

**Rausch- und
Transportmessungen
an Einzel- und
Doppelquantenpunkten**

Von der Fakultät für Mathematik und Physik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
— Dr. rer. nat. —

genehmigte Dissertation
von

Jan Klaus Kühne

2019

Referent: Prof. Dr. Rolf J. Haug
Korreferent: Prof. Dr. Tobias Osborne
Korreferent: Prof. Dr. Axel Lorke

Tag der Promotion: 10.04.2019

Kurzzusammenfassung

In dieser Arbeit wird das resonante Tunneln durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte auf seine Transport- und Rauscheigenschaften untersucht. Wechselwirkungseffekte, wie die Coulomb-Blockade oder die Fermikantensingularität können den elektrischen Transport in solchen Systemen beeinflussen. Diese Effekte werden mit Hilfe von temperaturabhängigen Messungen und ihrem Einfluss auf das Schrotrauschen erforscht. Es wird gezeigt, dass die Zuleitungen der Quantenpunkte die Vielteilchenwechselwirkung beeinflusst.

Bei Änderung der Spannungsrichtung zeigen die untersuchten Proben deutliche Unterschiede im Strom. Durch Magnetotransportmessungen kann dieser Effekt verschiedenen Dimensionen in den Zuleitungen zugewiesen werden. Während des Wachstums kann es zu einer Diffusion von Dotieratomen kommen, die die Ladungsträgerkonzentration und damit die Dimension der Zuleitungen verändern kann. Zusätzlich wird die Diffusion mit Hilfe von numerischen Berechnungen der Bandstruktur simuliert und mit den Messergebnissen verglichen. Die verschiedenen Dimensionen der Zuleitungen in der Probe werden genutzt, um die Abhängigkeit der Dimensionalität auf die Wechselwirkung zu untersuchen. Außerdem werden Messungen der lokalen Zustandsdichtefluktuationen gezeigt. Diese führen zu Linien konstanter differentieller Leitfähigkeit mit einer Steigung dB/dV . Dabei ist V die angelegte Spannung und B das äußere Magnetfeld. Ein Vergleich zwischen diesen Fluktuationen mit der Fermikantensingularität weist eine deutliche Antikorrelation auf.

Darüber hinaus werden Messungen an gekoppelten Quantenpunkten präsentiert. In diesen sogenannten Doppelquantenpunkten können weitere Wechselwirkungen entstehen. Besonders der Effekt des Bunching, welcher bei einer asymmetrischen Kopplung der Zuleitungen auftritt, führt zu einer Erhöhung des Schrotrauschens. Auch der Einfluss von

Phononen wird in temperaturabhängigen Messungen diskutiert.

Schlagnote: Quantenpunkt, Magnetotransport, Schrotrauschen, Fermikantensingularität, Doppelquantenpunkte

Abstract

In this work transport and noise characteristics of resonant tunneling through self-assembled InAs quantum dots are investigated. Interaction effects like the Coulomb blockade or the Fermi-edge-singularity can affect the electron transport through these systems. These effects will be investigated by both their temperature dependency and their shot noise behavior. It will be shown that the coupled leads have a strong influence on these many-particle interactions.

The investigated samples show major differences in the current, due to changing the polarity of the applied voltage. By analyzing magnetotransport measurements this effect can be ascribed to different dimensionality in the leads. This can be explained by diffusion of doping atoms during the growth process and a different charge carrier concentration in both leads. The diffusion will be simulated by numerical band structure calculations and compared to the measured results. The property of different dimensionality is used to investigate interaction effects and their dependency on the tunneling direction. Further fluctuations in the local density of states are measured leading to lines of constant differential conductance, with a constant slope dB/dV , where B is the magnetic field and V the applied voltage. Comparison of these fluctuations and the Fermi-edge-singularity reveals a clear anti-correlation.

In addition measurements using systems of coupled quantum dots will be presented. In these so called double quantum dots further interaction effects can occur. Especially bunching of electrons due to asymmetric coupling to the two leads results in an enhancement of the shot noise signal. Also the influence of phonon scattering is discussed in temperature dependent measurements.

Keywords: quantum dot, magnetotransport, shot noise, Fermi-edge-singularity, double quantum dots

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	13
2. Grundlagen	17
2.1. Zustandsdichte	17
2.1.1. Ohne Magnetfeld	18
2.1.2. Mit Magnetfeld	21
2.2. Transport durch Quantenpunkte	23
2.2.1. Einzelquantenpunkte	24
2.2.2. Doppelquantenpunkte	26
2.3. Schrotrauschen	29
2.4. Wechselwirkungseffekte	33
2.4.1. Fermikantensingularität	33
2.4.2. Bunching	35
3. Experimentelles	39
3.1. Probenstruktur	39
3.2. Messaufbau	44
3.3. Rauschanalyse	46
4. Einzelquantenpunkte	53
4.1. Transporteigenschaften	53
4.2. Magnetotransport	57
4.3. Rauscheigenschaften	65
4.3.1. Ohne Magnetfeld	67
4.3.2. Mit Magnetfeld	73
4.4. Temperaturabhängigkeit	75
4.4.1. Ohne Magnetfeld	76
4.4.2. Mit Magnetfeld	80
4.5. Lokale Zustandsdichte Fluktuationen	85

4.6. Zusammenfassung und Ausblick	95
5. Doppelquantenpunkte	97
5.1. Magnetotransport	99
5.2. Temperaturabhängigkeit	103
5.3. Rauschmessungen	107
5.4. Zusammenfassung und Ausblick	113
6. Zusammenfassung	115
A. Anhang	119
Literatur	125

Symbole und Abkürzungen

Symbole

$\mathbf{A}(\mathbf{r})$	Vektorpotential
B	Magnetfeldstärke
C_{Σ}	Gesamtkapazität
D	Diffusionskonstante
d	Dimension
$D(E)$	Zustandsdichte
e	Elementarladung, $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
E	Energie
ΔE	Energiedifferenz
E_F	Fermienergie
E_D	Energie des Quantenpunktzustand
f	Frequenz
F	Fanofaktor
g	g-Faktor
g_D	g-Faktor des Quantenpunktes
g_E	g-Faktor des Emitters
h	Planksches Wirkungsquantum $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
\hbar	reduziertes Planksches Wirkungsquantum $1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
i	imaginäre Einheit
I	Strom
$\langle I \rangle$	mittlerer Strom
I_{\max}	maximaler Strom
\tilde{I}	skalierter Strom
\mathbf{k}	Wellenvektor
k_B	Boltzmannkonstante
L	Länge
m^*	effektive Masse

n	Quantenzahl
n_0	Anzahl
$N(E)$	Anzahl der Zustände
P	Wahrscheinlichkeit
\mathbf{p}	Impulsvektor
q	Ladung
R	elektrischer Widerstand
\mathbf{r}	Ortsvektor
s	Spinquantenzahl
S	Rauschleistung
S_0	Rauschleistung des Hintergrundes
Δt	Zeitintervall
T	Temperatur
T^*	effektive Temperatur
$T(f)$	Transferfunktion des Verstärkers
T_p	Tunnelwahrscheinlichkeit
V	Spannung
\tilde{V}	skalierte Spannung
V_D	Resonanzspannung
V_r	Volumen im Ortsraum
V_k	Volumen im reziproken Raum
V_{12}	Differenz der Resonanzspannung zweier Spinzustände
$V(\mathbf{r})$	potentielle Energie
∇	Nabla-Operator
α	Hebelarm
$\beta(x, y)$	Betafunktion
γ	kritischer Exponent
Γ	intrinsische Breite
$\delta(x)$	Delta-Distribution
ϵ	Energiedifferenz zwischen zwei Quantenpunkten
μ_B	Bohrsches Magneton $9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$
λ	Mittelwert

π	Kreiszahl 3, 142 ...
$\Psi(\mathbf{r})$	Wellenfunktion
Ψ_A	Asymmetrischer Zustand
Ψ_S	Symmetrischer Zustand
$\Theta(x)$	Stufenfunktion
Θ_C	Kollektortunnelrate
Θ_E	Emittiertunnelrate
Θ_I	Effektive Tunnelrate
ω_C	Zyklotronfrequenz eB/m^*
Ω	Tunnelrate zwischen zwei Quantenpunkten

Abkürzungen

0D	nulldimensional
1D	eindimensional
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
AlAs	Aluminiumarsenid
DAC	Digital-Analog-Konverter
DOS	Zustandsdichte
FES	Fermikantensingularität
GaAs	Galliumarsenid
He	Helium
InAs	Indiumarsenid
LDOS	lokale Zustandsdichte
MBE	Molekularstrahlepitaxie
QPC	Quantenpunktkontakt

1

Einleitung

„The noise is the signal“ (deutsch: Das Rauschen ist das Signal). Mit diesem Titel veröffentlichte Rolf Landauer im Jahr 1999 seine Arbeit über das Rauschen in mesoskopischen Systemen [1]. Dort beschreibt er, dass zeitabhängige Fluktuationen im Transport durch Festkörper verschiedene Ursachen haben können. Insbesondere weist er darauf hin, dass dieses Rauschen nicht nur als ein Hindernis für Experimente gesehen werden darf, sondern stattdessen tiefe Einblicke in fundamentale Physik bietet. So entdeckte Walter Schottky bereits 1918, dass eine untere Grenze der maximalen Auflösbarkeit eines elektrischen Stroms durch den „Schrotteffekt“ existiert [2]. Dieses Rauschen lässt sich selbst nach Beseitigung aller technischen Rauschquellen nicht vermeiden und hat ihre Ursache in der Quantisierung der elektrischen Ladung. Schrotrauschen tritt immer auf, wenn Teilchen eine Potentialbarriere durch quantenmechanisches Tunneln überwinden müssen und resultiert in einer Rauschleistung die proportional zum Strom und zur Ladung q der beteiligten Teilchen ist. Dieser direkte Zusammenhang zwischen der Rauschleistung und der Ladung ermöglicht den Nachweis von Quasiteilchen in der Festkörperphysik. Sowohl die Existenz von fraktionalen Quanten-Hall-Zuständen mit Ladung von $1/3e$ oder $1/5e$ [3], als auch Cooper-Paare mit $q = 2e$ [4] konnten mit dieser Methode nachgewiesen werden.

Allerdings lässt sich im Rauschen nicht nur die Existenz von Quasiteilchen, sondern auch Wechselwirkungen anderer Art beobachten [5].

Es ist zum Beispiel möglich die Stärke der Wechselwirkung zwischen Elektronen in zwei eindimensionalen Leitern durch das Rauschen zu bestimmen [6, 7]. In Quantenpunkten spielen Wechselwirkungseffekte aufgrund der geringen räumlichen Ausdehnung eine wichtige Rolle. Die Coulomb-Abstoßung und das Pauli-Prinzip bewirken, dass immer nur ein Elektron einen diskreten Zustand besetzen kann und alle weiteren Elektronen zuerst die sogenannte Ladeenergie aufbringen müssen. Durch passende Wahl der Parameter kann so Einzelelektronentransport durch einen Quantenpunkt beobachtet werden [8–10]. Auch Wechselwirkungen mit Phononen und Entartungen der Zustände können in Quantenpunkten untersucht werden [11]. Durch Kopplung mehrerer Quantenpunkte in Reihe können einzelne Elektronen in Systemen von bis zu vier Quantenpunkten isoliert und manipuliert werden [12]. Quantenpunkte werden aufgrund ihrer diskreten Energiezustände häufig als „künstliche Atome“ bezeichnet [8]. In Analogie dazu können zum Beispiel Systeme aus zwei Quantenpunkten als „künstliche Moleküle“ betrachtet werden.

Wechselwirkungen finden nicht nur im Quantenpunkt bzw. zwischen mehreren Quantenpunkten statt, sondern auch zwischen dem Quantenpunkt und den Zuleitungen [13]. Der Quantenpunkt kann aufgrund seiner diskreten Energiezustände als Spektrometer für die Zuleitungen verwendet werden [14–16]. Der Kondo-Effekt und die Fermikantensingularität (FES) sind zwei Vielteilcheneffekte, bei denen die Zuleitungen mit in Betracht gezogen werden müssen. Während beim Kondo-Effekt der Spin der Elektronen entscheidend ist [17, 18], so spielt für die FES die Ladung der Elektronen eine wichtige Rolle [19, 20]. Beide Effekte lassen sich durch Rauschmessungen untersuchen [21–23]. Das Rauschen durch die FES kann dabei direkt über das oben beschriebene Schrotrauschen [24, 25] oder durch das RTS-Rauschen (englisch: random telegraph signal) [21, 26] gemessen werden. Durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes kann die Wechselwirkung der FES beeinflusst werden und der Spin der

Elektronen wird ausschlaggebend [27, 28]. Aktuelle theoretische Arbeiten beschäftigen sich mit der FES im Ungleichgewicht [29, 30].

In dieser Arbeit soll die Wechselwirkung zwischen Elektronen beim Transport durch Quantenpunkte untersucht werden. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Einfluss der Zuleitungen und der Kopplungsstärke der Tunnelbarrieren auf den Strom und das Rauschen. Dabei werden sowohl Systeme aus Einzel- sowie aus Doppelquantenpunkten verwendet. Die Arbeit gliedert sich dabei wie folgt:

Zuerst werden in **Kapitel 2** die Eigenschaften eines Quantenpunktes und den dazugehörigen Zuleitungen erläutert. Außerdem werden die Bedingungen für Einzelelektronentransport und mögliche Wechselwirkungseffekte in Einzel- und Doppelquantenpunkten diskutiert. Auch das oben erwähnte Schrotrauschen wird einmal hergeleitet.

In **Kapitel 3** werden die Herstellung und der Aufbau der untersuchten Proben, sowie der verwendete Messaufbau vorgestellt. Es folgen erste Rauschspektren, eine Erläuterung der einzelnen Rauschquellen und die Analyse des zu untersuchenden Schrotrauschens.

Ab **Kapitel 4** werden erste Messergebnisse vorgestellt. Beginnend mit Transport- und Rauscheigenschaften an selbstorganisierten InAs Einzelquantenpunkten. Durch Magnetotransportmessungen lassen sich die Zuleitungen charakterisieren und deren Einfluss auf die FES anschließend in Rauschmessungen und zusätzlichen temperaturabhängigen Transportmessungen untersuchen. Es wird gezeigt, dass die Anzahl der verfügbaren Zustände in den Zuleitungen die Wechselwirkung in einem Einzelquantenpunkt stark beeinflusst.

Kapitel 5 behandelt Transport- und Rauschmessungen an InAs Doppelquantenpunkten. Bei diesen gekoppelten Quantenpunkten kommt es bei asymmetrischer Kopplung an die Zuleitungen zu einer Überhöhung des Schrotrauschens. Zusätzlich werden Effekte von Phononen und die Unterschiede zum Einzelquantenpunkt diskutiert.

2

Grundlagen

In diesem Kapitel werden einige grundlegende physikalische Eigenschaften diskutiert. Zu Anfang werden elektronische Zustandsdichten im Festkörper für verschiedene Dimensionen erläutert und die Auswirkung eines äußeren Magnetfeldes betrachtet. Anschließend geht es um Quantenpunkte und speziell um Elektronentransport durch Einzel- und Doppelquantenpunkte. Es folgt eine theoretische Beschreibung des Schrotrauschens für Elektronen. Zum Schluss werden zwei wichtige Wechselwirkungseffekte besprochen, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden.

2.1. Zustandsdichte

In einem Festkörper hat die Dimension des elektronischen Systems großen Einfluss auf die physikalischen Eigenschaften. Im Bild wechselwirkungsfreier Elektronen in einem äußeren Potential ist die stationäre Schrödingergleichung gegeben durch [31]:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right) \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

dabei ist $V(\mathbf{r})$ das Einschlusspotential und m^* die effektive Masse. Diese wird hier zur Vereinfachung als richtungsunabhängig angenommen. Außerdem wird eine quadratische Dispersion der Elektronen vorausgesetzt, d. h. die Energie der Elektronen hängt quadratisch vom Im-

puls ab. Für den freien Fall ($V(\mathbf{r}) = 0$) ist die Krümmung der Parabel gegeben durch die effektive Masse m^* und die Energie gegeben durch:

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*} \quad (2.2)$$

wobei \mathbf{k} der Wellenvektor der Elektronen ($\mathbf{k}^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$) ist. Durch das Einführen eines Einschlusspotentials kann die Bewegung der Elektronen in eine oder mehrere Dimensionen eingeschränkt werden. Damit ändert sich sowohl die Energiedispersion aus Gl. (2.2) als auch die Anzahl der zur Verfügung stehenden Zustände. Diese werden beschrieben durch die energieabhängige Zustandsdichte $D(E)$.

2.1.1. Ohne Magnetfeld

Die Zustandsdichte (DOS, englisch: density of states) beschreibt die Anzahl der verfügbaren elektronischen Zustände pro Energie E und Volumen V_r .

$$D(E) = \frac{1}{V_r} \frac{dN(E)}{dE} \quad (2.3)$$

$N(E)$ ist dabei die Gesamtzahl der besetzten Zustände bis zur Energie E und $V_r = L^d$ das Volumen im Ortsraum. d gibt die Dimension des Systems an. Die Anzahl der Zustände $N(E)$ ist im Fall eines dreidimensionalen (3D) Systems gegeben durch das Volumen einer Kugel im k -Raum ($V_{\text{ges}} = 4/3\pi k^3$) geteilt durch das Volumen eines Zustandes, welches gegeben ist durch $V_k = (2\pi/L)^3$. Für die Zustandsdichte folgt dann aus Gleichung (2.2) und (2.3) für drei Dimensionen:

$$D_{3D}(E) = \frac{(2m^*)^{\frac{3}{2}}}{2\pi^2 \hbar^3} \cdot \sqrt{E} \quad (2.4)$$

Die Zustandsdichte steigt also wurzelförmig mit zunehmender Energie für Elektronen mit quadratischer Dispersion. In Abb. 2.1 a) ist dieser

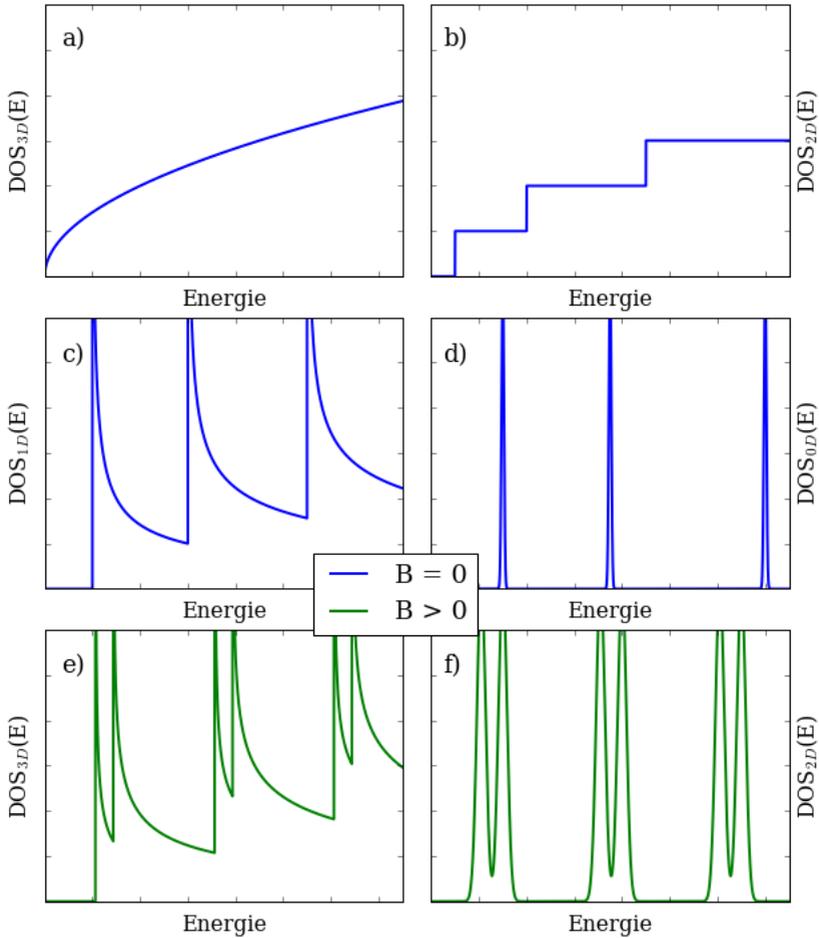


Abbildung 2.1.: Zustandsdichte für verschiedene Dimensionen und Magnetfelder in Abhängigkeit der Energie. a) bis d) Zustandsdichte von drei bis auf null Dimensionen ohne äußeres Magnetfeld. e) und f) Zustandsdichte mit Magnetfeld für drei und zwei Dimensionen. In f) ist das Magnetfeld senkrecht zur zweidimensionalen Oberfläche ausgerichtet.

Fall skizziert.

Wird nun die Bewegung der Elektronen in z -Richtung durch ein Einschlusspotential $V(z)$ eingeschränkt, ändert sich die Dispersion aus Gleichung (2.2) zu

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*} + E_{z,n}. \quad (2.5)$$

Durch die Einschränkung in z -Richtung, bleiben die Wellenvektoren in k_x - und k_y -Richtung weiterhin kontinuierlich während in z -Richtung nur diskrete Energien erlaubt sind. Diese werden beschrieben mit der Quantenzahl n und den dazugehörigen Energien $E_{z,n}$. Die Zustandsdichte berechnet sich analog zum 3D Fall, besitzt aber aufgrund der Dispersion eine konstante Abhängigkeit mit der Energie und zeigt Stufen, sobald die Energie ein diskretes Energieniveau $E_{z,n}$ überschreitet.

$$D_{2D}(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \sum_n \Theta(E - E_{z,n}) \quad (2.6)$$

$\Theta(E)$ ist die Stufenfunktion (auch Heaviside-Funktion genannt). Die Funktion ist in Abb. 2.1 b) zu sehen.

Wird die räumliche Einschränkung um eine weitere Dimension erweitert, bleibt nur der Wellenvektor in x -Richtung kontinuierlich und es entsteht eine Quantisierung in y - und z -Richtung mit Energien $E_{zy,n}$. Die Zustandsdichte hat dann folgende Form:

$$D_{1D}(E) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} \sum_n \frac{\Theta(E - E_{zy,n})}{\sqrt{E - E_{zy,n}}} \quad (2.7)$$

Diese ist in Abb. 2.1 c) zu sehen und zeigt Singularitäten an den diskreten Energiezuständen $E_{zy,n}$ und einen anschließenden Abfall mit $1/\sqrt{E}$.

Ist die Bewegung in allen drei Raumrichtungen quantisiert ist die Zustandsdichte entsprechend eine Summe von diskreten Zuständen der Energie $E_{xyz,n}$ und man erhält einen Quantenpunkt.

$$D_{0D}(E) = 2 \sum_n \delta(E_{xyz,n} - E) \quad (2.8)$$

Elektronen in einem Quantenpunkt können also nur bestimmte Energien besitzen. Man spricht deshalb auch von einem „künstliches Atom“ [8].

Um die Anzahl der besetzten Zustände für eine gegebene Zustandsdichte zu bestimmen, muss diese noch mit der Fermi-Dirac-Verteilung multipliziert und danach über den gesamten Energiebereich integriert werden. Für $T = 0$ sind alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt. Für $T > 0$ kommt es, aufgrund der thermischen Energie der Elektronen, sowohl zur Besetzung von Zuständen oberhalb, als auch zu freien Zuständen unterhalb der Fermienergie. Der Energiebereich in dem sowohl besetzte als auch freie Zustände existieren hat dabei eine Breite von $k_B T$.

2.1.2. Mit Magnetfeld

In den bisher gezeigten Fällen wurde die Quantisierung durch ein Einschlusspotential erzeugt. Es lässt sich aber auch durch ein äußeres angelegtes Magnetfeld eine Quantisierung erzeugen. Der in Gleichung (2.1) gezeigte Hamiltonoperator wird dann durch ein Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ erweitert. Zusätzlich wird durch den Zeeman-Effekt ein spinabhängiger Term hinzugefügt:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2 + V(\mathbf{r}) + sg\mu_B B \quad (2.9)$$

Dabei ist \mathbf{p} der Impuls und B das Magnetfeld. B ist dabei in z -Richtung angelegt und für das Vektorpotential wurde die Landau-Eichung gewählt: $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, Bx, 0)$. Der letzte Term in Gl. (2.9) ist der Zeeman-Term mit Spin $s = \pm \frac{1}{2}$, dem Landé Faktor g (auch g -Faktor genannt) und dem Bohrschen Magneton μ_B . Der g -Faktor wird hier als isotrop angenommen. Die Lösung der Schrödingergleichung in x - und y -Richtung

mit dem Hamiltonoperator aus Gleichung (2.9) sind die Landau-Niveaus [31] mit einer Energie

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c. \quad (2.10)$$

ω_c ist die Zyklotronfrequenz und ist proportional zum Magnetfeld, $\omega_c = eB/m^*$. Durch das Anlegen eines Magnetfeldes in z-Richtung werden also zwei Raumrichtungen quantisiert. Ist ansonsten kein Einschlusspotential vorhanden ($V(\mathbf{r}) = 0$), hat die Zustandsdichte folgende Form:

$$D_{3D}(E, B) = \frac{(2m^*)^{\frac{3}{2}}}{8\pi^2\hbar^3} \sum_{n,s} \frac{\hbar \omega_c}{\sqrt{E - (n + \frac{1}{2} + \nu s) \hbar \omega_c}} \quad (2.11)$$

Der Faktor $\nu = g/2\hbar$ berücksichtigt die Zeeman-Aufspaltung. Für ein konstantes Magnetfeld $B \neq 0$ ist die Zustandsdichte in Abb. 2.1 e) zu sehen. Man erkennt deutlich die Ähnlichkeit zur Zustandsdichte in einer Dimension aus Abb. 2.1 c). Beide zeigen Singularitäten und einen anschließenden Abfall mit $1/\sqrt{E}$. Der große Unterschied zum eindimensionalen (1D) Fall ist, dass durch die Zeeman-Aufspaltung die Spinentartung aufgehoben wurde und deshalb zwei Singularitäten bei ähnlichen Energien entstehen. Die Zustandsdichte in einem 3D System im Magnetfeld verhält sich also effektiv wie ein 1D System.

Durch ein zusätzliches Einschlusspotential in z-Richtung $V(z) \neq 0$ werden alle drei Raumrichtungen quantisiert. Die Zustandsdichte ist dann gegeben durch

$$D_{2D}(E, B) = \frac{eB}{2\pi\hbar} \sum_n \delta \left(\left(n + \frac{1}{2} + \nu s \right) \hbar \omega_c - E \right). \quad (2.12)$$

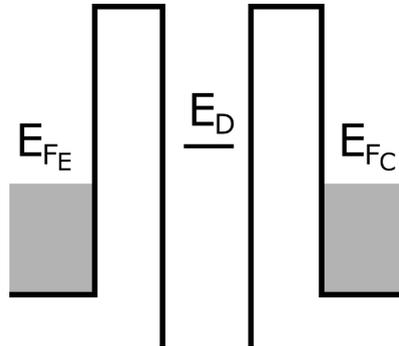


Abbildung 2.2.: Schematischer Aufbau eines Quantenpunktes mit einem diskreten Zustand der Energie E_D . Der Quantenpunkt ist gekoppelt an die beiden Zuleitungen Emitter (links) und Kollektor (rechts) mit der jeweiligen Fermienergie E_{FE} und E_{FC} .

Die Zustandsdichte für 2D bei $B > 0$ hat also die gleiche Energieabhängigkeit wie ein nulldimensionales (0D) System bei $B = 0$ und ist in Abb. 2.1 f) gezeigt. Während in einem Quantenpunkt die Entartung aufgrund des Spins 2 beträgt (siehe Vorfaktor in Gl. (2.8)), hängt sie in einem 2D System linear von der Stärke des Magnetfeldes ab.

2.2. Transport durch Quantenpunkte

Um Ladungstransport durch einen Quantenpunkt zu messen muss dieser an ein Elektronenreservoir gekoppelt werden [10, 32]. Eine schematische Darstellung dieser Anordnung ist in Abb. 2.2 gezeigt. Der Quantenpunkt besitzt ein diskretes Energieniveau E_D . Dieser Zustand ist spinentartet, kann aber aufgrund der Ladungsquantisierung nur von einem Elektron besetzt werden. Das zweite Elektron muss erst die Ladeenergie E_L aufbringen, um den nächst höheren Zustand zu besetzen. Zur Vereinfachung wird im Folgenden immer nur das niedrigste Energieniveau im Quantenpunkt betrachtet. Die in dieser Arbeit verwendeten selbstorga-

nisierten InAs Quantenpunkte besitzen aufgrund ihrer geringen Größe sehr hohe Ladeenergien (≥ 100 meV [33, 34]), sodass diese Annahme hier gut erfüllt ist. Die beiden Zuleitungen Emitter (E) und Kollektor (C) besitzen kontinuierliche Energiezustände welche bis zur Fermienergie besetzt sind (siehe graue Fläche). Im Gleichgewicht ist die Fermienergie des Emitters E_{FE} gleich der Fermienergie des Kollektors E_{FC} . Zwischen den Reservoirs und dem Quantenpunkt befinden sich Tunnelbarrieren in denen keine besetzten Zustände existieren. Realisiert werden diese Barrieren durch Halbleitermaterialien mit einer sehr hohen Bandlücke. Um resonantes Tunneln und Einzelelektronentransport zu beobachten, muss der Widerstand der Barrieren höher sein als das inverse Leitwertquant, $R \gg h/e^2 = 25,81$ k Ω [10]. Für den Prozess des resonanten Tunnelns gilt Energieerhaltung. Es müssen also auf einer Seite besetzte Zustände und gleichzeitig auf der anderen Seite freie Zustände mit derselben Energie zur Verfügung stehen. Dies soll nun am Beispiel eines Einzelquantenpunktes und danach an einem Doppelquantenpunkt erklärt werden.

2.2.1. Einzelquantenpunkte

In Abb. 2.3 a) ist das Schema für einen Einzelquantenpunkt im Gleichgewicht gezeigt. Ohne äußere Spannung ist der Zustand des Quantenpunktes unbesetzt, da $E_{FE} < E_D$. Es findet kein Transport statt. Die beiden Reservoirs sind hier als 3D angenommen und besitzen daher eine wurzelförmige Zustandsdichte. Durch das Anlegen einer Spannung zwischen den beiden Reservoirs entsteht ein Transportfenster zwischen der Fermienergie des Emitters und des Kollektors. Gleichzeitig fällt an jeder der Barrieren ein Teil der Spannung ab. Das Verhältnis ist durch den Hebelarm α gegeben und hängt unter anderem von der Dicke der Barrieren ab. Dieser definiert den Spannungsabfall an der ersten Barriere. Siehe Abb. 2.3 b). Sobald der Zustand des Quantenpunktes in Resonanz mit der Fermienergie des Emitters gelangt, kann ein Elektron vom lin-

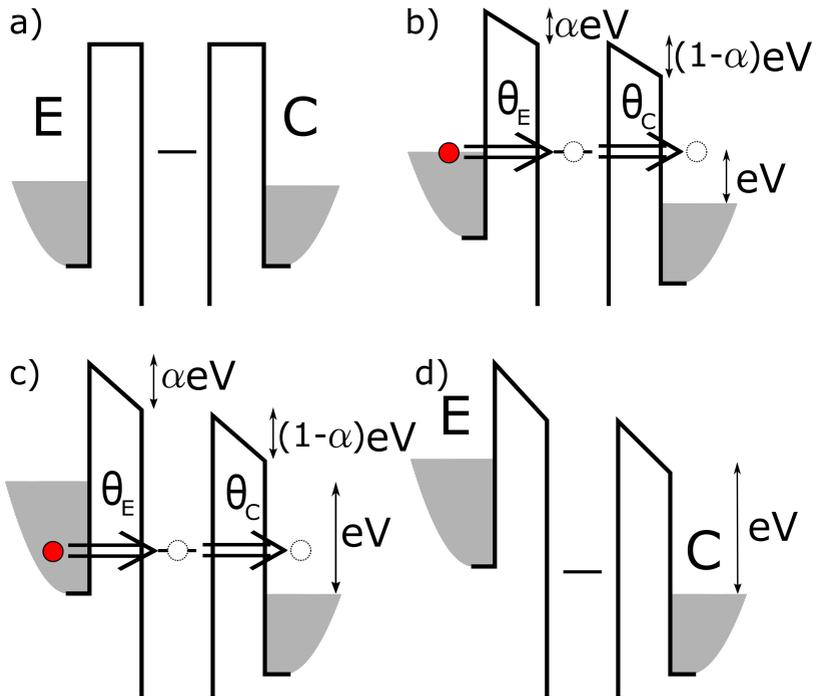


Abbildung 2.3.: Schematische Erklärung zum Elektronentransport durch einen Einzelquantenpunkt. a) System im Gleichgewicht. Die Fermienergie des Emitters (E) und Kollektors (C) sind auf demselben Niveau. Es kann kein Elektron auf den Quantenpunkt tunneln, da $E_{FE} < E_D$. b) Durch Anlegen einer Spannung V kommt es zur Verkippung mit dem Hebelarm α und es kann ein Strom fließen sobald $E_{FE} > E_D$. Der Strom ist definiert durch die beiden Tunnelraten Θ_E und Θ_C . c) Mit steigender Spannung sinkt der Strom, da weniger Zustände auf der Emitterseite zur Verfügung stehen. Θ_E wird kleiner. d) Für sehr hohe Spannungen fällt E_D unter die Leitungsbandkante des Emitters und es kann kein Strom mehr fließen.

ken Reservoir auf den Quantenpunkt tunneln und von dort auf einen der freien Zustände auf der Kollektorseite. Hier spricht man vom Einzel-elektronentransport, da immer nur ein Elektron auf den Quantenpunkt tunneln kann und diesen erst wieder verlassen muss, bevor das nächste Elektron tunneln kann. Der Tunnelprozess lässt sich durch die beiden Tunnelraten Θ_E und Θ_C beschreiben. Diese hängen für nicht wechselwirkende Elektronen von der Anzahl der verfügbaren Zustände und von der Barriere ab. Der Strom durch einen Einzelquantenpunkt ergibt sich aus einer Ratengleichung [35]:

$$I = \frac{2e\Theta_E}{2\Theta_E/\Theta_C + 1} \quad (2.13)$$

Der Faktor 2 vor Θ_E entsteht durch die Spinartung. Das Elektron auf der Emittenseite hat dadurch zwei Zustände zur Verfügung in die getunnelt werden kann. Für sehr asymmetrische Systeme $\Theta_C \gg \Theta_E$ oder $\Theta_E \gg \Theta_C$ folgt aus Gl. (2.13), dass der Strom proportional zur jeweils kleineren Tunnelrate ist. Der „langsamere“ Tunnelprozess definiert also den Strom. Mit weiterem Erhöhen der Spannung wird die Fermienergie größer als die Energie des Quantenpunktzustandes. Aufgrund der wurzelförmigen Abhängigkeit der Zustandsdichte von der Energie, stehen im Falle einer 3D Zuleitung für niedrigere Energien weniger besetzte Zustände zur Verfügung (vgl. Kapitel 2.1), sodass der Strom in Abb. 2.3 c) abfällt. Für sehr hohe Spannungen fällt der Zustand des Quantenpunktes unterhalb der Leitungsbandkante, sodass keine Zustände mehr im Emitter zur Verfügung stehen. Dieser Fall ist in Abb. 2.3 d) gezeigt. Hier kann kein Strom mehr fließen.

2.2.2. Doppelquantenpunkte

Bei einem Doppelquantenpunkt handelt es sich um ein System von zwei in Reihe geschaltene Quantenpunkte, die über eine zusätzliche Tunnelbarriere miteinander gekoppelt sind. Beide Quantenpunkte besitzen dis-

krete Energieniveaus E_{D1} und E_{D2} . Im Gleichgewicht in Abb. 2.4 a) befinden sich die beiden Zustände bei unterschiedlichen Energien. Es wird angenommen, dass der zweite Quantenpunkt kleiner ist und daher eine höhere Grundzustandsenergie besitzt als der erste Quantenpunkt. E_{D2} ist also größer als E_{D1} . Die Energie der beiden Zuleitungen ist im Gleichgewicht wieder auf demselben Niveau und die Zustandsdichte wird zur Vereinfachung als konstant angenommen. Durch das Anlegen einer Spannung werden die beiden Energieniveaus der Quantenpunkte verschoben. Ab einer gewissen Spannung kommt der Zustand des ersten Quantenpunktes E_{D1} in Resonanz mit der Fermienergie des Emitters und ein Elektron kann den Quantenpunkt besetzen. Allerdings ist der zweite Quantenpunkt nicht in Resonanz mit dem ersten, sodass kein Strom durch das System fließen kann. Erst wenn $E_{D1} = E_{D2}$ erfüllt ist und beide Zustände im Transportfenster liegen, kann ein Elektron durch beide Quantenpunkte resonant tunneln und es fließt ein Strom (siehe Abb. 2.4 b). Der Strom setzt sich im Gegensatz zum Einzelquantenpunkt aus drei Tunnelraten zusammen [36, 37].

$$I = \frac{e\Theta_E\Theta_C\Omega^2}{4\Omega^2(2\Theta_E + \Theta_C) + \Theta_E\Theta_C^2 + 4(\epsilon/\hbar)^2\Theta_E} \quad (2.14)$$

Dabei sind Θ_E und Θ_C wieder die Tunnelraten zwischen den Zuleitungen und dem Quantenpunkt, während Ω die Tunnelrate zwischen den beiden Quantenpunkten angibt (siehe Abb. 2.4 b). Die Energie ϵ ist die Energiedifferenz der beiden diskreten Zustände E_{D1} und E_{D2} . Mit weiterem Erhöhen der Spannung nach dem Resonanzfall fällt der Zustand E_{D2} unterhalb von E_{D1} und resonantes Tunneln ist nicht mehr möglich (siehe Abb. 2.4 c). Die dazugehörige Kennlinie ist in Abb. 2.4 d) gezeigt. Zur besseren Verständlichkeit sind in der Kennlinie die Buchstaben a), b) und c) eingezeichnet, welche sich auf die dazugehörigen Schemabilder beziehen. Im Gegensatz zum Transport durch Einzelquantenpunkte erwartet man in Doppelquantenpunkte scharfe Peaks im Strom

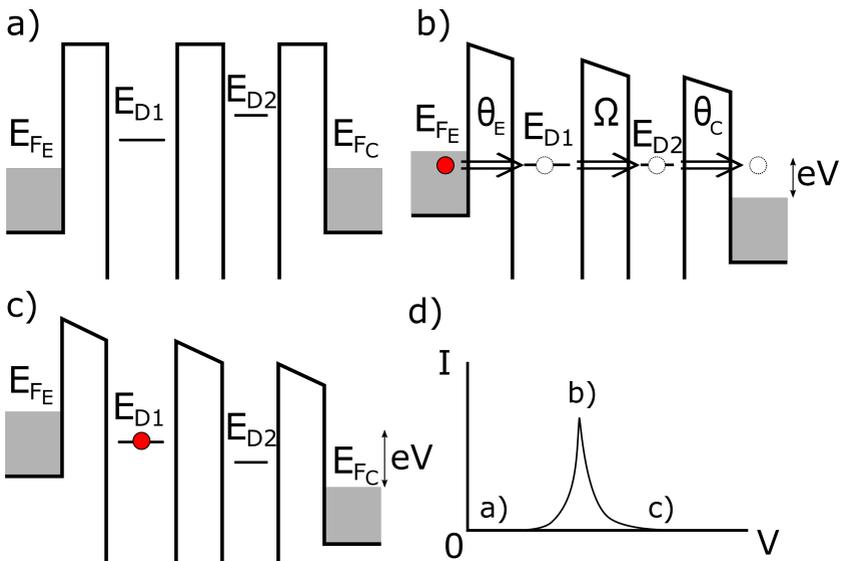


Abbildung 2.4.: Schematische Erklärung zum Elektronentransport durch einen Doppelquantenpunkt. a) System im Gleichgewicht. Die Fermienergie des Emitters (E) und Kollektors (C) sind auf demselben Niveau. Die beiden Quantenpunkte besitzen unterschiedliche Grundzustandsenergien ($E_{D1} < E_{D2}$) b) Durch Anlegen einer Spannung V kommt es zu einer Verkipfung und die beiden Quantenpunktzustände nähern sich an. Erst wenn $E_{D1} = E_{D2}$ und beide im Transportfenster liegen kommt es zu einem Strom. c) Durch weiteres Erhöhen der Spannung fällt E_{D2} unterhalb von E_{D1} , sodass kein resonanter Tunnelprozess zwischen den beiden Quantenpunkten stattfinden kann. Da E_{D1} unterhalb der Fermienergie des Emitters liegt ist der ersten Quantenpunkt mit einem Elektron besetzt. Es kann aber kein Strom fließen. d) Die ideale Strom-Spannungskennlinie für einen Doppelquantenpunkt. Wenn beide Zustände in Resonanz sind fließt ein Strom, ansonsten fällt dieser schnell ab. Man erhält also einen scharfen Peak im Strom in Abhängigkeit der angelegten Spannung.

in Abhängigkeit der Spannung. Die Peaks lassen sich mit Hilfe von Gl. (2.14) beschreiben und haben eine Lorentz-Form. Da die beiden Zustände im Gleichgewicht unterschiedliche Energien besitzen, lässt sich für negative Spannungen niemals der Fall erreichen, dass beide Zustände in Resonanz gelangen. Für Spannungen kleiner 0 wird also im Beispiel von Abb. 2.4 ($E_{D2} < E_{D1}$) kein Peak im Strom gemessen.

2.3. Schrotrauschen

Im Jahre 1918 entdeckte Walter Schottky das Schrotrauschen während seiner Forschung an Elektronenröhren. Er erkannte, dass es aufgrund der Ladungsquantisierung der Elektronen eine fundamentale Rauschquelle in elektronischen Systemen gibt. In seiner ersten Veröffentlichung [2] wurde dieses Phänomen als Schroteffekt bezeichnet. Dieser tritt immer auf wenn Teilchen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eine Barriere überwinden. Typische Beispiele für Schrotrauschen ist das Erzeugen eines Elektronenstrahls mittels einer Glühkathode oder der Elektronentransport durch eine Tunnelbarriere [5]. Auch beim Tunneln von Cooper-Paaren in Josephson-Strukturen tritt Schrotrauschen auf [4].

In dieser Arbeit soll vor allem das Schrotrauschen beim Tunneln von Elektronen durch Quantenpunkte untersucht werden [38]. Zur Vereinfachung wird zuerst das Tunneln an einer einzelnen Barriere diskutiert. Das dazugehörige Schema ist in Abb. 2.5 a) zu sehen. Auf der linken Seite ist ein konstanter Gleichstrom mit 10 Elektronen (rot) pro Zeitintervall Δt . Diese treffen auf eine Barriere, welche mit einer Tunnelwahrscheinlichkeit T_p überwunden werden kann. Da dieser Prozess rein zufällig ist, entsteht auf der rechten Seite eine Fluktuation im Strom. Aufgrund der Quantisierung der Elektronenladung kann nur eine ganzzahlige Anzahl an Elektronen pro Zeitintervall auftreten. Die Anzahl der Ereignisse in Abhängigkeit der Anzahl der Elektronen pro Zeitintervall folgen einer Binominalverteilung. Für eine große Anzahl an Ereignissen geht diese

Verteilung in eine Poisson-Verteilung über. Ein Beispiel einer solchen Verteilung ist in Abb. 2.5 b) zu sehen. Die gestrichelte rote Linie ist eine Poisson-Kurve der Form:

$$P(n_0) = \frac{\lambda^{n_0}}{n_0!} e^{-\lambda} \quad (2.15)$$

Dabei gibt $P(n_0)$ die Wahrscheinlichkeit an n_0 Elektronen pro Zeitintervall Δt zu finden. λ ist dabei der Mittelwert der Verteilung. Der mittlere Strom ist dann gegeben durch $\langle I \rangle = \lambda e / \Delta t$, mit der Elementarladung e der Elektronen. Die Breite der Verteilung gibt die Stärke der Fluktuationen an. Die Varianz einer Poisson-Verteilung ist, wie der Mittelwert, gegeben als λ . Die Fluktuationen lassen sich analog zum Strom angeben als:

$$\langle \Delta I^2 \rangle = \left(\frac{e\lambda}{\Delta t} \right)^2 = \frac{e}{\Delta t} \langle I \rangle \quad (2.16)$$

Anstelle der Varianz wird häufig die Rauschleistung angegeben, welche unabhängig vom Zeitintervall Δt ist. Dazu wird die Verteilung aus Abb. 2.5 b) mittels einer Fourier-Transformation in eine frequenzabhängige Funktion überführt. Das Ergebnis ist in Abb. 2.5 c) zu sehen. Für die Rauschleistung S eines idealen Poisson-Prozesses wie in Abb. 2.5 a) ergibt sich [10]:

$$S = 2e \langle I \rangle \quad (2.17)$$

Die Rauschleistung des Schrotrauschens ist also konstant für alle Frequenzen. Man spricht deshalb auch von weißem Rauschen. Die Stärke des Rauschens ist direkt proportional zum mittleren Strom und der Elementarladung e . Der hier beschriebene Prozess ist auch gültig für Tunnelereignisse anderer Teilchen. So erhält man z. B. beim Tunneln von Cooper-Paaren eine Rauschleistung von $S = 2qI$, wobei q die Ladung der Teilchen sind; in dem Falle also $2e$ [4]. Es ist also möglich mit-

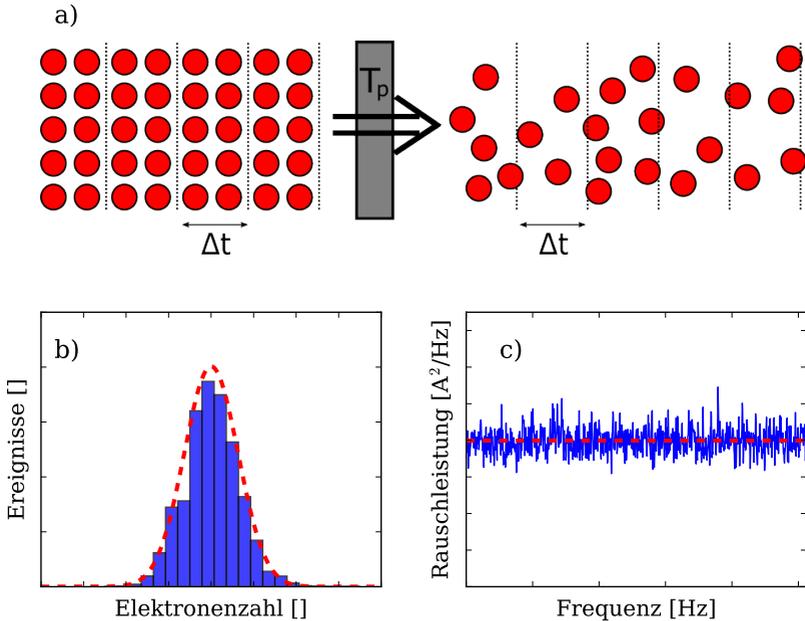


Abbildung 2.5.: a) Schematische Darstellung zum Schrotrauschen durch eine Tunnelbarriere. Auf der linken Seite fließt ein Gleichstrom mit 10 Elektronen pro Zeitintervall die mit einer Wahrscheinlichkeit T_p durch die Barriere tunneln können. Auf der rechten Seite entsteht ein zufälliger Strom mit unterschiedlich vielen Elektronen pro Zeitintervall. b) Die zufälligen Ereignisse werden in einem Histogramm dargestellt. Der Mittelwert gibt den mittleren Strom an und die Breite das Rauschen. Die Ereignisse folgen einer Poisson-Verteilung (rot gestrichelt). c) Durch eine Fourier-Transformation der Ereignisse kann die Rauschleistung des Schrotrauschprozesses ermittelt werden. Diese ist konstant für alle Frequenzen. Schrotrauschen ist also ein weißes Rauschen (rote gestrichelte Linie).

tels Rauschmessungen die Existenz von gebundenen Elektronenzuständen nachzuweisen. Auch fraktionale Quanten-Hall-Zustände mit einer Ladung von $1/3e$ oder $1/5e$ können mit dieser Methode beobachtet werden [3]. Aufgrund ihrer fundamentalen Ursache, ist das Schrotrauschen also nicht immer ein Störsignal im Experiment, sondern beinhaltet zusätzliche Informationen über physikalische Vorgänge. Besonders Wechselwirkungen zwischen den Elektronen werden im Rauschen sichtbar [5, 39]. Für die Diskussion der Wechselwirkung wird häufig der Fanfaktor F eingeführt.

$$F = \frac{S}{2eI} \quad (2.18)$$

Dieser ist definiert als das Verhältnis zwischen der gemessenen Rauschleistung S und der Rauschleistung für einen idealen Poisson-Prozess nach Gleichung (2.15). Ein $F > 1$ bedeutet ein stärkeres Rauschen, also eine größere Verbreiterung der Verteilungsfunktion in Abb. 2.5 b). Die Elektronen sind in diesem Fall positiv korreliert und es existiert eine positive Wechselwirkung zwischen den Elektronen. Im Beispiel von Cooper-Paaren herrscht eine attraktive Wechselwirkung, weshalb ein Fanfaktor von 2 beobachtet wird [4]. Im Quantenpunkt kommt es aufgrund der Coulomb-Blockade zu einer repulsiven Wechselwirkung. Der Fanfaktor ist hier kleiner 1 [38, 40]. Durch Messung des Stroms in Echtzeit lässt sich die komplette Verteilung aus Abb. 2.5 b) bestimmen [41]. Durch gleichzeitige Variation der Tunnelwahrscheinlichkeit kann der Strom so manipuliert werden, dass das Rauschen unterdrückt wird [42]. Zwei weitere Beispiele von Wechselwirkung in Quantenpunkten werden im nächsten Kapitel diskutiert.

2.4. Wechselwirkungseffekte

Beim Transport durch einen Quantenpunkt kann es zu verschiedenen Wechselwirkungseffekten kommen. Diese stellen den Schwerpunkt dieser Arbeit dar und sollen in diesem Kapitel diskutiert werden. Eine offensichtliche Wechselwirkung ist die Coulomb-Blockade, welche aufgrund der Coulomb-Abstoßung der Elektronen, den Fanofaktor reduziert. Jeweils ein Beispiel für positive Korrelationseffekte werden im Folgenden für den Einzel- und Doppelquantenpunkt erläutert.

2.4.1. Fermikantensingularität

Die Fermikantensingularität (FES), wurde erstmal von Mahan bei Experimenten von Röntgenabsorption an einer Metalloberfläche gemessen [43]. Er entdeckte, dass es bei tiefen Temperaturen zu einer Erhöhung der Absorption kommt, wenn die Energie der Röntgenstrahlung genau der Fermienergie entspricht. Das angeregte kernnahe Elektron hinterlässt ein Loch, sodass sich dort ein positives Potential bildet, an dem die Elektronen streuen können. Später haben Matveev und Larkin das gleiche Phänomen auf Tunnelprozesse durch Störstellen angewandt und die FES an Transportexperimenten vorhergesagt [19]. Für einen Quantenpunkt ist der Effekt schematisch in Abb. 2.6 dargestellt. Ein Elektron verlässt den Quantenpunkt zur Kollektorseite und hinterlässt ein Loch wodurch schlagartig aus dem negativen Potential ein Positives wird. Während das negative Potential durch die Coulomb-Blockade das Tunneln weiterer Elektronen verhindert hat, so bewirkt das positive Potential eine plötzliche attraktive Wechselwirkung (blaue Pfeile). Die Elektronen auf der Emitterseite besitzen durch diese attraktive Wechselwirkung plötzlich eine höhere Tunnelrate. Dies führt sowohl zu einer Erhöhung der Stromstärke als auch zu einer Erhöhung des Fanofaktors wenn die Fermienergie in Resonanz mit dem Quantenpunkt ist. Der an der Resonanz erhöhte Strom fällt mit steigender Spannung mit einem Potenzge-

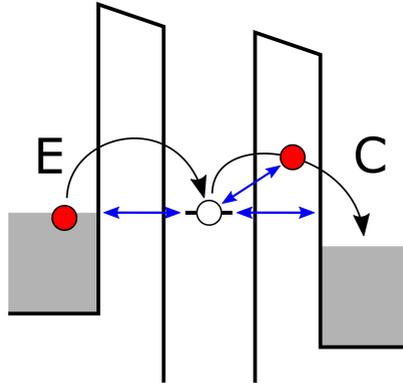


Abbildung 2.6.: Schematische Darstellung der Fermikantensingularität beim Transport durch einen Quantenpunkt. Die Wechselwirkung ist am stärksten wenn der Zustand des Quantenpunktes genau in Resonanz ist mit der Fermienergie des Emitters.

setz ab. Die Stärke der Wechselwirkung und der Abfall des Stroms wird durch einen kritischen Exponenten γ beschrieben [19]:

$$I(V) \propto \frac{1}{(V - V_D)^\gamma} \quad (2.19)$$

V_D ist dabei die angelegte Spannung an der Resonanz. Beim Transport durch Quantenpunkte findet die FES statt, wenn entweder die Fermienergie des Emitters oder des Kollektor in Resonanz mit dem Quantenpunkt kommt. Die Stärke der FES hängt dabei von der Asymmetrie der Barrieren ab. Im Kapitel 2.2 wurde anhand von Gleichung (2.13) gezeigt, dass der Strom durch die dickere Barriere, also die kleinere Tunnelrate, definiert wird. Wird diese Tunnelrate durch die FES verstärkt kommt es zu einer sehr starken Überhöhung des Stroms. Findet stattdessen die FES an der dünneren Barriere statt, ist die Überhöhung des Stroms weniger stark ausgeprägt. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Wechselwirkung durch die FES stärker ist, wenn die Zuleitung mit der dickeren Barriere in Resonanz mit dem Quantenpunkt kommt [19].

2.4.2. Bunching

Ein weiterer Effekt, der zu einer Erhöhung des Schrotrauschens beim Elektronentransport führen kann, ist das sogenannte "Bunching". Dies tritt immer auf, wenn bei einem Transport zwei Kanäle zur Verfügung stehen, die kapazitiv gekoppelt sind [44, 45]. Ein Beispiel sind zwei kapazitiv gekoppelte Einzelquantenpunkte mit unterschiedlicher Ankopplung an die Zuleitungen. Sind die beiden Kanäle stark asymmetrisch in ihren Tunnelraten, so kommt es zum "Bunching"[46, 47]. In Abb. 2.7 ist dieser Fall schematisch an einem Doppelquantenpunkt dargestellt. Dabei wird angenommen, dass die Barriere auf der Kollektorseite sehr viel dicker ist als auf der Emittenseite. Ist resonanter Transport möglich, ist der Doppelquantenpunkt also die meiste Zeit von einem Elektron besetzt. Diese Besetzung und die damit wirkende Coulomb-Blockade sind die Hauptursachen für das Bunching. In Abb. 2.7 a) sind die Zustände aus dem ersten und zweiten Quantenpunkt in Resonanz und der Strom hat analog zum Kapitel 2.2.2 sein Maximum. Durch die Überlagerung der Wellenfunktionen in beiden Quantenpunkten kommt es zur Bildung eines symmetrischen Ψ_S und eines asymmetrischen Ψ_A Zustandes mit unterschiedlichen Energien. Die dazugehörigen Wellenfunktion, bzw. die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist in rot für den Resonanzfall in Abb. 2.7 a) eingezeichnet. Somit existieren zwei Transportkanäle (durch Ψ_S oder Ψ_A) mit jeweiligen Tunnelraten, welche durch die schwarzen Pfeile dargestellt sind. Die hintere Barriere ist dabei dicker und die Tunnelrate dort sehr viel kleiner als auf der Emittenseite. Aufgrund der Ladeenergie im Quantenpunkt sind die beiden Kanäle kapazitiv gekoppelt, d.h. solange ein Elektron den symmetrischen Zustand besetzt, steht der asymmetrische Kanal nicht zum Transport zur Verfügung und umgekehrt.

Im Resonanzfall in Abb. 2.7 a) ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der beiden Zustände gleichverteilt über beide Quantenpunkte. Transport kann also über beide Kanäle etwa gleich schnell stattfinden. Hier erwar-

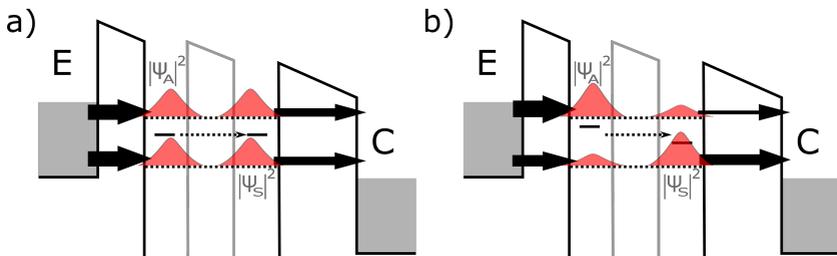


Abbildung 2.7.: Schematische Darstellung zum Bunching beim Transport durch einen Doppelquantenpunkt. Die rechte Barriere ist etwas dicker, sodass dort die Tunnelrate kleiner ist. In a) sind die beiden Quantenpunkte in Resonanz und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit (rot) des Elektrons auf beide Quantenpunkte ist gleich verteilt. Beide Kanäle sind gleich schnell. b) Quantenpunkte sind nicht mehr in Resonanz und die Wellenfunktion verschiebt sich. Die Tunnelraten für den symmetrischen Kanal (unten) werden symmetrischer, während die Tunnelraten für den asymmetrischen Kanal (unten) weiter auseinander gehen. Dieser Kanal wird langsamer und es kommt zum Bunching.

tet man aufgrund der Coulomb-Blockade einen Fanofaktor kleiner als 1.

Wird die Spannung leicht erhöht, sodass die beiden Quantenpunkte nicht mehr perfekt in Resonanz sind, kommt es zu einer Verschiebung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit wie in Abb. 2.7 b) dargestellt. Während für den symmetrischen Zustand Ψ_S das Elektron sich mit größerer Wahrscheinlichkeit im zweiten Quantenpunkt befindet, ist es für den asymmetrischen Zustand genau umgekehrt. Durch die unterschiedliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit ändern sich auch die entsprechenden Tunnelraten der beiden Kanäle. Befindet sich das Elektron bevorzugt im ersten Quantenpunkt wird die Tunnelrate auf der Emitterseite größer. Analog für eine höherer Wahrscheinlichkeit im zweiten Quantenpunkt und der Kollektorseite. Der Elektronentransport durch die beiden Kanäle wird also unterschiedlich schnell. Wie bereits beim Einzelquantenpunkt diskutiert wird der Strom durch die niedrigere Tunnelrate definiert. Im

Fall von Abb. 2.7 b) wird der Kanal des asymmetrischen Zustandes (oben) also langsamer im Vergleich zum symmetrischen Kanal (unten). Wird also der langsame asymmetrische Zustand besetzt, können keine Elektronen durch den schnelleren symmetrischen Kanal transportiert werden. Sobald der asymmetrische Zustand aber frei wird, können die Elektronen schnell durch den symmetrischen Kanal tunneln. Die Tunnelereignisse sind also positiv korreliert und der Fanofaktor wird erhöht. In diesem Fall erwartet man einen Fanofaktor größer 1 [48, 49].

3

Experimentelles

In diesem Kapitel werden die experimentellen Grundlagen dieser Arbeit erläutert. Zunächst wird der Herstellungsprozess für die hier untersuchten Quantenpunktstrukturen besprochen. Anschließend wird der verwendete Messaufbau und das verwendete System aufgezeigt. Zum Schluss folgt eine Beschreibung zur Rauschanalyse. Hier werden erste Rauschspektren an Quantenpunkten gezeigt und deren Ursache erläutert.

3.1. Probenstruktur

In Abb. 3.1 ist ein Schema der beiden verwendeten Heterostrukturen gezeigt. Die Proben wurden mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE, englisch: molecular beam epitaxy) an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig von Klaus Pierz und Holger Marx gewachsen. Das Substrat besteht aus einer dicken Schicht von 0,45 mm hoch n-dotiertem GaAs ($n^+ = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$). Danach folgen mehrere Schichten GaAs mit sinkender Dotierung ($n = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) bis zu einem Wert von ca. $n^- = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ und eine undotierte Pufferschicht von 15 nm GaAs. Bis zu diesem Punkt sind die beiden Proben für die Einzelquantenpunkte (Abb. 3.1 a) und Doppelquantenpunkte (Abb. 3.1 b) identisch. Als Tunnelbarriere dient AlAs, das eine deutlich höhere Bandlücke als GaAs [50] besitzt, sodass sich in diesem Bereich keine freien Elektronen aufhalten. Die untere Barriere für die Einzelquantenpunkt-

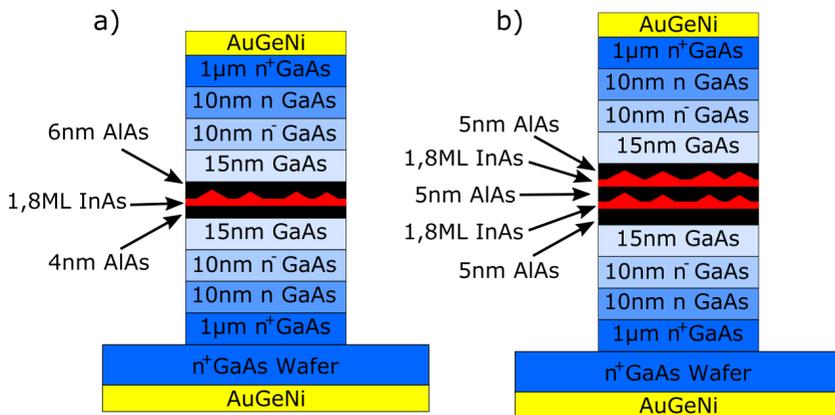


Abbildung 3.1.: a) Probe mit selbstorganisierten InAs Einzelquantenpunkten. b) Probe mit InAs Doppelquantenpunkten. Die Quantenpunkte besitzen eine Höhe von 2-3 nm, sodass die effektive Dicke im Vergleich zu der nominellen Dicke des AlAs reduziert wird. Am oberen und unteren Ende befinden sich ohmsche Kontakte aus einer Gold Germanium Nickel Legierung.

probe hat eine Dicke von 4 nm. Darauf werden 1,8 Monolagen InAs gewachsen. Aufgrund der leicht unterschiedlichen Gitterkonstanten von InAs ($6,058 \text{ \AA}$ [50]) und AlAs ($5,661 \text{ \AA}$ [50]) kommt es zum sogenannten Stranski-Krastanov-Wachstum und es entstehen kleine pyramidenförmige Inseln aus InAs [51]. Die Ausdehnung dieser Inseln beträgt in etwa 10-15 nm in horizontaler und 2-3 nm in vertikaler Richtung [52]. Die so entstandenen Quantenpunkte werden wegen des Wachstumsverfahren auch häufig als selbstorganisierte Quantenpunkte bezeichnet. Durch dieses Verfahren wird also eine Schicht aus zufällig angeordneten Quantenpunkten mit zufälliger Größe über die gesamte Fläche gewachsen. Die Dichte der Quantenpunkte beträgt etwa $3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ [34]. Die obere Barriere hat eine nominelle Dicke von 6 nm. Allerdings ist die effektive Dicke aufgrund der Eindringtiefe der InAs Pyramiden reduziert auf 3-4 nm. Die obere Barriere ist daher effektiv etwas dünner als die untere, besonders für die größeren Quantenpunkte. Die obere Hälfte der Probe

ist symmetrisch zur Unteren gewachsen.

Für elektrische Messungen befinden sich am jeweils oberen und unteren Ende der Probe ohmsche Kontakte. Während der untere Kontakt den gesamten Wafer überdeckt, befinden sich am oberen Ende mehrere Kontakte mit verschiedenen Kantenlängen zwischen $40\ \mu\text{m}$ und $200\ \mu\text{m}$. Diese wurden mittels optischer Lithographie hergestellt und bestehen aus einer Legierung aus Gold Germanium und Nickel (AuGeNi). Aufgrund der verschiedenen Kontakte auf der Oberfläche bietet eine Probe die Möglichkeit mehrere Quantenpunktsysteme zu untersuchen. Je nach Fläche des Kontakts befinden sich dort zwischen 100.000 oder 1.000.000 InAs Quantenpunkte. Da die Größe und Anordnung dieser Quantenpunkte zufällig ist, eignen sich manche Kontakte besser zur Untersuchung von Einzelelektronentransport als Andere. Dies wird später in Kapitel 4.1 weiter erläutert.

Bei der Struktur für die Doppelquantenpunkte aus Abb. 3.1 b) beträgt die Dicke der unteren AlAs Barriere $5\ \text{nm}$. Analog zur der Probe aus Abb. 3.1 a) werden wieder $1,8$ Monolagen InAs überwachsen, wodurch sich die untere Schicht Quantenpunkte bildet. Darauf folgt erneut eine $5\ \text{nm}$ Schicht AlAs als mittlere Barriere. Nun folgt eine zweite Schicht aus $1,8$ Monolagen InAs. Diese bilden die zweite Schicht Quantenpunkte. Aufgrund der Verspannung der AlAs Schicht an den Stellen an denen die unteren Quantenpunkte sitzen, wachsen die zweiten Quantenpunkte mit hoher Wahrscheinlichkeit direkt oberhalb von den ersten Quantenpunkten [53, 54]. Dieser Prozess ist rein statistisch, aber wegen der hohen Dichte an Quantenpunkten wird in jedem Fall eine große Anzahl an Doppelquantenpunkten erzeugt. Außerdem sind die oberen Quantenpunkte aufgrund der vorhandenen Verspannungen im Mittel größer als die Darunterliegenden [54]. Die obere Barriere beträgt wieder $5\ \text{nm}$ AlAs. Es muss beachtet werden, dass die effektiven Dicken, sowohl der mittleren als auch der oberen AlAs Schicht deutlich dünner sind. Nur die untere Barriere hat einen tatsächlichen Wert von $5\ \text{nm}$ während die

beiden anderen im Bereich von 2-3 nm liegen. Die Struktur ist also sehr asymmetrisch in den Barrieren. Die Zuleitungen sind identisch zu der oben vorgestellten Probe mit InAs Einzelquantenpunkten aus Abb. 3.1 a) gewachsen.

Obwohl das Wachstumsprotokoll symmetrisch für die beiden Zuleitungen ist, kann es durch Diffusion von Dotieratomen während des Wachstums trotzdem zu Asymmetrien kommen. Die Diffusion findet dabei mit hoher Wahrscheinlichkeit in Wachstumsrichtung statt, wodurch mehr Ladungsträger an der Unterseite der Barrieren als auf der Oberseite zu finden sind. Um den Einfluss der Diffusion zu demonstrieren, wurde die Bandstruktur mit einem numerischen Programm zur Lösung von eindimensionalen Poisson-Gleichungen von G. Snider [55] berechnet. Die Ergebnisse sind in Abb. 3.2 dargestellt. In a) ist das System im Gleichgewicht. Um die Diffusion der Dotieratome zu simulieren, wurde die nominell undotierte 15 nm Schicht GaAs auf der Unterseite der Barriere leicht dotiert mit einer Konzentration von 10^{16} cm^{-3} . Auch in den darunterliegenden Schichten wurden die Dotierung um einen Faktor 5 erhöht. Mit Ausnahme der höchstdotierten Schicht am unteren Ende. Die Schichten oberhalb der Barriere besitzen die Dotierungen, die dem Wachstumsprotokoll entsprechen. Dies führt zu einer Bandstruktur wie in Abb. 3.2 a) dargestellt. Die rote gestrichelte Linie zeigt die Fermienergie ohne angelegte Spannung. Die blaue Linie gibt den Verlauf der Leitungsbandkante an. Aufgrund der kleinen Ausdehnung der InAs Quantenpunkte, besitzen diese sehr hohe Grundzustandsenergien, welche oberhalb der Fermienergie liegen [34]. Die Quantenpunkte sind im Gleichgewicht also nicht geladen. Zur Berechnung der Bandstruktur wurde hier eine 3 nm Schicht InAs ohne Elektronen gewählt. In Abb. 3.2 b) und c) ist eine Vergrößerung der Bandstruktur in der Nähe der Barriere auf beiden Seiten zu sehen. Der größere Abstand zwischen Fermienergie und Leitungsbandkante auf der linken, im Vergleich zur rechten Seite ist deutlich zu sehen. Durch das Anlegen einer Spannung kommt es zu einer Verkip-

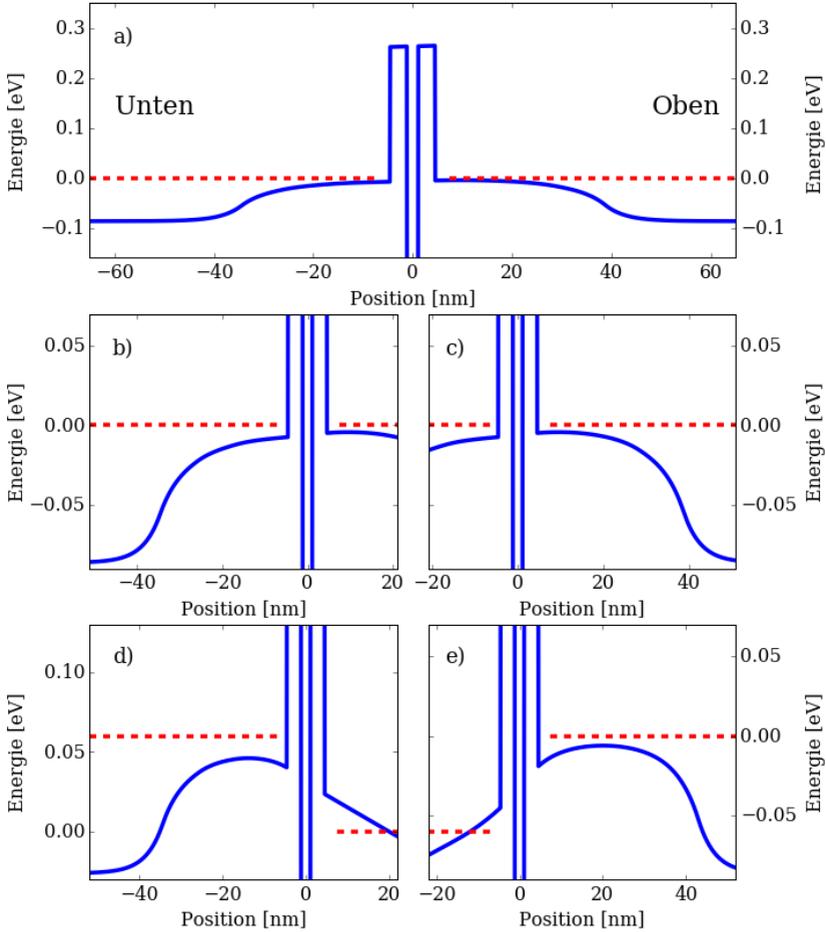


Abbildung 3.2.: Verlauf des Leitungsbandes (blau) der Einzelquantenpunkt Struktur. Die Fermienergie ist in rot dargestellt. a) Im Gleichgewicht ist der Grundzustand des Quantenpunktes oberhalb der Fermienergie. Auf der Unterseite sind durch Diffusion von Dotieratomen mehr Ladungsträger als auf der Oberseite. b) und c) zeigen eine Vergrößerung des Bereichs in der Nähe der Barriere im Gleichgewicht. Beim Anlegen einer Spannung kommt es zu einer Verkipfung, die je nach Spannungsrichtung zur Bildung einer 3D Zuleitung d) oder 2D Zuleitung e) führt. Alle Bilder wurden mittels numerischen Berechnungen erstellt [55]. In d) und e) wurde eine typische Spannung von ± 60 mV gewählt.

pfung der Leitungsbandkante. Die Stärke der Verkippung hängt von der Abschirmung der dort vorhandenen Ladungsträger ab. Für eine hohe Ladungsträgerkonzentration kommt es nur zu einer leichten Verkippung und die Zuleitung besitzt eine 3D Struktur (siehe Abb. 3.2 d). Auf der anderen Seite findet dagegen eine starke Verkippung statt und es bildet sich eine 2D Struktur aus (siehe Abb. 3.2 e). Für die Spannung wurde im Programm eine Differenz der Fermienergie von ± 60 meV angegeben. Dies entspricht einer typischen Spannung, die im Experiment verwendet wird. In Transportmessungen durch selbstorganisierte Quantenpunkte wurden sowohl Proben mit 3D Zuleitungen [24, 27] und 2D Zuleitungen [56–58] realisiert. Der Einfluss der Dimension der Zuleitungen auf den Transport lässt sich im Verhalten des Stroms gut analysieren. Durch die diskrete Energie des Quantenpunktes, kann dieser als Spektrometer der Zustandsdichte in den Zuleitungen eingesetzt werden [14, 15]. Auch ein äußeres Magnetfeld kann Aufschluss über die Dimensionalität der Zuleitungen liefern [56].

3.2. Messaufbau

Die untersuchten Proben wurden in einem ^4He -Kryostaten der Marke Teslatron-Kryostat der Firma Oxford Instrument vermessen. Dieser erlaubt eine Temperaturregelung von Raumtemperatur bis 1,4 K. Für die Experimente wurden zwei verschiedene Probenstäbe verwendet, je nach Schwerpunkt der Untersuchung. Der erste Probenstab besitzt einen drehbaren Probenhalter. Dies ermöglicht es, die Probe im Kryostaten zu drehen und damit die Ausrichtung des Magnetfeldes bezüglich der Stromrichtung zu ändern. Dieser Probenstab wurde hauptsächlich für erste Charakterisierungsmessungen verwendet. Für eine detailliertere Untersuchungen wurde ein spezieller ^3He -Probenstab verwendet. Hier kann die Probe nicht gedreht werden, sodass bei Magnetfeldmessungen das Magnetfeld immer parallel zur Wachstumsrichtung der Probe

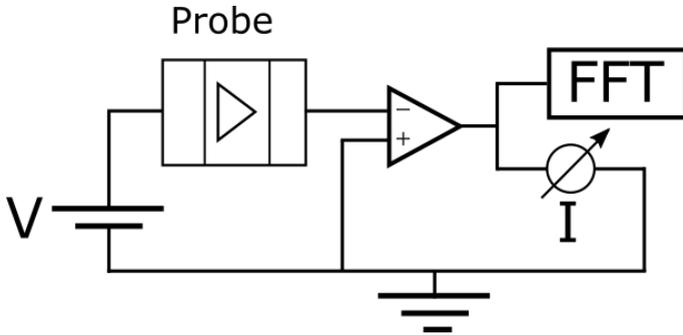


Abbildung 3.3.: Schematischer Messaufbau. Die Spannungsquelle links liefert eine Gleichspannung, die an die Probe angelegt wird. Der resultierende Strom wird mit einem Stromverstärker verstärkt und der Ausgang an ein Multimeter und parallel an einen Spektrumanalysator angeschlossen.

liegt. Der Stab besteht aus einem isolierten Rohr, an welchem ein zusätzlicher ^3He -Pumpstand angeschlossen werden kann. Die Probe befindet sich in dem Rohr, sodass sie keinen direkten Kontakt zum ^4He des Kryostaten hat. Das ^3He wird über eine Wärmekopplung am Probenstab durch das äußere ^4He kondensiert und gelangt so zur Probe. Durch anschließendes Pumpen an dem flüssigen ^3He wird der Dampfdruck weiter reduziert, wodurch Basistemperaturen von 400mK erreicht werden können. Allerdings kann diese Temperatur nur für etwa 6-8 Stunden konstant gehalten werden, bevor das ^3He erneut kondensiert werden muss. Die Messdauer muss daher entsprechend angepasst werden. Eine weitere Besonderheit dieses Probenstabs sind zwei Koaxialleitungen, die direkt vom Probenhalter an die Oberfläche geführt werden. Diese bestehen aus einem Edelstahlrohr mit einem gespannten Draht und besitzen deshalb eine sehr geringe Kapazität. Dies ist vor allem für Rauschmessungen von wichtiger Bedeutung, da die Kapazität quadratisch zum Rauschen beiträgt. Eine genauere Analyse und Diskussion zum Rauschen des Messaufbaus wird im nächsten Kapitel 3.3 gegeben.

Der Messaufbau ist bei allen Experimenten prinzipiell identisch und

in Abb. 3.3 dargestellt. Die Gleichspannung V wird von einem AD5791 20 bit Digital-Analog-Konverter (DAC) an der Unterseite der Probe angelegt. Der resultierende Strom wird mit Hilfe eines Femto LCA 10K Stromverstärkers um einen Faktor $5 \cdot 10^8$ V/A verstärkt. Dieser gibt eine Spannung proportional zum Eingangsstrom aus. Die Gleichstromkomponente des Signals wird durch ein Keithley 2000 und parallel dazu die Rauschleistung über einen Spektrumanalysator der Marke Stanford Research SR780 gemessen. Dieser misst das zeitabhängige Rauschen und gibt eine Fouriertransformation des Spektrums zurück. Alle Mess- und Diagnostikgeräte wurden mittels Python und dem Paket PyMeasure [59] angesteuert. Eine fundamentale Beschreibung des Paketes findet sich in der Dissertation von T. Wagner [60]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zusätzliche Treiber für mehrere Geräte zu PyMeasure hinzugefügt.

3.3. Rauschanalyse

In Kapitel 2.3 wurde das Schrotrauschen an Quantenpunkten erläutert, welches in dieser Arbeit untersucht werden soll. Dieses lässt sich allerdings mit dem Messaufbau aus Kapitel 3.2 nicht direkt messen, sondern wird immer von zusätzlichen Rauschquellen überlagert. Die wichtigsten Rauschquellen sollen nun in diesem Kapitel anhand von Beispielmessungen erläutert werden. Dies kann als eine Kurzanleitung für Rauschanalysen an Quantenpunkten mit Hilfe eines Frequenzanalysators betrachtet werden. Erste Arbeiten mit Rauschanalysen an diesem Messsystem wurden im Rahmen der Dissertationen von A. Nauen und N. Maire durchgeführt. In [61] und [62] findet sich eine detaillierte und technische Beschreibung aller möglichen Rauschquellen und ein Vergleich verschiedener Messgeräte und deren Auswirkung auf das Rauschverhalten. Messungen mit Tieftemperaturverstärkern und deren Vorteile sind z. B. in der Dissertation von N. Ubbelohde [63] zu finden.

In Abb. 3.4 a) ist ein typisches Rauschspektrum ohne angelegte Span-

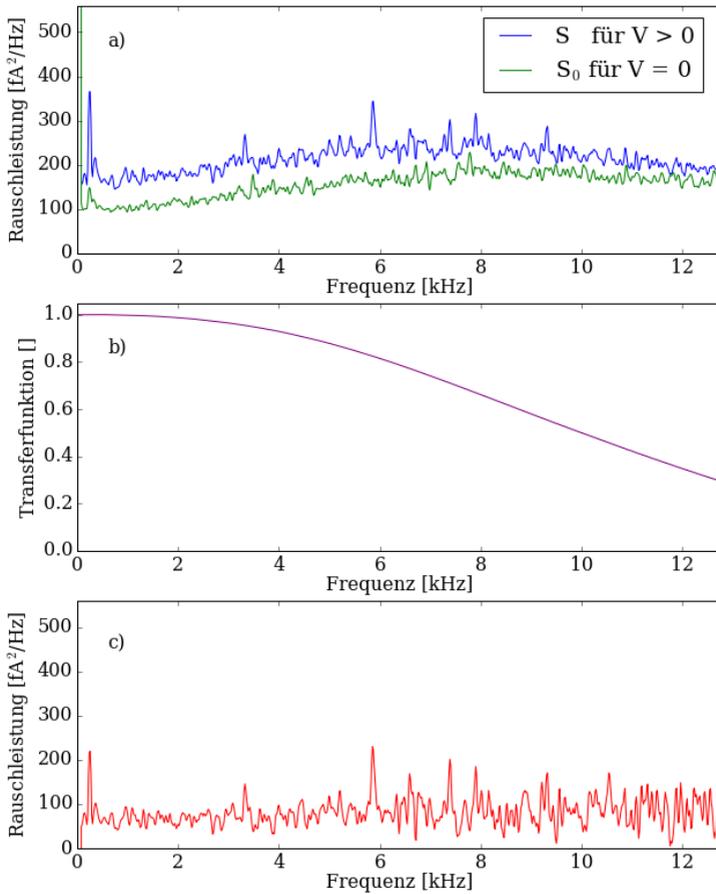


Abbildung 3.4.: a) Rauschleistung in Abhängigkeit der Frequenz. Hintergrundrauschen bei $V = 0$ in grün und bei angelegter Spannung mit einem Strom von etwa $0,3 \text{ nA}$ durch eine Quantenpunktprobe in blau. b) Transferfunktion des Verstärkers. c) Beitrag des Schrotrauschens aus der blauen Kurve in a) unter Berücksichtigung der Transferfunktion. Das Signal ist über alle Frequenzen näherungsweise konstant.

nung (grün) und mit angelegter Spannung (blau) zu sehen. Die Spannung wurde so gewählt, dass ein Strom von etwa 0,3 nA durch die Einzelquantenpunktprobe aus Kapitel 3.1 fließt. Der Frequenzbereich umfasst 0 bis 12,8 kHz in 16 Hz Schritten. Gemessen wird die Rauschleistung in Einheiten von fA^2/Hz . Für sehr kleine Frequenzen unterhalb von 500 Hz erkennt man typisches $1/f$ Rauschen, bevor die Rauschleistung ein Minimum durchläuft. Dieses Minimum liegt bei etwa $100 \text{ fA}^2/\text{Hz}$ und stimmt damit genau mit dem angegebenen Eigenrauschen des Femto LCA 10K Stromverstärkers bei Raumtemperatur überein. Dieses Rauschen ist frequenzunabhängig und liefert damit einen konstanten Rauschhintergrund. Das Eigenrauschen des Verstärkers ist bei dem hier verwendeten Aufbau eine der größten Rauschquellen und lässt sich nicht weiter minimieren. Durch Messungen von Kreuzkorrelationen mit einem zweiten (möglichst baugleichem) Verstärker, kann das Eigenrauschen im Spektrum eliminiert werden [64]. Diese Messmethode ist allerdings mit dem hier verwendeten Femto LCA 10K nicht möglich, da dieser keinen Eingang für eine Bias-Spannung besitzt.

Der anschließende Anstieg in der Rauschleistung hat seine Ursache im Stromrauschen, welches von der Kapazität der Probe und den Leitungen abhängt. Die Rauschleistung hängt S hängt dabei, im Gegensatz zum Eigenrauschen des Verstärkers, von der Frequenz f ab:

$$S(f) \propto C_{\Sigma}^2 f^2 \quad (3.1)$$

Dabei ist C_{Σ} die Summe alle Kapazitäten der Probe und der Leitungen, die sich zwischen Probe und Stromverstärker befinden. Nachdem das Signal durch den Stromverstärker um einen Faktor von $5 \cdot 10^8 \text{ V/A}$ verstärkt wurde, spielen die Beiträge im Rauschen durch die Kabel, die sich hinter dem Stromverstärker befinden keine Rolle mehr und können vernachlässigt werden. Es ist also wichtig die Kapazität zwischen Probe und Verstärker möglichst gering zu halten, da diese quadratisch zur Rauschleistung beitragen. Dieser Beitrag konnte durch die in Kapitel 3.2

beschriebenen Koaxialkabel reduziert werden. Die bei Raumtemperatur bestimmte Kapazität dieser Leitungen betrug etwa 25 pF und ist damit im Vergleich zu den herkömmlichen Leitungen um eine Größenordnung kleiner. Außerdem hat die Koaxialleitung den Vorteil, dass an deren Ende direkt der Stromverstärker angeschlossen werden kann. Die sonst verwendeten Leitungen werden über einen Fischerstecker an ein Steckbrett weitergeführt und erst anschließend kann das Signal verstärkt werden. Durch die längere Leitung, besonders aber durch den Fischerstecker und das Steckbrett, entstehen zusätzliche Kapazitäten, sodass C_{Σ} und dadurch die Rauschleistung sehr groß werden (siehe Gl. (3.1)).

Die letzte Besonderheit des Spektrums ist das Abfallen für hohe Frequenzen. Dies lässt sich durch die endliche Bandbreite des Stromverstärkers erklären. Je nach Frequenz wird der Strom unterschiedlich stark verstärkt. Der hier verwendete Femto LCA 10K hat eine angegebene Bandbreite von 10 kHz. Das bedeutet, dass die nominelle Verstärkung von $5 \cdot 10^8$ V/A bei einer Frequenz von 10 kHz etwa auf die Hälfte abgefallen ist. Die sogenannte Transferfunktion gibt die Verstärkung in Abhängigkeit der Frequenz an und lässt sich mit dem Spektrumanalysator direkt messen. Dazu wird an einem Ausgang des Analysators im „Swept-Sine-Modus“ ein Signal ausgegeben, das für alle Frequenzen konstant ist. Dieses wird einmal direkt an einen Eingang des Analysators und parallel über einen geeichten Widerstand (hier $1 \text{ G}\Omega$) und anschließendem Verstärker an den zweiten Eingang angeschlossen. An beiden Eingängen wird die Rauschleistung gemessen und später das Verhältnis je nach Verstärker und Widerstand normiert. Das Ergebnis ist in Abb. 3.4 b) zu sehen. Die Transferfunktion ist hier normiert auf die nominelle Verstärkung. Für niedrige Frequenzen ist die Transferfunktion 1, d. h. die angegebene Verstärkung von $5 \cdot 10^8$ V/A wird erreicht. Bereits ab 8 kHz ist die Verstärkung um etwa ein Drittel abgefallen. Durch die Verwendung anderer Verstärker mit einer Bandbreite von 20 kHz oder 100 kHz kann dieses Problem vermieden werden. Allerdings besitzen diese eine gerin-

gere Verstärkung, wodurch insgesamt eine schlechtere Auflösung der Rauschleistung erreicht wurde. Deshalb wird in der kompletten Arbeit der hier vorliegende Femto LCA 10K Stromverstärker mit einer Bandbreite von 10 kHz verwendet.

Beim Messen des Rauschens bei hohen Temperaturen, wurde eine zusätzliche technische Rauschquelle beobachtet. Ab 2,17 K verliert das ^4He , welches an das ^3He gekoppelt ist, seine Superfluidität. Dadurch kommt es zu einem mechanischen Rauschen an der Ankopplung. Dieses Rauschen ist allerdings kein zusätzlicher Hintergrund, sondern wurde vor allem im Bereich hoher differentieller Leitfähigkeit durch den Stromverstärker stark erhöht. Für diese Temperaturen ist daher keine Analyse des Schrotrauschens möglich. Dies ist die einzige technische Rauschquelle im Spektrum, die eine Abhängigkeit von der angelegten Spannung bzw. dem Strom zeigte. Um die übrigen Rauschquellen aus dem Signal zu filtern wurde daher das Rauschen bei einer Spannung von $V = 0$ und damit auch $I = 0$ gemessen. Die Kurve ist in Abb. 3.4 a) als grüne Kurve gezeigt.

Um das gesuchte Schrotrauschen des Signals zu erhalten, muss die Rauschleistung des Hintergrundes $S_0(f)$ (grün) von der gemessenen Rauschleistung für $V \neq 0$ (blau) abgezogen werden und das Ergebnis mit der Transferfunktion $T(f)$ des Verstärkers verrechnet werden.

$$S_{\text{schrot}} = \frac{S(f) - S_0(f)}{T(f)} \quad (3.2)$$

Das Ergebnis ist in Abb. 3.4 c) als rote Kurve zu sehen. Wie in Kapitel 2.3 beschrieben wurde, ist die Rauschleistung für das Schrotrauschen konstant über alle Frequenzen. Da die Prozesse zufällig sind, treten in der Rauschleistung zufällige Abweichungen auf, sodass sich für bestimmte Frequenzen starke Ausreißer bilden. Das hier gezeigte Beispiel ist bereits über 50 Spektren gemittelt. In den späteren Messungen wird über 500 Spektren gemittelt, um solche Ausreißer zu unterdrücken und die

Auflösung zu erhöhen. Ein komplettes Spektrum zu messen dauert etwa 40 s. Das $1/f$ Rauschen bei niedrigen Frequenzen kann durch Abziehen des Hintergrundes nicht komplett vermieden werden, weshalb Frequenzen unterhalb von 2 kHz in der Auswertung ignoriert werden. Aufgrund der Transferfunktion wird der Abstand zwischen den beiden Rauschspektren in Abb. 3.4 a) für hohe Frequenzen geringer, da dort eine niedrigere Verstärkung vorherrscht. Dies bewirkt, dass Schwankungen in der Rauschleistung für hohe Frequenzen stärker ausgeprägt sind. Für das Schrotrauschen wird deshalb die Rauschleistung zwischen 2 kHz und 8 kHz gemittelt. Mit diesem Verfahren konnte eine untere Auflösungsgrenze im Schrotrauschen von etwa $2\text{-}3 \cdot 10^{-30} \text{ A}^2/\text{Hz}$ erzielt werden. Dies entspricht etwa dem Schrotrauschen durch einen Quantenpunkt bei einem Strom von 10-15 pA.

Im Kapitel 2.3 wurde der Fanofaktor eingeführt. Dieser kann im Falle von Transport durch Quantenpunkte auf zwei verschiedene Methoden gemessen werden. Zum einen kann man über einen Detektor die Besetzung des Quantenpunktes in Echtzeit messen und erhält dadurch die komplette Besetzungsstatistik mit den dazugehörigen Kummulaten [65, 66]. Die Besetzung des Quantenpunktes kann dabei elektronisch über einen Quantenpunktkontakt (QPC) [67, 68] detektiert werden. Im Falle von den hier verwendeten InAs Quantenpunkte ist dies selbst bei Temperaturen um 75 K möglich [69]. Der Fanofaktor ist dann definiert als Verhältnis zwischen der Standardabweichung und dem Mittelwert. In der hier verwendeten Methode wird der Strom durch den Quantenpunkt direkt mit einem Spektrumanalysator gemessen, welcher die Rauschleistung S_{schrot} (siehe Gleichung (3.2)). Diese wird mit Hilfe des Gleichstromsignals I normiert auf die Rauschleistung eines idealen Poisson-Prozesses ($2eI$), um den Fanofaktor zu erhalten. Beide Definitionen des Fanofaktors sind äquivalent.

4

Einzelquantenpunkte

In diesem Kapitel geht es um den elektrischen Transport durch einzelne Quantenpunkte. Zu Beginn werden die Quantenpunkte bezüglich ihrer Strom-Spannungseigenschaften untersucht. Der Schwerpunkt liegt auf dem Vergleich der beiden Stromrichtungen und dem Einfluss der Zuleitungen. Anschließend folgen magnetfeldabhängige Messungen durch den Quantenpunkt. Hier kommt es zu einer Veränderung der Zustandsdichte in den Zuleitungen und zur Zeeman-Aufspaltung im Quantenpunkt. Dabei werden das Magnetfeld sowohl parallel, als auch senkrecht zur Stromrichtung angelegt. Es folgen Rauschmessungen, zuerst ohne und später mit angelegtem Magnetfeld. Damit lässt sich die Asymmetrie und die Wechselwirkung zwischen Quantenpunkt und Zuleitung beschreiben. Eine quantitative Analyse der Fermikantensingularität wird danach durch temperaturabhängige Messungen unter Verwendung einer Renormierungstheorie dargelegt. Zuletzt werden Fluktuation in der lokalen Zustandsdichte (LDOS) und deren Auswirkung auf die Fermikantensingularität gezeigt und interpretiert.

4.1. Transporteigenschaften

Ohne Anlegen einer Spannung befindet sich das System im Gleichgewicht und alle Zustände der Quantenpunkte sind oberhalb der Fermienergie, d. h. die Quantenpunkte sind leer [34]. Erst durch das Anlegen einer Spannung zwischen Emitter und Kollektor kommt es zu einem

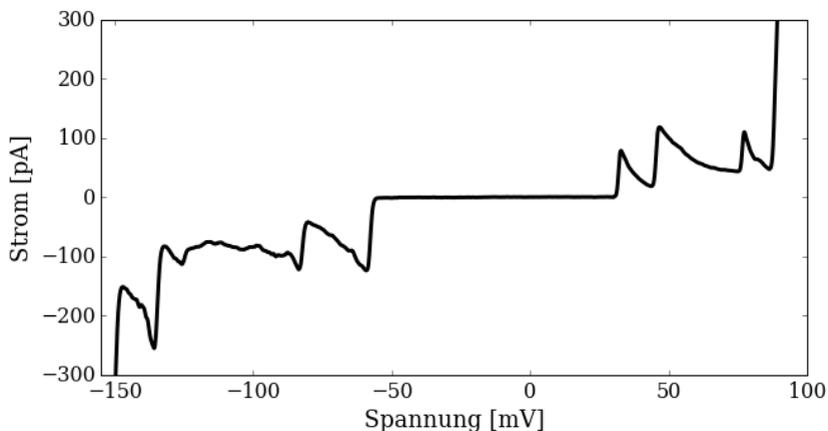


Abbildung 4.1.: Typische Messung einer Strom-Spannungskennlinie für einen Einzelquantenpunkt bei 0,5 K. Für kleine Spannungen fließt kein Strom durch die Quantenpunkte. Für höhere Spannungen kommt es zu Resonanzen und Elektronen können durch die Quantenpunkte tunneln. Jede Stufe für positive Spannungen steht für die Resonanz eines anderen Quantenpunktes.

Spannungsabfall an den Barrieren und die Zustände im Quantenpunkt nähern sich dem Emittterniveau an. Dabei kommt zuerst der Quantenpunkt mit der niedrigsten Grundzustandsenergie in das Transportfenster und man erhält, wie im Kapitel 2.2 beschrieben, eine sprunghafte Änderung im Strom. In diesem Bereich findet Einzelelektronentransport durch einen einzelnen Quantenpunkt statt. Mit steigender Spannung kommen stetig neue Grundzustände anderer Quantenpunkte in Resonanz und zeigen sich durch Stufen im Strom. Hier setzt sich der Strom als Summe parallel geschalteter Quantenpunkte zusammen. In Abb. 4.1 ist eine typische Kennlinie für eine Probe mit selbstorganisierten Einzelquantenpunkte wie in Kapitel 3.1 beschrieben, zu sehen. Für kleine absolute Spannungen fließt kein Strom. Erst ab etwa 38 mV ist eine Stromstufe zu sehen. Mit höherer Spannung sieht man weitere Stufen, bevor sich ein Diodenverhalten zeigt und der Strom sehr groß wird.

Im Falle negativer Spannung verhält sich das System äquivalent zur positiven Richtung. Da alle Quantenpunkte im Gleichgewicht unbesetzt sind, korrespondieren die Stromstufen in negativer Spannungsrichtung in Abb. 4.1 zu den selben Quantenpunkten wie in positiver Richtung. Das bedeutet, dass für die erste Stufe sowohl für positive als auch in negative Spannung der Strom durch denselben Quantenpunkt fließt. Für ein perfekt symmetrisches System erwartet man eine Punktsymmetrie der Strom-Spannungskennlinie um den Ursprung. In einem realen System gibt es viele Ursachen für Asymmetrien. Zum einen sind die hier verwendeten selbstorganisierten InAs Quantenpunkte durch ihre Pyramidenform intrinsisch asymmetrisch. Außerdem kann das Probenwachstum, wie im Kapitel 3.1 erläutert, die Dimensionalität der Zuleitungen beeinflussen. Der Nachweis und Einfluss der Dimensionalität der Zuleitungen wird im nächsten Kapitel zum Magnetotransport im Detail beschrieben. Zuletzt ist es durch das statistische Wachstum und die dadurch zufällige Höhe der Quantenpunkte unvermeidlich, dass die beiden Tunnelbarrieren unterschiedliche Dicken aufweisen. Dies führt zu einem asymmetrischen Spannungsabfall zwischen den Barrieren und zeigt sich in unterschiedlichen Einsetzspannungen für den Strom. Während die erste Stufe in positiver Richtung bei 38 mV einsetzt, misst man für negative Spannungen erst bei -52 mV einen Strom. Quantitativ wird diese Asymmetrie durch den Hebelarm α charakterisiert (siehe Abb. 2.3). Dieser lässt sich aus der Temperaturabhängigkeit der Stufenverbreiterung messen und wird im Kapitel 4.4 extrahiert. Um die positive und negative Spannungsrichtung besser vergleichen zu können, bezieht sich in den folgenden Diskussionen eine „höhere Spannung“ bzw. ein „höherer Strom“ immer auf die absoluten Werte der Spannung bzw. des Stroms.

Sofern nicht explizit darauf hingewiesen, wird in den nun folgenden Kapiteln immer der gleiche Kontakt verwendet. Außerdem beschränkt sich die Analyse auf die erste und zweite Stromstufe in beide Richtungen. Für höhere Spannungen kommt es zu einer Überlagerung mehrerer Tun-

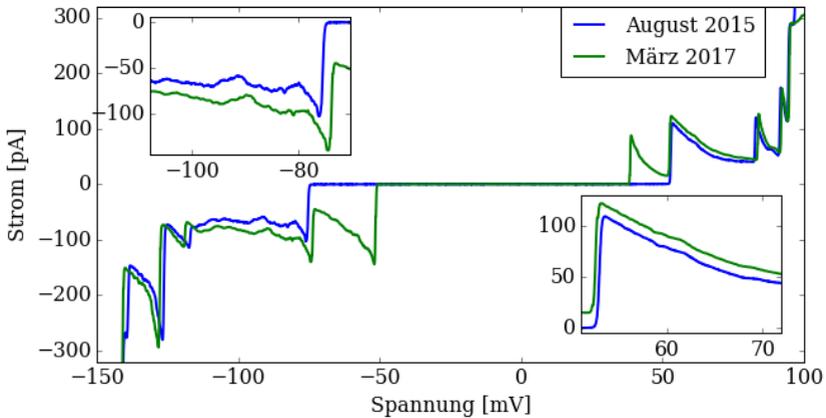


Abbildung 4.2.: Messung der gleichen Einzelquantenpunkt Probe in zwei verschiedenen Messzyklen (Datum). Die erste Stufe in beide Richtungen fehlt für die blaue Messung und konnte durch erneutes Aufwärmen und Einkühlen wiederhergestellt werden. Der Strom und die Fluktuationen sind sehr gut reproduzierbar und nur um eine konstante Spannung verschoben (Inset).

nelprozesse durch viele Quantenpunkte, sodass Analysen fehlerbehaftet werden. Wie in Kapitel 3.1 beschrieben, befinden sich auf der Oberfläche der Probe mehrere Kontakte, welche verschiedene Quantenpunkte ansteuern. Bei manchen Kontakten liegen die Stufen bei sehr ähnlichen Spannungen, sodass es schnell zu Überlagerungen kommt. Bei Anderen ist der Strom sehr gering, sodass bei Rauschmessungen schnell die Auflösungsgrenze erreicht wird. Der hier vorgestellte Kontakt zeigt dagegen einen ausreichend hohen Strom für die ersten beiden Stufen in beiden Spannungsrichtungen. Außerdem ist der Strom der ersten Stufe bereits fast vollständig abgefallen, bevor die zweite Stufe in Resonanz kommt Die Kennlinien sind selbst nach mehrmaligem Aufwärmen auf Raumtemperatur und erneutem Abkühlen bis auf ein Offset in der Spannung sehr gut reproduzierbar. In Abb. 4.2 sind zwei Messungen gezeigt, zwischen denen etwa 2 Jahre und mehrere Aufwärm- und Abkühlprozesse

liegen. Da die Ergebnisse dieser Arbeit in mehreren Messzyklen entstanden sind, ist die Spannung der verschiedenen Kennlinien zum Teil verschoben, aber der Verlauf des Stroms ist sehr gut erhalten. Selbst die Fluktuationen im Strom sind noch zu erkennen und nur um eine Spannung verschoben (siehe Inset 4.2). Zu schnelles Abkühlen der Probe von Raumtemperatur auf 1,5 K kann jedoch zum Verschwinden einer oder mehrerer Stromstufen führen. In Abb. 4.2 fehlt in der blauen Messung die erste Stromstufe in beide Richtungen. Dies ist ein deutliches Indiz, dass für beide Spannungsrichtungen der Strom, wie erwartet, durch den selben Quantenpunkt fließt. Im Fall der blauen Kurve in Abb. 4.2 wurden vermutlich durch das plötzliche Abkühlen Ladungsträger auf Störstellen eingefroren, wodurch sich das Potential in der Nähe des „ersten“ Quantenpunktes verschoben hat. Dieser hat dann eine andere Grundzustandsenergie, sodass seine Resonanz bei einer anderen Spannung auftaucht. Durch erneutes Aufwärmen auf Raumtemperatur und Abkühlen konnte die erste Stromstufe wiederhergestellt werden. Die Verschiebung in der Spannung je nach Messzyklus beträgt zum Teil bis zu 10 mV.

4.2. Magnetotransport

Beim Anlegen eines äußeren Magnetfeldes werden die elektronischen Zustände sowohl im Quantenpunkt als auch in den Zuleitungen verändert. Im Quantenpunkt kommt es durch den Zeeman-Effekt zur Aufhebung der Spinartung und in den Zuleitungen entsteht eine zusätzliche Quantisierung, wodurch sich die Zustandsdichte ändert. Im Grundlagen Kapitel 2.1 wurde die Zustandsdichte für ein 3D und 2D System im Magnetfeld diskutiert. Für die Magnetotransportmessungen wurde ein Drehprobenstab verwendet, sodass die Orientierung des Magnetfeldes variiert werden kann. Durch winkelabhängige Magnetotransportmessungen lässt sich z. B. die Wellenfunktion des Quantenpunktes abbilden [70, 71]. Außerdem lässt sich der g-Faktor für InAs untersuchen [72–74].

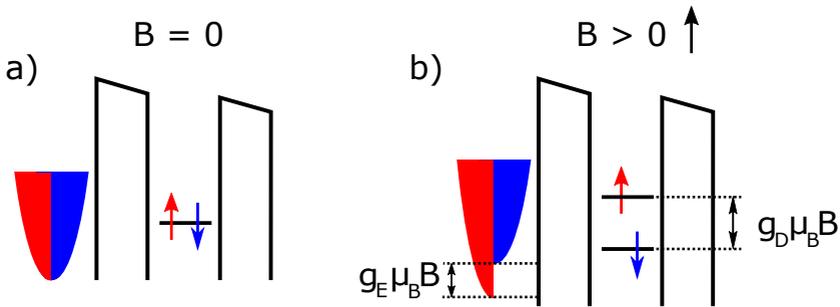


Abbildung 4.3.: Schemabild zum Spin in einem Quantenpunkt. a) Bei $B = 0$. Auf der Emittersseite sind beide Spins vorhanden und der Quantenzustand ist entartet. b) Das Magnetfeld B ist nach oben angelegt und führt zu einer Zeeman Aufspaltung des Quantenpunktes und in den Zuleitungen. Durch die verschiedenen Materialien ist auch der g -Faktor unterschiedlich.

Im Folgendem bezieht sich ein paralleles bzw. senkrecht Magnetfeld immer auf die Richtung des Stroms, d. h. ein paralleles Magnetfeld steht parallel zum Elektronenfluss und damit senkrecht zur Probenoberfläche.

In Abb. 4.3 ist der Einfluss des Magnetfeldes auf den Quantenpunkt und die Zuleitungen noch einmal schematisch dargestellt. Der Fall ohne Magnetfeld ($B = 0$) ist in a) zu sehen. Der diskrete Zustand des Quantenpunktes ist entartet und kann von beiden Spins besetzt werden. Auch in den Zuleitungen sind beide Spins zu gleichen Teilen vorhanden. In Abb. 4.3 b) kommt es durch Anlegen eines Magnetfeldes zu einer Zeeman-Aufspaltung. Die Richtung des Magnetfeldes wird durch den schwarzen Pfeil angezeigt. Die Aufspaltung der Energie ist dabei proportional zum Magnetfeld $\Delta E = g \mu_B B$. Da der Emitter aus GaAs und der Quantenpunkt aus InAs besteht, sind die beiden g -Faktoren unterschiedlich und in Abb. 4.3 als g_E für den Emitter und g_D für den Quantenpunkt gekennzeichnet. Für GaAs ist dieser gegeben durch $g_E = -0,44$. Für InAs-Quantenpunkte hängt der Wert sowohl von der Richtung des Magnetfeldes als auch von der Größe der einzelnen Quantenpunkte ab [72]. Typische Werte für g_D liegen zwischen 0,5 und 1,5 [75]. Eine wichtige Be-

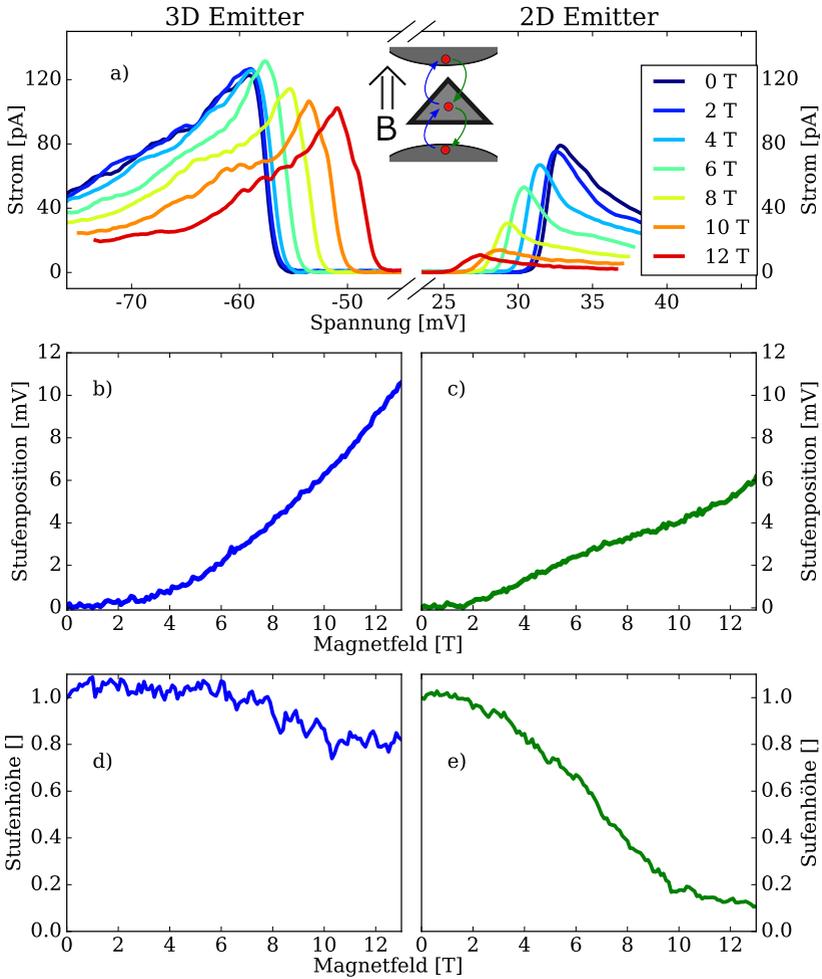


Abbildung 4.4.: a) Absoluter Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder. Inset zeigt Elektronenbewegung für die beiden Spannungsrichtungen und Orientierung des Magnetfeldes. b) und c) Verschiebung der Stufenposition für beide Stromrichtungen mit Änderung des Magnetfeldes im Vergleich zu 0 T. d) und e) Entwicklung des maximalen Stroms mit dem Magnetfeld normiert auf den Wert bei 0 T.

sonderheit ist dabei das unterschiedliche Vorzeichen zwischen g_D und g_E . Während im Quantenpunkt der Spin antiparallel (blau) energetisch günstiger wird und damit auch zuerst das Transportfenster erreicht, so ist im Emitter der Spin parallel zum Magnetfeld (rot) häufiger vorhanden. Man spricht daher auch von dem Majoritätsspin. Mit wachsendem Magnetfeld werden immer mehr Minoritätsspins (blau) im Emitter entvölkert, sodass diese Ladungsträger nicht mehr zum Transport zur Verfügung stehen.

In Abb. 4.4 sind Messungen im parallelen Magnetfeld für die erste Stromstufe dargestellt. Zum besseren Vergleich der beiden Richtungen wird der absolute Wert des Stroms gezeigt. Wie im vorherigen Kapitel erwähnt handelt es sich bei der ersten Stromstufen in beide Richtungen um Transport durch denselben Quantenpunkt. Im Fall negativer Spannung fließen die Elektronen von unten nach oben und für positive Spannungen in entgegengesetzte Richtung (siehe Inset Abb. 4.4 a). Es fällt auf, dass die Stromstufen mit Änderung des Magnetfeldes ein stark unterschiedliches Verhalten zeigen. Da es sich um den gleichen Quantenpunkt handelt muss das unterschiedliche Verhalten bei hohen Magnetfeldern eine Eigenschaft der Zuleitungen sein. Zwei auffällige Eigenschaften werden in b),c) und d),e) von Abb. 4.4 untersucht. In b) und c) ist die Verschiebung der Einsatzspannung in Abhängigkeit des Magnetfeldes für beide Richtungen gezeigt. 0 mV bedeutet, dass die Position sich im Vergleich zu 0 T nicht verändert hat. Zwischen 0 und 2 T ist die Position für beide Richtungen in etwa konstant und verschiebt für höhere Magnetfelder hin zu niedrigeren absoluten Spannungswerten. Dieser Verlauf hat für positive Spannungen (Abb. 4.4 c) eine lineare Magnetfeldabhängigkeit während für negative Spannungen die Einsatzspannung quadratisch mit dem Magnetfeld ansteigt (Abb. 4.4 b). Dieses Verhalten lässt sich durch die unterschiedlichen Dimensionen der beiden Zuleitungen erklären. Für ein 2D System im Magnetfeld ist die Lösung der Schrödingergleichung gegeben durch Landau-Niveaus der Form:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \quad (4.1)$$

mit $\omega_c = eB/m$. Durch das Anlegen eines Magnetfeldes erhöht sich also die Energie für eine 2D Zuleitung linear mit dem Magnetfeld wie in Abb. 4.4 c) gemessen. Das Ansteigen der Fermienergie mit dem Magnetfeld hat den gleichen Effekt wie das Anlegen einer äußeren Spannung, d. h. für höhere Magnetfelder wird weniger äußere Spannung benötigt, um die Resonanzbedingung zu erfüllen. Die Quantenpunkte kommen also schon für niedrigere Spannungen in Resonanz. Dieses Verhalten wurde ebenfalls für InAs Quantenpunkte mit einer 2D Zuleitung beobachtet [56]. Für eine 3D Zuleitung erhält man ebenfalls eine Quantisierung und damit eine Änderung der Zustandsdichte bei hohen Magnetfeldern. Ähnliche Messungen wurden an selbstorganisierten InAs Quantenpunkte mit 3D Zuleitungen durchgeführt und dort ein quadratisches Verhalten beobachtet [52]. Die hier untersuchte Probe hat die Besonderheit, dass auf der Oberseite eine 2D Zuleitung und auf der Unterseite eine 3D Zuleitung vorliegt. Dies kann durch die Diffusion von Dotieratomen während des Wachstums erklärt werden (siehe Kapitel 3.1). Durch Änderung der Stromrichtung kann bei dieser Probe also direkt zwischen einem 2D und 3D Emitter gewechselt werden. Dabei bedeutet eine negative Spannung, bzw. ein negativer Strom, dass der Emitter ein 3D und für positive Spannungen eine 2D Zustandsdichte besitzt. Diese besondere Eigenschaft der verschiedenen Dimensionalität soll in späteren Kapiteln vor allem im Bezug auf die Wechselwirkung untersucht werden. Eine Oszillation der Einsetzspannung aufgrund des Überschreitens der Fermienergie eines Landau-Levels konnte in beide Richtungen nicht eindeutig gemessen werden. Es kann also angenommen werden, dass sich die beiden Zuleitungen für Magnetfelder oberhalb von 2 T bereits im untersten Landau-Niveau befinden. Im Kapitel 3.1 wurde die Bandstruktur mit Hilfe einer numerischen Lösung der Poisson-

Gleichung bestimmt [55]. Für die Ladungsträgerdichte im 3D Fall mit einer angelegten Spannung von 60 mV (siehe Abb. 3.2 d) ergab sich ein Wert von etwa $9 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, sodass bei etwa 3 T nur noch das niedrigste Landau-Niveau besetzt ist. Dies ist konsistent mit den hier gemessenen Kurven aus Abb. 4.4 b).

Eine weitere Auffälligkeit ist die Höhe des maximalen Stroms. Bereits bei 0 T ist der Strom für negative Spannungen höher im Vergleich zur positiven Richtung. Dies lässt sich durch Gleichung (2.13) im Falle von asymmetrischen Barrieren erklären. Für $\Theta_E \gg \Theta_C$ ergibt sich für den Strom $I \approx e\Theta_C$, während für den Gegenteiligen Fall $\Theta_C \gg \Theta_E$ der Strom durch $I \approx 2e\Theta_E$ gegeben ist. Für ein sehr asymmetrisches System ist der Strom in einer Richtung um einen Faktor 2 größer, wenn man die Tunnelraten als Spannungsunabhängig betrachtet. Dies ist im Allgemeinen nicht der Fall, da die Tunnelraten auch von der Zustandsdichte abhängen. Trotzdem erklärt dies die hohe Differenz im Strom je nach Spannungsrichtung. Für den 3D Fall ist der Emitter also an der dickeren Barriere und somit dort die geringere Tunnelrate. Diese Asymmetrie wird mit steigendem Magnetfeld noch stärker. Die Höhe des maximalen Stroms normiert auf seinen Wert bei 0 T ist in Abb. 4.4 d) und e) für die beiden Richtungen dargestellt. Für die 3D Zuleitung fällt der Strom um etwa 10 % ab und man erkennt starke Fluktuationen. Diese entstehen durch Änderung der lokalen Zustandsdichte und werden in Kapitel 4.5 noch einmal ausführlich untersucht. Für die zweidimensionale Zuleitung erkennt man ein deutlich anderes Verhalten. Hier fällt der Strom sehr stark ab und beträgt für Magnetfelder oberhalb von 10 T weniger als 20 % seines ursprünglichen Wertes. Dies entspricht dem typischen Verhalten, welches man für eine 2D Zuleitung im Magnetfeld erwartet [56]. Durch das hohe Magnetfeld werden die Elektronen in dem System stark lokalisiert und damit die Tunnelwahrscheinlichkeit stark unterdrückt. Fluktuationen in der Zustandsdichte konnten in dieser Richtung dagegen nicht beobachtet werden.

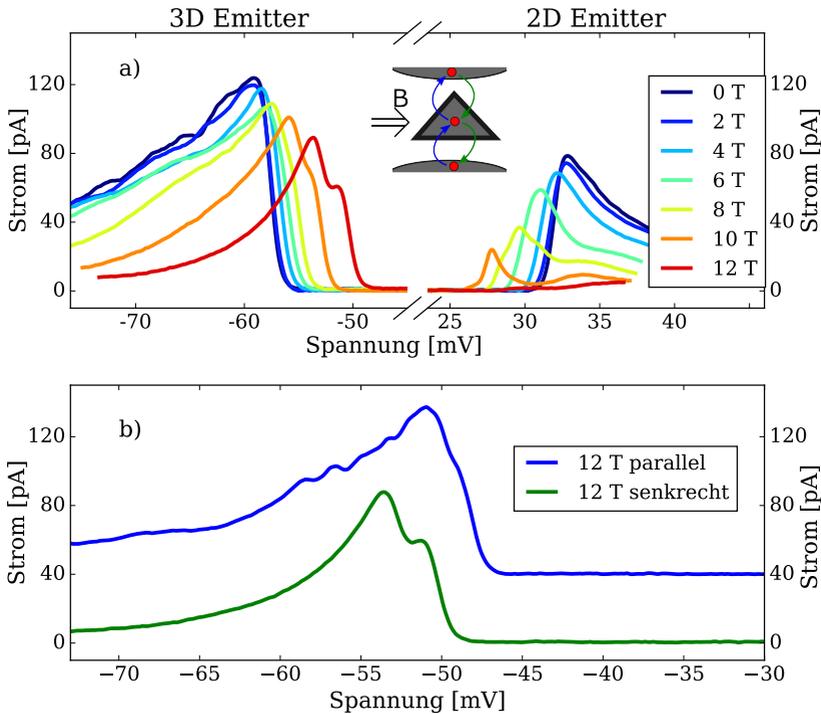


Abbildung 4.5.: a) Absoluter Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder. Inset zeigt Elektronenbewegung für die beiden Spannungsrichtungen und Orientierung des Magnetfeldes. Stärkere Zeeman-Aufspaltung im Vergleich zur parallelen Magnetfeldorientierung. Komplette Stromunterdrückung der ersten Stufe für positive Spannungen. b) Vergleich der 12T Messungen für negative Spannungen für paralleles (blau) und senkrecht (grün) Magnetfeld. Zur besseren Unterscheidung hat die blaue Kurve ein konstantes Offset von 40 pA. Deutlich stärkere Zeeman-Aufspaltung für senkrecht Magnetfeld durch Anisotropie des g-Faktors in InAs. Außerdem verschwinden die lokalen Zustandsdichte Fluktuationen im senkrechten Magnetfeld und der Strom verläuft glatt.

In Abb. 4.5 a) ist die gleiche Messung im senkrechten Magnetfeld zu sehen. Wieder wird der Strom für positive Spannungen stark unterdrückt, während er für den 3D Fall nur leicht abnimmt. Da die meisten Messungen später am ^3He -Probenstab durchgeführt wurden und dieser keine Drehung der Probe erlaubt, konnte diese Magnetfeldrichtung nicht im Detail untersucht werden. Trotzdem können einige deutliche Unterschiede besonders im Fall des 3D Emitters diskutiert werden. In Abb. 4.5 b) ist ein Vergleich für ein Magnetfeld von 12 T in senkrechter und paralleler Richtung zu sehen. Zur besseren Unterscheidbarkeit wurde für das parallele Magnetfeld (blau) ein Offset von 40 pA addiert. Es fällt besonders die stärkere Zeeman-Aufspaltung für das senkrechte Magnetfeld auf. Hier ergab sich für das senkrechte Magnetfeld ein Wert von $g = 1,11$, während für den parallelen Fall der g -Faktor 0,75 beträgt. Für die Berechnung des g -Faktors muss die Energie $\Delta E = g\mu_B B$ noch in eine Spannung umgewandelt werden. Dies geschieht mit Hilfe des Hebelarms α , welcher mit einem Wert von 0,33 angegeben wird. Dieser wird in einem späteren Kapitel 4.4 bestimmt und rechnet die Differenz in der Resonanzspannung V_{12} in eine Energie um: $\Delta E = \alpha V_{12}$. Die hier gemessenen Werte des g -Faktors sind konsistent mit anderen Ergebnissen und lassen sich durch die Anisotropie des g -Faktors in InAs erklären [72]. Eine weitere Besonderheit ist das Verschwinden der lokalen Zustandsdichte Fluktuationen im senkrechten Magnetfeld. Über die Ursache kann hier nur spekuliert werden und bedarf weiterer Untersuchungen. Wie in Kapitel 2.1 diskutiert, werden durch das Anlegen eines Magnetfeldes die Zustände senkrecht zum Magnetfeld quantisiert. Im Falle eines Magnetfeldes in x -Richtung (also senkrecht zum Strom) werden die Zustände in y - und z -Richtung quantisiert, sodass die Zustände in Stromrichtung (z -Richtung) nur noch diskrete Werte einnehmen können. Im Falle eines parallelen Magnetfeld sind dagegen die Zustände in z -Richtung kontinuierlich und nur die Zustände senkrecht zur Stromrichtung quantisiert. Da Störstellen statistisch verteilt sind, treten im Allgemeinen Fluktuationen

nen in der Zustandsdichte in allen Raumrichtungen auf. Für das Tunneln durch einen Quantenpunkt scheinen aber vor allem Zustände mit Wellenvektoren in Stromrichtung eine Rolle zu spielen. Diese sind für ein senkrecht magnetisiertes Feld quantisiert, sodass Störstellen in dieser Richtung ignoriert werden und somit keine Fluktuationen auftreten.

4.3. Rauscheigenschaften

Im Kapitel 3.3 wurden erste Rauschspektren an Quantenpunkten gezeigt und deren Analyse erläutert. Hier wird zur besseren Interpretation immer der Fanofaktor diskutiert, wie er in Kapitel 3.3 eingeführt wurde. Der Fanofaktor dient dabei als ein Maß für die Stärke der Korrelationen zwischen den Elektronen. Dabei kann ein Fanofaktor größer als 1 als attraktive Wechselwirkung zwischen den Elektronen interpretiert werden, während ein Fanofaktor kleiner 1 auf eine repulsive Wechselwirkung hindeutet. In der Realität gibt es Überlagerungen von repulsiven Wechselwirkungen, wie z. B. der Coulomb-Blockade und attraktiver Wechselwirkung, wie der FES. Beide Fälle sollen in diesem Kapitel mit Hilfe des Rauschens untersucht werden.

Im einfachsten Modell betrachtet man zunächst einmal wechselwirkungsfreie Elektronen, die durch einen Quantenpunkt tunneln. Der Quantenpunkt kann während der ganzen Zeit entweder einfach besetzt oder unbesetzt sein. In diesem Modell hängen der Strom und der Fanofaktor nur von der Emitter- und Kollektortunnelrate ab und lässt sich über eine Ratengleichung bestimmen [76]

$$I = \frac{2e\Theta_E}{2\Theta_E/\Theta_C + 1} \quad (4.2)$$

$$F = 1 - \frac{4\Theta_E/\Theta_C}{(2\Theta_E/\Theta_C + 1)^2}. \quad (4.3)$$

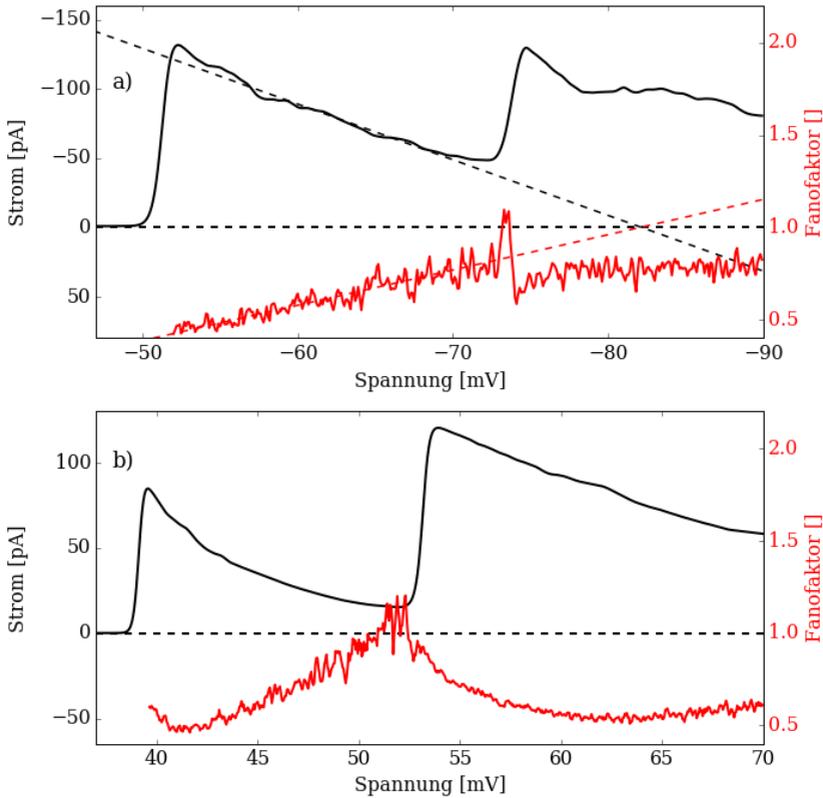


Abbildung 4.6.: Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) in Abhängigkeit der Spannung für die ersten beiden Stromstufen in beide Spannungsrichtungen. a) Für negative Spannungen wird aus einem 3D Emitter getunnelt. Der Strom und der Fanofaktor zeigen ein lineares Verhalten (siehe Fit, gestrichelte Linie). Mit höheren Spannungswerten wird das System asymmetrischer. b) Für einen 2D Emitter zeigt sich ein anderes Verhalten und der Fanofaktor durchläuft ein Minimum, bevor er für höhere Spannungen wieder ansteigt.

$\Theta_{E/C}$ sind hier die Tunnelraten für den Emitter (E) bzw. den Kollektor (C). Der Faktor 2 vor der Emittertunnelrate entsteht durch die Spinentartung des Quantenpunktzustandes. Außerdem hängt der Fanofaktor nur vom Verhältnis zwischen Θ_E/Θ_C ab. Im Falle sehr asymmetrischer Barrieren, z. B. $\Theta_E \gg \Theta_C$, wird der Strom durch die dicke Barriere definiert und das System verhält sich wie eine einzelne Tunnelbarriere, sodass der Fanofaktor gegen 1 geht. Im gegenteiligen Fall von $2\Theta_E = \Theta_C$, also einem sehr symmetrischen System geht der Fanofaktor gegen 1/2. Die Hauptursache für einen Fanofaktor kleiner als 1 ist also die abstoßende Wechselwirkung der Elektronen in Form der Coulomb-Blockade. Jeder einzeln betrachtete Prozess (Rein- bzw. Raustunnelprozess) folgt weiterhin einer idealen Poisson-Statistik.

4.3.1. Ohne Magnetfeld

In Abb. 4.6 ist eine Strom-Spannungs Kennlinie (schwarz) bei 0 T für negative (a) und positive Spannungen b) dargestellt. Die Spannung wurde in Schritten von $80 \mu\text{V}$ durchgeföhren und für jeden Spannungspunkt ein Spektrum aufgenommen und der Fanofaktor berechnet. Das Ergebnis des Fanofaktors ist in rot jeweils darunter gezeigt. Für die Analyse des Rauschens muss die Messung in zwei Bereiche aufgeteilt werden. Im Bereich in der Nähe der Stromstufe ist der Zustand des Quantenpunktes in Resonanz mit dem Fermi-niveau des Emitters und es kommt zur FES. Hier lassen sich die Formeln (4.2) und (4.3) nicht anwenden, da diese nur Einteilcheneffekte berücksichtigen. Die FES ist aber ein Vielteilcheneffekt und muss mit einer komplexeren Theorie beschrieben werden (s.u.). Für Spannungen oberhalb der Resonanz sind die Formeln (4.2) und (4.3) gültig und der Strom und Fanofaktor lassen sich mit den beiden Tunnelraten Θ_E und Θ_C beschreiben. Dieser Übergang zwischen FES und sequentiellern Tunneln ist allerdings kontinuierlich. In diesen Arbeiten wurden die beiden Gleichungen für Spannungen $0,5 \text{ mV}$ oberhalb des maximalen Stroms angewendet.

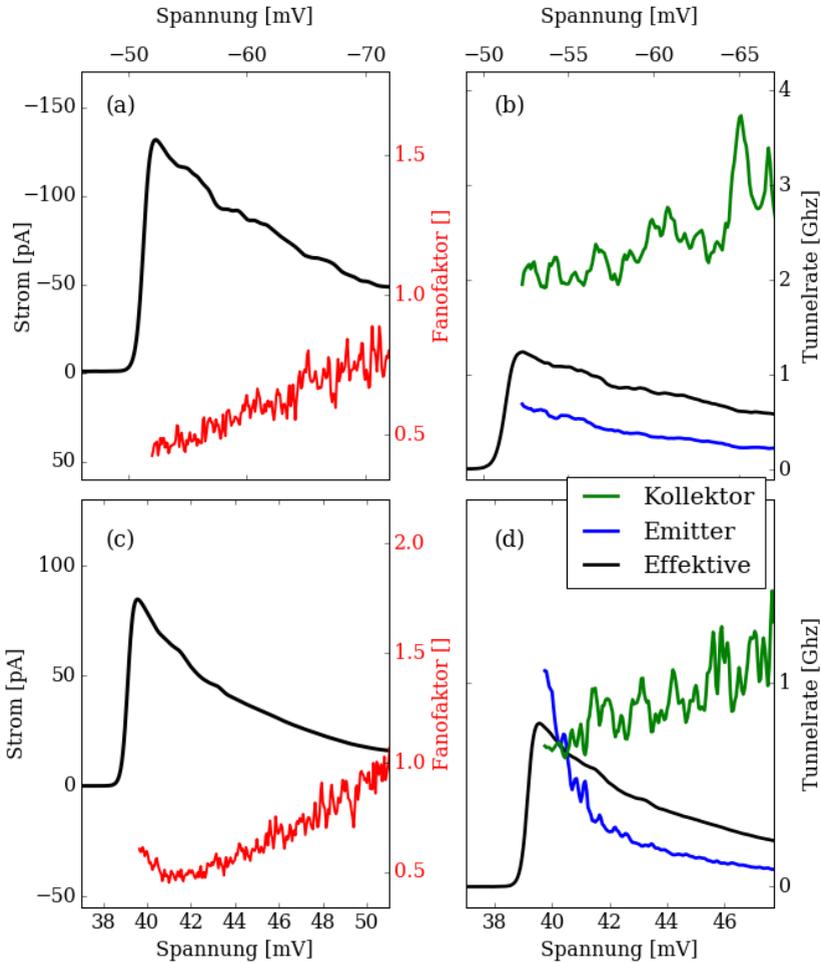


Abbildung 4.7.: a) Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) für negative Spannungsrichtung. b) Dazugehörige Lösung der Ratengleichung (4.2) und (4.3). Die Effektive Tunnelrate ist direkt proportional zum Strom. Die Tunnelraten werden mit höheren Spannungswerten asymmetrischer, weshalb der Fanofaktor ansteigt. c) und d) analoger Fall für positive Spannungsrichtung. Hier kreuzen sich die beiden Tunnelraten am Minimum des Fanofaktors und werden für höhere Spannungen asymmetrischer.

Zum Vergleich beider Stromrichtungen ist in Abb. 4.6 a) der Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) für dieses Regime dargestellt. Im Falle eines 3D Emitter lässt sich der Strom durch einen linearen Abfall mit steigender Spannung annähern und gleichzeitig einen linearen Anstieg des Fanofaktors beobachten [24]. Der dazugehörige Fit ist durch die gestrichelte Linie skizziert. Da die Zustandsdichte eine wurzelförmige Abhängigkeit mit der Energie hat, würde man einen Abfall entsprechend der vorhanden Zustände erwarten. In entgegengesetzter Stromrichtung (Abb. 4.6 b) verhält sich der Strom nicht linear. Auch der Fanofaktor durchläuft erst ein Minimum bevor er für höhere Spannungen ansteigt. In einem idealen 2D System erwartet man konstante Stufen für den Strom durch einen Quantenpunkt in Abhängigkeit der Spannung zwischen Emitter und Kollektor [10]. In Systemen mit selbstorganisierten InAs Quantenpunkten, wie hier vermessen, wurde bei einem 2D Emitter peakartige UI Kennlinien aufgenommen [56]. Dies ist in guter Übereinstimmung mit den hier gezeigten Kurven. In Abb. 4.6 wurden jeweils noch der Strom und der Fanofaktor für den zweiten Quantenpunkt gemessen. Hier ist das unterschiedliche Verhalten, vor allem das Durchlaufen des Minimums im Fanofaktor für den 2D Fall, noch deutlicher zu sehen. Diese Asymmetrie soll nun zuerst mit Hilfe von Ratengleichungen untersucht werden und anschließend die Auswirkung auf die FES im Rauschen betrachtet werden.

Durch Anwendung von Gleichung (4.2) und (4.3) lassen sich die beiden Tunnelraten berechnen. Die Zuweisung der Lösung ist mathematisch nicht eindeutig, sodass physikalisch argumentiert werden muss. Es wird angenommen, dass für steigende Spannung die Emittertunnelrate abnimmt, da der Quantenpunkt Zustand mit höhere Spannung immer weiter unter die Fermienergie fällt und somit weniger Zustände im Emitter zum Tunneln zur Verfügung stehen (siehe Abb. 2.3). Gleichzeitig wird das Kollektorniveau im Vergleich zum Quantenpunkt Zustand abgesenkt, sodass auf dieser Seite mehr freie Zustände zum Tunneln

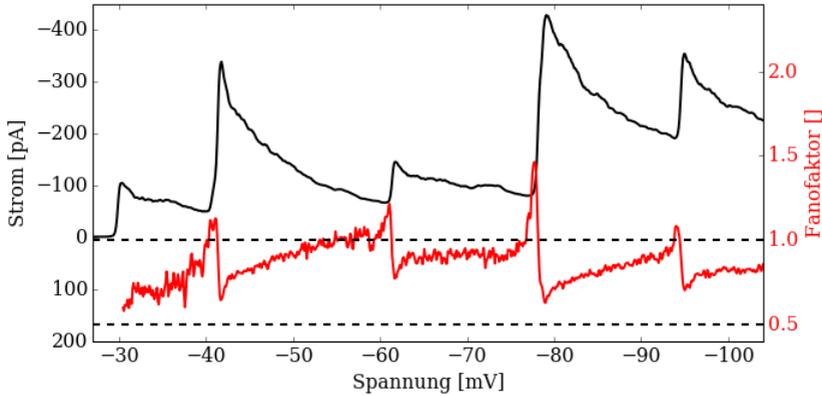


Abbildung 4.8.: Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) in Abhängigkeit der Spannung für einen 3D Emitter an einem anderen Kontakt als bisher. An jeder Stromstufe zeigt sich die FES durch einen Fanofaktor über 1 und ein anschließendes Minimum.

verfügbar sind. Es wird also erwartet, dass die Kollektortunnelrate mit steigender Spannung leicht ansteigt. Mit diesen Annahmen wurde in Abb. 4.7 b) und d) die beiden Tunnelraten für beide Strompolaritäten berechnet. Zum Vergleich sind in Abb. 4.7 a) und c) nochmal der Strom und der Fanofaktor für die erste Stromstufe gezeigt. In negativer Spannungsrichtung tunnelt das Elektron zuerst aus dem unteren 3D System durch die untere Barriere und danach durch die obere in das 2D System. Für positive Spannung ist der Prozess umgekehrt und die Emittertunnelrate findet an der oberen Barriere statt und anschließend tunnelt das Elektron durch die untere Barriere in den Kollektor. Nominell ist die untere AlAs Tunnelbarriere 4 nm und die oberen 6 nm gewachsen (siehe Kapitel 3.1). Allerdings dringen die InAs Inseln in die obere Barriere ein, sodass die effektive Dicke reduziert ist auf etwa 3 nm. Es wird also angenommen, dass die Tunnelrate durch die obere Barriere größer sein sollte. Dies ist für negative Spannungen in Abb. 4.7 b) erfüllt. Dabei ist die Tunnelrate durch die dickere Barriere (blau) für niedrige Spannungen um einen

Faktor 5 kleiner als für die Kollektortunnelrate (grün). Mit höherer Spannung wird diese Asymmetrie noch größer, was einen gleichzeitigen Anstieg des Fanofaktors bedeutet. Die schwarze Kurve in Abb. 4.7 b) gibt die effektive Tunnelrate $\Theta_I = I/e$ an und ist direkt proportional zum Strom. Man erkennt deutlich die Ähnlichkeit der effektiven Tunnelrate, also des Stroms und der Emittertunnelrate Θ_E . Dies stimmt mit Formel (4.2) überein, nach der der Strom durch die niedrigere Tunnelrate definiert wird. Im Fall eines 2D Emitters zeigt sich für die Tunnelraten ein anderes Verhalten. Aus Abb. 4.7 d) folgt für kleine Spannungen, dass die beiden Tunnelraten sehr ähnlich sind. Dort hat der Fanofaktor sein Minimum von $1/2$. Für höhere Spannungen fällt die Emittertunnelrate sehr schnell ab, während die Kollektortunnelrate leicht ansteigt. Der Anstieg der Kollektortunnelrate lässt sich durch die dortige 3D Zustandsdichte erklären, die für höhere Energien mehr Zustände zur Verfügung hat. Der starke Abfall der Emittertunnelrate für niedrige Spannungen könnte von der FES herrühren. Diese Asymmetrie der beiden Tunnelraten bewirkt, dass der Fanofaktor mit höherer Spannung wieder ansteigt und gegen 1 geht.

Für den Bereich in dem die FES den Tunnelprozess dominiert, ist Gl. (4.3) nicht mehr gültig. Durch die attraktive Wechselwirkung der FES werden korrelierte Tunnelereignisse in diesem Spannungsbereich wahrscheinlicher und die Elektronen können nicht mehr als unabhängige Teilchen betrachtet werden [25]. Die positive Wechselwirkung spiegelt sich in einem Peak im Fanofaktor in der Nähe der Resonanz wieder. In Abb. 4.8 ist der Strom und der Fanofaktor für einen anderen Kontakt als bisher vermessen. Dieser eignet sich vor allem wegen den vielen Stufen und hohen Strömen gut, um das typische Verhalten zu untersuchen. Allerdings war für die positive Richtung die erste Stufe nur ein kleiner Strom gemessen, sodass dieser Kontakt für den Vergleich der beiden Spannungsrichtungen ungeeignet ist. Hier ist deshalb nur die 3D Richtung gezeigt. Dort tritt bei jeder Resonanz ein Fanofaktor größer 1 und

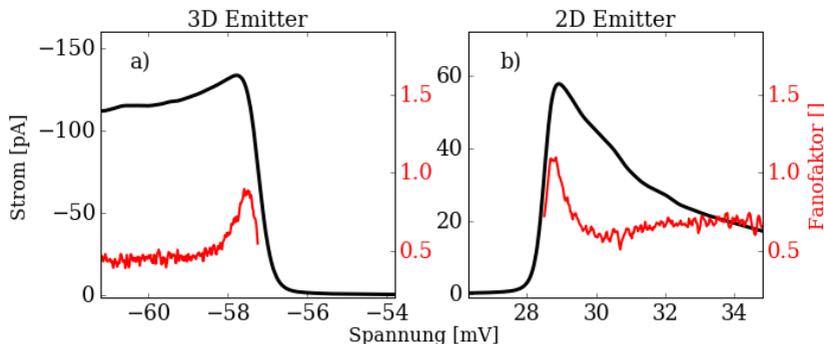


Abbildung 4.9.: Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) in Abhängigkeit der Spannung für beide Stromrichtungen im Bereich der FES. In a) wird aus einem 3D und in b) aus einem 2D Emitter getunnelt. In der Nähe der Resonanz ist der Fanofaktor für beide Fälle deutlich erhöht. Die FES ist stärker ausgeprägt für den 2D Emitter in b).

ein anschließendes Minimum auf [77]. In diesem Bereich sind die Elektronen stark korreliert und die Statistik folgt nicht mehr einem Markov Prozess [25, 78]. Anders als im Einteilchen Bild aus Gl. (4.3) hängt der Fanofaktor in diesem Bereich nicht nur von der Tunnelrate, sondern auch von der Ableitung der Tunnelrate ab [25]. In erster Näherung gilt:

$$F \approx 1 - 4 \frac{\Theta_E^f}{\Theta_C} + 4 \Theta_E^{f'} \quad (4.4)$$

Dabei ist Θ_E^f die vorwärts Emittertunnelrate und $\Theta_E^{f'}$ die dazugehörige Ableitung. Die Höhe des Peaks hängt von dem kritischen Exponenten γ und damit direkt von der Stärke der Wechselwirkung ab. In Abb. 4.9 ist der Strom und der Fanofaktor für den Bereich der Resonanz für die erste Stromstufe des bisher diskutierten Quantenpunktes gezeigt. Für beide Richtungen tritt deutlich ein Peak im Fanofaktor durch die FES auf. Für den 3D Emitter (Abb. 4.9 a) war das Maximum des Fanofaktors bei $F_{\max} = 0,9$ mit einer Halbwertsbreite (FWHM englisch: full width

at half maximum) von 0,59 mV, während für den 2D Fall (Abb. 4.9 b) das Maximum $F_{\text{max}} = 1,1$ und die Breite 0,51 mV. Der Peak im Fanofaktor ist also für positive Spannungen schmaler und höher, was eine stärkere FES für einen 2D als für den 3D Emitter bedeutet. Dieser Vergleich wird im späteren Kapitel 4.4 zur Temperaturabhängigkeit weiter untersucht. Zunächst soll aber der Einfluss eines äußeren Magnetfeldes diskutiert werden.

4.3.2. Mit Magnetfeld

Die Effekte durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes wurden bereits im Kapitel 4.2 erläutert. Hier soll jetzt noch der Einfluss des Magnetfeldes auf die Rauschmessungen diskutiert werden. Für die Messungen wurde das Magnetfeld parallel zum Strom angelegt. Durch die starke Stromunterdrückung für den 2D Emitter waren Rauschmessungen im Magnetfeld für diese Polarität nicht möglich, weshalb sich die Diskussion in diesem Kapitel auf den 3D Emitter beschränkt.

In Abb. 4.10 ist die erste Stromstufe (oben) und gleichzeitig der Fanofaktor (unten) für Magnetfelder bis zu 14 T gezeigt. Sowohl im Strom als auch im Fanofaktor sieht man eine Aufspaltung aufgrund des Zeeman-Effektes ab einer Magnetfeldstärke von 6 T. Durch die Aufhebung des Spinentartung im Quantenpunkt gibt es nun zwei Zustände mit der Energiedifferenz $\Delta E = g\mu_B B$, sodass es nun zwei Resonanzen zwischen der Fermienergie des Emitters und des Quantenpunktes gibt. Es handelt sich hier also um spinabhängiges Rauschen durch die FES [79, 80]. In Abb. 4.10 zeigt sich eine Erhöhung des Fanofaktors durch die FES mit höherem Magnetfeld. Dies lässt sich durch die zusätzliche Quantisierung in den Zuleitungen erklären wodurch die effektive Dimensionalität reduziert wird und dadurch Wechselwirkungseffekte stärker ausgeprägt werden. Die Stärke der FES für verschiedene Spins zeigen dabei eine Abhängigkeit mit dem Magnetfeld [81]. Während für mittlere Magnetfeldstärken zwischen 6 T und 10 T der „erste“ Spin leicht höhere Werte im

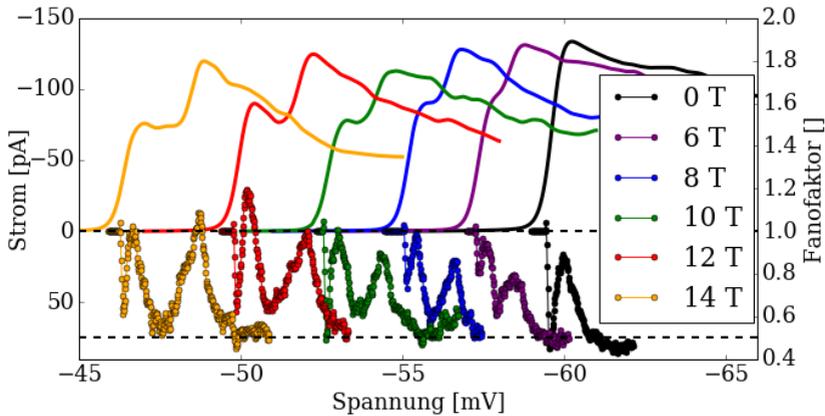


Abbildung 4.10.: Strom (oben) und Fanofaktor (unten) in der Nähe der Resonanz für verschiedene Magnetfelder in Abhängigkeit der Spannung. Der Emittor hat hier bei 0 T eine 3D Zustandsdichte, welche für höhere Magnetfelder effektiv zu einer 1D Zustandsdichte wird.

Fanofaktor zeigt, so sieht man für 14 T, dass die zweite Resonanz dominanter wird. Vergleicht man den Strom für 12 T und 14 T so erkennt man auch hier, dass die Überhöhung der ersten Stromstufe für 14 T schwächer ausfällt. In diesem Bereich wird das energetisch höherliegende Spinniveau entvölkert und es stehen in der Zuleitung nur noch eine Sorte von Spins zur Verfügung. Dies ist schematisch in Abb. 4.3 zu sehen. Aufgrund der verschiedenen Vorzeichen im g-Faktor für InAs und GaAs wird der energetisch günstigeren Spin (1. Resonanz) in den Zuleitungen zuerst entvölkert und dadurch der Strom reduziert. Für noch höhere Magnetfelder würde der erste Zeeman-Peak komplett unterdrückt werden und gleichzeitig der Peak durch die FES für den zweiten Peak sehr stark überhöht werden [27]. Die komplette Entvölkerung eines Spins in den Zuleitungen findet bei der hier abgeschätzten Ladungsträgerkonzentration erst oberhalb von etwa 16-17 T statt. Diese konnten in dem hier verwendeten Messaufbau nicht erreicht werden. Die Verstärkung der FES

durch die effektive Reduktion der Dimensionalität von 3D auf 1D lässt sich aber mit Abb. 4.10 gut demonstrieren.

4.4. Temperaturabhängigkeit

Im vorherigen Kapitel wurde beschrieben wie sich die FES durch Rauschmessungen nachweisen und für beide Stromrichtungen vergleichen lässt. Im Strom lässt sich die FES durch den charakteristischen Abfall des Peaks untersuchen. Dieser Abfall folgt einem Potenzgesetz und beschreibt den Verlauf für Spannungen oberhalb der Resonanz [19].

$$I(V) \propto \frac{1}{(V - V_D)^\gamma} \quad (4.5)$$

Dabei ist γ wieder der kritische Exponent der FES und V_D ist die Spannung bei welcher der Zustand des Quantenpunktes in Resonanz mit der Fermienergie kommt. Das Maximum des Stroms hängt bei der FES von der Temperatur und dem kritischen Exponenten ab:

$$I_{\max}(T) \propto T^{-\gamma} \quad (4.6)$$

Der erste Nachweis der FES in Nanostrukturen wurde anhand der Temperaturabhängigkeit der Stromüberhöhung an der Resonanz erbracht [20]. Dabei wurden ein Quantentopf mit diskreten Zuständen und zwei zweidimensionale Elektronengase gekoppelt und der Tunnelstrom gemessen. Der Aufbau der Probe ähnelt sehr den hier verwendeten Quantenpunktprobe. Anstelle von selbstorganisierten Quantenpunkten, dienen allerdings lokale Störstellen mit einer Energie unterhalb des niedrigsten Subband des Quantentopfes als Streuzentren. Dort kommt es zur FES, die zu einer starken Überhöhung des Stroms durch die Doppelbarrierenstruktur führt. Diese Überhöhung zeigt eine starke Abhängigkeit von der Temperatur, mit deren Hilfe sich die Stärke der FES bestimmen lässt.

4.4.1. Ohne Magnetfeld

Ein quantitativer Vergleich der beiden Stromrichtungen soll nun mit Hilfe einer Renormierungstheorie durchgeführt werden. Diese Theorie wurde erstmal von Frahm et. al. [82] veröffentlicht und nutzt aus, dass beide energieabhängigen Größen in Gleichung (4.5) und (4.6) mit dem kritischen Exponenten γ skalieren. Vergleichbare Theorien zu Renormierungsgruppen werden auch zur Beschreibung anderer Vielteilcheneffekte, wie z. B. dem Kondo-Effekt, verwendet [83]. In Abb. 4.11 a) und b) ist die erste Stromstufe ohne äußeres Magnetfeld für beide Richtungen in einen Temperaturbereich zwischen 0,4 und 1,5 K gezeigt. Die gestichelte Linie gibt die Resonanzspannung V_D , bei welcher sich alle Kurven kreuzen. Man erkennt sowohl eine Verbreiterung als auch eine schwächere Überhöhung der Stromstufe mit höheren Temperaturen. Außerdem verschiebt das Strom Maximum für höhere Temperaturen zu höheren absoluten Spannungswerten. Im Falle einer FES wurde die Abhängigkeit des Stroms von der Spannung zuerst von Frahm et. al. [82] beschrieben. Dabei wurde der Tunnelprozess auf ein Streuproblem von nicht wechselwirkenden Elektronen im Emitter mit linearer Dispersion zurückgeführt und mit Hilfe von Bosonisierung [84] gelöst. Da für das Tunneln bei der Resonanz nur die Elektronen nahe der Fermienergie eine Rolle spielen, ist eine lineare Dispersion selbst für 3D oder 2D Systeme eine gute Näherung. Für endliche Temperaturen erhält man schließlich [82]:

$$I(V, T^*) \propto \text{Im} \left[\left(\frac{iD}{\pi k_B T^*} \right)^\gamma \beta \left(\frac{1-\gamma}{2} - i \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e(V-V_D)}{k_B T^*}, \gamma \right) \right] \quad (4.7)$$

Hier ist β die Betafunktion, α der Hebelarm und D die Diffusionskonstante. Analog zu [82] werden anstelle der gemessenen Größen für Strom, Spannung und Temperatur skalierte Variablen eingeführt:

$$\tilde{I} = I \cdot T^{*\gamma} \quad (4.8)$$

$$\tilde{V} = \frac{e(V - V_D)}{k_B T^*} \quad (4.9)$$

$$T^* = \sqrt{\Gamma^2 + T^2} \quad (4.10)$$

Γ ist hier die intrinsische Verbreiterung durch die Tunnelbarrieren [57, 82]. Anstelle der gemessenen Temperatur T wird eine effektive Temperatur T^* verwendet. Diese bewirkt, dass selbst für $T = 0$ die Stromstufe immer noch eine endliche Breite hat. Durch die passende Wahl von γ und Γ lässt sich der Strom und die Spannung in Abb. 4.11 a) und b) so umskalieren, dass alle Kennlinien für die verschiedenen Temperaturen in der Nähe der Resonanzspannung übereinander liegen. Die Werte für γ und Γ sind dabei unterschiedlich für die beiden Richtungen und hängen von der Stärke der FES ab. Das Ergebnis ist in Abb. 4.11 c) und d) zu sehen. Man erkennt, dass alle Kurven mit verschiedenen Temperaturen im Bereich der Resonanz gut übereinander liegen. Der Nullpunkt der Spannungsskala wurde hier so gewählt, dass die Resonanzspannung $V_D = 0$.

Um die resultierende Kurve danach zu fitten, wird die Gl. (4.7) mit den skalierten Größen aus Gl. (4.8) und (4.9) kombiniert.

$$\tilde{I}(\tilde{V}) \propto \frac{1}{2\pi} \text{Im} \left[\left(\frac{iD}{\pi k_B} \right)^\gamma \beta \left(\frac{1-\gamma}{2} - i \frac{\alpha \tilde{V}}{2\pi}, \gamma \right) \right] \quad (4.11)$$

In dieser Formel ist die Temperaturabhängigkeit komplett absorbiert. Das Ergebnis ist in Abb. 4.11 c) und d) als gestrichelte schwarze Linie nach Gleichung (4.11) dargestellt. Dieser Fit enthält lediglich zwei Fitparameter; den Hebelarm α und einen Proportionalitätsfaktor, welcher unter anderem die Diffusionskonstante beinhaltet. γ und Γ wurden bereits im Schritt davor so gewählt, dass alle Temperaturen übereinander liegen.

Diese gingen in den Fit also als feste Werte ein. Man erkennt eindeutig, dass alle Temperaturen übereinander liegen und sich durch Gl. (4.11) beschreiben lassen. Damit konnte gezeigt werden, dass die FES für beide Stromrichtungen auftritt. Dabei ist für negative Spannungen der Emitter ein 3D und für positive Spannungen ein 2D System.

Das Ergebnis für den Hebelarm ist hier $\alpha = 0,327(13)$ für die negative Spannungsrichtung (Abb. 4.11 a) und $0,632(38)$ für die positive Richtung. Da es sich bei den beiden Stufen um Transport durch denselben Quantenpunkt handelt, würde man für ein ideales System in der Summe einen Hebelarm von 1 erwarten. Außerdem sollte aufgrund der niedrigeren Einsatzspannung für die positive Richtung der Hebelarm hier größer sein, als für die Negative. Das Ergebnis ist also konsistent und in sehr guter Übereinstimmung mit der Erwartung.

Die Werte für γ und Γ beschreiben die Stärke der Wechselwirkung. Durch Änderung der Stromrichtung kann hier zwischen einem 2D und 3D Emitter gewechselt werden. Allgemein werden Wechselwirkungseffekte in niedrigeren Dimensionen wichtiger, weshalb die FES oft bei hohen Magnetfeldern untersucht wird [85]. Durch das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes entsteht eine zusätzliche Quantisierung in den Zuleitungen, wodurch die Dimensionalität reduziert wird. Gleichzeitig hängt die Stärke der FES von der Asymmetrie der Tunnelbarrieren ab. Aus Gleichung (4.2) folgt, dass der Strom definiert wird durch die dickere Barriere, sodass auch die FES stärker ausgeprägt ist, wenn die Seite mit der dickeren Barriere in Resonanz kommt. Hier hat man nun ein System mit einer 2D Zuleitung und einer dünnen Barriere für positive Spannungen und eine 3D Zuleitung mit einer dickeren Barriere für negative Spannungen. Es lässt sich also direkt untersuchen welche der beiden Eigenschaften den größeren Einfluss auf die FES in diesem speziellen Fall hat. Aus Abb. 4.11 folgt $\gamma_{2D} = 0,233(18)$ und $\Gamma_{2D} = 59 \pm 14 \mu\text{eV}$ für die 2D Zuleitung. Für die 3D Zuleitung erhält man $\gamma_{3D} = 0,108(12)$ und $\Gamma_{3D} = 20 \pm 7 \mu\text{eV}$. Die Fehler von Γ scheinen auf den ersten Blick sehr

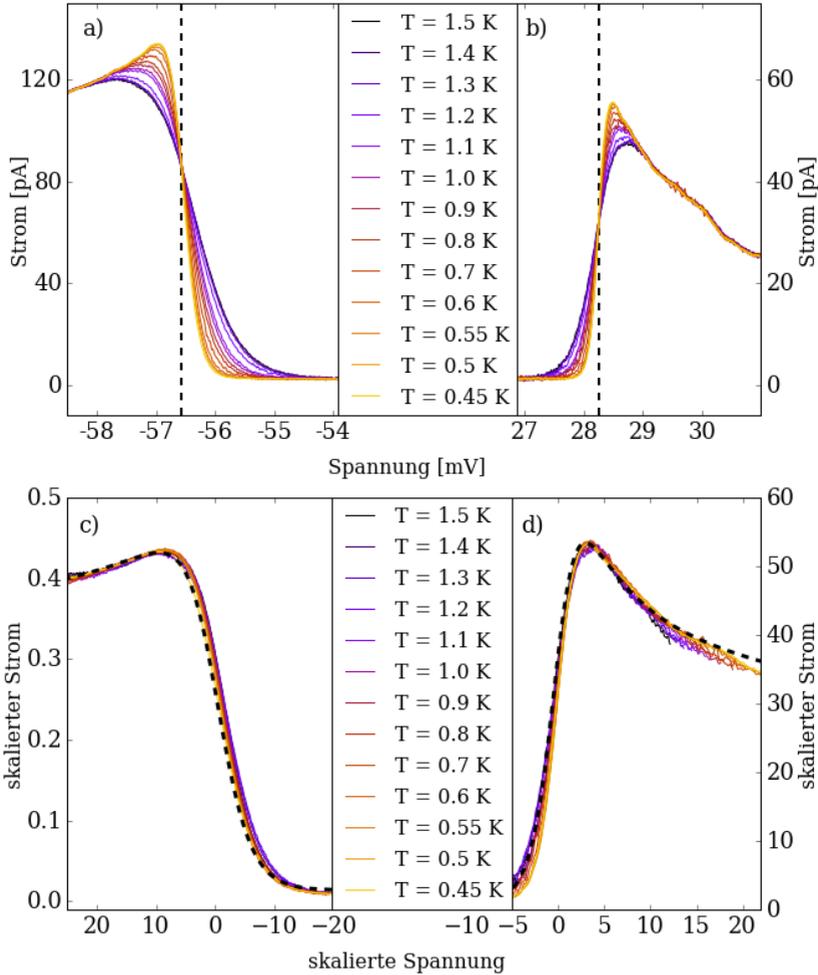


Abbildung 4.11.: a), b) Erste Stromstufe in beide Spannungsrichtungen für verschiedene Temperaturen bei $B = 0$ T. Die senkrechte schwarze Linie verläuft bei $V = V_D$. Hier kreuzen sich alle Kurven verschiedener Temperatur. c) und d) Ergebnis nach der Umskalierung von Strom und Spannung. Die Achsen für positive und negative Richtung sind dabei unterschiedlich skaliert aufgrund anderer Werte von γ und Γ . Alle Kurven verschiedener Temperaturen liegen im Bereich der Resonanz übereinander. Die gestrichelte Linie zeigt den Fit nach Gleichung (4.11).

groß zu sein, allerdings taucht Γ immer nur in Kombination mit der Temperatur auf und modifiziert diese. In Einheiten der Temperatur beträgt Γ für den 2D Fall $0,69(17)$ K bzw. $0,32(8)$ K für 3D. Sowohl der absolute Wert, als auch der Fehler sind also in ähnlicher Größenordnung wie die reale Temperatur T .

Anhand der Werte von γ und Γ lässt sich die Stärke der Wechselwirkung quantifizieren. Das Verhältnis zwischen diesen beiden Werten ist für die beiden Richtungen ähnlich und man erkennt eine deutliche Abhängigkeit der FES von der Dimensionalität der Zuleitung. Für die 2D Zuleitung ist die dünne Barriere in Resonanz mit dem Quantenpunkt; jedoch ist die FES hier stärker als für den 3D Fall mit der dicken Barriere. In der hier untersuchten Probe hat also die Dimensionalität der Zuleitungen einen größeren Einfluss auf die FES als die Dicke der Barrieren.

4.4.2. Mit Magnetfeld

Wie im Kapitel 4.3.2 gesehen, hängt die Stärke der FES von einem äußeren Magnetfeld ab und ist unterschiedlich ausgeprägt für die beiden Zeeman-Niveaus. Aufgrund der starken Stromunterdrückung wird wieder nur die Situation für die 3D Zuleitung untersucht. Dazu ist in Abb. 4.12 a) die erste Stromstufe bei 10 T und in Abb. 4.12 b) analog bei 13 T für verschiedene Temperaturen dargestellt. Durch die beiden Zeeman-Zustände im Quantenpunkt kommt es nun zu zwei Resonanzen in der Kennlinie. Die Formel (4.11) muss also um einen zweiten, analogen Term erweitert werden. Dieser ist wegen der Zeeman-Aufspaltung in der Spannung verschoben, sodass ein Faktor $V_{12} = V_{D1} - V_{D2}$ eingeführt werden muss. V_{D1} und V_{D2} sind dabei die Resonanzspannungen der einzelnen Spinzustände und sind jeweils durch die senkrechte Linie in Abb. 4.12 a) und b) zu sehen. Es wird angenommen, dass sowohl der Hebelarm α , wie auch die intrinsische Breite Γ für beide Spins gleich sind, da diese nur von der Probenstruktur abhängen und sich nicht durch

den Spin der Elektronen beeinflussen lassen. Beide sollen aber hier als freie Parameter in die Theorie eingehen und das Ergebnis am Ende mit den Werten von 0 T aus dem vorherigen Abschnitt verglichen werden, um eine eventuelle Magnetfeldabhängigkeit von Γ und α und sehen. Dagegen hängt die Stärke der FES, wie in Kapitel 4.4.2 gesehen, sehr stark vom Spin und auch vom Magnetfeld ab. Die beiden Terme besitzen also einen jeweils anderen Wert für den kritischen Exponenten γ . Auch die Proportionalitätskonstanten aus Gleichung (4.7) wird als unterschiedlich für beide Spinorientierungen angenommen.

Da die Werte für γ_1 und γ_2 unterschiedlich sind, ist nach Gleichung (4.8) auch der skalierte Strom \tilde{I} für die beiden Spins unterschiedlich. Die originale Kennlinie kann also nicht direkt für beide Spinzustände skaliert werden, sondern beide müssen separat analysiert werden. In der ersten Veröffentlichung zur Skalierung der FES [82] wurde ein Magnetfeld von 14,9 T und ähnliche Quantenpunkt Proben verwendet wie hier. Das sehr hohe Magnetfeld erlaubt zum einen eine klare Trennung zwischen den beiden Strompeaks und bewirkt auch gleichzeitig eine Verstärkung der FES. In den hier gezeigten Messungen ist gerade für 10 T eine starke Überlagerung beider Resonanzen zu sehen. Stark bedeutet hier, dass die Verbreiterung der ersten Stufe durch die Temperatur sich mit der der zweiten Stufe überlagert. Für eine exakte Anwendung der Theorie sollten die beiden Verbreiterungen klar getrennt sein. Demzufolge ergibt sich für die Analyse bei 10 T und 13 T eine zusätzliche Fehlerquelle.

In Abb. 4.12 b) und c) ist die Skalierung für den ersten Zeeman-Peak und in d) und e) für den zweiten Zeeman-Peak für die jeweiligen Magnetfelder gezeigt. Man erkennt, dass besonders in Abb. 4.12 b) für hohe Spannungen die Kurven schnell wieder voneinander abweichen. Hier zeigt sich bereits der Einfluss des zweiten Spins und die Skalierung ist nicht mehr exakt. Selbiges gilt für niedrige Spannungen in Abb. 4.12 d). Für 13 T sind die beiden Spins klarer getrennt aber

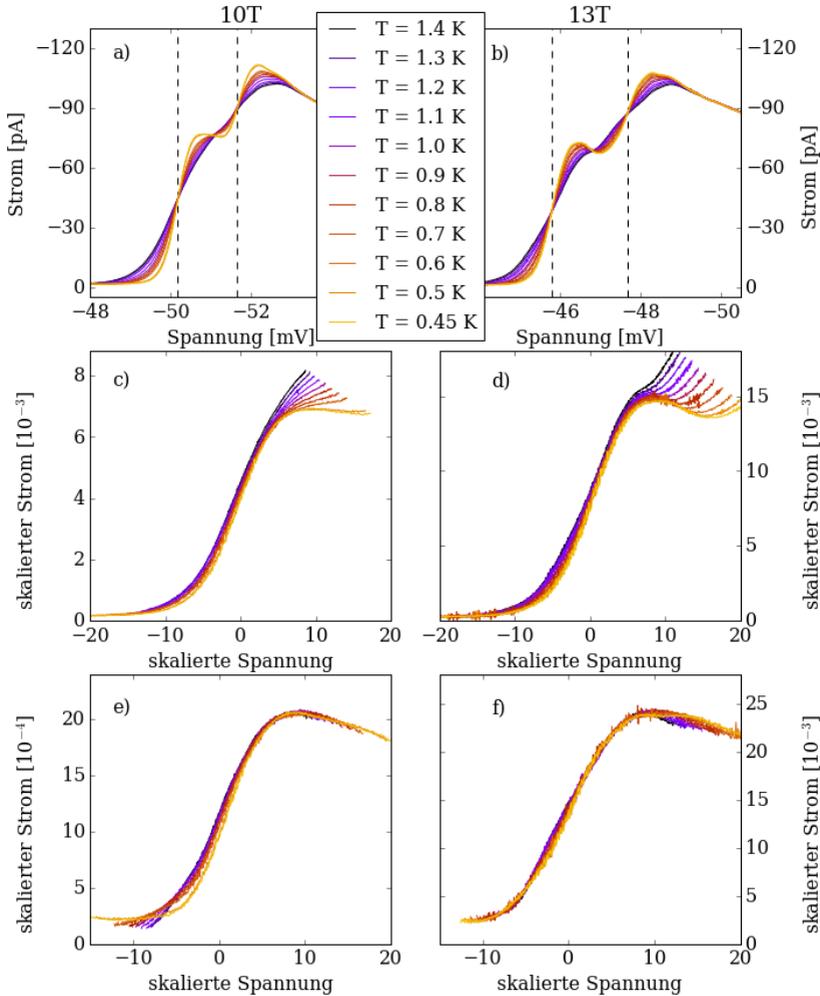


Abbildung 4.12.: Temperaturabhängigkeit der ersten Stromstufe für negative Spannungsrichtung (3D Emitter) bei 10 a) und 13 T b). Die gestrichelte Linie zeigt die Resonanzspannung der beiden Zeeman-Zustände. c) und d) Skalierung des ersten Zeeman-Zustandes. Analog, e) und f) Skalierung des zweiten Zeeman-Zustandes. Die Skala für den skalierten Strom unterscheidet sich aufgrund der verschiedenen kritischen Exponenten sehr stark.

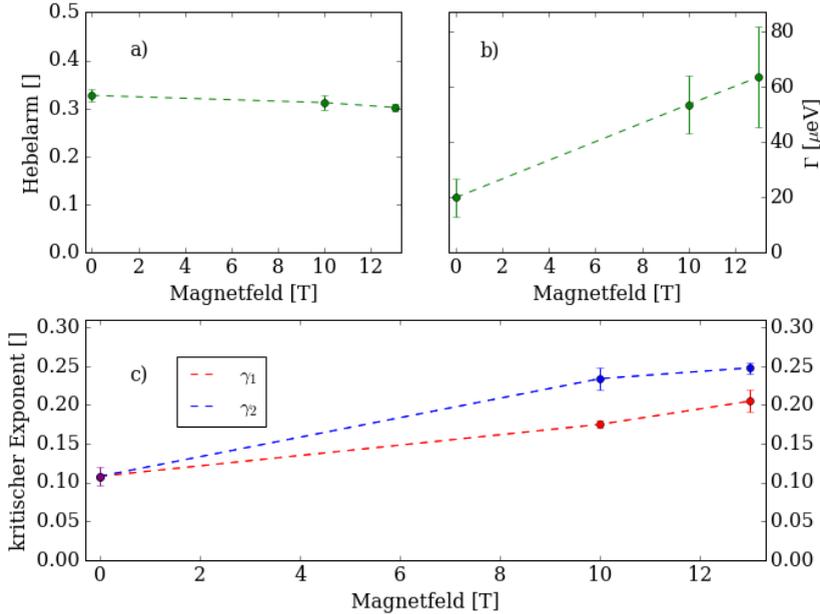


Abbildung 4.13.: a) Magnetfeldabhängigkeit des Hebelarms α . Der Hebelarm fällt mit steigendem Magnetfeld, aber die Änderung ist kleiner als 10%. b) Magnetfeldabhängigkeit der intrinsischen Breite Γ . Die intrinsische Breite steigt um einen Faktor 3 an für hohe Magnetfelder. c) Magnetfeldabhängigkeit des kritischen Exponenten γ für die beiden Zeeman-Zustände. Ohne Magnetfeld gibt es nur einen kritischen Exponenten weshalb die beiden Linien den gleichen Ursprung besitzen. Für höhere Magnetfelder wird die FES stärker und die kritischen Exponenten nehmen zu. Für Magnetfelder zwischen 10 T und 13 T ist die FES für den 3D Emitter vergleichbar stark wie bei dem 2D Emitter ohne Magnetfeld. Alle Ergebnisse wurden mittels Skalierung aus den Messungen aus Abb. 4.11 und Abb. 4.12 gewonnen.

auch hier sieht man stärkere Abweichungen im Vergleich zu 0 T aus Abb. 4.11. Für den Fall von 10 T ergeben sich Werte von $\alpha = 0,312(16)$ für den Hebelarm, $\Gamma = 54 \pm 11 \mu\text{eV}$ für die intrinsische Breite und $\gamma_1 = 0,176(5)$, $\gamma_2 = 0,234(14)$ für die beiden kritischen Exponenten. Für 13 T ergibt sich ein Hebelarm von $\alpha = 0,302(8)$, eine intrinsische Breite von $\Gamma = 64 \pm 18 \mu\text{eV}$ und für die beiden kritischen Exponenten $\gamma_1 = 0,205(14)$ und $\gamma_2 = 0,248(7)$. Die Ergebnisse für den Hebelarm α , intrinsische Breite und kritische Exponenten sind noch einmal grafisch in Abb. 4.13 für die drei Messpunkte (0 T, 10 T, 13 T) zu sehen. Dabei fällt auf, dass der Hebelarm mit Änderung des Magnetfeldes leicht abfällt. Die Änderung beträgt aber weniger als 10 % und kann damit im Rahmen der Genauigkeit auch als konstant angesehen werden. Dies wäre konsistent mit der Erwartung, dass der Hebelarm nur von dem Verhältnis der Barrieren abhängt, welches unabhängig vom Magnetfeld sein sollte. Allerdings kommt es bei höheren Magnetfeldern auch zu einer Änderung der Ladungsträgerdichte in den Zuleitungen, wodurch auch ein zusätzlicher Spannungsabfall über die Struktur entsteht. Dies könnte die Änderung des Hebelarms erklären. Die intrinsische Breite Γ zeigt einen starken Anstieg für höhere Magnetfelder. Allerdings ist diese Größe, wie bereits oben diskutiert, diejenige mit dem größten Fehler. Trotzdem erkennt man, dass die intrinsische Breite deutlich zunimmt. Ebenso zeigen die beiden kritischen Exponenten eine Änderung mit dem Magnetfeld zu höheren Werten. Die FES wird also wie erwartet stärker im Magnetfeld. Dabei ist γ_1 der Minoritätsspin (siehe Abb. 4.3, welcher für hohe Magnetfelder langsam entvölkert wird. Hier ist selbst für 13 T die FES des Spins noch stärker als bei 0 T. Die Entvölkerung findet, wie in Kapitel 4.3.2 beschrieben erst bei Magnetfeldern von 16-17 T statt. Eine klare Abhängigkeit der FES von dem äußeren Magnetfeld und damit von der effektiven Dimensionalität konnte aber hier bestätigt werden. Eine weitere Abhängigkeit der FES vom Magnetfeld soll im nächsten Kapitel untersucht werden.

4.5. Lokale Zustandsdichte Fluktuationen

In Kapitel 4.2 in Abb. 4.4 wurden bereits erste Fluktuationen im Strom bzw. Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Strom und Magnetfeld beobachtet. Im Folgenden soll nun die Ursache dieser Fluktuationen und deren Auswirkung auf die FES genauer untersucht werden. Diese Fluktuationen wurden nur für negative Spannungen, also für einen 3D Emitter, beobachtet. Ein Vergleich der beiden Spannungsrichtungen und eine mögliche Abhängigkeit der Dimension kann hier also nicht vorgenommen werden. Stattdessen beschränkt sich die Diskussion auf die 3D Zuleitung und hohe Magnetfelder.

In Abb. 4.14 a) ist skizziert wie die Zustandsdichte in einer 3D Zuleitung für die untersten drei Landau-Niveaus für eine festen Energie in Abhängigkeit des Magnetfeldes aussieht. Da durch die Ladungsträgerkonzentration bei der gemessenen Probe bereits bei 3 T das niedrigste Landau-Niveau erreicht wird, ist für diese Diskussion nur der blau markierte Bereich in Abb. 4.14 a) wichtig. In der Realität kann diese Zustandsdichte aber lokal variieren durch verschiedene Arten von Störstellen im Material. In Abb. 4.14 b) wird für die Zustandsdichte des Emitters eine wurzelförmige Abhängigkeit mit deutlichen Fluktuationen angenommen. Durch das Anlegen eines Magnetfeldes ändert sich die Fermienergie der Zuleitung, während das Quantenpunkt Niveau konstant bleibt (unter Vernachlässigung der Zeeman-Aufspaltung). Der Quantenpunkt ist nun also in Resonanz an einer anderen lokalen Zustandsdichte Abb. 4.14 c) (LDOS, englisch: local density of states). Durch das Anlegen einer Spannung kann die Verschiebung durch das Magnetfeld wieder ausgeglichen werden, sodass in Abb. 4.14 e) die gleiche lokale Zustandsdichte in Resonanz ist wie in Abb. 4.14 b). So entstehen Linien konstanter Steigung in der Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Spannung und Magnetfeld. Dieser Prozess ist reversibel und reproduzierbar, solange die Probe nicht aufgewärmt und wieder abgekühlt wird, da sich Störstellen

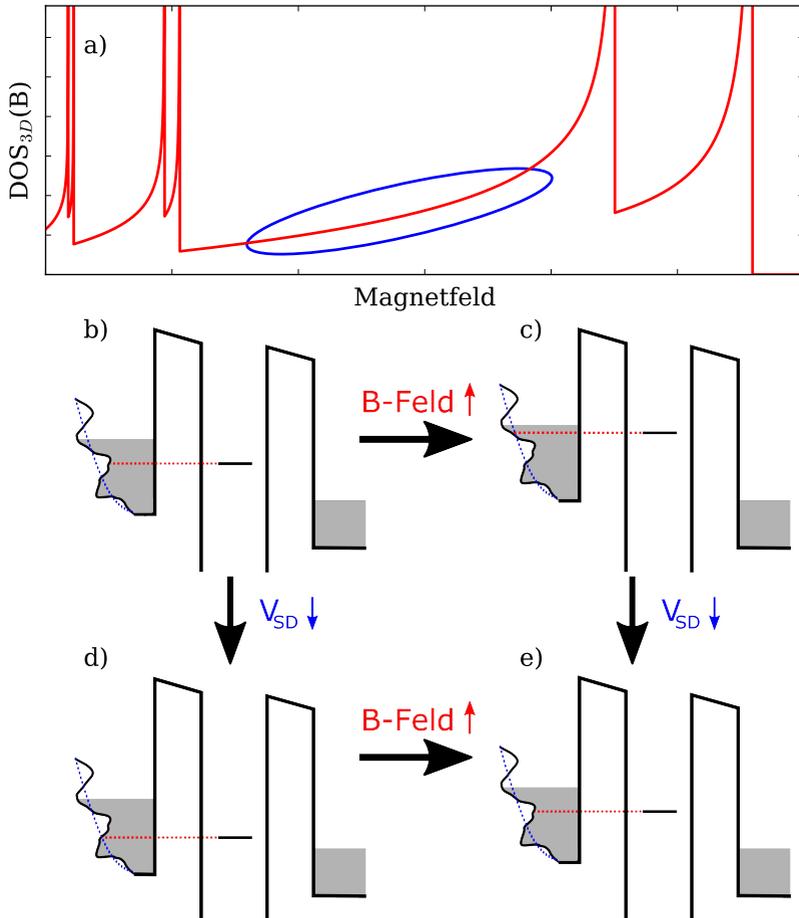


Abbildung 4.14.: a) 3D Zustandsdichte bei konstanter Energie für die niedrigsten 3 Landau-Niveaus in Abhängigkeit des Magnetfeldes. In den hier gezeigten Messungen spielt immer nur das niedrigste Landau-Niveau besetzt (blauer Bereich). Im Schema werden diese Effekte daher vernachlässigt. b) Niedriger Strom, da lokale Zustandsdichte (graue Fläche) an der Resonanzenergie (rot gestrichelt) gering ist. c) Änderung des Magnetfeldes bewirkt Verschiebung der Fermienergie. Strom wird größer, da mehr Zustände auf Emittenseite zur Verfügung stehen. d) Eine Absenkung der Spannung verschiebt die Fermienergie und damit die Resonanz. e) Durch passende Änderung der Spannung und Magnetfeld ist die Resonanz auf der Emittenseite wieder an der gleichen Zustandsdichte wie in a).

hierbei verschoben oder entladen können. Das Schema aus Abb. 4.14 ist nur gültig, solange durch Änderung des Magnetfeldes kein Landau-Level entvölkert oder neu besetzt werden, da es sonst zu Oszillationen der Fermienergie kommt. In der hier untersuchten Probe konnten allerdings keine solche Oszillationen aufgelöst werden, sodass das Schema das Problem ausreichend beschreibt. Einen analogen Fall findet man auch für den Tunnelprozess zwischen Quantenpunkt und Kollektor. Allerdings zeigt dieser Prozess eine andere Steigung in den Linien konstanter differentieller Leitfähigkeit. Während das Magnetfeld den gleichen Einfluss auf den Kollektor hat wie in Abb. 4.14, ändert sich die Richtung der Verschiebung des elektrochemischen Potentials durch das Anlegen einer Spannung. Die Steigung der Linien konstanter differentieller Leitfähigkeit durch die Kollektorseite hat also ein anderes Vorzeichen als durch die Emitterseite [86].

In Abb. 4.15 ist die differentielle Leitfähigkeit der ersten Stromstufe in Abhängigkeit von Magnetfeld und Spannung gezeigt. Die Spannung der einzelnen Kennlinien für verschiedene Magnetfelder wurde so angepasst, dass die Verschiebung der Einsatzspannung nach Abb. 4.4 ausgeglichen wird. Man sieht deutlich die Linien in der Leitfähigkeit mit positiver Steigung dB/dV . Linien mit negativer Spannung konnten nicht beobachtet werden. Dies deckt sich mit dem Probenaufbau, nach welchem auf der Emitterseite die dickere Tunnelbarriere ist und dadurch der Strom definiert wird. Diese Beobachtung deckt sich mit ähnlichen Experiment [86–88]. Dort konnten teilweise zwei Steigungen beobachtet werden, allerdings hat auch hier die Seite mit der dickeren Barriere die Messung dominiert und die entsprechenden Linien waren stärker ausgeprägt.

Es können nun aus Abb. 4.15 verschiedene Querschnitte untersucht werden. In Abb. 4.16 a) sind Messungen mit konstantem Magnetfeld dargestellt. Man erkennt starke Fluktuationen im Strom für alle Magnetfelder. Zur besseren Unterscheidbarkeit wurde ein konstanter Offset von

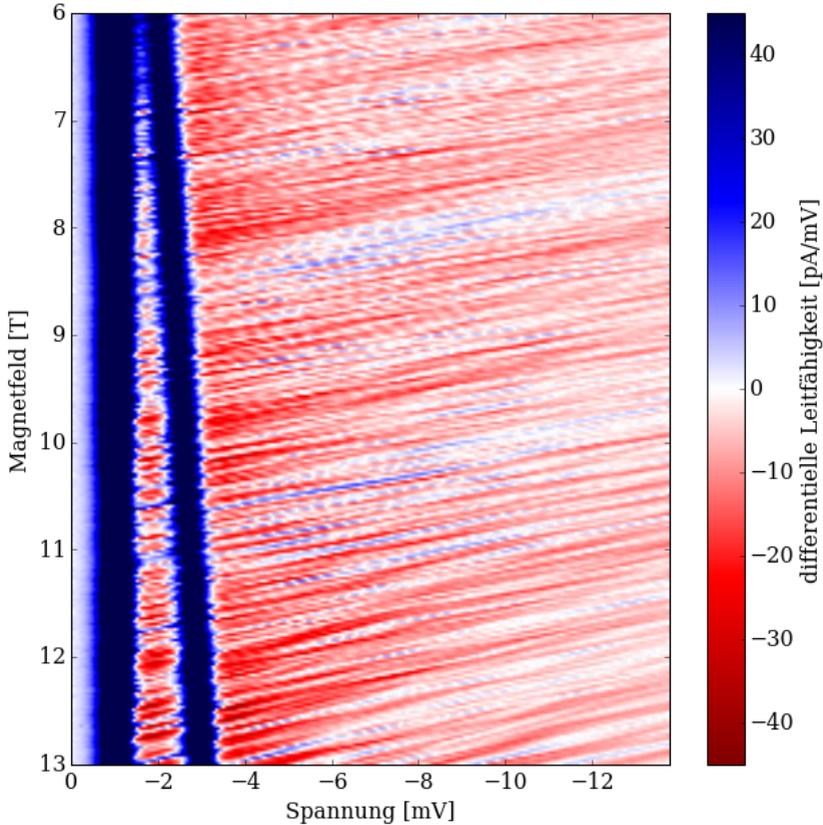


Abbildung 4.15.: Differentielle Leitfähigkeit für die erste Stromstufe in negativer Richtung in Abhängigkeit von Magnetfeld und Spannung. Die einzelnen Kennlinien verschiedener Magnetfelder wurden in der Spannung so verschoben, dass die Magnetfeldabhängigkeit der Einsatzspannung ausgeglichen wird. Die beiden blauen Linien mit positiver differentieller Leitfähigkeit zeigen die Resonanzspannung der beiden Zeeman-Zustände an. Aus der linearen Aufspaltung der Peaks lässt sich der g -Faktor des InAs Quantenpunktes berechnen. Für höhere Spannungen fällt der Strom ab und die differentielle Leitfähigkeit wird negativ. Die Linien konstanter negativer differentieller Leitfähigkeit entstehen durch Zustandsdichte Fluktuationen auf der Emmitterseite (vgl. Schema 4.14). Linien mit negativer Steigung dB/dV können nicht eindeutig identifiziert werden.

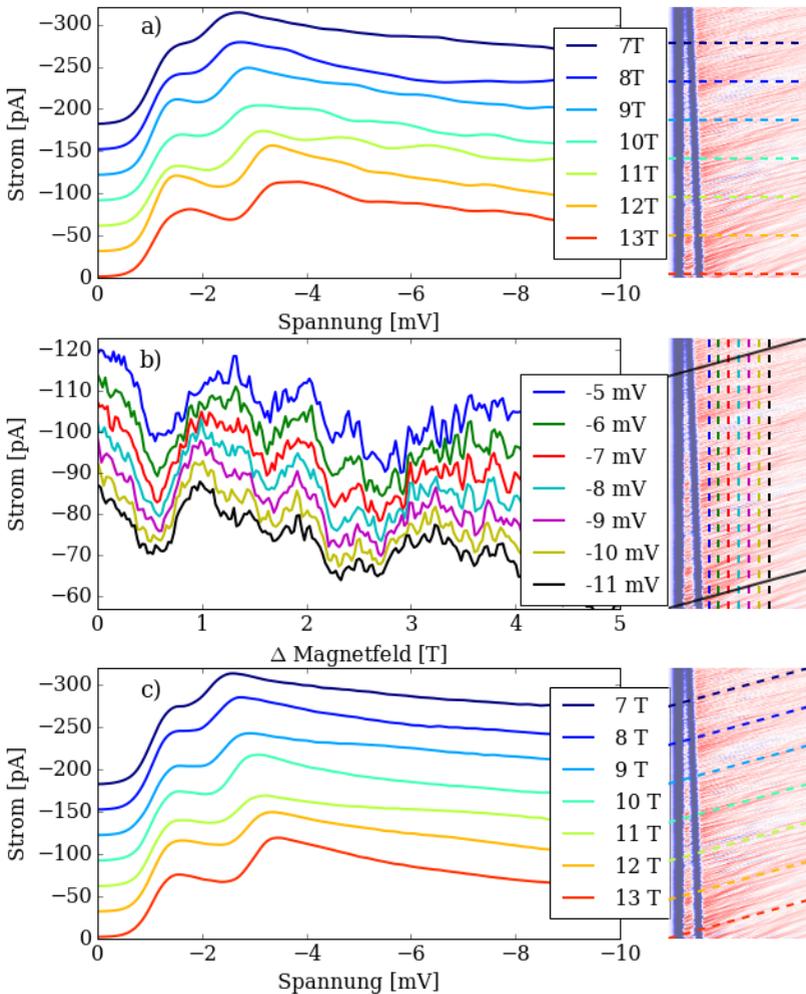


Abbildung 4.16.: a) Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder in 1 T Schritten bei 0,4 K. Die einzelnen Messungen haben einen konstanten Offset von 30 pA. b) Strom in Abhängigkeit des Magnetfeldes für eine konstante Spannung. Das Magnetfeld wurde so angepasst, dass die Fluktuationen übereinander liegen. Die durchgezogenen schwarzen Linien geben an, wo die einzelnen Messungen abgeschnitten sind. c) Messungen entlang einer Diagonalen mit der Steigung dB/dV . Die Fluktuationen im Strom sind verschwunden. Rechts daneben sind jeweils die Linien in Abb. 4.15 eingetragen.

30 pA im Strom zwischen den Kennlinien eingebaut. Die einzelnen Kurven sind jeweils in 1 T Schritten. Rechts daneben sind zur besseren Orientierung noch einmal die Linien in Abb. 4.15 eingetragen. Man erkennt deutlich die Zeemann-Aufspaltung für Spannungen zwischen -1 mV und -3 mV und die Fluktuationen im Strom bei höheren Spannungen für alle Magnetfelder. In Abb. 4.16 b) sind die Ergebnisse konstanter Spannung in Abhängigkeit des Magnetfeldes gezeigt. Hier sieht man die Fluktuationen durch die lokale Zustandsdichte. Im Vergleich zu Abb. 4.16 a) musste kein Offset eingebaut werden, da der Strom mit höherer Spannung abnimmt. Für ein 3D System ist der Abfall näherungsweise linear mit der Spannung [24], weshalb der konstante Abstand zwischen den einzelnen Kurven in Abb. 4.16 b) entsteht. Das Magnetfeld für die verschiedenen Kurven wurde so angepasst, dass die Fluktuationen direkt übereinander liegen und daraus die Steigung dB/dV bestimmt als 0.0718 T/mV. Dabei wurde die Kurve bei -6 mV (rot) zur Orientierung verwendet. Für alle anderen Kurven wurde die x -Achse entsprechend der Steigung angepasst. Die durchgezogene schwarze Linie gibt an, wo die jeweilige Linie abgeschnitten wurde. Für die beiden Spinorientierungen ist diese Steigung im Allgemeinen unterschiedlich [89]. Dies wird hier vernachlässigt, da die Steigungen sehr ähnlich sind und eine Zuweisung der Linien zu dem jeweiligen Spin sehr schwierig ist. Zuletzt sind Messungen entlang der Linien mit dieser Steigung in Abb. 4.16 c) dargestellt. Wieder wurde ein Offset von 30 pA zwischen den Kennlinien eingebaut. Diese haben im Vergleich zu den Originalmessungen aus Abb. 4.16 a) einen glatten Verlauf, da sich die Zustandsdichte lokal nicht ändert (siehe Abb. 4.14). Das Magnetfelder der Legende bezieht sich dabei auf das Magnetfeld bei einer Spannung von $V = 0$. In manchen der Kurven wurde eine deutliche Überhöhung des Stroms durch die FES gemessen, während andere Kurven einen typischen linearen Abfall zeigen. Besonders fällt der Vergleich zwischen den mittleren 3 Kurven auf (9 T, 10 T, 11 T). Die 11 T Kurve zeigt eine starke Überhöhung an der Resonanzspannung und fällt

für höhere Spannungen sehr stark ab. Hier fließt ein geringerer Strom. Im Vergleich zeigen die beiden anderen Kurven (9 T und 11 T) kaum eine Überhöhung an der Resonanz und den typischen linearen Abfall. Der Strom ist für höhere Spannungen aber vergleichsweise höher als für die 10 T Kurve, d. h. die 10 T Kurve hat weniger Zustände auf der Emitterseite zur Verfügung als die beiden anderen. Gleichzeitig ist die FES deutlich ausgeprägter. Ein ähnliches Verhalten lässt sich für weitere Beispiele beobachten. Es scheint also einen Zusammenhang zwischen der lokalen Zustandsdichte und der Wechselwirkung der Elektronen durch die FES zu geben. Aufgrund der Steigung dB/dV können die Fluktuationen eindeutig der Emitterseite zugeordnet werden. Diese Seite kommt in Resonanz mit dem Quantenpunkt und ist damit entscheidend für die FES.

Um die Stärke der FES zu bestimmen wurde die Messung aus Abb. 4.15 noch einmal bei 1,4 K durchgeführt. Die Fluktuationen der Zustandsdichte waren dabei sehr gut reproduzierbar. In Abb. 4.17 a) und b) sind zwei Messungen entlang einer Linie konstanter lokaler Zustandsdichte für 0,4 K und 1,4 K dargestellt. Beide Messungen befinden sich zwischen 10 T und 11 T. Also zwischen der gelben und hellgrünen Kurve aus Abb. 4.16 c). Das Magnetfeld bezieht sich dabei auf den Wert bei einer Spannung von 0 mV. Die Temperaturabhängigkeit zeigt sich für beide Fälle nur im Bereich der Resonanz. Für höhere Spannungen stimmen die Messungen perfekt überein. In Kapitel 4.4.1 wurde für 10 T und 13 T eine vollständige Analyse der FES mit Hilfe der Renormierungstheorie durchgeführt. Eine so detaillierte Beschreibung ist mit nur zwei Temperaturmessungen hier nicht möglich. Trotzdem lässt sich γ in grober Näherung aus der Temperaturabhängigkeit der Stromüberhöhung nach Formel (4.6) ermitteln. Der Wert für Γ wurde aus den Ergebnissen für 0 T, 10 T und 13 T aus Kapitel 4.4 empirisch linear genähert. Allerdings ist der Einfluss von Γ sehr gering, sodass selbst ein konstanter Wert für Γ keine qualitative Änderung des Ergebnisses bewirkte. Für ein Maß der

lokalen Zustandsdichte wurde der mittlere Strom für Spannungen zwischen -7 mV und -8 mV gewählt. In diesem Bereich hat die Temperatur keinen Einfluss auf den Strom. Ein hoher Strom ist also äquivalent zu einer hohen lokalen Zustandsdichte im Emitter.

Die Abhängigkeit vom kritischen Exponenten γ und der lokalen Zustandsdichte (LDOS) vom Magnetfeld sind in Abb. 4.17 c) gezeigt. Die beiden Beispiele aus Abb. 4.17 a) und b) sind zur Verdeutlichung als senkrechte gestrichelte Linie eingezeichnet. Man erkennt, dass für eine niedrige LDOS der kritische Exponent größer wird und umgekehrt. Es gibt also eine Antikorrelation zwischen der Stärke der FES und der Zustandsdichte an der Resonanz. Im Beispiel aus Abb. 4.17 a) erkennt man eine deutliche Stromüberhöhung bei tieferer Temperatur als im Beispiel aus Abb. 4.17 b). Um diesen Zusammenhang deutlicher zu machen, ist in Abb. 4.17 d) ein Streudiagramm zwischen γ und dem Strom, welcher die LDOS reflektiert, zu sehen. Die beiden Beispiele sind hier noch einmal extra farbig markiert. Alle Ergebnisse liegen dabei ungefähr auf einer Geraden mit negativer Steigung, was ein Zeichen für eine negative Korrelation ist. Die Messungen für Magnetfelder oberhalb von 12 T wurden hier vernachlässigt. Diese zeigen zwar auch eine Antikorrelation lassen sich aber nicht direkt mit den Messungen für Magnetfelder unter 12 T vergleichen. In Kapitel 4.3.2 wurde beobachtet, dass für Magnetfelder zwischen 12 T und 14 T ein Spin langsam entvölkert wird. Ebenso erkennt man in Abb. 4.15, dass die Linien konstanter lokaler Zustandsdichte für höhere Magnetfelder nicht mehr parallel sind, sondern eine höhere Steigung dB/dV besitzen. Hier befindet man sich also in einem anderen Regime als für Magnetfelder zwischen 7 und 12 T. Ein Beispiel für die Entvölkerung des Minoritätenspins ist in Abb. 4.18 zu sehen. Während bei 11,5 T beide Spins noch ähnlich ausgeprägt sind, wird ab 12 T der Spin bei niedrigerer Spannung langsam abgesenkt. Dieser Übergang lässt sich durch das Schema in Abb. 4.14 nicht erklären.

Nach Gleichung (4.7) gibt es keine direkte Abhängigkeit zwischen der

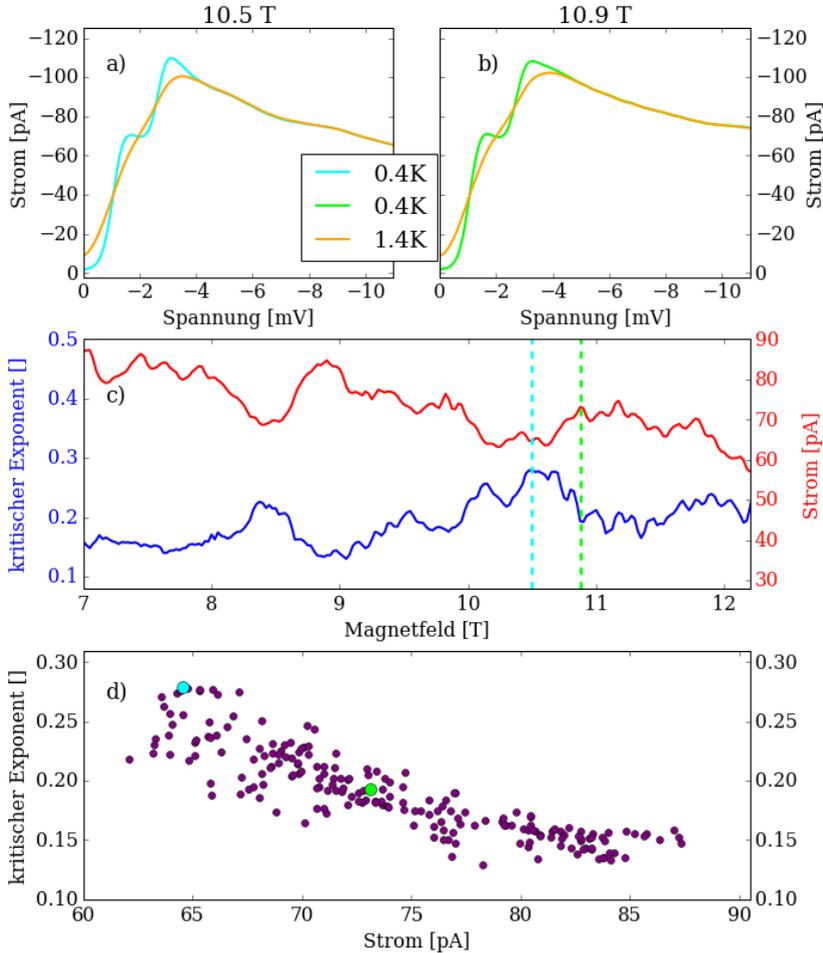


Abbildung 4.17.: a) Strom einer Diagonalen für 10,5 T und b) 10,9 T für zwei verschiedene Temperaturen. Deutliche Überhöhung des Stroms bei a) mit tieferer Temperatur im Vergleich zu b). c) Kritischer Exponent γ (blau) und Strom (rot) bei ca. -11 mV für verschiedene Magnetfelder. Der Strom wird für hohe Spannungen durch die lokale Zustandsdichte beeinflusst. Die hellblaue und grüne Linie markieren die Beispiele aus a) und b). d) Streudiagramm des kritischen Exponenten und des Stroms für Magnetfelder unterhalb von 12 T. Der hellblaue und grüne Punkt markieren die obigen Beispiele. Der kritische Exponent und die lokale Zustandsdichte sind antikorreliert.

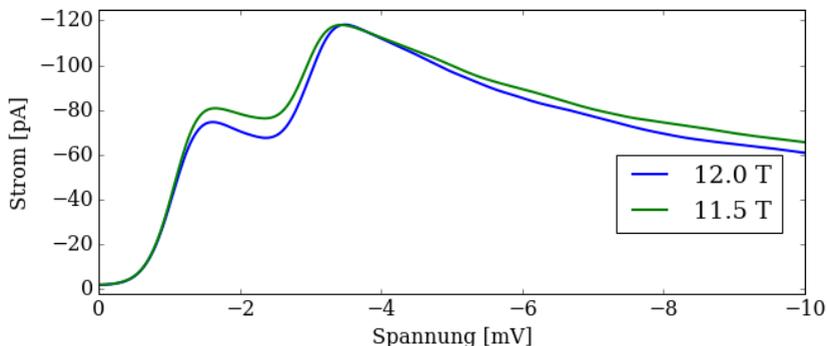


Abbildung 4.18.: Strom entlang einer Diagonalen für 11,5 T und 12 T bei 0,4 K. Für 12 T (blau) ist die Stufe bei niedriger Spannung bereits deutlich abgesenkt, wodurch auch der Strom für höhere Spannungen niedriger ist im Vergleich zu 11,5 T. Hier wird langsam der Minoritätenspin entvölkert.

LDOS und der Stärke der FES. In der dazugehörigen Theorie hängt der Strom nur von Streuzeiten bzw. Tunnelkopplungen ab [82]. Die Tunnelrate ist nach Fermis Goldener Regel für Tunnelprozesse direkt proportional zur Anzahl der zur Verfügung stehenden Elektronen; also zur Zustandsdichte. Die Streuzeit ist damit invers proportional zur Zustandsdichte. Für hohe Streuzeiten nimmt die Stärke der FES zu [19]. Anschaulich bewirkt eine Absenkung der Zustandsdichte, dass weniger Zustände zum Tunneln zu Verfügung stehen. Effektiv bedeutet dies eine dickere Barriere und somit, wie in Kapitel 4.4 diskutiert, eine stärkere Wechselwirkung. Analog bedeutet eine niedrigere Zustandsdichte, dass weniger Elektronen am Tunnelprozess mitwirken. Dadurch wird die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Teilchen dominanter. Derselbe Effekt wurde bereits in Kapitel 4.3.2 und 4.4.2 für hohe Magnetfelder beobachtet. Hier stehen nur noch Elektronen mit einem Spin zum Tunneln zur Verfügung und die Stärke der FES nimmt zu. Dieser Effekt konnte in abgeschwächter Form hier ebenfalls beobachtet werden. Zusammenfassend konnte ein direkter Zusammenhang zwischen der Zustandsdichte

auf der Emittersseite und der FES festgestellt werden.

4.6. Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Kapitel wurden Transportmessungen durch Einzelquantenpunkte diskutiert. Dabei wurde in magnetfeldabhängigen Messungen festgestellt, dass die beiden Zuleitungen unterschiedliche Dimensionen besitzen. Durch Änderung der Spannungsrichtung kann zwischen einem 2D und einem 3D Emitter gewechselt werden. Dies macht die hier verwendete Probe besonders, da der Einfluss der Dimensionalität der Zuleitungen auf das Tunneln durch einen Quantenpunkt studiert werden kann. Die 2D Zuleitung zeichnet sich durch eine lineare Verschiebung der Einsatzspannung und eine starke Unterdrückung des Stroms mit steigendem Magnetfeld aus. Im Fall der 3D Zuleitung wird der Strom dagegen kaum unterdrückt und eine deutliche Zeeman-Aufspaltung wird sichtbar.

Weitere deutliche Unterschiede in den Stromrichtungen wurden mit Hilfe von Rauschmessungen und Ratengleichungen untersucht. Dabei wurde für die 3D Zuleitung der typische lineare Abfall im Strom und lineare Anstieg im Fanofaktor mit steigender Spannung gemessen. Die dazugehörigen Tunnelraten für den Emitter und Kollektor liegen für kleine Spannungen oberhalb der Resonanz um einen Faktor 5 und für höhere Spannungen etwa ein Faktor 10 auseinander. Dadurch konnte klar die Asymmetrie der beiden Barrierendicken gezeigt werden. Bei der 2D Zuleitung kommt es dagegen zu einer Kreuzung der beiden Tunnelraten, bevor diese asymmetrischer werden. Gleichzeitig durchläuft der Fanofaktor ein Minimum von 0,5 bevor er für höhere Spannung wieder ansteigt. Der Schwerpunkt wurde auf das Verhalten des Rauschens in der Nähe der Resonanz gelegt. Dort kommt es zur einer Überhöhung des Fanofaktors durch die FES. Die Höhe des Fanofaktors gibt Aufschluss über die Stärke der FES. Diese war stärker ausgeprägt für den 2D Emit-

ter. Für den 3D Fall wurden zusätzlich Rauschmessungen im Magnetfeld durchgeführt und dort das spinabhängige Rauschen untersucht. Hier zeigte sich eine starke Abhängigkeit des Fanofaktors der zwei Zeeman-Zustände mit dem Magnetfeld und eine insgesamt stärkere Wechselwirkung, da die effektive Dimensionalität der Zuleitung mit dem Magnetfeld reduziert wird.

Eine genauere Analyse der FES wurde mit Hilfe einer Skalierungsmethode für beide Richtungen durchgeführt. Hier ergab sich für den kritischen Exponenten für den 3D Emitter $\gamma = 0,108$ und $\gamma = 0,233$ für den 2D Fall. Es konnte also eine deutliche Abhängigkeit der Dimensionalität von der Zuleitungen gezeigt wurde, während die Dicke der Barriere eine untergeordnete Rolle spielt. Durch das Anlegen eines Magnetfeldes konnte für den 3D Emitter bei 10 T und 13 T mit derselben Methode die Entwicklung der kritischen Exponenten gemessen werden. Dabei kam es durch die zusätzliche Quantisierung der Zuleitungen zu einem Anstieg der Wechselwirkung für beide Spinorientierungen.

Im letzten Teil wurden Fluktuationen in der lokalen Zustandsdichte in Abhängigkeit von Spannung V und Magnetfeld B gemessen. Hier ergaben sich Linien mit einer konstanter Steigung dB/dV in der Leitfähigkeit. Gleichzeitig wurde die Auswirkung der LDOS auf die FES untersucht. Hier wurde eine deutliche Antikorrelation festgestellt, sodass für eine geringe Anzahl an Zuständen im Emitter die Wechselwirkung durch die FES stärker ausgeprägt wird und umgekehrt.

5

Doppelquantenpunkte

In diesem Kapitel sollen Transport- und Rauschmessungen an Doppelquantenpunkten gezeigt und analysiert werden. Bei den charakteristischen Strom-Spannungskennlinien zeigen sich deutliche Unterschiede zum Einzelquantenpunkt. Bei den Doppelquantenpunkten tritt eine starke Abhängigkeit der Spannungsrichtung auf, aber im Gegensatz zu den Stufen beobachtet man scharfe Peaks im Strom in Abhängigkeit der Spannung. Der Schwerpunkt liegt in der Untersuchung dieser Strompeaks unter Änderung verschiedener Parameter. Zuerst werden Magnetotransportmessungen bei paralleler und senkrechter Magnetfeldorientierung untersucht. Darauf folgen temperaturabhängige Messungen mit einer anschließenden Diskussion über Phononen, welche wesentlich den Transport beeinflussen. Zuletzt werden noch Rauschmessungen an verschiedenen Strompeaks gezeigt, um dort das Bunching aus dem Grundlagen Kapitel 2.4.2 nachzuweisen. Dieser Effekt wird dabei auf seine Abhängigkeit von der Temperatur und des Magnetfeldes gemessen und diskutiert.

In Abb. 5.1 ist eine typische Kennlinie eines Doppelquantenpunktes dargestellt. Die Strompeaks treten nur bei positiven Spannungen auf, während bei für negativen Spannungen ein Diodenverhalten vorliegt. Diese Auffälligkeit konnte für mehrere Proben und Kontakte beobachtet werden und lässt sich durch die unterschiedliche Größe der Quantenpunkte erklären. Wie im Kapitel 3.1 beschrieben, sind die oberen Quantenpunkte in der Regel größer und besitzen daher eine niedrigere Grund-

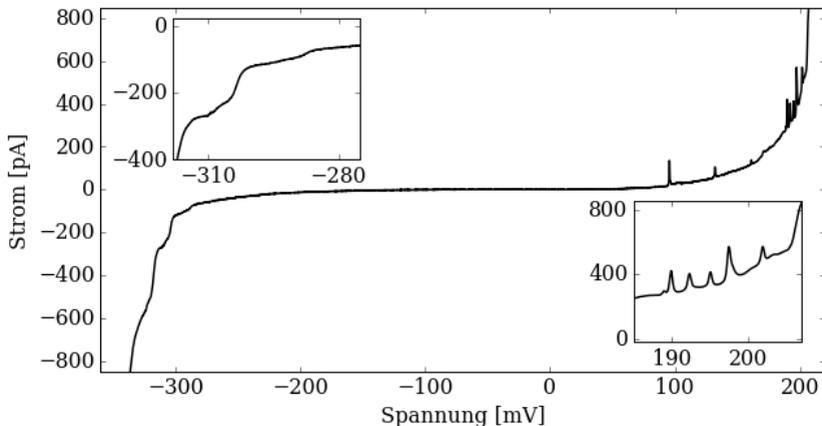


Abbildung 5.1.: Strom durch eine Doppelquantenpunktprobe in Abhängigkeit der Spannung. Für niedrige Spannungen fließt kein Strom. Für positive Spannungen kommt es zu Peaks (siehe Inset rechts). Die linke Seite zeigt vereinzelt Stufen (siehe Inset links). Der Hintergrundstrom steigt exponentiell an für hohe Spannungen.

zustandsenergie als die Unteren [33, 90]. Durch das Anlegen einer Spannung werden die beiden Niveaus unterschiedlich stark verschoben und es kommt wie in Kapitel 4.1 zu einer Resonanz, wenn das Vorzeichen der Spannung so gewählt wurde, dass die beiden Niveaus angeglichen werden. Es wurden für negative Spannungen auch kleinere Stufen im Strom gemessen (siehe Inset Abb. 5.1). Vermutlich handelt es sich dabei um sehr große Doppelquantenpunkte mit einer sehr dünnen mittleren Barriere. Für solch eine starke Kopplung verhält sich der Doppelquantenpunkt ähnlich wie ein Einzelquantenpunkt. Auch in positiver Richtung treten diese Stufen vereinzelt auf. In dieser Arbeit soll das Verhalten beim resonanten Transport durch einen Doppelquantenpunkt untersucht werden, weshalb im Folgenden immer nur die positive Spannungsrichtung mit den Strompeaks betrachtet wird. Eine ausführliche Untersuchung der beiden Richtungen an mehreren Doppelquantenpunktproben in Abhän-

gigkeit verschiedener Kopplungsstärken findet sich in der Diplomarbeit von D. Sarkar [91] oder Bachelorarbeit von F. Opiela [92]. Dort wurden drei Proben selbstorganisierter Doppelquantenpunkte mit einer mittleren Barriere von (3/5/7) nm untersucht. Bei starker Kopplung (3 nm) traten dort Stufen im Strom auf, wie bei einem Einzelquantenpunkt. Für 5 oder 7 nm wurden vor allem Peaks gemessen, welche bei 7 nm allerdings weniger stark ausgeprägt waren. In dieser Arbeit wird nur die Probe mit 5 nm mittlerer Barriere untersucht. Hier sind die zu untersuchenden Peaks in positiver Richtung stark ausgeprägt. Allerdings treten zusätzlich vereinzelt Stromstufen in beiden Richtungen auf. Wie bei den Einzelquantenpunkten entstehen die verschiedenen Strukturen in der Strom-Spannungskennlinie (Abb. 5.1) durch die vielen Doppelquantenpunkte die gleichzeitig zum Stromtransport beitragen. Eine Aussage über die Größe oder Position der Quantenpunkte ist daher nicht möglich. Auch eine eins zu eins Korrespondenz der Stufen in beiden Stromrichtungen ist hier nicht möglich.

5.1. Magnetotransport

Durch das Anlegen eines Magnetfeldes treten mehrere Effekte auf. Zum einen kommt es zu einer Zeeman-Aufspaltung der einzelnen Niveaus der individuellen Quantenpunkte und zum anderen beobachtet man eine Verschiebung der Fermienergie in den Zuleitungen. Auch hier werden Magnetfelder parallel und senkrecht zum Strom gemessen. Durch die Zeeman-Aufspaltung entstehen in jedem Quantenpunkt zwei Energieniveaus. Die Stärke der Aufspaltung hängt wie im Kapitel 4.2 beschrieben von der Richtung des Magnetfeldes aber auch von den spezifischen Quantenpunkten ab. Im Allgemeinen ist die Aufspaltung der individuellen Quantenpunkte unterschiedlich stark. Da beim resonanten Tunneln der Spin der Elektronen erhalten bleibt, kommt es trotzdem nur zu zwei und nicht zu vier Resonanzen im Doppelquantenpunkt. Man erwartet

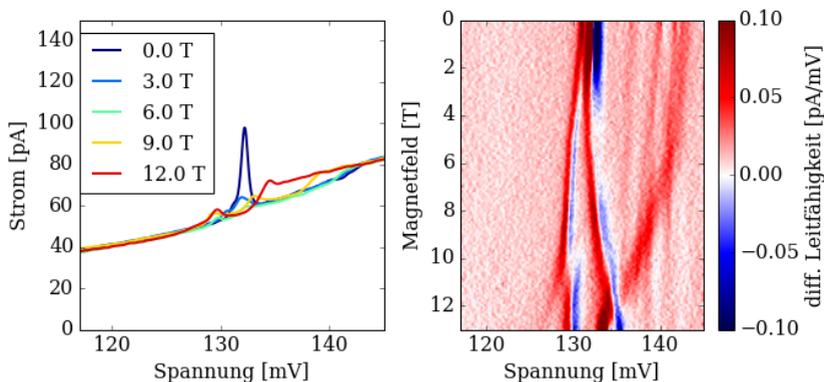


Abbildung 5.2.: Magnetotransport durch einen Doppelquantenpunkt für ein senkrechtes Magnetfeld. Links: Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder. Der Strompeak spaltet in zwei kleinere Peaks auf. Rechts: Differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Spannung und Magnetfeld.

also eine lineare Aufspaltung der Resonanz mit steigendem Magnetfeld [93]. Der Proportionalitätsfaktor ist dabei nicht direkt der g -Faktor für InAs, sondern ein effektiver g -Faktor. Dieser hängt von den g -Faktoren der betrachteten Quantenpunkte und vom Hebelarm zwischen den Barrieren ab. Da die Proben analog zu den Einzelquantenpunkten gewachsen wurden, ist davon auszugehen, dass für positive Spannungen eine 2D und für negative Spannungen ein 3D Emitter vorliegt.

Alle Messungen wurden bei 1,4 K durchgeführt. Abb. 5.2 zeigt eine Messung für unterschiedliche senkrechte Magnetfelder. Dabei ist links der Strom im Bereich der Resonanz für die entsprechenden Magnetfelder und rechts die differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit der Spannung und des Magnetfeldes dargestellt. Der einzelne Strompeak wird mit steigendem Magnetfeld durch den Zeeman-Effekt linear aufgespalten. Außerdem werden die beiden Peaks im hohen Magnetfeld stark unterdrückt und haben nach Abzug des Hintergrundes nur noch eine Höhe von 5 pA

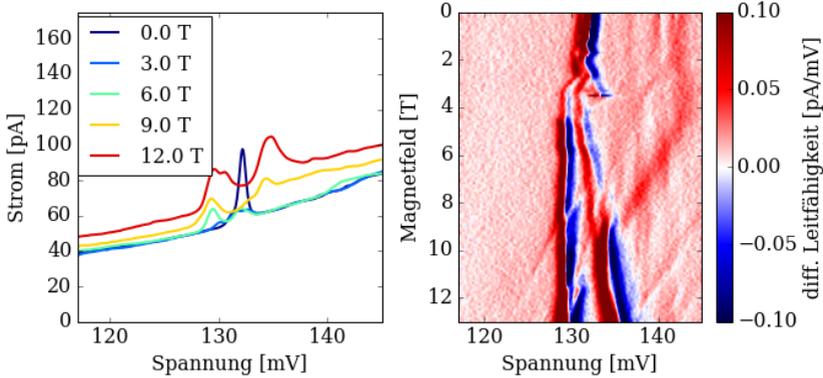


Abbildung 5.3.: Magnetotransport durch einen Doppelquantenpunkt für ein paralleles Magnetfeld. Links: Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder. Strompeak ebenfalls aufgespalten aber nicht so stark unterdrückt wie im senkrechten Fall. Rechts: Differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Spannung und Magnetfeld. Deutliche Oszillationen für kleine Magnetfelder unterhalb von 4 T.

bis 10 pA, während bei 0 T der Strom am Peak noch 50 pA höher ist als der Hintergrund. Es fällt auf, dass es zu keiner Verschiebung der Peakposition durch die Zuleitungen mit steigendem Magnetfeld kommt. Dies spricht dafür, dass die Fermienergie der Zuleitungen viel höher liegt als die Resonanz der Doppelquantenpunkte $E_{FE} > E_{D1}, E_{D2}$. Es wird angenommen, dass es sich hier um einen 2D Emitter handelt, woraus folgt, dass ein senkrecht zum Magnetfeld parallel zur 2D Fläche der Emitters orientiert ist und somit keine Landau-Quantisierung stattfindet.

Zum Vergleich ist in Abb. 5.3 derselbe Strompeak für ein Magnetfeld parallel zum Stromfluss dargestellt. Es fällt auf, dass der Hintergrundstrom ansteigt mit höherem Magnetfeld. Auch die aufgespaltenen Peaks werden zuerst unterdrückt wie im senkrechten Fall. Für Magnetfelder oberhalb von 6 T steigen diese aber deutlich an. Dies lässt sich durch die Landau-Quantisierung der 2D Zuleitung erklären, welche hier auftritt, da das Magnetfeld senkrecht zur Wachstumsrichtung (parallel zum

Strom) anliegt. Man erkennt deutlich eine Verschiebung der Fermienergie und Oszillationen in der differentiellen Leitfähigkeit, immer wenn ein Landau-Niveau in den Zuleitungen entvölkert wird. Diese Oszillationen können besonders in Abb. 5.3 für Magnetfelder unterhalb von 4 T beobachtet werden. Dies spricht dafür, dass sich die Zuleitungen der Doppelquantenpunktprobe, trotz des identischen Wachstumsprotokolls, unterscheiden, da sich für den Einzelquantenpunkt diese Oszillationen nicht gezeigt haben. Allerdings könnte auch die höhere Spannung, die bei den Doppelquantenpunkten angelegt wird, eine Rolle spielen. Besonders für ein 2D System, welches durch Verkipfung des Leitungsbandes entsteht (siehe Kapitel 3.1), hängt die Ladungsträgerkonzentration stark von der angelegten Spannung ab. Durch eine höhere Spannung entsteht eine stärkere Verkipfung und die Ladungsträgerkonzentration nimmt zu. Um die Abhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration der Zuleitungen von der angelegten Spannung zu simulieren, wurde die Bandstruktur wie in Kapitel 3.1 numerisch berechnet [55]. Dabei ergab sich für einen Doppelquantenpunkt mit einer negativen Spannung von -150 mV eine Ladungsträgerkonzentration von $2,9 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Wird die Spannung auf -60 mV reduziert (typische Spannung beim Einzelquantenpunkt), so beträgt die Ladungsträgerkonzentration $1,7 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$. Dies ist konsistent mit den hier beobachteten Oszillationen bei höheren Magnetfeldern. Der Anstieg des Hintergrundes mit dem Magnetfeld spricht für eine Verschiebung der Fermienergie, sodass effektiv eine höhere Spannung anliegt, analog zu den lokalen Zustandsdichte Fluktuationen bei den Einzelquantenpunkten (vgl. Kapitel 4.5). Aus der Periodizität der Oszillationen lässt sich die Ladungsträgerdichte der Zuleitungen bestimmen und mit den numerischen Bandstrukturberechnungen vergleichen. Dies wurde in [92] für die gleiche Probe berechnet. Die Elektronendichte wurde dort mit $3,0 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ angegeben. Dies entspricht in etwa dem numerischen Ergebnis von $2,9 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$.

Auch für die Doppelquantenpunkte wurden die g-Faktoren für die bei-

den Magnetfeldrichtungen bestimmt. Dieser berechnet sich aus der Differenz der Peakspannung V_{12} der beiden Spinzustände und dem Hebelarm α : $\Delta E = \alpha V_{12} = g\mu_B B$. Für den Hebelarm wurde ein Wert von 0,15 angenommen, welcher aus Ergebnissen anderer Arbeiten an der gleichen Doppelquantenpunktprobe entstand [75, 92]. Für die g-Faktoren ergaben sich für ein paralleles Magnetfeld ein Wert von 1,7 und für senkrechten Fall ein Wert von 2,3. Beide Werte sind deutlich größer als für die InAs Einzelquantenpunkte (vgl. Kapitel 4.2). Dort ergaben sich 0,75 für ein paralleles und 1,11 für ein senkrechtes Magnetfeld. Die Unterschiede in den absoluten Werten können durch die Abhängigkeit des g-Faktors von der Größe der Quantenpunkte erklärt werden. Da bei Doppelquantenpunkten der obere Quantenpunkt in der Regel größer ist, besitzt dieser einen anderen g-Faktor [72]. Außerdem entstehen in einem Doppelquantenpunkt gebundene Zustände, welche sich über beide Quantenpunkt ausdehnen und eine andere Magnetfeldabhängigkeit besitzen als die individuellen Einzelquantenpunkte [94]. Die Asymmetrie bzw. das Verhältnis der beiden g-Faktoren je nach Magnetfeldorientierung ist für die Doppelquantenpunkte ähnlich dem für die gleichgewachsenen Einzelquantenpunkte.

An den Magnetotransportmessungen erkennt man besonders die vielen Effekte die in den selbstorganisierten InAs Doppelquantenpunkte auftreten können. Die Aufspaltung der Strompeaks und die Oszillationen im parallelen Magnetfeld konnten für fast alle Kontakte gemessen und reproduziert werden. Vereinzelt sind aber auch weitere Effekte aufgetreten, wovon im Anhang A einige Beispiele diskutiert werden.

5.2. Temperaturabhängigkeit

In diesem Kapitel soll die Temperaturabhängigkeit eines Peaks untersucht werden. Die Messdaten wurden während der Bachelorarbeit von F. Opieal aufgenommen [92]. Es handelt sich dabei um dieselbe Probe

wie bisher diskutiert. In Abb. 5.4 a) ist die Kennlinie für einen Doppelquantenpunkt bei Temperaturen zwischen 1,5 K und 25 K zu sehen. Dabei fällt vor allem der hohe Anteil des Hintergrundstromes bei 15 K und besonders bei 25 K auf, welcher die Form des Peaks sehr stark beeinflusst. Deshalb wurde für die Analyse der Hintergrund von dem Gesamtstrom abgezogen, um nur den Anteil des resonanten Transport durch den Doppelquantenpunkt zu erhalten. Der Hintergrund in der Nähe des Peaks wurde in erster Näherung als linear im Bereich des Peaks angenommen. Da der Spannungsbereich des Peaks sehr klein ist, genügt hier eine lineare Näherung. Das Ergebnis ist beispielhaft für 4,8 K in Abb. 5.4 b) und für 15 K in Abb. 5.4 c) zu sehen. Durch Abzug des Hintergrundes werden die Strompeaks nahezu perfekt symmetrisch und können mit Hilfe einer Lorentz-Funktion [95] gefittet werden. Das Ergebnis des Fits ist für die beiden Temperaturen in Abb. 5.4 b) und c) als gestrichelte schwarze Linie dargestellt.

Mit Hilfe der Lorentz-Funktion können sowohl die Höhe als auch die Breite des Strompeaks in Abhängigkeit der Temperatur untersucht werden. Man erkennt deutlich einen Abfall der Peakhöhe bei gleichzeitiger Verbreiterung mit steigender Temperatur. Die Abnahme des Stroms mit steigender Temperatur könnte durch Elektron-Elektron-Wechselwirkungen erklären lassen [96]. Diese haben aber keinen Einfluss auf die Verbreiterung des Strompeaks mit steigender Temperatur. Die Fermiverteilung der Zuleitungen mit steigender Temperatur würde nur eine Rolle spielen, falls beide Quantenpunkte ($E_{D1} = E_{D2}$) und gleichzeitig eine der beiden Zuleitungen ($E_{FE/C} = E_{D1} = E_{D2}$) in Resonanz sind. Da dieser Abfall aber für alle Peaks und für alle Doppelquantenpunkte beobachtet wurde, kann dieser Fall ausgeschlossen werden. Auch der Hintergrund konnte erfolgreich abgezogen werden und dessen Einfluss ausgeschlossen werden. Die Veränderung der Peakform mit der Temperatur ist also auf Phononen zurückzuführen.

In Abb. 5.5 sind schematisch zwei Phononenprozesse dargestellt, die

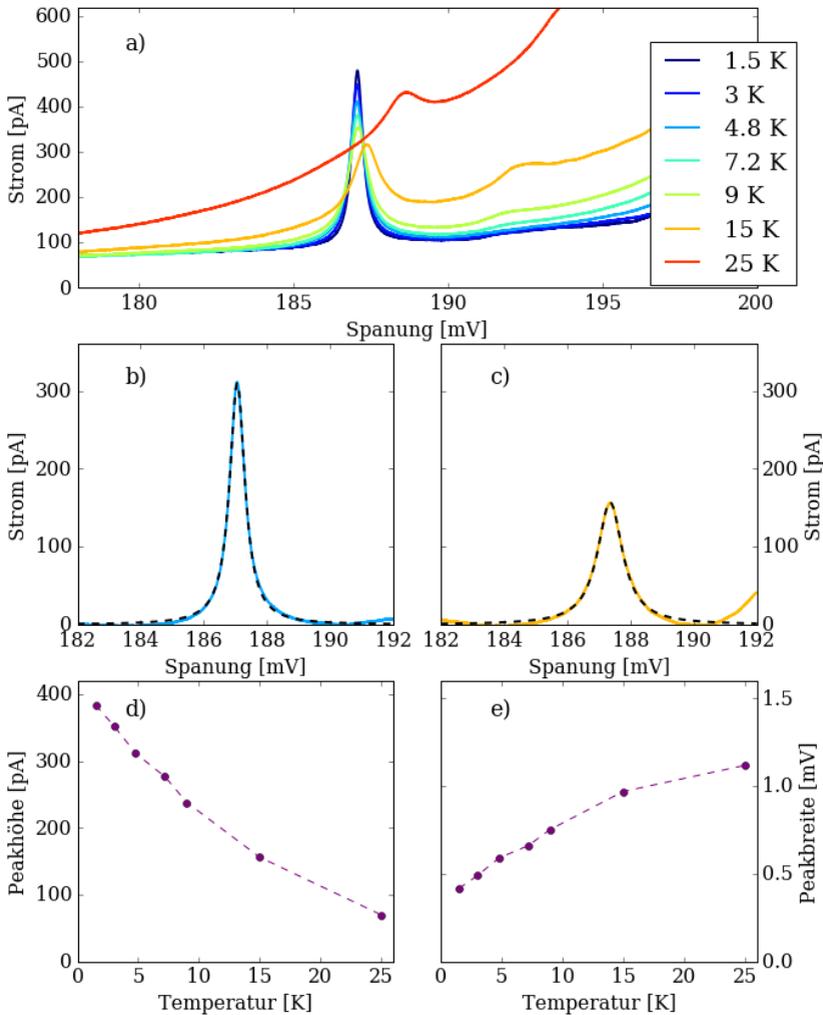


Abbildung 5.4.: a) Strom durch einen Doppelquantenpunkt für verschiedene Temperaturen zwischen 1,5 und 25 K. b) und c) Beispiel für den Strompeak nach Abzug des Hintergrundes für 4,8 K und 15 K. Die gestrichelte schwarze Linie ist ein Lorentz-Fit. Abhängigkeit der Peakhöhe d) und Peakbreite e) in Abhängigkeit der Temperatur.

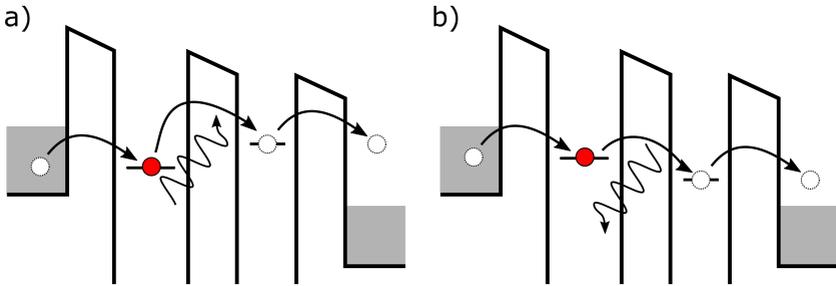


Abbildung 5.5.: Schematische Darstellung zum Einfluss der Phononen auf den Transport durch einen Doppelquantenpunkt. Obwohl die beiden Quantenpunkte nicht in Resonanz sind so kann die Energiedifferenz ΔE durch Absorption a) oder Emission b) eines Phonons ausgeglichen werden. So kann trotzdem ein Elektron den ersten Quantenpunkt verlassen und auf den zweiten tunneln. Die Anzahl der verfügbaren Phononen hängt von der Temperatur ab.

beim Transport durch einen Doppelquantenpunkt stattfinden können. Sind die Energien E_{D1} und E_{D2} der beiden Quantenpunkte identisch so kommt es zum Transport. Sobald $E_{D1} \neq E_{D2}$ kann es für $T=0$ keinen Transport geben. Für höhere Temperaturen kann die Energiedifferenz $\Delta E = E_{D1} - E_{D2}$ durch ein Phonon ausgeglichen werden. Für Spannungen kleiner als die Resonanzspannung ist $E_{D1} < E_{D2}$ muss ein Phonon absorbiert werden. Dieser Fall ist in Abb. 5.5 a) gezeigt. Für Spannungen oberhalb der Resonanzspannung ist $\Delta E < 0$ und es wird wie in Abb. 5.5 b) ein Phonon emittiert. Beide Prozesse besitzen die gleiche Wahrscheinlichkeit, weshalb der Strompeak selbst für hohe Temperaturen symmetrisch bleibt [97]. Für tiefe Temperaturen können zuerst nur akustische Phononen angeregt werden. Diese haben für kleine Energien eine lineare Dispersion [31]. Dieses Verhalten lässt sich auch für die Verbreiterung des Peaks mit steigender Temperatur beobachten. Für tiefe Temperaturen ist der Anstieg noch linear, bevor er ab 15 K langsam abflacht. Der Tunnelprozess durch einen Doppelquantenpunkt und die Verbreiterung des Peaks wird hier also hauptsächlich durch Phononen

gesteuert.

Die Verschiebung der Peakposition zu höheren Spannungen mit steigender Temperatur konnte für mehrere Peaks beobachtet werden. Selbst nach Abzug des Hintergrundes war die Verschiebung deutlich, sodass dieser als Ursache ausgeschlossen werden kann. An Einzelquantenpunkten wurde mit Hilfe von Ratengleichungen eine Verschiebung des maximalen Stroms im Falle von Tunneln durch spinentartete Zustände in Abhängigkeit der Temperatur gefunden [98]. Allerdings können Doppelquantenpunkte auch als Temperaturfilter verwendet werden [99, 100]. Da resonanter Transport nur in einem sehr schmalen Spannungsbereich auftritt, werden Zustände, die aufgrund der Temperatur eine höhere Energie besitzen vom Doppelquantenpunkt gefiltert. Möglicherweise kommt es bei höheren Temperaturen zu einer Änderung der Ladungsträgerkonzentration in den Zuleitungen, wodurch die Niveaus der einzelnen Quantenpunkte verschoben werden. Ähnlich wie ein Magnetfeld, würde dadurch ein erhöhtes elektrochemisches Potential entstehen, welches durch eine angelegte Spannung ausgeglichen werden muss. Da der Peak selbst für die höchsten Temperaturen noch symmetrisch ist, spielen Phononen für diesen Prozess keine Rolle.

5.3. Rauschmessungen

Das Schrotrauschen durch einen Doppelquantenpunkt unterscheidet sich stark von dem des Einzelquantenpunktes. Durch die zusätzliche Barriere setzt sich der Strom aus drei einzelnen Tunnelprozessen mit eigenen Tunnelraten zusammen. Dies bietet weitere Möglichkeiten einer Coulomb-Blockade. Außerdem spielt auch der Hintergrund hier eine größere Rolle als bei der Probe mit Einzelquantenpunkten. Hier ist es nicht möglich sich auf die erste Stromstufe zu beschränken, sodass man den Transport durch einen individuellen Quantenpunkt untersuchen kann. Stattdessen wird bei der Doppelquantenpunktprobe ein aus-

geprägter Peak im Strom für die Untersuchung des Rauschens betrachtet. Diese Peaks treten allerdings erst bei Spannungen auf, bei denen bereits ein Hintergrundstrom von ähnlicher Größenordnung fließt (siehe Abb. 5.1). Die Ratengleichung für den Fanofaktor des Einzelquantenpunkt aus Kapitel 4.3 muss für einen Doppelquantenpunkt modifiziert werden und man erhält [48]:

$$F = 1 - 8\Theta_E\Omega^2 \frac{4(\epsilon/\hbar)^2(\Theta_C - \Theta_E) + 3\Theta_E\Theta_C^2 + \Theta_C^3 + 8\Theta_C\Omega^2}{\left(\Theta_E\Theta_C^2 + 4\Theta_E(\epsilon/\hbar)^2 + 4\Omega^2(\Theta_C + 2\Theta_E)\right)^2} \quad (5.1)$$

Θ_E , Θ_C und Ω sind dabei die drei Tunnelraten und ϵ die Energiedifferenz der beiden individuellen Quantenpunkte. Liegen die beiden Energieniveaus energetisch weit auseinander geht der Fanofaktor gegen 1. Für $\epsilon = 0$ hat der Fanofaktor ein Minimum, welches kleiner als 1 ist. Einen Fanofaktor größer als 1 erhält man nur für den Fall, dass $\Theta_E > \Theta_C$. In diesem Fall ist der Quantenpunkt im Mittel von einem Elektron besetzt und es kommt durch die asymmetrische Kopplung an die Zuleitungen zum Bunching [101]. Die Überhöhung ist nach Formel (5.1) symmetrisch um $\epsilon = 0$ und ist stärker ausgeprägt, je asymmetrischer die beiden Tunnelraten Θ_E und Θ_C sind. Effekte wie Cotunneln [102], Relaxation im Doppelquantenpunkt [103] oder eine Doppelbesetzung der Zustände [104, 105] werden in Gleichung (5.1) nicht berücksichtigt. Durch die zusätzliche Tunnelrate in Formel (5.1) kann man durch Messung des Stroms und des Fanofaktors nicht alle Tunnelraten des Systems bestimmen. Dies war für den Einzelquantenpunkt möglich, da dort der Strom und Fanofaktor nur von zwei Größen abhing (siehe Abb. 4.7). Durch Transportmessungen im Mikrowellen-Regime lassen sich Tunnelraten im Doppelquantenpunkt bestimmen [101].

Eine erste Messung des Rauschens an Doppelquantenpunkten ist in Abb. 5.6 zu sehen. In a) zeigt der Strom (schwarz) drei deutliche Peaks in

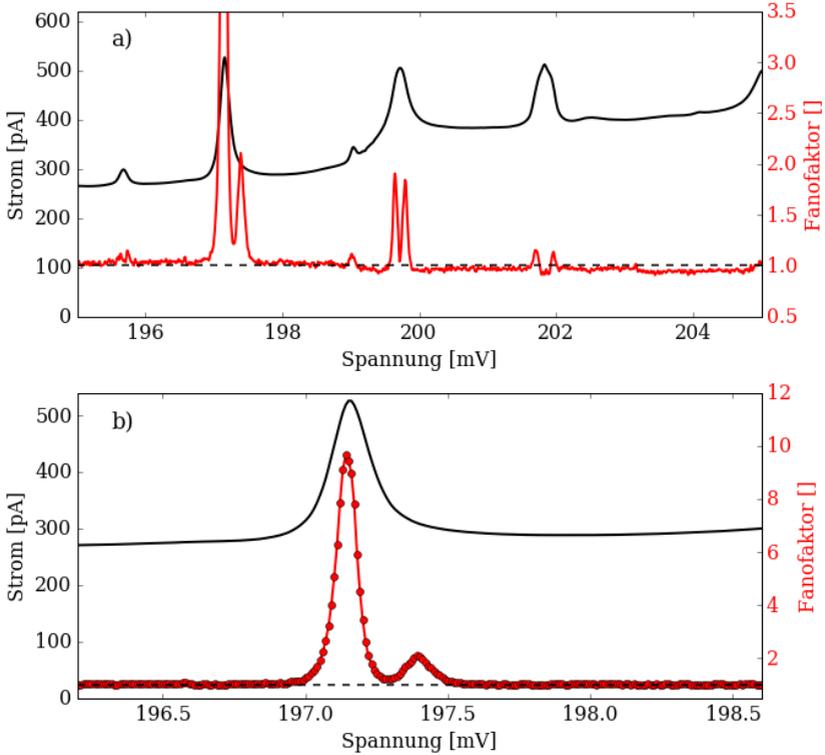


Abbildung 5.6.: Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) für Transport durch eine Doppelquantenpunktprobe. a) Strom und Fanofaktor über einen großen Spannungsbereich. Deutliche Peaks im Strom sind zu sehen, die Bunching-Effekte zeigen. b) Vergrößerung des Peaks bei 197 mV. Der Hintergrundstrom hat einen großen Beitrag von über 250 pA. Dort ist der Fanofaktor näherungsweise 1. Für höhere Spannungen fällt der Fanofaktor des Hintergrundes leicht unter 1 (siehe a). An dem Strompeak 197 mV kommt es zum Bunching und der Fanofaktor wird an der Flanke des Strompeaks stark erhöht. Die Überhöhung des Fanofaktors ist dabei sehr unterschiedlich zwischen den Peaks.

Abhängigkeit der Spannung. Dort findet jeweils resonanter Transport durch einen Doppelquantenpunkt statt. In den Bereichen dazwischen tunneln die Elektronen durch alle drei Barrieren direkt von der Emitter- zur Kollektorseite. Es gibt also effektiv nur eine Barriere und man erwartet einen Fanofaktor von 1. Dies zeigt auch die Messung des Fanofaktors (rot) über einen breiten Spannungsbereich und einem hohen Hintergrundstrom (> 200 pA) in Abb. 5.6 b). Man erkennt deutlich, dass der Fanofaktor für den Hintergrundstrom über den gesamten Spannungsbereich 1, bzw. mit steigender Spannung etwas unterhalb von 1, ist. Diese Abweichung lässt sich durch resonanten Transport durch einen der beiden Quantenpunkte erklären. Es ist möglich, dass in den Bereichen in denen es keine Resonanz zwischen beiden Quantenpunkten gibt, ein Elektron aus dem Emitter auf einen Quantenpunkt tunnelt und von dort direkt in den Kollektor. Hier hätte man dann Transport durch einen Einzelquantenpunkt mit sehr asymmetrischen Barrieren. In diesem Fall wird ein Fanofaktor nahe 1 erwartet. Besonders für hohe Spannungen sind kleinere Stufen im Strom zu sehen, die typisch für Transport durch einen Einzelquantenpunkt sind. Dort ist die Abweichung des Fanofaktors von 1 am größten, was ein weiteres Indiz für zusätzlichen Transport durch Einzelquantenpunkte im Hintergrundstrom ist.

In den Bereichen in denen resonanter Transport durch den Doppelquantenpunkt stattfindet erkennt man eine Erhöhung des Fanofaktors, teilweise deutlich größer 1. Hier findet das sogenannte Bunching statt, das in den Grundlagen in Kapitel 2.4.2 beschrieben wurde. Am Maximum des Stroms ist der Fanofaktor nahezu 1, während er für kleine Abweichungen der Spannung in beide Richtungen einen deutlichen Peak aufweist. Qualitativ zeigt sich dieser Effekt für alle drei gemessenen Peaks, jedoch ist die Stärke des Effekts deutlich unterschiedlich. Die Ursache hierfür könnte an den unterschiedlichen Größen der Quantenpunkte liegen, sodass die effektiven Barrieren deutlich variieren und somit die Tunnelarten zwischen dem schnellen und langsamen Kanal noch asym-

metrischer werden. Auch die Höhe des Strompeaks oder die Breite könnte eine Rolle spielen. Beides lässt sich aufgrund des hohen Hintergrundes und dem zum Teil Überlappen der Strompeaks schwer berechnen. Für eine genauere Analyse des Bunching wird deshalb im Folgenden ein Strompeak bei geringem Hintergrund und wenigen anderen Peaks in diesem Spannungsbereich gewählt.

In Abb. 5.7 b) ist ein Strompeak für drei verschiedene Temperaturen zwischen 0,4 und 1,4 K und darunter der dazugehörige Fanofaktor dargestellt. Zum besseren Vergleich wurden die Peaks in der Spannung in Abb. 5.7 b) so angepasst, dass die Verschiebung durch die Temperatur wie in Kapitel 5.2 gesehen, ausgeglichen wird. Im Gegensatz zu Abb. 5.6 beträgt der Beitrag des Hintergrundes nur etwa 20 pA. In Abb. 5.7 a) ist zur Erinnerung nochmal das Schema zum Bunching beim Transport durch einen Doppelquantenpunkt dargestellt. Da die untere Barriere der hier gemessenen Probe eine Dicke von 5 nm hat, während die beiden anderen nur eine effektive Dicke von 2-3 nm (siehe Kapitel 3.1) besitzen, ist die Bedingung für Bunching hier gut gegeben. Man erkennt eine deutliche Abhängigkeit des Rauschens mit der Temperatur. Während sich die Höhe und die Breite des Peaks im Strom bei einer Temperaturänderung von 1 K nur um etwa 10 % verändern, verdreifacht sich das Maximum des Fanofaktors. Außerdem sind die beiden Peaks im Fanofaktor sehr unterschiedlich in der Stärke. Diese Asymmetrie verblasst mit steigender Temperatur immer mehr und die Maxima des Fanofaktors werden symmetrischer. Sowohl die Asymmetrie im Fanofaktor, also auch die starke Abhängigkeit von der Temperatur, kann nicht durch Gleichung (5.1) erklärt werden. Möglicherweise gibt es zusätzlichen Transport durch andere Quantenpunkte in der Nähe des untersuchten Peaks, sodass die dortige Ladungsänderung und kapazitive Kopplung ein zusätzliches Bunching erzeugt [44, 49, 106]. Zusätzlich wurde in [46] im Bereich negativer differentieller Leitfähigkeit an Doppelnarrierestrukturen eine Erhöhung des Rauschens nachgewiesen. Außerdem wurden bereits im vorherigen

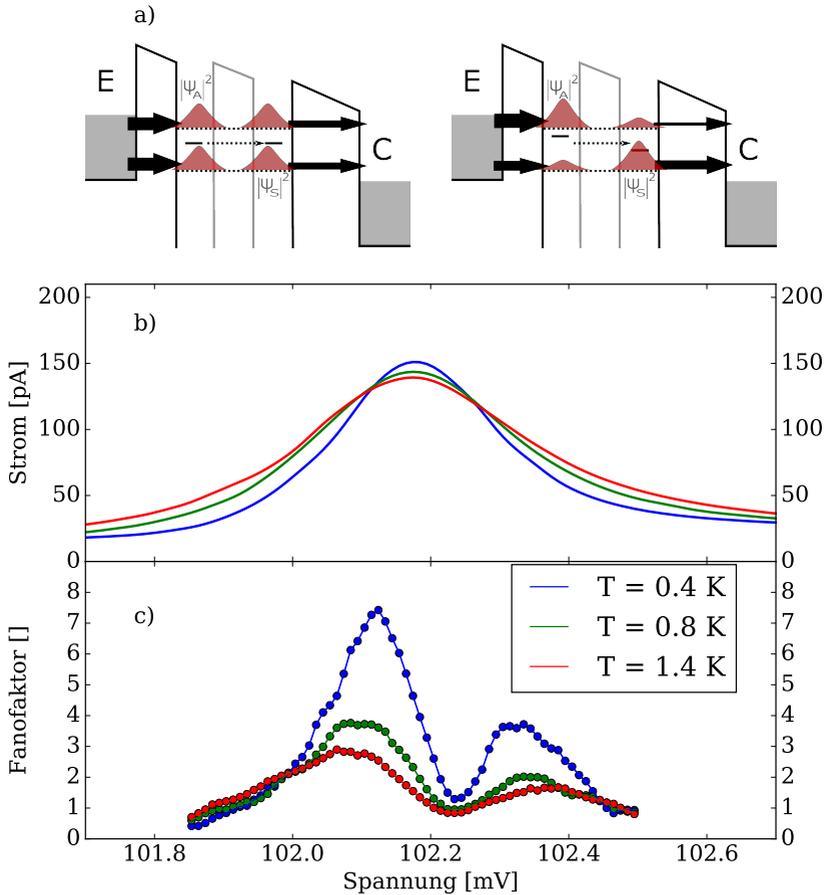


Abbildung 5.7.: a) Schematische Darstellung des Bunchings beim Transport durch einen Doppelquantenpunkt. b) Strom durch einen Doppelquantenpunkt für drei verschiedene Temperaturen. Die Kurven für die verschiedenen Temperaturen wurden zum besseren Vergleich so übereinander gelegt, dass das Maximum bei der gleichen Spannung ist. c) Der dazugehörige Fanofaktor für die drei Temperaturen. Deutliches Bunching für tiefe Temperaturen.

Kapitel Phononenprozesse (siehe Abb. 5.5) diskutiert, welche auch eine Auswirkung auf das Rauschen haben könnten. Dies zeigt sich vor allem darin, dass das Minimum des Fanofaktors um etwa $50 \mu\text{V}$ zu höheren Spannungen verschoben ist im Vergleich zu dem Maximum des Stroms. Dies konnte in der ersten Veröffentlichung zum Bunching in Doppelquantenpunkten [47] nicht beobachtet werden. Allerdings war die dort verwendete Schrittweite in der Spannung deutlich größer als hier, so dass dieser Effekt möglicherweise nicht aufgelöst werden konnte. Auch das Minimum des Fanofaktors fällt für alle hier gemessenen Temperaturen nicht unter 1. Im Gegensatz zu den Maxima im Fanofaktor zeigt der Wert des Minimums kaum eine Änderung mit der Temperatur. Dies deckt sich mit dem Ergebnis aus der Diplomarbeit von P. Barthold [107] und der Dissertation von N. Maire [62].

5.4. Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Kapitel wurden selbstorganisierte InAs Doppelquantenpunkte auf ihre Transport und Rauscheigenschaften untersucht. Für positive Spannungen kam es zu den erwarteten Peaks im Strom, während für die negative Spannungsrichtung Stufen, ähnlich wie bei den Einzelquantenpunkten, beobachtet wurden.

Der Schwerpunkt der Messungen lag auf der Untersuchung der Strompeaks. Diese zeigten im Magnetfeld eine Zeeman-Aufspaltung und Oszillationen in der Position für Magnetfelder parallel zum Strom. Die Form des Strompeaks wurde danach in Abhängigkeit der Temperatur gemessen. Hier kam es zu einer Verschiebung der Peakposition zu höheren Spannungen mit steigender Temperatur. Gleichzeitig wurde der Peak breiter und flacher. Während für die Verschiebung der Position noch weitere Untersuchungen nötig sind, lässt sich die Verbreiterung des Strompeaks durch Phononen erklären. Durch Absorption und Emission können dabei Tunnelprozesse zwischen den Quantenpunkten er-

möglichst werden, obwohl diese nicht in Resonanz sind. Da diese Prozesse die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen, lässt sich der Strompeak nach Abzug des Hintergrundstroms durch eine Lorentz-Kurve beschreiben.

Zuletzt wurden Rauschmessungen an Doppelquantenpunkten betrachtet. Durch Bunchingeffekte kam es zu einer Überhöhung des Fanofaktors an den Flanken der Strompeaks. Die Höhe des Fanofaktors für die beiden Flanken zeigte dabei ein sehr asymmetrisches Verhalten und eine starke Abhängigkeit mit der Temperatur. Außerdem ist das Minimum des Fanofaktors im Vergleich zum Maximum des Stroms zu höheren Spannungen verschoben.

6

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Rausch- und Transportmessungen an selbstorganisierten Einzel- und Doppelquantenpunkten analysiert. Der Schwerpunkt lag auf der Untersuchung von Wechselwirkungseffekten in Quantenpunkten und der Einfluss der Zuleitungen auf den Transport und das Rauschen.

Zunächst wurde an Einzelquantenpunkten der Strom in Abhängigkeit der Spannung und des Magnetfeldes für beide Stromrichtungen gemessen. Dabei zeigte sich je nach Spannungsrichtung ein deutlich unterschiedliches Verhalten für hohe Magnetfelder. Vor allem die Verschiebung der Einsatzspannung und die Unterdrückung des Stroms für hohe Magnetfelder ließen sich durch unterschiedliche Dimensionen in den Zuleitungen erklären. Eine Simulation der Bandstruktur wurde mit Hilfe einer numerischen Analyse zum Vergleich durchgeführt. Diese ergab, dass bei genügend hoher Verschleppung der Dotieratome während dem Wachstumsprozess eine 3D Zuleitung auf der Unterseite entstehen kann. Gleichzeitig entsteht auf der Oberseite beim Anlegen einer Spannung durch den Mangel an Ladungsträger eine 2D Zuleitung.

Diese unterschiedlichen Dimensionen in den Zuleitungen wurden danach auf ihren Einfluss auf die FES in Rauschmessungen untersucht. Durch die attraktive Wechselwirkung der Elektronen führt die FES zu einem klaren Peak im Fanofaktor an der Resonanz für beide Spannungsrichtungen. Dabei zeigte sich, dass die FES in der 2D Richtung stärker ausgeprägt ist. Dies wurde durch temperaturabhängige Messungen und

eine Skalierungstheorie noch zusätzlich bestätigt. Dabei war der kritische Exponent für die 2D Richtung um einen Faktor 2 größer als für die 3D Richtung, sodass eine starke Abhängigkeit der Dimensionalität der Zuleitungen gezeigt werden konnte. Dieses Verhalten wurde sowohl für das Rauschen als auch für die temperaturabhängigen Messungen ebenfalls im Magnetfeld beobachtet. Dort wurde durch die effektive Reduktion der Dimension von 3D auf 1D ein höherer Fanofaktor und ebenfalls ein größerer Wert für den kritischen Exponenten gemessen.

Zuletzt wurde zusätzlich der Einfluss der lokalen Zustandsdichte auf die Wechselwirkung erforscht. Im Magnetotransport zeigten sich für die 3D Richtung im parallelen Magnetfeld Linien mit konstanter Steigung in der differentiellen Leitfähigkeit. Dabei ergaben sich für die verschiedenen Linien Unterschiede in ihrer Temperaturabhängigkeit der Stromüberhöhung an der Resonanz durch die FES. Es wurde gezeigt, dass für eine niedrige lokale Zustandsdichte im Emitter die FES stärker ausgeprägt ist und umgekehrt. Die Wechselwirkung wird also bedeutender je weniger Teilchen am Transport beteiligt sind. Zusammenfassend wurde in dieser Arbeit ein starker Einfluss der Zustandsdichte auf die Wechselwirkung in einem Quantenpunkt beobachtet.

Im zweiten Teil wurden InAs Doppelquantenpunkte untersucht. Aufgrund der zusätzlichen Kopplung an einen diskreten Energiezustand, kommt es nur zum resonanten Transport, wenn beide Quantenpunkte in Resonanz sind. Dies führt zu scharfen Peaks im Strom in Abhängigkeit der Spannung. Diese zeigen Oszillationen in ihrer Position mit steigendem Magnetfeld, sodass eine höhere Ladungsträgerdichte in den Zuleitungen vorliegt als bei der analog gewachsenen Einzelquantenpunktprobe. Die Bandstruktur wurde daher für die Doppelquantenpunkte numerisch berechnet und typische Spannungen verwendet. Dort zeigte sich eine starke Änderung der Ladungsträgerkonzentration bei höherer angelegter Spannung, sodass die unterschiedliche Ladungsträgerkonzentration erklärt werden konnte.

Ein weiterer großer Unterschied zu den Einzelquantenpunkten ist der Einfluss von Phononen, die den Transport durch einen Doppelquantenpunkt maßgeblich beeinflussen. Dies konnte in der Temperaturabhängigkeit der Peakverbreiterung gezeigt werden. Außerdem wurde das Rauschverhalten untersucht. Hier kam es durch die asymmetrische Kopplung an die beiden Zuleitungen zum Bunching an den Flanken des Peaks. Hier wurde ein Fanofaktor weit größer als 1 gemessen. Die Überhöhung der beiden Flanken war dabei unterschiedlich stark ausgeprägt. Dieses Verhalten war für mehrere Peaks zu beobachten. Im Hintergrund wurde dagegen ein Fanofaktor von 1 gemessen. Dort ist das Bild von unabhängigen Elektronen, die durch eine einzelne Barriere tunneln gültig.



Anhang

Im Anhang sollen Messungen an Doppelquantenpunkten gezeigt werden, die sich im Laufe der Arbeit ergeben haben. Besonders in Abhängigkeit von hohen Magnetfeldern kam es zu einer starker Überlagerung von mehreren Effekten, welche schwer zu unterscheiden sind. Einige auffällige Ergebnisse sollen hier diskutiert werden.

Fermikantensingularität

In Abb. A.1 ist eine Messung im senkrechten Magnetfeld für einen anderen Kontakt derselben Doppelquantenpunktprobe dargestellt. Dort ist bei 180 mV und 0 T ein deutlicher Peak zu sehen. Bei 185 mV dagegen ist eine Stufe im Strom erkennbar, was auf einen stark gekoppelten Doppelquantenpunkt in der Nähe hindeutet. Im Magnetfeld wird der Peak unterdrückt, während die Stromstufe zu niedrigeren Spannungen schiebt und eine starke Überhöhung zeigt. Bei 12 T erreicht der Strom ein Maximum von über 1,6 nA und ist damit um einen Faktor 10 größer als noch bei 0 T. Die starke Überhöhung deutet auf eine Wechselwirkung durch die Fermikantensingularität wie im Einzelquantenpunkt hin. Allerdings wurden dort keine so starken Überhöhungen gemessen. Ursachen könnten zum einen die bereits diskutierte Ladungsträgerdichte in den Zuleitungen sein. In Kapitel 4.5 wurde eine starke Abhängigkeit der FES von den verfügbaren Zustände im Emitter gezeigt. Zum anderen könnte die Größe des Quantenpunktes oder die zusätzliche Kopplung ei-

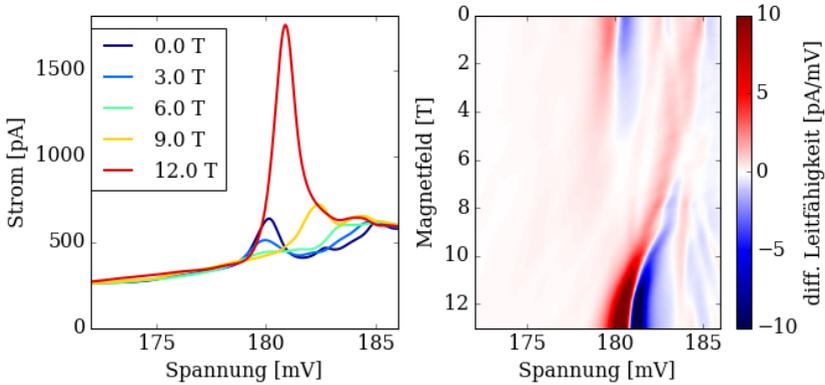


Abbildung A.1: Magnetotransport durch einen Doppelquantenpunkt für ein senkrechtes Magnetfeld. Links: Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder. Für hohe Magnetfelder kommt es zu einer deutlichen Überhöhung des Stroms. Rechts: Differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Spannung und Magnetfeld. Man beachte, dass die Farbskalerung der diff. Leitfähigkeit um einen Faktor 100 größer ist als in Abb. 5.2.

ne Rolle spielen. In anderen Veröffentlichungen wurden ähnlich starke Überhöhungen in Einzelquantenpunkten erst bei Magnetfeldern oberhalb von 20 T und 500 mK gemessen [27], während hier 12 T und 1,4 K ausreichend sind. Die Probe eignet sich also sehr gut zur Untersuchung der FES.

Lokale Zustandsdichte

Auch für negative Spannungen wurden Stufen im Strom gemessen. In Abb. A.2 ist ein Beispiel für diese Stufen im parallelen Magnetfeld dargestellt. Aufgrund des Wachstumsprotokoll ist für die negative Spannungsrichtung ein 3D Emitter vorhanden. Da die Barrieren insgesamt dicker sind, ändert sich auch die Einsatzspannung für diese Stufen deutlich im Vergleich zum Einzelquantenpunkt. Während für den Einzel-

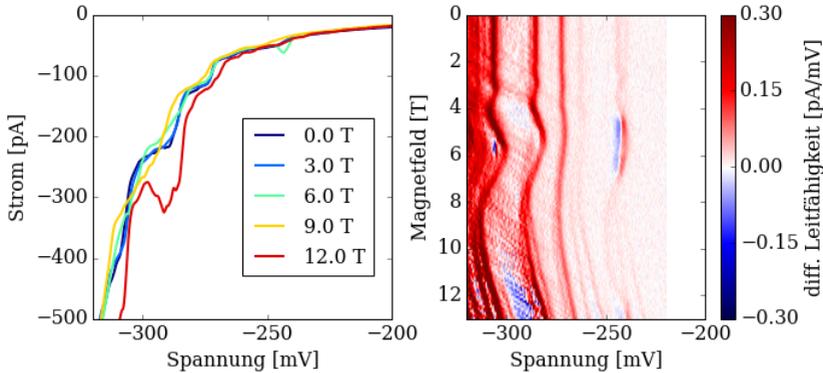


Abbildung A.2.: Magnetotransport durch einen Doppelquantenpunkt für ein paralleles Magnetfeld in negativer Spannungsrichtung. Links: Strom in Abhängigkeit der Spannung für verschiedene Magnetfelder. Deutliche Stufen im Strom. Rechts: Differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Spannung und Magnetfeld. Starke Oszillation der Stufen und lokale Zustandsdichte Fluktuationen sind deutlich zu sehen.

quantenpunkt Einsatzspannungen von etwa -60 mV typisch sind, treten hier erste Stufen erst bei -200 mV auf. Ein deutlicher Unterschied sind die starken Oszillationen mit steigendem Magnetfeld, welche für den Einzelquantenpunkt für Magnetfelder oberhalb von 2 T nicht mehr aufgetreten sind. Dies spricht wiederum dafür, dass die Ladungsträgerkonzentration hier höher ist im Vergleich zur Einzelquantenpunktprobe. Dies kann wieder durch die Spannungsabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration in den Zuleitungen erklärt werden (siehe Kapitel 5.1). Numerische Berechnungen der Bandstruktur ergaben eine Ladungsträgerdichte von $4,3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ bei einer Spannung von -250 mV. Während diese bei den Einzelquantenpunkten bei einer Spannung von -60 mV nur $0,9 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ betrug. Ebenfalls fallen die lokalen Zustandsdichte Fluktuationen zwischen -270 mV und -300 mV auf. Auch diese sind bereits bei einer Temperatur von $1,4$ K klar zu erkennen. Allerdings werden diese stark vom Hintergrundstrom überlagert, sodass es erst für Magnetfel-

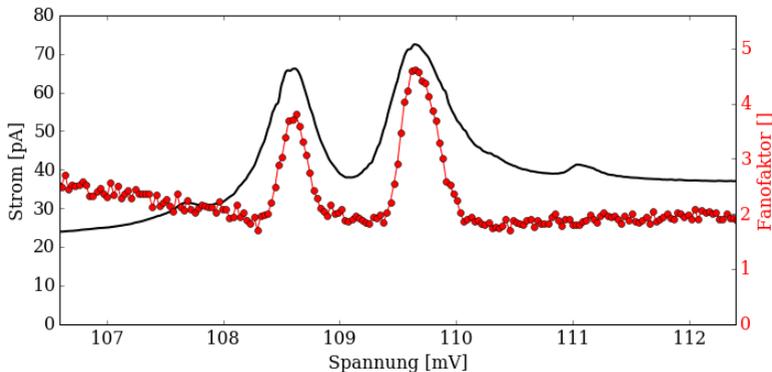


Abbildung A.3.: Strom (schwarz) und Fanofaktor (rot) für Transport durch einen Doppelquantenpunkt bei einem parallelen Magnetfeld von 10 T. Der Strom spaltet in zwei Peaks auf. Am Maximum des Stroms ist der Fanofaktor am größten.

der oberhalb von 10 T zu einer negativen differentiellen Leitfähigkeit kommt.

Rauschen im Magnetfeld

Zusätzlich zu der Temperaturabhängigkeit aus Kapitel 5.3 wurde für die tiefste Temperatur das Rauschen bei einem äußeren Magnetfeld von 10 T gemessen. In Abb. A.3 ist der Strom und der Fanofaktor für einen aufgespaltenen Peak zu sehen. Auch hier misst man einen Fanofaktor größer als 1, allerdings fällt das Maximum des Fanofaktors mit dem Maximum des Stroms zusammen und es kommt nicht zu dem typischen Doppelpeak im Fanofaktor. Die genaue Ursache dieses Verhaltens ist bisher nicht verstanden und bedarf weiterer Messungen. Es kommt hinzu, dass der Strom im Magnetfeld deutlich abgenommen hat, sodass man hier an die Auflösungsgrenze des Schrotrauschens stößt. Der exakte Wert des Fanofaktors kann daher vom tatsächlichen Wert abweichen. Besonders

auffällig ist der Fanofaktor des Hintergrundes, welcher im Falle ohne Magnetfeld 1 war (siehe Abb. 5.6). Im Magnetfeld ergab sich stattdessen ein Fanofaktor von etwa 2. Möglicherweise führt hier die Landau-Quantisierung der Zuleitungen eine Rolle [108]. Außerdem könnte der Spin Einfluss auf die Wechselwirkung der beiden Transportkanäle besitzen [109].

Literatur

1. R. Landauer. The noise is the signal. *Nature* **392**, 658 (1998).
2. W. Schottky. Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik* **362**, 541 (1918).
3. M. Reznikov *et al.* Observation of quasiparticles with one-fifth of an electron's charge. *Nature* **399**, 238 (1999).
4. X. Jehl *et al.* Detection of doubled shot noise in short normal-metal/ superconductor junctions. *Nature* **405**, 50 (2000).
5. Y. Blanter & M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. *Physics Reports* **336**, 1 (2000).
6. J. Kühne *et al.* Measuring the Luttinger liquid parameter with shot noise. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **74**, 651 (2015).
7. T. Ota *et al.* Negative and positive cross-correlations of current noises in quantum Hall edge channels at bulk filling factor $\nu = 1$. *Journal of Physics: Condensed Matter* **29**, 225302 (2017).
8. M. A. Kastner. Artificial Atoms. *Physics Today* **46**, 24 (1993).
9. L. P. Kouwenhoven & C. Marcus. Quantum dots. *Physics World* **June**, 35 (1998).
10. T. Ihn. *Semiconductor Nanostructures* 1. Aufl. (Oxford University Press, New York, 2010).
11. C. C. Escott, F. A. Zwanenburg & A. Morello. Resonant tunnelling features in quantum dots. *Nanotechnology* **21**, 274018 (2010).
12. J. C. Bayer *et al.* Charge reconfiguration in arrays of quantum dots. *Phys. Rev. B* **96**, 235305 (2017).

13. B. Marquardt *et al.* The influence of charged InAs quantum dots on the conductance of a two-dimensional electron gas: Mobility vs. carrier concentration. *Appl. Phys. Lett.* **99**, 223510 (2011).
14. P. C. Main *et al.* Landau-Level Spectroscopy of a Two-Dimensional Electron System by Tunneling through a Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 729 (2000).
15. E. Lind *et al.* Tunneling spectroscopy of a quantum dot through a single impurity. *Phys. Rev. B* **68**, 033312 (2003).
16. M. Pierre *et al.* Background charges and quantum effects in quantum dots transport spectroscopy. *The European Physical Journal B* **70**, 475 (2009).
17. B. A. Jones & C. M. Varma. Study of two magnetic impurities in a Fermi gas. *Phys. Rev. Lett.* **58**, 843 (1987).
18. D. Tutuc *et al.* Tunable nonlocal coupling between Kondo impurities. *Phys. Rev. B* **83**, 241308 (2011).
19. K. A. Matveev & A. I. Larkin. Interaction-induced threshold singularities in tunneling via localized levels. *Phys. Rev. B* **46**, 15337 (1992).
20. A. K. Geim *et al.* Fermi-edge singularity in resonant tunneling. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2061 (1994).
21. D. H. Cobden & B. A. Muzykantskii. Finite-Temperature Fermi-Edge Singularity in Tunneling Studied Using Random Telegraph Signals. *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4274 (1995).
22. P. Karnatak *et al.* Fermi-Edge Transmission Resonance in Graphene Driven by a Single Coulomb Impurity. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 026601 (2014).
23. R. López, R. Aguado & G. Platero. Shot noise in strongly correlated double quantum dots. *Phys. Rev. B* **69**, 235305 (2004).

-
24. A. Nauen *et al.* Shot noise in tunneling through a single quantum dot. *Phys. Rev. B* **70**, 033305 (2004).
 25. N. Ubbelohde *et al.* Strong quantum memory at resonant Fermi edges revealed by shot noise. *Scientific Reports* **2**, 374 (2012).
 26. F. Liu *et al.* Coulomb attractive random telegraph signal in a single-walled carbon nanotube. *Phys. Rev. B* **74**, 035438 (2006).
 27. I. Hapke-Wurst *et al.* Magnetic-field-induced singularities in spin-dependent tunneling through InAs quantum dots. *Phys. Rev. B* **62**, 12621 (2000).
 28. E. E. Vdovin *et al.* Magnetoanisotropy of electron-correlation-enhanced tunneling through a quantum dot. *Phys. Rev. B* **75**, 115315 (2007).
 29. V. V. Mkhitaryan & M. E. Raikh. Fermi-Edge Singularity in the Vicinity of the Resonant Scattering Condition. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 197003 (2011).
 30. V. V. Ponomarenko & I. A. Larkin. Probing qubit dynamics at the tunneling Fermi-edge singularity with alternating current. *Phys. Rev. B* **95**, 205416 (2017).
 31. R. Gross & A. Marx. *Festkörperphysik* 3. Aufl. (De Gruyter, Berlin/Boston, 2018).
 32. L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing & S. Tarucha. Few-electron quantum dots. *Rep. Prog. Phys.* **64**, 701 (2001).
 33. B. T. Miller *et al.* Few-electron ground states of charge-tunable self-assembled quantum dots. *Phys. Rev. B* **56**, 6764 (1997).
 34. I. Hapke-Wurst *et al.* Tuning the onset voltage of resonant tunneling through InAs quantum dots by growth parameters. *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1209 (2003).

35. L. Y. Chen & C. S. Ting. Coulomb staircase in the I-V characteristic of an ultrasmall double-barrier resonant-tunneling structure. *Phys. Rev. B* **44**, 5916 (1991).
36. S. A. Gurvitz & Y. S. Prager. Microscopic derivation of rate equations for quantum transport. *Phys. Rev. B* **53**, 15932 (1996).
37. L. Oroszlány *et al.* Nonthermal broadening in the conductance of double quantum dot structures. *Phys. Rev. B* **76**, 045318 (2007).
38. L. Y. Chen & C. S. Ting. Theoretical investigation of noise characteristics of double-barrier resonant-tunneling systems. *Phys. Rev. B* **43**, 4534 (1991).
39. C. Beenakker & C. Schönberger. Quantum Shot Noise. *Physics Today* **56**, 37 (2003).
40. Y. Zhang *et al.* Noise Correlations in a Coulomb-Blockaded Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 036603 (2007).
41. S. Gustavsson *et al.* Counting Statistics of Single Electron Transport in a Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 076605 (2006).
42. T. Wagner *et al.* Strong suppression of shot noise in a feedback-controlled single-electron transistor. *Nature Nanotechnology* **12**, 218 (2016).
43. G. D. Mahan. Excitons in Metals: Infinite Hole Mass. *Phys. Rev.* **163**, 612 (1967).
44. M. Gattobigio, G. Iannaccone & M. Macucci. Enhancement and suppression of shot noise in capacitively coupled metallic double dots. *Phys. Rev. B* **65**, 115337 (2002).
45. H.-F. Lü *et al.* Current noise correlations in double quantum dots asymmetrically coupled to external leads. *Journal of Applied Physics* **107**, 034314 (2010).
46. G. Iannaccone *et al.* Enhanced Shot Noise in Resonant Tunneling: Theory and Experiment. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1054 (1998).

-
47. P. Barthold *et al.* Enhanced Shot Noise in Tunneling through a Stack of Coupled Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 246804 (2006).
 48. G. Kießlich *et al.* Noise Enhancement due to Quantum Coherence in Coupled Quantum Dots. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 206602 (2007).
 49. R. Sánchez *et al.* Electron bunching in stacks of coupled quantum dots. *Phys. Rev. B* **77**, 035409 (2008).
 50. I. Vurgaftman, J. R. Meyer & L. R. Ram-Mohan. Band parameters for III–V compound semiconductors and their alloys. *Journal of Applied Physics* **89**, 5815 (2001).
 51. Q. Xie *et al.* Vertically Self-Organized InAs Quantum Box Islands on GaAs(100). *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2542 (1995).
 52. I. Hapke-Wurst *et al.* Size determination of InAs quantum dots using magneto-tunnelling experiments. *Semiconductor Science and Technology* **14**, L41 (1999).
 53. G. S. Solomon *et al.* Vertically Aligned and Electronically Coupled Growth Induced InAs Islands in GaAs. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 952 (1996).
 54. H. Eisele *et al.* Cross-sectional scanning-tunneling microscopy of stacked InAs quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **75**, 106 (1999).
 55. G. Snider. Free numerical 1D Poisson band structure solver. <https://www3.nd.edu/~gsnider/>.
 56. I. E. Itskevich *et al.* Resonant magnetotunneling through individual self-assembled InAs quantum dots. *Phys. Rev. B* **54**, 16401 (1996).
 57. M. RÜth *et al.* Fermi edge singularity in II–VI semiconductor resonant tunneling structures. *Appl. Phys. Lett.* **93**, 182104 (2008).
 58. D. Zhou *et al.* Tuning the tunneling probability between low-dimensional electron systems by momentum matching. *Appl. Phys. Lett.* **106**, 243105 (2015).

59. T. Wagner. PyMeasure. <https://github.com/t-wagner/pymasure>.
60. T. Wagner. Kontrolle zeitaufgelöster Einzelelektronen-Tunnelprozesse in einem Quantenpunkt. *Dissertation, Leibniz Universität Hannover* (2017).
61. A. Nauen. Rauschmessungen an mikroskopischen Tunnelsystemen. *Dissertation, Leibniz Universität Hannover* (2003).
62. N. C. Maire. Rauschspektroskopie von Quantenpunktsystemen. *Dissertation, Leibniz Universität Hannover* (2009).
63. N. Ubbelohde. Dynamik des Transports in Quantenpunktsystemen. *Dissertation, Leibniz Universität Hannover* (2011).
64. M. Sampietro, L. Fasoli & G. Ferrari. Spectrum analyzer with noise reduction by cross-correlation technique on two channels. *Review of Scientific Instruments* **70**, 2520 (1999).
65. T. Brandes. Waiting times and noise in single particle transport. *Ann. Phys.* **17**, 477 (2008).
66. C. Flindt *et al.* Counting statistics of transport through Coulomb blockade nanostructures: High-order cumulants and non-Markovian effects. *Phys. Rev. B* **82**, 155407 (2010).
67. A. Hofmann *et al.* Measuring the Degeneracy of Discrete Energy Levels Using a GaAs/AlGaAs Quantum Dot. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 206803 (2016).
68. H. Kiyama *et al.* Single-electron charge sensing in self-assembled quantum dots. *Scientific Reports* **8**, 13188 (2018).
69. T. Nowozin *et al.* Time-resolved high-temperature detection with single charge resolution of holes tunneling into many-particle quantum dot states. *Phys. Rev. B* **84**, 075309 (2011).
70. E. E. Vdovin *et al.* Spatial mapping of the electron eigenfunctions in InAs self-assembled quantum dots by magnetotunnelling. *Nanotechnology* **14**, 16 (2003).

-
71. A. Patanè *et al.* Probing the quantum states of self-assembled InAs dots by magnetotunneling spectroscopy. *Phys. Rev. B* **65**, 165308 (2002).
 72. I. Hapke-Wurst *et al.* Mapping the g factor anisotropy of InAs self-assembled quantum dots. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **12**, 802 (2002).
 73. S. J. Prado *et al.* Influence of quantum dot shape on the Landé g-factor determination. *Phys. Rev. B* **69**, 201310 (2004).
 74. A. G. Silva *et al.* Tunneling through stacked InAs/InGaAs/InP self-assembled quantum dots in a magnetic field. *Journal of Applied Physics* **110**, 083717 (2011).
 75. I. Hapke-Wurst. Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte. *Dissertation, Leibniz Universität Hannover* (2002).
 76. G. Kießlich, A. Wacker & E. Schöll. Shot noise of coupled semiconductor quantum dots. *Phys. Rev. B* **68**, 125320 (2003).
 77. N. Maire *et al.* Noise at a Fermi-edge singularity in self-assembled InAs quantum dots. *Phys. Rev. B* **75**, 233304 (2007).
 78. K. Roszak & T. Novotný. Non-Markovian effects at the Fermi-edge singularity in quantum dots. *Physica Scripta* **2012**, 014053 (2012).
 79. K. Benedict *et al.* Fermi edge singularities in high magnetic fields. *Physica B: Condensed Matter* **256**, 519 (1998).
 80. N. Ubbelohde *et al.* Spin-dependent shot noise enhancement in a quantum dot. *Phys. Rev. B* **88**, 041304 (2013).
 81. J. P. Holder *et al.* Enhanced Fluctuations of the Tunneling Density of States near the Bottom of a Landau Band Measured by a Local Spectrometer. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1563 (2000).
 82. H. Frahm *et al.* Fermi-edge singularities in transport through quantum dots. *Phys. Rev. B* **74**, 035329 (2006).

83. M. Fowler & A. Zawadowski. Scaling and the renormalization group in the kondo effect. *Solid State Communications* **9**, 471 (1971).
84. J. M. Luttinger. An Exactly Soluble Model of a Many-Fermion System. *Journal of Mathematical Physics* **4**, 1154 (1963).
85. T. Krähenmann *et al.* Fermi edge singularities in transport through lateral GaAs quantum dots. *New Journal of Physics* **19**, 023009 (2017).
86. T. Schmidt *et al.* Observation of the Local Structure of Landau Bands in a Disordered Conductor. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1540 (1997).
87. W. H. Lim *et al.* Observation of the single-electron regime in a highly tunable silicon quantum dot. *Appl. Phys. Lett.* **95**, 242102 (2009).
88. M. Möttönen *et al.* Probe and control of the reservoir density of states in single-electron devices. *Phys. Rev. B* **81**, 161304 (2010).
89. B. Jouault *et al.* Spin filtering through a single impurity in a GaAs/AlAs/GaAs resonant tunneling device. *Phys. Rev. B* **79**, 041307 (2009).
90. G. Bester *et al.* Experimental imaging and atomistic modeling of electron and hole quasiparticle wave functions in InAs/GaAs quantum dots. *Phys. Rev. B* **76**, 075338 (2007).
91. D. Sarkar. Tunneln durch einzelne und vertikal gekoppelte In-As Quantenpunkte. *Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover* (2002).
92. F. Opiela. Transporteigenschaften von selbstorganisierten Indium-Arsenid Doppelquantenpunkten. *Bachelorarbeit, Leibniz Universität Hannover* (2018).

-
93. M. H. Son *et al.* Magnetotransport measurements through stacked InAs self-assembled quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1230 (2003).
 94. R. J. Luyken *et al.* Coulomb-coupling in vertically aligned self-assembled InAs quantum dots. *Nanotechnology* **10**, 14 (1999).
 95. N. C. van der Vaart *et al.* Resonant Tunneling Through Two Discrete Energy States. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4702 (1995).
 96. R. Ziegler, C. Bruder & H. Schoeller. Transport through double quantum dots. *Phys. Rev. B* **62**, 1961 (2000).
 97. T. Fujisawa *et al.* Spontaneous Emission Spectrum in Double Quantum Dot Devices. *Science* **282**, 932 (1998).
 98. E. Bonet, M. M. Deshmukh & D. C. Ralph. Solving rate equations for electron tunneling via discrete quantum states. *Phys. Rev. B* **65**, 045317 (2002).
 99. L. Kouwenhoven. Coupled Quantum Dots as Artificial Molecules. *Science* **268**, 1440 (1995).
 100. P. Bhadrachalam *et al.* Energy-filtered cold electron transport at room temperature. *Nature Communications* **5**, 4745 (2014).
 101. M. S. Jun *et al.* Transport experiments on InAs self-assembled quantum dots in the microwave regime. *Phys. Rev. B* **72**, 085319 (2005).
 102. A. Carmi & Y. Oreg. Enhanced shot noise in asymmetric interacting two-level systems. *Phys. Rev. B* **85**, 045325 (2012).
 103. A. Thielmann *et al.* Super-Poissonian noise, negative differential conductance, and relaxation effects in transport through molecules, quantum dots, and nanotubes. *Phys. Rev. B* **71**, 045341 (2005).
 104. J. Aghassi *et al.* Shot noise in transport through two coherent strongly coupled quantum dots. *Phys. Rev. B* **73**, 195323 (2006).

105. V. H. Nguyen & V. L. Nguyen. Super-Poissonian noise in a Coulomb-blockade metallic quantum dot structure. *Phys. Rev. B* **73**, 165327 (2006).
106. M. Ruß *et al.* Role of quantum capacitance in coupled low-dimensional electron systems. *Phys. Rev. B* **73**, 115334 (2006).
107. P. Barthold. Transport- und Rauschmessungen an einzelnen und vertikal gekoppelten selbstorganisierten Quantenpunktsystemen. *Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover* (2004).
108. V. V. Kuznetsov *et al.* Shot noise enhancement in resonant-tunneling structures in a magnetic field. *Phys. Rev. B* **58**, R10159 (1998).
109. J. Luo *et al.* Conditional spin counting statistics as a probe of Coulomb interaction and spin-resolved bunching. *Physics Letters A* **378**, 892 (2014).

Lebenslauf

Name: Jan Klaus Kühne

Geburtstag: 27. März 1989

Geburtsort: Eberbach

seit 2015 Vorbereitung der Dissertation am
Institut für Festkörperphysik der
Leibniz Universität Hannover,
bei Prof. Dr. Rolf Haug

2008 - 2014 Physik Studium am Karlsruher
Institut für Technologie
Masterarbeit: "Rauschen von wechselwirkenden
Elektronen in Quanten-Drähten und
Quanten-Hall-Randkanälen",
bei Prof. Dr. Alexander Mirlin

1999 - 2008 Auguste-Pattberg-Gymnasium, Mosbach/Neckarelz

1995 - 1999 Grundschule, Neunkirchen

Publikationen

Teile der Arbeit sind veröffentlicht in:

- **Scaling of the Fermi-edge-singularity in quantum dots,**
J. K. Kühne & R. J. Haug,
accepted in *Phys. Status Solidi B* DOI:10.1002/pssb.201800510 (2018).

Weitere Publikationen:

- **Measuring the Luttinger liquid parameter with shot noise,**
J. K. Kühne, I. V. Protopopov, Y. Oreg & A. D. Mirlin,
Physica E **82**, 293 (2016).

Konferenz- und Seminarbeiträge

- *International Conference on the Physics of Semiconductors*, 2018 in Montpellier/Frankreich (**Poster**)
- *Internationaler Workshop der NTH School for Contacts in Nanosystems*, 2018 in Hannover (**Poster**)
- *Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 2018 in Berlin (**Vortrag**)
- *Internationaler Workshop der NTH School for Contacts in Nanosystems*, 2017 in Goslar (**Poster**)
- *International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems*, 2017 in Penn State/USA (**Vortrag**)
- *Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 2017 in Dresden (**Vortrag**)
- *Internationaler Workshop der NTH School for Contacts in Nanosystems*, 2016 in Goslar (**Poster**)
- *International Conference on the Physics of Semiconductors*, 2016 in Peking/China (**Poster**)
- *Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 2016 in Regensburg (**Vortrag**)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Fortschritt und Gelingen dieser Arbeit beigetragen und mich während dieser Zeit unterstützt haben. Mein besonderer Dank gilt:

Prof. Dr. Rolf J. Haug, der mir die Doktorarbeit in der Abteilung Nanostrukturen ermöglicht hat. Seine Anregungen, Ratschläge und Diskussionen waren für das Gelingen dieser Arbeit von großer Bedeutung. Für die Möglichkeit jeder Zeit mit Fragen zu ihm zu kommen und die Ergebnisse später auf Konferenzen zu präsentieren bin ich sehr dankbar.

Prof. Dr. Tobias Osborne für die freundliche Übernahme des Koreferats und das Interesse an der Arbeit.

Prof. Dr. Axel Lorke für die spontane Übernahme des externen Korreferats.

Prof. Dr. Holger Frahm für zahlreiche Diskussionen der Messungen. Seine Anregungen und theoretisches Wissen haben viele Ergebnisse dieser Arbeit erst möglich gemacht.

Ronny Hüther, Yvonne Griep, Anna Braun, Mirja Griga und Klara Wernecke für die Unterstützung bei allen technischen und organisatorischen Problemen.

Timo Wagner für die Betreuung im Labor und die gute Einarbeitung in die Messtechnik und Theorie.

Alexander Heine, Christopher Belke, Dmitri Smirnov, Gunnar Schneider, Johannes Bayer, Johannes Rode und Timo Wagner für die Bereitschaft bei technischen und physikalischen Problemen immer sofort zu helfen. Die unzähligen Diskussionen während der Zeit waren sehr wichtig.

Felix Opiela für sein Interesse an seiner Bachelorarbeit.

Allen kritischen Lesern des Manuskripts (Christopher, Felix, Friso, Gunnar, Irina, Johannes, Marvin, Sung Ju).

Allen Bürokollegen für die angenehme Atmosphäre während der Arbeit.

Gunnar und Christopher für die Aufmunterung während des Schreibens.

Der gesamten Arbeitsgruppe Nanostrukturen für eine schöne gemeinsame Zeit in und außerhalb des Instituts.

Meiner Familie und Freunde für ihre Unterstützung, Motivation und Ablenkung während der gesamten Zeit. Besonders meine Eltern und meine Schwester sind mir immer ein wichtiger Rückhalt gewesen auf den ich mich in allen Lebenslagen verlassen konnte. Vielen Dank dafür.