

# Simulatorische Optimierung von Leiterstrukturen in Hochstromprüfanlagen

Referent: Yves Hackl, yhackl@phoenixcontact.com

Co-Autoren: Dr. Peter Scholz, Dr. Gernot Finis, Christian Depping

Phoenix Contact GmbH & Co.KG, Flachsmarktstraße 8, D-32825 Blomberg

Der Beitrag beschreibt die geometrische Optimierung hinsichtlich einer Minimierung der Impedanz und der Bestimmung abstoßender Kräfte von Leiterstrukturen einer akkreditierten Hochstromprüfanlage mittels elektromagnetischer Feldsimulation. Es wird die Methode der partiellen Netzwerkelemente vorgestellt und zur systematischen Optimierung eingesetzt.

## 1 Einleitung

Bei der Entwicklung und Qualifikation von Überspannungsschutzgeräten (engl. Surge Protective Device SPDs) gemäß EN 61643-11, Abschnitt 8.3.4.3 [1] ist es erforderlich erwartete Störereignisse in Form von Stoßströmen und Überspannungen labortechnisch nachzubilden. Dazu ist eine Hochstromprüfanlage (akkreditiert nach ISO/IEC 17025 [2]) konzeptioniert und realisiert (siehe Abbildung 1), welche einen Kurzschlussstrom von bis zu 50.000 A bei einer Spannung von 500 V und einem Leistungsfaktor von 0,25 erreicht. In Abbildung 2 ist das Schaltbild des Testaufbaus dargestellt, welches es ermöglicht einen definierten Surge-Current Impuls an ein SPD anzulegen währenddessen dieses mit einem Energiesystem verbunden ist. Diese Art von Tests werden "class I und II operating duty tests" genannt [1].



Abbildung 1: Widerstände und Induktivitäten zur Beschaltung der Testschaltung.

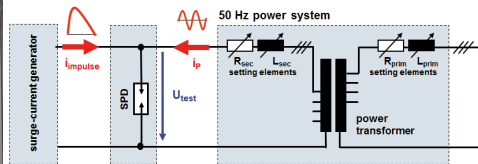


Abbildung 2: Prinzipschaltbild des Testaufbaus

Speziell auf der Sekundärseite des Transformators ist eine niederimpedante Ausführung des Stromschienensystems, welches die räumlich getrennten Anlagenteile miteinander verbindet, erforderlich. Zum einen aufgrund der großen Distanzen und zum anderen aufgrund der hohen magnetischen Feldstärken, die wegen der hohen Stromstärke in den Zuleitungen entstehen. In Abbildung 3 sind die realisierten Kupferschienen dargestellt. Eine Minimierung der Induktivität wird typischerweise durch das Ausführen der Stromschienen in einer „Sandwich-Bauweise“ erreicht, wobei der Hinleiter isoliert zwischen zweiteilig ausgeführten Rückleitern eingebettet wird und somit eine Kompensation der resultierenden magnetischen Felder entsteht (siehe Abbildung 3).

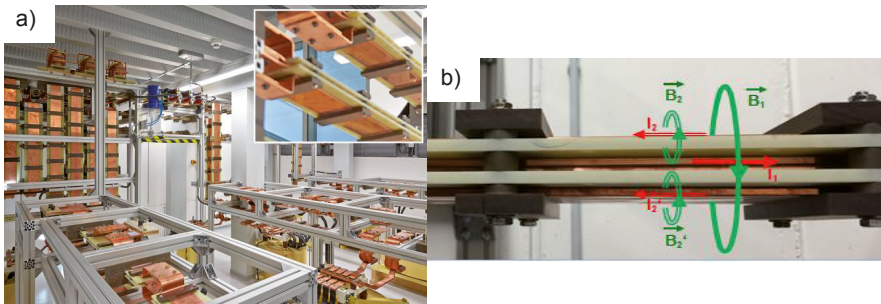


Abbildung 3: Stromschienensystem in der Sandwich-Bauweise innerhalb der Hochstromprüfanlage. a) Im Aufbau und b) detailliert.

## 2 Elektromagnetische Feldsimulationen

Zur Optimierung des in Abbildung 3 dargestellten Stromschienensystems werden elektromagnetische Feldsimulationen eingesetzt. Im Allgemeinen werden während einer Feldsimulation die Maxwell'schen Gleichungen im gesamten Raum gelöst. Dabei ist es notwendig das Rechengbiet in kleinere Untergebiete zu unterteilen in denen die Lösungen der partiellen Differentialgleichungen bestimmt werden (Diskretisierung). Das Einführen von Symmetrieebenen kann möglich und sinnvoll sein, solange sich die elektrischen und magnetischen Felder in dieser Richtung nicht ändern. In diesem speziellen Beispiel des Stromschienensystems ist die Annahme einer unendlichen Länge zulässig und eine zweidimensionale Simulation der Felder im Querschnitt möglich. Als Ergebnis ergeben sich Impedanzen, die pro Leitungslänge angegeben sind und im Folgenden gestrichen eingeführt werden. Des Weiteren ergeben sich bei der Betriebsfrequenz von 50 Hz vernachlässigbar geringe Wellenablösungs- und kapazitiven Effekte, wodurch Berechnungen mit sogenannten magnetoquasistatischen Näherungen durchgeführt werden können. [3]

### 2.1 Grundlagen der PEEC Methode

Die genutzte Methode der partiellen Netzwerkelemente (PEEC Methode [4]) ist ein integralgleichungsbasiertes Verfahren, welches speziell für leitfähige Strukturen in einem großen Freiraum sehr effizient ist und die Problemstellung in ein elektrisches Ersatzschaltbild überführt, welches dem Anwender einen natürlichen Umgang ermöglicht. Die Grundlage der Methode ist die Formulierung des Feldproblems basierend auf den Maxwell'schen Gleichungen als Electrical Field Integral Equation (EFIE) in Verbindung mit der Kontinuitätsgleichung, welche sich im Frequenzbereich zu

$$\frac{\vec{J}(\vec{r})}{\sigma(\vec{r})} + j\omega\mu_0 \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dV' + \text{grad } \underline{\phi}(\vec{r}) = 0 \text{ und}$$

$$\text{div } \vec{J}(\vec{r}) = 0$$

ergeben. Dabei entspricht  $\vec{J}$  der elektrischen Stromdichte,  $\sigma$  der spezifischen Leitfähigkeit,  $\mu_0$  der Vakuum Permeabilität,  $\underline{\phi}$  dem elektrischen Skalarpotential,  $\omega$  der Kreisfre-

quenz und  $G(\vec{r}, \vec{r}')$  der Green'schen Funktion. Diese ist abhängig von der Problemstellung und ist hier im zweidimensionalen Freiraum und unter quasistatischen Näherungen gegeben als [5]

$$G_{2D}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{2\pi} \ln(|\vec{r} - \vec{r}'|).$$

Mit der Anwendung der Galerkin Methode, welche beinhaltet, dass die Ansatzfunktion und die Basisfunktionen identisch gewählt werden, ergibt sich ein diskretisiertes algebraisches System

$$R_{mm}L_m + j\omega \sum_{n=1}^{N_b} L_{mn} L_n + \underline{\phi}_m^{(+)} - \underline{\phi}_m^{(-)} = 0,$$

$$\sum_{n=1}^{N_b} A_{ni} L_n = 0,$$

beziehungsweise in Matrix Schreibweise

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L} & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{i}_b \\ -\underline{\phi}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}_s \\ \underline{i}_s \end{bmatrix},$$

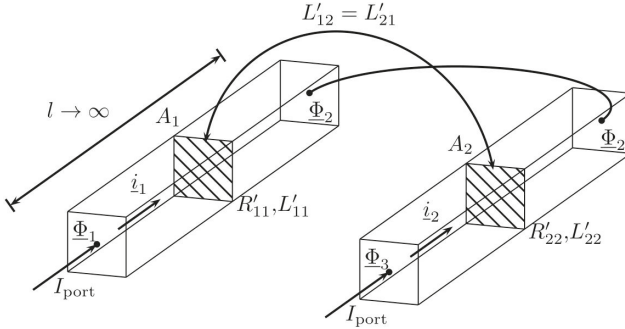
welches die Struktur der Modified Nodal Analysis (MNA) besitzt [6]. Diese Struktur ist in der Netzwerknomenklatur zu finden und lässt sich aufgrund der Beschaffenheit mit vorhandenen Netzwerklösungsalgorithmen (z.B. SPICE) lösen. Dabei ist die diskretisierte Kontinuitätsgleichung als Inzidenzmatrix  $\mathbf{A}$  und die Anzahl der Zellen als  $N_b$  in dem System zu finden. Die partiellen Netzwerkelemente sind rein material- und geometrieabhängig und ergeben sich entsprechend der hier genutzten Green'schen Funktion im zweidimensionalen quasistatischen Fall zu

$$R'_{mm} = \frac{1}{\sigma_m A_m} \text{ und } L'_{mn} = -\frac{\mu_0}{2\pi A_m A_n} \int_{A_m} \int_{A_n} \ln(\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}) dS' dS,$$

wobei  $A$  der Leiterquerschnittsfläche entspricht. Die doppelte Flächenintegration bei der Berechnung der partiellen Induktivitäten  $L'_{mn}$  ist bei parallelen Rechtecken analytisch lösbar [7], was das Assemblieren der Systemmatrix vereinfacht und das Verfahren bei der gewählten Diskretisierung höchst effizient macht. Mit der PEEC Methode können Impedanzen, Stromdichten und magnetische Feldverteilungen berechnet werden. Speziell für die vorgestellte Problemstellung liegt die Simulationszeit im Bereich von Sekunden, was einen Geschwindigkeitsvorteil gegenüber universellen Ansätzen wie zum Beispiel der Methode der Finiten Elemente mit sich bringt.

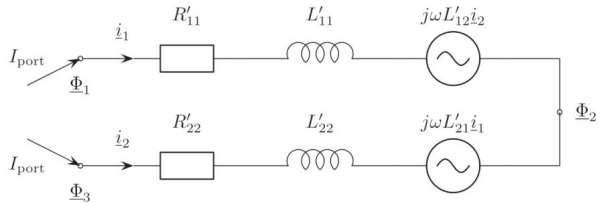
Um die beschriebene 2D-MQS-PEEC Methode zu veranschaulichen ist im Folgenden ein Minimalbeispiel dargestellt. Basierend auf der hier vorgestellten Anwendung wird die Impedanz einer unendlich lang ausgedehnten Leiterstruktur bestehend aus einem Hin- und einem Rückleiter mit der PEEC Methode gelöst. In Abbildung 4 ist die diskretisierte Geometrie der Leiterstruktur dargestellt. Diese besteht hier nur aus zwei parallelen Zellen, wobei alle nötigen Parameter des MNA Systems visualisiert sind. Die Unbekannten Knotenpotentiale  $\underline{\phi}_n$  sind an den Enden der Stromzellen mit den ebenfalls unbekanntenen Strömen  $\underline{i}_b$  zu finden. Jeder Stromzelle ist eine Eigeninduktivität  $L'_{mm}$  und ein Wider-

standswert  $R'_{mm}$  zugeordnet und die induktive symmetrische Kopplung zwischen den Zellen  $L'_{mn}$  ist dargestellt. Nach dem Assemblieren der Matrix entsteht das Ersatzschaltbild in Abbildung 5, was dem MNA System in Abbildung 6 entspricht. Nach dem Aufstellen dieses Systems wird die Systemmatrix invertiert und der Ergebnisvektor enthält die unbekanntenen Ströme und Potentiale in den diskretisierten Zellen. Im Nachgang können dann auf Basis des Lösungsvektors Torimpedanzen sowie elektromagnetische Felder im ganzen Raum bestimmt werden.



**Abbildung 4: Geometrie des diskretisierten Minimalbeispiels bestehend aus zwei Zellen und drei Knoten.**

**Abbildung 5: Ersatzschaltbild des Minimalbeispiels aus Abbildung 7.**



$$\begin{pmatrix} R'_{11} + j\omega L'_{11} & j\omega L'_{12} & -1 & 1 & 0 \\ j\omega L'_{21} & R'_{22} + j\omega L'_{22} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ +1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} I_{\text{port}}$$

**Abbildung 6: Resultierendes MNA System in Matrix Schreibweise des Minimalbeispiels.**

## 2.2 Die nachfolgende Berechnung von Kräften

Die dominierende Kraft auf die zu untersuchenden Leiteranordnungen ist die magnetische Kraft auf ein stromtragendes Segment (Lorentzkraft), welche mit dem Zusammenhang

$$\vec{F}(\vec{r}) = \int_V \vec{j}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}) dV$$

zu bestimmen ist, wobei  $\vec{B}(\vec{r})$  der magnetischen Flussdichte entspricht. Auch hier lässt sich ähnlich dem Impedanzbegriff eine Kraft pro Einheitslänge  $\vec{F}'(\vec{r}) = \vec{F}(\vec{r})/|\vec{l}'|$  definieren, welche in der zweidimensionalen Simulation bestimmt werden kann und unter der Einschränkung eines unendlich ausgedehnten Systems gilt. Da innerhalb einer Zelle

eine konstante Stromdichte  $\vec{J}(\vec{r})$  angenommen wird, ergibt sich die Kraft pro Einheitslänge im  $m$ -ten Element bei konstantem Strom  $I_m$  zu

$$\vec{F}'_m = I_m (\vec{e}_m \times \sum_{n=1}^{N_b} \vec{B}_n),$$

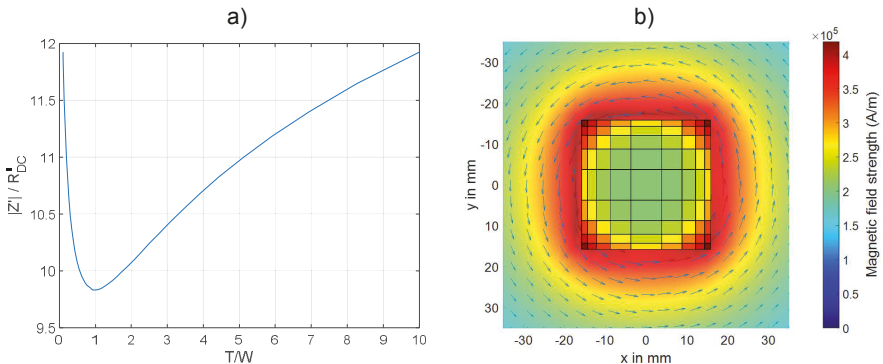
wobei  $\vec{e}_m$  dem Einheitsvektor der diskretisierten Stromdichte  $\vec{J}(\vec{r})$  entspricht und die gesamte magnetische Flussdichte aller  $n$  Leiter im Raum aufsummiert wird. Auch hier ähnlich der Stromdichte wird eine konstante Flussdichte  $\sum_{n=1}^{N_b} \vec{B}_n$  innerhalb der  $m$ -ten Zelle angenommen. Dieses superponierte Feld wird mit dem Biot-Savart-Gesetz von rechteckigen Leitern bestimmt, was einer analytisch berechneten Flächenintegration entspricht, die in [8] ausgeführt ist. Als Ergebnis ergibt sich die Kraft pro Längeneinheit in jeder Zelle als vektorielle Größe. Um in dieser speziellen Anwendung des Leitersystems eine Aussage zu treffen welche Kraft auf den einzelnen Leiter wirkt werden die Ergebnisse im Anschluss vektoriell und pro Leiter summiert.

### 3 Optimierung der Leiterstruktur

Mittels geometrischer Parametervariationen wird im Folgenden die Leiterstruktur hinsichtlich der minimalen Impedanz optimiert. Die Auslegung der Leiterstrukturen ist systematisch, simulationsgestützt und praxisnah ausgeführt und beschrieben. Aufgrund von Temperaturabschätzungen und der Minimierung des Materialverbrauchs wird der gesamte Leiterquerschnitt bei der Dimensionierung als  $A = 1000 \text{ mm}^2$  gesetzt, wobei ein Strom von 50 kA Effektivwert und einer Frequenz von 50 Hz vergleichend zum typischen Testaufbau in Abbildung 2 angenommen wird. Alle Ergebnisse sind auf die minimale Impedanz bezogen, welche durch den Gleichstromwiderstand  $R'_{DC} = 1/(A\sigma_{CU}) = 17 \text{ n}\Omega/\text{mm}$  gegeben ist, wobei  $\sigma_{CU}$  der spezifischen Leitfähigkeit von Kupfer entspricht.

#### 3.1 Ein-Leiter Struktur

Zunächst wird als Voruntersuchung ein Leiter ohne Rückleiter dimensioniert. Dieser besitzt eine Dicke  $T$  und eine Weite  $W$ , welches als Verhältnis zueinander variiert wird (Abbildung 7).



**Abbildung 7: Simulationsergebnisse zur Ein-Leiter Struktur. a) Verlauf der Impedanz bezogen auf den Gleichstromwiderstand über die Dicke und Breite des Leiters und b) die magnetische Feldverteilung außerhalb und die Stromverteilung innerhalb des Leiters bei minimaler Impedanz.**

Wie erwartet ergibt sich die Geometrie mit der niedrigsten Impedanz bei dem Verhältnis  $T/W = 1$  und somit zu einer quadratischen Anordnung, wobei die Feldverteilung und die Ergebnisse in Abbildung 7 dargestellt sind. In Abbildung 7b) ist deutlich die inhomogene Stromverteilung innerhalb des Leiters aufgrund des Skin-Effekts zu erkennen, welcher zu einer frequenzabhängigen Erhöhung der Impedanz führt. Für die Praxis ist die hier minimale Impedanz aber nicht zufriedenstellend gering genug. Einen Faktor von 9,8 gegenüber dem Gleichstromwiderstand dieser Anordnung lässt sich im Folgenden mit Hin- und Rückleiter Anordnungen weiter minimieren.

### 3.2 Sandwich-Bauweise mit Rückleiter

Praktisch erprobt ist der Einsatz einer Struktur, die aus einem Hin- und zwei Rückleitern besteht. Dabei entstehen zusätzlich zu den eingeführten variablen Parametern Weite  $W$  und Dicke  $T$  eine weitere Variable  $d$ , die dem Abstand zwischen den Hin- und Rückleitern entspricht (siehe Abbildung 8). Zu Beginn wird wiederum geprüft, welches Verhältnis  $W/T$  die minimale Impedanz ergibt, wonach anschließend der Einfluss des Abstands auf die Impedanz geprüft wird.

#### 3.2.1 Konstanter Abstand

Bei einem konstanten Abstand von  $d = 6 \text{ mm}$  wird das Verhältnis der Weite zur Dicke wiederum bei gleichem Querschnitt  $A = 1000 \text{ mm}^2$  geändert, wobei die Weite bei Hin- und Rückleiter vorerst als gleich gesetzt wird. Die Ergebnisse und die Visualisierung der geometrischen Parameter sind in Abbildung 8 dargestellt.

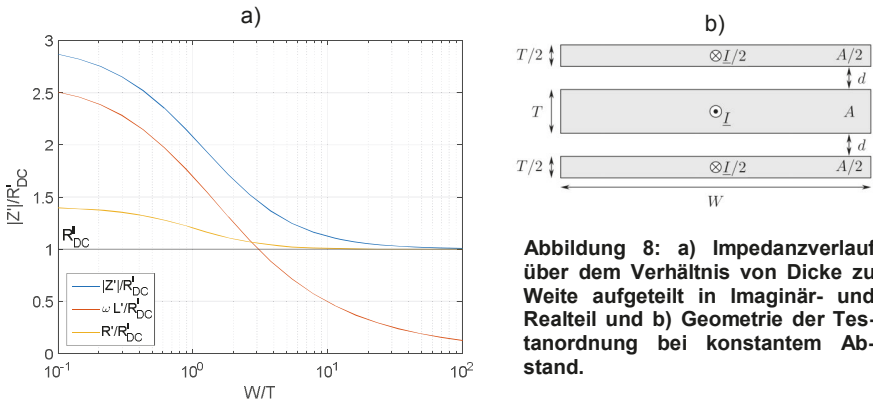


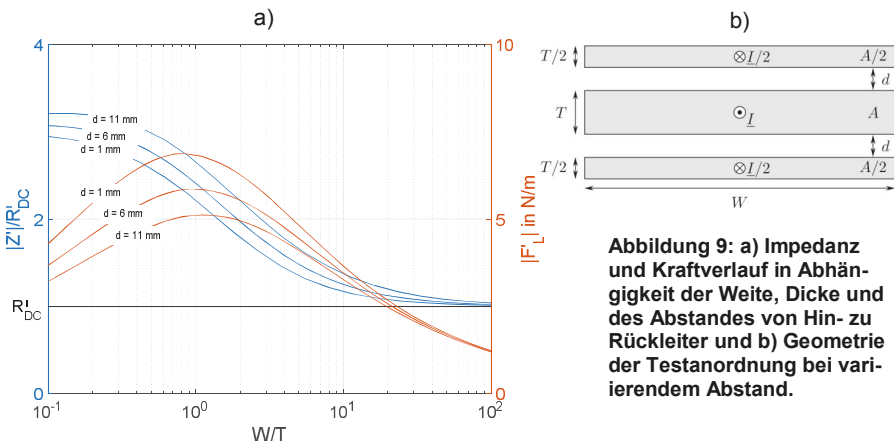
Abbildung 8: a) Impedanzverlauf über dem Verhältnis von Dicke zu Weite aufgeteilt in Imaginär- und Realteil und b) Geometrie der Testanordnung bei konstantem Abstand.

Um den Impedanzverlauf detailliert zu untersuchen ist in Abbildung 8 zusätzlich die Impedanz in Real- und Imaginärteil aufgeteilt dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Imaginärteil und damit die Induktivität der entscheidende Faktor bei dem Betrag der Impedanz ist. Diese wird mit zunehmender größerer Weite und kleinerer Dicke der Leiterstruktur geringer, was den Einfluss auf den Betrag hat, dass dieser bis auf den minimalen Wert  $R_{DC}^I$  abfällt. Die Induktivität ist nach der Formulierung von Poynting das Volumenintegral des Produkts der magnetischen Feldstärke und Flussdichte im gesamten Raum, wonach sich ableiten lässt, dass mit einem "einschließen" des magnetischen Feldes in einen kleineren Raum die Induktivität verringert wird. Dieser Effekt wird bei typischen Schirmungsanwendungen ausgenutzt und tritt hier auch auf, wenn die Lei-

terstruktur eine größere Weite und eine geringere Dicke hat (siehe auch Abbildung 10). Somit ergibt sich als Ergebnis, dass je breiter die Leiter, desto geringer die Induktivität und somit eine Annäherung der Impedanz an den minimalen Wert  $R'_{DC}$ . Aus Gründen der mechanischen Festigkeit ist jedoch die maximale bzw. minimale Dicke und Weite des Aufbaus begrenzt.

### 3.2.2 Variierender Abstand

Ein weiterer Parameter, der Einfluss auf die Impedanz hat, ist der Abstand  $d$  der Hin- und Rückleiter, wie in Abbildung 9 dargestellt. Aus den Simulationsergebnissen wird deutlich, dass sich die Impedanz bei geringerem Abstand verringert. Darüber hinaus sind in Abbildung 9 die Lorentzkräfte auf die Leiteranordnung dargestellt. Diese ergeben sich genau gegenläufig. Bei größerem Abstand  $d$  ergibt sich eine geringere Kraft. Dieses Verhalten kann wiederum mit der höheren „eingeschlossenen“ Feldstärke in der Struktur erklärt werden, da die Kraft, wie in Kapitel 2.3 behandelt, direkt abhängig von der magnetischen Flussdichte ist. Aus Gründen der Isolationsfestigkeit wird im Folgenden ein Abstand von  $d = 6\text{ mm}$  genutzt.



**Abbildung 9: a) Impedanz und Kraftverlauf in Abhängigkeit der Weite, Dicke und des Abstandes von Hin- zu Rückleiter und b) Geometrie der Testanordnung bei variierendem Abstand.**

### 3.2.3 Optimale Bauweise

Die weiteren und letzten Parameter zur Optimierung der Geometrie der Sandwich-Bauweise sind das Verhältnis des äußeren Weiten-zu-Dicken Verhältnisses  $W_{out}/T_{out}$  und des inneren Weiten-zu-Dicken Verhältnisses  $W_{in}/T_{in}$ , welche in Abbildung 10b) dargestellt sind. In Abbildung 10a) sind die Impedanzverläufe dargestellt aus denen sich ergibt, dass zu jedem äußeren Verhältnis ein Minimum der Impedanz bei genau einem inneren Verhältnis existiert, was jeweils einen Überlapp der äußeren Leiter zu dem inneren Leiter entspricht. Somit lässt sich bei verschiedenen großen äußeren Verhältnissen jeweils ein bestimmtes impedanzoptimiertes inneres Verhältnis angeben. Für eine optimierte Anordnung ist die Feld- und Stromverteilung in Abbildung 10 dargestellt.

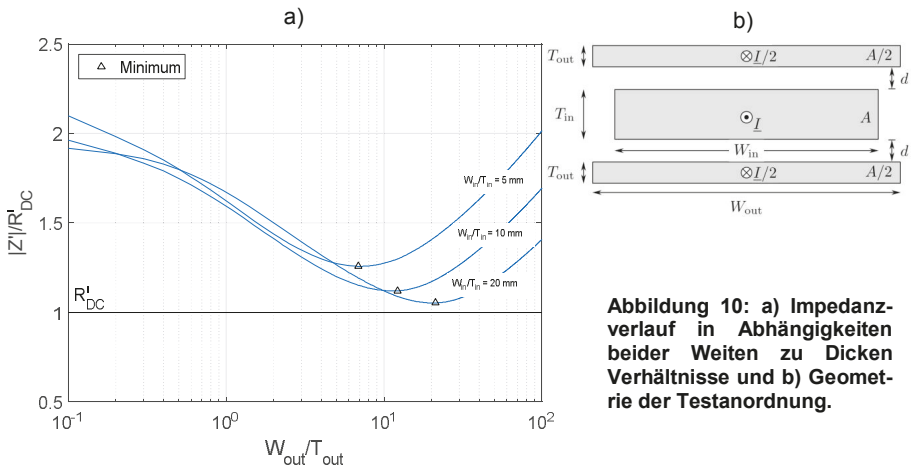


Abbildung 10: a) Impedanzverlauf in Abhängigkeiten beider Weiten zu Dicken Verhältnissen und b) Geometrie der Testanordnung.

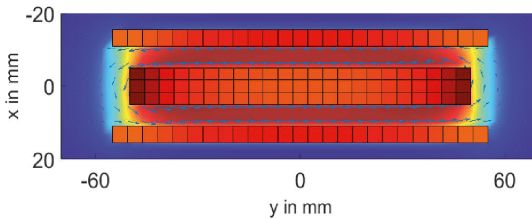


Abbildung 11: Feld- und Stromverteilung der optimierten Leiterstruktur mit den Parametern  $W_{out}/T_{out} = 12$ ,  $W_{in}/T_{in} = 10$  und  $d = 6 \text{ mm}$ .

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Der Beitrag behandelt die simulatorische Optimierung von Leiterstrukturen einer Hochstromprüfanlage, die induktivitätsarm auszulegen sind. Die genutzte Feldsimulationsmethode der partiellen Netzwerkelemente wurde vorgestellt und systematisch eingesetzt um eine optimale Anordnung hinsichtlich der Impedanz und auch der praktischen Nutzung anzugeben. In Zukunft können Mehrphasige Anordnungen in Bezug auf ihre Impedanz untersucht werden um die Entwicklung der Anlage voranzutreiben.

## Literaturangaben

- [1] IEC 61643-11:2011-03: "Low-voltage SPDs - Part 1: SPDs connected to low-voltage power distribution systems - Requirements and tests", 2011.
- [2] ISO/IEC 17025: 2005: "General requirements for the competence of testing and calibration laboratories", 2005.
- [3] H. K. Dirks, "Quasi-stationary fields for microelectronic applications," *Electrical Engineering*, vol. 79, no. 2, pp. 145–155, Apr. 1996.
- [4] A. E. Ruehli, "Inductance calculations in a complex integrated circuit environment," *IBM J. Res.Dev.*, vol. 16, no. 1, pp. 470–481, Sep. 1972.
- [5] W. T. Weeks, L. L. Wu, M. F. McAllister, and A. Singh, "Resistive and inductive skin effect on rectangular conductors," vol. 23, no. 6, pp. 652–660, 1979.
- [6] C.-W. Ho, A. E. Ruehli, and P. A. Brennan, "The modified nodal approach to network analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 22, no. 6, pp. 504–509, Jun. 1975.
- [7] G. Antonini, A. Orlandi, and C. R. Paul, "Internal impedance of conductors of rectangular cross section," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 47, no. 7, pp. 979–985, Jul. 1999.
- [8] E. Rochepault, P. Vadrine, and F. Bouillault, "2d analytical magnetic optimizations for accelerator dipole block designs", *IEEE Trans. appl. Superconductivity*, vol. 22, no. 3, pp. 4900804–4900804, June 2012.