

Berechnung der Schutzwirkung von Schutzdioden in Leistungsschnittstellen von Luftfahrtgeräten durch die Lambert-W-Funktion

Frank Meier, Apparatebau Gauting GmbH, Gilching

1 Einleitung

Für die Anwendung als Spannungsschutzelemente entwickelte Zener-Dioden sind häufigste Wahl zur Begrenzung von transienten Spannungen, die in einem Energieversorgungsnetz eines Flugzeugs auftreten. Die induzierende Wirkung des Stromes, die bei einem Blitzeinschlag in die Flugzeughülle auftritt, führt zu einer Spannungsüberhöhung, die auf die elektrischen Schnittstellen der Geräte und Anlagen wirkt. Spannungsform und Energie sind durch Feldstudien ermittelt worden und flossen in Prüfnormen ein. Zur Qualifikation eines Gerätes werden die Prüfpulse auf die elektrischen Schnittstellen angewandt und sind Belastungen, die beim Schaltungsentwurf berücksichtigt werden müssen. Wird eine transformatorische Kopplung angewandt und die Energie des Prüfpulses auf ein Kabelbündel eingekoppelt, so ist die aufgenommene Energie eines Schutzelements stark von Größen außerhalb der Schnittstelle abhängig. Messtechnisch kann sie aus Strom und Spannung bestimmt werden, jedoch ist bei Pulsversuchen die Spannung weitaus schwerer zu messen als der Strom. Die galvanische Kopplung der Tastköpfe und die induzierten Spannungen führen zu Schwingungsvorgängen in den aufgezeichneten Spannungen. So bleibt es wünschenswert, alleine aus dem gemessenen Strom die aufgenommene Energie zu bestimmen.

Die zugeführte Energie bestimmt die Temperaturerhöhung durch den Puls und ist über die Grenztemperatur des Halbleitermaterials wesentliches Selektionsmerkmal. Da die Temperatur im Halbleiter nicht direkt messbar ist, kann sie nur über die Energiebilanz unter ein thermisches Modell indirekt bestimmt werden.

Schon bei einer Schaltung aus Diode, Vorwiderstand und Spannungsquelle lässt sich erkennen, dass eine explizite Lösung der Netzwerkgleichungen der Spannung nicht möglich ist. Nur die Abhängigkeit des Stromes von der Spannung ist hinlänglich bekannt. Abhilfe schafft die Lambert-W-Funktion, die zu den weniger bekannten transzendenten Funktionen gehört. Wird ein Diodenmodell mit Exponentialfunktion in der Stromsenke und einem konstanten Vorwiderstand angenommen, so kann der Zusammenhang von Strom und Spannung mit der Lambert-W-Funktion ausgedrückt werden und eine analytische Funktion ist als Inverse verfügbar. Dies erlaubt das symbolische Rechnen und erweitert die Wahl der Berechnungsmethoden erheblich. Aus dem Datenblatt kann die maximale Energie entnommen werden und ist mit der zugeführten Energie aus den Versuchen zu vergleichen.

Zur Qualifikation von Luftfahrtgeräten werden Verfahren und Pulse gemäß ED-14 verwendet und von Anforderungen der Flugzeughersteller ergänzt [13]. Der Ein-

schlag eines Blitzes während des Fluges durchläuft zeitliche Phasen, die unterschiedliche Pulse auf Stromversorgungs- und Signalleitungen nach sich ziehen. Daraus wurden fünf Pulsformen identifiziert und sind bei der Qualifikation auf den Prüfling oder den Kabelbaum zu applizieren. Pulsformen und Prüfmethode sind der ED-84 entnommen worden [9]. Die Wahl der Pulsformen und ihrer Amplituden hängt vom Ort des Gerätes im Flugzeug und dem Prüfschärfegrad ab.

2 TVS-Diode mit einem Puls

Ist die Spannungsfestigkeit der Schnittstellen gegenüber dem Gehäuse und von Leiter zu Leiter ausreichend groß, so kann auf Schutzelemente verzichtet werden. Andernfalls gibt die Grenzspannung U_{max} vor, welche Klemmspannung U_K noch zulässig ist. Die Klemmspannung sei die betragsmäßig größte Spannung, die bei einer gewählten Pulsform und Pulsamplitude tatsächlich auftritt. Die Grenzspannung U_{max} ist die betragsmäßig kleinste Spannung, bei der ein Schaden und eine Veränderung der Eigenschaften des Prüflings auftreten. Von der Klemmspannung unterscheidet sich die Einsetzspannung oder Knickspannung U_{BR} . Diese ist eine typspezifische Größe und wird im Datenblatt für einen gewählten Prüfstrom angegeben. Dynamische Effekte, Sättigungsverhalten und ohmsche Widerstände führen zu großen Unterschieden zur Klemmspannung. Sie wird für eine gewählte Pulsform zusammen mit dem Spitzenstrom angegeben. In Datenblättern wird der 10/1000-Puls häufig verwendet, während Pulsformen aus ED-84 selten angegeben sind. Daher besteht ein Bedarf, aus den Parametern eines Datenblattes ein Modell zu entwickeln, das für alle Pulsformen aus ED-84 anwendbar ist und ausreichend genau für die Abschätzung der Klemmspannung U_K und Beurteilung der Eignung des Typs ist. Wesentliche Größe ist hier die Erwärmung des Bauelements, die über die Grenztemperatur des Halbleitermaterials und die Anfangstemperatur von der zugeführten Energie abhängt. Das Modell soll energetisch korrekt sein, damit aus dem Zeitintegral der Leistung genau die Verlustenergie bestimmt werden kann. Die Dauer einer Prüfung nach ED-14 erstreckt sich über 30 s, während die kleinste Anstiegszeit $0,1 \mu s$ beträgt.

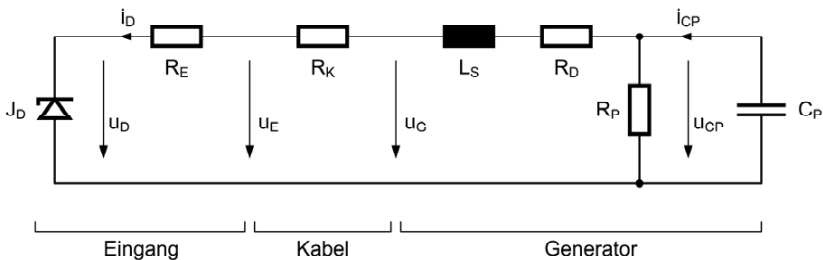


Bild 1: Ersatzschaltbild des Prüflings mit Kabelbaum und Pulsgenerator

Größte Anforderungen an Belastbarkeit der TVS-Diode stellen Prüfpulse mit geringer Dämpfung, großer Ladekapazität und kleiner Induktivität im Generator dar. Beim Be-

grenzen der Ausgangsspannung tritt ein hoher, unipolarer Strom auf und die Ladeenergie wird zum größten Teil an die Last abgegeben. Puls 5 nach ED-84 bzw. ED-84 ist prominentes Beispiel. Oszillierende Pulsformen wie Puls 3 erzwingen einen Nulldurchgang von Strom oder Spannung. Ist die Dämpfung groß, so treten erhebliche Verluste im Generator auf und die Last wird geschont.

Für diese Diskussion wird ein Aufbau aus Pulsgenerator, Kabelbaum und Eingangskreis eines Luftfahrtgerätes angenommen, Bild 1. Dabei sei R_E der Widerstand vom Kabel bis zur TVS-Diode und R_K der Widerstand des Kabels. Da zur Gewichtseinsparung häufig Kabel mit gerade noch ausreichenden Leiterquerschnitten verwendet werden und bis zum Überstromschutzelement verlegt sind, kann ein erheblicher Widerstandswert auftreten. Die Generatorelemente R_S , L_S , R_P und C_P sein so gewählt, dass Pulsform nachgebildet wird. Die Anfangsspannung des Kondensators wird so eingeführt, dass die geforderte Amplitude erzeugt wird.

3 Lambert-W-Funktion für die Diode mit Vorwiderstand

Für die statische Kennlinie einer Leistungsdiode ist die spannungsabhängige Stromquelle nach Shockley in Reihe mit einem Vorwiderstand ein ausreichendes Modell, Bild 2. Die Schwellspannung U_{Th} schließt den Ausnutzungsfaktor η ein, der bei steigenden Nennströmen gegen Eins geht [2].

$$i_D = I_{Sat} \left(\exp \left(\frac{u_{DI}}{U_{Th}} \right) - 1 \right) \quad (3.1a)$$

$$u_{DI} = u_D - R_D i_D \quad (3.1b)$$

Das Gleichungssystem hat nur eine explizite Lösung für den Strom i_D . Eine Umformung zum Strom u_D ist erst möglich, wenn die Lambert-W-Funktion verwendet wird. Für die Gleichung

$$y = \exp(x - y) \quad (3.2)$$

liefert W die explizite Lösung (3.3). Die explizite Lösung in x ist allgemein bekannt.

$$y = W(\exp(x)) \quad (3.3)$$

$$x = y + \log(y) \quad (3.4)$$

Ihr Funktionsverlauf für reelle Argumente ist in Bild 3 zu sehen. Für komplexe Argumente tritt eine Vielfachheit auf, die ähnlich bei den trigonometrischen Funktionen ist. Eine Gleichung der Form

$$y = f(x) \exp(f(x)) \quad (3.5)$$

hat eine explizite Lösung für x , sofern die Umkehrfunktion f^{-1} existiert und analytisch ist [1].

$$x = f^{-1}(W(y)) \quad (3.6)$$

Additionstheoreme, wie bei den trigonometrischen Funktionen ohne Polstellen, sind nicht bekannt und verhindern algebraische Vereinfachungen.

Die Ableitung bildet wieder um auf die Lambert-W-Funktion ab.

$$\frac{dW(x)}{x} = \frac{W(x)}{x(W(x)+1)} \quad (3.7)$$

Für die Nutzung der Lambert-W-Funktion ist eine Umformung in (3.2) oder (3.5) notwendig. Das Gleichungssystem (3.1) hat die expliziten Lösungen (3.9) für i_D und (3.10) für u_D .

$$i_D = I_{Sat} + \frac{U_{Th}}{R_D} W \left(\frac{I_{Sat} R_D}{U_{Th}} \exp \left(\frac{I_{Sat} R_D}{U_{Th}} + \frac{u_D}{U_{Th}} \right) \right) \quad (3.9)$$

$$v_D = i_D R_D + U_{Th} \log \left(\frac{i_D}{I_{Sat}} + 1 \right) \quad (3.10)$$

Die Umformung gilt allerdings nur für nichtverschwindendes R_D , was aus den Gleichungen nicht unmittelbar zu erkennen ist [2]. Da das Argument aus einem positiven Koeffizienten und der Exponentialfunktion besteht und immer größer Null ist, beschränkt sich der Wertebereich der Lambert-W-Funktion in (3.9) auf die positiven Zahlen.

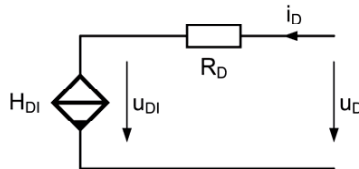


Bild 2: Statisches Ersatzschaltbild einer Leistungsdiode mit Vorwiderstand und spannungsabhängiger Stromsenke

Programmpakete zum symbolischen Rechnen haben die Funktion implementiert. Für diese Arbeit wurde Mathematica verwendet, das die Lambert-W-Funktion als ProductLog bezeichnet. Maple und Matlab verwenden den Namen LambertW bzw. lambertw [5, 6, 7].

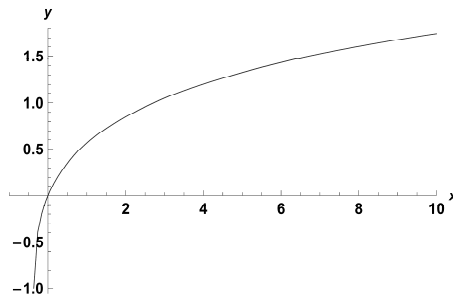


Bild 3: Kennlinie der Lambert-W-Funktion

Da Photovoltaikzellen ebenfalls durch das Ersatzschaltbild (3.1) beschrieben werden können, hat die Lambert-W-Funktion hier den ersten Schritt in die Ingenieurtechnik getan [11]. Weiterhin wurden Anwendungen für logarithmische Verstärker gezeigt [2].

4 Modell der TVS-Diode mit Lambert-W-Funktion

Motiviert durch die Anwendung der Lambert-W-Funktion soll ein Netzwerkmodell für die Zener-Diode als Schutzelement für Überspannungen präsentiert werden. Die Einsetzspannung soll ausreichend hoch sein, um den Lawineneffekt anzudeuten.

Für eine unidirektionale TVS-Diode zeigt Bild 4 ein Modell aus einer Stromsenke DF für den Durchlassbereich und einer Stromsenke DB für den Durchbruchbereich. Um einen Nullpunktfehler für den Strom zu verhindern, wird durch die Stromquelle VR ein konstanter Strom in der Größenordnung des Sättigungsstromes I_{Sat} eingepreßt.

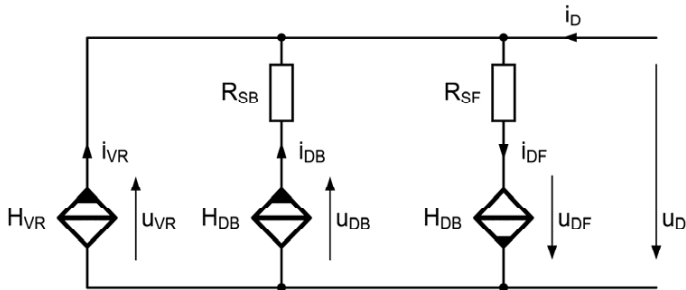


Bild 4: Ersatzschaltbild einer unidirektionalen TVS-Diode

Der Durchbruch einer Zener-Diode für Spannungen über 10 V wird durch den Lawineneffekt bestimmt, der durch eine Potenzfunktion beschrieben wird. Für ein Spannungsschutzelement ist dies unrealistisch. Das Modell verwendet wiederum eine Diode mit Vorwiderstand und verschiebt den Kennlinienknick um U_{BR} .

$$i_{DF} = -\frac{I_{Sat} R_D}{U_{Th}} + \frac{U_{Th}}{R_{SF}} W \left(\frac{I_{Sat} R_{SF}}{U_{Th}} \exp \left(\frac{I_{Sat} R_{SF}}{U_{Th}} + \frac{u_{DF} - U_{BR}}{U_{Th}} \right) \right) \quad (4.1a)$$

$$i_{DB} = -\frac{I_{Sat} R_{SB}}{U_{Th}} + \frac{U_{Th}}{R_{SB}} W \left(\frac{I_{Sat} R_{SB}}{U_{Th}} \exp \left(\frac{I_{Sat} R_{SB}}{U_{Th}} + \frac{u_{DB} - U_{BR}}{U_{Th}} \right) \right) \quad (4.1b)$$

$$i_R = \frac{I_{Sat} R_{SB}}{U_{Th}} + \frac{U_{Th}}{R_{SF}} W \left(\frac{I_{Sat} R_{SF}}{U_{Th}} \exp \left(\frac{I_{Sat} R_{SF}}{U_{Th}} - \frac{U_{BR}}{U_{Th}} \right) \right) \quad (4.1c)$$

$$i_D = i_{DF} - i_{DB} - i_R \quad (4.1d)$$

$$u_D = u_{DF} = -u_{DB} = -u_R \quad (4.1e)$$

Damit das Modell für das symbolische Rechnen geeignet ist, muss es dissipativ und kontinuierlich sein. Mathematisch kann eine Quelle von einer Senke nicht unterschieden werden. Erst die Wahl der Topologie und der steuernden Größe legen fest, ob Leistung aufgenommen oder abgegeben wird. Einige Ersatzschaltbilder, die in Schaltungssimulatoren verwendet werden und für diese Arbeit überprüft wurden, sind in Teilen der Kennlinie nichtdissipativ, was zur Berechnung von Spannung und Strom nicht weiter stört, jedoch bei der Zeitintegration auffällt.

Im Gegensatz zu universellen Diodenmodellen ist die Zahl der Parameter sehr gering und für moderne TVS-Dioden ausreichend. In Schaltungssimulatoren werden Modelle mit mehr als 50 Parametern [12] oder nicht durch Messung ermittelbaren Parametern verwendet. Prominentes Beispiel ist SPICE, das Parameter der Halbleiterherstellung als Grundlage hat.

Der Sperrstrom ist für die Schutzwirkung von untergeordneter Bedeutung und könnte durch einen Parallelwiderstand oder eine gesteuerte Stromquelle hinzugefügt werden. In beiden Fällen wird der tatsächliche Sperrstrom einer typischen TVS-Diode nicht erfasst, da er nichtdeterministischen Effekten unterliegt. In Datenblättern wird er als obere Schranke angegeben und ist als Prüfmerkmal zu verstehen.

5 Zusammenfassung

Das Shockley-Modell einer Diode mit Vorwiderstand kann durch die Lambert-W-Funktion erfolgen und erlaubt die explizite Lösung nach Strom und Spannung. Damit wird das symbolische Rechnen erleichtert und geschlossene Ausdrücke sind auch mit Integral- und Differenzialoperatoren möglich. Für die TVS-Diode als Spezialfall einer Zener-Diode wurde ein Ersatzschaltbild mit der Lambert-W-Funktion vorgestellt, das kontinuierlich und energetisch richtig ist. Damit können Zeitintegrale zur Bestimmung der aufgenommenen Energie bei Pulsbelastung ausgewertet werden.

6 Literatur

- [1] Coreless, R. M., u. a.: On the Lambert W Function. *Advances in Computational Mathematics*, Bd. 5 (1996), H. 1, S. 329-359
- [2] Banwell, T. C.: Bipolar Transistor Circuit Analysis Using the Lambert W Function. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Bd. 47 (2000), H. 11, S. 1621-1633
- [3] Reisch, M.: *Elektronische Bauelemente*. Springer Verlag, Berlin, 2007
- [4] Meier, F.: Auslegung von Spannungsschutzdioden für die digitalen Eingänge von Luftfahrtgeräten bei Störfestigkeitsprüfungen nach DO-160/ED-14. Garbe, H. [Hrsg.], *EMV 2012*, VDE-Verlag, 2012, S. 585-590
- [5] *Mathematica*. Wolfram Research, Champaign, IL, USA
- [6] *Maple*. Maplesoft, Waterloo, ON, Kanada
- [7] *Matlab*. MathWorks, Natick, MA, USA

- [8] McCreary, C. A.; Lail, B. A.: Lightning Transient Suppression Circuit Design for Avionics Equipment. IEEE International Conference on EMC, 2012, S. 93-98
- [9] ED-84A. Aircraft Lightning Environment and Related Test Waveforms Standard. EUROCAE, Paris, Frankreich, 2013
- [10] AN8250/D. Zener Macro-Models Provide Accurate SPICE Simulations. ON Semiconductor, 2006
- [11] Ghani, F.; Duke, M.: Numerical Determination of Series and Shunt Resistances Using the Lambert W-Function. Photovoltaic Specialists Conference, 2011, S. 2861-2865
- [12] Mantooth, H. A.; Duliere, J. L.: A Unified Diode Model for Circuit Simulation. IEEE Transactions on Power Electronics, Bd. 12 (1997), H. 5, S. 816-823
- [13] ED-14G. Environmental Conditions and Test Procedures for Airborne Equipment. EUROCAE, Paris, Frankreich, 2011