

Streuung an Hohlraumresonatoren mit kleinen Aperturen und nicht linearer Beladung

Dipl.-Phys. Jörg Petzold, Dr. rer. nat. Sergey Tkachenko, Prof. Dr.-Ing. Ralf Vick,
Otto-von-Guericke-Universität, Institut für Medizintechnik
Lehrstuhl für EMV, Magdeburg, Deutschland, joerg.petzold@ovgu.de

1 Einleitung

Die Einflüsse von Öffnungen in leitfähigen Wänden von Hohlraumresonatoren auf die innere Feldverteilung sind entscheidend für die Kenntnis der Schirmdämpfung eines Gehäuses. Aktuelle Arbeiten beschreiben die durch die Apertur hervorgerufene Kopplung eines äußeren elektromagnetischen Feldes mit dem inneren Feld [7, 4]. So angeregte Hohlraummoden können gerade im hochenergetischen Resonanzfall weitere Strukturen, wie nichtlineare Bauelemente, anregen [5]. Die auftretenden Demodulationseffekte an der Nichtlinearität koppeln dann mit dem inneren Feld des Resonators und über die Apertur auch mit dem äußeren Feld. Diese Arbeit untersucht anhand eines neuen analytischen Modells den eingekoppelten Strom auf einer nichtlinear belasteten Leiterschleife, wenn das System durch ein äußeres einfallendes Feld angeregt wird. Dabei wird Bezug genommen auf eine Anordnung, die, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, eine Beachtung nur des magnetischen Feldes nötig macht (siehe Abb. 1). Zur Lösung der auftretenden Integralgleichungen wird ein Verfahren zur analytischen Regularisierung der Greenschen Funktionen genutzt, um die klassische Theorie der Aperturkopplung nach Bethe zu verallgemeinern. Die so im Frequenzbereich bestimmten linearen Systemeigenschaften können im Anschluss nach einem Verfahren, das in [3] vorgestellt wird, im Zeitbereich auch auf nichtlineare Lasten verallgemeinert werden.

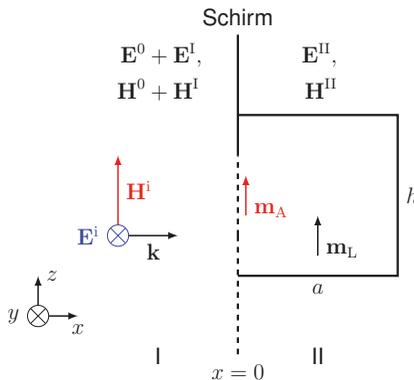


Abbildung 1: Schematische Darstellung der untersuchten Konfiguration

2 Regularisierung

Um die eingekoppelten Ströme auf den Streuern in unterschiedlichen Umgebungen korrekt zu bestimmen, wurde in früheren Arbeiten die Methode der kleinen Antenne (engl. method of small antenna, MSA) als ein analytisches Verfahren vorgestellt und angewandt [8, 6]. Nahe des Streuers können die Greenschen Funktionen in zwei Teile gespalten werden.

$$G = G_s + G_r. \quad (1)$$

Der singuläre Teil G_s beschreibt die Interaktion zwischen den Quellen und dem Feld nahe des Streuers, für die bereits quasi-statische Lösungen existieren, wenn der Streuer elektrisch klein ist. Im Falle einer elektrisch kleinen Apertur ist die singuläre Lösung die Bethe-Theorie[1], während im Fall einer kleinen Schleifenantenne die allgemeine Antennen-Theorie eine Lösung bietet. Der reguläre Teil G_r repräsentiert die Abstrahlungsbedingungen, die weit entfernt vom Streuer vorliegen. In dieser Arbeit sind das die Bedingungen des Halbraums in Region I und die Bedingungen des Resonators in Region II. Da die Singularität der Greenschen Funktionen in den ersten Teil extrahiert wurde, kann das Integral über die regulären Greenschen Funktionen direkt ausgewertet werden. Das Problem ist nun die einzelnen GF in der Form von (1) aufzuschreiben.

2.1 Apertur

Basierend auf den Erläuterungen in [4] lässt sich für die äquivalenten Quellen der Apertur die Integralgleichung

$$-\mathbf{H}_{||}^0 = \left(\iint_{S_A} \overline{\overline{G}}_h^{\mathbf{H}_m} \mathbf{J}_m^0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right)_{||} + \left(\iint_{S_A} \overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{H}_m} \mathbf{J}_m^0(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right)_{||} \quad (2)$$

aufstellen. Dabei sind $\overline{\overline{G}}_h^{\mathbf{H}_m}$ die dyadische Greensche Funktion für den Halbraum, $\overline{\overline{G}}_c^{\mathbf{H}_m}$ die dyadische Greensche Funktion für den Resonator, S_A die Fläche der Apertur, \mathbf{H}^0 das magnetische Feld in Region I, wenn die Apertur geschlossen ist und \mathbf{J}_m^0 die magnetischen Oberflächenströme, die bei geschlossener Apertur für die Einhaltung der Randbedingungen des magnetischen Feldes am Ort der Apertur sorgen. Aufgrund der Randbedingungen an einem perfekt leitenden unendlichen Schirm sind nur die parallelen magnetischen Feldkomponenten nicht Null. Wendet man nun auf beide Greensche Funktionen die Regularisierung an und betrachtet dabei die gewählte Geometrie der Anregung (siehe Abb. 1), ergibt sich nach [4] für die einzelnen Teile

$$\left(\overline{\overline{G}}_{h,s}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} = 2 \left(\overline{\overline{G}}_{f,s}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} = \frac{1}{4\pi j\omega\mu_0} \left(\frac{2}{|z-z'|^3} + \frac{k^2}{|z-z'|} \right) \quad (3)$$

$$\left(\overline{\overline{G}}_{h,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} = 2 \left(\overline{\overline{G}}_{f,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} = -\frac{1}{6c\mu_0} k^2 \quad \text{und} \quad (4)$$

$$\left(\overline{\overline{G}}_{c,s}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} = \left(\overline{\overline{G}}_{f,s}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \left(\overline{\overline{G}}_{c,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} &= \frac{1}{j\omega\mu_0 ab} \sum_{n_x, n_y=0}^{\gamma_{\max}} \epsilon_{n_x} \epsilon_{n_y} \left((k_x^\nu)^2 + (k_y^\nu)^2 \right) \cos^2(k_x^\nu x) \cos^2(k_y^\nu y) \\ &\times \frac{\sinh(\gamma_\nu z) \sinh(\gamma_\nu(h-z))}{\gamma_\nu \sinh(\gamma_\nu h)} + \frac{1}{j\omega\mu_0 4\pi} \left(-\frac{\gamma_{\max}^3}{3} - k^2 \gamma_{\max} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Damit kann (2) umgeschrieben werden zu

$$-2H_z^i = 3 \iint_{S_A} \left(\overline{\overline{G}}_{f,s}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} \mathbf{J}_m^O \, d\mathbf{r}' + \left(\left(\overline{\overline{G}}_{c,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} + 2 \left(\overline{\overline{G}}_{f,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} \right) \iint_{S_A} \mathbf{J}_m^O \, d\mathbf{r}'. \quad (7)$$

Auf der linken Seite von (7) wurden die Randbedingung für magnetische Felder an perfekt leitenden Oberflächen aufgenutzt. Auf der rechten Seite wurden die Integrale nach (1) aufgeteilt, um so die Singularitäten zu isolieren. Die regulären Greenschen Funktionen sind von der Integrationsvariablen unabhängig und können aus dem Integral gezogen werden. Das erste Integral repräsentiert den singulären Teil der Lösung, der ein quasi-statischen magnetisches Moment erzeugt, wie es in [1] bestimmt wird. Das zweite Integral ist die Definition des magnetischen Moments. Mit

$$\iint_{S_A} \overline{\overline{G}}_{f,s}^{\mathbf{H}_m} \mathbf{J}_m^O \, d\mathbf{r}' = -\overline{\overline{\alpha}}^{-1} \mathbf{m} \quad \text{mit} \quad \iint_{S_A} \mathbf{J}_m^O \, d\mathbf{r}' = j\omega\mu_0 \mathbf{m} \quad (8)$$

ergibt sich aus (7) für das magnetische Moment in der betrachteten Geometrie

$$m_z = 2H_z^i \left[\frac{3}{\overline{\overline{\alpha}}_{zz}} - j\omega\mu_0 \left(\left(\overline{\overline{G}}_{c,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} + 2 \left(\overline{\overline{G}}_{f,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} \right) \right]^{-1}. \quad (9)$$

Dabei ist $\overline{\overline{\alpha}}_{zz}$ die zz -Komponente der Polarisierbarkeit der Apertur. Sie hängt von der Geometrie der Apertur ab und wird z. B. in [2, S. 489] bestimmt. Das magnetische Moment m_z lässt sich auch als äquivalentes Ersatzschaltbild (siehe Abb. 2a) darstellen. Fasst man das magnetische Moment der Apertur als magnetisches Moment einer fiktiven Leiterschleife auf, lässt sich für den Strom dieser Leiterschleife

$$I_A = \frac{m_z}{S_A} = \frac{U_e}{Z_A} \quad \text{mit} \quad U_e = j\omega\mu_0 H_z^i S_A \quad \text{und} \quad (10)$$

$$Z_A = Z_{A,s} + Z_{A,r} = j\omega\mu_0 S_A^2 \left(\frac{3}{2\overline{\overline{\alpha}}_{zz}} - j\omega\mu_0 \left[\frac{1}{2} \left(\overline{\overline{G}}_{c,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} + \left(\overline{\overline{G}}_{f,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} \right] \right) \quad (11)$$

schreiben.

2.2 Schleifenantenne

In [8] wird die MSA in ähnlicher Weise auf eine Schleifenantenne im rechteckigen Hohlraumresonator angewandt, um den dort induzierten Strom zu bestimmen. Für die Schleifenantenne ergibt sich so ebenfalls ein Ersatzschaltbild (siehe Abb. 2b) mit den Größen

$$I_L = \frac{m_L}{S_L} = \frac{U_{e,\text{II}}}{Z_L} \quad \text{mit} \quad U_{e,\text{II}} = j\omega\mu_0 H_z^{e,\text{II}} S_L \quad \text{und} \quad (12)$$

$$Z_L = Z_{L,s} + Z_{L,r} + Z_{\text{lin}} = j\omega L - \omega^2 \mu_0^2 S_A^2 \left(\overline{\overline{G}}_{c,r}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz} \quad \text{mit} \quad (13)$$

$$L = \mu_0 R \left(\ln \left(\frac{16R}{d} \right) - 2 \right), \quad (14)$$

wobei die Impedanz von der Induktivität L der Schleife (singuläre Lösung) und in diesem Fall nur Abstrahlungsbedingungen des Resonators (reguläre Lösung) abhängt. In (14) ist R der Radius der Antenne und d der Durchmesser des Drahtes. Während in [8]

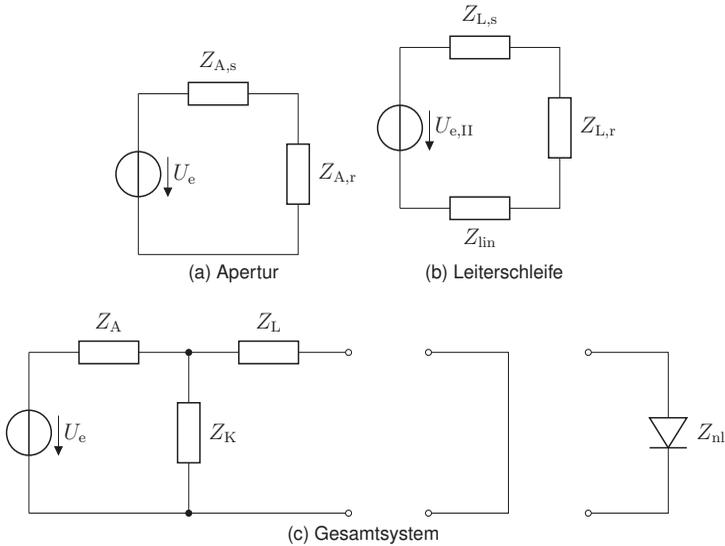


Abbildung 2: äquivalente Netzwerke für die einzelnen Komponenten und das Gesamtsystem Apertur-Resonator-Leiterschleife

die Spannung $U_{e,II}$ bekannt ist, kann hier nicht davon ausgegangen werden, da $H_z^{e,II}$ von dem äquivalenten Strom I_A des Apertur-Moments abhängt. Ersetzt man jedoch die Spannungsquelle $U_{e,II}$ durch eine gemeinsame Koppelimpedanz

$$Z_K = -\omega^2 \mu_0^2 S_A S_L \left(\overline{G_c}^{\mathbf{H}_m} \right)_{zz}, \quad (15)$$

deren Spannungsabfall den Strom I_L treibt, ergibt sich ein einfaches Ersatzschaltbild für das System Apertur-Resonator-Leiterschleife (siehe Abb. 2c), das mit den bekannten Mitteln der Zweipoltheorie die Bestimmung aller relevanten Größen erlaubt.

3 Nichtlineare Beladung

Fasst man das gesamte Netzwerk in Abb. 2c als eine Antenne auf, erlaubt eine in [3] vorgestellte Methode die Berechnung von Antennenströmen mit nichtlinearer Last. Dazu wird das Netzwerk hinter der Impedanz der Leiterschleife aufgetrennt und anschließend der Strom durch die lineare Last

$$I_{L,lin} = U_A \left(Z_A + Z_L + \frac{Z_A Z_L}{Z_K} \right) \quad (16)$$

und die Eingangsimpedanz

$$Z_{E,L-A} = \frac{1}{Y_{E,L-A}} = Z_L + \frac{Z_A Z_K}{Z_A + Z_K} \quad (17)$$

von der Schleifen- zur Apertur-Seite des Netzwerks bestimmt. Im Anschluss daran kann nach [3] mit Hilfe eines Stromquellenersatzschaltbildes, wie in Abb. 3 dargestellt, der Strom durch eine nichtlineare Last bestimmt werden. Aus Abb. 3 ergibt sich formal für den Strom durch die Last

$$I_{nl} = I_{L,k} - Y_{E,L-A} U_{nl}. \quad (18)$$

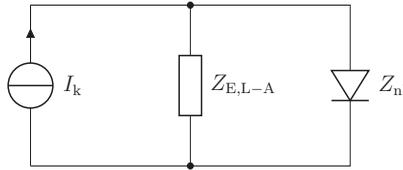


Abbildung 3: Stromquellenersatzschaltbild zur Aufteilung in den linearen und nichtlinearen Teil des Systems

Die Gleichung (18) lässt sich nur im Zeitbereich lösen, da der Zusammenhang zwischen U_{nl} und I_{nl} nichtlinear ist. Eine Transformation von (18) in den Zeitbereich ergibt

$$i_{nl} = i_{L,k} - \int_{-\infty}^t y_{E,L-A}(t - \tau) u_{nl}(\tau) d\tau. \quad (19)$$

Die nichtlineare Integralgleichung (19) kann im Zeitbereich numerisch gelöst werden. Wie in [3] und [5] diskutiert wird, ist es aufgrund von Konvergenzeigenschaften sinnvoll (19) umzuformen zu

$$i_{nl} = i_{L,k} - \int_0^{t-\Delta} y_{E,L-A}(t - \tau) u_{nl}(\tau) d\tau - \int_{t-\Delta}^t y_{E,L-A}(t - \tau) Z_{nl}(i_{nl}(\tau)) i_{nl}(\tau) d\tau, \quad (20)$$

wobei angenommen wird, dass $i_{nl} = 0$ für $t \leq 0$. Für $\Delta \rightarrow 0$ lässt sich das zweite Integral in (20) nach [3] schreiben als

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \int_{t-\Delta}^t y_{E,L-A}(t - \tau) Z_{nl}(i_{nl}(\tau)) i_{nl}(\tau) d\tau = Z_{nl}(i_{nl}(t)) i_{nl}(t) \lim_{\Delta \rightarrow 0} \underbrace{\int_{t-\Delta}^t y_{E,L-A}(t - \tau) d\tau}_{\bar{y}_{E,L-A}}. \quad (21)$$

Schließlich ergibt sich für den nichtlinearen Laststrom beim Übergang zur numerischen Berechnung des ersten Integrals von (20)

$$i_{nl} [1 + Z_{nl}(i_{nl}) \bar{y}_{E,L-A}] = i_{L,k} - \sum_{k=0}^{m-1} y_{E,L-A}(t_m - k\Delta t) Z_{nl}(i_{nl}(k\Delta t)) i_{nl}(k\Delta t) \Delta t \quad (22)$$

Dabei ist $t_m = m\Delta t$ und $m = 1, 2, \dots, m_{\max}$. Da i_{nl} für alle vergangenen Zeitpunkte bis t_{m-1} bekannt ist, stehen auf der rechten Seite von (22) nur bekannte Werte, so dass die Lösung von i_{nl} für die einzelnen Zeitschritte mit Hilfe von numerischen Standardverfahren gefunden werden kann.

4 Diskussion der Ergebnisse

Anhand einer beispielhaften Konfiguration wurde der Laststrom durch die Schleife und das magnetische Moment der Apertur bei einer Anregung durch einen gauss-modulierten Sinusimpuls mit einer Amplitude von 1 Am^{-1} , einer Mittenfrequenz von Hz und einer Bandbreite von Hz bestimmt. Die beliebig gewählten Parameter sind für die Dimensionen des Resonators $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$ und $h = 4 \text{ m}$. Die Apertur befindet sich bei $x = 0 \text{ m}$, $y = 0,8 \text{ m}$ und $x = 0,7 \text{ m}$, ist kreisförmig und hat einen Durchmesser von $d_A = 3 \text{ cm}$. Die Leiterschleife im Inneren des Resonators hat die Ortskoordinaten $x = 2 \text{ m}$, $y = 0,7 \text{ m}$ und $z = 3 \text{ m}$ und besitzt einen Radius von $R = 1,5 \text{ cm}$ und einen Drahtdurchmesser von $d = 0,5 \text{ mm}$. Als nichtlineare Last wurde eine bi-lineare Näherung einer Diodenkennlinie verwendet mit den Bereichen $Z_{nl} = 2 \text{ k}\Omega$ für $i_{nl} > 0$ und $Z_{nl} = 0,1 \text{ M}\Omega$ für $i_{nl} < 0$.

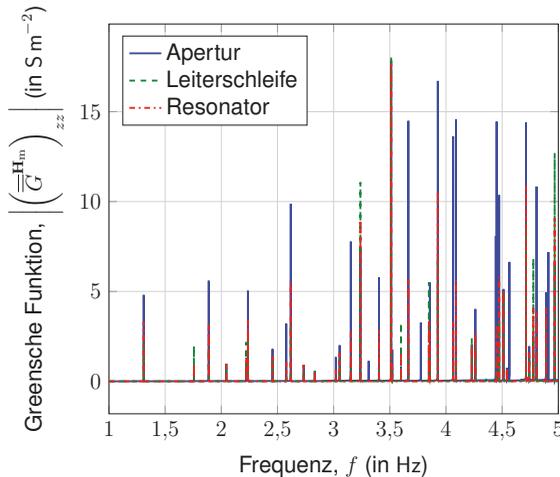
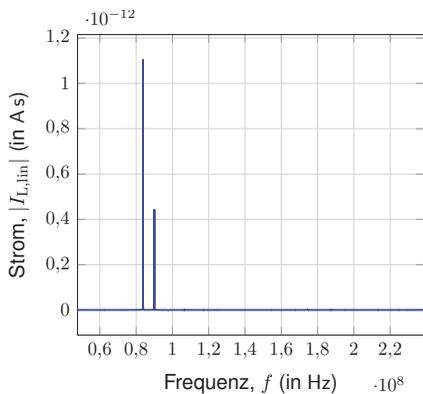


Abbildung 4: Greensche Funktionen zur Bestimmung der einzelnen Impedanzen

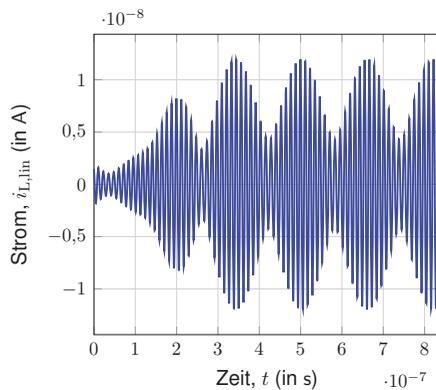
In der Abbildung 4 sind die berechneten Greenschen Funktionen für die einzelnen Impedanzen dargestellt. Klar zu erkennen ist der starke Resonanzcharakter und die unterschiedlich hohen Maxima. Eine nähere Untersuchung würde auch zeigen, dass es zu geringen Verschiebungen der Resonanzstellen kommt, da die einzelnen Phasenlagen der Greenschenfunktionen unterschiedlich sind. In den Abbildungen 5 sind die Ergebnisse für den Strom durch die Leiterschleife dargestellt. Die Anregung wurde so gewählt, dass nur die ersten Resonanzen angeregt werden (siehe Abb. 5a und 5b). In den Abbildungen 5d und 5c ist der Strom durch die nichtlineare Last dargestellt. Die Abbildung 5c zeigen die erste Ordnung harmonischer Schwingungen.

5 Zusammenfassung

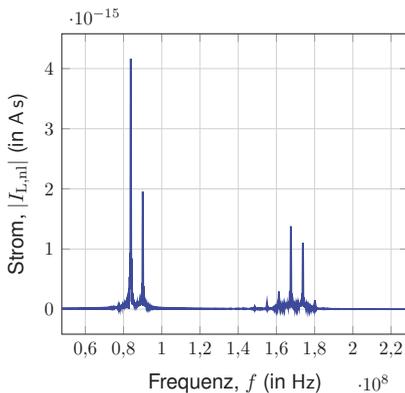
Mit Hilfe der Regularisierung der Greenschen Funktionen für den Halbraum und den Resonator im Frequenzbereich konnte ein einfaches Modell zur Bestimmung der Abstrahlung



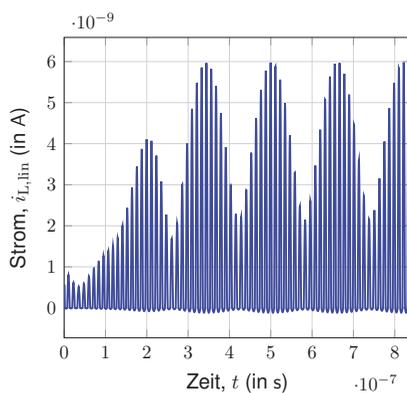
(a) Frequenzbereich und lineare Last



(b) Zeitbereich und lineare Last



(c) Frequenzbereich und nichtlineare Last



(d) Zeitbereich und nichtlineare Last

Abbildung 5: Ströme durch die Leiterschleifen unter verschiedenen Lasten

einer Apertur in einem rechteckigen Hohlraumresonator erstellt werden. Dieses Modell kann anhand eines Ersatzschaltbildes mit dem Modell einer Leiterschleife mit linearer Last im Inneren des Resonators gekoppelt werden. Gängige Methoden der Zweipoltheorie erlauben dann eine Umformung des äquivalenten Netzwerks und nach einer Transformation der im Frequenzbereich bestimmten Größen in den Zeitbereich auch eine Behandlung nichtlinearer Lasten. Der so ermittelte Laststrom kann im Anschluss genutzt werden, um die Abstrahlung der Apertur im Frequenzbereich zu bestimmen.

Literatur

- [1] BETHE, H.: Theory of Diffraction by Small Holes. In: *Physical Review* 66 (1944), Nr. 7-8, S. 163–182. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.66.163>. – DOI 10.1103/PhysRev.66.163. – ISSN 0031–899X
- [2] BLADEL, J. van: *Electromagnetic fields*. 2nd ed. Piscataway and N.J : IEEE, 2007 (IEEE Press series on electromagnetic wave theory). – ISBN 978–0–471–26388–3
- [3] LIU, T. ; TESCHE, F.: Analysis of antennas and scatterers with nonlinear loads. In: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 24 (1976), Nr. 2, S. 131–139. <http://dx.doi.org/10.1109/TAP.1976.1141328>. – DOI 10.1109/TAP.1976.1141328. – ISSN 0018–926X
- [4] PETZOLD, Jorg ; PANNICKE, Enrico ; TKACHENKO, Sergey ; VICK, Ralf: External scattering by rectangular cavities with small apertures. In: *2015 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC 2015*, S. 68–73
- [5] RAMBOUSKY, R. ; TKACHENKO, S. ; NITSCH, J.: A novel solution algorithm for nonlinearly loaded transmission lines inside resonating enclosures. In: *Advances in Radio Science* 12 (2014), S. 135–142. <http://dx.doi.org/10.5194/ars-12-135-2014>. – DOI 10.5194/ars-12-135-2014. – ISSN 1684–9973
- [6] RAMBOUSKY, Ronald ; TKACHENKO, Sergey ; NITSCH, Jurgen: Calculation of currents induced in a long transmission line placed symmetrically inside a rectangular cavity. In: *2013 IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility - EMC 2013*, 2013, S. 796–801
- [7] SOLIN, J. R.: Formula for the Field Excited in a Rectangular Cavity With an Electrically Large Aperture. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 54 (2012), Nr. 1, S. 188–192. <http://dx.doi.org/10.1109/TEMC.2011.2179941>. – DOI 10.1109/TEMC.2011.2179941. – ISSN 0018–9375
- [8] TKACHENKO, Sergey ; NITSCH, Jürgen ; AL-HAMID, Moawia: High-Frequency Electromagnetic Field Coupling to Small Antennae in a Rectangular Resonator. In: *International Journal of Antennas and Propagation* 2012 (2012), S. 1–6. <http://dx.doi.org/10.1155/2012/897074>. – DOI 10.1155/2012/897074. – ISSN 1687–5869