Ein analytisches Leitungsmodell zur Bestimmung der Signalintegrität in zylindrischen metallischen Gehäusen

Jürgen Nitsch*, Ronald Rambousky** und Sergey Tkachenko*

*Otto-von-Guericke-Universität-Magdeburg

** Wehrwissenschaftliches Institut für Schutztechnologien – ABC-Schutz, Munster

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein analytisches Modell zur exakten Berechnung der elektromagnetischen Wechselwirkung einer Leitung innerhalb eines geschlossenen Zylinders mit seinem Gehäuse dargestellt. In der technischen Praxis spielen Leitungen eine sehr wichtige Rolle, insbesondere auch dann, wenn sie in geschlossenen Schirmkörpern verlegt sind. In diesen ändern sich die elektromagnetischen (em) Wechselwirkungen im Vergleich zu denjenigen im freien Raum. Dadurch bedingt, ist es auch zu erwarten, dass die eingespeisten Signalformen, die entlang der Leiter propagieren, verändert werden. Diese Beeinflussung wird im Folgenden an einer in einem Zylinder verlegten Leitung untersucht.

1 Einleitung

Eine wichtige EMV-Maßnahme besteht in der em Schirmung von sensiblen elektronischen und elektromagnetischen Elementen, Komponenten, Geräten und Systemen. Zu ihrem gegenseitigen Informationsaustausch sind diese häufig mit Leitungen verbunden, über die Signale transportiert werden, die aufgrund der em Wechselwirkungen mit dem Zylinder ihre eingespeiste Form am Ende der Leitung nicht mehr besitzen. Die Stärke dieser Formänderung wird in dieser Arbeit für verschiedene Leitungsführungen untersucht.

Es wird ein geschlossener, metallischer Zylinder gewählt, in dem ein dünner Draht (Dünndrahtapproximation) die beiden gegenüberliegenden Kappen des Zylinders verbindet und parallel zur Zylinderachse verläuft. Am Anfang speist eine an der Kappe geerdete ideale Spannungsquelle (kann auch real gewählt werden) die Leitung, die am Ende mit einem Widerstand gegen die Endkappe abgeschlossen ist.

In der Praxis tritt der Zylinder eher seltener als metallischer Schirmraum auf, häufiger sind dort rechtwinklige Umhausungen anzutreffen. Dennoch gibt es Beispiele, wie einen Raketenkörper, einen Flugzeugrumpf oder auch größere Tanks, die in ihrer Form einen Zylinder sehr ähnlich sind. Hierfür können die präsentierten analytischen Ergebnisse effektiv angewendet werden.

In der Literatur sind *exakte* analytische Modelle zur Berechnung der em Wechselwirkung einer Leitung mit den metallischen Wänden des Schirmraumes nicht bekannt. Es gibt allerdings Anwendungen der klassischen Leitungstheorie (Agrawal Modell) für Leitungen, die in Gehäusen verlegt sind [1]. Diese allerdings berücksichtigen nicht die Rückkopplung der Leitung auf das anregende innere Feld und vernachlässigen somit die Abstrahlung der Leitung, die mit zunehmenden Frequenzen stärker wird. Dies führt u. a. zu Verschiebungen der

Resonanzfrequenzlagen von Resonatoren [2,3]. Die Wechselwirkung kleiner Antennen in Resonatoren ist bereits beschrieben worden [4, 5].

Im Kapitel 2 dieser Arbeit wird in zwei Schritten die Green'sche Funktion des Zylinders abgeleitet. Beginnend mit der Umschreibung der Green'schen Funktion von kartesischen Koordinaten in Zylinderkoordinaten folgt ihre Erweiterung in eine Green'sche Funktion für einen unendlich langen Zylinder durch Hinzufügen eines längeren Zusatztermes, der sicherstellt, dass die resultierende Green'sche Funktion die Randbedingungen eines unendlich gut leitenden Zylinderwellenleiters erfüllt. Danach wird im zweiten Schritt der Zylinder an beiden Enden geschlossen und die vorherige Green'sche Funktion mit Hilfe des Spiegelungsprinzips schließlich in die Green'sche Funktion für einen endlichen Zylinder umtransformiert. Im 3. Kapitel erfolgt die Berechnung des induzierten Stromes auf der Leitung. Aufgrund der angenommenen Symmetrie der Leitung können sowohl für das anregende elektrische Feld als auch für die Stromverteilung entlang der Leitung räumliche Fourierreihenansätze gemacht werden. Diese werden in die Randbedingungen für das gesamte elektrische Feld auf der Oberfläche der Leitung eingesetzt und nach den Stromkomponenten aufgelöst. Im Kapitel 4 schließlich wird das allgemeine Ergebnis aus 3 angewendet auf eine konzentrierte anregende Quelle, die die Leitung speist. Die induzierten Ströme, die am Ende der Leitung durch den Abschlusswiderstand fließen werden berechnet. Einige Abschlussbemerkungen schließen die Arbeit.

2 Ableitung der Green'schen Funktion eines gut leitenden Zylinders

Zur Berechnung der Wechselwirkung eines Leiters innerhalb eines Zylinders mit den Zylinderwänden braucht man zunächst die Green'sche Funktion eines Zylinders. Diese wird im Folgenden in zwei Schritten abgeleitet. Da, wie in der Einleitung dargelegt, vorausgesetzt wird, dass die Leitung parallel zur Zylinderachse (entlang der z-Achse) verläuft und die beiden Zylinderkappen miteinander verbindet, benötigt man von der dyadischen Green'schen Funktion lediglich ihre zz-Komponente.

2.1 Die zz-Komponenten der Green'schen Funktionen im freien Raum und im unendlich- langen Zylinder

Zunächst beginnt man mit der zz-Komponente der Green'schen Funktion G_{zz}^{A} für das Vektor Potential \vec{A} und in Folge mit derjenigen für das elektrische Feld G_{zz}^{E} . Diese Funktionen sind bekannt und lauten im freien Raum in Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z):

$$G_{zz}^{A}\left(\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right) = \frac{\mu_{0}}{8\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} dk_{z} e^{-jk_{z}(z-z')} \begin{cases} -\pi jH_{0}\left(\left|\vec{\rho}-\vec{\rho}'\right|\sqrt{k_{0}^{2}-k_{z}^{2}}\right), & k_{0}^{2}>k_{z}^{2} \\ 2K_{0}\left(\left|\vec{\rho}-\vec{\rho}'\right|\sqrt{k_{z}^{2}-k_{0}^{2}}\right), & k_{0}^{2}

$$(1)$$$$

sowie

$$G_{zz}^{E}\left(\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right) = \frac{c}{jk_{0}}\left(\frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} + k_{0}^{2}\right)G_{zz}^{A}\left(\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right)$$
(2)

Hier sind H_0 und K_0 Zylinderfunktionen (H_m sind Hankel Funktionen und K_m modifizierte Besselfunktionen). Die Größe *c* bezeichnet die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, und $k_0 = \omega/c$, und es gilt $\vec{\rho} = (x, y)$.

Nunmehr wird die Funktion (1) ergänzt durch einen Zusatzausdruck, der gewährleistet, dass die Green'sche Funktion für den infiniten Zylinder die Randbedingungen auf dem Zylindermantel erfüllt. Diese erhält man aus

$$G_{zz}^{A}\left(\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right) = \frac{\mu_{0}}{8\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} dk_{z} e^{-jk_{z}(z-z')} \begin{cases} -\pi jH_{0}(k_{\rho}|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) \\ 2K_{0}(\tilde{k}_{\rho}|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) \end{cases} - \\ -\frac{\mu_{0}}{8\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} dk_{z} e^{-jk_{z}(z-z')} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0} \cos\left(m\left(\varphi-\varphi'\right)\right) \begin{cases} J_{m}(k_{\rho}\rho)J_{m}(k_{\rho}\rho')(-\pi j)H_{m}(k_{\rho}\rho_{0})/J_{m}(k_{\rho}\rho_{0}) \\ I_{m}(\tilde{k}_{\rho}\rho)I_{m}(\tilde{k}_{\rho}\rho')2K_{m}(\tilde{k}_{\rho}\rho_{0})/I_{m}(\tilde{k}_{\rho}\rho_{0}) \end{cases}$$
(3)

oder kurz:

$$G_{zz}^{A}(|\vec{r}-\vec{r}'|) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_{z} e^{-jk_{z}(z-z')} F_{0}(k_{z}) - \int_{-\infty}^{\infty} dk_{z} e^{-jk_{z}(z-z')} F_{1}(k_{z})$$
(4)

mit den leicht zu identifizierenden Funktionen F_0 und F_1 .

In (3) treten einige Funktionen auf, die folgende Bedeutung haben: Die Funktionen J_m und I_m sind sukzessive Bessel Funktionen erster Art und modifizierte Besselfunktionen. Die Größen k_ρ , \tilde{k}_ρ und $\varepsilon_{m,0}$ sind Abkürzungen für $k_\rho = \sqrt{k_0^2 - k_z^2}$, $\tilde{k}_\rho = \sqrt{k_z^2 - k_0^2}$ und $\varepsilon_{m,n} = 2 - \delta_{m,n}$.

Es kann gezeigt werden [6], dass die aus (4) abgeleitete dyadische Green'sche Funktion

$$\overline{\overline{G^E}} = \frac{c}{jk_0^2} \left(k_0^2 + grad_{\vec{r}} div_{\vec{r}} \right) \overline{\overline{G^A}}$$
(5)

die Randbedingungen auf dem Zylindermantel erfüllt, d.h., es gilt:

$$G_{zz}^{E}(\vec{r},\vec{r}')_{|\rho=R} = 0$$
 und $G_{\varphi z}^{E}(\vec{r},\vec{r}')_{|\rho=R} = 0$ (6)

Die Größe *R* bezeichnet den Radius des Zylinders.

Schließlich muss in dem nächsten Schritt die Green'sche Funktion für den endlichen Zylinder bestimmt werden.

2.2 Die zz-Komponente der Green'schen Funktion für den endlichen Zylinder

Es werde ein endlicher Zylinder betrachtet. Um die korrekte Green'sche Funktion eines solchen Zylinders zu erhalten, wird das Spiegelungsprinzip an den beiden Zylinderkappen angewandt. Hierfür wird ein so genannter Quellpunkt z' innerhalb des Zylinders gewählt. Dieser Quellpunkt wird an den beiden Kappen unendlich oft reflektiert und tritt dann nach n_3 Spiegelungen an den Punkten

$$z' \Rightarrow z'(n_3) = z'(-1)^{n_3} + \left(\frac{1 - (-1)^{n_3}}{2} + n_3\right)L$$
(7)

wieder auf. Die Größe L gibt die Länge des Zylinders an. Die Punkte z' werden später die Punkte sein, die auf der Leitung liegen. Dieser Ausdruck für z' wird jetzt in (4) eingesetzt

$$G_{zz}^{A}\left(\left|\vec{r}-\vec{r}'\right|\right) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} dk_{z}}_{=n_{3}=-\infty} \sum_{n_{3}=-\infty}^{\infty} e^{-jk_{z}(z-z'(n_{3}))} F_{0}\left(k_{z}\right) - \int_{-\infty}^{\infty} dk_{z} \sum_{n_{3}=-\infty}^{\infty} e^{-jk_{z}(z-z'(n_{3}))} F_{1}\left(k_{z}\right)$$
(8)

Die beiden Integrale in (8) werden in eine geeignetere Form gebracht. Exemplarisch wird das für den ersten Term durchgeführt. Zunächst wird hier die Summe zerlegt in einen Summanden mit geradem n_3 und einen weiteren mit ungeradem n_3 und danach wieder aufsummiert. Dann gelangt man zu dem Zwischenergebnis

$$Int. = 2\int_{-\infty}^{\infty} dk_z e^{-jk_z z} \cos(k_z z') F_0(k_z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{2jnk_z L}$$
(9)

Da sich die Summe in (9) als eine Summe von δ -Funktionen ausdrücken lässt,

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{2jnk_z L} = \frac{\pi}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(k_z - \frac{\pi n}{L}\right)$$
(10)

kann in (9) die Integration durchgeführt werden

$$Int. = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{\pi n}{L}z} \cos\left(\frac{\pi n}{L}z'\right) F_0\left(\left|\frac{\pi n}{L}\right|\right) = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{n,0} \cos\left(\frac{\pi n}{L}z\right) \cos\left(\frac{\pi n}{L}z'\right) F_0\left(\left|\frac{\pi n}{L}\right|\right)$$
(11)

Die gleiche Rechnung findet für das zweite Integral in (8) statt, so dass man die gewünschte Formel für G_{zz}^{A} erhält

$$G_{zz}^{A}(|\vec{r}-\vec{r}'|) = \frac{\mu_{0}}{4\pi L} \sum_{n_{3}}^{\infty} \varepsilon_{n_{3,0}} \cos(k_{z}^{\nu}z) \cos(k_{z}^{\nu}z') \begin{cases} -\pi_{jH_{0}(k_{\rho}^{\nu}|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0} \cos(m(\varphi-\varphi')) J_{m}(k_{\rho}^{\nu}\rho) J_{m}(k_{\rho}^{\nu}\rho')(-\pi_{j}) H_{m}(k_{\rho}^{\nu}R) / J_{m}(k_{\rho}^{\nu}R)} \\ 2K_{0}(\gamma_{\rho}^{\nu}|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0} \cos(m(\varphi-\varphi')) J_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho) J_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho') 2K_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}R) / J_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}R)} \end{cases}$$

$$(12)$$
In
$$(12)$$
wurden
die
neuen
Größen
$$k_{z}^{\nu} := \pi n_{3}/L, \ k_{\rho}^{\nu} := \sqrt{k_{0}^{2} - (k_{z}^{\nu})^{2}} \text{ und}$$

$$(12)$$

 $\gamma_{\rho}^{\nu} \coloneqq \sqrt{\left(\left(k_{z}^{\nu}\right)^{2}\right) - k_{0}^{2}}$ eingeführt. Durch die Operation (2) erhält man dann die gesuchte Green'sche Funktion für den Zylinder, mit deren Hilfe man den induzierten Strom entlang eines Drahtes berechnen kann.

$$G_{zz}^{E}(k_{0},\vec{r},\vec{r}') = \frac{\eta_{0}}{4\pi Ljk_{0}} \sum_{n_{3}}^{\infty} \varepsilon_{n_{3,0}} \left(k_{0}^{2} - \left(k_{z}^{\nu}\right)^{2}\right) \cos\left(k_{z}^{\nu}z\right) \cos\left(k_{z}^{\nu}z'\right) \\ \cdot \begin{cases} -\pi jH_{0}\left(k_{\rho}^{\nu}|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|\right) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0}\cos(m(\varphi-\varphi'))J_{m}\left(k_{\rho}^{\nu}\rho\right)J_{m}\left(k_{\rho}^{\nu}\rho'\right)(-\pi j)H_{m}\left(k_{\rho}^{\nu}R\right)/J_{m}\left(k_{\rho}^{\nu}R\right) \\ 2K_{0}\left(\gamma_{\rho}^{\nu}|\vec{\rho}-\vec{\rho}'|\right) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0}\cos(m(\varphi-\varphi'))I_{m}\left(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho\right)I_{m}\left(\gamma_{\rho}^{\nu}R\right)/I_{m}\left(\gamma_{\rho}^{\nu}R\right) \end{cases}$$
(13)

Die Bestimmung des Stromes auf einer Leitung im Zylinder erfolgt im nächsten Kapitel analog zu den Ableitungen in Refs. [2, 3].

3 Induzierte Ströme auf einer im Zylinder symmetrisch eingebrachten Leitung

Die betrachtete Leitung verlaufe parallel zur Zylinderachse mit den Koordinaten (ρ_0, φ_0, z) und verbinde die beiden Zylinderkappen durch einen Kurzschluss. Ihr Abstand zum Zylindermantel betrage *h* cm. Sie werde angeregt durch ein Feld $\vec{E}_0(\vec{r})$ innerhalb des Zylinders, das entweder durch eine konzentrierte Quelle oder durch eine verteilte Quelle erzeugt werde. Aufgrund der Leitungsführung parallel zur

ISBN 978-3-8007-3577-8

Zylinderachse koppelt nur die z-Komponente des elektrischen Feldes in die Leitung ein. Für die gewählte Konfiguration faktorisiert das Anregungsfeld wie folgt:

$$E_z^0(\vec{r}) = \sum_{n_3=0}^{\infty} E_{zn_3}^0(x, y) \cdot \cos(n_3 \pi z / L)$$
(14)

Für den kurzgeschlossenen Strom ($dI / dz |_{z=0} = dI / dz |_{z=L} = 0$) hat man eine ähnliche Darstellung:

$$I(z) = \sum_{n_3=0}^{\infty} I_{n_3} \cos(n_3 \pi \, z \, / \, L) \tag{15}$$

In dieser sind die Stromkomponenten I_{n_3} unbekannt. Sie ergeben sich aus den Randbedingungen des gesamten elektrischen Feldes auf der Oberfläche des Drahtes ($\vec{\rho}_0 = (x_0, y_0), |\vec{\rho}_0| = R - h$, Mittellinie des Drahtes):

$$E_{z}^{sc}\left(\vec{\rho}_{0}+\vec{r}_{0},z\right)+E_{z}^{0}\left(\vec{\rho}_{0}+\vec{r}_{0},z\right)=0\approx E_{z}^{sc}\left(\vec{\rho}_{0}+\vec{r}_{0},z\right)+E_{z}^{0}\left(\vec{\rho}_{0},z\right)$$
(16)

mit dem Streufeld

$$E_{z}^{sc}(\vec{r}) = \int_{0}^{h} G_{zz}^{E}(\vec{r},\vec{r}')I(z')dz'$$
(17)

Durch Einsetzten von (14), (15) und (17) in (16) erhält man eine Gleichung, die sich nach den Fourierkoeffizienten I_{n_3} auflösen lässt:

$$I_{n_3} = \frac{jk_0 E_{z,n_3}^0(\vec{\rho}_0)}{\eta_0 \left[\left(k_z^v \right)^2 - k_0^2 \right] S(k_0, \vec{\rho}_0 + \vec{r}_0, \vec{\rho}_0, n_3)}$$
(18)

Die Funktion *S* bezeichnet die 2-dim. Green'sche Funktion des Zylinders in den Ebenen senkrecht zur Achse. Die Größe η_0 ist definiert durch $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$. In Zylinderfunktionen dargestellt lautet die explizite Form der Funktion *S*:

$$S(k_{0},\vec{\rho}_{0}+\vec{r}_{0},\vec{\rho}_{0},n_{3}) = \frac{1}{4\pi} \begin{cases} (-\pi j)H_{0}(k_{\rho}^{\nu}r_{0}) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0}\cos(m(\varphi-\varphi_{0})) \cdot k_{0}^{2} > (k_{z}^{\nu})^{2} \\ 2K_{0}(\gamma_{\rho}^{\nu}r_{0}) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0}\cos(m(\varphi-\varphi_{0})) \cdot k_{0}^{2} < (k_{z}^{\nu})^{2} \\ \cdot J_{m}(k_{\rho}^{\nu}\rho_{0})J_{m}(k_{\rho}^{\nu}\rho_{0})(-\pi j)H_{m}(k_{\rho}^{\nu}R)/J_{m}(k_{\rho}^{\nu}R) \\ \cdot I_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho_{0})I_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho_{0})2K_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}R)/I_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}R) \end{cases}$$
(19)

Der Vektor $\vec{\rho}_0 + \vec{r}_0$ zeigt unter dem Winkel φ auf die Oberfläche des Drahtes. Da ein Dünndraht angenommen wird, liegt dieser Winkel sehr nahe an φ_0 , und daher kann die Kosinus Funktion in (19) durch 1 angenähert werden. Somit vereinfacht sich *S* zu:

$$S(k_{0},\vec{\rho}_{0}+\vec{r}_{0},\vec{\rho}_{0},n_{3}) = \frac{1}{4\pi} \begin{cases} (-\pi j)H_{0}(k_{\rho}^{\nu}r_{0}) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0}J_{m}(k_{\rho}^{\nu}\rho_{0})J_{m}(k_{\rho}^{\nu}\rho_{0})(-\pi j)H_{m}(k_{\rho}^{\nu}R)/J_{m}(k_{\rho}^{\nu}R) \\ 2K_{0}(\gamma_{\rho}^{\nu}r_{0}) - \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m,0}I_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho_{0})I_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}\rho_{0})2K_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}R)/I_{m}(\gamma_{\rho}^{\nu}R) \end{cases}$$
(20)

Die ersten Summanden in (20) sind mit Singularitäten im Raum verknüpft, während in den Summen die zu den Resonanzfrequenzen des Zylinders korrespondierenden Pole enthalten sind. Diese ergeben sich zum Teil aus den Nullstellen von $J_m(\alpha_{m,n}) = 0$. Hier sind $\alpha_{m,n}$ die n-ten Wurzeln der Besselfunktion m-ter Ordnung

mit den dazugehörigen Frequenzen
$$f_v = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\pi n_3}{L}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_{m,n}}{R}\right)^2}$$
 (21)

Nunmehr ist man in der Lage, den Strom auf dem Leiter auszurechnen. Dazu setzt man (20) und (18) der Reihe nach in (15) ein.

4 Numerische Ergebnisse

4.1 Einspeisung in die Leitung durch eine konzentrierte Quelle

Um Wiederholungen in dieser Arbeit aus den Referenzen [2, 3] zu vermeiden, seien an dieser Stelle nur die hier benötigten Gleichungen in ähnlicher Notation angegeben.

Eine konzentrierte Quelle am Anfang der Leitung speise diese, und die Impedanz Z_i schließe die Leitung am Ende ab. Dann ergibt sich der Strom auf der Leitung als

$$I(z) = I_{I}(z) + I_{r}(z) = U_{0}Y_{I}(z) - Z_{I}I(L)Y_{r}(z)$$
(22)

mit rechts- und linksseitigen Admittanzfunktionen, die durch bekannte Ausdrücke definiert sind:

$$I_{l}(z) = \frac{jk_{0}U_{0}}{\eta_{0}L} \sum_{n_{3}=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{n_{3},0} \cos(n_{3}\pi z/L)}{\left(\left(k_{z}^{\nu}\right)^{2} - k_{0}^{2}\right)S} =: U_{0}Y_{l}(z) \text{ und}$$
(23)

$$I_{r}(z) = \frac{jk_{0}U_{r}}{\eta_{0}L} \sum_{n_{3}=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{n_{3},0}(-1)^{n_{3}}\cos(n_{3}\pi z/L)}{\left(\left(k_{z}^{\nu}\right)^{2} - k_{0}^{2}\right)S} =: U_{r}Y_{r}(z)$$
(24)

Der Strom am Ende der Leitung bestimmt sich dann zu:

$$I(L) = \frac{U_0 Y_l(L)}{1 + Z_L Y_r(L)} = \frac{U_0 Y_l(L)}{1 + Z_L Y_l(0)}$$
(25)

Für die passive Quelle U_r am Ende der Leitung gilt $U_r = -Z_L I(L)$, während die aktive Quelle U_0 die Speisespannung am Anfang der Leitung angibt. Durch Einsetzen von (20) in (23) und (24) erhält man den induzierten Strom an jedem Punkt der Leitung.

4.2 Stromspektren am Ende der Leitung

Der Einfluss der em Verkopplung des Leiters mit den Schirmwänden auf die Form der Stromspektren am Ende der Leitung wird anhand numerischer Beispiele demonstriert. Es sei ein Zylinder der Länge L=2m und mit dem Durchmesser von 1m gewählt. Im Abstand von h cm zum Zylindermantel verlaufe die Leitung parallel zur Zylinderachse und sei mit Z_L abgeschlossen (s. Abb. 1).



Bild 1: Leitungskonfiguration im Zylinder: L=2m, R=0,5m, h=7cm, $r_0 = 1mm$, $U_0 = 1V$, $Z_L = 50\Omega$ und $Z_L \approx Z_C^{TL} \approx 296\Omega$.

Diese Leitung wird am Anfang mit einer idealen Spannungsquelle von 1 V gespeist, und gemäß (25) das Stromspektrum am Abschlusswiderstand ausgerechnet.







Bild 3: Induziertes Stromspektrum im angepassten Abschlusswiderstand

Aus den Abbildungen 2 und 3 ist das Erwartete klar zu erkennen: 1. Die $\lambda/2$ -Resonanzen der Leitung zeigen breite und hohe Peaks bei nicht-angepasstem Abschluss, und die vielen, mit höheren Frequenzen zunehmenden dünnen Resonanzpeaks des Zylinders verfälschen das reine Leitungsspektrum. 2. Je mehr, bei dem gewählten, geringen Abstand des Leiters von der Zylinderwand (7cm) der Abschlusswiderstand sich dem charakteristischen Widerstand der Leitung nähert (im Sinne der klassischen Leitungstheorie), desto geringer wird die Höhe der Leitungspeaks bei gleich bleibender Breite. Jetzt wird das gesamte Stromspektrum im Wesentlichen von den scharfen Resonanzpeaks des Zylinders geprägt. 3. Mit zunehmendem h lässt sich die Leitung immer schlechter anpassen, und die Wechselwirkung zwischen Leitung und verstärkt Zylinder sich. 4. Die Übereinstimmung der analytischen Rechnung mit einer MoM-Rechnung (PROTHEUS) ist sehr gut. Für die analytische Rechnung braucht man nur Minuten.



Bild 4: Identifikation einiger Eigenfrequenzen des Zylinders im Stromspektrum (s. untere Tabelle, gemäß Formel (21)).

		U	0	
Nummerierung	Frequenz, GHz	n _z	m	n
der Pole: N				
1	0.229	0	0	1
2	0.274	1	0	1
3	0.365	0	1	1
4	0.377	2	0	1
5	0.395	1	1	1

Einige Eigenresonanzen des leeren Zylinders ergeben sich bei folgenden Werten:

5 Abschlussbemerkungen

Es wurde gezeigt, dass die Rückkopplung einer in einem Resonator eingebrachten Leitung auf den Resonator nur in Ausnahmefällen (Leitung wird sehr nahe an einer Resonatorwand geführt) vernachlässigt werden darf. In der Regel wird die em Wechselwirkung zwischen beiden zu einer Verfälschung der übertragenen Signale führen. In welchem Umfang solche Beeinflussungen tolerierbar sind, oder ob zusätzliche Schirmungsmaßnahmen notwendig sind, muss der Anwender entscheiden.

Referenzen

- [1] G. Spadacini, S. A. Pignari, and F. Marliani, "Closed-form transmission-line model for radiated susceptibility in metallic enclosures", IEEE Trans. on EMC, vol. 47, no. 4, pp. 701-708.
- [2] S. Tkachenko, J. Nitsch, R. Rambousky, "Electromagnetic Field Coupling to Transmission Lines inside Rectangular Resonators", *Interaction Notes*, Note 623, 30 June 2011. http://www.ece.unm.edu/summa/notes/In/IN623.pdf
- [3] S. Tkachenko, R. Rambousky, J. Nitsch, "Electromagnetic Field Coupling to a Thin Wire Located Symmetrically Inside a Rectangular Enclosure", IEEE Trans. on EMC, Vol. 55, no. 2, 2013, pp. 334-341.
- [4] S. Tkachenko, J. Nitsch, M. Al-Hamid, "Hochfrequente Feldeinkopplung in kleine Streuer innerhalb eines rechtwinkligen Resonators", Intern. Fachmesse und Kongress für EMV, Düsseldorf 2010.
- [5] S. Tkachenko, J. Nitsch, F. Sonnemann, H.-J. Scheibe, M. Magdowski, R. Vick, "High Frequency Electromagnetic Field Coupling to small Antennas in a Cylindrical Resonator, ICEAA Torino, 2011.
- [6] IEEE Paper in preparation