

Thermisches Rauschen - Eine Empfindlichkeitsgrenze der Interferometrie

Vom Fachbereich Physik
der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

**Doktor der Naturwissenschaften
-Dr.rer.nat.-**

genehmigte Dissertation
von

Stefan Traeger

geboren am 20.08.1967 in Jena

1998

Referent: Prof. Dr. K. Danzmann
Korreferent: Prof. Dr. H. Welling

Tag der Prüfung: 21. Juli 1998

Kurzzusammenfassung

Schlagwörter: Interferometrie, Thermisches Rauschen, Quantenlimit

Die Entwicklung moderner Techniken hat die Empfindlichkeit interferometrischer Längenmessung in den letzten Jahren erheblich gesteigert. Ein Beispiel dafür sind im Bau befindliche interferometrische Gravitationswellendetektoren, deren Genauigkeit in weiten Frequenzbereichen nur noch durch *thermisches Rauschen* limitiert sein werden.

Beim *thermischen Rauschen* handelt es sich um eine Manifestation Brownscher Bewegungen der einen Festkörper aufbauenden Atome. Ein makroskopisches Bild dieses Rauschprozesses liefert das Fluktuations-Dissipations-Theorem. Auf dessen Grundlage wird in der vorliegenden Arbeit eine theoretische Beschreibung des *thermischen Rauschens* erarbeitet. Es werden grundlegende Dissipationsprozesse vorgestellt und der Zusammenhang zwischen Dissipation, mechanischer Güte und *thermischem Rauschen* beschrieben. Weiterhin wird gezeigt, daß zur Verringerung der spektralen Rauschdichte möglichst hohe Güten in allen relevanten mechanischen Oszillatoren notwendig sind.

Um hohe Güten zu erreichen, werden monolithische Aufhängungen für alle wichtigen optischen Komponenten eines Interferometers analysiert. Es wurden Verfahren zur Herstellung solcher Aufhängungen entwickelt und die damit erreichbare mechanische Güte für monolithisch aufgehängte Substrate aus synthetischem Quarz von $Q = 5 \times 10^6$ gemessen. Die Güte der Aufhängung wurde zu $Q = 3 \times 10^7$ bestimmt. Damit erfüllen die entwickelten Aufhängungen die Spezifikationen für den Gravitationswellendetektor *GEO600*.

Es wird gezeigt, daß mit Hilfe dieser Aufhängung prinzipiell ein Interferometer konstruiert werden kann, dessen *thermisches Rauschen* unterhalb des *Standard Quantenlimits*, einer quantenmechanischen Nachweisgrenze der Interferometrie mit klassischem Licht, liegt. Eine solche Meßanordnung wurde konzipiert und aufgebaut. Dabei wurde ein passives seismisches Isolationssystem entwickelt und in das Experiment integriert. Es wurde eine Empfindlichkeit von unter $10^{-11} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei Fourierfrequenzen oberhalb 100 Hz erreicht, und die prinzipielle Durchführbarkeit des Experimentes demonstriert. Die notwendigen Schritte zum Erreichen quantenlimitierter Empfindlichkeiten werden aufgezeigt.

Abstract

Keywords: Interferometry, Thermal Noise, Quantum Limit

Due to the development of modern techniques in optics the sensitivity of interferometric measurements have been improved rapidly within the last years. Interferometric gravitational-wave detectors currently under construction can be considered as an example for that. The sensitivity of these detectors will be limited by *thermal noise* within a broad frequency band.

Thermal noise is due to Brownian motion of the atoms forming a solid body. The fluctuation-dissipation-theorem gives a macroscopic picture of this noise process. Based on this theorem a theoretical description of the *thermal noise* is worked out in this paper. Fundamental dissipation processes are explained and the relations between dissipation, mechanical quality factor, and *thermal noise* are shown. It is pointed out that the quality factor of all relevant mechanical oscillators should be as high as possible to reduce the thermal noise spectral density.

To reach high quality factors, monolithic suspensions for critical optical elements of an interferometer are analysed. Techniques to produce such suspensions were developed, and a mechanical quality factor of $Q = 5 \times 10^6$ was measured for monolithically suspended synthetic fused silica substrates. The quality factor of the suspension was measured to be $Q = 3 \times 10^7$. Thus, the developed suspension meets the specifications of the gravitational-wave detector *GEO600*.

It is shown in the paper that by using the developed monolithic suspension an interferometer can be constructed with thermal noise spectral density below the *standard quantum limit* of interferometry. An experimental arrangement for such a device is proposed and tested. A developed passive seismic isolation system is integrated in the experiment. The sensitivity of a test set-up is measured to be better than $10^{-11}m/\sqrt{Hz}$ at Fourier frequencies higher than $100Hz$, and the possibility to perform the experiment is demonstrated. Next steps towards a quantum limited interferometer are pointed out.

Liste verwendeter Abkürzungen

Abkürzung	Erläuterung
$A(t)$	Ort und Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes
α	Fluktuation makroskopischer Variabler um ihren Mittelwert
C	Wärmekapazität
c	Lichtgeschwindigkeit
$\chi(t), \chi(\omega)$	Transferfunktion
d	Durchmesser
Δ	Relaxationsstärke
E	Energie, Youngsches Modul
ε	Mechanische Dehnung
$F(t), K(t)$	Kraft
f, f_0	Frequenz, Resonanzfrequenz
g	Erdbeschleunigung
γ	Reibungskoeffizient, Grüneisen-Parameter
H_0	Aktivierungsenergie
I	Flächenträgheitsmoment
k	Federkonstante
k_B	Boltzmann-Konstante
κ	Thermische Leitfähigkeit
L, l	Länge
λ	Wellenlänge
m, m_{eff}	Masse, effektive Masse
M	Dehnungsmodul
ν	Viskosität
ω, ω_0	Kreisfrequenz, Resonanzkreisfrequenz
p	Druck
Pf	Hauptwert eines Integrales
ϕ	Verlust
Q	Güte
ρ	Dichte
$\rho(\tau)$	Korrelationsmatrix
S	Spektrale Dichte
Σ	Mechanische Spannung
T	Temperatur, Fadenspannung

t, τ, T	Zeit, Zerfallszeit, Zeitpunkt
θ	Auslenkwinkel
U, V	Elektrische Spannung
v	Geschwindigkeit, Schallgeschwindigkeit
Z	Impedanz

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Thermisches Rauschen	3
1.1 Mikroskopische Ensemble	4
1.1.1 Brownsche Bewegung	4
1.1.2 Harmonischer Oszillator im statistischen Ensemble	5
1.2 Makroskopische Systeme	6
1.2.1 Mechanischer Oszillator im Phasenraum	6
1.2.2 Spektrale Dichte	7
1.2.3 Fluktuations-Dissipations-Theorem	7
1.2.4 Thermisches Rauschen eines gedämpften harmonischen Oszillators	10
1.3 Dämpfungsmodelle und der Begriff der mechanischen Güte	11
1.3.1 Viskose Dämpfung	11
1.3.2 Strukturelle Dämpfung, das Maxwell-Modell inelastischer Festkörper	13
1.3.3 Relaxationsprozesse	14
1.3.4 Interne Effekte in amorphem Quarz	17
1.3.5 Thermisches Rauschen bei struktureller Dämpfung	19
1.3.6 Mechanische Güte	20

2	Monolithische Systeme	25
2.1	Relevante mechanische Oszillatoren	27
2.1.1	Interne Moden der Testmassen	27
2.1.2	Moden der Aufhängung	29
2.2	Interne Güte monolithisch aufgehängter Quarzsubstrate	31
2.2.1	Experimentelle Anordnung	32
2.2.2	Herstellungstechniken für monolithische Systeme	34
2.2.3	Ergebnisse	38
2.2.4	Diskussion	41
2.3	Pendelgüten monolithischer Aufhängungen	43
2.3.1	Experimenteller Aufbau	43
2.3.2	Herstellung der monolithischen Aufhängung	48
2.3.3	Ergebnisse	49
2.3.4	Diskussion	57
2.4	Alternative Materialien und Interferometergeometrien	58
2.4.1	Herstellung der Verbindung	59
2.4.2	Experimentelle Anordnung	60
2.4.3	Ergebnisse	61
2.4.4	Alternative Interferometer-Geometrien	63
2.4.5	Diskussion	64
3	Quantenlimitierte Längenmessung	67
3.1	Einfluß quantenmechanischer Prozesse auf makroskopische Längenmessungen	67
3.1.1	Schrotrauschen	68
3.1.2	Strahlungsdruckrauschen	69
3.1.3	Standard Quantenlimit	70
3.2	Experimenteller Aufbau	72
3.2.1	Gesamtaufbau	72
3.2.2	Meßresonator	72

3.2.3	Laserrauschen	75
3.2.4	Seismische Isolation	79
3.3	Simulationen	88
3.4	Ergebnisse und Diskussion	89
	Zusammenfassung und Ausblick	95
	Abbildungsverzeichnis	99
	Literaturverzeichnis	103

Einleitung

Durch die Entwicklung qualitativ hochwertiger optischer Materialien sowie den Einsatz ultrastabiler kohärenter Lichtquellen ist die interferometrische Meßtechnik in neue Dimensionen der Genauigkeit vorgestoßen. Ein Beispiel dafür ist die angestrebte Empfindlichkeit der derzeit im Bau befindlichen laser-interferometrischen Gravitationswellendetektoren [1, 5, 10]. Mit Hilfe dieser Großgeräte, welche den Armlängenunterschied zwischen zwei Interferometerarmen mit einer Genauigkeit von $10^{-19} \frac{m}{\sqrt{Hz}}$ im Frequenzbereich um 100 Hz vermessen, wird es erstmals möglich sein, die von Albert Einstein [13] im Rahmen seiner Allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagten *Gravitationswellen* direkt zu beobachten.

Die Empfindlichkeit dieser Detektoren wird im Frequenzbereich um 100 Hz lediglich durch das sogenannte *thermische Rauschen* limitiert. Dieser Rauschprozeß mit extrem kleinen Amplituden ist eine Manifestation der *Brownschen Bewegung* der einen Festkörper aufbauenden Atome. Eine theoretische Beschreibung dessen soll, basierend auf dem *Fluktuations-Dissipations-Theorem*, dargestellt werden. Die Kraft, die das thermische Rauschen eines Oszillators antreibt, ist abhängig von den Dissipationen, denen der Oszillator unterliegt. Grundlegende *Dissipationsprozesse eines Festkörpers* werden vorgestellt, und das Modell der *strukturellen Dämpfung*, basierend auf geschwindigkeitsunabhängigen Reibungsprozessen, wird erläutert. Der Zusammenhang zwischen den Dissipationen und der mechanischen Güte wird für die verschiedenen Dämpfungsmodelle hergeleitet. Da die *spektrale Dichte* des thermischen Rauschens im Meßbereich minimiert wird, wenn die mechanische Güte aller relevanter Oszillatoren so hoch wie möglich ist, werden *monolithische Aufhängungen* für optische Komponenten vorgeschlagen, die in dieser Arbeit genauer analysiert werden sollen. Dazu werden Herstellungsverfahren für solche Aufhängungen entwickelt. Die bei der Anwendung dieser Verfahren erreichbaren mechanischen Güten sowohl für die aufgehängten Quarzsubstrate wie auch für die Aufhängung selbst sollen gemessen werden.

Ein Ausblick in die Entwicklung alternativer Substratmaterialien zum Einsatz in der Interferometrie sowie alternativer Interferometergeometrien wird gegeben.

Im einem dritten Teil wird dargestellt, daß es mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten monolithischen Aufhängungen möglich ist, die spektrale Dichte des thermischen Rauschens *unterhalb der quantenmechanischen Nachweisgrenze* zu halten. Quantenmechanische Rauschprozesse, die die Empfindlichkeit einer interferometrischen Längenmes-

sung beeinflussen können, werden vorgestellt. Die Kombination dieser Prozesse ergibt das *Standard Quantenlimit* der Interferometrie. Diese quantenmechanische Nachweisgrenze wird erläutert. Es wird ein Experiment konzipiert und aufgebaut, das *quantenlimitierte Längenmessungen* realisierbar machen kann. Die prinzipielle Durchführbarkeit dieses Experimentes wird gezeigt.

Kapitel 1

Thermisches Rauschen

Die Frage nach der erreichbaren Empfindlichkeit einer interferometrischen Abstandsmessung ist gleichzusetzen mit der Frage, welche Rauschquellen die Messung stören und wie stark diese sind. Dabei gibt es grundsätzlich zwei verschiedene Arten von Rauschquellen:

- Prozesse, die beim Meßprozeß ein Signal produzieren, welches eine bestimmte Abstandsänderung *vortäuscht*,
- Prozesse, die zu einer *tatsächlichen* Veränderung des Abstands führen.

Rauschquellen, die zu ersteren führen, werden in der Literatur häufig als *detection noise* bezeichnet. Hierzu zählen zum Beispiel Fluktuationen in Frequenz und Amplitude des verwendeten Lasers, aber auch das reine Schrotrauschen des Lichts. Dieser, einer Poisson-Verteilung folgende Rauschprozeß, manifestiert sich durch Intensitätsfluktuationen des zum Messen benutzten Lichts und täuscht dadurch ein tatsächliche Abstandsänderungen vor. Rauschprozesse der zweiten Art werden als *displacement noise* bezeichnet. Hierbei handelt es sich zum Beispiel um seismische und akustische Störungen. Mit Erreichen der extremen Empfindlichkeiten interferometrischer Gravitationswellendetektoren gewinnt eine weitere dieser Rauschquellen mit sehr kleinen Amplituden an Bedeutung, das *thermische Rauschen*. Dessen Ursprung, mathematische Darstellung und Möglichkeiten zur Verringerung der spektralen Rauschdichte im Meßfenster werden im folgenden aufgezeigt.

1.1 Mikroskopische Ensemble

1.1.1 Brownsche Bewegung

Im Grunde genommen handelt es sich bei thermischem Rauschen um eine Manifestation des lange bekannten, und doch lange unverstandenen Phänomens der Brownschen Bewegung. Im Jahre 1827 bemerkte der englische Botaniker Robert Brown, daß in einem Flüssigkeitstropfen schwebende kleinste Teilchen, unter dem Mikroskop betrachtet, eine zufällige, völlig unregelmäßige Bewegung ausführen. Diese Bewegung ist eine Folge der Molekularbewegung. Die einem schwebenden Teilchen unmittelbar benachbarten Moleküle der Flüssigkeit stoßen infolge ihrer Wärmebewegung, auf Grund der ihnen eigenen inneren Energie also, mit dem Teilchen und dabei kommt es zum Energieübertrag. Im allgemeinen wird dies isotrop von allen Seiten erfolgen, und somit werden sich die Stöße gegenseitig aufheben. Nun haben aber die verschiedenen Flüssigkeitsmoleküle verschiedene innere Energien bzw. verschiedene Geschwindigkeiten, wenngleich auch die Verteilung dieser über das gesamte Ensemble einer Maxwell-Verteilung entspricht. Trifft nun ein besonders hochenergetisches Flüssigkeitsmolekül auf eines der im Tropfen gelösten zu mikroskopierenden Teilchen oder treffen mehrmals hintereinander Moleküle hauptsächlich von einer Seite auf dieses, so wird es eine Bewegung in die entsprechende Richtung machen. Mittels des Boltzmann-Maxwellschen Satzes der gleichmäßigen mittleren Energieverteilung im thermodynamischen Gleichgewicht kann man nun berechnen, um wieviel sich ein Teilchen in einer vorgegebenen Zeit τ radial vom Anfangspunkt der Beobachtung fortbewegt hat. Die mittlere kinetische Energie des Teilchens ist gleich der eines Gasmoleküls derselben Temperatur, also

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3k_B T}{2}. \quad (1.1)$$

Betrachtet man die Bewegung in x-Richtung und sei das mittlere Geschwindigkeitsquadrat der x-Komponente v_x^2 , so ist

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} mv^2 = \frac{k_B T}{2}, \quad (1.2)$$

da nur ein Bewegungsfreiheitsgrad berücksichtigt wird. Nach der Formel von *Stokes* ist nun der Reibungswiderstand, den eine sehr kleine Kugel in einer Flüssigkeit von der inneren Reibung η bei der gleichförmigen Geschwindigkeit v_x erfährt, $6\pi\eta r v_x$, wobei r der Radius der Kugel ist. Die Stöße treiben das zu mikroskopierende Teilchen vorwärts, die Reibung steht der Bewegung entgegen. Man erhält für die mittlere Verschiebung Δx des Teilchens in x-Richtung in der Zeit τ [19]

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{k_B T}{3\pi\eta r} \tau. \quad (1.3)$$

Einsteins Verdienst war es, dieses beobachtete Phänomen theoretisch zu erklären! Er schuf damit eine wichtige Grundlage für das Verständnis vieler statistischer Prozesse in der Physik.

In diesem Kontext sei schon hier auf einen Zusammenhang hingewiesen, welcher bei der detaillierten Betrachtung des thermischen Rauschens eine wichtige Rolle spielen wird, nämlich den Zusammenhang zwischen der Erscheinung der *Fluktuation*, dem zufälligen Verschieben des Teilchens und der *Dissipation*, gegeben durch die Viskosität des Flüssigkeitsstropfens.

1.1.2 Harmonischer Oszillator im statistischen Ensemble

Möchte man nun die Betrachtung des vorigen Kapitels auf ein gesamtes Ensemble von Teilchen übertragen und exakte Bewegungsgleichungen aufstellen, müßte man die Interaktion eines Teilchens mit jedem Freiheitsgrad jedes anderen Teilchens beschreiben. Dies ist natürlich bei einer großen Teilchenzahl kaum zu realisieren. Deshalb betrachtet man das Ensemble als ein Wärmereservoir der Temperatur T und drückt die Interaktion der Teilchen als interne Kraft $F(t)$ aus. Die Variation dieser Kraft ist charakterisiert durch die Korrelationszeit τ^* . Diese mißt die Zeit die das System benötigt, um nach einer plötzlichen Störung wieder in das Gleichgewicht zu relaxieren. Ein gebundenes Teilchen dieses Systems kann beschrieben werden durch einen gedämpften harmonischen Oszillator mit einer äußeren Kraft $K(t)$. Damit läßt sich die Bewegungsgleichung für das Teilchen schreiben zu:

$$m\ddot{x}(t) = F(t) + K(t). \quad (1.4)$$

Die interne, vom System auf das Teilchen einwirkende Kraft $F(t)$ kann man jetzt in einen langsam variierenden Teil und einen schnell fluktuierenden Teil zerlegen. Der langsame, deterministische Anteil kann der Reibungskraft $F_{friction}(t)$ zugeordnet werden, der schnell fluktuierende der die Bewegung antreibenden thermischen Kraft $F_{thermal}(t)$. Damit wird erneut der schon erwähnte Zusammenhang zwischen Fluktuation und Dissipation deutlich. Mit

$$F_{friction}(t) = -\gamma\dot{x} \quad (1.5)$$

folgt die *Langevin-Gleichung*[48]:

$$m\ddot{x} = F_{thermal}(t) - \gamma\dot{x} + K(t). \quad (1.6)$$

Für ein harmonisch gebundenes Teilchen eines Systems gilt beispielsweise:

$$m\ddot{x} = F_{thermal}(t) - \gamma\dot{x} - m\omega_0^2 x \quad (1.7)$$

beziehungsweise mit $\omega_0^2 = \sqrt{k/m}$ die gebräuchlichere Form

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = F_{thermal}(t). \quad (1.8)$$

1.2 Makroskopische Systeme

Im folgenden wird erarbeitet, wie sich Brownsche Bewegung auch in makroskopischen Systemen beschreiben läßt. Dazu werden einige Begriffe aus der statistischen Physik erläutert.

1.2.1 Mechanischer Oszillator im Phasenraum

Die mikroskopische Beschreibung eines Systems im thermischen Gleichgewicht kann unter Umständen eine extrem große Anzahl von Variablen beinhalten. Makroskopische Prozesse jedoch lassen sich durch Mittelung über viele dieser unabhängigen mikroskopischen Variablen beschreiben. Die dadurch entstehenden makroskopischen Variablen $A = \{A_i\}$ zeigen stochastisches Verhalten, auch wenn die mikroskopischen Variablen des Systems wohl determiniert sein sollten. Der Grund dafür liegt in eben dieser Mittelung über viele unabhängige Variable. In einem mechanischen Oszillator beispielsweise sind mikroskopische Variable die atomaren Wellenfunktionen der den Oszillator aufbauenden Atome. Für eine makroskopische Behandlung des Oszillators freilich reicht es aus, Ort und Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes zu betrachten: $A(t) = \{x(t), \dot{x}(t)\}$. $A(t)$ ist eine stochastische Variable mit dem Mittelwert $\overline{A(t)}$.

Fluktuationen der makroskopischen Variablen um ihren Mittelwert werden dargestellt durch $\alpha = A - \overline{A}$. Diese neuen Variablen α sollen wiederum einer Maxwell-Verteilung unterliegen. Für einen mechanischen Oszillator bedeutet dies, daß sich das System im Phasenraum zwischen x, v und $x + dx, v + dv$ mit der Wahrscheinlichkeit $f(x, v) dx dv$ proportional zu $e^{(-E(x, v)/k_B T)} dx dv$ befindet. Dabei ist $E(x, v) = (kx^2 + mv^2)/2$ die Energie des Phasenraumzustandes bei x und v . Den Proportionalitätsfaktor kann man durch die Normalisierung $\int f(x, v) dx dv = 1$ finden. Man erhält dann:

$$f(x, v) = \frac{\sqrt{km}}{\pi k_B T} e^{-(kx^2 + mv^2)/2k_B T}. \quad (1.9)$$

Es sei darauf hingewiesen, daß in diesem Zusammenhang berechnete Mittelwerte gleich den Werten sind, die der Gleichverteilungssatz liefert:

$$\overline{x^2} = \int x^2 f(x, v) dx dv = k_B T / k \quad (1.10)$$

$$\overline{v^2} = \int v^2 f(x, v) dx dv = k_B T / m. \quad (1.11)$$

Die Mittelung mit Hilfe der Verteilungsfunktion ist gleich der Mittelung über ein Ensemble von Systemen. Der Gleichverteilungssatz war ja implizit schon in der Annahme einer Maxwell-Verteilung enthalten.

1.2.2 Spektrale Dichte

Besonders hilfreich für die Beschreibung statistischer Rauschprozesse ist die sogenannte spektrale Dichte. Dieser Begriff soll nun erläutert werden.

Für jeden stationären Prozeß kann man eine allgemeine Korrelationsmatrix $\rho_{ij}(\tau)$ definieren:

$$\rho_{ij}(\tau) = \langle \alpha_i(t), \alpha_j(t + \tau) \rangle. \quad (1.12)$$

Die Diagonalelemente dieser Matrix bilden die sogenannte *Autokorrelationsfunktion*. Anschaulich gesprochen gibt diese Funktion Auskunft darüber, wie sich ein System mit fortschreitender Zeit entwickelt, beschreibt also zu einem gewissen Zeitpunkt die Abhängigkeit dieses Zustandes vom Ausgangszustand. Für einen stationären Prozeß gilt natürlich Zeitinvarianz, also $\rho(\tau) = \rho^+(-\tau)$.

Nun sei an das *Ergoden-Theorem* der statistischen Mechanik erinnert. In ihm ist postuliert, daß Phasenraummittel dynamischer Funktionen in einem mikrokanonischen Ensemble gleich sind den zeitlichen Mittelwerten. Damit kann man obiges schreiben zu:

$$\rho(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \alpha(t) \cdot \alpha(t + \tau) dt. \quad (1.13)$$

Damit kann man folgende Fourier-Entwicklung vornehmen:

$$\alpha(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (1.14)$$

$$\alpha(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(t) e^{i\omega t} dt. \quad (1.15)$$

Nun wird die Matrix der spektralen Dichte definiert:

$$S(\omega) \equiv \int e^{i\omega t} \rho(t) dt. \quad (1.16)$$

Wie man sieht, ist die Korrelationsmatrix die Fourier-Transformierte der Matrix der spektralen Dichte.

Eine echte Messung wird in der Regel in der Bestimmung einer einzelnen Meßgröße bestehen. Die spektrale Dichte ist nun die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion dieses Systems. Diese Aussage nennt man *Wiener-Khinchin-Theorem*.

1.2.3 Fluktations-Dissipations-Theorem

Mehrfach wurde bisher auf den Zusammenhang zwischen Fluktuationen und Dissipationen in dissipativen Systemen verwiesen. Dieser spielt nicht nur bei der Betrachtung des thermischen Rauschens eine herausragende Rolle, sondern läßt sich in einem viel allgemeineren Zusammenhang stellen, dem *Fluktations-Dissipations-Theorem*. Dessen wohl bekannteste Formulierung stammt von Callen *et al.* [9, 8]. Das Fluktations-Dissipations-Theorem wird im folgenden erarbeitet. Dazu wird zuerst der Begriff der Transferfunktion näher erläutert.

Transferfunktion

Betrachtet sei ein getriebenes System. Die Einwirkung der treibenden Kraft $F(t)$ wird das System zu einer Antwort $A(t)$ veranlassen. Diese sei linear:

$$A(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(t-t')F(t')dt'. \quad (1.17)$$

Das Kausalitätsprinzip erfordert

$$\chi(t) = 0 \quad \text{für } t < 0, \quad (1.18)$$

und da eine endliche Kraft nur eine endliche Antwort des Systems nach sich ziehen soll, gilt:

$$\int_0^{\infty} \chi^2(t)dt < \infty. \quad (1.19)$$

Zur Berechnung der Transferfunktion eines harmonischen Oszillators wird zurückgegriffen auf seine Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) + kx(t) = F(t). \quad (1.20)$$

Dies läßt sich Fourier-transformieren und man erhält

$$(-m\omega^2 - i\gamma\omega + k)x(\omega) = F(\omega), \quad (1.21)$$

und da aus der Fourier-Transformation der linearen Antwortfunktion

$$x(\omega) = \chi(\omega)F(\omega) \quad (1.22)$$

folgt [18], ist die Transferfunktion im Frequenzraum

$$\chi(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 - i\gamma\omega + k} \quad (1.23)$$

bzw. mit $\omega_1^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{m^2}$ im Zeitraum

$$\chi(t) = \begin{cases} 0 & : t < 0 \\ \frac{2\pi}{m\omega_1} e^{-\gamma t/2m} \sin \omega_1 t & : t > 0. \end{cases} \quad (1.24)$$

Eine detailliertere Darstellung der Berechnung einer Transferfunktion findet man z.B. in [18]. Anschaulich gesprochen gibt die Transferfunktion eines Systems Auskunft darüber, wie das System auf das Einwirken einer "störenden" Kraft reagiert. Erläutert wird dies anhand eines mechanischen Beispiels in [45].

Fluktuations-Dissipations-Theorem

Im folgenden soll mit Hilfe des Wissens über die Antwort eines Systems auf eine anregende Kraft das Fluktuations-Dissipations-Theorem im Frequenzraum hergeleitet werden. Die Anregung soll stufenförmig sein, d.h.:

$$F(t) = \begin{cases} F_0 & : t < 0 \\ 0 & : t > 0. \end{cases} \quad (1.25)$$

Die Fourier-Transformierte dieser Kraft läßt sich nach [18] darstellen als

$$F(\omega) = \pi F_0 \delta(\omega). \quad (1.26)$$

Die Antwort des Systems auf eine solche Kraft ist im Zeitbild

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} x(\omega) \quad (1.27)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} \chi(\omega) F(\omega). \quad (1.28)$$

Dieser Ausdruck läßt sich mit Hilfe der *Kramers-Kronig-Relation* schreiben zu

$$x(t) = \frac{F_0}{i\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} \frac{\text{Im}[\chi(\omega)]}{\omega} + \frac{F_0}{2} \chi(0), \quad (1.29)$$

wobei $P \int_{-\infty}^{\infty}$ den Hauptwert des Integrals bezeichnet.

Damit läßt sich nun die Korrelationsmatrix $\rho(\tau) = \langle \alpha(t), \alpha(t+\tau) \rangle$ für $t > 0$ berechnen (siehe dazu z.B. [18] und Referenzen darin). Unter Einbeziehung des Gleichverteilungssatzes ergibt sich:

$$\rho(t) = \frac{k_b T}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega t} \frac{\text{Im}[\chi(\omega)]}{\omega}. \quad (1.30)$$

Hiermit ist eine Beziehung hergestellt zwischen der Korrelationsmatrix der Fluktuationen und den Dissipationen des Systems, ausgedrückt in $\text{Im}[\chi(\omega)]$. Mit Hilfe des oben erläuterten *Wiener-Khinchin-Theorems* läßt sich die Korrelationsmatrix nun in eine spektrale Dichte überführen:

$$S(\omega) = \frac{2k_b T}{\pi} \frac{\text{Im}\chi(\omega)}{\omega} \quad (1.31)$$

Diese Schreibweise des Theorems scheint noch immer etwas "unhandlich", weshalb ab jetzt die adäquate Darstellung von Callen *et al.* [9] benutzt werden wird. Die spektrale Dichte der ein System treibenden thermischen Kraft ist gegeben durch:

$$F_{thermal}^2(\omega) = 4k_B T \text{Re}[-Z(\omega)], \quad (1.32)$$

und die spektrale Dichte der dadurch hervorgerufenen Bewegung ist

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega^2} \text{Re}[-Y(\omega)]. \quad (1.33)$$

Dabei ist $Z(\omega)$ die Impedanz des Systems und $Y(\omega) = Z^{-1}(\omega)$.

1.2.4 Thermisches Rauschen eines gedämpften harmonischen Oszillators

Nun soll das thermische Rauschen des behandelten gedämpften harmonischen Oszillators berechnet werden. Die bekannte Bewegungsgleichung ist

$$F = m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx. \quad (1.34)$$

Mit dem üblichen Lösungsansatz $x(t) = x_0 e^{i\omega t}$ und $Z = F/\dot{x}$ gilt:

$$Z = mi\omega + \gamma + \frac{k}{i\omega}. \quad (1.35)$$

Dies eingesetzt in den Ausdruck für die spektrale Dichte der Bewegung

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T \operatorname{Re}(-Z^{-1})}{\omega^2} \quad (1.36)$$

ergibt:

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T \gamma}{m(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (1.37)$$

Man sieht, daß bei $\omega = \omega_0$ die Bewegung des Oszillators am stärksten ist. Aber auch bei $\omega \neq \omega_0$ sind Anteile der Bewegung zu messen.

Besonders hingewiesen sei auf die Abhängigkeit von Faktoren γ , der die Reibung beschreibt. Je mehr Reibung der Oszillator erfährt, desto stärker wird, bei gleichbleibender Temperatur, das thermische Rauschen bei $\omega \neq \omega_0$. Ungeachtet dessen bleibt die Fläche unter der Kurve gleich für alle γ . Diese Tatsache ist anschaulich verständlich:

Die Bewegung eines harmonischen Oszillators ist im wesentlichen sinusförmig. Unterliegt der Oszillator keiner Dissipation, so wird er eine reine Sinusschwingung ausführen und dabei Amplitude und Phase für alle Zeiten konstant halten. Die ganze Energie ($k_B T/2$) wird in Bewegung auf der Resonanz umgesetzt. Mit zunehmender Dämpfung wird die Amplitude auf der Resonanz jedoch immer geringer. Da aber die Energie dieselbe ist, müssen die Amplituden der Bewegung bei $\omega \neq \omega_0$ größer werden.

Damit liefert das Fluktuations-Dissipations-Theorem nicht nur eine *Beschreibung* des thermischen Rauschens in einem interferometrischen Meßprozeß sondern auch gleichzeitig eine entscheidende Möglichkeit zur *Verringerung* der spektralen Rauschdichte auf den Meßfrequenzen:

Alle beteiligten mechanischen Oszillatoren (zum Beispiel die Spiegelsubstrate) sollen möglichst wenig Dämpfung unterliegen, und die Resonanzfrequenzen sollen weit weg vom spektralen Meßbereich liegen.

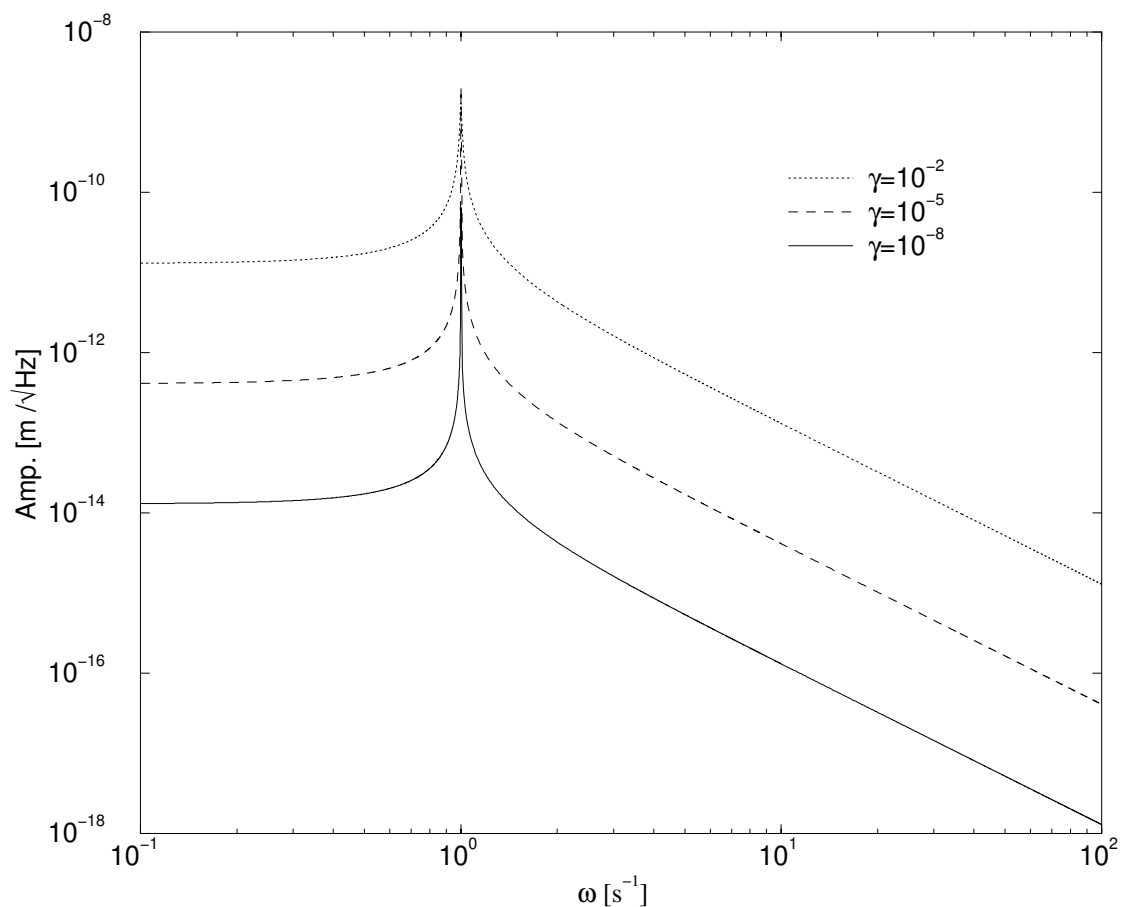


Abbildung 1.1: Die spektrale Dichte des thermischen Rauschens eines harmonischen Oszillators mit $\omega_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ berechnet nach (1.37) für verschiedene Reibungskoeffizienten. Die sichtbare Höhe der Resonanz ist limitiert durch die Auflösung der Darstellung. Die Resonanz ist bei niedrigerem Reibungskoeffizienten höher.

1.3 Dämpfungsmodelle und der Begriff der mechanischen Güte

In den bisherigen Betrachtungen wurde von Dämpfung proportional zur Geschwindigkeit ausgegangen. Im folgenden sollen typische Reibungsprozesse untersucht werden. Desweiteren wird eine zweite Art der Dämpfung eingeführt, die strukturelle Dämpfung.

1.3.1 Viskose Dämpfung

In den meisten Fällen wird die Dämpfung eines mechanischen Oszillators geschwindigkeitsabhängig sein. Damit ist die rückstellende Kraft entsprechend des Hookschen Gesetzeses $F_{friction} = -k\dot{x}$ mit $k \in \mathbb{R}$.

Gasdämpfung

Ein typischer Mechanismus zur Dämpfung eines mechanischen Oszillators sind Stöße des Oszillators mit den ihn umgebenden Gasmolekülen. Der Einfluß dieser Stöße wird mit Hilfe des Modells der kinetischen Gasdämpfung am Beispiel eines Pendels untersucht. Die dämpfende Kraft wird durch Stöße der Gasmoleküle mit der sich bewegenden Pendelfläche hervorgerufen. Die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle sei wesentlich höher als die Geschwindigkeit des Pendels selbst:

$$\langle v_{Gas} \rangle \gg |v_{Pendel}|. \quad (1.38)$$

Die mittlere thermische Geschwindigkeitsverteilung des Restgases folgt der Maxwell-Boltzmann-Verteilung:

$$\langle v_{Gas} \rangle = 2 \sqrt{\frac{2k_B T}{\pi m_{gas}}}. \quad (1.39)$$

Die Reibungskraft ergibt sich zu [20]:

$$F(v) = 2pA \sqrt{\frac{2m_{gas}}{\pi k_B T}} v \quad (1.40)$$

Damit kann man mit Hilfe der noch zu definierenden Güte und deren Zusammenhang mit den Verlusten (siehe Abschnitt 1.3.6) diese berechnen:

$$\Phi(\omega) = \frac{2pA\omega}{m\omega_0^2} \times \sqrt{\frac{2m_{gas}}{\pi k_B T}}. \quad (1.41)$$

Dabei ist A die Fläche des Pendels senkrecht zur betrachteten Bewegungsrichtung, m dessen Masse, m_{gas} die Masse der einzelnen Gasmoleküle, ω_0 die Resonanzfrequenz der entsprechenden Pendelmode und p der Druck.

Rückstoßverluste

Ein sich bewegendes Pendel übt eine Kraft auf seinen Aufhängepunkt aus, der sich, der Kraft folgend, mitbewegt. Betrachtet man nun auch den Aufhängepunkt als verlustbehafteten Oszillator, so wird ein Teil der Energie des Pendels in dem Oszillator des Aufhängepunktes dissipiert. Diese Rückstoßverluste sind wiederum frequenzabhängig. Sie ergeben sich zu:

$$\Phi_{pendel}^{recoile}(\omega) = \frac{m_{pendel}}{m_{support}} \Phi_{support}(\omega) \frac{\omega_{pendel}^2 \omega_{support}^2}{(\omega_{support}^2 - \omega^2)^2 + \omega_{support}^4 \Phi_{support}^2(\omega)}. \quad (1.42)$$

Jenseits der Resonanzfrequenzen des Systems fallen die Rückstoßverluste mit f^{-4} ab.

1.3.2 Strukturelle Dämpfung, das Maxwell-Modell inelastischer Festkörper

Die im letzten Abschnitt dargestellten viskosen Dämpfungsprozesse lassen sich im Prinzip durch sorgfältige Wahl der experimentellen Parameter immer weiter verringern. Spielen sie keine Rolle mehr, dann wird ein mechanischer Oszillator nur noch durch interne Prozesse im Material gedämpft. Diese internen Prozesse werden nun vorgestellt. Die Ausführungen folgen im wesentlichen [4]. Für eine ausführlichere Darstellung sei z. B. auf [6] verwiesen. Aus dem Hookschen Gesetz für elastische Festkörper weiß man, daß bei einer Dehnung ε des Festkörpers die dadurch aufgebaute innere Spannung σ direkt proportional zur Dehnung ist. Das Dehnungsmodul M des Festkörpers ist dabei die Proportionalitätskonstante. Dieser Zusammenhang wird durch das Hooksche Gesetz beschrieben:

$$\sigma = M\varepsilon. \quad (1.43)$$

Das Verhalten eines inelastischen Festkörpers jedoch weicht davon ab. Zwar bleibt die Linearität des Hookschen Gesetzes erhalten, jedoch wird sich zwischen Dehnung und Spannung erst nach einer zeitlichen Verzögerung ein neues Gleichgewicht einstellen [36]. Das Dehnungsmodul ist nun also zeitabhängig

$$\sigma = M(t) \varepsilon, \quad (1.44)$$

die Spannung folgt einer periodischen Anregung $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$ mit einer Phasenverschiebung ϕ

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{i(\omega t - \phi)} = (\sigma_1 - i\sigma_2) e^{i\omega t}. \quad (1.45)$$

Beschrieben wird ein solches Verhalten mit dem *Maxwell-Modell*. Dabei werden zwei Federn parallel geschaltet, beide Federn seien dämpfungsfrei. Zu einer der Federn jedoch wird eine zusätzlicher viskoser Dämpfungsterm in Reihe geschaltet. Bei einer einsetzenden Dehnung folgt dieser Zweig des Systems aufgrund des viskosen Teils zeitlich verzögert. Nach einer Zeit τ stellt sich bei konstanter Dehnung ein Gleichgewicht ein. Unter Be-

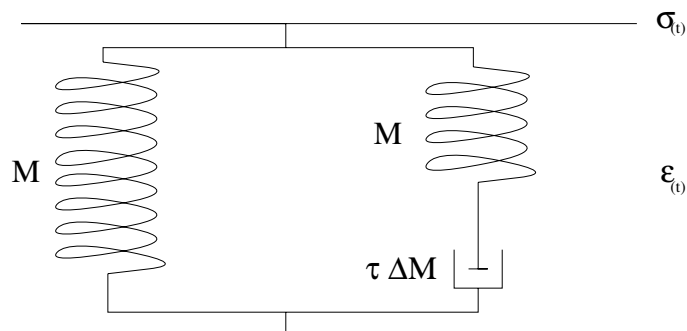


Abbildung 1.2: Modell eines inelastischen Festkörpers mit gekoppelter viskoser Dämpfung nach [36] bzw. [40].

rücksichtigung der Linearität zwischen σ und ε kann man nun eine Bewegungsgleichung aufstellen [14]:

$$\sigma + \tau \dot{\sigma} = M\varepsilon + (M + \Delta M)\tau \dot{\varepsilon}. \quad (1.46)$$

ΔM ist die Differenz zwischen ungedehntem und gedehntem Dehnungsmodul. Mit Hilfe des Ansatzes einer periodischen Dehnung erhält man einen Anteil M_1 des Dehnungsmodules *in Phase* mit der Dehnung und einen um $\pi/2$ phasenverschoben Anteil M_2 .

$$M_1(\omega) = M + \Delta M \frac{(\omega\tau)^2}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (1.47)$$

$$M_2(\omega) = \Delta M \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (1.48)$$

Nun kann man aus dem Quotienten beider den *Verlustwinkel* $\Phi(\omega)$ bestimmen:

$$\frac{M_2(\omega)}{M_1(\omega)} = \tan \phi(\omega). \quad (1.49)$$

Wenn die Dämpfung sehr gering ist, so ist $\tan \phi \cong \phi$ mit derselben Frequenzabhängigkeit wie M_2 :

$$\phi(\omega) = \frac{\Delta M}{M} \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \quad (1.50)$$

mit der Relaxationsstärke $\Delta = \frac{\Delta M}{M}$ und der Relaxationszeit τ . Mit diesen beiden Größen kann jeder interne Verlust eines Oszillators in Abhängigkeit von der Frequenz charakterisiert werden. In Abbildung 1.3 ist diese Frequenzabhängigkeit berechnet für einen Relaxationsprozeß gegebener Stärke dargestellt. Das Maximum bei $\log(\omega\tau) = 0$ wird als *Debye Peak* bezeichnet und ist charakteristisch für die Art des Relaxationsprozesses.

1.3.3 Relaxationsprozesse

Typische Relaxationsprozesse mit ihren Relaxationszeiten sollen nun dargestellt werden.

Phonon-Phonon Streuung

Die einzelnen Atome eines Festkörpers mit $T > 0$ führen Schwingungen um ihren Gitterplatz aus, der Festkörper kann also als System gekoppelter Oszillatoren mit der Zustandsdichte einer Bose-Einstein Verteilung beschrieben werden. Damit lassen sich die einzelnen Normalschwingungen des Gitters als *Phononen* beschreiben [28].

Makroskopische Schwingungen des Festkörpers in Form akustischer Wellen modulieren die Verteilung der Phononen im Festkörper und erzeugen damit einen lokalen Nichtgleichgewichtszustand. Dies führt zu Energiedissipation der akustischen Welle, also zu einer

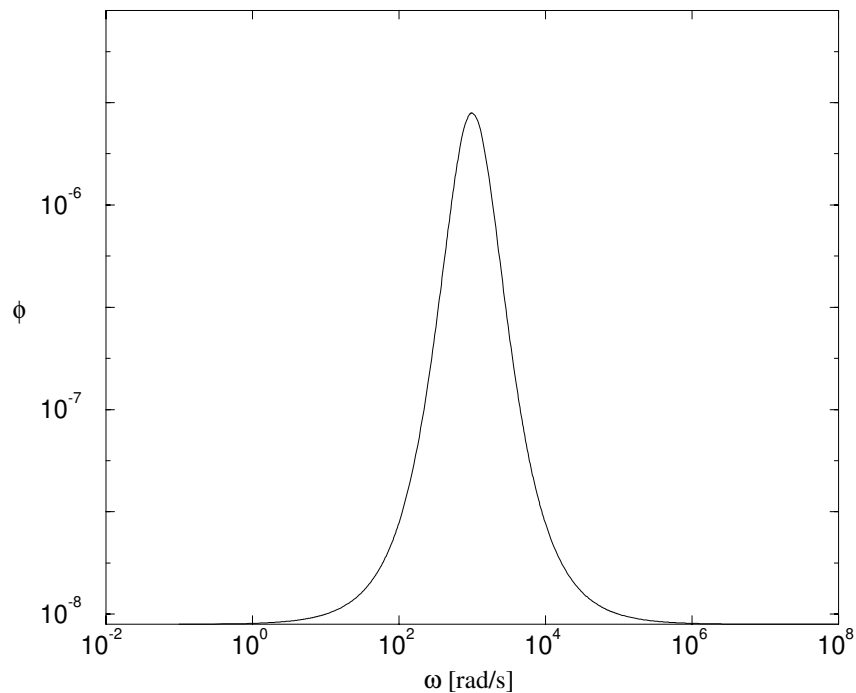


Abbildung 1.3: Verluste als Funktion der Frequenz berechnet zu gegebenem $\Delta = 10^{-6}$ und $\tau = 10^{-3}$ mit Hilfe des Modells des inelastischen Festkörpers

Dämpfung der Festkörperschwingung. Voraussetzung für diesen Prozeß ist, daß die akustische Wellenlänge groß ist gegen die freie Weglänge der Phononen. Bei einatomaren Kristallen können extrem große akustische Wellenlängen allerdings dazu führen, daß alle Frequenzen der thermischen Phononen gleich verschoben werden und damit ohne Dissipation der akustischen Welle ein neuer Gleichgewichtszustand entsteht.

Bei anisotropen Kristallen enthält die Phononenverteilung unterschiedliche Beiträge in den räumlichen Normalmoden. Die Wechselwirkung dieser Moden untereinander führt hier immer auch zu Dissipation der akustischen Welle. Diese Koppelung aufgrund der Anisotropie wird durch den sogenannten *Grüneisen-Parameter* beschrieben, der jedoch für die meisten Materialien unbekannt ist. Deshalb stützt man sich auf die verallgemeinerte Beschreibung durch die Relaxationszeiten τ_{ph} dieser Wechselwirkungsprozesse. Quantitativ werden diese Verluste beschrieben durch [6]:

$$\phi(\omega) = \frac{CT\gamma^2}{\rho v^2} \frac{\omega\tau_{ph}}{1 + (\omega\tau_{ph})^2} \quad (1.51)$$

mit

$$\tau_{ph} = \frac{3\kappa}{Cv^2}. \quad (1.52)$$

C ist die Wärmekapazität, T die Temperatur, v die Schallgeschwindigkeit und ρ die Dichte des Festkörpers. Der Grüneisen-Parameter γ , der, wie schon oben erwähnt, meist nicht

genau bekannt ist, wird als freier Parameter zum Anpassen der Funktion an gemessene Daten benutzt. Die Phononenrelaxationszeit hängt von der thermischen Leitfähigkeit κ ab.

Thermoelastische Dämpfung

Ein weiterer Dämpfungsmechanismus hängt ab von der speziellen Geometrie der Festkörperschwingung. Er wird hier für die Verbiegen des Aufhängungsfadens des oben erwähnten schwingenden Pendels beschrieben.

Durch das Verbiegen des Fadens entsteht eine Temperaturdifferenz ΔT über dem Querschnitt des Fadens. Den Ort $\Delta T = 0$ bezeichnet man als Kern. Die Temperaturdifferenz innerhalb des Fadens wird durch die Wärmeleitfähigkeit des Fadens ausgeglichen, es entsteht ein Verlust in der Schwingungsmode des Pendels. In [29] findet sich eine quantitative

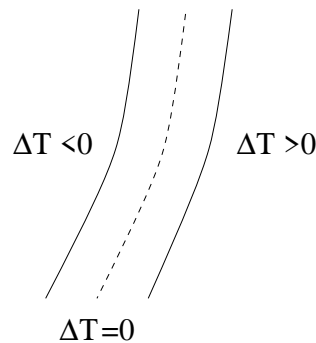


Abbildung 1.4: Temperaturdifferenz ΔT beim Verbiegen einer Faser

Analyse dieses Verlustes für eine Faser mit rundem Durchmesser d :

$$\phi = \frac{E\theta^2 T}{C} \frac{\omega\tau_{th}}{1 + (\omega\tau_{th})^2} \quad (1.53)$$

$$\text{mit } \tau_{th} = \frac{d^2 C}{2\pi \cdot 2.16 \kappa} \quad (1.54)$$

Hierbei steht E für das Youngsche Modul und für den Auslenkwinkel. Im Gegensatz zur Phonon-Phonon Wechselwirkung ist hier die Relaxationzeit umgekehrt proportional zur thermischen Leitfähigkeit κ und proportional zur Wärmekapazität C .

Ein in der interferometrischen Meßtechnik sehr häufig verwendetes optisches Material ist Quarzglas, besonders über Hydrolyse hergestelltes synthetisches Quarz. Dieses Material besitzt aufgrund seiner amorphen Struktur und der durch den Herstellungsprozeß bedingten großen Reinheit sehr gute optische Eigenschaften. So ist es z.B. möglich, synthetisches Quarz nahezu spannungsfrei herzustellen und damit unerwünschte Doppelbrechung in optischen Substraten weitestgehend auszuschließen. Weiterhin ist der Absorptionskoeffizient von synthetischem Quarz über einen weiten Spektralbereich sehr gering. Dieses

Material kommt z.B. bei den im Bau befindlichen interferometrischen Gravitationswellendetektoren zum Einsatz. Es wird auch im Rahmen dieser Arbeit ausführlich untersucht. Deshalb soll es im weiteren genauer vorgestellt werden.

In Abbildung 1.5 sind die bisher untersuchten Relaxationsprozesse auf eine Faser aus synthetischem Quarz mit dem Durchmesser $50\mu\text{m}$ dargestellt. Damit ergibt sich

$$\Delta = \frac{E\theta^2 T}{C} = 6.9 \times 10^{-6} \quad \text{und} \quad \tau_{th} = 3 \times 10^{-6} \text{s} \quad (1.55)$$

für die thermoelastische Dämpfung.

Für die Phonon-Phonon-Streuung ergibt sich

$$\Delta = \frac{CT\gamma^2}{\rho v^2} = 3 \times 10^{-6} \quad \text{und} \quad \tau_{ph} = 1.6 \times 10^{-10} \text{s} \quad (1.56)$$

bei 293 Kelvin und $\gamma = 1$.

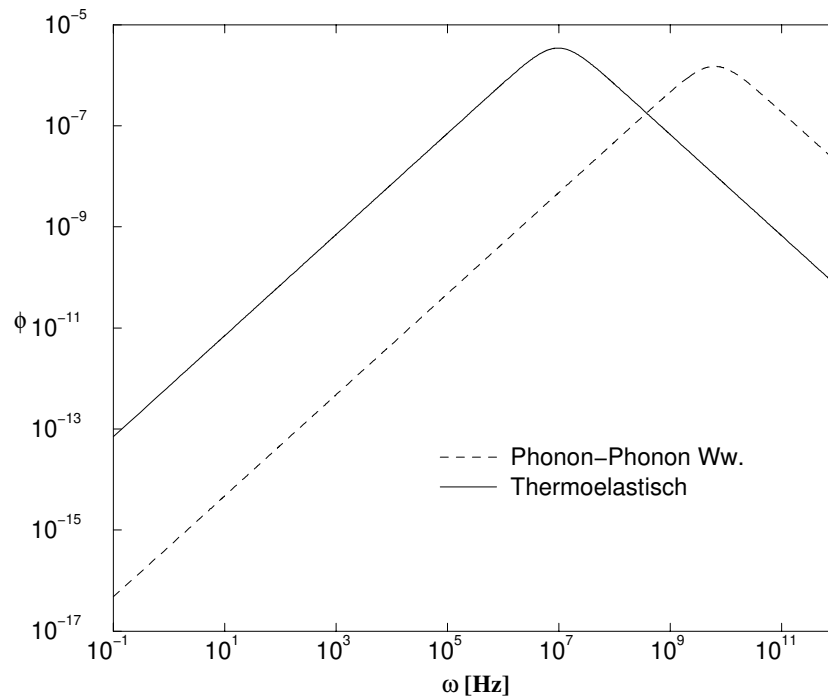


Abbildung 1.5: Frequenzabhängigkeit thermischer Dämpfungsprozesse berechnet für Quarzglas mit den im Text gegebenen Parametern

1.3.4 Interne Effekte in amorphem Quarz

Relaxationsprozesse, die mit der Bewegung einzelner Atome zusammenhängen, zeigen eine thermische Aktivierung. Sie treten auf, wenn die Bewegungen der Atome durch zusätzliche Schwingungsenergie verursacht wird und diese dann irreversibel dissipiert wird.

Die zugehörigen Relaxationszeiten τ werden durch die Arrhenius Gleichung beschrieben:

$$\tau^{-1} = \tau_0^{-1} e^{\frac{-H_0}{k_b T}} \quad (1.57)$$

τ_0^{-1} ist die Rate, mit der die Aktivierung eines Prozesses stattfindet und H_0 ist die dazu benötigte Aktivierungsenergie. Für die Verluste eines Systems ergibt sich hiermit:

$$\phi(\omega) = \Delta \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (1.58)$$

Hieraus folgt bei fester Resonanzfrequenz ω_0 unter Berücksichtigung von

$$\ln(\omega_0 \tau) = \ln(\omega_0 \tau_0) + \frac{H_0}{k_b T}, \quad (1.59)$$

daß die Verluste mit $1/T$ genauso wie mit der Frequenz ω skalieren. Bei Quarzglas handelt es sich um eine amorphe Struktur der Kieselsäure SiO_2 . Die Beschreibung dieser Struktur, die aus Röntgenstreuversuchen, Infrarotspektroskopie, Elektronen Spin Resonanzmessungen und Rasterelektronenmikroskopie gewonnen wurden, bezieht sich auf [47], [42] und [11]. Die unterste Struktur in Quarzglas besteht aus einem Tetraeder, in dessen Zentrum sich das Siliziumatom befindet, an dem sich jeweils σ -Bindungen zum Sauerstoff anschließen. Der Sauerstoff dient somit als Brücke zum nächsten Silizium (Abbildung 1.6). Die Bindungswinkel zwischen $\text{Si}-\text{O}$ variieren im Bereich von $140^\circ - 155^\circ$. Es bildet sich also

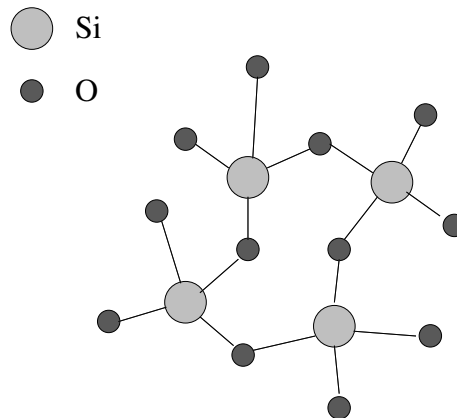


Abbildung 1.6: Gitterstruktur von SiO_2 als kleinste kristalline Untereinheit in Quarzglas

eine ungeordnete Netzwerkstruktur aus, was besonders in den geringen Brechungsindexdifferenzen in Abhängigkeit vom Winkel deutlich wird, im Gegensatz zu Kristallen (Doppelbrechung). Es treten aber auch Fehlstellen in Form aufgebrochener $\text{Si}-\text{O}-\text{Si}$ Brücken auf, in diesem Fall bildet sich zwischen $\text{Si}-\text{O}$ eine Doppelbindung aus. Die Anzahl dieser Fehlstellen variiert mit der Herstellung des Quarzglases. So wird die Dichte mit steigender Abkühlrate geringer, was auf eine porösere Struktur, d.h. hohe Fehlstellenanzahl, hinweist. Aber nicht nur die Temperatur sondern auch die Art der Herstellung von reinen Quarzgläsern spielt eine wichtige Rolle bei der Anzahl und der Art der Fehlstellen. Durch

das Schmelzen von Quarzgläsern, deren Ausgangsprodukt natürlicher Bergkristall oder SiCl_4 ist, in einem elektrisch beheizten Ofen treten größere Dichten auf als bei Gläsern, die in einer Wasserstoff-Sauerstoff Flamme geschmolzen werden, da einige Si–O Bindungen durch OH-Gruppen ersetzt werden. Verunreinigungen durch Metalle, wie sie bei natürlichen Quarzgläsern auftreten, sind eine weitere Quelle für Fehlstellen in der Netzstruktur.

Diese Fehlstellen erlauben, wie z.B. bei ungesättigten Si–O–Si Brücken, Oszillationen innerhalb zweier Gleichgewichtszustände, was zu Verlusten im Niedertemperaturbereich (10 bis 100 Kelvin) aufgrund der geringen Aktivierungsenergie führt, wie sie von [6] gemessen wurden. Verunreinigungen durch metallische Ionen zeigen eine höhere Aktivierungsenergie und treten somit erst im Bereich von 100 bis 300 Kelvin auf. Im hohen Temperaturbereich, bei reinen Quarzgläsern 1500 Kelvin, also kurz vor der Schmelztemperatur, zeigt sich ein weiterer Relaxationspeak [2]. Die Ursache hierfür liegt in dem Phasenübergang vom inelastischen Festkörper zur viskosen Flüssigkeit. Dieser Übergang ist bei Gläsern wesentlich breiter als bei Kristallen, da sich Gläser thermodynamisch gesehen in einem metastabilen Zustand befinden, was sich am besten in dem Begriff „erstarrte Flüssigkeit“ für den Glaszustand widerspiegelt [4].

1.3.5 Thermisches Rauschen bei struktureller Dämpfung

Wegen der Abhängigkeit des thermischen Rauschens eines harmonischen Oszillators von seinen Verlusten (siehe Abschnitt 1.2.4) ist es für einen hochpräzisen interferometrischen Meßprozeß wichtig, daß alle in Frage kommenden mechanischen Oszillatoren extrem hohe Güte besitzen. Wie ausgeführt, kann durch das Ausschalten von geschwindigkeitsabhängigen Dämpfungsprozessen ein mechanischer Oszillator geschaffen werden, der nur noch durch interne Prozesse im Material selbst Energie dissipiert. Dies wiederum hat nun einen Einfluß auf das thermische Rauschen eines solchen Körpers. Um dies zu erläutern, muß zunächst eine generalisierte Form des Hookschen Gesetzes eingeführt werden. In ihr ist die Federkonstante k komplex. Damit ergibt sich für die Federkraft:

$$F_{spring}(\omega) = -k[1 + i\Phi(\omega)]x. \quad (1.60)$$

Nun kann man eine neue Bewegungsgleichung aufstellen:

$$m\ddot{x} + k(1 + i\phi(\omega))x = F_{thermal} \quad (1.61)$$

Ein Oszillator, der mit einer solchen Bewegungsgleichung beschrieben werden kann, wird als *strukturell gedämpfter* Oszillator bezeichnet. Mit

$$Z(\omega) = i\omega m - \frac{k}{i\omega} - \frac{k\Phi}{\omega} \quad (1.62)$$

sowie

$$Re[Z(\omega)] = \frac{-k\Phi}{\omega} \quad (1.63)$$

ergibt sich die spektrale Dichte der anregenden Kraft zu

$$F_{thermal}^2(\omega) = 4k_B T \frac{k\Phi}{\omega} \quad (1.64)$$

und mit

$$Re[Y(\omega)] = \frac{\omega k_B T}{(k - m\omega^2)^2 + k^2 \Phi^2} \quad (1.65)$$

die spektrale Dichte des thermischen Rauschens bei struktureller Dämpfung zu

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T k \Phi(\omega)}{\omega [(k - m\omega^2)^2 + k^2 \Phi^2(\omega)]}. \quad (1.66)$$

Mit $\kappa = m\omega_0^2$ läßt sich dies umschreiben in die gebräuchlichere Form:

$$x^2(\omega) = \frac{4k_B T \omega_0^2 \Phi(\omega)}{\omega m [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega_0^4 \Phi^2(\omega)]}. \quad (1.67)$$

Abbildung 1.7 zeigt die spektralen Dichten des thermischen Rauschens eines harmonischen Oszillators mit der Frequenz $\omega_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ bei struktureller sowie bei geschwindigkeitsabhängiger Dämpfung. Es ist deutlich zu erkennen, daß bei struktureller Dämpfung die spektrale Dichte bei $\omega > \omega_0$ stärker fällt als bei geschwindigkeitsabhängiger Dämpfung. Bei $\omega = \omega_0$ sind beide Prozesse nicht voneinander zu unterscheiden. Im Frequenzbereich $\omega < \omega_0$ ist bei struktureller Dämpfung im Gegensatz zu geschwindigkeitsabhängiger Dämpfung ein Ansteigen der spektralen Dichte des thermischen Rauschens zu beobachten. Dies scheint im ersten Moment widersprüchlich, ginge doch damit das Integral über die Kurve mit $f = 0$ gegen unendlich. Das kann natürlich bei einer endlichen Anregungsenergie entsprechend dem Gleichverteilungssatz nicht sein. Daraus muß nun der Schluß gezogen werden, das das Modell der strukturellen Dämpfung nur innerhalb eines bestimmten Frequenzbereichs gültig ist. Bei sehr niedrigen Frequenzen setzen erneut geschwindigkeitsabhängige Dämpfungsprozesse ein [39].

1.3.6 Mechanische Güte

Bisher wurde gezeigt, wie Dissipationen und Fluktuationen in mechanischen Oszillatoren zusammenhängen. Es wurde die Notwendigkeit dargestellt, bei interferometrischen Messungen optische Elemente mit möglichst geringen mechanischen Verlusten zu benutzen. Dabei ist es wichtig, die Frequenzabhängigkeit dieses mechanischen Verlustes zu beachten und in die Berechnung der spektralen Dichte des thermischen Rauschens die Verluste im Bereich der Beobachtungsfrequenz der Messung eingehen zu lassen. Nun ist es allerdings nicht einfach, für mechanische Oszillatoren die Verluste auf Frequenzen $\omega \neq \omega_0$ zu bestimmen. Deshalb wird der Begriff der mechanischen Güte eingeführt und eine Annahme über den Zusammenhang der mechanischen Güte und den Verlusten gemacht.

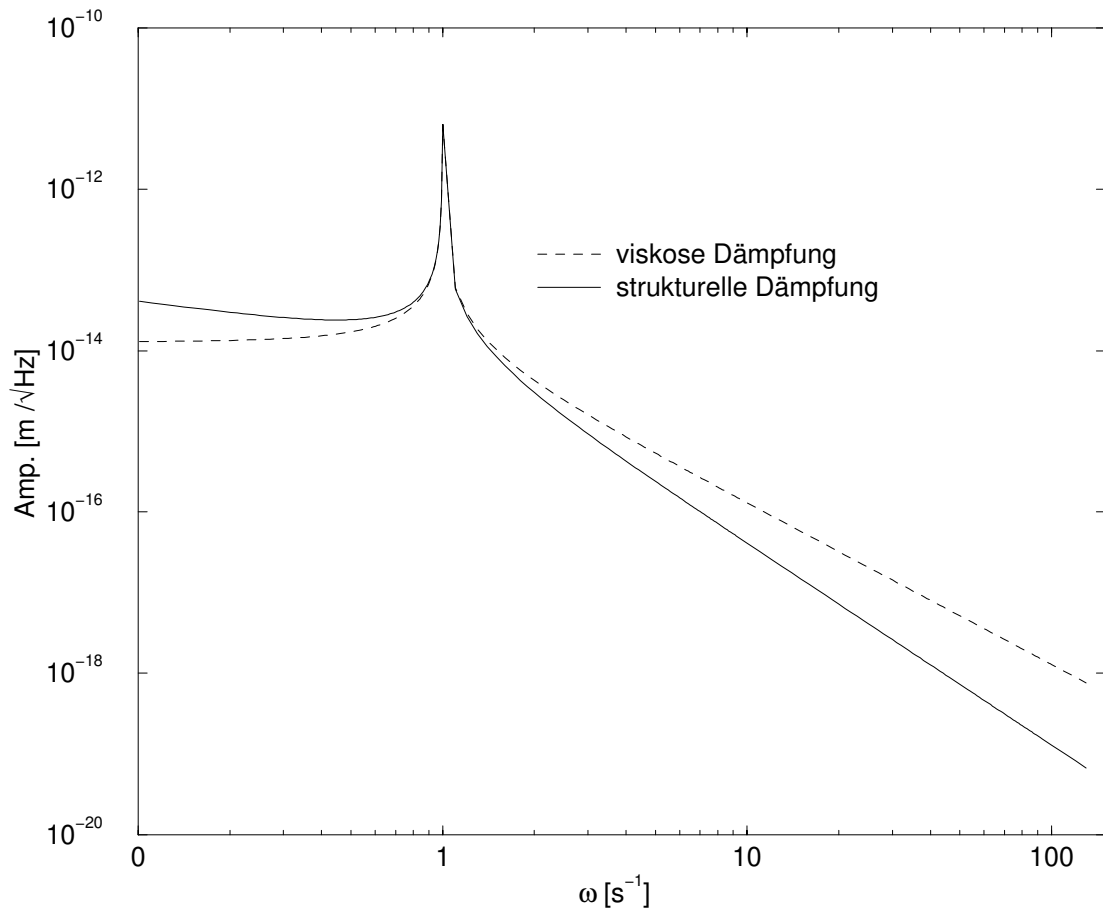


Abbildung 1.7: Spektrale Dichte des thermischen Rauschens eines Oszillators mit Resonanzfrequenz $\omega_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ und gegebenen Verlusten berechnet für geschwindigkeitsabhängige und für strukturelle Dämpfung

Die Güte eines Oszillators ist definiert als der Quotient aus in der Schwingung gespeicherter Energie und Energieverlust pro Umlauf:

$$Q = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{Energieverlust pro Umlauf}}. \quad (1.68)$$

Die Energie des ungedämpften harmonischen Oszillators ist:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}kx^2(t) \quad (1.69)$$

Mit

$$x(t) = x_0 \sin(\omega_0 t) \quad (1.70)$$

$$\dot{x}(t) = x_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t) \quad (1.71)$$

und

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} \quad (1.72)$$

ergibt sich die Energie des Oszillators zu

$$E(0) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x_0^2. \quad (1.73)$$

Führt man nun eine Dämpfung ein, so ist die Energie des Oszillators zum Zeitpunkt t :

$$E(t) = E(0)e^{-\frac{\gamma}{m}t}. \quad (1.74)$$

Damit gilt:

$$Q = 2\pi \frac{1}{e^{\frac{\gamma}{m}t} - e^{\frac{\gamma}{m}(t+T)}}. \quad (1.75)$$

Mit $t = 0$ ergibt sich

$$Q = 2\pi \frac{1}{1 - e^{\frac{\gamma}{m}(T)}} \quad (1.76)$$

Nun kann man die die Exponentialfunktion entwickeln und erhält unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung

$$Q = 2\pi \frac{1}{\frac{\gamma}{m}(T)} \quad (1.77)$$

$$= 2\pi \frac{m}{\gamma T} \quad (1.78)$$

und mit $T = 2\pi/\omega_0$

$$Q = \frac{m\omega_0}{\gamma}. \quad (1.79)$$

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Güte eines Systems zu bestimmen. Einerseits kann man die Transferfunktion messen. Die Güte des Oszillators ist dann definiert durch den Quotienten aus Resonanzfrequenz und Breite der Resonanzlinie, gemessen auf der halben Höhe der Resonanz:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_{FWHM}} \quad (1.80)$$

Häufig wird eine weitere Möglichkeit benutzt, die Messung der Abklingzeit. Mit $\gamma = m/\tau_E = 2m/\tau_A$ gilt:

$$Q = \pi f_0 \tau_A. \quad (1.81)$$

Hierbei ist τ_E die *Zerfallszeit* der Energie und τ_A die der Amplitude.

Güte bei viskoser und struktureller Dämpfung

Wie bereits gesagt, ist die eingeführte Größe Q diejenige, welche einer Messung am einfachsten zugänglich ist. Man kann sie durch Anregen des Oszillators und anschließender

Messung der Zerfallszeit bestimmen. Möchte man nun daraus die Limitierung der Empfindlichkeit eines interferometrischen Detektors durch das thermische Rauschen bestimmen, benötigt man ein Modell über den Zusammenhang zwischen der für die Resonanzfrequenz gemessenen Güte und den Verlusten für die Meßfrequenzen des Detektors. Dazu schreibt man wie in 1.3.2 die Verluste als eine Phasenverschiebung zwischen anregender Kraft und der Antwort des Systems darauf. Im allgemeinen Fall viskoser Dämpfung gilt:

$$\Phi = \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (1.82)$$

Anders jedoch bei einem Oszillator, dessen Verluste im wesentlichen nur noch durch die oben eingeführte strukturelle Dämpfung gegeben sind. Betrachtet sei z.B. ein periodisch gedehnter Festkörper. Dessen Energie pro Volumeneinheit ist

$$E = \int \sigma d\varepsilon. \quad (1.83)$$

Bei periodischer Spannung $\sigma = \sigma_0 e^{i\omega t}$ folgt auf Grund der Linearität des Hookschen Gesetzes für die Dehnung $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \Phi(\omega))}$. Damit läßt sich obiges Integral ausführen. Nach [30] ergibt sich

$$E_L = \pi \varepsilon_0 \sigma_0 \sin \Phi(\omega) \quad (1.84)$$

für den Energieverlust pro Umlauf und

$$E_T = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \sigma_0 \cos \Phi(\omega) \quad (1.85)$$

für die in der Festkörperschwingung gespeicherten Energie. Damit folgt aus der Definition für die Güte

$$Q = \frac{1}{\tan \Phi(\omega)} \approx \frac{1}{\Phi(\omega)}. \quad (1.86)$$

Bemerkenswert ist die Tatsache, daß nun keine Frequenzabhängigkeit der mechanischen Verluste mehr besteht. Bei struktureller Dämpfung kann man also von einer geschwindigkeitsunabhängigen Reibung sprechen!

Legt man diese Annahme zugrunde, so kann man nun die mechanische Güte eines in einer interferometrischen Messung benutzten optischen Systems messen und daraus die Limitierung der Meßgenauigkeit des Interferometers durch das thermische Rauschen berechnen. Im nächsten Kapitel sollen Systeme betrachtet werden, die eine extrem hohe mechanische Güte besitzen.

Kapitel 2

Monolithische Systeme

In Kapitel 1 wurde erläutert, wie man mit Hilfe der Kenntnis über die Verluste eines mechanischen Oszillators im relevanten Frequenzbereich eine Aussage über die spektrale Dichte des thermischen Rauschens des Oszillators in eben diesem Frequenzbereich machen kann. Es wurde ebenfalls dargestellt, daß aufgrund des Zusammenhanges zwischen den mechanischen Verlusten des Systems und seinem thermischen Rauschen die Verluste der relevanten mechanischen Oszillatoren optischer Komponenten einer interferometrischen Meßanordnung so klein wie möglich gehalten werden sollten, um eine Limitierung der Meßempfindlichkeit durch thermisches Rauschen bei Frequenzen ungleich den mechanischen Resonanzfrequenzen so gering wie möglich zu halten.

Zur Berechnung der erreichbaren Empfindlichkeit der Messung limitiert durch das thermische Rauschen, benötigt man die mechanischen Verluste im spektralen Bereich der interferometrischen Messung. Dieser Frequenzbereich wird in der Regel so weit wie möglich von den Resonanzen des Systems weg liegen. Damit jedoch taucht eine Schwierigkeit auf, nämlich die Bestimmung der Verluste bei eben diesen Frequenzen abseits der Resonanzen. Ein möglicher Zugang zur spektralen Dichte des thermischen Rauschens jedoch ist die Messung der in Kapitel 1.3.6 eingeführten mechanischen Güte. Diese kann gemessen werden, indem man den jeweiligen Oszillator resonant anregt und anschließend den kräftefreien Zerfall der Schwingung beobachtet. Hat man nun, wie in Abschnitt 1.3.6 dargestellt, ein Modell über den Zusammenhang zwischen gemessener Güte und den Verlusten sowie deren spektralen Verlauf, so kann man daraus die spektrale Dichte des thermischen Rauschens berechnen.

Damit ist die mechanische Güte eines Systems eine nützliche Größe zur Bestimmung der Limitierung eines interferometrischen Meßprozesses durch thermisches Rauschen. Da die mechanische Güte invers zu den Verlusten des Systems ist, wird im Zusammenhang mit den in Kapitel 1 gesagten Gleichzeitig deutlich, warum es wichtig ist, optische Komponenten mit möglichst hoher mechanischer Güte Q zu benutzen.

In Folgenden werden nun im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Systeme vorgestellt, die eine sehr hohe mechanische Güte besitzen. Die Herstellung dieser Systeme wird erläutert

und ihre Eigenschaften werden charakterisiert. Zum Schluß werden alternative Materialien erwähnt, deren Benutzung zum Beispiel in interferometrischen Gravitationswellendetektoren der nächsten oder übernächsten Ausbaustufe zur Anwendung kommen könnten.

2.1 Relevante mechanische Oszillatoren

Zuerst soll erläutert werden, welche mechanischen Oszillatoren bei einer interferometrischen Messung für das thermische Rauschen relevant sind. Dies soll im Besonderen am Beispiel eines interferometrischen Gravitationswellendetektors erfolgen.

Für einen terrestrischen Gravitationswellendetektor ist besonders der Frequenzbereich zwischen 50 Hz und 1kHz von Bedeutung. In diesem Bereich werden einerseits interessante Quellen von Gravitationswellen vorhergesagt, andererseits kann man hier den störenden Einfluß von seismischen Bewegungen mittels aktiver und passiven Isolationstechniken weit genug verringern, um Gravitationswellen detektieren zu können. Im Prinzip nutzen passiven Isolationsstufen die Filterwirkung der Transferfunktion eines harmonischen Oszillators oberhalb seiner Resonanzfrequenz. Unter diesem Gesichtspunkt wurden zum Teil sehr interessante Konfigurationen zum Aufbau eines interferometrischen Detektors vorgeschlagen. Verwiesen sei hier nur auf [5] oder auf [49]. Allen gemeinsam ist jedoch die Tatsache, daß die optischen Komponenten, welche die tatsächlich zu vermessende Länge festlegen (in einem einfachen Michelson-Interferometer wären dies die beiden Endspiegel und der Strahlteiler), pendelförmig aufgehängt werden. In der Literatur werden diese optischen Komponenten als *Testmassen* bezeichnet. Das soll auch in dieser Arbeit im weiteren so gehandhabt werden.

Man kann nun die für das thermische Rauschen solcher Systeme relevanten mechanischen Oszillatoren in zwei Klassen unterteilen. Einerseits sind die mechanischen Schwingungsmoden der Testmassen selbst, also der verwendeten Spiegelsubstrate zum Beispiel, von Belang. Diese akustischen Festkörpermoden nennt man *interne Moden* der Testmasse. Andererseits müssen die mechanischen Oszillatoren der Aufhängung betrachtet werden.

2.1.1 Interne Moden der Testmassen

Die Untersuchung der möglichen Moden eines vibrierenden Körpers basiert auf einer grundlegenden Arbeit von G.W. McMahon aus dem Jahre 1964 [34]. In ihr wurden Moden einer zylindrischen Probe studiert. Sie wurden eingeteilt nach der Symmetrie bezüglich der Mantelfläche des Zylinders und bezüglich der Zylinderachse. So ist zum Beispiel eine Mode longitudinal symmetrisch, wenn die radiale bzw. tangentielle Verschiebung symmetrisch bezüglich der Mantelfläche ist.

Ausgehend von dieser Arbeit entwickelte J.R. Hutchinson 1980 eine mathematische Beschreibung solcher Zylinderschwingungen [23]. Dabei bestand die Schwierigkeit darin, die Bewegungsgleichungen nicht nur für die Grenzfälle dünner Platten oder langer Stäbe zu lösen, sondern auch für alle Zylindergeometrien dazwischen.

Dieses komplizierte mathematische Problem wird heute im Allgemeinen numerisch mit Hilfe von Programmen zur Analyse finiter Elemente gelöst. Die Berechnungen von Resonanzfrequenzen interner Moden im Rahmen dieser Arbeit wurden von Stuart Killbourn

an der Universität Glasgow durchgeführt [27]. Es ist heute üblich, die Moden in longitudinale Schwingungen und Biegeschwingungen bezüglich der Zylinderachse einzuteilen. Als Zylinderachse wird bei Testmassen eines interferometrischen Detektors die optische Achse gewählt.

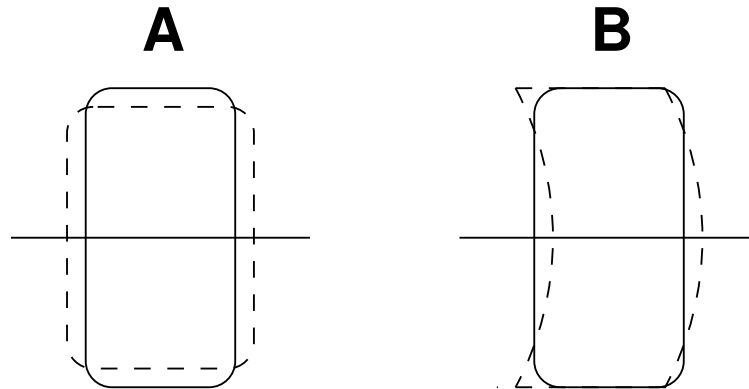


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung interner Schwingungsmoden einer Testmasse. Fall A: longitudinale Grundschiwingung, Fall B: Grundschiwingung der Biegemoden. Die waagerechte Linie gibt die optische Achse an.

Thermisches Rauschen der Testmasse

Möchte man nun das thermische Rauschen einer Testmasse berechnen, so muß man als erstes natürlich klären, welchen Einfluß die Schwingung einer bestimmten Mode auf das im Interferometer umlaufende Lichtfeld hat. Diese Kopplung zwischen Schwingungsmoden und Lichtfeld ist abhängig von zwei Faktoren: dem Durchmesser des Lichtfleckes auf der verspiegelten Oberfläche der Testmasse und der räumlichen Position des Lichtfleckes auf dieser. Sie wird beschrieben durch die sogenannte *effektive Masse*. Auch diese ist mit Hilfe von Programmen zur Analyse finiter Elemente numerisch zugänglich.

Zur Berechnung des thermischen Rauschens einer Mode n benutzt man die errechnete effektive Masse, die Resonanzfrequenz und die Verluste dieser Mode. Nach Abschnitt 1.3.5 folgt dann unter der Annahme struktureller Dämpfung für die spektrale Dichte des thermischen Rauschens der n -ten Mode:

$$x_n^2(\omega) = \frac{4k_B T}{m_{eff}(n)} \times \frac{\Phi_n(\omega)}{\omega} \times \frac{\omega_0^2(n)}{(\omega_0^2(n) - \omega^2(n))^2 + \Phi_n^2(\omega)\omega^4(n)}. \quad (2.1)$$

Man kann davon ausgehen, daß die einzelnen Moden zueinander unkorreliert sind. Damit müssen sie quadratisch aufsummiert werden. Das gesamte thermische Rauschen einer Testmasse ist also:

$$\Delta l = \sqrt{\sum x_n^2(\omega)} \quad (2.2)$$

Es ist jedoch nicht notwendig, über alle Moden zu summieren. Gillespie und Raab zeigten, daß man eine gute Approximation erhält, wenn man summiert, bis die Wellenlänge der internen Moden in die Größenordnung des Durchmessers des Lichtfleckes kommt [17].

2.1.2 Moden der Aufhängung

Eine zweite Klasse von mechanischen Moden, die in Betracht gezogen werden müssen sind die Moden der *Testmassenaufhängung*. Dabei unterteilt man in solche Oszillationen, die eine Bewegung des Pendels in der optischen Achse ergeben (longitudinale Pendelmode), solche, die eine Bewegung der Testmasse um eine ihrer Achsen darstellen (Kipp- und Torsionsmoden) und solche, bei denen der Faden der Aufhängung selbst vibriert (Violinmoden).

Bei der Betrachtung der Moden der Aufhängung ist darauf hinzuweisen, daß bei Dominanz struktureller Dämpfung mechanische Güten gemessen werden können, die größer sind als die Güte des verwendeten Materials selbst. Bei der Verwendung eines Fadenpendels mit einem dünnen Faden setzt sich die rückstellende Kraft aus zwei Anteilen zusammen, zum einen aus der Elastizität des Fadens, zum anderen aus der Gravitation. Die Elastizität unterliegt gewissen Verlustprozessen der internen Dämpfung, die Gravitation hingegen ist natürlich verlustfrei. Man gewinnt also ein Reservoir an Energie ohne zusätzliche Verluste, die Gravitation. Damit folgt, wie in [40] gezeigt wurde, für die Verluste des Pendels ϕ_p in der longitudinalen Pendelmode:

$$\phi_p = \phi_{Faden} \frac{E_{el}}{E_{grav} + E_{el}} \cong \phi_{Faden} \frac{E_{el}}{E_{grav}}, \quad (2.3)$$

wobei E_{el} die Energie in der Fadenelastizität und E_{grav} die im Gravitationsfeld gespeicherte Energie bedeute. ϕ_{Faden} steht für die internen Verluste des Materials. Hieraus folgt unter Berücksichtigung, daß $E_{el}/E_{grav} = k_{el}/k_{grav}$ mit

$$k_{grav} = \frac{mg}{l} \quad \text{und} \quad k_{el} = \frac{\sqrt{TEI}}{2l^2} \quad (2.4)$$

für die Verluste eines Fadenpendels:

$$\phi_p = \phi_{Faden} \frac{\sqrt{TEI}}{2mgl}. \quad (2.5)$$

T steht für die Zugkraft am Faden, E für das Youngsche Modul, I für das Flächenträgheitsmoment, l für die Länge, g für die Erdbeschleunigung und m für die Pendelmasse.

Wählt man also die Masse und die Länge in Bezug zur Fadendicke so, daß der Quotient $\frac{k_{el}}{k_{grav}} \ll 1$ ist, so kann man die Verluste eines solchen Pendels erheblich kleiner als die internen Materialverluste halten.

Nun sind aber die Verluste in den Moden des Pendels selbst und in den Violinmoden bei struktureller Dämpfung miteinander gekoppelt [32]. Ein möglicher Weg, dies zu beschreiben, besteht im Vergleich der Quotienten aus gespeicherter Energie und Energieverlust in Abhängigkeit von der Auslenkung. Für ein $\Delta E(\theta)$ vergleicht man also $E_{Pendel}(\theta)$ und $E_{Violin}(\theta)$. Es gilt:

$$E_{Pendel}(\theta) = \frac{1}{2} mgl\theta^2 \quad (2.6)$$

und

$$E_{Violin}(\theta) = \frac{1}{4}Tl\theta^2. \quad (2.7)$$

Bei einer Aufhängung an einem Faden ergibt sich mit $T = mg$

$$E_{Pendel} = 2 \times E_{Violin} \quad (2.8)$$

und somit

$$Q_{Pendel} = 2 \times Q_{Violin}. \quad (2.9)$$

Damit ist klar, daß nicht nur die Verluste in den Pendelmoden der Aufhängung eine Rolle spielen, sondern auch diejenigen in den Violinmoden. Beide stehen in einer Relation zueinander. Auch die Violinmoden profitieren von der in der Gravitation gespeicherten Energie. Die Verluste in den Violinmoden errechnen sich zu:

$$\Phi_{Violin}(\omega) = \left(\frac{2}{l} \sqrt{\frac{EI}{T}} + \pi^2 \frac{1}{l} \frac{EI}{T} \right) \times \Phi_{Material}(\omega). \quad (2.10)$$

Nun wird natürlich nur ein relativ geringer Teil der Violinmode in tatsächliche Bewegung der Testmasse und damit in Änderungen des vom Lichtfeld registrierten Abstands koppeln. Um auch diese Kopplung zu wichten, führt man wie schon bei den internen Moden eine *effektive Masse* ein. Diese läßt sich berechnen:

$$m_{eff}(n) = \frac{1}{2}m \left(\frac{\omega_n}{\omega_{Pendel}} \right)^2. \quad (2.11)$$

Dabei ist ω_n die Winkelfrequenz der n-ten Violinmode und $m_{eff}(n)$ ihre effektive Masse. Die Frequenz berechnet sich aus

$$f_0 = \frac{1}{ld} \sqrt{\frac{T}{\pi\rho}} \quad (2.12)$$

mit der Fadendicke d und der Materialdichte ρ . Wie im Abschnitt 2.1.1 über das thermische Rauschen der Testmassen kann das Rauschen der Aufhängung durch quadratisches Aufsummieren der Anteile der einzelnen Oszillatoren berechnet werden.

Im Bild 2.2 sind die relevanten Moden der Aufhängung dargestellt.

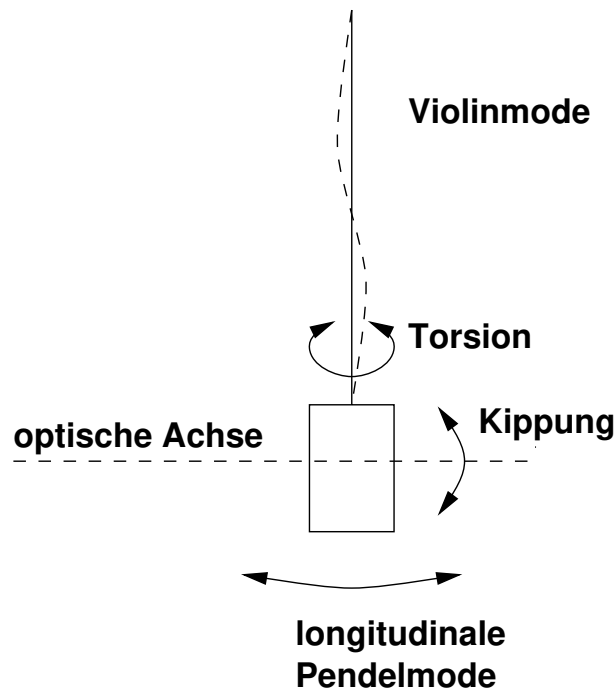


Abbildung 2.2: Relevante Moden der Aufhängung wie im Text dargestellt.

2.2 Interne Güte monolithisch aufgehängter Quarzsubstrate

Zur Isolation gegen seismische Störungen sind die Testmassen eines Interferometers häufig pendelförmig aufgehängt. So werden z.B. bei den derzeit existierenden Prototypen für interferometrische Gravitationswellendetektoren in Drahtschlaufen gehalten. Dabei kann es zu mechanischen Reibungsverlusten zwischen der Testmasse und den sie haltenden Drahtschlaufen kommen. Dies führt zu einer Verringerung der mechanischen Güte, und damit zum Ansteigen der spektralen Dichte des thermischen Rauschens im Meßfenster. Für Interferometer neuester Bauart wurden monolithische Aufhängungen für die Testmassen vorgeschlagen, da diese ein hohes Q in allen mechanischen Moden ermöglichen. In diesem Kapitel werden Verfahren zur Herstellung solcher monolithischer Systeme vorgeschlagen und der Einfluß des Herstellungsprozesses auf die interne Substratgüte untersucht.

Die mit Abstand höchste Güte für die Pendelmode einer aufgehängten Testmasse wurden in [7] für eine monolithische Aufhängung gemessen. Die Frage war, ob diese Art der Aufhängung die interne Güte der Testmasse zerstören würde. Um dies zu untersuchen, sollen Substrate aus hochqualitativen synthetischen Quarz an Quarzfäden aufgehängt und die interne Güte gemessen werden.

2.2.1 Experimentelle Anordnung

Zum Bestimmen der internen Güte der monolithisch aufgehängten Testmassen wurde das aufgehängte Substrat als Endspiegel eines Michelson-Interferometers benutzt. Ein zweiter Endspiegel war an einem piezoelektrischen Translator befestigt. Um das Interferometer an seinem Arbeitspunkt zu halten, wurde zwischen Ausgang und dem auf dem Translator befestigten Spiegel ein Regelkreis installiert. Die Grenzfrequenz dieses Regelkreises lag bei 60 Hz. Die niedrigste Resonanzfrequenz der untersuchten Substrate (24,5 mm Durchmesser, 12,1 mm Dicke) war die Grundschiwingung der Biegemode (siehe Kapitel 2.1.1) bei ca. 100 kHz. Damit können durch Vibrationen des Substrates hervorgerufene Intensitätsmodulationen des Lichtfeldes am Ausgang des Interferometers mittels einer Photodiode registriert und mit einem lock-in Verstärker gemessen werden.

Die internen Moden der Testmassen wurden unter Ausnutzung ponderomotorischer Kräfte angeregt. Dabei wird die Tatsache ausgenutzt, daß ein Dielektrikum, wie zum Beispiel Quarz, durch ein inhomogenes elektrisches Feld eine anziehende Kraft erfährt. Das Feld wurde von einem HV-Verstärker getrieben, der durch einen Signalgenerator angesteuert wurde. Der Generator wurde auf einen Rubidium-Standard mit Allen-Varianz $\Sigma(1s) = 10^{-11}$ gelockt. Der Generator erzeugte aber nicht nur das Feld, was zum Treiben der internen Resonanz des Substrates benutzt wurde, sondern diente gleichzeitig als Lokaloszillator für den lock-in Verstärker, mit dessen Hilfe das generierte Signal gemessen wurde. Der lock-in Verstärker wurde im Quadraturmodus benutzt und gab somit Phase und Amplitude des Signals.

Mit diesem Aufbau konnte die niederfrequenteste Resonanz der verwendeten Substrate, die Grundschiwingung der Biegemode, vermessen werden. Die Resonanzfrequenz der nächst höheren Mode, der Grundschiwingung der longitudinalen Mode nämlich, lag im Bereich 140 kHz und damit oberhalb des Arbeitsbereiches des lock-in Verstärkers. Aufgrund verschiedener Kopplungsstärken zwischen den jeweiligen Moden der Testmasse und der Aufhängung können die gemessenen Güten für verschiedene interne Moden ein und derselben Testmasse durchaus variieren. Im durchgeführten Experiment wurden die Fäden der Aufhängung an die Mantelfläche der Testmassen ankontaktiert, an einem Punkt also, an dem kein Schwingungsknoten der untersuchten Mode existieren kann. Die Kopplung der vermessenen Grundschiwingung der Biegemoden an den Aufhängungsfaden ist stark im Vergleich zu Moden höherer Frequenz. Damit kann man davon ausgehen, daß die gemessenen Werte für die mechanische Güte der aufgehängten Testmasse eine untere Grenze für die Güten höherer Resonanzen der jeweilige Testmasse darstellen wird.

Nachdem die Verbindung zwischen Signalgenerator und HV-Verstärker geöffnet wurde, konnte der Zerfall der freien Oszillation gemessen werden. Die mechanische Güte wurde mit Hilfe der in Abschnitt 1.3.6 eingeführten Relation

$$Q = \pi f_0 \tau_A \quad (2.13)$$

bestimmt, wobei $\tau_{Amplitude}$ die Zerfallszeit der Amplitude der Schwingung der Resonanzfrequenz f_0 ist.

Angeregt durch seismische Störungen war die Amplitude der Bewegung des Pendels größer als der dynamische Bereich des Regelkreises, welcher das Michelson-Interferometer an seinem Arbeitspunkt halten sollte. Deshalb waren zusätzliche Regelungen erforderlich, um die Bewegungen des Pendels zu dämpfen. Dafür wurden elektrostatische Aktuatoren benutzt. Der Vorteil dieser Aktuatoren ist, daß sie berührungslos funktionieren. Natürlich könnte dies auch durch Ausnutzung der Kräfte zwischen z.B. Magneten und Spulen erreicht werden. Dann jedoch mißt man nicht mehr nur die Güte des monolithisch aufgehängten Substrates, sondern die des Gesamtsystems aus Substrat und Magnet [15]. Die Kraft, die ein elektrostatischer Aktuator übertragen kann, ist abhängig von Feldgeometrie (möglichst inhomogen) und Feldstärke. Im Experiment wurden spitze Elektroden benutzt. Die maximale Ausgangsspannung der HV-Verstärker betrug 300 V. Das Fehlersignal für diese Regelung wurde erzeugt, indem von der Testmasse reflektiertes Licht auf eine geteilte Photodiode abgebildet wurde. Die Position dieses Lichtzeigers war abhängig von der jeweiligen Lage des Pendels. Das von der geteilten Photodiode generierte Signal wurde elektronisch verarbeitet und in Abhängigkeit der Pendelamplitude in Spannung an den Elektroden des Aktuators umgesetzt.

Es sei darauf hingewiesen, daß solche elektrostatischen Aktuatoren lediglich in der Lage sind, Zugkräfte auf die Testmasse einwirken zu lassen. Dies kann im Prinzip natürlich durch Anlegen einer Offset-Spannung kompensiert werden. Dazu aber ist es notwendig, eine Hochspannung möglichst rauschfrei zur Verfügung zu stellen. Die Ruhelage des Aufhängungspendels wäre dann nicht mehr im Potentialminimum, was die Nichtlinearität dieser Regelschleifen verstärken würde. Ebenfalls ein Problem stellt die sogenannte *elektrostatische Dämpfung* für die internen Moden der Testmassen dar. Dabei handelt es sich um die Umkehrung des zum Dämpfen der Pendelschwingung benutzten Prinzips der ponderomotorischen Kraft. Die Testmasse vibriert auf ihren Moden und verändert damit ständig ihre Position im Feld. Dabei gibt sie Bewegungsenergie an das Feld ab; die Schwingung wird gedämpft. Dies wurde im Experiment dadurch verhindert, daß *Elektrodenpaare* zu beiden Seiten des Substrates plazierte wurden. Sollte nun die Testmasse eine Bewegung in eine Richtung machen, so wird an den entsprechend diametral gegenüberliegenden Elektroden eine Spannung in Abhängigkeit von der Auslenkung des Substrates anliegen und die Testmasse wieder in die Ruhelage zurückziehen. Ist die Energie aus der Schwingung des Pendels herausgedämpft, befindet es sich im Potentialminimum und es liegt an keiner der Elektroden eine Spannung an. Damit ist auch kein Feld vorhanden, in das Bewegungsenergie der Vibration der Testmasse dissipiert werden kann. Bei der Verwendung von Elektrodenpaaren auf beiden Seiten der Testmasse wird also, im Gegensatz zu einem Aktuator mit Elektroden auf einer Seite und Anlegen einer Offset-Spannung, die Güte der Testmasse nicht durch elektrostatische Dämpfung limitiert.

In Bild 2.3 ist die Dämpfung der Resonanzen der Aufhängung am Beispiel der Kippbewegung der Testmasse dargestellt. Es wurde das Spektrum der Bewegung einmal mit offener Schleife und mit geschlossener Schleife gemessen. Man sieht deutlich die Unterdrückung der Amplitude auf den Resonanzfrequenzen. Nachdem die Pendelmoden gedämpft waren, reichte der dynamische Bereich der Hauptregelung aus, daß Interferometer am Ar-

beitspunkt zu halten. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 2.4 schematisch darge-

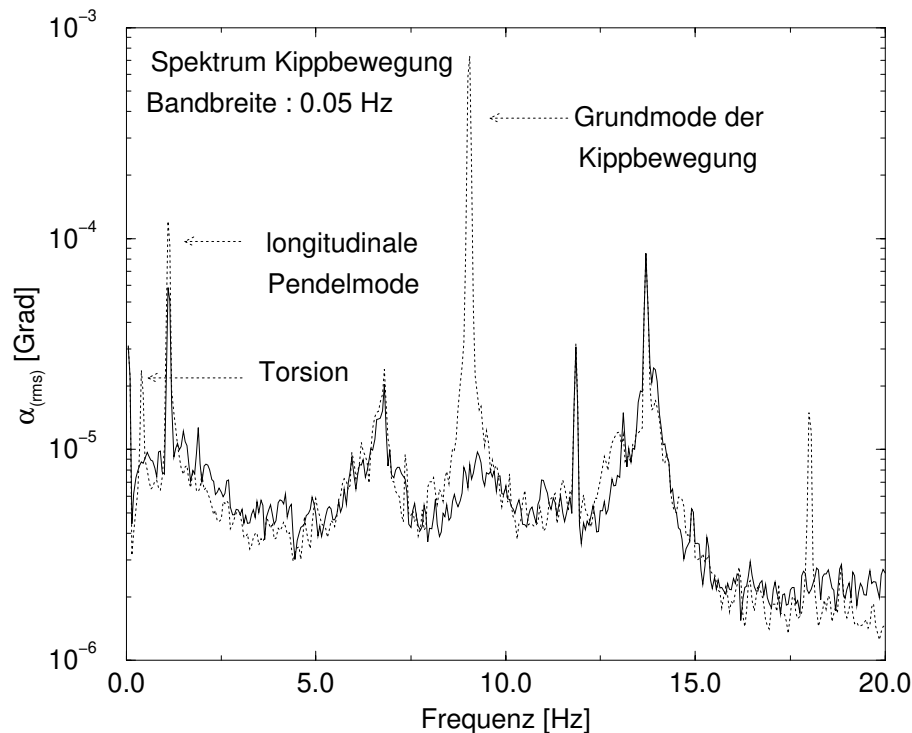


Abbildung 2.3: Spektrum der Kippbewegung der Testmasse mit offener und mit geschlossener Regelschleife.

stellt. Die Messungen wurden im Vakuum bei einem Druck im Bereich 10^{-6} mbar durchgeführt. Um zu verhindern, daß seismische Störungen bzw. Vibrationen der Vakuumpumpen hochfrequente Violinmoden anregen [16], wurde ein passives seismisches Isolationssystem in des Experiment integriert. Es bestand aus drei Lagen RTV-Gummis, voneinander getrennt durch Kupferklötzchen. An die obere Platte dieses Systems war eine Quarzblock geschraubt, an die wiederum das obere Ende der Pendel angeschmolzen wurde. Die Transferfunktion dieses Isolationssystems wurde vermessen. Die Normalmoden sind bei 10 Hz, 36 Hz und 73 Hz zu registrieren. Bei höheren Frequenzen filtert jede der Normalmoden entsprechend ihrer Transferfunktion mit f^{-2} . Benutzt man drei Filterstufen, erhält also drei Normalmoden, so ergibt sich eine Filterung der seismischen Störungen bei hohen Frequenzen entsprechend eines Abfalls der Transferfunktion mit f^{-6} . Wesentliche Teile des beschriebenen experimentellen Aufbaus wurden vom Autor bereits an anderer Stelle ausführlich beschrieben. Verwiesen sei auf [46].

2.2.2 Herstellungstechniken für monolithische Systeme

Zum Herstellen der monolithischen Pendel wurden mit Hilfe eines Wasserstoff-Brenners optische Quarzfasern an die Substrate aus synthetischen Quarz geschmolzen. Der Faser-

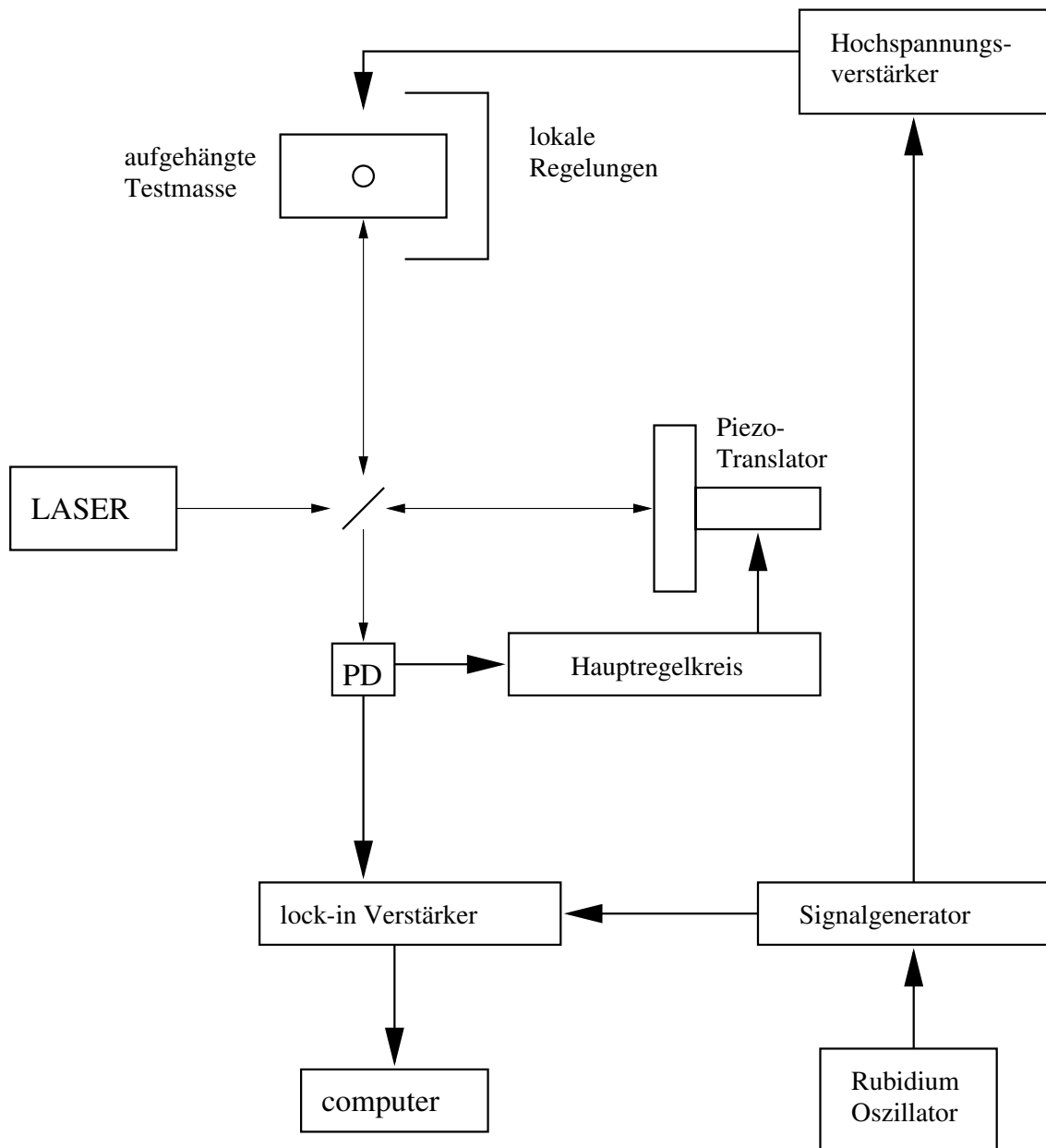


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des zur Messung der internen Güten monolithisch aufgehängter Quarzsubstrate.

durchmesser betrug $120\ \mu\text{m}$. Der zu messende mechanische Gütefaktor kann durch Kopplungen zwischen internen Moden der Testmasse und Resonanzen des Aufhängungsfadens limitiert sein. Dabei muß unterschieden werden, ob eine Biege- oder eine Longitudinalschwingung der Testmasse untersucht wird. Während Longitudinalschwingungen der Testmasse auf Grund der Konstanz des *Poissonschen Verhältnisses* des Substrates Transversalschwingungen der Faser anregen, führt die untersuchte Grundschiwingung der Biegemode der Testmasse zu Biegungen der Faser. Wenn die Resonanz der Faser und des Substrates bei derselben Frequenz liegen, kann die Energie der internen Schwingung der Testmassen in die Aufhängung dissipiert werden. Da aber die mechanischen Güten sehr hoch sind, ha-

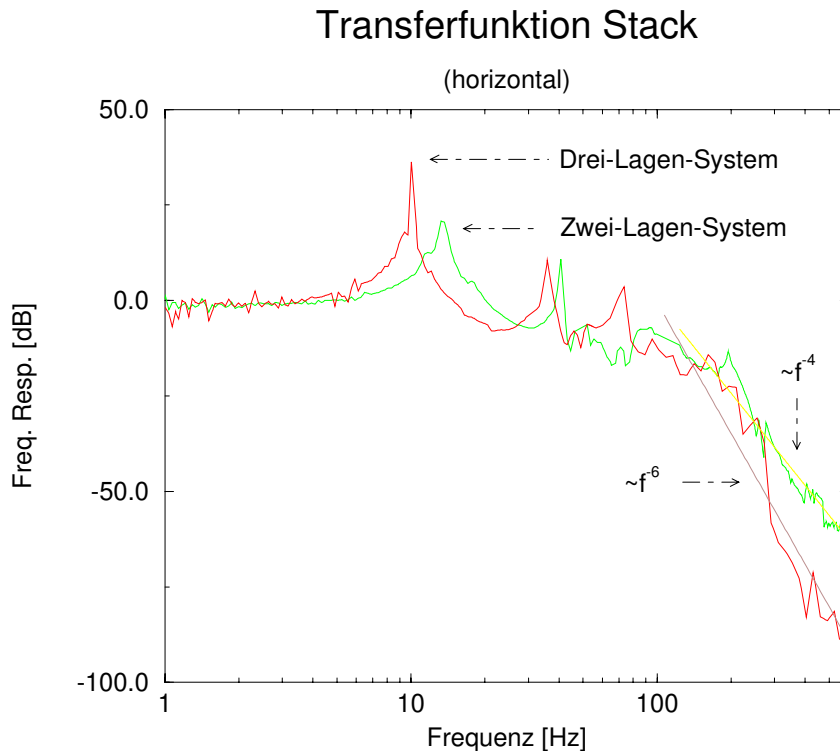


Abbildung 2.5: Transferfunktion des benutzten seismischen Isolationssystems im Vergleich mit demselben System mit 2 Isolationsstufen

ben die Resonanzen auch eine sehr geringe Bandbreite. Die Resonanzfrequenz der Faser hängt von ihrer Länge ab. Deshalb kann durch Variation der Faserlänge ihre Resonanz so abgestimmt werden, daß die Kopplung minimiert wird.

Die vermessenen Substrate waren aus *Suprasil 1* hergestellt, einem synthetischen Quarz der Firma *Heraeus*. Sowohl die Stirnflächen als auch die Mantelflächen der Zylinder waren optisch poliert. Vor der Herstellung des monolithischen Systems wurden die Substrate mit reinem Aceton gesäubert, um Verunreinigungen von der Oberfläche zu entfernen. Die Substrate wurden an einer einzelnen Faser aufgehängt, die an die Mantelfläche der Zylinder angeschmolzen wurde. Die Verbindung wurde mittels eines kleinen Wasserstoff-Brenners hergestellt. Die Flammentemperatur beträgt dabei 3200°C . Drei Methoden zur Herstellung der Verbindung zwischen Substrat und Faser wurden untersucht:

- Anschmelzen der Faser direkt an das Substrat,
- Herstellung eines Pins auf der Mantelfläche durch Bearbeitung des Substrates mit Diamantwerkzeugen und Anschmelzen der Faser an diesen Pin,
- Herstellung eines zusätzlichen Pins aus synthetischem Quarz, Anschmelzen dieses Pins an die Mantelfläche und Anschmelzen der Faser an diesen Pin.

In der Methode 1 wurde direkt die Oberfläche des Substrates mit dem Brenner erhitzt. Wenn diese geschmolzen war, wurde das Faserende ankontaktiert.

In der zweiten Methode wurde die Mantelfläche der Substrate mit Hilfe von kleinen Diamantwerkzeugen so bearbeitet, daß ein kleiner Pin mit Durchmesser und Länge von je 1 mm entstand. Die benutzten Diamantwerkzeuge hatten eine Korngröße von 15 μm . Während der Bearbeitung wurden Substrat und Diamantwerkzeug mit Wasser gekühlt. Nach der Bearbeitung wurden die Substrate gereinigt. Der Pin wurde mit dem Brenner angeschmolzen und die Faser ankontaktiert. Da mit dieser Methode nur der Pin, nicht aber die gesamte Mantelfläche erhitzt werden mußte, baute sich auch weniger *thermische Spannung* im Substrat auf. Dies konnte durch Beobachtung der spannungsinduzierten Doppelbrechung mittels gekreuzte Polarisatoren bestätigt werden.

In Methode 3 war es nicht notwendig, die Substrate mechanisch zu bearbeiten. Hierbei wurde zuerst ein kleiner Pin aus synthetischem Quarz durch Herausziehen desselben aus einem Quarzstab hergestellt. Die Länge dieses Pins war 1 mm, der Durchmesser ca. 300 μm . Der Pin wurde dann auf die zu kontaktierende Stelle plaziert und langsam mit dem Brenner erhitzt. Dabei wirkte die Flamme nur auf den Pin selbst ein. Nachdem der Pin erhitzt war, begannen die obersten Schichten des Substrates selbst zu schmelzen und es entstand eine monolithische Verbindung. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß bei dieser Methode die Flamme nicht direkt auf das Substrat einwirkte. Dadurch erwärmte sich die Verbindungsstelle zwischen Pin und Substrat nur sehr moderat. Man kann von Temperaturen nur wenig über der Schmelztemperatur von synthetischem Quarz (ca. 1600°C) ausgehen. Überbleibende Reste des Quarzstabes wurden mit dem Brenner abgeschmolzen, und die Faser wurde an den Pin kontaktiert.

Der Vorteil eines Pins an der Mantelfläche ist es, daß damit ein exakt definierter Kontaktpunkt geschaffen wird. Die thermisch induzierte Spannung war in Methode 2 geringer als in Methode 1. Die geringste Spannung wurde in Methode 3 registriert. In Methode 3 war weder eine mechanische Bearbeitung des Substrates noch ein direktes Einwirken der Flamme auf das eigentliche Substratmaterial notwendig.

Um die beschriebenen monolithischen Verbindungen mit einer nichtmonolithischen zu vergleichen, wurde eine Faser an ein Substrat mit Epoxydharz angeklebt. Aus der Literatur ist bekannt, daß auch für Drahtschlingen aufgehängte Substrate hohe mechanische Güten aufweisen können [33, 16, 15]. Die darin aufgezeigten Techniken können jedoch nicht verwendet werden, um Quarzsubstrate an Quarzfasern aufzuhängen. Deshalb wurde zum Vergleich der monolithischen mit einer nichtmonolithischen Aufhängung die Faser angeklebt, auch wenn angenommen werden muß, daß die mechanischen Verluste durch Verluste im Epoxydharz dominiert sein werden.

In interferometrischen Gravitationswellendetektoren werden entschieden größere Quarzsubstrate als Testmassen zum Einsatz kommen. Im Rahmen des GEO600-Detektors z.B. werden Substrate mit einem Durchmesser von 25,4 cm und einer Dicke von ca. 10 cm benutzt. Gut wäre es, könnte man die vorgeschlagenen Methoden direkt an einer solchen Testmasse untersuchen. Dies ist natürlich im derzeitigen Stand schon aus Kostengründen nicht möglich. Um dennoch eine Aussage über die Anwendbarkeit auf größere Testmassen machen zu können, wurde Methode 2 an einem Substrat mit 64 mm Durchmesser und 70 mm Länge getestet. Es war möglich, Quarzstäbe an dieses Substrat anzuschmelzen,

ohne daß Risse oder Brüche im Material entstanden. Dabei wurde das Substrat nach der Bearbeitung nicht ausgeheilt. Dies scheint sehr vielversprechend für die Möglichkeit, An-schmelzmethoden zum Kontaktieren von Quarzfasern an Quarzsubstraten auch bei größeren Testmassen zu benutzen. Innerhalb des GEO600-Projektes werden solche oben beschriebenen Methoden in Verbindung mit anderen Methoden zur Kontaktierung weiter untersucht.

2.2.3 Ergebnisse

Erreichte mechanische Güten

Nach dem Ankontaktieren einer Faser an ein Substrat wurde dieses als Pendel aufgehängt, die interne Mode wurde angeregt und der Zerfall der Schwingung gemessen. Die mechanische Güte wurde aus der Mittelung über mehrere gemessene Zerfallszeiten bestimmt. Bei Benutzung von **Methode 1** war das aufzuschmelzende Gebiet des Substrates und die beobachteten thermisch induzierten Spannungen sehr groß. Mit dieser Methode wurden die niedrigsten Werte für die interne mechanische Güte monolithisch aufgehängter Substrate gemessen. Q variierte zwischen $5,9 \times 10^5$ und $6,7 \times 10^5$. Die einzelnen Werte sind in Tabelle 2.1 dargestellt.

Nr. der Messung	f_0 [Hz]	τ [s]	Anzahl Mittelungen	Q_{intern}
1	100381	2,1	5	$6,6 \times 10^5$
2	100381	1,8	3	$5,9 \times 10^5$
3	100381	1,9	1	$6,0 \times 10^5$
4	100334	2,1	6	$6,7 \times 10^5$

Tabelle 2.1: Gemessene interne mechanische Güten bei Ankontaktieren mit Methode 1

Mit **Methode 2** war es besser möglich, den Prozeß des Ankontaktierens zu kontrollieren. Das aufzuschmelzende Gebiet war gut definiert, die beobachteten thermisch induzierten Spannungen waren niedrig. Aufschmelzen des eigentlichen Substratkörpers war nicht notwendig. Zum Testen der Reproduzierbarkeit wurde bei den Messungen zu dieser Methode stets dasselbe Substrat als Testmasse verwendet, es wurde aber nach jeder Messung die monolithische Aufhängung neu hergestellt. Nach einer Messung wurde also die benutzte Faser von der Testmasse entfernt und durch eine neue Faser ersetzt. Die einzelnen Werte sind in Tabelle 2.2 dargestellt.

Zur Überprüfung des Einflusses des Bearbeitens der Substrate mit den Diamantwerkzeugen wurde nun die Politur des gesamten Umfangs der Testmasse mit einem Diamantfräser

Nr. der Messung	f_0 [Hz]	τ [s]	Anzahl Mittelungen	Q_{intern}
1	101041	3,3	5	$1,0 \times 10^6$
2	101055	4,5	5	$1,4 \times 10^6$
3	101033	4,2	5	$1,3 \times 10^6$

Tabelle 2.2: Gemessene interne mechanische Güten bei Ankontaktieren mit Methode 2

der Korngröße 30 μm zerstört. Die Zerfallszeiten wurden wiederum für zwei verschiedene Fasern bestimmt. Die experimentellen Daten sind in Tabelle 2.3 dargestellt. Eine signifikante Verringerung der Güte wurde nicht festgestellt.

Nr. der Messung	f_0 [Hz]	τ [s]	Anzahl Mittelungen	Q_{intern}
1	101125	2,9	5	$9,4 \times 10^5$
2	101126	3,4	5	$1,1 \times 10^6$

Tabelle 2.3: Gemessene interne mechanische Güten nach Zerstören der Politur der Mantelflächen

Die höchsten Güten wurden gemessen, wenn **Methode 3** zur Herstellung der monolithischen Aufhängung benutzt wurde. Hierbei waren auch die beobachteten thermisch induzierten Spannungen minimal. Die experimentellen Werte sind in Tabelle 2.4 dargestellt.

Nr. der Messung	f_0 [Hz]	τ [s]	Anzahl Mittelungen	Q_{intern}
1	100809	16	2	5×10^6
2	100819	16,4	7	$5,2 \times 10^6$
3	100819	16,4	6	$5,2 \times 10^6$

Tabelle 2.4: Gemessene interne mechanische Güten bei Ankontaktieren mit Methode 3

Zum Vergleich der monolithischen Aufhängungen mit einer **nichtmonolithischen** wurde an ein Substrat eine Faser mit Epoxydharz angeklebt. Hierfür wurden die niedrigste interne Güte gemessen. Limitierend hierbei ist der Verlust in dem Epoxydharz.

Die normierten Zerfallskurven für die höchsten gemessenen Güten der jeweiligen Methoden sind im Bild 2.6 dargestellt. Dabei wurden die gemittelten Zerfallskurven normalisiert. **Kurve A** (nichtmonolithische Aufhängung) entspricht also Messung 1 aus Tabelle 2.5. **Kurve B** stellt eine Messung zu Methode 1 dar. Die Zerfallskurve entspricht Messung 1 in Tabelle 2.1. **Kurve C** ist eine Messung einer nach Methode 2 aufgehängten Testmasse. Die experimentellen Daten sind in Messung 2 der Tabelle 2.2 zu finden. **Kurve D** ist

Nr. der Messung	f_0 [Hz]	τ [s]	Anzahl Mittelungen	Q_{intern}
1	100296	0,8	11	$2,5 \times 10^5$

Tabelle 2.5: Gemessene interne mechanische Güten einer nichtmonolithischen Aufhängung

die Messung 3 aus Tabelle 2.4. Es handelt sich hierbei um die höchste gemessene Güte. Hergestellt wurde diese monolithische Aufhängung mit Methode 3.

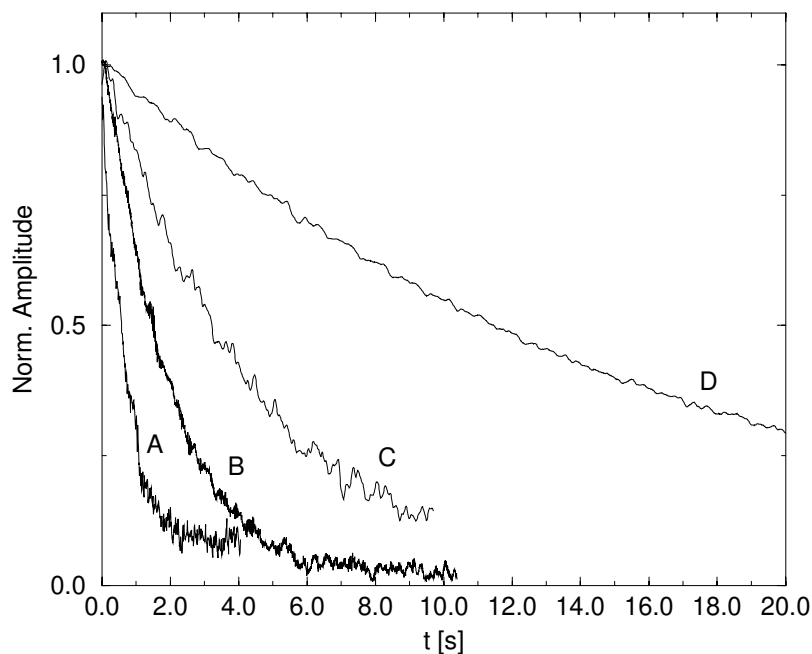


Abbildung 2.6: Normalisierte, gemittelte Zerfallskurven interner Moden von nach den im Text beschriebenen Methoden monolithisch aufgehängten Testmassen. Experimentelle Daten sind in den Tabelle dargestellt.

Alterungsprozesse

Im Rahmen der Untersuchungen sind Alterungsprozesse in der Verbindungszone registriert worden. Um diese zu demonstrieren, wurde eine Testmasse von Methode 3 mehrfach in verschiedenen Zeitintervallen gemessen und zwischendurch an normaler Laborluft gelagert. Folgende Veränderung der mechanischen Güte wurde festgestellt:

Nr. der Messung	Tage nach Herstellung des Pins	gemessenes Q
1	1	$5,2 \times 10^6$
2	24	$2,2 \times 10^6$
3	25	$2,6 \times 10^6$
4	71	$6,6 \times 10^5$

Dabei wurde zwischen Messung 2 und Messung 3 die Faser ausgetauscht. Die Verringerung der mechanischen Güte ist auf Alterungsprozesse in der Verbindungszone zurückzuführen. Das vom Wasserstoff-Brenner produzierte Wasser kann im Laufe der Zeit Mikrorisse im Material öffnen, was zu zusätzlichen Verlustkanälen führen kann.

Temperaturabhängigkeit

Es ist eine temperaturabhängige Varianz der Resonanzfrequenz festgestellt worden. Zur Bestimmung dieser Abhängigkeit am Beispiel eines nach Methode 2 aufgehängten Substrates wurde das Vakuumgefäß aufgeheizt und die Güte bei verschiedenen Temperaturen bestimmt. Im Bild 2.7 sind die gemessenen Temperaturen gegen die gemessenen Resonanzfrequenzen dargestellt. Bei Meßwert 1 wurde die Heizung eingeschaltet, bei Messung 11 wieder abgeschaltet. Es ergibt sich eine Abhängigkeit von ca. 10 Hz/K. Die Hysterese im Bild entsteht, da die Wärme nicht instantan zur Testmasse hin bzw. von ihr weg transportiert wird.

2.2.4 Diskussion

Zum Erreichen einer möglichst großen spektralen Empfindlichkeit einer interferometrischen Messung ist es im Hinblick auf das thermische Rauschen wichtig, optische Komponenten mit hohem mechanischen Güten zu benutzen. Bei interferometrischen Gravitationswellendetektoren spielt dabei die interne Güte der aufgehängten Testmasse eine besondere Rolle, da diese das thermische Rauschen des Detektors im Frequenzbereich von ca. 50 Hz bis in den Kilohertzbereich bestimmt.

Zum Erreichen hoher Güten in allen relevanten mechanischen Moden wird der in der Nähe Hannovers entstehende laser-interferometrische Gravitationswellendetektor **GEO600** als weltweit erster Detektor Testmassen aus synthetisch hergestellten Quarz bekommen, welche monolithisch an Quarzfäden aufgehängt werden. Zum Erreichen der geplanten Empfindlichkeit für **GEO600** ist ein internes mechanisches Q von 5×10^6 für die Testmassen spezifiziert [10]. Es mußte eine Methode entwickelt werden, monolithische Verbindungen zu schaffen, die dieser Anforderung gerecht werden. Das ist mit Methode 3 gelungen.

Als limitierender Verlustfaktor treten noch nicht die in den Abschnitten 1.3.3 und 1.3.4

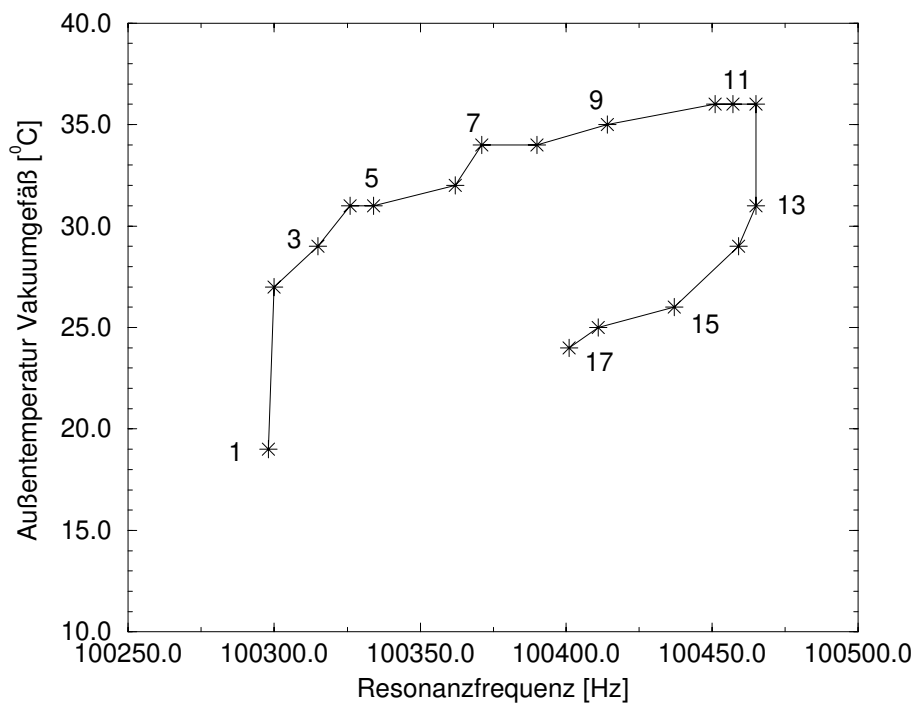


Abbildung 2.7: Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz der gemessenen Mode. Die Heizung des Vakuumgefäßes wurde nach Messung 1 eingeschaltet und nach Messung 11 wieder abgeschaltet.

beschriebenen grundlegenden Prozesse in Kraft, vielmehr ist die erreichbare interne mechanische Güte limitiert durch thermische Spannungen innerhalb der Kontaktzone. Damit ergibt sich hier Spielraum für weitere Entwicklungen.

Es wurde die Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz der untersuchten Testmassen zu ca. 10 Hz/K bestimmt.

Ein signifikanter Alterungsprozeß in der Kontaktzone bei Lagerung in Laboratmosphäre wurde registriert. Die Ursachen für diesen Prozeß sowie Möglichkeiten zu seiner Verhinderung sollten in weiterführenden Experimenten untersucht werden.

Methode 2 wurde an einem größeren Substrat (Durchmesser 64 mm, Länge 70 mm) getestet. Dabei war es im Gegensatz zu früheren Versuchen am Institut für Quantenoptik in Garching sowie an der Universität Glasgow [31] erstmals möglich, monolithische Verbindungen für solche Substrate dauerhaft herzustellen. Im Rahmen des GEO600-Projektes werden sowohl die beschriebenen Methoden als auch eine Mischung dieser mit anderen Techniken an großen Testmassen an der Universität Glasgow weiter untersucht.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Erreichung der angestrebten internen Güten für monolithisch aufgehängte Testmassen die Verwendung solcher Systeme in Detektoren neuerer Generation möglich macht.

2.3 Pendelgüten monolithischer Aufhängungen

Im Abschnitt 2.2 wurden im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methoden vorgestellt, mit deren Hilfe es möglich ist, Testmassen aus synthetischem Quarz monolithisch aufzuhängen und damit hohe interne Substratgüten zu erhalten. Aus der Literatur ist bekannt, daß solche monolithischen Systeme auch sehr hohe Güten in den mechanischen Moden der Aufhängung haben können [7]. Es ist nun von Interesse, welche Güten im Rahmen dieser Arbeit hergestellte Aufhängungen besitzen. Dies ist unter anderem von der Materialgüte der verwendeten Fasern abhängig. Bei der Messung der internen Güten wurden optische Lichtleitfasern zur Aufhängung der Testmassen benutzt. Im folgenden werden Herstellungsverfahren für Fasern mit geringerer interner Dissipation dargestellt und die damit erreichten mechanischen Güten der Aufhängung gemessen.

2.3.1 Experimenteller Aufbau

Detektion der Schwingungsmoden

Zur Vermessung der Güten der Pendelmoden wurden, wie in Abschnitt 2.2, Zerfallskurven freier Schwingungen beobachtet. Dazu wurde ein Helium-Neon Laser auf das aufgehängte Substrat abgebildet und der reflektierte Strahl beobachtet. Bewegungen des Pendels führen zu einer Auslenkung des Lichtzeigers entsprechend der Amplitude der Bewegung. Der Lichtzeiger wurde detektiert und ausgewertet. Dazu diente ein positionsempfindlicher Sensor, eine sogenannte *Tetralateraldiode* (PSD). Es handelt es sich hierbei um eine Flächendiode, deren Photostrom von der Position des Lichtflecks auf der Diode abhängt. Die Einzelströme I werden durch jeweils einen Impedanzwandler getrennt in Spannungen umgesetzt.

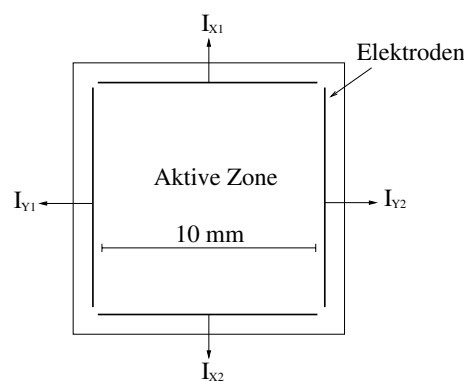


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung einer Tetralateraldiode mit den Einzelströmen I

Um Unabhängigkeit von der Intensität des auftreffenden Lichtzeigers zu erreichen, werden die Einzelspannungen U jeweils paarweise addiert, subtrahiert und diese Signale durcheinander dividiert. Damit wird das Signal normalisiert:

$$U_X = \frac{U_{X1} - U_{X2}}{U_{X1} + U_{X2}} \quad \text{und} \quad U_Y = \frac{U_{Y1} - U_{Y2}}{U_{Y1} + U_{Y2}} \quad (2.14)$$

Mit dieser Diode können somit zwei verschiedene Raumrichtungen getrennt detektiert werden. In Abbildung 2.9 ist die Kennlinie der verwendeten Tetralateraldiode für eine Raumrichtung in Abhängigkeit vom Ort des Lichtzeigers dargestellt.

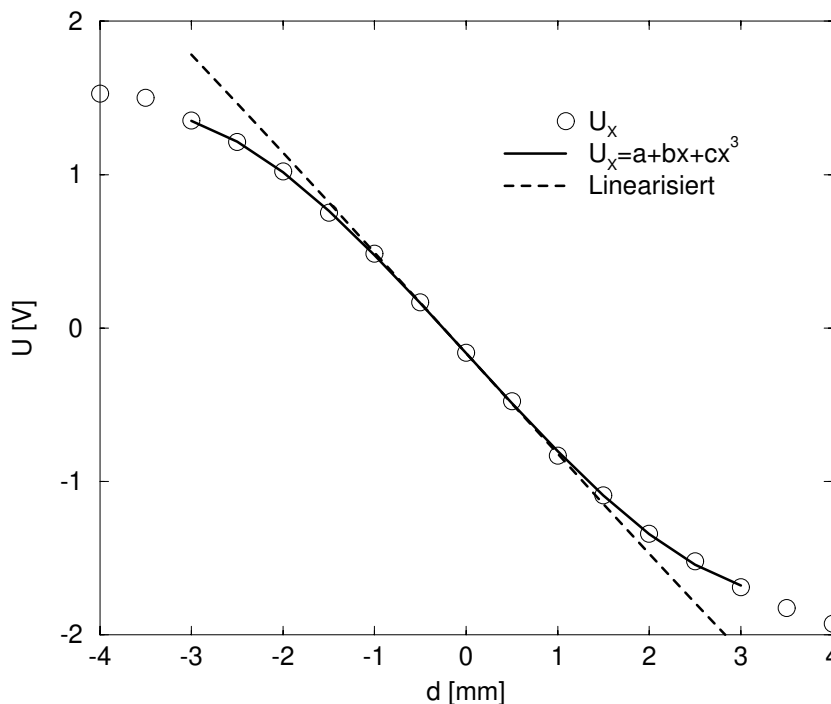


Abbildung 2.9: Gemessene Kennlinie der Tetralateraldiode in Abhängigkeit vom Abstand d des Lichtzeigers vom Diodenmittelpunkt

Das Signal hat die Form eines Polynoms dritten Grades. Dieselbe Abhängigkeit ergab sich für die zweite Raumrichtung. Man erhält also eine annähernd lineare Kennlinie im Zentrum der Diode. Mit diesem Meßverfahren läßt sich die Bewegung des Spiegels, die sowohl durch horizontales als auch vertikales Verkippen hervorgerufen wird, getrennt detektieren.

Die Signale der PSD wurden mit Hilfe von lock-in Verstärkern ausgelesen. Da die verschiedenen Moden der Aufhängung bei unterschiedlichen Frequenzen liegen, macht es diese schmalbandige Detektion möglich, einzelne Moden getrennt voneinander zu vermessen. Der lock-in Verstärker wurde entweder konventionell mit seinem internen Signalgenerator als Lokaloszillator benutzt, oder es wurde das Signal selbst durch einen aktiven Bandpaß gefiltert und durch den lock-in Verstärker mit dem ursprünglichen Signal phasenrichtig gemischt. Das liefert die Amplitude der Bewegung auf der Resonanzfrequenz.

Somit wurde der lock-in Verstärker hier nur als sehr schmalbandiger und steiler Frequenzfilter genutzt. Es wurde Amplitude und Phase ausgelesen.

Zur Minimierung der Verluste durch *Gasdämpfung* wurden die Experimente im Vakuum bei 10^{-6} mbar durchgeführt.

Die in Kapitel 1.3.1 vorgestellten *Rückstoßverluste* begrenzen die Höhe meßbaren Güte. Es gibt zwei Ansatzpunkte, um den Einfluß dieses Verlustkanals auf die Messung zu minimieren. Man kann einerseits die Masse am Aufhängepunkt so groß als möglich wählen, d.h. den Aufhängepunkt an eine sehr große träge Masse ankoppeln. Andererseits kann man die Resonanzfrequenz des oberen Aufhängungspunktes genau definieren und diese weit unterhalb der zu messenden Pendelfrequenz halten. Man nutzt hierbei die Filtereigenschaft der Transferfunktion eines Oszillators oberhalb seiner Resonanzfrequenz (siehe Abschnitt 1.2.3. Es wurden beide Wege besprochen.

Aufhängungspunkt mit Sub-Hertz Resonanzfrequenz

Im ersten Teil der Experimente zur Messung der Pendelgüte wurde der zweite Ansatz gewählt. Dazu wurde ein X-Pendel aufgebaut, wie es von [3] und [26] vorgestellt und demonstriert wurde.

Die Abbildung 2.10 zeigt die Seitenansicht des X-Pendels, so wie es in den Versuchen angewandt wurde. Zwischen den beiden Metallplatten sind 4 Fäden aus Stahldraht gespannt, deren Durchmesser $d = 0.25$ mm betrug. Es wurden immer paarweise 2 Fäden überkreuz gespannt, ohne daß sich diese berührten. Der Abstand der Fäden zueinander betrug jeweils 65 mm. Die Befestigungspunkte lagen $L = 120$ mm auseinander. An der unteren Platte wurde die Masse, die als Aufhängungspunkt für die zu untersuchenden Pendel dienen sollte, mit zwei Gewindestangen befestigt. Diese Masse bestand aus einem Quarzglasblock (Durchmesser 50 mm, Länge 200 mm), der fest in eine Metallklemme eingespannt war.

Es wurden drei verschiedene Pendelmoden beobachtet: In z-Richtung (vertikal) arbeitet dieses Pendel wie ein normales Federpendel im Gravitationsfeld. Die rückstellende Kraft ist durch die Fadenelastizität gegeben. Die Resonanzfrequenz dieser vertikalen Mode betrug 17.3 Hz. Eine zweite Pendelmode tritt in y-Richtung auf. Bei dieser Schwingung werden die Fäden zum einen gedehnt, zum anderen seitlich verkippt. Die daraus resultierende Resonanzfrequenz wurde mit 1.93 Hz gemessen. Die interessante Mode ist aber die in x-Richtung, deren Resonanzfrequenz 0.14 Hz betrug. Die Bewegung besteht aus dem Verkippen der beiden oberen Platten zueinander. In [3] wird die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit vom Plattenabstand h , Abstand der Befestigungspunkte L und Höhe des Schwerpunktes H von Masse und Platte theoretisch angegeben:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Mg(H - H_h)}{M(\frac{h}{2L} + H)^2 + I}}. \quad (2.15)$$

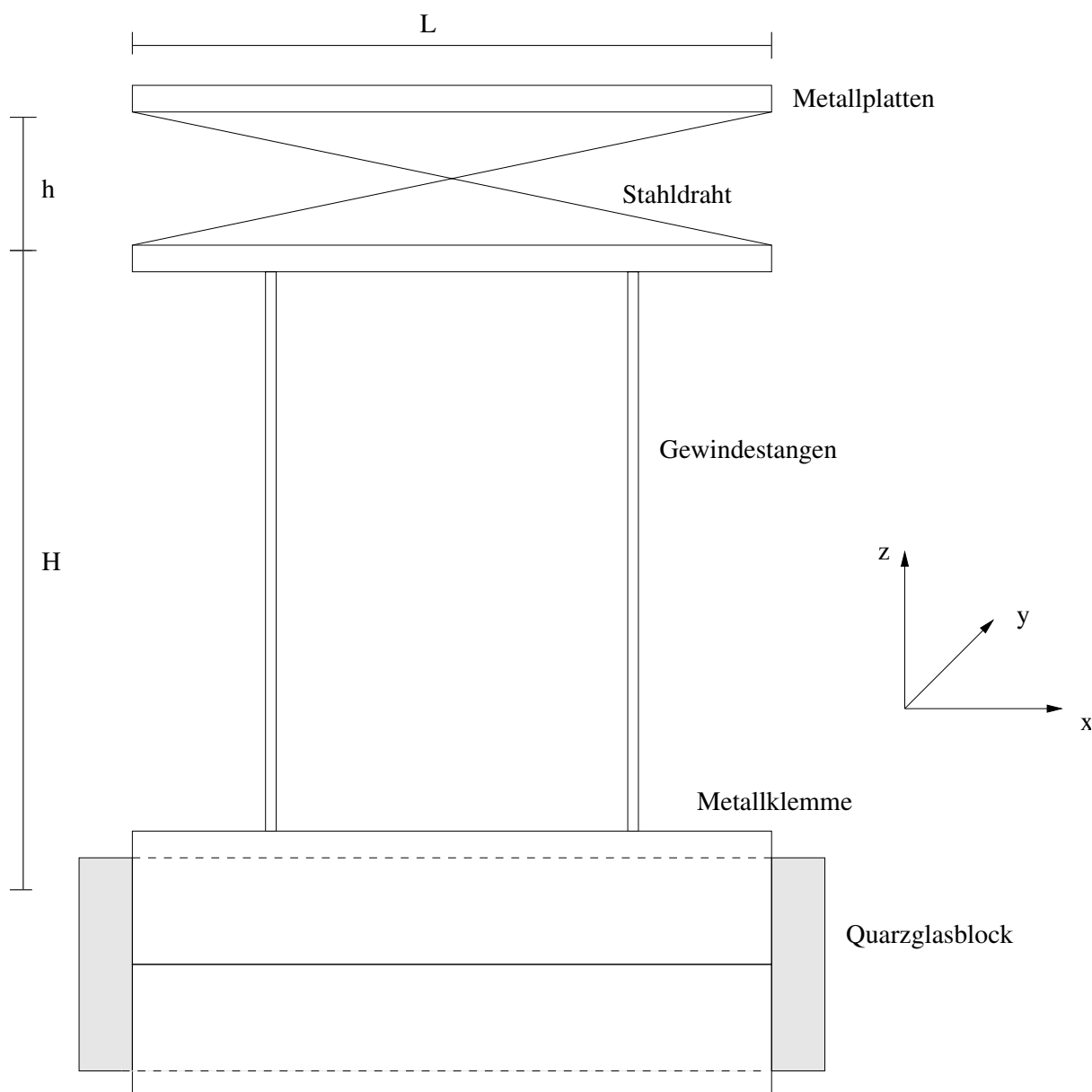


Abbildung 2.10: Prinzipskizze des aufgebauten X-Pendels

M ist die Gesamtmasse und I das dazugehörige Trägheitsmoment. H_h wird als kritische Höhe bezeichnet, bei der das X-Pendel instabil wird:

$$H_h = \frac{L^2}{4h} - \frac{h}{4}. \quad (2.16)$$

Die Resonanzfrequenz in x -Richtung lässt sich somit durch Verschieben des Schwerpunktes oder durch Variation des Plattenabstandes einstellen, wobei sich damit auch die anderen Resonanzfrequenzen verschieben. Für eine ausführliche Diskussion des X-Pendels sei auf [41] verwiesen.

An dem im Bild 2.10 dargestellten Quarzblock wurde das obere Ende der Aufhängungsfaser angeschmolzen und die Testmasse somit monolithisch aufgehängt. Die Auslesung

der Bewegung der Testmasse erfolgte nun wie im vorigen Abschnitt dargestellt.

Aufhängungspunkt gekoppelt an eine große Masse

Im zweiten Teil der Experimente wurde darauf zurückgegriffen, die Aufhängung an eine sehr große Masse zu koppeln, um damit die Limitierung der mechanischen Güte durch Rückstoßverluste zu minimieren. Dazu wurde das Vakuumgefäß fest an einem 500 kg Betonblock verankert. Die Aluminiumstruktur wurde wiederum mit dem Vakuumgefäß verschraubt. Auf das X-Pendel wurde ganz verzichtet, statt dessen wurde der obere Quarzzyylinder mit Hilfe der Metallklammern direkt an die Aluminiumstruktur geschraubt. Der obere Teil der Aluminiumstruktur wurde zusätzlich durch Bleiplatten mit einem Gesamtgewicht von 50 kg beschwert.

An den so fixierten Quarzzyylinder wurde das obere Ende der Aufhängungsfäden angeschmolzen und damit eine monolithische Aufhängung geschaffen. Die Schwingungen der Testmasse wurde, wie oben beschrieben, ausgelesen.

Im Bild 2.11 ist der Gesamtaufbau des Experimentes am Beispiel des an eine große Masse gekoppelten Pendels schematisch dargestellt. Bei dem im vorherigen Abschnitt beschriebenen Aufbau mit Aufhängung an einem Sub-Hertz Oszillator ist zwischen den Quarzblock und der Aluminiumstruktur noch das X-Pendel geschaltet.

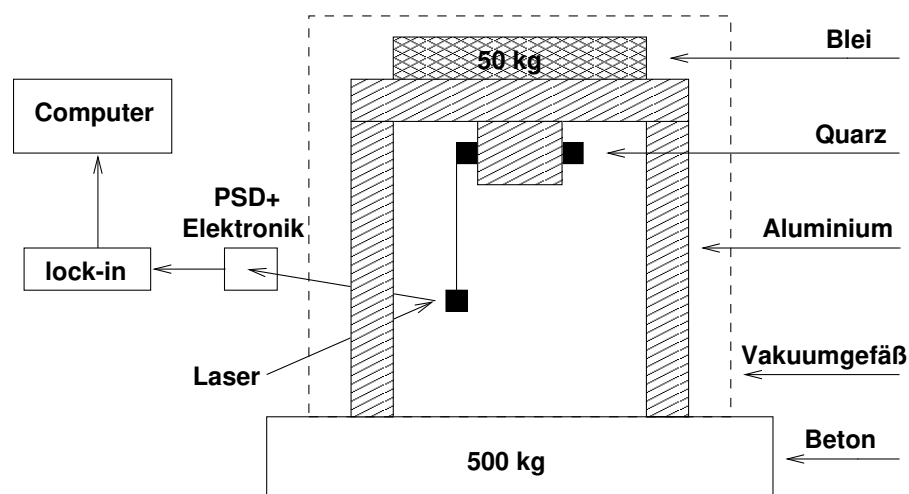


Abbildung 2.11: Prinzip des Aufbaus des Experimentes zum Messen der mechanischen Güten der Aufhängung dargestellt am Beispiel der Kopplung an eine große Masse. Bei der im vorherigen Abschnitt beschriebene Kopplung an einen Sub-Hertz Oszillator ist zwischen den oberen Quarzblock und der Aluminiumstruktur das X-Pendel geschaltet.

2.3.2 Herstellung der monolithischen Aufhängung

Herstellung im Induktionsofen

Im ersten Teil der Versuche wurden die monolithischen Pendel mit in einem Induktionsofen hergestellten Fasern aufgebaut. Sie wurden aus einem Quarzstab von 1 mm Durchmesser herausgezogen. Der Ofen wurde an der Universität Glasgow entwickelt. Als Heizquelle diente eine geschlitzte Platte aus reinem Kohlenstoff, in der ein Kreisstrom, getrieben durch ein äußeres Magnetfeld, erzeugt wurde. Über den Ohmschen Widerstand wurde die Energie des Magnetfeldes in Wärme umgesetzt. Die Temperatur betrug ca. 3000°C. Der Glasstab wurde an beiden Enden eingespannt und nach Erreichen der Schmelztemperatur auseinandergezogen. Der Ofen arbeitet in einer Argonatmosphäre, um chemische Reaktionen auszuschließen. Es wurden Fäden mit einem Durchmesser von 50 µm bei einmaligem Ziehen erzeugt. Wenn man den Stab auf ca. 200 µm vorzog und diesen nach erneutem Erhitzen auf die Endlänge brachte, wurden Faserdurchmesser von 10 µm erreicht. Der Durchmesser wurde entweder mikroskopisch oder aus dem Beugungsmuster eines auf die Faser abgebildeten Lasers bestimmt.

Die Zuglänge betrug bei allen Fasern $L = 200$ mm, die Gesamtlänge der Faser lag bei ca. 250 mm. An den Enden blieb immer ein Stück des Ausgangsmaterials mit Originaldurchmesser zurück, um daran die nötigen Anschmelzarbeiten durchführen zu können.

Die Fasern wurden unter Benutzung der Methode 3 aus 2.2.2 an Quarzsubstrate des Durchmessers 6,3 mm mit einer Zylinderhöhe von 3 mm ankontaktiert. Die Massen der Substrate betragen 0,2 g.

Der Faserdurchmesser war nicht über die gesamte Faser homogen. Die oben angegebenen Werte waren nur auf einer Länge von ca. 100 mm zu realisieren. Auf der restlichen Länge lief der Durchmesser konisch auseinander. Die größte Biegung bei einem Fadenpendel tritt nahe der oberen Aufhängung auf [21]. Daher wurden die Fasern mit dem dickeren Ende an die Testmasse angeschmolzen. Das andere Ende der Faser wurde an den oberen Quarzblock geschmolzen.

Herstellung in der Wasserstoffflamme

Eine zweite Möglichkeit ist die Herstellung der Fasern in einer Wasserstoffflamme. Dabei wurden oben erwähnte Quarzstäbe an einer Stelle lokal in der Flamme erhitzt und die beiden Enden dann schlagartig auseinander gezogen. Aus der Schmelze wird dabei die Faser herausgezogen. Die verbleibenden Enden des Stabes wurden abgeschmolzen. Es war damit möglich, Fasern mit einem über die gesamte Länge homogenen Durchmesser zu erzeugen. Mit diesen Fasern wurden, wie oben beschrieben, Aufhängungen hergestellt. Dabei wurde ein Substrat wie in Abschnitt 2.2 benutzt. Der Faserdurchmesser betrug ca.

100 μm . Vermessen wurde ein 2-Faden Pendel, d.h. es war jeweils ein Faden an der Mantelfläche des Zylinders auf den gegenüberliegenden Seiten, jedoch kurz oberhalb des Massenmittelpunktes angebracht.

Bei der Benutzung von Fasern geringen Durchmessers spielt ein bisher noch nicht erwähnter Dämpfungsmechanismus eine Rolle, nämlich die Oberflächendämpfung. Durch Ablagerungen auf der Oberfläche der Fasern kann es zu Verlustprozessen kommen, aber auch durch Mikrorisse, die durch chemische Prozesse auf der Oberfläche entstanden sind. Je schlechter nun das Verhältnis zwischen Volumen und Oberfläche eines Zylinders ist, um so mehr Einfluß gewinnt dieser Prozeß. Deshalb wurde der Quarzstab nach folgendem Reinigungsverfahren behandelt [44]:

- Reinigen des Stabes in Chrom-Schwefelsäure zum Entfernen organischer Verunreinigungen,
- Abätzen der oberen Materialsichten in Flußsäure,
- Schließen noch vorhandener Risse durch Flammenpolitur (während des Ziehens).

Zwischen den einzelnen Schritten wurde der Stab in destilliertem Wasser gespült.

2.3.3 Ergebnisse

Aufhängungen mit Fasern aus dem Induktionsofen

Zuerst wurden die Aufhängungen mit den im Induktionsofen der Universität Glasgow gezogenen Fasern hergestellt und der Weg eines niederfrequenten Aufhängungspunktes unter Verwendung des X-Pendels zur Minimierung der zu erwartenden Rückstoßverluste gewählt.

Zur Bestimmung der zu erwartenden Rückstoßverluste wurden Resonanzfrequenzen und Güten der Moden des X-Pendels mit einem Schattensensor [41] gemessen. Dazu wurde das X-Pendel deltaförmig, d.h. durch einen kurzen Impuls, angeregt und die Abnahme der Amplitude wurde über einen lock-in Verstärker protokolliert. Abbildung 2.12 zeigt die gemessenen Amplituden in Abhängigkeit von der Zeit.

Die angegebenen Güten sind aufgrund der Nichtlinearität des Schattensensors mit einem relativ hohen Fehler behaftet. Dennoch läßt sich eine untere Grenze für die beiden longitudinalen Resonanzen mit $Q \cong 100$ und für die vertikale Resonanz mit $Q \cong 50$ angeben. Die sich daraus rechnerisch ergebenden frequenzabhängigen Rückstoßverluste sind für ein Pendel mit der Resonanzfrequenz $f_0 = 0.9$ Hz in Abbildung 2.13 dargestellt.

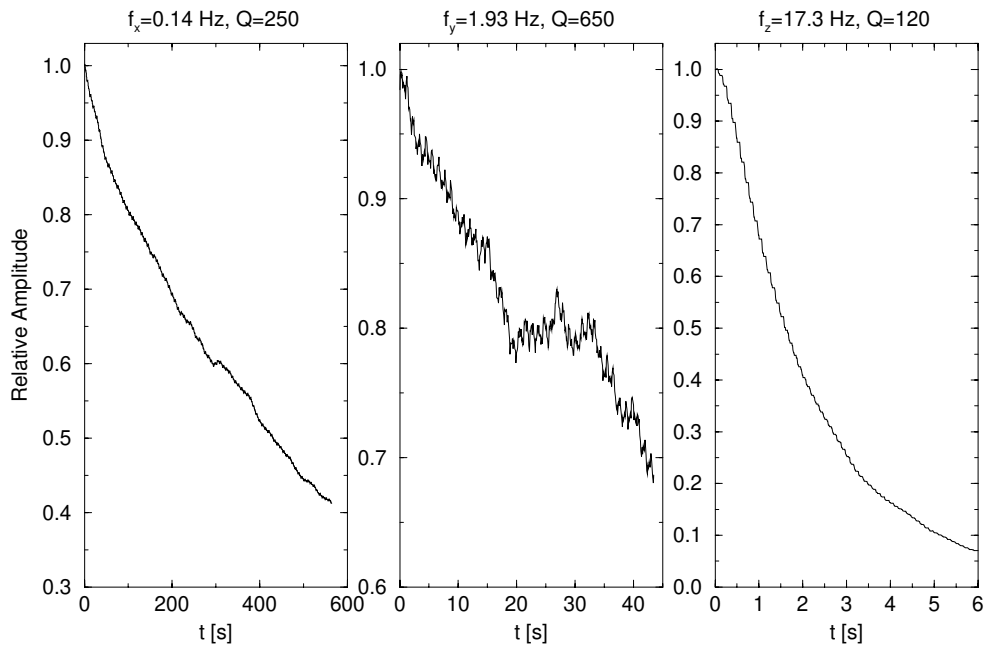


Abbildung 2.12: Ringdown-Messungen der verschiedenen Moden des X-Pendels

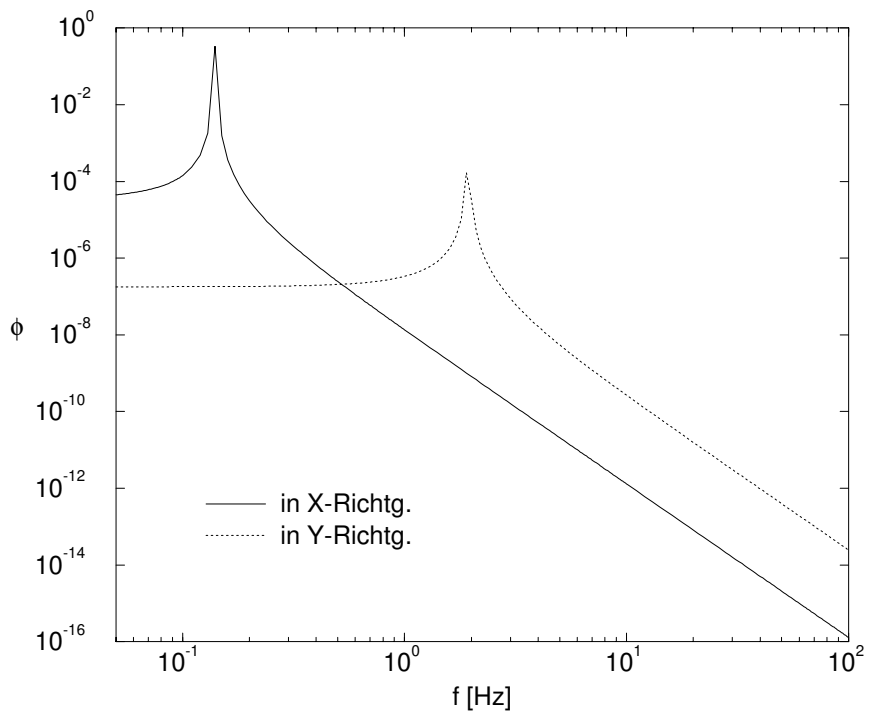


Abbildung 2.13: Rückstoßverluste in das X-Pendel für ein Pendel der Resonanzfrequenz $f_0 = 0.9$ Hz in Abhängigkeit von der Frequenz

Die angegebenen Raumrichtungen beziehen sich auf die Resonanzfrequenzen des X-Pendels. Für eine Messung der Güte der monolithischen Aufhängung sind die Verluste auf dessen Resonanzfrequenz zu betrachten. Daraus ergibt sich in x-Richtung eine obere Grenze für die Güte von $Q = 6 \times 10^7$, in y-Richtung jedoch von $Q = 3 \times 10^6$. Ein Fadenpendel bewegt sich in der y-x-Ebene, somit wird dessen Güte auf $Q = 3 \times 10^6$ begrenzt. Zuerst wurde eine monolithische Aufhängung für eine Testmasse von 0,2 g mit einer Faser des Durchmessers 50 μm hergestellt. Abbildung 2.14 zeigt eine Ringdown Messung auf der longitudinalen Resonanz. Die Frequenz betrug bei diesem Pendel $f_0 = 0.9 \text{ Hz}$, was eine effektive Fadenlänge von 0.3 m ergibt. Die punktiert dargestellte Exponentialkurve in der Grafik ist die theoretische Zerfallskurve eines Oszillators dieser Frequenz gerechnet für eine Güte von $Q = 1 \times 10^6$.

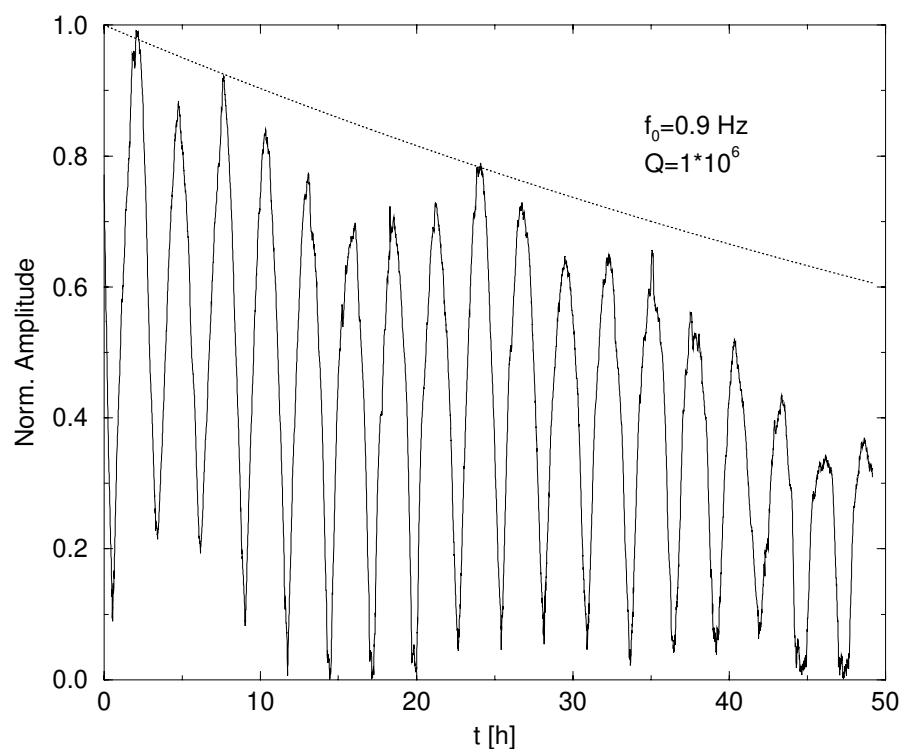


Abbildung 2.14: Ringdown-Messung der longitudinalen Mode. Zum Vergleich eine theoretische Zerfallskurve eines Oszillators dieser Frequenz mit $Q = 1 \times 10^6$.

In Abbildung 2.15 ist die Fourier-Transformierte der Daten zu sehen. Es zeigen sich eine signifikante Resonanz bei 2,2 Stunden und ein Ansteigen zu 18 Stunden hin. Die Amplitude dieses Pendels in x-Richtung, nur diese wird detektiert, besitzt eine Schwebung mit einer Periode von 18 Stunden. Diese ist durch die Corioliskraft erklärt [4].

Die 2,2-Stunden Modulation entsteht durch eine Kopplung der Schwingung des Pendels in x-Richtung mit der Schwingung in y-Richtung. Nun sollten diese eigentlich orthogonal zueinander sein. Durch leicht unterschiedliche Fadenelastizitäten aber ergibt sich ein nicht ganz rotationssymmetrisches Potential für das Pendel. Damit koppeln diese Moden aneinander. Aus der Schwebungsperiode kann man Rückschlüsse auf die Stärke der Kopplung und damit auf die Homogenität der verwendeten Faser ziehen.

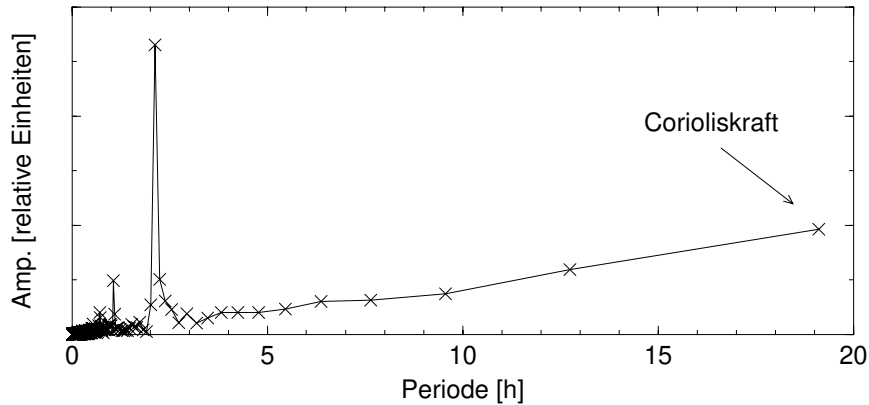


Abbildung 2.15: Fourier-Transformierte der Ringdown-Messung

In Abbildung 2.16 ist eine Messung der Zerfallskurve für die Kippmode dargestellt, in Abbildung 2.17 eine Messung der Torsionsmode.

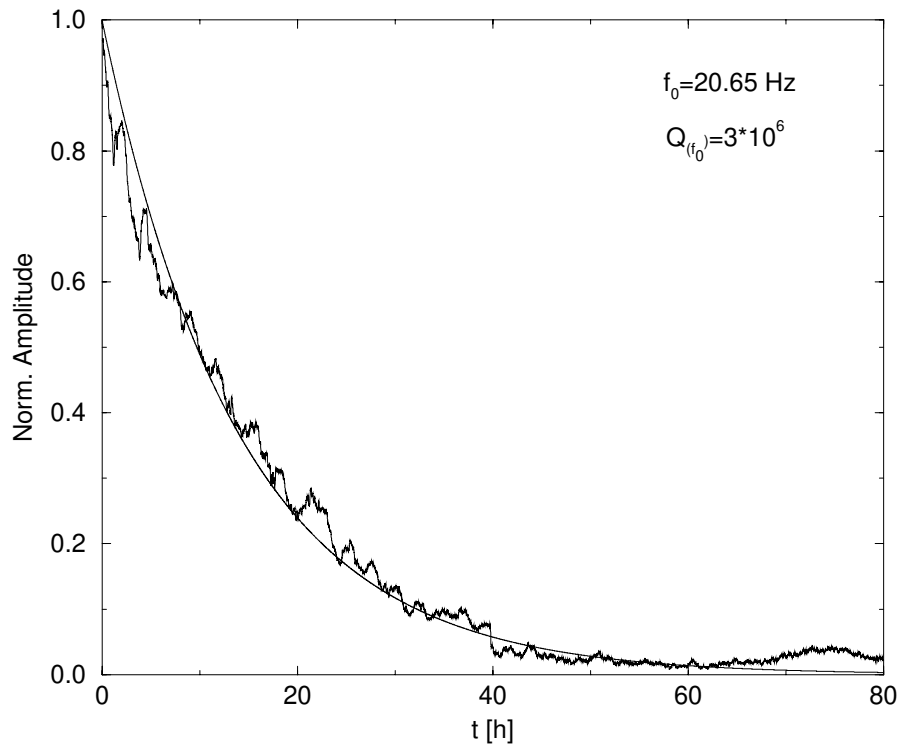


Abbildung 2.16: Ringdown-Messung der Rocking Mode

Diese Güten liegen in der selben Größenordnung, wie sie in Abschnitt 2.2 für die internen Moden der Testmassen aus demselben synthetischen Quarz gemessen wurden. Durch die entwickelte Technik zum Kontaktieren von Fasern an Testmassen ist also nicht nur eine hohe interne mechanische Güte erreichbar, es wird auch für die Aufhängung eine hohe Güte erreicht.

Entsprechend der in Abschnitt 2.1.2 dargestellten Theorie sollte nun aber die Güte des Pendels aufgrund der zusätzlichen verlustfreien "Feder" durch die Bewegung im Gravi-

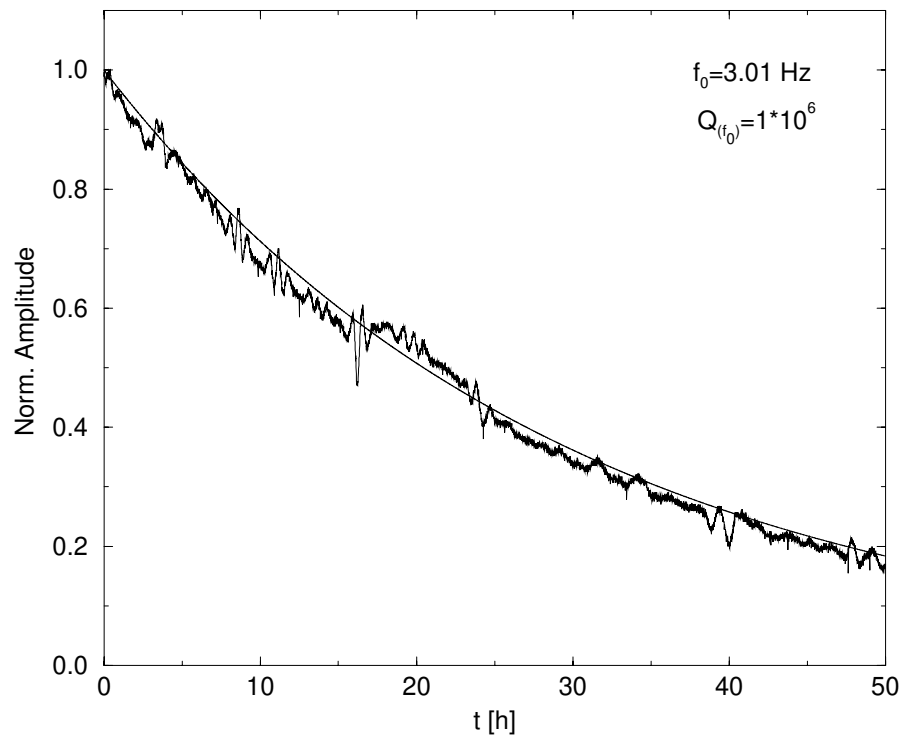


Abbildung 2.17: Ringdown-Messung der Torsions Mode

tationsfeld höher sein als die eigentliche Materialgüte des Aufhängungsfadens. Daß dies hier nicht demonstriert werden kann, liegt an den Eigenschaften des X-Pendels. Zwar kann man mit seiner Hilfe die Rückstoßverluste in x-Richtung weit unterhalb der Verluste im Material minimieren, nicht aber in y-Richtung der Pendelbewegung (siehe Abbildung 2.13). Nun ist aber zwischen beiden Raumrichtungen die oben beschriebene Kopplung zu beobachten. Damit wird klar, daß die Verluste der longitudinale Pendelbewegung dominiert sind durch Rückstoßverluste in das X-Pendel. Die gemessenen Güten liegen wie auch die Limitierung durch die Rückstoßverluste im Bereich 10^6 .

Diese Aussage wurde überprüft durch die Verwendung einer dünneren Faser mit dem Durchmesser $10 \mu\text{m}$. Die Masse des Pendels wurde beibehalten. Die longitudinale Mode hatte aufgrund des etwas kürzeren Fadens eine Resonanzfrequenz von 0.96 Hz (effektive Fadenlänge von 0.26 m). Die Resonanzfrequenz der Kippschwingung wurde zu 18.6 Hz ermittelt, die Torsion hatte eine Periode von 25 s . Die Fadenelastizität, die proportional zur vierten Potenz des Radius der Faser ist, wird nun geringer sein. Bei gleichbleibender Materialgüte sollte nach der in Abschnitt 2.1.2 vorgestellten Theorie die Güte der longitudinalen Pendelbewegung höher sein. Zu erwarten wäre eine theoretische Güte von 10^8 . Es wurde sowohl die Güte der Rocking-Mode als auch die der longitudinalen Pendelschwingung gemessen. Beide lagen wiederum im Bereich 10^6 . Es war auch hier eine Kopplung der Schwingungen in x- und y-Richtung zu beobachten. Die Schwebungsperiode lag bei

10 Stunden. Bedingt durch diese Kopplung war auch die Güte dieser Aufhängung limitiert durch Rückstoßverluste.

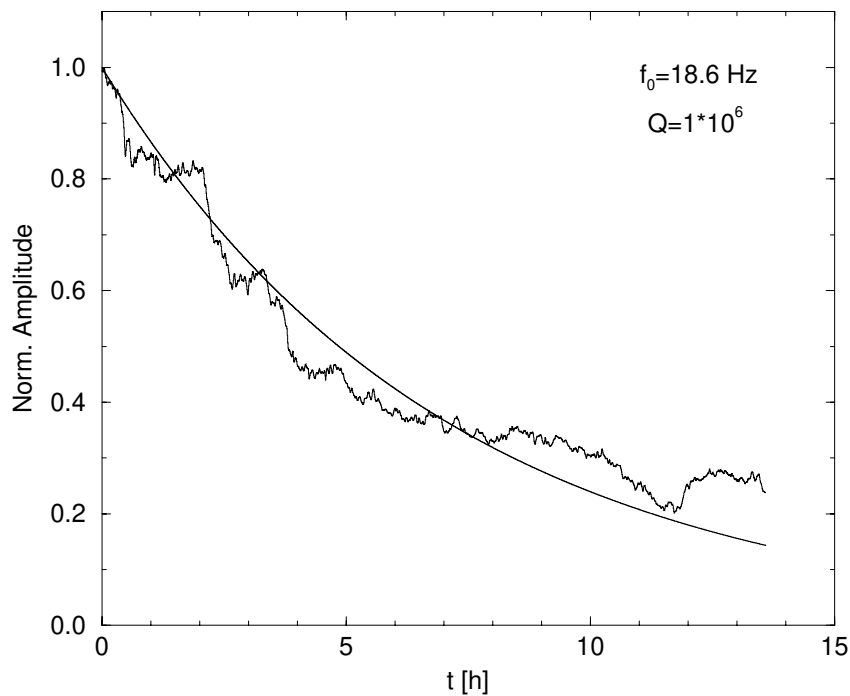


Abbildung 2.18: Ringdown-Messung der Rocking Mode.

Aufhängung mit in der Wasserstoffflamme gezogenen Fasern

Im zweiten Teil der Versuche wurde die monolithischen Aufhängungen mit Hilfe der in der Wasserstoffflamme gezogenen Fasern hergestellt. Dabei wurde ein Substrat mit Durchmesser 25,4 mm und Dicke 12,1 mm benutzt. Auf das X-Pendel wurde verzichtet, dafür wurde die direkte Kopplung an eine große Masse gewählt. Nach den im Abschnitt 2.1.2 dargestellten Berechnungen würde man für dieses Pendel eine Güte im Bereich 2×10^8 für die longitudinale Pendelbewegung erwarten.

Im Bild 2.20 ist eine Messung der Zerfallskurve der Pendelschwingung dargestellt. Die Resonanzfrequenz lag bei 1,035 Hz. Da nun sämtliche Isolation fehlt, können bereits seismische Störungen das Pendel zu Bewegungen anregen. Einen Tag vor der Anregung wurde begonnen, die Meßdaten zu protokollieren. Eine Verfälschung der Messung durch seismisches Rauschen ist nicht zu erwarten.

Im Bild mit dargestellt ist ein exponentieller Fit an die Daten nach Anregung des Pendels. Der Regressionskoeffizient (Steigung) beträgt $-1,15 \times 10^{-7}$ bei einer Standardabweichung von $3,3 \times 10^{-9}$ und einem Korrelationskoeffizient von $-0,25$. Daraus ergibt sich eine Güte im Bereich $Q = 3 \times 10^7$.

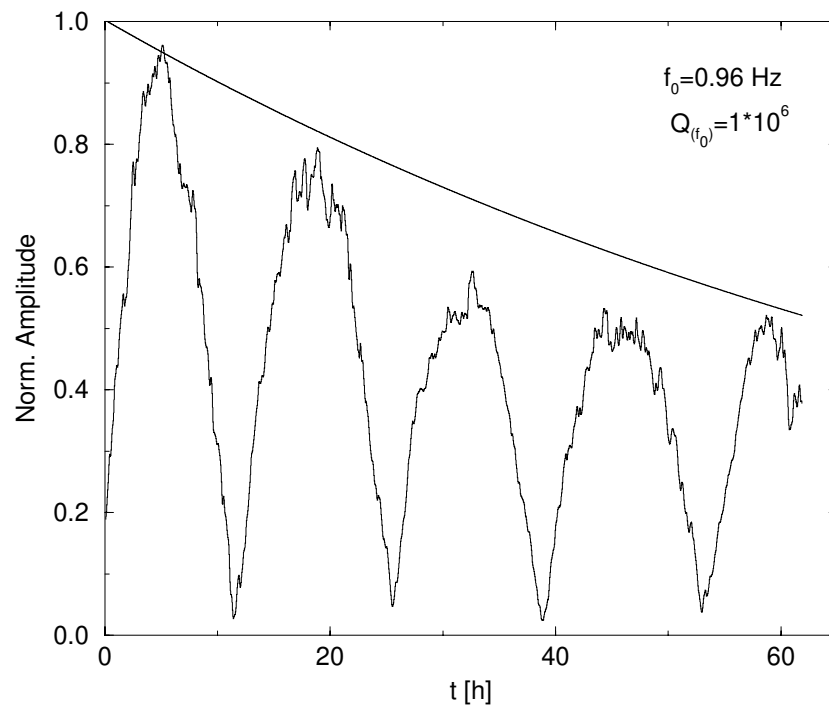


Abbildung 2.19: Ringdown-Messung der longitudinalen Pendelmode

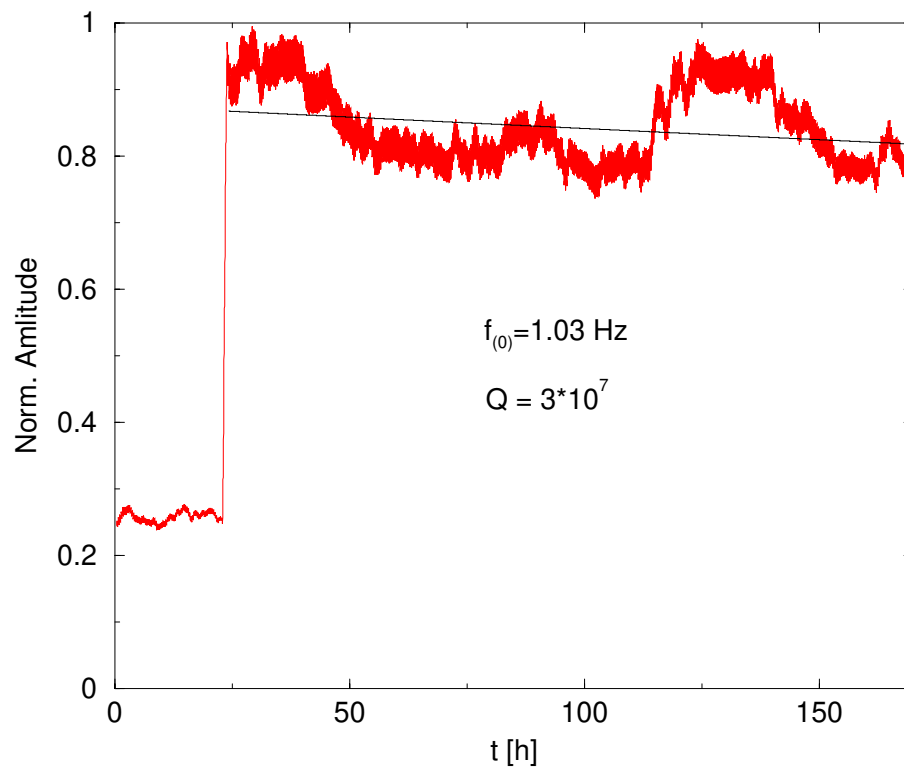


Abbildung 2.20: Ringdown-Messung der longitudinalen Pendelschwingung der 2 Faden Aufhängung.

Im Bild 2.21 ist die Ringdown-Messung der Torsionsmode dargestellt. Diese hatte eine Resonanzfrequenz von 1,87 Hz. Im Bild ist wiederum ein exponentieller Fit an die Daten nach Anregung mit dargestellt. Der Regressionskoeffizient (Steigung) beträgt $-1,14 \times 10^{-6}$ bei einer Standardabweichung von $5,7 \times 10^{-9}$ und einem Korrelationskoeffizient von $-0,83$. Daraus ergibt sich eine Güte im Bereich $Q=5 \times 10^6$.

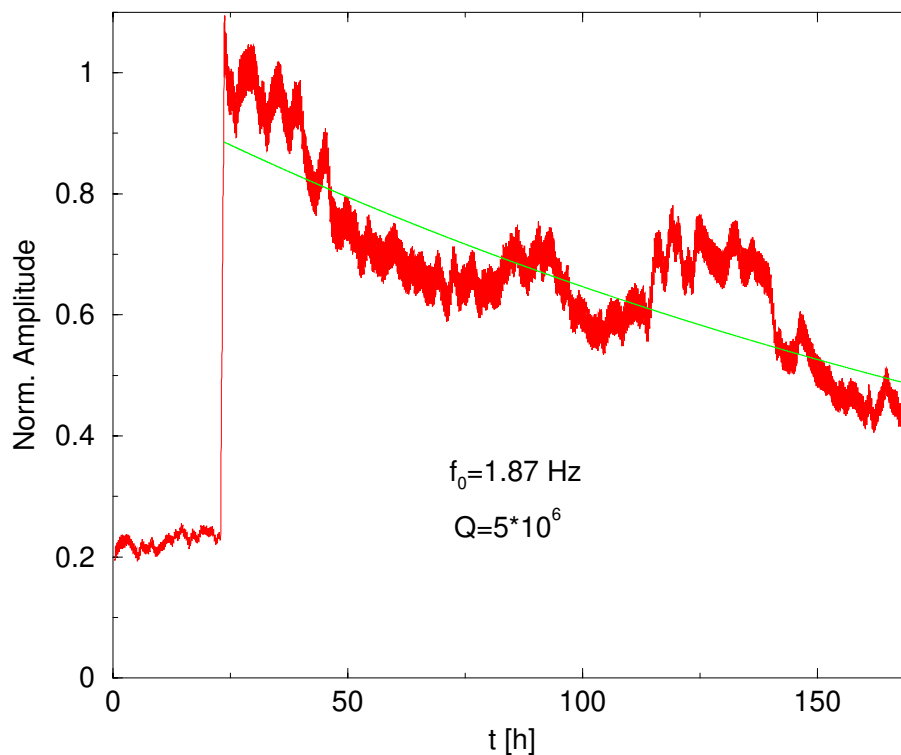


Abbildung 2.21: Ringdown-Messung der Torsionsmode der 2 Faden Aufhängung.

Auffällig ist, daß der theoretisch mögliche Wert für die Güte nicht erreicht wurde. Der Grund dafür ist, daß, obwohl das Pendel starr an eine feste Struktur gekoppelt wurde und diese Struktur wiederum an eine große Masse, noch immer eine Limitierung durch Rückstoßverluste gegeben ist. Diese rührt von mechanischen Resonanzen der Aluminiumstruktur her. Auch wenn der Energieübertrag nur noch sehr gering ist, spielt er bei Oszillatoren einer solch extremen Güte wieder eine Rolle.

Das Problem der Rückstoßverluste ist jedoch lediglich ein Problem auf der Resonanzfrequenz.

Trotz der verbliebenen Limitierung der gemessenen Güte durch Rückstoßverluste konnte gezeigt werden, daß mit der in Kapitel 2.2 vorgestellten Kontaktierungsmethode monolithische Aufhängungen hergestellt werden können, deren Güten weit oberhalb der Materialgüte selbst liegen. Die für den interferometrischen Gravitationswellendetektor GEO600 zum Erreichen der geplanten Empfindlichkeit bei 50 Hz notwendige Güte der Aufhängung von $Q_{\text{pendulum}} > 2 \times 10^7$ [38] wurde erreicht.

2.3.4 Diskussion

Um sicherzustellen, daß die spektrale Empfindlichkeit eines interferometrischen Detektors im Meßbereich nicht durch thermisches Rauschen der Aufhängung limitiert wird, muß sichergestellt werden, daß auch die Aufhängung hohe mechanische Güten in all ihren relevanten Moden hat. Für den Gravitationswellendetektor GEO600 zum Erreichen der spezifizierten spektralen Empfindlichkeit bei Frequenzen oberhalb von 50 Hz eine Güte der Pendelaufhängung von $Q_{pendulum} > 2 \times 10^7$ [38] notwendig. Dies wird durch Verwendung monolithischer Aufhängungen erreicht.

Die theoretisch erreichbaren Güten der im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten monolithischen Aufhängungen liegen bei Ausschließung viskoser Dämpfungsprozesse im Bereich von $Q=10^8$. Bei der Messung der mechanischen Güte war es jedoch nicht vollständig möglich, Rückstoßverluste auszuschließen. Zur Minimierung der Limitierung der Messung durch diesen Dämpfungsprozeß sind zwei mögliche Wege beschritten worden. Zum einen wurde das Pendel an einen mechanischen Oszillator mit sub-Hertz Resonanzfrequenz gehängt, zum anderen starr an eine große Masse gekoppelt.

Zunächst wurde der erste Weg beschritten. Dazu wurde ein X-Pendel aufgebaut und charakterisiert. Die Resonanzfrequenz in x-Richtung betrug 0,14 Hz, die in y-Richtung 1,93 Hz. Die Güten lagen im Bereich $Q=100$. Damit ergibt sich eine Limitierung der Gütemessung der monolithischen Aufhängung durch Rückstoßverluste von $Q=6 \times 10^7$ in x-Richtung und $Q=3 \times 10^6$ in y-Richtung. Da jedoch Kopplung der Pendelmoden in x- und y-Richtung zu beobachten war (Schwebungsperiode von 2,2 Stunden bzw. 10 Stunden), dissipiert die gemessene longitudinale Pendelmode auch in y-Richtung in die obere Aufhängung. Die hierbei erreichten mechanischen Güten im Bereich $Q=10^6$ entsprechen der Limitierung durch Rückstoßverluste.

Im 2. Teil wurde die monolithische Aufhängung starr an eine große Masse gekoppelt. Damit konnten wesentlich höhere Güten gemessen werden. Die Güte der Torsionsmode betrug $Q_{Torsion} = 5 \times 10^6$, die der longitudinalen Pendelmode $Q_{Pendel} = 3 \times 10^7$. Dominierend sind auch hierbei Rückstoßverluste.

Obwohl die Limitierung durch viskose Dämpfung nicht vollständig ausgeschaltet werden konnte, wurde mit den vorgestellten monolithischen Aufhängungen für Testmassen aus synthetischem Quarz nicht nur die Spezifikation des laser-interferometrischen Gravitationswellendetektors GEO600 für die interne Güte der Testmassen erreicht, sondern auch die für die mechanische Güte der Aufhängung notwendigen Werte.

2.4 Alternative Materialien und Interferometergeometrien

Es wurde gezeigt, daß mit der Verwendung von monolithisch aufgehängten Quarzsubstraten als Testmassen für einen interferometrischen Detektor aufgrund der hohen erreichbaren Güte die spektrale Dichte des thermischen Rauschens im Meßfenster eines solchen Detektors extrem verringert werden kann. Trotzdem stellt sich natürlich die Frage, in welche Richtung die Entwicklung weiter voran getrieben werden könnte. Gibt es Wege, das Problem des thermischen Rauschens noch weiter zu minimieren?

Zuerst fällt auf, daß in den bisherigen Abschnitten dieser Arbeit die Temperatur T in den Berechnungen des thermischen Rauschens immer als konstant angesehen wurde. Nun ist natürlich bekannt, daß auch Techniken zum Kühlen optischer Elemente auf kryogene Temperaturen vorhanden sind. Das thermische Rauschen skaliert linear mit der Temperatur. Die Verringerung der Temperatur der optischen Komponenten um z.B. eine Größenordnung, würde also auch deren thermisches Rauschen um eine Größenordnung verringern. Nun stellt sich aber für das bisher betrachtete synthetische Quarz dessen amorphe Struktur als großes Hindernis heraus, zeigt es doch gerade bei Temperaturen um 30 K einen der oben erwähnten Debye Peaks. Das jedoch bedeutet, daß die mechanische Güte von Quarz in diesem Temperaturbereich extrem schlecht ist! Erst bei einer weiteren Abkühlung in den Bereich um 1 K und darunter würden wieder hohe Güten erreichbar sein, was jedoch aus technischen Gründen für laser-interferometrische Gravitationswellendetektoren derzeit kaum praktikabel erscheint. Der Grund dafür liegt hauptsächlich darin, daß zur Erhöhung des Signal-Rausch Verhältnisses bzgl. des *Schrotrauschens* möglichst hohe Leistungen im Interferometer umlaufen sollten. Da aber mit derzeit verfügbarer Technologie mit Absorptionen von mindestens 1 ppm in den dielektrischen Spiegelschichten gerechnet werden muß, gleichzeitig aber nur berührungslose, auf Strahlungstransport beruhende Techniken zum Kühlen der Testmasse benutzt werden können (um das seismische Isolationssystem nicht "kurzzuschließen"), scheint eine Kühlung der Testmassen auf solche Temperaturen derzeit noch nicht praktikabel.

Wenn nun also die amorphe Struktur des synthetischen Quarzes diesen Debye Peak bedingt, warum dann nicht kristalline Materialien benutzen, die schon bei Raumtemperatur eine viel höhere mechanische Güte als Quarz besitzen und deren Q mit sinkender Temperatur sogar noch zunimmt? So ist z.B. einkristallines Silizium ein Material, was diese Anforderungen erfüllen könnte (und zusätzlich aufgrund des Interesses der Halbleiterindustrie nicht nur sehr gut bezüglich seiner Eigenschaften erforscht, sondern auch in entsprechenden Größen erhältlich). Extrem hohe mechanische Güten von $Q = 4 \times 10^8$ auch schon bei Raumtemperatur wurden von Braginsky et al. für Saphir gemessen [6]. Diese hohe Güte sowie das hohe spezifische Gewicht und die hohe Schallgeschwindigkeit (das Produkt aus spezifischem Gewicht und dritter Potenz der Schallgeschwindigkeit ist oft ein erster Anhaltspunkt für die Eignung eines Materials als Testmasse eines Detektors, bestimmt dies doch u.a. die Resonanzfrequenzen eines Körpers bei gegebener Geometrie,

siehe z.B. Abschnitt 1.2.4) von $\rho \times v^3 = 1.3 \times 10^{15} \frac{\text{kg}}{\text{s}^3}$ machen Saphir zu einem idealen Kandidaten für Testmassen einer interferometrischen Meßapparatur. Mit einem solchen Material könnte durch Abkühlen die spektrale Dichte des thermischen Rauschens der Testmasse noch weiter verringert werden.

Nun stellt sich natürlich die Frage, wie kann man mit Saphir-Substraten eine Aufhängung konstruieren, die einerseits die notwendige Filterung für das seismische Rauschen gibt, andererseits aber wiederum keine zusätzlichen Verluste in den mechanischen Moden verursacht. Aus den Arbeiten von [29] ist bekannt, daß die thermoelastische Dämpfung für Aufhängungsfäden aus Saphir höher ist als die von Quarz. Damit scheidet Saphirfäden aus. In [25] wird statt dessen vorgeschlagen, Saphir-Substrate an Niob aufzuhängen. Um eine solche Art der Aufhängung zu realisieren, muß Niob möglichst verlustfrei an Saphir ankontaktiert werden. Dazu wurde die Benutzung einer Verbindung mittels einer Zwischenschicht aus *Active Brazing Alloy* untersucht. Experimente dazu wurden im Rahmen dieser Arbeit in der Optics and Interferometry Division des Australian International Gravitational Research Centre an der University of Western Australia in Perth mit Hilfe eines dort existierenden Versuchsaufbaues durchgeführt.

2.4.1 Herstellung der Verbindung

An den zu untersuchenden Kontaktierungsprozeß stellen sich bestimmte Anforderungen. Es sollte ein Prozeß sein, der eine starre Verbindung ermöglicht und damit keine zusätzlichen Reibungsverluste einführt. Andererseits aber sollten die beteiligten Temperaturen nicht zu hoch sein, um thermisch induzierte Spannungen im Material zu vermeiden. Die Eigenschaften des Kristalls sollten nicht verändert werden; es sollten keine Streuzentren für akustische Wellen entstehen, die mechanische Verluste produzieren könnten.

Für die Untersuchungen wurde *Cusil-ABA* der Firma Wesgow, Inc. verwendet. Es wurde ein evakuierter Induktionsofen benutzt; der Druck lag bei 10^{-6} Torr. Der untersuchte Saphir-Stab hatte einen Durchmesser von 18 mm und eine Höhe von 84 mm. An die Stirnfläche dieses Zylinders wurde ein Niob-Zylinder von 10 mm Durchmesser und 9.5 mm Höhe ankontaktiert. Dazu wurde der Saphir-Stab in den Ofen stehend eingebracht, auf die obere Stirnfläche wurde ein kreisrundes Stück der *Cusil* Folie vom Durchmesser 8 mm gelegt und darauf das Niob plaziert. Zur Erhöhung des Andrucks während des Kontaktierungsprozesses wurde ein zusätzlicher Zylinder aus Stahl (19 mm Durchmesser, 13 mm Höhe) auf das Niob gelegt. Diese Struktur wurde von einer Niob-Hülle ummantelt, und diese Hülle war mit einer wassergekühlten Kupferspule umgeben. Diese Spule produzierte ein Radiofrequenzfeld, welches den Niob-Mantel erhitze. Die Temperatur wurde mit einem optischen Pyrometer kontrolliert. Der Aufbau ist schematisch in Bild 2.22 zu sehen.

Nach folgenden Prozeßschritten wurde verfahren:

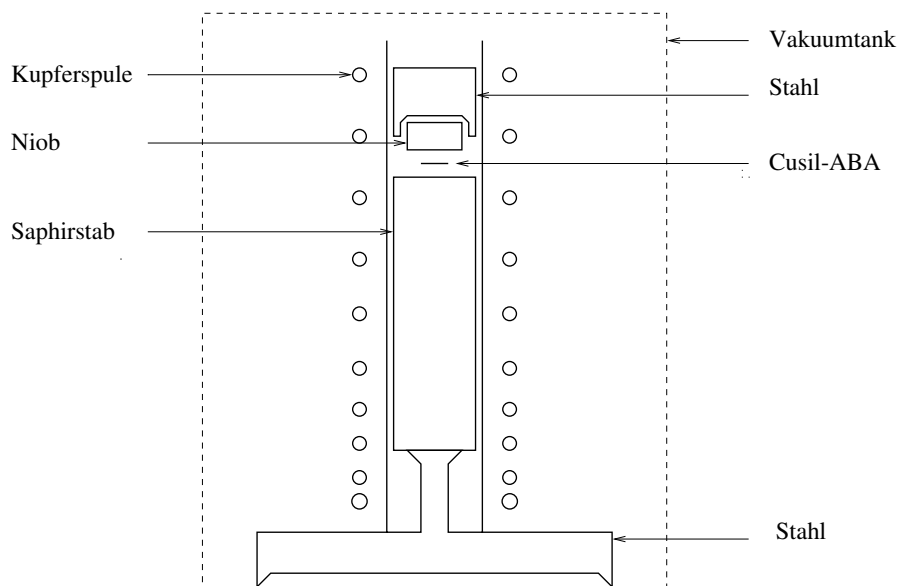


Abbildung 2.22: Prinzip des Ankontaktierens im RF-Ofen

- Mit $15^{\circ}\text{C}/\text{min}$ erhitzen auf 700°C ,
- Halten auf 700°C für 25 min,
- Mit $5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ erhitzen auf 830°C ,
- Halten auf 830°C für 20 min,
- Abkühlen mit $5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ auf 500°C ,
- Abschalten des Ofen und abkühlen auf Raumtemperatur.

2.4.2 Experimentelle Anordnung

Um den Einfluß des Kontaktierungsprozesses auf die mechanische Güte zu untersuchen, wurde die Zerfallskurve zweier longitudinaler Vibrationsmoden des Saphirstabes vor und nach dem Ankontaktieren vermessen. Die Mode wurde mechanisch angeregt. Dabei wirkte eine Δ -förmige Kraft auf die Stirnfläche des Zylinders, was eine breitbandige Anregung aller Moden zur Folge hat. Ein abstimmbarer Bandpaß-Filter mit $Q = 100$ wurde benutzt, um die ausgewählte Mode selektiv zu detektieren.

Zur Detektion der Schwingung des Zylinders wurde ein kapazitiver Transducer benutzt. Die der Anregung gegenüberliegende Stirnfläche des Zylinders wurde in das inhomogenen Feld eines Kondensators hineingebracht. Vibrationen des Stabes haben dann, wie oben beschrieben, Variationen der dielektrischen Eigenschaften im inhomogenen elektrostatischen Feld zur Folge, was die Kapazität des Kondensators ändert. An diesem lag eine

Hochspannung an, und Vibrationen des Saphir-Zylinders führten zu Modulationen der Hochspannung proportional zur Amplitude der Vibrationen. Das gefilterte Signal wurde über einen rauscharmen Verstärker auf einem Oszilloskop dargestellt und dieses dann ausgelesen. Der Zerfall der freien Oszillation wurde gemessen und die Güte des Oszillators bestimmt mittels :

$$Q = \frac{\pi f(t_2 - t_1)}{\ln(V_1/V_2)}. \quad (2.17)$$

Details der Anordnung findet man in [43]. Die experimentelle Anordnung wurde mittels eines mehrlagigen Isolationssystems von der "Außenwelt" entkoppelt. Dabei wurde dieses System so entwickelt, daß die gemessene mechanische Güte nicht durch Kopplung der internen Zylindermoden an dieses Isolationssystem limitiert war. Ein theoretisches eindimensionales Model der Anordnung ist ebenfalls in [43] dargestellt. Mit dem Experiment war es möglich, Güten über $Q = 10^7$ für Saphir-Stäbe zu messen.

2.4.3 Ergebnisse

Im Rahmen des hier vorgestellten ersten experimentellen Tests konnten nicht solche hochqualitativen (und damit auch sehr teuren) Saphir-Stäbe benutzt werden wie in [43]. Das benutzte Saphir hatte vor dem Kontaktierungsprozeß eine mechanische Güte von 2×10^5 . In Abbildung 2.23 sind 4 unabhängige Messungen der Güte vor dem Kontaktieren dargestellt.

Dann wurde das Niob ankontaktiert und die Güte des Saphirs erneut vermessen. Nach dem Kontaktierungsprozeß sank die mechanische Güte um 50 Prozent. Mit fortschreitender Zeit nach dem Kontaktieren sank die Güte immer weiter. Dies ist auf einen Alterungsprozeß in der Kontaktzone ähnlich wie in Abschnitt 2.2 zurückzuführen. Die Güten nach dem Ankontaktieren sind im Bild 2.24 dargestellt.

Dieses Absinken der Güte durch die Ankontaktierung läßt den hier vorgestellten Prozeß natürlich zunächst als nicht besonders geeignet erscheinen, um alternative Materialien wie Saphir als Testmassen eines interferometrischen Detektors aufzuhängen. Andererseits muß jedoch gesehen werden, daß die Kontaktzone im Experiment sehr groß war. Würde man z.B. die Testmassen eines interferometrischen Gravitationswellendetektors auf diese Art aufhängen, so würde die Kontaktzone im Verhältnis zum Volumen des Saphir-Zylinders sehr viel geringer sein. Unter der Annahme, daß die Verluste ausschließlich in der Kontaktzone entstanden sind, kann man eine viel geringere Verlustrate für solche großen Systeme erwarten.

Es soll darauf hingewiesen werden, daß besonders im Rahmen der GEO600 Kollaboration weitere Techniken zum Aufhängen alternativer Materialien erforscht werden bzw. bereits erfolgversprechend getestet wurden [37]. Dazu gehört vor allem die an der Stanford

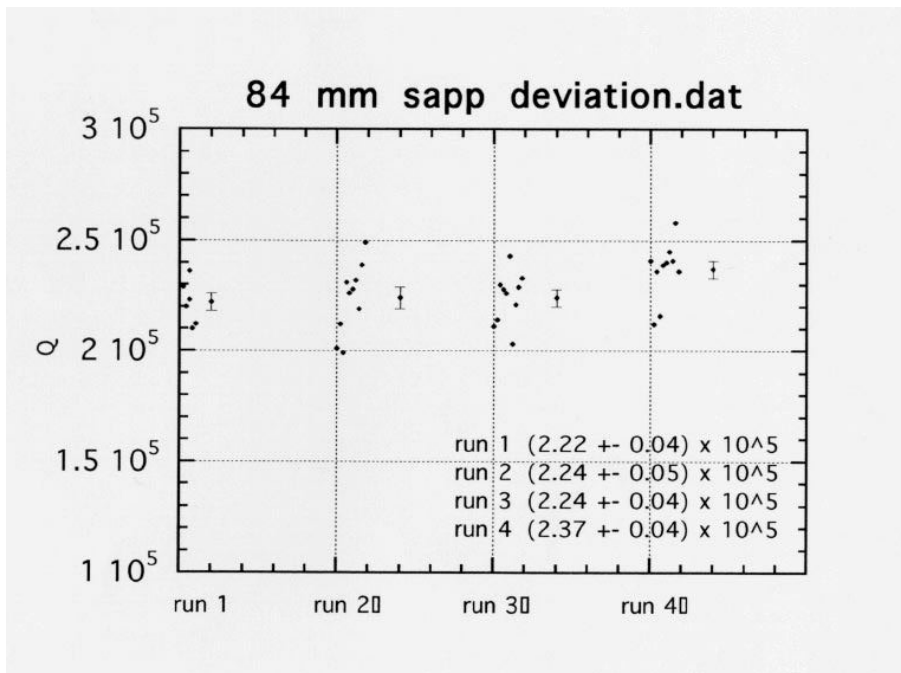


Abbildung 2.23: Mechanische Güte des Saphir-Stabes vor dem Ankontaktieren

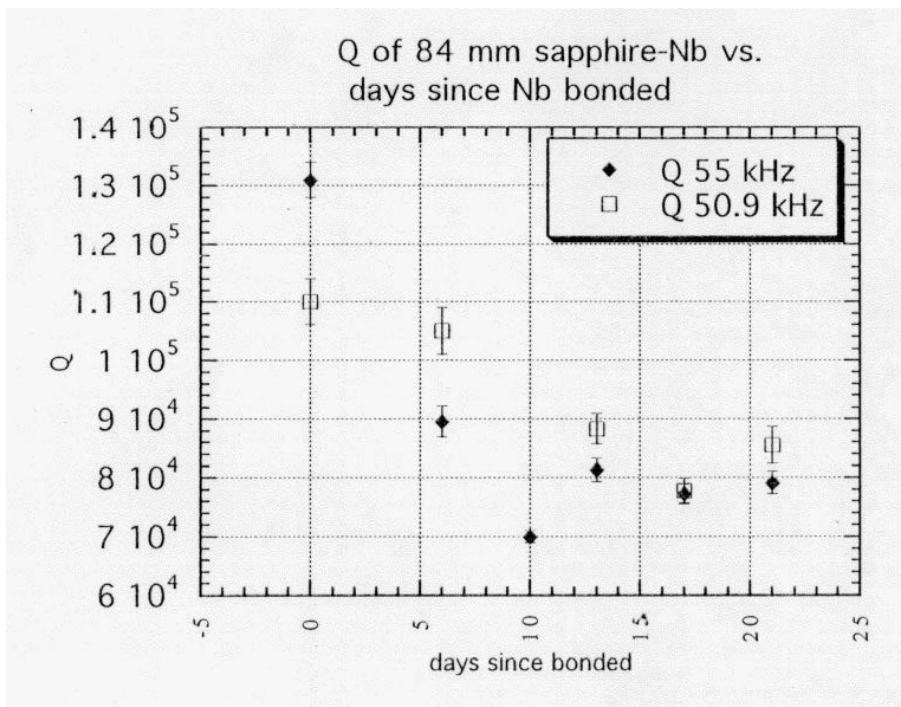


Abbildung 2.24: Güte nach dem Kontaktieren

University entwickelte Methode des *silicate bonding*. Damit ist es evtl. sogar möglich, Quarzfäden an Testmassen aus Silizium bzw. Saphir anzukontaktieren, ohne die Güte der Testmasse zu beeinflussen. Diese aktuellen Überlegungen könnten einen großen Schritt in

Richtung einer weiteren Verringerung der spektralen Dichte des thermischen Rauschens erbringen.

2.4.4 Alternative Interferometer-Geometrien

Zum Schluß dieses Abschnittes soll kurz auf die Frage eingegangen werden, wie ein Interferometer mit solchen Materialien realisiert werden kann. Natürlich ist unter der Annahme der Verwendung von Standard-Strahlungsquellen wie diodengepumpten Festkörperlaser ein konventioneller Strahlteiler aus Silizium nicht realisierbar. Deshalb gibt es Überlegungen, Interferometer nur aus reflektierenden Elementen aufzubauen. Dazu könnte zum Beispiel ein Strahlteiler aus einem holographisch erzeugten Gitter benutzt werden. Solche Gitter können, wenn im streifenden Einfall benutzt, einen einfallenden Lichtstrahl zur Hälfte in die 0. Gitterordnung reflektieren, zur Hälfte in die -1. Ordnung beugen (siehe Abbildung 2.25). Damit wäre das einfallende Lichtfeld in zwei räumlich getrennte Felder aufgeteilt. Reflektiert man nun jedes der Teilfelder in sich zurück, so erhält man nach Passieren des Gitters folgende Feldverteilung: Die Rückreflexion des Lichtfeldes aus der -1. Ordnung wird wiederum aufgeteilt in ein Feld, welches direkt in die 0. Ordnung des Gitters reflektiert wird und ein 2. Feld, was wiederum in die -1. Ordnung gebeugt wird. Dieses zweite Feld wird aufgrund der Symmetrie exakt dem ursprünglich einlaufenden Feld entgegen laufen, somit also zum Eingang des Interferometers hinauslaufen.

Betrachtet sei nun das ursprünglich in die 0. Ordnung reflektierte Feld aus dem ersten Gitterdurchlauf. Reflektiert man dieses in sich zurück, so wird auch hier nach dem zweiten Gitterdurchlauf das Feld geteilt in zwei neue Felder. Eines davon wird direkt in die 0. Ordnung reflektiert. Diese 0. Ordnung muß aber nun exakt die gleiche sein wie vorher, das heißt, dieser Strahl verläßt das Interferometer ebenfalls zum Eingang. Ein zweiter Teil des Lichts wird nun ebenfalls in die -1. Ordnung gebeugt. Diese fällt aus Symmetriegründen genau mit der 0. Ordnung des zweiten Durchlaufes des anderen Interferometerarmes zusammen. Dieses Lichtfeld bildet den Ausgang des Interferometers.

Betrachtet man diese Anordnung, so fällt auf, daß alle Teilstrahlen einmal gebeugt und einmal reflektiert werden. Damit ist es für den Kontrast des Interferometers gleichgültig, zu welchen Teilen Licht in die -1. Ordnung bzw. in die 0. Ordnung läuft.

Solche holographischen Strahlteiler sind bereits kommerziell erhältlich, jedoch derzeit noch stark verlustbehaftet. Mit der Weiterentwicklung diffraktiver optischer Elemente wird dies jedoch sicherlich eine interessante Interferometer-Geometrie für zukünftige interferometrische Meßapparate sein. Im Labor wurde zu Demonstrationszwecken ein solches Michelson-Interferometer aufgebaut. Die Möglichkeit der Verwendung eines solchen holographischen Strahlteilers in einem Sagnac-Interferometer wurde ebenfalls demonstriert.

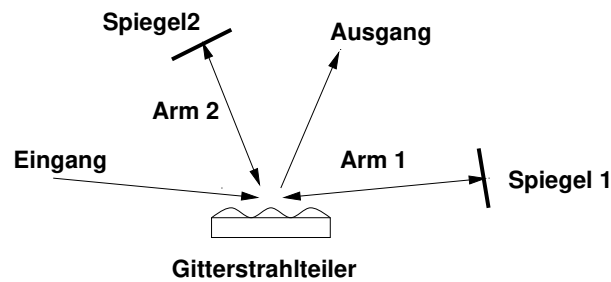


Abbildung 2.25: Prinzip des aufgebauten Michelson-Interferometers mit Gitterstrahlteiler

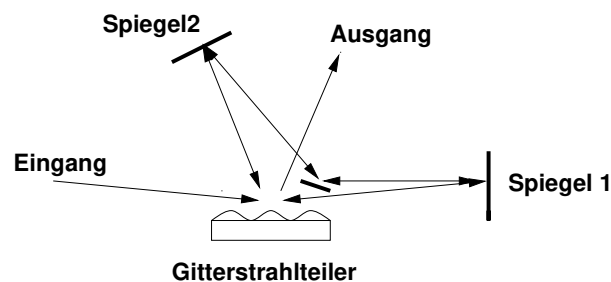


Abbildung 2.26: Prinzip des aufgebauten Sagnac-Interferometers mit Gitterstrahlteiler

2.4.5 Diskussion

Obwohl monolithisch aufgehängte Testmassen aus synthetischem Quarz bereits hervorragende mechanische Eigenschaften aufweisen, werden alle derzeit im Bau befindlichen Gravitationswellendetektoren in weiten Frequenzbereichen durch thermisches Rauschen limitiert. Es wird zwar eine Detektion von Gravitationswellen mit diesen Detektoren möglich sein, zur Etablierung einer regelrechten Gravitationswellenastronomie wie im Bereich der elektromagnetischen Strahlung jedoch ist eine darüberhinausgehende Steigerung der spektralen Empfindlichkeit dieser Detektoren notwendig. Dazu ist es notwendig, alternative Materialien mit noch besseren mechanischen Eigenschaften und entsprechende Interferometergeometrien zu untersuchen.

Kristalline Materialien, wie z.B. Silizium oder Saphir, könnten diese Anforderungen erfüllen. Sie hätten zusätzlich den Vorteil, bei kryogenen Temperaturen noch weitaus höhere Güten als bei Raumtemperatur aufzuweisen. Deshalb werden solche Materialien derzeit verstärkt auf einen möglichen Einsatz in interferometrischen Detektoren hin untersucht. Dabei ist eine entscheidende Frage, wie man diese Testmassen aufhängen kann ohne dabei ihre extrem hohe interne Güte zu verringern.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde dazu die Möglichkeit der in [25] vorgeschlagenen Aufhängung von Saphir-Substraten an Niob unter Verwendung einer Zwischenschicht aus *Active Brazing Alloy* getestet. Dabei wurde eine Verringerung der mechanischen Güte des untersuchten Saphirs direkt nach dem Ankontaktieren um 50 Prozent gemessen. Alterungsprozesse wurden auch hier registriert. Zu vermerken ist jedoch, daß die Kontaktzone bei

diesen ersten Experimenten sehr groß war. Ausgehend von der Annahme, daß die Verluste in der Kontaktzone entstehen, erwartet man bei einer Verringerung der Kontaktzone im bei Beibehaltung der Geometrie des untersuchten Saphirs geringere Verluste. Dies wird am Australian International Gravitational Research Centre an der University of Western Australia in Perth, WA weiter untersucht.

Da sich diese alternativen Materialien nicht oder nur schlecht als Substratmaterial für durchstrahlte optische Komponenten eignen, müssen auch alternative Interferometergeometrien erwogen werden. Eine Möglichkeit wäre die Verwendung holographisch hergestellter Gitter, wie zum Beispiel von Drever, Byer oder Danzmann vorgeschlagen. Zur Demonstration wurden solche Interferometer in einem Tischaufbau realisiert. Bei derzeit kommerziell erhältlichen holographischen Gittern jedoch liegen die Streuverluste im Bereich 5 Prozent [22]. Durch Weiterentwicklung dieser Techniken ist zu erwarten, daß interferometrische Detektoren mit diffraktiven Strahlteilern in den nächsten Jahren eine interessante Möglichkeit zur Erhöhung der spektralen Empfindlichkeit bieten werden.

Kapitel 3

Quantenlimitierte Längenmessung

Im folgenden Kapitel wird die Konzeption und der Aufbau eines Experimentes zur Längenmessung beschrieben, dessen thermisches Rauschen unterhalb des *Standard Quantenlimits* der Interferometrie liegt, und das damit quantenlimitierte Längenmessungen ermöglicht. Dabei handelt es sich um ein Fabry-Perot-Resonator, dessen Spiegel mit den in Kapitel 2 beschriebenen Techniken als Pendel aufgehängt sind. Zusätzlich zu den Pendeln sind weitere seismische Isolationsstufen sowie Laserstabilisierungen notwendig. Das Experiment wird im Vakuum durchgeführt, was den Aufbau eines Vakuumsystems notwendig macht.

Zuerst wird der Einfluß quantenmechanischer Prozesse auf interferometrische Längenmessungen beschrieben. Danach wird die experimentelle Realisierung der interferometrischen Meßanordnung dargestellt. Ein Laser wird in den Fabry-Perot-Resonator eingekoppelt und seine Frequenz auf die Resonatorfrequenz stabilisiert. Die Laserfrequenz ist daher ein Maß für die Länge des Fabry-Perot-Resonator und wird im folgenden als Meßgröße benutzt. Eine Simulation der vom Standpunkt des thermischen Rauschen aus erreichbaren Empfindlichkeiten wird präsentiert, und die prinzipielle Durchführbarkeit eines solchen Experimentes wird gezeigt.

3.1 Einfluß quantenmechanischer Prozesse auf makroskopische Längenmessungen

Auf quantenmechanischer Ebene wird eine interferometrische Längenmessung durch zwei Prozesse beeinflusst: Einerseits durch das *Schrotrauschen* des Laserlichts und andererseits durch das dadurch hervorgerufene *Strahlungsdruckrauschen*. Diese Prozesse werden erläutert.

Die Kombination beider ergibt eine quantenmechanische Grenze für die Empfindlichkeit

einer interferometrischen Längenmessung bei Verwendung klassischen Lichts, dem sogenannten *Standard Quantenlimit*.

3.1.1 Schrotrauschen

Benutzt man ein Interferometer zur Längenmessung, so besteht der eigentliche Meßvorgang aus der Detektion von Lichtfeldintensitäten auf einer Photodiode an einem Ausgang des Interferometers. Das Interferometer setzt Längenänderungen in Änderungen der Lichtfeldintensität am Ausgang um. Dies gilt für jede Art von Interferometer, sei es z.B. ein Michelson-Interferometer oder ein Fabry-Perot-Interferometer.

Messen von Lichtfeldintensität wiederum bedeutet eigentlich das Zählen von Photonen, die innerhalb einer bestimmten Meßzeit τ auf den Detektor treffen. Kann man die Zählerereignisse als statistisch unabhängig betrachten, was in der Regel für Laserlicht zutrifft, so kann die Messung durch die sogenannte *Poisson-Statistik* beschrieben werden. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer solchen Statistik ist:

$$p(N) = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!}. \quad (3.1)$$

$\bar{N} = \bar{n}\tau$ ist die mittlere Photonenzahl, die der Detektor im Meßintervall τ registriert.

Ein Charakteristikum dieser Statistik ist es, daß sie für Teilchenzahlen $\bar{N} \gg 1$ eine Gaußverteilung annimmt. Damit kann man die normierte Standardabweichung angeben:

$$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}} = \frac{\sqrt{\bar{n}\tau}}{\bar{n}\tau} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}\tau}}. \quad (3.2)$$

Das bedeutet, daß die normierte Standardabweichung proportional ist zum Inversen der Lichtleistung:

$$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}} \sim \frac{1}{\sqrt{P}}. \quad (3.3)$$

Im Rahmen einer interferometrischen Messung ist diese leistungsabhängige Meßunsicherheit nicht zu unterscheiden von Änderungen der Lichtfeldleistung am Photodetektor, welche durch eine tatsächliche Längenänderung hervorgerufen werden. Die Frage ist also, wie groß ein von einer bestimmten Längenänderung δL hervorgerufenes tatsächliches Signal mindestens sein muß, um größer zu sein als die Meßunsicherheit aus der Zählstatistik. Dazu muß man die Transferfunktion dP_{out}/dL des jeweiligen zu untersuchenden Interferometers betrachten. Diese gibt Aufschluß darüber, wie sich eine Längenänderung und die Änderung der Lichtleistung am Photodetektor zueinander verhalten. Setzt man die Schwankungen der Ausgangsleistung aufgrund einer Längenänderung nun gleich dem Schrotrauschen, so gilt:

$$\frac{\sigma_{\bar{N}}}{\bar{N}} = \sigma_{\delta L} \times \frac{dP_{out}}{dL} \times \frac{1}{P_{out}}. \quad (3.4)$$

Die Stärke der kleinsten detektierbaren Längenänderung ist also abhängig von der Transferfunktion des Interferometers und von dem Inversen der Quadratwurzel der zur Messung benutzten Lichtleistung:

$$\sigma_{\delta L} \sim \frac{1}{\sqrt{P}}. \quad (3.5)$$

Der hier vorgestellte Rauschprozeß rührt aus der Messung selbst her, basierend auf dem Quantencharakter des zur Messung verwendeten Lichtfeldes. Es handelt sich also um reines *detektion noise*. Die spektrale Dichte des Rauschens ist unabhängig von der Frequenz, ist also ein "weißes" Rauschen. Durch Verwendung moderner interferometrischer Meßtechniken, wie z.B. *Signal Recycling*, ist es möglich, das Signal-Rausch Verhältnis eines Meßapparates bezüglich dieses sogenannten *Schrotrauschens* innerhalb einer gewissen Bandbreite zu erhöhen [35].

Zusammenfassend ist festzustellen:

Schrotrauschen des zur Messung verwendeten Lichts limitiert die erreichbare spektrale Empfindlichkeit einer interferometrischen Längenmessung. Die spektrale Rauschdichte skaliert mit der Quadratwurzel der bei der Messung benutzten Lichtleistung, eine tatsächliche Längenänderung generiert ein Signal direkt proportional zur Lichtleistung. Damit wird klar, daß zur Maximierung der spektralen Empfindlichkeit einer solchen Messung möglichst starke Lichtfelder bei der Messung benutzt werden sollten.

3.1.2 Strahlungsdruckrauschen

Bei einer interferometrischen Messungen werden Photonen an den Interferometerspiegeln reflektiert. Bei jeder dieser Reflexion findet ein Impulsübertrag zwischen Photon und Spiegel statt. Damit wirkt eine Kraft auf den Spiegel ein. Die Stärke dieser Kraft ist wiederum abhängig von der Zahl der in einem Meßintervall τ auf den Spiegel treffenden Photonen und damit von der Lichtleistung. Für die Reflexion an einem idealen Spiegel ist bei senkrechtem Einfall der Impulsübertrag pro Photon $2\hbar k$. Die Energie pro Meßintervall τ ist:

$$E = \hbar\omega\bar{n}\tau. \quad (3.6)$$

Damit ist die mittlere Photonenzahl pro Zeiteinheit:

$$\bar{n} = \frac{E}{\hbar\omega\tau} \quad (3.7)$$

$$\bar{n} = \frac{P}{\hbar\omega}. \quad (3.8)$$

Die auf den Spiegel wirkende Kraft ist gegeben durch $2\hbar k$ multipliziert mit der mittleren Photonenzahl:

$$F = 2\hbar k \bar{n} \quad (3.9)$$

$$F = 2 \frac{kP}{\omega} \quad (3.10)$$

$$F = 2 \frac{P}{c}. \quad (3.11)$$

Diese Kraft ist proportional zur Lichtleistung. Ihre spektrale Dichte ist frequenzunabhängig und proportional zur spektralen Dichte der Lichtleistung. Es gilt:

$$S_F = \frac{4}{c^2} S_P. \quad (3.12)$$

Möchte man die spektrale Dichte der Bewegung der Testmasse aufgrund dieser Kraft berechnen, so muß man die spektrale Kraftdichte mit dem Betragsquadrat der in Abschnitt 1.2.3 eingeführten Transferfunktion multiplizieren. Allgemein gilt:

$$x_{\text{Strahlungsdruck}}^2(\omega) = S_F \times |\chi(\omega)|^2. \quad (3.13)$$

Damit ist also die spektrale Dichte der Strahlungsdruck-induzierten Bewegung der Testmasse frequenzabhängig und proportional zur Lichtleistung.

Bei dem in diesem Abschnitt vorgestellten *Strahlungsdruckrauschen* bedingt durch die Poisson-Charakteristik des Lichts handelt es sich um tatsächliche Änderung der Interferometerlänge, also um sogenanntes *displacement noise*. Deshalb kann das Signal-Rausch Verhältnis bezüglich dieses Rauschens nicht durch Recyclingtechniken verbessert werden. Die einzige potentielle Möglichkeit zur Steigerung der spektralen Empfindlichkeit bezüglich des Strahlungsdruckrauschens in der hier dargestellten Form wäre der Einsatz von *nichtklassischem, gequetschtem Licht*.

3.1.3 Standard Quantenlimit

In den beiden vorherigen Abschnitten wurden zwei quantenmechanische Rauschprozesse vorgestellt, die in gewisser Art und Weise zwei Seiten einer Medaille sind. Beide sind Manifestationen des Verhaltens klassischer Lichtfelder, beschrieben durch die Poisson-Statistik. Während nun zum Maximieren der spektralen Empfindlichkeit einer interferometrischen Längenmessung bezüglich des Schrotrauschens im Detektionsprozeß möglichst starke Lichtfelder benutzt werden sollten, steigt die spektrale Rauschdichte des Strahlungsdruckrauschens mit steigender Leistung.

Geht man davon aus, daß beide Prozesse unkorreliert zueinander stattfinden, so muß man sie quadratisch aufsummieren. Damit ergibt sich eine optimale Leistung, für welche die spektrale Rauschdichte beider Prozesse gleich ist. Bedingt durch die Frequenzabhängigkeit des Strahlungsdruckrauschens ist dieses Optimum frequenzabhängig, d.h. es existiert

für jede Fourier-Frequenz eine optimale Leistung. In Abbildung 3.1 ist die spektrale Rauschdichte beider Prozesse gegen die Leistung aufgetragen. Bei der optimalen Leistung P_{opt} sind die spektralen Dichten gleich und die quadratisch aufsummierte spektrale Dichte des Rauschens minimal. Diese quantenmechanische Grenze der Empfindlichkeit einer interferometrischen Längenmessung bei der Verwendung klassischen Lichts nennt man *Standard Quantenlimit der Interferometrie*.

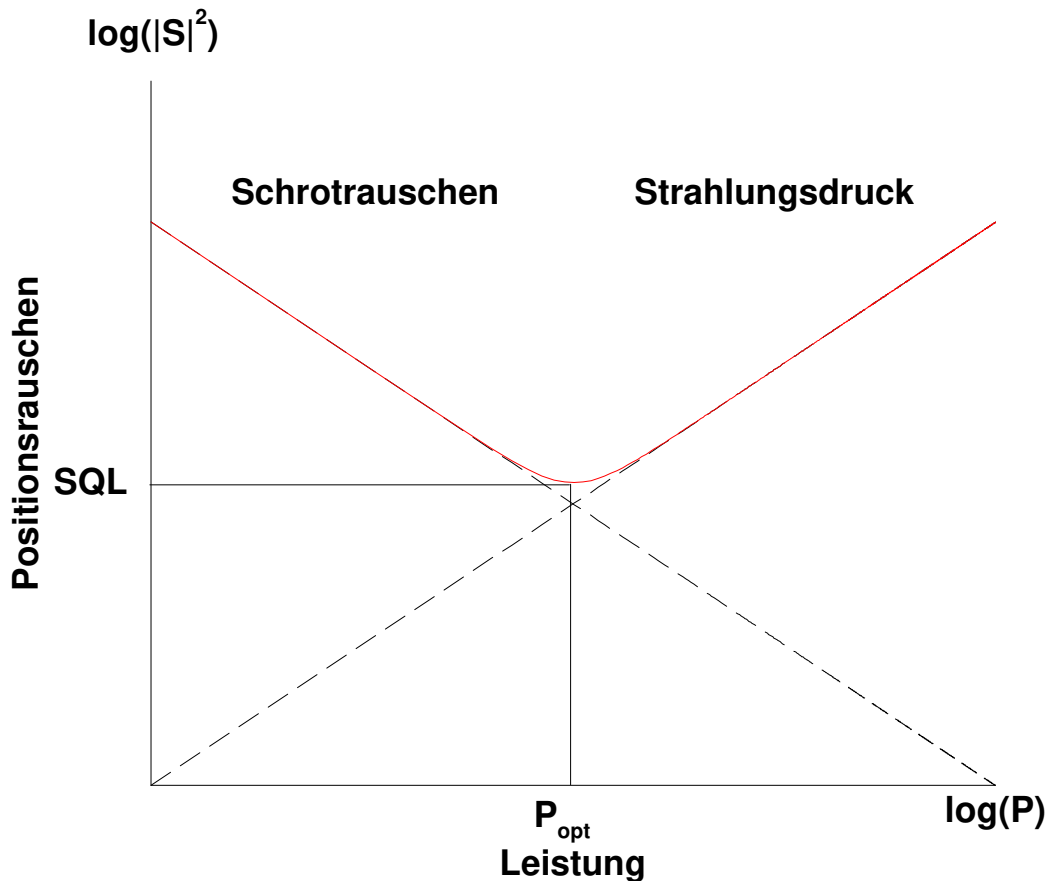


Abbildung 3.1: Standard Quantenlimit der Interferometrie bei Verwendung klassischen Lichts. Bei der optimalen Leistung wird die maximale spektrale Empfindlichkeit einer interferometrischen Längenmessung erreicht.

3.2 Experimenteller Aufbau

3.2.1 Gesamtaufbau

Das konzipierte Experiment sollte prinzipiell in der Lage sein, eine quantenlimitierte Längenmessung durchzuführen. Dazu wird eine interferometrische Meßanordnung aufgebaut. Das Interferometer wird durch einen Fabry-Perot-Resonator gebildet. In einem solchen Resonator können, durch resonante Überhöhung, bei hoher Finesse große umlaufende Lichtleistungen erzielt werden. Damit kann es ermöglicht werden, die quantenmechanisch optimale Leistung im Interferometer zu erreichen.

Im Experiment wird ein monolithischer Nd:YAG-Ringlaser (aufgebaut im *Laserzentrum Hannover*) resonant an den Fabry-Perot-Resonator gekoppelt. Dazu wird eine *Pound-Drever-Hall* Regelung aufgebaut [12]. Das Stellsignal dieser Regelung liefert das eigentliche Meßsignal. Die Frequenzänderung des Lasers ist ein direktes Maß für die Längenänderung des Resonators. Meßresonator und Laser sind auf separaten optischen Tischen aufgebaut. Das Licht wird mit einer optischen *single mode* Faser vom Laser zum Meßresonator geführt. Diese Faser dient gleichzeitig als geometrischer Modenfilter (siehe Abschnitt 3.2.3).

Der Meßresonator ist an einem seismischen Isolationssystem, welches im Abschnitt 3.2.4 näher erläutert wird, monolithisch aufgehängt. Seismisches Isolationssystem und Meßresonator befinden sich in einem Vakuumsystem, welches für Druckbereiche bis zu 10^{-6} mbar ausgelegt ist.

Sowohl die Intensität als auch die Frequenz des Lichtfeldes mußte vorstabilisiert werden. Die dafür notwendigen Regelkreise wurden aufgebaut, und sind im Abschnitt 3.2.3 näher dargestellt. Der gesamte experimentelle Aufbau ist in Abbildung 3.2 skizziert. Einzelne Teile werden im folgenden näher erläutert. Dabei werden auch die optischen und mechanischen Eigenschaften des Meßresonators dargestellt. Eine "Marionetta" zur Justage der monolithisch aufgehängten Resonatorspiegel wird beschrieben.

3.2.2 Meßresonator

Optische Eigenschaften

Der eigentliche Meßresonator wird von zwei monolithisch aufgehängten Spiegeln gebildet. Die Resonatorlänge beträgt 2 cm. Als Einkoppelspiegel dient ein im Abschnitt 2.2 vorgestelltes Substrat mit 25,4 mm Durchmesser und 12,1 mm Dicke. Die Masse beträgt 12 g. Das Substrat wurde mit dielektrischen Schichtsystemen versehen, wobei eine Seite eine Antireflexbeschichtung erhielt, die andere jedoch hochreflektierend ist. Die Spiegelflächen sind plan mit einer Ebenheit der Oberfläche von $\lambda/10$, haben jedoch zueinander einen leichten Keil (Abweichung von der Parallelität $<2''$). Dies dient zur Verhinderung

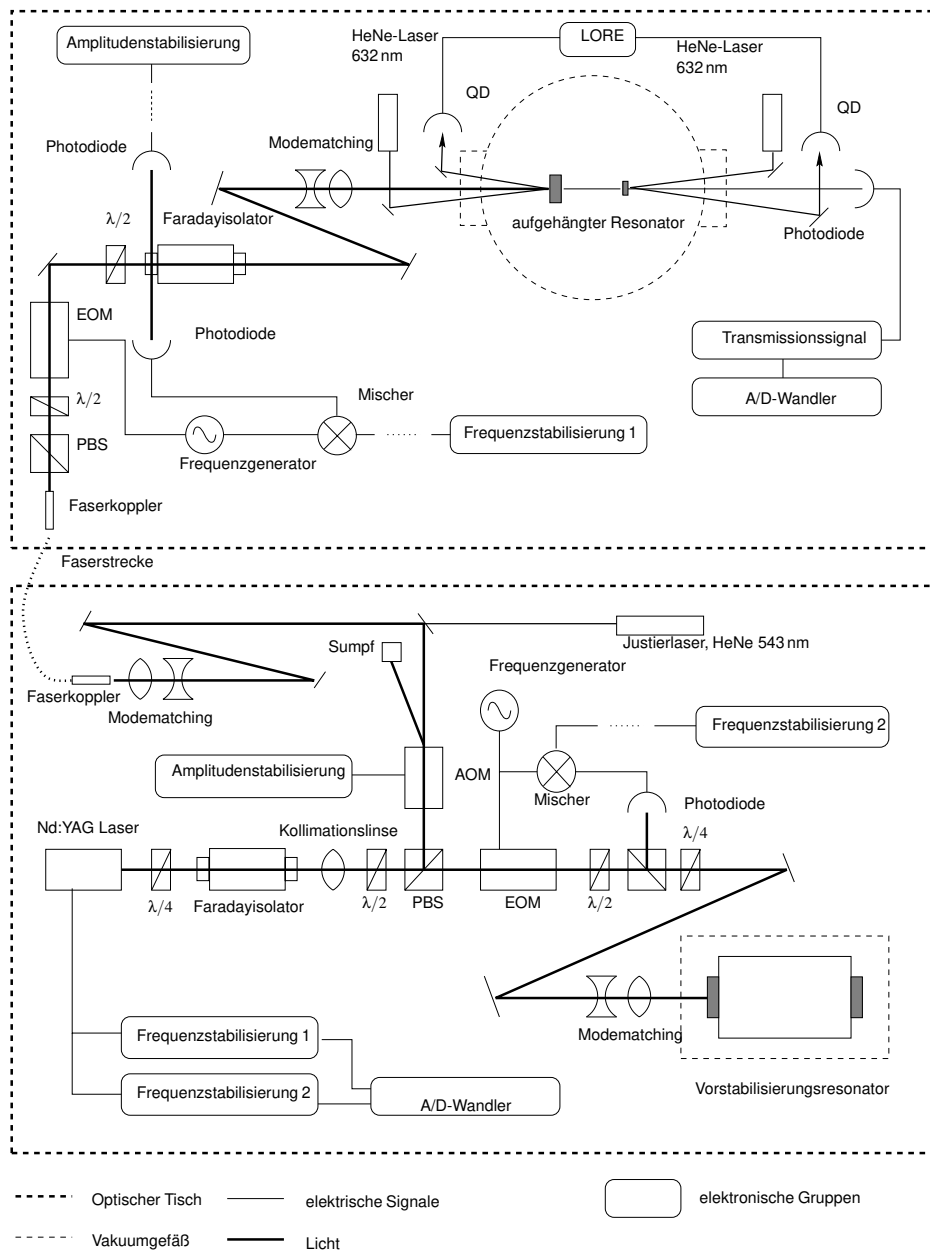


Abbildung 3.2: Dargestellt ist der prinzipielle Aufbau des Experimentes zur quantenlimitierten Längenmessung. Einzelne Teile des Experimentes sind im Text näher erläutert.

parasitärer Interferenzen.

Der Auskoppelspiegel wird mit einem Substrat von 6,3 mm Durchmesser und 3 mm Dicke (siehe Abschnitt 2.3.2) realisiert. Damit hat er eine Masse von 0,2 g. Im Gegensatz zum Einkoppelspiegel ist der Auskoppelspiegel ein Hohlspiegel mit Krümmungsradius $R=100$ mm. Die gekrümmte Seite ist hochreflektierend, die plane Seite wiederum mit einer Antireflexschicht versehen. In Bild 3.3 ist die gemessene Absorption und Dispersion dieses Fabry-Perot-Resonators dargestellt. Die Linienbreite des Resonators beträgt 6,6 MHz. Aus der Länge des Resonators bestimmt sich der freie Spektralbereich zu 7,5 GHz. Damit ergibt sich eine Finesse \mathcal{F} von etwas über 1000.

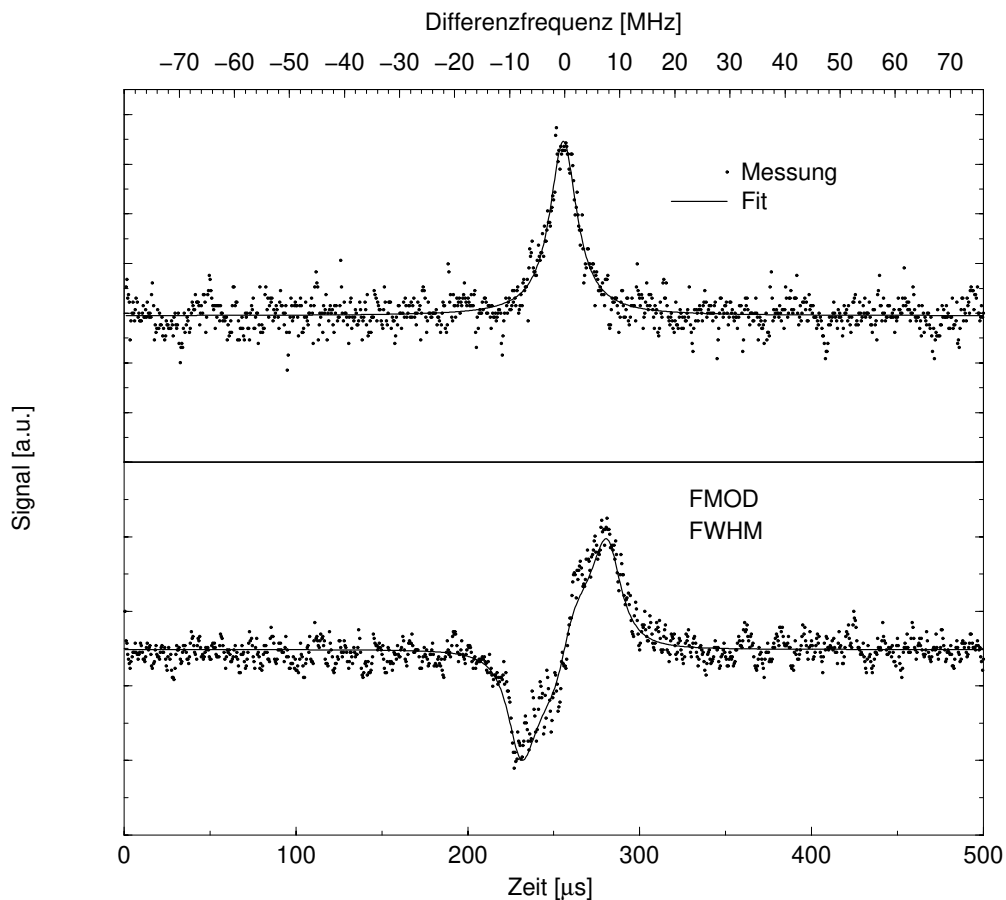


Abbildung 3.3: Absorption und Dispersion des vollständig monolithisch aufgehängten Meßresonators.

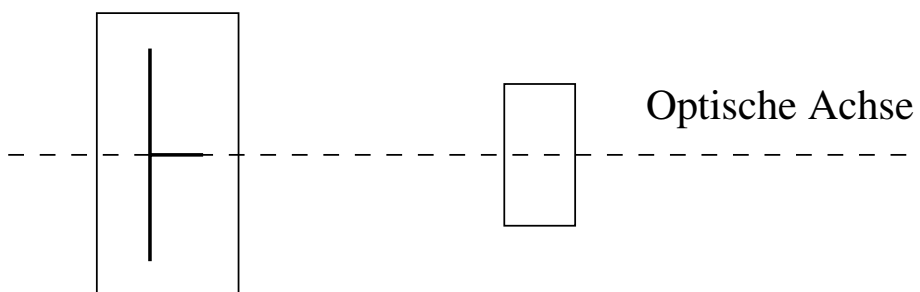
Mechanische Eigenschaften

Die Spiegelsubstrate des Meßresonators sind monolithisch aufgehängt, müssen aber gleichzeitig zum Ausrichten des Resonators justierbar sein. Dazu wurde die im folgenden zu beschreibende Konstruktion benutzt.

Zuerst wurde der Auskoppelspiegel an einem einzelnen Faden aufgehängt. Von dem in der zweiten Pendelstufe befestigten Quarzblock führte ein Quarzstab nach unten. An diesem wurde das obere Ende des Pendels angeschmolzen. Eine Vorjustage konnte erfolgen, indem die Temperatur des Quarzstabs an einer Stelle mit Hilfe des Wasserstoffbrenners kurz über die Verformungstemperatur gebracht und der Stab entsprechend verformt wurde. Nun wurde das einzukoppelnde Lichtfeld mit Hilfe von Justierspiegeln so auf den Hohlspiegel abgebildet, daß der Strahl in sich zurücklief.

Als nächstes mußte der Einkoppler justiert werden. Dafür wurde eine "Marionetta" aus synthetischem Quarz hergestellt. Hierbei handelt es sich um eine Art *Dreibein*, was ebenfalls durch einen Quarzstab an den Quarzblock in der zweiten Pendelstufe befestigt wurde. Die "Marionetta" besteht aus einem Quarzstäbchen in Richtung der optischen Achse und einem dazu senkrecht angeschmolzenen weiteren Quarzstäbchen. Damit ergeben

sich drei Endpunkte dieser Konstruktion. An den Endpunkten wurde jeweils eine Faser angeschmolzen. Zwei dieser Fasern bildeten eine Ebene orthogonal zur optischen Achse. Diese beiden Fasern wurden an den sich gegenüberliegenden Seiten der Mantelfläche des Substrates angeschmolzen. Eine dritte Faser verbindet den dritten Punkt der "Marionetta" mit einem weiteren Anmelzpunkt am Spiegel. Somit war eine *Dreipunktaufhängung* gebildet. Durch Verformung des Stabes wurde der Resonator vorjustiert. Die Feinjustage erfolgte dann dadurch, daß die zweiten Pendelstufen, an denen die Spiegelsubstrate monolithisch aufgehängt wurden, gegeneinander solange justiert wurden, bis der Resonator ausgerichtet war und mit einer hinter dem Resonator stehenden Photodiode Transmissionsignale gemessen werden konnten. Nun konnten die Justierspiegel der Einkopplung zur Verbesserung der Modenanpassung (*mode matching*) benutzt werden. Im Abbildung 3.4 ist die "Marionetta" in der Draufsicht dargestellt.



Einkoppelspiegel

Auskoppelspiegel

Abbildung 3.4: "Draufsicht" auf den Einkoppelspiegel (links, mit "Marionetta" dargestellt) und Auskoppelspiegel (rechts).

Die gesamte Aufhängung der Testmassen ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Während des Aufbaus des Experimentes wurden in der Wasserstoffflamme gezogene Quarzfäden mit 130 μm Durchmesser verwendet. In späteren Ausbaustufen können Fäden mit geringem Durchmesser benutzt werden. Damit wird, unter Beibehaltung der Substratgeometrie, eine Verringerung der spektralen Dichte des thermischen Rauschens der Aufhängung erreicht (siehe Abschnitt 2.1.2). Die Herstellung und Handhabung von Quarzfäden mit Durchmessern im Bereich 10 μm wurde im Abschnitt 2.3.2 demonstriert.

Bei der Herstellung der monolithischen Aufhängungen wurden die im zweiten Kapitel beschriebenen Verfahren benutzt, um die mechanische Güte, und damit die spektrale Dichte des thermischen Rauschens so gering wie möglich gehalten.

3.2.3 Laserrauschen

Im Experiment wird die Kopplung eines Lasers an einen Resonator benutzt, um Längenänderungen des Resonators zu detektieren. Soll diese Messung quantenlimitiert erfolgen,

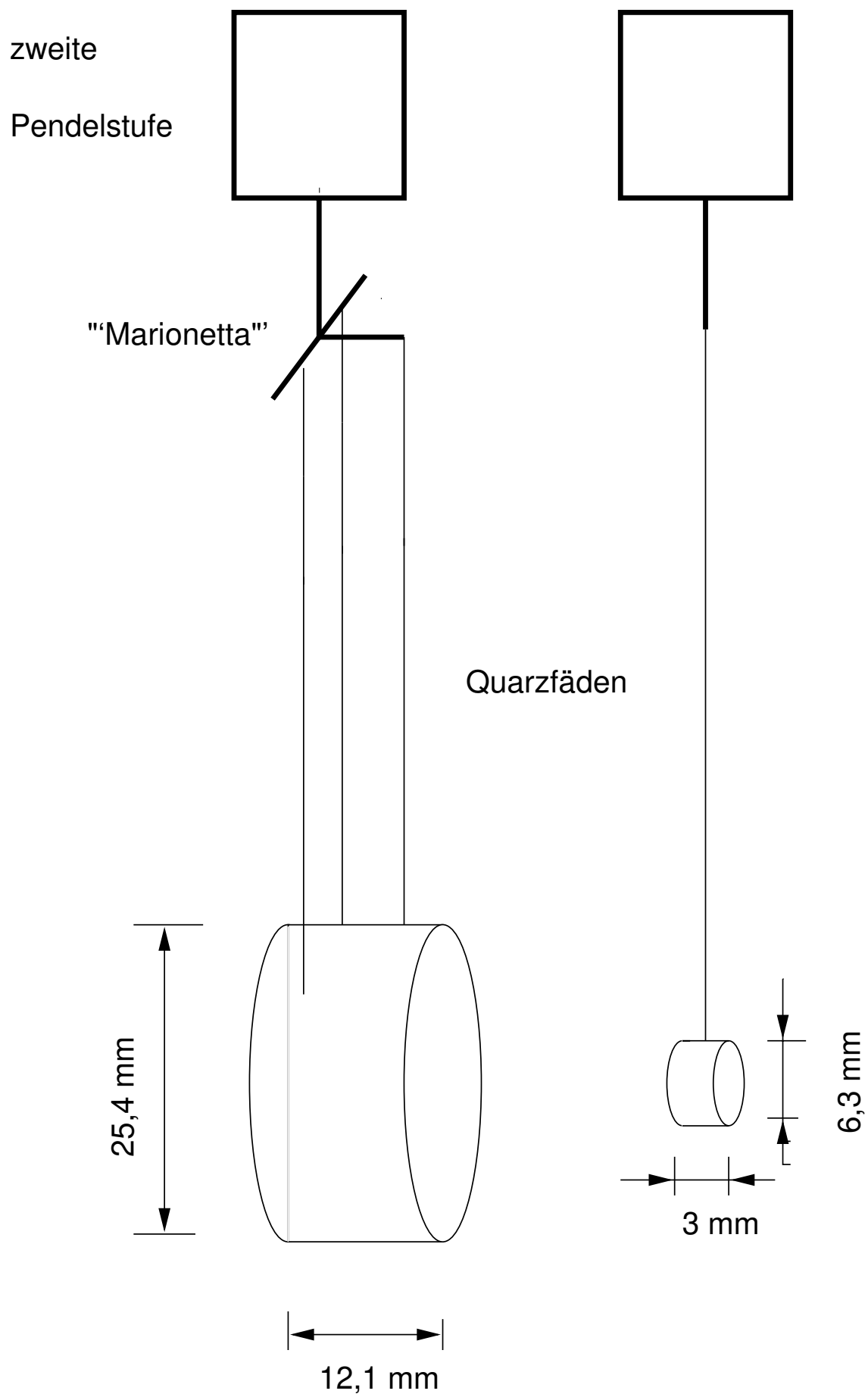


Abbildung 3.5: Aufhängung des Meßresonators incl. "Marionetta" zur Justage.

so ist es notwendig, das Einwirken anderer als der Quantenrauschprozesse auf den Resonator im Meßbereich zu verhindern.

Die Messungen werden nicht nur durch Rauschprozesse in Bezug auf den Resonator beeinflußt, sondern durch Fluktuationen des verwendeten Lichtfeldes. Im Experiment kommt ein monolithischer Nd:YAG-Ringlaser (Wellenlänge $\lambda=1064$ nm), entwickelt im *Laserzentrum Hannover*, zum Einsatz. Dieser wird in Frequenz und Amplitude stabilisiert.

Frequenzstabilisierung

Fluktuationen der Laserfrequenz sind im Experiment nicht zu unterscheiden von Längenänderungen des Meßresonators. Damit sind nur solche Längenänderungen detektierbar, die eine Frequenzänderung größer als die Frequenzfluktuationen des Lasers selbst produzieren. Wird der Laser vorstabilisiert, so steigt die Empfindlichkeit des Experimentes.

Im hier aufgebauten Experiment ist die Möglichkeit einer Frequenz-Vorstabilisierung implementiert. Dazu kann der Laser mit Hilfe der *Pound-Drever-Hall Technik* [12] auf einen Vorstabilisierungsresonator gelockt werden. Dieser Resonator ist 21 cm lang. Er besteht aus einem planen Spiegel und einem Hohlspiegel mit einem Krümmungsradius von 500 mm. Sie sind auf einen Abstandshalter aus *ZERODUR*, einer Glaskeramik mit extrem geringen thermischen Ausdehnungskoeffizienten, befestigt. Der Vorstabilisierungsresonator befindet sich im Vakuum und ist zur seismischen Isolation in Drahtschlaufen aufgehängt. Natürlich wird auch dieser Resonator thermischem Rauschen unterliegen. Der Vorstabilisierungsresonator ist nicht, wie der Meßresonator, monolithisch aufgebaut. Deshalb ist seine mechanische Güte geringer als die des eigentlichen Meßresonators. Die spektrale Dichte des thermischen Rauschens dieses Resonators wird damit ebenfalls höher sein als die des Meßresonators. Koppelt man Lichtfeld und beide Resonatoren zusammen und mißt die Eigenschaften des Lichtfeldes, so *vergleicht* man eigentlich die Eigenschaften beider Resonatoren mit Hilfe des Lichts. Wenn aber der Vorstabilisierungsresonator höhere spektrale Rauschdichten aufweist als der Meßresonator, wie kann man dann Eigenschaften des Meßresonators bestimmen? Möglich ist dies durch unterschiedliche Länge von Vorstabilisierungs- und Meßresonator. Der Einfluß von Längenänderungen eines Resonators auf Frequenzänderungen des angekoppelten Lichtfeldes ist abhängig von Lichtfeldfrequenz und Resonatorlänge. Wählt man die Länge des Vorstabilisierungsresonators bei gleicher Lichtfeldfrequenz um eine Größenordnung höher als die des Meßresonators, so ist der Einfluß von Längenänderungen des Meßresonators auf Änderungen der Lichtfeldfrequenz eine Größenordnung stärker als der des Vortabilisierungsresontors. Es gilt:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta L}{L}, \quad (3.14)$$

wobei f die Laserfrequenz c/λ und L die Resonatorlänge ist.

Mit $L_{\text{Stabilisierungsres.}} = 10 L_{\text{Meßresonator}}$ folgt für gleiche Längenänderung ΔL :

$$\Delta f_{\text{Meßresonator}} = 10 \Delta f_{\text{Stabilisierungsres.}} \quad (3.15)$$

In Abbildung 3.6 ist das gemessene Frequenzrauschen des Lasers mit und ohne Vorstabilisierung dargestellt. Es handelt sich hierbei um das Fehlersignal der Regelung (*error-point noise*). Die Messung wurde anhand der Steigung des Dispersionssignals kalibriert. Die Messung des vorstabilisierten Lasers war begrenzt durch Rauschen des zum Messen benutzten Analysators, stellt somit also lediglich eine obere Grenze für die Frequenzstabilität dar. Durch Einbauen rauscharmer Vorverstärker könnte diese Limitierung der Messung umgangen werden. Da im Rahmen dieser Arbeit die prinzipielle Durchführbarkeit des Experimentes demonstriert werden soll, wurde darauf verzichtet. Der unstabilisierte Laser rauscht in der Frequenz um ca. $100\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei 100 Hz. Dadurch ergibt sich bei unstabilisiertem Laser eine Limitierung der erreichbaren Empfindlichkeit von $3,5 \times 10^{-13} L_{\text{Meßresonator}}$.

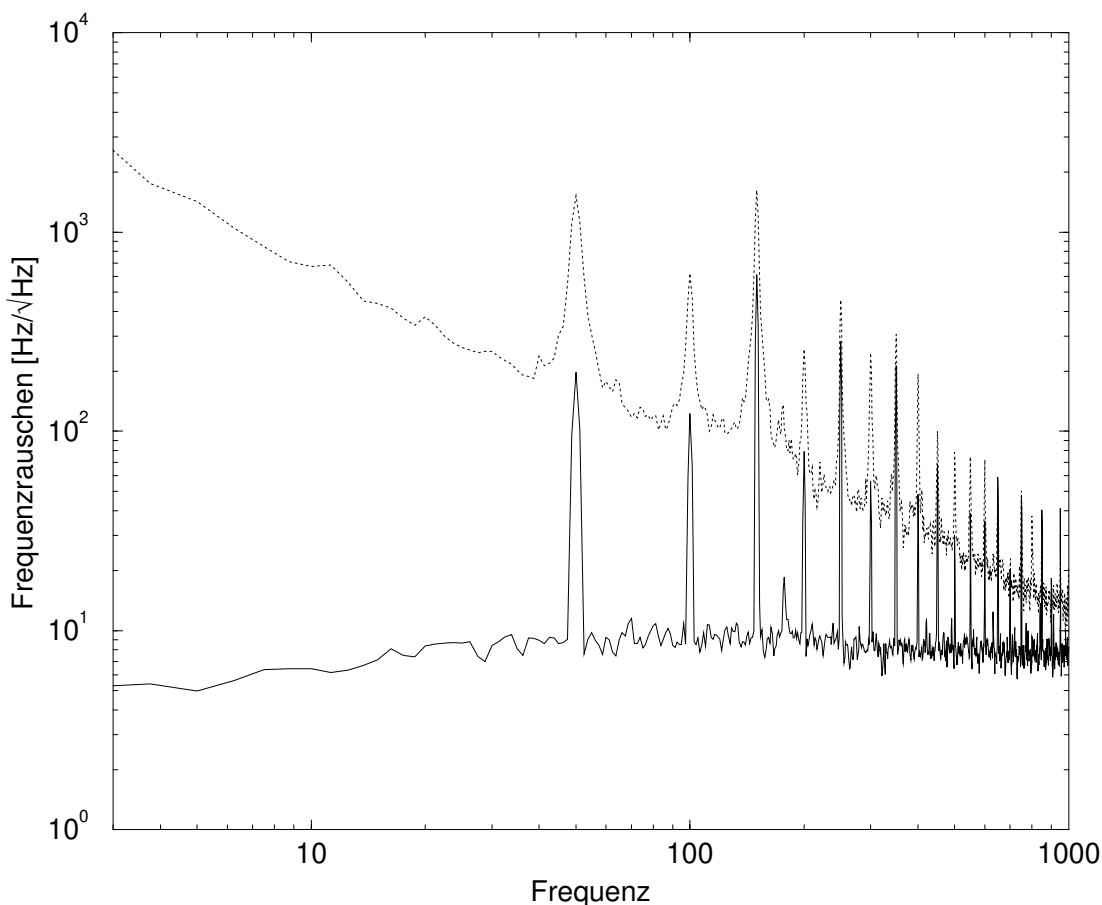


Abbildung 3.6: Gemessenes Frequenzrauschen des Lasers ohne Vorstabilisierung (gepunktete Kurve) und mit Vorstabilisierung (durchgezogene Kurve). Die Messung des stabilisierten Lasers setzt hierbei auf Rauschen des benutzten Analysators auf, es handelt sich also um eine obere Grenze.

Filterung geometrischer Strahlfuktuationen

Ein weiterer Rauschprozeß, dem das Lichtfeld unterliegen kann, sind *geometrische Strahlfuktuationen*. Diese können im Laser selbst generiert werden, aber auch bei dem Durchgang durch *Phasenmodulatoren* und anderen zur Realisierung des Experimentes notwendigen optischen Komponenten.

Zur Unterdrückung dieser Fluktuationen kann man ebenfalls die Filterwirkung eines Fabry-Perot-Resonator verwenden. So werden z.B. im Laser-interferometrischen Gravitationswellendetektor GEO600 zwei Ringresonatoren, sogenannte *mode cleaner*, hintereinandergeschaltet [10]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Licht in eine optische *single-mode Faser* eingekoppelt. Solche Fasern filtern transversale Moden höherer Ordnung heraus. Zum Einsatz kommt eine *single-mode Faser* mit hoher numerischer Appertur von $NA = 0,24$. Geometrische Strahlfuktuationen vor der Faser werden in Intensitätsmodulation nach der Faser umgewandelt. Diese wiederum werden durch die im nächsten Abschnitt vorgestellte *Intensitätsregelung* herausgeregelt.

Intensitätsstabilisierung

Das Lichtfeld eines Lasers unterliegt nicht nur den fundamental-quantenmechanischen, durch eine Poisson-Statistik zu beschreibenden Schwankungen aus Abschnitt 3.1.1, sondern auch technisch bedingten Amplitudenrauschen. Zur Herausregelung dieser Schwankungen wird im dargestellten Experiment die Amplitudenmodulation eines *akusto-optischen Modulators* benutzt. Ein solcher Modulator koppelt einen Teil des durch ihn hindurchgehenden Lichtfeldes in Abhängigkeit einer anliegenden Spannung aus. Dies wird als Aktuator einer Regelschleife benutzt. Im optischen Strahlengang ist der Modulator vor der Faser angeordnet, um somit sicherzustellen, daß durch ihn generierte geometrische Strahlfuktuationen die Messung nicht stören. Der Sensor dieser Regelschleife wird durch eine Photodiode hinter der Faser gebildet. Schwankungen der Lichtfeldintensität werden von der Photodiode in Schwankungen des Photostroms umgesetzt, diese werden elektronisch verarbeitet, und die am Modulator anliegende Spannung wird entsprechend nachgeregelt.

3.2.4 Seismische Isolation

Das zu konzipierende Experiment zur quantenlimitierten Längenmessung soll in einem Frequenzbereich arbeiten, der auch für Laser-interferometrische Gravitationswellendetektoren interessant ist. Im Falle von GEO600 ist dies der Frequenzbereich ab ca. 50 Hz. Um bei dem im Rahmen dieser Arbeit aufzubauenden Experiment in diesem Frequenzbereich nicht durch seismisches Rauschen limitiert zu sein, wurde ein passives System zur seismischen Isolation entwickelt und charakterisiert.

Seismische Rauschspektren

Seismisches Rauschen wird einerseits durch Umwelteinflüsse hervorgerufen. Typisches Beispiel ist etwa der sogenannte *Mikroseismische Peak*, eine signifikante Stelle in den meisten seismischen Spektren im Bereich um 0,2 Hz. Hervorgerufen wird dieser durch das Auftreffen von Ozeanwellen auf die Kontinente. Auch tektonische Verschiebungen führen zu seismischen Störungen; ebenso Gezeitenströmungen, Windeinflüsse und dergleichen mehr. Der Hauptanteil der seismischen Störungen jedoch wird vom Mensch produziert. Die Benutzung von Maschinen in Gebäuden, Vakuumpumpen im Labor etc. produzieren seismische Störungen, die sich bei einem interferometrischen Meßapparat in Änderungen der Abstände der Testmassen manifestieren. Ein typisches Spektrum an einer seismisch relativ ruhigen Stelle liegt etwa zwischen $10^{-7}m/\sqrt{Hz}$ und $10^{-8}m/\sqrt{Hz}$ bei einer Fourier-Frequenz von 1 Hz und fällt dann zu höheren Frequenzen mit $1/f^2$ ab. Im Labor hingegen sind seismische Störungen viel ausgeprägter. Die im Rahmen dieser Arbeit gemessenen spektralen Dichten des seismischen Rauschens lagen um mehr als eine Größenordnung über dem oben angegebenen Wert für eine seismisch ruhige Stelle.

Gemessen wurden die seismischen Rauschspektren mit Hilfe von Beschleunigungsaufnehmern. Dabei wirkt eine Kraft auf einen piezoelektrischen Kristall und produziert dadurch eine beschleunigungsabhängige Spannung. Kalibriert man nun diese Sensoren, kann man die spektrale Dichte des seismischen Rauschens messen. In Abbildung 3.7 ist die spektrale Dichte des seismischen Rauschens im Labor, gemessen in horizontaler Richtung, dargestellt. Die Messungen wurden mit ausgeschalteten sowie mit angeschalteten Vakuumpumpen durchgeführt.

Im Abbildung 3.8 ist die spektrale Dichte des seismischen Rauschens in vertikaler Richtung dargestellt. Die Messungen wurden ebenfalls mit ausgeschalteten sowie mit eingeschalteten Vakuumpumpen durchgeführt. Die Messungen der seismischen Spektren erfolgte abends zu einer Zeit, in der keine maschinellen oder ähnliche Aktivitäten im Gebäude zu registrieren waren.

Es mag nicht sofort einleuchten, warum sowohl horizontales als auch vertikales seismisches Rauschen eine Rolle spielt, da die Messung nur in horizontaler Richtung durchgeführt werden. In einem realen Experiment jedoch werden durch verschiedene Prozesse beide Richtungen miteinander gekoppelt sein. So wurde z.B. diese Kopplungsstärke am Glasgower Prototyp zu $2,4 \times 10^{-4}$ bestimmt [27].

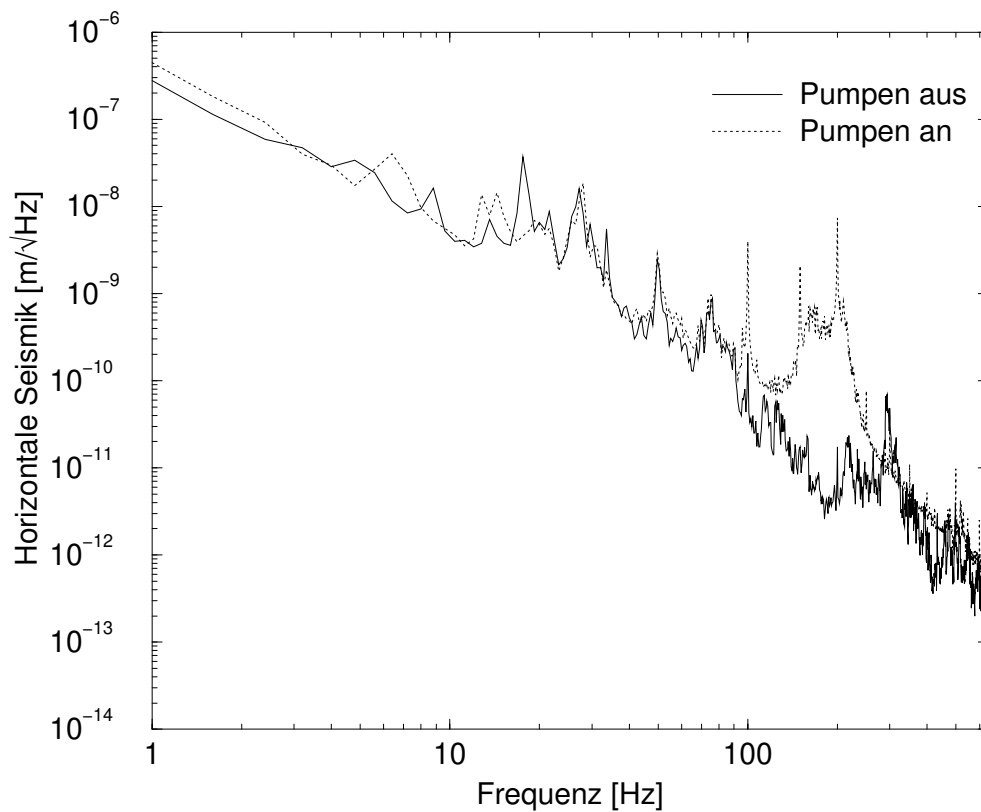


Abbildung 3.7: Spektrale Dichte des seismischen Rauschens gemessen in horizontaler Richtung mit ausgeschalteten und mit eingeschalteten Vakuumpumpen.

Vorisationssystem

Aufbau und Wirkungsweise

Zur Unterdrückung des seismischen Rauschens werden häufig passive seismische Isolationsysteme benutzt. Diese nutzen die Filterwirkung der Transferfunktion eines mechanischen Oszillators oberhalb seiner Resonanzfrequenz f_0 aus. Dabei ist der Abfall der Transferfunktion eines solchen Oszillators oberhalb f_0 abhängig von seiner mechanischen Güte Q . Direkt nach der Resonanz fällt die Transferfunktion mit f^{-2} ab. Dieser Frequenzgang geht bei der Frequenz $f = f_0 \times Q$ über in einen Abfall mit f^{-1} . Im Prinzip möchte man natürlich einen möglichst starken Abfall der Transferfunktion, um im Meßbereich eine gute Isolation gegen seismisches Rauschen zu erzielen. Jedoch handelt man sich bei Verwendung von Oszillatoren mit hoher mechanischer Güte das Problem einer starken Überhöhung auf der Resonanz ein. Die Energie des Systems kann auf diesen Frequenzen zwar mit Hilfe aktiver Regelkreise dissipiert werden, jedoch benutzt man zur Vorisation häufig Oszillatoren mit niedriger mechanischer Güte, um den experimentellen Aufwand geringer zu halten.

Ein passives seismisches Isolationsystem besteht in der Regel aus mehreren hintereinandergeschalteten Oszillatoren. Für ein solches gekoppeltes System bilden sich Normalm-

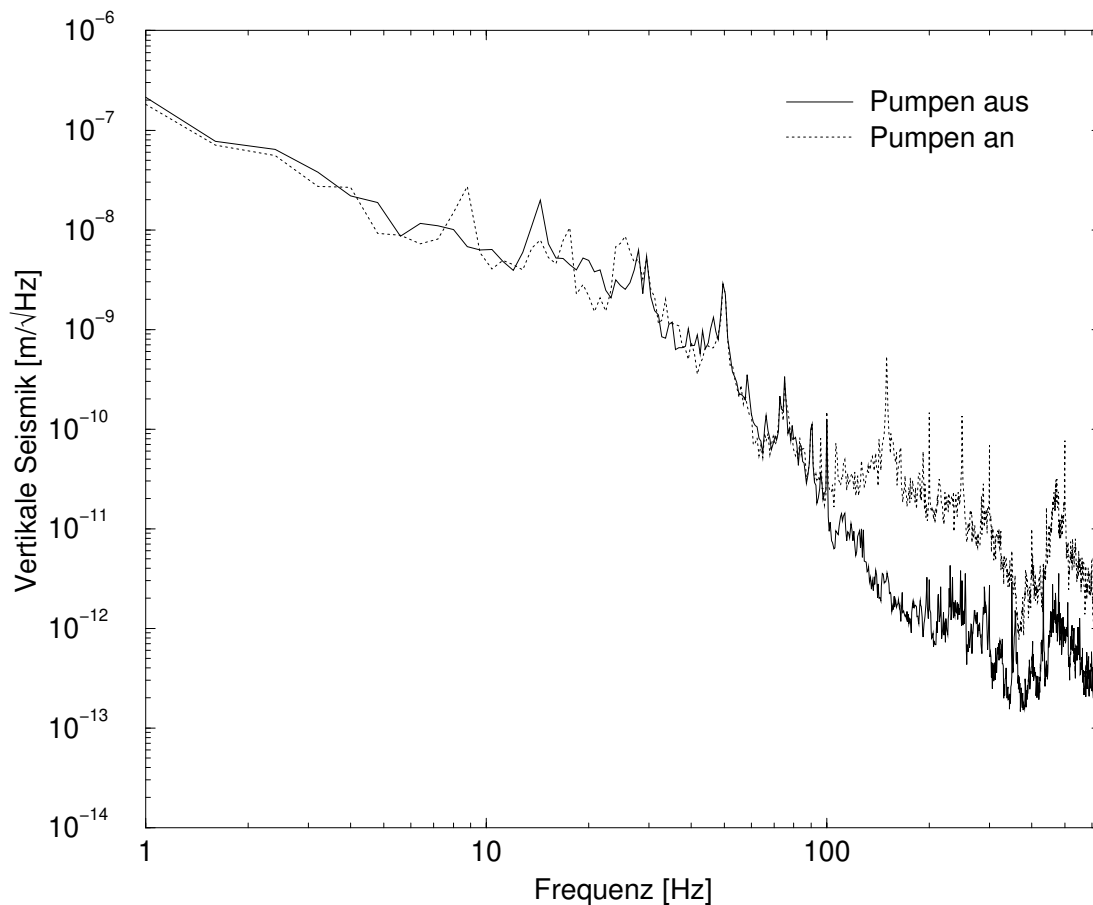


Abbildung 3.8: Spektrale Dichte des seismischen Rauschens gemessen in vertikaler Richtung mit ausgeschalteten und mit eingeschalteten Vakuumpumpen.

oden aus. Die Wirkungsweise eines solchen Systems ist vom Autor bereits ausführlich in [45] beschrieben worden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde zur Vorisolation des interferometrischen Meßapparates gegen seismisches Rauschen ein sogenanntes *Stack* in den Versuchsaufbau integriert. Es besteht aus jeweils 3 hintereinandergeschalteten Oszillatoren aus RTV-Gummi, getrennt durch Kupferblöcke. Je ein solches *Stack* bildet das Endstück von drei Säulen, die eine gemeinsame *Top Plate* tragen. Diese obere Platte bildet den Abschluß des Vorisolationssystems. In Abbildung 3.9 ist das Vorisolationssystem dargestellt. Dabei sind zur Klarheit nur zwei der drei Säulen gezeichnet.

Erreichte Isolation

Das seimische Rauschen wurde sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung vor und nach dem aufgebautem Vorisolationssystem gemessen. Durch Division der Rauschspektren erhält man die Transferfunktion. In Abbildung 3.10 ist die horizontale Transferfunktion des *Stacks* dargestellt. Man erkennt Normalmoden bei 6,5 Hz und höhere harmo-

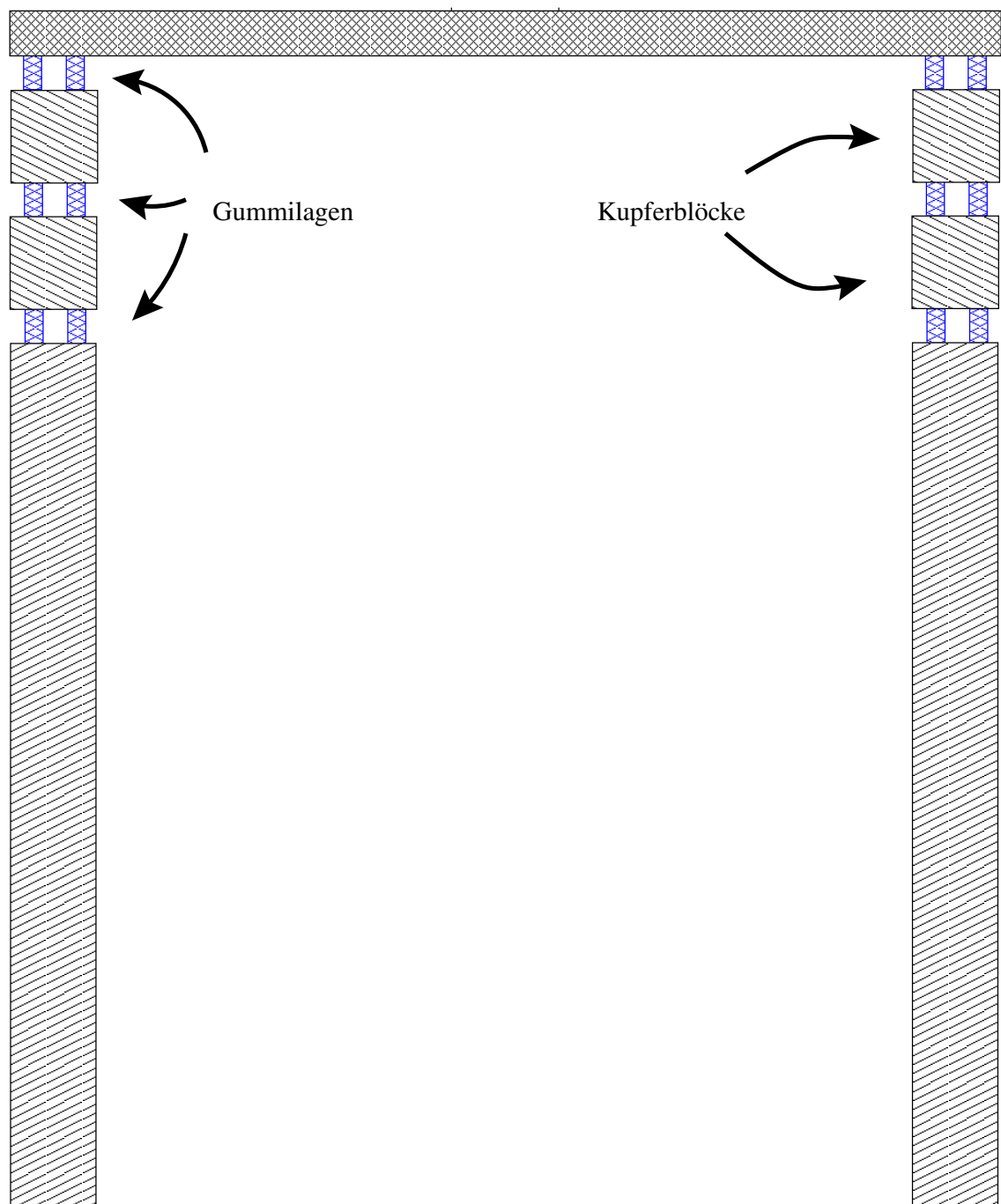


Abbildung 3.9: Aufbau des Vorisolationssystems zur Filterung seismischer Störungen. Zur Klarheit wurden nur zwei der drei Stacks dargestellt.

nische bei 13 Hz sowie 20 Hz. Die Spitzen bei 50 Hz und 100 Hz kommen aus der Stromversorgung des bei der Messung benutzten FFT-Analysators. Oberhalb der Normalmoden filtert das System seismische Störungen. Bei 80 Hz ist bereits eine Unterdrückung des seismischen Untergrundes um mehr als zwei Größenordnungen erreicht. Die Messung der Transferfunktion eines solchen Systems oberhalb von ca. 100 Hz ist an Luft nicht sinnvoll, da bei diesen Frequenzen Kopplung durch Akustik gegeben ist. Das Vorisolationssystem

ist im eigentlichen Experiment innerhalb des Vakuumgefäßes. Diese Kopplung kann dann ausgeschlossen werden.

In Abbildung 3.11 ist die vertikale Transferfunktion des aufgebauten Systems dargestellt. Hierbei setzt die Filterwirkung erst bei höheren Frequenzen ein. Im Prinzip möchte man alle Resonanzen sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung so niedrig wie möglich halten, damit die Filterwirkung bereits bei niedrigen Fourier-Frequenzen beginnt. Andererseits koppelt die vertikale Seismik nicht so stark in die interferometrische Messung wie die horizontale. Deshalb kann man hier eine etwas geringere Filterwirkung akzeptieren.

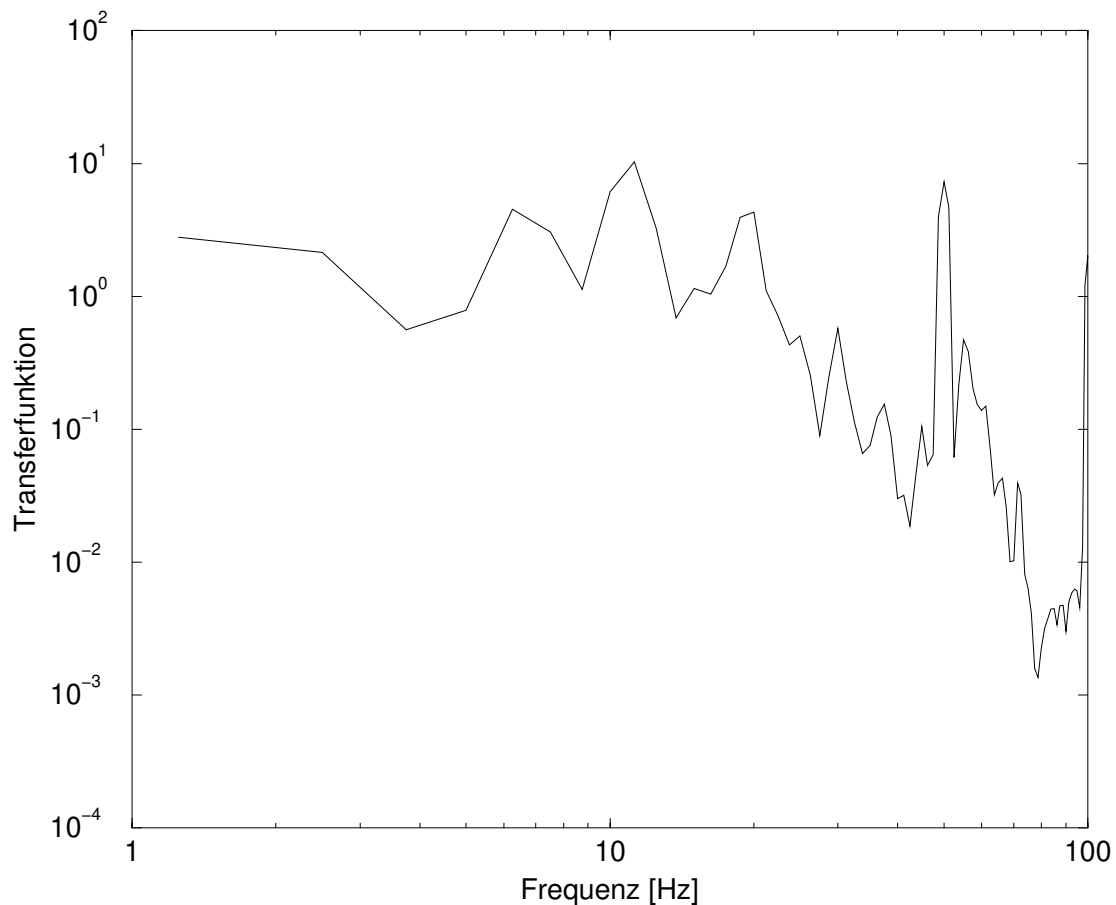


Abbildung 3.10: Horizontale Transferfunktion des seismisches Vorisolationssystems.

Kaskadiertes Pendelsystem

Zur weiteren Isolation sind die Testmassen an einem kaskadierten Pendelsystem aufgehängt. Dieses wird im folgenden beschrieben.

Aufbau

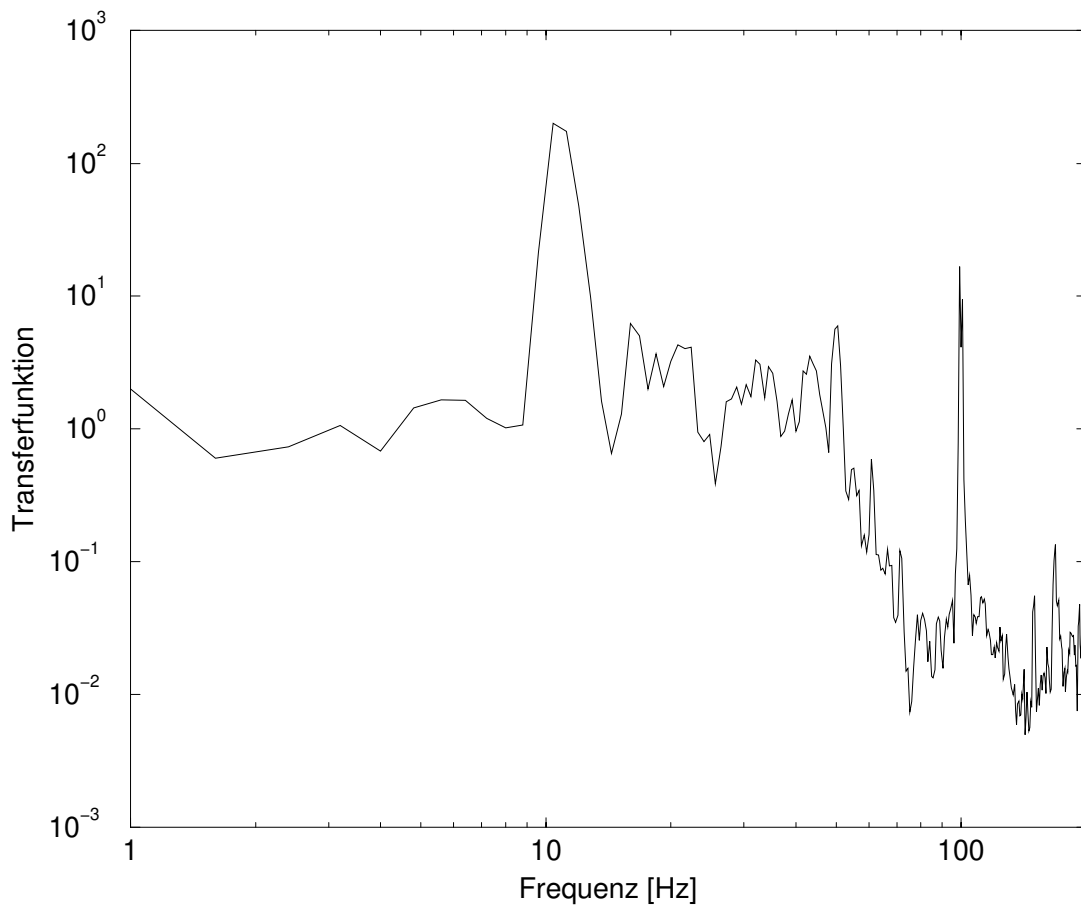


Abbildung 3.11: Vertikale Transferfunktion des seismisches Vorisolationssystems.

An der oberen Verstrebung des Vorisolationssystems, der *Top Plate*, wurde ein kaskadiertes Pendelsystem aufgehängt. Alle dabei verwendeten Pendel haben eine Resonanzfrequenz von ca. 1 Hz.

Die erste Stufe der Pendelkaskade bildet eine an drei Drahtschlaufen aufgehängte Leichtmetallplatte. Dieses Pendel gibt die erste Isolationsstufe. Von dieser Platte herab hängen zwei Pendel an Drahtschlaufen. An jedem dieser Pendel wiederum ist ein Quarzblock befestigt, von dem herab die eigentliche Testmasse aus synthetischem Quarz monolithisch aufgehängt ist. Zur Herstellung dieser monolithischen Aufhängung wurde die in Abschnitt 2.2 beschriebene Kontaktierungsmethode zur Realisierung möglichst hoher Güten benutzt. Die Fäden der monolithischen Aufhängung wurden in der Wasserstoffflamme gezogen (siehe Abschnitt 2.3.2). Das gesamte passive seismische Isolationssystem besteht aus dem Vorisolationssystem und der kaskadierten Pendelaufhängung, somit also aus insgesamt 6 Oszillatorstufen. Es ist in Abbildung 3.12 in Blickrichtung der optischen Achse dargestellt.

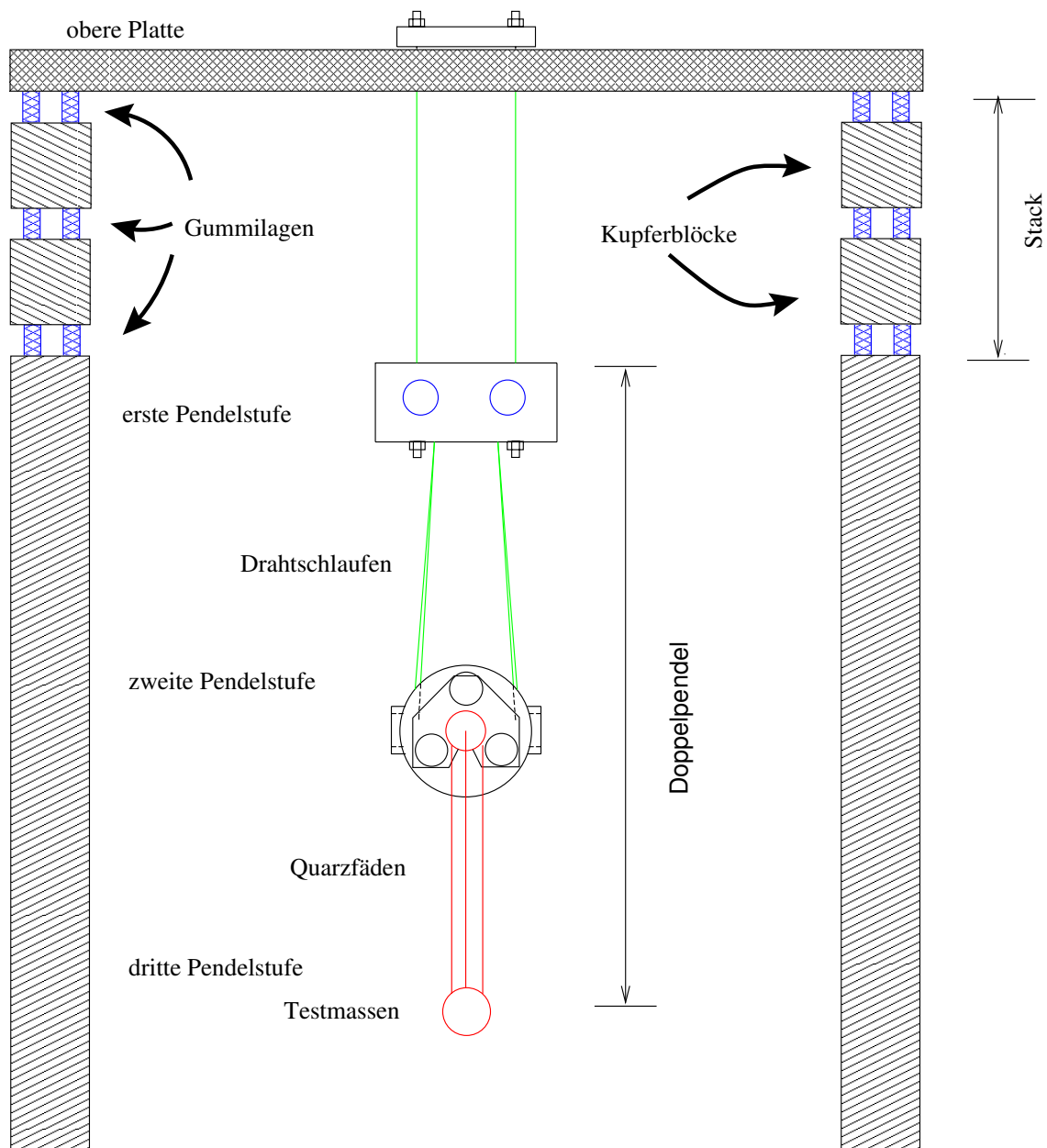


Abbildung 3.12: Schematische Darstellung des gesamten seismischen Isolationssystems in Blickrichtung der optischen Achse.

Lokale Regelungen

Das in diesem Abschnitt vorgestellte kaskadierte Pendelsystem hat hohe mechanische Güten (besonders in der letzten, monolithischen Stufe) und große Amplituden auf seinen Normalmoden. Um den Laser an den von den Testmassen gebildeten Fabry-Perot-Resonator koppeln zu können, muß die Bewegung der Pendel auf ihren Resonanzfrequenzen reduziert werden. Dies wurde mittels aktiver Regelkreise erreicht. In den ersten beiden Pendelstufen wird die Kraftübertragung zwischen Spulen und Magneten als Aktuator benutzt. Die Magneten sind auf die Pendelmassen aufgeklebt, wohingegen die Spulen an Referenz-

punkten befestigt sind, gegen die die Pendel gedämpft werden sollen. Als Sensor dieser Regelschleifen dient eine Kombination aus Leuchtdiode und Photodiode. In den Strahlengang zwischen beiden ragt ein Fähnchen hinein, das auf den Magneten geklebt wurde. Der Photostrom ist abhängig von der Position des Fähnchens und damit von der des Pendels. Bewegt sich das Pendel, so wird dies eine Änderung des Photostroms hervorrufen. Dieser wiederum wird elektronisch verarbeitet, und der Spulenstrom im Aktuator wird geregelt. Damit wird eine der Bewegung des Pendels entgegengesetzt gerichtete Kraft erzeugt. Diese Art der Regelung wurde am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching entwickelt. Sie wird in [41] ausführlich beschrieben.

Die Spiegelsubstrate selbst sind zur Realisierung einer hohen mechanischen Güte monolithisch aufgehängt und bestehen aus synthetischem Quarz. Es sollte vermieden werden, auf die Substrate Magneten aufzukleben, da dies die interne Güte verringern würde. Deshalb wurden zur Dämpfung die bereits in Abschnitt 2.2 beschriebenen elektrostatischen Aktuatoren benutzt. Je ein He/Ne-Laser wurde auf die Rückseite der Resonatorspiegel abgebildet und der zurückreflektierte Lichtzeiger wiederum auf geteilte Photodioden. Die aktive Dämpfung der Amplitude des Pendels erfolgte dann wie in 2.2 beschrieben.

Wichtig zu erwähnen ist, gegen was die jeweilige Dämpfungskraft wirkt, d.h. wo der Aktuator befestigt wurde. Die kombinierten Sensor/Aktuator-Einheiten der ersten Pendelstufe waren starr mit der *Top Plate* verbunden. Man könnte nun meinen, damit sei die Pendelstufe doch eigentlich "kurzgeschlossen". Um dies zu vermeiden, sind in den benutzten *lokalen Regelungen* elektronische Filter eingebaut. Sie verringern die Verstärkung in der Regelschleife bei den eigentlichen Meßfrequenzen, also im Bereich um 100 Hz, soweit, daß die Schleife bei diesen Frequenzen als geöffnet betrachtet werden kann. Es handelt sich also um frequenzselektive Regelkreise. Die Entkoppelung bei den Meßfrequenzen wird durch steile elektronische Filter sichergestellt.

Die Sensor/Aktuator-Einheiten der zweiten Pendelstufe sind an einem der beiden Pendel befestigt, die Magneten an dem anderen. Damit werden diese Pendel bei ihren Resonanzfrequenzen (den Normalmoden der kaskadierten Pendelaufhängung) aneinandergeschaltet und können nun nur noch gemeinsame Bewegungen ausführen, also in der sogenannten *common mode* schwingen. Da nun die Normalmoden aufgrund verschiedener Pendellängen und Massenverteilungen dieser beiden Doppelpendel bei verschiedenen Frequenzen liegen, wird auch eine Ausbildung einer *common mode* Schwingung verhindert.

Die Aktuatoren der elektrostatischen Regelung sind auf dem Boden verschraubt. Da jedoch aufgrund der Elektrodengeometrie, wie in Abschnitt 2.2 dargestellt, keine Kraft auf die Substrate einwirkt, wenn die Bewegung der Pendel einmal gedämpft ist, wird dann die Kopplung der Spiegelsubstrate an den Aktuator minimal. Im Prinzip kann, wenn die Energie einmal aus dem Pendel herausgezogen ist, die Spannungsversorgung des HV-Verstärkers abgeschaltet und damit bei der eigentlichen Messung die Testmasse vollständig von dem Aktuator entkoppelt werden.

3.3 Simulationen

Im folgenden wird die unter Berücksichtigung des thermischen Rauschens theoretisch erreichbare Empfindlichkeit der aufgebauten Meßanordnung dargestellt. Zur Simulation werden die Güten aller relevanten mechanischen Oszillatoren (siehe Abschnitt 2.1) benutzt und damit auf der Grundlage der im ersten Kapitel vorgestellten Theorie die Limitierung des konzipierten Experimentes durch Brownsche Bewegung berechnet. Die mathematische Simulation erfolgt mit Hilfe eines für diese Experiment entwickelten Computerprogrammes [24]. In Bild 3.13 ist die erreichbare Empfindlichkeit unter Berücksichtigung der optischen und mechanischen Eigenschaften des während der Aufbauphase benutzten Meßresonators dargestellt. Simuliert wurde z.B. eine Aufhängung des kleinen Auskoppelspiegels an Fäden des Durchmessers 100 μm . Die erreichbare mechanische Güte der Aufhängung ist nicht wesentlich höher als die Materialgüte des Fadens selbst. Mit anderen Worten: Man profitiert bei vorliegender Fadenspannung kaum von der Gravitation als verlustlose Feder (siehe Abschnitt 2.1.2). Die niedrigste Violinmode liegt bei ca. 27 Hz, damit wird vom Standpunkt des thermischen Rauschens aus gesehen eine Limitierung der Empfindlichkeit des Experimentes durch Rauschen in den Violinmoden gegeben sein. Quantenlimitierte Längenmessung ist damit schon konzeptionell nicht möglich.

In der nächsten Ausbaustufe des Experimentes sollten sowohl die optischen als auch die mechanischen Eigenschaften des Meßresonators angepaßt werden. Wie in Abschnitt 2.3 gezeigt, können Spiegelsubstrate derselben Geometrie an entschieden dünneren Fäden aufgehängt werden, ohne daß die Zerreißgrenze der Fäden erreicht wird. Damit würde sich die Violinmoden zu höheren Frequenzen hin verschieben und gleichzeitig die mechanische Güte der Aufhängung steigen.

In jüngster Zeit sind dielektrische Schichtsysteme für Substrate aus synthetischem Quarz entwickelt worden, die Finessen für Fabry-Perot-Resonator im Bereich 100000 zulassen. Solche Verspiegelungen sollten bei der Weiterentwicklung des Experimentes zum Einsatz kommen. Dadurch könnte im Resonator eine starke Überhöhung der Lichtleistung erfolgen.

Im Abbildung 3.14 ist die erreichbare Empfindlichkeit des Experimentes bei Weiterentwicklung in diese Richtung dargestellt. Die theoretisch erreichbare Pendelgüte liegt im Bereich $Q_{\text{Pendel}} = 10^8$, die niedrigste Violinmode liegt bei 272 Hz.

Im Bild 3.15 ist der Anteil des durch *Strahlungsdruckrauschen* produzierten Signales am Gesamtsignal dargestellt. Zum Vergleich der Anteil des thermischen Rauschens des Pendels. Ab ca. 30 Hz würde bei der im Text angegebenen Parameterwahl die spektrale Dichte des Strahlungsdruckes die des thermischen Rauschens übersteigen. Damit wäre es möglich, eine quantenlimitierte Längenmessung durchzuführen. Lediglich bei den Resonanzfrequenzen der Violinmoden würde thermisches Rauschen (eben der Violinresonanz) die Empfindlichkeit limitieren.

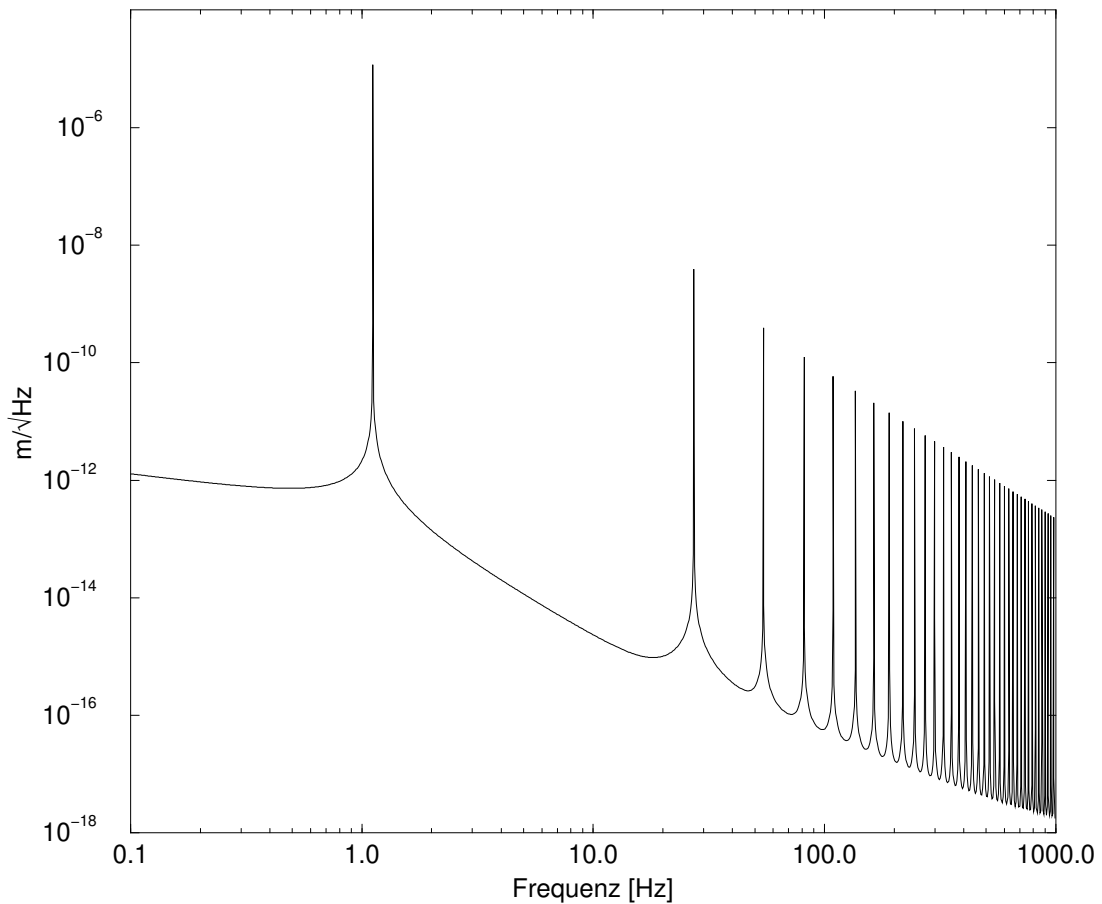


Abbildung 3.13: Simulation der mit den optischen und mechanischen Eigenschaften des benutzten Meßresonators unter Berücksichtigung des thermischen Rauschens erreichbaren Empfindlichkeit.

3.4 Ergebnisse und Diskussion

Zur Messung wurde der Laser mittels Pound-Drever-Hall Technik [12] an den Meßresonator gekoppelt. Die Frequenz des Lasers wurde nachgeführt, und das dazu notwendige Stellsignal der Regelung mitprotokolliert. Der dynamische Bereich der Regelung war limitiert durch den Durchstimmbereich des Lasers. Er reichte nicht aus, den Laser für längere Zeit resonant mit dem Meßresonator zu halten. Die Daten wurden mit Hilfe eines A/D-Wandlers mitprotokolliert, um dann analysiert werden zu können. Um sicherzustellen, daß nur dann Daten geschrieben wurden, wenn der Laser tatsächlich an den Resonator gekoppelt war, wurde das Signal einer Photodiode in Transmission als Triggersignal für die Datenaufnahme benutzt. Aus der Frequenzänderung des Lasers wurde die Längenänderung des Meßresonators bestimmt.

Zum Testen des optischen Aufbaus des Experimentes wurde zunächst nur der Auskoppelspiegel monolithisch aufgehängt. Dabei wurde, wie in Abschnitt 2.2, eine optische Faser zum Aufhängen des Substrates benutzt. Der Faserdurchmesser betrug 120 μm . Der Einkoppelspiegel war in einem Spiegelhalter im Vakuumgefäß gehalten. Damit ist zu erwarten, daß die Empfindlichkeit der Messung durch seismisches Rauschen limitiert sein wird.

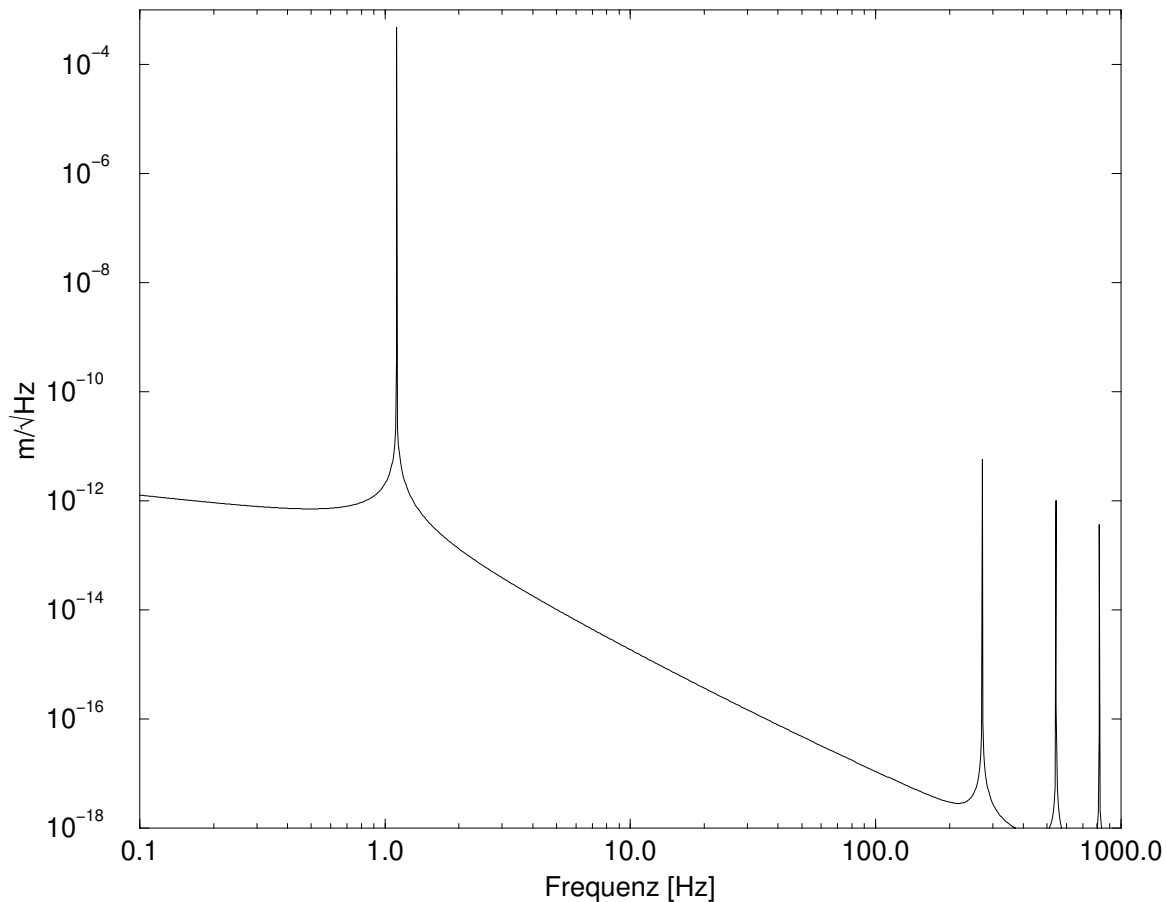


Abbildung 3.14: Simulation der mit einem optimierten Meßapparat unter Berücksichtigung des thermischen Rauschens erreichbaren Empfindlichkeit.

Das Rauschspektrum ist in Abbildung 3.16 dargestellt, dazu die Simulation aus dem vorherigen Abschnitt, gerechnet mit der entsprechenden Fadendicke von $120\ \mu\text{m}$. Violinresonanzen ab $23\ \text{Hz}$ sind zu erkennen. Die Auflösungsbandbreite der Messung beträgt $2,3\ \text{Hz}$. Zur Illustration wurden Balken der doppelten Auflösungsbandbreite mit in die Grafik eingezeichnet. Zur Datenaufnahme konnte, bedingt durch die Kürze des Zeitintervalls, innerhalb dessen der Laser mit dem Resonator in Resonanz gehalten werden konnte, kein hochauflösender Spektrumanalysator benutzt werden. Statt dessen wurden die Daten mit Hilfe eines 12-Bit A/D-Wandlers (10 effektive Bits) mitprotokolliert und danach fouriertransformiert. Die Messung ist begrenzt durch das letzte signifikante Bit des A/D-Wandlers. Dadurch ergibt sich ein Rauschen in einem Bereich äquivalent zu einer Längenänderung des Meßresonators von unterhalb $10^{-11}\ \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$. Oberhalb ca. $200\ \text{Hz}$ erreicht die Messung diese Empfindlichkeit.

Ein Vergleich mit dem gemessenen seismischen Rauschen (Abbildung 3.7) zeigt, daß bei Frequenzen unterhalb ca. $200\ \text{Hz}$ die Empfindlichkeit des Experimentes wie vermutet durch seismische Störungen limitiert war.

Im nächsten Schritt wurde auch der Einkoppelspiegel aufgehängt. Sowohl für Einkoppelspiegel als auch für Auskoppelspiegel wurden die in der Wasserstoffflamme gezogenen Fäden be-

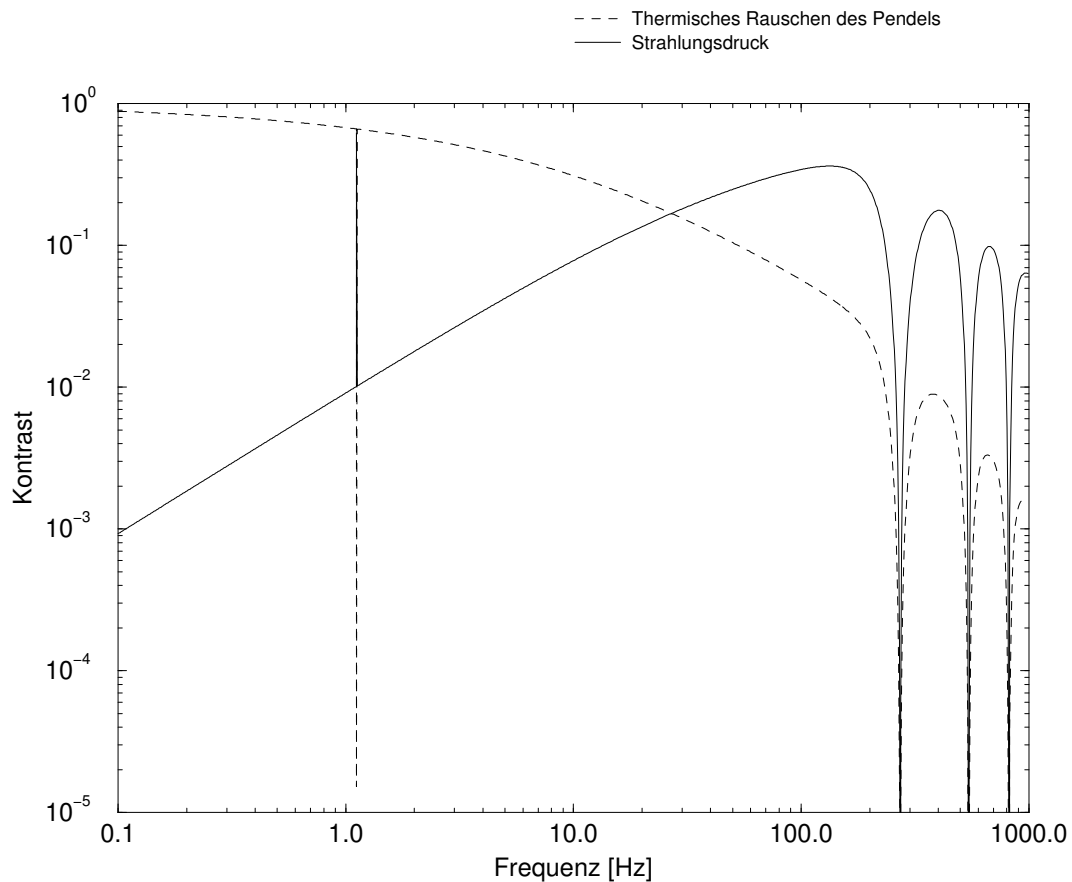


Abbildung 3.15: Anteil des durch Strahlungsdruckrauschen produzierten Signals am Gesamtsignal bei optimiertem Meßresonator. Zum Vergleich ist der Anteil des thermischen Rauschens des Pendels mit angegeben.

nutzt. Während der Auskoppelspiegel weiterhin an einem Faden aufgehängt war, wurde zum Aufhängen und Justieren des Einkoppelspiegels die in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Dreipunktaufhängung mit "Marionetta" gewählt. Das Rauschspektrum ist in Abbildung 3.17 dargestellt.

Das elektronische Rauschen bedingt durch den A/D-Wandler lag auch bei diesen Messungen im Bereich einer adäquaten Längenänderung des Meßresonators von $10^{-12} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$. Die Meßkurve setzt nun bereits ab 70 Hz auf dem elektronischen Rauschen auf. Dies rührt daher, daß beide Spiegel am seismischen Isolationssystem aufgehängt sind. Punktiert mit dargestellt ist das horizontale seismische Rauschspektrum aus Abbildung 3.7 bei ausgeschalteten Vakuumpumpen.

Gleichzeitig sind erneut die mit Hilfe des Simulationsprogrammes berechneten Violinmoden eingezeichnet.

Die Auflösungsbandbreite der Messung lag bei 6,8 Hz. Balken der doppelten Breite sind, analog zu Abbildung 3.16, auch hier wieder um die vermuteten Violinmoden gezeichnet. Trotz geringer Auflösung erkennt man Resonanzen bei höheren harmonischen einer Grundschwingung von etwas über 20 Hz, der niedrigsten Violinmode. Die niedrig-

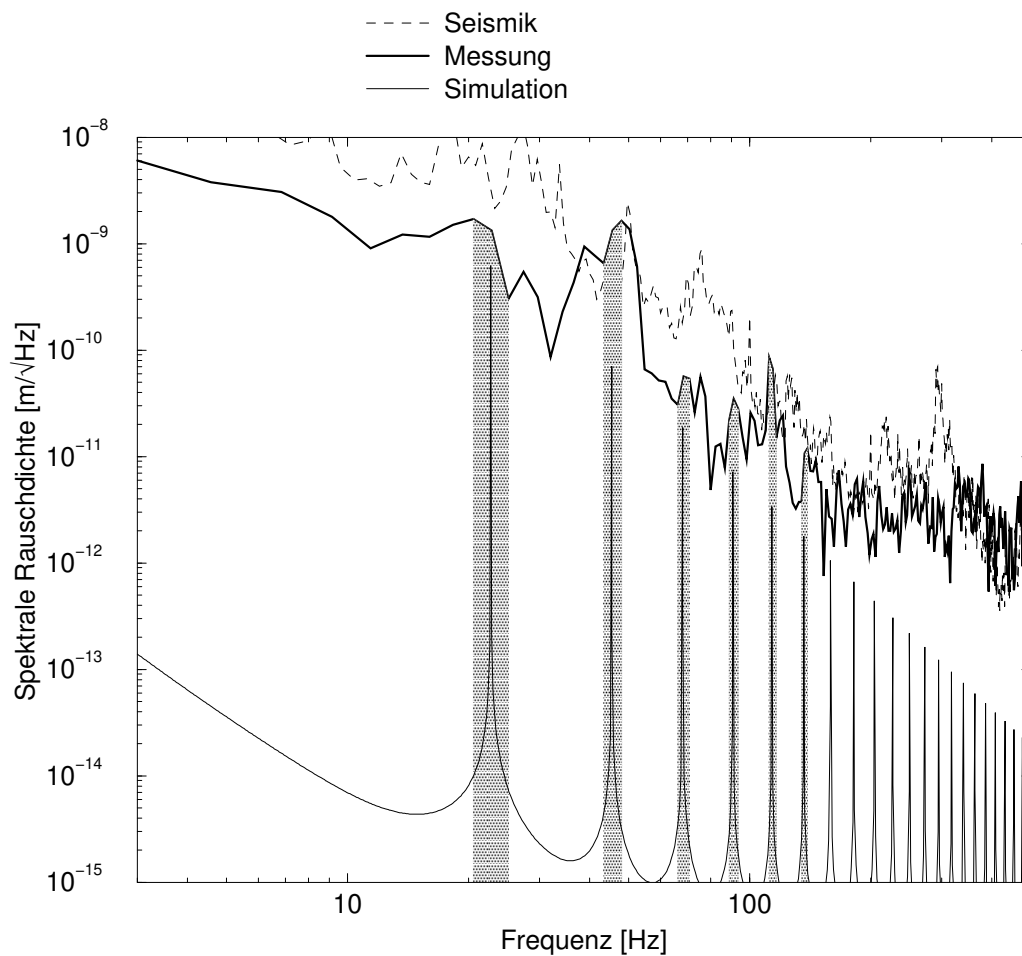


Abbildung 3.16: Empfindlichkeit des Experimentes bei isoliertem Auskoppelspiegel und nichtisoliertem Einkoppelspiegel. Zum Vergleich sind die simulierten Werte für die Violinmoden mit dargestellt. Zur Verdeutlichung wurden Frequenzbereiche der doppelten Auflösungsbandbreite um die Violinresonanzen grau unterlegt.

ste Resonanz ist innerhalb der Bandbreite nicht aufzulösen. Die Auflösungsbandbreite einer Messung ergibt einen Filter, innerhalb dessen alles Rauschen aufintegriert wird. Dieser Filter ist bei den vorliegenden Messungen lediglich um den Faktor 3 kleiner als der Abstand der Violinresonanzen zueinander. Deshalb wird bei den meisten Stützstellen das nicht-resonante Rauschen zusammen mit den Bewegungen auf den Resonanzen aufintegriert. Obwohl die Darstellung als spektrale Dichte erfolgt, kann man somit auch zwischen den Resonanzen nicht das eigentliche Rauschniveau erreichen. Die gemessenen spektralen Dichten bei den Resonanzfrequenzen der Violinmoden entsprechen den simulierten Werten für thermisches Rauschen der Violinresonanzen. Ausnahmen bilden lediglich die Moden zweiter und fünfter Ordnung, deren Resonanzfrequenzen sehr dicht an 50 Hz bzw. 100 Hz liegen. Hier wird auch Netzbrummen mit aufintegriert, weshalb die gemessenen spektralen Rauschdichten höher liegen als bei thermisch angeregten Violinresonanzen zu erwarten. Das gemessenen spektralen Rauschdichten zwischen den Resonanzen ist durch die Auflösungsbandbreite bestimmt.

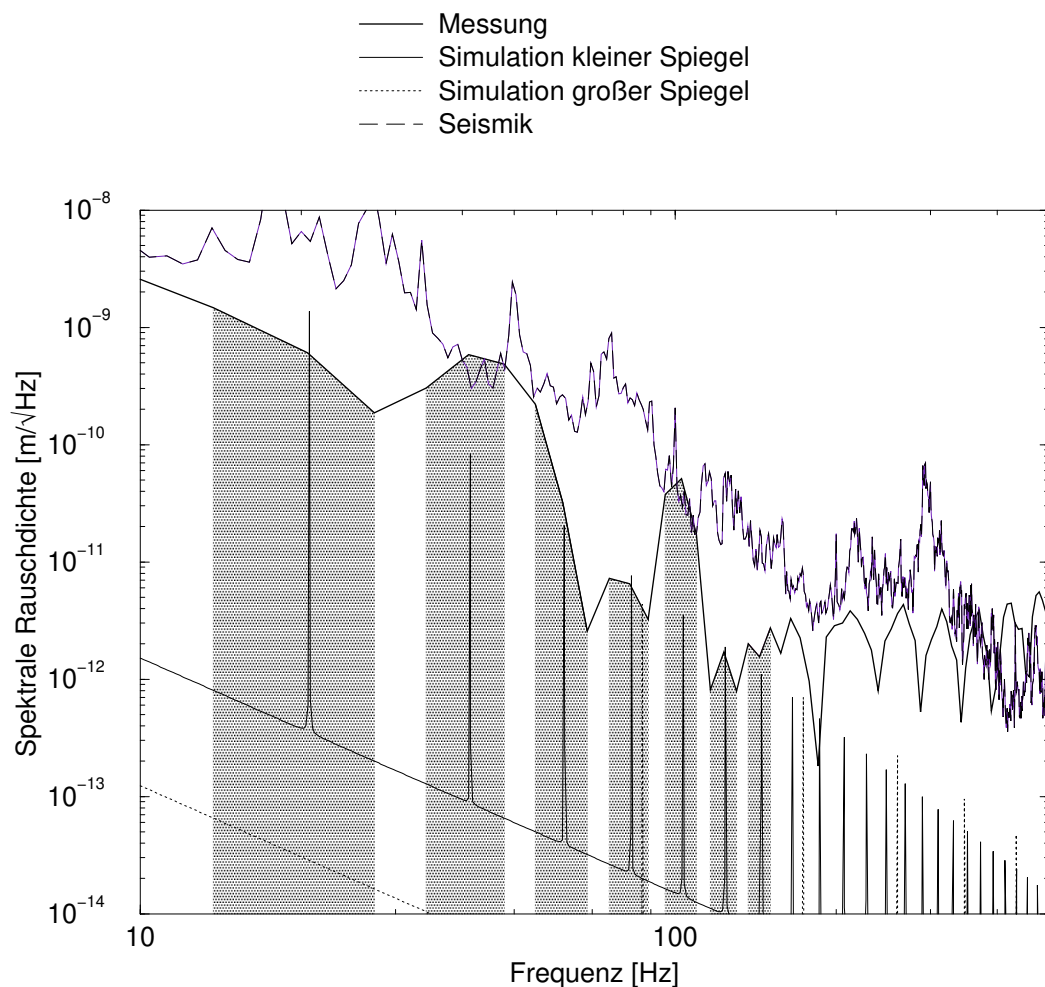


Abbildung 3.17: Empfindlichkeit des Experimentes mit beiden Spiegeln monolithisch aufgehängt. Zum Vergleich sind die simulierten Werte für die Violinmoden mit dargestellt. Zur Verdeutlichung wurden Frequenzbereiche der doppelten Auflösungsbandbreite um die Violinresonanzen grau unterlegt.

Die erreichbare Auflösungsbandbreite war im vorliegenden Experiment begrenzt durch den dynamischen Bereich der *Pound-Drever-Hall* Regelung. Dieser wurde limitiert durch die Durchstimmbarkeit des verwendeten monolithischen Nd:YAG-Ringlasers. Um die Begrenzung der Meßapparatur durch die Auflösungsbandbreite der Messung zu verringern, sollte in in der nächsten Ausbaustufe des Experimentes darauf zurückgegriffen werden, die Länge der Resonators an die Laserfrequenz anzupassen. Dazu könnten die *lokalen Regelungen* so ausgelegt werden, daß sie als Aktuator der *Pound-Drever-Hall* Regelung dienen. Da mit diesen Aktuatoren ein größerer dynamischer Bereich erreicht werden kann, würde dies längere Zeitintervalle ermöglichen, in denen Laser und Resonator zueinander resonant sind, was gleichbedeutend mit geringerer Auflösungsbandbreite ist.

Trotz der Begrenzung der Messungen durch die Auflösungsbandbreite, und der damit gegebenen Limitierung der Empfindlichkeit der Messung durch thermisches Rauschen der Violinresonanzen, ist hiermit gezeigt, daß die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten monolithischen Aufhängungen in interferometrischen Längenmessungen eingesetzt werden können. Mit diesen Aufhängungen kann man erreichen, daß die spektrale Dichte des ther-

mischen Rauschens unterhalb der quantenmechanischen Nachweisgrenze der Interferometrie liegt.

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit ist die Limitierung interferometrischer Längenmessung durch *thermisches Rauschen* untersucht worden. Bei diesem Rauschprozeß handelt es sich um eine Manifestation der Brownschen Bewegung der einen Festkörper aufbauenden Atome. Im ersten Teil der Arbeit wurden die theoretischen Grundlagen zur Behandlung des thermischen Rauschens ausführlich dargestellt. Dabei wurde gezeigt, daß eine Mittelung über viele unabhängige mikroskopische Variable eine makroskopische Beschreibung solcher Prozesse ermöglicht. Die bei dieser Mittelung entstehenden makroskopischen Variablen zeigen stochastisches Verhalten. Darauf aufbauend liefert das *Fluktuations-Dissipations-Theorem* ein makroskopisches Bild des thermischen Rauschens. Gleichzeitig beschreibt das Fluktuations-Dissipations-Theorem die Kraft, die das thermische Rauschen antreibt, als abhängig von den Dissipationen, denen ein Oszillator unterliegt. Grundlegende Dämpfungsprozesse in einem Festkörper wurden deshalb vorgestellt. Dabei wurde die sogenannte *strukturelle Dämpfung* eingeführt. Bei diesem mechanischen Dämpfungsprozeß handelt es sich um Reibungsvorgänge im Festkörper selbst. Beschrieben wurden sie anhand der *thermoelastischen Dämpfung* sowie der *Phonon-Phonon-Streuung*. Das Besondere dieser Reibungsvorgänge liegt in ihrer Unabhängigkeit von der Geschwindigkeit. Weiterhin wurde der Zusammenhang zwischen Dissipation und Güte eines Oszillators bei herkömmlicher, viskoser Dämpfung und bei struktureller Dämpfung beschrieben. Es wurde gezeigt, daß zur Minimierung der *spektralen Dichte* des thermischen Rauschens auf den Meßfrequenzen einer interferometrischen Anordnung möglichst hohe Güten aller mechanischer Oszillatoren notwendig sind.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden, basierend auf dieser Erkenntnis, *monolithische Aufhängungen* für die Testmassen eines interferometrischen Detektors analysiert. Es wurden die relevanten mechanischen Oszillatoren beschrieben. Zuerst wurden *Herstellungsverfahren* für solche Aufhängungen entwickelt. Die damit erreichbaren *mechanischen Güten* monolithisch aufgehängter Substrate aus synthetischem Quarz wurden vermessen, und eine interne mechanische Güte von $Q_{intern} = 5 \times 10^6$ erreicht. Limitierender Verlustfaktor waren hierbei Verluste durch Biegung in der Kontaktzone. Ein signifikanter Alterungsprozeß in der Kontaktzone bei Lagerung in Laboratmosphäre wurde registriert. Die Ursachen für diesen Prozeß sowie Möglichkeiten zu seiner Vermeidung sollten in weiterführenden

Experimenten untersucht werden.

Desweiteren wurde die mechanische Güte der Aufhängung der entwickelten monolithischen Systeme untersucht. Ein Problem stellten bei den dazu durchgeführten Messungen die sogenannten *Rückstoßverluste* dar. Um ihren Einfluß zu minimieren, wurde zuerst der Weg der Kopplung an einen Oszillator mit Sub-Hertz Resonanzfrequenz gewählt. Dazu wurde ein X-Pendel aufgebaut, dessen longitudinale Pendelfrequenz bei $0,14\text{Hz}$ lag. Bedingt durch Kopplungen der x- und y-Richtung der Pendelschwingung der zu messenden monolithischen Aufhängung waren diese Messungen bei Güten ab $Q = 3 \times 10^6$ durch Rückstoßverluste limitiert. Deshalb wurde im nächsten Schritt die monolithische Aufhängung an eine große Masse gekoppelt. Dazu wurde das verwendete Vakuumgefäß an einen Betonblock mit 500 kg Masse geschraubt. Die im Vakuumgefäß verschraubte Stützstruktur aus Aluminium war zusätzlich mit insgesamt 50 kg Blei beschwert.

Die mechanische Güte der monolithischen Aufhängung wurde zu $Q_{\text{Pendel}} = 3 \times 10^7$ bestimmt. Auch hierbei war die Messung noch immer durch Rückstoßverluste limitiert.

Damit erfüllen die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten monolithischen Aufhängungen für Testmassen aus synthetischem Quarz die Anforderungen des laser-interferometrischen Gravitationswellendetektors *GEO600* sowohl für die internen Güten der Testmassen als auch für die Güten der Aufhängung.

Ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit wurde die Möglichkeit der Benutzung von Saphir als alternatives Material für Testmassen interferometrischer Meßanordnungen untersucht. Dabei erfolgte die Ankontaktierung von Niob an Saphir-Resonatoren in einem Induktionsofen. Es wurde eine Verringerung der mechanischen Güte des Saphir-Resonators um den Faktor zwei registriert, gleichzeitig wurde ein Alterungsprozeß festgestellt.

Der Einsatz solcher doppelbrechender Materialien setzt alternative Interferometergeometrien voraus, die in dieser Arbeit experimentell demonstriert wurden.

Im dritten Teil der Arbeit wurde ein Experiment zur Realisierung quantenlimitierter Längenmessung konzipiert und aufgebaut. Quantenmechanische Prozesse, die interferometrische Messungen beeinflussen, wurden dargestellt. Die Kombination dieser Prozesse ergibt das sogenannte *Standard Quantenlimit* der Interferometrie. Diese quantenmechanische Nachweisgrenze bei der Verwendung klassischen Lichts wurde erläutert.

Im Frequenzbereich um 100 Hz werden interferometrische Längenmessungen durch seismische Störungen beeinflusst. Um die Limitierung der erreichbaren Empfindlichkeit des Experimentes durch seismisches Rauschen zu unterdrücken, wurde ein *mehrstufiges passives seismisches Isolationssystem* entwickelt und in das Experiment integriert. Es besteht aus einem *Vorisationssystem* und einem *kaskadierten Pendelsystem*. Die Amplituden auf den Resonanzfrequenzen der Pendel mußten mit Hilfe von *lokalen Regelungen* aktiv unterdrückt werden, um den Laser in Resonanz mit dem Resonator halten zu können. Dabei kamen sowohl magnetische Aktuatoren als auch die, bereits zur Messung der

internen Substratgüten entwickelten, *elektrostatischen Aktuatoren* zum Einsatz. Als eine zusätzliche Rauschquelle stellten sich Fluktuationen des verwendeten Laserlichts heraus. Intensitäts- und Frequenzschwankungen wurden mittels aktiver Regelkreise unterdrückt, und geometrische Strahlfluktuationen passiv mit einer optischen single mode Faser herausgefiltert.

Es wurde eine Computersimulation entwickelt, die auf der Grundlage der im ersten Teil der Arbeit dargestellten Theorie, und den im zweiten Teil gemessenen mechanischen Güten, die zu erwartenden spektrale Dichte des thermischen Rauschens des aufgebauten Experimentes im Meßbereich berechnet. Gleichzeitig ermöglicht diese Simulation die Optimierung einzelner experimenteller Parameter, wie z.B. dem Faserdurchmesser, um ausgewählte Rauschquellen dominant werden zu lassen. Es konnte gezeigt werden, daß es mit Hilfe der entwickelten monolithischen Aufhängungen für Quarzsubstrate prinzipiell möglich ist, die spektrale Dichte des thermischen Rauschens im Meßbereich unterhalb der quantenmechanischen Nachweisgrenze zu halten.

Im aufgebauten Experiment kommen deshalb solche Aufhängungen zum Einsatz. Dabei bildeten die aufgehängten Quarzsubstrate die Spiegel eines *Fabry-Perot-Resonators*. Zur Justage des Resonators wurde eine "Marionetta" entwickelt. Ein monolithischer Nd:YAG-Ringlaser wurde mit Hilfe einer *Pound-Drever-Hall* Regelung mit dem Resonator in Resonanz gebracht. Der dynamische Bereich der Regelschleife war limitiert durch die als Aktuator benutzte Durchstimmbarkeit des Nd:YAG-Ringlasers. Dieser vorgegebene Durchstimmbereich begrenzte die Zeitintervalle, innerhalb derer der Laser resonant zum Resonator gehalten werden konnte. Dies wiederum bedingte eine Limitierung der erreichbaren Auflösungsbandbreite und damit der erreichbaren Empfindlichkeit. In zukünftigen Ausbaustufen des Experimentes sollte deshalb die Resonatorlänge an die Laserfrequenz angepaßt werden. Die Stillelemente der lokalen Regelungen könnten als Aktuatoren einer solchen Regelschleife dienen.

Die prinzipielle Durchführbarkeit des Experimentes konnte jedoch demonstriert werden. Die mit Hilfe der Computersimulation berechneten Violinresonanzen sind in den Spektren nachzuweisen. Die gemessenen spektralen Dichten bei den Resonanzfrequenzen der Violinmoden entsprechen den simulierten Werten für thermisches Rauschen der Violinresonanzen. Die erreichbare Empfindlichkeit zwischen den Violinresonanzen ist begrenzt durch die Auflösungsbandbreite. Der Aufbau ermöglicht es nun, alle Teilsysteme des Experimentes genau zu charakterisieren, und basierend auf diesem Wissen den Meßapparat in seinen limitierenden Elementen zu verbessern, um quantenlimitierte Längenmessungen zu ermöglichen.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Spektrale Dichte des thermischen Rauschens	11
1.2	Maxwell Modell des inelastischen Festkörpers	13
1.3	Verluste als Funktion der Frequenz im Modell des inelastischen Festkörpers	15
1.4	Temperaturdifferenz beim Verbiegen einer Faser	16
1.5	Thermische Dämpfung in Quarzglas	17
1.6	Gitterstruktur von SiO ₂	18
1.7	Thermisches Rauschen bei interner Dämpfung	21
2.1	Interne Moden einer Testmasse	28
2.2	Moden der Aufhängung	31
2.3	open-loop und closed-loop Spektrum der Kippmode	34
2.4	Experimenteller Aufbau zur Messung interner Güten	35
2.5	Transferfunktion des seismischen Isolationssystems zur Messung interner Güten	36
2.6	Zerfallskurven der internen Moden	40
2.7	Temperaturabhängigkeit der Resonanzfrequenz interner Moden	42
2.8	Schematische Darstellung einer Tetralateral-Diode	43
2.9	Kennlinie der Tetralateraldiode	44
2.10	Das X-Pendel	46

2.11	Der Aufbau zum Messen der Pendelgüten	47
2.12	Ringdown-Messungen des X-Pendels	50
2.13	Rückstoßverluste in das X-Pendel	50
2.14	Ringdown-Messung der longitudinalen Pendelmode	51
2.15	Fourier-Transformierte der Ringdown-Messung	52
2.16	Ringdown-Messung der Rocking Mode	52
2.17	Ringdown-Messung der Torsions Mode	53
2.18	Ringdown-Messung der Rocking Mode	54
2.19	Ringdown-Messung der longitudinalen Mode	55
2.20	Ringdown-Messung der Longitudinalen Mode der 2 Faden Aufhängung .	55
2.21	Ringdown-Messung der Torsionsmode der 2 Faden Aufhängung	56
2.22	Kontaktieren im RF-Ofen	60
2.23	Mechanische Güte des Saphir-Stabes	62
2.24	Güte nach dem Kontaktieren	62
2.25	Michelson-Interferometer mit Gitterstrahlteiler	64
2.26	Sagnac-Interferometer mit Gitterstrahlteiler	64
3.1	Standard Quantenlimit	71
3.2	Prinzipskizze des Experimentes zu quantenlimitierter Längenmessung . .	73
3.3	Absorption und Dispersion des Meßresonators	74
3.4	Die Marionetta	75
3.5	Aufhängung des Meßresonators	76
3.6	Frequenzstabilität des Lasers	78
3.7	Horizontale Seismik	81

3.8	Vertikale Seismik	82
3.9	Das seismisches Vorisolationssystem	83
3.10	Horizontale Transferfunktion des seismisches Vorisolationssystems	84
3.11	Vertikale Transferfunktion des seismisches Vorisolationssystems	85
3.12	Aufbau des gesamten seismischen Isolationssystems	86
3.13	Simulation derzeit erreichbarer Empfindlichkeit	89
3.14	Simulation optimal erreichbarer Empfindlichkeit	90
3.15	Anteil des Strahlungsdruckrauschens am Gesamtsignal	91
3.16	Empfindlichkeit des Experimentes mit aufgehängtem Auskoppler	92
3.17	Empfindlichkeit des Experimentes mit beiden Spiegeln aufgehängt	93

Literaturverzeichnis

- [1] ABRAMOVICI, A. und OTHERS. *Science*, 256:325, 1992.
- [2] BARK-ZOLLMANN, S.: *Theoretische und experimentelle Untersuchungen von Relaxationerscheinungen in Gläsern*. Dissertation, Friedrich Schiller Universität, Jena, 1994.
- [3] BARTON, M. A. und K. KURODA: *Ultralow frequency oscillator using a pendulum with crossed suspension wires*. *Rev. Sci. Instrum.*, 65(12):3775–3779, 1994.
- [4] BOCK, A.: *Monolithische P hoher Güte*. Diplomarbeit, Institut für Atom- und Molekülphysik, Universität Hannover, 1996.
- [5] BRADASCIA und OTHERS. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Rev A*, 289:518, 1990.
- [6] BRAGINSKY, V. B., V. P. MITROFANOV und V. I. PANOV: *Systems with small dissipation*. University of Chicago Press, 1985.
- [7] BRAGINSKY, V. B., V. P. MITROFANOV und K. V. TOKMAKOV: *Energy dissipation in the pendulum mode of the test mass suspension of a gravitational wave antenna*. *Phys. Letters A*, 218:164–66, 1996.
- [8] CALLEN, H. B. und R. F. GREEN. *Phys. Rev.*, 86:702, 1952.
- [9] CALLEN, H. B. und T. A. WELTON. *Phys. Rev.*, 83:34, 1951.
- [10] DANZMANN, K., H. LÜCK, A. RÜDIGER, R. SCHILLING, M. SCHREMPPEL, W. WINKLER, J. HOUGH, G. P. NEWTON, N. A. ROBERTSON, H. WARD, A. M. CAMPBELL, J. E. LOGAN, D. I. ROBERTSON, K. A. STRAIN, J. R. J. BENNETT, V. KOSE, M. KÜHNE, B. F. SCHUTZ, D. NICHOLSON, J. SHUTTLEWORTH, H. WELLING, P. AUFMUTH, R. RINKLEFF, A. TÜNNERMANN, and B. WILLKE: *GEO 600 – Proposal for a 600m laser-interferometric gravitational wave antenna*, volume 190 of *MPQ*. MPQ Garching, 1994.
- [11] DEVINE, A. B. (editor): *The physics and technology of amorphous SiO₂*, pages 1–35, 113–7. Plenum Press, New York and London, 1988.

- [12] DREVER, R. W. P., J. L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD, and A. J. MUNLEY: *Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator*. Appl. Phys. B, 31:97–105, 1983.
- [13] EINSTEIN, A. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Seite 688, 1916.
- [14] FERREIRINHO, J.: *Internal friction in high Q materials*. In: BLAIR, D. G. (Herausgeber): *The detection of gravitational waves*. Cambridge University Press, 1991.
- [15] GILLESPIE, A.: *Thermal noise in the initial LIGO interferometers*. Dissertation, California Institute of Technology, 1995.
- [16] GILLESPIE, A. und F. RAAB: *Suspension losses in the pendula of laser interferometer gravitational-wave detectors*. Physics Letters A, 190:213–220, 1994.
- [17] GILLESPIE, A. und F. RAAB: *Thermally excited vibrations of the mirrors of laser interferometer gravitational-wave detectors*. Phys. Rev. D, 52(2):577, 1995.
- [18] GONZALES, G. I.: *Brownian motion of a torsion pendulum damped by internal friction*. Dissertation, University Syracuse, 1995.
- [19] GRIMSEHL, E.: *Lehrbuch der Physik*. BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1988.
- [20] HOHLS, F.: *Strahlungsdruck in Laserinterferometern*. Diplomarbeit, Institut für Atom- und Molekülphysik, Universität Hannover, Dezember 1995.
- [21] HOUGH, J. private Mitteilung.
- [22] HULTZSCH, R. private Mitteilung.
- [23] HUTCHINSON, J. R.: *Vibrations of solid cylinders*. Journal of Applied Mechanics, 47:901, 1980.
- [24] JENNRICH, O.: *Das Quantenlimit in der Interferometrie*. Dissertation, Universität Hannover, 1998.
- [25] JU, L., M. NOTCUTT, D. BLAIR, F. BONDU und C.N. ZHAO: *Sapphire beamsplitter and test masses for advanced laser interferometric gravitational wave detectors*. Phys. Letters A, (218):197–206, 1996.
- [26] KANDA, N., M. A. BARTON und K. KURODA: *Transfer function of a crossed wire pendulum isolation system*. Rev. Sci. Instru., 65(12):3780–3783, 1994.
- [27] KILLBOURN, S. private Mitteilung.
- [28] KOPITZKI, K.: *Einführung in die Festkörperphysik*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1993.
- [29] KOVALIK, J. M.: *A study of thermal noise*. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1994.

- [30] LOGAN, J.E. Dissertation, University of Glasgow, 1993.
- [31] LOGAN, J. E.: *Aspects of thermal motion of suspended test masses with particular application to interferometric gravitational wave detectors*. Internal report, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, 1994.
- [32] LOGAN, J. E., J. HOUGH und N. A. ROBERTSON: *Aspects of the thermal motion of a mass suspended by wires*. Phys. Letters A, Seiten 145–152, 1993.
- [33] LOGAN, J. E., N. A. ROBERTSON, J. HOUGH und P. J. VEICH: *An investigation of coupled resonances in material suitable for test masses in gravitational wave detectors*. Phys. Letters A, (161):101–110, 1991.
- [34] MCMAHON, G. W.: *Experimental study of the vibrations of solid, isotropic elastic cylinders*. Journal of the acoustic society of America, 36(1):85, 1964.
- [35] MEERS, B. J.: *Recycling in laser-interferometric gravitational-wave detectors*. Phys. Rev. D, 38:2317, 1988.
- [36] NOWICK, A. S. und B. S. BERRY: *Anelastic relaxation in crystalline solids*. Academic Press New York and London, 1972.
- [37] ROWAN, S. private Mitteilung.
- [38] ROWAN, S., R. HITCHINS, A. MCLAREN, N. A. ROBERTSON, S. M. TWYFORD und J. HOUGH: *The quality factor of natural quartz ribbons over a frequency range from 6 to 160 Hz*. Phys. Letters A, (227):153–158, 1997.
- [39] SAULSON, P. private Mitteilung.
- [40] SAULSON, P. R.: *Thermal noise in mechanical experiments*. Phys. Rev. D, 42(8):2437–2445, 1990.
- [41] SCHÄNZLER, M.: *Seismische Isolation für ein hängendes Interferometer*. Diplomarbeit, Institut für Atom- und Molekülphysik, Universität Hannover, 1997.
- [42] SCHOLZE, H.: *Glas*. F. Vieweg, Braunschweig, 1965.
- [43] TANIWAKI, M. and OTHERS: *High quality factor measurements of sapphire for test masses of laser interferometer gravitational wave detector*. Wird veröffentlicht in Phys. Lett. A, 1998.
- [44] TOKMAKOV, K. private Mitteilung.
- [45] TRAEGER, S.: *Interferometrische Messungen an Systemen hoher mechanischer Güte*. Diplomarbeit, Institut für Atom- und Molekülphysik, Universität Hannover, 1995.

-
- [46] TRAEGER, S., B. WILLKE, and K. DANZMANN: *Monolithically suspended fused silica substrates with very high mechanical Q*. Phys. Lett. A, 225:181–189, 1997.
- [47] UHLMANN, D. R. and N. J. KREIDEL (editors): *Glass, Science and Technology*, edition Vol. 3, Vol. 4a, Vol. 4b, Vol. 5. Academic Press, Inc., 1990.
- [48] WANG, M.C. and G.E. UHLENBECK. In WAX, N. (editor): *Selected papers on noise and stochastic processes*. Dover, New York, 1954.
- [49] WINTERFLOOD, J. and D. G. BLAIR: *A long-period conical pendulum for vibration isolation*. Phys. Lett. A, 222:141–147, 1996.

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt zuallererst Herrn Prof. Dr. K. Danzmann für seine Betreuung in den letzten Jahren. Er ermöglichte mir nicht nur die Durchführung dieser Arbeit, sondern erweckte in seiner begeisternden Art mein Interesse für interferometrische Meßtechnik im allgemeinen und für die faszinierenden Fragestellungen im Zusammenhang mit Laser-interferometrischen Gravitationswellendetektoren im besonderen. In vielen Diskussionen vermittelte er auch bei Rückschlägen seine optimistische Einstellung und motivierte zum Bewältigen auch schwierigster Probleme. Für die Einblicke in die Entwicklung eines wissenschaftliches Großprojekt, wie es GEO600 ist, möchte ich mich bedanken.

Engste Begleiter in den letzten Jahren waren Benno Willke und Oliver Jennrich. Beide waren stets offen, auch über scheinbar einfachste Fragestellungen zu diskutieren und neu nachzudenken. Ohne beider Wissen auf theoretischem und experimentellem Gebiet wären die Experimente nicht durchführbar gewesen.

Die Messungen der mechanischen Güte der entwickelten Aufhängungen wurden zu weiten Teilen mit Andreas Bock durchgeführt. Die Zusammenarbeit mit ihm hat mir stets besonders großen Spaß gemacht.

Große Hilfe bei der Entwicklung des seismischen Isolationssystems war die Mitarbeit von Michael Schänzler.

Auch allen anderen Mitarbeitern des Instituts möchte ich hiermit danken für die offene Art, die unsere Gruppe auszeichnet. Stellvertretend für alle seien Harald Lück, Matthias Schrempel, Sascha Brozek, Guido Müller, Michael Peterseim, Volker Quetschke und Andreas Wicht erwähnt.

Den Mitarbeitern der Werkstätten sei gedankt für ihre Bereitschaft, auch die ausgefallensten Wünsche feinmechanischer oder elektronischer Art umzusetzen. Dem "guten Geist des Instituts", unserer Sekretärin Kirsten Martucci, möchte ich besonderen Dank aussprechen. Dies nicht nur für ihre stete Hilfe bei allen anfallenden bürokratischen Dingen, sondern auch für unzählige Tassen Kaffee, die wir zusammen getrunken haben.

Finanziell wurde ich als Stipendiat im Graduiertenkolleg "Photonen, atomare Teilchen und deren Wechselwirkungen" unterstützt von der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Die

lebhaften Diskussionen in den Seminaren des Kollegs haben mir immer große Freude bereitet. Die unbürokratische finanzielle Hilfe ermöglichte mir die Durchführung der Messungen an der University of Western Australia in Perth, Western Australia. Dafür sei besonders dem Sprecher des Graduiertenkollegs, Herrn Prof. E. Tiemann, gedankt.

Special thanks to all the members of the GEO600 collaboration being interested in this work. During many discussions with Prof. Jim Hough, Jennifer Logan, Sheila Rowan, Sharon Twyford, Stuart Killbourne, Albrecht Rüdiger, Walter Winkler, and all the others. I really learned a lot and got a lot of inspirations as well. Thank you very much indeed.

For the hospitality during the time in Australia I would like to express my thanks to all the members of the Gravity Wave Group of the University of Western Australia. Thanks to Prof. David Blair, Mark Nottcut, Ju Li, Mizuru Taniwaki and all the others.

Ich möchte bei dieser Gelegenheit auch all denen danken, mit denen zusammen ich in den letzten Jahren die angenehmen und die unangenehmen Seiten des Lebens am Rande und neben der Physik und erlebt habe. Axel, Andy nochmal, Bambi, Bernd, Eisi, Jens, Klaus, Männel, Micha, Niels, Peter: ich hoffe auf noch viele weitere gemeinsame Biere!

Meinen Eltern einfach nur so "Danke" zu sagen, wäre sicher nicht ausreichend. Ohne ihre jederzeitige Unterstützung in allen Beziehungen wäre es mir nicht möglich gewesen, soweit zu kommen. Ich hoffe, dies eines Tages zurückgeben zu können!

Christine: Vielen Dank für all die wunderschönen Stunden, Tage, Wochen und Monate und für Dein Verständnis in der letzten Zeit!

Lebenslauf

Geburtstag und -ort	20.08.1967, Jena
Familienstand	ledig
Nationalität	Deutsch

Schul- und Berufsausbildung

1974-1984	Polytechnische Oberschule
1984-1986	Erweiterte Oberschule <i>Abitur, Jena, 1986</i>
1986-1987	VEB Carl-Zeiss-Jena <i>Elektronikfacharbeiter, Saalfeld, 1987</i>

1987-1989 **Grundwehrdienst**

Hochschulausbildung

1989-1991	Technische Hochschule Merseburg Physikstudium, <i>Vordiplom</i> 09/1991
1991-1995	Universität Hannover Physikstudium, <i>Diplom</i> 05/1995
1995-1998	Universität Hannover Stipendiat im Graduiertenkolleg
ab 06/1998	Universität Hannover Wissenschaftlicher Mitarbeiter

Zusätzliche wissenschaftliche Aktivitäten

ab 1995 Mitglied der GEO600-Arbeitsgruppe *Suspension*

1997 4-wöchiger Forschungsaufenthalt am
Australian International Gravitational Research Centre,
Perth, Western Australia

1997 Teilnahme an der ESA-Sommerschule *Fundamental Physics in Space,*
Alpbach, Österreich