

# **Zur Optimierung hochfester Stahlseilgurtverbindungen**

Dem Fachbereich Maschinenbau  
der Universität Hannover  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur

genehmigte

## **Dissertation**

von

**Dipl.-Ing. Markus Keller**  
geboren am 24. Juli 1968 in Münster

2001

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. M. Hager

2. Referent: Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. mult. H.-D. Haferkamp

Tag der Promotion: 22. Februar 2001

## VORWORT

---

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Fördertechnik der Universität Hannover.

Für die Aufgabenstellung, die wertvollen Anregungen und die Unterstützung bei der Durchführung und Fertigstellung der Arbeit bin ich Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Hager, dem Leiter des Instituts für Fördertechnik, zu besonderem Dank verpflichtet.

Dem Leiter des Instituts für Werkstoffkunde der Universität Hannover, Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. mult. H.-D. Haferkamp, danke ich für die Übernahme des Korreferats und die Durchsicht der Arbeit.

Für die große materielle und finanzielle Unterstützung danke ich der Firma ContiTech Transportbandsysteme GmbH. Stellvertretend für alle Mitarbeiter gilt mein Dank Herrn Dipl.-Ing. P. Tegtmeier. Für die Unterstützung bei der Mischungsentwicklung und der Probenherstellung bedanke ich mich besonders bei Frau Dr. R. Gensigora und Herrn D. Thiele sowie Herrn Dipl.-Ing. K. Rickert.

Bei allen Mitarbeitern des Instituts bedanke ich mich für das außergewöhnlich gute Arbeitsklima. Den beteiligten Studenten danke ich für die Unterstützung bei der Vorbereitung, Durchführung und Auswertung der experimentellen Untersuchungen.

Hannover, im Februar 2001

Markus Keller

## ABSTRACT

---

Keller, Markus:

### **Zur Optimierung hochfester Stahlseilgurtverbindungen**

Gurttörderanlagen haben sich für die stetige Schüttgutförderung unter technischen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten seit langem bewährt. Für lange Gurttörderanlagen und große Massenströme stellen Stahlseilfördergurte den Stand der Technik dar. In einer Stahlseilgurtverbindung wird die Zugkraft der verbundenen Gurtenden nahezu vollständig über lokal unterschiedliche Schubkräfte im Gummi des elastomeren Verbindungskörpers übertragen. Die Verbindungen stellen dabei unter der dynamisch schwellenden Belastung, der ein Gurt im Betrieb ausgesetzt ist, den schwächsten Teil eines Fördergurtes dar.

In den experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit wurde ermittelt, dass das Materialverhalten der Elastomere und der konstruktive Aufbau das Kraft-Verformungsverhalten von Stahlseilgurt-Probekörpern beeinflussen. Als wesentlicher Parameter des Mischungsaufbaus erweist sich der Füllstoff als wichtigste Einflussgröße auf den, die nichtlineare dynamische Steifigkeit des Vulkanisats charakterisierenden, dynamischen Schubmodul. Der Füllgrad und die Füllstoffzusammensetzung beeinflussen den Grad der Nichtlinearität des dynamischen Schubmoduls und seiner komplexen Komponenten. Anhand der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen wurde eine Modellapproximation des nichtlinearen dynamischen Schubmoduls durchgeführt, mit dem es möglich ist, das nichtlineare, amplitudenabhängige Materialverhalten der untersuchten Elastomere zu charakterisieren.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Programm-System auf Basis der Finite-Elemente-Methode entwickelt, das die rechnerische Simulation des Kraftflusses in Stahlseilgurtverbindungen und in hochbelasteten Teilbereichen der Verbindungen erlaubt. Die Parametrierung der Materialmodelle für die Elastomer-Materialien konnte dabei direkt aus der Modellapproximation der Versuchsergebnisse erfolgen. In der Finite-Elemente-Modellierung des Materialverhaltens der Elastomere wurde das Neo-Hooke-Materialgesetz als Adaptives Neo-Hooke-Modell unter Verwendung von Parametern implementiert, die von der lokalen Scherverformung der Elastomer-Materialien im Finite-Elemente-Modell abhängen.

Ein Vergleich verschiedener Berechnungsverfahren zeigte, dass das numerische Berechnungsverfahren auf der Grundlage des Adaptiven Neo-Hooke-Modells gegenüber den anderen Verfahren besser geeignet ist, die nichtlineare dynamische Steifigkeit der sich im Kraftfluss einer Stahlseilgurtverbindung befindenden Elastomere unter Schubbelastung zu beschreiben.

Die im Rahmen dieser Arbeit anhand der Versuche und Simulationsrechnungen erarbeiteten konstruktiven Maßnahmen zur Optimierung des Kraftflusses in Stahlseilgurtverbindungen wurden in Zeitfestigkeitsuntersuchungen überprüft.

**Schlagnworte:** Stahlseil-Fördergurt, FEM, Elastomer

## ABSTRACT

---

Keller, Markus:

### **The Optimization of Steelcord Belt Splices**

Belt conveyor systems have proven their worth in technical and economical respect for quite some time. Steelcord conveyor belts are state of the art for long belt conveyors and large mass flows. In a steelcord belt splice the tension force between connected belt ends is almost totally transferred by locally differing shear forces in the splice rubber. Under the dynamically pulsating loads, which act upon a belt in operation, the splices are the weakest part of the conveyor belt.

In the experimental investigations of this paper it was determined, that the characteristic behavior of the elastomer material and the construction design influence the force-distortion-behavior of steelcord test belt specimens. The filler, as substantial parameter of the compound composition, shows to have the largest influence on the dynamic shear modulus, which characterizes the non-linear dynamic rigidity of the vulcanized material. The filling degree and the composition of the filler influence the degree of non-linearity of the dynamic shear modulus and its complex components. According to the results of the experimental investigations a modeling approximation of the non-linear dynamic shear modulus was performed. This enables to characterize the non-linear amplitude-dependant material behavior of the investigated elastomer material.

In the scope of this paper a program system on the basis of the finite element method was developed, which allows to numerically simulate the flux of forces in steelcord belt splices as well as in the highly stressed parts of splices. The determination of the parameters of the model for the elastomer materials could directly be gained from the approximation of the test results. For the finite element modeling of the behavior of the elastomer material the Neo-Hooke material law was implemented as an Adaptiv Neo-Hooke model, using parameters, that depend on the local shear distortions of the elastomer material in the finite element model.

A comparison of several calculating methods showed, that the numeric calculating method based on the Adaptiv Neo-Hooke model is more suitable than other methods to describe the non-linear dynamic rigidity of the elastomer material under shear stress due to the forces in a steelcord belt splice.

The design measures to optimize the flux of forces in steelcord belt splices, which were found in the scope of this paper by the help of experiments and simulation calculations, were examined in investigations of fatigue strength.

**Catchwords:** Steelcord Belt, FEA, Elastomer

## INHALT

---

	<b>FORMELZEICHEN</b> .....	<b>V</b>
<b>1</b>	<b>EINLEITUNG</b> .....	<b>1</b>
1.1	Bedeutung der Gurtverbindung für die Auslegung und den Betrieb von Gurtförderanlagen .....	1
1.2	Ziel der Arbeit .....	2
<b>2</b>	<b>STAND DER TECHNIK</b> .....	<b>4</b>
2.1	Aufbau von Stahlseil-Fördergurten und Stahlseilgurtverbindungen .....	4
2.2	Betriebsbedingungen und Einflussgrößen auf den Kraftfluss in Stahlseilgurtverbindungen .....	6
2.3	Verfahren für die Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen .....	10
2.3.1	Analytisches Auslegungsverfahren nach OEHMEN .....	10
2.3.2	Numerisches Auslegungsverfahren nach der Methode der Finiten Elemente .....	13
2.4	Bisherige Optimierungsansätze .....	13
<b>3</b>	<b>DER WERKSTOFF GUMMI</b> .....	<b>16</b>
3.1	Aufbau und grundlegende Eigenschaften von Gummi .....	16
3.2	Mischungsbestandteile und deren Aufgaben im Elastomer .....	19
3.3	Entropieelastizität des idealen Gummis .....	23
3.4	Beschreibung der reversiblen Elastizität durch empirische Ansätze .....	26
3.5	Lineare Visko-Elastizität unter harmonischer dynamischer Belastung .....	28
3.6	Füllstoffabhängiges Materialverhalten .....	31
3.6.1	Stress-Softening .....	31
3.6.2	Füllstoffeinfluss auf die nichtlineare dynamische Steifigkeit .....	32
3.6.3	Erklärungsmodelle des Füllstoffeinflusses auf die nichtlineare dynamische Steifigkeit .....	34
<b>4</b>	<b>EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN</b> .....	<b>39</b>
4.1	Versuchsaufbau und prinzipielle Durchführung der experimentellen Untersuchungen .....	39
4.2	Untersuchungen zum Kraft-Verformungsverhalten von Stahlseilgurt-Probekörpern .....	44
4.2.1	Aufbau der Probekörper .....	44
4.2.2	Dynamische Haftungsversuche .....	46
4.2.3	Amplitudenabhängige Versuche .....	47
4.2.3.1	Exemplarische Verläufe der Hystereseschleifen .....	48
4.2.3.2	Amplitudenabhängiges Steifigkeitsverhalten .....	49

4.2.3.3	Konstruktive Einflussgrößen auf die amplitudenabhängige Steifigkeit	50
4.2.4	Zusammenfassung der Versuchsergebnisse	52
4.3	Untersuchung der mechanischen Eigenschaften der Elastomere	52
4.3.1	Füllstoffaufbau der untersuchten Mischungen	53
4.3.2	Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere	54
4.3.2.1	Modell-Approximation der nichtlinearen Steifigkeit	56
4.3.2.2	Füllstoffeinfluss	60
4.3.2.3	Einfluss weiterer Parameter des Mischungsaufbaus	65
4.3.2.4	Einfluss der Frequenz	66
4.3.3	Einfluss des Elastomers auf die Haftung	67
4.3.4	Zusammenfassung der Versuchsergebnisse	71
4.4	Folgerungen aus den experimentellen Untersuchungen für die Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen	73
<b>5</b>	<b>SIMULATION DES KRAFTFLUSSES IN EINER STAHLSEILGURTVERBINDUNG</b>	<b>75</b>
5.1	Modellbildung	75
5.2	Simulation des Kraftflusses in Stahlseilgurt-Probekörpern	81
5.2.1	Spannungs- und Dehnungsverteilung im Dreiseil-Probekörper	82
5.2.2	Einfluss verschiedener Berechnungsverfahren und Materialmodelle auf die rechnerische Bestimmung des Kraftflusses	85
5.3	Untersuchung des Einflusses ausgewählter konstruktiver Parameter auf die Kraftübertragung in Stahlseilgurt-Probekörpern	89
5.3.1	Einfluss der Seilteilung und der Querarmierung	89
5.3.2	Verteilung der Zugkräfte auf Nachbarseile	91
5.3.3	Einfluss des Elastomers im Zwischengummi	92
5.3.4	Geometrie des Seilendes im Stoßstellenbereich	95
5.4	Numerische Berechnung von Stahlseilgurtverbindungen	101
5.4.1	Finite-Elemente-Verbindungsmodell	101
5.4.2	Berechnungsbeispiele	103
<b>6</b>	<b>ÜBERPRÜFENDE ZEITFESTIGKEITSUNTERSUCHUNGEN</b>	<b>112</b>
6.1	Aufbau der Probekörper	112
6.2	Durchführung der Zeitfestigkeitsuntersuchung	114
6.3	Versuchsergebnisse	117
6.3.1	Ergebnisse der Zeitfestigkeitsuntersuchungen	117
6.3.2	Korrelation der Ergebnisse mit Standard-Prüfverfahren	119
6.4	Diskussion der Ergebnisse	121
<b>7</b>	<b>PRAKTISCHE ANWENDUNG DER ERGEBNISSE</b>	<b>124</b>
7.1	Zulässige Beanspruchung der Elastomere	124

7.2	Gestaltung der Zwischengummibereiche in der Verbindung	124
7.3	Gestaltung von Stoß- und Auslenkungsbereichen	126
7.4	Bewertung der Aussagefähigkeit der eingesetzten Prüfverfahren	127
7.5	Bewertung des Einsatzes der Methode der Finiten Elemente für die Auslegung und Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen	127
<b>8</b>	<b>ZUSAMMENFASSUNG</b>	<b>129</b>
<b>9</b>	<b>SCHRIFTTUM</b>	<b>132</b>
<b>10</b>	<b>ANHANG</b>	<b>139</b>
10.1	Analytischer Ansatz zur Berechnung des Kraftflusses in einer Stahlseilgurtverbindung nach OEHMEN [67, 69]	139
10.2	Herleitung der Dehnungsverhältnisse $\lambda_i$	142
10.3	Zusammenstellung der untersuchten Dreiseil-Probekörper	144
10.4	Zusammenstellung der Bruchkräfte und der Haftungswerte der unter Belastungszyklus B und D untersuchten Probekörper	145
10.5	Zusammenstellung der Mischungen und Hauptmischungsbestandteile sowie die Nomenklatur der Mischungsbezeichnungen	146
10.6	Charakteristische Kennwerte der verwendeten Füllstoffe	147
10.7	Parameter der Steifigkeits-Approximation der Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere	148
10.8	Approximierte Verläufe des Speicher- und Verlustmoduls für die Mischungen CH-1, ND-1, NH-1, NH-2, SH-0, SH-2 und SV-1	149
10.9	Approximierte Verläufe des Verlustfaktors $\tan \delta$ für die Mischungen CH-1, ND-1, NH-1, NH-2, SH-0, SH-2, SV-1 und die Mischungen SH-1-K1 bis -K7	150
10.10	Approximationen des Frequenzverhaltens	151



## FORMELZEICHEN

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
$A$	Fläche	mm <sup>2</sup>
$A_w$	absolute Dämpfung	J
$B_p$	Probenbreite	mm
$C$	Konstante	-
$C_{ij}$	Mooney-Rivlin-Koeffizienten	N/mm <sup>2</sup>
$D$	Dicke	mm
$E$	Elastizitätsmodul	N/mm <sup>2</sup>
$E'$	Speichermodul	N/mm <sup>2</sup>
$E''$	Verlustmodul	N/mm <sup>2</sup>
$E^*$	komplexer Elastizitätsmodul	N/mm <sup>2</sup>
$F$	Kraft	N
$\Delta F$	Kraftdifferenz	N
$G$	Schubmodul	N/mm <sup>2</sup>
$G'$	Speicher(schub)modul	N/mm <sup>2</sup>
$G''$	Verlust(schub)modul	N/mm <sup>2</sup>
$G^*$	komplexer Schubmodul	N/mm <sup>2</sup>
$H$	Haftung	N/mm
$K$	Kompressionsmodul	N/mm <sup>2</sup>
$L$	Stufenlänge	mm
$N$	Netzstellendichte	1/mm <sup>3</sup>
$Q$	Wärme	J
$S$	Entropie	J/K
$\Delta S$	Entropieänderung	J/K
$T$	Temperatur	°C, K
$U$	innere Energie	J
$W$	Formänderungsenergiedichte	J/m <sup>3</sup>
$W_0$	Spezifische Verlustenergie	J/m <sup>3</sup>

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
$b$	Breite eines Schubkörpers	mm
$c$	Parameter der Approximationsfunktion	-
$d$	Dicke eines Schubkörpers	mm
$d_s$	Seildurchmesser	mm
$f$	Füllfaktor	-
$f_s$	Samplingfrequenz	1/s
$g$	längenbezogene Schubkraft	N/mm
$I$	Invariante	-
$k$	Konstante	-
$k_B$	Boltzmannkonstante $k_B = 1,380622 \cdot 10^{-23}$ J/K	J/K
$l$	Länge	mm
$l_{Anb}$	Anbindungslänge	mm
$l_s$	Abstand der Seilenden im Seilstoßbereich	mm
$n$	Anzahl	-
$q$	Schubfederzahl	-
$r$	Parameter der Approximationsfunktion	-
$r_k$	Länge einer Molekülstruktur im Raum	m
$s_1$	Gurtdicke	mm
$s_2$	Dicke der Deckplatte, Tragseite	mm
$s_3$	Dicke der Deckplatte, Laufseite	mm
$s_4$	Abstand zwischen Seil und Querarmierung	mm
$s_G$	Zwischengummistärke	mm
$t$	Teilung	mm
$u$	Verschiebung	mm
$\Delta u$	Verschiebungsdifferenz	mm
$x$	Koordinate	mm
$y$	Koordinate	mm
$z$	Koordinate	mm
$\Theta$	Anzahl freier Füllstoffpunkte	-

Formelzeichen	Bedeutung	Einheit
$\Theta_l$	Anzahl besetzter Füllstoffpunkte	-
$\Phi_a$	Anteil der stabilen Adsorptionen	-
$\Phi_d$	Anteil der dehnungsabhängigen Desorptionen	-
$\alpha_i$	Ogden-Exponent	-
$\beta$	Verhältnis der spezifischen Füllstoffoberflächen von Kieselsäure zu Ruß	-
$\gamma$	Scherung (Tangens des Scherwinkels)	-
$\Delta\gamma$	Scherungsänderung	-
$\gamma_w$	Scherwinkel	rad, °
$\delta$	Verlustwinkel	rad
$\tan \delta, d$	mechanischer Verlustfaktor	-
$\varepsilon$	Dehnung	-
$\eta$	dynamische Viskosität	Pa · s
$\Delta\vartheta$	Temperaturdifferenz	°C
$\lambda$	Dehnungsverhältnis	-
$\mu_i$	Modul	N/mm <sup>2</sup>
$\pi$	Kreiszahl $\pi = 3,14159$	-
$\sigma$	Spannung	N/mm <sup>2</sup>
$\tau$	Schubspannung	N/mm <sup>2</sup>
$\varphi$	Winkel	°

Index	Bedeutung
<i>A</i>	adsorptiv
<i>B</i>	Bruch
<i>C</i>	chemisch
<i>DP</i>	Deckplatte
<i>Ers</i>	Ersatz
<i>G</i>	Gummi
<i>I</i>	instabil

<b>Index</b>	<b>Bedeutung</b>
<i>K</i>	Kopf
<i>KG</i>	Kerngummi
<i>Lsp</i>	Lastspiel
<i>P</i>	Probekörper
<i>QA</i>	Querarmierung
<i>S</i>	Seil
<i>Sp</i>	Spannkraft an der Achse der Spanntrommel
<i>St</i>	stabil
<i>Std</i>	Standard
<i>T</i>	Trum
<i>T1</i>	größte Gurtzugkraft (Trumkraft) an der Antriebstrommel
<i>T2</i>	kleinste Gurtzugkraft (Trumkraft) an der Antriebstrommel
<i>TO</i>	Obertrum
<i>Tr</i>	Trommel
<i>TU</i>	Untertrum
<i>V</i>	Vergleich
<i>a</i>	Ausschlag
<i>b</i>	Biegung
<i>const</i>	konstant
<i>d</i>	desorptiv
<i>dyn</i>	dynamisch
<i>eff</i>	effektiv
<i>el</i>	elastisch
<i>ges</i>	gesamt
<i>i</i>	Zählindex
<i>j</i>	Zählindex
<i>k</i>	Zählindex
<i>krit</i>	kritisch
<i>m</i>	mittel

<b>Index</b>	<b>Bedeutung</b>
<i>o</i>	oben
<i>rel</i>	relativ
<i>u</i>	unten
<i>w</i>	wahr
<i>0</i>	Anfang
$\infty$	unendlich

<b>Abkürzung</b>	<b>Bedeutung</b>
BR	Butadien-Kautschuk
CR	Chloropren-Kautschuk
DPB	Dibutylphthalat
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
Gew.-%	auf die Masse der Mischung bezogenes Gewicht in Prozent
IR	Isopren-Kautschuk
KGE	Kerngummi-Einlage
NBR	Nitril-Kautschuk
NR	natürlicher Isopren-Kautschuk, Naturkautschuk
SBR	Styrol-Butadien-Kautschuk
SR	Synthetischer Kautschuk
Std	Standard
TEM	Transmissions-Elektronenmikroskopie
log.	logarithmisch
def.	definiert
dyn.	dynamisch
phr	parts per hundred parts of rubber by weight
spez.	spezifisch



# 1 EINLEITUNG

---

## 1.1 Bedeutung der Gurtverbindung für die Auslegung und den Betrieb von Gurtförderanlagen

Gurtförderanlagen haben sich für die stetige Schüttgutförderung unter technischen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten seit langem bewährt. Für lange Gurtförderanlagen und große Massenströme stellen Stahlseilfördergurte den Stand der Technik dar. So sind im Rheinischen Braunkohlerevier Massenströme bis zu 40.000 t/h und Antriebsleistungen von 12 MW je Anlage üblich [40]. In Tagebauen, in denen Hartgestein abgebaut wird, sind mit auf die Gurtbreite bezogenen Nennfestigkeiten von 7000 N/mm bis 8000 N/mm die weltweit stärksten



**Bild 1.1:** Gurtförderanlage im Rheinischen Braunkohletagebau aus [35]

Fördergurte installiert [42]. Bei einem Achsabstand von ca. 15 km und einer Gurtgeschwindigkeit von 8,5 m/s ist im Steinkohlebergwerk Selby/England mit 1000 m der bislang größte Höhenunterschied in einer Gurtförderanlage realisiert worden [88]. Der Fördergurt der Henderson Mine mit einem Achsabstand von 17 km überwindet einen Höhenunterschied von 480 m und stellt damit den längsten Erzförderer der Welt dar [61].

In Gurtförderanlagen ist der Fördergurt hinsichtlich der Investitions- und Betriebskosten und der technischen Auslegung des Fördersystems das bestimmende Element [26, 42]. Die Länge einer Gurtförderanlage übertrifft in der Regel die lieferbare Länge eines Gurtabschnittes. Die maximale Anlieferungslänge eines Gurtwickels wird durch das Gewicht und die Maße des Stahlseil-Fördergurtes begrenzt. Sie ist damit oft um ein Vielfaches geringer als die endlose Länge des eingesetzten Gurtes. Aus diesem Grund muss die Verbindung der einzelnen Gurtabschnitte zum endlosen Fördergurt vor Ort erfolgen. So werden im Rheinischen Braunkohlerevier pro Jahr ca. 300 Stahlseilgurtverbindungen erstellt [41].

Die Herstellung einer Stahlseilgurtverbindung ist üblicherweise mit großem Aufwand verbunden. So erfordert die Herstellung einer Verbindung des im Rheinischen Braunkohlerevier häufig eingesetzten Gurtes mit einer auf die Gurtbreite bezogenen Nennfestigkeit von 4500 N/mm und einer Breite von 2800 mm einen Arbeitszeitaufwand von ca. 160 Stunden [88].

Die Verbindungen stellen unter der dynamisch schwelenden Belastung, der ein Gurt im Betrieb ausgesetzt ist, den schwächsten Teil eines Fördergurtes dar. Ein Bruch der Verbindungen

derung verursacht Kosten durch den Betriebsstillstand und Instandsetzungsarbeiten. Die Folgen eines Verbindungsbruches können, insbesondere bei Bandbergen, zu Personenschäden und katastrophalen Konsequenzen für den Betreiber führen, die eine Weiterführung des Betriebs unter wirtschaftlichen Bedingungen schwierig machen. Die verschiedenen Gurthersteller und Betreiber richten nicht zuletzt aus diesen Gründen ein verstärktes Augenmerk auf die Entwicklung von Konzepten zur Gurt- und Verbindungsüberwachung [1, 26, 59, 60]. Diese Konzepte haben das Ziel, sowohl Gurtschäden des ungestörten Gurtes als auch Eigenschaftsänderungen des Gurtes, die sich im Vorfeld des Verbindungsversagens bemerkbar machen können, zu überwachen.

Um der Bedeutung der Verbindung für den sicheren Betrieb einer Bandanlage Rechnung zu tragen, erfolgt die Gurtauslegung in der Regel nicht mehr nach der Gurtnennbruchkraft, wie es in der zur Zeit noch geltenden Auslegungsnorm von 1982 [15] festgelegt ist, sondern nach der Beanspruchung der Seile und des Gummis in der Verbindung [16, 42]. Für die Beurteilung der Verbindungsfestigkeit wird die Referenz-Zeitfestigkeit in einem vergleichenden Prüfverfahren ermittelt [17]. Durch die Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen auf Grundlage von Berechnungsverfahren [66, 67, 69, 91] lassen sich die Gurtfestigkeiten gegenüber einer konventionellen Auslegung nach der bestehenden Norm um bis zu 20% senken [61].

Durch die ständige Optimierung der Werkstoffe wie der Verbindungs-Geometrien ist es gelungen, dass für hochfeste Stahlseilgurte der Festigkeit von 7000 bis 8000 N/mm Referenz-Zeitfestigkeiten von rund 50% der Gurtnennbruchkraft den Stand der Technik darstellen [42]. Dieser Wert wird von Gurten geringerer Nennbruchkraft zum Teil deutlich übertroffen. Die neue Norm DIN 22 101 für die Auslegung von Gurtförderern für Schüttgut [16], die zur Zeit als Entwurf vorliegt, wird eine Mindest-Referenz-Zeitfestigkeit von 45% fordern.

## **1.2 Ziel der Arbeit**

In der Projektierungsphase einer Gurtförderanlage wird in der Regel der Nachweis der geforderten Mindest-Referenz-Zeitfestigkeit der Verbindung nach DIN 22 110-3 [17] durch den Gurthersteller gefordert. Die dynamischen Zeitfestigkeitsuntersuchungen an Fördergurtverbindungen nach DIN 22 110 am Institut für Fördertechnik der Universität Hannover haben gezeigt, dass in erster Linie die Belastbarkeit der Elastomer-Materialien die Zeitfestigkeit der Verbindungen [91] bestimmt.

Um den Prüfaufwand in der Nachweisführung gering zu halten, ist es sinnvoll, die Verbindungsstruktur vor der Ermittlung der Referenz-Zeitfestigkeit bereits in der Auslegungsphase zu optimieren.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, Möglichkeiten aufzuzeigen, den Kraftfluss in einer Stahlseilgurtverbindung zu optimieren und ein Auslegungsverfahren für Stahlseilgurtverbindungen zu entwickeln, das die Eigenschaften der in der Verbindung hochbelasteten Elastomere berücksichtigt.

Zunächst soll hierfür der Aufbau von Stahlseil-Fördergurten und insbesondere der Stahlseilgurtverbindungen sowie die dem Stand der Technik entsprechenden Auslegungsverfahren und

Optimierungsansätze betrachtet werden. Um der besonderen Bedeutung der Elastomer-Materialien für die Auslegung einer Stahlseilgurtverbindung gerecht zu werden, wird auf die relevanten Eigenschaften des Werkstoffs Gummi und auf die bekannten Ansätze zur Beschreibung des nichtlinearen und belastungsabhängigen Materialverhaltens eingegangen.

Ein besonderer Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Untersuchung des Kraftflusses im Zwischengummi und in hochbelasteten Teilbereichen einer Stahlseilgurtverbindung. Um in diesem Zusammenhang die relevanten Einflussgrößen auf den Kraftfluss zu bestimmen, sollen experimentelle Untersuchungen zum Kraft-Verformungsverhalten von Fördergurt-Probekörpern und den in Fördergurten eingesetzten Elastomeren durchgeführt werden.

Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen an Fördergurt-Probekörpern soll ermittelt werden, inwieweit der Probekörper-Aufbau die mechanischen Eigenschaften des Verbundkörpers bestimmt. Hierzu werden Haftungsversuche und Versuche zum mechanischen Verhalten der Probekörper unter dynamisch schwellender Belastung durchgeführt. Ein Hauptaugenmerk in den experimentellen Untersuchungen an den Elastomeren wird auf die Frage gerichtet, inwieweit die Beanspruchung, der Mischungsaufbau und hier besonders der Füllstoff die mechanischen Eigenschaften des Fördergurt-Werkstoffs Gummi bestimmen.

Auf der Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse soll ein numerisches Berechnungsverfahren zur Simulation des Kraftflusses in Stahlseilgurtverbindungen unter Anwendung der Methode der Finiten Elemente entwickelt werden. Ein weiteres wesentliches Ziel der experimentellen Untersuchungen ist daher die Ermittlung von Materialparametern, um damit die in den experimentellen Untersuchungen gewonnenen Erkenntnisse in der rechnerischen Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen zu berücksichtigen. Hierzu sollen die Steifigkeitseigenschaften der in Fördergurten verwendeten Elastomere dem Berechnungsverfahren mit Hilfe einer Modellapproximation des Materialverhaltens zugänglich gemacht werden.

Die Basis des Berechnungsverfahrens bildet ein kommerzielles Finite-Elemente-Programmpaket, das durch im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Programmmodule erweitert wird und die Generierung der Verbindungs-Modelle inklusive der Randbedingungen und Materialmodellierung erlaubt. Das Berechnungsverfahren soll es zulassen, die für die Beanspruchung in Stahlseilgurtverbindungen relevanten mechanischen Eigenschaften der Verbindungsmaterialien abzubilden, um dadurch sowohl den Einfluss der Verbindungsgeometrie als auch den Einfluss der Verbindungsmaterialien auf den Kraftfluss innerhalb der Stahlseilgurtverbindung abzubilden. In der Anwendung der Finite-Elemente-Simulation werden Optimierungsrechnungen an Probekörpern und Verbindungsstrukturen durchgeführt.

Die auf der Grundlage der experimentellen Untersuchungen und des numerischen Berechnungsverfahrens aufgezeigten optimierten Konstruktionen werden in vergleichenden Zeitfestigkeitsuntersuchungen an Probekörpern untersucht, die einen hochbelasteten Teilbereich einer Stahlseilgurtverbindung nachbilden. Abschließend werden einige Hinweise zur praktischen Anwendung der im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse zusammengestellt.

## 2 STAND DER TECHNIK

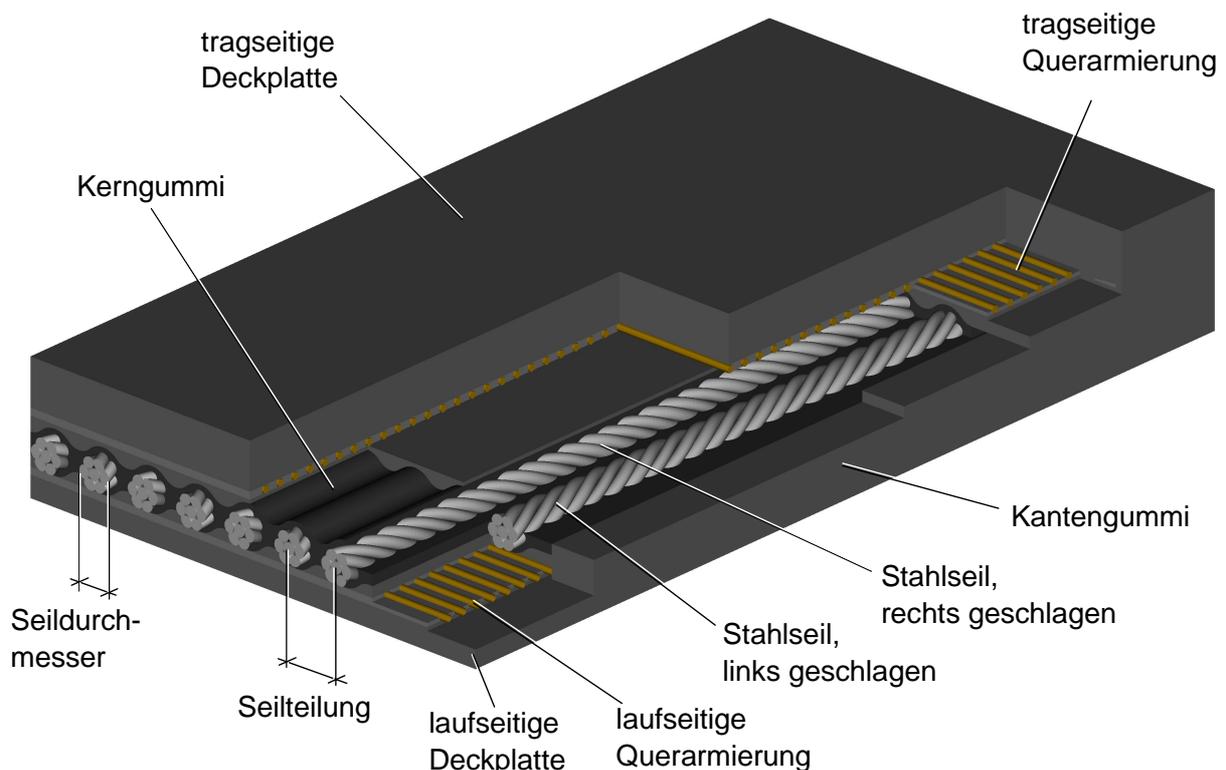
---

Stahlseilfördergurte zeichnen sich gegenüber Fördergurten mit textilem Zugträger durch hohe Gurttrennbruchkräfte, niedrige Dehnung im Betrieb und große Verbindungs-Festigkeiten aus [88]. Der Kraftfluss in einer Stahlseilgurtverbindung ist von einer Vielzahl von Einflussgrößen abhängig, die in fünf Hauptpunkte, den Gurtaufbau, den Verbindungsaufbau, die Werkstoffeigenschaften, die Verbindungsherstellung und die Betriebsbedingungen gegliedert werden können.

### 2.1 Aufbau von Stahlseil-Fördergurten und Stahlseilgurtverbindungen

Ein Stahlseilgurt ist als Verbundkörper aus einem Zugträger, den Stahlseilen und dem elastomeren Gurtkörper aufgebaut. Dieser Verbundkörper hat im Betrieb zwei wesentliche Aufgaben zu erfüllen: Zum einen muss er die auftretenden Zugkräfte aufnehmen, die durch die Antriebstrommeln und der Vorspannkraft in den Gurt eingebracht werden. Zum anderen muss durch den Aufbau des Gurtkörpers sichergestellt werden, dass der für den Antrieb notwendige Kraftfluss zwischen Antriebstrommel und Zugträger zustande kommt. Weiterhin muss der Gurtkörper eine Schutzschicht aufweisen, die den Zugträger vor Beschädigungen schützt, insbesondere bei Aufprall des Gutes in der Aufgabestelle [52].

In [Bild 2.1](#) ist der prinzipielle Aufbau eines Stahlseil-Fördergurtes dargestellt. Der Gurtkörper eines Stahlseil-Fördergurtes wird durch die trag- und laufseitigen Deckplatten, die Seile sowie



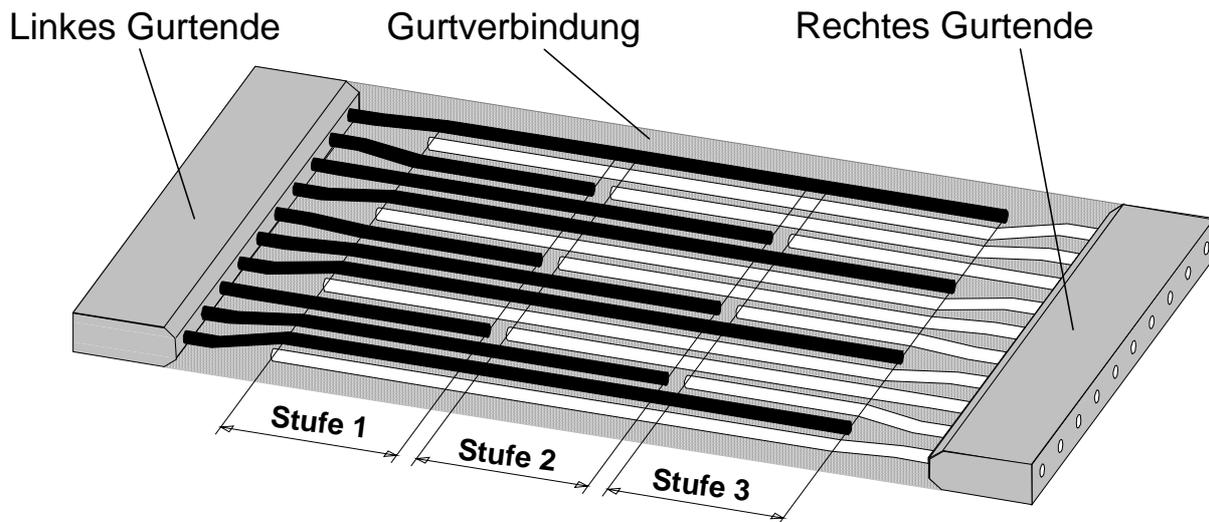
**Bild 2.1:** Aufbau eines Stahlseil-Fördergurtes

den die Seile umgebenden Kerngummi gebildet. Die tragseitige Deckplatte hat im Wesentlichen die Aufgabe den Zugträger vor möglichen Schädigungen durch Einwirkungen des Fördergutes und der Umwelt zu schützen [52]. Im Gegensatz hierzu soll die laufseitige Deckplatte vor allem den Kraftschluss zur Antriebstrommel gewährleisten (s.a. [36, 95]). Zusätzlich hat die laufseitige Deckplatte einen Einfluss auf den Energiebedarf der Gurtförderanlage [39, 45]. Besonders für lange Bandanlagen können auf den Energiebedarf des Fördergurtes optimierte Deckplatten deutliche Einsparungen an Betriebs- und Investitionskosten bedeuten [4]. Im Zuge des Optimierungsprozesses für Fördergurte sind die GurtHersteller für lange Bandanlagen dazu übergegangen, die tragseitige Deckplatte auf optimalen Verschleißschutz und die laufseitige Deckplatte auf minimalen Energiebedarf auszulegen [4, 59]. Um die Resistenz gegen Schlitzten zu erhöhen werden die Deckplatten oft mit textilen Verstärkungen - den Querarmierungen - versehen.

Die aus Gründen der Haftung und des Korrosionsschutzes verzinkten Stahlseile in einem Fördergurt besitzen einen Durchmesser von 2,8 mm bis 13,5 mm und können aus 49 bis 135 Einzeldrähten bestehen. Bei Einzeldrahtfestigkeiten von 2800 N/mm<sup>2</sup> kann die Zugfestigkeit der Seile bis zu 1000 N/mm<sup>2</sup> betragen [88]. Für Seile, die in Stahlseilgurten eingesetzt werden, besteht die Forderung nach einer höchstmöglichen Seilfestigkeit bei einer möglichst offenen Seilkonstruktion, die eine gute Durchdringung der Seilstruktur mit dem Kerngummi ermöglicht. Vor dem Hintergrund dieses Anforderungsprofils haben sich Kreuzschlagseile für den Einsatz in Stahlseilgurten bewährt [88]. Diese Seile besitzen allerdings den Nachteil, dass sie unter Last eine aus dem Seilschlag resultierende Drehbewegung in den Gurt induzieren, die den Geradeauslauf des Gurtes auf der Anlage beeinträchtigen kann. Um den Geradeauslauf des Gurtes zu gewährleisten, liegen in einem Fördergurt deshalb abwechselnd Z- und S-geschlagene Seile nebeneinander.

Der Kerngummi hat einerseits die Aufgabe, die Anbindung der Deckplatten an den Zugträger zu gewährleisten. Andererseits geht der Kerngummi mit der verzinkten Seiloberfläche eine chemisch-physikalische Verbindung, die Haftung, ein. Für die Haftung ist keine weitere Vorbereitung der verzinkten Stahlseile erforderlich [88]. Der Kerngummi besitzt im unvulkanisierten Zustand eine Fließfähigkeit, die es ihm erlaubt, während des Vulkanisationsprozesses unter Druck tief in das Seil einzudringen.

Das Verbindungsprinzip, das einer Stahlseilgurtverbindung zugrunde liegt, beruht darauf, dass die Seile der zu verbindenden Gurtenden in den Verbindungsgummi eingebettet parallel in einer Ebene nebeneinander liegen. In der Verbindung muss daher der Kerngummi als Verbindungs-Haftgummi eine dauerhafte Anbindung des Gummis an die Seile der zu verbindenden Gurtabschnitte herstellen. Hierbei liegen die Seile der zu verbindenden Gurtabschnitte entweder blank vor oder sie sind mit einer Restgummierung versehen, die vom Kerngummi der zu verbindenden Gurtabschnitte stammt. Die in der Verbindungsherstellung frisch eingelegte Kerngummimischung muss damit bei der Vulkanisation sowohl an der Restgummierung als auch am blanken Seil haften. In [Bild 2.2](#) ist der schematische Aufbau einer dreistufigen Stahlseilgurtverbindung als Beispiel einer Vielzahl von möglichen Verbindungsvarianten [91] dargestellt.



**Bild 2.2:** Dreistufige Stahlseilgurtverbindung nach [91]

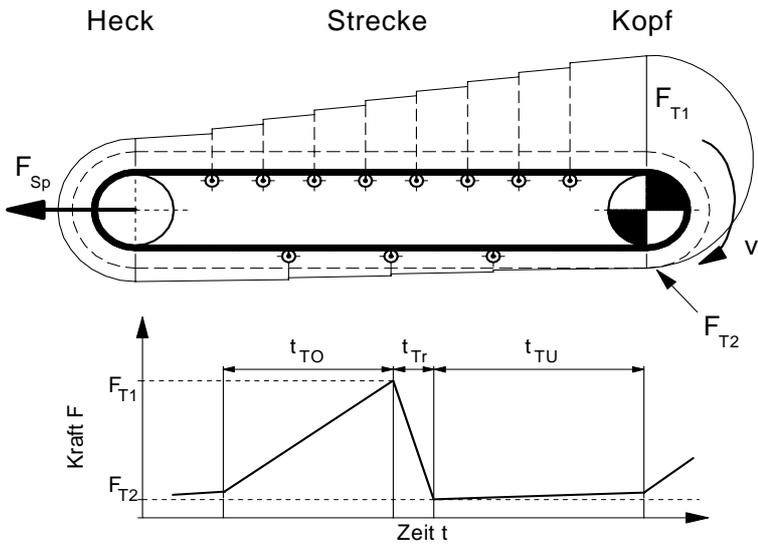
In einer Stahlseilgurtverbindung wird die Zugkraft der verbundenen Gurtenden nahezu vollständig über Schubkräfte im Gummi des elastomeren Verbindungskörpers übertragen. Infolge der Verbindungsgeometrie und dem unterschiedlichen Steifigkeitsverhalten der am Kraftfluss beteiligten Materialien ist die Belastungsverteilung in einer Verbindung nicht gleichmäßig.

## **2.2 Betriebsbedingungen und Einflussgrößen auf den Kraftfluss in Stahlseilgurtverbindungen**

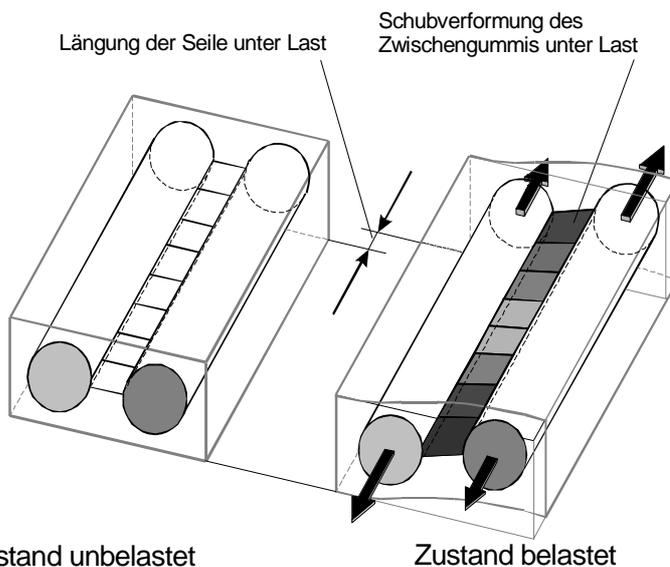
Die wesentlichen Erkenntnisse zum Kraftfluss in Stahlseilgurtverbindungen stellen die Forschungsarbeiten OEHMENS [67, 69], FLEBBES [28] und VON DER WROGES [91] dar. FLEBBE untersuchte die dynamische Zeitfestigkeit von verschiedenen Stahlseilgurtverbindungen, auf deren Grundlage es möglich ist, die Zeitfestigkeit verschiedener Verbindungskonstruktionen zu beurteilen. Das von FLEBBE entwickelte Prüfverfahren bildet die Grundlage der nach DIN 22 110 [17] genormten dynamischen Verbindungsprüfung, in der die Referenz-Zeitfestigkeit einer Verbindung ermittelt wird. In der Arbeit VON DER WROGES wurde der Kraftfluss innerhalb einer Stahlseilgurtverbindung theoretisch und experimentell untersucht. Auf der Grundlage der Veröffentlichungen OEHMENS zur analytischen Berechnung des Kraftflusses in Stahlseilgurtverbindungen setzte VON DER WROGE die gewonnenen Erkenntnisse in einem Programmsystem zur Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen um. Mit Hilfe dieses Programmsystems wurden Gestaltungskriterien für Stahlseilgurtverbindungen entwickelt, auf deren Grundlage Ansatzpunkte für die Optimierung der Geometrie einer Stahlseilgurtverbindung aufgezeigt wurden.

In Bild 2.3 ist der typische örtliche und zeitliche Verlauf der Trumkräfte in einem Gurtförderer mit Kopfantrieb dargestellt. Die Aufgabe des Gutes erfolgt in der Darstellung in Bild 2.3 am Heck, während der Abwurf am Kopf der Anlage erfolgt.

Aufgrund der für den sicheren Kraftschluss an der Antriebstrommel notwendigen Vorspannung  $F_{Sp}$  wird der Fördergurt im Betrieb dem zeitlichen Belastungszyklus einer schwelenden Kraftbeanspruchung ausgesetzt, dessen Extremwerte mit  $F_{T1}$  als Maximum und  $F_{T2}$  als Minimum am Kopf der Anlage auftreten. Die Belastungsfrequenz, der der Fördergurt im stationären Betrieb einer Gurtförderanlage ausgesetzt ist, wird dabei durch den Achsabstand und die Fördergeschwindigkeit bestimmt. Je nach Länge der Anlage kann ein Umlauf wenige Sekunden bis zu 1½ Stunden dauern [28], wobei das Zeitintervall  $t_{TO} + t_{TU}$ , das für den Aufbau der maximalen Trumkraft im Obertrum der Bandanlage benötigt wird, den größten Anteil im Belastungszyklus einnimmt. Die Zeitdauer  $t_{Tr}$ , in der der Abbau der Trumkraft beim Umlauf des Gurtes um die Antriebstrommel erfolgt, kann je nach Geschwindigkeit des Gurtes und Durchmesser der Antriebstrommel im Bereich von Zehntelsekunden bis zu einigen Sekunden liegen. Damit liegt die maßgebliche Belastungsfrequenz einer Stahlseilgurtverbindung im Betrieb in einem Bereich, der unter Berücksichtigung der bekannten Prüfnormen für Elastomere bzw. Fördergurte [12, 13, 17, 20] als quasistatisch betrachtet werden kann.



**Bild 2.3:** Schematische Darstellung des örtlichen und zeitlichen Zugkraftverlaufes im Ober- und Untertrum eines Gurtförderers mit angetriebener Kopftrommel (örtliche Zugkraft senkrecht über dem Gurt aufgetragen)



Zustand unbelastet

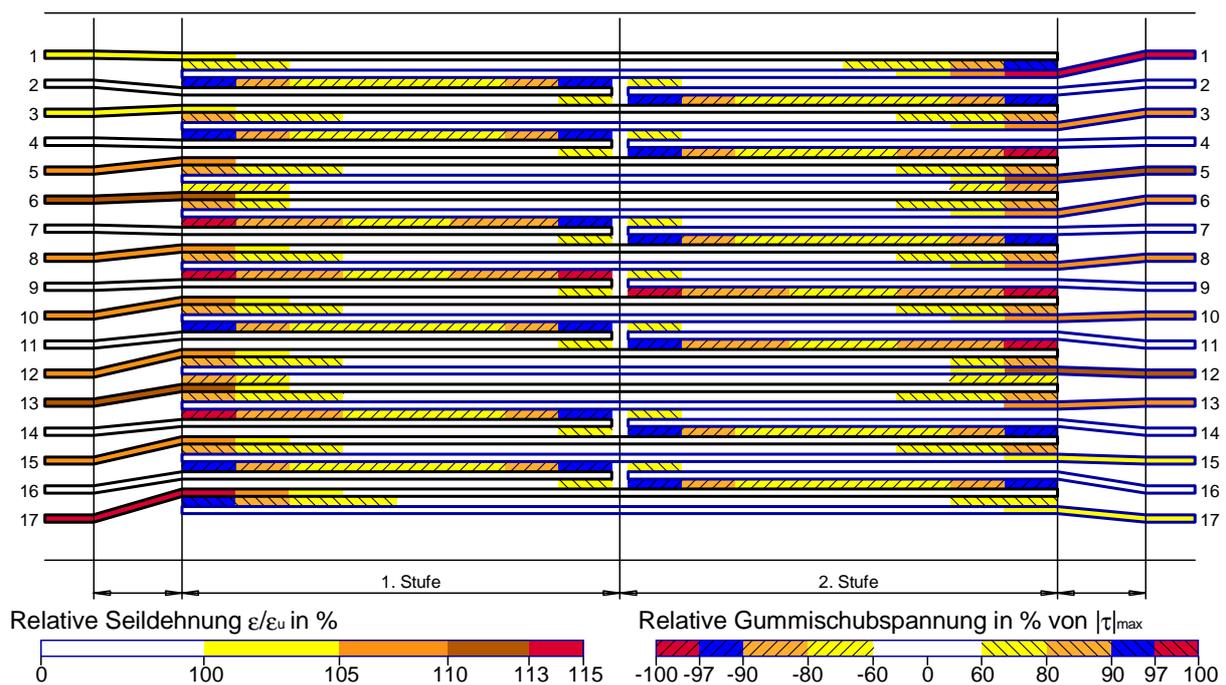
Zustand belastet

**Bild 2.4:** Modell für die Kraftübertragung zwischen den Seilen einer Stahlseilgurtverbindung nach [91]

Der Aufbau einer Stahlseilgurtverbindung stellt einen Verbundkörper aus verschiedenen konstruktiven Komponenten dar, die sowohl im Hinblick auf ihre Funktion, als auch hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften deutliche Unterschiede zeigen. Zur sicheren Auslegung einer Stahlseilgurtverbindung ist daher neben den Betriebsparametern die genaue Kenntnis des Werkstoffverhaltens und der zulässigen Werkstoffbeanspruchungen notwendig.

Das in Bild 2.4 dargestellte Verformungsverhalten der Seile und des

Gummis charakterisiert prinzipiell den Kraftfluss innerhalb einer Stahlseilgurtverbindung. Im Betrieb werden den Seilen des Stahlseilfördergurtes Zugkräfte aufgeprägt in deren Folge sich der, die Kräfte zwischen den Seilen übertragende Zwischengummi mit Scherwinkeln um  $60^\circ$  beträchtlich verformt [48, 91]. Die größten Beanspruchungen des Zwischengummis treten im engsten Querschnitt zwischen den Seilen eines Fördergurtes in der Mittelebene der Seillage auf. Die Zugkraft und die Seildehnung ändern sich dabei infolge der an der Seiloberfläche in den Gummi eingeleiteten Schubkräfte. Die über den Seilumfang in den Gummi eingebrachten Schubkräfte sind nicht konstant [67, 91].



**Bild 2.5:** Beispiel für die Verteilung der Seildehnungen und Gummischubspannungen in einer Stahlseilgurtverbindung

In Bild 2.5 ist eine typische Belastungsverteilung der Seildehnungen und Gummischubspannungen in einer Stahlseilgurtverbindung dargestellt. Die Seildehnungen in der Darstellung in Bild 2.5 sind auf die im ungestörten Gurt auftretenden und aus der Trunkkraft resultierenden Seildehnungen bezogen. Es zeigt sich, dass die größten Seil- und Gummibeanspruchungen in einer Stahlseilgurtverbindung am Beginn bzw. Ende einer Verbindungsstufe auftreten.

Der Aufbau einer Stahlseilgurtverbindung ist vom Aufbau und der Nennfestigkeit des Stahlseilgurtes nicht zu trennen. Da in der Regel die Verbindung in der Gurtauslegung das bestimmende Element ist [16] gilt diese Aussage auch in der Umkehrung. Die Nennfestigkeit eines Stahlseilfördergurtes ergibt sich aus der Kombination von Seildurchmesser und Seilteilung. Als wichtiges Vergleichskriterium [91] für die Beurteilung der Konstruktion eines Stahlseilfördergurtes oder einer Stahlseilgurtverbindung ist das Verhältnis der Seilteilung zum Seil-Nenndurchmesser  $t/d_s$  des im Fördergurt verwendeten Stahlseils. Dieses Verhältnis gibt an, in welchem Abstand die Seile in der Verbindung nebeneinander liegen können. Das  $t/d_s$ -Verhältnis sinkt in der Regel mit zunehmender Nennfestigkeit des Gurtes infolge des zunehmenden Seildurch-

messers. So führt eine höhere Nennfestigkeit des Gurtes bei gleichem  $t/d_s$ -Verhältnis zur Reduzierung der Belastungen des Gummis und der Seilbeanspruchung. Wird das  $t/d_s$ -Verhältnis durch die Vergrößerung des Seilabstandes erhöht, führt dies zu einer Reduzierung der maximalen Belastungen im Gummi, wobei die Belastung des Seiles geringfügig erhöht wird. Durch den größeren Seilabstand wird jedoch der Widerstand des Gurtes gegen Beaufschlagung und Schlitzen reduziert [91]. Mit geringer werdendem  $t/d_s$ -Verhältnis muss die Stufenzahl der Verbindung zunehmen, um genügend Gummizwischenraum in der Verbindung zu gewährleisten. Eine Reduzierung der Schubbelastung des Gummis führt in der Regel zu größeren Dehnungen im Seil und kann Seilbrüche zur Folge haben.

Die Eigenschaften sowohl der Elastomer-Materialien als auch der Stahlseile beeinflussen den Kraftfluss in einer Stahlseilgurtverbindung. So führt der Einsatz von Seilen mit geringer Dehnung zu einer geringeren Schubbelastung des Gummis, während die Erhöhung des Moduls des Zwischengummis eine größere Seilbelastung zur Folge hat. Die Erhöhung der Steifigkeit des Gurtkörpers, wie sie z.B. durch den Einsatz von Querarmierungen möglich ist, bewirkt geringere Schubspannungen im Gummi. Querarmierungen vergleichmäßigen den Kraftfluss und führen somit zu einer Reduzierung der Schubspannungen im Zwischengummi. Die Erhöhung der Anbindungslänge der Seile in der Verbindung, z.B. durch die Vergrößerung der Verbindungslänge bewirkt einer Verringerung der Schubspannungen im Gummi [91]. Die Anordnung der Seile in einem Fördergurt mit abwechselnd rechts und links geschlagenen Seilen führt dazu, dass der in der Verbindung durch Schubkräfte hochbelastete Zwischengummi zusätzlich durch die Seildrehung unter Last beansprucht wird.

Neben den Materialparametern sind die Parameter der Verbindungsgeometrie als Einflussgrößen auf den Kraftfluss bestimmend [91]. Dies sind im Wesentlichen das Legeschema als periodische Abfolge der Seillängen und Seil-Einlaufseiten sowie Stufenzahl, Seilteilung, Stufenlänge, die Längen der Stufenübergänge und die Gestaltung der Seilauslenkungsbereiche.

Das Versagen einer Stahlseilgurtverbindung erfolgt in der Regel nicht spontan, sondern stellt eine fortschreitende Schädigung der Verbindungsstruktur dar, die sich entweder im Bruch von Seilen oder durch die Ablösung des Gummis vom Stahlseil bzw. durch den Bruch des Gummis äußert [28]. So treten unter hohen Prüflasten und geringen Lastspielzahlen bevorzugt Seilbrüche im Verbindungsbereich auf, während unter hohen Lastspielzahlen und geringeren Belastungen vor allem Ablösungen des Gummis vom Seil bzw. Gummibrüche zu beobachten sind. Aufgrund der Erfahrungen aus den am Institut für Fördertechnik nach DIN 22 110 [17] durchgeführten dynamischen Zeitfestigkeitsprüfungen an Fördergurtverbindungen bestimmt in erster Linie die Belastbarkeit der Elastomer-Materialien die Zeitfestigkeit der Verbindungen [91].

Die zulässige Dauerbeanspruchung der Verbindungswerkstoffe ist für die Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen von größter Bedeutung. VON DER WROGE ermittelte auf analytischem Wege für die untersuchten Verbindungen maximal auftretende Gummischubspannungen von  $\tau_{max} \approx 2,2 \pm 0,3$  N/mm<sup>2</sup>. Der diesen Berechnungen zugrundeliegende Schubmodul beträgt  $G = 1$  N/mm<sup>2</sup>. Ähnliche Werte wurden von OEHMEN mit  $\tau_{max} \approx 2,0$  N/mm<sup>2</sup> bzw.  $\gamma_{max} \approx 2,0$

in [67] angegeben. In [48] wurde an Fördergurt-Probekörpern, die einen Teilbereich einer Stahlseilgurtverbindung nachstellten, eine maximal zulässige Scherung von  $\gamma_{max} = 1,76 \pm 0,16$  ermittelt. Die zulässigen Seildehnungen betragen  $\varepsilon_{zul} = 10 \text{ ‰}$  [67, 91].

### 2.3 Verfahren für die Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen

In den deutschen Normen DIN 22129 [18] und DIN 22 131 [19] sind die Ausführungsrichtlinien für die Verbindungen von Stahlseil-Fördergurten festgelegt. Die in diesen Normen dargestellten Ausführungsformen stellen nur einen Teilbereich der denkbaren Stahlseilgurtverbindungen dar, weshalb die genannten Normen auch abweichende Verbindungen zulassen. Eine Vielzahl möglicher Verbindungsausführungen sind in [91] zusammengestellt worden. Für die Verbindung hochfester Stahlseil-Fördergurte werden häufig Verbindungen ausgeführt, die nicht den genannten Normen entsprechen. So werden je nach Einsatzfall oder Herstellungsaufwand optimierte Verbindungsformen eingesetzt, die im Einzelfall einer rechnerischen Auslegung hinsichtlich des Kraftflusses, und des Nachweises der Referenz-Zeitfestigkeit bedürfen.

In der z.Z. gültigen Norm DIN 22 101 [15] für die Berechnung und Auslegung von Gurtförderern für Schüttgüter erfolgt die Festlegung der Nennbruchkraft des Gurtes anhand der im Betrieb auftretenden höchsten Gurtbeanspruchung und Abschlagswerten, mit denen die Art der Verbindungskonstruktion berücksichtigt wird. In der im Entwurf vorliegenden überarbeiteten DIN 22 101 [16] muss hingegen die dynamische Tüchtigkeit der Verbindung mit der nach DIN 22 110-3 [17] geforderten Referenz-Zeitfestigkeit nachgewiesen werden. Die Festlegung der Nennfestigkeit des Gurtes erfolgt dann anhand der maximalen Gurtzugkraft, der relativen Referenz-Zeitfestigkeit und Sicherheitsfaktoren, die die Güte der Verbindungsherstellung sowie die Einstufung der Betriebsbedingungen berücksichtigen.

Die Ermittlung der Referenz-Zeitfestigkeit nach DIN 22 110 ist mit zeitlichem und finanziellem Aufwand verbunden. Daher ist es wichtig, die Konstruktion einer Stahlseilgurtverbindung a priori in vergleichenden, auf die Verbindungsoptimierung abzielende Berechnungsverfahren zu beurteilen. Für die rechnerische Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen hat sich neben numerischen Verfahren [66] der analytische Berechnungsansatz OEHMENS [67, 69] als schnelles und sicheres Mittel für die Berechnung des Kraftflusses in einer Stahlseilgurtverbindung bewährt [77, 78, 91].

Die verschiedenen Auslegungsverfahren bieten in der Verbindungsberechnung mitunter auch die Möglichkeit, übliche Verbindungsschäden wie Seilschäden, Verlust der Seil-Gummi-Anbindung, infolge von Korrosion reduzierte Seilquerschnitte, Längsrisse, oder fehlende Zwischengummierung zu simulieren [50, 77].

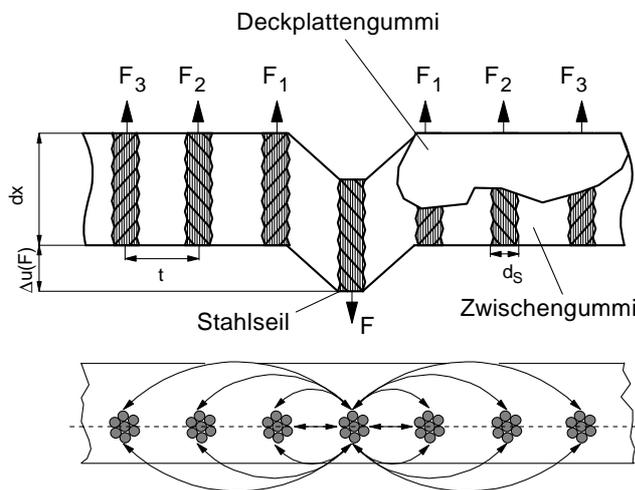
#### 2.3.1 Analytisches Auslegungsverfahren nach OEHMEN

Das analytische Berechnungsverfahren nach OEHMEN [67 - 69] erlaubt es, den Kraftfluss in Stahlseil-Fördergurten und Stahlseilgurtverbindungen, auch unter Berücksichtigung von Störungen des periodischen Verbindungsaufbaus, zu berechnen. Das Auslegungsverfahren wurde durch die Arbeit von VON DER WROGE [91] anhand von experimentellen Untersuchungen

verifiziert. Dem Berechnungsverfahren nach OEHMEN [67] liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Die Seile sind biegeschlaff und elastisch dehnbar,
- der Gummi ist inkompressibel und zeigt nichtlinear-hyperelastische Materialeigenschaften,
- die Seilabstände als Teilung  $t$  innerhalb einer Verbindungsstufe sind konstant,
- die Kraftübertragung durch den Kopfgummi im Seilstoßbereich sowie der Einfluss von Auslenkungsbereichen auf die Kraftübertragung werden vernachlässigt.

Der Ansatz, der der analytischen Verbindungsberechnung nach OEHMEN zugrunde liegt, wird im Anhang näher erläutert. Im weiteren soll auf die Abbildung der dreidimensionalen Gurtstruktur durch die Schubfederzahlen eingegangen werden, die die Ergebnisse des analytischen Berechnungsverfahrens maßgeblich bestimmen.



Die Kraft eines Seiles wird in der Stahlseilgurtverbindung zu unterschiedlichen Anteilen über den Kern- und Deckplattengummi auf die Nachbarseile übertragen. Für die rechnerische Erfassung der Kraftübertragung definierte DORAU [27] dimensionslose Schubfederzahlen, über die der Anteil der zwischen den Seilen einer Stahlseilgurtverbindung übertragenen Kräfte ausgedrückt werden kann. Aus der Darstellung in Bild 2.6 ergibt sich das Kräftegleichgewicht an dem dargestellten Stahlseil-Fördergurt-ausschnitt zu

**Bild 2.6:** Kräftegleichgewicht an einem Ausschnitt einer Stahlseilgurtverbindung

$$F = 2 \cdot \sum_{i=1}^3 F_i \quad (2.1)$$

Verschiedene Untersuchungen [27, 87, 91] haben gezeigt, dass die Kraftübertragung zum direkten Nachbarseil am größten ist und ab dem vierten Nachbarseil vernachlässigt werden kann. Mit der Anbindungslänge der Seile im Gummi  $l_{Anb} = dx$  und der Verschiebung  $\Delta u$  des Mittelseils wird die Schubfederzahl  $q_i$  wie folgt definiert:

$$q_i = \frac{F_i}{G \cdot \Delta u \cdot l_{Anb}} = \frac{F_i}{G \cdot \Delta \gamma \cdot (t - d_s) \cdot l_{Anb}} \quad (2.2)$$

In dieser Beziehung wird die Seildehnung vernachlässigt und die nicht durch äußere Kräfte belasteten Seile werden als fest eingespannt angenommen. Mit der Definition in Gleichung 2.2 wird die Abhängigkeit der Schubfederzahl von der Geometrie des Gurtaufbaus und der Schubverformung des Elastomers im Kerngummi deutlich. Die in Gleichung 2.2 definierten

Schubfederzahlen können sowohl durch Messungen an realen Fördergurt-Probekörpern, als auch mit Hilfe eines geeigneten Modells auf Basis der Finite-Elemente-Methode bestimmt werden [68, 87].

Mit einem bekannten Satz von Schubfederzahlen kann die auf das jeweilige Nachbarseil Seil  $i$  übertragene längenbezogene Schubkraft  $g_i$  aus den jeweiligen Verschiebungsdifferenzen der Seile  $u_i$  bestimmt werden:

$$g_i = G \cdot \sum_{k=1}^3 q_k \cdot (u_{i-k}(x) - u_i(x) + u_{i+k}(x) - u_i(x)) . \quad (2.3)$$

Anhand der Beziehung in Gleichung 2.3 kann der Kraftfluss innerhalb einer Verbindung bzw. des ungestörten Gurtes unter Lösung des im Anhang beschriebenen homogenen Differentialgleichungssystems 2. Ordnung berechnet werden. Die Lösung des Gleichungssystems kann entweder numerisch oder auf analytischem Wege erfolgen.

In der praktischen Anwendung des Lösungsansatzes [91] wird in der Bestimmung der Schubfederzahlen nach Gleichung 2.2 sowie in der analytischen Rechnung lineares Materialverhalten der Elastomer-Materialien zugrundegelegt. Der Schubmodul des im Wesentlichen an der direkten Kraftübertragung zwischen den Nachbarseilen beteiligten Kerngummis wird zu  $G = 1 \text{ N/mm}^2$  gesetzt. Aus Gleichung 2.2 wird damit deutlich, dass eine zu großem Teil auf der nichtlinearen Steifigkeit des Elastomers beruhende Probekörper-Steifigkeit in der experimentellen Schubfederzahlermittlung durch die Bestimmung der Schubfederzahl abgebildet wird. Die Schubfederzahl stellt folglich nur den Verformungszustand einer Fördergurtprobe unter einer definierten Belastung dar. Dieser Verformungszustand wird in der Bestimmung der Schubkraftübertragung infolge der Seilverschiebungen nach Gleichung 2.3 berücksichtigt. Im linearen Ansatz für die Berechnung der Schubspannungen, gemäß der Beziehung  $\tau = G \cdot \gamma$ , findet die Nichtlinearität keinerlei Berücksichtigung. So wurden von TAPPEINER [87] und VON DER WROGE [91] für Probekörper von vergleichbaren Gurtkonstruktionen unter unterschiedlichen Belastungen deutlich verschiedene Schubfederzahlen ermittelt [48].

Aufgrund der Modellierung der Materialparameter der Elastomer-Materialien ist daher auf analytischem Wege nur eine vergleichende Berechnung des Kraftflusses in einer Stahlseilgurtverbindung möglich. Die Abschätzung der Belastungsverteilung und die Bewertung einer Verbindungsstruktur erfolgt unter der Voraussetzung gleicher Gummieigenschaften und gleicher Gummiverformungen.

Die Problematik der Bestimmung der Schubfederzahlen ergibt sich auch aus der experimentellen Bestimmung der Schubfederzahlen. Von besonderer Bedeutung für das analytische Verbindungs-Modell ist die Aufteilung der Kräfte auf die Nachbarseile erster bis dritter Ordnung. So ermittelte VON DER WROGE [91], dass die Aufteilung der Kraftanteile  $F_i/F$  auf die Nachbarseile von der Auslenkung  $\Delta u$  des Mittelseils und vom Aufbau der Probekörper abhängig war. Die experimentellen und numerischen Untersuchungen der Arbeit TAPPEINERS [87] führten hingegen zu dem Ergebnis, dass die Kraftaufteilung auf die Nachbarseile weitgehend unabhängig von der Belastung und dem Aufbau der Probekörper ist. So ermittelte TAPPEINER

für Stahlseil-Fördergurte eine Kraftaufteilung von rund 95%, 5% und 0,1% auf die Seile erster bis dritter Ordnung. Aus der Untersuchung TAPPEINERS folgt damit, dass vor allem der Bereich zwischen den Seilen mit direkter Nachbarschaft im Gurtverbund durch die Kraftübertragung beansprucht wird. Aus den Untersuchungen VON DER WROGES folgt hingegen, dass die Deckplatten zu einem nicht unerheblichen Teil Kräfte zu den Nachbarseilen zweiter und dritter Ordnung übertragen.

### 2.3.2 Numerisches Auslegungsverfahren nach der Methode der Finiten Elemente

Die Methode der Finiten Elemente (FEM) hat sich in der Bauteilberechnung besonders im Hinblick auf die Abbildung komplexer Strukturen und nichtlinearer Materialeigenschaften bewährt [6, 96]. Der Vorzug der FEM gegenüber analytischen Lösungen ist, dass mit Hilfe dieses Berechnungsverfahrens das Gesamt-Steifigkeitsverhalten eines Verbundkörpers durch die Diskretisierung in der Modellbildung dargestellt werden kann. Folglich kann mit der FEM auch die Diskretisierung des dreidimensionalen Gurtaufbaus eines Stahlseil-Fördergurtes erfolgen. Bei bekanntem Steifigkeitsverhalten der Materialien in einer Stahlseilgurtverbindung ist damit die numerische Berechnung des Kraftflusses wie z.B. in [66] möglich.

Durch die offene Struktur des allgemeinen Lösungsansatzes erweist sich die FEM gegenüber dem analytischen Verfahren überlegen. Ein wesentliches Merkmal hierfür ist die weitgehende Freiheit in der Modellierungsmöglichkeit. Hierdurch kann der geometrische Aufbau einer Stahlseilgurtverbindung und die Definition von Randbedingungen und Materialparametern an der realen Geometrie angelehnt werden. Der dreidimensionale Aufbau einer Verbindung bzw. eines Fördergurtes im FE-Modell lässt damit sowohl eine detaillierte Abbildung der den Kraftfluss beeinflussenden Elastomer-Materialien als auch der Festigkeitsträger Stahlseil und Querarmierung zu.

Besonders der diskretisierte Verbindungsaufbau bietet diverse Vorteile in der Simulation von Schäden und möglichen Schadensverläufen aber auch in der Berechnung von Verbindungen mit variablem Seilabständen. Im weiteren können mit Hilfe der FEM Teilbereiche einer Verbindung mit hohem Diskretisierungsgrad für die Simulation von Auslenkungsbereichen und Stoßstellen modelliert werden die in [28] als Ausgangspunkte für die Verbindungszerstörung angesehen werden.

## **2.4 Bisherige Optimierungsansätze**

Die bisherigen Optimierungsansätze für Stahlseilgurtverbindungen sind im Wesentlichen konstruktiver Natur und ergeben sich entweder aus Berechnungsverfahren oder Zeitfestigkeitsuntersuchungen an Stahlseilgurtverbindungen. So fand VON DER WROGE [91], dass sich die Verbindungsbeanspruchungen mit den in DIN 22 129 und DIN 22 131 genormten Verbindungen bei optimierter Randseilkonfiguration minimieren lassen. Niedrige maximale Seilbeanspruchungen ergeben sich nach VON DER WROGE für Verbindungstypen, bei denen die Seilbindung im Zwischengummi gleichmäßig über die periodische Abfolge der Seillängen verteilt sind. Eine Verringerung der Gummischubspannungen lässt sich hingegen durch Verbindungen erreichen, die einen breiteren Gummizwischenraum im Anbindungsbereich zwischen den

Seilen von unterschiedlichen Einlaufseiten besitzen. Die Maßnahmen sind vor allem bei Verbindungen mit niedriger Stufenzahl und gekappten Seilen sinnvoll.

Die Verbindungsbeanspruchung nimmt generell mit zunehmender Verbindungslänge ab. Nach VON DER WROGE kann für Verbindungen mit mehr als zwei Stufen die Aufteilung der Stufenlängen auf die Verbindungslänge optimiert werden. So verringern sich die Beanspruchungen ab Verbindungslängen von 2,5 m kaum. Für geringere Verbindungslängen ist es günstig, die mittleren Verbindungsstufen länger als die an den ungestörten Gurt grenzenden zu wählen. Die Erhöhung der Stufenzahl führt nicht zwangsläufig zu einer Verringerung der Belastung des Zwischengummis.

Weitere wesentliche Ansatzpunkte in den bisherigen Optimierungsansätzen bildeten die Stoß- und Auslenkungsbereiche. In Abweichung der von den in DIN 22 129 und DIN 22 131 geforderten Seilabständen im Stoßbereich der Stufenübergänge ermittelten verschiedene Autoren Mindest-Seilabstände gegenüberliegender Seilenden im Stoßbereich von  $l_{St} \geq 5 \cdot d_s$  [28] bzw.  $l_{St} \geq 4 \cdot d_s + 5 \text{ mm}$  [66].

Aus den Untersuchungen FLEBBES [28] und VON DER WROGES [91] ergeben sich weitere Optimierungsansätze für den Stoßbereich, die sich allerdings in der Praxis bisher nicht durchgesetzt haben. So schlägt FLEBBE im Bereich der Seilenden den Einsatz von Elastomeren mit gegenüber dem restlichen Verbindungs-Zwischengummi weicheren Materialeigenschaften vor, um die Spannungen an der Grenzschicht Elastomer-Stahlseil zu reduzieren. VON DER WROGE schlug hingegen die Verbindung der Seilenden mit Seilziehstrümpfen vor, um die Kraftübertragung im Seilstoßbereich zu verbessern. Durch den Einsatz von Seilziehstrümpfen konnte im Versuch die Zeitfestigkeit von Probekörpern verbessert werden, die den Seilstoßbereich simulieren. Auch in der Verbindungsprüfung zur Ermittlung der Referenzzeitfestigkeit nach DIN 22 110 [17] ergaben sich durch die Verwendung von Ziehstrümpfen Verbesserungen.

Der Einsatz von textilen Querarmierungen im Verbindungsbereich vergleichmäßig die Schubkraftverteilung um das Seil und wird daher von VON DER WROGE als günstig für die Belastungsverteilung angesehen.

Als besonders günstig für die Verbindungsbelastung wird von FLEBBE und VON DER WROGE die Verwendung von variablen Zwischengummistärken genannt. Hierbei wird der Abstand zwischen Seilen unterschiedlicher Einlaufseite vergrößert. Gegenüber einer Verbindung mit konstanter Zwischengummistärke muss der Abstand zwischen Seilen gleicher Einlaufseite reduziert werden, um die Verbindungsbreite einzuhalten. Durch diesen Verbindungsaufbau kann das Verhältnis von maximalen zu minimalen Schubbelastungen im Zwischengummi reduziert werden, ohne das hierdurch die Seilbelastungen erhöht werden.

In der Betrachtung dieser Übersicht über die bisherigen Optimierungsansätze wird deutlich, dass die konstruktiven Optimierungsmöglichkeiten im Hinblick auf das Legeschema weitestgehend ausgeschöpft sind. Für weitere Optimierungsansätze der Stahlseilgurtverbindung erscheint allein das Potenzial, das sich aus der genaueren Untersuchung der Materialeigenschaften - insbesondere der Elastomer-Materialien - bietet, erfolgversprechend. Hier ist es

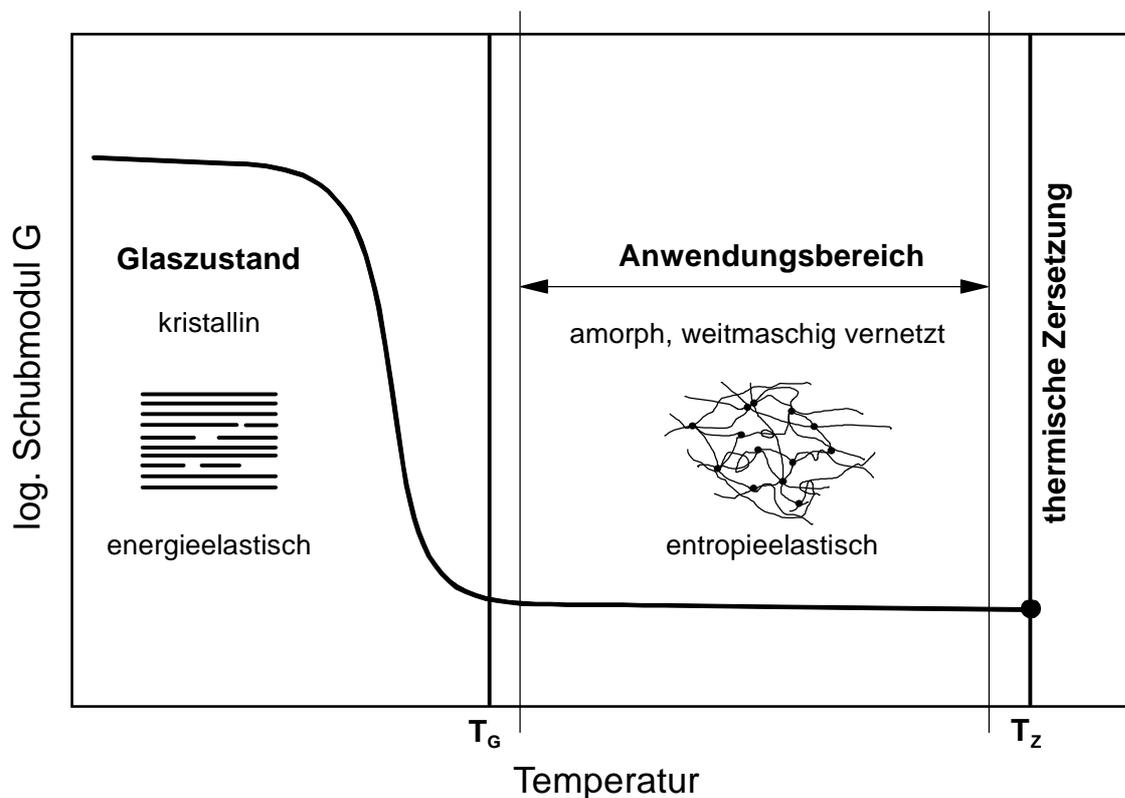
denkbar, die Materialeigenschaften der Elastomer-Materialien auf die Belastungssituation in hochbelasteten Teilbereichen einer Stahlseilgurtverbindung anzupassen oder Elastomer-Materialien zu verwenden, die eine effektivere Kraftübertragung zwischen den Seilen ermöglichen.

### 3 DER WERKSTOFF GUMMI

Der Fördergurt-Werkstoff Gummi unterliegt zwischen den Seilen einer Stahlseilgurtverbindung hohen, schwellenden Beanspruchungen durch Schubkräfte und infolgedessen einer hohen Scherverformung. Für die Optimierung des Verbundsystems Gummi-Stahlseil ist es daher wichtig, dem Werkstoff Gummi, seinen mechanischen Eigenschaften und den Mitteln, diese zu beschreiben, eine besondere Bedeutung zuzumessen.

#### 3.1 Aufbau und grundlegende Eigenschaften von Gummi

Gummi ist nach DIN 7724 [14] ein der Gruppe der Elastomere zugeordneter, polymerer und chemisch vernetzter Werkstoff, der im Gebrauchszustand gummielastische Eigenschaften aufweist.



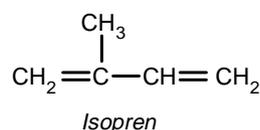
**Bild 3.1:** Exemplarisches Temperatur-Schubmodul-Diagramm für ein Elastomer

In Bild 3.1 ist der qualitative Schubmodulverlauf für ein Elastomer in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Über den gesamten Temperaturbereich betrachtet besitzen Elastomere im Anwendungsbereich in Abhängigkeit von der Temperatur eine bis zur Zersetzungstemperatur  $T_Z$  annähernd konstante Steifigkeit. In Bild 3.1 ist zu erkennen, dass die Steifigkeit des Elastomers unterhalb der Glasübergangstemperatur  $T_G$ , deutlich zunimmt. Die molekulare Struktur ändert sich dabei zunehmend von einer amorphen Struktur verknäuelter Makromoleküle zu einem kristallinen Aufbau mit energieelastischem Spannungs-Dehnungsverhalten. Der Begriff Gummielastizität wird mit dem Begriff Entropieelastizität gleichgesetzt und grenzt damit

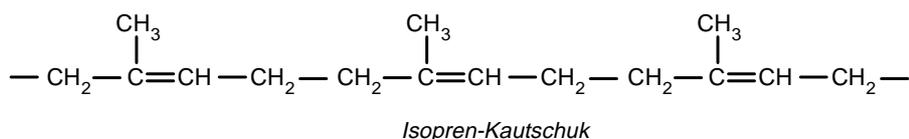
das mechanische Verhalten von Elastomeren vom energieelastischen Verhalten ab: Während Energieelastizität als die Veränderung der Gleichgewichtslage benachbarter Atome oder Atomgruppen unter deformierenden Kräften definiert ist, wird die Entropieelastizität als elastisches Verhalten von Molekülknäueln definiert, die durch Krafteinwirkung aus ihrer statistisch wahrscheinlichsten Lage, dem Zustand größter Entropie, gebracht werden. Die rückstellenden Kräfte ergeben sich aus dem Bestreben der Molekülketten, wieder in den Zustand größter Entropie zurückzukehren [79].

Elastomere entstehen im Vulkanisationsprozess aus der Mischung, die aus Rohkautschuk unter Verwendung von Zusatzstoffen wie Vulkanisiermitteln, Füllstoffen, Hilfsstoffen und Weichmachern besteht. Im Vulkanisationsprozess werden die Makromolekülketten des Kautschuks unter Druck und Temperatur mit Hilfe des Vulkanisiermittels unter Bildung von intermolekularen Vernetzungsbrücken weitmaschig vernetzt [79]. Neben dem Begriff Elastomer wird die vulkanisierte Mischung daher auch synonym als Vulkanisat bezeichnet [14].

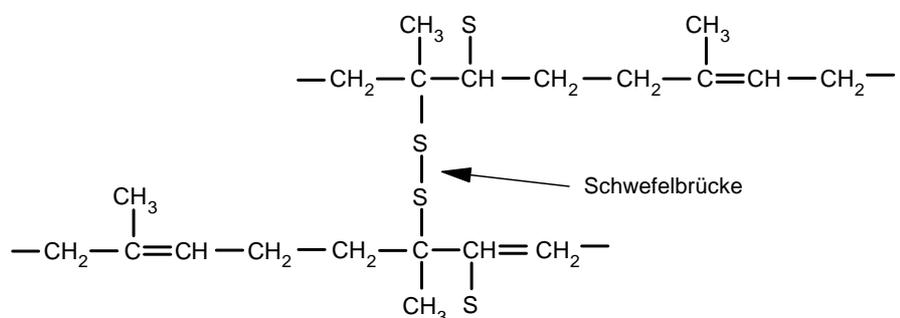
Monomer:



Polymer:



vernetztes  
Vulkanisat:



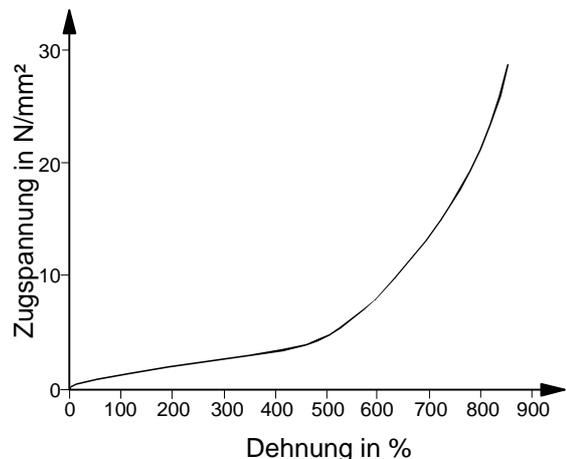
**Bild 3.2:** Chemischer Aufbau von Naturkautschuk und dessen Vernetzung zum Vulkanisat durch eine Schwefelbrücke (disulfidische Vernetzung) nach [46, 53]

In Bild 3.2 ist der chemischen Aufbau eines Vulkanisats am Beispiel des Naturkautschuks dargestellt. Den Grundbaustein eines Elastomers bildet das sog. Monomer, für Naturkautschuk das Isopren. Das Monomer wird im Polymerisationsprozess entweder auf biochemischem (Naturkautschuk) oder chemischem Wege (synthetische Kautschuke) zu Makromolekülen, dem Polymer verkettet. Die Makromolekülketten liegen im Kautschuk zu einem großen Teil miteinander verknäuel vor [46] und bestehen im Mittel aus  $10^3$  bis  $10^6$  Molekülen. Dieser Umstand bewirkt bereits im unvulkanisierten Zustand eine gewisse Zugfestigkeit und hat zur Folge, dass auch unvulkanisierter Kautschuk für verschiedene Anwendungen als Latex nutzbar ist [37]. Sowohl bei synthetischen Kautschuken als auch bei natürlichem Kautschuk erfolgt die Vernetzung der Makromoleküle im Vulkanisationsprozess in der Regel durch

Schwefelbrücken [46]. Statistisch wird in den weitmaschig vernetzten Elastomeren auf einige hundert Kettenatome eine Vernetzungsstelle gebildet. Die Vernetzungsstellen werden durch Schwefelbrücken gebildet die aus mehreren Schwefelatomen ( $S_x$ -Brücken) bestehen können. Auf schwefelfreie Vernetzung, wie z.B. peroxidische Vernetzung und Strahlenvernetzung, soll im Weiteren nicht eingegangen werden.

Elastomere sind in mikroskopischer Hinsicht Verbundwerkstoffe [84], deren mechanische und chemische Eigenschaften zu einem großen Teil durch die Wechselwirkung des elastomeren Netzwerkes mit den Zusatzstoffen abhängt. Dies führt zu einem sehr komplexen Materialverhalten, dass im Wesentlichen durch das folgende Eigenschaftsbild beschrieben werden kann: Elastomere sind nahezu inkompressible

Werkstoffe, die sich durch ein hochelastisches Materialverhalten und eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Kurve auszeichnen. Das Spannungs-Dehnungsverhalten von Elastomeren wird allgemein als Hyperelastizität bezeichnet und kann durch die im Zugversuch an Normprobekörpern nach DIN 53 504 [20] ermittelte und in Bild 3.3 dargestellte Federkennlinie beschrieben werden. Im Zugversuch verformen sich Elastomere um ein Vielfaches ihrer Ausgangslänge und kehren nach Entlastung annähernd gänzlich in die Ausgangsgestalt zurück [38]. Nach DIN 7724 beträgt der Zug-Verformungsrest von Elastomeren im allgemeinen 2% [14].



**Bild 3.3:** Typische Federkennlinie eines Elastomers

Die Federkennlinie von Elastomeren ist im Gegensatz zu ideal elastischen Werkstoffen eine dynamische Kennlinie, da die Steifigkeit von Gummi infolge viskoser Fließvorgänge von der Beanspruchungsgeschwindigkeit abhängt. Statt einer statischen Kennlinie wird deshalb nach DIN 53504 eine quasistatische Beanspruchungsgeschwindigkeit von 200 mm/min für die Ermittlung der Federkennlinie definiert. Ergebnis des Zugversuchs sind die Reißfestigkeit und der Spannungswert nach DIN 53 504. Diese Kennwerte geben die von einer Normprobe in Abhängigkeit der Dehnung ertragene bzw. aufgebrauchte Spannung an. In der industriellen Praxis werden der Spannungswert und die Zerreißfestigkeit in der Freigabeprüfung eingesetzt, um z.B. auf mögliche Probleme bei der Mischungsherstellung oder Vulkanisation zu schließen. Die quasistatische Prüfung lässt jedoch keine Aussage über die dynamischen Eigenschaften des Vulkanisats zu [9].

Oft wird die Härte von Elastomeren für die Beschreibung der mechanischen Eigenschaften herangezogen. So geben u.a. TOBISCH [89] und BATTERMANN/KÖHLER [3] Beziehungen an, in denen der Elastizitätsmodul bzw. der Schubmodul von Elastomeren aus der Shore-Härte nach DIN 53 505 [21] berechnet werden kann. Doch kann die Härteprüfung nur einen Anhaltspunkt für eine erste Beurteilung der Werkstoffeigenschaften eines Elastomers liefern [9].

Neben den hyperelastischen Eigenschaften treten - vor allem unter dynamischen Beanspruchungen - visko-elastische Eigenschaften von Elastomeren in den Vordergrund. Hier ist das von der Frequenz, Temperatur und Belastungsamplitude abhängige dynamische Steifigkeitsverhalten von Elastomeren von Bedeutung. Als Folge einer dynamischen Belastung bezeichnet der sog. Heat-Build-Up eine Temperaturerhöhung der Elastomere unter dynamischer Wechselbeanspruchung, da infolge der nur teilweise elastischen Verformung ein Teil der Verformungsenergie in Wärmeenergie umgewandelt wird [79]. Das visko-elastische Verhalten der Elastomere wird im Wesentlichen durch das Zusammenwirken des Polymers mit dem Vulkanisationssystem und den Füll- und Zusatzstoffen beeinflusst [74].

### **3.2 Mischungsbestandteile und deren Aufgaben im Elastomer**

Die Interaktion zwischen den Zusatzstoffen der Elastomer-Matrix bestimmt das mechanische und chemische Verhalten von Elastomeren zu einem wesentlichen Teil. Die Wirkungen der einzelnen Zusatzstoffe in der Elastomer-Matrix sind einander oft entgegengesetzt. Dabei ist die Wirkung einiger Zusatzstoffe, wie z.B. die verstärkende Wirkung von Füllstoffen oder die Wirkung von Zinkoxid auf den Vulkanisationsprozess oft nur phänomenologisch bekannt oder nur in Teilmodellen abbildbar. Dieser Umstand führt dazu, dass die Mischungsentwicklung für Elastomerwerkstoffe in der Regel einen Optimierungsprozess darstellt. Dieser hat das Ziel, das Zusammenwirken der Einzelkomponenten einer Mischung so einzustellen, dass die bestmögliche Kombination der erwünschten Eigenschaften des Vulkanisats erreicht wird. Hierbei ist zumeist die Verarbeitbarkeit der Mischung im Herstellungsprozess in der Zielsetzung gleichwertig mit den Anforderungen an das Endprodukt [9].

Die Ausgangsbasis für die Mischungsherstellung bilden Kautschuke, die in Naturkautschuk (NR = natural rubber) und synthetischen Kautschuk (SR = synthetic rubber) unterschieden werden [46]. Für Fördergurt-Mischungen finden in erster Linie Naturkautschuk sowie die auf synthetischem Wege hergestellten, so genannten "Allzweck-Kautschuke" [46] Verwendung. Diese synthetischen Kautschuke sind im einzelnen Butadien-Kautschuk (BR), Chloropren-Kautschuk (CR), Isopren-Kautschuk (IR) als synthetischer und eigenschaftgleicher Äquivalent von NR sowie Styrol-Butadien-Kautschuk (SBR). Nur in Sonderfällen, wenn besondere Anforderungen hinsichtlich der Temperatur- oder Ölbeständigkeit an die Fördergurte gestellt werden, kommen Nitril-Kautschuk (NBR) oder Äthylen-Propylen-Kautschuk (EPDM) zum Einsatz [88].

NR-Vulkanisate zeigen eine gute Kombination aller, für die technische Nutzung wichtigen, Eigenschaften wie Elastizität, Kaltflexibilität, Abriebbeständigkeit, Wärmebeständigkeit, Alterungsverhalten, Zugfestigkeit, Heat-build-up und Dämpfungseigenschaften. Jede einzelne dieser Eigenschaften kann durch ein SR-Vulkanisat übertroffen werden. Durch Verschneiden von NR mit SR-Kautschuken kann das punktuell bessere Eigenschaftsbild eines SR-Kautschuks auf das NR-Vulkanisat überragen werden.

SBR stellt neben NR den wirtschaftlich bedeutendsten Kautschuk dar. Die Eigenschaften des SBR-Vulkanisats hängen im Vergleich zu NR wesentlich mehr von den Eigenschaften der

Zusatzstoffe ab, die der Mischung zugegeben werden. Im Vergleich zu NR zeigen SBR-Vulkanisate im allgemeinen eine ähnlich gute Zugfestigkeit, eine gute dynamische Rissbeständigkeit sowie eine sehr gute Alterungs- und Wärmebeständigkeit. Aufgrund dieser Eigenschaften werden NR-Vulkanisate zunehmend von SBR-Vulkanisaten verdrängt. Infolge des schlechteren elastischen Verhaltens zeigt SBR einen vergleichsweise hohen Heat-Build-Up.

BR-Kautschuk wird in der Regel im Verschnitt mit SBR- und NR-Mischungen eingesetzt. BR-Vulkanisate weisen als einziger SR-Kautschuk bessere elastische Eigenschaften auf als NR-Vulkanisate, besitzen jedoch im Vergleich zu NR und SBR eine geringere Zugfestigkeit. Mit BR-Kautschuk verschnittene Mischungen verbessern die Fließigenschaften der Mischung in der Verarbeitung. Die Vulkanisate zeigen eine verbesserte Elastizität und Kälteflexibilität, einen geringeren Heat-Build-Up, geringere Rissanfälligkeit sowie eine verbesserte Alterungs- und Abriebsbeständigkeit.

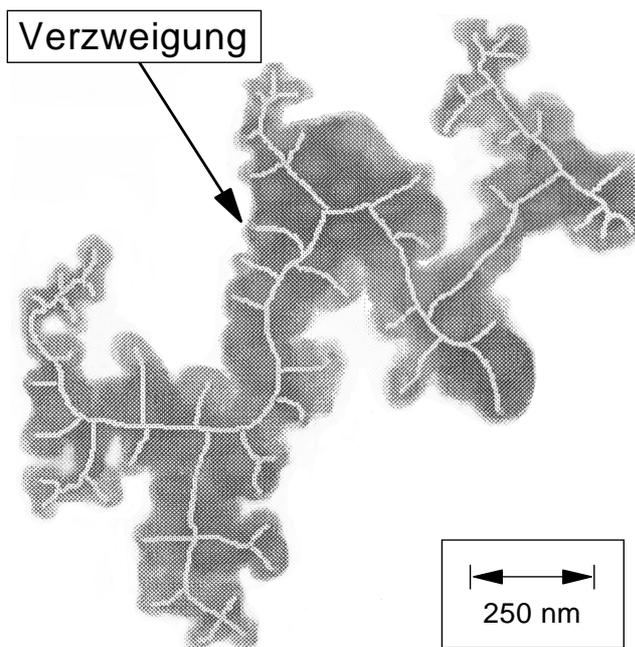
Eine Sonderstellung in Bezug auf den Einsatz dieses Elastomers in Fördergurten kommt dem CR-Kautschuk zu. Vulkanisate dieses Kautschuktyps besitzen infolge ihres Chlorgehaltes selbstverlöschende Eigenschaften und eine im Vergleich zu anderen Kautschuken höhere elektrische Leitfähigkeit, die Funkenbildung und damit die Brandgefahr reduziert. Diese wichtigen Eigenschaften machen CR-Vulkanisate für Untertagefördergurte im Kohlenbergbau zum einzig einsetzbaren Elastomer-Werkstoff. Zusätzlich zeichnen sich CR-Vulkanisate durch einen sehr guten Weiterreißwiderstand, eine gute Wärmebeständigkeit sowie eine gute Beständigkeit gegen Ozon, wässrige Salzlösungen und verdünnte Säuren aus. CR-Mischungen zeigen sich in der Verarbeitung vergleichsweise problematisch, da sie die Tendenz zum schnellen Anvulkanisieren besitzen und bei Lagerung zur Kristallisation neigen, wodurch die Plastizität der Mischung deutlich abnimmt [64].

Unter Vulkanisiermitteln sind diejenigen Stoffe zu verstehen, die im Vulkanisationsprozess die Vernetzung der Makromolekülketten bewirken. Schwefel ist bis heute das wichtigste Vulkanisiermittel und wird entweder als reiner Schwefel in Gegenwart von Vulkanisationsbeschleunigern oder in Form von Schwefel Spendern eingesetzt. Das Vulkanisiermittel bestimmt die dynamischen und mechanischen Eigenschaften wie Elastizität, Dämpfung, Härte und Alterungsverhalten des Vulkanisats zu einem großen Teil. Für die Herstellung gummielastischer Elastomere werden der Mischung üblicherweise 0,2 - 5 phr Schwefel zugesetzt. Durch Schwefelzusatz von 25 - 40 phr kann Hartgummi hergestellt werden, der im Gegensatz zu Elastomeren annähernd vollständig vernetzt ist. Hartgummi weist damit eine kristalline Struktur auf und besitzt, anders als Elastomere, energieelastische Eigenschaften. Durch den Einsatz von Vulkanisationsbeschleunigern und -verzögerern ist es möglich, den zeitlichen Verlauf der Vulkanisation zu beeinflussen, um den Vulkanisationsprozess abzukürzen oder zu verlängern. Hierdurch kann die Vulkanisation nach den für das Bauteil verwendeten Mischungen, der Geometrie und dem Wärmedurchgang gesteuert werden. Durch Vulkanisationsverzögerer kann auch das Anvulkanisieren der Mischung während der Verarbeitung vermieden werden. Durch die Verwendung von Vulkanisationsbeschleunigern und -verzögerern kann gleichzeitig der Vernetzungsgrad erhöht und die Länge der Schwefelbrücken zwischen den Makromolekü-

len bei der Schwefelvernetzung vergrößert werden [46]. Durch lange Schwefelbrücken werden eine erhöhte Bruchdehnung, bessere dynamischen Eigenschaften und ein erhöhter Widerstand gegen Weiterreißen erreicht.

Eine der wichtigsten Gruppen der nichtvernetzenden Zusatzstoffe bilden die Füllstoffe. Durch Füllstoffe können sowohl die Verarbeitungseigenschaften als auch die mechanischen Eigenschaften des Vulkanisats maßgeblich mitbestimmt werden. Füllstoffe können, entweder aufgrund ihres Erscheinungsbildes in Ruße und helle Füllstoffe wie z.B. Kieselsäure, Silikate und Kreide, oder auch aufgrund ihrer Funktion in der Elastomer-Matrix in aktive und passive Füllstoffe eingeteilt werden. Passive Füllstoffe dienen als Streckmittel, während aktive Füllstoffe in der Regel die Verarbeitungseigenschaften der Rohmischung verbessern und eine Verstärkung des Vulkanisats bewirken.

Die Verstärkungswirkung der Füllstoffe zeigt sich in einer Zunahme von Steifigkeit und Härte, des Spannungswertes und des Weiterreißwiderstandes sowie des Widerstandes gegen Abrieb [46]. Aktive Füllstoffe bestimmen ferner das dynamische Verhalten der Vulkanisate maßgeblich [29, 34, 65, 74, 75] und beeinflussen in hohem Maße die Rissinitiierung [32]. Die Hauptgruppe der aktiven Füllstoffe bilden z.Zt. die so genannten Furnace- oder Ofenruße.



Diese Ruße können nach ihrem Stickstoffadsorptionsvolumen, welches ein Maß für die Oberflächenaktivität darstellt [56, 71, 82] und der DBP-Absorption, die die Struktur der Ruße wiedergibt, gemäß ASTM-D 1765-99 [2] klassifiziert werden. Die Oberflächenaktivität der Ruße nimmt dabei mit der Größe der spezifischen Oberfläche ab [83]. In Bild 3.4 ist eine, aus [55] entnommene, Transmissions-Elektronenmikroskopie-Aufnahme (TEM) eines aus stabilen Primärteilchen bestehenden Rußaggregats wiedergegeben. Die in Bild 3.4 dargestellte verzweigte, dreidimensionale Struktur wurde durch digitale Bildverarbeitung hervorgehoben [55]. Die Rußaggregate bilden im Vulkanisat größere Agglomerate, die nach der allgemeinen Vorstellung

**Bild 3.4:** TEM-Aufnahme eines Rußaggregats (N234) aus [55] (Verzweigungen hervorgehoben)

durch Van-der-Waals-Kräfte zusammengehalten werden und miteinander eine Netzwerkstruktur, das sog. Füllstoffnetzwerk bilden [30, 34].

Die zweite wichtige Gruppe der aktiven Füllstoffe bilden die Kieselsäure-Füllstoffe. Die Charakterisierung dieser Füllstoffe kann ebenfalls über den Teilchendurchmesser und die aktive Oberfläche erfolgen. Die Durchmesser der Primärteilchen von Kieselsäurefüllstoffen liegen im Bereich von 15-20  $\mu\text{m}$ . Die Primärteilchen bilden die, als die im eigentlichen Sinne kleinsten Einheiten des Füllstoffs aufzufassenden Sekundärteilchen die untereinander eine sehr große

Bindungsenergie besitzen [34, 46]. Die Sekundärteilchen bilden, analog zum Ruß, kettenförmige und verzweigte Agglomerate. Im Gegensatz zum Ruß besitzen Kieselsäure-Füllstoffe eine starke Polarität der Oberfläche [30, 46], die nach FREUND und NIEDERMEIER [30] für eine funktional unterschiedliche Verstärkungswirkung von Vulkanisaten durch Kieselsäuren gegenüber der Verstärkung durch Ruße verantwortlich ist. Während der Verstärkungseffekt durch Kieselsäure nach Auffassung von FREUND und NIEDERMEIER vor allem durch die Füllstoffinteraktion erfolgt, wird die Verstärkung durch Ruß vor allem mit Polymer-Füllstoff-Interaktionen begründet.

Neben den Füllstoffen hat die Gruppe der Weichmacher und Verarbeitungshilfsmittel den größten Einfluss auf die Verarbeitungseigenschaften der Mischung und die Eigenschaften des Vulkanisats [46, 85]. Die Gruppe der Weichmacher lässt sich in drei Hauptgruppen einteilen: Die Gruppe der Mineralölweichmacher, die Gruppe der Naturstoffe wie Harze, Wachse, Fakte und die Gruppe der synthetischen Weichmacher wie Polyester oder Chlorkohlenwasserstoffe. Die wichtigsten Gründe für den Einsatz von Weichmachern und Verarbeitungshilfen sind die Verbesserung der Verarbeitungseigenschaften, die Verringerung des Energiebedarfs in der Verarbeitung der Mischung und die Senkung der Materialkosten. Weitere wichtige Gründe sind aber auch die Beeinflussung der physikalischen Eigenschaften des Vulkanisats, vor allem hinsichtlich des Eigenschaftsbildes des Vulkanisats unter niedrigen Temperaturen, und die Verbesserung des Aussehens und des Griffes [46, 64, 79, 85]. Das Aufnahmevermögen von Weichmachern durch die Mischung kann durch die Füllstoffmenge erhöht werden.

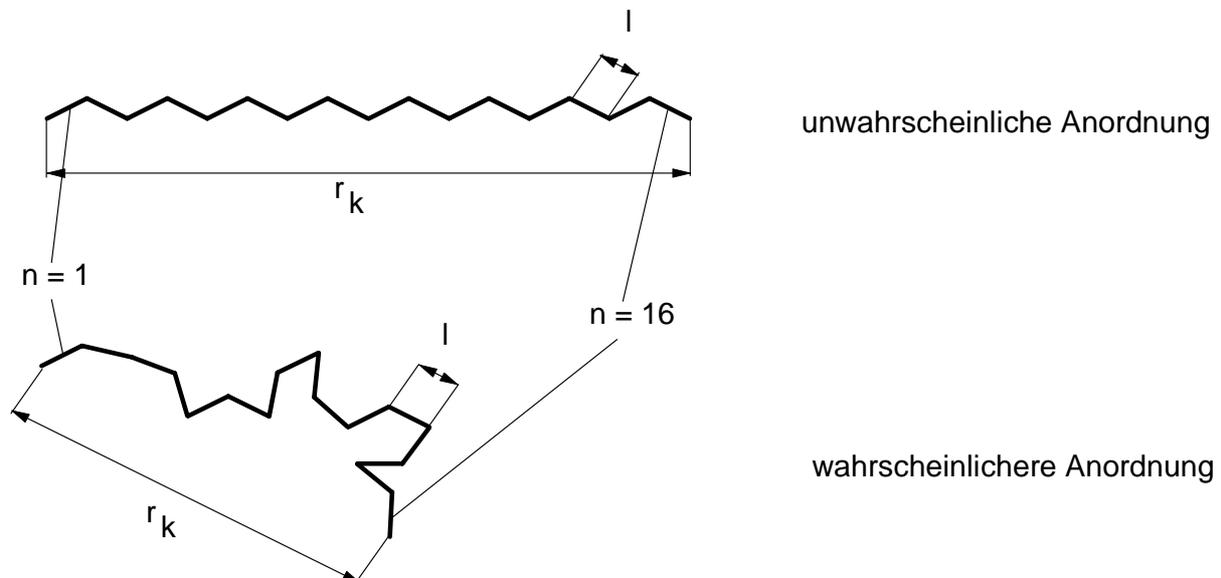
Unter Alterung wird eine Eigenschaftsveränderung von Werkstoffen verstanden, die im Verlauf längerer Zeiträume eintreten und zur teilweisen oder völligen Zerstörung führen. Diese Eigenschaftsveränderungen können bei Elastomeren durch Oxidationsprozesse, Hitze, Ermüdung durch dynamische Belastung und Rissbildung infolge von Ozon-Einwirkung hervorgerufen werden. Alterungsschutzmittel verzögern diese Alterungsprozesse, jedoch müssen sie auf die jeweils zu erzielende Schutzwirkung abgestimmt werden. Je nach Schutzwirkung unterscheidet man zwischen Antioxidantien, Antiozonatien und speziellen Schutzmitteln, z.B. gegen Ermüdung, Lichteinwirkung oder Hydrolyse. Die Wirkung der Alterungsschutzmittel besteht in erster Linie darin, dass sie aus der Elastomer-Matrix heraus an die Oberfläche des Elastomer-Bauteils wandern (Migration) und einen Schutzfilm bilden, der z.B. gegen Oxidation und Ozoneinwirkung, aber auch gegen Ermüdung schützt. Die Wirkung und Schutzdauer ist vom Kautschuktyp und vom chemischen Aufbau der Alterungsschutzmittel abhängig.

Die Haftfähigkeit von Elastomeren am Zugträger - sowohl an Textilien als auch an den verzinkten Stahlseilen - spielt für Fördergurtmischungen eine besondere Rolle. Die Haftwirkung wird durch die Spezifizierung spezieller Haftmischungen, deren Haftsystm auf der Grundlage der Zusatzstoffe Resorcin (R), Formaldehyd (F) sowie Kieselsäure (K) beruht [46, 88]. RFK-Haftsystme dieser Spezifikation sind in der Lage eine Haftung aller Kautschuktypen zu allen Arten von Textilien, z.B. Polyamid und Polyester und metallischen Zugträgern, insbesondere aber mit verzinkten Stahlseilen, herzustellen, wobei die Haftung durch die Gegenwart von Blei begünstigt wird [88]. Als Vulkanisationsbeschleuniger für Haftmischungen werden Sulfenamid-Beschleuniger eingesetzt, mit deren Hilfe die Vernetzungsreaktion im Kautschuk synchron

zum Aufbau der Haftung abläuft. Die Optimierung der Gummi-Metallhaftung zu verzinkten Stahlseilen hat dazu geführt, dass im Regelfall die Haftzone Gummi-Metall eine bessere statische und dynamische Festigkeit aufweist, als das angebundene Elastomer [88].

### 3.3 Entropieelastizität des idealen Gummis

Um das grundlegende mechanische Verhalten eines Elastomers zu beschreiben, ist das von TRELOAR [90] vorgestellte Modell zur Beschreibung der Entropieelastizität eines idealen molekularen Netzwerkes durch einen statistischen Ansatz gut geeignet. In dieser Betrachtung werden alle Nebeneffekte auf die Verformung des realen Polymernetzwerkes wie innere Reibung, Verschlingungen von Polymerketten und der Einfluss von Zusatzstoffen usw. nicht berücksichtigt. Im idealen Netzwerk unterliegen der Aufbau und die Länge der kettenförmigen Makromoleküle sowie die Winkellage der Einzelmoleküle zueinander zufälligen Gesetzmäßigkeiten.



**Bild 3.5:** Mögliche Anordnungen eines Makromoleküls

In **Bild 3.5** ergibt sich die wahrscheinlichere Anordnung der Moleküle der Länge  $l$  im Makromolekül aus der ungerichteten thermischen Bewegung der Einzelmoleküle, in deren Folge die Molekülkette den Zustand größtmöglicher Entropie [43, 44, 79, 90] annimmt. Dieser Zustand ist dadurch gekennzeichnet, dass sich das Makromolekül mit der Gesamtheit der Einzelbewegungen der Moleküle in einem von der Temperatur abhängigen Gleichgewichtszustand befindet, wodurch die Kettenlänge im Raum den Wert  $r_k$ , als den im statistischen Sinne wahrscheinlichsten Zustand, annimmt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Makromolekül so angeordnet ist, dass sich die Kettenlänge im Raum zu  $r_k = n l$  ergibt, ist dabei sehr gering gegenüber den unendlich vielen Möglichkeiten, für die  $r_k < n l$  gilt. TRELOAR [90] setzt in einem statistischen Ansatz mit der Verteilungsfunktion  $p(x)dx$  der Normalverteilung nach Gauß gemäß

$$p(x) dx = \frac{b}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 x^2} dx \quad (3.1)$$

an, worin  $b$  als die Konstante der Verteilungsfunktion von der Anzahl der Moleküle  $n$  und der Länge  $l$  der zum Makromolekül verketteten Moleküle abhängt. Damit korreliert die wahrscheinlichste Länge  $r_k$  des zufällig angeordneten Makromoleküls mit der Anzahl  $n$  der zum Makromolekül verketteten Moleküle [90]. Aus diesem statistischen Ansatz ergibt sich nach TRELOAR die Entropie eines Makromoleküls in einem idealen Netzwerk im statistischen Ansatz zu

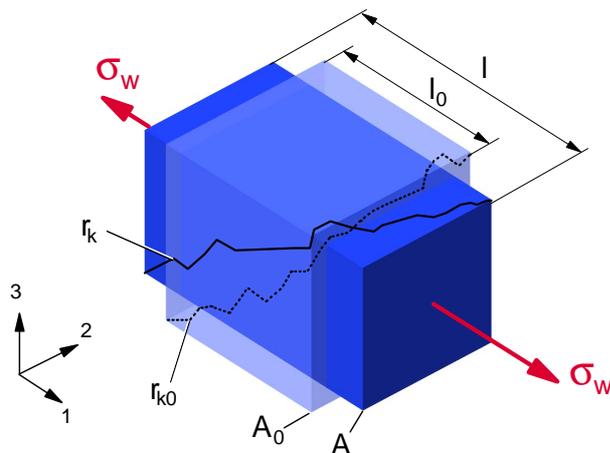
$$S = c - k b^2 r_k^2 \quad (3.2)$$

Die Änderung der inneren Energie  $dU$  des idealen Netzwerkes ist von der Deformation unabhängig. Der erste und der zweite Hauptsatz (HS) der Thermodynamik

$$1. HS: dU = dQ + dW \quad \wedge \quad 2. HS: T \cdot dS = dQ, \quad (3.3)$$

reduzieren sich mit  $dU = 0$  zu

$$W = -T \cdot \Delta S, \quad T = const. \quad (3.4)$$



Hierin ist  $W$  die auf das verformte Volumen bezogene Formänderungsenergiedichte. Nach Umformung der Gleichungen 3.2 und 3.4 erhält TRELOAR [90] für die Entropieänderung eines Volumenelements

$$\Delta S = -\frac{1}{2} N k_B (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (3.5)$$

in Abhängigkeit von den Dehnungsverhältnissen in den Hauptrichtungen  $\lambda_i = l_i / l_{i0}$  des Volumenelements nach Bild 3.6, der Netzstellendichte  $N$  und  $k_B$  als Boltzmannkonstante. Gleichung 3.4 ergibt sich folglich zu

**Bild 3.6:** Verformung eines Volumenelements eines Elastomers im einachsigen Spannungszustand

$$W = -T \Delta S = -\frac{1}{2} N \cdot k_B \cdot T (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3), \quad (3.6)$$

womit die Formänderungsenergiedichte des idealen Netzwerkes von der aufgeprägten Verformung, der Temperatur  $T$  und - als Materialkonstante - nur von der Netzstellendichte  $N$  abhängig ist. TRELOAR führt daher den Schubmodul mit

$$G = N \cdot k_B \cdot T \quad (3.7)$$

ein. Die Gleichung 3.6 ergibt sich damit zur allgemeinen Formulierung des so genannten Neo-Hooke-Materialmodells mit

$$W = \frac{1}{2} G \cdot (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3). \quad (3.8)$$

Die Summe der Dehnungsverhältnisse  $\sum \lambda_i^2$  entspricht hierbei der ersten Invarianten  $I_1$  des rechten Cauchy-Green-Tensors. Die tensoriellen Zusammenhänge werden im Anhang näher erläutert.

Für das isotrope Verformungsverhalten ideal-inkompressibler Elastomere gilt die Volumenkonstanz [90], die durch die Nebenbedingung für inkompressible Verformung mit

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1 \quad (3.9)$$

ausgedrückt wird. Für den in Bild 3.6 dargestellten einachsigen Spannungszustand ergibt sich damit aus der Inkompressibilität als notwendige Nebenbedingung

$$\lambda_1 = \lambda \quad \wedge \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}. \quad (3.10)$$

Für diesen Spezialfall lassen sich die Dehnungsverhältnisse  $\lambda_i$  entlang der Hauptachsen aus den Dehnungen  $\varepsilon_i$  in Richtung der Hauptachsen gemäß  $\lambda_i = 1 + \varepsilon_i = l/l_0$  gewinnen. Die allgemeine Formulierung der Verformungsarbeit aus Gleichung 3.8 reduziert sich damit zu

$$W = \frac{1}{2} G \cdot \left( \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right). \quad (3.11)$$

Aus

$$\sigma = \frac{dW}{d\varepsilon} = \frac{dW}{d\lambda} \quad (3.12)$$

ergibt sich für die auf den Ausgangsquerschnitt bezogene Spannung

$$\sigma = G \cdot \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right). \quad (3.13)$$

Für die im tatsächlichen belasteten Querschnitt herrschende wahre Spannung ergibt sich die NEO-HOOKE'SCHE Spannungs-Dehnungsbeziehung für inkompressible Materialien [90] mit

$$\sigma_w = \sigma \cdot \frac{A_0}{A} = \sigma \cdot \lambda = G \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right). \quad (3.14)$$

In der Betrachtung der Verformung eines Volumenelements unter Schubbelastung ergibt sich

aus der Volumenkonstanz die Nebenbedingung [90]

$$\lambda_1 = \lambda \quad \wedge \quad \lambda_2 = \frac{1}{\lambda} \quad \wedge \quad \lambda_3 = 1 \quad , \quad (3.15)$$

wobei die Hauptdehnungsachsen nicht auf die Gleitrichtung bezogen werden können, da die Lage der Hauptachsen von der Scherung abhängen [6]. Die Energiegleichung 3.8 nimmt damit die Form

$$W = \frac{1}{2} G \cdot \left( \lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2 \right) = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \gamma^2 \quad (3.16)$$

mit  $\gamma$  als Scherung an. Für die Schubspannung  $\tau$  gilt analog zu Gleichung 3.12:

$$\tau = \frac{dW}{d\gamma} = G \cdot \gamma. \quad (3.17)$$

Diese Beziehung gilt nach TRELOAR für das ideale Netzwerk bis zu einem Schubwinkel von  $\gamma_w = 45^\circ$ . Dieser Winkel entspricht einer Scherung von  $\gamma = 1$ .

### 3.4 Beschreibung der reversiblen Elastizität durch empirische Ansätze

Die Änderung des Schubmoduls eines Elastomers kann nach der statistischen Theorie durch zwei Parameter erfolgen: Zum einen durch die Änderung der Netzstellendichte, zum anderen durch die Änderung der Temperatur. Die Erhöhung der Temperatur bewirkt eine Steifigkeitszunahme, die durch TRELOAR für ungefüllte Elastomere mit Messergebnissen belegt wurde [90]. Für gefüllte Elastomere wird jedoch in der Regel eine Abnahme des Schubmoduls mit der Erhöhung der Temperatur beobachtet [71, 74, 94]. Ferner ist der Schubmodul in der Formulierung nach TRELOAR in allen Stadien der Verformung konstant, mit der Folge, dass nichtlineare Nebeneffekte auf das Verformungsverhalten, wie sie durch Zusatzstoffe im realen Netzwerk bewirkt werden können, nicht beschrieben werden. Dies gilt im Besonderen für irreversible Vorgänge durch Schädigungen und Umstrukturierungen des Netzwerkes infolge der Verformung.

Durch die empirisch motivierten Ansätze nach MOONEY-RIVLIN und OGDEN [10, 90] kann das nichtlineare reversible Spannungs-Dehnungs-Verhalten von realen Netzwerken beschrieben werden. Die Ansätze bauen auf der idealen Netzwerktheorie nach TRELOAR auf, oder lassen sich darauf zurückführen, und beruhen auf der Einführung von empirisch gewonnenen Materialparametern. Auf der Grundlage dieser Parametrierung kann die dehnungsabhängige reversible Änderung der Steifigkeit realer Elastomere unter größeren Verformungen als Materialgesetz besonders für die numerische Bauteilberechnung zugänglich gemacht werden.

Der auf den ersten beiden Dehnungsinvarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors basierende, empirische Ansatz nach MOONEY-RIVLIN [90] lautet:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) . \quad (3.18)$$

Hierin sind  $I_1$  und  $I_2$  die Dehnungsinvarianten in der Form

$$I_1 = (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) \quad \wedge \quad I_2 = (\lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2}) \quad (3.19)$$

und  $C_{ij}$  als Moduln die so genannten Mooney-Rivlin-Koeffizienten, die als Materialparameter aus Versuchen gewonnen werden. Die Herleitung der Dehnungsinvarianten ist im Anhang beschrieben. Die Darstellung des idealen Netzwerkes nach TRELOAR gelingt im Ansatz nach MOONEY-RIVLIN mit den Koeffizienten

$$2C_{10} = G = Nk_B T \quad \wedge \quad C_{01} = 0 . \quad (3.20)$$

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den einachsigen Spannungszustand lautet demnach:

$$\sigma = 2 \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \left( C_{10} + \frac{C_{01}}{\lambda} \right) = G \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (3.21)$$

Im Vergleich hierzu lautet der Ansatz nach OGDEN [90]:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left( \lambda_1^{-\alpha_i} + \lambda_2^{-\alpha_i} + \lambda_3^{-\alpha_i} - 3 \right) \quad (3.22)$$

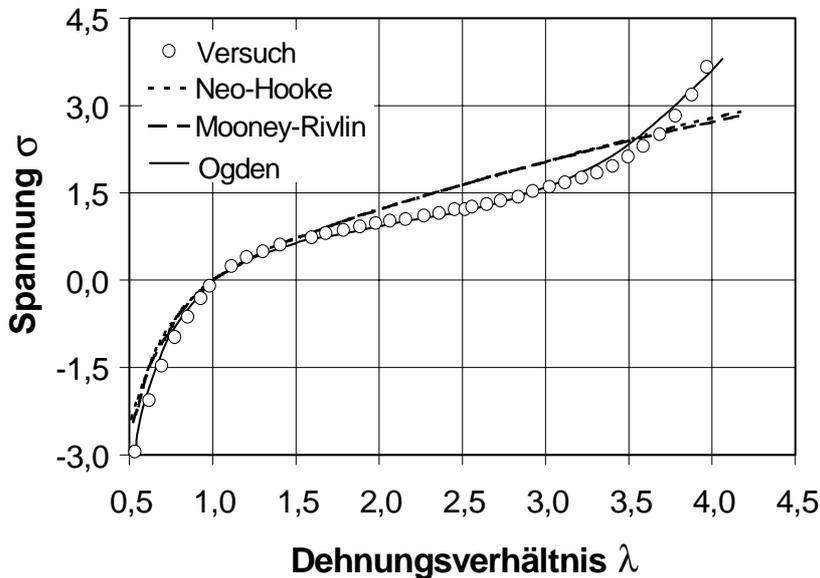
mit  $\mu_i$  als Moduln und  $\alpha_i$  als Dehnungsexponenten. Der Ansatz nach OGDEN erlaubt es, die Anzahl der Parametersätze  $\mu_i$  und  $\alpha_i$  so zu wählen, dass eine bessere Übereinstimmung mit Messergebnissen erzielt werden kann, als dies mit zwei Mooney-Rivlin-Koeffizienten möglich ist. Diese Ansatz ist daher für die Darstellung größerer Dehnungen besser geeignet [76]. Über den Sonderfall  $N = 1$  mit  $\mu_1 = G$  und  $\alpha_1 = 2$  lässt sich auch die Beziehung nach OGDEN auf die Formulierung für das ideale Netzwerk zurückführen [90]. Für den einachsigen Spannungszustand ergibt sich demnach

$$\sigma = \sum_{i=1}^N \mu_i \left( \lambda_1^{\alpha_i-1} - \lambda_1^{-\alpha_i/2-1} \right) = G \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) . \quad (3.23)$$

Die genannten Erweiterungen des Ansatzes nach TRELOAR werden von verschiedenen Autoren abgewandelt, um bessere Übereinstimmung von Berechnungen mit den jeweiligen Ergebnissen eigener Messungen zu erreichen [10].

In [Bild 3.7](#) sind Modellapproximationen für einen uniaxialen, quasistatischen Zugversuch unter Verwendung der Ansätze nach TRELOAR (NEO-HOOKE), MOONEY-RIVLIN und OGDEN aus [76] dargestellt. Es zeigt sich, dass der Ogden-Ansatz besonders für hohe Dehnungen im uniaxialen Zugversuch eine gute Übereinstimmung über den gesamten Verformungsbereich mit dem

Versuch ergibt, während die Ansätze nach MOONEY-RIVLIN und TRELOAR (NEO-HOOKE) nur für kleine Dehnungsverhältnisse zwischen  $\lambda = 0,5$  und  $1,5$  eine hinlängliche Beschreibungsgenauigkeit des nichtlinearen Materialverhaltens zeigen [76].



**Bild 3.7:** Modell-Approximationen für einen uniaxialen Zugversuch unter Verwendung der Ansätze nach TRELOAR (Neo-Hooke), MOONEY-RIVLIN und OGDEN [76]

In der Bewertung der Modelle ist zu berücksichtigen, dass die Aussagefähigkeit der Berechnungsergebnisse für reale Bauteile, neben dem Dehnungsbereich, für den die Ansätze brauchbare Ergebnisse liefern, von der Spannungsverteilung im Bauteil, der Art der auftretenden Verformung, und der Belastungsgeschichte, die das Elastomer erfährt, abhängt [58]. Ein generelles Problem der empirischen Modelle ist, dass sie mitunter unrealistische oder instabile Ergebnisse liefern, und da-

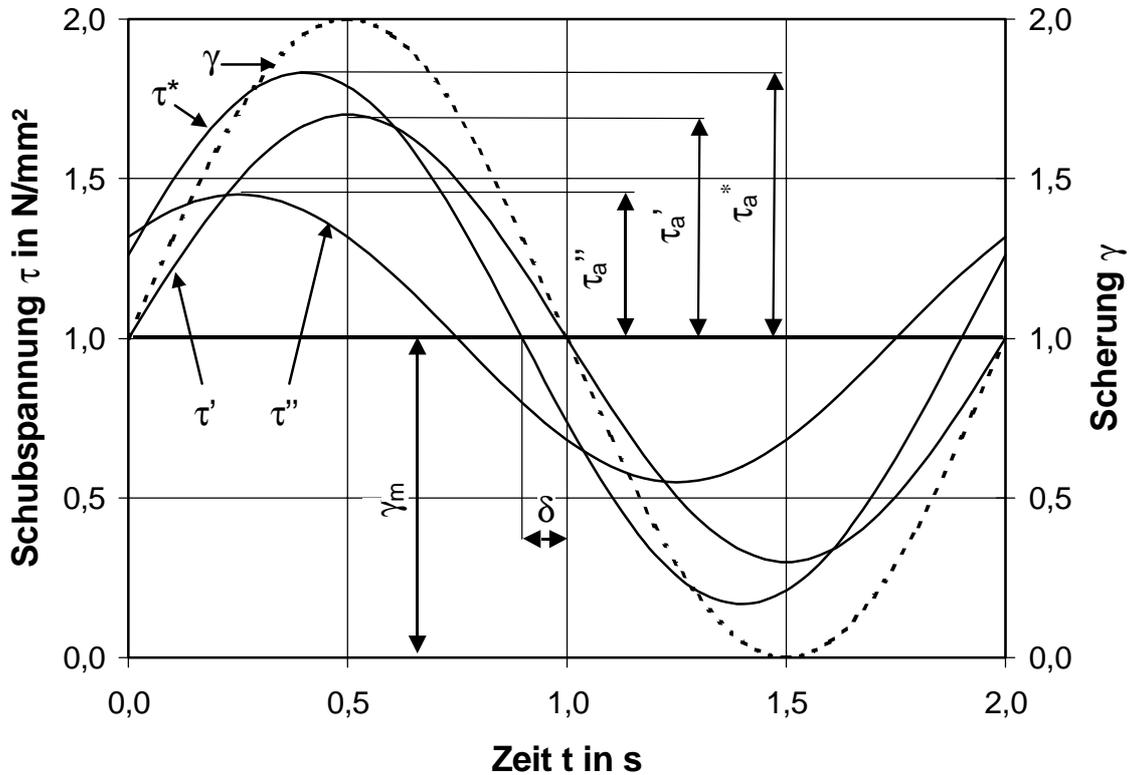
durch der Aufwand für die Bestimmung und Verifizierung der Materialparameter besonders für mehrachsige Beanspruchungen groß sein kann [6]. Ein wichtiges Kriterium für die Brauchbarkeit im praktischen Einsatz ist aber nicht zuletzt die Anzahl der Parameter und der messtechnische Aufwand, der für die Parametrierung eines Material-Modells benötigt wird.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Materialmodelle sind nur in der Lage, reversibles Materialverhalten abzubilden. Vor allem im Hinblick auf dynamische Beanspruchungen ist es daher nur möglich, eine Momentaufnahme des Verhaltens eines Elastomers in einem bestimmten Konditionierungszustand abzubilden. Vor diesem Hintergrund ist eine sorgfältige, an der realen Belastungssituation orientierte Konditionierung der Proben für die Ermittlung der Materialparameter im Versuch und damit eine sorgfältige Planung der Versuchsparameter unerlässlich.

### 3.5 Lineare Visko-Elastizität unter harmonischer dynamischer Belastung

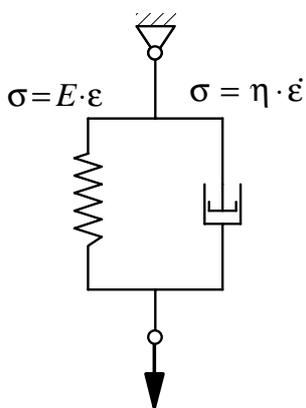
Wird ein Elastomer einer zyklischen dynamischen Beanspruchung ausgesetzt, tritt die der aufgeprägten Beanspruchung zugeordnete Antwort des Werkstoffs durch Spannung oder Verformung verzögert ein.

In Bild 3.8 ist der exemplarische Verlauf der aus der aufgeprägten harmonischen Verformung  $\gamma_0$  resultierende Schubspannungsverlauf  $\tau^*$  dargestellt: Infolge der aufgeprägten zeitlichen Verformung ist der resultierende zeitliche Schubspannungsverlauf um den Winkel  $\delta$  phasenverschoben.



**Bild 3.8:** Zeitlicher Verlauf der komplexen Schubspannung  $\tau^*$  und ihrer Komponenten infolge einer aufgeprägten Scherung  $\gamma$

Ein einfaches mechanisches Modell, mit dessen Hilfe das Verhalten von Elastomeren unter harmonischer dynamischer Belastung beschrieben werden kann, ist das in **Bild 3.9** dargestellte Voigt-Kelvin-Modell [46, 51]. Nach DIN 53 535 [25] kann die in Bild 3.9 dargestellte Differentialgleichung



$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \eta \cdot \dot{\varepsilon}$$

**Bild 3.9:** Voigt-Kelvin-Ersatzmodell

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \eta \cdot \dot{\varepsilon} \quad (3.24)$$

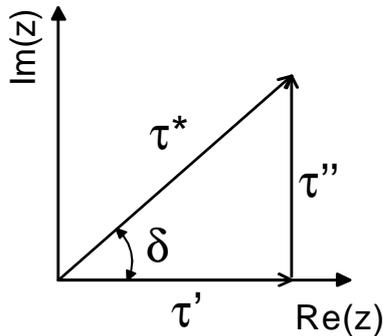
für Schubverformung umgeschrieben werden zu

$$\tau = G \cdot \gamma + \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (3.25)$$

und besitzt die komplexe Lösung

$$\tau^* = G \cdot \gamma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (3.26)$$

Entsprechend Bild 3.8 kann die resultierende Schubspannung  $\tau^*$  in einen Anteil  $\tau'$ , der sich in Phase mit der Verformung befindet, und einen Anteil  $\tau''$ , der sich mit einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$  nicht in Phase befindet, aufgeteilt und entsprechend **Bild 3.10** in der komplexen Zahlenebene dargestellt werden [7, 25]:



$$\tau_a^* = \gamma_a \cdot (G + i\omega\eta) = \tau_a' + i \tau_a'' \quad (3.27)$$

Analog zu Gleichung 3.27 gilt damit für die dynamische Steifigkeit  $G^*$  eines Elastomers

$$G^* = \frac{\tau_a^*}{\gamma_a} \wedge G' = \frac{\tau_a'}{\gamma_a} \wedge G'' = \frac{\tau_a''}{\gamma_a} \quad (3.28)$$

**Bild 3.10:** Verlustwinkel  $\delta$  in der komplexen Zahlenebene

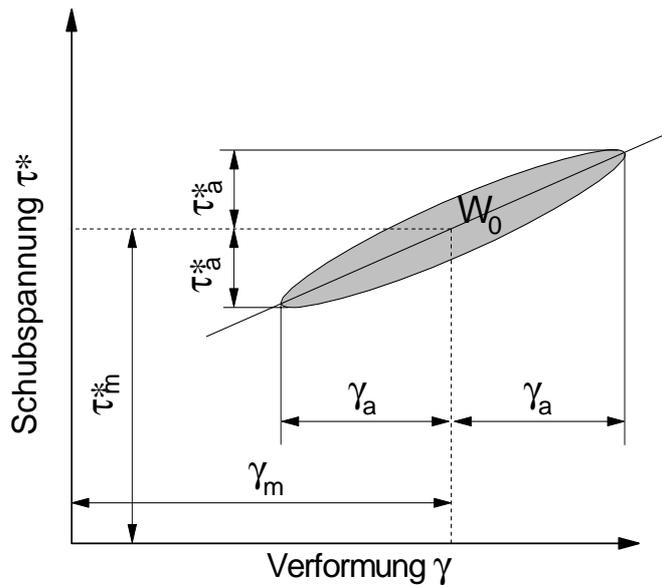
Der Betrag des dynamischen Moduls  $|G^*|$  ergibt sich damit zu

$$|G^*| = \sqrt{G'^2 + G''^2} \quad (3.29)$$

Analog zu Bild 3.10 ergibt sich der mechanische Verlustfaktor als Tangens des Phasen- oder auch Verlustwinkels  $\delta$  zu

$$\tan \delta = \frac{G''}{G'} = \frac{\tau_a''}{\tau_a'} \quad (3.30)$$

Infolge der Dämpfungseigenschaften des Elastomers wird ein Teil der für die Verformung benötigten Formänderungsenergie dissipiert und tritt als Erwärmung des Elastomers in Erscheinung. Die Spannungs-Verformungs-Kurve des Elastomers unter dynamischer Belastung zeigt entsprechend Bild 3.11 eine Hystereseschleife in der idealisierten Gestalt einer gedrehten Ellipse. Die von der Hystereseschleife umschlossene Fläche



**Bild 3.11:** Kraft-Verformungs-Diagramm nach DIN 53 513 [23]

$$W_0 = \pi \tau_a^* \gamma_a \sin \delta, \quad (3.31)$$

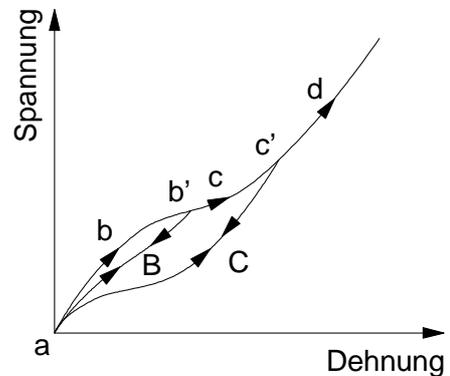
ist damit diejenige Energie, die in der linear-viskoelastischen Betrachtung je Volumeneinheit unter harmonischer dynamischer Belastung dissipiert wird [23, 25]. Mit zunehmender Belastungsamplitude  $\gamma_a$  bleibt die Form der Hystereseschleife erhalten, sie wird jedoch in ihrer Geometrie vergrößert.

Als Hauptursache für die Bildung der Hystereseschleife werden nach [6, 65] Gleitbewegungen der Polymerketten entlang der Füllstoffoberflächen angesehen. Diese "innere" Reibung bewirkt ein nichtlineares visko-elastisches Verhalten. Hinzu kommt, dass die Spannungs-Dehnungs-kurve von Elastomeren nichtlinear ist, und allein dadurch schon von der Idealform der Ellipse

abweichen kann. Damit wird das nichtlineare, visko-elastische Verhalten von realen Elastomeren nicht korrekt wiedergegeben [53]. Trotz dieser Einschränkungen lässt sich das dynamische Verhalten von Elastomeren durch den linearen visko-elastischen Ansatz hinreichend genau charakterisieren [94].

### 3.6 Füllstoffabhängiges Materialverhalten

Die mechanischen Eigenschaften eines Elastomers werden zu einem wesentlichen Teil durch die Art und die Menge der Zusatzstoffe beeinflusst. Einen großen Einfluss haben hier die Füllstoffe, die auf der einen Seite im Wesentlichen für die Hysteresebildung verantwortlich sind und zum anderen eine von der Belastungsgeschichte und der Art und Größe der Belastung abhängige Steifigkeit bewirken [58, 74]. Der Begriff "füllstoffabhängiges Materialverhalten" soll daher als Sammelbegriff für Begriffe wie den "Mullins-Effekt" oder "Stress-Softening" [58] und den Begriff des "Payne-Effekts" [74] oder des "Dynamic Stress-Softening" [93] dienen. Der Begriff "Mullins-Effekt" bezeichnet den Füllstoffeinfluss auf den praktisch irreversiblen Steifigkeitsverlust eines gefüllten Elastomers unter wiederholter Belastung. Im Gegensatz hierzu bezeichnet der "Payne-Effekt" den Einfluss des Füllstoffs auf die praktisch reversible Änderung der dynamischen Steifigkeit eines Elastomers unter zyklischer Belastung, in Abhängigkeit der Belastungsamplitude. Im weiteren soll daher für den Begriff "Mullins-Effekt" der Begriff Stress-Softening und für den "Payne-Effekt" der Begriff der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit verwendet werden.



**Bild 3.12:** Idealisierte Belastungs- und Entlastungskurven einer Federkennlinie nach [70]

#### 3.6.1 Stress-Softening

Das von MULLINS [58] beschriebene Phänomen des Stress-Softening ist in Bild 3.12 für einen Zugversuch mit aufgeprägter Dehnung exemplarisch dargestellt: In Bild 3.12 wird die quasistatische Federkennlinie einer zuvor unbelasteten Probe durch den Kurvenverlauf abcd wiedergegeben. Die Teilkurve abb' ist unter erstmaliger Belastung einer gleichartigen Probe bis zum Punkt b' identisch mit der quasistatischen Federkennlinie abcd. Bei Entlastung nimmt die Federkennlinie nicht den genau entgegengesetzten Weg zurück, sondern folgt mit b'Ba einem flacheren Verlauf. Mit diesem Verhalten zeigt das Material eine Erweichung. Wird die gleiche Probe erneut belastet und die Belastung über den Punkt b' hinaus erhöht, nimmt die Federkennlinie zunächst den Verlauf aBb', um dann bei Belastung über den Punkt b' hinaus nach c', mit dem Verlauf b'cc', in die quasistatische Federkennlinie überzugehen. Im Zuge der anschließenden Entlastung nimmt die Federkennlinie die flachere Gestalt c'Ca an, um nach erneuter Belastung über den Punkt c' hinaus wiederum in die quasistatische Federkennlinie c'd der zuvor unbelasteten Probe einzuschwenken: Der Erweichungseffekt zeigt sich also unter Entlastung an jedem Punkt der Federkennlinie der Erstbelastung.

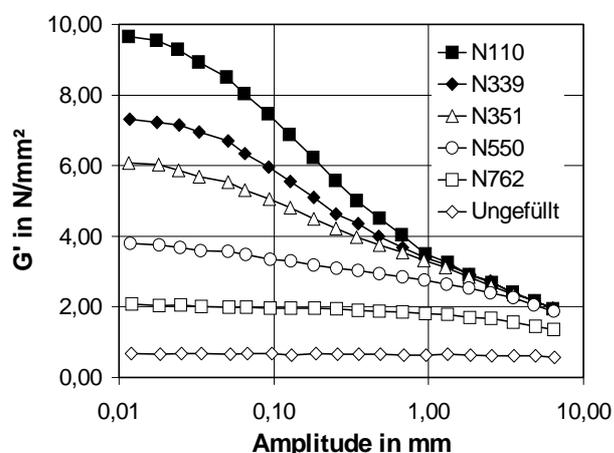
Bei zyklischer Belastung unter einer definierten Amplitude nehmen der Erweichungseffekt und die Größe der Hystereseschleife in den ersten fünf bis zehn Belastungszyklen zu [93]. Die Erweichungszunahme ist nach fünf bis zehn Belastungszyklen praktisch nicht mehr nachweisbar, sodass die Federkennlinie von da an für wiederholte Belastungen gleicher Amplitude einen annähernd identischen Verlauf nimmt.

Für ungefüllte Vulkanisate wird Stress-Softening nicht beobachtet. Aus diesem Grund wird als Ursache für Stress-Softening ein aus der Verformung des Gummis resultierender Abbau von Verbindungen zwischen einzelnen Füllstoffpartikeln und zwischen Füllstoffpartikeln und den umgebenden Makromolekülketten angenommen [58, 70]. Der Effekt des Stress-Softening ist von der Qualität der eingesetzten Füllstoffe abhängig und gleichermaßen für Ruße wie für Kieselsäure-Füllstoffe zu beobachten [8]. Die Materialerweichung wird allgemein als irreversibel beobachtet, kann jedoch nach Lagerung, insbesondere unter höherer Temperatur, wieder abgebaut werden [8, 58]. In der Praxis führt das Stress-Softening zu der Konsequenz, dass für die Ermittlung von Federkennlinien an Gummiprobe zuvor eine hinreichende mechanische Konditionierung der Proben durch zyklische Vorbelastung mit fünf bis zehn Zyklen erfolgen muss. Diese mechanische Konditionierung muss für maximale Belastungsamplitude erfolgen, für die der Versuch eine Referenz des mechanischen Werkstoffverhaltens darstellen soll.

### 3.6.2 Füllstoffeinfluss auf die nichtlineare dynamische Steifigkeit

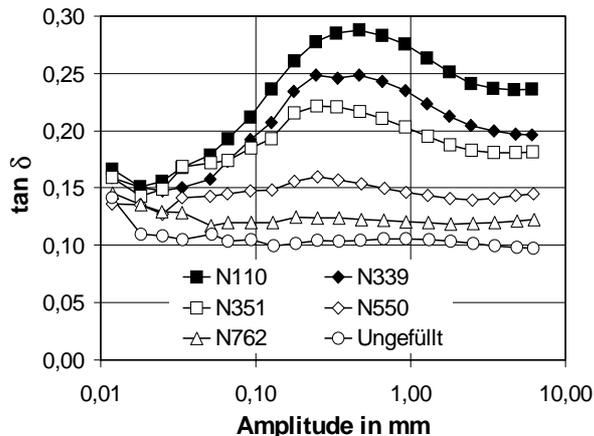
Der Füllstoff hat einen großen Einfluss auf das dynamische Steifigkeitsverhaltens von Elastomeren. Dieses Verhalten wurde von PAYNE [29, 74, 75] beschrieben und gerade in jüngerer Zeit von mehreren Autoren durch eigene Untersuchungen belegt [11, 30, 33, 34, 44, 56, 57, 65, 71 - 75, 86, 93]. Da sich die Ergebnisse von PAYNE auf Untersuchungen unter Verwendung von mittlerweile ungebräuchlichen HAF-Rußen (High Abrasion Furnace) beziehen, sollen hier exemplarisch einige Ergebnisse von PATEL und JACKSON [71] dargestellt werden, um den von PAYNE beschriebenen Füllstoffeinfluss auf die dynamische Steifigkeit von Elastomeren zu verdeutlichen.

In Bild 3.13 sind die von PATEL und JACKSON ermittelten Speichermodulverläufe  $G'$  in Abhängigkeit von der Belastungsamplitude  $u_a$  mit 0,0123 - 6,35 mm für eine mittlere Verformung von  $u_m = 0$  dargestellt. In der Messung wurden ein ungefülltes sowie mit den Rußen N110, N339, N351, N550, N762 gefüllte SBR-Vulkanisate untersucht. In der Darstellung in Bild 3.13 wird deutlich, dass der Speichermodul  $G'$  mit steigender Belastungsamplitude abnimmt und für Vulkanisate mit



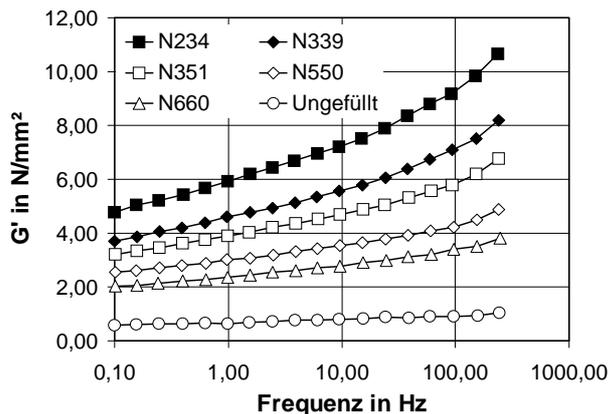
**Bild 3.13:** Speichermodul  $G'$  in Abhängigkeit von der Verformungsamplitude und des verwendeten Füllstoffs aus [71]

einer weniger aktiven bzw. kleineren spezifischen Füllstoffoberfläche, wie z.B. N550, einen, in Abhängigkeit der Belastungsamplitude, deutlich flacheren Verlauf nimmt. Der Speichermodul ist für die gefüllten Vulkanisate unter großen Amplituden geringer als unter kleinen, während ungefüllte Vulkanisate keinen Einfluss der Belastungsamplitude auf die Steifigkeit zeigen.



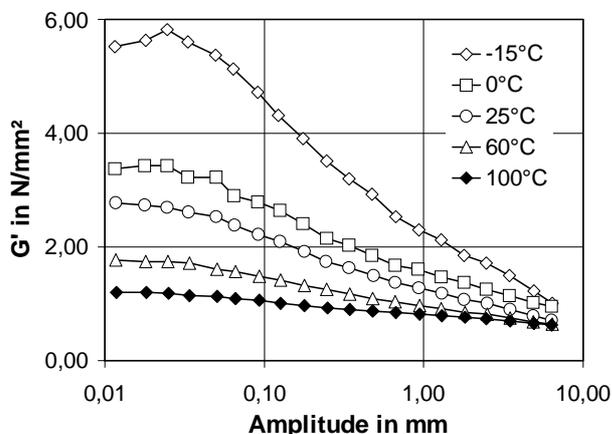
**Bild 3.14:** Mechanischer Verlustfaktor  $\tan \delta$  in Abhängigkeit von der Verformungsamplitude und des verwendeten Füllstoffs aus [71]

In Bild 3.14 sind die zu Bild 3.13 korrespondierenden amplitudenabhängigen Verläufe des mechanischen Verlustfaktors  $\tan \delta$  dargestellt. Hier zeigt sich, dass der Verlustfaktor der untersuchten Elastomere mit steigender Füllstoffoberfläche zunimmt. Die Verläufe des Verlustfaktors zeigen ein deutliches Maximum für Mischungen mit aktivem Füllstoff (N110, N339, N351), was nach [53] auf Umstrukturierungen in der Elastomer-Matrix im Amplitudenbereich des Maximums hindeutet. Das ungefüllte Vulkanisat hingegen zeigt keine Veränderung im Verlustfaktor und besitzt damit ein linear-viskoelastisches Verhalten.



**Bild 3.15:** Speichermodul  $G'$  in Abhängigkeit von der Frequenz und des verwendeten Füllstoffs aus [71]

In Bild 3.15 ist der Einfluss der Frequenz auf die Steifigkeit der von PATEL und JACKSON untersuchten Elastomere am Beispiel von Vulkanisaten dargestellt, die mit den Rußen N234, N339, N351, N550, N660 gefüllt, bzw. ungefüllt sind. Auch hier ist die Größe der aktiven Füllstoffoberfläche entscheidend, die sich dahingehend auswirkt, dass diejenigen Vulkanisate, die



**Bild 3.16:** Amplitudenabhängiger Speichermodul  $G'$  in Abhängigkeit von der Temperatur aus [71]

mit einem aktiveren Füllstoff gefüllt sind, einen deutlich mit der Frequenz steigenden Speichermodul zeigen.

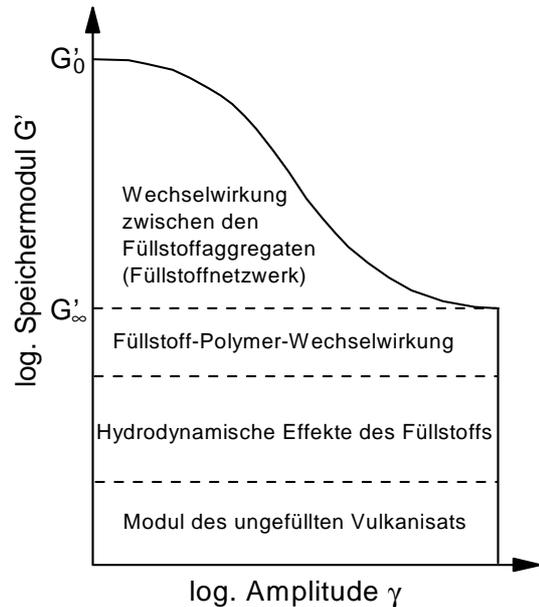
In dem in Bild 3.16 dargestellten Ergebnis der Untersuchungen des Einflusses der Temperatur auf den amplitudenabhängigen Speichermodul  $G'$  wird deutlich, dass der Speichermodul - entgegen der statistischen Theorie nach TRELOAR - für gefüllte Vulkanisate unter kleinen Amplituden mit zunehmender Temperatur abnimmt. Mit zunehmender Amplitude nimmt hingegen der Einfluss der Temperatur auf die Steifigkeit der Vulkanisate ab.

### 3.6.3 Erklärungsmodelle des Füllstoffeinflusses auf die nichtlineare dynamische Steifigkeit

Nach der allgemeinen Vorstellung beruht das nichtlineare visko-elastische Verhalten von ungefüllten Vulkanisaten unter zyklischer Beanspruchung auf der Interaktion der Polymerketten. Die verstärkende Wirkung von Füllstoffen wird auf hydrodynamische Reibeffekte zwischen den Füllstoffen und zwischen dem Füllstoff und dem Polymer zurückgeführt [30, 34]. Der Einfluss der Belastungsamplitude auf die dynamische Steifigkeit übertrifft jedoch bei weitem den Einfluss der die hydrodynamische Füllstoffreibung bestimmenden Parameter, wie Temperatur, Frequenz und der Partikelgröße des Füllstoffs [71, 74]. Daher muss die verfügbare aktive Oberfläche des Füllstoffs als der einflussreichste Parameter auf die dynamische Steifigkeit von Elastomeren angesehen werden. Um die Oberflächenaktivität von Füllstoffen zu charakterisieren, wird die fraktale Struktur der Füllstoffoberfläche als Maß für die geometrische Oberflächenrauheit angeführt [43]. In neueren Untersuchungen [81, 82] wurden jedoch für unterschiedliche Ruße annähernd gleiche Oberflächenrauheitswerte ermittelt. Hieraus folgt, dass die Verstärkungswirkung nicht von der geometrischen Oberflächenrauheit, sondern von der chemischen bzw. physikalischen Aktivität der Oberfläche des Füllstoffes abhängt. Die Oberflächenaktivität steigt mit größer werdender Füllstoffoberfläche und demzufolge steigt die verstärkende Wirkung von Rußen bei gleicher Füllstoffmasse mit kleiner werdender Partikelgröße [83].

Der Wirkungsmechanismus der Füllstoffe auf die amplitudenabhängige dynamische Steifigkeit von Elastomeren wird in der Literatur durch unterschiedliche Modelle beschrieben [5, 30, 33, 34, 56]. Nach PAYNE [29, 74, 75] und GERSPACHER [33] beruht die verstärkende Wirkung der Füllstoffe auf einem Übernetzwerk aus dreidimensional agglomerierten Rußteilchen, die bis zu einer Scherung von  $\gamma = 0,05 - 0,06$  durch van-der-Waals-Kräfte zusammengehalten werden. Das Füllstoffnetzwerk leistet bei Verformungen darüber hinaus keinen „Spannungsbeitrag“ mehr. Das Netzwerkmodell beschreibt damit die nichtlineare dynamische Steifigkeit durch den Zerfall der Füllstoffagglomerate unter Deformation in Subnetzwerke, die bei Entlastung reagglomerieren [33]. Aus dem Aufbrechen des Füllstoffnetzwerks folgt eine Energiedissipation, die sich durch die Bildung eines Maximums im Verlauf des Verlustfaktors  $\tan \delta$  (vgl. Bild 3.14) zeigt.

In Bild 3.17 ist die Zusammensetzung des Speichermoduls  $G'$  nach PAYNE [74] als Summe verschiedener Einzelmoduln dargestellt. So setzt sich der Speichermodul aus den Moduln des ungefüllten Vulkanisats, der hydrodynamischen Effekte, der Füllstoff-Polymer-Wechselwirkung und aus dem Aufbrechen des Füllstoff-Netzwerkes zusammen. In diesem Zusammenhang sind die hydrodynamischen Effekte des Füllstoffs als Einfluss der Polymer-Füllstoff-Reibung auf den Speichermodul aufzufassen [74], während die Füllstoff-Polymer-Wechselwirkung als Einfluss der stabilen Kopplung des Polymers an den Füllstoff aufgefasst wird [44].



**Bild 3.17:** Schematische Darstellung der Zusammensetzung des dynamischen Schubmoduls nach PAYNE [74]

Während der amplitudenabhängige Anteil  $G'_0 - G'_∞$  nach PAYNE allein aus dem Aufbrechen des Füllstoffnetzwerkes resultiert, bilden die restlichen Komponenten des Moduls einen von der Verformung unabhängigen Modul  $G'_∞$ . GERSPACHER [34] setzt zur phänomenologischen Beschreibung des füllstoffabhängigen Materialverhaltens die folgende Beziehung an:

$$G'(\gamma) = G'_0 + \frac{G'_∞ - G'_0}{1 + f(\gamma)^{-h}} \quad (3.32)$$

Obwohl das Modell des Füllstoffnetzwerkes anhand von Messungen an rußgefüllten Vulkanisaten entwickelt wurde, bringt eine neuere Auffassung [30] dieses Modell vor allem für kieselsäuregefüllte Vulkanisate mit unpolarem Polymer wie SBR und NR in Deckung. Einige Autoren [30, 31, 57] stellen jedoch die Reagglomeration des Füllstoffnetzwerkes grundsätzlich in Frage.

In dem Modell der variablen Netzbogendichte nach MAIER [56, 57], kann die verstärkende Wirkung von aktiven Füllstoffen durch die Verkürzung und Immobilisierung der Makromolekülketten des Polymernetzwerkes infolge von Polymeradsorptionen an der aktiven Füllstoffoberfläche erklärt werden. Hierdurch wird die Vernetzungsdichte des Polymernetzwerkes erhöht und die Steifigkeit der Elastomer-Matrix nimmt zu [43, 56, 57, 65]. Nach MAIER bleiben stabile Polymer-Füllstoffkontakte (Segmentadsorptionen) unter dynamischer Verformung erhalten, instabile, über wenige Segmentadsorptionen gebundene Polymermoleküle, gleiten hingegen energiedissipativ ab. Die Netzstellendichte kann demnach als Summe dreier, nach MAIER für ein Elastomernetzwerk typischen, Netzstellendichten mit

$$N = N_C + N_{St} + N_I \quad (3.33)$$

beschrieben werden, worin  $N_C$  die chemische Netzwerkdicke,  $N_{St}$  die Dichte des stabil mit dem Füllstoff verbundenen Netzwerkes und  $N_I$  die Dichte des Netzes ist, das instabil mit dem Füllstoff verbunden ist. Nur das instabil mit dem Füllstoff verbundene Netzwerk bewirkt die nichtlineare dynamische Steifigkeit. Entsprechend der Formulierung TRELOARS mit Gleichung 3.7 kann damit der Speichermodul in Abhängigkeit von der Scherung ausgedrückt werden:

$$G'(\gamma) = (N_C + N_{St} + N_I(\gamma)) \cdot k_B \cdot T . \quad (3.34)$$

Die modifizierte Gleichung nach TRELOAR ist nach MAIER für die folgenden Annahmen gültig:

- Die Anzahl der Punkte  $N_{Io}$  mit reduzierter (instabiler) Anbindungsmöglichkeit des Polymer-Netzwerkes an einen Füllstoffpartikel ist im gesamten Netzwerk konstant.
- Alle möglichen Anbindungspunkte besitzen im statistischen Mittel die gleiche Anbindungsenergie.
- Ein möglicher Anbindungspunkt eines Füllstoffpartikels kann nur mit einem Makromolekül eine adsorptive Verbindung eingehen.
- Die Ablösung von einem Anbindungspunkt (Desorption) ist unbeeinflusst von benachbarten Punkten.

Unter diesen Voraussetzungen besteht zwischen den De- und Adsorptionen ein Gleichgewicht, das durch die folgende Beziehung ausgedrückt werden kann:

$$\frac{\Theta}{\Phi_d} = \frac{\Theta_1}{\Phi_a} . \quad (3.35)$$

In dieser Gleichung ist  $\Theta$  der Anteil der freien adhäsionsfähigen Punkte an einem Füllstoffpartikel und  $\Theta_1$  als Anteil der besetzten Füllstoffpunkte eines Füllstoffpartikels, für deren Summe  $\Theta + \Theta_1 = 1$  gelten muss. Im weiteren ist  $\Phi_a$  der Anteil der stabilen und damit als unlösbar angesehene Adsorptionen und  $\Phi_d$  ist der Anteil der dehnungsabhängigen Desorptionen, die gemäß der Beziehung

$$\Phi_d = k \cdot \gamma \quad (3.36)$$

mit der Konstanten  $k$  als linear abhängig von der Dehnung angenommen werden. Die Gleichung 3.36 beschreibt damit die Verformungsabhängigkeit des Anteils der besetzten Füllstoffpositionen in einem Elastomer und Gleichung 3.35 nimmt folgende Form an:

$$\Theta_1 = \frac{\Phi_a}{k \cdot \gamma + \Phi_a} = \frac{1}{1 + \frac{k \cdot \gamma}{\Phi_a}} . \quad (3.37)$$

Setzt man nun

$$\frac{\Phi_d}{\Phi_a} = \frac{k \cdot \gamma}{\Phi_a} = c \cdot \gamma \quad (3.38)$$

mit  $\Phi_a$  und  $k$  als Konstante, so folgt aus den Gleichungen 3.37 und 3.34 für den gesamten dehnungsabhängigen Speichermodulverlauf:

$$G'(\gamma) = G_{St}' + G_I'(\gamma) = G_{St}' + \frac{G_I'}{1 + c \cdot \gamma} \quad (3.39)$$

Für einige Autoren [33, 53, 56, 57] ist es unstrittig, dass die dynamische Belastung und damit Bewegung innerhalb des Elastomers innere Reibung bewirkt: Für die nichtlineare dynamische Steifigkeit spielt vor allem die Reibung zwischen Füllstoff und Polymer eine entscheidende Rolle. Da im adsorptiven Erklärungsmodell nur die instabil gebundenen Teile des Netzwerks vom Füllstoff abgleiten können, ist auch nur diese, durch die im Abgleiten vom Füllstoff entstehende Reibung, für den dissipativen Anteil der eingebrachten Verformungsarbeit verantwortlich. Dieser Umstand läßt sich mit der von unter anderen von WANG [93] ermittelten erhöhten Dämpfung für die zyklische Entlastung gegenüber der zyklischen Belastung erklären: Durch die belastungsgeschichtlich bedingte Zunahme von freien Enden des Polymernetzwerkes ergibt sich eine erhöhte Reibung dieser freien Enden am Füllstoff. MAIER setzt so analog zu Gleichung 3.39 für den Verlustmodul

$$G''(\gamma) = G_{St}'' + G_I'' , \quad (3.40)$$

wobei er annimmt, dass nur der instabile Anteil des Verlustmoduls  $G''_I$  vom Anteil  $\Theta_I$  der instabilen Anbindungen des Polymers an den Füllstoff abhängig ist. Diese Verbindungen lösen sich mit zunehmender Belastungsamplitude. Eine weitere Möglichkeit für eine Erhöhung des Verlustmoduls besteht in dem Abgleiten eines mit dem Füllstoff verbundenen Polymerstrangs zu einem benachbarten Füllstoffpunkt. Es ergibt sich folglich eine Abhängigkeit der freien adsorptionsfähigen Füllstoffpunkte von der Scherungsamplitude  $\Theta = \Theta(\gamma)$ . Der Verlustmodul ergibt sich damit zu

$$G''(\gamma) = G_{St}'' + G_I'' \cdot \Theta_I(\gamma) \cdot \Theta(\gamma) . \quad (3.41)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen 3.35 und 3.37 ergibt sich der Verlustmodul  $G''$  in Abhängigkeit der Scherungsamplitude zu

$$G''(\gamma) = G_{St}'' + G_I'' \frac{c \cdot \gamma}{(1 + c \cdot \gamma)^2} , \quad (3.42)$$

und unter Anwendung der Gleichungen 3.39 und 3.42 ergibt sich die Beschreibung des Komplexen Schubmoduls zu

$$G^*(\gamma) = G'(\gamma) + i \cdot G''(\gamma) . \quad (3.43)$$

Damit steht mit dem Polymer-Adsorptions-Modell eine stetige, komplexe Funktion zur Verfügung, mit der die nichtlineare Steifigkeit eines gefüllten Elastomers beschrieben werden kann.

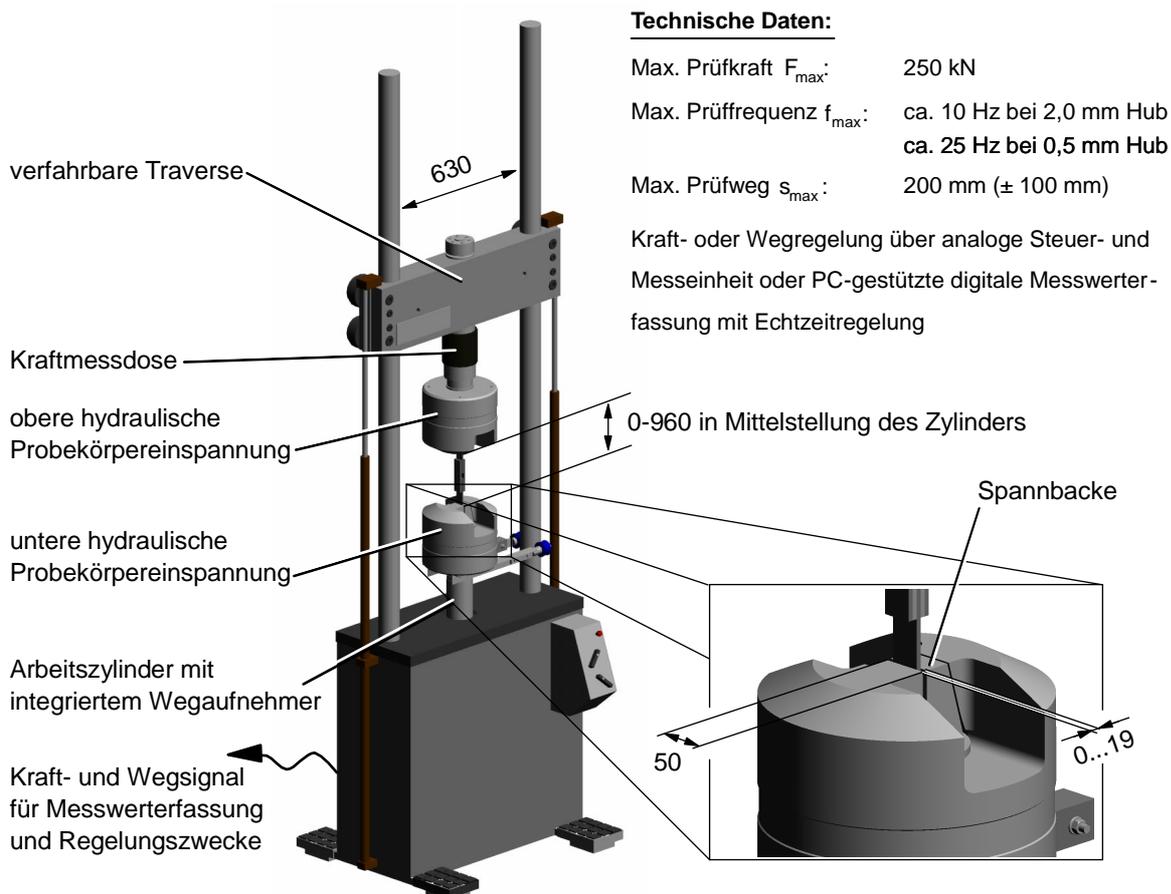
Die beschriebenen Modelle nach PAYNE und GERSPACHER bzw. MAIER sind in ihrer Erklärung des Füllstoffeinflusses auf die dynamische Steifigkeit zwar gegensätzlich, wesentlicher Parameter in beiden Modellen ist jedoch die aktive Füllstoffoberfläche. Die mathematische Beschreibung ist ähnlich. Beide Modelle können allerdings die nichtlineare dynamische Steifigkeit von gefüllten Elastomeren nicht allgemeingültig erklären [30]. Das Polymer-Adsorptions-Modell wird aber in [30] im Wesentlichen für die Verstärkung durch Ruße favorisiert, da Ruße eine gute adsorptive Bindung mit fast allen Polymeren eingehen. Ein weiteres Indiz für die Gültigkeit des adsorptiven Modells ist, dass sich das Füllstoffnetzwerk, aber auch das Polymer-Füllstoffnetzwerk, in der dynamischen Entlastung nicht, oder nur bedingt, zurückbilden [8, 30, 31, 93]. Beide Modelle sind in jedem Falle hilfreich für das Verständnis der spezifischen Eigenschaften von Elastomeren unter mechanischer Belastung und geben Anlass, die in Stahlseilgurtverbindungen hochbeanspruchten Elastomere eingehender zu untersuchen.

## 4 EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

Im Rahmen der experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit wurde ermittelt, in wie weit das Materialverhalten der Elastomere und der konstruktive Aufbau das Kraft-Verformungsverhalten von Stahlseilgurt-Probekörpern beeinflusst. Im weiteren wurden Untersuchungen zum mechanischen Verhalten in Abhängigkeit der Mischungszusammensetzung der in Fördergurten eingesetzten Elastomere durchgeführt.

### 4.1 Versuchsaufbau und prinzipielle Durchführung der experimentellen Untersuchungen

Für die experimentellen Untersuchungen in dieser Arbeit wurde die am Institut für Fördertechnik vorhandene servohydraulische Prüfeinrichtung eingesetzt. In Bild 4.1 ist der prinzipielle Aufbau der Prüfeinrichtung dargestellt.



**Bild 4.1:** Servohydraulische Prüfeinrichtung

Die Prüfeinrichtung besteht aus einem Lastrahmen, der in zwei Haupt-Baugruppen unterteilt werden kann: Die erste Baugruppe besteht aus der entlang zweier Säulen hydraulisch verfahrbare und arretierbare Traverse mit der oberen hydraulischen Probekörpereinspannung. Zwischen

Probekörperaufnahme und Traverse befindet sich eine Kraftmessdose zur Erfassung der in vertikaler Richtung auf die obere Probekörper einspannung wirkenden Kräfte. Die Traverse wird während des Betriebs der Prüfeinrichtung nicht bewegt. Die zweite Baugruppe der Prüfeinrichtung wird durch die untere Traverse gebildet. Diese ist mit den beiden Säulen fest verbunden und nimmt gleichzeitig den doppelt wirkenden Arbeitszylinder auf. Durch einen in den Arbeitszylinder integrierten induktiven Wegaufnehmer wird der Weg der mit dem Zylinder fest verbundenen unteren hydraulischen Probekörperaufnahme erfasst. Die untere Traverse bildet mit dem auf vier Gummilagern ruhenden Gehäuse eine Baueinheit.

Sowohl der Weg- als auch der Kraftaufnehmer liefern analoge Spannungssignale, die durch einen Rechner mit Hilfe einer Messwerterfassungskarte aufgezeichnet und damit einer Weiterverarbeitung durch Standardsoftware zugänglich gemacht werden. Die analogen Signale können zu Steuer- und Regelzwecken genutzt werden. Für die Kraft- oder Weg-Regelung kann hierzu eine analoge Steuer- und Messeinheit eingesetzt werden. Diese erlaubt es, alle Funktionen der Prüfeinrichtung zu bedienen und zusätzlich die Sollwertvorgabe über einen frei programmierbaren Funktionsgenerator vorzunehmen. Der Funktionsgenerator ermöglicht die Erzeugung von transienten wie harmonischen Signalen.

Als zweite Möglichkeit der Kraft- oder Weg-Regelung kann der Mess-Rechner unter Nutzung einer Standardsoftware für die Steuerung und Regelung der Prüfeinrichtung eingesetzt werden. Dies hat den Vorteil, dass zum einen größere Möglichkeiten für die Steuerung des Messablaufs bestehen und zum anderen der Versuchsablauf zusätzlich über das Rechnernetzwerk des Institut für Fördertechnik überwacht werden kann.

Die experimentellen Untersuchungen wurden sowohl an Fördergurtproben als auch an Schubproben der in Stahlseilgurtverbindungen eingesetzten Elastomere durchgeführt. Die dynamischen Versuche erfolgten unter aufgeprägter Kraft mit einem schwellenden zeitlichen Kraftverlauf.

Ein Stahlseil-Fördergurt ist im Betrieb einem sägezahnförmigen, asymmetrischen und zeitlich schwellenden Belastungsverlauf unter aufgeprägter Kraft ausgesetzt. Um die Durchführung der Versuche und die Auswertung der dynamischen Parameter zu erleichtern, wurde in Abänderung dieses Belastungsverlaufs die folgende harmonische Belastungsfunktion analog zu DIN 53 535 [25] gewählt:

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{F_o - F_u}{2} \sin(2\pi f t) + \frac{F_o + F_u}{2} \\ &= F_a \sin(2\pi f t) + F_m . \end{aligned} \tag{4.1}$$

Vergleichsuntersuchungen zeigen, dass diese Abweichung in den Prüfbedingungen hinsichtlich der Bewertung der aus den Versuchen gewonnenen Parameter vernachlässigt werden kann. Um eine thermische Beeinflussung der Proben infolge eines prüffrequenzbedingten Heat-Build-Up auszuschließen, betrug die Prüffrequenz in den dynamisch-schwellenden Versuchen  $f = 0,2 \text{ Hz}$ , mit einer Unterlast von  $F_u > 0$ .

In den experimentellen Untersuchungen wurden vier dynamische Belastungszyklen mit schwellender Beanspruchung eingesetzt. Diese werden in Bild 4.2 zusammengefasst.

	Schema	Belastungszyklus	Parameter
A		schwellende Belastung	$F_u > 0$ $\Delta F_o = 0$ $F_{max} = F_o$
B		inkrementell schwellende Belastung	$F_u > 0$ $\Delta F_o = \text{const.}$ $F_{min} = \text{def.}$ $F_{max} = F_B$
C		inkrementell-dekrementell schwellende Belastung	$F_u > 0$ $\Delta F_o = \text{const.}$ $F_{min} = \text{def.}$ $F_{max} = \text{def.}$
D		schwellende Belastung mit inkrementeller Unterlast	$F_u > 0$ $\Delta F_u = \text{const.}$ $\Delta F_o = \Delta F_u$ $F_{min} = \text{def.}$ $F_{max} = F_B$

**Bild 4.2:** Exemplarische Übersicht über die in den experimentellen Untersuchungen verwendeten Belastungszyklen

Der **Belastungszyklus A** stellt einen Belastungszyklus für Dauerschwingversuche dar. Der Belastungszyklus wird aus einem Lastkollektiv mit der Oberlast  $F_o = F_{max}$  und der konstanten Unterlast  $F_u$  gebildet.

Im **Belastungszyklus B** steigt die Oberlast  $F_o$  der schwellenden Belastung beginnend von  $F_{min}$  nach jedem Lastkollektiv um das Kraftinkrement  $\Delta F_o$  an. Die maximale Kraft im Belastungszyklus ist die Bruchkraft  $F_B$  des Probekörpers.

Im **Belastungszyklus C** steigt die Oberlast  $F_o$  der schwellenden Belastung ebenfalls beginnend von  $F_{min}$  nach jedem Lastkollektiv um das Kraftinkrement  $\Delta F_o$  an, um dann nach dem Ende des Lastkollektivs mit der Belastung  $F_{max}$  in Kraftdekrementen von  $\Delta F_o$  je Lastkollektiv auf die Kraft  $F_{min}$  abzufallen.

Der **Belastungszyklus D** wird durch eine schwellende Belastung mit einer inkrementell um  $\Delta F_u$  steigenden Unterlast  $F_u$  gebildet. Die Belastungsamplitude  $\Delta F$  bleibt in diesem Belastungszyklus konstant, sodass sich alleine aus der Zunahme der Unterlast  $F_u$  die Zunahme der Oberlast mit  $\Delta F_o = \Delta F_u$  ergibt. Die maximale Kraft im Belastungszyklus ist die Bruchkraft  $F_B$  des Probekörpers.

Die minimal und maximal in einem Belastungszyklus auftretenden Kräfte  $F_{max}$  bzw.  $F_{min}$  wurden in Abhängigkeit der jeweiligen Probekörper-Konstruktion festgelegt. Um innerhalb einer Versuchsreihe eine für alle Probekörper gleiche Belastungsgeschichte zu erzielen, wurde die Steuerung der Belastungszyklen B bis D mit Hilfe des Mess-Rechners unter Verwendung einer Standard Mess- und Regelsoftware durchgeführt. Mit dem Rechner erfolgte sowohl die Sollwertvorgabe der Regelung des zeitlichen Prüfkraftverlaufs, als auch die Einhaltung der Zyklenzahl je Lastkollektiv.

Jedes Kraftinkrement bzw. -dekrement bestand aus einem Lastkollektiv zu  $n_k = 15$  Lastspielen. Hierdurch wurde eine für jedes Lastkollektiv eindeutige und reproduzierbare Konditionierung der Probekörper erreicht: Zum einen hat sich das mit jedem Kraftinkrement erneut auftretende Stress-Softening nach 15 Lastspielen auf ein Minimum reduziert, zum anderen ist der viskoelastische Effekt der Dehnungsretardation soweit abgeklungen, dass die nicht zu verhindernde Dehnungszunahme minimal und quasistationär auftritt. Die sich in allen Belastungszyklen innerhalb eines Lastkollektivs ergebende bleibende Dehnung der Probekörper konnte deshalb nach 15 Lastspielen vernachlässigt werden, sodass eine geschlossene Hystereseschleife im letzten Lastspiel eines Lastkollektivs vorausgesetzt werden kann.

Das beschriebene Verfahren stellt sicher, dass die ausgewerteten Hystereseschleifen aus jeweils dem gleichen Betriebspunkt der Belastungsgeschichte des Probekörpers stammen. Eine Vergleichbarkeit der in den Versuchen ermittelten Verläufe der Hystereseschleifen ist damit gegeben.

Die Hystereseschleife des letzten Lastspiels eines Lastkollektivs kann ausgewertet werden, indem die Sekantensteigung der Hystereseschleife mit

$$C_P = \frac{\Delta F}{\Delta u} = \frac{F_o - F_u}{u_o - u_u} \quad (4.2)$$

als Probesteifigkeit der Fördergurt-Probekörper und als Probenmodul eines Schub-Probekörper gemäß der Beziehung

$$G_P = \frac{\Delta F \cdot d}{A \cdot \Delta u} \quad (4.3)$$

gebildet wird. Damit wird die Steifigkeit der Probekörper nur über den maximalen Verformungszustand definiert, der unabhängig davon betrachtet wird, über welchen Weg er erreicht worden ist. Diese Vereinfachung ist unter Berücksichtigung der quasistatischen Beanspruchung, der eine Stahlseilgurtverbindung im Betrieb unterworfen ist, zulässig.

Die Dehnung infolge der Unterlast  $F_u$  kann aufgrund der aus der Kraftbeanspruchung folgenden Dehnungsretardation und des Stress-Softening nicht bestimmt werden und bleibt deshalb im weiteren unberücksichtigt. Aus diesem Grund wird die Verschiebung  $u$  im weiteren nicht mehr absolut, sondern in der Differenz betrachtet. Damit gilt  $u = \Delta u$  bzw.  $\gamma = \Delta \gamma$ . Ferner bezeichnet der Begriff "Amplitude" im Weiteren die gesamte Kraft- bzw. Weg-Differenz  $\Delta F = 2 F_a$  und  $\Delta u = 2 u_a$ .

Die in den Versuchen ermittelten Messwerte lagen infolge der digitalen Messwernerfassung in diskreten Wertepaaren vor. Die absolute Dämpfung  $A_w$  der Probekörper, als der in einem Lastspiel von der Hystereseschleife umschlossenen Fläche, ergibt sich mit guter Näherung aus der Summation der durch die diskreten Wertepaare gebildeten Einzelflächen  $A_{wi}$  mit

$$A_{wi} = \left( \frac{F_i + F_{i+1}}{2} \right) \cdot \Delta u_i \quad \wedge \quad A_w = \sum_{i=1}^{n-1} A_{wi} \quad ; \quad (n = T_{Lsp} \cdot f_S) \quad (4.4)$$

$T_{Lsp}$  ist hierin die Periodendauer eines Lastspiels. Aus der absoluten Dämpfung  $A_w$  ergibt sich nach DIN 53 535 [25] unter Berücksichtigung von

$$A_w = W_0 \cdot V_0 = \pi F_a u_a \sin \delta \quad (4.5)$$

der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  des Dreiseil-Probekörpers wie der Schubprobe zu

$$\tan \delta = \tan \left[ \arcsin \left( \frac{4 \cdot A_w}{\pi \cdot \Delta u \cdot \Delta F} \right) \right] \quad (4.6)$$

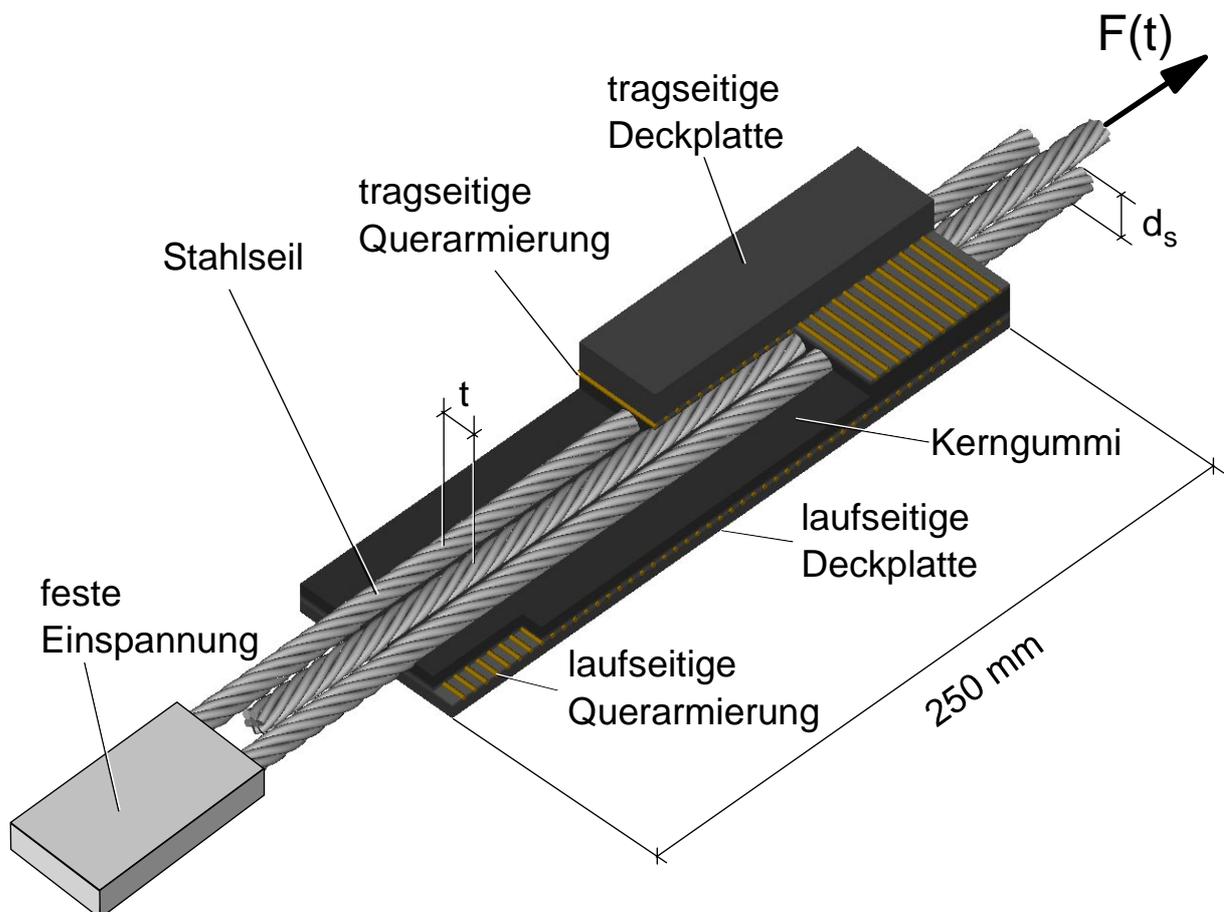
Für die Schubprobe lassen sich anhand von Gleichung 4.6 die Anteile des komplexen Schubmoduls  $|G^*|$  aus Gleichung 3.30 mit  $G' = |G^*| \sin \delta$  und  $G'' = |G^*| \cos \delta$  berechnen.

## 4.2 Untersuchungen zum Kraft-Verformungsverhalten von Stahlseilgurt-Probekörpern

Anhand von experimentellen Untersuchungen an Fördergurtproben werden im Folgenden die konstruktiven Einflussgrößen auf das Kraft-Verformungsverhalten von Stahlseilgurtverbindungen betrachtet.

### 4.2.1 Aufbau der Probekörper

In den experimentellen Untersuchungen wurde ein Fördergurt-Probekörper mit einer 250 mm langen Einbettungslänge der Stahlseile entsprechend Bild 4.3 eingesetzt.



**Bild 4.3:** Dreiseil-Probekörper

Alle Probekörper im Rahmen dieser Untersuchung wiesen mit einer Dicke der laufseitigen Deckplatte von 8 mm und einer Dicke der tragseitigen Deckplatte von 16 mm das gleiche Deckplattenverhältnis auf. Das Deckplattenverhältnis entspricht damit demjenigen der häufig im Rheinischen Braunkohlerevier eingesetzten Stahlseilgurte. Die wesentlichen konstruktiven Parameter der Probekörper sind im Anhang zusammengefasst.

Der Aufbau der Probekörper wurde im Sinne eines einfaktoriellen Versuchsplans variiert. Die wesentlichen Variationsparameter der untersuchten Probekörper waren der Seildurchmesser, die Seilteilung und damit die Zwischengummistärke, die Variation des Deckplattenaufbaus durch den Einsatz einer lauf- und tragseitigen Querarmierung in die Deckplatten sowie die

verwendete Kerngummimischung. Die Angabe der Probekörper-Bezeichnung bezieht sich auf die übliche gurtbreitenbezogene Nennfestigkeit derjenigen Stahlseilgurt-Konstruktion, die durch den Probekörper repräsentiert wird. Sie klassifiziert damit im Wesentlichen den Seildurchmesser, der für das Erzielen der jeweiligen Nennfestigkeit eingesetzt wird. In allen Probekörpern mit Querarmierung wurden Verstärkungsgewebe gleicher Konstruktion verwendet. Die Querarmierung hatte in allen Probekörpern einen Nennabstand von der Seillage von  $s_4 = 1 \text{ mm}$ .

Die Variation der Kerngummimischung wurde auf die alternative Verwendung von NH-2, einer NR-Haftmischung, und SV-1, einer SBR-Verbindungs-Haftmischung begrenzt. Die SBR-Mischung wurde nur in der Gruppe der Probekörper mit der Nennfestigkeit St 4500 eingesetzt. Als Deckplattenmischung wurde für alle Probekörper die Mischung ND-1 auf Naturkautschukbasis verwendet. Eine Zusammenstellung der Mischungsnummern und des Mischungsaufbaus der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Elastomere erfolgt im Anhang.

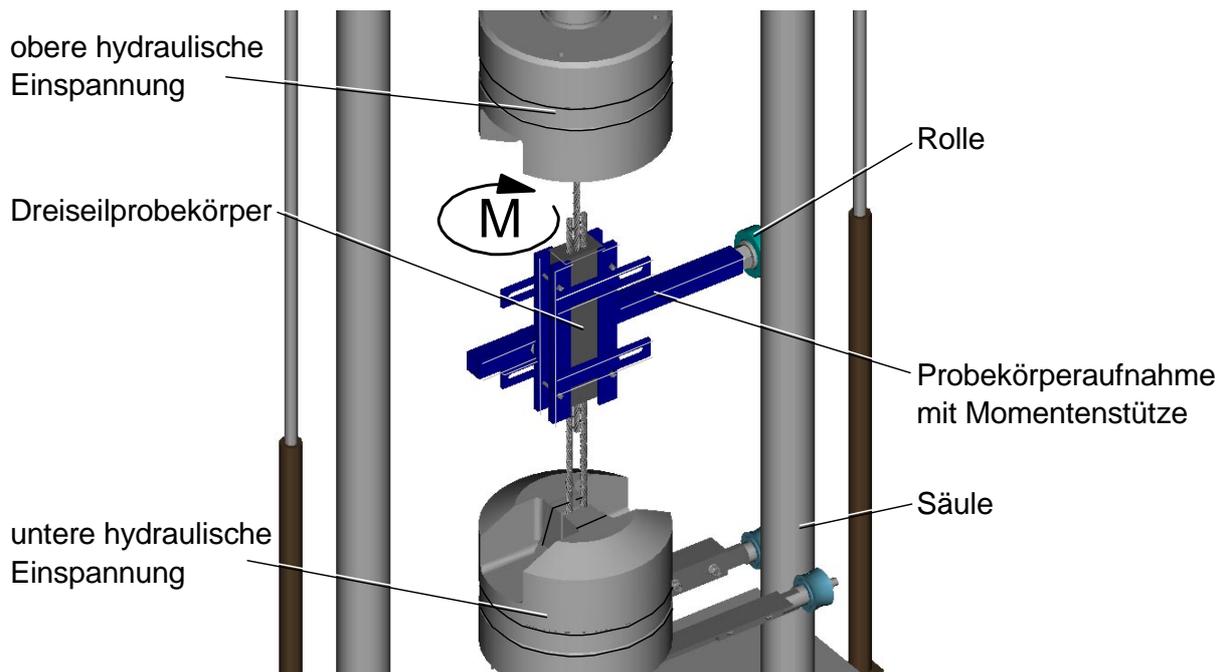
Für die Versuchsdurchführung standen jeweils drei Probekörper einer Probekörper-Konstruktion zur Verfügung. Die beiden Außenseile der Probekörper wurden dabei fest eingespannt, während dem innenliegenden Seil ein zeitlicher Kraftverlauf mit einer schwellenden Belastung  $F(t)$  gemäß Gleichung 4.1 unter einer Belastungsfrequenz von  $f = 0,2 \text{ Hz}$  aufgeprägt wurde. Je ein Probekörper einer Konstruktion wurde in den Belastungszyklen B, C und D wie folgt beansprucht:

**Belastungszyklus B:** Inkrementeller Anstieg der anfänglichen Oberlast  $F_{min} = 2 \text{ kN}$  um  $\Delta F_o = 1 \text{ kN}$  bis zum Bruch des Probekörpers. Die Belastung erfolgt unter einer konstanten Unterlast von  $F_u = 1 \text{ kN}$  bei einer maximalen Oberlast  $F_{max} = F_B$ , die sich aus der jeweiligen Bruchkraft des Probekörpers ergab.

**Belastungszyklus C:** Inkrementeller Anstieg um  $\Delta F_o = 1 \text{ kN}$  von der anfänglichen Oberlast  $F_{min} = 2 \text{ kN}$  bis zur maximalen Kraft des Belastungszyklus von  $F_{max} = 24 \text{ kN}$ . Diese Kraft entspricht 60% der mittleren Bruchkraft der Gesamtheit aller Probekörper aus Belastungszyklus B. Nach dem Erreichen von  $F_{max}$  folgt der dekrementelle Abfall um  $\Delta F_o$  auf  $F_{min}$ . Die Unterlast wurde konstant auf  $F_u = 1 \text{ kN}$  gehalten.

**Belastungszyklus D:** Inkrementeller Anstieg der Unterlast  $F_u = 1 \text{ kN}$  um  $\Delta F_o = 1 \text{ kN}$  bis zum Bruch des Probekörpers mit konstanter Differenz der Unter- und Oberlast ( $\Delta F = F_o - F_u = 7 \text{ kN} = \text{const.}$ ).

Um ein Verdrehen des Probekörpers zu vermeiden, wurde das infolge des Seilschlags induzierte Moment durch eine, sich gegen die Säulen der servohydraulischen Prüfeinrichtung abstützende, rollengelagerte Momentenstütze nach Bild 4.4 aufgenommen. Durch diese Anordnung wird eine realitätsnähere Beanspruchung des Probekörpers erreicht, da die Verdrehbewegung infolge des durch den Seilschlag induzierten Moments über das Elastomer des Probekörpers aufgenommen wird. Dies ist auch in der Stahlseilgurtverbindung infolge der größeren Anzahl abwechselnd links und rechts geschlagenen Seile der Fall.

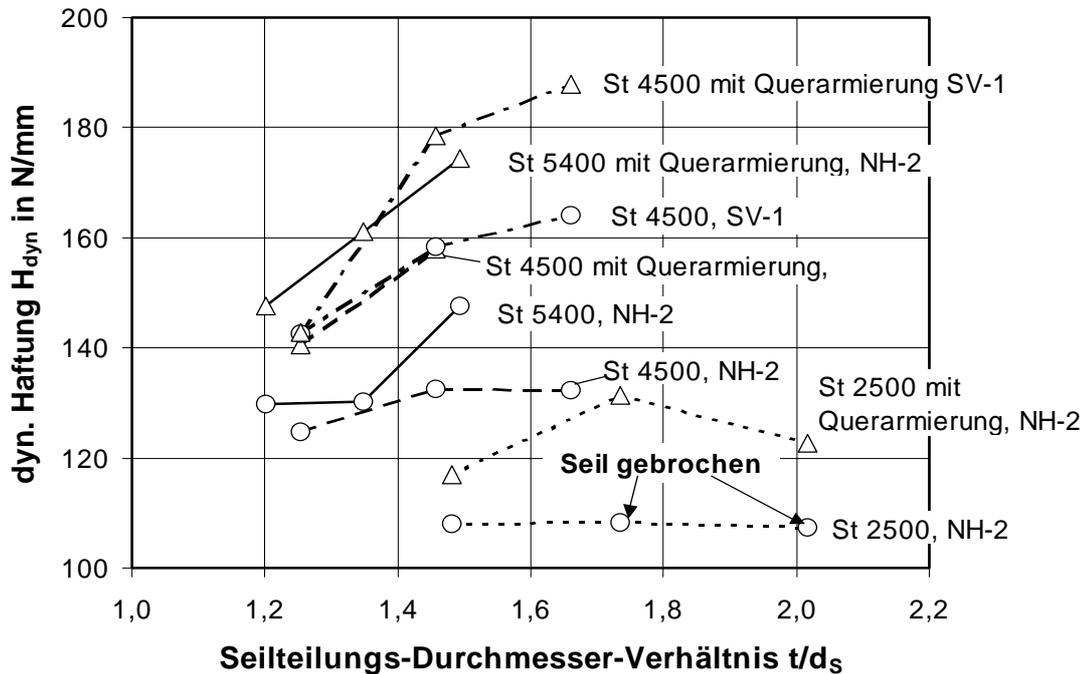


**Bild 4.4:** Einspannung eines Dreiseil-Probekörpers in der servohydraulischen Prüfeinrichtung unter Verwendung der Momentenstütze

#### 4.2.2 Dynamische Haftungsversuche

Die Haftung eines Seils im Kerngummi eines Stahlseilgurtes ist in DIN EN ISO 7623 [13] als die auf die Länge des in den Probekörper eingebetteten Stahlseils bezogene quasistatische Seilausreißkraft des Probekörpers definiert. Analog zu DIN EN ISO 7623 wurden unter Anwendung der Belastungszyklen B und D dynamische Haftungswerte ermittelt, um die Abhängigkeit der Seilausreißkraft von der Konstruktion der Probekörper zu untersuchen.

In den Haftungsversuchen wurde festgestellt, dass der Bruch der Probekörper in der Regel als Strukturbruch im Elastomer-Material erfolgte, und die Haftzone Gummi-Metall damit eine größere Festigkeit aufwies als die Elastomer-Matrix des Probekörpers. Der im Rahmen der experimentellen Untersuchungen in dieser Arbeit verwendete Haftungsbegriff bezieht sich damit nicht explizit auf die chemisch-physikalische Haftungszone zwischen der Elastomer-Matrix eines Probekörpers und dem eingebetteten Seil, sondern bezeichnet den Strukturbruch in der Elastomer-Matrix des Probekörpers. Der in der Untersuchung ermittelte Haftungswert  $H_{dyn}$  kann daher als ein Kriterium für die Beurteilung der Festigkeit als Zusammenwirken der beiden Faktoren Probekörperaufbau und Elastomer angesehen werden. Mit dem Haftungswert wird nicht die Güte der Gummi-Metall-Verbindung beschrieben.



**Bild 4.5:** Dynamische Haftung  $H_{dyn}$  der im Belastungszyklus B untersuchten Probekörper in Abhängigkeit des  $t/d_s$ -Verhältnisses

In Bild 4.5 sind die in den Versuchen unter dem Belastungszyklus B ermittelten dynamischen Haftungswerte  $H_{dyn}$  der untersuchten Probekörper in Abhängigkeit vom Teilungs-Durchmesser-Verhältnis  $t/d_s$  dargestellt. Eine tabellarische Zusammenstellung der in den Versuchsreihen unter den Belastungszyklen B und D ermittelten Bruchkräfte und Haftungswerte befindet sich im Anhang auf Seite 145. Abgesehen von den Probekörpern 2504 und 2505 (St 2500 16:8, NH-2), die durch Seilbruch ausfielen und dem Probekörper 4505 (St 4500 16T:8T, NH-2), der infolge herstellungsbedingter, mangelhafter Anbindung des Gummis an das Seil vorzeitig versagte, steigt in dieser Probekörper-Gruppe die Zunahme der dynamischen Haftung sowohl mit der Nennfestigkeit, respektive dem Seildurchmesser, als auch mit dem Teilungs-Durchmesser-Verhältnis  $t/d_s$  an. Der Einsatz einer Querarmierung erhöht die Haftung zusätzlich. Im Vergleich zur Gruppe der Probekörper mit der Kerngummimischung NH-2 besitzen die Probekörper mit der Kerngummimischung SV-1 eine tendenziell höhere dynamische Haftung. Da jeweils nur ein Probekörper einer Konstruktion im Belastungszyklus B bzw. D geprüft wurde ist das quantitative Ergebnis naturgemäß unsicher. Im qualitativen Ergebnis wird jedoch deutlich, dass die Haftung sowohl durch die Konstruktion der Probekörper, als auch durch die Art der Belastung beeinflusst wird.

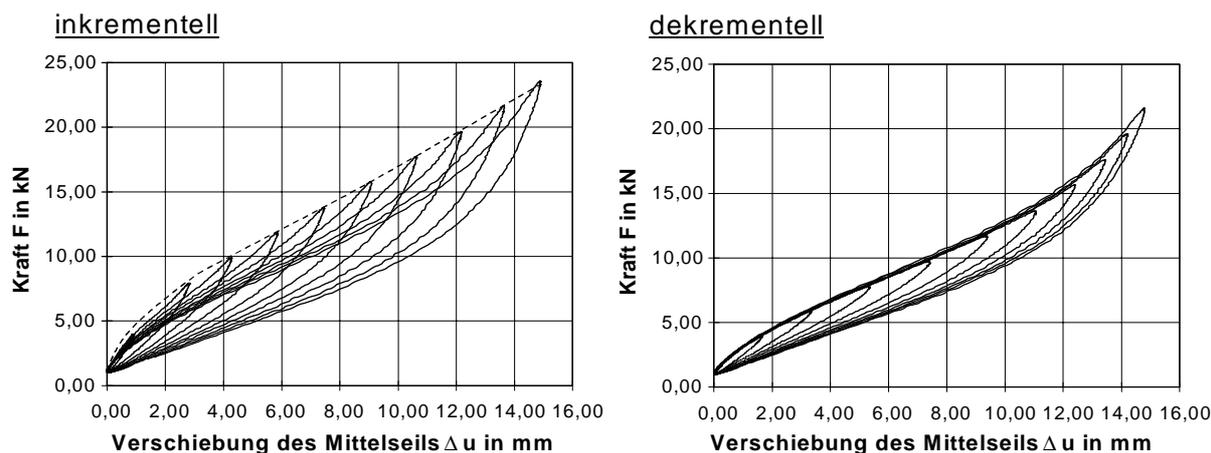
#### 4.2.3 Amplitudenabhängige Versuche

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Untersuchung des Einflusses der Belastungsamplitude und der Belastungsgeschichte auf die Steifigkeit der Dreiseil-Probekörper dar-

gestellt. Im Rahmen der amplitudenabhängigen Versuche wurden Dreiseil-Probekörper verschiedener Konstruktion mit unterschiedlichen Belastungszyklen belastet.

#### 4.2.3.1 Exemplarische Verläufe der Hystereseschleifen

Um den Einfluss der Belastungsamplitude und der Belastungsgeschichte auf das Steifigkeitsverhalten zu untersuchen, wurden die Dreiseil-Probekörper dem Belastungszyklus C unterzogen.



**Bild 4.6:** Für den Probekörpers 4503 unter Belastungszyklus C ermittelte Verläufe der Hystereseschleifen

In den Bild 4.6 sind exemplarisch die Verläufe der Hystereseschleifen des letzten Lastspiels eines Lastkollektives für die inkrementelle und dekrementelle Belastungsfolge des Belastungszyklus C wiedergegeben. Die Verschiebung des Mittelseils infolge der Unterlast wird, wie auf Seite 43 erläutert, nicht berücksichtigt.

Im inkrementellen Teil des Belastungszyklus ist zu erkennen, dass die Hysteresespitzen nach dem Erreichen von ca. 75% der Oberlast eines jeweiligen Inkrements aus der Hystereseschleife des nachfolgenden Inkrements heraustreten. Die Spitzen liegen auf einer imaginären, in Bild 4.6 gestrichelt dargestellten Kurve, die als amplitudenabhängige Ortskurve der Hysteresespitzen angesehen werden kann. Die Steigung einer gedachten Gerade, zwischen dem Fußpunkt der Hystereseschleifen und jedem beliebigen Punkt der Ortskurve, gibt damit die Steifigkeit des Dreiseil-Probekörpers unter der in belastungsgeschichtlicher Hinsicht momentanen Belastung an.

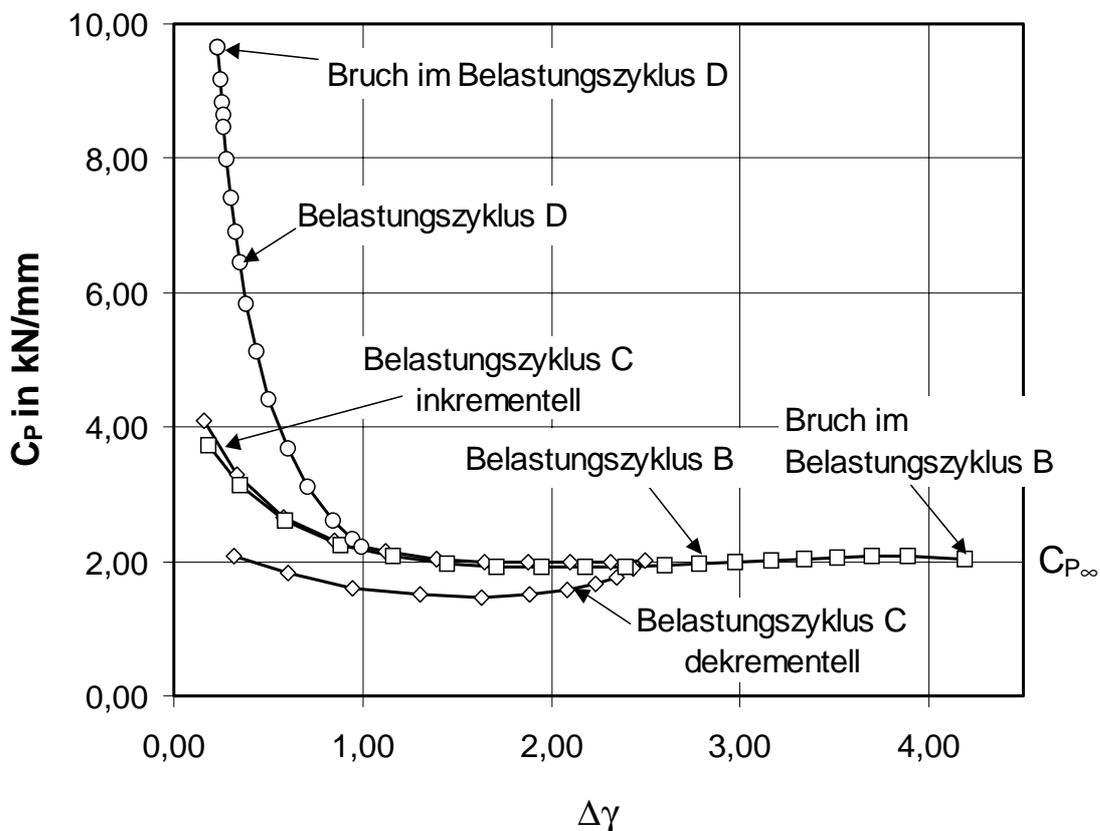
Im dekrementellen Teil des Belastungszyklus treten die Hysteresespitzen nicht hervor. Die Hystereseschleife des Lastspiels unter der maximalen Belastung  $F_{max}$  des Belastungszyklus C bildet die "Einhüllende Hysterese" der nachfolgenden, geringeren Belastungen, da die Spitzen der Verläufe der Hystereseschleifen im dekrementellen Teil auf derjenigen Linie liegen, die durch den aufsteigenden Ast der Hystereseschleife der größten Belastungsamplitude gebildet wird. Das amplitudenabhängige Verhalten des Probekörpers wird demnach durch die maximal auftretende Oberlast  $F_{max}$  im Belastungszyklus konditioniert. Die Ortskurve der Spitzen der

Hystereseschleife im dekrementellen Teil des Belastungszyklus wird durch den ansteigenden Ast der Hystereseschleife unter maximaler Amplitude des dekrementellen Belastungszyklus gebildet.

Aus dieser Beobachtung ergibt sich, dass für den Fall, dass die maximale Hystereseschleife einer dynamischen Belastung bekannt ist, auch der Verlauf der durch die maximale Amplitude konditionierten Verläufe der Hystereseschleifen mit geringerer Belastung bekannt sind. Gleichzeitig wird der Verlauf der Hystereseschleife geringerer Belastungsamplitude durch die in der Belastungsgeschichte auftretende maximale Vorbelastung im inkrementellen Belastungszyklus bestimmt.

#### 4.2.3.2 Amplitudenabhängiges Steifigkeitsverhalten

Aus den in den Belastungszyklen B, C und D ermittelten Verläufe der Hystereseschleifen lässt sich die Sekantensteigung der Hystereseschleife  $C_p$  entsprechend Gleichung 4.2 für die jeweils letzte Hystereseschleife eines Belastungskollektivs bilden. Gegen die maximal im engsten Zwischengummi-Querschnitt in der Mittelebene der Seillage auftretende Scherungsamplitude  $\Delta\gamma = \Delta u / (t - d_s)$  aufgetragen, ergibt sich das amplitudenabhängige Steifigkeitsverhalten der Probekörper, das exemplarisch in Bild 4.7 für den Probekörper in der Ausführung 4508 (St 4500 16:8 SV-1) dargestellt ist.



**Bild 4.7:** Amplitudenabhängige Steifigkeit des Probekörpers 4508 in Abhängigkeit der Belastungsamplitude  $\Delta\gamma$  in den Belastungszyklen B, C und D

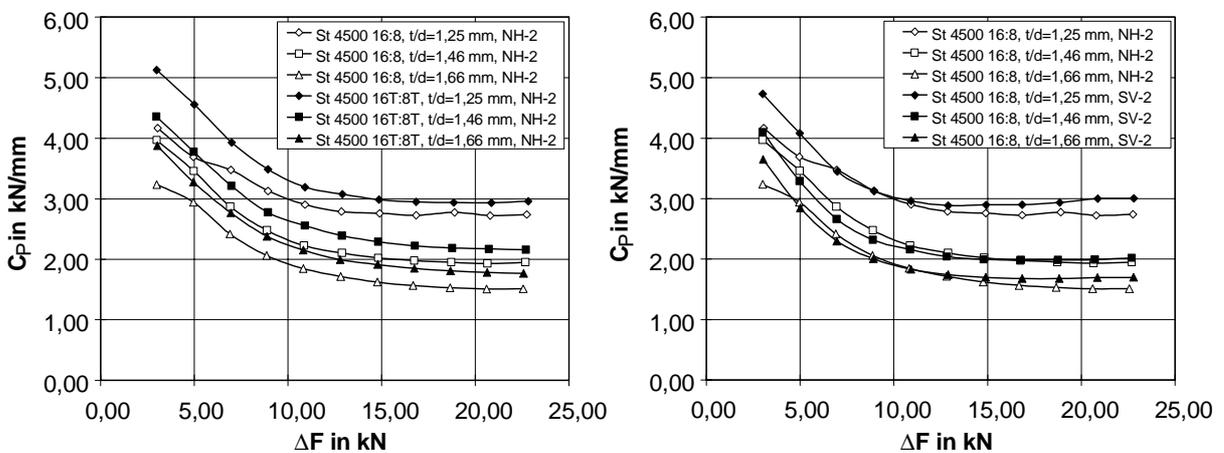
Im Belastungszyklus B zeigt der Probekörper unter kleiner Belastungsamplitude eine relativ große Anfangssteifigkeit. Die Steifigkeit des Probekörpers fällt mit der Belastungsamplitude gegen einen Grenzwert von  $C_{p\infty} \approx 2 \text{ kN/mm}$  für eine Scherung von  $\Delta\gamma > 1,5$  ab und bleibt bis zum Bruch annähernd konstant.

Der inkrementelle Verlauf der amplitudenabhängigen Steifigkeit im Belastungszyklus C ist, bis zum Umkehrpunkt in den dekrementellen Teil des Belastungszyklus annähernd identisch mit dem Graphen des Belastungszyklus B. Im dekrementellen Teil des Belastungszyklus C fällt die Steifigkeit auf ein Minimum im Bereich von  $\Delta\gamma \approx 1,5$  ab, um dann wieder unter weiterer Reduzierung der Oberlast anzusteigen, ohne den Anfangswert der Steifigkeit des zuvor unbelasteten Probekörpers zu erreichen. Der Probekörper zeigt im Belastungszyklus C einen Softening-Effekt.

Der Graph der amplitudenabhängigen Steifigkeit im Belastungszyklus D nimmt gegenüber den Belastungszyklen B und C einen gänzlich anderen Verlauf. Mit steigender Unterlast  $F_u$  nimmt die Steifigkeit bei konstanter Kraftamplitude zu. Die Verformungsamplitude  $\Delta\gamma$  sinkt und die Steifigkeit  $C_p$  steigt mit zunehmender Unterlast. Die Kraftamplitude  $\Delta F$  bleibt konstant. Das Steifigkeitsverhalten ist demnach deutlich von der Unterlast der dynamisch-schwellenden Belastung abhängig: Für geringe Unterlasten  $F_u$  ändert sich die Steifigkeit  $C_p$  bei abnehmender Scherung  $\Delta\gamma$  unter der konstanten Belastungsamplitude  $\Delta F$  gegenüber dem Grenzwert  $C_{p\infty}$  kaum. Ab einer bestimmten Unterlast verlässt der Graph der amplitudenabhängigen Steifigkeit im Belastungszyklus D den Verlauf des Belastungszyklus B. An diesem Punkt nimmt die Steifigkeit  $C_p$  bis zum Bruch des Probekörpers infolge der geringer werdenden Verformungsamplitude  $\Delta\gamma$  zu. Die Steifigkeit des Probekörpers ist also von der Verformung abhängig.

#### 4.2.3.3 Konstruktive Einflussgrößen auf die amplitudenabhängige Steifigkeit

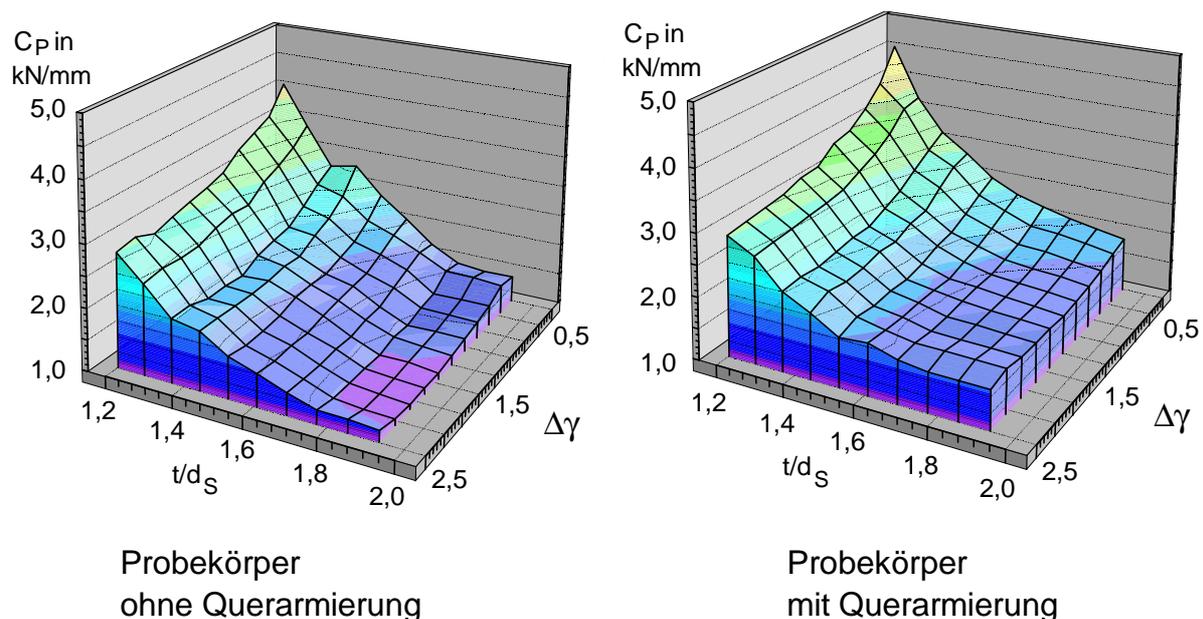
Die wesentlichen konstruktiven Parameter für die Gestaltung des Steifigkeitsverhaltens einer Stahlseilgurtverbindung sind die Seilteilung  $t$  bzw. das Teilungs-Durchmesser-Verhältnis  $t/d_s$  sowie das Einbringen einer verstärkenden Querarmierung [91]. Der Einfluss der genannten Parameter drückt sich sehr deutlich in den Verläufen der Probekörpersteifigkeit  $C_p = \Delta F/\Delta u$  über der Kraftamplitude  $\Delta F$  aus.



**Bild 4.8:** Einfluss des  $t/d_s$ -Verhältnisses, der Querarmierung und der Kerngummimischung auf die Amplitudenabhängigkeit der Steifigkeit der Probekörper der Nennfestigkeit St 4500

In Bild 4.8 sind die amplitudenabhängigen Probensteifigkeiten der Probekörper 4501 bis 4509 für den inkrementellen Teil des Belastungszyklus C dargestellt. Im Vergleich der Probekörper der Kerngummimischung NH-2 in den Ausführungen mit bzw. ohne Querarmierung ergeben sich Steifigkeitsverläufe, die für Probekörper mit Querarmierung und gleichem  $t/d_s$ -Verhältnis annähernd parallel verschoben sind. Hierbei erhöht eine lauf- und tragseitige Querarmierung die Probesteifigkeit, während die Erhöhung des  $t/d_s$ -Verhältnisses die Steifigkeit der Probekörper reduziert. Durch die Erhöhung des  $t/d_s$ -Verhältnisses wird das Erreichen des Grenzwertes der Steifigkeit  $C_{p\infty}$  in Bild 4.8 zu größeren Kraftamplituden hin verschoben.

Neben den rein konstruktiven Gesichtspunkten, spielt, wie sich aus den Versuchen zur dynamischen Haftung ergibt, der Mischungsaufbau des Kerngummi in der Verbindung ebenfalls eine wichtige Rolle für das Steifigkeitsverhalten der Probekörper. Der Vergleich der Probekörper 4501-4503 und 4507-4509 mit den Kerngummimischungen NH-2 bzw. SV-1 zeigt jedoch keine gravierenden Unterschiede im amplitudenabhängigen Steifigkeitsverlauf für Probekörper mit gleichem  $t/d_s$ -Verhältnis. Alleine der tendenziell größere Grenzwert der Steifigkeit  $C_{p\infty}$  der Probekörper mit der Kerngummimischung SV-1 deutet auf eine gegenüber der Mischung NH-2 geringere Dehnung unter großen Kraftamplituden hin.



**Bild 4.9:** Ermittelte Probekörpersteifigkeiten  $C_p$  für die Probekörper der Kerngummimischung NH-2 in Abhängigkeit des  $t/d_s$ -Verhältnisses und der Scherungsamplitude  $\Delta\gamma$

In Bild 4.9 sind die Steifigkeiten der in Belastungszyklus B und dem inkrementellen Teil des Belastungszyklus C untersuchten Probekörper der Nennfestigkeiten St 2500, St 4500 und St 5400 mit der Kerngummimischung NH-2 über dem  $t/d_s$ -Verhältnis und der Scherungsamplitude  $\Delta\gamma$  aufgetragen. Die Steifigkeit nimmt mit dem  $t/d_s$ -Verhältnis und der Scherung ab. Die  $C_p$ -Verläufe zeigen mit größerem  $t/d_s$ -Verhältnis einen insgesamt flacheren Verlauf, während die Probekörper mit Querarmierung eine generell größere Steifigkeit zeigen. Tenden-

ziell lässt sich erkennen, dass der steifigkeitserhöhende Einfluss der Querarmierung mit zunehmendem  $t/d_s$ -Verhältnis und zunehmender Scherungsamplitude  $\Delta\gamma$  ansteigt.

#### 4.2.4 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse

In der Zusammenfassung der Versuchsergebnisse an den Dreiseil-Probekörpern lässt sich folgendes feststellen:

- Die Steifigkeit der Probekörper ist von der Belastungsamplitude, der Unterlast  $F_u$  der Belastung und der Belastungsgeschichte sowie der maximalen Amplitude in Form der höchsten in einem Belastungszyklus auftretenden Belastung abhängig. Die Probekörper weisen unter geringen Verformungen eine wesentlich höhere Steifigkeit auf. Unter großen Belastungen zeigen die Probekörper einen deutlichen Grenzwert  $C_{p\infty}$  in der amplitudenabhängigen Probekörper-Steifigkeit.
- Die Kerngummimischung hat einen Einfluss auf das Steifigkeitsverhalten der Probekörper. Dies gilt sowohl im Hinblick auf die erreichbare Haftung, als auch im Hinblick auf den qualitativen sowie den quantitativen Verlauf der amplitudenabhängigen Steifigkeit.
- Probekörper mit einer infolge des Mischungsaufbaus größeren Steifigkeit erreichen höhere Haftungswerte.
- Die Konstruktion hat einen deutlichen Einfluss auf die Haftung im inkrementellen Belastungszyklus B. Hierbei erhöhen eine Querarmierung oder die Erhöhung des  $t/d_s$ -Verhältnisses die Haftung des Seiles im Probekörper.
- Die Erhöhung des  $t/d_s$ -Verhältnisses reduziert die Steifigkeit der Probekörper und bewirkt einen generell flacheren Verlauf der  $C_p\text{-}\Delta F$ -Kurve über die Belastungsamplitude.

### **4.3 Untersuchung der mechanischen Eigenschaften der Elastomere**

Der Kerngummi und dessen Mischungsaufbau hat einen Einfluss auf die Haftung und das amplitudenabhängige Kraft-Verformungsverhalten der untersuchten Dreiseil-Probekörper. Eine wesentliche Einflussgröße auf die belastungsabhängige Steifigkeit von Elastomeren ist u.a. die Füllstoffzusammensetzung des Vulkanisats [56, 57, 74, 75].

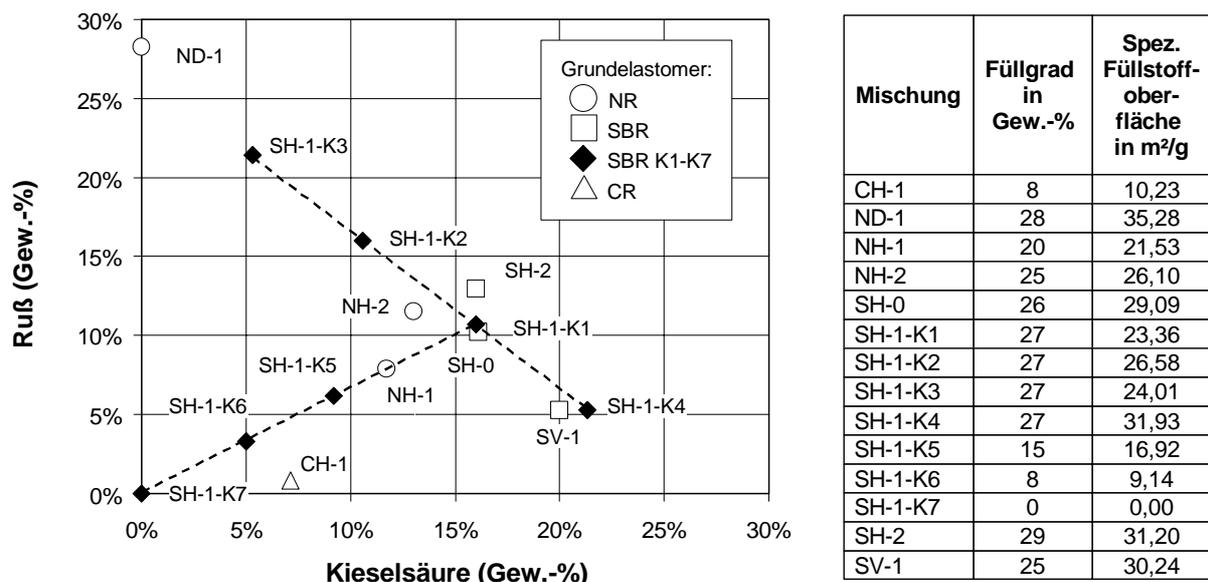
Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden deshalb experimentelle Untersuchungen an verschiedenen Elastomeren durchgeführt, die in Stahlseilgurten und Stahlseilgurtverbindungen eingesetzt werden. Ziel der Untersuchung war, die Materialeigenschaften der in Fördergurten verwendeten Elastomere zu sondieren, um hierdurch Anhaltspunkte für die Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen zu gewinnen. Wesentliche Ansatzpunkte der Sondierung waren die Belastungsamplitude und die Frequenz der Belastung, wobei ein besonderer Schwerpunkt der Untersuchung die Frage bildet, inwieweit sich die mechanischen Eigenschaften der Elastomere in Abhängigkeit des Mischungsaufbaus und besonders der Füllstoffzusammensetzung zeigen.

Ein weiteres wesentliches Ziel der Untersuchungen war die Gewinnung von Materialparametern, um diese in der Parametrierung des Steifigkeitsverhaltens der Elastomer-Materialien in der Finite-Elemente-Simulation von Stahlseilgurtverbindungen zu verwenden.

#### 4.3.1 Füllstoffaufbau der untersuchten Mischungen

In Bild 4.10 sind die Füllstoffzusammensetzungen und mittleren spezifischen Oberflächen in Quadratmeter pro Gramm Mischung der untersuchten Elastomer-Materialien nach ASTM-D 1765-99 [2] zusammengefasst. Die Graphik in Bild 4.10 gibt eine Übersicht über die Anteile der aktiven Füllstoffe Ruß und Kieselsäure in Gewichts-Prozent (Gew.-%) der Gesamtmasse der jeweiligen Mischung. Als charakteristische Kennwerte werden die spezifischen Oberflächen und mittleren Partikeldurchmesser der verwendeten Füllstoffe im Anhang aufgeführt.

In der Mischungsbezeichnung in Bild 4.10 kennzeichnet der erste Buchstabe den Hauptkautschukbestandteil der Mischung. N steht hierbei für Naturkautschuk, S für Styrolbutadien-Kautschuk und C für Chloroprenkautschuk. Der zweite Buchstabe kennzeichnet die Funktion der Mischung im Gurtverbund, wobei D für Deckplattenmischung, H für Haftmischung und V für Verbindungs-Haftmischung steht. Im Anhang werden alle Mischungen der experimentellen Untersuchungen mit den wesentlichen Mischungsbestandteilen aufgeführt.



**Bild 4.10:** Füllstoffzusammensetzung und mittlere spez. Füllstoffoberflächen in m<sup>2</sup>/g Mischung der untersuchten Mischungen nach ASTM-D 1765 - 99 [2]

Die Mischungen NH-1, NH-2, SH-0, SH-1-K1, SH-2, SV-1, ND-1 und CH-1 werden in der Fördergurtfertigung eingesetzt, während es sich bei den Mischungen SH-1-K2 bis SH-1-K7 um Labormischungen handelt. Diese Labormischungen wurden ausgehend von der Referenzmischung SH-1-K1, in der Füllstoffzusammensetzung und -menge variiert, wobei der weitere Mischungsaufbau nicht verändert wurde. So besitzen die Mischungen SH-1-K2 bis -K4 unter Variation des Verhältnisses der aktiven Füllstoffe Ruß zu Kieselsäure den gleichen Füllgrad von 27 Gew.-% der Referenzmischung SH-1-K1. Die Mehrzahl der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Fördergurt-Mischungen weist einen Füllgrad von 25 - 28 Gew.-% mit unter-

schiedlicher Zusammensetzung hinsichtlich der Füllstoffe Ruß und Kieselsäure auf. Die Gruppe der in ihrer Füllstoffzusammensetzung variierten Mischungen SH-1-K1 bis -K4 stellt somit einen Querschnitt des Füllstoffaufbaus der bereits in Stahlseilgurten eingesetzten Mischungen dar.

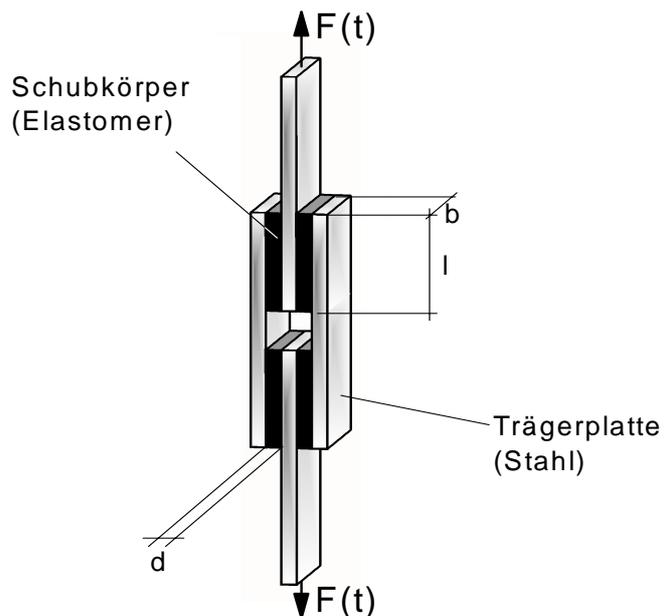
Die Mischungen SH-1-K5 und SH-1-K6 besitzen das Verhältnis der Füllstoffe Ruß zu Kieselsäure der Referenzmischung. Hier erfolgte die Variation des Mischungsaufbaus durch die Reduzierung des Füllgrades gegenüber der Referenzmischung auf 15 bzw. 8 Gew.-%. Die Mischung SH-1-K7 enthält keinen aktiven Füllstoff und kann ebenfalls in die Gruppe der im Füllgrad variierten Mischungen eingeordnet werden.

Aus dem Füllstoffaufbau der Mischungen ergeben sich Variationen der Parameter, die die Interaktion zwischen Polymer und Füllstoff, aber auch zwischen den Füllstoffen selbst bestimmen [30, 56, 57]. Wesentliche Parameter sind die Teilchendurchmesser bzw. die Partikelgröße, die Füllstoffstruktur und die Qualität und Größe der durch den Füllstoff erreichten aktiven Füllstoffoberfläche.

Die Deckplattenmischung und die Haftmischung auf Basis des Chloropren-Kautschuks, sind mit den Rußen N220 und N234 bzw. nur mit N234 gefüllt. Alle weiteren gefüllten Mischungen sind mit dem Ruß N339 gefüllt. Die in den Mischungen eingesetzte Kieselsäure besitzt mit einer aktiven Oberfläche von 110 bis 150 m<sup>2</sup>/g und einem mittleren Teilchendurchmesser zwischen 30 und 40 nm eine hohe Aktivität.

#### 4.3.2 Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere

In der Stahlseilgurtverbindung unterliegen die Elastomere Schubbelastungen in deren Folge der Schubwinkel  $\gamma_w$  im engsten belasteten Querschnitt mitunter weit mehr als 45° betragen kann [91]. Für die Ermittlung von Werkstoffparametern von Elastomeren unter hohen Schubverformungen ist die Auswahl eines Probekörpers mit einer möglichst homogenen Beanspruchung des Schubkörpers notwendig. In Bild 4.11 ist der für die Ermittlung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit verwendete Vierfachschub-Probekörper dargestellt. Der Probekörper besteht in Anlehnung an ISO 1827 [47] aus vier Elastomer-Schubkörpern mit den Abmessungen  $b = 30$  mm,  $l = 50$  mm und  $d = 5$  mm, die zur Sicherstellung der Haftung auf Trägerplatten aus kaltgezogenem und gestrahltem Flachstahl unter Verwendung eines Haftvermittlers aufvulkanisiert wurden.



Wesentliche Vorteile dieses Probekörpers Bild 4.11: Vierfachschub-Probekörper sind, dass zum einen die Verformung von

vier Schubkörpern, und dadurch mögliche Maß- und Strukturabweichungen aus der Probenherstellung, gemittelt werden. Im weiteren ergibt sich eine Verdoppelung der Auflösung der Weg-Messung gegenüber einer Einfach- oder Doppelschubprobe. Ein weiterer Vorteil ist, dass die äußeren Trägerplatten nicht durch Kräfte der Probekörpereinspannung in ihrer Bewegung - auch normal zu den Schubflächen - gehindert werden, während sich die Kippmomente, die durch die nicht fluchtende Krafteinleitung an den Trägerplatten auftreten, an den mittleren Trägerplatten kompensieren.

Aus den Kippmomenten auf die äußeren Trägerplatten resultiert eine Biegung der Platten in Richtung der Hochachse des Probekörpers, die allerdings bei genügender Biegesteifigkeit der Trägerplatten vernachlässigt werden kann. Durch die parallele Verschiebung der Trägerplatten wird in die Schubkörper eine Querkraft eingeleitet, in dessen Folge diese zusätzlich zur Schubverformung eine Biegebeanspruchung erfahren. Dieser Umstand bewirkt, dass der Schubmodul in der Messung zu hoch ermittelt wird. Ab einem Verhältnis von  $l/d \geq 4$  [29, 53] kann die Wirkung des aus der Querkraft resultierenden Biegemoments vernachlässigt werden. In den Schubkörpern herrscht folglich auch unter großen Verformungen eine weitestgehend homogene Schubbeanspruchung.

Für die Durchführung der Untersuchung werden die mittleren Trägerplatten der Probekörper in die servohydraulische Prüfeinrichtung eingespannt, und mit einem zeitlichen Kraftverlauf unter schwellender Belastung  $F(t)$  gemäß Gleichung 4.1 belastet. Für jede Versuchsreihe standen zwischen 6 und 10 Probekörper mit Vulkanisaten eines Mischungstyps zur Verfügung. Die Probekörper wurden in verschiedenen Versuchstypen Beanspruchungen entsprechend den Belastungszyklen B, C und A nach Bild 4.1 ausgesetzt, die hier in der chronologischen Reihenfolge der Versuchsdurchführung näher beschrieben werden.

Belastungszyklus B: Inkrementeller Anstieg der anfänglichen Oberlast  $F_{min} = 1,5$  kN um  $\Delta F_o = 0,5$  kN bis zum Bruch des Probekörpers. Die Unterlast betrug  $F_u = 0,5$  kN und die maximale Oberlast betrug  $F_{max} = F_B$  und ergab sich aus der jeweiligen Bruchkraft des Probekörpers. Die Belastungsfrequenz betrug  $f = 0,2$  Hz.

Belastungszyklus C: Inkrementeller Anstieg um  $\Delta F_o = 0,5$  kN von der anfänglichen Oberlast  $F_{min} = 1,5$  kN bis zur maximalen Kraft des Belastungszyklus von  $F_{max} = 8$  kN. Diese Kraft entspricht 60% der mittleren Bruchkraft der Gesamtheit aller Probekörper aus Belastungszyklus B. Nach dem Erreichen von  $F_{max}$  folgte der dekrementelle Abfall um  $\Delta F_o$  auf  $F_{min}$ . Die Unterlast wurde konstant auf  $F_u = 0,5$  kN gehalten. Die Belastungsfrequenz betrug, analog zum Belastungszyklus B,  $f = 0,2$  Hz.

Belastungszyklus A: Ermittlung der Abhängigkeit des Schubmoduls von der Frequenz unter konstanter Last an Probekörpern der Mischungen SH-1-K1 bis -K7, die im Belastungszyklus C konditioniert wurden. Die Unterlast in diesem

Belastungszyklus betrug  $F_u = 0,5$  kN mit einer konstanten Oberlast  $F_o = F_{max} = 2$  kN. Die Belastungsfrequenz  $f$  wurde nach jeweils 100 Zyklen in Stufen von 0,1 bis 10 Hz erhöht.

In der Versuchsauswertung wurden die Schubspannungen und Scherungen der einzelnen Inkremente ohne Berücksichtigung der Unterlast aus den maximalen Kraft- bzw. Wegdifferenzen  $\Delta F$  und  $\Delta u$  eines Lastspiels mit

$$\Delta\tau = \frac{F_a}{A} = \frac{\Delta F}{2 \cdot A} \quad \wedge \quad \Delta\gamma = \frac{u_a}{d} = \frac{\Delta u}{2 \cdot d} \quad (4.7)$$

ermittelt. Hieraus wurde mit  $A = b \cdot l$  der dynamische Schubmodul zu

$$|G^*| = G_P = \frac{\Delta\tau}{\Delta\gamma} = \frac{\Delta F \cdot d}{A \cdot \Delta u} = \frac{\Delta F \cdot d}{b \cdot l \cdot \Delta u} \quad (4.8)$$

berechnet.

#### 4.3.2.1 Modell-Approximation der nichtlinearen Steifigkeit

Gemäß der Definition des Stress-Softening erfolgt die mechanische Konditionierung eines Elastomers durch die maximale Vorbelastung, die der Werkstoff in seiner Belastungsgeschichte erfahren hat. Mit dem Verlauf des amplitudenabhängigen Schubmoduls im inkrementellen Teil des Belastungszyklus ist die Steifigkeit eines Elastomers unter jeder geringeren Belastungsamplitude definiert, da die maximale Hystereseschleife eines Lastkollektivs die einhüllende Hystereseschleife aller Lastspiele mit geringerer Amplitude ist. Die Beschreibung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit nach MAIER [56] mit Gleichung 3.39 kann damit in der Parametrierung eines reversiblen, nichtlinearen und amplitudenabhängigen Materialgesetzes für die in dieser Arbeit durchgeführten numerischen Berechnungen verwendet werden. Das Modell nach MAIER hat hierbei gegenüber anderen empirischen Modellen zur Charakterisierung der Eigenschaften von Elastomeren, wie sie z.B. von GERSPACHER [33] nach Gleichung 3.32 oder LAMBERTZ [53] vorgestellt wurden, den Vorteil, dass es sich konform zur statistischen Theorie nach TRELOAR verhält. Dadurch sind die Elastomer-Eigenschaften durch die zugrundegelegte Netzwerkstruktur definiert, die durch die Füllstoffaktivität und den Vernetzungsgrad determiniert wird. Damit wird die Wirkungsweise der Modellparameter in der Analogie zum realen Verhalten gefüllter Elastomere transparent.

Für die Auswertung der Versuchsreihen zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit wurde das Modell nach MAIER modifiziert, um die Korrelation des Modells mit den ermittelten Schubmodulverläufen zu verbessern. Während MAIER allein von einer Dehnungsabhängigkeit des Desorptions- zu Adsorptionsverhältnis  $\Phi_d / \Phi_a$  ausgeht, ist es durchaus vorstellbar, dass zusätzlich eine Abhängigkeit des dynamischen Schubmoduls von der Art bzw. Kombination des Füllstoffes besteht. In [30] wird beschrieben, dass Unterschiede hinsichtlich des Verstärkungsmechanismus der Füllstoffe Ruß und Kieselsäure bestehen müssen. So wird in [30] festgestellt, dass sich für mit Kieselsäure gefüllte Elastomere die nichtlineare dynamische

Steifigkeit mit der Ausbildung eines Füllstoffnetzwerkes erklären lässt, während die nicht-lineare dynamische Steifigkeit der rußgefüllten Elastomere durch das Modell nach MAIER beschreibbar ist. Um dieser Beobachtung in der Modellbildung gerecht zu werden, wurde für die Approximation der Schubmodulverläufe der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Elastomere angenommen, dass keine lineare Beziehung zwischen dem Adsorptions- zu Desorptionsverhältnis und dem Verhältnis  $\Theta/\Theta_1$  der besetzten zu den nicht besetzten Füllstoffplätzen besteht. Aus dieser Annahme wurde die Verhältnisgleichung 3.37 nach MAIER durch die Einführung des Parameters  $r$  wie folgt modifiziert:

$$\left( \frac{\Phi_d}{\Phi_a} \right)^r = \frac{\Theta}{\Theta_1} \quad (4.9)$$

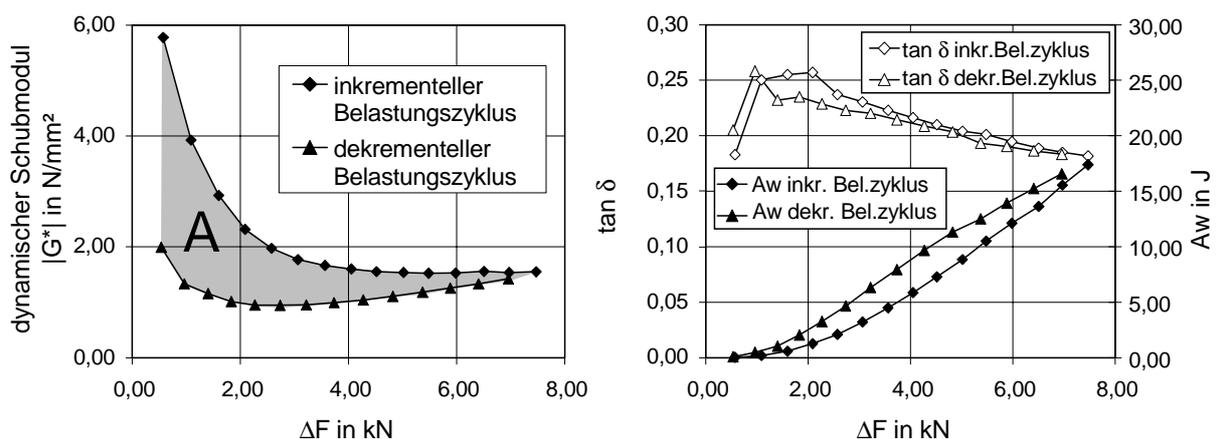
Somit folgt aus den Gleichungen 3.34 und 3.37 für den dehnungsabhängigen Speichermodulverlauf nach Gleichung 3.39

$$G'(\gamma) = G_{St}' + \frac{G_I'}{1 + (c \cdot \gamma)^r} \quad (4.10)$$

und für den dehnungsabhängigen Verlustmodul nach Gleichung 3.42:

$$G''(\gamma) = G_{St}'' + G_I'' \frac{(c \cdot \gamma)^r}{(1 + (c \cdot \gamma)^r)^2} \quad (4.11)$$

Die Nebenbedingung für die Anwendung der Gleichungen 4.10 und 4.11 lautet  $r, c \in R^+$ . Mit  $r = 1$  wird der Ansatz auf die Beziehungen nach MAIER zurückgeführt.



**Bild 4.12:** Verläufe des dynamischen Schubmoduls  $|G^*|$  und des Verlustwinkels  $\tan \delta$  bzw. der absoluten Dämpfung  $A_w$  in Abhängigkeit der Belastungsamplitude  $\Delta F$

Aus den Untersuchungen an den Vierfachschub-Probekörpern ergeben sich Hystereseschleifen für das jeweils letzte Lastspiel eines Lastkollektivs, deren Steigung als Probenmodul  $G_p = |G^*|$  gegen die Kraftdifferenz  $\Delta F$  im Lastkollektiv aufgetragen werden. In Bild 4.12 ist das

Ergebnis einer Messung unter dem Belastungszyklus C an einem Vierfachschieb-Probekörper der Mischung NH-2 dargestellt. Analog zu den Beobachtungen am Dreiseil-Probekörper zeigt sich zunächst sowohl im inkrementellen als auch im dekrementellen Belastungszyklus ein deutlicher Abfall der Steifigkeit mit zunehmender Belastungsamplitude. Dabei ist die Darstellung des dynamischen Schubmoduls in qualitativer Hinsicht mit den Messungen vergleichbar, die u.a. von PATEL [71 - 73], PAYNE [29, 74, 75], MAIER [56, 57] und WANG [93] durchgeführt wurden. Im  $|G^*|/\Delta F$ -Diagramm sinkt der dynamische Schubmodul des Probekörpers mit zunehmender Belastungsamplitude im inkrementellen Teil des Belastungszyklus gegen einen Grenzwert von ca. 1,53 N/mm<sup>2</sup> ab. Infolge der Entlastung im dekrementellen Belastungszyklus fällt der dynamische Schubmodul auf ein Minimum von ca. 0,95 N/mm<sup>2</sup> im Bereich von  $\Delta F = 2,5 - 3,0$  kN ab. Anschließend steigt er wieder unter weiterer Abnahme der Belastungsamplitude an. Der Anfangswert des dynamischen Schubmoduls wird im dekrementellen Belastungszyklus nicht wieder erreicht, es tritt eine von der Vorbelastung im inkrementellen Belastungszyklus abhängige Erweichung des Elastomers ein, die auch u.a. von WANG [53] als dynamisches Stress-Softening und ebenso am Dreiseil-Probekörper beobachtet wurde. Der Steifigkeitsverlust im dekrementellen Teil des Belastungszyklus ist in Bild 4.12 als grau unterlegte Fläche A dargestellt. Das Stress-Softening wurde nur für gefüllte Vulkanisate beobachtet.

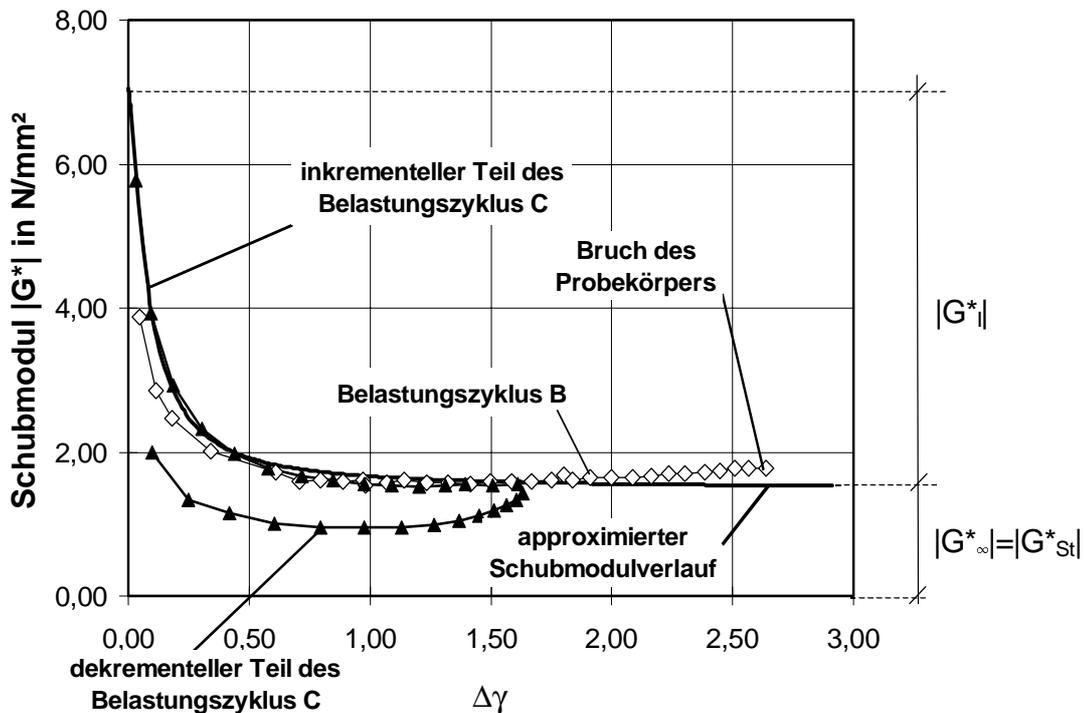
In Bild 4.12 sind die amplitudenabhängigen Verläufe des mechanischen Verlustfaktors  $d = \tan \delta$  und der absoluten Dämpfung  $A_w$  als die von einem Schubkörper des Vierfachschieb-Probekörpers in einem Lastspiel dissipierte Energie dargestellt. Der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  steigt auf ein Maximum an und fällt danach kontinuierlich mit der Kraftamplitude ab. Der Verlustfaktor erreicht das Maximum in dem Bereich der Belastungsamplitude, in dem der größte Steifigkeitsabfall im  $|G^*|/\Delta F$ -Diagramm auftritt. Auf die Kraftamplitude bezogen liegen die für den Verlustfaktor im inkrementellen Teil des Belastungszyklus im Bereich für  $\Delta F$  von 1 bis 4 kN ermittelten Werte über denen des dekrementellen Teils des Belastungszyklus. Die, mit der in einem Lastspiel in einem Schubkörper dissipierten Energie identische absolute Dämpfung  $A_w$ , steigt mit der Belastungsamplitude an. Infolge der durch das Stress-Softening bedingten Wegzunahme ist die absolute Dämpfung des Elastomers im dekrementellen Teil des Belastungszyklus deutlich erhöht.

Die Auswertung der Messreihen an den Vierfachschieb-Probekörpern mit gleicher Mischung erfolgte aus den für die jeweiligen Mischungen ermittelten Verläufe des dynamischen Schubmoduls  $|G^*(\Delta\gamma)|$ . Aus den für jede Belastungsamplitude ermittelten Hystereseschleifen kann der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta(\Delta\gamma)$  ermittelt werden, mit dessen Hilfe die komplexen Komponenten des dynamischen Schubmoduls  $|G'(\Delta\gamma)|$  und  $|G''(\Delta\gamma)|$  in Abhängigkeit der Scherung aus der Beziehung

$$|G'(\Delta\gamma)| = \cos [\delta(\Delta\gamma)] \cdot |G^*| \quad \wedge \quad |G''(\Delta\gamma)| = \sin [\delta(\Delta\gamma)] \cdot |G^*| \quad (4.12)$$

ermittelt werden.

In einem numerischen Näherungsverfahren unter Bildung der kleinsten Fehlerquadrate werden die Parameter der Gleichungen 4.10 und 4.11 in den in der Messung ermittelten Kurvenverläufen  $|G'(\Delta\gamma)|$  und  $|G''(\Delta\gamma)|$  approximiert. Aus der gleichzeitigen Einbeziehung der Gesamt-



**Bild 4.13:** Vergleich der Ergebnisse aus den Belastungszyklen B und C mit dem Ergebnis der Approximation des dynamischen Schubmodulverlaufes am Beispiel der Mischung NH-2

heit der Steifigkeitsverläufe eines Mischungstyps in das Näherungsverfahren erfolgt eine Mittelung der Versuchsergebnisse, mit deren Hilfe die Beschreibung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit Vulkanisate der einzelnen Mischungen der Untersuchung möglich ist.

Bild 4.13 enthält einen Vergleich der Ergebnisse aus den Belastungszyklen B und C mit dem Ergebnis der Approximation des dynamischen Schubmodulverlaufes am Beispiel der Mischung NH-2. Die dargestellten dynamischen Schubmodulverläufe  $|G^*(\Delta\gamma)|$  wurden an Vierfachscherb-Probekörpern der Mischung NH-2 in dem Belastungszyklen B und C ermittelt. Die Abweichungen im Amplitudenbereich von  $\Delta\gamma < 0,5$  können auf die zum Teil unvermeidbare Vorconditionierung der Probekörper beim Ausformen nach der Vulkanisation begründet werden.

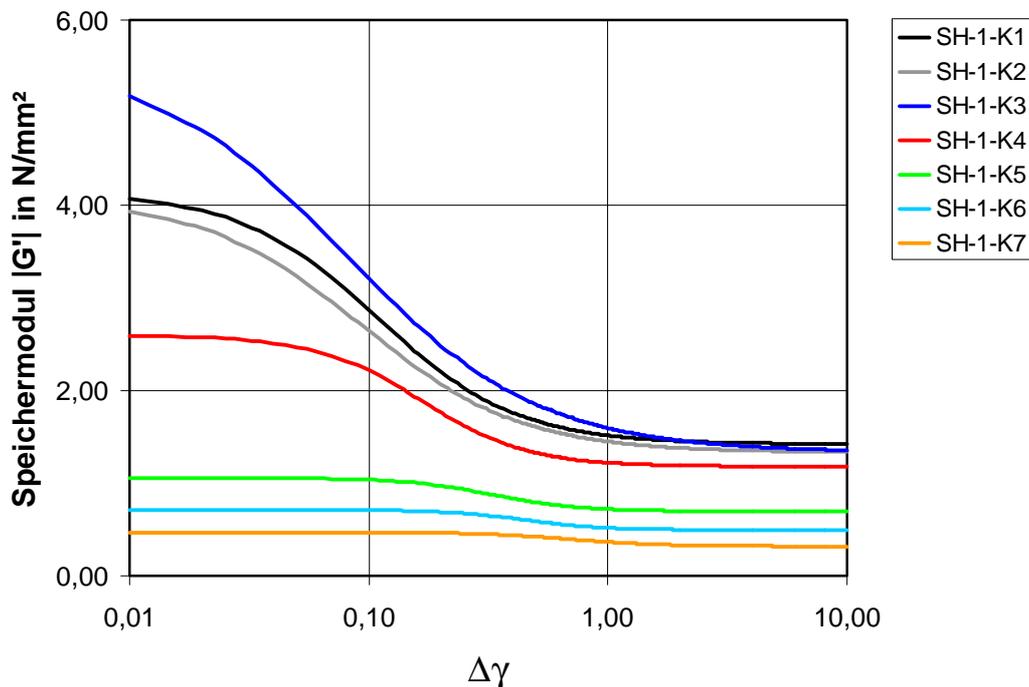
Des Weiteren ist in Bild 4.13 die Approximation der Schubmodulverläufe aus dem Belastungszyklus B und dem inkrementellen Teil des Belastungszyklus C dargestellt. Der approximierte Schubmodulverlauf wurde aus der Gesamtheit der Vierfachscherb-Probekörper der Mischung NH-2 ermittelt. Es wurden sowohl Approximationen des inkrementellen wie des dekrementellen Belastungszyklus durchgeführt. Diese Approximationen zeigen, dass mit den Parametern  $c$  und  $r$  der Gleichungen 4.10 und 4.11, die im inkrementellen Belastungszyklus ermittelt

wurden, auch der dekrementellen Belastungszyklus bis zum Minimum des dynamischen Schubmodulverlaufs wiedergegeben werden kann. Die Parameter  $c$  und  $r$  können damit als von der Belastungsgeschichte unabhängige Materialparameter angesehen werden. Auch die Verläufe des Verlustmoduls im inkrementellen bzw. dekrementellen Belastungszyklus konnten mit den Parametern  $c$  und  $r$  approximiert werden. Der qualitative und quantitative Unterschied in den Verläufen des inkrementellen sowie des dekrementellen Teils des Belastungszyklus, wird damit wie in Bild 4.13 dargestellt nur durch die Moduln  $|G^*_{il}|$  und  $|G^*_{st}|$  bestimmt. Die Moduln  $|G^*_{il}|$  und  $|G^*_{st}|$  des dekrementellen Teils des Belastungszyklus ergeben sich aus der Vorbelastung im inkrementellen Teil des Belastungszyklus. Eine Darstellung des Anstiegs des dynamischen Schubmoduls ist mit dem Modell nach Gleichung 4.10 und 4.11 allerdings nicht möglich.

Der Bruch der Probekörper im Belastungszyklus B kündigte sich, mit Ausnahme des Chloropren-Vulkanisats, nicht durch einen Steifigkeitsverlust an. Der Bruch erfolgte nach leichter Zunahme der Steifigkeit im letzten Viertel des inkrementellen Belastungszyklus spontan. Nur das Chloropren-Vulkanisat zeigt vor dem Bruch eine leichte Abnahme des Moduls. Der Grenzwert  $|G^*_{st}|$  der Approximation wird damit nicht in idealer Weise durch das Verhalten des Vierfachscherungs-Probekörpers unter großer Scherungs-Amplitude  $\Delta\gamma$  bestätigt. Der Kurvenverlauf des inkrementellen Teils des Belastungszyklus kann jedoch mit hinreichender Genauigkeit bis über 80% des Verformungsbereiches approximiert werden.

#### 4.3.2.2 Füllstoffeinfluss

In Bild 4.14 und Bild 4.15 sind die aus den Versuchen nach Gleichung 4.10 und 4.11 approximierten amplitudenabhängigen Verläufe für den Speichermodul  $|G'|$  und den Verlustmodul  $|G''|$  der in ihrem Füllstoffaufbau variierten Mischungen SH-1-K1 bis SH-1-K7 zusammengefasst. Die Approximationen der amplitudenabhängigen Verläufe der Komponenten des dynamischen Schubmoduls der weiteren im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Fördergurt-Elastomere, insbesondere die hier nicht weiter behandelten Verläufe des mechanischen Verlustfaktors  $\tan \delta$ , sind im Anhang zusammengefasst.



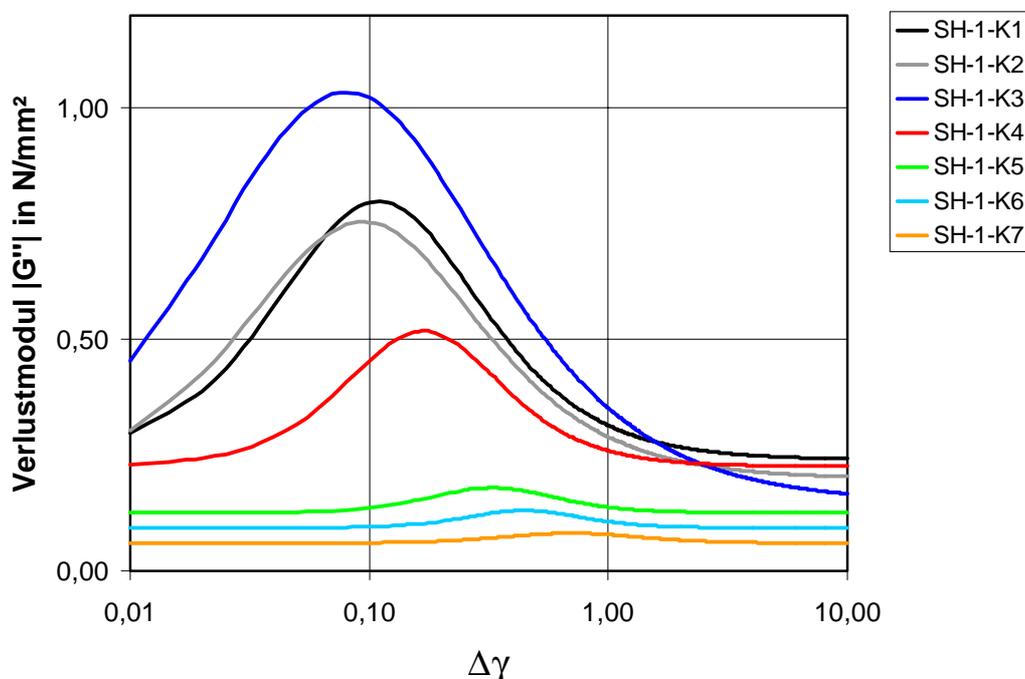
**Bild 4.14:** Approximierter Betrag des Speichermoduls  $|G'(\Delta\gamma)|$  für die Mischungen SH-1-K1 bis -K7

In Bild 4.14 können in den dargestellten amplitudenabhängigen Verläufen des Speichermoduls drei Bereiche charakterisiert werden, die sowohl vom Füllgrad als auch von der Füllstoffzusammensetzung der Vulkanisate abhängig sind:

- Eine **“Hochlage”** des Moduls als **Anfangsmodul** für kleine Amplituden. Die Ausprägung des Amplitudenbereichs der Hochlage ist vom Füllgrad und der Füllstoffzusammensetzung des Vulkanisats abhängig. Die Hochlage tritt in ausgeprägter Form in einem kleinen Amplitudenbereich für die hochgefüllten Vulkanisate wie z.B. SH-1-K1 bis -K4 in Erscheinung, während sie weniger ausgeprägt für die geringgefüllten Vulkanisate SH-1-K5 bis -K7 auftritt. Hier nimmt der Bereich der Hochlage allerdings einen größeren Amplitudenbereich ein. Ein hoher Rußanteil in der Füllstoffzusammensetzung der Mischung SH-1-K3 bewirkt einen hohen Anfangsmodul, während der hohe Kieselsäure-Anteil der Mischung SH-1-K4 den Anfangsmodul gegenüber der Referenzmischung SH-1-K1 reduziert.
- Eine **“Tieflage”** des Moduls für große Amplituden mit  $\Delta\gamma > 1$ , die durch den jeweiligen stabilen Modul  $G'_{St}$  charakterisiert wird. Der stabile Modul zeigt hier einen deutlichen Einfluss des Füllgrades. Die Mischungen SH-1-K1 bis -K4 mit gleichem Füllgrad besitzen einen stabilen Modul  $G'_{St}$  in vergleichbarer Höhe.
- Einen **Übergangsbereich** von der Hoch- in die Tieflage. Die Lage des Übergangsbereichs zeigt sich dabei in Abhängigkeit der Füllstoffzusammensetzung. Besonders mit abnehmendem Füllgrad wird der Übergangsbereich im Diagramm zu größeren

Amplituden nach rechts verschoben und der Amplitudenbereich des Übergangs von der Hoch- in die Tieflage wird verkürzt.

Die Verläufe des amplitudenabhängigen Speichermoduls der im Füllgrad gleichen, aber in der Füllstoffzusammensetzung variierten Mischungen SH-1-K1 bis -K4 deuten darauf hin, dass der Modul der Hochlage mit zunehmendem Rußanteil in der Füllstoffzusammensetzung zunimmt. Mit zunehmendem Anteil an Kieselsäure in der Füllstoffzusammensetzung nimmt sowohl der Anfangsmodul, als auch der stabile Anteil des Speichermoduls in der Tieflage ab. Die Gruppe der Vulkanisate mit gleicher Füllstoffzusammensetzung SH-1-K1 und SH-1-K5 bis -K7 zeigen damit einen Einfluss des Füllgrads auf den stabilen sowie den instabilen Anteil des Speichermoduls. Für das ungefüllte Vulkanisat der Mischung SH-1-K7 wird hierbei über den gesamten Amplitudenbereich ein annähernd konstanter Schubmodulverlauf ermittelt.

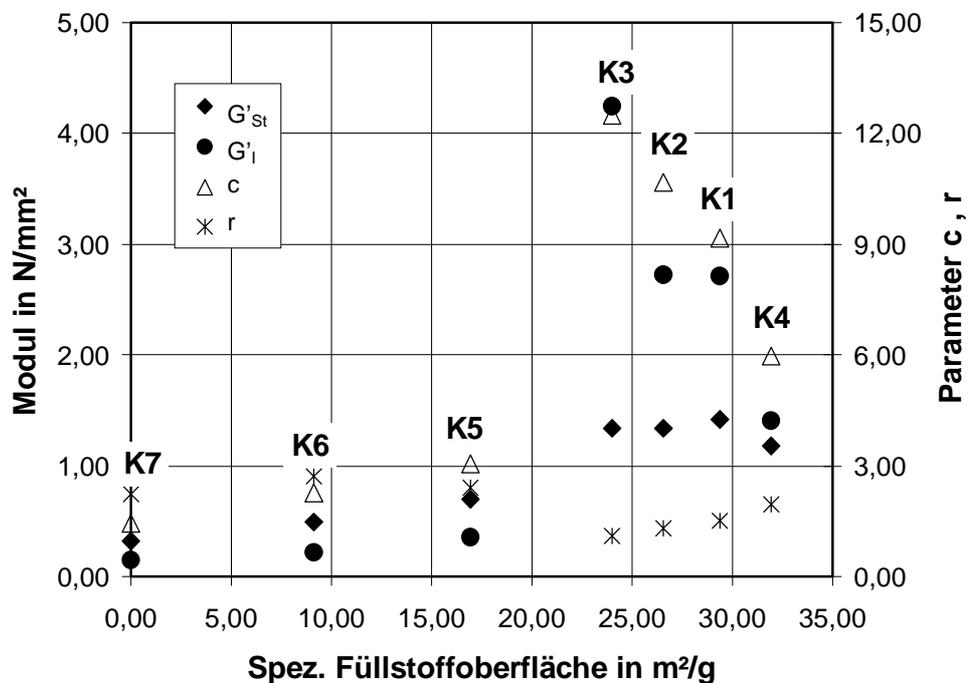


**Bild 4.15:** Approximierter Betrag des Verlustmoduls  $|G''(\Delta\gamma)|$  für die Mischungen SH-1-K1 bis -K7

In Bild 4.15 sind die Verläufe des Verlustmoduls  $|G''(\Delta\gamma)|$  für die Vulkanisate der Mischung SH-1-K7 bis -K7 zusammengefasst. Während für die gefüllten Mischungen SH-1-K1 bis -K6 in Abhängigkeit ihrer Füllstoffzusammensetzung und des Füllgrades ein deutliches Maximum im Verlustmodul auftritt, bleibt der Wert des Speichermoduls der Mischung SH-1-K7 annähernd konstant. Damit besitzt die ungefüllte Mischung ein annähernd linear-viskoelastisches Verhalten, während die gefüllten Mischungen nichtlineare visko-elastische Eigenschaften besitzen, die durch den Füllgrad und die Füllstoffzusammensetzung bestimmt werden. Das Maximum des Verlustmoduls tritt im Wendepunkt des Speichermodulverlaufs auf.

Im Vergleich der Mischungen kann das Verhältnis  $G'_I$  zu  $G'_{St}$  bzw.  $G''_I$  zu  $G''_{St}$  als Maß für die Nichtlinearität der dynamischen Steifigkeit angesehen werden. Aus der Definition des Verlaufs des amplitudenabhängigen Verlustmoduls ergibt sich, dass die Werte des Anfangs- und des End-Verlustmoduls gleich dem stabilen Anteil  $G''_{St}$  sind. Anders als für den Speichermodul, kann der instabile Anteil des Verlustmoduls  $G''_I$  nicht durch die Differenz zwischen  $G''_{St}$  und dem Maximum im Diagramm definiert werden.

In Bild 4.16 sind die für die Mischungen SH-1-K1 bis -K7 aus Gleichung 4.10 gewonnenen Moduln und  $G'_{St}$  und  $G'_I$  sowie die Parameter  $c$  und  $r$  über die spezifische Füllstoffoberfläche aufgetragen. Der Füllstoffgehalt der Mischungen SH-1-K5 bis -K7 zeigt sich in Bild 4.16 durch eine zunehmende Füllstoffoberfläche.

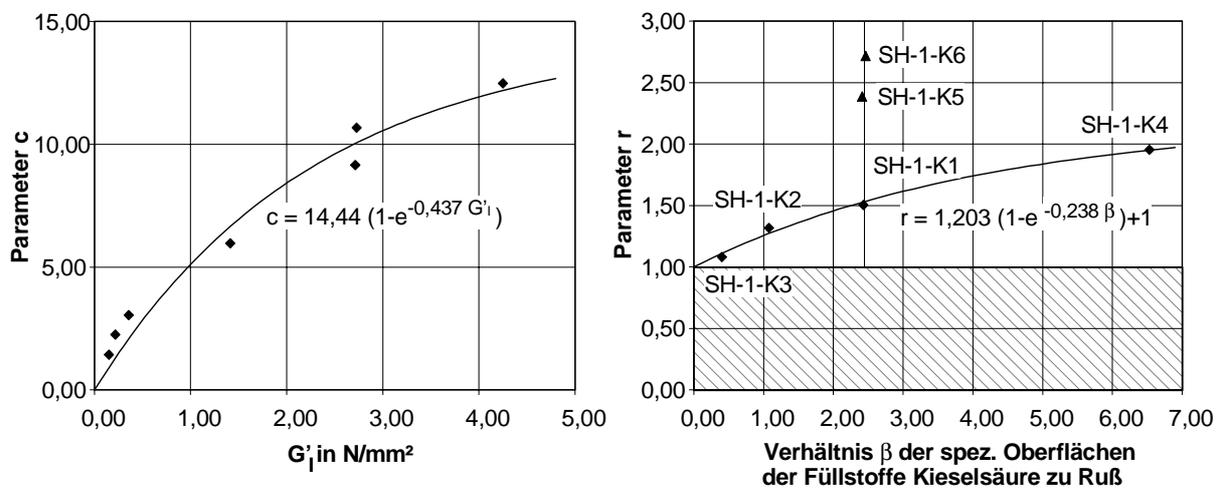


**Bild 4.16:** Parameter der Approximations-Funktion für den Speichermodulverlauf  $G(\gamma)$  der Mischungen SH-1-K1 bis SH-1-K7

Der stabile Anteil des Speichermoduls  $G'_{St}$  steigt annähernd linear in Abhängigkeit des Füllgrades an. Für die Mischungen SH-1-K1 bis -K4, die den gleichen Füllgrad besitzen, wurden annähernd gleiche stabile Speichermodulwerte ermittelt. Die Mischung SH-1-K4 weist die größte spezifische Füllstoffoberfläche auf. Für diese Mischung wurde jedoch kein, von den übrigen Mischungen gleichen Füllgrades signifikant abweichender  $G'_{St}$ -Wert ermittelt. Es kann daher festgestellt werden, dass für die untersuchten Mischungen zwischen der Füllstoffoberfläche und dem stabilen Anteil des Speichermoduls kein signifikanter Zusammenhang besteht. Der instabile Anteil des Speichermoduls  $G'_I$  erweist sich in der Darstellung in Bild 4.16 als abhängig von der Oberfläche, die durch den Ruß-Anteil im Füllstoff gebildet wird. Diese Feststellung ergibt sich aus der Beobachtung, dass der Modul  $G'_I$  mit zunehmendem Füllstoffgehalt ansteigt, jedoch mit zunehmendem Kieselsäure-Anteil in der Füllstoffzusammensetzung

abnimmt. Hieraus kann gefolgert werden, dass vor allem der Ruß für die Bildung des instabilen Moduls  $G'_i$  verantwortlich ist und die Anzahl der Abgleitvorgänge des Polymers vom Füllstoff durch die Kieselsäure reduziert wird. Der geringere Anfangsmodul der Mischung SH-1-K4 deutet jedoch darauf hin, dass die Netzstellendichte  $N_i$  der instabil mit dem Füllstoff verbundenen Makromolekülketten insgesamt geringer ausfällt, während der stabile Anteil des Moduls weitgehend unbeeinflusst bleibt.

Analog zu den Ergebnissen MAIERS [57] kann von einer Korrelation des instabilen Moduls  $G'_i$  und des Parameters  $c$  mit dem Füllstoffgehalt der Vulkanisate gesprochen werden. Sowohl  $G'_i$  als auch  $c$  steigen für die Mischungen SH-1-K1 und SH-1-K5 bis -K7 mit dem Füllstoffgehalt an.



**Bild 4.17:** Parameter  $c$  und  $r$  der Approximationsfunktion in Abhängigkeit des Moduls  $G'_i$  und des Verhältnisses  $\beta$  der spezifischen Oberflächen der Füllstoffe Ruß und Kieselsäure

In Bild 4.17 sind die Parameter  $c$  und  $r$  der Approximationsfunktion in Abhängigkeit des Moduls  $G'_i$  bzw. des Verhältnisses der spezifischen Oberflächen der Füllstoffe Ruß und Kieselsäure dargestellt. Aus Bild 4.17 geht hervor, dass eine Korrelation zwischen  $G'_i$  und dem Parameter  $c$  der Approximationsfunktion nach den Gleichungen 4.10 und 4.11 besteht. Diese Korrelation kann durch die Exponentialfunktion mit den Parametern  $a$  und  $b$

$$c = f(G'_i) = a \left( 1 - e^{-b \cdot G'_i} \right) \quad \wedge \quad a, b \in R^+ \quad (4.13)$$

dargestellt werden [57]. Damit wird für den Parameter  $c$  der Approximationsfunktion die Aussage MAIERS bestätigt, wonach dieser Parameter den mechanisch bedingten Ablösevorgang der instabil an den Füllstoff gebundenen Makromoleküle charakterisiert.

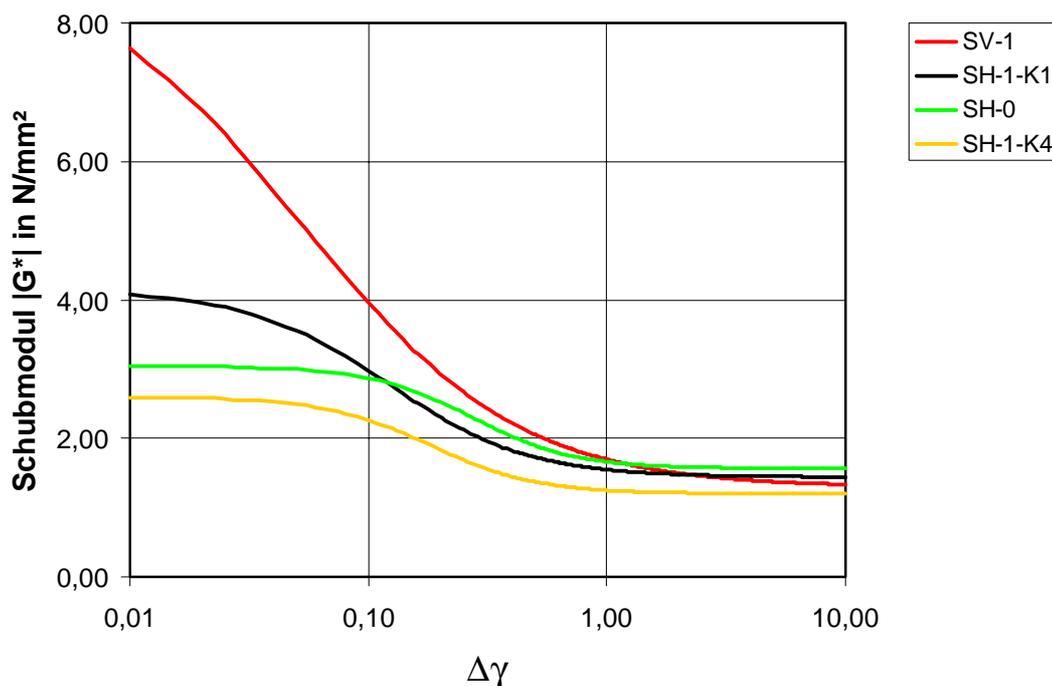
Der Parameter  $r$  zeigt in der Darstellung in Bild 4.17 eine deutliche Korrelation zum Verhältnis der spezifischen Oberflächen der Füllstoffe Kieselsäure zu Ruß  $\beta$ . Der Wert dieses Parameters steigt mit dem zunehmenden Kieselsäureanteil in der Füllstoffzusammensetzung der Mischungen SH-1-K1 bis -K4 an. Die Korrelation kann durch die folgende Beziehung mit den Koeffizienten  $a$  und  $b$  ausgedrückt werden:

$$r = f(\beta) = a(1 - e^{-b\beta}) + 1 \quad \wedge \quad a, b \in R^+ \quad (4.14)$$

Aus der Lage der SH-1-K5 und -K6 in Bild 4.17 kann geschlossen werden, dass in der Korrelation des Parameters  $r$  zum Verhältnis der spezifischen Oberflächen zusätzlich ein Einfluss des Füllgrades bestehen muss. Der dynamische Schubmodulverlauf der allein mit Ruß gefüllten Mischung NH-1 konnte als einzige Mischung dieser Untersuchung mit dem Parameterwert  $r = 1$  approximiert werden, wodurch z.B. die für die Approximation verwendete Gleichung 4.10 auf die Gleichung 3.39 nach MAIER zurückgeführt wird. Alle weiteren Mischungen, die sowohl mit Ruß, als auch mit Kieselsäure gefüllt sind, konnten hingegen nicht mit der Beziehung nach MAIER approximiert werden.

#### 4.3.2.3 Einfluss weiterer Parameter des Mischungsaufbaus

Neben dem Füllstoffeinfluss bestimmen weitere Parameter die nichtlineare dynamische Steifigkeit der Elastomere.



**Bild 4.18:** Approximierte Schubmodulverläufe der Vulkanisate mit vergleichbarem Mischungsaufbau (Vergleichbar sind SV-1 und SH-1-K4 sowie SH-1-K1 und SH-0)

In Bild 4.18 sind die approximierten Verläufe des Betrags des dynamischen Schubmoduls  $G^*$  der Mischungen SV-1, SH-1-K1, SH-1-K4 und SH-0 in Abhängigkeit der Scherung  $\Delta\gamma$  dargestellt. Die Mischungen SV-1 und SH-1-K4 sowie SH-1-K1 und SH-0 weisen bei jeweils gleichen Kautschukbestandteilen die annähernd gleiche Füllstoffzusammensetzung auf. Dennoch ergeben sich besonders hinsichtlich des Anfangsmoduls deutlich verschiedene dynamische Schubmodulverläufe.

Im Vergleich des nichtlinearen Steifigkeitsverhaltens der Mischungen SV-1 und SH-1-K4 kann das abweichende Verhalten aus dem Unterschied im Beschleunigersystem der beiden Mischungen abgeleitet werden. Während in der Mischung SV-1 nur der Sulfenamidbeschleuniger verwendet wird, besitzt die Mischung SH-1-K4 ein Vulkanisationssystem auf Basis von Sulfenamid- und Thiurambeschleunigern. Durch den Synergie-Effekt der beiden Beschleuniger wird ein höherer Vernetzungsgrad sowie eine hohe Vernetzungsgeschwindigkeit erreicht [79]. Die Vernetzung in der Mischung SV-1 läuft hingegen durch den alleinigen Einsatz des Sulfenamidbeschleunigers langsamer ab. Die Vernetzungsreaktion tritt im ersten Drittel der Vulkanisation verzögert ein. Diese Vernetzungskinetik begünstigt die Bildung langer  $S_x$ -Schwefelketten zwischen den Makromolekülen. Hierdurch wird eine Verbesserung der dynamischen Eigenschaften, insbesondere der Dauerfestigkeit, und der Lagerungsfähigkeit des Vulkanisats erreicht [46]. Beides ist für eine Verbindungs-Haftmischung günstig. Die Mischung SH-1-K4 ist eine Variation der Kerngummi-Haftmischung SH-1-K1, die in der Gurtherstellung eingesetzt wird. In der Auslegung des Vulkanisationssystems ist deshalb die Lagerungsfähigkeit einer Mischung von geringerer Priorität. Wichtiger ist, dass die Vulkanisationszeiten auf die verwendeten Deckplattenmischungen eingestellt und die Heizzeit in der Presse möglichst kurz ist.

Im Vergleich der Mischungen SH-0 und SH-1-K1 kann der Unterschied in der nichtlinearen Steifigkeit nicht auf das Beschleunigersystem zurückgeführt werden, da sowohl die Mischung SH-1-K1 als auch die Mischung SH-0 das gleiche Beschleunigersystem besitzen. Eine Möglichkeit, die abweichenden, nicht aus dem Mischungsaufbau herrührenden, dynamischen Schubmodulverläufe zu erklären, kann der nach WANG [92] auftretende Einfluss der Phasenvermischung im Mischprozess der Mischungsherstellung sein. Während die Mischung SH-0 aus dem Produktionsbereich stammt, wurde die Mischung SH-1-K1 unter Laborbedingungen erstellt. Es darf deshalb angenommen werden, dass der Mischprozess nicht unter gleichen Bedingungen erfolgte. Gleiches gilt auch für die Mischungen SV-1 und SH-1.

Als weiterer einflussreicher Parameter neben den Zusatzstoffen spielt auch der Kautschuk eine wichtige Rolle, wie aus den Approximationen der nichtlinearen dynamischen Speichermodulverläufe im Anhang ersichtlich ist. Bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Elastomere, die in Stahlseil-Fördergurten eingesetzt werden, überlagern sich jedoch Füllstoffeinfluss und die Einflüsse des Kautschuks bzw. des weiteren Mischungsaufbaus, sodass hier eine systematische Zuordnung nicht möglich ist.

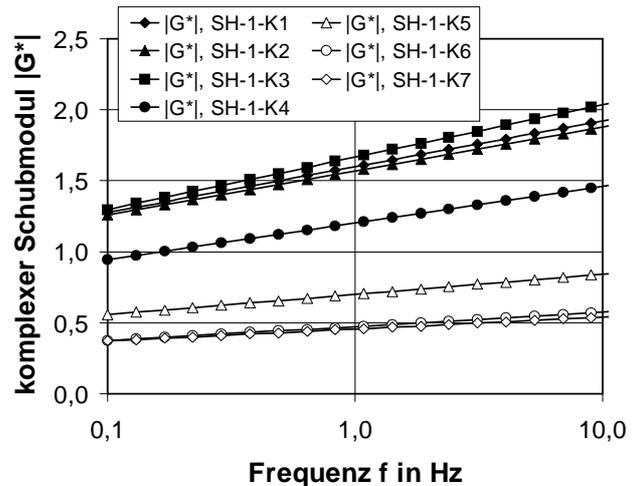
#### *4.3.2.4 Einfluss der Frequenz*

Die aus den frequenzabhängigen Versuchen im Belastungszyklus C unter der Amplitude  $\Delta F = 1,5$  kN ermittelten Verläufe des dynamischen Schubmoduls  $|G^*|$  der Mischungen SH-1-K1 bis -K7 lassen sich mit logarithmisch skaliertes Abszisse im Frequenzbereich von  $f = 0,1$  Hz bis 10 Hz als Geraden darstellen.

In Bild 4.19 sind die aus den frequenzabhängigen Versuchen gewonnenen approximierten Schubmodulverläufe mit den Parametern  $a$  und  $|G^*(f = 1\text{Hz})|$  für die Approximations-Funktion gemäß

Vulkanisat	$a$	$ G^*(f = 1 \text{ Hz}) $ in $\text{N/mm}^2$
SH-1-K1	0,1399	1,5986
SH-1-K2	0,1339	1,5694
SH-1-K3	0,1606	1,6664
SH-1-K4	0,1123	1,203
SH-1-K5	0,0618	0,6995
SH-1-K6	0,0436	0,4738
SH-1-K7	0,0364	0,4553

$\Delta F = 1,5 \text{ kN}$



**Bild 4.19:** Approximation des dynamischen Schubmoduls in Abhängigkeit der Belastungsfrequenz für die Mischungen SH-1-K1 bis SH-1-K7

$$|G^*(f)| = a \cdot \ln(f) + |G^*(f = 1 \text{ Hz})| \quad (4.15)$$

wiedergegeben. Hierin ist  $|G^*(f = 1 \text{ Hz})|$  der Betrag des dynamischen Schubmoduls für die Frequenz von  $f = 1 \text{ Hz}$ . Die Gleichung 4.15 konnte ebenso für die Approximation des Speichermoduls, des Verlustmoduls und des Verlustfaktors angewendet werden. Die Ergebnisse dieser Approximationen sind im Anhang zusammengefasst.

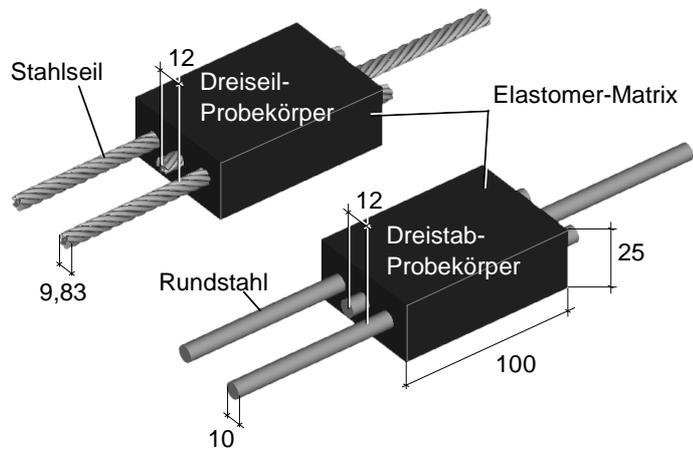
Der Rußgehalt der Mischungen mit gleichem Füllgrad steigt, beginnend mit der Mischung SH-1-K4, über die Mischungen SH-1-K1 bis -K3 an. In Bild 4.19 ist zu erkennen, dass mit Ausnahme der Mischung SH-1-K2 sowohl die Steigung  $a$  der Geraden als auch der Modul  $|G^*(f = 1 \text{ Hz})|$  bei einer Frequenz von 1 Hz mit dem steigendem Rußgehalt der Mischungen mit gleichem Füllgrad und mit steigendem Füllgrad der Mischungen SH-1-K7 bis -K5 zunimmt.

#### 4.3.3 Einfluss des Elastomers auf die Haftung

Um den Einfluss des Mischungsaufbaus auf die die Festigkeit des Vulkanisats in einer Stahlseilgurtverbindung zu beurteilen, wurden sowohl statische als auch dynamische Haftungsversuche an Dreistab- und Dreiseil-Probekörpern durchgeführt. Die statische Haftung der Probekörper wurde dabei in jeweils drei Versuchen mit Probekörpern einer Mischung entsprechend DIN EN ISO 7623 [13] ermittelt. Analog zu den dynamischen Haftungsversuchen in Kapitel 3.2.2 wurde festgestellt, dass der Bruch der Probekörper als Strukturbruch im Elastomer-Material erfolgte. Der in der Untersuchung ermittelte Haftungswert kann daher als ein Kriterium für die Beurteilung der Festigkeit des Elastomers unter den Beanspruchungsbedingungen in einer Stahlseilgurtverbindung angesehen werden.

In Bild 4.20 ist der Aufbau der Probekörper dargestellt. Bei den für die Dreiseil-Probekörper verwendeten Stahlseilen handelte es sich um verzinkte Fördergurt-Stahlseile mit dem Nenn-durchmesser 9,83 mm, die für einen Fördergurt der Bezeichnung St 4500 eingesetzt werden.

Für die Stäbe der Dreistab-Probekörper wurde kaltgezogener und gestrahlter Rundstahl mit einem Durchmesser von 10 mm verwendet. Um die Haftung zum Elastomer zu erhöhen, wurden die Stäbe mit einem Haftvermittler eingestrichen. Die Einbettungslänge der Seile bzw. Stäbe betrug jeweils 100 mm. Die Dicke der Probekörper betrug 25 mm und die Seil- bzw. Stablage befand sich in der Mittelebene der Probekörper. Die Teilung der Seile bzw. Stäbe betrug 12 mm. In den Haftungsversuchen wurden Haftmischungen mit dem jeweils gleichen Mischungsaufbau der Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit untersucht. Allein die Mischung NH-2 stand für die Untersuchungen nicht mehr zur Verfügung.



**Bild 4.20:** Dreiseil und Dreistabprobekörper für die Haftungsversuche

In den dynamischen Haftungsversuchen wurden die Probekörper nach Belastungszyklus B, mit der Unterlast  $F_{min} = 1$  kN und  $\Delta F = 1$  kN bis zum Bruch belastet. Der auf die Einbettungslänge von 100 mm bezogene Haftungswert  $H$  wurde als Mittelwert aus den Haftungswerten jeweils dreier Versuche an Probekörpern einer Mischung gebildet. Bei allen Probekörpern erfolgte der Bruch im Gummi, d.h. die Haftung am Stab bzw. Seil war immer größer als die

**Tabelle 4.1:** Ergebnisse der Haftungsversuche

Mischung	Dreiseil-Probekörper				Dreistab-Probekörper			
	Haftung in N/mm		Bruchscherung $\gamma_B$		Haftung in N/mm		Bruchscherung $\gamma_B$	
	stat.	dyn.	stat.	dyn.	stat.	dyn.	stat.	dyn.
NH-1	99,92	75,52	5,71	6,63	126,59	118,93	5,45	5,24
SH-0	132,57	107,00	6,16	5,25	276,60	207,75	6,08	3,34
SH-1-K1	160,40	113,36	6,80	3,69	202,53	142,01	5,25	2,90
SH-1-K2	158,51	116,94	6,07	3,85	214,76	148,34	5,32	2,63
SH-1-K3	161,21	121,09	6,75	3,99	230,34	179,58	5,06	2,15
SH-1-K4	150,32	121,09	7,44	6,20	234,45	163,90	7,02	3,60
SH-1-K5	98,80	84,23	6,58	6,68	131,28	99,85	6,34	3,38
SH-1-K6	73,49	68,52	7,19	6,10	109,37	90,90	7,08	5,26
SH-1-K7	39,31	33,45	6,99	5,88	78,78	57,86	8,69	6,21
SH-2	174,79	126,17	5,33	4,24	247,23	189,07	5,06	3,38
SV-1	193,06	130,37	4,99	4,31	287,43	195,92	4,83	2,36

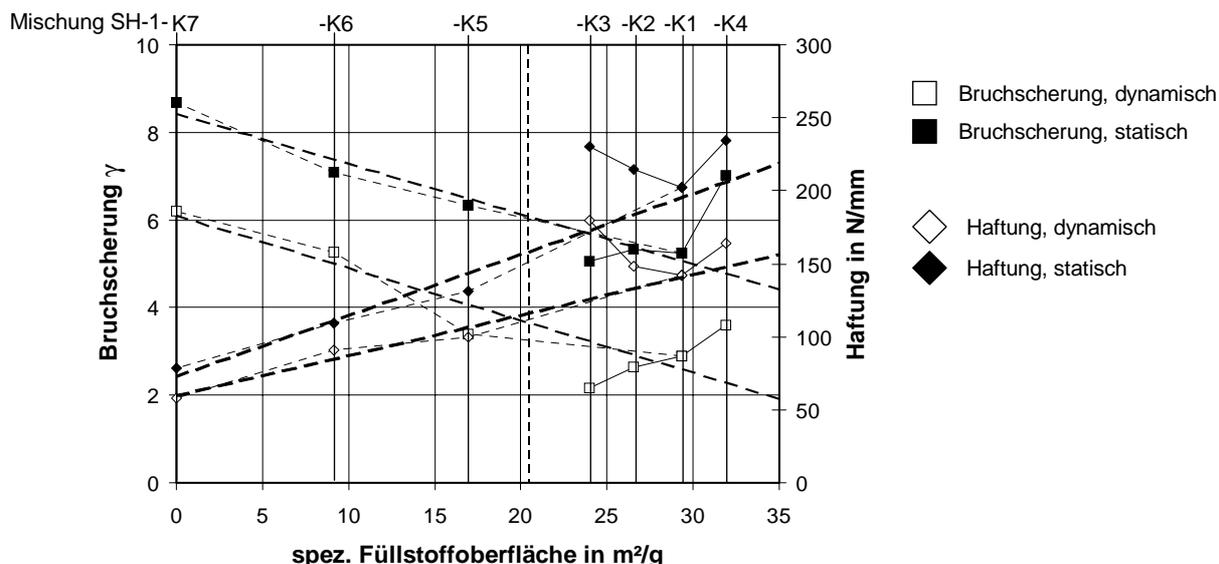
Festigkeit des Elastomers. In den Versuchen an den Dreiseil-Probekörpern wurden die Probekörper analog zu Bild 4.4 gegen Verdrehen gesichert.

Die in den Versuchen ermittelten statischen und dynamischen mittleren Haftungswerte sowie die auf den geringsten Zwischengummi-Querschnitt bezogene Bruchschерung  $\gamma_B = \Delta u / (t-d)$  sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Aus dem Vergleich der Haftungswerte ergibt sich, dass die ermittelten dynamischen und statischen Haftungswerte der einzelnen Mischungen im Wesentlichen sowohl hinsichtlich der Art der Probekörper als auch hinsichtlich der Art der Belastung korrelieren: Die statischen Haftungswerte sind innerhalb eines Probekörper-Typs größer als die der dynamisch geprüften Probekörper. Gleiches gilt grundsätzlich für die Bruchschерung  $\gamma_B$  mit Ausnahme der Mischungen NH-1 und SH-1-K5. Die Haftungswerte an den Seil-Probekörpern sind für die jeweils dynamische bzw. statische Beanspruchung geringer als an den Stab-Probekörpern. Gleiches gilt im Grundsatz wiederum für die Bruchschерung, wobei hier die Mischung SH-1-K7 die Ausnahme bildet. Die geringeren Festigkeiten der Seil-Probekörper widerspricht auf den ersten Blick der Erwartung, da dem Elastomer durch das Seil eine gegenüber dem Stab größere Anbinde-Oberfläche geboten wird und zudem der Gummizwischenraum durch den geringeren Seildurchmesser um 0,17 mm größer ist. Das Elastomer im Seil-Probekörper ist jedoch infolge des Seilschlags einer zusammengesetzten Schubbelastung ausgesetzt, die zum einen aus der Verschiebung des Seiles in Zugrichtung, zum anderen aber aus der infolge des Seilschlags induzierten Seildrehung resultiert. Infolge dieser Seildrehung erfährt der Zwischengummi eine größere Belastung, wodurch das Versagen am Seil unter geringeren Zugkräften auftritt.

Aus Tabelle 4.1 geht hervor, dass die Mischungen SH-2 und SV-1 am Stab wie am Seil die besten Haftungswerte besitzen, während die Mischung SH-0 besonders am Stab sehr gute Haftungswerte erreicht. Die Mischungen SH-0 sowie SH-1-K1 bis -K4 zeigen in allen Versuchen ähnlich gute Haftungswerte. Wie schon in den Versuchen zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit beobachtet werden konnte, fallen die unterschiedlichen Festigkeits-Eigenschaften der im Mischungsaufbau annähernd gleichen Vulkanisate SH-1-K4 und SV-1 bzw. SH-1-K1 und SH-0 auf: So ist das Vulkanisat SH-1-K4 im Haftungsversuch diejenige Mischung mit der größten Bruchschерung bei guten Haftungswerten, während die Mischung SV-1 die besten Haftungswerte bei geringster Bruchschерung aufweist. Die Mischung SH-1-K4 hat hierbei eine ähnlich große Bruchschерung wie die Mischung SH-1-K6. Die Mischung SH-0 hingegen zeigt am Seil schlechtere Haftungswerte als die Mischung SH-1-K1, besitzt aber am Stab gegenüber der Mischung SH-1-K1 ein besseres Haftvermögen.

In Bild 4.21 sind die Ergebnisse der Haftungsversuche an den Dreistab-Probekörpern für die Gruppe der in Füllgrad und der Füllstoffzusammensetzung variierten Mischungen SH-1-K1 bis -K7 dargestellt. Bezüglich der im Füllgrad variierten Mischungen SH-1-K1 und SH-1-K5 bis -K7 ist eine Korrelation zwischen den Ergebnissen des Haftungsversuchs und dem Füllgrad zu beobachten, die in Bild 4.21 durch die diagonal verlaufenden und gestrichelt eingezeichneten Ausgleichsgeraden angedeutet wird. Der Füllgrad zeigt sich für die Mischungen SH-1-K1 und SH-1-K5 bis -K7 durch eine zunehmende Füllstoffoberfläche. Dabei nehmen die Werte der



**Bild 4.21:** Einfluss der spez. Füllstoffoberfläche auf die Haftung und die Bruchscherung der Dreistab-Probekörper

Bruchscherung mit abnehmendem Füllgrad zu, während die Haftungswerte mit zunehmendem Füllgrad steigen.

Für die Gruppe der Probekörper der Mischungen SH-1-K1 bis -K4 kann festgestellt werden, dass die Füllstoffzusammensetzung - respektive das Verhältnis von Ruß zu Kieselsäure bei gleichem Füllgrad - einen deutlichen Einfluss auf die Ergebnisse der Haftungsversuche hat. Dieser Einfluss zeigt sich in Bild 4.21 darin, dass ein steigender Rußanteil, eine Haftungserhöhung mit abnehmender Bruchscherung bewirkt. Ein zunehmender Anteil an Kieselsäure führt zu einer Haftungserhöhung unter Zunahme der Bruchscherung. Die Art der Belastung hat bezüglich dieser Aussagen keinen signifikanten Einfluss. Es ist jedoch anzumerken, dass sich die Beobachtungen am Dreistab-Probekörper für den Dreiseil-Probekörper, besonders in Bezug auf die Bruchscherung, nicht in dieser Deutlichkeit bestätigen lassen, da die Streuung der Ergebnisse hier größer war. Diese Streuung lässt sich zum einen auf die komplexeren Beanspruchungsverhältnisse zurückführen, denen das Elastomer am Seil ausgesetzt ist. Zum anderen muss berücksichtigt werden, dass sich durch die Vorbereitung der Stäbe optimale und definierte Haftungsverhältnisse für das Elastomer erzeugen lassen, während die Haftungsverhältnisse an der Zinkschicht der Seile, besonders hinsichtlich des Grades möglicher Verunreinigungen im Anlieferungszustand, nicht bekannt sind.

Sowohl die Haftung als auch die Bruchscherung der Probekörper können für das Einzelversuch nicht isoliert betrachtet werden, da der zeitliche Versagensverlauf und der wahrscheinlich zufällige Charakter der Versagensinitiierung durchaus Einfluss auf die Haftungs-, wie auf die Bruchscherungswerte haben können. Um die Mischungseigenschaften im Haftungsversuch für die unterschiedlichen Probekörper und Belastungsarten zu charakterisieren, wurde deshalb für jeden Versuchstyp eine Rangfolge der Mischungen erstellt. Maßgeblich für

die Rangfolge war die Forderung nach einer maximalen Haftung unter minimaler Bruchschерung. Dieses Anforderungsprofil entspricht dem Stand der Technik für ein in einer Stahlseilgurtverbindung eingesetztes Elastomer [91].

In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse der Rangfolgen als Mittelwerte der in den einzelnen Versuchen ermittelten Rangfolgen zusammengefasst. Die Mischung mit den, hinsichtlich des Anforderungsprofils besten Eigenschaften ist die Mischung SV-1. Zu den, unter den Bewertungsgesichtspunkten, am wenigsten geeigneten Mischungen zählen die Mischungen SH-1-K5 bis -K7 mit variiertem Füllgrad. Die Vulkanisate dieser Mischungen weisen vergleichsweise große Bruchschерungen auf, die sich durch einen niedrigen Platz in der Rangfolge ausdrückt. Sie besitzen in der Regel auch einen geringen Rang in der Haftungsbewertung.

**Tabelle 4.2:** In den Haftungsversuchen ermittelte mittlere Ränge für Bruchschерung und Haftung

Bruchschерung		Haftung	
SV-1	1,5	SV-1	1,5
SH-1-K2	3,5	SH-2	2,5
SH-1-K3	4,0	SH-1-K3	3,5
SH-2	4,0	SH-0	4,0
SH-0	5,0	SH-1-K1	5,5
SH-1-K1	6,0	SH-1-K2	5,5
NH-1	6,0	SH-1-K4	5,5
SH-1-K5	6,5	NH-1	8,0
SH-1-K4	9,5	SH-1-K5	9,0
SH-1-K6	10,0	SH-1-K6	10,0
SH-1-K7	10,0	SH-1-K7	11,0

Eine Ausnahme bildet die Mischung SH-1-K4, die einen niedrigen Rang in der Bruchschерung aufweist, jedoch den gleichem Rang der Mischung SH-1-K1 in der Bewertung der Haftung erreicht. Die Mischung SH-1-K4 übertrifft die Referenzmischung SH-1-K1 in drei von vier Haftungswerten und zeigt folglich bei guten Haftungswerten eine ausgesprochen gute Verformbarkeit.

#### 4.3.4 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse

Als Ergebnis der Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit ist deutlich geworden, dass die Vulkanisate der untersuchten Elastomer-Mischungen im Schubversuch differenzierte Eigenschaften zeigen. Diese Eigenschaften zeigten sich in Abhängigkeit der Belastungsgeschichte des Mischungsaufbaus und der Belastungsfrequenz.

Der Einfluss der Belastungsgeschichte ist im Wesentlichen durch den Stress-Softening-Effekt geprägt, in dessen Folge die Hystereseschleife der maximal in einem Belastungskollektiv auftretenden Belastung die einhüllende Hystereseschleife der nachfolgenden Belastungen bildet. Aus der Ortskurve der Hysteresespitzen im Kraft-Verformungsdiagramm eines inkrementellen Belastungszyklus lassen sich die Hysteresesteifigkeiten für jede maximale Belastung bestimmen. Die durch den dynamischen Schubmodul  $G^*$  ausgedrückte Steifigkeit ist von der Belastungsamplitude und insbesondere von der Verformung abhängig.

Der Füllgrad und die Füllstoffzusammensetzung beeinflussen den Grad der Nichtlinearität des dynamischen Schubmoduls  $G^*$  und seiner komplexen Komponenten Speichermodul  $G'$  und

Verlustmodul  $G''$ . Die Nichtlinearität der dynamischen Steifigkeit der untersuchten Elastomere zeigt sich durch einen hohen Anfangsmodul, der mit zunehmender Verformungsamplitude abfällt und einem Grenzwert zustrebt, der als Endmodul bezeichnet werden kann. Der Füllstoffeinfluss zeigt sich dabei infolge des Füllgrades und der Füllstoffzusammensetzung im Verhältnis der Füllstoffe Ruß zu Kieselsäure. Der Füllstoff beeinflusst hierbei sowohl die Haftung als auch die dynamische Steifigkeit der untersuchten Elastomere.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete Modell-Approximation der nichtlinearen Steifigkeit ist gut geeignet, das nichtlineare, amplitudenabhängige Materialverhalten der untersuchten Elastomere zu charakterisieren. Hierbei stellten sich die Modellparameter  $c$  und  $r$  als von der Belastungsgeschichte unabhängige Materialparameter heraus. So korreliert der Parameter  $c$  mit dem instabilen Anteil des Speichermoduls  $G'_I$ . Der Parameter  $r$  korreliert mit dem Verhältnis der Füllstoffe Kieselsäure und Ruß. In dem Frequenzbereich, in dem die Untersuchungen durchgeführt wurden, wurde der Verlauf des amplitudenabhängigen dynamischen Schubmoduls  $|G^*(\Delta\gamma)|$  als annähernd identisch mit dem Verlauf des Speichermoduls  $G'(\Delta\gamma)$  ermittelt.

Aus der Approximation der ermittelten nichtlinearen dynamischen Schubmodulverläufe können aus dem Füllstoffaufbau der untersuchten Mischungen die folgenden Aussagen abgeleitet werden:

- Der Verformungszustand bestimmt die nichtlineare dynamische Steifigkeit eines Elastomers.
- Eine Erhöhung des Füllgrades erhöht den stabilen und instabilen Anteil der approximierten Speichermodulverläufe  $G'_{St}$  und  $G'_I$  und erhöht damit den dynamischen Schubmodul
- Die spezifische Füllstoffoberfläche des Füllstoffaufbaus beeinflusst den Anfangsmodul und den instabilen Anteil des Speichermoduls. Ein gegenüber der Referenzmischung erhöhter Rußanteil erhöht den Anfangsmodul des Speichermodulverlaufs durch die Erhöhung des instabilen Anteils des Speichermoduls  $G'_I$ . Ein erhöhter Kieselsäureanteil hingegen verringert gegenüber der Referenzmischung den instabilen Anteil des Speichermoduls  $G'_I$  und führt damit zu einem verringerten Anfangsmodul. Damit reduziert die Kieselsäure den Anteil von instabil an den Füllstoff gebundenen Polymerketten, mit der Folge, dass auch der mechanische Verlustfaktor abnimmt.
- Der Endmodul eines Vulkanisats ist im Wesentlichen abhängig vom Füllgrad.
- Das Verhältnis des stabilen Moduls  $G_{St}$  zum instabilen Modul  $G_I$  kann, sowohl für den amplitudenabhängigen Speichermodul- als auch den Verlustmodulverlauf, als Maß für die Nichtlinearität der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit betrachtet werden.

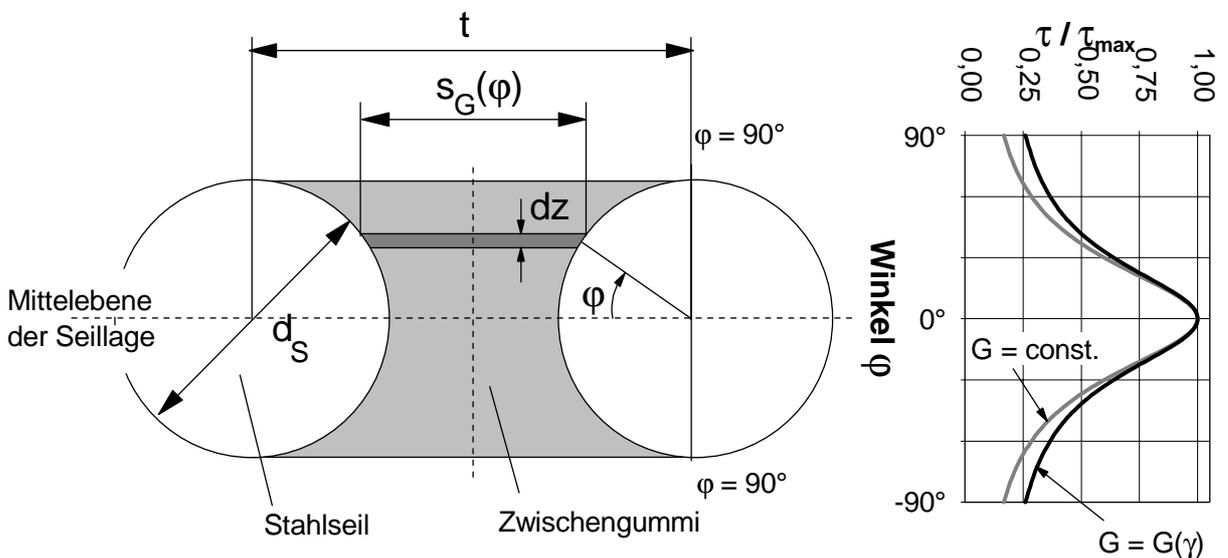
Aus den Untersuchungen zum Frequenzeinfluss kann festgestellt werden, dass der dynamische Schubmodul der untersuchten Elastomere mit steigendem Füllgrad und zunehmendem Rußgehalt einen deutlicheren Einfluss der Frequenz erfährt.

Weitere, im Rahmen dieser Untersuchung festgestellte Einflussgrößen auf die nichtlineare dynamische Steifigkeit sind das Vulkanisationssystem und der Mischprozess.

In der, aus den Haftungsversuchen ermittelten Rangfolge erreichen die Mischungen mit dem größten Anfangsmodul die besten Bewertungen. Die Mischung mit den besten Haftungseigenschaften ist diejenige Mischung, die die größte Nichtlinearität, den größten Anfangsmodul und die geringste Bruchschерung aufweist. Die Nichtlinearität der dynamischen Steifigkeit hat demzufolge einen großen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften der in den Haftungsversuchen untersuchten Probekörper.

#### 4.4 Folgerungen aus den experimentellen Untersuchungen für die Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen

Die nichtlineare Steifigkeit der untersuchten Elastomere ist für die Spannungsverteilung zwischen den Seilen einer Stahlseilgurtverbindung von besonderer Bedeutung.



**Bild 4.22:** Idealisierte Schubspannungsverteilung im Zwischengummi bei  $G = const.$  und  $G = G(\gamma)$  bei  $\gamma(\varphi=0) = 1$

In Bild 4.22 ist die idealisierte Schubspannungsverteilung im Zwischengummi bei  $G = const.$  und  $G = G(\gamma)$  zwischen zwei Seilen einer Stahlseilgurtverbindung dargestellt. In Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$  ist die Zwischengummistärke  $s_G(\varphi)$  nicht konstant, es gilt

$$s_G(\varphi) = t - \cos \varphi \cdot d_s . \quad (4.16)$$

Aus dieser Beziehung wird deutlich, dass ein Zwischengummiabschnitt mit der Anbindefläche  $l_{Anb} \cdot dz$  in Abhängigkeit seines Abstandes von der Mittellebene der Seillage infolge der Verschiebung der Seile um  $\Delta u$  eine Scherung von

$$\Delta\gamma(\varphi) = \frac{\Delta u}{s_G(\varphi)} \quad (4.17)$$

erfährt. Die Scherung im betrachteten Zwischengummiquerschnitt ist in der Mittellebene der

Seillage maximal und bei  $\varphi = \pm 90^\circ$  minimal. Die Schubspannung in Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$  ergibt sich damit unter Berücksichtigung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit zu

$$\tau(\varphi) = G \left( \frac{\Delta u}{s_G(\varphi)} \right) \cdot \Delta \gamma(\varphi) = G \left( \frac{\Delta u}{s_G(\varphi)} \right) \cdot \frac{\Delta u}{s_G(\varphi)} . \quad (4.18)$$

Der in Bild 4.22 dargestellte qualitative Schubspannungsverlauf des Ansatzes mit konstantem sowie nichtlinearem Schubmodul ergibt sich für  $G = G_{St}$  und  $G(\gamma)$  nach Gleichung 4.10 unter Einsetzung der Parameter für die Mischung NH-2. Für die Berechnung wurde ein Seildurchmesser von  $d_s = 10$  mm und eine Seilteilung  $t = 12$  mm angesetzt, die maximale Scherung beträgt  $\gamma = 1$ . Die qualitative Schubspannungsverteilung  $\tau / \tau_{max}$  des nichtlinearen Ansatzes ist infolge des hohen Anfangsmoduls mit größerem vertikalem Abstand zu Seillage gegenüber dem konstanten Ansatz günstiger. Die Bereiche geringerer Scherung weisen im nichtlinearen Ansatz einen größeren Modul auf.

Aus dem Ergebnis der experimentellen Untersuchungen ergeben sich konstruktive Maßnahmen, die für die Optimierung des Kraftflusses in Stahlseilgurtverbindungen besonders günstig erscheinen. Diese müssen darauf abzielen, die Verformung zwischen den Seilen insgesamt und an hochbelasteten Teilbereichen, wie den Seilenden im Seilstoßbereich im zulässigen Bereich zu halten, bzw zu reduzieren. Möglichkeiten hierzu sind:

- Der Einsatz von Elastomeren mit großem Anfangsmodul, wie z.B. die Mischung SV-1.
- Der Einsatz einer Querarmierung, die den Kraftfluss um das Seil vergleichmäßigt, und die Verformung des Verbindungsgummis, besonders unter großer Belastung, reduziert.
- Der Einsatz von Mischungen mit besonders günstigen Verformungseigenschaften bei guten Haftungswerten an Problemstellen, an denen, lokal begrenzt, erhöhte Gummiverformungen auftreten. Dies sind z.B. die Seilendbereiche, Stoßstellen, und Auslenkungsbereiche. Als vorteilhaft kann es sich auch erweisen, den Bereich des Zwischengummis in der Mittelebene der Seillage durch weichere Materialien zu entlasten und dadurch vor allem die Belastung der Haftzone zwischen Verbindungsgummi und Stahlseil zu reduzieren.
- Die Verwendung von Legeschemata, die einen großen Gummizwischenraum zwischen Seilen unterschiedlicher Einlaufseite zulassen, da so die Scherverformung des Verbindungsgummis reduziert wird, und der Gummi so eine relativ größere Steifigkeit aufweist.

Der Einfluss dieser Optimierungsmöglichkeiten soll im weiteren, anhand von numerischen Simulationen des Kraftflusses in einer Stahlseilgurtverbindung, untersucht werden.

## **5 SIMULATION DES KRAFTFLUSSES IN EINER STAHLSEILGURTVERBINDUNG**

---

In Kapitel 4 wurde der Einfluss der Konstruktion und des Mischungsaufbaus von Fördergurt-Probekörpern sowie die nichtlineare dynamische Steifigkeit der Elastomere untersucht. In der numerischen Simulation des Kraftflusses wird der Einfluss der Materialeigenschaften und des geometrischen sowie des konstruktiven Aufbaus auf die Kraftübertragung zwischen den Seilen einer Stahlseilgurtverbindung untersucht. Ein besonderes Augenmerk wird hierbei auf den Einfluss der sich aus den experimentellen Untersuchungen ergebenden Optimierungsansätze in Bezug auf die speziellen elastischen Eigenschaften der Elastomere gelegt. Hierzu wird die Verformungssituation des Zwischengummis im Dreiseil-Probekörper näher betrachtet. Im weiteren Verlauf der Simulationsrechnungen erfolgt die vergleichende Untersuchung des Kraftflusses in einer Stahlseilgurtverbindung. Hier werden die Ergebnisse eines analytischen Berechnungsansatzes mit den Ergebnissen der numerischen Simulation verglichen.

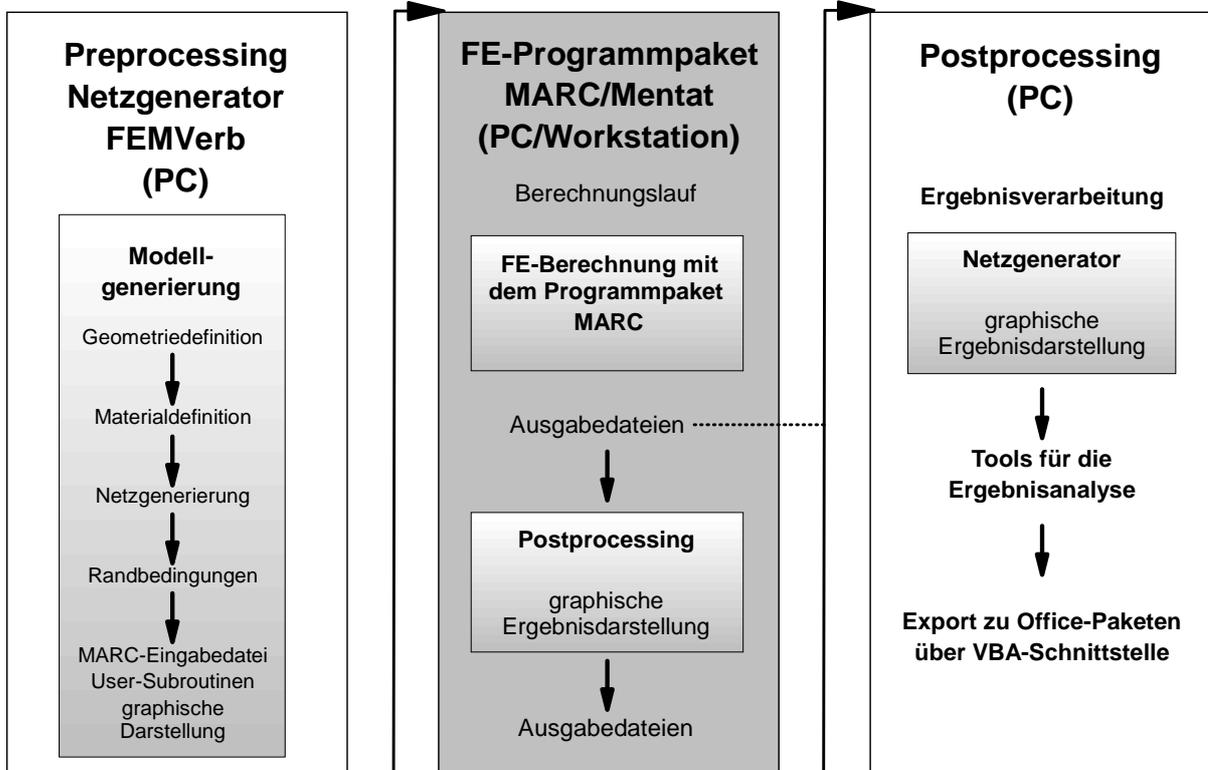
### **5.1 Modellbildung**

Für die Berechnung von Elastomer-Bauteilen hat sich die numerische Berechnungsmethode der Finiten Elemente (FEM) als Werkzeug für die Voraussage bzw. der Analyse von Bauteilbeanspruchungen bewährt [4, 6, 54, 76]. Die Modellierung, Berechnung und Analyse von Fördergurten mit Hilfe der FEM stellt, bei bekannten Materialparametern, im Wesentlichen ein standardisierbares Problem dar: Ein Stahlseil-Fördergurt wie auch eine Stahlseilgurtverbindung sind regelmäßig und periodisch aufgebaut und die Geometrie ist durch wenige Parameter wie z.B. Seilteilung, Seildurchmesser, Anzahl der Seile und Gurtdicke festgelegt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Programm-System entwickelt, das die rechnerische Simulation von Stahlseilgurtverbindungen sowie die Simulation von Teilbereichen von Verbindungen erlaubt. Die Simulation hat das Ziel, Einflüsse konstruktiver Parameter auf den Kraftfluss in einer Verbindung und auf zu optimierende Teilbereiche zu untersuchen. Den Kern des Programmsystems bildet das kommerzielle Finite-Elemente-Programmpaket MARC/Mentat, das auf verschiedenen Rechnerplattformen und Betriebssystemen eingesetzt werden kann. Das genannte Programmpaket deckt im Bereich der nichtlinearen Strukturmechanik ein breites Feld der Modellierung von Elastomer-Materialien ab. Das kommerzielle Finite-Element-Programmpaket wird durch im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Programm-Module erweitert. Das Hauptmodul bildet der eigenständige, auf dem PC-Betriebssystem Windows basierende Netzgenerator FEMVerb. Der Netzgenerator FEMVerb ist mit einer graphischen Benutzeroberfläche ausgestattet, die eine dialoggesteuerte Eingabe aller für die Berechnung notwendigen Daten und Parameter erlaubt. Hierdurch wird auch ein Anwender, der nicht mit der Methode der Finiten Elemente vertraut ist, in die Lage versetzt, Verbindungsberechnungen durchzuführen.

Die Generierung der für die Berechnung notwendigen Dateien ist auf jedem Windows-PC möglich, auf dem das FE-Rechenprogramm installiert ist. Hierdurch kann die Modellerstellung

auf einem leistungsschwachen PC durchgeführt werden, während der eigentliche Berechnungslauf auf einem leistungsfähigen PC-System oder einer Workstation stattfinden kann.

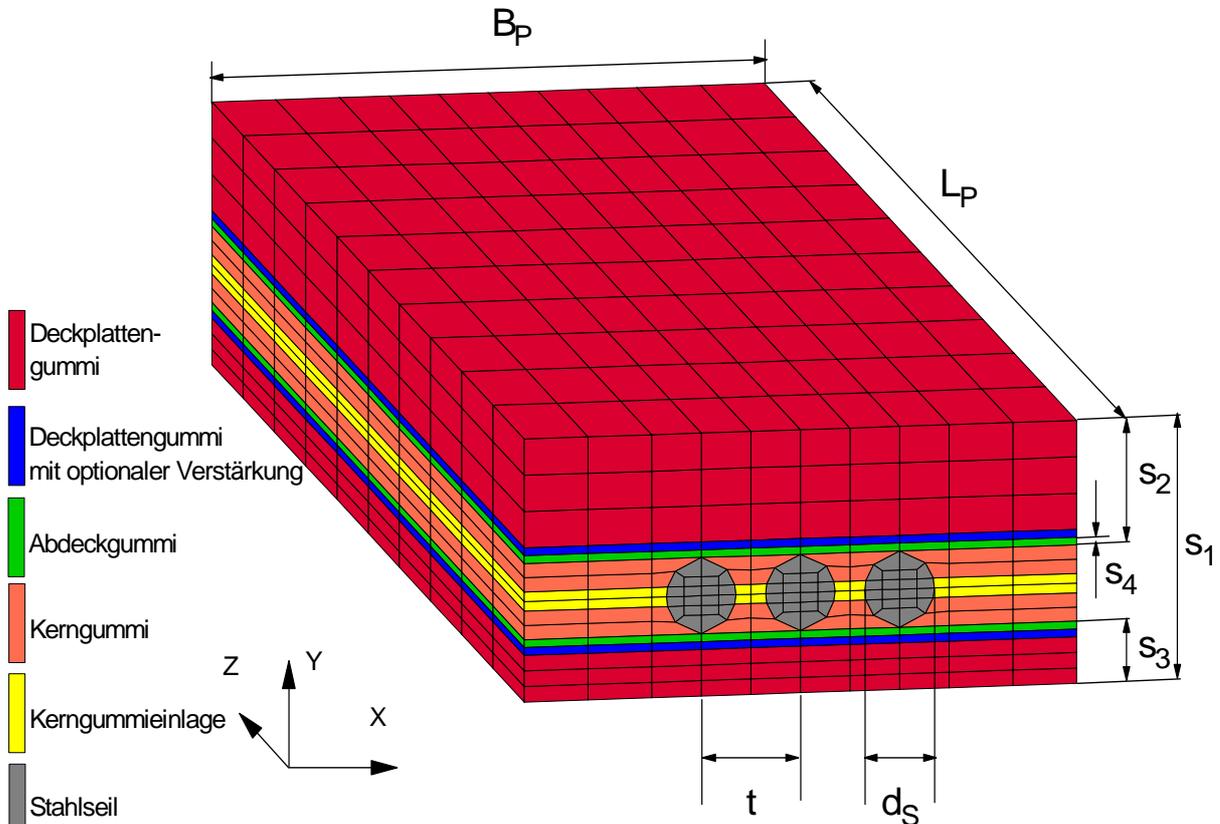


**Bild 5.1:** Prinzipieller Ablauf einer FE-Berechnung mit dem Programmpaket MARC/Mentat und dem Netzgenerator FEMVerb

In Bild 5.1 ist der schematische Ablauf der FE-Berechnung dargestellt. Der Ablauf der Berechnung erfolgt in den drei Abschnitten Preprocessing, dem eigentlichen Berechnungslauf und dem Postprocessing. Im Preprocessing erfolgt die Generierung des FE-Modells durch den Netzgenerator FEMVerb, der die für den Berechnungslauf benötigte Eingabedatei generiert. Der Netzgenerator FEMVerb gibt eine Eingabedatei für das Finite-Elemente-Programm MARC aus, die alle für den Berechnungslauf notwendigen Informationen, wie Geometrie- und Materialdefinitionen, sowie alle Randbedingungen enthält. Der Ablauf des gesamten Berechnungsprozesses kann sowohl skriptgesteuert in Form eines Batchbetriebes als auch interaktiv und anwendergesteuert erfolgen. Die für den jeweiligen Berechnungslauf notwendigen Prozeduren und Skripte werden durch das Programm FEMVerb erzeugt.

Die Ergebnisverarbeitung der FE-Berechnung kann zum einen in einer graphischen Darstellung unter Verwendung des Postprozessors des FE-Programmpaketes mit optionaler Nutzung der durch den Netzgenerator generierten Auswerteprozeduren erfolgen. Zum anderen kann die Auswertung der Ergebnisdatei im Postprocessing automatisiert ablaufen. Unter Nutzung eines Tools für den Datenexport können die Berechnungsergebnisse der FE-Simulation für die Weiterverarbeitung und Präsentation an ein Tabellen-Kalkulations-Programm eines

gängigen Office-Pakets übergeben werden. In dem Tabellen-Kalkulations-Programm kann die weitere graphische Darstellung und Auswertung der Berechnungsergebnisse erfolgen.



**Bild 5.2:** Realisierung eines Dreiseil-Probekörpers im Finite-Elemente-Modell

In Bild 5.2 ist die Realisierung eines Dreiseilprobekörpers im Finite-Elemente-Modell dargestellt. In der Modelldefinition werden die Randbedingungen analog zur Belastung der Dreiseil-Probekörper in den experimentellen Untersuchungen in Kapitel 4 gesetzt. Die Einleitung der äußeren Belastung in das Mittelseil kann in der Rechnung sowohl als Kraft als auch als Verschiebung aufgebracht werden.

Neben der Gestaltung der Geometrie ist die Netzdichte und im besonderen die Modellierung des Materialverhaltens von entscheidender Bedeutung für die Aussagekraft einer FE-Analyse. Im Hinblick auf die angestrebte Minimierung der Rechenzeit musste die Anzahl der Elemente auf ein Mindestmaß reduziert werden. Vergleichsrechnungen zeigten, dass sich mit einer Anzahl von zwei Elementen im Zwischengummibereich eine hinreichend genaue Nachbildung der Gummi-Verformung des Dreiseil-Probekörpers erreichen lässt.

Das in Bild 5.2 dargestellte Modell wird durch funktionale Gruppen im Aufbau des Verbundkörpers gebildet, die in Bild 5.2 als Materialklassen zu erkennen sind. Jeder Materialklasse kann eine eigene Materialdefinition zugewiesen werden. Die einzelnen Materialklassen sind die lauf- und tragseitigen Deckplatten, die lauf- und tragseitigen Deckplattenbereiche, die optional mit Verstärkungen versehen werden können, die Stahlseile und der Abdeckgummi. Der Kern-

gummi wurde in drei Lagen aufgeteilt, deren mittlere die in der Dicke variable Kerngummi-Einlage bildet. Die Kerngummi-Einlage erlaubt es, unterschiedliche Materialkombinationen im Kerngummi zu generieren.

Die Stahlseile wurden in der FE-Simulation als homogenes und isotropes Material mit linearer Steifigkeit modelliert. Der Ersatz-Elastizitätsmodul eines Seiles kann damit zu

$$E_{S,Ers} = E_S \cdot f \quad (5.1)$$

gebildet werden. Hierin sind  $E_{S,Ers}$  bzw.  $E_S$  der Ersatz- bzw. Elastizitätsmodul der Seile und  $f$  der Füllfaktor als das Verhältnis der metallischen Querschnittsfläche des Seiles zu der sich aus dem Nenndurchmesser ergebenden Querschnittsfläche.

Sowohl für die Seile als auch für die Elastomer-Materialien wurden isoparametrische Volumenelemente verwendet, die sich entsprechend der Hermann-Formulierung [63] verhalten. Hierbei handelt es sich um Acht-Knoten-Elemente mit je drei Freiheitsgraden pro Knoten, die um einen neunten Knoten erweitert wurden. Dieser Knoten besitzt eine Freiheitsgrad und speichert den mittleren hydrostatischen Druck des Elements. Dies ermöglicht bei der Verwendung von Materialmodellen wie z.B. dem Ogden-Modell, die das Materialverhalten der Elastomere als inkompressibel idealisieren, die optionale Nachbildung von kompressiblem Materialverhalten.

Für die Modellierung der Querarmierungen im Deckplattengummi wurden die textilen Festigkeitsträger der Verstärkung mit Hilfe des sog. Rebar-Konzeptes [6, 63] abgebildet. Hierbei handelt es sich um Elemente, die rechnerisch Einlagen in einer oder mehreren Lagen von definierter Anzahl und Querschnittsfläche berücksichtigen und so ein orthotropes Materialverhalten modellieren. Die Rebar-Elemente werden den Matrixelementen als verstärkende Einlagen überlagert. Im Verbindungsmodell werden diese Einlagen als isotrope Materialien definiert. Für den Ersatz-Elastizitätsmodul einer Faser aus der Querarmierung gilt für die Parametrierung des Rebar-Elements analog zur Definition des Seils:

$$E_{QA,Ers} = E_{QA} \cdot f_{QA} \cdot \quad (5.2)$$

Ein großes Problem bei der Berechnung von Elastomer-Bauteilen ist die Abbildung der in der Praxis auftretenden großen Verformungen, die bei Elastomer-Materialien mit nichtlinearem Spannungs-Dehnungsverhalten verbunden sind. Die in Kapitel 3 dargestellten empirischen Materialmodelle nach MOONEY-RIVLIN und OGDEN sind zwar prinzipiell geeignet, die großen Verformungen der inkompressiblen Elastomere reversibel abzubilden, doch ist die Gewinnung der dafür notwendigen Parameter aufwendig und aufgrund der Berücksichtigung der unterschiedlichen Belastungsgeschichte die das Elastomer zwischen den Seilen einer Stahlseilgurtverbindung erfährt nicht praktikabel. Das in Kapitel 4 gefundene nichtlineare Steifigkeitsverhalten ließ sich auf Grundlage dieser Modelle nicht abbilden.

Ein vielversprechendes Materialmodell ist das u.a. in [49, 80] beschriebene erweiterte Röhrenmodell. Dieses Modell erlaubt die Abbildung des Stress-Softening-Effektes für unterschiedliche

Vorbelastungen. Die Anzahl der für die Modellbeschreibung benötigten Parameter ist jedoch ebenfalls hoch, was die Anwendung des Modells in der Praxis erschwert.

GOUGH schlägt in [6] für die Modellierung von gefüllten Elastomer-Materialien eine Modellierung des Materialverhaltens vor, die auf der ersten Invarianten  $I_1$  des Cauchy-Green-Tensors beruht. Die Formulierung des Materialgesetzes erfolgt dabei über die Formänderungsenergiedichte gemäß der Beziehung  $W = f(I_1)$ . In einer Stahlseilgurtverbindung wird die Formänderungsenergie eines Volumenelementes im Zwischengummi im Wesentlichen durch die Scherverformung bestimmt. Die Formänderungsenergiedichte ist nach TRELOAR vom Verformungszustand und dem konstanten Schubmodul  $G$  abhängig. Damit kann die Beziehung der Formänderungsenergiedichte in der allgemeinen Formulierung des Neo-Hooke-Gesetzes, wie es das Programmpaket MARC [62] verwendet, und in der Formulierung nach TRELOAR gleichgesetzt werden. Es gilt folglich

$$W = C_{10} \cdot (I_1 - 3) = \frac{1}{2} G(\gamma) \gamma^2 . \quad (5.3)$$

Für Schubbelastung geht die Invariante  $I_1$  des rechten Cauchy-Green-Tensors [53, 62]

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (5.4)$$

mit  $\lambda_1 = \lambda$ ;  $\lambda_2 = 1/\lambda$  und  $\lambda_3 = 1$  für inkompressibles Material unter Schubbelastung in die Form

$$I_1 = \lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} + 1 \quad (5.5)$$

über [90]. Aus den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen in Kapitel 4 ergibt sich mit  $G = f(\gamma)$  eine nichtlineare Abhängigkeit des Schubmoduls von der Scherverformung. Die Gleichung 5.3 ergibt sich mit  $\gamma = \lambda - 1/\lambda$  und  $\gamma^2 = \lambda^2 - 1/\lambda^2 - 2$  zu

$$W = C_{10} \cdot \left[ \left( \lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} + 1 \right) - 3 \right] = \frac{1}{2} G(\gamma) \left( \lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2 \right) , \quad (5.6)$$

woraus mit

$$C_{10,i} = \frac{G_i(\gamma)}{2} = f(\gamma) \quad (5.7)$$

$C_{10,i}$  als lokaler, an die Scherung angepasster Parameter des Neo-Hooke-Modells folgt. Im Rechnungslauf der FE-Berechnung kann für jedes Element  $i$  die Formänderungsenergiedichte  $W_i$  bestimmt werden. Damit kann aus Gleichung 5.3 in Abhängigkeit der maximalen Formänderungsenergiedichte des vorausgegangenen Berechnungsschrittes der aktuelle Verformungszustand zu

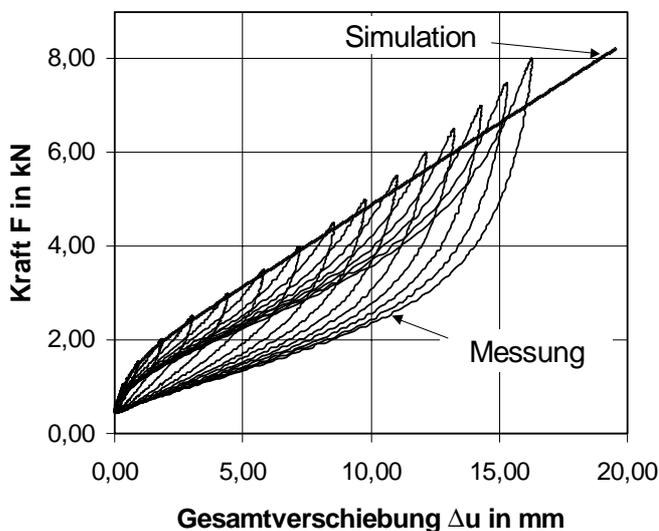
$$\gamma^2 = \frac{2W}{G(\gamma)} \Rightarrow \gamma_i = \sqrt{\frac{2W_{i-1}}{G_{i-1}(\gamma)}} = \sqrt{\frac{W_{i-1}}{C_{10,i-1}(\gamma)}} \wedge \min(\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_{i-1}) \quad (5.8)$$

angenähert werden. Hieraus kann entsprechend Gleichung 4.10 mit

$$G(\gamma)_i \approx G'(\gamma)_i = G'_{St} + \frac{G'_I}{1 + (c \gamma_i)^r} \quad (5.9)$$

die von der Verformung abhängige nichtlineare dynamische Steifigkeit des Elements im aktuellen Schritt des Berechnungslaufes bestimmt werden. Die Material-Parametrierung kann damit direkt aus den Ergebnissen der Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit erfolgen. In der Formulierung des Materialverhaltens wird damit die mit Gleichung 4.10 wiedergegebene Steifigkeit eines Elastomers unter der in belastungsgeschichtlicher Hinsicht aktuell maximal auftretenden Schubbelastung berücksichtigt. Damit ergibt sich die Definition des Adaptiven Neo-Hooke-Modells zu

$$W_i = C_{10}(\gamma) \cdot (I_1 - 3) \cdot \quad (5.10)$$



**Bild 5.3:** An einem Vierfachschub-Probekörper der Mischung NH-2 ermittelte amplitudenabhängige Verläufe der Hystereseschleifen und Ergebnis einer Berechnung unter Anwendung des Adaptiven Neo-Hooke-Modells

Bild 5.3 enthält einen Vergleich der an einem Vierfachschub-Probekörper der Mischung NH-2 ermittelten amplitudenabhängigen Hystereseschleifen mit dem Ergebnis einer Simulation in der FE-Berechnung. Die Materialmodellierung erfolgte unter Anwendung des Adaptiven Neo-Hooke-Modells. Die berechnete Kurve ist als Ortskurve der Hysteresespitzen im Kraft-Weg-Diagramm anzusehen und gibt demzufolge die belastungsabhängige Steifigkeit der Hystereseschleifen unter Einbeziehung der Belastungsgeschichte wieder. In Bild 5.3 liegt die Abweichung zwischen der Messung und der Rechnung bis zu einer Scherung von  $\gamma = 1,5$  unter 10%.

Da im dreidimensionalen Spannungszustand die Formänderungsenergie eines Volumenelements durch die Verzerrung in allen drei Hauptrichtungen gebildet wird, gilt es zu beachten, dass die in der FE-Rechnung ermittelten Spannungen nicht in jedem Fall mit den aus der Verformung resultierenden tatsächlichen Spannungen übereinstimmen. Die Formulierungen

der Spannungs- und Materialtensoren in der FE-Rechnung müssen daher kritisch hinterfragt werden. Die Steifigkeit  $C_{10}(\gamma)$  eines Volumenelementes wird durch die maximal auftretende Formänderungsenergie im Element bestimmt, die nicht zwangsläufig aus einer homogenen Scherbeanspruchung in der horizontalen Ebene im Zwischengummi resultieren muss. Dies ist besonders bei der Berechnung von Probekörpern mit Querarmierungen der Fall, da hier sowohl Scherungen in der Seillage als auch zwischen der Seillage und der Querarmierung auftreten und somit die Formänderungsenergiedichte u.U. zu groß bestimmt wird. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit der fehlerhaften Bestimmung der Spannungen als von der Formänderungsenergie abgeleitete Größe. Die Anwendung des Adaptiven Neo-Hooke-Modells ist damit in der Finite-Elemente-Berechnung auf die Darstellung von Scherverformungen beschränkt. Die berechneten Schubspannungen müssen im Einzelfall auf Konformität mit der Steifigkeitsbeschreibung des Verformungszustandes überprüft werden.

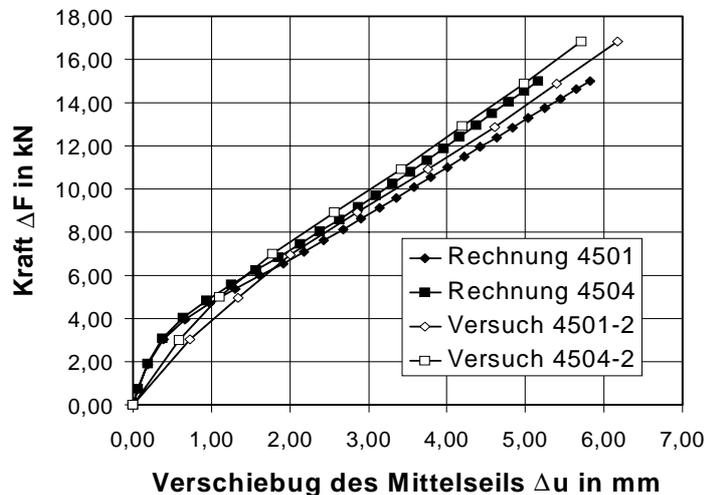
Neben der möglichst genauen Abbildung des Materialverhaltens ist die Stabilität im Konvergenzverhalten, besonders im Hinblick auf die Nachbildung großer Verformungen von Elastomerbauteilen, von besonderer Bedeutung. Da die auf den Dehnungsinvarianten basierenden Materialgesetze auf der dehnungsabhängigen Bestimmung der Formänderungsenergiedichte beruhen, werden in der Simulation alle äußeren Belastungen, und insbesondere die eingeleiteten Kräfte schrittweise, in äquidistanten Verformungsschritten aufgebracht.

## 5.2 Simulation des Kraftflusses in Stahlseilgurt-Probekörpern

Im Folgenden sollen die Ergebnisse vergleichender Berechnungen an einem Dreiseil-Probekörper der Konstruktion St 4500 mit einem Deckplattenverhältnis von 16 mm auf der Tragseite und 8 mm auf der Laufseite diskutiert werden. In allen Berechnungen wurden Stahlseile mit einem E-Modul  $E_s$  von 125 kN/mm<sup>2</sup> und einem Füllfaktor von  $f = 0,6$  modelliert. Der Durchmesser der Seile beträgt  $d_s = 9,83$  mm. Sofern Querarmierungen im FE-Modell implementiert werden, werden diese als einlagige Fasereinlagen, unter Vernachlässigung der Fasern in Seilrichtung abgebildet. Die Teilung der Fasern betrug  $t_{QA} = 5$  mm, mit einem Durchmesser von 0,8 mm und bei einem Ersatz-Elastizitätsmodul von  $E_{QA,Ers} = 105$  kN/mm<sup>2</sup>. Soweit nicht anders angegeben erfolgte die Parametrierung der Elastomer-Materialien unter Anwendung des Adaptiven Neo-Hooke-Modells. Im Berechnungslauf der FE-Rechnung wurden die Belastungen inkrementell unter Beibehaltung äquidistanter Verformungsstufen bis zur maximalen, sich aus den Randbedingungen ergebenden Belastung erhöht.

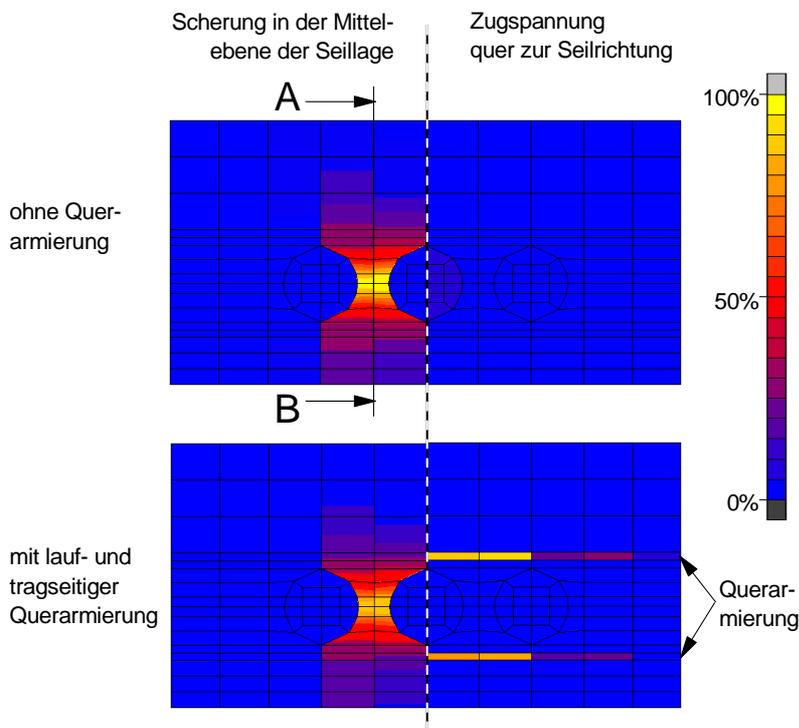
### 5.2.1 Spannungs- und Dehnungsverteilung im Dreiseil-Probekörper

In **Bild 5.4** sind die berechneten Kraft-Weg-Diagramme für die Dreiseil-Probekörper 4501 (ohne Querarmierung) und 4504 (mit Querarmierung) den aus den amplitudenabhängigen Versuchen gewonnenen Kraft-Weg-Diagrammen gegenübergestellt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen der Versuche. Dies gilt im besonderen, wenn in Betracht gezogen wird, dass die Parametrierung der Elastomer-Materialien auf der Mittelung der Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit am Vierfachschub-Probekörper basiert, und die Modellbildung des Dreiseil-Probekörpers unter Vernachlässigung der durch den Seilschlagwinkel induzierten Seildrehung und des Seilaufbaus erfolgte. Hinzu kommt, dass der Aufbau der Dreiseil-Probekörper einer Herstellungstoleranz unterliegt, die ebenfalls für eine Streuung der Ergebnisse verantwortlich ist.



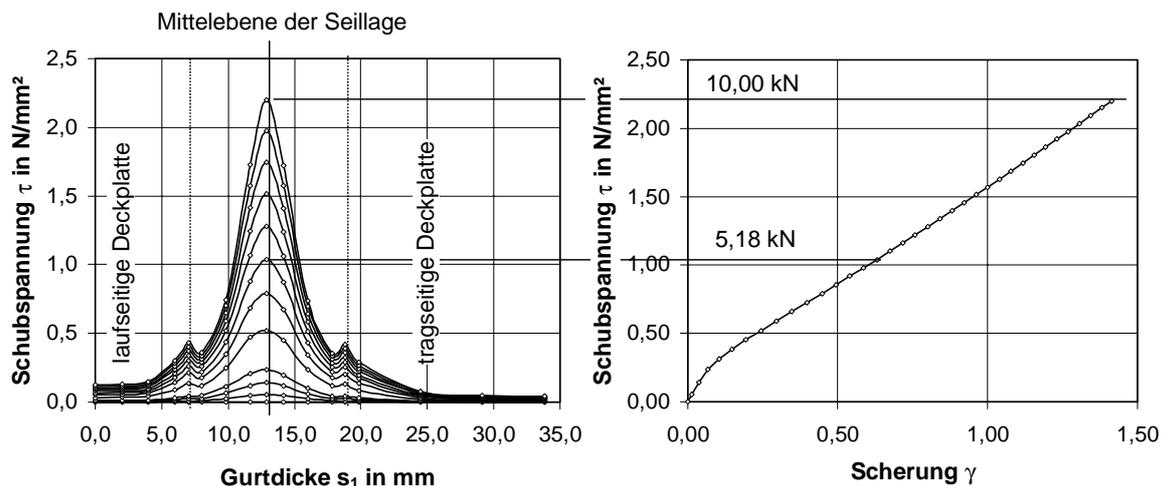
**Bild 5.4:** Vergleich der Berechnungs- und Versuchsergebnisse für die Dreiseil-Probekörper 4501 und 4504

In **Bild 5.5** ist die prinzipielle Verteilung der Scherung sowie der Zugspannungen quer zur Seilrichtung, als Ergebnis der Berechnung eines Dreiseil-Probekörpers unter jeweils gleicher Kraftbelastung von 10 kN dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die größten Scherungen für beide Probekörper in der Mittelebene der Seillage auftreten und rasch zu den lauf- und tragseitigen Deckplatten abklingen. Die infolge der Schubbelastung verformten Gummi-Bereiche gehen über den innerhalb der Seillage befindlichen Kerngummi hinaus. Die Deckplatten sind an der Schubkraftübertragung zwi-



**Bild 5.5:** Prinzipielle Verteilung der Scherung im Zwischengummi und der Zugspannung in der Querarmierung

schen den Seilen beteiligt. Die Schnittlinie A-B kann dabei als der für eine Beurteilung des Spannungs- und Dehnungsverlaufes relevante Zwischengummi-Bereich angesehen werden. Die nach dem Rebar-Konzept verstärkte Elementebene des Probekörpers mit Querarmierung nimmt nur Zugspannungen quer zur Seilrichtung auf, die Verformung der Deckplatten wird jedoch kaum behindert. Die modellierte Querarmierung weist damit weitgehend biegeschlaffe Eigenschaften auf.



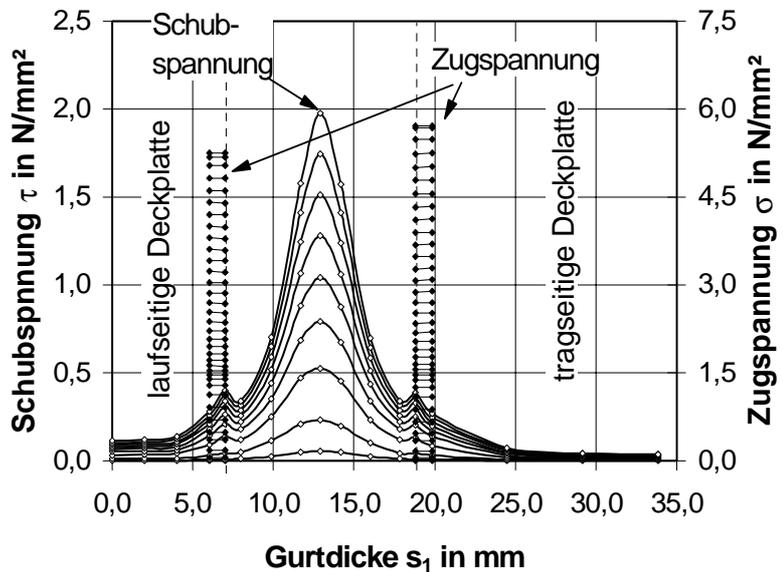
**Bild 5.6:** Vertikale Schubspannungsverteilung im relevanten Zwischengummi-Querschnitt eines Dreiseil-Probekörpers der Konstruktion St 4500 16:8 mit der Kerngummimischung SH-1-K1

In Bild 5.6 ist im linken Bildteil die Schubspannungsverteilung im relevanten Zwischengummi-Querschnitt für verschiedene Belastungsstufen der inkrementellen Belastung über die Probenlänge dargestellt. Im rechten Bildteil ist das hierzu korrespondierende Schubspannungs-Scherungs-Diagramm für den Zwischengummi in der Mittelebene der Seillage aufgetragen. Die maximale Belastung des Mittelseils beträgt 10 kN. Die Materialdefinition des modellierten Deckplatten-Materials ergibt sich aus den Parametern des Adaptiven Neo-Hooke-Modells für die Mischung ND-1 nach Gleichung 4.10, während für die Modellierung des Kerngummis das Adaptive Neo-Hooke-Modell in der Parametrierung der Mischung SH-1-K1 verwendet wurde. Die Modellparameter werden im Anhang aufgeführt.

Wie schon in der Darstellung in Bild 5.5 erkennbar war, klingen die maximal in der Mittelebene der Seillage auftretenden Schubspannungen schnell zu den Deckplatten hin ab. Der Bereich des geringsten Zwischengummis in der Mittelebene der Seillage ist folglich am stärksten durch Schubkräfte beansprucht. Im über der Gurtstärke  $s_1$  aufgetragenen vertikalen Schubspannungsverlauf ergibt sich an der Materialgrenze Kern- zu Deckplattengummi eine Unstetigkeit im Spannungsverlauf, die aus dem unterschiedlichen Steifigkeitsverhalten der beiden Materialien resultiert. Gleichwohl gilt, dass die wirksame Schubfläche nicht allein auf den Bereich zwischen den Seilen beschränkt ist, sondern insbesondere mit zunehmender Scherung den Deckplattenbereich oberhalb und unterhalb der Seillage umfasst. Somit hat das Steifigkeitsverhalten des Deckplattenmaterials einen deutlichen Einfluss auf die Spannungsverteilung im Probekörper. Die Spannungsverteilung und das schnelle Abklingen der Spannungen lässt

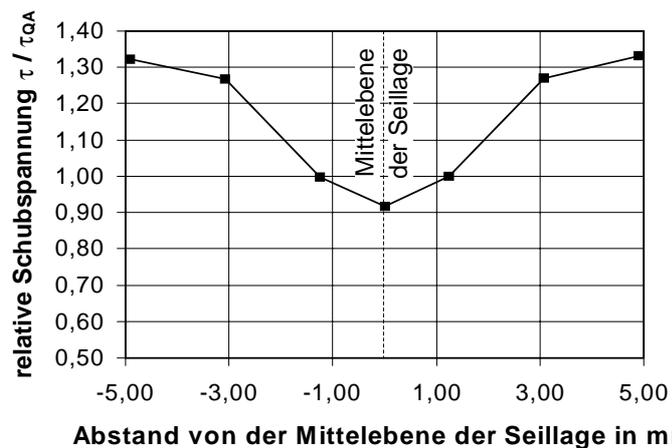
vermuten, dass die Schubkräfte im Wesentlichen zu den Nachbarseilen erster Ordnung übertragen werden.

In Bild 5.7 ist die Verteilung der Schub- und Zugspannungen im relevanten Zwischengummi-Querschnitt eines Dreiseil-Probekörpers bis zu einer maximalen Belastung von 10 kN dargestellt. In das der Berechnung zugrundeliegende FE-Modell wurden lauf- und tragseitige Querarmierungen implementiert, die jeweils einen Abstand von  $s_4 = 1$  mm zur Seillage haben. Die Querarmierung nimmt in einem Winkel von  $90^\circ$  quer zur Seilrichtung verlaufende Zugspannungen auf. Die unterschiedlich berechneten Zugspannungswerte in der Querarmierung ergeben sich infolge der unterschiedlichen Deckplattenverhältnisse.



**Bild 5.7:** Berechnete vertikale Verteilung der Spannungen in einem Dreiseil-Probekörper der Konstruktion St 4500 mit Querarmierung

Die im Vergleich zum unverstärkten Probekörper geringere Schubverformung führt zur Reduzierung der Spannungen im Gurtkörper. So wird gegenüber dem unverstärkten Modell eine um 10% reduzierte Schubspannung berechnet. Die geringere Belastung durch Schubspannungen ergibt sich daraus, dass die oberen und unteren Seil-Anbindungsbereiche des Kerngummis durch die Querarmierung in höherem Maße an der Kraftübertragung beteiligt werden. Damit trägt die Querarmierung zur Vergleichmäßigung des Spannungsverlaufs um das Seil bei. Infolge der gegenüber dem unverstärkten Modell geringeren Verformung ergibt sich aus dem nichtlinear-dynamischen Steifigkeitsverhalten des Kerngummis ein größerer Schubmodul. Hierdurch tragen die einer geringeren Scherung unterliegenden Zwischengummi-Bereiche oberhalb und unterhalb der Mittelebene der Seillage einen größeren Anteil der Schubspannungen.



**Bild 5.8:** Verhältnis der Schubspannungen im Zwischengummi-Bereich der berechneten Probekörper mit und ohne Querarmierung

In Bild 5.8 ist das Verhältnis der Schubspannungen im Zwischengummi des unverstärkten zum verstärkten Probekörper aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die Spannung in der Mittelebene der Seillage des Probekörpers mit Querarmierung um rund 8% reduziert wird, während die Bereiche ober- und unterhalb der Mittelebene der Seillage stärker durch Schubspannungen belastet sind. Die Spannungsverteilung im Zwischengummi des verstärkten Probekörpers ist damit gleichmäßiger, da ein größerer Bereich des Zwischengummis an der Kraftübertragung zwischen den Seilen beteiligt ist.

### 5.2.2 Einfluss verschiedener Berechnungsverfahren und Materialmodelle auf die rechnerische Bestimmung des Kraftflusses

Neben der Wahl der Materialparameter ist die Auswahl des Berechnungsmodells, insbesondere die des Materialmodells, für die Spannungs- und Dehnungsverteilung im Zwischengummi von Bedeutung. Um die qualitativen Auswirkungen unterschiedlicher Berechnungsverfahren auf die Spannungs- und Dehnungsverteilung einer Stahlseilgurtverbindung zu untersuchen, wurden Vergleichsrechnungen an einem Dreiseil-Probekörper der Konstruktion St 4500 16:8 mit einem Seildurchmesser von 9,83 mm und einer Seilteilung von 12 mm durchgeführt. Die Länge des modellierten Probekörpers entspricht mit 800 mm der Mindeststufenlänge einer in DIN 22 131 [19] für diesen Gurt-Typ vorgeschlagenen dreistufigen Verbindung. Für die Vergleichsrechnung wurde eine Berechnung mit dem analytischen Berechnungsverfahren nach OEHMEN [67] durchgeführt. Hierfür wurde das am Institut für Fördertechnik für die Verbindungsauslegung zur Verfügung stehende Programm Gurtverb [91] eingesetzt. In diesem Programm ist das analytische Berechnungsverfahren implementiert. Im Vergleich hierzu wurden drei numerische Berechnungen an einem Finite-Elemente-Modell eines Dreiseil-Probekörpers durchgeführt. In den numerischen Berechnungsläufen wurde das Materialverhalten der Elastomere als lineares isotropes Material, als nichtlineares Ogden-Material und in der Modelldefinition des Adaptiven Neo-Hooke-Modells entsprechend den Gleichungen 4.10 und 5.10 modelliert. Der lineare wie der Ogden-Ansatz für die Materialbeschreibung der Elastomere berücksichtigt nahezu inkompressibles Materialverhalten der Elastomere, während der Adaptive Neo-Hooke-Ansatz ideal inkompressibles Materialverhalten abbildet.

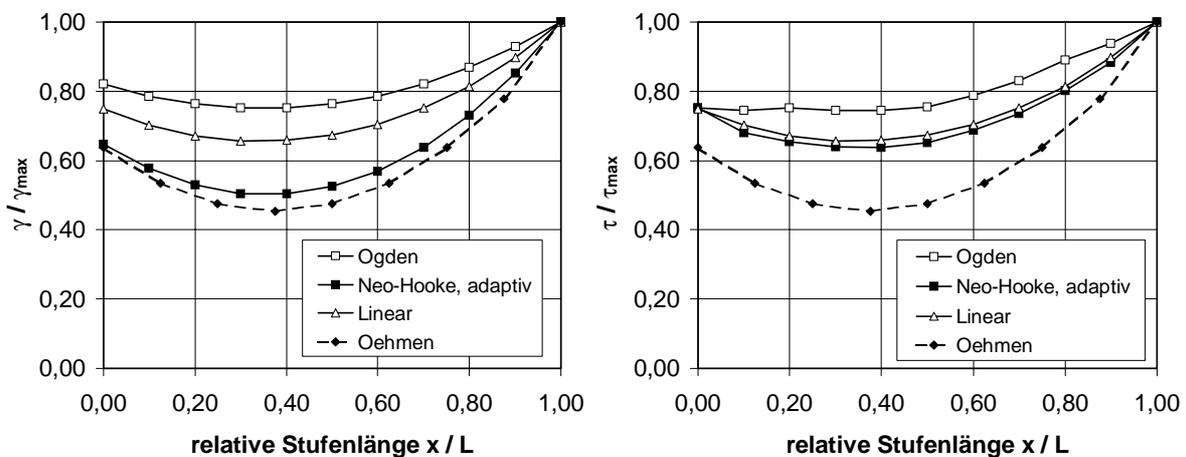
Die Parametrierung der Berechnungsansätze erfolgte im Rahmen der den Materialmodellen zugrundeliegenden Voraussetzungen. Im Ansatz nach OEHMEN bzw. dem linearen FE-Ansatz ist die Berücksichtigung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere nicht möglich, während der Ogden-Ansatz die nichtlineare Steifigkeit der Elastomere berücksichtigt. Allein der Ansatz nach dem Adaptiven Neo-Hooke-Modell bildet die Belastungsgeschichte der Elastomere im Schubversuch hinreichend genau ab. Als wesentliche Parameter des analytischen Verfahrens gehen die Schubfederzahlen in die Berechnung ein. Die für die Berechnung notwendigen Schubfederzahlen wurden durch das Programm Gurtverb [91] generiert. Für die Schubmoduln des linearen Ansatzes wurden die stabilen Schubmoduln  $G'_{St}$  der Deckplatten- und Kerngummimischungen mit den Parametern der Schubmodul-Approximation nach Gleichung 4.10 angesetzt. Die Material-Parameter des Ogden-Materialmodells wurden mit Hilfe der Data-Fitting-Funktion des Programmpakets MARC/Mentat generiert. Die Generierung der Parameter für den Deckplatten- und Kerngummi erfolgte aus dem aufsteigenden Ast einer

geeigneten Hystereseschleife des inkrementellen Belastungszyklus der Versuche am Vierfachschrub-Probekörper. Die Tabelle 5.1 enthält die wesentlichen Parameter der Berechnungsansätze.

**Tabelle 5.1:** Materialmodelle und Parameter der Vergleichsrechnung

Modell, Dimension	Materialmodell für Elastomere	
	Materialmodell	Parameter
Oehmen, analytisch 2-dimensional	linear	$G = 1,00 \text{ N/mm}^2$ $q_1 = 2,424, q_2 = 1,374, q_3 = 0,498$
Linear, FE 3-dimensional	linear, annähernd inkompressibel	<u>Deckplatte:</u> $G = 0,87 \text{ N/mm}^2$ entspr. $G'_{St}$ für <b>ND-1</b> <u>Kerngummi:</u> $G = 1,42 \text{ N/mm}^2$ entspr. $G'_{St}$ für <b>SH-1-K1</b>
Ogden, FE 3-dimensional	Ogden-Material mit fünf Parametern, nichtlinear, hyperelastisch, annähernd inkompressibel	<u>Deckplatte: ND-1:</u> $K = 3336 \text{ N/mm}^2$ $\mu_i:$ 1,04110; 1,22072; 0,00224; 12,6502; 2,51481 in $\text{N/mm}^2$ $\alpha_i:$ 0,063174; 0,051481; 7,28899; 0,002514; $1,03594 \cdot 10^{-6}$ <u>Kerngummi: NH-2:</u> $K = 4939 \text{ N/mm}^2$ $\mu_i:$ 1,42251, 6,62130; 0,01032; 3,31100; 1,58372 in $\text{N/mm}^2$ $\alpha_i:$ 0,75469; $9,13735 \cdot 10^{-7}$ ; 7,86010; 3,31100; 0,18350; 1,58372; 0,13473
Neo-Hooke, adaptiv, FE 3-dimensional	nichtlinear, hyperelastisch, inkompressibel, Adaptives Neo-Hooke-Modell	<u>Deckplatte: ND-1</u> $G'_{St} = 0,82; G'_I = 1,45; c = 21,14; r = 1$ <u>Kerngummi: NH-2</u> $G'_{St} = 1,42; G'_I = 2,71; c = 9,15; r = 1,50$
Stahlseil	Elastizitätsmodul: $E_s = 125 \text{ kN/mm}^2$ ; Füllfaktor: $f = 0,6$ ; $d_s = 9,83 \text{ mm}$	

Die Belastung wurde für alle Berechnungen mit  $F_{max} = 13 \text{ kN}$  gleich gewählt. In Bild 5.9 sind die qualitativen Ergebnisse der Berechnungen dargestellt. Aufgrund der genannten Unterschiede



**Bild 5.9:** Vergleich der Ergebnisse des analytischen Ansatzes nach OEHMEN mit den Ergebnissen der FE-Berechnungen unter Anwendung verschiedener Materialmodelle und -parameter

in der Parametrierung, sind die sich aus den Berechnungen ergebenden Spannungen und Dehnungen nicht unmittelbar vergleichbar.

In Bild 5.9 sind im linken Diagramm die auf die maximalen Werte bezogenen relativen Scherungen  $\gamma/\gamma_{max}$  in der Mittelebene der Seillage in Abhängigkeit der relativen Stufenlänge  $x/L$  aufgetragen. Der Krafteinleitung in das Mittelseil des Dreiseil-Probekörpers erfolgt an der Stelle  $x/L = 1,00$ . Hier treten für alle Ansätze die maximalen Belastungen im Gummi auf. In der qualitativen Betrachtung werden für den analytischen Ansatz nach OEHMEN sowie den numerischen Ansatz nach dem Adaptiven Neo-Hooke-Modell in der Stufenmitte die größten Unterschiede im Scherungsverlauf berechnet. In der Stufenmitte beträgt die Differenz rund 50% zum jeweiligen Maximalwert. Für die Ansätze nach OGDEN bzw. dem linearen Ansatz ergeben sich Unterschiede von rund 25% bzw. 35% zwischen maximaler und minimaler Scherung.

Die im rechten Diagramm in Bild 5.9 dargestellten relativen Schubspannungsverläufe  $\tau/\tau_{max}$  der verschiedenen Berechnungsansätze erweisen sich in qualitativer Hinsicht als ähnlich. Bedingt durch den angesetzten Schubmodul von  $G = 1,0 \text{ N/mm}^2$  ist der qualitative Schubspannungsverlauf des Modells nach OEHMEN identisch mit dem Scherungsverlauf, während die Ergebnisse des FE-Modells einen weniger ausgeprägten Abfall der Schubspannung in der Stufenmitte zeigen. Hinsichtlich des qualitativen Schubspannungsverlaufs weist das Ogden-Modell deutliche Abweichungen im qualitativen Verlauf gegenüber den anderen Berechnungsansätzen auf. Dies deutet auf eine möglicherweise unzureichende Parametrierung und der daraus resultierenden ungenauen Berechnung der Spannungen als abgeleitete Größen hin.

In der Tabelle 5.2 sind die berechneten maximalen Schubspannungs- und Scherungswerte und die sich daraus ergebenden Schubmodulwerte für den Zwischengummi in der Mittelebene der Seillage enthalten. Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Parametrierung der

**Tabelle 5.2:** Ergebnisse der Vergleichsrechnung

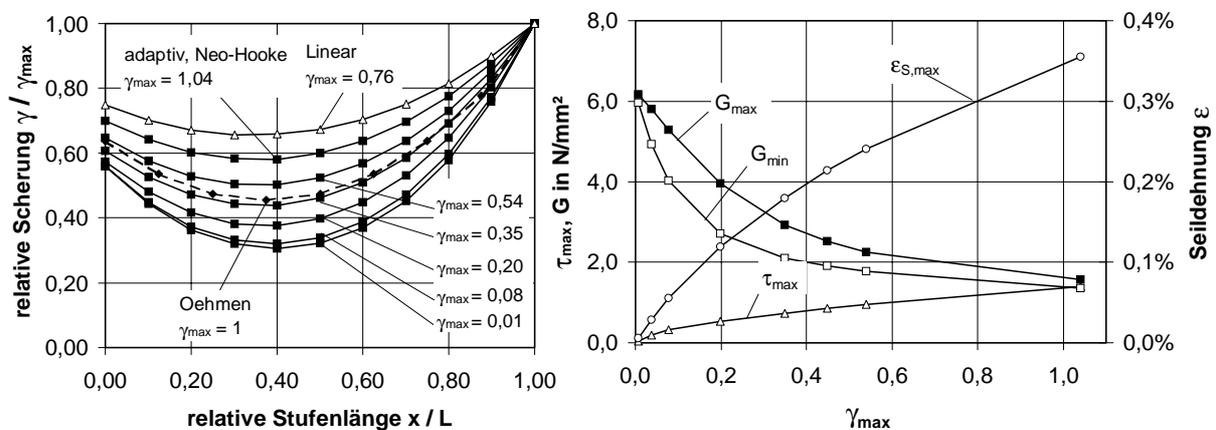
	$\tau_{max}$ in N/mm <sup>2</sup>	$\gamma_{max}$	$G$ in N/mm <sup>2</sup>
Ogden	1,24	1,11	1,12
Neo-Hooke, adaptiv	0,90	0,54	1,67
Linear	0,91	0,76	1,20
Oehmen	1,11	1,11	1,00

Ansätze liegen die berechneten maximalen Spannungswerte, bezogen auf den analytischen Berechnungsansatz mit Abweichungen von maximal 23% in gleicher Größenordnung. Während die berechnete Scherung des Ogden-Ansatzes mit dem analytischen Ansatz übereinstimmt, ergeben sich für den linearen sowie den Ansatz nach dem Adaptiven Neo-Hooke-Modell deutlich abweichende Scherungen.

Vor dem Hintergrund dieser Ergebnisse wird die Problematik der Angabe einer maximal zulässigen Schubspannung für den Gummi in einer Stahlseilgurtverbindung deutlich. Im analytischen Berechnungsansatz wird für alle Verformungszustände des Elastomers von einer konstanten Steifigkeit ausgegangen. Alle weiteren Einflussgrößen auf die Steifigkeit einer Stahlseilgurtverbindung, wie Deckplatten- und  $t/d_s$ -Verhältnis und insbesondere die vom angenommenen Schubmodul abweichende Steifigkeit der Elastomere im jeweiligen Verformungszustand werden durch die Bestimmung der Schubfederzahl erfasst. Die nichtlineare dynamische Steifigkeit der Elastomer-Materialien im Fördergurt ist damit als ursächlich für die

zum Teil stark voneinander abweichenden Schubfederzahlen anzusehen, die TAPPEINER [87] und VON DER WROGE [91] für ähnliche Gurtkonstruktionen ermittelten. Der tatsächlich für eine Berechnung der Schubspannung notwendige Schubmodul im analytischen Ansatz ist nicht bekannt.

Für die Beurteilung eines Elastomer-Bauteils mit Hilfe der Finite-Elemente-Berechnung mit einer Material-Modellierung der Elastomere nach einem empirischen Ansatz wie dem Ogden-Modell ergibt sich die Problematik, dass der Modul, der der Spannungsberechnung zugrunde liegt, nicht direkt bekannt ist. Hiermit ist ebenfalls eine Ergebnisskontrolle der FE-Rechnung erschwert. Ein linearer Ansatz liefert hingegen, bei bekanntem Modul, grundsätzlich nur bedingt aussagekräftige Ergebnisse, weil das Materialverhalten in unzulässiger Weise vereinfacht wird.



**Bild 5.10:** Einfluss der maximalen Scherung des Zwischengummis auf die Spannungsverteilung

Im linken Diagramm in Bild 5.10 ist für die Mittelebene der Seillage der qualitative Verlauf der Scherung über die relative Stufenlänge  $x/L$  für den analytischen Berechnungsansatz, den linearen FE-Ansatz und den nichtlinearen Ansatz nach dem Adaptiven Neo-Hooke-Modell dargestellt. Das Ergebnis der Berechnung aus der Modellierung nach dem Adaptiven Neo-Hooke-Modell ist für verschiedene maximale Scherungen  $\gamma_{max}$  dargestellt. Die Berechnungsergebnisse des linearen FE-Ansatzes wie des analytischen Ansatzes sind unabhängig von der Verformung des Zwischengummis. Im linken Diagramm in Bild 5.10 nimmt das Verhältnis der maximalen zur minimalen relativen Scherung  $\gamma/\gamma_{max}$  des Adaptiven Neo-Hooke-Modells mit zunehmender maximaler Scherung  $\gamma_{max}$  ab. Bei einer Scherung von  $\gamma_{max} = 0,35$  ist der qualitative Verlauf der relativen Scherung über die Stufenlänge annähernd identisch mit dem analytischen Ansatz nach OEHMEN.

Mit zunehmender Scherung  $\gamma_{max}$  gleicht sich der qualitative Verlauf des Adaptiven Neo-Hooke-Modells dem linearen Verlauf an, da sich, wie im rechten Diagramm in Bild 5.10 dargestellt, der Abstand zwischen maximalem und minimalem Schubmodul mit zunehmender maximaler Scherung  $\gamma_{max}$  verringert. Das Steifigkeitsverhalten des Kerngummis wird damit zusehends linear. Die maximal im Zwischengummi auftretende Schubspannung  $\tau_{max}$  wie die maximale Seildehnung  $\epsilon_{S,max}$  haben in Abhängigkeit der Scherung einen degressiv ansteigenden, nicht-linearen Verlauf. Damit folgen der qualitative Schubspannungsverlauf und der Verlauf der

Seildehnung dem qualitativen Verlauf der Kraft-Verformungs-Kennlinie der Dreiseil- bzw. der Vierfachschrub-Probekörper.

Im Vergleich der Berechnungsverfahren zeigt sich damit allein das numerische Berechnungsverfahren auf der Grundlage des Adaptiven Neo-Hooke-Modells als geeignet, die nichtlineare dynamische Steifigkeit der sich im Kraftfluss einer Verbindungsstufe befindenden Elastomere unter Schubbelastung zu beschreiben.

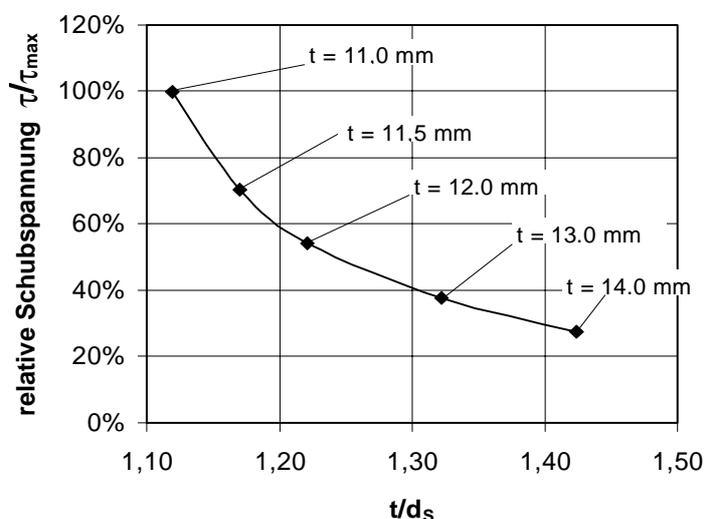
### 5.3 Untersuchung des Einflusses ausgewählter konstruktiver Parameter auf die Kraftübertragung in Stahlseilgurt-Probekörpern

Im Folgenden sollen exemplarisch die Auswirkungen einiger prinzipieller konstruktiver Parameter einer Stahlseilgurtverbindung auf die Zwischengummibelastung betrachtet werden. Hieraus können wesentliche Ansatzpunkte für die Möglichkeiten der Optimierung der Kraftübertragung zwischen den Seilen aufgezeigt werden. Diese Ansatzpunkte sind

- der Einfluss der Seilteilung sowie der Kombination von Seilteilung und der Höhenlage der Querarmierung in den Deckplatten,
- der Einfluss des Kerngummimischung bzw. des Aufbaus des Kerngummis als Kombination verschiedener Elastomere,
- die Möglichkeiten zur Spannungsreduktion im Seilstoßbereich durch Änderung der Geometrie des Seilendes.

#### 5.3.1 Einfluss der Seilteilung und der Querarmierung

Die dynamischen und statischen Haftungswerte der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Probekörper wurden zu einem großen Teil durch die Seilteilung beeinflusst. In Bild 5.11 ist der Einfluss des  $t/d_s$ -Verhältnisses auf die Belastung eines Dreiseil-Probekörpers der Konstruktion St 4500 16:8 dargestellt. Die relativen Schubspannungen  $\tau/\tau_{max}$  sind auf die maximale berechnete Schubspannung des Probekörpers mit der Teilung  $t = 11$  mm bezogen. In Bild 5.11



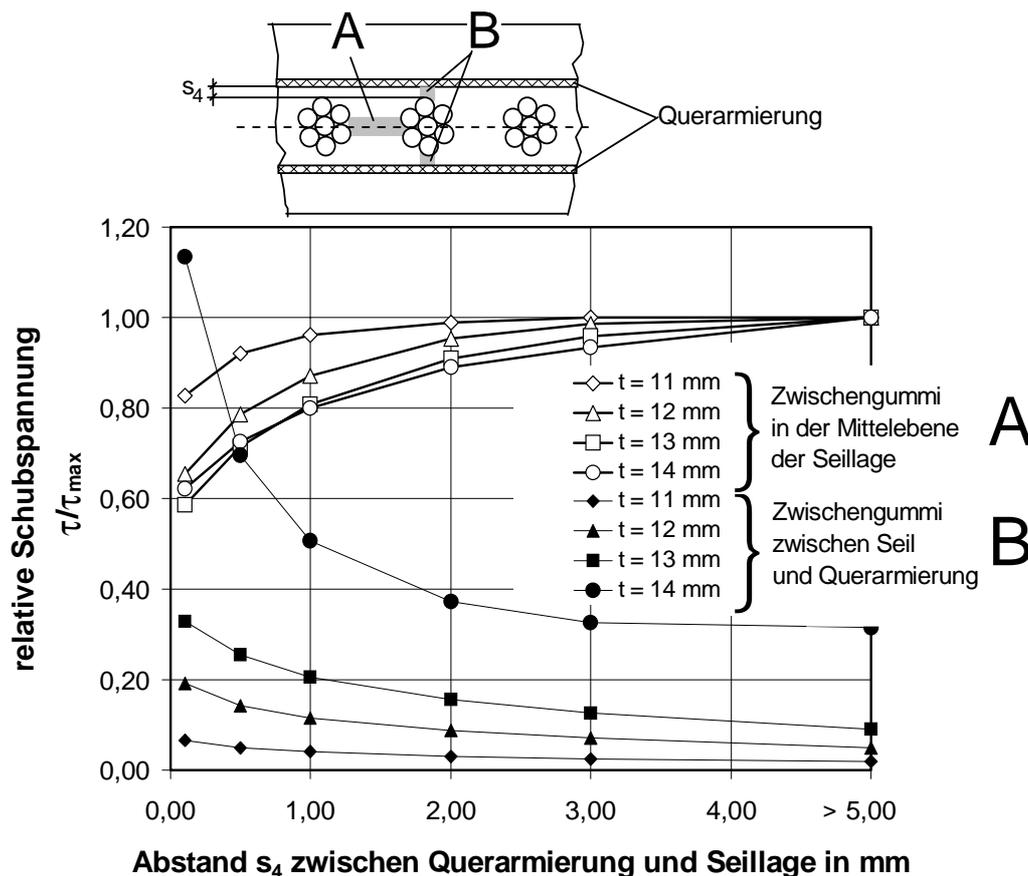
**Bild 5.11:** Einfluss des  $t/d_s$ -Verhältnisses auf die maximale Spannung im Zwischengummi

ist zu erkennen, dass mit zunehmendem  $t/d_s$ -Verhältnis eine deutliche Reduzierung der Belastung des Zwischengummis durch Schubspannungen eintritt, die mit einer reduzierten Scherung einher geht.

Bei geringen  $t/d_s$ -Verhältnissen mit  $t/d_s < 1,3$ , wie sie gerade im Verbindungsbereich hochfester Stahlseilgurtverbindungen auftreten, lässt sich demnach durch vergleichsweise geringe Teilungserhöhungen von 0,5 mm bis 1,0 mm eine deutliche Reduzierung der Schubspannungen erreichen.

Dies bedeutet, dass durch ein Verschwimmen der Seile im Verbindungsbereich lokal deutlich erhöhte Schubspannungen auftreten, die Ausgangspunkte für ein Versagen der Verbindung sein können. Die Seilteilung in der Verbindung muss daher exakt eingehalten werden. Neben der Vergrößerung der Zwischengummistärke können die Schubspannungen im Probekörper durch den Einsatz von textilen Querarmierungen weiter reduziert werden. Um den Einfluss der Kombination der Konstruktionsparameter Seilteilung und Querarmierung näher zu untersuchen, wurden vergleichende Berechnungen an einem Finite-Elemente-Modell eines St 4500 16:8 mit lauf- und tragseitiger Querarmierung durchgeführt. Die Variation des Modells erfolgte in den konstruktiven Parametern der Seilteilung, die in Stufen von 11,0 mm, 12,0 mm, 13,0 mm, und 14 mm variiert wurden sowie unter Variation des Abstandes  $s_4$  der Querarmierung von der Seillage, der in den Stufen 0,1 mm; 0,5 mm, 1,0 mm, 2,0 mm, 3,0 mm und 5,0 mm erfolgte.

In Bild 5.12 sind die relativen Schubspannungen als Ergebnisse der Vergleichsrechnungen dargestellt. Die relativen Schubspannungen sind auf die maximal im Zwischengummi auftretende Schubspannung eines Probekörpers gleicher Teilung bezogen.



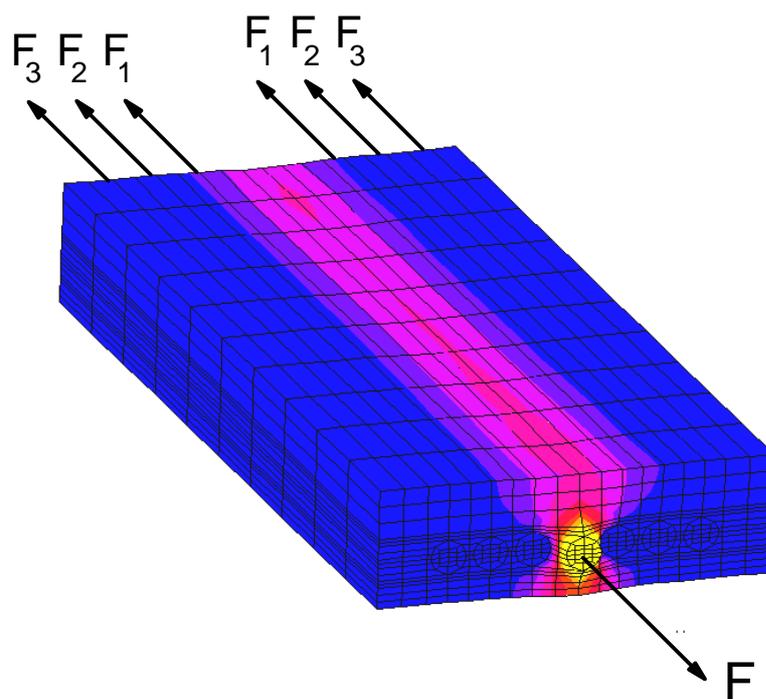
**Bild 5.12:** Einfluss der Seilteilung  $t$  und des Abstands der Querarmierung von der Seillage  $s_4$  auf die maximalen Schubspannungen im Dreiseil-Probekörper

Der Abstand  $s_4$  zwischen der lauf- bzw. tragseitigen Querarmierung und der Seillage hat einen deutlichen Einfluss auf die maximal berechnete Schubspannung im Zwischengummi. Die

Verringerung des Abstandes  $s_x$  der Querarmierung von der Seillage führt zur Reduzierung der Schubspannungen im Zwischengummi, die eine gleichzeitige Erhöhung der Gummi-Schubspannungen im engsten Gummiquerschnitt zwischen der Querarmierung und der Seillage hervorruft. Die Reduzierung der Schubspannungen tritt mit zunehmender Seilteilung  $t$  ausgeprägter in Erscheinung. Wird die Seilteilung von  $t = 13$  mm überschritten, so ergibt sich in der Vergleichsrechnung keine weitere Beeinflussung des qualitativen Schubspannungsverlaufs. Infolge zunehmender Verformung des Dreiseil-Probekörpers steigt für eine Seilteilung von  $t = 14$  mm die Schubspannung zwischen Querarmierung und Seillage überproportional an. Die maximalen Schubspannungen des Zwischengummis werden in diesem Bereich sogar überschritten.

### 5.3.2 Verteilung der Zugkräfte auf Nachbarseile

Ein wichtiger Punkt in der Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen ist die Frage, in wieweit der Zwischengummi durch die Beteiligung der Deckplatten an der Kraftübertragung entlastet werden kann. In der FE-Simulation wurden hierzu vier 7-Seil-Probekörper der Konstruktion



St 4500 16 : 8, entsprechend [Bild 5.13](#) modelliert. Je zwei

der vier 7-Seil-Probekörper wurden mit einer Seilteilung von 12 mm bzw. 14 mm sowohl mit als auch ohne lauf- und tragseitiger Querarmierung modelliert. In der FE-Rechnung wurde das Mittelseil schrittweise mit einer Kraft von 0 kN - 20 kN beansprucht.

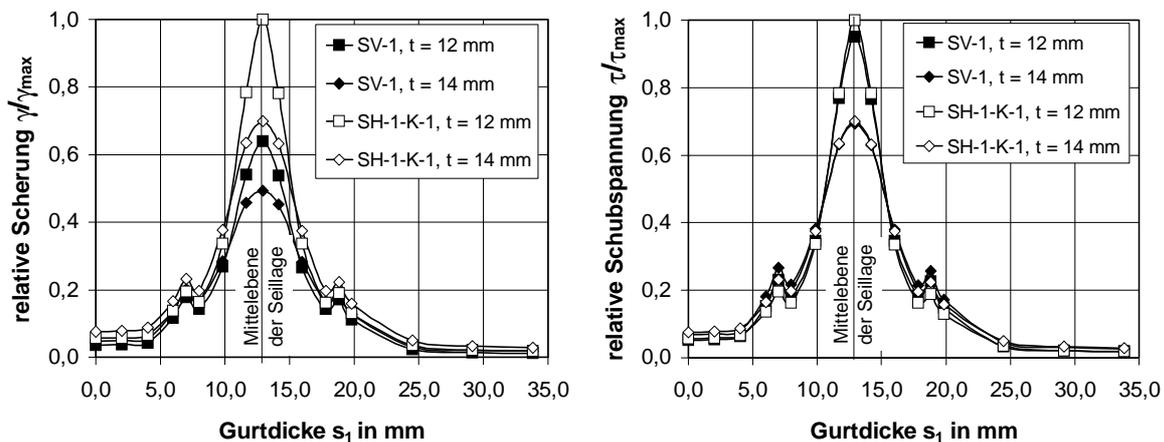
Im Vergleich der Ergebnisse zeigt sich, dass sowohl die Seilteilung mit einem  $t/d_s$ -Verhältnis von 1,22 bzw. 1,42 als auch die Verstärkung der Deckplatten durch textile Querarmierungen kaum Einfluss auf die Kraftübertragung zwischen den Seilen haben.

**Bild 5.13:** 7-Seil-Probekörper im FE-Modell

So nehmen in allen vier Beispielen die Seile 1. Ordnung 92%, die Seile 2. Ordnung 3% und die Seile 3. Ordnung 2% der Seilkraft des gezogenen Seiles eines Siebenseil-Probekörpers auf. Die Höhe der Kräfteinleitung bleibt weitestgehend ohne Einfluss. Die Deckplatten sind hierbei zwar an der Kraftübertragung beteiligt, sie übertragen aber im Wesentlichen nur Kräfte auf die Seile 1. Ordnung. Die Untersuchungen TAPPEINERS [87] lassen sich damit bestätigen.

### 5.3.3 Einfluss des Elastomers im Zwischengummi

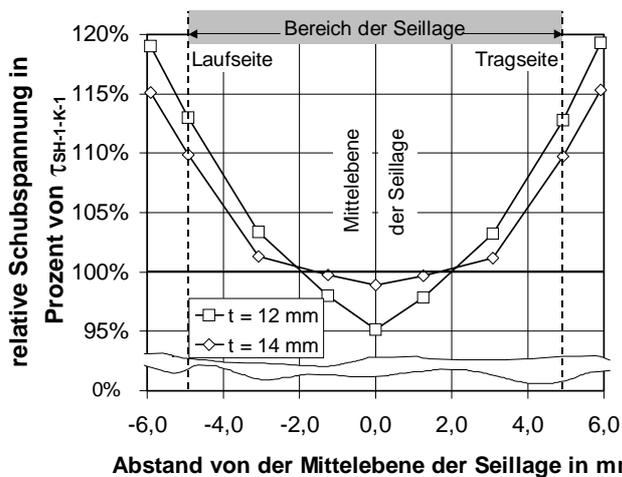
Das nichtlineare dynamische Steifigkeitsverhalten kann zur Beeinflussung des Spannungsverlaufs im Zwischengummi einer Stahlseilgurtverbindung ausgenutzt werden. Dies ist dadurch möglich, dass Teilbereiche des Zwischengummis, die einer geringeren Verformung unterliegen, stärker an der Kraftübertragung beteiligen werden. Durch diese Vergleichmäßigung der Spannungsbelastung im Zwischengummi ist eine Entlastung der hochverformten Bereiche des Zwischengummis zu erwarten, die zu einer erhöhten Lebensdauer des Gesamtverbundes führt. Bereiche des Zwischengummis mit geringerer Verformung in höherem Maße an der Kraftübertragung zwischen den Seilen zu beteiligen, ist mit der Verwendung eines Zwischengummis mit einer besonders unter kleinen Schubverformungen großen Steifigkeit möglich. Eine im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Mischung, deren Vulkanisat im Vergleich zur Standardmischung SH-1-K1 eine deutlich größere Anfangssteifigkeit besitzt, ist die Mischung SV-1.



**Bild 5.14:** Relative Scherung  $\gamma/\gamma_{max}$  und Schubspannung  $\tau/\tau_{max}$  in Abhängigkeit der Kerngummimischung und der Seilteilung

Mit dem Vergleich der relativen Schubspannungen  $\tau/\tau_{max}$  und Scherung  $\gamma/\gamma_{max}$  im relevanten Zwischengummi-Querschnitt eines Dreiseil-Probekörpers ist in Bild 5.14 das Ergebnis einer Vergleichsrechnung an je zwei Dreiseil-Probekörpern der Seilteilung  $t = 12$  mm bzw. 14 mm dargestellt. Der Kerngummi der Probekörper einer Seilteilung wurde in der Vergleichsrechnung mit einer Parametrierung des Adaptiven Neo-Hooke-Modells entsprechend der Mischung SV-1 und der Standardmischung SH-1-K1 modelliert. Die relativen Größen  $\gamma/\gamma_{max}$  bzw.  $\tau/\tau_{max}$  sind jeweils auf den Modell-Probekörper der Mischung SH-1-K1 mit der Teilung  $t = 12$  mm bezogen. Die Mischung SV-1 zeigte in den Versuchen zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit gegenüber der Standard-Mischung SH-1-K1 einen größeren dynamischem Anfangsmodul und die besten Ergebnisse in den Haftungsversuchen an den Dreiseil- und Dreistab-Probekörpern. Die Belastung des Mittelseils betrug in der Rechnung 10 kN. Wie im linken Diagramm in Bild 5.14 zu erkennen ist, zeigen die Probekörper der Kerngummimischung SV-1 gegenüber den Probekörpern mit der Mischung SH-1-K1 eine geringere Scherung. Die Scherung der Probekörper nimmt mit zunehmender Teilung ab.

Im rechten Diagramm in Bild 5.14 ist aus dem Verlauf der relativen Schubspannung  $\tau/\tau_{max}$  zu erkennen, dass der Zwischengummi für beide Mischungen bei gleicher Probekörper-Teilung vergleichbaren Schubspannungen ausgesetzt ist. Für den Probekörper der Mischung SV-1 stellt sich für geringere Seilteilung von 12 mm eine geringere Schubspannung im Zwischengummi in der Mittelebene der Seillage ein, während die Schubspannungen außerhalb der Mittelebene der Seillage gegenüber der Mischung SH-1-K1 leicht erhöht sind. Die Deckplatten-Bereiche des Probekörpers mit der Kerngummimischung SH-1-K1 nehmen hingegen infolge der größeren Gesamtverformung des Probekörpers im Vergleich zum Probekörper mit der Mischung SV-1 größere Spannungen auf.

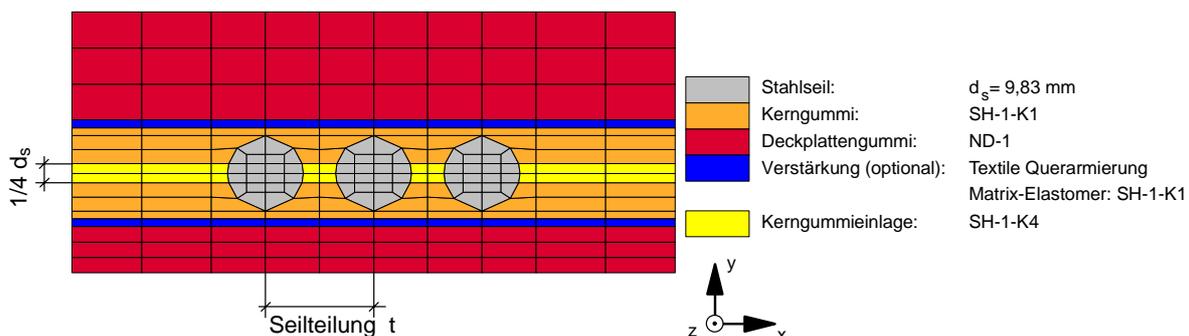


**Bild 5.15:** Einfluss der Mischung SV-1 gegenüber der Referenzmischung SH-1-K-1 auf die Spannungsverteilung im Kerngummi

In Bild 5.15 ist zu erkennen, dass die maximale Schubspannung in der Mittelebene der Seillage des Probekörpers mit der Kerngummimischung SV-1 für die Seilteilung von 12 mm um rund 5% unter derjenigen des Probekörpers mit der Mischung SH-1-K1 liegt, während sich für die Seilteilung von 14 mm nur eine Reduzierung der Schubspannung um rund 1% ergibt. Für die größere Seilteilung von  $t = 14$  mm nimmt demnach der Einfluss der Kerngummimischung auf die Belastung des Elastomers in der Mittelebene der Seillage ab. Mit zunehmendem Abstand von der Mittelebene der Seillage

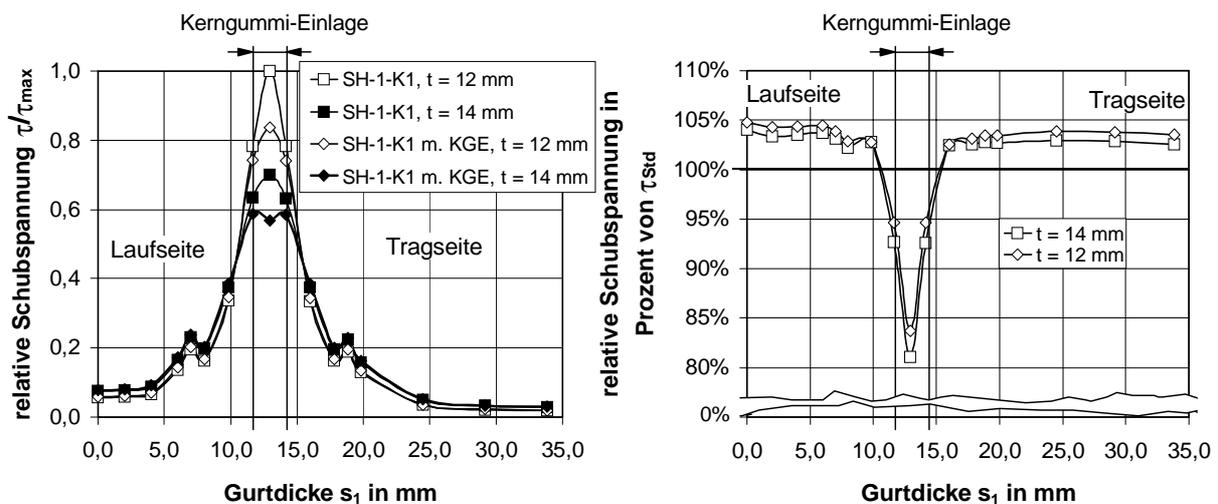
trägt die Mischung SV-1 gegenüber der Mischung SH-1-K1 deutlich größere Anteile der über die Seile eingeleiteten Schubkräfte. Die Mischung SV-1 ist dabei im Kerngummi außerhalb der Mittelebene der Seillage im Vergleich zur Mischung SH-1-K1 deutlich stärker an der Kraftübertragung beteiligt.

Ein weiterer Weg zur Beeinflussung der Beanspruchungsverteilung des Zwischengummis durch Schubkräfte ist die Verwendung von Mischungseinlagen im Kerngummi mit einer gegenüber dem Standard-Kerngummi geringeren Steifigkeit.



**Bild 5.16:** Aufbau eines Dreiseil-Probekörpers mit Kerngummi-Einlage

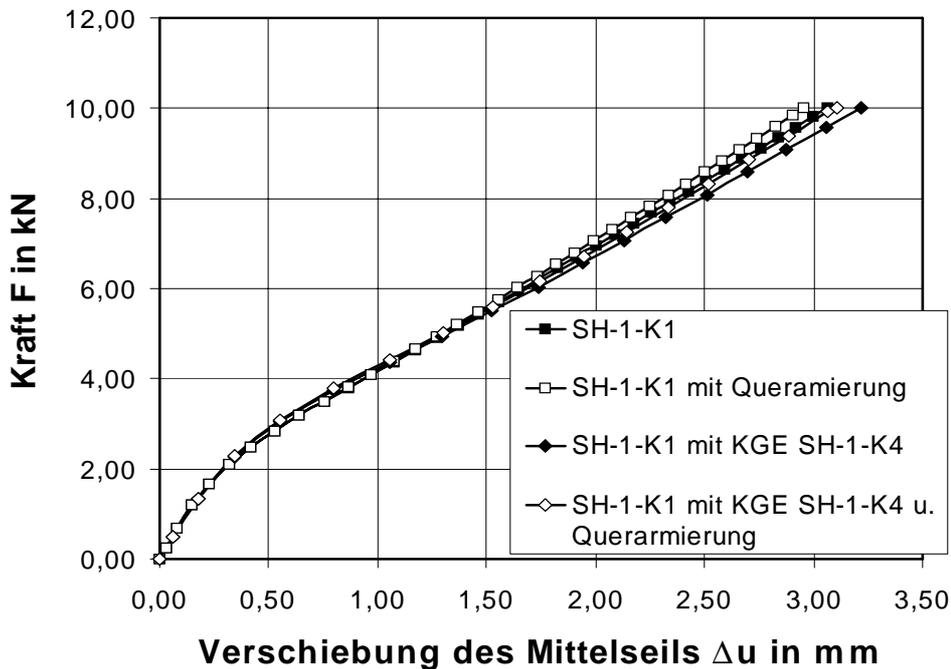
In Bild 5.16 ist der vertikale Aufbau eines Probekörpers mit Kerngummi-Einlage im FE-Modell dargestellt. Die Dicke der Kerngummi-Einlage beträgt  $\frac{1}{4}$  des Seildurchmessers  $d_s$ . Durch den Einsatz einer Kerngummi-Einlage ist es möglich, diejenigen Bereiche des Zwischengummis, die einer großen Verformung unterliegen, von der Beanspruchung durch Schubspannungen zu entlasten, da die Tragfunktion stärker auf die Bereiche über- und unterhalb der Mittelebene der Seillage verlagert wird. Infolge der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere, mit einem großen Modul unter geringeren Scherverformungen, muss diese Verlagerung der Tragfunktion nicht zwangsläufig zu einer signifikant erhöhten Gesamtverformung des Dreiseil-Probekörpers führen.



**Bild 5.17:** Relative Schubspannungsverteilung im relevanten Zwischengummi-Querschnitt sowie Verhältnis der Schubspannungen  $\tau_{KGE}/\tau_{Std}$  der Probekörper mit und ohne Kerngummi-Einlage

In Bild 5.17 ist der berechnete Verlauf der relativen Schubspannung über den relevanten Zwischengummi-Querschnitt für modellierte Dreiseil-Probekörper der Seilteilungen von  $t = 12$  mm bzw.  $t = 14$  mm mit den Kerngummimischung SH-1-K1 dargestellt. Die Dreiseil-Probekörper wurden sowohl mit als auch ohne Kerngummi-Einlage modelliert und sind unverstärkt. Erwartungsgemäß ist im relativen Schubspannungsverlauf  $\tau/\tau_{max}$  im rechten Diagramm zu erkennen, dass gerade im Bereich der Mittelebene der Seillage für beide Seilteilungen eine deutliche Reduzierung der Belastung des Kerngummis durch Schubspannungen erreicht werden kann.

In der Darstellung der relativen Schubspannung  $\tau_{KGE} / \tau_{Std}$  der für den Probekörper mit Kerngummi-Einlage und der Standardkonstruktion im linken Diagramm in Bild 5.17 wird deutlich, dass sich aus der durch die Mischung SH-1-K4 gebildeten Kerngummi-Einlage, eine Spannungsreduzierung auf 84% bis 81% erreichen lässt. Über die gesamte weitere Gurtbreite ist die relative Schubspannung um einen konstanten Betrag erhöht. Dieser Verlauf deutet darauf hin, dass die Verformung der Probekörper infolge der Kerngummi-Einlage mit geringerer Steifigkeit nur in geringem Maße zugenommen hat. Abgesehen von der Reduzierung der Schubspannung wird damit die in der Mittelebene der Seillage reduzierte Tragfunktion des Kerngummis gleichmäßig von den übrigen Bereichen übernommen.



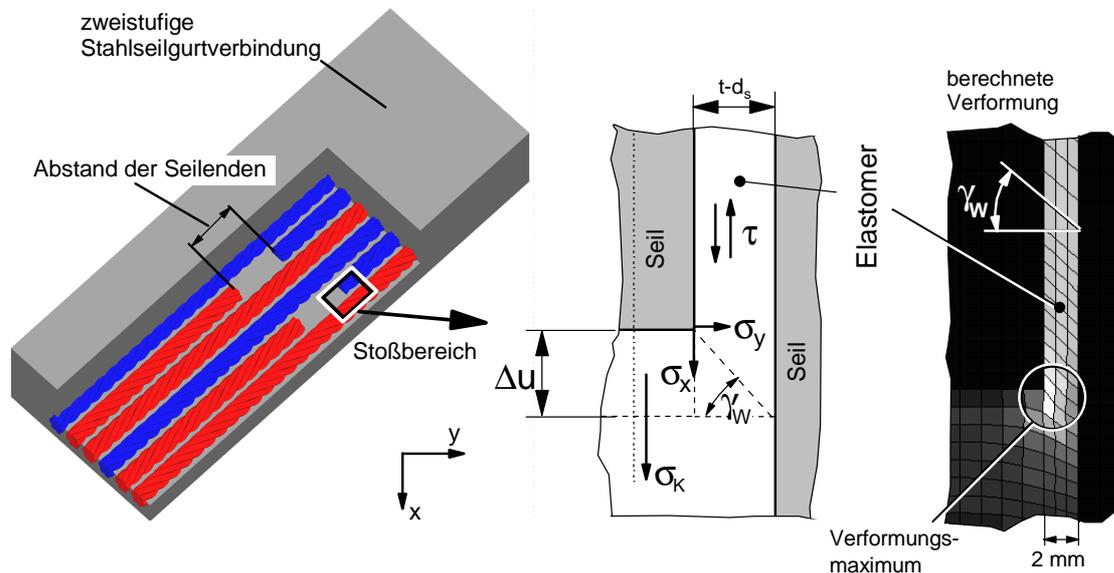
**Bild 5.18:** Vergleich der berechneten Kraft-Weg-Diagramme der Probekörper mit und ohne Kerngummi-Einlage (KGE)

In Bild 5.18 sind die Kraft-Weg-Diagramme je zweier Probekörper sowohl mit als auch ohne Querarmierungen in der Ausführung mit dem Standard-Kerngummi und der Konstruktion mit der Kerngummi-Einlage dargestellt. Sowohl der Einfluss der Querarmierung als auch der Einfluss der Kerngummi-Einlage auf den quantitativen Verlauf des Kraft-Weg-Diagramms nimmt mit steigender Belastung zu. Gleichzeitig zeigt sich, dass das Verformungsverhalten der Probekörper mit Kerngummi-Einlage nicht signifikant von dem der Probekörper mit der Standardkonstruktion des Kerngummis abweicht. Die Probekörper mit Kerngummi-Einlage zeigen dabei allerdings eine tendenziell geringere Steifigkeit. Der Kraft-Weg-Verlauf des unverstärkten Probekörpers ohne Kerngummi-Einlage ist annähernd identisch mit dem des verstärkten Probekörpers mit Kerngummi-Einlage.

#### 5.3.4 Geometrie des Seilendes im Stoßstellenbereich

In den gebräuchlichen Stahlseilgurtverbindungen, insbesondere in den nach DIN 22131 [19] und DIN 22129 [18] genormten Verbindungen, stoßen die Seilenden der gegenüberliegenden Gurtenden aufeinander. Lediglich in Verbindungen mit ausgelenkten Seilen können diese direkten Stoßstellen vermieden werden. Der Gestaltung der Stoßstellen kommt eine besondere Bedeutung zu, da die Stoßstellen Ausgangspunkte des Verbindungsversagens darstellen können [28, 48, 91]. Zum einen treten hier die aus der Art des Kraftübergangs resultierenden größten Schubverformungen im Zwischengummi auf. Gleichzeitig wird der Gummi hier durch Zugspannungen im Anbindungsbereich an der Stirnfläche des Seiles

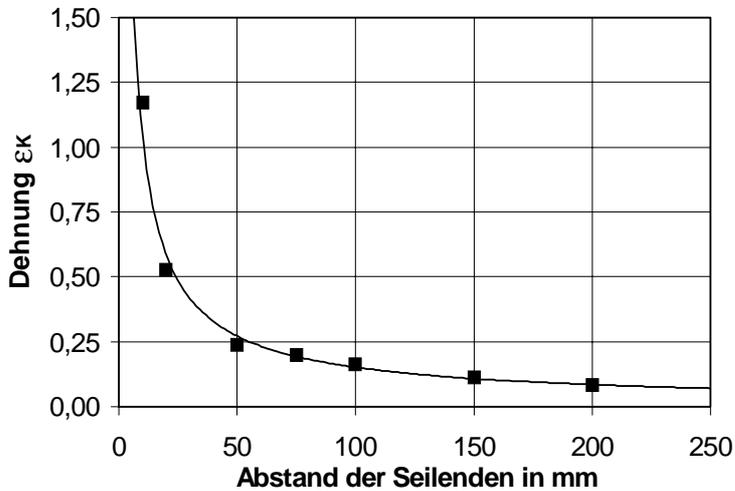
zusätzlich beansprucht. Die Stirnflächen der Einzeldrähte der Seile sind zudem nicht verzinkt, wodurch die Haftfähigkeit des Kerngummis möglicherweise eingeschränkt ist.



**Bild 5.19:** Idealisierte Belastungssituation am Seilende eines Seilstoßbereichs einer zweistufigen Stahlseilgurtverbindung

In der idealisierten Darstellung in [Bild 5.19](#) sind die wesentlichen Spannungen in der Mittelebene der Seillage für das Kopfende eines belasteten Seiles im Stoßbereich einer Verbindung sowie die mit Hilfe der FEM berechnete Verformung dargestellt. In der Darstellung der Spannungen wird deutlich, dass sich die Gummi-Bbeanspruchungen im Anbindungsbereich des Elastomers an das Seil aus verschiedenen Komponenten überlagern. Infolge der aus der Seilbelastung resultierenden Verschiebung des Seiles um den Weg  $\Delta u$ , wird dem an den Seilkopf angeordneten Gummi eine Verformung aufgeprägt, die in [Bild 5.19](#) dargestellte Zugspannung  $\sigma_K$  bewirkt. Diese Zugspannung wird an der Seilkante zum einen durch die Schubspannung  $\tau$  überlagert und zum anderen ergeben sich zusätzliche Spannungskomponenten  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ , die aus der Schubverformung des Elastomers resultieren. Der beschriebene Spannungszustand führt dazu, dass der Gummi an der Seilkante die größte Belastung erfährt. Infolgedessen ist zu erwarten, dass das Versagen des Verbundes Stahlseil-Gummi unter dynamischer Belastung gerade im Bereich der Seilkante beginnt: Entweder durch das Versagen der Gummimatrix oder durch das Versagen der Gummi-Metall-Haftung.

In Bild 5.20 ist der Einfluss des Abstandes der Seilenden im Seilstoßbereich auf die maximale Zugdehnung im Seilstoßbereich exemplarisch für einen H-Block-Probekörper der Festigkeit

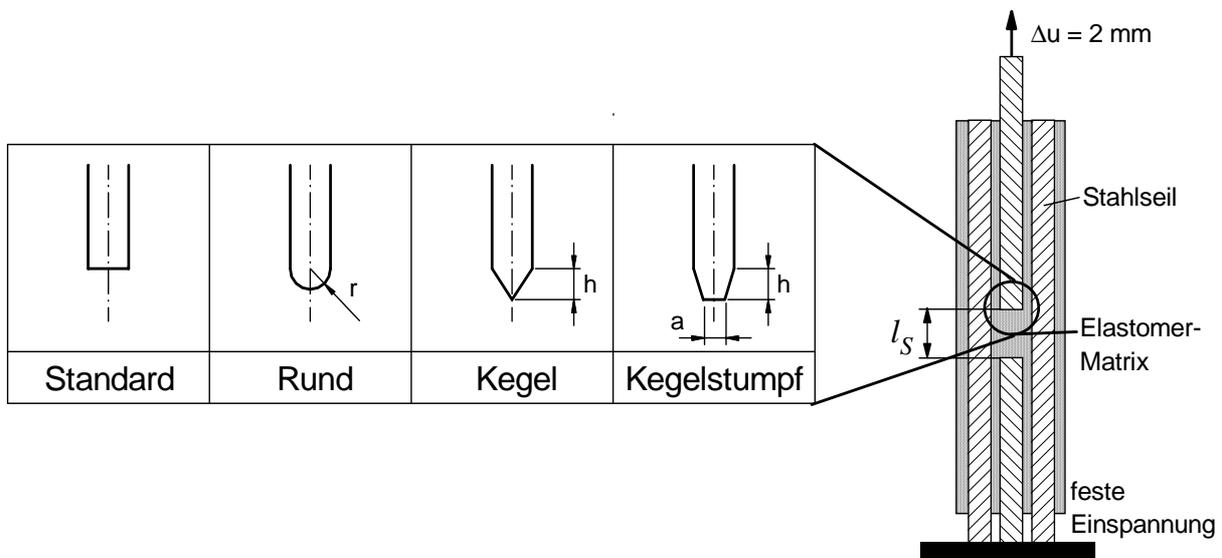


**Bild 5.20:** Exemplarischer Einfluss des Abstandes der Seilenden im Seilstoßbereich auf die berechnete maximale Zugdehnung im Seilstoßbereich

St 4500 mit einem Seildurchmesser von  $d_s = 9,83$  mm und einer Seilteilung von 12 mm dargestellt. In diesem Beispiel zeigt sich, dass eine Vergrößerung des Seilabstandes eine deutliche Reduzierung der maximalen Dehnung  $\epsilon_K$  im Kopf Gummi zur Folge hat. Auswirkungen auf die Schubbeanspruchung im Zwischengummi wurden nicht ermittelt. In [48] wurde der Einfluss des Kopfabstandes der Seilenden im Seilstoßbereich an hochfesten Fördergurt-Probekörpern mit dem Ergebnis untersucht, dass sich durch eine

Vergrößerung des Kopfabstandes im Seilstoßbereich eine Verbesserung der Zeitfestigkeit der Probekörper erreichen lässt. Damit wird deutlich, dass die Zugspannung  $\sigma_K$  am Kopfende des Seiles durch die Verlängerung des Seilstoßbereiches reduziert werden kann. Hierdurch wird die Belastung an der Stirnfläche des Seiles und insbesondere an der Seilkante verringert.

Von besonderem Interesse bei der Gestaltung des Stoßbereiches einer Stahlseilgurtverbindung ist die Frage, inwieweit eine Änderung der Geometrie des Seilendes prinzipielle Möglichkeiten bietet, die an der Seilkante auftretende Spannungsüberhöhung zu vermeiden oder zu reduzieren. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit die Stoßstelle in einer ver-

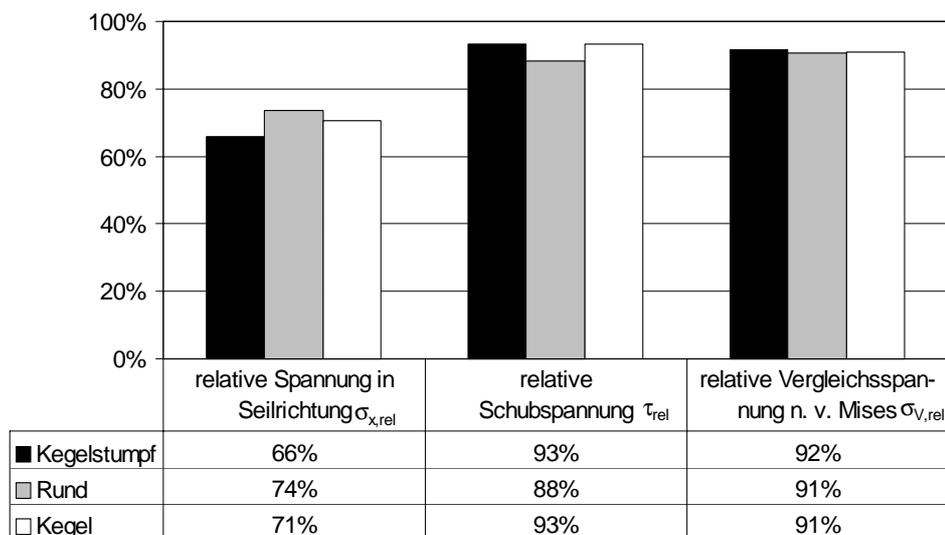


**Bild 5.21:** Prinzipdarstellung eines H-Block-Probekörpers und untersuchte Seil-Endgeometrien

gleichenden Finite-Elemente-Berechnung untersucht. Ziel war es zu klären, ob und inwieweit eine veränderte Seil-Endgeometrie geeignet ist, die Spannungen an der Seilkante zu reduzieren. Für die Berechnung wurde der Seilstoßbereich einer Verbindung in einem zwei-dimensionalen Finite-Elemente-Modell eines H-Block-Probekörpers modelliert.

In Bild 5.21 sind der prinzipielle Aufbau des modellierten Probekörpers, die Randbedingungen der Berechnung und die untersuchten Seil-Endgeometrien dargestellt.

Das Stahlseil des Probekörpers wurde, wie in den vorangegangenen Berechnungen, mit einem Elastizitätsmodul von  $E_s = 125 \text{ kN/mm}^2$  modelliert. Die Modellierung des Materialverhaltens der Elastomer-Matrix erfolgte durch einen Ogden-Ansatz mit fünf Parametersätzen, dessen Parameter für die Mischung NH-2 in Tabelle 5.1 aufgeführt sind. Die im FE-Modell realisierten Geometrien sind zum einen die Standard-Geometrie des gekappten Seiles, einem mit einem Radius  $r = 5 \text{ mm}$  abgerundeten Seilende, einem kegeligen Seilende mit der Kegelhöhe  $h = 5 \text{ mm}$  sowie einem Kegelstumpf mit der Höhe  $h = 10 \text{ mm}$  und einem Stumpfdurchmesser von  $a = 5 \text{ mm}$ . Der Abstand der Seilenden wurde zu  $l_s = 50 \text{ mm}$  festgesetzt. Der Seildurchmesser und die Seilteilung betragen  $d_s = 10 \text{ mm}$ , bzw.  $t = 12 \text{ mm}$ .



**Bild 5.22:** Vergleich der, auf die Standard-Geometrie bezogenen, berechneten maximalen Spannungen im Seilstoßbereich

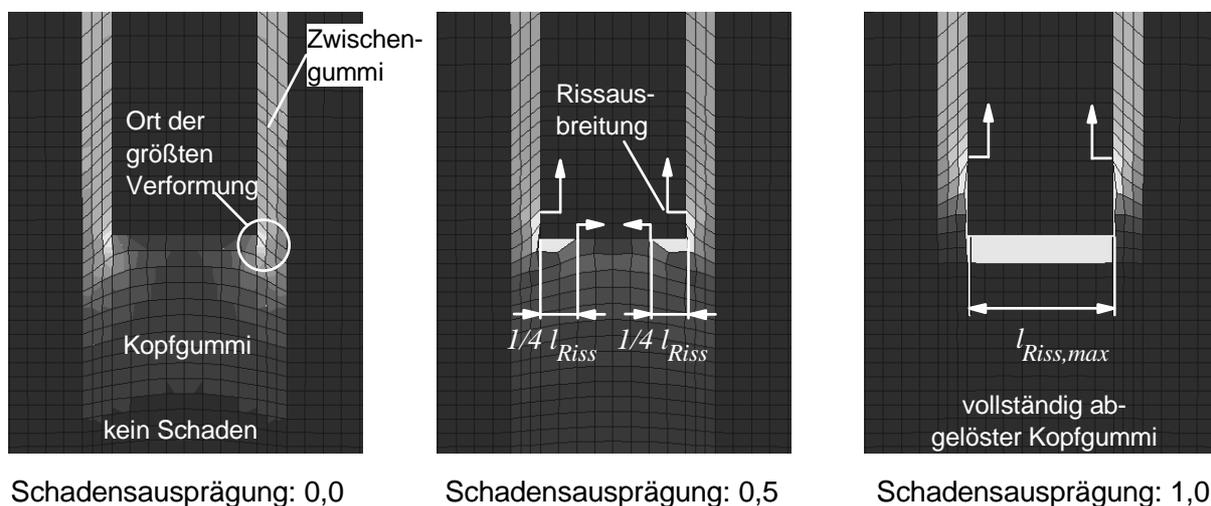
In Bild 5.22 ist das Ergebnis der vergleichenden Untersuchung dargestellt. Die angegebenen Spannungen beziehen sich auf die jeweils berechneten Werte für das gekappte Seilendes. Im Ergebnis der Vergleichsrechnung zeigt sich, dass sich durch eine Änderung der Seil-Endgeometrie eine Reduzierung der Spannungsbelastung im Seilstoßbereich erreichen läßt. So ergeben sich je nach Geometrie relative Spannungsreduzierungen der maximalen Zugspannungen  $\sigma_x$  auf 66% bis 74% der maximalen Zugspannung des gekappten Seilendes. Auch die

maximale Schubspannung  $\tau$  lässt sich um 7% bis 12% reduzieren, während sich für die Spannung quer zur Seilrichtung  $\sigma_y$  keine nennenswerten Einflüsse der Geometrie ergeben.

Aus den Ergebnissen der Vergleichsrechnung ist ersichtlich, dass eine Abrundung des gekappten Seiles die günstigste Seilend-Geometrie für die Erhöhung der Zeitfestigkeit des Seilstoßbereiches darstellt, da zum einen die maximale Zugspannung  $\sigma_x$  deutlich vermindert wird, zum andern aber die mit 12% größte Reduzierung der maximal auftretenden Schubspannung  $\tau$  am Seilende erreicht wird.

Da bekanntlich für Elastomer-Materialien der Begriff Dauerfestigkeit nicht existiert, ist es hinsichtlich der Beurteilung des möglichen Gewinns an Zeitfestigkeit durch konstruktive Maßnahmen nicht ausreichend, alleine aus einer möglichen Spannungsreduzierung eine erhöhte Zeitfestigkeit abzuleiten. Genauso wichtig für die Beurteilung ist, inwieweit eine konstruktive Maßnahme den Verlauf der unvermeidbaren Schädigung des Elastomers beeinflusst.

Um die Auswirkung der Seilendgeometrie, wurde für das gekappte wie für das abgerundete Seilende ein wahrscheinlicher Schadensverlauf in der Mittelebene der Seillage des Seilstoßbereiches simuliert. Bei der Simulation des Schadensverlaufs wurde dabei davon ausgegangen, dass die Grenzschicht zwischen Stahlseil und Elastomer-Matrix im realen Bruchverlauf eine geringere Zeitfestigkeit als der Gummi aufweist. Als Ausgangspunkt der Schadensbildung wurde der Ort der größten Verformung angenommen, wobei vorausgesetzt wurde, dass der Trennvorgang an der Seilkante in der Grenzschicht Gummi-Metall, sowohl in Seilrichtung, als auch entlang der Stirnfläche des Seiles, mit annähernd gleicher Geschwindigkeit erfolgt.

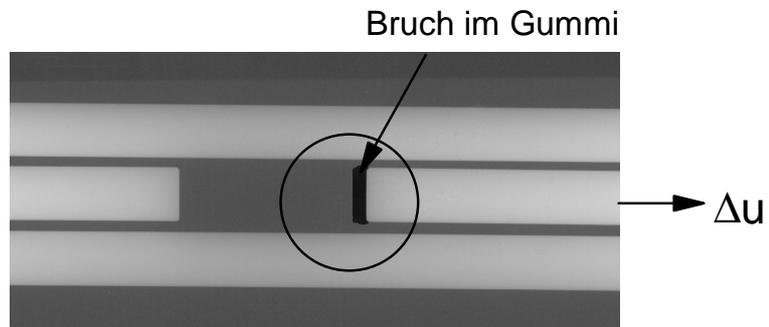


**Bild 5.23:** Beispiel für einen möglichen Schadensverlauf am Seilende

In Bild 5.23 ist beispielhaft der angenommene Schadensverlauf für das gekappte Seilende dargestellt. Die Schadensausprägung gibt dabei den Grad der Ablösung der Elastomer-Matrix von der Stirnfläche des Seiles als das Verhältnis der Risslänge  $l_{Riss}$  zum Nenndurchmesser des Seiles  $d_s$  an. In Bild 5.23 ist zu erkennen, dass der Ort größter Verformung lokal auf den

Bereich der Seilkante begrenzt ist, während im Zwischengummi ein homogener Verformungszustand herrscht.

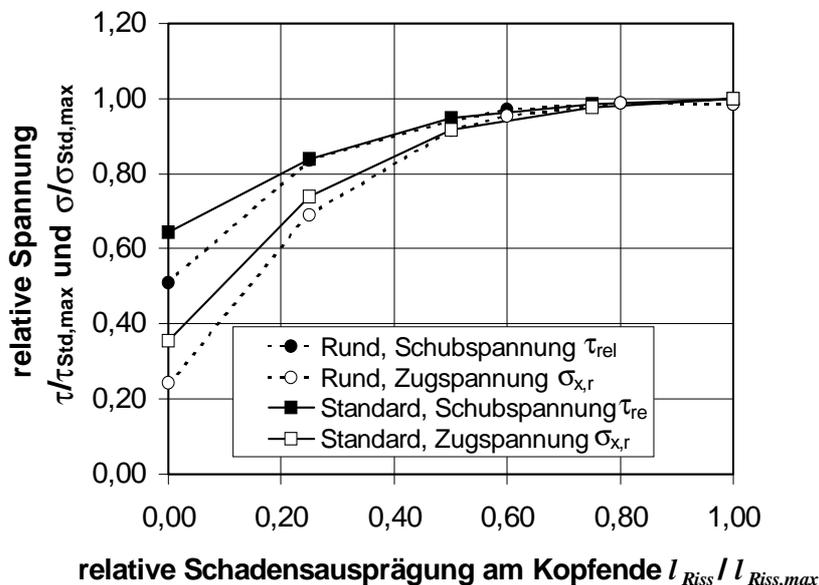
Im Vergleich zum Ergebnis der FE-Berechnung ist in Bild 5.24 die Röntgenaufnahme eines Gummibruchs im Stoßbereich einer Probekörpers dargestellt, der den Seilstoßbereich in einer Stahlseilgurtverbindung simuliert. Bei diesem Probekörper wurden die Stahlseile durch Rundstäbe substituiert.



**Bild 5.24:** Röntgenaufnahme eines Gummibruchs im Stoßbereich eines Probekörpers (Seile durch Rundstäbe substituiert)

Im Vergleich zeigt sich, dass der in der FE-Berechnung angenommene Schadensverlauf den Schadensverlauf des Versuchs reproduziert. Der Bruch erfolgte allerdings entgegen der Annahme in der FE-Berechnung stets im Bereich des Seilkopfes im Gummi.

In Bild 5.25 ist das Verhältnis der auf die jeweils maximalen Spannungen der Standard-Geometrie  $\tau_{Std,max}$  und  $\sigma_{Std,max}$  bezogenen Beträge der maximalen Schub- und Zugspannung in Abhängigkeit von der relativen Schadensausprägung dargestellt.



**Bild 5.25:** Relative, auf die maximalen Schub- und Zugspannungen der Standard-Geometrie bezogene Spannungen.

Die relative Schadensausprägung von 1,0 beschreibt hierbei die vollständige Ablösung des Kopfgummis, während beim Wert 0,0 die völlig intakte Stoßstelle vorliegt.

Im Vergleich der relativen Spannungsverläufe in Abhängigkeit von der relativen Schadensausprägung wird deutlich, dass zum einen die maximalen Schub- und Zugspannungen bei einer relativen Schadensausprägung von 1,0 am größten sind. Die berechneten Spannungen treten unabhängig von der Seilend-

Geometrie im Zwischengummi in gleicher Höhe auf. Für das abgerundete Seilende ergeben sich demnach nur im ungeschädigten Zustand günstigere Schub- und Zugbelastungen. Mit zunehmendem Schadensverlauf steigen die Belastungen in der Grenzschicht Gummi-Metall an, wobei der Einfluss der abgerundeten Kante bereits ab einer Schadensausprägung von

0,20 nicht mehr relevant ist. Es ist daher davon auszugehen, dass die Verformung des Kopfgummis in der Haftzone Gummi-Metall des ungeschädigten Stoßes spannungsreduzierend wirkt. Mit zunehmender Ablösung des Kopfgummis steigen daher die Spannungen auf den Maximalwert an. Dieses Spannungsmaximum bewirkt unter idealisierter Betrachtung ein stationäres Risswachstum im Gummi entlang der Seiloberfläche. Durch das Abrunden des Seilendes im Stoßbereich kann demnach die Zeitfestigkeit einer Stahlseilgurtverbindung nur dann verbessert werden, wenn die dadurch erzielte Reduzierung der Belastung geeignet ist, das Auftreten des ersten Schadens signifikant zu verzögern.

## **5.4 Numerische Berechnung von Stahlseilgurtverbindungen**

In einer Stahlseilgurtverbindung erfolgt die Kraftübertragung zwischen den Seilen der rechten und linken Einlaufseite über den Zwischengummi, der sich in der Anbindung zwischen den Seilen unterschiedlicher Einlaufrichtung befindet. Dieser wird am stärksten durch Schubkräfte beansprucht. Anhand der Ergebnisse von Vergleichsrechnungen wird im Folgenden das dem Stand der Technik entsprechende Berechnungsverfahren nach OEHMEN mit drei numerischen Berechnungsergebnissen verglichen. Die numerischen Berechnungsergebnisse wurden anhand einer Finite-Elemente-Simulation ermittelt, und berücksichtigen das nichtlineare belastungsabhängige Materialverhalten der Elastomere entsprechend dem Adaptiven Neo-Hooke-Modell.

### 5.4.1 Finite-Elemente-Verbindungsmodell

Mit Hilfe des Netzgenerators FEMVerb können Finite-Elemente-Modelle von Stahlseilgurtverbindungen generiert werden, mit deren Hilfe der Kraftfluss in der Verbindung simuliert werden kann. Die Modellierung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der in dieser Arbeit untersuchten Elastomere durch das Adaptive Neo-Hooke-Modell erlaubt damit im Speziellen, den Einfluss der Elastomer-Materialien auf den Kraftfluss in der Verbindung zu modellieren. Das FE-Modell ermöglicht es dabei, die vollständige Verbindungsgeometrie inklusive der Auslenkungsbereiche und Stoßstellen in den Stufenübergängen in der Berechnung darzustellen. Im weiteren ist es mit dem FE-Verbindungsmodell möglich, Berechnungen an Stahlseilgurtverbindungen mit variabler Zwischengummistärke durchzuführen.

Infolge des diskretisierten Aufbaus des FE-Modells ist es möglich, veränderliche Gummieigenschaften und Seilschäden, den Verlust der Zwischengummi-Anbindung oder fehlende Zwischengummierung zu modellieren. Hierdurch kann ein zum Versagen der Verbindung führender Schadensverlauf simuliert werden.

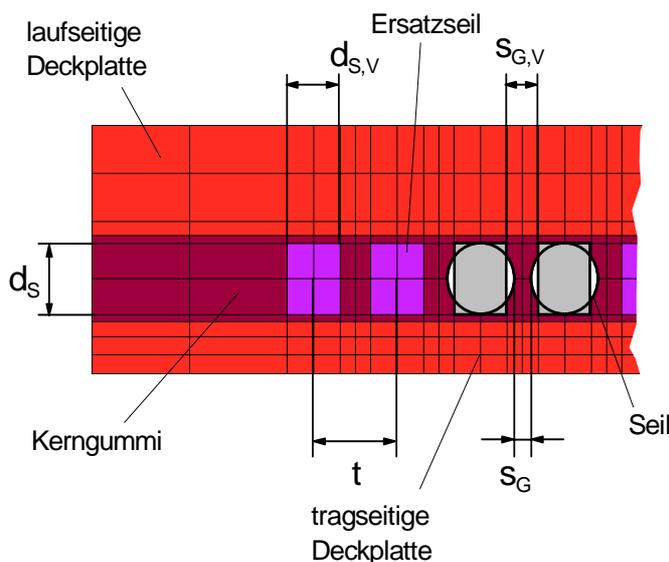
Die Simulation eines Schadensverlaufes kann sowohl manuell als auch programmgesteuert durch das Deaktivieren von Elementen im FE-Verbindungsmodell erfolgen. Deaktivierte Elemente werden im Rechnungslauf nicht berücksichtigt und treten damit in der Modellierung des Kraftflusses innerhalb der Verbindung nicht mehr in Erscheinung. In Abhängigkeit eines Versagenskriteriums ist es in der Schadenssimulation möglich, überlastete Bereiche des Modells sukzessive zu deaktivieren und so den möglichen Schadensverlauf im Verbindungsmodell abzubilden.

Ein mögliches Versagenskriterium, dass zum Deaktivieren von Elementen in der Simulation führt, kann das Überschreiten einer als zulässig erachteten Belastung im Element sein. Für die Seile ist dies z.B. das Überschreiten einer zulässigen Dehnung bzw. für den Gummi das Überschreiten eine zulässige Scherung oder Formänderungsenergiegedichte. Neben der Schadenssimulation ist es auch möglich, Fehler im periodischen Verbindungsaufbau zu simulieren und deren Auswirkungen z.B. auf die Notlaufeigenschaften einer geschädigten Verbindung zu beurteilen.

Als ein weiteres Berechnungsergebnis der FE-Verbindungssimulation ist die Berechnung der Gesamtverformung der Verbindung sowie die Berechnung der Verformung unter Betriebsbelastung möglich. Hierdurch kann ein denkbarer Einfluss der Verbindung auf einen möglichen Schiefelauf des Gurtes auf der Anlage untersucht werden.

Um den Zeitrahmen für die Durchführung der Berechnung und den Speicherbedarf zu begrenzen, war es gegenüber dem Modell für die Berechnung von Verbindungs-Probekörpern notwendig, die Geometrie des Verbindungsmodells weiter zu vereinfachen.

In **Bild 5.26** ist ein Querschnitt durch einen Teilbereich des für die Verbindungsberechnung verwendeten Finite-Elemente-Modells dargestellt. Gegenüber dem für die Berechnung an Probekörpern verwendeten Modell wurde die Anzahl der Elemente für die Darstellung der



**Bild 5.26:** Querschnitt durch einen Teilbereich des Verbindungsmodells

Seile und des Kerngummi deutlich reduziert. Hierzu musste die idealisierte runde Seilkontur durch ein hinsichtlich der Querschnittsfläche flächengleiches Ersatzseil substituiert werden.

Zu diesem Zweck wurde ein Ersatz-Zwischengummi mit der Dicke  $s_{G,v}$  definiert, der zwischen den in Bild 5.26 dargestellten Ersatzseilen eine homogene Scherverformung erfährt, die der mittleren inhomogenen Scherverformung zwischen zwei runden Querschnitten des idealisierten Seiles entspricht. Die mittlere Scherung  $\gamma_m$  des Zwischengummis ergibt sich damit durch eine äquivalente Umrechnung

der kreisförmig angenäherten Kontur des Seiles in einen flächengleichen rechteckigen Querschnitt, dessen Höhe dem Seilennendurchmesser  $d_s$  entspricht. Es folgt für die Flächengleichheit der Querschnitte der Vergleichsdurchmesser des Seiles  $d_{s,v}$  mit

$$d_{s,v} = \frac{d_s \cdot \pi}{4} \quad (5.11)$$

Die Ersatz-Zwischengummistärke ergibt sich zu

$$s_{G,V} = s_G + d_S \cdot \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) = t - \frac{d_s \cdot \pi}{4} . \quad (5.12)$$

Die Verwendung des Ersatz-Zwischengummis macht es notwendig, die im engsten Zwischen-gummi-Querschnitt auftretenden Belastungen aus der in der FE-Rechnung berechneten mittleren Scherungen  $\gamma_m$  zu ermitteln. Die Berechnung der in der Mittelebene der Seillage auftretenden Scherung  $\gamma$  muss daher nach

$$\gamma = \gamma_m \cdot \frac{t - d_{S,V}}{t - d_S} = \gamma_m \cdot \frac{s_{G,V}}{s_G} \quad (5.13)$$

in der Aufbereitung der FE-Ergebnisse für die Zwischengummi-Belastung erfolgen. Die Schubspannung im Zwischengummi-Querschnitt in der Mittelebene der Seillage ergibt sich zu

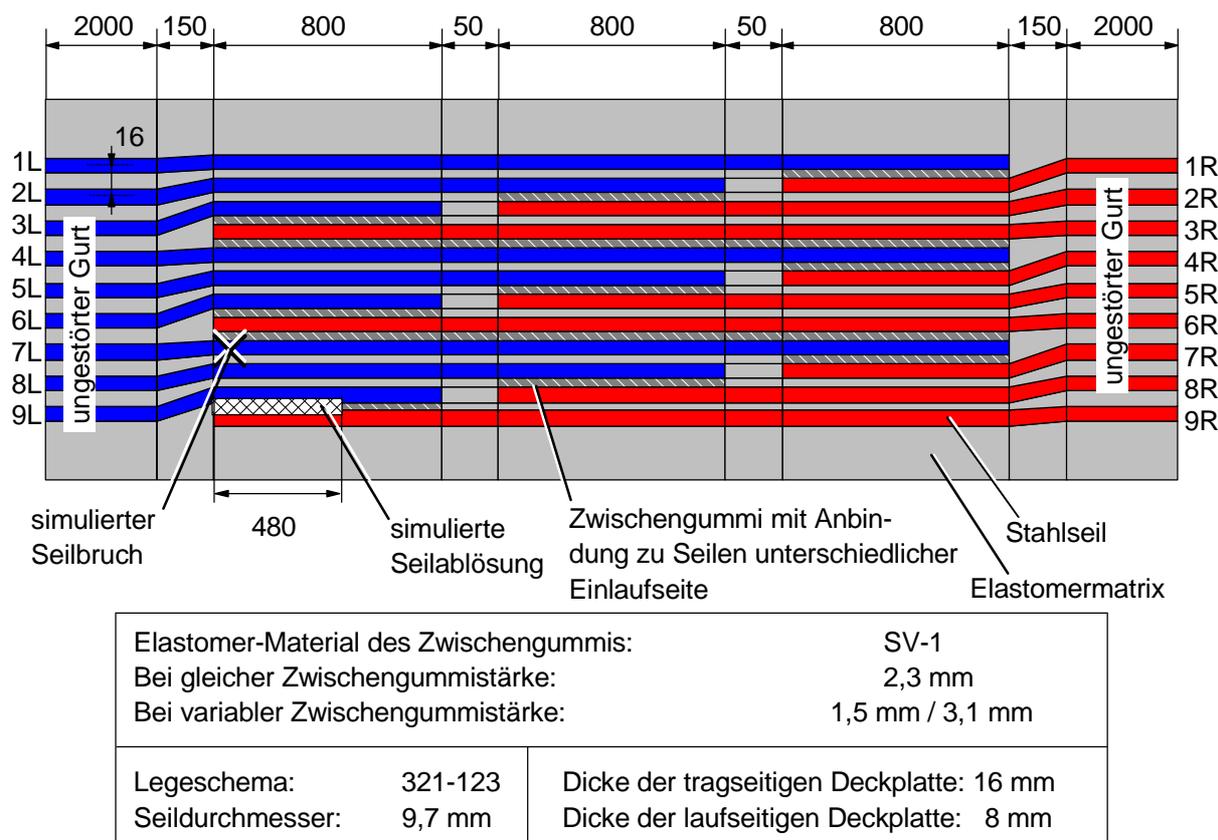
$$\tau = G(\gamma) \cdot \gamma . \quad (5.14)$$

Hierin ist  $G(\gamma)$  der Speichermodul aus Gleichung 4.10 mit den Parametern des im Zwischen-gummi eingesetzten Elastomer-Materials.

Die Reduzierung des Zwischengummis auf einen homogenen, rechteckigen Schubkörper ist hinsichtlich der Modellierung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit des Verbundkörpers problematisch, da zwischen den Seilen einer belasteten Stahlseilgurtverbindung die Scherung  $\gamma$  in Abhängigkeit der Höhenkoordinate nicht konstant ist. Mit dem dargestellten Verbindungsmodell ist es damit nur eingeschränkt möglich, die reale Verformung der Elastomere im Zwischengummi abzubilden. Im Ergebnisvergleich der Versuche an den Vierfachschub-Probekörpern mit denen der Dreiseil-Probekörpern ergab sich jedoch, dass die ermittelten Scherverformungen der Dreiseilprobekörper näherungsweise auf diejenigen der Vierfachschub-Probekörper umgerechnet werden konnten. Dabei wurden keine signifikanten Abweichungen in den qualitativen Verläufen der Probekörpersteifigkeiten in Abhängigkeit von der mittleren Scherverformung für Scherungen von  $\gamma_m > 0,2$  beobachtet. Die im Zwischengummi als zulässig erachteten Scherungen liegen in einem Bereich von  $\gamma_{max} > 1$ . Damit ist der für die Verbindungsauslegung relevante Verformungsbereich in der FE-Berechnung nach dem dargestellten Modell abgedeckt.

#### 5.4.2 Berechnungsbeispiele

Im Folgenden sollen exemplarisch einige Möglichkeiten der Berechnung von Stahlseilgurtverbindungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode dargestellt werden. Gegenstand der Berechnung ist eine dreistufige Stahlseilgurtverbindung für einen Gurt der Nennfestigkeit St 4500 nach DIN 22 131 [19]. In Vergleichsrechnungen werden die Berechnungsergebnisse der FE-Rechnung mit den Ergebnissen des analytischen Verfahrens nach OEHMEN verglichen. Die analytischen Berechnungen wurden mit dem Programm "Gurtverb" [91] durchgeführt.



**Bild 5.27:** Beispielverbindung

Das Legeschema sowie die wesentlichen Daten der modellierten Verbindung und des Gurtes sind in Bild 5.27 dargestellt. Das Legeschema der Verbindung wird durch 9 Seile aus Gruppen zu je 3 Seilen, dem sog. Rapport, gebildet. In jedem Rapport ist die als Schnittfolge bezeichnete Abfolge der Seillängen gleich. Die in Bild 5.27 dargestellte Verbindung wurde in drei Varianten in einer numerischen Vergleichsrechnung untersucht.

Durch die Vergrößerung der Zwischengummistärke  $s_G$  zwischen Seilen unterschiedlicher Einlaufseite nimmt die Schubbelastung des hochbelasteten Zwischengummis ab. In DIN 22131 werden Verbindungen vorgeschlagen, in denen die Zwischengummistärke  $s_G$  sowohl zwischen den Seilen gleicher als auch unterschiedlicher Einlaufseite konstant ist. In der Verbindung ist die maximal mögliche Zwischengummistärke durch die Gurtbreite begrenzt. Eine weitere Erhöhung des Gummizwischenraums zwischen den Seilen unterschiedlicher Einlaufseite kann nur durch die Verwendung von variabler Zwischengummistärke erfolgen. In diesem Fall wird der Gummizwischenraum zwischen den Seilen unterschiedlicher Einlaufseite vergrößert, während er zwischen den Seilen gleicher Einlaufseite z.B. auf das durch DIN 22131 definierte Minimum von 1,5 mm reduziert wird. Bei der Verwendung von variabler Zwischengummistärke lässt sich die maximale Zwischengummi-Belastung dann am effektivsten reduzieren, wenn in einer Verbindung möglichst viele Seile gleicher Einlaufseite nebeneinander liegen. In diesem Fall steht ein maximaler Anteil der Verbindungsbreite für die Gummizwischenräume zwischen den Seilen unterschiedlicher Einlaufseite zur Verfügung. Der sich durch eine variable Zwischengummistärke ergebende Effekt auf die Belastungsverteilung in

der Verbindung wird anhand der Vergleichsrechnung zweier Verbindungen mit konstanter und variabler Zwischengummistärke untersucht.

In der dritten Berechnung wurde exemplarisch der Einfluss einer Schädigung auf den Kraftfluss in der in Bild 5.27 dargestellten Verbindung simuliert. Hierzu wurden diejenigen Elemente des FE-Modells, die sich in den gekennzeichneten Seil- und Zwischengummibereichen befanden, deaktiviert. Hierdurch wurde der Bruch des Seiles 7L und die Ablösung des Zwischengummis zwischen den Seilen 9L und 9R nachgebildet.

Die Verbindungsberechnungen erfolgten in drei Lastfällen unter aufgeprägter Kraft, die einer Belastung von jeweils 15%, 25% und 50% der auf die Gurtbreite bezogenen Nennfestigkeit des ungestörten Gurtes entsprechen. Um ein statisch bestimmtes System zu sicherzustellen, wurden die Randbedingungen der FE-Berechnung so gewählt, dass die linke Verbindungsseite hinsichtlich aller Freiheitsgrade fest eingespannt war, während die äußeren Kräfte an der rechten Verbindungsseite angriffen. Um in der FE-Berechnung zu gewährleisten, dass die zwangsläufig ungleiche Dehnungsverteilung in den Seilen am Verbindungseinlauf zu den Enden des Gurtes hin abgeklungen sind, wurde die Länge des ungestörten Gurtabschnittes mit 2000 mm modelliert. Dies erwies sich für die Vermeidung von Einflüssen der Randbedingungen auf die Spannungs- und Dehnungsverteilung in der Verbindung als ausreichend.

In Tabelle 5.3 sind die Ergebnisse der vergleichenden Berechnung an der in Bild 5.27 dargestellten Verbindung zusammengefasst. Die aufgeführten minimalen Schubspannungen und Scherungen bezeichnen die zwischen den Seilen gleicher Einlaufseite herrschenden Belastungen. Infolge der Vereinbarung für die Festlegung der Scherwinkel ergeben sich hier negative Vorzeichen. Scherbeanspruchungen im Zwischengummi von Seilen unterschiedlicher Einlaufseite treten konstruktionsbedingt durchweg mit positiven Vorzeichen auf.

**Tabelle 5.3:** Ergebnisse der Vergleichsrechnung für verschiedene relative Belastungen

	analytisches Modell			FE-Modell			FE-Modell			FE-Modell		
Bemerkung	Stärke des Zwischengummis konstant			Stärke des Zwischengummis konstant			Stärke des Zwischengummis variabel			Stärke des Zwischengummis konstant, mit simuliertem Schaden		
$s_G$ in mm	2,30			2,30			1,50 / 3,10			2,30		
rel. Belastung in %	15	25	50	15	25	50	15	25	50	15	25	50
$\gamma_{max}$	1,53	2,56	5,11	0,51	1,48	5,28	0,56	1,25	3,70	1,09	2,92	6,79
$\tau_{max}$ in N/mm <sup>2</sup>	1,53	2,65	5,11	1,00	2,28	7,20	1,07	1,98	5,17	1,79	4,15	9,15
$\gamma_{min}$	-0,89	-0,75	-2,98	-0,26	-0,70	-2,28	-0,30	-0,72	-1,94	-0,92	-2,58	-6,17
$\tau_{min}$ in N/mm <sup>2</sup>	-0,89	-0,75	-2,98	-0,65	-1,26	-3,32	-0,71	-1,29	-2,89	-1,56	-3,72	-8,35
$\epsilon_{max}$ in ‰	2,45	4,09	8,18	2,00	3,88	8,69	2,08	3,95	8,56	2,70	5,13	9,84

Die analytische Berechnung nach OEHMEN liefert im Ergebnis Gummi-Schubspannungen, die infolge des angesetzten Schubmoduls für den Zwischengummi von  $G = 1,0 \text{ N/mm}^2$  mit den Scherungen identisch sind. Um die Steifigkeit der realen Gurt- bzw. Verbindungsstruktur abzubilden, wird die Steifigkeit der Gesamtstruktur im analytischen Modell durch die Schubfederzahlen modelliert. Die Schubfederzahlen des modellierten Gurtes wurden anhand der Beziehungen VON DER WROGES [91] auf rechnerischem Wege ermittelt und sind daher mit den Schubfederzahlen aus Tabelle 5.1 identisch.

Die Materialdefinition im FE-Modell beruht im Gegensatz hierzu auf der modellierten Materialsteifigkeit der einzelnen Materialien, wobei sich die Steifigkeit der Gesamtstruktur des Verbundkörpers aus dem dreidimensionalen Gurt- bzw. Verbindungsaufbau ergibt. Die Nachbildung des Materialverhaltens der Elastomer-Materialien erfolgte unter Verwendung des Adaptiven Neo-Hooke-Modells unter Berücksichtigung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere. Im Zuge der Materialparametrierung erfolgte die Modellierung des Zwischengummis anhand der Parameter der Mischung SV-1, während die Deckplatten durch die Parameter der Mischung ND-1 abgebildet wurden.

Die von beiden Modellen berechneten Gummi-Schubspannungen sind infolge der Modellierung des Gurtaufbaus als abgeleitete Größen nicht vergleichbar. Nur die berechneten Verformungen der beiden Ansätze, respektive die Scherungen, können für einen objektiven Ergebnisvergleich herangezogen werden.

Der Vergleich der analytisch und numerisch berechneten maximalen Scherungen für die Normverbindung mit konstanter Zwischengummistärke in Tabelle 5.3 zeigt, dass beide Ansätze hinsichtlich der maximalen Scherbeanspruchung des Gummis für die relative Belastung von 50% der auf die Gurtbreite bezogenen Nennfestigkeit vergleichbare Ergebnisse liefern. So werden die auftretenden Zwischengummi- und Seilbeanspruchungen von beiden Ansätzen annähernd gleich berechnet. Für geringere Belastungen liefert die FE-Berechnungen kleinere Scherbeanspruchungen, während die ermittelten Seildehnungen im Vergleich zum Ergebnis der analytischen Berechnung vergleichbar bleiben.

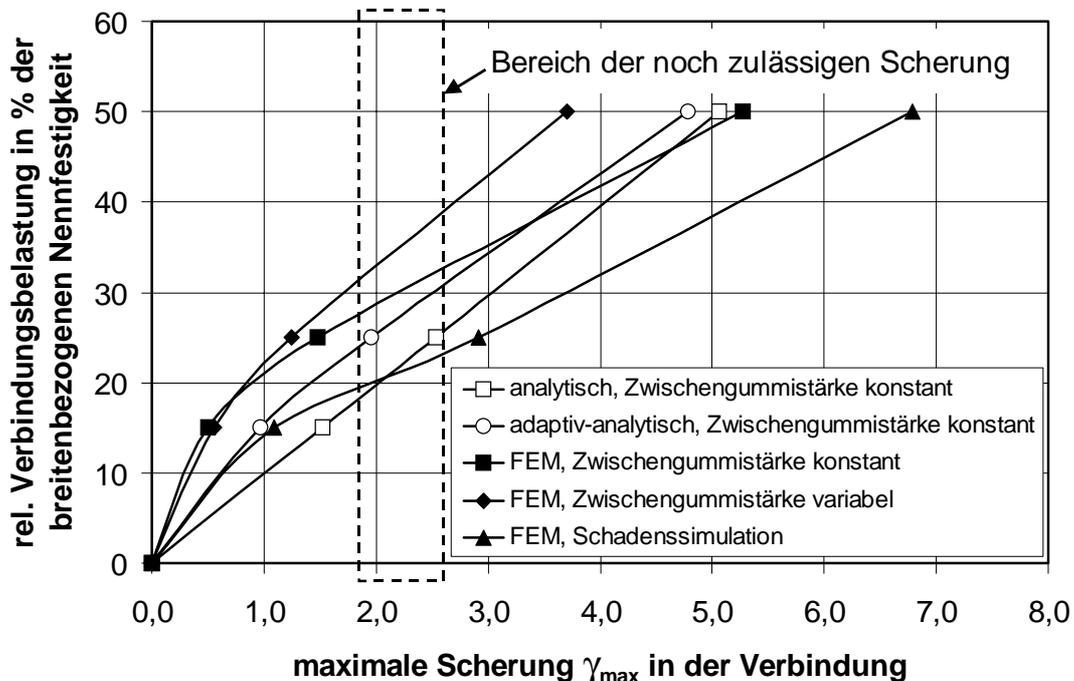
Die FE-Rechnung ermittelt mit geringer werdender Belastung unterproportional geringere Seilbeanspruchungen, die aus der Tatsache resultieren, dass der Schubmodul des Zwischengummis unter geringerer Belastung zunimmt und damit die Scherverformungen im Gummi unterproportional geringer werden. Hierdurch ergibt sich eine Reduzierung der Seilbeanspruchung [91]. Ursächlich für die unterschiedlichen Ergebnisse der analytischen und numerischen Berechnung für die geringe-

**Tabelle 5.4:** Ergebnisse der analytisch-adaptiven Berechnung

Analytisches Modell			
Zwischengummistärke konstant, angepasste Schubfederzahlen			
$s_G$ in mm	2,30		
relative Belastung in %	15	25	50
$\gamma_{max}$	0,98	1,96	4,79
$\tau_{max}$ in $\text{N/mm}^2$	0,98	1,96	4,79
$\gamma_{min}$	-0,54	-1,05	-2,57
$\tau_{min}$ in $\text{N/mm}^2$	-0,54	-1,05	-2,57
$\epsilon_{max}$ in ‰	2,30	3,94	8,16
Schubfederzahlen $q_1 / q_2 / q_3$	4,6 / 1,01 / 0,35	3,7 / 0,81 / 0,28	2,92 / 0,64 / 0,22

ren relativen Belastungen unterhalb von 50% ist daher der Unterschied in der qualitativen Modellierung des Materialverhaltens der Elastomer-Materialien. Die unterschiedliche Modellierung führt im Zwischengummi entlang der Seile des Stufenbereichs zu einer abweichenden Scherungsverteilung.

Unter Verwendung von Schubfederzahlen, die an Probekörpern unter der zu erwartenden in der Verbindung auftretenden mittleren Scherbelastungen ermittelt wurden, nähern sich die Ergebnisse der analytischen Berechnung dem Ergebnis der numerischen Berechnung an. Die für den Probekörper ermittelten Schubfederzahlen und Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst. Die Schubfederzahlen wurden für den Bereich der maximal nach [91] zulässigen Scherung mit  $\gamma = 1,8$  und den Scherungen 0,9 und 0,5 aus einem Versuch an einem Dreiseil-Probekörper der Konstruktion 4507 mit der Kerngummimischung SV-1 und der Seilteilung  $t = 12,3$  mm im inkrementellen Belastungszyklus B ermittelt.



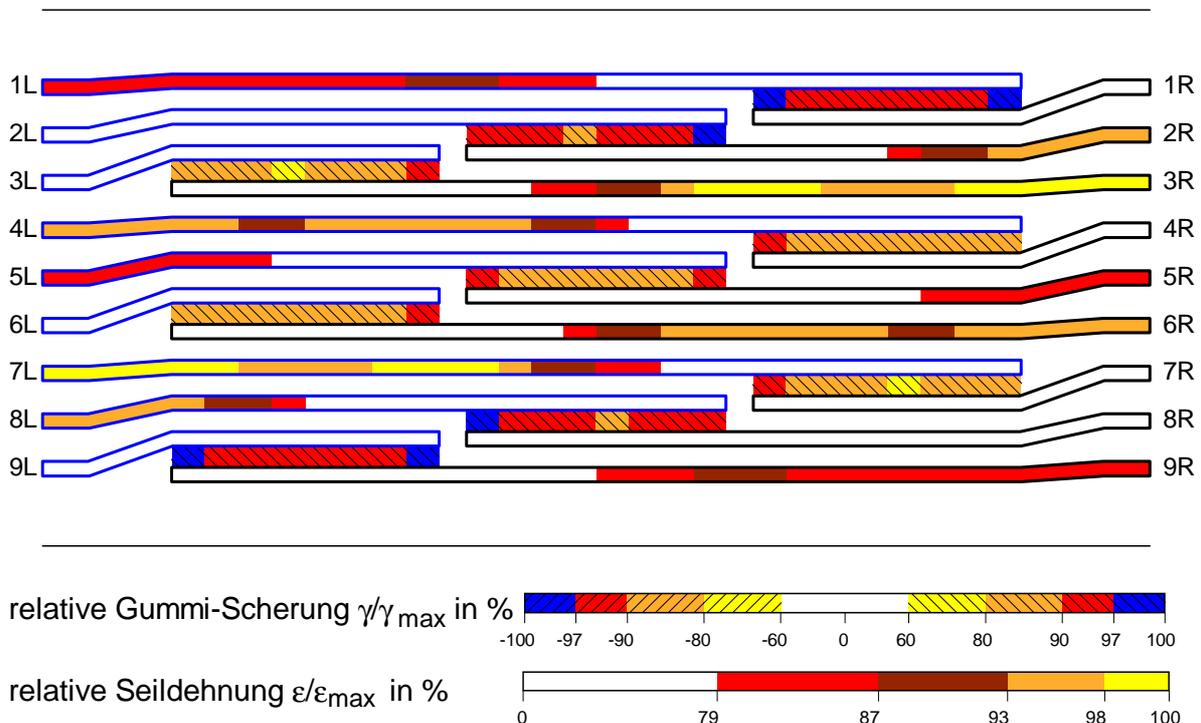
**Bild 5.28:** Abhängigkeit der maximal auftretenden Scherung im Verbindungsbereich von der relativen Belastung

In Bild 5.28 sind die berechneten maximalen Scherungen aus Tabelle 5.3 in Abhängigkeit der relativen Verbindungsbelastung dargestellt. Unter einer Belastung von 50% der breitenbezogenen Nennfestigkeit des Gurtes überschreiten die berechneten maximalen Scherungen die in [48] und [91] für üblichen Verbindungs-Zwischengummi ermittelten Grenzwerte von  $\gamma_{Grenz} \approx 1,6...2,5$  deutlich.

Die auf analytischem Wege ermittelten Zwischengummi-Beanspruchungen der Verbindung mit konstanter Zwischengummistärke sind gegenüber den mit Hilfe der FEM bestimmten Beanspruchungen größer. Infolge der Modellierung der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit

durch das Adaptive Neo-Hooke-Modell wird jeder Abschnitt des Zwischengummis im Verbindungsbereich in der numerischen Berechnung in Abhängigkeit von der lokalen Verbindungsbelastung konditioniert. Der analytische Ansatz liefert im Vergleich zur FE-Berechnung eine lineare Abhängigkeit der maximalen Scherung von der Verbindungsbelastung. Das Ergebnis des adaptiv-analytischen Modells unter Verwendung von an die Verbindungsbelastung angepassten Schubfederzahlen nähert sich tendenziell dem degressiven Verlauf des Graphen der numerischen Berechnung an.

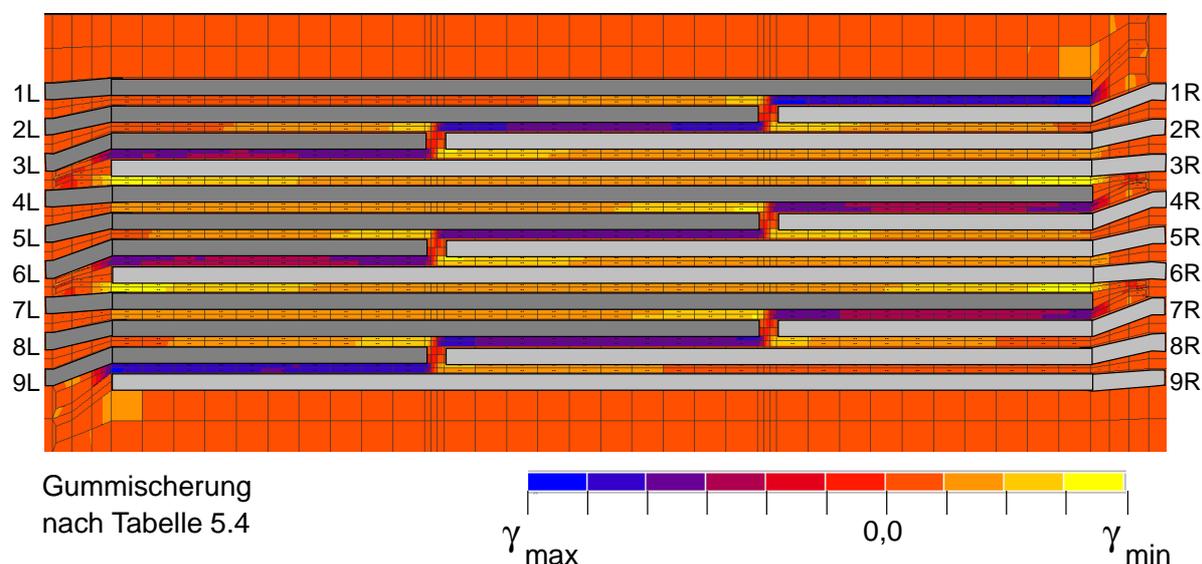
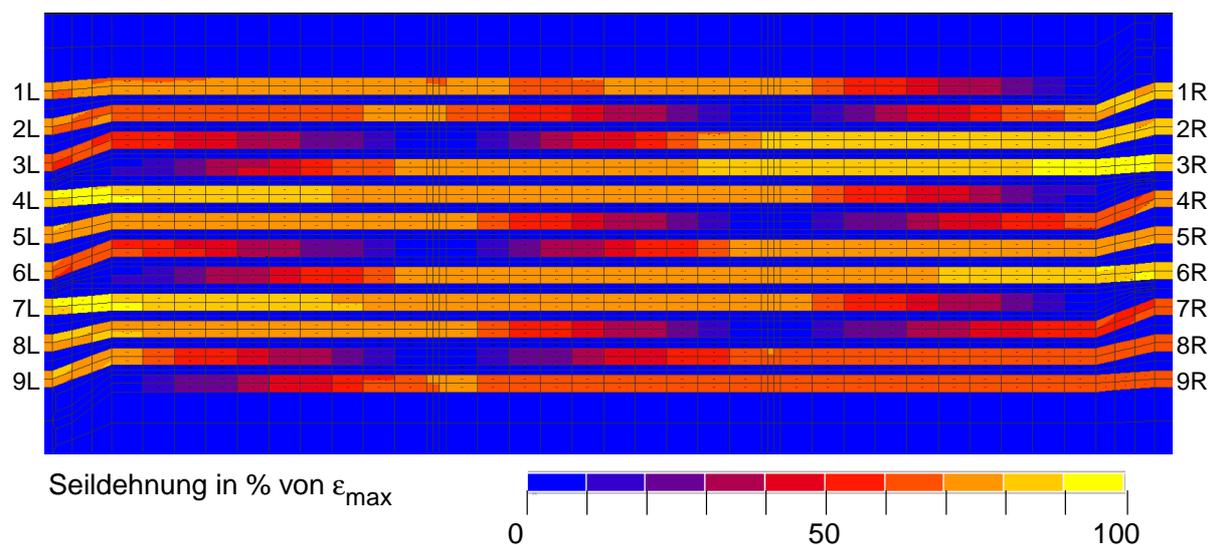
Der Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse macht deutlich, dass die Verbindung mit variabler Zwischengummistärke besonders unter hohen Belastungen geringere maximale Scherverformungen erfährt. Hinsichtlich der Seilbeanspruchungen ergibt sich für die untersuchte Verbindungsgeometrie kein signifikanter Unterschied. Der im FE-Verbindungsmodell simulierte Schaden erhöht hingegen die Gesamtbelastung der Verbindung deutlich. Schon bei einer relativen Belastung von 25% der breitenbezogenen Nennfestigkeit des Gurtes werden die zulässigen Gummibeanspruchungen deutlich überschritten.



**Bild 5.29:** Beanspruchungsverteilung für die Verbindung mit konstanter Zwischengummistärke, analytische Rechnung

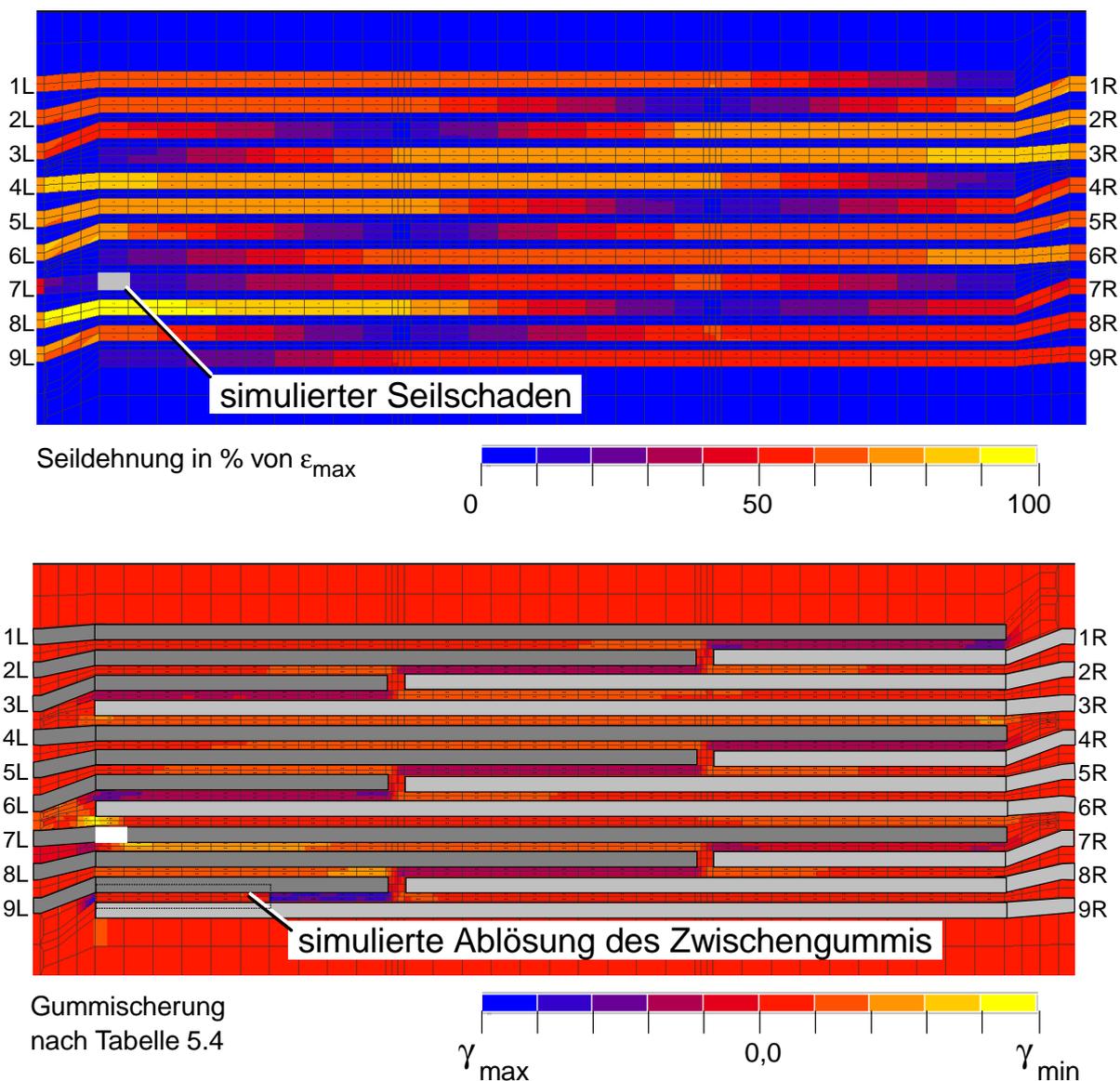
In [Bild 5.29](#) , [Bild 5.30](#) und [Bild 5.31](#) sind die Ergebnisse der analytischen und numerischen Verbindungsberechnungen für eine relative Belastung von 25% der auf die Gurtbreite bezogenen Nennfestigkeit des ungestörten Gurtes dargestellt. Hinsichtlich der Abbildung der Verbindungsgeometrie sind die Darstellungen nicht maßstäblich. Für die ungeschädigten Verbindungen ergeben sich unter den Belastungen von 15% und 50% im Verbindungsbereich in qualitativer Hinsicht vergleichbare Belastungsverteilungen. Damit gilt die in [Bild 5.30](#) dargestellte Beanspruchungsverteilung prinzipiell auch für die Verbindung mit variabler Zwischengummistärke.

In Bild 5.29 ist zu erkennen, dass besonders die Zwischengummi-Bereiche zwischen den Seilen unterschiedlicher Einlaufseite durch Scherverformungen belastet sind. Die Zwischengummi-Bereiche in der Anbindung an die von links bzw. rechts einlaufende Seile 1L / 1R und 9L / 9R sind am stärksten durch Schubkräfte belastet, während die Seile 7L und 3R am stärksten durch Zugkräfte beansprucht werden. Die Seile 2L, 3L, 6L, und 9L sowie 1R, 4R, 7R und 8R nehmen nur vergleichsweise geringe Zugkräfte auf.



**Bild 5.30:** Beanspruchungsverteilung in der Verbindung mit konstanter und variabler Zwischengummistärke, numerische Berechnung

Die in Bild 5.30 dargestellte Verteilung der Seildehnungen und Gummischerungen ist in qualitativer Hinsicht mit dem Ergebnis der analytischen Berechnung vergleichbar. Die Lage der maximalen Belastungen in der Verbindung ergibt sich analog zur Darstellung in Bild 5.29. Damit ergeben sich für die numerische Verbindungsberechnung qualitativ kaum Unterschiede gegenüber dem analytischen Berechnungsverfahren. Diese Aussage gilt sowohl für die Verbindung mit konstanter als auch variabler Zwischengummistärke.



**Bild 5.31:** Beanspruchungsverteilung in der Verbindung mit simulierten Schäden, numerische Rechnung

In Bild 5.31 ist die Beanspruchungsverteilung in der geschädigten Verbindung als das Ergebnis der numerischen Berechnung dargestellt. Der simulierte Seilschaden des Seiles 7L sowie die simulierte Ablösung des Zwischengummis zwischen den Seilen 9L und 9R sind gekennzeichnet. Das im Bereich des Verbindungseinlaufes gebrochene Seil 7L überträgt innerhalb der Verbindung weiterhin Kräfte zwischen den Seilen 8L und 7R, wodurch der Zwischengummi zwischen diesen Seilen eine größere Tragfunktion übernimmt. Die in der intakten Verbindung vorhandene Kraftübertragung zwischen den Seilen 8L und 6R ist hingegen kaum noch vorhanden. Der Seilschaden führt folglich zu einer deutlichen Verlagerung der örtlichen Zwischengummi-Belastung in der Verbindung. Die infolge des Seilschadens höchstbelasteten Seile von linker Einlaufseite sind die Seile 4L und besonders 8L. Die Seile mit der höchsten Zugbeanspruchung der rechten Einlaufseite sind die Seile 3R und 6R. Damit hat sich die Belastungs-

situation am rechten Verbindungseinlauf gegenüber der ungeschädigten Verbindung nicht wesentlich geändert. Infolge des Seilschadens trägt das Seil 8L annähernd die gesamte Belastung des gebrochenen Seils 7L. Die Belastung des Seiles 4L ist hingegen gegenüber der ungeschädigten Verbindung nicht signifikant erhöht.

Die Ablösung des Zwischengummis bewirkt innerhalb des Anbindungsbereiches der Seile 9L und 9R eine deutliche Überlastung des verbliebenen Zwischengummis mit der maximal in der Verbindung auftretenden Scherung, ohne das jedoch die anderen Anbindungsbereiche in signifikant stärkerer Weise belastet werden.

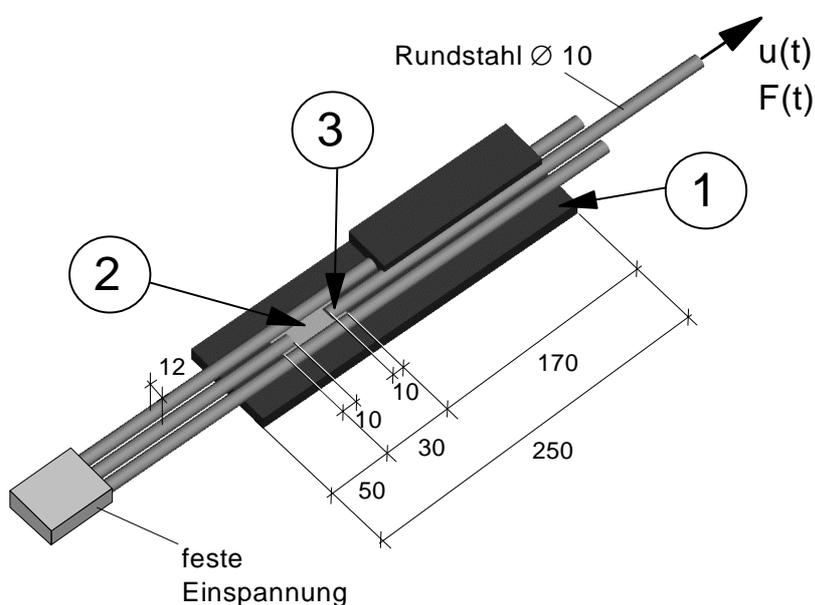
Die infolge des simulierten Schadens im Zwischengummi und in den Seilen auftretenden zusätzlichen Belastungen sind lokal begrenzt. Infolge des Schadens steigt die maximale Seildehnung belastungsunabhängig um ca. 13% gegenüber der ungeschädigten Verbindung unter gleicher Belastung. Die maximale Zwischengummibeanspruchung nimmt belastungsabhängig um ca. 46% für die relative Belastung von 15% der gurtbreitenbezogenen Nennfestigkeit zu. Die Zunahme der Belastung reduziert sich auf rund 13% für eine relative Belastung von 50%.

## 6 ÜBERPRÜFENDE ZEITFESTIGKEITSUNTERSUCHUNGEN

In den Kapiteln 4 und 5 wurden anhand der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der in einer Stahlseilgurtverbindung hochbeanspruchten Elastomere und der numerischen Simulation des Kraftflusses Möglichkeiten aufgezeigt, die Belastungssituation in der Verbindung zu entschärfen. Die im Rahmen dieser Arbeit anhand der Versuche und Simulationsrechnungen erarbeiteten konstruktiven Maßnahmen zur Verbesserung des Kraftflusses wurden in überprüfenden Zeitfestigkeitsuntersuchungen untersucht. Hierzu wurden Probekörper eingesetzt, mit denen die Belastung der Elastomere im am stärksten beanspruchten Stoßbereich einer Stahlseilgurtverbindung nachstellt wurde. Im Vergleich zu diesen Untersuchungen wurden zwei genormte Standardprüfungen an den in den Probekörpern eingesetzten Elastomeren durchgeführt. Die Ergebnisse der Untersuchungen wurden auf Korrelation untersucht.

### 6.1 Aufbau der Probekörper

Um die prinzipielle Eignung verschiedener Konstruktionen im Stoßbereich einer Stahlseilgurtverbindung hinsichtlich der Verbesserung der Zeitfestigkeit zu beurteilen, wurden Zeitfestigkeitsuntersuchungen an H-Block-Probekörpern durchgeführt. Dieser Probekörper ermöglicht es, die Belastungsverhältnisse im Stoßstellenbereich einer Stahlseilgurtverbindung zu simulieren [48].



**Bild 6.1:** H-Block-Probekörper

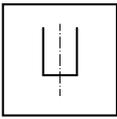
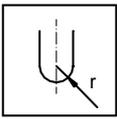
In Bild 6.1 ist der prinzipielle Aufbau des Probekörpers mit den charakteristischen Maßen dargestellt. Um die Stoßstellengeometrie möglichst exakt nachbilden zu können, wurden die Stahlseile durch Rundstähle ersetzt. Durch diese Maßnahme war es möglich, die Teilung von 12 mm während des Vulkanisationsprozesses weitestgehend konstant zu halten. Um eine gute und definierte Anbindung der Elastomere an den Zugträger zu gewährleisten,

wurden die Rundstähle mit einem Haftvermittler eingestrichen. Der Probekörper-Aufbau wurde hinsichtlich der Elastomer-Matrix des Probekörpers und der damit für den Kern Gummi verwendeten Mischung (①), des Einsatzes unterschiedlicher Mischungen im Stoßbereich (②)

sowie der Änderung der End-Geometrie des Stabes (③) variiert. Die Variation der Versuchsparameter erfolgte mit den Aufbauvarianten A, B und C in einem einfaktoriellen Versuchsplan. Der Versuchsplan mit dem Aufbau der Probekörper ist in Tabelle 6.1 zusammengestellt.

Die H-Block-Probekörper der Gruppe A werden durch Probekörper mit Standard-Konfiguration des Stoßbereiches gebildet. Diese Konfiguration simuliert des gekappte Seil. Die Variation der Konstruktion dieser Probekörper-Gruppe erfolgte durch den Einsatz unterschiedlicher Mischungen im Stoßbereich und

**Tabelle 6.1:** Aufbau der H-Block-Probekörper

	Mischung des Kerngummi bzw. Probekörpers ①	Mischung im Stoßbereich ②	Geometrie am Kopfende ③
A-01	SH-1-K1		
A-02	SH-1-K1	SV-1	
A-03	SH-1-K1	SH-1-K4	
A-04	SH-1-K4		
A-05	SV-1		
A-06	SH-1-K1 mit Kerngummi-Einlage SH-1-K4	SH-1-K1	
B-01	SH-1-K1		
C-01	SH-1-K1 mit trag- und laufseitiger Querarmierung		

und Kerngummi der Probekörper. Der Probekörper A-01 repräsentiert den Referenz-Probekörper. Für diese Probekörper-Konstruktion wurde im Kerngummi und Stoßbereich die Standard-Kerngummimischung SH-1-K1 verwendet.

Um den Einfluss der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit des Elastomers im Seilstoßbereich auf die Zeitfestigkeit der Probekörper zu untersuchen, wurden in den Probekörpern A-02 und A-03 hinsichtlich der dynamischen Steifigkeitseigenschaften tendenziell entgegengesetzte Mischungen eingesetzt. Zum einen wurde die Mischung SH-1-K4 verwendet, die sich in den Versuchen zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere durch eine gegenüber der Referenz-Mischung geringere dynamische Steifigkeit bei guten Haftungswerten auszeichnete. Eine weitere im Stoßbereich

verwendete Mischung ist die Mischung SV-1, die sich in den experimentellen Untersuchungen durch die höchste dynamische Steifigkeit und die besten Haftungswerte auswies.

Um die Auswirkung des Mischungsaufbaus auf die Zeitfestigkeit der Probekörper zu untersuchen, wurde die Probekörper-Gruppe A-04 bzw. A-05 unter ausschließlicher Verwendung der Mischungen SH-1-K4 bzw. SV-1 hergestellt.

Als sechste Variation der Probekörper-Gruppe A wurde mit dem Probekörper A-06 ein Probekörper mit einer, aus der Mischung SH-1-K4 bestehenden, Kerngummi-Einlage hergestellt. Die Kerngummi-Einlage wies eine Dicke von 2,3 mm auf.

In der Finite-Elemente-Untersuchung des Einflusses der Geometrie des Seilendes auf die Belastung des Elastomers im Stoßbereich, hat sich gezeigt, dass in Bezug auf die Variation der Seilgeometrie, allein das Abrunden der Kontur des Seilendes eine signifikante Erhöhung der Lebensdauer der Gummimetall-Verbindung bzw. des Elastomers in diesem Bereich erwarten lässt. Daher wurde für den H-Block-Probekörper B-01 das Stabende mit einem Radius von  $r = 5 \text{ mm}$  abgerundet.

Die Probekörper-Konstruktion C-01 ist ein Probekörper in der Standardkonstruktion mit beidseitig im Abstand von  $s_d = 1 \text{ mm}$  zur Stablage eingebrachten textilen Querarmierungen. Ziel dieser Probekörper-Aufbaus ist es, zu untersuchen, ob der Einfluss der Querarmierung auf den Kraftfluss sich günstig auf die Zeitfestigkeit des Probekörpers auswirkt.

## 6.2 Durchführung der Zeitfestigkeitsuntersuchung

In der Lebensdauerprüfung von Bauteilen besteht in der Regel ein Zielkonflikt aus der Forderung nach realitätsnahen Prüfbedingungen, statistischer Absicherung der Ergebnisse und dem zu minimierenden Zeitbedarf, der für die Gewinnung aussagekräftiger Ergebnisse benötigt wird. Der Zeitbedarf einer vergleichenden Lebensdaueruntersuchung wird durch den Umfang der Untersuchung in Form und Anzahl der zu untersuchenden Bauteilvarianten, der Anzahl der je Bauteilvariante zu prüfenden Probekörper und durch die Prüffrequenz festgelegt. Um den Zeitbedarf der Untersuchung bei vorgegebenen Prüffeld zu minimieren, wurde auf die Ermittlung klassischer Wöhlerkurven verzichtet. Aus diesem Grund musste ein besonderes Augenmerk auf die Auswahl der Belastungsart und der -amplitude gelegt werden, um eine mit der Realität vergleichbare Belastungssituation und damit eine aussagefähige Schadensbildung zu erreichen.

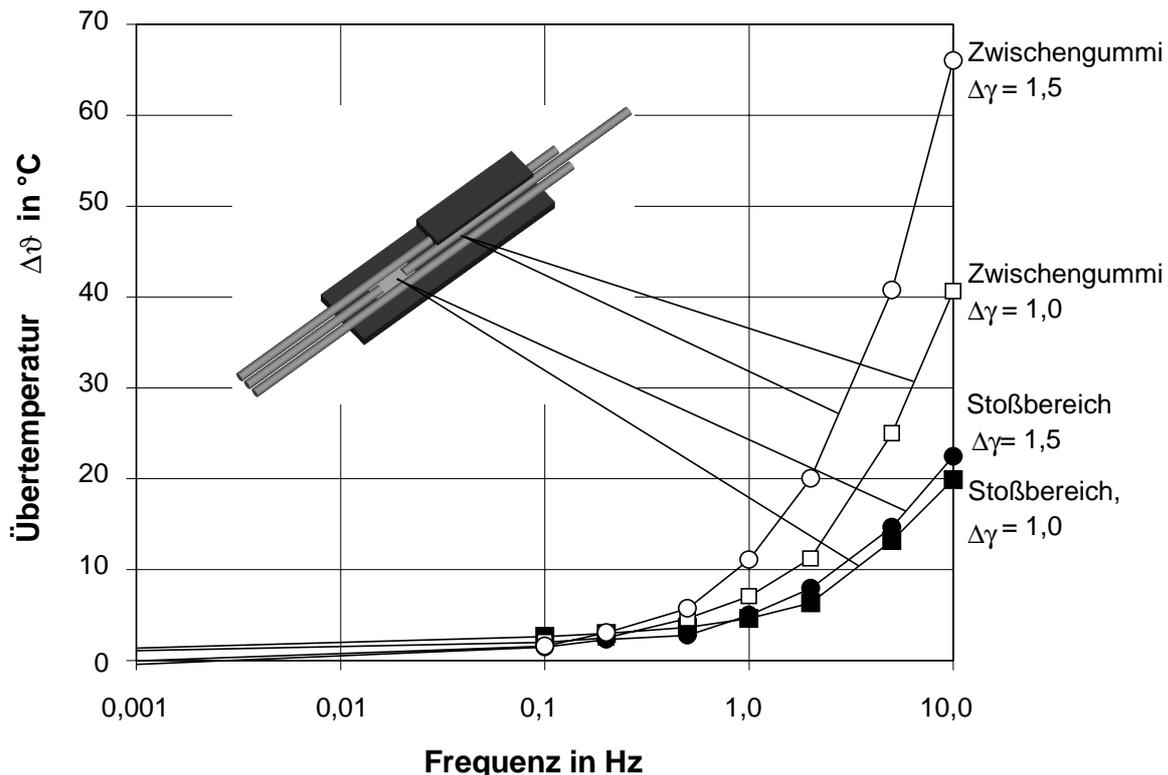
Kennzeichnend für die zyklische dynamische Belastung von Elastomeren, ist der infolge der Visko-Elastizität des Materials auftretende Heat-Build-Up als Umwandlung eines Teils der Verformungsenergie in Wärme. Die sich infolge des Heat-Build-Up in Abhängigkeit von der Prüffrequenz und der Belastungsamplitude einstellende Übertemperatur  $\Delta\vartheta$  kann besonders im Langzeitversuch eine ungewollte Beeinträchtigung der Lebensdauer durch Wärmealterung bewirken.

Um eine Abschätzung des Einflusses der Prüffrequenz und der Belastungsamplitude auf die Temperatur im Probekörper vorzunehmen, wurden in zwei H-Block-Probekörpern im Zwischengummi und im Stoßbereich temperaturabhängige Widerstände einvulkanisiert. Hierdurch wird die Temperatur direkt in den am stärksten belasteten Bereichen des H-Block-Probekörpers ermittelt. Je ein Probekörper wurde mit einer zeitlich schwelenden Beanspruchung mit  $\Delta u = 2 u_a = 2 \text{ mm}$  bzw.  $\Delta u = 3 \text{ mm}$  gemäß der Beziehung

$$u(t) = u_a \sin(2\pi f t) + u_m \quad (6.1)$$

belastet, wobei die mittlere Auslenkung des Mittelstabes  $u_m$  anfangs so angepasst wurde, dass sich eine über den gesamten Prüfzeitraum annähernd konstante Unterlast von  $F_U = 0,5 \text{ kN}$

einstellte. Einflüsse der Spannungsrelaxation konnten damit ausgeschlossen werden. Die aufgeprägte Verschiebung des Mittelstabes entsprach im engsten Zwischengummi-Querschnitt der Mittelebene der Stablage einer Scherung von  $\Delta\gamma = 1,0$  bzw.  $\Delta\gamma = 1,5$ . Die Umgebungstemperatur betrug in allen Versuchen  $T_U = 21 \pm 1$  °C. In der Versuchsdurchführung wurde die Belastungsfrequenz unter Beibehaltung der Amplitude in den Stufen 0,1 Hz, 0,2 Hz, 0,5 Hz, 1,0 Hz, 2,0 Hz, 5,0 Hz und 10,0 Hz jeweils nach dem Erreichen einer an beiden Messstellen konstanten Temperatur erhöht.



**Bild 6.2:** Lage der Messstellen und Übertemperatur  $\Delta\vartheta$  in Abhängigkeit der doppelten Belastungsamplitude  $\Delta\gamma = 2 \gamma_a$  und der Prüffrequenz

In Bild 6.2 ist die Lage der Messstellen und die Übertemperatur  $\Delta\vartheta$  in Abhängigkeit der doppelten Belastungsamplitude  $\Delta\gamma = 2 \gamma_a$  und der Prüffrequenz dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Temperatur an den jeweiligen Messstellen mit zunehmender Prüffrequenz und Belastungsamplitude progressiv ansteigt. Der Zwischengummi zeigt gegenüber dem Stoßbereich eine deutlich erhöhte Übertemperatur. Erfahrungsgemäß kann im Hinblick auf den Temperatureinfluss auf das Zeitfestigkeitsverhalten eine Übertemperatur von  $\Delta\vartheta = 25$  °C als im Rahmen des Zulässigen betrachtet werden. Hieraus ergab sich für die doppelte Belastungsamplitude von  $\Delta\gamma = 1,5$  eine maximal mögliche Prüffrequenz von 2 Hz.

Neben dem Einfluss auf die Temperatur spielt die Belastungsamplitude und die Art der Belastung eine wesentliche Rolle für die Schadensbildung. Im Fall des Aufprägens einer konstanten Verformungsamplitude in der dynamischen Prüfung ergibt sich infolge der Spannungsrelaxation der Nachteil, dass die Belastung des Elastomers durch äußere Kräfte mit

zunehmender Prüfzeit abnehmen würde. In einer Gurtförderanlage wird die Stahlseilgurtverbindung durch dynamisch schwellende Kräfte belastet. Unter der Vorgabe einer konstanten Kraftamplitude in der dynamischen Prüfung können die Belastungsverhältnisse daher realitätsnah dargestellt werden. Infolge der Dehnungsretardation kommt es jedoch zur Zunahme der Verformung. Weichere Mischungen erfahren unter gleicher Kraftamplitude eine größere Verformung.

Die Belastung der Probekörper in der Untersuchung wurde als zeitlich aufgeprägter, schwelender Kraftverlauf gewählt:

$$F(t) = \frac{\Delta F}{2} [\sin(2\pi f t) + 1] + F_u . \quad (6.2)$$

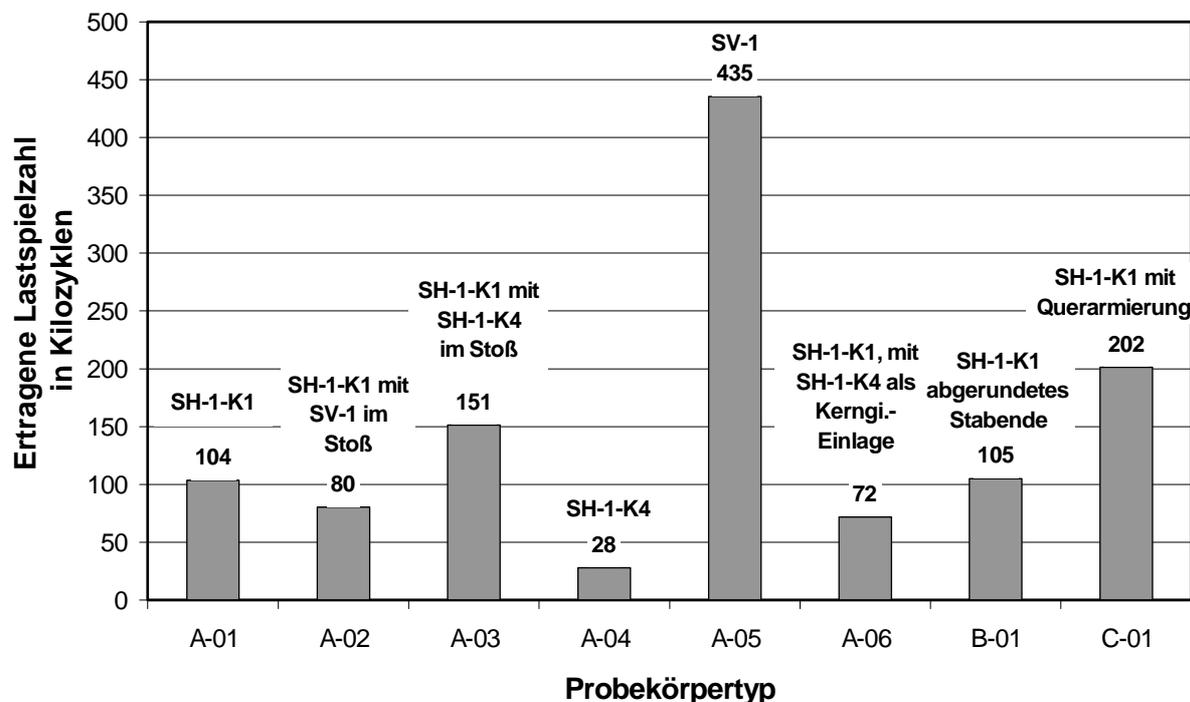
In diesem Zusammenhang wurde die Belastung  $\Delta F$  des Referenz-Probekörpers so ermittelt, dass eine mittlere Scheramplitude in einem Bereich von  $\Delta\gamma = 2,0$  bis  $2,4$  erreicht wurde. Die dieser Scherbelastung entsprechende doppelte Kraftamplitude beträgt  $\Delta F = 10$  kN, bei einer Unterlast von  $F_U = 0,5$  kN. Mit dieser Belastung befinden sich die Prüfbedingungen im Grenzbereich der in [91] gefunden zulässigen Gummi-Beanspruchungen. Die Belastungsfrequenz wurde in den Versuchen zu  $f = 1$  Hz festgelegt, um bei Probekörpern geringerer Steifigkeit und damit verbundener größerer Verformung hinsichtlich der Temperaturentwicklung auf der sicheren Seite zu liegen. Die Zeitfestigkeitsuntersuchungen wurden an der in Bild 4.1 dargestellten servohydraulischen Prüfeinrichtung durchgeführt.

Während der Versuchsdurchführung war die Umgebungstemperatur mit  $T_U = 21 \pm 1$  °C konstant. In der Versuchsdurchführung wurden je Konstruktion drei gültige Probekörper in die Bewertung aufgenommen. Das wesentliche Kriterium für die Gültigkeit eines Versuchs war die Einhaltung der Zwischengummistärke von  $s_G = 2,0$  mm  $\pm$  0,1 mm. Die Einhaltung dieses Kriteriums wurde vor Versuchsbeginn durch eine Röntgenaufnahme verifiziert.

## 6.3 Versuchsergebnisse

### 6.3.1 Ergebnisse der Zeitfestigkeitsuntersuchungen

In Bild 6.3 sind die in der Zeitfestigkeitsuntersuchung von den H-Block-Probekörpern der Untersuchung ertragenen mittleren Lastspielzahlen dargestellt.



**Bild 6.3:** Ertragene Lastspielzahlen der untersuchten Probekörper-Konstruktionen

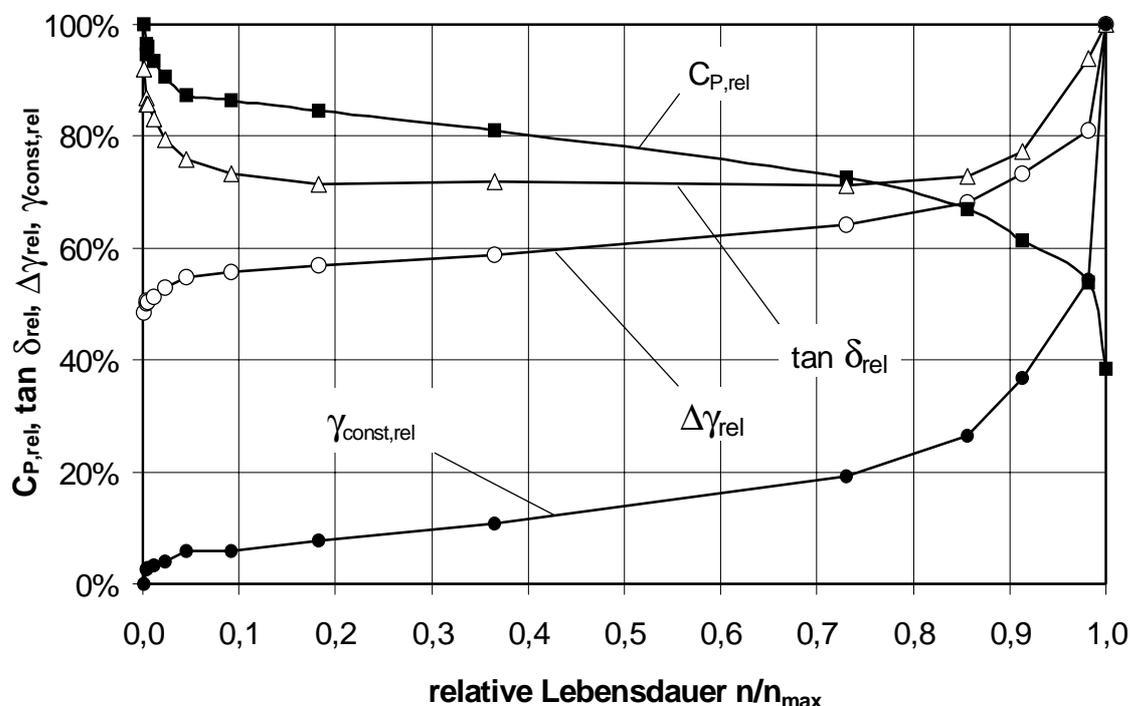
Im Vergleich der Ergebnisse ist zu erkennen, dass der Probekörper A-05 mit der verwendeten Mischung SV-1 mit 435.000 ertragenen Lastspielen die beste Zeitfestigkeit zeigt. Auch durch den Einsatz einer Querarmierung im Probekörper-Typ C-01 lässt sich die Zeitfestigkeit des Probekörpers gegenüber der Standard-Konstruktion des Referenz-Probekörpers A-01 signifikant erhöhen.

Der H-Block-Probekörper A-04 mit der Mischung SH-1-K4 erreichte gegenüber dem Referenz-Probekörper und insbesondere gegenüber dem Probekörper mit der Mischung SV-1 eine deutlich reduzierte Zeitfestigkeit. Die Konstruktion des Probekörpers A-06 mit der Kerngummi-Einlage bringt ebenfalls keine Verbesserung der Zeitfestigkeit

Im Hinblick auf den Einsatz verschiedener Mischungen im Kopfgummi des Seilstoßbereiches kann hingegen festgestellt werden, dass die Mischung SH-1-K4 im Stoß des Probekörpers A-03 anders als die Mischung SV-1 im Probekörper A-02 eine signifikante Verbesserung der Zeitfestigkeit gegenüber dem Referenz-Probekörper bewirkt. So erhöht sich die Zeitfestigkeit des Probekörpers mit der Mischung SH-1-K4 gegenüber dem Referenz-Probekörper um 45% während die Verwendung der Mischung SV-1 die Lebensdauer um rund 24% reduziert.

Das Abrunden des Stabendes bringt in der Lebensdauerbetrachtung gemäß Bild 6.3 keine signifikante Verbesserung der Zeitfestigkeit des Probekörpers. Dieses Versuchsergebnis widerlegt damit die aus der Simulation des Seilstoßbereiches in der Finite-Elemente-Be-

rechnung abgeleiteten Erwartungen. Auch in der Untersuchung des Schadensverlaufes ergab sich gegenüber der Standard-Geometrie keine signifikante Verbesserung.



**Bild 6.4:** Exemplarisch dargestellter qualitativer Verlauf der Parameter  $\Delta\gamma$ ,  $\gamma_{const,rel}$ ,  $C_p$  und  $\tan \delta$  der H-Block-Probekörper in Abhängigkeit der relativen Lebensdauer,  $\Delta F = 10 \text{ kN} = \text{const}$ .

In Bild 6.4 sind die typischen Verläufe der in der Zeitfestigkeitsuntersuchung ermittelten Probekörper-Parameter  $C_p$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $\gamma_{const}$  und  $\tan \delta$  als auf den im jeweiligen Belastungszyklus erreichten Maximalwerte bezogene Größen dargestellt. Der Parameter  $\gamma_{const} = \gamma(F_u)$  bezeichnet die sich infolge der Unterlast  $F_u$  in jedem Lastspiel einstellende bleibende Scherung. Infolge der Dehnungsretardation und der zunehmenden Schädigung des Zwischengummis des H-Block-Probekörpers nehmen die relativen Scherungen  $\Delta\gamma_{rel}$  und  $\gamma_{const,rel}$  in Abhängigkeit von der relativen Lebensdauer zu. Der qualitative Verlauf beider Graphen geht dabei von einem anfangs degressiv zunehmenden Verlauf in einen Bereich stationärer Scherungszunahme über. Gegen Ende der relativen Lebensdauer nehmen die Scherung  $\Delta\gamma$  wie die Scherung infolge der Unterlast  $\gamma_{const}$  einen mit der Lastspielzahl progressiv ansteigenden Verlauf an der bis zum Versagen des Probekörpers anhält.

Der Graph der Steifigkeit des Probekörpers über die relative Lebensdauer nimmt einen Verlauf, der infolge der Scherungszunahme bei konstanter Kraftamplitude, dem Graphen der Scherung entgegengesetzt ist.

Zu Beginn des Versuchs zeigt der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  einen mit zunehmender Lastspielzahl degressiv abnehmenden Verlauf, der in einen annähernd konstanten Wert im mittleren Bereich der relativen Lebensdauer übergeht. Diese Bereich markiert den Zustand

konstanter Dehnungszunahme des Probekörpers. In diesem Bereich hat die mit zunehmender Prüfdauer zunehmende Scherung  $\Delta\gamma$ , die eine Abnahme der Probekörper-Steifigkeit  $C_p$  bewirkt, keinen Einfluss auf den mechanischen Verlustfaktor. Das Versagen des Probekörpers kündigt sich durch eine progressiv ansteigende relative Scherung  $\Delta\gamma_{rel}$  an. An diesem Punkt nimmt auch der Wert des mechanischen Verlustfaktors wieder zu. Der Maximalwert wird beim Versagen des Probekörpers erreicht.

**Tabelle 6.2:** Mittlere Probekörper-Steifigkeiten und Verlustfaktoren der untersuchten H-Block-Probekörper,  $\Delta F = 10 \text{ kN}$

Probekörper	A-01	A-02	A-03	A-04	A-05	A-06	B-01	C-01
$C_{p,m}$ in kN/mm	2,16	2,12	2,14	1,96	2,82	2,10	2,09	2,32
$\tan \delta_m$	0,178	0,179	0,173	0,168	0,158	0,179	0,175	0,185

In Tabelle 6.2 sind die mittleren Probekörper-Steifigkeiten  $C_{p,m}$  und -Verlustfaktoren  $\tan \delta_m$  der Untersuchten H-Block-Probekörper zusammengefasst. Es fällt auf, dass die Probekörper-Konstruktionen A-05 und C-01, die in den Versuchen die größten Lastspielzahlen erreichten, eine vergleichsweise große Steifigkeit besitzen: Die Probekörper der Konstruktion A-05 besitzt eine erhöhte Steifigkeit aufgrund des verwendeten Elastomers, da die Mischung SV-1 den größten Anfangsmodul in der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit besitzt. Der Probekörper der Konstruktion C-01 besitzt die größere Steifigkeit aufgrund der eingebrachten Querarmierung, die den Kraftfluss um das Seil gleichmäßig.

Der Probekörper A-06 mit der Kerngummi-Einlage weist annähernd die gleiche mittlere Probekörper-Steifigkeit  $C_{p,m}$  der Probekörper A-01 bis A-03 der Mischung SH-1-K1 auf. Damit werden hier die Ergebnisse der FE-Berechnung an den Dreiseil-Probekörpern mit Kerngummi-Einlage bestätigt. Der H-Block-Probekörper der Konstruktion A-04 besitzt die geringste mittlere Probekörper-Steifigkeit aller untersuchten Konstruktionen.

Der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  kann als ein Maß für die Elastizität der Verformung von Elastomeren angesehen werden. Die Konstruktion A-05 mit der Mischung SV-1 weist den geringsten Verlustfaktor auf, während für den durch Querarmierungen verstärkten Probekörper C-01 der größte mechanische Verlustfaktor ermittelt wurde. Die übrigen Probekörper zeigen Werte in ähnlicher Größenordnung.

### 6.3.2 Korrelation der Ergebnisse mit Standard-Prüfverfahren

Zu den Standard-Elastomer-Prüfverfahren gehören die Prüfung der Weiterreißfestigkeit nach DIN 53 507 [22] sowie der Dauer-Knickversuch nach DIN 53 522 [24]. Um Vergleichswerte zu den Untersuchungsergebnissen am H-Block-Probekörper zu erhalten, wurden vom MischungsHersteller an den in den H-Block-Probekörpern verwendeten Mischungen SH-1-K1, SH-1-K4 und SV-1 je drei Prüfungen zur Bestimmung des Weiterreißwiderstandes sowie je drei Dauer-Knickversuche nach dem DeMattia-Verfahren durchgeführt.

Die Zusammenstellung der Ergebnisse in Tabelle 6.3 der Untersuchung zum Weiterreißwiderstand ergibt für die Mischungen SH-1-K4 und SV-1 keine signifikanten Unterschiede. Alleine die Mischung SH-1-K1 zeigte in der Untersuchung eine deutliche Abhängigkeit des Weiterreiß-

widerstandes von der Orientierung. Die Ergebnisse der Weiterreißversuche korrelieren damit mit den Ergebnissen der in Kapitel 4 beschriebenen Haftungsversuche. In diesen Versuchen ergaben sich für die drei Mischungen SH-1-K1, SH-1-K4 und SV-1 keine wesentlichen Unterschiede in den Haftungswerten, wohl aber in den Bruchscherungswerten.

**Tabelle 6.3:** Ergebnisse der Versuche zum Weiterreißwiderstand, Mediane fett

Mischung	SH-1-K1	SH-1-K4	SV-1
Weiterreißwiderstand Typ A (längs)	22,0 N/mm	15,3 N/mm	11,7 N/mm
	<b>20,2 N/mm</b>	<b>14,7 N/mm</b>	<b>12,1 N/mm</b>
	13,7 N/mm	13,0 N/mm	12,5 N/mm
Weiterreißwiderstand Typ B (quer)	9,9 N/mm	14,6 N/mm	13,5 N/mm
	<b>10,1 N/mm</b>	<b>14,9 N/mm</b>	<b>14,9 N/mm</b>
	10,3 N/mm	15,1 N/mm	15,3 N/mm

In Tabelle 6.4 sind die Ergebnisse der DeMattia-Prüfung zusammengefasst. In der Beschreibung der Schadensausprägung bezeichnet die Rissstufe 0 keinerlei sichtbare Schädigung während die Rissstufe 3 eine Rissbildung in messbarer Länge bezeichnet. Der Rissstufe 6 entspricht eine Risslänge des größten Risses von über 3 mm. Nach dem Erreichen von 2000 Kilozyklen wurde der Versuch abgebrochen.

**Tabelle 6.4:** Ergebnisse der Dauer-Knickversuche, Rissstufe in Klammern

Mischung	SH-1-K1	SH-1-K4	SV-1
Ertragene Kilozyklen	>2000 (6)	>2000 (3)	54 (6)
	900 (6)	>2000 (0)	120 (6)
	400 (6)	>2000 (0)	54 (6)

In der Bewertung der Ergebnisse der Standardprüfungen fällt auf, dass die im Rahmen der Prüfverfahren gewonnen Aussagen in keiner Weise mit den Ergebnissen der Zeitfestigkeitsuntersuchungen an den H-Block-Probekörpern korrelieren. So zeigte der Probekörper der Mischung SH-1-K4 im Versuch an den H-Block-Probekörpern die geringste Zeitfestigkeit, während sich im Gegensatz hierzu die bei weitem besten Ergebnisse im Dauer-Knickversuch für die Mischung SH-1-K4 ergaben. Die am H-Block-Probekörper beste Mischung SV-1, übertrifft die Referenzmischung SH-1-K1 in den Zeitfestigkeitsuntersuchungen bei weitem, weist aber die geringste Zyklenzahl im Dauer-Knickversuch auf.

Auch im Vergleich des Weiterreißwiderstandes mit den Ergebnissen am H-Block-Probekörper wie auch in mit den in Kapitel 4 ermittelten Haftungswerten an der Dreistab- und Dreiseilproben ergibt sich keine Korrelation der Ergebnisse. Ein aus der Zeitfestigkeit des H-Block-Probekörpers A-05 abzuleitender erhöhter Weiterreißwiderstand des Vulkanisats der Mischung SV-1 ist nicht erkennbar.

Für die Erklärung der mangelhaften Korrelation zwischen den Versuchsergebnissen der Standardprüfverfahren und den Ergebnissen der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen kann nur die unterschiedliche Art der Belastung angeführt werden. Im Dauer-Knickversuch, wie im Versuch zur Ermittlung der Weiterreißfestigkeit, erfolgt die Belastung des Probekörpers unter Einprägung des Weges. Dadurch erfährt ein

Für die Erklärung der mangelhaften Korrelation zwischen den Versuchsergebnissen der Standardprüfverfahren und den Ergebnissen der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen kann nur die unterschiedliche Art der Belastung angeführt werden. Im Dauer-Knickversuch, wie im Versuch zur Ermittlung der Weiterreißfestigkeit, erfolgt die Belastung des Probekörpers unter Einprägung des Weges. Dadurch erfährt ein

Probekörper mit einer relativ größeren Steifigkeit eine entsprechend größere Spannung, die bei gleicher aufgeprägter Verformung eine größere Formänderungsenergie bedeutet. Entscheidend für die Zeitfestigkeit eines Elastomers unter dynamischer Belastung ist damit das Steifigkeitsverhalten, und ob er eine aufgeprägte Verformungs- oder Kraftamplitude erfährt.

#### 6.4 Diskussion der Ergebnisse

Im Hinblick auf die Bildung des ersten Schadens erwies sich die Einhaltung der Zwischengummistärke als entscheidend für die Lebensdauer der untersuchten Probekörper. So reduzierte sich die Zeitfestigkeit infolge eines Verschwimmens des Stabes bei der Herstellung der Probekörper deutlich. Eine Abweichung der Zwischengummistärke infolge des Verschwimmens des Stabes von 0,2 mm bewirkte im Mittel einen Verlust an Zeitfestigkeit gegenüber dem gültigen Versuch von rund 60%. Der Bereich der geringsten Zwischengummistärke am Kopfende des Stabes erwies sich hier stets als Ausgangspunkt für die Zerstörung der Anbindung des Elastomers an den Stab. Die Rissausbreitung erfolgte immer ausgehend von der ersten Schadensstelle entlang der geringsten Zwischengummistärke in der Mittelebene der Stablage.

Vor dem Hintergrund des nichtlinear-elastischen Verhaltens kann das Verhalten des mechanischen Verlustfaktors  $\tan \delta$  wie folgt interpretiert werden: Wird vorausgesetzt, dass der Steifigkeitsverlust infolge der zunehmenden Schädigung des Zwischengummis des H-Block-Probekörpers eintritt, ist zu erwarten, dass die innere Reibung im Probekörper zunimmt und der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  ansteigt. Dies ist aber im Bereich der stationären Dehnungszunahme nicht der Fall, da der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  in diesem Bereich konstant bleibt. Für  $\tan \delta = \text{const.}$  muss jedoch gemäß

$$\tan \delta = \frac{G''}{G'} \sim \frac{C_p''}{C_p'} \quad (6.3)$$

gelten, dass der Steifigkeitsverlust zu gleichen Teilen die vom Verlustmodul, bzw Speichermodul abhängigen Komponenten der Probekörper-Steifigkeit betrifft. Nur zu Beginn des Belastungszyklus und am Ende der Lebensdauer der Probekörper ergeben sich für den mechanischen Verlustfaktor  $\tan \delta$  erhöhte Werte. Im Anfang des Belastungszyklus ist denkbar, dass der durch den Verlustmodul geprägte Anteil der Probekörper-Steifigkeit  $C_p''$  infolge des viskoelastischen Verhaltens der Elastomer-Matrix überproportional absinkt. Dies hat zur Folge, dass der mechanische Verlustfaktor  $\tan \delta$  infolgedessen ebenfalls abnimmt. Im dem das Versagen des Probekörpers ankündigenden Bereich progressiver Scherungszunahme, sinkt hingegen infolge des zunehmenden Risswachstums  $C_p'$  gegenüber  $C_p''$  ab.

Kennzeichnend für das Ergebnis der Zeitfestigkeitsuntersuchungen ist, dass sich durch eine Reduzierung der Probekörper-Verformung eine signifikante Erhöhung der Zeitfestigkeit erzielen ließ. Durch den Einsatz einer Mischung geringerer Steifigkeit im Stoßbereich konnte die Zeitfestigkeit ebenfalls signifikant verbessert werden, wohingegen der Einsatz der steiferen

Mischung im Stoßbereich die Zeitfestigkeit reduzierte. Der Einsatz einer Kerngummi-Einlage konnte entgegen der Erwartung, die sich aus den Ergebnissen der Finite-Elemente-Berechnung herleitete, die Zeitfestigkeit der Probekörper nicht verbessern.

Der statistischen Theorie nach TRELOAR [90] liegt zugrunde, dass die Makromolekülketten in einem Volumenelement eines Elastomers regellos und unorientiert in einem Zustand größte Entropie vorliegen. Die Länge der Kettenstruktur im Raum kann durch die mittlere Kettenlänge  $r_k$  beschrieben werden, wodurch der Verformungszustand durch das Verhältnis  $l/r_k$  der tatsächlichen Kettenlänge  $l$  zur Länge der Kettenstruktur  $r_k$  im Raum ausgedrückt werden kann. Unter Belastung erfahren die Makromolekülketten eine Orientierung und werden aus ihrer statistisch wahrscheinlichsten Lage gebracht. Hierdurch nimmt das Verhältnis  $l/r_k$  ab.

Der mit der zunehmenden Verformung einhergehende Steifigkeitsverlust kann in dieser Modellvorstellung dadurch erklärt werden, dass die in hohem Maße orientierten Makromolekülketten, deren  $l/r_k$ -Verhältnis nahe bei eins liegt, vom Füllstoff abgleiten oder reißen und dadurch keinen Beitrag zur Steifigkeit der Elastomer-Matrix mehr liefern. Hierdurch werden die zuvor schwächer orientierten Makromolekülketten in zunehmendem Maße belastet, deren  $l/r_k$ -Verhältnis infolgedessen abnimmt. Hierdurch nimmt die bleibende Scherung  $\gamma_{const}$  infolge der zyklischen Belastung zu.

Diesem Mechanismus folgend, müssen im statistischen Mittel die Kettenlängen  $l$  und  $r_k$  der belasteten Molekülketten mit zunehmender Lastspielzahl zunehmen - die Verformungsamplitude  $\Delta u$  unter aufgeprägter Kraftamplitude steigt. Unter eingprägter Verformung ist es im Umkehrschluss denkbar, dass in einer anfänglichen Konditionierungsphase die kurzen Ketten bzw. Ketten mit einem  $l/r_k$ -Verhältnis bei eins brechen oder abgleiten, die verbleibende Struktur die Belastung jedoch weitgehend ohne Schädigung mitmacht. Ein wesentliches Indiz für diese Annahme ist die konstante Steifigkeit der Fördergurt- und Elastomer-Probekörper unter großen Amplituden in den inkrementellen Teilen der Belastungszyklen B und C.

Aus dieser Modellvorstellung lässt sich ableiten, dass nicht die Spannung sondern die Verformung eines Elastomers entscheidend für die Zeitfestigkeit unter dynamischer Belastung ist. Die Beweglichkeit der Makromolekülketten wird dabei u.a. durch die Füllstoffe und das Vulkanisationsystem beeinflusst. Unter aufgeprägter dynamischer Verformung müsste sich demnach für Elastomere mit vergleichsweise geringerer dynamischer Steifigkeit, in denen die Beweglichkeit der Makromolekülketten wenig behindert wird, eine gute Zeitfestigkeit gegenüber Elastomeren ergeben, die eine größere dynamische Steifigkeit besitzen. Umgekehrt müssten die Elastomere mit geringerer dynamischer Steifigkeit unter aufgeprägter Kraftbeanspruchung geringere Zeitfestigkeiten erreichen. Die positive Auswirkung der größeren Zwischengummistärke auf die Haftung und Bruchschärung der untersuchten Dreiseil-Probekörper ließe sich damit ebenso erklären, wie die mangelhafte Korrelation zwischen den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit und den Ergebnissen der Standard-Prüfverfahren.

Als ein Maß für die Verformbarkeit eines Elastomers unter schwellender Schubbelastung kann in diesem Zusammenhang die Scherungsamplitude beim Erreichen des Endmoduls im

inkrementellen Belastungszyklus angesehen werden. Dieser Punkt im Verlauf der nicht-linearen dynamischen Steifigkeit markiert im Rahmen der Modellvorstellung die beginnende Überstreckung der Makromolekülstruktur. Das Ziel für die Optimierung der Elastomer-Materialien im Kerngummi des Verbindungsbereichs wäre damit ein möglichst großer Anfangsmodul mit einem Endmodul, der sich erst unter möglichst großer Amplitude einstellt.

## **7 PRAKTISCHE ANWENDUNG DER ERGEBNISSE**

---

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen und der numerischen Simulationen wurden in den entsprechenden Kapiteln dieser Arbeit zusammengefasst. Im Folgenden soll aufgezeigt werden, wie die gewonnenen Erkenntnisse in der Praxis genutzt werden können.

Zunächst wird auf die zulässige Beanspruchung der Elastomere und die Gestaltung des Zwischengummis im Verbindungsbereich sowie die Gestaltung von Auslenkungs- und Stoßbereichen eingegangen. Danach erfolgt die Bewertung der Prüfverfahren und die Bewertung des Einsatzes der Methode der Finiten Elemente für die Auslegung und Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen.

### **7.1 Zulässige Beanspruchung der Elastomere**

Eine zulässige Beanspruchung der Elastomere ist nicht allgemeingültig anzugeben. Die nichtlineare dynamische Steifigkeit der Elastomere lässt jedoch darauf schließen, dass die Verformung, und damit für Stahlseilgurtverbindungen vor allem die Scherung die Grenze der zulässigen Beanspruchung der Elastomere definiert. Diese kann jedoch nicht von der Art der Einleitung der Belastung, ob dynamisch oder statisch bzw. ob Kraft oder Verformung vorgegeben sind, getrennt werden. Als Anhaltswerte können jedoch die aus der Literatur bekannten Grenzwerte von  $\gamma_{zul} = 1,6...2,5$  [48, 91] verwendet werden. Für diesen Scherungsbereich wurde von den in den Zeitfestigkeitsuntersuchungen geprüften Elastomeren eine maximale Lastspielzahl von mehr als 100.000 Zyklen erreicht. Die Angabe eines zulässigen Schubspannungswertes ist jedoch infolge der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere nicht sinnvoll.

### **7.2 Gestaltung der Zwischengummibereiche in der Verbindung**

Das nichtlineare dynamische Steifigkeitsverhalten der Elastomere kann zur Beeinflussung des Spannungsverlaufs im Zwischengummi einer Stahlseilgurtverbindung ausgenutzt werden. Dies ist dadurch möglich, dass Teilbereiche des Zwischengummis, die einer geringeren Verformung unterliegen, infolge eines großen Anfangsmoduls in der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit stärker an der Kraftübertragung beteiligt werden. Durch diese Vergleichmäßigung der Spannungsbelastung im Zwischengummi wird der hochverformte Bereich des Zwischengummis in der Mittelebene der Seillage entlastet, was zu einer erhöhten Zeitfestigkeit des Gesamtverbundes führt. Bereiche des Zwischengummis mit geringerer Verformung in höherem Maße an der Kraftübertragung zwischen den Seilen zu beteiligen, ist mit der Verwendung eines Zwischengummis mit einer besonders unter kleinen Schubverformungen großen Steifigkeit möglich.

Hinsichtlich der Auswahl der Mischung für den Zwischengummi im Verbindungsbereich ist ein möglichst hoher Anfangsmodul im nichtlinearen dynamischen Schubmodulverlauf anzustre-

ben. In diesem Zusammenhang ist vor allem der Füllstoffeinfluss und das Vernetzungssystem von Bedeutung.

Bei hochfesten Stahlseilgurtverbindungen mit geringem Gummizwischenraum kann es vorteilhaft sein, die im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Kerngummi-Einlage einzusetzen, die gegenüber dem restlichen Kerngummi einen geringeren dynamischen Schubmodul aufweist. Die Verwendung einer Kerngummi-Einlage hat sich in der Finite-Elemente Berechnung als vorteilhaft erwiesen, da hierdurch die rechnerische Belastung in der Mittelebene der Seillage deutlich reduziert werden konnte. Der Einsatz einer Kerngummi-Einlage kann damit den gleichen positiven Einfluss auf die Zwischengummi-Belastung haben, wie er durch die Vergrößerung der Gummizwischenräume möglich ist. Um den Traganteil der Zwischengummi-Bereiche ober- und unterhalb der Kerngummi-Einlage zu vergrößern, empfiehlt sich in jedem Fall der Einsatz von lauf- und tragseitigen Querarmierungen.

Im Gegensatz zur Finite-Elemente-Simulation wurde in den überprüfenden Zeitfestigkeitsuntersuchungen festgestellt, dass eine Kerngummi-Einlage die Lebensdauer der Probekörper reduzierte. Ob und inwieweit eine fehlerhafte Probekörperherstellung für dieses Ergebnis verantwortlich ist, konnte im Rahmen der Untersuchungen nicht geklärt werden. Der Einsatz einer Kerngummi-Einlage bedeutet gegenüber dem Standardaufbau des Zwischengummis einen erheblich erhöhten Aufwand in der Verbindungsherstellung. Um den erhöhten Fertigungsaufwand und die Verwechslungsgefahr bei der Verbindungsherstellung zu minimieren, ist daher eine Vorkonfektionierung der Zwischengummistreifen unumgänglich. Neben dem erhöhten Fertigungsaufwand besteht die Gefahr, dass die Mischungen beim Heizen auf der Presse verlaufen und so der Verbindungsbereich geschwächt wird. Die Verwendung einer Kerngummi-Einlage muss daher kritisch betrachtet werden.

Der Abdeckgummi stellt als Teil des Kerngummis die Verbindung zwischen den Deckplatten und der Seillage her. Er ist üblicherweise auch der Matrix-Elastomerwerkstoff der Querarmierung. Der Abdeckgummi verformt sich im Betrieb einer Stahlseilgurtverbindung wenig und trägt damit nur geringe Anteile der zwischen den Seilen in der Verbindung übertragenen Kräfte. In der Gestaltung des Mischungsaufbaus für den Abdeckgummi ist daher anzustreben, die für den Abdeckgummi verwendete Mischung mit einer möglichst hohen Steifigkeit zu versehen. Gleiches gilt prinzipiell auch für den Deckplattengummi, doch können hier die Laufeigenschaften und benötigte Schutzfunktion der Deckplatten nicht vernachlässigt werden.

Der Einsatz einer Querarmierung vergleichmäßig den Kraftfluss um das Seil und reduziert die Verformung des Verbindungsgummis besonders unter großer Belastung. Die Seilteilung sowie die Kombination von Seilteilung und der Höhenlage der Querarmierung in den Deckplatten hat einen Einfluss auf die Belastung des Zwischengummis. So kann die Höhenlage der Querarmierung soweit optimiert werden, dass die maximalen Beanspruchungen sowohl im Zwischengummi als auch im Bereich zwischen Seillage und Querarmierung auftreten. Hierdurch wird der Nutzen der Querarmierung maximiert. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass die Haftung der Elastomere an der Querarmierung nicht überbeansprucht wird.

Grundsätzlich kann gesagt werden, dass jede konstruktive Maßnahme, die die Maximalwerte der Verformung des Kerngummis im Verbindungsbereich reduziert, sich günstig auf die

Zeitfestigkeit der Verbindung auswirkt. Durch die Steifigkeitszunahme bei reduzierter Verformung infolge der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere tritt ein gewisser Selbstverstärkungseffekt ein. Im Gegensatz hierzu bewirkt eine mangelhafte Einhaltung der Seilteilung im Verbindungsbereich durch das Verschwimmen der Seile eine deutliche Erhöhung der Gummibelastungen, die unter allen Umständen zu vermeiden ist.

Infolge der verformungsabhängigen Eigenschaften der untersuchten Elastomere ist es somit von Vorteil, einen möglichst großen Gummizwischenraum zwischen Seilen unterschiedlicher Einlaufseite in der Verbindung anzustreben. Durch die Verwendung von Legeschemata mit variablen Zwischengummistärken, die einen großen Gummizwischenraum zwischen Seilen unterschiedlicher Einlaufseite zulassen, kann so die Scherverformung des Verbindungsgummis reduziert werden, ohne dass die Seilbelastung zunimmt.

### **7.3 Gestaltung von Stoß- und Auslenkungsbereichen**

Am Seilende, in den Stoßstellen bei mehrstufigen Verbindungen und in den Auslenkungsbereichen treten infolge des Kraftflusses in der Verbindung lokal erhöhte Gummibeanspruchungen auf. Gleichzeitig ist gerade in den genannten Verbindungsbereichen die Einhaltung der Seilteilung besonders schwierig. Hinsichtlich der Gestaltung des Legeschemas sollte daher angestrebt werden, die Seilauslenkungsbereiche innerhalb der Verbindung auf das nötigste zu beschränken, da durch diese Maßnahme die Wahrscheinlichkeit einer ungewollten Verringerung der Zwischengummistärken reduziert werden kann.

Die Einhaltung der Seilteilung im Verbindungsbereich ist besonders an den hochbelasteten Seilenden sowie den Stoß- und Auslenkungsbereichen der Verbindungen notwendig. Dies wird durch die signifikant reduzierte Zeitfestigkeit der H-Block-Probekörper deutlich, bei denen die Gummizwischenräume nicht eingehalten wurden. Hier führte eine Abweichung um 0,2 mm zu einem Zeitfestigkeitsverlust von 60% gegenüber den Probekörpern, bei denen der Gummizwischenraum von 2 mm eingehalten wurde. Hierbei erwies sich der Punkt des geringsten Zwischengummis am Kopf des Stabes in der Mittelebene der Stablage als Ausgangspunkt für die Schadensbildung und -ausbreitung.

In der Zeitfestigkeitsuntersuchung an den H-Block-Probekörpern erwies sich der Einsatz einer Mischung im Stoßbereich mit vergleichsweise großer Bruchschерung bei guten Haftungswerten als günstig. Durch diese Maßnahme führen die im Stoßbereich lokal begrenzt auftretenden erhöhten Gummiverformungen nicht zu in gleichem Maße erhöhten Spannungen. Hierdurch wird die Gummi-Metall-Haftung entlastet. Das Elastomer kann in diesem Bereich als mit einer aufgeprägten Verformung beansprucht aufgefasst werden, was sich zusätzlich günstig auf die Lebensdauer des Elastomers auswirkt. Der zu erwartende Gewinn an Zeitfestigkeit rechtfertigt den höheren handwerklichen Aufwand bei der Verbindungsherstellung.

Das Abrunden des Seilendes, das sich in der Finite-Elemente-Simulation des Stoßbereiches als einzige Maßnahme am Seil für die Erhöhung der Lebensdauer der Gummi-Metall-Anbindung anbot, führte in den Zeitfestigkeitsuntersuchungen am H-Block-Probekörper zu keiner signifikanten Verbesserung der Lebensdauer. Gemessen an dem handwerklichen Aufwand,

der für das Abrunden der Seile bei der Verbindungsherstellung notwendig ist und unter Berücksichtigung der Zerstörung der haftungsfördernden Zinkschicht im diesem hochbelasteten Bereich muss, diese Optimierungsmaßnahme verworfen werden.

#### **7.4 Bewertung der Aussagefähigkeit der eingesetzten Prüfverfahren**

Das im Rahmen dieser Arbeit zur Ermittlung des amplitudenabhängigen Verhaltens der Fördergurt-Probekörper und der Elastomere angewandte Untersuchungsverfahren, hat sich als gut geeignet erwiesen, das Materialverhalten in Abhängigkeit von der Belastung und Belastungsgeschichte zu ermitteln. Durch die rechnergesteuerte Aufbringung der kraftgeregelten Belastung war es möglich, in der Versuchsdurchführung jeden Probekörper in belastungsgeschichtlicher Hinsicht gleich zu beanspruchen und dadurch die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu ermöglichen. Als ausreichend hat es sich hierbei gezeigt, den inkrementellen Belastungszyklus bis zum Bruch der Probekörper zu untersuchen, da hierdurch eine vollständige Erfassung der reversiblen nichtlinearen dynamischen Steifigkeit möglich ist.

Aus dem Vergleich der durchgeführten Zeitfestigkeitsuntersuchungen mit den Ergebnissen aus den Standardprüfverfahren lässt sich hingegen feststellen, dass die Ergebnisse der Standardprüfverfahren keinen oder nur einen bedingten Aussagewert bezüglich der Zeitfestigkeit der Elastomere unter der dynamisch schwellender Beanspruchung im Verbindungsbereich haben. Dies gilt im Besonderen für den DeMattia-Dauerknickversuch nach DIN 53 522 [24]. Als Grund hierfür sind die von der tatsächlichen Beanspruchung im Verbindungsbereich abweichenden Prüfbeanspruchungen zu nennen. In den Haftungsversuchen nach DIN EN ISO 7623 [13] und den Weiterreißversuchen nach DIN 53 507 [22] erfolgte die Beanspruchung statisch bzw. quasistatisch. Dies gilt auch für den inkrementell ansteigenden dynamischen Haftungsversuch. Der DeMattia-Dauerknickversuch beansprucht das Elastomer hingegen durch eine aufgeprägte Verformung und stellt damit die Belastungssituation im Verbindungsbereich, in dem das Elastomer durch aufgeprägte Schubkräfte belastet wird, nicht dar.

Die Zeitfestigkeitsuntersuchungen an den H-Block-Probekörpern, in denen die Seile durch Rundstähle ersetzt wurden, haben sich demgegenüber als geeignet erwiesen, die Elastomere unter der Belastungssituation im Verbindungsbereich zu beurteilen. Die Belastungssituation im Verbindungsbereich konnte hierdurch realitätsnah nachgebildet werden.

#### **7.5 Bewertung des Einsatzes der Methode der Finiten Elemente für die Auslegung und Optimierung von Stahlseilgurtverbindungen**

Die Methode der finiten Elemente ist für die Berechnung des Kraftflusses, die Auslegung von Stahlseilgurtverbindungen und deren Optimierung gut geeignet. Im Vergleich der numerischen und der analytischen Berechnungsergebnisse der Vergleichsrechnungen lässt sich allerdings feststellen, dass beide Berechnungsansätze bei sorgfältiger Parametrierung vergleichbare Ergebnisse liefern.

Bestimmend für die Aussagefähigkeit der Ergebnisse der Verbindungsberechnung ist die Darstellung des Steifigkeitsverhaltens der Elastomer-Materialien, insbesondere des Zwischengummis. Ist für das analytische Modell die Bestimmung der Schubfederzahl in Abhängigkeit der zu erwartenden Belastung die bestimmende Größe, so ist die belastungsabhängige Steifigkeit der Elastomere in der numerischen Berechnung bereits durch das verwendete Materialmodell sowohl für den Kern- als auch den Deckplattengummi implementiert. Der an der realen Geometrie angelehnte, dreidimensionale Aufbau des Verbindungs- bzw. Gurtmodells lässt eine detaillierte Abbildung der den Kraftfluss beeinflussenden Elastomere zu. Neben den Elastomeren gilt dies gleichermaßen für die modellierten Stahlseile und schließt auch die textile Querarmierung ein.

Neben diesem grundsätzlichen Vorteil bietet die Berechnung von Stahlseilgurtverbindungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente vor allem infolge des diskretisierten Verbindungsaufbaus diverse Vorteile. Dies gilt vor allem für die Simulation von Schäden und möglichen Schadensverläufen und die Berechnung von Verbindungen mit variablen Zwischengummistärken. Im Weiteren können mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode Auslenkungsbereiche und Stoßstellen modelliert werden.

Als problematisch ist allerdings die Modellierung des mechanischen Verhaltens der Seile zu bezeichnen. Diese werden in der Berechnung nicht biegeschlaff modelliert. Aufgrund der ungenügenden Berücksichtigung des mechanischen Verhaltens der Seile und der zu geringen Diskretisierung der Geometrie in den Auslenkungs- und Stoßbereichen des Verbindungsmodells, sind die berechneten Belastungsverhältnisse in diesen Bereichen wenig aussagekräftig. Durch die offene Struktur des allgemeinen Lösungsansatzes erweist sich jedoch die Finite-Elemente-Methode besonders in diesem Zusammenhang gegenüber dem analytischen Verfahren überlegen. So besteht in der FEM die Möglichkeit, die Materialmodelle an bestimmte Anforderungen oder an in der Zukunft gewonnene Erkenntnisse anzupassen, ohne die Geometriebeschreibung ändern zu müssen.

Der Zeitaufwand, den die Berechnung einer Stahlseilgurtverbindung mit Hilfe der FEM gegenüber einer analytischen Berechnung einnimmt, ist kritisch zu bewerten. Um die grundsätzliche Verbindungsgeometrie in den wichtigsten Parametern wie Stufenlängen, Zwischengummi und Legeschema in vergleichenden Berechnungen auszulegen, ist die analytische Berechnung nach OEHMEN aufgrund des geringen Zeitbedarfs für den Rechnungslauf besser geeignet. Dies gilt besonders unter der Maßgabe der sorgfältigen Bestimmung der Schubfederzahlen. Für weitergehende Optimierungsrechnungen, besonders im Hinblick auf variable Zwischengummistärken und die Simulation eines Schadensverlaufs, bietet die FE-Berechnung von Stahlseilgurtverbindungen deutliche Vorteile.

## 8 ZUSAMMENFASSUNG

---

Gurttörderanlagen haben sich für die stetige Schüttgutförderung unter technischen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten seit langem bewährt. Für lange Gurttörderanlagen und große Massenströme stellen Stahlseilfördergurte den Stand der Technik dar. In einer Stahlseilgurtverbindung wird die Zugkraft der verbundenen Gurtenden nahezu vollständig über Schubkräfte im Gummi des elastomeren Verbindungskörpers übertragen. Die Verbindungen stellen dabei unter der dynamisch schwelldenden Belastung, der ein Gurt im Betrieb ausgesetzt ist, den schwächsten Teil eines Fördergurtes dar.

In der Projektierungsphase einer Gurttörderanlage wird in der Regel der Nachweis der geforderten Mindest-Referenz-Zeitfestigkeit der Verbindung nach DIN 22 110-3 [17] durch den Gurtersteller gefordert. Um den Prüfaufwand in der Nachweisführung gering zu halten, ist es erforderlich, die Verbindungsstruktur vor der Ermittlung der Referenz-Zeitfestigkeit bereits in der Auslegungsphase zu optimieren. Zur sicheren Auslegung einer Stahlseilgurtverbindung ist daher neben den Betriebsparametern die genaue Kenntnis des Werkstoffverhaltens und der zulässigen Werkstoffbeanspruchungen notwendig. Gerade das Werkstoffverhalten der in der Verbindung hochbelasteten Elastomere wird jedoch in den üblichen Berechnungsverfahren nicht hinreichend berücksichtigt.

In den experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit wurde ermittelt, dass das Materialverhalten der Elastomere und der konstruktive Aufbau das Kraft-Verformungsverhalten von Stahlseilgurt-Probekörpern beeinflusst. Hierbei zeigen sowohl die Fördergurt-Probekörper als auch die in den Schubversuchen untersuchten Elastomere ein nichtlineares dynamisches Steifigkeitsverhalten. Das nichtlineare dynamische Steifigkeitsverhalten der Fördergurt- und Elastomer-Probekörper ist von der Belastungsamplitude, der Unterlast der Belastung und der Belastungsgeschichte sowie von der maximalen Amplitude in Form der höchsten in einem Belastungszyklus auftretenden Belastung abhängig. Die untersuchten Probekörper weisen unter geringen Verformungen eine höhere Steifigkeit auf, während die Probekörper unter großen Belastungen eine geringere Steifigkeit mit einem deutlichen Grenzwertverhalten in der amplitudenabhängigen Probekörper-Steifigkeit zeigen.

Die verwendete Kerngummimischung beeinflusst das Steifigkeitsverhalten der Probekörper. Dies gilt sowohl im Hinblick auf die in den Haftungsversuchen erreichten Festigkeiten der Elastomere als auch im Hinblick auf den qualitativen sowie den quantitativen Verlauf der amplitudenabhängigen Steifigkeit der Probekörper. Fördergurt-Probekörper mit einer infolge des Mischungsaufbaus des Kerngummis größeren Steifigkeit erreichen höhere Festigkeiten. In den Haftungsversuchen erfolgte der Bruch der Probekörper als Strukturbruch im Elastomer. Die Konstruktion der Fördergurt-Probekörper hat hierbei einen deutlichen Einfluss auf die erreichten Festigkeiten im dynamisch inkrementellen Haftungsversuch. Eine lauf- und tragseitige Querarmierung und die Vergrößerung des Verhältnisses Seilteilung zu Seildurchmesser verbessern die Festigkeit der Probekörper.

Als wesentlicher Parameter des Mischungsaufbaus erweist sich der Füllstoff als wichtigste Einflussgröße auf den die nichtlineare dynamische Steifigkeit charakterisierenden dynamischen Schubmodul  $G^*$  der Elastomere. Der Füllgrad und die Füllstoffzusammensetzung beeinflussen den Grad der Nichtlinearität des dynamischen Schubmoduls  $G^*$  und seiner komplexen Komponenten, dem Speichermodul  $G'$  und dem Verlustmodul  $G''$ . Die Nichtlinearität der dynamischen Steifigkeit der untersuchten Elastomere zeigt sich durch einen hohen Anfangsmodul, der mit zunehmender Verformungsamplitude abfällt und einem Grenzwert zustrebt, der mit  $G_{St}$  als stabiler Endmodul bezeichnet werden kann. Der Füllstoffeinfluss auf die mechanischen Eigenschaften der Elastomere zeigt sich dabei infolge des Füllgrades als der Menge des Füllstoffes in der Mischung und der Füllstoffzusammensetzung mit dem Verhältnis der Füllstoffe Ruß zu Kieselsäure. Der Füllstoff beeinflusst hierbei sowohl die Frequenzabhängigkeit des nichtlinearen dynamischen Schubmoduls als auch die Festigkeit der untersuchten Elastomere. In der aus den Haftungsversuchen ermittelten Rangfolge der untersuchten Elastomere erreichen diejenigen Mischungen die besten Bewertungen, die die größte Nichtlinearität im dynamischen Schubmodulverlauf, den größten Anfangsmodul und die geringste Bruchschерung aufweisen. Weitere im Rahmen dieser Untersuchung festgestellte Einflussgrößen auf die nichtlineare dynamische Steifigkeit sind das Vulkanisationssystem, der Mischprozess sowie der in den Mischungen verwendete Kautschuktyp.

Anhand der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen wurde eine Modellapproximation der nichtlinearen dynamischen Steifigkeit auf Grundlage der variablen Netzbogendichte nach MAIER [57] durchgeführt. Durch eine Erweiterung des Ansatzes nach MAIER ist es möglich, das nichtlineare, amplitudenabhängige Materialverhalten der untersuchten Elastomere zu charakterisieren. Hierbei sind die Modellparameter  $c$  und  $r$  der Approximation von der Belastungsgeschichte unabhängige Materialparameter. So korreliert der Parameter  $c$  mit dem instabilen Anteil des Speichermoduls  $G'_i$ . Der Parameter  $r$  korreliert mit dem Verhältnis der Füllstoffe Kieselsäure und Ruß.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Programm-System entwickelt, das die rechnerische Simulation von Stahlseilgurtverbindungen sowie die Simulation von hochbelasteten Teilbereichen von Verbindungen erlaubt. Den Kern des Programmsystems bildet ein kommerzielles Finite-Elemente-Programmpaket, das durch im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Programm-Module erweitert wurde. Das Hauptmodul bildet der eigenständige, auf dem PC-Betriebssystem Windows basierende Netzgenerator FEMVerb. Die Parametrierung des Materialgesetzes für die Elastomer-Materialien war auf Grundlage des im FE-Programmpaket implementierten Neo-Hooke-Modells möglich. Die Parametrierung konnte dabei direkt aus der Modellapproximation der Versuchsergebnisse erfolgen. In der Finite-Elemente-Modellierung des Materialverhaltens der Elastomere wurde das Neo-Hooke-Materialgesetz als Adaptives Neo-Hooke-Modell unter Verwendung von Parametern implementiert, die von der lokalen Scherverformung des Finite-Elemente-Modells abhängen. Hierdurch konnte die nichtlineare dynamische Steifigkeit der Elastomere unter Schubbelastung in der Finite-Elemente-Simulation abgebildet werden.

Im Verlauf der Finite-Elemente-Berechnung wurde die Verformungssituation des Zwischengummis im Dreiseil-Probekörper analysiert und mit den Ergebnissen der Versuche an den Fördergurt-Probekörpern verglichen. In Vergleichsrechnungen an Stahlseilgurtverbindungen wurden die Ergebnisse eines analytischen Berechnungsansatzes mit den Ergebnissen der numerischen Simulation unter Anwendung verschiedener Materialmodelle verglichen. Hierbei wurde auch der Einfluss von unterschiedlichen Zwischengummiabständen im Verbindungsbereich sowie der Einfluss von Verbindungsschäden auf den Kraftfluss untersucht. Der Vergleich der Berechnungsverfahren zeigt, dass das numerische Berechnungsverfahren auf der Grundlage des Adaptiven Neo-Hooke-Modells gegenüber anderen Materialmodellen besser geeignet ist, die nichtlineare dynamische Steifigkeit der sich im Kraftfluss einer Verbindungsstufe befindenden Elastomere unter Schubbelastung zu beschreiben. In diesem Zusammenhang konnte festgestellt werden, dass bei sorgfältiger Parametrierung sowohl das analytische Berechnungsverfahren als auch die Finite-Elemente-Simulation vergleichbare Ergebnisse lieferten.

Die im Rahmen dieser Arbeit anhand der Versuche und Simulationsrechnungen erarbeiteten konstruktiven Maßnahmen zur Verbesserung des Kraftflusses wurden in Zeitfestigkeitsuntersuchungen überprüft. Hierzu wurden Probekörper eingesetzt, mit denen die Belastung der Elastomere im am stärksten beanspruchten Stoßbereich einer Stahlseilgurtverbindung simuliert wurde.

## 9 SCHRIFTTUM

---

- [1] **Alles, R. u. T. Wach:** ContiTronic - Das intelligente Transportband von ContiTech. Aufbereitungs-Technik 39 (1998) Nr. 5, S. 239-242.
- [2] **ASTM-D 1765-99:** Standard Classification System for Carbon Blacks Used in Rubber Products. American Society for Testing and Materials (ASTM), Committee D-24 on Carbon Black and Subcommittee D24.41 on Carbon Black Nomenclature and Terminology. Edition January 1999.
- [3] **Battermann, W. u. R. Köhler:** Elastomere Federungen, Elastische Lagerungen. Grundlagen ingenieurmäßiger Berechnung und Konstruktion. Berlin, München: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn 1982.
- [4] **Bederna, Ch. u. W. Engst:** Analyse des Eindrück-Rollwiderstandes bei Gurtförderern mit der Methode der Finiten Elemente. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 51 (1998) Nr. 10, S. 690-699.
- [5] **Besdo, D. u. J. Ihlemann:** Zur Modellierung inelastischer Materialeigenschaften von Gummi bei großen Deformationen. Vortrag anlässlich des DIK Fortbildungsseminars "Finite-Elemente-Anwendungen" am 18. November 1999.
- [6] **Boast, D. u. V. A. Coverney:** Finite Element Analysis of Elastomers. London: Professional Engineering Publishing 1999.
- [7] **Brown, R.:** Physical Testing of Rubber. Third Edition. London: Chapman & Hall 1996.
- [8] **Bueche, F.:** Mullins Effect and Rubber-Filler Interaction. Rubber Chemistry and Technology 35 (1962) Nr. 1, S. 259-273.
- [9] **Bußmann, M.:** Elastormischungen spezifizieren und prüfen. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 52 (1999) Nr. 11, S. 742-747.
- [10] **Charlton, D. J. u. J. Yang:** A Review of Methods to Characterize Rubber Elastic Behavior for Use in Finite Element Analysis. Rubber Chemistry and Technology 67 (1994), S. 481-503.
- [11] **Clamroth, R.:** Erfassung der viskoelastischen Eigenschaften durch dynamische Messungen. Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 33 (1980) Nr. 10, S. 829-839.
- [12] **DIN EN ISO 7622:** Stahlseilfördergurte. Zugversuch in Längsrichtung. Hrsg. Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuß Bergbau (FABERG) im DIN. Berlin: Beuth-Verlag, Ausgabe November 1995.
- [13] **DIN EN ISO 7623:** Stahlseil-Fördergurte. Haftung zwischen den Seilen und Kernschicht. Prüfung im Anlieferungszustand und nach thermischer Behandlung. Hrsg. Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN Deutsches Institut für Normung

- e.V. und Normenausschuß Bergbau (FABERG) im DIN. Berlin: Beuth-Verlag, Ausgabe August 1997.
- [14] **DIN 7724:** Polymere Werkstoffe. Gruppierung polymerer Werkstoffe aufgrund ihres mechanischen Verhaltens. Hrsg. Normenausschuß Materialprüfung (NMP) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN und Normenausschuß Kunststoffe (FNK) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe April 1993.
- [15] **DIN 22 101:** Stetigförderer. Gurtförderer für Schüttgüter. Grundlagen für die Berechnung und Auslegung. Hrsg. Normenausschuß Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe August 1982.
- [16] **DIN 22 101, Entwurf:** Stetigförderer. Gurtförderer für Schüttgüter. Grundlagen für die Berechnung und Auslegung. Hrsg. Normenausschuss Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe August 2000.
- [17] **DIN 22 110, Teil 3:** Prüfverfahren für Fördergurtverbindungen. Ermittlung der Zeitfestigkeit für Fördergurtverbindungen (Dynamisches Prüfverfahren). Hrsg. Normenausschuss Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin: Beuth Verlag, Ausgabe September 1993.
- [18] **DIN 22 129:** Stahlseil-Fördergurte für den Steinkohlenbergbau unter Tage. Hrsg. Normenausschuß Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin: Beuth-Verlag, Ausgabe Februar 1988.
- [19] **DIN 22 131:** Stahlseil-Fördergurte für die allgemeine Fördertechnik. Hrsg. Normenausschuss Bergbau (FABERG) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuss Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin: Beuth-Verlag, Ausgabe November 1988.
- [20] **DIN 53 504:** Prüfung von Kautschuk und Elastomeren. Bestimmung von Reißfestigkeit, Zugfestigkeit, Reißdehnung und Spannungswerten im Zugversuch. Hrsg. Normenausschuß Materialprüfung (NMP) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe Mai 1994.
- [21] **DIN 53 505:** Prüfung von Kautschuk und Elastomeren. Härteprüfung nach Shore A und Shore D. Hrsg. Normenausschuss Materialprüfung (NMP) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuss Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe August 2000.
- [22] **DIN 53 507:** Prüfung von Kautschuk und Elastomeren. Bestimmung des Weiterreißwiderstandes von Elastomeren. Streifenprobe. Hrsg. Normenausschuß Materialprüfung

- (NMP) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin: Beuth-Verlag, Ausgabe März 1983.
- [23] **DIN 53 513:** Prüfung von Kautschuk und Elastomeren. Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Elastomeren bei erzwungenen Schwingungen außerhalb der Resonanz. Hrsg. Normenausschuss Materialprüfung (NMP) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuss Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe März 1990.
- [24] **DIN 53 522:** Prüfung von Kautschuk und Elastomeren. Dauer-Knickversuch. Bestimmung des Widerstandes gegen Reißwachstum. Hrsg. Fachnormenausschuß Materialprüfung (FNM) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuß Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe Januar 1979.
- [25] **DIN 53 535:** Prüfung von Kautschuk und Elastomeren. Grundlagen für dynamische Prüfverfahren. Hrsg. Normenausschuss Materialprüfung (MNP) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V. und Normenausschuss Kautschuktechnik (FAKAU) im DIN. Berlin, Köln: Beuth-Verlag, Ausgabe März 1982.
- [26] **Dittrich, W. u. O. Einenkel:** Downhill Tunnel Conveyor on the Chilean Side of the Andes. Braunkohle Surface Mining 52 (2000) Nr. 3, S. 235-244.
- [27] **Dorau, H.-U.:** Homogene Kontinuumsmodelle für elastische orthotrope Scheibenstrukturen und Verbundmaterialien mit biegesteifen Einlagen. Dissertation Universität Hannover 1986.
- [28] **Flebbe, H.:** Prüfung der dynamischen Beanspruchbarkeit von Fördergurtverbindungen. Dissertation Universität Hannover 1984.
- [29] **Freakley, P. K. u. A. R. Payne:** Theory and Practice of Engeneering with Rubber. London: Applied Science Publishers Ltd. 1978.
- [30] **Freund, B. u. W. Niedermeier:** Molekulare Deutung des Payne-Effektes und Beeinflussung durch Füllstoffe. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 51 (1998) Nr. 6, S. 444-449.
- [31] **Funt, J. M.:** Dynamic Testing and Reinforcement of Rubber. Rubber Chemistry and Technology 61 (1988) Nr. 5, S. 842-865.
- [32] **Gerber, G. u. J. Struve:** Einfluß der Mischungszusammensetzung und Belastungsart auf das Versagensverhalten von Elastomeren. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 52 (1999) Nr. 6, S. 400-405.
- [33] **Gerspacher, M. u. C. P. O'Farrell:** A Proposed Mechanism for the Reinforcement of Elastomers in the Rubbery Plateau by Carbon Black. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 47 (1994) Nr. 5, S. 349-353.

- [34] **Gerspacher, M. u. C. P. O'Farrell:** Filler-Filler and Filler-Polymer Interactions as a Function of In-Rubber Carbon Black Dispersion. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 51 (1998) Nr. 7-8, S. 488-495.
- [35] **Geesmann, F.-O.:** Experimentelle und theoretische Untersuchungen der Bewegungswiderstände von Gurtförderanlagen. Dissertation Universität Hannover 2001.
- [36] **Glebe, M.:** Zur Auslegung von Förderbandtrommeln unter besonderer Berücksichtigung selbsttragender Mantelsegmente. Dissertation Universität Hannover 2001.
- [37] **Giersch, U. u. U. Kubisch:** Gummi - Die elastische Fazination. Berlin: Nicolaische Verlagsbuchhandlung Beuermann GmbH 1995.
- [38] **Göbel, E. F.:** Gummifedern. 3. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1969.
- [39] **Greune, A.:** Energiesparende Auslegung von Gurtförderanlagen. Dissertation Universität Hannover 1989.
- [40] **Hager, M.:** Technische und wirtschaftliche Grenzen bei Planung und Einsatz von Gurtförderanlagen für große Massenströme. Braunkohle 33 (1981) Nr. 10, S. 346-349.
- [41] **Hager, M.:** Entwicklungsmöglichkeiten der Gurtfördertechnik in Tagebaubetrieben. Braunkohle (1991) Nr. 1-2, S. 26-31.
- [42] **Hager, M. u. H. Simonsen:** Berechnung und Auslegung von Gurtförderern für Schüttgut. Braunkohle Surface Mining 52 (2000) Nr. 3, S. 245-259.
- [43] **Heinrich, G.:** Struktur, Eigenschaften und Praxisverhalten von Gummi - vom polymeren Netzwerk zum dynamisch beanspruchten Reifen - Teil 1. GAK Gummi Fasern Kunststoffe 50 (1997), Nr. 9, S. 687-693.
- [44] **Heinrich, G.:** Struktur, Eigenschaften und Praxisverhalten von Gummi - vom polymeren Netzwerk zum dynamisch beanspruchten Reifen - Teil 2. GAK Gummi Fasern Kunststoffe 50 (1997), Nr. 10, S. 775-781.
- [45] **Hintz, A.:** Einfluß des Gurtaufbaus auf den Energieverbrauch von Gurtförderanlagen. Dissertation Universität Hannover 1993.
- [46] **Hofmann, W.:** Kautschuktechnologie. Stuttgart: Gentner Verlag 1980.
- [47] **ISO 1827:** Rubber, vulcanized or thermoplastic - Determination of modulus in shear or adhesion to rigid plates - Quadruple shear method. International Standard. International Organisation of Standardization 1991.
- [48] **Keller, M.:** Untersuchungen zur Seilausreißkraft hochfester Stahlseilfördergurtverbindungen. Unveröffentlichte Diplomarbeit, Institut für Fördertechnik der Universität Hannover 1997.
- [49] **Klüppel, M. u. J. Schramm:** An Advanced Micro-Mechanical Model of Hyperelasticity and Stress softening of Filler Reinforced Elastomer Systems. In: A. Dorfmann, A. Muhr (Eds.): Constitutive Models for Rubber. A. A. Balkema, Rotterdam 1999.

- [50] **König, J.:** Berechnung des Kraftflusses in Stahlseilgurt-Verbindungen mit unterschiedlichen Zwischengummistärken. Unveröffentlichte Studienarbeit, Institut für Mechanik der Universität Hannover 1996.
- [51] **Krawietz, A.:** Materialtheorie. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo: Springer Verlag 1986.
- [52] **Kropf-Eilers, A.:** Schadensbildung an Stahlseilfördergurten. Dissertation Universität Hannover 1997.
- [53] **Lambertz, S.:** Nichtlineares Materialgesetz für technische Gummiwerkstoffe mit deformationsabhängigen Eigenschaften und seine experimentelle Überprüfung an Gummifederelementen. Dissertation Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen 1993.
- [54] **Liu, X. u. W. Hammele:** Dimensionierung von Standard-Gummifedern mit FEM. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 52 (1999) Nr. 6, S. 446-451.
- [55] **Maas, S. u. W. Gronski:** Characterization of Carbon Blacks by Transmission Electron Microscopy and Advanced Image Analysis. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 52 (1999) Nr. 1, S. 26-31.
- [56] **Maier, P.:** Molekulare Interpretation des Payneeffekts. Dissertation Universität Regensburg 1996.
- [57] **Maier, P. u. D. Göritz:** Molecular Interpretation of the Payne Effect, KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 49 (1996) Nr. 1, S. 18-23.
- [58] **Mullins, L.:** Softening of Rubber by Deformation. Rubber Chemistry and Technology 42 (1969) Nr. 1, S 339-362.
- [59] **N.N.:** Neue Fördergurttechnik. Schüttgut 5 (1999) Nr.4, S. 596.
- [60] **N.N.:** Longest Conveyor Belt in Europe. Bulk Solids Handling 20 (2000) Nr. 1, S. 66.
- [61] **N.N.:** Gurte für den längsten Erzförderer der Welt. Steinbruch und Sandgrube (2000) Nr. 2, S. 22-23.
- [62] **N.N.:** MARC Volume A: Theory and User Information, Version K7. MARC Analysis Research Corporation. Part Number RF-3001-07. Rev. August 1997.
- [63] **N.N.:** MARC Volume B: Element Library, Version K7. MARC Analysis Research Corporation. Part Number RF-3001-07. Rev. August 1997.
- [64] **Nagdi, K.:** Gummi Werkstoffe - Ein Ratgeber für Anwender. 1. Auflage. Würzburg: Vogel-Verlag 1981.
- [65] **Niedermeier, W. u. B. Freund:** Nano-Structure Blacks. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 52 (1999) Nr. 10, S. 670-676.
- [66] **Nordell, L., X. Qiu u. V. Sethi:** Belt Conveyor Steel Cord Splice Analysis Using Finite Element Methods. Bulk Solids Handling 11 (1991) Nr. 4, S. 863-688.

- [67] **Oehmen, K. H.:** Zur Berechnung des Kraftflusses in Stahlseilgurtverbindungen. Braunkohle 29 (1977) Nr. 7, S. 268-278.
- [68] **Oehmen, K. H.:** Zur Berechnung zusätzlicher Dehnungen in Stahlseilgurten infolge Kurvenführungen und Muldungsübergängen. Braunkohle 29 (1977) Nr. 6, S. 235-246.
- [69] **Oehmen, K. H.:** Randeinfluß auf die Festigkeit von Stahlseilgurt-Verbindungen. Braunkohle 38 (1986) Nr. 1/2, S. 17-22.
- [70] **Ogden, R. W. u. D. G. Roxburgh:** A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber. Proc. R. Soc. Lond. A (1999) 455. S 2861-2877.
- [71] **Patel, A. C. u. D. C. Jackson:** Carbon Black Characterisation. Part 1. Effects of Dynamic Parameters on the Behaviour of Carbon Black in Rubber. Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 45 (1992) Nr. 10, S. 838-850.
- [72] **Patel, A. C. u. K. Lee:** Characterizing carbon black aggregate via dynamic and performance properties. Elastomerics (1990) March, S. 14-18.
- [73] **Patel, A. C. u. K. Lee:** Characterizing carbon black aggregate via dynamic and performance properties - II. Elastomerics (1990) April, S. 22-25.
- [74] **Payne, A. R.:** Dynamic Mechanical Properties of Filler Loaded Vulcanisates. Rubber and Plastics Age (1961) August, S. 963-967.
- [75] **Payne, A. R. u. R. E. Whittaker:** Low Strain Dynamic Properties of Filled Rubbers. Rubber Chemistry and Technology 44 (1971) Nr. 1, S. 441-478.
- [76] **Raos, P.:** Computation of Model Parameters for Application in FEA of Rubber. Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 45 (1992) Nr. 11, S. 957-963.
- [77] **Schmandra, A.:** Allgemeines Modell für die Berechnung von Spannungsverläufen in Stahlseilfördergurten. Hebezeuge und Fördermittel, Berlin 31 (1991) Nr. 3, S. 109-112.
- [78] **Schmandra, A.:** Vergleich von Berechnungsergebnissen für Stahlseilgurtverbindungen des Gurtyyps St-3150. Hebezeuge und Fördermittel, Berlin 31 (1991) Nr. 6, S. 244-247.
- [79] **Schnetger, J.:** Lexikon der Kautschuktechnik. 2., überarbeitete Auflage. Heidelberg: Hüthig Buch Verlag 1991.
- [80] **Schramm, J., M. Klüppel u. Th. Alshuth:** Modelling of Stress Softening of Reinforced Elastomers and its Meaning for FE-Simulations of Tear Resistance. KHK 2000.
- [81] **Schröder, A., M. Klüppel u. R. H. Schuster:** Oberflächenaktivität von Furnacerußen. I. Bestimmung der Oberflächenrauheit mittels statischer Gasadsorption, Monolagenbereich. Kautschuk Gummi Kunststoffe 52 (1999) Nr. 12. S. 814-822.
- [82] **Schröder, A., M. Klüppel u. R. H. Schuster:** Charakterisierung der Oberflächenaktivität. II. Bestimmung der Oberflächenrauheit von Furnacerußen mittels statischer Gasadsorption, Multischichtenbereich. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 53 (2000) Nr. 5, S. 257-265.

- [83] **Schröder, A.:** Charakterisierung verschiedener Rußtypen durch systematische statische Gasadsorption. Dissertation Universität Hannover 2000.
- [84] **Sponagel, S.:** Gummi-Metall-Bauteile. Dissertation Universität Kaiserslautern 1987.
- [85] **Stein, G.:** Weichmachung von Elastomerwerkstoffen. GAK Gummi Fasern Kunststoffe 53 (2000) Nr. 3, S. 184-193.
- [86] **Stone, C. R., M. Hensel u. K. H. Menting:** The Processability of "Green Tyre" Tread Compounds Based on the New Inversion Carbon Blacks. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 51 (1998) Nr. 9, S. 568-577.
- [87] **Tappeiner, S.:** Zusatzbeanspruchungen an Fördergurten. Dissertation Universität Hannover 1993.
- [88] **Tegtmeier, P.:** Gummi-Metall-Verbindungen bei Förderbändern. Fachtagung Gummi-Metall-Verbindungen der VDI-Gesellschaft Kunststofftechnik. Düsseldorf 1994.
- [89] **Tobisch, K.:** Über den Zusammenhang zwischen Shore-A- und Shore-D-Härte (Theorie). Kautschuk + Gummi · Kunststoffe 34 (1981) Nr. 5, S. 347-349.
- [90] **Treloar, L.:** The Physics of Rubber Elasticity. Oxford: Clarendon Press 1975.
- [91] **Von der Wroge, H.:** Gestaltung und Auslegung der Verbindungen hochfester Stahlseil-Fördergurte. Dissertation Universität Hannover 1991.
- [92] **Wang, T., M.-J. Wang, J. Shell u. N. Tokita:** The Effect of Compound Processing on Filler Flocculation. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 53 (2000) Nr. 9, S. 487-505.
- [93] **Wang, M.-J., W. J. Petterson u. G. B. Quyang:** Dynamic Stress-Softening of Filled Vulcanizates. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 51 (1998) Nr. 2, S. 106-117.
- [94] **Wrana, C.:** Messung und Interpretation von dynamischen Eigenschaften unter realistischen Bedingungen. Vortrag anlässlich des Fortbildungsseminars "Dynamische Eigenschaften von Elastomeren und Bauteilen", Deutsches Institut für Kautschuktechnologie e. V., gehalten am 19.05.2000.
- [95] **Zeddies, M.:** Untersuchung der Beanspruchung von Trommelbelägen mit dem Ziel der Belagsoptimierung. Dissertation Universität Hannover 1986.
- [96] **Zienkiewicz, O. C.:** Methode der finiten Elemente. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1975.

## 10 ANHANG

---

### 10.1 Analytischer Ansatz zur Berechnung des Kraftflusses in einer Stahlseilgurtverbindung nach OEHMEN [67, 69]

Für das Kräftegleichgewicht zwischen einem in einer Elastomer-Matrix eingebetteten Seil in einem Gurtabschnitt  $x$  kann nach OEHMEN [67, 69]

$$F_S - F_{Gi} = \frac{\partial F_i(x)}{\partial x} + \oint_S \tau \, ds = 0 \quad (10.1)$$

angesetzt werden. Im weiteren ist die Definition der Schubfederzahl

$$q_i = \frac{F_i}{G \cdot \Delta u \cdot l_{Anb}} \quad , \quad (10.2)$$

mit

$$\Delta u = \Delta \gamma \cdot (t - d_S). \quad (10.3)$$

Die Seilsteifigkeit  $S$  berechnet sich nach OEHMEN aus dem Elastizitätsmodul und der metallischen Querschnittsfläche  $A_S$ , die sich aus der Nennquerschnittsfläche des Seiles und dem Füllfaktor  $f$  ergibt:

$$S = \frac{E_S \cdot f \cdot \pi \cdot d_S^2}{4} \quad (10.4)$$

Die Seilkraft in Abhängigkeit der Längskoordinate  $x$  des Gurtes kann damit zu

$$F_i(x) = E_S \cdot A_S \cdot f \cdot \varepsilon(x) = S \cdot \varepsilon(x) = S \cdot u_i'(x) \quad (10.5)$$

für jedes Seil  $i$  bestimmt werden.

Im weiteren werden drei Vereinfachungen getroffen:

- Das Verhältnis der E-Moduln von Gummi und Stahlseil beträgt ca. 1:40000.
- Am freien Seilende kann die Seildehnung  $\varepsilon_S = 0$  angenommen werden.
- Der Schub im Seil kann gegenüber dem Schub im Gummi vernachlässigt werden.

Das Kurvenintegral über die Umfangslinie des Seiles und die damit auf das jeweilige Seil  $i$  wirkende, aus dem Gummischub resultierende und längenbezogene Schubkraft  $g_i$ , kann in die

einfache Form  $G \cdot q_k$  mit  $q_k$  als Schubfederzahl und  $G$  als Schubmodul des Kerngummis überführt werden:

$$g_i = \oint_{\text{Seil}} \tau \, ds = (G \cdot q_k)_i \cdot \Delta u \quad (10.6)$$

Die Kraftübertragung auf die jeweiligen Nachbarseile erster bis dritter Ordnung ergibt sich damit aus den jeweiligen Verschiebungsdifferenzen  $u_i$  zu

$$g_i = G \cdot \sum_{k=1}^3 q_k \cdot (u_{i-k}(x) - u_i(x) + u_{i+k}(x) - u_i(x)) \quad (10.7)$$

Da die Dehnungszunahme im Einzelseil als linear angenommen wird, ist die Superposition möglich und die Gleichung geht in die Form

$$S \cdot u''(x) + G \cdot \sum_{k=1}^3 q_k(x) \cdot [u_{i+k}(x) + u_{i-k}(x) - 2u_i(x)] = 0 \quad (10.8)$$

über. Diese Gleichung kann für jedes Seil aufgestellt werden und es ergibt sich jeweils eine homogene Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Aus dem allgemeinen Lösungsansatz

$$u_i(x) = [C_1 \cdot \cos(i\varphi) + C_2 \cdot \sin(i\varphi)] \cdot e^{\alpha x} \quad (10.9)$$

und

$$u_i''(x) = \alpha^2 \cdot u_i(x) \quad (10.10)$$

sowie

$$\varepsilon_i(x) = u_i'(x) \quad \wedge \quad \varepsilon_i'(x) = u_i''(x) \quad (10.11)$$

ergibt sich die allgemeine Lösung für die Berechnung eines endlich breiten Gurtes mit  $n$  Seilen. An den Seitenrändern des Gurtes werden keine Kräfte nach außen übertragen. Hieraus ergeben sich die Randbedingungen, mit denen sich das Differentialgleichungssystem mit zwei Beziehungen ausdrücken lässt:

$$\text{Verschiebungsgleichung: } u_i(x) = A_0 + B_0 x + \sum_{k=1}^{n-1} U_{ik} [A_k \cdot e^{-\alpha_k x} + B_k \cdot e^{\alpha_k x}] \quad (10.12)$$

$$\text{Dehnungsgleichung: } u_i'(x) = B_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \alpha_k \cdot U_{ik} [-A_k \cdot e^{-\alpha_k x} + B_k \cdot e^{\alpha_k x}] \quad (10.13)$$

Die beiden Gleichungen besitzen eine gemeinsame Matrix mit den orthogonalen Eigenvektoren

$$U_{ik} = \cos \left| \frac{(2i-1)k\pi}{2n} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, n ; k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (10.14)$$

und den Eigenwerten

$$\alpha_k = \sqrt{\frac{2G}{S} \sum_{j=1}^3 q_j \cdot \left[ 1 - \cos \left( \frac{2jk\pi}{n} \right) \right]} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1). \quad (10.15)$$

Die Koeffizienten  $A_0$  und  $A_k$  sowie  $B_0$  und  $B_k$  ergeben sich aus Randbedingungen, die sich aus dem Aufbau des Gurtes bzw. der Verbindung und der Gurtzugkraft ableiten. Die Dehnung im ungestörten Gurt ist z. B. über die Trumkraft  $F_T$ , die Anzahl der Seile im Gurt und deren Aufbau vorgegeben. Die Schubspannung zwischen den Seilen liegt mit der Gummischerung  $\gamma$  in der Mittelebene der Seillage und ergibt sich mit

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \frac{u_i - u_{i-1}}{t - d_S} \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (10.16)$$

aus der Lösung des Gleichungssystems. Die Seildehnung im ungestörten Gurt ergibt sich unter Berücksichtigung der im betrachteten Gurtabschnitt auftretenden lokalen Trumkraft  $F_T$  aus

$$\varepsilon_\infty = \frac{F_T}{E_S \cdot n \cdot A_S \cdot f}. \quad (10.17)$$

Das aus den Dehnungs- und Verschiebungsgleichungen resultierende lineare Gleichungssystem hat die Form

$$\underline{G} \cdot \underline{x} = \underline{r} \quad (10.18)$$

mit  $\underline{G}$  als Koeffizientenmatrix, dem Vektor  $\underline{x}$ , der die zu bestimmenden Koeffizienten  $A_k$  und  $B_k$  enthält und dem Vektor  $\underline{r}$ , der die Größen der rechten Seite enthält.

## 10.2 Herleitung der Dehnungsverhältnisse $\lambda_i$

Ein Punkt eines Volumenelementes kann in der Referenzkonfiguration durch die lokalen Koordinaten  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  beschrieben werden, während die Lage dieses Punktes nach der Verformung durch die Position  $x = (x_1, x_2, x_3)$  festgelegt ist. Infolge der Verformung ist demnach der Abstand zwischen zwei Punkten mit dem Abstand  $d\xi_i$  in der verformten Konfiguration in den Abstand  $dx_i$  übergegangen [53]. Die Transformation kann durch den Deformationsgradienten  $F$  beschrieben werden mit

$$\mathbf{F} = \frac{dx}{d\xi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_3}{\partial \xi_3} \end{bmatrix} \quad (10.19)$$

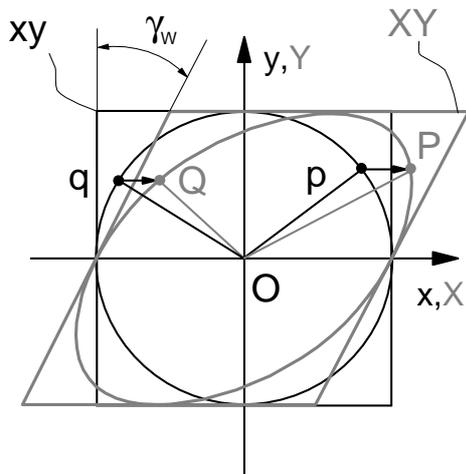
Die durch den Tensor  $F$  ausgedrückte Transformation beinhaltet sowohl eine Drehung als auch eine Verzerrung des Volumenelements. Maßgebend für die Spannungen in einem Material sind die Verzerrungstensoren, die sich durch eine polare Zerlegung des Deformationsgradienten bilden lassen:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \mathbf{U} = \mathbf{R} \mathbf{V} \quad (10.20)$$

Hierin ist  $\mathbf{U} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{1/2}$  der Links-Streck-Tensor,  $\mathbf{V} = (\mathbf{F} \mathbf{F}^T)^{1/2}$  der Rechts-Streck-Tensor und  $\mathbf{R} = \mathbf{F} \mathbf{U}^{-1}$  der Drehungstensor. Die Quadrate der genannten Tensoren bilden den rechten bzw. linken Cauchy-Green-Tensor  $\mathbf{C} = \mathbf{U}^2$  bzw.  $\mathbf{B} = \mathbf{V}^2$ . Beide Tensoren sind symmetrisch und es gilt  $\mathbf{B} = \mathbf{C}^{-1}$ . Die Werte der Komponenten eines Tensors hängen von der Wahl des Koordinatensystems ab. Die Invarianten eines Tensors sind hingegen unabhängig vom Koordinatensystem und werden daher für die Formulierung von Materialgesetzen genutzt.

Da  $\lambda = \varepsilon + 1 = \partial x / \partial \xi + 1$  gilt [6], kann der Streck-Tensor unter Nutzung der Dehnungsverhältnisse gebildet werden. Die Invarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors ergeben sich damit wie folgt:

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = C_{ij} \\ I_2 &= \lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} = \frac{(C_{ij} C_{ij} - C_{ii}^2)}{2} \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = \det(\mathbf{C}) \end{aligned} \quad (10.21)$$



$$xy \xrightarrow{R, V} XY$$

$$\frac{|\overrightarrow{OP}|}{|\overrightarrow{Op}|} = \lambda_1 = \lambda$$

$$\frac{|\overrightarrow{OQ}|}{|\overrightarrow{Oq}|} = \lambda_2 = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda_3 = 1$$

In Bild 10.1 sind die Dehnungsverhältnisse unter Schubbelastung nach [6] dargestellt. Die Punkte  $p$  und  $q$  referenzieren Punkte des undeformierten Körpers mit den Koordinaten  $x$  und  $y$ , während die Punkte  $Q$  und  $P$  diejenigen des deformierten Körpers mit den Koordinaten  $X$  und  $Y$  beschreiben.

Die Scherverformung lässt sich durch die eine Drehung mit dem Operator  $R$  und eine Verzerrung über den Rechts-Streck-Tensor

**Bild 10.1:** Dehnungsverhältnisse unter Scherverformung nach [6]

$V$  zerlegen. Hierbei ist es für das Resultat unerheblich, ob zuerst die Drehung und dann die Verzerrung oder erst die Verzerrung und dann die Drehung erfolgt. Maßgeblich für den Spannungszustand in einem Material sind alleine die Verzerrungstensoren  $U$  oder  $V$ .

Die Dehnungsverhältnisse infolge der Scherverformung ergeben sich als Verhältnisse der Beträge der Ortsvektoren zu den jeweiligen Punkten  $q, Q$  bzw.  $p, P$  in der undeformierten und der deformierten Konfiguration.

### 10.3 Zusammenstellung der untersuchten Dreiseil-Probekörper

Nr.	Normbezeichnung nach DIN	n	Seildurchmesser $d_s$ in mm	Teilung t in mm	$t/d_s$	Querarmierung	Material des Kerngummis	Material der Deckplatten
2501	St 2500 16:8	3	7,08	10,5	1,4831	Nein	NH-2	ND-1
2502	St 2500 16:8	3	7,08	12,3	1,7373	Nein	NH-2	ND-1
2503	St 2500 16:8	3	7,08	14,3	2,0198	Nein	NH-2	ND-1
2504	St 2500 16T:8T	3	7,08	10,5	1,4831	Ja	NH-2	ND-1
2505	St 2500 16T:8T	3	7,08	12,5	1,7655	Ja	NH-2	ND-1
2506	St 2500 16T:8T	3	7,08	14,3	2,0198	Ja	NH-2	ND-1
4501	St 4500 16:8	3	9,83	12,3	1,2513	Nein	NH-2	ND-1
4502	St 4500 16:8	3	9,83	14,3	1,4547	Nein	NH-2	ND-1
4503	St 4500 16:8	3	9,83	16,3	1,6582	Nein	NH-2	ND-1
4504	St 4500 16T:8T	3	9,83	12,3	1,2513	Ja	NH-2	ND-1
4505	St 4500 16T:8T	3	9,83	14,3	1,4547	Ja	NH-2	ND-1
4506	St 4500 16T:8T	3	9,83	16,3	1,6582	Ja	NH-2	ND-1
4507	St 4500 16:8	3	9,83	12,3	1,2513	Nein	SV-1	ND-1
4508	St 4500 16:8	3	9,83	14,3	1,4547	Nein	SV-1	ND-1
4509	St 4500 16:8	3	9,83	16,3	1,6582	Nein	SV-1	ND-1
4510	St 4500 16T:8T	3	9,83	12,3	1,2513	Ja	SV-1	ND-1
4511	St 4500 16T:8T	3	9,83	14,3	1,4547	Ja	SV-1	ND-1
4512	St 4500 16T:8T	3	9,83	16,3	1,6582	Ja	SV-1	ND-1
5401	St 5400 16:8	3	10,93	13,1	1,1985	Nein	NH-2	ND-1
5402	St 5400 16:8	3	10,93	14,7	1,3449	Nein	NH-2	ND-1
5403	St 5400 16:8	3	10,93	16,3	1,4913	Nein	NH-2	ND-1
5404	St 5400 16T:8T	3	10,93	13,1	1,1985	Ja	NH-2	ND-1
5405	St 5400 16T:8T	3	10,93	14,7	1,3449	Ja	NH-2	ND-1
5406	St 5400 16T:8T	3	10,93	16,3	1,4913	Ja	NH-2	ND-1

Bezeichnungen:

n: Anzahl der Probekörper

Nr.: Probekörper-Nr.

#### 10.4 Zusammenstellung der Bruchkräfte und der Haftungswerte der unter Belastungszyklus B und D untersuchten Probekörper

Nr.	Bezeichnung	dyn. Bruchkraft Typ B in kN	Haftung Typ B in N/mm	dyn. Bruchkraft Typ D in kN	Haftung Typ D in N/mm	Haftung nach DIN 22 131 in N/mm
2501	St 2500 16:8	27,03	108,11	27,00	108,00	130
2502	St 2500 16:8	27,05**	108,20	36,01	144,04	
2503	St 2500 16:8	26,81**	107,23	33,00	132,00	
2504	St 2500 T16:T8	29,25	116,99	37,00	148,00	
2505	St 2500 T16:8T	32,81	131,25	37,96	151,86	
2506	St 2500 T16:8T	30,69	122,75	37,90	151,61	
4501	St 4500 16:8	31,18	124,71	37,00	148,00	165
4502	St 4500 16:8	33,13	132,52	41,00	164,00	
4503	St 4500 16:8	33,06	132,23	47,00	188,00	
4504	St 500 16T:8T	35,11	140,43	48,97	195,90	
4505	St 4500 16T:8T	39,50	158,01	40,80	163,18	
4506	St 4500 16T:8T	(23,46)*	(93,85)*	61,04	244,14	
4507	St 4500 16:8	35,62	142,48	38,99	155,96	
4508	St 4500 16:8	39,58	158,30	47,00	187,99	
4509	St 4500 16:8	41,02	164,06	50,96	203,86	
4510	St 4500 16T:8T	35,69	142,77	44,98	179,93	
4511	St 4500 16T:8T	44,60	178,42	49,01	196,04	
4512	St 4500 16T:8T	46,97	187,89	58,90	235,60	
5401	St 5400 16:8	32,41	129,64	nicht geprüft	nicht geprüft	180
5402	St 5400 16:8	32,53	130,13			
5403	St 5400 16:8	36,93	147,71			
5404	St 5400 16T:8T	36,93	147,71			
5405	St 5400 16T:8T	40,28	161,13			
5406	St 5400 16T:8T	43,58	174,32			

\* nicht gewertet

\*\* Seil gebrochen

#### Bezeichnungen:

Nr.: Probekörper-Nr.

Typ B: Belastungszyklus B

Typ D: Belastungszyklus D

### 10.5 Zusammenstellung der Mischungen und Hauptmischungsbestandteile sowie die Nomenklatur der Mischungsbezeichnungen

	Mischung					Ruß				Kieselsäure	mittlere spez. Oberfläche Ruß	mittlere spez. Oberfläche Kieselsäure	Beschleuniger-Gruppe
	Gew.-% NR	Gew.-% SBR 1500	Gew.-% CR	Gew.-% BR	Gew.-% Gesamtanteil	Gew.-% N339	Gew.-% N234	Gew.-% N220	Gew.-% Summe Ruß				
CH-1	-	-	39%	-	39%	-	1%	-	1%	7%	1,00	9,23	-
ND-1	41%	-	-	19%	60%	-	22%	6%	28%	-	35,38	-	S
NH-1	56%	-	-	-	56%	8%	-	-	8%	12%	6,32	15,21	S
NH-2	41%	-	-	9%	50%	12%	-	-	12%	13%	9,20	16,90	-
SH-0	-	43%	-	11%	54%	10%	-	-	10%	16%	8,16	20,93	S + T
SH-1-K1	-	43%	-	11%	54%	11%	-	-	11%	16%	8,56	20,80	S + T
SH-1-K2	-	43%	-	11%	54%	16%	-	-	16%	11%	12,80	13,78	S + T
SH-1-K3	-	43%	-	11%	54%	21%	-	-	21%	5%	17,12	6,89	S + T
SH-1-K4	-	43%	-	11%	54%	5%	-	-	5%	21%	4,24	27,69	S + T
SH-1-K5	-	49%	-	12%	61%	6%	-	-	6%	9%	4,96	11,96	S + T
SH-1-K6	-	54%	-	13%	67%	3%	-	-	3%	5%	2,64	6,50	S + T
SH-1-K7	-	58%	-	15%	73%	-	-	-	-	-	-	-	S + T
SH-2	6%	39%	-	10%	55%	13%	-	-	13%	16%	10,40	20,80	-
SV-1	-	42%	-	11%	53%	5%	-	-	5%	20%	4,24	26,00	S

Abkürzungen:

S: Sulfenamidbeschleuniger

T: Thiurambeschleuniger

-: nicht bekannt

Nomenklatur der Mischungsbezeichnung:



## 10.6 Charakteristische Kennwerte der verwendeten Füllstoffe

Für die Werte der DPB-Adsorption bzw. der N<sub>2</sub>-Oberfläche wurde die Spezifikation nach ASTM 1765-99 [2] zugrunde gelegt.

Für die spezifischen Füllstoffoberflächen der Ruße werden die Mittelwerte nach [79] angegeben.

Die Werte für die Kieselsäure beruhen auf den Angaben des Mischungsherstellers.

Die fett gedruckten Füllstoffe wurden in den Mischungen der Vulkanisate verwendet, die Gegenstand der experimentellen Untersuchungen und numerischen Simulationen dieser Arbeit sind.

Füllstoff	DBP	N <sub>2</sub> -	spez. Oberfläche		Mittel-	Teilchen-		Mittel-
	Absorp- tion	Adsorp- tion	in m <sup>2</sup> /g		wert	durchmesser		wert
	in 10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup> /kg	in m <sup>2</sup> /g			in m <sup>2</sup> /g	in nm		in nm
<b>Kieselsäure</b>	-	-	<b>110</b>	<b>150</b>	<b>130</b>	<b>30</b>	<b>40</b>	<b>35</b>
<b>Ruß</b>	N110	113	125	155	140	11	19	15
	<b>N220</b>	<b>114</b>	<b>110</b>	<b>140</b>	<b>125</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>22</b>
	<b>N234</b>	<b>125</b>	<b>110</b>	<b>140</b>	<b>125</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>22</b>
	<b>N339</b>	<b>120</b>	<b>70</b>	<b>90</b>	<b>80</b>	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>28</b>
	N351	120	80	100	90	26	30	28
	N550	121	36	52	44	40	48	44
	N660	90	26	42	34	49	60	54
	N762	65	17	33	25	61	100	80

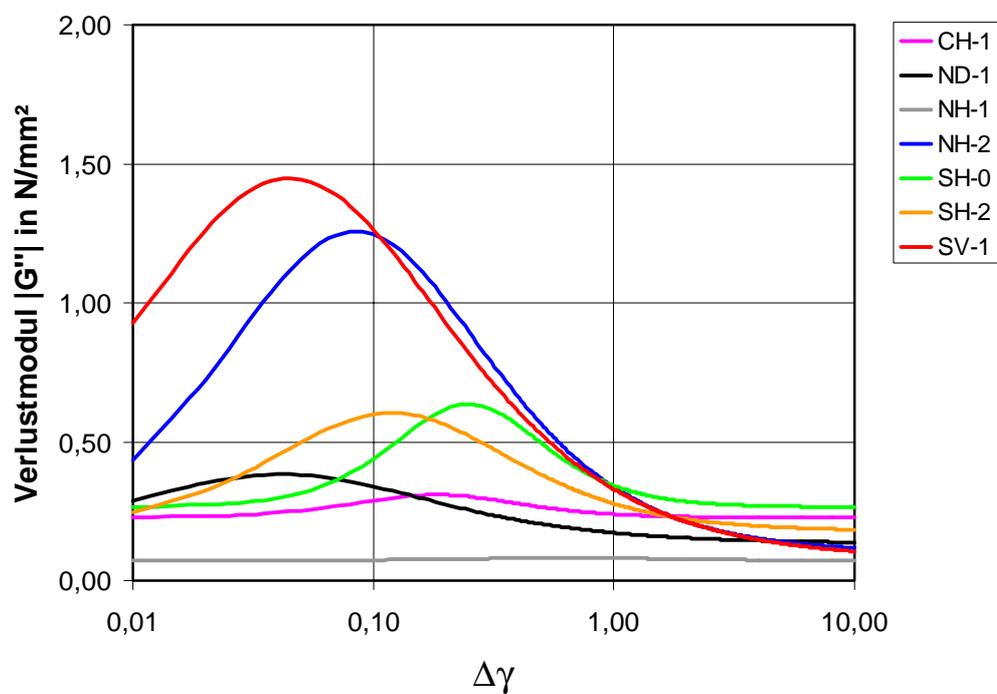
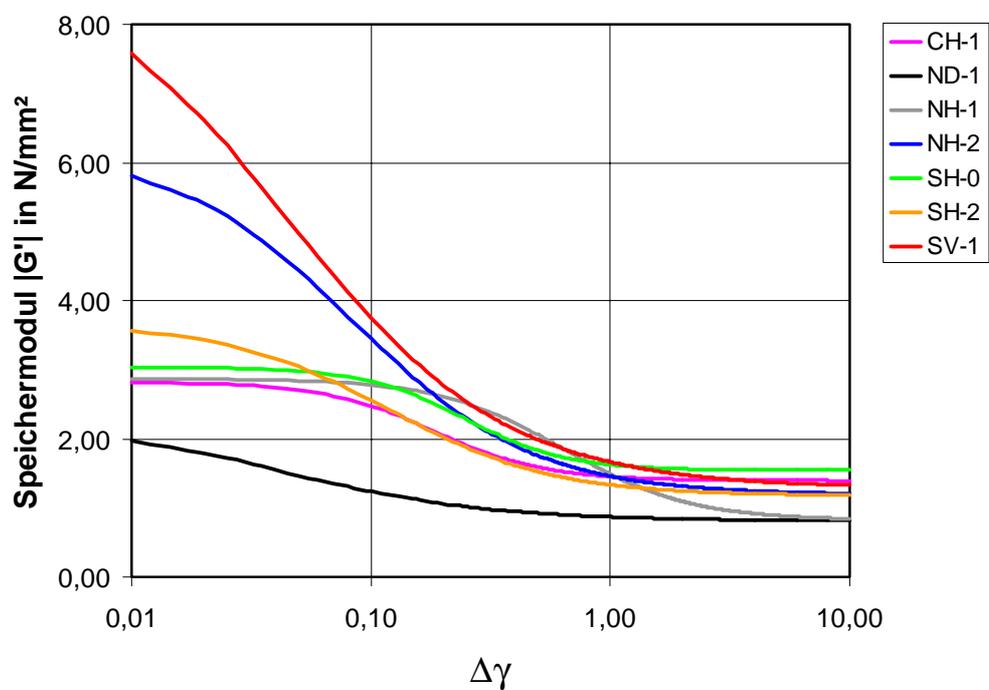
Alle Gewichtsangaben beziehen sich auf die Füllstoffmasse.

### 10.7 Parameter der Steifigkeits-Approximation der Versuche zur nichtlinearen dynamischen Steifigkeit der Elastomere

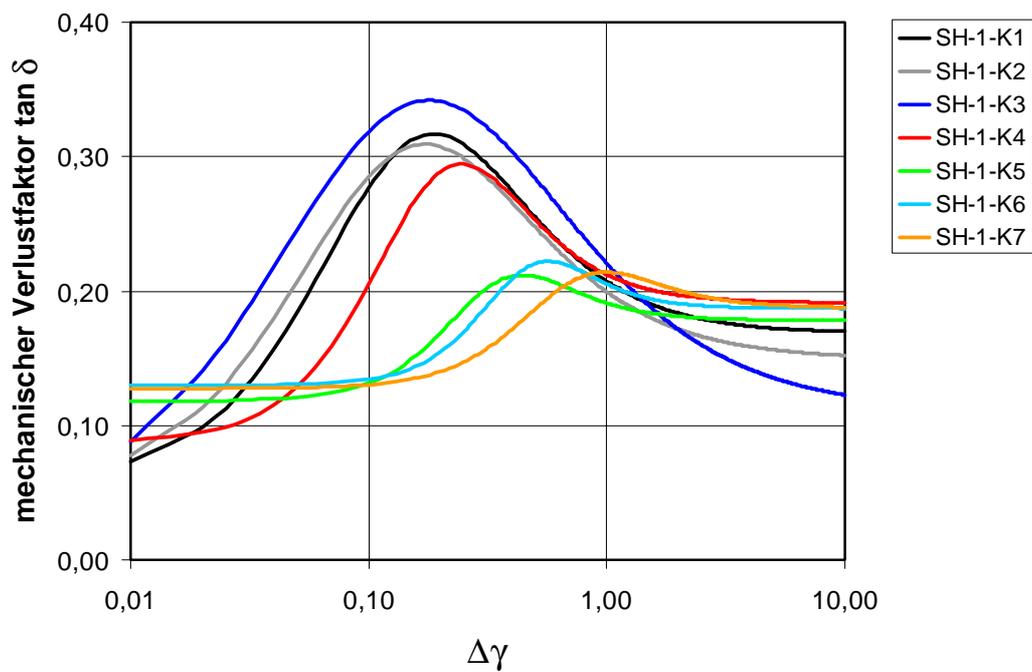
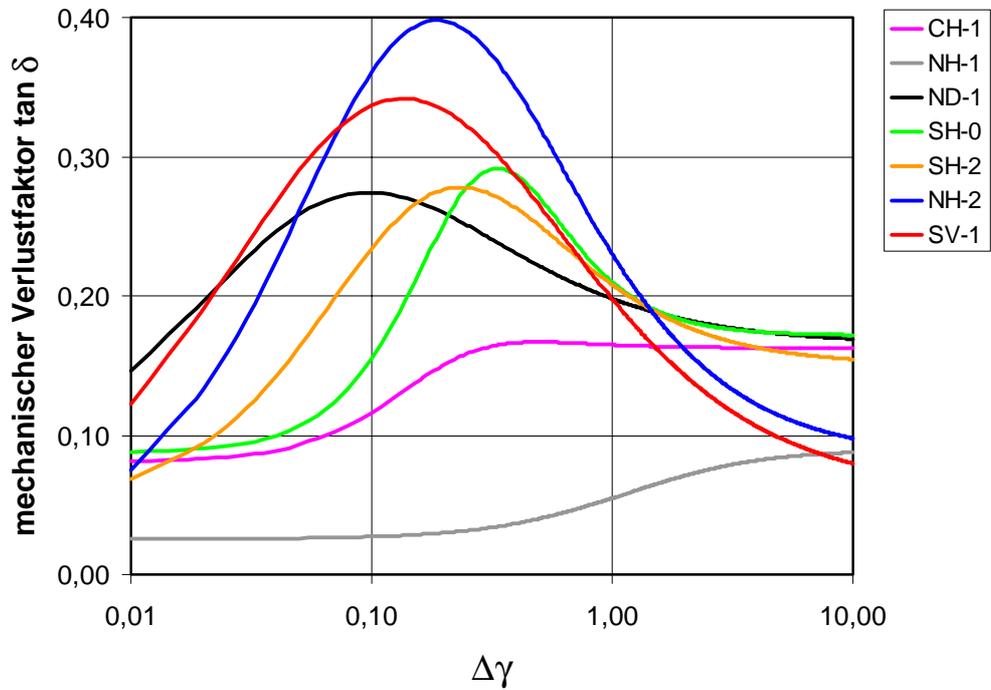
Modellparameter		CH-1	ND-1	NH-1	NH-2	SH-0	SH-2	SV-1
inkrementell	$G'_{st}$ in N/mm <sup>2</sup>	1,206	0,817	0,819	1,189	1,543	1,177	1,284
	$G'_l$ in N/mm <sup>2</sup>	1,623	1,454	2,050	5,020	1,492	2,490	7,794
dekrementell	$G''_{st}$ in N/mm <sup>2</sup>	0,203	0,134	0,073	0,100	0,265	0,177	0,075
	$G''_l$ in N/mm <sup>2</sup>	0,978	0,991	0,038	4,624	1,481	1,703	5,487
$c$		5,622	24,143	1,550	11,890	4,043	8,429	22,334
$r$		1,351	1,000	1,644	1,158	2,044	1,269	1,102

Modellparameter		SH-1-K1	SH-1-K2	SH-1-K3	SH-1-K4	SH-1-K5	SH-1-K6	SH-1-K7
inkrementell	$G'_{st}$ in N/mm <sup>2</sup>	1,422	1,334	1,335	1,180	0,699	0,496	0,320
	$G'_l$ in N/mm <sup>2</sup>	2,713	2,728	4,249	1,412	0,357	0,218	0,150
dekrementell	$G''_{st}$ in N/mm <sup>2</sup>	0,240	0,199	0,148	0,226	0,125	0,093	0,060
	$G''_l$ in N/mm <sup>2</sup>	2,240	2,219	3,545	1,170	0,218	0,150	0,086
$c$		9,151	10,666	12,478	5,972	3,050	2,253	1,432
$r$		1,504	1,319	1,082	1,953	2,388	2,716	2,243

**10.8** Approximierte Verläufe des Speicher- und Verlustmoduls für die Mischungen CH-1, ND-1, NH-1, NH-2, SH-0, SH-2 und SV-1



**10.9** Approximierte Verläufe des Verlustfaktors  $\tan \delta$  für die Mischungen CH-1, ND-1, NH-1, NH-2, SH-0, SH-2, SV-1 und die Mischungen SH-1-K1 bis -K7

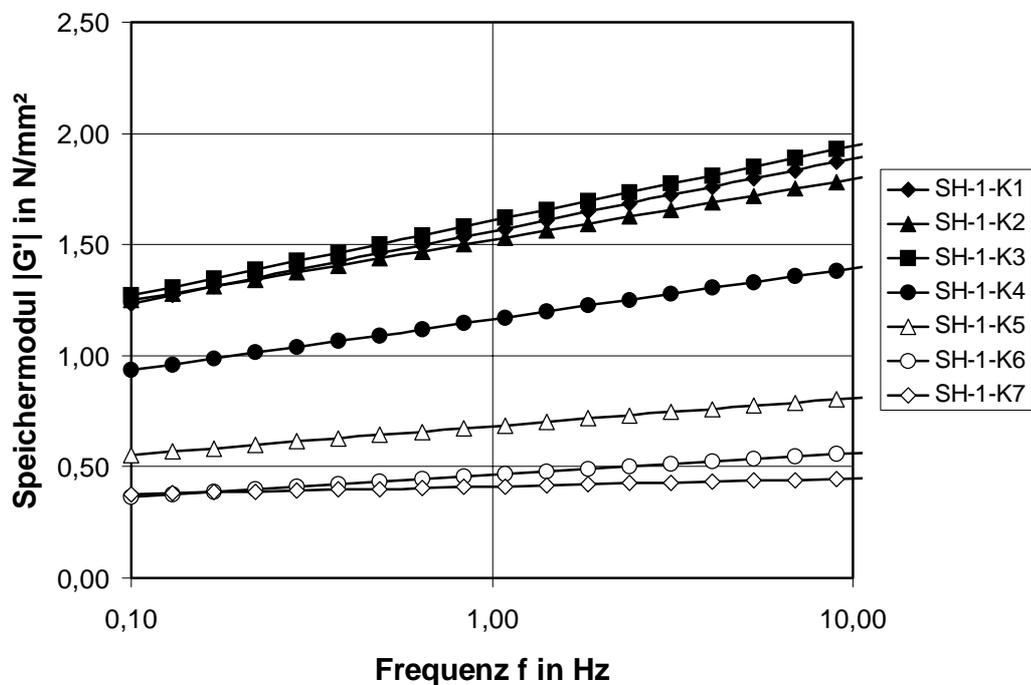


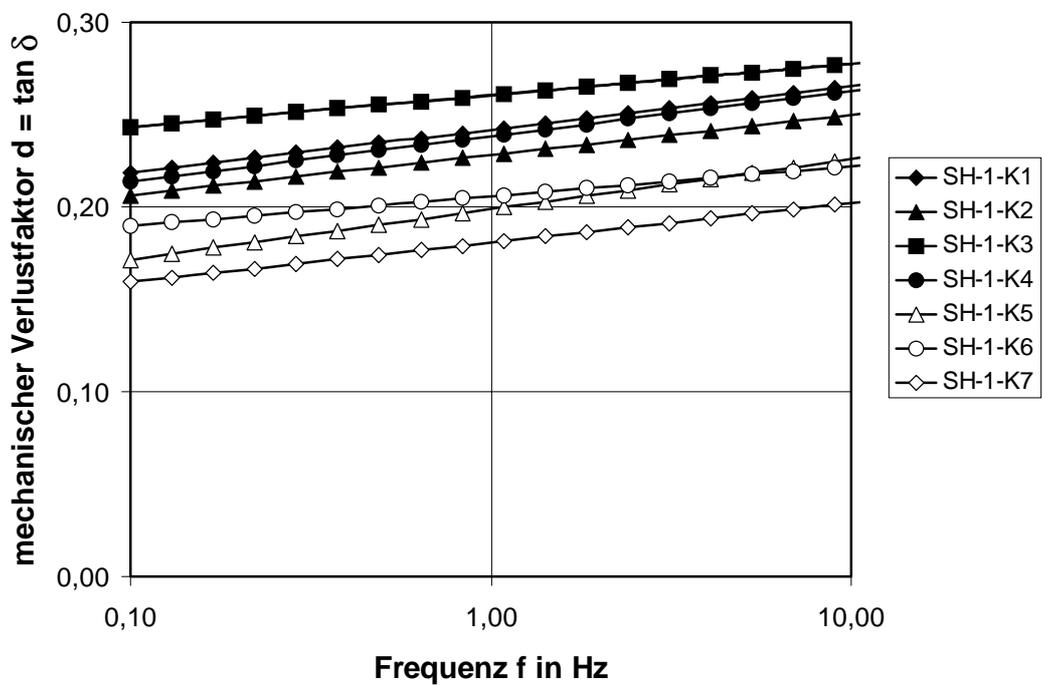
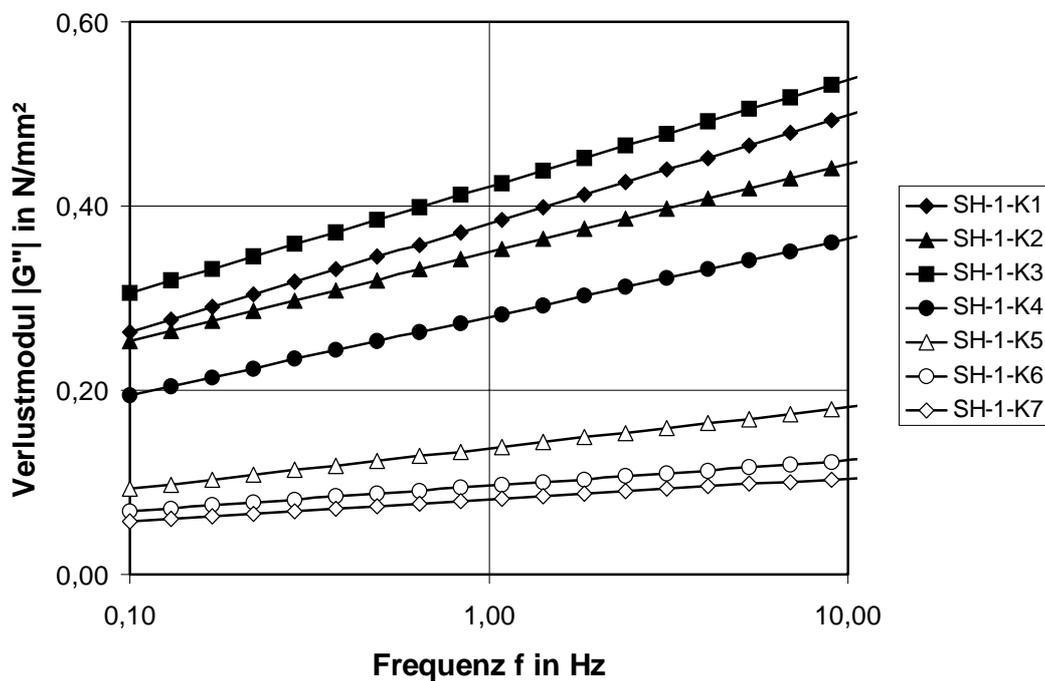
### 10.10 Approximationen des Frequenzverhaltens

Approximation	$G^*$		$G'$		$G''$		$\tan \delta$	
	$a$	$G^*(1\text{Hz})$	$a$	$G^*(1\text{Hz})$	$a$	$G^*(1\text{Hz})$	$a$	$G^*(1\text{Hz})$
SH-1-K1	0,1494	1,6067	0,1413	1,5606	0,0510	0,3810	0,0102	0,2419
SH-1-K2	0,1249	1,5618	0,1186	1,5220	0,0417	0,3496	0,0094	0,2281
SH-1-K3	0,1538	1,6607	0,1457	1,6063	0,0503	0,4210	0,0074	0,2605
SH-1-K4	0,1057	1,1974	0,0997	1,1641	0,0369	0,2796	0,0107	0,2383
SH-1-K5	0,0580	0,6963	0,0553	0,6826	0,0192	0,1370	0,0118	0,1987
SH-1-K6	0,0436	0,4738	0,0421	0,4639	0,0119	0,0961	0,0070	0,2058
SH-1-K7	0,0335	0,4529	0,0145	0,4126	0,0101	0,0811	0,0093	0,1808

Der Parameter  $a$  ist der Parameter der Approximationsfunktion für das Frequenzverhalten

$$|G^*(f)| = a \cdot \ln(f) + |G^*(f = 1 \text{ Hz})|$$





## LEBENS LAUF

---

### Persönliche Daten

Name: Markus Keller  
Geburt: 24. Juli 1968 in Münster / Westfalen  
Familienstand: ledig

### Schulbildung

1975 - 1979 Grundschule St. Michael in Ibbenbüren  
1979 - 1988 Johannes-Kepler-Gymnasium in Ibbenbüren  
06.06.1988 Allgemeine Hochschulreife

### Zivildienst

1988/09 - 1990/04 Individuelle Schwerstbehinderten Betreuung beim Deutschen Paritätischen Wohlfahrtsverband in Frankfurt

### Studium

1990/10 - 1997/04 Maschinenbaustudium an der Universität Hannover mit der Fachrichtung Konstruktion und Entwicklung  
Schwerpunkte: Fördertechnik und Messtechnik  
24.04.1997 Diplomprüfung

### Berufliche Tätigkeiten

1988 - 1996 Praktika vor und während des Studiums bei  
- Preussag AG Kohle in Ibbenbüren  
- ContiTech Transportbandsysteme GmbH in Northeim  
1991/10 - 1997/06 Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Fördertechnik der Universität Hannover  
1994/01 - 1995/11 Wissenschaftliche Hilfskraft am Heinz-Piest-Institut für Handwerkstechnik e.V. in Hannover  
seit 1997/07 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Fördertechnik der Universität Hannover