

Elektromagnetisch erzwungene und Eigenschwingungen des Statorgehäuses eines zweipoligen Turbogenerators

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
der Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

genehmigte
Dissertation

von

Dipl.-Ing. Robert Nitzsche
geboren am 18. Januar 1966 in Georgsmarienhütte

1998

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Haase
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. H. O. Seinsch
Tag der Promotion: 25.11.1998

Kurzfassung

Nitzsche, Robert

Elektromagnetisch erzwungene und Eigenschwingungen des Statorgehäuses eines zweipoligen Turbogenerators

Es wird das Schwingungsverhalten eines zweipoligen 235 MVA-Turbogenerators untersucht, dessen Gehäuse lastunabhängig mit doppelter Netzfrequenz in einer Form schwingt, bei der die Punkte längs des oberen Gehäusescheitels im wesentlichen tangentiale Bewegungen ausführen. Die Schwingungsamplitude des Gehäusescheitels betrug mit über 100 μm mehr als das 5-fache des für 'ruhig laufende' Maschinen üblichen Wertes. Dem Hersteller gelang es nur begrenzt, die Schwingungen durch zusätzlich angebrachte Gehäuseversteifungen zu verringern.

Zur Klärung der Ursache werden an zweidimensionalen dämpfungslosen Modellen die Eigenschwingungen von Blechpaket und Gehäuse (ohne Blechpaket) separat, sowie Eigen- und erzwungene Schwingungen des gesamten Stators mittels analytischer Näherungsverfahren und der Finite-Elemente-Methode berechnet. Es zeigt sich, daß der aus Blechpaket, Keilen, Keilträgern und Gehäuse zusammengesetzte Stator eine Eigenfrequenz in der Nähe der zweifachen Netzfrequenz besitzt. Die zugehörige Eigenform zeigt Eigenschaften der tiefstfrequenten Gehäuse-Eigenform und der Vierknoten-Biege-Eigenschwingung des Blechpakets. Deshalb wird die Eigenform vom Luftspalt-Grundfeld der Maschine angeregt.

Neben Parametervariationen zur Untersuchung der Empfindlichkeit des Schwingungsverhaltens gegenüber Änderungen der Kopplungs- und Gehäusesteifigkeiten werden zwei verschiedene Sanierungsmaßnahmen diskutiert. Beide Ansätze versuchen, durch außen an der Maschine angebrachte Versteifungen den Abstand der niedrigsten Stator-Eigenfrequenz zur festen Anregungsfrequenz zu vergrößern. Bei der Anbringung von Verstärkungs-Halbringen geschieht dies durch Senkung, bei der Verkürzung der schwingenden Bogenlänge des oberen Gehäuseabschnitts mittels Fußversteifungen durch Erhöhung der niedrigsten Eigenfrequenz.

Schlagworte: Schwingungsverhalten, Statorgehäuse, Turbogenerator

Abstract

Nitzsche, Robert

Electromagnetically excited and natural vibrations of a two-pole turbo generator housing

The vibration behaviour of a two-pole 235 MVA turbo generator is examined, whose housing top oscillated load independently with double line frequency and tangential amplitudes of more than 100 μm . This represents about five times the value usually measured at smoothly operating machines. The manufacturer was mediocreatly successful in reducing the vibration by installing reinforcements on the housing.

In order to determine the reasons for this vibration behaviour, the modal parameters of the stator-core and the housing (without the core) are calculated using twodimensional models without damping by means of the finite element method and analytic ways of approximation. Additionally, natural and electromagnetically excited vibrations of the whole structure are computed. It turned out, that the stator consisting of the stator-core, wedges, wedge-supports and housing has a natural frequency close to the double line frequency. The corresponding mode shows features of the lowest housing-mode and the four-node-bending-mode of the core. Therefore the mode is effectively excited by the main wave of the magnetic field in the air gap.

Parameter studies are carried out to examine the sensitivity of the vibrations with respect to variations of the coupling and housing stiffnesses. Two different problem fixes are discussed, both using additional steel elements at the outside of the machine in order to shift the lowest natural frequency of the stator away from the given excitation frequency.

By installing massive half rings on the housing top the lowest natural frequency is decreased; reducing the oscillating arc length of the upper part of the housing by stiffening its feet is a way to increase the natural frequency.

Key words: vibration behaviour, stator housing, turbo generator

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Grundlagen der Elektrotechnik und Meßtechnik der Universität Hannover.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Haase danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, die stetige Unterstützung und interessierte Begleitung.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. O. Seinsch danke ich für das freundliche Interesse, das er dieser Arbeit als zweiter Referent entgegenbrachte.

Mein Dank gilt auch allen Freunden und Bekannten, Kollegen und Studenten, die mir mit Rat und Tat zur Seite standen, insbesondere Dr. N. Cottin, Dr. J. Dehnhardt, L. Dreier, U. Gross, K. Saure, Dr. J. Schweer und T. Wetzel.

Meiner Familie und vor allem meiner Freundin danke ich für die Anteilnahme und die verständnisvolle Unterstützung.

Inhalt

Inhalt	IX
Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen	XI
1 Einleitung und Aufgabenstellung	1
2 Die untersuchte Maschine	3
2.1 Konstruktiver Aufbau	3
2.2 Schwingungstechnischer Befund	8
2.3 Vorgehensweise und Modellbildung	9
3 Berechnung der Eigenfrequenzen und -formen von Maschinenstatoren	13
3.1 Analytische Verfahren	13
3.1.1 Literaturübersicht	15
3.1.2 Eigenfrequenzen eines homogenen Kreisringes	18
3.1.3 Eigenfrequenzen eines homogenen Kreisbogens	23
3.2 Numerische Verfahren	25
3.2.1 Übertragungsmatrizenverfahren	25
3.2.2 Finite-Elemente-Methoden	28
3.2.3 Literaturübersicht	28
4 Blechpaket	29
4.1 Berechnung der Blechpaket-Eigenfrequenzen als Eigenfrequenzen eines homogenen Kreisringes	29
4.2 Finite-Elemente-Berechnung der Eigenschwingungen des Blechpakets	31
4.2.1 Modelle	31
4.2.2 Ergebnisse	34
5 Gehäuse	36
5.1 Berechnung der niedrigsten Gehäuse-Eigenfrequenz als Eigenfrequenz eines homogenen Kreisbogens	36
5.2 Finite-Elemente-Berechnung der Eigenschwingungen des Gehäuses	38
5.2.1 Gemeinsamkeiten der verschiedenen Gehäusemodelle	38
5.2.2 Gehäusemodell mit konstantem Elastizitätsmodul und Dichte (G1F)	42
5.2.3 Gehäusemodell unter zusätzlicher Berücksichtigung der Kühler (G2F)	43
5.2.4 Gehäusemodell mit abschnittweise konstantem Elastizitätsmodul und Dichte (G9F)	45
5.2.5 Ergebnisse	47
6 Unsanierter Stator	52
6.1 Berechnung der Stator-Eigenfrequenzen als Eigenfrequenzen eines Blechpakets mit Zusatzmasse	52
6.2 Ein phänomenologischer Erklärungsversuch mittels eines Zweimassenschwingers	53
6.2.1 Eigenschwingungen	53
6.2.2 Erzwungene Schwingungen	54
6.2.3 Ergebnisse	56

6.3 Finite-Elemente-Berechnungen	58
6.3.1 Modelle	58
6.3.2 Eigenschwingungen	59
6.3.3 Erzwungene Schwingungen	68
6.3.4 Spannungsanalyse	74
7 Sanierter Stator	76
7.1 Die durchgeführte Sanierungsmaßnahme	77
7.1.1 Berechnung der Eigenschwingungen der Verstärkungs-Halbringe	78
7.1.2 Eigenschwingungsberechnung des Stators bei Berücksichtigung masseloser Verstärkungs-Halbringe	79
7.1.3 Finite-Elemente-Berechnungen des Statormodells mit Verstärkungs-Halbringen	81
7.2 Eine Alternative	87
7.2.1 Finite-Elemente-Berechnung der Eigenschwingungen des Statormodells mit verstärkten Fußborteilen	88
7.2.2 Erzwungene Schwingungen	90
7.3 Diskussion der Ergebnisse	91
8 Zusammenfassung	92
Anhang	94
Literaturverzeichnis	96

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen und Abkürzungen

Konventionen zur Schreibweise

a	Skalar oder skalare Funktion
\dot{a}	Ableitung nach der Zeit
$a^{(n)}$	n -te Ableitung nach einer im Kontext festgelegten Variablen
\bar{a}	Arithmetischer Mittelwert
\vec{a}	Vektor
$ \vec{a} $	Betrag des Vektors \vec{a}
\vec{a}^T	Transponierter Vektor
A	Koeffizient
\hat{A}	Amplitude
\mathbf{A}	Matrix, Tensor
\mathbf{A}^{-1}	Invertierte Matrix
e^A	Matrixexponentialfunktion
∇	Nabla-Operator, $\nabla A = \text{grad } A$, $\nabla \cdot \vec{A} = \text{div } \vec{A}$, $\nabla \cdot \mathbf{A} = \text{div } \mathbf{A}$, $\nabla \times \vec{A} = \text{rot } \vec{A}$, $\nabla^2 \vec{A} = \text{grad}(\text{div}(\vec{A})) - \text{rot}(\text{rot}(\vec{A}))$
Δ	Ein kleiner Abschnitt
$\partial(\dots) / \partial t$	Partielle Ableitung nach der Zeit
$d(\dots) / dt$	Vollständige Ableitung nach der Zeit
$D(\dots) / Dt$	Materielle Ableitung nach der Zeit

Formelzeichen

		Einheit
A	Querschnittsfläche	m^2
\mathbf{A}	Zustandsmatrix	
A_{Bl}	Fläche einer Blechlage	m^2
A_{Bs}	Blechpaketsegmentfläche	m^2
A_Z	Mittlere Zahnquerschnittsfläche	m^2
b_n	Normalkoordinate der magnetischen Induktion	T
b_N	Tangentiale Nutbreite	m
b_r	Radialkoordinate der Zeitfunktion der Luftspaltinduktion	T
B_{rp}	Grundwellenamplitude der Luftspaltinduktion	T
b_Z	Mittlere tangentielle Zahnbreite	m
C_n	Reelle Koeffizienten mit $n = 1, 2, 3 \dots$	
d	Versatz zwischen Gehäuse- und Blechpaketmittelpunkt in y -Richtung	m
e	Volumendilatation	
e	Euler'sche Zahl	
\vec{e}_r	Radialer Einsvektor des Zylinderkoordinatensystems	
\vec{e}_φ	Tangentialer Einsvektor des Zylinderkoordinatensystems	
\vec{e}_z	Axialer Einsvektor des Zylinderkoordinatensystems	

E	Elastizitätsmodul	N / m^2
f	Frequenz	Hz
\bar{f}	Volumenkraft	N / m^3
f_1	Netzfrequenz	Hz
f_e	Eigenfrequenz	Hz
f_n	Ring- oder Bogeneigenfrequenz zur Eigenform mit der Schwingungsordnungszahl n	Hz
F	Kraft	N
F_A	Äußere Kräfte	N
F_B	Übertragungsfunktion des Blechpakets	m / N
F_G	Übertragungsfunktion des Gehäuses	m / N
$F_{B/G}$	Quotient der Übertragungsfunktionen von Blechpaket und Gehäuse	
$F_{G/B}$	Quotient der Übertragungsfunktionen von Gehäuse und Blechpaket	
g	Zählvariable	
G	Schubmodul	N / m^2
h	Radiale Dicke eines Kreisrings oder -bogens	m
h_J	Radiale Jochhöhe	m
h_t	Tangentialkoordinate der magnetischen Erregung	A / m
h_V	Radiale Höhe der Verstärkungs-Halbringe	m
i	Zählvariable	
I	Flächenträgheitsmoment	m^4
\mathbf{I}	Einsmatrix	
I_J	Flächenträgheitsmoment des Jochs bezüglich der Biegung um die z -Achse	m^4
$j = \sqrt{-1}$	Imaginäre Einheit	
J_n	Besselfunktion erster Art der Ordnung n	
k	Koppelfedersteifigkeit	N / m
k_B	Äquivalente Federsteifigkeit des Blechpakets	N / m
k_G	Äquivalente Federsteifigkeit des Gehäuses	N / m
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix	N / m
l	Eisenlänge	m
l	Länge eines Biegebalkens	m
l_B	Eisenlänge ohne Lüftungsschlitze	m
l_G	Axiale Gehäuselänge	m
l_L	Axiale Gesamtbreite aller Lüftungsschlitze	m
l_V	Axiale Gesamtbreite aller Verstärkungs-Halbringe	m
m	Masse	kg
m_1	Anzahl der Ständerwicklungsstränge	
m_B	Blechpaketmasse (inklusive Wicklung)	kg
m_E	Blechpaketmasse (nur Eisen)	kg
m_F	Gesamtmasse beider Füße	kg
m_G	Masse des Gehäuses (inklusive Füße und Kühler)	kg
m_J	Masse des Jochs	kg
m_K	Gesamtmasse beider Kühler	kg
m_M	Masse des Gehäusemantels	kg

m_T	Gesamtmasse aller Keilträger und Keile	kg
m_V	Gesamtmasse aller Verstärkungs-Halbringe	kg
m_W	Masse des in den Nuten liegenden Wicklungsanteils	kg
m_Z	Gesamtmasse aller Zähne	kg
M	Biegemoment	Nm
\mathbf{M}	Massenmatrix	kg
n	Schwingungsordnungszahl	
n_{Bs}	Anzahl der Blechpaketsegmente pro Lage	
N_1	Ständernutzahl	
p	Polpaarzahl der Maschine	
P	Zeitfunktion einer Erregerkraft	N
P_D	Von der Dämpfung aufgenommene Leistung	W
q_n	Dimensionslose Ring- oder Bogeneigenfrequenz zur Eigenform mit der Schwingungsordnungszahl n	
Q	Querkraft	N
r	Radialkoordinate des Zylinderkoordinatensystems	m
r_0	Mittlerer Radius eines Kreisrings oder -bogens	m
r_{0J}	Mittlerer Jochradius	m
r_a	Außenradius eines Kreisrings oder -bogens	m
r_{aB}	Außenradius des Blechpakets	m
r_{aG}	Außenradius des Gehäuses	m
r_{aV}	Außenradius der Verstärkungs-Halbringe	m
r_i	Innenradius eines Kreisrings oder -bogens	m
r_{iB}	Bohrungsradius, Innenradius des Blechpakets	m
r_{iG}	Innenradius des Gehäuses	m
r_N	Nutgrundradius	m
s	Anzahl von Balkenabschnitten	
s_1	Länge der längeren Halbachse einer elliptischen Bahnkurve	m
s_2	Länge der kürzeren Halbachse einer elliptischen Bahnkurve	m
S	Spannungstensor	N / m^2
t	Zeit	s
t_N	(Radiale) Nuttiefe, Zahnhöhe	m
u	Verschiebung in Richtung der ersten Koordinate des jeweiligen Koordinatensystems	m
\bar{u}	Verschiebung	m
\bar{u}_e	Eigenvektor	m
v	Verschiebung in Richtung der zweiten Koordinate des jeweiligen Koordinatensystems	m
\bar{v}	Geschwindigkeit	m / s
V_J	Jochvolumen	m^3
w	Verschiebung in Richtung der dritten Koordinate des jeweiligen Koordinatensystems	m
W_F	Formänderungsenergie	J
W_K	Kinetische Energie	J
x	Erste Koordinate des kartesischen Koordinatensystems	m

x_i	Generalisierte Koordinaten	m
y	Zweite Koordinate des kartesischen Koordinatensystems	m
Y_n	Besselfunktion zweiter Art der Ordnung n	
z	Dritte Koordinate des kartesischen Koordinatensystems	m
\vec{z}	Eigenvektor	
α	Winkellänge eines Kreisbogens	rad oder °
β	Winkel	rad oder °
γ	Hauptschwingwinkel	rad oder °
ψ	Verdrehwinkel	rad oder °
λ	Lamé'sche Konstante	N / m ²
λ	Eigenwert	1 / s
μ	Permeabilität	Vs / (Am)
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$	Magnetische Feldkonstante	
μ_r	Relative Permeabilität	
v	Zählvariable	
ξ_v	Wicklungsfaktor bezüglich der Polpaarzahl v	
ξ_{zv}	Zonen-Wicklungsfaktor bezüglich der Polpaarzahl v	
ρ	Dichte	kg / m ³
σ_i	Haupt-Normal-Spannungen, $i = 1, 2, 3$	N / m ²
σ_r	Normalspannung, Radialkoordinate der Spannung	N / m ²
$\tau_{r\varphi}, \tau_{xy}$	Schubspannung	N / m ²
ν	Querkontraktionszahl; zur leichteren Unterscheidbarkeit vom lateinischen ν wird das griechische Ypsilon anstelle von ν verwendet.	
φ	Tangentialkoordinate des Zylinderkoordinatensystems, Winkel am Umfang	rad oder °
φ_v	Phasenwinkel der Induktionsselle mit der Polpaarzahl v	rad oder °
Φ	Fundamentalmatrix	
ω	Kreisfrequenz	rad / s
ω_1	Netzkreisfrequenz	rad / s
ω_B	Kennkreisfrequenz des Blechpakets	rad / s
ω_e	Eigenkreisfrequenz	rad / s
ω_G	Kennkreisfrequenz des Gehäuses	rad / s
ω_t	Tilgungskreisfrequenz	rad / s
ω_r	Resonanzkreisfrequenz	rad / s

Abkürzungen

DGl.	Differentialgleichung
FE	Finite-Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode

Bei graphischen Darstellungen von Funktionen sind berechnete Werte mit '+', 'o' oder 'x' gekennzeichnet und durch Geradenstücke verbunden.

1 Einleitung und Aufgabenstellung

In jeder Drehfeldmaschine entstehen durch das im Luftspalt umlaufende Magnetfeld radial gerichtete Zugspannungswellen, die das Blechpaket zu Schwingungen in der Blechebene anregen. Durch die Kopplung zwischen Blechpaket und Gehäuse sind diese Schwingungen auch an der Gehäuseoberfläche und als Geräusche in der Umgebung der Maschine wahrnehmbar.

Liegen die Frequenzen der Zugspannungswellen in der Nähe von Eigenfrequenzen des Maschinenstators, so können dessen Schwingungsamplituden unzulässig groß werden (Resonanz), was zu starkem Lärm und mechanischen Schäden an Stator und Fundament führt. Ein Ziel bei der mechanischen Bemessung jeder Maschine ist deshalb, diese Schwingneigung gering zu halten.

Durch das Maschinengrundfeld wird eine im Luftspalt der Maschine umlaufende Zugspannungswelle der Frequenz $f = 2f_1$ hervorgerufen; f_1 bezeichnet die Netzfrequenz. Durch die im Verhältnis zu den Feldoberwellen große Amplitude des Grundfeldes geht von dieser Zugspannungswelle die stärkste Schwingungsanregung aus.

Zweipolige Turbogeneratoren werden fast ausschließlich zur Stromerzeugung in Kraftwerken eingesetzt und deshalb für Scheinleistungen bis zu 1000 MVA ausgeführt. Bedingt durch die Baugröße sind ihre Statorernte vergleichsweise weich, d. h. sie besitzen relativ niedrige Eigenfrequenzen, die im Bereich der doppelten Netzfrequenz liegen können. Auf diese Weise kann gerade beim zweipoligen Turbogenerator leicht der Fall eigenfrequenznaher Anregung auftreten.

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, das an einem zweipoligen 235 MVA-Turbogenerator beobachtete Schwingungsverhalten zu erklären. Tangentiale Amplituden des Gehäusescheitels von über 100 μm bei 120 Hz, d. h. doppelter Netzfrequenz am Aufstellungsort, zwangen die Herstellerfirma, das Gehäuse nachträglich mit zusätzlichen Verstärkungen auszurüsten.

Nahezu alle in der Literatur dokumentierten analytischen Näherungsverfahren zur Berechnung der Eigenschwingungen von Maschinenstatorernte konzentrieren sich auf das Verhalten des Blechpakets und berücksichtigen das Gehäuse nur als sehr fest oder extrem lose mit dem Blechpaket verbundene Zusatzmasse. Da das Blechpaket der untersuchten Maschine in der Nähe von 120 Hz keine Eigenfrequenz besitzt, läßt sich das beobachtete Schwingungsverhalten nicht mit bekannten Verfahren erklären.

Zur Modellierung des Schwingungsverhaltens werden in dieser Arbeit verschiedene, gegenüber der realen Maschine stark vereinfachte Ersatzanordnungen mit analytischen Näherungsverfahren und mittels der Finite-Elemente-Methode (FEM) berechnet. Der Schwer-

punkt liegt dabei auf der Betrachtung des Einflusses der Steifigkeiten des Gehäuses und der Kopplung zwischen Blechpaket und Gehäuse auf das Schwingungsverhalten.

Die analytischen Näherungsverfahren werden wegen ihrer begrenzten Reichweite nur zur phänomenologischen Klärung und zur Abschätzung der (Ersatz-)Materialparameter der Modelle als Vorbereitung auf die Finite-Elemente-Berechnung verwendet.

Mit der Finite-Elemente-Methode wird das Eigenschwingungsverhalten von Blechpaket- und Gehäusemodellen berechnet: Das Blechpaket wird dabei im Detail, d. h. als Joch mit Zähnen, Wicklung, Wicklungsisolierung und Nutverschlußkeilen sowie alternativ in einer Reduktion auf einen homogenen dickwandigen Kreisring betrachtet. Das Gehäuse wird durch ein ringähnliches Gebilde modelliert, das an zwei Stellen seines Umfangs eingespannt ist. Durch die abschnittsweise unterschiedliche Wahl von Elastizitätsmodul und Dichte am Umfang wird bei vertretbarem Aufwand versucht, die realen Gehäuseeigenschaften möglichst genau auf das Modell zu übertragen.

Das Finite-Elemente-Modell des Maschinenstators ist die Kopplung der Teilmodelle für Blechpaket und Gehäuse über Keile und Keilträger. Für diese Stator-Nachbildung werden das Eigenschwingungsverhalten in Abhängigkeit von der Biegesteifigkeit der Keile, der Keilträger und des Gehäuses, erzwungene Schwingungen und, orientierungshalber, die Materialbeanspruchung in Resonanznähe berechnet.

Die so gewonnenen Erkenntnisse über die Empfindlichkeit des Stators gegenüber Änderungen bestimmter Parameter führen auf zwei unterschiedliche (Sanierungs-)Maßnahmen zur Reduzierung der Schwingungsamplitude des Gehäusescheitels. Durch die Berechnung von Eigen- und erzwungenen Schwingungen wird ihre Wirksamkeit nachgewiesen und verglichen.

2 Die untersuchte Maschine

Bei der untersuchten Maschine handelt es sich um einen zweipoligen 235 MVA-Turbogenerator, der von einem namhaften deutschen Hersteller 1977 für den Einsatz in einem Dampfkraftwerk in Kanada gebaut wurde. Der Hersteller besaß bis zu diesem Zeitpunkt noch keine Erfahrungen mit der Designvariante ‘Gehäuse mit oben längsliegend integrierten H_2 - Rippenrohrkühlern’.

In diesem Kapitel wird nach einem Überblick über die konstruktiven Besonderheiten der Maschine (Abschn. 2.1) das beobachtete Schwingungsverhalten geschildert (Abschn. 2.2) und der sich aus Vermutungen über die Ursachen ergebende Untersuchungsplan vorgestellt (Abschn. 2.3).

2.1 Konstruktiver Aufbau

Da die Schwingungsanregung durch magnetische Zugspannungen an der Grenzfläche zwischen Luftspalt und Blechpaket erfolgt (Abschn. 6.3.3), wird von der in Bild 2.1 dargestellten Maschine im folgenden nur der Stator - ohne Läufer, Lagerschilde und Schleifringraum - betrachtet. Die Veröffentlichungen von JORDAN und VERMA (s. Literaturverzeichnis) rechtfertigen diesen Ansatz.

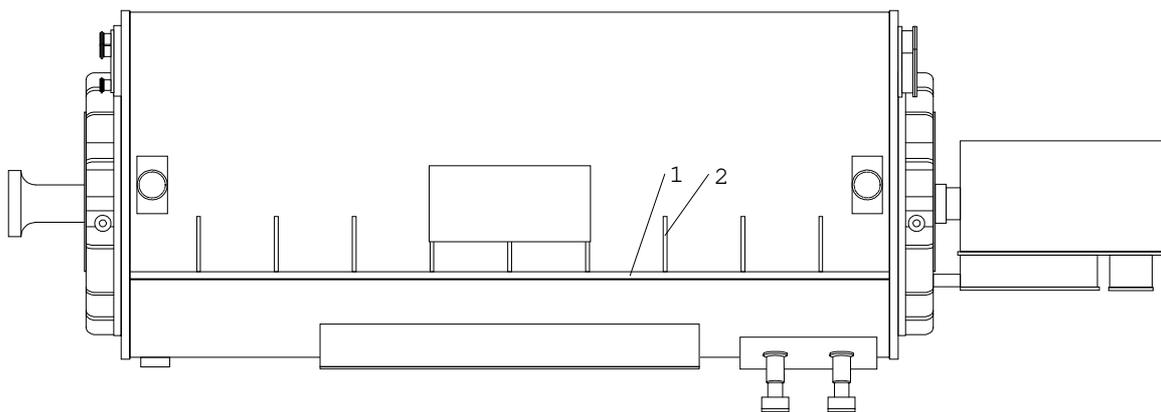


Bild 2.1 Seitenansicht des unsanierten Turbogenerators. 1 und 2: Gehäuse-Aussteifungen, in Abschn. 5.2 als ‘unterer’ bzw. ‘oberer Fußteil’ bezeichnet.

Das Blechpaket mit den Preßplatten (Bild 2.2) ist im Gehäuse an Keilträgern und Keilen befestigt und unter Druck verschraubt. Der Gehäusemantel ähnelt einem dünnwandigen langen Stahlrohr, in das zur Versteifung radial-tangential ausgedehnte kreisringähnliche Platten (schraffiert dargestellt) und radial-axial ausgedehnte, mit Aussparungen versehene

Bleche (ohne Schraffur) eingeschweißt sind. Die Bezeichnungen radial, tangential und axial beziehen sich auf die Achsrichtungen \vec{e}_r , \vec{e}_φ und \vec{e}_z eines am kartesischen Koordinatensystem nach Bild 2.7 ausgerichteten Zylinderkoordinatensystems, wobei die z -Achse parallel zur Läufer- und Bohrungsachse verläuft.

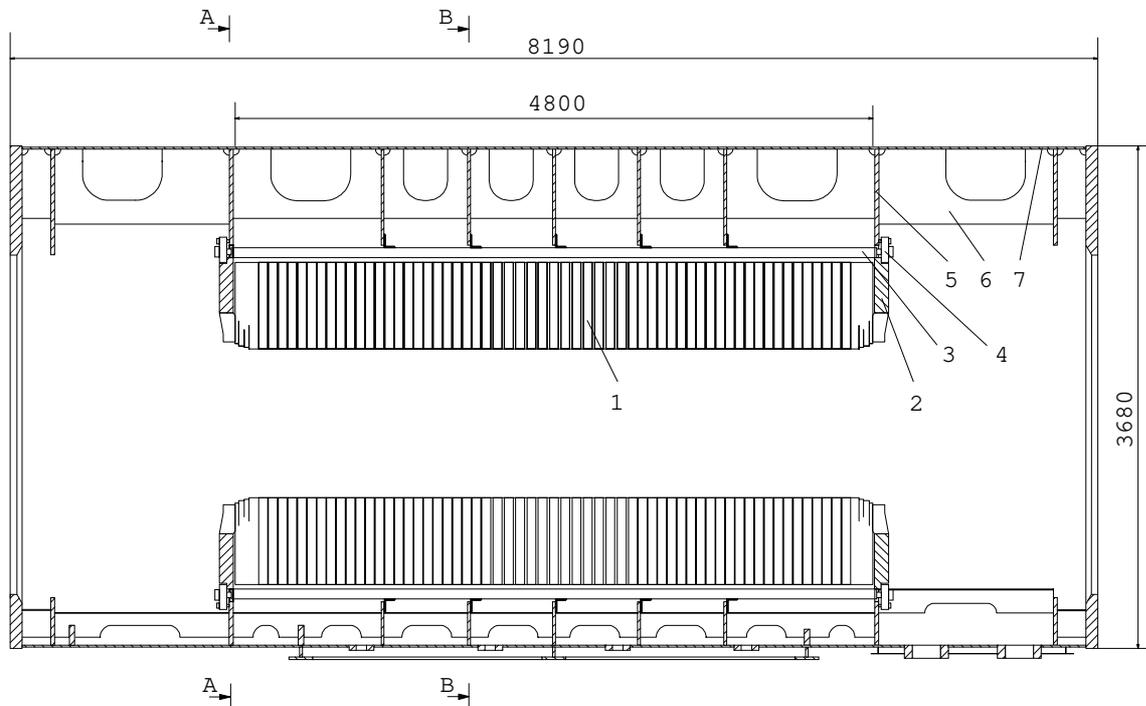


Bild 2.2 Längsschnitt durch den Stator ohne Läufer und Lagerschilde. 1: Blechpaket mit radial-tangential ausgedehnten Lüftungskanälen, 2: Preßplatte, 3: Keilträger, 4: Druckplatte, 5: radial-tangentiale und 6: radial-axiale Gehäuse-Aussteifung, 7: Gehäusemantel

Gehäuse und Blechpaket sind exzentrisch angeordnet, um den im oberen Gehäuseabschnitt angebrachten Kühlern Raum zu geben (Bild 2.3). Im Vergleich zu einer nicht dargestellten Maschine mit konzentrischer Anordnung von Blechpaket und Gehäuse sowie seitlich angeordneten Kühlern [Haa85, S.135] weisen hier die radial-tangentialen Gehäuse-Aussteifungen im Bereich der Kühler eine geringere wirksame radiale Höhe auf (Bild 2.4), wodurch das Gehäuse in diesem Bereich relativ biegeweich ist (vgl. auch Abschn. 5.2).

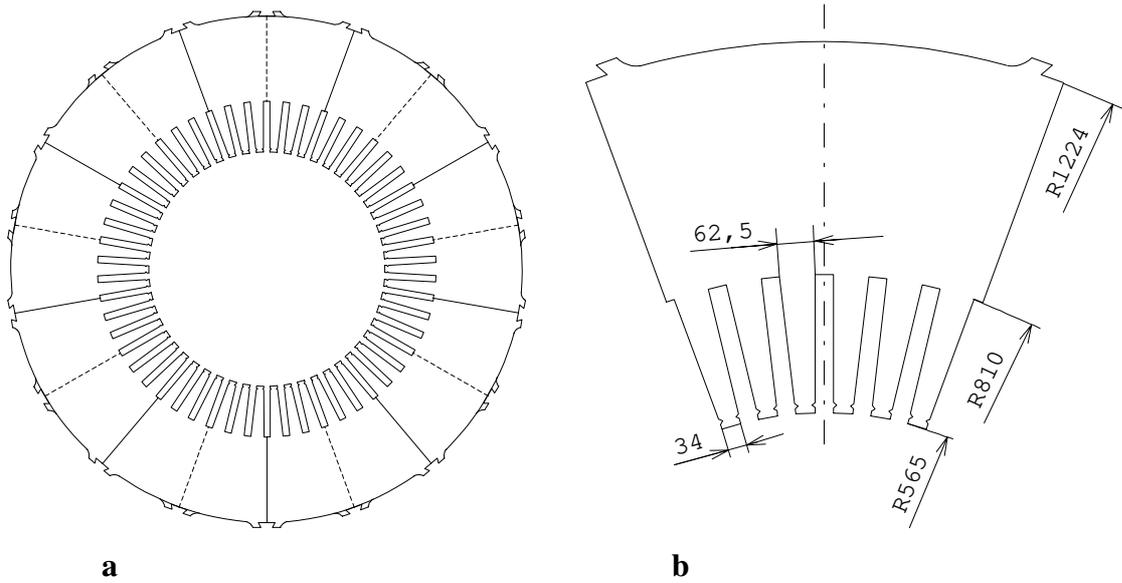


Bild 2.5 a Blechschnitt, b Blechsegment

Eine Ebene des Blechpakets (Bild 2.5a) besteht aus neun Segmenten (Bild 2.5b), die tangential jeweils um ein halbes Segment, d. h. 20° , gegenüber der axial nächsten Blechlage versetzt angeordnet sind.

In der nachstehenden Tabelle 2.1 sind die Abmessungen der Maschine mit ihren Formelzeichen aufgeführt, unter denen sie in den folgenden Kapiteln benutzt werden. Die Daten erlauben es Interessierten, eigene oder recherchierte Rechenverfahren an der hier untersuchten Maschine zu überprüfen.

Tabelle 2.1 Statordaten

Größe	Formelzeichen, Wert
Anzahl der Pole	$2p = 2$
Bohrungsradius	$r_{iB} = 0,565 \text{ m}$
Radiale Nuttiefe (Zahnhöhe)	$t_N = 0,245 \text{ m}$
Nutgrundradius	$r_N = r_{iB} + t_N = 0,81 \text{ m}$
Tangentiale Breite der rechteckigen Nut	$b_N = 0,0317 \text{ m}$
Nutzahl	$N_1 = 54$
Tangentiale Zahnbreite am Luftspalt	$0,034 \text{ m}$
Tangentiale Zahnbreite am Nutgrund	$0,0625 \text{ m}$
Mittlere tangentielle Zahnbreite	$b_Z = 0,0483 \text{ m}$
Außenradius des Blechpakets	$r_{aB} = 1,2244 \text{ m}$
Radiale Jochhöhe	$h_J = r_{aB} - r_N = 0,4144 \text{ m}$
Mittlerer Jochradius	$r_{0J} = (r_N + r_{aB}) / 2 = 1,0172 \text{ m}$
Joch- / Zahnhöhe	$h_J / t_N = 1,6914$
Jochhöhe / mittlerer Jochradius	$h_J / r_{0J} = 0,4074$
Jochhöhe / mittlerer Jochdurchmesser	$h_J / (2r_{0J}) = 0,2037$
Eisenlänge	$l = 4,8 \text{ m}$
Axiale Gesamtbreite aller Lüftungsschlitze	$l_L = 0,474 \text{ m}$
Eisenlänge ohne Lüftungsschlitze	$l_B = l - l_L = 4,326 \text{ m}$
Flächenträgheitsmoment des Jochs bezüglich Biegung um die z -Achse	$I_J = \frac{l_B h_J^3}{12} = 0,0257 \text{ m}^4$
Jochvolumen	$V_J = \pi(r_{aB}^2 - r_N^2)l_B = 11,4576 \text{ m}^3$
Mittlere Zahnquerschnittsfläche	$A_Z = b_Z l_B = 0,2089 \text{ m}^2$
Blechpaketsegmentfläche	$A_{Bs} = 0,3667 \text{ m}^2$
Anzahl der Segmente pro Lage	$n_{Bs} = 9$
Fläche einer Blechlage	$A_{Bl} = n_{Bs} A_{Bs} = 3,3 \text{ m}^2$
Masse des Jochs	$m_J = 91000 \text{ kg}$
Masse aller Zähne	$m_Z = 21959 \text{ kg}$
Blechpaketmasse (nur Eisen)	$m_E = m_J + m_Z = 112959 \text{ kg}$
Masse des in den Nuten liegenden Wicklungsanteils	$m_W = 11529 \text{ kg}$
Gesamtmasse des Blechpakets mit Wicklung	$m_B = m_J + m_Z + m_W = 124488 \text{ kg}$
Innenradius des Gehäuses	$r_{iG} = 1,3252 \text{ m}$
Außenradius des Gehäuses	$r_{aG} = 1,84 \text{ m}$
Axiale Gehäuselänge	$l_G = 8,19 \text{ m}$
Masse des Gehäusemantels inkl. Versteifungen	$m_M = 39200 \text{ kg}$
Masse der Füße	$m_F = 4740 \text{ kg}$
Masse der Kühler	$m_K = 3500 \text{ kg}$
Gesamtmasse des Gehäuses mit Füßen und Kühlern	$m_G = m_M + m_F + m_K = 47440 \text{ kg}$
Masse der Keilträger und Keile	$m_T = 4513 \text{ kg}$
Außenradius der Verstärkungs-Halbringe	$r_{aV} = 1,99 \text{ m}$
Radiale Höhe der Verstärkungs-Halbringe	$h_V = r_{aV} - r_{aG} = 0,15 \text{ m}$
Axiale Gesamtbreite aller Verstärkungs-Halbringe	$l_V = 0,28 \text{ m}$
Gesamtmasse aller Verstärkungs-Halbringe	$m_V = 1855 \text{ kg}$

2.2 Schwingungstechnischer Befund

Die maximalen Schwingungsamplituden an Gehäusen ‘ruhig laufender’ Maschinen dieser Baugröße betragen erfahrungsgemäß rund 20 μm .

Die untersuchte Maschine wies ein besonderes Schwingungsverhalten auf: Das Gehäuse schwang lastunabhängig mit 120 Hz in einer Form, bei der die Punkte längs des oberen Gehäusescheitels ($\varphi = 90^\circ$) im wesentlichen tangentiale Bewegungen ausführen, in diesem Fall mit einer Amplitude von über 100 μm . Für Winkel $\varphi \neq 90^\circ$ wurden auch radiale Ausschläge beobachtet; an den Füßen und Lagerböcken wurden keine wesentlichen Schwingungsamplituden gemessen. Diese Schwingung entspricht näherungsweise der niedrigsten Eigenform von Biegeschwingungen eines Kreisbogens (Abschn. 3.1.3). Am Blechpaket wurden keine Messungen vorgenommen.

Zur Verringerung der Amplitude der Schwingung wurden insgesamt 7 Verstärkungshalbringe der Bogenlänge 170° symmetrisch zur Maschinenmitte über den vorhandenen radial-tangentialen Aussteifungen auf das Gehäuse aufgeschweißt (Sanierung, s. Bild 7.1). Zwischen diesen zusätzlichen radial-tangential ausgedehnten Versteifungen wurden radial-axial ausgedehnte Versteifungsbleche eingeschweißt aber nicht mit dem Gehäusemantel verbunden, um ein Verziehen des Gehäuses durch den Schweißvorgang zu vermeiden. Die Maßnahme brachte schwingungstechnisch jedoch nicht den gewünschten Erfolg; die Schwingungsamplitude des Gehäusescheitels sank nicht unter 80 μm .

Folgende Vermutungen liegen nahe:

- Da das Gehäuse mit 120 Hz (doppelte Netzfrequenz am Aufstellungsort) schwingt, ist eine Anregung über die Vierknoten-Biegeschwingung des Blechpakets (s. Bild 4.4b) denkbar. Longitudinalschwingungen des Stators sowie evtl. von diesen angeregte Biegeschwingungen in der Blechebene brauchen deshalb zunächst nicht betrachtet zu werden; es können zweidimensionale Modelle verwendet werden.
- Die relativ große Amplitude deutet darauf hin, daß das gesamte schwingfähige System aus Blechpaket, Kopplung und aufgestelltem Gehäuse eine Eigenfrequenz in der Nähe von 120 Hz besitzt. Für das Blechpaket allein gibt der Hersteller die Eigenfrequenz der Vierknoten-Biegeschwingung mit 195 Hz an. Da das Gehäuse ungefähr um den Faktor 10 biegeweicher und den Faktor 2,5 leichter als das Blechpaket ist, wird seine niedrigste Eigenfrequenz (ohne Blechpaket) nicht wesentlich über $195 \text{ Hz} \cdot \sqrt{2,5/10} \approx 100 \text{ Hz}$ liegen.

2.3 Vorgehensweise und Modellbildung

Der schwingungstechnische Befund legt nahe, zunächst das Eigenschwingungsverhalten von Blechpaket und Gehäuse getrennt und anschließend für eine gekoppelte Anordnung aus Blechpaket, Keilen, Keilträgern und Gehäuse zu untersuchen. Für die gekoppelte Anordnung sollte zusätzlich das Verhalten bei erzwungener Schwingung berechnet werden [Ewi84; Gas87; Gas89; Nat92]. Dazu müssen geeignete Modelle für die Teilsysteme gefunden werden.

Um Ansatzpunkte für erfolgversprechende Maßnahmen zur Reduzierung der Schwingungsamplitude zu erhalten, müssen diejenigen Parameter gefunden werden, über die das Eigenschwingungsverhalten des Stators beeinflussbar ist. Da die Eigenfrequenzen von Biege-Eigenformen einfacher Anordnungen wie Balken, Bögen und Ringen proportional zu $\sqrt{EI / (\rho A)}$ (vgl. Abschn. 3.1.3) sind, werden Parametervariationen der Biegesteifigkeiten EI durchgeführt.

Für diese Arbeit wurden ausschließlich *dämpfungslose zweidimensionale Modelle* erstellt, die jeweils einen Querschnitt durch die Maschine abbilden (Bild 2.7),

- weil analytische wie FE-Methoden in der Praxis nur auf ‘relativ einfache’ Geometrien, d. h. Gebilde mit abschnittweise konstanten Materialeigenschaften und möglichst achsenparallelen Begrenzungslinien, anwendbar sind,
- damit es möglich wird, von ‘der Biegesteifigkeit’ einer Komponente zu sprechen und
- um das Schwingungsverhalten eines Statormodells in möglichst kurzer Zeit berechnen zu können.

Folgen dieses Ansatzes sind:

- Jedes *ebene* Modell ist durch die Angabe seiner Geometrie und der Werte für Elastizitätsmodul E , Querkontraktionszahl ν und Dichte ρ vollständig beschrieben. Absolut wirklichkeitstreu sind durch zweidimensionale Modelle nur Anordnungen beschreibbar, die in Richtung der dritten Koordinate unendlich ausgedehnt sind. In diesem Fall existieren keine Randbedingungen, die zur Abhängigkeit der berechneten Verschiebungs koordinaten von der dritten Richtungs koordinate führen (s. Abschn. 3.1.2).

Reale räumliche Anordnungen sind in Richtung der dritten (axialen) Koordinate meist weder unendlich noch in allen Abschnitten gleich lang. Ist ihre axiale Länge so groß, daß die Randbedingungen vernachlässigbar sind, können auch sie durch ebene Modelle nachgebildet werden. Bei der Berechnung behilft man sich durch die Zuordnung fiktiver axia-

ler Längen zu den einzelnen Modellabschnitten. Durch seine jeweilige Länge wird jedem Abschnitt des Modells eine (Längsschnitts-)Fläche A mit zugehörigem Flächenträgheitsmoment I zugewiesen. Die (nur werkstoffabhängigen) Materialparameter ρ und E jedes Modellabschnitts können dann zur Übertragung der Eigenschaften Massebelag ρA bzw. Biegesteifigkeit EI auf das ebene Modell benutzt werden. Da für jeden Abschnitt des ebenen Modells nur je ein Wert für ρ und E vorgebar ist, können die Eigenschaften der realen Anordnung in Richtung der dritten Koordinate nur durch ihren Mittelwert berücksichtigt werden.

- Die Ergebnisse der Berechnung erzwungener Schwingungen in Resonanznähe können lediglich zur Orientierung dienen.

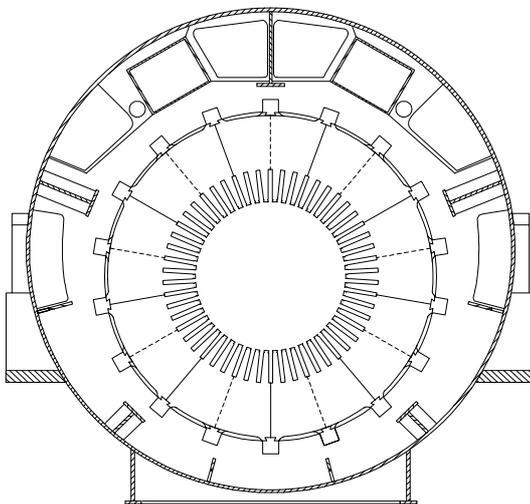


Bild 2.6 Querschnitt (Schnitt A-A nach Bild 2.2) durch den realen Stator; Wicklung, Keilträger und Keile nicht dargestellt.

Der reale Stator (Bild 2.6) wird in die Komponenten ‘Blechpaket’, ‘Kopplung’ und ‘Gehäuse’ unterteilt, für die jeweils einzeln ein Modell erstellt wird. Wegen der festen Schweiß- und Schraubverbindungen ist eine Abgrenzung zwischen den Komponenten immer willkürlich. Hier wird, besonders mit Blick auf die Zuordnung der Massen, zu den Teilmodellen folgendes angenommen:

Tabelle 2.2 Aufteilung des realen Stators in Komponenten

Komponente, Teilmodell ↓	besteht aus ↓
Blechpaket	Ständerbleche, Blechdistanzierungen, Preßplatten, Wicklung, Wicklungsisolation, Nutverschlußkeile
Kopplung	Keilträger, Keile, Keilverbindungen, Druckplatten
Gehäuse	Gehäuse mit Füßen (Schweißkonstruktion), Kühlern

Es gibt keine zwingenden mathematischen Gründe, die geometrischen Abmessungen der einzelnen Komponenten des Modells möglichst genau wie an der realen Maschine zu wählen. Der in Abschn. 6.2 betrachtete Zweimassenschwinger ist ein Beispiel dafür. Trotzdem führen die Vorgaben für die Ausgestaltung der einzelnen Modelle, die der schwingungstechnische Befund (Abschn. 2.2) liefert, zu einer großen optischen Ähnlichkeit zwischen Modell (Bild 2.7) und Originalanordnung (Bild 2.6):

- Die beobachtete Statorschwingung ist eine Biegeschwingung. Sollen die reale Komponente und ihr Modell jeweils das gleiche Schwingungsverhalten aufweisen, so müssen sie annähernd die gleichen Massenverteilungen und Biegesteifigkeiten besitzen.
- Die Außenabmessungen des Gehäusemodells sollten denen des realen Gehäuses entsprechen, damit die Ergebnisse der Berechnung erzwungener Schwingungen mit den beobachteten Gehäusescheitelamplituden direkt vergleichbar sind.
- Die einfachste Möglichkeit zur Nachbildung der Kopplung zwischen Blechpaket und Gehäuse ist die maßstäbliche Modellierung von Blechpaket-Außenkontur, Keilen und Keilträgern. Die Blechpaket-Außenkontur hat die aus Bild 2.5 bekannte Form zur Aufnahme der Keile (Bild 2.7).

Damit bleibt als einzige, nicht durch ihren wirklichen Wert repräsentierte Querschnitts-Abmessung der Blechpaket-Innenradius, dessen Wahl in Abschn. 4.1 erläutert wird.

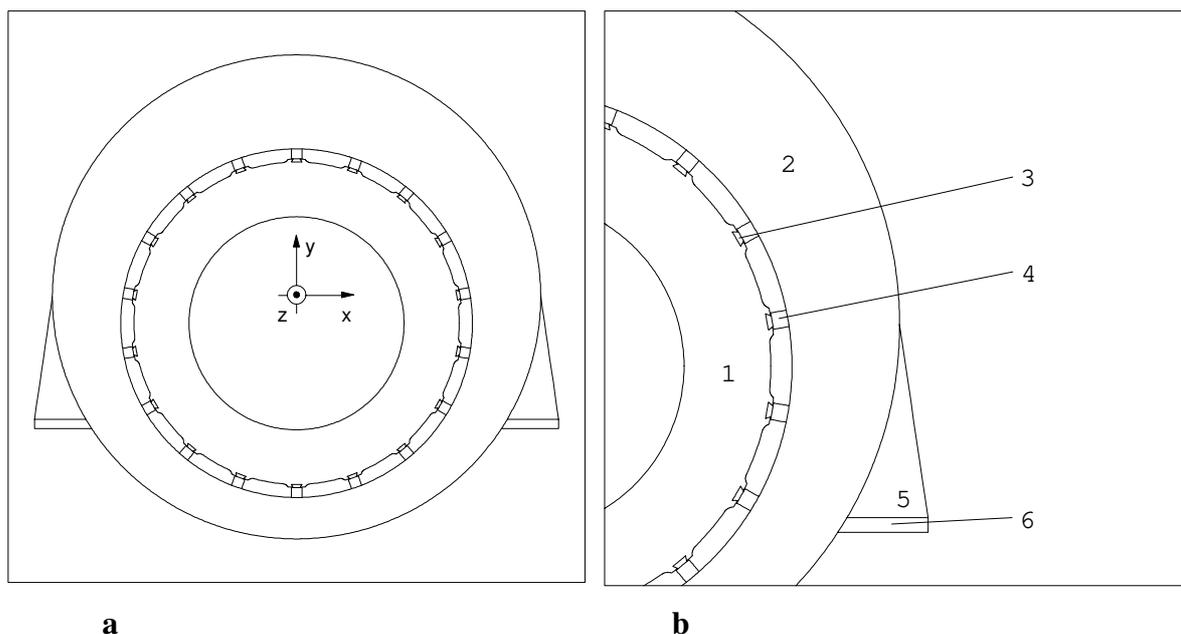


Bild 2.7 Statormodell. **a** Gesamtansicht, Idealisierung des in Bild 2.6 dargestellten realen Stators **b** Ausschnitt mit 1: Blechpaket, 2: Gehäusemantel mit Verrippung, 3: Keil, 4: Keilträger, 5: Oberer-, 6: Unterer Fußteil.

In Kapitel 3 folgt ein Überblick über die Literatur und die Vorstellung der benutzten analytischen Näherungsverfahren.

Kapitel 4 bis 6 stellt jeweils eine überschlägige Näherungsrechnung, die Modellbildung - im wesentlichen die Ermittlung der Werte für die Materialparameter Dichte ρ und Elastizitätsmodul E in Abhängigkeit von der jeweils gewählten axialen Länge - und die Ergebnisse der FE-Berechnung von Blechpaket, Gehäuse und unsaniertem Stator vor.

Alle FE-Berechnungen in dieser Arbeit wurden mit dem Programm ANSYS auf einer Sun-Ultra1-Workstation durchgeführt. Unter einem FE-Modell ist dabei eine ASCII-Text-Datei zu verstehen, in der die Geometrie der untersuchten Anordnung durch die Koordinaten von Eckpunkten, Kanten und Flächen definiert ist. Den einzelnen Flächen (Abschnitte des Modells) sind die Materialeigenschaften Elastizitätsmodul, Querkontraktionszahl, Dichte und axiale Länge zugewiesen. Dämpfungseffekte werden im Rahmen dieser Arbeit stets vernachlässigt. Die so beschriebene Geometrie wird 'vernetzt', d. h. in geeignete Unterabschnitte (Elemente) unterteilt, für die der 'Löser' die gewünschten Ergebnisse (z. B. Eigenfrequenzen und -formen) berechnet. Für alle hier durchgeführten Berechnungen wurde der Elementtyp PLANE82 benutzt.

3 Berechnung der Eigenfrequenzen und -formen von Maschinenstatoren

Aus Sicht der Elastodynamik ist ein Maschinenstator ein Kontinuum mit abschnittsweise unterschiedlichen elastischen und dynamischen Eigenschaften, dessen Verhalten durch die allgemeine Bewegungsgleichung der Kontinuumsmechanik

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \vec{f} = \rho \frac{D\vec{v}}{Dt} \quad (3.1)$$

beschrieben wird. \mathbf{S} ist der Spannungstensor, \vec{f} repräsentiert Volumenkräfte, ρ die (Massen-)Dichte und $D\vec{v}/Dt$ die materielle Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit [Zie91, S.24]. Da die Lösung dieser DGl. sehr aufwendig ist, bedient man sich verschiedener Näherungsverfahren, welche unter den Abschnitten 3.1 und 3.2 vorgestellt werden.

Die Abschnitte 3.1.1 und 3.2.3 geben einen Überblick über in der Literatur dokumentierte Anwendungen der verschiedenen Verfahren. Unter Abschnitt 3.1.2 wird das unter Abschn. 4.1 verwendete Verfahren zur Berechnung der Eigenfrequenzen homogener Kreislagen erläutert; unter 3.1.3 das unter 5.1 benutzte Verfahren zur Berechnung der Eigenfrequenzen homogener Kreisbögen.

3.1 Analytische Verfahren

Alle analytischen Näherungsverfahren [Mei67] beruhen auf dem Prinzip der Verringerung der Anzahl - auf weniger als drei - und der Komplexität - von partiell auf linear - der zu lösenden DGl. durch Einbringen von Vorwissen um die Eigenheiten des gestellten Problems.

Beschreibung durch drei lineare, partielle Bewegungs-DGl.. Unter der Voraussetzung, daß es sich um ein lineares, isotropes und isothermes Problem handelt, geht die allgemeine Bewegungs-DGl. (3.1) in die Navier-Cauchy'sche-DGl. der Kontinuumsmechanik [Gum94, S.620]

$$G \left(\frac{1}{1-2\nu} \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \nabla^2 \vec{u} \right) + \vec{f} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

über, was sich durch drei Kräftegleichgewichte an einem infinitesimalen Volumen mit zu den Koordinatenachsen parallelen Kanten prüfen läßt. Dabei bezeichnet G den Schubmodul, ν die Querkontraktionszahl und $\vec{u} = [u \ v \ w]^T$ den Vektor der Verschiebungs-

koordinaten. Dieser Satz von drei partiellen DGLn. ist unter Berücksichtigung der gegebenen Rand- und Anfangsbedingungen zu lösen (vgl. Abschn. 3.1.2).

Beschreibung durch *eine* lineare, partielle Bewegungs-DGL. Treten an dem zu untersuchenden System nur Verformungen in einer Koordinatenrichtung auf, was z. B. für die schwingende Saite oder den Biegebalken angenommen werden kann, so erhält man aus der Kräftebilanz an einem freigeschnittenen Volumenelement eine partielle DGL. Nach ‘Trennung der Veränderlichen’ wird die DGL. durch Einsetzen eines zeitlich harmonischen Ansatzes gewöhnlich und hängt nur noch vom Ort ab. Nach Anpassung ihrer stationären Lösung an die Randbedingungen ergeben sich daraus die Eigenfrequenzen (vgl. Abschn. 3.2.1).

Modellierung des Systems durch diskrete Elemente (Mehrkörpersysteme). Dieses Verfahren bietet sich an, wenn die Eigenschaften ‘Masse’ und ‘Elastizität’ konzentrierten Elementen zugewiesen werden können und sich das System deshalb durch starre Massen beschreiben läßt, die durch masselose Federn und Dämpfer gekoppelt sind [Sha89; Gas87]. Für jede freigeschnittene Masse wird eine gewöhnliche DGL. pro möglicher Bewegungsrichtung (Freiheitsgrad) aufgestellt. Alle DGLn. lassen sich zu einem DGL.-System 1. Ordnung zusammenstellen, aus welchem dann u. a. das Zeitverhalten (Lösung einer Anfangswertaufgabe) und das Frequenzverhalten (Übertragungsfunktion, Abschn. 6.2.2) des Systems berechenbar sind.

Energiemethode. Die vorstehend beschriebenen Berechnungsverfahren gelangen alle von Kräftebilanzen an kleinen Volumina zu einer differentiellen Formulierung des zu lösenden Problems, der Berechnung des Verschiebungsfeldes. Die Energiemethode stellt mit der Lagrange-Bewegungs-DGL. [Tse78, S.407]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_K}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial W_K}{\partial x_i} + \frac{\partial P_D}{\partial \dot{x}_i} + \frac{\partial W_F}{\partial x_i} = F_A \quad (3.3)$$

eine integrale Formulierung zur Verfügung. W_K ist darin die kinetische Energie, P_D die von der Dämpfung aufgenommene Leistung, W_F die Formänderungsenergie, F_A sind äußere Kräfte und x_i die generalisierten Koordinaten des Systems. Da für die integrale Formulierung globale Ansatzfunktionen benötigt werden, hängt die Höhe der Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Ergebnissen wesentlich davon ab, wie genau die Ansatzfunktionen das reale Verhalten der Struktur abbilden (vgl. Abschn. 3.1.3).

Wegen des schon bei recht einfachen Problemen sehr hohen Aufwandes bei der Anwendung analytischer Verfahren werden seit dem Ende der 60er Jahre in der Strukturmechanik zunehmend numerische Verfahren (Abschn. 3.2) eingesetzt.

3.1.1 Literaturübersicht

Die näherungsweise analytische Berechnung der Eigenfrequenzen und -formen von Statorn rotierender elektrischer Maschinen beruht meist auf der Modellierung des Maschinenstators durch einen Ring oder zwei konzentrische gekoppelte Ringe.

Die endliche axiale Länge der Maschine und ihre Versteifung durch die Lagerschilde bleibt bis auf wenige Ausnahmen [Jor67] außer Betracht. Die Aufstellung und Einspannung des Stators auf bzw. in einem Fundament wird nur in [Den28] behandelt.

DEN HARTOG [Den28] betrachtet das Maschinengehäuse (ohne Blechpaket) als einen dünnwandigen Kreisbogen, welcher an zwei Stellen seines Umfangs in ein starres Fundament eingespannt ist. Er variiert die Randbedingungen zwischen 'gelenkig gelagert' und 'starr eingespannt' und berechnet die Frequenz der niedrigsten Eigenschwingung dieser Anordnung nach der Theorie 'reiner Biegung schwach gekrümmter Balken'. Er gibt keine nachvollziehbare meßtechnische Verifikation seiner Ergebnisse an. Dieses Verfahren wird unter Abschn. 3.1.3 vorgestellt und unter Abschn. 5.1 zur Abschätzung der niedrigsten Gehäuse-Eigenfrequenz benutzt.

ERDELYI und HORVAY [Erd57] berechnen das Blechpaket eines vierpoligen 22 kW-Asynchronmotors als homogenen Ring, welcher über vier tangentiale Rippen mit einem dünnen, das Gehäuse repräsentierenden Ring verbunden ist. Die Rippen wirken als Balkenfedern, welche in radialer Richtung eine kleine und in tangentialer Richtung eine große Federsteifigkeit aufweisen. Die Eigenfrequenzen dieser Anordnung bestimmen sie nach der Theorie 'reiner Biegung schwach gekrümmter Balken' durch Einsetzen eines Ritz-Ansatzes in die Lagrange-Bewegungs-DGL konservativer Systeme, auch Rayleigh-Ritz-Ansatz [And67, S.225f] oder Energiemethode genannt. Die auf diese Weise berechneten Eigenfrequenzen weichen um weniger als 7 % von Meßergebnissen ab. Die beschriebene Art der Aufhängung des Blechpakets im Gehäuse an tangentialen Balkenfedern ist mit dem Ende der 60er Jahre unüblich geworden.

Durch den Übergang vom gegossenen Gehäuse zur leichteren Schweißkonstruktion im Großmaschinenbau in den 60er Jahren mußte der Berechnung des Schwingungsverhaltens von Maschinengehäusen stärker als bis dahin Beachtung geschenkt werden. Die geschweißten Gehäuse sind weicher, d. h. sie besitzen niedrigere Eigenfrequenzen als ihre Vorgänger und sind deshalb schwingungsanfälliger.

Die Siemens-Mitarbeiter HÜBNER und LÜBCKE [Lüb56; Lüb57; Hüb57; Hüb59] versuchen, durch Messung an Statoren großer Asynchronmaschinen (Bohrungsdurchmesser 1,4 - 2 m) mit und ohne Wicklung Korrekturfaktoren zu ermitteln, die es ihnen erlauben sollen, die Eigenfrequenzen der Statoren mit der bekannten Gleichung (3.11) für die Eigenfrequenzen 'dünner' Ringe vorauszuberechnen. Sie finden heraus, daß dies nicht ohne die Berücksichtigung der Kopplungen zwischen Blechpaket und Gehäuse sowie Gehäuse und Fundament möglich ist. Wegen des dazu erforderlichen sehr hohen mathematischen Aufwands konzentrieren sich die weitaus meisten der im folgenden zitierten Arbeiten jedoch auf bestimmte Teilprobleme.

JORDAN, FROHNE und ÜNER [Jor50; Jor57; Fro58; Fro59; Fro63; Üne64a; Üne64b] beschäftigen sich mit der Entstehung des magnetischen Lärms von Asynchronmaschinen. Die Bestimmung der Eigenfrequenzen und -formen des Stators ist ein wesentlicher Schritt zur Vorausberechnung des magnetischen Lärms. In den genannten Arbeiten wird das Blechpaket durch das Joch repräsentiert, dessen Eigenfrequenzen nach Gleichungen bestimmt werden, welche für 'dünne' Ringe gelten. Zähne und Wicklung werden als schwingungsfähige Zusatzmassen mit frequenzabhängiger Wirkung in sogenannten Massenzuschlagsfaktoren berücksichtigt. (Dieser Ansatz wird z. B. von TAPPEL [Tap92b] fortgeführt.) Das Gehäuse wird als fest mit dem Blechpaket verbunden und sehr biegeweich unterstellt, was seine Berücksichtigung durch einen bloßen Massenzuschlag erlaubt. Seine Aufstellung und Einspannung bleibt außer Betracht.

STAIGER, BÖLDERL [Böl66a; Böl66b; Böl67], WEIS und BERGER beschäftigen sich mit dem Schwingungsverhalten von Synchronmaschinen mit Scheinleistungen zwischen 3 und 395 MVA. BÖLDERLS Verfahren zur Berechnung der Eigenfrequenzen und -formen eines Blechpakets wird in Abschn. 3.1.2 kurz dargestellt und in Kapitel 4 verwendet. In [Sta62], [Wei66], [Jor66] und [Jor70] wird der Stator jeweils durch einen Zweimassenschwinger mit unterschiedlichen Kopplungen modelliert. Das Modell aus [Wei66] wird in dieser Arbeit im Abschn. 6.2 benutzt.

JORDAN [Jor67] und BERGER [Ber71] berechnen das Schwingungsverhalten eines Maschinenstators anhand eines schematisierten Längsschnitts schalentheoretisch. In der vorliegenden Arbeit wird hingegen von einem Querschnittsmodell ausgegangen (Kap. 2), welches sich als ausreichend genau erweist.

JORDAN [Jor69] stellt den Kenntnisstand Ende der 60er Jahre zusammen.

ELLISON, MOORE und YANG [Ell68; Ell71] berechnen die Stator-Eigenfrequenzen eines zweipoligen 3,7 kW-Käfigläufermotors mittels eines Rayleigh-Ritz-Ansatzes für zwei starr miteinander verbundene Ringe. Für beide Ringe wird ein Modell nach [Sei64] verwendet,

wobei auf den inneren Ring (Blechpaket) zusätzlich Massenzuschlagsfaktoren nach [Fro59] angewendet werden. Die Autoren erreichen Abweichungen von ihren Meßwerten von unter 4 %.

Als Modell für das Blechpaket ohne Wicklung dient HOLZMANN [Hol70] ein Ring, dessen radiale Dicke der Jochhöhe entspricht und an dessen innerem Umfang Kragträger ange-setzt sind, welche die Zähne repräsentieren. Die Eigenfrequenzen dieser Ersatzanordnung berechnet er wie in [Erd57] angegeben, jedoch unter zusätzlicher Berücksichtigung von Schub und Drehträgeit. Außerdem beschäftigt er sich mit den Eigenfrequenzen eines Gleichstrommaschinen-Magnetgestells und eines an zwei Stellen am Umfang federnd gela-gerten Gehäuses.

Zwischen 1973 und 1993 veröffentlichen VERMA, GIRGIS, SINGAL und WILLIAMS eine Reihe von Artikeln [Ver73; Ver75; Gir79; Gir81; Ver81; Ver82; Ver87a; Ver87b; Sin87; Ver89a; Ver89b; Wil89; Sin89; Sin90; Sin92 und Ver93] zum Schwingungsverhalten von Maschinenstatoren. VERMA und GIRGIS [Ver73] benutzen ein Modell aus zwei an ihrer Grenzfläche starr aneinander gekoppelten konzentrischen Ringen für den Stator. Den inne-ren Ring berechnen sie nach der Navier-Cauchy'schen Gleichung der Kontinuumsme-chanik unter Berücksichtigung von FROHNES Massenzuschlagsfaktoren für Zähne und Wicklung, den äußeren nach FLÜGGES Schalentheorie [Flü60]. Sie erhalten als Ergebnis auch Eigenfrequenzen für Biegeschwingungen, welche gleichzeitig longitudinale Schwin-gungen ihres Modells sind. Die Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Wer-ten liegt bei maximal 15 % und damit in der Größenordnung von FROHNES Fehlern [Fro59]. Außerdem untersuchen VERMA und GIRGIS [Ver75] den Einfluß von Eisenlänge, Gehäusematerial, radialer Joch- und Gehäusehöhe sowie [Gir79] der Zähne, Wicklung und Blechung auf die von ihnen berechneten Stator-Eigenfrequenzen. GIRGIS [Gir79] weist meßtechnisch nach, daß sich das Blechpaket durch einen Ring mit den Abmessungen des Jochs modellieren läßt und die Einflüsse von Zähnen und Wicklung mit einem frequenz-unabhängigen Massenzuschlagsfaktor erfaßt werden können. In einer Verfeinerung von HOLZMANNs Ansatz [Hol70] berechnet GIRGIS [Gir81] die Eigenfrequenzen des Blechpa-kets unter Berücksichtigung von Zähnen, Wicklung und starr angekoppeltem Gehäuse nach der Energiemethode. VERMA [Ver81] stellt bei der meßtechnischen Überprüfung Abwei-chungen zwischen Messung und Rechnung von zumeist unter 10 % fest.

Aber selbst die aus analytischer Sicht extrem aufwendigen Ansätze mit zwei gekoppel-ten, konzentrischen Ringen berücksichtigen allesamt weder die Steifigkeit der Kopplung zwischen Blechpaket und Gehäuse noch eine ungleichmäßige Massenverteilung am Um-fang des Gehäuses durch Kühler, Klemmenkästen und Maschinenfüße. SINGAL [Sin92]

nimmt Statoren von Turbogeneratoren explizit aus dem Gültigkeitsbereich seiner Ergebnisse aus und YANG [Yan81] schlägt aus diesem Grund schon 1981 den verstärkten Einsatz von Finite-Elemente-Methoden vor (Abschn. 3.2.2).

Die zitierten Quellen liefern bezüglich des Schwingungsverhaltens der Statoren von Drehfeldmaschinen folgenden Kenntnisstand:

- Verglichen mit dem *Joch* (ohne Zähne, Wicklung und Nutverschlußkeile) ist das *Joch mit Zähnen* steifer, schwerer und besitzt niedrigere Eigenfrequenzen. Letzteres deutet auf den dominanten Einfluß der zusätzlichen Masse hin.
- Die *Nutverschlußkeile* spannen die an der Bohrung liegenden Zahnenden ein. Dadurch erhöhen sich Biegesteifigkeit und Eigenfrequenzen des Blechpakets.
- Die *Wicklung* wirkt bezüglich des $n = 0$ -Modes (vgl. Abschn. 3.1.2) durch ihre Massenträgheit eigenfrequenzsenkend, bezüglich der höheren Moden durch ihre das Blechpaket aussteifende Wirkung eigenfrequenzerhöhend.
- Die Biegesteifigkeit von Blechpaketen mit relativ großem Joch-Zahnhöhen-Verhältnis wird im wesentlichen durch das Joch allein bestimmt. Zähne und Wicklung können in diesem Fall durch eine vergrößerte Dichte (Massenzuschlagsfaktor, [Gir79]) berücksichtigt werden.
- Wegen der sehr unterschiedlichen Ausführungs- und Aufstellungsformen gibt es bei den *Maschinengehäusen* nicht in jedem Fall eine Komponente, die das Schwingungsverhalten so stark bestimmt, wie das Joch beim Blechpaket. Der bei der Abschätzung der Blechpaket-Eigenfrequenzen erfolgreiche Weg, die nicht dominierenden Komponenten an die wesentliche ‘anzuhängen’, liefert beim Gehäuse unbrauchbare Ergebnisse. Zur Abschätzung des Eigenverhaltens von Gehäuse (ohne Blechpaket) oder gesamtem Stator ist deshalb eine ‘individuelle’ Modellierung der betrachteten Maschine erforderlich.

3.1.2 Eigenfrequenzen eines homogenen Kreisringes

Zur Einsparung von Rechenzeit bei den Finite-Elemente-Berechnungen der Kapitel 6 und 7 soll das Blechpaket, d. h. das Joch mit Zähnen, Wicklung, Wicklungsisolation und Nutverschlußkeilen, durch einen Ring nach Bild 3.1 ersetzt werden, welcher annähernd das gleiche Schwingungsverhalten besitzt.

Dazu wird in diesem Abschnitt ein relativ genaues Berechnungsverfahren für die Eigenfrequenzen von homogenen, in z -Richtung unendlich langen, ‘frei schwebenden’ Ringen angegeben.

Obwohl die in Bild 3.1 dargestellte Anordnung wegen ihrer Ausdehnung in z -Richtung als Rohr zu bezeichnen ist, wird hier der in der Literatur übliche Begriff Ring benutzt. Da die Rechenwege [Fed35] und [Böl66b] entnommen werden können, seien sie hier nur kurz skizziert.

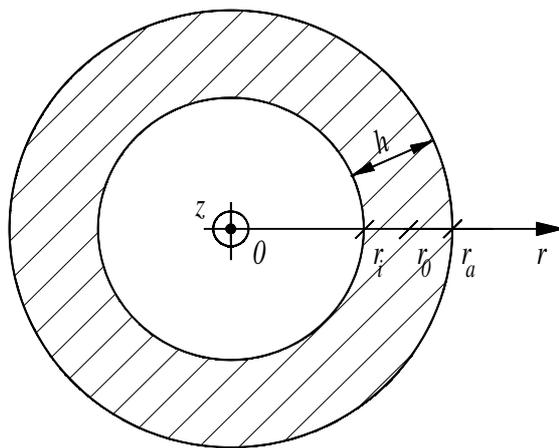


Bild 3.1 Homogener, dickwandiger Ring

Das prinzipielle Aussehen der Ring-Eigenformen ist Bild 4.4 zu entnehmen. Jeder Eigenform ist dabei die halbe Anzahl der Schwingungsknoten auf dem äußeren Umfang als Ordnungszahl n zugewiesen. Die der Ordnungszahl $n = 1$ zugeordnete Starrkörperverschiebung [Wea90, S.483] wird hier nicht betrachtet.

Rein radialer Dehn-Mode (atmender Ring, $n = 0$). Aus der Navier-Cauchy'schen DGL.

(3.2) für den volumenkraftfreien Fall

$$\frac{\rho}{G} \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \frac{1}{1-2\nu} \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \nabla^2 \vec{u} \quad (3.4)$$

folgt in Polarkoordinaten (r, φ) für die Verschiebungen u und v in radialer bzw. tangentialer Richtung

$$\frac{\rho}{G} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial e}{\partial r} + \nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi} \quad \text{und} \quad (3.5a)$$

$$\frac{\rho}{G} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial e}{\partial \varphi} + \nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial \varphi}. \quad (3.5b)$$

$e = \nabla \cdot \vec{u} = \frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \varphi}$ bezeichnet die Volumendilatation. Setzt man die Ansätze

$$u(r, \varphi, t) = \hat{U}(r) \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \quad (3.6a)$$

und

$$v(r, \varphi, t) = 0 \quad (3.6b)$$

in Gl. (3.5) ein, so erhält man für $\hat{U}(r)$ eine Bessel-DGln. mit dem Index Eins, deren Lösung die Form $\hat{U}(r) = C_1 J_1(ar) + C_2 Y_1(ar)$ mit $a = 2\pi f \cdot \sqrt{\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{E}}$ hat. Darin

sind J_1 und Y_1 Besselfunktionen erster bzw. zweiter Art der Ordnung Eins, C_1 und C_2 reelle Koeffizienten und $E = 2(1+\nu)G$ bezeichnet den Elastizitätsmodul. Durch Einsetzen

dieser Lösung in $\sigma_r = 2G \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda e$ ergibt sich ein Ausdruck für die radiale Normalspannung σ_r .

$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ bezeichnet eine der Lamé'schen Konstanten. Am inneren

($r = r_i$) und äußeren ($r = r_a$) Rand des 'frei schwebenden' Kreisrings muß σ_r ver-

schwinden. Die Randbedingungen $\sigma_r(r = r_i) = \sigma_r(r = r_a) = 0$ liefern ein lineares Gleichungssystem, aus welchem der Vektor $\vec{C} = [C_1 \quad C_2]^T$ bestimmt werden kann. Aus der Lösbarkeitsbedingung des Gleichungssystems, nach der die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwinden muß, kann die gesuchte Eigenfrequenz f berechnet werden. Man erhält

$$f_{n=0} = \frac{1}{2\pi r_i} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot q_0 \left(\frac{h}{2r_0}, \nu \right). \quad (3.7)$$

Die Funktion $q_0 = f \left(\frac{h}{2r_0}, \nu \right)$, in der Literatur auch als dimensionslose Eigenfrequenz bezeichnet, ist in Bild 3.2 für $\nu = 0,3$ dargestellt. Es ist $\frac{h}{2r_0} = \frac{r_a - r_i}{r_a + r_i}$ die bezogene radiale Ringhöhe.

Ringhöhe.

Höhere Moden ($n \geq 2$). Bildet man von der Navier-Cauchy'schen DGl. (3.2) unter Vernachlässigung der Volumenkräfte die Divergenz und die Rotation [Som64, S.94f], so erhält man

$$\rho \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = (\lambda + 2G) \nabla^2 e \quad \text{bzw.} \quad (3.8a)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{\zeta}}{\partial t^2} = G \cdot \nabla^2 \vec{\zeta} \quad \text{mit} \quad \vec{\zeta} = \frac{1}{2} \nabla \times \vec{u}. \quad (3.8b)$$

Die Lösungen von Gl. (3.8a) und Gl. (3.8b) sind Kompressions- bzw. Torsionswellen. Geht man die Verschiebungskoordinaten den Gleichungen

$$u(r, \varphi, t) = \hat{U}(r, \varphi) \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \quad (3.9a)$$

und

$$v(r, \varphi, t) = \hat{V}(r, \varphi) \cdot \cos(2\pi f \cdot t), \quad (3.9b)$$

so erhält man durch Einsetzen in Gl. (3.8) und hier übergangene Umformungen ihre Amplituden zu

$$\hat{U}(r, \varphi) = -\sin(n\varphi) \left[\frac{C_1}{a_1^2} \cdot \frac{\partial J_n(a_1 r)}{\partial(a_1 r)} + \frac{C_2}{a_1^2} \cdot \frac{\partial Y_n(a_1 r)}{\partial(a_1 r)} + \frac{C_3 n}{a_2^2 r} J_n(a_2 r) + \frac{C_4 n}{a_2^2 r} Y_n(a_2 r) \right] \quad \text{und}$$

$$\hat{V}(r, \varphi) = -\cos(n\varphi) \left[\frac{C_1 n}{a_1^2 r} J_n(a_1 r) + \frac{C_2 n}{a_1^2 r} Y_n(a_1 r) + \frac{C_3}{a_2^2} \cdot \frac{\partial J_n(a_2 r)}{\partial(a_2 r)} + \frac{C_4}{a_2^2} \cdot \frac{\partial Y_n(a_2 r)}{\partial(a_2 r)} \right] \quad \text{mit}$$

$$a_1^2 = \frac{\rho(2\pi f)^2}{\lambda + 2G} \quad \text{und} \quad a_2^2 = \frac{\rho(2\pi f)^2}{G}.$$

Aus $\sigma_r = 2G \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda e$ und $\tau_{r\varphi} = G \left(\frac{\partial u}{r \partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)$ folgt durch Einsetzen der Randbedin-

gungen $\sigma_r(r = r_i) = \sigma_r(r = r_a) = \tau_{r\varphi}(r = r_i) = \tau_{r\varphi}(r = r_a) = 0$ ein lineares Gleichungssystem, aus welchem der Vektor $\vec{C} = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4]^T$ bestimmt werden kann. Aus der Lösbarkeitsbedingung des Gleichungssystems, nach der die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwinden muß, kann die gesuchte Eigenfrequenz f berechnet werden.

Man erhält das formal mit Gl. (3.7) identische Ergebnis

$$f_{n \geq 2} = \frac{1}{2\pi r_i} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot q_n \left(\frac{h}{2r_0}, \nu \right) \quad (3.10)$$

Die Funktionen $q_n = f \left(\frac{h}{2r_0}, \nu \right)$ sind in Bild 3.2 für $\nu = 0,3$ dargestellt.

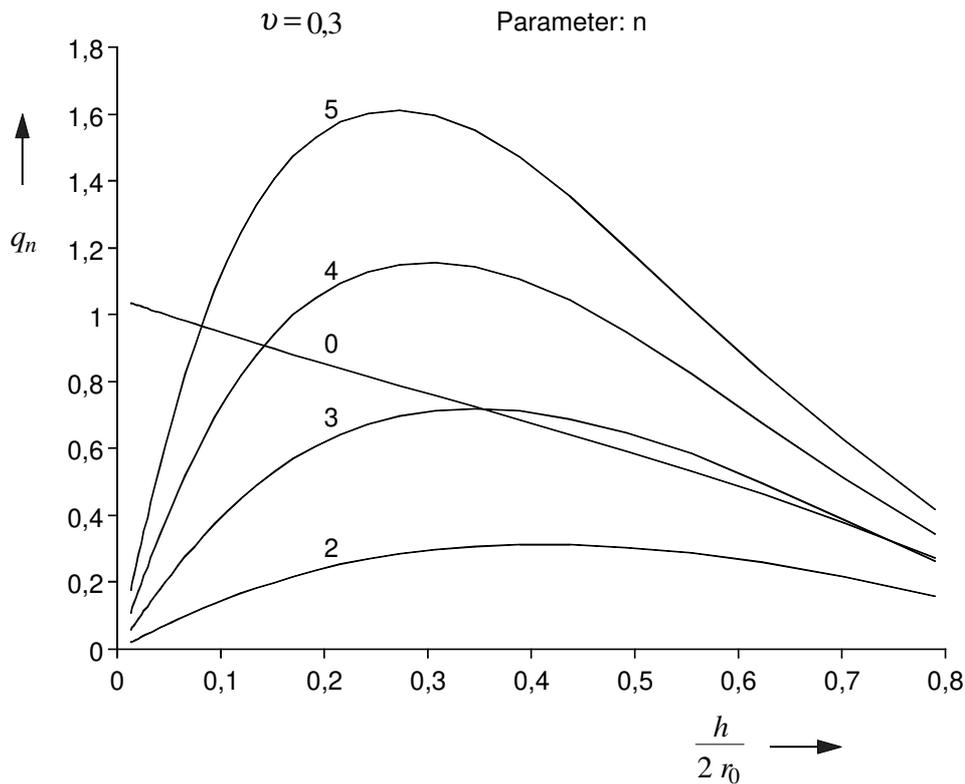


Bild 3.2 Dimensionslose Eigenfrequenzen q_n eines homogenen Kreistrings ohne Einspannung

Die meistbenutzten Formeln zur Abschätzung von Ring-Eigenfrequenzen [Wea90, S.479f]

$$f_n = \begin{cases} \frac{1}{2\pi r_0} \sqrt{\frac{E}{\rho}} & \text{für } n = 0 \\ \frac{1}{2\pi r_0^2} \cdot \frac{\sqrt{EI}}{\sqrt{\rho A}} \cdot \frac{n(n^2 - 1)}{\sqrt{n^2 + 1}} & \text{für } n \geq 2 \end{cases} \quad (3.11)$$

liefern nur für relativ dünnwandige Ringe richtige Ergebnisse, weil sie aus der DGL. des schwach gekrümmten Balkens unter der Annahme reiner Biegung hergeleitet sind. Die Darstellung von mittels Gl. (3.11) berechneten Vergleichswerten in Bild 3.2 ist nicht möglich, weil sich diese nicht in Abhängigkeit von der Abszisse $h/(2r_0)$ ausdrücken lassen.

Bezüglich der Eigenfrequenzberechnung dreidimensionaler Ringmodelle sei auf [Sit57], [Edm57] und [Gaz59] verwiesen.

3.1.3 Eigenfrequenzen eines homogenen Kreisbogens

Zur analytischen Abschätzung der niedrigsten Gehäuse-Eigenfrequenz in Abschn. 5.1 wird angenommen, daß durch die Maschinenfüße und die Aufstellung auf dem Fundament eine nahezu vollständige Entkopplung zwischen den Schwingungen des oberen und unteren Gehäusemantelabschnitts erreicht wird. Da die Probleme im oberen Gehäusemantelabschnitt auftraten, dient dieser hier als Gehäusemodell.

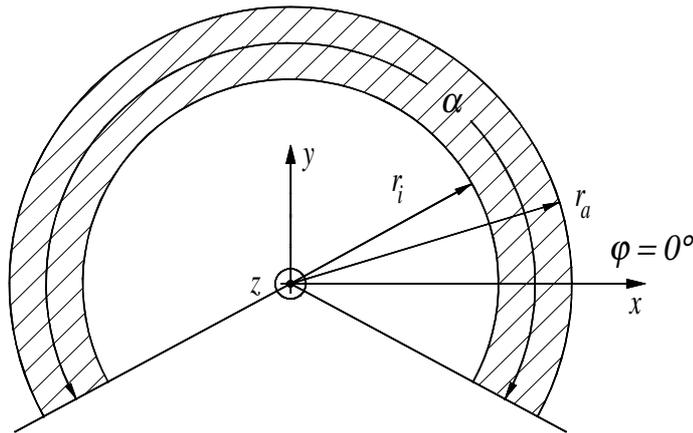


Bild 3.3 Homogener Kreisbogen: Bogenwinkel α , mittlerer Radius $r_0 = (r_i + r_a) / 2$, radiale Höhe $h = r_a - r_i$, axiale Länge l , Querschnittsfläche $A = lh$, Flächenträgheitsmoment $I_z = lh^3 / 12$

DEN HARTOG [Den28] wählt zur Berechnung der *niedrigsten* Eigenfrequenz eines homogenen Bogens (Bild 3.3) die Ansatzfunktionen

$$u(\varphi, t) = \hat{U}(\varphi) \cdot \cos(\omega_1 t)$$

$$= \left[\sin \left\{ \frac{2(\pi + \theta)}{\alpha} \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right\} + \frac{2}{\alpha} \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \sin \theta \right] \cdot \cos(\omega_1 t) \quad (3.12a)$$

und

$$v(\varphi, t) = \hat{V}(\varphi) \cdot \cos(\omega_1 t)$$

$$= \left[\frac{\alpha}{2(\pi + \theta)} \left(\cos \left\{ \frac{2(\pi + \theta)}{\alpha} \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) \right\} + \cos \theta \right) + \left\{ \frac{\alpha^2}{4} - \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right)^2 \right\} \frac{\sin \theta}{\alpha} \right] \cdot \cos(\omega_1 t) \quad (3.12b)$$

für die radiale bzw. tangentielle Verformung. Der Parameter θ mit $0 \leq \theta \leq 1,35$ ermöglicht es, mit dem einen Paar von Ansatzfunktionen nach Gl. (3.12a) und (3.12b) die Verformungen für alle Lagerungsarten der Bogenenden zwischen gelenkiger (drehbarer aber nicht verschieblicher, $\theta = 0$) und starrer (weder dreh- noch verschiebbarer, $\theta = 1,35$) Einspannung nachzubilden.

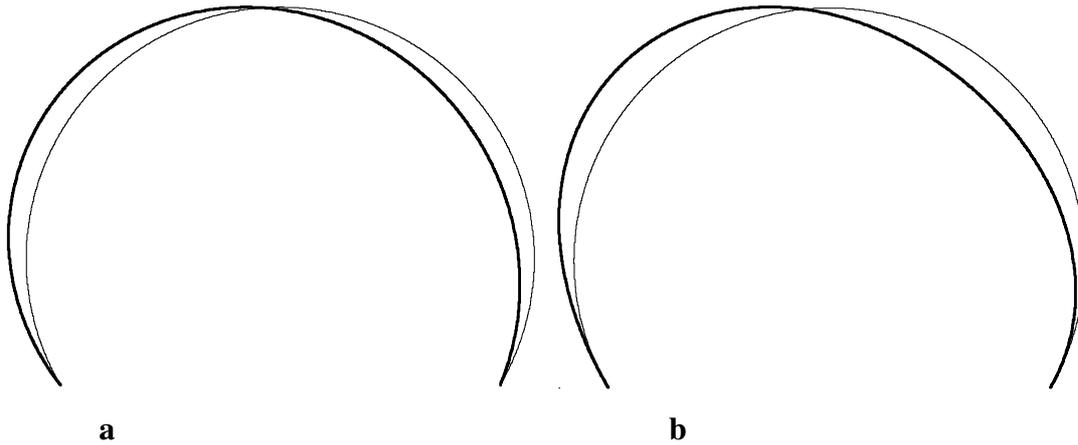


Bild 3.4 Angenommene Verformung (fett) und unverformter Bogen (schwach) bei **a** gelenkiger Lagerung und **b** starrer Einspannung der Bogenenden

Die Ansatzfunktionen erfüllen die Bedingung für das Vorliegen reiner Biegung $u = -\partial v / \partial \varphi$ und die Randbedingungen. Deshalb erhält man durch Gleichsetzen der Amplituden von Formänderungs- und kinetischer Energie (Rayleigh-Ansatz)

$$\hat{W}_F = \frac{1}{2} \int_{\text{Bogenlänge}} \frac{M^2}{EI_z} ds = \frac{EI_z}{2r_0^3} \int_{(\pi-\alpha)/2}^{(\pi+\alpha)/2} \left(\hat{U}(\varphi) + \frac{d^2 \hat{U}(\varphi)}{d\varphi^2} \right)^2 d\varphi \quad (3.13)$$

bzw.

$$\hat{W}_K = \frac{1}{2} \int_{\text{Bogenvolumen}} \rho \bar{v} \bar{v} dV = \omega_1^2 \cdot \frac{\rho A r_0}{2} \int_{(\pi-\alpha)/2}^{(\pi+\alpha)/2} \left(\hat{U}^2(\varphi) + \hat{V}^2(\varphi) \right) d\varphi \quad (3.14)$$

direkt die (trotz gleichlautender Bezeichnung nicht mit der Netzfrequenz zu verwechselnde) Eigenfrequenz zu

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi r_0^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \cdot q_1(\alpha, \theta) \quad (3.15)$$

mit der in Bild 3.5 dargestellten Funktion $q_1 = f(\alpha, \theta)$. Ein ähnlicher Weg wird von NELSON [Nel62] angegeben.

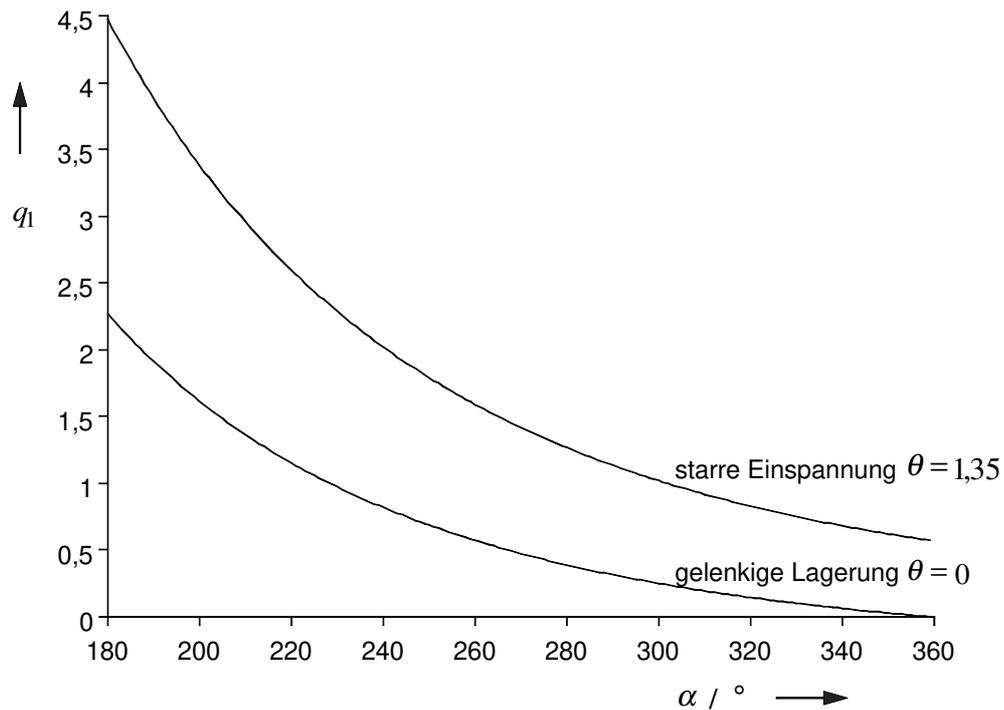


Bild 3.5 Dimensionslose niedrigste Eigenfrequenz q_1 eines homogenen Kreisbogens für gelenkige und starre Einspannung der Bogenenden [Den62, S.167]

Der Wert $q_1(\alpha = 360^\circ, \theta = 0) = 0$ in Bild 3.5 bedeutet eine Starrkörperbewegung des Bogens.

3.2 Numerische Verfahren

3.2.1 Übertragungsmatrizenverfahren

Die Eigenschwingungsberechnung an einem einfachen, unverzweigten Gebilde (Durchlaufträger, Antriebsstrang) lässt sich unter bestimmten Voraussetzungen als homogenes lineares DGL.-System 1. Ordnung formulieren [Pes63; Uhr73; Wal75; Gas89]. Als Beispiel diene hier ein Biegebalken der Länge l in x -Richtung, welcher um die y -Achse gebogen, d. h. in z -Richtung ausgelenkt, wird (Bild 3.6).

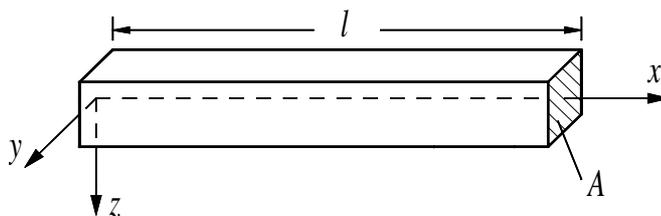


Bild 3.6 Biegebalken: Querschnittsfläche A , Dichte ρ , Elastizitätsmodul E , Flächenträgheitsmoment bezüglich der y -Achse I_y

Für jedes infinitesimale Volumenelement dV des Balkens gilt unter Vernachlässigung von Schub und Drehträgeit die Bewegungs-DGL.

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = 0 \quad \text{mit} \quad a = \sqrt{\frac{EI_y}{\rho A}}. \quad (3.16)$$

Für einen zeitlich harmonischen Durchsenkungsverlauf w an jeder Stelle $0 \leq x \leq l$ folgt mit

$$w(x,t) = \hat{W}(x) \cdot \cos(\omega t), \quad \frac{-\partial w}{\partial x} = \psi, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{M}{EI_y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial M}{\partial x} = Q \quad (3.17a, b, c, d)$$

aus der Bewegungs-DGL.

$$w^{(4)} - \frac{\omega^2}{a^2} w = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = -EI_y w^{(4)} = EI_y \frac{\omega^2}{a^2} (-w) \quad (3.18a, b)$$

und daraus

$$\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} -w \\ \psi \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ EI_y \frac{\omega^2}{a^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -w \\ \psi \\ M \\ Q \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

Aus der Art der Lagerung des Balkens an seinen Enden $x=0$ und $x=l$ erhält man die Randbedingungen für die Randwertaufgabe

$$\frac{d\bar{u}(x)}{dx} = A\bar{u}(x), \quad \bar{u}(0) = \bar{u}_0, \quad \bar{u}(l) = \bar{u}_l \quad (3.20a, b, c)$$

mit dem Zustandsvektor $\bar{u} = [-w \quad \psi \quad M \quad Q]^T$ und der Zustandsmatrix

$$A = A(f) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{EI_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ EI_y \frac{(2\pi f)^2}{a^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Die Eigenfrequenzen f ergeben sich als Lösungen von

$$\bar{u}_l = e^{A(f)l} \cdot \bar{u}_0, \quad (3.21)$$

wobei $\Phi(l) = e^{Al}$ die Fundamental- oder Übertragungsmatrix *des gesamten Balkens* ist.

Die Berechnung der Lösung kann z. B. als numerische Bestimmung des Minimums von

$|\bar{u}_l - e^{A(f)l} \cdot \bar{u}_0|$ erfolgen. In der Praxis streicht man aus der Koeffizientenmatrix $e^{A(f)l}$

des linearen Gleichungssystems nach Gl. (3.21) diejenigen Zeilen, in denen \bar{u}_0 Nullen

aufweist und diejenigen Spalten, in welchen \bar{u}_l^T von Null verschieden ist. Die Werte f ,

für welche die Koeffizientenmatrix des so reduzierten und dadurch homogenen Systems singular wird, sind die gesuchten Eigenfrequenzen [Gas89, S.73f].

Die zugehörigen Eigenformen erhält man durch Berechnung von Werten $\bar{u}(x_i)$ auf der diskretisierten x -Achse $x_i = i \cdot \Delta x$ mit $\Delta x = l / s$ und $i = 1, 2, \dots, s-1$ zu

$$\bar{u}(x_i) = \bar{u}(i\Delta x) = e^{Ai\Delta x} \cdot \bar{u}_0 = \left(e^{A\Delta x}\right)^i \cdot \bar{u}_0. \quad (3.22)$$

Dabei ist $\Phi(\Delta x) = e^{A\Delta x}$ die Übertragungsmatrix *eines Balkenabschnitts* der Länge Δx . Aus Gl. (3.22) folgt die rekursive Darstellung

$$\bar{u}(x_i) = e^{A_i\Delta x} \cdot \bar{u}(x_{i-1}), \quad (3.23)$$

die auch dann noch anwendbar ist, wenn die Materialparameter A , ρ und E nicht konstant über der Länge l sind und deshalb mit abschnittsweise unterschiedlichen Übertragungsmatrizen $e^{A_i\Delta x}$ gerechnet werden muß.

Versuche, die Eigenfrequenzen und -formen von Biegebalken, frei schwebenden, eingespannten und gekoppelten konzentrischen Kreisringen mittels der Methode der Übertragungsmatrizen zu berechnen, offenbarten folgende Schwächen des Verfahrens:

- Die Zustandsmatrix kann Änderungen der Geometrie- und Materialparameter nur in einer Richtung - hier längs der x -Achse - berücksichtigen und die berechnete Eigenform hängt nur von dieser einen Ortskoordinate ab. Das reicht nicht aus, um die Eigenfrequenzen von in zwei und mehr Richtungen ausgedehnten Strukturen wie dicken Ringen (Blechkpaketmodell) mit der hier angestrebten maximalen Abweichung von 5 % abzuschätzen.
- Für die Eigenfrequenzen ergaben sich dieselben Werte, wie auch mit der zugrundeliegenden Theorie reiner Biegung für einige einfache Anordnungen analytisch ermittelt. Die nach Einsetzen der Eigenfrequenzen mittels Gl. (3.22) berechneten Eigenformen waren jedoch, besonders im Fall des geschlossenen Kreistrings, nicht immer richtig. Bereits eine sehr kleine Abweichung Δf der numerisch ermittelten Eigenfrequenz $f_{\text{num}} = f_{\text{exakt}} \pm \Delta f$ von der Gl. (3.21) exakt erfüllenden Lösung f_{exakt} führte dazu, daß der Vektor \bar{u}_0 durch die Multiplikation mit e^{Al} nicht genau auf \bar{u}_l abgebildet wurde. Ohne die zugehörigen Eigenformen sind die Werte der Eigenfrequenzen jedoch in den meisten Fällen nicht aussagekräftig genug.
- Für verzweigte Strukturen, z. B. zwei über radiale Federn an mehreren Stellen gekoppelte konzentrische dicke Kreisringe (Modell für Blechkpaket im Gehäuse), ist die Aufstellung der Zustandsmatrix sehr aufwendig. Da die meisten Koppelmatrizen sehr

schwach besetzt sind, nehmen die numerischen Probleme bei der Bestimmung der Eigenform mit der Komplexität der untersuchten Struktur zu.

Das Übertragungsmatrizenverfahren, als das gegenüber der Finite-Elemente-Methode bescheidenere Instrument, hat sich als unbrauchbar zur Berechnung des Eigenschwingungsverhaltens von Modellen eines schwingenden Maschinenstators erwiesen. Auf eine weitere Darstellung der Ergebnisse wird deshalb verzichtet.

3.2.2 Finite-Elemente-Methoden

Jedes durch die Navier-Cauchy'sche Vektor-DGL. (3.2) beschreibbare mechanische Feldproblem läßt sich äquivalent auch als Extremalaufgabe formulieren [Sch84, S.21f]. Dieser Zusammenhang wird von der FEM genutzt: Das zu untersuchende Gebiet wird in kleine Abschnitte, die finiten Elemente, unterteilt und für jeden Abschnitt eine im Hinblick auf die zu erwartende Lösung formulierte lokale Ansatzfunktion gewählt. Die Lösung des Feldproblems besteht nun darin, die Werte der Parameter der Ansatzfunktionen so zu wählen, daß die Gesamtlösung das Minimum eines bestimmten Variationsprinzips ist, z. B. der potentiellen Energie, der virtuellen Arbeit, der komplementären Energie oder des Helinger-Reissner'schen Prinzips.

Es existieren FEM-Programme für alle physikalisch durch entsprechende DGLn. beschreibbaren Fragestellungen, also z. B. auch thermische und elektromagnetische Probleme. Die Anwendung der FEM ist nicht an das Vorliegen bestimmter Geometrien gebunden und im wesentlichen nur durch die verfügbare Rechnerleistung beschränkt.

3.2.3 Literaturübersicht

In den angegebenen Arbeiten zu den analytischen Näherungsverfahren (Abschn. 3.1.1) ist das Ziel stets die Aufstellung einer möglichst allgemeingültigen 'Frequenzgleichung' für die Berechnung der Eigenfrequenzen und -formen des Stators, unter Einbeziehung der wesentlichen Eigenschaften der Maschine. Mit dem verstärkten Einsatz der FEM wenden sich die Bearbeiter in [Wat83], [Tam91], [Hen92], [Tap92a], [Ben93], [Mus94], [Jav95] und [Cha96] einem breiten Spektrum von Fragestellungen zu, die jedoch im Hinblick auf die hier zu bearbeitende Problemstellung nicht weiterhelfen.

4 Blechpaket

Ziel der Blechpaketberechnung ist, ein möglichst einfaches Rechenmodell zu gewinnen, das als fertige Komponente bei der anschließenden FE-Modellierung des gesamten Stators benutzt werden kann.

Unter Abschn. 4.1 werden die Eigenfrequenzen des Blechpakets mit Wicklung deshalb als Eigenfrequenzen eines homogenen, in radialer Richtung ‘dicken’ Kreisringes nach dem unter Abschn. 3.1.2 vorgestellten Verfahren berechnet. Letzteres wurde bisher zur Berechnung von Blechpaket-Eigenfrequenzen kaum benutzt, weil zur numerischen Durchführung des Rechengangs ein verhältnismäßig leistungsfähiger Digitalrechner erforderlich ist. Mit Hilfe von Bild 3.2 erhält man die Ergebnisse durch einfaches Ablesen.

In Abschn. 4.2 wird nachgewiesen, daß der gewählte dicke Ring näherungsweise das gleiche Schwingungsverhalten wie ein detailliertes FE-Blechpaket-Modell aufweist.

Tab. A.1 im Anhang stellt die verwendeten Modelle zusammen.

4.1 Berechnung der Blechpaket-Eigenfrequenzen als Eigenfrequenzen eines homogenen Kreisringes

Als Modell für das Blechpaket mit eingelegter Wicklung diene ein homogener Ring nach Abschn. 3.1.2, der in Außenradius r_{aB} , axialer Länge l_B und Masse m_B mit der Originalanordnung übereinstimmt und die statische Biegesteifigkeit des Jochs $E_{\text{Stahl}} I_J = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \cdot 0,0257 \text{ m}^4 = 5,4 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2$ besitzt. Im folgenden wird untersucht, welchen Einfluß die Wahl des Ringinnenradius auf die Eigenfrequenzen des Modells hat.

Variiert man den Innenradius r_i des Ringes zwischen Blechpaketinnenradius $r_{iB} = 0,565 \text{ m}$ und Nutgrundradius $r_N = 0,81 \text{ m}$, so müssen die Dichte und der Elastizitätsmodul des Modells zu

$$\rho = \frac{m_B}{\pi(r_{aB}^2 - r_i^2)l_B} \text{ bzw. } E = \frac{h_J^3}{(r_{aB} - r_i)^3} E_{\text{Stahl}} \text{ gewählt werden.}$$

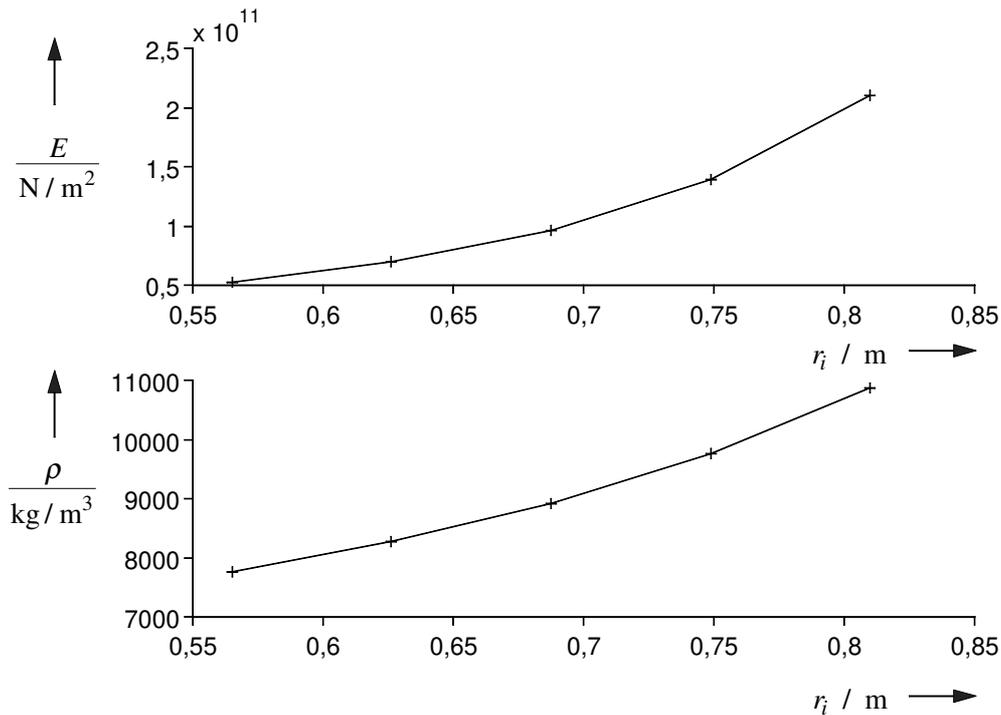


Bild 4.1 Für Elastizitätsmodul E und Dichte ρ einzustellende Werte, damit der Ring unabhängig vom Innenradius r_i konstante Biegesteifigkeit und Masse aufweist

Mit der hier als konstant zu $\nu = 0,3$ angenommenen Querkontraktionszahl ergeben sich nach dem unter Abschn. 3.1.2 beschriebenen Rechenverfahren die in Bild 4.2 dargestellten Eigenfrequenzen.

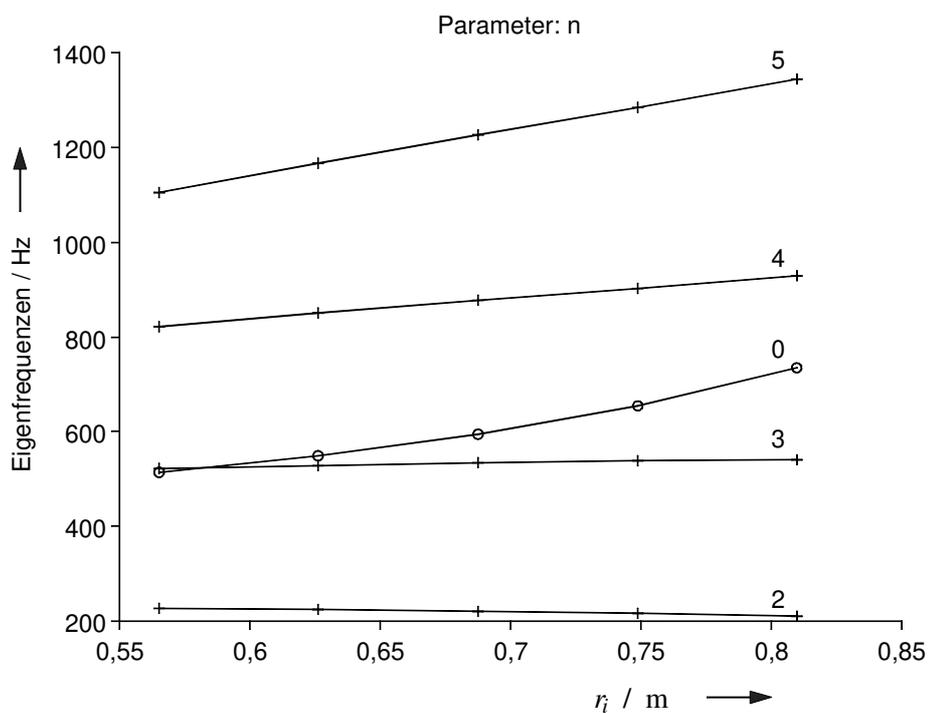


Bild 4.2 Eigenfrequenzen der ersten fünf Moden ($n = 0, 2, 3, 4$ und 5) des Blechpaketmodells in Abhängigkeit vom Ringinnenradius r_i

Die Eigenfrequenzen des elliptischen Modes ($n = 2$) ändern sich mit dem Ringinnenradius zwischen 227 und 211 Hz - und liegen damit 16 bzw. 8 % über der Herstellerangabe von 195 Hz -, die des $n = 3$ -Modes zwischen 523 und 541 Hz.

Für die Schwingungsuntersuchung des gesamten Maschinenstators wird eine möglichst geringe Abweichung zwischen realem Blechpaket und Blechpaketmodell, besonders bei der Frequenz der Vierknoten-Biege-Eigenschwingung, angestrebt. Außerdem ist es wünschenswert, die Bereiche des Blechpakets, in denen die Keile angefügt sind, in ihrer Steifigkeit besonders realitätsnah, d. h. mit $E = E_{\text{Stahl}} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N / m}^2$, nachzubilden. Beide Forderungen werden durch die Wahl des Ringes mit $r_i = r_N = 0,81 \text{ m}$ (Ringinnenradius gleich Nutgrundradius) erfüllt, der im folgenden als Blechpaketmodell BRA bezeichnet wird.

4.2 Finite-Elemente-Berechnung der Eigenschwingungen des Blechpakets

4.2.1 Modelle

Es wurden insgesamt drei FE-Modelle für das Blechpaket erstellt, wovon das *erste* (Kurzbezeichnung: BOF) nur Joch und Zähne, das *zweite* (BMF) zusätzlich Wicklung, Wicklungsisolation und Nutverschlußkeile enthält. Das *dritte* Modell (BRF) ist ein Ring mit den Eigenschaften des Modells BRA aus Abschn. 4.1, mit dem die dort analytisch ermittelten Ergebnisse mittels FEM überprüft werden.

Das Modell BOF (Bild 4.3a) besteht nur aus Dynamoblech mit den Eigenschaften nach Tab. 4.1.

Die beim Modell BMF (Bild 4.3b) zusätzlich zu berücksichtigende Wicklung besteht aus Roebelstäben in zwei Lagen. Bezüglich der verwendeten Materialien und ihrer Elastizitätseigenschaften standen keine Herstellerunterlagen zur Verfügung; es wurden deshalb die Werte aus [Gei96, S.29 und 40f] übernommen (Tab. 4.1). Alle Komponenten in der Nut wurden als 'fest miteinander verbundene' Flächenelemente modelliert, weil nach [Gei96, S.31f und S.45f] die Modellierung der Nutverschlußkeile und der Spulenisolation als Federelemente keinen wesentlichen Einfluß auf die berechneten Eigenfrequenzen hat. Zur noch realitätsnäheren Modellierung bildet COOK [Coo95, S.118f und S.289f] Stellen mit 'Spiel' durch Federelemente mit nichtlinearer Kraft-Weg-Kennlinie nach. Für Modelle, die solche Elemente enthalten, kann jedoch keine Eigenschwingungsanalyse durchgeführt werden, aus deren Ergebnissen sich das Verhalten bei erzwungener Schwingung durch lineare Überlagerung der Moden berechnen ließe.

Tabelle 4.1 Werte der Materialparameter des Blechpakets

Baugruppe: Material ↓	Elastizitäts- modul $\frac{E}{\text{N/m}^2}$ ↓	Querkontrak- tionszahl ν ↓	Dichte $\frac{\rho}{\text{kg/m}^3}$ ↓	Abmessung in z -Richtung / m ↓
Blechpaket: Dynamoblech	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,3	7850	4,326
Nutverschlußkeile und Zwischenlagen: Hartpapier	10^{10}	0,3	2000	4,8
Spulenisolation: Epoxydharzbandagen	$5 \cdot 10^8$	0,3	1070	4,8
Wicklung: Kupferlei- ter mit Leiterisolation aus Epoxydharz- bandagen	$5 \cdot 10^{10}$	0,3	8890	4,8

Da die Modelle BOF und BMF nicht als Bestandteile vollständiger Statormodelle benutzt werden, brauchen ihre Außenkonturen nicht die Aufnahme der Keile zu ermöglichen und sind deshalb als einfache Kreislinien gestaltet (Bilder 4.3a und b). Das Modell BRF besitzt die Außenkontur des Blechschnitts nach Bild 2.5a.

Die Vernachlässigung von Blechung und Lüftungsschlitzen führt dazu, daß die von Modell BOF nachgebildete fiktive Anordnung statt der realen Eisenlänge l die um die axiale Breite der Lüftungsschlitze verringerte Eisenlänge l_B aufweist. Da Biegeschwingungen in der Längsebene von der Betrachtung ausgeschlossen sind, ist diese Näherung zulässig. Besitzt ein Modell nur eine axiale Länge, so braucht diese im FE-Programm nicht angegeben zu werden (s. Bem. in Abschn. 2.3 zum Fall „Alle Abschnitte in z -Richtung gleich lang“). Die berechneten Ergebnisse entsprechen denen einer unendlich langen Anordnung gleichen Querschnitts.

Bei der vom Modell BMF abgebildeten Anordnung hingegen treten zwei unterschiedliche axiale Längen auf: Die Abschnitte aus Dynamoblech (Joch, Zähne) besitzen die Länge l_B , alle anderen Bereiche (Wicklung, Isolation, Nutverschlußkeile) die Länge l . Die Umsetzung dieser Situation ins FE-Modell kann auf zwei verschiedene Arten geschehen:

- Umrechnung der realen Eigenschaften auf *eine* frei wählbare Bezugslänge, die dann im FE-Modell nicht mehr angegeben werden muß. Bei der Modellierung des Gehäusemantels mit Verrippung in Abschn. 5.2 wird diese Möglichkeit gewählt.
- Angabe der unterschiedlichen Abmessungen in z -Richtung (axiale Längen) nach Tab. 4.1 im FE-Programm. So geschehen beim Modell BMF.

Die Zusammensetzung einer Blechebene aus mehreren Segmenten (Bild 2.5) wird bei allen Modellen vernachlässigt. Das Blechpaket ist stets als 'freischwebend', d. h. ohne jede Einspannung oder Lagerung, angenommen.

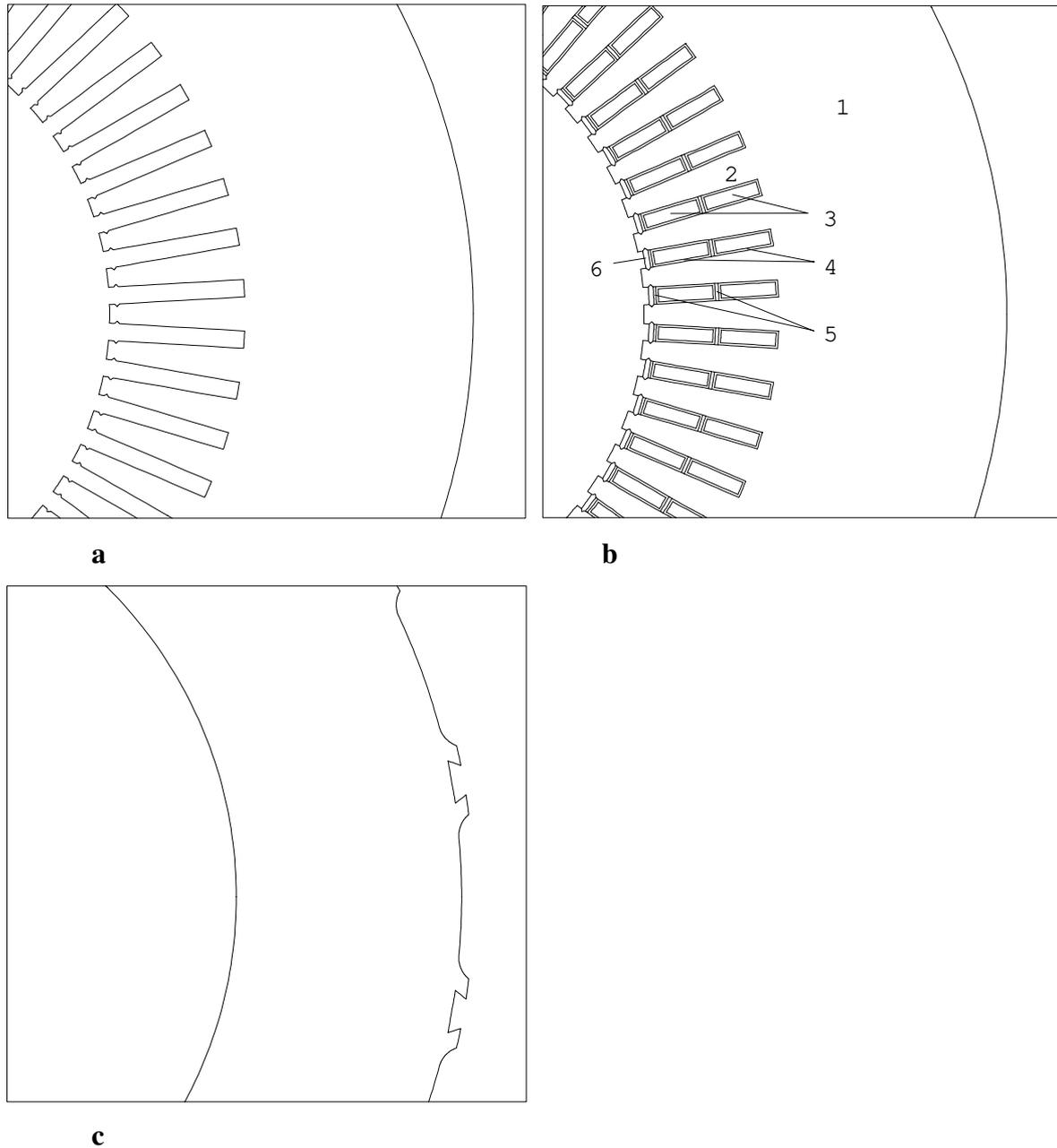


Bild 4.3 Ausschnitte aus den drei Blechpaketmodellen zur Verdeutlichung der Modellierung im Bereich der Nuten und des Anschlusses an die Keile. **a** Joch mit Zähnen (BOF), **b** Detailliertes Modell (BMF). 1: Joch, 2: Zahn, 3: Wicklung, 4: Wicklungsisolation, 5: Zwischenlagen, 6: Nutverschlußkeil, **c** Einfacher Ring (BRF).

4.2.2 Ergebnisse

Tabelle 4.2 Ergebnisse der Eigenschwingungsberechnung der Blechpaketmodelle

Modell →	BOF	BMF	BRF	BRA
	Joch mit Zähnen, FE	Detailliertes Blechpaketmodell, FE	Dicker Ring, FE	Dicker Ring, Analytisch nach Gl. (3.7) und (3.10)
Bemerkungen →	Materialdaten s. Tab. 4.1	Materialdaten s. Tab. 4.1	$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N / m}^2$, $\nu = 0,3$, $\rho = 10865 \text{ kg / m}^3$, $r_i = 0,81 \text{ m}$, $r_a = 1,2244 \text{ m}$	$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N / m}^2$, $\nu = 0,3$, $\rho = 10865 \text{ kg / m}^3$, $r_i = 0,81 \text{ m}$, $r_a = 1,2244 \text{ m}$
Mode n ↓	Eigenfrequenz f / Hz ↓	Eigenfrequenz f / Hz ↓	Eigenfrequenz f / Hz ↓	Eigenfrequenz f / Hz ↓
0	730	703	695	735
2	207	215	202	211
3	500	533	520	541
4	714	891	896	929
5	776	1244	1303	1345
6	1864	1561	1723	1773
7	2266	1831	2148	2204
8	2634	2067	2572	2634

Beim Vergleich der Eigenfrequenzen der verschiedenen Modelle ist zu beachten, daß diese zu Moden gehören, die - der unterschiedlichen Geometrien wegen - nicht unmittelbar vergleichbar sind. Bei den beiden Modellen BOF und BMF wurden die Eigenfrequenzen derjenigen Moden in die Tabelle eingetragen, bei denen der Jochaußenradius sich wie ein homogener Ring im entsprechenden Mode verhält.

Die Eigenfrequenzen der Moden $n = 0, 2, 3, 4$ und 5 der Modelle BOF und BMF bestätigen qualitativ GIRGIS Ergebnisse [Gir79]: Bezüglich des $n = 0$ -Modes wirkt die Wicklung im wesentlichen als träge Masse, die Eigenfrequenzen der Moden $n = 2, 3, 4$ und 5 weisen zusätzlich auf eine aussteifende Wirkung der Wicklung durch Behinderung der Zahn-Biegeschwingungen hin.

Für jeden Knoten des FE-Modells sind die Verschiebungen in x - und y -Richtung die Freiheitsgrade. Da die Eigenschwingungsberechnung hier dämpfungslos durchgeführt wird, sind alle Eigenvektoren reell. Sie enthalten die Verhältnisse der Knotenverschiebungen in den verschiedenen Koordinaten; es treten keine Phasenverschiebungen auf. Jeder Knoten bewegt sich längs einer Geraden um seine Ruhelage herum.

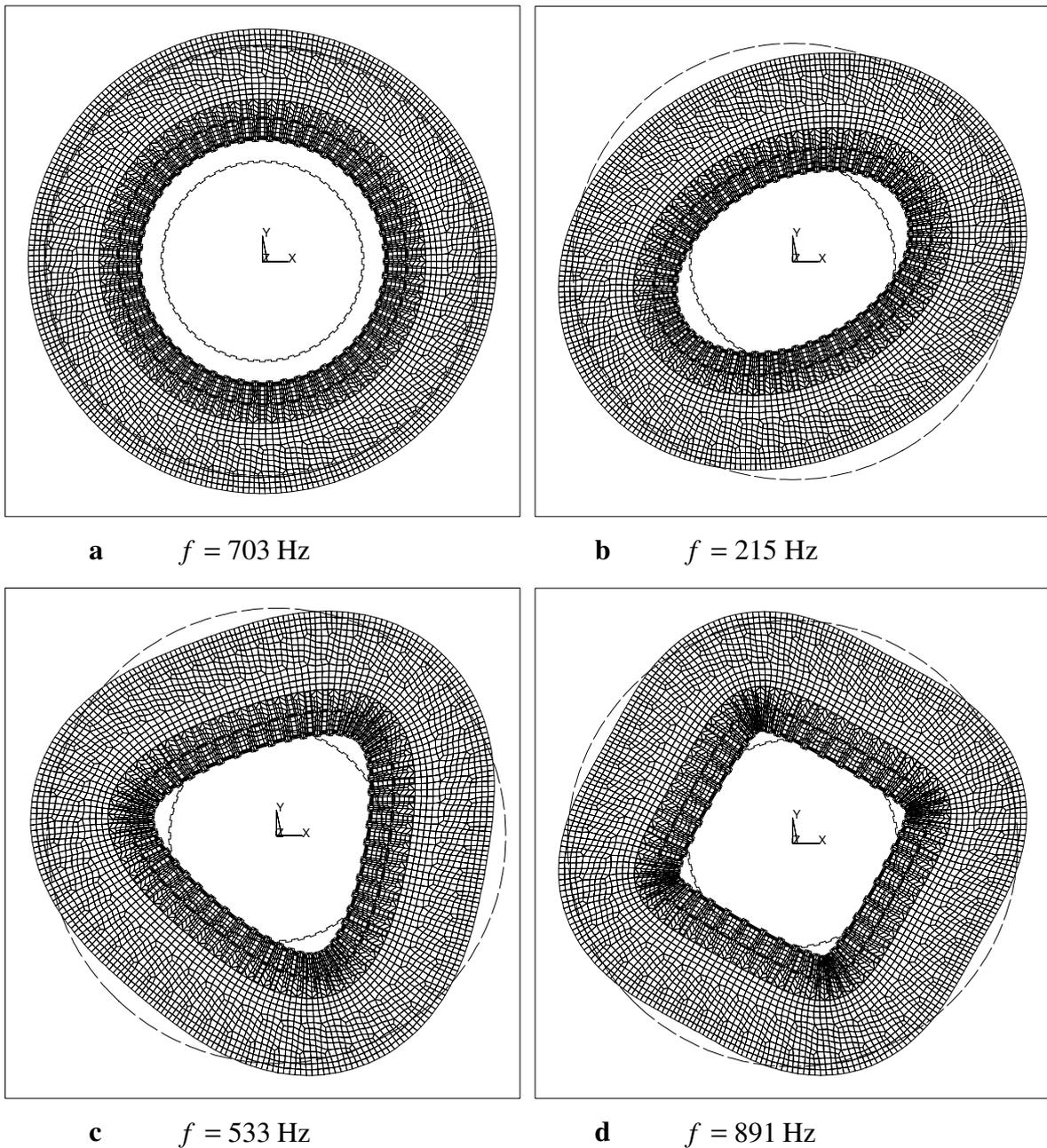


Bild 4.4 Die Teilbilder **a** bis **d** zeigen die vier tiefstfrequenten Moden $n = 0, 2, 3$ und 4 des detaillierten Blechpaketmodells (BMF) jeweils im Vergleich zur Außenkontur des unverformten Modells

Die analytisch berechneten Eigenfrequenzen der Moden $n = 0, 2, 3$ und 4 des Modells BRA weichen um weniger als 5 % von den mittels FEM berechneten Eigenfrequenzen des Modells BMF ab (Tab. 4.2). Der Aufwand einer detaillierten Modellierung und Wahl von Materialparametern lohnt sich für dieses Blechpaket deshalb nicht. Das Schwingungsverhalten wird im Frequenzbereich der vier tiefstfrequenten Moden im wesentlichen durch das in radialer Richtung verhältnismäßig dicke Joch bestimmt. Bei der FE-Modellierung des gesamten Stators wird deshalb der dicke Ring (Modell BRF) anstelle des detaillierten Blechpaketmodells (BMF) eingesetzt.

5 Gehäuse

Wegen der von Maschine zu Maschine stark variierenden konstruktiven Ausführung des Gehäuses existieren zur Berechnung von dessen Eigenverhalten kaum analytische Näherungsverfahren. Ihre Anwendung auf die hier betrachtete Maschine wird zusätzlich dadurch erschwert, daß das Gehäuse durch die Füße, die Aufstellung und die über dem Umfang nicht konstante Dichte und radiale Gehäusehöhe keine Zylindersymmetrie aufweist. In Abschn. 5.1 wird das Gehäuse ohne Blechpaket zur Abschätzung seiner niedrigsten Eigenfrequenz durch einen Kreisbogen nachgebildet (vgl. auch Abschn. 3.1.3). Unter Abschn. 5.2 wird zum Vergleich eine FE-Rechnung durchgeführt.

5.1 Berechnung der niedrigsten Gehäuse-Eigenfrequenz als Eigenfrequenz eines homogenen Kreisbogens

Das Gehäuse wird als homogener Bogen mit dem Winkel $\alpha = 240^\circ$ (schraffierter Bereich in Bild 5.1) modelliert, der an seinen Enden starr eingespannt ist. Der untere Teil des Gehäuses und die Füße werden nicht berücksichtigt.

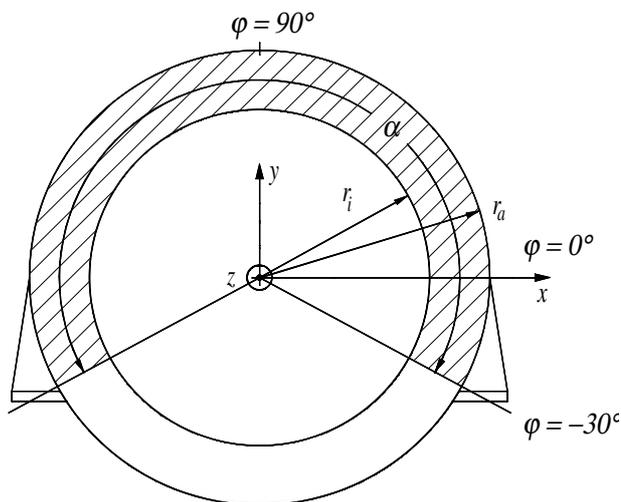


Bild 5.1 Kreisbogen-Modell für das Gehäuse mit $r_i = r_{iG} = 1,3252 \text{ m}$, $r_a = r_{aG} = 1,84 \text{ m}$,
 $E = \frac{2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2}{10,9}$, $\rho = 1033 \text{ kg/m}^3$ und $l = l_G = 8,19 \text{ m}$

Die analytische Berechnung dieser Anordnung nach dem unter Abschn. 3.1.3 vorgestellten Verfahren trägt die Kurzbezeichnung GBA, die FE-Berechnung heißt GBF. Die

gewählten Werte für Dichte und Elastizitätsmodul ergeben sich durch Mittelung der für die Bereiche $-30^\circ < \varphi < +90^\circ$ gültigen Werte der beiden letzten Spalten von Tab. 5.2.

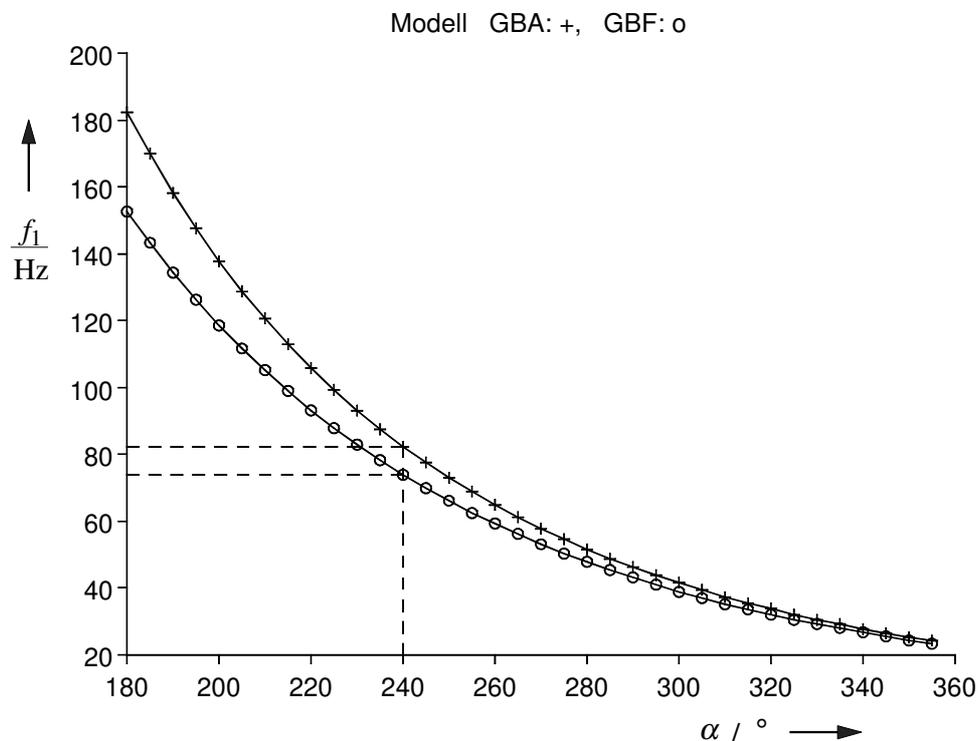


Bild 5.2 Vergleich zwischen den Ergebnissen von analytischer (GBA) und FE-Berechnung (GBF) der niedrigsten Eigenfrequenz des homogenen Kreisbogens mit starr eingespannten Enden. Markiert sind die Ergebnisse für den vorliegenden Fall $\alpha = 240^\circ$.

Auf analytischem Wege erhält man aus Bild 3.5 und Gl. (3.15) für die niedrigste Bogen-Eigenfrequenz den auch in Bild 5.2 markierten Wert

$$f_1 = \frac{1}{2\pi r_0^2} \cdot \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \cdot q_1(\alpha = 240^\circ, \theta = 1,35) = 40,8 \text{ Hz} \cdot 2,02 = 82,4 \text{ Hz}.$$

Die zum Vergleich durchgeführte FE-Berechnung desselben Bogens (GBF) liefert 74 Hz (Bild 5.2); für die verschiedenen Gehäusemodelle nach Abschn. 5.2 wurden mittels FEM Eigenfrequenzen von 83 Hz (Modell G1F), 79 Hz (Modell G2F) und 71 Hz (Modell G9F) ermittelt (Bild 5.13).

Dabei ist zu bemerken: Die Berechnung von in radialer Richtung ‘dicken’ Bögen nach der Theorie reiner Biegung liefert stets höhere Werte für die Eigenfrequenzen als die FE-Berechnung, da der zur Vernetzung der FE-Modelle benutzte Elementtyp (PLANE82) zusätzlich Schub und Drehträgeit berücksichtigt. Außerdem ist die radiale Höhe des realen Gehäuses im Bereich der Einspannstellen geringer als die für das Modell GBA angenommene mittlere Gehäusehöhe und die tatsächliche Einspannung nicht so starr wie

für das Modell unterstellt. Das reale Gehäuse ist biegeweicher als das benutzte Bogenmodell und besitzt deshalb niedrigere Eigenfrequenzen.

Obwohl der analytisch am Bogenmodell (GBA) berechnete Wert für die niedrigste Gehäuse-Eigenfrequenz wegen seiner erheblichen Abweichung von den Ergebnissen der FE-Berechnungen nur als grober Anhaltswert betrachtet werden kann, ist diese Abschätzung der vielerorts üblichen Berechnung des Gehäuses als freischwebender Ring vorzuziehen. Für Winkel $\alpha > 218^\circ$ liefert letztere Methode nämlich noch fehlerhaftere Werte, weil in

diesem Bereich $q_{2,\text{voll}} = \frac{n(n^2 - 1)}{\sqrt{n^2 + 1}} \Big|_{n=2} = 2,7 > q_1(\theta = 1,35)$ (vgl. Gl. (3.11) mit Bild 3.5)

gilt.

5.2 Finite-Elemente-Berechnung der Eigenschwingungen des Gehäuses

Für das Gehäuse wurden insgesamt drei FE-Modelle erstellt. Im folgenden (Abschn. 5.2.1) werden zunächst die allen Gehäusemodellen gemeinsamen Eigenschaften, anschließend unter den Abschnitten 5.2.2 bis 5.2.4 die jeweiligen Besonderheiten vorgestellt und die Ergebnisse der Eigenschwingungsberechnung (Abschn. 5.2.5) erläutert.

5.2.1 Gemeinsamkeiten der verschiedenen Gehäusemodelle

Jedes Gehäusemodell besteht aus den jeweils zweiteiligen Füßen und einer durch zwei exzentrisch angeordnete Kreislinien begrenzten Fläche, im folgenden ‘Gehäusemantel mit Verrippung’ genannt. Im Gegensatz zum ‘frei schwebenden’ Blechpaket ist das Gehäuse an seinen Fuß-Unterteilen starr eingespannt (Bild 5.3).

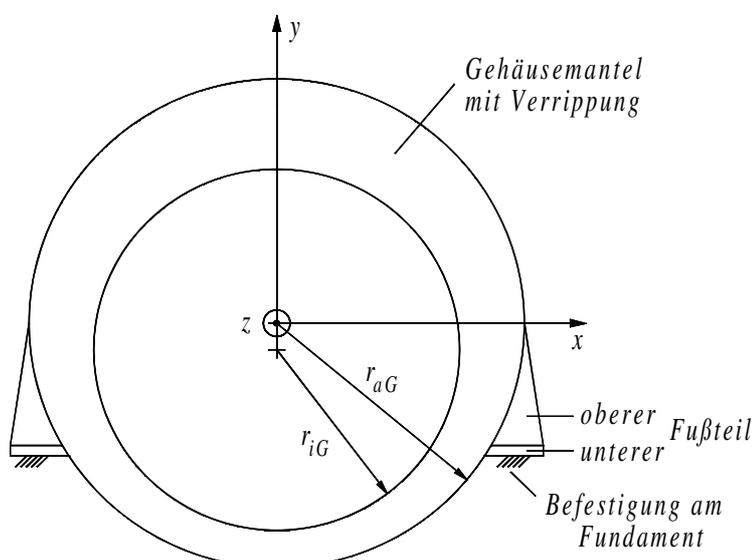


Bild 5.3 Gemeinsamkeiten der verschiedenen Gehäusemodelle

Nach dieser Festlegung der Modellgeometrie müssen die Werte der Materialparameter der einzelnen Komponenten so gewählt werden, daß letztere annähernd die gleiche Masse und Biegesteifigkeit bezüglich der z -Achse wie die entsprechenden Abschnitte der realen Maschine aufweisen.

Füße. Den unteren Teil der Füße bildet eine massive Stahlplatte, lediglich geschwächt durch die Befestigungslöcher zur Verschraubung der Maschine mit dem Fundament. Der obere Teil der Füße repräsentiert die radial-tangential ausgedehnten Rippen, die in Bild 2.1 zu sehen sind. Unter ‘Abmessung in z -Richtung’ ist in Tabelle 5.1 diejenige Höhe eingetragen, welche der Stapel der zugeschnittenen, unmittelbar aufeinander liegenden, für eine Maschinenseite bestimmten Bleche vor dem Schweißen aufweist.

Tabelle 5.1 Materialeigenschaften der Fußteile

Fußteil	Elastizitätsmodul $\frac{E}{\text{N/m}^2}$	Querkontraktionszahl ν	Dichte $\frac{\rho}{\text{kg/m}^3}$	Abmessung in z -Richtung / m
↓	↓	↓	↓	↓
oberer	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,3	7850	0,45
unterer	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,3	7850	8,19

Gehäusemantel mit Verrippung. Das FE-Modell des Gehäusemantels mit Verrippung (Längsschnitt s. Bild 5.4c) besteht aus nur einer, durch zwei exzentrisch angeordnete Kreislinien begrenzten Fläche (Querschnitt s. Bild 5.3). Als einheitliche Modelllänge wird die reale axiale Länge $l_G = 8,19$ m gewählt. (Um Mißverständnisse bezüglich der Hilfsgröße ‘axiale Länge’ des eigentlich ebenen Modells zu vermeiden, sei nochmals auf die Bemerkungen aus Abschn. 2.3 verwiesen.)

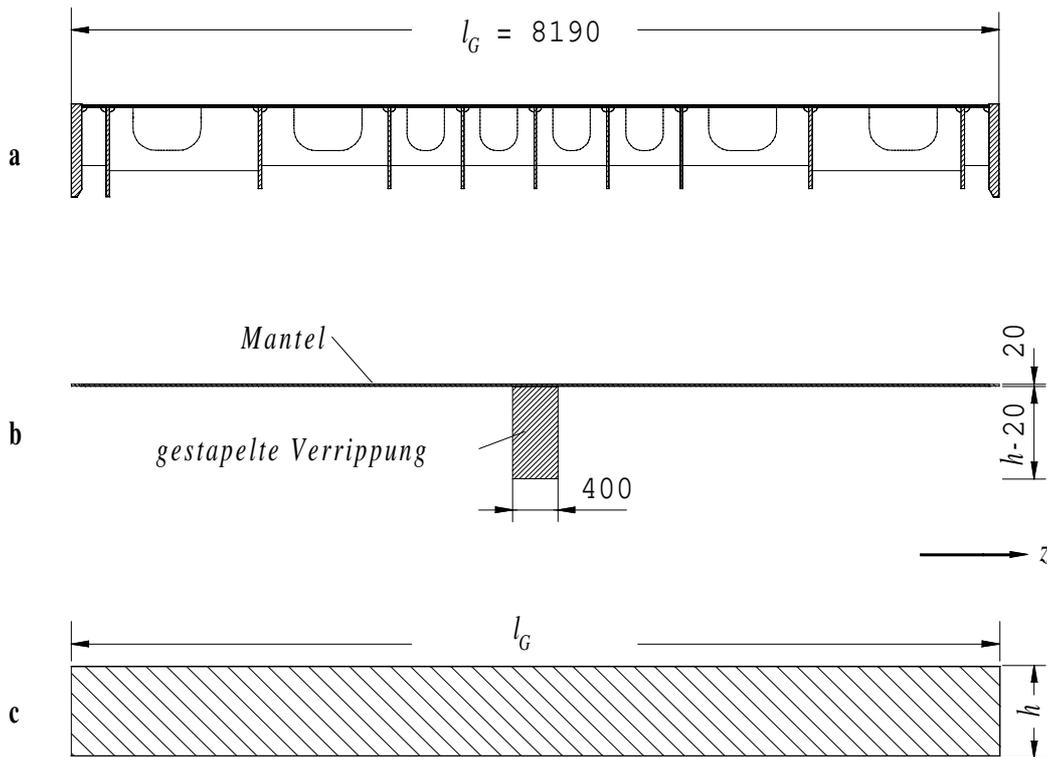


Bild 5.4 **a** Längsschnitt durch den oberen Gehäusebereich der realen Maschine (Ausschnitt aus Bild 2.2), **b** Zusammengefaßte, bezüglich der Biegung um die z -Achse träge Flächen der realen Maschine, **c** Längsschnitt durch den oberen Bereich des FE-Modells des Gehäusemantels mit Verrippung

Das FE-Modell des Gehäusemantels mit Verrippung enthält im vergleichbaren Längsschnitt wesentlich mehr und anders verteiltes Material als die reale Maschine. Damit FE-Modell und reales Gehäuse die gleiche Biegesteifigkeit aufweisen, müssen die unterschiedlichen Flächenträgheitsmomente der in den Bildern 5.4b und 5.4c dargestellten Längsschnitte durch die Wahl des Modell-Elastizitätsmoduls zu

$$E_{\text{modell}} I_{zz, \text{modell}} = E_{\text{real}} I_{zz, \text{real}} \Rightarrow E_{\text{modell}} = \frac{I_{zz, \text{real}}}{I_{zz, \text{modell}}} \cdot E_{\text{real}} \quad (5.1)$$

angeglichen werden. Dieser ‘Umweg’ über die Änderung des Modell-Elastizitätsmoduls ist erforderlich, weil die FE-Modelle aller Einzelkomponenten (Blechpaket, Kopplung, Gehäuse) des Maschinenstators annähernd die wahren Außenabmessungen besitzen, damit Einspannung, Kopplung und Anregung der Struktur möglichst realitätsgetreu abgebildet werden können. Da das FE-Programm die Flächenträgheitsmomente direkt aus den eingegebenen Modellgeometrien berechnet, besteht nach deren Festlegung keine Möglichkeit zur Einflußnahme auf die Flächenträgheitsmomente mehr. Die Biegesteifigkeit EI ist jedoch separat von der Geometrie über den Materialparameter E einstellbar.

Von den in Gl. (5.1) auftretenden Größen ist $E_{\text{real}} = E_{\text{Stahl}} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ bekannt und $I_{zz, \text{modell}}$ wird im folgenden berechnet. $I_{zz, \text{real}}$ und E_{modell} werden in den Abschnitten 5.2.2 bis 5.2.4 am jeweils betrachteten Modell ermittelt.

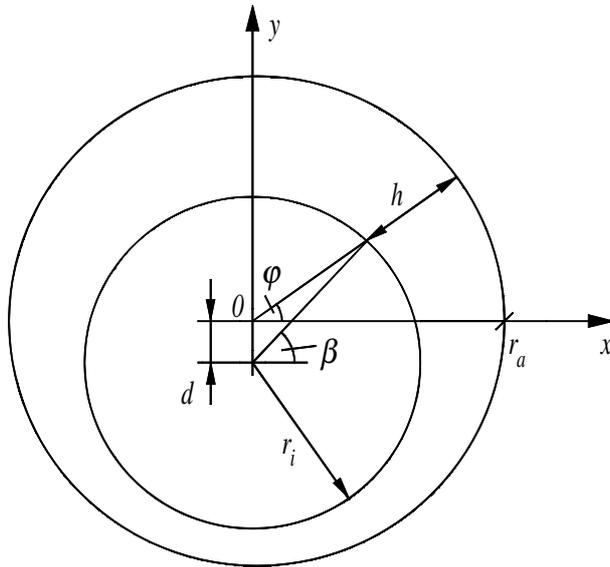


Bild 5.5 Skizze zur Ermittlung der allen Modellen gemeinsamen radialen Gehäusehöhe $h(\varphi)$

Zur Bestimmung des Flächenträgheitsmomentes $I_{zz, \text{modell}}(\varphi)$ wird zunächst die radiale Gehäusehöhe h in Abhängigkeit von der Stelle φ am Umfang ermittelt. Sie ergibt sich mit

$$\beta(\varphi) = \varphi + \arcsin\left(\frac{d}{r_i} \cdot \sin(90^\circ + \varphi)\right) \quad (5.2)$$

zu

$$h(\varphi) = r_a - r_i \cdot \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(90^\circ + \varphi)} = r_a - r_i \cdot \frac{\sin\left[90^\circ - \varphi - \arcsin\left(\frac{d}{r_i} \cdot \sin(90^\circ + \varphi)\right)\right]}{\sin(90^\circ + \varphi)}. \quad (5.3)$$

Hier ist für den Versatz des Blechpaketmittelpunktes gegenüber dem Gehäusemittelpunkt $d = 0,2 \text{ m}$ und für Innen- und Außenradius des Gehäuses $r_{iG} = 1,3252 \text{ m}$ bzw. $r_{aG} = 1,84 \text{ m}$ einzusetzen. Es ergeben sich radiale Gehäusehöhen zwischen $h(\varphi = -90^\circ) = r_{aG} - r_{iG} - d = 0,3 \text{ m}$ und $h(\varphi = +90^\circ) = r_{aG} - r_{iG} + d = 0,7 \text{ m}$. Im FE-Modell verläuft die Schwerachse durch die jeweilige Mitte des Längsschnittes (Bild 5.4c) und man erhält das Gehäuse-Flächenträgheitsmoment zu

$$I_{zz, \text{modell}}(h) = \frac{l_G}{12} \cdot h^3 = \frac{8,19 \text{ m}}{12} \cdot h^3 = 0,6825 \text{ m} \cdot h^3. \quad (5.4)$$

Damit das reale Gehäuse und sein FE-Modell auch in ihren Massebelägen übereinstimmen, wird die Dichte des Modells, unter der Annahme abschnittsweise homogener Massenverteilung, für jeden Abschnitt zu

$$\rho_{\text{modell}} = \frac{m_{\text{real}}}{V_{\text{modell}}}. \quad (5.5)$$

berechnet.

Das geschilderte Verfahren der Übertragung der realen Gehäuseeigenschaften auf das FE-Modell wird bei den drei im folgenden vorgestellten Gehäuse-Modellen jeweils in der gleichen Weise angewendet. Die Modelle unterscheiden sich nur in der Anzahl der Abschnitte am Umfang des Gehäusemantels mit Verrippung für die jeweils ein Umrechnungsfaktor für E und ρ ermittelt wird und damit in der Genauigkeit der Modellierung.

5.2.2 Gehäusemodell mit konstantem Elastizitätsmodul und Dichte (G1F)

Bei diesem Modell (G1F) wird für den gesamten Gehäusemantel mit Verrippung *nur jeweils ein Wert* für den Elastizitätsmodul und die Dichte angenommen. Dies ist gleichbedeutend mit der Vernachlässigung des lokalen Einflusses der Kühler und der radial-axial ausgedehnten Versteifungen (nicht schraffierte Flächen in Bild 5.4a).

Die über dem Umfang konstante Dichte berechnet sich zu

$$\rho_{\text{modell}} = \frac{m_M + m_K}{\pi(r_{aG}^2 - r_{iG}^2)l_G} = 1018 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \quad (5.6)$$

Das Flächenträgheitsmoment bezüglich einer zur z -Achse parallelen Achse *in halber radialer Gehäusehöhe* nach Bild 5.4b erhält man zu

$$I_{zz,\text{real}}(h) = \frac{8,19 \text{ m}}{3} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} \right)^3 - \left(\frac{h}{2} - 0,02 \text{ m} \right)^3 \right] + \frac{0,4 \text{ m}}{3} \cdot \left[\left(\frac{h}{2} \right)^3 + \left(\frac{h}{2} - 0,02 \text{ m} \right)^3 \right] \quad (5.7)$$

Damit die Biegesteifigkeiten von Maschine und Modell in dem angegebenen Bereich radialer Gehäusehöhen $0,3 \text{ m} \leq h \leq 0,7 \text{ m}$ näherungsweise übereinstimmen, muß

$$E_{\text{modell}} = E_{\text{real}} / \left(\frac{I_{zz,\text{modell}}(h)}{I_{zz,\text{real}}(h)} \right) = E_{\text{real}} / 7,3 \quad (5.8)$$

gewählt werden.

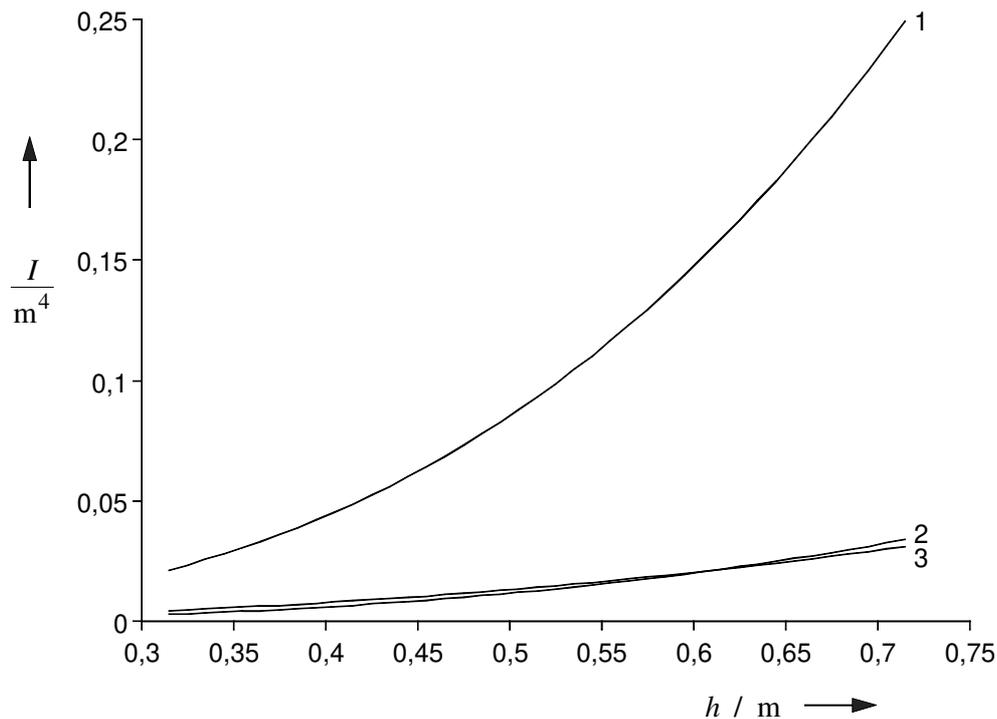


Bild 5.6 Verlauf der Flächenträgheitsmomente über der radialen Gehäusehöhe h . 1: unkorrigiertes Modell nach Gl. (5.4), 2: korrigiertes FE-Modell des Gehäuses und 3: reales Gehäuse nach Gl. (5.7)

Der Umrechnungsfaktor 7,3 ist der arithmetische Mittelwert des Verhältnisses der beiden Kurven 1 und 3 aus Bild 5.6. Wendet man den Umrechnungsfaktor nicht auf den Elastizitätsmodul sondern auf das Flächenträgheitsmoment des Gehäusemodells an, so erhält man ein fiktives Flächenträgheitsmoment (Kurve 2 in Bild 5.6), welches dem realen schon recht nahekommt.

Da die Schwerachse des realen Längsschnitts wesentlich weiter außen als in diesem Abschnitt bei der Aufstellung von Gl. (5.7) angenommen liegt (vgl. Bild 5.10), wird hier mit einem zu großen Flächenträgheitsmoment für den realen Gehäusemantel mit Verrippung gerechnet, was zu große Werte für die Eigenfrequenzen zur Folge hat. Andererseits werden die Eigenfrequenzen durch die, in der zweidimensionalen Modellierung unumgängliche, Vernachlässigung der aussteifenden Wirkung der Lagerschilde zu niedrig berechnet. Da sich die Wirkungen der beiden Fehler gegenseitig teilweise aufheben, liefert diese Näherung trotz des einfachen Ansatzes insgesamt recht genaue Ergebnisse.

5.2.3 Gehäusemodell unter zusätzlicher Berücksichtigung der Kühler (G2F)

Bei diesem Modell werden für den gesamten Gehäusemantel mit Verrippung *zwei Elastizitätsmoduln und zwei Dichtewerte* berechnet, und zwar je ein Wert für den Bereich der Kühler und den restlichen Mantel, indiziert mit 'K' bzw. 'M'.

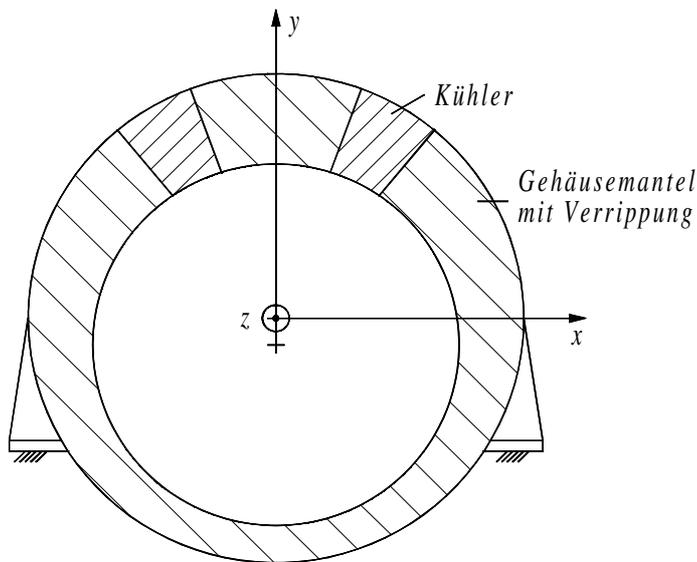


Bild 5.7 Gehäusemodell mit Kühlern (G2F)

Die Kühler befinden sich in den Bereichen $50^\circ \leq \varphi \leq 70^\circ$ und $110^\circ \leq \varphi \leq 130^\circ$ am Umfang des Gehäusemantels. Zu ihrer Berücksichtigung wird die Masse des Gehäusemantels mit Verrippung m_M mit der konstanten Dichte

$$\rho_{\text{modell},M} = \frac{m_M}{\pi(r_{aG}^2 - r_{iG}^2)l_G} = 935 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (5.9)$$

am Umfang verteilt. Im Bereich der Kühler wird zusätzlich die Kühlermasse $m_K = 3500 \text{ kg}$ - das entspricht rund 10 % von m_M - verteilt, wodurch sich die Dichte dort auf

$$\rho_{\text{modell},K} = 1525 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (5.10)$$

erhöht.

Gemittelt über die tangentielle Breite eines Kühlerabschnitts erhält man aus Bild 5.8 das Flächenträgheitsmoment bezüglich *der radialen Mitte* dieses Längsschnitts zu

$$I_{zz,\text{real},K} = 0,022464 \text{ m}^4. \quad (5.11)$$

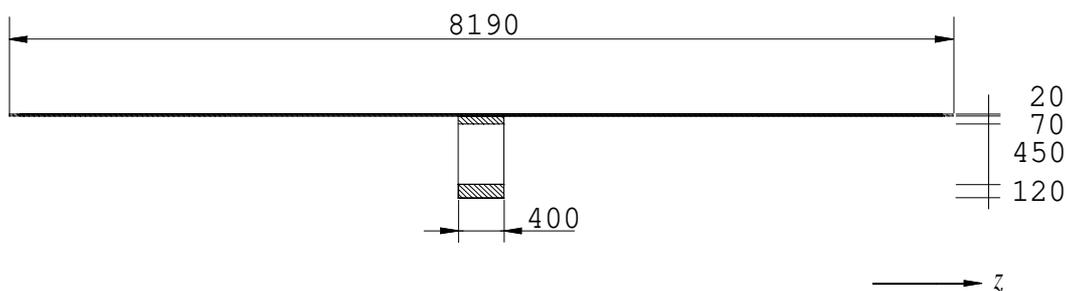


Bild 5.8 Zusammengefaßte, bezüglich der Biegung um die z -Achse träge Flächen der realen Maschine im Bereich der Kühler

Damit die Biegesteifigkeiten von Maschine und Modell im Bereich der Kühler näherungsweise übereinstimmen, muß dort

$$E_{\text{modell},K} = E_{\text{real},K} / 10 \quad (5.12)$$

gewählt werden. Für den Bereich außerhalb der Kühler wird das unter Abschn. 5.2.2 ermittelte Verhältnis von $E_{\text{modell},M} = E_{\text{real},M} / 7,3$ angenommen.

5.2.4 Gehäusemodell mit abschnittsweise konstantem Elastizitätsmodul und Dichte (G9F)

Die Dichteverteilung wird wie in Abschn. 5.2.3 gewählt (insgesamt zwei verschiedene Dichtewerte am Umfang).

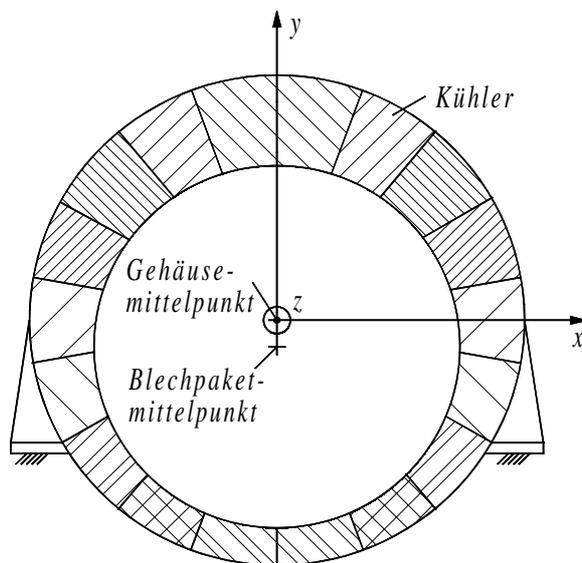


Bild 5.9 Detailliertes Gehäusemodell (G9F)

Zur Übertragung des Flächenträgheitsmomentes vom realen Gehäuse auf das Modell G9F wird der Gehäusemantel mit Verrippung in 18 Abschnitte von jeweils 20° tangentialer Winkellänge unterteilt. Aufgrund der Symmetrie der Anordnung zur y -Achse werden für diese Abschnitte 9 verschiedene mittlere Flächenträgheitsmomente $I_{zz,\text{real}}(h)$ bezüglich der zur z -Achse parallelen jeweiligen *Schwerachse* berechnet, d. h. für in Bild 5.9 gleichartig schraffierte Gehäuse-Abschnitte gilt jeweils ein Umrechnungsfaktor. Durch den für die Gehäuse-Aussteifung dominanten Einfluß der zylindrischen Gehäuse-Außenhaut liegt der Radius der Schwerachse nahe an der Gehäuse-Außenkontur (Bild 5.10).

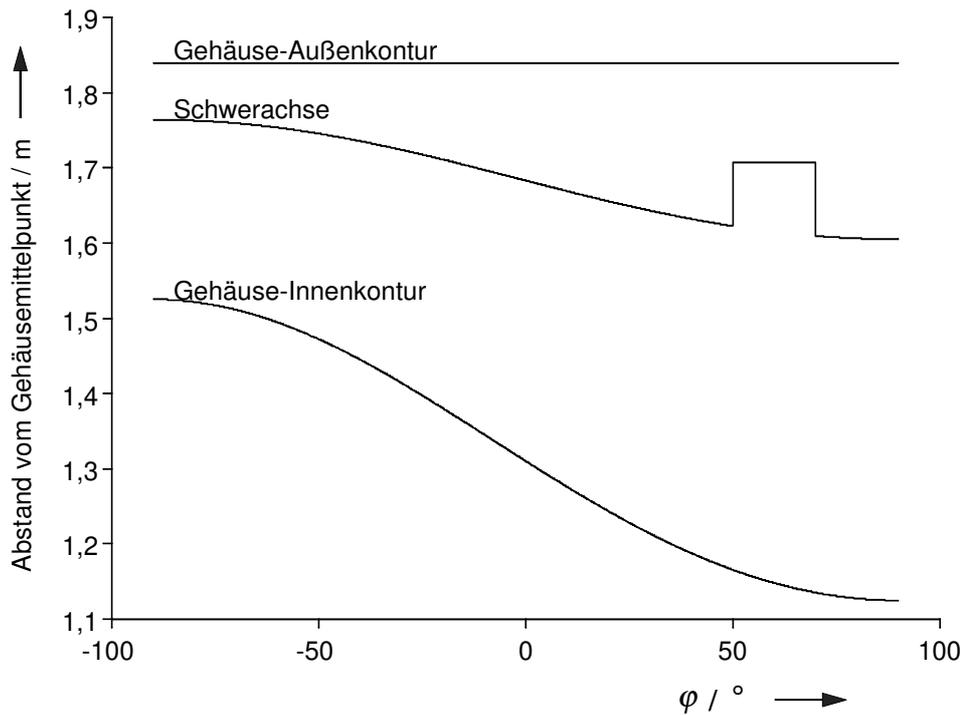


Bild 5.10 Abstand der Schwerachse des jeweiligen Gehäuselängsschnitts vom Gehäusemittelpunkt. Der konstante Wert im Bereich $50^\circ \leq \varphi \leq 70^\circ$ (Kühler) ergibt sich durch Mittelung.

Die neun Umrechnungsfaktoren $\frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{modell}}} = \left(\frac{I_{zz,\text{modell}}(h)}{I_{zz,\text{real}}(h)} \right)$ sind in der letzten Spalte von

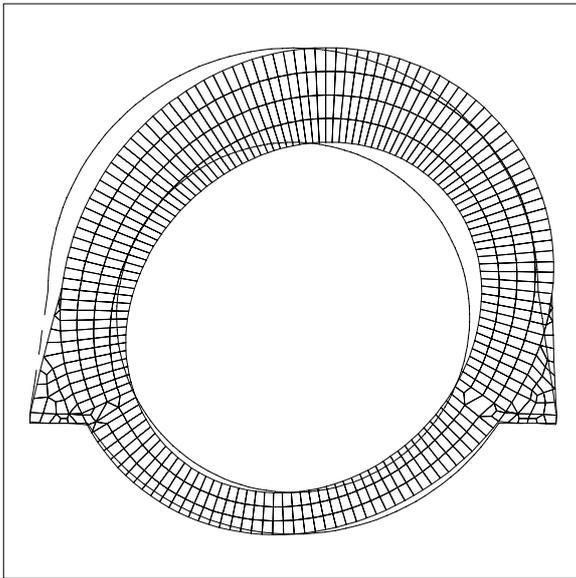
Tabelle 5.2 aufgeführt.

Tabelle 5.2 Zusammenfassung der Eigenschaften der verschiedenen Gehäusemodelle

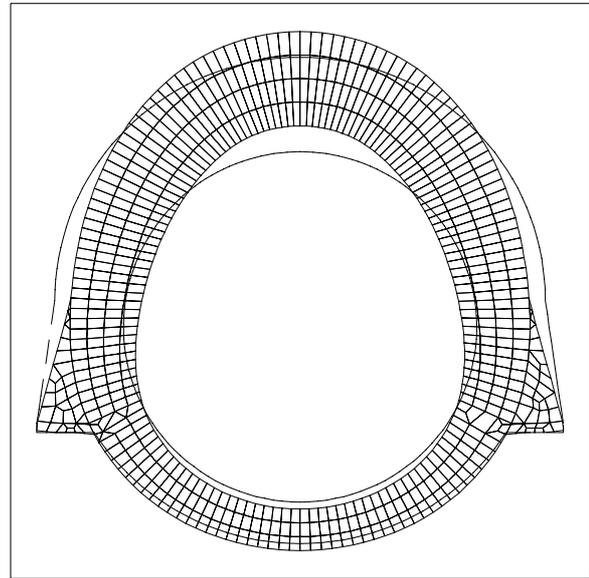
Modell →	G1F		G2F		G9F				
	Dichte $\frac{\rho}{\text{kg/m}^3}$ ↓	$\frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{modell}}}$ ↓	Dichte $\frac{\rho}{\text{kg/m}^3}$ ↓	$\frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{modell}}}$ ↓	Dichte $\frac{\rho}{\text{kg/m}^3}$ ↓	$\frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{modell}}}$ ↓			
$-90^\circ < \varphi \leq -70^\circ$	1018	7,3	935	7,3	935	8,3			
$-70^\circ < \varphi \leq -50^\circ$						8,5			
$-50^\circ < \varphi \leq -30^\circ$						8,8			
$-30^\circ < \varphi \leq -10^\circ$						9,1			
$-10^\circ < \varphi \leq +10^\circ$						9,4			
$+10^\circ < \varphi \leq +30^\circ$						9,7			
$+30^\circ < \varphi \leq +50^\circ$						10,0			
$+50^\circ < \varphi \leq +70^\circ$						1525	10,0	1525	17,0
$+70^\circ < \varphi \leq +90^\circ$						935	7,3	935	10,2

5.2.5 Ergebnisse

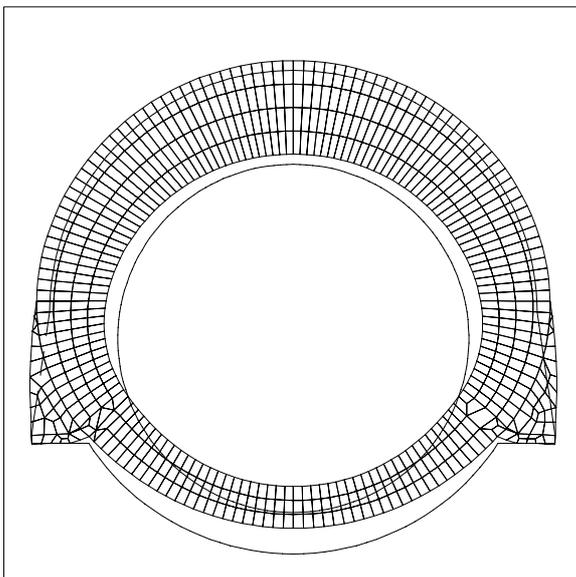
Die Eigenfrequenzen und -formen der Gehäusemodelle G1F, G2F und G9F unterscheiden sich trotz der unterschiedlichen Dichte- und Steifigkeitsverteilungen am Umfang nur wenig.



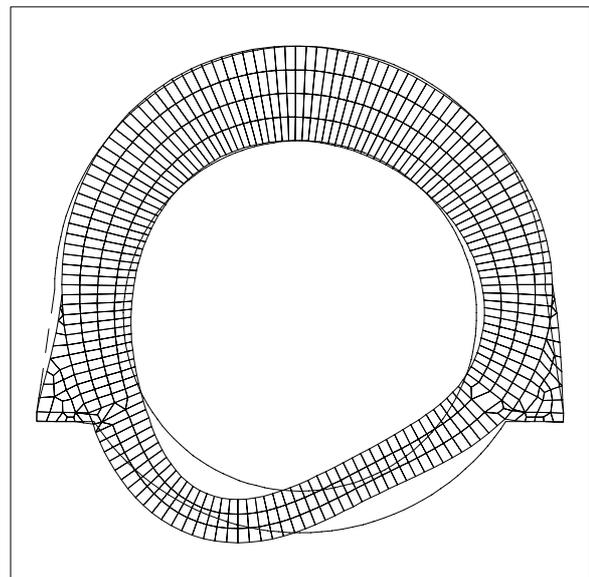
a $f = 71 \text{ Hz}$



b $f = 187 \text{ Hz}$



c $f = 261 \text{ Hz}$



d $f = 274 \text{ Hz}$

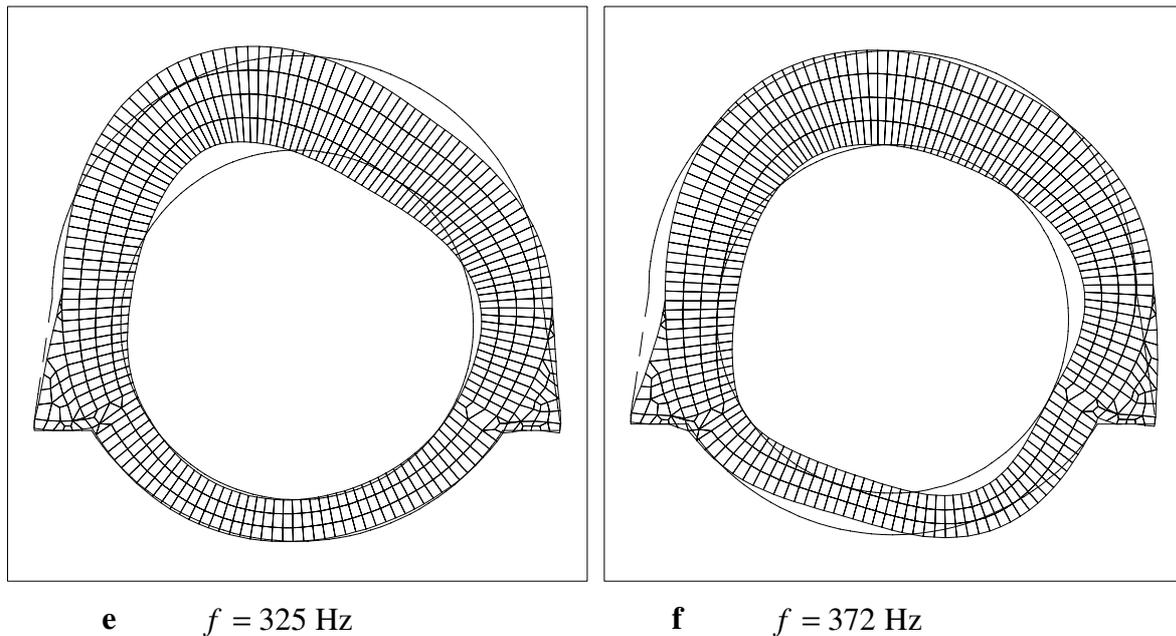


Bild 5.11 Die ersten sechs Moden des Gehäusemodells G9F sortiert nach von **a** bis **f** zunehmender Eigenfrequenz jeweils im Vergleich zur Außenkontur des unverformten Modells. Der relative Elastizitätsmodul (s. u.) beträgt hier 100 %.

Um den Einfluß der Biegesteifigkeiten der Gehäusemodelle auf die Eigenfrequenzen zu bestimmen, werden stellvertretend für die Biegesteifigkeiten die Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen variiert. Die Eigenschaften der Füße und die Einspannung bleiben unverändert wie unter Abschn. 5.2.1 angegeben. Zur Durchführung der Parametervariation wird die Größe *relativer Elastizitätsmodul* eingeführt: Ein relativer Gehäuse-Elastizitätsmodul von 150 % bedeutet beispielsweise, daß die Elastizitätsmoduln der einzelnen Modell-Abschnitte des Gehäusemantels mit Verrippung jeweils mit dem Faktor 1,5 multipliziert werden.

Eine reale Änderung der Biegesteifigkeit, d. h. der Ein- oder Ausbau von Versteifungen, bringt stets eine Änderung der Gesamtmasse und evtl. der Massenverteilung am Umfang mit sich. Kap. 7 wird zeigen, daß Stelle und Art des Einbaus sowie die Menge des zusätzlichen Materials einen erheblichen Einfluß auf die Höhe der tatsächlich erzielbaren Eigenfrequenzänderungen besitzen. Trotzdem wurden in den Kapiteln 5 und 6 Gesamtmasse und Massenverteilung bei der Variation des Elastizitätsmoduls stets konstant gehalten ('ceteris paribus'). Auf diese Weise konnte auf die Formulierung unsicherer Hypothesen über die Menge und Platzierung des zur Erzielung einer bestimmten Biegesteifigkeit zusätzlich erforderlichen Materials verzichtet werden.

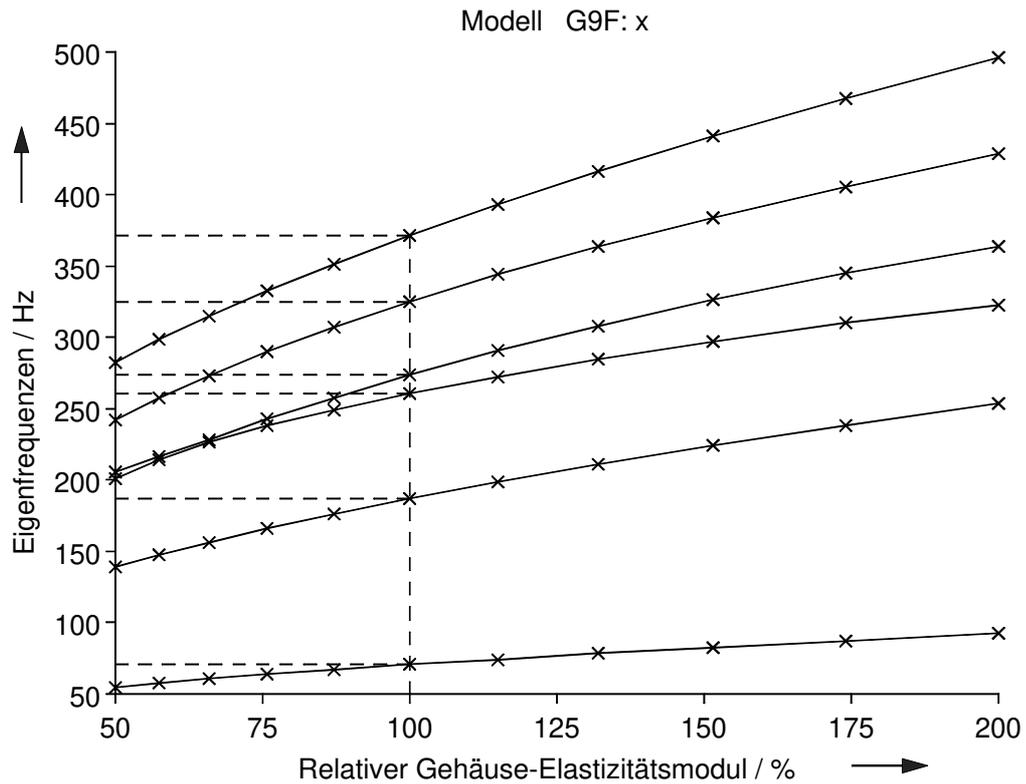


Bild 5.12 Eigenfrequenzen der ersten sechs Moden des Gehäusemodells G9F in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln des Gehäusemantels mit Verrippung. Markiert sind die zu Bild 5.11 gehörigen Frequenzwerte.

Da der qualitative Verlauf der Eigenfrequenzen der einzelnen Moden über den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen bei den drei Modellen (Tab. 5.2) gleich ist, wird auf die ausführliche Darstellung der Ergebnisse für die Modelle G1F und G2F verzichtet. In den folgenden Bildern werden nur die jeweils niedrigsten Eigenfrequenzen der drei Modelle verglichen.

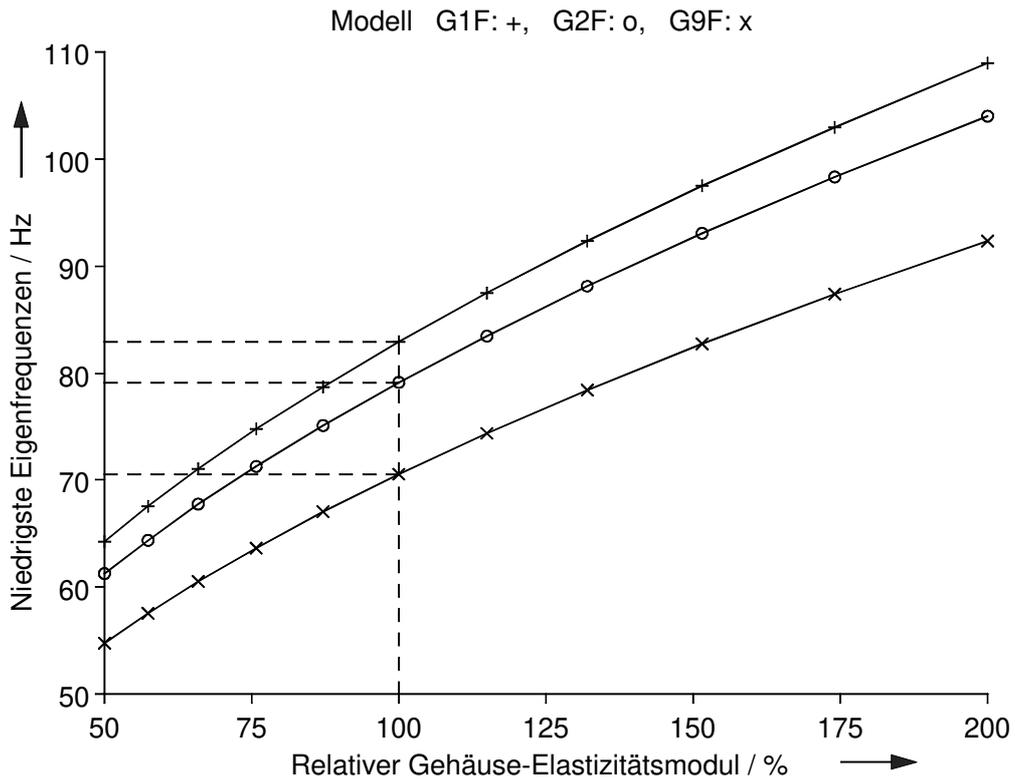


Bild 5.13 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Gehäusemodelle in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen - absolute Werte. Markiert sind die Werte G1F: 83 Hz, G2F: 79 Hz und G9F: 71 Hz bei einem relativen Gehäuse-Elastizitätsmodul von 100 % .

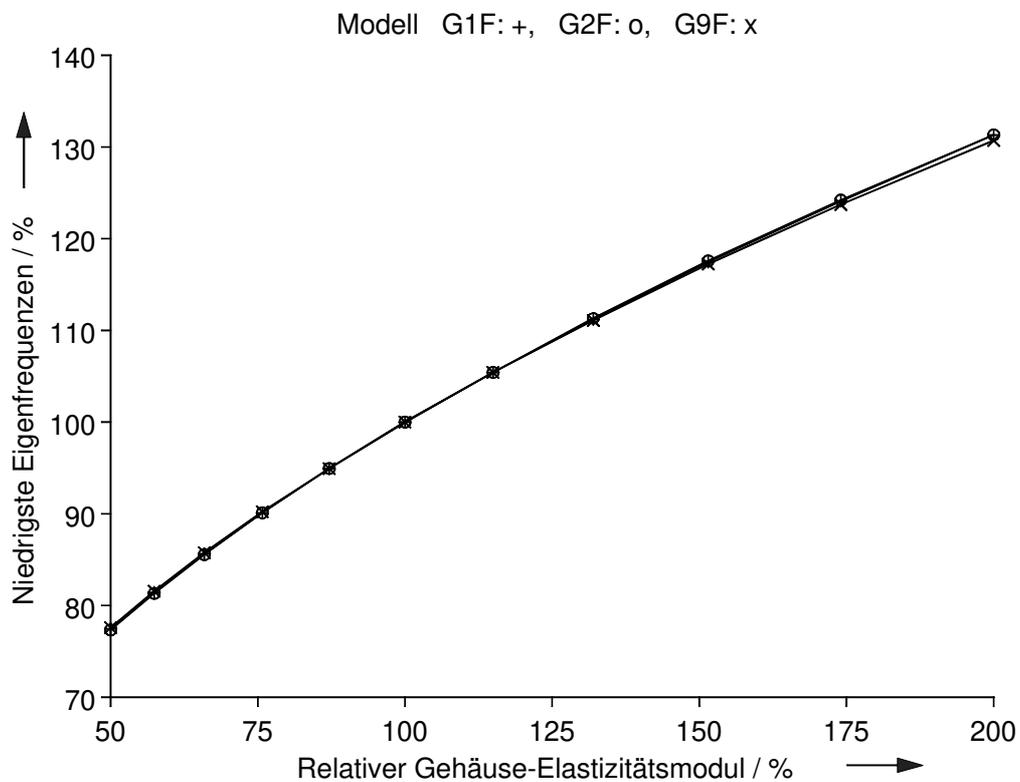


Bild 5.14 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Gehäusemodelle in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen - Werte in % bezogen auf die Frequenzwerte bei einem relativen Gehäuse-Elastizitätsmodul von 100 %

Die prozentuale Änderung der niedrigsten Eigenfrequenz mit den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen ist bei allen drei Modellen gleich groß - in Bild 5.14 ist nur eine Kurve erkennbar. Die absoluten Werte sind aufgrund der unterschiedlichen Biegesteifigkeiten leicht verschieden (Bild 5.13). Eine - hier nicht überprüfbare - eventuelle Abweichung des Modellverhaltens von dem des realen Gehäuses ist also für alle drei Modelle ungefähr gleich groß.

Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse für erzwungene Schwingungen des gesamten Stators ohne und mit Verstärkungs-Halbringen (Kap. 6 bzw. 7) zeigt jedoch, daß die Benutzung von Modell G9F für das Gehäuse bei der Modellierung des gesamten Stators zum kleinsten Fehler führt. Es wird deshalb im folgenden mit Modell G9F gerechnet; zur Orientierung sind gelegentlich auch die Ergebnisse bei Verwendung von G1F und G2F angegeben.

6 Unsaniertes Stator

Zur näherungsweise analytischen Berechnung seiner Eigenfrequenzen wird der unsanierte Stator unter Abschn. 6.1 als dicker Ring (Blechkpaket) mit biegeweicher Zusatzmasse (Gehäuse) und unter Abschn. 6.2 durch einen Zweimassenschwinger nachgebildet. Am letztgenannten Modell lassen sich prinzipielle Zusammenhänge verdeutlichen, z. B. die Lage der Resonanzfrequenzen einer gekoppelten Anordnung bezogen auf die Eigenfrequenzen der beteiligten Komponenten in Abhängigkeit von der Koppelsteifigkeit sowie das Phänomen der Schwingungstilgung. Aussagekräftigere Zahlenwerte liefert die FE-Berechnung von Eigen- und erzwungenen Schwingungen des Stators in Abschn. 6.3.

6.1 Berechnung der Stator-Eigenfrequenzen als Eigenfrequenzen eines Blechkpakets mit Zusatzmasse

Als Modell für den Maschinenstator, d. h. Blechkpaket mit Gehäuse, diene in diesem Abschnitt ein dickwandiger Ring mit den Abmessungen und der statischen Biegesteifigkeit des Jochs und der Masse des gesamten Stators. Mit $r_i = r_N = 0,81 \text{ m}$, $r_a = r_{aB} = 1,2244 \text{ m}$,

$$l = l_B = 4,326 \text{ m}, \quad \rho = \frac{m_B + m_G + m_T}{V_J} = 15400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad E = E_{\text{Stahl}} = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N / m}^2 \quad \text{und}$$

$\nu = 0,3$ erhält man nach Gl. (3.7) und Gl. (3.10) die in Tabelle 6.1 aufgeführten Eigenfrequenzen.

Tabelle 6.1 Ergebnis der analytischen Eigenschwingungsberechnung des Statormodells

Mode n	→	0	2	3	4	5	6	7	8
Eigenfrequenz f / Hz	→	617	178	454	780	1129	1489	1852	2213

Die Eigenfrequenz des $n = 2$ -Modes dieses Statormodells ist wesentlich größer als 120 Hz. Unter der Annahme, daß der reale Stator eine Eigenfrequenz in der Nähe von 120 Hz besitzt, folgt daraus, daß die steifigkeitsverringende Wirkung des Gehäuses in dieser Modellvorstellung nicht in ausreichendem Maße berücksichtigt wird.

In Gl. (3.10) für die Eigenfrequenzen $f_{n \geq 2}$ steht die Dichte ρ im Nenner des Radikanden. Damit die Eigenfrequenz der Vierknotenschwingung von 211 Hz (nur Blechkpaketmodell BRA nach Tab. 4.2) auf 120 Hz für den gesamten Stator sinkt, müßte hier die Dichte

von $\rho = 10865 \text{ kg/m}^3$ (Tab. 4.2) auf $\rho_{\text{neu}} = \left(\frac{211 \text{ Hz}}{120 \text{ Hz}}\right)^2 \cdot 10865 \text{ kg/m}^3 = 33592 \text{ kg/m}^3$

steigen und damit die Masse von Gehäuse und Kopplung auf $\rho_{\text{neu}} V_J - m_B = 260473 \text{ kg}$, d. h. das 5-fache des realen Wertes. Diese Überlegungen verdeutlichen, daß der Einfluß der Steifigkeiten von Kopplung und Gehäuse bei der Abschätzung der Schwingungseigenschaften des gesamten Stators nicht vernachlässigt werden kann.

6.2 Ein phänomenologischer Erklärungsversuch mittels eines Zweimassenschwingers

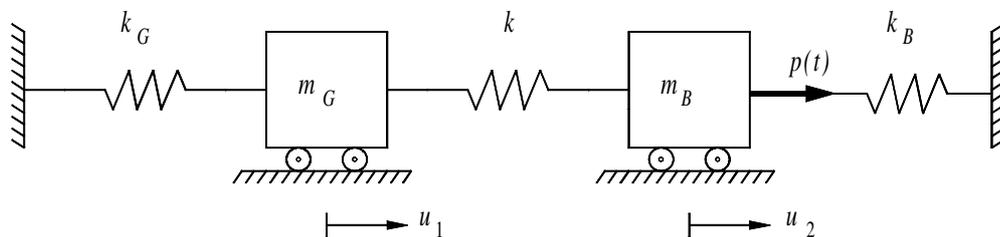


Bild 6.1 Schwingungstechnisches Ersatzschaltbild eines Maschinenstators. k_G , m_G und k_B , m_B beschreiben das Schwingungsverhalten des Gehäuses mit Kühlern bzw. des Blechpakets mit Wicklung jeweils als Einfreiheitsgradsystem; $k > 0$ bildet die Kopplung zwischen Gehäuse und Blechpaket nach.

6.2.1 Eigenschwingungen

Kräftegleichgewichte an den Massen m_G und m_B liefern die Bewegungsgleichung für das in Bild 6.1 dargestellte System in matrizieller Form zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_G & 0 \\ 0 & m_B \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{u}}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_G + k & -k \\ -k & k_B + k \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ p(t) \end{bmatrix}}_{\vec{p}(t)}. \quad (6.1)$$

Als Eigenlösungen werden die Lösungen

$$\vec{u}(t) = \vec{u}_e \cdot e^{\lambda t} \quad (6.2)$$

des homogenen DGl.-Systems

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{u}}(t) + \mathbf{K}\vec{u}(t) = \vec{0} \quad (6.3)$$

bezeichnet. Die linear unabhängigen Vektoren \vec{u}_e heißen Eigenvektoren oder -formen, die imaginärwertigen Skalare λ Eigenwerte. Da \mathbf{M} hier nichtsingulär ist, führt das Einsetzen von Gl. (6.2) in Gl. (6.3) und die Substitution $\lambda^2 = -\mu$ auf das Gleichungssystem

$$\left[\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} - \mu \mathbf{I} \right] \vec{u}_e = \vec{0}, \quad (6.4)$$

welches formal Gl. (A2) im Anhang entspricht. Gl. (A.4) liefert hier

$$\mu_{1,2} = \frac{m_G(k+k_B) + m_B(k+k_G)}{2m_B m_G} \pm \sqrt{\frac{[m_G(k+k_B) + m_B(k+k_G)]^2}{4m_B^2 m_G^2} - \frac{k_B k_G + k(k_B + k_G)}{m_B m_G}} \quad (6.5)$$

und Gl. (A.6)

$$\vec{u}_{e1,2} = \frac{1}{\sqrt{\left(\mu_{1,2} - \frac{k+k_B}{m_B} \right)^2 / \left(\frac{-k}{m_B} \right)^2 + 1}} \cdot \left[\begin{array}{c} \left(\mu_{1,2} - \frac{k+k_B}{m_B} \right) / \left(\frac{-k}{m_B} \right) \\ 1 \end{array} \right] \quad (6.6)$$

Die Rücksubstitution $\lambda_{1,2,3,4} = \pm j\sqrt{\mu_{1,2}}$ liefert vier Eigenwerte, von denen je zwei konjugiert komplex zueinander sind, so daß es eigentlich nur zwei Eigenkreisfrequenzen

$$\omega_{e1} = \sqrt{\mu_1} \quad \text{und} \quad \omega_{e2} = \sqrt{\mu_2} \quad (6.7a, b)$$

gibt. Die allgemeine, noch nicht an die Anfangsbedingungen angepaßte Lösung von Gl. (6.3) lautet damit [Gas87, S.137]

$$\vec{u}(t) = \left(C_1 \cdot e^{j\omega_{e1}t} + C_2 \cdot e^{-j\omega_{e1}t} \right) \cdot \vec{u}_{e1} + \left(C_3 \cdot e^{j\omega_{e2}t} + C_4 \cdot e^{-j\omega_{e2}t} \right) \cdot \vec{u}_{e2}. \quad (6.8)$$

6.2.2 Erzwungene Schwingungen

Mit der harmonischen, am Blechpaket angreifenden Erregerkraft $p(t) = P \cdot e^{j\omega t}$ erhält WEIS [Wei66] für den in Bild 6.1 dargestellten Zweimassenschwinger harmonische Verschiebungsfunktionen $u_1(t) = U_1 \cdot e^{j\omega t}$ und $u_2(t) = U_2 \cdot e^{j\omega t}$. Da die Anordnung dämpfungslos ist, werden hier statt Amplituden die reellen, nicht unbedingt positiven Koeffizienten P , U_1 und U_2 benutzt. In matrizieller Darstellung ergibt sich

$$\left[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} \right] \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_G + k - \omega^2 m_G & -k \\ -k & k_B + k - \omega^2 m_B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

und daraus die Nachgiebigkeitsfunktionen von Blechpaket

$$F_B(\omega) = \frac{U_2}{P} = \frac{k_G + k - \omega^2 m_G}{(k_G + k - \omega^2 m_G) \cdot (k_B + k - \omega^2 m_B) - k^2} \quad (6.10)$$

und Gehäuse

$$F_G(\omega) = \frac{U_1}{P} = \frac{k}{(k_G + k - \omega^2 m_G) \cdot (k_B + k - \omega^2 m_B) - k^2} \quad (6.11)$$

sowie deren Verhältnis

$$F_{B/G}(\omega) = \frac{F_B(\omega)}{F_G(\omega)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{k_G + k - \omega^2 m_G}{k} = 1 + \frac{k_G}{k} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_G} \right)^2 \right] \quad (6.12)$$

mit der Kennkreisfrequenz $\omega_G = \sqrt{k_G / m_G}$ des Gehäuses. Die Größen $F_{B/G}(\omega)$ und $F_{G/B}(\omega) = 1 / F_{B/G}(\omega)$ sind Maße für die schwingungstilgende Wirkung von Gehäuse bzw. Blechpaket. Für die Erregerkreisfrequenz

$$\omega_t = \sqrt{\frac{k + k_G}{m_G}} = \omega_G \sqrt{1 + \frac{k}{k_G}} > \omega_G \quad (6.13)$$

wird der Schwingungskoeffizient des Blechpakets U_2 und damit auch $F_{B/G}(\omega)$ zu Null (Tilgung der Blechpaketschwingung durch die Wirkung des Gehäuses). In diesem Fall beträgt die dynamische Nachgiebigkeit des Gehäuses $F_G(\omega_t) = -1/k$. Durch die Nullstelle bei ω_t in der Nachgiebigkeitsfunktion nach Gl. (6.10) kann die Blechpaketschwingung für Anregungsfrequenzen $\omega > \omega_G$ durch die Wahl der Koppelfedersteifigkeit zu

$$k = k_G \left[\left(\frac{\omega}{\omega_G} \right)^2 - 1 \right] \quad (6.14)$$

vollständig getilgt werden, was für die Gehäuseschwingung nicht gelingt. Aus

$$|F_{G/B}(\omega)| = \left| \frac{k}{k_G} \cdot \frac{\omega_G^2}{\omega_t^2 - \omega^2} \right| > 1 \quad \text{für} \quad \omega_G < \omega < \omega_G \sqrt{1 + 2 \frac{k}{k_G}} \quad (6.15)$$

liest man ab, daß nur in einem schmalen Kreisfrequenzbereich um ω_G herum die Auslenkung des Gehäuses größer als die des Blechpakets ist. Da aber Gl. (6.11) keine Nullstelle besitzt, kann die Gehäuseamplitude nicht zu Null eingestellt werden. Allgemeiner ausgedrückt: Bei einem Zweimassenschwinger nach Bild 6.1 kann immer nur die Amplitude derjenigen Masse zu Null eingestellt werden, an der die Erregung angreift.

Resonanzen treten bei den positiven Nullstellen

$$\omega_r = \sqrt{\frac{m_G(k + k_B) + m_B(k + k_G)}{2m_B m_G} \pm \sqrt{\frac{[m_G(k + k_B) + m_B(k + k_G)]^2}{4m_B^2 m_G^2} - \frac{k_B k_G + k(k_B + k_G)}{m_B m_G}}} \quad (6.16)$$

der Nenner von $F_G(\omega)$ und $F_B(\omega)$ auf. Wie für den dämpfungslosen Fall erwartet, entsprechen die Resonanzkreis- den Eigenkreisfrequenzen nach Gl. (6.7). Ihre 'Mitte'

$$\omega_m = \sqrt{\frac{m_G(k + k_B) + m_B(k + k_G)}{2m_B m_G}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\omega_G^2 \left(1 + \frac{k}{k_G} \right) + \omega_B^2 \left(1 + \frac{k}{k_B} \right) \right]} \quad (6.17)$$

liegt stets über der niedrigeren der beiden Kennkreisfrequenzen der Einzelsysteme, in diesem Fall ω_G . Es ist deshalb ein Fall denkbar, bei dem die eine Resonanzfrequenz zwischen

ω_G und ω_B und die andere oberhalb von ω_B liegt. Erstere könnte die Ursache der Schwingneigung des betrachteten Turbogenerators sein.

6.2.3 Ergebnisse

Im folgenden wird das Zweimassenschwingermodell numerisch mit den Daten des betrachteten Turbogenerators ausgewertet. Die Größen k_G und k_B werden aus den Massen und Eigenfrequenzen der jeweils tiefstfrequenten Eigenform von Gehäuse und Blechpaket mit Wicklung bestimmt. Die Kopplung wird, wie in Bild 6.1, als masselos angenommen.

Tabelle 6.2 Eigenschaften der Komponenten des Zweimassenschwingers

Komponente ↓	Eigenfrequenz ↓	Masse ↓	Federsteifigkeit ↓
Blechpaket mit Wicklung	$f_B = 215$ Hz (Modell BMF)	$m_B = 124488$ kg	$k_B = 2,27 \cdot 10^{11}$ N / m
Gehäuse mit Kühlern	$f_G = 71$ Hz (Modell G9F)	$m_G = 47440$ kg	$k_G = 9,44 \cdot 10^9$ N / m

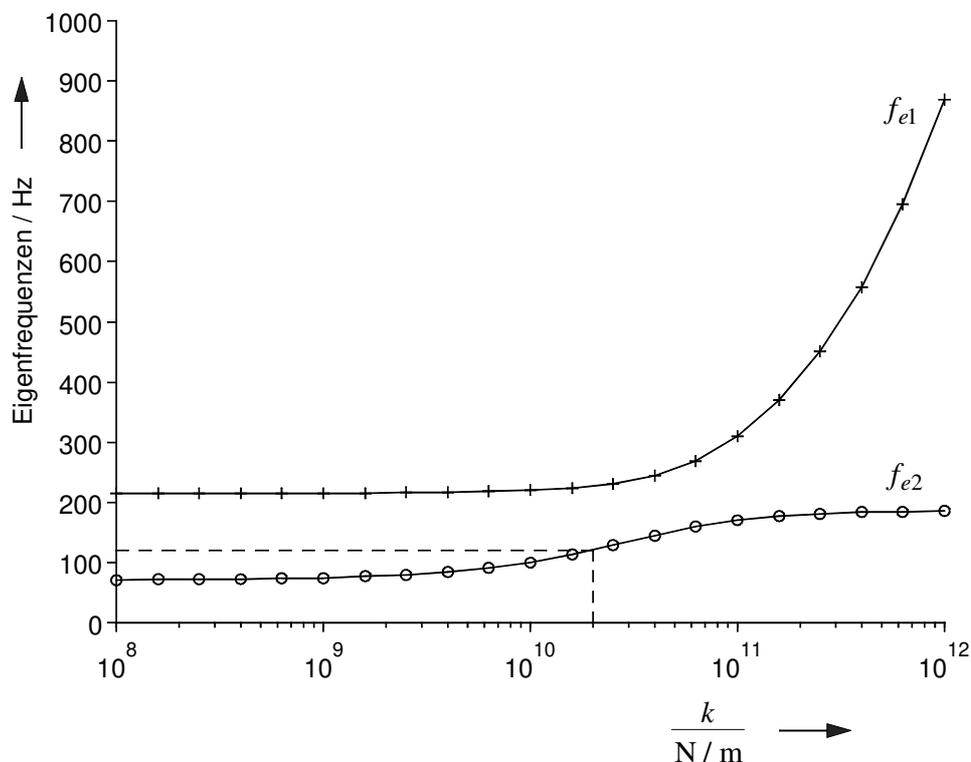


Bild 6.2 Eigen- oder Resonanzfrequenzen $f_{e1,2} = \omega_{e1,2} / 2\pi$ des Zweimassenschwingers in Abhängigkeit von der Koppelfedersteifigkeit k . Markiert ist der Punkt $f^* = f_{e2}(k^* = 2 \cdot 10^{10} \text{ N / m}) = 120$ Hz.

Beide Eigenvektoren (vgl. Abschn. 6.2.1) haben die Form $\vec{u}_e = [u_1 \quad u_2]^T$. In Bild 6.3 ist jeweils die erste Koordinate u_1 bezogen auf die zweite u_2 in Abhängigkeit von der Koppelfedersteifigkeit k dargestellt. Um beide Verhältnisse in einem Bild darstellen zu können, mußte das Verhältnis $\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}_1$ mit -1 multipliziert werden. An diesem Vorzeichen erkennt man, daß \vec{u}_{e1} der Eigenvektor der gegenphasigen und \vec{u}_{e2} der gleichphasigen Schwingung ist.

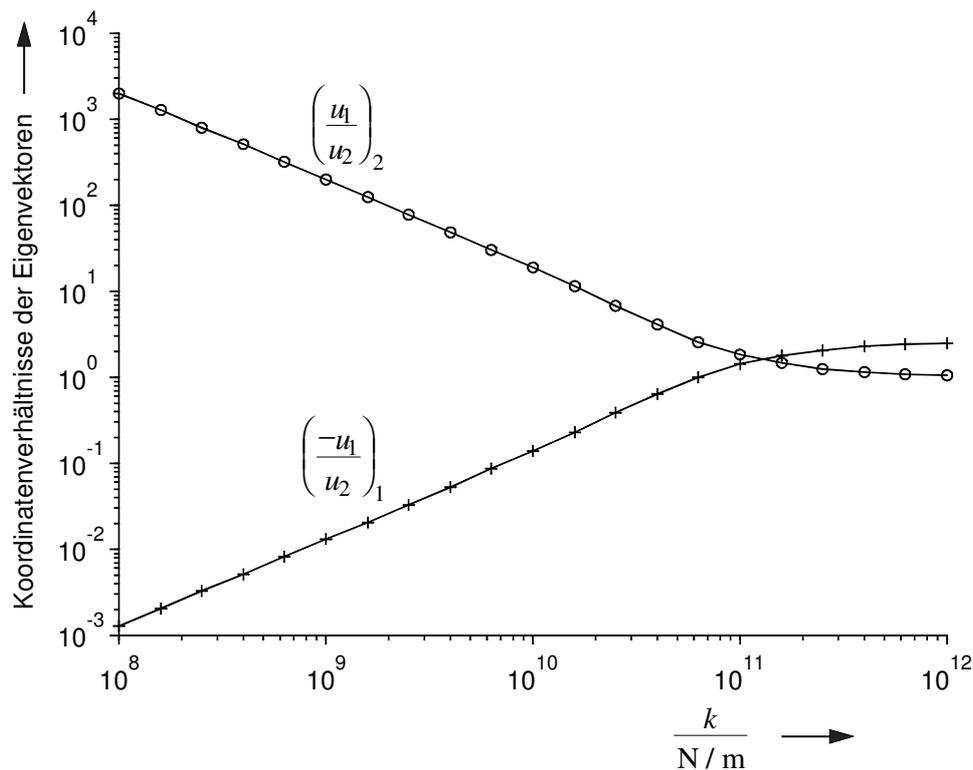


Bild 6.3 Koordinatenverhältnisse der Eigenvektoren des Zweimassenschwingers in Abhängigkeit von der Koppelfedersteifigkeit k

Für Koppelfedersteifigkeiten kleiner 10^9 N/m sind die beiden schwingenden Massen entkoppelt (Bild 6.2); die Resonanzfrequenzen liegen bei den (lokalen) Eigenfrequenzen 71 Hz und 215 Hz der einzelnen Schwinger. Erreicht die Koppelfedersteifigkeit Werte in der Nähe von 10^{10} N/m $\approx k_G$, so ‘verschmelzen’ die beiden Schwinger zu einem System mit ‘globalen’ Eigenfrequenzen. Während sich die Eigenfrequenz der gleichphasigen Schwingung f_{e2} für größere Koppelfedersteifigkeiten asymptotisch einem Wert von 185 Hz nähert, wächst die Eigenfrequenz der gegenphasigen Schwingung f_{e1} über alle Grenzen.

In einem Bereich von $0,1 k^* < k < 10 k^*$ ändert sich f_{e2} zwischen $0,65 f^* = 78 \text{ Hz}$ und $1,49 f^* = 179 \text{ Hz}$. Dieses Ergebnis legt die Vermutung nahe, daß die Resonanzerscheinung des Maschinenstators bei 120 Hz durch die Wahl einer steiferen oder loserer Kopplung hätte verhindert werden können. Die FE-Rechnung (Abschn. 6.3) bestätigt dies nicht. Sie liefert im Bereich um $f^* = 120 \text{ Hz}$ wesentlich geringere Änderungen der entsprechenden Eigenfrequenz bei einer vergleichbaren Änderung der Elastizitätsmoduln von Keilen und Keilträgern. Zu einer weiteren Analyse des vorliegenden Schwingungsproblems ist das Zweimassenschwingermodell deshalb nicht geeignet.

6.3 Finite-Elemente-Berechnungen

6.3.1 Modelle

In diesem Abschnitt werden die FE-Modelle von Blechpaket und Gehäuse über Keile und Keilträger gekoppelt zu einem Statormodell zusammengefügt. Durch Kombination des Blechpaketmodells BRF (dicker Ring) mit jeweils einem der drei Gehäusemodelle G1F, G2F und G9F (s. Abschn. 5.2) ergeben sich drei unterschiedliche Statormodelle.

Tabelle 6.3 Zusammensetzung der verschiedenen Statormodelle (Ausschnitt aus Tab. A.1 des Anhangs)

Statormodell ↓	besteht aus ↓
S1F	BRF und G1F
S2F	BRF und G2F
S9F	BRF und G9F

Für diese Statormodelle werden Eigen- (Abschn. 6.3.2) und erzwungene Schwingungen (Abschn. 6.3.3), sowie die Materialbeanspruchung in Resonanznähe (Abschn. 6.3.4) berechnet.

Blechpaket und Gehäuse werden wie in den Abschnitten 4.2 bzw. 5.2 beschrieben modelliert.

Das Modell der Kopplung hat folgende reale Anordnung abzubilden: Auf der entsprechend konstruierten Gehäuseinnenseite sind die Keilträger angeschweißt (Bilder 2.2, 2.4 und 2.6) und darauf die mit letzteren in radialer Richtung verschraubten (Schwalbenschwanz-) Keile angebracht. Das Blechpaket wurde segmentweise (Bild 2.5b) in diesen - zum Einschichten mit der Maschinenlängsachse vertikal aufgestellten - Rahmen eingelegt und unter Druck verschraubt. Das FE-Modell enthält die Keile und Keilträger mit

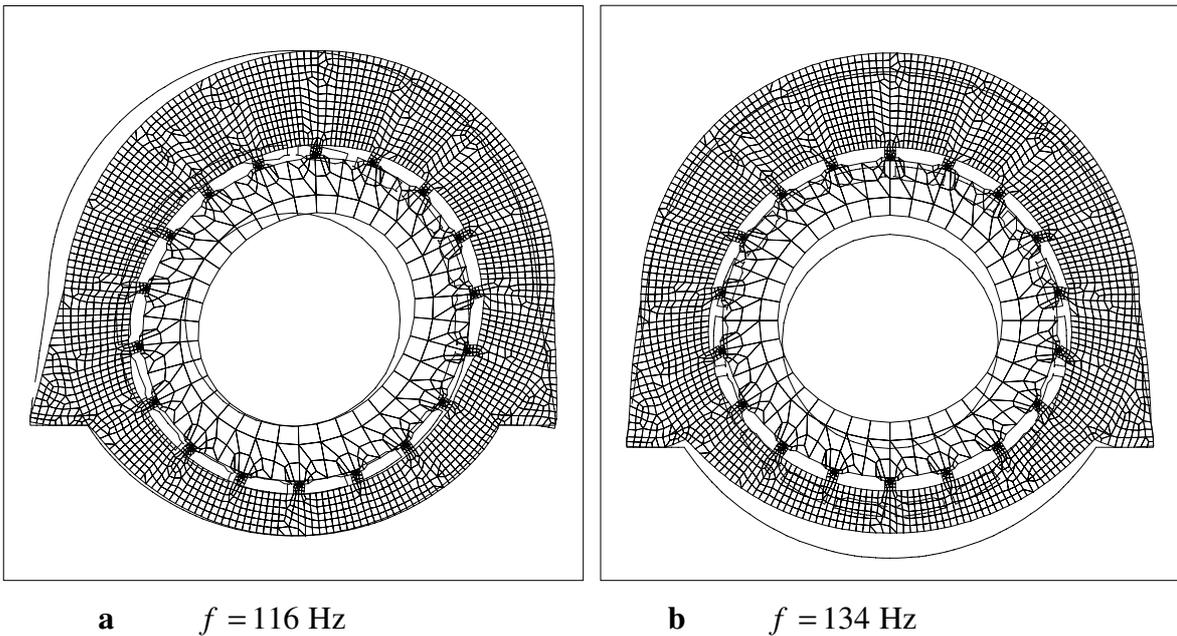
ihren wirklichen Abmessungen und Materialeigenschaften; die einzelnen Komponenten sind über gemeinsame Linien fest miteinander verbunden.

Tabelle 6.4 Materialeigenschaften der Koppелеlemente

Komponente: Material ↓	Elastizitäts- modul $\frac{E}{\text{N/m}^2}$ ↓	Querkontrak- tionszahl ν ↓	Dichte $\frac{\rho}{\text{kg/m}^3}$ ↓	Abmessung in z-Richtung / m ↓
Keile: Aluminium	$0,7 \cdot 10^{11}$	0,34	2700	4,826
Keilträger: Stahl	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,3	7850	4,86

Damit ergibt sich das FE-Modell des unsanierten Stators nach Bild 2.7.

6.3.2 Eigenschwingungen



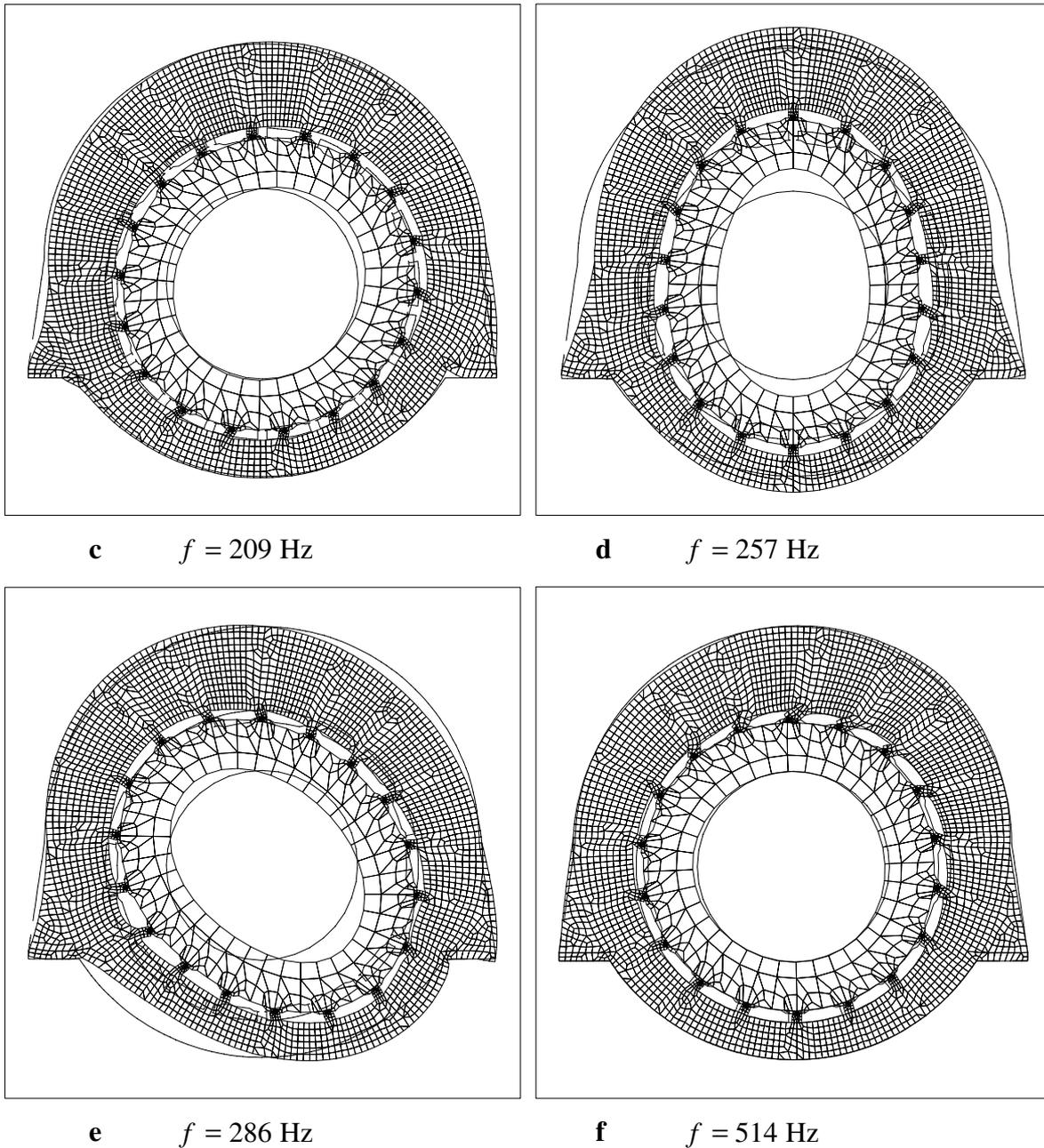


Bild 6.4 Die ersten sechs Moden des Statormodells S9F sortiert nach von **a** bis **f** zunehmender Eigenfrequenz jeweils im Vergleich zur Außenkontur des unverformten Modells, bei einem relativen Elastizitätsmodul von 100 %.

Für die Vernetzung der FE-Modelle wurde in dieser Arbeit ausschließlich der im FE-Programm ANSYS enthaltene ‘automatische Vernetzer’ benutzt. Je kleiner die Abmessungen (z. B. Keil) und je spitzer die Ecken in der Außenkontur (z. B. Blechpaketmodell oder Übergang Fußoberteil-Gehäusemantel) der zu vernetzenden Komponente sind, umso kleinere Elementgrößen müssen vorgegeben werden, damit das generierte Netz eine konvergierende Lösung ermöglicht. Auf diese Weise kommt es zu der unterschiedlich feinen Vernetzung von Blechpaket und Gehäuse in Bild 6.4.

Bild 6.4a bestätigt die unter Abschn. 2.2 geäußerte Vermutung bezüglich der *Ursache des beobachteten Schwingungsverhaltens*:

Obwohl die Vierknoten-Eigenschwingung des Blechpakets (Modell BRF) eine Eigenfrequenz von 202 Hz aufweist und die niedrigste Gehäuse-Eigenfrequenz (Modell G9F) bei 71 Hz liegt, schwingt das gekoppelte System (Modell S9F) bei einer Frequenz von 116 Hz in einer Eigenform, an der Merkmale der genannten Eigenformen der Einzelkomponenten wiederzuerkennen sind. Zur Vermeidung von Resonanzerscheinungen am gekoppelten System bei einer bestimmten Anregungsfrequenz reicht es deshalb nicht aus, die Eigenfrequenzen der einzelnen Komponenten 'relativ weit von der Anregungsfrequenz entfernt zu halten'.

Im folgenden wird der Einfluß der Biegesteifigkeiten von Kopplung und Gehäuse auf die Eigenfrequenzen des gesamten Stators untersucht. Dazu werden (analog zu Abschn. 5.2.5) die Elastizitätsmoduln von Keilen, Keilträgern und Gehäusemänteln mit Verrippungen der Statormodelle S1F, S2F und S9F variiert.

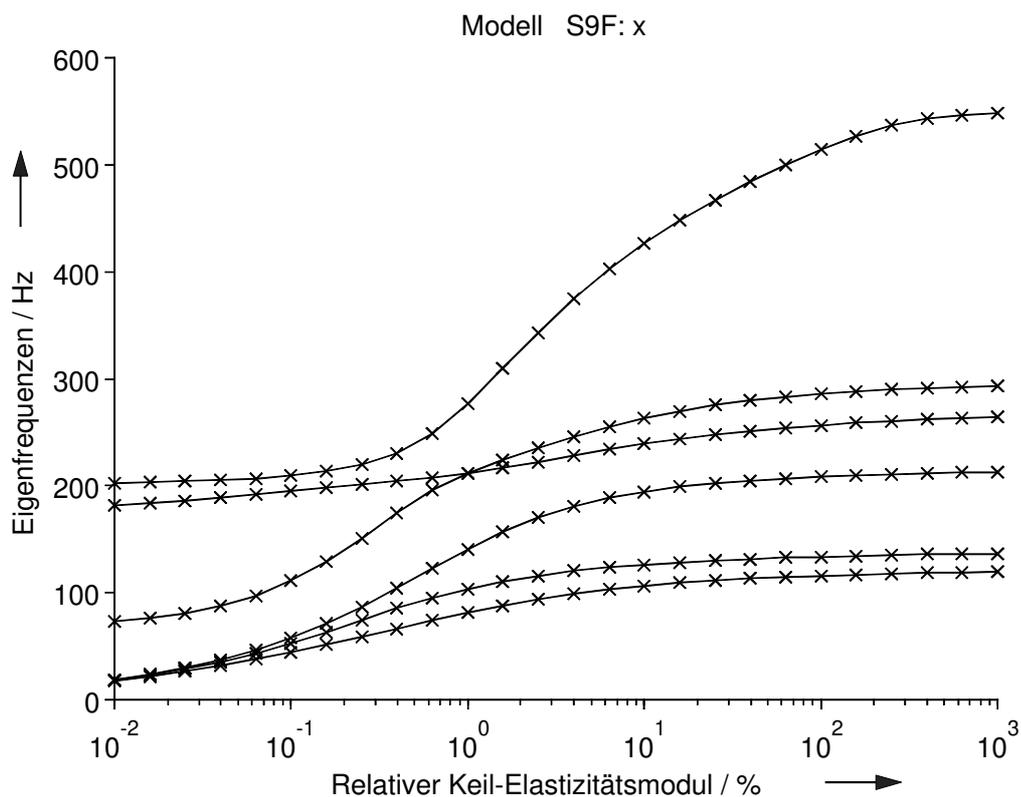
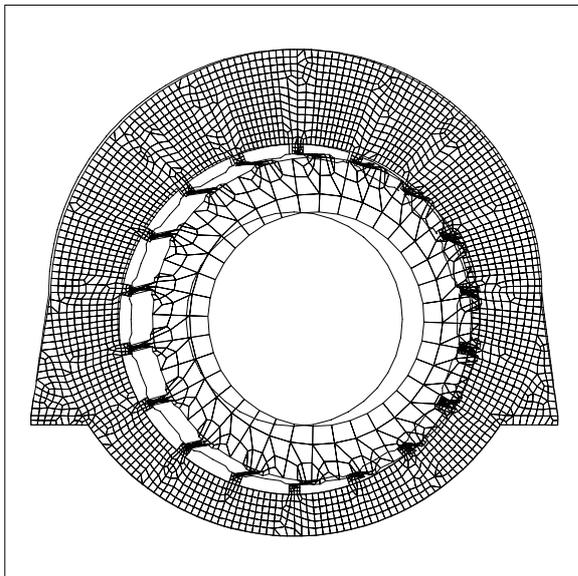


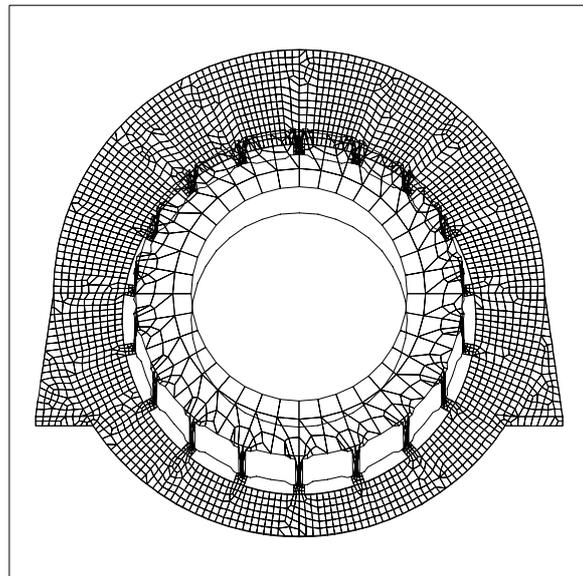
Bild 6.5 Eigenfrequenzen der ersten sechs Moden des Statormodells S9F in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul der Keile

Der hier vergleichsweise groß gewählte Variationsbereich für den relativen Keil-Elastizitätsmodul ist durch zwei Überlegungen motiviert:

- Die Annahme, daß die Verbindung zwischen Blechpaket und Gehäuse über Keile und Keilträger 'spielfrei' ist, könnte fehlerbehaftet sein. 'Spiel' ist ein nichtlinearer Effekt und deshalb durch die hier verwendeten Modelle nicht abbildbar. Trotzdem vermitteln die Bilder 6.6a bis c einen Eindruck vom Aussehen möglicher Eigenformen, bei denen das extrem lose angekoppelte Blechpaket Starrkörperverschiebungen ausführt.
- Es läßt sich erst für einen relativen Keil-Elastizitätsmodul von weit unter 1 % die schon in Bild 6.2 dargestellte Entkopplung von Blechpaket und Gehäuse zeigen: Für einen relativen Keil-Elastizitätsmodul von 10^{-2} % nähern sich die höchsten drei der hier betrachteten Eigenfrequenzen (Bilder 6.6d bis f) den Werten 71, 187 und 202 Hz, den niedrigsten Biege-Eigenfrequenzen von Gehäuse bzw. Blechpaket (vgl. Bilder 5.11a und b, Bild 4.4b).



a $f = 17,7$ Hz



b $f = 18,2$ Hz

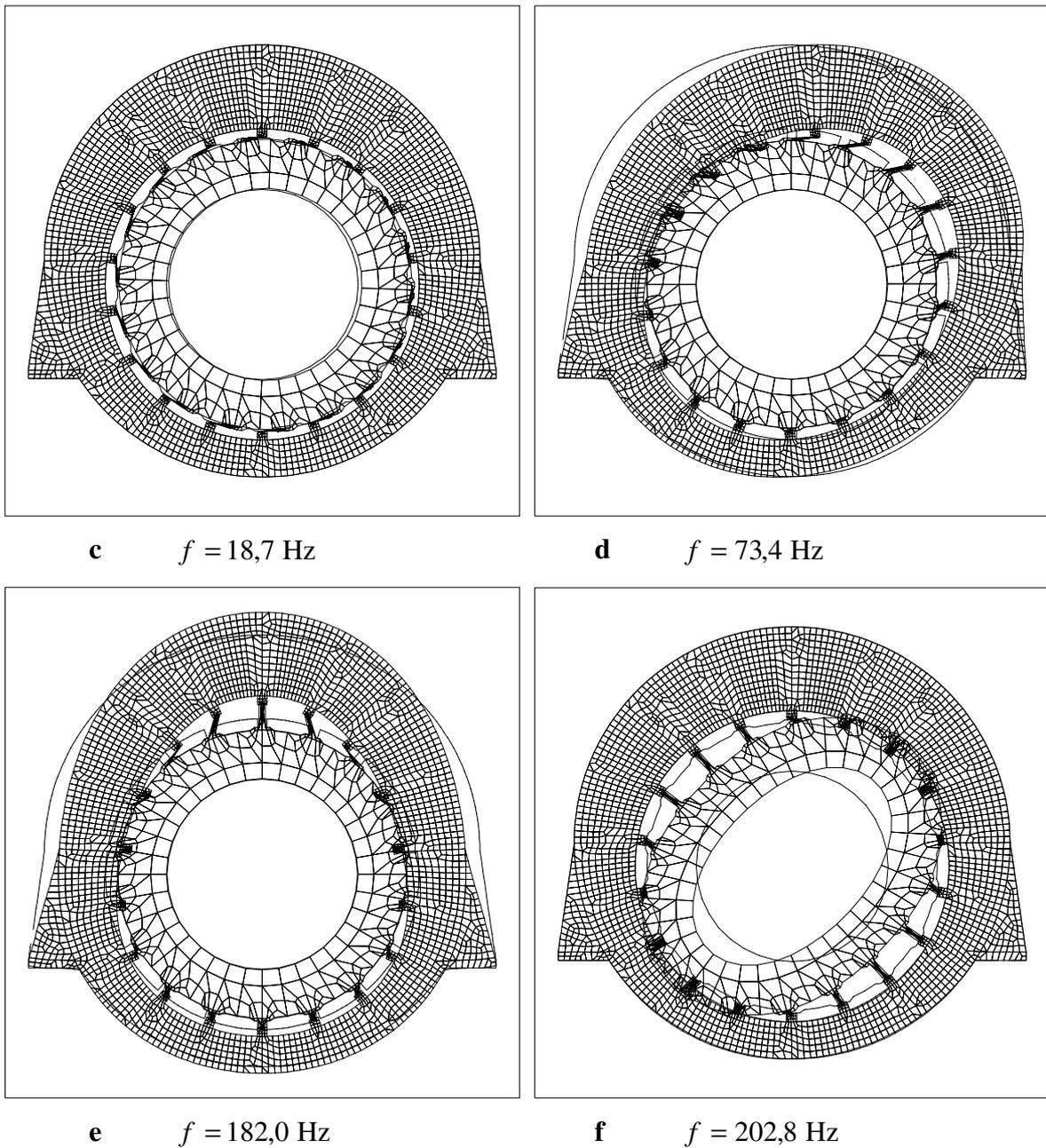


Bild 6.6 Die ersten sechs Moden des Statormodells S9F sortiert nach von **a** bis **f** zunehmender Eigenfrequenz jeweils im Vergleich zur Außenkontur des unverformten Modells bei einem relativen Keil-Elastizitätsmodul von $10^{-2} \%$ (vgl. Bild 6.5)

Da Keile und Keilträger in radialer Richtung als hintereinandergeschaltete Federn wirken, ist es unerheblich, welche von beiden Komponenten verändert wird. Die Ergebnisse bei Variation des Elastizitätsmoduls der Keilträger oder von Keilen und Keilträgern gleichermaßen ähneln denen in Bild 6.5 und sind deshalb hier nicht dargestellt.

Der relative Elastizitätsmodul des Gehäusemantels mit Verrippung wird hier in wesentlich engeren Grenzen als bei der vorherigen Simulation eines Spiels variiert, weil

durch ihn eine mit Bild 6.5 vergleichbare Entkopplung zwischen Blechpaket und Gehäuse nicht herbeigeführt werden kann. Ein, in Bild 6.7 nicht dargestellter, extrem kleiner relativer Gehäuse-Elastizitätsmodul führt dazu, daß im wesentlichen eine nahezu starre, große Masse (Blechpaket) übrigbleibt, die über mehrere, sehr weiche Federn (Gehäuse) eingespannt ist. Es stellen sich mehrere Eigenfrequenzen dieser 'Einfreiheitsgradsysteme' bei deutlich unter 100 Hz ein, von denen qualitativ aber keine der 71 Hz-Eigenform des Gehäuses entspricht.

Die Variation des relativen Elastizitätsmoduls des Gehäusemantels mit Verrippung dient hier zur Abschätzung der Auswirkungen, die eine konstruktive Änderung der Biegesteifigkeit des Gehäuses auf die Höhe der Stator-Eigenfrequenzen hat.

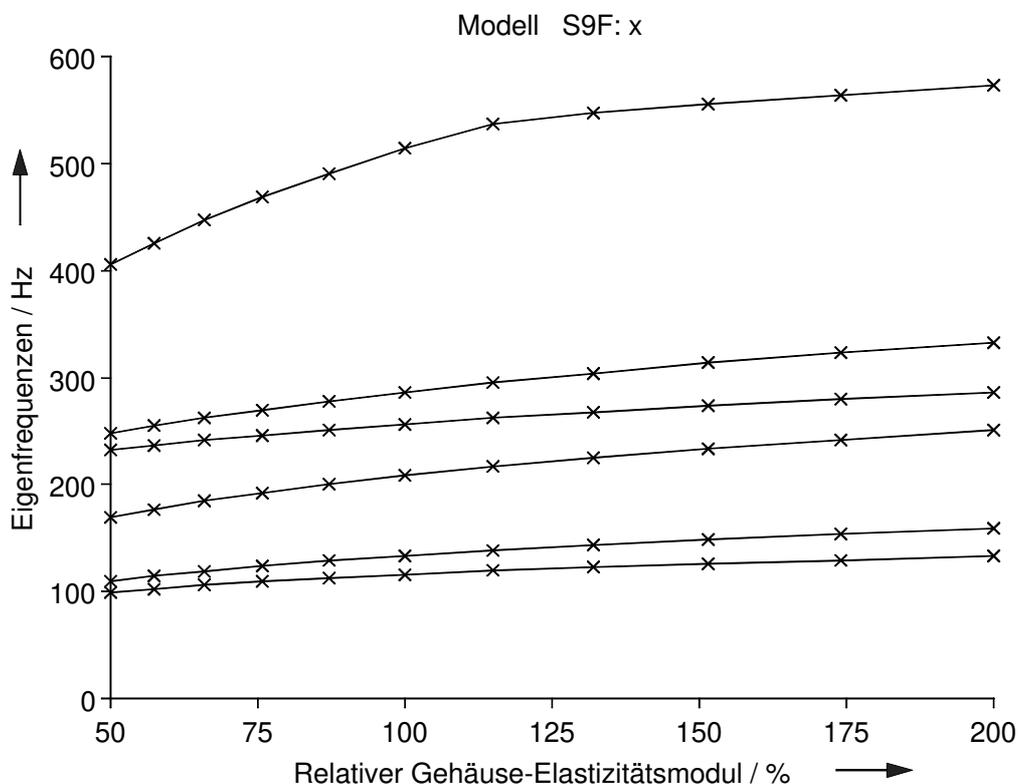


Bild 6.7 Eigenfrequenzen der ersten sechs Moden des Statormodells S9F in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln des Gehäusemantels mit Verrippung

Da der qualitative Verlauf der Eigenfrequenzen der einzelnen Moden über den relativen Elastizitätsmoduln bei allen Statormodellen gleich ist, wird auf die ausführliche Darstellung der Ergebnisse für die Modelle S1F und S2F verzichtet. In den folgenden Bildern werden nur die niedrigsten Eigenfrequenzen der drei Modelle verglichen.

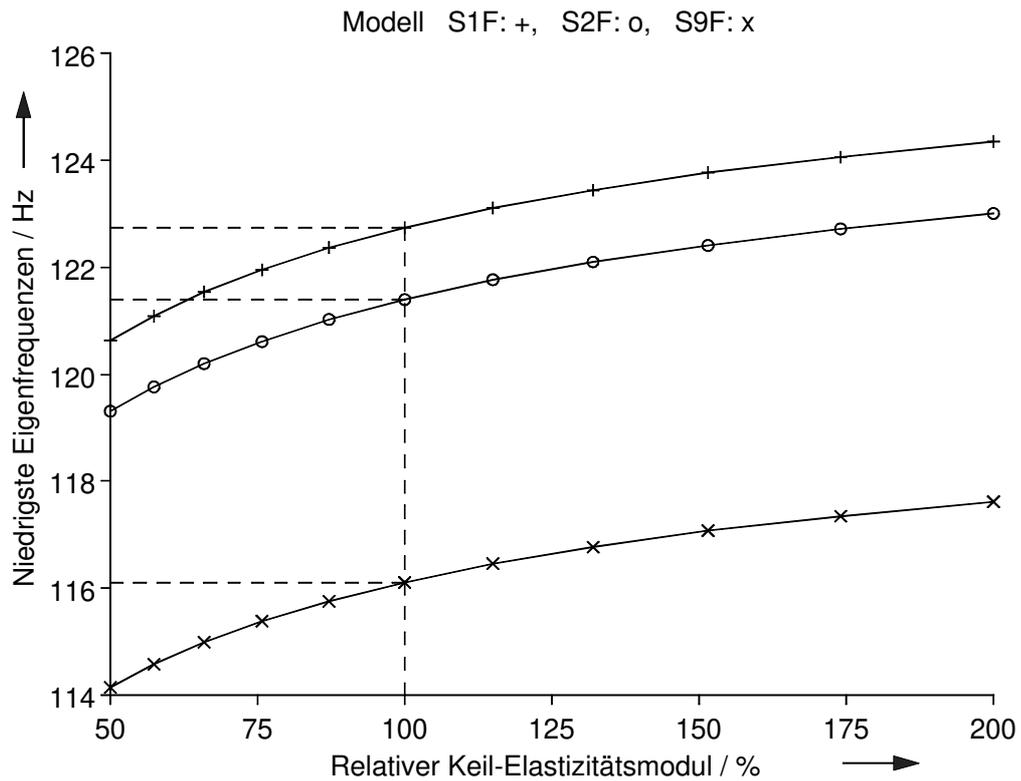


Bild 6.8 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Statormodelle in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Keile - absolute Werte. Markiert sind die Werte S1F: 123 Hz, S2F: 121 Hz und S9F: 116 Hz bei einem relativen Keil-Elastizitätsmodul von 100 % .

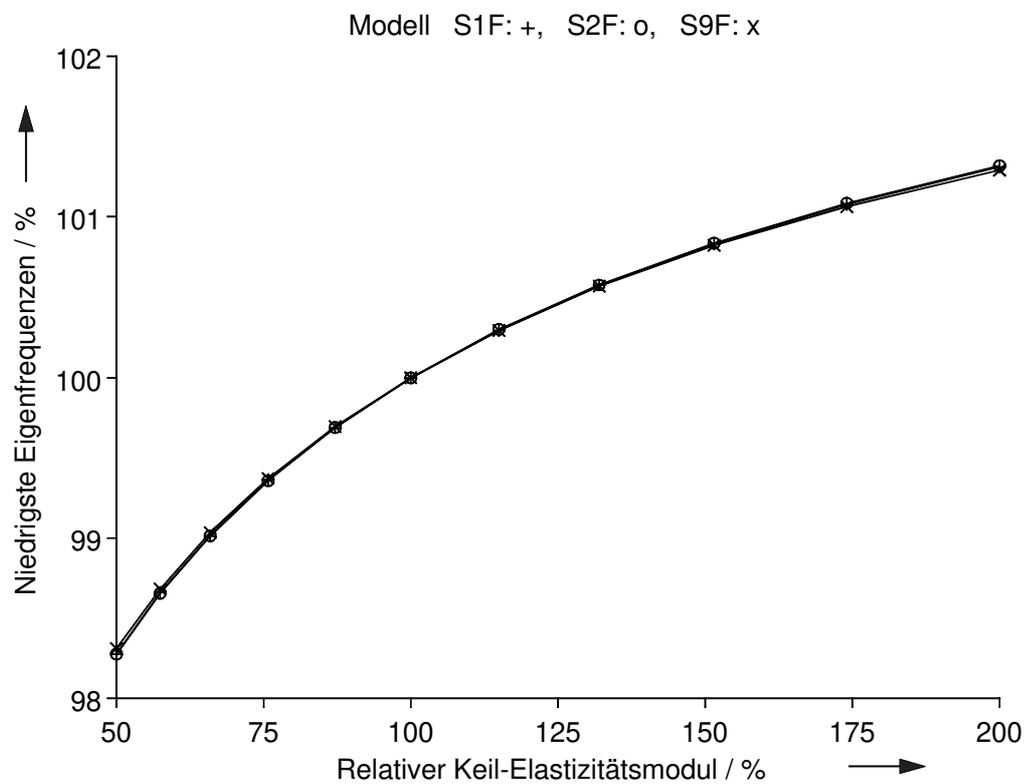


Bild 6.9 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Statormodelle in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Keile - Werte in % bezogen auf die Frequenzwerte bei einem relativen Keil-Elastizitätsmodul von 100 %

Die Werte für die niedrigsten Eigenfrequenzen der drei FE-Statormodelle ändern sich über dem relativen Keil-Elastizitätsmodul nicht so stark, wie die des Zweimassenschwingers aus Abschn. 6.2 über einer vergleichbaren Änderung der Koppelfedersteifigkeit (Tab. 6.5). Das Zweimassenschwingermodell überschätzt die Wirkung einer Änderung der Koppelfedersteifigkeit.

Tabelle 6.5 Minimale und maximale Werte der niedrigsten Eigenfrequenzen der drei Statormodelle bei Variation der Elastizitätsmoduln der Keile oder Keilträger im Vergleich zu den Ergebnissen aus Abschn. 6.2. Alle Angaben in % der Frequenzwerte für einen relativen Elastizitätsmodul von 100 % bzw. $k = k^*$.

Statormodell ↓	Variation der Koppelfedersteifigkeit $10\% \leq \frac{k}{k^*} \leq 1000\%$ ↓		Variation der relativen Keil-Elastizitätsmoduln zwischen 10 % und 1000 % ↓		Variation der relativen Keilträger-Elastizitätsmoduln zwischen 10 % und 1000 % ↓	
	min	max	min	max	min	max
Zweimassenschwinger aus Abschn. 6.2	65	149				
S1F			92	103	88	102
S2F			92	103	88	102
S9F			92	103	89	102

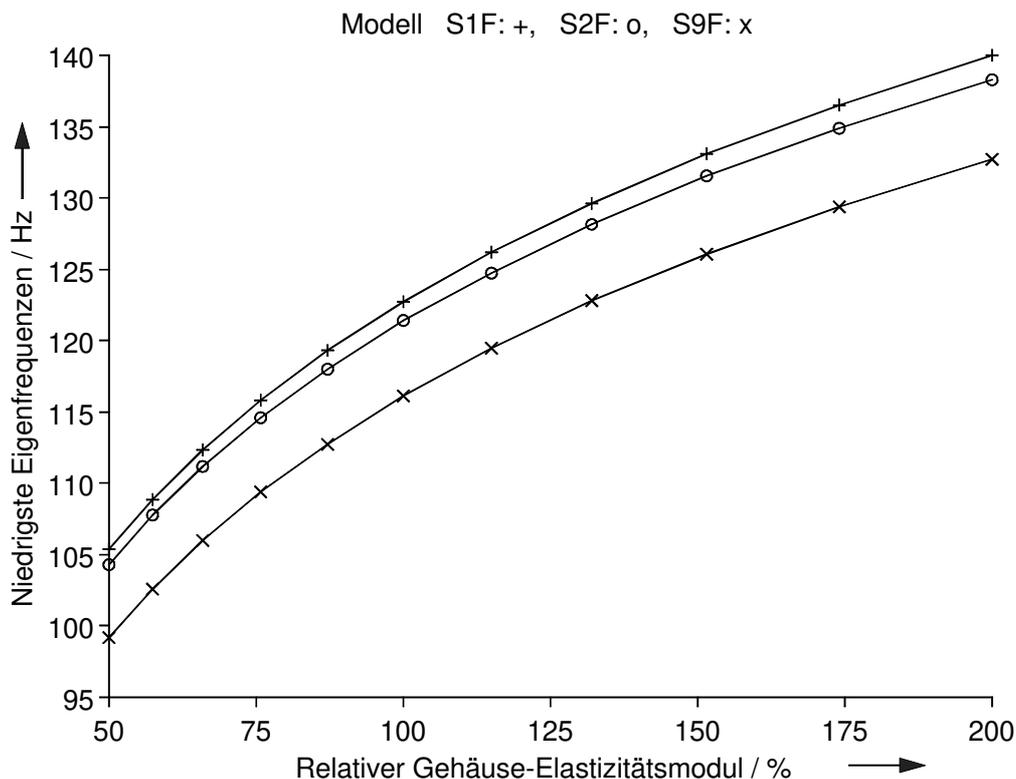


Bild 6.10 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Statormodelle in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen - absolute Werte

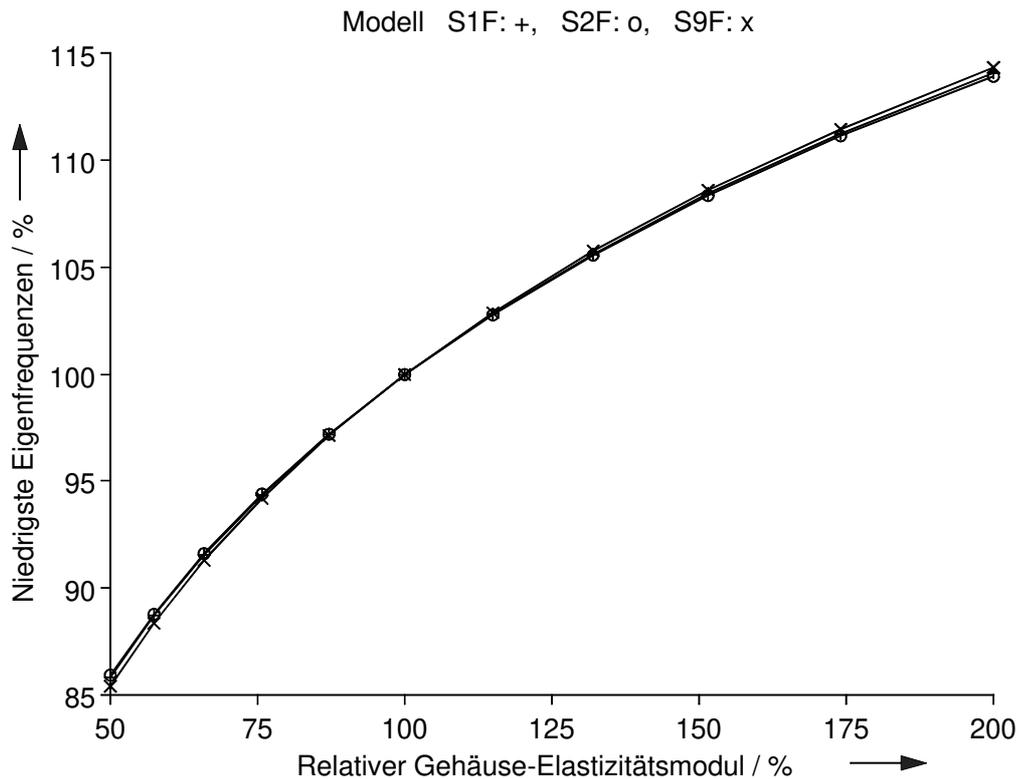


Bild 6.11 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Statormodelle in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen - Werte in % bezogen auf die Frequenzwerte bei einem relativen Gehäuse-Elastizitätsmodul von 100 %

Die abnehmende Steigung der Kurven in Bild 6.11 bedeutet: Die Höhe der niedrigsten Eigenfrequenz eines Stators mit biegeweichem Gehäuse ist durch eine Änderung des Gehäuse-Elastizitätsmoduls recht leicht zu beeinflussen, die eines Stators mit biegesteifem Gehäuse dagegen nur schwer. Analoges folgt aus Bild 6.9 für den Einfluß der Keile.

Bei einem relativen Elastizitätsmodul von 100 % reagieren die niedrigsten Eigenfrequenzen der drei Statormodelle ungefähr um den Faktor 10 empfindlicher auf eine Änderung der relativen Gehäuse-Elastizitätsmoduln als auf eine Änderung der relativen Keil-Elastizitätsmoduln (vgl. Bilder 6.8 und 6.10). Da zudem Blechpaket, Keile und Keilträger sowie deren Befestigung am Blechpaket und Gehäuse nicht anders als bei ähnlichen, erheblich ruhiger laufenden Maschinen konstruiert wurden, liegt der Schluß nahe, daß die beobachteten hohen Schwingungen durch die Wahl einer etwas kleineren oder größeren Gehäuse-StEIFigkeit hätten vermieden werden können. In Kap. 7 wird daher der Einfluß einer zusätzlichen Gehäuse-Verstärkung auf die Höhe der niedrigsten Eigenfrequenz untersucht.

6.3.3 Erzwungene Schwingungen

Im Rahmen der hier zugrunde liegenden ‘linearen Theorie’ können die Wirkungen der Gravitationskraft, d. h. Spannungen und Verformungen der Frequenz $f = 0$ Hz, als verteilte Anregungen des Systems aufgefaßt werden. Sie werden hier - der Einfachheit halber und gerechtfertigt durch den Überlagerungssatz - nicht berücksichtigt.

Berechnung der Anregung. Da die beobachteten Schwingungen unabhängig vom Lastzustand auch im Leerlauf auftraten, kann zur Berechnung der Schwingungsanregung vom Läuferfeld ausgegangen werden. Die *Radialkoordinate* des Läuferfeldes lautet in einem ständerfesten, auf den Blechpaketmittelpunkt bezogenen Zylinderkoordinatensystem (r, φ, z)

$$b_r(\varphi, t) = \sum_{\nu} B_{r\nu} \cdot \cos\left(\nu\varphi - \frac{\nu}{p}\omega_1 t - \varphi_{\nu}\right). \quad (6.18)$$

$B_{r\nu}$ heißt die Amplitude der Induktionswelle mit der Polpaarzahl ν und $\frac{\varphi_{\nu}}{\nu}$ ist derjenige Winkel am Umfang, bei dem zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Maximalwert dieser Welle liegt. Mit p ist die Ständerpolpaarzahl der Maschine bezeichnet. Es treten Feldwellen mit den Polpaarzahlen

$$\nu = p(1 + 2g) \quad \text{mit } g = 0, 1, 2 \dots \quad (6.19)$$

auf [Sei88, S.180; Sei92]. Beträgt die Zonenbreite der Läuferwicklung $2\alpha = 2\pi / (3p)$, so ist der Zonen-Wicklungsfaktor $\xi_{z\nu} = \sin(\nu\alpha) / (\nu\alpha)$ für Vielfache von $\nu = 3p$ Null. In diesem Fall kommen im Läuferfeld eines 2-poligen Turbogenerators nur Feldwellen der Polpaarzahlen $\nu = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \dots$ vor.

Die mechanische Grenzflächenspannung zwischen zwei Medien verschiedener Permeabilitäten μ_a und μ_b ist nach [Haa98, S.197]

$$\vec{\sigma}_{ab} = \left[\frac{b_n^2}{2} \left(\frac{1}{\mu_b} - \frac{1}{\mu_a} \right) + \frac{h_t^2}{2} (\mu_a - \mu_b) \right] \cdot \vec{e}_n. \quad (6.20)$$

Dabei ist \vec{e}_n der von Stoff a nach Stoff b weisende Normaleneinsvektor der Grenzfläche, b_n die Zeitfunktion der Normalkoordinate der magnetischen Induktion und h_t die Zeitfunktion der Tangentialkoordinate der magnetischen Erregung. Hier kann mit $\mu_a = \mu_0$ (Luft), $\mu_b = \mu_{r,Fe} \cdot \mu_0$ (Ständer-Eisen) unter der Annahme $\mu_{r,Fe} \rightarrow \infty$ mit $b_n = b_r$ und $h_t = h_{\varphi} = 0$ geschrieben werden

$$\bar{\sigma}_{ab} = \sigma_r(\varphi, t) \cdot \bar{e}_r = \frac{-1}{2\mu_0} \cdot b_r^2(\varphi, t) \cdot \bar{e}_r. \quad (6.21)$$

Demnach ruft die Radialkomponente $b_r(\varphi, t) \cdot \bar{e}_r$ des Luftspaltfeldes eine magnetische Zugspannung auf das Ständer-Blechpaket hervor. Aufgrund der Luftspaltfeld-Grundwelle mit $v = p = 1$ kommt es bei einer 2-poligen Maschine zu einem Radialzug

$$\bar{\sigma}_{rp}(\varphi, t) = \frac{-B_{rp}^2}{4\mu_0} \left[1 + \cos\{2(\varphi - \omega_1 t - \varphi_p)\} \right] \cdot \bar{e}_r, \quad (6.22)$$

der aus einem (*räumlich und zeitlich*) konstanten Anteil und einer Welle zweifacher Netzfrequenz besteht. Letztere ruft eine elliptische Verformung des Blechpakets hervor. Mit einer Grundfeldamplitude von $B_{rp} = 0,91$ T (Herstellerangabe) erhält man eine Spannungsamplitude von $\hat{\sigma}_{rp} = B_{rp}^2 / (4\mu_0) = 165$ kN / m².

Für die Amplituden der Feldoberwellen gilt $B_{rv} / B_{rp} = p\xi_v / (v\xi_p)$. Damit folgt nach Gl. (6.20) für die Amplituden der mechanischen Spannungen $\hat{\sigma}_{rv} / \hat{\sigma}_{rp} = \left[p\xi_v / (v\xi_p) \right]^2$. Im Falle eigenlösungsnahe Anregung könnten auch diese verhältnismäßig kleinen, von den Feldoberwellen hervorgerufenen Spannungsamplituden eine unerwünscht große Wirkung haben. Die Ergebnisse der Modalanalyse (Abschn. 6.3.2) in Verbindung mit dem schwingungstechnischen Befund zeigen jedoch, daß die Wirkung der Feldoberwellen im vorliegenden Fall nicht betrachtet zu werden braucht. Ebenso unberücksichtigt bleiben Schwingungen, die von der Tangentialkomponente des Luftspaltfeldes oder Drehmomentschwankungen (tangentele Schubspannungen, vgl. [Tam91]) angeregt werden.

Umrechnung der Anregung auf das Blechpaketmodell. Im Unterschied zur realen Maschine - bei der die magnetische Zugspannung an den der Bohrung zugewandten Zahnenden angreift - wird die Spannung im FE-Modell BRF auf der inneren Zylindermantelfläche des Ringes eingeleitet, der das Blechpaket modelliert. Sind die axialen Blechpaketlängen von Maschine und Modell jeweils gleich l_B , so erhält man eine gleichwertige Krafteinleitung durch Wahl von

$$dF_{\text{modell}} = \sigma_{\text{modell}} l_B r_N d\varphi \stackrel{!}{=} dF_{\text{real}} = \sigma_{\text{real}} l_B r_{iB} d\varphi \Rightarrow \sigma_{\text{modell}} = \frac{r_{iB}}{r_N} \cdot \sigma_{\text{real}} \quad (6.23)$$

Die Umrechnung auf das Modell liefert eine Spannungsamplitude von $\hat{\sigma}_{\text{modell}} = 115$ kN / m².

Bei den folgenden Untersuchungen wird der Gleichanteil vernachlässigt, weil er keinen Beitrag zu der gemessenen Schwingungsamplitude liefert und die durch ihn hervorgerufene statische Verformung bei Bedarf den Ergebnissen der Bilder 6.14 bis 6.16 überlagert werden kann (lineare Theorie).

Als Kraftangriffspunkte (Bild 6.12) werden $n_N = 36$ Knoten auf dem Innenradius des Blechpaketmodells gewählt. Damit ergibt sich eine Kraftamplitude von

$$\hat{F}_{\text{modell}} = \hat{\sigma}_{\text{modell}} \cdot \frac{2\pi r_N l_B}{n_N} = 70 \text{ kN}. \text{ Bild 6.12 zeigt eine Momentaufnahme der } x\text{- und }y\text{-}$$

Komponenten der radial wirkenden Kraftwelle in den Angriffspunkten. Die Pfeillänge ist ein Maß für den Betrag der jeweiligen Koordinate.

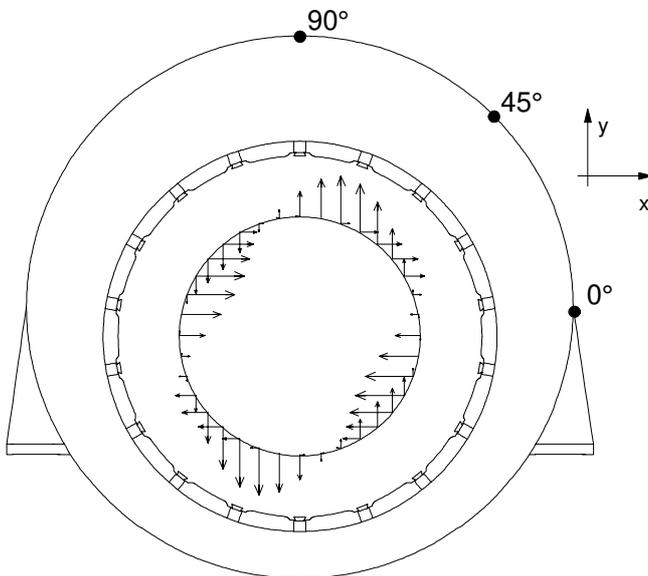


Bild 6.12 Statormodell S9F mit schwingungsanregender Kraftwelle. Die Kraftwelle rotiert mit der Anregungsfrequenz f .

Ergebnisse. Für jeden Knoten des FE-Modells werden die Verschiebungen u und v in x - bzw. y -Richtung in Abhängigkeit von der Frequenz $f = \omega / (2\pi)$ der Kraftwelle - durch Superposition der ersten zehn Moden - berechnet. Der Zeitverlauf

$$\vec{u}_i(t) = \begin{bmatrix} \hat{U}_i \cdot \cos(\omega t + \varphi_{ui}) \\ \hat{V}_i \cdot \cos(\omega t + \varphi_{vi}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i(t) \\ v_i(t) \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

der Verschiebungen im i -ten Knoten beschreibt im allgemeinen Fall die Bewegung auf einer elliptischen Bahn, die für $\varphi_{ui} - \varphi_{vi} = 0$ zu einer Geraden oder $\varphi_{ui} - \varphi_{vi} = \pi / 2$ und $\hat{U}_i = \hat{V}_i$ zu einem Kreis entartet. Im folgenden werde beispielhaft die Bewegung eines Knotens betrachtet und die Indizierung mit i der Einfachheit halber weggelassen. Nach [Bar58, S.44] folgt aus Gl. (6.24)

$$\frac{1}{\hat{U}^2 \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} u^2 - 2 \frac{\cos(\varphi_u - \varphi_v)}{\hat{U} \cdot \hat{V} \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} uv + \frac{1}{\hat{V}^2 \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} v^2 = 1, \quad (6.25)$$

woraus sich die Darstellung einer quadratischen Form

$$\begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{U}^2 \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} & \frac{-\cos(\varphi_u - \varphi_v)}{\hat{U} \cdot \hat{V} \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} \\ \frac{-\cos(\varphi_u - \varphi_v)}{\hat{U} \cdot \hat{V} \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} & \frac{1}{\hat{V}^2 \cdot \sin^2(\varphi_u - \varphi_v)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \vec{u}^T \mathbf{B} \vec{u} = 1 \quad (6.26)$$

gewinnen läßt. Aus den Eigenwerten λ_1 und λ_2 der Matrix \mathbf{B} (zur Ermittlung der Eigenwerte s. Anhang) erhält man die Längen $s_1 = 1/\sqrt{\lambda_1}$ bzw. $s_2 = 1/\sqrt{\lambda_2}$ der Hauptachsen der Ellipse (Bild 6.13). Die Richtungen der Hauptachsen sind durch die zugehörigen Eigenvektoren \vec{b}_{e1} und \vec{b}_{e2} von \mathbf{B} gegeben. Mit γ ist hier der Winkel zwischen der längeren Haupt- und der x -Achse bezeichnet.

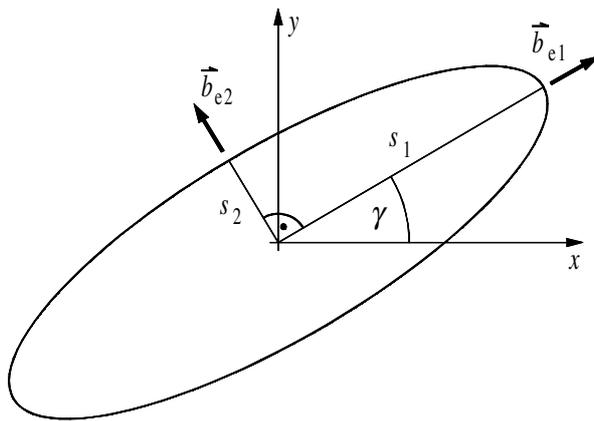


Bild 6.13 Kenngrößen einer Ellipse

Für den Fall der kreisförmigen Bahn besitzen die Hauptachsen keine ausgezeichneten Richtungen; jeder Durchmesser ist dann Hauptachse und die Auswertung von Gl. (6.26) liefert dann $\gamma = \pi/4$.

In den folgenden Bildern sind die Länge der längeren Hauptachse s_1 , das Hauptachsenverhältnis $0 \leq s_2 / s_1 \leq 1$ und der Hauptschwingwinkel γ für die Knoten in den Winkelpunkten 0° , 45° und 90° auf dem Gehäuse-Außenradius des Statormodells S9F (Bild 6.12) in Abhängigkeit von der Frequenz f der Kraftwelle dargestellt. Der Abstand zweier benachbarter Frequenzstellen beträgt $\Delta f = 0,1$ Hz.

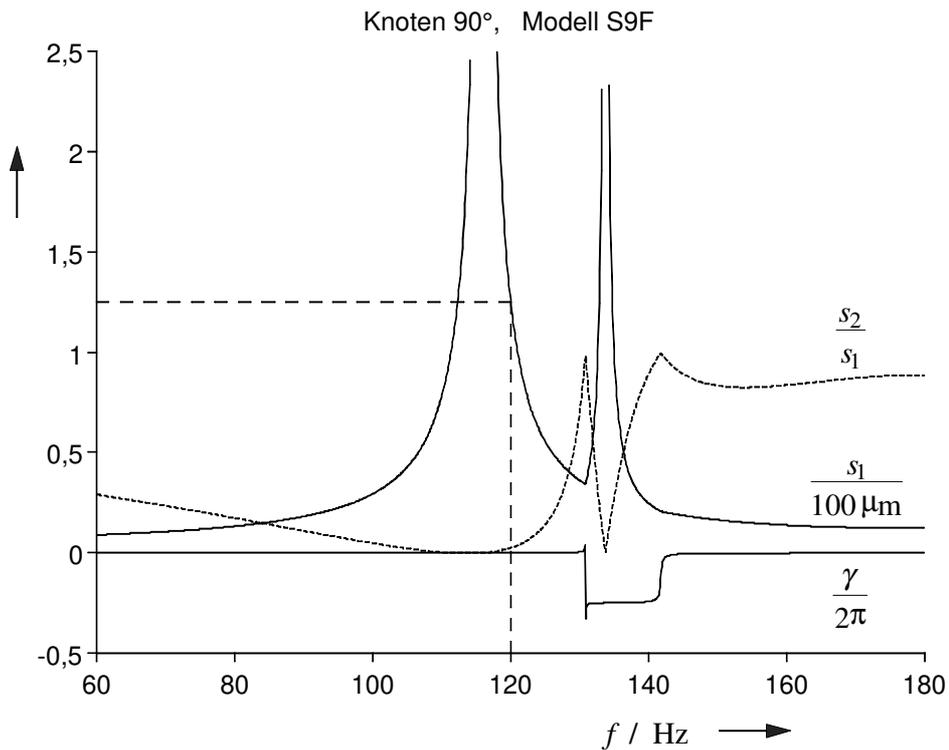


Bild 6.14 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 90° (oberer Scheitel) des Modells S9F über der Anregungsfrequenz f . Markiert ist der Wert $s_1(120 \text{ Hz}) = 125 \mu\text{m}$.

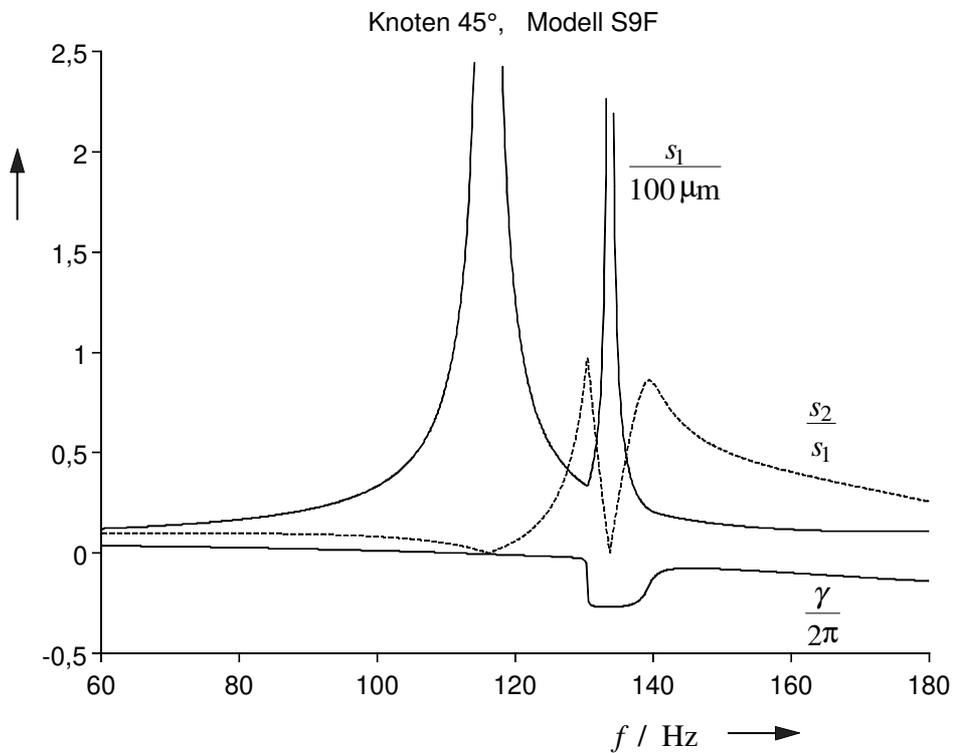


Bild 6.15 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 45° des Modells S9F über der Anregungsfrequenz f

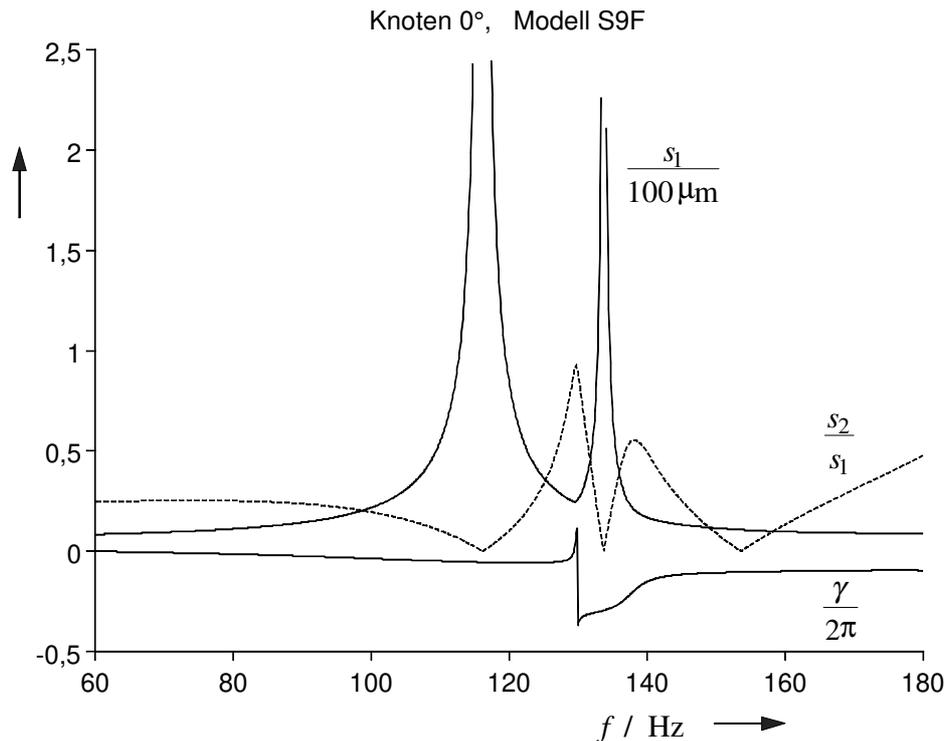


Bild 6.16 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 0° des Modells S9F über der Anregungsfrequenz f

Da das Modell dämpfungslos ist, gilt:

- Die Maxima der Hauptachsenlänge s_1 liegen exakt bei den Eigenfrequenzen, hier der beiden tiefstfrequenten Moden, 116 und 134 Hz.
- Werte in unmittelbarer Resonanznähe sind für quantitative Aussagen nicht nutzbar. Deshalb ist in den Bildern 6.14 bis 6.16 der dargestellte Bereich nach oben hin begrenzt.
- An der Stelle $f = 120$ Hz erhält man im oberen Scheitel für s_1 einen Wert von $125 \mu\text{m}$ (Bild 6.14). Bei dieser Frequenz sind Hauptachsenverhältnis und Hauptschwingwinkel nahezu Null und s_1 deshalb ein Maß für die Amplitude \hat{U} der Verschiebung in x -Richtung. Bedenkt man, daß die Berücksichtigung von Dämpfung in der Modellrechnung einen etwas kleineren Wert liefern würde, so ergibt sich eine recht gute Übereinstimmung mit der gemessenen Gehäusescheitel-Amplitude von $100 \mu\text{m}$.

An Bild 6.14 ist ablesbar: Ändert man, ausgehend von der ersten Resonanzfrequenz, die Anregungsfrequenz um ± 10 Hz, so sinkt die Hauptachsenlänge s_1 (als Maß für die Amplitude \hat{U} der Verschiebung in x -Richtung) auf rund $50 \mu\text{m}$. Obwohl eine Änderung der Anregungsfrequenz an der realen Maschine nicht zu erreichen ist, läßt dieses Ergebnis hoffen:

Durch *zusätzliche Aussteifung* des Gehäuses könnte sich ein Bild 6.14 ähnliches Verhalten, allerdings mit einer Resonanz bei einem um 10 Hz größeren Frequenzwert (126 Hz), ergeben. Dann wäre die Verschiebungsamplitude bei 120 Hz erheblich geringer als bisher. In Kapitel 7 (sanierter Stator) wird untersucht, welche Gehäuseversteifung diesen Effekt bewirken könnte.

Auch eine *Verringerung der Biegesteifigkeit* des Gehäuses könnte dafür sorgen, daß die niedrigste Eigenfrequenz nicht mehr bei 116 Hz, sondern - in diesem Falle - etwas darunter liegt. Problematisch an diesem Ansatz ist, daß dann u. U. die jetzt bei Frequenzen von 134 und mehr Hertz liegenden höheren Eigenfrequenzen und -formen in die Nähe der Anregungsfrequenz rücken. Daß dies nicht ungefährlich ist, zeigt Bild 6.4: Auch in den höheren Stator-Moden schwingt das Blechpaket in einer Eigenform, die der Vierknoten-Biegeschwingung und damit der Erregerkraftverteilung recht ähnlich ist.

6.3.4 Spannungsanalyse

Für jeden Knoten des zweidimensionalen Modells berechnet das FE-Programm ANSYS

den Spannungstensor $S = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$ in kartesischen Koordinaten und als Eigenwerte von

S die Haupt-Normal-Spannungen σ_1 und σ_2 [Gum94, S.143f].

Eine Schwingungsamplitude von $\hat{U} \approx 125 \mu\text{m}$ in x -Richtung im Knoten 90° des Modells S9F tritt bei der Frequenz 120 Hz auf. Die Haupt-Normal-Spannungen an den weitaus meisten Knoten sind in diesem Fall kleiner als $3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$; lediglich im Bereich der Einspannstellen der Füße, an Keilträgern und Keilen sowie am Innenradius des Blechpaket-Modells werden Werte von bis zu $9 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ erreicht.

Für die Beurteilung der Materialbeanspruchung aufgrund dieser Berechnung am FE-Modell gelten folgende einschränkende Bemerkungen:

- Das Modell (Bild 2.7) besitzt eine größere Querschnittsfläche und durch die Vernachlässigung vieler Details weniger Stellen mit Kerbwirkung als die reale Maschine (Bild 2.6). Leitet man an einer bestimmten Stelle in beide Anordnungen dieselbe Kraft ein, so kann folgender Fall eintreten: An der realen Maschine wird in der Nähe des Kraftangriffspunktes die zulässige Beanspruchung des Materials überschritten, ohne daß dies am Modell erkennbar wäre, weil bei letzterem die Spannungen mit größer werdendem Abstand von der Einleitstelle am Modell rascher abnehmen (de Saint-Venant'sches Prinzip). Die Materialbeanspruchung an der realen Maschine läßt sich mit Hilfe der Statormodelle deshalb nur in einer Schlußrichtung abschätzen: Sind die

Spannungen im Statormodell lokal größer als zulässig, so ist zu erwarten, daß dies auch an der realen Maschine der Fall sein wird.

- Die Kraftwelle der Frequenz 120 Hz führt an dem betrachteten Turbogenerator zu 10^{11} Lastwechseln in 30 Jahren. Statt der Zugfestigkeit ist deshalb hier die Dauerfestigkeit, welche an der Wöhler-Kurve des jeweiligen Materials abgelesen werden kann, die zulässige Höchstbeanspruchung. Für den verwendeten Stahl St 37 gilt nach [Kri78] ein Dauerfestigkeitswert von 10^8 N/m^2 ; für das Material der Keile, eine Al-Mg-Si-Legierung, nach [Kam95] ungefähr $7 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$. THIELE [Thi97, S.177f] weist darauf hin, daß die realen Dauerfestigkeiten, je nach Ausführung der Anschlüsse (Schweiß- oder Schraubverbindungen), noch wesentlich unter diesen Werten liegen können.

Die vorstehenden Überlegungen verdeutlichen, daß mit den berechneten Spannungen kein verlässlicher Festigkeitsnachweis möglich ist. Die Angaben dienen lediglich der groben Orientierung.

7 Sanierter Stator

Bevor konkrete Maßnahmen zur Verringerung der Schwingungsamplitude am Gehäusescheitel diskutiert werden, sei eine kurze Übersicht über die möglichen Ansatzpunkte für Sanierungsmaßnahmen gegeben: Die Anregung des betrachteten Systems führt zu erzwungenen Schwingungen mit unerwünscht hoher Amplitude. Deren Ursache ist, daß die Anregungsfrequenz nahe einer Eigenfrequenz liegt *und* die Anregungskräfte räumlich so verteilt sind, daß sich die zugehörige Eigenform ausbilden kann (eigenlösungsnahe Anregung). Zur Unterdrückung der Schwingneigung müssen die Anregung und das angeregte System ‘gegeneinander verstimmt’ werden. Dazu gibt es im Bereich nachrüstbarer passiver Maßnahmen im Grundsatz drei Möglichkeiten (zu Ansatzpunkten im Entwurfsstadium siehe z. B. [Jor61] und [Wac81]):

- *Veränderung von Frequenz und räumlicher Verteilung der Anregung.* Diese Möglichkeit ist hier durch die fest vorgegebene Netzfrequenz ausgeschlossen.
- *Veränderung der geometrischen und physikalischen Eigenschaften der Kopplung zwischen Anregung und angeregtem System.* Die Ergebnisse in Abschn. 6.3.2 zeigen bei einem relativen Elastizitätsmodul von 100 % eine recht geringe Empfindlichkeit der Stator-Eigenfrequenzen gegenüber einer Änderung der Biegesteifigkeit der Keile und Keilträger. Ein die Kopplung betreffender Ansatz erscheint hier deshalb nicht erfolgversprechend.
- *Veränderung des Eigenverhaltens des angeregten Systems, z. B. durch Änderung der Massen(verteilung), der Biegesteifigkeiten oder von Randbedingungen wie Ein- und Vorspannungen.* Entsprechende Maßnahmen werden unter den Abschnitten 7.1 und 7.2 erläutert.

Die Änderung von Materialeigenschaften ist ein eher *quantitativer* Ansatz, bei welchem die Sensibilität des Systems gegenüber dieser Änderung über Erfolg oder Mißerfolg entscheidet. Die Manipulation von Randbedingungen ist dagegen ein eher *qualitativer* Ansatz, welcher das Problem u. U. ‘gründlicher’ behebt. Die Anbringung z. B. einer starren Einspannung an der Stelle mit der größten unerwünschten Amplitude kann dazu führen, daß die ‘kritische’ Eigenform nicht mehr Eigenform des veränderten Systems ist und die Anregung wirkungslos bleibt.

7.1 Die durchgeführte Sanierungsmaßnahme

Maschinenstatoren werden für gewöhnlich mechanisch so bemessen, daß die niedrigste Eigenfrequenz oberhalb der zweifachen Netzfrequenz liegt. Der Hersteller handelte deshalb angesichts der hohen Geräuschentwicklung nach folgender Vermutung:

Falls die Schwingungen auf eigenlösungsnahe Anregung zurückzuführen sind und die niedrigste Eigen- oberhalb der Anregungsfrequenz liegt, so wird eine Versteifung des Gehäusemantels diese Eigenfrequenz sowie den Abstand zwischen Eigen- und Anregungsfrequenz vergrößern und damit die Schwingungsamplitude am Gehäusescheitel verringern.

Geeignete Maßnahmen konnten nur außen an der Maschine ansetzen, weil für eine Anbringung zusätzlicher Versteifungen im Gehäuseinneren der unverhältnismäßig hohe Aufwand erforderlich gewesen wäre, Wicklung und Blechpaket komplett auszubauen.

Nach der Idee 'dort Steifigkeit hinzubringen, wo die Amplitude am größten ist', wurden insgesamt 7 Verstärkungs-Halbringe der Bogenlänge 170° auf einer axialen Länge von 4,86 m verteilt, symmetrisch zur Maschinenmitte auf das Gehäuse aufgeschweißt (Bild 7.1). Die axiale Breite aller 7 Verstärkungs-Halbringe beträgt zusammen $l_V = 0,28$ m. Zwischen diesen zusätzlichen radial-tangential ausgedehnten Versteifungen wurden radial-axial ausgedehnte Versteifungsstücke so eingesetzt, daß letztere nicht direkt mit dem Gehäuse verschweißt werden mußten. So wurde ein Schweißverzug vermieden.

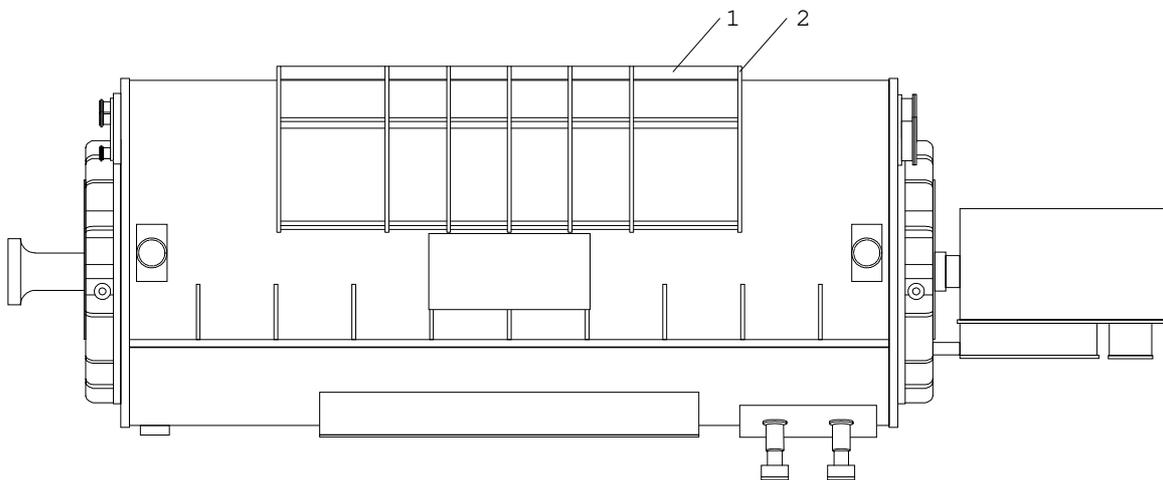


Bild 7.1 Seitenansicht des sanierten Turbogenerators. 1: radial-axial ausgedehntes Zwischenstück und 2: Halbring zur Verstärkung

Unter Abschn. 7.1.1 werden die Verstärkungs-Halbringe separat betrachtet. Die radial-axialen Zwischenstücke werden bei den Modellbildungen der Abschn. 7.1.2 und 7.1.3 stets vernachlässigt.

7.1.1 Berechnung der Eigenschwingungen der Verstärkungs-Halbringe

Zur FE-Eigenschwingungsberechnung der Verstärkungs-Halbringe wurden diese durch einen stählernen Bogen mit $r_i = r_{aG} = 1,84 \text{ m}$, $r_a = r_{aV} = 1,99 \text{ m}$, $l = l_V = 0,28 \text{ m}$, $\alpha = 170^\circ$, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\nu = 0,3$ und $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ (Bezeichnungen wie in Bild 3.3) modelliert. Für diese separate Betrachtung der Verstärkungs-Halbringe wurden deren Enden als starr eingespannt angenommen. Damit erhält man, verglichen mit gelenkiger Lagerung oder freien Enden, höhere Eigenfrequenzen.

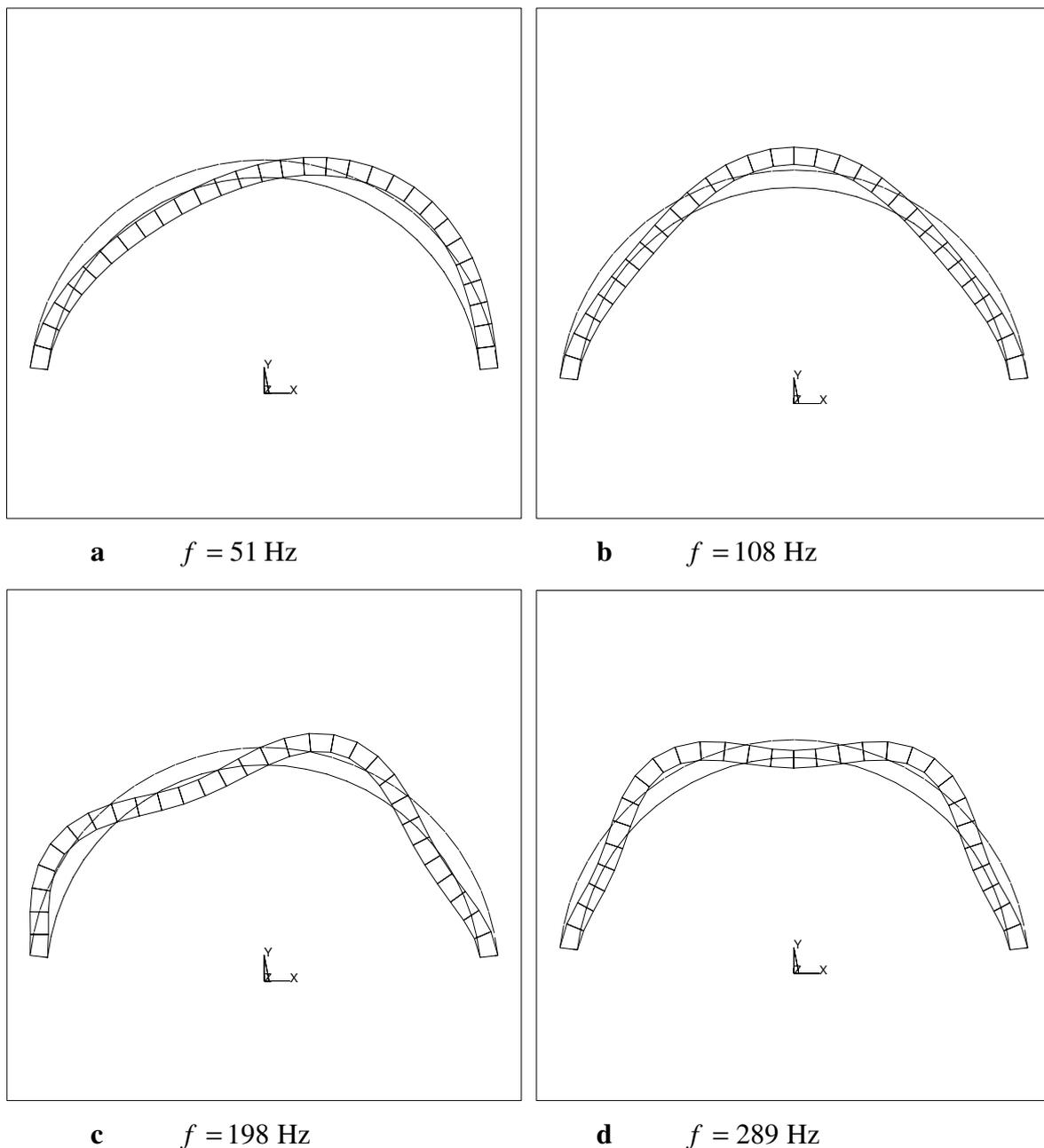


Bild 7.2 Die vier tiefstfrequenten Moden der Verstärkungs-Halbringe mit starr eingespannten Enden jeweils im Vergleich zur Außenkontur des unverformten Modells

Diejenige Schwingungsform, welche den fest mit dem Gehäuse verbundenen Verstärkungs-Halbringen aufgezwungen wird, falls das Gehäuse in seiner tiefstfrequenten Eigenform schwingt, ähnelt am ehesten der 51 Hz-Eigenform (Bild 7.2a). Aus Bild 6.2 liest man für eine feste Kopplung zweier Schwinger ab: Eine Eigenfrequenz des gekoppelten Systems liegt unterhalb der höheren der beiden Einzel-Eigenfrequenzen. Deshalb ist schon an dieser Stelle zu vermuten, daß die Anbringung der Verstärkungs-Halbringe die niedrigste Stator-Eigenfrequenz eher senken als erhöhen wird. Auch aus den noch kleineren Frequenzwerten für gelenkige Lagerung oder fehlende Einspannung der Halbring-Enden ergibt sich keine andere Vermutung.

7.1.2 Eigenschwingungsberechnung des Stators bei Berücksichtigung masseloser Verstärkungs-Halbringe

Das in Abschn. 5.2 angegebene Verfahren zur Übertragung der Biegesteifigkeit des realen Gehäusemantels mit Verrippung auf ein FE-Modell wird im folgenden auf ein Gehäuse mit Verstärkungs-Halbringen angewendet. Das Ergebnis ist ein Statormodell mit der Geometrie von Modell S9F und erhöhter Biegesteifigkeit im Gehäusemantel, in diesem Fall ‘mit Verrippung und Verstärkungs-Halbringen’. Nimmt man die Verstärkungs-Halbringe als *masselos* an, so bewirken sie lediglich die abschnittsweise unterschiedliche Zunahme des Gehäuse-Elastizitätsmoduls nach Tab. 7.1. Diese Annahme besitzt den Vorteil, daß die Ergebnisse aus den schon durchgeführten FE-Berechnungen allein durch Ablesung folgen und kein zusätzlicher Modellierungs- und Rechenaufwand erforderlich ist.

Durch die Verstärkungs-Halbringe wird der reale Gehäusemantel mit Verrippung in den entsprechenden Bereichen steifer; die am FE-Modell erforderlichen Korrekturfaktoren $E_{\text{real}} / E_{\text{modell}}$ sind kleiner als ohne Verstärkung. Die über alle Gehäuseabschnitte am Umfang gemittelte Zunahme des Flächenträgheitsmomentes durch Anbringung der Verstärkungs-Halbringe beträgt 6 %. Die Eigenfrequenzen des Statormodells S9F (Tab. 7.2) folgen aus Bild 6.7 durch Ablesung an den Stellen 100 und 106 % für den relativen Gehäuse-Elastizitätsmodul.

Tabelle 7.1 Zusammenfassung der Eigenschaften der verschiedenen Gehäusemodelle

Modell →	S9F nach Abschn. 5.2.4 ohne Verstärkung	S9F mit Verstär- kung	
Winkel am Um- fang	$\frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{modell}}}$	$\frac{E_{\text{real}}}{E_{\text{modell}}}$	Abweichung 'Mit-Ohne- Verstärkung' in %
↓	↓	↓	↓
$-90^\circ < \varphi \leq -70^\circ$	8,3	8,3	0
$-70^\circ < \varphi \leq -50^\circ$	8,5	8,5	0
$-50^\circ < \varphi \leq -30^\circ$	8,8	8,8	0
$-30^\circ < \varphi \leq -10^\circ$	9,1	9,1	0
$-10^\circ < \varphi \leq +10^\circ$	9,4	8,8	-6
$+10^\circ < \varphi \leq +30^\circ$	9,7	8,3	-14
$+30^\circ < \varphi \leq +50^\circ$	10,0	8,6	-14
$+50^\circ < \varphi \leq +70^\circ$	17,0	15,1	-11
$+70^\circ < \varphi \leq +90^\circ$	10,2	8,9	-13

Tabelle 7.2 Ergebnisse der Eigenschwingungsberechnung bei impliziter Berücksichtigung der Verstärkungs-Halbringe; qualitativ besitzen die zugehörigen Eigenformen das aus Bild 6.4 bekannte Aussehen.

Modell →	S9F ohne Verstärkungs- Halbringe	S9F Wirkung der Verstär- kungs-Halbringe ein- gerechnet
Mode n ↓	Eigenfrequenz f / Hz ↓	Eigenfrequenz f / Hz ↓
1	116	117
2	134	136
3	209	212
4	257	259
5	286	290
6	514	523

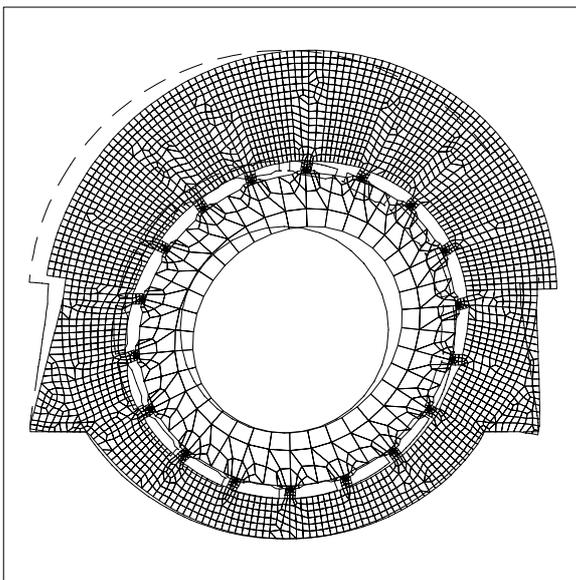
Die Eigenfrequenzen des Stators nehmen (in Tab. 7.2 von Spalte 2 nach Spalte 3) um rund 1,35 % zu. Diese Zunahme ist mit Sicherheit zu klein, als daß durch sie eine meßbare Änderung der Schwingungsamplituden zu erwarten wäre.

Die FE-Eigenschwingungsberechnung mit explizit modellierten Verstärkungs-Halbringen (Abschn. 7.1.3), d. h. bei Berücksichtigung der zusätzlichen Masse, liefert sogar kleinere Eigenfrequenzen, als sie der un sanierte Stator aufweist. Die Vernachlässigung der Masse der Verstärkungs-Halbringe ist deshalb als unzulässig anzusehen.

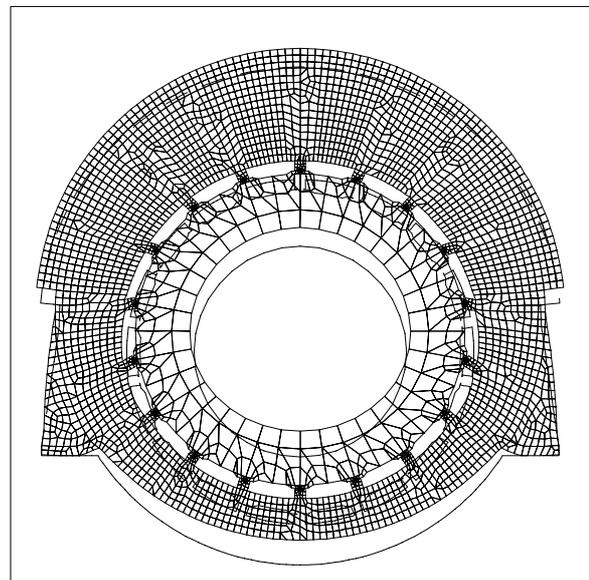
7.1.3 Finite-Elemente-Berechnungen des Statormodells mit Verstärkungs-Halbringen

Modelle. Aus den Modellen S1F, S2F und S9F werden durch Anfügen der Verstärkungs-Halbringe die Modelle V1F, V2F und V9F. Die Verstärkungs-Halbringe werden als fest mit der Gehäuse-Außenkontur verbunden betrachtet und besitzen die unter Abschn. 7.1.1 angegebenen Eigenschaften.

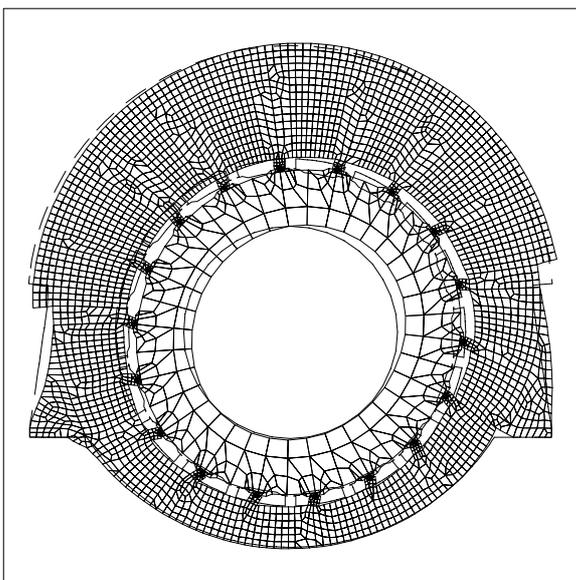
Eigenschwingungen. Im folgenden sind - analog zu Abschn. 6.3.2 - die Eigenfrequenzen und -formen der drei verstärkten Statormodelle dokumentiert.



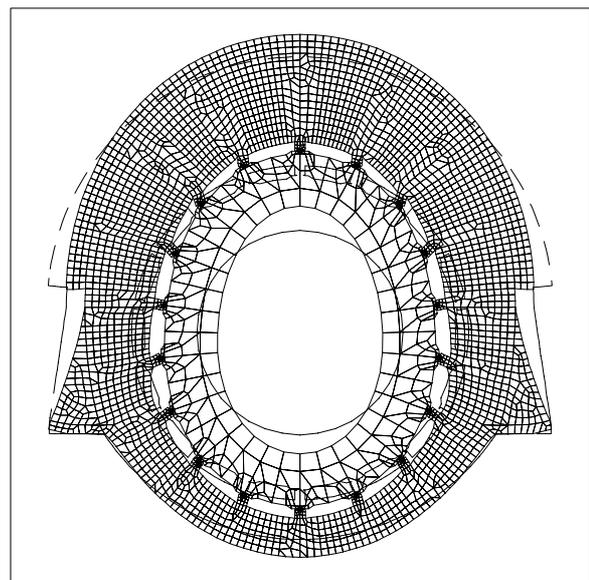
a $f = 115 \text{ Hz}$ (116)



b $f = 133 \text{ Hz}$ (134)



c $f = 207 \text{ Hz}$ (209)



d $f = 257 \text{ Hz}$ (257)

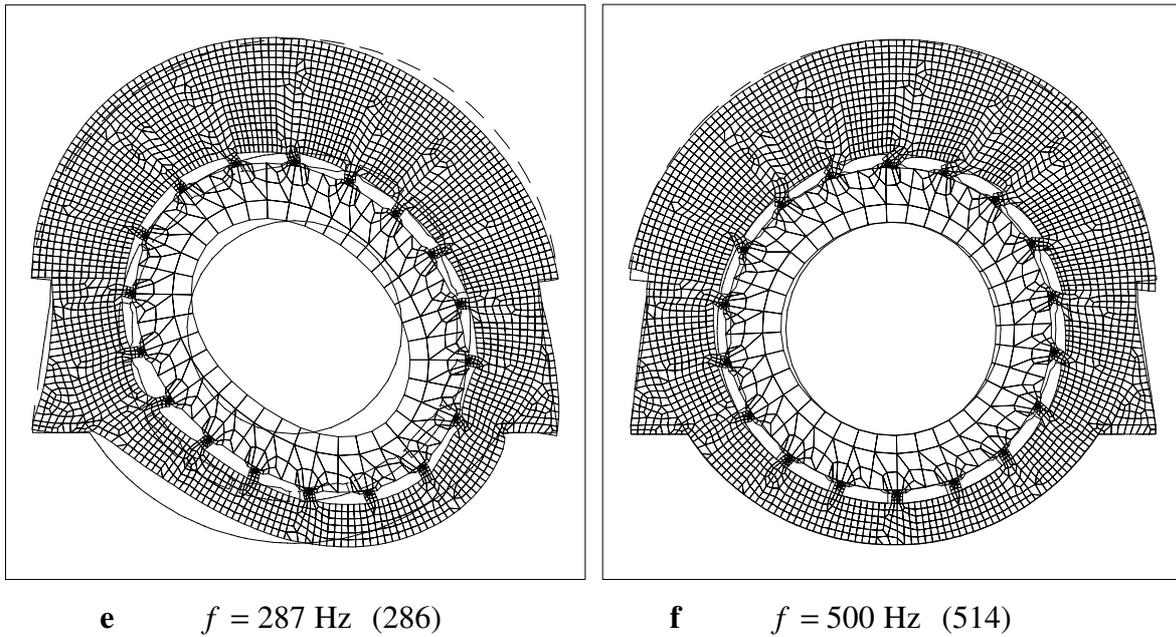


Bild 7.3 Die ersten sechs Moden des Statormodells V9F sortiert nach von **a** bis **f** zunehmender Eigenfrequenz jeweils im Vergleich zur Außenkontur des unverformten Modells bei einem relativen Elastizitätsmodul von 100 %. Im Klammern zum Vergleich die Werte des Statormodells S9F in Hz.

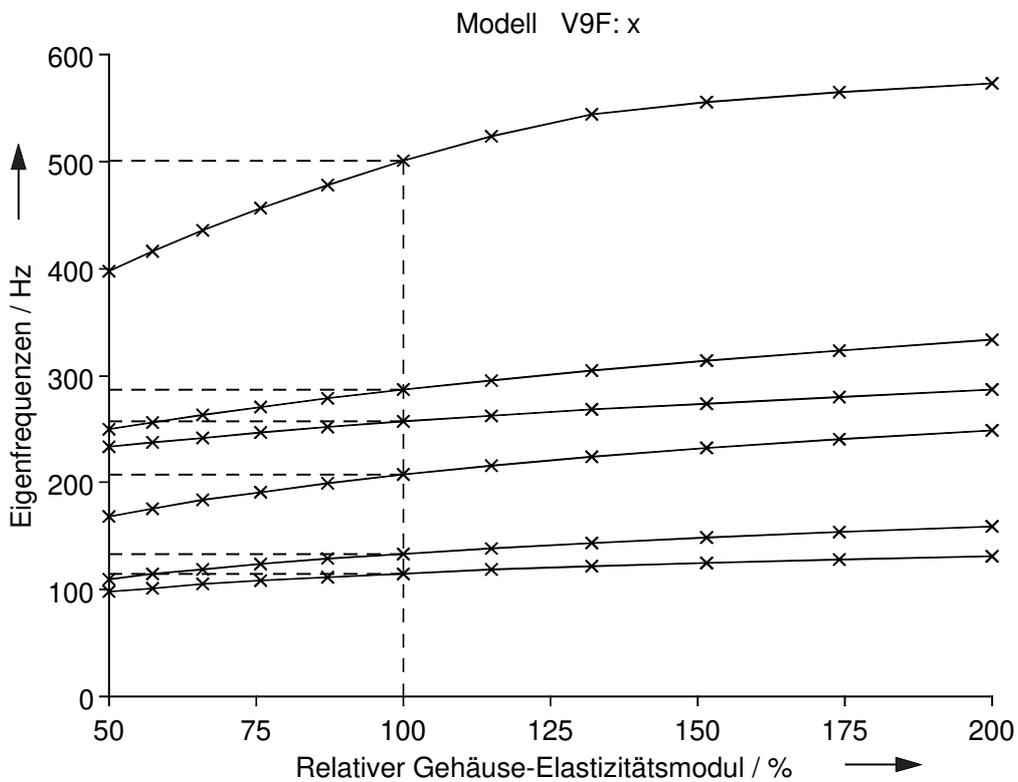


Bild 7.4 Eigenfrequenzen der ersten sechs Moden des Statormodells V9F in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln des Gehäusemantels mit Verrippung. Markiert sind die zu Bild 7.3 gehörigen Frequenzwerte.

Da der qualitative Verlauf der Eigenfrequenzen der einzelnen Moden über den relativen Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen bei allen verstärkten Statormodellen gleich ist, wird auf die ausführliche Darstellung der Ergebnisse für die Modelle V1F und V2F verzichtet. Im folgenden Bild werden nur die niedrigsten Eigenfrequenzen der drei Modelle verglichen.

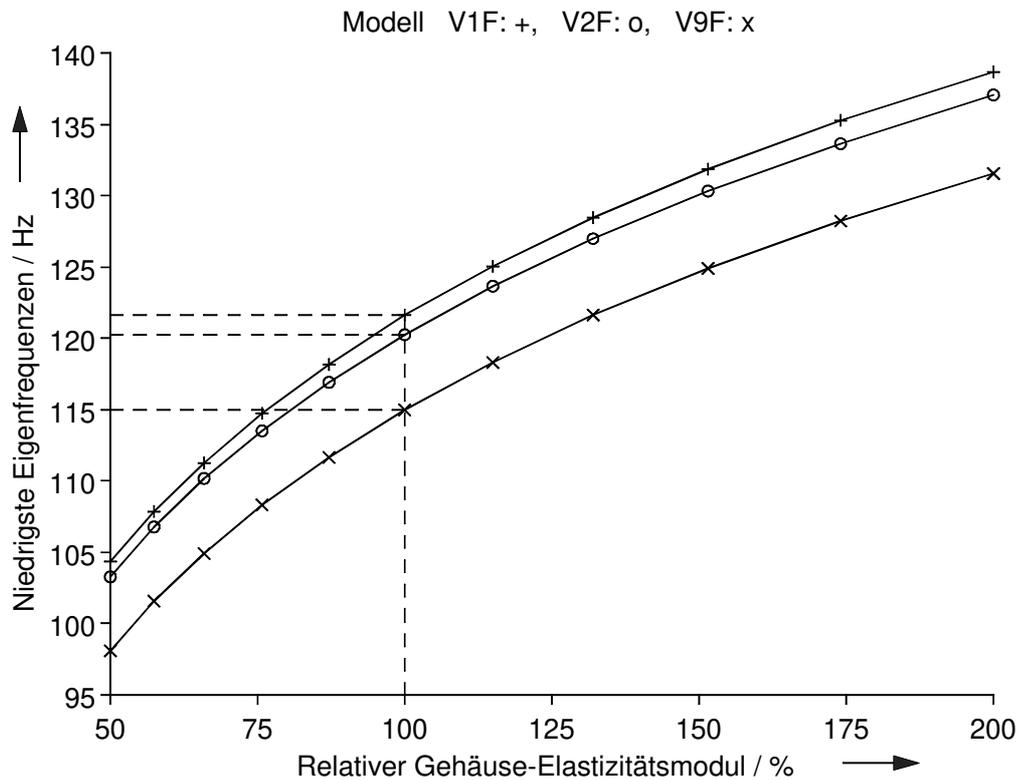


Bild 7.5 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Statormodelle mit Verstärkungs-Halbringen in Abhängigkeit von den Elastizitätsmoduln der Gehäusemäntel mit Verrippungen. Markiert sind die Werte V1F: 122 Hz, V2F: 120 Hz und V9F: 115 Hz.

Bei einem relativen Elastizitätsmodul von 100 % stimmen die Steigungen der Kurven in den Bildern 6.10 und 7.5 überein. D. h. die verstärkten Statormodelle reagieren auf eine Änderung der Gehäusesteifigkeit mit der gleichen Empfindlichkeit wie die unverstärkten.

Der Absolutwert der niedrigsten Eigenfrequenz des jeweiligen Statormodells mit Verstärkungs-Halbringen ist jedoch stets kleiner als der des zugehörigen unsanierten Stators. Auch eine andere Wahl der radialen und axialen Abmessungen der Verstärkungs-Halbringe hätte nicht zu größeren Werten als ohne geführt (vgl. Bild 7.6).

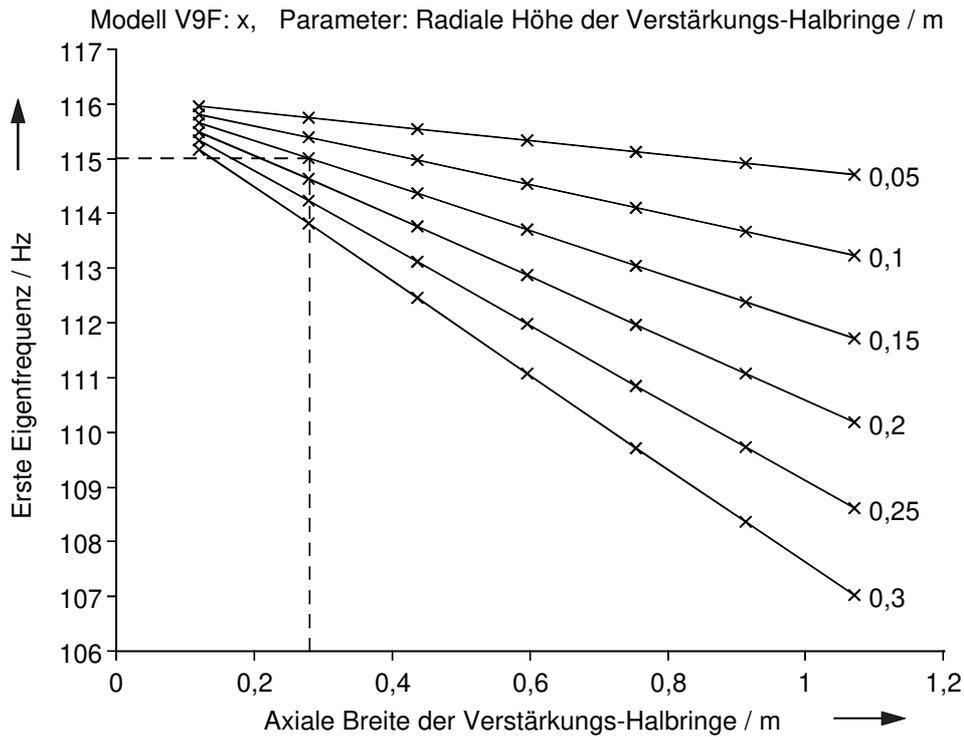


Bild 7.6 Erste Eigenfrequenz des verstärkten Statormodells V9F in Abhängigkeit von den axialen und radialen Abmessungen der Verstärkungs-Halbringe; markiert ist der Punkt der realisierten Abmessungen $f(l_V = 0,28 \text{ m}; h_V = 0,15 \text{ m}) = 115 \text{ Hz}$.

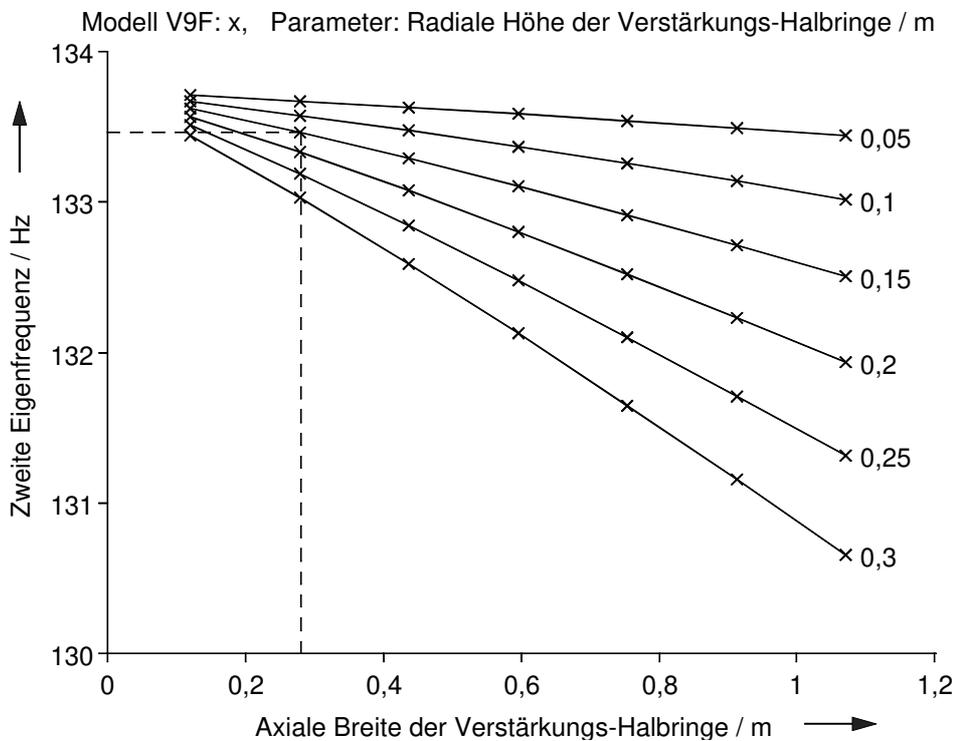


Bild 7.7 Zweite Eigenfrequenz des verstärkten Statormodells V9F in Abhängigkeit von den axialen und radialen Abmessungen der Verstärkungs-Halbringe; markiert ist der Punkt der realisierten Abmessungen $f(l_V = 0,28 \text{ m}; h_V = 0,15 \text{ m}) = 133,5 \text{ Hz}$.

Erzwungene Schwingungen. Es gelten die Bemerkungen aus Abschn. 6.3.3 mit einer Ausnahme: Die Knoten, in welchen die Verschiebungen u und v in x - bzw. y -Richtung in Abhängigkeit von der Frequenz der Kraftwelle berechnet wurden, liegen in diesem Fall z. T. auf der Außenkontur der Verstärkungs-Halbringe (Knoten 45° und 90° in Bild 7.8) und nicht wie in Bild 6.12 auf der Gehäuse-Außenkontur.

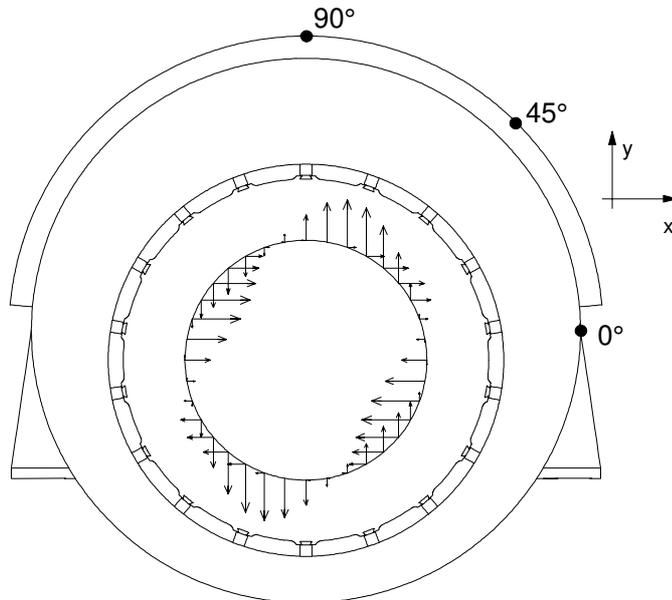


Bild 7.8 Statormodell V9F mit schwingungsanregender Kraftwelle

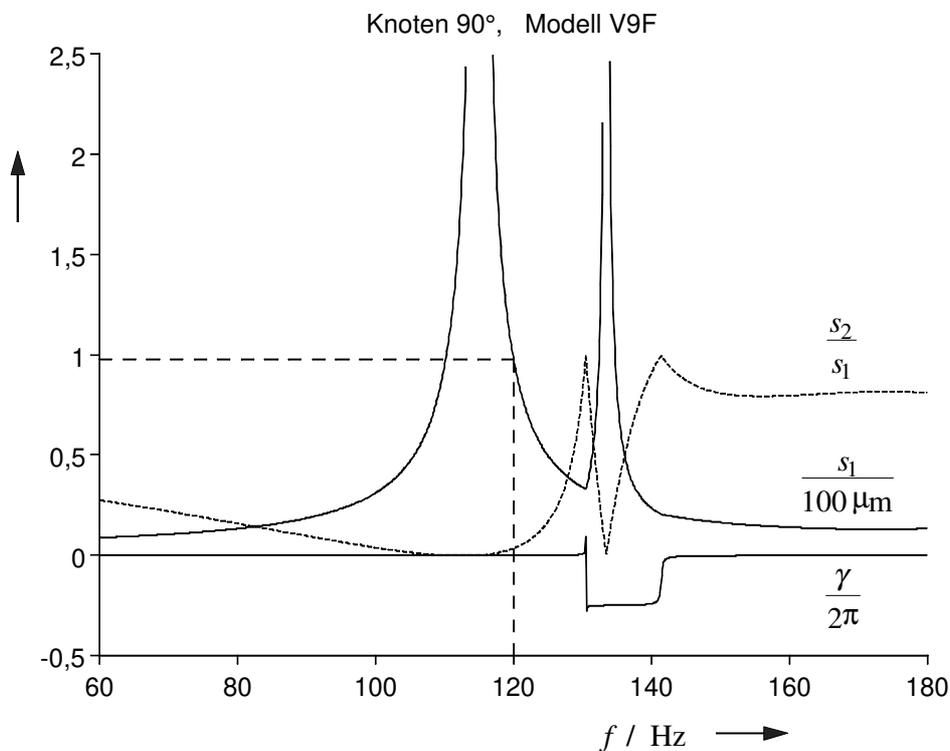


Bild 7.9 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 90° (oberer Scheitel) des Modells V9F über der Anregungsfrequenz f . Markiert ist der Wert $s_1(120 \text{ Hz}) = 98 \mu\text{m}$.

Die Abnahme der Schwingungsamplitude im Gehäusescheitel des dämpfungslosen Modells von 125 (Bild 6.14) auf 98 μm (Bild 7.9) bestätigt die an der realen Maschine gemessene Abnahme von 100 auf 80 μm (Abschn. 2.2). Auf die Wiedergabe der Ergebnisse für die Knoten 45° und 0° wird hier verzichtet, weil sie keine weiterführenden Informationen liefert. Die beiden Annahmen hingegen, unter denen diese Sanierungsmaßnahme durchgeführt wurde, werden durch dieses Ergebnis falsifiziert:

- Die als eigenfrequenzerhöhende Versteifungen gedachten Verstärkungs-Halbringe wirken als eigenfrequenzsenkende, nahezu steifigkeitslose Massen.
- Die niedrigste Stator-Eigenfrequenz liegt nicht oberhalb (wie bei den Modellen S1F und S2F), sondern unterhalb (wie bei Modell S9F) der Anregungsfrequenz. Denn: Läge die niedrigste Stator-Eigenfrequenz oberhalb der Anregungsfrequenz, so verkleinerte der Einbau der Verstärkungs-Halbringe die Eigenfrequenz sowie den Abstand zwischen Eigen- und Anregungsfrequenz. Dies hätte eine Erhöhung der Schwingungsamplitude zur Folge gehabt und widerspricht den Meßergebnissen. Aufgrund dieses Arguments wurden bei den Gehäuse- und Statorberechnungen die Modelle G9F bzw. S9F als mit dem geringsten Fehler behaftet unterstellt.

Für eine wirksamere Verringerung der Schwingungen folgt daraus:

- Die Anbringung von Verstärkungs-Halbringen ist nicht geeignet, den niedrigsten Eigenfrequenzwert zu vergrößern. Soll das Schwingungsproblem durch Erhöhung der niedrigsten Eigenfrequenz gelöst werden, so müssen andere Maßnahmen ergriffen werden (Abschn. 7.2).
- Falls das Schwingungsproblem durch Verringerung der niedrigsten Eigenfrequenz gelöst werden soll, muß eine stärkere Eigenfrequenzabsenkung erreicht werden.

Dazu reicht es nicht aus, die Biegesteifigkeit der Verstärkungs-Halbringe, z. B. durch radial-axiale Einschnitte, weiter zu verringern. Die niedrigste Eigenfrequenz von Modell V9F sinkt dabei nicht unter 114 Hz. Wohl aber kann durch diese Maßnahme die nachfolgend beschriebene Eigenfrequenzabsenkung durch Anbringung größerer Verstärkungs-Halbringe unterstützt werden.

Verdoppelt man die radiale Höhe der Verstärkungs-Halbringe auf $2 \cdot 0,15 \text{ m} = 0,3 \text{ m}$ und vervierfacht ihre axiale Ausdehnung auf $4 \cdot 0,28 \text{ m} = 1,12 \text{ m}$, so sinken die ersten beiden Eigenfrequenzen auf 106,6 und 130,5 Hz (Bilder 7.6 und 7.7). Günstig ist, daß die Änderung der zweiten Eigenfrequenz wesentlich kleiner als die der ersten ausfällt. Auf diese Weise kommt die zweite Eigenfrequenz nicht in die Nähe der Anregungsfrequenz.

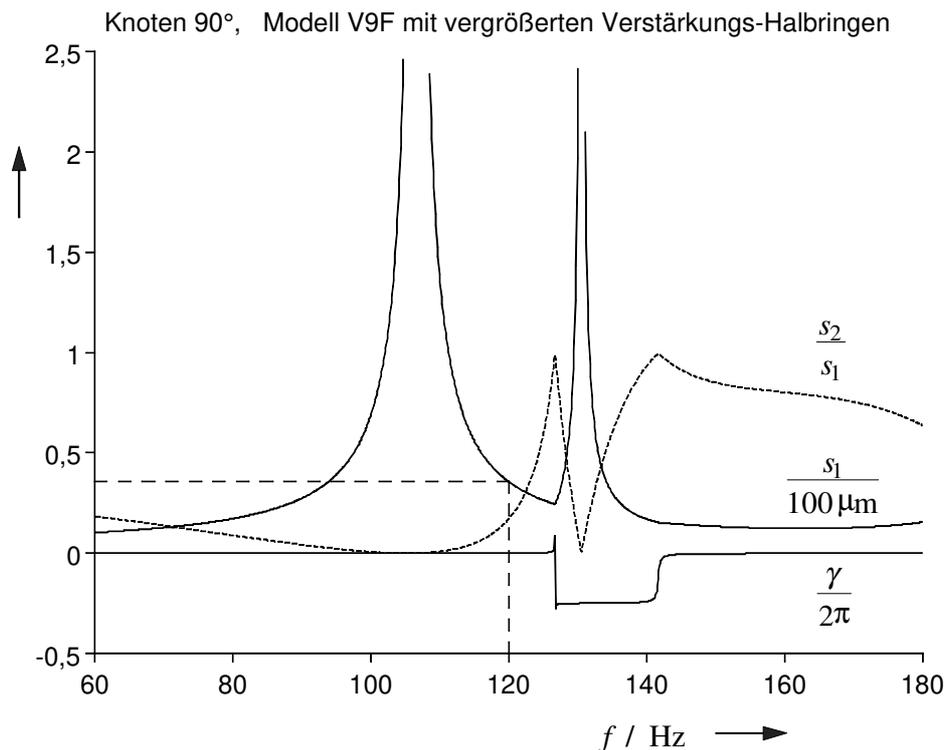


Bild 7.10 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 90° (oberer Scheitel) des Modells V9F mit vergrößerten Verstärkungs-Halbringen über der Anregungsfrequenz f . Markiert ist der Wert $s_1(120\text{ Hz}) = 36\mu\text{m}$.

Die Schwingungsamplitude von $36\mu\text{m}$ bei 120 Hz zeigt, daß mit dieser Dimensionierung der Verstärkungs-Halbringe eine wirksame Verringerung der Schwingungen möglich gewesen wäre.

Bei der durchgeführten Sanierungsmaßnahme wurden rund 2 t Stahl eingebaut; für die zuletzt behandelten vergrößerten Verstärkungs-Halbringe wären ca. 16 t erforderlich. Dies entspricht einer Erhöhung des Stator-Gesamtgewichts um 9 %.

7.2 Eine Alternative

Modelliert man das Gehäuse wie unter Abschn. 5.1 als Kreisbogen, so ist die Verkürzung der schwingenden Bogenlänge eine Möglichkeit zur Erhöhung der Eigenfrequenzen des Gehäuses (Bilder 3.5 und 5.2). Dies kann z. B. durch Vergrößerung der axialen Breite der Fußborteile oder Ausweitung der Fußborteile nach oben am Gehäuseumfang geschehen. Hier wurde die zuerst genannte Methode gewählt. Steifere Fußborteile verringern die schwingende Bogenlänge auf einen wirksamen Wert von $180^\circ < \alpha < 240^\circ$. Nach Bild 5.2 wären damit niedrigste Eigenfrequenzen von bis zu 153 Hz (Modell GBF) und 182 Hz (Modell GBA) erreichbar. Durch die Platzierung des Materials

nahe der Einspannstellen ist nicht zu erwarten, daß die zusätzliche Masse den durch die Bogenlängenverkleinerung erzielten 'Eigenfrequenzgewinn' wieder zunichte macht.

7.2.1 Finite-Elemente-Berechnung der Eigenschwingungen des Statormodells mit verstärkten Fußoberteilen

Die Verstärkung der Fußoberteile erfolgt zweckmäßigerweise durch axiale Verbreiterung *aller* vorhandenen Rippen. In Bild 7.11 ist dies exemplarisch an nur einer Rippe eingezeichnet.

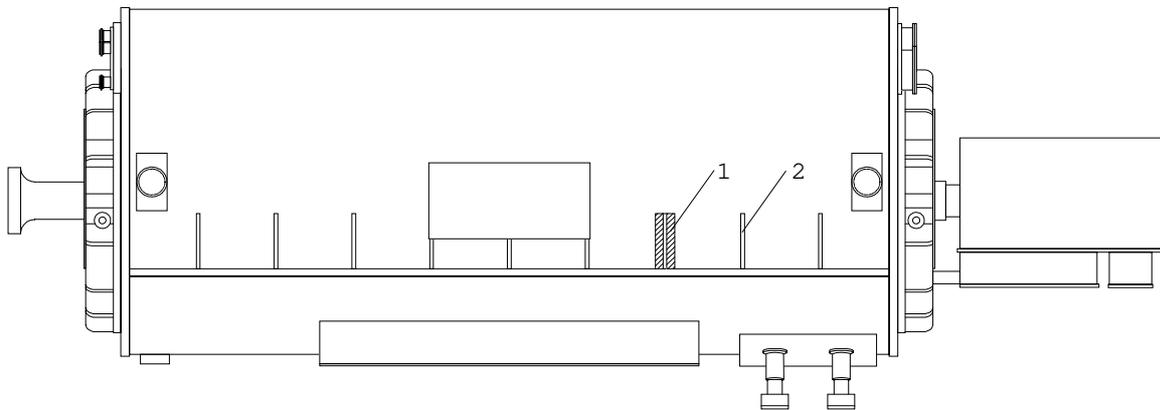


Bild 7.11 Seitenansicht des sanierten Turbogenerators mit 1: verstärktem und 2: unverstärktem Fußoberteil

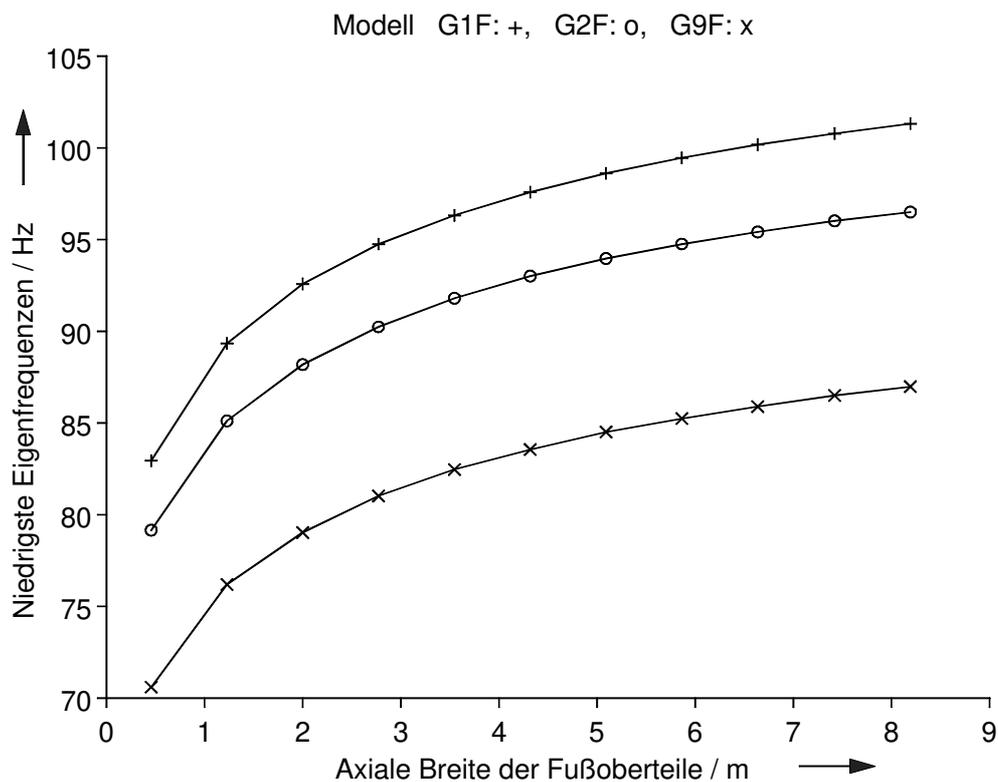


Bild 7.12 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Gehäusemodelle in Abhängigkeit von der axialen Breite der Fußoberteile

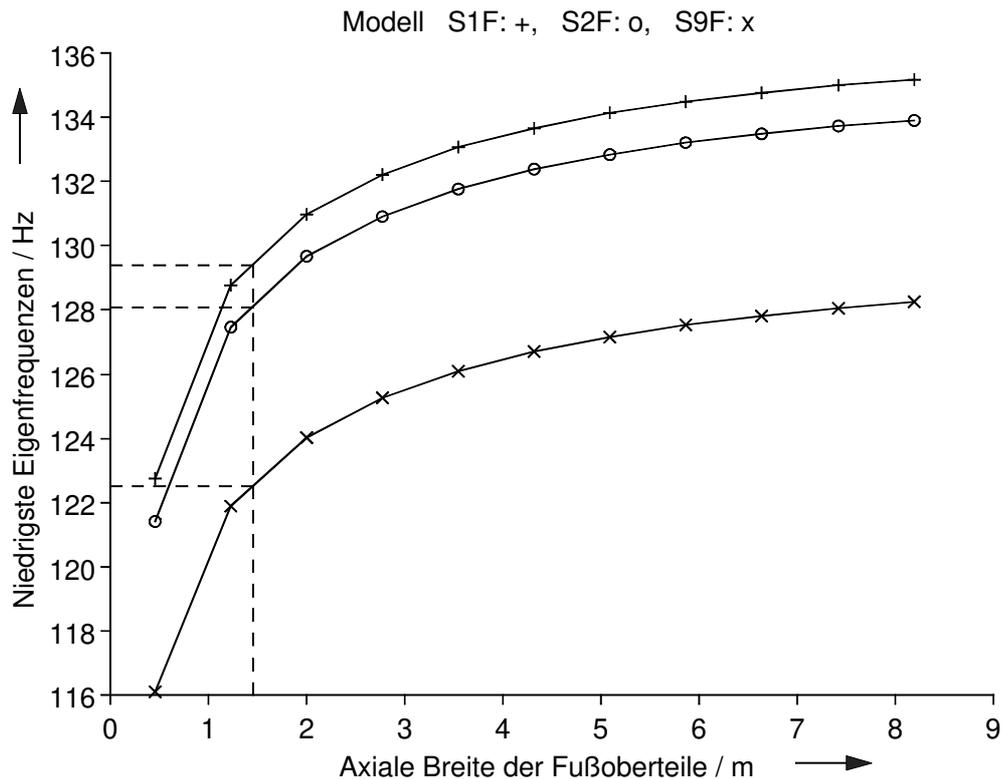


Bild 7.13 Niedrigste Eigenfrequenzen der drei Statormodelle in Abhängigkeit von der axialen Breite der Fußoberteile. Markiert ist der Fall laut Sanierungsvorschlag; im unsanierten Zustand beträgt die Fußoberteilbreite 0,45 m.

Die Berechnung der niedrigsten Eigenfrequenzen der Gehäuse- und Statormodelle ohne Verstärkungs-Halbringe in Abhängigkeit von der axialen *Gesamtbreite aller Fußoberteile einer Maschinenseite* (Bilder 7.12 und 7.13) zeigt, daß zwar die nach Bild 5.2 erwarteten Werte für die niedrigste Gehäuse-Eigenfrequenz nicht ganz erreicht werden, wohl aber durch die Wahl der Fußoberteilbreite zu 1,45 m (Tab. 5.1: unsaniertes Zustand 0,45 m) die niedrigste Stator-Eigenfrequenz um jeweils rund 6,5 Hz erhöht werden kann.

Die gewählte Fußoberteilbreite von 1,45 m ist ein Kompromiß zwischen den nicht gleichzeitig einstellbaren Zuständen einer möglichst 10 Hz von der ‘unsanierten’ Stator-Eigenfrequenz entfernten ‘sanierten’ Eigenfrequenz und dem Wunsch, im möglichst steilen Anfangsbereich der Kurven aus Bild 7.13 zu bleiben, wo ein hoher ‘Eigenfrequenzgewinn’ pro verbautem Material erreicht wird. Da die Verstärkungen nur an den vorhandenen Rippen angebracht werden können, ist mehr als die hier angenommene Verdreifachung der ursprünglichen axialen Breite kaum möglich.

7.2.2 Erzwungene Schwingungen

Die Berechnung der erzwungenen Schwingungen in diesem Abschnitt erfolgte analog zu Abschn. 6.3.3.

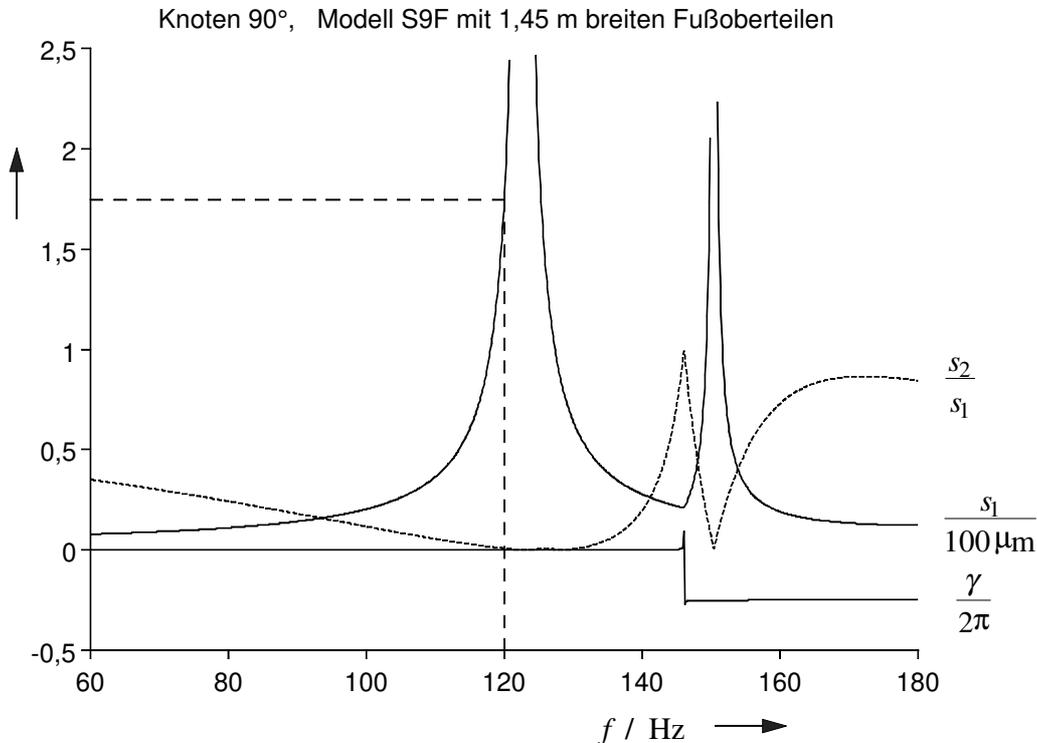


Bild 7.14 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 90° (oberer Scheitel) des Modells S9F mit erhöhter Fußoberteilbreite von 1,45 m über der Anregungsfrequenz f . Markiert ist der Wert $s_1(120 \text{ Hz}) = 175 \mu\text{m}$.

Durch die axiale Verbreiterung der Fußoberteile erhöht sich die niedrigste Eigenfrequenz des Modells S9F von 116 auf 122,5 Hz und liegt damit nicht mehr unter- sondern oberhalb der Anregungsfrequenz. Wie in Bild 7.14 erkennbar, wurde die Resonanzfrequenz aber nicht weit genug erhöht, um bei 120 Hz zu kleineren Schwingungsamplituden als im unsanierten Zustand (Bild 6.14) zu führen.

Läge die Resonanzfrequenz schon im unsanierten Fall oberhalb der Anregungsfrequenz, z. B. für Modell S1F bei 123 Hz, so wäre die Erhöhung der niedrigsten Eigenfrequenz durch die gleiche Verbreiterung der Fußoberteile ein wirksames Mittel zur Verringerung der Schwingungsamplitude (Bild 7.15). Da hier nach den Ergebnissen von Abschn. 7.1.3 angenommen werden muß, daß die Verhältnisse an der realen Maschine eher denen an Modell S9F als denen an Modell S1F entsprechen, kann Bild 7.15 nur veranschaulichen, welche Vorüberlegungen zur Auswahl einer wirksamen Maßnahme zur Verringerung unerwünschter Schwingungen notwendig sind.

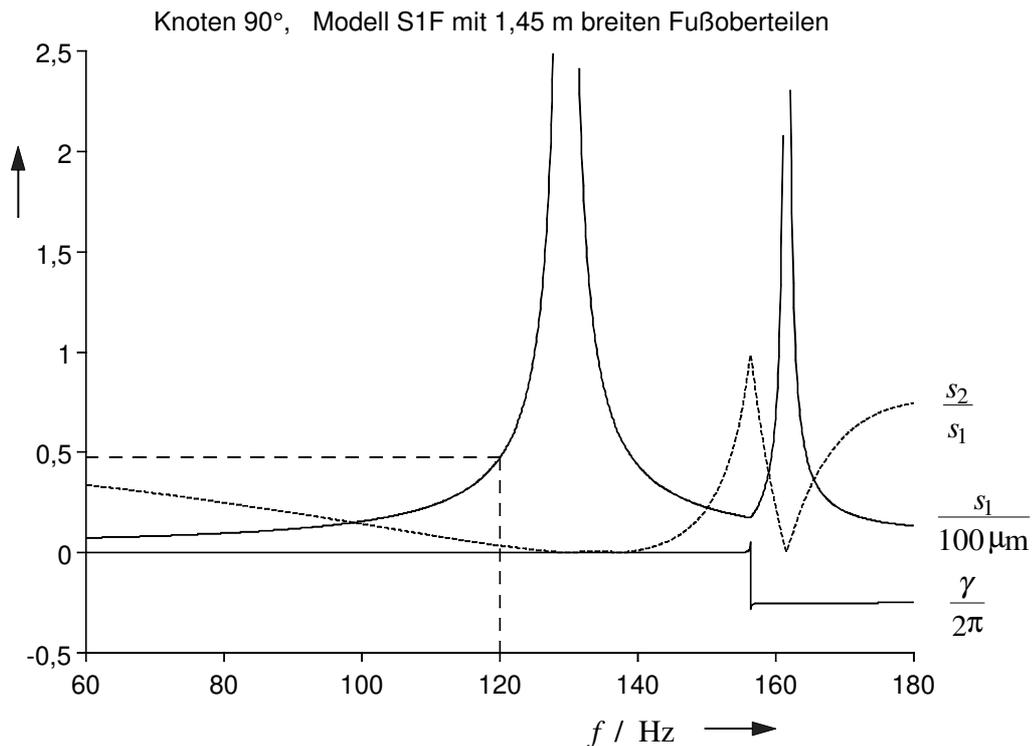


Bild 7.15 Kenngrößen der elliptischen Bahn des Knotens 90° (oberer Scheitel) des Modells S1F mit erhöhter Fußoberteilbreite von 1,45 m über der Anregungsfrequenz f . Markiert ist der Wert $s_1(120 \text{ Hz}) = 47 \mu\text{m}$.

7.3 Diskussion der Ergebnisse

Im Fall unerwünschter Schwingungen durch eigenlösungsnahe Anregung ist zunächst zu klären, ob die kritische Eigenfrequenz unter- oder oberhalb der Anregungsfrequenz liegt. Die vorstehenden Abschnitte lassen nur Maßnahmen zur Eigenfrequenzänderung sinnvoll erscheinen, die nicht versuchen, diese bestehende Konstellation umzukehren.

Liegt die Eigenfrequenz unterhalb der Anregungsfrequenz, kann der Abstand zwischen beiden am wirksamsten durch Eigenfrequenzsenkung vergrößert werden. Dazu ist der Einbau möglichst biegeweicher Massen geeignet. Um an der hier betrachteten Maschine die Schwingungsamplitude im Gehäusescheitel auf weniger als $50 \mu\text{m}$ zu verringern, müßte die Gesamtmasse des Stators um rund 9 % erhöht werden.

Eine Eigenfrequenz oberhalb der Anregungsfrequenz kann z. B. durch Versteifung des Gehäuses weiter erhöht werden. Die axiale Verbreiterung der Fußoberteile ist eine solche Maßnahme, bei der mit relativ wenig zusätzlichem Material, hier rund 2 t, ein ausreichender Eigenfrequenzzuwachs erzielt werden kann.

8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde das Schwingungsverhalten eines zweipoligen Turbogenerators daraufhin untersucht, welche Ursachen die beobachtete unerwünscht hohe Schwingungsamplitude des Gehäusescheitels hat und auf welche Weise sie hätte verringert werden können.

Die baugruppenweise Berechnung der Maschine erfolgte mittels analytischer Näherungsverfahren und der FEM an dämpfungslosen zweidimensionalen Modellen. Das Verfahren der Übertragungsmatrizen erwies sich als numerisch instabil, ein diskreter Zweimassenschwinger als zu grobes Modell.

Aufgrund des großen Joch-Zahnhöhen-Verhältnisses ließen sich die Eigenfrequenzen des Blechpakets mit Wicklung, Wicklungsisolation und Nutverschlußkeilen näherungsweise als Eigenfrequenzen eines homogenen, dickwandigen Kreisrings berechnen. Die Ergebnisse weichen um weniger als 5 % von denen einer FE-Berechnung mit detailliertem Blechpaketmodell ab.

Zur analytischen Abschätzung der niedrigsten Eigenfrequenz des Gehäuses (ohne Blechpaket) wurde dieses durch einen homogenen Kreisbogen modelliert, welcher an seinen beiden Enden fest eingespannt ist. Dieses Modell lieferte einen um rund 25 % größeren Wert als die FE-Modelle, welche die ungleichmäßige Massen- und Steifigkeitsverteilung am Gehäuseumfang sowie die Form und Steifigkeit der Füße berücksichtigen. Trotz der recht hohen Abweichung lassen sich mit dem Bogenmodell schnell Anhaltswerte für die niedrigste Gehäuse-Eigenfrequenz errechnen, die für überschlägige Betrachtungen ausreichen.

Die Kopplung der FE-Modelle für Blechpaket und Gehäuse durch Keile und Keilträger lieferte ein Modell für den gesamten Stator. Nach den an diesem Modell durchgeführten FE-Berechnungen von Eigen- und erzwungenen Schwingungen ist die beobachtete Schwingungsamplitude deshalb so hoch, weil Frequenz und räumliche Verteilung der Anregung eigenlösungsnahe sind. Die niedrigste Stator-Eigenform kann als Zusammenwirken der Vierknoten-Biege-Eigenschwingung des Blechpakets mit der tiefstfrequenten Gehäuse-Eigenform aufgefaßt werden.

Die durchgeführten Parametervariationen der Kopplungs- und Gehäusesteifigkeiten ließen zur Verringerung der Schwingungsamplitude nur eine Änderung der Gehäusesteifigkeit aussichtsreich erscheinen, durch welche der Abstand zwischen niedrigster Stator-Eigenfrequenz und Anregungsfrequenz vergrößert werden kann. Erregerkraftfrequenz und -verteilung sind nach dem Wirkungsprinzip des Turbogenerators unveränderlich.

Ob die niedrigste Stator-Eigenfrequenz zur Vergrößerung ihres Abstandes von der Anregungsfrequenz verkleinert oder vergrößert werden muß, hängt davon ab, ob sie im unsanierten Zustand unter- bzw. oberhalb der Anregungsfrequenz liegt.

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, daß die Anbringung von Verstärkungs-Halbringen auf der Oberseite des Gehäuses die niedrigsten Stator-Eigenfrequenzen stets verkleinert, weil der eigenfrequenzsenkende Einfluß der zusätzlich eingebauten Massen die eigenfrequenzerhöhende Wirkung der vergrößerten Biegesteifigkeit des Gehäuses überwiegt. Ein solcher Ansatz war schon nach Auslieferung der Maschine im Jahre 1978 verfolgt worden und wegen ungünstiger Dimensionierung wenig erfolgreich.

Ein alternativer Sanierungsvorschlag versucht, die niedrigste Eigenfrequenz des Gehäuses und damit des gesamten Stators zu vergrößern, indem durch zusätzliche Versteifung der oberen Fußabschnitte die schwingende Bogenlänge des oberen Gehäuseabschnitts verkürzt wird.

Die Ergebnisse der FE-Berechnungen lassen erwarten, daß abhängig von der Lage der niedrigsten Stator-Eigenfrequenz zur Anregungsfrequenz in jedem Fall eine der beiden Sanierungsmaßnahmen so dimensioniert werden kann, daß die Schwingungen denen 'ruhig' laufender Maschinen nahe kommen.

Anhang

Tabelle A.1 Rechenmodelle

Baugruppe ↓	Kurzbezeichnung ↓	Modell und Rechenverfahren ↓	Daten auf Seite ↓	Ergebnisse auf Seite ↓
Blechkpaket →	BRA	Blechkpaket als Ring analytisch berechnet	29	34
	BMF	Blechkpaket mit Wicklung mittels FE berechnet	32	34
	BOF	Blechkpaket ohne Wicklung mittels FE berechnet	32	34
	BRF	Blechkpaket als Ring mittels FE berechnet	31	34
Gehäuse (ohne Blechkpaket) →	GBA	Gehäuse als Bogen analytisch berechnet	36	37
	GBF	Gehäuse als Bogen mittels FE berechnet	36	37
	G1F	Gehäuse mit konstanter Biegesteifigkeit (1 Wert) am Umfang mittels FE berechnet	38f, 42	50
	G2F	Gehäuse mit 2 Abschnitten unterschiedlicher Biegesteifigkeit am Umfang mittels FE berechnet	38f, 43	50
	G9F	Gehäuse mit 9 Abschnitten unterschiedlicher Biegesteifigkeit am Umfang mittels FE berechnet	38f, 45	47
Stator (Gehäuse mit Blechkpaket) →	S1F	Kopplung von BRF und G1F über Keile und Keilträger	58	65
	S2F	Kopplung von BRF und G2F über Keile und Keilträger	58	65
	S9F	Kopplung von BRF und G9F über Keile und Keilträger	58	59f, 72f
Stator mit Verstärkungs-Halbringen →	V1F	S1F mit zusätzlichen Verstärkungs-Halbringen	81	83
	V2F	S2F mit zusätzlichen Verstärkungs-Halbringen	81	83
	V9F	S9F mit zusätzlichen Verstärkungs-Halbringen	81	81f

Eigenwerte und (Rechts-)Eigenvektoren einer 2×2 -Matrix

(Rechts-)Eigenvektoren \vec{z} der Matrix A heißen diejenigen Vektoren, welche durch die Matrix A auf das μ -fache ihrer selbst abgebildet werden, d. h. sie erfüllen die Bedingung

$$A\vec{z} = \mu\vec{z}. \quad (\text{A.1})$$

Für $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ folgen aus

$$[A - \mu I]\vec{z} = \vec{0} \quad (\text{A.2})$$

die Bestimmungsgleichung für die beiden Eigenwerte μ_1 und μ_2

$$\det(A - \mu I) = 0 \quad (\text{A.3})$$

und ihre Lösungen

$$\mu_{1,2} = \frac{a_{11} + a_{22} \pm \sqrt{a_{11}^2 + 4a_{12}a_{21} - 2a_{11}a_{22} + a_{22}^2}}{2}. \quad (\text{A.4})$$

Zur Berechnung der Eigenvektoren ist das homogene lineare Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} a_{11} - \mu & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

zu lösen. Da dessen Koeffizientenmatrix singularär ist, kann z. B. $z_2 = 1$ gewählt werden.

Aus der zweiten Zeile von Gl. (A.5) folgt damit $z_1 = \frac{\mu - a_{22}}{a_{21}}$, und für den Fall disjunkter,

von Null verschiedener Eigenwerte erhält man die auf einen Betrag von Eins normierten Eigenvektoren zu

$$\vec{z}_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{(\mu_{1,2} - a_{22})^2 / a_{21}^2 + 1}} \cdot \begin{bmatrix} \mu_{1,2} - a_{22} \\ a_{21} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Literaturverzeichnis

- [And67] Anderson, R.A.: *Fundamentals of vibrations*
1967, Macmillan, New York
- [Bar58] Barkhausen, H.: *Einführung in die Schwingungslehre*
6. Aufl. 1958, S. Hirzel, Leipzig
- [Ben93] Benbouzid, M.E.H.; Reyne, G.; Dérou, S.; Foggia, A.: *Finite element modeling of a synchronous machine: Electromagnetic forces and mode shapes*
IEEE Transactions on magnetics **29** (1993) 2, S.2014-8
- [Ber71] Berger, H.: *Das Schwingungsverhalten der Ständer von Groß-Turbogeneratoren*
1971, Dissertation an der TH Hannover
- [Böl66a] Bölderl, P.: *Über die Ermittlung der vom Luftspaltfeld angeregten Schwingungen des Ständers von Turbogeneratoren*
1966, Dissertation an der TH Hannover
- [Böl66b] Bölderl, P.: *Ständerschwingungen in Turbogeneratoren: Über die Ermittlung der vom Luftspaltfeld angeregten Schwingungen des Ständers von Turbogeneratoren*
Teil 1: Technische Rundschau **58** (1966) 49, S.49-61
Teil 2: Technische Rundschau **58** (1966) 51, S.25-37
- [Böl67] Bölderl, P.; Jordan, H.; Röder, G.: *Ermittlung der Biegeeigenfrequenz für die Vierknotenschwingung des Ständerblechpakets von Turbogeneratoren*
AEG-Mitteilungen **57** (1967) 1, S.35-9
- [Cha96] Chang, S.C.; Yacamini, R.: *Experimental study of the vibrational behaviour of machine stators*
IEE Proc.-Electr. Power Appl. **143** (1996) 3, S.242-50
- [Coo95] Cook, R.D.: *Finite element modeling for stress analysis*
1995, J. Wiley & Sons, New York
- [Den28] Den Hartog, J.P.: *Vibration of frames of electrical machines*
Transactions of the ASME, **49-50** (1927/28), S.APM-50-6 1-6 und APM-50-11 9-11
- [Den62] Den Hartog, J.P.: *Mechanical vibrations*
4. Aufl. 1962, McGraw-Hill, New York
- [Edm57] Edmonds, P.D.; Sittig, E.: *Experimentelle Untersuchung der elastischen Eigenschwingungen isotroper Kreiszyylinder*
Acustica **7** (1957) 5, S.299-305

- [Ell68] Ellison, A.J.; Moore, C.J.: *Acoustic noise and vibration of rotating electric machines*
Proceedings of the IEE **115** (1968) 11, S.1633-40
- [Ell71] Ellison, A.J.; Yang, S.J.: *Natural frequencies of stators of small electrical machines*
Proceedings of the IEE **118** (1971) 1, S.185-90
- [Erd57] Erdelyi, E.; Horvay, G.: *Vibration modes of stators of induction motors*
Transactions of the ASME, Series E, Journal of applied mechanics, **24** (1957), S.39-45
- [Ewi84] Ewins, D.J.: *Modal testing: Theory and practice*
1984, J. Wiley & Sons, Letchworth
- [Fed35] Federhofer, K.: *Zweidimensionale Theorie der Biegeschwingungen des Kreisringes mit rechteckigem Querschnitt*
Sitzungsberichte der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Wien, Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Abteilung 2a, **144** (1935), S.561-75
- [Flü60] Flügge, W.: *Stresses in shells*
1960, Springer, Berlin
- [Fro58] Frohne, H.; Jordan, H.: *Augenblicklicher Stand der Lärmbekämpfung bei Drehstromasynchronmotoren*
Lärmbekämpfung **2** (1958) 2/3, S.27-31
- [Fro59] Frohne, H.: *Über die primären Bestimmungsgrößen der Lautstärke bei Asynchronmaschinen*
1959, Dissertation an der TH Hannover
- [Fro63] Frohne, H.: *Über die Methoden der theoretischen Vorausberechnung der Lautstärke von Asynchronmaschinen*
Conti Elektro Berichte **9** (1963) 3, S.129-39
- [Gas87] Gasch, R.; Knothe, K.: *Strukturodynamik, Band 1: Diskrete Systeme*
1987, Springer, Berlin
- [Gas89] Gasch, R.; Knothe, K.: *Strukturodynamik, Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung*
1989, Springer, Berlin
- [Gaz59] Gazis, D.C.: *Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders*
Journal of the acoustical society of America **31** (1959) 5, S.568-78
- [Gei96] Geisler, B.: *Berechnung der Resonanzfrequenzen des Ständers einer Drehfeldmaschine mit der Methode der Finiten Elemente*
1996, Diplomarbeit am Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe der Universität Hannover, unveröffentlicht

- [Gir79] Girgis, R.S.; Verma, S.P.: *Resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines as affected by teeth, windings, frame and laminations*
IEEE Transactions on power apparatus and systems, PAS-98 (1979) 4, S.1446-55
- [Gir81] Girgis, R.S.; Verma, S.P.: *Method for accurate determination of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines*
IEE-Proceedings, Part B, **128** (1981) 1, S.1-11
- [Gum94] Gummert, P.; Reckling, K.-A.: *Mechanik*
3. Aufl. 1994, Vieweg, Braunschweig
- [Haa85] Haase, H.: *Turbogeneratoren*
In: Bohn, T. (Hrsg.): *Konzeption und Aufbau von Dampfkraftwerken* (Band 5 der Handbuchreihe Energie)
1985, Technischer Verlag Resch, Gräfelfing / Verlag TÜV Rheinland, Köln
- [Haa98] Haase, H.; Garbe, H.: *Elektrotechnik*
1998, Springer, Berlin
- [Hen92] Henneberger, G.; Sattler, P.K.; Hadrys, W.; Shen, D.: *Procedure for the numerical computation of mechanical vibrations in electrical machines*
IEEE Transactions on magnetics **28** (1992) 2, S.1351-4
- [Hol70] Holzmann, F.: *Schwingungsberechnung für Modelle von Gehäusen elektrischer Maschinen mit Hilfe der Energiemethode*
1970, Dissertation an der TU Braunschweig
- [Hüb57] Hübner, G.: *Untersuchungen über Schwingungen von Ständern elektrischer Maschinen*
VDI-Berichte **24** (1957), S.51-8
- [Hüb59] Hübner, G.: *Über das Schwingungsverhalten von Wechselstrommaschinen-Ständern mit Rundschnitt-Blechkäfigen*
ETZ-A **80** (1959) 2, S.33-9
- [Jav95] Javadi, H.; Lefevre, Y.; Clenet, S.; Lajoie Mazenc, M.: *Electro-magneto-mechanical characterizations of the vibration of magnetic origin of electrical machines*
IEEE Transactions on magnetics **31** (1995) 3, S.1892-5
- [Jor50] Jordan, H.: *Geräuscharme Elektromotoren*
1950, Girardet, Essen
- [Jor57] Jordan, H.; Frohne, H.: *Ermittlung der Eigenfrequenzen des Ständers von Drehstrommotoren*
Lärmbekämpfung **1** (1956/57) 7, S.137-40
- [Jor61] Jordan, H.; Müller-Tomfelde, H.: *Akustische Wirkung der Schrägung bei Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Käfigläufern*
ETZ-A **82** (1961) 24, S.788-92

- [Jor66] Jordan, H.; Nowack, S.; Weis, M.: *Der Einfluß des Gehäuses auf den magnetischen Lärm von Wasserkraftgeneratoren*
Konstruktion **18** (1966) 9, S.374-8
- [Jor67] Jordan, H.; Röder, G.; Weis, M.: *Das Schwingungsverhalten der Ständer elektrischer Maschinen: Der Einfluß der Lagerschilder und der überhängenden Gehäuseteile*
Technische Rundschau **59** (1967) 47, S.33-7
- [Jor69] Jordan, H.; Röder, G.: *Über den Einfluß des Gehäuses auf die Resonanzfrequenzen des Ständers elektrischer Maschinen*
Acta Technica SAV **14** (1969) 5, S.536-60
- [Jor70] Jordan, H.; Purkermani, M.; Raube, W.; Röder, G.: *Der Einfluß dünnwandiger Gehäuse auf den magnetischen Lärm von Drehstrommaschinen*
Lärmbekämpfung **14** (1970) 4, S.81-7
- [Kam95] Kammer, C.: *Aluminium-Taschenbuch, Band 1: Grundlagen und Werkstoffe*
15. Aufl. 1995, Aluminium-Verlag, Düsseldorf
- [Kri78] Krist, T.: *Werkstatt-Tabellen, Band 1: Technisches Grundwissen*
8. Aufl. 1978, Technik-Tabellen-Verlag Fikentscher & Co, Darmstadt
- [Lüb56] Lübcke, E.: *Körperschallprobleme im Elektromaschinenbau*
VDI-Berichte **8** (1956), S.65-70
- [Lüb57] Lübcke, E.: *Schwingungen von Ständern elektrischer Groß-Maschinen*
Acustica **7** (1957) 2, S.113-6
- [Mei67] Meirovitch, L.: *Analytical methods in vibrations*
1967, Macmillan, New York
- [Mus94] Muschter, F.; Schulze, C.: *Einsatz der FE-Methode zur vibroakustischen Optimierung elektrischer Maschinen*
Elektrie Berlin **48** (1994) 8/9, S.353-6
- [Nat92] Natke, H.G.: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*
3. Aufl. 1992, Vieweg, Braunschweig
- [Nel62] Nelson, F.C.: *In-plane vibration of a simply supported circular ring segment*
International journal of mechanical sciences **4** (1962) 6, S.517-27
- [Pes63] Pestel, E.C.; Leckie, F.A.: *Matrix methods in elastomechanics*
1963, McGraw-Hill, New York
- [Sch84] Schwarz, H.R.: *Methode der finiten Elemente*
2. Aufl. 1984, Teubner, Stuttgart
- [Sei64] Seidel, B.S.; Erdelyi, E.A.: *On the vibration of a thick ring in its own plane*
Transactions of the ASME, Series B, Journal of engineering for industry, **86** (1964) 3, S.240-4

- [Sei88] Seinsch, H.O.: *Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe*
2. Aufl. 1988, Teubner, Stuttgart
- [Sei92] Seinsch, H.O.: *Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen*
1992, Teubner, Stuttgart
- [Sha89] Shabana, A.A.: *Dynamics of multibody systems*
1989, J. Wiley & Sons, New York
- [Sin87] Singal, R.K.; Williams, K.; Verma, S.P.: *Vibration behaviour of stators of electrical machines, Part II: Experimental study*
Journal of sound and vibration, **115** (1987) 1, S.13-23
- [Sin89] Singal, R.K.; Verma, S.P.; Williams, K.: *Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines, Part III: Results for short stators and validity of simplified frequency equation*
Journal of sound and vibration, **129** (1989) 1, S.31-44
- [Sin90] Singal, R.K.; Williams, K.; Verma, S.P.: *The effect of windings, frame and impregnation upon the resonant frequencies and vibrational behaviour of an electrical machine stator*
Experimental mechanics, **30** (1990) 3, S.270-80
- [Sin92] Singal, R.K.; Williams, K.; Verma, S.P.: *Theoretical and experimental study of the vibrational behaviour of laminated stators of electrical machines*
Mechanical systems and signal processing **6** (1992) 6, S.535-49
- [Sit57] Sittig, E.: *Zur Systematik der elastischen Eigenschwingungen isotroper Kreiszylinder*
Acustica **7** (1957) 3, S.175-80
- [Som64] Sommerfeld, A.: *Vorlesungen über theoretische Physik, Band II: Mechanik der deformierbaren Medien*
5. Aufl. 1964, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig
- [Sta60] Staiger, S.A.: *Grundlagen der Vorausberechnung des magnetischen Lärms von Synchronmaschinen mit Einzelpolen*
1960, Dissertation an der TH Hannover
- [Sta62] Staiger, A.; Jordan, H.: *Der Einfluß des Gehäuses auf das schwingungstechnische Verhalten des Ständers von Drehstrommaschinen*
AEG-Mitteilungen **52** (1962) 5/6, S.194-7
- [Tam91] Tampion, A.A.; Stoll, R.L.; Sykulski, J.K.: *Variation of turbogenerator stator core vibration with load*
IEE Proceedings-C **138** (1991) 5, S.389-400
- [Tap92a] Tappel, H.: *Meßtechnische Untersuchung der elektromagnetischen Geräuschanregung elektrischer Maschinen*
Archiv für Elektrotechnik **75** (1992), S.189-99

- [Tap92b] Tappel, H.: *Der Einfluß der dynamischen Eigenschaften der Zähne auf das schwingungstechnische Verhalten elektrischer Maschinen*
Archiv für Elektrotechnik **75** (1992), S.443-50
- [Thi97] Thiele, A.; Lohse, W.: *Stahlbau, Teil 2*
18. Aufl. 1997, Teubner, Stuttgart
- [Tse78] Tse, F.S.; Morse, I.E.; Hinkle, R.T.: *Mechanical vibrations*
2. Aufl. 1978, Allyn and Bacon, Boston
- [Uhr73] Uhrig, R.: *Elastostatik und Elastokinetik in Matrixschreibweise*
1973, Springer, Berlin
- [Üne64a] Üner, Z.: *Über die Ermittlung der Lautstärke des magnetischen Lärms von Drehstromasynchronmotoren mit Käfigläufern*
1964, Dissertation an der TH Hannover
- [Üne64b] Üner, Z.; Jordan, H.: *Berechnung der Eigenfrequenzen der Blechpakete von Drehstrommaschinen*
Konstruktion **16** (1964) 3, S.108-11
- [Ver73] Verma, S.P.; Girgis, R.S.: *Resonance frequencies of electrical machine stators having encased construction*
IEEE Transactions on power apparatus and systems, PAS-**92** (1973) 5,
S.1577-93
- [Ver75] Verma, S.P.; Girgis, R.S.: *Considerations in the choice of the main dimensions of stators of electrical machines in relation to their vibration characteristics*
IEEE Transactions on power apparatus and systems, PAS-**94** (1975) 6,
S.2151-9
- [Ver81] Verma, S.P.; Girgis, R.S.: *Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines*
IEE-Proceedings, Part B, **128** (1981) 1, S.12-32
- [Ver82] Verma, S.P.: *Resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines*
IEE Conference publication no. 213, International conference on electrical machines - design and applications, London, 1982, S.84-9
- [Ver87a] Verma, S.P.: *Vibration behaviour of laminated stators of electrical machines*
IEE Conference publication no. 282, 3rd. International conference on electrical machines and drives, London, 1987, S.113-7
- [Ver87b] Verma, S.P.; Singal, R.K.; Williams, K.: *Vibration behaviour of stators of electrical machines, Part I: Theoretical study*
Journal of sound and vibration, **115** (1987) 1, S.1-12
- [Ver89a] Verma, S.P.: *Vibration behaviour of short laminated stators of electrical machines and validity of simplified frequency equation*
IEE Conference publication no. 310, 4th International conference on electrical machines and drives, London, 1989, S.220-5

- [Ver89b] Verma, S.P.; Williams, K.; Singal, R.K.: *Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines, Part I: Theory, experimental models, procedure and set-up*
Journal of sound and vibration, **129** (1989) 1, S.1-13
- [Ver93] Verma, S.P.; Balan, A.: *Measurement techniques for vibration and acoustic noise of electrical machines*
IEE Conference publication no. 376, 6th International conference on electrical machines and drives, London, 1993, S.546-51
- [Wac81] Wachta, B.: *Influence of stator slots on the development of noise-generating magnetic force waves*
Siemens Forschungs- und Entwicklungs-Berichte **10** (1981) 5, S.289-98
- [Wal75] Waller, H.; Krings, W.: *Matrizenmethoden in der Maschinen- und Bauwerksdynamik*
1975, Bibliographisches Institut, Mannheim
- [Wat83] Watanabe, S.; Kenjo, S.; Ide, K.; Sato, F.; Yamamoto, M.: *Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators*
IEEE Transactions on power apparatus and systems, PAS-**102** (1983) 4, S.949-56
- [Wea90] Weaver, W.; Timoshenko, S.P.; Young, D.H.: *Vibration problems in engineering*
5. Aufl. 1990, J. Wiley & Sons, New York
- [Wei66] Weis, M.: *Über den Einfluß der Belastung auf den magnetischen Lärm von Synchronmaschinen mit Ganzlochwicklungen*
1966, Dissertation an der TH Hannover
- [Wil89] Williams, K.; Singal, R.K.; Verma, S.P.: *Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines, Part II: Results for long stators*
Journal of sound and vibration, **129** (1989) 1, S.15-29
- [Yan81] Yang, S.J.: *Low-noise electrical motors*
1981, Clarendon Press, Oxford
- [Zie91] Ziegler, F.: *Mechanics of solids and fluids*
1991, Springer, New York