauigkeit durch die lineare Überlagerung der Charakteristika der (isolierten) Einzelstrahler bestimmt werden kann, wenn die genaue Phasenbelegung der Speisesignale bekannt ist. Die Verkopplung der Elemente kann aber eine unvorhergesehene Rückwirkung auf ihr Reflexionsverhalten haben, die nur über die Bestimmung der vollständigen Streumatrix der Gesamtanordnung erfolgen kann und daher die Berücksichtigung der Elementinteraktionen erfordert.

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Verfahren zur Analyse von einzelnen Hornstrahlern mit beliebigen Querschnittsgeometrien und deren Einsatz in Gruppenanordnungen präsentiert. Der gewählte Feldansatz besticht durch die Flexibilität bei der Wahl der zu untersuchenden Strukturen, so dass fertigungstechnische Aspekte und verbesserte elektromagnetische Eigenschaften beim Entwurf von Hohlleiter- und Hornantennen sowie aus ihnen aufgebaute Gruppen in Betracht gezogen werden können.

Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Hochfrequenztechnik der Universität Hannover. Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. J. Marquardt für die thematische Anregung zu dieser Arbeit und für die Unterstützung bei der Durchführung. Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Garbe für die Übernahme des Koreferats und Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-P. Kuchenbecker für die Übernahme des Vorsitzes.

Aufgrund des ausgesprochen guten Betriebsklimas, wegen der vielen interessanten Diskussionen und der tatkräftigen Unterstützung gilt mein Dank insbesondere den ehemaligen Kollegen am Institut für Hochfrequenztechnik. Meine Zeit dort wird mir stets in angenehmer Erinnerung bleiben.

Literaturverzeichnis

- [1] Abramowitz, M.; Stegun, I.A.: Handbook of Mathematical Functions. New York: Dover Publications, 1972
- [2] Bailey, M.C.: Analysis of Finite Size Phased Arrays of Circular Waveguide Elements. NASA Technical Report R-408, 1974
- [3] Bailey, M.C.: Closed-Form Evaluation of Mutual Coupling in a Planar Array of Circular Apertures. NASA Technical Paper 3552, 1996
- [4] Bailey, M.C.: Technique for Extension of Small Antenna Array Mutual-Coupling Data to Larger Antenna Arrays. NASA Technical Paper 3603, 1996
- [5] Bailey, M.C.; Bostian, C.W.: Mutual Coupling in an Finite Planar Array of Circular Apertures. IEEE Trans. on AP, Band 22, Nr. 2, 178-184, 1974
- [6] Bates, R.H.T.: The Theory of the Point-Matching Method for Perfectly Conducting Waveguides and Transmission Lines, IEEE Trans. on MTT, Band 17, Nr. 6, 294-301, 1969
- [7] Bhattacharyya, A.K.; Zeeman Rollins, G.: Accurate Radiation and Impedance Characteristics of Horn Antennas – A Moment-Method Model. IEEE Trans. on AP, band 44, Nr. 4, 523-531, 1996
- [8] Bird, T.S., Bateman, D.G.: Mutual coupling Between Rotated Horns in an Ground Plane. IEEE Trans. on AP, Band 42, Nr. 7, 1000-1006, 1994
- [9] Bird, T.S., Bateman, D.G.: Software for Modelling Finite Arrays of Rectangular Waveguides or Horns with Mutual Coupling. IEEE AP Symp., IEEE Piscataway, N.J., 633-636, 1992
- [10] Bird, T.S.: Analysis of Mutual Coupling in Finite Arrays of Different-Sized Rectangular Waveguides. IEEE Trans. on AP, band 38, Nr. 2, 166-172, 1990
- [11] Bird, T.S.: Behaviour of Multiple Elliptical Waveguides Opening into a Ground Plane. IEE Proc. H, Band 137, Nr. 2, 121-126, 1990
- [12] Bird, T.S.: Cross-Coupling between Open-Ended Coaxial Radiators. IEE Proc. Microw. Antennas Propagation, Band 143, Nr.4, 265-271, 1996
- [13] Bird, T.S.: Improved Solution for the Mode Coupling in Different-Sized Circular Waveguides. IEE Proc.-Microw. Antennas Propagation, Band 143, Nr. 6, 437-465, 1996
- [14] Bird, T.S.: Mode Coupling in a Planar Circular Waveguide Array. Micro-waves, Optics and Acoustics, Band 3, Nr. 5, 172-180, 1979

- [15] Bird, T.S.: Mode Matching Analysis of Stepped Rectangular Horns and Application to Satellite Antenna Design. IEE Conf. on AP, Stevenage, England, 849-852, 1991
- [16] Bird, T.S.: Mutual Coupling in Finite Coplanar Rectangular Waveguide Arrays. Electronics Letters, Band 23, Nr. 22, 1199-1201, 1987
- [17] Booyesen, A.J.: A Physical Interpretation of the Equivalence Theorem. IEEE Trans. on AP, Band 48, Nr. 8, 1260-1262, 2000
- [18] Bristol, T. W.: Waveguides of Arbitrary Cross Section by Moment Methods. Ph.D. Dissertation, Syracuse Univ., Syracuse, N.Y., 1967
- [19] Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, Frankfurt: Harri Deutsch, 23. Auflage, 1987
- [20] Brünjes, L.: Strahlungs- und Kopplungseigenschaften von Rechteckhörnern berechnet mit der Momenten-Methode. Düsseldorf: VDI, Reihe 21, Nr. 153, 1994
- [21] Bungler, R.; Beyer, R.; Arndt, F.: Rigorous Combined Mode-Matching Integral Equation Analysis of Horn Antennas with Arbitrary Cross Section. IEEE Trans. on AP, Bnd 47, Nr. 11, 1641-1648, 1999
- [22] Chan, K.-L.; Judah, S.R.: Two-Port Scattering at an Elliptic-Waveguide Junction. IEEE Trans. on MTT, Band 45, Nr. 8, 1255-1262, 1997
- [23] Chu, L.J.: Calculations of Radiation Properties of Hollow Poles and Horns. Journal of Applied Physics, Band 11, 603-610, 1940
- [24] Clarricoats, P.J.B.; Olver, A.D.: Corrugated Horns for Microwave Antennas. London: Peter Peregrinus Ltd., 1984
- [25] Clarricoats, P.J.B.; Tun, S.M.; Parini, C.G.: Effects of Mutual Coupling in Conical Horn Arrays. IEE Proc. H, Band 131, Nr. 3, 1984
- [26] Collin, R.E.: Field Theory of Guided Waves. New York: McGraw Hill, 1960
- [27] Davies, J.B.; Muilwyk, C.A.: Numerical Solution of Uniform Hollow Waveguides with Boundaries of Arbitrary Shape. Proc. IEEE, Band 113, 277-284, 1966
- [28] Desvilles, J.-L.: Cornets rayonnants à haute pureté de polarisation et grande bande passante. Ann. Télécommunication, Band 44, Nr. 9-10, 523-527, 1989
- [29] Edelberg, S.; Oliner, A.A.: Mutual Coupling Effects in Large Antenna Arrays: Part I – Slot Arrays. Proc. IRE, Band 48, Nr. 5, 286-297, 1960
- [30] Erb, R.: Systematische Untersuchung mathematischer Modelle zur Berechnung rotationssymmetrischer Rillenhornstrahler. Düsseldorf, VDI-Verlag, Reihe 21, Nr. 33, 1988

- [31] Galindo, V.; Wu, C.P.: Numerical Solution for an Infinite Phased Array of Rectangular Waveguides with Thick Walls. *IEEE Trans. on AP*, band 14, Nr. 2, 149-158, 1966
- [32] Granet, C.; Bird, T.S.; James, G.L.: Compact Multimode Horn with Low Side-lobes for Global Earth Coverage. *IEEE Trans. on AP*, Band 48, Nr. 7, 1125-1133, 2000
- [33] Hombach, V.: Kreuzpolarisationseigenschaften von Hohlleitungsstrahlern. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1981
- [34] Hombach, V.; Severin, H.: Berechnung der Kreuzpolarisation im Fernfeld von Hohlleitungsstrahlern. *AEÜ*, Band 37, 101-107, 1983
- [35] IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas. IEEE Press., 1969
- [36] James, G.L.: Cross-Polarization Performance of Flanged Cylindrical and Conical Waveguides. *Proc. of the IREE Aust.*, 180-184, 1979
- [37] James, G.L.: Primary Feeds with Wide Beamwidths. *Electronic Letters*, Band 14, Nr. 14, 447-448, 1978
- [38] James, G.L.; Greene, K.J.: Effects of Wall Thickness on Radiation From Circular Waveguides. *Electronics Letters*, Band 14, Nr. 4, 90-91, 1978
- [39] Kark, K.: Konvergenz und Wichtung von Orthogonalreihen bei Beugungsproblemen. *Frequenz*, Band 52, Nr. 1-2, 14-20, 1998
- [40] Ketselidis, M.: Satellite Communications Survey – Systems and Applications. Space Applications Institute, EC Joint Research Centre, 1999
- [41] Kieburtz, R.B.; Ishimaru, A.: Aperture Fields of an Array of Rectangular Apertures. *IRE Trans. on Antennas and Propagation*, Band 10, 663-671, 1962
- [42] Kieburtz, R.B.; Ishimaru, A.: Scattering by a Periodically Apertured Conducting Screen. *IRE Trans. on Antennas and Propagation*, Band 9, 506-514, 1961
- [43] Kitchener, D.; Parini, C.G.: Mutual Coupling in Finite Arrays of Rectangular Apertures. *IEE Conf. on AP*, 243-248, 1989
- [44] Kitchener, D.; Raghavan, K.; Parini, C.G.: Mutual Coupling in a Finite Planar Array of Rectangular Apertures. *Electronics Letters*, Band 23, Nr.21, 1169-1170, 1987
- [45] Klemp, O.: Analyse und Aufbau von Gruppenantennen aus Hohlleitern mit spezieller Querschnittsform. Studienarbeit, Institut für Theo. Elektrotechnik und Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 2001
- [46] Knetsch, H.D.: Achsversetzungen von Rundhohlleitern mit beliebigen Radien. *AEÜ*, Band 23, Nr.1, 23-32, 1969

-
- [47] Knetsch, H.D.: Beitrag zur Theorie sprunghafter Querschnittsveränderungen von Hohlleitern. AEÜ, Band 22, Nr. 12, 591-600, 1968
- [48] Kühn, E.: A Mode-Matching Method for Solving Field Problems in Waveguide and Resonator Circuits. AEÜ, band 27, Nr. 12, 511-517, 1973
- [49] Kühne, R.: Hornstrahler mit beliebiger Querschnittsgeometrie und endlicher Wandstärke. Interner Bericht, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 1999
- [50] Kühne, R.; Marquardt, J.: Coupling Effects in Finite Arrays of Open-Ended Waveguides with Arbitrary Cross-Sections. Asia Pacific Microwave Conference Proc., Sydney, Australia, 2000
- [51] Kühne, R.; Marquardt, J.: Modal Analysis of Waveguide Antennas with Arbitrary Cross-Sections. Accepted for publication, IEEE Trans. on MTT, Band 49, Nr. 11, 2001
- [52] Kühne, R.; Marquardt, J.: Mutual Coupling of Open-Ended Waveguides with Arbitrary Cross-Sections Located in an Infinite Groundplane. 30th European Microwave Conference Proc., Paris, France, 2000
- [53] Ludwig, A.C.: The Definition of Cross Polarisation. IEEE Trans. on AP, Band 21, 116-119, 1973
- [54] Lükling, U.: Optimale Streumatrizenverkettung von Hohlleitersprüngen und deren Anwendung bei periodischen Hohlleiterstrukturen. Diplomarbeit, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 1995
- [55] Luzwick, J; Harrington, R.F.: Mutual Coupling Analysis in Finite Planar Rectangular Waveguide Antenna Array. Electromagnetics, Band 2, 25-42, 1982
- [56] Maci, S.; Capolino, F.; Mioc, F.: Line Integral Representation of the Modal Radiation for Open-Ended Waveguide. IEEE Trans. on AP, Band 45, Nr. 12, 1885-1887, 1997
- [57] Mailloux, R.J.: First-Order Solution for Mutual Coupling Between Waveguides Which Propagate Two Orthogonal Modes. IEEE trans. on AP, Band 17, Nr. 6, 740-746, 1969
- [58] Mailloux, R.J.: Radiation and Near-Field Coupling Between Two Collinear Open-Ended Waveguides. IEEE Trans. on AP, band 17, Nr. 1, 49-55, 1969
- [59] Marcuvitz, N.: Waveguide Handbook. New York: McGraw-Hill, 1951
- [60] Marcuvitz, N.; Felsen, L. B.: Radiation and Scattering of Waves. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1973
- [61] Marquardt, J.: Wellenausbreitung. Vorlesungsmanuskript, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 2000

- [62] Marquardt, J.: Wellenleiter und Antennen. Vorlesungsmanuskript, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 2000
- [63] Matras, P.; Bungler, R.; Arndt, F.A.: Mode-Matching Analysis of the Step Discontinuity in Elliptical Waveguides. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Band 6, Nr. 3, 143-145, 1996
- [64] Mioc, F.; Capolino, F.; Maci, S.: An Efficient Formulation for Calculating the Modal Coupling for Open-Ended Waveguide Problems. *IEEE Trans. on AP*, Band 45, Nr. 12, 1887-1889, 1997
- [65] Mishustin, B.A.; Shcherbakov, V.I.: Asymptotics of Mutual Coupling in Array Antennas. Skripta Publishing Co., ISSN0033-7880/78/0030-0019,19-25, 1979
- [66] Moumen, A.; Ligthart, L.P.: Radiation From a Dielectric-Filled Waveguide Terminated by a Finite Metallic Flange of Arbitrary Shape. 29th European Microwave Conference Proc., Munich, Germany, 1999
- [67] Newell, P.; Bird, T.S.: Effects of Mutual Coupling in the Design of High-Performance Multifeed Satellite Antennas. *Radio Science*, Band 29, Nr. 1, 145-152, 1994
- [68] Parini, C.G.: Mutual Coupling Effects in Array Feeds. ESTEC Workshop on Antenna Design Tools, 1997
- [69] Patel, P.D.; Bailey, M.C.: Effects of High-Order Mode Coupling in Dielectric Covered Finite Array of Dissimilar Rectangular Waveguides. *IEEE Trans. on AP*, Band 45, Nr. 12, 17491757, 1997
- [70] Patzelt, H.: Berechnung von Querschnittsänderungen in Rechteckhohlleitern, inhomogenen Rechteckhohlleitertransformatoren, Blenden endlicher Dicke im Rechteckhohlleiter und längsgekoppelter Rechteckhohlleiterfilter mit der Methode der Orthogonalreihenentwicklung. Diss., Universität Bremen, 1978
- [71] Piefke, G.; Strube, R.: Reflexion und Transmission bei Einfall einer H₁₀-Welle auf eine sprunghafte Änderung eines Rechteckhohlleiters in der E-Ebene. *AEÜ*, Band 19, Nr. 5, 231-243, 1965
- [72] Pontoppidan, K.: Finite-Element Techniques Applied to Waveguides of Arbitrary Cross Section – Part I and II. Licentiate's Thesis, Lab. Electromagnet. Theory, Tech. Univ. of Denmark, Lyngby, 1971
- [73] Potter, P.D.: A New Horn Antenna with Suppressed Sidelobes and Equal Beamwidths. *Microwave Journal*, Band 6, 71-78, 1963
- [74] Reiter, C.: Dielektrisch ausgekleidete Rundhornstrahler. Dissertation, Düsseldorf: VDI-Verlag, Reihe 21, Nr. 165, 1994

- [75] Reiter, J.M.; Arndt, F.: Efficient Hybrid Boundary Contour Mode-Matching Technique for the Accurate Full-Wave Analysis of Circular Horn Antennas Including the Outer Wall Geometry. *IEEE Trans. on AP*, Band 45, Nr. 3, 568-570, 1997
- [76] Rengarajan, S.R.; Rahmat-Samii, Y.: The Field Equivalence Principle: Illustration of the Establishment of the Non-Intuitive Null Fields. *IEEE Trans. on AP*, Band 42, Nr. 4, 122-128, 2000
- [77] Rudge, A.W.; Philippou, G.Y.; Williams, N.: Low Cross-Polar Waveguide Horns For Multiple-Feed Reflector Antennas. *Int. Conf. on AP, IEE Conf. Publ.*, Nr. 169, 1978
- [78] Salghetti, L.D., Freni, A.; Maci, S.: CAD-Oriented, Generalised Admittanz Matrix Approach for Arbitrarily Corrugated E-Plane Sectorial Horns. *IEE Proc.-Microw. Antennas Propagation*, Band 146, Nr. 5, 1999
- [79] Schelkunoff, A.; Friis, H.T.: *Antennas: Theory and Practice*. N.Y.: Wiley, 1952
- [80] Schelkunoff, S.A.: Kirchoff's Formula its Vector Analogue and Other Field Equivalence Theorems. *Communication in Pure and Applied Mathematics*, Band 4, 43-59, 1951
- [81] Schelkunoff, S.A.: Some Equivalence Theorems of Electromagnetics and Their Application to Radiation Problems. *Bell System Technical Journal*, Band 15, 92-112, 1936
- [82] Schneider, M.: *Dispersions- und Dämpfungseigenschaften der Eigenmoden periodisch gewellter Hohlleiter*. Dissertation, Universität Hannover, 1997
- [83] Schneider, M.; Marquardt, J.: Mode-Matching Method for the Calculation of Steps between Rectangular and Elliptical Waveguides. *AEÜ*, Band 50, Nr. 6, 375-383, 1996
- [84] Schneider, M.; Marquardt, J.: Transmission Characteristics of Corrugated Waveguides with Arbitrary Cross-Sections. *AEÜ*, B. 50, Nr. 3, 196-200, 1996
- [85] Schröder, A.: *Untersuchungen zur Verkopplung von Hornstrahlern in Antennenarrays*. Diplomarbeit, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 1999
- [86] Schüring, H.-G.: *Abstrahlverhalten sprungförmiger Hohlleiteranordnungen mit beliebig geformter Aperturfläche*. Diplomarbeit, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 1996
- [87] Shen, T.; Dou, W.; Sun, Z.: Asymmetrical Gauss-Hermite Beam-Mode Analysis of the Hexagonal Horn. *IEEE Trans. on MTT*, 46, Nr. 10, 1444-1451, 1998
- [88] Shen, T.; Sun, Z.; Dou, W.: The Hexagonal Horn as an Efficient Gaussian Beam Launcher. *IEEE Trans. on AP*, Band 45, Nr. 7, 1173-1178, 1997

- [89] Sieverding, T.; Arndt, F.: Modal Analysis of Magic Tee. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Band 3, Nr. 5, 150-152, 1993
- [90] Slater, D.: Near-Field Antenna Measurement. Artech House, Boston, 1991
- [91] Spielman, B.E.; Harrington, R. F.: Waveguides of Arbitrary Cross Section by Solution of a Nonlinear Integral Eigenvalue Equation. IEEE Trans. on MTT, Band 20, Nr. 9, 578-585, 1972
- [92] Stutzman, W.L.; Thiele, G.A.: Antenna Theory and Design. New York: John Wiley & Sons, 2nd Edition, 1998
- [93] Tang, C.C.: On the Mode Correspondence between Circular and Square Multimode Tapered Waveguides. IEEE Trans. on MTT, Band 15, 314-317, 1967
- [94] Tarricone, L.; Tomassoni, C.; Mongiardo, M.: Efficient Approaches for the Analysis of Metal-Flanged Apertur Arrays. 29th European Microwave Conference Proc., Munich, Germany, 1999
- [95] Tun, S.M.; Clarricoats, P.J.B., Parini, C.G.: Experimental Investigation of Mutual Coupling in a Conical Horn Array. Electronics Letters, Band 20, Nr. 22, 937-939, 1984
- [96] von Berg, A.: Berechnung der Streuparameter von Hohlleiterdiskontinuitäten mit beliebigen Hohlleiterquerschnitten. Diplomarbeit, Institut für Hochfrequenztechnik, Universität Hannover, 1995
- [97] Wendel, R.: Berechnung von Hohlleitersprüngen und Stegen im Rundhohlleiter. Dissertation, Universität Hannover, 1994
- [98] Wolff, K.-H.: Untersuchung und Optimierung von Rechteckaperturanordnungen unter Berücksichtigung höherer Moden. Diss., Universität Bremen, 1986
- [99] Wriedt, T.: Analyse und Optimierung von Transformatoren und Übergängen bei Rechteckhohlleitern sowie von Pyramidenhörnern und Mehrmodenantennen. Düsseldorf: VDI-Verlag, Reihe 21, Nr. 9, 1987
- [100] Wriedt, T.; Wolff, K.-H.; Arndt, F.; Tucholke, U.: Rigorous Hybrid Field Theoretic Design of Stepped Rectangular Waveguide Mode Converters Including the Horn Transitions into Half Space. IEEE Trans. on AP, Band 37, Nr. 6, 780-790, 1989
- [101] Wu, C.P.; Galindo, V.: Properties of a Phased Array of Rectangular Waveguides with Thin Walls. IEEE Trans. on AP, Band 14, Nr. 2, 163-173, 1966
- [102] Yee, H.Y.; Audeh, N.F.: Uniform Waveguides with Arbitrary Cross-Section considered by the Point-Matching-Method. IEEE Trans. on MTT, Band 13, 847-851, 1965

A Normierungsfaktoren

In Kapitel 2 wurde eine Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Normierungsfaktoren der Eigenwellen für beliebige zylindrische Hohlleiter angegeben. Für den runden Querschnitt und für den koaxialen Leiter können analytische Lösungen angegeben werden.

Für Rundhohlleiter sind die Skalarpotentiale gegeben durch

$$A_i = N_{ei} J_n(k_{r,ei} \rho) \begin{cases} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{cases} \quad \text{mit } k_{r,ei} = \frac{x_{np}}{a} \quad (\text{A.1})$$

$$F_i = N_{hi} J_n(k_{r,hi} \rho) \begin{cases} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{cases} \quad \text{mit } k_{r,hi} = \frac{x'_{np}}{a}. \quad (\text{A.2})$$

Hierbei ist x_{np} die p -te Nullstelle der Besselfunktion n -ter Ordnung bzw. x'_{np} die p -te Nullstelle der Ableitung. Die Ordnung n kann die Werte 0, 1, 2, 3, ... und p kann die Werte 1, 2, 3, ... annehmen. Der Radius des Rundhohlleiters ist durch a gegeben. Für die Normierungsfaktoren können analytische Lösungen gefunden werden:

$$N_{ei} = \sqrt{\frac{2}{\pi(1+\delta_{0n})}} \frac{1}{x_{np} |J_{n+1}(x_{np})|} \quad (\text{A.3})$$

$$N_{hi} = \sqrt{\frac{2}{\pi(1+\delta_{0n})}} \frac{1}{\sqrt{x_{np}'^2 - n^2} |J_n(x_{np}')|}. \quad (\text{A.4})$$

Die Eigenwellen werden mit E_{np} und H_{np} bezeichnet. Bei der Berechnung von Hohlleitersprüngen mit ausschließlich runden Segmenten können die notwendigen Koppelintegrale der Orthogonalreihen-Entwicklung ebenfalls analytisch bestimmt werden [46], [97].

Für einen Rundhohlleiter mit einem koaxial angeordneten, runden Innenleiter sind die Skalarpotentiale gegeben durch [59]:

$$A_i = N_{ei} [J_n(k_{r,ei} \rho) Y_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) - Y_n(k_{r,ei} \rho) J_n(k_{r,ei} \frac{d}{2})] \begin{cases} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

$$F_i = N_{hi} [J_n(k_{r,hi} \rho) Y_n'(k_{r,hi} d) - J_n'(k_{r,hi} d) Y_n(k_{r,hi} \rho)] \begin{cases} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{cases}. \quad (\text{A.6})$$

Die Bestimmungsgleichungen für die Grenzwellenzahlen $k_{r,hi/r,ei}$ lauten:

$$J_n(k_{r,ei} \frac{D}{2}) Y_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) - Y_n(k_{r,ei} \frac{D}{2}) J_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$J'_n(k_{r,hi} \frac{D}{2})Y'_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) - Y'_n(k_{r,hi} \frac{D}{2})J'_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) = 0. \quad (\text{A.8})$$

Die Ordnung n kann die Werte 0, 1, 2, 3, ... und p kann die Werte 1, 2, 3, ... annehmen. Der Durchmesser des Innenleiters ist durch d , der des Außenleiters durch D gegeben. Für die Normierungsfaktoren können wiederum analytische Lösungen gefunden werden:

$$N_{ei} = \frac{\sqrt{\pi(2-\delta_{0n})}}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{J_n^2(k_{r,ei} d/2)}{J_n^2(k_{r,ei} D/2)} - 1}} \quad (\text{A.9})$$

$$N_{hi} = \frac{\sqrt{\pi(2-\delta_{0n})}}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{J_n^2(k_{r,ei} d/2)}{J_n^2(k_{r,ei} D/2)} \left(1 - \left(\frac{n}{k_{r,hi} D/2}\right)^2\right) - \left(1 - \left(\frac{n}{k_{r,hi} d/2}\right)^2\right)}} \quad (\text{A.10})$$

Die Eigenwellen werden mit E_{np} und H_{np} bezeichnet. Die TEM-Welle des Koaxialleiters wird auch als E_{00} -Welle bezeichnet. Sie braucht aber bei den untersuchten Sprunganordnungen nicht betrachtet zu werden, da sie durch Hohlleiterwellen nicht angeregt wird.

Bei der Berechnung von Hohlleitersprüngen zwischen einem koaxialen Segment und einem Rundhohlleiter können die notwendigen Koppelintegrale der Orthogonalreihen-Entwicklung ebenfalls analytisch bestimmt werden. Der im Außendurchmesser kleinere Koaxialleiter bildet im Folgenden das Segment 1; der axial nicht versetzte, größere Rundhohlleiter mit dem Radius a bildet das Segment 2. Zur Unterscheidung werden die Feldgrößen des kleineren Leiters durch den Index i und die des Rundhohlleiters durch den Index j gekennzeichnet. Die Gleichungen setzen voraus, dass die betrachteten Moden jeweils die gleiche Umfangsordnung n besitzen. Für unterschiedliche Ordnungen sind die Koppelintegrale identisch Null. Bei axial nicht versetzten Sprüngen zwischen Koaxial- und Rundhohlleitern werden nur Moden gleicher Umfangsordnung angeregt. Die Lösungen der Koppelintegrale lauten:

$$\begin{aligned}
I_{Vee} &= k_{r,ej}^2 \iint_{\mathcal{Q}_1} A_i A_j df \\
&= k_{r,ej}^2 N_{ei} N_{ej} \pi (1 + \delta_{0n}) \cdot \\
&\quad \left\{ \frac{Y_n(k_{r,ei} d/2)}{k_{r,ei}^2 - k_{r,ej}^2} \left[k_{r,ej} \frac{D}{2} J_n(k_{r,ei} \frac{D}{2}) J_{n-1}(k_{r,ej} \frac{D}{2}) - k_{r,ei} \frac{D}{2} J_{n-1}(k_{r,ei} \frac{D}{2}) J_n(k_{r,ej} \frac{D}{2}) \right] \right. \\
&\quad \left. - [k_{r,ej} \frac{d}{2} J_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) J_{n-1}(k_{r,ej} \frac{d}{2}) - k_{r,ei} \frac{d}{2} J_{n-1}(k_{r,ei} \frac{d}{2}) J_n(k_{r,ej} \frac{d}{2})] \right\} \\
&\quad - \frac{J_n(k_{r,ei} d/2)}{k_{r,ei}^2 - k_{r,ej}^2} \left\{ [k_{r,ej} \frac{D}{2} Y_n(k_{r,ei} \frac{D}{2}) J_{n-1}(k_{r,ej} \frac{D}{2}) - k_{r,ei} \frac{D}{2} Y_{n-1}(k_{r,ei} \frac{D}{2}) J_n(k_{r,ej} \frac{D}{2})] \right. \\
&\quad \left. - [k_{r,ej} \frac{d}{2} Y_n(k_{r,ei} \frac{d}{2}) J_{n-1}(k_{r,ej} \frac{d}{2}) - k_{r,ei} \frac{d}{2} Y_{n-1}(k_{r,ei} \frac{d}{2}) J_n(k_{r,ej} \frac{d}{2})] \right\} \quad (A.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{Vhh} &= k_{r,ei}^2 \iint_{\mathcal{Q}_1} F_i F_j df \\
&= k_{r,hi}^2 N_{hi} N_{hj} \pi (1 + \delta_{0n}) \cdot \\
&\quad \left\{ \frac{Y'_n(k_{r,hi} d/2)}{k_{r,hi}^2 - k_{r,hj}^2} \left[k_{r,hj} \frac{D}{2} J_n(k_{r,hi} \frac{D}{2}) J_{n-1}(k_{r,hj} \frac{D}{2}) - k_{r,hi} \frac{D}{2} J_{n-1}(k_{r,hi} \frac{D}{2}) J_n(k_{r,hj} \frac{D}{2}) \right] \right. \\
&\quad \left. - [k_{r,hj} \frac{d}{2} J_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) J_{n-1}(k_{r,hj} \frac{d}{2}) - k_{r,hi} \frac{d}{2} J_{n-1}(k_{r,hi} \frac{d}{2}) J_n(k_{r,hj} \frac{d}{2})] \right\} \\
&\quad - \frac{J'_n(k_{r,hi} d/2)}{k_{r,hi}^2 - k_{r,hj}^2} \left\{ [k_{r,hj} \frac{D}{2} Y_n(k_{r,hi} \frac{D}{2}) J_{n-1}(k_{r,hj} \frac{D}{2}) - k_{r,hi} \frac{D}{2} Y_{n-1}(k_{r,hi} \frac{D}{2}) J_n(k_{r,hj} \frac{D}{2})] \right. \\
&\quad \left. - [k_{r,hj} \frac{d}{2} Y_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) J_{n-1}(k_{r,hj} \frac{d}{2}) - k_{r,hi} \frac{d}{2} Y_{n-1}(k_{r,hi} \frac{d}{2}) J_n(k_{r,hj} \frac{d}{2})] \right\} \quad (A.12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{Veh} &= \int_0^{2\pi} F_i \text{grad}_t A_j \vec{e}_\varphi \frac{D}{2} d\varphi - \int_0^{2\pi} F_i \text{grad}_t A_j \vec{e}_\varphi \frac{d}{2} d\varphi \\
&= n N_{ej} N_{hi} \pi \cdot \left\{ J_n(k_{r,ej} \frac{D}{2}) [J_n(k_{r,hi} \frac{D}{2}) Y'_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) - Y_n(k_{r,hi} \frac{D}{2}) J'_n(k_{r,hi} \frac{d}{2})] \right. \\
&\quad \left. - J_n(k_{r,ej} \frac{d}{2}) [J_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) Y'_n(k_{r,hi} \frac{D}{2}) - Y_n(k_{r,hi} \frac{d}{2}) J'_n(k_{r,hi} \frac{D}{2})] \right\} \quad (A.13)
\end{aligned}$$

die folgende Form gefunden werden:

$$y_{ij} = \frac{k_0^2}{2\pi} \frac{Y_0}{\sqrt{Y_i Y_j}} \int_0^{\infty} \frac{w}{\sqrt{1-w^2}} \iint_Q \bar{\Psi}_i \bar{\Pi}'_j df dw \quad (\text{B.3})$$

$$\text{mit} \quad \bar{\Pi}'_j = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon_{0s} J_s(k_0 \rho w) \iint_{Q'} \bar{\Psi}'_j J_s(k_0 \rho' w) \cos(s(\varphi - \varphi')) df'$$

Diese Formel dient als Ausgangsgleichung für die Bestimmung der Koppeladmittanzen für die modale Wechselwirkung in derselben und in verschiedenen Aperturen.

Verkopplung in derselben Apertur

Als Beispiel für die modale Verkopplung in derselben Apertur soll die Berechnung der Koppeladmittanz zwischen zwei H-Moden i und j dienen. Der Mode i soll dabei die Ordnung p , der Mode j soll die Ordnung q besitzen. Größen, die einem Mode zugeordnet sind, werden mit entsprechenden Indizes gekennzeichnet. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird ein Mode mit dem Index der Apertur gekennzeichnet. Die Größen der Apertur j sind gestrichen, um sie als Quelle zu kennzeichnen.

Die Bestimmung des Vektors $\bar{\Pi}'_j$ aus Gl. (B.3) erfolgt komponentenweise. Das Einsetzen der Feldkomponenten des H-Modes j nach Kapitel 2 liefert für die x -Komponente:

$$\Pi'_{j,x} = \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon_{0s} J_s(k_0 \rho w) \int_0^{2\pi} \int_0^{R_j} N_j \frac{k_{cj}}{2} (-J_{q-1} \cos_{q-1} + J_{q+1} \cos_{q+1}) \cdot J_s(k_0 \rho' w) \cos(s(\varphi - \varphi')) \rho' d\rho' d\varphi' . \quad (\text{B.4})$$

Funktionen, welche sich allein auf die modale Felddarstellung in der Apertur beziehen, werden durch $J_q = J_q(k_{cj} \rho')$ bzw. $\cos_q = \cos(q\varphi' - \psi_j)$ abgekürzt. Die Integrationsreihenfolge kann aufgrund der konstanten, oberen Grenze der inneren Integration vertauscht werden. Eine Integration über eine volle Periode über Produkte von trigonometrischen Funktionen ist nur von Null verschieden, wenn die azimuthale Umfangsordnung beider identisch ist. Daher kann die Summation über s entfallen, und es erfolgt eine analytische Lösung für die φ' -Integration. Die radiale Integration wird durch die

Lommel-Integrale $Q_q = \int_0^{R_j} J_q J_q(k_0 \rho' w) \rho' d\rho'$ beschrieben:

$$\begin{aligned} \Pi'_{j,x} &= \pi N_j k_{cj} (-J_{q-1}(k_0 \rho w) \cos_{q-1} Q_{q-1} + J_{q+1}(k_0 \rho w) \cos_{q+1} Q_{q+1}) \\ \Pi'_{j,y} &= \pi N_j k_{cj} (J_{q-1}(k_0 \rho w) \sin_{q-1} Q_{q-1} + J_{q+1}(k_0 \rho w) \sin_{q+1} Q_{q+1}) \\ \Pi'_{j,z} &= 2\pi N_j \frac{k_{cj}^2}{jk_0} J_q(k_0 \rho w) \cos_q Q_q . \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Die Integration über die Apertur bzgl. des Modes j ist damit zunächst abgeschlossen. Für die Bestimmung der Verkopplung in derselben Apertur besitzen die in Bild B.1 skizzierten Aperturen den gleichen Koordinatenursprung. Es gilt dann: $\rho = \rho'$ und $\varphi = \varphi'$ sowie $R_i = R_j = R$. Die Analyse der Integration über die Apertur bzgl. des Modes i wird für das Vektorprodukt $\vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j$ wiederum komponentenweise durchgeführt. Es entstehen Produkte von trigonometrischen Funktionen, die wiederum über eine Periode integriert werden. Eine Lösung existiert nur dann, wenn die azimutale Ordnung beider Funktionen identisch ist. Damit ist rein mathematisch gezeigt, dass am offenen Ende von Rundhohlleitern reflektierte Wellen die gleiche Umfangsordnung wie der anregende Mode aufweisen. Eigenwellen anderer Umfangsordnung werden nicht angeregt und brauchen bei einer Berechnung nicht berücksichtigt werden. Es gilt also im Folgenden $p = q$. Die Addition von x- und y-Komponenten des Vektorproduktes $\vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j$ liefert Gl. (B.6).

$$(\vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j)_x + (\vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j)_y = \pi^2 N_i N_j k_{ci} k_{cj} \left[\begin{array}{l} \cos(\psi_j - \psi_i)(Q_{p-1} Q_{q-1} + Q_{p+1} Q_{q+1}) \\ -\delta(p) \cos(\psi_j + \psi_i) \left(\begin{array}{l} Q_{q-1} \int_0^R J_{p+1} J_{p-1}(k_0 \rho_i w) \rho d\rho \\ + Q_{q+1} \int_0^R J_{p-1} J_{p+1}(k_0 \rho_i w) \rho d\rho \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (\text{B.6})$$

Für die Lösung der Lommel-Integrale findet man nach geringen Umformungen der Besselfunktionen und ihrer Ableitungen [1] unter Berücksichtigung der Nullstellen von Besselfunktionen zur Bestimmung von H-Moden:

$$Q_{p-1} = \frac{RJ_p(k_{ci}R)}{k_{ci}^2 - (k_0w)^2} \left[k_{ci} J_{p-1}(k_0Rw) - \frac{pk_0w}{k_{ci}R} J_p(k_0Rw) \right] \quad (\text{B.7})$$

$$Q_{p+1} = -\frac{RJ_p(k_{ci}R)}{k_{ci}^2 - (k_0w)^2} \left[k_{ci} J_{p+1}(k_0Rw) - \frac{pk_0w}{k_{ci}R} J_p(k_0Rw) \right] \quad (\text{B.8})$$

$$Q_{q-1} = \frac{RJ_q(k_{cj}R)}{k_{cj}^2 - (k_0w)^2} \left[k_{cj} J_{q-1}(k_0Rw) - \frac{qk_0w}{k_{cj}R} J_q(k_0Rw) \right] \quad (\text{B.9})$$

$$Q_{q+1} = -\frac{RJ_q(k_{cj}R)}{k_{cj}^2 - (k_0w)^2} \left[k_{cj} J_{q+1}(k_0Rw) - \frac{qk_0w}{k_{cj}R} J_q(k_0Rw) \right]. \quad (\text{B.10})$$

Die radialen Integrale in Gl. (B.6) tragen nur für $p = q = 0$ zur Lösung bei. Sie können durch eine analytische Lösung angegeben werden:

$$\begin{aligned}
Q_{q-1} \int_0^R J_{p+1} J_{p-1}(k_0 \rho_i w) \rho d\rho + Q_{q+1} \int_0^R J_{p-1} J_{p+1}(k_0 \rho_i w) \rho d\rho \\
= \frac{2R^2 k_{ci} k_{cj}}{\left(k_{ci}^2 - (k_0 w)^2\right) \left(k_{cj}^2 - (k_0 w)^2\right)} J_p(k_{ci} R) J_q(k_{cj} R) J_1^2(k_0 R w)
\end{aligned} \tag{B.11}$$

Die z-Komponente des Vektorproduktes $\vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j$ kann durch ein analoges Vorgehen vereinfacht werden.

$$(\vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j)_z = -2\pi^2 N_i N_j \frac{k_{ci}^2 k_{cj}^2}{k_0^2} \left[\cos(\psi_j - \psi_i) Q_p Q_q + \delta(p) \cos(\psi_j + \psi_i) Q_p Q_q \right] \tag{B.12}$$

$$Q_p = \frac{k_0 R w}{k_{ci}^2 - (k_0 w)^2} J_p(k_{ci} R) J'_p(k_0 R w) \tag{B.13}$$

$$Q_q = \frac{k_0 R w}{k_{cj}^2 - (k_0 w)^2} J_q(k_{cj} R) J'_q(k_0 R w) \tag{B.14}$$

In der Zusammenfassung der drei Komponenten zur endgültigen Bestimmungsgleichung der Koppeladmittanz wird berücksichtigt, dass für den Fall $p = q = 0$ ebenfalls die Polarisationswinkel der Moden zu Null gesetzt werden können, also $\psi_i = \psi_j = 0$, weil ihr Feldbild rotationssymmetrisch ist. Diese Voraussetzung und die Einführung der Neumann'schen Zahl erlaubt die einheitliche Darstellung der Koppeladmittanz zwischen H-Moden der Ordnung p bei Anregung in derselben Apertur

$$\begin{aligned}
y_{ij} &= \frac{k_0^2}{2\pi} \frac{Y_0}{\sqrt{Y_i Y_j}} \int_0^\infty \frac{w}{\sqrt{1-w^2}} \iint_Q \vec{\Psi}_i \vec{\Pi}'_j df dw \\
&= c_{ij} \left[\frac{2G_{ij}}{\varepsilon_{0p} (k_0 R)^2} + \frac{p^2 F_{ij}}{(k_{ci} R k_{cj} R)^2} \right] \cos(\psi_j - \psi_i)
\end{aligned} \tag{B.15}$$

mit

$$\begin{aligned}
c_{ij} &= \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j (k_{ci} R)^2 (k_{cj} R)^2 J_p(k_{ci} R) J_p(k_{cj} R) \\
G_{ij} &= \int_0^\infty \frac{w \sqrt{1-w^2}}{\left(w^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(w^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} J_p'^2(k_0 R w) dw \\
F_{ij} &= \int_0^\infty \frac{1}{w \sqrt{1-w^2}} J_p^2(k_0 R w) dw
\end{aligned} \tag{B.16}$$

$$\varepsilon_{0p} = \begin{cases} 1 & p = 0 \\ 2 & p \neq 0 \end{cases}$$

Die vierfache Integration aus Gl. (B.1) ist somit auf eine einfache Integration zurückgeführt worden. Für alle andere Kombinationen der möglichen Anregungen von

Eigenwellen in derselben Hohlleiterapertur lassen sich ähnliche Ausdrücke für die Koppeladmittanzen finden. Diese sind in Tabelle B.1 aufgelistet. Die zur Lösung notwendigen Koppelintegrale und Skalierungsfaktoren können Tabelle B.2 entnommen werden.

Tabelle B.1: Koppeladmittanzen für die Anregung von Eigenwellen in derselben Hohlleiterapertur

y_{ij}	H-Mode j	E-Mode j
H-Mode i	$c_{ij} \left[\frac{2G_{ij}}{\varepsilon_{0p} (k_0 R)^2} + \frac{p^2 F_{ij}}{(k_{ci} R k_{cj} R)^2} \right] \cos(\psi_i - \psi_j)$	$c_{ij} p N_{ij} \sin(\psi_j - \psi_i)$
E-Mode i	$c_{ij} p M_{ij} \sin(\psi_i - \psi_j)$	$c_{ij} \frac{2}{\varepsilon_{0p}} L_{ij} \cos(\psi_i - \psi_j)$

Tabelle B.2: Koppelintegrale und Skalierungsfaktoren für die Berechnung der Anregung von Eigenwellen in derselben Hohlleiterapertur

	H-Mode j	E-Mode j
H-Mode i	$G_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{w \sqrt{1-w^2}}{\left(w^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2} \right) \left(w^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2} \right)} J_p^2(k_0 R w) dw$ $F_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{1}{w \sqrt{1-w^2}} J_p^2(k_0 R w) dw$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j (k_{ci} R)^2 (k_{cj} R)^2 J_p(k_{ci} R) J_p(k_{cj} R)$	$N_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{w}{\sqrt{1-w^2}} \frac{J_p^2(k_0 R w)}{\left(w^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2} \right)} dw$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j k_{cj} R J_p(k_{ci} R) J'_p(k_{cj} R)$
E-Mode i	$M_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{w}{\sqrt{1-w^2}} \frac{J_p^2(k_0 R w)}{\left(w^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2} \right)} dw$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j k_{ci} R J'_p(k_{ci} R) J_p(k_{cj} R)$	$L_{ij} = \int_0^{\infty} \frac{w^3}{\sqrt{1-w^2}} \frac{J_p^2(k_0 R w)}{\left(w^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2} \right) \left(w^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2} \right)} dw$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j (k_{ci} R) (k_{cj} R) J'_p(k_{ci} R) J'_p(k_{cj} R)$

Die Koppelintegrale müssen in der komplexen w -Ebene bestimmt werden, was aus numerischer Sicht zu äußerst unsicheren Ergebnissen führen kann. Zusätzlich sind die Integranden sehr stark oszillierend. Eine Umwandlung in reellwertige Funktionen ist notwendig und wird durch eine Hankeltransformation und eine damit verbundene Deformation des Integrationsweges erreicht.

Betrachtet wird die Funktion $f(\alpha)$ mit

$$f(\alpha) = \int_0^{\infty} (1-w^2)^{\frac{\beta}{2}-1} g(w) J_p(\alpha w) dw, \quad (\text{B.17})$$

in der $g(w)$ eine Besselfunktion oder ein Produkt von Besselfunktionen, sowie $\alpha > 1$

und β ganzzahlig positiv sind. Die Voraussetzung $\alpha = k_0 R > 1$ ist für alle technischen Anwendungen erfüllt. Eine weitere fundamentale Voraussetzung ist, dass das Produkt $w^{2(\beta/2-1)} g J_p$ gegen Null strebt, wenn $w \rightarrow \infty$ geht. Alle Funktionen in Tabelle B.2 weisen diese Eigenschaft auf. Unter den genannten Umständen kann $f(\alpha)$ gemäß Gl. (B.18) beschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 f(\alpha) = & \int_0^1 (1-u^2)^{\frac{\beta}{2}-1} g(u) H_p^{(2)}(\alpha u) du \\
 & + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty (1+v^2)^{\frac{\beta}{2}-1} [g(jv)e^{-jp\pi/2} - g(-jv)e^{jp\pi/2}] K_p(\alpha v) dv \\
 & + j\pi e^{-j\frac{\beta}{2}\pi} \sum_{u_r} \text{Res} \left\{ (u_r^2 - 1)^{\frac{\beta}{2}-1} g(u_r) H_p^{(2)}(\alpha u_r) \right\}.
 \end{aligned} \tag{B.18}$$

$H_p^{(2)}(\alpha u) = J_p(\alpha u) - jY_p(\alpha u)$ ist die Hankelfunktion zweiter Art, K_p ist die modifizierte Besselfunktion zweiter Art und $\text{Res}\{\}$ ist das Residuum des Integranden an der Stelle u_r für den Fall, dass u_r ein Punkt (Polstelle) auf der reellen Achse der $w = u + jv$ -Ebene ist und $u_r > 1$ gilt [19]. Diese Transformation kann ebenfalls auf das Äquivalent von Gl. (B.17) angewendet werden, bei dem die Besselfunktionen durch ihre Ableitungen ersetzt sind. Das Resultat entspricht der obigen Formel, wenn die Hankelfunktionen und die modifizierte Besselfunktionen durch ihre Ableitungen ersetzt werden.

Für die Berechnung der Koppeladmittanz zwischen H-Moden in derselben Apertur ist z.B. die Funktion G_{ij} nach diesem Verfahren zu lösen. Es ist dabei möglich, die modifizierte Besselfunktion erster Art $I_p(v) = e^{-jp\pi/2} J_p(jv)$ einzuführen. Ein Residuum muss nur berücksichtigt werden, wenn an der Stelle $u_r > 1$ ein doppelter Pol vorliegt, d.h. wenn die Koppeladmittanz eines H-Moden mit sich selbst betrachtet wird und dieser Mode nicht ausbreitungsfähig ist (u_r entspricht dem Ausdruck k_c/k_0). Für andere Konfigurationen von H-Moden verschwinden die Residuen. Der allgemeine Ausdruck für die Funktion G_{ij} vereinfacht sich so zu:

$$\begin{aligned}
 G_{ij} = & \int_0^1 \frac{u\sqrt{1-u^2}}{\left(u^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right)\left(u^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} J_p'(k_0 R u) H_p'^{(2)}(k_0 R u) du \\
 & - \frac{j}{\pi} \int_0^\infty \frac{v\sqrt{1+v^2}}{\left(v^2 + \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right)\left(v^2 + \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} I_p'(k_0 R v) K_p'(k_0 R v) dv \\
 & + j \frac{\pi k_0 R}{4 \frac{k_{ci}}{k_0}} \sqrt{\frac{k_{ci}^2}{k_0^2} - 1} J_p''(k_{ci} R) Y_p'(k_{ci} R) \delta_{ij}
 \end{aligned} \tag{B.19}$$

$$\text{mit } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \text{ und } k_{ci} = k_{cj} > k_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Für die anderen Koppelintegrale aus Tabelle B.2 können ähnliche Ausdrücke gefunden werden. Ihnen ist gemein, dass ausschließlich reellwertige Funktionen vorkommen, deren Integranden weniger stark oszillieren und mit herkömmlichen Integrationsroutinen numerisch lösbar sind. Folgende Eigenschaften sind dabei zu beachten:

Wenn ausbreitungsfähige Eigenwellen betrachtet werden, d.h. $k_{ci}, k_{cj} < k_0$, so treten Polstellen im Integranden des ersten Integrals in Gl. (B.19) auf. Der Integrationsweg muss dann in geeignete Intervalle unterteilt werden, um die Polstelle zu umgehen. Untersuchungen bzgl. der Konvergenz des Integrals zeigen, dass eine Annäherung an den Pol auf 0,1% für die Berechnung ausreichend ist; das Ergebnis wird durch eine weitere Annäherung nicht mehr verbessert. Eine weitere Polstelle in den Integranden aus Gl. (B.19) tritt auf für $u \rightarrow 0$ bzw. $v \rightarrow 0$. Die Besselfunktionen streben an diesen Stellen jeweils gegen unendlich. Werden allerdings beide Integrale in Summe über einen bestimmten Bereich (z.B. $\int_{0,1} \dots du$) integriert, so bleibt der Integrand für $u \rightarrow 0$ endlich²². Die Konvergenzuntersuchung bzgl. der oberen Grenze des zweiten Integrals aus Gl. (B.19) zeigt, dass der Integrand hinreichend schnell gegen Null strebt und so eine obere Grenze von zehn ausreichend ist [85].

Verkopplung in verschiedenen Aperturen

Für die Verkopplung zwischen verschiedenen Aperturen wird wieder der Mode i mit der Ordnung p in dem Hohlleiter mit dem Radius R_i und der Mode j mit der Ordnung q in dem Hohlleiter mit dem Radius R_j betrachtet. Die Koppelintegrale zur Berechnung der modalen Wechselwirkung können in Analogie zum vorigen Abschnitt entwickelt werden. Allerdings führt die Einführung des Konturintegrals für die Green'sche Funktion auf eine nicht separierbare Besselfunktion bei der Integration über den Querschnitt Q_i . Mit Hilfe des Graf'schen Additionstheorems lässt sich diese Funktion jedoch in den lokalen Koordinaten der i -ten Apertur darstellen und so eine geschlossene Lösung finden. Auf die Darstellung dieses Rechenweges wird verzichtet, da er keine wesentlichen neuen Erkenntnisse liefert.

²² Das Verhalten der Besselfunktionen kann leicht mit ihren Näherungen für $u \rightarrow 0$ nachvollzogen werden

Tabelle B.3: Koppeladmittanzen für die Anregung von Eigenwellen in verschiedenen Hohlleiteraperturen

y_{ij}	H-Mode j	E-Mode j
H-Mode i	$c_{ij} \left[\frac{G_{ij}^*}{k_0^2 R_i R_j} + \frac{pq F_{ij}^*}{(k_{ci} R_i k_{cj} R_j)^2} \right]$	$c_{ij} p N_{ij}^*$
E-Mode i	$c_{ij} q M_{ij}^*$	$c_{ij} L_{ij}^*$

Tabelle B.4: Koppelintegrale und Skalierungsfaktoren für die Berechnung der Anregung von Eigenwellen in verschiedenen Hohlleiteraperturen

	H-Mode j	E-Mode j
H-Mode i	$G_{ij}^* = (-1)^p C^{(1)} Z_{p+q}^{(2)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0)$ $+ C^{(2)} Z_{q-p}^{(2)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0)$ $F_{ij}^* = -(-1)^p C^{(1)} Z_{p+q}^{(1)}(0,0)$ $+ C^{(2)} Z_{q-p}^{(1)}(0,0)$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j (k_{ci} R)^2 (k_{cj} R)^2 J_p(k_{ci} R) J_q(k_{cj} R)$	$N_{ij}^* = (-1)^p S^{(1)} Z_{p+q}^{(1)}(0, k_{cj}/k_0)$ $+ S^{(2)} Z_{q-p}^{(1)}(0, k_{cj}/k_0)$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j k_{cj} R J_p(k_{ci} R) J'_q(k_{cj} R)$
E-Mode i	$M_{ij}^* = (-1)^p S^{(1)} Z_{p+q}^{(1)}(k_{ci}/k_0, 0)$ $- S^{(2)} Z_{q-p}^{(1)}(k_{ci}/k_0, 0)$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j k_{ci} R J'_p(k_{ci} R) J_q(k_{cj} R)$	$L_{ij}^* = (-1)^p C^{(1)} Z_{p+q}^{(1)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0)$ $+ C^{(2)} Z_{q-p}^{(1)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0)$ $c_{ij} = \frac{Y_0}{2\sqrt{Y_i Y_j}} \pi N_i N_j (k_{ci} R) (k_{cj} R) J'_p(k_{ci} R) J'_q(k_{cj} R)$
	$Z_n^{(1)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0) = \int_0^{\infty} \frac{w^3}{\sqrt{1-w^2}} \frac{J_p(k_0 R_i w) J_q(k_0 R_j w)}{\left(w^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(w^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} J_n(k_0 R_{ij} w) dw$	
	$Z_n^{(2)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0) = \int_0^{\infty} w \sqrt{1-w^2} \frac{J'_p(k_0 R_i w) J'_q(k_0 R_j w)}{\left(w^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(w^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} J_n(k_0 R_{ij} w) dw$	
	$C^{(1)} = \cos((p+q)\varphi_{ij} - \psi_i - \psi_j)$	$C^{(2)} = \cos((p-q)\varphi_{ij} - \psi_i + \psi_j)$
	$S^{(1)} = \sin((p+q)\varphi_{ij} - \psi_i - \psi_j)$	$S^{(2)} = \sin((p-q)\varphi_{ij} - \psi_i + \psi_j)$

In Tabelle B.3 sind die Berechnungsvorschriften für die Koppeladmittanzen dargestellt. Die zugehörigen Integralgleichungen können Tabelle B.4 entnommen werden. Die Funktionen $Z_v^{(1)}$ und $Z_v^{(2)}$ sind wiederum in der komplexen w -Ebene zu lösen, lassen sich jedoch nach demselben Verfahren wie in Kapitel 0 in reellwertige Integrale überführen und so numerisch lösen:

$$\begin{aligned}
Z_n^{(1)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0) &= \int_0^1 \frac{u^3}{\sqrt{1-u^2}} \frac{J_p(k_0 R_i u) J_q(k_0 R_j u)}{\left(u^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(u^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} H_n^{(2)}(k_0 R_{ij} u) du \\
&\quad - \frac{2j}{\pi} \cos[(p+q-n) \frac{\pi}{2}] \int_0^\infty \frac{v^3}{\sqrt{1+v^2}} \frac{I_p(k_0 R_i v) I_q(k_0 R_j v)}{\left(v^2 + \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(v^2 + \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} K_n(k_0 R_{ij} v) dv
\end{aligned} \tag{B.20}$$

$$\begin{aligned}
Z_n^{(2)}(k_{ci}/k_0, k_{cj}/k_0) &= \int_0^1 u \sqrt{1-u^2} \frac{J'_p(k_0 R_i u) J'_q(k_0 R_j u)}{\left(u^2 - \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(u^2 - \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} H_n^{(2)}(k_0 R_{ij} u) du \\
&\quad - \frac{2j}{\pi} \cos[(p+q-n) \frac{\pi}{2}] \int_0^\infty v \sqrt{1+v^2} \frac{I'_p(k_0 R_i v) I'_q(k_0 R_j v)}{\left(v^2 + \frac{k_{ci}^2}{k_0^2}\right) \left(v^2 + \frac{k_{cj}^2}{k_0^2}\right)} K_n(k_0 R_{ij} v) dv
\end{aligned} \tag{B.21}$$

Im Gegensatz zu den Untersuchungen in derselben Apertur brauchen bei der Auswertung der Integrale in den Funktionen $Z_n^{(1)}$ und $Z_n^{(2)}$ keine Residuen für $k_{ci}, k_{cj} > k_0$ betrachtet werden. Sie sind stets Null. In dem Integranden auftretende Polstellen können wiederum durch eine geeignete Intervallunterteilung umgangen werden und das jeweils erste und zweite Integral ist erneut über einen bestimmten Bereich ($\int_0^{0,1} \dots du$) in Summe zu integrieren, um die auftretende Polstelle für $u \rightarrow 0$ bzw. $v \rightarrow 0$ auszuschließen.

Die Berechnung der Gl. (B.19) für die Reflexionseigenschaften sowie der Gl. (B.20) und (B.21) für die Verkopplungseigenschaften erweist sich als numerisch sehr stabil. Die Ergebnisse können als außerordentlich gut bezeichnet werden und sind im Rahmen dieser Arbeit durch eine Vielzahl von Messungen qualitativ sowie quantitativ verifiziert und bestätigt worden.

C Herleitung des Interpolationsverfahrens

In Anhang A wird ein Verfahren beschrieben, welches die nach Kapitel 4 notwendige vierdimensionale Integration über die Aperturfelder auf eine eindimensionale Integration für kreisförmige Querschnitte der Aperturen reduziert. In diesem Abschnitt sollen diese Ergebnisse aufgegriffen und der integrale Ausdruck für die Grundmodeverkopplung durch eine geschlossene Lösung angenähert werden. Das mathematische Vorgehen ist in [3] beschrieben. Die Ausführungen werden daher an dieser Stelle auf die zum Verständnis notwendigsten Formeln beschränkt. Die Lösung bildet die Basis des ebenfalls in Kapitel 4 beschriebenen Interpolationsverfahrens zur Analyse von Gruppenantennen, welche aus sehr vielen identischen Elementen bestehen.

Geschlossene Lösung der Grundmodeverkopplung runder Aperturen

Es werden die kopolarisierten Grundmoden (Ordnung $p = q = 1$, Grenzwellenzahl $k_{ci} = k_{cj} = k_c$, Polarisationswinkel $\psi_i = \psi_j = 0$) zweier identischer Rundhohlleiter (Radius $R_i = R_j = R$, relativer Versatz in der leitenden Ebene R_{ij}, φ_{ij}) betrachtet. Die integrale Gleichung für die Koppeladmittanz lautet in der komplexen w -Ebene (vgl. Anhang B):

$$\begin{aligned}
 y_{ij} &= c_{ij} \left[\frac{G_{ij}^*}{k_0^2 R^2} + \frac{F_{ij}^*}{(k_c^2 R^2)^2} \right] \\
 &= \frac{c_{ij}}{(k_c R)^4} \int_0^\infty w \sqrt{1-w^2} \left(\frac{(k_c R)^2 (k_0 R)}{(k_c R)^2 - (k_0 R w)^2} \right) J_1'^2(k_0 R w) \cdot \\
 &\quad \cdot \left(J_0(k_0 R_{ij} w) - J_2(k_0 R_{ij} w) \cos 2\varphi_{ij} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{w \sqrt{1-w^2}} J_1^2(k_0 R w) \cdot \left(J_0(k_0 R_{ij} w) - J_2(k_0 R_{ij} w) \cos 2\varphi_{ij} \right) dw.
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

An dieser Stelle wird eine Grenzwertbildung eingeführt. Sie hat auf das Ergebnis keine Auswirkungen, erleichtert jedoch die Lösung von Gl. (C.1) entscheidend. Das gleiche Ergebnis entsteht, wenn bei der Entwicklung der Verkopplungsgleichungen das magnetische Feld nicht direkt in der Aperturebene $Z = 0$ betrachtet, sondern über die Grenzwertbildung $Z \rightarrow 0$ berücksichtigt wird und eine anschließende Fouriertransformation sowie verschiedene Umformungen vorgenommen werden:

$$\begin{aligned}
y_{ij} = \lim_{Z \rightarrow 0} \frac{c_{ij}}{(k_c R)^4} \int_0^\infty e^{-jk_0 Z \sqrt{1-w^2}} & \left[w \sqrt{1-w^2} \left(\frac{(k_c R)^2 (k_0 R)}{(k_c R)^2 - (k_0 R w)^2} \right) J_1'^2(k_0 R w) \cdot \right. \\
& \cdot (J_0(k_0 R_{ij} w) - J_2(k_0 R_{ij} w) \cos 2\varphi_{ij}) \\
& \left. + \frac{1}{w \sqrt{1-w^2}} J_1^2(k_0 R w) \cdot (J_0(k_0 R_{ij} w) - J_2(k_0 R_{ij} w) \cos 2\varphi_{ij}) \right] dw. \tag{C.2}
\end{aligned}$$

Die Besselfunktionen mit dem Argument $k_0 R_{ij} w$ in Gl. (C.2) werden über eine Transformation als unendliche Summe über ein Produkt mit unendlicher Anzahl an Faktoren dargestellt:

$$J_p(k_0 R_{ij} w) = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{j^p \sqrt{2\pi} \sqrt{k_0 R_{ij} w}} \left[T_p(-k_0 R_{ij} w) e^{jk_0 R_{ij} w} - j T_p(k_0 R_{ij} w) e^{-jk_0 R_{ij} w} \right] \tag{C.3}$$

$$T_p(k_0 R_{ij} w) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-j)^n}{n! (8k_0 R_{ij} w)^n} \prod_{m=1}^n 4p^2 - (2m-1)^2 \right\}. \tag{C.4}$$

Nach Einsetzen von Gl. (C.3) in Gl. (C.2) und der Substitution von $(-w)$ durch w in Termen mit $T_p(-k_0 R_{ij} w)$ kann die Integration auf die gesamte w -Ebene ausgedehnt werden:

$$y_{ij} = \lim_{Z \rightarrow 0} \frac{c_{ij}}{\sqrt{2\pi k_0 R_{ij}}} \frac{(k_c R)^2 - 1}{(k_c R)^4} e^{j\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} g(w) e^{-jk_0 (R_{ij} w + Z \sqrt{1-w^2})} dw \tag{C.5}$$

mit der folgenden Abkürzung:

$$\begin{aligned}
g(w) = \frac{1}{\sqrt{w}} & \left[w \sqrt{1-w^2} \left(\frac{(k_c R)^2 (k_0 R)}{(k_c R)^2 - (k_0 R w)^2} \right) J_1'^2(k_0 R w) \cdot \right. \\
& \cdot (J_0(k_0 R_{ij} w) - J_2(k_0 R_{ij} w) \cos 2\varphi_{ij}) \\
& \left. + \frac{1}{w \sqrt{1-w^2}} J_1^2(k_0 R w) \cdot (J_0(k_0 R_{ij} w) - J_2(k_0 R_{ij} w) \cos 2\varphi_{ij}) \right]. \tag{C.6}
\end{aligned}$$

Wenn Z und R_{ij} in sphärischen Koordinaten ausgedrückt werden ($Z = r \cos \vartheta$, $R_{ij} = r \sin \vartheta$, $\lim_{Z \rightarrow 0} \rightarrow \lim_{\vartheta \rightarrow \pi/2}$) kann das Integral aus (C.5) nach der Sattelpunkt-Methode gelöst werden. Hierfür ist es notwendig, den Sattelpunkt des Exponenten der Exponentialfunktion zu ermitteln, was jedoch unproblematisch ist ($w_0 = \sin \vartheta$). Weiterhin müssen die Ableitungen der Funktion $g(w)$ und der Exponentialfunktion an diesem Sattelpunkt bestimmt werden. Die Lösung des Integrals lautet:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(w) e^{jrf(w)} dw = g(w_0) e^{jrw_0} \sqrt{\frac{2\pi}{-jrf''(w_0)}} \left\{ 1 + \frac{1}{j2rf''(w_0)} \cdot \left[\frac{f'''(w_0)g'(w_0)}{f''(w_0)g(w_0)} + \frac{f'''(w_0)}{4f''(w_0)} - \frac{5}{12} \left(\frac{f'''(w_0)}{f''(w_0)} \right)^2 - \frac{g''(w_0)}{g(w_0)} + \dots \right] \right\} \quad (\text{C.7})$$

Die Striche bedeuten jeweils Ableitungen nach w .

Nach dem Einsetzen von Gl. (C.7) in Gl. (C.5) und der Grenzwertbildung ergibt sich eine relativ unübersichtliche Lösung für die Koppeladmittanz y_{ij} , in der unendliche Summen über Produkte mit z.T. unendlicher Anzahl an Faktoren enthalten sind (vgl. Gl. (C.4)). Diese kann vereinfacht werden, wenn für die Verkopplung nur Terme berücksichtigt werden, die den Versatz der beiden Aperturen R_{ij} in der Form $1/R_{ij}$, $1/R_{ij}^2$ und $1/R_{ij}^3$ enthalten. Beiträge mit einer Abstandsabhängigkeit höherer Ordnung werden vernachlässigt. Für die Koppeladmittanz kann nach einer hier nicht wiedergegebenen Rechnung folgende einfache und analytische Näherungsgleichung gefunden werden:

$$y_{ij} \approx j \frac{c_{ij}}{(k_c R)^4} e^{-jk_0 R_{ij}} \cdot \left\{ \frac{1}{k_0 R_{ij}} \left[2\xi^2 \sin^2 \varphi_{ij} \right] + \frac{j}{(k_0 R_{ij})^2} \left[(2\xi^2 + 2\zeta^2) \cos^2 \varphi_{ij} - (2\xi^2 + 2\xi\sigma) \sin^2 \varphi_{ij} \right] - \frac{1}{(k_0 R_{ij})^3} \left[(9\xi^2 + 16\zeta^2 - 16\xi\sigma) - (105\xi^2 + 240\zeta^2 + 240\xi\sigma) \cos^2 \varphi_{ij} + (105\xi^2 + 240\zeta^2 + 240\xi\sigma) \sin^2 \varphi_{ij} \right] \right\} \quad (\text{C.8})$$

$$\text{mit } \xi = J_1(k_0 R), \quad \zeta = \frac{(k_c R)^2 (k_0 R)}{(k_c R)^2 - (k_0 R)^2} \left(J_0(k_0 R) - \frac{J_1(k_0 R)}{k_0 R} \right) \quad (\text{C.9})$$

$$\sigma = J_0(k_0 R) - \frac{(k_0 R + 1) J_1(k_0 R)}{k_0 R}.$$

Die Phase der Koppeladmittanz zwischen den Grundmoden zweier runder Aperturen variiert nach Gl. (C.8) linear mit dem Abstand. Der Betrag ändert sich für einen großen Versatz in der E-Ebene ($\varphi_{ij} = 90^\circ$) proportional zum Kehrwert des Abstandes und für einen großen Versatz in der H-Ebene ($\varphi_{ij} = 0^\circ$) proportional zu dem Quadrat des Kehrwertes. Für einen konstanten Abstand variiert der Betrag mit dem relativen Versatzwinkel gemäß einer harmonischen Funktion. Durch die quadratische Abhängigkeit von

den trigonometrischen Funktionen ist zugleich sichergestellt, dass physikalische Symmetrien eingehalten werden. Der Vorfaktor und die Koeffizienten sind ausschließlich von der Geometrie der betrachteten Aperturen und der Feldverteilung des Grundmodes abhängig. Sie sind demnach für eine definierte Anordnung bei fester Frequenz konstant.

Die Koppeladmittanz ist unter diesen Umständen unter Vernachlässigung des einzigen Terms ohne Winkelabhängigkeit in Gl. (C.8) durch fünf Koeffizienten $A_1 - A_5$ darstellbar:

$$y_{ij} \approx e^{-jk_0 R_{ij}} \left\{ \begin{aligned} & [A_1 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^2} + A_2 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^3}] \cos^2 \varphi_{ij} \\ & + [A_3 \frac{1}{(k_0 R_{ij})} + A_4 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^2} + A_5 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^3}] \sin^2 \varphi_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (\text{C.10})$$

Die Koeffizienten $A_1 - A_5$ können über die Berechnung von fünf unterschiedlichen Kombinationen paarweise angeordneter Aperturen bestimmt werden. Zwei verschiedene Abstände zweier Rundhohlleiter in der H-Ebene führen auf die Koeffizienten A_1 und A_2 ; die Berechnung von drei verschiedenen Abständen in der E-Ebene führt auf die Koeffizienten $A_3 - A_5$. Mit den so bestimmten Koeffizienten lassen sich die Koppeladmittanzen für beliebige Anordnungen zweier runder Aperturen in den beiden Hauptebenen bestimmen, wenn jeweils Gl. (C.10) angewandt wird. Auch für Versatzwinkel im Bereich $0^\circ < \varphi_{ij} < 30^\circ$ und $60^\circ < \varphi_{ij} < 90^\circ$ ist diese Formel zweckmäßig.

Erweiterung für das Interpolationsverfahren

Eine Erweiterung von Gl. (C.10) führt auf die Gleichung des in Kapitel 4 vorgestellten Interpolationsverfahrens. Der einzige Term ohne Winkelabhängigkeit in Gl. (C.8) ist vernachlässigbar klein für relative Versatzwinkel $0^\circ < \varphi_{ij} < 30^\circ$ und $60^\circ < \varphi_{ij} < 90^\circ$. Er trägt aber relevant zum Ergebnis bei, wenn die beiden Hohlleiter unter einem Winkel $\varphi_{ij} = 45^\circ$ angeordnet sind. Aus diesem Grund und aus Symmetrieüberlegungen kann er in Verbindung mit einer Funktion $\sin^2 2\varphi_{ij}$ berücksichtigt werden. Dies führt auf einen weiteren Koeffizienten in Gl. (C.10) mit kubischer Abstandsabhängigkeit. Zusätzlich werden noch zwei weitere Koeffizienten eingeführt, welche die Genauigkeit des Ergebnisses im Winkelbereich $30^\circ < \varphi_{ij} < 60^\circ$ für kleine Abstände der Aperturen weiter erhöhen. Sie werden in Verbindung mit einer linearen bzw. quadratischen Abstandsabhängigkeit angesetzt. Es entsteht Gl. (C.11), mit der die Grundmode-Koppeladmittanzen beliebiger Anordnungen zweier kopolarisierter Rundhohlleiter in einer Ebene berechnet werden können. Für die Bestimmung der acht zunächst unbekanntenen Koeffizienten sind lediglich die Koppeladmittanzen von acht verschiedenen Anordnungen zu berechnen (vgl. Kapitel 4.4). Für Gruppenantennen mit einer hohen

Anzahl an Elementen ist mit diesem Verfahren eine erhebliche Rechenzeiterparnis zu erzielen.

$$y_{ij} \approx e^{-jk_0 R_{ij}} \left\{ \begin{aligned} & [A_1 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^2} + A_2 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^3}] \cos^2 \varphi_{ij} \\ & + [A_3 \frac{1}{(k_0 R_{ij})} + A_4 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^2} + A_5 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^3}] \sin^2 \varphi_{ij} \\ & + [A_6 \frac{1}{(k_0 R_{ij})} + A_7 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^2} + A_8 \frac{1}{(k_0 R_{ij})^3}] \sin^2 2\varphi_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (\text{C.11})$$

Die in diesem Abschnitt entwickelte Näherungslösung für die Grundmodeverkopplung zwischen runden Aperturen kann prinzipiell mit einem entsprechenden mathematischen Aufwand auf höhere Moden im Rundhohlleiter erweitert werden. Diese sind lediglich durch Besselfunktionen mit z.T. höherer Ordnung zu berücksichtigen. D.h. auch die Bestimmung der modalen Verkopplung zwischen beliebigen Moden ist mit dem Interpolationsverfahren möglich. Werden mehrere Moden in den Aperturen angesetzt, ist dann entsprechend für jede modale Kombination ein Koeffizientensatz zu bestimmen. Da auch die Aperturfelder der in dieser Arbeit vorgestellten Hohlleiter mit beliebigem Querschnitt aus (einer Überlagerung von gewichteten) Besselfunktionen hervorgehen, kann Gl. (C.11) auch auf diese Querschnitte angewandt werden. Zu beachten ist dabei lediglich, dass diese Gleichung jeweils auf Elemente mit identischer Querschnittsgeometrie beschränkt bleibt.

D Felddiagramme

Die folgenden Bilder zeigen die elektrischen (links) und die magnetischen (rechts) Transversalfelder verschiedener Eigenwellen in einem quadratischen Hohlleiter mit verrundeten Ecken. Die normierte Verrundung beträgt $c/b = 0,5$.

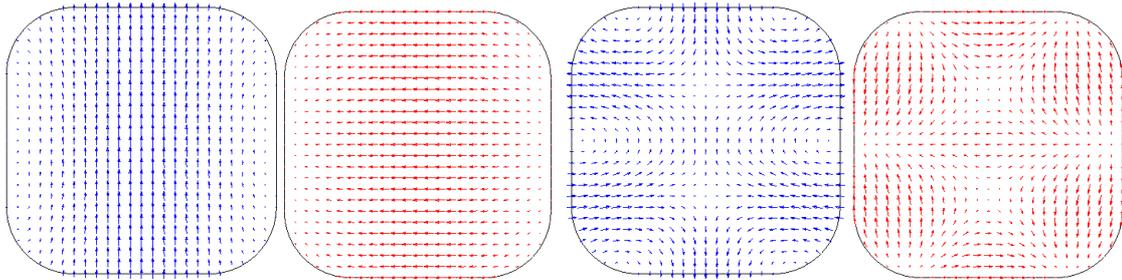


Bild D.1: Transversalfelder der H_{cu1} -Welle (links) und der H_{cu2} -Welle (rechts)

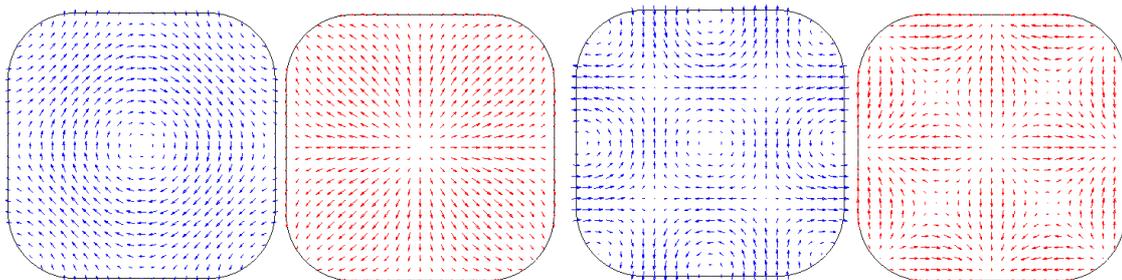


Bild D.2: Transversalfelder der H_{cg1} -Welle (links) und der H_{cg2} -Welle (rechts)

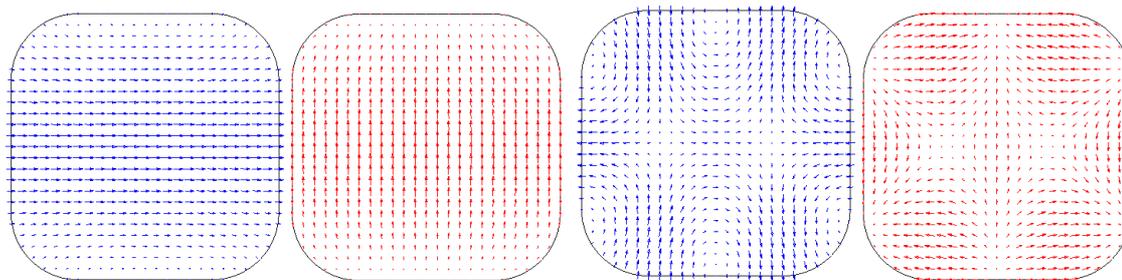


Bild D.3: Transversalfelder der H_{su1} -Welle (links) und der H_{su2} -Welle (rechts)

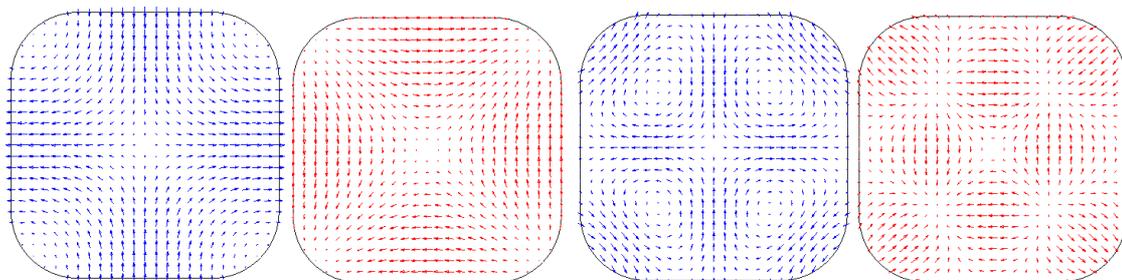


Bild D.4: Transversalfelder der H_{sg1} -Welle (links) und der H_{sg2} -Welle (rechts)

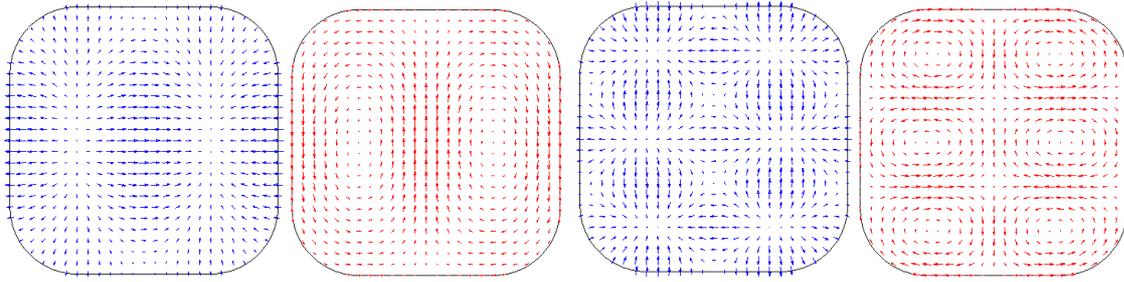


Bild D.5: *Transversalfelder der E_{cu1} -Welle (links) und der E_{cu2} -Welle (rechts)*

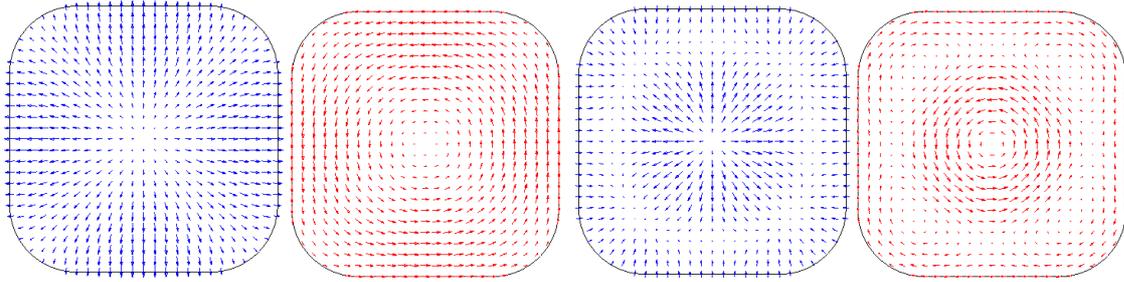


Bild D.6: *Transversalfelder der E_{cg1} -Welle (links) und der E_{cg2} -Welle (rechts)*

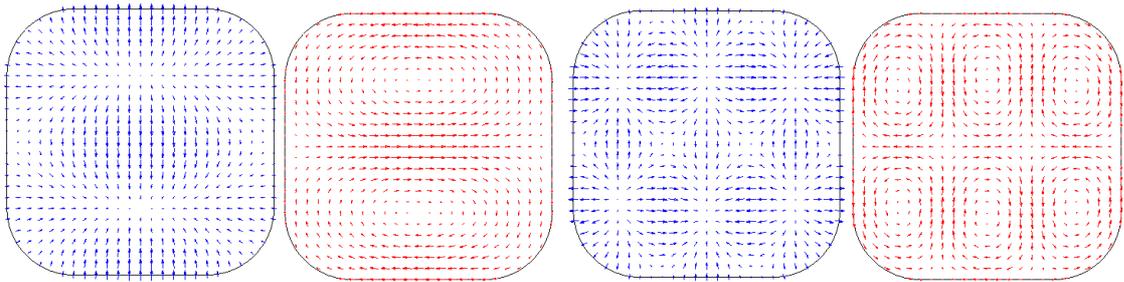


Bild D.7: *Transversalfelder der E_{su1} -Welle (links) und der E_{su2} -Welle (rechts)*

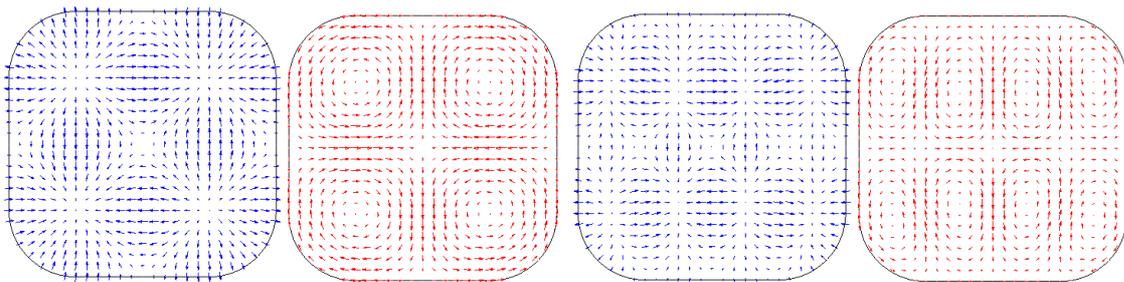


Bild D.8: *Transversalfelder der E_{sg1} -Welle (links) und der E_{sg2} -Welle (rechts)*

Die folgenden Bilder zeigen die elektrischen (links) und die magnetischen (rechts) Transversalfelder verschiedener Eigenwellen in einem rechteckigen Hohlleiter mit Kantenverhältnis $b/a = 0,5$ und maximal verrundeten Ecken (die normierte Verrundung beträgt $c/b = 1$).

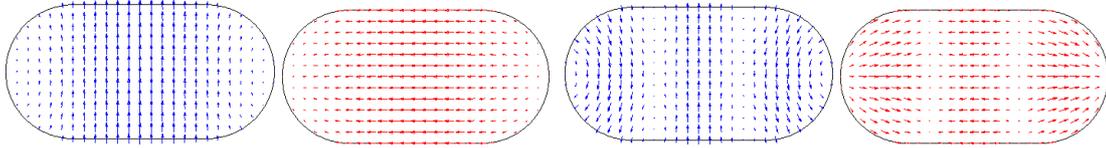


Bild D.9: Transversalfelder der H_{cu1} -Welle (links) und der H_{cu2} -Welle (rechts)

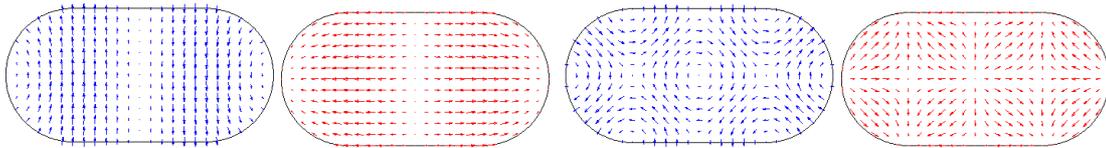


Bild D.10: Transversalfelder der H_{cg1} -Welle (links) und der H_{cg2} -Welle (rechts)

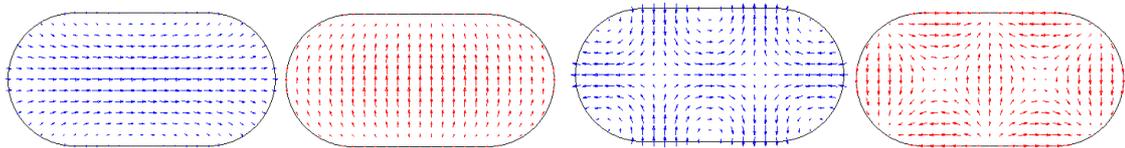


Bild D.11: Transversalfelder der H_{su1} -Welle (links) und der H_{su2} -Welle (rechts)

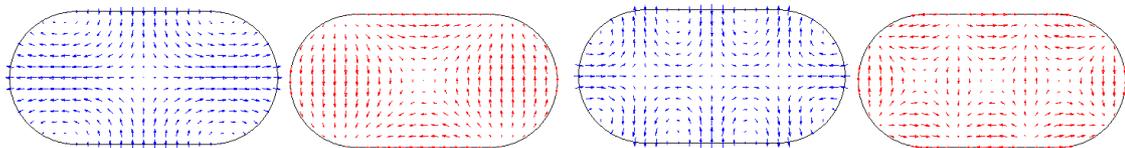


Bild D.12: Transversalfelder der H_{sg1} -Welle (links) und der H_{sg2} -Welle (rechts)

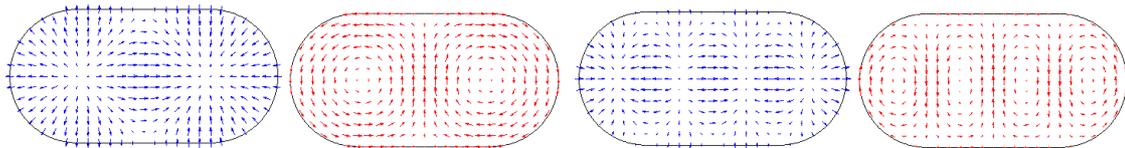


Bild D.13: Transversalfelder der E_{cu1} -Welle (links) und der E_{cu2} -Welle (rechts)

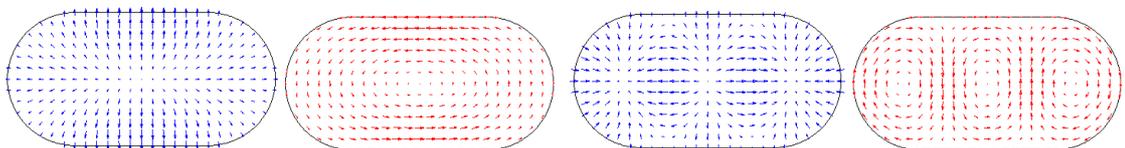


Bild D.14: Transversalfelder der E_{cg1} -Welle (links) und der E_{cg2} -Welle (rechts)

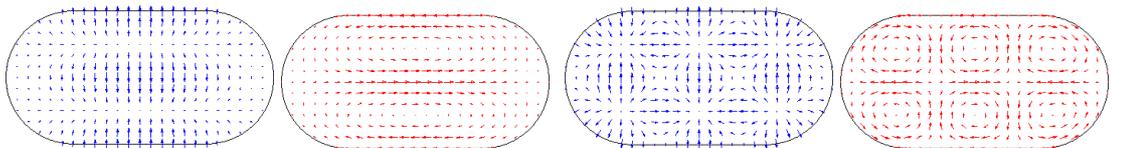


Bild D.15: Transversalfelder der E_{su1} -Welle (links) und der E_{su2} -Welle (rechts)

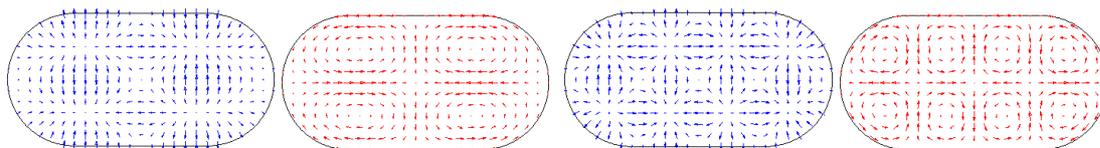


Bild D.16: Transversalfelder der E_{sg1} -Welle (links) und der E_{sg2} -Welle (rechts)

E Fotos der Messanordnungen



Bild E.1: 4-Elemente-Zeile im Messaufbau

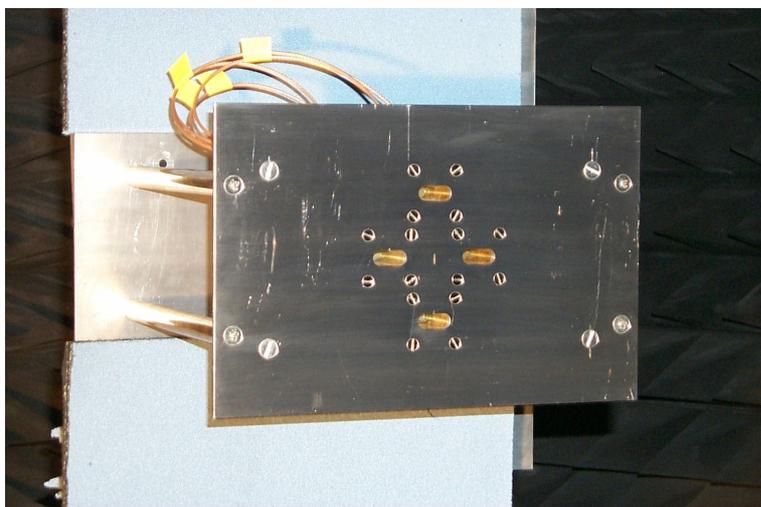


Bild E.2: 2x2-Gruppe im Messaufbau

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Rainer Kühne
Geburtstag, -ort: 18. Mai 1970 in Hannover
Familienstand: verheiratet mit Karin-Marilie
Eltern: Hans-Jürgen und Ursula Kühne, geb. Knickenberg

Schulbildung

1976 – 1982 Grundschule Stelingen und Orientierungsstufe Berenbostel
1982 – 1989 Gymnasium Berenbostel
Mai 89 Abschluss: Abitur

Wehrdienst

Jun 89 – Sep 90 Grundwehrdienst

Studium

Okt 90 – Jul 96 Universität Hannover, Studium der Elektrotechnik mit Schwerpunkt Hochfrequenztechnik
Abschluss: Diplom

Praktika

Sep 92 – Okt 92 Hastra Hannover (Fachpraktikum)
Mär 93 – Apr 93 SICAN GmbH Hannover (Fachpraktikum)
Apr 94 – Sep 94 NIGAN e. V. Hannover (Fachpraktikum/Studienarbeit)

Berufstätigkeit

seit Oktober 1996 Wissenschaftlicher Mitarbeiter
am Institut für Theoretische Elektrotechnik und Hochfrequenztechnik (früher Institut für Hochfrequenztechnik) der Universität Hannover

