

*Modellierung und Regelung von
fünfphasigen Synchronmaschinen unter
Berücksichtigung von Sättigungseffekten und
Mehrfachanisotropien*

Von der Fakultät für Elektrotechnik und Informatik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur
(abgekürzt: Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

M. Sc. Torben Jonsky

Geboren am: 25.03.1987
in Langenhagen

2019

- | | |
|-------------|----------------------------------|
| 1. Referent | Prof. Dr.-Ing. Axel Mertens |
| 2. Referent | Prof. Dr.-Ing. Holger Borchering |
| 3. Referent | Prof. Dr.-Ing. Wilfried Hofmann |

Tag der Promotion: 15.06.2018

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle besonders bei Prof. Dr.-Ing. Axel Mertens für die Betreuung dieser Arbeit und die immer anregenden und hilfreichen Diskussionen bedanken, die den wissenschaftlichen Inhalt dieser Dissertation sehr beeinflusst haben. Prof. Dr.-Ing. Holger Borchering danke ich herzlich für die hervorragende kontinuierliche Begleitung während der gesamten Projektlaufzeit mit einem offenen Ohr und den passenden Antworten für alle wissenschaftlichen Fragestellungen sowie für die Übernahme eines Koreferats.

Prof. Dr.-Ing. Wilfried Hofmann danke ich für die Übernahme eines Koreferats und die Anmerkungen zu der Dissertation. Des Weiteren danke ich Prof. Dr.-Ing. Bernd Ponick herzlich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Diese Arbeit ist während meiner Anstellung bei der Lenze SE in der Abteilung Innovation entstanden, deren Mitarbeiter in der gesamten Abteilung die Projektlaufzeit sehr angenehm gestaltet haben. Hier gebührt ein Dank Dr.-Ing. Jan Wettlaufer, ohne dessen hervorragende Unterstützung und Arbeiten in Bezug auf den Systemaufbau das Projekt nicht hätte realisiert werden können. Felix Klute danke ich für die Arbeiten an der Maschinenauslegung. Ein großer Dank geht an Dr.-Ing. Heiko Stichweh für die fruchtbaren Diskussionen und Hilfestellungen in Bezug auf die regelungstechnischen Herausforderungen im Rahmen dieser Arbeit, sowie für die Möglichkeit an dem Projekt mitzuarbeiten. Dr.-Ing. Matthias Theßeling danke ich für die jederzeit sehr guten fachlichen Gesprächen während der drei Jahre.

Den von mir betreuten Studenten Patrick Szymanski und Stefan Berghaus danke ich für den großen Einsatz und das Engagement im Rahmen ihres Praktikums und der Abschlussarbeit.

Bei meiner Familie möchte ich mich dafür bedanken, dass sie mir die Möglichkeit gegeben haben meine berufliche Ausbildung sorgenfrei zu gestalten und für die Begleitung auf meinem bisherigen Lebensweg, auf dem sie mich immer in allen Belangen unterstützt haben.

Meiner Freundin Romea Siebers danke ich für das Verständnis, die Nachfragen und die positiven Ermutigungen, insbesondere im Laufe des Verfassens der Dissertation. Dein Anteil an dieser Arbeit ist größer als du dir vorstellen kannst.

Kurzfassung

Die Verwendung von elektrischen Maschinen mit einer Phasenzahl größer als drei bringt zahlreiche Vorteile mit sich, wie beispielsweise die Erhöhung der Systemleistungsdichte durch Nutzung der dritten Harmonischen und Redundanz im Falle eines Phasenausfalls.

Sowohl im theoretischen als auch im experimentellen Bereich gibt es aufgrund der geringen Verbreitung von fünfphasigen Maschinen eine wissenschaftliche Lücke im Vergleich zu dreiphasigen Systemen, was die Bewertung des Nutzens der Fünfphasigkeit erschwert. Die vorliegende Arbeit schließt diese Lücke, indem die Modellierung von fünfphasigen Synchronmaschinen um Nichtlinearitäten wie Sättigungseffekte und Mehrfachanisotropien erweitert wird. Das entwickelte Modell wird anhand von FEM-Simulationen validiert und die Tauglichkeit wird festgestellt.

Des Weiteren wird ein experimentelles Verfahren zur Bestimmung der Modellparameter des Systems vorgestellt. Das Verfahren basiert auf der HF-Signalinjektion bei festgebremstem Motor und wird im Rahmen dieser Arbeit auf fünfphasige Maschinen angewandt. Sowohl die Simulation als auch die experimentellen Versuche liefern gute Ergebnisse und zeigen, dass eine Identifikation der Parameter des erweiterten Motormodells möglich ist. Im Vergleich mit den FEM-Ergebnissen ergeben sich sättigungsabhängige Abweichungen, die anhand des Hystereseverhaltens des Eisens erklärt werden können.

Im Anschluss werden zwei Regelverfahren für fünfphasige Maschinen vorgestellt und bewertet: die erweiterte „Feldorientierte Regelung“ im rotorfesten Koordinatensystem und die auf fünfphasige Maschine angewendete „Indirekte Selbstregelung“ im statorfesten Koordinatensystem. Hierfür wird das erweiterte Motormodell mit den experimentell identifizierten Parametern als Grundlage verwendet. Die Verfahren liefern vergleichbare Ergebnisse und es zeigt sich, dass die statorflussfeste „Indirekte Selbstregelung“ in Bezug auf die Rechenzeit effektiver ist, jedoch ein erhöhtes Modellwissen voraussetzt.

Abschließend werden zwei Möglichkeiten zur Wirkungsgradsteigerung von fünfphasigen Maschinen mit Einzelzahnbestromung präsentiert: die Injektion der dritten Harmonischen in die Phasenströme und die neuartige Spulenabschaltung im Teillastbereich. Die Momentensteigerung durch Nutzung der dritten Harmonischen in fünfphasigen Systemen ist in der Literatur häufig erwähnt. Die vorliegende Arbeit zeigt, dass Sättigungseffekte berücksichtigt werden müssen, wenn die dritte Harmonische zur Wirkungsgradsteigerung verwendet wird, da die Amplitude und Phasenverschiebung der dritten Harmonischen in der Flussverkettung von dem Sättigungszustand der Maschine abhängen. Dieses Wissen wird genutzt, um anhand eines Arbeitspunkts im Überlastbereich eine Wirkungsgradsteigerung nachzuweisen.

Eine weitere Möglichkeit zur Wirkungsgradsteigerung eines Antriebssystems, in dem jede Spule von einer H-Brücke angesteuert wird, ist die Abschaltung von Spulen im Teillastbereich. Dieses Verfahren ist nicht auf fünfphasige Maschinen beschränkt, sondern auf Maschinen mit einer beliebigen Phasenzahl übertragbar, wenn zu einer Phase mehrere Spulen gehören und diese von

H-Brücken angesteuert werden. Anhand von Wirkungsgradkennfeldern mit und ohne Spulenabschaltung wird gezeigt, dass der Wirkungsgrad im Teillastbereich gesteigert werden kann, wenn die Hälfte der H-Brücken deaktiviert werden.

Schlagnvorte: fünfphasige Maschinen, Wirkungsgradsteigerung, permanentmagneterregte Synchronmaschine

Abstract

Electrical machines with a phase number higher than three have several advantages over conventional three-phase machines such as an increased power density and redundancy in case of a phase failure.

The benefit of a five-phase machine is difficult to evaluate, because these types of machines are seldom used and the theoretical and experimental knowledge is well short of the knowledge about three-phase machines. This work closes this gap between five-phase and three-phase machines by extending the modelling of five-phase machines with saturation effects and multiple anisotropies. The presented modelling is verified using FEM-simulation with good results.

Furthermore an experimental approach to identify system parameters for a five-phase machine is presented. The method is based on high frequency signal injection and has so far only been applied to three phase machines. Simulation and experiments prove that the method is capable of identifying differential inductances with high accuracy for any given operating point and rotor position. Compared with the results from FEM there is a small difference, which can be explained by the influence of hysteresis in the iron. With the extended model and the identified parameters two control-schemes for five-phase machines are presented: the extended “Field Orientated Control” which is fixed to the rotor reference frame and the “Indirect Self Control” which is fixed to the stator system coordinates. The “Indirect Self Control” has not yet been applied to five-phase machines. Both control schemes deliver similar results in simulation and on the test bench. The “Indirect Self Control” is slightly more efficient concerning calculation time but requires a better knowledge about the drive.

Finally two methods are presented, that improve the efficiency of five-phase machines with one H-Bridge per coil winding: the injection of third order harmonics into the stator currents and a coil switch off algorithm that disables some of the H-Bridged under partial load. In literature the torque improvement of five-phase machines when using third harmonic current injection is often mentioned. This work shows, that saturation effects have a major influence on the amplitude and phase shift of the third order harmonic and should therefore be taken into account. This knowledge is used to prove an increased efficiency in simulation and on the test bench for a given operation point under saturation.

Another possibility to improve the efficiency of a drive system in which each coil is fed by an H-Bridge converter, is to switch off parts of the machines under partial load. This method is not limited on five-phase machines but can be used with machines with an arbitrary number of phases if two or more coils belong to the same phase and are independently fed by an H-Bridge converter. Characteristic diagrams of the efficiency with and without coils switched off show that under partial load up to 20 % of the nominal torque the efficiency of the drive can be significantly increased when half of the H-Bridges are disabled.

Keywords: five-phase machines, permanent magnet synchronous motor, saturation effects

Inhaltsverzeichnis

DANKSAGUNG	IV
KURZFASSUNG	V
ABSTRACT	VII
INHALTSVERZEICHNIS	VIII
FORMELZEICHENKONVENTIONEN	XII
ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	XIV
1 EINLEITUNG UND WISSENSCHAFTLICHE ZIELSETZUNG	1
2 STAND DER FORSCHUNG	4
2.1 Analytische Modellbildung von Synchronmaschinen	4
2.2 Parameter-Identifikationsverfahren für Synchronmaschinen	5
2.3 Wirkungsgradsteigerung von fünfphasigen Synchronmaschinen mit Einzelzahnbestromung.....	5
2.4 Redundanz fünfphasiger Antriebssysteme.....	6
2.5 Fazit.....	6
3 GRUNDLAGEN	8
3.1 Notationen.....	8
3.2 Funktionsprinzip von Synchronmaschinen	8
3.3 Raumzeigerdarstellung und Koordinatentransformation	10
3.4 Grundwellenmodell einer dreiphasigen Synchronmaschine	14
3.4.1 Elektrisches Teilsystem	14
3.4.2 Mechanisches Teilsystem.....	17
3.4.2.1 Magnetische Co-Energie.....	17
3.4.2.2 Herleitung der Momentengleichung in Phasengrößen	18
3.4.2.3 Herleitung der Momentengleichung im dq-Koordinatensystem	20
4 MODELLIERUNG FÜNFPHASIGER SYNCHRONMASCHINEN	24
4.1 Beschreibung der Testsysteme	24
4.1.1 Testsystem mit außenliegender Leistungselektronik.....	25
4.1.2 Hochintegriertes Testsystem.....	25
4.2 Erweiterte Koordinatentransformationen.....	28
4.2.1 Fünfphasige Clarke-Transformation	28
4.2.2 Fünfphasige dq-Transformation	31
4.2.3 Validierung der Transformation.....	33
4.2.4 Transformation von Harmonischen höherer Ordnung.....	35
4.3 Analytisches Modell einer fünfphasigen Synchronmaschine.....	37
4.3.1 Elektrisches Teilsystem	38
4.3.2 Mechanisches Teilsystem.....	41
4.3.3 Berechnung der Co-Energie.....	42
4.4 Zusammenfassendes Gleichungssystem und Blockschaltbild.....	44

4.5	Validierung der Modellierung.....	45
4.5.1	FEM-Simulation	46
4.5.2	Validierung der Modellierung des elektrischen Teilsystems	46
4.5.3	Validierung der Modellierung des mechanischen Teilsystems	50
4.5.4	Temperatureinflüsse auf die analytische Modellbildung.....	53
4.6	Fazit.....	54
5	IDENTIFIKATIONSVERFAHREN FÜR DIFFERENTIELLE	
	INDUKTIVITÄTEN	56
5.1	Vergleich von Identifikationsverfahren.....	56
5.1.1	Verfahren mit nichtparametrischen Zwischenmodellen.....	57
5.1.1.1	Fourieranalyse	57
5.1.1.2	Frequenzgangmessung.....	57
5.1.1.3	Kreuzkorrelation	58
5.1.2	Nichtrekursive Verfahren mit parametrischen Modellen.....	58
5.1.2.1	Messung des Stromanstiegs.....	58
5.1.2.2	Messung der Phasenverschiebung bei Hochfrequenz-Signalinjektion.....	59
5.1.3	Auswahl des Identifikationsverfahrens.....	59
5.2	Identifizierung der differentiellen Induktivitäten mit HF-Signalinjektion	60
5.2.1	Grundlegendes Prinzip der HF-Signalinjektion.....	60
5.3	Anregung der Achsen und Auswertung der Systemantwort	61
5.3.1	Signalanalyse mit Goertzel-Algorithmus.....	61
5.3.2	Ideales Systemverhalten	64
5.3.3	Berücksichtigung von Verzögerungen im System.....	67
5.4	Auslegung des HF-Signals.....	69
5.5	Struktur und Ablauf des Identifikationsverfahrens	71
5.6	Stromregelung mit Proportional-Resonanzregler	75
5.6.1	Beschreibung des PR-Reglers	75
5.6.2	Stabilität des PR-Reglers und Verschiebung des Frequenzgangs	78
5.6.3	Diskretisierung des PR-Reglers	79
5.7	Simulation	80
5.7.1	Validierung der Stromregelung.....	81
5.7.2	Simulationsergebnisse.....	82
5.7.2.1	Auswertung von stromabhängigen Effekten	82
5.7.2.2	Auswertung von positionsabhängigen Effekten.....	86
5.7.3	Berechnung der absoluten Induktivitäten und Flussverkettungen	89
5.7.4	Fazit und Auswertung der Simulationsergebnisse.....	90
5.8	Realisierung und Messergebnisse.....	91
5.8.1	Messaufbau, Sensorik und Aktorik.....	91
5.8.2	Validierung der Stromregelung.....	95
5.8.3	Bestimmung der Phasenverschiebung.....	96
5.8.4	Darstellung und Auswertung der Messergebnisse	98

5.8.4.1	Auswertung von stromabhängigen Effekten	98
5.8.4.2	Auswertung von positionsabhängigen Effekten.....	102
5.8.5	Diskussion der Messergebnisse.....	105
5.9	Fazit.....	108
6	REGELUNG UND WIRKUNGSGRADSTEIGERUNG FÜNFPHASIGER ANTRIEBSSYSTEME	110
6.1	Regelung multiphasiger Maschinen.....	110
6.1.1	Feldorientierte Stromregelung.....	110
6.1.2	Indirekte Selbstregelung.....	114
6.1.3	Drehzahlregelung	119
6.1.4	Validierung der Reglereinstellungen	121
6.1.4.1	Verhalten bei einem Momentensprung	121
6.1.4.2	Verhalten bei einem Drehzahlsprung.....	122
6.1.5	Anpassung der Drehzahlreglerverstärkung an den Prüfstand.....	124
6.1.6	Vergleich der Regelungsverfahren im Führungsverhalten Großsignal.....	125
6.1.6.1	Simulation des Führungsverhalten im Großsignal	126
6.1.6.2	Messung des Führungsverhaltens im Großsignal	129
6.1.6.3	Vergleich zwischen Simulation und Messung für das Führungsverhalten im Großsignal	130
6.1.7	Vergleich der Regelverfahren im Störverhalten	131
6.1.7.1	Simulation des Störverhaltens.....	132
6.1.7.2	Messung des Störverhaltens	133
6.1.7.3	Vergleich zwischen Simulation und Messung bei Störverhalten	134
6.2	Wirkungsgradsteigerung durch Einprägung der dritten Harmonischen.....	135
6.2.1	Analytische Berechnung für das lineare Motormodell.....	136
6.2.2	Bestimmung der MTPC-Kennlinie in der FEM-Simulation.....	138
6.2.3	Simulationsergebnisse.....	140
6.2.4	Messergebnisse	142
6.3	Wirkungsgradsteigerung durch Spulenabschaltung	144
6.3.1	Theoretische Grundlagen und Berechnungen.....	144
6.3.2	Messergebnisse	146
6.4	Fazit.....	150
7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK.....	152
7.1	Zusammenfassung der Arbeit.....	152
7.2	Ausblick	153
8	ANHANG	154
8.1	Validierung der fünfphasigen Transformationsmatrix	154
8.1.1	Grundschiwingung und dritte Harmonische.....	154
8.1.2	Beliebige Harmonische	155
8.2	Weitere Simulationsergebnisse des Identifikationsverfahrens.....	156

8.3	Weitere Messergebnisse des Identifikationsverfahrens	159
8.4	MATLAB Skript zur Beobachterausslegung.....	162
8.5	Prüfstand hochintegrierter Antrieb.....	163
8.5.1	Messaufbau	163
8.5.2	Verwendete Messmittel.....	163
8.5.3	Fehlerbetrachtung.....	164
	LITERATURVERZEICHNIS.....	166
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....	174
	TABELLENVERZEICHNIS.....	180
	WISSENSCHAFTLICHER WERDEGANG, VERÖFFENTLICHUNGEN UND PATENTE	181

Formelzeichenkonventionen

In der vorliegenden Arbeit werden Matrizen mit nicht-kursiver, fester Schrift bezeichnet. Vektoren werden kursiven und fett-gedruckt dargestellt. Skalare Größen werden nicht fett und nicht kursiv bezeichnet. Komplexe Größen werden mit einem Unterstrich dargestellt. Mit einem Superscript wird bei Bedarf das Koordinatensystem angegeben, in dem die entsprechende Größe dargestellt ist. Ein Index kann Variable oder Parameter genauer definieren und wird in der Konvention des Formelzeichens, das er definiert, dargestellt.

Die verwendeten Formelzeichen und Indizes werden im Folgenden aufgelistet. Als Einheit wird, sofern nicht anders angegeben, die entsprechende SI-Einheit verwendet.

Formelzeichen

\mathbf{B}	Vektor der magnetische Flussdichte
E_{co}	Magnetische Co-Energie
E_{mag}	Magnetische Energie
\mathbf{F}_L	Vektor der Lorentzkraft
f	Frequenz
\mathbf{H}	Vektor der magnetische Feldstärke
I	Elektrische Stromstärke
$\mathbf{J} / \mathbf{J}_5$	Drehmatrix dreiphasig / Drehmatrix fünfphasig
\mathbf{L}_{abs}	Matrix der absoluten Induktivitäten
\mathbf{L}_{diff}	Matrix der differentiellen Induktivitäten
l	Vektor der Leiterlänge
M	Drehmoment
m_{mod}	Modulationsgrad
n	Drehzahl [rpm]
P	Leistung
p	Polpaarzahl
Q	Elektrische Ladung
R	Elektrischer Widerstand
$\mathbf{T}_{\text{KS1} \rightarrow \text{KS2}}$	Transformationsmatrix vom Koordinatensystem KS1 in KS2
T, t	Zeit
U	Elektrische Spannung
v	Geschwindigkeit
\mathbf{Z}	Impedanzmatrix
λ	Ableitung des Flussverkettungsvektor nach dem elektrischen Winkel

μ	Magnetische Permeabilität
ω	Kreisfrequenz
φ	Rotorposition
Ψ_{PM}	Flussverkettung im Stator, die durch den Permanentmagneten hervorgerufen wird
Ψ_{LI}	Flussverkettung, die durch den Ständerstrom hervorgerufen wird
Φ	Magnetischer Fluss
Ψ	Resultierende Flussverkettung ($\Psi_{\text{PM}} + \Psi_{\text{LI}}$)

Indizes

d,q,d3,q3,0	Entsprechende Größe im rotorfesten Koordinatensystem
el	Elektrische Größe
ind	Induzierte Größe
mech	Mechanische Größe
Nenn	Nenngröße
PM	Permanentmagnetgröße
Soll	Sollgröße
sw	Auf einen Schaltvorgang bezogen
u,v,w,x,y	Phasengröße der entsprechenden Phase

Superscripts

$\alpha\beta$	Darstellung im $\alpha\beta$ - oder $\alpha\beta_5$ -Koordinatensystem
dq	Darstellung im dq- oder dq ₅ -Koordinatensystem

Abkürzungsverzeichnis

SRM	Synchron-Reluktanzmaschine
PWM	Pulsbreitenmodulation
PMSM	Permanentmagneterregte Synchronmaschine
IGTB	Insulated-gate bipolar transistor
D/A	Digital / Analog
A/D	Analog / Digital
PM	Permanentmagnet
FOR	Feldorientierte Regelung
ISR	Indirekte Selbstregelung
PT ₁	Zeitverzögerndes Proportionalglied erster Ordnung
PRBS	Pseudo Random Binary Sequence
MTPC	Maximum Torque per Current
HF	Hochfrequenz
LTI-System	Lineares, zeitinvariantes System (Linear time-invariant system)

1 Einleitung und wissenschaftliche Zielsetzung

Multiphasige Maschinen mit einer Phasenzahl größer als drei besitzen gegenüber den üblicherweise verwendeten dreiphasigen Maschine die Vorteile einer höheren Systemleistungsdichte, einer höheren Effizienz und einer erhöhten Redundanz im Fehlerfall. Als nachteilig erweist sich hingegen der erhöhte Aufwand bei der Realisierung des Wechselrichters sowie ein komplexerer leistungselektronischer Aufbau [1].

Der Regelungstechnik multiphasiger Maschinen kommt durch die erhöhten Freiheitsgrade in einem solchen System eine große Bedeutung zu. Sowohl klassische, feldorientierte Verfahren, als auch statorfeste Regelungsverfahren erfordern eine Anpassung an die multiphasige Topologie des Antriebssystems [2] [3] [4]. Während in regelungstechnischen Ansätzen für dreiphasige Systeme bereits seit längerem Sättigungseffekte und Mehrfachanisotropien berücksichtigt werden [5], gehen die Ansätze bei der Regelung fünfphasiger Systeme üblicherweise von einem linearen Systemverhalten aus [2].

Aus der in der Literatur häufig getroffenen Annahme eines linearen Systemverhaltens bei fünfphasigen Maschinen folgt, dass auch Identifikationsalgorithmen, die relevante Maschinenparameter fünfphasiger Maschinen experimentell bestimmen können, wenig bekannt sind [6]. Eine Auswirkung des aktuellen Arbeitspunkts des Systems auf die im Vergleich zu dreiphasigen Systemen zahlreicheren Parameter wird somit häufig vernachlässigt.

Ein weiterer Vorteil der Verwendung eines fünfphasigen Antriebssystems ist die Möglichkeit nicht nur die Grundschwingung der Flussverkettung, sondern auch die dritte Harmonische zur Generierung eines konstanten Moments zu verwenden [2]. Dies führt zu einer potentiellen Steigerung der Systemeffizienz und somit zu einer Reduzierung der Verlustleistung. Der Effekt ist anhand von linearen analytischen Berechnungen [7] und für einzelne Arbeitspunkte [8] experimentell validiert. Eine belastbare Zusammenstellung zur Wirkung der Bestromung eines fünfphasigen Systems mit einer dritten Harmonischen und somit der Ausnutzung der dritten Harmonischen der Flussverkettung, insbesondere unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten, ist jedoch nicht bekannt.

Die im Vorherigen kurz dargestellte wissenschaftliche Lücke soll die vorliegende Arbeit schließen, indem eine systemumfassende Betrachtung der Modellierung und Regelung von fünfphasigen Synchronmaschinen durchgeführt wird. Hierzu gehören folgende Fragestellungen:

1. Modellbildung fünfphasiger Maschinen

Es wird ein Motormodell für fünfphasige Maschinen entwickelt, das Nichtlinearitäten in Abhängigkeit des aktuellen Stromarbeitspunkts und der elektrischen Position berücksichtigt. Ein solches Modell ist für dreiphasige Maschinen bereits bekannt und wird auf fünfphasige Maschinen erweitert. Diese Abkehr von der Annahme eines linearen Systemverhaltens liefert die Grundlage für die Entwicklung von erweiterten Regelverfahren und trägt zu einem erhöhten Systemverständnis bei. Nach der Darstellung der Grundlagen in Kapitel 3, wird in Kapitel 4

ein vollständiges Modell einer fünfphasigen, permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) hergeleitet. Hierbei erfolgt eine Unterteilung in das elektrische Teilsystem, das die induzierten Spannungen darstellt, und das mechanische Teilsystem, das das Drehmoment darstellt. Das Modell wird anhand von ausführlichen FEM-Simulationen validiert, indem ein Vergleich zwischen den aus den analytischen Werten berechneten Größen mit den Lösungen der FEM-Simulation durchgeführt wird.

2. Identifikationsverfahren für fünfphasige Maschinen

Es wird ein Identifikationsverfahren für fünfphasige Maschinen entworfen, das die Parameter des zuvor entwickelten erweiterten Motormodells experimentell bestimmt. Hierfür werden in Kapitel 5 verschiedene Identifikationsverfahren bewertet und das Verfahren der HF-Injektion auf fünfphasige Maschinen angewandt. Der Identifikationsalgorithmus wird simulativ entwickelt und anschließend experimentell validiert. Der entwickelte Algorithmus berücksichtigt sowohl sättigungs- als auch positionsabhängige Einflüsse.

3. Wirkungsgradsteigerung von fünfphasigen Maschinen mit Einzelzahnbestromung

Das im Rahmen des Projekts entwickelte Antriebssystem besteht aus einer fünfphasigen PMSM mit konzentrierten Wicklungen, die jeweils über eine H-Brücke angesteuert werden. Sowohl die Fünfphasigkeit, als auch die Einzelzahnbestromung werden auf ihre Möglichkeiten bezüglich einer möglichen Wirkungsgradsteigerung des Antriebssystems untersucht. Die Fünfphasigkeit wird anhand der Wirkung der dritten Harmonischen zur Generierung eines konstanten Moments über den kompletten Arbeitsbereich der PMSM untersucht. Die Wirkungsgradsteigerung durch die Verwendung dieser Harmonischen in Abhängigkeit des aktuellen Sättigungszustands der Maschine wird bewertet. Hierfür werden sowohl das erweiterte Motormodell, als auch die experimentell bestimmten Parameter verwendet.

Eine weitere Möglichkeit zur potentiellen Wirkungsgradsteigerung ist die Abschaltung von nicht verwendeten Spulen im Teillastbereich. Dieser Ansatz, der nicht auf fünfphasige Maschinen beschränkt ist, sondern bei dreiphasigen Systemen mit Einzelzahnbestromung per H-Brücke ebenfalls denkbar ist, wird theoretisch hergeleitet und messtechnisch validiert.

Diese Gesamtbetrachtung ermöglicht es, die Lücke zwischen dem Wissensstand bei dreiphasigen Maschinen und fünfphasigen Maschinen zu schließen, sowie die Effektivität der Nutzung der dritten Harmonischen, insbesondere unter Sättigung, besser zu beurteilen. Die Modellierung ist sowohl auf dreiphasige Systeme, als auch auf Systeme mit einer Phasenzahl größer als fünf übertragbar.

Diese Arbeit ist im Rahmen des vom „Bundesministerium für Bildung und Forschung“ (BMBF) geförderten Verbundforschungsprojekts EMiLE („Elektromotor integrierte Leistungselektronik“) entstanden. Es erfolgt eine bewusste Abgrenzung zu zwei parallel entstandenen Dissertationen des gleichen Forschungsprojektes. In diesen Dissertationen liegt der Fokus auf dem mechatronischen Systementwurf des hochintegrierten Systems [9] bzw. auf der Auslegung des elektromagnetischen Kreises. Beide Themen werden aus diesem Grund in

der vorliegenden Arbeit nur so detailliert behandelt, wie es zum Verständnis des weiteren Texts notwendig ist.

2 Stand der Forschung

Im Folgenden wird der Stand der Forschung in Bezug auf die im vorherigen Kapitel identifizierten wissenschaftlichen Fragestellungen beschrieben. Falls es von Relevanz ist, wird neben dem Stand der Forschung bei fünfphasigen Systemen ebenfalls der Stand bei konventionellen dreiphasigen Systemen beschrieben, um die Unterschiede und den Erweiterungsbedarf deutlich zu machen.

2.1 Analytische Modellbildung von Synchronmaschinen

Die analytische Modellbildung von Motoren zielt darauf ab, das Verhalten des mechanischen und elektrischen Teilsystems durch Differentialgleichungen darzustellen. Ausgehend von einem System in Phasengrößen, das auf physikalischen Annahmen beruht, wie beispielsweise in [10], wird dieses zur besseren Regelbarkeit des Systems durch eine Transformation in ein rotorfestes Koordinatensystem überführt. Die im System üblicherweise vorhandenen Sinusgrößen oszillieren mit Frequenz der elektrischen Winkelgeschwindigkeit. Werden diese Größen in ein mit identischer Geschwindigkeit mitrotierendes Koordinatensystem überführt, so entstehen Gleichgrößen, die für die Anwendung von linearen Regelverfahren günstig sind. Für dreiphasige Systeme ist die nach Robert H. Park benannte Transformation seit dem Anfang des 20. Jahrhunderts bekannt [11]. Die für dreiphasige Maschinen gültige Transformation wurde, vermutlich Anfang der 1990er Jahre durch Toliyat, auf fünfphasige Maschinen erweitert, sodass neben der Grundschwingung auch die Anteile der dritten Harmonischen in lineare Größen transformiert werden [12]. Eine zusätzliche Erweiterung der Transformation, die die Auswirkung von Harmonischen höherer Ordnung darstellt und für Systeme mit einer beliebigen, ungeraden Zahl an Phasen gilt, findet sich in [2].

Die Modellbildung fünfphasiger Maschinen vereinfacht die physikalischen Zusammenhänge üblicherweise so, dass lineares Material- und Systemverhalten angenommen werden [2] [8]. Für dreiphasige Systeme existiert eine Vielzahl von Veröffentlichungen, in denen sättigungs- und positionsabhängige Einflüsse in analytischen Modellen berücksichtigt werden. Im deutschsprachigen Raum seien hier die Dissertationen von Michel [13] und Mink [5] genannt. In [13] wird auf Basis eines magnetischen Widerstandnetzwerks die analytische Gleichung des elektrischen Teilsystems unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten und Mehrfachanisotropien hergeleitet. Die Einflüsse der einzelnen Terme werden herausgearbeitet und grafisch dargestellt. In [5] wird neben dem elektrischen Teilsystem auch das mechanische Teilsystem hochgenau modelliert und basierend auf den erweiterten Gleichungen eine optimierte Reglerauslegung durchgeführt, deren Verbesserungen zu herkömmlichen Regelverfahren experimentell validiert wird. Eine Validierung des analytischen Modells anhand von FEM-Simulationen und den daraus berechneten Ersatzgrößen wird in beiden Arbeiten nicht durchgeführt. Für das mechanische Teilsystem findet sich ein Vergleich zwischen der FEM-Berechnung mit dem Maxwell'schen Spannungstensor und der Berechnung aus Ersatzgrößen in [14]. Hier wird insbesondere der Einfluss der Ableitung der Co-Energie nach dem Winkel auf

den Momentenverlauf deutlich. Die magnetische Co-Energie ist eine mathematische Hilfsgröße ohne direkte physikalische Bedeutung, deren Herleitung und Berechnung beispielsweise in [5] detailliert beschrieben wird. Für fünfphasige Systeme sind ähnliche Betrachtungen nicht bekannt.

2.2 Parameter-Identifikationsverfahren für Synchronmaschinen

Die Identifikation von differentiellen Induktivitäten ist aufgrund der Forschung an drehgeberlosen Regelverfahren bei Synchronmaschinen ein viel beachtetes Thema, da bei diesen Verfahren im niedrigen Drehzahlbereich die Rotorlage über eine Anisotropie der differentiellen Induktivitäten bestimmt wird [15]. Ein verbreitetes Verfahren zur Identifikation von differentiellen Induktivitäten basiert auf der Injektion von Hochfrequenz-Strömen bei festgebremstem Rotor, das beispielsweise in [16] und [17] vorgestellt wird. Hier wird anhand eines Vergleichs der Amplituden und der Phasenlagen von Strom und Spannung auf eine differentielle Induktivität geschlossen. Diese Verfahren sind in der Lage, sowohl sättigungs- als auch positionsabhängige Selbst- und Kreuz-Induktivitäten mit hoher Genauigkeit zu bestimmen. In [5] und [16] werden Verfahren bei drehender Maschine ohne Testsignalinjektion beschrieben, die Flussverkettungen bestimmen, woraus sich wiederum auf die Induktivitäten schließen lässt.

Für Maschinen mit einer Phasenzahl größer als drei ist der Bedarf an Identifikationsverfahren aufgrund der üblicherweise getroffenen linearen Modellannahme gering. Lediglich für fünfphasige Asynchronmaschinen gibt es eine kleine Anzahl an Veröffentlichungen, die ein Identifikationsverfahren präsentieren, das die Identifikation der Streuinduktivitäten von Rotor und Stator beschreibt [18] [19]. Für Synchronmaschinen mit einer Phasenzahl größer als drei sind keine Identifikationsverfahren bekannt.

2.3 Wirkungsgradsteigerung von fünfphasigen Synchronmaschinen mit Einzelzahnbestromung

In fünfphasigen Synchronmaschinen lässt sich neben der Grundschwingung auch die dritte Harmonische zur Generierung eines konstanten Drehmoments verwenden [2]. Theoretische Betrachtungen in [7] zeigen, dass die wirkungsgradoptimale fünfphasige Maschine ausschließlich eine Flussverkettung mit der dritten Harmonischen besitzen sollte, wenn der Scheitelwert der Phasenflussverkettung konstant gehalten wird. Diese Annahme führt jedoch zu Maschinenauslegungen, deren grundlegende Eigenschaften in Bezug auf Baugröße, Drehzahl und Moment nicht mehr vergleichbar sind, weswegen ein Vergleich unzulässig ist.

Ein valider Vergleich zwischen einer dreiphasigen Maschine, einer fünfphasigen Maschine unter sinusförmiger Bestromung und der identischen Maschine mit einer Bestromung aus Grundschwingung und überlagerter dritter Harmonischer findet sich in [20]. Hier zeigt sich jedoch, dass sowohl die fünfphasige Maschine als auch die Injektion der Harmonischen zwar eine Steigerung des Wirkungsgrads bewirkt, diese jedoch vernachlässigbar ist. Eine genaue Untersuchung der optimalen Amplitude und Phasenlage, sowie die Berücksichtigung von

Sättigung werden nicht durchgeführt, sondern lediglich als weiterführende Aufgabe beschrieben.

Weitere Veröffentlichungen, beispielsweise [21], [22] und [23], sprechen von einer Steigerung des Drehmoments, wenn die dritte Harmonische in die Phasenströme injiziert wird, wobei jedoch der Gesamtstrom steigt, was dementsprechend zu keiner Steigerung des Wirkungsgrads führt. Der gleiche Effekt kann auch mit einem erhöhten Strom in q-Richtung erreicht werden. Vorteilhaft ist hier lediglich der geringere Scheitelwert des Stromes in den Phasen, der jedoch in realen Maschinen üblicherweise keine Größe ist, die leistungsbeschränkend wirkt.

Nennenswert ist die Veröffentlichung [24], in der zwar unter Vernachlässigung von Kreuzkopplungseffekten, jedoch unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten, eine relevante Wirkungsgradsteigerung bei einer fünfphasigen Maschine dargestellt wird, wenn der Phasenstrom nicht ausschließlich aus der Grunschwungung besteht. Der in der Veröffentlichung dargestellte optimierte Stromverlauf wird nicht analytisch, sondern experimentell ermittelt und legt den Schluss nahe, dass die Lage der dritten Harmonischen in Abhängigkeit des Arbeitspunkts variiert und insbesondere in Bereichen hoher Sättigung für eine signifikante Wirkungsgradsteigerung sorgen kann.

Eine Untersuchung bezüglich einer möglichen Wirkungsgradsteigerung durch Abschaltung von H-Brücken in einem Antriebssystem, wenn mehrere H-Brücken für eine Phase verwendet werden, ist nicht bekannt.

2.4 Redundanz fünfphasiger Antriebssysteme

Ein Vorteil fünfphasiger Antriebssysteme ist die Redundanz bei Phasenausfall durch Elektronik- oder Wicklungsfehler. Dieser Effekt steht nicht im Fokus dieser Arbeit, es wird der Vollständigkeit halber jedoch ein kurzer Einblick in den Stand der Technik gegeben. In [25] wird ein ausführliches Modell hergeleitet und experimentell validiert, das zeigt, dass bei einem Phasenausfall im System das geforderte Drehmoment weiterhin gestellt werden kann. In [24] werden die Phasenströme der funktionierenden Phasen derart optimiert, dass im Vergleich zu einem Notbetrieb mit Sinusströmen die Verlustleistung deutlich reduziert wird und die Momentenwelligkeit ebenfalls deutlich verbessert wird. Eine verallgemeinerte Betrachtung für ein bis drei offene Phasen findet sich in [26]. Hier wird deutlich, dass unter Phasenausfall zwar eine erhöhte Momentenwelligkeit auftritt, diese jedoch mit geeigneten Regelstrategien verringert werden kann. Des Weiteren werden Methoden aufgezeigt, die eine Minimierung der Verlustleistung bei Phasenausfall zum Ziel haben.

Das Forschungsgebiet der Redundanz bei Maschinen mit einer Phasenzahl größer als drei erscheint auf wissenschaftlicher und experimenteller Ebene ausreichend betrachtet zu sein.

2.5 Fazit

Der Stand der Technik zeigt, dass fünfphasige Maschinen in der Theorie zwar behandelt werden, jedoch üblicherweise auf ein Grundwellenmodell zurückgegriffen wird, in dem nichtlineare Effekte nicht berücksichtigt werden. Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, diese Forschungslücke

zu schließen und ein vollständiges analytisches Modell zu präsentieren, das sowohl Sättigungseffekte als auch Mehrfachanisotropien berücksichtigt. Für die experimentelle Bestimmung der Parameter des Modells gibt es nach dem Stand der Technik kein Verfahren, weswegen ein solches Verfahren zur vollständigen Systembetrachtung entwickelt wird.

Die Nutzung der dritten Harmonischen zur Steigerung der Momentenausbeute wird in der Literatur häufig erwähnt, jedoch nicht ganzheitlich unter realen Gesichtspunkten auf die Wirkung untersucht. Das entwickelte erweiterte Modell wird in der vorliegenden Arbeit dazu verwendet, diesen Effekt genauer zu beschreiben und insbesondere über den kompletten Arbeitsbereich zu betrachten, da die aktuelle Publikation [24] nahelegt, dass die optimale Lage der dritten Harmonischen in Bezug auf die Grundschiwingung nicht immer zentral sein muss.

3 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die in der Arbeit verwendete Notation sowie grundlegende Funktionsprinzipien von permanentmagneterregten Synchronmaschinen (PMSM) dargestellt. Basierend auf den hier vorgestellten Gleichungen wird in Kapitel 4 die Modellierung von fünfphasigen PMSM hergeleitet.

3.1 Notationen

In der vorliegenden Arbeit werden Matrizen mit nicht-kursiver, fetter Schrift bezeichnet. Vektoren werden kursiv und fettgedruckt dargestellt. Skalare Größen werden nicht fett und nicht kursiv bezeichnet. Mit einem Superscript wird bei Bedarf das Koordinatensystem angegeben, in dem die entsprechende Größe dargestellt ist. Ein Index kann Variable oder Parameter genauer definieren. Augenblickswerte zeitabhängiger Größen werden mit einem kleinen Buchstaben bezeichnet. Die Bezeichnung \mathbf{L}^{dq} stellt beispielsweise die Induktivitätsmatrix im dq-Koordinatensystem dar und $\mathbf{i}^{\alpha\beta}$ den Vektor der zeitabhängigen Ströme im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem.

Eine Auflistung der Abkürzungen und Formelzeichen, die in dieser Arbeit verwendet werden, findet sich auf Seite XII.

3.2 Funktionsprinzip von Synchronmaschinen

Die permanentmagneterregte Synchronmaschine ist eine elektrische Drehfeldmaschine, die zur Energiewandlung eingesetzt wird. Hierbei kann sowohl elektrische in mechanische Energie gewandelt werden (motorischer Betrieb), als auch mechanische in elektrische Energie (generatorischer Betrieb). Die Maschine besteht üblicherweise aus einem feststehenden und einem rotierenden Teil (Stator und Rotor) [10]. Im Folgenden werden Maschinen betrachtet, die als sogenannte Innenläufer ausgeführt sind, bei denen sich der Rotor innerhalb des nicht rotierenden Stators befindet. Des Weiteren wird von einer magnetischen Erregung durch einen Permanentmagneten ausgegangen. Die Herleitung ist jedoch übertragbar auf Außenläufer und auf Maschinen, die zur Momentengenerierung ausschließlich auf der Reluktanzkraft basieren und keine magnetische Erregung im Rotor haben (Synchron-Reluktanzmaschinen).

Die Energiewandlung einer PMSM basiert auf der Kraft auf Grenzflächen. Sie wird jedoch in der Literatur häufig durch die Lorentzkraft \mathbf{F}_L beschrieben, weil sich das Prinzip der Energiewandlung so anschaulich darstellen lässt und auf ein identisches und valides Ergebnis führt. Als Lorentzkraft wird die Kraft bezeichnet, die auf bewegte Ladung in einem elektrischen oder magnetischen Feld wirkt [27]. Die Lorentzkraft, die auf die bewegte Ladung Q mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} in einem Feld mit der magnetischen Flussdichte \mathbf{B} , wirkt ist definiert als:

$$\mathbf{F}_L = Q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3.1)$$

Mit der Laufzeit t und der Ladung $Q = I \cdot t$ sowie $\mathbf{v} \cdot t = \mathbf{l}$ ergibt sich für die Lorentzkraft:

$$\mathbf{F}_L = I \cdot (\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (3.2)$$

Die Permeabilität μ ist der Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte \mathbf{B} und der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} und wird hier als linear angenommen [10].

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} \quad (3.3)$$

Die Flussdichte wird mit Feldlinien grafisch dargestellt. Die Gesamtheit dieser Feldlinien wird als magnetischer Fluss Φ bezeichnet, der als Flächenintegral des Vektorfelds \mathbf{B} über die Fläche \mathbf{A} nach Gleichung 3.4 definiert ist:

$$\Phi = \int_A \mathbf{B} \, d\mathbf{A} \quad (3.4)$$

Da das Magnetfeld quellenfrei ist, sind die Feldlinien geschlossen, womit sich die Integration über eine geschlossene Fläche zu null ergibt:

$$\Phi = \oint \mathbf{B} \, d\mathbf{A} = 0 \quad (3.5)$$

In einer PMSM wird der Erregerfluss durch Permanentmagnete erzeugt, die aufgrund der stets geschlossenen Feldlinien nach Gleichung 3.5 immer paarweise als Nord- und Südpol auftreten. Die Anzahl der Nord- und Südpole in einer PMSM wird als Polpaarzahl p bezeichnet, die stets ganzzahlig sein muss.

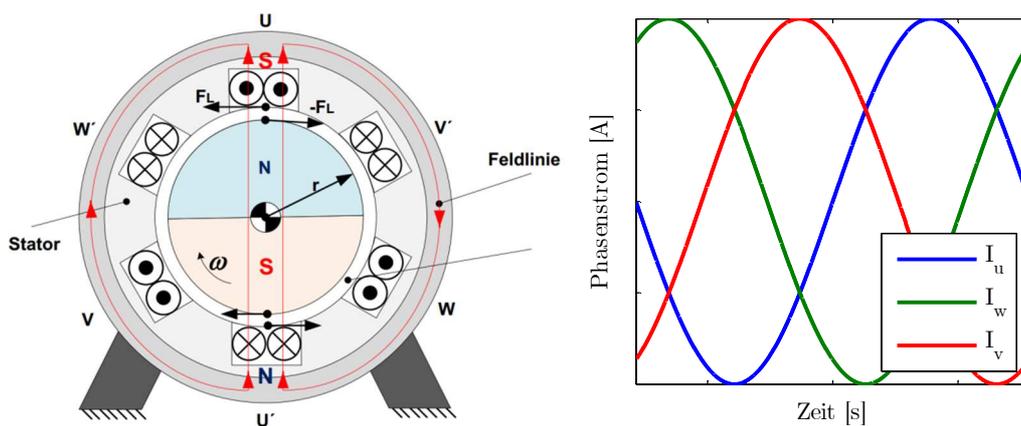


Abbildung 3.1: links: Vereinfachte Darstellung einer PMSM mit 2 Rotor- und 2 Statorpolen zur Verdeutlichung des Wirkprinzips [28]. rechts: Stromverlauf in den Spulen uvw zur Erzeugung eines Drehfelds

Im Stator wird mit Hilfe von stromdurchflossenen Spulen ein umlaufendes Magnetfeld erzeugt. Abbildung 3.1 zeigt die vereinfachte schematische Darstellung einer PMSM mit einem Polpaar. Zur besseren Darstellung ist nur eine Windung pro Spule dargestellt. Zu erkennen sind die geschlossenen Feldlinien des Permanentmagneten sowie die Wirkrichtung der Lorentzkraft, die eine Rotation des Läufers innerhalb des festen Stators bewirkt.

3.3 Raumzeigerdarstellung und Koordinatentransformation

Ein mehrphasiges, symmetrisches System kann mit Hilfe der transformierten Größen des Raumzeigers in Zusammenhang mit seinem geometrischen Aufbau gebracht und als komplexe Zahl dargestellt werden. Die in Abbildung 3.1 rechts dargestellten Stromverläufe werden durch einen Wechselrichter in die Windungen eingepreßt. Nach dem Stand der Technik werden meistens selbstgeführte dreiphasige Wechselrichter mit Transistoren realisiert [10]. Abbildung 3.2 zeigt beispielhaft die Verschaltung eines selbstgeführten Wechselrichters mit einer in Sternschaltung ausgeführten, dreiphasigen Maschine.

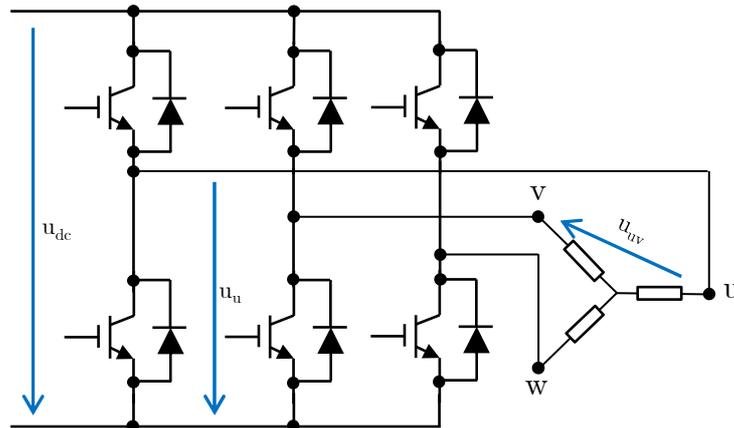


Abbildung 3.2: Selbstgeführter dreiphasiger Wechselrichter mit dreiphasiger, in Sternschaltung ausgeführter Maschine

Für den Zusammenhang der Strangspannungen und der verketteten Spannungen gilt somit:

$$u_{uv} = u_u - u_v, \quad (3.6)$$

$$u_{vw} = u_v - u_w, \quad (3.7)$$

$$u_{wu} = u_w - u_u. \quad (3.8)$$

Der Kirchhoffsche Knotensatz besagt, dass die Summe aller Ströme in einem nicht angeschlossenen Sternpunkt gleich null sein muss. Somit gilt:

$$i_u + i_v + i_w = 0. \quad (3.9)$$

Für weitere regelungstechnische Betrachtungen ist es sinnvoll, die oben hergeleiteten Beziehungen und die damit verbundene räumliche Anordnung der Phasen zu berücksichtigen und

eine Darstellung zu wählen, die bei reduzierter Variablenzahl das reale Verhalten der Maschine abbildet. Diese fiktive Raumzeigerdarstellung ist die geometrische Addition der Phasengrößen. In gängiger Darstellung wird der Raumzeiger in einem kartesischen Koordinatensystem abgebildet, das die Koordinatenachsen α und β besitzt und als $\alpha\beta$ -Koordinatensystem bezeichnet wird [10] [13]. Die $\alpha\beta$ -Transformation wird nach ihrer Entdeckerin Edith Clarke auch als Clarke-Transformation bezeichnet [29]. Üblicherweise wird die Achse u in Deckung mit der α -Achse gewählt, sodass von einem statorfesten Koordinatensystem gesprochen wird. In dieser Arbeit werden Variablen, die im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem dargestellt werden mit dem Superscript ($\alpha\beta$) bezeichnet, beispielsweise bezeichnet $\mathbf{i}^{\alpha\beta}$ einen Stromvektor im statorfesten $\alpha\beta$ -Koordinatensystem. Abbildung 3.3 zeigt die Transformation eines Raumzeigers \underline{x} in das statorfeste $\alpha\beta$ -Koordinatensystem. Die Summe aller Phasengrößen wird mit dem Index 0 bezeichnet.

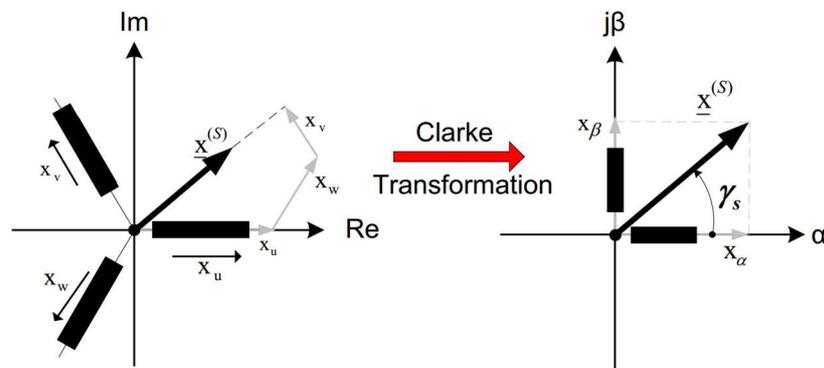


Abbildung 3.3: $\alpha\beta$ - bzw. Clarke-Transformation in ein statorfestes Koordinatensystem

Die analytische Darstellung der Clarke-Transformation ergibt sich zu:

$$\mathbf{x}^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{x} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

In Gleichung 3.10 steht der Vektor \mathbf{x} allgemein für Ströme, Spannungen, Flüsse und weitere elektrische Größen, auf die die Clarke-Transformation anwendbar ist. Der Faktor $\frac{2}{3}$ ist ein frei wählbarer Skalierungsfaktor, der lediglich den Scheitelwert der resultierenden $\alpha\beta$ -Größen beeinflusst. Wird dieser Faktor wie hier zu $\frac{2}{3}$ gewählt, so haben die resultierenden Sinusschwingungen im statorfesten Koordinatensystem eine identische Amplitude wie die Sinusschwingungen der Phasengrößen.

Für die inverse Transformation ergibt sich:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\text{uvw} \rightarrow \alpha\beta}^{-1} \cdot \mathbf{x}^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Die hier vorgestellte Transformation ist ein Standard in der elektrischen Antriebstechnik und wird in der Literatur ausführlich dargestellt, beispielsweise in [10].

Zur weiteren Vereinfachung von regelungstechnischen Aufgaben wird das statorfeste $\alpha\beta$ -Koordinatensystem mit dem elektrischen Winkel φ_{el} gedreht. Bei einer konstanten Drehzahl ω_{el} ergeben sich zwei konstante Größen, auf die die Theorie der linearen Regelungstechnik angewandt werden kann. Die Transformation wird als dq-Transformation oder nach ihrem Entdecker Robert H. Park als Park-Transformation bezeichnet [30]. Der Ausdruck Park-Transformation bezeichnet die direkte Transformation von Phasengrößen in das rotorfeste Koordinatensystem, ohne vorher eine Clarke-Transformation durchzuführen, da Robert H. Park die Transformation zeitlich vor Clarke vorgestellt hat. Im Folgenden wird aus diesem Grund der Ausdruck dq-Transformation verwendet, wenn die Transformation aus dem $\alpha\beta$ -Koordinatensystem in das dq-Koordinatensystem gemeint ist. Wird im Folgenden der Ausdruck Park-Transformation verwendet, ist die direkte Transformation von Phasengrößen in das rotorfeste Koordinatensystem gemeint.

Mit der Transformation können sinusförmige Größen vereinfacht in eine flussbildende Komponente (d-Achse) und eine momentenbildende Komponente (q-Achse) transformiert werden. Voraussetzung hierfür ist die Kenntnis des aktuellen elektrischen Winkels φ_{el} der Maschine. Die Ausrichtung der Achsen ist beliebig, in der Antriebstechnik wird bei PMSM jedoch üblicherweise die d-Achse mit der durch den Permanentmagneten verursachten Flussverkettung ausgerichtet [30].

Abbildung 3.4 zeigt die Transformation aus dem statorfesten $\alpha\beta$ -Koordinatensystem nach Gleichung 3.10 in das rotorfeste dq-Koordinatensystem bei einer Drehung mit dem aktuellen elektrischen Winkel φ_{el} . Bei einer Maschine mit Sternpunktverschaltung und nicht angeschlossenen N-Leiter ist die Summe der Ströme gleich null und somit ebenfalls die Nullkomponente der Clarke-Transformation.

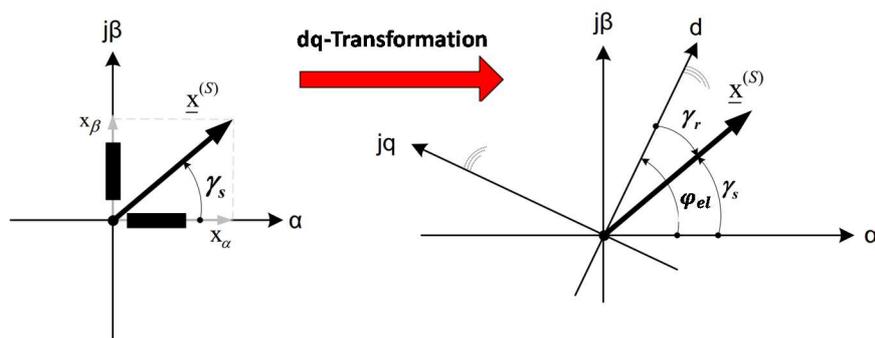


Abbildung 3.4: dq-Transformation in das rotorfeste dq-Koordinatensystem

Die analytische Beschreibung der dq-Transformation entspricht einer Rotation des $\alpha\beta$ -Koordinatensystems um den Ursprung mit dem Winkel φ_{el} nach Gleichung 3.12 [11].

$$\mathbf{x}^{dq} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{x}^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & \sin(\varphi_{el}) & 0 \\ -\sin(\varphi_{el}) & \cos(\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Die inverse dq-Transformation ergibt sich zu:

$$\mathbf{x}^{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}^{-1} \cdot \mathbf{x}^{dq} = \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{x}^{dq} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & -\sin(\varphi_{el}) & 0 \\ \sin(\varphi_{el}) & \cos(\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Für die Park-Transformation von Phasengrößen in das rotorfixe dq-Koordinatensystem ergibt sich:

$$\mathbf{x}^{dq} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{x} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & \cos\left(\varphi_{el} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{el} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\varphi_{el}) & -\sin\left(\varphi_{el} - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\varphi_{el} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}. \quad (3.14)$$

Für die inverse Park-Transformation gilt:

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}^{-1} \cdot \mathbf{x}^{dq} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & -\sin(\varphi_{el}) & 1 \\ \cos\left(\varphi_{el} - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\varphi_{el} - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\varphi_{el} - \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\varphi_{el} - \frac{4\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}^{dq}. \quad (3.15)$$

Zur Modellierung wird im weiteren Verlauf ebenfalls die Zeitableitung der Transformationsmatrizen benötigt. Mit der elektrischen Geschwindigkeit ω_{el} als zeitliche Ableitung des elektrischen Winkels φ_{el} ergibt sich:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} = \omega_{el} \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_{el}) & \cos(\varphi_{el}) & 0 \\ -\cos(\varphi_{el}) & -\sin(\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = -\omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} = -\omega_{el} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{J} \quad (3.16)$$

mit der Matrix:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Analog ergibt sich für die zeitliche Ableitung der inversen dq-Transformation:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} = \omega_{el} \cdot \begin{bmatrix} -\sin(\varphi_{el}) & -\cos(\varphi_{el}) & 0 \\ \cos(\varphi_{el}) & -\sin(\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} = \omega_{el} \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{J}. \quad (3.18)$$

3.4 Grundwellenmodell einer dreiphasigen Synchronmaschine

Im Folgenden wird eine analytische Beschreibung der dreiphasigen Synchronmaschine anhand eines allgemeinen Ansatzes über die Flussverkettung hergeleitet. Hierbei werden zur Vereinfachung folgende Annahmen getroffen:

- Der Aufbau der Synchronmaschine ist auf die Phasengrößen bezogen symmetrisch (Spulenwiderstand und Induktivität der Phasen).
- Die Statoreisensättigung wird vernachlässigt. Daraus folgt, dass der Zusammenhang zwischen Flussverkettung und Strom linear ist. Dementsprechend sind die Induktivitäten konstant und es sind keine Kreuzkopplungseffekte vorhanden.
- Die Synchronmaschine wird von einem dreiphasigen Wechselrichter gespeist und ist in Sternverschaltung ausgeführt (vgl. Abbildung 3.2). Der Sternpunkt ist nicht angeschlossen.
- Temperaturabhängige Effekte werden vernachlässigt.

Dieses Modell wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit als vereinfachtes Modell bezeichnet und in Kapitel 4 auf fünfphasige Maschinen unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten und Mehrfachanisotropien erweitert.

In Kapitel 3.4.1 wird zunächst die Differentialgleichung des elektrischen Teilsystems hergeleitet. In Kapitel 3.4.2 folgt die Herleitung der Differentialgleichung des mechanischen Teilsystems.

3.4.1 Elektrisches Teilsystem

Bei der Betrachtung des elektrischen Teilsystems wird das Prinzip der elektromagnetischen Induktion verwendet. Das Faradaysche Induktionsgesetz besagt, dass die induzierte Spannung u_{ind} in einer geschlossenen Leiterschleife äquivalent zur zeitlichen Ableitung der magnetischen Flussverkettung ist [31]:

$$u_{ind} = \frac{d\psi}{dt}. \quad (3.19)$$

In Bezug auf die Flussverkettung wird in der elektrischen Maschine zwischen der durch den Permanentmagneten verursachten Flussverkettung im Stator ψ_{PM} , der durch die Ströme in den Wicklungen verursachten Flussverkettung ψ_{LI} und der Statorflussverkettung $\psi = \psi_{PM} + \psi_{LI}$ unterschieden.

Die Spannung an einer Statorwicklung teilt sich in einen Spannungsabfall am Widerstand R und die induzierte Spannung nach Gleichung 3.19 auf. Für die Spannungsgleichung folgt:

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}. \quad (3.20)$$

Das allgemeine Ersatzschaltbild PMSM ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Das im Folgenden hergeleitete Ersatzschaltbild der PMSM in rotorfesten Koordinaten zeigt Abbildung 3.6.

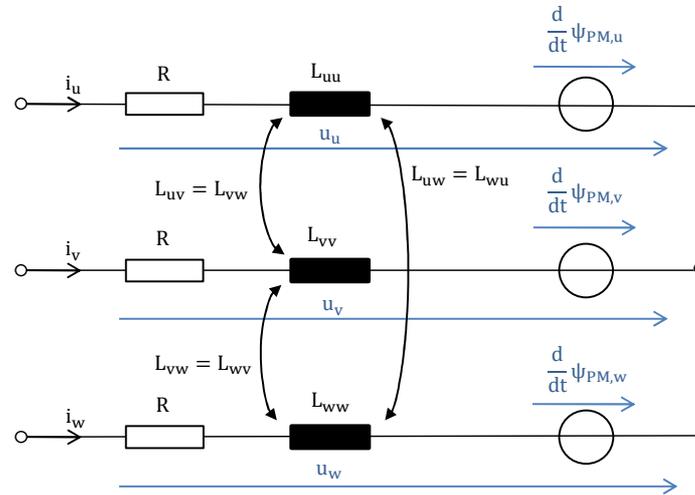


Abbildung 3.5: Elektrisches Ersatzschaltbild einer PMSM in Sternschaltung (Autor nach [15])

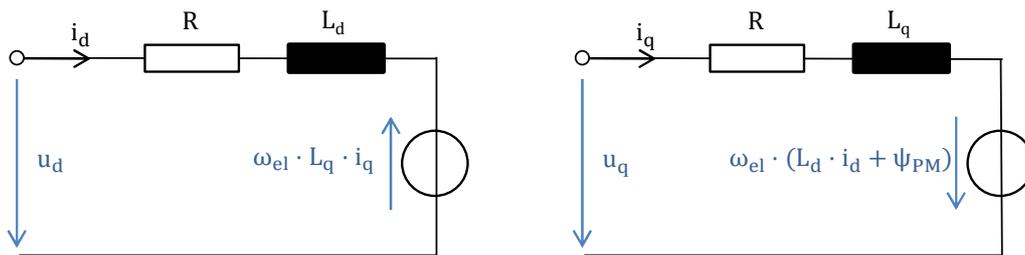


Abbildung 3.6: Vereinfachtes Ersatzschaltbild einer PMSM im rotorfesten Koordinatensystem ohne Sättigungs- und Kreuzkopplungseffekte

Die hier angegebene Gleichung 3.20 für Phasengrößen gilt ohne Einschränkung auch nach einer Clarke-Transformation in das $\alpha\beta$ -Koordinatensystem nach Gleichung 3.21.

$$\mathbf{u}^{\alpha\beta} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}^{\alpha\beta} \quad (3.21)$$

Im Folgenden werden die Gleichungen aus dem statorfesten $\alpha\beta$ -Koordinatensystem entwickelt. Der Vektor der Statorflussverkettung $\boldsymbol{\psi}$ wird in rotorfesten Koordinaten angegeben, da sich beide Komponenten abhängig von und sinusförmig mit dem elektrischen Rotorwinkel φ_{el} entwickeln und somit im dq-Koordinatensystem zu Gleichgrößen werden. Die Statorflussverkettung wird durch den Statorstrom \mathbf{i}^{dq} und den Permanentmagneten verursacht. Somit gilt:

$$\boldsymbol{\psi}^{dq} = \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq} \quad (3.22)$$

mit der Matrix der absoluten Induktivitäten:

$$\mathbf{L}^{dq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Für den Fall einer isotropen Maschine gilt $L_d = L_q = L_s$. Werden die eingangs dieses Kapitels getroffenen Annahmen bezüglich Eisensättigung und Positionsabhängigkeit nicht getroffen, so wäre eine Abhängigkeit vom aktuellen Strom und der elektrischen Position zu berücksichtigen. Diese Erweiterung auf Sättigungseffekte und Mehrfachanisotropien findet in Kapitel 4 statt. Die Statorflussverkettung $\boldsymbol{\psi}^{dq}$ wird in das statorfeste $\alpha\beta$ -Koordinatensystem überführt.

$$\boldsymbol{\psi}^{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot (\mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}) = \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq} \quad (3.24)$$

Anschließend kann durch Einsetzen von Gleichung 3.24 in 3.21 die Spannungsgleichung in statorfesten Koordinaten berechnet werden.

$$\mathbf{u}^{\alpha\beta} = R \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta}) + \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}) \quad (3.25)$$

Für die zeitliche Ableitung des Terms $\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta}$ ergibt sich:

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta}) = \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}) \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{\alpha\beta}. \quad (3.26)$$

Durch Anwendung der Kettenregel auf den ersten Summanden der rechten Seite folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta}) &= \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta}) \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} \\ &+ \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{L}^{dq}) \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} \\ &+ \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}) \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} \\ &+ \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Die Verwendung der Ableitungen nach den Gleichungen 3.16 und 3.18 auf den ersten und dritten Summand von Gleichung 3.27 ergibt:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{L}^{dq} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta}) \\ &= \omega_{el} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{L}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{J}) \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{L}^{dq}) \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} \\ &+ \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Die Werte in der Matrix \mathbf{L}^{dq} werden hier als konstant angenommen und die zeitliche Ableitung des zweiten Summanden in Gleichung 3.28 ergibt sich zu null. Einsetzen von Gleichung 3.28 in Gleichung 3.25 liefert die Darstellung im statorfesten Koordinatensystem:

$$\mathbf{u}^{\alpha\beta} = R \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \omega_{el} \cdot (\mathbf{J} \cdot \mathbf{L}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{J}) \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}. \quad (3.29)$$

Der Ausdruck $(\mathbf{J} \cdot \mathbf{L}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{J})$ ergibt sich für $L_d = L_q$ zu null. Diese Darstellung ist aufgrund der zeitlichen Ableitung der sinusförmigen Ströme im $\alpha\beta$ -Koordinatensystem zur Anwendung von linearer Regelungstechnik nicht geeignet. Hierzu ist eine Darstellung im dq-Koordinatensystem notwendig. Diese ergibt sich aus der Transformation der Gleichung 3.21:

$$\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{u}^{dq} = R \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \frac{d}{dt} (\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}). \quad (3.30)$$

Eine linkseitige Matrixmultiplikation mit $\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}$ ergibt:

$$\mathbf{u}^{dq} = R \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}^{dq} + \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}. \quad (3.31)$$

Für ein konstantes $\boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}$ und konstante Induktivitäten L_d und L_q ergibt sich:

$$\mathbf{u}^{dq} = R \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{L}^{dq} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{dq} + \omega_{el} \cdot (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}). \quad (3.32)$$

Dies entspricht dem aus der Standardliteratur bekannten Grundwellenmodell [10] [13] [32]. Ohne die anfangs dieses Kapitels getroffenen Annahmen bezüglich der Sättigungseffekte gilt:

$$\mathbf{u}^{dq} = R \cdot \mathbf{i}^{dq} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) + \omega_{el} \cdot (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})). \quad (3.33)$$

Ausgehend von Gleichung 3.33 wird in Kapitel 4.3.1 ein erweitertes Modell des elektrischen Teilsystems hergeleitet.

3.4.2 Mechanisches Teilsystem

3.4.2.1 Magnetische Co-Energie

Zur Herleitung der analytischen Gleichungen des mechanischen Teilsystems wird die magnetische Co-Energie verwendet. Die magnetische Co-Energie E_{co} ist eine Hilfsgröße, die keine direkte physikalische Bedeutung besitzt. Als mathematische Hilfsgröße erlaubt die Co-Energie jedoch eine vereinfachte Berechnung der elektromagnetischen Energiewandlung [5].

Die magnetische Energie E_{mag} ist definiert als [33]:

$$E_{mag} = \int_0^{\Psi} \mathbf{i} \cdot d\boldsymbol{\psi}^*. \quad (3.34)$$

Der Stern als Superscript kennzeichnet die Laufvariable der Integration.

Für den Zusammenhang zwischen magnetischer Energie und magnetischer Co-Energie gilt [13]:

$$E_{\text{co}} = \psi \cdot i - E_{\text{mag}} \quad (3.35)$$

$$E_{\text{co}} = \int_0^i \psi \cdot di^* \quad (3.36)$$

Der Zusammenhang zwischen Stromstärke, Flussverkettung, magnetischer Energie und magnetischer Co-Energie für eine einfache Spule ist in Abbildung 3.7 graphisch dargestellt.

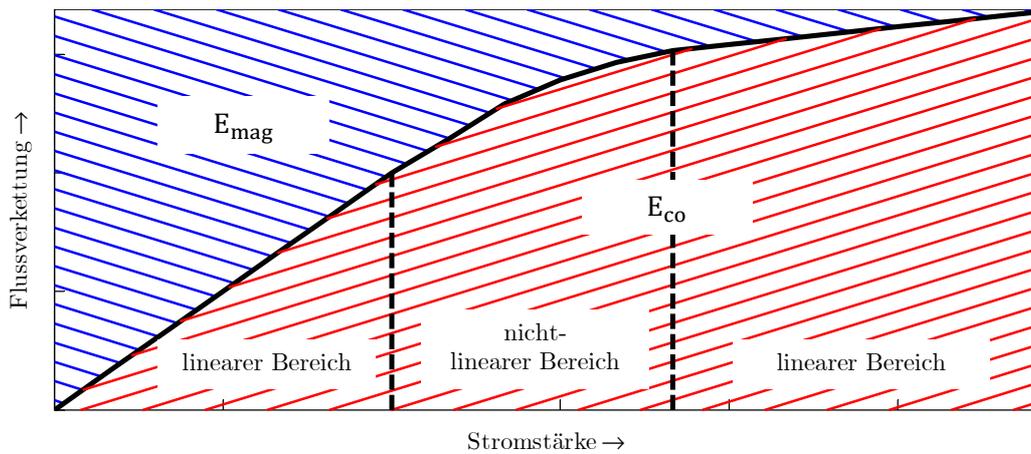


Abbildung 3.7: Darstellung der magnetischen Energie und magnetischen Co-Energie (Autor nach [5])

3.4.2.2 Herleitung der Momentengleichung in Phasengrößen

Die Herleitung der Drehmomentberechnung nach [13] erfolgt über eine Leistungsbilanz einer als verlustfrei betrachteten Synchronmaschine. Verluste wie die mechanische Reibung oder ohmsche Verluste über dem Widerstand können separat betrachtet werden und fließen hier nicht in die Betrachtung ein.

Die zugeführte elektrische Leistung P_{el} teilt sich im System in eine mechanisch abgegebene Leistung P_{mech} und in eine Änderung der im System gespeicherten magnetischen Energie E_{mag} auf [13].

$$P_{\text{el}} = P_{\text{mech}} + \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} \quad (3.37)$$

Für ein dreiphasiges System, das in Phasengrößen betrachtet wird, ergibt sich für die elektrische Leistung bei Vernachlässigung des Spannungsabfalls über dem Widerstand [5]:

$$P_{\text{el}} = i_u \cdot \frac{d\psi_u}{dt} + i_v \cdot \frac{d\psi_v}{dt} + i_w \cdot \frac{d\psi_w}{dt}, \quad (3.38)$$

$$P_{\text{el}} = \mathbf{i}^T \cdot \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt}. \quad (3.39)$$

Eine Vernachlässigung des Spannungsabfalls über dem ohmschen Widerstand in Abbildung 3.5 ist zulässig, da dieser vom magnetischen System separiert ist [13]. Die mechanische Leistung einer Synchronmaschine berechnet sich aus dem Produkt des Drehmoments mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit ω_{mech} [10]:

$$P_{\text{mech}} = M \cdot \omega_{\text{mech}} \quad (3.40)$$

$$P_{\text{mech}} = M \cdot \frac{d\varphi_{\text{mech}}}{dt}. \quad (3.41)$$

Einsetzen der Gleichungen 3.38 und 3.41 in 3.37 und eine Multiplikation mit dt ergibt:

$$dE_{\text{mag}} = i_u \cdot d\psi_u + i_v \cdot d\psi_v + i_w \cdot d\psi_w - M \cdot d\varphi_{\text{mech}}. \quad (3.42)$$

An dieser Stelle wird die Hilfsgröße der magnetischen Co-Energie verwendet. Gleichung 3.35 wird hierzu auf dreiphasige Maschinen angewandt ebenfalls als Differenzial betrachtet [5]:

$$dE_{\text{co}} = d(i_u \cdot \psi_u + i_v \cdot \psi_v + i_w \cdot \psi_w) - dE_{\text{mag}}. \quad (3.43)$$

Eine Umformung von Gleichung 3.43 nach dE_{mag} und anschließendes Einsetzen in 3.42 ergibt:

$$dE_{\text{co}} = \psi_u \cdot di_u + \psi_v \cdot di_v + \psi_w \cdot di_w + M \cdot d\varphi_{\text{mech}}. \quad (3.44)$$

Zur Durchführung eines Koeffizientenvergleichs wird 3.44 als totales Differential der magnetischen Co-Energie, die von den Strangströmen und dem elektrischen Winkel abhängig ist, dargestellt.

$$dE_{\text{co}}(\mathbf{i}, \varphi_{\text{mech}}) = \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial i_u} \cdot di_u + \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial i_v} \cdot di_v + \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial i_w} \cdot di_w + \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial \varphi_{\text{mech}}} \cdot d\varphi_{\text{mech}} \quad (3.45)$$

Der Koeffizientenvergleich der Gleichungen 3.44 und 3.45 ergibt für das Drehmoment:

$$M = \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial \varphi_{\text{mech}}}. \quad (3.46)$$

Diese Gleichung ist nur gültig, wenn die Strangströme konstant gehalten werden. Ebenfalls aus dem Koeffizientenvergleich ergibt sich eine Möglichkeit, die Statorflussverkettungen über die magnetische Co-Energie auszudrücken. Die Flussverkettungen ergeben sich zur partiellen Ableitung der Co-Energie nach dem betrachteten Strangstrom. In vektorieller Schreibweise gilt dann:

$$\boldsymbol{\psi} = \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial \mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial i_u} \\ \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial i_v} \\ \frac{\partial E_{\text{co}}}{\partial i_w} \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

3.4.2.3 Herleitung der Momentengleichung im dq-Koordinatensystem

Die im vorherigen Kapitel hergeleitete Momentengleichung ist in Phasengrößen ausgedrückt. Analog zur Modellbildung des elektrischen Teilsystem in Abschnitt 3.4.1 ist jedoch eine Formulierung im rotorfesten Koordinatensystem wünschenswert. Eine direkte Transformation von Gleichung 3.46 ist nicht möglich, da es sich bei der Co-Energie um einen Skalar handelt und eine Multiplikation mit der Transformationsmatrix nicht möglich ist.

Ausschließlich in diesem Kapitel wird die Nullkomponente vernachlässigt. Der Vektor \mathbf{i}^{dq} besteht somit aus den Komponenten i_d und i_q . Dementsprechend verhält es sich auch mit dem Vektor der Statorflussverkettung und den Transformationsmatrizen. Zur weiteren Herleitung wird die Gleichung der elektrischen Leistung im rotorfesten Koordinatensystem aufgestellt.

$$\begin{aligned} P_{\text{el}} &= \mathbf{i}^T \cdot \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} = (\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \text{uvw}} \cdot \mathbf{T}_{\text{uvw} \rightarrow \text{dq}} \cdot \mathbf{i})^T \cdot \frac{d(\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \text{uvw}} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}))}{dt} \\ &= (\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \text{uvw}} \cdot \mathbf{i}^{dq})^T \cdot \mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \text{uvw}} \cdot \left(\omega_{\text{el}} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) + \frac{d\boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})}{dt} \right) \\ &= \frac{3}{2} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot \left(\omega_{\text{el}} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) + \frac{d\boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})}{dt} \right). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Der Faktor $\frac{3}{2}$ ergibt sich aus der links- und rechtsseitigen Multiplikation von \mathbf{i}^{dq} mit der Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{\text{dq} \rightarrow \text{uvw}}$.

Einsetzen von 3.48 in 3.37 liefert:

$$\frac{3}{2} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot \left(\omega_{\text{el}} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) + \frac{d\boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})}{dt} \right) = M \cdot \omega_{\text{mech}} + \frac{dE_{\text{mag}}}{dt}. \quad (3.49)$$

Es gilt weiterhin:

$$\frac{d\varphi_{\text{mech}}}{dt} = \omega_{\text{mech}} \quad (3.50)$$

und somit:

$$\frac{d\varphi_{\text{mech}}}{\omega_{\text{mech}}} = dt. \quad (3.51)$$

Mit $\varphi_{el} = \mathbf{p} \cdot \varphi_{mech}$ und $\omega_{el} = \mathbf{p} \cdot \omega_{mech}$ ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung 3.51 in 3.49:

$$\frac{3}{2} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{p} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})) \cdot d\varphi_{mech} + d\boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) = \mathbf{M} \cdot d\varphi_{mech} + dE_{mag}. \quad (3.52)$$

Die totalen Differentiale von $d\boldsymbol{\psi}^{dq}$ und dE_{mag} ergeben sich zu [34]:

$$d\boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{mech}) = \begin{bmatrix} d\psi_d(i_d, i_q, \varphi_{mech}) \\ d\psi_q(i_d, i_q, \varphi_{mech}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d} di_d + \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} di_q + \frac{\partial \psi_d}{\partial \varphi_{mech}} d\varphi_{mech} \\ \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d} di_d + \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q} di_q + \frac{\partial \psi_q}{\partial \varphi_{mech}} d\varphi_{mech} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$dE_{mag}(i_d, i_q, \varphi_{mech}) = \frac{\partial E_{mag}}{\partial i_d} di_d + \frac{\partial E_{mag}}{\partial i_q} di_q + \frac{\partial E_{mag}}{\partial \varphi_{mech}} d\varphi_{mech}. \quad (3.54)$$

Des Weiteren seien definiert:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\psi}^{dq}}{\partial \varphi_{mech}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial \varphi_{mech}} & \frac{\partial \psi_q}{\partial \varphi_{mech}} \end{bmatrix}^T, \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial E_{mag}}{\partial \mathbf{i}^{dq}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_{mag}}{\partial i_d} & \frac{\partial E_{mag}}{\partial i_q} \end{bmatrix}^T, \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial \psi_d}{\partial \mathbf{i}^{dq}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} \end{bmatrix}^T, \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial \psi_q}{\partial \mathbf{i}^{dq}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q} \end{bmatrix}^T. \quad (3.58)$$

Einsetzen der Gleichungen 3.53 und 3.54 in Gleichung 3.52 unter Berücksichtigung der obenstehenden Definitionen und anschließendes Umstellen nach $\mathbf{M} \cdot d\varphi_{mech}$ ergibt:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \cdot d\varphi_{mech} &= \frac{3}{2} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{p} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})) \cdot d\varphi_{mech} \\ &+ \left(\frac{3}{2} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\psi}^{dq}}{\partial \varphi_{mech}} - \frac{\partial E_{mag}}{\partial \varphi_{mech}} \right) \cdot d\varphi_{mech} \\ &+ \left(\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{\partial \psi_d}{\partial \mathbf{i}^{dq}} + \frac{\partial \psi_q}{\partial \mathbf{i}^{dq}} \right)^T - \left(\frac{\partial E_{mag}}{\partial \mathbf{i}^{dq}} \right)^T \right) \cdot d\mathbf{i}^{dq}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Der erste Summand aus Gleichung 3.59 entspricht der Summe aus dem Permanentmagnetmoment und dem Reluktanzmoment.

Der zweite Summand stellt die partielle Ableitung der im rotorfesten Koordinatensystem ausgedrückten magnetischen Co-Energie nach dem mechanischen Winkel dar [34]. Die Berechnung der Co-Energie im rotorfesten Koordinatensystem wird in Kapitel 0 beschrieben. Es sei hervorgehoben, dass die Werte der Co-Energie sich zwischen der statorfesten und rotorfesten Betrachtung unterscheiden [35]. Der zweite Summand ist mittelwertfrei und beinhaltet die Momentenwelligkeit inklusive von Rastmomenten [14]. Eine genauere Betrachtung des Einflusses des Summanden auf das Drehmoment findet sich in der Validierung der Gleichungen in Abschnitt 4.5.3.

Der dritte Summand von Gleichung ergibt sich nach [34] und [36] zu null. Hieraus folgt, dass das erzeugte innere Moment unabhängig von der aktuellen Änderungsrate der Ströme und Flussverkettungen ist [34].

Eine Division von Gleichung 3.59 durch $d\varphi_{\text{mech}}$ ergibt die vollständige Momentengleichung im rotorfesten Koordinatensystem:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})) + \mathbf{p} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})}{\partial \varphi_{\text{el}}}. \quad (3.60)$$

Die Gleichung 3.60 gilt ohne Einschränkungen auch für den Sättigungsbereich, d.h. wenn kein linearer Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{\psi}$ und \mathbf{i} angenommen wird. Diese Gleichung dient als Grundlage der weiteren Betrachtungen in dieser Arbeit und beinhaltet Nichtlinearitäten und Sättigungseffekte. Der Vollständigkeit halber wird im Folgenden die Gleichung kurz für die Annahme von linearem Maschinenverhalten und in Skalargrößen dargestellt. Durch die Vernachlässigung von positionsabhängigen Effekten wird der zweite Summand von Gleichung 3.60 zu null und es ergibt sich die aus der Standardliteratur bekannte Gleichung für das Drehmoment von Synchronmaschinen [10]:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}) \quad (3.61)$$

oder in skalaren Größen ausgedrückt:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d). \quad (3.62)$$

Nimmt man an, dass die Flussverkettung des Permanentmagneten ψ_{PM}^{dq} nur in der d-Achse wirkt, dann folgt:

$$\mathbf{M} = \frac{3}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\psi_{\text{PM},d}^{dq} \cdot i_q + (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q). \quad (3.63)$$

Gleichung 3.63 gilt für PMSM mit Reluktanzanteil am Moment, der beispielsweise bei der Verwendung von vergrabenen Magneten relevant wird. Für eine reine Synchron-

Reluktanzmaschine fällt der Summand $\psi_{PM,d}^{dq} \cdot i_q$ durch $\psi_{PM,d}^{dq} = 0$ weg. Bei einer Maschine ohne Anisotropie gilt $L_d = L_q$ und für das Drehmoment somit:

$$M = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \psi_{PM,d}^{dq} \cdot i_q. \quad (3.64)$$

4 Modellierung fünfphasiger Synchronmaschinen

Im Folgenden wird die Modellierung fünfphasiger Maschinen detailliert beschrieben. In Abschnitt 4.1 werden die Testsysteme und die Topologie der Leistungselektronik beschrieben. Anschließend wird in 4.2 eine erweiterte Koordinatentransformation eingeführt, welche die Regelung von fünfphasigen Maschinen ermöglicht. Diese wird in Abschnitt 4.3 verwendet, um ein analytisches Modell der fünfphasigen Synchronmaschine herzuleiten, welches sowohl Sättigungseffekte als auch Mehrfachanisotropien berücksichtigt. Das Modell wird anschließend in Abschnitt 4.4 anhand von FEM-Simulationen validiert.

4.1 Beschreibung der Testsysteme

Im BMBF-geförderten Verbundforschungsprojekt EMiLE (Akronym für „Elektro-Motor integrierte Leistungs-Elektronik“) wird ein hochintegriertes, modulares Antriebssystem entwickelt mit dem Ziel, Leistungsdichte und Wirkungsgrad zu steigern und Systemkosten zu senken [37]. Ziel ist eine Hochintegration des Wechselrichters in das Gehäuse des Elektromotors mit einem gemeinsamen Kühlkonzept, um Schnittstellen und Bauraum zu reduzieren. Hierfür wird das Konzept des „intelligenten Einzelzahns“ oder „Smart Stator Tooth“ (SST) realisiert, in dem jede Spule des in Zahnspulentechnik ausgeführten Motors mit einem der intelligenten Einzelzähne verbunden wird. Jeder Einzelzahn besteht aus einer H-Brücke mit Gate-Treiber, einem Kommunikationsmodul und der Stromsensoren [38]. Auf der Gleichspannungsseite sind die einzelnen SST-Module über eine „DC-Busbar“ mit einem Kondensator verbunden. Abbildung 4.1 links zeigt eine schematische Darstellung eines beispielhaften Antriebs mit neun Spulen. Auf der rechten Seite ist ein Bild des verwendeten intelligenten Einzelzahns, bestehend aus einer Spule und einem SST-Modul, dargestellt.

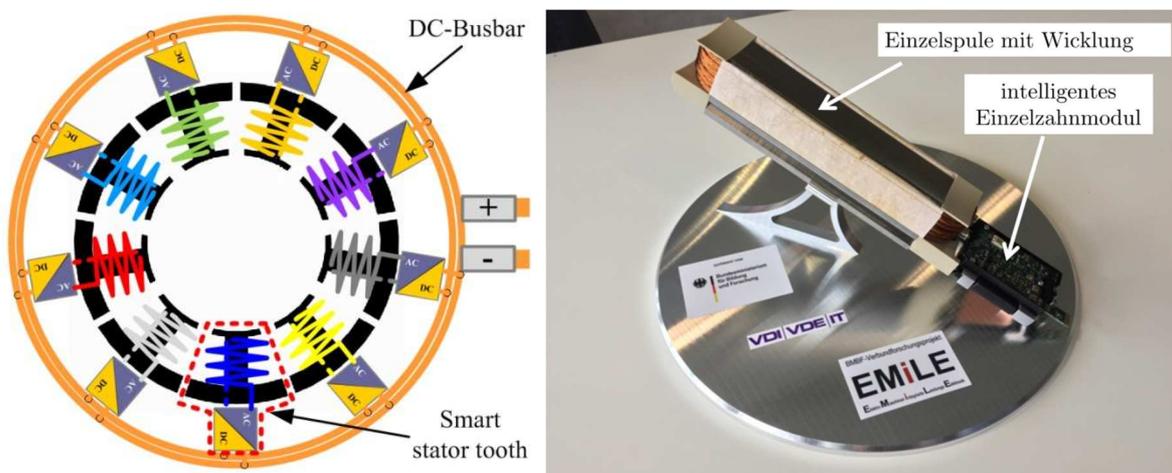


Abbildung 4.1: links: Schematische Darstellung des Konzepts des intelligenten Einzelzahns mit „DC-Busbar“ [38], rechts: Bild eines intelligenten Einzelzahnmoduls mit einer Einzelspule

Die in dieser Arbeit experimentell untersuchten Maschinen sind fünfphasige Maschinen mit zehn Spulen und einer Polpaarzahl von $p = 6$. Die Auswahl einer fünfphasigen Maschine ermöglicht neben einem höheren Wicklungsfaktor für die Grundwelle die Verwendung der dritten Harmonischen in den Flussverkettungen bzw. Phasenströmen zur Erzeugung eines konstanten Drehmoments [9].

Es werden zwei Testsysteme aufgebaut: ein Testsystem mit einem Motor mit reduzierter Leistung und außenliegender Leistungselektronik, der in Kapitel 4.1.1 beschrieben wird, und ein Motor mit erhöhter Leistung und hochintegrierter Leistungselektronik, der in Abschnitt 4.1.2 beschrieben wird.

4.1.1 Testsystem mit außenliegender Leistungselektronik

Zur Validierung der Modellbildung des fünfphasigen Antriebs wird ein Demonstrator mit außenliegender Leistungselektronik mit geringerer Nennleistung, als der in Abschnitt 4.1.2 vorgestellte hochintegrierte Demonstrator, aufgebaut. Dieser Demonstrator wird für die Simulationen und Messungen in den Kapiteln 4 bis 6.1 verwendet, die sich insbesondere auf die Motorseite beziehen und in Kapitel 5 die Messung einer Spulenspannung erfordern, was in dem hochintegrierten Testsystem nicht möglich ist. Eine Beschreibung und Bebilderung des Testsystems findet sich in Abschnitt 5.8.1. Die Nenndaten des Antriebssystems sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

Nennmoment M_{Nenn}	120 Nm
Nenndrehzahl n_{Nenn}	600 rpm
Nennleistung P_{Nenn}	7,5 kW
Nennstrom (Spule / Phase) I_{Nenn}	8,27 A / 16,54 A(Scheitelwert)
Nennspannung U_{Nenn}	220 V (Scheitelwert)
d-Induktivität	21,9 mH (unbestromt)
q-Induktivität	21,7 mH (unbestromt)
Polpaarzahl	6
Spulen pro Phase	2
Widerstand (Spule / Phase)	0,99 Ω / 0,495 Ω
PM-Flussverkettung $\Psi_{\text{PM,d}}$	0,503 Wb (unbestromt)
PM-Flussverkettung $\Psi_{\text{PM,d3}}$	0,0171 Wb (unbestromt)

Tabelle 4.1: Nenndaten des Testsystems mit außenliegender Leistungselektronik [9]

4.1.2 Hochintegriertes Testsystem

Des Weiteren wird ein neuartiges Kühl- und Integrationskonzept entwickelt, mit dem die SST-Module hochintegriert in einem Gehäuse mit dem Motor verwendet werden können. Dieses Testsystem wird ab Kapitel 6.2 verwendet, um den Gesamtwirkungsgrad eines hochintegrierten, fünfphasigen Antriebssystems zu untersuchen. Die Nenndaten des

entwickelten Motors sind in Tabelle 4.2 gegeben [9]. Abbildung 4.2 zeigt die Drehzahl-Drehmomentkennlinie des Antriebs. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf die Umsetzung eines Feldschwächalgorithmus verzichtet, weswegen die erreichbare Drehzahl auf die Nenndrehzahl von 600 rpm begrenzt ist. Der Statorblechschnitt des Motors und eine Fotografie des Integrationskonzepts werden in Abbildung 4.3 dargestellt.

Nennmoment M_{Nenn}	350 Nm
Nenndrehzahl n_{Nenn}	600 rpm
Nennleistung P_{Nenn}	22 kW
Nennstrom (Spule / Phase) I_{Nenn}	18,91 A / 37,82 A (Scheitelwert)
Nennspannung U_{Nenn}	226 V (Scheitelwert)
d-Induktivität	7,9 mH (unbestromt)
q-Induktivität	7,1 mH (unbestromt)
Polpaarzahl	6
Spulen pro Phase	2
Widerstand (Spule / Phase)	0,218 Ω / 0,109 Ω
PM-Flussverkettung $\Psi_{\text{PM,d}}$	0,62 Wb (unbestromt)
PM-Flussverkettung $\Psi_{\text{PM,d3}}$	0,029 Wb (unbestromt)
Länge / Aktivteillänge	850 mm / 300 mm
Breite / Höhe	260 mm / 260 mm
Volumen	57,5 l
Nennleistungsdichte	0,4 kW/l
Nenndrehmomentdichte	6 Nm/l

Tabelle 4.2: Nenndaten des verwendeten Motors [9]

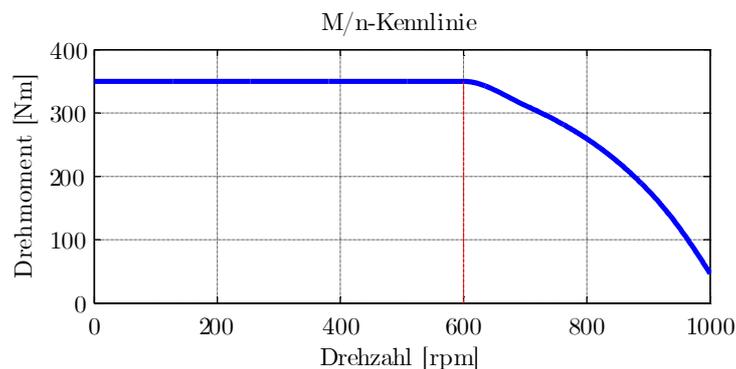


Abbildung 4.2 Drehzahl-Drehmomentkennlinie des Antriebssystems bei Nennstrom nach Auslegung

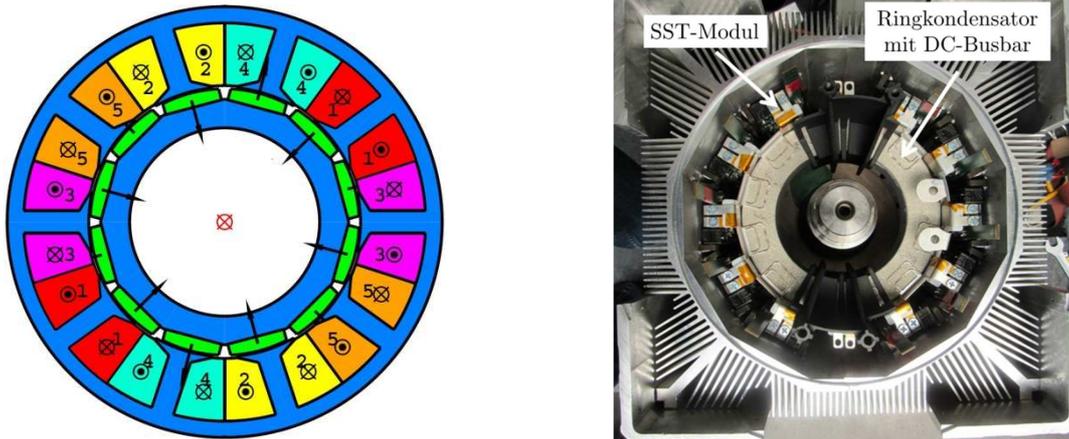


Abbildung 4.3: links: Blechschnitt und Rotorgeometrie des fünfphasigen Motors, rechts: Fotografie aus Sicht des B-Lagerschildes mit SST-Modul und Ringkondensator

Auf eine ausführliche Beschreibung der Maschine und des Integrationskonzepts wird hier verzichtet, da der Fokus dieser Arbeit auf regelungstechnischen Fragestellungen liegt. Für weitere Details bezüglich der Motoroptimierung sei auf [39] sowie [40] verwiesen. Das Integrationskonzept wird detailliert in [9], [41] und [42] beschrieben.

Für die Entwicklung der Regelung ist die in Abbildung 4.4 dargestellte leistungselektronische Topologie des Wechselrichters relevant. Jede der zehn Spulen wird von einer H-Brücke angesteuert und die Phasen sind untereinander weder im Stern noch im Dreieck verschaltet. Das bedeutet, dass die Ströme und Spannungen in jeder Spule unabhängig vom aktuellen Zustand der anderen Spulen gestellt werden können. Für die Entwicklung einer Regelung ergeben sich damit neben der Erweiterung der Park-Transformation und des Regelungskonzepts auf fünf Phasen folgende Besonderheiten:

- Die Summe aller Spulenströme ergibt sich nicht automatisch zu null wie in Maschinen mit Sternpunktverschaltung. Dementsprechend ist in der Park-Transformation eine Nullkomponente zu berücksichtigen.
- Jede Spulenspannung bzw. jeder Spulenstrom kann unabhängig von den Spannungen bzw. Strömen in den anderen Spulen gestellt werden. Eine Kopplung findet lediglich durch induktive Effekte statt.
- Die Schaltung ermöglicht die Injektion von Strom- und Spannungsharmonischen beliebiger Ordnung in die Spulen, wohingegen bei Sternpunktverschaltung bei m -phasigen Maschinen keine Harmonischen der Ordnungen $m, 2m, 3m, \dots, k \cdot m$ möglich sind.
- Im vorgestellten Fall einer fünfphasigen Maschine mit zehn Spulen ist jede Phase doppelt vorhanden. Die einzelnen Spulen einer Phase können jedoch unabhängig voneinander geschaltet werden (beispielsweise: Phase U_1 und U_2 in Abbildung 4.4). Dies ermöglicht eine beliebige Verteilung des Phasenstroms auf beide Spulen bis hin zum kompletten Abschalten einer Spule und dem Betrieb des Motors mit nur fünf Spulen.

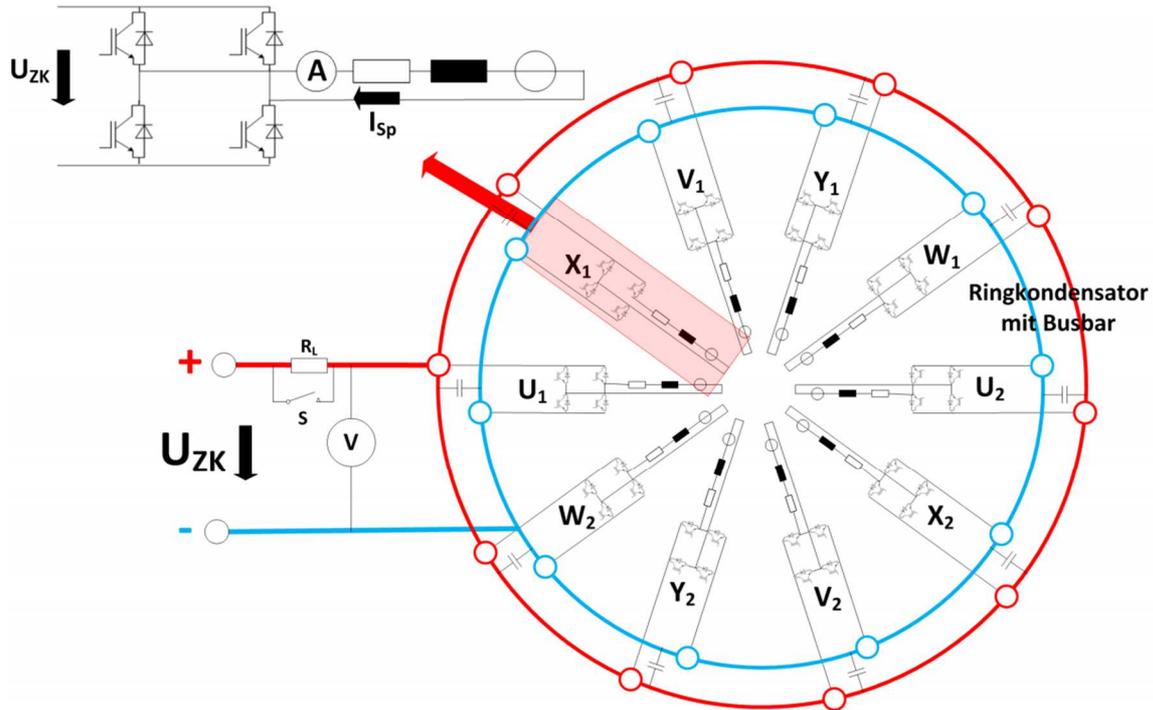


Abbildung 4.4: Leistungselektronische Topologie eines fünfphasigen Wechselrichters mit Ringkondensator und Vollbrückenmodulen bei der Verwendung von zehn Spulen [9]

4.2 Erweiterte Koordinatentransformationen

Die Modellbildung verfolgt analog zum Vorgehen beim Grundwellenmodell einer dreiphasigen Maschine in Abschnitt 3.4 das Ziel, die relevanten Wechselgrößen der Maschine in Gleichgrößen zu überführen, um lineare regelungstechnische Ansätze zur Motorenregelung zu verwenden. Hierfür werden analog zu [2] die Transformationsmatrizen der Größe 3×3 auf Matrizen der Größe 5×5 erweitert. Für die Transformation von statorfesten Größen in rotorfixe Größen wäre auch eine Matrix der Größe 5×3 denkbar, die jedoch nicht quadratisch und somit nicht invertierbar ist. Des Weiteren gingen durch eine Transformation dieser Art Freiheitsgrade verloren, die in der Regelung nutzbar sind. Für m -phasige Maschinen gilt, dass Harmonische in der PM-Flussverkettung bis zu einer Ordnung von $m - 2$ einen konstanten Beitrag zur Drehmomentbildung liefern können [2].

Dementsprechend verfolgt die erweiterte Koordinatentransformation das Ziel, die dritte Harmonische der zu transformierenden Größe ebenso wie die Grundwelle auf eine Gleichgröße zu projizieren.

4.2.1 Fünfphasige Clarke-Transformation

Analog zur dreiphasigen Clarke-Transformation aus Abschnitt 3.3 wird für die fünfphasige Maschine eine Transformation in statorfixe Koordinaten verwendet. Im Folgenden wird von einer Ausgangsgröße, bestehend aus einer Grundschwingung, einer dritten Harmonischen und einer konstanten Summe aller Phasengrößen ausgegangen. Der Einfluss höherer Harmonischer

wird in Abschnitt 4.2.4 betrachtet. Zu beachten ist, dass eine Transformation in ein $\alpha\beta$ -Koordinatensystem, also eine Transformation auf zwei Größen zwar möglich, für die Rücktransformation jedoch nicht mehr eindeutig ist, da in diesem Fall die Bildung der Inversen einer nicht-quadratischen Matrix nötig ist. Dementsprechend wird ein zusätzliches $\alpha_3\beta_3$ -Koordinatensystem eingeführt, das mit der folgenden erweiterten dq-Transformation die dritten Harmonischen der zu transformierenden Größen in Gleichgrößen abbildet. Des Weiteren existiert in der untersuchten Maschine keine Sternpunktverschaltung, weswegen die Summe aller Ströme sich nicht mehr zwingend zu null ergibt (vgl. Abbildung 4.4). Daraus folgt die Notwendigkeit einer weiteren Komponente, die die Summe aller Phasengrößen abbildet. Diese Komponente wird als Nullkomponente bezeichnet. Die Clarke-Transformation erweitert sich somit auf eine $\alpha\beta\alpha_3\beta_30$ -Transformation. Abbildung 4.5 zeigt die entkoppelten Koordinatensysteme der Grundschwingung und der dritten Harmonischen mit einer Darstellung des Nullsystems. Der Vektor der Phasengrößen erweitert sich von der Größe 3×1 auf die Größe 5×1 .

Im Folgenden werden ausschließlich fünfphasige Systeme betrachtet. Aus diesem Grund werden die Superskripte „ $\alpha\beta$ “ und „dq“ ab hier für die fünfphasigen Darstellungen verwendet. Ebenso bezeichnet der Ausdruck dq-Transformation eine fünfphasige Transformation. Ein Vektor $\mathbf{x}^{\alpha\beta}$ besteht aus den fünf Komponenten α , β , α_3 , β_3 und 0. Die im vorherigen Kapitel verwendete Darstellung der dreiphasigen Systeme ist dementsprechend ein Spezialfall der hier vorgestellten fünfphasigen Variante. Gleiches gilt für Vektoren mit dem Superskript „dq“. Ein Vektor \mathbf{x}^{dq} besteht auf den fünf Komponenten d , q , d_3 , q_3 und 0. In den Bezeichnungen der Transformationsmatrizen wird bei Phasengrößen weiterhin der Index „uvw“ verwendet. Dieser bezieht sich ab hier auf die fünf Phasengrößen u, v, w, x und y.

Die Transformationsmatrizen, beispielsweise $\mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta}$, beziehen sich ab hier ebenfalls auf die jeweiligen fünfphasigen Varianten.

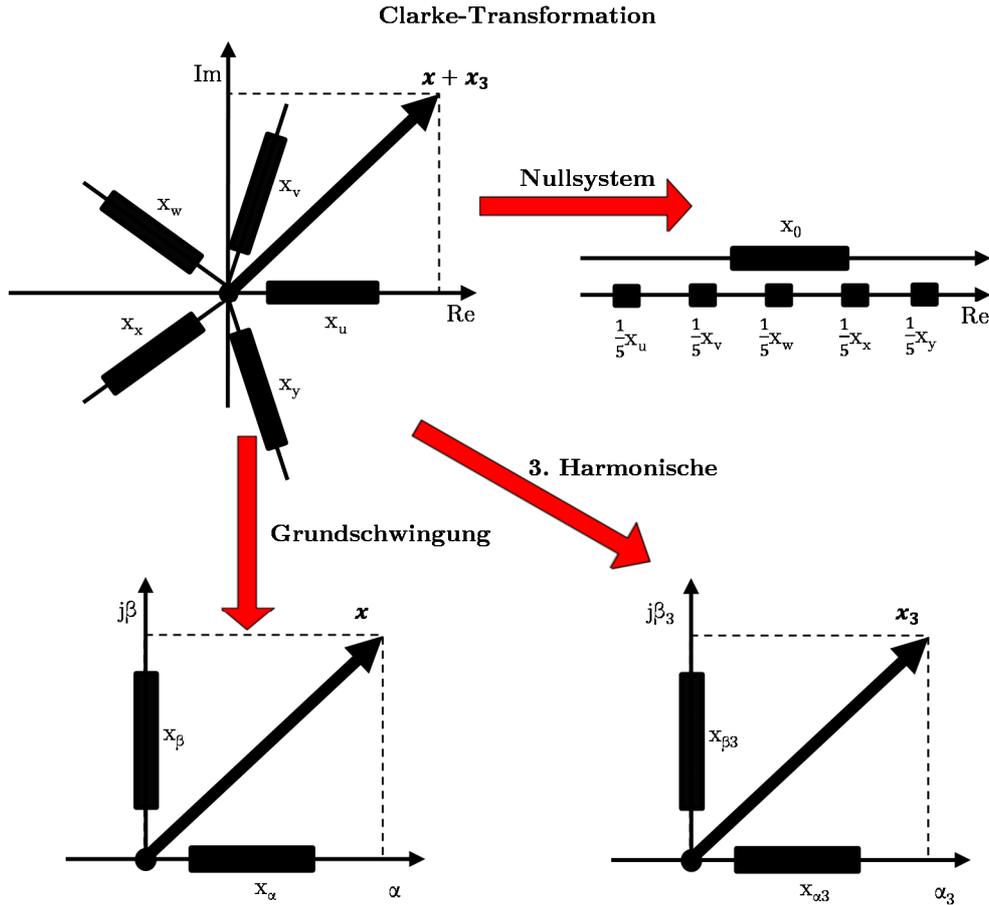


Abbildung 4.5: Erweiterte Clarke-Transformation für fünfphasige Maschinen

Die analytische Darstellung der erweiterten Clarke-Transformation ergibt sich mit dem Phasenwinkel $\gamma = \frac{2}{5} \cdot \pi$ zu [2]:

$$\mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta} = \frac{2}{5} \cdot \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos(\gamma) & \cos(2\gamma) & \cos(3\gamma) & \cos(4\gamma) \\ \sin(0) & \sin(\gamma) & \sin(2\gamma) & \sin(3\gamma) & \sin(4\gamma) \\ \cos(0) & \cos(3\gamma) & \cos(6\gamma) & \cos(9\gamma) & \cos(12\gamma) \\ \sin(0) & \sin(3\gamma) & \sin(6\gamma) & \sin(9\gamma) & \sin(12\gamma) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Der Vorfaktor entspricht einer Skalierung. Der Wert $\frac{2}{5}$ ergibt eine amplitudeninvariante Transformation, bei der die Amplitudenwerte der Transformaten den Amplitudenwerten der Grundschiwingung bzw. der dritten Harmonischen entsprechen. Für eine zu transformierende Größe x in Phasengrößen in eine Größe im statorfesten $\alpha\beta$ -Koordinatensystem $x^{\alpha\beta}$ gilt:

$$x^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_{\alpha 3} \\ x_{\beta 3} \\ x_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta} \cdot x = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \\ x_x \\ x_y \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Analog zum dreiphasigen Fall gilt, dass $\mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta}$ eine orthogonale Matrix mit Vorfaktor ist. Somit ergibt sich die inverse Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow uvw}$ zu

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow uvw} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(0) & \sin(0) & \cos(0) & \sin(0) & 1 \\ \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & \cos(3\gamma) & \sin(3\gamma) & 1 \\ \cos(2\gamma) & \sin(2\gamma) & \cos(6\gamma) & \sin(6\gamma) & 1 \\ \cos(3\gamma) & \sin(3\gamma) & \cos(9\gamma) & \sin(9\gamma) & 1 \\ \cos(4\gamma) & \sin(4\gamma) & \cos(12\gamma) & \sin(12\gamma) & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

4.2.2 Fünfphasige dq-Transformation

Nach Anwendung der erweiterten Clarke-Transformation zur Transformation in das statorfeste, fünfphasige $\alpha\beta$ -Koordinatensystem erfolgt eine erweiterte dq-Transformation in zwei rotorfeste Koordinatensysteme, die als dq- und d_3q_3 -Koordinatensystem bezeichnet werden. Komponenten, die in Phasengrößen die Frequenz der elektrischen Drehzahl haben, werden in das dq-Koordinatensystem als Gleichgröße projiziert. Phasengrößen, die mit der dreifachen elektrischen Frequenz oszillieren, werden als Gleichgröße im d_3q_3 -Koordinatensystem abgebildet. Abbildung 4.6 zeigt eine grafische Darstellung der erweiterten dq-Transformation für fünfphasige Maschinen.

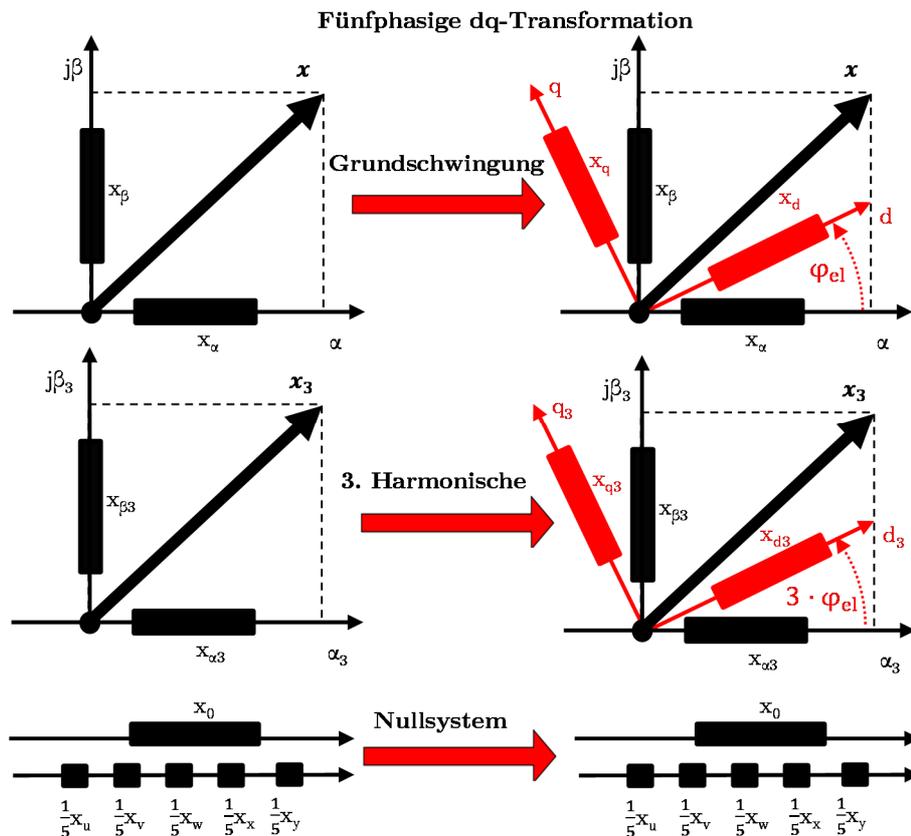


Abbildung 4.6: Erweiterte dq-Transformation für fünfphasige Maschinen

Die analytische Beschreibung entspricht einer Rotation des Koordinatensystems der Grundschwingung mit dem elektrischen Winkel φ_{el} und einer Rotation des Koordinatensystems der

dritten Harmonischen mit dem dreifachen elektrischen Winkel $3 \cdot \varphi_{el}$. Die Null-Komponente entspricht im rotorfesten Koordinatensystem der Addition aller Teilkomponenten in den Phasengrößen und wird somit im Vergleich zum statorfesten Koordinatensystem nicht verändert. Für die Rotationsmatrix aus dem statorfesten Koordinatensystem in das rotorfeste Koordinatensystem $\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}$ ergibt sich somit:

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & \sin(\varphi_{el}) & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\varphi_{el}) & \cos(\varphi_{el}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(3\varphi_{el}) & \sin(3\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(3\varphi_{el}) & \cos(3\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Mit der Matrix $\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}$ kann für fünfphasige Systeme ein Vektor $\mathbf{x}^{\alpha\beta}$ nach Gleichung 4.5 in einen Vektor \mathbf{x}^{dq} im rotorfesten Koordinatensystem transformiert werden.

$$\mathbf{x}^{dq} = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_{d3} \\ X_{q3} \\ X_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{x}^{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_{\alpha 3} \\ X_{\beta 3} \\ X_0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Für die Berechnung der Inversen gilt somit:

$$\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & -\sin(\varphi_{el}) & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_{el}) & \cos(\varphi_{el}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(3\varphi_{el}) & -\sin(3\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(3\varphi_{el}) & \cos(3\varphi_{el}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Die direkte Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{uvw \rightarrow dq}$ zwischen Phasengrößen und rotorfesten Größen ergibt sich aus der Multiplikation der Transformationsmatrizen $\mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq}$ und $\mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta}$:

$$\mathbf{T}_{uvw \rightarrow dq} = \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow dq} \cdot \mathbf{T}_{uvw \rightarrow \alpha\beta} = \frac{2}{5} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{el}) & \cos(\varphi_{el} - \gamma) & \cos(\varphi_{el} - 2\gamma) & \cos(\varphi_{el} - 3\gamma) & \cos(\varphi_{el} - 4\gamma) \\ -\sin(\varphi_{el}) & -\sin(\varphi_{el} - \gamma) & -\sin(\varphi_{el} - 2\gamma) & -\sin(\varphi_{el} - 3\gamma) & -\sin(\varphi_{el} - 4\gamma) \\ \cos(3\varphi_{el}) & \cos(3(\varphi_{el} - \gamma)) & \cos(3(\varphi_{el} - 2\gamma)) & \cos(3(\varphi_{el} - 3\gamma)) & \cos(3(\varphi_{el} - 4\gamma)) \\ -\sin(3\varphi_{el}) & -\sin(3(\varphi_{el} - \gamma)) & -\sin(3(\varphi_{el} - 2\gamma)) & -\sin(3(\varphi_{el} - 3\gamma)) & -\sin(3(\varphi_{el} - 4\gamma)) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Es lässt sich leicht zeigen, dass auch diese Matrix orthogonal mit Vorfaktor ist und somit für die inverse Matrix $\mathbf{T}_{\mathbf{dq} \rightarrow \mathbf{uvw}}$ gilt:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{dq} \rightarrow \mathbf{uvw}} = \mathbf{T}_{\mathbf{uvw} \rightarrow \mathbf{dq}}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_{\text{el}}) & -\sin(\varphi_{\text{el}}) & \cos(3\varphi_{\text{el}}) & -\sin(3\varphi_{\text{el}}) & 1 \\ \cos(\varphi_{\text{el}} - \gamma) & -\sin(\varphi_{\text{el}} - \gamma) & \cos(3(\varphi_{\text{el}} - \gamma)) & -\sin(3(\varphi_{\text{el}} - \gamma)) & 1 \\ \cos(\varphi_{\text{el}} - 2\gamma) & -\sin(\varphi_{\text{el}} - 2\gamma) & \cos(3(\varphi_{\text{el}} - 2\gamma)) & -\sin(3(\varphi_{\text{el}} - 2\gamma)) & 1 \\ \cos(\varphi_{\text{el}} - 3\gamma) & -\sin(\varphi_{\text{el}} - 3\gamma) & \cos(3(\varphi_{\text{el}} - 3\gamma)) & -\sin(3(\varphi_{\text{el}} - 3\gamma)) & 1 \\ \cos(\varphi_{\text{el}} - 4\gamma) & -\sin(\varphi_{\text{el}} - 4\gamma) & \cos(3(\varphi_{\text{el}} - 4\gamma)) & -\sin(3(\varphi_{\text{el}} - 4\gamma)) & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Für die Transformation eines Vektors \mathbf{x} in Phasengrößen zu einem Vektor $\mathbf{x}^{\mathbf{dq}}$ in rotorfesten Koordinaten folgt:

$$\mathbf{x}^{\mathbf{dq}} = \begin{bmatrix} x_{\text{d}} \\ x_{\text{q}} \\ x_{\text{d3}} \\ x_{\text{q3}} \\ x_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{\mathbf{uvw} \rightarrow \mathbf{dq}} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{T}_{\mathbf{uvw} \rightarrow \mathbf{dq}} \cdot \begin{bmatrix} x_{\text{u}} \\ x_{\text{v}} \\ x_{\text{w}} \\ x_{\text{x}} \\ x_{\text{y}} \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Die zeitliche Ableitung der Transformationsmatrix $\frac{\text{d}}{\text{d}t} \mathbf{T}_{\mathbf{dq} \rightarrow \alpha\beta}$ mit der fünfphasigen Entsprechung der Matrix \mathbf{J} aus Gleichung 3.17, die als \mathbf{J}_5 bezeichnet wird ergibt sich zu:

$$\frac{\text{d}}{\text{d}t} \mathbf{T}_{\mathbf{dq} \rightarrow \alpha\beta} = \omega_{\text{el}} \cdot \mathbf{J}_5 \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta \rightarrow \mathbf{dq}} \quad (4.10)$$

mit:

$$\mathbf{J}_5 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

4.2.3 Validierung der Transformation

Die in den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2 vorgestellte erweiterte Park-Transformation wird anhand eines einfachen Beispiels validiert. Gegeben sei ein Vektor mit Phasengrößen \mathbf{x} , dessen Komponenten eine Überlagerung aus Grundwelle und dritter Harmonischer darstellen und jeweils um $\frac{2\pi}{5}$ verschoben sind. Die Parameter θ_1 und θ_3 stellen feste Phasenverschiebungen für die Grundwelle und die dritte Harmonische dar, die für alle Komponenten identisch sind. Die Parameter a_1 und a_3 geben die Amplitude der entsprechenden Schwingung an. Somit ergibt sich:

$$\mathbf{x}(\varphi_{el}) = \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \\ x_x \\ x_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot \cos(\varphi_{el} + \theta_1) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot (\varphi_{el} + \theta_3)) \\ a_1 \cdot \cos(\varphi_{el} - \frac{2\pi}{5} + \theta_1) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot (\varphi_{el} - \frac{2\pi}{5} + \theta_3)) \\ a_1 \cdot \cos(\varphi_{el} - \frac{4\pi}{5} + \theta_1) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot (\varphi_{el} - \frac{4\pi}{5} + \theta_3)) \\ a_1 \cdot \cos(\varphi_{el} - \frac{6\pi}{5} + \theta_1) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot (\varphi_{el} - \frac{6\pi}{5} + \theta_3)) \\ a_1 \cdot \cos(\varphi_{el} - \frac{8\pi}{5} + \theta_1) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot (\varphi_{el} - \frac{8\pi}{5} + \theta_3)) \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Die Multiplikation der Phasengröße $\mathbf{x}(\varphi_{el})$ mit der Transformationsmatrix $\mathbf{T}_{uvw \rightarrow dq}$ ergibt die Darstellung \mathbf{x}^{dq} im rotorfesten Koordinatensystem. Durch die Verwendung von trigonometrischen Beziehungen, der Additionstheoreme und der Doppelwinkelfunktion nach [43] ergibt sich:

$$\mathbf{x}^{dq} = \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_{d3} \\ x_{q3} \\ x_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow dq} \cdot \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \\ x_x \\ x_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ a_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ a_3 \cdot \cos(3 \cdot \theta_3) \\ a_3 \cdot \sin(3 \cdot \theta_3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Eine ausführliche Darstellung der Berechnung ist nicht übersichtlich möglich, da nach dem Ausmultiplizieren pro Zeile 20 Sinus- bzw. Cosinus-Terme vorhanden sind. Im Anhang 8.1.1 findet sich ein Skript für die Berechnung mit Hilfe von MATLAB und der „Symbolic Toolbox“. Gleichung 4.13 zeigt, dass die transformierte Größe \mathbf{x}^{dq} nicht länger von dem elektrischen Winkel φ_{el} abhängig ist. Die Aufteilung auf die d- und q-Achsen erfolgt über die Phasenverschiebungen der Ausgangsfunktionen θ_1 und θ_3 . Für $\theta_1 = 0$ ergibt sich $x_d = a_1$ und $x_q = 0$, bei $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ergibt sich $x_d = 0$ und $x_q = a_1$.

Weiterhin zeigt Gleichung 4.13, dass die dritte Harmonische der Ausgangsfunktion ebenfalls in konstante Größen überführt wird, die analog zu den Komponenten der Grundwelle nur von den Parametern θ_3 und a_3 abhängig sind. Abbildung 4.7 zeigt einen beispielhaften Verlauf der Phasengrößen und der transformierten, rotorfesten Größen nach Anwendung der Park-Transformation für den Parametersatz $a_1 = -1$, $a_3 = \frac{1}{3}$, $\theta_1 = \frac{-4\pi}{5}$ und $\theta_3 = \frac{2\pi}{7}$.

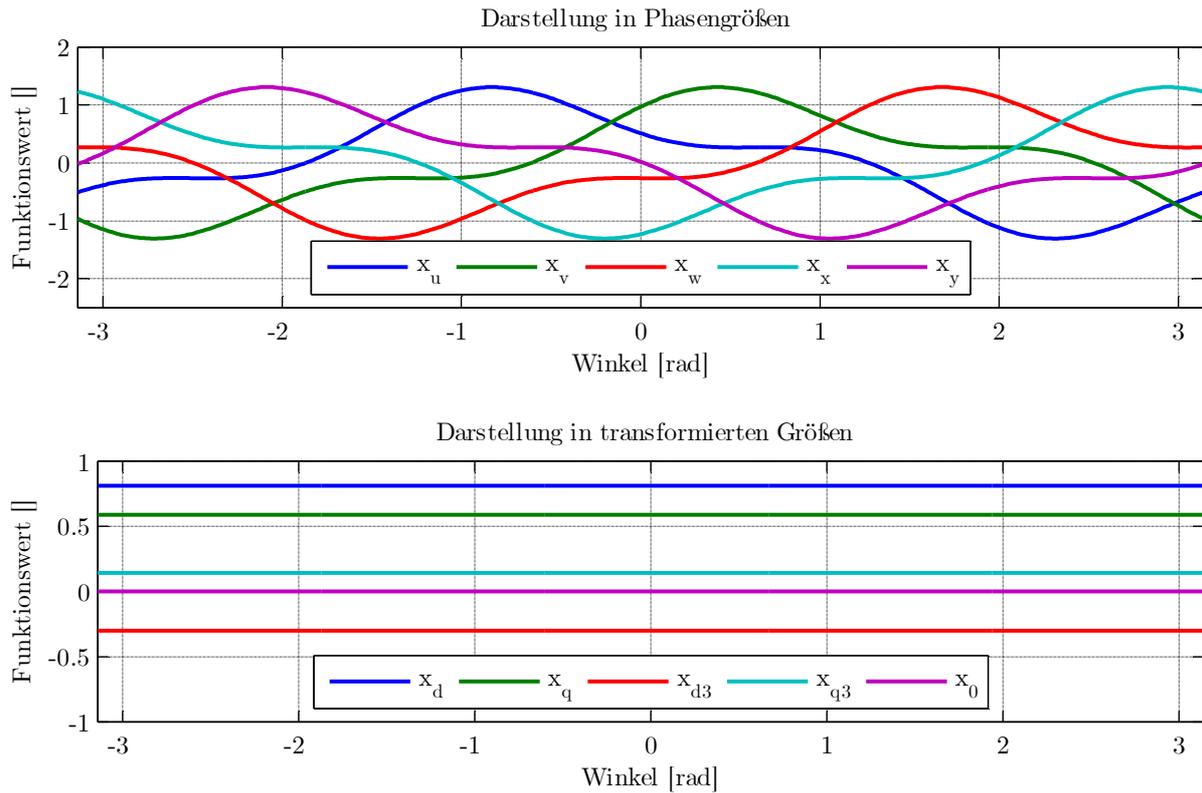


Abbildung 4.7: oben: Darstellung eines Phasengrößenverlaufs mit Grundwelle und dritter Harmonischer, unten: Darstellung der transformierten Größe nach Anwendung der Park-Transformation

4.2.4 Transformation von Harmonischen höherer Ordnung

In realen Systemen treten nicht ausschließlich Größen auf, die aus Grundwelle mit überlagerter dritter Harmonischer bestehen, sondern ebenso Größen mit Harmonischen höherer Ordnung [13]. Im Folgenden wird untersucht, wie sich diese Harmonischen im transformierten dq-System verhalten. Hierfür wird der Ansatz 4.12 um beliebige, überlagerte, ungeradzahlige Harmonische erweitert. Die Einschränkung auf ungeradzahlige Harmonische ergibt sich aus der Bedingung eines symmetrischen Aufbaus des Systems [2].

Die zu transformierende Phasengröße \mathbf{x} ergibt sich damit zu:

$$\mathbf{x}(\varphi_{el}) = \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \\ x_x \\ x_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + \sum_{k=[1,3,5,\dots,\infty]} a_k \cdot \cos(k \cdot (\varphi_{el} + \theta_k)) \\ a_0 + \sum_{k=[1,3,5,\dots,\infty]} a_k \cdot \cos(k \cdot (\varphi_{el} - \frac{2\pi}{5} + \theta_k)) \\ a_0 + \sum_{k=[1,3,5,\dots,\infty]} a_k \cdot \cos(k \cdot (\varphi_{el} - \frac{4\pi}{5} + \theta_k)) \\ a_0 + \sum_{k=[1,3,5,\dots,\infty]} a_k \cdot \cos(k \cdot (\varphi_{el} - \frac{6\pi}{5} + \theta_k)) \\ a_0 + \sum_{k=[1,3,5,\dots,\infty]} a_k \cdot \cos(k \cdot (\varphi_{el} - \frac{8\pi}{5} + \theta_k)) \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Die Park-Transformation in das rotorfeste Koordinatensystem ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}^{dq} &= \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_{d3} \\ x_{q3} \\ x_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow dq} \cdot \begin{bmatrix} x_u \\ x_v \\ x_w \\ x_x \\ x_y \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} a_1 \cdot \cos(\theta_1) + \sum_{k=[10,20,\dots,\infty]} a_{k-1} \cdot \cos(k \cdot \varphi_{el} + (k-1) \cdot \theta_{k-1}) + a_{k+1} \cdot \cos(k \cdot \varphi_{el} + (k+1) \cdot \theta_{k+1}) \\ a_1 \cdot \sin(\theta_1) + \sum_{k=[10,20,\dots,\infty]} -a_{k-1} \cdot \sin(k \cdot \varphi_{el} + (k-1) \cdot \theta_{k-1}) + a_{k+1} \cdot \sin(k \cdot \varphi_{el} + (k+1) \cdot \theta_{k+1}) \\ a_3 \cdot \cos(3 \cdot \theta_3) + \sum_{k=[10,20,\dots,\infty]} a_{k-3} \cdot \cos(k \cdot \varphi_{el} + (k-3) \cdot \theta_{k-3}) + a_{k+3} \cdot \cos(k \cdot \varphi_{el} + (k+3) \cdot \theta_{k+3}) \\ a_3 \cdot \sin(3 \cdot \theta_3) + \sum_{k=[10,20,\dots,\infty]} -a_{k-3} \cdot \sin(k \cdot \varphi_{el} + (k-3) \cdot \theta_{k-3}) + a_{k+3} \cdot \sin(k \cdot \varphi_{el} + (k+3) \cdot \theta_{k+3}) \\ a_0 + \sum_{k=[5,15,\dots,\infty]} a_k \cdot \sin(k \cdot \varphi_{el} + k \cdot \theta_k) \end{bmatrix}. \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

Auf eine ausführliche Herleitung wird an dieser Stelle aus Gründen der besseren Übersicht verzichtet. Ein MATLAB Skript, das die symbolische Berechnung durchführt, findet sich im Anhang 8.1.2. Gleichung 4.15 zeigt, dass Harmonische mit der Ordnung $k = n \cdot 10 \mp 1$ [$n \in \mathbb{N}^+$] auf die d- bzw. q-Achse projiziert werden und dort mit der Frequenz $n \cdot 10$ oszillieren. Harmonische der Ordnung $k = n \cdot 10 \mp 3$ [$n \in \mathbb{N}^+$] werden auf die d₃- bzw. q₃-Achse abgebildet und schwingen dort ebenfalls mit der Frequenz $n \cdot 10$. Harmonische der Ordnung $k = 5 + n \cdot 10$ [$n \in \mathbb{N}$] sowie die Nullkomponenten der Phasengrößen \mathbf{a}_0 werden auf die Null-Achse des rotorfesten Koordinatensystems abgebildet und oszillieren dort mit der Frequenz $(n+1) \cdot 5$. Für ungeradzahlige Harmonische der Ordnungen größer drei gilt dementsprechend, dass sie nach einer Transformation in das rotorfeste Koordinatensystem nach wie vor von dem elektrischen Winkel φ_{el} abhängig sind. Diese Harmonischen werden üblicherweise als Störharmonische behandelt und vernachlässigt. Abbildung 4.8 oben zeigt einen beispielhaften Phasengrößenverlauf mit den Parametern:

$$a_1 = 3, a_3 = -1, a_5 = \frac{1}{10}, a_7 = \frac{1}{8}, a_9 = -\frac{1}{8}, a_{11} = \frac{1}{10}, \text{ sowie}$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{5}, \theta_3 = \frac{9\pi}{5}, \theta_5 = \frac{\pi}{8}, \theta_7 = \frac{\pi}{9}, \theta_9 = \frac{\pi}{12}, \theta_{11} = \frac{\pi}{6}.$$

Deutlich zu erkennen sind die zehnte Harmonische in den Größe x_d, x_q, x_{d3} und x_{q3} sowie die fünfte Harmonische in der Größe x_0 . Durch die beliebig gewählten Phasenverschiebungswinkel θ_x existieren Anteile sowohl in der d- bzw. d₃-Achse, als auch in der q- bzw. q₃-Achse.

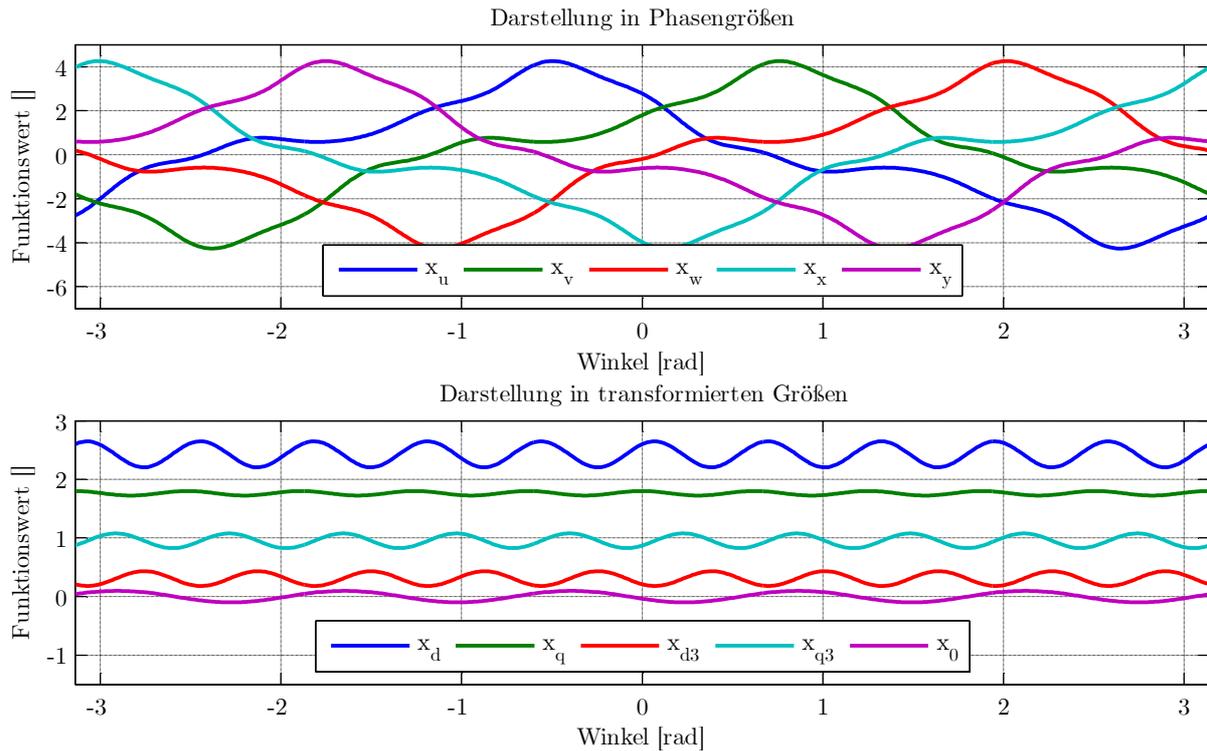


Abbildung 4.8: oben: Darstellung eines Phasengrößenverlaufs mit Harmonischen ungerader Ordnung bis einschließlich 9, unten: Darstellung der transformierten Größe nach Anwendung der Park-Transformation

In dreiphasigen Systemen werden mit der Park-Transformation nach Gleichung 3.14 Harmonische der Ordnungen 5 und 7 auf die sechsfache elektrische Frequenz und Harmonische der Ordnungen 11 und 13 auf die zwölfwache elektrische Frequenz projiziert [13].

4.3 Analytisches Modell einer fünfphasigen Synchronmaschine

Im Folgenden wird das analytische Modell für das elektrische und das mechanische Teilsystem einer fünfphasigen Synchronmaschine hergeleitet. Im Vergleich zu dem in Kapitel 3.4 dargestellten vereinfachten Grundwellenmodell einer dreiphasigen Maschine werden folgende Erweiterungen angenommen, die die Gegebenheiten des Testsystems aus Kapitel 4.1 berücksichtigen:

- Es erfolgt keine Verschaltung des Sternpunkts (siehe Abbildung 4.4). Somit ergibt sich die Summe der Phasenströme nicht zu null und es kann ein Nullstrom im transformierten rotorfesten Koordinatensystem entstehen.
- Der Zusammenhang zwischen der Flussverkettung ψ und dem Strom i wird als nicht-linear angenommen, um Sättigungseffekte zu berücksichtigen.
- Kreuzsättigungseffekte zwischen den Achsen werden berücksichtigt.
- Die Induktivitäten und somit auch die verketteten Flüsse ändern sich auch im rotorfesten Koordinatensystem mit dem elektrischen Winkel φ_{el} , das heißt es werden Harmonische der Ordnungen größer drei in den Phasengrößen betrachtet, um Mehrfachanisotropien in der Modellierung zu berücksichtigen.

4.3.1 Elektrisches Teilsystem

In Kapitel 3 wird die analytische Gleichung des elektrischen Teilsystems für das Grundwellenmodell hergeleitet. Ausgangspunkt für die weitere Modellierung ist Gleichung 3.33, die sich aus dem Induktionsgesetz herleitet und hier zur besseren Übersicht für fünfphasige Systeme erneut aufgeführt wird:

$$\mathbf{u}^{dq} = R \cdot \mathbf{i}^{dq} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) + \omega_{el} \cdot [\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})]. \quad (4.16)$$

Diese Gleichung gilt für die in 4.2 vorgestellte erweiterte Park-Transformation ohne Einschränkungen, auch wenn die oben beschriebenen Annahmen bezüglich Nichtlinearitäten und Mehrfachanisotropien getroffen werden [13]. Abbildung 4.9 zeigt anhand von FEM-Daten, die detailliert in Kapitel 4.5.1 präsentiert werden, dass die getroffenen Annahmen bezüglich der Nichtlinearitäten und der Abhängigkeit der Flussverkettungs-Verläufe vom elektrischen Winkel beim untersuchten Testobjekt relevant sind.

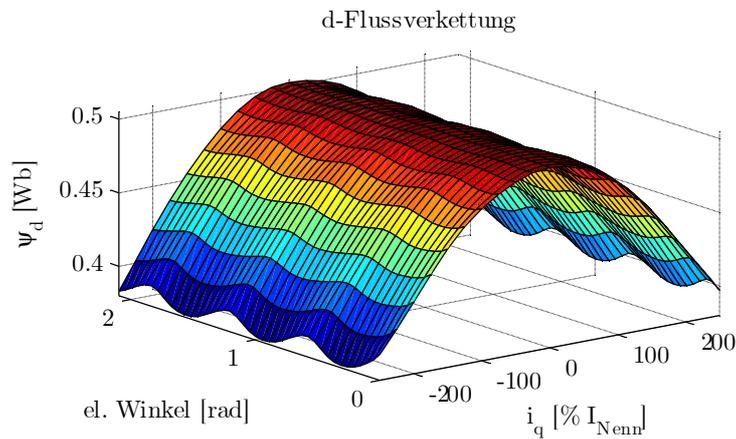


Abbildung 4.9: Beispielhafter Verlauf der d-Flussverkettung des Testsystems aus FEM-Daten in Abhängigkeit des q-Stroms und des elektrischen Winkels

Von Interesse ist in Gleichung 4.16 insbesondere der zweite Summand, der die totale Ableitung von $\boldsymbol{\psi}^{dq}$ nach der Zeit darstellt, da die Größen \mathbf{i}^{dq} und φ_{el} ebenfalls von der Zeit abhängen. Für die totale Ableitung gilt die mehrdimensionale Kettenregel für die Funktion $f(x, y) = f(g(t), h(t))$ [44]:

$$\frac{d}{dt}(f(g(t), h(t))) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g' + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot h' = \frac{\partial f}{\partial g} \frac{dg}{dt} + \frac{\partial f}{\partial h} \frac{dh}{dt}. \quad (4.17)$$

Für die Ableitung des Vektors der Statorflussverkettung $\boldsymbol{\psi}^{dq}(\boldsymbol{i}^{dq}, \varphi_{el})$ gilt somit:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}^{dq} = \begin{bmatrix} \frac{d\psi_d}{dt} \\ \frac{d\psi_q}{dt} \\ \frac{d\psi_{d3}}{dt} \\ \frac{d\psi_{q3}}{dt} \\ \frac{d\psi_0}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d} \frac{di_d}{dt} + \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} + \frac{\partial \psi_d}{\partial i_{d3}} \frac{di_{d3}}{dt} + \frac{\partial \psi_d}{\partial i_{q3}} \frac{di_{q3}}{dt} + \frac{\partial \psi_d}{\partial i_0} \frac{di_0}{dt} + \frac{\partial \psi_d}{\partial \varphi_{el}} \frac{d\varphi_{el}}{dt} \\ \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d} \frac{di_d}{dt} + \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} + \frac{\partial \psi_q}{\partial i_{d3}} \frac{di_{d3}}{dt} + \frac{\partial \psi_q}{\partial i_{q3}} \frac{di_{q3}}{dt} + \frac{\partial \psi_q}{\partial i_0} \frac{di_0}{dt} + \frac{\partial \psi_q}{\partial \varphi_{el}} \frac{d\varphi_{el}}{dt} \\ \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_d} \frac{di_d}{dt} + \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} + \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_{d3}} \frac{di_{d3}}{dt} + \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_{q3}} \frac{di_{q3}}{dt} + \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_0} \frac{di_0}{dt} + \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial \varphi_{el}} \frac{d\varphi_{el}}{dt} \\ \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_d} \frac{di_d}{dt} + \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} + \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_{d3}} \frac{di_{d3}}{dt} + \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_{q3}} \frac{di_{q3}}{dt} + \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_0} \frac{di_0}{dt} + \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial \varphi_{el}} \frac{d\varphi_{el}}{dt} \\ \frac{\partial \psi_0}{\partial i_d} \frac{di_d}{dt} + \frac{\partial \psi_0}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} + \frac{\partial \psi_0}{\partial i_{d3}} \frac{di_{d3}}{dt} + \frac{\partial \psi_0}{\partial i_{q3}} \frac{di_{q3}}{dt} + \frac{\partial \psi_0}{\partial i_0} \frac{di_0}{dt} + \frac{\partial \psi_0}{\partial \varphi_{el}} \frac{d\varphi_{el}}{dt} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Die partielle Ableitung der durch den Strom in den Spulen erzeugten Flussverkettungen nach den Strömen wird als differentielle Induktivität bezeichnet und wird von der absoluten Induktivität bzw. Sekanteninduktivität unterschieden. Abbildung 4.10 zeigt die allgemeine Definition der differentiellen Induktivität $L_{diff} = \frac{d\psi}{dI}$ und der absoluten Induktivität $L_{abs} = \frac{\Delta\psi}{\Delta I}$ für den Arbeitspunkt AP für eine einfache Spule. Wird der Zusammenhang zwischen Flussverkettung und Strom als linear angenommen, dann werden Sättigungseffekte vernachlässigt und es gilt: $L_{abs} = L_{diff}$.

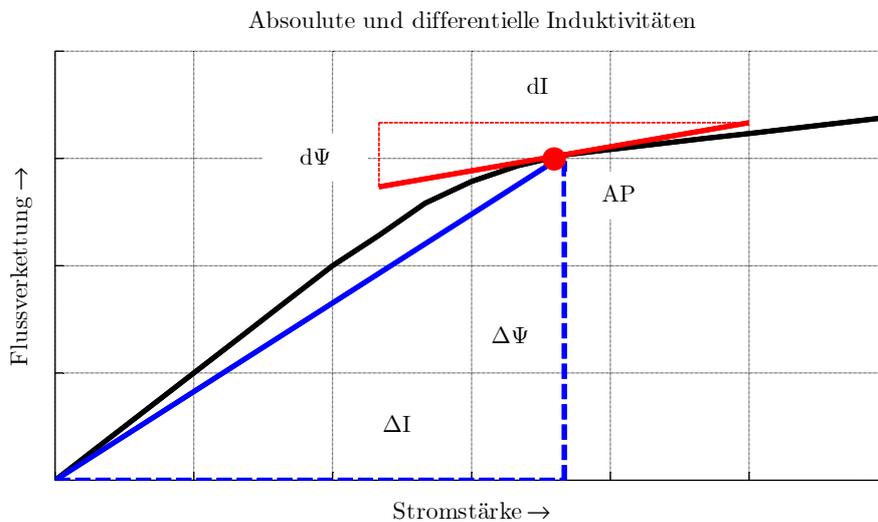


Abbildung 4.10: Allgemeine Darstellung absolute und differentielle Induktivität für eine einfache Spule

Mit der Definition der differentiellen Induktivitäten wird Gleichung 4.18 zur besseren Übersicht als Multiplikation der Induktivitätsmatrix mit der Ableitung der Ströme vereinfacht. Es sei:

$$\mathbf{L}_{\text{diff}}^{dq} = \begin{bmatrix} L_{dd} & L_{dq} & L_{dd3} & L_{dq3} & L_{d0} \\ L_{qd} & L_{qq} & L_{qd3} & L_{qq3} & L_{q0} \\ L_{d3d} & L_{d3q} & L_{d3d3} & L_{d3q3} & L_{d30} \\ L_{q3d} & L_{q3q} & L_{q3d3} & L_{q3q3} & L_{q30} \\ L_{0d} & L_{0q} & L_{0d3} & L_{0q3} & L_{00} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_q} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_{d3}} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_{q3}} & \frac{\partial \psi_d}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \psi_q}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_q} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_{d3}} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_{q3}} & \frac{\partial \psi_q}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_q} & \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_{d3}} & \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_{q3}} & \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_q} & \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_{d3}} & \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_{q3}} & \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \psi_0}{\partial i_d} & \frac{\partial \psi_0}{\partial i_q} & \frac{\partial \psi_0}{\partial i_{d3}} & \frac{\partial \psi_0}{\partial i_{q3}} & \frac{\partial \psi_0}{\partial i_0} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

sowie:

$$\boldsymbol{\lambda}^{dq} = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_{d3} \\ \lambda_{q3} \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_d}{\partial \varphi_{el}} \\ \frac{\partial \psi_q}{\partial \varphi_{el}} \\ \frac{\partial \psi_{d3}}{\partial \varphi_{el}} \\ \frac{\partial \psi_{q3}}{\partial \varphi_{el}} \\ \frac{\partial \psi_0}{\partial \varphi_{el}} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Dann ergibt sich mit $\frac{d\varphi_{el}}{dt} = \omega_{el}$ und Einsetzen von 4.20 und 4.19 in 4.16:

$$\mathbf{u}^{dq} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{L}_{\text{diff}}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) \cdot \frac{d\mathbf{i}^{dq}}{dt} + \omega_{el} \cdot [\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) + \boldsymbol{\lambda}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})]. \quad (4.21)$$

Gleichung 4.21 kann sowohl auf Systeme mit Sternpunktverschaltung, als auch auf dreiphasige Systeme angewandt werden, wenn die Transformationsmatrizen entsprechend angepasst werden. Eine Erweiterung auf höherphasige Systeme ist durch Anpassung der Transformationen ebenfalls möglich. Die partielle Ableitung der Statorflussverkettung nach dem Winkel hat in der Literatur kein eindeutiges Symbol. In Anlehnung an [5] wird in dieser Arbeit hierfür λ verwendet.

Bei Vernachlässigung von positionsabhängigen Effekten ergibt sich $\boldsymbol{\lambda}^{dq}$ nach Gleichung 4.20 zu null. Werden auch Sättigungseffekte und somit die Stromabhängigkeit der Induktivitäten und verketteten Flüsse vernachlässigt, ergibt sich das bekannte Grundwellenmodell nach Gleichung 3.32.

4.3.2 Mechanisches Teilsystem

Für das mechanische Teilsystem gilt für das innere Moment nach Gleichung 3.60, wenn die entsprechende fünfphasige Park-Transformation verwendet wird:

$$M = \frac{5}{2} \cdot p \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot \left(\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) \right) + p \cdot \frac{\partial E_{co}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})}{\partial \varphi_{el}}. \quad (4.22)$$

Die Herleitung erfolgt für fünfphasige Maschinen identisch zur Herleitung für dreiphasige Maschinen in Abschnitt 3.4.2.

Auch hier ist das Drehmoment M ein Augenblickswert, der entgegen der sonstigen Notation als Großbuchstabe dargestellt wird, um eine Verwechslung mit der Phasenzahl m zu vermeiden.

Der erste Summand entspricht einem konstanten Anteil, der sich aus dem Permanentmagnet-Moment sowie dem Reluktanzmoment zusammensetzt. Der zweite Summand entspricht einem um null oszillierenden Anteil, der auch vorhanden ist, wenn die Maschine nicht bestromt wird. Im stromlosen Fall wird dieser Anteil als Rastmoment bezeichnet. Im Falle einer Bestromung ergeben sich jedoch noch zusätzliche oszillierende Anteile durch diesen Term, die nicht mit dem Rastmoment identisch sind. Zu beachten ist, dass die Co-Energie E_{co}^{dq} hier im rotorfesten Koordinatensystem angegeben und wie in Kapitel 0 beschrieben berechnet wird.

Bei Vernachlässigung von orts- und sättigungsabhängigen Effekten sowie der Annahme einer isotropen Maschine ohne Reluktanzmoment gilt:

$$M = \frac{5}{2} \cdot p \cdot (\psi_{PM,d} \cdot i_q + 3 \cdot \psi_{PM,d3} \cdot i_{q3}). \quad (4.23)$$

Aus Gleichung 4.23 geht hervor, dass die dritte Harmonische im verketteten PM-Fluss bei fünfphasigen Synchronmaschinen zusammen mit einem Strom, der in der dreifachen elektrischen Frequenz oszilliert, ein konstantes Moment bewirkt. Harmonische höherer Ordnung als 3 bewirken ein oszillierendes Moment mit den Frequenzen $k \cdot 10$ [$k \in \mathbb{N}^+$], wie in Kapitel 4.2.4 beschrieben. Für Maschinen mit der ungeraden Phasenzahl m gilt, dass PM-Flussharmonische bis zur Ordnung $m - 2$ ein konstantes Moment erzeugen. Harmonische höherer Ordnung bewirken oszillierende Momente mit den Frequenzen $k \cdot 2 \cdot m$ [$k \in \mathbb{N}^+$] [2].

Mit dem Reibmoment M_R , dem Lastmoment M_L sowie der Massenträgheit des Systems J , ergibt sich aus Gleichung 4.22 die vollständige Momentengleichung für fünfphasige Synchronmaschinen:

$$\frac{J}{p} \cdot \ddot{\varphi}_{el} = \frac{5}{2} \cdot p \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot \left(\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) \right) + p \cdot \frac{\partial E_{co}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})}{\partial \varphi_{el}} - M_R - M_L. \quad (4.24)$$

4.3.3 Berechnung der Co-Energie

Die Berechnung der Co-Energie $E_{\text{co}}^{\text{dq}}$ im rotorfesten Koordinatensystem ist die Integration des verketteten Statorflusses über den Strom nach Abbildung 3.7. Zur Berechnung sind dementsprechend nicht nur Kenntnisse über den aktuellen Arbeitspunkt notwendig, sondern auch über den Verlauf der Kennlinie. Bei Berücksichtigung von Sättigungseffekten gilt für den Verkettungsfluss:

$$\boldsymbol{\psi}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) = \begin{bmatrix} \Psi_{\text{d}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) \\ \Psi_{\text{q}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) \\ \Psi_{\text{d3}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) \\ \Psi_{\text{q3}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) \\ \Psi_0(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}})}{\partial i_{\text{d}}} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}})}{\partial i_{\text{q}}} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}})}{\partial i_{\text{d3}}} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}})}{\partial i_{\text{q3}}} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}})}{\partial i_0} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Die inverse Berechnung von Gleichung 4.25 führt zur Gleichung der Berechnung der Co-Energie bei bekannten Verläufen der ψ/I -Kennlinien für den Arbeitspunkt $\mathbf{i}_{\text{soll}}^{\text{dq}} = [i_{\text{d,soll}}; i_{\text{q,soll}}; i_{\text{d3,soll}}; i_{\text{q3,soll}}; i_{0,\text{soll}}]^T$:

$$\begin{aligned} E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}}) &= \frac{5}{2} \cdot \int_0^{i_{\text{d,soll}}} \Psi_{\text{d}}(i_{\text{d}}, i_{\text{q,soll}}, i_{\text{d3,soll}}, i_{\text{q3,soll}}, i_{0,\text{soll}}) di_{\text{d}}^* \\ &+ \frac{5}{2} \cdot \int_0^{i_{\text{q,soll}}} \Psi_{\text{q}}(0, i_{\text{q}}, i_{\text{d3,soll}}, i_{\text{q3,soll}}, i_{0,\text{soll}}) di_{\text{q}}^* \\ &+ \frac{5}{2} \cdot \int_0^{i_{\text{d3,soll}}} \Psi_{\text{d3}}(0, 0, i_{\text{d3}}, i_{\text{q3,soll}}, i_{0,\text{soll}}) di_{\text{d3}}^* \\ &+ \frac{5}{2} \cdot \int_0^{i_{\text{q3,soll}}} \Psi_{\text{q3}}(0, 0, 0, i_{\text{q3}}, i_{0,\text{soll}}) di_{\text{q3}}^* \\ &+ \frac{5}{2} \cdot \int_0^{i_{0,\text{soll}}} \Psi_0(0, 0, 0, 0, i_0) di_0^* \\ &+ \int_0^{\varphi_{\text{el}}} M_{\text{el}}(\mathbf{i}^{\text{dq}} = \mathbf{0}, \varphi_{\text{el}}) d\varphi_{\text{el}}^* \end{aligned} \quad (4.26)$$

Die ersten fünf Summanden stellen die inverse partielle Differentiation von Gleichung 4.25 für einen möglichen Integrationsweg dar. Der letzte Summand ist die Integration des Rastmoments über den elektrischen Winkel bei einer stromlosen Maschine, was eine Vereinfachung ist. In der Literatur, beispielweise in [35], wird das Rastmoment aus Hysterese-Verläufen der Magnetisierungskurven hergeleitet. Zu beachten ist, dass für die Lösung von Gleichung 4.26 nicht nur die Flussverkettungen des aktuellen Arbeitspunkts, sondern ebenfalls die Flussverkettungsverläufe in Abhängigkeit der jeweiligen Stromkomponenten bekannt sein müssen. Zur Vollständigkeit von Gleichung 4.26 gehört eine Integrationskonstante, die jedoch

in diesem Fall nicht von Relevanz ist, da diese nicht vom elektrischen Winkel φ_{el} abhängig ist und E_{co}^{dq} in der verwendeten Modellierung ausschließlich in Gleichung 4.22 verwendet und dort nach dem elektrischen Winkel differenziert wird. Die Integrationskonstante hat somit keinen Einfluss auf das entstehende elektrische Drehmoment.

Mit Gleichung 4.25 und der Beziehung $L_{kl} = \frac{\partial \psi_k}{\partial i_l}$ lassen sich alle für das elektrische und mechanische Teilsystem relevanten Größen aus der magnetischen Co-Energie im rotorfesten Koordinatensystem berechnen, wenn diese für alle Stromkombinationen und elektrischen Winkel bekannt ist. Die Indizes k und l stehen hierbei für eine beliebige Komponente der entsprechenden Größe im rotorfesten Koordinatensystem. Abbildung 4.11 stellt die Beziehung zwischen den Größen graphisch dar.

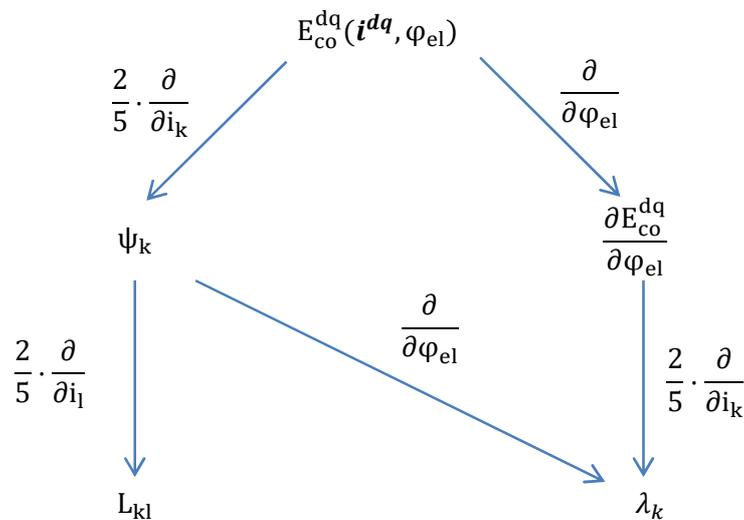


Abbildung 4.11: Magnetische Co-Energie und partielle Ableitungen nach den Strömen und dem elektrischen Winkel

Sowohl für die Berechnung der differentiellen Induktivitäten, als auch für die Berechnung der Größe λ_k gilt, dass die Reihenfolge der partiellen Ableitungen bei einer mehrfach differenzierbaren Funktion beliebig vertauscht werden kann, ohne einen Einfluss auf das Ergebnis zu haben. Diese Symmetrie wird nach dem Mathematiker Hermann A. Schwarz als „Satz von Schwarz“ bezeichnet und lautet allgemein [45]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \right). \quad (4.27)$$

Aus Gleichung 4.27 ergibt sich ebenfalls, dass für die differentiellen Induktivitäten $L_{kl} = L_{lk}$ gilt und die Matrix \mathbf{L}_{diff} dementsprechend eine symmetrische Matrix ist, für die $\mathbf{L}_{diff} = \mathbf{L}_{diff}^T$ gilt.

4.4 Zusammenfassendes Gleichungssystem und Blockschaltbild

Zusammenfassend seien nochmal die analytischen Gleichungen für das elektrische und mechanische Teilsystem für fünfphasige Synchronmaschinen aufgeführt, die sowohl sättigungs- als auch positionsabhängige Effekte berücksichtigen.

Elektrisches Teilsystem:

$$\mathbf{u}^{dq} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{L}_{\text{diff}}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) \cdot \frac{d\mathbf{i}^{dq}}{dt} + \omega_{\text{el}} \cdot [\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) + \boldsymbol{\lambda}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})] \quad (4.28)$$

Mechanisches Teilsystem:

$$\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{p}} \cdot \ddot{\varphi}_{\text{el}} = \frac{5}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})) + \mathbf{p} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})}{\partial \varphi_{\text{el}}} - M_{\text{R}} - M_{\text{L}} \quad (4.29)$$

Abbildung 4.12 zeigt das Blockschaltbild für das mechanische und elektrische Teilsystem in grafischer Darstellung.

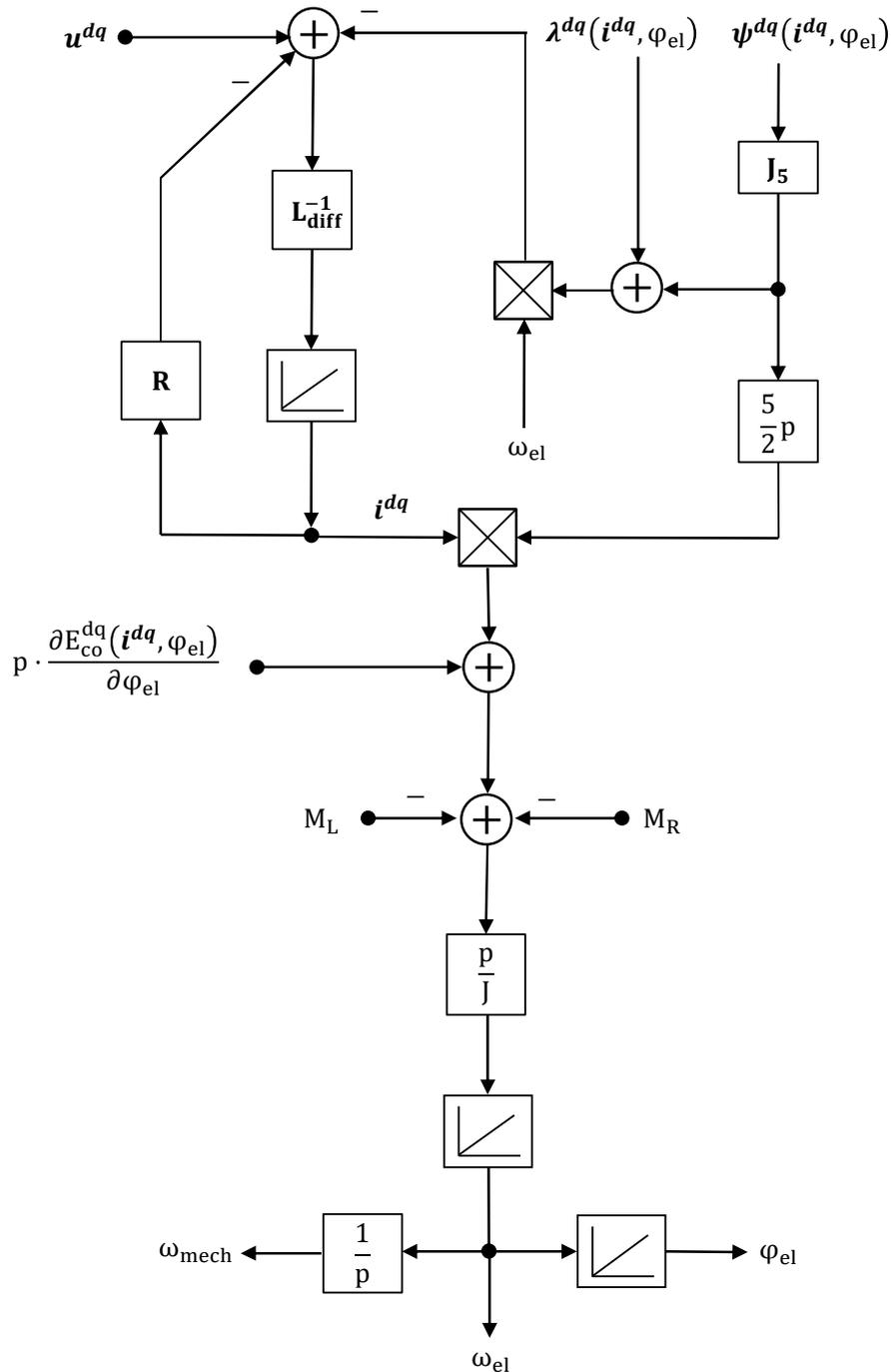


Abbildung 4.12: Blockschaltbild der analytischen Gleichungen für das elektrische und mechanische Teilsystem einer fünfphasigen Synchronmaschine

4.5 Validierung der Modellierung

Die in Kapitel 4.3 vorgestellte Modellierung wird anhand von Simulationen mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) validiert, die für den in Abschnitt 4.1.1 beschriebenen Motor durchgeführt wird. In Abschnitt 4.5.1 wird die durchgeführte FEM-Simulation kurz vorgestellt und anschließend in den Abschnitten 4.5.2 und 4.5.3 mit den hergeleiteten analytischen Modellen verglichen.

4.5.1 FEM-Simulation

Die FEM-Simulation wird mit dem Programm Ansys Maxwell mit dem in Abschnitt 4.1 vorgestellten Motor durchgeführt. Die Auslegung und Optimierung des Blechschnitts ist nicht Teil dieser Arbeit.

Ansys Maxwell analysiert mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode und dem Maxwellschen Spannungstensor elektromagnetische und elektromechanische Aufbauten, wie beispielweise Elektromotoren [46]. Im vorliegenden Fall werden der Blechschnitt und die Materialeigenschaften vorgegeben und eine Drehzahl sowie die Phasenströme festgelegt, bei denen die Simulation durchgeführt wird. Als Ergebnis werden das entstehende elektrische Drehmoment, die induzierten Spannungen, die Flussverkettungen sowie die Induktivitäten ausgegeben.

Zur Untersuchung von positions- und sättigungsabhängigen Effekten wird eine Vielzahl von Simulationen durchgeführt. Die Wertebereiche werden so ausgewählt, dass in Bereichen ohne Feldschwächung die wirkungsgradoptimalen Punkte simuliert werden (siehe Abschnitt 6.2). Für jede mögliche der in Tabelle 4.3 angegebenen Stromkombinationen wird mit einer Winkelauflösung von 3° elektrisch die Simulation durchgeführt. Jede Simulation wird von 0° elektrisch bis 108° elektrisch durchgeführt, da die zehnte Harmonische diejenige mit der geringsten Ordnung ist und somit wegen $3 \cdot 36^\circ = 108^\circ$ drei Perioden dieser Schwingung simuliert werden, was als ausreichend bezeichnet werden kann. Ein Nullstrom wird nicht betrachtet, da die Nullkomponente im Strom ausschließlich ein oszillierendes Moment hervorruft und dies nicht als sinnvoll erscheint. Insgesamt werden $5 \cdot 21 \cdot 5 \cdot 5 = 2625$ mögliche Stromkombinationen simuliert.

Strom-Komponente	Minimal	Maximal	Schrittweite
i_d	-30 % I_{Nenn}	30 % I_{Nenn}	15 % I_{Nenn}
i_q	-250 % I_{Nenn}	250 % I_{Nenn}	25 % I_{Nenn}
i_{d3}	-20 % I_{Nenn}	20 % I_{Nenn}	10 % I_{Nenn}
i_{q3}	-20 % I_{Nenn}	20 % I_{Nenn}	10 % I_{Nenn}
i_0	0 % I_{Nenn}	0 % I_{Nenn}	entfällt

Tabelle 4.3: Arbeitspunkte der FEM-Simulation

4.5.2 Validierung der Modellierung des elektrischen Teilsystems

Für die Validierung des Modells für das elektrische Teilsystem werden ausschließlich stationäre Ströme im rotorfesten Koordinatensystem betrachtet. Somit gilt $\frac{d\mathbf{i}^{dq}}{dt} = \mathbf{0}$ und Gleichung 4.28 reduziert sich auf:

$$\mathbf{u}^{dq} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \omega_{\text{el}} \cdot [\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) + \boldsymbol{\lambda}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})]. \quad (4.30)$$

Verglichen wird die Angabe der induzierten Spannung aus Ansys Maxwell mit der Spannung, die sich nach Gleichung 4.30 ergibt, wenn die in der FEM angegebenen Ersatzgrößen verwendet

werden. Bei korrekter Modellierung ist eine Übereinstimmung der Spannungsverläufe zu erwarten.

Als Arbeitspunkt wird eine Stromkombination verwendet, in der alle Komponenten ungleich null sind und in der möglichst hohe Ströme verwendet werden, um das Modellverhalten unter starker Eisensättigung zu validieren. Der gewählte Arbeitspunkt ist: $i_d = 30\% I_{Nenn}$, $i_q = 250\% I_{Nenn}$, $i_{d3} = 20\% I_{Nenn}$, $i_{q3} = 20\% I_{Nenn}$, $i_0 = 0$. Abbildung 4.13 zeigt den resultierenden Stromverlauf im Arbeitspunkt in Phasengrößen über eine elektrische Umdrehung.

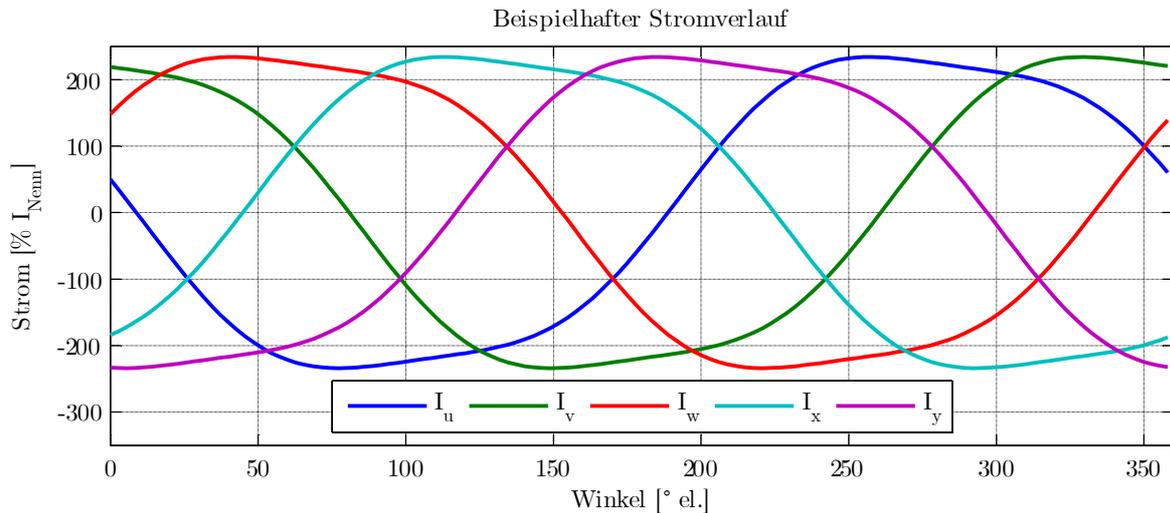


Abbildung 4.13: Stromverlauf zur Validierung des analytischen Motormodells

Abbildung 4.14 bis Abbildung 4.18 zeigen den Verlauf der induzierten Spannungen als Vergleich zwischen der FEM-Simulation aus Ansys Maxwell und dem elektrischen Teilsystem des analytischen Motormodells aus Abschnitt 4.3.1 im Bereich von 0° bis 108° elektrisch.

Deutlich zu erkennen ist, dass Modellierung und FEM-Simulation sowohl den Mittelwert als auch die überlagerten Harmonischen sehr gut abbilden. Lediglich kleinere Offsetfehler im einstelligen Volt-Bereich sind zu erkennen. Die induzierte Spannung hat aufgrund der hohen Eisensättigung im Arbeitspunkt deutlich ausgebildete Harmonische der Ordnungen $k = n \cdot 10$ [$n \in \mathbb{N}^+$], was der Erwartung der Transformation von Harmonischen höherer Ordnung aus Kapitel 4.2.4 entspricht.

Abbildung 4.19 zeigt die Spannungsdifferenzen in den entsprechenden Koordinatensystemen, die sich im Bereich von weniger als 5 Volt bewegen, was bezogen auf die absoluten Spannungen von 200 V ca. 2,5 % entspricht.

Aus der guten Übereinstimmung der aus Ersatzgrößen berechneten induzierten Spannung mit der induzierten Spannung der FEM-Simulation kann geschlossen werden, dass die Modellierung auch unter Sättigungszuständen valide ist und Mehrfachanisotropien gut abbildet.

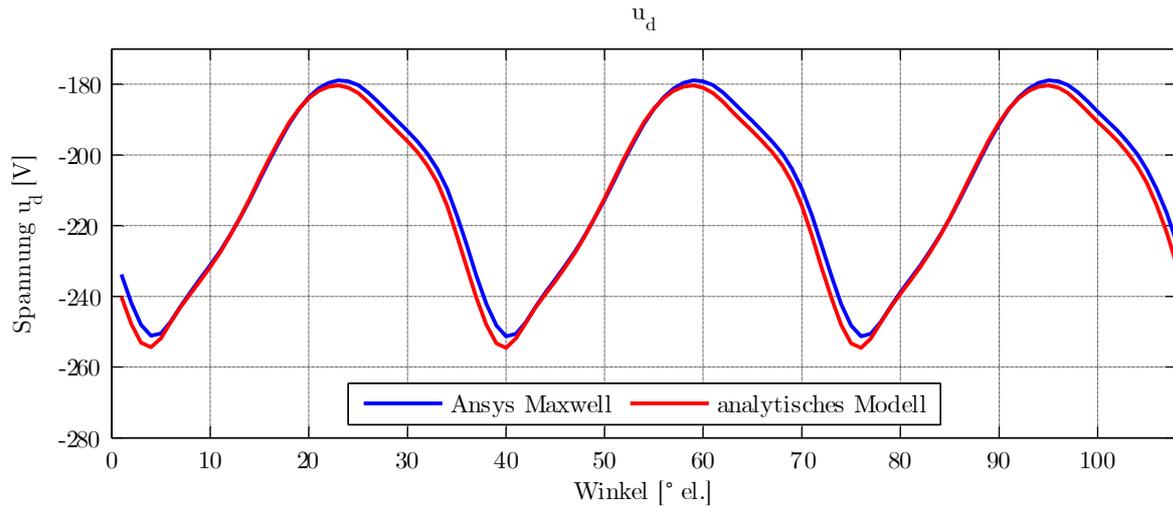


Abbildung 4.14: Verlauf der Spannung u_d im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell

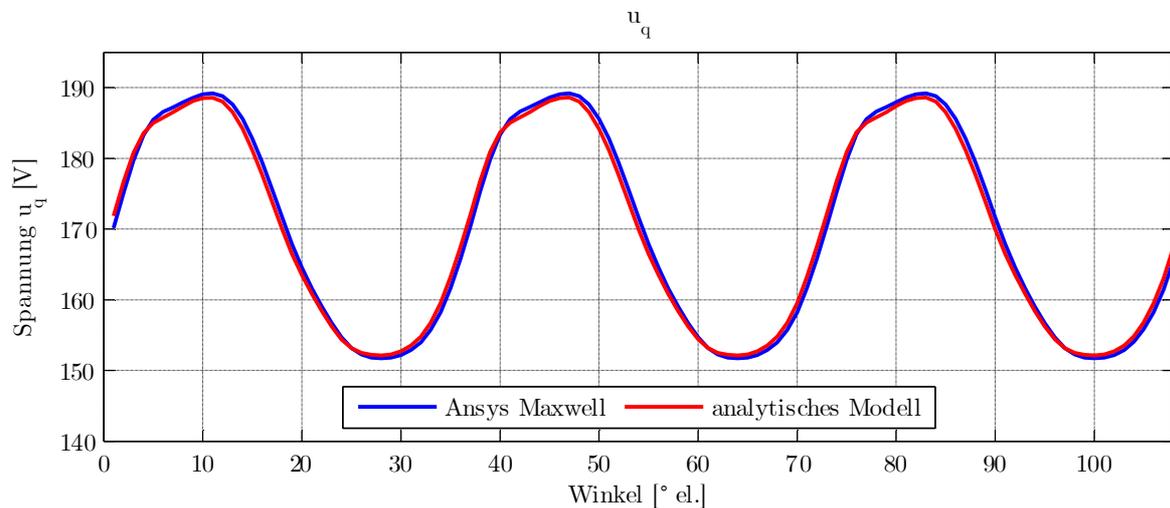


Abbildung 4.15: Verlauf der Spannung u_q im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell

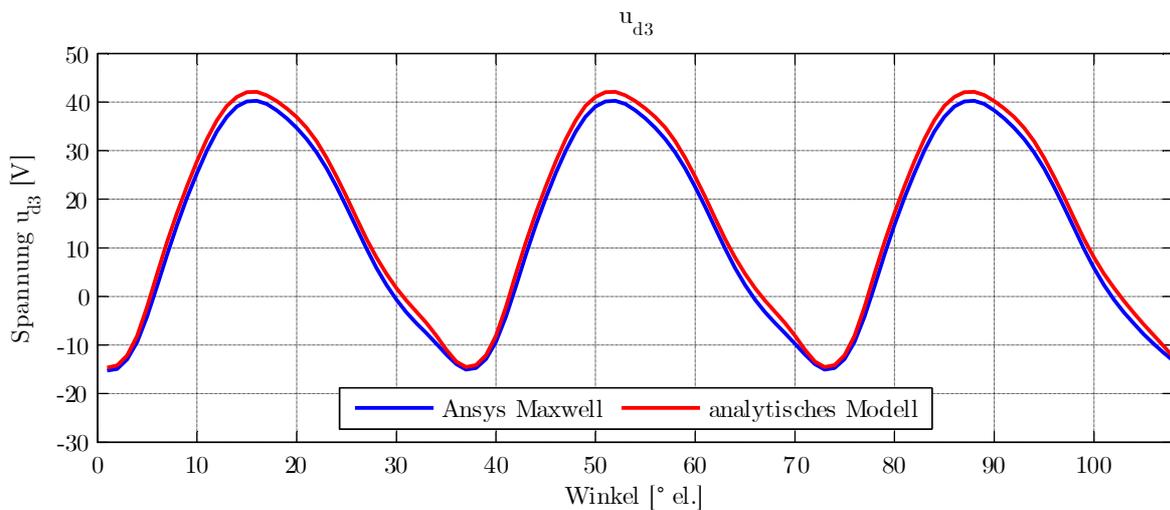


Abbildung 4.16: Verlauf der Spannung u_{d3} im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell

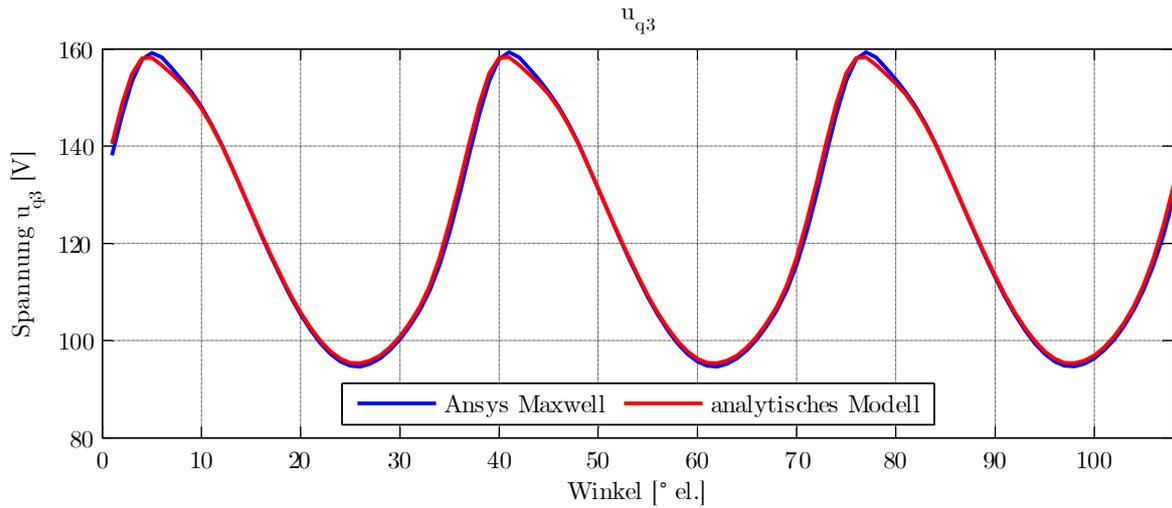


Abbildung 4.17: Verlauf der Spannung u_{q3} im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell

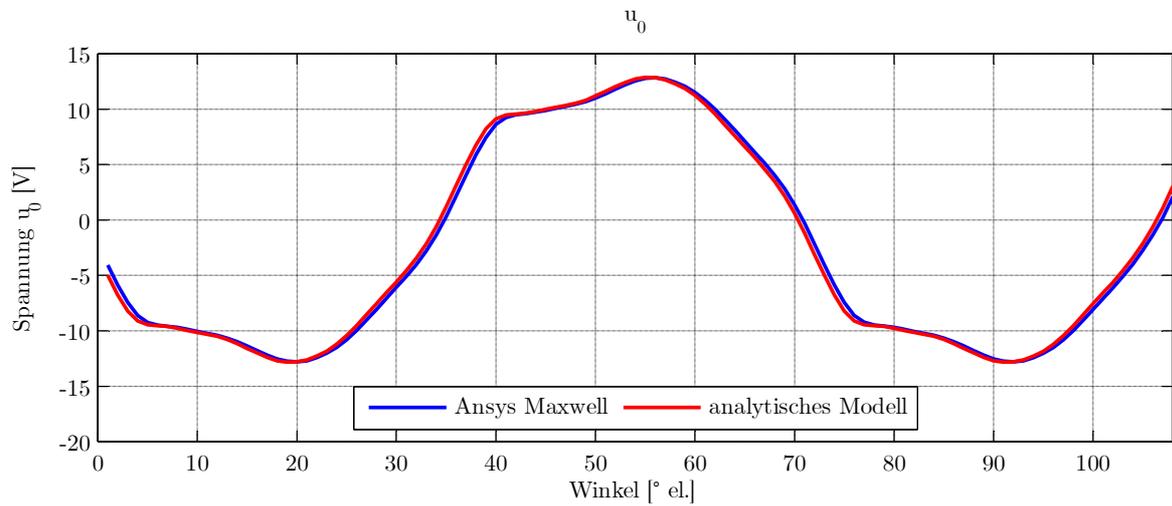


Abbildung 4.18: Verlauf der Spannung u_0 im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell

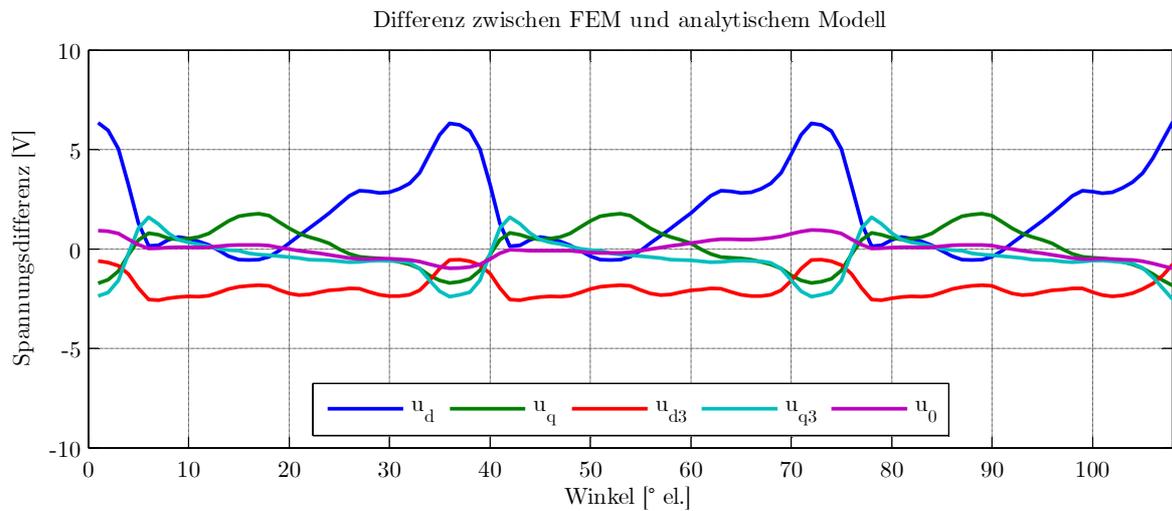


Abbildung 4.19: Spannungsdifferenz zwischen den in der FEM berechneten induzierten Spannungen und den induzierten Spannungen, die sich aus den Ersatzgrößen ergeben

4.5.3 Validierung der Modellierung des mechanischen Teilsystems

Für die Berechnung des inneren Moments gilt nach Gleichung 4.22:

$$M = \frac{5}{2} \cdot p \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})) + p \cdot \frac{\partial E_{co}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})}{\partial \varphi_{el}}. \quad (4.31)$$

Analog zum Vorgehen bei der Validierung des elektrischen Teilsystems in Kapitel 4.5.2 wird für das mechanische Teilsystem das aus den Ersatzgrößen berechnete innere Moment mit dem in der FEM ausgegebenen elektrischen Moment verglichen, das mit Hilfe des Maxwell'schen Spannungstensors berechnet wird (vgl. Kapitel 4.5.1). Die durchgeführten FEM-Simulationen und Arbeitspunkte ermöglichen die Berechnung der magnetischen Co-Energie E_{co}^{dq} im rotorfesten Koordinatensystem nach Gleichung 4.26, da nicht nur die magnetischen Eigenschaften im betrachteten Arbeitspunkt, sondern auch der Verlauf dieser Eigenschaften für geringere Ströme bekannt ist.

Das Rastmoment wird im zweiten Summanden der Gleichung 4.31 berücksichtigt, indem die Integration des Rastmomentverlaufs über den elektrischen Winkel als Co-Energie einer stromlosen Maschine definiert wird:

$$E_{co}^{dq}(\mathbf{i}^{dq} = \mathbf{0}, \varphi_{el}) = \int_0^{\varphi_{el}} M_{rast}(\varphi_{el}) d\varphi_{el}. \quad (4.32)$$

Die Ableitung der Co-Energie nach dem elektrischen Winkel in Gleichung 4.31 ergibt somit wieder das Rastmoment, das in allen Arbeitspunkten berücksichtigt und als stromunabhängig angenommen wird.

Als beispielhafter Arbeitspunkt wird wie im vorherigen Kapitel gewählt: $i_d = 30\% I_{nenn}$, $i_q = 250\% I_{nenn}$, $i_{d3} = 20\% I_{nenn}$, $i_{q3} = 20\% I_{nenn}$, $i_0 = 0$. In diesem Arbeitspunkt befindet sich die Maschine in starker Sättigung, so dass Sättigungseffekte und Mehrfachanisotropien einen starken Einfluss haben. In Abbildung 4.20 ist der Verlauf der Statorflussverkettungen im untersuchten Arbeitspunkt über dem elektrischen Winkel dargestellt. Abbildung 4.21 zeigt den Verlauf des Wechselanteils der magnetischen Co-Energie unter Einbeziehung des Rastmoments nach Gleichung 4.23 ebenfalls über dem elektrischen Winkel im untersuchten Arbeitspunkt. Die Co-Energie wird im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich in Kombination mit einer partiellen Ableitung nach dem elektrischen Winkel verwendet. Aus diesem Grund ist der absolute Wert der Co-Energie nicht relevant. Zur besseren Darstellung und Reduktion der Parameter wird die Co-Energie über dem Winkel ohne Gleichanteil betrachtet, da sich dessen partielle Ableitung nach dem elektrischen Winkel zu null ergibt und somit keinen Einfluss auf den Momentenverlauf hat.

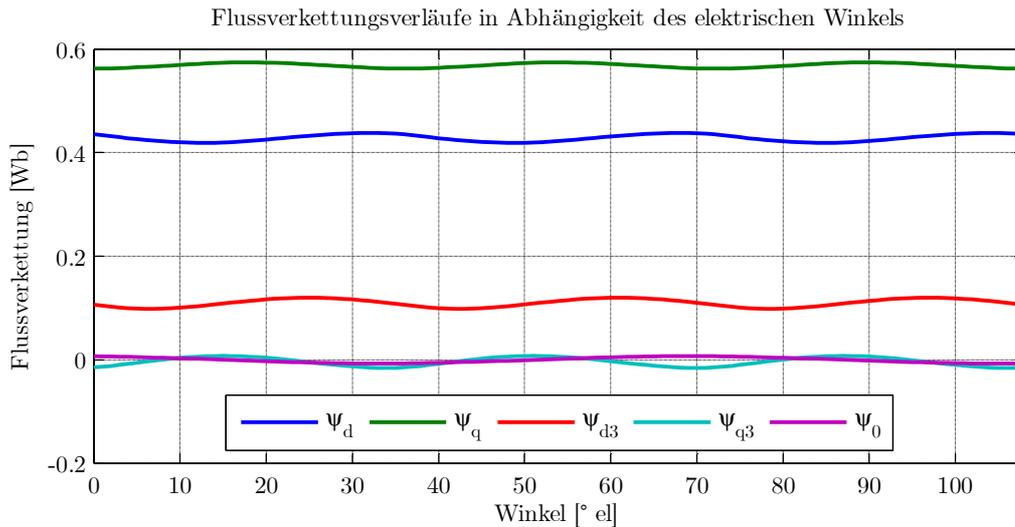


Abbildung 4.20: Verlauf der Statorflussverkettingsverläufe in Abhängigkeit des elektrischen Winkels

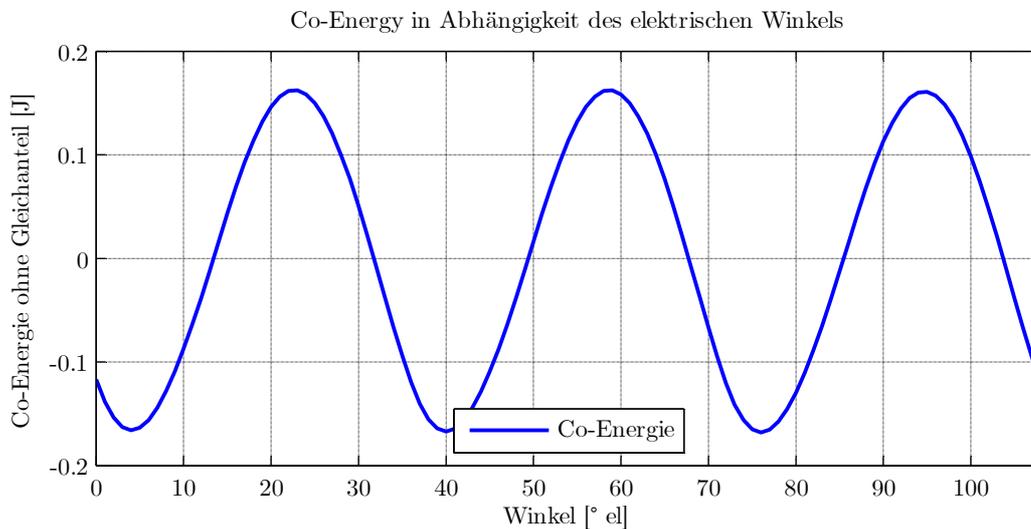


Abbildung 4.21: Verlauf des Wechselanteils der magnetischen Co-Energie (d.h. ohne Gleichanteil) über dem elektrischen Winkel

Aus den beiden vorherigen VerlaufsDarstellungen kann mit Hilfe von Gleichung 4.31 auf das innere Moment der Maschine geschlossen werden. Abbildung 4.22 zeigt den Vergleich der Momentenverläufe zwischen dem aus Ansys Maxwell berechneten Moment (Maxwellscher Spannungstensor) und dem analytischen Modell (berechnet aus den entsprechenden Ersatzgrößen). Es ist zu erkennen, dass sowohl der Betrag als auch der Verlauf der Oszillation bei beiden Methoden übereinstimmen. Lediglich ein kleiner Offset von ca. 1 Nm ist zu erkennen, was bezogen auf den Betrag von 240 Nm weniger als 0,5 % ist. Die Differenz zwischen den beiden Methoden ist in Abbildung 4.23 dargestellt.

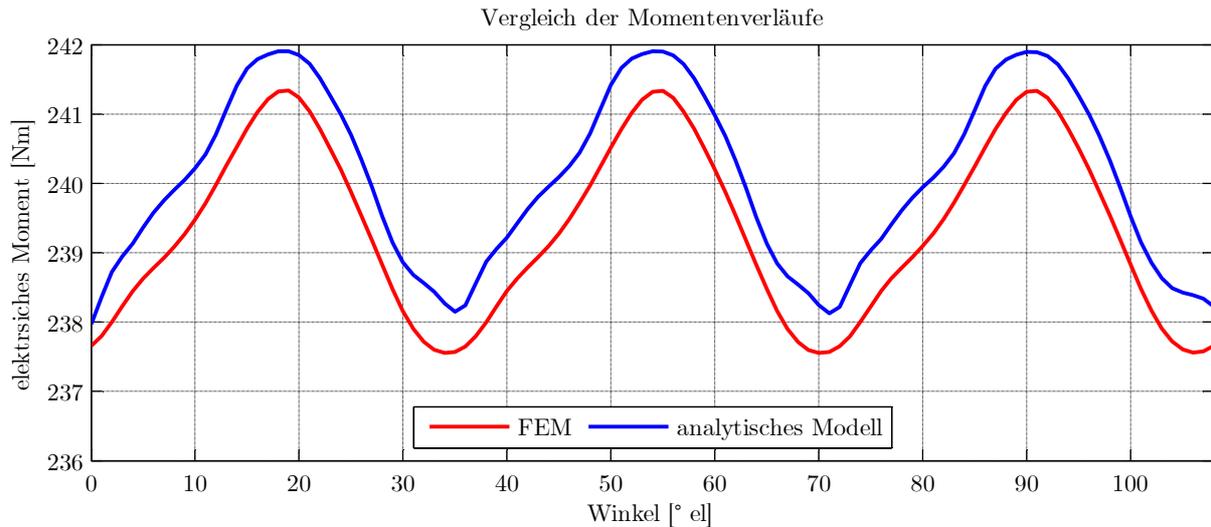


Abbildung 4.22: Vergleich der Momentenverläufe zwischen analytischem Modell und FEM

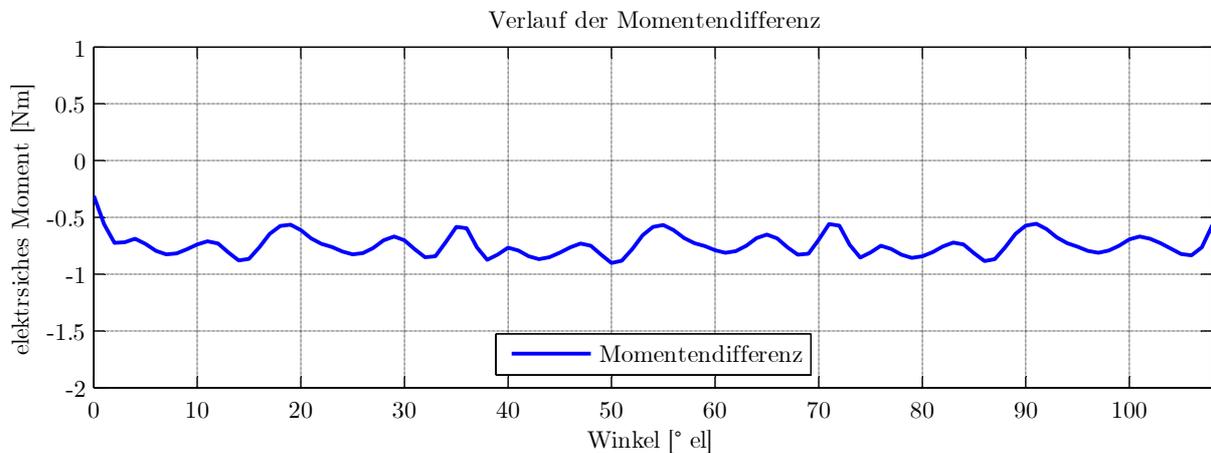


Abbildung 4.23: Differenz des Momentenverlaufs zwischen FEM und analytischem Modell über dem elektrischen Winkel

Ein Fokus wird an dieser Stelle auf den Einfluss des Terms $\mathbf{p} \cdot \frac{\partial E_{\text{co}}^{\text{dq}}(\mathbf{I}^{\text{dq}}, \varphi_{\text{el}})}{\partial \varphi_{\text{el}}}$ auf den Momentenverlauf gelegt. Dieser Term wird in der Literatur häufig vernachlässigt, da positionsabhängige Effekte in der Modellierung nicht berücksichtigt werden und von einer Maschine ohne Mehrfachanisotropien ausgegangen wird [10]. In Abbildung 4.24 ist erneut der Vergleich zwischen dem Momentenverlauf aus der FEM und der analytischen Modellierung dargestellt, ergänzt durch einen analytischen Momentenverlauf, bei dem der Term der Ableitung der Co-Energie nach dem elektrischen Winkel nicht berücksichtigt ist. Der positionsabhängige Verlauf der Flüsse nach Abbildung 4.20 aus dem ersten Term von Gleichung 4.31 ist jedoch berücksichtigt. Es zeigt sich, dass die Vernachlässigung der Ableitung der Co-Energie nach dem elektrischen Winkel zu einer signifikant höheren Amplitude der Oszillation des Moments führt. Während bei Berücksichtigung des Summanden die Amplitude der Momentenschwingung ca. 2 Nm beträgt, steigt sie bei Vernachlässigung des Terms auf ca. 15 Nm. Des Weiteren ist zu beobachten, dass die Schwingung des resultierenden Verlaufs phasenversetzt zur Schwingung des FEM-Verlaufs ist.

Hieraus ergibt sich, dass bei der Berücksichtigung von Mehrfachanisotropien in jedem Fall die Ableitung der Co-Energie nach dem elektrischen Winkel zu berücksichtigen ist, da ansonsten

die Differenz zum gewünschten Verlauf größer sein kann als bei Annahme eines konstanten Moments durch Vernachlässigung jeglicher positionsabhängiger Effekte.

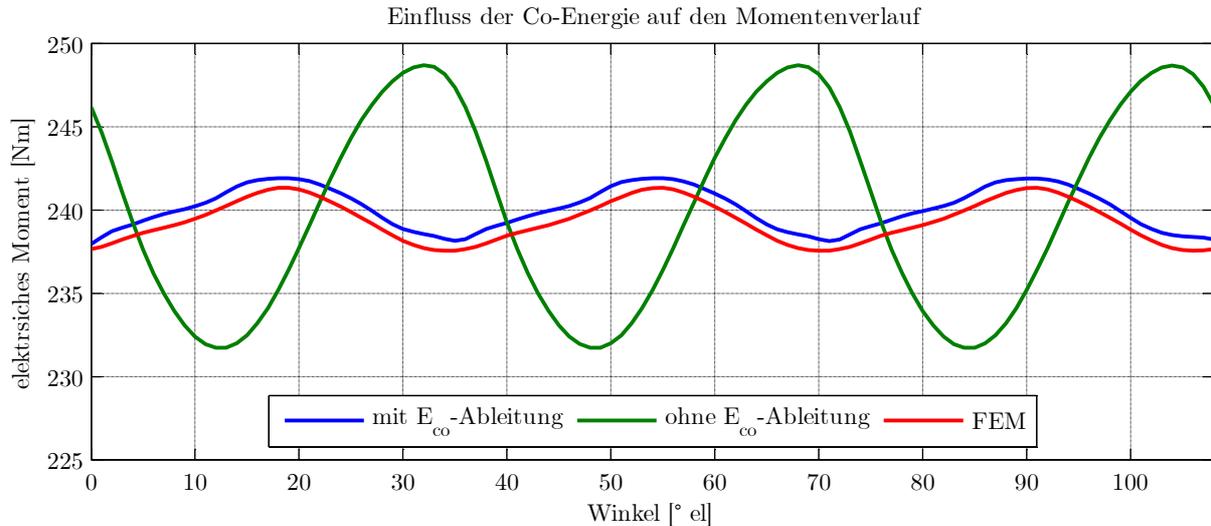


Abbildung 4.24: Darstellung des Einflusses der partiellen Ableitung der Co-Energie nach dem elektrischen Winkel auf den Momentenverlauf

Die Validierung des elektrischen und mechanischen Teilsystems zeigt, dass die analytische Modellbildung anhand der Daten des Ersatzschaltbildes hinreichend genau ist und die Ergebnisse der FEM-Berechnung gut nachbildet. Der Vorteil eines solchen hochgenauen Modells zeigt sich in der Entwicklung und Simulation von Regelungen für Motorsysteme. Hierfür werden üblicherweise numerische Simulationen mit Tools wie beispielsweise MATLAB-Simulink durchgeführt, um regelungstechnische Ansätze zu validieren. Der Nutzen eines solchen Ansatzes ist umso größer, je genauer das Modell der zu regelnden Strecke ist. Für höchste Genauigkeit sind zeitaufwändige Co-Simulationen nötig, die das numerische Tool mit einer FEM-Simulation koppeln, wobei der Regler im numerischen Tool und die Regelstrecke in der FEM berechnet werden. Mit der Genauigkeit der vorgestellten Modellbildung kann auf eine zeitlich langwierige Co-Simulation weitgehend verzichtet und ausschließlich mit numerischen Tools gearbeitet werden.

4.5.4 Temperatureinflüsse auf die analytische Modellbildung

Im Folgenden wird kurz der Einfluss der Temperatur auf den Momentenverlauf anhand von FEM-Simulationen bewertet. Der Remanenzfluss von Permanentmagneten und somit die für die Modellierung relevante Flussverkettung ist temperaturabhängig. Bei den üblicherweise in PMSM verwendeten Permanentmagneten mit einer Neodym-Eisen-Bor Legierung sinkt der Remanenzfluss um etwa 0,1 % pro 1 K [47]. Bei einem angenommenen Temperaturarbeitsbereich der Permanentmagnete von 20 °C bis 120 °C entspricht dies einer Abweichung von 10 %. Der Temperatureinfluss auf den Momentenverlauf ist in Abbildung 4.25 für den Arbeitspunkt $i_q = I_{Nenn}$ dargestellt, während alle anderen Stromkomponenten gleich null sind. Deutlich zu erkennen ist der Einfluss der Temperatur auf das elektrische Moment. Der Momentenverlauf und die Lage der Harmonischen ist jedoch weitgehend identisch, weswegen zur Berücksichtigung von Temperatureinflüssen lediglich ein Korrekturfaktor für den Gleichanteil

vorzusehen ist. In den folgenden Untersuchungen dieser Arbeit wird mit konstanten Temperaturen gearbeitet und der Temperatureinfluss nicht weiter untersucht, wobei eine Allgemeingültigkeit dieser Aussage nicht getroffen werden kann.

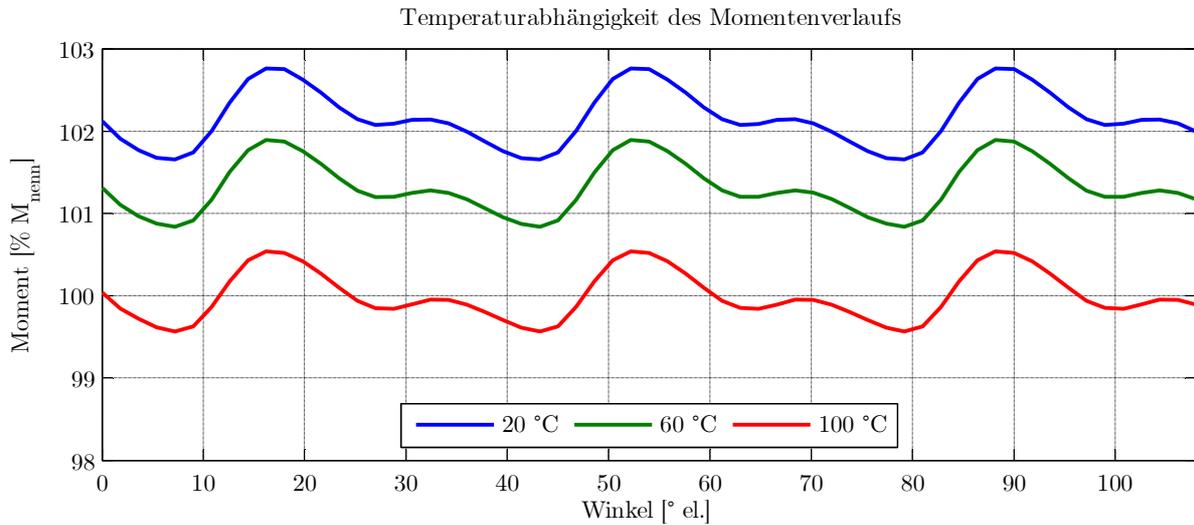


Abbildung 4.25: Simulierter Temperatureinfluss auf den Momentenverlauf

4.6 Fazit

Im vorherigen Kapitel wird die Modellbildung fünfphasiger Synchronmaschinen ohne Sternpunktverschaltung beschrieben. Anhand einer erweiterten Koordinatentransformation in ein rotorfestes Koordinatensystem können sowohl die Grundwelle als auch die dritte Harmonische in voneinander unabhängige Gleichgrößen gewandelt werden, um bekannte Ansätze der linearen Regelungstechnik zu verwenden. Als Erweiterung zum Grundwellenmodell werden auch Harmonische mit einer höheren Ordnung als 3 berücksichtigt und deren Auswirkung auf die transformierten Größen wird dargestellt. Sowohl das elektrische als auch das mechanische Teilsystem werden vollständig analytisch modelliert und weder Sättigungseffekte noch Mehrfachanisotropien, die sich in veränderlichen Größen im rotorfesten Koordinatensystem in Abhängigkeit der Rotorposition zeigen, werden vernachlässigt. Dies stellt in Bezug auf fünfphasige Systeme eine Neuheit dar, die im Folgenden für eine optimierte Reglerauslegung und Bewertung der Möglichkeiten zur Wirkungsgradsteigerung genutzt werden.

Die Validierung der Modellbildung erfolgt anhand von umfangreichen FEM-Simulationen. Diese geben sowohl die benötigten Ersatzgrößen aus, als auch die induzierten Spannungen bzw. den Momentenverlauf aus der Feldlösung. Die sehr gute Übereinstimmung der Verläufe auch im Sättigungsbereich spricht für ein korrektes und ausreichend vollständiges analytisches Modell der beiden Teilsysteme. Insbesondere die Berechnung der Co-Energie und die daraus abgeleitete Momentenwelligkeit sind für fünfphasige Systeme bisher nicht beschrieben und werden für dreiphasige Systeme oft vernachlässigt, obwohl ein deutlicher Einfluss vorliegt. Mit dem beschriebenen Modell können Regelungen in numerischen Tools wie MATLAB-Simulink hochgenau simuliert werden und es muss keine zeitaufwändige Co-Simulation mit einem FEM-Tool durchgeführt werden. Bei Kenntnis der maßgeblichen Effekte der Teilsysteme können des

Weiteren umfangreichere Vorsteuerungen, beispielsweise zur Bedämpfung von Schwingungen, realisiert werden.

Die Parameter, die für ein vollständiges Motormodell benötigt werden, können aus den differentiellen Induktivitäten abgeleitet werden. Im Folgenden wird ein Messverfahren zur Bestimmung der differentiellen Induktivitäten vorgestellt und anschließend werden auf dem Motormodell basierende Regelverfahren entwickelt, die das Potential des modularen, fünfphasigen Systems mit Einzelzahnbestromung ausnutzen.

5 Identifikationsverfahren für differentielle Induktivitäten

Die in Kapitel 4 vorgestellte Modellierung und die daraus abzuleitenden Regelverfahren können einerseits durch die Verwendung von FEM-Daten parametrisiert werden. Dieses Verfahren ist aufgrund der eingeschränkten Genauigkeit der FEM oder aufgrund fehlender Blechschnittdaten bei unbekanntem Motoren nur beschränkt einsetzbar. Andererseits können experimentelle Identifikationsverfahren verwendet werden, die die benötigten Größen messtechnisch ermitteln. Im Folgenden wird ein Identifikationsverfahren zur Ermittlung der benötigten positions- und sättigungsabhängigen Ersatzschaltbilddaten für fünfphasige Maschinen ausgewählt (Kapitel 5.1), theoretisch hergeleitet (Kapitel 5.2 bis 5.6), in MATLAB-Simulink validiert (Kapitel 5.7) und anschließend am Prüfstand umgesetzt (Kapitel 5.8).

Die zu identifizierenden Größen sind:

- die differentielle Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{\text{diff}}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})$,
- die absolute Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{\text{abs}}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})$,
- der Vektor der Permanentmagnet-Flussverkettungen $\boldsymbol{\psi}_{\text{PM}}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})$.

Nach Abbildung 4.11 lässt sich die absolute Induktivitätsmatrix durch Integration der differentiellen Induktivitäten berechnen. Aus den absoluten Induktivitäten kann durch Multiplikation mit den Statorströmen wiederum die Statorflussverkettung gewonnen werden. Da bei diesem Verfahren ausschließlich Integrationen und keine Differentiationen verwendet werden, wird sich auf die Identifikation der differentiellen Induktivitätsmatrix fokussiert. Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass bei differenzierenden Verfahren ein zu erwartendes Messrauschen verstärkt wird, während es bei integrierenden Verfahren unterdrückt wird.

5.1 Vergleich von Identifikationsverfahren

Für die Bestimmung der differentiellen Induktivitäten gibt es verschiedene Verfahren, die im Folgenden kurz vorgestellt und bewertet werden, mit dem Ziel, im Anschluss ein Verfahren auszuwählen.

In einer ersten Unterteilung kann hierbei zwischen Verfahren mit nichtparametrischen Zwischenmodellen und Verfahren mit parametrischen Modellen unterschieden werden. Nichtparametrische Modelle identifizieren üblicherweise einen Frequenz- und Phasengang und schließen von diesem in einem zweiten Schritt auf die Parameter der Modellstruktur. Parametrische Modelle setzen ein analytisches Modell in Form von Differentialgleichungen voraus, die das Systemverhalten mit einer exakten Anzahl von Parametern beschreiben. Dies trifft beispielsweise auf das hier verwendete Modell der multiphasigen PMSM aus Kapitel 4 zu.

5.1.1 Verfahren mit nichtparametrischen Zwischenmodellen

Die Verfahren mit nichtparametrischen Zwischenmodellen unterscheiden sich hauptsächlich in der Art der Testsignalanregung, die zur Identifikation des Betrags- und Phasengangs verwendet werden. Abbildung 5.1 zeigt drei verschiedene Anregungen und deren Möglichkeiten der Signalanalyse mit der Unterscheidung der Anregungsform (nicht-periodisch, periodisch und Pseudo-Random-Binary-Sequence (PRBS)) und der zugehörigen Signalanalysemöglichkeiten (Fourieranalyse, Frequenzgangmessung und Kreuzkorrelation). Die drei Verfahren werden, sortiert nach der Signalanalyse, im Folgenden kurz mit ihren Vor- und Nachteilen beschrieben.

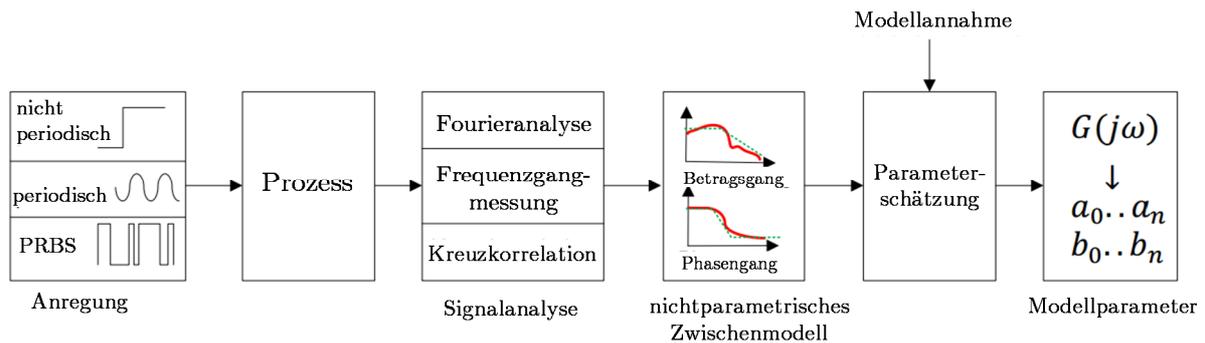


Abbildung 5.1: Ablauf der Parameteridentifikation von dynamischen Systemen bei der Verwendung von Verfahren mit nichtparametrischen Zwischenmodellen

5.1.1.1 Fourieranalyse

Beim Verfahren der Fourieranalyse wird als Testsignal üblicherweise ein nicht-periodisches Rechtecksignal verwendet. Aus der Systemantwort wird anschließend der Frequenzgang durch Anwendung der Fourieranalyse bestimmt und mit einem Parameterschätzverfahren, hier üblicherweise ein Least-Mean-Squares-Verfahren, die Parameter der angenommenen Modellstruktur bestimmt [48] [49].

Die Vorteile des Verfahrens liegen im geringen Rechenzeitbedarf, wenn wenige Parameter bestimmt werden müssen. Durch das Least-Mean-Squares-Verfahren steigt die Rechenzeit jedoch, wenn mehr Parameter zu bestimmen sind. Des Weiteren wird nicht das komplette Spektrum angeregt und das Verfahren ist anfällig auf Rauschen, wenn das Verhältnis zwischen Test- und Störsignal klein ist [48] [49].

5.1.1.2 Frequenzgangmessung

Bei der Frequenzganganalyse wird das System mit sinusförmigen Testsignalen verschiedener Frequenzen angeregt und anhand der Systemantwort für jede diskrete Frequenz ausgewertet, wobei der Rotor keine Bewegung ausführen darf, also festgebremst ist. Die Anregung mit harmonischen Signalen hat den Vorteil, dass die Form des Anregungssignals in der Systemantwort erhalten bleibt und sich lediglich Amplitude und Phase verändern. Ebenfalls vorteilhaft ist, dass das Frequenzspektrum frei wählbar und die Testsignalerzeugung relativ einfach ist [50] [51]. Die Messzeit ist jedoch groß und es sind viele Stützpunkte notwendig, um den Betrags- und Phasengang ermitteln zu können [48].

5.1.1.3 Kreuzkorrelation

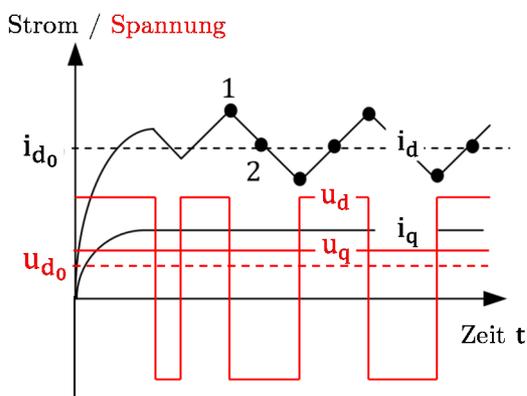
Die Kreuzkorrelation zweier Größen im Zeitbereich entspricht der Multiplikation dieser Größen im Frequenzbereich. Da die Übertragungsfunktion im Frequenzbereich als Verhältnis der Ausgangs- zur Eingangsgröße definiert ist, liefert die Kreuzkorrelation den gesuchten Betrags- und Frequenzgang der Strecke. Die Korrelation ist eine integrale Operation, die dementsprechend Störsignale filtert. Die Anregung erfolgt üblicherweise mit einer PRBS, die ein binäres Signal darstellt, dessen Spektrum das Spektrum von weißem Rauschen approximiert. Hieraus ergibt sich ein schnelles und genaues Verfahren, für das jedoch eine aufwändige Testsignalerzeugung implementiert werden muss. Für sehr gute Genauigkeit ist weiterhin die Messung des Eingangssignals wünschenswert [48].

5.1.2 Nichtrekursive Verfahren mit parametrischen Modellen

Bei der Verwendung nichtrekursiver Verfahren werden die benötigten Parameter des Modells direkt identifiziert. Die hier relevante Größe ist die arbeitspunktabhängige, differentielle Induktivität, die die Steigung des Stromanstiegs bei einer anliegenden Spannung angibt. Es wird nach der Form der Anregung und Auswertung zwischen Verfahren unterschieden, die die Steigung des Stroms auswerten und solchen, die die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bei einem hochfrequenten, sinusförmigen Signal betrachten.

5.1.2.1 Messung des Stromanstiegs

Eine Möglichkeit zur Identifikation der differentiellen Induktivität ist die Einprägung einer periodischen Spannung in Form eines Rechtecksignals in eine der Achsen des rotorfesten Koordinatensystems. Aus dem Stromanstieg kann bei stehendem Rotor direkt auf die differentielle Induktivität geschlossen werden [52]. Abbildung 5.2 zeigt das Vorgehen beispielhaft für ein dreiphasiges System für die d- und q-Achse mit einer rechteckförmigen Spannungsanregung in d-Richtung für die Annahme, dass keine Kreuzkopplung existiert. Problematisch bei diesem Verfahren ist die hohe Anforderung an die Güte der Stromerfassung, da kleine Stromanstiege mit einer hohen Abtastzeit aufzunehmen sind. Hierdurch wird insbesondere die Identifikation der Kreuzinduktivitäten problematisch, da der zu erwartende Stromanstieg geringer ist als bei der Selbstinduktivität.



$$L_{dd}(\mathbf{i}^{dq}) = \frac{\Delta U_{d_{12}} - R \cdot \Delta I_{d_{12}}}{\Delta I_{d_{12}}} \cdot \Delta t$$

$$L_{qd}(\mathbf{i}^{dq}) = \frac{\Delta U_{q_{12}}}{\Delta I_{d_{12}}} \cdot \Delta t$$

Abbildung 5.2: Prinzip der Messung des Stromanstiegs zur Bestimmung der differentiellen Induktivität in einem Arbeitspunkt

5.1.2.2 Messung der Phasenverschiebung bei Hochfrequenz-Signalinjektion

Eine weitere Möglichkeit zur direkten Bestimmung der differentiellen Induktivität stellt die HF-Signalinjektion dar. Hierbei werden sinusförmige Spannungs- oder Stromsignale injiziert und das Amplitudenverhältnis von Strom- und Spannungssignal ausgewertet [53]. Ein bekanntes Verfahren zur drehgeberlosen Regelung von Synchronmaschinen basiert im niedrigen Drehzahlbereich ebenfalls auf der HF-Signalinjektion [15]. Wie bei der oben beschriebenen Frequenzganganalyse bleibt auch hier die Signalform des Anregungssignals erhalten und kann im Frequenzbereich einfach analysiert werden. Werden Ströme und Spannungen als komplexer Zeiger betrachtet, so ergibt sich die differentielle Induktivität als Imaginärteil der Impedanz, wodurch der resistive Anteil eliminiert wird. Gleichungen und ein schematisches Bild für ein dreiphasiges System zeigt Abbildung 5.3. Mit dem Verfahren der HF-Signalinjektion können Querkopplungseffekte deutlich einfacher bestimmt werden als bei der Auswertung des Stromanstiegs, wobei die Einprägung des Testsignals aufwändiger ist.

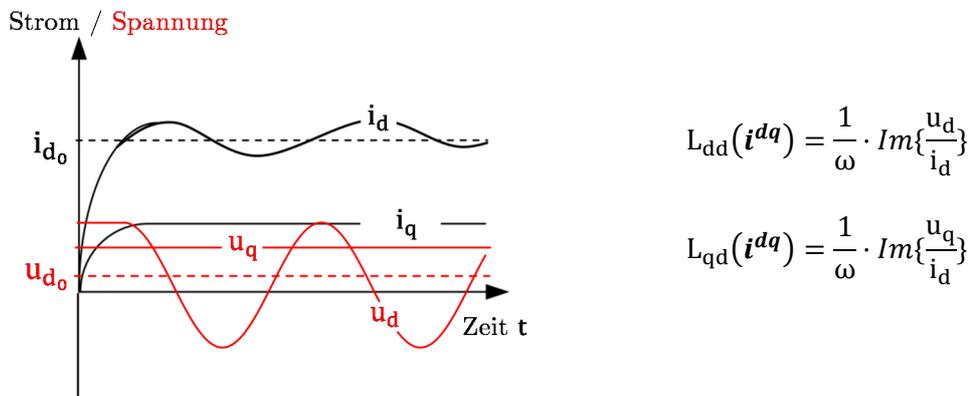


Abbildung 5.3: Schematischer Stromverlauf für die sinusförmige HF-Signalinjektion für einen Arbeitspunkt

5.1.3 Auswahl des Identifikationsverfahrens

Aus den in diesem Kapitel vorgestellten Methoden wird das Verfahren der HF-Signalinjektion ausgewählt. Dieses verspricht trotz erhöhtem Aufwand bei der Generierung des Testsignals eine sehr hohe Qualität der ermittelten Ergebnisse. Für dreiphasige Maschinen ist das Verfahren unter Vernachlässigung von positionsabhängigen Effekten bereits beschrieben, beispielsweise in [16] und [17]. Das Verfahren bietet den Vorteil, ohne zusätzliche Messmittel auszukommen und ist somit nicht nur für Laboraufbauten, sondern unabhängig von der eingesetzten Hardware verwendbar.

5.2 Identifizierung der differentiellen Induktivitäten mit HF-Signalinjektion

Im Folgenden wird das Verfahren der HF-Signalinjektion auf fünfphasige Maschinen erweitert und eine automatisierte Ablaufsteuerung entwickelt, die sowohl arbeitspunktabhängige als auch positionsabhängige Effekte berücksichtigt.

5.2.1 Grundlegendes Prinzip der HF-Signalinjektion

Das Prinzip der HF-Signalinjektion ist in Abbildung 5.4. dargestellt. Zunächst wird ein stationärer Magnetisierungszustand, der als Arbeitspunkt bezeichnet wird, im rotorfesten Koordinatensystem mit konstanten Flussverkettungen $\psi_{i,0}$ durch Gleichstrom $I_{j,0}$ eingestellt. Der Index i steht hierbei für eine der Flussverkettungskomponenten und der Index j für eine der Stromkomponenten d, d_3, q, q_3 und 0 . Anschließend wird auf einer der rotorfesten Koordinatenachsen der Gleichanteil mit einem sinusförmigen Wechselstrom $i_{j,HF}$ mit der Kreisfrequenz ω_{HF} überlagert. Diese sinusförmige Anregung erzeugt eine sinusförmige Änderung der Flussverkettung, woraus wiederum die Induktivität L_{jj} berechnet werden kann. Hierbei wird aufgrund des Messprinzips eine mittlere Steigung über der Anregungsamplitude identifiziert. Die Anregung ist dementsprechend so zu wählen, dass ein Kompromiss zwischen Anregungsamplitude und einem ausreichenden Signal-Rausch-Verhältnisses getroffen wird. Die Auslegung des HF-Signals wird in Kapitel 5.4 dargestellt. Die Auswirkung einer zu großen Amplitude der Anregung wird in Abbildung 5.9 dargestellt.

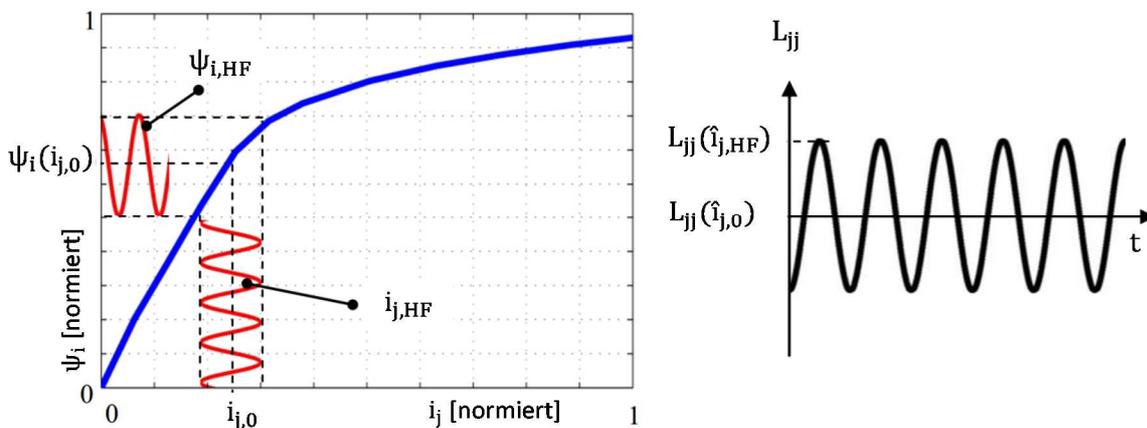


Abbildung 5.4: Prinzip der HF-Signalinjektion. links: Anregung mit HF-Strom in einem Arbeitspunkt, rechts: Verlauf der Induktivität

Der analytische Ausgangspunkt der Betrachtung ist die vollständige Gleichung des elektrischen Teilsystems nach Gleichung 4.21, die hier zur besseren Übersicht nochmal aufgeführt ist:

$$\mathbf{u}^{dq} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{L}_{\text{diff}}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) \cdot \frac{d\mathbf{i}^{dq}}{dt} + \omega_{\text{el}} \cdot [\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}}) + \boldsymbol{\lambda}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{\text{el}})]. \quad (5.1)$$

Für einen festgebremsten Rotor gilt $\omega_{el} = 0$, womit sich die Gleichung zu 5.2 vereinfacht.

$$\mathbf{u}^{dq} = R \cdot \mathbf{i}^{dq} + \mathbf{L}_{\text{diff}}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) \cdot \frac{d\mathbf{i}^{dq}}{dt} \quad (5.2)$$

Das Ziel ist die Bestimmung der Matrix der differentiellen Induktivitäten $\mathbf{L}_{\text{diff}}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})$. Die Matrix ist sowohl vom aktuellen Arbeitspunkt als auch von der Position abhängig, weswegen zur vollständigen Bestimmung eine Vielzahl an Messungen notwendig ist.

5.3 Anregung der Achsen und Auswertung der Systemantwort

In diesem Kapitel werden die Anregung der Achsen sowie die Auswertung der Systemantwort des Motors beschrieben. Zuerst wird in Abschnitt 5.3.1 der Goertzel-Algorithmus beschrieben, der die Auswertung der HF-Signale mit geringem Rechenaufwand ermöglicht. In Abschnitt 5.3.2 wird von einem idealen Systemverhalten ausgegangen, das heißt, dass die Momentanwerte der Ströme und Spannungen ohne Verzögerung bekannt sind. In Abschnitt 5.3.3 wird das entwickelte Verfahren um Verzögerungseffekte erweitert, die beispielsweise durch die verzögerte Diskretisierung der Stromwerte bei der Analog-Digital-Wandlung oder durch vorgeschaltete analoge Filter entstehen.

5.3.1 Signalanalyse mit Goertzel-Algorithmus

Die Verwendung der HF-Signalinjektion erfordert die Auswertung von Signalen einer bestimmten, konstanten und bekannten Frequenz im Frequenzspektrum. Die benötigten Größen sind die Amplituden und Phasenlagen von Strom- und Spannung. Hierfür werden die Größen mit Hilfe der diskreten Fourier-Analyse (DFT) aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert. Es wird eine periodische Zeitfolge $x[n]$ eindeutig auf ein Frequenzspektrum mit den DFT-Koeffizienten $X[k]$ abgebildet, wobei eine Periode aus N Elementen $n = 0, 1, \dots, N-1$ besteht, denen im Frequenzbereich N Spektralkomponenten (Spektrallinien) $k = 0, 1, \dots, N-1$ zugeordnet werden. Die komplexen DFT-Koeffizienten beinhalten Informationen über die Amplitude und Phase der jeweiligen Spektralkomponenten, wobei die Frequenz f_k dieser Spektralkomponenten mit dem Faktor k codiert ist. Die Spektralkomponenten werden mit der Exponentialfunktion $e^{-j\frac{2\pi k n}{N}}$ den N Elementen der Zeitfolge zugeordnet [54] [55].

Die DFT wird dargestellt durch:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot w_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - j \cdot \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right] \quad (5.3)$$

mit dem komplexen Faktor

$$w_N^k = e^{-j\frac{2\pi k}{N}} \quad (5.4)$$

und durch das Verhältnis

$$\frac{k}{N} = \frac{f_k}{f_{\text{Abtast}}}. \quad (5.5)$$

Die inverse Rekonstruktion des Signals im Zeitbereich aus den komplexen Fourier-Koeffizienten wird als inverse, diskrete Fourier-Transformation (IDFT) bezeichnet [54]. Die IDFT berechnet sich zu:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot w_N^{-kn} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right]. \quad (5.6)$$

Die zeitliche Folge $x[n]$ und das dazugehörige DFT-Spektrum $X[k]$ bilden ein DFT-Paar:

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{DFT}} X[k]. \quad (5.7)$$

Bei der DFT wird das Spektrum für N Spektralkomponenten berechnet, wodurch der Rechenaufwand quadratisch mit der Anzahl der Abtastwerte steigt [55]. Sollen jedoch wie bei dem Verfahren der HF-Injektion nur eine oder wenige spezifische Frequenzen betrachtet werden, kann der Rechenaufwand mit Hilfe des Goertzel-Algorithmus signifikant verringert werden [55].

Der Goertzel-Algorithmus ist eine Umformung der DFT in eine lineare Differenzgleichung 1. Ordnung. Für die Herleitung des Goertzel-Algorithmus wird die Berechnung des DFT-Koeffizienten als Faltungssumme mit dem Faltungsoperator $*$ dargestellt.

Für den komplexen Faktor w_N^k nach Gleichung 5.4 hoch der DFT-Länge N gilt:

$$w_N^{kN} = e^{-j\frac{2\pi k}{N}N} = 1. \quad (5.8)$$

Die DFT-Summe nach Gleichung 5.3 kann somit umgeformt werden zu:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot w_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot w_N^{-k(N-n)}. \quad (5.9)$$

Für eine Faltung zweier Zeitfolgen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ gilt allgemein [54]:

$$x_1[n] * x_2[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1[n-m] \cdot x_2[m] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1[m] \cdot x_2[n-m]. \quad (5.10)$$

Zwischen Gleichung 5.9 und Gleichung 5.10 zeigt sich eine prinzipielle Übereinstimmung, wenn $N-n$ aus der Exponentialfunktion als Differenz der Laufindizes des Faltungsergebnisses und der Faltungssumme verstanden wird.

Es sei nun die Impulsantwort $h[n]$ eines linearen, zeitinvarianten (LTI) Filters mit dem Eingang $u[n]$ gegeben als:

$$h[n] = w_N^{-nk} \cdot u[n] \quad (5.11)$$

dann gilt für die Faltung des Signals $x[n]$ mit der Impulsantwort $h[n]$:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{m=0}^n x[m] \cdot w_N^{-k(n-m)} \cdot u[n] \quad (5.12)$$

und somit:

$$y[n] = x[n] * w_N^{-nk} \cdot u[n]. \quad (5.13)$$

Wird die Faltung nach Gleichung 5.10 durchgeführt, ergibt sich nach anschließendem Koeffizientenvergleich der rekursive Zusammenhang:

$$y[n] = x[n] + h[1] \cdot y[n - 1] \quad \text{mit } n \geq 0 \text{ und } y[-1] = 0. \quad (5.14)$$

Somit liegt eine Differenzgleichung mit konstanten Koeffizienten vor, für die gilt:

$$a_0 \cdot y[n] + a_1 \cdot y[n - 1] = b_0 \cdot x[n]. \quad (5.15)$$

Die Koeffizienten lauten: $a_0 = 1, a_1 = -w_N^{-k}$ und $b_0 = 1$. Die Parametrierung des Goertzel Algorithmus erfolgt über den Parameter k bzw. den Koeffizienten a_1 nach Gleichung 5.5. Hierbei muss N so gewählt werden, dass k ganzzahlig ist. Die geschickte Auswahl der Parameter ermöglicht somit eine Ermittlung des komplexen Faktors für eine gegebene Frequenz.

Abbildung 5.5 zeigt das Blockdiagramm des Goertzel-Algorithmus. Der Ausgangswert $y[n]$ wird in Abhängigkeit vom Eingangswert $x[n]$ und dem letzten Ausgangswert $y[n - 1]$ berechnet, der über den Faktor a_1 zurückgeführt wird. Nach N Iterationen nimmt der Ausgangswert $y[n]$ die Größe des gesuchten DFT-Koeffizienten an.

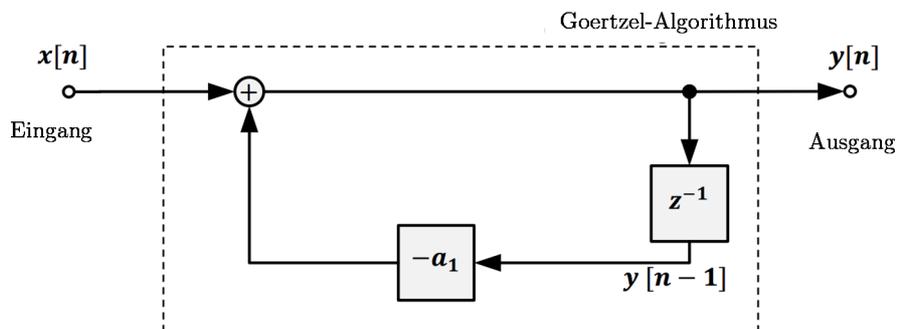


Abbildung 5.5: Blockschaltbild des Goertzel-Algorithmus

Ein Anwendungsbeispiel des Goertzel-Algorithmus ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Das Signal $f_3(t)$, das sich aus der Addition der beiden harmonischen Schwingungen unterschiedlicher Frequenz $f_1(t)$ und $f_2(t)$ zusammensetzt, wird diskret abgetastet (I). Ziel ist die Isolierung der Amplitude und Phasenlage mit der Kreisfrequenz ω_1 . Der Goertzel-Algorithmus liefert den komplexen DFT-Koeffizienten \underline{c}_{ω_1} , der die Phasenlage φ und die mit einem Normierungsfaktor behaftete Amplitude A enthält (II). Zur Überführung des DFT-Koeffizienten in die harmonische Teilschwingung wird der Zeiger mit der dazugehörigen Kreisfrequenz ω_1 rotiert, wobei die Anfangslage des Zeigers durch die Phasenlage φ vorgegeben wird (III). Die Amplitude der Teilschwingung ist, wie in Abbildung 5.6 gezeigt, mit dem Normierungsfaktor $2 \cdot N^{-1}$ behaftet. Die Phasenlage wird immer in Bezug auf die Cosinus-Schwingung angegeben. Es zeigt sich, dass Amplitude und Phasenlage der Frequenz ω_1 des Signals $f_1(t)$ isoliert und korrekt rekonstruiert werden.

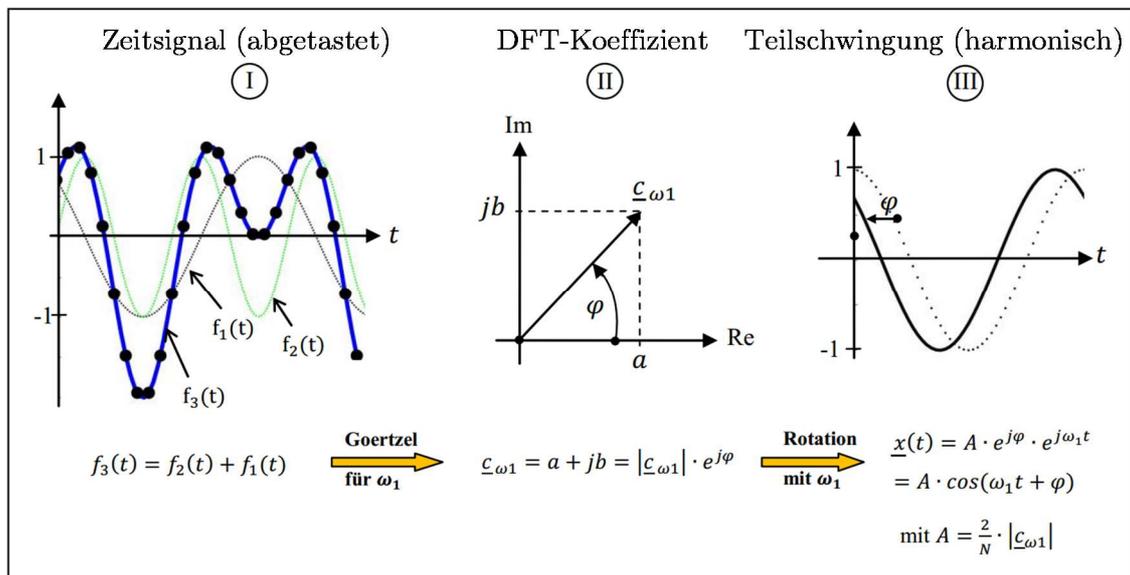


Abbildung 5.6: Anwendungsbeispiel des Goertzel-Algorithmus 1. Ordnung

Der Goertzel-Algorithmus wird verwendet, wenn in Echtzeit der DFT-Koeffizient für eine festgelegte Frequenz aus einem Signal mit überlagerten harmonischen Schwingungen bestimmt werden soll. Dabei kann auf eine rechenzeitaufwändige DFT oder FFT, ebenso wie auf die Filterung des Signals, verzichtet werden. Im vorgestellten Verfahren werden Amplitude und Phasenlage von Strömen und Spannungen für eine bekannte, konstante HF-Frequenz miteinander verglichen, was den Einsatz des Goertzel-Algorithmus als sinnvoll erscheinen lässt.

5.3.2 Ideales Systemverhalten

Die Anregung der Achsen erfolgte für jede Stromkomponente mit einem sinusförmigen HF-Signal mit der Amplitude $\hat{I}_{j,\text{HF}}$ und der Kreisfrequenz ω_{HF} :

$$i_{j,\text{HF}} = \hat{I}_{j,\text{HF}} \cdot \cos(\omega_{\text{HF}} \cdot t). \quad (5.16)$$

Vor der Anregung werden zunächst konstante Ströme für die einzelnen Stromkomponenten eingestellt, um den gewünschten Arbeitspunkt zu erreichen. Anschließend werden die einzelnen

Stromkomponenten nacheinander mit dem HF-Strom $\underline{i}_{j,\text{HF}}^{\text{dq}}$ überlagert, während die nicht angeregten Stromkomponenten auf den eingestellten Arbeitspunkt ohne überlagerte Schwingung geregelt werden. Gleichung 5.2 zeigt, dass die Gleichanteile der Stromkomponenten aufgrund der Differentiation des Stroms nicht in induzierten Spannungen eingehen.

Durch die Anregung mit sinusförmigen Injektionsströmen sind die Spannungen ebenfalls harmonische Größen und können als komplexe Raumzeiger dargestellt werden, die mit der Kreisfrequenz ω_{HF} des HF-Signals rotieren [56]. Die komplexe Wechselstromrechnung wird als Darstellungsform gewählt, da hier Verhältnisse zwischen Strom und Spannung in einem linearen, zeitinvarianten System betrachtet werden und die Größen sinusförmig sind. Insbesondere die Stromableitung in Gleichung 5.2 wird hier durch eine Multiplikation mit einem komplexen Faktor ersetzt, was die Betrachtung erleichtert. Der rotierende Zeiger einer Spannung wird als komplexe Spannung \underline{u} dargestellt durch:

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cdot (\cos(\omega t + \varphi_u) + j \cdot \sin(\omega t + \varphi_u)) = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}. \quad (5.17)$$

Komplexe Zeiger werden wie in der Literatur üblich mit einem Unterstrich gekennzeichnet. Für die komplexen Ströme und Spannungen gilt somit:

$$\underline{\mathbf{u}}_{\text{HF}}^{\text{dq}} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{\text{d},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{u,d}})} \\ \hat{U}_{\text{q},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{u,q}})} \\ \hat{U}_{\text{d3},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{u,d3}})} \\ \hat{U}_{\text{q3},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{u,q3}})} \\ \hat{U}_{\text{0},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{u,0}})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{\text{d},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{u,d}}} \\ \hat{U}_{\text{q},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{u,q}}} \\ \hat{U}_{\text{d3},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{u,d3}}} \\ \hat{U}_{\text{q3},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{u,q3}}} \\ \hat{U}_{\text{0},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{u,0}}} \end{bmatrix} \cdot e^{j\omega_{\text{HF}} \cdot t} = \underline{\mathbf{c}}_{\mathbf{u}} \cdot e^{j\omega_{\text{HF}} \cdot t} \quad (5.18)$$

sowie

$$\underline{\mathbf{i}}_{\text{HF}}^{\text{dq}} = \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{d},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{i,d}})} \\ \hat{I}_{\text{q},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{i,q}})} \\ \hat{I}_{\text{d3},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{i,d3}})} \\ \hat{I}_{\text{q3},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{i,q3}})} \\ \hat{I}_{\text{0},\text{HF}} \cdot e^{j(\omega_{\text{HF}} \cdot t + \varphi_{\text{i,0}})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_{\text{d},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{i,d}}} \\ \hat{I}_{\text{q},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{i,q}}} \\ \hat{I}_{\text{d3},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{i,d3}}} \\ \hat{I}_{\text{q3},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{i,q3}}} \\ \hat{I}_{\text{0},\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{\text{i,0}}} \end{bmatrix} \cdot e^{j\omega_{\text{HF}} \cdot t} = \underline{\mathbf{c}}_{\mathbf{i}} \cdot e^{j\omega_{\text{HF}} \cdot t}. \quad (5.19)$$

Die Amplitude und Phasenlage der einzelnen Signale werden als komplexe Amplitude bezeichnet und entsprechen den DFT-Koeffizienten $\underline{\mathbf{c}}_{\mathbf{u}}$ für die Spannungskomponenten und $\underline{\mathbf{c}}_{\mathbf{i}}$ für die Stromkomponenten. Diese können mit dem in Kapitel 5.3.1 beschriebenen Goertzel-Algorithmus schnell und effizient bestimmt werden, eine zusätzliche Filterung ist bei Anwendung des Goertzel-Algorithmus nicht nötig, da dieser so parametrisiert wird, dass ausschließlich die Injektionsfrequenz ausgewertet wird und die HF-Frequenz von den Gleichanteilen und anderen Frequenzen getrennt wird.

Die Differentiation des HF-Stroms nach Gleichung 5.2 ergibt sich in der komplexen Schreibweise zu:

$$\frac{d\underline{i}_{HF}^{dq}}{dt} = j \cdot \omega_{HF} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_{d, HF} \cdot e^{j(\omega_{HF} \cdot t + \varphi_{i,d})} \\ \hat{I}_{q, HF} \cdot e^{j(\omega_{HF} \cdot t + \varphi_{i,q})} \\ \hat{I}_{d3, HF} \cdot e^{j(\omega_{HF} \cdot t + \varphi_{i,d3})} \\ \hat{I}_{q3, HF} \cdot e^{j(\omega_{HF} \cdot t + \varphi_{i,q3})} \\ \hat{I}_{0, HF} \cdot e^{j(\omega_{HF} \cdot t + \varphi_{i,0})} \end{bmatrix} = j \cdot \omega_{HF} \cdot \underline{c}_i \cdot e^{j\omega_{HF} \cdot t}. \quad (5.20)$$

Die komplexen Größen der Gleichungen 5.18 bis 5.20 werden in Gleichung 5.2 eingesetzt, wobei die Gleichanteile vorerst vernachlässigt werden, da diese mit dem Goertzel-Algorithmus isoliert werden und die Induktivität lediglich auf die Wechselanteile wirkt. Nach einigen Umformungen ergibt sich:

$$\underline{c}_u = \left(\mathbf{R} + j \cdot \omega_{HF} \cdot \mathbf{L}_{diff}^{dq} \right) \cdot \underline{c}_i. \quad (5.21)$$

Die komplexe Impedanzmatrix $\underline{\mathbf{Z}}$ für den definierten Arbeitspunkt ist durch die Division des DFT-Koeffizienten der Spannung durch den DFT-Koeffizienten des Stroms definiert als:

$$\underline{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,0} \end{bmatrix} = \mathbf{R} + j \cdot \omega_{HF} \cdot \mathbf{L}_{diff}^{dq} \quad (5.22)$$

Der Imaginärteil der Impedanz entspricht der differentiellen Induktivität multipliziert mit der HF-Kreisfrequenz ω_{HF} [56]. Die Induktivität ergibt sich somit zu:

$$\mathbf{L}_{diff}^{dq} = \frac{1}{\omega_{HF}} \operatorname{Im} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,0} \end{bmatrix} \right\}. \quad (5.23)$$

Der Wicklungswiderstand hat keinen direkten Einfluss auf die berechneten Induktivitäten, sondern verursacht eine Phasenverschiebung, die in den DFT-Koeffizienten berücksichtigt ist. Bei einer Anregungsfrequenz oberhalb der Grenzfrequenz der Maschine liegt ein nahezu induktives Verhalten vor, sodass der reale Anteil der Impedanz gegenüber dem imaginären Anteil sehr gering ist.

Am Beispiel der Anregung in Richtung der d-Achse wird die Vorgehensweise zur Bestimmung der differentiellen Induktivitäten beispielhaft erläutert. Die anderen vier Achsrichtungen erfolgen analog hierzu.

Aus Gleichung 5.2 ergibt sich nach Einstellung des Arbeitspunktes mit der Injektion eines HF-Stroms in die d-Achse, wenn die anderen Stromkomponenten keinen HF-Anteil aufweisen, dass die HF-Anregung in der d-Achse bei vollbesetzter Matrix \mathbf{L}_{diff}^{dq} eine Anregung aller

Spannungskomponenten zur Folge hat. Hierbei ist darauf zu achten, dass die Stromkomponenten der anderen Achsen keinen HF-Anteil aufweisen, da sich diese mit den Spannungskomponenten der zu identifizierenden Achse überlagern würden und somit keine eindeutige Zuordnung mehr möglich wäre. Durch eine Linearisierung im Arbeitspunkt ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} u_{d,\text{HF}} \\ u_{q,\text{HF}} \\ u_{d3,\text{HF}} \\ u_{q3,\text{HF}} \\ u_{0,\text{HF}} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} i_{d,\text{HF}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{\text{diff}}^{\text{dq}} \cdot \begin{bmatrix} di_{d,\text{HF}} \\ dt \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Aus Gleichung 5.24 folgt, dass aus einer HF-Strom-Einprägung in eine Stromkomponente eine HF-Spannung in allen fünf Spannungskomponenten resultiert. Somit müssen pro Injektionsrichtung sechs DFT-Koeffizienten bestimmt werden. Für die komplexen DFT-Koeffizienten gilt:

$$\underline{\mathbf{c}}_{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{d,\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{u,d}} \\ \hat{U}_{q,\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{u,q}} \\ \hat{U}_{d3,\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{u,d3}} \\ \hat{U}_{q3,\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{u,q3}} \\ \hat{U}_{0,\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{u,0}} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{c}}_{\mathbf{i}} = \begin{bmatrix} \hat{I}_{d,\text{HF}} \cdot e^{j\varphi_{i,d}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

Eingesetzt in Gleichung 5.23 lassen sich mit den DFT-Koeffizienten die Werte der ersten Spalte der Matrix der differentiellen Induktivitäten $\mathbf{L}_{\text{diff}}^{\text{dq}}$ berechnen:

$$\mathbf{L}_{\text{diff}}^{\text{dq}} = \frac{\text{Im}\{\underline{\mathbf{Z}}\}}{\omega_{\text{HF}}} = \frac{1}{\omega_{\text{HF}}} \cdot \text{Im} \left\{ \begin{bmatrix} c_{u,d}/c_{i,d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{u,q}/c_{i,d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{u,d3}/c_{i,d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{u,q3}/c_{i,d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{u,0}/c_{i,d} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} L_{dd} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{qd} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{d3d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{q3d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{0d} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

Im Anschluss an die Anregung in d-Richtung folgt die Anregung in die anderen Achsen, wodurch die Matrix $\mathbf{L}_{\text{diff}}^{\text{dq}}$ vervollständigt wird.

5.3.3 Berücksichtigung von Verzögerungen im System

Die in Kapitel 5.3.2 vorgestellte Berechnung zur Bestimmung der differentiellen Induktivitäten geht von einem idealen System ohne Verzögerung aus. Ein reales System beinhaltet jedoch Verzögerungen, beispielsweise durch analoge Filter im Zweig der Stromaufnahme, der diskreten Abtastzeit der Regelhardware und der Verzögerungen im Stellglied. Diese Verzögerungen werden als Totzeit bezeichnet und verursachen bei sinusförmigen Größen eine Phasenverschiebung zwischen realem Signal und der in der Regelhardware vorliegenden Größe. Die Übertragungsfunktion mit der Totzeit T_T ist gegeben durch [57]:

$$G_{T_T}(j\omega) = e^{-j\omega \cdot T_T}. \quad (5.27)$$

Die absolute Phasenverschiebung ist bei sinusförmigen Größen von der Frequenz des Signals abhängig. Abbildung 5.7 zeigt ein vereinfachtes Blockschaltbild des mit Totzeit behafteten Systems. Für die Totzeiten $T_{t,1}$, $T_{t,2}$ und $T_{t,3}$ wird nach [5] jeweils ein Abtastschritt angenommen. Die aus den Totzeiten resultierende Phasenverschiebung zwischen realem und gemessenem Signal hat eine große Auswirkung auf die Güte der Ergebnisse und wird in Abschnitt 5.8.3 messtechnisch bestimmt.

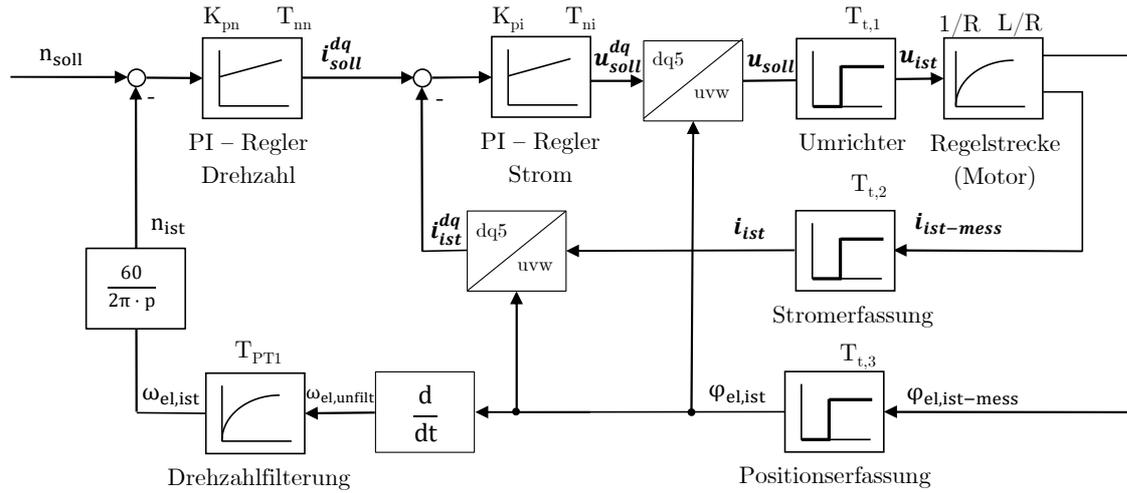


Abbildung 5.7: Vereinfachtes Blockschaltbild der Regelung mit Totzeiten

Mit einer resultierenden aufsummierten Totzeit T_C zwischen realem Signal und Messsignal erweitert sich Gleichung 5.23 zu:

$$\mathbf{L}_{\text{diff}}^{\text{dq}} = \frac{1}{\omega_{\text{HF}}} \text{Im} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,d}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,q}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,d3}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,q3}/\underline{c}_{i,0} \\ \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,d} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,q} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,d3} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,q3} & \underline{c}_{u,0}/\underline{c}_{i,0} \end{bmatrix} \cdot e^{-j\omega_{\text{HF}} \cdot T_C} \right\}. \quad (5.28)$$

Die hier als Totzeit angenommene Verzögerung der Stromerfassung ist bei exakter Betrachtung über alle Frequenzen durch die RC-Glieder im Stromerfassungskreis ein PT1-Glied und hätte für eine feste HF-Frequenz dementsprechend zusätzlich zur Phasenverschiebung noch eine Dämpfung. Für die in Abschnitt 5.4 ausgewählte HF-Frequenz wird dieser Faktor bestimmt und berücksichtigt. Dementsprechend ist die Berücksichtigung eines Dämpfungsfaktors in Gleichung 5.28 nicht notwendig.

5.4 Auslegung des HF-Signals

Für die Identifikation der differentiellen Induktivitäten ist eine ausreichende Anregung durch die injizierten HF-Signale notwendig. Sowohl die geregelten HF-Ströme, als auch die HF-Spannungen, die nötig sind, um die HF-Ströme einzuprägen, sind so auszulegen, dass eine ausreichend auflösbare Amplitude vorhanden ist und die Spannungsgrenze des Umrichters nicht überschritten wird. Des Weiteren wird die HF-Frequenz so gewählt, dass nahezu induktives Verhalten der Maschine vorliegt und die in Kapitel 5.3 getroffenen Annahmen gültig sind. Nach oben ist die Frequenz des HF-Signals durch die Abtastfrequenz der Wandler begrenzt, da nach dem Shannon-Theorem mindestens vier Werte pro Periode vorliegen müssen, um die Frequenz eindeutig zu bestimmen.

Aus diesen Gründen werden in den folgenden Abschnitten die HF-Amplitude und die HF-Frequenz so festgelegt, dass das Signal sowohl gut auszuwerten ist, als auch eine hohe Ergebnisgüte verspricht.

Die Wahl der Frequenz kann in einer ersten Näherung gut durch die Ersatzzeitkonstante einer als PT1-Glied angenommenen Übertragungsfunktion des Motors bestimmt werden. Die Motorstrecke hat die Übertragungsfunktion:

$$G_{\text{Motor}}(s) = \frac{1}{T_S \cdot s + 1} = \frac{1}{\frac{L}{R} \cdot s + 1} \quad (5.29)$$

mit der Ersatzzeitkonstanten T_S . Abbildung 5.8 zeigt das Bode-Diagramm für Motoren mit unterschiedlichen Zeitkonstanten. Ein gutes Verhalten stellt sich ein, wenn der Phasengang nahezu -90° erreicht, eine höhere Frequenz sollte jedoch nicht unbedingt gewählt werden, um die Signalverarbeitung zu vereinfachen. Dementsprechend hängt die Wahl der HF-Frequenz von der Ersatzzeitkonstante des Motors ab. Bei Motoren mit einer Zeitkonstante größer als 0,1 Sekunden ist eine HF-Frequenz von 100 Hz – 200 Hz ausreichend. Bei Motoren mit größeren Zeitkonstanten werden mit niedrigeren Frequenzen gute Ergebnisse erzielt, während bei niederinduktiven Motoren mit einer Zeitkonstanten von 1 ms Frequenzen größer als 500 Hz verwendet werden. Aus FEM-Simulationen geht hervor, dass die Zeitkonstante des verwendeten Motors im Bereich von 50 ms liegt, weswegen eine HF-Frequenz von 200 Hz gewählt wird.

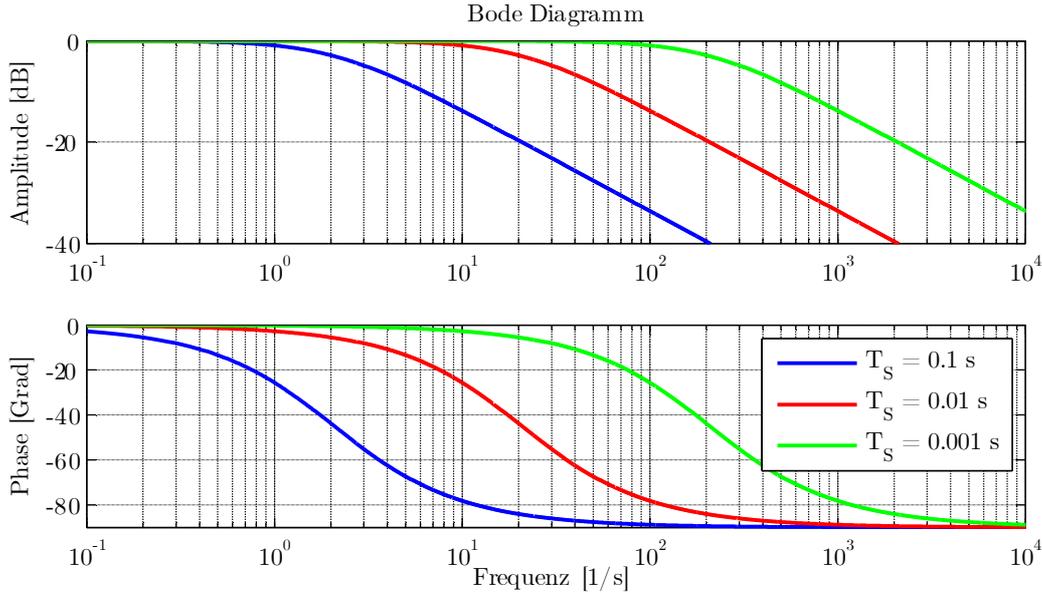


Abbildung 5.8: Bode-Diagramm von PT1-Gliedern mit unterschiedlichen Zeitkonstanten

Nach Festlegung der Frequenz wird die Amplitude des HF-Stroms so gewählt, dass einerseits Signale entstehen, die unter Berücksichtigung der Quantisierung gut auswertbar sind und andererseits die Stellspannungsgrenze nicht überschritten wird. Die entwickelte Reglerstruktur ermöglicht die direkte Vorgabe einer Stromamplitude. Zur Berechnung der Spannungsamplitude wird die Spannungsdifferentialgleichung für einen festgebremsten Motor ($\omega_{el} = 0$) nach Gleichung 5.2 mit dem HF-Strom erweitert:

$$\mathbf{u}^{dq} = R \cdot (\mathbf{i}_0^{dq} + \hat{\mathbf{i}}_{HF}^{dq} \cdot \cos(\omega_{HF} \cdot t)) - \omega_{HF} \cdot \mathbf{L}_{diff}^{dq} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{HF}^{dq} \cdot \sin(\omega_{HF} \cdot t). \quad (5.30)$$

Hierbei ist $\hat{\mathbf{i}}_{HF}^{dq}$ die Amplitude der HF-Anregung und \mathbf{i}_0^{dq} der Vektor der konstanten Ströme des aktuellen Arbeitspunkts. Bei Annahme eines induktiven Verhaltens und entsprechend hoher Frequenz ω_{HF} kann der erste Summand von Gleichung 5.30 vernachlässigt werden. Die Gleichung vereinfacht sich damit zu:

$$\mathbf{u}^{dq} \approx -\omega_{HF} \cdot \mathbf{L}_{diff}^{dq} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{HF}^{dq} \cdot \sin(\omega_{HF} \cdot t) \quad (5.31)$$

Für die Amplitude der Spannung $\hat{\mathbf{U}}_{HF}^{dq}$ gilt somit:

$$\hat{\mathbf{U}}_{HF}^{dq} = -\omega_{HF} \cdot \mathbf{L}_{diff}^{dq} \cdot \hat{\mathbf{i}}_{HF}^{dq}. \quad (5.32)$$

Für die Abschätzung wird eine Kenntnis der differentiellen Induktivitäten benötigt, die näherungsweise aus FEM-Simulationen gewonnen wird. Des Weiteren ist das Maximum der Injektionsamplitude, insbesondere im Sättigungsbereich, begrenzt, da es bei großen Amplituden durch die Linearisierung zu Abweichungen in den gemessenen differentiellen Induktivitäten kommen kann. Abbildung 5.9 stellt diesen Effekt anhand einer Erweiterung von Abbildung 5.4 dar. Wird die Amplitude der Stromanregung zu groß gewählt, so wird nicht mehr die differentielle Induktivität identifiziert, sondern über einen größeren Bereich linearisiert. Die

identifizierte Induktivität entspricht somit nicht mehr der Steigung der Flussverkettung in Abhängigkeit des Stroms im gewählten Arbeitspunkt.

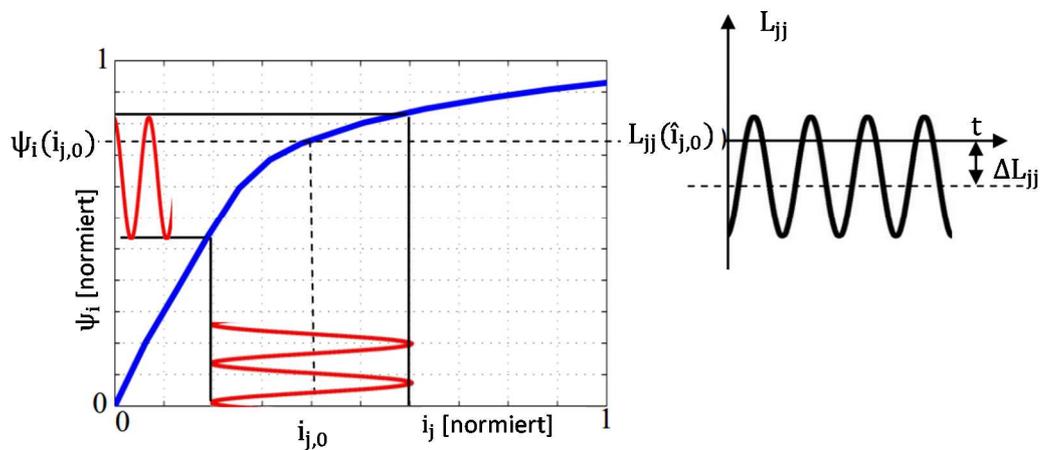


Abbildung 5.9: Auswirkung von zu groß gewählten Amplituden des HF-Stroms auf die Identifikation der differentiellen Induktivitäten

Für das Testsystem wird unter Berücksichtigung der Spannungsgrenze sowie der Quantisierung der A/D-Wandler bei Kenntnis des FEM-Ergebnisses für die Induktivitäten für die Injektionsfrequenz $f_{\text{HF}} = 200 \text{ Hz}$ eine Amplitude des Stromsignals von $0,05 \cdot I_{\text{Nenn}} = 0,414 \text{ A}$ ausgewählt. Hieraus ergibt sich eine Spannungsamplitude für die ungesättigte Maschine von $\hat{U}_{\text{HF}} \approx 20 \text{ V}$.

5.5 Struktur und Ablauf des Identifikationsverfahrens

Das in den Kapitel 5.2 bis 5.4 beschriebene Verfahren der HF-Injektion wird simulativ in MATLAB-Simulink erprobt und anschließend experimentell validiert. Abbildung 5.10 zeigt die Struktur des Verfahrens. Ziel der Ablaufsteuerung ist eine vollständig automatisierte Identifikation für vorher definierte Arbeitspunkte und Positionen.

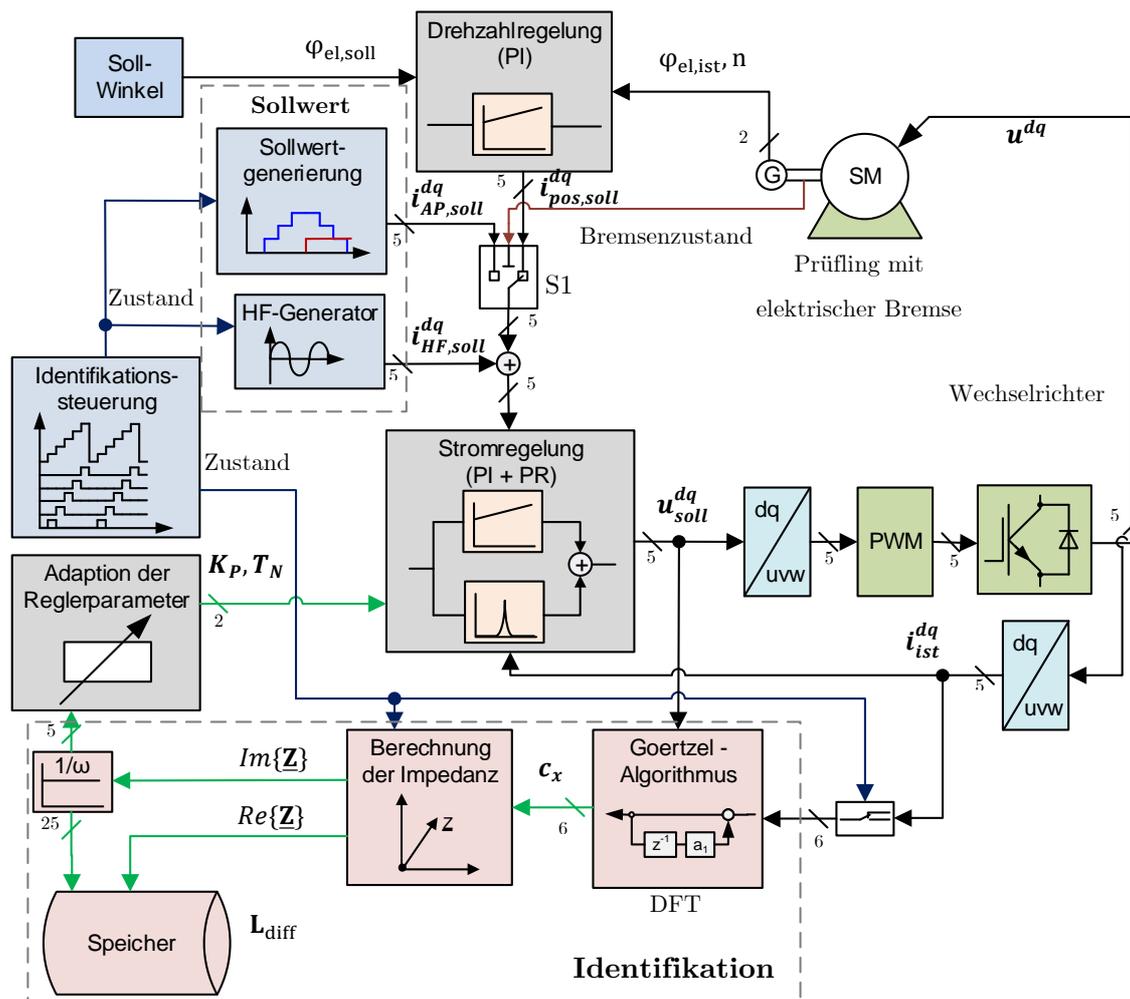


Abbildung 5.10: Struktur und Ablauf des Verfahrens zur Identifikation von differentiellen Induktivitäten einer fünfphasigen Synchronmaschine mit HF-Signalinjektion

Nach der Ausrichtung des Prüflings auf eine definierte Position wird die Welle durch einen Lastmotor mit Bremse fixiert. Es folgt die Sollwertgenerierung, die sich in das Einprägen der Stromkomponenten für den jeweiligen Arbeitspunkt und das Einprägen der HF-Ströme in die jeweiligen Stromkomponenten unterteilt. Während für den konstanten Strom im Arbeitspunkt die übliche Proportional-Integral-Reglerstruktur (PI-Regler) verwendet wird (siehe Kapitel 6.1), kommt für den HF-Anteil ein Proportional-Resonanz-Regler (PR-Regler) zum Einsatz (siehe Kapitel 5.6).

Die Stromarbeitspunkte werden in einer festgelegten Reihenfolge angefahren, so dass die thermische Belastung der Maschine möglichst gering bleibt und keine großen Sprünge in den konstanten Stromarbeitspunkten entstehen, da die statische Verstärkung der Stromregler von der differentiellen Induktivität abhängig ist und im umgesetzten Verfahren die Reglerverstärkung mit dem jeweils zuletzt identifizierten Wert nachgeführt wird. Es wird zuerst der q-Strom im gewählten Intervall mit vorgegebenen Sprüngen variiert. Sobald ein Durchlauf abgeschlossen ist folgt eine Variation des d-Stroms, nach der wiederum alle Arbeitspunkte in q-Richtung

angefahren werden. Anschließend werden die Ströme in den Richtungen q_3 sowie d_3 variiert. Abbildung 5.11 zeigt den Verlauf der Soll-Ströme ohne HF-Injektion für eine Rotorposition für die Arbeitspunktkombinationen:

- I_d von $-30\% I_{Nenn}$ bis $+30\% I_{Nenn}$,
- I_q von $-100\% I_{Nenn}$ bis $+100\% I_{Nenn}$,
- I_{d3} von $-20\% I_{Nenn}$ bis $+20\% I_{Nenn}$,
- I_{q3} von $-20\% I_{Nenn}$ bis $+20\% I_{Nenn}$,
- I_0 : keine Variation, konstant $i_0 = 0$.

Zur besseren Übersicht des Stromverlaufs in d- und q-Richtung zeigt Abbildung 5.12 eine vergrößerte Darstellung der ersten 60 Sekunden. Auf eine Identifikation der Induktivitäten des Nullsystems wird verzichtet, weil die Nullkomponente lediglich einen oszillierenden Anteil zur Momentenbildung beiträgt und zur optimalen Bestromung der Maschine zu null geregelt wird (siehe Kapitel 6.2). Des Weiteren ist die Nullinduktivität der Maschine um den Faktor 20 geringer als die übrigen Induktivitäten. Auf diesem Grund müsste zur Anregung der Nullkomponente eine deutlich höhere Injektionsfrequenz gewählt werden, was sich wiederum negativ auf die Güte der Identifikation der anderen Komponenten auswirkt.

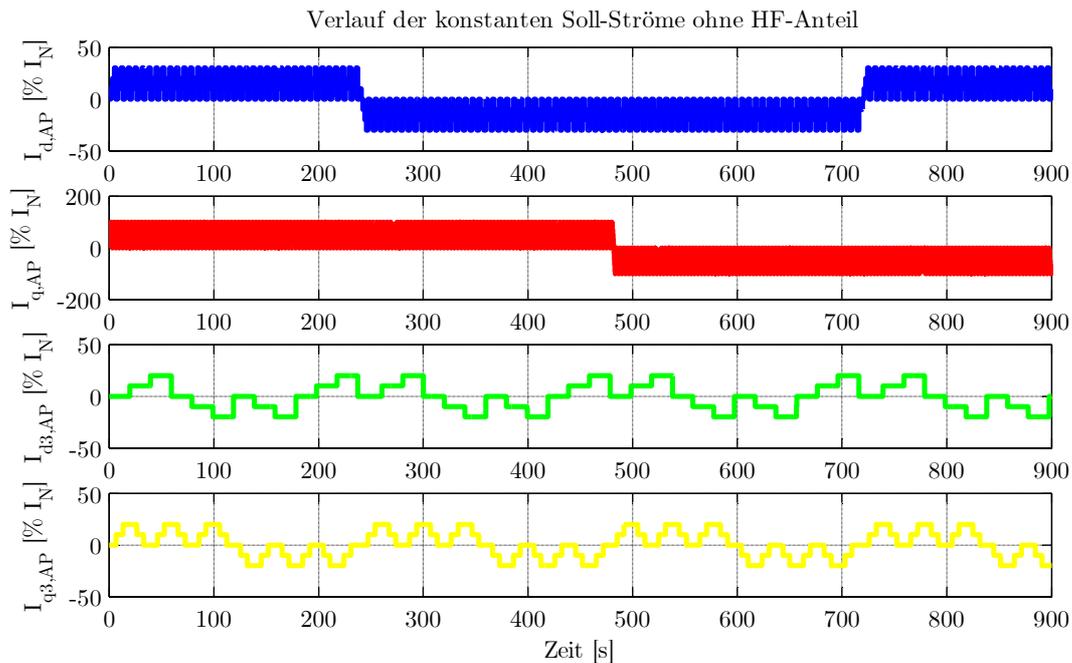


Abbildung 5.11: Verlauf der Stromarbeitspunkte ohne HF-Injektion für eine Rotorposition

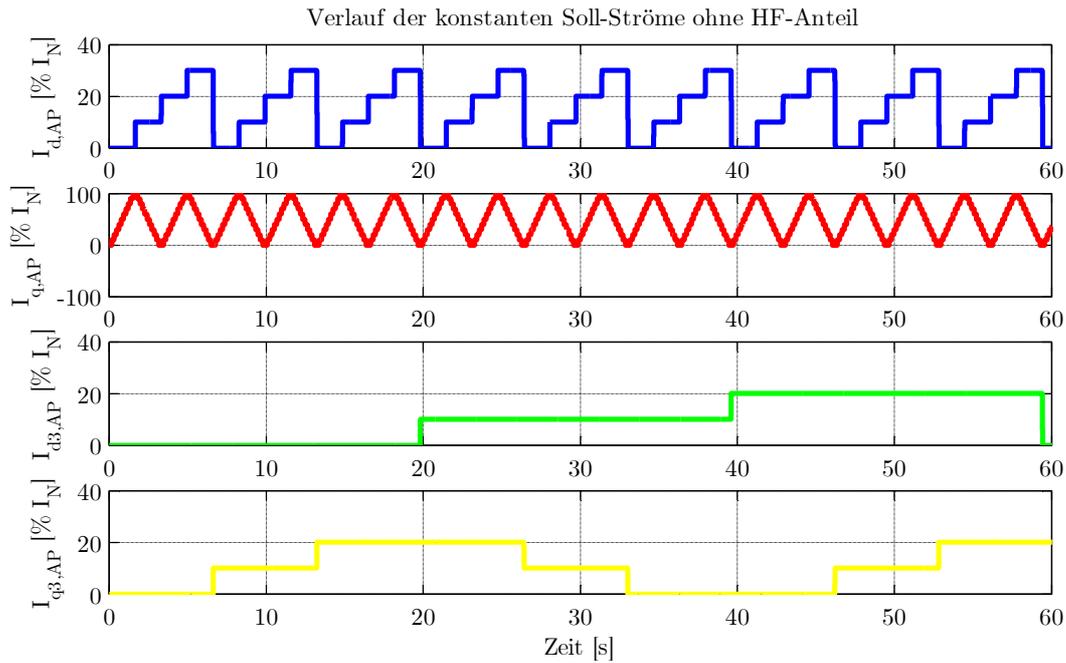


Abbildung 5.12: Vergrößerung der ersten 60 Sekunden von Abbildung 5.11

Für jeden Arbeitspunkt wird ein HF-Strom nacheinander in die einzelnen Stromkomponenten injiziert, während die nicht angeregten Stromkomponenten keinen HF-Anteil aufweisen dürfen. Der Ablauf der HF-Sollstromverläufe ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Die Dauer der Injektion pro Stromkomponente wird so gewählt, dass eine Verlängerung keine signifikante Verbesserung der Ergebnisse bewirkt, um die Identifikationszeit gering zu halten. Im vorliegenden Beispiel wird eine Injektionszeit von 0.05 s pro Komponente gewählt. Der Wechsel des Stromarbeitspunktes wird ebenfalls mit 0.05 s angenommen, um mögliche Ausgleichsvorgänge ausregeln zu können. Den detaillierten Verlauf zeigt Abbildung 5.13. In Abbildung 5.14 ist eine Vergrößerung des ersten Anregungsabschnitts dargestellt.

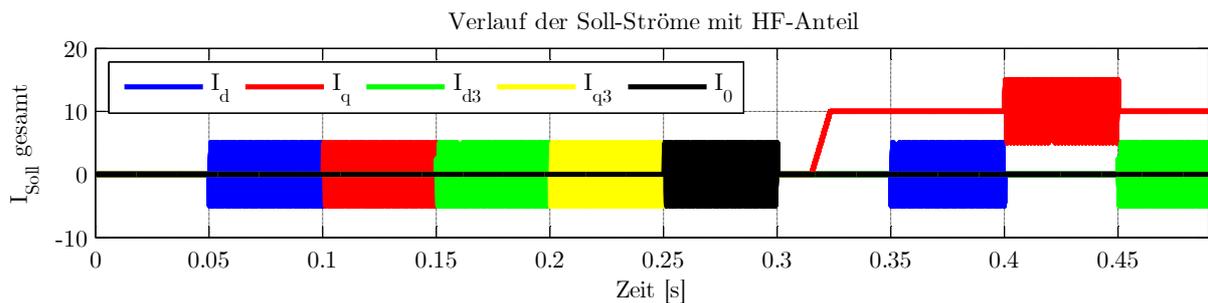


Abbildung 5.13: Verlauf der Soll-Ströme inklusive HF-Signalinjektion

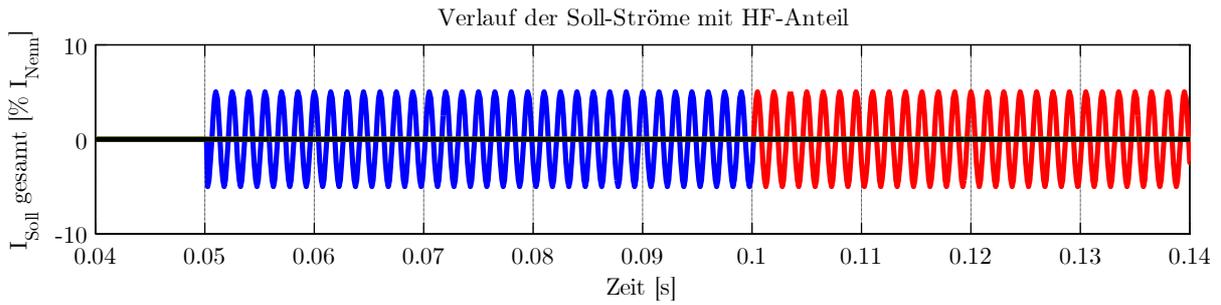


Abbildung 5.14: Vergrößerung von Abbildung 5.13 zur Darstellung des HF-Injektionsstroms in d -Richtung (0.05 s bis 0.1 s) und in q -Richtung (ab 0.1 s)

Die Sollspannungen und die gemessenen Ist-Ströme werden nach der notwendigen Korrektur der Totzeit nach Kapitel 5.3.3 mit einem Goertzel-Algorithmus ausgewertet. Der Algorithmus benötigt einen Trigger, der anzeigt, ab welchem Zeitpunkt die gewünschte Anzahl von Perioden aufgenommen wurde. Anschließend werden aus den DFT-Koeffizienten von Strom und Spannung die entsprechenden differentiellen Induktivitäten ermittelt und gespeichert. Für die Anzahl der auszuwertenden Perioden k und der Länge eines Auswertungsfensters N gilt nach Gleichung 5.5:

$$\frac{k}{N} = \frac{f_{\text{HF}}}{f_{\text{Abtast}}}. \quad (5.33)$$

Dementsprechend werden für einige Kombinationen von k und N mehrere differentielle Induktivitäten für eine Anregung bestimmt, über die ein Mittelwert gebildet wird, um die Ergebnisgüte zu steigern. Sobald die Identifikation einer Rotorposition abgeschlossen ist, wird die Bremse gelüftet und eine neue Position angefahren. Die Positionsregelung wird über einen P-Regler realisiert, die kaskadierte Geschwindigkeitsregelung über einen PI-Regler.

5.6 Stromregelung mit Proportional-Resonanzregler

Die Stromregelung besteht aus einer Parallelschaltung eines PI-Reglers für den konstanten Arbeitspunktstrom und eines PR-Reglers zur Einprägung der Stromharmonischen. Die PI-Reglerstruktur ist allgemein bekannt [10] und wird hier nicht näher erläutert. Ein stabiler und gut ausgelegter PR-Regler ist jedoch Grundlage für ein schnelles und exakt arbeitendes Identifikationsverfahren, weswegen auf die Auslegung im Folgenden genauer eingegangen wird.

5.6.1 Beschreibung des PR-Reglers

Der für die Identifikation benötigte HF-Strom $\mathbf{i}_{dq}^{\text{HF}}$ kann in ein Mit- und Gegensystem aufgeteilt werden [17]:

$$\mathbf{i}_{dq}^{\text{HF}} = \mathbf{i}_{dq}^{\text{HF}+} + \mathbf{i}_{dq}^{\text{HF}-}. \quad (5.34)$$

Der positive Anteil i_{dq}^{HF+} rotiert dabei mit ω_{HF} im Uhrzeigersinn, während der negative Anteil i_{dq}^{HF-} entgegen ω_{HF} rotiert (siehe Abbildung 5.15).

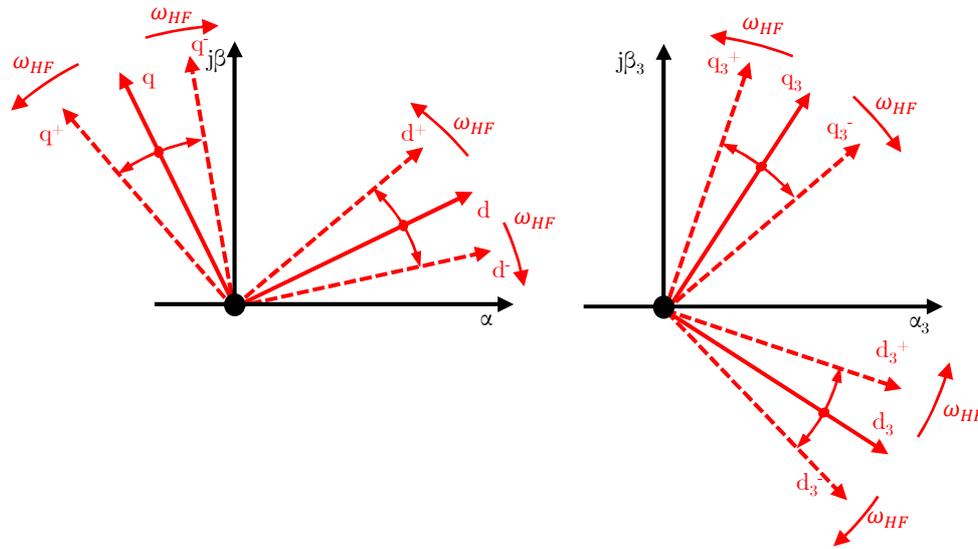


Abbildung 5.15: Darstellung der HF-Einprägung in den entkoppelten, rotorfesten Koordinatensystemen (erweitert, nach [17])

Die Amplituden der positiven und negativen Folge betragen jeweils die Hälfte der Gesamtamplitude:

$$i_{dq}^{HF+} = \frac{\hat{i}_{dq}^{HF}}{2} \cdot \cos(\omega_{HF} \cdot t) \quad (5.35)$$

$$i_{dq}^{HF-} = \frac{\hat{i}_{dq}^{HF}}{2} \cdot \cos(-\omega_{HF} \cdot t) \quad (5.36)$$

Abbildung 5.15 zeigt die zusätzlichen Koordinatensysteme für die neu eingeführten HF-Größen, in denen die HF-Ströme aus den Gleichungen 5.35 und 5.36 als konstante Größen erscheinen. Eine mögliche Regelungsvariante ist die Einführung eines weiteren Koordinatensystems, das mit ω_{HF} rotiert und die Regelung der HF-Größen mit PI-Reglern [58]. Die zusätzliche Koordinatentransformation ist jedoch mit einem erhöhten Rechenaufwand verbunden, weswegen die Regelung der Harmonischen mit einem PR-Regler realisiert wird [17] [59].

Die Übertragungsfunktion des PR-Reglers $G_{PR}(s)$ wird aus der Summe der Übertragungsfunktionen von zwei PI-Reglern $G_{PI}(s)$ gebildet, deren Koordinatensysteme mit $(s - j\omega_{HF})$ und $(s + j\omega_{HF})$ transformiert werden.

$$G_{PR}(s) = \frac{1}{2} \cdot [G_{PI}(s + j\omega_{HF}) + G_{PI}(s - j\omega_{HF})] \quad (5.37)$$

Für die Übertragungsfunktion des PI-Reglers gilt:

$$G_{\text{PI}}(s) = K_{\text{P}} + \frac{K_{\text{P}}}{T_{\text{N}} \cdot s} \quad (5.38)$$

mit der statischen Verstärkung K_{P} und der Nachstellzeit T_{N} . Einsetzen von 5.38 in 5.37 liefert die vollständige Übertragungsfunktion des PR-Reglers:

$$G_{\text{PR}}(s) = K_{\text{P}} + \frac{K_{\text{P}}}{T_{\text{N}}} \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_{\text{HF}}^2}. \quad (5.39)$$

Die Übertragungsfunktion 5.39 zeigt ein konjugiert komplexes Polpaar bei $\pm j\omega_{\text{HF}}$, weshalb sich das System bei Anregung mit ω_{HF} an der Stabilitätsgrenze befindet [10]. Abbildung 5.16 zeigt das Bode-Diagramm des PR-Reglers für eine Resonanzfrequenz $\omega_{\text{HF}} = 2 \cdot \pi \cdot 200 \frac{1}{\text{s}}$ und $K_{\text{P}} = 1$, $T_{\text{N}} = 1 \text{ s}$. Zu erkennen ist die sehr hohe Verstärkung bei der Resonanzfrequenz, während der PR-Regler auf die weiteren Frequenzen keinen Einfluss hat.

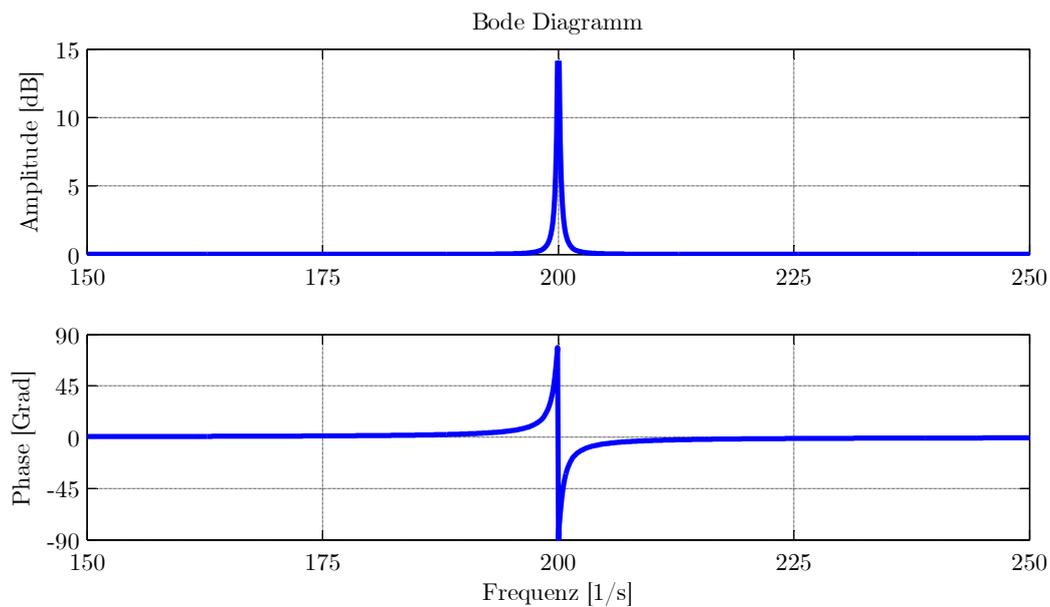


Abbildung 5.16: Bode-Diagramm des PR-Reglers mit $\omega_{\text{HF}} = 2 \cdot \pi \cdot 200 \frac{1}{\text{s}}$, $K_{\text{P}} = 1$, $T_{\text{N}} = 1 \text{ s}$

Parallel zum PR-Regler wird der PI-Regler zur Kompensation der bleibenden Regelabweichung und zur Einstellung des konstanten Stromarbeitspunkts geschaltet (Abbildung 5.17). Die Parametrierung der Regler erfolgt nach dem Betragsoptimum nach Kapitel 6.1.1. Ein nötiger Parameter zur Parametrierung der Stromregler sind die zu identifizierenden differentiellen Induktivitäten, die sich mit dem Arbeitspunktstrom ändern. Wie in Abbildung 5.10 dargestellt werden die mit der vorherigen Stromkombination identifizierten Induktivitäten verwendet, um die Reglerparameter nachzuführen. Zum Ausgleich von Messfehlern und zur Erhöhung der Stabilität wird hierbei ein Sicherheitsfaktor von 0,8 verwendet.

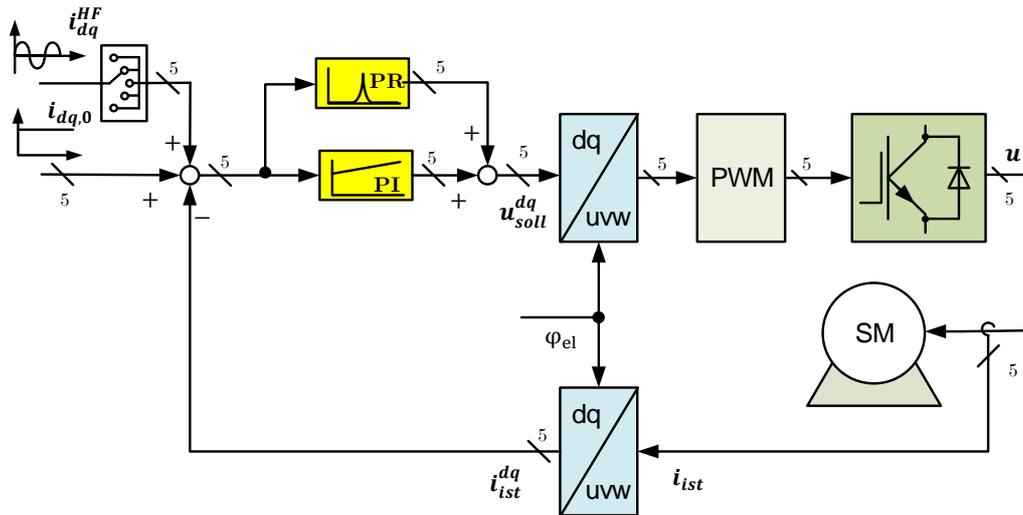


Abbildung 5.17: Struktur des Stromregelkreises mit Parallelschaltung aus PI- und PR-Regler

5.6.2 Stabilität des PR-Reglers und Verschiebung des Frequenzgangs

Nach Gleichung 5.39 befinden sich die Polstellen des PR-Reglers auf der imaginären Achse. Die Lage der Polstellen bedingt ein potentiell instabiles Verhalten, das im Folgenden genauer analysiert wird. Für Stabilitätsuntersuchungen wird üblicherweise die Phasenreserve bei einer Verstärkung von 0 dB untersucht. Aufgrund der hohen Verstärkung bei der Resonanzfrequenz kommt es im Amplitudengang des PR-Reglers zu mehreren Kreuzungen der 0 dB-Linie (siehe Abbildung 5.18). Eine einfache Untersuchung der Phasenreserve ist somit nicht möglich, weshalb das Nyquist-Kriterium zur Untersuchung der Stabilität verwendet wird [60]. Die direkte Anwendung des vereinfachten Nyquist-Kriteriums ist nicht möglich, da der offene Regelkreis zwei Polstellen auf der imaginären Achse besitzt. Nach [60] kann das vereinfachte Nyquist-Kriterium verwendet werden, wenn die Kurve mit einem im Uhrzeigersinn laufenden Halbkreis im Unendlichen geschlossen wird [61]. Dies hängt wiederum davon ab, wie die Ortskurve an der Unstetigkeitsstelle geschlossen wird.

Nach dem vereinfachten Nyquist-Kriterium ist die Regelstrecke stabil, wenn der kritische Punkt $(-1 / 0)$ von der Ortskurve des offenen Kreises nicht umschlungen wird [62]. Abbildung 5.18 rechts zeigt für eine beispielhafte Reglereinstellung, dass für den unkompenzierten Regelkreis (blau) der kritische Punkt umschlossen wird. Durch eine Phasenverschiebung in der Umgebung der Resonanzfrequenz kann dieses Verhalten jedoch so beeinflusst werden, dass der Regelkreis stabil wird. Eine Möglichkeit zur Verschiebung des Frequenzgangs im Resonanzbereich ist [60]:

$$G_{PR}(s) = K_P + \frac{K_P}{T_N} \cdot \frac{s \cdot \cos(\varphi_h) - \omega_{HF} \cdot \sin(\varphi_h)}{s^2 + \omega_{HF}^2}. \quad (5.40)$$

Für $\varphi_h = 0$ ergibt sich der PR-Regler nach Gleichung 5.39. Abbildung 5.18 links zeigt das Bode-Diagramm des offenen Regelkreis mit einer als PT_2 -Glied approximierten Regelstrecke des verwendeten Motormodells mit einer Kompensation von $\varphi_h = \frac{\pi}{4}$ (grün) und ohne Kompensation (blau). Zu erkennen ist der geringe Einfluss des Kompensationsterms auf den Amplitudengang, während beim Phasengang im Bereich der Resonanzfrequenz eine Phasenerhöhung zu erkennen ist. Abbildung 5.18 rechts zeigt das dazugehörige Nyquist-Diagramm. Beim PR-Regler ohne Kompensation wird der kritische Punkt durch die Schließung der Kurve im Unendlichen umschlossen, während beim kompensierten Regelkreis der kritische Punkt nicht umschlossen wird und der Regelkreis somit stabil ist.

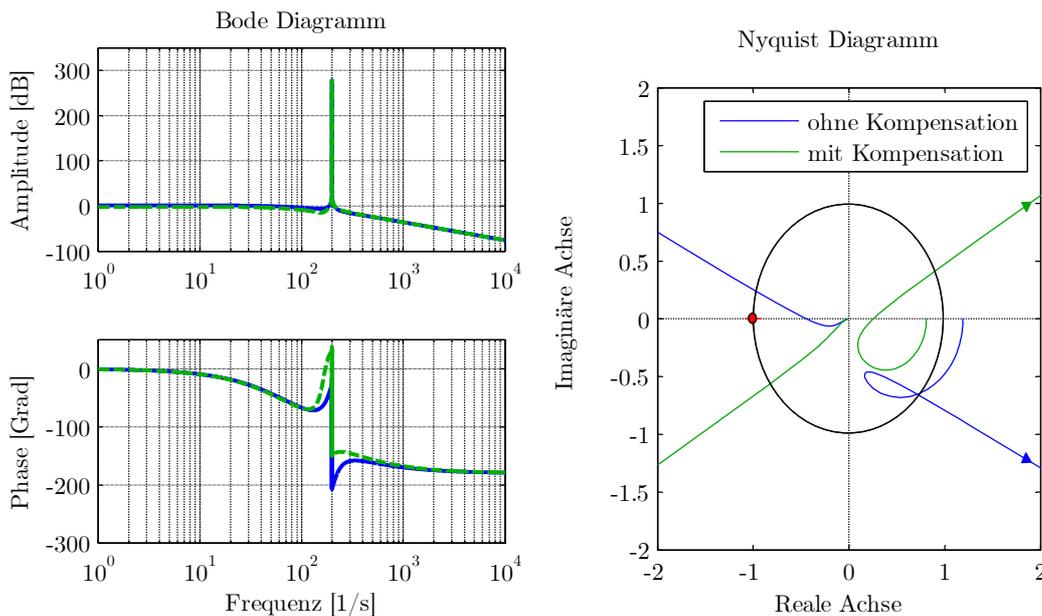


Abbildung 5.18: Bode Diagramm (links) und Nyquist Diagramm (rechts) des offenen Regelkreises mit PR-Regler und PT_2 -Ersatzmodell des Motors

Sind die Parameter der Strecke bekannt, kann die Phasenverschiebung durch die Strecke berechnet und vollständig kompensiert werden, wenn für φ_h gilt:

$$\varphi_h = -\angle(G_{\text{Motor}}(j\omega_{\text{HF}})) - \angle(G_{\text{Stellglied}}(j\omega_{\text{HF}})) \quad (5.41)$$

5.6.3 Diskretisierung des PR-Reglers

Die Implementierung des PR-Reglers auf einem Digitalprozessor erfordert die Transformation der Übertragungsfunktion in die diskrete Form. Für die Transformation wird die bilineare Transformation / Tustin-Transformation verwendet. Die Transformation hat im Vergleich zur Euler-Vorwärts- bzw. Euler-Rückwärtstransformation den Vorteil, dass der Frequenzgang und nicht eine bestimmte Systemreaktion in Übereinstimmung mit der kontinuierlichen Übertragungsfunktion gebracht wird. Die bilineare Transformation ist eine Substitutionsmethode, bei der in $G(s)$ der Ausdruck s durch einen Ausdruck z ersetzt wird und so $G(z)$ resultiert.

Nach [63] ergibt sich:

$$s \approx \frac{2}{T_{\text{Abtast}}} \cdot \frac{z-1}{z+1}. \quad (5.42)$$

Bei der Transformation werden die stabilen Pole des Übertragungsgliedes in den stabilen Bereich der z -Ebene und somit in den Einheitskreis transformiert, wodurch die diskrete Form die gleichen Stabilitätseigenschaften wie die kontinuierliche Form aufweist. Der Zusammenhang zwischen der kontinuierlichen Kreisfrequenz ω_c und der diskreten Kreisfrequenz ω_d wird beschrieben durch [63]:

$$\omega_d = \frac{2}{T_{\text{Abtast}}} \cdot \arctan\left(\omega_c \cdot \frac{T_{\text{Abtast}}}{2}\right) \quad \omega_c = \frac{2}{T_{\text{Abtast}}} \cdot \tan\left(\frac{\omega_d \cdot T_{\text{Abtast}}}{2}\right). \quad (5.43)$$

Die Abbildung der imaginären Achse auf den Einheitskreis in der z -Ebene ist nichtlinear. Für kleine Argumente der imaginären Achse gilt $\tan(x) \approx \arctan(x) \approx x$, wodurch Gleichung 5.43 bei niedrigen Frequenzen zu einer linearen Abbildung $\omega_c \approx \omega_d$ wird. Bei dem verwendeten PR-Regler mit der Resonanzfrequenz von $f_{\text{HF}} = 200 \text{ Hz}$ führt die Nichtlinearität bei einer Abtastzeit von $T_{\text{Abtast}} = 125 \text{ ms}$ zu einer Verschiebung der Resonanzstelle um ca. 5 Hz. Diese Verschiebung wird bei der Diskretisierung des Reglers berücksichtigt, so dass die diskrete Form das gewünschte Frequenzverhalten aufweist.

Die Diskretisierung nach Tustin durch Einsetzen von 5.42 in 5.40 liefert:

$$G(z) = K_P + \frac{K_P}{T_N} \cdot \frac{\left(\frac{2}{T_A} \cdot \cos(\varphi_h)\right) z^2 - (2 \cdot \omega_{\text{HF}} \cdot \sin(\varphi_h)) z - \frac{2}{T_A} \cdot \cos(\varphi_h) + \omega_{\text{HF}} \cdot \sin(\varphi_h)}{\left(\frac{4}{T_A^2} + \omega_{\text{HF}}^2\right) z^2 + \left(2 \cdot \omega_{\text{HF}}^2 - \frac{8}{T_A^2}\right) z + \omega_{\text{HF}}^2 + \frac{4}{T_A^2}}. \quad (5.44)$$

Die Reglerparameter K_P und T_N werden mit den jeweils zuvor identifizierten Induktivitäten während der Identifikation nachgeführt. Die Einstellung erfolgt analog zu den Reglerparametern des Grundwellenmodells nach Kapitel 6.1.1, wobei für die statische Verstärkung ein Sicherheitsfaktor von 0,8 berücksichtigt wird.

5.7 Simulation

Das vorgestellte Simulationsverfahren wird anhand von numerischen Simulationen in MATLAB-Simulink validiert. Hierbei wird das mit Hilfe von FEM-Simulationen validierte Motormodell nach Kapitel 4 mit den FEM-Simulationsdaten aus Kapitel 4.5.1 parametrisiert, so dass sichergestellt ist, dass Sättigungseffekte und Mehrfachanisotropien zu keiner Veränderung des Messergebnisses führen.

Die ereignisgesteuerte Ablaufsteuerung zur Änderung der Sollwerte von Strom und Position wird in Simulink-Stateflow realisiert. Hierbei wird die Ablaufsteuerung so umgesetzt, dass nach der Parametrisierung eine vollautomatische Identifikation durchgeführt wird. Die Güte des Identifikationsverfahrens wird anhand des Vergleichs zwischen den Parametern des

Motormodells und den identifizierten Parametern bewertet, wobei sowohl Totzeiten als auch Messrauschen berücksichtigt werden.

Im Folgenden werden in Kapitel 5.7.1 die analytisch hergeleitete Stromregelung validiert und anschließend in 5.7.2 die Simulationsergebnisse vorgestellt.

5.7.1 Validierung der Stromregelung

Die Stromregelung nach Kapitel 5.6 wird in Bezug auf die Performance des PR-Reglers genauer untersucht, da das Einschwingverhalten die Parametrierung des Goertzel-Algorithmus beeinflusst und Bereiche bestimmt werden müssen, in denen der Goertzel-Algorithmus nicht ausgewertet wird, um falsche Identifikationen zu verhindern.

Als Gütekriterium zur Bewertung der Reglerperformance wird sowohl die Regelabweichung in der angeregten Achse, als auch die Nichtreaktion der nicht angeregten Achsen ausgewählt. Abbildung 5.19 zeigt den Stromverlauf in einem Arbeitspunkt von $I_q = 200\% I_{Nenn}$ während die anderen Stromkomponenten zu null geregelt werden. Die Maschine ist somit stark gesättigt, was als regelungstechnisch schwierigster Arbeitspunkt betrachtet wird und dementsprechend hier untersucht wird. Die Amplitude der Anregung beträgt $5\% I_{Nenn}$. Dargestellt ist der Ausschnitt, in dem i_d , i_q und i_{d3} angeregt werden. Auf die Darstellung der Soll- und Ist-Werte der weiteren zwei Stromkomponenten, die im dargestellten Bereich gleich null sind, wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

In Abbildung 5.19 ist die gute Performance des dargestellten Regelverfahrens zu erkennen. Auch im Bereich einer gesättigten Maschine, in dem Kreuzkopplungen verstärkt auftreten, ist die Regelung in der Lage, die HF-Signale innerhalb von drei Perioden des Signals einzuprägen und auch wieder zu null zu regeln, wenn der Sollwert der Injektionsamplitude zu null geregelt wird. Die nicht angeregten Stromkomponenten zeigen ebenfalls wenige bis keine Reaktion, wenn in einer anderen Stromkomponente ein HF-Signal eingepreßt wird. Dementsprechend kann die Auswertung des Goertzel-Algorithmus nach drei HF-Perioden gestartet werden. In der Umsetzung wird der Algorithmus nach vier HF-Perioden gestartet und anschließend über drei Abschnitte mit je fünf Perioden ausgewertet. Im Anschluss wird der Mittelwert über die drei Ergebnisse der Abschnitte gebildet.

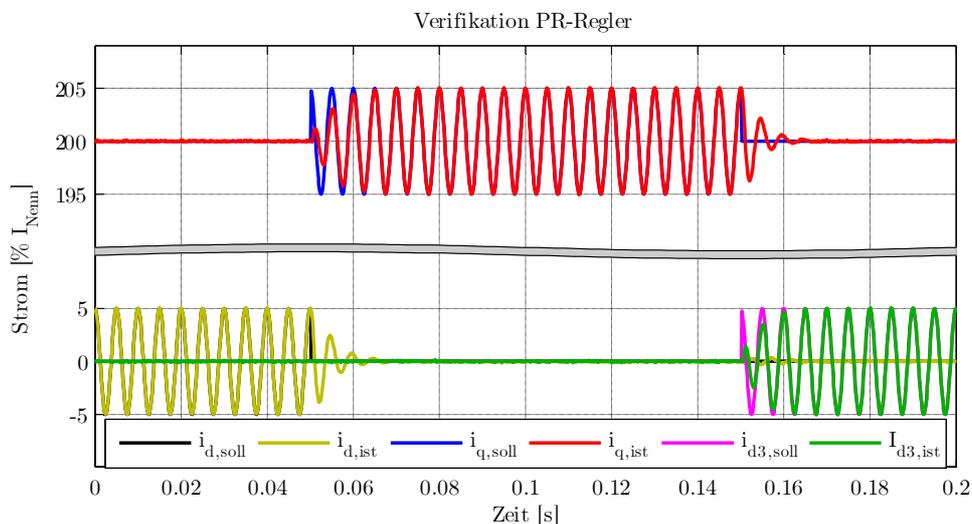


Abbildung 5.19: Validierung der Stromregelung am Beispiel von i_d , i_q und i_{d3}

5.7.2 Simulationsergebnisse

Die Validierung der entwickelten Identifikationsmethode erfolgt mit Hilfe von MATLAB-Simulink. Hierbei wird das Motormodell mit den orts- und sättigungsabhängigen Parametern aus der FEM-Simulation parametrisiert. Es erfolgt eine Anregung mit HF-Signalen sowie die Auswertung mit dem Goertzel-Algorithmus. Verglichen werden die im Motormodell hinterlegten differentiellen Induktivitäten mit den durch die Anregung identifizierten differentiellen Induktivitäten. Eine gute Übereinstimmung der beiden Verläufe führt zu einer guten Bewertung des Identifikationsverfahrens.

Zur besseren Übersicht wird die Darstellung der Ergebnisse in zwei Abschnitte unterteilt:

- Auswertung der Sättigungseffekte durch Variation von I_d und I_q bei fester Position
- Auswertung der positionsabhängigen Effekte durch Variation von i_q und φ_{el} .

5.7.2.1 Auswertung von stromabhängigen Effekten

Für die erste Simulation werden folgende Simulationsparameter gesetzt:

- Variation von i_d von $-40\% I_{Nenn}$ bis $40\% I_{Nenn}$,
- Variation von i_q von $-230\% I_{Nenn}$ bis $230\% I_{Nenn}$,
- Keine Variation von i_{d3} . $i_{d3} = 0$,
- Keine Variation von i_{q3} . $i_{q3} = 0$,
- Regeltakt: 8 kHz
- Amplitude der HF-Anregung: $5\% I_{Nenn}$.

Die Ergebnisse sind für die Identifikation von L_{dd} und L_{qq} in Abbildung 5.20 dargestellt. In der linken Spalte befinden sich die Ergebnisse für L_{dd} , in der rechten Spalte die Ergebnisse für L_{qq} . Zu erkennen sind zum einen ein Zusammenhang zwischen den differentiellen Induktivitäten und dem Sättigungszustand der Maschine und zum anderen die gute Qualität des Verfahrens. Die von dem Identifikationsalgorithmus identifizierten differentiellen Induktivitäten besitzen eine gute Übereinstimmung mit den im Motormodell vorgegebenen differentiellen Induktivitäten. Die Abweichung beträgt bezogen auf den FEM-Wert für L_{dd} mit Ausnahme von zwei Ausreißern ca. 1 % und für L_{qq} bis zu 3 %, wobei hier im Bereich großer Sättigung größere Abweichungen zu erkennen sind. Diese Abweichungen sind durch die Berücksichtigung von Totzeiten und Rauscheffekten zu erklären. Sie liegen jedoch in einem geringen Bereich, so dass die Funktionalität des Verfahrens simulativ bestätigt wird.

Höhere Anforderungen an das Identifikationsverfahren stellt die Bestimmung der Kreuzinduktivitäten L_{dq} und L_{qd} , da deren absolute Werte etwa um den Faktor 10 kleiner sind und somit Quantisierungs- und Rauscheffekte größeren Einfluss haben. Analog zu Abbildung 5.20 zeigt Abbildung 5.21 die Ergebnisse für die Identifikation der Kreuzinduktivitäten L_{dq} und L_{qd} . Zu erkennen ist der identische Verlauf L_{dq} und L_{qd} sowohl in den FEM-Werten als auch in den identifizierten Werten (vgl. Satz von Schwarz, Gleichung 4.27). Des Weiteren zeigt sich, dass das Identifikationsverfahren auch für die Identifizierung der Kreuzinduktivitäten geeignet ist. Eine relative Abweichung der identifizierten Werte zu den FEM-Werten ist aufgrund des Nulldurchgangs nicht möglich. Bezogen auf den Maximalwert der Kreuzinduktivitäten ergibt sich auch hier eine maximale Abweichung von 2 %.

Die weiteren Simulationsergebnisse für L_{d3d3} und L_{q3q3} sowie für die zugehörigen Kreuzinduktivitäten der dritten Harmonischen finden sich im Anhang in Abschnitt 8.2 und liefern ebenfalls gute Ergebnisse, die zeigen, dass auch die Parameter der dritten Harmonischen im rotorfesten Koordinatensystem korrekt identifiziert werden.

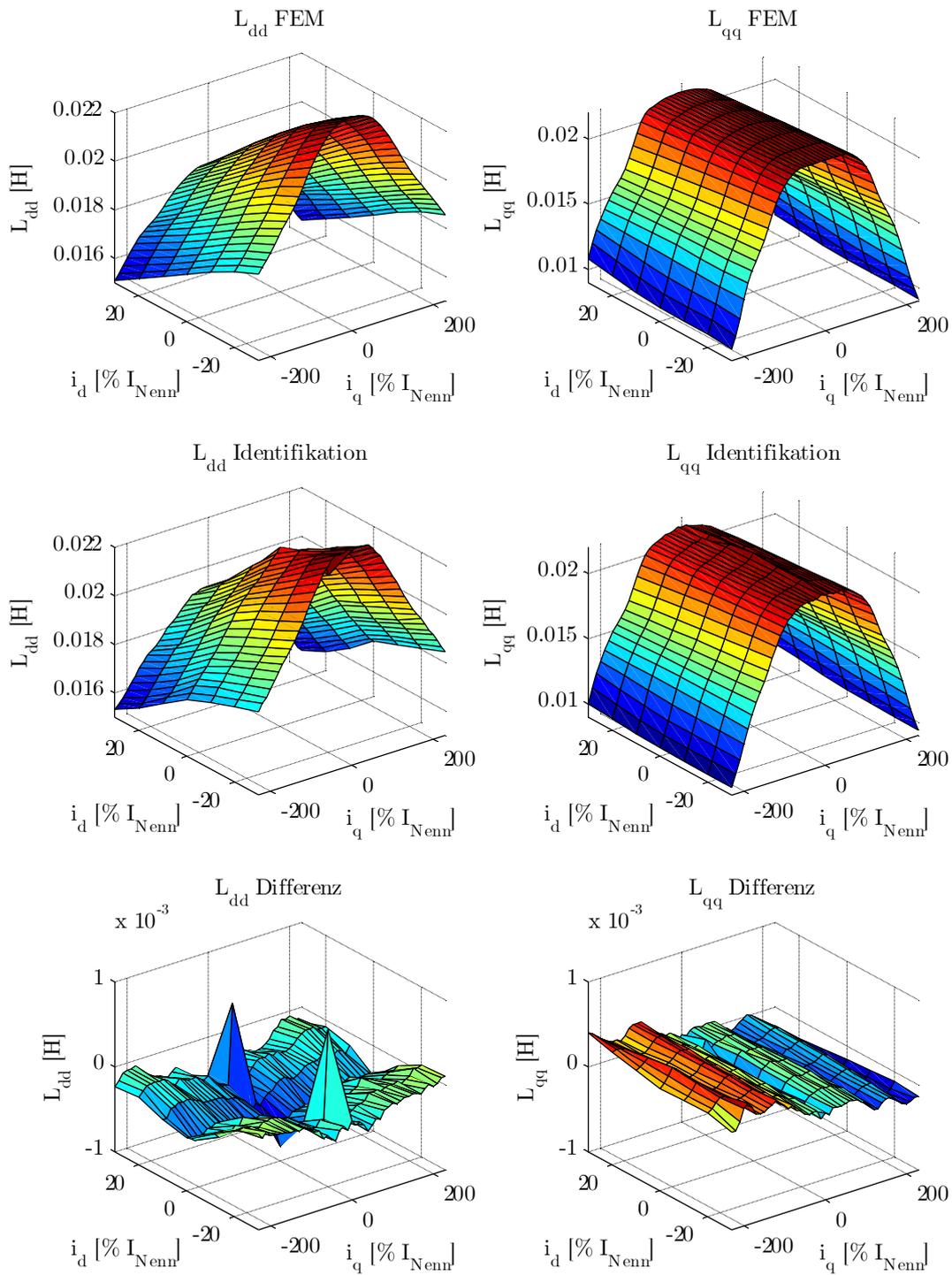


Abbildung 5.20: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q

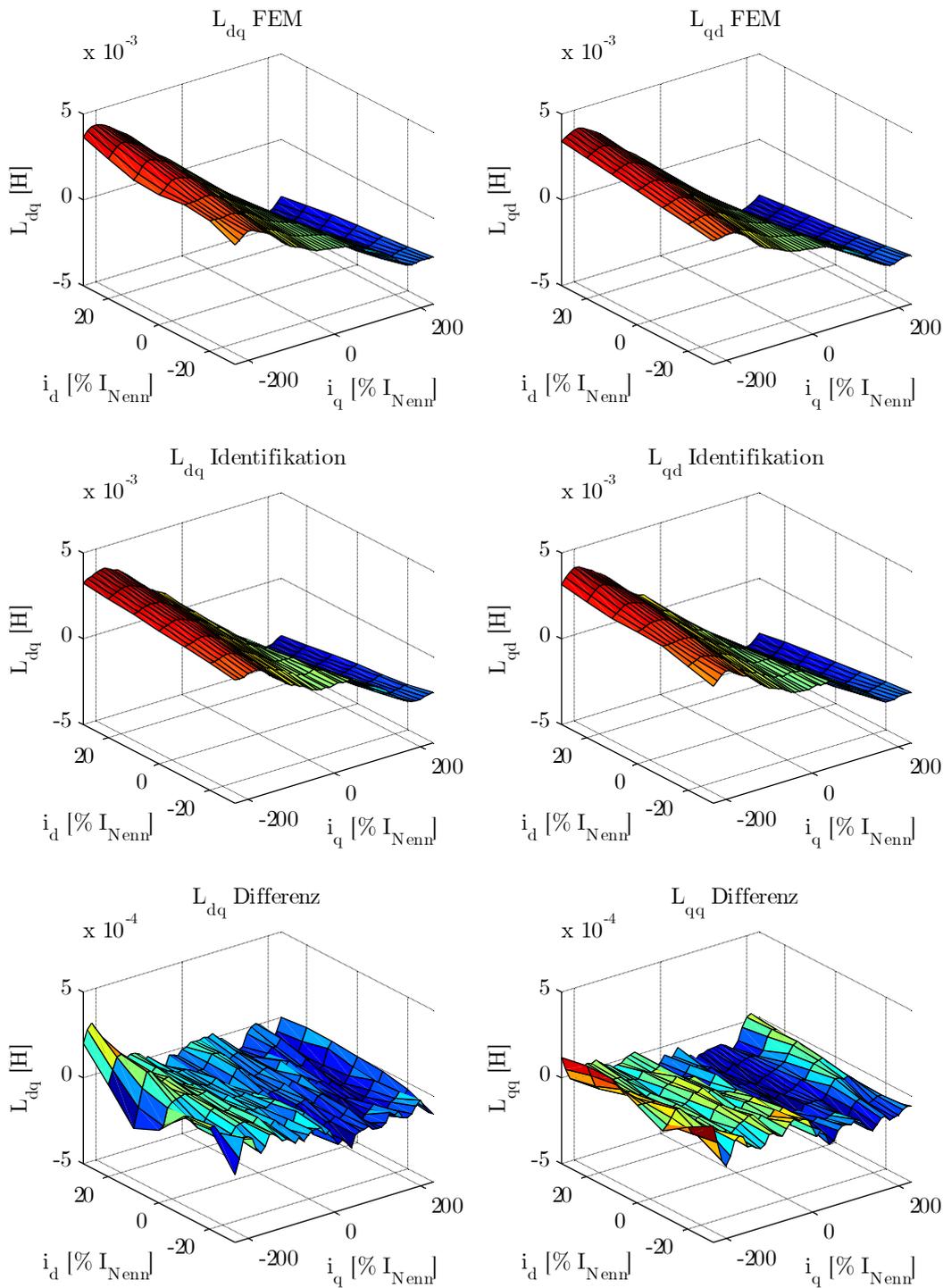


Abbildung 5.21: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q

5.7.2.2 Auswertung von positionsabhängigen Effekten

Für die zweite Simulation werden folgende Simulationsparameter gesetzt:

- Variation von i_q von $-230\% I_{\text{Nenn}}$ bis $230\% I_{\text{Nenn}}$,
- Variation von φ_{el} von 0° elektrisch bis 72° elektrisch,
- Keine Variation von i_d . $i_d = 0$,
- Keine Variation von i_{d3} . $i_{d3} = 0$,
- Keine Variation von i_{q3} . $i_{q3} = 0$,
- Regeltakt: 8 kHz
- Amplitude der HF-Anregung: $5\% I_{\text{Nenn}}$.

Abbildung 5.22 zeigt die Ergebnisse für die differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} in Abhängigkeit von i_q und φ_{el} . Wie in Abbildung 5.20 sind in der linken Spalte die Ergebnisse für L_{dd} und in der rechten Spalte die Ergebnisse für L_{qq} aufgetragen. In der oberen Zeile befinden sich die Parameter des FEM-Modells, in der mittleren Spalte die in der Simulation identifizierten Induktivitäten und in der unteren Spalte die Differenz. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse aus Abschnitt 5.7.2.1 auch für die Identifikation mit Positionsabhängigkeit Gültigkeit haben. Sowohl für L_{dd} als auch L_{qq} liegt die Abweichung bezogen auf die FEM-Werte bei weniger als 5 %, wobei im Stromnulldurchgang über alle Positionen größere Abweichungen zu erkennen sind.

Abbildung 5.23 zeigt die Ergebnisse der Simulation für die Kreuzinduktivitäten L_{dq} und L_{qd} . Wie in Abbildung 5.21 ist auch hier der identische Verlauf der Induktivitäten sowohl in den FEM-Werten, als auch in den Simulationsergebnissen, zu erkennen. Die Abweichung bezogen auf den Maximalwert der Kreuzinduktivität beträgt auch hier trotz des geringen Absolutwerts weniger als 5 %.

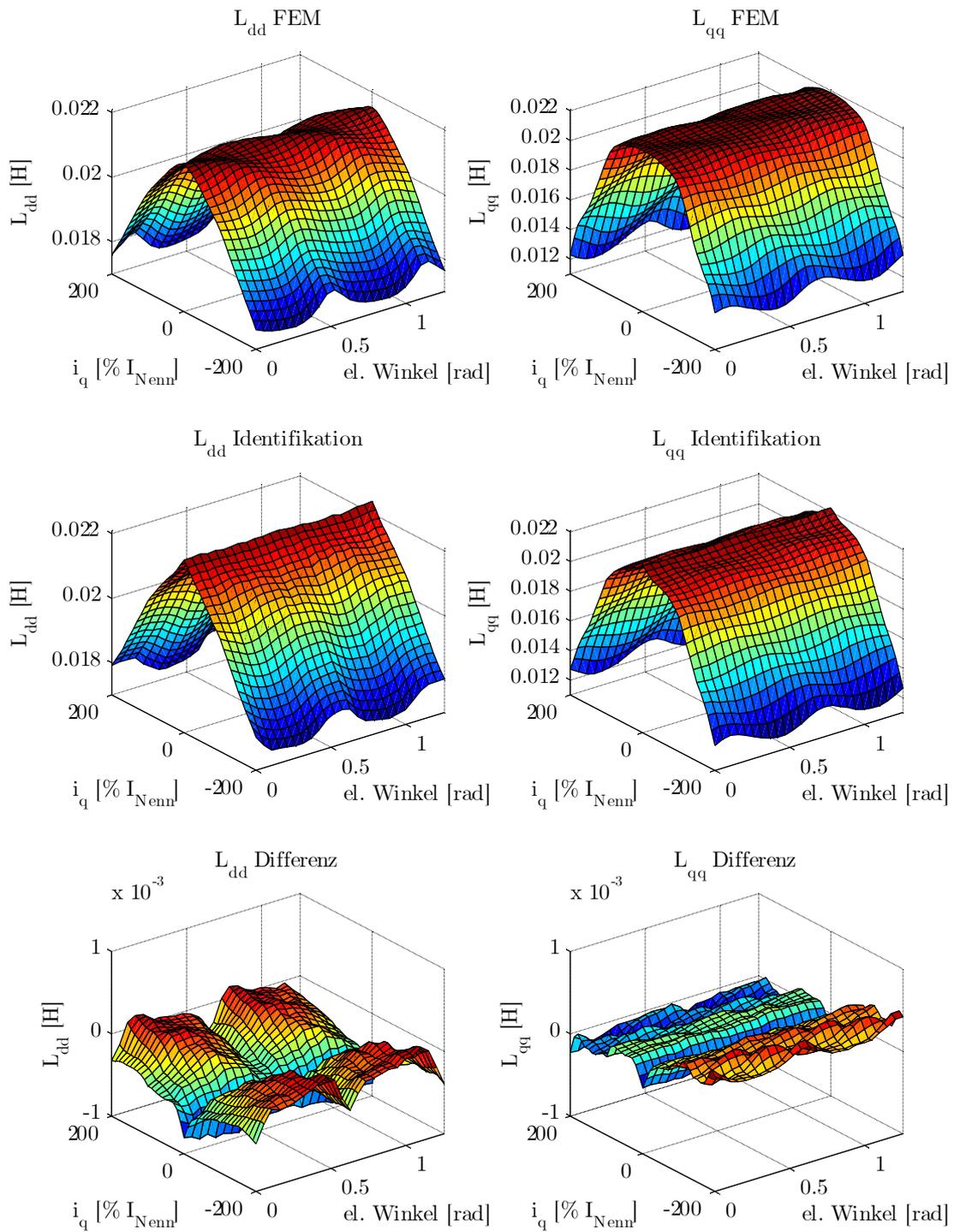


Abbildung 5.22: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_q und φ_{el}

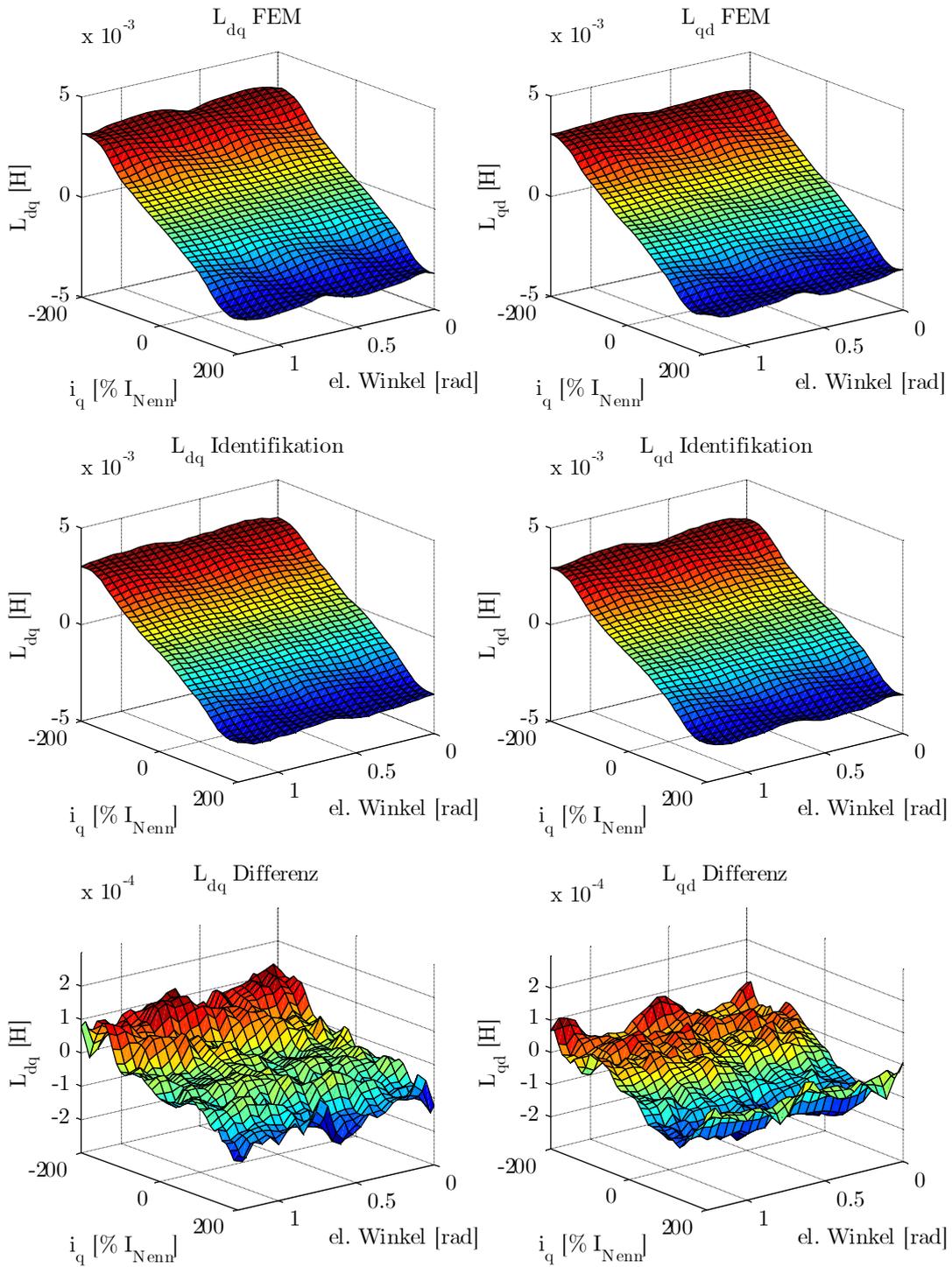


Abbildung 5.23: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_q und φ_{el}

5.7.3 Berechnung der absoluten Induktivitäten und Flussverkettungen

Zur Berechnung der vollbesetzten Matrix der absoluten Induktivitäten wird jede Komponente L_{ij} der ebenfalls vollbesetzten Matrix der differentiellen Induktivitäten über die jeweilige Stromkomponente i_j integriert und anschließend durch den Wert der Stromkomponente geteilt. Anschaulich liefert die Integration den Verkettungsfluss in Richtung i , der durch die absolute Induktivität $L_{abs,ij}$ und die Stromkomponente i_j verursacht wird. Hierbei werden sowohl Eigen- als auch Kreuzinduktivitäten berücksichtigt. Die anschließende Division durch die Stromkomponente führt, wie in Abbildung 4.10 dargestellt, auf die absolute Induktivität $L_{abs,ij}$. Die Gleichung hierfür ergibt sich zu:

$$L_{abs,ij}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) = \frac{\int_0^{i_j} L_{ij}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) di_j^*}{i_j}. \quad (5.45)$$

In der Modellbildung nach Kapitel 4 werden in den verwendeten Gleichungen für das elektrische und das mechanische Modell die absoluten Induktivitäten nicht explizit verwendet (vgl. Gleichungen 4.21 und 4.22). Hierfür werden die Statorflussverkettungen benötigt, die sich aus der Multiplikation der vollbesetzten Induktivitätsmatrix \mathbf{L}_{abs} mit dem Stromvektor \mathbf{i}^{dq} und dem Vektor der durch den Permanentmagneten verursachten Flussverkettung $\boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}$ ergeben. Für die Flussverkettung gilt somit:

$$\boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) = \mathbf{L}_{abs}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) \cdot \mathbf{i}^{dq} + \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}). \quad (5.46)$$

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass es möglich ist, die Matrix der absoluten Induktivitäten auf eine Diagonalmatrix zu reduzieren, um die Anzahl der Parameter zu reduzieren. Die reduzierte Matrix wird mit $\tilde{\mathbf{L}}_{abs}$ bezeichnet. Es ist dann:

$$\tilde{\mathbf{L}}_{abs} = \begin{bmatrix} \tilde{L}_{abs,d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{L}_{abs,q} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{L}_{abs,d3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_{abs,q3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_{abs,0} \end{bmatrix}. \quad (5.47)$$

Die Umrechnung der vollbesetzten Induktivitätsmatrix \mathbf{L}_{abs} in die reduzierte Induktivitätsmatrix $\tilde{\mathbf{L}}_{abs}$ erfolgt für die d-Komponenten nach Gleichung 5.48:

$$\tilde{L}_{abs,d} = L_{abs,d} + L_{abs,dq} \cdot \frac{i_q}{i_d} + L_{abs,dd3} \cdot \frac{i_{d3}}{i_d} + L_{abs,dq3} \cdot \frac{i_{q3}}{i_d} + L_{abs,d0} \cdot \frac{i_0}{i_d}. \quad (5.48)$$

Die weiteren Komponenten berechnen sich analog zur dargestellten d-Komponente. Diese Darstellung entspricht einer Vereinfachung, die für dreiphasige Systeme in [64] beschrieben ist. Gleichung 5.48 ist jedoch in Punkten, in denen die Stromkomponente im Nenner gleich null

ist, nicht definiert und insbesondere für die Berechnung des Drehmoments nach Gleichung 4.22 nicht geeignet.

Die Validierung des vorgestellten Ansatzes zur Berechnung der absoluten Induktivitäten erfolgt mit Hilfe der durchgeführten FEM-Simulation. Es werden die von der FEM-Simulation ausgegebenen Werte der absoluten Induktivitäten mit den nach Gleichung 5.45 ermittelten Werten verglichen. Der Vergleich ist in Abbildung 5.24 dargestellt und zeigt, dass das vorgestellte Verfahren die Werte korrekt ermittelt. Die Abweichung beträgt weniger als 0,1 mH und lässt sich durch die Verwendung einer Integration mit diskreten Werten nach dem Trapezverfahren erklären. Eine Berechnung der absoluten Induktivitäten im stromfreien Zustand ist aufgrund der Division durch null nicht zulässig, weswegen in Abbildung 5.24 für alle Punkte mit $i_q = 0$ keine Werte dargestellt sind.

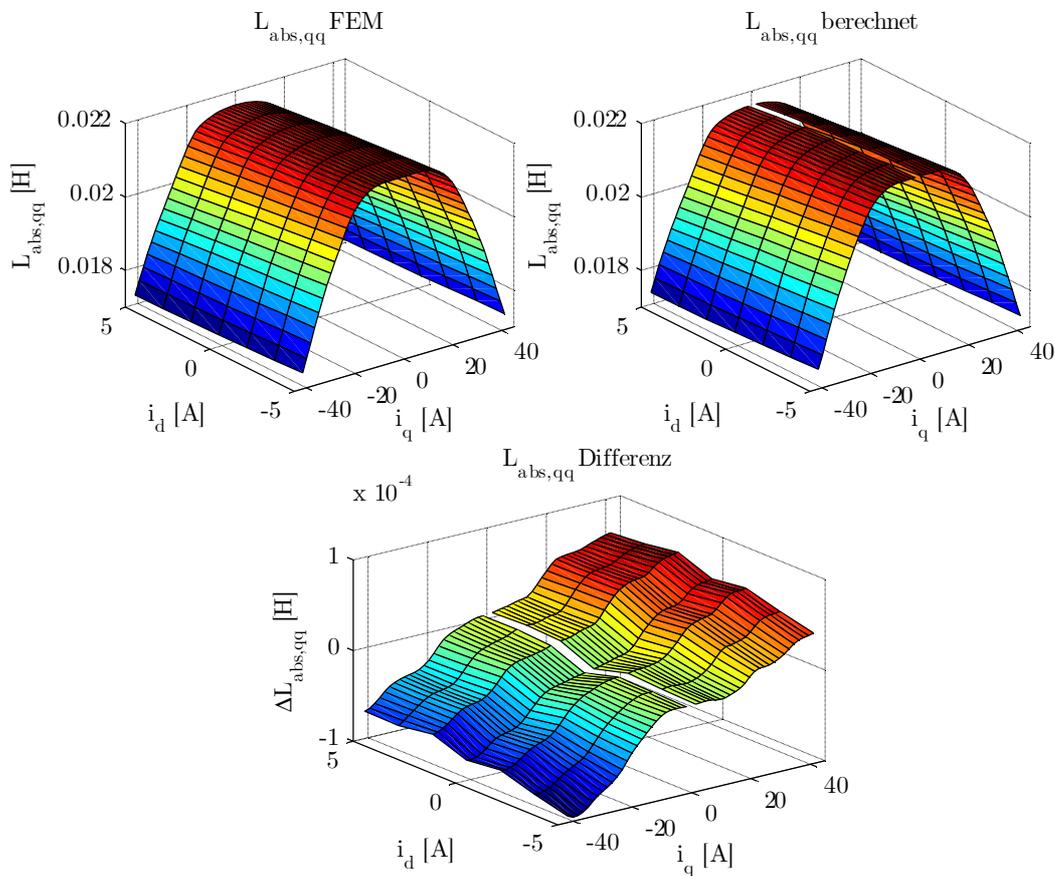


Abbildung 5.24: Validierung der Methode zur Berechnung der absoluten Induktivitäten

5.7.4 Fazit und Auswertung der Simulationsergebnisse

In Abbildung 5.20 bis Abbildung 5.23 sind die Simulationsergebnisse der differentiellen Induktivitäten dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bei den Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} außer den kleinen Ausreißern im Stromnullpunkt eine hohe Identifikationsgüte erreicht wird. Die Abweichungen, die auf Quantisierungs- und Rauscheffekte zurückzuführen sind, betragen in Bezug auf den zu identifizierenden Wert weniger als 5 %. Sowohl Sättigungseffekte, als auch ortabhängige Effekte werden in ausreichender Genauigkeit identifiziert. Aus diesem Grund und aufgrund der geringen benötigten Rechenleistung durch die direkte Berechnung der

Induktivitäten aus den DFT-Koeffizienten, wird das Verfahren als geeignet angesehen und im Folgenden messtechnisch validiert.

5.8 Realisierung und Messergebnisse

In Kapitel 5.8.1 wird der verwendete Messaufbau kurz dargestellt und anschließend in 5.8.2 die Stromregelung, insbesondere mit Fokus auf dem PR-Regler aus dem vorherigen Kapitel, validiert. Wie in Kapitel 5.3.3 beschrieben, hat die Totzeit im System einen erheblichen Einfluss auf die Güte der Messergebnisse. Aus diesem Grund werden die Totzeiten für Strom und Spannung in Abschnitt 5.8.3 messtechnisch ermittelt, um die Güte der in Abschnitt 5.8.4 dargestellten Messergebnisse zu erhöhen.

5.8.1 Messaufbau, Sensorik und Aktorik

Der zu untersuchende Prüfling ist mit einer Lastmaschine zur Untersuchung verschiedener Lastfälle verbunden, die über einen Servo-Umrichter angesteuert wird. Im vorliegenden Fall wird die Lastmaschine als Bremsvorrichtung verwendet, um eine Rotation des Prüflings zu verhindern. Die Bremsenansteuerung ist ebenso wie der restliche Testablauf vollständig automatisiert, was bedeutet, dass auch ein Wechsel der Position kein manuelles Eingreifen erfordert. Abbildung 5.25 zeigt den Prüfling und die Lastmaschine.

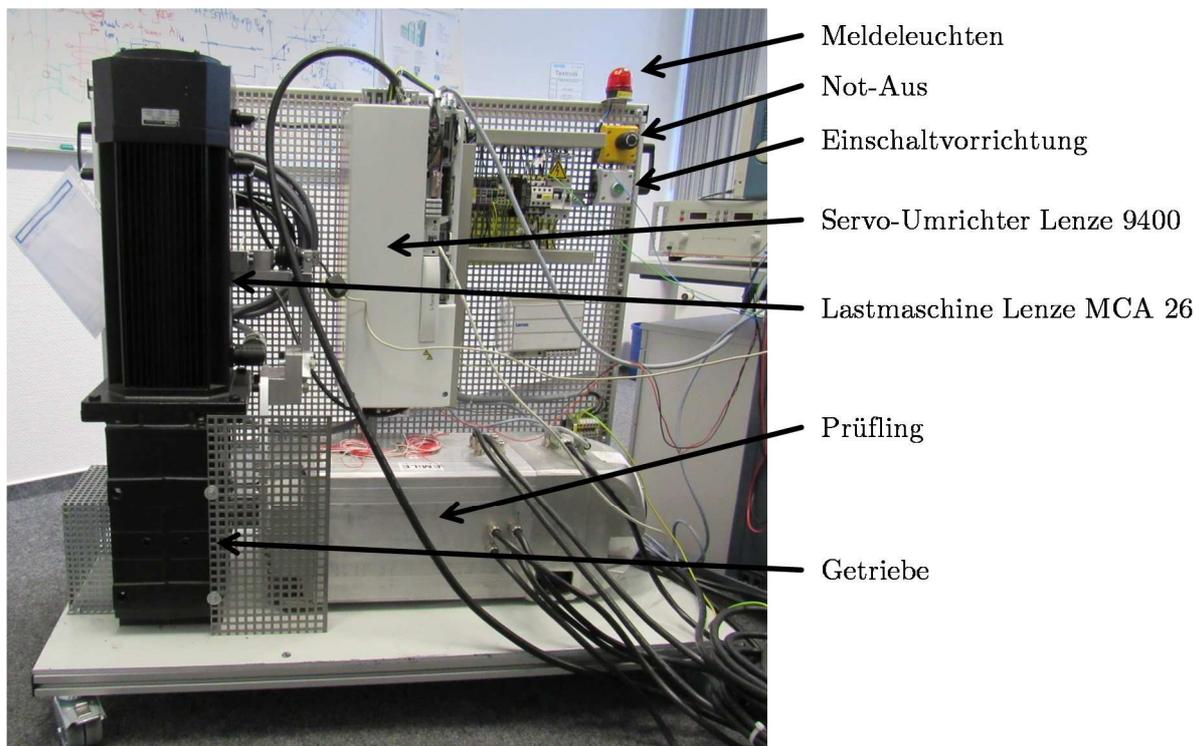


Abbildung 5.25: Rollwagenaufbau mit Prüfling und Lastmaschine mit Ansteuerung

Im Gegensatz zum hochintegrierten Testsystem nach Kapitel 4.1 wird die Untersuchung der differentiellen Induktivitäten mit externer Leistungselektronik durchgeführt, da so das Messen von Phasengrößen zum Abgleich der Sensorik möglich ist. Der Aufbau ist in Abbildung 5.26 dargestellt. Die Ansteuerung des Prüflings besteht aus einer zentralen Steuerungseinheit und zehn intelligenten Einzelzähnen, die im Testaufbau wiederum aus einer Kommunikationseinheit

mit FPGA, diversen Signalanpassungen und einem Leistungshalbleitermodul mit H-Brücke bestehen. In Abbildung 5.26 sind sechs der zehn Einzelzahnmodule mit Leistungshalbleitermodul zu erkennen, die weiteren vier befinden sich auf der Rückseite.

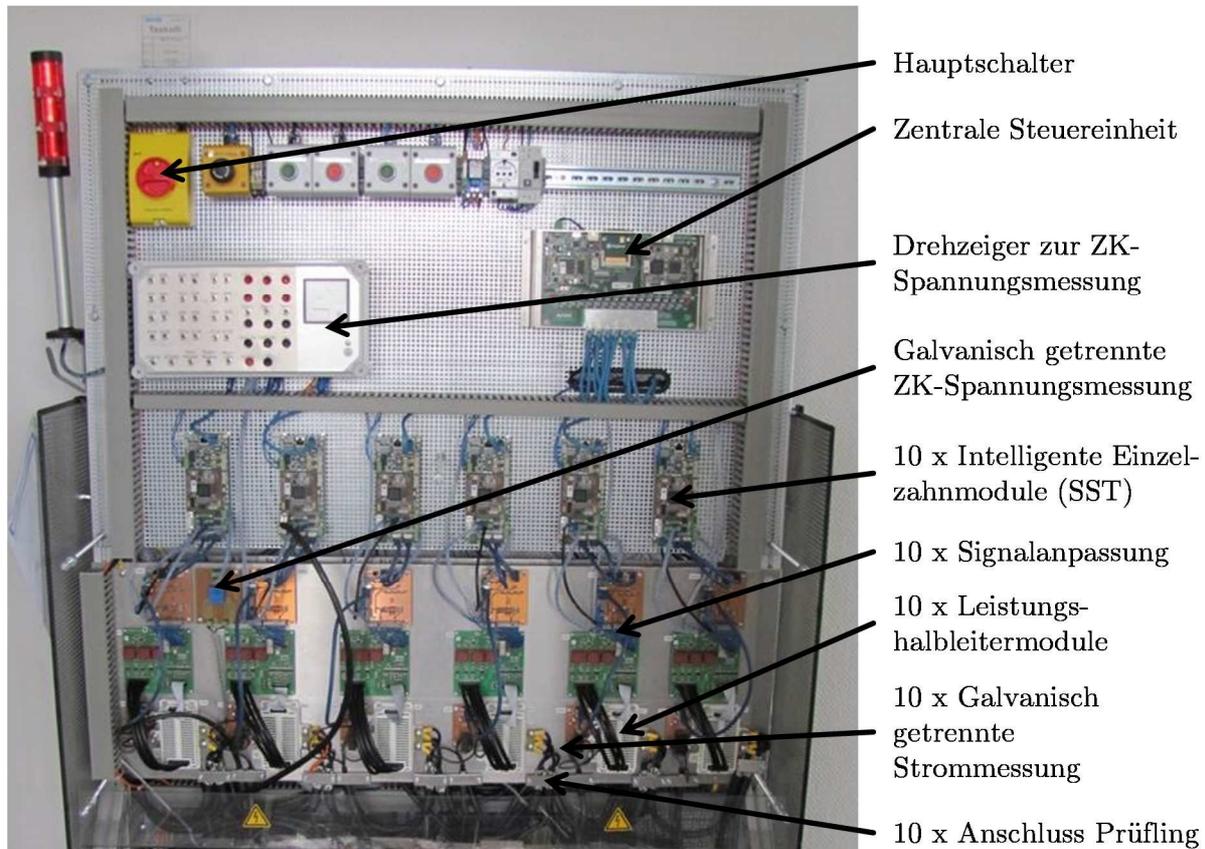


Abbildung 5.26: Zentrale Steuereinheit und intelligente Einzelzähne auf einem Rollwagen zur Ansteuerung des Prüflings

Die Kommunikationsstruktur des Testsystems ist schematisch in Abbildung 5.27 dargestellt. Über ein echtzeitfähiges Bussystem mit proprietärem Protokoll kommuniziert jedes der intelligenten Einzelzahnmodule mit der zentralen Steuereinheit. Ein direkter Datenaustausch zwischen den intelligenten Einzelzähnen ist nicht möglich. Neben diversen Steuer- und Statusworten werden folgende Daten im Regeltakt zwischen der zentralen Steuereinheit und jedem der intelligenten Einzelzähne ausgetauscht.

Von der zentralen Steuereinheit zu den intelligenten Einzelzähnen:

- PWM-Pulsweite
- Schaltfrequenz der PWM (alle intelligenten Einzelzähne arbeiten mit identischer PWM-Frequenz und sind untereinander synchronisiert, die PWM-Frequenz kann jedoch für alle Zähler gemeinsam angepasst werden).

Von den intelligenten Einzelzähnen zu der zentralen Steuereinheit:

- Phasenstromwert
- Aktuelle FPGA-Temperatur

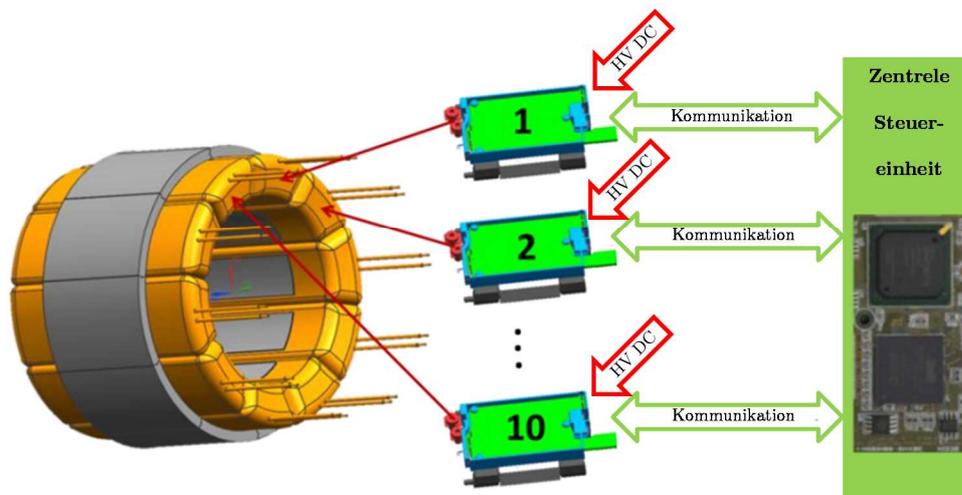


Abbildung 5.27: Schematische Kommunikationsstruktur des Testsystems

Die Phasenstrommessung erfolgt in jeder Phase über ein 50 A-Stromsensormodul, das nach dem Kompensationsprinzip mit magnetischer Sonde arbeitet und eine Genauigkeit von 0,1 % sowie eine Linearität 0,1 % aufweist. Die Verzögerungszeit liegt bei einem Stromanstieg von 100 A pro Sekunde bei 1 μ s und die Ansprechzeiten bei 3 μ s [65].

Der Stromausgang des Stromsensormoduls wird über eine Signalanpassung sowie ein analoges Anti-Aliasing Filter auf einen A/D-Wandler geführt, der nach dem Prinzip der sukzessiven Approximation mit einer maximalen Abtastrate von 1 Megasample pro Sekunde und einer Auflösung von 12 bit die Digitalwandlung durchführt [66]. Der Offset des Stromsensors und der A/D-Wandler wird durch einen Abgleich bei unbestromten Phasenwicklungen vor Inbetriebnahme ausgeglichen. Das FPGA triggert die Stromerfassung mit einer Frequenz von 400 kHz, was einer 50-fachen Überabtastung über eine PWM-Periode entspricht. Der ausgegebene Wert ist der Mittelwert über die letzte PWM-Periode. Durch die Mittelwertbildung entsteht eine Totzeit in der Stromerfassung von einem halben Regelungsstakt, der in der Reglerauslegung berücksichtigt wird. Die Qualität der Stromerfassung steigt jedoch durch die Überabtastung, da sich das Signal-Rausch-Verhältnis verbessert und Rauscheffekte verringert werden. Die Validierung des Gesamtsystems in Abschnitt 5.8.2 anhand einer externen Referenz zeigt, dass die Stromsensorik gute Ergebnisse liefert, weswegen an dieser Stelle auf eine quantitative Bewertung verzichtet wird.

Die Sensorik für die Lageerfassung und die aktuelle Zwischenkreisspannung befindet sich aus Kostengründen nicht auf allen intelligenten Einzelzähnen, sondern nur auf einem. Dieser überträgt ebenfalls im Regeltakt die aktuelle Position, die mit einem Strichgeber mit 4096 Strichen erfasst wird. Dies entspricht einer Quantisierung von 0,088° mechanisch bzw. 0,527° elektrisch. Aus dem Positionssignal wird durch Zählung der FPGA-Takte zwischen zwei Positionswechseln die Drehzahl ermittelt. Diese wird anschließend mit einem Tiefpass mit einer Verzögerungszeit von 1 ms gefiltert, um Rauscheffekte zu unterdrücken.

Die Spannung wird, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, über 10 H-Brücken gestellt. Eine schematische Darstellung der Vollbrücke zeigt Abbildung 5.28. Die Verwendung von zehn nicht miteinander verbundenen H-Brücken ermöglicht im Vergleich zur klassischen Topologie des

selbstgeführten Wechselrichters voneinander unabhängige Strom- und Spannungsverläufe in den einzelnen Spulen.

Als Trägerverfahren werden Trägersignale für die doppelte Trägerfrequenz in der Phasenspannung verwendet, so dass pro Trägerperiode zwei Spannungspulse entstehen, wobei bei jedem Wechsel des Spannungsniveaus nur ein IGBT schaltet. Das verwendete Verfahren wird als versetzte Taktung bezeichnet und ist für eine Trägerperiode in Abbildung 5.29 dargestellt [67]. Hierbei sind $x_{T,A}$ und $x_{T,B}$ die zueinander versetzten Zähler des Dreieck-Trägersignals und x_{soll} der PWM-Sollwert, bei dessen Erreichen die Schaltvorgänge ausgelöst werden. Der Vorteil der versetzten Taktung liegt in einer Verdopplung der wirksamen Schaltfrequenz an der Last ohne dass zusätzliche Schaltvorgänge im Vergleich zu Trägerverfahren, bei denen beide Transistoren einer jeweiligen Seite gleichzeitig schalten, benötigt werden. Das Verfahren wird in [67] genauer beschrieben, hier findet sich ebenfalls die Darstellung der Spannungsspektren, die durch die Verwendung der versetzten Taktung mit entgegengesetzten Dreiecksignalen entstehen. Die Brücken werden mit einer Schaltfrequenz von 8 kHz angesteuert. Dies entspricht einer effektiv wirksamen Schaltfrequenz von 16 kHz in den Spulen.

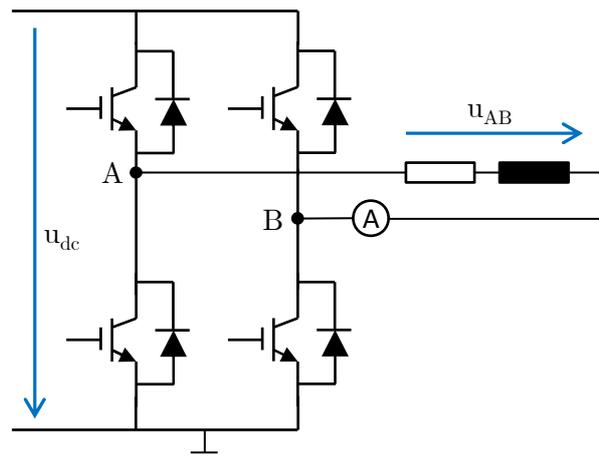


Abbildung 5.28: Schematische Darstellung einer H-Brücke

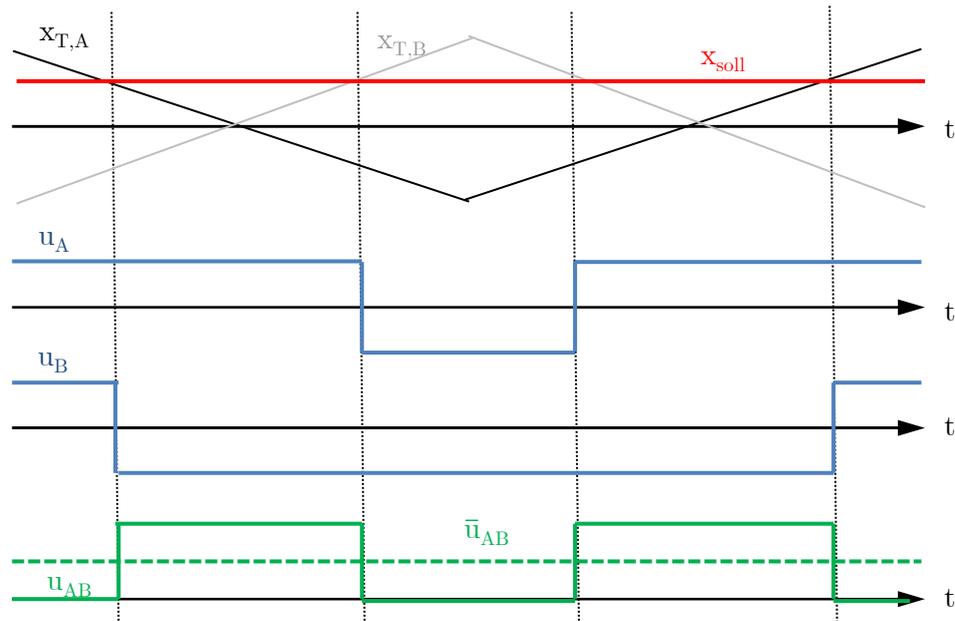


Abbildung 5.29: Erzeugung der Schaltsignale durch versetzte Taktung mit zwei entgegengesetzten Dreieck-Trägersignalen [Autor, nach [67]]

5.8.2 Validierung der Stromregelung

Zur Validierung des Stromreglers und zur Bestätigung der Simulationsergebnisse aus Kapitel 5.7.1 werden die Soll- und Ist-Ströme in feldorientierten Koordinaten aufgenommen und verglichen. Abbildung 5.30 zeigt die Simulationsergebnisse (oben), sowie die gemessenen Werte (unten) für einen Arbeitspunkt mit hoher Sättigung und die Stromkomponente i_q . Es ist zu erkennen, dass das reale System in der Lage ist innerhalb von zwei Perioden der HF-Schwingung den Sollstrom zu erreichen und dabei etwas dynamischer ist, als in der Simulation. Die höhere Dynamik lässt aufgrund identischer Reglereinstellungen vermuten, dass die differentiellen Induktivitäten im realen System kleiner sind als in der Simulation. Nach Beendigung der Signalinjektion in die q-Achse folgt eine Injektion in die nicht dargestellte d_3 -Achse. Der Strom in der q-Achse zeigt in diesem Bereich keine signifikanten Anteile in der HF-Frequenz, so dass eine klare Trennung zwischen Selbst- und Koppelinduktivität möglich ist.

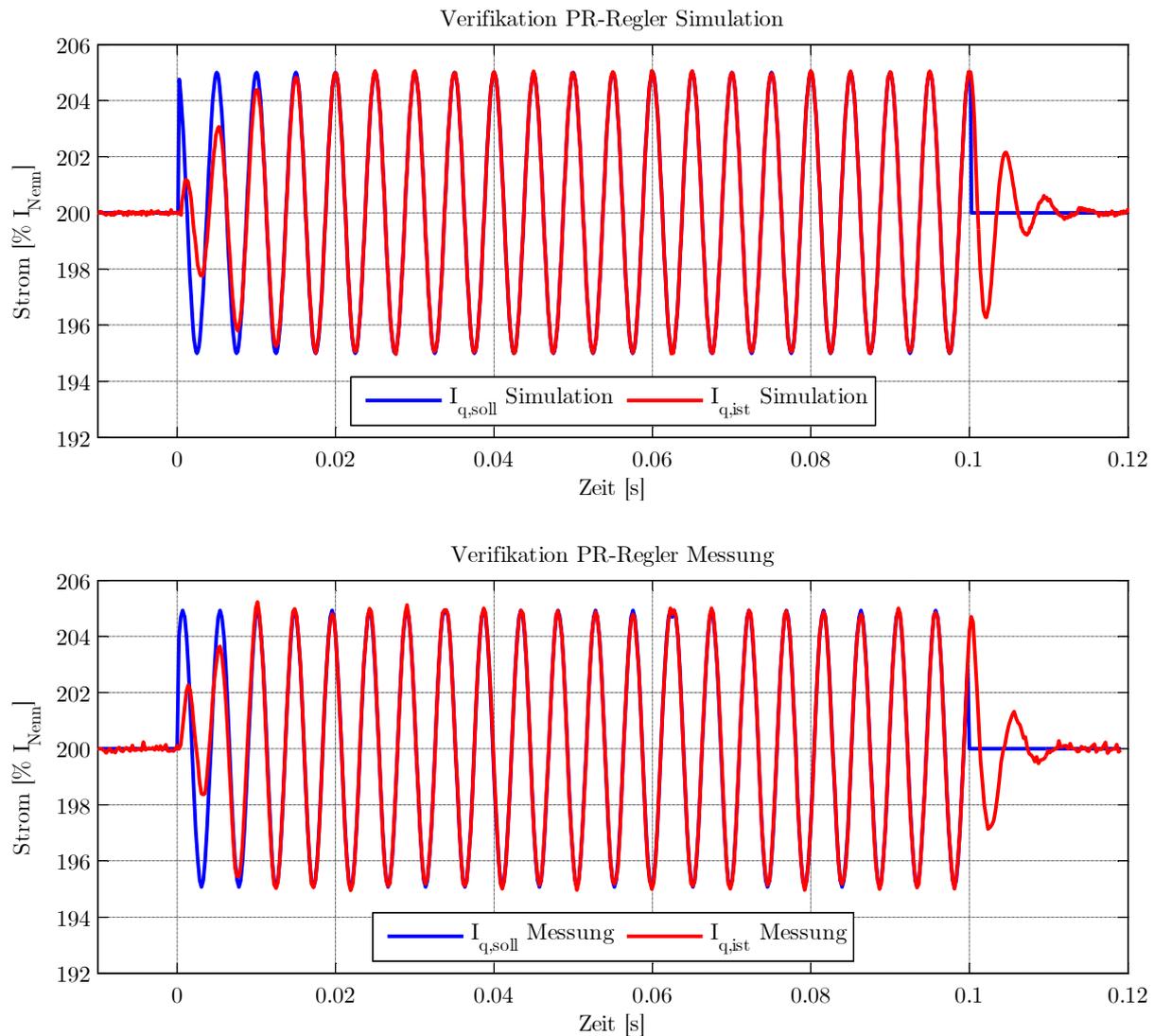


Abbildung 5.30: Vergleich von Simulation und Messung bei Anregung des Systems mit einem Testsignal mit $f_{HF} = 200 \text{ Hz}$ und $\hat{I}_{HF}^{dq} = 5 \% I_{Nenn}$. Oben: Simulationsergebnisse aus MATLAB-Simulink Unten: Messergebnisse am Testsystem

5.8.3 Bestimmung der Phasenverschiebung

Die richtige Aufteilung der bestimmten Impedanz auf HF-Widerstand und differentielle Induktivität benötigt die Kenntnis der schaltungs- und regelungstechnisch bedingten Totzeit im System. In der Auswertung des Goertzel-Algorithmus werden die Sollspannungen mit den gemessenen Ist-Strömen in ein Verhältnis gesetzt. Während die Sollspannungen den realen Spannungen bedingt durch die Totzeit des Stellglieds voreilen, eilen die gemessenen Ströme den realen Strömen durch Filterung und Totzeit der Sensorik und Kommunikation nach. In Relation gesetzt werden jedoch die realen Größen, weswegen eine Phasenkorrektur stattfindet, die die Sollspannung bzw. die gemessenen Ströme ins reale Verhältnis setzt.

Hierzu wird in eine Spulenwicklung eine Messeinrichtung eingesetzt, die synchron sowohl die Spulenspannung als auch den Spulenstrom misst. Die Abtastrate beträgt 128 kHz, wobei die Ströme und Spannungen durch isolierte, digitale „Sigma-Delta-Wandler“ in einen digitalen Datenstrom gewandelt werden [68]. Anschließend erfolgt eine Filterung mit einem digitalen

sinc3-Filter mit anschließender Mittelwertfilterung über eine einstellbare Anzahl an Samples, so dass die PWM-Einflüsse im Signal nicht sichtbar sind. Die Abtastrate der Ströme im Antriebssystem beträgt 16 kHz, weil pro PWM-Periode zwei Messwerte ausgegeben werden. Da keine Synchronisation zwischen dem Testsystem und dem Leistungsanalysator besteht, sondern nur zwischen den jeweiligen Strom- und Spannungswerten der Messeinrichtungen, werden die gemessenen Werte anschließend für den Strom nach dem Least-Mean-Squares-Verfahren so verschoben, dass sie bestmöglich mit den im System gemessenen Stromwerten übereinstimmen. Die so korrigierten Stromverläufe sind in Abbildung 5.31 zu sehen. Hier zeigt sich, dass die im Testsystem vorhandene AD-Wandlung die realen Ströme qualitativ sehr gut wiedergibt.

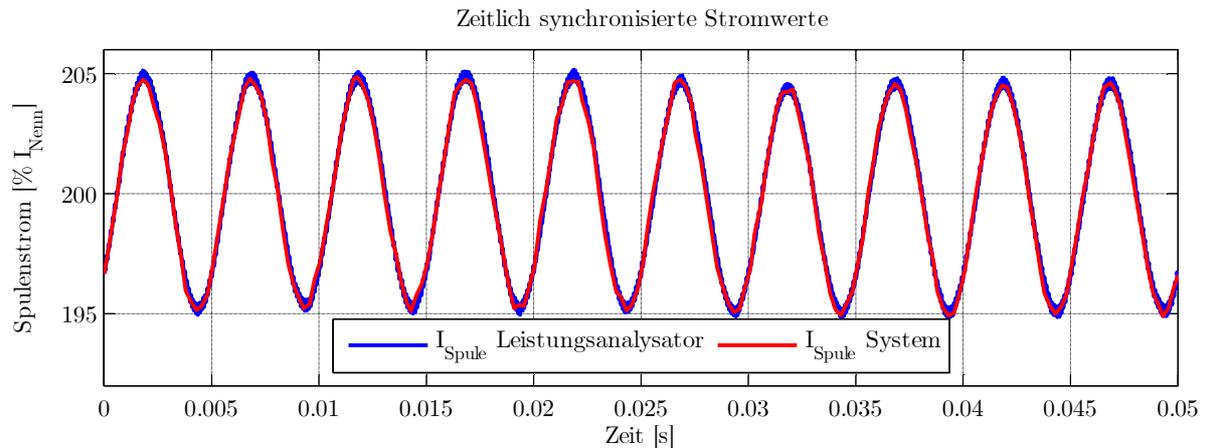


Abbildung 5.31: In bestmögliche Deckung gebrachte Spulenstrommessung des Leistungsanalysators und der systemintegrierten AD-Wandler

Der in Abbildung 5.31 dargestellte Ausschnitt wird anschließend für die Spannungswerte dargestellt. Durch die vorherige Korrektur der Totzeit in der Stromerfassung ist keine genaue Zuordnung der Totzeiten zum Spannungsstellglied bzw. zur Stromerfassung mehr möglich. Für die Identifikation der differentiellen Induktivitäten ist jedoch lediglich die Gesamtzeit relevant. Abbildung 5.32 zeigt den Vergleich der Phasensollspannung U_{soll} und der realen Spannungen, die am Leistungsanalysator gemessen wird. Die Phasenverschiebung der Werte in der oberen Abbildung gibt die gesamte Totzeit bei der gewählten Frequenz an. Für die Frequenz von $f_{HF} = 200$ Hz ergibt sich eine Totzeit von $T_{Totzeit} \approx 0,297$ ms. Dies entspricht bei der gewählten Frequenz einer Phasenverschiebung von $\varphi_{c,200} \approx 0,3731$ rad bzw. 2,37 Abtastschritten der PWM.

Des Weiteren ist zu sehen, dass die im System gesetzten Sollwerte sowohl vom Offset, als auch von der Amplitudenhöhe den realen Spannungen entsprechen. Dies zeigt, dass die durchgeführte Wechselrichterfehlerkorrektur, die eine Fehlspannung in Abhängigkeit des aktuellen Phasenstroms angibt, für den aktuellen Arbeitspunkt korrekt hinterlegt ist, was wiederum Voraussetzung für eine korrekte Funktion des Goertzel-Algorithmus ist, wenn keine Spannungsmessung möglich ist. Die Gründe dieser Fehlspannung sind beispielsweise Schaltsperrzeiten, die Ein- und Ausschaltzeiten der Halbleiterbauelemente und der Spannungsabfall an den Halbleiterbauelementen. Diese Effekte sind beispielsweise in [15], [69] und [70] genauer beschrieben, weswegen hier auf eine detaillierte Dokumentation verzichtet wird.

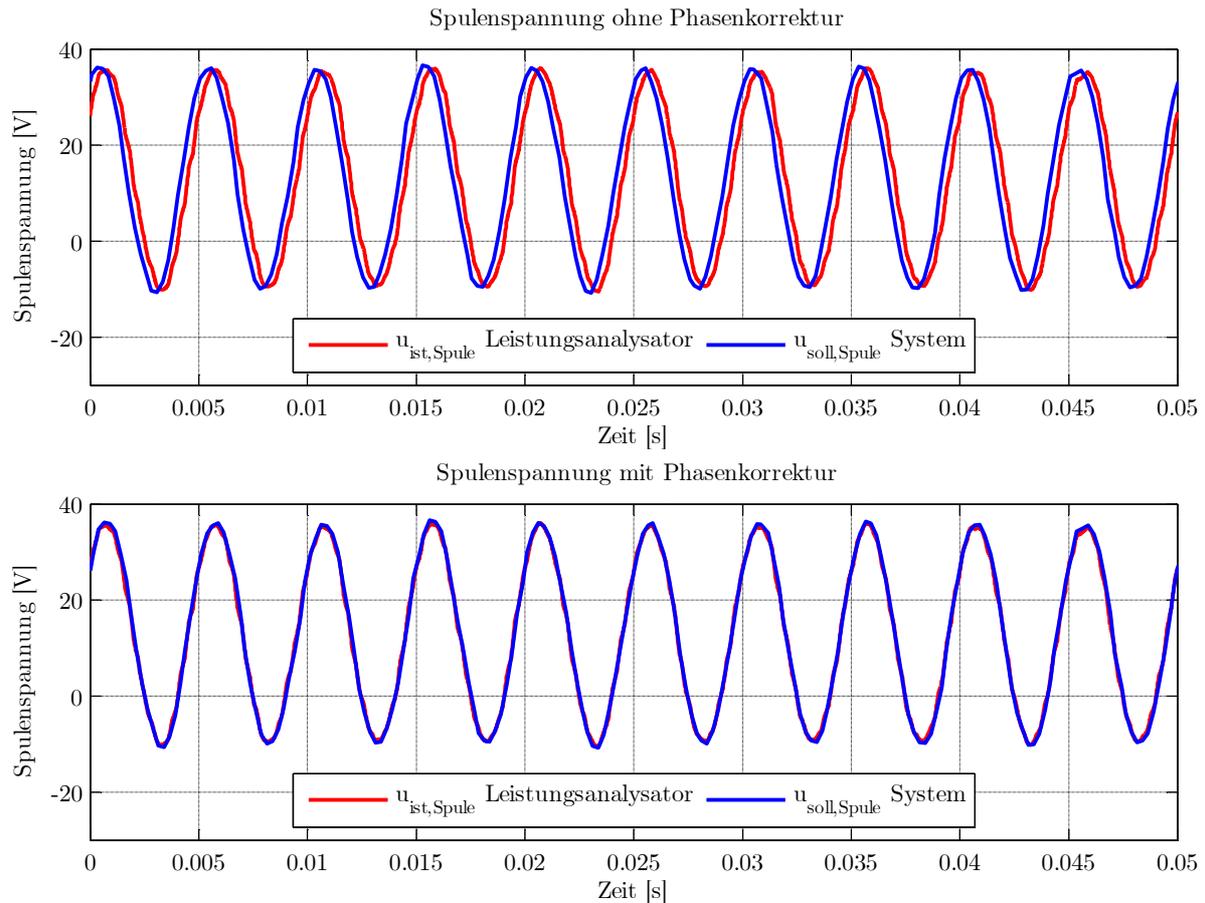


Abbildung 5.32: Vergleich der Phasenspannungen zwischen $u_{soll,spule}$ des Testsystems und der mit dem Leistungsanalysator gemessenen realen Spulenspannung $u_{ist,spule}$. Oben: ohne Phasenkorrektur, unten: mit Phasenkorrektur

5.8.4 Darstellung und Auswertung der Messergebnisse

Zur besseren Übersicht wird die Darstellung der Messergebnisse in zwei Abschnitte unterteilt: zum einen die der Sättigungseffekte in Kapitel 5.8.4.1 und zum anderen die Darstellung der Positionsabhängigkeit in 5.8.4.2. Es wird jeweils der Vergleich zwischen den in der FEM berechneten differentiellen Induktivitäten und den experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten dargestellt.

5.8.4.1 Auswertung von stromabhängigen Effekten

Abbildung 5.33 zeigt auf der linken Seite oben die in der FEM ermittelten Werte für die differentielle Induktivität L_{dd} , in der Mitte die experimentell ermittelten Werte und unten die Differenz. Gleiches ist für L_{qq} auf der rechten Seite der Abbildung zu erkennen. Die Ergebnisse für die Kreuzinduktivitäten L_{dq} und L_{qd} sind in identischer Reihenfolge in Abbildung 5.34 zu sehen. Die Ergebnisse für die Induktivitäten L_{d3d3} und L_{q3q3} befinden sich im Anhang. Die Messbereiche entsprechen denen aus der Simulation in Kapitel 5.7.2.

Die Messergebnisse für L_{dd} und L_{qq} in Abbildung 5.33 weisen einen qualitativ ähnlichen Verlauf zu den in der Simulation ermittelten Werten auf. Die Sättigungseffekte in Abhängigkeit von i_d und i_q sind deutlich zu erkennen. Die weiteren Stromkomponenten werden zu null geregelt. Wie in den Simulationsergebnissen aus Abschnitt 5.7.2 besteht in allen Arbeitspunkten

mit $i_q = 0$ eine Abweichung, die durch wechselnde Belastungsrichtung zu erklären ist. In diesen Punkten wird durch den HF-Strom abwechselnd ein positives bzw. negatives Moment aufgebracht, das wiederum im zwischengeschalteten Getriebe einen Wechsel der Zahnflanken durch das Getriebespiel bewirkt. Dementsprechend führt der Prüfling in diesen Arbeitspunkten kleine Bewegungen durch und die Annahme $\omega_{el} = 0$ ist nicht mehr zutreffend, weswegen das Messergebnis leicht verfälscht wird.

Deutlicher als die Abweichung bei $i_q = 0$ sind die absoluten Abweichungen zwischen simulierten und gemessenen Werten von bis zu 20 % zu erkennen, die mit zunehmendem Sättigungszustand jedoch geringer werden. Die mit dem HF-Verfahren identifizierte Induktivität ist in allen Bereichen kleiner als die Vergleichsinduktivität aus der FEM-Simulation. Die Abweichung könnte zum Teil durch fehlerhafte Annahme bezüglich der Materialeigenschaften in der FEM erklärt werden, die Signifikanz und die mit steigendem Sättigungszustand geringen Abweichungen weisen jedoch auf eine Ungenauigkeit im entwickelten Verfahren oder fehlerhafte Annahmen hin. Dieser Aspekt wird in der Diskussion der Messergebnisse in Abschnitt 5.8.5 genauer untersucht.

Abbildung 5.34 zeigt die Darstellung für die Kreuzinduktivitäten L_{dq} und L_{qd} . Wie nach dem Satz von Schwarz (vgl. Gleichung 4.27) zu erwarten, ist auch bei den Messergebnissen eine Gleichheit zwischen L_{dq} und L_{qd} zu erkennen, was für eine hohe Güte des eingesetzten Messverfahrens spricht. Die Abweichungen zwischen simulierten und gemessenen Werten sind deutlich geringer als bei den Selbstinduktivitäten L_{dd} und L_{qq} in Abbildung 5.33 und befinden sich im Bereich von 10 % bezogen auf den Maximalwert. Da die absoluten Werte im Vergleich zu den Selbstinduktivitäten jedoch deutlich geringer sind, kann diese Abweichung mit fehlerhaften Annahmen der Materialeigenschaften in der FEM erklärt werden. Eine Abhängigkeit der Abweichung vom Sättigungszustand der Maschine ist zwar ebenfalls erkennbar, jedoch deutlich weniger ausgeprägt als bei den Selbstinduktivitäten.

Die weiteren Messergebnisse für L_{d3d3} und L_{q3q3} sowie für die zugehörigen Kreuzinduktivitäten der dritten Harmonischen finden sich im Anhang in Abschnitt 8.3 und liefern ebenfalls gute Ergebnisse, die zeigen, dass auch die Parameter der dritten Harmonischen im rotorfesten Koordinatensystem korrekt identifiziert werden.

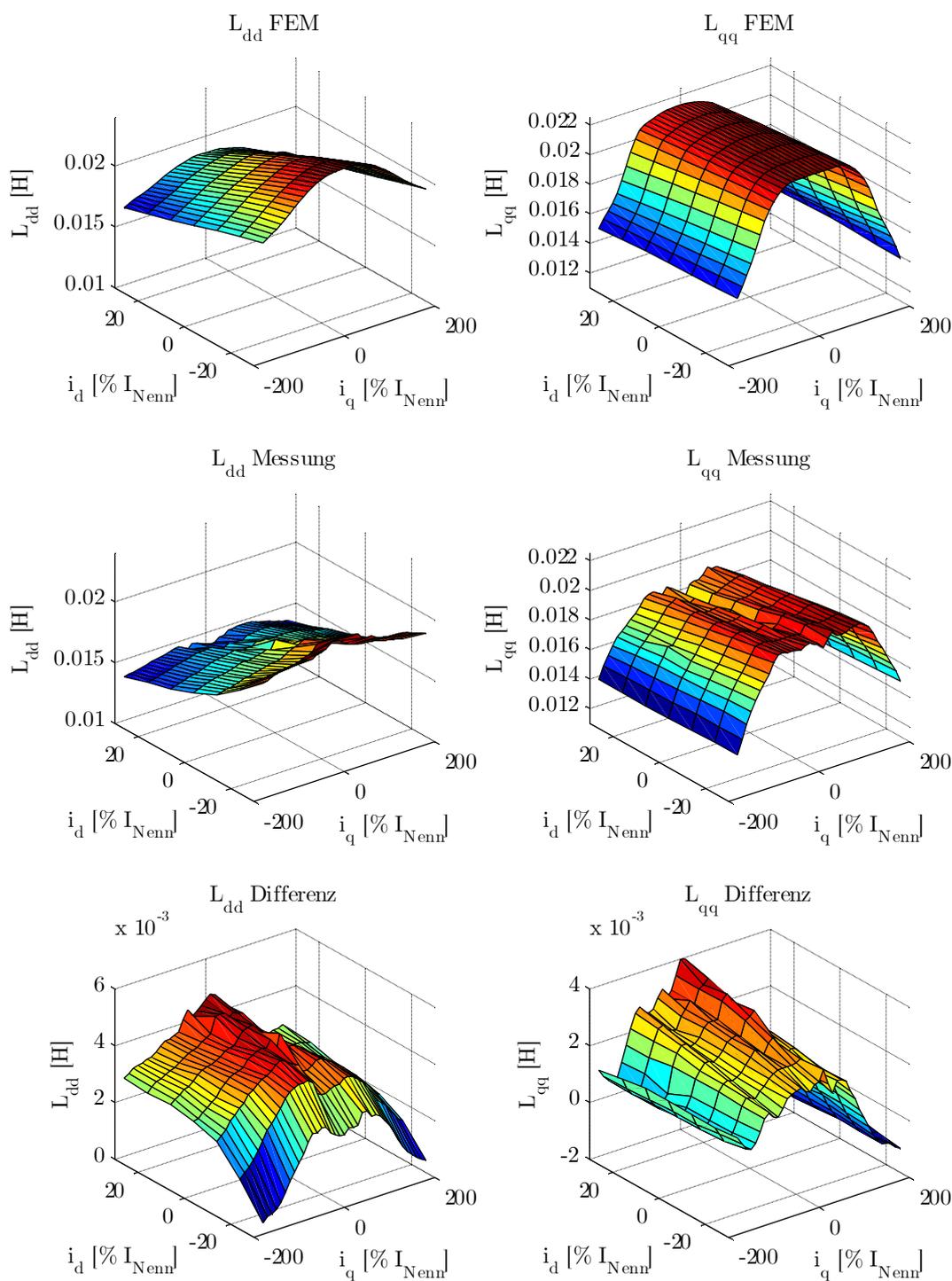


Abbildung 5.33: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} über i_d und i_q und Vergleich mit der FEM-Simulation

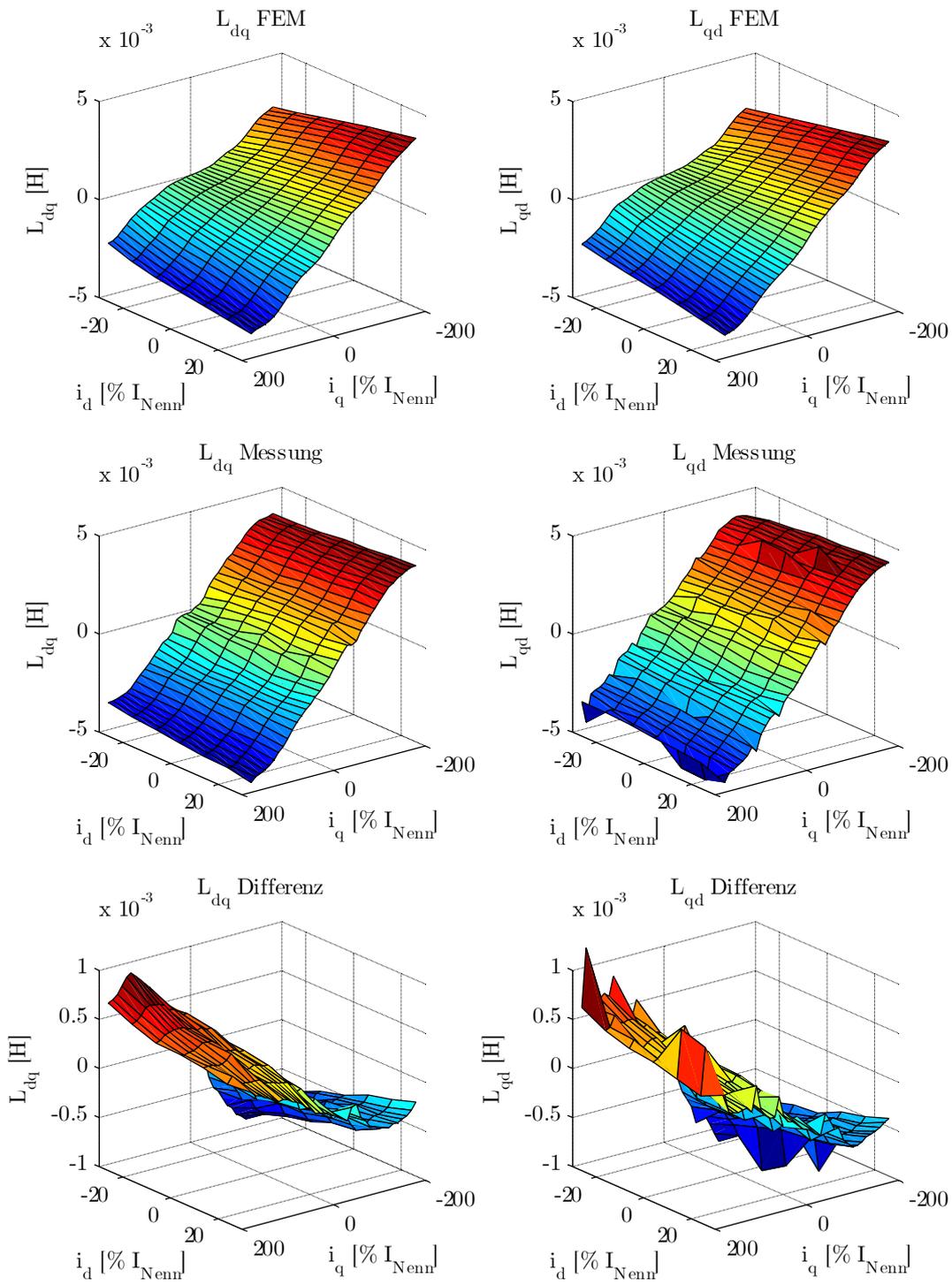


Abbildung 5.34: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} über i_d und i_q und Vergleich mit der FEM-Simulation

5.8.4.2 Auswertung von positionsabhängigen Effekten

Die Positionsabhängigkeit der differentiellen Induktivitäten ist in Abbildung 5.35 und Abbildung 5.36 dargestellt. Die Abbildungen zeigen den Verlauf der Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} bzw. L_{dq} und L_{qd} über i_q und φ_{el} . Die weiteren Stromkomponenten werden zu null geregelt.

Die differentiellen Selbstinduktivitäten in Abbildung 5.35 weisen Abweichungen in Abhängigkeit des Sättigungszustands der Maschine auf, die in Abschnitt 5.8.5 ausführlich diskutiert werden. Des Weiteren ist die in der FEM ermittelte Positionsabhängigkeit in den gemessenen Ergebnissen ebenfalls sichtbar und deutlich zu erkennen. Die Phasenlage der Harmonischen stimmt mit der FEM-Simulation überein, während in den Amplituden kleinere Unterschiede zu sehen sind, die in der d-Achse deutlich ausgeprägter sind, als in der q-Achse. Da es sich hierbei um relativ geringe Abweichungen von weniger als 1 mH handelt, kann dieser mit abweichenden Materialeigenschaften zwischen FEM und realisiertem Motor erklärt werden. Die deutlich signifikantere Sättigungsabhängigkeit wird in Kapitel 5.8.5 diskutiert.

Die Darstellung der differentiellen Kreuzinduktivitäten in Abbildung 5.36 zeigt, dass die Messwerte über den gesamten Verlauf sehr gut mit den aus der FEM erwarteten Werten übereinstimmen. Trotz der absolut geringen Abhängigkeit der Werte von der elektrischen Position sind die Harmonischen auch in den Messergebnissen deutlich sichtbar, was für die Auflösung des gewählten Messverfahrens spricht.

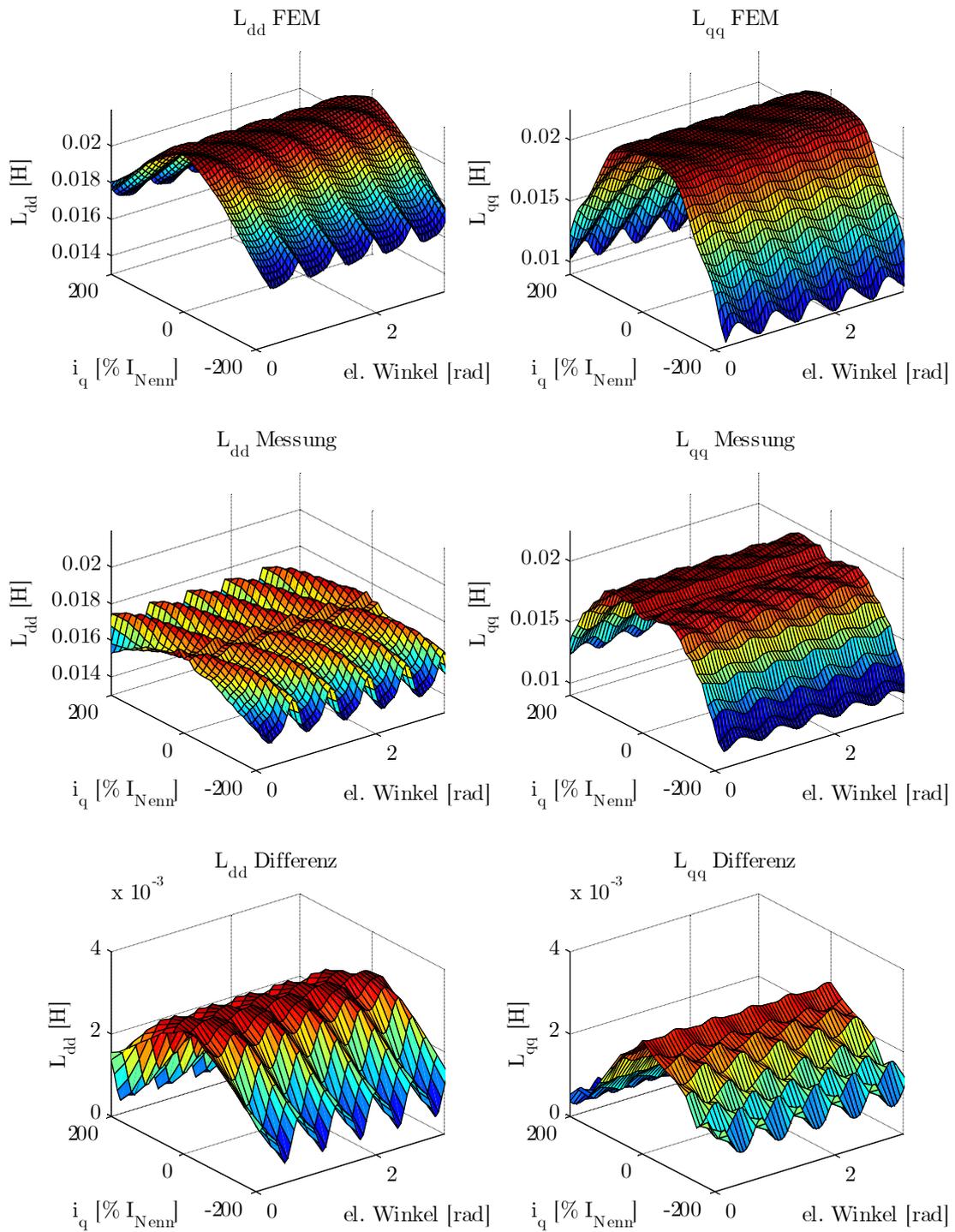


Abbildung 5.35: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} über i_q und φ_{el} und Vergleich mit der FEM-Simulation

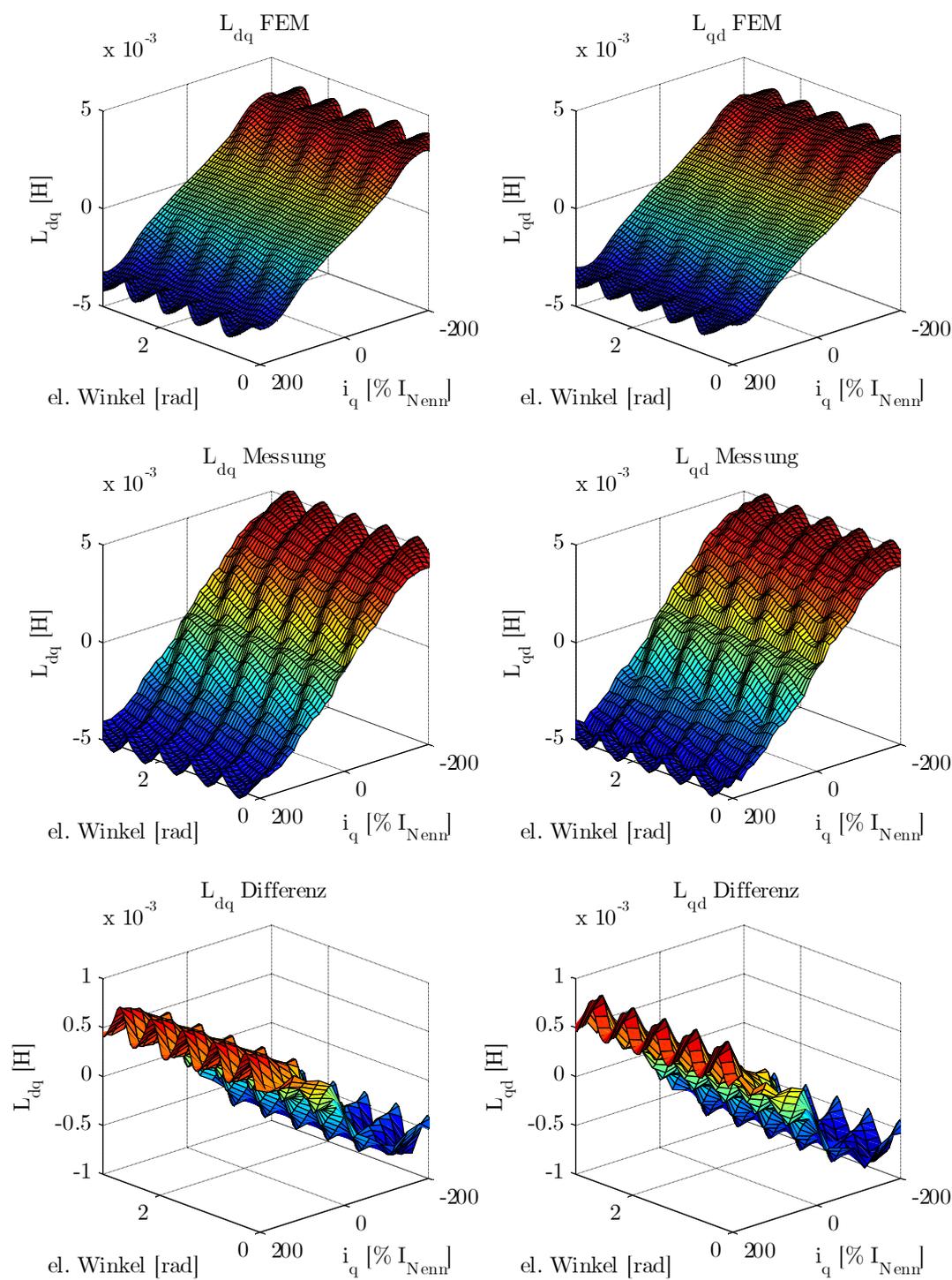


Abbildung 5.36: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} über i_q und φ_{el} und Vergleich mit der FEM-Simulation

5.8.5 Diskussion der Messergebnisse

Die in Abschnitt 5.8.4 dargestellten Messergebnisse zeigen, dass das Verfahren zur Identifikation der differentiellen Induktivitäten die FEM-Ergebnisse qualitativ gut wiedergibt und somit zur Bestimmung der Parameter geeignet ist. Insbesondere die Auflösung des Verfahrens ist überzeugend, so dass auch kleine Induktivitätsunterschiede bestimmt und dargestellt werden können. Die differentiellen Induktivitäten der dritten Harmonischen sowie deren Kreuzkopplungseffekte sind ebenfalls gut zu identifizieren und stellen eine Erweiterung zu bisherigen Publikationen dar.

Der Vergleich zwischen Messung und FEM-Simulation zeigt jedoch eine sättigungsbedingte Abweichung auf, die im Bereich geringer Sättigung bis zu 15 % beträgt und mit steigender Sättigung geringer wird. Dieser Unterschied zwischen FEM-Simulation und der Identifikation mit HF-Signalinjektion kann mit dem Hystereseverhalten des Eisens erklärt werden. Der Begriff Hysterese beschreibt das Phänomen, dass die Ausgangsgröße eines Systems, in diesem Fall die magnetische Flussdichte B , nicht allein von der Eingangsgröße, in diesem Fall die magnetische Feldstärke H , abhängig ist, sondern auch von deren vorherigen Verlauf. Das bedeutet unter anderem, dass die Flussdichte B nach Erhöhung und anschließendem Absenken der magnetischen Feldstärke H auf null, nicht auf null zurückgeht, sondern eine Remanenzfeldstärke B_r als Systemausgang anliegt. Ein Absenken der Flussdichte auf null wird durch das Anlegen der negativen Koerzitivfeldstärke H_c erreicht. Ebenso ist es nicht möglich, die Neukurve eines einmal magnetisierten, ferromagnetischen Materials erneut zu erreichen [71].

Dieses Remanenzverhalten tritt bei ferromagnetischen Werkstoffen, die in Motoren verwendet werden, auf und kann über proportionale Abhängigkeiten auf den Zusammenhang zwischen dem Verkettungsfluss ψ und dem Strom i übertragen werden. Eine beispielhafte, schematische Darstellung des Zusammenhangs ist in Abbildung 5.37 dargestellt. Zur besseren Darstellung ist die Hysterese hier breiter angenommen, als es beim üblicherweise in Motoren verwendeten Eisen der Fall ist. Dargestellt sind die Kurven, die im B/H -Diagramm der idealen Magnetisierung, der Neumagnetisierung und der einhüllenden Hysterese entsprechen, sowie eine Rayleigh-Schleife (engl. Rayleigh Loop).

Die Rayleigh-Schleife stellt die Reaktion des Flussverkettungsverlaufs bei hochfrequentem Wechsel der anliegenden Erregung dar, wenn die volle Hysterese nicht durchlaufen werden kann [71]. Die Steigung der Rayleigh-Schleifen ist abhängig von dem jeweiligen Arbeitspunkt, aber in jedem Fall geringer als die Steigung der idealen Magnetisierungskurve [72]. Mit steigender Sättigung nähern sich der aufsteigende und absteigende Ast der Hysterese an, was zur Folge hat, dass die Steigung der Rayleigh-Schleife ebenfalls eine geringere Abweichung zu den Zweigen der Hysterese bzw. der idealen Magnetisierungskurve besitzt [72].

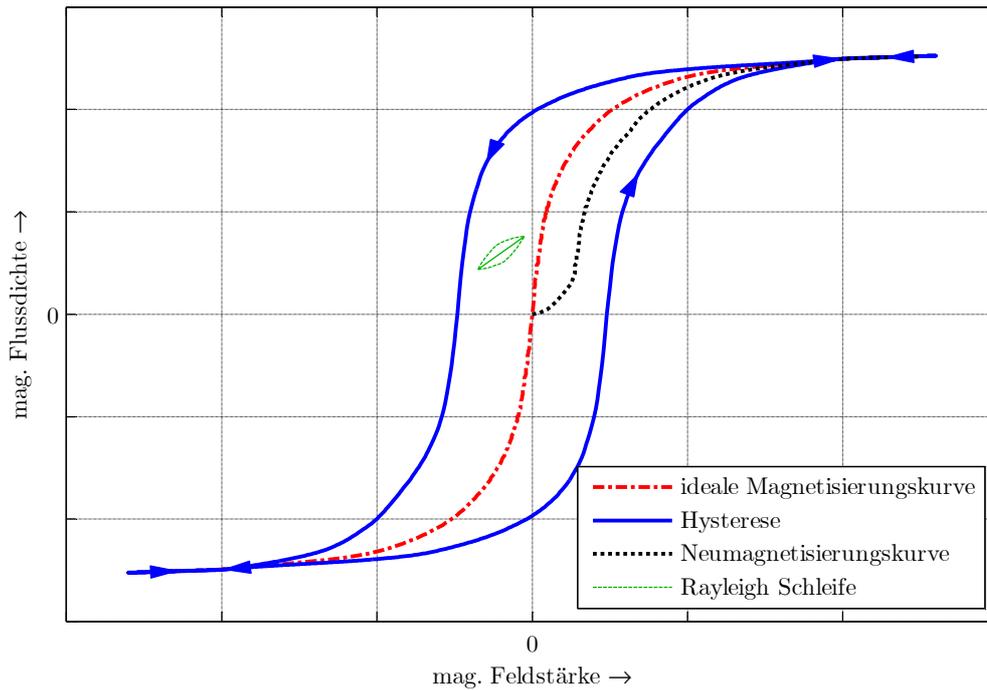


Abbildung 5.37: Schematische Darstellung des Hystereseverhaltens (Autor, nach [72])

Für den vorliegenden Vergleich zwischen den differentiellen Induktivitäten, die in der FEM-Simulation ermittelt wurden, mit den experimentell bestimmten differentiellen Induktivitäten haben die Hystereseigenschaften des Materials somit einen Einfluss, der nicht, wie in der Herleitung des Verfahrens noch angenommen, vernachlässigt werden kann. Während in der FEM die Steigung der idealisierten Magnetisierungskurve bestimmt wird, wird mit dem HF-Verfahren die Steigung der entsprechenden Rayleigh-Schleife identifiziert. Dies führt in jedem Fall im Vergleich zwischen Simulation und Messung zu geringeren, gemessenen differentiellen Induktivitäten, wobei die Abweichung mit steigender Sättigung geringer wird. Zur experimentellen Verdeutlichung des Effekts werden bei festgebremstem Motor Hysterese-schleifen aufgenommen, bei denen ein Spannungssignal mit 1 Hz und verschiedenen Amplituden eingepreßt wird. Durch Umstellen von Gleichung 3.19 unter Berücksichtigung eines resistiven Spannungsabfalls über dem Wicklungswiderstand kann die Flussverkettung bestimmt werden [72]:

$$\psi_q = \int_{t_0}^t [U_q(\tau) - R \cdot I_q(\tau)] d\tau + \psi_{q,0} \quad (5.49)$$

Die Integrationskonstante $\psi_{q,0}$ wird zu null gesetzt. Durch Injektion eines HF-Signals mit 200 Hz werden nach Gleichung 5.49 für verschiedene Arbeitspunkte Rayleigh-Schleifen aufgenommen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.38 dargestellt und verdeutlichen den Hystereseeffekt, sowie den Unterschied zwischen Steigung der idealisierten Magnetisierungskurve und der identifizierten Rayleigh-Schleifen. Die vergrößerte Darstellung in Abbildung 5.39 zeigt, dass der Unterschied zwischen den Steigungen der idealisierten Magnetisierungskurve

und den Rayleigh-Schleifen mit steigender Sättigung geringer wird, was die sättigungsabhängigen Abweichungen in den Messergebnissen aus Kapitel 5.8.4 erklären kann.

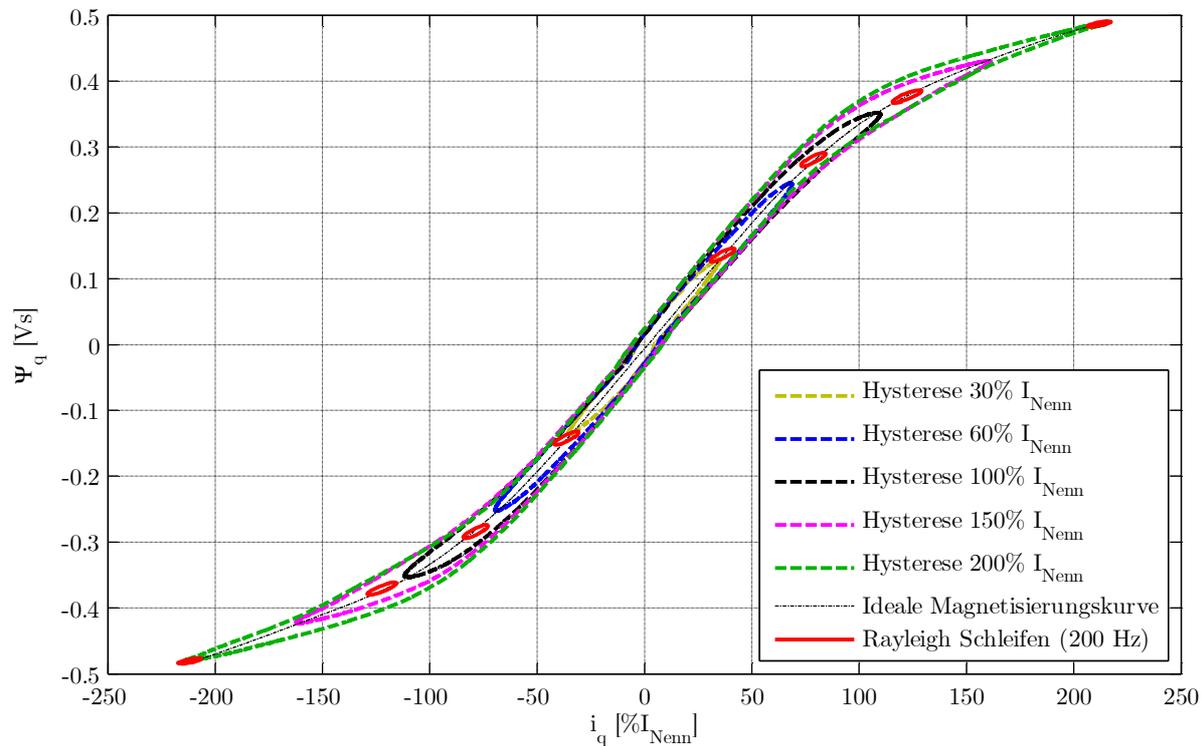


Abbildung 5.38: Experimentell ermittelte Hysterese-Schleifen für verschiedene Stromamplituden bei einer Frequenz von 1 Hz und Vergleich mit experimentell ermittelten Rayleigh-Schleifen bei 200 Hz in verschiedenen Arbeitspunkten

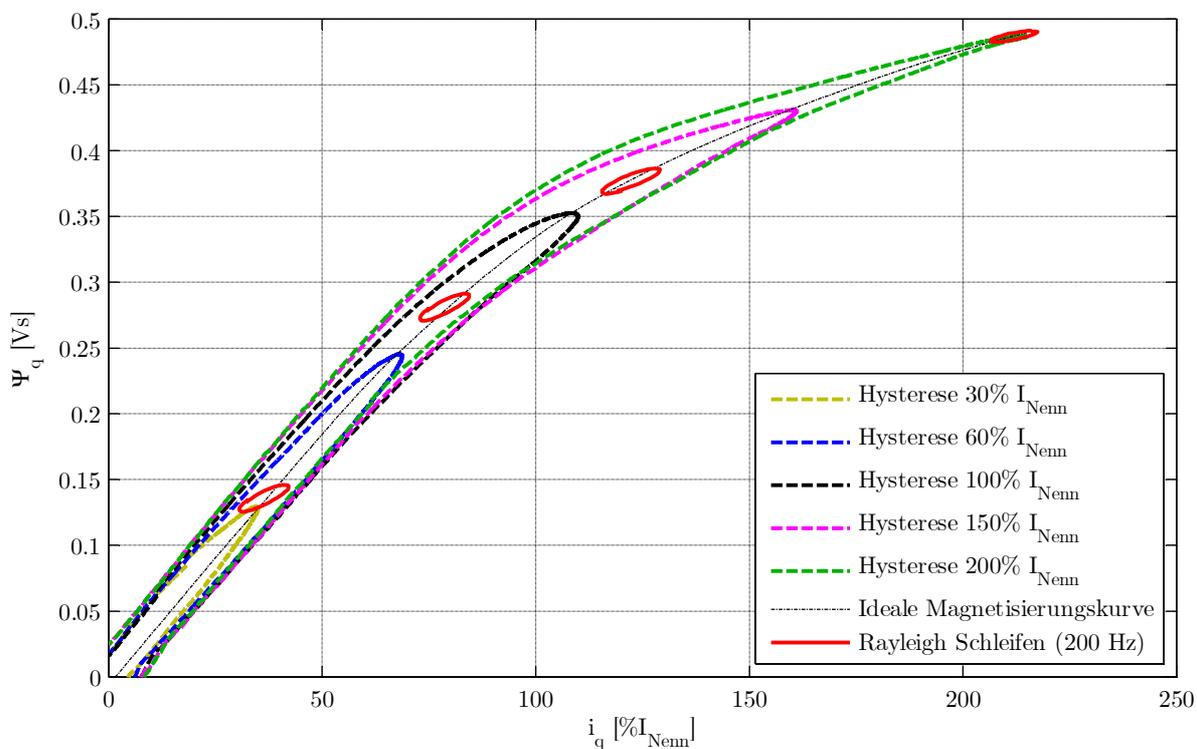


Abbildung 5.39: Vergrößerte Darstellung von Abbildung 5.38

Für eine vollständige Beschreibung der Maschine ist eine frequenzabhängige Unterscheidung der wirksamen differentiellen Induktivitäten notwendig. Insbesondere bei sensorlosen Regelungsverfahren ist dieser Einfluss von Bedeutung, da hier aus den Ergebnissen der FEM nicht auf eine Anisotropie der Maschine geschlossen werden kann, die nötig ist, um eine Beobachtbarkeit bei geringen Drehzahlen zu gewährleisten.

Das vorgestellte und messtechnisch validierte Verfahren ist für eine qualitativ gute Bestimmung geeignet, für eine korrekte Bestimmung der wirksamen differentiellen Induktivitäten der Grundwelle durch HF-Signalinjektion müssen jedoch die Hystereseigenschaften und Rayleigh-Schleifen in der Modellierung berücksichtigt werden oder ein Korrekturfaktor in Abhängigkeit des Sättigungszustands der Maschine eingeführt werden.

5.9 Fazit

In den vorherigen Kapiteln wird ein Verfahren zur Parameter-Identifikation fünfphasiger Maschinen vorgestellt. Nach einem Vergleich verschiedener Identifikationsmöglichkeiten wird das ausgewählte Verfahren der HF-Signalinjektion erstmals auf fünfphasige Maschinen erweitert. Die Erweiterung wird theoretisch hergeleitet und anschließend anhand von Simulationen mit dem in Kapitel 4 entwickelten erweiterten Motormodell in MATLAB-Simulink validiert. Es wird eine automatisierte Ablaufsteuerung umgesetzt, die sowohl die Stromarbeitspunkte, als auch die Positionen ohne weitere manuelle Eingriffe anfährt. Das Verfahren liefert eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den im Motormodell hinterlegten differentiellen Induktivitäten, die aus der FEM stammen, und den durch das HF-Verfahren identifizierten differentiellen Induktivitäten. Es werden sowohl die Anteile der Grundwelle, als auch die Anteile der dritten Harmonischen in Abhängigkeit der Sättigung und der elektrischen Position mit hoher Auflösung identifiziert.

Zur experimentellen Validierung wird die Strommessung optimiert und die Totzeit des Systems ausgemessen, um exakte Ergebnisse zu generieren. Der Verlauf der gemessenen differentiellen Induktivitäten stimmt mit den in der FEM ermittelten Induktivitäten überein und die Auflösung des Verfahrens ist gut genug, um kleine Induktivitätsunterschiede, wie sie beispielsweise in Abhängigkeit der elektrischen Position auftreten, darzustellen. Die vom Absolutwert geringeren differentiellen Induktivitäten der Komponenten der dritten Harmonischen werden ebenfalls korrekt identifiziert. Somit ist das Verfahren geeignet, um die vollbesetzte Induktivitätsmatrix der Größe 5×5 zu identifizieren.

Für die sättigungsabhängige Abweichung zwischen FEM-Simulation und Messung wird mit den Hystereseigenschaften des Eisens eine mögliche Erklärung gefunden, die insbesondere auf eine FEM-Maschinenauslegung für den sensorlosen Betrieb im unteren Drehzahlbereich einen Einfluss hat, da hier nicht die Ableitung der idealen Magnetisierungskurve verwendet werden kann. Das Kleinsignal-Verhalten weicht in Abhängigkeit des Sättigungszustands von dieser Kennlinie ab. Die Messungen zeigen, dass die Annahmen, die zur Auswahl des Identifikationsverfahrens in Abschnitt 5.1 verwendet wurden, nur eingeschränkt gültig sind. Die Berechnung der absoluten Induktivitäten und Flussverkettungen aus den mit HF-Injektion experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten führt aufgrund der Rayleigh-Schleifen

zu einem verzerrten Ergebnis, das sich ebenfalls auf die Berechnung der Flussverkettungen auswirkt. Für eine vollständige analytische Beschreibung des Grundwellenverhaltens der Maschine sind Verfahren ohne HF-Injektion zu bevorzugen.

Die Abweichungen des Verfahrens werden für die weiteren Betrachtungen in den akzeptiert. Die ermittelten Kenngrößen werden genutzt, um im folgenden Kapitel zwei Regelungsverfahren zu optimieren und eine mögliche Wirkungsgradsteigerung des Gesamtsystems zu realisieren. Hierbei werden sowohl die per FEM ermittelten Daten, als auch die davon leicht abweichenden experimentell ermittelten Kenngrößen verwendet. Die erweiterte Systemkenntnis in Verbindung mit dem Motormodell aus Kapitel 4 vereinfacht die Reglerauslegung und Regleroptimierung.

6 Regelung und Wirkungsgradsteigerung fünfphasiger Antriebssysteme

Im Folgenden werden in Kapitel 6.1 zwei Regelverfahren zur Regelung von multiphasigen Maschinen vorgestellt und verglichen: eine erweiterte „Feldorientierte Regelung“ (FOR), sowie ein statorflussfestes Regelverfahren, das auf der „Indirekten Selbstregelung“ (ISR) basiert. Die ausgewählten Regelverfahren werden analytisch hergeleitet, simulativ erprobt und anschließend messtechnisch validiert.

Das vorliegende Testsystem bietet durch die fünfphasige Maschinentopologie und die unabhängige Bestromung der Einzelspulen Möglichkeiten zur Wirkungsgradsteigerung, von denen in den Kapiteln 6.2 und 6.3 zwei genauer betrachtet und evaluiert werden: die Einprägung einer dritten Harmonischen sowie die Spulenabschaltung im Teillastbereich.

6.1 Regelung multiphasiger Maschinen

Die Regelung multiphasiger Maschinen unterscheidet sich von der Regelung dreiphasiger Maschinen insbesondere durch die Erweiterung der Park-Transformation nach Kapitel 4.2. Hierbei wird auch die dritte Harmonische in Gleichgrößen abgebildet, was die Anwendung von bekannten, linearen Reglerauslegungen ermöglicht. Das feldorientierte Regelungsverfahren wird in Kapitel 6.1.1 beschrieben. Nachteilig hierbei ist die zeitaufwändige Berechnung der Transformationsmatrizen, da hier 20 statt der sonst üblichen 6 trigonometrischen Funktionen berechnet werden müssen, wenn die Park-Transformation aus Phasengrößen in das rotorfixe Koordinatensystem betrachtet wird (siehe Gleichungen 3.14 und 4.7).

Die Anzahl der zu berechnenden trigonometrischen Funktionen steigt bei einer denkbaren weiteren Erweiterung der Park-Transformation mit der Phasenanzahl. Aus diesem Grund wird in Kapitel 6.1.2 das Verfahren der „Indirekten Selbstregelung“ auf fünfphasige Synchronmaschinen angewandt. Vorteilhaft an diesem Verfahren ist der Verzicht auf die rechenzeitaufwändige Park-Transformation. Die Auslegung des Drehzahlreglers, die für beide Regelverfahren identisch ist und sich von der Auslegung bei einer dreiphasigen Maschine wenig unterscheidet, wird in Abschnitt 6.1.3 kurz dargestellt.

Abschließend findet ein experimenteller Vergleich der Regelverfahren anhand von Führungs- und Störgrößenprüfungen in Kapitel 6.1.6 statt.

6.1.1 Feldorientierte Stromregelung

Zur feldorientierten Stromregelung fünfphasiger Maschinen wird die erweiterte Park-Transformation verwendet. Diese bewirkt eine Projektion der Grundschwingung und der dritten Harmonischen als Gleichgrößen im rotorfixen Koordinatensystem. Durch das Konzept der intelligenten Einzelzähne und den Wegfall einer Sternpunktverschaltung existiert in der vorliegenden Maschine eine Nullkomponente, die ebenfalls in der Regelung berücksichtigt wird. Abbildung 6.1 zeigt ein vereinfachtes Blockschaftbild der feldorientierten Regelung. Die Totzeiten bzw. Phasenverschiebungen, die durch das Stellen der Spannung im Umrichter und

durch die Erfassung der Ströme im System vorhanden sind, werden für die Reglerauslegung als PT₁-Glied mit der Zeitkonstanten T_t berücksichtigt. Die einzelnen Komponenten werden im ersten Schritt als vollständig entkoppelt angenommen, sodass eine unabhängige Auslegung für jede der Stromkomponenten möglich ist.

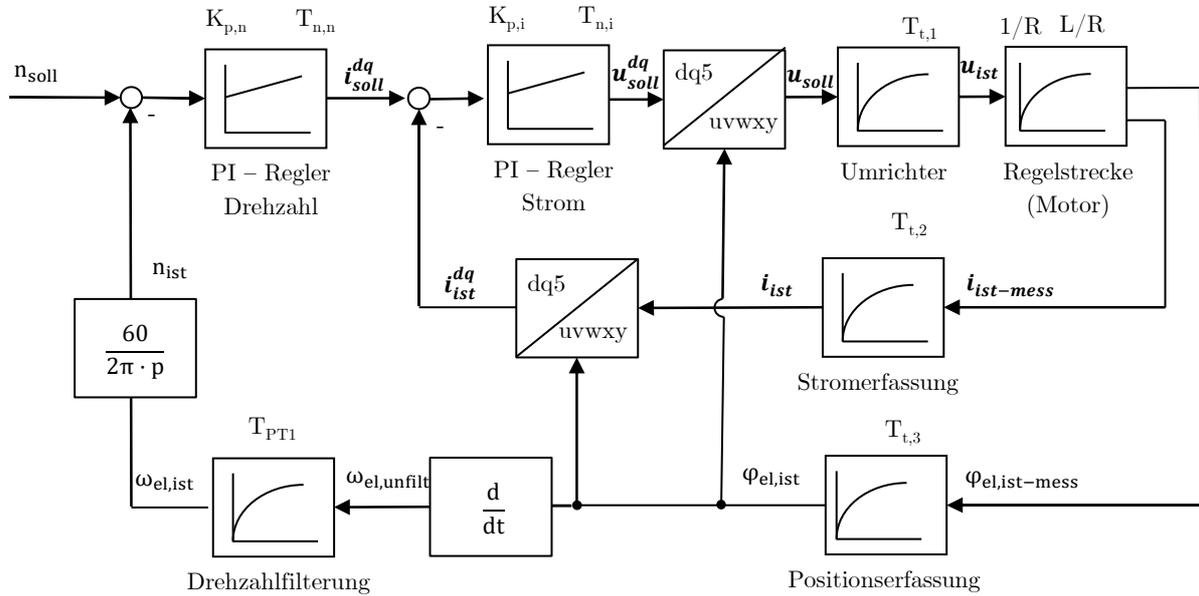


Abbildung 6.1: Vereinfachtes Blockschaltbild der Regelungsstruktur

Mit der Übertragungsfunktion des Reglers $G_R(s)$, der Übertragungsfunktion des Umrichters $G_U(s)$ sowie der vereinfachten Regelstrecke $G_S(s)$ nach Gleichung 5.29 gilt für die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises:

$$G_O(s) = G_R(s) \cdot G_U(s) \cdot G_S(s) = K_{p,I} \frac{T_{n,I} \cdot s + 1}{T_{n,I} \cdot s} \cdot \frac{1}{T_T \cdot s + 1} \cdot \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L_{xx}}{R} \cdot s + 1}. \quad (6.1)$$

Die Grenzfrequenz des PT₁-Glieds der Stromerfassung ist im vorliegenden Fall deutlich größer als die sonstigen Zeitkonstanten und wird vernachlässigt. Die entstehende Totzeit wird als Approximation dem Umrichter als Gesamtzeitkonstante T_T zugerechnet, weswegen $T_{t,2}$ in den folgenden Gleichungen vernachlässigt werden kann. Die Auslegung der Stromregler erfolgt nach dem Betragsoptimum, so dass die Regelgröße bis zu möglichst hohen Frequenzen der Führungsgröße entspricht. Dementsprechend ist der Amplitudengang auf den Wert eins und der Phasengang auf den Wert null zu halten [73].

Da die Zeitkonstante der Regelstrecke deutlich größer ist als die der Umrichterverzögerung, wird diese über das Polkompensationsverfahren ausgeglichen, womit sich die Nachstellzeit $T_{n,Ix}$ für jede Stromkomponente x ergibt zu:

$$T_{n,Ix} = \frac{L_{xx}}{R}. \quad (6.2)$$

Mit der in Abschnitt 5.8.3 ermittelten Totzeit von $T_T \approx 2,5 \cdot T_{\text{Abtast}}$ erfolgt die Berechnung der statischen Verstärkung für jede Stromkomponente mit Hilfe der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises G_G :

$$G_G(s) = \frac{G_O(s)}{G_O(s) + 1} = \frac{1}{\frac{R \cdot T_{n,Ix} \cdot T_T}{K_{P,Ix}} s^2 + \frac{R \cdot T_{n,Ix}}{K_{P,Ix}} s + 1}. \quad (6.3)$$

Mit den Koeffizienten der Normalform ergibt sich [73]:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{R \cdot T_{n,Ix} \cdot T_T}{K_{P,Ix}} \quad \frac{2D}{\omega_0} = \frac{R \cdot T_{n,Ix}}{K_{P,Ix}}. \quad (6.4)$$

Hier ist D das Dämpfungsmaß und ω_0 die Kreisfrequenz. Die Gleichungen 6.4 werden nach ω_0 aufgelöst, ineinander eingesetzt und nach der statischen Verstärkung $K_{P,Ix}$ umgeformt. Somit ergibt sich für die statische Verstärkung für jede Stromkomponente:

$$K_{P,Ix} = \frac{1}{4D^2} \cdot R \cdot \frac{T_{n,Ix}}{T_T}. \quad (6.5)$$

Das Dämpfungsmaß wird üblicherweise gewählt zu $D = \frac{1}{\sqrt{2}}$ [73]. Somit folgt:

$$K_{P,Ix} = \frac{L_{xx}}{2 \cdot T_T}. \quad (6.6)$$

Sowohl die statische Verstärkung als auch die Nachstellzeit des Stromreglers sind von der differentiellen Selbstinduktivität der jeweiligen Komponente abhängig. Mit dem in Kapitel 5 beschriebenen Messverfahren werden die differentiellen Induktivitäten in Abhängigkeit des Sättigungszustands der Maschine bestimmt. Der Vergleich der Werte für L_{qq} zeigt, dass unter Sättigung die differentielle Selbstinduktivität noch ca. 50 % des Werts bei unbestromter Maschine beträgt. Dies hat eine direkte Auswirkung auf die statische Verstärkung des Reglers, die nicht zu vernachlässigen ist. Dementsprechend wird eine stromabhängige Nachführung der Reglerparameter realisiert. Der Einfluss der Position ist im Vergleich vernachlässigbar und wird in der Reglernachführung nicht berücksichtigt. Die Stromregler werden mit einer Anti-Windup Struktur ausgeführt, um ein Überlaufen der Integratoren zu verhindern [61].

Die notwendige Stellgrößenbeschränkung des Reglers ist bei einer fünfphasigen Maschine komplexer als bei einer Dreiphasigen. Während bei einer dreiphasigen Maschine die Berechnung der maximalen Spulenspannung in einer Periode gegeben ist mit:

$$\hat{U}_{\max} = \sqrt{u_d^2 + u_q^2}, \quad (6.7)$$

gilt bei einer fünfphasigen Maschine die entsprechende Gleichung

$$\hat{U}_{\max} = \sqrt{u_d^2 + u_q^2} + \sqrt{u_{d3}^2 + u_{q3}^2} + \sqrt{u_0^2} \quad (6.8)$$

nicht für alle Kombinationen der Ströme. Diverse Publikationen zu fünfphasigen Maschinen, beispielsweise zur Feldschwächung, verwenden diese Gleichung ohne Einschränkung [74] [75]. Zu beachten ist jedoch, dass die Lage der dritten Harmonischen einen Einfluss auf den maximalen Wert der Phasengröße hat. Leicht zu veranschaulichen ist dies anhand von Abbildung 6.2, in der beispielhafte Verläufe einer Funktion bestehend aus einer Grundschwingung und einer dritten Harmonischen dargestellt sind, wobei die dritte Harmonische jeweils addiert bzw. subtrahiert wird. Gleichung 6.8 liefert für beide Verläufe:

$$\hat{U}_{\max} = \sqrt{1^2} V + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2} V = \sqrt{1^2} V + \sqrt{\left(-\frac{1}{6}\right)^2} V \approx 1,1667 V. \quad (6.9)$$

Korrekt ist diese Berechnung jedoch nur für den Fall, dass sich die Maxima der Harmonischen überlagern. Für alle anderen denkbaren Kombinationen ergibt sich durch Verwendung von Gleichung 6.8 eine mögliche Beschränkung der Stellgrößen, obwohl noch Reserve vorhanden ist. Analytisch lässt sich die Aufgabe als Maximalwertproblem von überlagerten Schwingungen beschreiben:

$$\max_{0 \leq \varphi \leq 2\pi} a_1 \cdot \cos(\varphi) + a_2 \cdot \sin(\varphi) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot \varphi) + a_4 \cdot \sin(3 \cdot \varphi). \quad (6.10)$$

Eine analytische Lösung des Maximalwertproblems ist nicht möglich, weswegen zur korrekten Bestimmung des Maximalwerts der Stellgröße auf numerische Verfahren zurückgegriffen wird. Der erhöhte Rechenaufwand eines numerischen Verfahrens muss mit dem Einfluss des Fehlers bei Verwendung von Gleichung 6.8 verglichen werden. Explizit erwähnt sei, dass die Verwendung von Gleichung 6.8 lediglich einen zu hohen Sicherheitsfaktor vorsieht und keine kritischen Systemzustände bedingen kann.

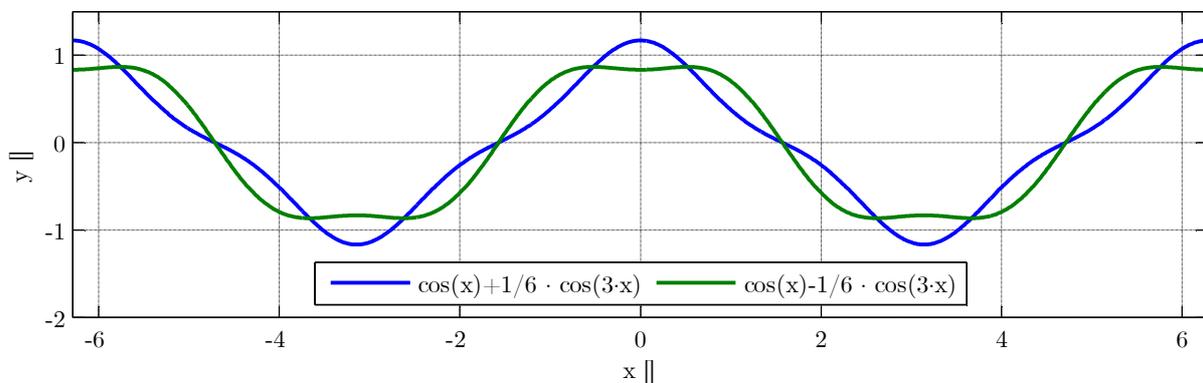


Abbildung 6.2: Veranschaulichung der Maximalwerte einer Überlagerung einer Grundschwingung mit einer dritten Harmonischen mit unterschiedlichen Vorzeichen

6.1.2 Indirekte Selbstregelung

Als alternatives Regelungsverfahren wird im Folgenden die „Indirekte Selbstregelung“ (ISR) auf fünfphasige Maschinen angewandt. Die ISR ist ein statorfestes Regelverfahren, das ursprünglich für die Regelung von Asynchron-Traktionsantrieben in der Bahntechnik beschrieben wurde [76]. In [77] wird das Verfahren auf permanentenerregte Synchronmaschinen erweitert und die Vorteile, insbesondere im Feldschwächbereich werden dargestellt.

Das Verfahren basiert auf der „Direkten Selbstregelung“ (DSR) nach [78] und somit auf der Führung des Verkettungsflusses auf einer vorgegebenen Bahn und erfordert keine Koordinatentransformation in das rotorfixe Koordinatensystem. Im Gegensatz zur DSR wird jedoch mit Mittelwerten und nicht mit Augenblickswerten gerechnet, was die Verwendung einer PWM mit fester Schaltfrequenz ermöglicht.

Das Grundprinzip der ISR ist die Führung des Verkettungsflusses auf einer vorgegebenen Bahn. In jedem Abtastschritt wird hierbei die neue Sollgröße des verketteten Flusses in Abhängigkeit der aktuellen PM-Flussverkettung bestimmt und eine Differenz zum aktuellen, beobachteten Verkettungsfluss gebildet. Diese Differenz wird unter Berücksichtigung der Schaltfrequenz in eine Sollspannung des folgenden Abtastschritts gewandelt. Dementsprechend müssen zum Zeitpunkt t_k sowohl die aktuelle Flussverkettung $\psi_{LI,ist}^{\alpha\beta}(t_k)$, als auch die benötigte Flussverkettung zum Zeitpunkt $t_k + 1$ $\psi_{LI,soll}^{\alpha\beta}(t_k + 1)$ bekannt sein, um die zu stellende Flussdifferenz $\Delta\psi_{LI}^{\alpha\beta}(t_k)$ zu bestimmen. Abbildung 6.3 zeigt das Zeigerdiagramm für die $\alpha\beta$ -Achse. Für das Grundwellenmodell ohne Spannungsbegrenzung ist der wirkungsgradoptimale Winkel mit $\gamma = 90^\circ$ gegeben. Eine analoge Betrachtung wird für das entkoppelte $\alpha_3\beta_3$ -Koordinatensystem der dritten Harmonischen angewandt.

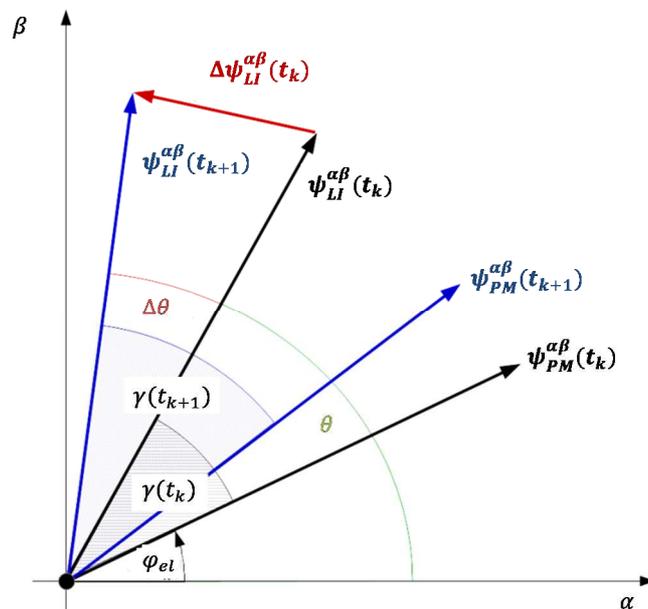


Abbildung 6.3: Zeigerdiagramm der $\alpha\beta$ -Achse der ISR

Die Berechnung der Soll-Flussverkettung $\boldsymbol{\psi}_{LI,soll}^{\alpha\beta}$ erfolgt ausgehend von Gleichung 3.61, die sich für fünfphasige Maschinen ergibt zu:

$$\mathbf{M} = \frac{5}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}). \quad (6.11)$$

Für die vorliegende fünfphasige Maschine ergeben die Ergebnisse aus Kapitel 5, dass das Reluktanzmoment aufgrund der geringen Differenz zwischen den Induktivitäten L_d und L_q eine vernachlässigbare Auswirkung hat. In skalarer Darstellung ergibt sich somit für das Drehmoment:

$$\mathbf{M} = \frac{5}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\Psi_{PM,d} \cdot i_q - \Psi_{PM,q} \cdot i_d + 3 \cdot \Psi_{PM,d3} \cdot i_{q3} - 3 \cdot \Psi_{PM,q3} \cdot i_{d3}) \quad (6.12)$$

Dieser Zusammenhang entspricht für dreiphasige Maschinen dem Rechteck, das durch die PM-Flussverkettung und den dazu orthogonalen Strom aufgespannt wird. Die Darstellung erfolgt für dreiphasige Maschinen häufig durch das Kreuzprodukt, das jedoch für fünfzeilige Vektoren nicht definiert ist. Anschaulich ist Gleichung 6.12 die Summe der 1-Norm der Kreuzprodukte der jeweiligen Komponenten der Grundschwingung und der dritten Harmonischen. Dieser Zusammenhang ist unabhängig von der Transformation in das rotorfeste Koordinatensystem und gilt somit auch für das statorfeste Koordinatensystem:

$$\mathbf{M} = \frac{5}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot (\Psi_{PM,\alpha} \cdot i_\beta + \Psi_{PM,\beta} \cdot i_\alpha + 3 \cdot \Psi_{PM,\alpha3} \cdot i_{\beta3} + 3 \cdot \Psi_{PM,\beta3} \cdot i_{\alpha3}). \quad (6.13)$$

Die Umformung in Matrixschreibweise liefert:

$$\mathbf{M} = \frac{5}{2} \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta T} \cdot \left(\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq} \right) \right). \quad (6.14)$$

Für die Berechnung der Soll-Flussverkettung $\boldsymbol{\psi}_{LI,soll}^{\alpha\beta}$ folgt dann mit $\boldsymbol{\psi}_{LI}^{\alpha\beta} = \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta}$ für eine Sollspannung M_{soll} :

$$\boldsymbol{\psi}_{LI,soll}^{\alpha\beta} = \frac{2}{5} \cdot \frac{M_{soll}}{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \left(\mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq} \right) \right)^{-1}. \quad (6.15)$$

Als Inverse der PM-Flussverkettung wird die Moore-Penrose-Pseudoinverse verwendet, die eine optimale Lösung der unendlich vielen Lösungsmöglichkeiten mit kleinster euklidischer Norm liefert [79]. Die Verwendung der Moore-Penrose-Pseudoinversen ermöglicht bei Kenntnis der Lage der PM-Flussverkettungen für die Grundschwingung und die dritte Harmonische die Bestimmung der wirkungsgradoptimalen Soll-Flussverkettungen. Die Ermittlung von $\boldsymbol{\psi}_{PM}^{\alpha\beta}$ kann beispielsweise durch eine dq-Transformation von $\boldsymbol{\psi}_{PM}^{dq}$ durchgeführt werden. Bei Annahme konstanter Temperaturen ohne Sättigung entsteht hierbei eine Überlagerung aus Grundschwingung und dritter Harmonischer, die nicht vom Arbeitspunkt abhängig ist und

auch als Lookup-Table hinterlegt werden kann, was zu einer Optimierung der Rechenzeit führt. Dies wird im Folgenden so umgesetzt. Ebenfalls deutlich wird hier auch die fehlende Möglichkeit einer Strombegrenzung der ISR, da bei ungenauer Kenntnis von $\psi_{PM}^{\alpha\beta}$ höhere Ströme auftreten können, als sie gefordert sind.

Der Term der absoluten Induktivitäten $\mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta}$ bedingt für eine gute Reglerperformance die Kenntnis des sättigungsabhängigen Verlaufs der Induktivitäten. Diese können entweder aus FEM-Simulationen gewonnen oder experimentell nach dem in Kapitel 5 ausführlich beschriebenen Verfahren bestimmt werden.

Die aktuelle Flussverkettung $\psi_{LI,ist}^{\alpha\beta}$ kann direkt berechnet werden über die Gleichung:

$$\psi_{LI,ist}^{\alpha\beta} = \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{i}_{ist}^{\alpha\beta}. \quad (6.16)$$

Nachteilig hierbei ist, dass es keine Korrektur in Bezug auf zu erwartende Ungenauigkeiten in der Induktivitätsmatrix $\mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta}$ gibt. Aus diesem Grund wird ein Beobachterverfahren eingesetzt, das mögliche Modellfehler ausgleicht. Ausgangspunkt für die Betrachtung ist die Gleichung 3.29 des elektrischen Teilsystems im statorfesten Koordinatensystem, die hier zur besseren Übersicht nochmals aufgeführt wird:

$$\mathbf{u}^{\alpha\beta} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \frac{d}{dt} \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \omega_{el} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{J} \right) \cdot \mathbf{i}^{\alpha\beta} + \omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{T}_{dq \rightarrow \alpha\beta} \cdot \psi_{PM}^{dq}. \quad (6.17)$$

Gleichung 6.17 wird nach der zeitlichen Ableitung der Flussverkettung $\psi_{LI}^{\alpha\beta}$ umgestellt. Es ergibt sich:

$$\frac{d\psi_{LI}^{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{u}^{\alpha\beta} - \left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta^{-1}} + \omega_{el} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{J} \right) \cdot \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta^{-1}} \right) \cdot \psi_{LI}^{\alpha\beta} - \omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \psi_{PM}^{\alpha\beta}. \quad (6.18)$$

Zur Beobachtung der Flussverkettung wird das Modell in ein Zustandsraummodell umgewandelt. Allgemein gilt für die Gleichungen im Zustandsraum für Systeme ohne Durchgriff [80]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{u}. \quad (6.19)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} \quad (6.20)$$

Hier ist \mathbf{A} die Systemmatrix, \mathbf{B} die Eingangsmatrix, \mathbf{C} die Ausgangsmatrix, \mathbf{x} der Zustandsvektor, \mathbf{u} der Vektor der Eingangsvariablen und \mathbf{y} der Vektor der Ausgangsvariablen. Abbildung 6.4 zeigt das Blockschaltbild der Zustandsraumdarstellung.

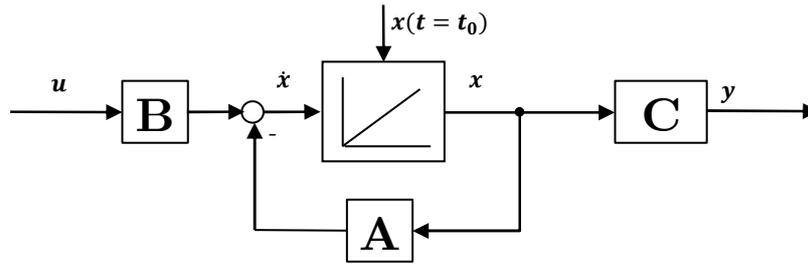


Abbildung 6.4: Zustandsraumdarstellung (Autor nach [80])

Problematisch ist die häufig ungenaue Kenntnis des Zustandsvektors \mathbf{x} . Zur Bestimmung des Zustandsvektors werden Beobachterverfahren verwendet, die es ermöglichen einen geschätzten Zustandsvektor $\hat{\mathbf{x}}$ zu bestimmen. Eine Beobachterstruktur, basierend auf den Arbeiten von Luenberger, beruht auf der Struktur nach Abbildung 6.5. Es wird ein Streckenmodell parallel zur Regelstrecke geschaltet, das um die Differenz zwischen dem realen und geschätzten Ausgangsvektor \mathbf{y} bzw. $\hat{\mathbf{y}}$ multipliziert mit der Rückführmatrix \mathbf{L}_B erweitert ist [80]. Die Differenz zwischen dem Vektor der gemessenen und geschätzten Ausgangsvariablen wird mit \mathbf{u}_B bezeichnet.

Die Gleichungen 6.31 und 6.32 erweitern sich für die Parallelschaltung der beobachteten Größen auf:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u}_B \quad (6.21)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}. \quad (6.22)$$

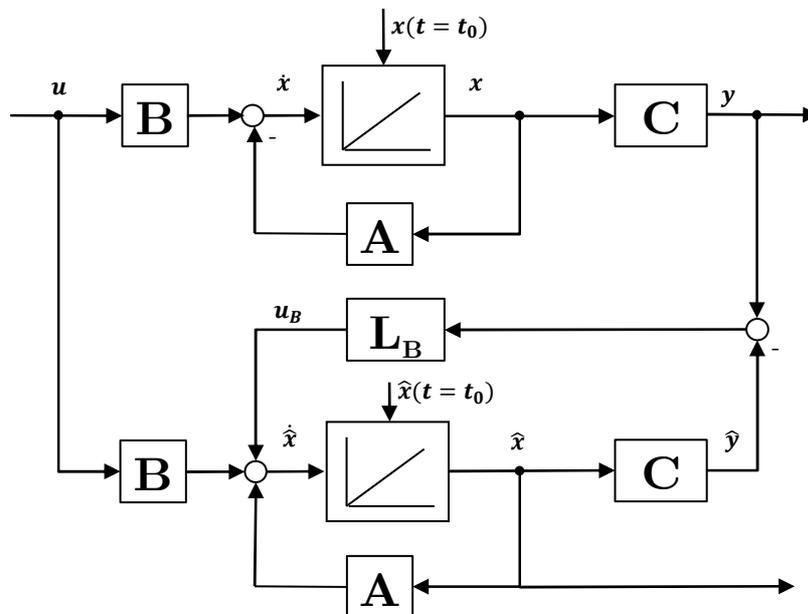


Abbildung 6.5: Struktur des Luenberger-Beobachters (Autor nach [80])

Gleichung 6.18 ist bereits in einer Form, die eine Anwendung des Zustandsraummodells mit Luenberger-Beobachter nach Abbildung 6.5 ermöglicht. Es ist:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \hat{\boldsymbol{\psi}}_{LI}^{\alpha\beta}, & \mathbf{A} &= -\left(\mathbf{R} \cdot \mathbf{L}^{\alpha\beta^{-1}} + \omega_{el} \cdot \left(\mathbf{J} \cdot \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta} \cdot \mathbf{J}\right) \cdot \mathbf{L}^{\alpha\beta^{-1}}\right) \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}^{\alpha\beta} - \omega_{el} \cdot \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\psi}_{PM}^{\alpha\beta}, & \mathbf{C} &= \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta^{-1}}, & \mathbf{u}_B &= \mathbf{L}_B \cdot \left(\mathbf{i}^{\alpha\beta} - \mathbf{L}_{abs}^{\alpha\beta^{-1}} \cdot \hat{\boldsymbol{\psi}}_{LI}^{\alpha\beta}\right) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Zur Auslegung der Matrix \mathbf{L}_B wird das Verfahren der Polvorgabe verwendet. Hierzu ist eine Transformation der Systemmatrix \mathbf{A} in die Regelungsnormalform notwendig. Die Regelungsnormalform ist allgemein definiert als [80]:

$$\mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}. \quad (6.24)$$

Die Transformation in die Regelungsnormalform wird in [80] beschrieben. Aus der Regelungsnormalform können die Koeffizienten a_i des charakteristischen Polynoms der Regelstrecke abgelesen werden. Für das charakteristische Polynom gilt mit der Einheitsmatrix \mathbf{I} und den Nullstellen $\lambda_{0,i}$:

$$p(\lambda) = \det(\lambda \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}_R) = \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \cdots + a_1 \lambda + a_0 = \prod_{i=1}^n (\lambda + \lambda_{0,i}). \quad (6.25)$$

Da die Systemmatrix von ω_{el} abhängig ist, ist im Optimalfall eine Nachführung der im Folgenden ermittelten Rückführverstärkungen vorzusehen. Die Untersuchungen anhand des zur Auslegung verwendeten Skripts in Anhang 8.4 zeigt jedoch einen geringen Einfluss auf die ermittelten Parameter der Rückführmatrix. Für einen beispielhaften Arbeitspunkt von $n = 300$ rpm ergibt sich für das System ohne Beobachter mit dem Skript in Anhang 8.4 der Vektor der Polstellen $\boldsymbol{\lambda}_0$:

$$\boldsymbol{\lambda}_0 = \begin{bmatrix} -308,6 \\ -40,9 \\ -11,1 \\ -23,4 \\ -21,6 \end{bmatrix}.$$

Für das beobachtete System lässt sich die Berechnung mit der erweiterten Gleichung 6.21 ebenfalls durchführen, wobei die Parameter der Rückführmatrix \mathbf{L}_B zu ermitteln sind. Die Pole des beobachteten Systems können dabei durch Polvorgabe platziert werden. Je weiter links auf der reellen Halbebene sich die Pole befinden, desto dynamischer wird der Beobachter und desto stärker wird das Messrauschen verstärkt. Nach [73] sind die Pole betragsmäßig größer zu wählen

als die Pole der Strecke $\lambda_{0,i}$, damit der Beobachter schneller einschwingt als das beobachtete System. Nach [80] gilt für das charakteristische Polynom bei einer Ausgangsrückführung:

$$\hat{p}(\lambda) = \det(\lambda \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}_R + \mathbf{L}_B \cdot \mathbf{C}) = \lambda^n + \hat{a}_{n-1} + \dots + \hat{a}_1 \cdot \lambda + \hat{a}_0 = \prod_{i=1}^n (\lambda + \lambda_{0,i}). \quad (6.26)$$

Für die Platzierung der Polstellen zeigt eine gemeinsame Lage von dem dreifachen der betragsmäßig größten Polstelle auf der negativen reellen Achse ein gutes Systemverhalten. Mit der Realisierung nach dem MATLAB-Skript in Anhang 8.4 ergibt sich für die Rückführmatrix somit:

$$\mathbf{L}_B = \mathbf{I} \cdot \begin{bmatrix} 17,41 \\ 16,68 \\ 19,88 \\ 19,78 \\ 0,99 \end{bmatrix} \frac{\text{V}}{\text{A}}. \quad (6.27)$$

Dieser Wert wird für die simulative und experimentelle Validierung im Folgenden verwendet. Ein vereinfachtes Blockschaltbild ohne die Darstellung der ebenfalls zu berücksichtigenden Verzögerungsglieder wird in Abbildung 6.6 dargestellt.

Durch die Möglichkeit die Flussverkettungen für die Grundschwingung und die dritte Harmonische unabhängig voneinander zu beeinflussen, lassen sich mit der ISR ebenso wie mit der FOR beliebige Überlagerungen von Grundschwingung und dritter Harmonischer realisieren, um beispielsweise eine MTPA-Kurve nach Kapitel 6.2 umzusetzen.

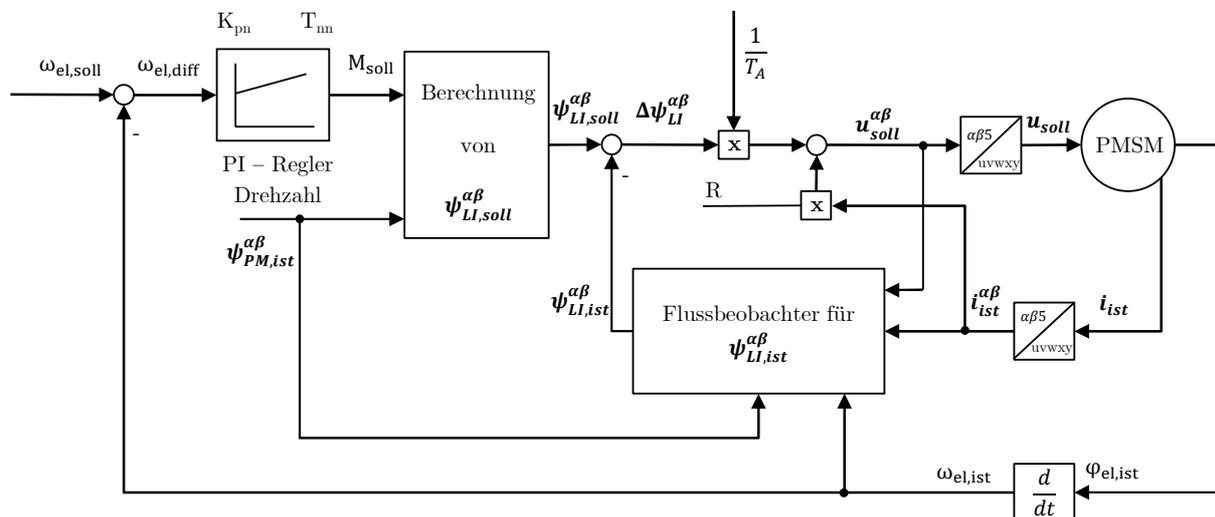


Abbildung 6.6: Vereinfachtes Blockschaltbild der ISR ohne Darstellung von Verzögerungsgliedern

6.1.3 Drehzahlregelung

Die Drehzahlregelung wird sowohl für die FOR als auch für die ISR identisch ausgeführt. Hierfür wird der innere Stromregelkreis am Beispiel der FOR vereinfacht als PT1-Glied angenähert. In Gleichung 6.3 entfällt der quadratische Term und für die Näherung ergibt sich durch Einsetzen von $K_{p,I}$ und $T_{n,I}$ somit:

$$G_{\text{Strom,PT1}} = \frac{1}{2 \cdot 2,5 \cdot T_{\text{Abtast}} \cdot s + 1}. \quad (6.28)$$

Nach Gleichung 4.24 kann die Regelstrecke des mechanischen Teilsystems als I-Glied mit der Integrierzeit $T_{\text{N,mot}}$ beschrieben werden. Für die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises ergibt sich:

$$G_{\text{n,0}} = \frac{1}{2 \cdot 2,5 \cdot T_{\text{Abtast}} \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{T_{\text{N,mot}} \cdot s}. \quad (6.29)$$

Die vorliegende IT1-Strecke kann mit einem PI-Regler mit der Übertragungsfunktion:

$$G_{\text{R,n}} = K_{\text{P,n}} \frac{T_{\text{n,n}} \cdot s + 1}{T_{\text{n,n}} \cdot s} \quad (6.30)$$

geregelt werden. Die Auslegung des Reglers kann aufgrund des integrierenden Streckenverhaltens nicht mit dem Betragsoptimum durchgeführt werden, weswegen die Bestimmung der Reglerparameter nach dem „symmetrischen Optimum“ durchgeführt wird. Auf eine Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet und auf [73] und [57] verwiesen. Die Reglerparameter nach dem symmetrischen Optimum ergeben sich unter Berücksichtigung des Drehzahlfilters als zusätzliches PT1-Glied zu:

$$T_{\text{n,n}} = a^2 \cdot (5 \cdot T_{\text{Abtast}} + T_{\text{PT1}}) \quad \text{sowie} \quad K_{\text{P,n}} = \frac{T_{\text{N,mot}}}{a \cdot (5 \cdot T_{\text{Abtast}} + T_{\text{PT1}})}. \quad (6.31)$$

Der Faktor a gibt die Dämpfung an und wird üblicherweise zu zwei gesetzt. Diese Einstellung bewirkt ein starkes Überschwingen, welches mit einer Einstellung von $a = 4$ verringert wird [57] oder alternativ durch die Einführung eines Vorfilters bedämpft werden kann [73]. Das vereinfachte Blockschaltbild der Drehzahlregelstrecke mit genähertem Stromregelkreis ist in Abbildung 6.7 dargestellt.

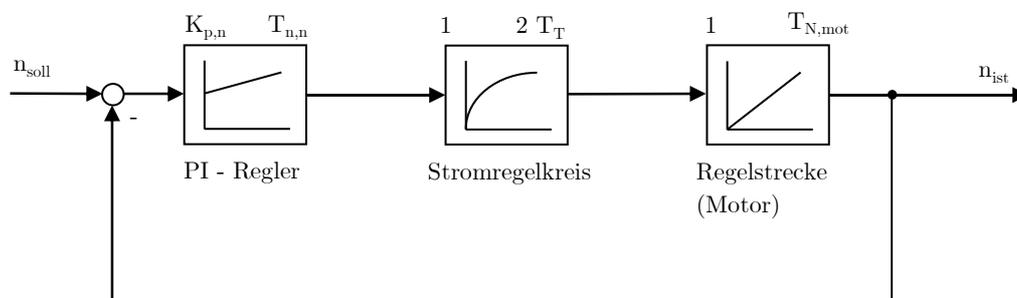


Abbildung 6.7: Vereinfachtes Blockschaltbild des Drehzahlregelkreises mit angenähertem Stromregelkreis

6.1.4 Validierung der Reglereinstellungen

Die in den vorherigen Kapiteln hergeleiteten Reglereinstellungen werden simulativ umgesetzt, erprobt und mit der Theorie verglichen. Hierzu wird jeweils das Führungsverhalten im Kleinsignal untersucht. In Abschnitt 6.1.6 folgt die Validierung und die experimentelle Untersuchung im Großsignalverhalten.

6.1.4.1 Verhalten bei einem Momentensprung

Die Validierung der inneren Kaskade der FOR ist für eine ISR nicht vergleichbar umzusetzen. Aus diesem Grund wird ein Momenten-Sollsprung von 10,2 % des Nennmoments simuliert, der für beide Regelverfahren durchgeführt wird. Dies entspricht einem q-Strom von 10 %. Für die FOR ist dies eine direkte Validierungsmöglichkeit der Stromregelung. Als Vergleich werden für die ISR ebenfalls die momentenbildenden Ströme in das rotorfeste Koordinatensystem transformiert.

Abbildung 6.8 oben zeigt die Reaktion auf einen Momentensprung bei $t = 0$ s. Sowohl die ISR als auch die FOR regeln den Sollwertsprung mit ähnlichem Verhalten aus. Die ISR ist etwa einen Abtastschritt schneller in der Anregelzeit, hat jedoch mit 8,7 % das höhere Überschwingen im Vergleich zur FOR mit 5 % und zeigt eine längere Ausregelzeit.

Abbildung 6.8 unten stellt die Stromverläufe im rotorfesten Koordinatensystem dar. Die mit dem Betragsoptimum optimierte Stromregelung der FOR zeigt das erwartete Verhalten, mit einem Überschwinger von 2,8 %. Für die kontinuierliche Auslegung ohne Abtastung ergibt sich nach [73] und [81] ein Erwartungswert von 4 %. Die Anregelzeit beträgt mit ca. 1,3 ms ebenfalls nahezu dem Erwartungswert von 1,47 ms [73]. Sowohl die FOR als auch die ISR regeln die dritte Harmonische auf den gewünschten Sollwert aus. Es zeigen sich mit der gewählten Regler bzw. Beobachterparametrierung keine signifikanten Unterschiede in den Verläufen, weswegen für die Ersatzzeitkonstante, die für die Optimierung des symmetrischen Optimums im folgenden Abschnitt benötigt wird, für beide Verfahren ein identischer Wert von $2 \cdot 2,5 \cdot T_{\text{Abtast}}$ angenommen wird.

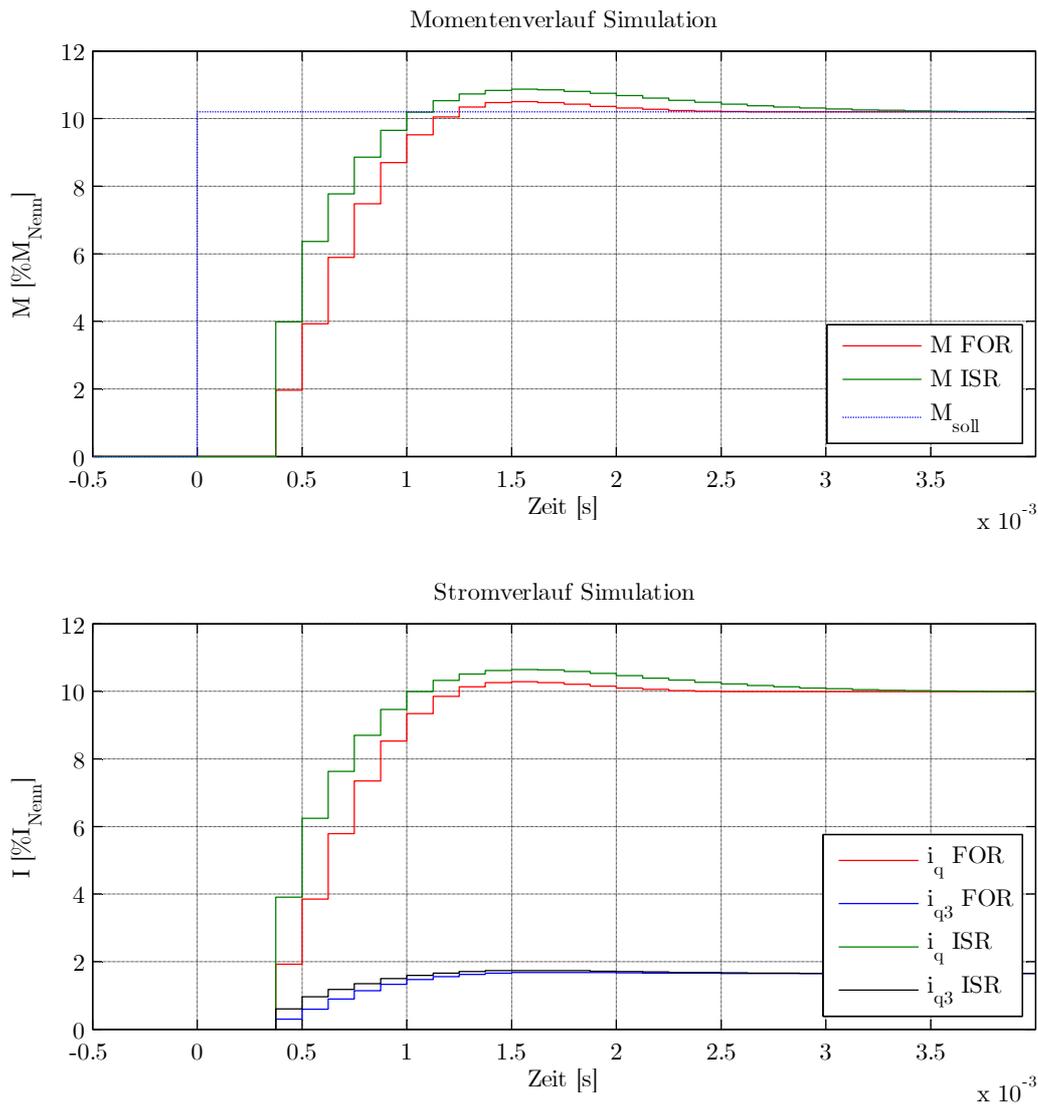


Abbildung 6.8: Simulative Validierung der Reglereinstellungen für FOR und ISR bei einem Momentensprung

6.1.4.2 Verhalten bei einem Drehzahlsprung

Das Verhalten der Regelungen bei einem Drehzahlsprung im Kleinsignalverhalten kann direkt verglichen werden. Hierzu wird zum Zeitpunkt $t = 0$ s ein Sollwertsprung auf 10 % der Nenndrehzahl vorgegeben. Abbildung 6.9 oben zeigt den Verlauf für die Parametrierung mit dem symmetrischen Optimum für $a = 2$ nach Gleichung 6.31 bei einer Drehzahlfilterzeit von $T_{PT1} = 0,25$ ms. Der untere Verlauf zeigt die Reaktion der Regelverfahren für $a = 4$. Der Verlauf der FOR für $a = 2$ entspricht den theoretischen Erwartungen bei einer Auslegung nach dem symmetrischen Optimum. Es stellt sich ein Überschwingen von 46 % ein. Der theoretische Erwartungswert einer zeitkontinuierlichen Realisierung des beträgt 43 % [73]. Die Anregelzeit beträgt 3 ms, gegenüber einem Erwartungswert von $3,1 \cdot (5 \cdot T_{Abtast} + T_{PT1}) = 2,7$ ms. Die geringfügigen Abweichungen sind wie im vorherigen Abschnitt mit der zeitdiskreten

Realisierung und der nicht exakten Darstellung des inneren Regelkreises durch ein PT-Glied zu erklären und werden akzeptiert.

Für die ISR zeigt sich ähnliches Verhalten wie in Abschnitt 6.1.4.1. Die Anregelzeit ist geringfügig kleiner als bei der FOR, die Ausregelzeit jedoch größer. Beide Verfahren sind geeignet, um die Maschine zu regeln, wobei keine signifikanten Unterschiede in der Dynamik zu erkennen sind.

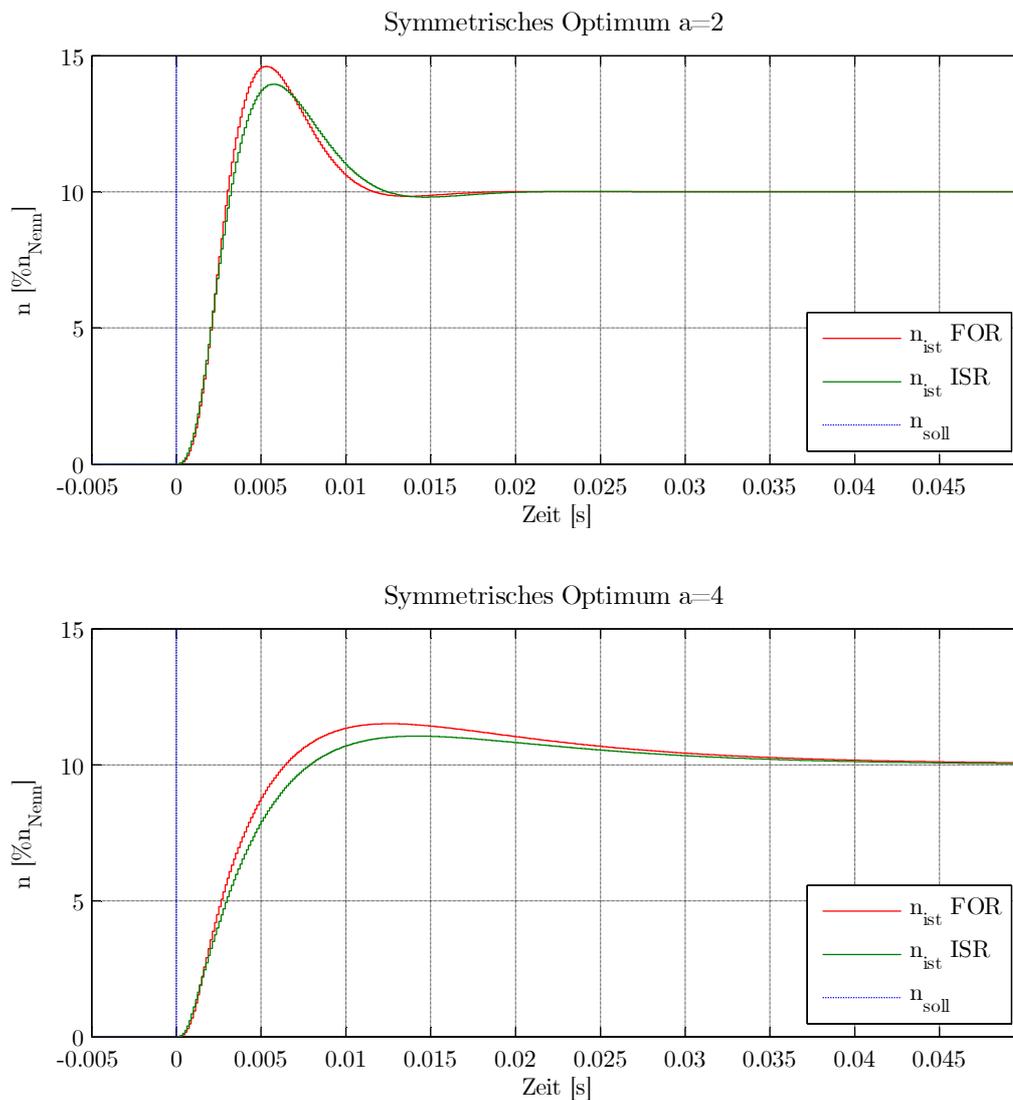


Abbildung 6.9: Simulative Validierung der Reglereinstellungen für FOR und ISR bei einem Drehzahlssprung

6.1.5 Anpassung der Drehzahlreglerverstärkung an den Prüfstand

In den bisherigen Betrachtungen dieses Kapitels wird die mechanische Strecke als starr angekoppelte Massenträgheit betrachtet und das mechanische System als linear und zeitinvariant angenommen („Linear time-invariant system“: LTI-System). In realen Systemen kann die erreichbare Reglerverstärkung beispielsweise limitiert sein durch:

- Das mechanische System ist keine starr angekoppelte Massenträgheit sondern besitzt eine elastisch angekoppelte Masse und ist somit ein Zweimassenschwinger. Die entstehende Resonanzfrequenz kann je nach Frequenz und Ausprägung die erreichbare Drehzahlreglerverstärkung verringern.
- Ein verwendetes Getriebe hat Getriebelose, durch die auf den Motor bei einem Vorzeichenwechsel des Moments oder im Stillstand nicht die gesamte Massenträgheit des Systems wirkt, sondern ausschließlich die Massenträgheit der eigenen Welle. In Abhängigkeit des Verhältnisses zwischen der Massenträgheit des Rotors und der Massenträgheit des Gesamtsystems kann es so zu einer signifikanten Reduzierung der erreichbaren Drehzahlreglerverstärkung kommen.

Die Umsetzung auf dem Prüfstand nach Abbildung 5.25 zeigt für den Drehzahlregelkreis, dass kein stabiles Verhalten mit den in Abschnitt 6.1.5 ermittelten Drehzahlreglereinstellungen erreichbar ist. Der Grund hierfür liegt in den Getriebelose des Getriebes, weswegen das Massenträgheitsmoment der Last erst wirksam wird, wenn die Getriebezähne greifen. Aus diesem Grund wird im Folgenden mit einer reduzierten Drehzahlreglerverstärkung gefahren, weil der Fokus auf der Stromregelung der FOR bzw. der Flussführung der ISR liegt. Hierfür wird die Erhöhung der Amplituden- und Phasenreserve durch die Verwendung des symmetrischen Optimums mit $a = 8$ erreicht. Dies bewirkt ein stabiles Verhalten im Stillstand, sowie ein Erreichen der Stromgrenze bei einem Sprung auf Nenndrehzahl mit einem Überschwinger von etwa 15 % (vgl. Abbildung 6.14).

Abbildung 6.10 zeigt die Auswirkung der Getriebelose in einer vergrößerten Darstellung von Abbildung 6.15 mit angepassten Reglereinstellungen zum Zeitpunkt der Beschleunigung nach einem Sollwertsprung auf Nenndrehzahl bei $t = 0,1$ s. Es ist zu erkennen, dass zum Zeitpunkt der Beschleunigung sowohl bei der FOR, als auch bei der ISR, die Zähne des Getriebes noch nicht im Eingriff sind. Die Folge ist ein steiler Anstieg der Geschwindigkeit bis ca. $t = 0,102$ s. Anschließend wirkt die Massenträgheit des Gesamtsystems auf das Antriebssystem und die Steigung der Geschwindigkeit verringert sich. Für die folgenden Simulationen und Messungen wird von der angepassten, geringeren Drehzahlreglerverstärkung ausgegangen.

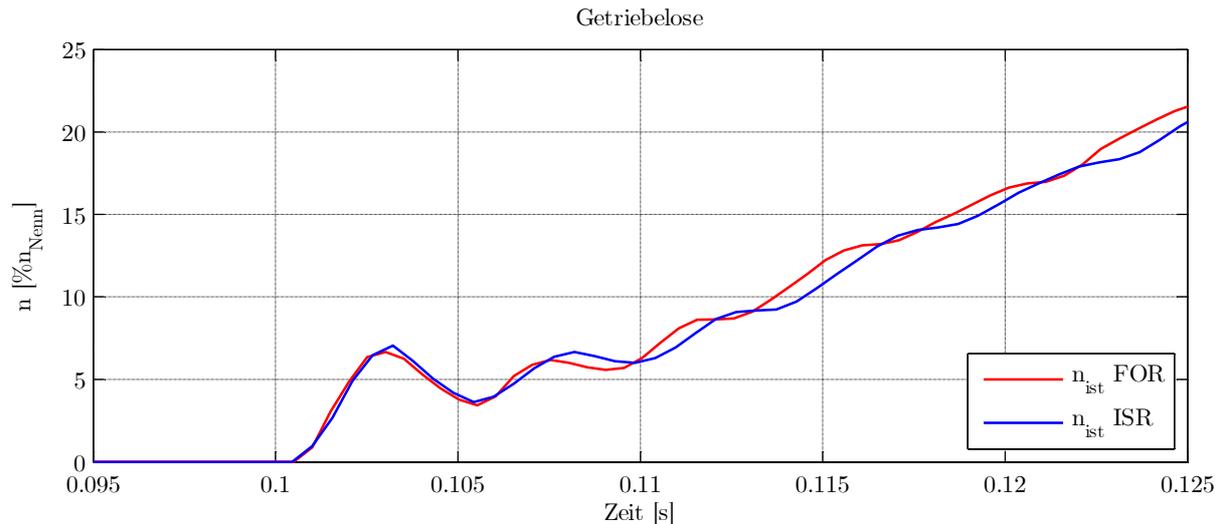


Abbildung 6.10: Durch Getriebelose beeinflusster Geschwindigkeitsverlauf beim Anfahren aus dem Stillstand

6.1.6 Vergleich der Regelungsverfahren im Führungsverhalten Großsignal

Die beiden vorgestellten Regelungsverfahren werden mit den angepassten Reglerparametern in MATLAB-Simulink simuliert und anschließend anhand von Messreihen miteinander verglichen. Der simulative Vergleich findet sich in Abschnitt 6.1.6.1, die experimentelle Validierung am Prüfstand in Abschnitt 6.1.6.2.

Zur qualitativen Vergleichbarkeit der Regelverfahren werden ein Führungsgrößensprung in der Drehzahl und ein Störgrößensprung durch ein Lastmoment aufgegeben und die jeweilige Reaktion des Regelverfahrens bewertet. Abbildung 6.11 visualisiert die Bewertungskriterien bei einem Führungsgrößensprung. Um den Sollwert wird ein Toleranzbereich definiert, der für die Bestimmung der Anregelzeit t_{an} und der Ausregelzeit t_{aus} verwendet wird. Die Anregelzeit gibt den Zeitpunkt an, bei dem der Signalverlauf erstmalig das Toleranzband erreicht. Die Ausregelzeit gibt den letztmaligen Zeitpunkt an, an dem die Regelgröße außerhalb des Toleranzbands ist. Der Vollständigkeit halber ist die bleibende Regelabweichung e_b aufgeführt, die durch die Verwendung von PI-Reglerstrukturen zu null wird.

Abbildung 6.12 zeigt die Definition der An- und Ausregelzeit für einen Störgrößensprung. Die Anregelzeit gibt hierbei die Zeitspanne an, bis die Regelgröße erstmalig wieder im Toleranzband ist und die Ausregelzeit die Zeitspanne, bei der die Regelgröße letztmalig außerhalb des Toleranzbands ist. Bei Systemantworten ohne Überschwingverhalten oder sehr breit gewähltem Toleranzband sind An- und Ausregelzeit identisch.

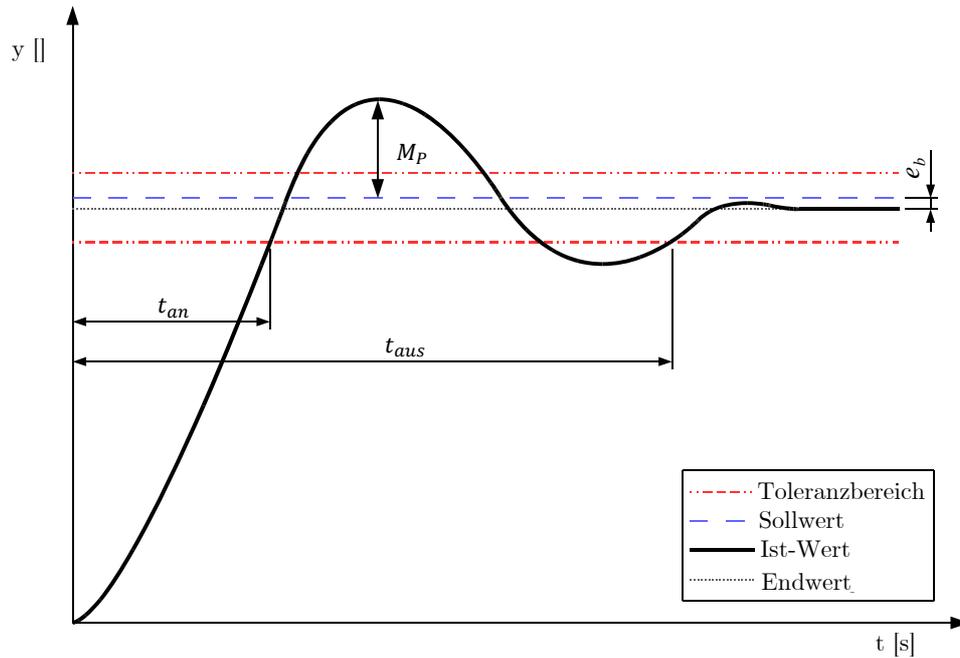


Abbildung 6.11: Grafische Darstellung zur Bewertung der Reglerperformance anhand eines Führungsgrößensprungs

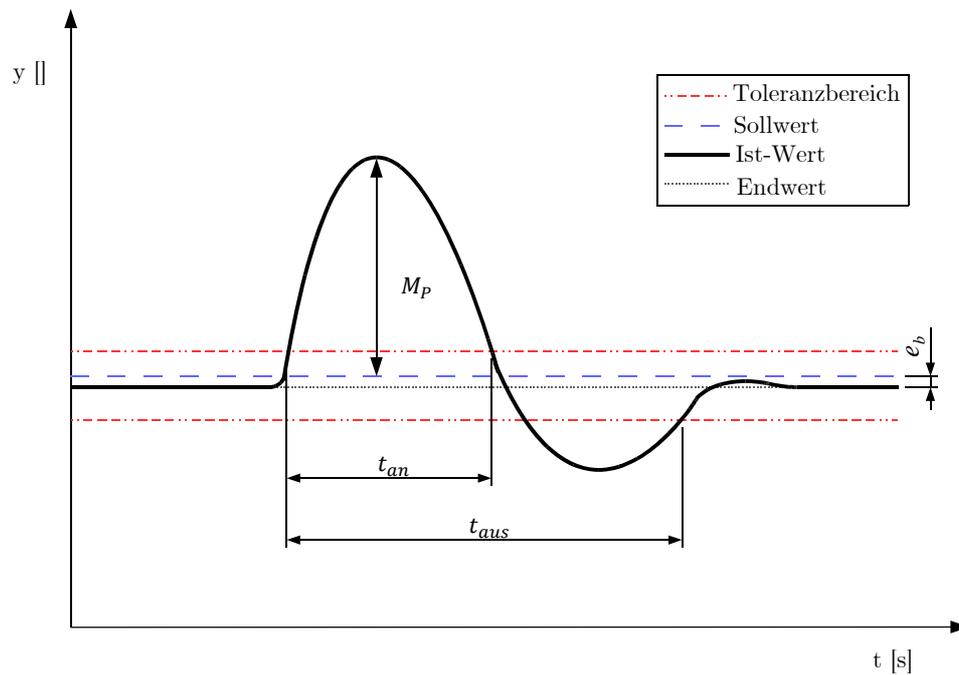


Abbildung 6.12: Grafische Darstellung zur Bewertung der Reglerperformance anhand eines Störgrößensprungs

6.1.6.1 Simulation des Führungsverhalten im Großsignal

Ein simulativer Vergleich der vorgestellten Regelstrategien wird in MATLAB-Simulink durchgeführt. Der Drehzahlregler wird hierfür in der Simulation auf die im vorherigen Kapitel am losebehafteten Messaufbau ermittelten Werte gesetzt, um einen Vergleich zwischen Simulation und Messung zu ermöglichen. Ein weiteres Kriterium ist das Fahren an einer vorher

festgelegten Stromgrenze. Für die FOR ist es direkt möglich in der Regelung eine Stromgrenze zu definieren, wohingegen in der ISC keine Begrenzung der Ströme möglich ist, sondern lediglich eine Begrenzung des Drehmoments. Nachteilig hierbei ist, dass dementsprechend der Zusammenhang zwischen Drehmoment und Strom berücksichtigt wird, der sowohl vom Sättigungszustand der Maschine, als auch von der Temperatur abhängig ist (vgl. Abbildung 4.25). Für die Simulation wird das Soll-Drehmoment bei der ISC auf $180\% M_{\text{Nenn}}$ begrenzt, woraus sich basierend aus FEM-Simulationen bei Raumtemperatur ein q-Strom von zweifachem Nennstrom einstellt. Das Verhältnis zwischen Grundschiwingung und dritter Harmonischer zur Drehmomentgenerierung wird für beide Verfahren identisch gelassen, so dass die Regelbarkeit der dritten Harmonischen ebenfalls berücksichtigt wird.

Abbildung 6.13 zeigt den Vergleich der Regelverfahren mit einem Führungsgrößensprung bei $t = 0,1$ s. Sowohl die FOR als auch die ISR regeln den Sprung in ähnlicher Zeit aus, die Kennwerte für eine Toleranzband von 3 % der Nenndrehzahl finden sich in Tabelle 6.1. Die geringfügigen Unterschiede bedingen sich durch die fehlende Möglichkeit bei der ISR eine Stromgrenze vorzugeben. Hierdurch wird zu Beginn der Maximalstrom leicht überschritten, im Anschluss fallen jedoch sowohl der q- als auch der q_3 -Strom leicht ab. Die FOR zeigt einen größeren Ausschlag des d-Stroms während der Beschleunigungsphase, während die ISR eine ausgeprägte Spitze im Nullstrom zu Beginn der Beschleunigung aufweist. Der direkte Vergleich der Drehzahlverläufe und der momentenbildenden Komponenten findet sich in Abbildung 6.14.

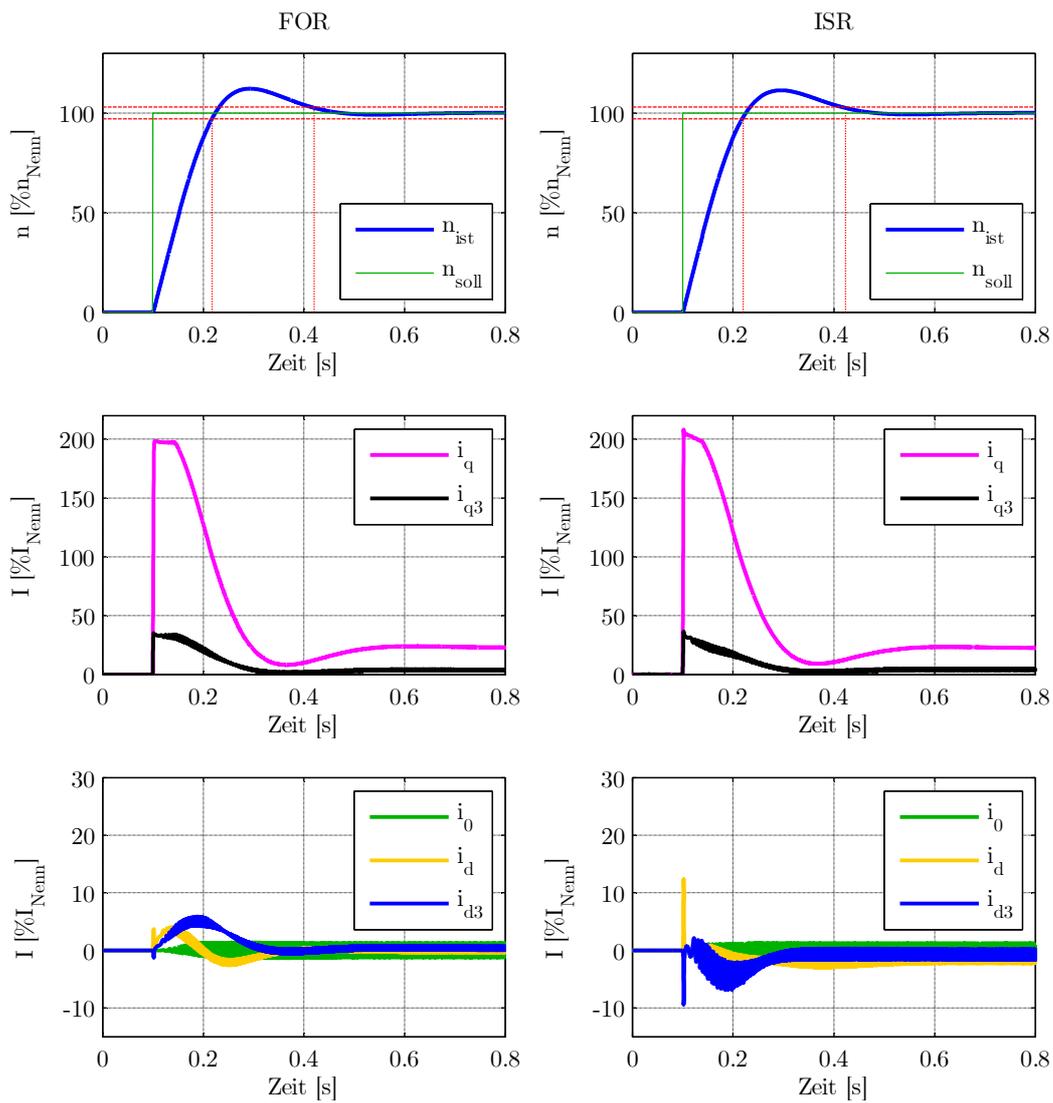


Abbildung 6.13: Simulativer Vergleich von FOR und ISR bei einem Führungsgrößensprung auf Nenndrehzahl im Großsignalverhalten

	FOR	ISR
Anregelzeit t_{an} Führungsgrößensprung	118 ms	120 ms
Ausregelzeit t_{aus} Führungsgrößensprung	320 ms	323 ms

Tabelle 6.1: Kennwerte des Reglervergleichs in der Simulation bei einem Führungsgrößensprung auf n_{Nenn}

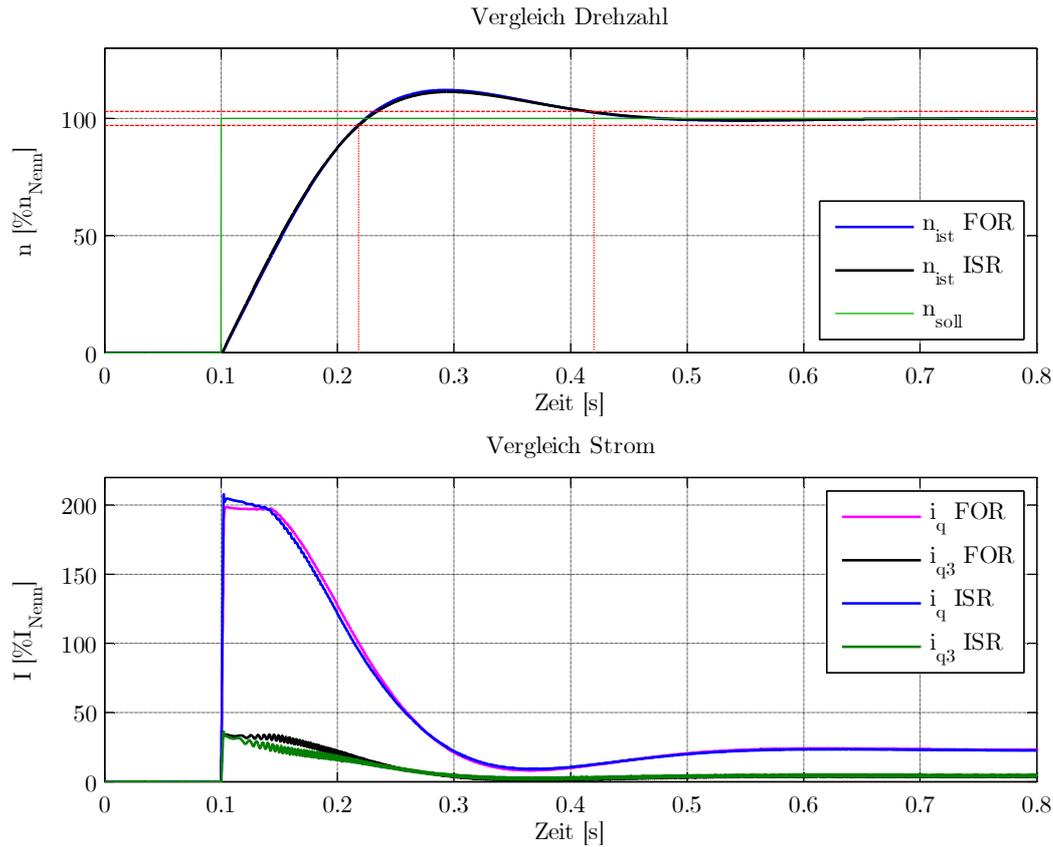


Abbildung 6.14: Vergleich der Drehzahl- und Stromverläufe zwischen FOR und ISR

6.1.6.2 Messung des Führungsverhaltens im Großsignal

Zur Validierung der Simulationsergebnisse aus dem vorherigen Abschnitt wird das in Kapitel 5.8.1 vorgestellte Messsystem mit außenliegender Leistungselektronik verwendet. Die Arbeitspunkte und Limitierungen der Messungen entsprechen denen in der Simulation aus Abschnitt 6.1.6.1. Die Lastmaschine ist unbestromt und befindet sich im Leerlauf.

Abbildung 6.15 zeigt den Verlauf der Drehzahl und der Stromkomponenten. Es zeigt sich die Eignung beider Verfahren, die Maschine auch unter hoher Dynamik stabil zu regeln. Die Regelung erfolgt hier mit einem festen Verhältnis zwischen Grundschwingung und dritter Harmonischer, das von beiden Verfahren exakt eingehalten wird. Die in das rotorfixe Koordinatensystem transformierten Ströme weisen jedoch kleinere Unterschiede auf. Während bei der ISR der Verlauf des q-Stroms weniger glatt ist als bei der FOR, sind der Ausschlag des Nullstroms, sowie der Verlauf im Leerlauf bei der FOR deutlich schlechter und der Nullstrom weicht vom Sollwert ab. Ausschlaggebend hierfür ist die um den Faktor 10 geringere Induktivität in der Nullachse, weswegen Spannungsänderungen im Vergleich zu den anderen Achsen eine größere Stromänderung bedingen.

Der Ausschlag des d-Stroms im Moment des Sollwertsprungs beschränkt sich auf wenige Abtast Schritte und ist mit der differentiellen Kreuzkopplungsinduktivität L_{dq} zu erklären,

durch die ein Spannungssprung in q-Richtung eine Stromänderung in d-Richtung bewirkt. Eine mögliche Kompensation dieses Effekts wird in [5] präsentiert.

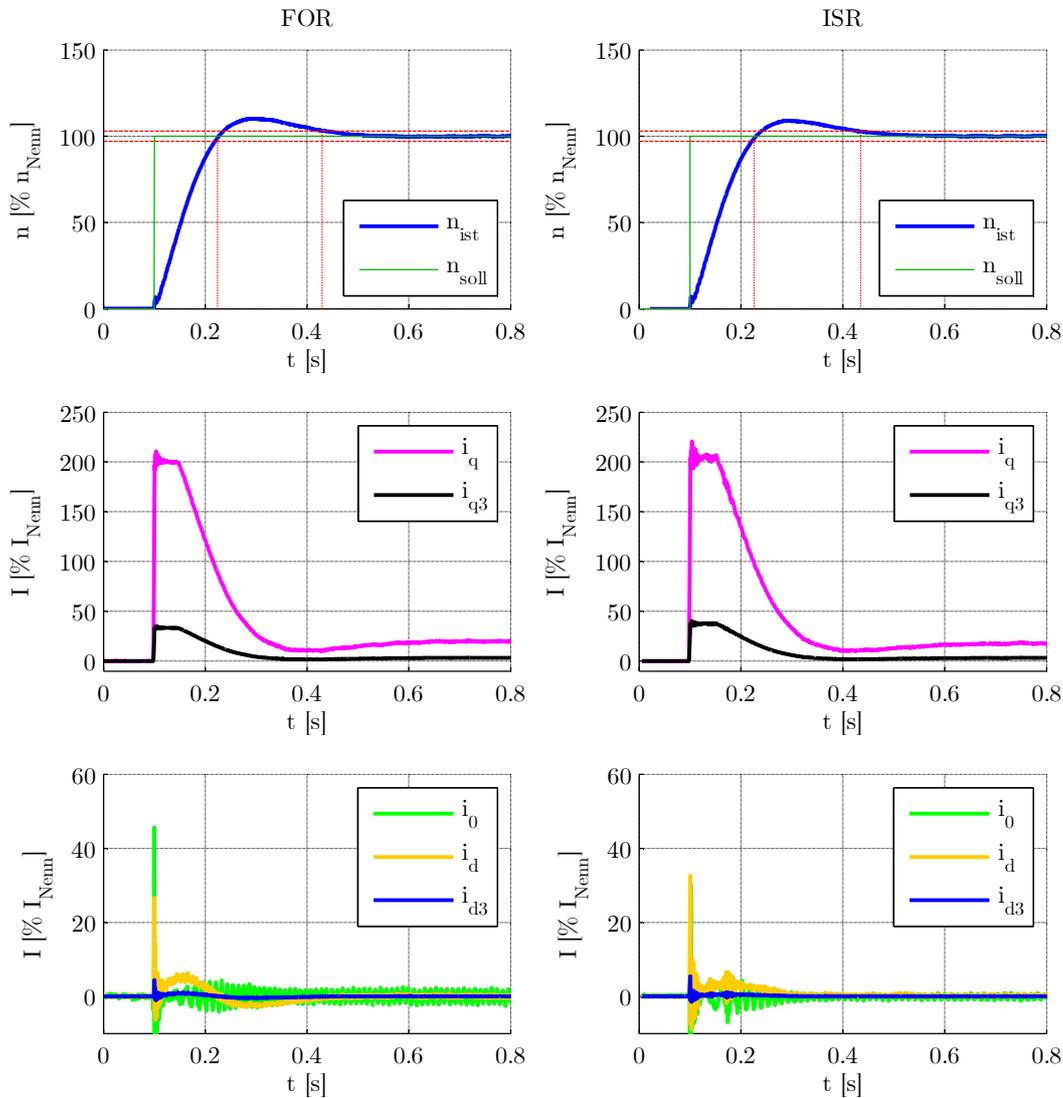


Abbildung 6.15: Experimentell ermittelter Vergleich der Regelverfahren bei einem Führungsgrößenprung

	FOR	ISR
Anregelzeit t_{an} Führungsgrößenprung	124 ms	126 ms
Ausregelzeit t_{aus} Führungsgrößenprung	330 ms	335 ms

Tabelle 6.2: Kennwerte des Reglervergleichs in der Messung bei einem Führungsgrößenprung auf n_{Nenn}

6.1.6.3 Vergleich zwischen Simulation und Messung für das Führungsverhalten im Großsignal

Die Ergebnisse aus den Abschnitten 6.1.6.1 und 6.1.6.2 sind für den Verlauf der Drehzahlen und momentenbildenden Ströme als Vergleich zwischen Simulation und experimenteller Messung in Abbildung 6.16 dargestellt. Sowohl der Verlauf der Drehzahl als auch der Ströme

stimmt gut überein. In der Drehzahl ist sowohl bei der FOR als auch bei der ISR ein leicht erhöhtes Überschwingen von 2,5 % der Nenndrehzahl zu beobachten. Der Verlauf der Ströme deckt sich während der Beschleunigung zwischen Simulation und Messung. Die An- und Ausregelzeiten aus Tabelle 6.1 und Tabelle 6.2 befinden sich ebenfalls innerhalb einer Abweichung kleiner 3 %.

Die geringfügigen Abweichungen werden akzeptiert, da hier sowohl die Reibung, als auch die temperaturabhängige Permanentflussverkettung, sowie gegebenenfalls geringfügige Abweichungen in der Massenträgheit einen Einfluss haben. Die exakte Ermittlung dieser für den Drehzahlregelkreis relevanten Parameter steht nicht im Fokus dieser Arbeit.

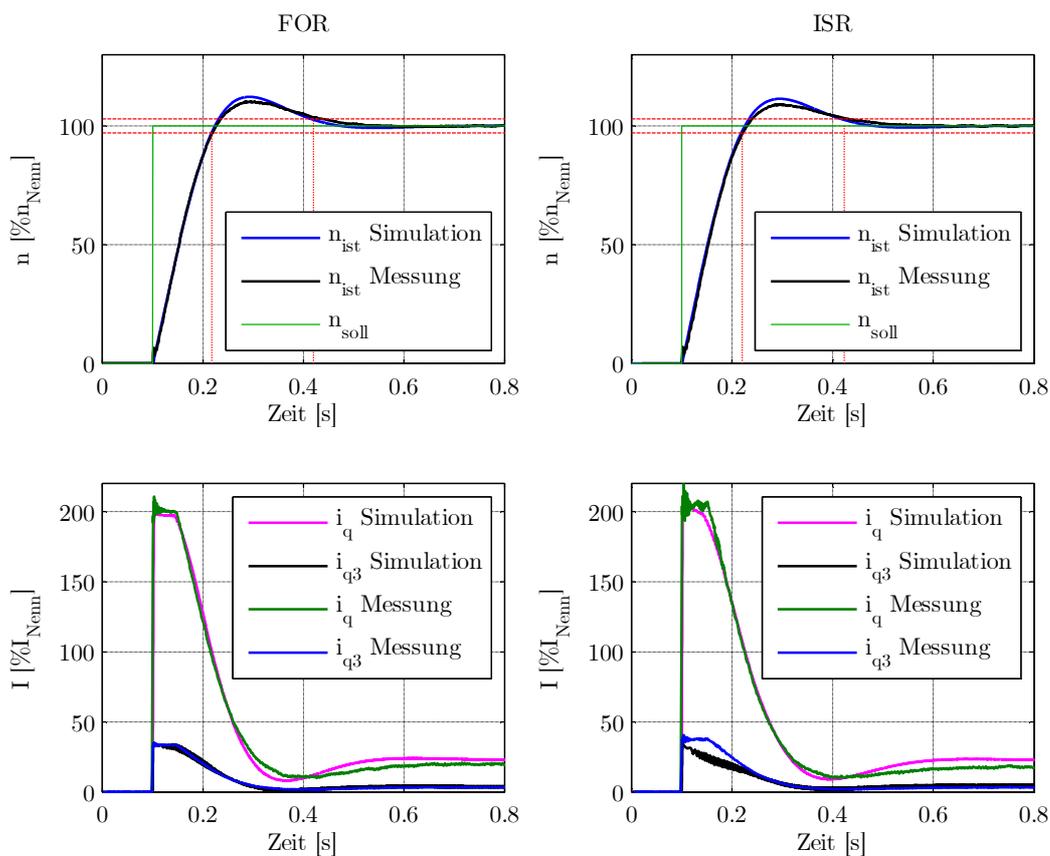


Abbildung 6.16: Vergleich der Regelverfahren zwischen Simulation und Messung für einen Führungsgrößensprung

6.1.7 Vergleich der Regelverfahren im Störverhalten

Der Vergleich des Störverhaltens erfolgt ebenfalls mit Hilfe des in Abschnitt 5.8.1 vorgestellten Prüfstands. Der Prüfling wird auf Nenndrehzahl beschleunigt und mit der Lastmaschine ein Moment appliziert, das die Reibeffekte ausgleicht, so dass nur ein geringer momentenbildender Strom fließt. Zur Vermeidung eines Arbeitspunkts in den Getriebelosen bleiben ca. 5 % des Moments erhalten, womit der Ausgangspunkt sich leicht von der vergleichbaren Messung nach Abbildung 6.15 unterscheidet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s erfolgt ein Lastsprung über die Lastmaschine, der 50 % des Nennmoments beträgt, zum Zeitpunkt $t = 0.4$ s wird der

Lastsprung wieder zurückgenommen und das ursprüngliche Moment appliziert, das die Reibung ausgleicht. Bewertet wird die Anregelzeit nach Abbildung 6.12 mit einem Toleranzband von 3 % der Nenndrehzahl. Das Toleranzband ist in den folgenden Abbildungen durch rote Striche angedeutet.

6.1.7.1 Simulation des Störverhaltens

Die Simulation des Störverhaltens ist in Abbildung 6.17 dargestellt. Wie im vorherigen Kapitel ist anhand der Verläufe kein signifikanter Unterschied zwischen den Regelverfahren zu erkennen. Es ergeben sich für die ISR geringfügig kürzere An- und Ausregelzeiten nach Tabelle 6.3. Da mit den verwendeten Drehzahlreglereinstellungen kein signifikantes Überschwingen auftritt, sind An- und Ausregelzeit identisch.

Abbildung 6.18 stellt beide Verläufe in einem Diagramm für einen direkten Vergleich dar. Hier zeigt sich ein geringfügig höheres Überschwingen von ca. 1,5 % der Nenndrehzahl bei der Regelung mit der FOR, was zu der leicht erhöhten Anregelzeit führt.

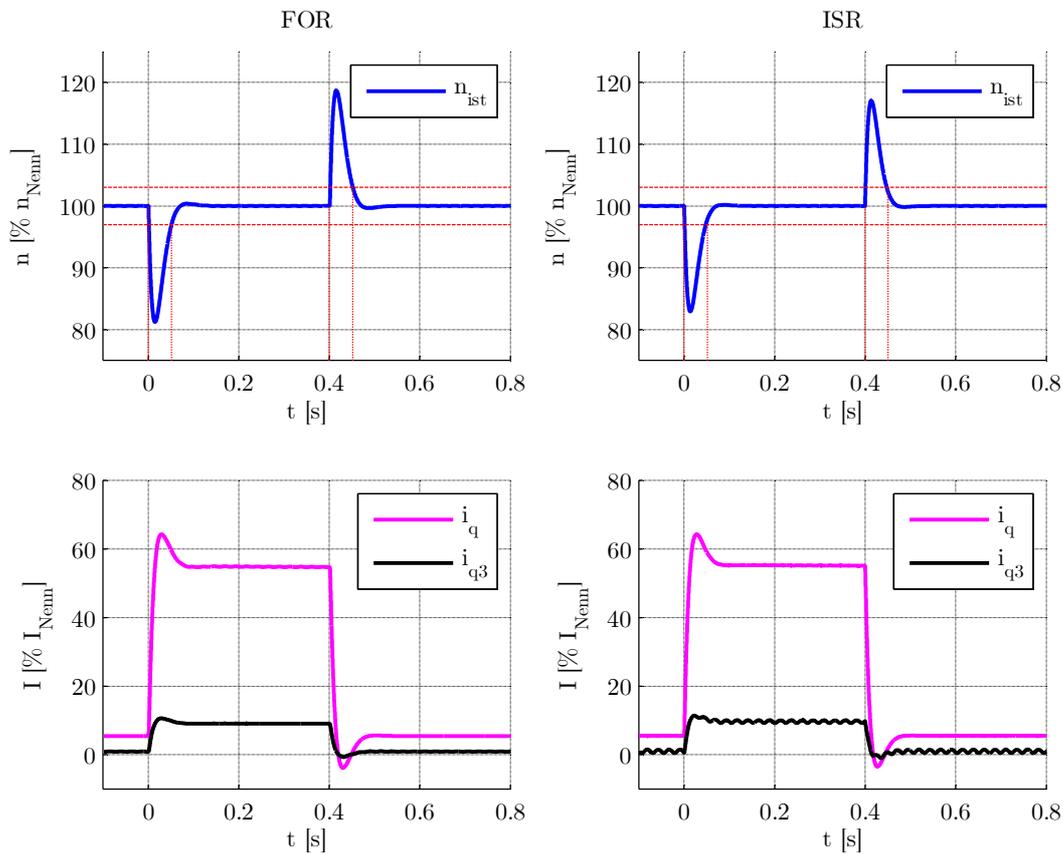


Abbildung 6.17: Simulativer Vergleich eines Störsprungs zwischen FOR und ISR

	FOR	ISR
Anregelzeit t_{an} Störgrößensprung 1	53 ms	52 ms
Ausregelzeit t_{aus} Störgrößensprung 1	53 ms	52 ms
Anregelzeit t_{an} Störgrößensprung 2	53 ms	52 ms
Ausregelzeit t_{aus} Störgrößensprung 2	53 ms	52 ms

Tabelle 6.3: An- und Ausregelzeit für einen Störgrößenprung in der Simulation

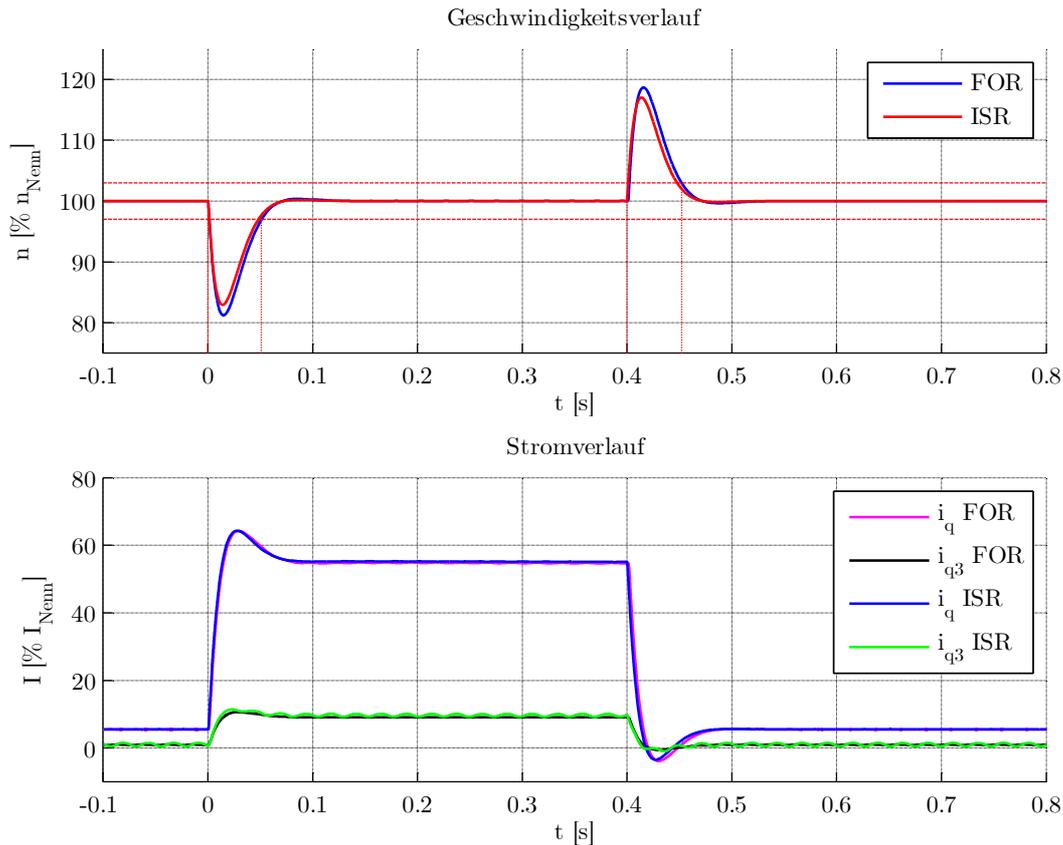


Abbildung 6.18: Direkter Vergleich zwischen ISR und FOR bei einem Störgrößensprung in der Simulation

6.1.7.2 Messung des Störverhaltens

Die Messung des Störverhaltens erfolgt im identischen Arbeitspunkt wie die Simulation im vorherigen Abschnitt mit dem Messaufbau, der in Abschnitt 5.8.1 beschrieben wird. Die Drehzahlreglereinstellung ist für beide Verfahren identisch zu denen in der Simulation. Die Auswertung ist in Abbildung 6.19 dargestellt. Auffällig ist der im Vergleich zur Simulation leicht unruhigere Drehzahlverlauf mit einer Amplitude von ca. 1 % der Nenndrehzahl, der ebenfalls in den momentenbildenden Strömen zu erkennen ist. Diese Auffälligkeit ist in bei abgeschalteter Lastmaschine, wie in Kapitel 6.1.6, weniger stark ausgeprägt und liegt somit offenbar im mechanischen Aufbau und der Anbindung der Lastmaschine begründet. Tabelle

6.4 zeigt Kennwerte für die Messung. Auch hier entsprechen die Ausregelzeiten den Anregelzeiten, da kein Überschwingen außerhalb des Toleranzbandes auftritt.

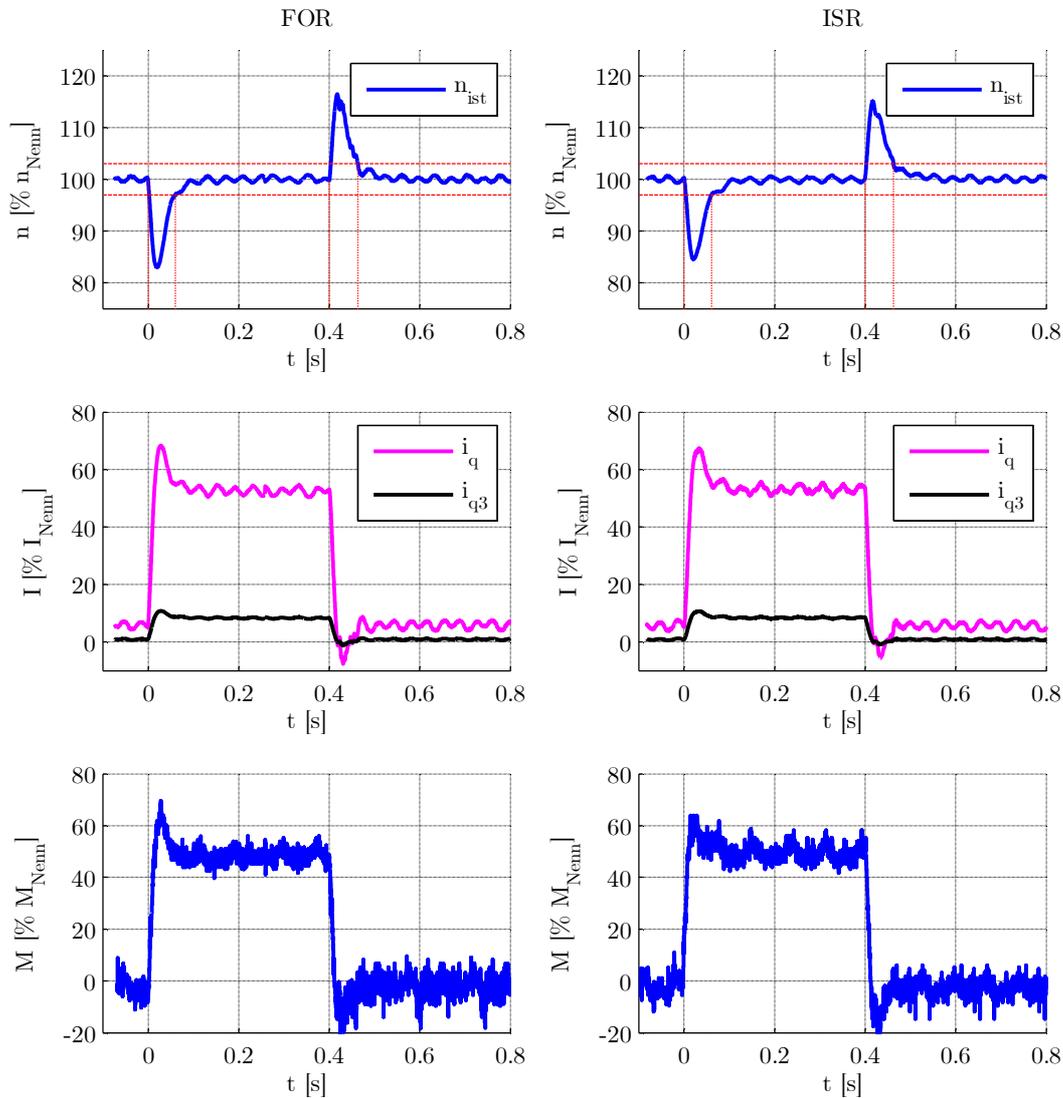


Abbildung 6.19: Experimenteller Vergleich der Reaktion auf einen Störgrößensprung

	FOR	ISR
Anregelzeit t_{an} Störgrößensprung 1	59 ms	61 ms
Ausregelzeit t_{aus} Störgrößensprung 1	59 ms	61 ms
Anregelzeit t_{an} Störgrößensprung 2	63 ms	63 ms
Ausregelzeit t_{aus} Störgrößensprung 2	63 ms	63 ms

Tabelle 6.4: Experimentell ermittelte Kennwerte der Regelverfahren für einen Störsprung

6.1.7.3 Vergleich zwischen Simulation und Messung bei Störverhalten

Abbildung 6.20 zeigt den Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen aus Abschnitt 6.1.7.1 und den experimentellen Ergebnissen aus Abschnitt 6.1.7.2. Die Abweichungen zwischen Simulation und Messung beschränken sich auf den mit Schwingungen behafteten

Drehzahlverlauf in der Messung und auf ein leicht verzögertes Ausschwingverhalten nach den Störsprüngen. Die Anregelzeiten nach einem Störsprung für beide Regelarten weisen eine Abweichung von 11 % zwischen Simulation und Messung auf.

Sowohl in den Simulationsergebnissen, als auch in der Messung weisen beiden Verfahren eine Eignung für die Regelung von fünfphasigen Synchronmaschinen auf, bei der sowohl die Grundschwingung, als auch die dritte Harmonische geregelt wird. Es lässt sich jedoch kein signifikanter Vorteil der ISR in der Regelperformance herausarbeiten, weswegen im Folgenden die Regelung auf dem weiter verbreiteten Verfahren der FOR umgesetzt wird.

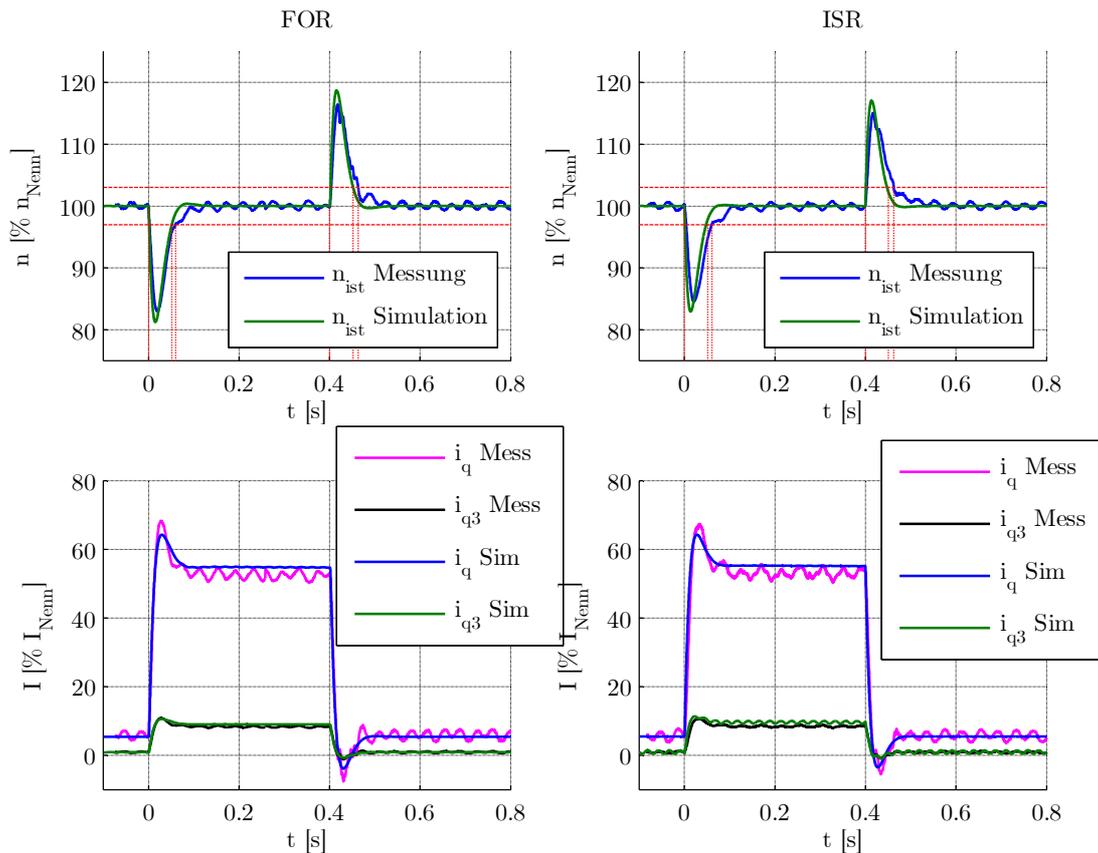


Abbildung 6.20: Vergleich zwischen Simulation und Messung bei einem Störsprung

6.2 Wirkungsgradsteigerung durch Einprägung der dritten Harmonischen

Die Verwendung der dritten Harmonischen im Stromverlauf ist in der Literatur bereits beschrieben [2] [8] [23]. Die Bewertung zur Auswirkung der dritten Harmonischen wird beispielsweise in [8] und [23] jedoch mit dem Scheitelwert des Stroms als konstanten Faktor durchgeführt, was zu unterschiedlichen Stromzeitflächen der zu vergleichenden Stromformen führt. In realen technischen Anwendungen ist jedoch nicht der Scheitelwert des Stroms der begrenzende Faktor, sondern die thermische Entwärmung des Antriebs, sowie die maximal zulässige induzierte Spannung. Die bisher bekannten analytischen Betrachtungen gehen des Weiteren von einem linearen Systemverhalten aus, welches nach den numerischen Ergebnissen aus [24] ebenfalls nicht ausreichend ist, um eine Wirkungsgradsteigerung fundiert zu begründen.

Die Ergebnisse aus [24] und [82] legen nahe, dass der Einfluss der Sättigungseffekte nicht zu vernachlässigen ist.

Im Folgenden wird deswegen eine ganzheitliche Systembewertung durchgeführt, die den Einfluss der dritten Harmonischen unter anwendungsrelevanten Gesichtspunkten bewertet. Die Untersuchungen werden an dem hochintegrierten Demonstrator mit erhöhter Leistung durchgeführt (siehe Abschnitt 4.1.2 bzw. Tabelle 4.2). Es wird für einen festgelegten Arbeitspunkt als Drehzahl-Drehmoment-Kombination eine Stromkombination ermittelt, die minimale Verlustleistung bietet, ohne die zulässige induzierte Spannung zu übersteigen. Ausgehend von einer analytischen Berechnung für das lineare Modell ohne Sättigungseffekte in Abschnitt 6.2.1 werden in Kapitel 6.2.2 FEM-Simulationen durchgeführt, die Sättigungseffekte berücksichtigen. Die Simulations- und Messergebnisse folgen in den Abschnitten 6.2.3 und 6.2.4.

6.2.1 Analytische Berechnung für das lineare Motormodell

Die Herleitung einer möglichen Wirkungsgradsteigerung durch Nutzung der dritten Harmonischen in den Strömen wird im Folgenden anhand des linearen Motormodells hergeleitet. Ausgangspunkt ist die mit FEM-Simulationen validierte, analytische Gleichung des mechanischen Teilsystems nach 4.21, die hier der Übersichtlichkeit wegen nochmals aufgeführt ist:

$$\mathbf{M} = \frac{5}{2} \cdot p \cdot (\mathbf{i}^{dq})^T \cdot \left(\mathbf{J}_5 \cdot \boldsymbol{\psi}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el}) \right) + p \cdot \frac{\partial E_{co}^{dq}(\mathbf{i}^{dq}, \varphi_{el})}{\partial \varphi_{el}}. \quad (6.32)$$

Zur ersten Betrachtung werden folgenden Annahmen getroffen:

- Die Permanentmagnet-Flussverkettung wirkt ausschließlich in d- bzw. d₃-Richtung.
- Die Flussverkettungen und somit auch die magnetische Co-Energie im rotorfesten Koordinatensystem sind unabhängig von der elektrischen Rotorposition.
- Es wird von einer vollständig isotropen Maschine ausgegangen, die kein Reluktanzmoment generiert.

Unter diesen Annahmen vereinfacht sich Gleichung 6.32 zu:

$$\mathbf{M} = \frac{5}{2} \cdot p \cdot (\psi_{PM,d} \cdot i_q + 3 \cdot \psi_{PM,d3} \cdot i_{q3}). \quad (6.33)$$

Leicht zu erkennen ist, dass für die Erzeugung eines Drehmoments bei konstanten Scheitelwerten der PM-Flussverkettung durch Nutzung der dritten Harmonischen der Wert des q₃-Stroms ein Drittel des Wertes des q-Stroms beträgt, wenn die Flussverkettung ausschließlich in d- bzw. d₃-Richtung wirkt. Für die Verlustleistung gilt:

$$P_V = \frac{5}{2} \cdot R \cdot (i_q^2 + i_{q3}^2). \quad (6.34)$$

Durch die Quadrierung des Stroms bei der Berechnung der Verlustleistung ergibt sich somit durch Verwendung der dritten Harmonischen nur noch ein Neuntel der Verlustleistung. Die wirkungsgradoptimale Verteilung unter Vernachlässigung weiterer Faktoren ergibt somit eine

Aufteilung der Flussverkettung ausschließlich in der d_3 -Achse. Dies entspricht den Ergebnissen aus [7].

Vernachlässigt wird hierbei jedoch, dass nach Gleichung 4.21 der Anteil der dritten Harmonischen im elektrischen Teilsystem durch die Transformationsmatrix \mathbf{J}_5 bei gleichem Scheitelwert des Flusses eine dreimal höhere Spannung induziert. Dies hat zur Folge, dass die gewünschte Nenndrehzahl der Maschine nicht mehr erreicht werden kann und ein direkter Vergleich somit nicht mehr möglich ist. Bei der Auslegung fünfphasiger Maschinen ist dementsprechend eine Abwägung zwischen erreichbarer Drehzahl und Wirkungsgrad zu treffen, die nicht pauschal zu lösen ist. Die Optimierung des Maschinendesigns ist durch die hohe Anzahl an Freiheitsgraden und langen Iterationszyklen sehr komplex und nicht Teil dieser Arbeit. Für das Testsystem wurde nach Optimierung eine Maschine ausgelegt, deren induzierte Spannung im Leerlauf eine Überlagerung aus Grundschwingung und dritter Harmonischer darstellt. Der Verlauf der induzierten Spannung bei Nenndrehzahl im Leerlauf ist in Abbildung 6.21 dargestellt. Der Anteil der dritten Harmonischen beträgt ein Siebtel der Grundschwingung, wodurch die induzierte Spannung einen an den Maxima abgeflachten Verlauf aufweist.

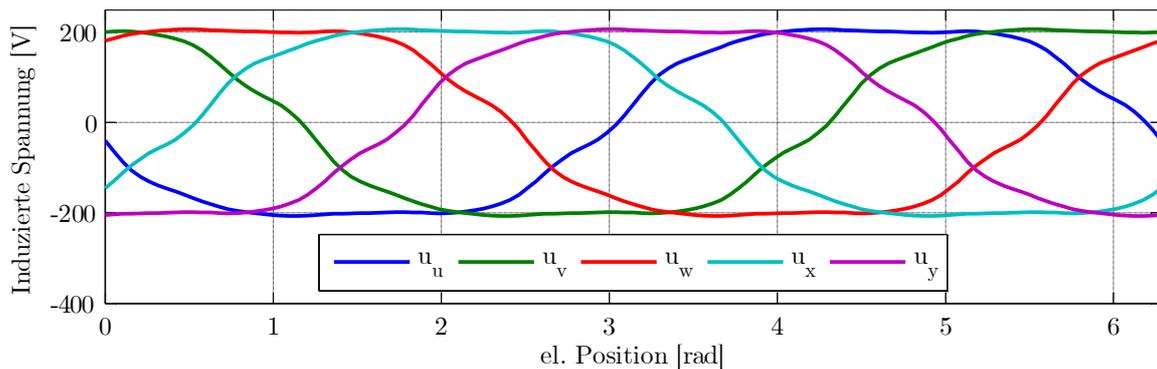


Abbildung 6.21: Darstellung der induzierten Spannungen des Testsystems bei Nenndrehzahl im Leerlauf in Phasengrößen (Simulation)

Die PM-Flussverkettungen in d - bzw. d_3 -Richtungen ergeben sich somit zu:

$$\psi_{PM,d} = 0,62 \text{ Wb} \quad \text{sowie} \quad \psi_{PM,d_3} = 0,029 \text{ Wb}. \quad (6.35)$$

Für einen Nennstrom von $i_q = 37,82 \text{ A}$ und $i_{q_3} = 0$ ergibt sich somit ein Moment von:

$$M_{i_q=37,82 \text{ A}} = \frac{5}{2} \cdot 6 \cdot 0,62 \text{ Wb} \cdot 37,82 \text{ A} = 351,7 \text{ Nm} \quad (6.36)$$

und Kupferverluste bei $R = 0,109 \Omega$ in Höhe von:

$$P_{V,i_q=37,82 \text{ A}} = \frac{5}{2} \cdot 0,109 \Omega \cdot (37,82 \text{ A})^2 = 389,8 \text{ W}. \quad (6.37)$$

Ein identisches Moment kann unter Verwendung der dritten Harmonischen erzeugt werden, wenn gilt: $i_q = 37,72 \text{ A}$ und $i_{q_3} = 1,76 \text{ A}$. Für die Verlustleistung ergibt sich dann:

$$P_{V,i_q=37,72\text{ A},i_{q3}=1,76\text{ A}} = \frac{5}{2} \cdot 0,109\ \Omega \cdot [(37,72\text{ A})^2 + (1,76\text{ A})^2] = 388,5\text{ W}. \quad (6.38)$$

Die Verlustleistungsreduzierung durch Verwendung der dritten Harmonischen beträgt weit weniger als 1 % und liegt somit im vernachlässigbaren Bereich.

Weitere Analysen zeigen jedoch, dass der Effekt der Sättigung bei der Nutzung der dritten Harmonischen nicht vernachlässigt werden kann. Ein steigender q-Strom, der wie bei dreiphasigen Maschinen hauptsächlich zur Generierung des Drehmoments verwendet wird, bewirkt eine starke Verschiebung der Lage und Amplitude der dritten Harmonischen. Grafisch dargestellt ist die Auswirkung der Sättigung in Abbildung 6.22 einmal für eine reine Bestromung mit q-Strom (durchgezogene Linien) und einmal mit 20 % q₃-Strom (gestrichelte Linie). Hierbei zeigt sich, dass mit steigender Sättigung auch die Amplitude der dritten Harmonischen der PM-Flussverkettung in q₃-Richtung steigt und auch kleine q₃-Ströme einen großen Einfluss auf die Amplituden der PM-Flussverkettungen in d₃ bzw. q₃-Richtung bewirken. Eine PM-Flussverkettung in q₃-Richtung hat zur Folge, dass auch ein d₃-Strom momentenbildend wirken kann. Aus diesen Gründen ist ein lineares Modell hier nicht verwendbar und zur effektiven Nutzung der dritten Harmonischen im gesamten Arbeitsbereich wird im Folgenden anhand von FEM-Simulationen eine MTPC-Kennlinie (MTPC: Maximum-Torque-per-Current) entworfen, die Sättigungseffekte berücksichtigt.

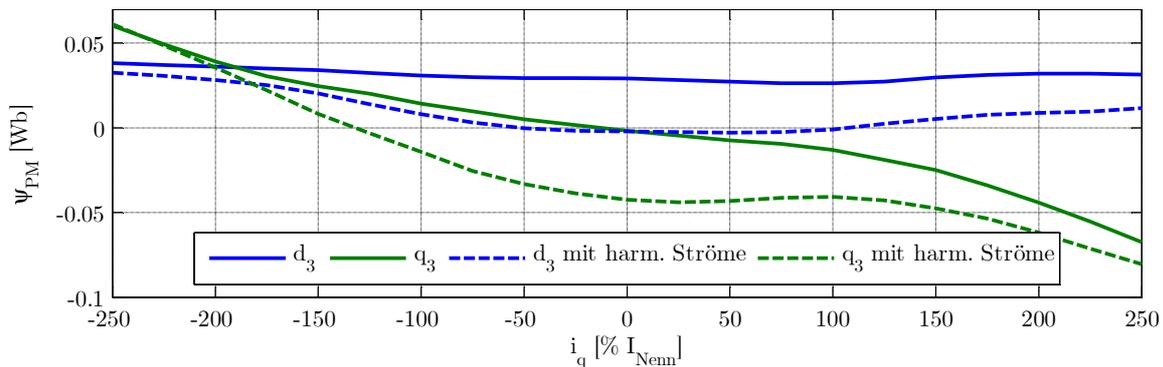


Abbildung 6.22: Sättigungsbedingte Verschiebung der d_3 - und q_3 -Komponente der PM-Flussverkettung ohne harmonische Ströme (durchgezogene Linie) und mit harmonischen Strömen (gestrichelte Linie)

6.2.2 Bestimmung der MTPC-Kennlinie in der FEM-Simulation

Die Untersuchungen des vorherigen Abschnitts zeigen, dass ein lineares Modell nicht ausreichend ist, da die Flussverkettungen und somit die wirkungsgradoptimalen Stromverläufe wiederum von den aktuellen Strömen abhängig sind. Des Weiteren werden mögliche Reluktanzmomente nicht berücksichtigt, die jedoch unter Sättigung aufgrund der Nichtlinearität der Induktivitäten (siehe Kapitel 5.8.4) ebenfalls auftreten können. Der Zirkelbezug zwischen optimalem Strom und Flussverkettung ist analytisch nicht zu lösen. Aus diesem Grund werden erneut FEM-Simulationen, analog zu Kapitel 4.5.1 verwendet, in denen eine Vielzahl von Stromarbeitspunkten simuliert sind. Diese werden interpoliert, so dass zu jedem Sollmoment der Stromarbeitspunkt gefunden werden kann, der die geringste Verlustleistung aufweist.

Die wirkungsgradoptimalen Stromanteile von i_d , i_{d3} und i_{q3} in Abhängigkeit des Sollmoments sind in Abbildung 6.23 dargestellt. Zur besseren Übersicht ist die Stromkomponente i_q nicht dargestellt. Wie Abbildung 6.22 vermuten lässt, ist der Einfluss der Sättigung deutlich zu erkennen. Bis zum Nennmoment ist der Anteil der Stromkomponenten außer i_q sehr gering. Mit steigender Sättigung steigt jedoch der Anteil der weiteren Stromkomponenten deutlich, was auf eine signifikantere Wirkungsgradsteigerung in diesen Bereichen hindeutet. Der wirkungsgradoptimale Verlauf des d-Stroms lässt sich durch eine Überlagerung von Reluktanzeffekten und der Verschiebung der Flussverkettungen erklären, die eine optimalere Nutzung der dritten Harmonischen möglich machen.

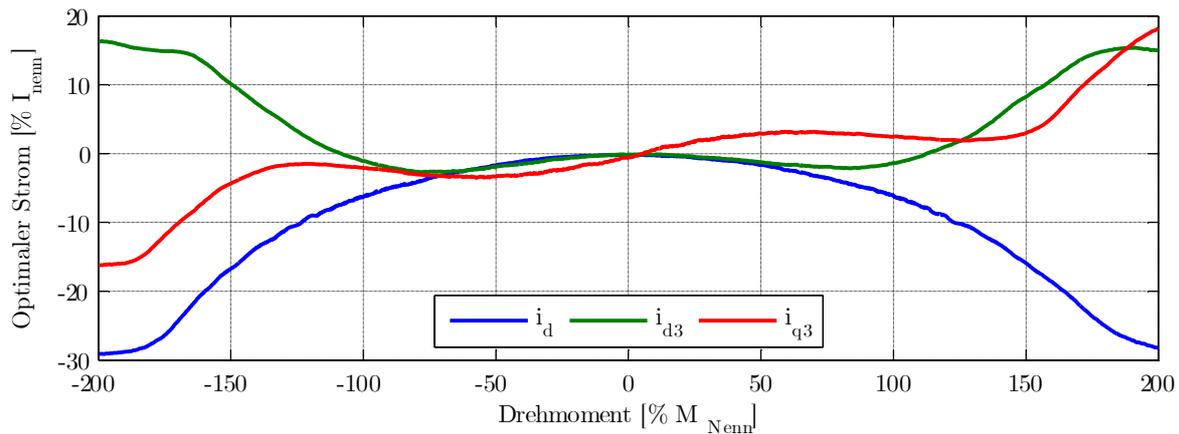


Abbildung 6.23: Wirkungsgradoptimale Ströme in Abhängigkeit des Sollmoments aus FEM-Simulation

Die wirkungsgradoptimalen Stromkombinationen aus Abbildung 6.23 werden für jedes Soll-Drehmoment bezüglich ihrer Kupferverluste mit einer Stromkombination mit ausschließlich q-Strom in der Grundschiwingung verglichen. Wie erwartet zeigt Abbildung 6.24, dass die Einsparung im unteren Lastbereich vernachlässigbar ist, was mit den im vorherigen Abschnitt durchgeführten analytischen Berechnungen für das lineare Modell übereinstimmt. Im Bereich größerer Lasten zeigt sich jedoch eine signifikante Verringerung der Kupferverluste, wenn die wirkungsgradoptimalen Stromformen verwendet werden. Die Darstellung der relativen Abweichungen in Abbildung 6.25 zeigt, dass sich die Kupferverluste im Bereich größerer Drehmomente durch die Verwendung der optimierten Stromform um über 7 % reduzieren lassen.

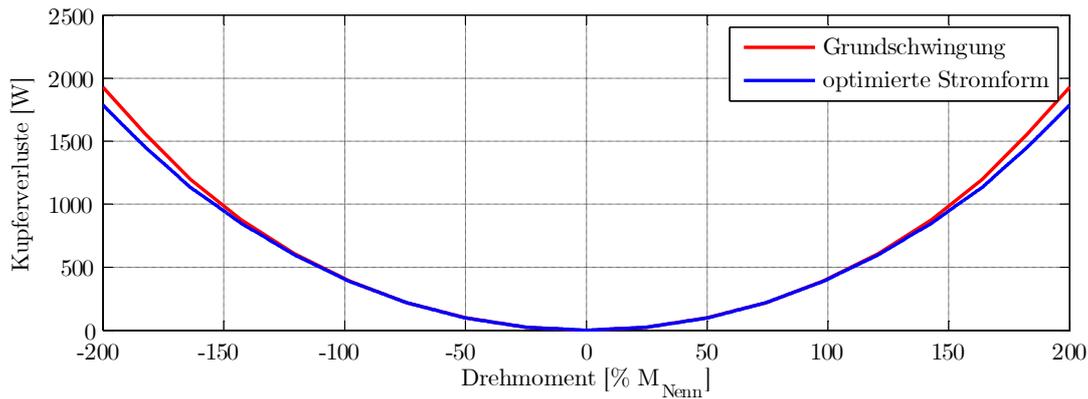


Abbildung 6.24: Vergleich der Kupferverluste für optimierte Stromform und Bestromung ausschließlich mit Strom in q -Richtung

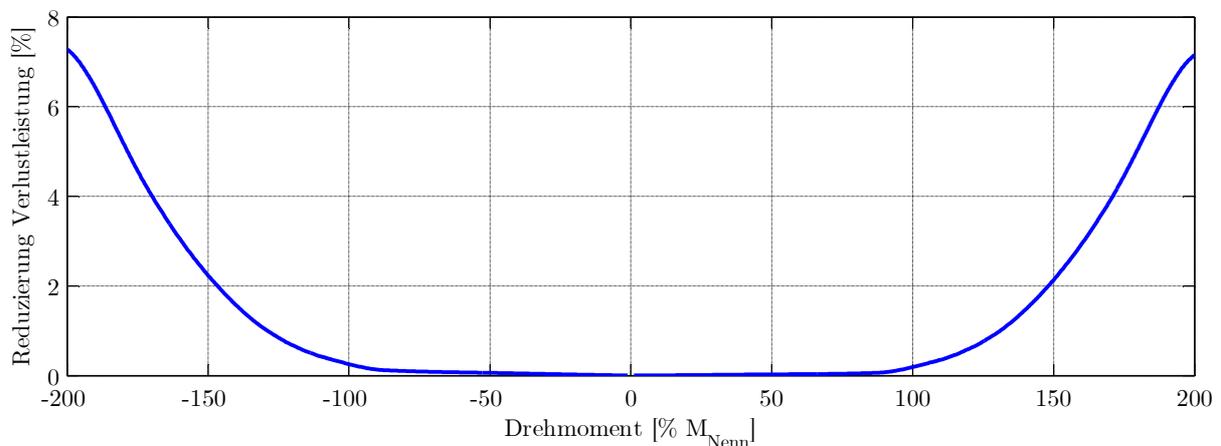


Abbildung 6.25: Relative Reduzierung der Verlustleistung bei Verwendung der wirkungsgradoptimierten Stromformen

6.2.3 Simulationsergebnisse

Die Betrachtungen des vorherigen Kapitels zeigen eine Verringerung der Kupferverluste im Überlastbereich, wenn wirkungsgradoptimierte Stromformen verwendet werden. Vernachlässigt werden hierbei jedoch die Eisen- und Magnetverluste, weshalb zur Bewertung der ausgewählten Stromtrajektorien deren Einfluss evaluiert wird. Die experimentelle Bestimmung der Eisen- und Magnetverluste ist komplex und nicht Teil dieser Arbeit. Anhand von FEM-Simulationen sollen für drei Stromformen die Aufteilung der Verluste und der Einfluss der dritten Harmonischen für einen Arbeitspunkt bewertet werden. Für einen festgelegten Arbeitspunkt im Überlastbereich werden drei Stromformen betrachtet, die ein identisches Moment erzeugen:

- 1. Stromform „Grundschiwingung“: Generierung des Moments ausschließlich über die Stromkomponente i_q .
- 2. Stromform „Grundschiwingung mit symmetrischer 3. Harmonischer“: Generierung des Moments über eine Kombination aus den Strömen i_q und i_{q3} .
- 3. Stromform „Optimierte Ströme“: Generierung des Moments anhand der in der FEM berechneten wirkungsgradoptimalen Stromkombination aus dem vorherigen Abschnitt.

Die Darstellung der verschiedenen Stromformen für eine Phase zeigt Abbildung 6.26. Ausgegangen wird von einem Scheitelwert des Stroms der 1. Stromform von $200\% I_{Nenn}$, so dass sich

ein Moment von ca. 180 % M_{Nenn} ergibt. Der nichtlineare Zusammenhang zwischen Strom und Drehmoment wird durch Sättigungseffekte bedingt. Abbildung 6.27 zeigt den in der FEM ermittelten Zusammenhang, bei dem bei 200 % des Nennstroms sich ein Moment von 180 % des Nennmoments einstellt. Die Simulation zur Ermittlung des Wirkungsgrads wird bei einer Drehzahl von 100 rpm durchgeführt, um so eine Vergleichbarkeit zu den in Kapitel 6.2.4 vorgestellten Messergebnissen herzustellen. Hieraus ergibt sich eine mechanische Leistung von ca. 6,6 kW.

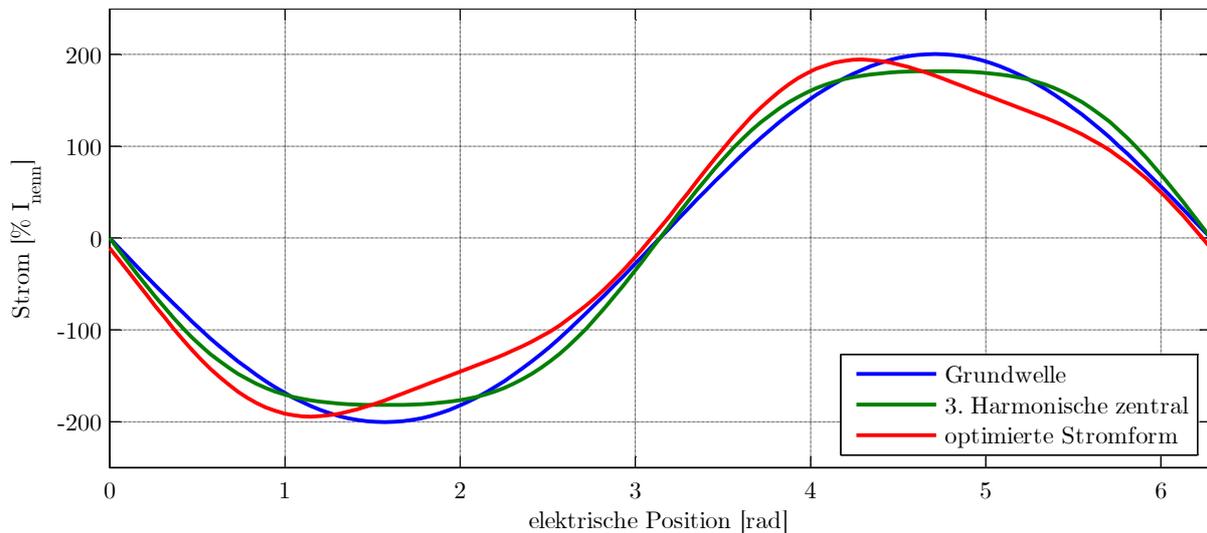


Abbildung 6.26: Phasenstromformen zum Vergleich der Verlustleistungen in der FEM

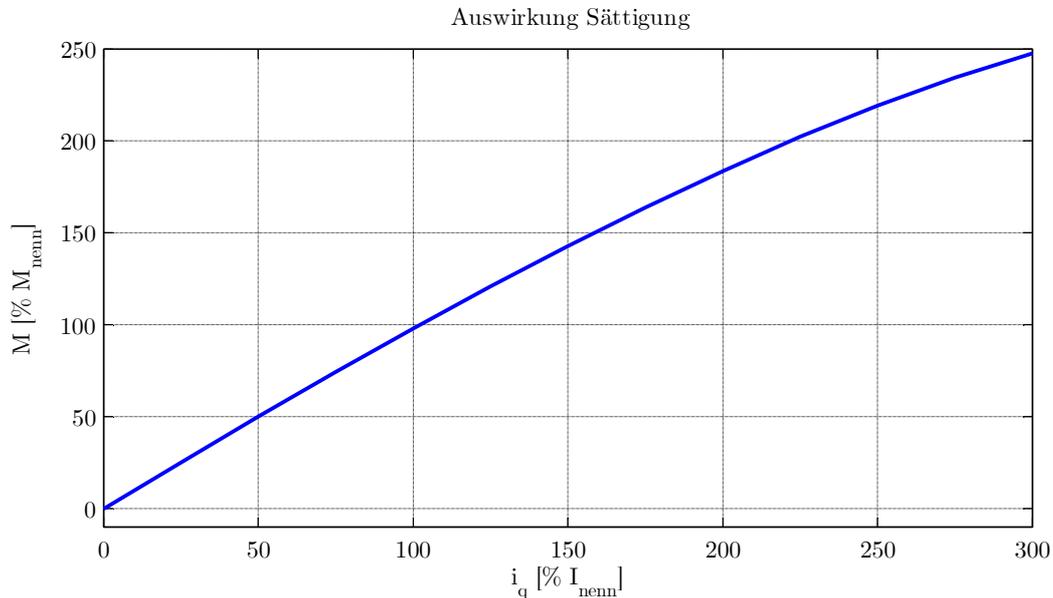


Abbildung 6.27: Per FEM ermittelter Zusammenhang zwischen q -Strom und Drehmoment zur Darstellung der Sättigungseffekte

Die Aufstellung und der Vergleich der Verlustleistungen, aufgeteilt auf Kupfer-, Eisen- und Magnetverluste, sowie der Vergleich der Wirkungsgrade ist in Tabelle 6.5 dargestellt. Die Werte für Magnet- und Eisenverluste sind ebenfalls aus der Auswertung der FEM entnommen. Es zeigt sich, dass auch unter Berücksichtigung der Magnet- und Eisenverluste eine signifikante

Verlustleistungsreduzierung durch die optimierte Stromform eintritt. Während die Eisenverluste nahezu konstant und von ihrem absoluten Anteil an den Gesamtverlusten sehr gering sind, zeigt sich bei den Magnetverlusten, dass durch die Verwendung der wirkungsgradoptimalen Stromform eine 10 % höhere Verlustleistung auftritt. Dies ist durch den Zusammenhang zwischen Stromfrequenz und Wirbelstromverlusten zu erklären. Weitere Ausführungen hierzu finden sich in [10], [39] und [83]. Nicht betrachtet wird der Einfluss der dritten Harmonischen auf die Wechselrichterverluste. Da es keinen Zusammenhang zwischen der Stromfrequenz und den Verlusten im Wechselrichter gibt, wird davon ausgegangen, dass Verluste durch die Verwendung der optimierten Stromform nicht steigen, sondern vermutlich sogar leicht geringer sind, weil der RMS-Wert des Stroms für den Arbeitspunkt geringfügig kleiner ist. Die Simulation wird bei 100 rpm durchgeführt, weil der gewünschte Überlastpunkt bei Nenndrehzahl nicht erreicht werden kann. Da sowohl Eisen- als auch Magnetverluste drehzahlabhängig sind, die Kupferverluste jedoch nicht, ist bei geringeren Drehzahlen die Wirkungsgradsteigerung vermutlich noch signifikanter, während sie bei höheren Drehzahlen leicht geringer wird, jedoch nicht vollständig verschwindet, da die Kupferverluste sinken und diese deutlich dominant sind.

Die Verwendung einer zentralen dritten Harmonischen, wie es ein lineares Motormodell nahelegt, ist an der realen Maschine unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten nicht sinnvoll. Vielmehr ist für jeden Arbeitspunkt per FEM eine wirkungsgradoptimale Stromkombination zu ermitteln, damit ein messbarer Effekt auftritt. Dies erfordert ausführliche FEM-Simulationen, weil eine direkte analytische Berechnung nicht möglich ist. Die Iterationszyklen zur Optimierung der Rotor- und Statorgeometrie sind dementsprechend sehr groß.

	1. Stromform „Grundschwingung“	2. Stromform: „3. Harm. zentral“	3. Stromform: „optimiert“
Kupferverluste	1556 W (100 %)	1540 W (99 %)	1459 W (93,7 %)
Eisenverluste	49 W (100 %)	51 W (103 %)	48 W (98 %)
Magnetverluste	87 W (100 %)	91 W (104 %)	94 W (109 %)
Gesamtverluste	1692 W (100 %)	1682 W (99,4 %)	1601 W (94,6 %)
Wirkungsgrad	79,6 % (Referenz)	79,7 % (+0,1 %)	80,5 % (+0,9 %)

Tabelle 6.5: Vergleich von Verlustleistungen und Wirkungsgrad der verglichenen Stromformen in der Simulation

6.2.4 Messergebnisse

Die Simulationsergebnisse aus Abschnitt 6.2.3 werden am Messsystem aus Anhang 8.5 experimentell validiert. Die Wirkungsgradmessung wird durch einen Vergleich der elektrischen Zwischenkreisleistung mit der mechanischen Leistung an der Welle realisiert. Das bedeutet, dass sowohl die Maschinen- als auch die Umrichterverluste berücksichtigt werden und eine Unterteilung der Verluste in die verschiedenen Anteile nicht möglich ist. Eine Messung der Maschinenverluste ohne Umrichterverluste ist aufgrund der Hochintegration der Leistungselektronik nicht möglich.

Als Vergleichsmoment wird wie in der Simulation das Moment verwendet, das sich bei zweifachem Nennstrom in der Komponente i_q einstellt, wenn die anderen Stromkomponenten zu null geregelt werden. Es werden drei Stromformen miteinander verglichen, die identisch mit der im vorherigen Kapitel verwendeten sind. Die Messung wird bei 100 rpm durchgeführt, da die Nenndrehzahl im Überlastbereich nicht erreicht werden kann.

Bei den Vergleichsmessungen ist zu beachten, dass sie bei konstanter Temperatur durchgeführt werden, da steigende Temperaturen einen Einfluss auf den Wirkungsgrad haben und die Vergleichbarkeit nicht mehr gegeben ist. Für den gegebenen Fall werden wie in der Simulation Betriebstemperaturen von 30° C verwendet. Die resultierenden Stromarbeitspunkte ergeben sich zu Tabelle 6.6.

	1. Stromform	2. Stromform	3. Stromform
i_d	0 % I_{Nenn}	0 % I_{Nenn}	-22 % I_{Nenn}
i_q	200 % I_{Nenn}	197,8 % I_{Nenn}	191 % I_{Nenn}
i_{d3}	0 % I_{Nenn}	0 % I_{Nenn}	13,5 % I_{Nenn}
i_{q3}	0 % I_{Nenn}	17,6 % I_{Nenn}	16,5 % I_{Nenn}

Tabelle 6.6: Auflistung der zu vergleichenden Ströme der Arbeitspunkte in Prozent des Nennstroms

Nach Anhang 8.5.3 ergibt sich für die elektrische Leistung bei einer Einzelmessung eine zu erwartende relative Abweichung von 0,38 % und für die mechanische Leistung von 0,3 %. Für den Wirkungsgrad ergibt sich eine absolute Abweichung von 0,55 %. Für die Messreihen wird pro Arbeitspunkt alle 100 ms ein Messwert für eine Dauer von 1 Sekunden aufgenommen und über die 10 Werte der Mittelwert gebildet, um den zu geringen zufälligen Fehler zu reduzieren. Die Arbeitspunkte entsprechen näherungsweise dem in Anhang 8.5.3 betrachteten Arbeitspunkt. Für die gewählten Arbeitspunkte werden die mechanische und elektrische Leistung berechnet, woraus sich wiederum der Wirkungsgrad und die Verlustleistung bestimmen lassen. Die Ergebnisse für den gewählten Arbeitspunkt mit den zu erwartenden Messunsicherheiten sind in Tabelle 6.7 dargestellt. Der Gesamtwirkungsgrad ist aufgrund der Einbeziehung der im Umrichter auftretenden Verluste im Vergleich zur FEM-Simulation niedriger. Eine ausschließliche Betrachtung der Motorverluste ist aufgrund der Hochintegration der Leistungselektronik nicht möglich.

Wie in Anhang 8.5.3 beschrieben, sind die Messungenauigkeiten in Tabelle 6.7 für die hier im Fokus stehende Differenzbetrachtung nicht relevant, da die Angaben auf den größtmöglichen Linearität- und Offsetfehlern beruhen, die sich in jeder Messung in identische Richtungen mit identischem Betrag ausprägen.

Die Auswirkung einer zentralen dritten Harmonischen ist wie erwartet mit einer Wirkungsgradsteigerung von 0,1 % vernachlässigbar. Die auf FEM-Ergebnissen basierende Stromkombination liefert wie in der Simulation eine signifikante Steigerung des Wirkungsgrades in Höhe von 0,7 %. Für den Rahmen dieser Arbeit werden die Ergebnisse anhand eines Arbeitspunktes als ausreichend angesehen, da sie sich in guter Deckung mit den Ergebnissen der FEM befinden. Weiterhin denkbar wäre eine experimentelle Ermittlung des optimalen

Arbeitspunkts, welche jedoch aufgrund des großen Parameterraums und der Bedingung der konstanten Temperatur des Testsystems extrem aufwändig ist.

	1. Stromform	2. Stromform	3. Stromform
El. Leistung	8710 W ($\pm 0,38$ %)	8692 W ($\pm 0,38$ %)	8621 W ($\pm 0,38$ %)
Mech. Leistung	6768 W ($\pm 0,30$ %)	6768 W ($\pm 0,30$ %)	6768 W ($\pm 0,30$ %)
Verlustleistung	1942 W	1924 W	1853 W
Wirkungsgrad	77,7 % ($\pm 0,55$ % abs.)	77,8 % ($\pm 0,55$ % abs.)	78,5 % ($\pm 0,55$ % abs.)

Tabelle 6.7: Ergebnisse des experimentellen Verlustleistungs- und Wirkungsgradvergleiches für verschiedene Stromformen

Die vorherigen Untersuchungen zeigen, dass eine wirkungsgradoptimale Bestromung von fünfphasigen PMSM nur unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten sinnvoll umgesetzt werden kann. Diese Bestimmung kann mit Hilfe von FEM-Simulationen, per Messreihe oder durch eine iterative Optimierung durchgeführt werden. Für den untersuchten Prototyp ergeben sich im Überlastbereich Steigerungen von ca. 0,7 % des Wirkungsgrads, was einer Verlustleistungsreduzierung von ca. 5 %, bezogen auf eine rein sinusförmige Bestromung, entspricht. Für Maschinen mit einem höheren Anteil der dritten Harmonischen im Fluss ist eine höhere Wirkungsgradsteigerung zu erwarten.

Die Wirkungsgradsteigerung des Testsystems ist nicht auf die Einzelzahnbestromung und den nicht verbundenen Sternpunkt zurückzuführen, sondern funktioniert bei fünfphasigen Systemen mit Sternpunktverschaltung ebenfalls.

6.3 Wirkungsgradsteigerung durch Spulenabschaltung

Die in Abbildung 4.4 dargestellte leistungselektronische Topologie mit einer H-Brückenschaltung pro Spule ermöglicht eine unabhängige Bestromung der zehn Spulen des Testsystems. Antriebssysteme mit einer Phasenzahl größer als drei ermöglichen einen redundanten Betrieb bei einem Phasenausfall, was insbesondere in Traktionsantrieben oder schwierig erreichbaren Antriebssystemen von Relevanz ist. Dieser Effekt ist in der Literatur, beispielsweise in [24] und [25] ausführlich beschrieben. Die Einzelzahnbestromung liefert jedoch in jeder elektrischen Maschine mit einer Statorpolpaarzahl von zwei oder größer die Möglichkeit, einen Teil der Maschine komplett abzuschalten, um die Umrichterverluste zu minimieren und so in Bereichen geringer Last den Wirkungsgrad zu steigern. Dieser Effekt wird im Folgenden in Abschnitt 6.3.1 theoretisch und anschließend messtechnisch in Abschnitt 6.3.2 untersucht.

6.3.1 Theoretische Grundlagen und Berechnungen

Die potentielle Reduzierung der Verlustleistung ergibt sich durch eine geringere Anzahl an schaltenden Bauelementen, wenn nur ein Anteil der Spulen aktiv in Betrieb ist. Zur Berechnung werden die Schaltverluste der Dioden $P_{sw,Diode}$ und der IGBTs $P_{sw,IGBT}$ verwendet. Diese ergeben sich pro Schaltelement zu [9]:

$$P_{\text{sw,Diode}} = E_{\text{rec}} \cdot f_S \quad (6.39)$$

$$P_{\text{sw,IGBT}} = (E_{\text{on}} + E_{\text{off}}) \cdot f_S \quad (6.40)$$

Hier ist E_{rec} die Abschaltenergie der Diode und E_{on} bzw. E_{off} die Ein- bzw. Ausschaltverlustenergie eines IGBT. Auf eine Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet und auf [9] verwiesen.

Bei dem verwendeten Messaufbau werden 10 H-Brücken verwendet, in denen jeweils zwei Schalter und Dioden pro Schaltvorgang schalten. Die Statorpolpaarzahl ergibt sich somit zu zwei, was bedeutet, dass in zwei der Spulen jeweils identische Spannungen und Ströme existieren. Dementsprechend können insgesamt fünf der H-Brücken abgeschaltet werden, ohne dass das System unsymmetrisch wird. In der vorliegenden Konfiguration existieren $2^5 = 32$ Möglichkeiten jeweils eine Spule einer Phase abzuschalten, ohne die Symmetrie des elektrischen Systems zu beeinflussen. Zwei der möglichen Kombinationen sind in Abbildung 6.28 dargestellt.

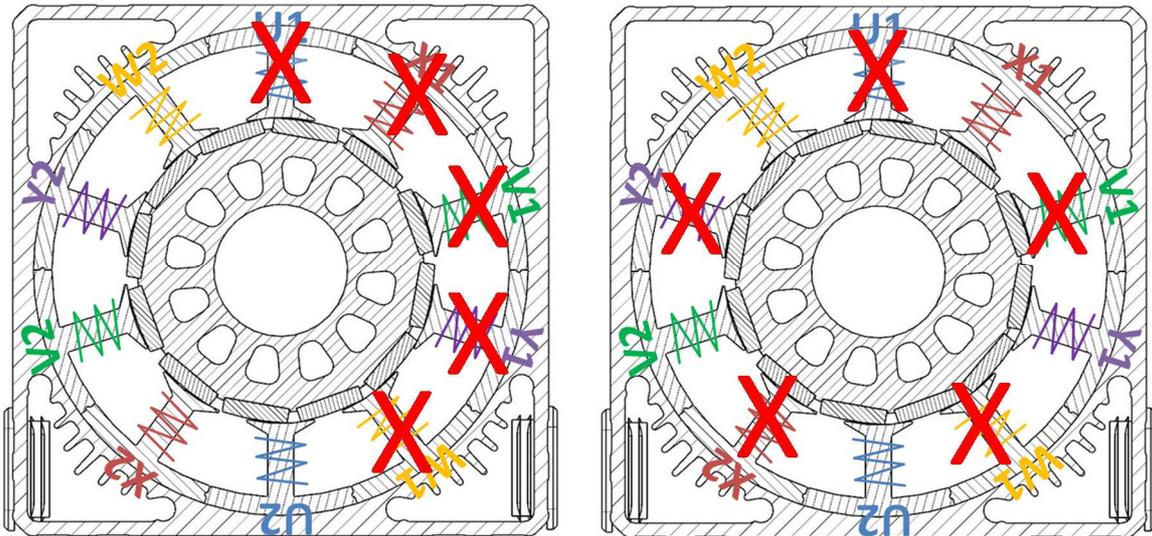


Abbildung 6.28: Schematische Darstellung von zwei der möglichen Abschaltmuster bei der Verwendung der Spulenabschaltung

Zu beachten ist, dass sich die Stromamplitude der aktiven Spulen im fünfspuligen Betrieb im Vergleich zum zehnspuligen Betrieb verdoppeln. Die Kupferverluste in nicht aktiven Spulen sinken auf null, während sich die Kupferverluste in den aktiven Spulen vervierfachen, da der Strom quadratisch in die Kupferverluste eingeht. Die Durchlassverluste von IGBTs und Dioden haben neben einem Anteil, in den der Spulenstrom linear eingeht, ebenfalls einen Anteil, in den der Spulenstrom quadratisch eingeht. Für die Durchlassverluste pro IGBT $P_{\text{c,IGBT}}$ gilt nach [9] [84]:

$$P_{\text{c,IGBT}} = \left(\frac{1}{2\pi} + m_{\text{mod}} \cdot \frac{\cos(\varphi)}{8} \right) \cdot u_{\text{CE0}} \cdot \hat{i} + \left(\frac{1}{8} + m_{\text{mod}} \cdot \frac{\cos(\varphi)}{3\pi} \right) \cdot r_{\text{CE}} \cdot \hat{i}^2. \quad (6.41)$$

Hier ist m_{mod} der Modulationsgrad, u_{CE0} die Kollektor-Emitter-Leerlaufspannung r_{CE} der Durchlasswiderstand und \hat{i} der Amplitudenwert eines sinusförmigen Stromverlaufs [9] [84]. Eine Änderung des Modulationsgrads bei Spulenabschaltung ist gering und kann vernachlässigt werden. Der erste Summand von Gleichung 6.41 hat bei einer Spulenabschaltung keinen Einfluss auf die Gesamtverluste, da sich \hat{i} verdoppelt, jedoch nur die halbe Anzahl an IGBTs verwendet wird. Für den zweiten Summanden gilt analog zu den Kupferverlusten, dass durch die Quadrierung des Stroms bei Verwendung der halben Anzahl an IGBTs doppelt so hohe Verluste auftreten. Für den zweiten Summanden von Gleichung 6.41 wird eingeführt:

$$P_{\text{c,IGBT,quad}} = \left(\frac{1}{8} + m_{\text{mod}} \cdot \frac{\cos(\varphi)}{3\pi} \right) \cdot r_{\text{CE}} \cdot \hat{i}^2. \quad (6.42)$$

Insgesamt ergeben sich im fünfspuligen Betrieb somit die doppelten Kupferverluste und erhöhte Durchlassverluste, wobei die Kupferverluste üblicherweise dominant sind, so dass der Anteil der Durchlassverluste an der Erhöhung gering ist. Ein Einfluss auf Magnet- und Eisenverluste durch die Spulenabschaltung ist nicht gegeben.

Eine Wirkungsgradsteigerung durch Spulenabschaltung ist somit nur sinnvoll, wenn die Verringerung der Umrichterverluste größer ist als die Steigerung der Kupfer- und Durchlassverluste. Bei der Möglichkeit, fünf Spulen zu deaktivieren, besteht somit die Möglichkeit zehn Schaltvorgänge pro Schaltperiode einzusparen. Für einen sinnvollen Einsatz der Spulenabschaltung muss im aktuellen Arbeitspunkt somit gelten:

$$2 \cdot (P_{\text{V,Cu}} + P_{\text{c,IGBT,quad}}) < 10 \cdot (E_{\text{on}} + E_{\text{off}} + E_{\text{rec}}) \cdot f_{\text{S}}. \quad (6.43)$$

Aus Gleichung 6.43 lässt sich erkennen, dass die Einsparung größer ist, je geringer das aktuelle Drehmoment und je größer die Schaltfrequenz ist. Da die Umrichterverluste nicht signifikant von der Drehzahl abhängen, ist ein Einfluss der Drehzahl nicht anzunehmen.

6.3.2 Messergebnisse

Zur Validierung der theoretischen Ergebnisse werden zwei Wirkungsgradkennfelder bei identischer Temperatur aufgenommen. In der ersten Messung werden alle 10 Spulen zum Betrieb der Maschine verwendet, in der zweiten Messung werden nur 5 Spulen mit dem Abschaltmuster aus Abbildung 6.28 rechts verwendet. Der Messbereich ist durch den Prüfstand begrenzt auf ca. 60 % der Nenndrehzahl. Aufgrund einer fehlerhaften thermischen Anbindung eines intelligenten Einzelzahnmoduls ist die erreichbare maximale Dauerleistung beschränkt. Da die Berechnungen aus Abschnitt 6.3.1 eine Unabhängigkeit der Wirksamkeit der Spulenabschaltung von der Drehzahl nahelegen, wird das Risiko der thermischen Beschädigung des Demonstrators reduziert und die Drehzahl auf 55 % der Nenndrehzahl (330 rpm) begrenzt. Zur Minimierung der zufälligen Messungenauigkeiten, die in Anhang 8.5.3 dargestellt werden, wird erneut über 10 Messwerte pro Arbeitspunkt ein Mittelwert gebildet. Aufgrund der arbeitspunktabhängigen Messungenauigkeiten kann kein allgemeiner Wert für die Messreihe angegeben werden. Die Berechnungen sind mit Anhang 8.5.3 arbeitspunktabhängig möglich.

Da es sich um vergleichende Differenzmessungen handelt, sind systematische Fehler, die den Wirkungsgrad insgesamt beeinflussen, wie in Kapitel 6.2.4 nicht relevant.

Die Auswertung der Messung ist in Abbildung 6.29 bis Abbildung 6.32 dargestellt. Abbildung 6.29 und Abbildung 6.30 zeigen den Wirkungsgrad des Gesamtsystems über Drehzahl und Drehmoment ohne Spulenabschaltung und mit Spulenabschaltung. Klar zu erkennen ist eine Verschiebung des optimalen Wirkungsgradbereichs in Richtung kleinerer Lasten, wenn die Spulenabschaltung aktiv ist. Zur besseren Bewertung zeigen Abbildung 6.31 und Abbildung 6.32 in einem vergrößerten Ausschnitt auf der Momentenachse die Verlustleistungsreduzierung und die Wirkungsgradsteigerung. Positive Werte bedeuten hier, dass bei Spulenabschaltung eine Verlustleistungsreduzierung bzw. eine Wirkungsgradsteigerung vorhanden ist.

Eine Abschaltung von Spulen ist im Bereich von 0 – 15 % des Nennmoments sinnvoll und führt hier zu einer signifikanten Reduzierung der Verlustleistung. Dieser Betriebsbereich wird in realen Anwendungen, sowohl in Industrie- als auch Automotive-Anwendungen, verwendet und verspricht in Abhängigkeit des Lastprofils eine Minimierung der Verlustleistung über einen gesamten Verfahrzyklus. Für das Verfahren ist keine fünfphasige Maschine notwendig, sondern es funktioniert für Maschinen beliebiger Phasenzahlen, wenn mehrere Spulen identisch angesteuert werden und einzeln abschaltbar sind. Je höher die Modularität des Systems und somit die Anzahl der Spulen pro Phasen, desto größer ist der Bereich, in dem eine Spulenabschaltung aus Sicht des Wirkungsgrades sinnvoll ist.

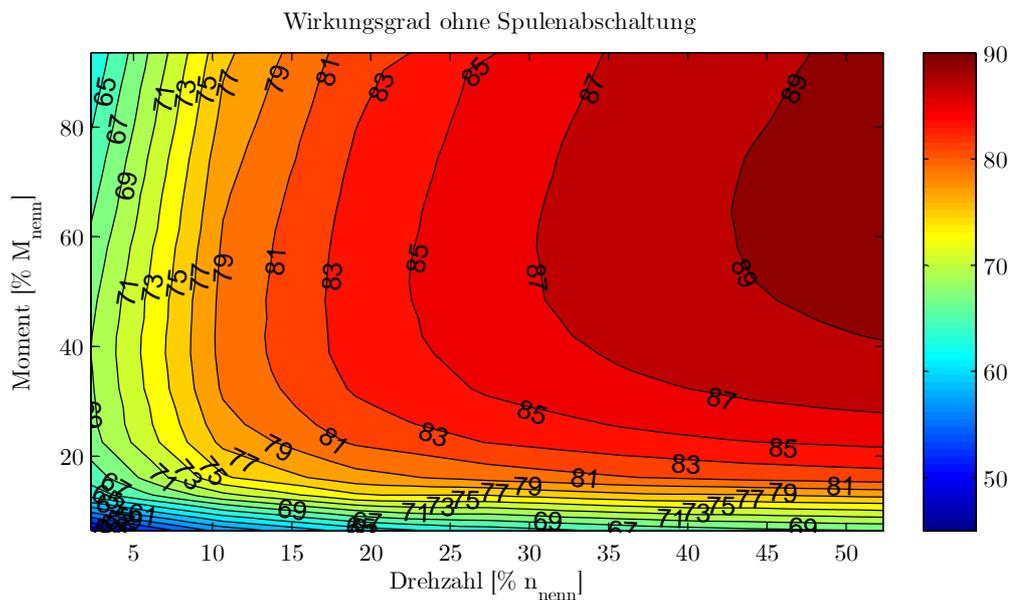


Abbildung 6.29: Experimentell ermitteltes Wirkungsgradkennfeld des Antriebssystems bei Betrieb mit 10 Spulen

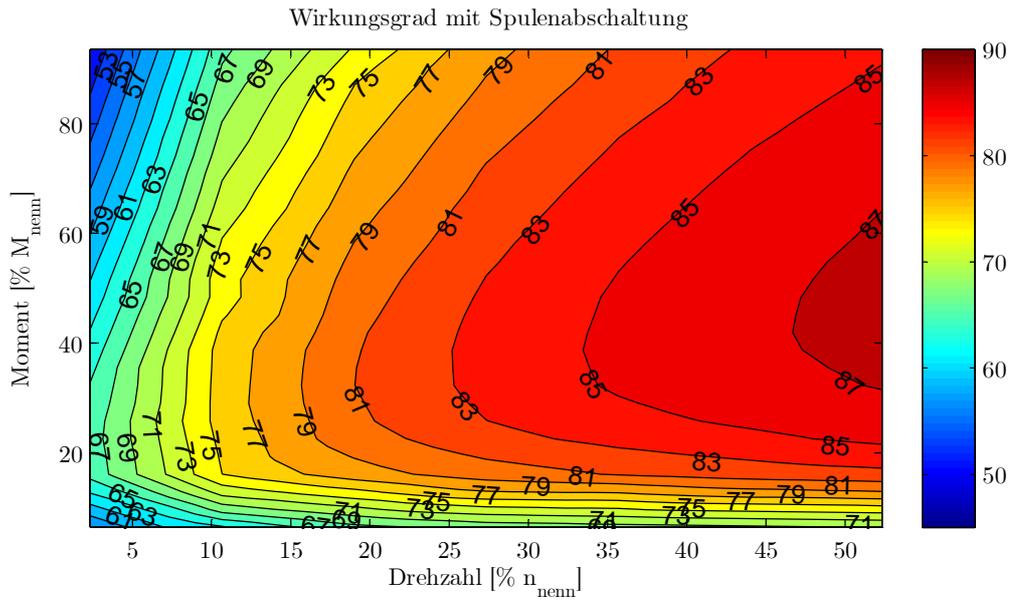


Abbildung 6.30: Experimentell ermitteltes Wirkungsgradkennfeld des Antriebssystems bei Betrieb mit 5 Spulen

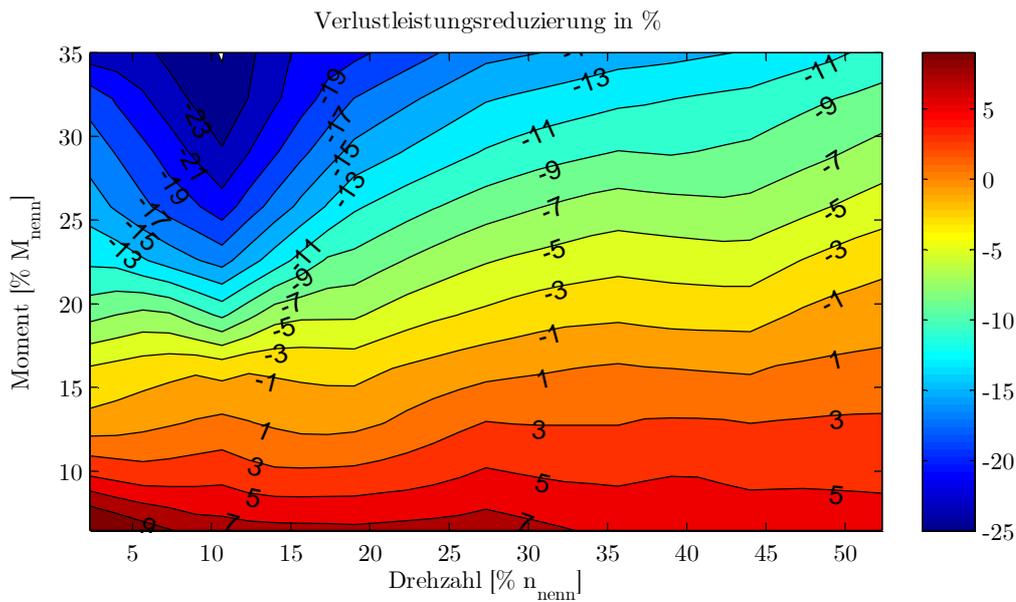


Abbildung 6.31: Experimentell ermittelte Reduzierung der Verlustleistung in Prozent im Vergleich des zehnspuligen mit dem fünfspuligen Betrieb

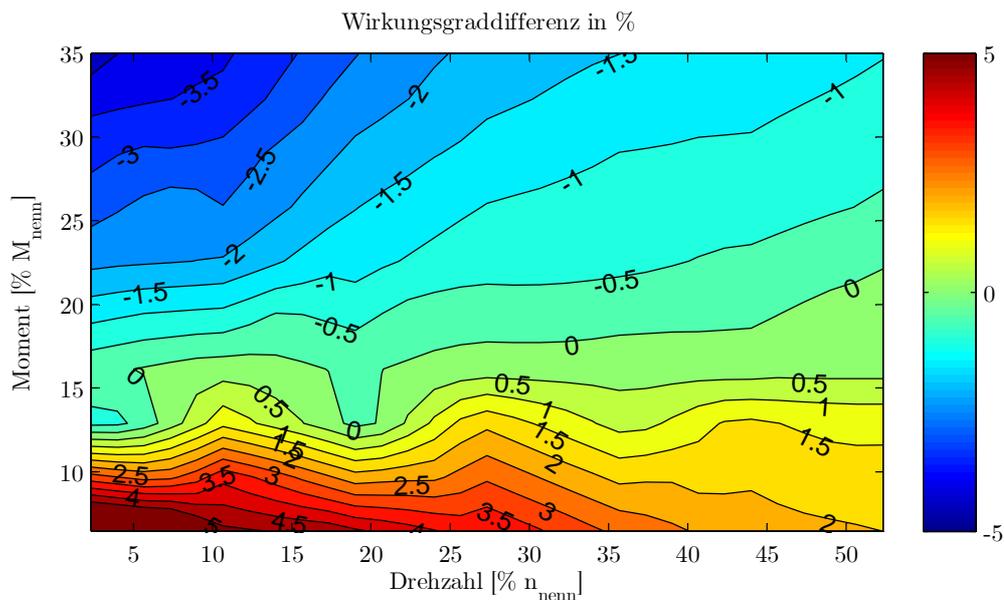


Abbildung 6.32: Experimentell ermittelte Wirkungsgrad Differenz in Prozent im Vergleich des fünfphasigen Betriebs mit dem zehnpuligen Betrieb

Im Umschaltzeitpunkt ist es erforderlich, dass die nicht abgeschalteten Spulen ihren Spulenstrom verdoppeln, um das Soll-Drehmoment weiterhin zu stellen. Dieser Umschaltzeitpunkt ist potentiell kritisch und wird deswegen im Folgenden genauer untersucht. Es stellt sich die Frage, ob ein hartes Abschalten der Spulen möglich ist oder ob die Notwendigkeit einer Übergangsfunktion existiert. Hierzu werden die Spulenströme und der Drehzahlverlauf bei halber Nenndrehzahl und Belastung mit halbem Nenndrehmoment untersucht, wenn zu einem bestimmten Zeitpunkt fünf der zehn Spulen abgeschaltet werden.

Abbildung 6.33 zeigt den Verlauf der Spulenströme, wenn zum Zeitpunkt $t = 0$ s die Spulenabschaltung deaktiviert wird. Zu diesem Zeitpunkt sinken die Spulenströme der abgeschalteten Spulen auf null und die Amplitude der Spulenströme der aktiven fünf Phasen verdoppelt sich. Zu erkennen ist eine sehr kurze Übergangszeit, die regelungstechnisch mit einem Sollwertsprung für die aktiven fünf Spulen zu vergleichen ist und keine Probleme verursacht. Abbildung 6.34 zeigt den dazugehörigen Drehzahlverlauf. Zum Abschaltzeitpunkt sinken die Ströme der abgeschalteten Spulen direkt auf null, während die Ströme der aktiven Spulen in einem langsameren Vorgang per PI-Regler (siehe Abschnitt 6.1.1) auf den doppelten Wert geregelt werden. Dies bewirkt ein kurzfristiges Absinken des Drehmoments und den Drehzahleinbruch, der jedoch mit 3 % der Nenndrehzahl gering ausfällt. Die Spulenabschaltung kommt dementsprechend einem Störgrößensprung gleich und dürfte in einem Großteil der geschwindigkeitsgeregelten Antriebe zu keiner Einschränkung führen, weswegen eine Übergangsfunktion als nicht sinnvoll angesehen wird.

Der unproblematische Ab- und Anschaltvorgang der Spulen ermöglicht die Umsetzung eines variablen Abschaltschemas, bei dem die Spulen gleichmäßig belastet werden, was zu einer deutlich besseren thermischen Verteilung der Verlustleistung führt. Hierbei werden die aktivierten und deaktivierten Spulen einer Phase regelmäßig gewechselt.

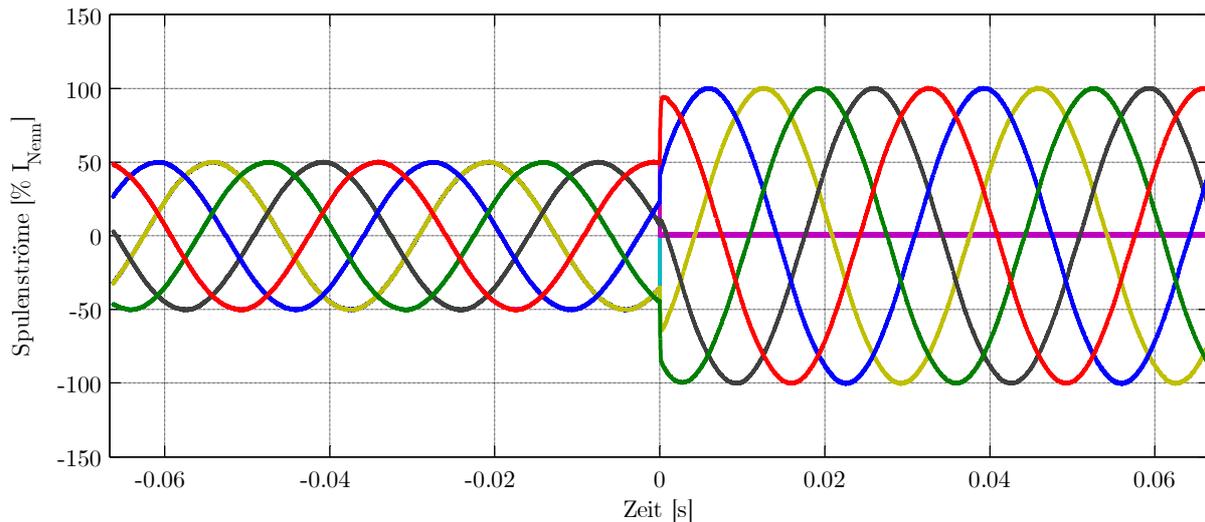


Abbildung 6.33: Verlauf der Spulenströme bei Belastung mit halbem Nenndrehmoment und der Abschaltung von fünf Spulen zum Zeitpunkt $t = 0$ s

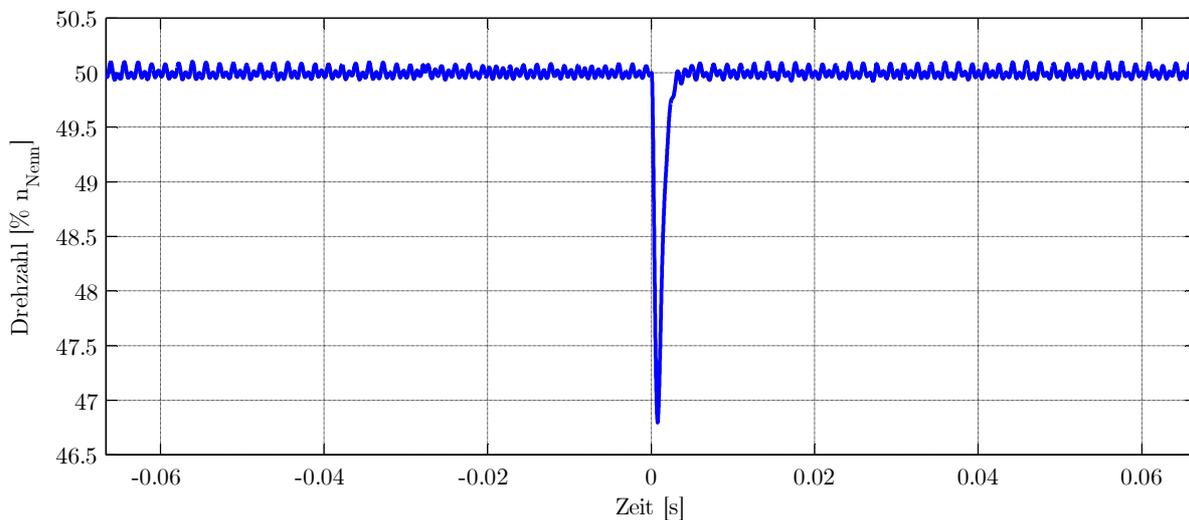


Abbildung 6.34: Verlauf der Ist-Drehzahl bei Abschaltung von fünf Spulen zum Zeitpunkt $t = 0$ s

6.4 Fazit

Im vorherigen Kapitel werden zwei Regelungsverfahren für fünfphasige Synchronmaschinen entwickelt, simulativ bewertet und an einem Testsystem validiert. Es zeigt sich, dass sowohl die erweiterte, „Feldorientierte Regelung“, als auch die erstmals auf fünfphasige Maschinen angewandte „Indirekte Selbstregelung“ in der Lage sind, das System zu regeln. Der Unterschied in Bezug auf die Regelperformance ist vernachlässigbar und die ISR benötigt durch den einfacheren Aufbau und den Verzicht auf die Transformation in feldorientierte Koordinaten eine geringere Rechenzeit. Das Verfahren benötigt jedoch die exakte Kenntnis der Maschinenparameter und ist bei Abweichungen sensitiver als die FOR. Für das Testsystem liegen diese Parameter aufgrund der Identifikation in Kapitel 5 vor.

Die Regelverfahren und die ausführlichen FEM-Simulationen werden genutzt, um anschließend die Wirkungsgradsteigerung durch Einprägung der dritten Harmonischen in fünfphasigen

Maschinen zu bewerten. Im Gegensatz zu den in der Literatur bekannten Ansätzen werden Sättigungseffekte betrachtet und simulativ sowie experimentell untersucht. Es zeigt sich, dass lineare Modelle nicht ausreichend sind, um das Maschinenverhalten, insbesondere die Lage der dritten Harmonischen in Bezug auf die Grundschwingung, ausreichend abzubilden. Für eine optimale Nutzung ist die aufwändige Ermittlung einer MTPC-Kennlinie notwendig. Es wird anhand eines Arbeitspunkts im Überlastbereich die optimale Stromform untersucht, wobei sich eine signifikante Verlustleistungsreduzierung von bis zu 7 % feststellen lässt. Die Reduzierung der Verlustleistung des Systems ist durch die Nutzung der dritten Harmonischen über das Sollmoment nicht konstant, sondern ausschließlich im Bereich hoher Sättigung von Bedeutung, da hier die Anteile der Flussverkettungen für die dritte Harmonische deutlich ansteigen. Dieser bisher analytisch nicht untersuchte Effekt sollte bei zukünftigen Arbeiten in diesem Themengebiet Beachtung finden.

Das modulare Systemdesign mit einer H-Brücke pro Spule eröffnet auch im niedrigen Lastbereich, in dem eine Wirkungsgradsteigerung durch Nutzung der dritten Harmonischen nicht möglich ist, durch selektives Abschalten von fünf Spulen eine Möglichkeit, die Verlustleistung im System zu reduzieren. Dieses Verfahren ist nicht auf fünfphasige Maschinen beschränkt, sondern lässt sich einfach auf Antriebssysteme mit beliebiger Phasenzahl anwenden, wenn diese eine Statorpolpaarzahl größer als zwei aufweisen. Das Verfahren wird theoretisch hergeleitet und anschließend experimentell erprobt. Bei geringen Soll-Drehmomenten von weniger als 15 % des Nenn Drehmoments lässt sich auch hier eine wirkungsgradoptimierte Regelung realisieren, die Wirkungsgradsteigerungen von bis zu 3 % im Vergleich zu einem zehnspuligen Betrieb ermöglicht.

Sowohl die Analyse zur Wirkung der dritten Harmonischen unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten, als auch die Abschaltung von Spulen in einem System mit Einzelzahnbestromung bieten Potential zur weiteren Verwendung, wenn entsprechende Antriebssysteme geregelt werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist eine vollständige Systembetrachtung einer fünfphasigen PMSM mit einer H-Brücke pro Spule. Hierfür werden die bekannten, linearen Ansätze zur Modellierung von fünfphasigen Maschinen um Sättigungseffekte und Mehrfachanisotropien erweitert. Der Wissensstand über fünfphasige Maschinen nähert sich somit dem Wissensstand dreiphasiger Maschinen in diesem Bereich. Die Modellierung wird anhand von FEM-Simulationen validiert und liefert sowohl für das mechanische als auch das elektrische Teilsystem Ergebnisse, die den Verlauf der betrachteten Größen mit Abweichungen von weniger als 1 % exakt wiedergeben. Dies bedeutet, dass die analytischen Gleichungen mit Ersatzgrößen nahezu identische Ergebnisse wie die Feldlösung der FEM liefern. Der Ansatz und das Vorgehen lassen sich leicht für Maschinen mit einer beliebigen, ungeraden Phasenzahl größer als eins adaptieren und bieten die Möglichkeit, die Genauigkeiten von numerischen Simulationen, beispielweise in MATLAB-Simulink, zu erhöhen. Die Iterationszeiten beim Entwurf von Regelungen können gesenkt und die Simulationsgenauigkeit, auch von transienten Vorgängen, kann gesteigert werden.

Für das analytische, fünfphasige Modell werden die Parameter entweder aus FEM-Simulationen oder experimentell ermittelt. Zur experimentellen Ermittlung wird ein auf der HF-Injektion basierendes Identifikationsverfahren, das für dreiphasige Systeme bekannt ist, erstmalig auf fünfphasige Systeme erweitert und validiert. In der Simulation zeigt sich, dass das Verfahren in der Lage ist die differentiellen Induktivitäten zu identifizieren. Das Verfahren, das an einem Testsystem umgesetzt wurde, ist in der Lage, vollautomatisiert ohne Eingriff des Benutzers die differentiellen Induktivitäten in Abhängigkeit des Stromarbeitspunkts und der elektrischen Position zu identifizieren. Die Ergebnisse der experimentellen Identifikation sind qualitativ ähnlich zu den in der FEM ermittelten Werten, weisen jedoch eine sättigungsabhängige Abweichung auf, die mit steigenden Strömen geringer wird. Eine mögliche Erklärung hierfür wird unter Einbeziehung der Hystereseeigenschaften und der Rayleigh-Schleifen geliefert.

Das Motormodell und die identifizierten Parameter werden verwendet, um mit der „Feldorientierten Regelung“ und der „Indirekten Selbstregelung“ ein rotor- bzw. statorfestes Regelverfahren für fünfphasige Synchronmaschinen zu entwickeln. Beide Verfahren werden simulativ und experimentell validiert. Es zeigt sich, dass die selten verwendete „Indirekte Selbstregelung“ bei guter Kenntnis der Systemparameter nahezu identisches Verhalten wie die erweiterte „Feldorientierte Regelung“ zeigt und dabei aufgrund der nicht nötigen Koordinatentransformation in das rotorfeste Koordinatensystem effizienter in Bezug auf die Rechenzeit ist. Insbesondere bei Maschinen mit einer Phasenzahl größer als fünf ist dies relevant, da die Anzahl der notwendigen trigonometrischen Berechnungen mit der Phasenzahl steigt.

Zur Steigerung des Wirkungsgrads des Gesamtsystems werden zwei Maßnahmen untersucht: die Einprägung der dritten Harmonischen in die Phasenströme sowie die Spulenabschaltung im Teillastbereich. Die Nutzung der dritten Harmonischen zur Drehmomentgenerierung und

Wirkungsgradsteigerung ist in der verfügbaren Literatur stark vereinfacht dargestellt. In der vorliegenden Arbeit wird die Korrelation der wirkungsgradoptimalen Lage der dritten Harmonischen in Bezug auf die Grundschiwingung in Abhängigkeit des Sättigungszustands nachgewiesen. Die üblicherweise getroffene Annahme einer zentralen Lage der dritten Harmonischen wird anhand von FEM-Simulationen und Messungen widerlegt. Des Weiteren zeigt sich, dass die Verlustleistungsreduzierung mit steigendem Sättigungszustand der Maschine zunimmt, wenn eine wirkungsgradoptimale Stromkombination verwendet wird. Bis zum Nennmoment lässt sich im verwendeten System keine signifikante Wirkungsgradsteigerung realisieren. Dieses wurde für einen ausgewählten Arbeitspunkt experimentell validiert.

Die zweite Möglichkeit zur Wirkungsgradsteigerung, die Spulenabschaltung, ergibt sich nicht aus der Fünfphasigkeit des Systems, sondern aus der Einzelzahnbestromung mit einer H-Brücke pro Spule. Da jede Phase im System aus zwei Spulen besteht, kann eine Spule abgeschaltet werden, um so die Verluste in den IGBTs zu reduzieren. Diese sind besonders im Teillastbereich bis 15 % des Nennmoments dominant, weswegen sich in diesem Bereich eine signifikante Steigerung des Wirkungsgrads realisieren lässt. Die Wirksamkeit der Spulenabschaltung wird anhand von Wirkungsgradkennfeldern und dem Vergleich zwischen fünf- und zehnspuligem Betrieb experimentell nachgewiesen.

Die vorliegende Arbeit erweitert somit das Systemwissen über fünfphasige Maschinen und zeigt neben einem analytischen Motormodell die Ungenauigkeiten der bisherigen, linearen Betrachtungsweise bezüglich der Injektion der dritten Harmonischen auf.

7.2 Ausblick

Diese Arbeit liefert die Grundlage für weitere Arbeiten und einige Erkenntnisse, sowohl für die Betrachtung von fünfphasigen Maschinen als auch für herkömmliche, dreiphasige Maschinen, die zukünftig Gegenstand der Forschung sein könnten. Das verwendete Identifikationsverfahren mit HF-Signalinjektion zeigt, dass der Zusammenhang zwischen der differentiellen Induktivität für die Grundschiwingung und der differentiellen Induktivität bei HF-Signalinjektion genauer unterschieden werden muss. Der Begriff HF-Induktivität findet sich bereits in vielen Veröffentlichungen zur sensorlosen Regelung, wobei sich die Frage stellt, inwieweit sich hieraus weitere Modellparameter wie Flussverkettungen ableiten lassen.

Bei weiteren Arbeiten bezüglich der Wirkung der dritten Harmonischen in fünfphasigen Systemen sind Sättigungseffekte in jedem Fall zu berücksichtigen. Da aufgezeigt wurde, dass die Wirkungsgradsteigerung erst im Sättigungsbereich aufgrund des höheren Anteils der dritten Harmonischen in der Flussverkettung relevant wird, ist eine Auslegung des elektromagnetischen Kreises nötig, die schon im ungesättigten Bereich einen hohen Anteil der dritten Harmonischen in den Flussverkettungen aufweist.

Hier stellt sich die Frage, ob es für einen vorgegebenen Bauraum aus Sicht des Wirkungsgrads sinnvoll ist, eine fünfphasige Maschine einzusetzen und wie diese auf die Nutzung der dritten Harmonischen optimiert werden kann. Dies ist ein Punkt, an dem weiterführende Arbeiten ansetzen können.

8 Anhang

8.1 Validierung der fünfphasigen Transformationsmatrix

8.1.1 Grundschiwingung und dritte Harmonische

Die Validierung der fünfphasigen Transformationsmatrix durch die Gleichungen 4.12 und 4.13 erfolgt mit Hilfe von MATLAB-Simulink und der Symbolic Toolbox. Eine ausführliche Darstellung mit Hilfe von Winkelfunktionen ist möglich, aber durch die Multiplikation bzw. Addition von zehn trigonometrischen Funktionen pro Zeile nicht übersichtlich darzustellen. Das verwendete Skript ist im Folgenden dargestellt:

```
% Definition der Symbolic Variablen
syms a1 a3 phi thetal theta3

% Definition von Gamma
gamma = 2/5*pi;

% Transformationsmatrix 5-phasig
T_uvw_dq = 2/5*...
[cos(phi)      cos(phi - gamma)      cos(phi - 2*gamma)      cos(phi - 3*gamma)      cos(phi - 4*gamma);
 -sin(phi)     -sin(phi - gamma)     -sin(phi - 2*gamma)   -sin(phi - 3*gamma)   -sin(phi - 4*gamma);
 cos(3*phi)   cos(3*(phi - gamma))   cos(3*(phi - 2*gamma)) cos(3*(phi - 3*gamma)) cos(3*(phi - 4*gamma));
 -sin(3*phi) -sin(3*(phi - gamma)) -sin(3*(phi - 2*gamma)) -sin(3*(phi - 3*gamma)) -sin(3*(phi - 4*gamma));
 1/2         1/2                 1/2                 1/2                 1/2];

% Eingangsvektor
x_uvw = [a1 * cos(phi + thetal)      + a3*cos(3*(phi + theta3));
         a1 * cos(phi - gamma + thetal) + a3*cos(3*(phi - gamma + theta3));
         a1 * cos(phi - 2*gamma + thetal) + a3*cos(3*(phi - 2*gamma + theta3));
         a1 * cos(phi - 3*gamma + thetal) + a3*cos(3*(phi - 3*gamma + theta3));
         a1 * cos(phi - 4*gamma + thetal) + a3*cos(3*(phi - 4*gamma + theta3))];

% Berechnung und Vereinfachung
result = simplify(T_uvw_dq * x_uvw)
```

Das Ergebnis der Ausgabe ist identisch mit dem in Gleichung 4.13 angegeben Ergebnis:

$$\mathbf{x}^{dq} = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_{d3} \\ X_{q3} \\ X_0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{uvw \rightarrow dq} \cdot \begin{bmatrix} X_u \\ X_v \\ X_w \\ X_x \\ X_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot \cos(\theta_1) \\ a_1 \cdot \sin(\theta_1) \\ a_3 \cdot \cos(3 \cdot \theta_3) \\ a_3 \cdot \sin(3 \cdot \theta_3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

8.1.2 Beliebige Harmonische

Für beliebige ungeradezahlige Harmonische in den Phasengrößen ist in Gleichung 4.15 die Transformation in das rotorfeste, fünfphasige Koordinatensystem angegeben. Wie in Kapitel 8.1.1 ist auch hier die Darstellung nicht übersichtlich möglich, so dass auf eine beispielhafte Validierung mit MATLAB und der „Symbolic Toolbox“ zurückgegriffen wird. Das Skript, das Harmonische bis zu einer vorgegebenen Ordnung berechnet (im Beispiel ist es die Ordnung 13), lautet:

```
% Definition der Symbolic Variablen
% Definition der Symbolic Variablen
syms phi a0 a1 a3 a5 a7 a9 a11 a13;
syms theta1 theta3 theta5 theta7 theta9 theta11 theta13;

% Erstellen der Vektoren bis zur 13. Oberwelle (erweiterbar)
theta_vec = [theta1 theta3 theta5 theta7 theta9 theta11 theta13];
amp_vec = [a1 a3 a5 a7 a9 a11 a13];
harm_order_vec = [1 3 5 7 9 11 13];

% Transformationsmatrix 5-phasig
T_uvw_dq = 2/5*...
[cos(phi)      cos(phi - gamma)      cos(phi - 2*gamma)      cos(phi - 3*gamma)      cos(phi - 4*gamma);
 -sin(phi)     -sin(phi - gamma)     -sin(phi - 2*gamma)   -sin(phi - 3*gamma)   -sin(phi - 4*gamma);
 cos(3*phi)    cos(3*(phi - gamma))    cos(3*(phi - 2*gamma)) cos(3*(phi - 3*gamma)) cos(3*(phi - 4*gamma));
 -sin(3*phi)  -sin(3*(phi - gamma))  -sin(3*(phi - 2*gamma)) -sin(3*(phi - 3*gamma)) -sin(3*(phi - 4*gamma));
 1/2          1/2          1/2          1/2          1/2];

% Vorbelegung mit a0
u=a0;v=a0;w=a0;x=a0;y=a0;

% Erstellen des Vektors
for i=1:length(harm_order_vec);
    u = u+amp_vec(i)*cos(harm_order_vec(i)*(phi+theta_vec(i)));
    v = v+amp_vec(i)*cos(harm_order_vec(i)*(phi-2/5*pi+theta_vec(i)));
    w = w+amp_vec(i)*cos(harm_order_vec(i)*(phi-4/5*pi+theta_vec(i)));
    x = x+amp_vec(i)*cos(harm_order_vec(i)*(phi-6/5*pi+theta_vec(i)));
    y = y+amp_vec(i)*cos(harm_order_vec(i)*(phi-8/5*pi+theta_vec(i)));
end
x_uvw=[u;v;w;x;y];

% Berechnung des Ergebnisses
x_dq = simplify(T_uvw_dq*x_uvw)
```

Die Ausgabe entspricht der in Gleichung 4.15 angegebenen Summen.

8.2 Weitere Simulationsergebnisse des Identifikationsverfahrens

Im Folgenden sind ergänzende Ergebnisse zum Identifikationsverfahren aus Kapitel 4 dargestellt. Hierbei handelt es sich um die Komponenten der dritten Harmonischen L_{d3d3} , L_{q3q3} sowie deren Kreuzkopplungskomponenten L_{d3q3} und L_{q3d3} . Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.1 und Abbildung 8.2 dargestellt. Wie bei der Identifikation der differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} sowie deren Kreuzkomponenten zeigt sich, dass das Identifikationsverfahren in der Simulation in der Lage ist auch diese Komponenten korrekt zu bestimmen. Die Abweichung beträgt weniger als 0,5 mH und ist somit vernachlässigbar. Des Weiteren ist zu sehen, dass die Kreuzkomponente der dritten Harmonischen einen geringen Absolutwert, auch unter Sättigung, von weniger als 2 mH aufweist und somit vernachlässigbar ist.

Die nicht dargestellten Stromkomponenten werden jeweils zu null geregelt. Die Identifikation findet bei $\varphi_{el} = 0^\circ$ statt. In Abbildung 8.1 werden i und i_{q3} in der jeweiligen Darstellung von $-30\% I_{Nenn}$ bis $30\% I_{Nenn}$ in Schritten von 10% variiert und i_q von $-230\% I_{Nenn}$ bis $230\% I_{Nenn}$. In Abbildung 8.2 wird i_d von $-30\% I_{Nenn}$ bis $30\% I_{Nenn}$ in Schritten von 10% variiert und i_q von $-230\% I_{Nenn}$ bis $230\% I_{Nenn}$.

Auf die Darstellung der positionsabhängigen Effekte wird an dieser Stelle verzichtet. Diese werden ebenfalls korrekt identifiziert und stellen somit keinen weiteren Erkenntnisgewinn dar.

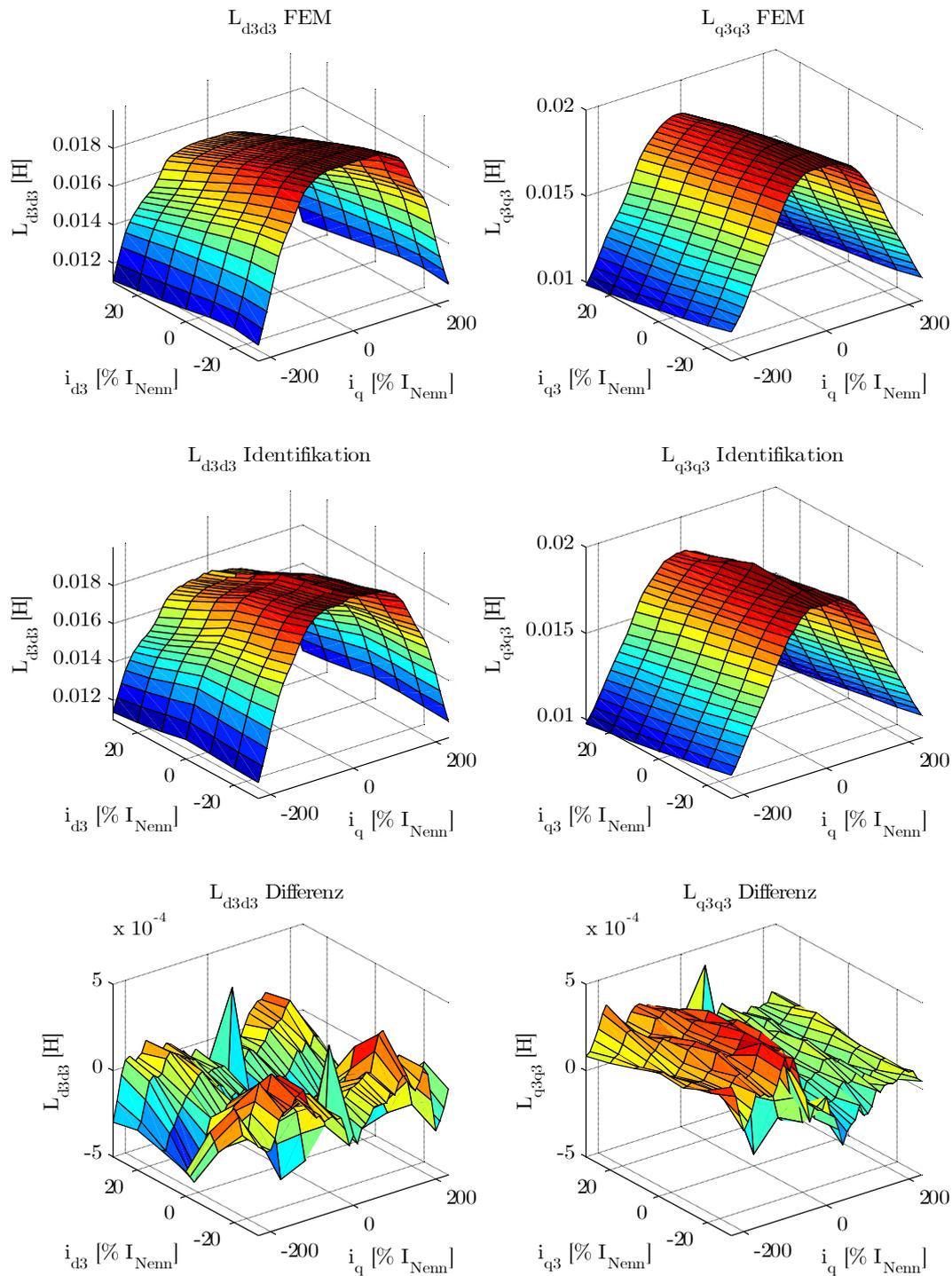


Abbildung 8.1: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{d3d3} und L_{q3q3} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_{d3} bzw. i_{q3} und i_q

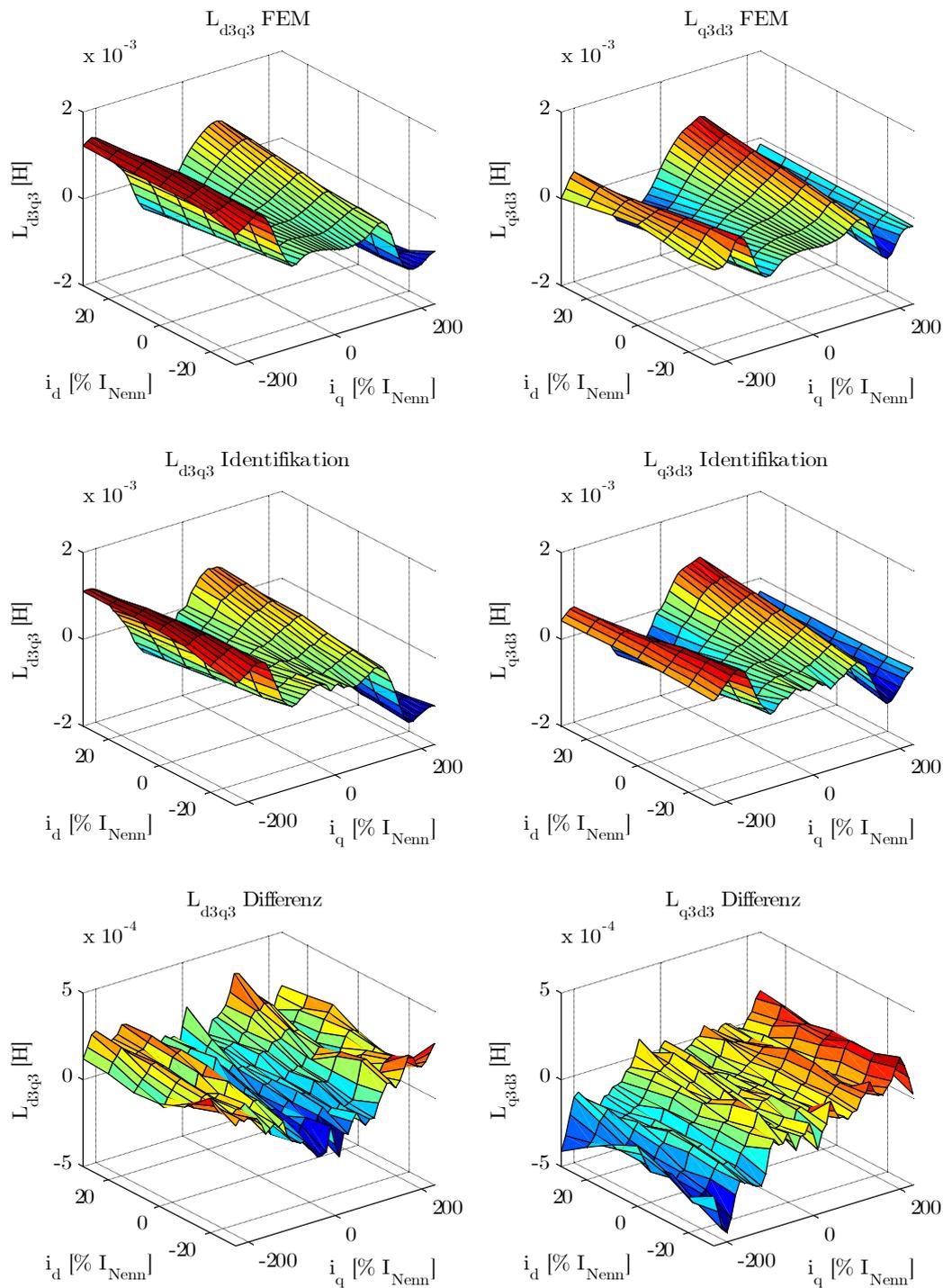


Abbildung 8.2: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{d3q3} und L_{q3d3} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q

8.3 Weitere Messergebnisse des Identifikationsverfahrens

Die Messergebnisse des Identifikationsverfahrens für die differentiellen Induktivitäten der dritten Harmonischen L_{d3d3} und L_{q3q3} sind in Abbildung 8.3 dargestellt. Das Messverfahren ist in der Lage auch die Komponenten der dritten Harmonischen exakt wiederzugeben, wobei der sättigungsabhängige Fehler, der in Abschnitt 5.8.5 beschrieben wird, hier ebenfalls sichtbar ist. Es zeigt sich eine Abhängigkeit der differentiellen Induktivitäten von i_q sowie von der jeweils zugehörigen Stromkomponente i_{d3} bzw. i_{q3} .

Die nicht dargestellten Stromkomponenten werden jeweils zu null geregelt. Die Identifikation findet bei $\varphi_{el} = 0^\circ$ statt. In Abbildung 8.3 werden i_{d3} und i_{q3} in der jeweiligen Darstellung von $-30\% I_{Nenn}$ bis $30\% I_{Nenn}$ in Schritten von 10% variiert und i_q von $-230\% I_{Nenn}$ bis $230\% I_{Nenn}$. In Abbildung 8.4 wird i_d von $-30\% I_{Nenn}$ bis $30\% I_{Nenn}$ in Schritten von 10% variiert und i_q von $-180\% I_{Nenn}$ bis $180\% I_{Nenn}$. Die im Vergleich zu Abbildung 8.1 geringere Aussteuerung von i_q ist aufgrund thermischer Begrenzungen im Experiment bedingt.

Abbildung 8.4 zeigt die experimentell bestimmten differentiellen Kreuzinduktivitäten in Abhängigkeit von i_d und i_q . Auch hier ist eine gute Übereinstimmung zwischen den FEM-Ergebnissen und den experimentell bestimmten Werten zu sehen, die im Bereich von 15% , bezogen auf den Maximalwert, liegt. Dieser Wert ist im Vergleich zu den Komponenten der Grundschiwingung höher, da sich die Absolutwerte der Kreuzkopplung im Bereich von weniger als 2 mH befinden. Trotz des geringen Absolutwerts sind die Verläufe experimentell gut zu bestimmen.

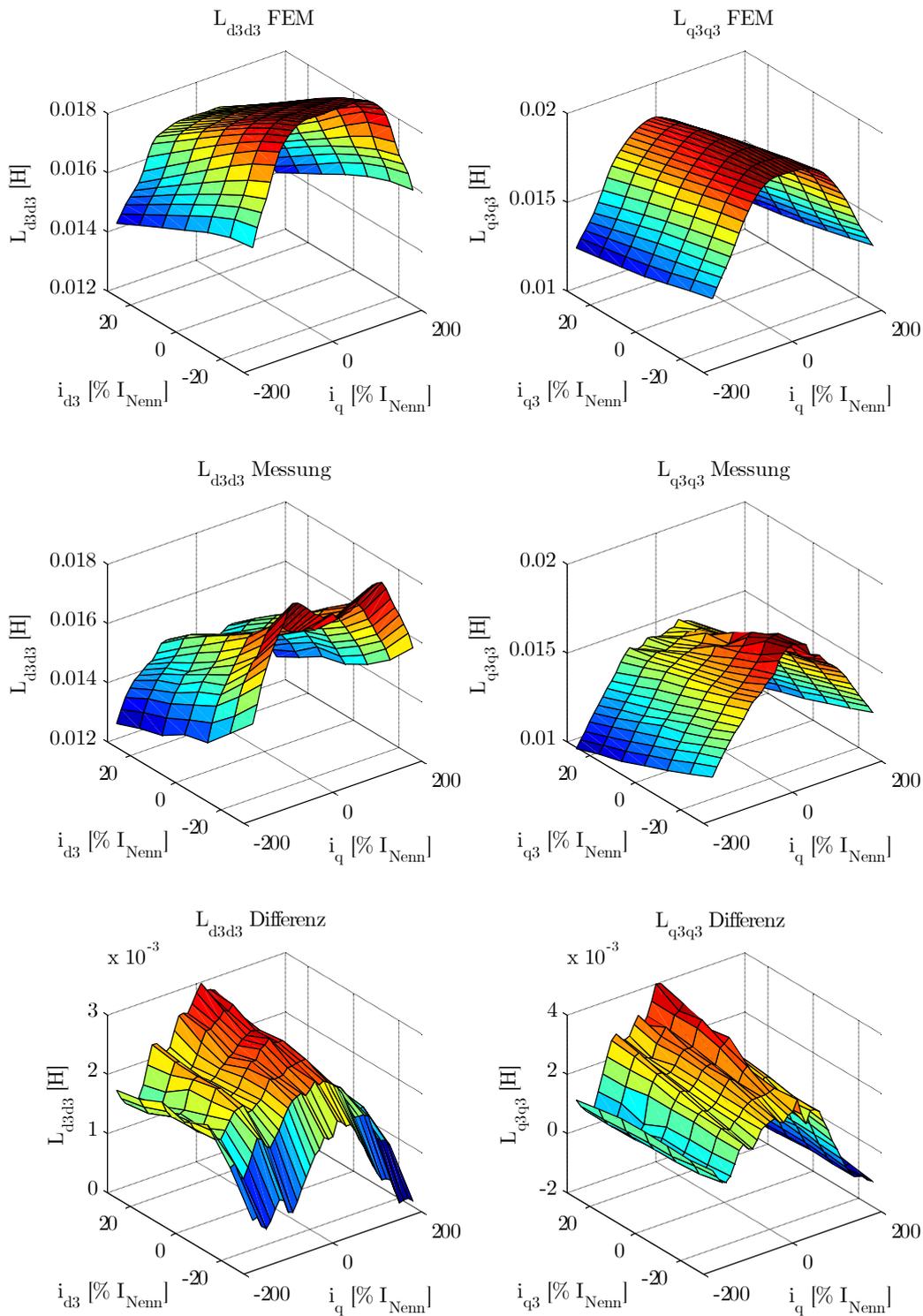


Abbildung 8.3: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{d3d3} und L_{q3q3} des Motormodells (FEM) und der experimentell ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_{d3} bzw. i_{q3} und i_q

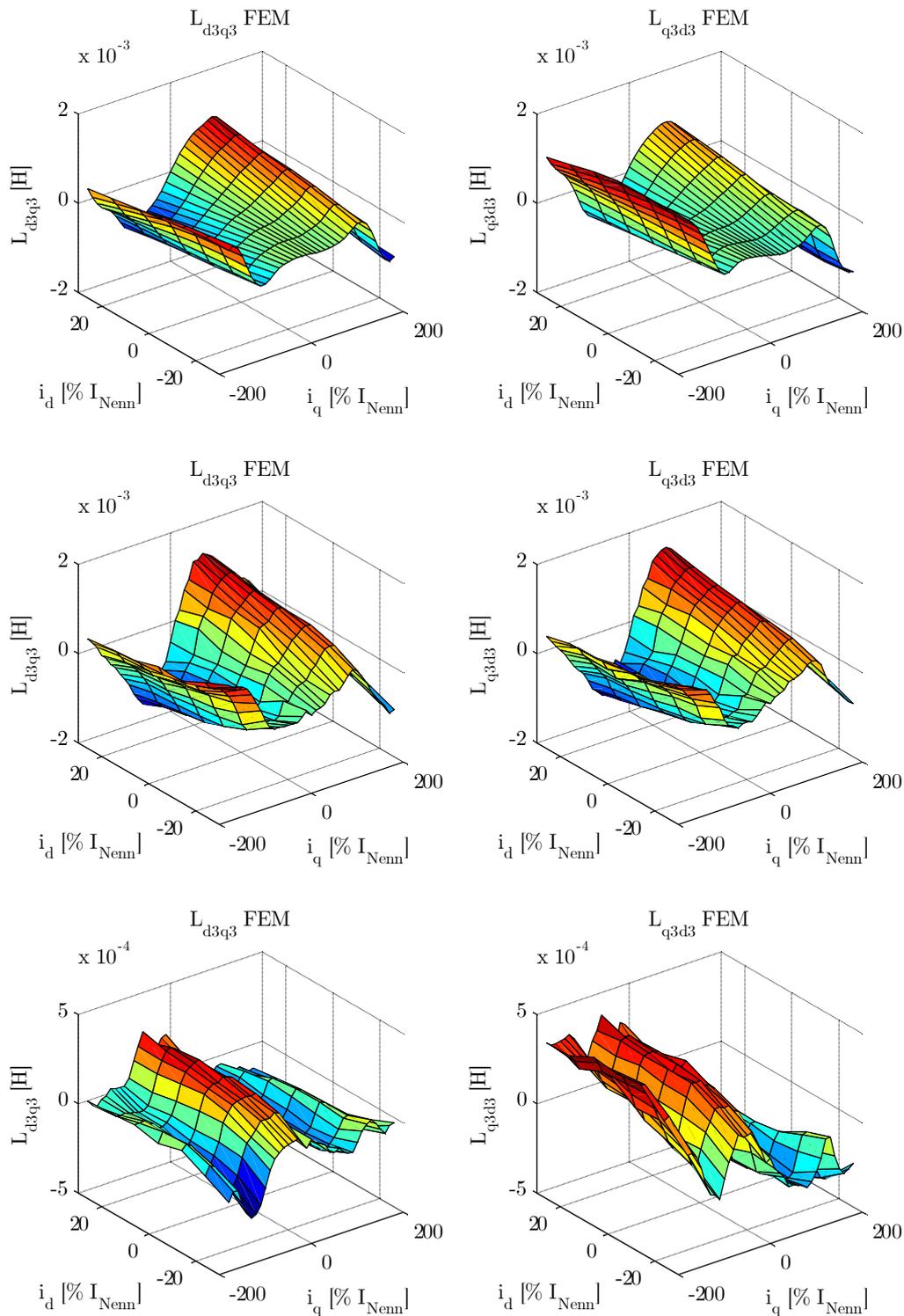


Abbildung 8.4: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{d3q3} und L_{q3d3} des Motormodells (FEM) und der experimentell ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q

8.4 MATLAB Skript zur Beobachterausslegung

Im Folgenden findet sich das MATLAB-Skript, das zur Auslegung des Beobachters in Kapitel 6.1.2 verwendet wird.

```
% Beobachter auslegen
% Werte für die berechnet werden soll definieren
Motor.p = 6;
position_el_rad = 0;
speed_el_rad = Motor.p*300*pi/60*2;
L_w_Matrix = [0.022 0 0 0 0; 0 0.0219 0 0 0; 0 0 0.0187 0 0;
              0 0 0 0.0192 0; 0 0 0 0 0.0016];
Motor.R_S = 0.4937;
%% Beweis das vorhandenes System Beobachtbar ist
clear Q_B
%Transformationsmatrix Park berechnen
m = 5;
t_T_ab = zeros(m);
for i=1:2:m-2
    t_T_ab(i:i+1,i:i+1) = [cos(i*position_el_rad),sin(i*position_el_rad);
                          -sin(i*position_el_rad),cos(i*position_el_rad)];
end
t_T_ab(m,m) = 1;
%Ableitung der Transformationsmatrix bereitstellen
J_w = zeros(m);
for i=1:2:m-2
    J_w(i:i+1,i:i+1) = [0 -i; i 0];
end
J_w(end,end)=0;
%Transformation der Induktivitäten in Clarke
L_w_Matrix_ab = inv(t_T_ab) * L_w_Matrix * t_T_ab;
%Systemmatrix c^T berechnen
c_T = transpose(inv(L_w_Matrix_ab));
%Vektor b berechnen
b = ones(5,1);

%Systemmatrix A berechnen
A = -Motor.R_S .* inv(L_w_Matrix_ab) -(J_w*L_w_Matrix_ab -...
L_w_Matrix_ab*J_w) * inv(L_w_Matrix_ab) .* speed_el_rad;
%Beobachtbarkeit nachweisen
Q_B = zeros(25);
Q_B(:,1:m) = [c_T;c_T*transpose(A);c_T*transpose(A)^2;c_T*transpose(A)^3;...
c_T*transpose(A)^4];
Q_B_rank = rank(Q_B);
%% In Regelungsnormalform transformieren
%Steuermatrix berechnen
Q_S = [b,A*b,A^2*b,A^3*b,A^4*b];
Q_S_rank = rank(Q_S);
s_RT = [zeros(1,4),1]*inv(Q_S);
%Transformationsmatrix berechnen
T_R = inv([s_RT;s_RT*A;s_RT*A^2;s_RT*A^3;s_RT*A^4]);
%Größen transformieren
A_R = inv(T_R) * A * T_R;
b_R = inv(T_R) * b;
c_T_R = c_T * T_R;
%% Eigenwerte berechnen um Verstärkungsfaktoren des Beobachters zu bestimmen
Ac = -Motor.R_S.*inv(L_w_Matrix_ab) -...
(J_w*L_w_Matrix_ab - L_w_Matrix_ab*J_w).*speed_el_rad*...
inv(L_w_Matrix_ab);
Ac_R = inv(T_R) * Ac * T_R;
syms s s_erg k k_erg k_erg_s
digits(40);
s_erg=vpa(solve(det(s*eye(5) - A)==0,s));
k_erg_s(s)=vpa(solve(det(s*eye(5) - Ac + k*c_T)==0,k));
s_erg = double(s_erg);
k_values = zeros(5,1);
for i=1:5
    k_erg=vpa(solve(det(s_erg(1)*3*eye(5) - Ac + k*c_T)==0,k));
    k_values(6-i) = k_erg(i);
end
%Stabilitaet nach Lyapunov pruefen
cont_value = transpose(k_values) * L_w_Matrix_inv;
```

8.5 Prüfstand hochintegrierter Antrieb

8.5.1 Messaufbau

Zur Validierung der Wirkungsgradsteigerungen des hochintegrierten Antriebs wird in den Experimenten in den Abschnitten 6.2 und 6.3 eine genaue Momenten- und Leistungsmessung benötigt. Hierzu wird der hochintegrierte Antrieb direkt mit einer Lastmaschine gekoppelt und mit einer Momentenmesswelle verbunden. Die Lastmaschine stellt eine feste Drehzahl ein und der Prüfling befindet sich im strom- bzw. momentengeregelten Betrieb. Abbildung 8.5 zeigt den Aufbau des Prüfstands.

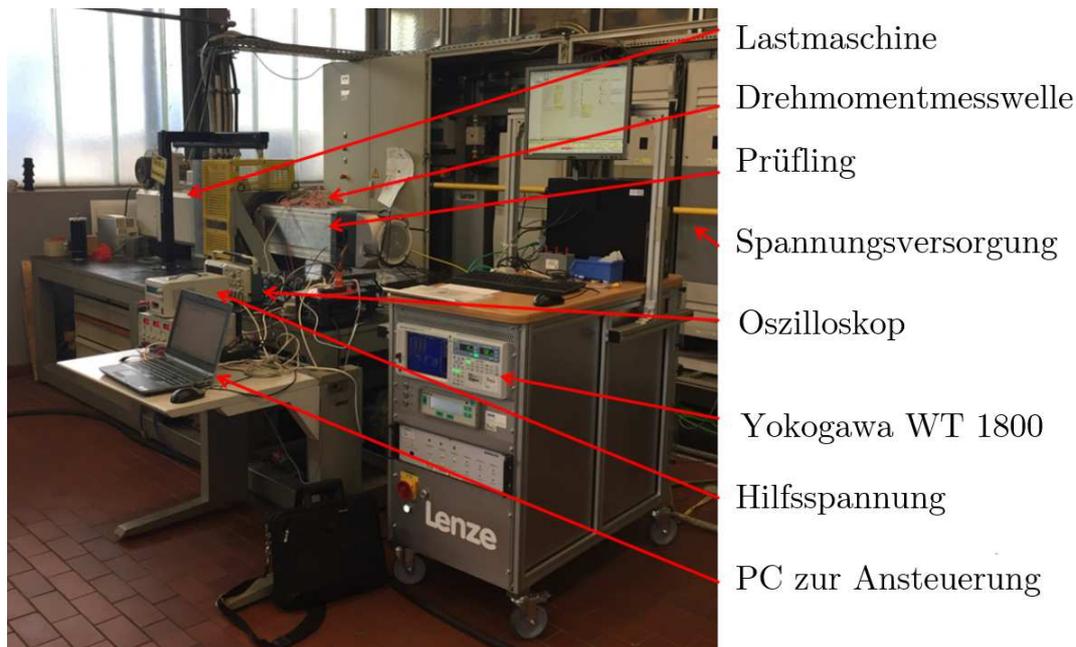


Abbildung 8.5: Prüfstand hochintegrierter Antrieb

8.5.2 Verwendete Messmittel

Die zu messenden Größen sind Drehzahl und Drehmoment, sowie die elektrische Leistungsaufnahme des hochintegrierten Antriebs. Zur Messung der Drehzahl und des Drehmoments wird der Drehmomentaufnehmer T10F der Firma HBM mit einem Maximalwert von 1000 Nm verwendet [85].

Das Signal des Drehmomentaufnehmers wird von dem Leistungsanalysator WT1800 der Firma Yokogawa verarbeitet [86]. Die elektrische Leistungsaufnahme des Systems wird über die Zwischenkreisleistung ermittelt. Hierzu wird die Zwischenkreisspannung direkt mit dem Yokogawa WT1800 aufgenommen. Der Messbereich beträgt 300 V. Die Aufnahme des Zwischenkreisstroms erfolgt ebenfalls über den Leistungsanalysator WT1800. Aufgrund des limitierten Messbereichs wird der Strom hierfür mit dem Stromumsetzer „IT1000-S/SP1 Ultrastab“ der Firma LEM mit dem Faktor 1000 skaliert [87].

8.5.3 Fehlerbetrachtung

Im Folgenden wird eine Fehlerbetrachtung der Messung des Wirkungsgrads des Antriebssystems anhand der von den Herstellern zur Verfügung gestellten Datenblättern durchgeführt. Es handelt sich um eine Abschätzung des größten zu erwartenden systematischen Fehlers, der beispielsweise aufgrund von Gain- und Offsetfehlern entsteht.

Die Fehlerbetrachtung des elektrischen Teilsystems wird anhand des Datenblatts [86] sowie der vom Hersteller zur Verfügung gestellten Excel-Mappe [88] durchgeführt. Für einen Spannungsmessbereich von 300 V ergibt sich eine Messunsicherheit von 0,05 % des Messwerts und 0,1 % des Messbereichs [88]. Somit ergibt sich für eine eingestellte Zwischenkreisspannung von 280 V ein Fehler von:

$$\Delta U_{\text{dc}} = 0,1 \% \cdot 300 \text{ V} + 0,05 \% \cdot 280 \text{ V} = 0,44 \text{ V}. \quad (8.2)$$

Dies entspricht einem relativen Fehler von 0,16 % bezogen auf den Messwert von 280 V.

Für die Strommessung ergibt sich durch die Wandlung des Stroms zur Anpassung des Messbereichs durch den hochgenauen Stromwandler und der Messungenauigkeit des Leistungsanalysators eine Reihenschaltung in Bezug auf die Fehlerbetrachtung. Für die Stromwandlung ist ein Offsetfehler von 0,005 % angegeben [87]. Eine relative Genauigkeit der Wandlung ist im Datenblatt nicht ersichtlich.

Die Messungenauigkeit des Leistungsanalysators ist mit 0,1 % des Messbereichs und 0,05 % des absoluten Wertes angegeben [88]. Für einen Strom von 29 A im Zwischenkreis ergibt sich nach der Wandlung ein Strom von 0,029 A und somit ein Fehler von:

$$\Delta I_{\text{dc}} = 0,1 \% \cdot 0,05 \text{ A} + (0,05 + 0,005)\% \cdot 0,29 \text{ A} = 0,065 \text{ mA}. \quad (8.3)$$

Dies entspricht einem relativen Fehler von 0,22 %. Für die elektrische Leistung ergibt sich mit der linearen Fehlerfortpflanzung eine relative Messunsicherheit von [89]:

$$\frac{\Delta P_{\text{el}}}{P_{\text{el}}} = 0,16 \% + 0,22 \% = 0,38 \%. \quad (8.4)$$

Die Berechnung der Messungenauigkeiten im mechanischen Teil erfolgt über die Einzelbetrachtung der Ungenauigkeiten für die Erfassung von Drehzahl und Drehmoment. Beide Größen werden von der Messwelle T10F der Firma HBM aufbereitet und von dem Leistungsanalysator WT1800 verarbeitet. Für das Drehmoment ergibt sich laut Datenblatt des Drehmomentaufnehmers ein relativer Fehler von 0,03 % [85] und ein Fehler von 0,1 % in Bezug auf den Messbereich. Im Leistungsanalysator, der als in Reihe geschaltet betrachtet wird, entsteht ein maximaler Fehler von 0,05 % des angegebenen Werts [86] [88]. Für ein beispielhaftes Drehmoment von 633 Nm und einen Messbereich von 1000 Nm ergibt sich ein Fehler von:

$$\Delta M = 0,1 \% \cdot 1000 \text{ Nm} + (0,03 + 0,05)\% \cdot 633 \text{ Nm} = 1,51 \text{ Nm}. \quad (8.5)$$

Dies entspricht einem relativen Fehler von 0,24 %.

Für die Drehzahl geht aus dem Datenblatt [85] keine Genauigkeit hervor. Es ist jedoch im Vergleich zur Drehmomentmessung eine höhere Genauigkeit zu erwarten, die hier mit 0,01 % des Messwerts angenommen wird. Für die Messwerterfassung im Leistungsanalysator ergibt sich ein Fehler von 0,05 % des angegebenen Werts [86] [88]. Für eine Drehzahl von 100 rpm gilt somit:

$$\Delta n = (0,01 + 0,05)\% \cdot 100 \text{ rpm} = 0,06 \text{ rpm}. \quad (8.6)$$

Der relative Fehler beträgt dementsprechend 0,06 %. Für die Leistungsmessung des mechanischen Teils gilt nach der linearen Fehlerfortpflanzung im betrachteten Arbeitspunkt:

$$\frac{\Delta P_{\text{mech}}}{P_{\text{mech}}} = 0,24 \% + 0,06 \% = 0,3 \%. \quad (8.7)$$

Für den Fehler der Berechnung des Wirkungsgrad η aus dem Quotienten der mechanischen Leistung P_{mech} und der elektrischen Leistung P_{el} ergibt sich für den betrachteten Arbeitspunkt ein größter zu erwartender Fehler von [89]:

$$\Delta \eta = \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_{\text{mech}}} \right| \cdot \Delta P_{\text{mech}} + \left| \frac{\partial \eta}{\partial P_{\text{el}}} \right| \cdot \Delta P_{\text{el}} = 0,55 \%. \quad (8.8)$$

Bei Differenzmessungen ist zu beachten, dass sich die systematischen Fehler bei ähnlichen Arbeitspunkten kompensieren, weil die Gain- und Offsetfehler keine Streuung im angegebenen Bereich aufweisen, sondern bei demselben Messgerät in die identische Richtung ausschlagen [90]. Bei einer vergleichenden Wirkungsgradmessung in nahezu identischen Arbeitspunkten ist somit für die Differenz zwischen den betrachteten Wirkungsgraden kein systematischer Fehler zu erwarten. Lediglich die Absolutwerte der Wirkungsgrade weisen maximal die in diesem Kapitel berechneten Fehler auf.

Neben den bereits betrachteten systematischen Fehlern sind in deutlich kleinerem Umfang zufällige Fehler in der Messung zu erwarten, die beispielsweise durch Quantisierung oder Rauscheffekte auftreten können. Bei einer Mehrfachmessung eines Arbeitspunkt kann durch Mittelwertbildung der zu erwartende zufällige Fehler verringert werden. Die Messungenauigkeit aufgrund des zufälligen Fehlers nimmt reziprok-proportional zur Wurzel aus der Summe der Messwerte ab.

Literaturverzeichnis

- [1] E. Levi, R. Bojoi, F. Profumo, T. Hamid A. und S. Stevenson, „Multiphase induction motor drives - a technology review,“ *IET Electric Power Applications (Volume: 1, Issue: 4, July 2007)* , pp. 489-516, Juli 2007.
- [2] R. Zanasi und F. Grossi, „The POG Technique for Modelling Multi-Phase Permanent Magnet Synchronous Motors,“ in *EUROSIM*, Ljubljana, Slovenia, 2007.
- [3] K. Tounsi, A. Djahbar und S. Barkat, „DTC-SVM of five-phase permanent magnet synchronous motor drive,“ in *Modelling, Identification and Control (ICMIC), 2016 8th International Conference on*, 2016.
- [4] L. Parsa und H. A. Toliyat, „Sensorless Direct Torque Control of Five-Phase Interior Permanent-Magnet Motor Drives,“ in *IEEE Transactions on Industry Applications (Volume: 43, Issue: 4, July-aug. 2007)*.
- [5] F. Mink, Dissertation: Modellierung und hochdynamische Stromregelung von PM-Synchronmaschinen unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten, Bonn: Ingenieurwissenschaftlicher Verlag GbR, 2013.
- [6] A. S. Abdel-Khalik, M. I. Daoud, S. Ahmed, A. A. Elserougi und A. M. Massoud, „Parameter Identification of Five-Phase Induction Machines With Single Layer Windings,“ in *IEEE Transactions on Industrial Electronics (Volume: 61, Issue: 10, Oct. 2014)*.
- [7] R. Zanasi und F. Grossi, „Optimal rotor flux shape for multi-phase permanent magnet synchronous motors,“ in *Power Electronics and Motion Control Conference, 2008. EPE-PEMC 2008. 13th*, 2008.
- [8] L. Parsa, Dissertation: Performance Improvement of Permanent Magnet AC Motors, Texas A&M University, 2005.
- [9] J. Wettlaufer, Dissertation: Systementwurf hochintegrierter Antriebe, Freiburg im Breisgau, 2018.
- [10] D. Schröder, Elektrische Antriebe - Grundlagen, München: Springer, 2009.
- [11] R. H. Park, „Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part I,“ in *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Volume 48*, 1929.
- [12] H. A. Toliyat, M. M. Rahimian und T. A. Lipo, „dq modeling of five phase synchronous reluctance machines including third harmonic of air-gap MMF,“ in *Industry Applications Society Annual Meeting, 1991., Conference Record of the 1991 IEEE*, 1991.
- [13] R. Michel, Dissertation: Kompensation von sättigungsbedingten Harmonischen in den Strömen feldorientierter geregelter Synchronmotoren, Dresden: Vieweg+Teubner Research, 2009.

-
- [14] N. Bianchi und L. Alberti, „MMF Harmonics Effect on the Embedded FE Analytical Computation of FE Motors,“ in *IEEE Transactions on Industry Applications (Volume: 46, Issue: 2, March-April 2010)*, 2010.
- [15] K. Wiedmann, Dissertation: Positionsgeberloser Betrieb von permanenterregten Synchronmaschinen, Leibniz Universität Hannover, 2012.
- [16] S. L. Kellner, „Dissertation: Parameteridentifikation bei permanenterregten Synchronmaschinen,“ Technische Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen, 2012.
- [17] S. Ebersberger und B. Piepenbreier, „Identification of Differential Inductances of Permanent Magnet Synchronous Machines Using Test Current Signal Injection,“ in *International Symposium on Power Electronics*, Erlangen, 2012.
- [18] A. G. Yepes, J. A. Riveros, J. Doval-Gandoy, F. Barrero, Ó. Lopez, B. Bogado, M. Jones und E. Levi, „Parameter Identification of Multiphase Induction Machines With Distributed Windings—Part 1: Sinusoidal Excitation Methods,“ in *IEEE Transactions on Energy Conversion (Volume: 27, Issue: 4, Dec. 2012)*, 2012.
- [19] J. A. Riveros, D. G. Reina, F. Barrero, S. L. Toral und M. J. Durán, „Five-phase induction machine parameter identification using PSO and standstill techniques,“ in *Industrial Electronics Society, IECON 2015 - 41st Annual Conference of the IEEE*, 2015.
- [20] M. Zimmermann, M. Centner und M. Stiebler, „Five-phase permanent magnet synchronous machine under consideration of the third current harmonic,“ in *Electrical Machines (ICEM), 2016 XXII International Conference on*, 2016.
- [21] K. Wang, Z. G. Zhu und G. Ombach, „Torque improvement of five-phase surface-mounted permanent magnet machine using third-order harmonic,“ in *Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*, 2016.
- [22] L. Parsa, „On advantages of multi-phase machines,“ in *Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005. 31st Annual Conference of IEEE*, 2005.
- [23] P. Zhao und G. Yang, „Torque Density Improvement of Five-Phase PMSM Drive for Electric Vehicles Applications,“ in *Jornal of power Electronics 11 (4)*, 2011.
- [24] A. Rosen, M. Gröninger und A. Mertens, „Modeling and optimized control of fault-tolerant H-bridge fed multiphase drives,“ in *Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe)*, Genf, 2015.
- [25] R. Krall, Dissertation: Permanentmagneterregte Mehrphasen-Synchronmaschine in Zahnspulenausführung einschließlich des phasendezimierten Betriebs, Montanuniversität Leoben, 2015.
- [26] A. Mohammadpour und L. Parsa, „Global Fault-Tolerant Control Technique for Multiphase Permanent-Magnet Machines,“ in *IEEE Transactions on Industry Applications (Volume: 51, Issue: 1, Jan.-Feb. 2015)*, 2015.
- [27] A. Binder, Elektrische Maschinen und Antriebe, Darmstadt: Springer, 2012.
-

- [28] U. Probst, Servoantriebe in der Automatisierungstechnik: Komponenten, Aufbau und Regelverfahren, Springer Vieweg, 2011.
- [29] E. Clarke, Circuit Analysis of A-C Power Systems, Wiley, 1943.
- [30] N. P. Quang und J.-A. Dittrich, Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelung, Renningen-Malmsheim: Expert Verlag, 1999.
- [31] E. Hering und R. Martin, Physik für Ingenieure, Heidelberg: Springer, 2012.
- [32] D. Paulus, Dissertation: Beliebige Injektion für permanent erregte Synchronmaschinen, Technische Universität München, 2015.
- [33] K. Küpfmüller, W. Mathis und A. Reibiger, Theoretische Elektrotechnik, Berlin: Springer Verlag, 2006.
- [34] M. Barcaro, Dissertation: Design and Analysis of Interior Permanent Magnet Synchronous Machines for Electric Vehicles, Università degli Studi di Padova, 2011.
- [35] R. C. Stevensen, „The role of coenergy & the development of a comprehensive analytical model for a PM motor,“ in *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC '09. IEEE*, 2009.
- [36] D. C. White und H. H. Woodson, Electromechanical Energy Conversion, New York: Wiley and sons, 1959.
- [37] Fraunhofer IISB, „www.iisb.fraunhofer.de,“ August 2013. [Online]. Available: http://www.iisb.fraunhofer.de/content/dam/iisb/de/documents/presse_publicationen/pressemitteilungen/2013/Pressemitteilung_EMiLE_www_2013-08-06.pdf. [Zugriff am 30 Oktober 2016].
- [38] P. Bockerhoff, Y. Burkhardt, K. Egger und H. Rauh, „Smart Stator Tooth Design with novel Control and Safety Functions in Electric Vehicle Drivetrains,“ in *PCIM Europe 2015; International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management; Proceedings of*, Nürnberg, 2015.
- [39] F. Klute, „Optimierung der geometrischen Maschinenparameter einer segmentierten 5-phasigen permanentmagneterregten Synchronmaschine auf Momentendichte und Überlastbarkeit,“ in *Praxisforum Antriebstechnik*, 2015.
- [40] T. Jonsky, F. Klute und J. Wettlaufer, „Aufbau, Auslegung und Regelung einer multiphasigen permanenterregten Synchron-Maschine mit integrierter Leistungselektronik,“ in *Tagungsband SPS IPC Drives 2014*, Nürnberg, 2014.
- [41] J. Wettlaufer, H. Dr. Borcharding, F. Klute und T. Jonsky, „A compact servo drive: Five phase, air cooled, with highly integrated inverter for industrial use,“ in *17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15-EECE-Europe)*, Genf, 2015.
- [42] J. Wettlaufer, T. Jonsky, H. Dr. Borcharding, J. Wilde, P. Lübke, R. Hernandez und F. Klute, „A novel servo drive: air-cooled, multiphase permanent-magnet

- synchronous machine with highly integrated power electronics," in *EEMODS 2015*, Helsinki, 2015.
- [43] O. Forster, *Analysis 1*, Vieweg+Teubner, 2004.
- [44] I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Frankfurt: Deutsch (Harri), 2008.
- [45] A. Fetzer und H. Fraenkel, *Mathematik 1 und 2*, Lehrbuch für ingenieurwissenschaftliche Studiengänge, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012.
- [46] Ansys, „Electromagnetic Force Coupling in Electric Machines,“ 2011. [Online]. Available:
<https://support.ansys.com/staticassets/ANSYS/Conference/Minnesota/downloads/Electromagnetic%20Force%20Coupling%20Electric%20Machines.pdf>. [Zugriff am 18.11.2016].
- [47] Vacuumschmelze, „Vacodym Permanent Magnets,“ [Online]. Available:
<http://www.vacuumschmelze.com/en/products/permanent-magnets-assemblies/permanent-magnets/nd-fe-b/vacodym.html>. [Zugriff am 26.11.2016].
- [48] R. Isermann, *Identifikation dynamischer Systeme 1 und 2*, Heidelberg: Springer-Verlag, 1992.
- [49] R. Isermann, *Mechatronische Systeme: Grundlagen*, Heidelberg: Springer-Verlag, 1998.
- [50] J. Kiel, S. Beineke und A. Bünte, „Bestimmung von arbeitspunktabhängigen Maschinenparametern bei Synchronmaschinen,“ in *Kongress SPS/IPC/Drives Elektrische Automatisierung, Systeme und Komponenten*, Nürnberg, 2000.
- [51] H. Unbehauen, *Regelungstechnik III: Identifikation, Adaption, Optimierung*, Vieweg & Sohn, 1988.
- [52] A. Brösse, *Dissertation: Sensorloser Betrieb eines geschalteten Reluktanzmotors mittels Kalman Filters*, Hochschule Aachen, 1998.
- [53] M. Seilmeier, S. Ebersberger und B. Piepenbreier, „HF Test Current Injection-Based Self-Sensing Control of PMSM for Low- and Zero-Speed Range Using Two-Degree-of-Freedom Current Control,“ *IEEE Transactions on Industry Applications (Volume: 51, Issue: 3, May-June 2015)*, pp. 2268-2278, 2014.
- [54] M. Werner, *Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB*, Fulda: Vieweg+Teubner, 2012.
- [55] M. A. Jaber und D. Massicotte, „Fast Method to Detect Specific Frequencies in Monitored Signal,“ in *4th International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP)*, Limassol, Cyprus, 2010.
- [56] G. Haggmann, *Grundlagen der Elektrotechnik*, Ulm: AULA, 2008.
- [57] S. Zacher und M. Reuter, *Regelungstechnik für Ingenieure - Analyse, Simulation und Entwurf von Regelkreisen*, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.
- [58] M. Seilmeier, A. Boehm, I. Hahn und B. Piepenbreier, „Identification of time-variant high frequency parameters for sensorless control of PMSM using an internal model

- principle based high frequency current control,“ in *XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Marseille, 2012.
- [59] D. N. Zmood und D. G. Holmes, „Stationary Frame Current Regulation of PWM Inverters With Zero Steady-State Error,“ in *IEEE Transactions on Power Electronics (Volume: 18, Issue: 3, May 2003)*, 2003.
- [60] A. G. Yepes, F. D. Freijedo und O. Lopez, „Analysis and Design of Resonant Current Controllers for Voltage-Source Converters by Means of Nyquist Diagrams and Sensitivity Function,“ in *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011.
- [61] J. Lunze, *Regelungstechnik 1*, Springer Vieweg, 2014.
- [62] O. Föllinger, F. Dörrscheidt und M. Klittich, *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*, Hüthig, 2008.
- [63] M. Meyer, *Signalverarbeitung - Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*, Hausen (AG), Schweiz: Springer Vieweg, 2013.
- [64] S. L. Kellner und B. Piepenbreier, „General PMSM d,q-model usign optimized interpolated absolute and differential inductances surfaces,“ in *Electric Machines & Drives Conference (IEMDC), 2011 IEEE International*, 2011.
- [65] VAC Vaccumschmelze, „Datenblatt Stromsensor-Modul T60404-N4644-X101,“ [Online]. Available: http://www.vacuumschmelze.com/fileadmin/Medienbibliothek_2010/Produkte/Kerne_und_Bauelemente/Anwendungen/Stromsensoren/Aktive_Ss_mit_magnetischer_Sonde/4644-X101_en.pdf. [Zugriff am 07 07 2017].
- [66] Analog Devices, „Datenblatt AD7866,“ [Online]. Available: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD7866.pdf>. [Zugriff am 07 07 2017].
- [67] F. Jenni und D. Wüest, *Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter*, Zürich: vdf Hochschulverlag AG, 1995.
- [68] Texas Instrument Incorporated, „Datenblatt AMC1204,“ 2017. [Online]. Available: <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/amc1204.pdf>. [Zugriff am 28 Juli 2017].
- [69] H. D. Perassi, „Feldorientierte Regelung der permanenterregten Synchronmaschine ohne Lagegeber für den gesamten Drehzahlbereich bis zum Stillstand,“ Krefeld, 2006.
- [70] J. Holtz und J. Quan, „Vector Control of Induction Motors at Very Low Speed Using a Nonlinear Inverter Model and Parameter Identification,“ in *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, 2001.
- [71] E. Du Trémolet de Lacheisserie, D. Gignoux und M. Schlenker, *Magnetism - Fundamentals*, Springer-Verlag, 2005.
- [72] J.-J. Cordier, P. Landsmann und R. Kennel, „The Influence of Magnetic Hysteresis on HF Injection Based Inductance Calculation,“ in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011 IEEE*, 2011.

- [73] D. Schröder, Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen, München: Springer Vieweg, 2015.
- [74] L. Parsa, N. Kim und H. A. Toliyat, „Field Weakening Operation of a High Torque Density Five Phase Permanent Magnet Motor Drive,“ in *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, 2005.
- [75] M. Fei und R. Zanasi, „Multi-phase vectorial control of synchronous motors with currents and voltages saturations,“ in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, 2011.
- [76] M. Jänecke, „Direkte Selbstregelung, ein neuartiges Regelverfahren für Traktionsantriebe im Ersteinsatz bei dieselektrischen Lokomotiven,“ *Elektrische Bahnen, Vol. 89*, pp. 79-87, 1991.
- [77] M. F. Oettmeier, Dissertation: Stator-flux-oriented control and real-time emulation techniques for permanent-magnet synchronous machines, Ruhr-Universität Bochum, 2012.
- [78] M. Depenbrock, „Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine,“ in *IEEE Transactions on Power Electronics (Volume: 3, Issue: 4, Oct 1988)*, 1988.
- [79] J. Stoer, Numerische Mathematik 1, Springer-Verlag, 2002.
- [80] J. Lunze, Regelungstechnik 2: Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
- [81] J. Teigelkötter, Energieeffiziente elektrische Antriebe, Vieweg+Teubner, 2013.
- [82] M. Cai, M. Henke und W.-R. Canders, „Least squares based d-q model of non-ideal multiphase synchronous machine,“ in *Electrical Machines (ICEM), 2014 International Conference on*, 2014.
- [83] C. Bode, H. May und W.-R. Canders, „Untersuchung von Wirbelstromverlusten in Permanentmagneten bei hohen Frequenzen,“ TU Braunschweig, 2011. [Online]. Available: https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/imab/09-Jahresberichte/2010-11/01_Bode2010_11.pdf. [Zugriff am 8 Februar 2017].
- [84] A. Wintrich, U. Nicolai, W. Tursky und T. Reimann, Applikationshandbuch Leistungshalbleiter Bd. 2, Ilmenau: ISLE Verlag, 2015.
- [85] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, „Datenblatt T10F,“ [Online]. Available: <https://www.hbm.com/fileadmin/mediapool/hbmdoc/technical/B00120.pdf>. [Zugriff am 17 April 2019].
- [86] Yokogawa, „Datenblatt WT 1800,“ [Online]. Available: <https://cdn.tmi.yokogawa.com/IMWT1801-01EN.pdf>. [Zugriff am 17 April 2019].
- [87] LEM, „Datenblatt ITN 1000-S ULTRASTAB,“ [Online]. Available: https://www.lem.com/sites/default/files/products_datasheets/itn%201000-s%20ultrastab.pdf. [Zugriff am April 17 2019].

- [88] Yokogawa, „WT1800 Uncertainty Calculation,“ [Online]. Available: https://cdn.tmi.yokogawa.com/Power%20Analyzer%20Uncertainty%20Calc%20R1018%20_005_.xlsx. [Zugriff am 17 April 2019].
- [89] D. Hempel, „Script zur Einführung in die Grundlagen der Fehlerrechnung,“ [Online]. Available: http://www.uni-magdeburg.de/exph/mathe_gl/fehlerrechnung.pdf. [Zugriff am 2019 April 17].
- [90] R. Goldberg, L. Jahn und R. Schwierz, „Technische Universität Dresden: Physikalisches Grundpraktikum,“ 18 Oktober 2018. [Online]. Available: <https://tu-dresden.de/mn/physik/ressourcen/dateien/studium/lehrveranstaltungen/praktika/pdf/FA.pdf?lang=de>. [Zugriff am 05 Mai 2019].
- [91] T. Jonsky, „Modelling and Parameter Identification of Multiphase Permanent Magnet Synchronous Motors Including Saturation Effects,“ in *17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE Europe)*, Geneva, 2015.
- [92] J. Liesen und V. Mehrmann, *Lineare Algebra*, Springer, 2011.
- [93] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr. und S. D. Umans, *Electric Machinery*, New York: McGraw-Hill, 2003.
- [94] R. D. Schultz und L. Zhao, „Coenergy based transient model of interior permanent synchronous machines,“ in *Industry Applications Society Annual Meeting, 2015 IEEE*, 2015.
- [95] H. H. Woodson und J. R. Melcher, *Electromechanical Dynamics*, New York: Wiley & Sons, 1968.
- [96] G. F. Franklin, J. D. Powell und M. L. Workman, *Digital control of dynamic systems*, 3. Edition, Addison-Wesley series in electrical and computer engineering: Control engineering, 1998.
- [97] L. Papula, *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 1*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011.
- [98] L. Papula, *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011.
- [99] M. Ranta, M. Hinkkanen und A. Belahcen, „Inclusion of hysteresis and eddy current losses in nonlinear time-domain inductance models,“ in *IECON 2011 - 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2011.
- [100] A. Specht, *Dissertation: Ermittlung der Rotortemperatur einer Synchronmaschine mit eingebetteten Permanentmagneten für einen automobilen Traktionsantrieb mittels Beobachter basierend auf elektrischen Größen*, Universität Paderborn, 2014.
- [101] S. Zacher und M. Reuter, *Entwurf von linearen Regelkreisen*, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017.

Nicht veröffentlichte Quellen

Im Rahmen dieser Dissertation wurden Abschlussarbeiten in Zusammenarbeit mit Universitäten und Hochschulen betreut, die nicht veröffentlicht sind. Aus diesen Arbeiten werden angepasste Grafiken verwendet.

- [A1] A. H. de Sá Capone, „Modellierung und Regelung einer sechsphasigen Synchronmaschine“, Bachelorarbeit, Institut für Regelungstechnik, RWTH Aachen. Externer Betreuer: Torben Jonsky
- [A2] S. Berghaus, „Identifikation sättigungs- und ortsabhängiger Induktivitäten einer 5-phasigen Synchronmaschine“, Masterarbeit, Hochschule Osnabrück, Externer Betreuer: Torben Jonsky
- [A3] P. Szymanski, „Modellierung und Realisierung von statorfesten Regelungsverfahren für eine fünfphasige permanenterregte Synchronmaschine“, Masterarbeit, Beuth Hochschule für Technik Berlin, Externer Betreuer: Torben Jonsky
- [A4] G. Böhm, „Umrichterbasierte Identifikation der Ersatzschaltbilddaten einer Synchron- oder Reluktanzmaschine“, Masterarbeit, Beuth Hochschule für Technik Berlin, Externer Betreuer: Dr. Heiko Stichweh

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 3.1: links: Vereinfachte Darstellung einer PMSM mit 2 Rotor- und 2 Statorpolen zur Verdeutlichung des Wirkprinzips [28]. rechts: Stromverlauf in den Spulen uvw zur Erzeugung eines Drehfelds	9
Abbildung 3.2: Selbstgeführter dreiphasiger Wechselrichter mit dreiphasiger, in Sternschaltung ausgeführter Maschine	10
Abbildung 3.3: $\alpha\beta$ - bzw. Clarke-Transformation in ein statorfestes Koordinatensystem.....	11
Abbildung 3.4: dq-Transformation in das rotorfeste dq-Koordinatensystem.....	12
Abbildung 3.5: Elektrisches Ersatzschaltbild einer PMSM in Sternschaltung (Autor nach [15])	15
Abbildung 3.6: Vereinfachtes Ersatzschaltbild einer PMSM im rotorfesten Koordinatensystem ohne Sättigungs- und Kreuzkopplungseffekte	15
Abbildung 3.7: Darstellung der magnetischen Energie und magnetischen Co-Energie (Autor nach [5]).....	18
Abbildung 4.1: links: Schematische Darstellung des Konzepts des intelligenten Einzelzahns mit „DC-Busbar“ [38], rechts: Bild eines intelligenten Einzelzahnmoduls mit einer Einzelspule	24
Abbildung 4.2 Drehzahl-Drehmomentkennlinie des Antriebssystems bei Nennstrom nach Auslegung	26
Abbildung 4.3: links: Blechschnitt und Rotorgeometrie des fünfphasigen Motors, rechts: Fotografie aus Sicht des B-Lagerschilds mit SST-Modul und Ringkondensator	27
Abbildung 4.4: Leistungselektronische Topologie eines fünfphasigen Wechselrichters mit Ringkondensator und Vollbrückenmodulen bei der Verwendung von zehn Spulen [9]....	28
Abbildung 4.5: Erweiterte Clarke-Transformation für fünfphasige Maschinen.....	30
Abbildung 4.6: Erweiterte dq-Transformation für fünfphasige Maschinen.....	31
Abbildung 4.7: oben: Darstellung eines Phasengrößenverlaufs mit Grundwelle und dritter Harmonischer, unten: Darstellung der transformierten Größe nach Anwendung der Park-Transformation	35
Abbildung 4.8: oben: Darstellung eines Phasengrößenverlaufs mit Harmonischen ungerader Ordnung bis einschließlich 9, unten: Darstellung der transformierten Größe nach Anwendung der Park-Transformation.....	37
Abbildung 4.9: Beispielhafter Verlauf der d-Flussverkettung des Testsystems aus FEM-Daten in Abhängigkeit des q-Stroms und des elektrischen Winkels	38
Abbildung 4.10: Allgemeine Darstellung absolute und differentielle Induktivität für eine einfache Spule	39
Abbildung 4.11: Magnetische Co-Energie und partielle Ableitungen nach den Strömen und dem elektrischen Winkel.....	43
Abbildung 4.12: Blockschaltbild der analytischen Gleichungen für das elektrische und mechanische Teilsystem einer fünfphasigen Synchronmaschine	45
Abbildung 4.13: Stromverlauf zur Validierung des analytischen Motormodells	47

Abbildung 4.14: Verlauf der Spannung u_d im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell	48
Abbildung 4.15: Verlauf der Spannung u_q im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell	48
Abbildung 4.16: Verlauf der Spannung u_{d3} im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell	48
Abbildung 4.17: Verlauf der Spannung u_{q3} im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell	49
Abbildung 4.18: Verlauf der Spannung u_0 im Vergleich zwischen analytischem Modell und FEM-Simulation mit Ansys Maxwell	49
Abbildung 4.19: Spannungsdifferenz zwischen den in der FEM berechneten induzierten Spannungen und den induzierten Spannungen, die sich aus den Ersatzgrößen ergeben..	49
Abbildung 4.20: Verlauf der Statorflussverkettungen in Abhängigkeit des elektrischen Winkels	51
Abbildung 4.21: Verlauf des Wechselanteils der magnetischen Co-Energie (d.h. ohne Gleichanteil) über dem elektrischen Winkel	51
Abbildung 4.22: Vergleich der Momentenverläufe zwischen analytischem Modell und FEM .	52
Abbildung 4.23: Differenz des Momentenverlaufs zwischen FEM und analytischem Modell über dem elektrischen Winkel	52
Abbildung 4.24: Darstellung des Einflusses der partiellen Ableitung der Co-Energie nach dem elektrischen Winkel auf den Momentenverlauf	53
Abbildung 4.25: Simulierter Temperatureinfluss auf den Momentenverlauf	54
Abbildung 5.1: Ablauf der Parameteridentifikation von dynamischen Systemen bei der Verwendung von Verfahren mit nichtparametrischen Zwischenmodellen.....	57
Abbildung 5.2: Prinzip der Messung des Stromanstiegs zur Bestimmung der differentiellen Induktivität in einem Arbeitspunkt.....	58
Abbildung 5.3: Schematischer Stromverlauf für die sinusförmige HF-Signalinjektion für einen Arbeitspunkt.....	59
Abbildung 5.4: Prinzip der HF-Signalinjektion. links: Anregung mit HF-Strom in einem Arbeitspunkt, rechts: Verlauf der Induktivität	60
Abbildung 5.5: Blockschaltbild des Goertzel-Algorithmus.....	63
Abbildung 5.6: Anwendungsbeispiel des Goertzel-Algorithmus 1. Ordnung.....	64
Abbildung 5.7: Vereinfachtes Blockschaltbild der Regelung mit Totzeiten.....	68
Abbildung 5.8: Bode-Diagramm von PT1-Gliedern mit unterschiedlichen Zeitkonstanten	70
Abbildung 5.9: Auswirkung von zu groß gewählten Amplituden des HF-Stroms auf die Identifikation der differentiellen Induktivitäten.....	71
Abbildung 5.10: Struktur und Ablauf des Verfahrens zur Identifikation von differentiellen Induktivitäten einer fünfphasigen Synchronmaschine mit HF-Signalinjektion	72
Abbildung 5.11: Verlauf der Stromarbeitspunkte ohne HF-Injektion für eine Rotorposition..	73
Abbildung 5.12: Vergrößerung der ersten 60 Sekunden von Abbildung 5.11.....	74
Abbildung 5.13: Verlauf der Soll-Ströme inklusive HF-Signalinjektion.....	74

Abbildung 5.14: Vergrößerung von Abbildung 5.13 zur Darstellung des HF-Injektionsstroms in d-Richtung (0.05 s bis 0.1 s) und in q-Richtung (ab 0.1 s)	75
Abbildung 5.15: Darstellung der HF-Einprägung in den entkoppelten, rotorfesten Koordinatensystemen (erweitert, nach [17])	76
Abbildung 5.16: Bode-Diagramm des PR-Reglers mit $\omega_{HF} = 2 \cdot \pi \cdot 2001s$, $KP = 1$, $TN = 1s$	77
Abbildung 5.17: Struktur des Stromregelkreises mit Parallelschaltung aus PI- und PR-Regler	78
Abbildung 5.18: Bode Diagramm (links) und Nyquist Diagramm (rechts) des offenen Regelkreises mit PR-Regler und PT ₂ -Ersatzmodell des Motors	79
Abbildung 5.19: Validierung der Stromregelung am Beispiel von i_d , i_q und i_{d3}	81
Abbildung 5.20: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q	84
Abbildung 5.21: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q	85
Abbildung 5.22: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_q und φ_{el}	87
Abbildung 5.23: Vergleich der differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_q und φ_{el}	88
Abbildung 5.24: Validierung der Methode zur Berechnung der absoluten Induktivitäten	90
Abbildung 5.25: Rollwagenaufbau mit Prüfling und Lastmaschine mit Ansteuerung	91
Abbildung 5.26: Zentrale Steuereinheit und intelligente Einzelzähne auf einem Rollwagen zur Ansteuerung des Prüflings	92
Abbildung 5.27: Schematische Kommunikationsstruktur des Testsystems	93
Abbildung 5.28: Schematische Darstellung einer H-Brücke	94
Abbildung 5.29: Erzeugung der Schaltsignale durch versetzte Taktung mit zwei entgegengesetzten Dreieck-Trägersignalen [Autor, nach [67]]	95
Abbildung 5.30: Vergleich von Simulation und Messung bei Anregung des Systems mit einem Testsignal mit $f_{HF} = 200 Hz$ und $\hat{I} = 5 \% INenn$. Oben: Simulationsergebnisse aus MATLAB-Simulink Unten: Messergebnisse am Testsystem	96
Abbildung 5.31: In bestmögliche Deckung gebrachte Spulenstrommessung des Leistungsanalysators und der systemintegrierten AD-Wandler	97
Abbildung 5.32: Vergleich der Phasenspannungen zwischen $u_{soll,Spule}$ des Testsystems und der mit dem Leistungsanalysator gemessenen realen Spulenspannung $u_{ist,Spule}$. Oben: ohne Phasenkorrektur, unten: mit Phasenkorrektur	98
Abbildung 5.33: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} über i_d und i_q und Vergleich mit der FEM-Simulation	100

Abbildung 5.34: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} über i_d und i_q und Vergleich mit der FEM-Simulation	101
Abbildung 5.35: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dd} und L_{qq} über i_q und φ_{el} und Vergleich mit der FEM-Simulation.....	103
Abbildung 5.36: Darstellung der experimentell ermittelten differentiellen Induktivitäten L_{dq} und L_{qd} über i_q und φ_{el} und Vergleich mit der FEM-Simulation.....	104
Abbildung 5.37: Schematische Darstellung des Hystereseverhaltens (Autor, nach [72])	106
Abbildung 5.38: Experimentell ermittelte Hysterese-Schleifen für verschiedene Stromamplituden bei einer Frequenz von 1 Hz und Vergleich mit experimentell ermittelten Rayleigh-Schleifen bei 200 Hz in verschiedenen Arbeitspunkten.....	107
Abbildung 5.39: Vergrößerte Darstellung von Abbildung 5.38.....	107
Abbildung 6.1: Vereinfachtes Blockschaltbild der Regelungsstruktur	111
Abbildung 6.2: Veranschaulichung der Maximalwerte einer Überlagerung einer Grundschwingung mit einer dritten Harmonischen mit unterschiedlichen Vorzeichen .	113
Abbildung 6.3: Zeigerdiagramm der $\alpha\beta$ -Achse der ISR	114
Abbildung 6.4: Zustandsraumdarstellung (Autor nach [80])	117
Abbildung 6.5: Struktur des Luenberger-Beobachters (Autor nach [80])	117
Abbildung 6.6: Vereinfachtes Blockschaltbild der ISR ohne Darstellung von Verzögerungsgliedern	119
Abbildung 6.7: Vereinfachtes Blockschaltbild des Drehzahlregelkreises mit angenähertem Stromregelkreis	120
Abbildung 6.8: Simulative Validierung der Reglereinstellungen für FOR und ISR bei einem Momentensprung	122
Abbildung 6.9: Simulative Validierung der Reglereinstellungen für FOR und ISR bei einem Drehzahlsprung	123
Abbildung 6.10: Durch Getriebelose beeinflusster Geschwindigkeitsverlauf beim Anfahren aus dem Stillstand.....	125
Abbildung 6.11: Grafische Darstellung zur Bewertung der Reglerperformance anhand eines Führungsgrößensprungs.....	126
Abbildung 6.12: Grafische Darstellung zur Bewertung der Reglerperformance anhand eines Störgrößensprungs.....	126
Abbildung 6.13: Simulativer Vergleich von FOR und ISR bei einem Führungsgrößensprung auf Nenndrehzahl im Großsignalverhalten.....	128
Abbildung 6.14: Vergleich der Drehzahl- und Stromverläufe zwischen FOR und ISR	129
Abbildung 6.15: Experimentell ermittelter Vergleich der Regelverfahren bei einem Führungsgrößensprung.....	130
Abbildung 6.16: Vergleich der Regelverfahren zwischen Simulation und Messung für einen Führungsgrößensprung.....	131
Abbildung 6.17: Simulativer Vergleich eines Störsprungs zwischen FOR und ISR	132
Abbildung 6.18: Direkter Vergleich zwischen ISR und FOR bei einem Störgrößensprung in der Simulation	133

Abbildung 6.19: Experimenteller Vergleich der Reaktion auf einen Störgrößensprung.....	134
Abbildung 6.20: Vergleich zwischen Simulation und Messung bei einem Störsprung.....	135
Abbildung 6.21: Darstellung der induzierten Spannungen des Testsystems bei Nenndrehzahl im Leerlauf in Phasengrößen (Simulation).....	137
Abbildung 6.22: Sättigungsbedingte Verschiebung der d_3 - und q_3 -Komponente der PM-Flussverkettung ohne harmonische Ströme (durchgezogene Linie) und mit harmonischen Strömen (gestrichelte Linie).....	138
Abbildung 6.23: Wirkungsgradoptimale Ströme in Abhängigkeit des Sollmoments aus FEM-Simulation	139
Abbildung 6.24: Vergleich der Kupferverluste für optimierte Stromform und Bestromung ausschließlich mit Strom in q-Richtung.....	140
Abbildung 6.25: Relative Reduzierung der Verlustleistung bei Verwendung der wirkungsgradoptimierten Stromformen	140
Abbildung 6.26: Phasenstromformen zum Vergleich der Verlustleistungen in der FEM	141
Abbildung 6.27: Per FEM ermittelter Zusammenhang zwischen q-Strom und Drehmoment zur Darstellung der Sättigungseffekte.....	141
Abbildung 6.28: Schematische Darstellung von zwei der möglichen Abschaltmuster bei der Verwendung der Spulenabschaltung.....	145
Abbildung 6.29: Experimentell ermitteltes Wirkungsgradkennfeld des Antriebssystems bei Betrieb mit 10 Spulen.....	147
Abbildung 6.30: Experimentell ermitteltes Wirkungsgradkennfeld des Antriebssystems bei Betrieb mit 5 Spulen.....	148
Abbildung 6.31: Experimentell ermittelte Reduzierung der Verlustleistung in Prozent im Vergleich des zehnspuligen mit dem fünfspuligen Betrieb.....	148
Abbildung 6.32: Experimentell ermittelte Wirkungsgraddifferenz in Prozent im Vergleich des fünfspuligen Betriebs mit dem zehnspuligen Betrieb	149
Abbildung 6.33: Verlauf der Spulenströme bei Belastung mit halbem Nenndrehmoment und der Abschaltung von fünf Spulen zum Zeitpunkt $t = 0$ s.....	150
Abbildung 6.34: Verlauf der Ist-Drehzahl bei Abschaltung von fünf Spulen zum Zeitpunkt $t =$ 0 s.....	150
Abbildung 8.1: Vergleich der differentiellen Induktivitäten $L_{d_3d_3}$ und $L_{q_3q_3}$ des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_{d_3} bzw. i_{q_3} und i_q	157
Abbildung 8.2: Vergleich der differentiellen Induktivitäten $L_{d_3q_3}$ und $L_{q_3d_3}$ des Motormodells (FEM) und der durch das Identifikationsverfahren ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q	158
Abbildung 8.3: Vergleich der differentiellen Induktivitäten $L_{d_3d_3}$ und $L_{q_3q_3}$ des Motormodells (FEM) und der experimentell ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_{d_3} bzw. i_{q_3} und i_q	160
Abbildung 8.4: Vergleich der differentiellen Induktivitäten $L_{d_3q_3}$ und $L_{q_3d_3}$ des Motormodells (FEM) und der experimentell ermittelten Werte in Abhängigkeit von i_d und i_q	161

Abbildung 8.5: Prüfstand hochintegrierter Antrieb	163
---	-----

Tabellenverzeichnis

Tabelle 4.1: Nenndaten des Testsystems mit außenliegender Leistungselektronik [9].....	25
Tabelle 4.2: Nenndaten des verwendeten Motors [9]	26
Tabelle 4.3: Arbeitspunkte der FEM-Simulation.....	46
Tabelle 6.1: Kennwerte des Reglervergleichs in der Simulation bei einem Führungsgrößenprung auf n_{Nenn}	128
Tabelle 6.2: Kennwerte des Reglervergleichs in der Messung bei einem Führungsgrößenprung auf n_{Nenn}	130
Tabelle 6.3: An- und Ausregelzeit für einen Störsprung in der Simulation	133
Tabelle 6.4: Experimentell ermittelte Kennwerte der Regelverfahren für einen Störsprung .	134
Tabelle 6.5: Vergleich von Verlustleistungen und Wirkungsgrad der verglichenen Stromformen in der Simulation	142
Tabelle 6.6: Auflistung der zu vergleichenden Ströme der Arbeitspunkte in Prozent des Nennstroms.....	143
Tabelle 6.7: Ergebnisse des experimentellen Verlustleistungs- und Wirkungsgradvergleiches für verschiedene Stromformen.....	144

Wissenschaftlicher Werdegang, Veröffentlichungen und Patente

Wissenschaftlicher Werdegang

Geburtstag: 25.03.1987

Geburtstort: Langenhagen

Schulbildung: 1993 – 1997: Grundschule Kreuzriede, Hannover

1997 – 1999: Orientierungsstufe Entenfangweg, Hannover

1999 – 2006: Gymnasium Goetheschule, Hannover

Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Universität: 2007 – 2013: Studium an der Leibniz Universität Hannover

Abschluss: Bachelor of Science (Mechatronik)

Abschluss: Master of Science (Mechatronik)

2014 – 2018: Promotionsstudent am Institut für Antriebssysteme und Leistungselektronik

Beruf: 2013 - 2017: Doktorand Regelungstechnik bei der Lenze SE, Aerzen

Seit 2017: Entwicklungsingenieur bei der Lenze Automation GmbH

Auszeichnung: Innovationspreis der Automatisierungsindustrie, 1. Platz, SPS IPC Drives 2014

Veröffentlichungen

2016 *T. Jonsky, P. Szymanski, M. Theßeling, H. Borcherdig*: „Comparison of Control Methods for H-Bridge fed Five Phase Permanent Magnet Synchronous Motors“, 18th European Conference of Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE-Europe)

F. Klute, T. Jonsky: „Third Harmonic Current Injection into Highly Saturated Multi-Phase Machines“, Symposium on Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits (EPNC 2016)

- 2015 *T. Jonsky, H. Stichweh, M. Theßeling, J. Wettlaufer, F. Quattrone:* “Modeling and parameter identification of multiphase permanent magnet synchronous motors including saturation effects”, 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe), IEEE, 2015
- J. Wettlaufer, T. Jonsky, A. Maghnaoui, R. Hernandez, F. Klute:* „Structure of a multi-phase industrial servo drive with highly integrated inverter“, PCIM Europe 2015; International Exhibition and Conference for Power Electronics, Intelligent Motion, Renewable Energy and Energy Management, Nuremberg, 2015
- J. Wettlaufer, T. Jonsky, H. Borcharding, J. Wilde, P. Lübke, R. Hernandez, F. Klute:* „A novel servo drive: air-cooled, multi-phase permanent-magnet synchronous machine with highly integrated power electronics“. EEMODS 2015; energy efficiency in motor driven systems, Helsinki, 2015
- J. Wettlaufer, H. Borcharding, F. Klute, T. Jonsky:* “A compact servo drive: Five phase, air cooled, with highly integrated inverter for industrial use”, 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe), IEEE, 2015
- 2014 *T. Jonsky, F. Klute, J. Wettlaufer:* „Aufbau, Auslegung und Regelung einer multiphasigen permanenterregten Synchronmaschine mit integrierter Leistungselektronik“, SPS IPC Drives 2014, Apprimus Wissenschaftsverlag, 2014

Patentanmeldungen

- Deutschland *T. Jonsky, J. Wettlaufer, F. Klute:* „Verfahren zum Betreiben einer mehrphasigen Synchronmaschine und Antriebssystem“ (DE102016217269)
- J. Wettlaufer, T. Jonsky, M. Abdenbi, V. Grabs, M. Ehlich:* „Motorsystem“ (DE102014223909)
- Welt *J. Wettlaufer, V. Grabs, A. Maghnaoui, T. Jonsky, M. Ehlich:* „Motorsystem“ (WO 2016/083320)