

**Spinaufgelöste Tunnelspektroskopie von  
Halbleiterheterostrukturen: Zeeman-Effekt  
und Phasenrelaxation**

Vom  
Fachbereich Physik der Universität Hannover  
zur Erlangung des Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften  
- Dr. rer. nat. -  
genehmigte Dissertation  
von

Dipl.-Phys. Peter Richard König  
geboren am 18. Juli 1966 in Freiburg im Breisgau

2000

Erstgutachter: Prof. Dr. R. J. Haug  
Zweitgutachter: Priv.-Doz. Dr. J. Wollschläger

Tag der Prüfung: 26.05.2000

**Schlagworte:** Resonantes Tunneln, Phasenrelaxation, Spinabhängige Zustandsdichte

**Keywords:** resonant tunneling, phase relaxation, spin dependent density of states

## Abstract

In this thesis the local density of states fluctuations in n-doped GaAs was examined by means of spin resolved tunneling spectroscopy.

All experiments presented herein were performed with resonant tunneling diodes manufactured from GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  double barrier heterostructures with highly doped leads and asymmetric tunneling barriers. Three such devices were available and are distinguished by their tunneling barrier asymmetry. Current-voltage characteristics were measured in the non-linear transport regime in the temperature range from 20 – 700 mK at magnetic fields up to 15 T. At the onset of tunneling a step like increase of current was observed which is due to single electron tunneling through impurity states lying in the well region of the resonant tunneling diodes.

Subsequently the first current plateau was examined. The step edge of this plateau showed shifting to higher energies and splitting with increasing magnetic field. The shift can be assigned to the additional confinement potential introduced by the magnetic field. The analysis of this so called diamagnetic shift resulted in an electronic radius of the zero dimensional level of about 10 nm, which corresponds to a hydrogen like impurity in GaAs. The splitting of the step edge increased linearly with magnetic field in one of the three samples and was identified as Zeeman splitting of the impurity level. From the measured data the g-factor was determined to  $|g_S| = 0.14$  which is in good agreement with theoretical calculations of quantum dots embedded in GaAs- $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  double barrier heterostructures. In one of the remaining samples no splitting could be observed and in the other the splitting was not linear and thus not being in agreement with the applied theoretical model. The measured data of the step edges and the numerically calculated conductance based on this data of all three samples was compared with the sequential tunneling model of a quantum dot taking into account spin dependence, coulomb blockade as well as temperature and magnetic field dependence. This model predicts a shift of the conductance peak associated with the first step edge to lower energies with increasing temperature. In the case of spin splitting in magnetic field the same theory predicts a shift of the second peak to higher energy with increasing temperature while the first peak remains at its position. Both phenomena can be explained by the influence of coulomb blockade. Only the current-voltage characteristics of the sample with linear increase of spin splitting showed the predicted behaviour and could be analyzed with regard to employed model. The behaviour of the two remaining samples was quite different and is interpreted in terms of a complicated configuration of impurities in the quantum well region of the double barrier heterostructure. Thus the following examinations were exclusively performed based on the data measured with the first sample.

Subsequently the impurity level was employed as a spin sensitive spectrometer to measure local density of states fluctuations of the n-doped leads of the resonant tunneling diode. It was shown that merely the lead close to the thicker barrier contributes to the fluctuations being observed. The origin of the fluctuations, which are emphasized in the conductance data, is the quantum interference of diffusive electron waves and is analyzed in this sense. The variance of the conductance fluctuations decreases with increasing transport voltage, which can be explained by phase relaxation of quasi-holes in the leads. These quasi-holes result from electrons leaving the leads and tunneling into the quantum dot. The energy dependent variance was examined in the magnetic field regime where Landau quantisation could not yet be observed. The resulting data was compared with two theoretical models: The pure Fermi liquid model and the Fermi liquid model modified by means of disorder. The analysis of the data showed agreement with the modified model, from which energy dependent phase relaxation rates and times could be extracted.

Landau quantisation at high magnetic field leads to regular structures of the voltage and magnetic field dependent current characteristics. These structures can be used to introduce a novel method to determine the effective g-factor in n-doped GaAs. Zeeman splitting of the density of states of the leads could be proved and the resulting g-factor could be determined to  $g^* = -0,35$ . This value is in good agreement with theoretical predictions as well as with experiments based on optical measurements. Finally the possibility of the examination of spin relaxation effects employing the introduced method is discussed.

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die spinaufgelöste Tunnelspektroskopie der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte in n-dotiertem GaAs behandelt.

Alle Experimente bedienten sich resonanter Tunnelnennen aus GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Doppelbarrieren-Heterostrukturen mit hochdotierten Zuleitungen und asymmetrischen Tunnelbarrieren. An den drei zur Verfügung stehenden resonanten Tunnelnennen, die sich durch die Barrierenasymmetrien voneinander unterscheiden, wurden Strom-Spannungs-Kennlinien im nicht-linearen Transportregime bei tiefen Temperaturen zwischen 20 – 700 mK und bei Magnetfeldern bis zu 15 T aufgenommen. Im Einsatzbereich der Tunnelkennlinien wurde ein stufenförmiges Ansteigen des Stromes beobachtet, was auf Einzel-Elektronen-Tunneln durch störstelleninduzierte nulldimensionale Zustände zurückzuführen ist.

Im weiteren Verlauf wurde sich auf die erste Stromstufe konzentriert, deren Stufenkante sich bei angelegtem Magnetfeld zu höheren Energien verschiebt und aufspaltet. Die Verschiebung ist auf das Einschlusspotenzial zurückzuführen, das durch das Magnetfeld zusätzlich zur geometrischen Einschränkung eingeführt wird. Die Analyse dieser diamagnetischen Verschiebung ergab einen elektronischen Radius des nulldimensionalen Zustandes von ca. 10 nm, was dem einer wasserstoffartigen Störstelle in GaAs entspricht. Die Aufspaltung der Stufenkante stieg bei einer der drei Proben linear mit dem Magnetfeld an und konnte als Spinaufspaltung des Störstellenniveaus identifiziert werden. Der aus den Messdaten bestimmte g-Faktor  $|g_S| = 0.14$  stimmt mit theoretischen Rechnungen von Quantenpunkten in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Doppelbarrieren-Heterostrukturen überein. Bei der einen der beiden übrigen Proben wurde keine Aufspaltung und bei der anderen eine deutlich nichtlineare Aufspaltung beobachtet, was mit den verwendeten Modellen nicht zu vergleichen war.

Die gemessenen Verläufe der Stufenkanten und die aus den Messdaten numerisch gebildeten Leitwerte aller drei Proben wurden weiterhin mit einem sequentiellen Tunnelmodell des Quantenpunktes verglichen, das Spinabhängigkeit, Coulombblockade sowie Temperatur- und Magnetfeldabhängigkeit berücksichtigt. Dieses Modell sagt ohne Magnetfeld bei steigender Temperatur eine Verschiebung des mit der Stromstufenkante assoziierten Leitwertpeaks zu niedrigeren Energien voraus. Im Falle der Spinaufspaltung im Magnetfeld wird eine Verschiebung des zweiten Leitwertpeaks mit steigender Temperatur zu höheren Energien vorausgesagt, wobei der erste Leitwertpeak seine Position beibehält. Beide Phänomene konnten auf die Coulombblockade zurückgeführt werden. Nur die Kennlinien der Probe, deren Stufenkante linear im Magnetfeld aufspaltete, entsprachen den Ergebnissen des Modells und liessen sich dahingehend analysieren. Die gemessenen Verläufe der beiden anderen Proben zeigten zum Teil deutliche Abweichungen vom Modell, was darauf zurückgeführt

---

wurde, dass es sich in diesen Proben um eine komplizierte Konfiguration von Störstellen im Quantentopfbereich der resonanten Tunnelndiode handeln könnte.

Für die weiteren Untersuchungen wurde ausschliesslich die mit dem sequentiellen Tunnelmodell übereinstimmende Probe verwendet.

Im folgenden wurde das Störstellenniveau als spinsensitives Spektrometer zur Vermessung der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte der n-dotierten Zuleitung der resonanten Tunnelndiode verwendet. Es wurde gezeigt, dass nur die zur dickeren Barriere benachbarte Zuleitung zu den beobachteten Fluktuationen auf der Stromstufe beiträgt, die die lokale Zustandsdichte dieser Zuleitung wiedergibt. Die Herkunft der Fluktuationen, die durch Bildung des numerischen Leitwertes hervorgehoben werden, konnte auf die Quanteninterferenz diffusiver Elektronenwellen zurückgeführt werden und wurde weiterhin in diesem Sinne analysiert.

Die Varianz der Leitwertfluktuation nimmt mit steigender Transportspannung ab, was mit der Phasenrelaxation von Quasilöchern in den Zuleitungen erklärt werden kann. Diese Quasilöcher entstehen durch aus den Zuleitungen in das Spektrometer tunnelnde Elektronen. Die energieabhängige Varianz der Leitwertfluktuation im Magnetfeldbereich, in dem Landauquantisierung nicht beobachtet wurde, wurde mit zwei theoretischen Modellen verglichen: Dem reinen Fermi-Flüssigkeitsmodell und dem bezüglich Unordnung modifizierten Fermi-Flüssigkeitsmodell. Die aus den Messdaten bestimmten energieabhängigen Relaxationsraten und Phasenrelaxationszeiten stimmen mit den Vorhersagen des modifizierten Modells überein und lassen sich nicht im Bild der reinen Fermiflüssigkeit interpretieren. In Übereinstimmung mit temperaturabhängigen Messungen konnte der Verlauf der Messdaten bei Energien im Bereich der Fermienergie als Sättigung der Phasenrelaxationszeit interpretiert werden.

Aufgrund der Landauquantisierung bei hohen Magnetfeldern bilden sich auf den spannungs- und magnetfeldabhängigen Kennlinienfeldern des Stromes regelmässige Strukturen. Diese Strukturen wurden als Grundlage für eine neue Methode der Bestimmung des effektiven g-Faktors in n-dotiertem GaAs genutzt. Es konnte die Zeeman-Aufspaltung der Zustandsdichte der Zuleitung nachgewiesen werden und der damit in Verbindung stehende g-Faktor zu  $g^* = -0,35$  bestimmt werden. Die vorgestellte Methode lieferte ebenfalls das Vorzeichen des Spektrometer g-Faktors, der sich zu  $g_S = -0,14$  ergab. Der ermittelte Wert von  $g^*$  stimmt sowohl mit theoretischen Vorhersagen als auch mit den Ergebnissen von Experimenten, die sich optischer Methoden bedienen, überein. Das besondere an der Methode ist die Bestimmung des g-Faktors in einem Gleichspannungs-Transportexperiment. Schliesslich wurde die Möglichkeit der Untersuchung von Spinrelaxationseffekten unter

Anwendung dieser Methode diskutiert.

Die im Rahmen dieser Arbeit erhaltenen Ergebnisse eröffnen einige Perspektiven für weitere Untersuchungen.

Eine systematische Untersuchung weiterer resonanter Tunnelioden mit störstelleninduzierten nulldimensionalen Störstellen in der Quantentopregion könnte die Kennlinienfelder der Proben erklären, die nicht im vorgestellten sequentiellen Tunnelmodell interpretiert werden konnten. In diesem Zusammenhang lässt sich auch das Modell erweitern, indem die Magnetfeldabhängigkeit der Zuleitungszustände und der Transmissionskoeffizienten der Tunnelbarrieren berücksichtigt werden. Die gemessenen Breiten der Leitwertpeaks sind zwar im Vergleich zu früheren Messungen deutlich kleiner, aber immer noch nicht mit den theoretischen Erwartungen im Einklang. Eine Variation der geätzten Säulendurchmesser könnte weitere Einsichten vermitteln, da sich damit überprüfen liesse, ob geometrieabhängige Streuprozesse im Emitter oder auch in der Quantentopregion zu den gemessenen Breiten beitragen.

Schmalere Leitwertpeaks führen zu einer höheren Spektrometerauflösung für die Tunnelspektroskopie. Die in anderen Experimenten beobachtete Sättigung der Phasenrelaxationszeit könnte damit überprüft werden und zwar im Unterschied zu diesen Experimenten in energie- und nicht in temperaturabhängigen Messungen.

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Bestimmung des effektiven  $g$ -Faktors in einem dotierten Volumenhalbleiter sollte um die Magnetfeldabhängigkeit der beteiligten Parameter erweitert werden. Damit lässt sich dann genauer abschätzen, ob sich diese Methode auch zur Untersuchung der Spinrelaxation in den genannten Systemen eignet. Darüberhinaus sollte die Methode auf andere Materialsysteme als GaAs angewendet werden und überprüft werden, ob sie auch im extremen Quantenlimit von sehr hohen Magnetfeldern noch anwendbar ist.

# Inhaltsverzeichnis

Abstract	iv
Zusammenfassung	vi
Symbolverzeichnis	xi
<b>1 Einleitung und Gliederung der Arbeit</b>	<b>1</b>
<b>2 Resonante Tunnelioden</b>	<b>5</b>
2.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	5
2.1.1 Das Prinzip . . . . .	5
2.1.2 Kohärentes Tunneln . . . . .	8
2.1.3 Sequentielles Tunneln . . . . .	10
2.2 Herstellung und Messaufbau . . . . .	10
2.2.1 Probenherstellung . . . . .	10
2.2.2 Messaufbau . . . . .	13
2.3 Experimentelle Ergebnisse . . . . .	16
<b>3 Tunneln durch nulldimensionale Zustände</b>	<b>19</b>
3.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	19
3.1.1 Quantenpunkte . . . . .	20
3.1.2 Störstellenzustände . . . . .	22
3.1.3 Einzel-Elektronen-Tunneln . . . . .	24
3.1.4 Magnetfeld . . . . .	33
3.1.4.1 Diamagnetische Verschiebung . . . . .	33
3.1.4.2 Spinaufspaltung . . . . .	35
3.2 Experimentelle Ergebnisse . . . . .	41
3.2.1 Temperaturabhängigkeit . . . . .	42
3.2.2 Magnetfeldabhängigkeit . . . . .	48
3.2.3 Zusammenfassung . . . . .	57
<b>4 Tunnelspektroskopie der Lokalen Zustandsdichte</b>	<b>59</b>
4.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	59
4.1.1 Quanteninterferenz im Festkörper . . . . .	60

4.1.2	Phasenrelaxation . . . . .	68
4.2	Experimentelle Ergebnisse . . . . .	72
4.2.1	Niedrige Magnetfelder-Phasenrelaxation . . . . .	72
4.2.2	Hohe Magnetfelder-Spinabhängigkeit . . . . .	85
<b>A</b>	<b>Der Energie-Konversionsfaktor <math>\alpha</math></b>	<b>105</b>
<b>B</b>	<b>Temperaturabhängigkeit des Leitwertpeaks</b>	<b>109</b>
<b>C</b>	<b>Kennlinien der Proben 6097/7/1 und 6098/14/16</b>	<b>113</b>
C.1	Probe 6097/7/1 . . . . .	113
C.1.1	Temperaturabhängigkeit . . . . .	114
C.1.2	Magnetfeldabhängigkeit . . . . .	115
C.2	Probe 6098/14/16 . . . . .	117
C.2.1	Temperaturabhängigkeit . . . . .	118
C.2.2	Magnetfeldabhängigkeit . . . . .	120
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>123</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>125</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>135</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>137</b>

# Symbolverzeichnis

$0D$	Nulldimensional
$1D$	Eindimensional
$2D$	Zweidimensional
$3D$	Dreidimensional
$a_0$	Bohrradius eines Wasserstoffatoms
$A$	Elektromagnetisches Vektorpotenzial
$\alpha$	Energie-Konversionsfaktor
$\langle I \rangle_{P,A}$	Mittlerer Plateaustrom in Aufladungsrichtung
$\langle I \rangle_P$	Mittlerer Plateaustrom
$\langle I \rangle_{P,N}$	Mittlerer Plateaustrom in Nicht-Aufladungsrichtung
$b_B$	Dicke der unteren AlGaAs-Schicht der Heterostrukturen
$\beta$	$k_B T$
$B$	Magnetische Feldstärke
$B_C$	Korrelationsmagnetfeld
$D$	Diffusionskonstante
$D_{x,y,z}$	Komponenten des Diffusionstensors
$DBS$	Doppelbarrierenstruktur
$\Delta$	Mittlerer Niveauabstand
$\Delta E_S$	Zeeman-Aufspaltung des Störstellenniveaus
$\Delta E$	Volle Halbwertsbreite des Quantentopfniveaus
$\Delta E$	Zeeman-Aufspaltung der Emitterzustandsdichte
$\Delta U_0$	Spannungsdifferenz zwischen zwei Leitwertpeaks
$\Delta U_{FWHM}$	Volle Halbwertsbreite eines Leitwertpeaks
$\langle \delta G^2 \rangle$	Leitwertvarianz
$d_{kl}$	Klassischer Quantenpunktdurchmesser
$E_0$	Grundzustandsenergie des Quantentopfes
$E_C$	Energie der Leitungsbandkante
$E_{D_0}$	Grundzustandsenergie eines Dotieratoms
$E_{D^-}$	Energie eines einfach geladenen Dotieratoms
$e$	Elementarladung
$E$	Energie
$E^\beta$	LDOSF-Resonanzenergie
$E_F$	Fermienergie

---

$E_L$	Landau-Subband-Energie
$E_{n,l}$	Energieniveau mit Haupt- und Impulsquantenzahlen
$\epsilon$	Energie bzgl. Fermikante
$\epsilon_r$	Relative Dielektrizitätskonstante in GaAs
$E_{QT}$	Quantentopfenergie bzgl. Leitungsbandkante im Emitter
$E_r$	Quantentopfenergie bzgl. Quantentopfboden
$E_z$	z-Anteil der Elektronenenergie im Emitter
$f$	Fermiverteilung
$f_L$	Fermiverteilung im linken Reservoir
$f_R$	Fermiverteilung im rechten Reservoir
$\Gamma$	Spektrometerbreite
$\Gamma_1$	Tunnelrate für das Besetzen des Quantenpunktes
$\Gamma_2$	Tunnelrate für das Verlassen des Quantenpunktes
$\Gamma_C$	Tunnelrate der Kollektorbarriere
$\Gamma_E$	Tunnelrate der Emitterbarriere
$\gamma_{ a\rangle\rightarrow b\rangle}$	Übergangsrate von $ a\rangle$ nach $ b\rangle$
$\Gamma_L$	Tunnelrate der linken Tunnelbarriere
$\Gamma_\phi$	Streurrate
$\Gamma_R$	Tunnelrate der rechten Tunnelbarriere
$\gamma$	Phasenrelaxationsrate
$\gamma_S$	Phasenrelaxationsrate im modifizierten Fermi-Flüssigkeitsbild
$\gamma_L$	Phasenrelaxationsrate im Fermi-Flüssigkeitsbild
$G$	Differenzieller Leitwert
$g(\xi), g(L_\Gamma)$	Dimensionsloser Leitwert
$g^*$	Effektiver g-Faktor
$g$	g-Faktor
$G_{max}$	Maximaler differenzieller Leitwert
$\hbar$	Plancksches Wirkungsquantum
$H$	Hamiltonoperator
$H_{\parallel}$	Hamiltonoperator parallel zum Transport
$i$	Imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
$I$	Transportstrom
$j$	Stromdichte
$\kappa$	Stufenhöhenverhältnis
$k_B$	Boltzmannkonstante
$k_F$	Betrag des Wellenvektors an der Fermienergie
$k_{\parallel}$	Betrag des Wellenvektors parallel zur Transportrichtung
$k_{\perp}$	Betrag des Wellenvektors senkrecht zur Transportrichtung
$k$	Wellenvektor
$k_z$	Wellenvektor in Wachstumsrichtung der Heterostruktur
$L$	makroskopische Strukturabmessung
$L_\Gamma$	<i>Reichweite</i> des Spektrometers
$l$	elastische freie Weglänge

---

$l_B$	Magnetische Länge
$l_F$	Fermiwellenlänge
$m^*$	Effektive Elektronenmasse
$m$	Elektronenmasse
$\mu_B$	Bohrsches Magneton
$\mu_C^{ch}$	Chemisches Potenzial des Kollektors
$\mu_E^{ch}$	Chemisches Potenzial des Emitters
$\mu_L$	Chemisches Potenzial im linken Reservoir
$\mu_R$	Chemisches Potenzial im rechten Reservoir
$\nabla$	Nablaoperator
$n$	Radialquantenzahl
$\nu$	Zustandsdichte
$\nu_L$	Zustandsdichte im linken Elektronenreservoir
$\nu_R$	Zustandsdichte im rechten Elektronenreservoir
$\nu_{\uparrow,\downarrow}$	Spinabhängige Zustandsdichte
$\omega_0$	Kreisfrequenz des Grundzustandes eines Quantenpunktes
$\omega_C$	Zyklotronfrequenz
$P_{ i\rangle}$	Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustandes $ i\rangle$
$p_{\parallel}$	Impuls parallel zum Transport
$\phi_0$	Magnetisches Flussquantum
$\Psi_{\epsilon}(r)$	Orts- und energieabhängige Einzelelektronen-Wellenfunktion
$\Psi(r)$	Ortsabhängige Einzelelektronen-Wellenfunktion
$q_{TF}$	Thomas-Fermi-Abschirmwellenvektor
$r_{D_0}$	Bohrradius eines Dotieratoms
$R^*$	Effektive Rydbergenergie in GaAs
$R$	Rydbergenergie eines Wasserstoffatoms
$\tau$	elastische Streuzeit
$\tau$	Aufenthaltsdauer der Elektronen im Quantentopf
$\tau_{\phi}$	Inelastische Streuzeit, Phasenrelaxationszeit
$T_C$	Transmissionswahrscheinlichkeit durch die Kollektorbarriere
$T(E)$	Energieabhängige Transmissionswahrscheinlichkeit
$T_E$	Transmissionswahrscheinlichkeit durch die Emitterbarriere
$T$	Temperatur
$U_1$	Spannungsposition des ersten Leitwertpeaks
$U_2$	Spannungsposition des zweiten Leitwertpeaks
$U_{\epsilon}$	Der Quantentopfenergie $\epsilon$ entsprechende Spannung
$U_G$	Spannung an Steuerelektrode
$U_L(z)$	Lateraler Anteil des Einschlusspotenzials
$U_M$	Spannung am Strommaximum des resonanten Tunnelns
$U_{Offset}$	Spannungsäquivalent des Störstellenniveaus bzgl. des 2D-Subbandes
$U_P$	Spannungsposition des Leitwertpeaks
$U(r)$	Einschlusspotenzial
$U_S$	Einsatzspannung des resonanten Tunnelns

$U$	Transportspannung
$U_T(x, y)$	Transversaler Anteil des Einschlusspotenzials
$V_\Gamma$	Spektrometerbreite als Spannung
$v_F$	Fermigeschwindigkeit
$v_z$	Geschwindigkeit der Emittierelektronen in z-Richtung
$\xi$	mikroskopische Längenskala im Thouless-Bild
$\xi_0$	Abmessung eines <i>Urwürfels</i>

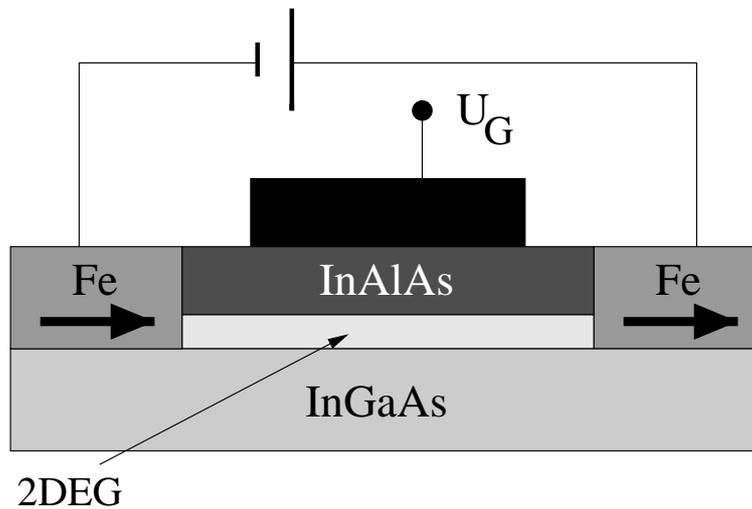
# Kapitel 1

## Einleitung und Gliederung der Arbeit

Die Miniaturisierung und die Integrationsdichte von Halbleiterbauelementen haben in den letzten Jahrzehnten beständig zugenommen und sind die Hauptursachen des allgegenwärtigen technischen Fortschritts, der sich vor allem in der wachsenden *Computerisierung* unserer Welt niederschlägt. Marktmechanismen, aber auch die Aussicht auf bisher ungeahnte Möglichkeiten im Bereich der numerischen Datenverarbeitung und die der Wissenschaft innewohnende Neugier, treiben die Entwicklungsabteilungen der Halbleiterindustrie und die der Grundlagenforschung dienenden Institute zu immer neuen Innovationen, die die physikalischen Grenzen der konventionellen Halbleitertechnologie aufzeigen [1]. Konsequenter Einsatz moderner Verfahren ermöglicht die Herstellung von Bauelementen solch kleiner Abmessungen, dass quantenmechanische Phänomene eine bedeutende Rolle spielen und die klassische Funktionsweise der bekannten Bauelemente, wie z.B. von Transistoren, beeinträchtigt wird. Andererseits öffnet der gezielte Einsatz der Quantenmechanik die Tür zu völlig neuen, sogenannten mesoskopischen, Bauelementprinzipien, von denen das Einzel-Elektronen-Tunneln und die Leitwertquantisierung [2–4] genannt seien.

Erste technische Anwendungen mesoskopischer Bauteilprinzipien in der Metrologie wie der Einsatz des Quanten-Hall-Effekts zur Bereitstellung des Widerstandsnormals [5, 6] sind bereits umgesetzt oder wie das Prinzip des Einzel-Elektronen-Tunnels zur Bereitstellung eines Kapazitätsnormals [7] stehen kurz vor der Umsetzung. Eine zusätzliche Erweiterung der konventionellen Elektronik, die auf der elektrischen Ladung des Elektrons basiert, bietet die Berücksichtigung einer anderen bemerkenswerten Eigenschaft des Elektrons, nämlich seines Spins! Die Verknüpfung dieser beiden Eigenschaften des Elektrons zur *Spintronik* ist seit einigen Jahren Gegenstand einer grossen Reihe von Überlegungen und Untersuchungen [8–11]. In der Tat findet man in Magnetfeldsensoren und Lesköpfen magnetischer Festplatten das Phänomen

des *riesigen Magnetowiderstandes* (GMR<sup>1</sup>) technisch realisiert [10]. Auf grossen Forschungsbedarf hingegen stösst noch die Idee des 1990 von Datta und Das [12] vorgeschlagenen Spin-Feldeffekttransistors, dessen Prinzip in Abb. 1.1 skizziert ist. Die Injektion von spinpolarisierten Elektronen



**Abbildung 1.1:** Prinzip des Spin-Feldeffekttransistors nach Datta und Das [12]. Spinpolarisierte Elektronen werden im ferromagnetischen Emitter erzeugt, in den Transportkanal injiziert und im ferromagnetischen Kollektor detektiert. Die Polarisation der Spins kann während des Transports durch den aus einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) bestehenden Kanal durch die Steuerspannung  $U_G$  kontrolliert werden.

in Halbleitermaterial [13, 14], der phasenkohärente Transport von Spins durch GaAs [15], die Beeinflussung der Spin-Bahn-Kopplung und damit der Phasenkohärenz in einem 2DEG durch eine Steuerelektrode [16] und optische Methoden [17] sowie die Detektion spinpolarisierter Elektronen in Quantentöpfen [18] wurden zwar einzeln bereits prinzipiell realisiert, sind aber noch weit von einer technologischen Umsetzung entfernt. Darüberhinaus konnten die einzelnen Komponenten bisher nicht zu einem einzigen Aufbau zusammengefügt werden.

Neben der gezielten Manipulation des Elektronenspins sind zur Verwirklichung des vielfach zitierten *Quantencomputers* [19, 20] genaue Kenntnisse von Phasenrelaxationsprozessen nötig. Die Funktionsweise dieser bisher nur in Gedankenexperimenten existierenden Rechner basiert nämlich auf der Präparation und zeitlich kohärenten Überlagerung quantenmechanischer Zustände.

Die vorliegende Doktorarbeit beschäftigt sich sowohl mit der Untersuchung der Phasenrelaxation als auch mit den spinabhängigen Eigenschaften in einem

<sup>1</sup>engl. **G**iant **M**agneto **R**esistance

---

Halbleiter, der in diesem Falle das binäre Materialsystem Galliumarsenid (GaAs) ist. GaAs ist für die Modellierung quantenmechanischer Systeme sehr interessant. Es kann in seiner Eigenschaft als Halbleiter dotiert werden, und darüber hinaus sind die Gitterkonstanten von GaAs und z.B. dem tertiären Halbleitermaterial Aluminium-Galliumarsenid (AlGaAs) sehr ähnlich, wobei gleichzeitig die Bandlücken sehr unterschiedlich sind. Dies macht es möglich, die beiden Materialsysteme epitaktisch aufeinander aufzuwachsen und auf diese Weise Tunnelbarrieren und Quantentöpfe zu erzeugen. Die so erhaltenen Systeme werden als Halbleiterheterostrukturen bezeichnet. Eine besondere Bauform einer solchen Heterostruktur ist die erstmals von Chang, Tsu und Esaki [21] realisierte *resonante Tunneldiode*, die auch in dieser Arbeit verwendet wird. Es wird gezeigt, dass es möglich ist, mit dieser Struktur in niedrigen Magnetfeldern Phasenrelaxationsprozesse zu vermessen und in hohen Magnetfeldern spinaufgelöste Tunnelspektroskopie an n-dotiertem GaAs zu betreiben und sich die Ergebnisse mit theoretischen Vorhersagen vergleichen lassen.

Im Einzelnen gliedert sich die Arbeit wie folgt:

Kapitel 2 führt in die Physik des resonanten Tunnelns ein, das die Grundlage des eingesetzten Spektroskopieverfahrens ist. Es wird das Herstellungsverfahren einer resonanten Tunneldiode und der zur Aufnahme von Strom-Spannungskennlinien verwendete Messaufbau vorgestellt, mit dem alle Experimente in dieser Arbeit durchgeführt wurden. Messungen, die an den drei zur Verfügung stehenden Proben durchgeführt wurden, werden diskutiert und mit den theoretischen Erwartungen verglichen.

In Kapitel 3 wird gezeigt, dass Störstellenniveaus in der Quantentopregion der verwendeten resonanten Tunnelnioden nulldimensionale (0D-) Zustände bilden, durch die Einzel-Elektronen-Tunneln beobachtet werden kann. Ein solcher 0D-Zustand stellt zusammen mit den Tunnelbarrieren das bereits erwähnte Spektrometer zur Untersuchung des n-dotierten GaAs dar, das in Form der Zuleitungen der resonanten Tunnelstruktur gegeben ist. Es wird ein theoretisches Modell des Tunnelns durch 0D-Zustände vorgestellt, das sowohl den Spin der Elektronen und die Coulombblockade als auch die Temperatur- und Magnetfeldabhängigkeit der gemessenen Kennlinien berücksichtigt. Es wird eine Probe für die weiteren Experimente ausgewählt.

In Kapitel 4 wird der Einsatz der in Kapitel 3 charakterisierten Probe zur Untersuchung der Phasenrelaxation und der spinabhängigen Zustandsdichte beschrieben. Es wird zunächst ein theoretisches Modell vorgestellt, das diffusive Prozesse in ungeordneten Leitern beschreibt und sich auf das n-dotierte GaAs der Zuleitungen anwenden lässt. Der Zusammenhang zwischen

den gemessenen Kennlinien und diffusiven elektronischen Wellenfunktionen wird mit Hilfe dieses Modelles hergeleitet und schliesslich werden die Niedermagnetfeld-Messergebnisse mit den theoretischen Vorhersagen zur Phasenrelaxation verglichen. Im weiteren Verlauf wird eine Methode vorgestellt, die spinaufgelöste Messungen im hohen Magnetfeld, wo Landauquantisierung beobachtet wird, zur Bestimmung des effektiven  $g$ -Faktors in GaAs nutzt. Auch hier werden die Ergebnisse mit theoretischen Berechnungen aber auch mit einem anderen Experiment verglichen. Die vorgestellte Methode wird im Bezug auf ihren Einsatz zur Untersuchung von Spinrelaxationsprozessen diskutiert.

Kapitel 5 schliesslich fasst die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf die Möglichkeiten zukünftiger Arbeiten, die sich der vorgestellten Methoden bedienen könnten.

# Kapitel 2

## Resonante Tunneldioden

*Das vorliegende Kapitel erläutert die allgemeinen Prinzipien des resonanten Tunnelns. Es legt sowohl die experimentellen als auch die theoretischen Grundlagen zum Verständnis der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen, die sich alle einer resonanten Tunneldiode bedienen. Zu diesem Zwecke werden zunächst die theoretischen Prinzipien dargelegt, um dann mit der Vorstellung des Verfahrens zur Herstellung von resonanten Tunneldioden fortzufahren. Die Beschreibung des Messaufbaus komplettiert zusammen mit der Präsentation von Messergebnissen und deren Interpretation dieses Kapitel.*

### 2.1 Theoretische Grundlagen

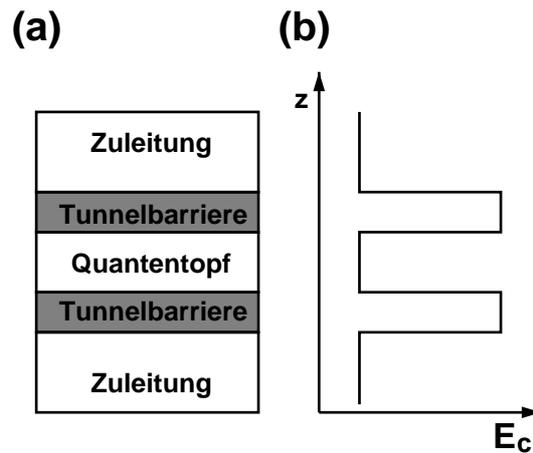
#### 2.1.1 Das Prinzip

Dieser Abschnitt führt in die Grundlagen der Physik des resonanten Tunnelns durch eine Doppelbarrierenstruktur (DBS) ein. 1974 wurde zum erstenmal eine solche Struktur experimentell von Chang, Tsu und Esaki [21] realisiert. Sie basiert auf einer MBE<sup>1</sup>-gewachsenen Halbleiterheterostruktur, die aus einer undotierten Doppelbarrierenregion besteht, die sich wiederum zwischen zwei hochdotierten Zuleitungen befindet (Abb. 2.1). Als Materialsystem wird  $GaAs$ - $Al_xGa_{1-x}As$  verwendet, das quasi verspannungsfrei aufeinander aufwächst und das sich aufgrund seiner unterschiedlichen Bandlücken ( $GaAs$  bei ca. 1.52 eV [22] und  $Al_xGa_{1-x}As$  ca. 1.76 eV für  $x = 0.3$  [23], jeweils bei  $T = 0$  K) hervorragend zur Erzeugung der Tunnelbarrieren eignet. Der  $GaAs$ -Film zwischen den beiden Tunnelbarrieren stellt einen Quantentopf dar, wenn der Abstand zwischen den Barrieren in der Größenordnung der Fermiwellenlänge der Zuleitungselektronen ist (typischerweise ca. 5 – 10 nm). Die Bewegung eines Elektrons, das sich in diesem Bereich befindet, ist in Wachs-

---

<sup>1</sup>engl.: MBE = Molecular Beam Epitaxy

tumsrichtung, im weiteren als  $z$ -Richtung bezeichnet, stark eingeschränkt und führt zu einer Quantisierung seiner Energiezustände in dieser Richtung. Die Bewegung in der Ebene senkrecht zur  $z$ -Richtung ist klassisch, solange der Durchmesser der Struktur ausreichend gross ist (typischerweise  $\geq 1 \mu\text{m}$ ). Man spricht daher von zweidimensionalen (2D) Subbändern, die sich im Bereich zwischen den Barrieren bilden.



**Abbildung 2.1:** (a) Schema einer resonanten Tunneldiode: Die Doppelbarrierenregion wird von Zuleitungen eingeschlossen. (b) Leitungsbandkantenverlauf, der durch Verwendung unterschiedlicher Materialien für Barrierenregion ( $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ), Zuleitungen und Quantentopfregion (jeweils  $\text{GaAs}$ ) realisiert wird.

Die ideale Strom-Spannungs (IU)-Kennlinie, wie in Abb. 2.2 dargestellt, lässt sich verstehen, wenn man die Energieprofile im linken Teil der Abbildung betrachtet. Die folgenden Erklärungen beziehen sich auf  $T = 0 \text{ K}$ .

Im Fall (a) liegt keine Spannung an der Struktur an, das energetisch am tiefsten liegende 2D-Subband bei der Energie  $E_0$  bezüglich der Leitungsbandkante liegt oberhalb des elektrochemischen Potentials des Emitters  $\mu_E^{ch}$  und damit nicht in Resonanz mit elektronischen Zuständen in den Zuleitungen. Aufgrund der Energieerhaltung ist kein Tunneln möglich, es fließt kein Strom. Überschreitet die angelegte Spannung  $U$  die Schwellenspannung

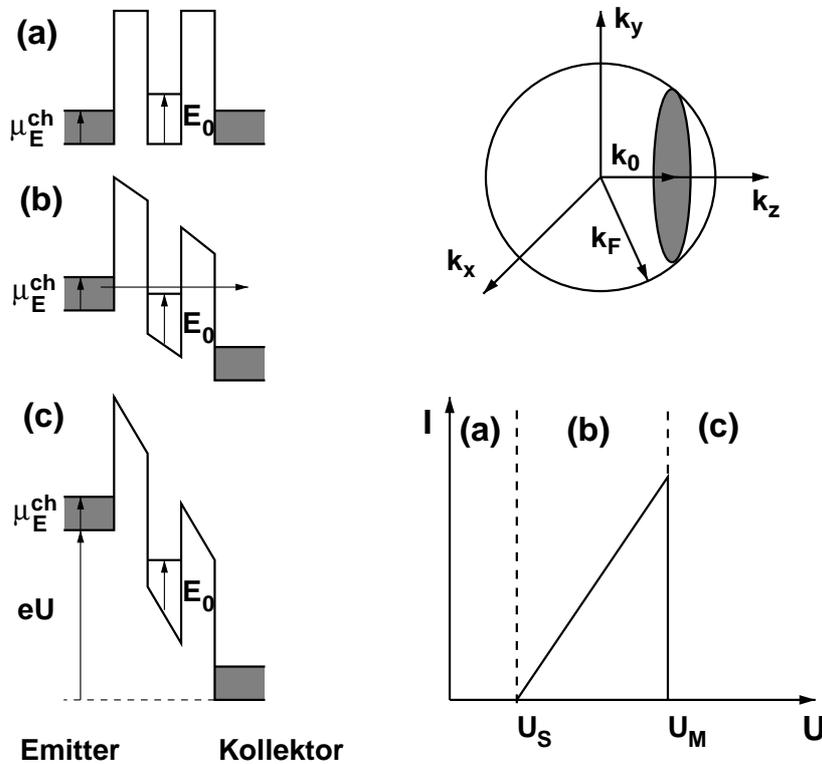
$$U_S = (E_0 - \mu_E^{ch})/e\alpha, \quad (2.1)$$

so wird die gesamte Bandstruktur derart verkippt, dass das 2D-Subband unter das Fermi-niveau des Emitters sinkt. Der Faktor  $\alpha \approx 0.5$  in Gl. 2.1 wird als Spannungs-Energie-Konversionsfaktor bezeichnet und berücksichtigt die Tatsache, dass jeweils etwa die Hälfte der angelegten Spannung über den

zunächst als symmetrisch angenommenen Tunnelbarrieren abfällt. Solange das Subband in Resonanz mit Energiezuständen im Fermisee des Emitters ist, können Elektronen in den Quantentopf hineintunneln. Da das Subband oberhalb der Fermienergie des Kollektors liegt, können Elektronen in freie Zustände des Kollektors tunneln. Es fließt Strom (Abb. 2.2(b)). Erhöht man die angelegte Spannung über

$$U_M = E_0/e\alpha, \quad (2.2)$$

so fällt das Subband unter die Leitungsbandkante des Emitters, wo keine elektronischen Zustände besetzt sind (Abb. 2.2(c)). Es fließt kein Strom.



**Abbildung 2.2:** Darstellung der IU-Kennlinie einer idealen resonanten Tunneldiode mit Energieschemata zur Erklärung der unterschiedlichen Arbeitsbereiche.

Der lineare Anstieg des Stromes zwischen  $U_S$  und  $U_M$  ergibt sich aus der Dimensionsabhängigkeit der Zustandsdichten der Zuleitungen und des Quantentopfes:

Die Energiedispersion im dreidimensionalen (3D-) Emitter ist gegeben durch:

$$E = \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2m^* + \hbar^2 k_z^2 / 2m^*. \quad (2.3)$$

Für den 2D-Quantentopf erhält man:

$$E_{QT} = \hbar^2 k_{QT,\parallel}^2 / 2m^* + E_r, \quad (2.4)$$

wobei  $E_r = E_0 - \alpha eV$  die vorspannungsabhängige Subbandenergie ist ( $E$  und  $E_{QT}$  beziehen sich jeweils auf die Leitungsbandkante im Emittor).  $k_{\parallel} = (k_x, k_y)$  bezeichnet die Wellenvektoren in lateraler und  $k_z$  in Wachstumsrichtung,  $m^*$  ist die hier als isotrop angenommene effektive Masse. Unter der Annahme, dass sich die Elektronen während des Tunnelns frei in lateraler Richtung bewegen können, bleibt der entsprechende Impuls erhalten, d.h.  $k_{\parallel} = k_{QT,\parallel}$ . Darüberhinaus bleibt auch die Gesamtenergie erhalten, d.h.  $E = E_{QT}$ . Energie- und Impulserhaltung führen zu der Bedingung für resonantes Tunneln:

$$E_r = \hbar^2 k_z^2 / 2m^*. \quad (2.5)$$

Bei gegebener Vorspannung erfüllen alle Emittorelektronen mit dem Wellenvektor  $k_z = \sqrt{2m^* E_r} / \hbar$  und beliebigem  $k_{\parallel}$  diese Bedingung. Im  $\mathbf{k}$ -Raum ergibt sich für ein festes  $k_0$  in z-Richtung eine Scheibe innerhalb der Fermikugel des Emittors, dessen Fläche proportional der Anzahl der für den Tunnelprozess zur Verfügung stehenden Emittorelektronen ist, zu der wiederum der Tunnelstrom proportional ist (Abb. 2.2). Die Fläche der Scheibe wächst linear von Null bei  $U_S$  bis auf  $\pi k_F^2 = \pi(2m^* \mu_E^{ch}) / \hbar^2$  bei  $U_M$  und somit wächst auch der Strom linear im Bereich  $U_S \leq U \leq U_M$ . Für  $U \geq U_M$  fällt der Strom ab, was zu einem negativen differentiellen Widerstand (NDR<sup>2</sup>) führt. Der NDR ist die Grundlage für den technischen Einsatz von RTDs als Oszillatorbauelemente im Mikrowellenbereich [24].

### 2.1.2 Kohärentes Tunneln

Die Interpretation des resonanten Tunnelns in einer DBS als kohärenter Prozess erfordert die Lösung der Schrödingergleichung in Effektiver-Masse-Näherung [25]:

$$\left[ E_C + \frac{(i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2}{2m^*} + U(r) \right] \Psi(r) = E\Psi(r). \quad (2.6)$$

Hier bezeichnet  $E_C$  die Leitungsbandkante, auf die alle Energien bezogen sind,  $\mathbf{A}$  das elektromagnetische Vektorpotenzial, das Magnetfelder berücksichtigt,  $m^*$  die effektive Elektronenmasse und  $U(r)$  den Potenzialverlauf in der Probe, der sich in einen transversalen  $U_S(x, y)$  und longitudinalen  $U_L(z)$  Anteil zerlegen lässt.  $U_S(x, y)$  ist durch die laterale Einschränkung der Probe gegeben,  $U_L(z)$  durch die Schichtenfolge der Heterostruktur. Die Lösung der

<sup>2</sup>engl.: **N**egative **D**ifferential **R**esistance

Schrödingergleichung führt zu einer energieabhängigen Transmissionswahrscheinlichkeit in  $z$ -Richtung  $T(E_z)$ . Transversale Anteile spielen keine Rolle, wenn man annimmt, dass sich  $U_S(x, y)$  in  $z$ -Richtung nicht ändert und daher keine Streuprozesse zwischen den transversalen Moden stattfinden. Die exakte Bestimmung von  $T(E_z)$  erfordert eine selbstkonsistente simultane Lösung der Schrödingergleichung (2.6) und der Poissongleichung (siehe [23, 26]). Es sollen hier weiterhin analytische Ausdrücke betrachtet werden, die für das Verständnis der folgenden Kapitel von Bedeutung sind.

Die Transmissionswahrscheinlichkeit  $T(E_z)$  läßt sich in der Nähe einer Resonanz im Quantentopf  $E_r$  durch einen Breit-Wigner Verlauf nähern:

$$T(E_z) = \frac{4\Gamma_E\Gamma_C}{(\Gamma_E + \Gamma_C)^2} \frac{\Delta E^2}{(E_z - E_r)^2 + \Delta E^2} \quad (2.7)$$

mit der vollen Halbwertsbreite

$$\Delta E = \hbar(\Gamma_E + \Gamma_C)/2. \quad (2.8)$$

$\Gamma_E$  und  $\Gamma_C$  sind die Tunnelraten der Elektronen durch die Emitter- bzw. Kollektorbarriere, die wie in [27, 28] in der Umgebung von  $U_S$  definiert sind:

$$\begin{aligned} \Gamma_E &\approx T_E \mu_E^{ch} / \hbar \\ \Gamma_C &\approx T_C E_r / \hbar, \end{aligned} \quad (2.9)$$

wobei  $T_{E,C}$  die Transmissionswahrscheinlichkeiten der Emitter- und Kollektorbarriere sind. Die Tunnelstromdichte  $j$  erhält man aus dem Produkt der Ladungsträgerdichte der Emittierelektronen, der Geschwindigkeit der Emittierelektronen  $v_z = \hbar k_z / m^*$  und der Transmissionswahrscheinlichkeit,

$$j = e \sum_{|\mathbf{k}| < k_F, k_z > 0} v_z T(E_z). \quad (2.10)$$

Ersetzen der Summation durch Integration, Einsetzen von Gl. 2.7 und Ausführen der Integration ergibt den Ausdruck für die Tunnelstromdichte:

$$j = e \left[ \frac{m^*}{\pi \hbar} (\mu_E^{ch} - E_r) \right] \frac{\Gamma_E \Gamma_C}{\Gamma_E + \Gamma_C}, \quad (2.11)$$

der im Bereich  $U_S \leq U \leq U_M$  gültig ist.

### 2.1.3 Sequentielles Tunneln

Im bisher angesprochenen Bild des resonanten Tunnelns wurde angenommen, dass der gesamte Transport über die DBS kohärent erfolgt. Luryi [29] schlug 1985 zur Interpretation von Experimenten von Sollner et al. [30, 31] ein sequentielles Bild des Tunnelns vor. Man stellt sich hierbei den Transport eines Elektrons vom Emitter zum Kollektor in zwei einzelnen Tunnelprozessen vor: Ein Elektron tunnelt zunächst durch die Emitterbarriere in den Quantentopf, verliert dort seine Phaseninformation durch Streuprozesse, um dann aus dem Quantentopf durch die zweite Barriere in den Kollektor zu tunnelt. Ist die Aufenthaltsdauer des Elektrons im Quantentopf in der Größenordnung der Streuzeit  $\tau_\phi$ , so ist diese Betrachtungsweise angemessen. Mit der Streuzeit assoziiert ist die Streurrate

$$\Gamma_\phi = 1/\tau_\phi. \quad (2.12)$$

Es lässt sich zusammenfassend sagen, dass das kohärente Bild des Tunnelns das angemessene für dünne transparente Tunnelbarrieren ist, also

$$\Gamma_E + \Gamma_C \gg \Gamma_\phi, \quad (2.13)$$

während das sequentielle Bild für dicke Barrieren eine realistische Beschreibung liefert, also

$$\Gamma_E + \Gamma_C \leq \Gamma_\phi. \quad (2.14)$$

Tatsächlich konnten Weil und Vinter [32] zeigen, dass sich für beide Szenarien die gleiche Stromdichte (Gl. 2.11) ergibt.

Im gesamten weiteren Verlauf dieser Doktorarbeit wird mit dem Modell des sequentiellen Tunnels argumentiert, da die Transparenz der Barrieren der verwendeten Proben niedrig ist.

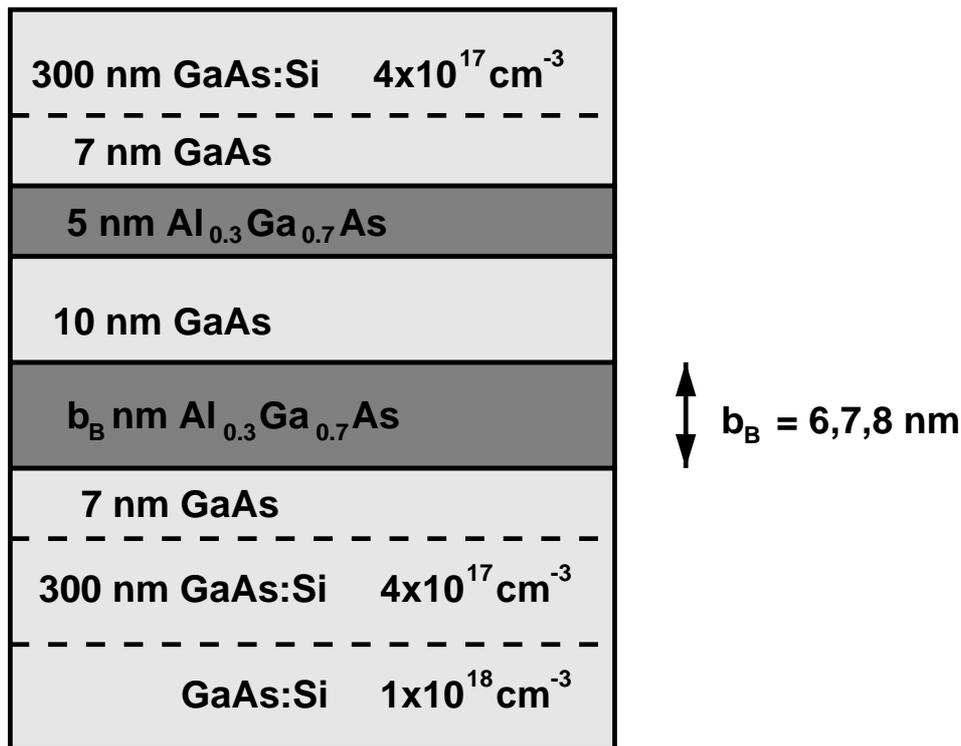
## 2.2 Herstellung und Messaufbau

### 2.2.1 Probenherstellung

In diesem Abschnitt wird die experimentelle Realisierung der zuvor beschriebenen resonanten Tunnelndiode vorgestellt.

Die Probenherstellung wurde im Rahmen der Doktorarbeit von T. Schmidt [26] durchgeführt und soll daher nur kurz zusammengefasst werden. Die Schichtstrukturen für die Proben, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet

wurden, wurden in der Gruppe von H. Lüth, Institut für Schicht- und Ionenforschung, Jülich, hergestellt. Dabei wurden Doppelbarrieren-Heterostrukturen mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE) gewachsen. Zur Weiterverarbeitung standen unterschiedliche Heterostrukturen zur Verfügung, die sich insbesondere durch eine Tunnelbarrierenasymmetrie auszeichnen. Die drei in dieser Arbeit untersuchten Proben unterscheiden sich diesbezüglich in der Breite der unteren  $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ -Tunnelbarrierenschicht, die jeweils 6, 7 und 8 nm breit ist. In Abb. 2.3 ist die Schichtenfolge skizziert. Das Wachstum der Struktur wurde auf einem n-dotierten GaAs-Substrat durchgeführt. Der Quantentopf von 10 nm Breite ist zwischen zwei  $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ -Schichten eingebettet, die als Tunnelbarrieren dienen. Die obere Barriere hat eine Breite von 5 nm, während die untere Barriere wie bereits erwähnt je nach Struktur 6, 7 bzw. 8 nm breit ist. Die Tunnelbarrieren sind durch jeweils 7 nm breite undotierte GaAs-Schichten (sogenannte Spacerlayer) von den 300 nm breiten Kontaktschichten, bestehend aus Si-dotiertem GaAs, getrennt.



**Abbildung 2.3:** Schichtenfolge der Doppelbarrieren-Heterostrukturen. Die verwendeten Strukturen sind bis auf die untere Tunnelbarrierenbreite  $b_B$  identisch.

Die Spacerlayer wurden eingefügt, um ein Eindringen von Dotieratomen aus den Kontaktschichten in die Barrieren- und Quantentopfregion zu vermeiden.

Die Dotierkonzentration der Kontaktschichten beträgt nominell  $4 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Charakterisierungsmessungen im Magnetfeld ergaben eine effektive Dotierkonzentration von  $3.3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , was einer Fermienergie von  $\mu_E^{ch} = 26 \text{ meV}$  entspricht.

Die laterale Einschränkung zur Herstellung vertikaler Tunneldioden wurde durch Einsatz spezieller Ätzmethoden bewerkstelligt. In Abb. 2.4 finden sich die einzelnen Prozessschritte, die in wesentlichen Teilen den Arbeiten von Reed [33] und Tewordt [34,35] folgen.

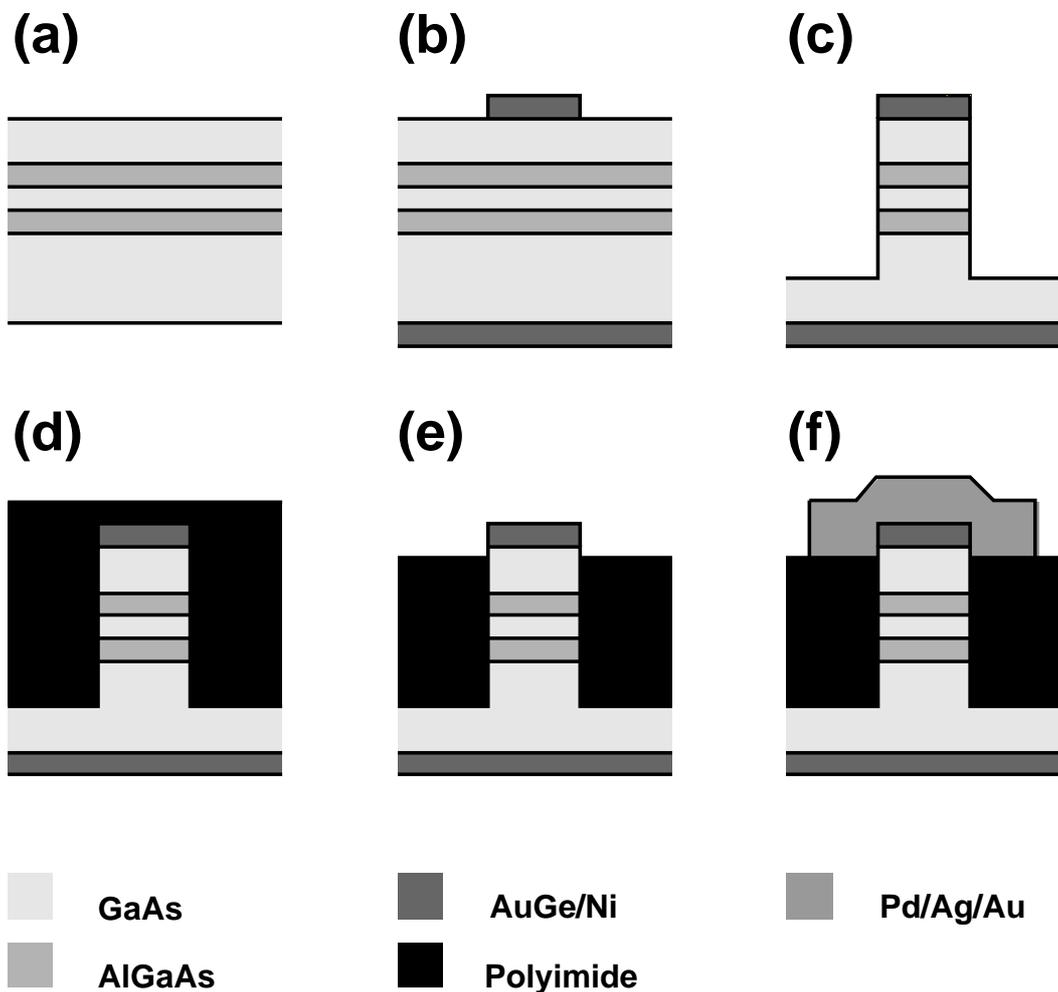


Abbildung 2.4: Prozessschritte zur Herstellung resonanter Tunneldioden nach [26].

Der Ausgangspunkt ist die oben vorgestellte MBE-gewachsene Doppelbarrieren-Heterostruktur (a). Unter Einsatz von Elektronenstrahl-Lithografie und des Lift-off-Prozesses werden *AuGe/Ni*-Scheiben auf der

Oberseite des Wafers aufgebracht, die einerseits als Ätzmaske für die folgenden Prozessschritte dienen, andererseits den oberen ohmschen Kontakt der Bauelemente darstellen. Zur Herstellung des Rückkontaktes wird auch auf die Rückseite des Wafers *AuGe/Ni* aufgedampft (b). Mittels Reaktivem Ionenätzen (RIE<sup>3</sup>) werden freistehende Säulen mit Durchmessern von einigen hundert nm und einer typischen Höhe von 500 nm aus der Heterostruktur herausgeätzt (c). Anschliessend wird eine Polyimidschicht aufgebracht (d), die bis zu den oberen Kontakten wieder zurückgeätzt wird (e). Die Polyimidschicht dient als isolierende Grundlage für die *Cr/Ag/Au*-Bondflächen, die auf die einzelnen Bauelemente aufgedampft werden, nachdem zuvor fotolithografisch Masken definiert wurden. Einzelne Waferstücke einer Grösse von  $3 \times 3$  mm mit jeweils 12 Tunnelnioden werden auf Chip-Carrier geklebt und die Prozessierung wird durch Verbinden der Bondflächen auf dem Wafer und den Kontakten auf dem Chip mit Golddraht, dem sogenannten Bonden, komplettiert.

Aus den zur Verfügung stehenden Strukturen wurden im Rahmen dieser Arbeit drei resonante Tunnelnioden mit geometrischen Säulendurchmessern von  $1 \mu\text{m}$  bzw.  $2 \mu\text{m}$  vermessen. Die Probenbezeichnungen sowie die jeweiligen Unterscheidungsmerkmale sind in Tabelle 2.1 aufgeführt.

Probenbezeichnung	Tunnelbarrieren (nm/nm)	Durchmesser ( $\mu\text{m}$ )
6097/7/1	5/6	1
6098/14/16	5/7	1
6099/23/6	5/8	2

**Tabelle 2.1:** Unterschiedliche Ausführungen Resonanter Tunnelnioden, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurden. Neben der Probenbezeichnung ist die Tunnelbarrierenasymmetrie und der geometrische Säulendurchmesser angegeben.

### 2.2.2 Messaufbau

Untersuchungen im Bereich des Einzel-Elektronen-Tunnelns (SET<sup>4</sup>) erfordern niedrige Temperaturen, so dass thermische Anregungsenergien wesentlich kleiner sind als sowohl der Abstand der am Transport beteiligten Energieniveaus im Quantentopf, als auch die energetische Höhe der Tunnelbarrieren. Daher wurden alle Messungen im Rahmen der vorliegenden Doktorarbeit in einem <sup>3</sup>He-<sup>4</sup>He-Mischkryostaten Kelvinox 300 der Firma Oxford Instruments durchgeführt. Damit konnte ein Temperaturbereich von der Basistemperatur bei  $T \approx 20$  mK bis zu 700 mK abgedeckt werden. Der <sup>4</sup>He-Kryostat, in

<sup>3</sup>engl. **R**eactive- **I**on **E**tching

<sup>4</sup>engl. **S**ingle **E**lectron **T**unneling

dem sich der Tieftemperatureinsatz befindet, beherbergt ebenfalls einen supraleitenden Magneten von Oxford Instruments, mit dem die Feldstärke am Ort der untersuchten Probe von 0 – 15 T variiert werden kann. Eine detaillierte Einführung in die Kryotechnik und technische Einzelheiten finden sich in [36].

Alle Transportmessungen wurden mit einem einzigen optimierten Messaufbau durchgeführt. Hierbei wurde insbesondere Wert darauf gelegt, dass die elektromagnetische Einstreuung am Ort der Probe möglichst gering ist. Dies ist nicht nur wegen der Reinheit der Messsignale sehr wichtig, sondern vermeidet vor allen Dingen das unkontrollierte Aufheizen der Probe. Störsignale, die lediglich das Messsignal beeinflussen, sind unter Umständen durch Filter und nachträgliche Signal-Wiederherstellungsmethoden von physikalische Effekten zu trennen. Störsignale, die die Messbedingungen verändern, führen zu ungewollten physikalischen Einflüssen, insbesondere thermischen Anregungen, die die Beobachtung der zu untersuchenden Effekte unmöglich machen können.

In Abb. 2.5 ist der eingesetzte Messaufbau für die Zwei-Punkt-Transportmessung dargestellt.

Als Spannungsquelle dient ein HP3325B Funktionsgenerator der Firma Hewlett-Packard. Mit diesem werden Spannungsrampen mit einer Anstiegszeit von ca. 3 bis 20 min und Amplituden von ca 3.4 bis 200 mV gefahren. Die an die Probe angelegte Spannung wird mit einem Multimeter 2000 der Firma Keithley gemessen. Als Stromverstärker wurde ein Ithaco 1211 eingesetzt, dessen Ausgangsspannung direkt proportional zum Strom durch die Probe ist. Diese Spannung wird ebenfalls mit einem Multimeter 2000 der Firma Keithley ausgelesen. Alle Leitungen zwischen Mischkryostatsystem und den einzelnen Messgeräten sind abgeschirmte Koaxialleitungen vom Typ RG58. Sämtliche Mess- und Steuerleitungen, die in den Mischkryostaten führen, werden durch speziell angefertigte Filterkästen geführt. In diesen Filterkästen befinden sich UKW-Durchführungsfiler der Firma Siemens Matsushita Comp., die aus einem sogenannten  $\pi$ -Filter bestehen. Der Aufbau dieses Filtertyps ist in Abb. 2.5 skizziert. Die Filter werden in einer Trennwand aus Stahlblech montiert, die einen Stahlkasten in zwei Hälften trennt. Auf diese Art wird vermieden, dass die zu filternden Anteile vom Filtereingang über die Umgebung auf den Filterausgang übersprechen können. Die verwendeten Filter mit einer Kapazität von 1500 pF haben eine sehr hohe Einfügungsdämpfung im Bereich von 10 MHz bis 10 GHz und halten somit Radio- und Mikrowellenstrahlen vom Probenbereich fern. RC-Filter mit niedrigen Grenzfrequenzen erwiesen sich als nicht wirksam und wurden daher nicht eingesetzt. Als Referenzmasse für das gesamte Messsystem dient der Kryostat, der wiederum über das Pumpensystem an die Gebäudeerde angeschlossen ist. Die beiden Multimeter sind über eine IEEE-Schnittstelle und einen GPIB-Bus mit dem Messrechner verbunden. Zur

Vermeidung von Brummschleifen ist die Verbindung zwischen den Multimetern und dem Rechner durch Optokoppler galvanisch getrennt und darüberhinaus sind alle Geräte über Trenntransformatoren mit der Spannungsversorgung verbunden. Die Trenntransformatoren wiederum sind über eine Unterbrechungsfreie Stromversorgung (UBS) an das Hausnetz angeschlossen. Die UBS glättet die als sehr unsauber identifizierte Netzspannung und vermeidet auf diese Weise die Einkopplung mittlerer Frequenzmoden in den Messaufbau.

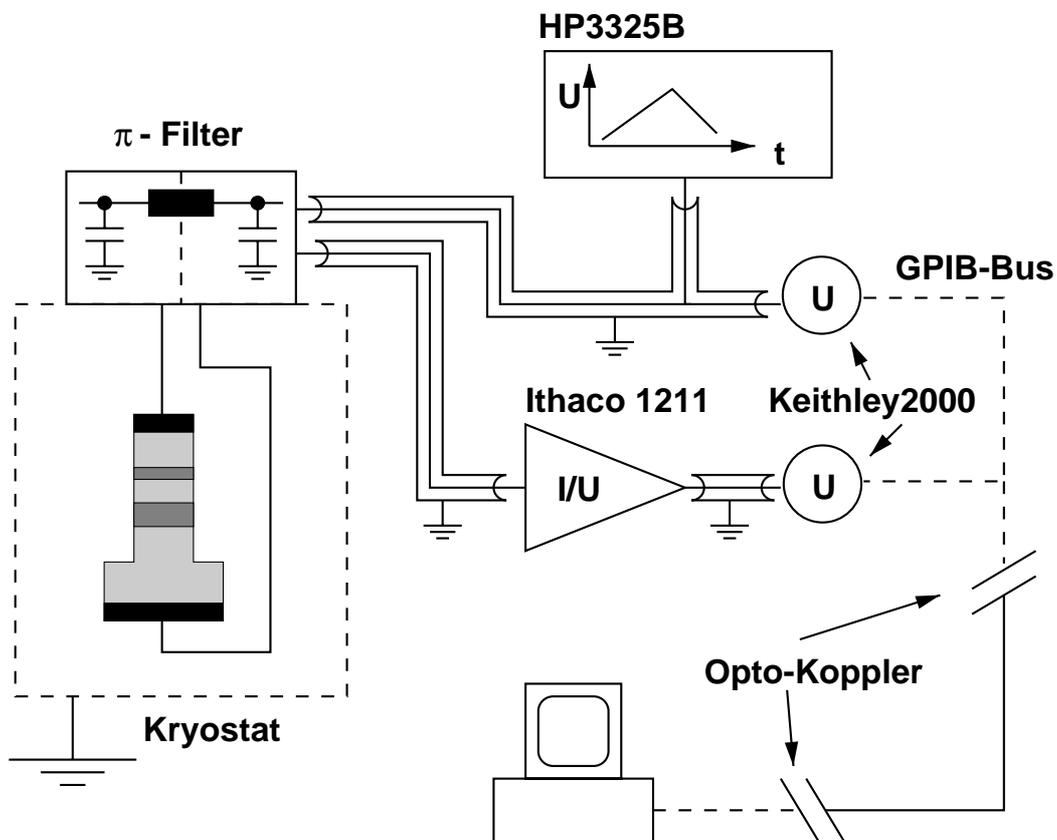


Abbildung 2.5: Messaufbau für die Zwei-Punkt-Transportmessungen.

Alle durchgeführten Messungen sind reine Gleichstrommessungen ohne gleichzeitige Messung der differentiellen Leitfähigkeit wie in [26]. Die differentielle Leitfähigkeit erhält man durch numerische Differentiation der aufgezeichneten Messdaten. Dieser Weg wurde zum Zwecke einer höheren Signalqualität beschritten. Mit dem beschriebenen Messaufbau konnte der Rauschpegel auf ca. 100 – 300 fA minimiert werden.

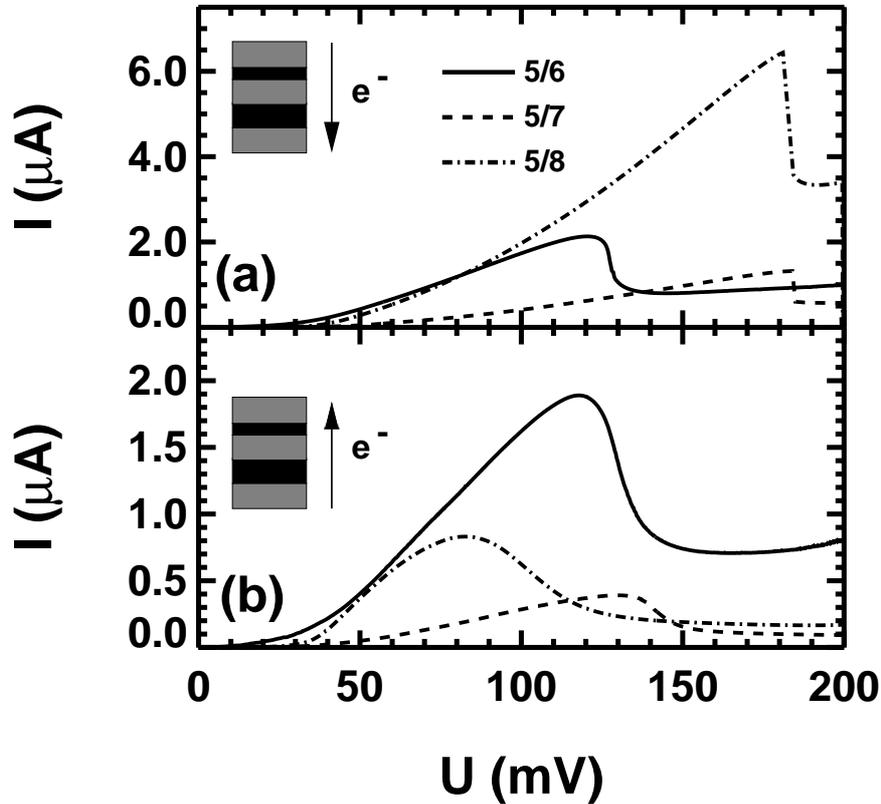
## 2.3 Experimentelle Ergebnisse

In Abb. 2.6 sind die IU-Kennlinien der in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen resonanten Tunnelndioden dargestellt. Die gemessenen Kurven weichen in ihren Details deutlich von dem aus dem einfachen Modell (vgl. Abb. 2.2) abgeleiteten Verlauf ab. Diese Abweichungen waren seit der ersten Realisierung einer resonanten Tunnelndiode im Jahre 1974 [21] bis zur Gegenwart Gegenstand einer langen Reihe von Arbeiten (u.a. [26, 28] und [37–41]). Es sei in diesem Zusammenhang auch auf zwei Diplomarbeiten verwiesen, die in der Arbeitsgruppe Nanostrukturen des Institutes für Festkörperphysik an der Universität Hannover angefertigt wurden und sich sowohl experimentell [42] als auch theoretisch [23] mit diesem Thema befasst haben. Aus diesem Grunde erscheint eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Merkmale der gemessenen Kurven und ihrer Bedeutung angemessen und der Leser sei zum Zwecke eines detaillierten Studiums auf die angegebenen Quellen verwiesen.

Die Basis des Verständnisses der experimentellen Kurven stellt eine selbstkonsistente Berechnung der Bandstruktur dar, die insbesondere Raumladungseffekte an den Barrieren und im Quantentopf berücksichtigt [23, 26] und zur Nichtlinearität im Anstiegsbereich der Messkurven beiträgt. Im einfachsten Modell findet der Einfluss der Asymmetrie der Tunnelbarrieren keinen Eingang und vernachlässigt somit schon die naheliegendste Ursache für die Asymmetrie der Kurven bezüglich der unterschiedlichen Tunnelrichtungen. Bei asymmetrischen DBS unterscheidet man zwischen dem Aufladungs- und dem Nicht-Aufladungsregime. Tunneln die Elektronen zuerst durch die dünnere Barriere, so gelangen sie schneller in den Quantentopf als sie ihn verlassen können. Es findet Ladungsakkumulation im Quantentopf statt, man befindet sich im Aufladungsregime. Wenn hingegen die Elektronen zunächst durch die dickere Barriere tunneln, benötigen sie im Durchschnitt mehr Zeit, um in den Quantentopf zu gelangen als ihn zu verlassen. Man befindet sich im Nicht-Aufladungsregime. Die Ladungsakkumulation im Quantentopf führt zu einer Erhöhung der 2D-Subbandenergien, die wiederum zu einer Erhöhung der Einsatzspannung in der Kennlinie führt, wie deutlich in Abb. 2.6 zu sehen ist. Weiterhin zieht die grössere Einsatzspannung ein stärkeres Verkippen der Tunnelbarrieren nach sich (siehe Abb. 2.2), was sich in einer effektiven Erniedrigung der Tunnelbarrieren auswirkt und zu einer Erhöhung des Tunnelstromes führt. Auch diese Tatsache wird in den Messkurven wiedergegeben.

Die Abrundung der Spitzen der Kennlinien im Nicht-Aufladungsregime beruht auf der Tatsache, dass die Subbandenergieniveaus nicht unendlich scharf sind, sondern aufgrund der Transparenz der Tunnelbarrieren lorentzverschmiert sind. Durch die Tunnelraten  $\Gamma_E$  und  $\Gamma_C$  ist eine mittlere Lebensdauer der Elektronen im Quantentopf  $\tau = 1/(\Gamma_E + \Gamma_C)$  gegeben, die ähnlich

atomaren Zuständen zu einer *Natürlichen Linienbreite*  $\Delta E = \hbar/2\tau$  führt.



**Abbildung 2.6:** Strom-Spannungs-Kennlinien der drei in dieser Arbeit verwendeten resonanten Tunnelnadioden bei  $T = 20$  mK. Die eingefügten Darstellungen illustrieren die Tunnelrichtung, in (a) zuerst durch die dünnere Barriere (negative Spannung am oberen Kontakt), in (b) zuerst durch die dickere Barriere (positive Spannung am oberen Kontakt). Es sind jeweils die Beträge der Ströme und Spannungen angegeben.

Im Aufladungsregime beobachtet man eine dreiecksförmige Spitze der Kennlinie. Der Quantentopf entleert sich schlagartig, sobald die Subbandenergie unter die Leitungsbandkante sinkt. Die Verschiebung der Subbandenergie, die durch die Ladungsakkumulation verursacht wurde, relaxiert und zieht somit einen scharfen Einbruch der Kennlinie nach sich. In allen dargestellten Messkurven stellt man fest, dass der Strom nach Überschreiten der Peakspannung  $U_M$  nicht auf Null abfällt. Dies resultiert einerseits aus dem Einsetzen des Stromes durch das zweite 2D-Subbandniveau und andererseits aus Streuprozessen innerhalb des Quantentopfes (siehe z.B. [25]).

Im abgehandelten Kapitel wurden die Grundlagen des resonanten Tunnelns durch Doppelbarrieren-Heterostrukturen eingeführt. Weiterhin wurde das Herstellungsverfahren der verwendeten Proben beschrieben und der Messaufbau vorgestellt, mit dem sämtliche Messungen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden. Erste Messungen von Tunnelkennlinien demonstrierten die Funktionsfähigkeit der verwendeten Proben und konnten mit dem theoretischen Modell verglichen werden. Auf den vorgestellten Tunnelioden basieren alle folgenden Kapitel, nur dass im weiteren nicht das Tunneln in und aus zweidimensionalen Zuständen im Quantentopf betrachtet wird, sondern nulldimensionale Zustände im Quantentopf ins Zentrum des Interesses rücken. Die Physik der nulldimensionalen Zustände ist das Thema des folgenden Kapitels.

# Kapitel 3

## Tunneln durch nulldimensionale Zustände

*Dieses Kapitel befasst sich mit dem Tunneln einzelner Elektronen zwischen 3D-Elektronenreservoirs und nulldimensionalen Zuständen, sogenannten Quantenpunkten. Es werden die prinzipiellen Bauformen dieser Quantenpunkte und unterschiedliche experimentelle Realisierungen davon vorgestellt. Eine besondere Form stellen Quantenpunkte dar, die durch Verunreinigungen bzw. Störstellen im Quantentopfbereich einer resonanten Tunnelndiode zustande kommen und in den im vorigen Kapitel vorgestellten Strukturen verwirklicht sind. Störstelleninduzierte nulldimensionale Zustände sind das zentrale Thema dieses Kapitels. Die mathematische Beschreibung der Einzelelektronenzustände und des Tunnelprozesses durch diese Störstellen, auch unter Berücksichtigung endlicher Temperaturen und Magnetfelder, liefert das Werkzeug zum Verständnis der durchgeführten Charakterisierungsexperimente. Die temperatur- und magnetfeldabhängigen Transportmessungen geben Aufschluss über Systemparameter und Elektron-Elektron-Wechselwirkungseffekte, was im zweiten Teil dieses Kapitels diskutiert wird, in dem abschliessend die Auswahl einer Struktur für die Tunnelspektroskopie diskutiert wird.*

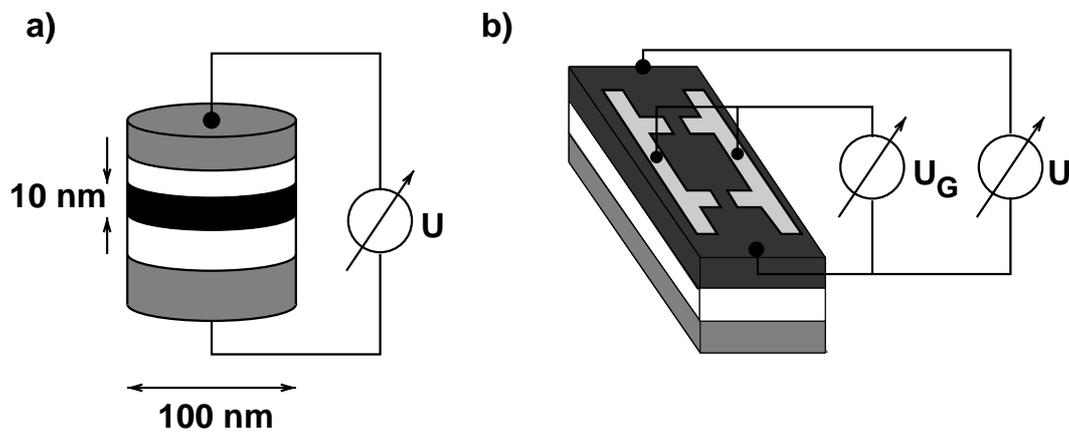
### 3.1 Theoretische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen des Einzel-Elektronen-Tunnelns durch nulldimensionale Zustände behandelt. Zunächst werden die Prinzipien der Quantenpunkt-Bauelemente vorgestellt, an denen dieses Phänomen beobachtet werden kann. Die spezielle Realisierung nulldimensionaler Zustände durch Störstellen im Quantentopfbereich einer resonanten Tunnelndiode ist die Grundlage der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente und wird daher etwas eingehender behandelt. Es folgt die mathematische Beschreibung des Tunnelns einzelner Elektronen durch störstelleninduzierte nulldimensionale Zustände. Hierbei wird sowohl die Temperatur-

abhängigkeit als auch die Magnetfeldabhängigkeit berücksichtigt. Dies liefert das Werkzeug zur Analyse der im folgenden Abschnitt vorgestellten Charakterisierungsmessungen.

### 3.1.1 Quantenpunkte

Unter Quantenpunkten versteht man ganz allgemein Strukturen, bei denen die Bewegung der Ladungsträger in allen Raumrichtungen eingeschränkt ist, so dass es zu einer kompletten Diskretisierung der Energieniveaus kommt, im Unterschied zum zweidimensionalen Elektronengas, in der nur in Wachstumsrichtung die Energie diskretisiert, senkrecht dazu aber kontinuierlich ist.



**Abbildung 3.1:** Quantenpunkte für a) vertikalen und b) lateralen Transport.  $U$  bezeichnet in beiden Fällen die Transportspannung.  $U_G$  ist die Spannung, die an den Elektroden der lateralen Quantenpunktstruktur angelegt wird, um ein elektrostatisches Einschlusspotential zu erzeugen. Unter der Elektrodenstruktur befindet sich eine Heterostruktur, durch die ein 2D-Quantenfilm definiert wird. Die vertikale Tunnelstruktur beinhaltet zwischen den weiß dargestellten Tunnelbarrieren einen Quantenpunkt, wenn der Durchmesser der Säule und die Schichtdicke zwischen den Tunnelbarrieren hinreichend klein sind. In der Zeichnung sind typische Werte angegeben.

Aufgrund dieser Eigenschaften und dem Einschlusspotential, das die Elektronen in dieser Struktur hält, werden Quantenpunkte auch als “Künstliche Atome” bezeichnet [43]. Es lassen sich zwei Grundformen unterscheiden, die zuerst von Reed et al. [33] bzw. Meirav et al. [44] experimentell verwirklicht wurden (Abb. 3.1):

- Quantenpunkte für vertikalen Transport, in denen der Strom senkrecht zur Wachstumsrichtung von Heterostrukturen fließt, wie z.B. in der in Kapitel 2 vorgestellten resonanten Tunneldiode mit einem Durchmesser im 100 nm-Bereich.

- Quantenpunkte für lateralen Transport, in denen der Strom parallel zu den Ebenen der Heterostruktur fließt. Das Einschlusspotenzial wird durch eine Elektrodenstruktur erzeugt, an die eine negative Spannung  $U_G$  angelegt wird.

Seit den Arbeiten der Gruppen um Reed und Meirav wurde eine grosse Anzahl unterschiedlicher Bauformen und Herstellungsverfahren verwirklicht. Es seien hier einige besonders eindrucksvolle Beispiele aufgezählt: Besondere technische Beachtung fanden Austing et al. [45], die eine Metallelektrode um eine vertikale Tunnelodiode aufbringen konnten, um auf diese Weise die laterale Einschränkung zu kontrollieren. Schumacher et al. [46] und Lüscher et al. [47] gelang die Herstellung eines lateralen Quantendots, dessen Funktionsweise auf In-Plane-Gates beruht, mit einem Rasterkraftmikroskop. Mit einem vollkommen anderen Materialsystem arbeiteten Chico et al. [48]. Sie konnten einen Quantenpunkt herstellen, der auf Kohlenstoff-Nanoröhren (engl. Carbon-Nanotubes) basiert. Zur Übersicht sei hier auf die Referenzen [4, 43] verwiesen.

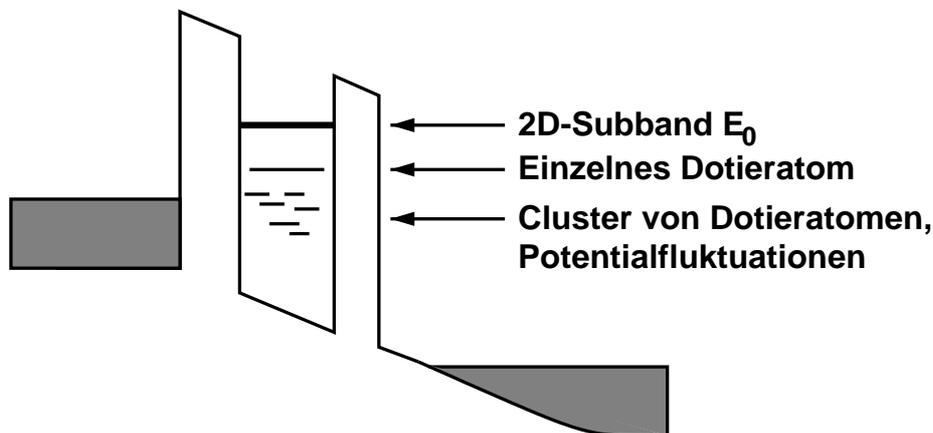
In allen Fällen kann der Quantenpunkt als Scheibe betrachtet werden, dessen Dicke etwa 10 nm beträgt. Die Durchmesser liegen in der Grössenordnung von 50 – 500 nm. Allerdings führen die verschiedenen Bauformen auch zu entscheidenden Unterschieden:

- Die Tunnelbarrieren in DBS-Bauelementen sind im Wesentlichen nicht variabel, sind energetisch hoch (einige 100 meV) und relativ dünn (in der Grössenordnung von 10 nm). Quantenpunkte, die durch Elektroden definiert werden, besitzen variable Tunnelbarrieren mit niedriger Höhe (einige meV) und grosser Ausdehnung (100 – 200 nm).
- Der Tunnelstrom verläuft in Doppelbarrieren-Heterostrukturen senkrecht zum scheibenförmigen Quantenpunkt, wohingegen er in lateralen Systemen in der Ebene des Quantenpunktes verläuft.
- In elektrodendefinierten Quantenpunkten befinden sich im Grundzustand einige 10 - 100 Elektronen, während vertikale Quantenpunkte zunächst leer sind und erst durch Anlegen einer Spannung mit einzelnen Elektronen gefüllt werden können. Sie eignen sich daher zur Untersuchung von Zuständen einzelner bzw. weniger Elektronen (ähnlich Atomen niedriger Ordnungszahl, siehe dazu Tarucha et al. [49]).

Eine besondere Form von Quantenpunkten entsteht durch Störstellen in Form von Dotieratomen im Quantentopfbereich von resonanten Tunnelioden. Diese Art von Quantenpunkten findet man in den in Abschnitt 2.2 vorgestellten Strukturen, die im Zentrum dieser Arbeit stehen und im folgenden Abschnitt behandelt werden.

### 3.1.2 Störstellenzustände

Dellow et al. [50] beobachteten 1992 zum erstenmal Effekte in resonanten Tunnelstrukturen, die durch störstelleninduzierte Quantenpunkte verursacht wurden. Dabei entdeckten sie neben der charakteristischen  $I(U)$ -Kennlinie unterhalb der Einsatzspannung zusätzliche Strukturen, die nicht auf das laterale Einschlusspotenzial zurückzuführen waren. Man erklärte die zusätzliche Struktur durch Störstellenniveaus, die durch Dotieratome entstehen, die unabsichtlich während des Wachstumsprozesses in die Quantentopffregion eingebaut werden, bzw. dorthin wandern. In der Folge wurden Experimente durchgeführt [51–53], die systematisch den Einfluss von Dotieratomen in der Quantentopffregion untersuchten.



**Abbildung 3.2:** Bandkantenschema zur Darstellung der Lage der unterschiedlichen Energieniveaus in einem Quantentopf, an dem eine Spannung anliegt. Unter dem 2D-Subband mit der Energie  $E_0$  ist ein einzelnes isoliertes Störstellenniveau angedeutet. Darunter befinden sich stark lokalisierte Zustände, die durch Clusterbildung mehrerer Dotieratome und durch Potenzialfluktuationen, die eine Absenkung der isolierten Störstellenniveaus bewirken, zustande kommen.

Allgemein kann man sich die Energieniveaus flacher Dotieratome in Volumenhalbleitern aus dem Bohrschen Modell für das Wasserstoffatom herleiten. Unter Berücksichtigung der effektiven Elektronenmasse  $m^* = 0,067m_0$  und der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon_r \approx 12,5$  in GaAs erhält man für die Grundzustandsenergie  $E_{D_0}$  und den Bohrradius  $r_{D_0}$  eines Dotieratoms:

$$\begin{aligned}
 E_{D_0} &= R^* = \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon_r^2} R = 5,8 \text{ meV} \\
 r_{D_0} &= \epsilon_r \frac{m^*}{m} a_0 = 9,9 \text{ nm},
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

wobei  $R = 13,6$  eV die Rydbergenergie und  $a_0 = 0,0529$  nm der Bohrradius des Wasserstoffatoms sind. Die angeregten Einteilchenzustände des Dotieratoms liegen entsprechend bei  $R^*/4$ ,  $R^*/9$  usw. Neben den Einteilchenzuständen existieren negativ geladene Zweiteilchenzustände für flache Dotieratome, deren Bindungsenergie für den Grundzustand mit  $E_{D^-} \approx 0,05R^*$  gegeben ist. Die Störstellen, die hier betrachtet werden, befinden sich allerdings nicht im Volumenmaterial, sondern in der Quantentopffregion und zeichnen sich durch stärkere Bindungsenergien bezüglich des untersten 2D-Subbandniveaus  $E_0$  aus. Abb. 3.2 zeigt die Lage der unterschiedlichen Energieniveaus, die zum Transport durch eine RTD beitragen. Im folgenden seien Untersuchungen aufgeführt, die sich mit dem Zustandekommen der unterschiedlichen störstelleninduzierten nulldimensionalen 0D-Zustände beschäftigen:

Pang et al. [54] bestimmten in Monte-Carlo-Rechnungen im Effektive-Massen-Modell die Bindungsenergien des Ein- und Zweiteilchengrundzustandes für ein Dotieratom in der Mitte eines 10 nm breiten GaAs-Quantentopfes zwischen zwei  $Al_{0,25}Ga_{0,75}As$ -Barrieren zu  $E_{D_0} \approx 2,2R^*$  bzw.  $E_{D^-} \approx 0,35R^*$ . Als Ursache für die Absenkung der Energieniveaus identifizierten weiterhin Geim et al. [53] Potenzialfluktuationen durch zufällige Dotierverteilungen in den Zuleitungen sowie die Clusterbildung von zwei bzw. drei Dotieratomen im Quantentopf. Sie stellten darüberhinaus fest, dass die Bindungsenergie für flache Störstellen in der Mitte des Quantentopfs am grössten ist und zu den Barrieren hin abnimmt. Grenzflächenrauigkeiten zwischen Barrieren- und Quantentopffregion wurden von Kirby et al. [55] simuliert und ergaben eine Beeinflussung der Transmissionskoeffizienten der Tunnelbarrieren, was wiederum Verschiebungen der Resonanzen nach sich zieht.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Dotieratome aus den Zuleitungen in die Barrierenregion einer RTD gelangen können, um dort 0D-Niveaus zu bilden. Die energetische Lage dieser Niveaus wird durch eine Vielzahl von Faktoren bestimmt, die aber alle im Wesentlichen dazu führen, dass die Stärke der Bindung im Vergleich zu einem entsprechenden Dotieratom im Volumenmaterial zunimmt.

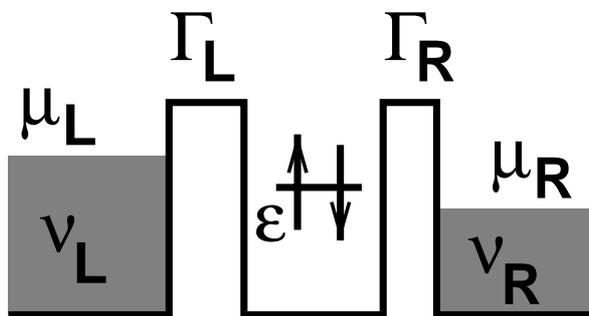
Die Anwesenheit von Dotieratomen in resonanten Tunnelnioden macht aus diesen eine spezielle Art von Quantenpunkten, die im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen. Magnetfeld- und temperaturabhängige Messungen dienen als Werkzeuge zur Untersuchung dieser Systeme.

Doch zunächst wird im folgenden Abschnitt das Tunneln einzelner Elektronen durch die Tunnelbarrieren in die Störstellenzustände mathematisch behandelt.

### 3.1.3 Einzel-Elektronen-Tunneln

Die nun folgende mathematische Beschreibung des Tunnelns einzelner Elektronen durch nulldimensionale Zustände beschränkt sich auf ein einzelnes und zunächst spinentartetes Niveau. Detaillierte Untersuchungen zu Quantenpunkten mit beliebig vielen Niveaus unter quantitativer Berücksichtigung der Coulombblockade findet man bei Beenakker [56] und Meir [57]. Im zweiten Teil dieses Abschnittes wird dann die Situation behandelt, in der die Spinentartung aufgehoben ist.

Abb. 3.3 skizziert die zu untersuchende physikalische Situation.



**Abbildung 3.3:** Energieschema zur Beschreibung des Tunnelns durch einen spinentarteten Zustand mit der Energie  $\epsilon$ .  $\nu_{L,R}$  ist die Zustandsdichte in den Zuleitungen,  $\mu_{L,R}$  sind die chemischen Potentiale der Zuleitungen und  $\Gamma_{L,R}$  die Tunnelraten durch die linke und rechte Barriere.

Zwischen den beiden Tunnelbarrieren befindet sich der spinentartete Zustand mit der Energie  $\epsilon$ . Die Differenz zwischen den chemischen Potentialen der Zuleitungen  $\mu_{L,R}$  entspricht der angelegten Transportspannung  $U = (\mu_R - \mu_L)/e$ . Die Tunnelraten  $\Gamma_{L,R}$  hängen von den Transmissionskoeffizienten der Tunnelbarrieren  $T_{L,R}$  und der Anzahl der zum Tunneln zur Verfügung stehenden Elektronen und somit von den Zustandsdichten in den Zuleitungen  $\nu_{L,R}$  ab:

$$\Gamma_{L,R} \propto T_{L,R} \nu_{L,R} \quad (3.2)$$

Sie unterscheiden sich von den in Gl. 2.9 vorgestellten Raten, weil hier nicht mehr nur die Zustände in der Nähe der Fermikante, sondern auch die darunter liegenden berücksichtigt werden. Die Coulombblockade wird qualitativ eingeführt, indem Doppelbesetzung des Zustandes untersagt ist und Prozesse, die den Spin umdrehen, sogenannte Spin-flip-Prozesse, seien ebenfalls unberücksichtigt. Somit sind folgende Zustände im Quantentopf erlaubt:

- Der Topf ist leer  $|0\rangle$ ,
- der Spin-up-Zustand  $|\uparrow\rangle$  ist besetzt,

- der Spin-down-Zustand  $|\downarrow\rangle$  ist besetzt.

Bei der Temperatur  $T$  ist die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron der Energie  $\epsilon$  in einem Reservoir mit dem chemischen Potenzial  $\mu_{L,R}$  zu finden, durch die Fermi-Dirac-Verteilung gegeben:

$$f_{L,R}(\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{1}{k_B T}(\epsilon - \mu_{L,R})} + 1} \quad (3.3)$$

mit  $k_B$  als Boltzmannkonstante. Da keine Doppelbesetzung erlaubt ist, ergeben sich nur für diejenigen Raten Werte ungleich Null, die Prozesse beschreiben, bei denen Elektronen aus besetzten Zuständen in den Reservoirs in den leeren Quantentopf tunneln  $\gamma_{|0\rangle \rightarrow |i\rangle}^{L,R}$ , oder bei denen ein Elektron aus einem besetzten Zustand im Topf in freie Zustände in den Zuleitungen tunneln kann  $\gamma_{|i\rangle \rightarrow |0\rangle}^{L,R}$ :

$$\begin{aligned} \gamma_{|0\rangle \rightarrow |i\rangle}^L &= \Gamma_L f_L(\epsilon_{|i\rangle}) \quad , \quad \gamma_{|i\rangle \rightarrow |0\rangle}^L = \Gamma_L (1 - f_L(\epsilon_{|i\rangle})) \\ \gamma_{|0\rangle \rightarrow |i\rangle}^R &= \Gamma_R f_R(\epsilon_{|i\rangle}) \quad , \quad \gamma_{|i\rangle \rightarrow |0\rangle}^R = \Gamma_R (1 - f_R(\epsilon_{|i\rangle})). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Hierbei ist  $|i\rangle = |\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ . Der stationäre Strom durch die linke Barriere ist gleich dem Strom durch die rechte Barriere und ergibt sich zu

$$I = e[(\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}^L + \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}^L)P_{|0\rangle} - \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle}^L P_{|\uparrow\rangle} - \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle}^L P_{|\downarrow\rangle}]. \quad (3.5)$$

Die  $P_{|n\rangle}$  bezeichnen die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände  $|n\rangle$ . Nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichtes, das besagt, dass alle direkten Raten gleich den umgekehrten Raten sind, ergibt sich das folgende Gleichungssystem mit  $\gamma_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle} = \gamma_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle}^R + \gamma_{|a\rangle \rightarrow |b\rangle}^L$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P_{|0\rangle} &= 0 = \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} P_{|\downarrow\rangle} + \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle} P_{|\uparrow\rangle} - (\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle} + \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}) P_{|0\rangle} \\ \frac{\partial}{\partial t} P_{|\downarrow\rangle} &= 0 = \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle} P_{|0\rangle} - \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} P_{|\downarrow\rangle} \\ \frac{\partial}{\partial t} P_{|\uparrow\rangle} &= 0 = \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle} P_{|0\rangle} - \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle} P_{|\uparrow\rangle}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} P_{|\downarrow\rangle} &= \frac{\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}}{\gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle}} P_{|0\rangle} \\ P_{|\uparrow\rangle} &= \frac{\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}}{\gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle}} P_{|0\rangle}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Mit der Wahrscheinlichkeitsnormierung

$$1 = P_{|0\rangle} + P_{|\downarrow\rangle} + P_{|\uparrow\rangle} = P_{|0\rangle} \left( 1 + \frac{\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}}{\gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle}} + \frac{\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}}{\gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle}} \right) \quad (3.8)$$

lassen sich die einzelnen Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände berechnen:

$$\begin{aligned} P_{|0\rangle} &= \frac{1}{Z} \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle}, \\ P_{|\downarrow\rangle} &= \frac{1}{Z} \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle} \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle}, \\ P_{|\uparrow\rangle} &= \frac{1}{Z} \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle} \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

mit der Zustandssumme

$$Z = \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle} + \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle} \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle} + \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}. \quad (3.10)$$

Man erhält nun für den Strom aus Gl. 3.5:

$$\begin{aligned} I &= \frac{e}{Z} \left[ (\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle}^L + \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}^L) \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \right. \\ &\quad - \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle}^L \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle} \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \\ &\quad \left. - \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle}^L \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle} \gamma_{|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle} \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Da zunächst vorausgesetzt werden soll, dass die beiden Spinzustände energetisch entartet sind, also  $\epsilon_{|\downarrow\rangle} = \epsilon_{|\uparrow\rangle} = \epsilon$ , vereinfacht sich der Ausdruck:

$$I = e \frac{2\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}^L \gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} - 2\gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle}^L \gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}}{\gamma_{|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle} + 2\gamma_{|0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle}}. \quad (3.12)$$

Einsetzen der Gleichungen 3.2 und Aufsummieren ergibt schliesslich für den Strom durch einen spinentarteten Zustand zwischen zwei Tunnelbarrieren:

$$I = e \frac{2\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \frac{f_L(\epsilon) - f_R(\epsilon)}{1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} f_L(\epsilon) + \frac{\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} f_R(\epsilon)}. \quad (3.13)$$

Da im Experiment der Strom in Abhängigkeit von der Spannung gemessen wird, wird im folgenden in Gl. 3.13 die Differenz der chemischen Potentiale  $\mu_L - \mu_R$  der Zuleitungen durch die an die Struktur angelegte Spannung  $U$  ausgedrückt:

$$eU = \mu_L - \mu_R \quad (3.14)$$

mit  $e$  als Elementarladung. Weiterhin gilt als Energiereferenz das chemische Potenzial der rechten Zuleitung, das zu Null skaliert wird,  $\mu_L$  wird formal durch  $\mu$  ersetzt. In den Fermifunktionen (Gl. 3.3) taucht die Energiedifferenz zwischen den chemischen Potentzialen und dem Energieniveau im Quantentopf  $\epsilon - \mu_{L,R}$  auf. Soll diese Energiedifferenz in eine Spannungsdifferenz übersetzt werden, so muss man beachten, dass über den Tunnelbarrieren Spannung abfällt. Dies

lässt sich durch Einfügen des Energie-Konversionskoeffizienten  $\alpha$  bewerkstelligen (siehe Anhang A):

$$e\alpha(U_\epsilon - U) = \epsilon - \mu \quad (3.15)$$

Die Fermifunktionen lassen sich nun folgendermassen schreiben:

$$f = \begin{cases} \left[ \exp\left(\frac{e\alpha}{k_B T}(U_\epsilon - U)\right) + 1 \right]^{-1} & \text{für das linke Reservoir,} \\ \left[ \exp\left(\frac{e\alpha}{k_B T}U_\epsilon\right) + 1 \right]^{-1} & \text{für das rechte Reservoir.} \end{cases} \quad (3.16)$$

Gl. 3.13 lässt sich schliesslich in  $U$ -Abhängigkeit formulieren:

$$I(U) = e \frac{2\Gamma_L\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \frac{f(U_\epsilon - U) - f(U_\epsilon)}{1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R}f(U_\epsilon - U) + \frac{\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R}f(U_\epsilon)}. \quad (3.17)$$

Für symmetrische Tunnelbarrieren  $\Gamma_L \approx \Gamma_R$  und  $U > 0$ , so dass  $f(U_\epsilon - U) = 1$  und  $f(U_\epsilon) \ll 1$ , ergibt sich:

$$I = e \frac{2\Gamma_L\Gamma_R}{2\Gamma_L + \Gamma_R} \approx 2e \frac{\Gamma_R}{3}. \quad (3.18)$$

Gleichung 3.17 soll im folgenden für den Fall von stark asymmetrischen Tunnelbarrieren diskutiert werden, wobei die rechte Barriere die wesentlich dickere sei, so dass  $\Gamma_L \gg \Gamma_R$  gilt. Im Fall a) sei eine positive Spannung an die Struktur angelegt,  $U > 0$ , und im Fall b) eine negative Spannung  $U < 0$ , so dass das Quantentopfniveau einmal mit Zuständen im linken Reservoir und einmal mit Zuständen im rechten Reservoir in Resonanz ist, wie in Abb. 3.4 skizziert.

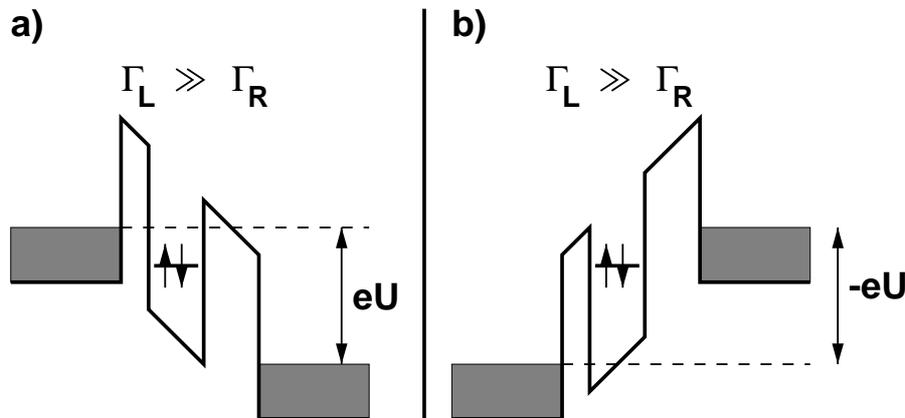
Nimmt man  $T = 0$  und  $\epsilon \gg k_B T$  an, so erhält man aus Gl. 3.17 im Fall a):

$$\begin{aligned} U > 0 &\Rightarrow U_\epsilon - U < 0, U_\epsilon > 0 \Rightarrow f(U_\epsilon - U) \approx 1, f(U_\epsilon) \approx 0 \\ &\Rightarrow I = 2e \frac{\Gamma_L\Gamma_R}{2\Gamma_L + \Gamma_R} \approx 2e \frac{\Gamma_R}{2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

und für den Fall b)

$$\begin{aligned} U < 0 &\Rightarrow U_\epsilon - U > 0, U_\epsilon < 0 \Rightarrow f(U_\epsilon - U) \approx 0, f(U_\epsilon) \approx 1 \\ &\Rightarrow I = 2e \frac{\Gamma_L\Gamma_R}{\Gamma_L + 2\Gamma_R} \approx 2e \Gamma_R \end{aligned} \quad (3.20)$$

Es soll hier herausgestellt werden, dass der Strom in beiden Fällen durch die Transparenz der dickeren Barriere bestimmt wird. Für den Fall, dass die Elektronen zunächst durch die dünnere Barriere tunneln, ist der Strom nur

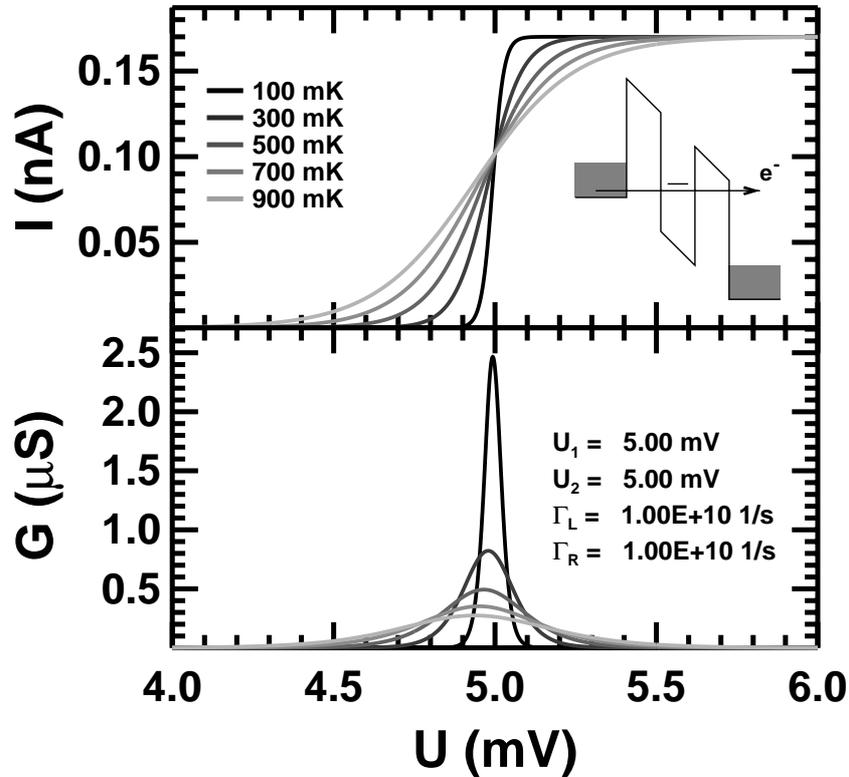


**Abbildung 3.4:** Bandkantenschema eines Quantenpunktes mit asymmetrischen Tunnelbarrieren, die aufgrund der angelegten Spannung stark verkippt sind. Das spinentartete Quantentopfniveau ist je nach Spannungsrichtung a) mit den zur dünneren Barriere benachbarten Zuständen oder b) mit den zur dickeren Barriere benachbarten Zuständen in Resonanz.

halb so gross wie in dem Fall, dass die Elektronen zunächst durch die dickere Barriere tunneln. Dies ist eine direkte Folge der Coulombblockade, die implizit in dem Verbot der Doppelbesetzung verankert ist. Weiterhin spiegelt sich im Absolutwert des Stromes im Fall b) die Entartung des Quantentopfniveaus wider und damit der Spin des Elektrons. Im Fall eines nichtentarteten einzelnen Quantentopfniveaus mit stark asymmetrischen Barrieren nämlich beträgt der Absolutwert des Stromes in beide Richtungen  $|I| = e\Gamma_R$ . Die beiden Spinzustände aber stellen zwei getrennte Transportkanäle dar. Im Fall b) verlassen Elektronen den Quantentopf schneller als sie in ihn hineintunneln. Im zeitlichen Mittel ist er im Wesentlichen unbesetzt, die beiden Kanäle stehen praktisch immer für den Transport zur Verfügung. Im Fall a) tunneln Elektronen schneller in den Quantentopf als sie ihn verlassen können. Er ist quasi immer besetzt. Wegen der Coulombblockade kann kein weiteres Elektron durch die Struktur tunneln, es steht praktisch immer nur ein Transportkanal zur Verfügung.

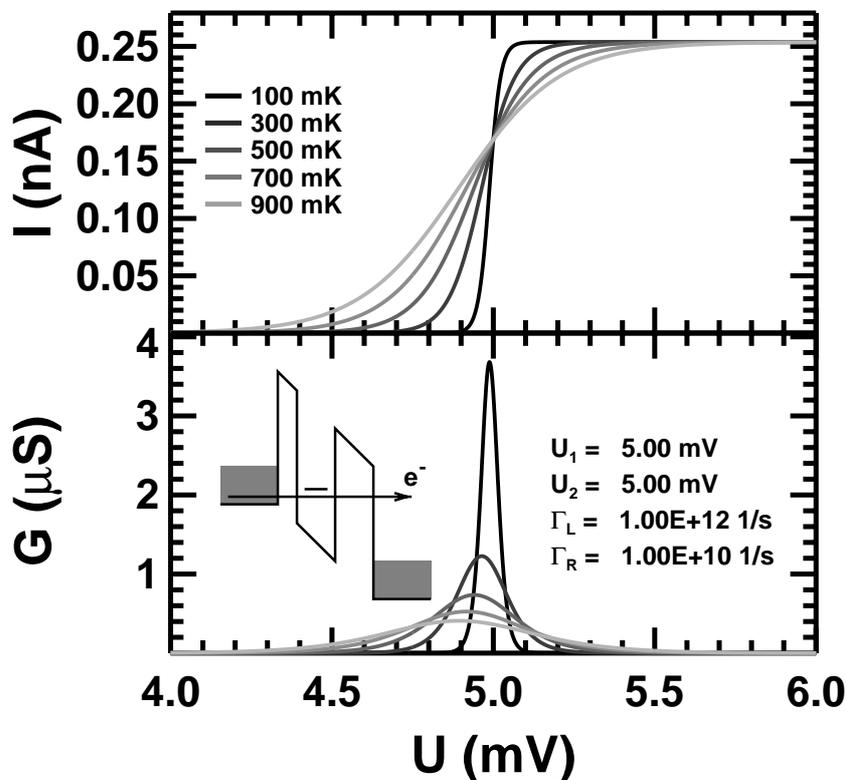
Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird bei asymmetrischen Tunnelbarrieren die im Fall a) angelegte Spannungsorientierung als Aufladungsrichtung und die im Fall b) angelegte Spannungsorientierung als Nicht-Aufladungsrichtung bezeichnet.

Es wird nun die Temperaturabhängigkeit des Stromes für symmetrische Tunnelbarrieren sowie für stark asymmetrische Barrieren wie in den Fällen a) und b) aus Abb. 3.4 betrachtet.



**Abbildung 3.5:** Aus Gl. 3.17 berechneter Verlauf des Stromes  $I(U)$  und des differentiellen Leitwertes  $G(U)$  für eine symmetrische Tunnelbarrierenstruktur bei unterschiedlichen Temperaturen. Die Einsatzspannungen des entarteten Energieniveaus  $U_1 = U_2$  sowie die Tunnelraten  $\Gamma_L, \Gamma_R$  sind im Bild angegeben. Es fällt die Asymmetrie von  $I(U)$  bezüglich des gemeinsamen Schnittpunktes der einzelnen Kennlinien sowie die Verschiebung des Maximums von  $G(U)$  zu niedrigeren Spannungen mit steigender Temperatur auf.

In Abb. 3.5 sind der Stromverlauf  $I(U)$  sowie der differentielle Leitwert  $G(U) = \partial I / \partial U$  für Temperaturen zwischen 100 mK und 900 mK dargestellt. Es wurden das entartete Energieniveau  $\epsilon_{1,2} = e\alpha U_\epsilon$  mit  $U_\epsilon = 5$  mV und der Energiekonversionsfaktor mit  $\alpha = 0.5$  in Gl. 3.17 eingesetzt. Die Tunnelraten wurden mit  $\Gamma_L = \Gamma_R = 10^{10}$  1/s angenommen. Man erkennt eine Asymmetrie der einzelnen Stromkurven um den gemeinsamen Schnittpunkt. Es fällt deutlich auf, dass das Maximum des Leitwertes mit steigender Temperatur zu niedrigeren Spannungen wandert.



**Abbildung 3.6:** Aus Gl. 3.17 berechneter Verlauf des Stromes  $I(U)$  und des differentiellen Leitwertes  $G(U)$  für eine asymmetrische Tunnelbarrierenstruktur mit  $\Gamma_L \gg \Gamma_R$  bei unterschiedlichen Temperaturen. Die Einsatzspannungen des entarteten Energieniveaus  $U_1 = U_2$  sowie die Tunnelraten  $\Gamma_L, \Gamma_R$  sind im Bild angegeben. Es fällt wie im Falle symmetrischer Barrieren die Asymmetrie von  $I(U)$  bezüglich des gemeinsamen Schnittpunktes der einzelnen Kennlinien sowie die Verschiebung des Maximums von  $G(U)$  zu niedrigeren Spannungen mit steigender Temperatur auf.

Aus Gl. 3.17 ergibt sich für die energetische Position des Leitwertmaximums  $G_{max}$  (siehe Anhang B):

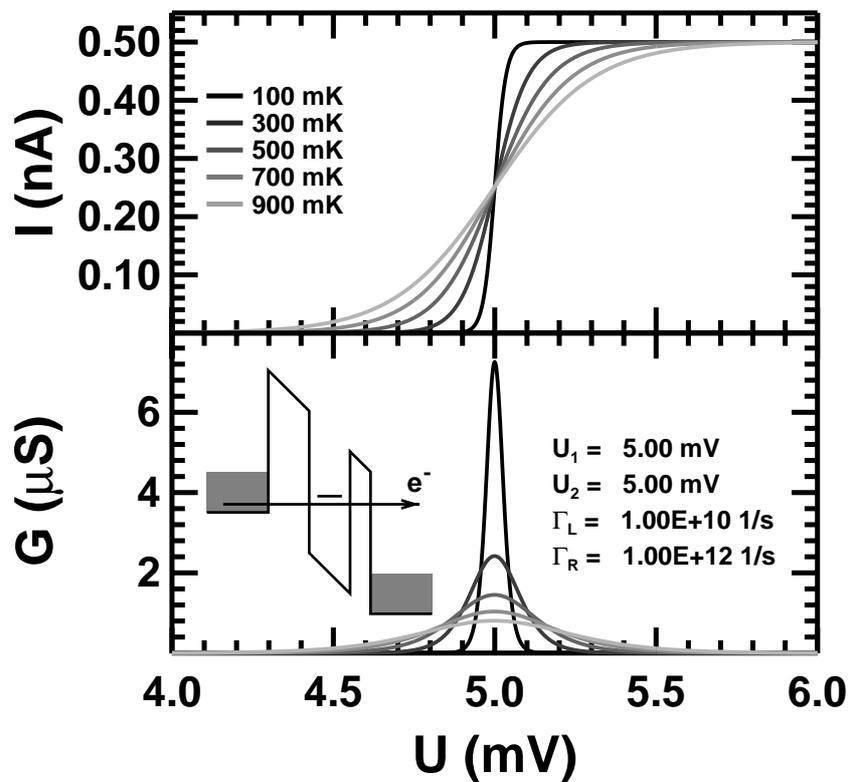
$$U(G_{max}) = U_\epsilon - \ln(1 + A) \frac{k_B T}{\alpha e}, \quad (3.21)$$

wobei

$$A = \begin{cases} \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} & \text{für } U > 0, \\ \frac{\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} & \text{für } U < 0. \end{cases} \quad (3.22)$$

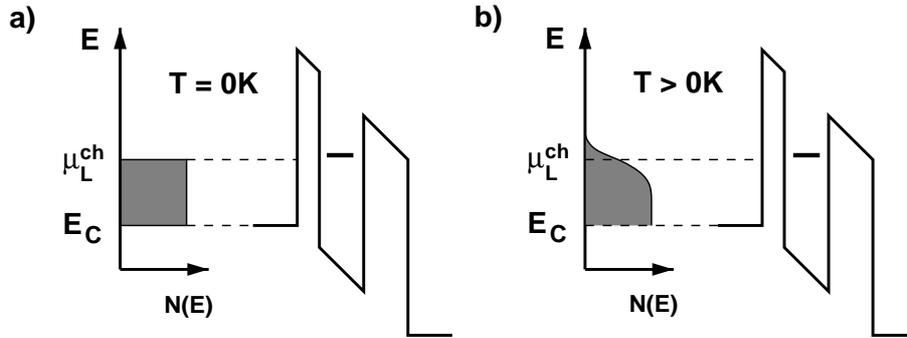
Betrachtet man nun Strukturen mit extrem asymmetrischen Barrieren (Abb. 3.6, 3.7), so fällt folgendes auf: Tunneln die Elektronen zuerst durch

die dünne und dann durch die dicke Barriere, also im Fall der Coulombblockade (Abb. 3.6), so verschiebt sich auch hier  $U(G_{max})$  mit steigender Temperatur zu niedrigeren Spannungen. In umgekehrter Richtung (Abb. 3.7) findet keine merkliche Verschiebung statt. Die Auswertungen der Gleichung 3.21 ergibt für den Fall  $A = \Gamma_L/(\Gamma_L + \Gamma_R)$  eine maximale Verschiebung für  $\Gamma_L \gg \Gamma_R$ , woraus  $\ln(1 + A) \approx \ln(2) \approx 0,69$  folgt. Betrachtet man  $\Gamma_L \ll \Gamma_R$ , so ergibt sich  $\ln(1 + A) \approx \ln(1) = 0$ , womit also auch keine Verschiebung mehr auftritt.



**Abbildung 3.7:** Aus Gl. 3.17 berechneter Verlauf des Stromes  $I(U)$  und des differentiellen Leitwertes  $G(U)$  für eine asymmetrische Tunnelbarrierenstruktur mit  $\Gamma_L \ll \Gamma_R$  bei unterschiedlichen Temperaturen. Die Einsatzspannungen des entarteten Energieniveaus  $U_1 = U_2$  sowie die Tunnelraten  $\Gamma_L, \Gamma_R$  sind im Bild angegeben. Die Asymmetrie von  $I(U)$  bezüglich des gemeinsamen Schnittpunktes der einzelnen Kennlinien sowie die Verschiebung des Maximums von  $G(U)$  zu niedrigeren Spannungen mit steigender Temperatur treten hier nicht mehr auf.

Was ist nun aber die physikalische Ursache dieser Verschiebung? Hierzu betrachte man Abb. 3.8, in der Situationen für a)  $T = 0$  und b)  $T > 0$  dargestellt sind.



**Abbildung 3.8:** Bandkantenschema für einen Quantenpunkt mit angelegter Spannung und Fermi-Verteilung der Elektronen im Emitter-Reservoir für a)  $T = 0$  K und b)  $T > 0$  K. In b) befinden sich Elektronen schon in Resonanz mit dem Quantentopfniveau, wenn es noch nicht das chemische Potenzial des Emitters erreicht hat. Die Anzahl der Elektronen sowie die entsprechenden Raten sind aber noch so gering, dass Coulombblockade eine geringere Rolle spielt als im Fall einer grossen Anzahl von Elektronen.

Im Wesentlichen kommt es hier auf eine Betrachtung der in Abhängigkeit von der Energie zur Verfügung stehenden Elektronen  $N(E)$  im linken Reservoir an. Es wird eine asymmetrische Barrierenkonfiguration betrachtet, so dass aufgrund der Coulombblockade nur eines der beiden entarteten Niveaus zum Transport beiträgt. Im Fall a) gibt es oberhalb des chemischen Potentials  $\mu_L^{ch}$  keine besetzten Zustände, d.h. es fließt kein Strom. Unterschreitet das Quantentopfniveau  $\mu_L^{ch}$ , so fließt ein Strom. Im Fall b) stehen aufgrund der Verschmierung der Fermi-Verteilung um  $\mu_L^{ch}$  Elektronen auch schon dann zum Transport zur Verfügung, wenn sich das Quantentopfniveau noch über  $\mu_L^{ch}$  befindet. Allerdings sind dies zunächst noch sehr wenige Elektronen. Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Elektronen bestimmt zusammen mit der Transmission der linken Tunnelbarriere die Tunnelrate (siehe auch Gl. 3.4) und somit die Zeit, zu der sich Elektronen im Quantentopf befinden. Obwohl die dargestellte Barrierenasymmetrie zu implizieren scheint, dass nur ein Quantentopfniveau zur Verfügung steht, ist der Quantentopf zumeist leer. Den wenigen Elektronen im Reservoir, die die Resonanzbedingung erfüllen, stehen also tatsächlich beide Quantentopfniveaus zur Verfügung. Die Coulombblockade ist nicht wirksam und es fließt ein höherer Strom als im Blockadefall.

Wird die an die Struktur angelegte Spannung erhöht, so bewegt sich das Quantentopfniveau unter  $\mu_L^{ch}$  und die Anzahl der Elektronen, die am Tunnelprozess teilnehmen können, wächst an. Mit steigender Spannung wird

die Coulombblockade wieder wirksamer und der Anstieg des Stromes wird schwächer. Schliesslich steht dem Transport nur noch ein Quantentopfniveau zur Verfügung. Der gesamte Prozess führt zu einer asymmetrischen Verschiebung des Stromes um  $\mu_L^{ch}$  und somit zu einer Verschiebung des Leitwertmaximums.

Im Falle symmetrischer Barrieren kann bei  $T = 0$  K im Mittel in mehr als ein einziges aber weniger als beide Quantentopfniveaus getunnelt werden. Liegen die Niveaus bei  $T > 0$  K über  $\mu_L^{ch}$ , so dass relativ wenige Elektronen im Reservoir zur Verfügung stehen, kann durch beide Quantentopfniveaus getunnelt werden. Es stellt sich wiederum die Situation dar, die oben beschrieben wurde.

In diesem Abschnitt wurde das Modell des sequentiellen Tunnelns durch ein spinentartetes Quantentopfniveau vorgestellt. Der Strom durch eine Doppelbarrierenstruktur konnte unter Berücksichtigung der Temperatur berechnet werden. Insbesondere die temperaturabhängige Verschiebung des Maximums des differentiellen Leitwertes stellt ein unerwartetes Ergebnis dar, was zur Charakterisierung der Probenparameter ausgenutzt werden kann. Im folgenden Abschnitt wird der Einfluss eines Magnetfeldes auf den Strom durch einen Quantenpunkt untersucht.

### 3.1.4 Magnetfeld

Im vorliegenden Abschnitt wird der Einfluss eines Magnetfeldes auf die Zustände in einem Quantentopf beschrieben und die daraus resultierenden  $I(U)$ -Kennlinien diskutiert. Das hier betrachtete Magnetfeld ist parallel zur Stromrichtung ausgerichtet. Die Wirkungen des Magnetfeldes auf die Quantentopfstände bestehen zum einen im Zustandekommen eines zusätzlichen Einschlusspotenzials senkrecht zur Magnetfeldrichtung und zum anderen in der Aufspaltung der bis dahin entarteten Spinzustände, die mit steigendem Feld zunimmt. Dies sind die Gegenstände der folgenden Unterabschnitte.

#### 3.1.4.1 Diamagnetische Verschiebung

Das Anlegen eines Magnetfeldes senkrecht zur Querschnittsfläche eines Quantenpunktes ermöglicht die Variation des lateralen Einschlusspotenzials. Zunächst jedoch soll das zweidimensionale geometrische Einschlusspotenzial und die daraus resultierenden Energieeigenwerte für ein einzelnes Elektron betrachtet werden. Nimmt man an, dass das geometrische Einschlusspotenzial des Quantenpunktes harmonisch ist, so lässt sich der zugehörige Hamiltonope-

rator wie folgt schreiben:

$$H_{\parallel} = \frac{1}{2m^*} \mathbf{p}_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 r_{\parallel}^2. \quad (3.23)$$

$\mathbf{p}_{\parallel}$  ist der laterale Impulsoperator,  $m^*$  die effektive Masse,  $\omega_0$  die Oszillatorfrequenz. Aufgrund der Radialsymmetrie des Hamiltonoperators lässt sich die Schrödingergleichung in Polarkoordinatendarstellung lösen, so dass sich die Energieeigenwerte zu

$$E_{n,l} = (2n + 1 + |l|) \hbar \omega_0 \quad (3.24)$$

ergeben.  $n = 0, 1, 2, \dots$  ist die radiale und  $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  die Drehimpulsquantenzahl. Die Einteilchen-Grundzustandsenergie beträgt  $\hbar \omega_0$ . Die Quantensysteme, die im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersucht wurden, weisen eigentlich kein harmonisches Einschlusspotenzial auf. Die Bindung der Elektronen an den Störstellen erfolgt durch ein Coulombpotenzial  $\propto 1/r$  (siehe Abschnitt 3.1.2). Es kann aber auch ein Coulombpotenzial für tiefliegende gebundene Zustände durch ein harmonisches Potenzial genähert werden. Da hier nur der Grundzustand mit hoher Bindungsenergie betrachtet werden soll, wird im Bild des harmonischen Potenzials verblieben, womit sich die folgenden Betrachtungen analytisch durchführen lassen.

Im magnetischen Feld  $\mathbf{B}$  muss der Hamiltonoperator (3.23) folgendermassen modifiziert werden:

- Die Ankopplung des kinetischen Impulses an das elektromagnetische Vektorpotenzial  $\mathbf{A}$  muss eingeführt werden:  $\mathbf{p}_{\parallel} \rightarrow \mathbf{p}_{\parallel} + e\mathbf{A}_{\parallel}(\mathbf{r}_{\parallel})$ .
- Der Zeemanterm  $g^* \mu_B \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$  mit dem effektiven Landè-Faktor  $g^*$ , dem Bohrschen Magneton  $\mu_B$  und dem Spinoperator  $\mathbf{S}$  muss zum Hamiltonoperator addiert werden.

Dieses Problem wurde zuerst von Fock [58] gelöst, wobei sich die Energieeigenwerte zu

$$E_{n,l} = (2n + 1 + |l|) \sqrt{(\hbar \omega_0)^2 + (\hbar \omega_C / 2)^2} + (l/2) \hbar \omega_C \quad (3.25)$$

mit  $\omega_C = eB/m^*$  ergaben. Hierbei wurde zunächst die Zeeman-Aufspaltung, die Gegenstand des nächsten Abschnittes ist, nicht berücksichtigt. Es lässt sich feststellen, dass die Grundzustandsenergie  $E_{0,0}$  mit wachsendem Magnetfeld kontinuierlich angehoben wird, was die Konsequenz des zusätzlichen feldinduzierten lateralen Einschlusspotenzials ist, dessen Stärke durch  $\hbar \omega_C$  charakterisiert ist. Dieses Anheben der Energie wird als diamagnetische Verschiebung bezeichnet. Betrachtet man die extremen Fälle, in denen zum einen das magnetische Feld verschwindend gering und zum anderen sehr hoch  $\hbar \omega_C \gg \hbar \omega_0$  ist, so lassen sich die folgenden Aussagen für das Verhalten von  $E_{0,0}$  machen:

Für  $\hbar\omega_C \ll \hbar\omega_0$  erhält man trivialerweise  $\hbar\omega_0$  wie im feldfreien Fall, während sich für sehr hohe Felder  $\hbar\omega_C/2$  ergibt. Abhängig von der Stärke des Magnetfeldes wird also die energetische Lage des Quantentopfniveaus durch den elektronischen Durchmesser der Störstelle oder das magnetisch induzierte Einschlusspotenzial dominiert. Es lassen sich neben den Energien  $\hbar\omega_0$  und  $\hbar\omega_C$  auch der klassische Durchmesser des Quantenpunktes  $d_{kl}$  und die magnetische Länge  $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$  miteinander vergleichen. Der klassische Durchmesser des Einzelelektronen-Grundzustandes ergibt sich aus

$$E_{0,0} = V_{\parallel}(r_{\parallel}) = \frac{1}{2}m^*\omega_0^2 r_{\parallel}^2, \quad (3.26)$$

mit  $d_{kl}/2 = r_{\parallel}$  zu

$$d_{kl} = 2\sqrt{\frac{2\hbar}{m^*\omega_0}}. \quad (3.27)$$

Solange  $l_B \gg d_{kl}$  bleibt das Störstellenniveau im Wesentlichen unbeeinflusst vom Magnetfeld, wohingegen für  $l_B \ll d_{kl}$  das magnetische Einschlusspotenzial dominiert. Zur Verdeutlichung der Verhältnisse seien hier einige Zahlenwerte angegeben: Einem Magnetfeld von 0,1 T entspricht eine magnetische Länge  $l_B \approx 81,1$  nm und 10 T entsprechen  $l_B \approx 8,1$  nm. Der Bohrsche Radius einer wasserstoffartigen Störstelle in GaAs (Gl. 3.1) beträgt  $a_B \approx 9,9$  nm, so dass der Durchmesser einer solchen Störstelle mit  $\approx 19,8$  nm angenommen werden kann, was einem Magnetfeld von  $B \approx 1,7$  T entspricht.

Bei quantitativen Analysen muss allerdings beachtet werden, dass bei hohen Magnetfeldern die Energie des Störstellenniveaus so weit angehoben werden kann, dass die Näherung eines harmonischen Potenzials nicht mehr zulässig ist. Quantitative Analysen bezüglich der diamagnetischen Verschiebung im Rahmen dieser Arbeit beschränken sich daher auf den Magnetfeldbereich, in dem die Anhebung des Energieniveaus niedrig bleibt.

#### 3.1.4.2 Spinaufspaltung

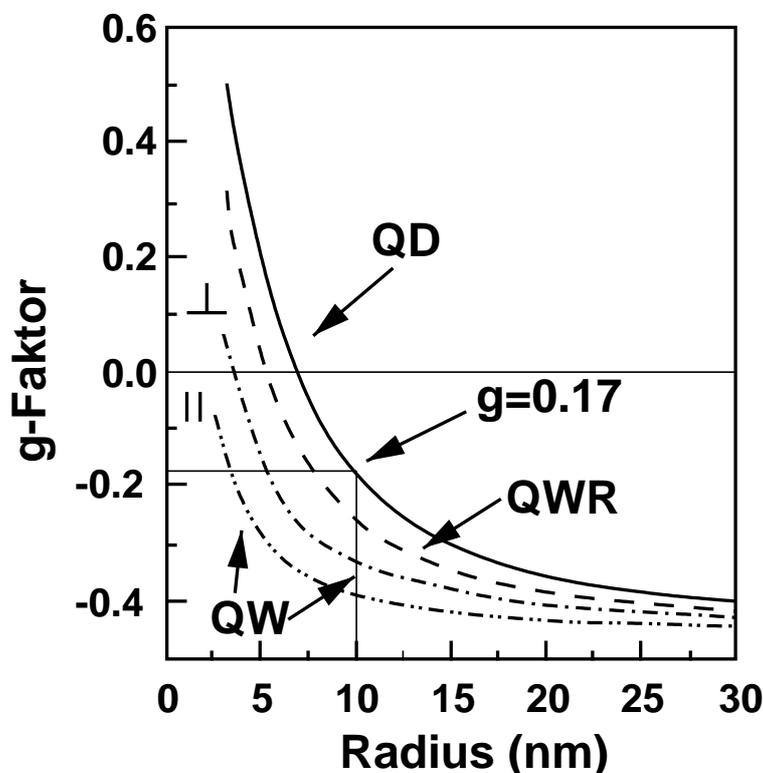
Betrachtet man ein System wie in Abschnitt 3.1.3, dessen Zustand spinentartet ist, so führt das Anlegen eines Magnetfeldes zur Aufhebung dieser Entartung. Die vom Magnetfeld  $B$  abhängige Grösse der nach ihrem Entdecker benannten Zeeman-Aufspaltung beträgt

$$\Delta E_S = g^* \mu_B B. \quad (3.28)$$

$\mu_B = e\hbar/2m_0c = 0,579 \cdot 10^{-4}$  eV/T ist das Bohrsche Magneton und  $g^*$  ist der effektive g-Faktor, der auch als gyromagnetischer oder Landéfaktor bezeichnet wird.  $g^*$  ist eine dimensionslose Grösse, die von ihrer Umgebung abhängt. Der

g-Faktor für ein freies Elektron beträgt 2 und ergibt sich sowohl aus der Lösung der nichtrelativistischen Schrödinger-Pauli-Theorie als auch aus der relativistischen Dirac-Theorie (siehe z.B. Kapitel 3 in [59]).

Der g-Faktor von Leitungselektronen in Halbleitern wird aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung modifiziert, die wiederum von der Bandstruktur abhängt. Man bezeichnet den g-Faktor, der den Eigenschaften der Bandstruktur Rechnung trägt, als effektiven g-Faktor  $g^*$ , ähnlich der effektiven Masse  $m^*$ . In kristallinem GaAs findet man  $g^* = -0.44$  [22]. Im Falle eines Quantenpunktes, der aus einem GaAs-Quantentopf besteht, wird die Bandstruktur durch das Einschlusspotenzial stark modifiziert, was sich entsprechend in  $g^*$  niederschlägt.

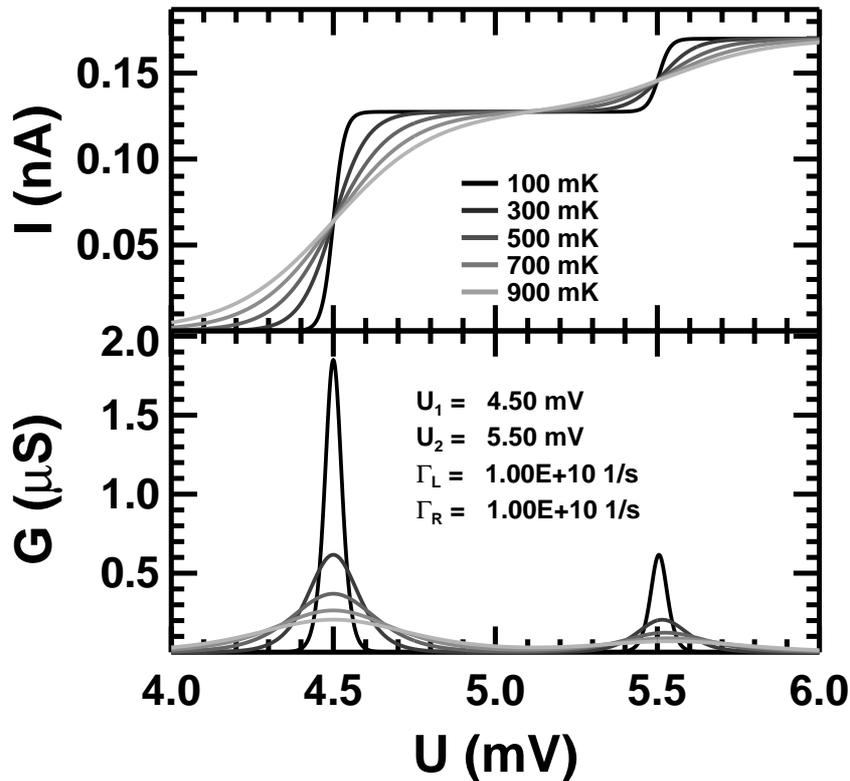


**Abbildung 3.9:** Theoretisch berechneter g-Faktor eines Quantentopfes (QW), eines Quantendrahtes (QWR) und eines Quantenpunktes (QD) in Abhängigkeit von der Systemgröße nach [60].  $g_{\perp}$  und  $g_{\parallel}$  geben die Komponenten des g-Faktors im Quantentopf an. Eingezeichnet ist der g-Faktor, der sich für eine wasserstoffähnliche Störstelle in GaAs mit dem Radius von  $\approx 10$  nm entsprechend Gl. 3.1 ergibt.

Ivchenko, Kiselev und Rössler [60–62] haben dazu selbstkonsistente Bandstrukturrechnungen in  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Näherung für unterschiedliche Einschlusspotenziale in GaAs/GaAlAs-Heterostrukturen durchgeführt. Die Ergebnisse für Quantentöpfe, Quantendrahte und Quantenpunkte mit unterschiedlichen

Ausdehnungen sind in Abb. 3.9 dargestellt. In Transportmessungen konnte Spinaufspaltung in Quantentöpfen [63] und von Störstellenniveaus in Quantentöpfen [64] beobachtet werden und ebenfalls der Einfluss des starken lateralen Einschlusspotenzials auf  $g^*$  nachgewiesen werden. Es lässt sich eine starke Abhängigkeit der Komponenten von der Quantentopfbreite feststellen, die sich experimentell in optischen Experimenten verifizieren lässt [65].

Welchen Einfluss hat die Spinaufspaltung nun auf die  $I(U)$ -Kennlinien eines Quantenpunktes?



**Abbildung 3.10:** Aus Gl. 3.11 berechneter Verlauf des Stromes  $I(U)$  und des differentiellen Leitwertes  $G(U)$  für eine symmetrische Tunnelbarrierenstruktur bei unterschiedlichen Temperaturen. Die Einsatzspannungen des entarteten Energieniveaus  $U_1 < U_2$  sowie die Tunnelraten  $\Gamma_L, \Gamma_R$  sind im Bild angegeben. Man erkennt die Ausbildung einer zweiten Stromstufe bei  $U = U_2$ . Die Asymmetrie von  $I(U)$  bezüglich des gemeinsamen Schnittpunktes der einzelnen Kennlinien an der zweiten Stromstufe sowie die Verschiebung des zweiten Maximums von  $G(U)$  zu höheren Spannungen mit steigender Temperatur fallen auf, wohingegen die erste Stromstufe symmetrisch und der Leitwertpeak unverschoben ist.

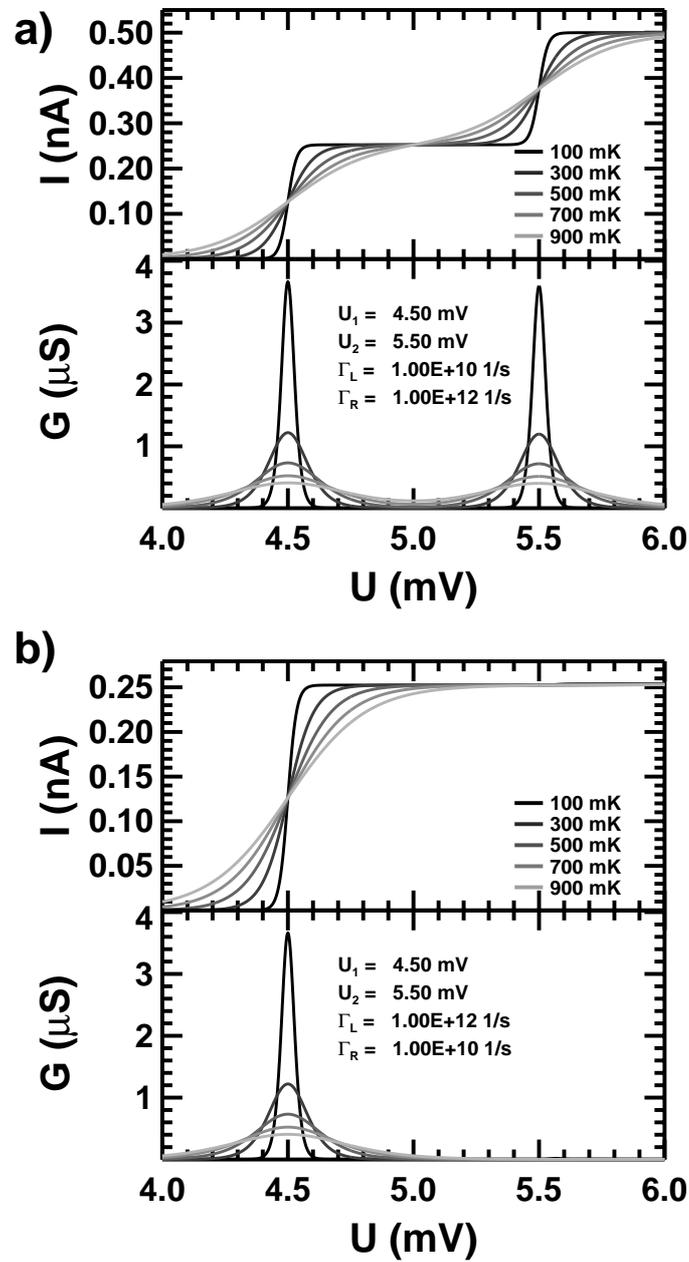
Zur Untersuchung dieser Frage wurde Gleichung 3.11 für  $\epsilon_{|\downarrow\rangle} \neq \epsilon_{|\uparrow\rangle}$  ausgewertet. Die Richtung des angelegten Magnetfeldes sei derart gewählt, dass  $\epsilon_{|\downarrow\rangle} < \epsilon_{|\uparrow\rangle}$ . Abb. 3.10 zeigt Strom und differentiellen Leitwert für einen Quantenpunkt mit Spinaufspaltung und symmetrischen Tunnelbarrieren. Zunächst lässt sich erkennen, dass eine zweite Stufe entsteht und somit auch ein zweiter Leitwertpeak. Vergleicht man die erste mit der zweiten Stufe, so stellt man fest, dass die einzelnen Kennlinien unterschiedlicher Temperatur der ersten Stufe symmetrisch um ihren gemeinsamen Schnittpunkt verlaufen, während dies bei der zweiten Stufe nicht der Fall ist. Das Maximum des differentiellen Leitwertes, das zur zweiten Stufe gehört, verschiebt sich aber im Gegensatz zum Fall der Spinartung (Abb. 3.5, 3.6 und 3.7) nun zu höheren Spannungen mit steigender Temperatur. Was ist die Ursache für dieses Verhalten?

Sobald das untere der beiden aufgespaltenen Niveaus mit besetzten Zuständen im linken Reservoir in Resonanz ist, fließt Strom. Da in dieser Situation überhaupt nur ein Quantentopfniveau am Transport teilnimmt, spielt Coulombblockade keine Rolle. Der Stromverlauf entspricht dem durch ein einzelnes Quantentopfniveau und folgt in seiner Form der Fermi-Verteilung:

$$I = e \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} f(U_{\epsilon_1}, U) \quad (3.29)$$

Die zugehörige Stromstufe ist symmetrisch um  $U_{\epsilon_1}$  und der Leitwertpeak verschiebt nicht mit der Temperatur. Wenn man annimmt, dass die Spinaufspaltung  $\Delta E_S$  deutlich grösser als die Temperaturverbreiterung der Fermikante  $\Delta E_F \propto k_B T$  ist, so ist die Anzahl der Elektronen im Reservoir, die mit  $|\downarrow\rangle$  in Resonanz sind, maximal, wenn  $|\uparrow\rangle$  gerade mit den ersten wenigen thermisch angeregten Elektronen im Reservoir in Resonanz kommt. Während also die maximal zur Verfügung stehende Anzahl von Elektronen versucht, durch das untere Niveau zu tunneln, gibt es nur wenige Elektronen, die durch das energetisch höherliegende Niveau tunneln können. Die Coulombblockade verbietet, dass durch beide Niveaus gleichzeitig getunnelt werden kann. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten der beiden Niveaus  $P_{|\downarrow\rangle}, P_{|\uparrow\rangle}$ , die direkt mit der jeweils zur Verfügung stehenden Anzahl der Elektronen verknüpft sind (siehe Gl. 3.9), unterscheiden sich deutlich voneinander.  $P_{|\downarrow\rangle}$  ist maximal, während  $P_{|\uparrow\rangle} \approx 0$ . Der Stromfluss durch  $|\uparrow\rangle$  wird somit im Fall der Coulombblockade wesentlich stärker unterdrückt als durch  $|\downarrow\rangle$ . Erst wenn  $P_{|\downarrow\rangle} = P_{|\uparrow\rangle}$  teilt sich der Strom durch beide Niveaus in gleiche Anteile. Es ergibt sich für den maximalen Gesamtstrom wie in Gl. 3.18

$$I = e \frac{2\Gamma_L \Gamma_R}{2\Gamma_L + \Gamma_R}. \quad (3.30)$$



**Abbildung 3.11:** Aus Gl. 3.11 berechneter Verlauf des Stromes  $I(U)$  und des differentiellen Leitwertes  $G(U)$  für eine asymmetrische Tunnelbarrierenstruktur bei unterschiedlichen Temperaturen. In a) ist  $\Gamma_L \ll \Gamma_R$  und in b)  $\Gamma_L \gg \Gamma_R$ . Die zweite Stufe in a) ist genauso hoch wie die erste. Die Leitwertpeaks sind nicht gegeneinander verschoben. Aufgrund der Coulombblockade ist in b) die zweite Stufe komplett unterdrückt. Die Stufenhöhe entspricht der Höhe der ersten Stromstufe in a).

In Abb. 3.11 sind die berechneten Kennlinien für asymmetrische Barrieren dargestellt.

Im Fall  $\Gamma_L \ll \Gamma_R$  ergeben sich zwei Stromstufen gleicher Höhe und die Leitwertpeaks sind unverschoben, weil die Coulombblockade aufgrund der kleinen Besetzungsdauer der Niveaus keine Rolle spielt. Für den umgekehrten Fall,  $\Gamma_L \gg \Gamma_R$ , verhindert die Coulombblockade die Ausbildung der zweiten Stromstufe, die demzufolge auch nicht verschoben sein kann.

Die Auswertung von Gl. 3.11 unter Berücksichtigung der Aufhebung der Spinartung ergibt für die Position des zweiten Leitwertmaximums:

$$U(G_{max}) = U_2 - \ln \left[ \frac{\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \left( 1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} \right) \right] \frac{k_B T}{\alpha e}. \quad (3.31)$$

Für den Fall, dass die Coulombblockade nicht wirksam ist, also  $\Gamma_L \ll \Gamma_R$ , ergibt sich  $U(G_{max}) = U_2 - \ln(1)k_B T/\alpha e = U_2$ , also keine Verschiebung wie in Abb. 3.11 a). Für  $\Gamma_L = \Gamma_R$  erhält man  $U(G_{max}) = U_2 - \ln(3/4)k_B T/\alpha e \approx U_2 + 0,29k_B T/\alpha e$ , also eine Verschiebung des Leitwertmaximums zu höheren Energien mit steigender Temperatur, wie bereits in Abb. 3.10 gesehen.

Hiermit schliesst der Abschnitt über die theoretischen Grundlagen zum Tunneln durch nulldimensionale Zustände. In den folgenden Abschnitten werden die gemessenen Kennlinien der drei Proben, die zur Verfügung standen, präsentiert und im Rahmen der vorgestellten Theorie diskutiert.

## 3.2 Experimentelle Ergebnisse

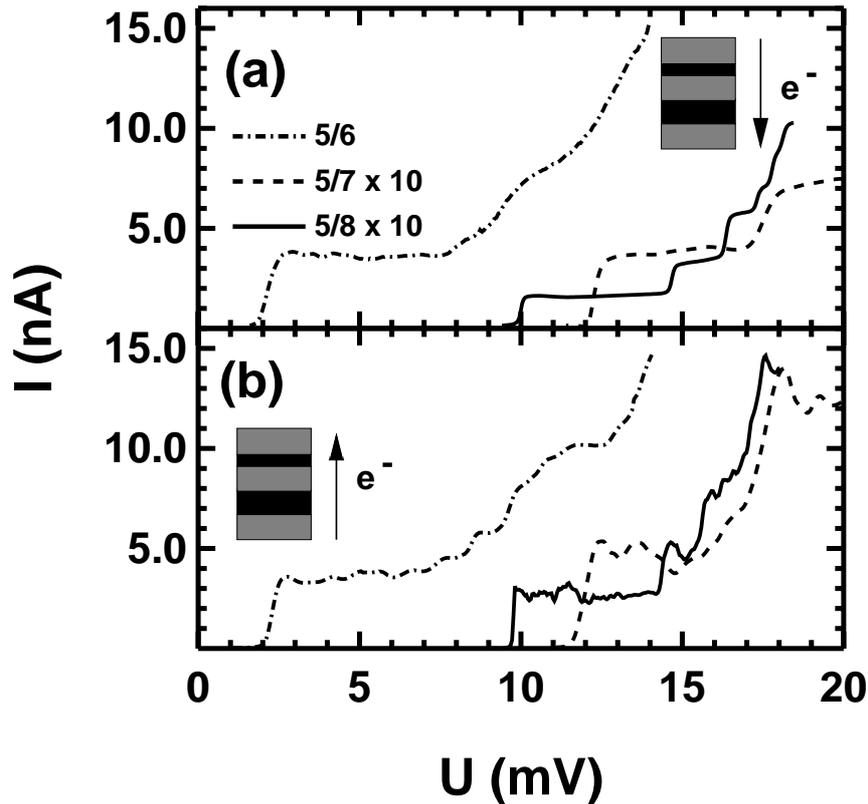
Der vorliegende Abschnitt beschäftigt sich mit den Strom-Spannungskennlinien, die im Einzel-Elektronen-Tunnelregime der verwendeten Proben gemessen wurden. Dabei wurde sowohl die Umgebungstemperatur der Proben variiert als auch ein Magnetfeld parallel zur Stromrichtung angelegt, das kontinuierlich verändert werden konnte. Neben den gemessenen  $I(U)$ -Kennlinien werden die daraus berechneten Leitwert-Spannungskennlinien mit der im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Theorie über das Tunneln durch störstelleninduzierte nulldimensionale Zustände im Quantentopfbereich einer Doppelbarrierenstruktur verglichen, wobei der Brennpunkt des Interesses der Anstiegsbereich der ersten Stromstufe ist. Alle vorgestellten Messungen werden im Hinblick auf die Anwendung störstelleninduzierter nulldimensionaler Zustände als Spektrometer zur Untersuchung der Zustandsdichte der Zuleitungen diskutiert. Dafür ist es notwendig, dass ein einzelnes scharfes Niveau im Quantentopfbereich zur Verfügung steht.

Abb. 3.12 zeigt die gemessenen Ströme durch die drei in Abschnitt 2.2.1 vorgestellten Proben bei  $T = 20$  mK und  $B = 0$  T. Es ist der Einsatzbereich des Stromes dargestellt und im Gegensatz zum 3D-2D Tunneln wie in Abb. 2.6 gezeigt, steigt der Strom nicht stetig, sondern in Stufen an. Dies ist ein eindeutiger Hinweis auf das Tunneln durch 0D-Zustände. Die erste Stufe entsteht durch das Tunneln durch den ersten Zustand, der über der Fermienergie der Zuleitungen liegt. Weitere Stufen entstehen durch nächsthöher gelegene nulldimensionale Zustände. 0D-Zustände erhält man durch Herstellungsverfahren, die eine laterale Einschränkung des Quantentopfbereiches im sub- $\mu\text{m}$  Bereich erlauben (siehe z.B. [40]). Da die laterale Einschränkung der Quantentöpfe der verwendeten Proben nicht stark genug ist ( $1 \mu\text{m}$  und  $2 \mu\text{m}$ ), um zur Ausbildung von 0D-Zuständen zu führen, muss es sich bei den am Transport beteiligten Niveaus um störstelleninduzierte Zustände handeln (siehe Abschnitt 3.1.2). In Abb. 3.12 fällt auf, dass den Plateaus der Stromstufen in Nicht-Aufladungsrichtung eine zusätzliche Struktur aufgeprägt ist, während sie in Aufladungsrichtung im Wesentlichen glatt verlaufen. Diese zusätzliche Struktur ist eine Folge der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte (LDOSF<sup>1</sup>) der Zuleitungen und ist Gegenstand des nächsten Kapitels. Im vorliegenden Kapitel soll sich ganz auf die erste Stufenkante konzentriert werden, deren Ausprägung Rückschlüsse auf die Probenparameter zulässt.

Zunächst werden die Ergebnisse der temperaturabhängigen Messungen ohne angelegtes Magnetfeld vorgestellt, um dann mit den magnetfeldabhängigen Messungen und Analysen fortzufahren. In den folgenden beiden Abschnitten werden die Messergebnisse und Analysen der Probe 6099/23/6 vorgestellt, da allein diese die angesprochenen Anforderungen an ein Spektrometer erfüllt.

<sup>1</sup>engl.: **L**ocal **D**ensity of **S**tates **F**luctuations

Die beiden übrigen Proben zeigen Verhalten, die zum Teil nicht mit dem sequentiellen Tunnelbild zu erklären sind, das im vorangegangenen Abschnitt vorgestellt wurde. Die Kennlinien dieser Proben und deren Diskussion finden sich im Anhang C.



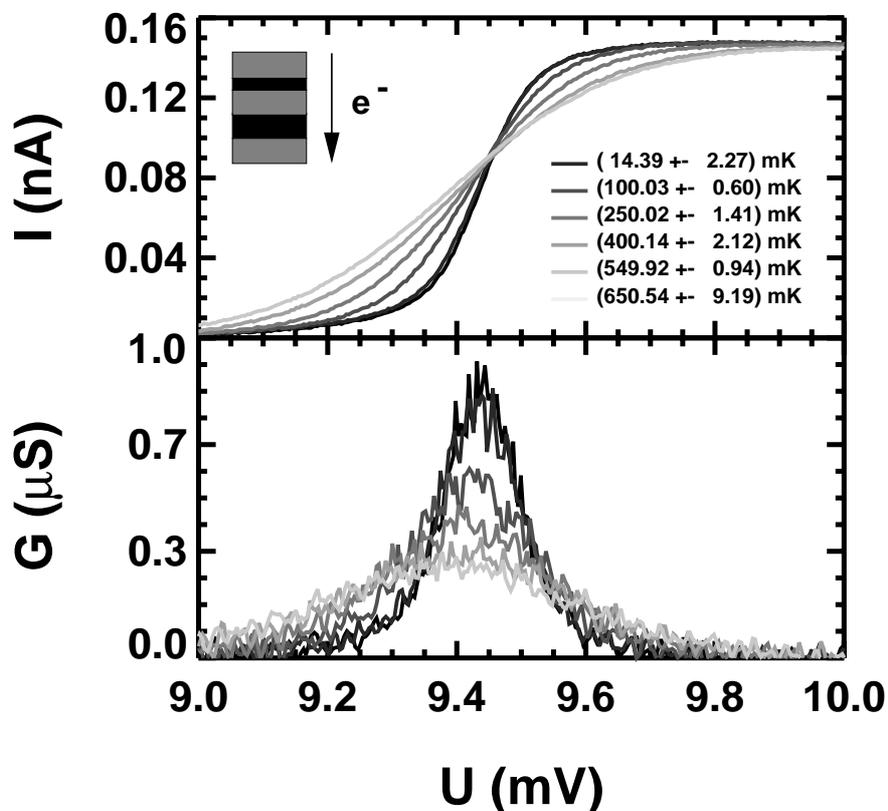
**Abbildung 3.12:**  $I(U)$ -Kennlinien der verwendeten Proben. Die unterschiedlichen Tunnelbarrierenasymmetrien sind in der Darstellung mit 5/6, 5/7 und 5/8 bezeichnet und geben jeweils die Breiten der Tunnelbarrieren in nm an. Die gemessenen Ströme durch die 5/7- und 5/8-Struktur wurden aus Darstellungsgründen mit einem Faktor von 10 multipliziert. In (a) sind die Kennlinien in Aufladungsrichtung, in (b) in Nicht-Aufladungsrichtung dargestellt. In allen Fällen lässt sich das stufenartige Ansteigen der Ströme deutlich erkennen, das aus dem Tunneln durch 0D-Zustände folgt.

### 3.2.1 Temperaturabhängigkeit

Alle in diesem Abschnitt vorgestellten temperaturabhängigen Messungen wurden im Bereich der Basistemperatur des Mischkryostaten bis zu 700 mK durchgeführt. Ab 50 mK wurde die Temperatur in 50 mK-Schritten eingestellt. Die

Basistemperatur lag abhängig von äusseren Störeinflüssen zwischen ca. 10 mK und 20 mK. Die mittlere Spannungsdifferenz zwischen zwei Messpunkten beträgt bei allen Kennlinien  $4 \mu\text{V}$ .

Die Probe 6099/23/6 hat einen geätzten Säulendurchmesser von  $2 \mu\text{m}$  und die Barrierenasymmetrie beträgt 5 nm zu 8 nm. Abb. 3.13 zeigt die Kennlinien in Aufladungsrichtung. Sowohl die  $I(U)$ -Kennlinien als auch die  $G(U)$ -Kennlinien zeigen gute Übereinstimmung mit dem theoretisch erwarteten Verhalten, wie im Folgenden gezeigt werden wird.

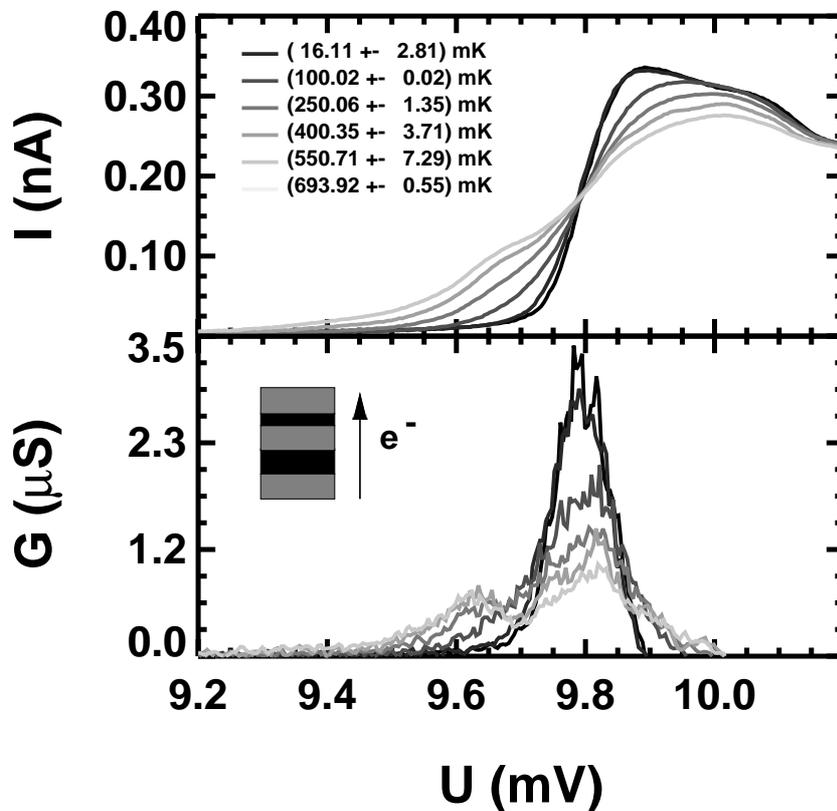


**Abbildung 3.13:** Temperaturabhängige  $I(U)$ - und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6099/23/6 in Aufladungsrichtung.

Es fällt auf, dass die Stromkurven asymmetrisch um den gemeinsamen Schnittpunkt verlaufen und dass die Maxima der Leitwertkurven mit steigender Temperatur zu niedrigeren Spannungen wandern und breiter werden. All dies wird theoretisch für die Aufladungsrichtung bei grosser Tunnelbarrierenasymmetrie vorhergesagt. Die berechneten  $G(U)$ -Kurven sind leicht

verrauscht, was auf äussere Störeinflüsse und die Grenzen der Messgenauigkeit zurückzuführen ist. Auf eine Glättung der Kurven wurde verzichtet, da dadurch das Breitenprofil der Leitwertpeaks stark verzerrt wird.

Die Kennlinien in Nicht-Aufladungsrichtung sind in Abb. 3.14 dargestellt. Man stellt fest, dass sich die Stromkurven alle in einem Punkt schneiden, der etwa in der Hälfte des Anstieges liegt. Das ist das Verhalten, was man theoretisch in der Nicht-Aufladungsrichtung einer stark asymmetrischen Tunnelbarrierenstruktur erwartet.



**Abbildung 3.14:** Temperaturabhängige  $I(U)$ - und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6099/23/6 in Nicht-Aufladungsrichtung.

Allerdings kann man links vom Schnittpunkt der Stromkurven bei höheren Temperaturen eine Schulter beobachten. Diese Schulter lässt sich den Fluktuationen der LDOS zuschreiben, wenn man annimmt, dass die Zustandsdichte oberhalb des chemischen Potenzial im Emitter eine Überhöhung aufweist.

Diese Phänomene, die die Fluktuationen der LDOS betreffen, werden im nächsten Kapitel ausführlich behandelt. Betrachtet man nur die Kurven niedriger Temperaturen, so verschwindet die Schulter und die Positionen der Maxima der Leitwertpeaks verschieben sich, wie theoretisch erwartet, nicht.

Die qualitative Übereinstimmung von Messung und Theorie macht bei dieser Probe eine weitergehende quantitative Analyse möglich. Zur Bestimmung der Tunnelraten  $\Gamma_1$  und  $\Gamma_2$  werden die mittleren temperaturunabhängigen Plateaströme  $\langle I \rangle_P$  der ersten Stromstufe ausgewertet und zur Bestimmung des Energie-Konversionsfaktors  $\alpha$  und des Tunnelratenverhältnisses  $\Gamma_1/\Gamma_2$  die temperaturabhängigen Positionen  $U(G_{max})$  und Breiten  $\Delta U_{FWHM}$  der Leitwertpeaks herangezogen.  $\Gamma_1$  bezieht sich hierbei auf die obere dünnere Tunnelbarriere, während  $\Gamma_2$  mit der unteren dickeren Tunnelbarriere der Heterostruktur assoziiert ist.

Die mittleren Plateaströme wurden in den Bereichen der Kennlinien ermittelt, in denen keine Temperaturabhängigkeit zu beobachten ist. Für den mittleren Strom in Aufladungsrichtung ergibt sich  $\langle I \rangle_{P,A} = 147,9 \text{ pA}$  und in Nicht-Aufladungsrichtung  $\langle I \rangle_{P,N} = 267,8 \text{ pA}$ . Aus Gl. 3.17 ergibt sich für den Plateaustrom in Aufladungsrichtung

$$\langle I \rangle_{P,A} = 2e \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{2\Gamma_1 + \Gamma_2} \quad (3.32)$$

und in Nicht-Aufladungsrichtung

$$\langle I \rangle_{P,N} = 2e \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\Gamma_1 + 2\Gamma_2} \quad (3.33)$$

mit  $\Gamma_1 > \Gamma_2$ . Hieraus lassen sich die Tunnelraten berechnen:

$$\Gamma_1 = \frac{3}{2e} \frac{\langle I \rangle_{P,A} \langle I \rangle_{P,N}}{2\langle I \rangle_{P,A} - \langle I \rangle_{P,N}} \quad (3.34)$$

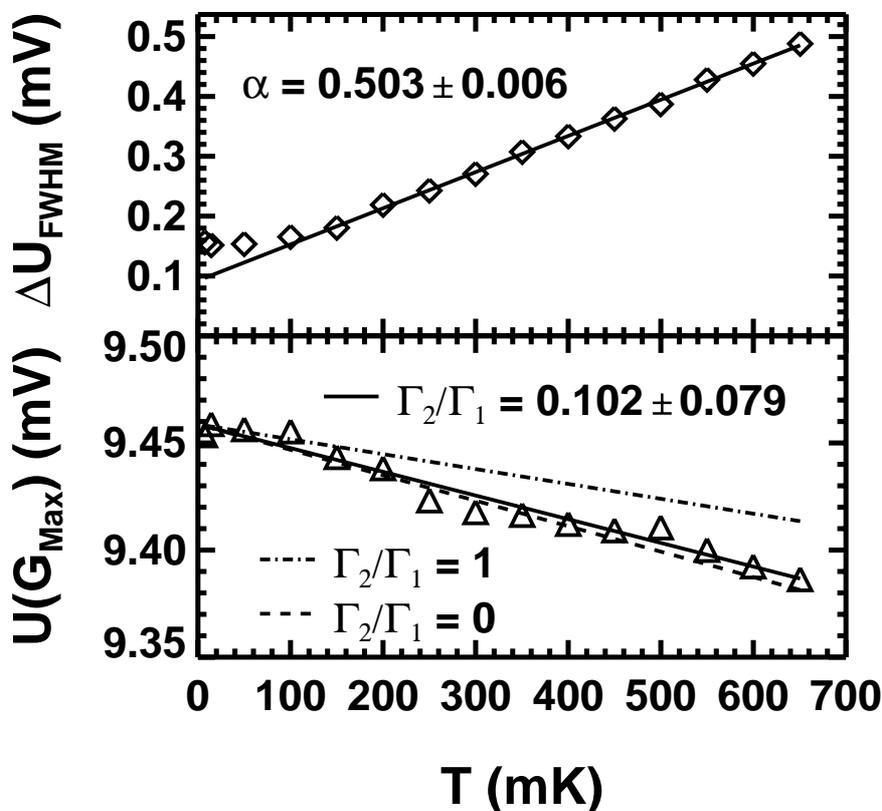
und

$$\Gamma_2 = \frac{3}{2e} \frac{\langle I \rangle_{P,A} \langle I \rangle_{P,N}}{2\langle I \rangle_{P,N} - \langle I \rangle_{P,A}}. \quad (3.35)$$

Es ergibt sich mit den experimentell ermittelten  $\langle I \rangle_{P,A}$  und  $\langle I \rangle_{P,N}$  für die Tunnelraten  $\Gamma_1 = 1,33 \cdot 10^{10} \text{ 1/s}$  und  $\Gamma_2 = 9,56 \cdot 10^8 \text{ 1/s}$ . Das mit dieser Methode ermittelte Tunnelratenverhältnis beträgt  $\Gamma_1/\Gamma_2 = 13,91$ .

Als nächstes werden die Energie-Konversionsfaktoren und die Tunnelratenverhältnisse aus den temperaturabhängigen Daten ermittelt und mit dem obigen Ergebnis verglichen.

In Abb. 3.15 sind unten  $U(G_{max})(T)$  und oben  $\Delta U_{FWHM}(T)$  für die Kennlinien in Aufladungsrichtung aufgetragen.



**Abbildung 3.15:** Bestimmung von  $\alpha$  aus  $\Delta U_{FWHM}(T)$  und  $\Gamma_2/\Gamma_1$  aus  $U(G_{max})(T)$  der Probe 6099/23/6 in Aufladungsrichtung.

An die Daten wurden jeweils Geraden angepasst, die in der Abbildung mit durchgezogener Linie eingezeichnet sind. Aus den Fitparametern wurden  $\alpha$  (siehe Anhang A) und  $\Gamma_2/\Gamma_1$  gemäß Gl. 3.21 und Gl. 3.22 berechnet. Die Parameter sind in der Abbildung mit dazugehöriger Fehlerabschätzung, die auf der Abweichung der Daten von der Anpassungsgeraden beruht, eingetragen. Zur Bestimmung von  $\alpha$  wurden die Messpunkte kleiner bis einschliesslich 100 mK nicht herangezogen, da der Kurvenverlauf in diesem Bereich sättigt. Dafür gibt es zwei naheliegende mögliche Ursachen: Die thermische Ankopplung der Elektronenreservoirs der Zuleitungen an das Mischkryostatsystem geht bei diesen tiefen Temperaturen verloren oder die intrinsische Breite des Störstellenniveaus wird erreicht. Gemäß Gl. 2.8 lässt sich die intrinsische Breite mit den Tunnelraten  $\Gamma_1$  und  $\Gamma_2$  zu etwa  $5 \mu\text{eV}$  abschätzen, was mit dem ermittelten  $\alpha = 0,50$  einem  $\Delta U_{FWHM} \approx 10 \mu\text{V}$  entspricht. Dieser Wert liegt in etwa um den Faktor 15 niedriger als die Sättigungsbreite der

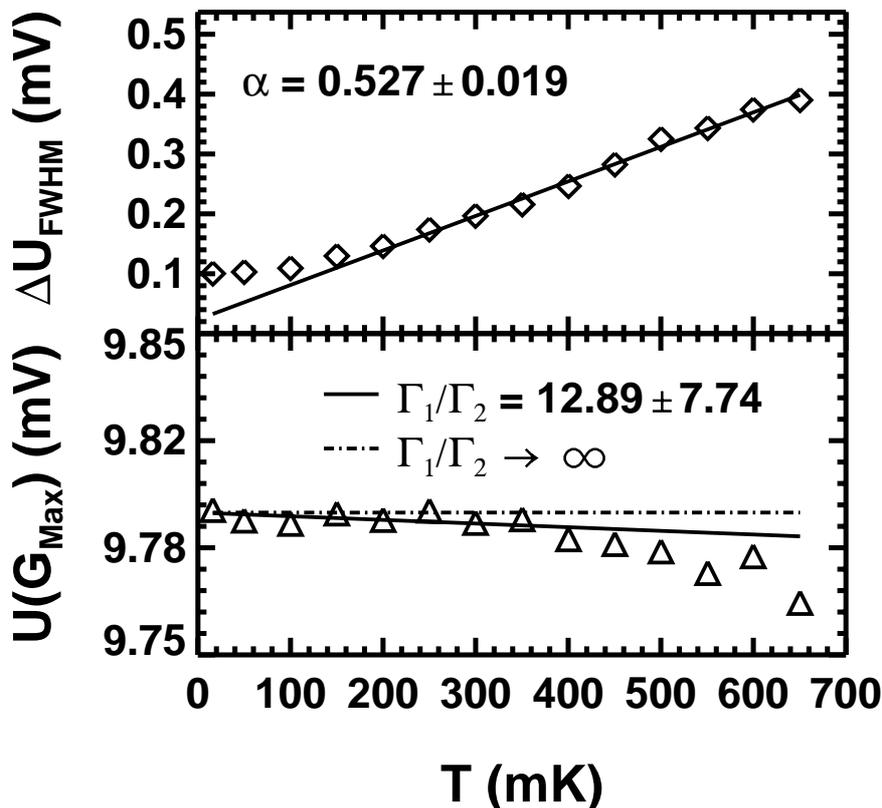
Messwerte, womit die gemessene Sättigung als Folge der intrinsischen Breite ausgeschlossen werden kann. Die Sättigung könnte somit eine Folge der thermischen Abkopplung der Probenzuleitungen vom Kryostatsystem sein. Dagegen spricht allerdings die Tatsache, dass in Nicht-Aufladungsrichtung (siehe unten) eine niedrigere Sättigungsbreite gefunden wird. Als weitere mögliche Ursachen lassen sich Streu- und Relaxationsprozesse sowohl in den Zuleitungen als auch im Quantentopf vermuten. Eine Untersuchung in diese Richtung konnte allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden und es sei daher auf eine entsprechende Diskussion bei Schmidt et al. [40] verwiesen.

Die Fehlerabschätzung für  $\Gamma_2/\Gamma_1$  ist relativ gross. Dies hat seine Ursache in der logarithmischen Abhängigkeit der Peakposition  $U(G_{max})$  von  $\Gamma_2/\Gamma_1$ , die sehr empfindlich auf kleine Änderungen reagiert. Daher sind zum Vergleich die  $\Gamma_2/\Gamma_2 = 1$ - und  $\Gamma_2/\Gamma_1 = 0$ -Geraden dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass die an die Messdaten angepasste Gerade sehr nahe bei der  $\Gamma_2/\Gamma_1 = 0$ -Geraden liegt, was eine stark asymmetrische Tunnelbarriere impliziert. Aus  $\Gamma_2/\Gamma_1 \approx 0,10$  folgt  $\Gamma_1/\Gamma_2 \approx 10$ , was im Rahmen der Ungenauigkeiten ausgezeichnet mit dem Wert übereinstimmt, der aus den mittleren Plateauströmen extrahiert wurde.

In Abb. 3.16 sind  $U(G_{max})$  und  $\Delta U_{FWHM}$  sowie die Anpassungsgeraden für die Nicht-Aufladungsrichtung dargestellt. Aufgrund der zusätzlichen Struktur auf der niederenergetischen Seite des Leitwertpeaks bei hohen Temperaturen ist die Fehlerabschätzung für  $\alpha$  etwas höher als zuvor. Man erhält nun  $\alpha \approx 0,53$ . Zusammen mit  $\alpha \approx 0,50$  in Aufladungsrichtung bedeutet dies, dass die Störstelle, durch die getunnelt wird, in der Mitte der Doppelbarrierenstruktur liegt. Da die Barrieren asymmetrisch sind, liegt die Störstelle näher bei der dicken Barriere: Mit den beiden  $\alpha \approx 0,5$  beträgt der Abstand zur dickeren Barriere etwa 3,5 nm und zur dünneren Barriere etwa 6,5 nm. Zur Berechnung von  $\Gamma_1/\Gamma_2$  wurden nur die Peakpositionen unterhalb  $T = 400$  mK berücksichtigt, da hier Werte für höhere Temperaturen durch die zusätzliche Struktur verfälscht werden. Zum Vergleich ist die Gerade für  $\Gamma_1/\Gamma_2 \rightarrow \infty$  eingezeichnet. Der Wert  $\Gamma_1/\Gamma_2 \approx 13$  stimmt im Rahmen der angeführten Ungenauigkeiten sowohl ausgezeichnet mit dem Wert überein, der mit derselben Methode in der anderen Spannungsrichtung ermittelt wurde, als auch mit dem Wert aus den Plateauströmen.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Analyse der temperaturabhängigen Kennlinien der Probe 6099/23/6 in sehr guter Übereinstimmung mit der Annahme ist, dass es sich bei den vermessenen Phänomenen um das Tunneln durch eine einzelne Störstelle im Quantentopfbereich der resonanten Tunnelstruktur handelt. Alle Einzelanalysen lassen sich mit dem sequentiellen Tunnelbild, das im vorangegangenen Abschnitt entwickelt wurde, sehr gut in

Einklang bringen und darüber hinaus ist der mit unterschiedlichen Methoden ermittelte Parameter  $\Gamma_1/\Gamma_2$  konsistent.



**Abbildung 3.16:** Bestimmung von  $\alpha$  aus  $\Delta U_{FWHM}(T)$  und  $\Gamma_1/\Gamma_2$  aus  $U(G_{max})(T)$  der Probe 6099/23/6 in Nicht-Aufladungsrichtung.

### 3.2.2 Magnetfeldabhängigkeit

Im vorliegenden Abschnitt wird die Magnetfeldabhängigkeit der Probe 6099/23/6 vorgestellt. Alle in diesem Abschnitt gezeigten Kennlinienfelder umspannen den Bereich von 0–13 T. Es wurden jeweils bei einem fest eingestellten Magnetfeld  $I(U)$ -Kennlinien aufgenommen. Der Abstand zwischen zwei Messpunkten in Spannungsrichtung beträgt im Mittel  $48 \mu\text{V}$  und die Magnetfeldschrittweite  $0,01 \text{ T}$ . Die Spannungsbereiche wurden jeweils so gewählt, dass bei minimierter Messzeit das gesamte erste Stromplateau erfasst wurde. Der differenzielle Leitwert wurde wie zuvor numerisch aus den gemessenen Spannungs- und Stromdaten gebildet.

Für die gezeigten Graustufenplots wurden unterschiedliche  $G(U)$ -Skalen gewählt, um den Kontrast der Darstellungen zu optimieren.

Abb. 3.17 zeigt den differentiellen Leitwert der Probe 6099/23/6 in Abhängigkeit von Magnetfeld  $B$  und Transportspannung  $U$  in Aufladungsrichtung als Graustufenplot.

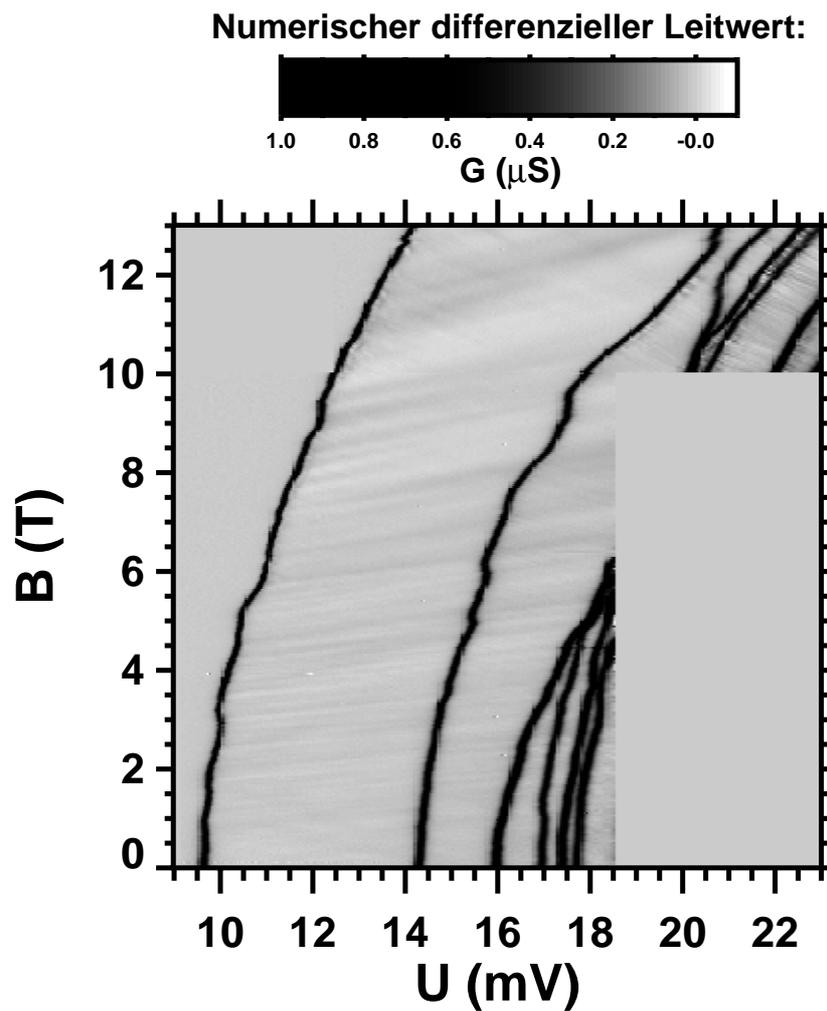
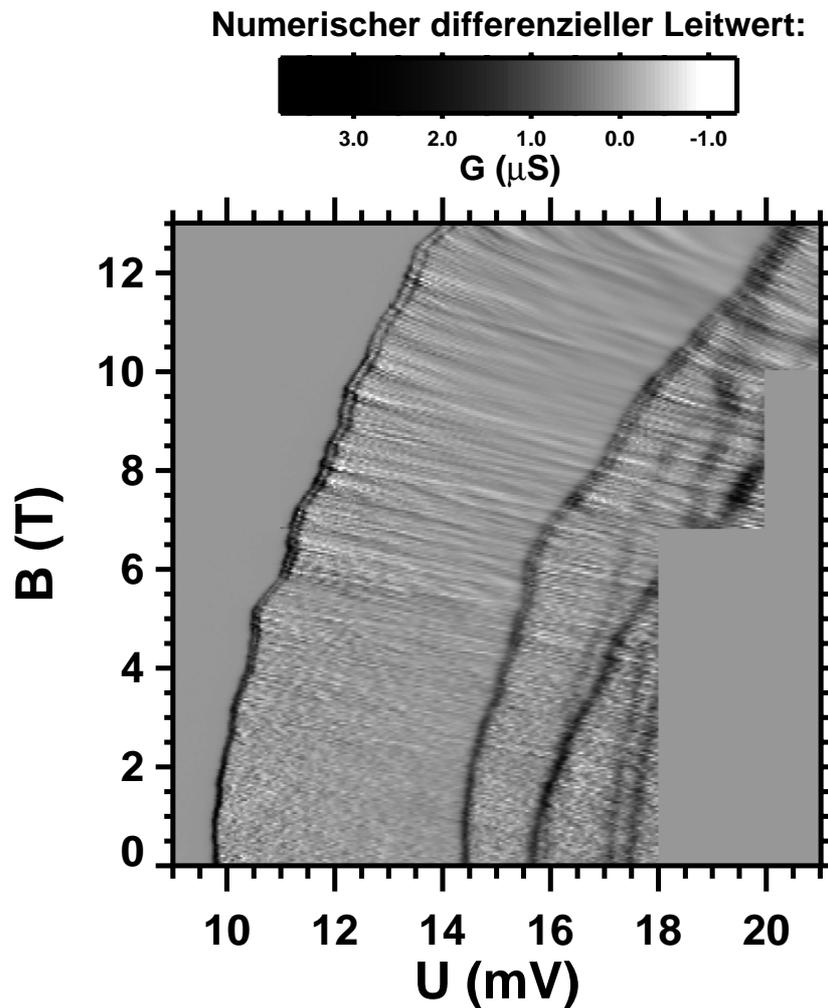


Abbildung 3.17:  $G(U, B)$  in Aufladungsrichtung von der Probe 6099/23/6.

Die Transportspannung ist in Aufladungsrichtung gepolt. Bis 10 T wurden die einzelnen Kennlinien in einem Spannungsbereich von 9–18,5 mV, von 10–13 T im Spannungsbereich von 12,5 – 23 mV aufgenommen. Der rechteckige graue Bereich unten rechts im Bild wurde nicht vermessen.

Man erkennt in der Abbildung deutlich abgehobene schwarze Striche, die die Verläufe der Leitwertpeaks und somit über den Energie-Konversionsfaktor  $\alpha$  die Energieniveaus wiedergeben. Das Hauptaugenmerk liegt weiterhin auf der ersten Stufenkante und somit auf dem Leitwertpeak, der ganz links in der Abbildung von unten nach oben verläuft. Die übrigen Stufenkanten resultieren aus angeregten Niveaus derselben Störstelle oder von Niveaus anderer Störstellen im Quantentopf und sind nicht Gegenstand dieser Arbeit.



**Abbildung 3.18:**  $G(U, B)$  in Nicht-Aufladungsrichtung von der Probe 6099/23/6.

Die Untersuchung magnetfeldabhängiger Energieniveaus in Quantenpunkten fördert vielfältige interessante Phänomene zu Tage, die die Bezeichnung

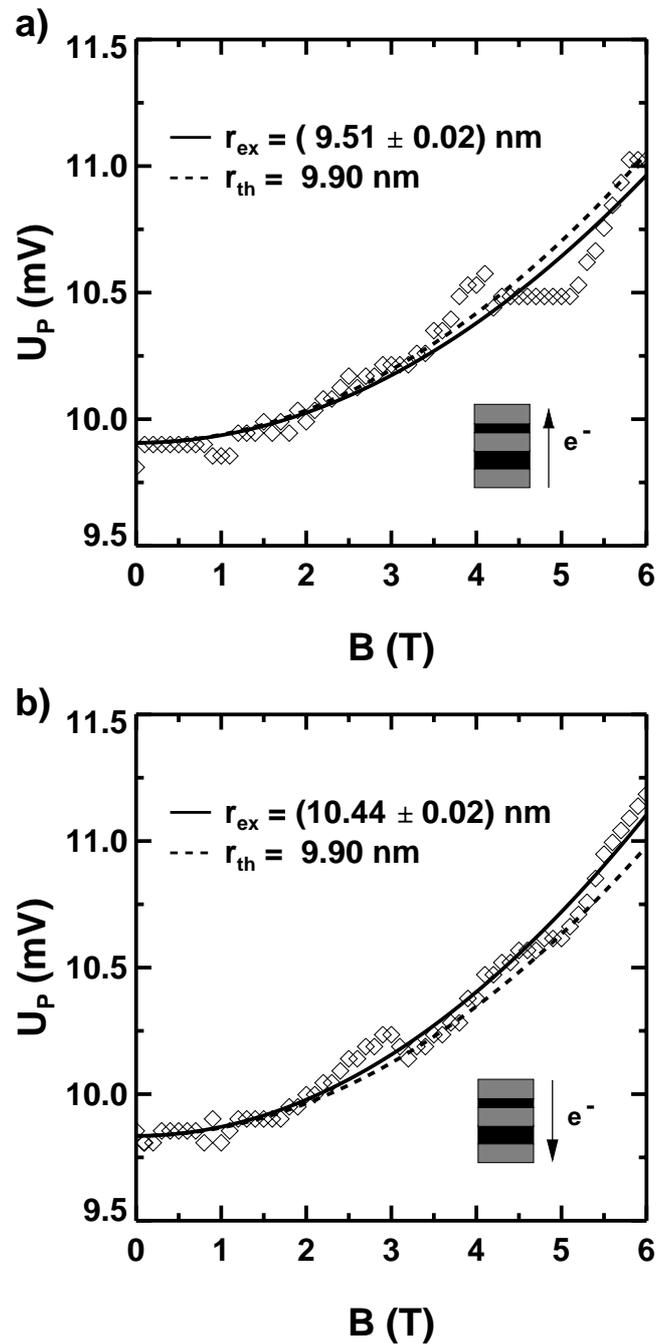
von Halbleiter-Quantenpunkten als künstliche Atome als gerechtfertigt erscheinen lassen. In diesem Zusammenhang sei besonders sowohl auf die Arbeit von Tarucha et al. [49] verwiesen, die in Transportexperimenten atomartige Eigenschaften von Quantenpunkten untersuchten, als auch auf die Arbeiten von Ashoori und Störmer et al. [66–68], die mit Hilfe der Kapazitätsspektroskopie Quantenpunktniveaus charakterisierten. Die Leitwertpeaks setzen sich kontraststark und scharf von der Plateauregion ab, was Ausdruck der Steilheit der Stufenkante ist. Betrachtet man Abb. 3.18, die  $G(U, B)$  in Nicht-Aufladungsrichtung zeigt, so fällt auf, dass das niedrigste Energieniveau im Magnetfeld aufspaltet. In beiden Fällen verschiebt sich die Lage der Energieniveaus mit wachsendem Magnetfeld zu höheren Energien.

Die Aufspaltung und die Verschiebung des Energieniveaus können durch die Spinaufspaltung des Störstellenniveaus (Abschnitt 3.1.4.2) und die diamagnetische Verschiebung (Abschnitt 3.1.4.1) erklärt werden, wie die folgende Analyse zeigt. In Abb. 3.19 ist die aus den Messdaten extrahierte Position des ersten Leitwertpeaks in Abhängigkeit vom Magnetfeld sowohl für die Daten in Nicht-Aufladungsrichtung a) als auch für die Daten in Aufladungsrichtung b) dargestellt. Aus Gl. 3.25 ergibt sich für die Spannungsposition des Leitwertpeaks

$$U_P = U_{Offset} + \sqrt{\left(\frac{\hbar\omega_0}{e\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\hbar B}{2\alpha m^*}\right)^2}, \quad (3.36)$$

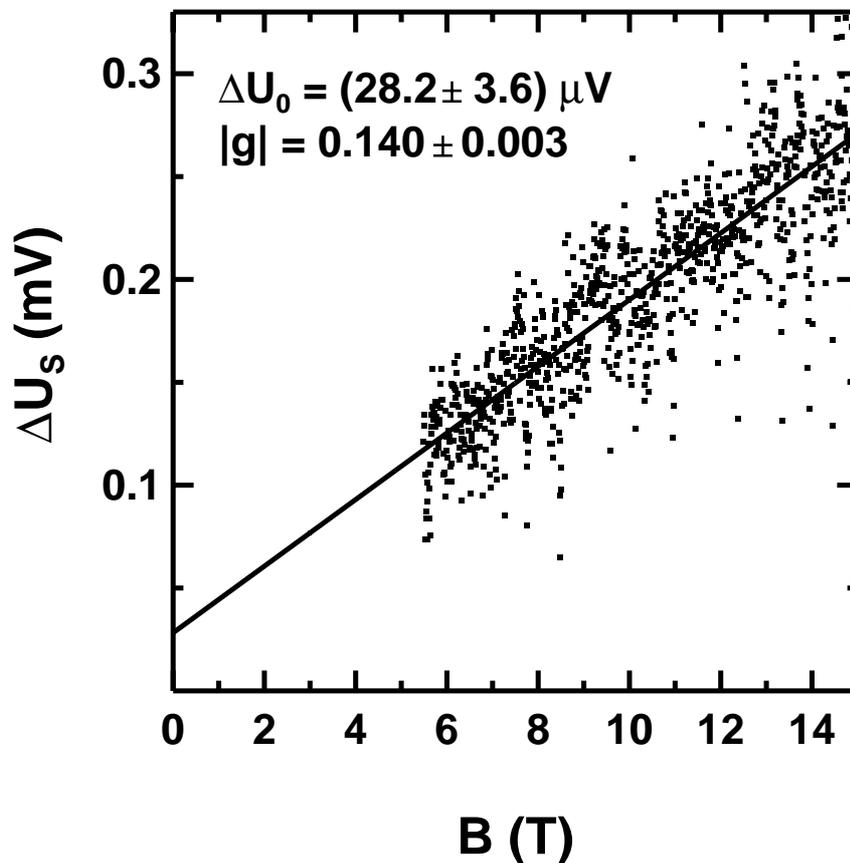
wobei  $\alpha \approx 0,5$  der Energie-Konversionsfaktor,  $m^* = 0,067m_e$  die effektive Elektronenmasse in *GaAs*,  $B$  die magnetische Feldstärke und  $\hbar\omega_0$  die Grundzustandsenergie des Störstellenniveaus ist.  $U_{Offset}$  ist die Lage des Nullpunkts des harmonischen Oszillatorpotenzials bezüglich des 2D-Subbandes des Quantentopfes. Die Anpassung dieser Gleichung an die gezeigten Messdaten sowie der daraus berechnete Störstellenradius (Gl. 3.27) sind in die Abbildung eingetragen. Zum Vergleich wurde auch jeweils der berechnete Verlauf für einen theoretisch erwarteten Störstellenradius von 9,9 nm gestrichelt eingezeichnet. Die Anpassungen wurde bis zu einem Magnetfeld von 6 T durchgeführt, da darüberhinaus die Abweichung der Messdaten von berechneten Verläufen deutlich abweicht, was auf die Nicht-Parabolizität des Einschlusspotenzials der Störstellenzustände zurückzuführen ist.

Je nach Spannungsrichtung liegt der berechnete Wert über oder unter dem theoretisch berechneten Wert. Eine Erklärung hierfür könnte die Lage des Störstellenniveaus im Quantentopf sein. Die ermittelten  $\alpha$  (Abschnitt 3.2.1) implizieren, dass die Störstelle näher bei der dickeren Barriere liegt und damit die Wellenfunktion eines gebundenen Elektrons in die Barriere hineinreicht, wodurch der symmetrische s-Wellencharakter des Grundzustandes verlorengehe.



**Abbildung 3.19:** Diamagnetische Verschiebung der Probe 6099/23/6 a) in Nicht-Aufladungsrichtung und b) in Aufladungsrichtung. Es sind jeweils mit durchgezogener Linie die Anpassung der Gl. 3.36 an die Messdaten und mit gestrichelter Linie der errechnete Verlauf für einen theoretisch erwarteten Störstellenradius von 9,9 nm (Abschnitt 3.1.2) eingezeichnet. Die aus der Anpassung berechneten Radien sind ebenfalls eingetragen. Die angegebene Fehlerabschätzung resultiert aus der Abweichung der Anpassung von den Messdaten und der Unsicherheit in der Bestimmung der Position des Leitwertpeaks, die bei  $10 \mu\text{V}$  liegt.

Von der dünneren Barriere aus betrachtet erscheint der Störstellenradius dann etwas gedehnt, während er von der dicken Barriere aus betrachtet gestaucht erscheint, was sich mit den gemessenen Radien vereinbaren lässt. Bildet man den Mittelwert aus den experimentellen Radien, so erhält man  $\langle r_{ex} \rangle = 9,98 \text{ nm}$ , was sehr gut mit dem theoretischen Wert übereinstimmt und die Annahme unterstützt, dass es sich bei dem betreffenden Energieniveau um das einer einzelnen Störstelle handelt.



**Abbildung 3.20:** Bestimmung von  $g$  und  $\Delta U_0$  der Probe 6099/23/6 aus der Spinaufspaltung

Als nächstes wird die magnetfeldabhängige Aufspaltung des niedrigsten Energieniveaus in Nicht-Aufladungsrichtung untersucht. In Aufladungsrichtung lässt sich keine magnetfeldabhängige Aufspaltung feststellen. Es

lässt sich ausschliessen, dass eine eventuelle Aufspaltung von der Breite des Leitwertpeaks verdeckt wird, da erstens der Peak sehr scharf ist und zweitens mit wachsendem Magnetfeld nicht breiter wird. Mit den theoretischen Betrachtungen aus Abschnitt 3.1.4.2 ist dies ein Hinweis, dass es sich bei der beobachteten Aufspaltung um Spinaufspaltung handelt. Aufgrund der Coulombblockade kann nämlich im Falle asymmetrischer Tunnelbarrieren in Aufladungsrichtung nur durch eines der beiden spinaufgespaltenen Niveaus getunnelt werden. In der anderen Spannungsrichtung stehen beide Niveaus dem Transport zur Verfügung.

In Abb. 3.20 ist die Differenz der Spannungspositionen der Leitwertpeaks  $\Delta U_S$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld aufgetragen. Unterhalb von 6 T lassen sich die Positionen der Peaks nicht mehr deutlich unterscheiden, weshalb nur die Datenpunkte oberhalb von 6 T eingetragen sind. In diesem Fall wurden Messungen bis 15 T durchgeführt. Die teilweise grosse Streuung der Daten resultiert aus der mitunter schwierigen Bestimmung der Peakpositionen, die durch die Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte erschwert wird. Dennoch lässt sich deutlich ein linearer Anstieg der Aufspaltung mit steigendem Magnetfeld erkennen. An die Daten wurde eine Gerade angepasst und aus den Geradenparametern der Betrag des g-Faktors zu  $|g| = 0,140 \pm 0,003$  bestimmt. Dieser Wert ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem in Abschnitt 3.1.4.2 vorgestellten theoretischen Wert  $|g_{th}| = 0,17$  aus den Rechnungen von Kiselev, Ivchenko und Rössler [60]. Die kleine Abweichung kann durch die an die Struktur angelegte Spannung erklärt werden, die zu einer Beeinflussung der Bandstruktur im Quantentopf führt, die über die räumliche Einschränkung hinausgeht [62], und auf das etwas andere Mischungsverhältnis der Barrierenmaterialien Aluminium und Gallium.

In Abschnitt 3.1.4.2 konnte gezeigt werden, dass der Leitwertpeak des energetisch höheren der beiden spinaufgespaltenen Zustände eines Quantentopfes mit steigender Temperatur zu höheren Energien verschoben wird, während der niedrigere seine Position beibehält. In Abb. 3.21 sind die temperaturabhängigen Kennlinien der Probe 6099/23/6 bei einem Magnetfeld von  $B = 8$  T dargestellt. Auch hier wird deutlich, dass sich in Aufladungsrichtung nur eine einzelne Stromstufe und damit ein einzelner Leitwertpeak ausbildet, wohingegen in Nicht-Aufladungsrichtung zwei Peaks zu beobachten sind. Es lässt sich weiterhin feststellen, dass der höherenergetische Peak in Nicht-Aufladungsrichtung mit steigender Temperatur zu höheren Spannungen wandert, während der erste Peak in Nicht-Aufladungsrichtung und der Peak in Aufladungsrichtung keine sichtbare Verschiebung zeigen.

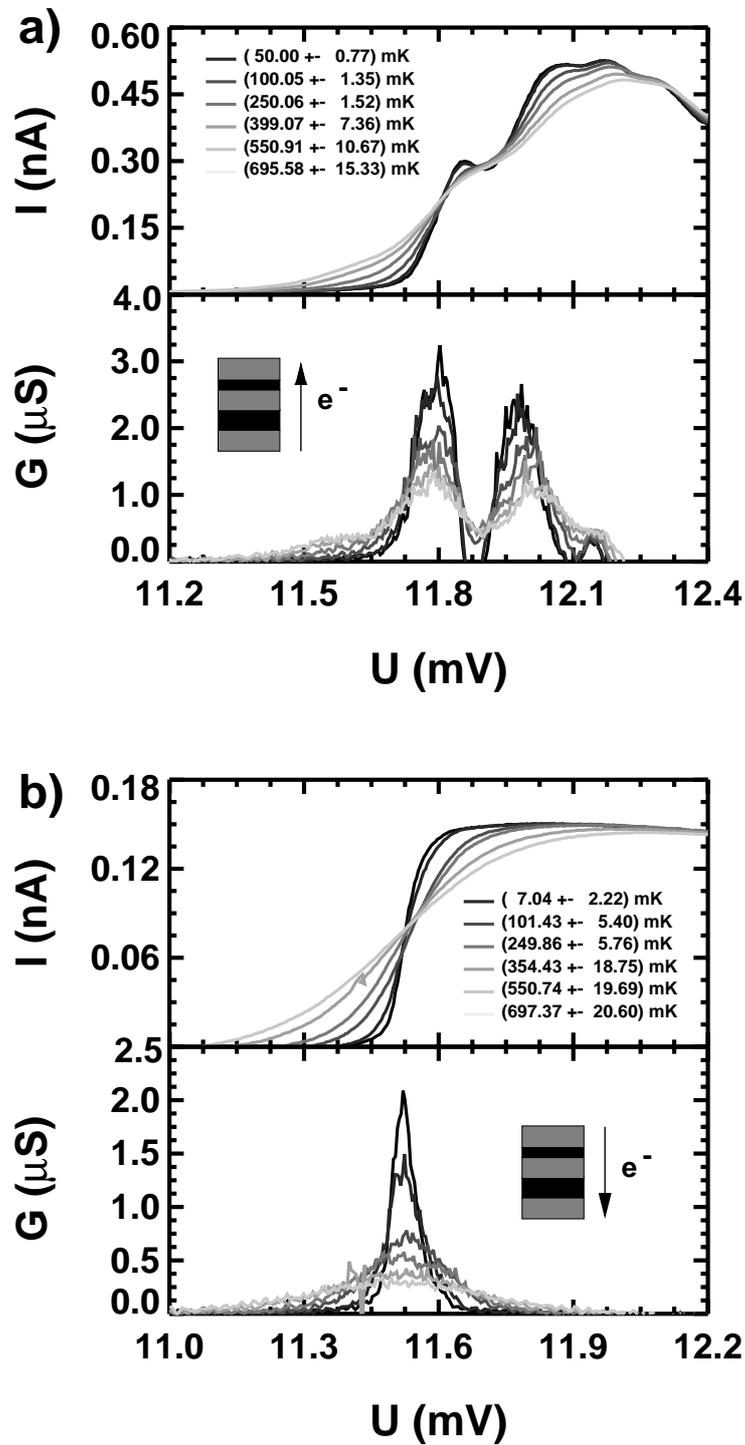
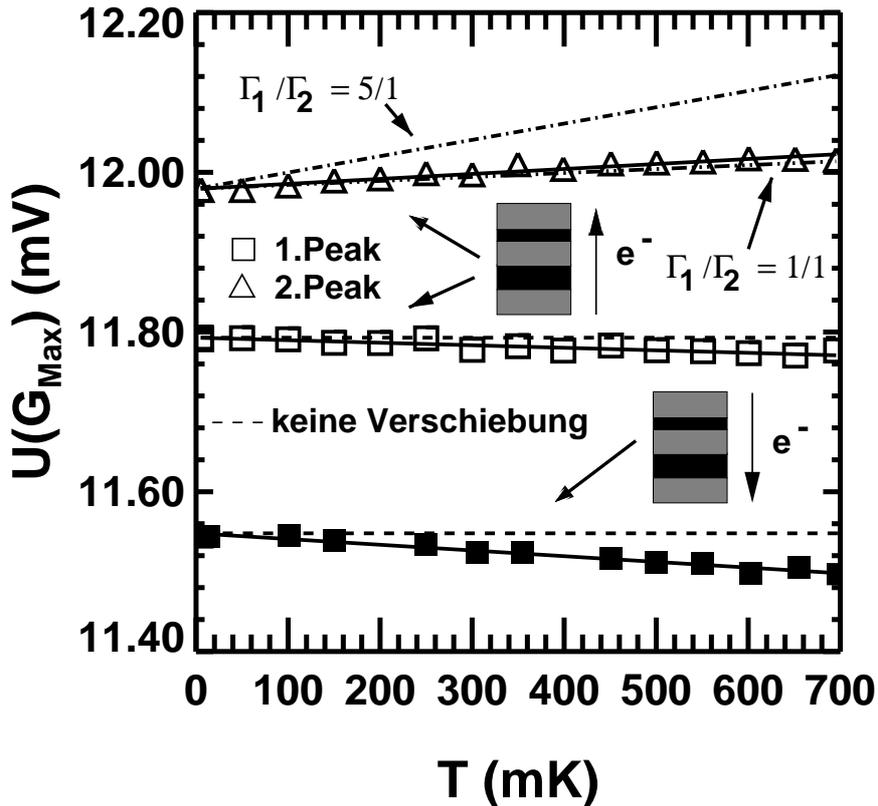


Abbildung 3.21: Temperaturabhängige  $I(U)$  und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6099/23/6 bei  $B = 8.0$  T, a) in Nicht-Aufladungsrichtung, b) in Aufladungsrichtung.

Die quantitative Auswertung der Leitwertpeakpositionen ist in Abb. 3.22 dargestellt.



**Abbildung 3.22:** Temperaturabhängige Verschiebung der Positionen der Leitwertpeaks bei  $B = 8.0$  T. Im unteren Teil sind die Positionen des Leitwertpeaks in Aufladungsrichtung mit vollen Quadraten, im oberen Teil die Positionen der beiden Leitwertpeaks in Nicht-Aufladungsrichtung mit offenen Symbolen dargestellt. Die durchgezogenen Linien dienen der Verdeutlichung der gemessenen Verläufe, die gestrichelten Linien deuten den theoretisch erwarteten Verlauf von unverschobenen Leitwertmaxima an. Die strichpunktierten Linien um den Verlauf des zweiten Peaks in Nicht-Aufladungsrichtung geben die theoretische Temperaturabhängigkeiten des Peakverlaufs für die Tunnelratenverhältnisse von  $\Gamma_1/\Gamma_2 = 1/1$  und  $\Gamma_1/\Gamma_2 = 5/1$  an.

Es sind die Verläufe der beiden Leitwertpeaks in Nicht-Aufladungsrichtung (offene Symbole), sowie des Leitwertpeaks in Aufladungsrichtung (gefüllte Quadrate) dargestellt. Man erkennt nun, dass sich die Peaks, deren Position

eigentlich unbeeinflusst von der Temperatur sein sollten, mit steigender Temperatur zu niedrigeren Spannungen verschieben. Die gestrichelten Linien zeigen den unverschobenen Verlauf an. Die Verschiebung des zweiten Peaks in Nicht-Aufladungsrichtung findet zwar zu höheren Spannungen wie erwartet statt, impliziert aber gemäß Gl. 3.31 fast symmetrische Tunnelbarrieren. Zum Vergleich sind die berechneten Verläufe für  $\Gamma_1/\Gamma_2 = 1/1$  und  $\Gamma_1/\Gamma_2 = 5/1$  mit strichpunktierten Linien eingezeichnet. Allein aus der Tatsache, dass nur in einer Spannungsrichtung Spinaufspaltung zu beobachten ist, folgt aber schon, dass die Barrieren eine deutliche Asymmetrie aufweisen müssen. Die im vorigen Abschnitt entwickelte temperaturabhängige Theorie für die Verläufe der Leitwertpeaks kann durch die gemessenen Daten nur qualitativ bestätigt werden.

Temperaturabhängige Kennlinien bei weiteren Magnetfeldern wurden zwar aufgenommen, aber die Peakverläufe sind durch den Einfluss der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte stark beeinträchtigt und lassen daher keine qualitative Analyse zu, die genauer ist als die bei  $B = 8\text{T}$  diskutierte. Die Schwierigkeiten der Analyse sind sicherlich zum Teil auf den starken Einfluss der lokalen Zustandsdichte zurückzuführen, andererseits wurde in der vorgestellten Theorie weder der Einfluss des Magnetfeldes auf die Tunnelbarrieren noch auf die elektronischen Zustände in den Zuleitungen berücksichtigt. Dies stellt eine grosse theoretische Herausforderung dar, die den Rahmen dieser Doktorarbeit sprengen würde.

### 3.2.3 Zusammenfassung

Die drei untersuchten Proben zeigen alle ein stufenförmiges Ansteigen des Stromes im Niederspannungsbereich. Daraus lässt sich auf Tunnelprozesse durch störstelleninduzierte 0D-Zustände in den Quantentopfbereichen der DBS schliessen. Die temperatur- und magnetfeldabhängigen Daten der Probe 6099/23/6 lassen den Schluss zu, dass es sich bei dem beobachteten Transportprozess um Tunneln durch ein einzelnes Störstellenniveau handelt. Spinaufspaltung und diamagnetische Verschiebung entsprechen sowohl qualitativ als auch quantitativ den theoretischen Vorhersagen. Der temperaturabhängige Verlauf der Leitwertpeaks bei hohen Magnetfeldern entspricht der vorgestellten Theorie. Quantitative Aussagen bedürfen aufgrund des starken Einflusses der lokalen Zustandsdichte und des ungeklärten Einflusses des Magnetfeldes auf Tunnelraten und Zuleitungen einer weiteren Verfeinerung der Analysemethoden.

Die Probe 6099/23/6 dient im weiteren Verlauf dieser Arbeit als Werkzeug zur Untersuchung der lokalen Zustandsdichte in dotiertem Volumen-GaAs. Da-

bei dient das eindeutig identifizierte und analysierte Störstellenniveau als Spektrometer zur Analyse der Eigenschaften der angrenzenden Zuleitungen. Dies ist der Gegenstand des folgenden Kapitels.

# Kapitel 4

## Tunnelspektroskopie der Lokalen Zustandsdichte

*Die Untersuchung der energieabhängigen Phasenrelaxation und spinabhängiger Eigenschaften der Zustandsdichte in hochdotiertem GaAs mittels Tunnelspektroskopie ist Gegenstand dieses Kapitels. Hierbei bildet die Vermessung der mesoskopischen Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte in der Zuleitung einer resonanten Tunnelodiode mittels eines lokalisierten Störstellenniveaus in der Quantentopfregeion den experimentellen Ausgangspunkt. Tunnelstrom und differentieller Leitwert zeigen als Funktion von Magnetfeld und Transportspannung ein Fluktuationmuster, das sich als Produkt von Quanteninterferenzen diffusiver Elektronenwellen in ungeordnetem GaAs verstehen lässt. Dieses Muster ist im Niederfeldbereich unregelmässig und die Fluktuationsamplitude nimmt mit steigender Transportspannung ab. Die Analyse der spannungsabhängigen Varianz der Fluktuationen stimmt mit theoretischen Vorhersagen über Phasenrelaxationsprozesse in ungeordneten Leitern überein. Im Hochfeldbereich, wo nur noch ein einzelnes oder wenige Landaubänder besetzt sind, zeigt das Fluktuationmuster eine regelmässige Struktur. Die Regelmässigkeiten können zur Analyse der spinpolarisierten Zustandsdichte der Zuleitungen ausgenutzt werden. Hierzu wird eine Methode zur Bestimmung des effektiven  $g$ -Faktors von dotiertem GaAs vorgestellt, deren weitergehende Eignung als Werkzeug zur Untersuchung von Spinrelaxationsprozessen diskutiert wird.*

### 4.1 Theoretische Grundlagen

Der vorliegende Abschnitt legt den Grundstein zur theoretischen Interpretation der im weiteren Verlauf vorgestellten Messdaten. Zunächst wird der Ursprung der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte (LDOSF) und der Einfluss der Spektrometereigenschaften auf deren Beobachtung erläutert. Im weiteren Verlauf werden theoretische Untersuchungen zur Phasenrelaxation im Fermisee

des Emitters vorgestellt und deren Auswirkung auf die Fluktuationsamplituden diskutiert.

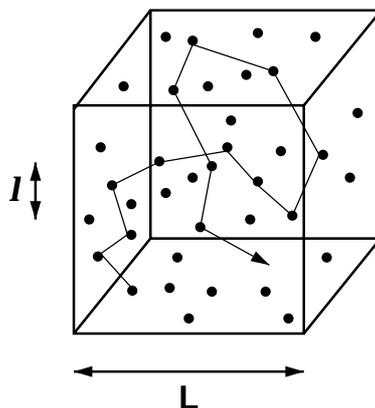
#### 4.1.1 Quanteninterferenz im Festkörper

Ein einfacher, perfekter Kristall besteht aus identischen und periodisch angeordneten Atomen, was eine langreichweitige Translationssymmetrie nach sich zieht. Dies wiederum führt zu den allgemein bekannten Konsequenzen, wie der Ausbildung einer Bandstruktur und Bandlücken. Elektronen, die sich in den *erlaubten Energiebereichen* befinden, können als ebene Wellen aufgefasst werden, deren Amplitudenmodulation durch die Gitterstruktur gegeben ist. Diese sogenannten Bloch-Elektronen können sich frei durch den Kristall bewegen. Wird die Translationsymmetrie des Kristalls gebrochen, z.B. durch zufällige Verunreinigungen oder Dotieratome wie in Halbleitermaterialien üblich, so wird die freie Bewegung der Elektronen eingeschränkt und man spricht allgemein von elektronischen Zuständen in *ungeordneten Systemen*.

Die freie Bewegung eines Elektrons wird nun nach der mittleren freien Weglänge  $l$  von Streuprozessen an den Störpotenzialen unterbrochen. Leitungselektronen in Metallen und Halbleitern bewegen sich mit der Fermi-Geschwindigkeit  $v_F$ , so dass sich mit der elastischen Streuzzeit  $\tau$  die folgende Beziehung ergibt:

$$l = v_F \tau. \quad (4.1)$$

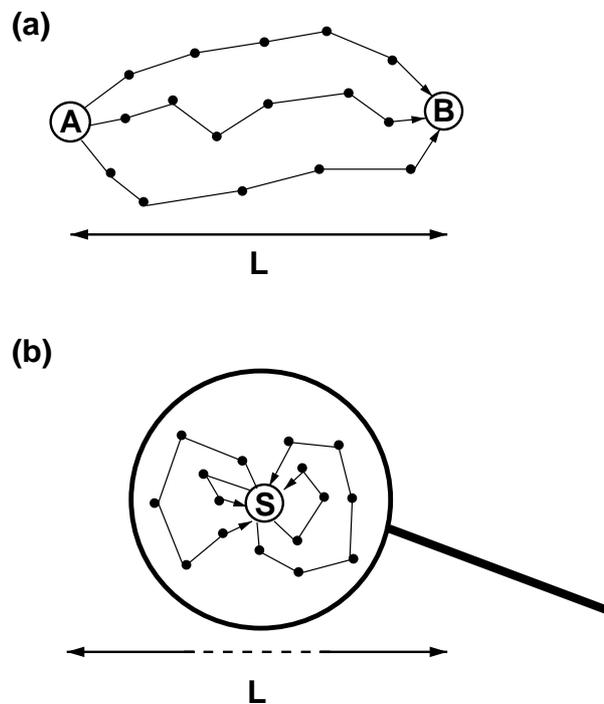
Die Bewegung der Elektronen wird als diffusiv bezeichnet (siehe Abb. 4.1).



**Abbildung 4.1:** Diffusive Bewegung von Elektronen in ungeordnetem Potenzial in einer Probe mit der Abmessung  $L$  und der mittleren freien Weglänge  $l \ll L$ .

Solange eine Elektronenwelle durch die erlittenen Streuprozesse seine Phaseninformation nicht verliert, kommt es zur quantenmechanischen Interferenz der

möglichen Pfade und die damit assoziierte Zeit wird als Phasenkohärenzzeit  $\tau_\phi$  bezeichnet. Quantenmechanische Interferenzeffekte in Festkörpern sind wohl bekannt und äussern sich in Phänomenen wie *schwacher Lokalisierung* [69] und *universellen Leitwertfluktuationen* (UCF<sup>1</sup>) [70]. Mesoskopische Fluktuationen aufgrund integraler Interferenzeffekte wurden an Drähten und Ringen mit Abmessungen im Nanometerbereich [70, 71] und Quantenpunkten [72–77] gemessen. Hierbei interferieren elastisch gestreute Elektronenwellen, die über die gesamte untersuchte Struktur laufen (Abb 4.2 (a)). Entsprechend wird die Korrelationslänge der Fluktuationen der beobachteten Grösse von der Systemabmessung  $L$  bzw. der Phasenkohärenzlänge  $l_\phi$  dominiert, je nachdem welche von beiden die kleinere ist.



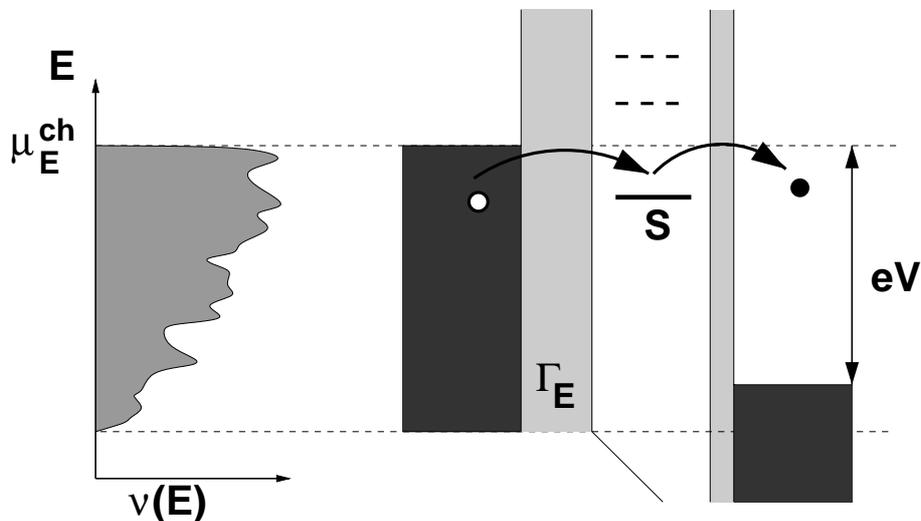
**Abbildung 4.2:** Interferenzpfade für a) integrale und b) lokale Eigenschaften ungeordneter Leiter. Die lokalen Eigenschaften werden durch geschlossene Interferenzpfade, die durch das Spektrometer  $S$  verlaufen, über Längenskalen wiedergegeben, die deutlich kleiner als die Strukturabmessung  $L$  sind.

Mesoskopische Fluktuationen lokaler Eigenschaften in ungeordneten Leitern wurden theoretisch [78–81] vorhergesagt und konnten in den letzten Jahren auch experimentell nachgewiesen werden [82–87]. Hierbei werden diffusiv gestreute Elektronenwellen beobachtet, die entlang geschlossener Pfade zu

<sup>1</sup>engl. Universal Conductance Fluctuations

ihrem Ausgangspunkt zurücklaufen, weshalb lokale Größen, wie z.B. die lokale Zustandsdichte, Merkmale wesentlich kleinerer Längenskalen als der Strukturabmessung oder der Phasenkohärenzlänge aufweisen, wie etwa der mittleren freien Weglänge  $l$  oder der Fermi-Wellenlänge  $l_F$  (Abb 4.2 (b)). Da die lokale Zustandsdichte Gegenstand der im folgenden Abschnitt vorgestellten experimentellen Untersuchungen ist, beschäftigt sich der Rest dieses Abschnittes ausschliesslich mit den damit zusammenhängenden Phänomenen. Betrachtet man die lokale Zustandsdichte bei einer gegebenen Energie, so lassen sich in einem ungeordneten Leiter ortsabhängige Fluktuationen beobachten, während sich bei festem räumlichen Beobachtungspunkt energieabhängige Fluktuationen zeigen.

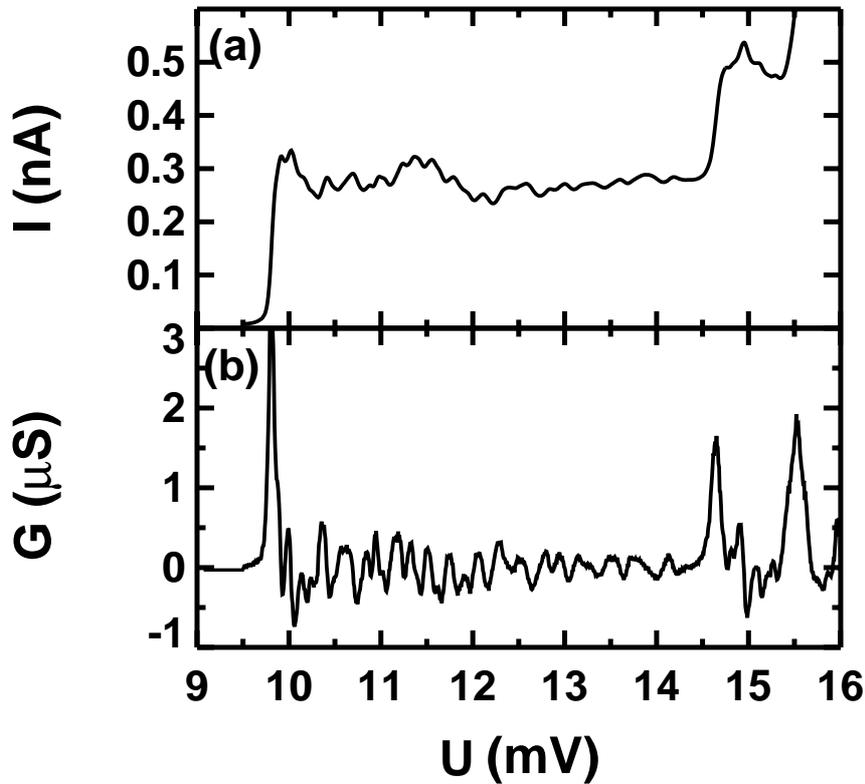
In Experimenten mit Rastertunnelmikroskopen (STM<sup>2</sup>) wurden sowohl orts- als auch energieabhängige Untersuchungen von Oberflächenzustandsdichten durchgeführt (siehe z.B. [88] und die darin angeführten Referenzen). Hierbei wird der Strom zwischen der Spitze des STM und der untersuchten Oberfläche gemessen, zu dem alle elektronischen Zustände zwischen dem Fermi-niveau der Spitze und der Oberfläche beitragen, so dass  $I \propto \int \nu(E)dE$  und sich die LDOS in dem differentiellen Leitwert  $G$  wiederfindet.



**Abbildung 4.3:** Prinzip der Tunnelspektroskopie der lokalen Zustandsdichte mit einer RTD. Der Strom durch das störstelleninduzierte Spektrometerniveau  $S$  wird durch die Anzahl der Elektronen bestimmt, die bei entsprechender Energie unter dem elektrochemischen Potenzial des Emitters zur Verfügung stehen. Die Anzahl der Elektronen wiederum ist durch die energieabhängige Zustandsdichte  $\nu(E)$  gegeben. Höhere 0D-Niveaus sind gestrichelt angedeutet.

<sup>2</sup>engl. Scanning Tunneling Micrograph

In Experimenten mit 0D-Zuständen in Doppelbarrierenstrukturen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, ist der gemessene Strom direkt proportional zur Zustandsdichte in den Zuleitungen. Abb. 4.3 zeigt das Messprinzip und Abb. 4.4 eine typische gemessene  $I(U)$ -Kennlinie und den daraus berechneten differentiellen Leitwert  $G(U)$ .



**Abbildung 4.4:** Messungen der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte. (a) zeigt den Strom  $I(U)$ , (b) den numerisch gebildeten differentiellen Leitwert  $G(U)$ . Die Daten wurden an der Probe 6099/23/6 aufgenommen. Man erkennt Fluktuationen auf dem ersten Stromplateau, deren Ausprägung im Leitwert noch deutlicher zu Tage tritt. Bei ca. 14,5 mV ist das zweite Stromplateau, bzw. der zweite Leitwertpeak zu sehen. Bei dieser Spannung ist das nächste 0D-Niveau in Resonanz mit dem elektrochemischen Potenzial des Emitters.

Wie bereits in Abschnitt 3.1.3 gezeigt, ist der Strom durch ein 0D-Niveau zwischen zwei asymmetrischen Tunnelbarrieren in Nicht-Aufladungsrichtung durch  $I \approx 2e\Gamma_E$  gegeben, wobei die Tunnelrate der Emitterbarriere  $\Gamma_E$  proportional zur Anzahl der zum Tunneln zur Verfügung stehenden Elektronen und

damit zur Zustandsdichte  $\nu(E)$  ist. Mit diesem System steht somit ein Spektrometer zur Untersuchung der energieabhängigen lokalen Zustandsdichte in der Umgebung des Niveaus  $S$  zur Verfügung. Die Ortsauflösung des Spektrometers ist durch die räumliche Ausdehnung und die Energieauflösung durch die energetische Breite des 0D-Zustandes gegeben. Weiter oben wurde erwähnt, dass sich in den Fluktuationen lokaler mesoskopischer Größen auch Längenskalen niederschlagen, die kleiner als die Systemgrösse oder die Phasenkohärenzlänge sind. Wie lässt sich aber aus den Spektrometereigenschaften auf die beobachtbare Längenskala  $L_\Gamma$  schliessen?

Diese Frage kann mit dem sogenannten *Skalierungsbild der Quantendiffusion*, das von Thouless [89] eingeführt wurde, beantwortet werden. Um die von Thouless geführte Argumentation in die vorgestellte experimentelle Situation (Abb. 4.3 und 4.4) einordnen zu können, muss allerdings zunächst der Bezug zwischen Wellenfunktionen und Messdaten hergestellt werden [81, 90–92]. Wie bereits erwähnt, ist der gemessene Strom proportional zur Zustandsdichte am Ort  $\mathbf{r}$  des Spektrometers  $S$  bei der Energie  $E_S$  innerhalb der energetischen Breite  $\Gamma$  des Spektrometers.

$$I \propto \nu(\mathbf{r}, E_S). \quad (4.2)$$

Die Zustandsdichte im Energieintervall  $\Gamma$  wiederum ist durch die Summe der Wahrscheinlichkeitsdichten  $|\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2$  der Wellenfunktionen  $\psi_\epsilon$  mit der Energie  $\epsilon$  gegeben:

$$I \sim \Gamma^{-1} \sum_{|\epsilon - E_S| < \Gamma} |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2. \quad (4.3)$$

Die Anzahl der Zustände in einem Volumen  $L_\Gamma^d$  ( $L_\Gamma$  ist die zu bestimmende Längenskala) innerhalb des Energieintervalls  $\Gamma$  ergibt sich aus der mittleren Zustandsdichte pro Volumen und Energie  $\nu_0 = \langle \nu \rangle$  zu  $N(\Gamma, L_\Gamma) \approx \nu_0 \Gamma L_\Gamma^d$ , so dass man schliesslich

$$I \sim \Gamma^{-1} N(\Gamma, L_\Gamma) |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2. \quad (4.4)$$

erhält. Die Fluktuationen auf dem Stromplateau werden durch die Bildung des differentiellen Leitwertes  $G$  deutlicher herauspräpariert (Abb. 4.4), weshalb sich die Analyse dieser Grösse anbietet. Sie ergibt sich aus dem Strom  $I$ :

$$G = \frac{dI}{dV} \sim \frac{\Gamma^{-1} N(\Gamma, L_\Gamma) |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2}{U_\Gamma}, \quad (4.5)$$

wobei  $U_\Gamma = \Gamma/\alpha e$  der kleinste Spannungsschritt ist, der durch die Spektrometerbreite gegeben wird.  $\alpha$  ist der Spannungs-Energie-Konversionsfaktor. Als Mass für die Fluktuationen bietet sich die Varianz des differentiellen Leitwertes  $\langle \delta G^2 \rangle = \langle G^2 \rangle - \langle G \rangle^2$  an, wobei der Leitwert  $G$  im Experiment sowohl von der

Spannung  $U$  als auch vom Magnetfeld  $B$  abhängt. Der Argumentation von Fal'ko und Efetov [90] folgend, ist bei der Varianzbildung über ein Ensemble von Wellenfunktionen zu berücksichtigen, dass die Einteilchen-Wellenfunktionen  $\psi_\epsilon(\mathbf{r})$  Zufallsvariablen mit im wesentlichen Gausscher Verteilung sind und die Varianz einer Summe einer grossen Anzahl  $N(\Gamma, L_\Gamma)$  von Zufallssummanden  $|\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2$  in der Grössenordnung von  $N(\Gamma, L_\Gamma)\langle |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2 \rangle^2$  liegt und sich somit für  $\langle \delta G^2 \rangle$  folgender Ausdruck ergibt:

$$\langle \delta G^2 \rangle \sim \frac{\Gamma^{-2} N(\Gamma, L_\Gamma) \langle |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2 \rangle^2}{U_\Gamma^2}. \quad (4.6)$$

Um nun zu der Frage nach der beobachtbaren Längenskala  $L_\Gamma$  zurückzukehren, stelle man sich einen mikroskopischen Urwürfel der Kantenlänge  $\xi_0$  im dreidimensionalen Raum vor, dessen Eigenzustände  $\psi^{\xi_0}$  als *Urzustände* bezeichnet werden. Im Würfel befinden sich ungeordnete Streuzentren und die Urzustände haben bei gegebener mittlerer Zustandsdichte  $\nu_{\xi_0}$  einen mittleren Niveauabstand

$$\Delta(\xi_0) = 1/(\nu_{\xi_0} \xi_0^3). \quad (4.7)$$

Fügt man nun viele dieser Würfel zu einem mesoskopischen System zusammen, so sind die Urzustände nicht mehr Eigenzustände des neuen Systems. Die diffusive Ausbreitung der Elektronen über die Würfelgrenzen hinaus führt zu neuen Zuständen, die normierte Linearkombinationen der Urzustände sind. Die Urzustände wiederum besitzen eine endliche Linienbreite, die aus der Tatsache resultiert, dass sie über die Grenzen des Urwürfels hinausdiffundieren können. Der Kehrwert der Diffusionszeit ist über die Energie-Unschärferelation mit der Energie

$$E(\xi_0) = \frac{\hbar D}{\xi_0^2}, \quad (4.8)$$

verknüpft, die als *Thouless-Energie* bezeichnet wird.  $D$  ist die Diffusionskonstante des Systems. Nur Urzustände, die sich untereinander im Bereich der jeweiligen Thouless-Energie befinden, tragen zur Linearkombination neuer Zustände bei. Die Natur dieser neuen Zustände bei Längenskalen  $\xi > \xi_0$  wird durch den dimensionslosen Leitwert

$$g(\xi) \approx \frac{E(\xi)}{\Delta(\xi)} \quad (4.9)$$

beschrieben, der die Thouless-Energie ins Verhältnis zum mittleren Niveauabstand setzt. Ist  $g(\xi) \gg 1$ , also die Niveauverbreiterung sehr viel grösser als der mittlere Niveauabstand, findet eine starke Vermischung der Urzustände statt und die neuen Zustände sind über die gesamte Skala  $\xi$  ausgedehnt. Ist

dagegen  $g(\xi) \ll 1$ , so vermischen sich die Urzustände nur schwach und bleiben im wesentlichen lokalisiert.

Eine Messung mit dem Spektrometer der energetischen Breite  $\Gamma$  summiert über alle Zustände im Intervall  $\Gamma$  und beinhaltet die Korrelationen der beteiligten Zustände. Man betrachte nun ein System der Länge  $\xi$ , so dass  $E(\xi) > \Gamma$ . Dies entspricht  $\xi < L_\Gamma$ , wobei gemäss Gl. 4.8

$$L_\Gamma = \sqrt{\frac{\hbar D}{\Gamma}}. \quad (4.10)$$

Die Korrelationen aller Systemzustände werden von der Messung erfasst! Erhöht man die Systemgrösse auf  $\xi > L_\Gamma$ , so wird  $E(\xi) < \Gamma$  und die Information über die Korrelationen, die in den Urzuständen verwurzelt ist, verbleibt im Intervall  $\Gamma$ . Das bedeutet, dass die Summation, die das Spektrometer über den Bereich  $\Gamma$  ausführt, sich nicht mehr mit der Vergrößerung des Systems bis zur tatsächlichen Systemgrösse  $L$  verändert. Für die Messung bedeutet dies, dass alle Korrelationen, die bei kleineren Längenskalen als  $L_\Gamma$  bzw. grösseren Energien als  $\Gamma$  auftreten, aufgelöst werden. Über grössere Längen führt das Spektrometer eine Mittelung durch.

Abb. 4.5 verdeutlicht nochmals das Konzept der Urzustände und der durch das Spektrometer aufgelösten Längenskala.

Der Ausdruck für die Varianz des Leitwertes (Gl. 4.6) lässt sich nun weiter vereinfachen, wenn man berücksichtigt, dass der mittlere Strom in der Platteuregion  $\langle I \rangle$  sich aus Gl. 4.4 zu

$$\langle I \rangle \sim \Gamma^{-1} N(\Gamma, L_\Gamma) \langle |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2 \rangle \quad (4.11)$$

ergibt, woraus die Höhe des ersten Leitwertpeaks  $G_\Gamma$  durch Division durch  $U_\Gamma$  folgt:

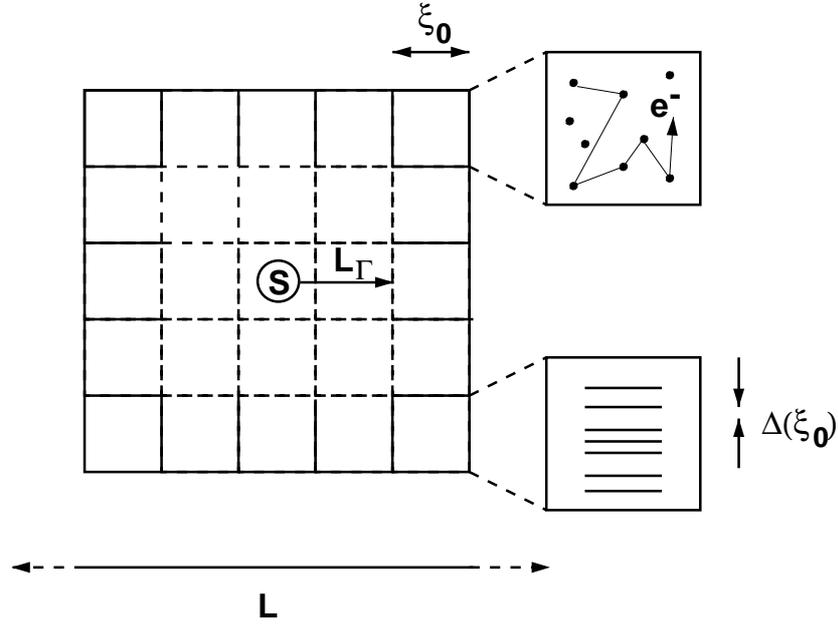
$$G_\Gamma \sim \frac{\Gamma^{-1} N(\Gamma, L_\Gamma) \langle |\psi_\epsilon(\mathbf{r})|^2 \rangle}{U_\Gamma}. \quad (4.12)$$

Weiterhin folgt für  $N(\Gamma, L_\Gamma) \approx \nu_0 \Gamma L_\Gamma^d$  mit den Gleichungen 4.8, 4.7, 4.10 und 4.9

$$N(\Gamma, L_\Gamma) \sim \frac{\nu_0 \hbar D}{\sqrt{\Gamma/\hbar D}} = g(L_\Gamma), \quad (4.13)$$

so dass man schliesslich den folgenden Ausdruck für die Leitwertvarianz erhält:

$$\langle \delta G^2 \rangle \sim \frac{1}{g(L_\Gamma)} G_\Gamma^2. \quad (4.14)$$



**Abbildung 4.5:** Modell eines mesoskopischen Systems, das sich aus mikroskopischen Urwürfeln der Kantenlänge  $\xi_0$  zusammensetzt. Innerhalb der Urwürfel diffundieren Elektronen und bilden zusammen mit dem Einschlusspotenzial die Grundlage für die Urzustände  $\psi^{\xi_0}$  mit einem mittleren Niveauabstand  $\Delta(\xi_0)$ . Ein ortsfestes Spektrometer  $S$  innerhalb eines Systems der Kantenlänge  $L > L_\Gamma$  summiert nur über die Zustände, die innerhalb des Bereiches liegen, der durch  $L_\Gamma$  definiert ist (gestrichelte Linien).

Exakte Berechnungen [81] unter Anwendung der Methoden der diagrammatischen Störungstheorie ergeben in der Einheit  $e^2/h$ :

$$\langle \delta G^2 \rangle = \frac{\beta^{-1}}{8} \frac{1}{g(L_\Gamma)} G_\Gamma^2. \quad (4.15)$$

Es gilt  $\beta = 1$  für den Fall, dass kein Magnetfeld  $B$  anliegt und  $\beta = 2$  für  $B \neq 0$ , wo die Zeitumkehrinvarianz gebrochen ist. Die Berücksichtigung des Magnetfeldes spielt in der Tat eine wichtige Rolle bei der experimentellen Bestimmung der Leitwertvarianz. Das Ensemble, über das die Varianz gebildet wird, wird im Experiment nämlich durch die Aufnahme von  $I(U)$ -Kennlinien bei unterschiedlichen Magnetfeldern realisiert. Hierbei ist zu beachten, dass benachbarte Kennlinien tatsächlich nicht miteinander korreliert sind, was durch eine Magnetfeldschrittweite garantiert wird, die grösser als das Korrelationsfeld  $B_C$  ist.  $B_C$  lässt sich folgendermassen abschätzen:  $L_\Gamma$  ist der grösste Durchmesser eines geschlossenen Pfades eines Elektrons, bei dem Korrelationen der LDOS durch das Spektrometer noch aufgelöst werden können. Die Änderung des magnetischen Flusses um ein Flussquant  $\phi_0 = h/e$  durch diese Schleife verursacht eine Phasenverschiebung des mit sich selbst interferierenden Elektrons von  $2\pi$ , was bei einer diffusiven Bewegung zu einem neuem Interferenzmuster führt.

Für  $B_C$  ergibt sich somit

$$B_C \approx \frac{\phi_0}{L_\Gamma^2}. \quad (4.16)$$

Ist die experimentell gewählte Magnetfeldschrittweite kleiner als  $B_C$ , so ist der zusätzliche Gewinn an Information in den entsprechenden Intervallen eingeschränkt.

Ein parallel zur Stromrichtung angelegtes Magnetfeld  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$  bringt allerdings noch weitere Konsequenzen mit sich [81, 93]: In einem 3D-System mit anisotropen Diffusionstensor  $(D_x, D_y, D_z)$  ergibt sich aus Gl. 4.13 und 4.14 für die Leitwertvarianz

$$\langle \delta G_N^2 \rangle \propto (D_x D_y D_z)^{-1/2}, \quad (4.17)$$

wobei

$$\langle \delta G_N^2 \rangle = \frac{\langle \delta G^2 \rangle}{G_\Gamma^2} \quad (4.18)$$

Mit der Annahme, dass die Zyklotron-Bewegung die transversale Diffusion gemäss

$$D_{x,y} = \frac{D}{1 + (\omega_C \tau)^2} \quad (4.19)$$

unterdrückt [94–96], erhält man [81, 93]

$$\frac{\langle \delta G_N^2 \rangle_B}{\langle \delta G_N^2 \rangle_{B=0}} \approx 1 + (\omega_C \tau)^2 \quad \text{für } \omega_C \tau \lesssim 1. \quad (4.20)$$

$\tau$  ist die elastische Streuzzeit und  $\omega_C = eB/m^*$  die Zyklotronfrequenz. Die Einschränkung  $\omega_C \tau \lesssim 1$  bedeutet, dass das angeführte Ergebnis nur in dem Magnetfeldbereich gültig ist, in dem Landauquantisierung noch keine Rolle spielt. Mit Hilfe der Beziehung 4.20 lässt sich aus den experimentellen Daten die elastische Streuzzeit  $\tau$  abschätzen.

Hiermit schliesst die Diskussion über die Verbindung der experimentell zugänglichen Grössen mit diffusiven Elektronenwellen in ungeordneten metallischen Systemen. Der nächste Unterabschnitt erweitert das vorgestellte Modell um Phasenrelaxationsphänomene.

### 4.1.2 Phasenrelaxation

Phasenrelaxationsprozesse im Emitter führen zu einer Modifikation der Spektrometerbreite  $\Gamma$ . Dabei handelt es sich um die Streuprozesse, die

ein Loch erfährt, das von einem aus dem Emitter tunnelnden Elektron zurückgelassen wird (siehe Abb. 4.6). Es kann sich hierbei um Phononenstreuung, Strahlungseinflüsse, Streuung an magnetischen Störstellen oder Elektron-Loch-Streuprozesse handeln. Streuprozesse mit Elektronen führen zur Bewegung des Loches in Richtung der Fermi-Kante des Emitters, wodurch das Loch seine Phaseninformation verliert und was daher als Phasenrelaxation bezeichnet wird. Beschreibt man die Vorgänge im Bild der Fermi-Flüssigkeit, so handelt es sich genaugenommen nicht um Elektronen bzw. Löcher, sondern um sogenannte *Quasiteilchen* bzw. *Quasilöcher* [97]. Im weiteren werden die Begriffe Elektron und Loch in diesem Sinne verwendet.

Die zusätzliche Verbreiterung der Spektrometerauflösung  $\Gamma$  durch Relaxationsprozesse im Emitter lässt sich phänomenologisch durch Addition einer Rate  $\gamma$  berücksichtigen [81]:

$$\Gamma \rightarrow \Gamma \left( 1 + \frac{\hbar\gamma}{\Gamma} \right). \quad (4.21)$$

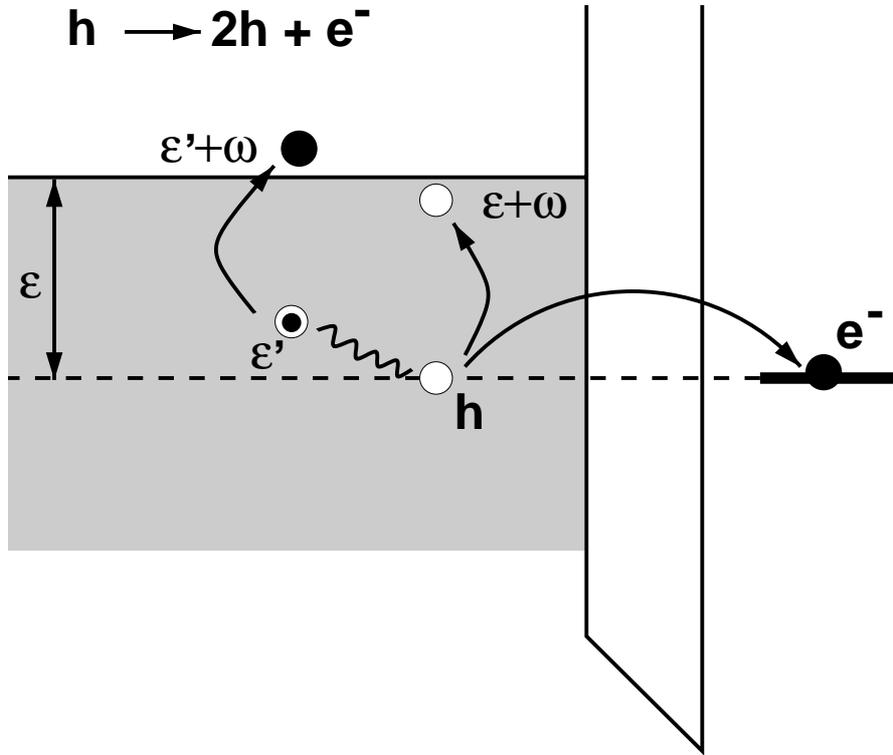
Damit modifiziert sich die Leitwertvarianz Gl. 4.15 unter Berücksichtigung des Magnetfeldes zusammen mit Gl. 4.13 zu

$$\langle \delta G^2 \rangle = \frac{1}{16} \frac{1}{g(L_\Gamma)} \frac{G_\Gamma^2}{(1 + \hbar\gamma/\Gamma)^{3/2}}. \quad (4.22)$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass Relaxationsprozesse nicht den mittleren Plateaustrom  $\langle I \rangle$  (Gl. 4.11) beeinflussen.

In dieser Arbeit kann keine detaillierte Herleitung für die Phasenrelaxationsrate gegeben werden, da dies den gegebenen Rahmen sprengen würde. Es sollen hier vielmehr die Ergebnisse unterschiedlicher Rechnungen vorgestellt und in den Kontext der experimentellen Situation gestellt werden. Die hier dargestellte Argumentation, wie auch schon bereits Teile des Skalierungsbildes der Quantendiffusion nach Thouless, wurde freundlicherweise von Edward McCann von der University of Lancaster [98] zur Verfügung gestellt.

Die Rate  $\gamma$  lässt sich im Rahmen zweier Theorien beschreiben, von denen bei der einen,  $\gamma_L$ , Impulsüberträgen  $\mathbf{q}$  entspricht, die grösser als die elastische freie Weglänge  $l = v_F\tau$  sind und bei der anderen,  $\gamma_S$ , Impulsüberträgen, die kleiner als  $l$  sind, entspricht. Die Verbindung zwischen Impuls  $\mathbf{q}$  und Weglänge  $l$  wird über den Wellenvektor  $|\mathbf{k}| = 1/l = \mathbf{q}/\hbar$  hergestellt.  $\gamma_L$  resultiert aus der Betrachtung eines 3D-Systems entarteter Elektronenzustände mit abgeschirmter Coulomb-Wechselwirkung, was als Theorie der Fermi-Flüssigkeit schwach wechselwirkender Quasiteilchen bezeichnet wird. Die Streurrate ist in diesem



**Abbildung 4.6:** Skizze der Loch-Relaxation nach einem Tunnelprozess. Ein aus dem Fermi-See tunnelndes Elektron  $e^-$  hinterlässt ein Loch  $h$  bei der Energie  $\epsilon$ . Streuung dieses Loches mit einem Elektron aus dem Fermisee bei  $\epsilon'$  mit Energieübertrag  $\omega$  liefert ein Elektron bei  $\epsilon' + \omega$ , ein Loch bei  $\epsilon'$  und ein Loch bei  $\epsilon + \omega$ . Bei den Löchern und Elektronen handelt es sich im Bild der Fermi-Flüssigkeit um Quasiteilchen.

Bild, das von Landau entwickelt wurde, im wesentlichen proportional zum Phasenraumvolumen der Endzustände:

$$\gamma_L \propto \frac{\epsilon^2}{\hbar E_F}. \quad (4.23)$$

$\epsilon$  ist die Energie eines Loches unterhalb der Fermi-Energie  $E_F$ . Je tiefer die Löcher unterhalb der Fermi-Energie liegen, desto mehr Elektronen stehen als Streupartner zur Verfügung. Der Referenz [74] lassen sich die exakten Vorfaktoren entnehmen:

$$\gamma_L = \frac{\pi^2}{16} \frac{q_{TF}}{k_F} \frac{\epsilon^2}{\hbar E_F}. \quad (4.24)$$

$q_{TF}$  ist der *Thomas-Fermi-Abschirm-Wellenvektor* und  $k_F$  der Fermi-Wellenvektor, für die gemäss [97] im Falle metallischer Systeme die Abschätzung  $q_{TF} \approx k_F$  gilt.

$\gamma_S$  ist die Rate, die aus Berechnungen von Altshuler und Aronov [99] für den Fall diffusiver Elektronenwellen in ungeordneten metallischen Systemen unter

Berücksichtigung der Skalierungsargumente von Thouless resultiert:

$$\gamma_S = \frac{105\sqrt{3}\hbar}{16\pi} \frac{\tau^{-1}}{\sqrt{E_F\tau}} \left( \frac{\epsilon}{E_F} \right)^{3/2}. \quad (4.25)$$

Die Herleitung dieses Anteils folgt aus der Anwendung von *Fermis Goldener Regel* auf das in Abb. 4.6 dargestellte Streuproblem [74, 100–102]. Hierbei wird zunächst der Streuprozess in dem im vorigen Abschnitt vorgestellten Urwürfel der Kantenlänge  $\xi_0$  betrachtet, wodurch den Abschirmeffekten und den diffusiven Elektronenwellen Rechnung getragen wird. Die daraus resultierenden Korrelationen bleiben auch dann noch entsprechend der Thouless-Skalierung erhalten, wenn das betrachtete Volumen über den Urwürfel hinausskaliert wird. Allerdings ist die Orts- und Energieauflösung hier nicht durch die Spektrometerbreite  $\Gamma$ , sondern durch die Energie des Loches  $\epsilon$  unterhalb der Fermienergie gegeben, woraus die in Gl. 4.25 angegebene Abhängigkeit,  $\gamma_S \propto \epsilon^{3/2}$ , resultiert.

Die Phasenrelaxation kann gemäss Gl. 4.22 über die Leitwertvarianz im Experiment vermessen werden und damit die Vorhersagen von Altshuler und Aronov [99], die bisher experimentell nicht belegt wurden, überprüft werden. Mit diesem Ausblick auf den experimentellen Teil endet dieser Abschnitt.

## 4.2 Experimentelle Ergebnisse

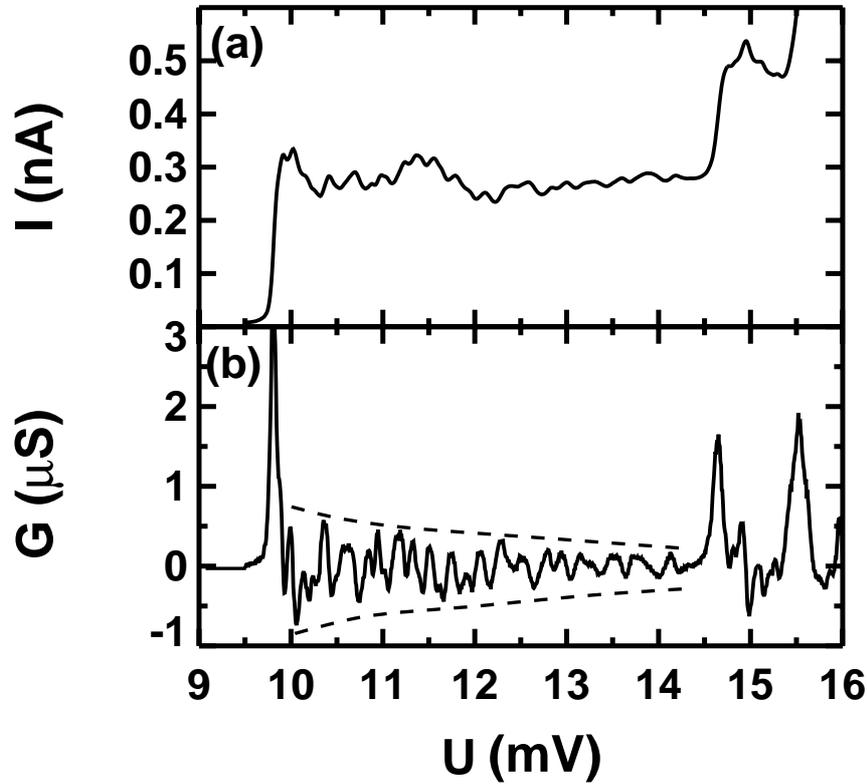
In den folgenden beiden Unterabschnitten werden die experimentellen Ergebnisse zur Vermessung der LDOSF in n-dotiertem GaAs vorgestellt. Alle vorgestellten Messergebnisse beruhen auf dem im vorigen Abschnitt vorgestellten Prinzip der Tunnelspektroskopie mittels eines störstelleninduzierten 0D-Zustandes in der Quantentopregion einer resonanten Tunneldiode. Es wurde die in Kapitel 3.2 vorgestellte Probe mit der Bezeichnung 6099/23/6 mit einem Säulendurchmesser von  $2\mu\text{m}$  und einer 5 und 8 nm breiten Tunnelbarriere verwendet, bei der eindeutig ein isoliertes Störstellenniveau identifiziert werden konnte. Der untersuchte ungeordnete metallische Leiter ist die zur dickeren der beiden Tunnelbarrieren benachbarte Zuleitung, die aus n-dotiertem GaAs mit einer gemessenen Dotierkonzentration von  $3,3 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$  besteht. Diese Zuleitung wird im weiteren Verlauf als Emitter bezeichnet

Bei niedrigen Magnetfeldern lässt sich aus den Messungen die energieabhängige Phasenrelaxation bestimmen, die mit den theoretischen Vorhersagen verglichen wird. Zu den Messungen bei hohen Magnetfeldern wird eine Analysemethode vorgestellt, die es erlaubt, aus den Messdaten den effektiven g-Faktor von n-dotiertem GaAs zu bestimmen. Weiterhin wird die Untersuchung von Spinrelaxationseffekten mit Hilfe dieser Methode diskutiert.

Alle im folgenden vorgestellten Kennlinienscharen wurden mit einer Magnetfeldschrittweite von 10 mT und einer Spannungsschrittweite von  $7\mu\text{V}$  bei einer Temperatur von 20 mK aufgenommen.

### 4.2.1 Niedrige Magnetfelder-Phasenrelaxation

Im theoretischen Teil dieses Kapitels wurde dargelegt, wie sich die Phasenrelaxation von Löchern, die durch aus dem Emitter tunnelnde Elektronen entstehen, in der Varianz der Leitwertfluktuationen bei niedrigen Magnetfeldern niederschlägt (Gl. 4.22). Abb. 4.7 zeigt a) die  $I(U)$ - und b) die daraus ermittelte  $G(U)$ -Kennlinie bei 0,1 T. Es lässt sich feststellen, dass die Amplitude der Fluktuationen des Leitwertes  $G$  zwischen den ersten beiden Leitwertpeaks mit steigender Spannung abnimmt, was in der Abbildung durch die gestrichelten Linien verdeutlicht wird. Dieses Verhalten entspricht somit zunächst qualitativ der theoretischen Vorhersage.



**Abbildung 4.7:** Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte a) auf dem ersten Stromplateau und b) zwischen den Leitwertpeaks bei einem Magnetfeld von 0,1 T. In b) ist die Abnahme der Fluktuationsamplituden mit steigender Spannung durch strichpunktierte Linien verdeutlicht.

Zur Durchführung eines quantitativen Vergleiches müssen die folgenden Vorarbeiten geleistet werden:

- Es muss ein Ensemble gegeben sein, über das die Varianzbildung durchgeführt werden kann. Dieses Ensemble ist experimentell durch  $G(U)$ -Kennlinien bei unterschiedlichen Magnetfeldern gegeben.
- Zum quantitativen Vergleich mit der Streurrate  $\gamma_S$ , Gl. 4.25, muss die elastische Streuzzeit  $\tau$  gemäß Gl. 4.20 aus den  $G(U)$ -Kennlinien ermittelt werden.
- Aus den Messdaten muss die Spekrometerbreite  $\Gamma$  bestimmt werden.

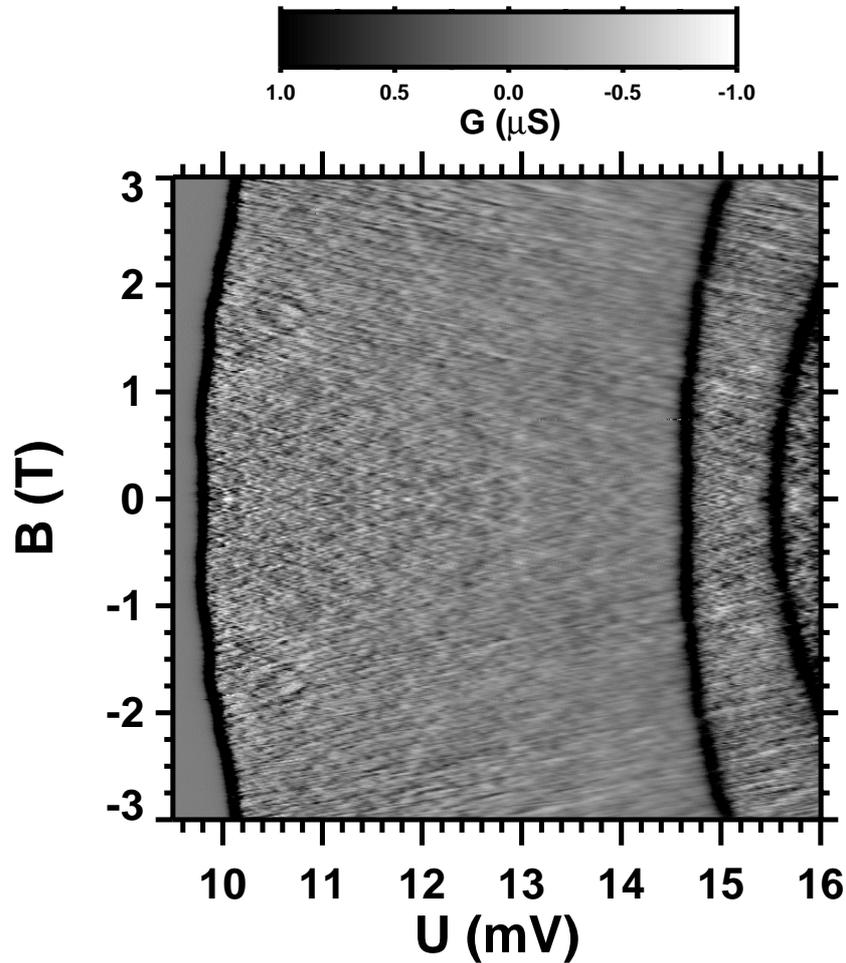
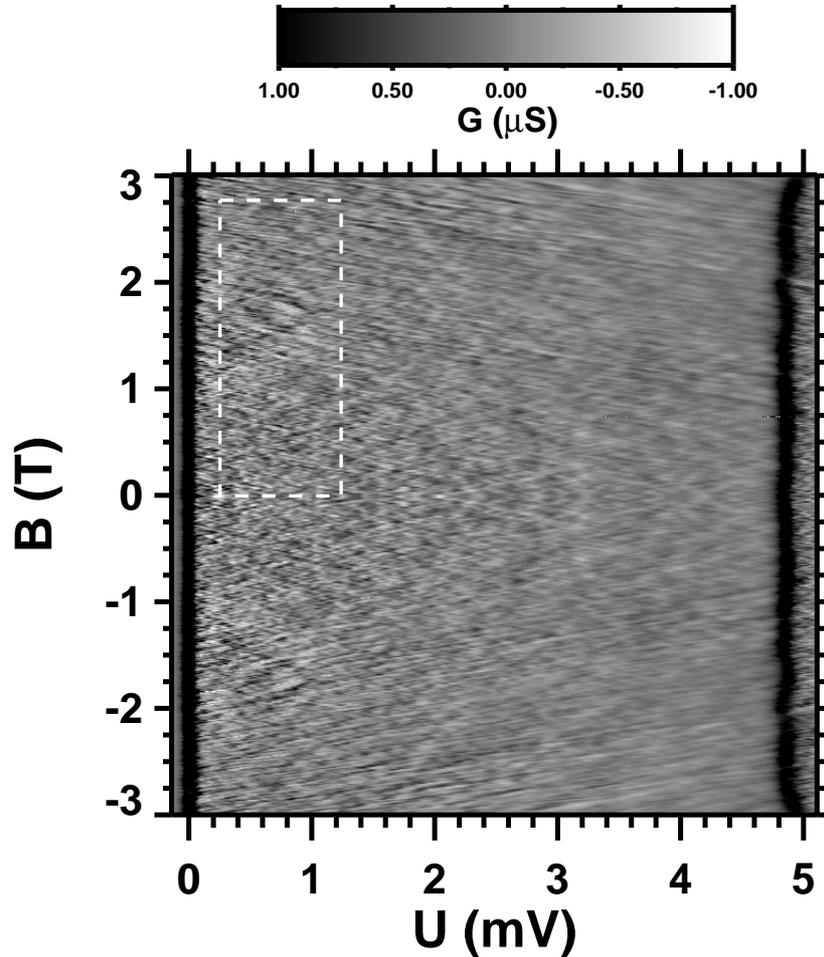


Abbildung 4.8: Graustufenplot von  $G(U)$  im Bereich  $B = -3,0 - 3,0$  T.

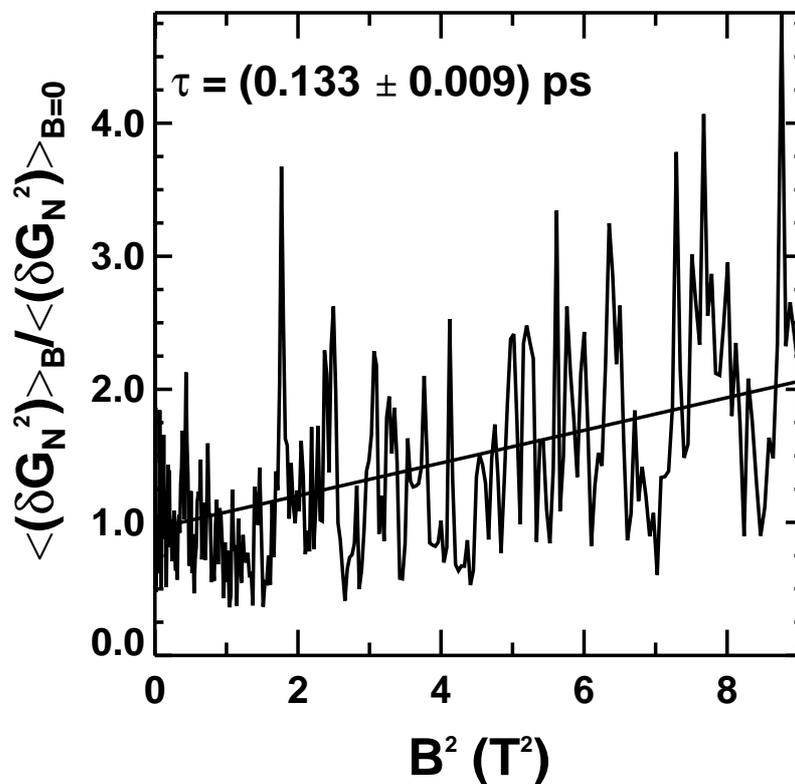
Abb. 4.8 zeigt einen Graustufenplot des differentiellen Leitwertes von  $B = -3,0 - 3,0$  T, der aus den gemessenen  $I(U)$ -Kennlinien berechnet wurde. Bei den höchsten in dieser Abbildung gezeigten Magnetfeldern und im Bereich vor den zweiten Leitwertpeaks wird eine Streifenstruktur erkennbar, die auf Landau-Quantisierung zurückzuführen ist und Gegenstand des nächsten Abschnittes ist. Der Verlauf der Leitwertpeaks gibt die diamagnetische Verschiebung des Störstellenniveaus wieder.



**Abbildung 4.9:** Ausgerichteter Graustufenplot von  $G(U)$  im Bereich  $B = -3,0-3,0$  T. Die einzelnen  $G(U)$ -Kennlinien wurden so verschoben, dass die Position der ersten Leitwertpeaks alle bei 0 mV liegen. Alle weiteren Spannungswerte beziehen sich auf die Position des ersten Leitwertpeaks. Das gestrichelte Rechteck deutet den Bereich an, der zur Ermittlung der elastischen Streuzzeit  $\tau$  herangezogen wurde.

Zur Vereinfachung der Analyse wurde die diamagnetische Verschiebung aus den Daten eliminiert, indem eine Umskalierung der Spannungsskalen der einzelnen  $G(U)$ -Kennlinien vorgenommen wurde (Abb. 4.9). Die Position der ersten Leitwertpeaks wurde mit 0,0 mV festgelegt. Damit bezieht sich die zur Spannung gemäß  $\epsilon = \alpha eU$  äquivalente Energie auf die Fermikante des Emitters. In Kapitel 3.2 wurde  $\alpha \approx 0,5$  bestimmt. Das in die Abbildung eingezeichnete gestrichelte Rechteck deutet den Datenbereich an, der zur

Ermittlung der elastischen Streuzzeit  $\tau$  herangezogen wurde. Der Bereich ist in Spannungsrichtung 1,0 mV breit und beginnt bei ca. 0,30 mV bezüglich des ersten Leitwertpeaks. Dieser Abstand zum ersten Leitwertpeak wurde gewählt, da bei kleineren Abständen Rauschstörungen auf den Daten zu beobachten waren, die zu starken Verfälschungen der Endergebnisse führten. In Magnetfeldrichtung verläuft der ausgewählte Bereich von 0,0 – 2,8 T, so dass er mit dem ermittelten  $\tau$  die Bedingung  $\omega_C \tau \lesssim 1$  erfüllt, die gewährleistet, dass die Entvölkerung der Landauniveaus keinen nennenswerten Einfluss auf die Leitwertvarianz hat.



**Abbildung 4.10:** Normierte Leitwertvarianz entsprechend Gl. 4.20 aufgetragen gegen  $B^2$ . Die elastische Streuzzeit  $\tau$  wurde aus der Steigung der eingezeichneten Anpassungsgeraden ermittelt. Die angegebene Unsicherheit resultiert aus der Abweichung der Messdaten von der angepassten Geraden.

Zur Bestimmung der elastischen Streuzeit  $\tau$  ist in Abb. 4.10  $\langle \delta G_N^2 \rangle_B / \langle \delta G_N^2 \rangle_{B=0}$  entsprechend Gl. 4.20 gegen  $B^2$  aufgetragen.  $\langle \delta G^2 \rangle_B = \langle G^2 \rangle_B - \langle G \rangle_B^2$  wurde gemäß folgender Formel aus den Leitwertdaten ermittelt:

$$\langle \delta G^2 \rangle_B = \langle G^2 \rangle_B = \frac{1}{N_{G(B)}} \sum_{U=0.3\text{mV}}^{1.3\text{mV}} (G(B)|_U)^2, \quad (4.26)$$

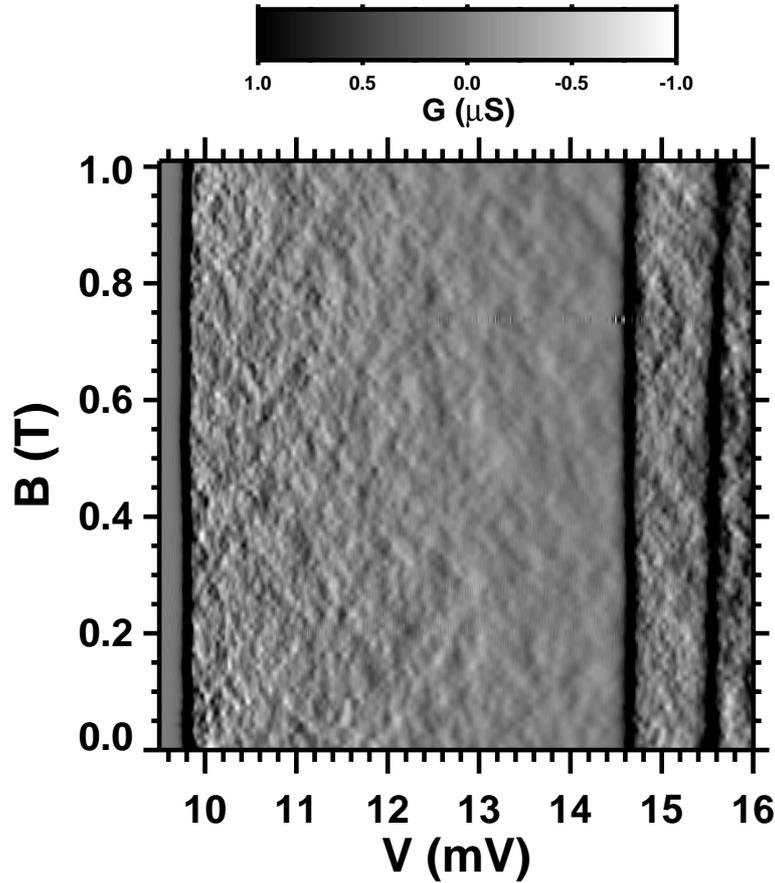
wobei  $N_{G(B)} = 141$  die Anzahl der Kennlinien in Magnetfeldrichtung ist, über die gemittelt wurde und  $\langle G \rangle_B = 0$  gesetzt wurde. Diese Maßnahme ist ausserhalb des Bereichs des Leitwertpeaks gerechtfertigt, da sich die Fluktuationen um die Nulllinie bewegen und Abweichungen vom Mittelwert Null nur durch den endlichen Bereich, über den gemittelt wird, zustande kommen können.

Die normierte Leitwertvarianz  $\langle \delta G_N^2 \rangle_B$  erhält man durch Division von  $\langle \delta G^2 \rangle_B$  durch den quadrierten Maximalwert des Leitwertpeaks.

Dividiert man die auf diese Art bearbeiteten Messdaten durch die normierte Leitwertvarianz  $\langle \delta G_N^2 \rangle_{B=0}$  an der Stelle  $B = 0$  und trägt sie gegen  $B^2$  wie in Abb. 4.10 gezeigt auf, so lässt sich eine Gerade anpassen, die ebenfalls in der Abbildung dargestellt ist, und aus deren Steigung sich die elastische Streuzeit gemäß Gl. 4.20 zu  $\tau \approx 0,14$  ps bestimmt.

Die somit erhaltene elastische Streuzeit  $\tau$  dient im weiteren Verlauf als Parameter für den Vergleich der theoretischen Vorhersagen mit den aus der Messung gewonnenen Größen.

Abb. 4.11 zeigt den zur Bestimmung des Phasenrelaxationsverhaltens ausgewählten Bereich, der Magnetfelder von 0,0 – 1,0 T einschliesst. Es sind in dieser Abbildung die nicht ausgerichteten Daten gezeigt, so dass deutlich wird, dass der Einfluss des Magnetfeldes sehr gering ist, insbesondere ist die diamagnetische Verschiebung nicht zu erkennen, und die Fluktuationen zwischen den beiden ersten Leitwertpeaks zeigen kein Muster. Deutlich zu erkennen ist dagegen die Abnahme der Fluktuationen mit steigender Spannung, die schon in der einzelnen  $G(U)$ -Kennlinie aus Abb. 4.7 sichtbar war. Besonders deutlich wird die Unterdrückung der Fluktuationen, wenn man die Daten vor und hinter den zweiten Leitwertpeaks vergleicht, wo sich das nächste Spektrometerniveau unter die Fermikante bewegt.

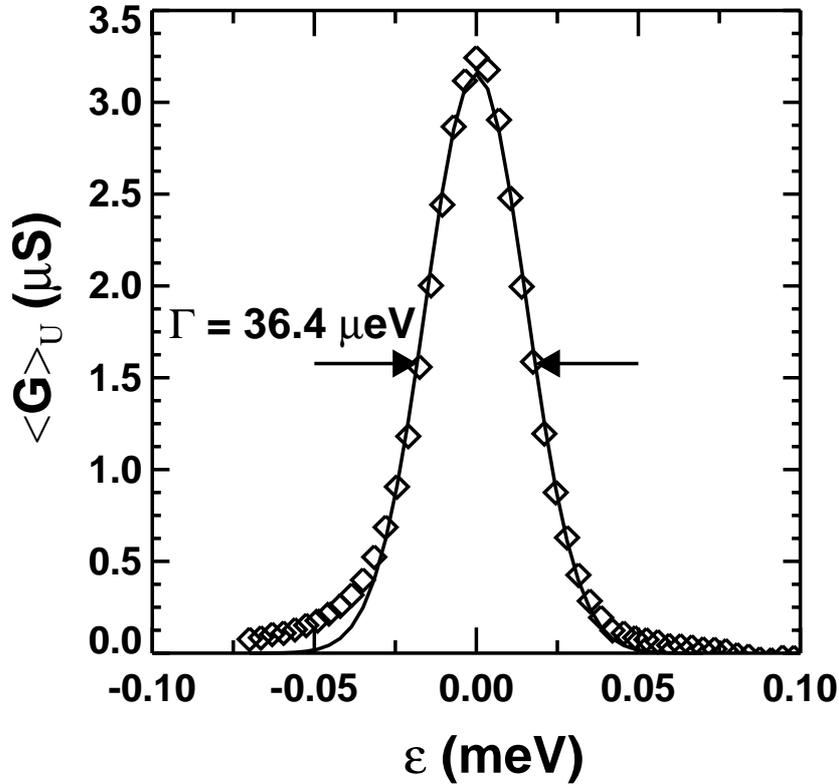


**Abbildung 4.11:** Differenzieller Leitwert im Magnetfeldbereich von  $0,0 - 1,0$  T.

Als letzter Parameter bleibt noch die Spektrometerbreite  $\Gamma$  zu bestimmen. Diese lässt sich aus den Messdaten abschätzen, indem man den Mittelwert aller  $G(U)$ -Kennlinien im Bereich der ersten Leitwertpeaks im untersuchten Bereich von  $0,0 - 1,0$  T bildet (Abb. 4.12):

$$\langle G \rangle_U = \frac{1}{N_{G(U)}} \sum_{B=0,0\text{T}}^{1,0\text{T}} G(U)|_B, \quad (4.27)$$

wobei  $N_{G(U)} = 101$  die Anzahl der Kennlinien ist, über die gemittelt wurde. Man beachte, dass hier der Mittelwert ungleich Null ist, da über den Bereich des Leitwertpeaks und nicht über die Fluktuationen gemittelt wurde! An die so gewonnenen Daten wurde eine Gausskurve angepasst, deren volle Halbwertsbreite die gesuchte Spektrometerbreite ist und zu  $\Gamma = 36,4 \mu\text{eV}$  berechnet wurde.



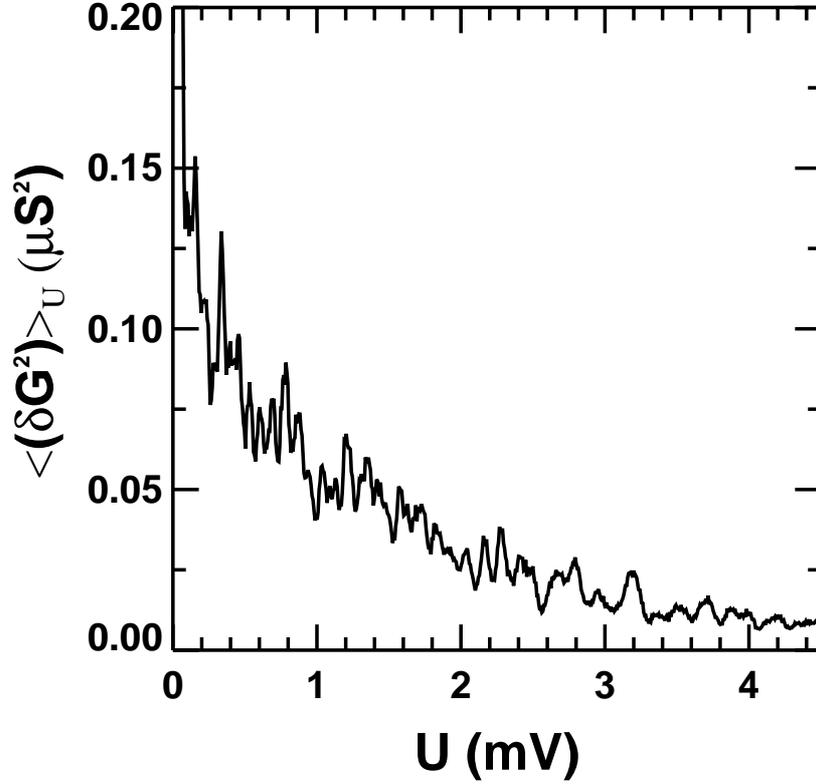
**Abbildung 4.12:** Mittelung über die Leitwertpeaks im Magnetfeldbereich von 0,0 – 1,0 T. An die Messdaten (Diamanten) wurde eine Gausskurve angepasst, deren volle Halbwertsbreite die Spektrometerbreite  $\Gamma$  ist. Der Zahlenwert von  $\Gamma$  ist in der Abbildung angegeben.

In Abb. 4.13 ist die spannungsabhängige Varianz  $\langle \delta G^2 \rangle_U$ , die sich aus den Messdaten gemäß

$$\langle \delta G^2 \rangle_U = \langle G^2 \rangle_U = \frac{1}{N_{G(U)}} \sum_{B=0.0T}^{1.0T} (G(U)|_B)^2 \quad (4.28)$$

ergibt, dargestellt. Hierbei wurde wie schon zuvor  $\langle G \rangle_U = 0$  gesetzt, was wie bereits diskutiert für eine Betrachtung der Messdaten ausserhalb des Bereichs des Leitwertpeaks legitim ist. Aus den so bearbeiteten Messdaten lässt sich mit Gl. 4.22 die experimentelle Phasenrelaxationsrate  $\gamma$  berechnen:

$$\gamma = \frac{\Gamma}{\hbar} \left( \frac{1}{(16g(L_\Gamma) \langle \delta G_N^2 \rangle)^{2/3}} - 1 \right). \quad (4.29)$$



**Abbildung 4.13:** Spannungsabhängige Varianz der LDOSF bei niedrigem Magnetfeld. Die Varianz wurde über den Bereich von  $B = 0,0 - 1,0$  T ermittelt.

In dieser Gleichung taucht der dimensionslose Leitwert  $g(L_\Gamma)$  auf, der sich folgendermaßen bestimmen lässt: Das Phasenraumvolumen für Streuprozesse in der Nähe der Fermikante wird verschwindend gering, so dass  $\gamma \rightarrow 0$  für  $\epsilon \rightarrow E_F$ . In der Nähe der Fermikante ergibt sich somit mit Gl. 4.22:

$$\langle \delta G^2 \rangle |_{\epsilon \approx E_F} = \frac{1}{16} \frac{1}{g(L_\Gamma)} G_\Gamma^2. \quad (4.30)$$

Damit lässt sich  $g(L_\Gamma)$  aus den Messdaten abschätzen:

$$g(L_\Gamma) = \frac{1}{16} \frac{1}{\langle \delta G^2 \rangle |_{\epsilon \approx E_F}} G_\Gamma^2, \quad (4.31)$$

womit sich Gl. 4.29 zu

$$\gamma = \frac{\Gamma}{\hbar} \left( \frac{\langle \delta G^2 \rangle |_{\epsilon \approx E_F}^{2/3}}{\langle \delta G^2 \rangle^{2/3}} - 1 \right). \quad (4.32)$$

ergibt. Man beachte den Übergang von  $\langle \delta G_N^2 \rangle$  nach  $\langle \delta G^2 \rangle$ . Für die weitere Analyse wurde  $\langle \delta G^2 \rangle|_{\epsilon \approx E_F}$  an der Stelle  $\epsilon = 35 \mu\text{eV}$  ausgewertet, was ausserhalb der Breite des Leitwertpeaks aber noch sehr nah bei der Fermikante (siehe z.B. Abb. 4.12) liegt.

Die beiden theoretischen Phasenrelaxationsraten seien an dieser Stelle noch einmal aufgeführt. Zunächst die berechnete Rate, die aus dem Modell der reinen Fermi-Flüssigkeit resultiert:

$$\gamma_L = \frac{\pi^2 q_{TF}}{16 k_F} \frac{\epsilon^2}{\hbar E_F}. \quad (4.33)$$

Hier wurde wie bereits erwähnt  $q_{TF}/k_F = 1$  abgeschätzt. Als nächstes die nach Altshuler und Aronov [99] berechnete Rate für diffusive Elektronenwellen in ungeordneten metallischen Systemen unter Berücksichtigung der Skalierungsargumente von Thouless:

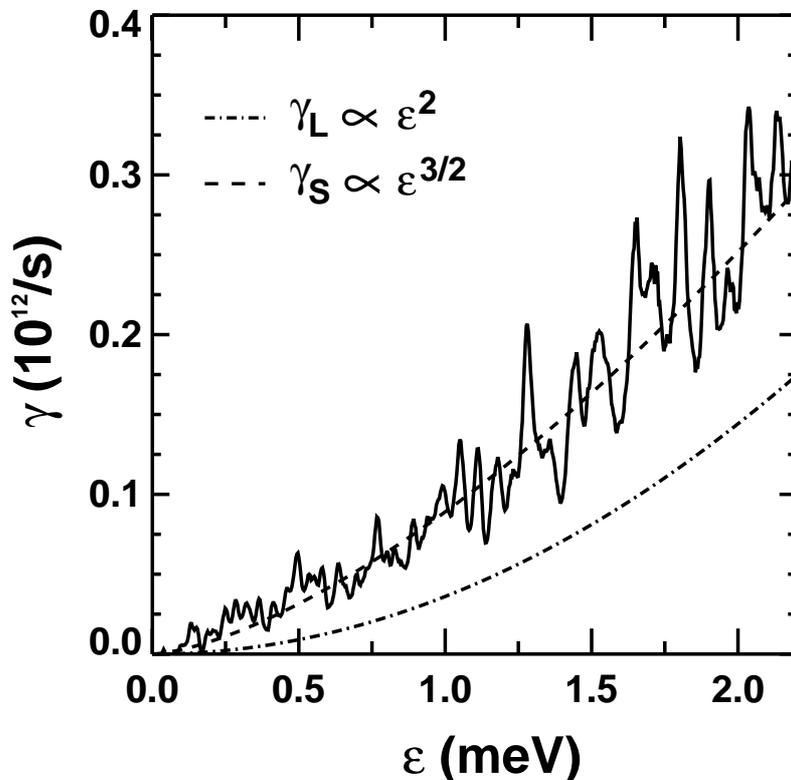
$$\gamma_S = \frac{105\sqrt{3}\hbar}{16\pi} \frac{\tau^{-1}}{\sqrt{E_F\tau}} \left( \frac{\epsilon}{E_F} \right)^{3/2}. \quad (4.34)$$

In Tabelle 4.1 sind alle in den Ausdrücken vorkommenden Parameter mit ihren Werten nochmals zusammengefasst:

Parameter	Wert
Fermienergie $E_F$	26 meV
Elast. Streuzeit $\tau$	0,14 ps
Energie-Konversionsfaktor $\alpha$	0,5
Spektrometerbreite $\Gamma$	36,4 $\mu\text{eV}$

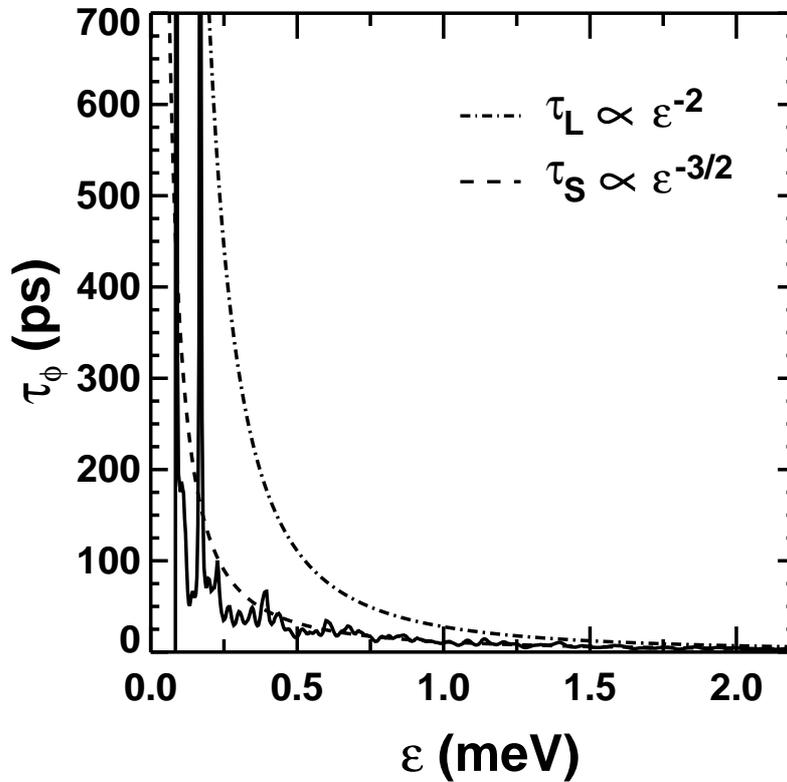
**Tabelle 4.1:** Parameter zur Berechnung der Phasenrelaxationsraten.

Abb. 4.14 zeigt den Vergleich der energieabhängigen Rate  $\gamma(\epsilon)$ , die gemäß Gl. 4.32 aus den Messdaten gewonnen wurde, mit den beiden theoretischen Vorhersagen. Es lässt sich die eindeutige Aussage tätigen, dass die nach Altshuler berechnete Rate ausgezeichnet mit den Messergebnissen übereinstimmt, während die im Bild der reinen Fermi-Flüssigkeit berechnete Rate deutlich von den Messergebnissen abweicht.



**Abbildung 4.14:** Theoretische und experimentelle energieabhängige Phasenrelaxationsraten. Die durchgezogene Linie stellt die aus den Messdaten gewonnene Phasenrelaxationsrate  $\gamma$  dar. Der strichpunktierte Verlauf repräsentiert die Berechnung der Phasenrelaxationsrate im Bild der reinen Fermi-Flüssigkeit  $\gamma_L$  und die gestrichelte Linie gibt die aus den Berechnungen von Altshuler und Aronov resultierende Phasenrelaxationsrate für diffusive Elektronenwellen in ungeordneten metallischen Systemen  $\gamma_S$  wieder. Die Berechnungen wurden mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Parametern durchgeführt.

Das gleiche Ergebnis findet man, wenn man die gemessene gegen die berechnete Phasenkohärenzzeit, die mit der Phasenrelaxationsrate über  $\tau_\phi = 1/\gamma$  verknüpft ist, aufträgt, wie in Abb. 4.15 dargestellt. Der scharfe Peak bei ca. 0,2 meV resultiert aus dem schon oben angesprochenen Rauschsignal. Trotz dieser Störung lässt sich insbesondere bei höheren Energien wiederum eine ausgezeichnete Übereinstimmung der Altshuler-Theorie mit den Messdaten beobachten, während die zweite Theorie auch hier stark von den Messdaten abweicht.



**Abbildung 4.15:** Theoretische und experimentelle energieabhängige Phasenrelaxationszeiten. Die durchgezogene Linie repräsentiert die aus den Messdaten gewonnene Phasenrelaxationszeit  $\tau_\phi$ . Der strichpunktierete Verlauf gibt die Berechnung der Phasenrelaxationszeit im Bild der reinen Fermi-Flüssigkeit  $\tau_L = 1/\gamma_L$  wieder, während die gestrichelte Linie aus den Berechnungen von Altshuler und Aronov die Phasenrelaxationszeit für diffusive Elektronenwellen in ungeordneten metallischen Systemen  $\tau_S = 1/\gamma_S$  wiedergibt. Die Berechnungen wurden mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Parametern durchgeführt.

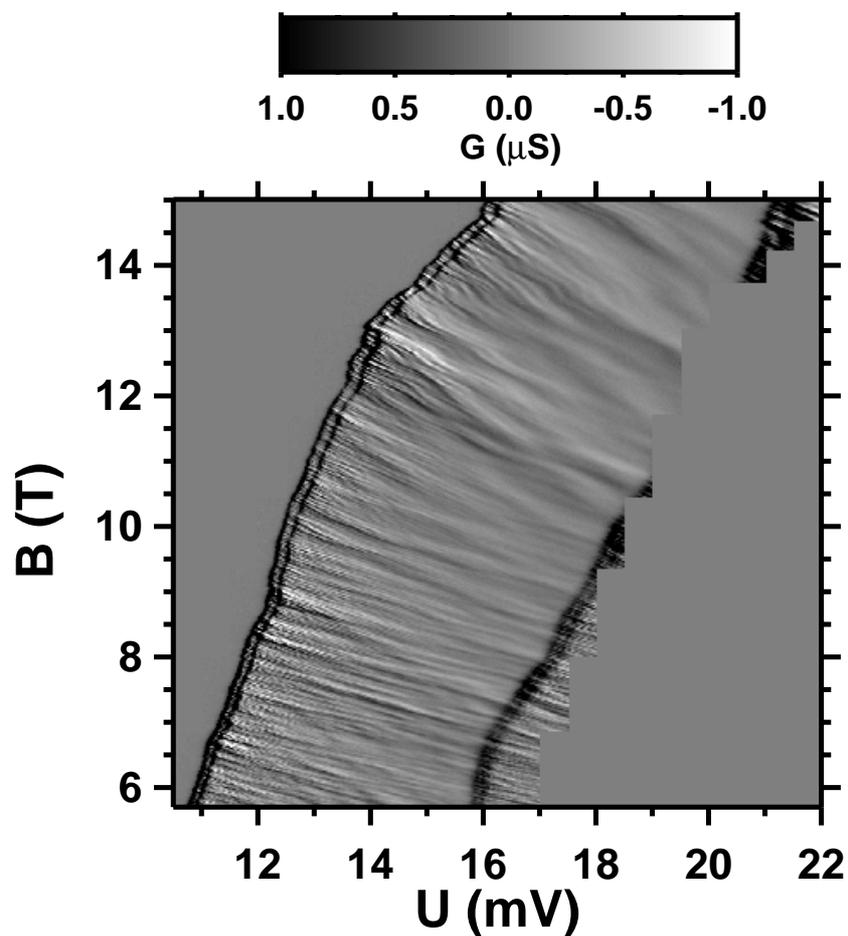
Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Messdaten hervorragend mit der von Altshuler vorgeschlagenen Theorie interpretiert werden können. Es überrascht nicht sehr, dass sich die Messdaten im Modell diffusiver Elektronenwellen im ungeordneten Leiter unter Berücksichtigung des Skalierungsbildes von Thouless interpretieren lassen, da es sich bei dem untersuchten System genau um ein solches handelt. In den vielen Experimenten, die sich bislang mit der Phasenkohärenzzeit  $\tau_\phi$  beschäftigten (siehe Übersichtsartikel von Gershenson [103] und darin angegebene Referenzen), wurde in den meisten Fällen  $\tau_\phi$  in Abhängigkeit von der Temperatur bestimmt. Dabei wurde übereinstimmend eine Sättigung von  $\tau_\phi(T)$  für  $T \rightarrow 0$  festgestellt, die bei bis zu einigen ns liegt [104] und die bis heute nicht erklärt werden kann. Externe Quellen, die zur

Phasenrelaxation führen, wie zum Beispiel Erwärmung, magnetische Störstellen oder Mikrowelleneinstreuung, können als Ursache für diese Sättigung ausgeschlossen werden [104], weshalb intrinsische Effekte, die einen Zusammenbruch des Fermi-Flüssigkeits-Verhaltens bedeuten, in Erwägung gezogen werden. Als intrinsische Effekte wurden beispielsweise die Nullpunkts-Fluktuationen phasenkohärenter Elektronen angenommen und Experimente dahingehend durchgeführt [105]. Allerdings ist die Ursache der temperaturabhängigen Sättigung im Rahmen dieser Arbeit nicht abschliessend gefunden und erklärt. Die vorgestellten Ergebnisse unterscheiden sich von den zuvor angesprochenen dadurch, dass  $\tau_\phi$  in Abhängigkeit von der Anregungsenergie  $\epsilon$  untersucht wurde. Es konnte eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit der Theorie von Altshuler und Aronov für Energien deutlich unter der Fermienergie gefunden werden. Für Energien in der Nähe der Fermienergie (siehe Abb. 4.15) liegt die aus den Messdaten gewonnene Phasenrelaxationszeit  $\tau_\phi$  unter der nach Altshuler und Aronov berechneten, was sich als Sättigungsverhalten im Sinne der vorgenannten Experimente interpretieren lässt. Damit ist die Basis für Experimente geschaffen, die sowohl die Energie- als auch die Temperaturabhängigkeit der Phasenrelaxationszeit untersuchen und auf diese Weise zur Klärung des unverstandenen temperaturabhängigen Sättigungsverhaltens beitragen. Mit diesem Ergebnis und Ausblick schliesst der Unterabschnitt.

### 4.2.2 Hohe Magnetfelder-Spinabhängigkeit

In diesem Abschnitt wird eine neu entwickelte Methode vorgestellt, die es erlaubt, durch Messung der LDOSF bei hohen Magnetfeldern, spinabhängige Eigenschaften von dotierten Volumenhalbleitern zu untersuchen.

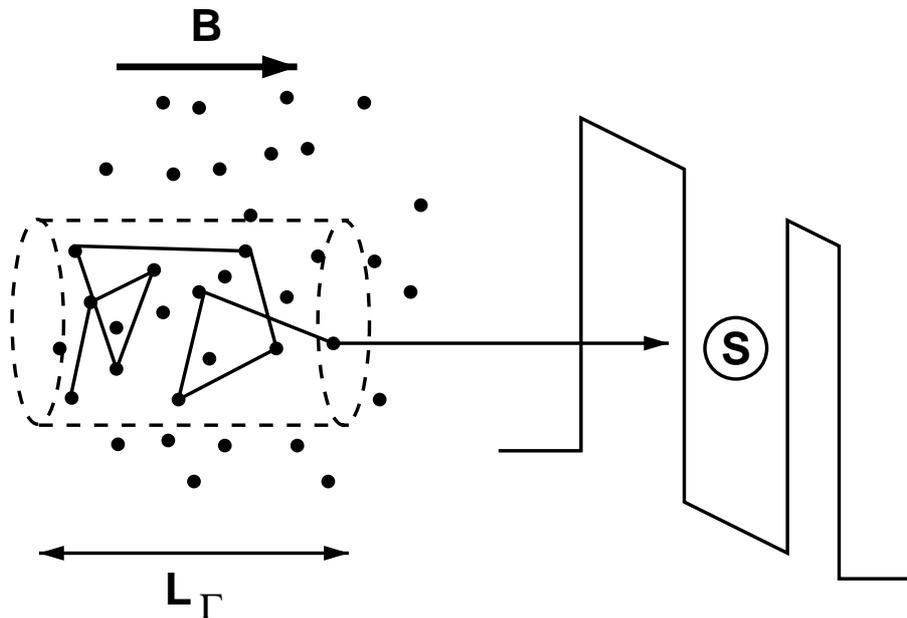
Der Messaufbau und das Messprinzip sind exakt dieselben wie im vorangegangenen Abschnitt.



**Abbildung 4.16:** Graustufenplot von  $G(U, B)$  mit LDOSF von 6–15 T. Mit steigendem Magnetfeld verschiebt sich die Position des ersten Leitwertpeaks aufgrund der diamagnetischen Verschiebung zu höheren Spannungen und der erste Peak spaltet auf. In der Plateauregion sind Streifen zu erkennen, die auf die Landauquantisierung zurückzuführen sind.

Abb. 4.16 zeigt ein  $G(U, B)$ -Kennlinienfeld in einem Magnetfeldbereich von 6 – 15 T. In diesem Bereich spielt die Landauquantisierung eine bedeutende Rolle. Simulationen, die auf der gemessenen Ladungsträgerkonzentration in den Zuleitungen basieren, ergeben, dass bei ca. 6,5 T nur noch das vorletzte Landauband besetzt ist und ab ca. 11 T nur noch das letzte Landauband, was als Quantenlimit bezeichnet wird [23, 26]. Die Übergänge sind allerdings nicht abrupt, sondern eher fließend, so dass die angegebenen Grenzen im Sinne von Anhaltspunkten verstanden werden sollten. Der Einfluss der Landauquantisierung wird wirksam, wenn die Zyklotronfrequenz  $\omega_C = eB/m^*$  grösser als die elastische Streurrate  $\tau^{-1}$  wird. Aus dem im letzten Abschnitt ermittelten  $\tau = 0.14$  ps lässt sich das Feld, ab dem der Einfluss der Landauquantisierung wirksam wird, mit  $B \approx 2,7$  T angeben, so dass die in Abb. 4.16 gezeigte Messung sicher im Bereich der Landauquantisierung liegt.

Im grossen Bereich nach den ersten Leitwertpeaks fällt das streifenförmige Muster auf, das den Ausgangspunkt der Methode zur Untersuchung spinabhängiger Eigenschaften der LDOSF bildet und dessen Herkunft in Abb. 4.17 skizziert ist.



**Abbildung 4.17:** Ausbildung der LDOSF in hohem Magnetfeld. Die Diffusion gestreuer Elektronenwellen wird senkrecht zum Magnetfeld  $B$  unterdrückt, wodurch die LDOSF einen eindimensionalen Charakter annehmen.

Nimmt man zunächst an, dass die Unordnung im betrachteten Leiter zu vernachlässigen ist, so gilt für die Energie der Elektronenzustände im Falle der

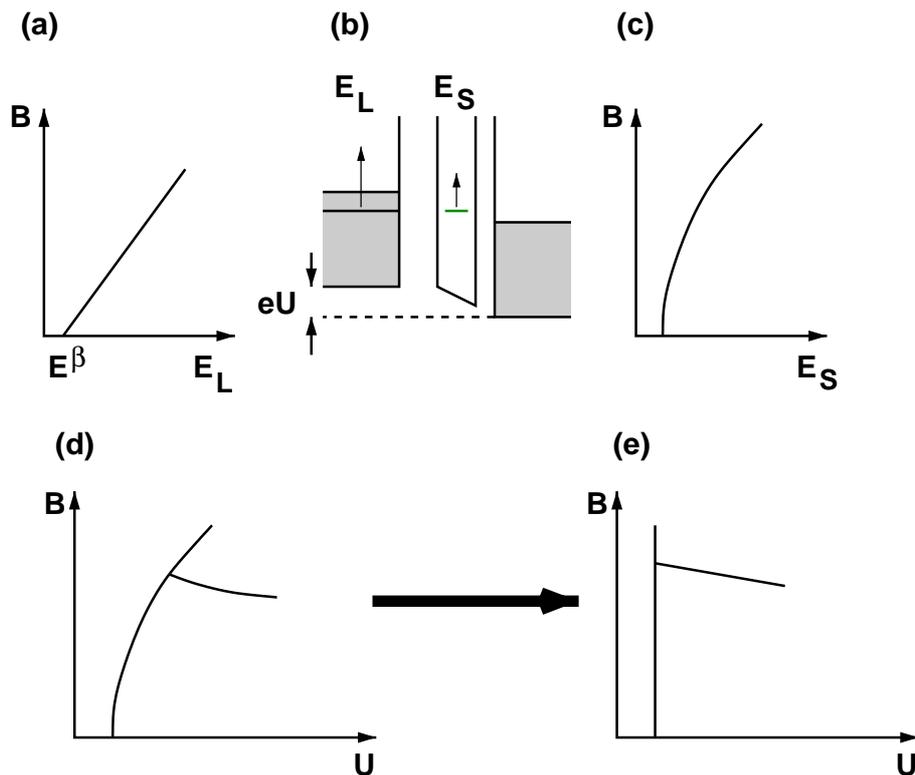
Landauaufspaltung

$$E_L = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_C + E(k_z), \quad (4.35)$$

wobei  $E(k_z) = \hbar^2 k_z^2 / 2m^*$  die kinetische Energie der freien Elektronen parallel zur Feldrichtung ist. Im Falle von Unordnung bilden sich bei hohen Magnetfeldern LDOSF-Resonanzen  $\beta$  mit  $E^\beta = E(k_z)$ , die durch Quasi-1D Interferenz diffusiv gestreuter Elektronenwellen zustandekommen und deren lineare Magnetfeldabhängigkeit aus Gl. 4.35 folgt:

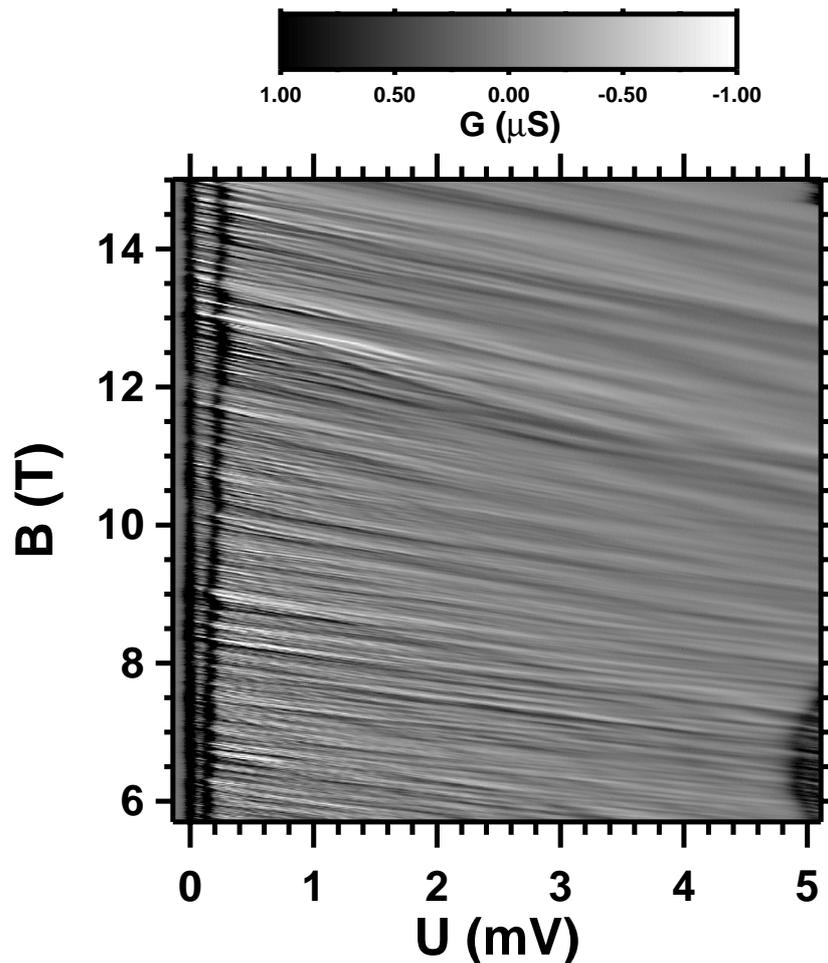
$$E_L = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_C + E^\beta, \quad (4.36)$$

In Abb. 4.16 stellt man fest, dass die Streifen nach den ersten Leitwertpeaks gekrümmt sind, was aus dem Zusammenspiel zwischen diamagnetischer Verschiebung und Landauquantisierung folgt und in Abb. 4.18 skizziert ist.



**Abbildung 4.18:** Ursache des Streifenmusters nach den ersten Leitwertpeaks (d) ist das auf die gesamte Struktur einwirkende Magnetfeld (b), das die Landauquantisierung der Zustandsniveaus (a) und die diamagnetische Verschiebung des Störstellenniveaus (c) zur Folge hat. Durch Umskalieren der Spannungsachsen der einzelnen  $G(U)$ -Kennlinien erhält man das *begradierte* Muster (e).

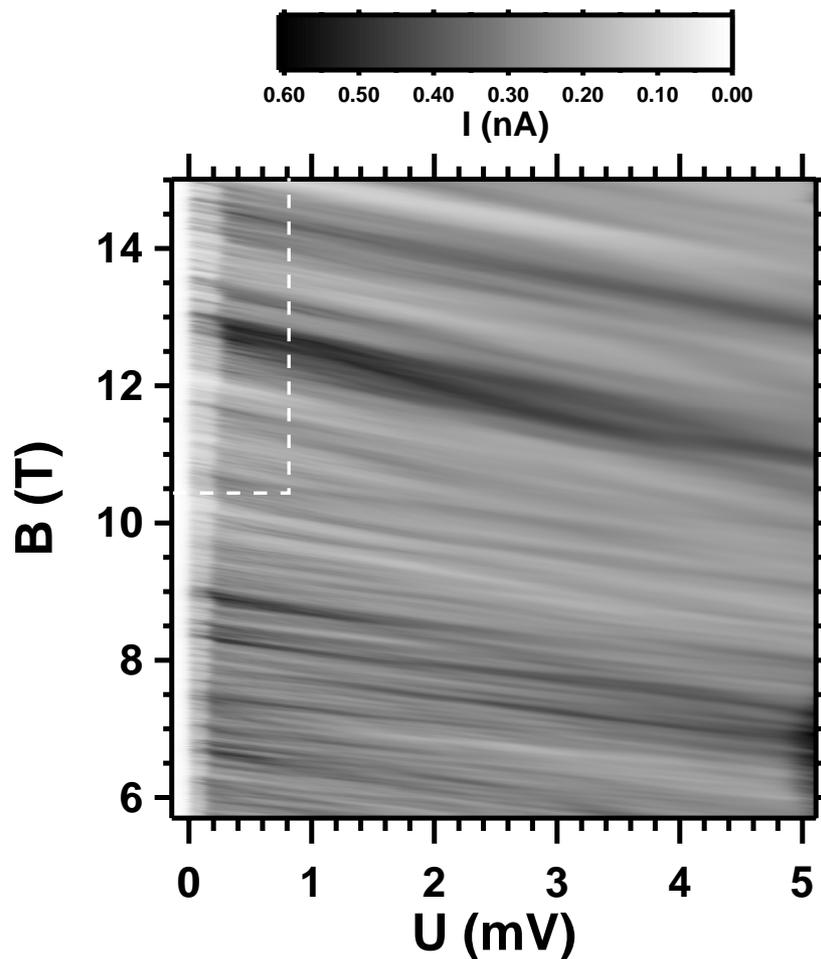
Das bereits im vorangegangenen Abschnitt beschriebene Verfahren der Umskalierung der Spannungsachsen der einzelnen  $G(U)$ -Kennlinien führt dazu, dass der Einfluss der diamagnetischen Verschiebung nicht mehr sichtbar ist und das Streifenmuster nun tatsächlich aus Geraden besteht. Dies wird in Abb. 4.19 deutlich, was das aus Abb. 4.16 umskalierte Kennlinienfeld darstellt.



**Abbildung 4.19:**  $G(U, B)$  mit LDOSF von 6 – 15 T mit Ausrichtung an den ersten Leitwertpeaks. Die Streifenstruktur besteht nach der Umskalierung aus Geraden.

Die mit Hilfe der ersten Leitwertpeaks an den  $G(U, B)$ -Kennlinienfeldern durchgeführte Umskalierung kann auch auf die  $I(U, B)$ -Kennlinienfelder angewendet werden, wie in Abb. 4.20 dargestellt ist. Man sieht hier nicht mehr

den Verlauf der aufgespaltenen ersten Leitwertpeaks, sondern einen schmalen, im Unterschied zum restlichen Feld, helleren Bereich, der mit steigendem Magnetfeld breiter wird und das erste Stromplateau darstellt. Auch auf dem ersten Stromplateau findet man die streifenförmige Struktur. Es stellt sich nun die Frage, ob sich die Strukturen auf dem ersten und dem zweiten Plateau, abgesehen von der Höhe des Stromes, voneinander unterscheiden?

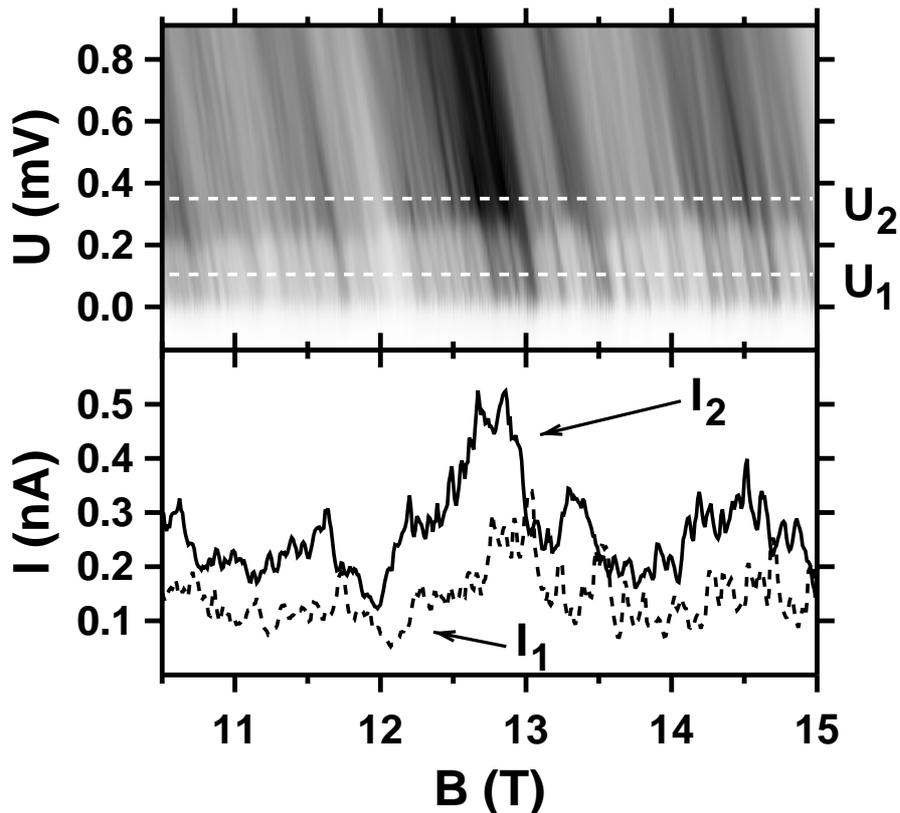


**Abbildung 4.20:**  $I(U, B)$  mit LDOSF von 6–15 T mit Ausrichtung am ersten Leitwertpeak. Das gestrichelte Rechteck kennzeichnet den Bereich der Plateaustromanalyse.

Zur Beantwortung dieser Frage soll der in der Abbildung mit dem gestrichelten Rechteck gekennzeichnete Bereich eingehender untersucht werden. Es ist dies

der Bereich, in dem nur noch das letzte Landauniveau bevölkert ist.

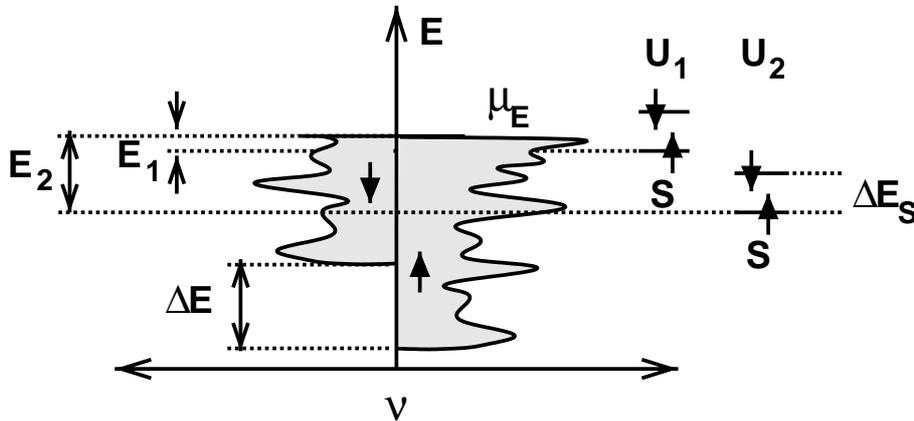
Im oberen Teil von Abb. 4.21 ist der in Frage stehende Bereich noch einmal vergrößert dargestellt. Man erkennt hier deutlicher als in Abb. 4.20 das erste Plateau mit seiner Streifenstruktur.



**Abbildung 4.21:** Ausschnitt des  $I(U, B)$ -Kennlinienfeldes im Bereich des letzten Landauniveaus. Im unteren Teil sind jeweils ein Stromschnitt entlang der im oberen Teil gestrichelten Linien dargestellt. Der Stromschnitt  $I_1$  bei der Spannung  $U_1 = 0,105$  mV verläuft auf dem ersten Stromplateau, der Schnitt  $I_2$  bei  $U_2 = 0,350$  mV auf dem zweiten Stromplateau.

Zum Vergleich der beiden Plateaströme wurden Datenschnitte entlang des Magnetfeldes (gestrichelte Linien in der Abbildung) bei  $U_1 = 0,105$  mV auf dem ersten Plateau und bei  $U_2 = 0,350$  mV auf dem zweiten Plateau durchgeführt. Die entsprechenden Ströme  $I_1$  und  $I_2$  sind im unteren Teil des Bildes dargestellt. Man erkennt eine Übereinstimmung in den Grobstrukturen, die allerdings gegeneinander verschoben sind. Wie lassen sich die unterschiedlichen Kurven interpretieren?

Wie in der theoretischen Einführung zu diesem Kapitel dargelegt wurde, ist der gemessene Strom proportional zur lokalen Zustandsdichte in der untersuchten Zuleitung. Bisher spielte der Spin des Elektrons bei der Betrachtung der Zuleitung nur insofern eine Rolle, als dass beide Spinrichtungen vorhanden waren, wobei die Zustandsdichte als spinunabhängig angenommen wurde. Die beim Spektrometerniveau beobachtete Spinaufspaltung findet aber auch in den Zuleitungen statt. Abb. 4.22 skizziert die spinabhängigen Zustandsdichten bei hohem Magnetfeld. Hierbei wird davon ausgegangen, dass die Zustandsdichten für beide Spins identisch sind, aber energetisch um den Betrag des Zeeman-Terms  $\Delta E = g^* \mu_B B$  gegeneinander verschoben sind.  $g^*$  ist der effektive g-Faktor des untersuchten n-dotierten GaAs.



**Abbildung 4.22:** Die spinabhängigen Zustandsdichten in den Zuleitungen sind um den Betrag der Spinaufspaltung  $\Delta E$  gegeneinander verschoben, sonst aber identisch. Die um  $\Delta E_S$  spinaufgespaltenen Spektrometerniveaus tasten unterschiedliche Merkmale der Zustandsdichten der Zuleitungen ab.

Bei der Spannung  $U_1$  liegt das untere der beiden spinaufgespaltenen Spektrometerniveaus bei der Energie  $E_1$  unter dem elektrochemischen Potenzial  $\mu_E$  des Emitters. Es ist in Resonanz mit Emittierzuständen, die den gleichen Spin haben. Bei gegebenem Magnetfeld ist der Strom  $I_1(B)$  somit proportional zur energieabhängigen Zustandsdichte des betreffenden Spins, der hier als *Spin-up*  $\uparrow$  definiert wird:

$$I_1(B) \propto \nu_{\uparrow}(E_1, B) \quad (4.37)$$

Bei  $U_2$  befinden sich beide Spektrometerniveaus unterhalb von  $\mu_E$ . Wenn die Position des unteren Niveaus  $E_2$  ist, so liegt das obere, *Spin-down*-Niveau, bei  $E_2 + \Delta E_S$ , wobei  $\Delta E_S = g_S \mu_B B$  die Spinaufspaltung des Spektrometers

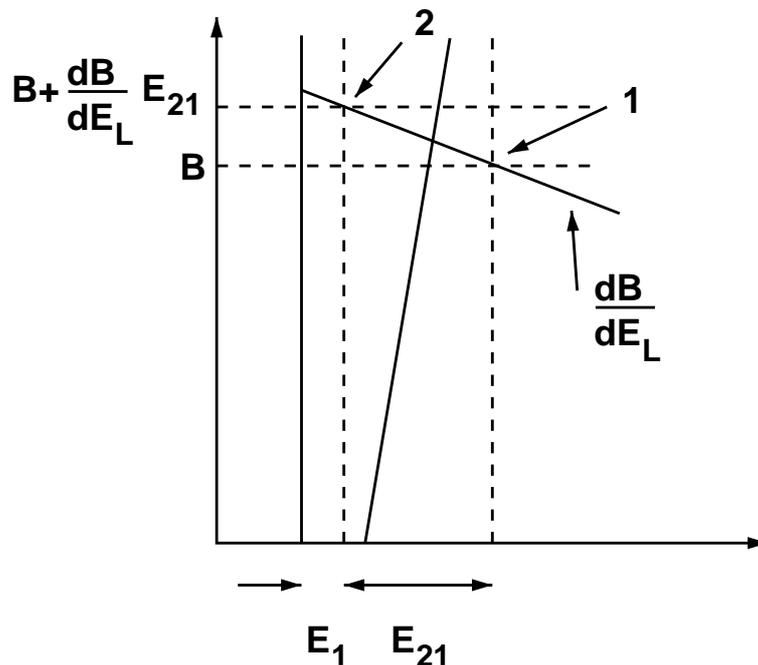
ist. Der Strom  $I_2$  setzt sich damit aus einem Anteil proportional zur Spin-up-Zustandsdichte und einem Anteil proportional zur Spin-down-Zustandsdichte zusammen:

$$I_2(B) \propto \nu_{\uparrow}(E_2, B) + \nu_{\downarrow}(E_2 + \Delta E_S, B). \quad (4.38)$$

$E_1$  und  $E_2$  sind über den Energie-Konversionsfaktor  $\alpha$  mit  $U_1$  und  $U_2$  verknüpft. Da die beiden spinabhängigen Zustandsdichten des Emitters abgesehen von der Zeeman-Aufspaltung als identisch angenommen werden, lässt sich die Spin-down-Zustandsdichte durch die Spin-up Zustandsdichte ausdrücken:

$$\nu_{\downarrow}(E, B) = \nu_{\uparrow}(E - \Delta E, B). \quad (4.39)$$

Die aus der Landauquantisierung resultierende Streifenstruktur auf den Stromplateaus schafft die Möglichkeit, den Anteil des Stromes, der im Bereich des zweiten Plateaus aus der Spin-up-Zustandsdichte resultiert, zu berechnen. Man betrachte hierzu Abb. 4.23.



**Abbildung 4.23:** Prinzip der Stromrekonstruktion. Die durchgezogenen Linien skizzieren die Leitwertpeaks und Streifen infolge der Landauquantisierung. Der Strombeitrag der Zustandsdichte  $\nu_1$  an Punkt 1 ist gleich dem Strombeitrag an Punkt 2, so dass sich  $I(E_1 + E_{21}, B)$  durch  $I(E_1, B + (dB/dE_L)E_{21})$  ausdrücken lässt und sich aus dem gemessenen Strom auf dem ersten Plateau der Strom auf dem zweiten Plateau berechnen lässt.

Es gilt, den Stromanteil an der mit 1 gekennzeichneten Stelle bei  $E_1 + E_{21}$  und  $B$  zu berechnen. Die Steigung der Streifen  $dB/dE_L$  kann aus den Messdaten entnommen werden und ist für den Bereich einer Landauquantenzahl im wesentlichen konstant. Nimmt man nun an, dass entlang eines Streifens die Zustandsdichte sich nicht verändert, so verändert sich auch der damit verbundene Strom nicht. Somit ist der Strombeitrag bei Position 1 der gleiche wie bei Position 2, die sich aus der Steigung der Streifen ergibt und bei  $E_1$  und  $B + (dB/dE_L)E_{21}$  liegt. Ist also der Wert  $I(E_1, B + (dB/dE_L)E_{21})$  bekannt, so kann unter Berücksichtigung der Spinaufspaltungen  $I(E_1 + E_{21}, B)$  berechnet werden. Es folgt somit aus Gl. 4.38 und Gl. 4.39:

$$I_2(B) \propto \nu_{\uparrow} \left( E_1, B + \frac{dB}{dE_L} E_{21} \right) + \nu_{\uparrow} \left( E_1, B + \frac{dB}{dE_L} [E_{21} + \Delta E_S - \Delta E] \right) \quad (4.40)$$

Zieht man in Betracht, dass aufgrund der Coulombblockade nicht beide Spektrometerniveaus gleichzeitig besetzt sein können, so erhält man:

$$I_2(B) = \kappa I_1 \left( B + \frac{dB}{dE_L} E_{21} \right) + \kappa I_1 \left( B + \frac{dB}{dE_L} [E_{21} + \Delta E_S - \Delta E] \right) . \quad (4.41)$$

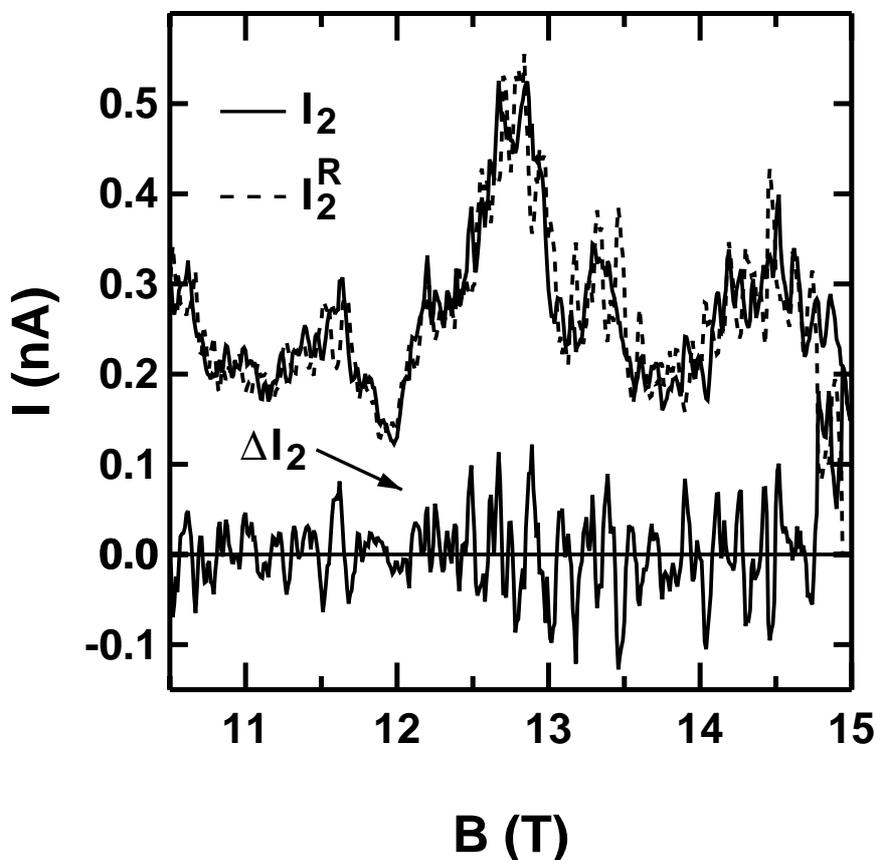
$\kappa$  berücksichtigt die Coulombblockade und kann aus den Messdaten als Quotient der mittleren Stufenhöhen in Magnetfeldrichtung bestimmt werden:

$$\kappa = \frac{\langle I_2(B) \rangle}{2 \langle I_1(B) \rangle} . \quad (4.42)$$

$\langle \dots \rangle$  deutet die Mittelwertbildung in Magnetfeldrichtung an. Aus den Stromschnitten in Abb. 4.21 wurde  $\kappa = 0,98$  ermittelt. Dieser Wert spiegelt die grosse Barrierenasymmetrie wieder. Bei symmetrischen Barrieren wäre  $\kappa = 0,5$ . Die Analyse der Steigung der Streifen auf den Plateaus ergab  $dB/dE_L = 1/[e\alpha(dU_L/dB)] = 0,67 \text{ T/meV}$ . Aus Gl. 4.36 folgt für  $n = 0$  allerdings  $dB/dE_L = 1,16 \text{ T/meV}$  bzw. umgekehrt mit dem gemessenen Wert  $n = 0.36$ , was wie weiter oben angedeutet anzeigt, dass man sich noch nicht im Quantenlimit befindet, sondern in einem Übergangsbereich zwischen dem letzten und dem vorletzten Landauniveau.

Mit Gl. 4.41 lässt sich nun aus dem Strom auf dem ersten Plateau der Strom auf dem zweiten Plateau rekonstruieren. Der g-Faktor des Spektrometers wurde in Kapitel 3.2.2 zu  $|g_S| = 0.14$  bestimmt und für den effektiven g-Faktor des n-dotierten GaAs wird zunächst der in optischen Experimenten

ermittelte Wert  $g^* = -0,44$  [106] in Gl. 4.41 eingesetzt. Abb. 4.24 zeigt das Ergebnis dieser Rekonstruktion. Mit durchgezogener Linie ist der gemessene Strom  $I_2(U_2)$  dargestellt und mit gestrichelter Linie der aus  $I_1(U_1)$  rekonstruierte  $I_2^R(U_2)$ . Die Grobstrukturen beider Kurven stimmen sehr gut überein, allerdings gibt es deutlich sichtbare Abweichungen in den Feinstrukturen. Im unteren Teil der Grafik ist die Differenz des gemessenen und des rekonstruierten Stromes  $\Delta I_2 = I_2 - I_2^R$  dargestellt, deren Schwankung die Abweichungen in den Feinstrukturen wiedergibt.

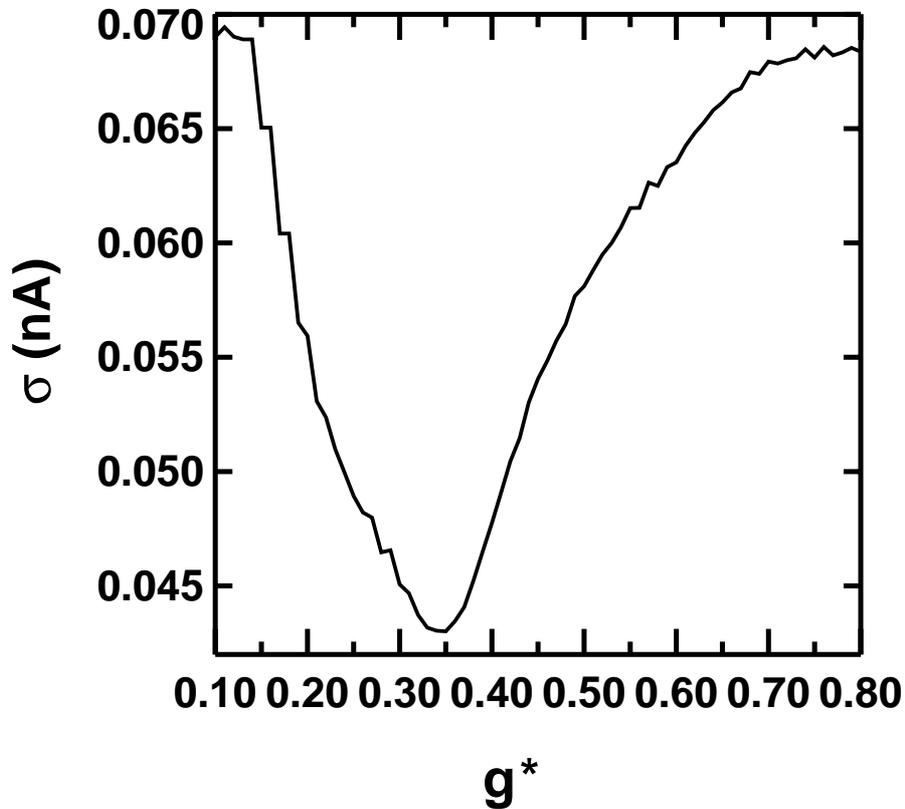


**Abbildung 4.24:** Rekonstruktion des zweiten Plateaustromes mit  $g^* = -0.44$ . Die durchgezogene Linie zeigt den gemessenen Strom  $I_2$  und die gestrichelte den rekonstruierten Strom  $I_2^R$ . Unter den beiden Kurven ist die Differenz der beiden Ströme  $\Delta I_2 = I_2 - I_2^R$  dargestellt.

Die Standardabweichung der Differenz der Ströme

$$\sigma = \langle (\Delta I_2(B) - \langle \Delta I_2 \rangle_B)^2 \rangle_B^{1/2} \quad (4.43)$$

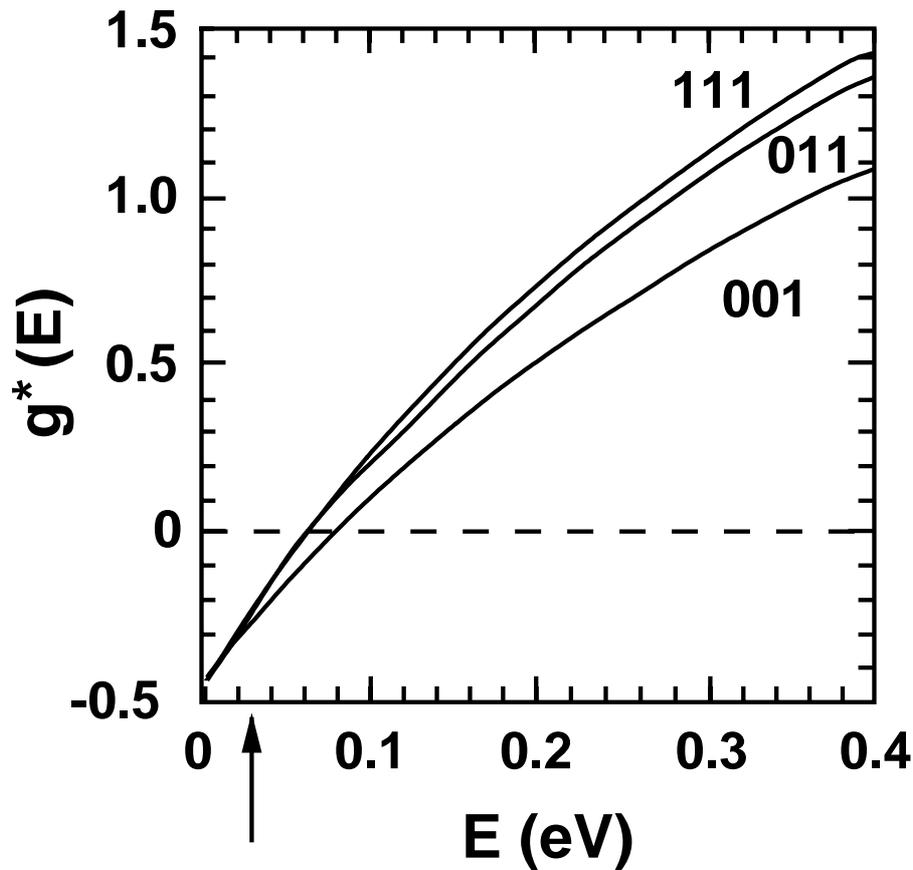
kann als Maß für die Abweichung der Rekonstruktion von der Messung dienen. Führt man die Rekonstruktion für verschiedene  $g^*$  durch und berechnet für jedes  $g^*$  die Standardabweichung  $\sigma$ , so erhält man das in Abb. 4.25 dargestellte Ergebnis. Man erkennt ein ausgeprägtes Minimum bei  $g^* = 0,35$ , das für negative  $g^*$  nicht gefunden wurde. Um diesen Wert mit dem von Weisbuch und Hermann [106] zu vergleichen, muss beachtet werden, dass sie den g-Faktor an der Leitungsbandkante bei  $B \approx 0$  T bestimmten, während im hier vorgestellten Experiment der g-Faktor bei der Fermi-Energie von  $E_F = 26$  meV bei Magnetfeldern zwischen 10,5 – 15 T ermittelt wurde.



**Abbildung 4.25:** Bestimmung des effektiven g-Faktors in n-dotiertem Volumen-GaAs durch die Rekonstruktionsmethode. Es ergibt sich  $g^* = 0.35$ .

Pfeffer und Zawadzki [107] haben den effektiven g-Faktor  $g^*$  in GaAs für unterschiedliche Energien oberhalb der Fermienergie und für unterschiedliche Magnetfelder berechnet. Ihre Ergebnisse sind in den Abbildungen 4.26 und 4.27 dargestellt. Abb. 4.26 zeigt  $g^*(E)$ , wobei  $E$  die Energie von Leitungselektronen über der Leitungsbandkante ist. Es lässt sich unschwer erkennen, dass sich

$g^*$  für grosse Energien dem Wert des freien Elektrons  $g = +2$  nähert, was eine Folge der Nicht-Parabolizität des Leitungsbandes ist. Die unterschiedlichen Verläufe für verschiedene Kristallrichtungen sind ein Indiz dafür, dass die Fermioberfläche um das Bandminimum nicht sphärisch ist, wie in einfachen Modellen angenommen. Die Ursache für diese Phänomene schreiben die Autoren der Inversionsasymmetrie des GaAs-Kristalls zu, auf dessen Basis die Rechnungen durchgeführt wurden.

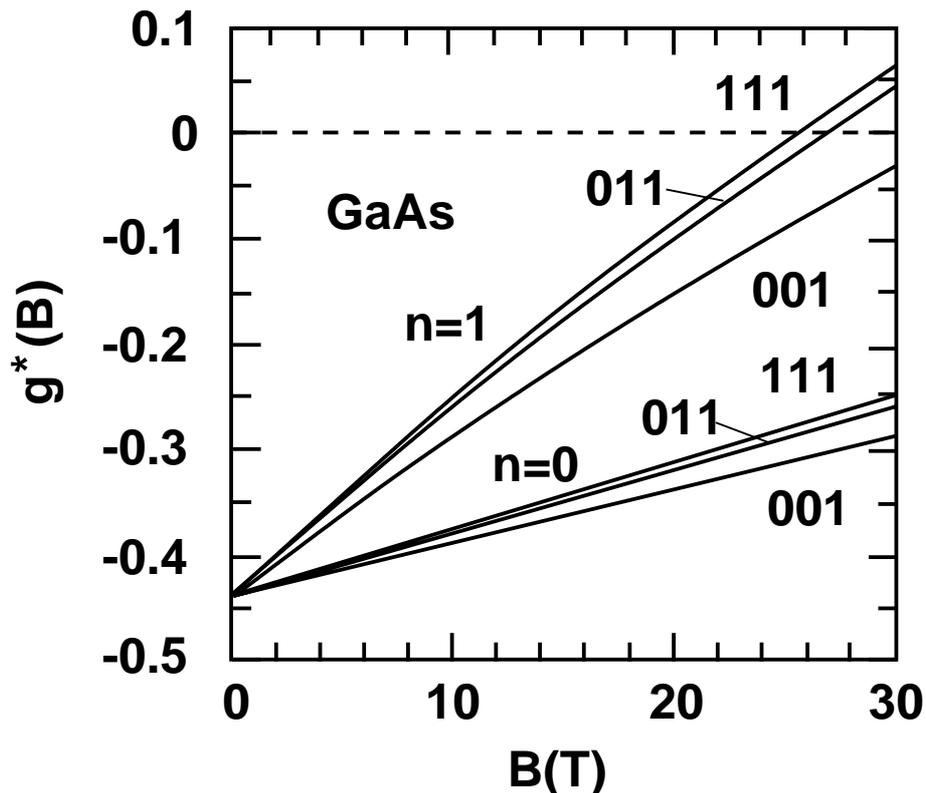


**Abbildung 4.26:** Berechneter Verlauf des g-Faktors von Volumen-GaAs in Abhängigkeit von der Energie und für verschiedene Kristallrichtungen nach [107].

Der Pfeil in Abb. 4.26 deutet die Fermienergie des Emitters der in dieser Arbeit untersuchten Probe an. Aus der Grafik ergibt sich an dieser Stelle  $g^* \approx -0,35 - -0,30$ , was in guter Übereinstimmung mit dem Wert ist, der mit der Rekonstruktionsmethode aus den Transportmessungen gewonnen wurde.

Die von Pfeffer und Zawadzki berechnete Magnetfeldabhängigkeit des effektiven g-Faktors  $g^*(B)$  in GaAs ist in Abb. 4.27 dargestellt, auch hier wieder für

unterschiedliche Kristallrichtungen und darüberhinaus in Abhängigkeit vom letzten bzw. vorletzten Landauniveau. Auch hier spiegelt sich in den unterschiedlichen Verläufen für verschiedene Kristallrichtungen die Abweichung der Fermioberfläche von der Kugelform wider und alle Verläufe zeigen das gemeinsame Merkmal eines ansteigenden Wertes für  $g^*$  mit wachsendem Magnetfeld.



**Abbildung 4.27:** Berechneter Verlauf des g-Faktors von Volumen-GaAs für das letzte und das vorletzte Landauniveau in Abhängigkeit vom Magnetfeld und für verschiedene Kristallrichtungen nach [107].

Die vorgestellten theoretischen Ergebnisse stimmen vom Betrag her ausgezeichnet mit dem experimentell ermittelten Wert  $|g^*| = 0,35$  überein und erlauben den Schluss, dass das Vorzeichen von  $g^*$  negativ sein muss. Beim Rekonstruktionsverfahren kann nur dann ein Minimum gefunden werden, wenn der g-Faktor des Spektrometers  $g_S$  und der variierte effektive g-Faktor des Volumen-GaAs  $g^*$  das gleiche Vorzeichen haben, was implizit der Bestimmung des Vorzeichens von  $g_S$  gleichkommt und also negativ ist.

Die Funktionsfähigkeit der Rekonstruktionsmethode wird weiterhin durch ein Experiment von Oestreich et al. [108] bestätigt, das sich der Methode der Messung der Spin-Quantenschwebungen durch zeitaufgelöste Photolumineszenz-Spektroskopie bedient. Die Autoren erhalten in n-dotiertem GaAs mit einer

Ladungsträgerdichte von ca.  $1,1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , die in etwa der in dieser Arbeit verwendeten Probe entspricht, den Wert  $g^* = -0,32 \pm 0,04$ , was innerhalb der Fehlergrenzen mit dem Wert aus der Rekonstruktion übereinstimmt.

Es wurde gezeigt, dass die in diesem Abschnitt vorgestellte Methode zur Ermittlung des effektiven g-Faktors von n-dotiertem GaAs ein Resultat liefert, das ausgezeichnet mit der Theorie und dem Ergebnis aus einem Experiment übereinstimmt, das sich fundamental von der Transportspektroskopie unterscheidet. Es gibt eine Vielzahl von Messmethoden, die sich mit der Messung des effektiven g-Faktors in Halbleitern beschäftigen, wie z.B. Elektron-Spin-Resonanz-Messungen an 2D-Elektronengasen [109, 110], Raman-Streuung an GaAs/GaAlAs-Quantentöpfen [111] oder Magneto-Leitwert-Messungen an GaAs-Inversionsschichten [112] und entsprechende theoretische Vorhersagen [113, 114]. Allen ist gemeinsam, dass sie sich entweder nicht mit Volumenmaterial sondern mit niederdimensionalen Systemen beschäftigen, oder optische Methoden anstatt von Transportmethoden anwenden. Insofern stellt die in dieser Arbeit vorgestellte Rekonstruktionsmethode eine neuartige Methode dar, die elektrischen Transport in hochdotiertem Material zur Bestimmung des effektiven g-Faktors nutzt.

Zum Abschluss dieses Kapitels soll noch auf einige Besonderheiten der Rekonstruktionsmethode hingewiesen werden. In Abb 4.28 ist die Rekonstruktion des zweiten Stromplateaus mit dem optimierten  $g^* = -0,35$  dargestellt. Zwar ist die Übereinstimmung zwischen  $I_2$  und  $I_2^R$  noch besser als zuvor (vgl. Abb. 4.24), aber dennoch sind Abweichungen  $\Delta I_2$  deutlich erkennbar. Die Ursache kann nicht in der Rauschamplitude des Messsignals liegen, die 100 – 300 fA beträgt und somit drei Größenordnungen unter  $\Delta I_2$ . Ein Grund für die Abweichung ist die im vorigen Abschnitt behandelte Phasenrelaxation, die bewirkt, dass die bei niedrigen Energien scharfen Merkmale der LDOSF zu höheren Energien verwaschen, so dass der Beitrag der Spin-up-Zustandsdichte zum zweiten Stromplateau kleiner bzw. verwaschener ist als zum ersten Stromplateau. Zur Abschätzung des Einflusses der Phasenrelaxation sei auf Abb. 4.13 verwiesen, in der die Varianz der Leitwertfluktuationen gegen die Transportspannung aufgetragen ist. Die beiden Stromschnitte für die Rekonstruktion liegen bei  $U_1 \approx 0,1 \text{ mV}$  und  $U_2 \approx 0,35 \text{ mV}$ . An diesen Stellen beträgt die Leitwertvarianz gemäß Abb. 4.13  $\langle \delta G^2 \rangle_{U_1} \approx 0,15 \mu\text{S}^2$  und  $\langle \delta G^2 \rangle_{U_2} \approx 0,10 \mu\text{S}^2$ . Die mittlere Abweichung der Fluktuationen erhält man, indem man die Wurzel aus diesen Werten zieht, so dass sich für die prozentuale Änderung der Fluktuationsamplitude des Leitwertes zwischen  $U_1$  und  $U_2$  folgende Abschätzung durchführen lässt:

$$\Delta G_{U_1 \rightarrow U_2} \approx \frac{\sqrt{0,15} - \sqrt{0,10}}{\sqrt{0,15}} \approx 20 \%. \quad (4.44)$$

Nimmt man weiterhin an, dass auch die Fluktuationsamplitude des Stromes sich um ca. 20% im angegebenen Bereich ändert und legt eine mittlere Plateauhöhe der ersten Stromstufe von 0,15 nA zugrunde (siehe Abb. 4.21), so ergibt sich eine Schwankung des Stromes von ca. 0,03 nA, was in der Größenordnung von  $\Delta I_2$  in Abb. 4.28 liegt.

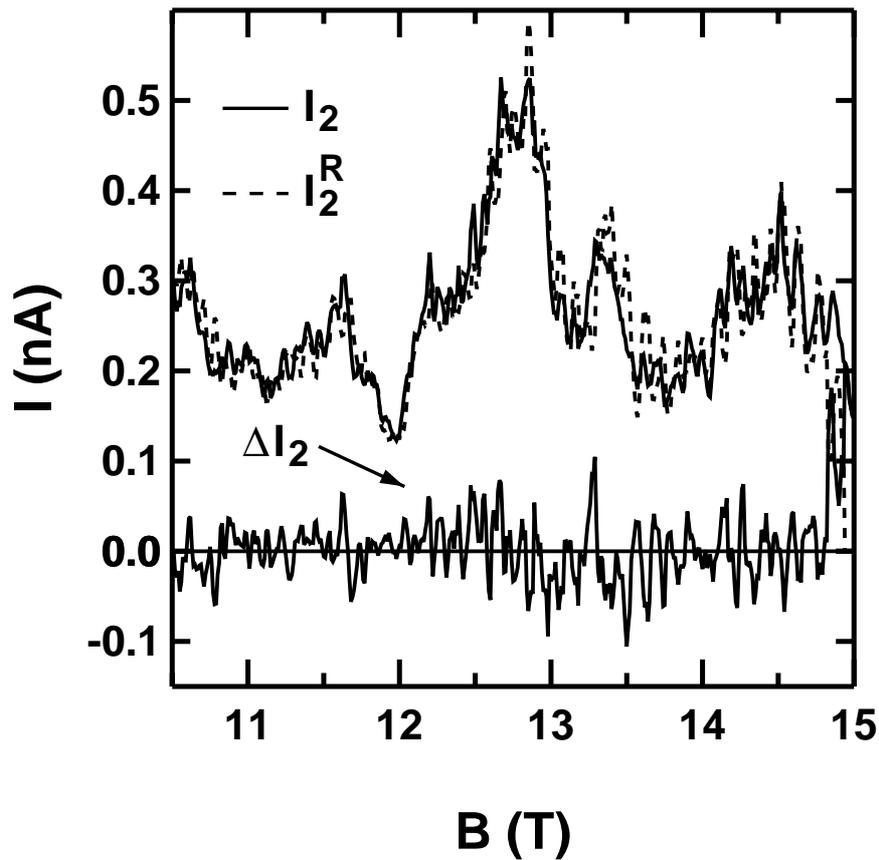


Abbildung 4.28: Rekonstruktion des zweiten Plateaustromes mit  $g^* = -0.35$ .

Genauso wie der Einfluss der Phasenrelaxation nicht in der Rekonstruktion berücksichtigt wurde, fanden auch eventuelle Magnetfeldabhängigkeiten von  $g_S$ ,  $g^*$ ,  $\kappa$  und  $dB/dE_L$  keinen Eingang in die Analyse. Diesbezüglich bietet sich eine hervorragende Gelegenheit, die vorgestellte Methode zu verfeinern.

Da es sich bei der vorgestellten Messmethode um spinaufgelöste Tunnelspektroskopie handelt, lässt sich die Frage stellen, ob sich in der beobachtbaren Struktur von  $\Delta I_2$  Spineffekte verbergen. Spinrelaxation [115] ist ein in der jüngsten Vergangenheit viel beachtetes Phänomen, da es für

die Funktionsfähigkeit zukünftiger Bauelemente, insbesondere im Bereich des Quantencomputings, von entscheidender Bedeutung ist. Allgemein werden mit Spinrelaxation die Prozesse bezeichnet, die asymmetrische Verteilungen der Spins in einem Ensemble ins Gleichgewicht bringen. Werden z.B. Spin-up-Elektronen zu einem Zeitpunkt  $t = 0$  in einen Leiter injiziert, so erzeugen sie dort ein Ungleichgewicht bezüglich des Spinfreiheitsgrades. Nach einer bestimmten Zeit  $t = T_1$ , der sogenannten Spinrelaxationszeit, wird das Gleichgewicht durch Kopplung von Spin- und Bahnfreiheitsgraden wieder hergestellt. Es wurden bislang drei Relaxationsmechanismen identifiziert, die für Leitungselektronen relevant sind und die an dieser Stelle vorgestellt werden sollen.

Der *Elliott-Yafet-Mechanismus* basiert auf der Tatsache, dass in realen Kristallen Blochzustände keine Spineigenzustände sind. Gitterionen führen zur Spin-Bahn Kopplung, die Spin-up- und Spin-down-Amplituden mischt. Gewöhnliche spinunabhängige Wechselwirkungen mit Störstellen, Grenzflächen und Phononen führen hierbei zum Übergang von Spin-up- zu Spin-down-Elektronen und umgekehrt, was dem Prozess der Spinrelaxation entspricht.

Der *D'yakonov-Perel'-Mechanismus* kommt in Kristallen mit Inversionsasymmetrie (wie z.B. GaAs) zum Tragen. In diesen Systemen wird die Spinartung durch die Spin-Bahn-Kopplung aufgehoben, was dazu führt, dass Spin-up- und Spin-down-Elektronen unterschiedliche Energien besitzen, auch wenn sie sich im selben Impulszustand befinden. Dies entspricht einem impulsabhängigem Magnetfeld  $\mathbf{B}(\mathbf{k})$ , das über den Wechselwirkungsterm  $\mathbf{B}(\mathbf{k}) \cdot \mathbf{S}$  in der Lage ist, den Spin zu flippen. Besitzt ein Elektron anfänglich den Impuls  $\mathbf{k}$  so präzediert sein Spin um die durch  $\mathbf{B}(\mathbf{k})$  gegebene Achse. Nach der elastischen Streuzeit  $\tau$  wird das Elektron in den Impulszustand  $\mathbf{k}'$  gestreut und der Spin präzediert folglich um die durch  $\mathbf{B}(\mathbf{k}')$  gegebene Achse. Weitere zufällige Streuprozesse ändern die Präzessionsrichtung des Elektronenspins und tragen so zur Spinrelaxation bei. In hohen Magnetfeldern wird dieser Prozess unterdrückt, da die Präzessionsrichtung durch das externe Magnetfeld dominiert wird. Die Spinrelaxationszeit sollte also in hohen Magnetfeldern länger werden, falls die Relaxation durch den D'yakonov-Perel'-Mechanismus dominiert wird.

Der *Bir-Aronov-Pikus-Mechanismus* spielt in Halbleitern mit signifikantem Überlapp von Elektron- und Loch-Wellenfunktionen eine Rolle und basiert auf der Elektron-Loch Austauschwechselwirkung. Die Wechselwirkung hängt von den Spins miteinander wechselwirkender Elektronen und Löcher ab und wirkt auf die Elektronenspins als ein effektives Magnetfeld, das wie im *D'yakonov-Perel'-Mechanismus* zur Spinrelaxation führt. In den meisten Fällen relaxieren die Spins der Löcher schneller als die der Elektronen,

verändern auf diese Weise das effektive Magnetfeld und somit die Präzessionsachse der Elektronenspins. Im wesentlichen ist damit die Spinrelaxationsrate der Elektronen proportional zur Spinrelaxationsrate der Löcher.

In einigen III-V Halbleitersystemen wurden Spinrelaxationszeiten von  $T_1 = 10^{-11} - 10^{-7}$  s gemessen und festgestellt, dass alle drei vorgenannten Mechanismen zur Spinrelaxation beitragen [17, 115]. Allerdings widersprechen sich die einzelnen Experimente zum Teil was die jeweiligen Anteile der Beiträge betrifft.

Es lässt sich nun die Möglichkeit in Betracht ziehen, dass mit Hilfe der in dieser Arbeit vorgestellten Rekonstruktionsmethode und dem daraus resultierenden  $\Delta I_2$  weitere Informationen im Hinblick auf die Spinrelaxation gewonnen werden können. Dabei lässt sich annehmen, dass Spinrelaxationseffekte einen Beitrag zu  $\Delta I_2$  leisten, der nicht durch die Beiträge der Phasenrelaxation und der magnetfeldabhängigen Parameter erklärbar ist. Abschliessend kann diese Frage erst beantwortet werden, wenn die oben aufgezählten Verbesserungsvorschläge bezüglich der Rekonstruktionsmethode umgesetzt wurden. Möglicherweise wird wie bei der Methode zur Bestimmung der Phasenrelaxation eine statistische Analyse der beobachteten Fluktuationen die Grundlage bilden.

Mit dieser Diskussion zur Anwendung der Rekonstruktionsmethode auf die Spinrelaxation endet die Vorstellung der Messergebnisse und Methoden dieses Kapitels, die noch einmal kurz zusammengefasst werden sollen.

In diesem Kapitel wurden Experimente vorgestellt, die mit Hilfe eines störstelleninduzierten 0D-Niveaus im Quantentopfbereich einer resonanten Tunnelodiode die Zustandsdichte von n-dotiertem GaAs untersuchten. Damit konnte die energieabhängige Phasenrelaxation von Quasilöchern im Emitter der Tunnelodiode gemessen und mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Es ergab sich eine gute Übereinstimmung mit theoretischen Modellen, die die diffusive Bewegung von Quasiteilchen in ungeordneten Leitern beschreiben, wohingegen Rechnungen, die das Modell der reinen Fermi-Flüssigkeit zur Grundlage haben, nicht mit den experimentellen Daten in Einklang zu bringen waren. Weiterhin wurde mit Hilfe der spinaufgelösten Tunnelspektroskopie eine Methode zur Bestimmung des effektiven g-Faktors in n-dotiertem GaAs vorgestellt, deren Eignung zur Untersuchung der Spinrelaxation in Transportexperimenten kurz diskutiert wurde.

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die spinaufgelöste Tunnelspektroskopie der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte in n-dotiertem GaAs behandelt.

Alle Experimente bedienten sich resonanter Tunneldioden aus GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Doppelbarrieren-Heterostrukturen mit hochdotierten Zuleitungen und asymmetrischen Tunnelbarrieren. An den drei zur Verfügung stehenden resonanten Tunneldioden, die sich durch die Barrierenasymmetrien voneinander unterscheiden, wurden Strom-Spannungs-Kennlinien im nicht-linearen Transportregime bei tiefen Temperaturen zwischen 20 – 700 mK und bei Magnetfeldern bis zu 15 T aufgenommen. Im Einsatzbereich der Tunnelkennlinien wurde ein stufenförmiges Ansteigen des Stromes beobachtet, was auf Einzel-Elektronen-Tunneln durch störstelleninduzierte nulldimensionale Zustände zurückzuführen ist.

Im weiteren Verlauf wurde sich auf die erste Stromstufe konzentriert, deren Stufenkante sich bei angelegtem Magnetfeld zu höheren Energien verschiebt und aufspaltet. Die Verschiebung ist auf das Einschlusspotenzial zurückzuführen, das durch das Magnetfeld zusätzlich zur geometrischen Einschränkung eingeführt wird. Die Analyse dieser diamagnetischen Verschiebung ergab einen elektronischen Radius des nulldimensionalen Zustandes von ca. 10 nm, was dem einer wasserstoffartigen Störstelle in GaAs entspricht. Die Aufspaltung der Stufenkante stieg bei einer der drei Proben linear mit dem Magnetfeld an und konnte als Spinaufspaltung des Störstellenniveaus identifiziert werden. Der aus den Messdaten bestimmte g-Faktor  $|g_S| = 0.14$  stimmt mit theoretischen Rechnungen von Quantenpunkten in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Doppelbarrieren-Heterostrukturen überein. Bei der einen der beiden übrigen Proben wurde keine Aufspaltung und bei der anderen eine deutlich nichtlineare Aufspaltung beobachtet, was mit den verwendeten Modellen nicht zu vergleichen war.

Die gemessenen Verläufe der Stufenkanten und die aus den Messdaten numerisch gebildeten Leitwerte aller drei Proben wurden weiterhin mit einem sequentiellen Tunnelmodell des Quantenpunktes verglichen, das Spinabhängigkeit, Coulombblockade sowie Temperatur- und Magnetfeldabhängigkeit berücksichtigt. Dieses Modell sagt ohne Magnetfeld bei steigender Temperatur eine Verschiebung des mit der Stromstufenkante assoziierten Leitwertpeaks zu niedrigeren Energien voraus. Im Falle der Spinaufspaltung im Magnetfeld wird eine Verschiebung des zweiten Leitwertpeaks mit steigender Temperatur zu höheren Energien vorausgesagt, wobei der erste Leitwertpeak seine Position beibehält. Beide Phänomene konnten auf die Coulombblockade zurückgeführt werden. Nur die Kennlinien der Probe, deren Stufenkante linear im Magnetfeld aufspaltete, entsprachen den Ergebnissen des Modells und liessen sich dahingehend analysieren. Die gemessenen Verläufe der beiden anderen Proben zeigten zum Teil deutliche Abweichungen vom Modell, was darauf zurückgeführt

wurde, dass es sich in diesen Proben um eine komplizierte Konfiguration von Störstellen im Quantentopfbereich der resonanten Tunnelndiode handeln könnte.

Für die weiteren Untersuchungen wurde ausschliesslich die mit dem sequentiellen Tunnelmodell übereinstimmende Probe verwendet.

Im folgenden wurde das Störstellenniveau als spinsensitives Spektrometer zur Vermessung der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte der n-dotierten Zuleitung der resonanten Tunnelndiode verwendet. Es wurde gezeigt, dass nur die zur dickeren Barriere benachbarte Zuleitung zu den beobachteten Fluktuationen auf der Stromstufe beiträgt, die die lokale Zustandsdichte dieser Zuleitung wiedergibt. Die Herkunft der Fluktuationen, die durch Bildung des numerischen Leitwertes hervorgehoben werden, konnte auf die Quanteninterferenz diffusiver Elektronenwellen zurückgeführt werden und wurde weiterhin in diesem Sinne analysiert.

Die Varianz der Leitwertfluktuation nimmt mit steigender Transportspannung ab, was mit der Phasenrelaxation von Quasilöchern in den Zuleitungen erklärt werden kann. Diese Quasilöcher entstehen durch aus den Zuleitungen in das Spektrometer tunnelnde Elektronen. Die energieabhängige Varianz der Leitwertfluktuation im Magnetfeldbereich, in dem Landauquantisierung nicht beobachtet wurde, wurde mit zwei theoretischen Modellen verglichen: Dem reinen Fermi-Flüssigkeitsmodell und dem bezüglich Unordnung modifizierten Fermi-Flüssigkeitsmodell. Die aus den Messdaten bestimmten energieabhängigen Relaxationsraten und Phasenrelaxationszeiten stimmen mit den Vorhersagen des modifizierten Modells überein und lassen sich nicht im Bild der reinen Fermiflüssigkeit interpretieren. In Übereinstimmung mit temperaturabhängigen Messungen konnte der Verlauf der Messdaten bei Energien im Bereich der Fermienergie als Sättigung der Phasenrelaxationszeit interpretiert werden.

Aufgrund der Landauquantisierung bei hohen Magnetfeldern bilden sich auf den spannungs- und magnetfeldabhängigen Kennlinienfeldern des Stromes regelmässige Strukturen. Diese Strukturen wurden als Grundlage für eine neue Methode der Bestimmung des effektiven g-Faktors in n-dotiertem GaAs genutzt. Es konnte die Zeeman-Aufspaltung der Zustandsdichte der Zuleitung nachgewiesen werden und der damit in Verbindung stehende g-Faktor zu  $g^* = -0,35$  bestimmt werden. Die vorgestellte Methode lieferte ebenfalls das Vorzeichen des Spektrometer g-Faktors, der sich zu  $g_S = -0,14$  ergab. Der ermittelte Wert von  $g^*$  stimmt sowohl mit theoretischen Vorhersagen als auch mit den Ergebnissen von Experimenten, die sich optischer Methoden bedienen, überein. Das besondere an der Methode ist die Bestimmung des g-Faktors in einem Gleichspannungs-Transportexperiment. Schliesslich wurde die Möglichkeit der Untersuchung von Spinrelaxationseffekten unter

Anwendung dieser Methode diskutiert.

Die im Rahmen dieser Arbeit erhaltenen Ergebnisse eröffnen einige Perspektiven für weitere Untersuchungen.

Eine systematische Untersuchung weiterer resonanter Tunnelioden mit störstelleninduzierten nulldimensionalen Störstellen in der Quantentopfregion könnte die Kennlinienfelder der Proben erklären, die nicht im vorgestellten sequentiellen Tunnelmodell interpretiert werden konnten. In diesem Zusammenhang lässt sich auch das Modell erweitern, indem die Magnetfeldabhängigkeit der Zuleitungszustände und der Transmissionskoeffizienten der Tunnelbarrieren berücksichtigt werden. Die gemessenen Breiten der Leitwertpeaks sind zwar im Vergleich zu früheren Messungen deutlich kleiner, aber immer noch nicht mit den theoretischen Erwartungen im Einklang. Eine Variation der geätzten Säulendurchmesser könnte weitere Einsichten vermitteln, da sich damit überprüfen liesse, ob geometrieabhängige Streuprozesse im Emitter oder auch in der Quantentopfregion zu den gemessenen Breiten beitragen.

Schmalere Leitwertpeaks führen zu einer höheren Spektrometerauflösung für die Tunnelspektroskopie. Die in anderen Experimenten beobachtete Sättigung der Phasenrelaxationszeit könnte damit überprüft werden und zwar im Unterschied zu diesen Experimenten in energie- und nicht in temperaturabhängigen Messungen.

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Methode zur Bestimmung des effektiven  $g$ -Faktors in einem dotierten Volumenhalbleiter sollte um die Magnetfeldabhängigkeit der beteiligten Parameter erweitert werden. Damit lässt sich dann genauer abschätzen, ob sich diese Methode auch zur Untersuchung der Spinrelaxation in den genannten Systemen eignet. Darüberhinaus sollte die Methode auf andere Materialsysteme als GaAs angewendet werden und überprüft werden, ob sie auch im extremen Quantenlimit von sehr hohen Magnetfeldern noch anwendbar ist.

# Anhang A

## Der Energie-Konversionsfaktor $\alpha$

Die Spannungsskalen der gemessenen  $I(U)$ -Kennlinien lassen sich als Energieskalen interpretieren, wenn man den Spannungsabfall über den Tunnelbarrieren berücksichtigt. Abb. A.1 skizziert den Zusammenhang zwischen den unterschiedlichen Energien einer DBS und der angelegten Transportspannung  $U$ . Es sei  $E_0$  die Energie eines Niveaus  $S$  in der Quantentopfregion einer resonanten Tunneldiode bezüglich der Mitte des Quantentopfbodens. Es spielt hierbei keine Rolle, ob es sich um einen 2D- oder 0D-Zustand handelt.  $\mu_{E,C}^{ch}$  seien die elektrochemischen Potenziale der Zuleitungen,  $b_{R,L}$  die Breiten der linken und der rechten Tunnelbarriere und  $b_Q$  die Breite des Quantentopfes. Liegt keine Transportspannung über der Struktur an, so befinde sich das betrachtete Niveau  $S$  mit der Energie  $\epsilon$  über dem elektrochemischen Potenzial des Emitters  $\mu_E^{ch}$ . Man erhält die Beziehung:

$$E_0 = \mu_C^{ch} + \epsilon. \quad (\text{A.1})$$

Wird nun eine Spannung  $U = \mu_E^{ch} - \mu_C^{ch} > 0$  über der Struktur angelegt, so verringert sich  $\epsilon$  nicht einfach um  $eU$ , sondern aufgrund des Spannungsabfalls über den Barrieren um  $\epsilon - \epsilon_U$  bezüglich  $\mu_E^{ch}$ . Aus Abb. A.1 ergibt sich:

$$x + E_0 = \mu_C^{ch} + eU + \epsilon_U. \quad (\text{A.2})$$

Für die Anhebung des Quantentopfbodens  $x$  bezüglich der Leitungsbandkante des Kollektors ergibt sich nach dem Strahlensatz:

$$x = \frac{b_R + b_Q/2}{b_L + b_Q + b_R} eU. \quad (\text{A.3})$$

Aus Gl. A.1 und A.2 erhält man:

$$\epsilon - \epsilon_U = eU - x. \quad (\text{A.4})$$

Einsetzen von  $x$  führt schliesslich zu:

$$\begin{aligned} \epsilon - \epsilon_U &= \alpha eU \\ \text{mit} \\ \alpha &= \frac{b_L + b_Q/2}{b_L + b_Q + b_R}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Damit ist gezeigt, wie sich aus der gemessenen Spannungsskala eine Energieskala berechnen lässt.  $\alpha$  wird als Energie-Konversionsfaktor bezeichnet.

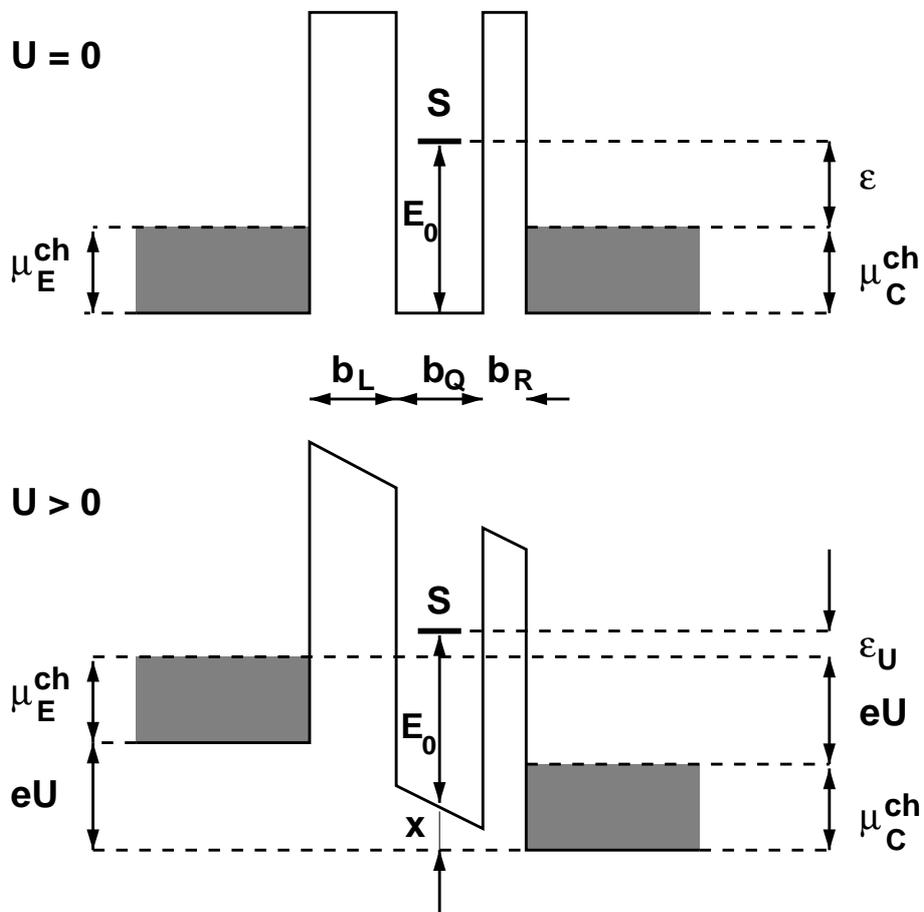


Abbildung A.1: Skizze zur Herleitung des Energie-Konversionsfaktors  $\alpha$ .

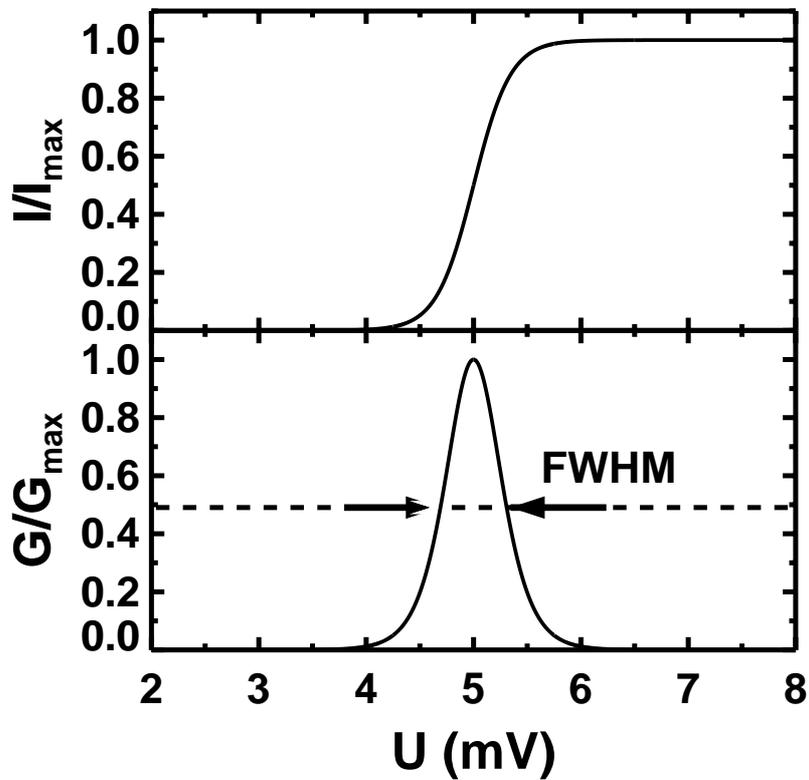
Nimmt man weiterhin einen linearen Spannungsabfall über den Spacerschichten der Breite  $b_S$  an, die zwischen Zuleitungen und Tunnelbarrieren liegen, so ergibt sich für  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{b_L + b_Q/2 + b_S}{b_L + b_Q + b_R + b_S}. \quad (\text{A.6})$$

Die experimentelle Bestimmung von  $\alpha$  in temperaturabhängigen Messungen beruht auf der Annahme, dass die  $I(U)$ -Kennlinie im wesentlichen der Fermifunktion folgt (siehe Abb. A.2):

$$I \propto \exp\left[\frac{\alpha e}{k_B T}(U_\epsilon - U) + 1\right]^{-1}. \quad (\text{A.7})$$

Bildet man die Ableitung des Stromes nach der Spannung, so erhält man den differentiellen Leitwert  $G(U)$ , wie in Abb. A.2 gezeigt.



**Abbildung A.2:** Temperaturabhängige Verbreiterung der Fermifunktion und deren Ableitung. Es sind jeweils die auf die Maximalwerte normierten Größen angegeben. Weiterhin ist die volle Halbwertsbreite (FWHM) des Leitwertmaximums eingezeichnet.

Für die volle Halbwertsbreite (FWHM<sup>1</sup>) des Leitwertmaximums ergibt sich:

$$U_{FWHM} = 2 \ln(3 + \sqrt{8}) \frac{k_B T}{\alpha e}. \quad (\text{A.8})$$

<sup>1</sup>engl. Full Width at Half Maximum

Da sich  $U_{FWHM}$  aus den Messdaten entnehmen lässt und  $T$  gemessen wird, kann nach der Analyse von Kennlinien bei unterschiedlichen Temperaturen eine Geradenanpassung durchgeführt werden. Die Ermittlung von  $\alpha$  in Abschnitt 3.2 wurde nach diesem Verfahren durchgeführt.

# Anhang B

## Temperaturabhängigkeit des Leitwertpeaks

In Abschnitt 3.1.3 über das Einzel-Elektronen-Tunneln wurde die Gleichung für den Strom durch ein spinentartetes Niveau in einer Doppelbarrierenstruktur hergeleitet (Gl. 3.17):

$$I(U) = e \frac{2\Gamma_L\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \frac{f(U_\epsilon - U) - f(U_\epsilon)}{1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} f(U_\epsilon - U) + \frac{\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} f(U_\epsilon)}. \quad (\text{B.1})$$

Es wird nun hier gezeigt, wie man daraus die temperaturabhängige Position des Leitwertpeaks erhält (Gl. 3.21):

$$U(G_{max}) = U_\epsilon - \ln(1 + A) \frac{k_B T}{\alpha e}, \quad (\text{B.2})$$

wobei

$$A = \begin{cases} \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} & \text{für } U > 0, \\ \frac{\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} & \text{für } U < 0. \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Es sei zunächst angenommen, dass eine positive Spannung  $U > 0$  an der Struktur anliegt.

Für ein  $\epsilon = \alpha e U_\epsilon \gg k_B T$  ergibt sich dann für die Fermi-Verteilung der Elektronen im rechten Reservoir:

$$f(U_\epsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\alpha e}{k_B T} U_\epsilon} + 1} \ll 1. \quad (\text{B.4})$$

Als Abschätzung sei die Energie  $\epsilon = 10 \text{ meV}$  angenommen, was bei einem  $\alpha = 0.5$  einer Spannung von  $U_\epsilon = 5 \text{ mV}$  entspricht (Siehe auch Rechnungen in

Abschnitt 3.1.3). 10 meV entsprechen in etwa einer Temperatur von 120 K, was bei einer Temperatur  $T = 1$  K einen Exponentialfaktor von  $\exp(\epsilon/k_B T) \approx 10^{52}$  ergibt, so dass die Abschätzung in Gl. B.4 für die gegebene Energie gerechtfertigt ist. Gl. B.1 vereinfacht sich somit zu

$$I = e \frac{2\Gamma_L\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \frac{f(U_\epsilon - U)}{1 + \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} f(U_\epsilon - U)}. \quad (\text{B.5})$$

Diese Abschätzung ist mit den gegebenen Energieverhältnissen legitim, solange  $\Gamma_L/\Gamma_R \ll 10^{52}$ , da auf diese Weise  $\Gamma_R/(\Gamma_L + \Gamma_R)f(U_\epsilon)$  gegenüber  $\Gamma_L/(\Gamma_L + \Gamma_R)f(U_\epsilon - U)$  zu vernachlässigen ist. Als maximale Tunnelbarrierenasymmetrie wurde  $\Gamma_L/\Gamma_R = 10^2$  angenommen, was deutlich im erlaubten Bereich ist.

Es werden nun weiterhin  $f(U_\epsilon - U) := f$ , sowie  $\partial f(U_\epsilon - U)/\partial U := f'$  und  $\partial^2 f(U_\epsilon - U)/\partial U^2 := f''$  als Abkürzungen verwendet.

Die Leitfähigkeit  $G(U)$  ergibt sich als partielle Ableitung des Stromes  $I(U)$  nach der Spannung  $U$ . Da lediglich die Fermi-Funktion eine Spannungsabhängigkeit aufweisen soll, ergibt sich:

$$G(U) = \frac{\partial I}{\partial U} = B \frac{f'}{(1 + Af)^2} \quad (\text{B.6})$$

mit

$$A = \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L + \Gamma_R} \quad \text{und} \quad B = e \frac{2\Gamma_L\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R}. \quad (\text{B.7})$$

Die notwendige Bedingung für ein Maximum ist das Verschwinden der Ableitung von  $G$  nach  $U$ :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial G}{\partial U} = B \frac{f''(1 + Af)^2 - 2Af'^2(1 + Af)}{(1 + Af)^4} \\ &= B \frac{f'' + Af f'' - 2Af'^2}{(1 + Af)^3} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Es gilt also die folgende Gleichung zu lösen:

$$f'' + Af f'' - 2Af'^2 = 0 \quad (\text{B.9})$$

Hierzu werden zunächst die Ableitungen der Fermi-Funktion gebildet, die sich folgendermassen schreiben lässt:

$$f(x) = (1 + e^{\beta x})^{-1}, \quad (\text{B.10})$$

wenn man  $x := U_\epsilon - U$  und  $\beta := \alpha e / k_B T$  setzt.  
Die erste Ableitung von  $f(x)$  ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} f' &= \beta e^{\beta x} (1 + e^{\beta x})^{-2} \\ &= \beta e^{\beta x} f^2 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

und die zweite Ableitung zu

$$\begin{aligned} f'' &= -\beta^2 e^{\beta x} f^2 + 2\beta^2 e^{\beta x} f f' \\ &= -\beta^2 e^{\beta x} f^2 + 2\beta^2 e^{2\beta^2 x} f^3. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Gl. B.9 erhält damit die Form

$$\begin{aligned} 0 &= -\beta^2 e^{\beta x} f^2 + 2\beta^2 e^{\beta x} f^3 \\ &\quad + A \left[ -\beta^2 e^{\beta x} f^3 + 2\beta^2 e^{\beta x} f^4 \right] \\ &\quad - 2A\beta^2 e^{2\beta^2 x} f^4. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Durch Aufsummieren und Klammern ergibt sich:

$$\begin{aligned} 0 &= -\beta^2 e^{\beta x} f^2 + 2\beta^2 e^{2\beta^2 x} f^3 - A\beta^2 e^{\beta x} f^3 \\ &= \beta^2 e^{\beta x} f^2 [2e^{\beta x} f - Af - 1]. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Diese Gleichung ist erfüllt für

$$2e^{\beta x} f - Af - 1 = 0, \quad (\text{B.15})$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} 0 &= 2e^{\beta x} (1 + e^{\beta x})^{-1} - A(1 + e^{\beta x})^{-1} - 1 \\ \Rightarrow 0 &= 2e^{\beta x} - A - 1 - e^{\beta x} \\ \Rightarrow e^{\beta x} &= 1 + A \\ \Rightarrow x &= \ln(1 + A) \frac{1}{\beta} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Setzt man nun wieder  $x = U_\epsilon - U$  und  $\beta = k_B T / \alpha e$  ein, so erhält man Gl. B.2:

$$U(G_{max}) = U_\epsilon - \ln(1 + A) \frac{k_B T}{\alpha e}. \quad (\text{B.17})$$

Betrachtet man nun den Fall  $U < 0$ , so wird  $f(U_\epsilon - U) \ll 1$  und es ergibt sich für die weitere Rechnung  $A = \Gamma_R / (\Gamma_L + \Gamma_R)$  wie in Gl. B.3.



# Anhang C

## Kennlinien der Proben 6097/7/1 und 6098/14/16

In diesem Teil des Anhangs werden die temperatur- und magnetfeldabhängigen Kennlinien der Proben 6097/7/1 und 6098/14/16 vorgestellt und kurz diskutiert. Diese Kennlinien entsprechen in einigen Details nicht den theoretischen Vorhersagen aus Abschnitt 3.1, was den Schluss zulässt, dass es sich bei den beobachteten Phänomenen nicht um Tunneln durch einzelne 0D-Zustände handelt, sondern mehrere Störstellen beteiligt sein könnten. Damit steht kein scharfes Spektrometer zur Verfügung und die beiden Proben lassen sich nicht zur Untersuchung der LDOSF nutzen. Andererseits sind die Kennlinien derart bemerkenswert, dass sie hier vorgestellt werden sollen, um Anreiz zu weiteren Experimenten und Analysen zu bieten. Es werden jeweils zuerst die temperaturabhängigen und anschliessend die magnetfeldabhängigen Daten gezeigt.

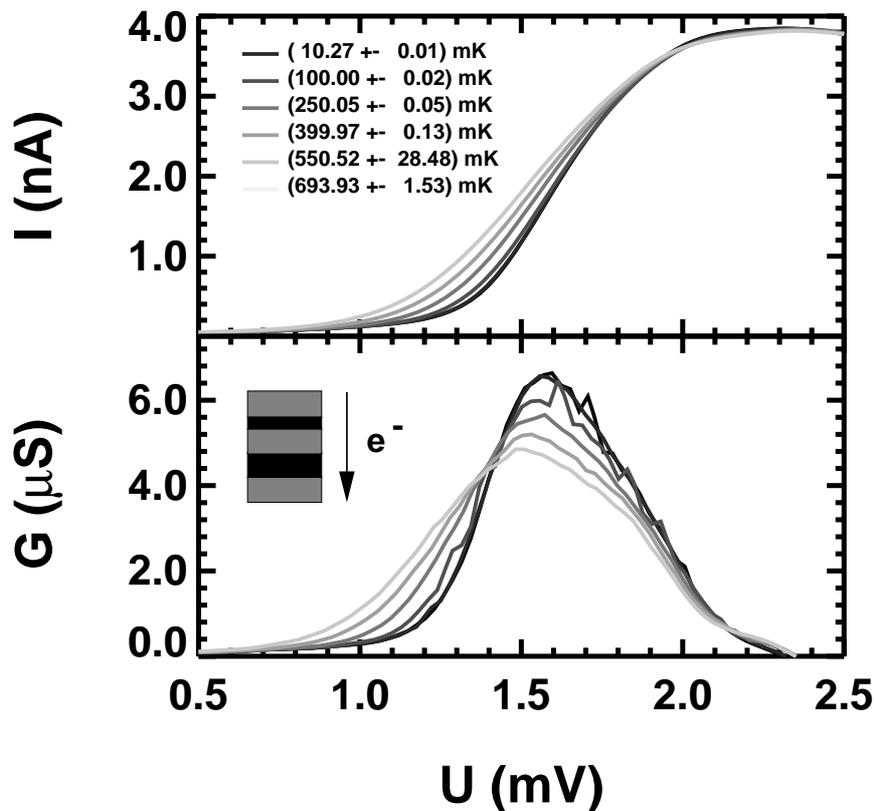
Alle hier gezeigten temperaturabhängigen Messungen wurden im Bereich der Basistemperatur des Mischkryostaten bis zu 700 mK durchgeführt. Ab 50 mK wurde die Temperatur in 50 mK-Schritten eingestellt. Die mittlere Spannungsdifferenz zwischen zwei Messpunkten beträgt  $4 \mu\text{V}$ . Die magnetfeldabhängigen Kennlinienfelder verlaufen im Bereich von 0 – 13 T und die Magnetfeldschrittweite beträgt 0,01 T. Der Abstand zwischen zwei Messpunkten in Spannungsrichtung beträgt im Mittel  $48 \mu\text{V}$ .

### C.1 Probe 6097/7/1

Der geätzte Durchmesser der Probe 6097/7/1 beträgt  $1 \mu\text{m}$  und die Barrierenasymmetrie 5 nm zu 6 nm.

### C.1.1 Temperaturabhängigkeit

In den Abb. C.1 und C.2 ist der Anstiegsbereich der ersten Stromstufe für sechs verschiedene Temperaturen sowohl in Aufladungs- als auch in Nicht-Aufladungsrichtung gezeigt. Unter den  $I(U)$ -Kennlinien sind jeweils die berechneten differentiellen Leitwerte  $G(U)$  dargestellt.



**Abbildung C.1:** Temperaturabhängige  $I(U)$ - und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6097/7/1 in Aufladungsrichtung.

Die Form des Leitwertpeaks erscheint im Vergleich mit den berechneten Kurven aus Abschnitt 3.1.3 sehr asymmetrisch und breit. Diese Form legt die Vermutung nahe, dass es sich um eine Überlagerung von tatsächlich zwei Leitwertpeaks handeln könnte. Dies liesse sich durch zwei energetisch nah benachbarte Störstellenzustände erklären. Auf jeden Fall aber lässt der Verlauf der Stromkurven und die Form der Leitwertpeaks eine Analyse im

Rahmen der vorgestellten Theorie als nicht sinnvoll erscheinen. Unterstützt wird diese Einschätzung durch die magnetfeldabhängigen Daten, die im folgenden Abschnitt vorgestellt werden.

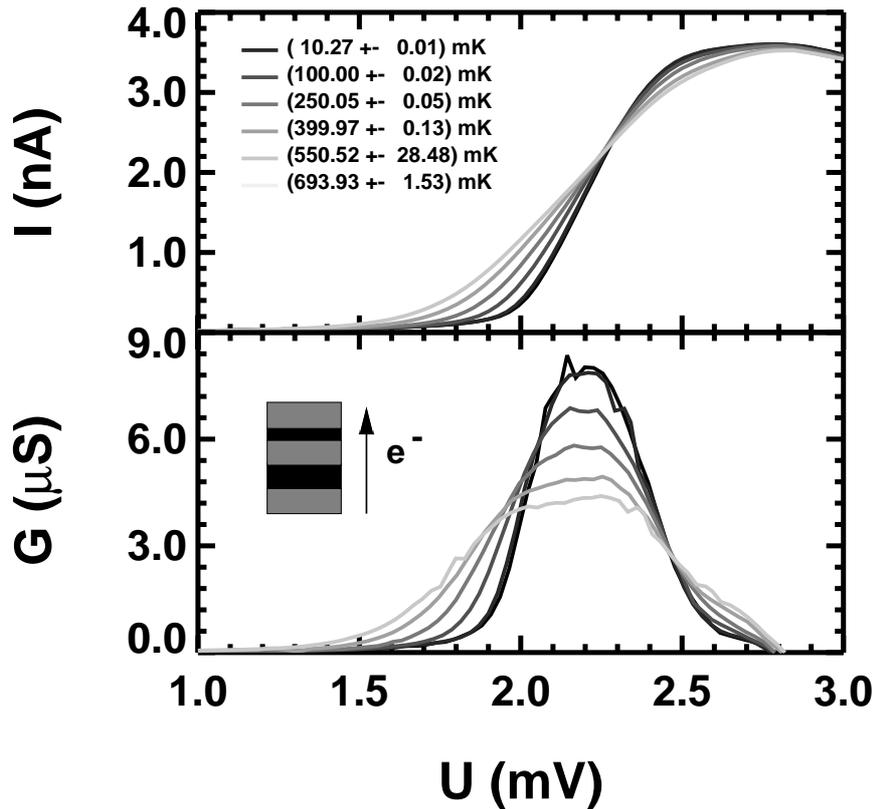
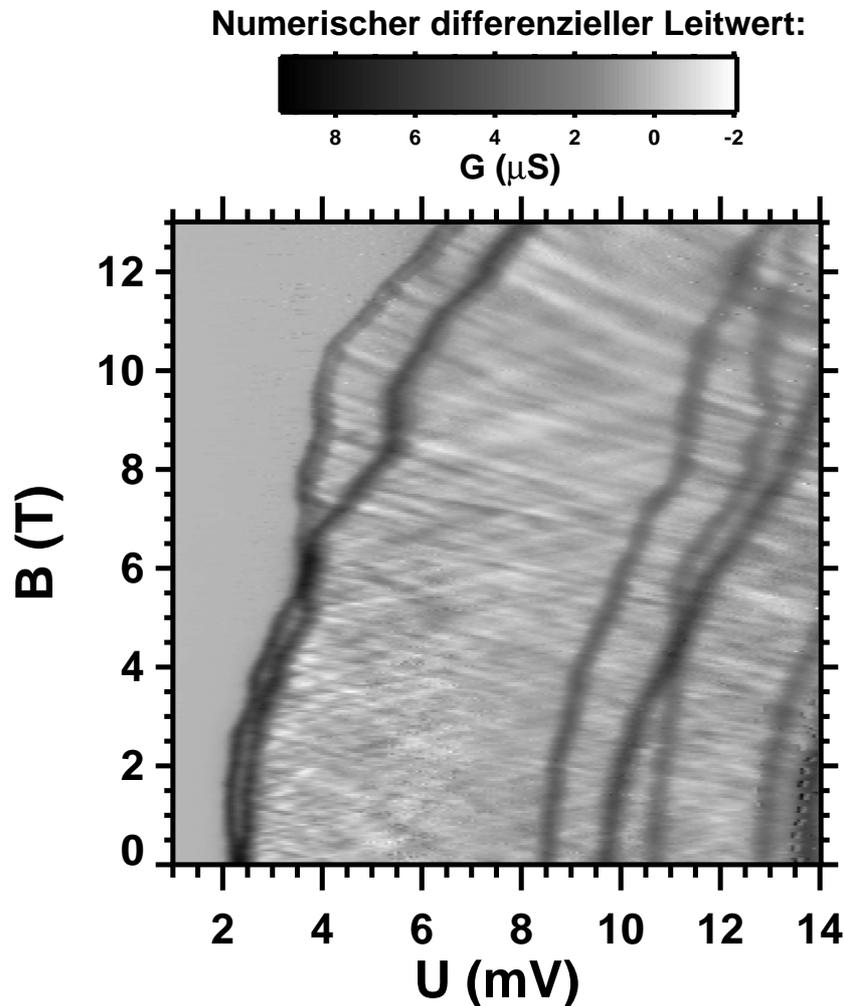


Abbildung C.2: Temperaturabhängige  $I(U)$ - und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6097/7/1 in Nicht-Aufladungsrichtung.

### C.1.2 Magnetfeldabhängigkeit

Die Abbildungen C.3 und C.3 zeigen die  $G(U, B)$ -Kennlinien der Probe 6097/7/1.

Der erste Leitwertpeak spaltet in beiden Spannungsrichtungen auf. Allerdings verläuft die Aufspaltung nicht linear. Sie beginnt bei ca. 6,5 T, steigt dann stark an, um schliesslich fast konstant zu bleiben.



**Abbildung C.3:**  $G(U, B)$  in Nicht-Aufladungsrichtung von der Probe 6097/7/1.

In Nicht-Aufladungsrichtung lässt sich schon unterhalb von 6,5 T eine Aufspaltung erkennen, allerdings ist auch diese nicht linear. Vielmehr verlaufen die Peakpositionen spiralförmig umeinander. Es lässt sich eindeutig sagen, dass es sich bei dem beobachteten Phänomen nicht um eine Spinaufspaltung im Sinne der vorgestellten Theorie handelt. Es scheint sich eher um energetisch benachbarte Niveaus zu handeln, zwischen denen eine komplizierte Wechselwirkung herrscht, die durch das Magnetfeld beeinflusst wird.

Die gezeigten Verläufe sind sehr interessant, erfüllen aber nicht die Anforderungen, die an die Probe im Sinne eines Spektrometers gestellt werden. Damit ist die Diskussion der Probe 6097/7/1 im Rahmen dieser Arbeit abgeschlos-

sen und die Verläufe der Leitwertpeaks werden als Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen vorgeschlagen.

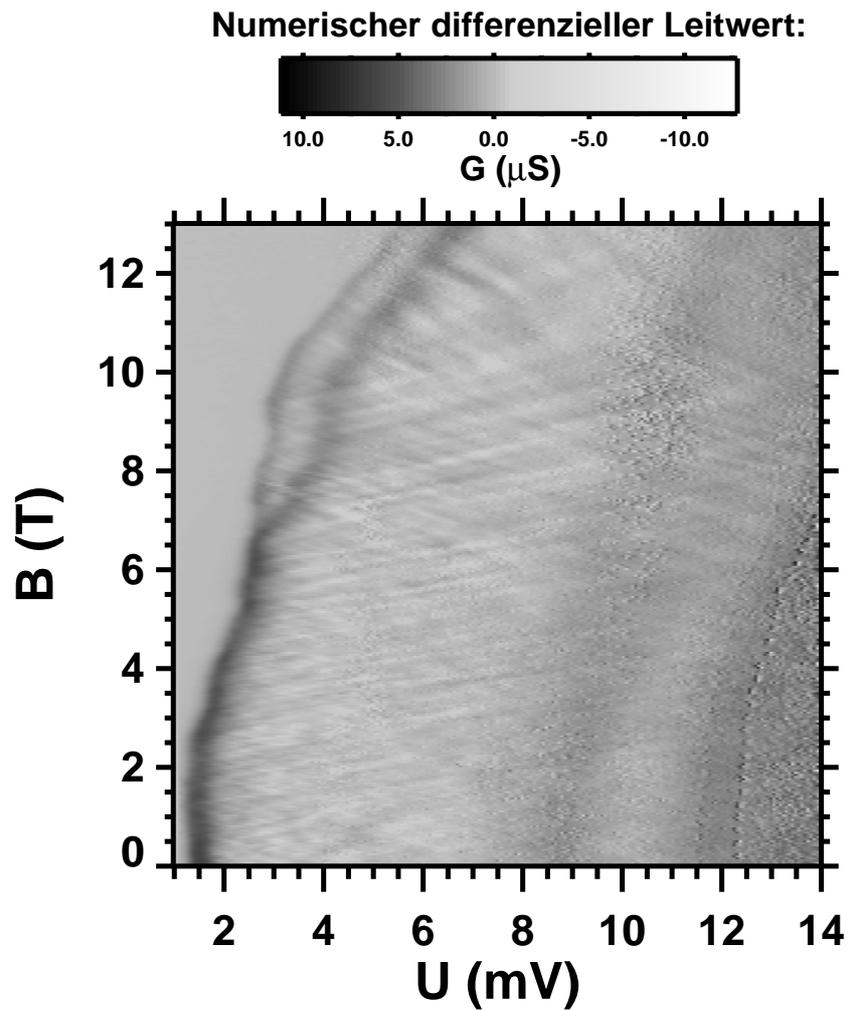


Abbildung C.4:  $G(U, B)$  in Aufladungsrichtung von der Probe 6097/7/1.

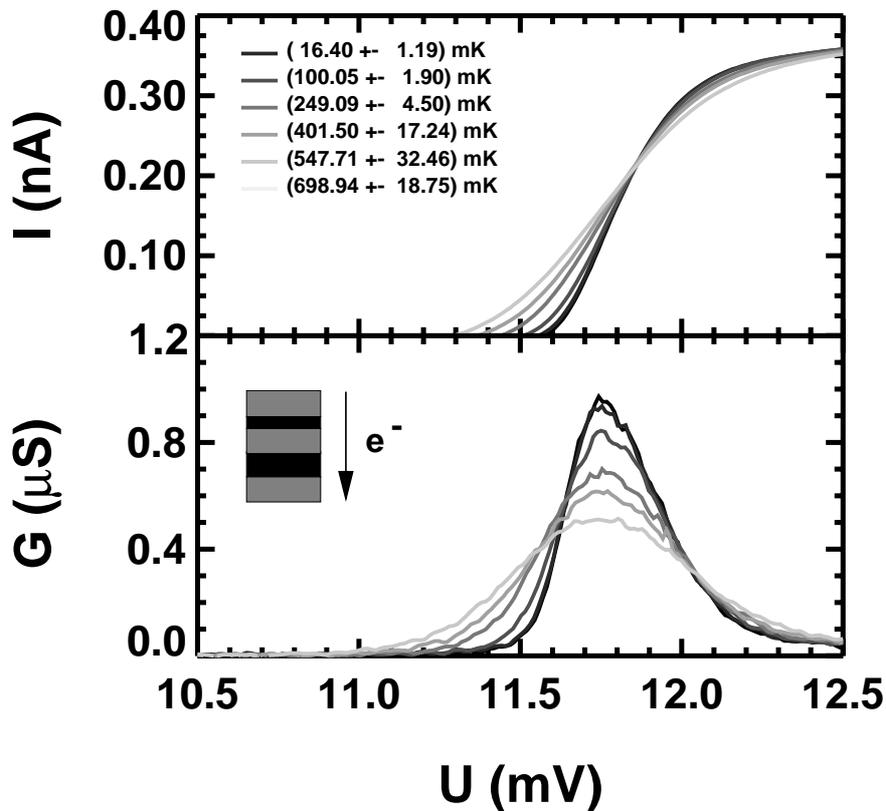
## C.2 Probe 6098/14/16

Die Barrierenasymmetrie der Probe 6098/14/16 beträgt 5 nm zu 7 nm und der geätzte Durchmesser 1  $\mu\text{m}$ .

### C.2.1 Temperaturabhängigkeit

Die Abb. C.5 und C.6 zeigen die gemessenen  $I(U)$ -Kennlinien und die berechneten  $G(U)$ -Kennlinien.

Die Stromverläufe und Formen der Leitwertpeaks weichen stark von der Theorie ab.

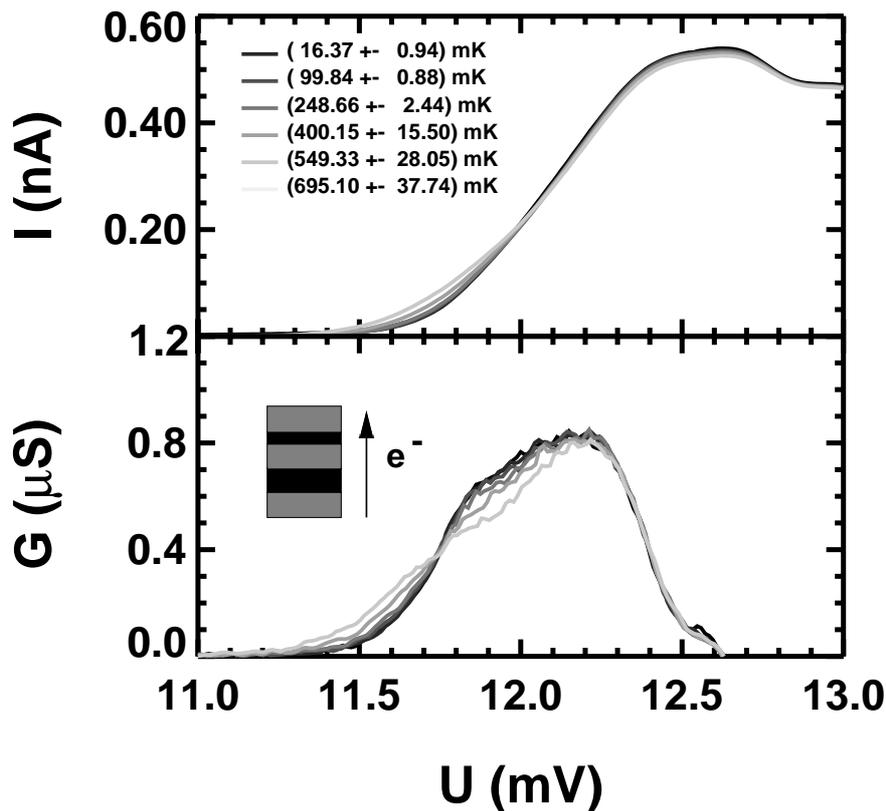


**Abbildung C.5:** Temperaturabhängige  $I(U)$ - und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6098/14/16 in Aufladungsrichtung.

Die Temperaturabhängigkeit in Nicht-Aufladungsrichtung ist sehr gering und äußert sich weniger in einer Verbreiterung des Leitwertpeaks als in einer wachsenden Ausprägung einer Schulter auf der niederenergetischen Flanke des Peaks bei höheren Temperaturen. Das Maximum des Peaks ist quasi temperaturunabhängig. In Aufladungsrichtung ist die Temperaturabhängigkeit ausgeprägter und Peakformen sowie Stromverläufe ähneln der Theorie. Diese Unterschiede bezüglich der beiden Spannungsrichtungen sind zunächst nicht auf die

Barrierenasymmetrie zurückzuführen, sondern legen den Schluss nahe, dass es sich um mehr als eine Störstelle handeln könnte, durch die getunnelt wird. Da aber ein so unterschiedliches Aussehen für die beiden Tunnelrichtungen vorliegt, ist es denkbar, dass in diesem Fall die Störstellen nicht nur energetisch sondern auch räumlich nah beieinander liegen, so dass Coulombblockade-Effekte eine Rolle spielen.

Auf jeden Fall aber sind die Messdaten Ausdruck einer Potenzialkonfiguration im Quantentopfbereich, die über ein einfaches Potenzialminimum im Sinne eines Quantenpunktes hinausgeht. Daher scheidet diese Struktur zur Untersuchung der Zustandsdichte der Zuleitungen aus. Eine Diskussion zusammen mit den magnetfeldabhängigen Daten im folgenden Abschnitt soll daher als Perspektive für weitergehende Untersuchungen genügen.



**Abbildung C.6:** Temperaturabhängige  $I(U)$ - und  $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6098/14/16 in Nicht-Aufladungsrichtung.

### C.2.2 Magnetfeldabhängigkeit

Im vorliegenden Abschnitt werden die  $G(U, B)$ -Kennlinien der Probe 6098/14/16 vorgestellt.

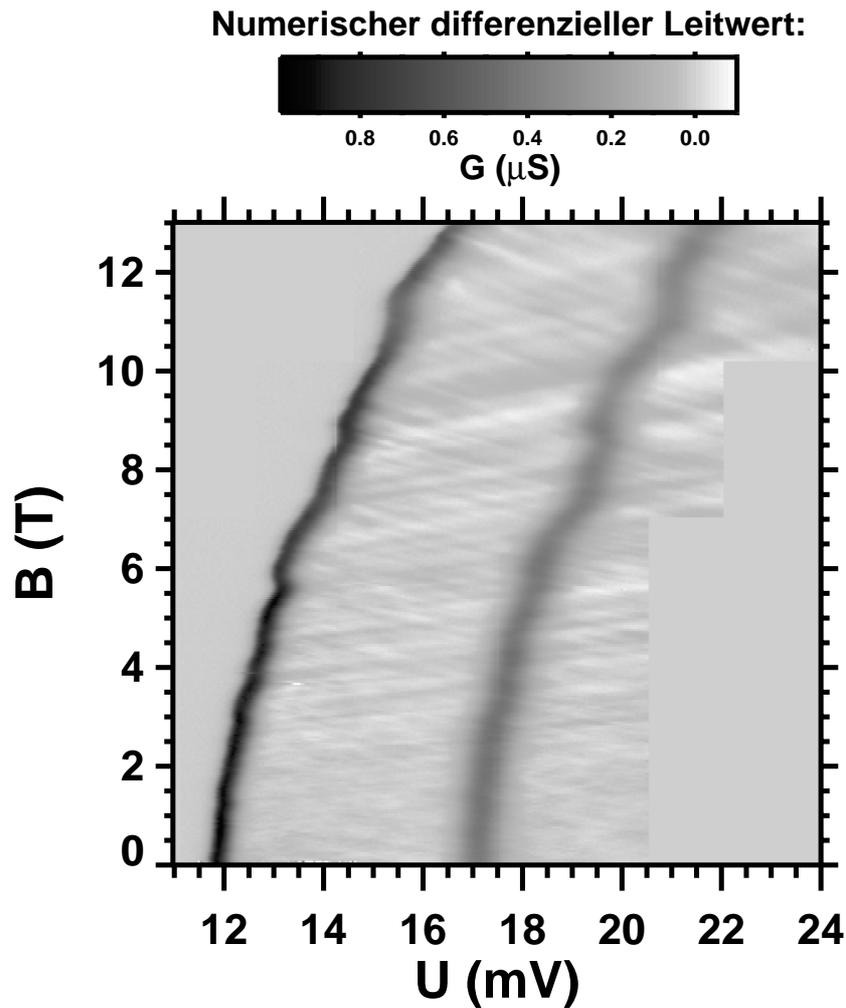


Abbildung C.7:  $G(U, B)$  in Aufladungsrichtung von der Probe 6098/14/16.

Abb. C.7 zeigt die Daten in Aufladungsrichtung und Abb. C.8 in Nicht-Aufladungsrichtung. In beiden Richtungen ist keine Aufspaltung der Energieniveaus zu erkennen, die Peaks sind jeweils sehr breit und zeigen nicht den deutlichen Kontrast zum Stromplateau wie bei Probe 6099/23/6. In beiden Richtungen fällt sogar die Schärfe der Peaks mit steigendem Magnetfeld noch ab.

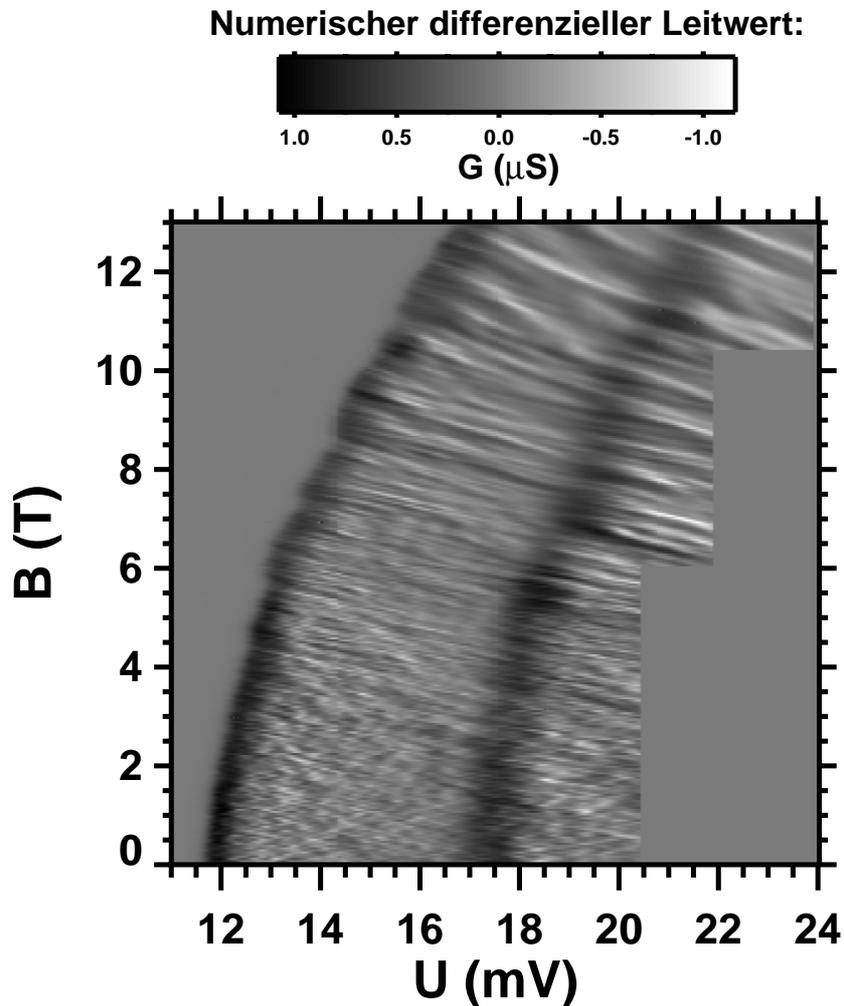


Abbildung C.8:  $G(U, B)$  in Nicht-Aufladungsrichtung von der Probe 6098/14/16.

Die gezeigten Kennlinien lassen sich nicht im Rahmen der Theorie des Tunnelns durch eine einzelne Störstelle interpretieren, weshalb die Probe nicht als Spektrometer zur Untersuchung der lokalen Zustandsdichte der Zuleitungen geeignet ist. Damit soll die Diskussion der Probe im Rahmen dieser Arbeit abgeschlossen sein und die vorgestellten Kennlinien wie die Kennlinien der Probe 6097/7/1 Anreiz für weitere Untersuchungen sein.



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Prinzip des Spin-Feldeffekttransistors . . . . .	2
2.1	Schema einer resonanten Tunneldiode mit Bandkantenverlauf . .	6
2.2	Schema der IU-Kennlinie einer resonanten Tunneldiode . . . . .	7
2.3	Schichtenfolge der Doppelbarrieren-Heterostrukturen . . . . .	11
2.4	Prozessschritte zur Herstellung resonanter Tunneldioden . . . . .	12
2.5	Messaufbau für die Zwei-Punkt-Transportmessungen. . . . .	15
2.6	Resonante Tunnel-Kennlinien der verwendeten Proben . . . . .	17
3.1	Prinzip von vertikalen und horizontalen Quantenpunkten . . . . .	20
3.2	Bandkantenschema eines Quantentopfes mit Störstellenniveaus .	22
3.3	Energieschema eines spinentarteten Quantenpunktes . . . . .	24
3.4	Bandkantenschema einer verkippten Doppelbarrierenstruktur mit spinentarteten Zustand . . . . .	28
3.5	Berechnete temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien für einen Quantenpunkt mit symmetrischen Tunnelbarrieren und spinentartetem Niveau . . . . .	29
3.6	Berechnete temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien für einen Quantenpunkt mit $\Gamma_L \gg \Gamma_R$ und spinentartetem Niveau	30
3.7	Berechnete temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien für einen Quantenpunkt mit $\Gamma_L \ll \Gamma_R$ und spinentartetem Niveau	31
3.8	Verkipptes Bandkantenschema und Fermi-Verteilung für $T =$ $0\text{ K}$ und $T > 0\text{ K}$ . . . . .	32
3.9	Theoretisch berechneter g-Faktor in Abhängigkeit vom Quan- tenpunktdurchmesser. . . . .	36
3.10	Berechnete $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien für einen Quantenpunkt mit symmetrischen Tunnelbarrieren und spinaufgespaltenem Ni- veau . . . . .	37
3.11	Berechnete $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien für einen Quantenpunkt mit asymmetrischen Tunnelbarrieren und spinaufgespaltenem Niveau . . . . .	39
3.12	Einzel-Elektronen Tunnel-Kennlinien der verwendeten Proben. .	42
3.13	Temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6099/23/6 in Aufladungsrichtung. . . . .	43

3.14	Temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6099/23/6 in Nicht-Aufladungsrichtung . . . . .	44
3.15	Bestimmung von $\alpha$ und $\Gamma_1/\Gamma_2$ der Probe 6099/23/6 in Aufladungsrichtung . . . . .	46
3.16	Bestimmung von $\alpha$ und $\Gamma_1/\Gamma_2$ der Probe 6099/23/6 in Nicht-Aufladungsrichtung . . . . .	48
3.17	$G(U, B)$ in Aufladungsrichtung von der Probe 6099/23/6 . . . . .	49
3.18	$G(U, B)$ in Nicht-Aufladungsrichtung von der Probe 6099/23/6 . . . . .	50
3.19	Bestimmung des Störstellenradius der Probe 6099/23/6 aus der diamagnetischen Verschiebung . . . . .	52
3.20	Bestimmung von $g$ und $\Delta U_0$ der Probe 6099/23/6 aus der Spinaufspaltung . . . . .	53
3.21	Temperaturabhängige $I(U)$ und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6099/23/6 bei $B = 8.0$ T. . . . .	55
3.22	Temperaturabhängige Verschiebung der Positionen der Leitwertpeaks bei $B = 8.0$ T. . . . .	56
4.1	Diffusive Bewegung von Elektronen in ungeordnetem Potenzial . . . . .	60
4.2	Interferenzpfade für integrale und lokale Eigenschaften . . . . .	61
4.3	Prinzip der Tunnelspektroskopie der lokalen Zustandsdichte . . . . .	62
4.4	Messungen der Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte. . . . .	63
4.5	Skizze über die Zusammensetzung eines mesoskopischen Systems aus mikroskopischen Würfeln . . . . .	67
4.6	Loch-Relaxation nach Tunnelprozess . . . . .	70
4.7	Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte auf dem ersten Stromplateau und zwischen den Leitwertpeaks . . . . .	73
4.8	Graustufenplot von $G(U)$ im Bereich $B = -3.0 - 3.0$ T . . . . .	74
4.9	Ausgerichteter Graustufenplot von $G(U)$ im Bereich $B = -3,0 - 3,0$ T . . . . .	75
4.10	Ermittlung der elastischen Streuzzeit $\tau$ . . . . .	76
4.11	Differenzieller Leitwert im Magnetfeldbereich von $0,0 - 1,0$ T . . . . .	78
4.12	Mittelung über die Leitwertpeaks im Magnetfeldbereich von $0,0 - 1,0$ T. . . . .	79
4.13	Spannungsabhängige Varianz der LDOSF bei niedrigem Magnetfeld . . . . .	80
4.14	Theoretische und experimentelle energieabhängige Phasenrelaxationsraten . . . . .	82
4.15	Theoretische und experimentelle energieabhängige Phasenrelaxationszeiten . . . . .	83
4.16	$G(U, B)$ mit LDOSF von $6 - 15$ T . . . . .	85
4.17	Ausbildung der LDOSF in hohem Magnetfeld . . . . .	86
4.18	Ursache des Streifenmusters nach den ersten Leitwertpeaks . . . . .	87
4.19	$G(U, B)$ mit LDOSF von $6 - 15$ T mit Ausrichtung . . . . .	88

4.20	$I(U, B)$ mit LDOSF von 6 – 15 T mit Ausrichtung . . . . .	89
4.21	Stromschnitte vom ersten und zweiten Stromplateau. . . . .	90
4.22	Spinabhängige Zustandsdichten und Spektrometerniveaus . . . . .	91
4.23	Prinzip der Stromrekonstruktion . . . . .	92
4.24	Rekonstruktion des zweiten Plateaustromes mit $g^* = -0.44$ . . . . .	94
4.25	Bestimmung des g-Faktors in Volumen-GaAs durch Rekonstruktion methode . . . . .	95
4.26	Berechneter Verlauf des g-Faktors von Volumen-GaAs in Abhängigkeit von der Energie . . . . .	96
4.27	Berechneter Verlauf des g-Faktors von Volumen-GaAs in Abhängigkeit vom Magnetfeld . . . . .	97
4.28	Rekonstruktion des zweiten Plateaustromes mit $g^* = -0.35$ . . . . .	99
A.1	Skizze zum Energie-Konversionsfaktor $\alpha$ . . . . .	106
A.2	Temperaturabhängige Verbreiterung der Fermifunktion . . . . .	107
C.1	Temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6097/7/1 in Aufladungsrichtung . . . . .	114
C.2	Temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6097/7/1 in Nicht-Aufladungsrichtung . . . . .	115
C.3	$G(U, B)$ in Nicht-Aufladungsrichtung von der Probe 6097/7/1 . . . . .	116
C.4	$G(U, B)$ in Aufladungsrichtung von der Probe 6097/7/1 . . . . .	117
C.5	Temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6098/14/16 in Aufladungsrichtung. . . . .	118
C.6	Temperaturabhängige $I(U)$ - und $G(U)$ -Kennlinien der Probe 6098/14/16 in Nicht-Aufladungsrichtung. . . . .	119
C.7	$G(U, B)$ in Aufladungsrichtung von der Probe 6098/14/16 . . . . .	120
C.8	$G(U, B)$ in Nicht-Aufladungsrichtung von der Probe 6098/14/16 . . . . .	121



# Literaturverzeichnis

- [1] P. A. Packan, *Science* **285**, 2079 (1999).
- [2] H. Grabert und M. H. Devoret, *Single Charge Tunneling* (Plenum, New York, 1992).
- [3] L. L. Sohn, L. P. Kouwenhoven und G. Schön, *Mesoscopic Electron Transport* (Kluwer, Boston, 1997).
- [4] U. Meirav und E. B. Foxman, *Semicond. Sci. Technol.* **10**, 255 (1995).
- [5] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [6] B. Kramer, *Physik in unserer Zeit* **28**, 102 (1997).
- [7] M. W. Keller, A. L. Eichenberger, J. M. Martinis und N. M. Zimmerman, *Science* **285**, 1706 (1999).
- [8] G. A. Prinz, *Physics Today* 58 (1995).
- [9] H. Ohno, *Science* **281**, 951 (1998).
- [10] G. A. Prinz, *Science* **282**, 1660 (1998).
- [11] D. D. Awschalom und M. Kikkawa, *Physics Today* 33 (1999).
- [12] S. Datta und B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).
- [13] M. Oestreich, J. Hübner, D. Hägele, P. J. Klar, W. Heimbrodt, W. W. Rühle, D. E. Ashenford und B. Lunn, *Appl. Phys. Lett.* **74**, 1251 (1999).
- [14] P. R. Hammar, B. R. Bennett, M. J. Yang und M. Johnson, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 203 (1999).
- [15] D. Hägele, M. Oestreich, W. W. Rühle, N. Nestle und K. Eberl, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 1580 (1998).
- [16] J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi und T. Enoki, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1335 (1997).

- 
- [17] J. M. Kikkawa und D. D. Awschalom, Phys. Rev. Lett. **80**, 4313 (1998).
- [18] S. Egger, C. H. Back, J. Krewer und D. Pescia, Phys. Rev. Lett. **83**, 2833 (1999).
- [19] A. Steane, Rep. Prog. Phys. **61**, 117 (1998).
- [20] J. Preskill, Physics Today **52**, 24 (1999).
- [21] L. L. Chang, L. Esaki und R. Tsu, Appl. Phys. Lett. **24**, 593 (1974).
- [22] *Semiconductors, Group IV Elements and III-V Compounds, Data in Science and Technology*, Herausgeber O. Madelung (Springer Verlag Berlin, 1991).
- [23] K. M. Haendel, Diplomarbeit, Institut f. Festkörperphysik, Universität Hannover, 1999.
- [24] M. J. Kelly, in *Low-Dimensional Semiconductors, Materials, Physics, Technology, Devices*, Herausgeber H. Kamimura, R. J. Nicholas und R. H. Williams (Oxford University Press, Oxford, 1995).
- [25] S. Datta, in *Electronic Transport in Mesoscopic Systems, Cambridge Studies in Semiconductor Physics and Microelectronic Engineering*, Herausgeber H. Ahmed, M. Pepper und A. Broers (Cambridge University Press Cambridge, Grossbritannien, 1997).
- [26] T. Schmidt, Dissertation, Erlangen, 1997.
- [27] B. Su, V. J. Goldman und J. E. Cunningham, Phys. Rev. B **46**, 7644 (1992).
- [28] V. J. Goldman, D. C. Tsui und J. E. Cunningham, Phys. Rev. Lett. **58**, 1256 (1987).
- [29] S. Luryi, Appl. Phys. Lett. **47**, 490 (1985).
- [30] T. C. L. G. Sollner, W. D. Goodhue, P. E. Tannenwald, C. D. Parker und D. D. Peck, Appl. Phys. Lett. **43**, 588 (1983).
- [31] T. C. L. G. Sollner, P. E. Tannenwald, D. D. Peck und W. D. Goodhue, Appl. Phys. Lett. **45**, 1319 (1984).
- [32] T. Weil und B. Vinter, Appl. Phys. Lett. **50**, 1281 (1987).
- [33] M. A. Reed, J. N. Randall, R. J. Aggarwal, R. J. Matyi, T. M. Moore und A. E. Wetsel, Phys. Rev. Lett. **60**, 535 (1988).
- [34] M. Tewordt, Dissertation, University of Cambridge, Cambridge, 1992.

- 
- [35] M. Tewordt, V. J. Law, M. J. Kelly, R. Newbury, M. Pepper, D. C. Peacock, J. E. F. Frost, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones, *J. Phys. Condens. Matter.* **2**, 8969 (1991).
- [36] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996).
- [37] M. Cahay, M. McLennan, S. Datta und M. S. Lundstrom, *Appl. Phys. Lett.* **50**, 612 (1987).
- [38] H. C. Liu, M. Buchanan, G. C. Aers, Z. R. Wasilewski, W. T. Moore, R. L. S. Devine und D. Landheer, *Phys. Rev. B* **43**, 7086 (1991).
- [39] H. Onishi, T. Inata, S. Muto, N. Yokoyama und A. Shibatomi, *Appl. Phys. Lett.* **49**, 1248 (1986).
- [40] T. Schmidt, R. J. Haug, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth, *Phys. Rev. B* **55**, 2230 (1997).
- [41] T. Schmidt, M. Tewordt, R. J. Haug, K. v. Klitzing, B. Schönherr, P. Grambow, A. Förster und H. Lüth, *Appl. Phys. Lett.* **68**, 838 (1996).
- [42] J. Könemann, Diplomarbeit, Inst. f. Festkörperphysik, Universität Hannover, 1999.
- [43] M. A. Kastner, *Physics Today* **46**, 24 (1993).
- [44] U. Meirav, M. A. Kastner und S. J. Wind, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 771 (1990).
- [45] D. G. Austing, T. Honda und S. Tarucha, *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 388 (1996).
- [46] H. W. Schumacher, U. F. Keyser, U. Zeitler und R. J. Haug, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 1107 (1999).
- [47] S. Lüschner, A. Fuhrer, R. Held, T. Heinzel und K. Ensslin, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 2452 (1999).
- [48] L. Chico, M. P. L. Sancho und M. C. Muñoz, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1278 (1998).
- [49] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3613 (1996).
- [50] M. W. Dellow, P. H. Beton, C. J. G. M. Langerak, T. J. Foster, P. C. Main, L. Eaves, M. Henini, S. P. Beaumont und C. D. W. Wilkinson, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1754 (1992).

- 
- [51] J.-W. Sakai, T. M. Fromhold, P. H. Beton, L. Eaves, M. Henini, P. C. Main, F. W. Sheard und G. Hill, *Phys. Rev. B* **48**, 5664 (1993).
- [52] J.-W. Sakai, P. C. Main, P. H. Beton, L. L. S. Jr., A. K. Geim, L. Eaves und M. Henini, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 2563 (1994).
- [53] A. K. Geim, T. J. Foster, A. Nogaret, N. Mori, P. J. McDonnell, N. L. S. Jr., P. C. Main und L. Eaves, *Phys. Rev. B* **50**, 8074 (1994).
- [54] T. Pang und S. G. Louie, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1635 (1990).
- [55] S. K. Kirby, D. Z.-Y. Ting und T. C. McGill, *Phys. Rev. B* **50**, 10990 (1994).
- [56] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. B* **44**, 1646 (1991).
- [57] Y. Meir, N. S. Windgren und P. A. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3048 (1991).
- [58] V. Fock, *Z. Phys.* **47**, 446 (1928).
- [59] J. J. Sakurai, *Advanced Quantum Mechanics* (Addison-Wesley Publishing Company, 1992).
- [60] A. A. Kiselev, E. L. Ivchenko und U. Rössler, *Phys. Rev. B* **58**, 16353 (1998).
- [61] E. L. Ivchenko und A. A. Kiselev, *Sov. Phys. Semicond.* **26**, 827 (1992).
- [62] E. L. Ivchenko, A. A. Kiselev und M. Willander, *Solid State Comm.* **102**, 375 (1997).
- [63] A. S. G. Thornton, T. Ihn, P. C. Main, L. Eaves und M. Henini, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 354 (1998).
- [64] M. R. Deshpande, J. W. Sleight, M. A. Reed, R. G. Wheeler und R. J. Matyi, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1328 (1996).
- [65] M. J. Snelling, G. P. Flinn, A. S. Plaut, R. T. Harley, A. C. Tropper, R. Eccleston und C. C. Phillips, *Phys. Rev. B* (1991).
- [66] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, S. J. Pearton, K. W. Baldwin und K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3088 (1992).
- [67] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 613 (1993).
- [68] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West, *Surface Science* **305**, 558 (1994).

- [69] G. Bergmann, Phys. Rep. **107**, 1 (1984).
- [70] S. Washburn und R. A. Webb, Adv. Phys. **35**, 375 (1986).
- [71] W. J. Skocpol, P. M. Mankiewich, R. E. Howard, L. D. Jackel, D. M. Tennant und A. D. Stone, Phys. Rev. Lett. **56**, 2865 (1986).
- [72] C. M. Marcus, A. J. Rimberg, R. M. Westervelt, P. F. Hopkins und A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **69**, 506 (1992).
- [73] U. Sivan, F. P. Milliken, K. Milkove, S. Rishton, Y. Lee, J. M. Hong, V. Boegli, D. Kern und M. DeFranza, Europhys. Lett. **25**, 605 (1994).
- [74] U. Sivan, Y. Imry und A. G. Aronov, Europhys. Lett. **28**, 115 (1994).
- [75] I. H. Chan, R. M. Clarke und C. M. Marcus, Phys. Rev. Lett. **74**, 3876 (1995).
- [76] A. M. Chang, H. U. Baranger, L. N. Pfeiffer, K. W. West und T. Y. Chang, Phys. Rev. Lett. **76**, 1695 (1996).
- [77] J. A. Folk, S. R. Patel, S. F. Godjin, A. G. Huibers, S. M. Cronenwett und C. M. Marcus, Phys. Rev. Lett. **76**, 1699 (1996).
- [78] I. V. Lerner, Phys. Lett. A **133**, 253 (1988).
- [79] B. Z. Spivak und A. Y. Zyuzin, in *Mesoscopic Phenomena in Solids*, Herausgeber B. L. Altshuler, P. A. Lee und R. A. Webb (North-Holland, Amsterdam, 1991), S. 38.
- [80] B. L. Altshuler, V. E. Kravtsov und I. V. Lerner, in *Mesoscopic Phenomena in Solids*, Herausgeber B. L. Altshuler, P. A. Lee und R. A. Webb (North-Holland, Amsterdam, 1991), S. 449.
- [81] V. I. Fal'ko, Phys. Rev. B **56**, 1049 (1997).
- [82] T. Schmidt, R. J. Haug, V. I. Falko, K. v. Klitzing, A. Förster und A. Lüth, Europhys. Lett. **36**, 61 (1996).
- [83] T. Schmidt, R. J. Haug, V. I. Fal'ko, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth, Phys. Rev. Lett. **78**, 1540 (1997).
- [84] M. R. Deshpande, J. L. Huber, H. H. Dekker, P. Kozodoy, J. W. Sleight, M. A. Reed, C. L. Fernando, W. R. Frensley, R. J. Matyi und Y. C. Kao, in *Proceedings of 22nd International Conference on the Physics of Semiconductors*, Herausgeber D. J. Lockwood (World Scientific, Singapore, 1995), S. 1899.

- 
- [85] J. W. Sleight, E. S. Hornbeck, M. R. Deshpande, R. G. Wheeler, M. A. Reed, R. C. Bowen, W. R. Frensley, J. N. Randall und R. J. Matyi, *Phys. Rev. B* **53**, 15727 (1996).
- [86] P. McDonnell, T. J. Foster, P. C. Main, L. Eaves, N. Mori, J. W. Sakai, M. Henini und G. Hill, *Solid State Electron.* **40**, 409 (1996).
- [87] P. J. McDonnell, A. K. Geim, P. C. Main, T. J. Foster, P. H. Beton und L. Eaves, *Physica B* **211**, 433 (1995).
- [88] C. Wittneven, R. Dombrowski, M. Morgenstern und R. Wiesendanger, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5616 (1998).
- [89] D. J. Thouless, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 1167 (1977).
- [90] V. I. Falko und K. B. Efetov, *J. Math. Phys.* **38**, 4935 (1996).
- [91] A. D. Mirlin, *J. Math. Phys.* **38**, 1888 (1997).
- [92] Y. M. Blanter und A. D. Mirlin, *Phys. Rev. B* **57**, 4566 (1998).
- [93] J. P. Holder, A. K. Savchenko, V. I. Falko, B. Jouault, G. Faini, F. Laruelle und E. Bedel, *Phys. Rev. Lett.* (angenommen zur Publikation).
- [94] S. Xiong und A. D. Stone, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3757 (1992).
- [95] D. L. Maslov und D. Loss, *Phys. Rev. B* **71**, 4222 (1993).
- [96] D. Khmelnitskii und M. Yosefin, *Surf. Sci.* **305**, 507 (1994).
- [97] N. W. Ashcroft und N. D. Mermin, in *Solid State Physics* (Saunders College Publishing, 1976), Kap. 17.
- [98] E. McCann, private Mitteilung.
- [99] B. L. Altshuler und A. G. Aronov, in *Electron-electron interactions in disordered systems*, Band 10 aus *Modern problems in condensed matter physics*, Herausgeber A. L. Efros und M. Pollak (North Holland, Amsterdam, 1985), Kap. 1.
- [100] Y. M. Blanter, *Phys. Rev. B* **54**, 12807 (1996).
- [101] B. L. Altshuler, Y. Gefen, A. Kamenev und L. S. Vevitov, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2803 (1997).
- [102] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler und M. E. Gershenson, *Waves Random Media* **9**, 201 (1999).
- [103] M. E. Gershenson, *Ann. Phys.* **8**, 559 (1999).

- 
- [104] A. G. Huibers, J. A. Folk, S. R. Patel, C. M. Marcus, C. I. Duruöz und J. J. S. Harris, Phys. Rev. Lett. **83**, 5090 (1999).
- [105] P. Mohanty, E. M. Q. Jariwala und R. A. Webb, Phys. Rev. Lett. **78**, 3366 (1997).
- [106] C. Weisbuch und C. Hermann, Phys. Rev. B **15**, 816 (1977).
- [107] P. Pfeffer und W. Zawadzki, Phys. Rev. B **41**, 1561 (1990).
- [108] M. Oestreich, S. Hallstein, A. P. Heberle, K. Eberl, E. Bauser und W. W. Rühle, Phys. Rev. B **53**, 7911 (1996).
- [109] M. Dobers, J. P. Vieren, M. Razeghi, M. Defour und F. Omnes, Semicond. Sci. Technol. **4**, 687 (1989).
- [110] D. Stein, K. v. Klitzing und G. Weimann, Phys. Rev. Lett. **51**, 130 (1983).
- [111] B. Jusserand, D. Richards, G. Allan, C. Priester und B. Etienne, Phys. Rev. B **51**, 4707 (1995).
- [112] P. D. Dresselhaus, C. M. A. Papavassiliou, R. G. Wheeler und R. N. Snacks, Phys. Rev. Lett. **68**, 106 (1991).
- [113] P. Pfeffer, Phys. Rev. B **59**, 15902 (1999).
- [114] P. Pfeffer und W. Zawadzki, Phys. Rev. B **59**, R5312 (1999).
- [115] J. Fabian und S. D. Sarma, J. Vac. Sci. Technol. B **17**, 1708 (1999).



# Danksagung

Herrn Prof. Dr. Rolf Haug danke ich für die Möglichkeit, in seiner Arbeitsgruppe eine Dissertation anfertigen zu können. Nicht nur die Themenvergabe, sondern auch die ständige Bereitschaft zur Diskussion und zu Anregungen haben dazu beigetragen, dass mir die Physik der Nanostrukturen als faszinierendes Gebiet in steter Erinnerung bleiben wird.

Herrn Privatdozent Dr. J. Wollschläger möchte ich für die Übernahme des Korreferats danken.

Dr. Thomas Schmidt sei für zahlreiche Diskussionen, Hinweise und Anregungen gedankt, die in vielerlei Form Eingang in diese Arbeit fanden. Die Überlassung seiner Proben bildete eine Grundlage dieser Arbeit.

Ein großes Dankeschön geht an Herrn Dr. Uli Zeitler für seine stete Bereitschaft, die großen und kleinen Fragen des physikalischen Alltags kompetent und hilfreich zu erörtern.

Meinen lieben Doktorandenkollegen möchte ich in der Reihenfolge ihres Auftretens ganz herzlich für die wunderbare Zusammenarbeit danken, von der ich in großem Maße sowohl fachlich als auch menschlich profitieren konnte. Es ist mir eine große Freude, sie alle hier aufzuzählen: Frank Hohls, Philipp Hullmann, Hans-Werner Schumacher, Jörn Regul, André Nauen, Isabella Hapke-Wurst, Claus Fühner, Ulrich Keyser, Jens Könemann, Fritz Schulze-Wischeler und Kai-Martin Haendel.

Yvonne Griep und Klara Tetzlaff danke ich für ihren Beitrag, der das Drumherum einer solchen Arbeit zur angenehmen Nebensache werden liess.

Den Diplomanden Jan Plöger, Florian Beug, Matthias Wick, Martin Monka, Andreas Kunz, Ulrich Denker, Jörg-Michael Meyer und Bernd Huneke danke ich für die Zusammenarbeit.

Es ist mir eine Freude, mich bei den Mitarbeitern der Institutswerkstatt unter Leitung von Herrn Claus und Herrn Lehmann zu bedanken.

Mein größter Dank geht an meine Mutter und meinen Bruder, denen ich es zu verdanken habe, dass ich den Weg einschlagen konnte, auf dem ich mich befinde. Ohne ihr Verständnis, ihre Geduld und ihre Ermutigung wäre diese Arbeit von Anfang an nicht möglich gewesen.



# Lebenslauf

Name:	Peter Richard König
Geburtsdatum:	18. Juli 1966
Geburtsort:	Freiburg im Breisgau
Staatsangehörigkeit	deutsch
1972-1976	Justus-von-Liebig Grundschule in Wiesbaden-Erbenheim
1976-1985	Oranien-Gymnasium in Wiesbaden
11.06.1985	Abitur
1985-1987	Ausbildung zum Nachrichtengerätetechniker bei der Firma epi-Meßtechnik in Wiesbaden-Erbenheim.
1987-1988	Zivildienst im Kinderpflege- und Betreuungsbereich
1988-1989	Studium Elektrotechnik an der Technischen Hochschule in Darmstadt
1989-1995	Studium der Physik an der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz
Oktober 1991	Vordiplom
1992-1993	Auslandsaufenthalt an der University of Washington in Seattle
1994-1995	Diplomarbeit am Institut für Kernphysik in Mainz bei Prof. Dr. J. Friedrich mit dem Thema: Optimierung einer horizontalen Driftkammer mit Potentialdrahtauslese zum Bau eines Proton-Polarimeters im Abbildungsbereich eines magnetischen Spektrometers
Dezember 1995	Diplom
April 1996- Januar 2000	Doktorarbeit in der Abteilung Nanostrukturen am Institut für Festkörperphysik der Universität Hannover bei Prof. Dr. R. J. Haug