# Effiziente Simulation der Einkopplung statistischer Felder in Leitungsstrukturen mit der Momentenmethode

Dr.-Ing. Mathias Magdowski, OvG-Universität Magdeburg, Lehrstuhl für EMV Dipl.-Ing. Arne Schröder, TU Hamburg-Harburg, Institut für Theoretische Elektrotechnik Dr.-Ing. Heinz Brüns, TU Hamburg-Harburg, Institut für Theoretische Elektrotechnik Prof. Dr.-Ing. Ralf Vick, OvG-Universität Magdeburg, Lehrstuhl für EMV

### 1 Einleitung und Motivation

Die Berechnung der Einkopplung externer Felder in Kabel und Leitungen stellt einen wichtigen Aspekt der elektromagnetischen Verträglichkeit (EMV) dar. Die Störquelle befindet sich dabei häufig in einem größeren Abstand zur Leitung, so dass das externe Feld durch eine ebene Welle angenähert werden kann, deren Einfallsrichtung und Polarisation in vielen praktischen Anwendungsfällen aber unbekannt ist. Von Interesse ist dann die mittlere oder maximale Einkopplung über alle möglichen Einfallsrichtungen und Polarisationen in Abhängigkeit von der Frequenz und den Abmessungen der Leitungsstruktur.

Auch in elektromagnetischen Modenverwirbelungskammern (MVKn) oder elektrisch großen und geometrisch komplexen Resonatoren kann das Feld durch eine Überlagerung von ebenen Wellen [4] angenähert werden. Solche Feldbedingungen werden als statistische Felder zusammengefasst. Auch dort ist für Anwendungen innerhalb der EMV häufig die mittlere oder maximale Einkopplung über ein Ensemble von elektromagnetischen Randbedingungen, z. B. verschiedener Rührerpositionen, von Interesse.

In diesem Beitrag wird ein bekanntes und effizientes Simulationsverfahren für die Einkopplung statistischer Felder in Leitungsstrukturen [5] in die Momentenmethode implementiert. Dieses Verfahren wird in Abschnitt 2 beschrieben und gegenüber anderen Methoden abgegrenzt. Um die Anwendbarkeit des Simulationsverfahrens zu demonstrieren, werden zwei beispielhafte Leitungsstrukturen untersucht: eine verdrillte Doppelleitung im Freiraum und eine ungleichförmige Einfachleitung über einer leitfähigen Ebene. Beide Strukturen werden im Abschnitt 3 näher beschrieben. Zur Validierung des Simulationsverfahrens wurden Messungen in MVKn durchgeführt, deren Details in Abschnitt 4 angegeben sind. Ein Vergleich und eine Diskussion der Mess- und Simulationsergebnisse erfolgen in Abschnitt 5.

#### 2 Effiziente Simulation mit der Momentenmethode

Zur numerischen Untersuchung von Einkoppel- und Abstrahlungsproblemen wird häufig die Momentenmethode (MoM) [3] verwendet. Im Gegensatz zu anderen numerischen Verfahren, wie der Finite-Elemente-Methode, welche eine Diskretisierung des gesamten Lösungsgebietes erfordert, ist bei der MoM lediglich die Berandung des Lösungsgebietes zu diskretisieren. Daher ist die Anzahl der Freiheitsgrade und somit der Rechenaufwand bei

Objekten wie z.B. Leitungsstrukturen unter Verwendung der Dünndrahtannahme in der Regel deutlich geringer als mit anderen Verfahren.

Die Simulation von Störfestigkeitstest verschiedener Prüfobjekte in einer MVK mit Hilfe der MoM ist eine herausfordernde Aufgabe. So führt eine vollständige Modellierung des Problems, bei der auch die gesamte MVK diskretisiert wird, zu einer hohen Rechenzeit und einem hohen Speicherbedarf [1]. Des Weiteren tritt an diskreten Frequenzen das inhärente Resonanzproblem der elektrischen Feldintegralgleichung [7] auf und führt zu quasi singulären Gleichungssystemen, so dass eine effektive Beschleunigung mit schnellen, iterativen Lösern nicht möglich ist. Um die Größe des MoM-Gleichungssystems zu reduzieren und Resonanzprobleme zu vermeiden, kann die MVK unter Verwendung der Greenschen Funktion für rechteckige Kavitäten modelliert werden, ohne die Kammer explizit zu diskretisieren [2]. Ein Nachteil dieses Ansatzes ist die zeitaufwendige Auswertung der Greenschen Funktion, welche eine erhöhte Aufstellzeit des MoM-Systems bedingt. Ein Hybridverfahren, bei dem das Prüfobjekt und der Rührer mit MoM und die übrige Struktur mit der sogenannten *Discrete Singular Convolution*-Methode gelöst wird, wurde in [9] vorgestellt. Dieser Ansatz ist sehr effektiv, erfordert allerdings einen erhöhten Implementierungsaufwand.

Im vorliegenden Beitrag wird die Überlagerung von ebenen Wellen [4] zur Modellierung von Feldern in MVKn als Anregung in der MoM benutzt. Die Einfallsrichtung, die Polarisation und die Phasenlage der ebenen Wellen werden zufällig bestimmt, wobei keine bestimmte Konfiguration bevorzugt werden darf. Eine feste elektromagnetische Randbedingung, also z. B. eine Rührerposition in einer MVK, wird aus der Überlagerung von M ebenen Wellen gebildet [5]. Die elektrische Feldstärke E am Ort r lässt sich so als

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^{M} \mathbf{e}_m \frac{E_0}{\sqrt{M}} e^{-\mathbf{j}(\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r} + \alpha_m)}$$
(1)

schreiben, wobei der Einheitsvektor  $e_m$  die Polarisation, der Wellenvektor  $k_m$  die Ausbreitungsrichtung und der Winkel  $\alpha_m$  die Phasenlage jeder einzelnen Welle vorgibt. Weitere Mebene Wellen bilden eine weitere Randbedingung, für welche die MoM-Simulation ebenso durchgeführt werden kann. Mit dieser Art von Monte-Carlo-Simulation werden B Randbedingungen simuliert, über die dann die statistische Auswertung stattfindet. Ein weiterer wichtiger Parameter zur Charakterisierung eines statistischen Feldes ist die sogenannte kammerspezifische Konstante [4]

$$E_0^2 = \frac{QP}{\omega \varepsilon V} = \left\langle \left| \mathbf{E} \right|^2 \right\rangle \,, \tag{2}$$

die sich aus der Güte Q, der zugeführten bzw. dissipierten Leistung P, der Kreisfrequenz  $\omega$ , der Permittivität des Mediums  $\varepsilon$  und dem Volumen V der Kammer ergibt. Diese kammerspezifische Konstante entspricht gleichzeitig dem Mittelwert des Betragsquadrats der gesamten elektrischen Feldstärke im Arbeitsvolumen einer MVK.

In der MoM wird die gesuchte Oberflächenstromdichte auf dem betrachteten Objekt mit N gewichteten Basisfunktionen approximiert. Durch das Ansetzen von N Testfunktionen zur Gewährleistung der vorgegebenen Randbedingung auf der Oberfläche S der Struktur wird das Ausgangsproblem in das Gleichungssystem

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{U} \tag{3}$$

überführt, wobei  $Z \in \mathbb{C}^{N \times N}$  die Systemmatrix ist, die Vektoren der Matrix  $U \in \mathbb{C}^{N \times B}$  die Anregung des Systems repräsentieren und  $I \in \mathbb{C}^{N \times B}$  die zugehörigen Lösungsvektoren enthält. Eine detaillierte Beschreibung der MoM findet sich in [3]. Die Matrix U besitzt *B* Spalten, wobei die *j*-te Spalte die Anregung für die *j*-te Rührerposition gemäß Formel (1) repräsentiert. Das Matrixelement  $u_{i,j}$  wird entsprechend über

$$u_{i,j} = \int_{S} \mathbf{w}_{i}(\mathbf{r}) \cdot \sum_{m=1}^{M} \mathbf{e}_{m} \frac{E_{0}}{\sqrt{M}} e^{-j(\mathbf{k}_{m} \cdot \mathbf{r} + \alpha_{m})} dS$$
(4)

berechnet. Hierbei beschreibt  $\mathbf{w}_i(\mathbf{r})$  die *i*-te Testfunktion. Wesentlicher Vorteil des beschriebenen Ansatzes gegenüber den oben genannten Verfahren ist, dass das zu untersuchende Objekt in konventioneller Weise mit der MoM und der Anregung aus Formel (1) behandelt wird. Somit ist die Anzahl der Unbekannten und der damit verbundene Rechenaufwand vergleichsweise gering und es treten keine MoM-spezifischen Resonanzprobleme auf, da die Geometrie der MVK nicht explizit berücksichtigt wird. Im Gegensatz zu den oben aufgeführten Verfahren, muss die Systemmatrix mit wechselnder Rührerstellung nicht neu bestimmt werden. Zudem lässt sich das beschriebene Verfahren leicht in ein parallelisiertes MoM-Programm einbinden.

#### 3 Beispielhafte Leitungsstrukturen

Als erste beispielhafte Leitungsstruktur wird eine verdrillte Doppelleitung untersucht, da solche Leitungen aufgrund ihrer höheren Immunität gegenüber der Einkopplung externer Felder in vielen Bereichen der Kommunikationstechnik eingesetzt werden. Die Einkopplung statistischer Felder in eine verdrillte Doppelleitung im Freiraum wurde mit Hilfe der Leitungstheorie bereits in [6] theoretisch untersucht, wobei die Leitung zur einfacheren mathematischen Beschreibung als eine bifilare Helix angenommen wurde. Ein zentrales Ergebnis jener Arbeit war, dass die Verdrillung ihre Schutzwirkung verliert und die Einkopplung externer Felder unter Umständen sogar erhöht, wenn die Wellenlänge in der gleichen Größenordnung wie die Schlaglänge liegt.

Als zweites Anwendungsbeispiel wird eine ungleichförmige Einfachleitung über einer leitfähigen Ebene betrachtet, deren Abstand zur Ebene sich entlang der Leitung stark ändert. Eine solche Anordnung ist von allgemeinem Interesse, da streng genommen alle Leitungen eine gewisse Ungleichförmigkeit aufweisen, sich solche Leitungen aber nur stückweise mittels klassischer Leitungstheorie beschreiben lassen. Eine numerisch weitergehende, theoretische Beschreibung ist aber mit der bereits vorgestellten MoM möglich.

#### 4 Experimentelle Untersuchungen

# 4.1 Verdrillte Doppelleitung

Die Messung der Einkopplung in die verdrillte Leitung wurde in einer der MVKn am National Institute of Standards and Technology in Boulder (Colorado) durchgeführt. Die Abmaße





der Kammer betragen 2,9 m  $\times$  4,2 m  $\times$  3,6 m. Die erste Hohlraumresonanz liegt bei etwa 55 MHz. Da die Kammer mit zwei Rührern ausgestattet ist, liegt die niedrigste nutzbare Frequenz bei nur etwa 200 MHz.

Der gesamte Messaufbau ist schematisch in Abbildung 1a dargestellt. Die Messung findet im Frequenzbereich von 200 MHz bis 2000 MHz mit 1000 logarithmisch gestuften Frequenzpunkten statt. Diese Frequenzgrenzen werden durch die niedrigste nutzbare Frequenz der Kammer und die verwendeten Hornantennen festgelegt. Mit Hilfe eines Netzwerkanalysators wird die Kopplung zwischen einer Antenne und der verdrillten Leitung sowie zwischen beiden Antennen gemessen. Aus den gemessenen Streuparametern können dann die Güte der Kammer und das gesuchte Verhältnis  $U/E_0$  von eingekoppelter Spannung am Anfang der Leitung und kammerspezifischer Konstante bestimmt werden.

Die vermessene verdrillte Leitung ist in Abbildung 1b gezeigt. Die Leitung befindet sich auf einer dielektrischen Unterlage im Arbeitsvolumen der Kammer. Um die symmetrische Doppelleitung mit dem asymmetrischen koaxialen Anschluss des Netzwerkanalysators zu verbinden, wurde ein breitbandiges Symmetrierglied (Balun) benutzt. Durch den Balun ist der Leitungsanfang mit einem Widerstand von  $100 \Omega$  abgeschlossen. Das Leitungsende läuft leer. Für den Hin- und Rückleiter wurde starrer Kupferdraht mit einem Durchmesser von  $d_0 = 0,644$  mm benutzt. Zum Anschluss an den Balun wurden auf diese Drähte die inneren Anschlussstifte von SMA-Steckern aufgelötet.

Aufgrund des dünnen Durchmessers sind die Leiter sehr flexibel. Um eine mechanisch stabile Leitung zu erhalten und die Geometrie der bifilaren Helix sicherzustellen, wurden der Hin- und Rückleiter auf einem Kunststoffrohr fixiert. Die Länge dieses Rohrs beträgt 75 cm und entspricht auch der Leitungslänge. Der Durchmesser des Kunststoffrohrs, der den Abstand s = 2h zwischen Hin- und Rückleiter festlegt, beträgt 33,7 mm und stimmt damit in etwa mit dem Abstand der Eingänge des Baluns überein. Die Schlaglänge wurde auf 15 cm festgelegt, was 5 vollen Umdrehungen entlang der Leitung entspricht. Zum Vergleich wurde auch eine entsprechende unverdrillte Leitung untersucht. Es wurden 360 Rührerpositionen vermessen und ausgewertet.



Abbildung 2: Messung der Einkopplung statistischer Felder in eine ungleichförmige Einfachleitung über einer leitfähigen Ebene in einer Modenverwirbelungskammer

# 4.2 Ungleichförmige Einfachleitung

Die experimentelle Untersuchung der Einkopplung in die ungleichförmige Leitung wurde in der großen MVK an der Otto-von-Guericke-Universität in Magdeburg durchgeführt. Die Abmaße dieser Kammer betragen etwa 7,9 m  $\times$  6,5 m  $\times$  3,5 m. Die erste Hohlraumresonanz liegt bei 30 MHz. Da nur ein Modenrührer installiert ist, beträgt die niedrigste nutzbare Frequenz auch etwa 200 MHz.

Ein Schema des hier verwendeten Messaufbaus ist in Abbildung 2a gezeigt. Ein zeitlich sinusförmiges Signal wird mit einem Signalgenerator erzeugt, über einen Leistungsverstärker verstärkt und in die Kammer eingespeist. Mit acht Feldsonden kann das einkoppelnde statistische Feld gemessen und die kammerspezifische Konstante  $E_0$  bestimmt werden. Damit zum Anschluss der Einfachleitung keine Löcher in eine Schirmwand der MVK gebohrt werden mussten, wurde eine zusätzliche Metallplatte mit einer Größe von ungefähr 1 m × 2 m möglichst dicht zu einer vorhandenen Wand aufgestellt und leitfähig mit dieser verbunden. In dieser Platte befinden sich zwei N-Durchführungen in einem Abstand von 1 m, die zum Anschluss des koaxialen Verbindungskabels dienen und gleichzeitig einen Leitungsabschluss mit 50  $\Omega$  darstellen.

Die eigentliche Einfachleitung ist in Abbildung 2b detaillierter dargestellt. Sie besteht aus starrem Kupferdraht mit einem kreisförmigen Querschnitt von 4 mm<sup>2</sup>, auf dessen abgewinkelte Enden die Anschlussstifte von N-Steckverbindern aufgelötet wurden. Damit die Leitung nicht durchhängt, wurde sie mit Styropor abgestützt. Der Aufstieg am Anfang der Leitung beträgt 3 cm, der Aufstieg am Ende der Leitung beträgt 12 cm. Der Abstand *h* zwischen der Einfachleitung der Masseebene ändert sich entlang der Leitung linear. Der mittlere Abstand zwischen der Leitung wurde mit einem Digitalspeicheroszilloskop mit einem Eingangswiderstand von 50  $\Omega$  nach Betrag und Phase gemessen. Als Phasenreferenz wurde ein Signal aus dem Richtkoppler auf einem zweiten Kanal des Oszilloskops ausgelesen.

Die Messung wurde für 801 linear gestufte Frequenzpunkte von 200 MHz bis 1000 MHz in Schritten von 1 MHz durchgeführt. Die untere Frequenzgrenze ist durch die niedrigste nutzbare Frequenz der Kammer gegeben. Die obere Frequenzgrenze wird durch den verwendeten Leistungsverstärker und das Oszilloskop festgelegt. Für jede Frequenz wurden 36 hinreichend unkorrelierte Rührerpositionen vermessen.

#### 5 Vergleich und Diskussion der Ergebnisse

Ein Vergleich des Mittelwerts des Betrags der eingekoppelten Spannung am Anfang der verdrillten Doppelleitung in Abhängigkeit der Frequenz ist in Abbildung 3 gezeigt. Dieser Mittelwert wurde auf  $E_0h$  normiert, um eine dimensionslose Größe zu erhalten. Zur Bewertung ist auch der entsprechende Verlauf für eine unverdrillte Leitung gegenübergestellt. Bis zu einer Frequenz von etwa 700 MHz, bei der die Wellenlänge etwa dem 2,8-fachen der Schlaglänge entspricht, ist die Schutzwirkung der Verdrillung vorhanden. Danach übersteigt die Einkopplung in die verdrillte Leitung der Wert der unverdrillten Leitung. Die Übereinstimmung zwischen den Messdaten und den MoM-Ergebnissen ist über den gesamten Frequenzbereich sehr gut. Die relative Permittivität des Kunststoffrohrs wurde in der MoM-Simulation [8] der verdrillten Leitung durch eine dielektrische Beschichtung der Leiter mit einer relativen Permittivität von 4,4 und einer Dicke von 1,3 mm realisiert. Für die unverdrillte Leitung wurde eine entsprechende Dicke von 0,9 mm verwendet.

Im Frequenzbereich bis etwa 800 MHz stimmen die Messdaten ebenfalls gut mit den Vorhersagen der Leitungstheorie überein. Hier wurde der Einfluss des Kunststoffrohrs durch eine Änderung der Ausbreitungskonstante [6] mittels  $\gamma = jk\sqrt{\varepsilon_{\rm rel}}$  mit einer effektiven relativen Permittivität von  $\varepsilon_{\rm rel} = 1,56$  im Fall der verdrillten Leitung und von  $\varepsilon_{\rm rel} = 1,4$  im Fall der unverdrillten Leitung nachgebildet. Bei höheren Frequenzen werden die Leitungsresonanzen aufgrund der Annahme einer verlustlosen und abstrahlungsfreien Leitung überschätzt. Die MoM- und Leitungstheorie-Simulationen wurden mit 360 Randbedingungen, bestehend aus jeweils 10 Wellen, durchgeführt. Die Simulationszeiten betrugen etwa 2,7 h bei der MoM<sup>1</sup> und etwa 5 min bei der Leitungstheorie<sup>2</sup>.

Ein ähnlicher Vergleich ist für die ungleichförmige Einfachleitung in Abbildung 4 gezeigt. Der Mittelwert des Betrags der eingekoppelten Spannung am Anfang der Leitung wurde auf  $E_0\overline{h}$  normiert. Auch hier ist die Übereinstimmung von den statistisch verrauschten Messdaten und den Ergebnissen der MoM recht gut. Die MoM-Resultate wurden zur Darstellung mit einem Faktor von  $1/\sqrt{2}$  skaliert, der sich aus der Definition der kammerspezifischen Konstanten für eine Leitung über einer leitfähigen Ebene [5, Abschnitt 5.3] ergibt. Aufgrund der Ungleichförmigkeit der Leitung nimmt die Ausprägung der Leitungsresonanzen zu hohen Frequenzen ab. Deshalb weichen die Vorhersagen der Leitungstheorie, bei denen von einer gleichförmigen Leitung ausgegangen wurde, mit steigender Frequenz zunehmend vom gemessenen Verlauf ab. Die MoM-Simulation wurde mit 360 Randbedingungen, bestehend aus jeweils 10 Wellen, durchgeführt. Die Simulationszeit betrug etwa 7,3 min.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die MoM-Simulationen wurden auf einem Rechner mit einer Pentium Dual-Core CPU T4440 mit 2,2 GHz durchgeführt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Die numerischen Simulationen basierend auf der Leitungstheorie wurden auf einem Rechner mit einer Pentium Core2Duo CPU E8400 mit 3 GHz durchgeführt.



Abbildung 3: Normierter Mittelwert des Betrags der eingekoppelten Spannung am Anfang einer leerlaufenden, verdrillten Doppelleitung mit 5 Verdrillungen. Zum Vergleich ist auch der entsprechende Verlauf einer unverdrillten Leitung gezeigt.



Abbildung 4: Normierter Mittelwert des Betrags der eingekoppelten Spannung am Anfang einer ungleichförmigen Einfachleitung über einer leitfähigen Ebene

## 6 Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wurde ein effizientes Verfahren zur Simulation der Einkopplung von statistischen Feldern mit Hilfe der Momentenmethode vorgestellt, das auf einem Wellenansatz zur Darstellung solcher Felder basiert. Zur Validierung wurden Messungen an einer verdrillten Doppelleitung und einer ungleichförmigen Einfachleitung in Modenverwirbelungskammern durchgeführt, bei denen eine gute Übereinstimmung zwischen den MoM-Resultaten und den experimentellen Ergebnissen erzielt wurde. Damit steht ein effizientes Lösungsverfahren für solche Einkoppelprobleme zur Verfügung, welches sowohl für Leitungsstrukturen verwendet werden kann, als auch für allgemeine Strukturen, die im Rahmen der MoM behandelt werden können.

# Literatur

- BRUNS, Christian ; VAHLDIECK, Rüdiger: A Closer Look at Reverberation Chambers 3-D Simulation and Experimental Verification. In: *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* 47 (2005), Nr. 3, S. 612 – 626
- [2] CARLBERG, Ulf ; KILDAL, Per-Simon ; CARLSSON, Jan: Study of Antennas in Reverberation Chamber Using Method of Moments with Cavity Green's Function Calculated by Ewald Summation. In: *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* 47 (2005), Nr. 4, S. 805 – 814
- [3] HARRINGTON, Roger F.: Matrix Methods for Field Problems. In: *Proceedings of the IEEE* 55 (1967), Nr. 2, S. 136 149
- [4] HILL, David A.: Plane Wave Integral Representation for Fields in Reverberation Chambers. In: *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* 40 (1998), August, Nr. 3, S. 209 217
- [5] MAGDOWSKI, Mathias: Vergleich der Einkopplung deterministischer und statistischer elektromagnetischer Felder in Leitungen. 1. Magdeburg : Nitsch, Jürgen and Styczynski, Zbigniew Antoni, 2012 (Res Electricae Magdeburgenses, Magdeburger Forum zur Elektrotechnik 46). – ISBN 978–3–940961–75–4
- [6] MAGDOWSKI, Mathias ; ТКАСНЕNKO, Sergey V. ; VICK, Ralf: Einkopplung stochastischer Felder in eine verdrillte und ungeschirmte Leitung. In: GONSCHOREK, Karl-Heinz (Hrsg.): EMV 2010 Internationale Fachmesse und Kongress für Elektromagnetische Verträglichkeit. Düsseldorf : VDE Verlag, März 2010. – ISBN 978–3–8007–3206–7, S. 677 – 684
- [7] PETERSON, Andrew F.: The Interior Resonance Problem Associated with Surface Integral Equations of Electromagnetics: Numerical Consequences and a Survey of Remedies. In: *Electromagnetics* 10 (1990), Nr. 6, S. 293 – 312
- [8] TECHNISCHE UNIVERSITÄT HAMBURG-HARBURG: CONCEPT-II, Version 12.0. http://www.tet.tu-harburg.de/concept
- [9] ZHAO, Huapeng ; SHEN, Zhongxiang: Efficient Modeling of Three-Dimensional Reverberation Chambers Using Hybrid Discrete Singular Convolution-Method of Moments. In: IEEE Trans. Antennas Propag. 59 (2011), Nr. 8, S. 2943 – 2953