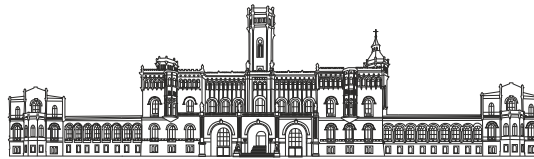


Hochauflösende Spektroskopie und Stabilitätsanalyse eines Magnesium-Frequenzstandards



Von der QUEST-Leibniz-Forschungsschule der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover

zur Erlangung des Grades

Doktor der Naturwissenschaften
- Dr. rer. nat. -

genehmigte Dissertation

von

Klaus Hendrik Zipfel, M.Sc.

geboren am 24.08.1986 in Heilbronn-Neckargartach

2019

Referent: Prof. Dr. Ernst M. Rasel
Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover

Koreferent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer
Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover

Koreferent: Prof. Dr. Jan Arlt
Aarhus University

Tag der Promotion: 08. März 2019

Meinen Eltern in Dankbarkeit gewidmet

Zusammenfassung

Mit ihren relativen Instabilitäten und Ungenauigkeiten von nur noch wenigen 10^{-18} übertreffen optische Frequenzstandards bereits heutzutage die derzeit besten Mikrowellen-Atomuhren um mehrere Größenordnungen. Neben der präzisen Zeitmessung gerät auf diesem Niveau die Beantwortung fundamentaler physikalische Fragestellungen sowie die relativistische Geodäsie in greifbare Nähe.

Im Falle optischer Gitteruhren wird ein Ensemble lasergekühlter neutraler Atome in einem optischen Gitter spektroskopiert. Damit das Gitterlicht die Genauigkeit der Abfrage nicht limitiert, ist dazu der Betrieb bei der *magischen* Wellenlänge notwendig. Hier ist die Polarisierbarkeit beider Uhrenzustände in erster Ordnung identisch, sodass die über den AC-Stark-Effekt induzierte differentielle Energieverschiebung verschwindet.

In dieser Arbeit wurde erstmalig eine Gitteruhr basierend auf bosonischem Magnesium-24 realisiert. Im Vergleich zu den besten gitterbasierten Frequenzstandards mit Strontium und Ytterbium, ist Magnesium um etwa eine Größenordnung weniger sensitiv auf Schwarzkörperstrahlung. Diese über die Umgebungstemperatur verursachte Systematik stellt bei Raumtemperatur den größten frequenzverschiebenden Beitrag bei Strontium sowie Ytterbium dar und begrenzte lange Zeit auch deren Unsicherheit.

Einer der Kernpunkte dieser Arbeit behandelt die Untersuchung und Minimierung von frequenzverbreiternden Mechanismen bei der Spektroskopie. Zu Beginn betrug die auflösbare Übergangslinienbreite, bedingt durch Tunneln im Gitter, mehrere kHz. Dies konnte durch ein verbessertes Gitterlasersystem gelöst werden, mit dem nun Gittertiefen von mehr als $42 E_R$ realisierbar sind. In diesem Regime beträgt der alleinige Einfluss durch Tunnelverbreiterung nur noch bei 24 Hz, sodass weitere Verbreiterungsmechanismen in den Vordergrund treten – allem voran die Anregungsfelder sowie die Zustandspräparation im Gitter. Konsequenterweise wurden der Uhrenlaser, das benötigte Magnetfeld und die Gitterbesetzung untersucht und deren Homogenität bestmöglich sichergestellt. Anhand dieser Verbesserungen ist eine minimale Linienbreite von 51(3) Hz demonstriert worden, womit sich der beste für Magnesium realisierte Gütefaktor zu $Q = 1,3 \times 10^{13}$ bestimmt.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der atomaren Anbindung des Uhrenlasers sowie der Stabilitätsuntersuchung. In einem Selbstvergleich konnten so Instabilitäten von nur noch $5,1_{-1,1}^{+2,9} \times 10^{-16}$ demonstriert werden. Das Integrationsverhalten war dabei vollständig durch Detektionsrauschen limitiert und lag mit $1,1 \times 10^{-14} (\tau/s)^{-1/2}$ noch deutlich über dem Dick-Limit von $1 \times 10^{-15} (\tau/s)^{-1/2}$. Aufgrund der starken Gleichaktunterdrückung im Selbstvergleich, kann die Instabilität der Magnesium-Gitteruhr allerdings nicht unverfälscht bestimmt werden. Daher sind Stabilitätsanalysen gegen unabhängige Frequenzstandards der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig durchgeführt worden. Dazu kam ein 73 km langer Faserlink zum Einsatz, welcher der Leibniz Universität Hannover den für Universitäten einzigartigen Zugang zu einem wachsenden europäischen Frequenznetzwerk gewährt. Im Vergleich gegen eine Strontium-Gitteruhr wurde beobachtet, dass die Instabilität von Magnesium bei etwa 2×10^{-15} begrenzt ist. Als Ursache sind Schwankungen in der Uhrenlaserleistung und damit einhergehende AC-Stark-Variationen identifiziert worden. Über die in situ Bestimmung dieser Abweichungen mit anschließender Nachkorrektur, konnte die Instabilität in einer zweiten Messung gegen eine Ytterbium-Ionenuhr auf $7,7_{-1,3}^{+5,0} \times 10^{-16}$ reduziert werden. Dies stellt die geringste jemals mit Magnesium demonstrierte Instabilität in einer Frequenzmessung dar.

Schlagwörter: Magnesium Gitteruhr, Auflösung, Stabilität, Frequenzvergleich, Faserlink

Summary

Optical frequency standards, reaching instabilities and uncertainties in the low 10^{-18} regime, already surpassed their microwave counterparts by many orders of magnitude. Besides the precise measurement of time, such accurate clocks might answer fundamental physical questions or can even be used in relativistic geodesy.

In the case of optical lattice clocks, a laser-cooled atomic ensemble of neutral atoms is probed while being trapped in an optical lattice. In order to not disturb the atomic transition frequency, the lattice has to be operated at the *magic* wavelength. Here, the polarizability of both clock states is identical in first order, such that the differential energy shift induced by the AC-Stark-effect vanishes.

In the scope of this thesis, an optical lattice clock based on bosonic magnesium-24 has been realized for the first time. Compared to state-of-the-art lattice based frequency standards with strontium or ytterbium, magnesium offers an almost one order of magnitude lower sensitivity to black body radiation. This systematic shift, induced by the temperature of the environment, has the biggest contribution to the error budget for strontium and ytterbium at room temperature and limited their uncertainty for a long time.

One key aspect of this thesis describes the investigation and reduction of broadening mechanisms during spectroscopy. At the beginning of this thesis, the resolved linewidth was broadened to several kHz, caused by tunneling in the lattice. An improved lattice laser system allowed reaching lattice depths of up to $42 E_R$. In this regime, tunneling induced broadening contributes only via 24 Hz, which made other broadening effects to become dominant such as the spectroscopy fields or the state preparation within the lattice. Therefore investigations of the clock laser, the involved magnetic field and the lattice state occupation has been performed and subsequently homogenized. With these improvements a linewidth of only 51(3) Hz has been observed, which gives rise to the best line quality factor demonstrated for magnesium of $Q = 1.3 \times 10^{13}$.

The second part of this thesis covers the lock of the clock laser to the atomic transition and the investigation of the overall stability. By utilizing a self-comparison, an instability of $5.1_{-1.1}^{+2.9} \times 10^{-16}$ has been demonstrated. The integration behavior of $1.1 \times 10^{-14} (\tau/s)^{-1/2}$ was completely limited by detection noise, which was significantly bigger than the Dick-limit of $1 \times 10^{-15} (\tau/s)^{-1/2}$. The real instability of the magnesium frequency standard cannot be deduced via a self-comparison due to the high common mode suppression. Therefore an instability analysis against independent optical frequency standards at the Physikalisch-Technische Bundesanstalt in Brunswick has been performed. For this a 73 km long fiber link has been used which allows the Leibniz Universität Hannover the exceptional access to a growing European frequency network. By comparing against a strontium lattice clock, an instability limit of 2×10^{-15} for the magnesium frequency standard has been observed. Intensity fluctuations of the clock laser and thus varying AC-Stark shifts have been identified to cause this limitation. By measuring these time dependent shifts in situ, the total instability in a comparison against an ytterbium ion clock could be reduced to $7.7_{-1.3}^{+5.0} \times 10^{-16}$ via a post correction. This represents the lowest instability of a magnesium frequency standard in an independent frequency comparison so far.

Keywords: Magnesium lattice clock, resolution, stability, frequency comparison, fiber link

INHALTSVERZEICHNIS

Abkürzungsverzeichnis	-3
Symbolverzeichnis	-1
1 Einleitung	1
1.1 Eine kurze Geschichte der Zeitmessung	2
Entwicklung atomarer Zeitstandards	3
Von Mikrowellen zu optischen Frequenzen	4
1.2 Themen dieser Arbeit	6
2 Optische Gitteruhren	9
2.1 Bereitstellung einer kurzzeitstabilen optischen Frequenz	10
2.1.1 Stabilitätsbegriff und Allan-Standardabweichung	10
2.1.2 Hochstabile optische Resonatoren	12
2.2 Anbindung an den atomaren Übergang	14
2.2.1 Atomare Kinetik	15
Doppler-Effekt und Photonen-Impulsübertrag	15
2.2.2 Spektroskopie an gefangenen Atomen	16
Trägerübergänge, Seitenbänder und Ensemble-Temperatur	19
2.2.3 Lamb-Dicke Spektroskopie in einem optischen Gitter	20
Stark-Freies Regime bei der <i>magischen</i> Wellenlänge	21
Gittereigenschaften und anharmonische Korrekturen	22
Bandstruktur im optischen Gitter	25
2.2.4 Abfrage des Uhrenübergangs	27
Wechselwirkungsverbreiterung	27
Sättigungsverbreiterung	29
Statistische Instabilität der Frequenzanbindung	30
Systematische Frequenzverschiebungen und Unsicherheiten	32
2.3 Absolutbestimmung optischer Frequenzen mit einem Frequenzkamm	33
3 Magnesium-Frequenzstandard	35
3.1 Experimenteller Aufbau	35
3.2 Präparation kalter Atome in einem optischen Gitter	36
3.3 Spektroskopie von bosonischem Magnesium	38

4	Verbesserung der spektralen Auflösung	41
4.1	Residuelle Stark-Verbreiterung durch das optische Gitter	41
4.2	Tunnelverbreiterung im Gitter	42
4.2.1	Tunnelreduktion durch Steigerung der Falltiefe	43
4.2.2	Messung der Tunnelverbreiterung für variable Gittertiefen	43
4.2.3	Zusammenfassung	44
4.3	Zustandsbesetzung im Gitter	44
4.3.1	Einfluss durch höher besetzte Fallenzustände	45
	Linienverbreiterung durch den Beladeprozess	45
	Evaporatives Entvölkern höherer Fallenzustände	46
4.3.2	Räumliche Ausdehnung des Ensembles im Gitter	47
4.3.3	Reduktion der Ensembleausdehnung durch Beladen aus einer zum Gitter gekreuzten Dipolfalle	48
4.3.4	Zusammenfassung	49
4.4	Untersuchung des Anregungsmagnetfeldes	50
4.4.1	Implementierung eines neuen Helmholtz-Spulenpaares	50
4.4.2	Spulenkibration über den linearen Zeeman-Effekt	51
4.4.3	Charakterisierung des Magnetfeldrauschens	52
4.4.4	Zusammenfassung	54
4.5	Einfluss des Uhrenlasers auf die Linienbreite	55
4.5.1	Stabiler Frequenztransfer zu den Atomen	55
	Untersuchung der Faserstabilisierung zwischen den Laboren	55
	Aufbau einer Faserstabilisierung zu den Atomen	57
4.5.2	Ausrichtung in Relation zum Gitter	58
4.5.3	Implementierung einer Leistungsstabilisierung	59
	Untersuchung der Kurzzeitinstabilität	60
	Langzeitinstabilität der geregelten Leistung	60
4.5.4	Intensitätsgradienten entlang der Ensembleausdehnung	62
4.5.5	Zusammenfassung	63
4.6	Verbreiterung durch den Anregungsprozess	64
4.7	Erzielte Linienauflösung des Magnesium-Frequenzstandards	66
5	Stabilitätsanalyse eines Magnesium-Frequenzstandards	69
5.1	Anbindung an den Uhrenübergang	69
	Driftkompensation über externe Vorsteuerung	70
	Absolutstabilisierung auf die Atome	71
	Simultane Frequenzstabilisierung multipler Regelpunkte	72
5.1.1	Zusammenfassung	73
5.2	Stabilitätslimit der Anbindung	74
5.2.1	Dick-Limit	74
5.2.2	Detektionsrauschen	76
5.2.3	Implementierung einer normierten Detektion	77
5.2.4	Zusammenfassung	79
5.3	Stabilitätsanalyse mittels Selbstvergleich	79
5.3.1	Bestimmung optimaler Regelparameter	80
5.3.2	Integrales Verhalten des Magnesium-Frequenzstandards	81

5.3.3	Zusammenfassung	82
5.4	Frequenzvergleich über einen 73 km langen Faserlink	82
5.4.1	Stabilitätsanalyse gegen eine stationäre Strontium-Gitteruhr	85
	Instabilitätslimit durch Uhrenlaser-AC-Stark Unsicherheit	86
5.4.2	AC-Stark-Nachkorrektur im Frequenzvergleich gegen eine Ytterbium-Ionenuhr	87
5.4.3	Zusammenfassung	90
6	Ausblick	93
6.1	Verbesserung des Gitteraufbaus	94
6.1.1	Tunnelunterdrückung in einem beschleunigten Gitter	95
	Bloch-Band-Unterdrückung in einem periodisch beschleunigten Gitter	96
6.2	Optimierung der atomaren Anbindung	98
6.2.1	Reduktion der AC-Stark induzierten Instabilität	98
	AC-Stark insensitive Spektroskopie mittels Hyper-Ramsey Methode	99
6.3	Reduktion der durch den Dick-Effekt induzierten Instabilität	102
6.3.1	Optimierung der Zustandspräparation	102
6.3.2	Minimierung der Detektionszeit	104
6.3.3	Dick-Limit des optimierten Experimentzyklus	105
A	Anhang: Grundlagen	107
A.1	Fehlerbalken der Allan-Standardabweichung	107
B	Anhang: Auflösung	109
B.1	Herleitung der Tunnellinienbreite	109
B.2	Herleitung der differentiellen AC-Stark-Sensitivität κ	111
B.3	Herleitung der magnetfeldinduzierten Kopplungsstärke α	111
C	Anhang: Stabilitätsanalyse	113
C.1	Herleitung der Sensitivitätsfunktion	113
C.2	Unsicherheit der normierten Detektion	114
C.3	Bestimmung der unkorrelierten Atomzahlfluktuationen	115
C.4	Unsicherheitsbeitrag durch die Nachkorrektur	117
D	Publikationen	119
	Literaturverzeichnis	121
	Abbildungsverzeichnis	127
	Tabellenverzeichnis	129
	Danksagung	131
	Lebenslauf	135

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

ADEV	Allan-Standardabweichung (Eng. <i>Allan standard deviation</i>)
AOM	Akustooptischer Modulator
BBR	Schwarzkörperstrahlung (Eng. <i>Black-body radiation</i>)
BIPM	Internationales Büro für Maß und Gewicht (Frz. <i>Bureau International des Poids et Mesures</i>)
CCD	CCD-Sensor (Eng. <i>charge-coupled device</i>)
CDT	gekreuzte Dipolfalle (Eng. <i>Crossed dipole trap</i>)
CEO	Offset Frequenz (Eng. <i>Carrier envelope offset</i>)
CGPM	Generalkonferenz für Maß und Gewicht (Frz. <i>Conférence Générale des Poids et Mesures</i>)
CI	Konfidenzintervall (Eng. <i>Confidence interval</i>)
CTE	Wärmeausdehnungskoeffizient (Eng. <i>Coefficient of thermal expansion</i>)
DDS	Direkte digitale Synthese
EIT	Elektromagnetisch induzierte Transparenz
FBA	Brillouin-Faser-Verstärker (Eng. <i>Fiber Brillouin amplifier</i>)
FSR	Freier Spektralbereich
FWHM	Halbwertslinienbreite (Eng. <i>Full width at half maximum</i>)
GPS	globales Positionsbestimmungssystem (Eigenname: <i>Global Positioning System</i>)
h.c.	Hermiteisch konjugiert (Eng. <i>Hermitian conjugate</i>)
HWHM	halbe Halbwertslinienbreite (Eng. <i>Half width at half maximum</i>)
IGP	Ionengerätetpumppe
IQ	Institut für Quantenoptik
LUH	Leibniz Universität Hannover
MOT	Magneto-optische Falle (Eng. <i>Magneto-optical trap</i>)
MOSFET	Feldeffekttransistor (Eng. <i>Metal-oxide-semiconductor field-effect transistor</i>)
MPQ	Max Planck Institut für Quantenoptik
NIST	Nationales Institut für Standards und Technologie (Eng. <i>National Institute of Standards and Technology</i>)
NPL	Nationales Physikalisches Laboratorium (Eng. <i>National Physical Laboratory</i>)
OBE	optische Bloch-Gleichung (Eng. <i>Optical Bloch equations</i>)
ODT	Dipolfalle (Eng. <i>optical dipole trap</i>)
PBS	polarisierender Strahlteilerwürfel (Eng. <i>polarizing beamsplitter</i>)
PI	Prognoseintervall (Eng. <i>Prediction interval</i>)
PID	Regelelektronik (Steht für <i>Proportional-, Integral- und Differential-Regler</i>)
PD	Photodetektor
PDH	Pound-Drever-Hall (Frequenzstabilisationsverfahren, benannt nach den Entwicklern)
PMT	Photoelektronenvervielfacher (Eng. <i>Photomultiplier tube</i>)
PSD	spektrale Rauschleistungsdichte (Eng. <i>Power-spectral-density</i>)
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
PZT	Piezo Aktuator (Akronym des verwendeten Materials <i>Blei-Zirkonat-Titanat</i>)
QPN	Quantenprojektionsrauschen (Eng. <i>Quantum projection noise</i>)
RMS	Quadratisches Mittel (Eng. <i>Root mean square</i>)
RP	Rückpumper
RWA	Drehwellennäherung (Eng. <i>Rotating wave approximation</i>)

SBS	stimulierte Brillouin-Streuung
SHG	Frequenzverdopplungseinheit (Eng. <i>Second-harmonic generation</i>)
S-MOT	Singulett-MOT
S/N	Signal-zu-Rauschverhältnis (Eng. <i>Signal-to-noise ratio</i>)
LNE-SYRTE	Nationales Metrologie Institut (Frz. <i>Laboratoire national de métrologie et d'essais - Système de Référence Temps-Espace</i>)
TA	Trapezverstärker (Eng. <i>Tapered Amplifier</i>)
TFB	Transferschwebung (Eng. <i>Transfer beat</i>)
T-MOT	Triplett-MOT
TOF	Flugzeit Messung (Eng. <i>Time of flight</i>)
UHV	Ultrahochvakuum
ULE	ULE-Glas (Eigenname für Eng. <i>Ultra-low expansion glass</i>)
QPN	Quantenprojektionsrauschen (Eng. <i>Quantum projection noise</i>)
VLBAI	Eigenname für Eng. <i>Very long baseline atom interferometer</i>

SYMBOLVERZEICHNIS

Symbol	Definition*	Einheit	Bedeutung
α		Cm ² /V	Polarisierbarkeit
B	$\mu_0 H$	T	Magnetische Flussdichte ¹
c_0	299 792 458	m/s	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$\Delta\nu$		Hz	Frequenzauflösung bzw. Frequenzbreite/Intervall
Δ_-		PREFIX	Differenz zwischen zwei Größen
δ_-		PREFIX	Versatz ² zu einer Grundgröße
δ		1/s	Verstimmung gegenüber atomarer Resonanz
E		J	Energie
E_R	$\hbar^2 k^2 / (2m)$	J	Rückstoßenergie eines Photons
\mathcal{E}		V/m	Elektrische Feldstärke
ϵ_0	$1 / (\mu_0 c^2)$	As/Vm	Elektrische Feldkonstante
\mathcal{F}	FSR/ $\Delta\nu$	1	Finesse eines Resonators
$\mathfrak{F}[f(t)]$ ($,\mathfrak{F}^{-1}[g(\omega)]$)			(inverse) Fourier-Transformation von $f(t)$ ($g(\omega)$)
FSR		Hz	Freier Spektralbereich
g	9,81	m/s ²	Lokale Erdbeschleunigung
g_j		1	gyromagnetischer Faktor nach Landé ³
γ		Hz	natürliche Linienbreite
Γ	$2\pi\gamma$	1/s	Zerfallsrate
h	$6,626\,070\,040(81) \times 10^{-34}$	Js	Plancksches Wirkungsquantum
\hbar	$h/(2\pi)$	Js	Reduziertes plancksches Wirkungsquantum
H		A/m	Magnetische Feldstärke
I		W/m ²	Lichtintensität
$\mathcal{J}_n(x)$		1	Besselfunktion erster Gattung in Ordnung n
$\mathbf{k}(\tilde{\mathbf{k}})$	$ \mathbf{k} = 2\pi/\lambda$	1/m	Wellenzahlvektor (der magischen Wellenlänge)
k_B	$1,380\,648\,52(79) \times 10^{-23}$	J/K	Boltzmann-Konstante
$\lambda(\tilde{\lambda})$		nm	(magische) Wellenlänge
m		kg	Masse
μ_B	9,274 009 994(57)	J/T	Bohrsches Magneton
ν		Hz	Frequenz
ω	$2\pi\nu$	1/s	Kreisfrequenz
$\Omega(, \Omega_0)$	$\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$	1/s	(resonante) Rabi-Frequenz
P		W	Lichtleistung
Q	$\nu/\Delta\nu$	1	Gütefaktor
τ_0	$1/\Gamma$	s	Lebensdauer des angeregten Zustandes
U, V		J	Potentielle Energie
w_0		m	Strahlradius
z_R	$\pi w_0^2/\lambda$	m	Rayleigh-Länge

* Alle SI-Einheiten nach CODATA 2014 [1].

¹ In dieser Arbeit wird ebenfalls die Einheit Gauß (1 G = 10⁻⁴ T) verwendet.

² Definition wie bei Δ_- , nur in Bezug zu einer im selben Kontext mit angegebenen Basisgröße.

³ $g_j = \frac{1}{2} \frac{g_l(j(j+1)+l(l+1)-s(s+1))+g_s(j(j+1)+s(s+1)-l(l+1))}{j(j+1)}$.

EINLEITUNG

„But I rather believe that time is a companion who goes with us on the journey, reminds us to cherish every moment... because they'll never come again.“

— CAPT. JEAN-LUC PICARD, *Star Trek Generations* (1994)

Die präzise Messung physikalischer Größen hat bedeutend dazu beigetragen, unser Verständnis über die Natur zu erweitern. Wiederholt zeigte sich, dass bis dato akzeptierte Theorien bei einer noch genaueren Messung überraschende Abweichungen aufwiesen, wodurch die Tür zu einem noch fundamentalere Weltbild aufgestoßen wurde. Die dazugewonnenen Aspekte erbrachten nicht nur vollständigere Theorien, welche mit den neuen Beobachtungen im Einklang standen, sondern eröffneten nicht selten sogar neue Forschungsfelder, die neben der Physik auch die technologische Entwicklung der Gesellschaft revolutionierten. Dabei spielt die Frequenz als Taktgeber für die Zeit eine besondere Rolle, da sie diejenige physikalische Größe ist, welche mit Abstand am besten vermessen werden kann. Die Bestimmung vieler Maßeinheiten wird deshalb häufig auf eine Frequenzmessung zurückgeführt. Ferner sind gute Uhren für die Synchronisation der 50 Hz Netzspannung notwendig, damit diese überall mit korrekter Phasenlage vorliegt. Andernfalls käme es bei einer nicht phasenrichtigen Einspeisung zu einer Überlastung der Stromleitungen, was einen Ausfall des Netzes nach sich ziehen kann. Und auch in der Informationstechnik sind genaue Zeitgeber zum Beispiel für die exakte chronologische Abfolge digitaler Signale nicht mehr wegzudenken. Selbst im Alltag kommen hochgenaue Uhren zum Einsatz, wenn etwa mit Hilfe von NAVSTAR GPS, GLONASS oder in Zukunft mit Galileo und Beidou der Standort über die Laufzeit der von den Satelliten gesendeten Zeitsignale zum Empfänger auf der Erde bestimmt wird. Ferner können Theorien jenseits des Standardmodells, die etwa eine temporale Änderung von Naturkonstanten wie der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante postulieren, mit Hilfe von hochpräzisen Uhren überprüft werden [2, 3]. All diese Anwendungen stellen unterschiedliche

Anforderungen an die Präzision und Stabilität der dafür verwendeten Uhren, welche sich in der Vergangenheit immer weiter verbessert haben.

Das angewandte Grundprinzip blieb über die Millennia größtenteils gleich und basiert auf der Zählung wiederkehrender Ereignisse sowie der Ableitung einer Uhrzeit mittels eines Zählwerkes. Ein allgemein erkennbarer Trend in der fortlaufenden Entwicklung ist die immer feiner werdenden Einteilung einzelner Zeitabschnitte und den damit einhergehenden höheren Taktraten der realisierten Uhren. Damit verkürzt sich die benötigte Mittelungszeit τ zur präzisen Bestimmung einer Frequenz. Die Instabilität eines Oszillators ist direkt abhängig von seiner Frequenz ν sowie dessen Auflösungsvermögen $\Delta\nu$ und wird durch die relative Allan-Standardabweichung [4] $\sigma_y(\tau) \propto \Delta\nu/\nu$ bestimmt (siehe auch (1.1)).

1.1 Eine kurze Geschichte der Zeitmessung

Die ersten primitiven Zeitmessungen lassen sich auf etwa 3000 v. Chr. zu den Sumerern und Ägyptern zurückverfolgen, die mit Hilfe von sog. Schattenstäben einen Vorläufer der Sonnenuhr realisierten [5]. Sehr präzise waren diese Zeitmesser noch nicht und hatten auch den gravierenden Nachteil, dass sie bei Nacht oder etwa bewölktem Himmel nicht nutzbar waren. Allerdings führten sie die Zeitbestimmung bereits auf astronomische Messungen zurück, welche noch bis in die 60er Jahre für die Definition der Sekunde herangezogen wurden [6]. Eine Tageszeit und witterungsunabhängige Messung war erst mit Wasseruhren realisierbar, die sich auf etwa 1500 v. Chr. ebenfalls zu den Ägypter zurückverfolgen lässt [7]. Aber selbst diese boten nur moderate Genauigkeiten. Eine deutliche Verbesserung erreichten hingegen mechanische Uhren, in denen ein Pendel oder eine Spindel als Oszillator zum Einsatz kommt. Als einen Meilenstein in der Entwicklung von mechanischen Uhren ist die Taschenuhr H4 von J. HARRISON anzusehen, welche bereits im Jahre 1759 einen Gangfehler von nur 1,8 Sekunden [8] am Tag aufwies und mit der zu dieser Zeit herausragenden Instabilität von 2×10^{-5} so das Längengradproblem löste, was erstmals eine deutlich genauere Schiffsnavigation erlaubte.

Rein mechanische Uhren sind in ihrer maximalen Oszillationsfrequenz begrenzt und unterliegen auf Grund von Fertigungstoleranzen sowie Reibung und Verschleiß einer Alterung und somit Stabilitätseinbußen. Nichtsdestotrotz konnte durch Kombination von elektro-mechanischen Komponenten eine Uhr realisiert werden, bei der in einem evakuierten Tank ein temperaturkompensiertes Pendel angebracht ist, welches möglichst ungestört durch externe Einflüsse oszilliert und ohne zusätzliche mechanische Komponenten das Pendel einer zweiten mechanischen Uhr rein elektrisch synchronisiert. Diese durch W. H. SHORTT in 1921 entwickelte und nach ihm benannte Shortt-Uhr erzielte einen bis dahin unerreichten Gangfehler von nur 1,5 ms pro Tag, was einer relativen Instabilität von 2×10^{-8} entspricht [9]. Durch diese herausragende Instabilität wurden Shortt-Uhren zwischen den 1920er bis 1940er Jahren auch als primäre Zeitstandards [10] verwendet, bis sie schließlich durch rein elektrische Quarzuhren abgelöst wurden.

Bei Quarzuhren nutzt man die Eigenschwingungen des in ihnen verbauten Quarzkristalls aus, welche über den Piezoelektrischen Effekt mit einer elektrischen Schaltung angeregt, verstärkt und anschließend genutzt werden kann. Abhängig vom Schnittwinkel des Kristalls lassen sich so Frequenzen im Bereich einiger kHz bis mehrere hundert MHz realisieren, die heutzutage je nach Ausführung relative Instabilitäten von bis zu 8×10^{-14} [11] erreichen können. Auch die besten Quarze unterliegen noch einer Alterung und somit Frequenzänderung auf langen Zeitskalen. Zusätzlich weist jeder Quarzoszillator auf Grund von Fertigungstoleranzen eine leicht andere Eigenfrequenz auf, was wiederum die Genauigkeit beeinträchtigt.

Entwicklung atomarer Zeitstandards

Das Genauigkeitsproblem konnte mit der Referenzierung eines auf kurzen Zeiten sehr stabilen Oszillators wie Quarz auf eine schmalbandige atomare Referenz gelöst werden, was die Ära der atomaren Zeitnormale einläutete. Der große Vorteil von Atomuhren besteht darin, dass die ungestörten Übergangsfrequenzen eines jeden Atoms desselben Isotops identisch sind. Solche Übergänge stellen somit die ultimative Absolutreferenz dar, mit der man genaue Frequenznormale realisieren kann. Auf diesem Konzept aufbauend sind verschiedene Frequenzstandards realisiert worden, dessen prominentesten Vertreter unter anderem der Wasserstoff-Maser, die Rubidium- sowie die Cäsium-Atomuhr sind. Die unverkennbare Genauigkeit atomarer Zeitstandards veranlasste nun das internationale Büro für Maß und Gewicht (BIPM) auf der 13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht (CGPM) im Jahr 1967 dazu, die SI-Sekunde als

„[...] la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133“[†] [12]

festzulegen, was selbst noch nach über 50 Jahren gegenwärtig die gültige Definition ist. Heutzutage sind in nahezu allen metrologischen Institutionen Cäsium-Atomuhren als primärer Zeitstandard im Einsatz. Die Funktionsweise basiert auf der resonanten Abfrage des Feinstrukturüberganges $|F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |4, 0\rangle$ mittels der Ramsey-Methode [13], bei welcher ein spinpolarisiertes¹ atomares Ensemble zwei zeitlich voneinander separierte $\pi/2$ -Mikrowellenpulse erfährt, anschließend die Anregungswahrscheinlichkeit detektiert wird und damit Frequenzabweichungen der schmalbandigen Mikrowellenquelle korrigiert werden.

Bei konventionellen Cäsium-Atomuhren durchquert ein zustandspräparierter, thermischer Atomstrahl zwei räumlich voneinander getrennte Interaktionszonen

[†] Übersetzung des Autors: [...] die Dauer von 9 192 631 770 Perioden der Strahlung des entsprechenden Übergangs zwischen den beiden Hyperfeinstruktur-niveaus des Grundzustands von Caesium-133

¹ Die Atome werden in einen der beiden möglichen Hyperfeinzustände des Grundzustandes überführt.

eines Hohlraumresonators, in dem eine resonante Mikrowelle bei der Übergangsfrequenz von etwa 9,2 GHz oszilliert. Die Pulsseparationszeit T zwischen den Interaktionszonen von wenigen Millisekunden und damit die spektrale Auflösung des Ramsey-Interferenzmusters ist dabei limitiert durch die Vorwärtsgeschwindigkeit² sowie der Länge des Hohlraumresonators. Deshalb wird bei den besten auf Cäsium basierenden Atomuhren, den Cäsium-Fontainen-Uhren, ein lasergekühltes atomares Ensemble entlang einer der Gravitation wirkenden parallelen Trajektorie beschleunigt. Dadurch konnte die Separationszeit T auf etwa eine Sekunde³ und somit auch die Auflösung deutlich gesteigert werden. Ferner durchlaufen die Atome während ihres freien Falls denselben Hohlraumresonator zweimal, wodurch die beiden $\pi/2$ -Pulse praktisch identisch sind und Störeinflüsse durch Puls-Inhomogenitäten stark unterdrückt werden. Die erzielten Ungenauigkeiten und Instabilitäten liegen dabei im Bereich von 10^{-16} [14, 15] und werden typischerweise nach einigen Tagen bis Wochen Integrationszeit erreicht.

Von Mikrowellen zu optischen Frequenzen

Auf Mikrowellen basierte Atomuhren sind bereits sehr nah an ihre fundamentale Grenzen vorgestoßen, sodass eine deutliche Steigerung ihrer Performance darüber hinaus nicht zu erwarten ist. Konsequenterweise verschob sich der Fokus hin zu optischen Frequenzstandards, die eine etwa fünf Größenordnungen höhere atomare Übergangsfrequenz aufweisen. Die damit einhergehende Stabilitätssteigerung erlaubt es, bereits nach wenigen Sekunden Integrationszeit ein Stabilitätsniveau zu erreichen, welches besser ist, als das von Mikrowellen basierten Atomuhren [16]. Allerdings stellte die direkte Präzisionsmessung von optischen Frequenzen, wie die eines Lasers, lange eine Herausforderung dar. Während Mikrowellen mithilfe von elektronischen Schaltungen einfach gezählt werden können, existierte lange Zeit kein Verfahren, beliebige optische Frequenzen bei einigen 100 THz phasenkohärent zueinander oder gegen einen primären Cäsium-Frequenzstandard zu vergleichen. Dies änderte sich 1996, als SCHNATZ et al. an der Physikalischen-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig mithilfe der Verkettung mehrerer phasenstarr zueinander stabilisierter Transfersoszillatoren den $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ Interkombinationsübergang von ^{40}Ca absolut gegen Cäsium bestimmen konnten [17]. Diese sog. Frequenzketten waren äußerst komplex, füllten meist mehrere Räume und waren im Hinblick auf die Messung verschiedener optischer Frequenzen nicht flexibel, weshalb solche Aufbauten nur von wenigen Institutionen überhaupt realisiert wurden.

Die Entwicklung des Frequenzkammgenerators durch T. HÄNSCH und J. HALL (Nobelpreis 2005) eröffnete eine Möglichkeit, optische Frequenzen mit einem kompakten Aufbau sehr präzise und äußerst flexibel zu vermessen [18]. Mit der kommerziellen Verfügbarkeit von Frequenzkämmen brach eine regelrechte Revolution in

² Bei typischen Ofen-Temperaturen von etwa 100 °C bewegen sich ^{133}Cs Atome im Mittel mit 212 m/s. Auf einer Strecke von einem Meter entspräche dies eine freien Entwicklungszeit von $T \simeq 5$ ms.

³ Für Fontainenlängen von einem Meter beträgt die freie Entwicklungszeit etwa $T \simeq 0,9$ s.

der Entwicklung optischer Frequenzstandards an. Die erste optische Atomuhr mit einem Kamm als Uhrwerk konnte 2001 am Nationalen Institut für Standards und Technologie (NIST) demonstriert werden [19]. Ein einzelnes lasergekühltes $^{199}\text{Hg}^+$ Ion, gespeichert im Vibrationsgrundzustand einer Paulfalle, diente hier als atomare Referenz. Durch den starken Einschluss befindet sich das Ion im Lamb-Dicke Regime [20], wodurch eine in erster Ordnung Doppler- und rückstoßfreie Abfrage des schmalbandigen Uhrenübergangs möglich ist. Ferner ermöglicht der starke Einschluss lange Speicherzeiten, wodurch die Zustandspräparation kurz gehalten wird, sodass mit dem selben Ion viele Abfragezyklen gefahren werden können. Die exzellente Kontrolle in Hinsicht auf externe Störeinflüsse ermöglichte es den Einzelionen-Experimenten als erstes bahnbrechende Ungenauigkeiten von niedrigen 10^{-18} zu erreichen [21]. Derartig realisierte optische Atomuhren sind allerdings aufgrund der gegenseitigen starken Coulomb-Wechselwirkung in ihrer maximalen Anzahl N der verwendeten Ionen begrenzt. Anhand der Allan-Standardabweichung⁴

$$\sigma_y(\tau) \propto \frac{\Delta\nu}{\nu} \frac{1}{S/N} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.1)$$

erkennt man, dass das durch Quantenprojektionsrauschen (QPN) [22] dominierte Signal-zu-Rauschverhältnis $(S/N) \propto \sqrt{N}$ die Stabilität über die Teilchenzahl maßgeblich begrenzt und somit sehr lange Integrationszeiten notwendig sind. Für ein typisches integrales Verhalten von $4,2 \times 10^{-15} (\tau/s)^{-1/2}$ [23] muss eine Ionenuhr bereits über zwei Tage messen, um in den 10^{-18} er Instabilitätsbereich vorzudringen.

Ein alternativer Ansatz erlaubt hingegen die gleichzeitige Abfrage des Uhrenübergangs eines deutlich größeren Ensembles neutraler Atome. Dazu werden typischerweise 10^3 bis 10^4 Teilchen in einem optischen Gitter gespeichert und spektroskopiert. Als mögliche atomare Referenzen kommen Erdalkali(-ähnliche) Elemente wie z.B. Ca, Sr, Yb, Hg oder Mg in Frage, da sie schmalbandige Übergänge wie $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$ besitzen. Das optische Gitter wird typischerweise über einen retro-reflektierten Laser geformt, dessen Interferenzmaxima über den AC-Stark-Effekt zu Speicherung der Atome dienen. Die mit der halben Wellenlänge skalierende Gitterperiode ermöglicht so den nötigen starken räumlichen Einschluss zum Erreichen des Lamb-Dicke Regimes. Anders als bei Ionen-Uhren ist das vom Gitter geformte Fallenpotential für die beiden Zustände des Uhrenübergangs im Allgemeinen nicht identisch. Darüber kommt es zu einer Energie und somit Frequenzverschiebung, womit die genaue Bestimmung der Übergangsfrequenz durch das Gitter beeinflusst wird. KATORI et al. schlugen deshalb vor, das Gitter bei der sogenannten *magischen* Wellenlänge zu betreiben, bei welcher die differentielle AC-Stark Verschiebung in erster Ordnung verschwindet [24]. Auf Grund des höheren S/N konnte mit optischen Gitteruhren ein integrales Verhalten von $3,2 \times 10^{-16} (\tau/s)^{-1/2}$ [16] demonstriert werden, womit es nun möglich war, nach nur einigen tausend Sekunden in den 10^{-18} Bereich vorzudringen.

⁴ Frequenzauflösung $\Delta\nu$ der Frequenz ν , Signal-zu-Rausch Verhältnis S/N, Zykluszeit T_c zwischen den einzelnen Abfragen des Übergangs und Mittelungszeit τ .

Es anzumerken, dass die erzielbare Instabilität optischer Gitteruhren auf Grund von Frequenzrauschen des Uhrenlasers im Allgemeinen noch oberhalb des antizipierten QPN-Limits von einigen $10^{-17}(\tau/s)^{-1/2}$ begrenzt ist, was auf den Dick-Effekt [25] zurückzuführen ist. Durch Optimierung der Abfragesequenz kann das Dick-Limit allerdings herabgesetzt werden, sodass mit $6 \times 10^{-17}(\tau/s)^{-1/2}$ [26] eine nahezu QPN-limitierte Gitteruhr demonstriert wurde. Damit konnte bereits nach einigen 100 s in den 10^{-18} Instabilitätsbereich vorgedrungen werden.

Lange Zeit war die erzielbare Genauigkeit jedoch durch nicht hinreichend kontrollierbare systematische Effekte, wie vor allem durch Schwarzkörperstrahlung (BBR) bei Sr und Yb, limitiert. Dieses Problem konnte durch eine präzise Messung und Kontrolle der Umgebungstemperatur [27], die Bestimmung der Sensitivität auf BBR [28] sowie kryogene Vakuumsysteme [29] gelöst werden. Die derzeit besten optischen Gitteruhren erreichen damit heute nicht nur Instabilitäten sondern auch Ungenauigkeiten im Bereich von niedrigen 10^{-18} [30]. Neben der hochpräzisen Zeitmessung eröffnet sich auf diesem Niveau auch das Feld der relativistischen Geodäsie, da mit einer Ungenauigkeit von 10^{-18} bereits ein relativer Höhenunterschied von 1 cm messbar ist. Mit solch genauen Uhren kann unter anderem die Vermessung des Erdschwerefeldes, das Erschließen von Bodenschätzen oder eine relative Höhenmessung zwischen zwei Orten durchgeführt werden. Erst kürzlich wurde letzteres mit einer transportablen Strontium-Gitteruhr demonstriert [31].

Im Rahmen dieser Arbeit ist erstmalig eine optische Gitteruhr, basierend auf neutralem Magnesium-24, demonstriert worden. Magnesium bietet vor allem den Vorteil einer im Vergleich zu Sr und Yb um eine Größenordnung geringeren Sensitivität auf Schwarzkörperstrahlung (BBR). Damit reicht bereits eine moderate Kontrolle der Umgebungstemperatur am Ort der Atome aus, um vergleichbare BBR-Unsicherheiten wie bei Sr und Yb zu erreichen. Ferner erlaubt die recht einfache Kernstruktur auch eine präzise theoretische Vorhersage elementspezifischer Parameter. Dieser Umstand ermöglichte es bereits, die BBR-Sensitivität $\Delta\alpha$ mit einem Fehler von nur etwa 1% zu bestimmen [32]. Damit entfällt zunächst die aufwendige Messung von $\Delta\alpha$ wie bei [28]. Mit der prognostizierten relativen Frequenzverschiebung von $3,9 \times 10^{-16}$ bei $T = 25^\circ\text{C}$ ergibt sich bereits eine Unsicherheit von nur noch $3,9 \times 10^{-18}$. Magnesium stellt somit einen interessanten optischen Frequenzstandard in der Hochpräzisionsmetrologie dar.

1.2 Themen dieser Arbeit

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Auflösungsvermögen der Magnesium-Gitteruhr verbessert und die Frequenzstabilisierung des Uhrenlasers an den atomaren Übergang demonstriert. Darauf aufbauend wurden Stabilitätsanalysen im Selbstvergleich durchgeführt und damit die Regelung optimiert. Mit der dedizierten 73 km langen Glasfaserverbindung zur PTB in Braunschweig, besitzt die Leibniz Universität Hannover (LUH) den für Hochschulen einzigartigen Zugang zu einem wachsenden internationalen optischen Frequenznetzwerk. Über dieses wurde eine

unabhängige Stabilitätsanalyse gegen (optische) Frequenzstandards an der PTB, zwecks Charakterisierung der Magnesium-Gitteruhr, durchgeführt.

In **Kapitel 2** wird zunächst die Funktionsweise optischer Atomuhren vorgestellt und anhand einer Gitteruhr weiter präzisiert.

Kapitel 3 gibt einen groben Überblick über den experimentellen Aufbau der Magnesium-Gitteruhr und erläutert die Methode zur Präparation sowie Spektroskopie kalter Atome. Anschließend wird die zu Beginn dieser Arbeit begrenzende Auflösung vorgestellt und dessen Ursachen kurz erläutert.

In **Kapitel 4** wird der verbreiternde Einfluss aller an der Spektroskopie beteiligten Felder untersucht und die implementierten Verbesserungen vorgestellt. Explizit wurde dazu die Tunnelverbreiterung durch das optische Gitter und zeitliche sowie räumliche inhomogene Feldverteilungen der Anregungsfelder betrachtet. Nach Verbesserung des Systems ist neben der verbleibenden Tunnelverbreiterung auch die zeitliche Instabilität der Uhrenlaserintensität als größte Fehlerquelle identifiziert worden. Zum Abschluss des Kapitels wird die beste Frequenzauflösung vorgestellt, mit welcher der atomare Übergang weiter untersucht wurde.

Kapitel 5 handelt über die Frequenzanbindung des Uhrenlasers an die Atome. Unter anderem wird das Stabilisationsverfahren näher erläutert sowie in einem Selbstvergleich ausführlich charakterisiert. Der beobachtete Instabilitätsverlauf wird dazu mit den fundamentalen Grenzen der Anbindung verglichen. Ein anschließender Frequenzvergleich über eine 73 km lange Glasfaserverbindung gegen einen optischen Strontium- sowie Ytterbium-Frequenzstandard an der PTB in Braunschweig erlaubte es, die Instabilität der Magnesium-Gitteruhr unabhängig zu charakterisieren. Hier zeigte sich, dass die in Kapitel 4 beobachtete zeitliche Variation der Uhrenlaserintensität einen negativen Einfluss auf die Instabilitätsverlauf hat. Ein Verfahren zur in situ Kompensation wird anschließend vorgestellt, wodurch die Instabilität wieder wie erwartet herunter mittelt.

In **Kapitel 6** wird ein Ausblick über zukünftige Verbesserungen am Experiment gegeben. Unter anderem wird ein Verfahren zur weiteren Reduktion der noch immer dominanten Tunnelverbreiterung vorgestellt. Mit der Verbesserung des optischen Aufbaus und der Verwendung einer interferometrischen Spektroskopiemethode kann außerdem der Einfluss der Intensitätsschwankungen des Uhrenlasers deutlich reduziert werden.

OPTISCHE GITTERUHREN

In diesem Kapitel solle die Funktionsweise einer passiven¹ optischen Gitteruhr näher erläutert werden und wichtige Kenngrößen definiert sowie vorgestellt werden. Eine optische Atomuhr besteht im Prinzip aus drei funktionalen Komponenten, wie sie in Abb. 2.1 skizziert sind. Ein auf kurzen Zeitskalen hochstabiler Laser dient als Lokaloszillator. Diese Stabilität wird typischerweise durch Anbindung des Lasers an einen ultrastabilen Resonator hoher Güte erreicht (siehe Abschnitt 2.1), was notwendig ist, um die schmalbandigen atomaren Übergangsfrequenzen auflösen und adressieren zu können [33]. Als alternativen Ansatz zu Resonatoren gibt es Bemühungen, über spektrale Lochbrennung einen hochstabilen Lokaloszillator bereitzustellen [34], worauf hier nicht weiter eingegangen werden soll. Als zweite Komponente dienen lasergekühlte atomare Ensembles, welche nach vorangegangener Zustandspräparation über eine geeignete Methode durch den Uhrenlaser spektroskopiert werden. Mit Hilfe einer Regelschleife wird nach jeder Abfrage die Laserfrequenz nachgestellt, sodass sie resonant mit dem atomaren Übergang bleibt. Dieser Zyklus aus atomarer Zustandspräparation, anschließender Abfrage und Frequenzwertkorrektur wiederholt sich periodisch. Mit den Atomen als absolute Langzeitreferenz werden somit zeitliche Frequenzschwankungen des Resonators kompensiert. Im Allgemeinen ist eine Messung der ungestörten Übergangsfrequenz jedoch nicht möglich, da etwa externe Felder den Übergang verändern können. Zur genauen Bestimmung der Übergangsfrequenz müssen somit alle möglichen Störungen eliminiert bzw. charakterisiert werden. Damit kann anschließend auf die ungestörte atomare Übergangsfrequenz zurückgeschlossen werden. Ein mit diesen beiden Komponenten vollständig charakterisiertes System wird allgemein als Frequenzstandard bezeichnet. Kombiniert man nun solch einen Frequenzstandard mit einem Frequenzkamm als Zählwerk, so spricht man von einer optischen Atomuhr. Der Kamm dient dazu, die Laserfrequenz aus dem optischen

¹ Neben passiven Frequenzstandards, bei denen die Frequenz eines externer Oszillators zyklisch gegen den atomaren Übergang verglichen wird, existieren auch aktive Frequenzstandards, bei denen die Atome selber die Frequenz erzeugen.

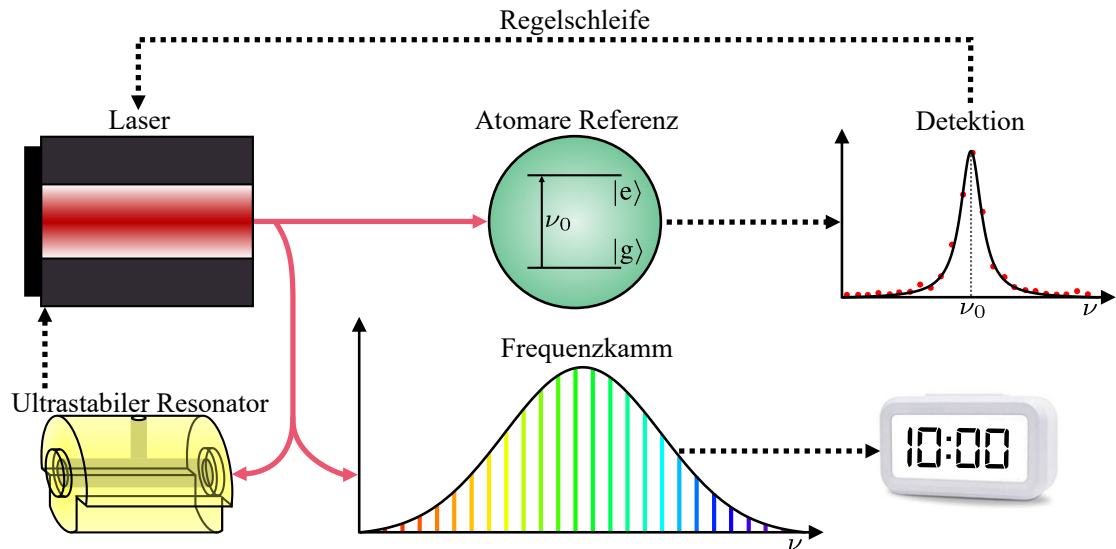


Abbildung 2.1: Skizzierung der Hauptkomponenten einer optischen Atomuhr.

Spektralbereich phasenkohärent auf eine Mikrowellenschwingung herunter zu skalieren, sodass diese elektronisch gemessen und zum Beispiel für die Generierung eines Zeitsignals verwendet werden kann. In den folgenden Abschnitten sollen die drei Kernkomponenten dazu ein wenig genauer beleuchtet werden.

2.1 Bereitstellung einer kurzzeitstabilen optischen Frequenz

Wie bereits zuvor erwähnt ist für den Betrieb einer optischen Atomuhr ein hochstabiler Lokaloszillator in Form eines schmalbandigen Lasers vonnöten. Bevor auf dessen prinzipielle Realisierung eingegangen wird, soll zunächst die Allan-Standardabweichung - ein Maß für die Instabilität eines Oszillators - eingeführt werden, da sie ein wichtiges statistisches Werkzeug für die weitere Betrachtung der in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse darstellt.

2.1.1 Stabilitätsbegriff und Allan-Standardabweichung

Die Frequenz eines Oszillators unterliegt im Allgemeinen diversen Rauschprozessen, die überlagert einen zeitabhängigen, momentanen Wert ergeben. Eine Analyse solcher komplexen Signale mit simplen stochastischen Werkzeugen, wie etwa dem Mittelwert und der Standardabweichung, stellt sich dabei allerdings als schwierig

	Weißes Phasenrauschen	Weißes Frequenzrauschen	Flicker- rauschen	Brownsches Frequenzrauschen	Lineare Drift
$S_y(\nu) \propto$	ν^2	ν^0	ν^{-1}	ν^{-2}	ν^{-2}
$\sigma_y(\tau) \propto$	τ^{-1}	$\tau^{-1/2}$	τ^0	$\tau^{1/2}$	τ^1

Tabelle 2.1: Aufgelistet ist das Potenzverhalten der relevantesten Rauschprozesse für die PSD $S_y(\nu)$ sowie ADEV $\sigma_y(\tau)$.

bis nicht sinnvoll dar. Zur Charakterisierung eines normierten² Messsignals $y(t)$ kann stattdessen die spektrale Rauschleistungsdichte (PSD)

$$S_y(\nu) = \mathfrak{F} \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T d\tau y(t) \overline{y(\tau + t)} \right] \quad (2.1)$$

herangezogen werden, in der die jeweiligen Rauschbeiträge einer charakteristischen Frequenzabhängigkeit folgen [4]. \mathfrak{F} bezeichnet hier die Fourier-Transformation. Man unterscheidet dabei unter anderem zwischen weißen Phasenrauschen, weißen Frequenzrauschen, Flickerrauschen oder zufälligen brownischen Frequenzschwankungen. Die jeweilige Frequenzabhängigkeit ist in Tab. 2.1 notiert.

Ein mit der spektralen Rauschleistungsdichte verwandtes Werkzeug stellt die nach D. W. ALLAN benannte Allan-Standardabweichung (ADEV) [35] dar. Während die stochastische Standardabweichung eine Aussage über die Streuung der Datenpunkte um einen Mittelwert beschreibt, erlaubt die ADEV eine Aussage über die Unsicherheit des Mittelwertes in Abhängigkeit von der Datenpunktzahl zu treffen. Darüber können die jeweiligen Rauschprozesse ebenfalls identifiziert werden.

Im Folgenden wird ein beliebiger Oszillator mit mittlerer Frequenz ν_0 betrachtet. Sei $\nu(t)$ die zu analysierende momentane Frequenz, dann gilt für eine zeitlich diskrete Unterteilung von ν in gemittelte Intervalle $\bar{\nu}_n$ der äquidistanten Länge τ die Beziehung

$$\bar{\nu}_n := \nu(t_n) = \int_{t_n}^{t_n + \tau} dt \nu(t) \text{ mit } t_n = n\tau, n \in \mathbb{N} \quad . \quad (2.2)$$

Die Allan-Varianz kann nun über den Mittelwert der quadratischen Abweichung zweier aufeinanderfolgender Intervalle der Länge τ approximiert werden

$$\text{AVar}(\tau) := \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^{N-1} (\bar{\nu}_n - \bar{\nu}_{n+1})^2 \quad , \quad (2.3)$$

wobei N die Anzahl der Intervalle ist. Die ADEV $\sigma_\nu(\tau)$ ergibt sich nun aus der Wurzel von (2.3) und wird meist relativ in Bezug zur Basisfrequenz ν_0 als σ_y angegeben

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\nu_0} \sqrt{\text{AVar}(\tau)} \quad . \quad (2.4)$$

² Die Normierung geschieht im Bezug zum Mittelwert. Im Falle eines Frequenzsignals $\nu(t)$ wäre dies $y(t) = \nu(t)/\bar{\nu}$.

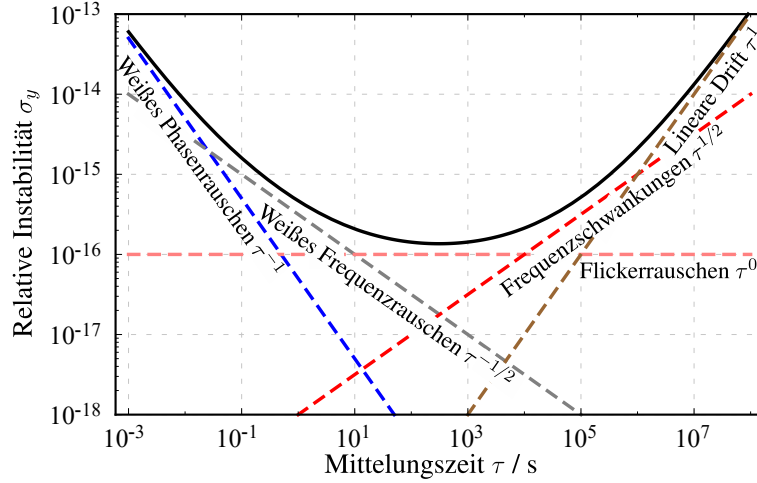


Abbildung 2.2: Dargestellt ist die Allan-Standardabweichung (schwarz) für einen typischen hochstabilen optischen Oszillator, separiert nach einzelnen Rauschbeiträgen (farbig).

Dabei ist anzumerken, dass (2.3) nur für unendlich viele Datenpunkte ein korrektes Ergebnis liefert und der Fehler für immer weniger Teilintervalle N gemäß Abschnitt A.1 steigt. Sollte kein zeitabhängiges Signal $y(t)$ vorliegen, kann die Allan-Standardabweichung alternativ aus der (hier einseitigen) PSD über

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{2 \int_0^\infty d\nu S_y(\nu) \frac{\sin^4(\pi\nu\tau)}{(\pi\nu\tau)^2}} \quad (2.5)$$

bestimmt werden [4].

Trägt man (2.4) doppellogarithmisch auf, dann lassen sich die einzelne Rauschbeiträge identifizieren, da diese ähnlich wie bei der PSD einem Potenzgesetz proportional zu τ^α folgen (siehe Abb. 2.2 und Tab. 2.1). Im Allgemeinen ist die Instabilität eines Oszillators auf kurzen Zeiten zunächst durch jeweils weißes Phasen- und Frequenzrauschen begrenzt, fällt dann auf ein durch Flickerrauschen limitiertes Plateau ab und beginnt anschließend durch zufällige brownische Frequenzschwankungen oder lineare Drift wieder zu steigen. Aus dieser Gesetzmäßigkeit lassen sich Kenngrößen angeben, die zum Vergleich zweier Oszillatoren herangezogen werden können. Der Instabilitätswert in dem durch weißes Frequenzrauschen dominierten Teil der ADEV spiegelt das integrale Verhalten des Systems zu kurzen Zeiten wieder (z.B. $10^{-15}(\tau/s)^{-1/2}$) und der Beitrag durch Flickerrauschen das erreichbare Instabilitätslimit des Systems. Diese Nenngrößen beziehen sich dabei vornehmlich auf den Kurzzeitbereich, da das Verhalten zu langen Zeiten nicht eindeutig ist und sich von Oszillator zu Oszillator unterscheidet.

2.1.2 Hochstabile optische Resonatoren

Für die Adressierung und Abfrage eines schmalen atomaren Übergangs wird ein ebenso schmalbandiger Laser benötigt, der unter anderem während der Spektro-

skopie in seiner Frequenz nicht sonderlich driftet. Dies erreicht man typischerweise durch die Anbindung des Lasers an einen ultrastabilen optischen Resonator, der aus zwei hochreflektierenden Spiegeln im Abstand l besteht. Gemäß der Grundgleichung für optische Resonatoren [4], kann sich zwischen den Spiegeln nur eine stehende Welle ausbilden, welche Knoten an den reflektierenden Oberflächen aufweist. Die einzigen im Resonator erlaubten Eigenfrequenzen bestimmen sich somit zu

$$\nu_n = n \frac{c_0}{2l} = n \cdot \text{FSR} \text{ mit } n \in \mathbb{N} \quad (2.6)$$

und erstrecken sich periodisch mit $c_0/(2l)$, dem freien Spektralbereich (FSR), über den Frequenzraum. Hier bezeichnet c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Der FSR ist dabei mit der Resonatorlinienbreite $\Delta\nu$ über die Finesse³

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR}}{\Delta\nu} \simeq \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (2.7)$$

und somit den Spiegelreflektivitäten r_i über $R = r_1 r_2$ verknüpft. Da der FSR nur von der Länge abhängt und in erster Linie konstant ist, erkennt man, dass mit Spiegelreflektivitäten $r_i \rightarrow 100\%$ eine sehr hohe Finesse und somit schmale Linienbreite $\Delta\nu$ erzielbar ist. Solche Hochfinesse-Resonatoren dienen als schmalbandige Frequenzdiskriminatoren, da sie Linienbreiten von nur wenigen kHz erreichen können [36]. Stabilisiert man nun einen Laser über das Pound-Drever-Hall (PDH) Verfahren [37] auf solch einen Resonator, so kann die Laserlinienbreite auf den Bruchteil⁴ der Resonatorlinienbreite reduziert werden. Aus (2.6) lässt sich ein Zusammenhang zwischen Längen- zu Frequenzänderungen ableiten:

$$\frac{d\nu_n}{dl} = -\frac{nc_0}{2l^2} = -\frac{\nu_n}{l} \Leftrightarrow \frac{d\nu_n}{\nu_n} = -\frac{dl}{l} \quad . \quad (2.8)$$

Für eine typische Frequenzinstabilität von unter einem Hertz ($\simeq 10^{-15}$) muss nach (2.8) die Länge des Resonators ebenfalls auf unter 10^{-15} stabil gehalten werden. Ein 10 cm langer Resonator darf demnach nur 0,1 fm in seiner Länge schwanken, was eine Größenordnung unterhalb des Durchmessers eines Protons liegt! Unter Betrachtung von brownischer Molekularbewegung und unvermeidbaren Rauigkeiten auf den Spiegeloberflächen mag diese Forderung zunächst unerreichbar klingen, jedoch mittelt sich dieser Einfluss auf den makroskopischen Skalen der beleuchteten Resonatorspiegel stark herunter. Ferner erlaubt die geeignete Materialwahl des Abstandshalters, der Spiegelsubstrate und deren hochreflektierender Oberfläche den Einfluss von thermischen Rauschen stark zu unterdrücken [38, 33, 39]. Eine wohlüberlegte Geometrie des Abstandshalters und dessen Aufhängung erlaubt zudem die Reduktion der Sensitivität auf Beschleunigung in Form von Vi-

³ Für die hier vorgestellte Definition der Finesse wurden Verluste vernachlässigt.

⁴ In [36] konnte für $\Delta\nu = 3,2$ kHz eine Linienbreitenreduktion auf unter 830 mHz demonstriert werden (Wert ist limitiert durch den Messaufbau), was etwa 1/3900 entspricht. Ferner ist in der selben Arbeit gezeigt worden, dass die reine Regelanbindung mit 1/50000 deutlich besser ist.

bration [40, 41, 42, 43, 44, 45]. Zudem befinden sich solche Resonatoren typischerweise im Vakuum, umgeben von einer Akustikisolierung und sind aktiv sowie passiv temperaturstabilisiert.

Mit Hochfinesseresonatoren können also schmalbandige sub-Hertz Laser bereitgestellt werden, die allerdings aufgrund residueller Temperaturschwankungen oder Alterung einer zufälligen Frequenzschwankung und einer langsamen Drift von Hz/s bis weit unterhalb von mHz/s [46] unterliegen. Die Anbindung an einen absoluten atomaren Übergang erlaubt es, dem entgegenzuwirken, sodass eine weiterhin mit $\tau^{-1/2}$ fallende Instabilität erreicht werden kann.

2.2 Anbindung an den atomaren Übergang

Die Spektroskopie schmalbandiger atomarer Übergänge mit Frequenz ν_0 ist ein essentieller Bestandteil optischer Atomuhren. Eine schmale natürliche Linienbreite γ ist hierbei wünschenswert, damit die Frequenzauflösung $\Delta\nu$ nicht durch die Zerfallsrate $\Gamma = 2\pi\gamma$ begrenzt wird. Ferner hängt die Frequenzauflösung fundamental über das Fourier-Limit mit der Abfragedauer zusammen, sodass generell lange Wechselwirkungszeiten τ zwischen Uhrenlaser und Atomen wünschenswert sind. Die Zerfallszeit $\tau_0 = 1/\Gamma$ muss dementsprechend möglichst lang sein.

Eine Reihe geeigneter schmalbandiger Übergängen findet man bei den Erdalkali(-ähnlichen) Atomen wie z.B. Ca, Mg, Sr, Yb und Hg. In Betracht kommt vor allem der Interkombinationsübergang $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$, welche gemäß quantenmechanischer Auswahlregeln in erster Ordnung Spin- und Dipol-verboden ist [47]. Allerdings zeigt sich bei nicht verschwindendem Kernspin eine Aufweichung des Verbots, sodass für fermionische Isotope sehr schmale natürliche Linienbreiten weit unterhalb von einem Hertz existieren. Ist der Kernspin allerdings $I = 0$, wie es für die bosonischen⁵ Isotope der hier betrachteten Elemente der Fall ist, kann nur mit Hilfe eines zusätzlichen externen Magnetfeldes die Kopplung induziert werden [48]. In beiden Fällen sind die schmalen Übergänge jedoch nicht direkt zugänglich, da sie aufgrund weiterer Einflüsse, aber vor allem durch die nichtverschwindende Eigenbewegung der Atome, in ihrer Frequenz verschoben sowie spektral inhomogen verbreitert sind. Es ist deshalb zunächst notwendig, die Atome durch geeignete Zustandspräparation in ein Regime zu überführen, in dem eine möglichst ungestörte Spektroskopie unter kontrollierten Bedingungen möglich ist [20]. Im Falle von neutralen Atomen steht an erster Stelle zunächst die Reduktion der Bewegungsenergie durch Zuhilfenahme der Dopplerkühlung [49] in einer magneto-optischen Falle (MOT) [50]. Damit lässt sich ein verdünntes Gas bestehend aus typischerweise $10^7 - 10^9$ Atomen erzeugen, das bereits niedrige Temperaturen von nur einigen hundert μK bis mK besitzt. Nach weiteren Schritten der Zustandspräparation kann der Uhrenübergang spektroskopiert werden. Dabei unterliegt die Abfrage techni-

⁵ Erdalkali(-ähnlichen) Elemente haben eine gerade Anzahl Z an Protonen und demnach deren bosonische Isotope auch eine gerade Anzahl N an Neutronen. Nach Kernbesetzungsregeln gilt, dass wenn Z und N gerade sind, der Kernspin I verschwindet.

schen und fundamentalen Einschränkungen, welche nach Herleitung der zunächst benötigten Spektroskopiebedingungen in den nächsten Abschnitten behandelt werden.

2.2.1 Atomare Kinetik

Dieser Abschnitt soll sich mit dem Einfluss der atomaren Kinetik auf die Spektroskopie befassen. Zunächst wird anhand einer klassischen Betrachtung freier Teilchen erläutert, wie es unter dem Aspekt der atomaren Kinetik zu einer Frequenzmodifizierung bei der Atom-Licht-Wechselwirkung kommt. Eine quantenmechanische Abhandlung der Problematik über gefangene Atome wird anschließend vorgestellt sowie ein Kriterium zum Erreichen des Lamb-Dicke Regimes gegeben, in dem die atomare Kinetik eine verschwindende Rolle spielt.

Doppler-Effekt und Photonen-Impulsübertrag

Im Folgenden wird ein atomares Zwei-Niveausystem mit den elektronischen Zuständen $|g\rangle$ und $|e\rangle$ angenommen, die durch die Energie $\hbar\omega_0$ voneinander separiert sind. Bei der Absorption und Emission (hier dargestellt mit \pm) eines Photons mit Energie $\hbar\omega_L$ gilt unter nicht-relativistischer Betrachtung die Energie- und Impulserhaltung gemäß

$$\frac{1}{2}m\mathbf{v}_0^2 \pm \hbar\omega_L = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^2 \pm \hbar\omega_0 \quad (2.9)$$

$$m\mathbf{v}_0 \pm \hbar\mathbf{k} = m\mathbf{v} \quad , \quad (2.10)$$

wobei \mathbf{v}_0 und \mathbf{v} jeweils die Anfangs- und Endgeschwindigkeit bezeichnen, m die atomare Masse ist und \mathbf{k} den Wellenzahlvektor darstellt. Anhand (2.10) erkennt man, dass der bei Emission oder Absorption übertragene Impuls $|\hbar\mathbf{k}|$ unabhängig vom Bezugssystem ist. Da im Inertialsystem der Atome $|\mathbf{k}| = \omega_0/c_0$ gilt, muss dies ebenfalls für alle anderen Bezugssysteme gültig sein. Setzt man diese Erkenntnis mit (2.10) in (2.9) ein, erhält man für die Energiedifferenz nach Zustandsänderung

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(\mathbf{v}_0^2 - \mathbf{v}^2) = \underbrace{\hbar\mathbf{k}\mathbf{v}_0}_{\text{Doppler}} \pm \underbrace{\frac{\hbar^2\mathbf{k}^2}{2m}}_{\text{Rückstoß}} \quad . \quad (2.11)$$

Klar zu erkennen ist die durch den Doppler-Effekt hervorgerufene Energie- und somit assoziierte Frequenzverschiebung

$$\delta\nu_D = \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}}{2\pi} \quad . \quad (2.12)$$

Der letzte Term auf der rechten Seite von (2.11) ist dem übertragenen Photonenimpuls zuzuschreiben und wird als Rückstoßenergie bezeichnet. Dementsprechend

unterliegt die Spektroskopie an freien Teilchen unweigerlich einer Frequenzverschiebung im Bezug zum ungestörten atomaren Übergang.

Im Folgenden soll eine quantitative Analyse der Doppler- und Rückstoß-Frequenzverschiebung anhand des $|^1S_0\rangle \rightarrow |^3P_0\rangle$ Übergangs von ^{24}Mg exemplarisch dargestellt werden. Der Maxwell-Boltzmann-Verteilung nach ist der Betrag der mittleren atomaren Geschwindigkeit gegeben durch

$$|\bar{v}| = \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m}} \quad , \quad (2.13)$$

mit der Boltzmann-Konstante k_{B} und Temperatur T des atomaren Ensembles. Für bereits sehr kalte Temperaturen von nur 1 μK verbleibt eine Restgeschwindigkeit im Bereich einiger cm/s , zu welcher eine Doppler-Verschiebung von etwa ± 60 kHz assoziiert werden kann. Gemittelt über alle Geschwindigkeitsklassen ergibt dies eine inhomogene Dopplerverbreiterung [47]

$$\Delta\nu_{\text{D}} = \frac{\nu_0}{c_0} \sqrt{\frac{8k_{\text{B}}T \ln(2)}{m}} \quad (2.14)$$

von fast 100 kHz, welche die natürliche Linienbreite im Allgemeinen um viele Größenordnungen übersteigt. Ein ebenfalls störender Effekt ist die durch Photonen-Impulsübertrag hervorgerufene Rückstoßverschiebung

$$\delta\nu_{\text{R}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2m} \quad , \quad (2.15)$$

welche sich zu etwa 40 kHz bestimmt. Eine präzise und genaue Frequenzbestimmung thermischer Atome erscheint somit zunächst unmöglich. Allerdings lässt sich mit der Doppler-freien Sättigungsspektroskopie oder über das Ramsey-Bordé-Verfahren der Doppler-Einfluss in erster Ordnung unterdrücken [4]. Da bei beiden Methoden jedoch nur ein Bruchteil aller Atome zum Detektionssignal beitragen empfiehlt es sich stattdessen, die externen Bewegungsfreiheitsgrade vom zu adressierenden Übergang zu entkoppeln.

2.2.2 Spektroskopie an gefangenen Atomen

Schränkt man die externen Freiheitsgrade durch Fangen der Atome ein, so ist deren Bewegung nur noch allein durch die Fallengeometrie vorgegeben. Dies modifiziert auf direkte Weise die Atom-Licht Wechselwirkung, da der Doppler-Effekt und, wie sich später zeigen wird, die Rückstoßverschiebung durch einen geeigneten Einschluss unterdrückt werden kann. Dies erkannte DICKE bereits 1953, als er unter Betrachtung eines Atoms im Kastenpotential zeigen konnte, dass für einen starken räumlichen Einschluss, kleiner als die halbe Wellenlänge des Abfragelichtes, die Doppler- und Rückstoßkomponenten verschwinden [20]. DICKES Idee soll im Folgenden genauer beschrieben und die daraus resultierenden Konsequenzen erörtert werden.

Es sei wieder ein atomares Zwei-Niveausystem $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ mit Energiedifferenz $\Delta E_{eg} = \hbar\omega_0$ unter Betrachtung. Dieses soll mit einem Laser der Frequenz $\omega_L/(2\pi)$ wechselwirken können, sich allerdings diesmal dabei in einer Falle befinden. Das Fallenpotential wirke dabei identisch auf die beide elektronischen Zustände⁶. Unter der Annahme, dass die einzelnen Bewegungsfreiheitsgrade nicht miteinander wechselwirken, kann das Problem zunächst auf den eindimensionalen Fall reduziert werden. Die Erweiterung auf drei Dimensionen kann analog geschehen, ist aber für die hier betrachteten Überlegungen nicht weiter von Relevanz.

Unter Annahme einer sehr schmalen Linienbreite γ kann Relaxation vernachlässigt werden, sodass sich die Gesamtenergie des Systems aus einem kinetischem Anteil, den inneren Freiheitsgraden sowie der Dipol-Wechselwirkung mit dem Laser zusammensetzen lässt:

$$\begin{aligned}\mathcal{H} &= \mathcal{H}_{\text{kin}} + \mathcal{H}_{\text{int}} + \mathcal{H}_{\text{ww}} \\ &= \mathcal{H}_{\text{kin}} + \hbar\omega_0\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} + \frac{\hbar\Omega}{2}(\hat{\sigma}^\dagger + \hat{\sigma}) (e^{i(\omega_L t - k\hat{x})} + \text{h.c.}) \quad .\end{aligned}\quad (2.16)$$

Hier sind $\hat{\sigma}^\dagger = |e\rangle\langle g|$ und $\hat{\sigma}$ die Erzeuger- und Vernichtoperatoren der inneren elektronischen Zustände, Ω die Kopplungsstärke in Form der Rabi-Frequenz und h.c. der hermitesch konjugierte Term. Für die vollständige Beschreibung des Systems gilt es nun, die externen Freiheitsgrade weiter zu präzisieren. Neben der reinen Bewegungsenergie wirkt nun ebenfalls ein Fallenpotential auf die Atome, welches als im Minimum harmonisch näherbar angenommen wird. Der kinetische Part des Hamilton-Operators (2.16) kann somit im Folgenden in der orthogonalen Eigenbasis $\{|n\rangle, n \in \mathbb{N}\}$ des quantenmechanischen harmonischen Oszillators [51] über die Erzeuger- und Vernichtoperatoren \hat{a}^\dagger und \hat{a} approximiert werden

$$\mathcal{H}_{\text{kin}} \simeq \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad .\quad (2.17)$$

Hier ist $\omega/(2\pi)$ die Fallenfrequenz, $\hat{x} = x_0(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$ der Orts- und $\hat{p} = ix_0m\omega(\hat{a}^\dagger - \hat{a})$ der Impulsoperator, welche beide über die räumliche Ausdehnung der Vibrations-Grundzustandswellenfunktion $x_0 = \sqrt{\hbar/(2m\omega)}$ mit \hat{a}^\dagger und \hat{a} verknüpft sind. Die Erzeuger- und Vernichtoperatoren erfüllen dabei jeweils die Relation

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad \text{sowie} \quad \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (2.18)$$

und ändern die Vibrationszustände des harmonischen Oszillators und somit deren Energie

$$\mathcal{H}_{\text{kin}}|n\rangle = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) |n\rangle \stackrel{!}{=} E_n |n\rangle \quad .\quad (2.19)$$

⁶ Solche Fallen werden auch als *magisch* bezeichnet.

Mit der Transformation⁷ in ein mit ω_L rotierende Wechselwirkungsbild (Index (I)) lässt sich unter Anwendung der Drehwellennäherung (RWA) und nach Einsetzen von (2.17) die Gesamtenergie zu

$$\mathcal{H}^{(I)} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \hbar\delta \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + \frac{\hbar\Omega}{2} (e^{ik\hat{x}} \hat{\sigma}^\dagger + \text{h.c.}) \quad (2.20)$$

bestimmen, wobei $\delta = \omega_0 - \omega_L$ die Verstimmung des Lasers zur atomaren Resonanz ist. Es sei darauf hingewiesen, dass die weitere Analyse im Wechselwirkungsbilde geschieht, wobei hier auf eine explizite Kennzeichnung an den Operatoren der Übersicht halber verzichtet wird. Der Kopplungsterm auf der rechten Seite von (2.20) lässt bereits eine kinetische Energieänderung durch Impulsübertrag anhand $e^{\pm ik\hat{x}}$ erkennen. Drückt man die Exponentialfunktion in der Basis des harmonischen Oszillators aus

$$e^{ik\hat{x}} = e^{i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a})} =: \mathcal{D}(i\eta) \quad , \quad (2.21)$$

stellt man fest, dass es bei Anregung durch den Laser nicht nur zu einer Zustandsänderung der inneren Freiheitsgrade mittels $\hat{\sigma}^\dagger$ und $\hat{\sigma}$ kommt, sondern dass ebenfalls an eine Vielzahl von Vibrationsniveaus $|n\rangle$ der Falle gekoppelt wird. Hier bezeichnet \mathcal{D} den Verschiebeoperator im Energie-Impulsraum und

$$\eta = kx_0 = \sqrt{\frac{E_R}{\hbar\omega}} = \sqrt{\frac{\omega_R}{\omega}} \quad (2.22)$$

den sog. Lamb-Dicke Parameter, der über die Rückstoßenergie

$$E_R = \hbar\omega_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (2.23)$$

ausgedrückt wurde. Erhöht man nun die Fallenfrequenz ω und somit den Einschluss der Atome, reduziert sich die räumliche Ausdehnung x_0 der Wellenfunktion und damit auch der Lamb-Dicke Parameter. Dies wiederum bedeutet, dass die kinetische Energieänderung durch Impulsübertrag geringer wird, wie man am abnehmenden Argument des Verschiebeoperators (2.21) ausmachen kann. Im Lamb-Dicke Regime für $\eta \ll 1$ wird die Fallenfrequenz und folglich der Energieabstand zwischen den Vibrationsniveaus größer als die Rückstoßenergie, sodass es zu keiner Doppler- und Rückstoßverschiebung durch Vibrationszustandswechsel mehr kommen kann. Hier lässt sich die Exponentialfunktion des Verschiebeoperators nähern zu

$$\mathcal{D}(i\eta) \simeq 1 + i\eta(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \mathcal{O}(\eta^2) \quad . \quad (2.24)$$

⁷ Operatoren transformieren gemäß $\hat{A}^{(I)} = \hat{U} \hat{A} \hat{U}^\dagger$, die Zustände nach $|\psi^{(I)}\rangle = \hat{U} |\psi\rangle$ mit $\hat{U} = e^{i\omega_L t}$.

Anhand dieser Näherung lässt sich ein einfacher Ausdruck für die Übergangsstärken bestimmen, indem mittels des Franck-Condon-Prinzips die Kopplungsstärke zwischen zwei Zuständen bestimmt wird

$$\begin{aligned}
 \rho_{n,m} &= |\Omega_{n,m}|^2 = |\Omega|^2 F_{n,m} = |\Omega|^2 \overbrace{|\langle m | \mathcal{D}(i\eta) | n \rangle|^2}^{\text{Franck-Condon Faktor}} \\
 &\simeq |\Omega|^2 |\langle m | (1 + i\eta\hat{a}^\dagger + i\eta a) | n \rangle|^2 \\
 &= |\Omega|^2 (\delta_{m,n} + \eta^2(n+1)\delta_{m,n+1} + \eta^2 n \delta_{m,n-1}) \quad .
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Man erkennt, dass durch die Dirac'schen Delta-Distributionen $\delta_{n,m}$ in erster Ordnung nur Übergänge mit $\Delta n = 0, \pm 1$ im Lamb-Dicke Regime möglich sind. Dies hat vielseitige Konsequenzen für die kinetische Betrachtung des System bei Wechselwirkung mit dem Laser.

Trägerübergänge, Seitenbänder und Ensemble-Temperatur

Zu Anfang dieses Abschnitts wurde bereits vorausgesetzt, dass die natürliche Linienbreite γ des atomaren Übergangs sehr schmal sei, damit Relaxation bei den Berechnungen vernachlässigt werden kann. Dadurch vereinfachen sich zunächst die Gleichungen, sodass ausschließlich diskrete Niveaus mit infinitesimaler energetischer Breite als Lösung hervorgehen. Unter Einbringung einer endlichen Zerfallsrate $\Gamma = 2\pi\gamma \ll \omega$ besitzen die möglichen Übergänge allerdings eine nicht-verschwindende lorentzförmige Linienbreite. Diese ist hier noch hinreichend klein, sodass Relaxation auf Zeitskalen der atomaren Kinetik weiterhin keine Rolle spielt. Durch diese Annahme befindet man sich im Regime der auflösbaren Seitenbänder, in welcher die Separation der adressierbaren Übergänge größer ist, als deren Linienbreite. Bei Anregung mit dem Laser können hier gemäß (2.25) nur diejenigen Übergänge individuell adressiert werden, welche ausschließlich die inneren Freiheitsgrade modifizieren (Trägerübergang), bzw. zusätzlich die Vibrationsquantenzahl um eins verringern (rotes Seitenband) oder erhöhen (blaues Seitenband), wie es in Abb. 2.3 skizziert ist. Während der Trägerübergang zur Spektroskopie der ungestörten atomaren Übergangsfrequenz genutzt werden kann, ermöglichen es die Seitenbänder die atomare Kinetik zu charakterisieren und zu beeinflussen. So kann etwa über Kühlen auf dem roten Seitenband die Bewegungsenergie des Systems bis zum Grundzustand reduziert werden [52], da dem System pro Streuzyklus ein Bewegungsquant abgeführt wird. Ferner kann durch die relative Stärke der Seitenbänder zueinander auf die Temperatur der Atome geschlossen werden. Unter Annahme einer thermischen Verteilung in der Falle kann über Summieren der mit dem Boltzmann-Faktor gewichteten Übergangsstärken $\rho_{n,n\pm 1}$ auf die Be-

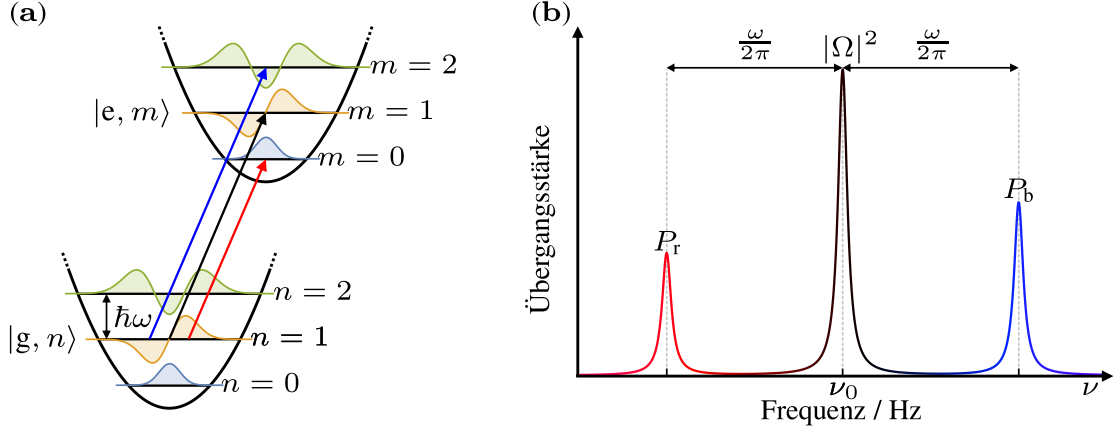


Abbildung 2.3: Der harmonische Einschluss (a) erlaubt im Lamb-Dicke Regime $\eta \ll 1$ eine Rückstoß- und Dopplerfreie Adressierung (b) des ungestörten atomaren Übergangs ν_0 sowie des ersten roten- und blauen Seitenbands, welche im Abstand der Fallenfrequenz $\omega/2\pi$ zum Träger stehen.

setzungswahrscheinlichkeit der Seitenbänder für das ganze atomare Ensemble geschlossen werden

$$P_r = \frac{1}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{n,n-1} e^{-\frac{E_n}{k_B T}} = \frac{\eta^2 |\Omega|^2}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-\frac{E_n}{k_B T}} = \frac{\eta^2 |\Omega|^2}{Z} \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\frac{E_n}{k_B T}} \quad (2.26)$$

$$P_b = \dots = \frac{\eta^2 |\Omega|^2}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) e^{-\frac{E_n}{k_B T}} = \frac{\eta^2 |\Omega|^2}{Z} e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-\frac{E_n}{k_B T}} \quad (2.27)$$

Hier sind $P_{r,b}$ die Kopplungsstärken für das rote (blaue) Seitenband, E_n die nach (2.19) definierte Zustandsenergie und $Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{E_n}{k_B T}}$ die aus der statistischen Physik stammende kanonische Zustandssumme [53]. Betrachtet man das Verhältnis aus den beiden Anregungswahrscheinlichkeiten

$$\frac{P_r}{P_b} = e^{\frac{-\hbar\omega}{k_B T}} \Leftrightarrow T = \frac{\hbar\omega}{k_B \ln\left(\frac{P_b}{P_r}\right)}, \quad (2.28)$$

so ergibt sich der Zusammenhang zwischen den Seitenband-Übergangsstärken und der Temperatur, welche im Experiment neben der Fallenfrequenz ω ebenfalls aus dem Anregungsspektrum, wie in Abb. 2.3 (b) dargestellt, bestimmt werden kann.

2.2.3 Lamb-Dicke Spektroskopie in einem optischen Gitter

Im vorangegangenen Abschnitt 2.2.2 wurde für einen harmonischen Einschluss bereits gezeigt, dass im Lamb-Dicke Regime die Adressierung des unverschobenen atomaren Übergangs nebst Vibrationsseitenbänder ermöglicht wird. Auch wenn für Ionen, gefangen in einer Paulfalle, der sehr starke elektromagnetische Einschluss

auf den relevanten Längenskalen in großem Maße harmonisch ist, so stellt ein quadratisches Potential mit seinen unendlich hohen Potentialwänden nicht die physikalische Wirklichkeit dar. Gerade bei Neutralatomen, die nach dem Vorschlag von KATORI et al. zum Erreichen des Lamb-Dicke Regimes in einem optischen Gitter gefangen werden [24], ist das Fallenpotential als Ganzes nicht mehr harmonisch näherbar. Zudem koppelt das Gitter im Allgemeinen bei beliebigen Wellenlängen unterschiedlich stark an die Uhrenzustände, sodass es zu einer nicht verschwindenden differentiellen Energieverschiebung kommt. Um diesen Umstand zu umgehen, muss die Falle speziell arrangiert werden [54] sowie weitere physikalische Effekte auf Grund der Anharmonizität und Periodizität mit berücksichtigt werden [55, 56]. Im Folgenden soll dazu zunächst der Begriff der *magischen* Wellenlänge eingeführt werden und dann ein kurzer Überblick über optische Gitter, deren Realisierung sowie Eigenschaften gegeben werden.

Stark-Freies Regime bei der *magischen* Wellenlänge

Zur Speicherung neutraler Atome bedient man sich unter anderem der Dipolkraft [57], welche auf der nicht-resonanten Wechselwirkung eines Lichtfeldes mit den Atomen, auch AC-Stark Effekt genannt, basiert. Das Fallenpotential lässt sich dabei in erster Näherung über die aus der Feldverteilung \mathcal{E} ableitbare Intensität I des hier monochromatisch angenommenen Lichtes und der vom Zustand $|\Psi\rangle$ sowie Wellenlänge λ abhängigen dynamischen (Dipol-)Polarisierbarkeit $\alpha_{|\Psi\rangle}^{(E1)}(\lambda)$ beschreiben

$$U(\mathbf{r}) = -\alpha_{|\Psi\rangle}^{(E1)}(\lambda)\mathcal{E}(\mathbf{r})^2 = -\alpha_{|\Psi\rangle}^{(E1)}(\lambda)\frac{I(\mathbf{r})}{2c_0\epsilon_0} \quad . \quad (2.29)$$

Hier erkennt man, dass es für die im Allgemeinen nicht identischen Polarisierbarkeiten der Uhrenzustände zu einer ungleichen ortsabhängigen Energie- und damit inhomogenen Frequenzverschiebung bzw. Verbreiterung kommt. Allerdings existiert für die hier betrachteten Erdalkali(-ähnlichen) Atome eine sog. *magische* Wellenlänge $\tilde{\lambda}$, bei der die differentielle Polarisierbarkeit

$$\Delta\alpha_{\text{eg}}^{(E1)}(\tilde{\lambda}) = \alpha_{|e\rangle}^{(E1)}(\tilde{\lambda}) - \alpha_{|g\rangle}^{(E1)}(\tilde{\lambda}) = 0 \quad (2.30)$$

in erster Ordnung verschwindet [24]. Für Genauigkeiten im Bereich niedriger 10^{-17} bis 10^{-18} reicht die alleinige Beschreibung des Potentials über den linearen Zusammenhang der Intensität mit der elektrischen Dipol-Polarisierbarkeit (E1) allerdings nicht mehr aus [58]. Es zeigt sich, dass Abhängigkeiten höherer Ordnung

$$U \propto \alpha^{(E1)}(\lambda, \epsilon)I + \beta(\lambda, \epsilon)I^2 + \mathcal{O}(I^3) \quad (2.31)$$

auf diesem Genauigkeits-Niveau immer relevanter werden. Die quadratischen Beiträge, wie etwa Frequenzverschiebung durch Zwei-Photonen Resonanzen, sind in der Hyperpolarisierbarkeit β zusammengefasst. Im Falle von Isotopen mit endlichem Kernspin wird außerdem die Lichtfeldpolarisation ϵ der Falle relevant, da

wegen der zusätzlichen Hyperfeinstruktur, neben der skalaren Abhängigkeit (s), eine Vektor- (v) sowie Tensor-Komponente (t) in der Polarisierbarkeit mit berücksichtigt werden muss [59]

$$\alpha^{(\text{E1})}(\lambda, \epsilon) = \alpha^{(\text{s})}(\lambda) + \alpha^{(\text{v})}(\lambda, \epsilon) + \alpha^{(\text{t})}(\lambda, \epsilon) \quad . \quad (2.32)$$

Neben der bisher betrachteten Dipol-Polarisierbarkeit $\alpha^{(\text{E1})}$ bewirken allerdings auch elektrische Quadrupolübergänge $\alpha^{(\text{E2})}$ und magnetische Dipolübergänge $\alpha^{(\text{M1})}$ eine kleine differentielle Energieverschiebung, welche genau wie die Vektor-, Tensor- und Hyperpolarisierbarkeit nicht bei $\tilde{\lambda}$ verschwinden. Ferner ist es auf Grund der nichtlinearen Intensitätsabhängigkeit unmöglich, eine *magische* Wellenlänge zu finden, bei der alle Beiträge für beliebige Intensitäten restlos verschwinden. KATORI et al. schlugen 2015 deshalb vor, die Falle nicht direkt auf der E1-magischen Wellenlänge zu betreiben, sondern stattdessen die Nichtlinearität aller Beiträge derart auszunutzen, dass durch geeignete Wahl von λ , ϵ und I zwar eine von Null verschiedene, jedoch über ausgedehnte Intensitätsbereiche gleichförmige, differentielle Energieverschiebung entsteht [60]. Frequenzunsicherheitsbeiträge durch ortsabhängige Intensitätsinhomogenitäten in der Falle lassen sich somit stark unterdrücken. In Analogie zur konventionellen *magischen* Wellenlänge wird die neue $\tilde{\lambda}_{\text{op}} = \tilde{\lambda} + \delta\lambda$ auch *operative magische* Wellenlänge genannt, bei welcher ein Frequenzunsicherheitsbeitrag unterhalb von 10^{-18} erwartet wird.

Gittereigenschaften und anharmonische Korrekturen

Neben einer Lichtverschiebung durch die Falle führen Anharmonizitäten eines realen Fallenpotentials zu weiteren physikalischen Effekten, die in diesem Abschnitt kurz behandelt werden sollen. Im Folgenden sei die Falle durch einen in sich selbst zurückreflektierten gaußschen Strahl bei der *magischen* Wellenlänge $\tilde{\lambda}$ gegeben. Die Intensitätsverteilung lässt sich dann in zylindrischen Koordinaten entlang der Strahlachse über

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} \cos^2(\tilde{k}z) \quad \text{mit} \quad (2.33)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_{\text{R}}} \right)^2} \quad \text{und} \quad z_{\text{R}} = \frac{\pi w_0^2}{\tilde{\lambda}} \quad (2.34)$$

ausdrücken [61]. Der Strahl wird vollständig durch seine minimale Strahltaile w_0 , der Wellenlänge $\tilde{\lambda}$ sowie seiner maximalen Intensität $I_0 = 8P_0/(\pi w_0^2)$ beschrieben und formt mit (2.29) im Folgenden die hier betrachtete Falle. Für kleine Auslenkungen $z \ll z_{\text{R}}$ und somit $w(z) \simeq w_0$ lässt sich das Fallenpotential zu

$$U(r, z) \simeq -U_0 e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}} \cos^2(\tilde{k}z) \quad (2.35)$$

mit $U_0 = 4\alpha P_0/(\pi c_0 \epsilon_0 w_0^2)$ und $\alpha = \alpha_{|\text{g}} \simeq \alpha_{|\text{e}}$ nähern. Diese sich wiederholende lineare Anordnung mikroskopischer Potentialtöpfe entlang der z -Achse wird

(eindimensionales) optisches Gitter genannt. Man erkennt, dass durch den trigonometrischen Term die in $\tilde{\lambda}/2$ -periodische Modulation einen starken Einschluss entlang der Strahlachse bewirkt, während die weite radiale Fallenausdehnung auf Skalen von w_0 nur einen schwachen Einschluss erlaubt. Die Bedingung für das Lamb-Dicke Regime $\eta \ll 1$ wird also in erster Linie hauptsächlich entlang der Gitterachse erfüllt.

Beschränkt man sich zunächst auf nur ein lokales Minimum, so kann für dieses analog zum harmonischen Oszillator jeweils wieder eine Fallen(kreis)frequenz für die radiale und axiale Richtung bestimmt werden

$$\omega_z = \tilde{k} \sqrt{\frac{2|U_0|}{m}} = 2\omega_R \sqrt{\frac{|U_0|}{E_R}} \quad (2.36)$$

$$\omega_r = \frac{2}{w_0} \sqrt{\frac{|U_0|}{m}} = \frac{\sqrt{2}}{w_0 \tilde{k}} \omega_z \quad . \quad (2.37)$$

Aus praktischen Gründen wird die Fallentiefe U_0 meist proportional zur Rückstoßenergie $E_R = \hbar^2 \tilde{k}^2 / (2m)$ eines Gitterphotons, bzw. zu ihrer assoziierten Kreisfrequenz $\omega_R = E_R / \hbar$ angegeben, weshalb die Fallenfrequenzen auf der rechten Seite ebenfalls über E_R ausgedrückt sind. Zur Bestimmung dieser beiden charakteristischen Parameter sind die zwei Richtungen r und z unabhängig voneinander und nur in quadratischer Näherung betrachtet worden. Nach BLATT et al. ist diese Annahme für die Dynamikbeschreibung des Systems jedoch nicht mehr ausreichend, da vor allem die biquadratische Überproportionalität entlang z sowie die nun von der Position abhängenden Fallenfrequenzen einen relevanten Beitrag zum Energiespektrum leisten [56]. Somit muss für die Bestimmung realistischer Eigenenergien auch die gegenseitige Richtungs-Kopplung in der Schrödingergleichung mit berücksichtigt werden, was sich allerdings unter Betrachtung des vollständigen Potentials (2.35) als nicht-trivial darstellt. Betrachtet man das Gitter allerdings unter Näherung bis zu Termen in vierter⁸ Ordnung

$$U \simeq -U_0 \left(1 - \underbrace{\tilde{k}^2 z^2 - \frac{2}{w_0^2} r^2}_{\text{harmonisch}} + \underbrace{\frac{\tilde{k}^4}{3} z^4 + \frac{2\tilde{k}^2}{w_0^2} r^2 z^2}_{\text{Störung}} \right) + \mathcal{O}(r^3 + r^3 z^3 + z^5) \quad , \quad (2.38)$$

kann nach BLATT et al. über erster Ordnung Störungstheorie das modifizierte Energiespektrum eines dreidimensionalen harmonischen Oszillators

$$E_{\mathbf{n}} \simeq E_{n_z}^{(z)} + E_{n_r}^{(r)} - \underbrace{\frac{E_R}{2} \left(n_z^2 + n_z + \frac{1}{2} \right)}_{\text{Biquadratische Störung}} - \underbrace{\frac{E_R}{4(E_0^{(z)})^2} E_{n_r}^{(r)} E_{n_z}^{(z)}}_{\text{rz-Kopplung}} \quad (2.39)$$

$$\text{mit } E_{n_z}^{(z)} = \hbar \omega_z \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \quad , \quad E_{n_r}^{(r)} = \hbar \omega_r (n_r + 1) \quad \text{und } n_r = n_x + n_y \quad (2.40)$$

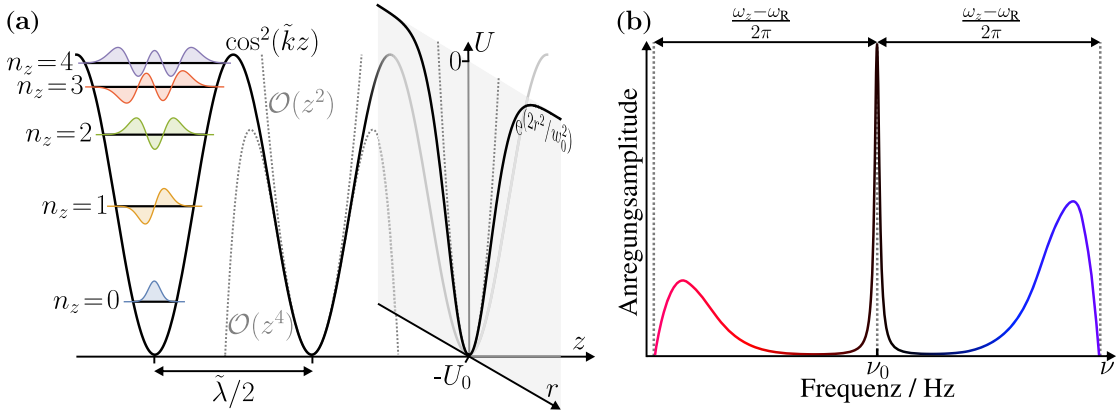


Abbildung 2.4: (a) Die Eigenenergien des entlang der z -Achse mit $\tilde{\lambda}/2$ periodische Gitters lassen sich über den biquadratische Ansatz für einen einzelnen Potentialtopf gut nähern. Für die Beschreibung der schwachen transversalen Kopplung genügt es, das Potential nur quadratisch in r zu nähern. (b) Mit dieser Potentialbeschreibung lässt sich eine Frequenzverschiebung der Seitenbänder um die Rückstoßfrequenz ausmachen, die zum Träger hin exponentiell abfallen.

bestimmt werden (siehe Abb. 2.4 (a)). Beschränkt man sich nun auf diejenigen Übergänge, welche ausschließlich auf die Bewegung entlang der z -Achse wirken, so existieren analog zu Abschnitt 2.2.2 weiterhin Träger und Seitenbandübergänge, wobei letztere, bedingt durch die biquadratische Anharmonizität für $\Delta n_z = \pm 1$, zusätzlich um ein vielfaches der Rückstoßfrequenz verschoben sind

$$\Delta\omega \simeq \pm(\omega_z - (n_z + 1)\omega_R) \quad . \quad (2.41)$$

Möchte man nun die Gittertiefe experimentell über die Fallenfrequenz aus einem Anregungsspektrum bestimmen, so ist dieser Umstand zu berücksichtigen. Zusätzlich zur Frequenzverschiebung ist auch die Form der Seitenbänder über die rz -Wechselwirkung in (2.38) modifiziert. Entfernt sich ein Atom weiter von der Gitterachse, verspürt es eine geringere Intensität und somit kleinere axiale Fallenfrequenz $\omega_z(r)$. Integriert man über die radiale Ausdehnung der Falle, erfahren die Seitenbänder eine zum Träger gerichtete Verbreiterung [62, 56], wie es in Abb. 2.4 (b) exemplarisch dargestellt ist.

Ähnlich wie beim rein harmonischen Einschluss lässt sich die Temperatur des Ensembles wieder aus den relativen Seitenbandstärken bestimmen. Gleichung (2.28) ist dabei noch in guter Näherung anwendbar, wenngleich die nun begrenzte Anzahl erlaubter Energieniveaus im Gitter eine geringe Abweichung zur exakten Lösung [56] verursacht, welche allerdings unter den typischen experimentellen Bedingungen von $k_B T \ll U_0$ vernachlässigbar klein ist.

⁸ $\cos()$ bis $\mathcal{O}(z^4)$, $\exp()$ bis $\mathcal{O}(r^2)$. Mischterme höherer Ordnung als Vier werden vernachlässigt.

Bandstruktur im optischen Gitter

Im vorangegangenen Abschnitt ist der Einfluss eines nicht-harmonischen Beitrags auf die Eigenenergien behandelt worden. Die Berechnungen beschränkten sich dabei auf nur einen einzigen Potentialtopf des an sich ausgedehnten, periodischen Gitters. Wenngleich aus dieser Betrachtung bereits wichtige Unterschiede zum rein harmonischen Einschluss abgeleitet werden können, so hat nach LEMONDE und WOLF die aus der Gitter-Periodizität hervorgerufene Bänderstruktur einen wichtigen Beitrag zur Genauigkeit sowie auflösbaren Linienbreite [55], was im Folgenden kurz behandelt werden soll.

Es sei ein Atom der Masse m unter Betrachtung, welches sich in einem eindimensionalen *magischen* Gitter befinde. Das Fallenpotential entlang der Gitterachse ist nach (2.35) gegeben durch

$$U(\hat{z}) = -\frac{U_0}{2} \left[1 + \cos(2\tilde{k}\hat{z}) \right] = -\frac{U_0}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(e^{i2\tilde{k}\hat{z}} + e^{-i2\tilde{k}\hat{z}} \right) \right] \quad (2.42)$$

und erfüllt die periodische Randbedingung $U(\hat{z}+a) = U(\hat{z})$ im Bezug zum Bravais-Gittervektor $a = \pi/\tilde{k}$. Gemäß des Bloch-Theorems [63] wird für solch zyklische Potentiale die stationäre Schrödingergleichung der kinetischen Energie

$$\mathcal{H}_{\text{kin}} |\Psi\rangle = \left(\frac{\hbar^2 \hat{k}^2}{2m} + U(\hat{z}) \right) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \quad (2.43)$$

durch Bloch-Wellen

$$\Psi_{n,q}(z) = e^{iqz} u_{n,q}(z) \text{ mit } u_{n,q}(z+a) = u_{n,q}(z) \quad (2.44)$$

und ihren jeweiligen Eigenenergien $E_n(q)$ gelöst. Die Quantenzahl n beschreibt dabei den sog. Bandindex und q den kontinuierlichen Quasiimpuls. Für den hier betrachteten Fall kann die periodische Funktion $u_{n,q}(z)$ in der Basis des reziproken Gitters über eine Fourier-Reihe dargestellt werden

$$u_{n,q}(z) = \sum_{\kappa} c_{n,\kappa}^{(q)} e^{i\kappa z} \text{ mit } \kappa \in \{-2n\tilde{k}, 2n\tilde{k} | n \in \mathbb{N}\} \quad , \quad (2.45)$$

sodass die Eigenzustände die Form

$$|n,q\rangle = |\Psi_{n,q}(z)\rangle = \sum_{\kappa} c_{n,\kappa}^{(q)} |\kappa+q\rangle \text{ mit } |\kappa\rangle = |e^{i\kappa z}\rangle \quad (2.46)$$

annehmen. Resultierend aus der Gittervektor-Periodizität von $u_{n,q}(z)$ folgt, dass ebenfalls die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi_{n,q}(z)|^2$ des Teilchens periodisch zur Gitterkonstanten a ist. Das betrachtete Atom ist demnach über viele Gitterplätze delokalisiert, was wiederum gleichbedeutend zu einer endlichen Tunnelwahrscheinlichkeit ist. Diese wiederum steht in Relation zu den Eigenenergien [64], weshalb im

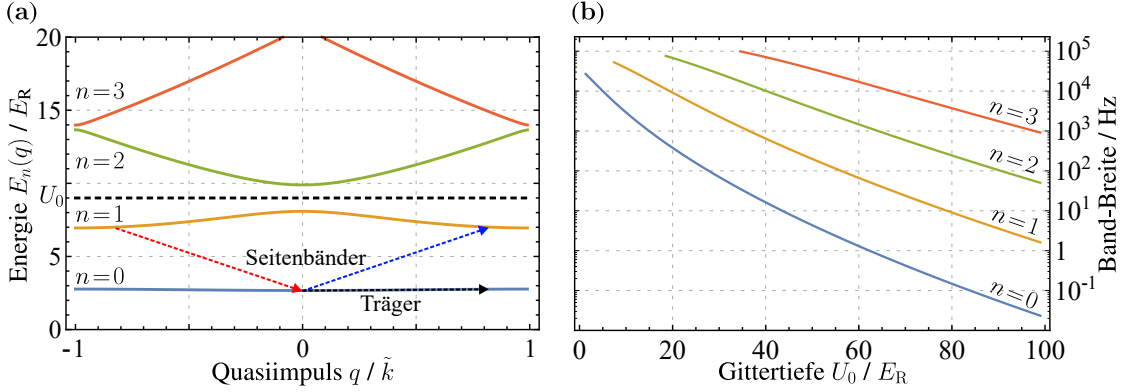


Abbildung 2.5: (a) Dispersionsrelation eines ^{24}Mg -Atoms im Gitter ($U_0 = 9 E_R$) über die erste Brillouin-Zone aufgetragen. Abhängig vom anfänglichen Quasiimpuls q_0 erfährt das Atom bei Anregung (gepunktet) eine Translation im q -Raum, was durch die Bandkrümmung zu einer Energieverschiebung führt. (b) Die größtmögliche Energieverschiebung entspricht der Breite eines jeweiligen Bandes, die hier für verschiedene Fallentiefen für Magnesium aufgetragen ist.

Folgenden zunächst die Eigenwerte E_n bestimmt werden sollen. Da ebene Wellen $|\kappa\rangle$ Eigenzustände des Impulsoperators sind, nimmt der Hamilton-Operator aus (2.43) bezüglich dieser Basis eine tridiagonale Form an

$$\mathcal{H}_{\text{kin}} |\kappa\rangle = \left(\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m} - \frac{U_0}{2} \right) |\kappa\rangle - \frac{U_0}{4} \left(|\kappa + 2\tilde{k}\rangle + |\kappa - 2\tilde{k}\rangle \right) = E_n(q) |\kappa\rangle \quad , \quad (2.47)$$

sodass dessen Eigenwerte $E_n(q)$ und Eigenvektoren $\left(c_{n,\kappa}^{(q)} \right)_\kappa$ über Diagonalisieren leicht zu finden sind. Dabei genügt es, sich auf die erste Brillouin-Zone $q \in [-\tilde{k}, \tilde{k}]$ zu beschränken, weil die Lösungen zum reziproken Gittervektor $2\tilde{k}$ periodisch im Impulsraum sind. Im Gegensatz zu den Resultaten aus Abschnitt 2.2.2 und 2.2.3 liegen hier nun keine diskreten Energieniveaus mehr vor, sondern Energiebänder, die ein dispersives Verhalten in q zeigen (siehe Abb. 2.5 (a)).

Die im Allgemeinen vorliegende Bandkrümmung modifiziert auf direkte Weise das Spektroskopiesignal. Bei Anregung durch den Uhrenlaser erfahren die Atome eine Translation um $\hbar k$ im Impulsraum, sodass es abhängig vom initialen Quasiimpuls q_0 zu einer Energie-Differenz $E_m(q_0 + k) - E_n(q_0)$ kommt. Dies steht in direkter Analogie zur Doppler- bzw. Rückstoßverschiebung eines freien Teilchens (siehe Abschnitt 2.2.1) und kann als residueller Einfluss beider Effekte gedeutet werden. Die maximal zu erwartende Energieverschiebung ist durch die Breite des jeweiligen Bandes gegeben

$$\Delta E_n = |E_n(\tilde{k}) - E_n(0)| \quad . \quad (2.48)$$

Durch Mitteln der Energieverschiebung über die Quasiimpulsverteilung kann ein modifiziertes Anregungssignal erhalten werden. Dieses ist in seiner Frequenz zum ungestörten Übergang ν_0 proportional zu (2.48) verschoben und/oder verbreitert. Daher wird eine optische Gitteruhr vorzugsweise mit tiefen Gittern betrieben, damit der Einfluss der Bänder so gering wie möglich wird.

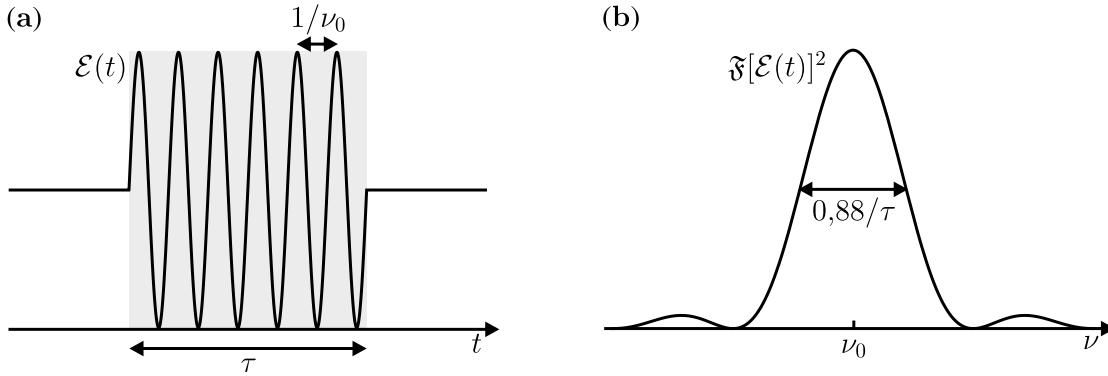


Abbildung 2.6: (a) Zeitlicher Verlauf eines rechteckigen Anregungspulses. (b) Spektrale Zusammensetzung nach Fouriertransformation.

2.2.4 Abfrage des Uhrenübergangs

In den vorangegangenen Abschnitten sind die für die Hochpräzisionsspektroskopie notwendigen Bedingungen beschrieben und erläutert worden. Dieser Abschnitt soll sich nun mit der Anbindung des hochstabilen Lasers auf den schmalen atomaren Uhrenübergang befassen. Dabei liegt der Fokus vor allem bei der Güte der Anbindung und der abschließend erzielbaren Stabilität.

Im Folgenden seien die Atome über ein optisches Gitter bei der *magischen* Wellenlänge im Lamb-Dicke Regime lokalisiert. Ferner sei der Einfluss durch Tunneln vernachlässigbar klein und alle Atome seien zuvor in den elektronischen und kinetischen Grundzustand überführt worden. Der Uhrenlaser sei hier zunächst als beliebig schmalbandig anzusehen, damit dieser die natürliche Übergangslinienbreite γ des atomaren Ensembles nicht überdeckt. Zur Adressierung des Uhrenübergangs kann man sich verschiedener Techniken bedienen, wie zum Beispiel der Rabi- und Ramsey-Methode [65, 13] oder mit Hilfe von elektromagnetisch induzierter Transparenz (EIT) [66]. Hier sei der Einfachheit halber die Anregung nach dem Rabi-Schema unter Betrachtung.

Wechselwirkungsverbreiterung

Da eine kontinuierliche bzw. unbegrenzt lange Wechselwirkung zwischen Laser und Atomen auf Grund von technischen Limitierungen im Allgemeinen nicht möglich ist, erfolgt die Abfrage bei passiven optischen Frequenzstandards durch eine wiederholte Sequenz der Präparation, Anregung und Detektion mit anschließender Frequenzkorrektur des Lasers. Die dadurch bedingte endliche Einstrahldauer verursacht dabei eine spektrale Verbreiterung des Lichtfeldes, dessen minimale Frequenzbreite generell als Fourier-Limit bezeichnet wird. Betrachtet man nun einen als rechteckig angenommenen Anregungspuls der Länge τ , so kann nach Transformation des elektrischen Feldes $\mathcal{E}(t)$ in den Frequenzraum auf die spektrale Verteilung geschlossen werden

$$\mathfrak{F}[\mathcal{E}(t)]^2(\nu) \propto \text{sinc}^2(\pi(\nu_0 - \nu)\tau) \quad . \quad (2.49)$$

In Abb. 2.6 erkennt man, dass das Laser-Frequenzspektrum eine endliche Halbwertslinienbreite (FWHM) besitzt, die sich zu

$$\Delta\nu_F \simeq \frac{0,88}{\tau} \quad (2.50)$$

bestimmt und von der Pulslänge τ abhängt. Es ist anzumerken, dass $\Delta\nu_F$ deutlich größer werden kann als γ oder die intrinsische Linienbreite des Lasers, weshalb es ratsam ist, die Einstrahldauer im Rahmen der Kohärenzzeit des Lasers zu maximieren.

Die Fourier-limitierte Breite des Laserspulses allein lässt allerdings noch keine Aussage über die erzielbare Auflösung bei der Spektroskopie zu. Erst die Analyse des Anregungssignals bei Wechselwirkung zwischen Laser und Atomen erlaubt es, Rückschlüsse über die Linienbreite und somit die Frequenzauflösung zu treffen. Im Falle eines Zwei-Niveau-Atoms kann der Zustand des Systems über den Bloch-Vektor⁹ $\mathbf{a} = (u, v, w)^T$ dargestellt werden, dessen zeitliche Entwicklung den optischen Bloch-Gleichungen OBE [67] unterliegt

$$\frac{d}{dt}\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -\frac{\Gamma}{2} & \delta & 0 \\ -\delta & -\frac{\Gamma}{2} & \Omega_0 \\ 0 & -\Omega_0 & -\Gamma \end{pmatrix} \mathbf{a} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Gamma \end{pmatrix} . \quad (2.51)$$

Hier ist $\delta = \omega - \omega_0$ die Verstimmung des Lasers ω zur atomaren Resonanzfrequenz ω_0 und Ω_0 die Rabi-Frequenz. Während Ω_0 das System parametrisch anregt, wirkt spontane Emission oder Wechselwirkung mit der Umgebung über etwa Stöße dem dämpfend entgegen (hier ausgedrückt über die Zerfallsrate $\Gamma = \tau_0^{-1}$). Betrachtet man das System nun zunächst auf Zeitskalen, welche deutlich kürzer sind als die Lebenszeit τ_0 , so kann in der Näherung $\Gamma \rightarrow 0$ eine analytische Lösung für die Besetzung des angeregten Zustandes gefunden werden

$$P_e(t) = \frac{1}{2}(w(t) + 1) = \frac{\Omega_0^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right) \quad \text{mit } \Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2} . \quad (2.52)$$

Das Anregungssignal spiegelt dabei das als Rabi-Oszillation bekannte Verhalten wieder und ist in Abb. 2.7 (a) für ein sich anfänglich im Grundzustand befindliches System dargestellt. Ein Frequenzstandard, welcher über die Rabi-Methode mit den Atomen wechselwirkt, verwendet zur Maximierung des Anregungssignals im Allgemeinen eine Pulsfläche von $\Omega_0\tau = \pi$, bei welcher auf Resonanz ein vollständiger Wechsel der Zustandspopulation erzielt wird. In diesem Fall ähnelt das Anregungssignal stark dem Spektrum des Fourier-limitierten Laserspulses und besitzt eine FWHM von

$$\Delta\nu_R \simeq 2 \cdot 0,799 \frac{\Omega_0}{2\pi} \frac{\Omega_0\tau=\pi}{\tau} \frac{0,799}{\tau} . \quad (2.53)$$

⁹ Mit Dichtematrix ρ gilt $u = \tilde{\rho}_{ge} + \tilde{\rho}_{eg}$, $v = i(\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge})$, $w = \rho_{ee} - \rho_{gg}$ und $\tilde{\rho}_{eg} = \tilde{\rho}_{ge}^\dagger = \rho_{eg} e^{i\delta t}$.

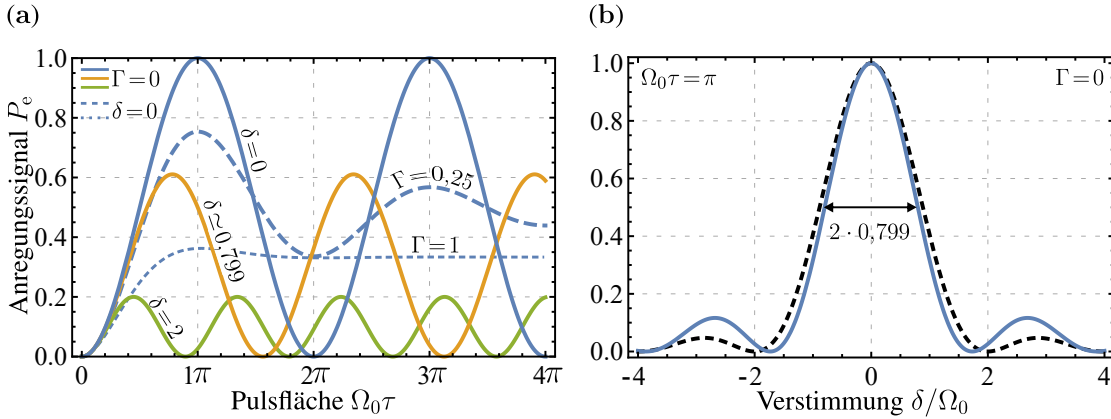


Abbildung 2.7: (a) Population des angeregten Zustands bei unterschiedlichen Verstimmungen (durchgezogen) sowie mit Dämpfung (gestrichelt). δ und Γ sind in Einheiten von Ω_0 (b) Atomare Besetzung in Abhängigkeit der Verstimmung für einen π -Puls nach Rabi-Wechselwirkung (blau) und für die spektrale Zusammensetzung des Laserpulses (schwarz gestrichelt).

Allerdings ist das Anregungssignal im Vergleich zur spektralen Breite des Laserpulses geringfügig schmaler, wie man in Abb. 2.7 (b) erkennt.

Zusammenfassend ergibt sich, dass die Spektroskopiezeit τ innerhalb der Kohärenzzeit des Lasers soweit wie möglich maximiert werden sollte. In der hier verwendeten Näherung muss auch das atomare System dazu gemäß $\Omega_0 \gg \Gamma$ hinreichend kohärent bleiben. Dies wiederum bedeutet, dass die Interrogationszeit τ für eine typische Pulsfläche von π ebenfalls kleiner als die inverse Dämpfungsrate $\tau_0 = 1/\Gamma$ sein muss. In Anwesenheit starker Dämpfung kann es jedoch erforderlich werden, die Kopplungsstärke deutlich zu erhöhen. Dies führt allerdings zu einer weiteren Verbreiterung, die im nächsten Abschnitt behandelt wird.

Sättigungsverbreiterung

Unter ausschließlicher Betrachtung von spontaner Emission, ist die zuvor gemachte Annahme einer verschwindenden Zerfallsrate Γ bei optischen Frequenzstandards eine hinreichend gute Näherung. Allerdings kann durch Wechselwirkung mit der Umgebung, wie zum Beispiel über Stöße oder inhomogene Anregungsfelder, eine zusätzliche Dämpfung hervorgerufen werden, welche zum einen die Zerfallsrate Γ erhöht bzw. die Kohärenz des System zerstört. In diesem Regime starker Dämpfung kann es daher erforderlich sein, die Kopplungsstärke durch Vergrößerung der Pulsfläche $\Omega_0\tau$ zu erhö-

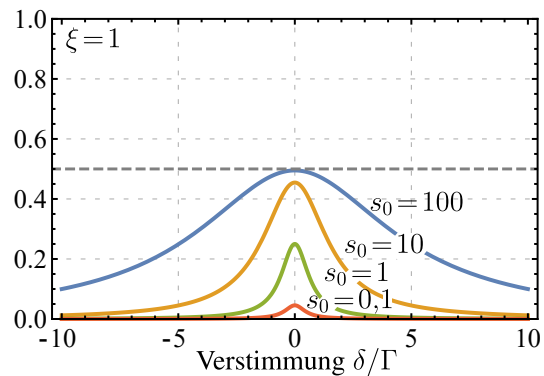


Abbildung 2.8: Anregungssignal für unterschiedliche Sättigungsparameter.

hen. Unter diesen Begebenheiten befindet sich das System dann allerdings nicht mehr im dynamischen Rabi-Regime und wird daher für den stationären¹⁰ Grenzfall weiter betrachtet. Die Population zeigt hier ein sättigendes Verhalten, wie es in Abb. 2.7 (a) dargestellt ist. Das Anregungssignal geht dabei in eine lorentzförmige Verteilung über

$$P_e(\delta) = \frac{1}{4} \frac{\Omega_0^2}{\delta^2 + (\Gamma/2)^2 + \Omega_0^2/2} \quad , \quad (2.54)$$

dessen FWHM sich zu

$$\Delta\nu_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\Gamma^2 + 2\Omega_0^2} = \frac{\Gamma}{2\pi} \sqrt{1 + s_0} \quad (2.55)$$

bestimmt. Der hier eingeführte Sättigungsparameter $s_0 = 2\Omega_0^2/\Gamma^2$ wird in der Literatur auch über das Verhältnis der experimentell zugänglichen Abfragelaser-Intensität I zur Sättigungsintensität [67] I_{sat} angegeben

$$s_0 = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \quad \text{mit} \quad I_{\text{sat}} = \frac{\pi\hbar c_0}{3\lambda^3} \Gamma \quad . \quad (2.56)$$

Anhand von (2.54) erkennt man in Abb. 2.8, dass das Anregungssignal mit steigender Kopplungsstärke und somit s_0 bis zur Gleichverteilung beider Zustände wächst und dort sättigt. Gleichzeitig nimmt die spektrale Breite des Übergangs gemäß (2.55) proportional zur Rabi-Frequenz Ω_0 zu und kann somit für $\Omega_0 > \Gamma$ einen limitierenden Auflösungsfaktor bei der Spektroskopie darstellen.

Statistische Instabilität der Frequenzanbindung

In den vorangegangenen Abschnitten wurde hauptsächlich die Spektroskopiemethode von optischen Gitteruhren diskutiert und es wurden diverse auflösungsbegrenzende Effekte herangeführt. Hier soll nun ein kurzer Überblick über das statistische Verhalten gegeben werden. Im Uhrenbetrieb wird die Frequenz des Uhrenlasers sequentiell mit dem atomaren Übergang verglichen und korrigiert. Durch Mitteln der aufgezeichneten Frequenz kann dessen statistische Unsicherheit verkleinert werden. Im Falle von weißem Frequenzrauschen mittelt die Instabilität nach Abschnitt 2.1.1 mit $\tau^{-1/2}$ herunter. Die Mittelungsgeschwindigkeit wird dabei durch eine Vielzahl von Rauschprozessen beschränkt. Da es sich dabei im Allgemeinen um statistisch unabhängige Effekte handelt, sind die Einzelbeiträge gemäß gaußscher Fehlerrechnung kombinierbar und ergeben sich zu [22]

$$\sigma_y(\tau) \simeq \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{T_C}{\tau}} \sqrt{\underbrace{\frac{1}{N}}_{\text{QPN}} + \underbrace{\frac{1}{n_p N}}_{\text{Photonen Schrotrauschen}} + \underbrace{2\sigma_a^2}_{\text{technische Schwankungen}} + \underbrace{\sigma_L^2}_{\text{Laser}}} \quad . \quad (2.57)$$

¹⁰Zum Lösen des stationären Problems werden die Zeitableitungen der OBE gleich Null gesetzt.

Hier bezeichnet $Q = \nu/\Delta\nu$ den durch die Auflösung gegebenen Gütefaktor, T_C die Zykluszeit pro Abfragesequenz, N die Teilchenzahl, n_p die zur Detektion an den Atomen gestreuten Photonen, σ_a relative Teilchenzahlschwankungen und σ_L den Beitrag durch Laserrauschen. Generell dominieren neben technischen Rauschquellen das von der Teilchenzahl abhängende Detektionsrauschen sowie der Abfragelaser selbst über den Dick-Effekt [25]. Das Detektionsrauschen wiederum setzt sich zusammen aus dem fundamentalen Quantenprojektionsrauschlimit (QPN) [68], dem Photonen-Schrottrauschen sowie Teilchenzahlschwankungen. Da bei Ionen-Frequenzstandards aufgrund der starken Coulomb-Wechselwirkung nur wenige Teilchen spektroskopiert werden, ist das hier erzielbare Integrationsverhalten von wenigen $10^{-15}(\tau/s)^{-1/2}$ [69] in der Regel direkt durch das QPN limitiert. Auf der anderen Seite erlauben es Atomuhren mit neutralen Atomen, viele tausende Teilchen gleichzeitig abzufragen, sodass hier das QPN-Limit wenige $10^{-17}(\tau/s)^{-1/2}$ [26] beträgt und damit meist deutlich unterhalb anderer Rauschbeiträgen, wie etwa dem des Dick-Effekts, liegt.

Neben der Abfragelaserlinienbreite spielt das Frequenzrauschen des Uhrenlasers eine gesonderte Rolle. Während der durch Präparation und Detektion verursachten Totzeit sind die Atome nicht sensitiv auf Frequenzschwankungen des Uhrenlasers. Der Dick-Effekt entsteht nun als Konsequenz aus dieser Unterabtastung. Rauschbeiträge oberhalb eines Vielfachen der Zyklusfrequenz werden so über den Alias-Effekt in ein falsches Frequenzband gefaltet und fehlkompensiert, wodurch die Instabilität steigt. In der Tat hat sich der Dick-Effekt für optische Gitteruhren als einer der dominantesten Beiträge herausgestellt und liegt bei den besten Frequenzstandards mit etwa $10^{-16}(\tau/s)^{-1/2}$ [26] deutlich über dem Detektionsrauschen. Eine Möglichkeit den Dick-Effekt zu reduzieren besteht in der Verbesserung des Abfragelasers selbst, was über die direkte Minimierung seines Frequenzrauschens erreicht wird. Dazu gibt es verschiedene Ansätze, wie unter anderem längere ultrastabile Resonatoren [45], die Verwendung kristalliner Resonator-Spiegelschichten [70] mit geringem thermischen Rauschen oder sogar kryogene Resonatoren [33]. Neben diesen Ansätzen existiert über die Abfragemethode eine weitere Stellschraube zur Reduktion des Dick-Limits. Durch Maximierung der Spektroskopiezeit kann eine nahezu kontinuierliche Anbindung des Lasers erfolgen. Als vielversprechend erweist sich dabei der Ansatz einer abwechselnden Spektroskopie und Stabilisierung des selben Abfragelasers auf zwei unabhängige atomare Ensembles [26]. SCHIOPPO et al. konnten so eine quasi-totzeitfreie optische Yb-Gitteruhr demonstrieren, dessen verbleibender Dick-Instabilitätsbeitrag mit $3 \times 10^{-18}(\tau/s)^{-1/2}$ deutlich unter dem QPN liegt.

Insgesamt mittelt die Instabilität nach (2.57) mit $\tau^{-1/2}$ herunter, bis sie ein durch Flickerrauschen begrenztes Plateau erreicht. Dieses hat seinen Ursprung in einer ungenügenden Kontrolle eingestellter Betriebsparameter und ist daher meist rein technischer Natur. Das Limit wird auch als statistische Unsicherheit bei der Angabe einer Absolutfrequenz aufgeführt. Die Bestimmung der Absolutfrequenz wird im nächsten Abschnitt weiter thematisiert.

Systematische Frequenzverschiebungen und Unsicherheiten

Die direkte Messung der ungestörten atomaren Übergangsfrequenz ist im Allgemeinen nicht möglich. Auch wenn die Spektroskopie unter kontrollierten Bedingungen stattfindet, sind zwangsläufig elektromagnetische Felder, Stöße zwischen den Atomen sowie weitere Effekte präsent, welche frequenzverschiebend wirken. Die beobachtete Frequenz

$$\nu = \nu_0 + \sum_i \delta\nu_i \quad (2.58)$$

weicht somit um einen systematischen Wert von der ungestörten atomaren Übergangsfrequenz ab. Für den genauen Betrieb einer optischen Gitteruhr muss daher der jeweilige Frequenzversatz $\delta\nu_i$ bestimmt werden, um Rückschlüsse auf ν_0 führen zu können. Die Aufschlüsselung aller frequenzverschiebenden Effekte mit deren Stärke und assoziierten Unsicherheiten wird auch Fehlerbudget genannt.

Im Folgenden soll die Bestimmung von $\delta\nu_i$ anhand der AC-Stark-Verschiebung durch den Uhrenlaser erläutert werden. Je nach eingestrahelter Intensität I erfahren die Atome eine Frequenzverschiebung $\delta\nu_{\text{AC}}(I)$, die bei $I = 0$ verschwindet. Der physikalische Verlauf ist hier in erster Ordnung linear

$$\delta\nu_{\text{AC}}(I) = \kappa I \quad . \quad (2.59)$$

Diese Tatsache macht man sich nun zu nutze, indem man für unterschiedliche Intensitäten I_j die Übergangsfrequenz ν_j misst und das Modell (2.59) an die Daten anpasst. Darüber kann der freie Parameter κ bestimmt werden, womit es nun möglich ist, bei einer beliebigen Intensität den Frequenzversatz $\delta\nu_{\text{AC}}$ anzugeben. Dabei ist zu beachten, dass die Bestimmung von κ und somit auch $\delta\nu_{\text{AC}}$ einer systematischen Unsicherheit σ_{AC} unterliegt. Deren Ursache liegt zum einen an der statistischen Unsicherheit der gemessenen Frequenzen ν_j , die sich bei der Anpassung direkt auf den freien Parameter κ überträgt. Ferner spielt die Unsicherheit der eingestellten Intensität σ_I eine Rolle, wodurch sich insgesamt eine kombinierte Unsicherheit von

$$\sigma_{\text{AC}} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial \kappa} \delta\nu_{\text{AC}}\right)^2 \sigma_{\kappa}^2 + \left(\frac{\partial}{\partial I} \delta\nu_{\text{AC}}\right)^2 \sigma_I^2} \quad (2.60)$$

ergibt. Unter Einbeziehung aller frequenzverschiebenden Effekte kann man nach gründlicher Evaluation die Übergangsfrequenz und dessen Unsicherheit angeben

$$\nu_0 = \nu - \sum_i \delta\nu_i \quad (2.61)$$

$$\sigma_{\text{sys}} = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2} \quad . \quad (2.62)$$

Die jeweiligen systematischen Unsicherheiten sind dabei als unabhängig angenommen und gemäß gaußscher Fehlerrechnung kombiniert worden.

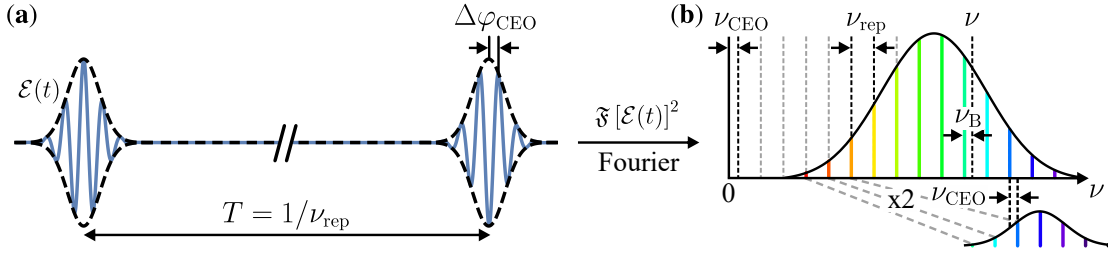


Abbildung 2.9: (a) Zeitliche Entwicklung des von einem Ultrakurzpulslaser emittierten elektrischen Feldes. Die Pulse sind separiert durch die Zeit T und unterliegen einer mit Anzahl der Pulse wachsenden Phasenverschiebung $n \cdot \Delta\varphi_{\text{CEO}} \bmod 2\pi$ mit $n \in \mathbb{N}$. Im Frequenzraum betrachtet (b) besteht das Spektrum aus vielen Frequenzmoden, separiert durch $\nu_{\text{rep}} = 1/T$. Die Phasenverschiebung $n \cdot \Delta\varphi_{\text{CEO}}$ führt hier zu einem Frequenzversatz des gesamten Spektrums um ν_{CEO} im Bezug zu $\nu = 0$ Hz. Durch Verdoppeln des (mindestens eine Oktave breiten) Kammspektrums kann die Offsetfrequenz ν_{CEO} bestimmt werden (rechts unten).

2.3 Absolutbestimmung optischer Frequenzen mit einem Frequenzkamm

Die dritte Komponente einer optischen Atomuhr bildet der Frequenzkamm. Herzstück dieses Apparats ist meist ein modengekoppelter Ultrakurzpulslaser¹¹, dessen Pulse nach dem Fourier-Theorem aus einem Spektrum äquidistanter Frequenzen zusammengesetzt sind (siehe Abb. 2.9 (b)). Der Frequenzabstand ν_{rep} ist hier invers proportional zur Pulsseparationszeit T und liegt typischerweise mit einigen 100 MHz im elektronisch gut zu messendem Radiofrequenzbereich. Lange Zeit stellte weniger die Realisierung eines Kammspektrums ein Problem dar, sondern dessen absolute Fixierung im Frequenzraum. Auf Grund von Dispersion im Resonator des Ultrakurzpulslasers, stimmt die Gruppengeschwindigkeit nicht mit der Phasengeschwindigkeit überein, sodass die emittierten Pulse pro Resonatorumlauf einem wachsenden Phasenversatz von $n \cdot \Delta\varphi_{\text{CEO}}$ mit $n \in \mathbb{N}$ unterliegen (siehe Abb. 2.9 (a)). Dies ist äquivalent zu einer Verschiebung des Kammspektrums (Abb. 2.9 (b)) um die CEO-Versatzfrequenz

$$\nu_{\text{CEO}} = \frac{\Delta\varphi_{\text{CEO}}}{2\pi T} \quad . \quad (2.63)$$

Die Frequenz der jeweiligen Kammmoden bestimmt sich somit zu

$$\nu_m = m \cdot \nu_{\text{rep}} + \nu_{\text{CEO}} \quad \text{mit } m \in \mathbb{N} \quad . \quad (2.64)$$

Mit der Realisierung des f-2f Interferometers [71] konnte ν_{CEO} nun erstmals gemessen werden, was das Feld der optischen Präzisionsmetrologie revolutionierte (Nobelpreis 2005 für J. HALL und T. HÄNSCH). Dazu wird ein mehr als eine

¹¹Heutzutage werden Kammgeneratoren fast ausschließlich durch Faserlaser erzeugt. Die Pulslänge liegt dabei typischerweise im Bereich einiger hundert Femtosekunden.

Oktave¹² breites Kammspektrum benötigt, welches frequenzverdoppelt und anschließend mit dem fundamentalen Spektrum überlagert wird (unterer Abschnitt von Abb. 2.9 (b)). Durch Interferenz zwischen den in beiden Spektren vorhandenen Moden kommt es zu einer Schwebung, welche direkt der CEO-Offsetfrequenz entspricht:

$$\nu_{\text{CEO}} = 2 \cdot \nu_m - \nu_{n=2 \cdot m} \quad . \quad (2.65)$$

Überlagert man nun einen Laser der Frequenz ν mit solch einem Frequenzkamm, entsteht eine weitere Schwebung $\nu_B < \nu_{\text{rep}}$ zu der nächstgelegenen m -ten Kammmode. Die zu messende Laserfrequenz ν kann gemäß (2.64) somit über

$$\nu = m \cdot \nu_{\text{rep}} + \nu_{\text{CEO}} + \nu_B \quad (2.66)$$

vollständig beschrieben werden. Es genügt somit, die drei Radiofrequenzen ν_{rep} , ν_{CEO} und ν_B zu zählen, um die optische Frequenz ν präzise messen und daraus etwa ein Zeitsignal generieren zu können. Ferner werden Frequenzkämme auch dafür genutzt, um die Stabilität zweier Laser zueinander zu vergleichen oder sogar zu übertragen. Damit sind relative Messungen zwischen verschiedenen Frequenzstandards über teilweise große Distanzen möglich, wie sie auch in dieser Arbeit durchgeführt wurden. Eine detailliertere Beschreibung der Methode findet sich in Abschnitt 5.4.

¹²Eine Oktave ist hier definiert als die Frequenzspanne von ν_i zu $\nu_j = 2\nu_i$.

MAGNESIUM-FREQUENZSTANDARD

In diesem Kapitel soll zunächst kurz der grobe Aufbau sowie die Funktionsweise des Frequenzstandards, basierend auf bosonischem Magnesium-24, vorgestellt werden. Dazu wird das Experiment in seinen Grundzügen skizziert sowie die Präparation kalter Magnesium Atome und die Spektroskopie des Uhrenübergangs erläutert. Eine detaillierte Beschreibung des Vakkumaufbaus [72, 73] sowie der in dieser Arbeit verwendeten Lasersysteme und Kühlmethoden [74, 75, 76], können den jeweiligen zitierten Arbeiten entnommen werden.

3.1 Experimenteller Aufbau

Experimente mit kalten Atomen werden generell unter Ultrahochvakuum (UHV) durchgeführt. Im Falle des Magnesium-Frequenzstandards wird dafür die in den Arbeiten von [72, 73] realisierte Vakuumapparatur verwendet. Eine schemenhafte Skizze des Aufbaus, samt Magnetfeldspulen und allen für diese Arbeit relevanten Laserstrahlen, ist in Abb. 3.1 dargestellt. In der Quellenkammer werden Magnesiumspäne mittels eines Ofens auf etwa 440 °C geheizt. Darüber wird ein Atomstrahl geformt, welcher die Hauptkammer durch eine differentielle Pumpstufe passiert. Ein elektromechanischer Verschluss erlaubt es, den Atomstrahl sowie die direkte Wärmestrahlung des Ofens zu blockieren. Damit das Vakuum aufrecht erhalten wird, ist an der Quellenkammer eine Turbomolekularpumpe¹ installiert. Die Hauptkammer wiederum wird durch eine Kombination aus Turbomolekularpumpe² und Ionengetterpumpe³ (IGP) auf einem nominellen Druck von einigen 10^{-9} mbar gehalten.

Zu Beginn jedes Experimentierzyklus wird zunächst der Atomstrahl durch einen Zeeman-Abbremsler, bestehend aus dem Quadrupolmagnetfeld der Magneto-optische Falle (MOT) und einem entgegengerichteten Laserstrahl, verlangsamt.

¹ TMU 071 U P der Fa. Pfeiffer Vacuum mit einem Saugvermögen von 60 l/s.

² TMU 260 der Fa. Pfeiffer Vacuum mit einem Saugvermögen von 200 l/s.

³ StarCell VacIon der Fa. Agilent (ehemals Varian) mit einem Saugvermögen von 120 l/s.

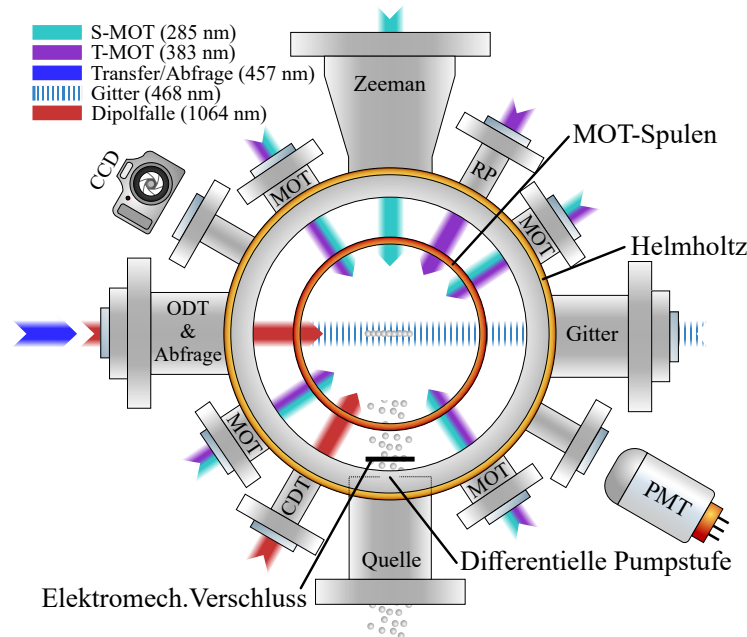


Abbildung 3.1: Draufsicht auf die Hauptkammer. Abkürzungen: Magneto-optische Falle (MOT), Dipolfalle (ODT), gekreuzte Dipolfalle (CDT), Rückpumper (RP), Photoelektronenvervielfacher (PMT).

Anschließend können die Atome wahlweise in einer zweistufigen MOT [72, 77] lasergekühlt oder in eine optische Dipolfalle [74] bzw. das optische Gitter [75] geladen werden. Der für diese Arbeit relevante Präparationsprozess sowie die Durchführung der Spektroskopie wird in den nächsten Abschnitten näher erläutert.

Die Detektion des an den Atomen nahresonant gestreuten Fluoreszenzlichtes geschieht wahlweise räumlich aufgelöst mit Hilfe einer CCD-Kamera⁴ oder über einen Photoelektronenvervielfacher (PMT)⁵. Letzterer bietet den Vorteil einer schnellen Detektionsfolge und wurde im Rahmen dieser Arbeit analog zu [77], zwecks einer normierten Detektion (siehe Abschnitt 5.2.3), implementiert.

3.2 Präparation kalter Atome in einem optischen Gitter

Für die hochauflösende Spektroskopie ist es unerlässlich, Atome in einem optischen Gitter zu präparieren, damit die Dopplerverbreiterung sowie Rückstoßverschiebung hochgradig unterdrückt werden (siehe Abschnitt 2.2.1 und 2.2.2). Zum Beladen des Gitters benötigt man allerdings ausreichend kalte Atome, welche man unter anderem über Laserkühlung erhalten kann.

⁴ MicroLine ML4710 der Fa. Finger Lakes Instrumentation.

⁵ 9893/350B der Fa. ET Enterprises.

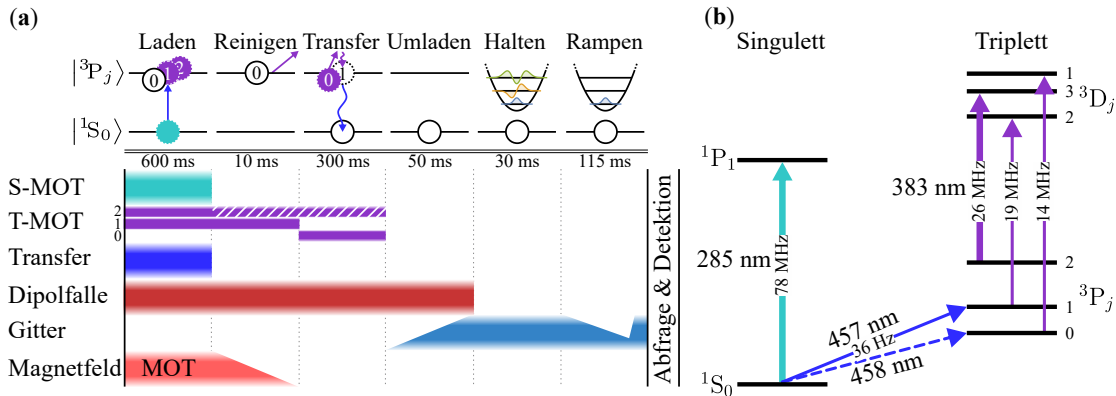


Abbildung 3.2: (a) Zunächst werden 3P_0 Atome kontinuierlich in einer Dipolfalle akkumuliert. Ein blauverstimmter T-MOT Kühlstrahl (schraffiert) entvölkert zusammen mit dem 3P_1 Rückpumper die Atome im Zustand $^3P_{1,2}$. Durch Umpumpen der Atome im Zustand 3P_0 zerfallen diese anschließend in den Grundzustand. Das so bereinigte Ensemble kann nun in ein optisches Gitter umgeladen werden. Da hierbei nicht nur das unterste Band besetzt wird, werden die höheren Bewegungszustände über Absenken der Fallentiefen entvölkert. (b) Reduziertes Termschema von ^{24}Mg mit allen relevanten Übergängen und Linienstärken. Die Kühlübergänge sind dick eingezeichnet und der Uhrenübergang gestrichelt.

In dem hier vorgestellten Experiment werden Magnesium Atome verwendet, welche zu der Gruppe der Erdalkalimetalle gehören und daher zwei Valenzelektronen besitzen. Je nach Orientierung der Elektronenspins ergeben sich zwei energetisch separierte Elektronensysteme – Singulett und Triplet genannt (Abb. 3.2 (b)). Übergänge zwischen den beiden Systemen sind in erster Ordnung nicht erlaubt, werden allerdings durch Spin-Bahn-Kopplung schwach ermöglicht. Damit ergeben sich prinzipiell zwei (quasi) geschlossene Übergänge, die sich zur effizienten Dopplerkühlung in einer MOT eignen. Auf dem 78 MHz breiten $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ Übergang bei 285 nm, wird neben der Zeeman-Abbremsung auch die sog. Singulett-MOT (S-MOT) betrieben. Hiermit können einige 10^9 Atome bei einer Temperatur von etwa 3 mK gespeichert werden [74]. Ein anschließender Transfer über den schmalen $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ Interkombinationsübergang bei 457 nm erlaubt es, die Atome unter Zuhilfenahme zweier Rückpumper (RP) dem 26 MHz breiten $^3P_2 \rightarrow ^3D_3$ Kühlübergang bei 383 nm zuzuführen. Die so realisierte Triplet-MOT (T-MOT) lässt das Speichern von bis zu 10^8 Atomen bei etwa 1 mK zu. Auf Grund der noch relativ hohen Temperatur und der geringen Dichte zeigte sich, dass ein direktes Beladen optischer Fallen mit dem so erzeugten atomaren Ensemble nicht effizient genug ist. In der Arbeit von M. RIEDMANN [74] ist daher ein kontinuierliches Ladeverfahren entwickelt worden, welches es ermöglicht, bis zu 10^5 Atome bei einigen 10 μK in einer Dipolfalle (ODT) zu akkumulieren. Dazu werden die S-MOT, der Transferlaser und die T-MOT simultan betrieben. Allerdings verbleibt der Rückpumplaser für den 3P_0 Zustand dabei ausgeschaltet. Diejenigen Atome, welche nach einigen Streuzyklen den Kühlprozess über parasitäre Anregung in den benachbarten 3D_1 verlassen, können nun spontan in den dunklen 3P_0

Zustand zerfallen. Überlagert man diese Region mit einer ODT, so kann diese als räumlicher und energetischer Filter die kältesten der kontinuierlich erzeugten $^3\text{P}_0$ Atome akkumulieren.

In Abb. 3.2 (a) ist der zeitliche Ablauf der Zustandspräparation für die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente dargestellt. Zunächst wird, wie in den vorherigen Absätzen beschrieben, eine ODT bei 1064 nm kontinuierlich beladen. Dieser Zwischenschritt ist notwendig, da das kontinuierliche Ladeverfahren nicht auf das optische Gitter angewendet werden kann. Der Grund liegt an dem für die Spektroskopie benötigten Gitterbetrieb auf der *magischen* Wellenlänge, bei welcher die differentielle AC-Stark-Verschiebung in erster Ordnung verschwindet (siehe Abschnitt 2.2.3). Allerdings induziert diese Wellenlänge beim kontinuierlichen Ladeprozess starke Ionisationsverluste aus den $^3\text{D}_j$ -Zuständen. Nach dem Beladen der ODT folgt eine kurze Phase der Zustandsbereinigung, in welcher alle bis auf die $^3\text{P}_0$ über den blauverstimmten T-MOT Kühllaser entfernt werden. Anschließend transferiert der $^3\text{P}_0$ -Rückpumpplaser die Atome kaskadiert über $^3\text{P}_0 \rightarrow ^3\text{D}_1 \rightsquigarrow ^3\text{P}_1 \rightsquigarrow ^1\text{S}_0$ zurück in den Grundzustand. Durch adiabatisches Einschalten des kollinear mit der ODT überlagerten Gitters können bis zu 10^4 Atome umgeladen werden. Nach einer kurzen Haltezeit wird die Gittertiefe langsam reduziert, sodass höher besetzten Fallenzustände entvölkert werden. Anknüpfend wird die finale Gittertiefe eingestellt, sodass durchschnittlich 1000 Atome bei wenigen μK für die Spektroskopie bereit stehen [76].

3.3 Spektroskopie von bosonischem Magnesium

In vorangegangenen Arbeiten konnte erstmalig die Spektroskopie des $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$ Uhrenübergangs an bosonischem Magnesium demonstriert werden [75, 76]. Die Atome befanden sich dazu in einem optischen Gitter nahe der *magischen* Wellenlänge. Während der Uhrenübergang für fermionische Isotope durch den nichtverschwindende Kernspin \mathbf{I} direkt adressierbar ist, wird bei Bosonen mit $\mathbf{I} = 0$ ein zusätzliches externes Magnetfeld benötigt. Nach TAICHENACHEV et al. [48] mischt darüber ein Anteil von $^3\text{P}_1$ in den Zustand $^3\text{P}_0$, sodass eine endliche Rabi-Frequenz

$$\Omega_0 = \alpha\sqrt{I}|\mathbf{B}|\cos(\vartheta) \quad (3.1)$$

zwischen $^1\text{S}_0$ und $^3\text{P}_0$ induziert wird. Hier ist I die Intensität des an die Atome koppelnden Lichtfeldes, $|\mathbf{B}|$ die Magnetfeldstärke, ϑ der Winkel zwischen beiden Feldamplituden und α eine Kopplungskonstante⁶. So kann für ^{24}Mg bereits bei moderaten Feldstärken von $|\mathbf{B}| = 2\text{ G}$ und $I = 0,5\text{ W/cm}^2$ eine Rabi-Frequenz von 1 Hz erzielt werden. Hierbei ist anzumerken das es anlässlich des Zeeman-Effekts zweiter Ordnung als auch über den AC-Stark-Effekt zu einer systematischen Frequenzverschiebung durch die Anregungsfelder von etwa -8 Hz respektive

⁶ Siehe dafür Abschnitt B.3.

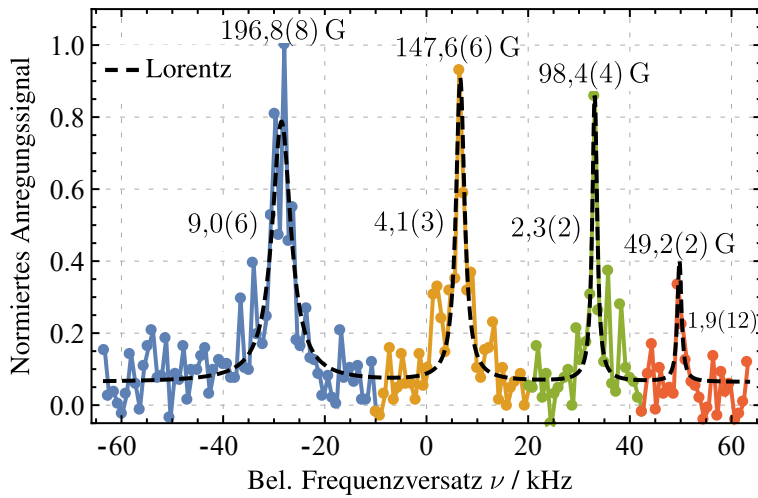


Abbildung 3.3: Aufgetragen ist ein linear durchgefahrenes Anregungsspektrum, bei dem die Kopplungsstärke über das Magnetfeld mit Hilfe der MOT-Spulen variiert wurde. Auffällig ist die zunächst abnehmende Halbwertslinienbreite (FWHM) sowie der Kontrastverlust bei reduzierten Feldstärken.

–3 Hz kommt. Für eine möglichst präzise systematische Evaluation ist es daher erstrebenswert, die Feldstärken und darüber induzierte Frequenzverschiebung gering zu halten. Allerdings zeigte sich in den vorangegangenen Arbeiten, dass eine hohe Kopplungsstärke notwendig war, um der starken inhomogenen Verbreiterung [76] entgegenzuwirken. In Abb. 3.3 ist ein Frequenzspektrum für unterschiedliche Magnetfeldstärken aufgetragen. Das Magnetfeld kann über zwei verschiedene Spulenarrangements erzeugt werden: Durch ein dediziertes Helmholtz-Spulenpaar als auch über die in Helmholtz-Konfiguration geschalteten MOT-Spulen. Für die in Abb. 3.3 gezeigte Messung wurden das MOT-Spulenpaar verwendet. Die beobachtete Linienbreite ist durch die intensive Kopplung stark sättigungsverbreitert (siehe auch Abschnitt 2.2.4) und nimmt zu schwächeren Feldstärken hin ab. Gleichzeitig reduziert sich in diesem Regime auch merklich der Kontrast. Als Ursache kommen inhomogene Verbreiterungsmechanismen in Frage, welche hier nun gegenüber der Sättigungsverbreiterung zu dominieren beginnen. Als Quelle sind vor allem die während der Spektroskopie vorhandenen Felder anzuführen. So können zum einen Magnetfeld- und Intensitätsgradienten ungleichmäßige Frequenzverschiebungen sowie Rabi-Frequenzen verursachen, was gemittelt über die räumliche Ausdehnung des atomaren Ensembles einer effektiven Linienverbreiterung entspricht. Ebenso kämen Feldinstabilitäten auf Zeitskalen der Wechselwirkung in Frage. Ein weiterer Aspekt ist der kohärente Transfer der hochstabilen Uhrenlaserfrequenz von der Laserquelle [36] zu den Atomen. Da sich der Uhrenlaser in einem für den ruhigen und temperaturstabilen Betrieb optimierten Labor (Resonator-Labor) befindet, muss das Licht zunächst über eine etwa 30 m lange Glasfaser zu den Atomen im Magnesium-Labor transportiert werden. In den vorangegangenen Messungen wurde die Faser allerdings, auf Grund technischer Limitierungen, nicht aktiv stabili-

siert, womit jegliche auf die Faser wirkenden Störungen eine Frequenzverbreiterung verursachen.

In der Arbeit von [76] erwies sich allerdings vor allem die durch ein flache Gitter ($14,5 E_R$) verursachte Tunnelverbreiterung als einer der Hauptgründe für das geringe Auflösungsvermögen. Dies begrenzte ebenfalls die präzise Bestimmung der magischen Wellenlänge $\tilde{\lambda} = 468,46(21)$ nm, sodass eine verbleibende differentielle Gitter-AC-Stark-Unsicherheit von $350(25)$ Hz/ E_R verblieb, die ebenfalls verbreiternd wirken kann. Im Rahmen dieser Arbeit sind die aufgeführten Punkte sowie weitere limitierenden Effekte untersucht sowie verbessert worden und werden im nächsten Kapitel weiter präzisiert.

VERBESSERUNG DER SPEKTRALEN AUFLÖSUNG

Die erzielbare Stabilität atomarer Frequenzstandards wird neben der Qualität des Lokaloszillators maßgeblich durch die Frequenzauflösung der atomaren Resonanz limitiert. In den vorherigen Arbeiten [76] zeigte sich vor allem eine starke inhomogene Verbreiterung, hervorgerufen durch das optische Gitter als dominantester Beitrag. Dieses Kapitel behandelt die Untersuchungen sowie Minimierung der limitierenden Effekte durch das Gitter sowie der Anregungsfelder. Es ist dabei anzumerken, dass die vorgestellten Messungen zueinander stark variierende Linienbreiten aufweisen. Der Grund liegt vor allem an der Tunnelverbreiterung, welche von den jeweils eingestellten oder erreichbaren Betriebsparametern des Gitters abhing.

4.1 Residuelle Stark-Verbreiterung durch das optische Gitter

Das optische Gitter kann auf vielfache Weise die Linienuflösung limitieren. Befindet sich die Falle nicht auf der *magischen* Wellenlänge $\tilde{\lambda}$, so kommt es anlässlich der räumlich variierenden Lichtfeldkonfiguration zu einer inhomogenen differentiellen AC-Stark-Verschiebung. Gemittelt über das atomare Ensemble kann dies direkt in eine Linienverbreiterung überführt werden. Ein Gitterbetrieb nahe $\tilde{\lambda}$ ist somit unerlässlich, woraufhin in Rahmen dieser Dissertation zusammen mit D. FIM die *magische* Wellenlänge zu 468,410 56(22) nm bestimmt wurde. Die genauen Details der Messung können D. FIMs Doktorarbeit [78] entnommen werden. Damit konnte die residuelle Gitter-AC-Stark-Unsicherheit um mehr als drei Größenordnungen auf 153(5) mHz/ E_R reduziert werden. In diesem Regime wird die Frequenzstabilität des Gitterlasers umso relevanter, weshalb im Rahmen dieser Arbeit und der

von J. HEINZE [79] eine Transferstabilisierung auf den Uhrenlaser implementiert wurde. Mit der erzielten Gitterlaser-Frequenzinstabilität von 10^{-11} wäre eine AC-Stark-Unsicherheit von nur noch etwa $8 \mu\text{Hz}/E_{\text{R}}$ vorstellbar, was es zukünftig ermöglichen sollte, auch die *operative magische* Wellenlänge (siehe Abschnitt 2.2.3) für Magnesium präzise zu bestimmen.

4.2 Tunnelverbreiterung im Gitter

Neben der AC-Stark Verbreiterung hat auch die räumliche Geometrie des Gitters einen Einfluss auf die Frequenzauflösung [55]. Auf Grund der Gitterperiodizität gibt es eine Bandstruktur, sodass die Atome zwischen benachbarten Gitterplätzen tunneln können. Die Krümmung der Bänder verursacht dabei wiederum eine von der Falltiefe abhängige Linienverbreiterung als auch Frequenzverschiebung (siehe Abschnitt 2.2.3). Dies kann als residueller Doppler-Effekt respektive Rückstoßverschiebung interpretiert werden.

Nach BLOCH et al. [64] kann die energetische Breite des Grundzustand-Bandes über einen analytischen Ausdruck genähert werden

$$\Delta E_0 \simeq \frac{16E_{\text{R}}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{U_0}{E_{\text{R}}} \right)^{\frac{3}{4}} e^{-2\sqrt{\frac{U_0}{E_{\text{R}}}}} . \quad (4.1)$$

Dabei ist U_0 die Gitterfalltiefe in Rückstoßenergien $E_{\text{R}} = \hbar^2 \tilde{k}^2 / (2m)$ mit dem reduzierten planckschen Wirkungsquantum \hbar , dem Betrag des Gitterwellenvektors \tilde{k} und der atomaren Masse m . Nimmt man eine Gleichbesetzung der Impulszustände im Gitter an, so kann die durch Tunneln induzierte Halbwertslinienbreite (FWHM) für den Trägerübergang hergeleitet werden (siehe Abschnitt B.1)

$$\Delta \nu_{\text{T}} = \frac{2\sqrt{\ln 2} \Delta E_0}{h} \left| \sin \left(\frac{\pi k}{2\tilde{k}} \right) \right| . \quad (4.2)$$

Hier ist h das plancksche Wirkungsquantum und k der Betrag des Uhrenlaser-Wellenvektors.

Da nach (4.2) der Tunnelprozess über die Gittertiefe in Relation zur Rückstoßenergie E_{R} skaliert, dominiert dieser Effekt besonders bei leichten Elementen mit einer kurzen *magischen* Wellenlänge, wie es bei Magnesium der Fall ist. Mit den in früheren Arbeiten verfügbaren Falltiefen von bis zu $14,5 E_{\text{R}}$ (bzw. $U_0/k_{\text{B}} = -26,3 \mu\text{K}$) [76] nimmt die Tunnelverbreiterung nach (4.2) bereits Werte von $2,1 \text{ kHz}$ an. Für eine Präzisionspektroskopie ist es daher notwendig, die Gittertiefe weiter zu erhöhen.

4.2.1 Tunnelreduktion durch Steigerung der Falltiefe

Das Gitterlasersystem besteht aus einem frequenzverdoppelten¹ Titan-Saphir-Laser², welcher bei 532 nm optisch gepumpt wird³. Begrenzt durch die verfügbare Pumpleistung von 8 W bis 9 W konnten etwa 200 mW bei der magischen Wellenlänge generiert werden. Nach Transport über eine 10 m lange Glasfaser⁴ standen damit ~ 150 mW zur Einkopplung in einen Überhöhungsresonator [80] zur Verfügung, welcher das optische Gitter erzeugt. Die maximale im Resonator zirkulierende Leistung von ungefähr 2,5 W war dabei zusätzlich durch Streuverluste an den Vakuumfenstern begrenzt, welche sich im Resonatoraufbau befinden.

Im Rahmen dieser Arbeit ist zur Erhöhung der Gitterfalltiefe ein 12 W Pumpelaser⁵ implementiert worden, sodass nun bis zu 470 mW bei der *magischen* Wellenlänge bereit stehen. Bei diesen hohen Leistungen begrenzt zunehmend die Faserlänge über stimulierte Brillouin-Streuung (SBS) die Übertragungseffizienz, weshalb das Gitterlasersystem näher an den Experimentaufbau gebracht wurde. Dies ermöglichte die Installation einer kürzeren Glasfaser⁶ (5 m), mit der nun bis zu 350 mW für das Experiment bereit stehen. Nach Austausch der degradierten Vakuumfenster konnte zusätzlich die Überhöhung auf über 7 W im Gitter demonstriert werden. Allerdings nahm der Überhöhungsfaktor wegen Absorption auf der zum Vakuum gerichteten Oberfläche der Schaugläser über einen Zeitraum von Monaten stetig ab. Eine visuelle Oberflächenanalyse offenbarte eine Beschädigung der Antireflexbeschichtung an den durch das Gitterlicht durchquerten Stellen. Die genaue Ursache für dieses Verhalten ist nicht eindeutig geklärt. Die maximale Falltiefe bestimmt sich für Gitterleistungen von 7 W bei einem Strahlradius von 77 μm zu $42 E_R$ (bzw. $U_0/k_B = 75 \mu\text{K}$), worüber eine Tunnelverbreiterung von 24 Hz abgeschätzt werden kann.

4.2.2 Messung der Tunnelverbreiterung für variable Gittertiefen

Im Zuge des verbesserten Gittersystems ist die durch Tunneln verursachte Linienverbreiterung analysiert worden. Dazu wurde die Gittertiefe zwischen $14 E_R$ und $34 E_R$ variiert und der Uhrenübergang bei Anregungsfeldstärken von 7,882(2) G und 25,1(7) W/cm² wiederholt spektroskopiert. Die für die jeweilige Gittertiefe gemittelte Linienbreite ist in Abb. 4.1 aufgetragen. Während die Datenpunkte bei flachen Gittern exzellent mit dem theoretischen Verlauf übereinstimmen, scheint die minimal erzielbare Linienbreite asymptotisch gegen 64(9) Hz zu laufen. Als

¹ SHG-PRO der Fa. Toptica.

² TI-SF-07 der Fa. Tekhnoscan.

³ Verdi V-10 der Fa. Coherent.

⁴ PMC-460Si-3.9-NA009-3-APC/EC-1000-P der Fa. Schäfter und Kirchhoff.

⁵ Verdi G-12 der Fa. Coherent.

⁶ PMC-E-460Si-4.0-NA009-3-APC.EC-500-P der Fa. Schäfter und Kirchhoff.

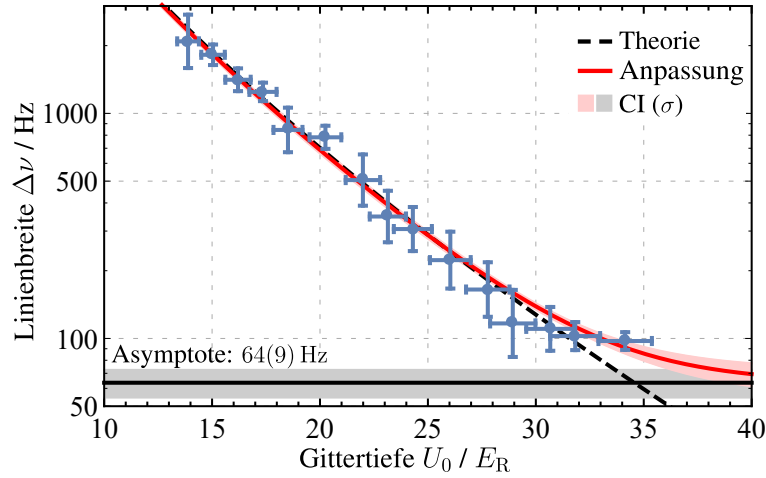


Abbildung 4.1: Aufgetragen ist die durch Tunneln limitierte Halbwertslinienbreite in Abhängigkeit der Gittertiefe. Die Faltung aus Theorie mit einer zusätzlichen inhomogenen Verbreiterung deckt sich hervorragend mit den Beobachtungen. Über die Kopplungsfeldstärken bestimmt sich die Anregungsverbreiterung zu $68(7)$ Hz und deckt sich somit mit dem asymptotischen Grenzfall.

Modell zur Anpassung an die Daten ist daher ein zusätzlicher Verbreiterungsmechanismus $\Delta\nu_{\text{asy}}$ berücksichtigt worden

$$\Delta\nu = \sqrt{\Delta\nu_{\text{T}}^2 + \Delta\nu_{\text{asy}}^2} \quad . \quad (4.3)$$

Wie sich später in Abschnitt 4.6 noch zeigen wird, kann die verbleibende Breite auf die Anregungsfelder zurückgeführt werden. Diese bewirken in der hier vorgestellten Messung eine berechnete Verbreiterung auf $68(7)$ Hz, was konsistent zu den Beobachtungen im asymptotischen Grenzfall ist.

4.2.3 Zusammenfassung

Zu Beginn dieser Arbeit stellte sich die Tunnelverbreiterung mit einigen kHz als der dominanteste Einfluss auf die Auflösung dar. Deshalb ist das Gitterlasersystem im Rahmen dieser Arbeit verbessert worden, womit nun Fallentiefen von über $42 E_{\text{R}}$ möglich sind. In diesem Regime wird eine durch Tunneln induzierte Verbreiterung von nur noch 24 Hz erwartet. Die minimal beobachtete Linienbreite lag mit $64(9)$ Hz jedoch deutlich darüber. Wie sich in den kommenden Abschnitten noch zeigen wird, sind weitere Effekte wie etwa Inhomogenitäten in den Anregungsfeldern oder auch die Zustandsbesetzung im Gitter dafür verantwortlich.

4.3 Zustandsbesetzung im Gitter

In diesem Abschnitt wird die Frequenzauflösung im Bezug zur Zustandsbesetzung im optischen Gitter untersucht. Neben einer Verbreiterung durch weitere Gitterbänder oder radialer Fallenzustände können auch Stöße [81] zwischen den Atomen

die Linienauflösung beeinflussen, weshalb ebenfalls die Dichte im Gitter untersucht wurde.

4.3.1 Einfluss durch höher besetzte Fallenzustände

Für ein *magisch* betriebenes Gitter befinden sich die Trägerübergänge aus den jeweiligen Bändern in erster Ordnung alle bei der selben Übergangsfrequenz. Da die Tunnelverbreiterung für höhere Bänder allerdings deutlich größer ist als für das Grundzustandsband, kommt es so zu einer effektiven Linienverbreiterung. Neben den axialen Zuständen vermögen auch die lateralen Zustände eine Verbreiterung zu verursachen. So liegen die radialen Fallenfrequenzen typischerweise im Bereich einiger hundert Hertz und variieren entlang des axialen Gitterverlaufs. Kommt es zu einer Kopplung an diese Zustände (siehe auch Abschnitt 4.5.2), lässt sich im Mittel so eine weitere Verbreiterung erwarten. Deshalb ist es erstrebenswert, nur den Grundzustand des Gitters maßgeblich zu besetzen.

Linienverbreiterung durch den Beladeprozess

Das Beladen des Gitters geschieht über den Transfer der zuvor in einer optischen Dipolfalle (ODT) bei 1064 nm gespeicherten Atome. Der Einschaltprozess des Gitters wirkt dabei als Störung auf die Atome und kann unter anderem zu einem Aufheizen führen. Ferner bildet ein spontanes Einschalten die Impulsverteilung der (quasi) freien Atome in der ODT auf die Bloch-Zustände im Gitter ab. Beides kann potentiell zu der Besetzung höherer Fallenzustände führen. Zusätzlich kann eine fehlerhafte Überlagerung zwischen Dipolfalle und Gitter dazu führen, dass sich die Atome nicht am Punkt der höchsten Gittertiefe befinden. Dadurch käme

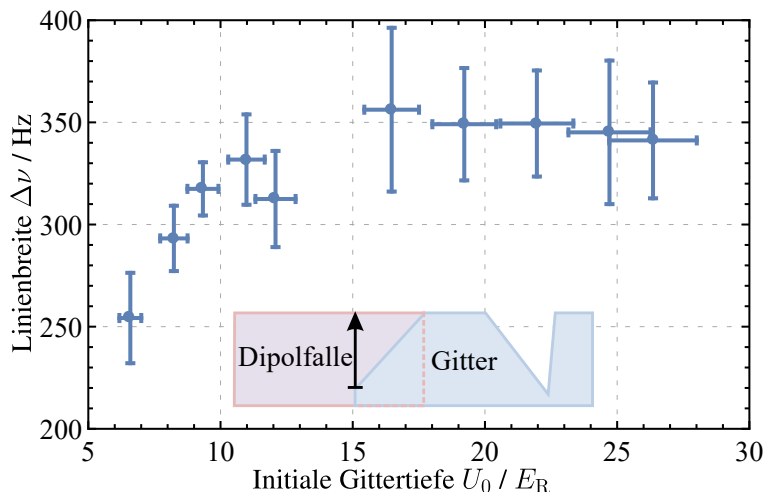


Abbildung 4.2: Aufgetragen ist die beobachtete Linienbreite für variierende Einschaltgittertiefen. Das theoretische Auflösungslimit über Tunneln sowie durch die Anregungsfelder liegt bei 243(63) Hz und deckt sich mit der Linienbreite im Falle der flachsten Anfangsgittertiefe.

es zu einer verstärkten Tunnelverbreiterung. Um die Linienverbreiterung durch den Umladeprozess möglichst gering zu halten, wird das Gitter deshalb über einen Zeitraum von 100 ms adiabatisch eingeschaltet. In Abb. 4.2 erkennt man, dass mit steigender Anfangsgittertiefe die auflösbare Linienbreite zunächst zunimmt und dann zu sättigen scheint. Eine möglichst geringe initiale Gittertiefe ist somit zu präferieren, damit der Beladeprozess die Frequenzauflösung nicht limitiert. Für die hier verwendeten Anregungsfeldstärken von $6,569(2)$ G und $16,8(5)$ W/cm², bei einer Endgittertiefe von $26(2) E_R$ während der Spektroskopie, ergibt sich eine theoretische Verbreiterung auf $243(63)$ Hz, was sich mit den Beobachtungen bei geringen Anfangsgittertiefen deckt.

Evaporatives Entvölkern höherer Fallenzustände

Auch ein adiabatisches Beladen des Gitters kann im Allgemeinen nicht verhindern, dass ausschließlich das niedrigste Niveau besetzt wird. Daher werden Bänder höherer Ordnung entvölkert, indem gemäß Abschnitt 3.2 die Gittertiefe nach dem Beladen über 100 ms adiabatisch reduziert wird, bis nur noch das Grundzustandsband energetisch fangbar ist. Anschließend wird die Fallentiefe innerhalb von 5 ms auf ihren Sollwert gestellt. Im selben Zuge werden so auch radiale Zustände entvölkert. Da diese allerdings deutlich geringere Energieabstände zueinander besitzen, kann mit dieser Methode keine ausschließliche Besetzung des radialen Grundzustandes sichergestellt werden. Allerdings vermag die erzwungene Evaporation im Mittel die Temperatur des Ensembles zu senken, wodurch sich ebenfalls die Kopplungsstärke an radiale Fallenzustände reduziert (siehe auch Abschnitt 4.5.2). Es

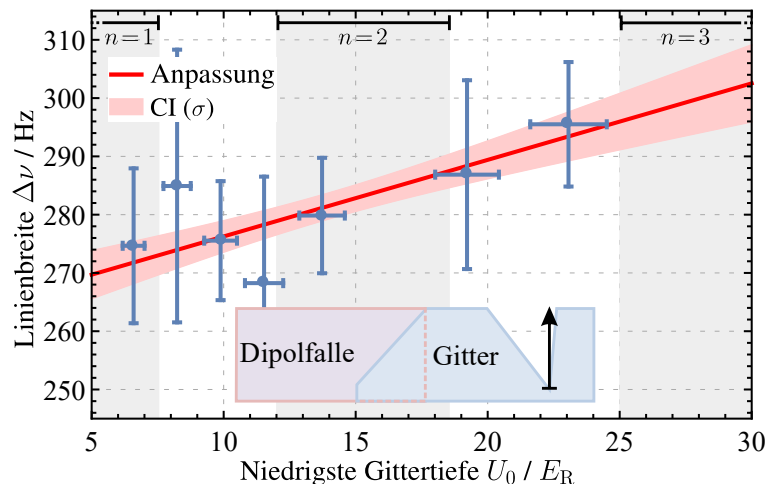


Abbildung 4.3: Aufgetragen ist die gemessene Linienbreite in Abhängigkeit von der minimalen Gittertiefe während der Evaporationsphase. Liegt die Fallentiefe innerhalb der jeweiligen Breite eines Bandes (Schattierung), so kann eine Entvölkerung dieser Zustände erfolgen. Über die verwendeten Anregungsfeldstärken von $38(1)$ W/cm² sowie $5,255(2)$ G und einer Gittertiefe von $25(2) E_R$ bei der Spektroskopie ergibt sich eine residuelle Linienbreite von $323(79)$ Hz, welche sich innerhalb der Fehler mit den Beobachtungen deckt.

wird daher erwartet, dass die Verbreiterung des Übergangs maßgeblich durch die Bänder dominiert wird. In Abb. 4.3 ist ein in erster Linie linearer Zusammenhang zwischen der minimalen Gittertiefe und der auflösbaren Linienbreite beobachtet worden. Es ist dabei anzumerken, dass auf Grund technischer Limitierungen die minimale Gittertiefe nicht beliebig reduziert werden kann und in dieser Messung auf etwa $6,6(4) E_R$ beschränkt war. Als Grund sei das Versagen der Gitter-Resonator-Längenstabilisierung aufgeführt, welche bei kleinen Gitterleistungen und damit einhergehenden geringen Fehlersignalamplituden nicht mehr zuverlässig funktionierte. Um das zweite Band ($n=1$) zu entvölkern, muss die Falltiefe auf unter $7,5 E_R$ reduziert werden. Aber erst ab $3,5 E_R$ ist dieses Band vollständig nicht mehr fangbar. Diese Energiebreite ist im untersuchten Bereich für die dortigen Bänder in Abb. 4.3 schattiert hervorgehoben worden.

4.3.2 Räumliche Ausdehnung des Ensembles im Gitter

Bosonische Isotope, wie das hier verwendete ^{24}Mg , besitzen eine nichtverschwindende Streulänge für $T \rightarrow 0$ K. Kalte Stöße zwischen den Atomen führen so zu einer dichteabhängigen Frequenzverschiebung als auch einer Linienverbreiterung des Uhrenübergangs [81]. Deshalb ist es erforderlich, bosonische Frequenzstandards sorgfältig zu evaluieren und Stöße über eine geringe Dichte zu unterdrücken. Letzteres kann über nur einzeln besetzte Gitterplätze realisiert werden [82].

Zur Abschätzung der Dichte ist die räumliche Ausdehnung des Ensembles im Gitter vermessen worden. Dazu wurden die Atome zunächst, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, im optischen Gitter präpariert und danach für 1 ms in einer Flugzeit Messung (TOF) frei fallen gelassen. Anschließend sind die Atome in einer Melassekonfiguration für 1 ms mit den resonant verstimmt T-MOT-Lasern angestrahlt und das gestreute Licht mit der CCD-Kamera detektiert worden. Nach einer Mittelung von 500 Aufnahmen ergibt sich über Abb. 4.4 die detektierte Ausdehnung des Ensembles zu $2,52(3)$ mm. Berücksichtigt man zusätzlich die endliche Breite der Detektionsstrahlen, ergibt sich eine korrigierte axiale Ensemblebreite von $2,58(3)$ mm. Hier ist anzumerken, dass sich die Atome allerdings während der TOF

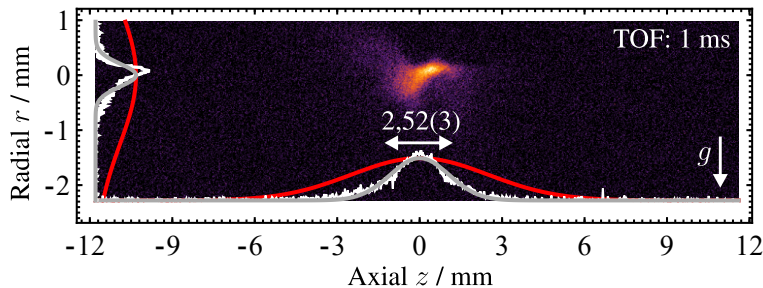


Abbildung 4.4: Aufgetragen ist die Ausdehnung der atomaren Wolke entlang der Gitterachsen. Dazu wurde das Gitter ausgeschaltet und die Atome nach einer freien Expansionszeit von 1 ms mit Hilfe der T-MOT-Laser zur Fluoreszenz gebracht. Die rote Kurve bildet die Form der gaußförmigen Detektionsstrahlen nach.

und Detektion bereits ausdehnen. Für ein etwa 10 μK kaltes Ensemble expandieren die Atome während der TOF ungefähr 170 μm . Der Detektionseinfluss ist etwas schwieriger abzuschätzen, da zum einen der Lichtdruck als auch ein Aufheizen durch die unzähligen Streuprozesse zu einer Modifikation der Ausdehnung führen. Für einen resonanten T-MOT-Strahl erfolgen in 1 ms für die hier typischen Strahlintensitäten bereits über 6×10^4 Streuungen pro Atom. Es wird daher angenommen, dass die Atome quasi sofort wieder auf die Doppler-Temperatur

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \quad (4.4)$$

geheizt werden. Hier ist \hbar das reduzierte plancksche Wirkungsquantum, Γ die Zerfallsrate des T-MOT-Kühlübergangs und k_B die Boltzmann-Konstante. Für $T_D \simeq 0,6 \text{ mK}$ führt dies in 1 ms zu einer zusätzlichen Expansion von 1,3 mm. Um die minimalen Ausdehnung zu bestimmen, werden beide Expansionen subtrahiert, womit sich ein Wert von 1,1 mm ergibt. Generell wird die reale Größe zwischen 1,1 mm bis 2,58 mm liegen. Zur Abschätzung der Gitterbesetzung wird die minimale Ausdehnung angenommen. Damit ergeben sich potenziell $4,7 \times 10^3$ Gitterplätze, die durch typischerweise 1000 Atome besetzt werden [76]. Es wird daher eine Einfachbesetzung der Gitterplätze erwartet, sodass die durch Stöße induzierte Linienverbreiterung vernachlässigbar gering sein sollte.

4.3.3 Reduktion der Ensembleausdehnung durch Beladen aus einer zum Gitter gekreuzten Dipolfalle

Im vorherigen Abschnitt wurde die räumliche Ausdehnung des atomaren Ensembles auf etwa 1,1 mm bis 2,58 mm abgeschätzt. Um die Auswirkung der Ensembleausdehnung weiter zu untersuchen, wurde eine im Winkel von 60° zum Gitter orientierte, gekreuzte Dipolfalle (CDT) aufgebaut (siehe auch Abb. 3.1). Die Überlappung zwischen Gitter und CDT verringert sich dadurch auf Dimensionen der Strahlentaille beider Fallen und liegt damit etwa eine Größenordnung unter der zuvor bestimmten minimalen Ensembleausdehnung. Da sich die Dichte in der CDT nicht ändert, werden auch deutlich weniger Atome in das Gitter transferiert. Dies spiegelt sich vor allem bei der Detektion wieder, welche nun ein deutlich größeres Atomzahlrauschen aufweist. Nach Beladen des Gitters aus der CDT erkennt man in Abb. 4.5 (a,b,c), dass sich für verschiedene Präparationsprozesse ein ähnliches Verhalten darstellt, wie es in den vorherigen Abschnitten beobachtet wurde. Allerdings liegt die beobachtete Linienbreite oberhalb des allein durch die Anregungsfelder und durch Tunneln erwartenden Auflösungslimit von 108(11) Hz. Dies könnte durch einen Versatz des CDT Strahles zum Gitter herrühren, sodass die Atome sich nun nicht am Punkt der größten Gittertiefe befinden und somit eine höhere Tunnelverbreiterung als angenommen vorliegt. Im Vergleich zum Beladen aus der CDT ist in Abb. 4.5 (d) auch ein Spektrum für das konventionelle Ladeverfahren aus der kollinear zum Gitter ausgerichteten ODT dargestellt. Hier deckt

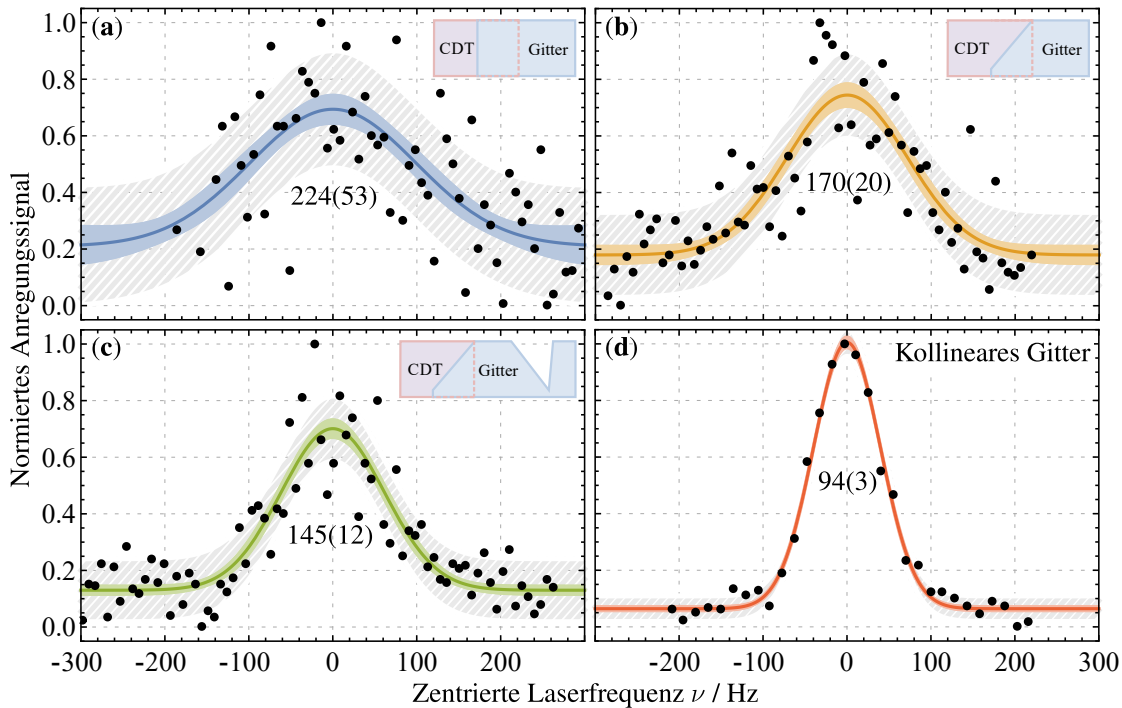


Abbildung 4.5: Aufgetragen sind die Anregungssignale nach Beladen aus einer zum Gitter gekreuzten Dipolfalle (a), (b), (c) und für eine kollinear mit dem Gitter überlagerten Dipolfalle (d). Der Präparationsprozess wurde dazu wie in den vorherigen Abschnitten variiert. Bei (a) erfolgt ein direktes Einschalten des Gitters, während bei (b) eine zusätzliche Laderampe verwendet wurde und bei (c) eine Entvölkerung der höheren Fallenzustände durchgeführt wird. Das qualitative Verhalten ist ähnlich zu den Ergebnissen aus dem vorherigen Abschnitten. Aus den verwendeten Anregungsfeldstärken und Gittertiefen ((a,b,c): $7,882(2)$ G, $31(1)$ W/cm², $35(1) E_R$ – (d): $7,882(2)$ G, $25(1)$ W/cm², $34(1) E_R$) errechnet sich die residuelle Linienbreite zu $108(11)$ Hz, respektive $105(11)$ Hz. Zusätzlich zu den farbigen Konfidenzintervallen (CI) sind hier ebenfalls die Prognoseintervalle (PI) schraffiert in Hellgrau aufgetragen, da es sich um ungemittelte Datensätze handelt.

sich die beobachtete Linienbreite von $94(4)$ Hz hervorragend mit der berechneten residuellen von $105(11)$ Hz. Zusammenfassend ist zu sagen, dass keine Verbesserung der Linienbreite über das Beladen aus einer zum Gitter gekreuzten Dipolfalle beobachtet werden konnte und somit die endliche Ensembleausdehnung keinen relevanten Einfluss auf die Spektroskopie hat.

4.3.4 Zusammenfassung

Die im vorherigen Abschnitt betrachtete Tunnelverbreiterung bezog sich ausschließlich auf das Grundzustandsband. Allerdings nimmt der Tunneleffekt in höheren Bändern deutlich größere Ausmaße an. Ebenfalls kann auch eine Besetzung der lateralen Gitterzustände eine Verbreiterung verursachen. Deshalb ist die Zustandspräparation im Gitter weiter analysiert worden. Es zeigte sich, dass ein rapides Einschalten des Gitters zu einer Verbreiterung führt, weshalb das Gitter adiabatisch eingeschaltet wird. Ebenso konnte durch ein adiabatisches Absenken der

Gittertiefe eine Linienbreitenreduktion über Entvölkerung höherer Fallenzustände beobachtet werden.

Um dichteabhängige Effekte abzuschätzen, ist die Ausdehnung des atomaren Ensembles im Gitter vermessen worden. Dabei zeigte sich, dass nur alle 4,7 Gitterplätze ein Atom im Gitter gespeichert ist. Eine Stoßverbreiterung kann somit ausgeschlossen werden.

4.4 Untersuchung des Anregungsmagnetfeldes

Neben dem Gitter haben auch die Anregungsfelder einen Einfluss auf die auflösbare Linienbreite. In diesem Abschnitt soll zunächst das benötigte homogene Magnetfeld weiter untersucht werden.

4.4.1 Implementierung eines neuen Helmholtz-Spulenpaares

In den vorangegangenen Arbeiten [75, 76] ist das Anregungsmagnetfeld durch Umschalten der MOT-Spulen in Helmholtz-Konfiguration generiert worden. Damit konnten für einen maximalen Spulenstrom von 200 A etwa 500 G erzeugt werden. Allerdings ist dieses Spulenpaar für einen möglichst großen Gradienten des Quadrupol-Magnetfeldes der MOT optimiert und erfüllt damit nicht die Helmholtz-Bedingung. Demnach besitzt das durch diese Spulen generierte *homogene* Magnetfeld noch residuelle Gradienten, welche gemittelt über die Ensembleausdehnung im Gitter eine Linienverbreiterung induzieren können. Deshalb ist in dieser Arbeit ein neues Helmholtz-Spulenpaar implementiert worden. Die neuen Spulen bestehen aus jeweils neun Lagen eines Kupferbands mit $15\text{ mm} \times 0,3\text{ mm}$ Stärke, was einem Leiterquerschnitt von $4,5\text{ mm}^2$ entspricht. Damit sollte eine Dauerbelastung von 30 A bis 40 A möglich sein. Angebracht sind die Spulen in einem mittleren Abstand⁷ von 134(1) mm direkt am oberen und unteren CF200-Flansch der Vakuumkammer und haben somit einen ungefähren inneren Durchmesser von 253 mm sowie eine Spulendicke von etwa 4 mm. In Abb. 4.6 sind die am Ort der Atome nach Biot-Savart berechneten Magnetfeldkonfigurationen für die MOT-Spulen als auch das neue homogene Spulenpaar dargestellt. Anhand der verwendeten Parameter bestimmt sich ein jeweiliger relativer Gradient von $1,4 \times 10^{-2}\text{ cm}^{-1}$ bzw. $2,2 \times 10^{-4}\text{ cm}^{-1}$. Nach KULOSA et al. [32] beträgt die Sensitivität bezüglich des Zeeman-Effekts zweiter Ordnung $2,066(20)\text{ Hz/G}^2$. In Verbindung mit der in Abschnitt 4.3.2 vermessenen maximalen atomaren Ausdehnung von 2,58 mm kann bei einer Feldstärke von 10 G so die relative Frequenzunsicherheit zu jeweils $2,3 \times 10^{-15}$ bzw. $3,8 \times 10^{-17}$ abgeschätzt werden. Somit stellt das neue homogene Spulenpaar vorerst keine signifikante Limitierung dar.

⁷ Von der jeweiligen Spulenmitte aus gemessen.

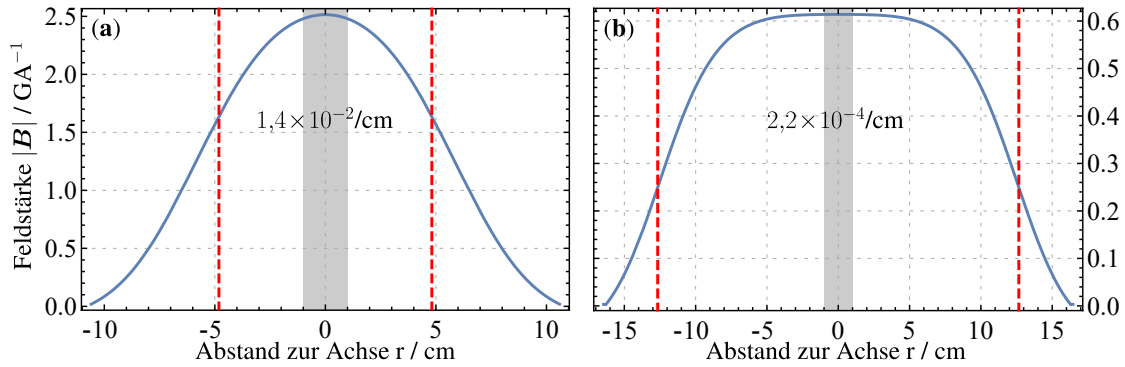


Abbildung 4.6: Aufgetragen ist die berechnete Magnetfeldstärke und der (relative) residuelle Gradient im schattierten Bereich (± 1 cm) für die MOT-Spulen in Helmholtz-Konfiguration (a) sowie für das neue Helmholtz-Spulenpaar (b). Die gestrichelten Linien markieren die mittlere radiale Ausdehnung der jeweiligen Spulen.

4.4.2 Spulenkalibration über den linearen Zeeman-Effekt

Neben der rein theoretischen Berechnung des homogenen Magnetfeldes ist es ratsam, die Feldstärke des neuen Helmholtz-Spulenpaares ebenfalls experimentell zu ermitteln. Als absoluten Magnetfeldsensor bieten sich hier die Atome selbst an. Dazu ist bei verschiedenen Spulenstromstärken der $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ Übergang spektroskopiert worden, dessen magnetischen $m_j = 0, \pm 1$ Subzustände in erster Ordnung dem anomalen linearen Zeeman-Effekt unterliegen

$$\delta\nu_Z(|\mathbf{B}|, m_j) = g_j m_j \mu_B |\mathbf{B}| \quad . \quad (4.5)$$

Hier ist g_j der über die Landé-Formel bestimmte gyromagnetische Faktor, μ_B das bohrsche Magneton und $|\mathbf{B}|$ die Magnetfeldstärke. Für die Messung sind die Atome zunächst wie in Abschnitt 3.2 beschrieben im optischen Gitter präpariert worden. Anschließend erfolgte eine kurze Phase der freien Expansion von 3 ms, nach welcher die Atome für 100 μ s durch den Transfer-Laser abgefragt⁸ und dann der angeregte Anteil durch die Triplet-MOT (T-MOT) detektiert wurde. Während der Spektroskopie wurde gleichzeitig der applizierte Strom mit einem Hochpräzisions-Multimeter⁹ aufgenommen. An das aufgenommene Frequenzspektrum sind nun drei gaußförmige Anregungssignale $\mathcal{G}[\nu, \sigma]$ mit individueller Amplitude a_i und Breite σ_i angepasst worden, die über (4.5) zueinander frequenzverschoben sind

$$a_{\text{ges}} = \sum_{m_j \in \{0, \pm 1\}} a_{m_j} \mathcal{G}[\nu_0 + \delta\nu_Z(|\mathbf{B}|, m_j), \sigma_{m_j}] \quad . \quad (4.6)$$

Für die jeweiligen Spulenströme konnte so die Magnetfeldstärke $|\mathbf{B}|$ bestimmt werden. Um systematische Fehler wie unkompenzierte Restmagnetfelder zu mini-

⁸ Dazu stand die (lineare) Polarisation des Lasers senkrecht zum Magnetfeld, sodass eigentlich nur $m_j = \pm 1$ adressiert werden können. Auf Grund von Fehlpolarisation wurde allerdings auch $m_j = 0$ hinreichend genug aufgelöst.

⁹ Agilent 34461A mit 6 $\frac{1}{2}$ Stellen Genauigkeit.

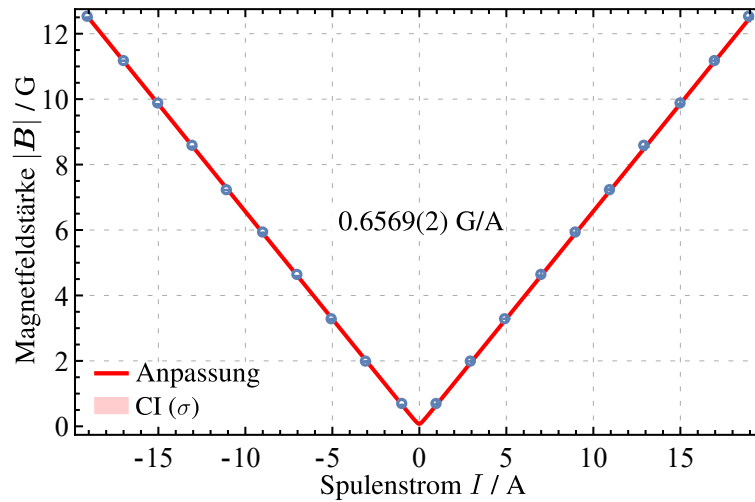


Abbildung 4.7: Über den linearen Zeeman-Effekt ermittelte Magnetfeldabhängigkeit des neuen Helmholtz-Spulenpaares. Die Fehlerbalken sind kleiner als die Datenpunkte und das Konfidenzintervall (CI) wird größtenteils durch die angepasste Kurve verdeckt.

mieren, ist die Messung ebenfalls mit umgepoltem Stromfluss und damit gedrehter Magnetfeldrichtung durchgeführt worden. Die stromabhängige Magnetfeldstärke ist in Abb. 4.7 dargestellt. Unter Berücksichtigung eines Restmagnetfeldes B_0 konnte mit Hilfe einer Anpassung

$$|\mathbf{B}(I)| = \sqrt{B_0^2 + (\beta I)^2} \quad (4.7)$$

die lineare Magnetfeldabhängigkeit zu $\beta = 0,6569(2) \text{ G/A}$ bestimmt werden. Damit unterscheidet sich dieser zu dem berechneten Wert von $0,614(3) \text{ G/A}$ um etwa 7%. Als mögliche Erklärung kann eine Toleranz bezüglich der Dimensionierung des Spulenpaares herangezogen werden. Ebenfalls kann der gesamte Vakuumaufbau einen Anstieg der magnetischen Permeabilität verursachen und damit die höhere Sensitivität erklärt werden.

4.4.3 Charakterisierung des Magnetfeldrauschens

Neben der räumlichen Homogenität muss das Anregungsmagnetfeld auch zeitlich hinreichend stabil sein. Dazu kann zum einen das Magnetfeld direkt gemessen und stabilisiert werden oder der dazu notwendige Spulenstrom. Aus technischen Gründen¹⁰ kam letztere Variante zum Einsatz. Ein äußerst präziser Stromsensor¹¹ mit einer relativen Instabilität von 6×10^{-6} sowie einer Genauigkeit von 5×10^{-5} wandelt den primären Spulenstrom im Verhältnis 1:1750 in einen Sekundärstrom um. Zur

¹⁰Der Vakuumaufbau erlaubt es nicht, Sensoren nah genug an die Atome heran zu bringen. Ferner wären die Sensoren auf Grund der Nähe zu den MOT-Quadrupolspulen zeitweise einer sehr hohen Feldstärke ausgesetzt, was zu Sättigungseffekten bis hin zur Zerstörung der Sensoren führen könnte.

¹¹IT 700-S Ultrastab der Fa. LEM.

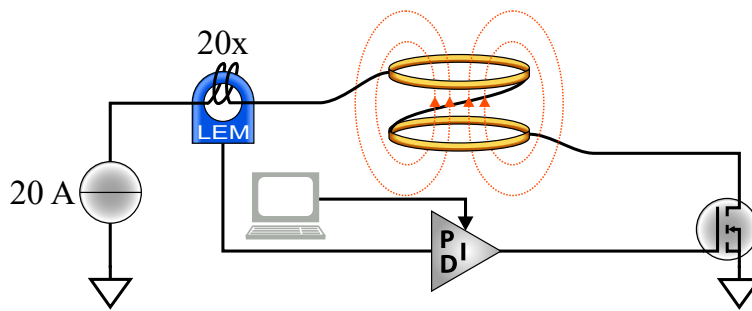


Abbildung 4.8: Die Magnetfeldstabilisierung geschieht indirekt über die Messung des applizierten Spulenstroms am LEM-Sensor. Eine über den Steuercomputer ansprechbare Regelelektronik (PID) hält anschließend den Strom mit Hilfe eines MOSFETs auf Sollwert.

Erhöhung der Sensitivität auf eventuelle Störungen im primären Stromkreis sind dazu 20 Leiterschleifen durch den Sensor geführt (siehe Abb. 4.8). Der sekundäre Strom wird anschließend durch einen passiv gekühlten, hochstabilen Lastwiderstand¹² von $10\ \Omega$ in eine Spannung überführt und mit Hilfe eines rauscharmen Instrumentenverstärkers¹³ in Vier-Punkt-Messung verstärkt. Die dazu notwendige Mess- und Regelelektronik wurde im Rahmen dieser Arbeit zunächst als Prototyp realisiert und anschließend in Kooperation mit dem Nachbarexperiment VLBAI entwickelt.

Zur Charakterisierung der Strominstabilität ist mit Hilfe eines Spektrumanalysators¹⁴ das Rauschleistungsdichtespektrum (PSD) des Sensorsignals vermessen worden. Dabei ist anzumerken, dass kein weiterer, identischer Stromsensor zur Verfügung stand und somit eine unabhängige Messung außerhalb der Regelschleife nicht mit der selben Präzision möglich war. Als Abschätzung mittels einer unabhängigen Messung wurde deshalb mit dem bereits zuvor verwendeten Präzisions-Multimeter¹⁵ das RMS-Rauschen des Stroms bestimmt und in eine effektive weiße Rauschleistungsdichte konvertiert. Die Ergebnisse sind in Abb. 4.9 einmal für den stabilisierten als auch für den ungestabilisierten Fall aufgetragen. Man erkennt, dass für den unregelmäßigen Betrieb ein hoher Rauschbeitrag nahe der Netzspannung bei 50 Hz sowie deren höheren Harmonischen dominiert. Im geregelten Fall können diese Beiträge zwischen ein bis drei Größenordnungen minimiert werden. Allerdings kommt es durch die Regelung bei höheren Frequenzen zu einem Rauschanstieg bei etwa 80 kHz.

Durch Integration über die spektrale Rauschleistungsdichte (PSD) lässt sich das gesamte RMS-Rauschen bestimmen, aus dem eine effektive Verbreiterung abgeschätzt werden kann. Für typische Magnetfeldstärken von 10 G ergeben sich jeweils 64 mHz (Regelkreis) bzw. 589 mHz (Unabhängig) und liegen damit deutlich unter den beobachteten Linienbreiten. Eine Limitierung durch Magnetfeldschwankungen

¹²VCS332Z der Fa. Vishay mit angegebener Stabilität von 5×10^{-5} über 2000 h unter den am Experiment herrschenden Bedingungen.

¹³LT1167 der Fa. Linear Technology.

¹⁴FSWP der Fa. Rohde und Schwarz.

¹⁵34461 A der Fa. Agilent.

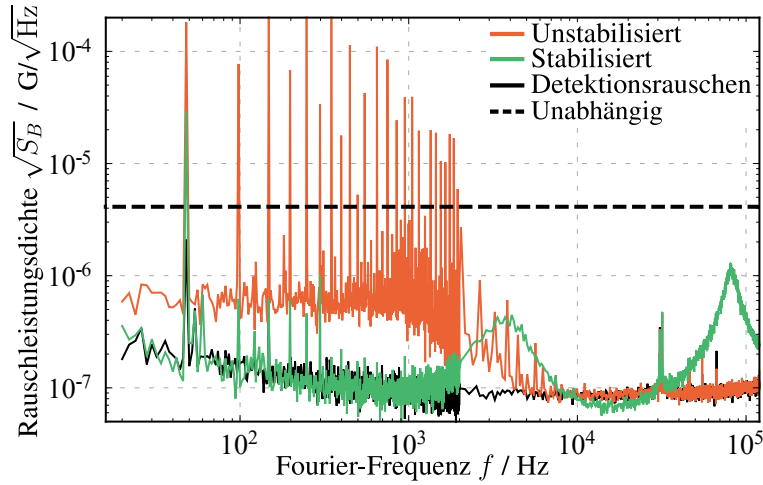


Abbildung 4.9: Aufgetragen sind die Rauschleistungsspektren (PSD) der Stromstabilisierung für das homogene Magnetfeld bei 1 G. Die PSDs sind dabei innerhalb der Regelschleife mit einem Spektrumanalysator vermessen worden (R&S FSWP, durchgezogen) bzw. aus dem RMS-Rauschen des stabilisierten Stroms, welcher über ein Präzisions-Multimeter (Agilent 34461A, gestrichelt) aufgenommen wurde, rekonstruiert worden.

lässt sich demnach ausschließen. Ferner kann für diese Feldstärke gemäß (2.5) auch die (Kurzzeit-)Instabilität zu $8,8 \times 10^{-20} (\tau/s)^{-1/2}$ respektive $8,1 \times 10^{-19} (\tau/s)^{-1/2}$ aus den Daten bestimmt werden. Die Magnetfeldregelung erlaubt somit zukünftige Hochpräzisionsmessungen auf dem Niveau der aktuell besten optischen Frequenzstandards.

4.4.4 Zusammenfassung

Für die Spektroskopie des atomaren Übergangs wird ein homogenes Magnetfeld benötigt. Zu Beginn dieser Arbeit wurde dies durch Umschalten der MOT-Spulen in eine Helmholtz-Konfiguration erreicht. Das Spulenpaar ist allerdings auf einen möglichst hohen Gradienten des MOT-Quadrupolfeldes optimiert, sodass in Helmholtz-Konfiguration relative Gradienten von etwa $1,4 \times 10^{-2} / \text{cm}$ vorherrschen. Daher wurde ein dediziertes Helmholtz-Spulenpaar implementiert, dessen relativer Gradient sich zu $2,2 \times 10^{-4} / \text{cm}$ berechnet. Das Spulenpaar ist anschließend mittels des magnetisch sensitiven $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ Übergangs charakterisiert worden und skaliert über $0,6569(2) \text{ G/A}$ mit dem applizierten Strom. Die Stromregelung wurde in dieser Arbeit zusammen mit dem Nachbarexperiment VLBAI neu entworfen. Eine Analyse der Regelung ergab bei typischen Feldstärken von 10 G eine prognostizierte Frequenzverbreiterung von unter einem Hertz und stellt somit keine signifikante Auflösungsbegrenzung dar.

4.5 Einfluss des Uhrenlasers auf die Linienbreite

Der Uhrenlaser spielt eine zentrale Schlüsselrolle bei der Spektroskopie. Neben offensichtlicher Faktoren, wie etwa der Frequenzstabilität, muss auch sichergestellt sein, dass die Atome räumlich als auch zeitlich eine möglichst gleichförmige Intensität erfahren. Diese Aspekte werden in den folgenden Abschnitten weiter analysiert.

4.5.1 Stabiler Frequenztransfer zu den Atomen

Das Uhrenlasersystem besteht aus einem verstärkten Diodenlaser bei 916 nm, welcher wahlweise an einen von zwei identischen hochstabilen Resonatoren angebunden werden kann [36]. Damit können Linienbreiten unterhalb 830 mHz [36] sowie Instabilitäten von 2×10^{-16} [83] erreicht werden. Anlässlich der hohen Sensitivität auf akustische Störquellen, Luft- und Temperatur-Schwankungen sowie Vibrationen, befindet sich dieses Lasersystem in einem speziell für den ruhigen und temperaturstabilen Betrieb optimierten Labor. Für die Spektroskopie ist daher ein stabiler Frequenztransfer zu den Atomen notwendig.

Untersuchung der Faserstabilisierung zwischen den Laboren

In erster Instanz werden etwa 30 mW des infraroten Uhrenlaserlichtes bei 916 nm über die 30 m lange Glasfaser¹⁶ vom Resonator-Labor zum Magnesium-Labor transferiert. Jegliche Störungen, welche auf die Faser wirken, verursachen eine Brechungszahlschwankung und damit optische Weglängenänderung. Dies modifiziert direkt die Phasenlage und Frequenz des Lichtfeldes. Deshalb ist in vorangegangenen Arbeiten [84, 36] eine aktive Faserstabilisierung zwischen den Laboren implementiert worden. Diese basiert auf dem Prinzip der Selbst-Heterodyn-Detektion

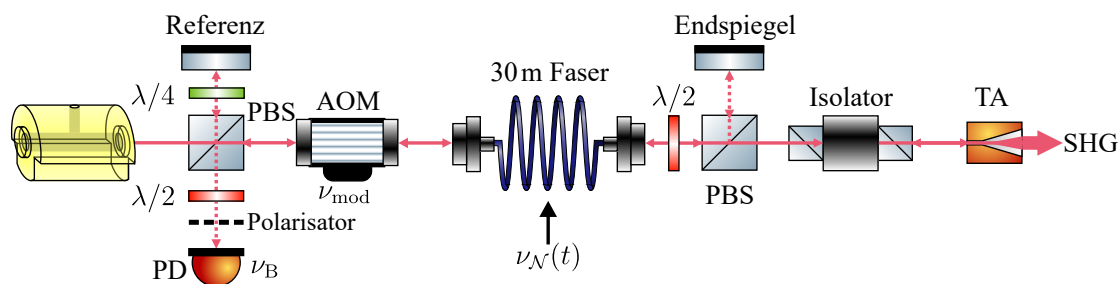


Abbildung 4.10: Das Licht wird zunächst am ersten polarisierenden Strahlteiler (PBS) in zwei Pfade aufgespalten. Während ein geringer Anteil über den (kurzen) Referenzarm auf den Photodetektor (PD) gelenkt wird, durchquert das transmittierte Licht zunächst einen akustooptischen Modulator (AOM) und anschließend die optische Faser. Nach der Faser wird ein Bruchteil des Lichtes über den zweiten PBS mit Hilfe des Endspiegel zurück reflektiert und erzeugt nach erneutem Passieren von Faser und AOM am ersten PBS eine Schwebung ν_B mit dem Referenzlicht, welche über den PD detektiert wird. Der verbleibende Anteil ($\simeq 20$ mW) des transmittierten Lichtes wird durch einen Trapezverstärker (TA) auf 800 mW verstärkt und steht anschließend für die Experimente zur Verfügung.

¹⁶PMC-980-6,6-NA012-3-APC-3000-P der Fa. Schäfter und Kirchhoff.

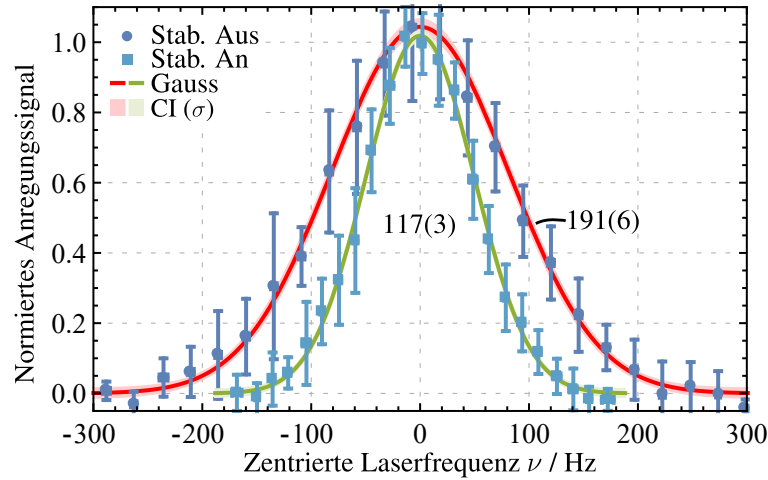


Abbildung 4.11: Einfluss der Faserstabilisierung auf das atomare Spektroskopiesignal.

in einem asymmetrischen Michelson-Interferometer [85]. Das Licht wird dazu in zwei separate Pfade aufgespalten, die in Abb. 4.10 dargestellt sind und dort näher erläutert werden. Während der Referenzstrahl in erster Ordnung ungestört verbleibt, erfährt die durch die Faser transmittierte Laserfrequenz ν_0 nach zweifachem Durchlauf eine Anpassung

$$\nu_0 \rightarrow \nu_0 + 2\nu_{\text{mod}} + 2\nu_{\mathcal{N}}(t) \quad . \quad (4.8)$$

Hier ist $\nu_{\mathcal{N}}(t)$ der über die optische Faser verursachte Rauschbeitrag und ν_{Mod} die Modulationsfrequenz des akustooptischen Modulators (AOM). Nach Überlagerung mit dem Referenzarm kommt es zu einer Schwebung zwischen beiden Lichtfeldern

$$\nu_{\text{B}} = 2\nu_{\text{mod}} + 2\nu_{\mathcal{N}}(t) \quad , \quad (4.9)$$

welche mit einem Photodetektor (PD) gemessen werden kann. Bestimmt man nun die relative Phase zwischen ν_{B} und einer externen, stabilen Radiofrequenz $\nu_{\text{ext}} \simeq 2\nu_{\text{mod}}$, kann so das Störungssignal $\nu_{\mathcal{N}}(t)$ extrahiert werden. Mit Hilfe einer Regelschleife lässt sich die Laserfrequenz über ν_{mod} aktiv korrigieren, sodass die auf die Faser wirkenden Störungen hochgradig kompensiert werden.

Im Laufe dieser Arbeit stellte sich heraus, dass der Trapezverstärker (TA) einen signifikanten Lichtanteil zurück in die Faser koppelt. Dies führte zu einer deutlichen Änderung des Fehlersignals mit unbekannter Auswirkung auf die Frequenzstabilität, weshalb ein optischer Isolator in den Strahlengang implementiert wurde.

In Abb. 4.11 ist das Anregungssignal der Atome mit (de)aktivierter Faserstabilisierung aufgetragen. Man erkennt eindeutig, dass die unstabilisierte Faser das Spektrum von 117(3) Hz auf 191(6) Hz verbreitert. Betrachtet man das durch die Faser verursachte Frequenzrauschen als unabhängigen Störprozess, kann gemäß gaußscher Fehlerfortpflanzung die dadurch verursachte Frequenzverbreiterung des Uhrenlasers zu 151(8) Hz bestimmt werden. Eine unabhängige Messung der Schwebungssignalfrequenzbreite $\Delta\nu_{\text{B}}$ im unstabilisierten Fall ergab einen vergleichbaren Wert auf dieser Größenordnung.

Aufbau einer Faserstabilisierung zu den Atomen

Nach dem stabilen Frequenztransfer zwischen beiden Laboren wird das infrarote Licht des Uhrenlasers zunächst über eine Frequenzverdopplungseinheit (SHG) auf die Uhrenübergangswellenlänge bei 458 nm konvertiert. Dieser Prozess ist bereits in der Arbeit von A. PAPE [36] untersucht worden und zeigte keine signifikante Degradierung der Frequenzstabilität. Demnach verbleibt in der Übertragungskette bis zu den Atomen nur noch die unkompenzierte Faserstrecke zwischen SHG und der Vakuum-Kammer. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dazu eine weitere Faserstabilisierung implementiert, welche einen phasenstabilen Frequenztransport bis zu den Atomen erlaubt. Der Aufbau ist in Abb. 4.12 grob skizziert und ähnelt dem aus dem vorherigen Abschnitt. Die Referenzoberfläche des langen Pfades bildet hier der Endspiegel des optischen Gitters. Damit wird gewährleistet, dass der Uhrenlaser in einer festen Phasenbeziehung zu den Gitterplätzen und damit auch zu den Atomen steht.

Anders als bei der kontinuierlich laufenden Faserstabilisierung zwischen den Laboren ist für diesen Regelabschnitt, zwecks der zeitlich begrenzter Anregungspulse, ein geschalteter Betrieb notwendig. Dazu ist die Methode nach FALKE et al. [86] implementiert worden. Bei einem eingeschalteten Anregungspuls verhält sich die Regelung exakt wie im vorherigen Abschnitt. Da allerdings für den Fall ohne Lichtübertragung kein Fehlersignal mehr vorhanden ist, wird stattdessen der Oszillator für die AOM Modulationsfrequenz ν_{mod} direkt auf die externe, stabile Radiofrequenz stabilisiert. Dies minimiert beim Einschalten des Anregungspulses unnötig lange Anlaufzeiten und Phasenfehler durch die Regelung.

In Abb. 4.13 ist wieder ein Anregungsspektrum für die ein- sowie ausgeschalteten Faserstabilisierung aufgetragen. Anders als im vorherigen Abschnitt ist hier der Einfluss durch Faserlängenschwankungen nicht eindeutig ersichtlich. Die Vermessung des Schwebungssignals ν_B offenbarte zudem keine signifikante Frequenzverbreiterung und lag unterhalb der Auflösungsgrenze des verwendeten Spektrumanalysegeräts.

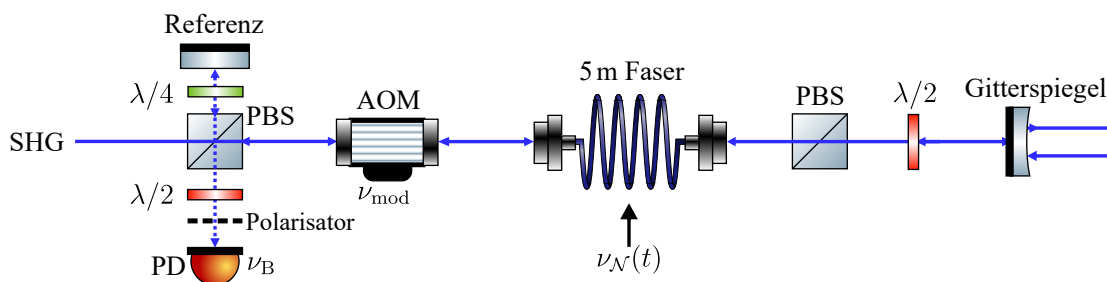


Abbildung 4.12: Der optische Aufbau für die Faserstabilisierung zu den Atomen ist nahezu identisch zu derjenigen zwischen beiden Laboren (siehe Abb. 4.10). Hier bildet allerdings der Endspiegel des optischen Gitters die Referenzfläche des langen Arms. Der zweite PBS dient lediglich der Polarisationsbereinigung und ist nicht essentieller Bestandteil der Regelung. Anzumerken ist, dass mehrfache Umläufe des Uhrenlasers im Gitterresonator ebenfalls zurück in die Faser koppeln und die Regelung beeinflussen.

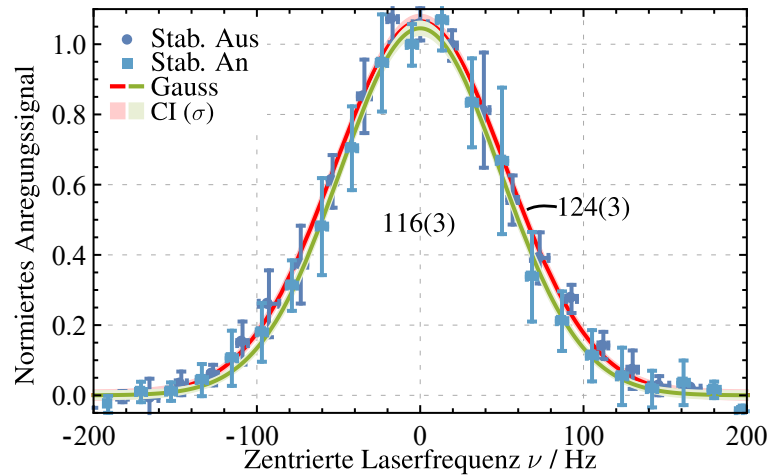


Abbildung 4.13: Linienverbreiterung durch die Faserstabilisierung von der SHG zum optischen Gitter.

lysators¹⁷. In Bezug zur Frequenzauflösung bei einer Rabi-Spektroskopie ist die hier vorgestellte Faserstabilisierung somit nicht von hoher Relevanz. Allerdings wird die Phasenstabilität für zukünftige interferometrische Spektroskopie-Methoden wie das (Hyper-)Ramsey-Verfahren [87] sichergestellt.

Es ist anzumerken, dass eine Wechselwirkung des Gitterresonators mit der Faserstabilisierung beobachtet wurde. Die Amplitude des Fehlersignals zeigt eine direkte Korrelation zur Resonatorlänge und konnte auf eine sich im Gitteraufbau ausbreitenden stehenden Welle des Uhrenlasers zurückgeführt werden. Nach [80] ist der Gitterresonator so konzipiert worden, dass der Uhrenlaserstrahl den optischen Aufbau nach einmaligem Passieren über einen dichroitischen Spiegel verlassen sollte. Allerdings konnte der dafür benötigte Winkel am dichroitischen Spiegel wegen technischer Limitierung nicht eingehalten werden. Daher wird der Uhrenlaser nahezu vollständig am anderen Ende des Resonators zurückreflektiert. Da während der Spektroskopie die Gitterspiegel allerdings in einer festen Längenbeziehung zueinander stehen, wird keine Degradierung der Faserstabilisierung durch den zusätzlichen Reflex erwartet. Dennoch ist es ratsam, den Uhrenlaser in Zukunft über neue, angepasste Optiken vollständig aus dem Gitterresonator auszukoppeln.

4.5.2 Ausrichtung in Relation zum Gitter

Die Überlagerung des Abfragestrahls mit dem Gitter ist auf zwei Weisen von Bedeutung. Zum einen führen zeitliche Änderungen der relativen Strahlage zu ebenso variierenden AC-Stark-Verschiebungen. Auf der anderen Seite ermöglicht ein relativer Winkel die Kopplung an radiale Bewegungszustände im optischen Gitter. Nach BLATT et al. [56] bewirkt dies in Kombination mit der Ensembletemperatur eine Dephasierung bei der Rabi-Anregung, worüber potenziell auch eine Li-

¹⁷Die Auflösungsbandbreite des HP4395A der Fa. Hewlett Packard betrug für diese Messung etwa 1 Hz.

nienverbreiterung möglich ist. Bei typischen Ensembletemperaturen von $10\ \mu\text{K}$ in einem $35 E_R$ tiefen Gitter fällt nach BLATT et al. die maximale Rabi-Amplitude für $\Omega_0/(2\pi) = 50\ \text{Hz}$ bereits nach etwa $400\ \text{ms}$ auf die Hälfte, wenn der relative Winkel nur $1\ \text{mrad}$ beträgt. Für kältere Atome in tieferen Gittern sowie durch Reduktion der Rabi-Frequenz oder des relativen Winkels kann die Dephasierung abgeschwächt werden.

In dieser Arbeit wurde als verbleibende Unbekannte der relative Strahlwinkel in Abhängigkeit von der Überlagerungsmethode untersucht. Zum einen kann die Überlagerung zwischen Gitter und Uhrenlaser über zwei sich im Gitterresonator befindliche Blenden geschehen. Als alternativer Ansatz kann der Uhrenlaser auch durch den Resonator in die gegenüberliegende Glasfaser des Gitters gekoppelt werden. Um nun den relativen Strahlengang zu vermessen sind beide Lichtfelder über einen gemeinsamen parasitären Reflex innerhalb des Gitterresonators ausgekoppelt und auf eine Strecke von $0,5\ \text{m}$ analysiert worden. An fünf Positionen x_i wurde hierbei der relative Abstand Δr_i zwischen beiden Intensitätsmaxima mit Hilfe eine CCD-Kamera¹⁸ bestimmt. Nach Anpassung eines linearen Verlaufs an die Gesamtheit der Punkte $(x_i, \Delta r_i)$ konnte über die Gradensteigung der relative Winkel bestimmt werden. Für beide Überlagerungsmethoden ergab sich ein reproduzierbarer Winkel von $0,2\ \text{mrad}$ bis $0,5\ \text{mrad}$, der auch nach einigen Wochen ohne Neujustage immer noch in dieser Größenordnung lag. Unter den selben experimentellen Parametern ergibt sich für $0,5\ \text{mrad}$ erst bei etwa $1,8\ \text{s}$ ein Kontrastverlust auf die Hälfte. Somit spielt die Kopplung an radiale Bewegungszustände keine signifikante Rolle für die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen.

4.5.3 Implementierung einer Leistungsstabilisierung

Sämtliche über die Wechselwirkungszeit integrierten zeitlichen Intensitätsschwankungen führen durch den AC-Stark-Effekt direkt zu einer Frequenzverbreiterung des Anregungssignals. Deshalb ist im Rahmen dieser Arbeit eine mehrstufige Leistungsstabilisierung implementiert worden, wie sie in Abb. 4.14 skizziert ist. Zunächst wird das frequenzverdoppelte Licht über den Trapezverstärker (TA) auf etwa $100\ \text{mW}$ vorstabilisiert, wodurch Leistungsschwankungen nach Transfer zwi-

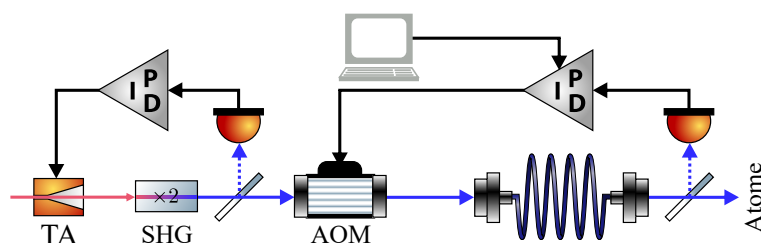


Abbildung 4.14: Das frequenzverdoppelte Licht wird nach der SHG über den TA vorstabilisiert. Eine computergesteuerte Regelung erlaubt es anschließend über den AOM auch die Intensität am Ort der Atome zu stabilisieren.

¹⁸TaperCamD20-15-UCD23 der Fa. DataRay Inc.

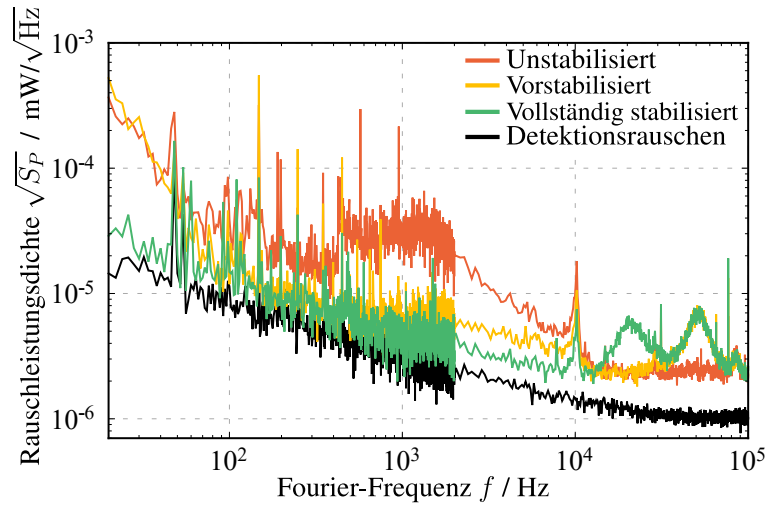


Abbildung 4.15: Spektrale Rauschleistungsdichte (PSD) der Uhrenlaserleistung.

schen beiden Laboren und durch die SHG kompensiert werden. Ein zweiter Regelkreis erlaubt es, die Leistung am Ort der Atome ebenfalls aktiv zu stabilisieren. Mit Hilfe des Steuercomputers lässt sich der Regelpunkt variabel einstellen, womit intensitätsabhängige Effekte bei der Spektroskopie untersucht werden können.

Untersuchung der Kurzzeitinstabilität

Zur Charakterisierung auf kurzen Zeitskalen ist mithilfe einer unabhängigen Photodiode¹⁹ das Rauschleistungsdichtespektrum (PSD) der Uhrenlaserleistung (siehe Abb. 4.15) vermessen²⁰ worden. Bei vollständiger Stabilisierung beträgt die relative Kurzzeitinstabilität der Leistung $2,8 \times 10^{-6} (\tau/s)^{-1/2}$. Mit den am Experiment verwendeten typischen Intensitäten von $4,3 \text{ W/cm}^2$ kann über die AC-Stark-Sensitivität $\kappa = -0,59 \text{ Hz/W/cm}^2$ (siehe Abschnitt B.2) die erwartete Frequenzinstabilität auf $1,1 \times 10^{-20} (\tau/s)^{-1/2}$ abgeschätzt werden. Ferner lässt sich durch Integration wieder das RMS-Rauschen bestimmen, worüber auf eine effektive Linienverbreiterung von $3,2 \text{ mHz}$ geschlossen werden kann. Die Kurzzeitinstabilität der Uhrenlaserleistung stellt somit keine Limitierung dar.

Langzeitinstabilität der geregelten Leistung

Bereits bei der Implementierung der Regelung zeigte sich, dass eine Langzeitstabilität von diversen Faktoren abhängt und nicht immer sichergestellt ist. Zum einen schien die Wahl des Messpunktes der zu detektierenden Leistung einen großen Einfluss zu haben. Als mögliche Position boten sich zunächst parasitäre Reflexe innerhalb der Gitterresonator-Optik an, da diese den Atomen räumlich am nächs-

¹⁹ DET10A der Fa. Thorlabs.

²⁰ Dazu kam der Spektrumanalysator FSWP der Fa. Rohde & Schwarz zum Einsatz.

ten sind. Über eine unabhängige Messung mit einem genauen Leistungsdetektor²¹ konnte allerdings festgestellt werden, dass die über diesen Punkt stabilisierte Intensität Fluktuationen von 10-20% auf Zeitskalen von Minuten bis Stunden ausgesetzt ist. Als Ursache kommen unter anderem Temperaturschwankungen und Interferenzeffekte entlang des Detektionspfades sowie der Photodetektor an sich in Frage.

- 1) Abhängig von der **Temperatur** entstehen mechanische Spannungen an den Optiken, welche mitunter die Polarisation drehen können. Hierüber kommt es an den zur Lichtfeldtrennung²² benötigten Optiken vor dem Photodetektor potentiell zu einer variablen Transmission und somit inkorrekten Detektion.
- 2) Ferner wurde bereits in Abschnitt 4.5.1 festgestellt, dass es im Gitterresonator zu einer Mehrfachreflexion des Uhrenlasers kommt. Damit können die parasitären Reflexe an den sich im Resonator befindlichen Optiken **interferieren**, worüber die detektierte Leistung weglängenabhängig wird.
- 3) Auch der verwendete **Photodetektor** kann als Ursache für eine zeitlich variierende Leistungsdetektion herangezogen werden. Während die Temperaturabhängigkeit der Photodioden-Sensitivität²³ bei 458 nm unter 1 %/K liegt, können Spannungspegelschwankungen in der Detektionselektronik als auch bei der Übertragung bis zum Regelkreis das Signal verfälschen.

Um die Problematiken aus 1) und 2) zu minimieren, ist außerhalb des Resonators ein Glasplättchen in den Strahlengang installiert worden, von dem ein Bruchteil des Uhrenlasers Richtung Photodetektor gelenkt wird. Da sich hier nun ausschließlich Uhrenlaserlicht im Strahlengang befindet, kann so auf die Optik zur Lichtfeldtrennung verzichtet werden. Ferner verlaufen Rückreflexe aus dem Gitterresonator nun durch das Plättchen bzw. werden zur anderen Seite abgelenkt und treffen somit nicht mehr den Photodetektor. Allerdings sind immer noch Langzeitinstabilitäten im Bereich von bis zu 10 % beobachtet worden. Als Ursache kommen weiterhin temperaturabhängige Fehlpolarisationen in Frage. Der über den Fresnel-Reflex ausgekoppelte Strahl ist polarisationsabhängig, weshalb eine unsaubere Eingangspolarisation zu einer variablen Reflexion am Glasplättchen führt. Deshalb wird es für zukünftige Experimente von Vorteil sein, stattdessen die durch den Gitterresonator transmittierte Leistung als Messpunkt zu verwenden. Zeitlich schwankende, residuelle Reflexionsverluste sollten so im Bezug zur transmittierten Gesamtleistung nur noch eine verschwindende Rolle bei der Detektion spielen. Dafür sind allerdings neue Gitteroptiken notwendig, die während der in dieser Arbeit durchgeführten Messungen nicht zur Verfügung standen (siehe auch Abschnitt 6.1).

²¹PM100A der Fa. Thorlabs mit Messkopf S120VC, der im Bereich von 440 nm bis 980 nm laut Hersteller eine Unsicherheit von 3 % besitzt.

²²Da der Uhrenlaser bei 485 nm kollinear mit dem Gitter bei 468 nm und dem Dipollaser bei 1064 nm überlagert ist, wird eine Kombination aus Polfilter-Optik und Interferenzfilter benötigt, damit ausschließlich das Uhrenlaserlicht detektiert wird.

²³S5971 der Fa. Hamamatsu.

Bezüglich Punkt **3)** wird für den Photodetektor eine unabhängige Spannungsquelle verwendet, um Erdschleifen zu verhindern. Allerdings ist der Signalweg zum Regler noch vergleichsweise lang, sodass elektrische Störungen vor allem hierüber auf das Messsignal einkoppeln können. Eine verkürzte sowie symmetrische Signalübertragung mit differentieller Spannungsmessung am Regler sollte Pegelschwankungen bei der Übertragung künftig minimieren.

Auf Grund der nicht sichergestellten Langzeitstabilität der Leistung wird eine variable AC-Stark-Verschiebung durch den Abfragelaser erwartet. Dieser kann beträchtlich die erzielbare Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards beeinflussen (siehe auch Abschnitt 5.4.1), sodass eine geeignete Methode der Kompensation wie in Abschnitt 5.4.2 notwendig wird.

4.5.4 Intensitätsgradienten entlang der Ensembleausdehnung

Neben der zeitlichen Leistungsstabilität muss auch eine hinreichend räumliche Homogenität gewährleistet sein. Der ideale Intensitätsverlauf des Spektroskopiestrahls verhält sich in erster Betrachtung wie ein gaußscher Strahl [61]

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}} \quad (4.10)$$

mit Strahltaille

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad (4.11)$$

Hier ist $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ die Rayleigh-Länge und w_0 die minimale Strahltaille. Aufgrund der räumlichen Abhängigkeit erfahren die Atome entlang ihrer axialen Verteilung²⁴ im Gitter (siehe Abschnitt 4.3.2) eine inhomogene AC-Stark-Verschiebung. Für die in dieser Arbeit verwendete Strahltaille sowie Intensität von $w_0 = 210(2) \mu\text{m}$ respektive $I_0 = 4,3 \text{ W/cm}^2$ ergibt sich entlang der Ensembleausdehnung eine relative Intensitätsänderung von $6,7 \times 10^{-5}$, über welche mit Hilfe der AC-Stark-Sensitivität $\kappa = -0,59 \text{ Hz/W/cm}^2$ (siehe Abschnitt B.2) eine maximale Frequenzverbreiterung von $0,35 \text{ mHz}$ abgeschätzt werden kann²⁵. Dabei wurden allerdings die durch Interferenz hervorgerufene Gradienten außer Acht gelassen. In den vorherigen Abschnitten wurde bereits festgestellt, dass der Uhrenlaser im Gitterresonator nahezu vollständig in sich zurück reflektiert wird. Die sich dadurch ausbildende stehende Welle kann im Extremfall zwischen 0 und $4I_0$ periodisch variieren

$$\tilde{I}(r, z) = 4 \cos^2(kz) I(r, z) \simeq 4I_0 \cos^2(kz) \quad (4.12)$$

²⁴ Hier wird zur Abschätzung des Gradienten die maximale Ausdehnung von $2,58 \text{ mm}$ angenommen.

²⁵ Als Verbreiterung ist die maximal zu erwartende Frequenzverschiebung angenommen worden. Die Leistungserhöhung um den Faktor 2 nach (4.13) wurde dabei mit einbezogen.

Unter der Annahme, dass alle Gitterplätze gleichbesetzt²⁶ sind, kann über den axialen Intensitätsverlauf integriert²⁷ werden

$$\mu(\tilde{I}) = \int dz \rho(z) \tilde{I}(z) \simeq 2I_0 \quad (4.13)$$

$$\sigma(\tilde{I}) = \sqrt{\int dz \rho(z) [\tilde{I}(z) - \mu(\tilde{I})]^2} \simeq \sqrt{2}I_0 \quad . \quad (4.14)$$

Neben einer reinen Frequenzverschiebung um den Mittelwert $\kappa\mu$ erfahren die Atome ebenfalls eine inhomogene gaußsche Frequenzverbreiterung auf $|\kappa|\sigma$. Bei einer typisch eingestellten Abfrageintensität von $I_0 = 4,3 \text{ W/cm}^2$ wird durch den AC-Stark-Effekt somit eine induzierte FWHM von

$$\Delta\nu_{\text{AC}} = \sqrt{8 \ln(2)} |\kappa| \sigma \simeq 8,5 \text{ Hz} \quad (4.15)$$

erwartet. Wieder zeigt sich, dass der Abfragestrahl nach einmaligem Durchlauf aus dem Gitter ausgekoppelt werden sollte.

Das radiale Strahlprofil hat ebenfalls einen Einfluss bei der Spektroskopie. Nimmt man an, dass die Atome radial bis zur Strahltaille des Gitters von $59(1) \mu\text{m}$ ausgedehnt sind, erfahren sie aufgrund des transversalen Uhrenlaserprofils eine um bis zu 15 % verringerte Intensität. Dadurch wird eine maximale Verbreiterung von bis zu 740 mHz erwartet²⁵. Vergrößert man den Durchmesser des Abfragestrahls, kann die radiale Feldverteilung in Zukunft weiter homogenisiert werden.

4.5.5 Zusammenfassung

Der Uhrenlaser ist für die Abfrage ein essentieller Bestandteil. Da sich das dafür benötigte Lasersystem in einem akustisch und seismisch optimierten Resonator-Labor befindet, geschieht der Lichttransfer zu den Atomen im Magnesium-Labor über aktiv stabilisierte, optische Fasern. In erster Instanz wurde dazu die Faserstrecke zwischen beiden Laboren untersucht. Rückstreuung aus dem TA-Verstärker verfälschten dabei das zur Faserstabilisierung verwendete Regelsignal, sodass ein optischer Isolator in den Aufbau implementiert wurde. Eine Messung mit und ohne aktive Faserstabilisierung offenbarte die Notwendigkeit dieser Regelung, da das atomare Anregungssignal um $151(8) \text{ Hz}$ zusätzlich verbreitert wurde. Außerdem ist eine Faserstabilisierung zu den Atomen implementiert worden. Diese erlaubt die phasenstarre Referenzierung auf den Auskoppelspiegel des optischen Gitters und somit im Bezug zu den Potentialtöpfen im Gitter. Während keinerlei Verbreiterung im unregelmäßigen Fall aufgelöst werden konnte, erlaubt die Regelung jedoch eine zukünftige Nutzung von phasensensitiven Spektroskopiemethoden wie z.B. das (Hyper-)Ramsey-Verfahren.

²⁶ Dadurch kann die Besetzungsdichte $\rho(z)$ als konstant angenommen werden.

²⁷ Mit Dichte $\rho = \frac{2k}{\pi}$ bei Integrationsgrenzen $[0, \frac{\pi}{2k}]$.

Neben des phasenstabilen Frequenztransfers ist auch die Ausrichtung des Uhrenlasers zur Gitterachse relevant, da ein zu großer relativer Winkel den Kontrast bei Rabi- oder Ramsey-Anregung minimiert. Es wurde gezeigt, dass der relative Winkel von 0,2 mrad bis 0,5 mrad reproduzierbar einstellbar ist und sich auch über Wochen nicht maßgeblich verändert. In diesem Regime wird bei der Anregung erst im Bereich von einigen Sekunden ein Kontrastverlust auf die Hälfte erwartet.

Ein weiterer wichtiger Punkt, der untersucht wurde, ist die zeitliche als auch räumliche Homogenität der Uhrenlaserintensität. Dazu wurde in dieser Arbeit eine Leistungsstabilisierung implementiert und charakterisiert. Es stellte sich allerdings gegen Ende dieser Arbeit heraus, dass die Intensitätsstabilisierung auf langen Zeitskalen nicht besser als etwa 10 % möglich ist. Als Ursache sind hauptsächlich technische Aspekte anzuführen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht zeitnah gelöst werden konnten. Dies führt zwar nicht zwangsläufig zu einer Auflösungsverbreiterung, allerdings wird die Frequenzinstabilität über den AC-Stark-Effekt auf Zeitskalen der Intensitätsschwankungen degradiert.

In Hinblick auf die räumliche Homogenität ist beobachtet worden, dass der Uhrenlaser, anders als vorgesehen, durch den Gitterresonator nahezu vollständig in sich zurückreflektiert wird. Die sich darüber ausbildende stehende Welle verursacht starke Intensitätsgradienten, die bei einer am Experiment typischen Intensität von $4,3 \text{ W/cm}^2$ bereits eine AC-Stark-Verbreiterung von etwa 8 Hz erwarten lässt. Auch die radiale Ausdehnung des Uhrenlaserstrahls verursacht über Intensitätsgradienten eine Verbreiterung, die zu 820 mHz abgeschätzt wurde. Eine Strahlaufweitung kann diesen Einfluss allerdings auf einfache Weise verkleinern.

4.6 Verbreiterung durch den Anregungsprozess

Neben den zuvor untersuchten inhomogenen Verbreiterungsmechanismen verursacht die Wechselwirkung mit den Atomen selbst eine Verbreiterung. Allem voran stellt die Spektroskopiedauer ein fundamentales Limit dar. Nach Abschnitt 2.2.4 kann bei Rabi-Anregung eine Linienbreite von

$$\Delta\nu \simeq \frac{0,799}{\tau} \quad (4.16)$$

nicht unterschritten werden. Für die in dieser Arbeit verwendeten Pulslängen τ von maximal 650 ms ergibt sich eine minimale Auflösung von etwa 1,2 Hz. Ein deutlich stärkerer Einfluss kann allerdings durch die homogene Sättigungsverbreiterung über die Anregungsfelder selbst herrühren. In diesem Falle nimmt das Spektroskopiesignal nach Abschnitt 2.2.4 eine lorentzförmige Verteilung mit Halbwertslinienbreite (FWHM)

$$\Delta\nu_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\Gamma^2 + 2\Omega_0^2} \simeq \frac{\Omega_0}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.17)$$

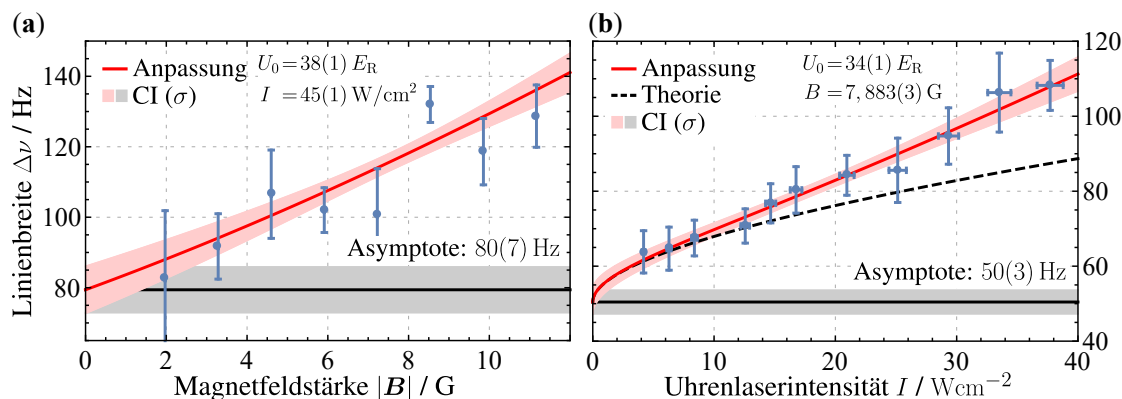


Abbildung 4.16: Linienverbreiterung in Abhängigkeit der Anregungsfeldstärken für das Magnetfeld (a) und für die Uhrenlaserintensität (b). Kombiniert man in (a) die Verbreiterung durch Tunneln von $37(6)$ Hz mit der AC-Stark-Verbreiterung durch den Uhrenlaser von $62(12)$ Hz, erwartet man eine minimale Linienbreite von $70(10)$ Hz. Dies deckt sich mit dem beobachteten asymptotischen Verlauf von $80(10)$ Hz. Für die Messung in (b) stand ein geringfügig flacheres Gitter zur Verfügung, sodass Tunneln hier mit $71(13)$ Hz zum Tragen kommt. Der ebenfalls aufgetragene theoretische Verlauf (gestrichelt) behandelt hier die reine Sättigungsverbreiterung ohne Einfluss durch die AC-Stark-Verbreiterung.

an, wobei $\Gamma \simeq 0$ die Zerfallsrate des Übergangs ist und Ω_0 die induzierte Rabi-Frequenz. Nach TAICHENACHEV et al. [48] kann die Rabi-Frequenz bei der Magnetfeld induzierten Spektroskopie über

$$\Omega_0 = \alpha\sqrt{I}|\mathbf{B}|\cos(\vartheta) \quad (4.18)$$

ausgedrückt werden. Hier bezeichnet \mathbf{B} die Magnetfeldstärke, I die Intensität des Uhrenlasers, ϑ den Winkel zwischen beiden Feldern und $\alpha = 2\pi \times 69 \text{ Hz}/(\text{T}\sqrt{\text{mW}/\text{cm}^2})$ eine elementspezifische Kopplungskonstante. Um nun die homogene Verbreiterung mit den inhomogenen Effekten zu kombinieren, bietet sich die Liniendarstellung über ein Voigt-Profil an. Dessen FWHM lässt sich allerdings nicht exakt analytisch darstellen. Nach OLIVERO et al. [88] kann aber eine Näherung über

$$\Delta\nu_v[a, b] \simeq 0,5346a + \sqrt{0,2166a^2 + b^2} \quad (4.19)$$

angegeben werden, wobei a und b die FWHMs des lorentz- bzw. gaußschen Beitrags sind. Bei hohen Feldstärken und damit großen Rabi-Frequenzen wird erwartet, dass der homogene Anteil durch Sättigung gegenüber den verbleibenden inhomogenen Verbreiterungen, wie etwa Tunneln, dominiert. In diesem Regime sollte die FWHM linear mit $|\mathbf{B}|$ sowie proportional zu \sqrt{I} skalieren. Neben der erwarteten linearen Magnetfeldabhängigkeit beobachtet man in Abb. 4.16 allerdings auch einen linearen Zusammenhang mit der Intensität. Als Ursache kann erneut die sich im Gitterresonator ausbreitenden stehende Welle des Uhrenlasers herangezogen werden, welche gemäß Abschnitt 4.5.4 eine inhomogene AC-Stark Verbreiterung $\Delta\nu_{\text{AC}}$ verursacht. Nach (4.15) skaliert dessen Abhängigkeit linear in der Intensität und muss für die hier gemachte Analyse mit berücksichtigt werden. Zusätzlich

verursacht die stehende Welle (4.12) eine räumlich variierende Rabi-Frequenz, die sich nach Einsetzen und Mitteln²⁸ von (4.18) zu

$$\mu(\Omega_0) = \frac{4}{\pi}\Omega_0 \quad (4.20)$$

bestimmt. Der durch Sättigungsverbreiterung hervorgerufene Anteil ergibt sich so zu

$$\Delta\nu'_S = \frac{4}{\pi}\Delta\nu_S = \frac{2\sqrt{2}\Omega_0}{\pi^2} \quad (4.21)$$

Dabei ist anzumerken, dass das gemittelte Sättigungsprofil in sehr guter Näherung noch immer lorentzförmig ist, sodass für die Kombination der einzelnen (in)homogenen Beiträge immer noch ein Voigt-Profil herangezogen wird. Damit folgt als Modell für die erwartete Anregungslinienbreite

$$\Delta\nu = \Delta\nu_v \left[\Delta\nu'_S, \sqrt{\Delta\nu_{AC}^2 + \Delta\nu_{asy}^2} \right], \quad (4.22)$$

welches an beide Datensätze in Abb. 4.16 simultan angepasst wurde. Dabei stellte sich heraus, dass der Sättigungsanteil um einen Faktor 3 größer ist, als von der Theorie erwartet. Als Grund mag die Kopplungskonstante α herangeführt werden, welche rein theoretisch bestimmt wurde (siehe Abschnitt B.3). Der Anpassungsfaktor für die AC-Stark-Verbreiterung durch den Uhrenlaser bestimmte sich wiederum zu 75 %, was ein deutlicher Hinweis für dessen störenden Einfluss ist. Deshalb empfiehlt es sich, bei möglichst wenig Uhrenlaserintensität zu operieren und für zukünftige Messungen den Strahl nach einem Durchlauf aus dem Gitterresonator zu entfernen.

4.7 Erzielte Linienauflösung des Magnesium-Frequenzstandards

Zu Beginn dieser Arbeit war die Linienauflösung bei der Spektroskopie noch auf viele kHz limitiert. Inhomogene Verbreiterungen über Tunneln und die durch das Gitter verursachte AC-Stark-Verbreiterung erforderten daher große Kopplungsstärken, womit in Folge eine starke Sättigungsverbreiterung einher ging. Mit Optimierung des Gittersystems konnte zum einen die Tunnelverbreiterung deutlich reduziert werden. Ferner erlaubt die genauere Kenntnis der *magischen* Wellenlänge ebenfalls den Einfluss der AC-Stark-Verbreiterung zu minimieren. In diesem Regime traten nun weitere Verbreiterungs-Effekte, wie die Besetzung höherer Fallenzustände oder Gradienten der Anregungsfelder, in den Vordergrund. Nach bestmöglicher Zustandspräparation sowie Homogenisierung der Kopplungsfelder verblieb nebst residuellem Tunneln und der Sättigungsverbreiterung unter anderen auch die stehende Welle des Uhrenlasers. Da für die in dieser Arbeit durchgeführten Messungen noch keine geeignete Optik zum Auskoppeln des Uhrenlasers

²⁸Die Mittlung erfolgt analog wie in Abschnitt 4.5.4.

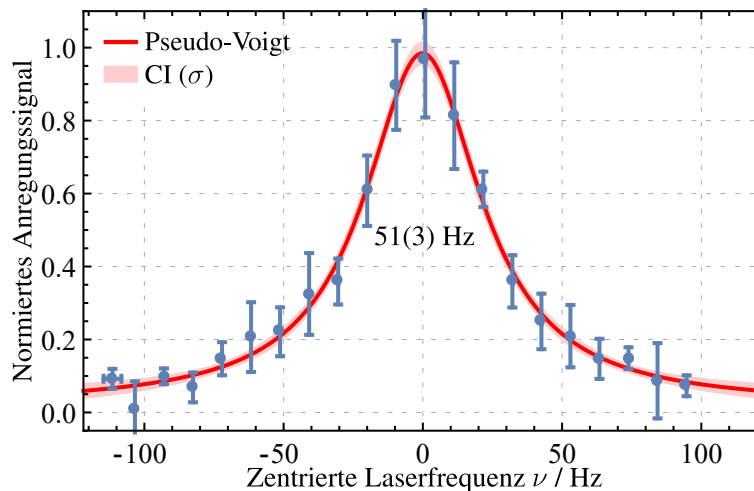


Abbildung 4.17: Dargestellt ist die finale Frequenzauflösung des Magnesium-Frequenzstandards. Der Datensatz wurde aus vier nacheinander durchgeführten Messungen gewonnen, die anschließend gemittelt wurden.

bereitstand, kann deshalb dieser Verbreiterungsmechanismus vorerst nur über Intensitätsreduktion minimiert werden. In Abb. 4.17 ist das Anregungssignal mit der bisher geringsten beobachteten Linienbreite des optischen Magnesium-Frequenzstandards aufgetragen. Für die verwendeten Feldstärken und Fallentiefen von $4,2(1) \text{ W/cm}^2$, $7,883(3) \text{ G}$ und $34(1) E_R$ ergeben sich jeweilige Anregungs- und Tunnel-Linienbreiten von $23(3) \text{ Hz}$ sowie $65(12) \text{ Hz}$. Kombiniert zu einer gemeinsamen Voigt-Breite nach (4.19) ergibt sich ein theoretisches Auflösungslimit von $78(12) \text{ Hz}$. Dieses wird allerdings um etwa zwei Standardabweichungen zur gemessenen Linienbreite von nur $51(3) \text{ Hz}$ zu groß abgeschätzt.

In dieser Arbeit konnte die Auflösung des Magnesium-Frequenzstandards um deutlich mehr als eine Größenordnung verbessert werden. Der Gütefaktor des Übergangs bestimmt sich hier zu $Q = \nu/\Delta\nu \simeq 1,3 \times 10^{13}$ und stellt damit den bisher besten an Magnesium demonstrierten Wert dar. Basierend auf diesem Ergebnis lässt sich ein optischer Frequenzstandard mit Magnesium realisieren, dessen Umsetzung und Stabilitätsanalyse im nächsten Kapitel erläutert wird.

STABILITÄTSANALYSE EINES MAGNESIUM-FREQUENZSTANDARDS

In den vorangegangenen Untersuchungen konnte die Frequenzauflösung bei der Spektroskopie um mehr als eine Größenordnung verbessert werden. Mit der erzielten Linienbreite von 51(3) Hz wurde so der Weg für eine Frequenzmessung des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ Übergangs in bosonischem ^{24}Mg geebnet.

In diesem Kapitel wird die Übertragung der atomaren Langzeitstabilität auf den Uhrenlaser sowie die erzielten Instabilitäten vorgestellt. Diese sind zunächst in einem Selbstvergleich zu $5,1_{-1,1}^{+2,7} \times 10^{-16}$ bestimmt worden. Für die finale Charakterisierung ist zusätzlich, mit Hilfe einer 73 km langen Faserverbindung zur Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig, ein Stabilitätsvergleich gegen unabhängige Radiofrequenz- sowie optische Frequenzstandards durchgeführt worden. Hier zeichnete sich zunächst nach einigen tausend Sekunden ein Instabilitäts-Plateau bei 2×10^{-15} ab. Als Ursache konnten Intensitätsschwankungen des Uhrenlasers identifiziert werden. Über Anwendung einer Nachkorrektur konnte weiterhin ein $\tau^{-1/2}$ Verhalten bis zu $7,7_{-1,3}^{+5,0} \times 10^{-16}$ in 25 000 s beobachtet werden, welches die bisher beste für Magnesium demonstrierte Instabilität darstellt.

5.1 Anbindung an den Uhrenübergang

Die Langzeitstabilisierung des Uhrenlasers geschieht über einen wiederholten Vergleich der momentanen Laserfrequenz im Bezug zum atomaren Übergang. Dazu werden die Atome gemäß Abschnitt 3.2 bei jedem Abfragezyklus erneut im optischen Gitter präpariert und durch den Uhrenlaser abgefragt, sodass dieser anschließend mit Hilfe einer Regelschleife stabilisiert werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit ist dazu eine in LabVIEW programmierte Experimentsteuerung entworfen worden, welche die Anbindung an den atomaren Übergang erlaubt. Die implementierte digitale Regelschleife verbindet dabei die Vorteile einer Vorsteuerung zur

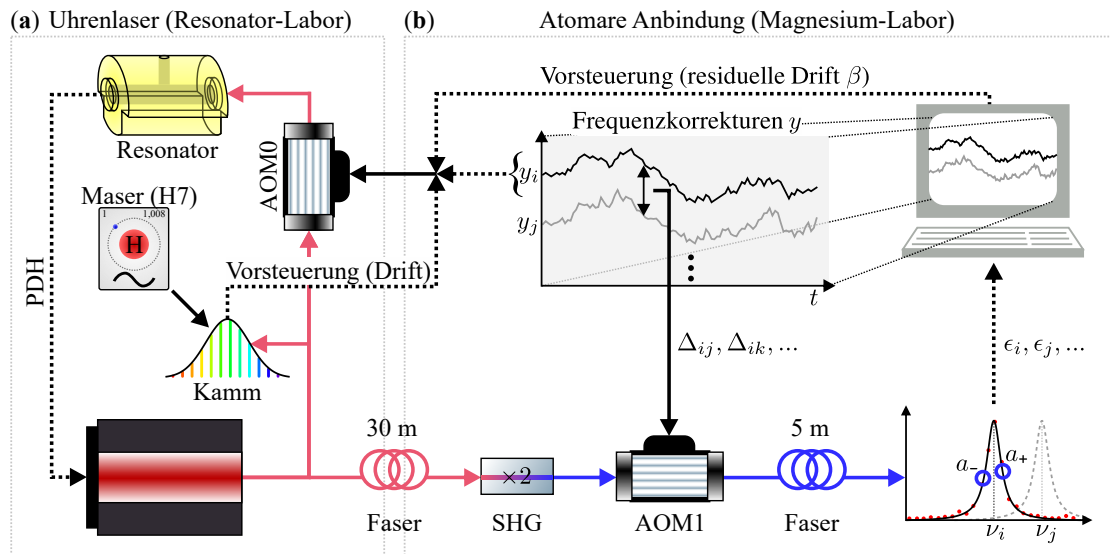


Abbildung 5.1: (a) Der infrarote Uhrenlaser (916 nm) wird mittels des PDH-Verfahrens auf den ultrastabilen Resonator referenziert. Als frequenzstellendes Element dient der AOM0. Mit Hilfe des Frequenzkamms wird die Resonatoreigenfrequenz gegen einen passiven Wasserstoff-Maser (H7) verglichen und damit Frequenzdrift in erster Ordnung kompensiert. (b) Der so vorstabilisierte Laser wird anschließend frequenzverdoppelt (458 nm) und durch AOM1 um $\pm\delta$ verstimmt gegen die atomare Resonanz verglichen. Aus den jeweiligen Anregungsamplituden a_{\pm} kann die Frequenzabweichung ϵ bestimmt werden, welche nach Verarbeitung durch eine digitale Regelschleife als Frequenzkorrektur y auf AOM0 gegeben werden kann. Die digitale Regelung erlaubt, den Uhrenlaser quasi-simultan für bis zu zehn experimentelle Parametersätze auf die Atome zu stabilisieren. Dabei wird der Laser über AOM0 primär auf die Resonanz ν_i stabilisiert und die sekundäre Regelpunkte ν_j über AOM1. Dies erlaubt die Bestimmung systematischer Frequenzverschiebungen als auch eine Stabilitätsanalyse mittels Selbstvergleich.

Drift-Kompensation mit einer standardmäßigen Nachregelung, um eine optimale Laserstabilisierung zu gewährleisten. Gerade die Vorsteuerung stellte sich bei der Spektroskopie schmaler Übergänge als entscheidend wichtig heraus, da der Uhrenlaser einer starken variablen Drift von bis zu ± 10 Hz/s unterlag. Diese änderte sich im schlimmsten Fall bereits über nur wenige Minuten, sodass sich ohne Vorsteuerung ein Abfahren der atomaren Resonanz als auch die Anbindung als schwierig bis nicht durchführbar darstellte. Als mögliche Drift-Ursache lässt sich vor allem eine durch Temperaturinstabilitäten verursachte Resonatorlängenschwankung¹ anführen.

Driftkompensation über externe Vorsteuerung

Zur Kompensation der nichtlinearen Frequenzdrift wird mit Hilfe eines Frequenzkamms² die unverschobene Eigenfrequenz des ultrastabilen Uhrenlaser-Resonators kontinuierlich vermessen. Für den Vergleich als kurzzeitstabile Frequenzreferenz

¹ Der ULE-Resonator kann aufgrund technischer Limitierungen nicht am CTE betrieben werden, wodurch der Anspruch auf eine äußerst homogene Temperaturumgebung sehr groß wird.

² FC-1500 der Fa. Menlo Systems.

Lorentz	Gauß	Rabi	Ramsey
$\frac{1}{\Delta\nu}$	$\frac{2\ln(2)}{\Delta\nu}$	$\simeq \frac{1,515}{\Delta\nu}$	$\frac{\pi}{2\Delta\nu}$

Tabelle 5.1: Absolutwert der Flankensteigung m für typische (normierte) Anregungssignale in Relation zur Halbwertslinienbreite (FWHM) $\Delta\nu$.

dient dazu ein passiver, gegenüber GPS kalibrierter Wasserstoff-Maser³ (H7) mit einer Kurzzeitinstabilität von $2 \times 10^{-13}/\sqrt{\tau}$, welcher freundlicherweise durch A. BAUCH von der PTB zur Verfügung gestellt wurde. Die vermessene Schwebungsfrequenz zwischen Resonator und Kamm wird über ein im Rahmen dieser Arbeit programmiertes `Mathematica` Programm direkt ausgelesen, welches mithilfe einer digitalen Regelschleife die momentane Driftrate auf Zeitskalen von einigen Minuten bestimmt. Durch Applizieren einer kontinuierlich durchgeführten Frequenzkorrektur auf den akustooptischen Modulator zwischen Resonator und Laserquelle (AOM0 in Abb. 5.1) in Doppelpass-Konfiguration wird es ermöglicht, die Frequenzdrift des Uhrenlasers auf nur wenige ± 100 mHz zu reduzieren. Als Frequenzgenerator dient dazu ein Synthesizer⁴ mit 100 mHz Auflösung, welcher auf einen GPS-disziplinierten⁵ Rubidium-Frequenzstandard⁶ referenziert ist. Mit dem so vorstabilisierten System können atomare Anregungsspektren wie in Kapitel 4 präzise vermessen werden, als auch die eigentliche Regelung auf die absolute atomare Resonanz durchgeführt werden.

Absolutstabilisierung auf die Atome

Zur Stabilisierung auf den Uhrenübergang werden die Atome in dieser Arbeit mittels Rabi-Methode angeregt und anschließend das Anregungssignal detektiert. Anders als bei der Aufnahme eines kompletten Anregungsspektrums $a(\nu)$, bei dem die Uhrenlaserfrequenz ν schrittweise linear über die Resonanz gefahren wird, ist es bei der Anbindung ausreichend, lediglich zwei Messpunkte im Abstand $\pm\delta$ um die Resonanz ν_0 herum zu untersuchen. Typischerweise wählt man als Verstimmung $\delta = \Delta\nu/2$ die halbe Halbwertslinienbreite (HWHM). Durch Subtraktion beider Anregungsamplituden $a_{\pm} = a(\nu \pm \delta)$ kann ein dispersives Fehlersignal

$$\epsilon \simeq \frac{a_- - a_+}{2a_{\max}} m^{-1} \quad (5.1)$$

gewonnen werden, welches im Resonanzfall $\nu \simeq \nu_0$ verschwindet. Dabei ist $a_{\max} \simeq a_+ + a_-$ die Signalamplitude⁷ direkt auf Resonanz und m die Flankensteigung bei

³ VCH-1006 der Fa. Vremya-Ch.

⁴ SML01 der Fa. Rohde & Schwarz.

⁵ TRE-G3T Empfänger der Fa. GEO++ mit RingAnt-G3T Antenne der Fa. JAVAD.

⁶ FS725 der Fa. Stanford Research Systems.

⁷ Während der Stabilisierung wird nach jeder Messsequenz die maximale Signalamplitude a_{\max} über einen exponentiell gleitenden Mittelwert aus den bestimmten Flanken-Anregungsamplituden a_{\pm} kontinuierlich angepasst. Dies kompensiert potentielle Langzeitschwankungen des Anregungssignals.

a_{\pm} , welche für verschiedene Anregungssignalformen in Tab. 5.1 niedergeschrieben ist. Das LabVIEW-Steuerungsprogramm bestimmt nun aus der Frequenzabweichung nach (5.1) für jeden Messschritt n einen Satz an Korrekturwerten, welche sich zu

$$\alpha_n^{(\mathcal{P})} = (1 - e^{-T_C/\tau_{\mathcal{P}}})\epsilon_n \quad (5.2)$$

$$\beta_{n+1}^{(\mathcal{I})} = \beta_n^{(\mathcal{I})} + (1 - e^{-T_C/\tau_{\mathcal{I}}}) \frac{\alpha_n^{(\mathcal{P})}}{T_C} \quad (5.3)$$

$$\beta_{n+1}^{(\mathcal{I}^2)} = \beta_n^{(\mathcal{I}^2)} + \left(1 - e^{-T_C/\tau_{\mathcal{I}^2}}\right) \left(\frac{\alpha_n^{(\mathcal{P})}}{T_C} + \beta_n^{(\mathcal{I})}\right) \quad (5.4)$$

bestimmen. Hier beschreiben $\tau_{\mathcal{P}}$, $\tau_{\mathcal{I}}$ und $\tau_{\mathcal{I}^2}$ die Zeitkonstanten des proportionalen, integralen und quadratisch-integralen Reglers, T_C die Zykluszeit pro Abfragesequenz, $\alpha^{(\mathcal{P})}$ die linear verarbeitete Frequenzabweichung und $\beta = \beta^{(\mathcal{I})} + \beta^{(\mathcal{I}^2)}$ die residuelle Driftrate des Uhrenlasers. Die Stabilisierung kann nun auf zweierlei Weisen geschehen. Ohne aktive Vorsteuerung⁸ kann das Stellsignal $y = -1 \times (\alpha^{(\mathcal{P})} + \beta T_C)$ Frequenzabweichungen direkt kompensieren. Dies hat zur Folge, dass jegliche residuelle Drift des Uhrenlasers auf den Korrekturwerten y sichtbar wird. Alternativ kann das Programm die Driftrate β direkt mit auf die Vorsteuerung geben, sodass im Endeffekt ein linearisiertes Stellsignal $y = -\alpha^{(\mathcal{P})}$ für weitere Analysen bereit steht. Die technische Realisierung des Stabilisationsverfahrens ist in Abb. 5.1 skizziert.

Simultane Frequenzstabilisierung multipler Regelpunkte

Neben der einfachen Regelung kann das LabVIEW Programm eine quasi-simultane Stabilisierung für bis zu zehn⁹ verschiedene experimentelle Parametersätze durchführen. Dies erlaubt zum einen die Untersuchung systematischer Frequenzverschiebungen in Abhängigkeit der applizierten Feldstärken, als auch eine Stabilitätsuntersuchung mittels Selbstvergleich. Während der erste Fall für den genauen Betrieb des optischen Magnesium-Frequenzstandards essentiell ist und ausgiebig in der Arbeit meiner Kollegin D. FIM [78] Gebrauch findet, stellt der zweite Anwendungsfall für meine Arbeit ein wichtiges Analysewerkzeug dar. Da für die Stabilitätsanalyse generell ein ähnlicher (oder besserer) Frequenzstandard benötigt wird, erlaubt der Frequenzvergleich gegen sich selbst bereits ohne diese unabhängige Referenz eine erste Aussage über die Anbindung zu treffen. Hierzu wird ein beliebiger Parametersatz explizit als primärer Regelpunkt ausgezeichnet, dessen Korrekturwerte y_i direkt auf den AOM0 appliziert werden. Alle weiteren Stabilisationsglieder wenden ihre Frequenzkorrektur allerdings in Relation zur primären Regelung über $\Delta_{ij} = y_j - y_i$ auf den AOM1 an. Lediglich β wird über alle Stabilisationspunkte gemeinsam bestimmt, da die Resonator-Drift gleichermaßen auf jeden Regelpunkte wirkt. Um methodische Fehler auszuschließen, wird die Reihenfolge der einzelnen

⁸ Hier ist die Vorsteuerung für die über die Atome bestimmte residuelle Drift gemeint.

⁹ Die Anzahl ist dabei willkürlich auf zehn begrenzt und lässt sich im Quellcode anpassen. Es wurde allerdings beobachtet, dass die Stabilisierung umso fehleranfälliger wird, je mehr Regelpunkte involviert sind, weshalb eine weitere Erhöhung als nicht sinnvoll erachtet wird.

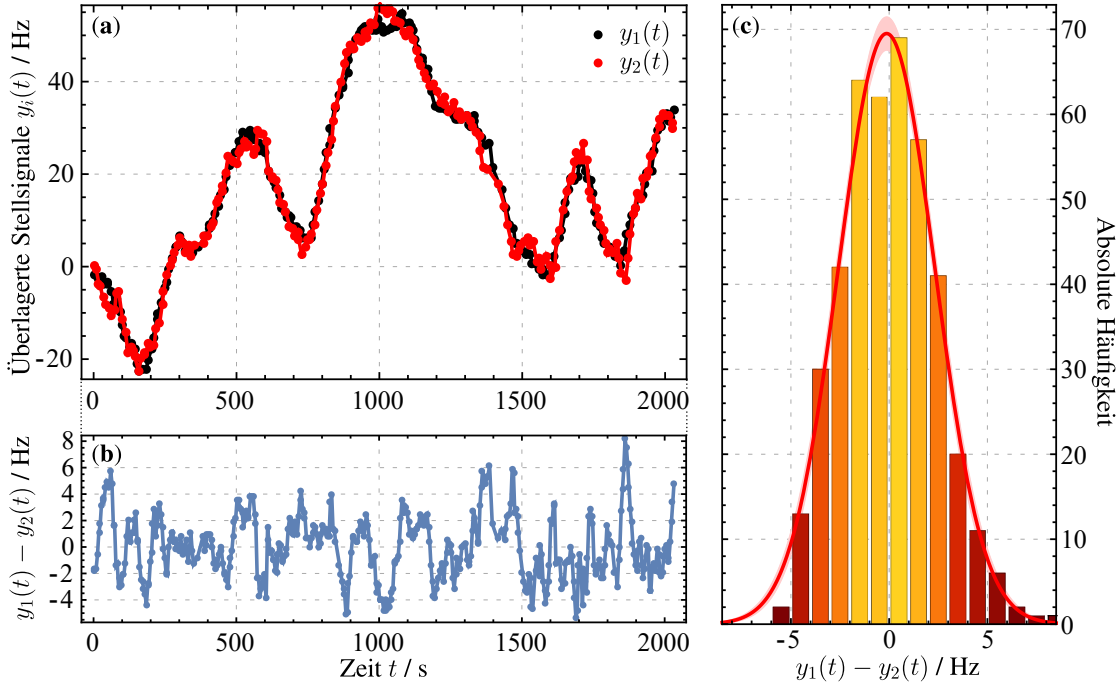


Abbildung 5.2: In (a) sind die (überlagerten) Frequenzkorrekturen y_i für eine quasi-simultane Frequenzstabilisierung bei $I = 14,5(4) \text{ W/cm}^2$ und $B_1 = 5,255(2) \text{ G}$ sowie $B_2 = 7,883(3) \text{ G}$ dargestellt. Als HWHM-Verstimmung wurde $\delta = \pm 52,7 \text{ Hz}$ gewählt, was im Einklang mit der erwarteten Linienverbreiterung durch Tunneln ($111(19) \text{ Hz}$ bei $31(1) E_R$) und durch die Anregungsfelder ($36(4) \text{ Hz}$ sowie $48(5) \text{ Hz}$) ist. Bei der Regelung war die Vorsteuerung aktiv und als Regelparameter sind $\tau_p = 20 \text{ s}$, $\tau_x = 200 \text{ s}$ und $\tau_{x^2} = 400 \text{ s}$ verwendet worden. Das Differenzsignal (b) ist frei von residueller Drift und kann entweder zur Bestimmung systematischer Frequenzverschiebungen verwendet werden oder zur Stabilitätsanalyse. In (c) ist zusätzlich das Histogramm zu (b) aufgetragen.

Regelpunkte, als auch die Abfolge der spektroskopierten Flanken a_{\pm} zufällig verteilt. Mit dieser Methode verbleibt der Uhrenlaser immer auf der selben Frequenz ν_i , während aus den y_i, y_j, \dots mittels Differenzbildung eine Information zur Stabilitätsanalyse (oder über systematische Verschiebungen) gewonnen werden kann (siehe Abb. 5.2). Neben der reinen Stabilitätsanalyse erlaubt diese Methode auch die in Abschnitt 5.4.2 vorgestellte Nachkorrektur, über welche die Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards verbessert werden konnte.

5.1.1 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Abschnitten ist die Methode zur Frequenzanbindung des Uhrenlasers vorgestellt worden. Diese zeichnet sich durch eine Vorsteuerung aus, welche die zum Teil starke Drift des Uhrenlasers von bis zu $\pm 10 \text{ Hz/s}$ um etwa zwei Größenordnungen reduziert. Die Drift wird dabei anhand eines Frequenzkamms bestimmt, der auf einen Wasserstoff-Maser referenziert ist. Mit dem so vorstabilisierten System kann der Laser nahezu driftfrei über die atomare Resonanz gefahren oder auf selbige stabilisiert werden. Die rein digitale Regelung ist

in Rahmen dieser Arbeit entworfen worden und erlaubt die quasi-simultane Stabilisierung auf bis zu zehn Regelpunkte. Darüber können zum einen systematische Frequenzverschiebungen oder auch die erzielte Instabilität der Anbindung analysiert werden.

5.2 Stabilitätslimit der Anbindung

Neben offensichtlichen Faktoren, wie der Frequenzauflösung $\Delta\nu$, kann die erzielbare Instabilität und dessen integrales Verhalten durch eine Vielzahl von Effekten limitiert sein. In diesem Abschnitt sollen die dominantesten Instabilitätslimits optischer Uhren in Anwendung auf den Magnesium-Frequenzstandard diskutiert werden.

5.2.1 Dick-Limit

Im vorangegangenen Abschnitt ist die Frequenzanbindung mittels einer zyklischen Abfrage des Uhrenlasers gegenüber der atomaren Resonanz beschrieben worden. Dabei ist nicht näher darauf eingegangen worden, dass binnen eines Spektroskopiezyklus der Länge T_C nur in einer begrenzten Zeitspanne $\tau_p < T_C$ mit den Atomen interagiert werden kann. Während der durch Präparation und Detektion hervorgerufenen Totzeit zweier aufeinander folgender Abfragen ist die atomare Referenz demnach nicht sensitiv auf Frequenzschwankungen des Abfragelasers. Diese Unterabtastung bewirkt ein Aliasing der Rauschbeiträge oberhalb des Vielfachen von $1/T_C$ hin zu niedrigen Frequenzen. Bei der Stabilisierung des Lasers auf die Atome werden somit Abweichungen in einem falschen Spektralbereich kompensiert, was wiederum die Stabilität degradiert. Dabei ist hervorzuheben, dass ebendieser Instabilitätsbeitrag nicht mehr nur von der Linienbreite des Lasers abhängig ist, sondern ebenfalls dessen (normierten) spektrale Rauschleistungsdichte (PSD) S_y mit einbezogen werden muss. Diese Tatsache erkannte bereits DICK, der den nach ihm benannten Effekt [25] zunächst mit Hilfe eines geometrischen Ansatzes beschrieb. Das Konzept wurde anfänglich für Mikrowellen-Atomuhren [89, 90, 91] ausführlich behandelt und ist später auf optische Frequenzstandards [92] mit freifallenden Atomen übertragen worden. Der Beitrag zur relativen Instabilität ergibt sich gemäß der zitierten Arbeiten zu

$$\sigma_y^{(\text{Dick})}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\tau}} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2 + b_n^2}{a_0^2} S_y \left(\frac{n}{T_c} \right)} \quad , \quad (5.5)$$

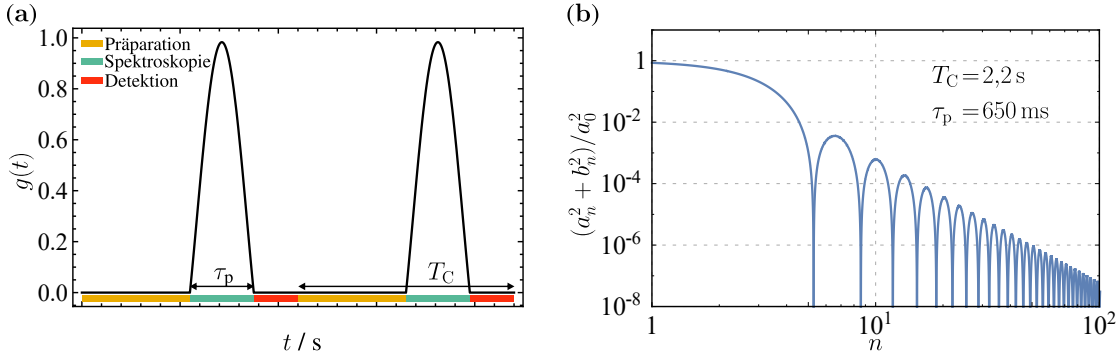


Abbildung 5.3: (a) Sensitivitätsfunktion zweier aufeinander folgender Rabi-Anregungen für einen π -Puls und einer Halbwerts-Verstimmung von $\delta = 0,799\Omega_0$. (b) Fourier-Koeffizienten der Sensitivitätsfunktion für in dieser Arbeit typische experimentelle Parameter.

wobei a_0 , a_n und b_n die Fourier-Koeffizienten der Sensitivitätsfunktion $g(t)$ sind

$$a_0 = \frac{2}{T_C} \int_0^{T_C} dt g(t) \quad (5.6)$$

$$a_n = \frac{2}{T_C} \int_0^{T_C} dt \cos\left(\frac{2\pi n}{T_C}t\right) g(t) \quad (5.7)$$

$$b_n = \frac{2}{T_C} \int_0^{T_C} dt \sin\left(\frac{2\pi n}{T_C}t\right) g(t) \quad (5.8)$$

Die Sensitivitätsfunktion [93] wiederum beschreibt die Antwort der atomaren Population auf eine infinitesimale Phasenänderung $\delta\varphi$ des Abfragelasers und hängt von der verwendeten Spektroskopiemethode ab. Für den Fall einer gepulsten Rabi-Anregung der Länge τ_p mit Rabi-Frequenz Ω_0 und Verstimmung δ bestimmt sich die Sensitivitätsfunktion gemäß Abschnitt C.1 zu

$$g(t) = \begin{cases} 4\delta \frac{\Omega_0^2}{\Omega^3} \sin\left(\frac{\Omega}{2}\tau_p\right) \sin\left(\frac{\Omega}{2}(\tau_p - t)\right) \sin\left(\frac{\Omega}{2}t\right) & \text{für } t \in [0, \tau_p] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (5.9)$$

wobei $\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$ die effektive Rabi-Frequenz ist. Zur Maximierung der Frequenzsensitivität wird die Abfrage typischerweise auf einer der jeweiligen Flanken des Anregungssignals durchgeführt. Für Pulsflächen von $\Omega_0\tau_p = \pi$ befindet sich die größte Diskriminatorflankensteigung bei einer Halbwerts-Verstimmung von $\delta \simeq \pm 0,799\Omega_0$. Die Sensitivitätsfunktion und deren Fourier-Koeffizienten sind für diese Parameter in Abb. 5.3 aufgetragen.

Unter Verwendung der für diese Arbeit typischen Zyklus- und Abfragezeiten sowie der spektralen Rauschleistungsdichte nach A. PAPES Dissertation [36], ergibt sich für den hier vorgestellten Magnesium-Frequenzstandard ein durch den Uhrenlaser fundamental limitiertes Integrationsverhalten von $1 \times 10^{-15}(\tau/s)^{-1/2}$. Wie sich in den nächsten Abschnitten allerdings zeigen wird, liegt das Dick-Limit für den vorgestellten Magnesium-Frequenzstandard noch deutlich unterhalb anderer Beiträge.

5.2.2 Detektionsrauschen

Für die Anbindung des Uhrenlasers an die Atome wird bei jeder Abfrage die Anregungswahrscheinlichkeit detektiert. Dabei unterliegt die Detektion neben technischen Rauschquellen auch der statistischen Quantennatur, welche ein fundamentales Instabilitätslimit darstellt. Bei Wechselwirkung mit dem Laser wird jedes Atom individuell in einen neuen Zustand überführt, der aus einer Superposition des angeregten sowie des Grundzustandes besteht $|\Psi\rangle = c_g |g\rangle + c_e |e\rangle$. Frequenzabweichungen spiegeln sich dabei direkt in den jeweiligen komplexwertigen Amplituden $c_{g,e}$ wieder, die jedoch nicht direkt zugänglich sind. Deshalb bedient man sich einer Messung der Zustandspopulation, bei welcher $|\Psi\rangle$ mit $P_{g,e} = |c_{g,e}|^2$ gewichtet zufällig auf einen der beiden Eigenzustände projiziert wird. Als Konsequenz unterliegt jedes Messresultat einer quantenstatistischen Unsicherheit, dessen relative Stärke sich im Fall von N unabhängigen Quatenabsorbieren zu $\sqrt{P_g P_e} / \sqrt{N}$ [68] ergibt und als Quantenprojektionsrauschen (QPN) bezeichnet wird. Ferner misst man bei der Zustandsdetektion die Anzahl der an den Atomen gestreuten Photonen n_p , welche ebenfalls einer Quantenstatistik unterliegen. Generell ist dieser als Schrottrauschen bezeichnete Effekt bei Frequenzstandards wegen der hohen gestreuten Photonenanzahl n_p vernachlässigbar gering. Relative Teilchenzahlschwankungen σ_a auf der anderen Seite können einen signifikanten Beitrag zur Instabilität zusteuern. Unter Annahme eines lorentzförmigen Anregungssignals mit Güte Q bestimmt sich der durch Detektion hervorgerufene Beitrag zur relativen Frequenzinstabilität nach [22] zu

$$\sigma_y^{(\text{Det})}(\tau) = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{T_C}{\tau}} \sqrt{\underbrace{\frac{1}{N}}_{\text{QPN}} + \underbrace{\frac{1}{n_p N}}_{\substack{\text{Photonen} \\ \text{Schrottrauschen}}} + \underbrace{2\sigma_a^2}_{\substack{\text{technische} \\ \text{Schwankungen}}}}. \quad (5.10)$$

Man erkennt, dass die Unsicherheit mit steigender Teilchenzahl zunächst über $1/\sqrt{N}$ abnimmt, bis anschließend Atomzahlschwankungen zu dominieren beginnen.

Im Falle des Magnesium-Frequenzstandards werden etwa 1000 Atome im Gitterspektroskopiert. Unter der Annahme einer typischen Teilchenzahlschwankung von $\sigma_a = 10\%$ (und mehr) wird der QPN-Beitrag allerdings unbedeutend klein. Erst unterhalb von etwa 50 Atomen beginnt das QPN zu überwiegen. Mit der besten demonstrierten Anregungsgüte von $Q = 1,3 \times 10^{13}$ bestimmt sich das theoretische Detektionsrauschlimit des Magnesium-Frequenzstandards zu $1,7 \times 10^{-14} (\tau/s)^{-1/2}$. Damit liegt dieses etwa eine Größenordnung über dem Dick-Limit, was hauptsächlich der noch hohen Auflösungsbreite $\Delta\nu$ und damit geringen Güte Q zuzuschreiben ist.

5.2.3 Implementierung einer normierten Detektion

Da Teilchenzahlschwankungen σ_a neben der Frequenzauflösung einen bedeutenden Beitrag zum Detektionsrauschen bilden, ist eine normierte Detektion in den Aufbau implementiert worden. Anders als bei der ausschließlichen Detektion des angeregten Anteils N_e , bei welcher die vollen Teilchenzahlschwankungen präsent sind, kann über die zusätzliche Detektion der Atome im Grundzustand N_g ein normiertes Detektionssignal

$$n = \frac{N_e}{N_e + N_g} \quad (5.11)$$

generiert werden. Da relative Teilchenzahlschwankungen σ_a durch den Präparationsprozess gleichermaßen auf $N_{g,e}$ wirken, wird dessen Einfluss so hochgradig unterdrückt. Allerdings unterliegt die pro Zustand bestimmte Teilchenzahl generell einer zusätzlichen unkorrelierten Schwankung $\tilde{\sigma}_a$. Unter Anwendung der allgemeinen gaußschen Fehlerfortpflanzung kann man nach einer kurzen Rechnung (siehe Abschnitt C.2) zeigen, dass sich die Gesamtunsicherheit von (5.11) zu

$$\sigma_n = \sqrt{2}P_g P_e \tilde{\sigma}_a \quad (5.12)$$

ergibt. Hier beschreiben $P_{g,e}$ die relative Anregungsamplituden des jeweiligen Zustands, welche entsprechend der Stabilisierungsmethode aus Abschnitt 5.1 etwa $P_{g,e} \simeq 0,5$ beträgt. Die Unsicherheit σ_n ersetzt nun diejenige vom vorherigen Beitrag σ_a der Teilchenzahlfluktuationen in (5.10). Nach Bestimmung der unkorrelierten Schwankungen (siehe Abschnitt C.3) ergibt sich so ein Wert von $\sigma_n \simeq 2,3\%$. Damit reduziert sich das Detektionsrauschen um etwa die Hälfte auf nur noch $5,2 \times 10^{-15} / \sqrt{\tau}$. In diesem Regime liegt der Einfluss durch Teilchenzahlschwankungen auf dem Niveau des QPN-Beitrags¹⁰.

In Abb. 5.4 ist die zeitliche Reihenfolge für das normierte Detektionsverfahren aufgetragen. Nach Abfrage mit dem Uhrenlaser werden die Atome zunächst aus dem Gitter zurück in die ODT geladen. Dieser Zwischenschritt ist notwendig, da der angeregte Zustand in Anwesenheit des Gitters wegen Ionisation nicht im Triplettsystem detektiert werden kann. Etwaige Verluste durch den Transfer zurück in die Dipolfalle sind für die Detektion in erster Ordnung irrelevant. Zum einen wird erwartet, dass beide Zustände gleichermaßen beim Umladen beeinflusst werden. Zum Anderen wurde eine sehr hohe Transfereffizienz nahe 100% beobachtet [76]. Durch Betrieb der T-MOT werden nun ausschließlich die sich im Triplettsystem befindlichen Atome zur Fluoreszenz gebracht. Dies ermöglicht eine hintergrundfreie¹¹ Detektion und Signalüberhöhung mittels Mehrfachstreuung. Ein zusätzliches homogenes Magnetfeld verschiebt hier leicht die MOT-Position, um der großen AC-Stark-Verschiebung der ODT zu entgegen, welche andernfalls die Streurrate deutlich herabsetzt. Die Teilchenzahlbestimmung selbst geschieht nun

¹⁰Unterhalb 945 Atomen überwiegt das QPN wieder.

¹¹Die im Hintergrundgas gelösten Magnesiumatome befinden sich weitestgehend im Grundzustand und tragen somit nicht bei der Triplettsystem-Detektion bei.

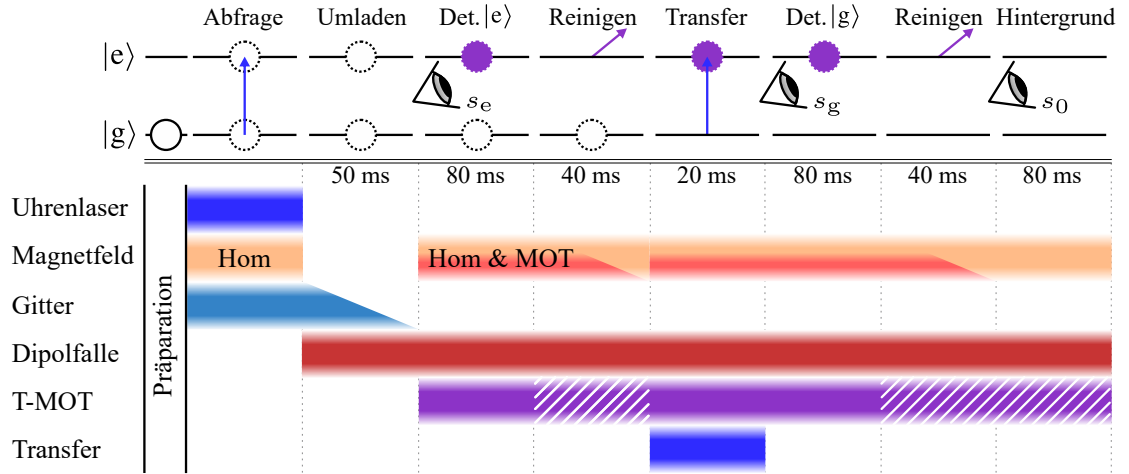


Abbildung 5.4: Für die normierte Detektion werden die Atome nach der Spektroskopie zunächst aus dem optischen Gitter zurück in die Dipolfalle (ODT) umgeladen. Somit ist eine hintergrundfreie Detektion mit der Triplet-MOT (T-MOT) ohne Ionisationsverluste durch das optische Gitter möglich. Während der jeweiligen Zustandsdetektion wird zur Vermeidung der starken AC-Stark-Verschiebungen durch die ODT ein schwaches homogenes Magnetfeld appliziert. Dieses separiert die Magneto-optische Falle (MOT)-Position von der ODT. Nach Entfernen der angeregten Atome mit einer blau-verstimmten T-MOT (schraffiert), können nun die Grundzustandsatome nach Transfer in das Triplet-System identisch detektiert werden. Zusätzlich wird ein Signal s_0 ohne Atome aufgenommen, um einen durch Streulicht verursachten Bias von den Rohdaten $s_{g,e}$ abziehen zu können.

über Zählen der von den Atomen emittierten Photonen mittels eines Photoelektronenvervielfachers¹² (PMT). Nach Aufbereitung¹³ des PMT-Signals digitalisiert zunächst ein Hochgeschwindigkeits-Pulsfolgenzähler¹⁴ die Daten, welche nun zur weiteren Verarbeitung in LabVIEW bereit stehen. Für die Teilchenzahlbestimmung der Grundzustandsatome wird ebenfalls die T-MOT verwendet. Dies stellt sicher, dass die Populationsbestimmung beider Uhrenzustände so identisch wie möglich verläuft. Dafür werden zunächst die im Triplet-System verbliebenen Teilchen mit einer blauverstimmten T-MOT entfernt, bevor die Grundzustandsatome in das Triplet-System transferiert werden. Die Detektion geschieht nun analog wie zuvor beschreiben. Da der PMT neben den von den Atomen emittierten Photonen auch anderweitig gestreutes Licht detektiert, ist das pro Zustand aufgezeichnete Signal $s_{g,e}$ um einen Bias s_0 verschoben. Daher wird zusätzlich ein Hintergrundsignal s_0 ohne Atome bestimmt. In erster Instanz kann man so einen Satz an korrigierten Daten generieren

$$\begin{aligned} n_g &= s_g - s_0 \\ n_e &= s_e - s_0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

¹²9893/350B der Fa. ET Enterprises.

¹³Ein Pulsverstärker-Diskriminator AD7 der Fa. ET Enterprises kompensiert etwaige Totzeiten des PMTs und wandelt die Signale in ein digitales 0 V bis 5 V Signal um.

¹⁴PCI-6602 der Fa. National Instruments.

Da die Detektion beider Zustände nicht simultan durchgeführt werden kann, spiegelt $n_{g,e}$ nicht die korrekten Atomzahlen $N_{g,e}$ nach der Spektroskopie wieder. Teilchenzahlverluste über Heizprozesse oder Stöße mit dem Hintergrundgas, als auch der Transfer der Grundzustandsatome in das Triplett-System, können dabei das Ergebnis verfälschen. Unter Berücksichtigung exponentieller Zerfälle und einer Transfereffizienz $p \simeq 1$ kann man jedoch auf die ursprünglichen Atomzahlen

$$\begin{aligned} N_g &= n_g \left[p e^{-(\tau_d + \tau_t)/\tau_g} \tau_e (1 - e^{-\tau_d/\tau_e}) \right]^{-1} \\ N_e &= n_e \left[\tau_e (1 - e^{-\tau_d/\tau_e}) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (5.14)$$

zurückschließen. Hier beschreiben $\tau_g \simeq 1,8$ s und $\tau_e \simeq 190$ ms die Lebenszeiten¹⁵ in der ODT bzw. T-MOT, $\tau_d = 80$ ms die jeweilige Detektionszeit und $\tau_t = 60$ ms die Totzeit zwischen beiden Teilchenzahlbestimmungen.

5.2.4 Zusammenfassung

Das integrale Verhalten der Anbindung wird fundamental entweder über den Dick-Effekt oder durch Detektionsrauschen limitiert. Deshalb sind beide Aspekte in den vorangegangenen Abschnitten untersucht worden. Während der Dick-Effekt mit nur $1 \times 10^{-15} (\tau/s)^{-1/2}$ herunter mittelt, dominiert das Detektionsrauschen den Instabilitätsverlauf primär über die geringe Güte auf $1,7 \times 10^{-14} (\tau/s)^{-1/2}$. Dabei zeigte sich, dass der Einfluss durch Atomzahlschwankungen noch über dem QPN-Limit lag. Deshalb ist eine normierte Detektion in den Aufbau implementiert worden. Die verbleibende Unsicherheit durch unkorrelierte Atomzahlschwankungen konnte so auf das Niveau des QPN-Limits reduziert werden, womit sich der Verlauf des Detektionsrauschens auf $5,2 \times 10^{-15} (\tau/s)^{-1/2}$ verringerte.

5.3 Stabilitätsanalyse mittels Selbstvergleich

Für den Frequenzvergleich sowie der Stabilitätsanalyse eines Frequenzstandards wird generell mindestens eine zweite, am besten unabhängige, Referenz benötigt, die entweder vergleichbar stabil oder stabiler ist. Gerade in dem vergleichsweise jungen Forschungszweig der optischen Hochpräzisionsmetrologie ist die großflächige Verfügbarkeit solcher Systeme noch nicht gegeben. Um allerdings trotzdem eine Aussage über die Qualität der Anbindung und das integrale Stabilitätsverhalten zu gewinnen, kann ein Selbstvergleich durchgeführt werden, wie er bereits in Abschnitt 5.1 vorgestellt wurde. Durch quasi-simultane Stabilisierung auf unabhängige Regelpunkte können so z.B. zwei Datenspurten $y_{i,j}$ aufgezeichnet werden, deren Differenzsignal für die Stabilitätsanalyse verwertbar ist (siehe auch

¹⁵Die jeweiligen Zerfallszeiten sind unter den selben Bedingungen vermessen worden, welche auch während der normierten Detektion herrschen und unterscheiden sich deutlich von den in früheren Arbeiten [74] bestimmten Werten ($\tau_g = 4,2$ s und $\tau_e = 930$ ms).

Abb. 5.2). Hierbei ist anzumerken, dass vor der Subtraktion zunächst Zwischenpunkte für jede Messreihe (linear) interpoliert werden müssen, da die Aufzeichnung zeitlich abwechselnd geschieht.

Für die Verarbeitung des Differenzsignals mittels Allan-Standardabweichung (ADEV) ist nun einiges zu beachten. Unkorrelierte Rauschbeiträge treten hier um den Faktor $\sqrt{2}$ erhöht auf. Zur Gewinnung der intrinsischen Stabilität des hier vorgestellten Frequenzstandards sind die Werte der ADEV in den nachfolgenden Analysen deshalb um diesen Faktor korrigiert. Rauschen, welches allerdings auf beide Spuren gleichermaßen wirkt, wird beim Selbstvergleich hochgradig unterdrückt. Hierzu zählt jegliche Art von *langsamer*¹⁶ Drift, welche vom Uhrenlaser herrührt oder ihren Ursprung in externen Feldern haben kann, die nicht hinreichend genug unter Kontrolle sind. Eine explizite Aussage über die so abgeleitete Instabilität ist also mit Vorsicht zu genießen. Dennoch erlaubt der Selbstvergleich eine Optimierung der Frequenzanbindung des Uhrenlasers an die Atome, welche im nächsten Abschnitt näher behandelt wird.

5.3.1 Bestimmung optimaler Regelparameter

Die Qualität der Frequenzanbindung des Uhrenlasers an die Atome hängt von einer Vielzahl an äußeren Faktoren ab. Eine übermäßig starke Regelung führt nebst Oszillation um den Regelpunkt zu einer Degradation der Kurzzeitinstabilität, da Detektionsrauschen fast ungefiltert auf den Laser geregelt wird. Auf der anderen Seite vermag eine zu schwache Regelung zufällige Frequenzschwankungen und Laserdrift höherer Ordnung nur ungenügend zu kompensieren. Zur Bestimmung optimaler

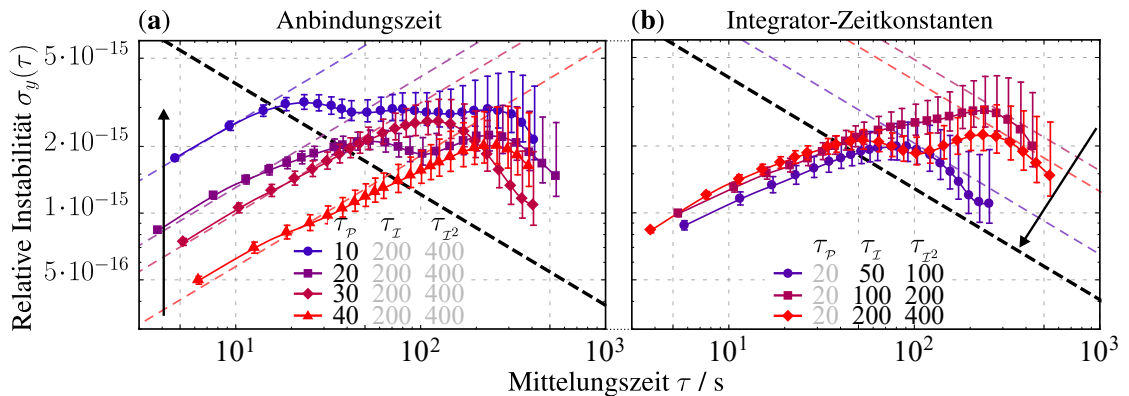


Abbildung 5.5: Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards für verschiedene Regelparameter. Die schwarz gestrichelte Linie stellt das Detektionsrauschlimit bei etwa $1,2 \times 10^{-14} / \sqrt{\tau}$ dar, die farblichen das jeweils durch die Zeitkonstanten bestimmte Instabilitätsverhalten. Für kleinere τ_p wächst die Instabilität in (a) auf kurzen Zeiten und nähert sich dem atomaren Rauschen (schwarzer Pfeil). Auf der anderen Seite ermöglicht eine kleinere Integrator-Zeitkonstante τ_I, τ_{I^2} in (b) Drift-Effekte besser zu kompensieren, sodass sich die Instabilität auch hier dem atomaren Rauschen nähert (schwarzer Pfeil).

¹⁶Damit ist Drift gemeint, die weit oberhalb der Zeitkonstanten des Regelkreises greift und somit sehr stark kompensiert wird.

Regelparameter wurde deshalb die Instabilität der Frequenzanbindung im Selbstvergleich für unterschiedliche Zeitkonstanten $\tau_p, \tau_I, \tau_{I2}$ untersucht. In Abb. 5.5 (a) ist die ADEV unter Variation der linearen Anbindungszeit τ_p des proportionalen Reglers dargestellt. Auf kurzen Zeitskalen von einigen Sekunden überwiegt zunächst primär die intrinsische Instabilität des Uhrenlasers, bis anschließend nach Überschreiten des Detektionsrauschlimits (schwarz gestrichelt) die integrale Regelung auf die Atome einsetzt. Man erkennt sehr gut, dass für kleiner werdende τ_p die Kurzzeitinstabilität anwächst und somit vermehrt Detektionsrauschen auf die Laserfrequenz geregelt wird. Variiert man stattdessen die Integratorzeitkonstanten τ_I, τ_{I2} (siehe Abb. 5.5 (b)), so nähert sich der Instabilitätsverlauf auf langen Zeitskalen immer mehr dem Detektionsrauschlimit an (schwarz gestrichelt). Als ideale Regelparameter sollten hinreichend große Anbindungszeiten τ_p wie etwa 20 s bis 40 s gewählt werden, bei denen die Kurzzeitinstabilität des Lasers noch nicht maßgeblich degradiert wird. Aus dem Schnittpunkt zwischen Laserinstabilität und Detektionsrauschlimit kann daraufhin ein maximaler Wert für die Integrationszeitkonstante τ_I von 50 s bis 100 s abgeschätzt werden. Für das quadratische Integrationsglied empfiehlt es sich generell, eine deutlich höhere Zeitkonstante zu wählen, damit sich beide Integratoren nicht gegenseitig beeinflussen und potentiell aufschwingen. In dieser Arbeit wurde daher pauschal $\tau_{I2} = 2\tau_I$ gewählt.

5.3.2 Integrales Verhalten des Magnesium-Frequenzstandards

Mit den zuvor bestimmten Regelparametern sind nun längere Instabilitätsmessungen mittels Selbstvergleich durchgeführt worden. Dabei zeigte sich, dass residuelle Laserdrift noch einen signifikanten Einfluss bei der Anbindung hat. Ändert sich die Drift innerhalb weniger Sekunden bis Minuten sehr stark, ist eine harte Anbindung mit sehr kurzen Zeitkonstanten notwendig. Besonders die Integrationszeitkonstanten sollten dabei unterhalb der zeitlichen Driftänderungsrate liegen. Verbleibt die

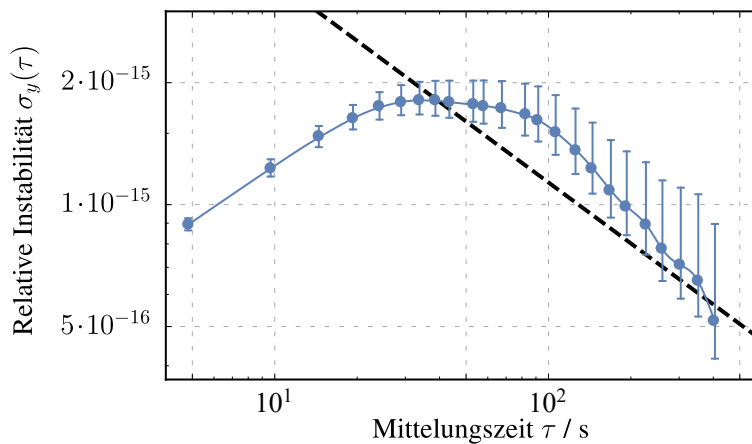


Abbildung 5.6: Dargestellt ist die beste über Selbstvergleich beobachtete Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards. Die schwarz gestrichelte Linie bezeichnet wieder das Detektionsrauschlimit bei einer Linienbreite von $\Delta\nu \simeq 105$ Hz.

Drift allerdings über weite Zeiten einigermaßen gleichförmig, so kann auch mit langsamen Regelparametern wie $\tau_p = 20$ s, $\tau_I = 200$ s und $\tau_{I^2} = 400$ s eine herausragende Instabilität erreicht werden. Die bereits in Abb. 5.2 vorgestellten Daten zeigen ein integrales Verhalten nahe des berechneten Detektionsrauschlimits von $1,1 \times 10^{-14} (\tau/s)^{-1/2}$ und mitteln nach 400 s bereits auf nur noch $5,1_{-1,1}^{+2,9} \times 10^{-16}$ herunter. Dies stellt die weltweit bisher geringste Instabilität eines Magnesium-Frequenzstandards in einem Selbstvergleich dar.

5.3.3 Zusammenfassung

Zur Charakterisierung der Anbindung an den atomaren Übergang wurde die Instabilität der Magnesium-Gitteruhr in einem Selbstvergleich vermessen. In erster Instanz sind dazu die Regelparameter variiert worden. Hier zeigte sich, dass aufgrund der stark schwankenden Uhrenlaserdrift eine kleine Anbindungszeit im Bereich einiger Sekunden notwendig ist. Dadurch wird allerdings die Kurzzeitinstabilität des Lasers negativ beeinträchtigt. Verhält sich die Drift jedoch über längere Zeit konstant, kann selbst mit deutlich langsameren Regelparametern eine exzellente Instabilität erzielt werden. So konnte in einem Selbstvergleich die weltweit bisher geringste Instabilität eines Magnesium-Frequenzstandards von $5,1_{-1,1}^{+2,9} \times 10^{-16}$ demonstriert werden. Allerdings ist eine Interpretation der über Selbstvergleich gewonnenen Instabilität immer mit Vorsicht zu genießen. Daher wurde die Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards ebenfalls gegenüber unabhängige Referenzen verglichen. Die Messungen dazu werden in den nächsten Abschnitten ausführlich behandelt.

5.4 Frequenzvergleich über einen 73 km langen Faserlink

Zur ultimativen Charakterisierung des Magnesium-Frequenzstandards ist ein mehrtägiger Frequenzvergleich, verteilt über März, April, Juni und Juli 2017, gegen unabhängige Frequenzstandards an der Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig durchgeführt worden. Da die meisten dafür in Frage kommenden Frequenzstandards der PTB ebenfalls stationäre Aufbauten sind, fand die Messung unter Verwendung einer 73 km langen Glasfaserverbindung statt. Die Faser wurde für diesen Zweck nicht extra verlegt, sondern basiert auf bestehender Telekommunikations-Infrastruktur und kam schon in früheren Arbeiten [77] zum Einsatz. Mit dieser Anbindung besitzt die Leibniz Universität Hannover (LUH) Zugang zu einem europaweiten optischen Frequenznetzwerk, welches bisher neben der PTB in Braunschweig unter anderem das MPQ in Garching [94], das LNE-SYRTE in Paris [95] und das NPL in London [96] umfasst.

In Abb. 5.7 ist der schematische Aufbau des Faserlinks skizziert. Ein schmalbandiger Linklaser bei 1542 nm erzeugt das notwendige Licht, welches über die

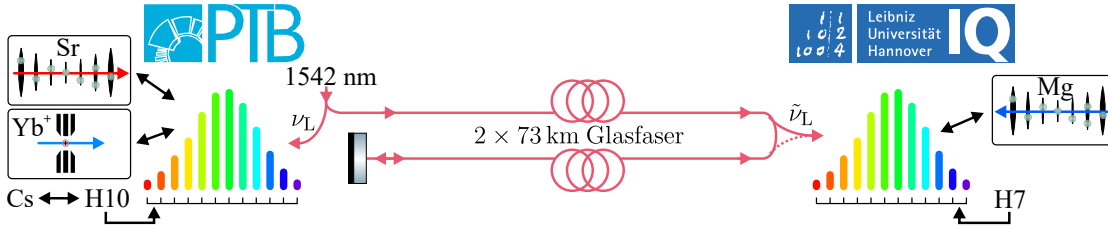


Abbildung 5.7: Mit Hilfe eines Transfer-Lasers bei 1542 nm wird vorstabilisiertes Licht über eine 73 km lange Doppelstrang-Glasfaser von der PTB in Braunschweig über das IQ in Hannover schleifenförmig zurück zur PTB übermittelt. Die Glasfaserstrecke wird dabei gemäß der Methode nach [98] aktiv stabilisiert. Ein Teil des Lichtes kann als Nutzsignal in Hannover ausgekoppelt werden. Die Linklaserfrequenz kann so in Relation zu den vor Ort befindlichen Frequenzstandards über den jeweiligen Frequenzkamm verglichen werden. Die Kämmen selbst sind dabei auf einen Wasserstoff-Maser (H10 bzw H7) referenziert.

73 km lange Faser von der PTB in Braunschweig zum Institut für Quantenoptik (IQ) nach Hannover transferiert wird. Da der Lichttransport über solche Distanzen verlustbehaftet ist, wird das Signal per Brillouin-Faser-Verstärker (FBA) [97] aufbereitet. Hierbei stellt die zu übertragende Glasfaser selbst das aktive Verstärkungsmedium dar. Externe Störeinflüsse, wie etwa durch Straßenverkehr, werden nach der Methode von G. GROSCHE [98] aktiv kompensiert. Die Besonderheit dieses Verfahrens besteht darin, dass der Start- sowie End-Punkt der kompensierten Faserstrecke, zwecks Charakterisierung und Optimierung, jeweils am selben Ort in Braunschweig liegt. Dies reduziert den Wartungsaufwand und gewährleistet einen verlässlichen Dauerbetrieb, der nur in sehr seltenen Fällen ein Eingreifen auf der Hannover-Seite benötigt. Entlang der Faser kann nun aus der vor- und rücklaufenden Laserwelle an beliebigen Abzweigepunkten ein Lichtsignal mit Frequenz

$$\tilde{\nu}_L = \nu_L + \delta\nu_L \quad (5.15)$$

gewonnen werden, welches bis auf einen technisch bedingten festen Frequenzversatz¹⁷ von $\delta\nu_L$ die nahezu selben Eigenschaften wie am Endpunkt in Braunschweig besitzt. Der elektrooptische Aufbau dazu besteht außerdem aus nur wenigen kostengünstigen Komponenten. Dies ermöglicht es zukünftig, auch weiteren Experimenten und Instituten in Hannover die selbe stabile Frequenzreferenz bereitzustellen. Vergleicht man nun das Linklicht mittels eines Frequenzkamms zu den jeweiligen vor Ort befindlichen Frequenzstandards, kann ebenfalls ein Frequenzabgleich zwischen Braunschweig und Hannover durchgeführt werden. Bei einer direkten Messung gegen den Kamm

$$\nu_i = n_i \nu_{\text{rep}} + \nu_{\text{CEO}} + \nu_i^{(\text{B})} \quad \text{mit } i \in \{\text{a}, \text{b}\} \quad (5.16)$$

dominiert im Allgemeinen die von einer Mikrowelle abgeleitete Repetitionsrate ν_{rep} die Instabilität. Hier bezeichnet $\nu^{(\text{B})}$ die Schwebungsfrequenz¹⁸ zwischen der

¹⁷Die Faserstabilisierung verwendet diverse AOMs, die das Licht um eine konstante Frequenz verschieben.

¹⁸ $\nu^{(\text{B})}$ ist dabei als positiv (negativ) anzusehen, wenn die Laserfrequenz ν oberhalb (unterhalb) der Kamm-Mode liegt.

n 'ten Kamm-Mode zur Laserfrequenz ν und ν_{CEO} die CEO-Frequenz des jeweiligen Frequenzkamms. Als Radiofrequenzreferenz kommt dazu am IQ ein passiver Wasserstoff-Maser (H7) und an der PTB ein aktiver (H10) zum Einsatz, wobei letzterer kontinuierlich gegen die Cäsium-Atomuhren in Braunschweig verglichen wird. Damit können im besten Falle (H10) erst nach einigen Stunden Mittelungszeit niedrige 10^{-15} erzielt werden – Ein Wert, den optische Frequenzstandards typischerweise bereits in einer Sekunde erzielen. Deshalb bedient man sich bei rein optischen Frequenzen $\nu_{a,b}$ einer virtuellen Transferschwebung (TFB)

$$\nu_{a,b}^{(\text{TFB})} = \frac{n_b}{n_a} \nu_a - \nu_b \quad , \quad (5.17)$$

welche nun allerdings im Radiofrequenzbereich liegt. Über die Darstellung von $\nu_{a,b}$ nach (5.16) kann (5.17) auch geschrieben werden als

$$\nu_{a,b}^{(\text{TFB})} = \frac{n_b}{n_a} (\nu_a^{(\text{B})} + \nu_{\text{CEO}}) - (\nu_b^{(\text{B})} + \nu_{\text{CEO}}) \quad . \quad (5.18)$$

In der TFB-Darstellung (5.18) verschwindet somit die Abhängigkeit von der Repeitionsrate vollständig. Ferner besteht $\nu^{(\text{TFB})}$ ausschließlich aus Kamm-Parametern und davon abgeleiteten Radiofrequenzen, welche elektronisch leicht zu messen¹⁹ sind. Bestimmt man die jeweiligen TFBs gegen den Linklaser nun synchron in Braunschweig und Hannover, kann nach Differenzbildung der Signale

$$\nu_{\text{Mg},x}^{(\text{TFB})} = \nu_{\text{Mg},\text{L}}^{(\text{TFB})} - \nu_{x,\text{L}}^{(\text{TFB})} \quad (5.19)$$

eine vom Linklaser (Index L) unabhängige Transferschwebung zwischen einem beliebigen (optischen) Frequenzstandard der PTB (Index x) und der Magnesium-Gitteruhr (Index Mg) erhalten werden. Aus (5.19) kann nun das Frequenzverhältnis

$$\frac{\nu_{\text{Mg}}}{\nu_x} = \frac{k_{\text{Mg}}}{k_{\text{L}}} \left(\frac{\nu_{\text{Mg},x}^{(\text{TFB})}}{\bar{\nu}_x} + \frac{n_{\text{L}}}{n_x} \right) \quad (5.20)$$

beider Frequenzen zueinander bestimmt werden. Hier beschreiben k_i und n_i die jeweiligen Kamm-Moden in Hannover bzw. Braunschweig und $\bar{\nu}_x$ die gemittelte Absolutfrequenz des unabhängigen PTB-Frequenzstandards. Die Instabilität von (5.20) setzt sich dabei aus den individuellen Beiträgen

$$\sigma_{\text{Mg},x}(\tau) = \sqrt{\text{AVar} \left(\frac{\nu_{\text{Mg}}}{\nu_x} \right)} = \sqrt{\sigma_{\text{Mg}}^2(\tau) + \sigma_x^2(\tau)} \quad (5.21)$$

zusammen. Da auf Grund der vergleichsweise geringen Güte Q das beste in dieser Arbeit demonstrierte Detektionsrauschen noch bis zu zwei Größenordnungen [99]

¹⁹Zur Datenaufzeichnung wird auf beiden Seiten ein totzeitfreier Frequenzzähler K+K FXE der Fa. K+K Messtechnik verwendet, welcher im Λ -Zähl-Modus betrieben wird.

oberhalb der optischen PTB-Frequenzstandards liegt, spiegelt (5.21) hauptsächlich die Instabilität der Magnesium-Gitteruhr wieder. Unglücklicherweise nahm die Gittertiefe während der Frequenzmessung auf Grund steigender Absorption an den Vakuumfenstern stetig ab, sodass der Tunneleffekt immer dominanter in den Vordergrund trat und damit die Güte Q weiter reduzierte. Während Ende März 2017 noch Linienbreiten im Bereich von 80 Hz bis 100 Hz realisiert werden konnten, stieg die Frequenzbreite gegen Ende April auf bis zu 180 Hz an und erreichte im Juni sowie Juli mehr als 500 Hz. Trotz dieser Problematik konnte der Magnesium-Frequenzstandard erfolgreich gegen die optischen PTB-Uhren charakterisiert werden. Die Resultate sind in den nächsten Abschnitten näher erläutert.

5.4.1 Stabilitätsanalyse gegen eine stationäre Strontium-Gitteruhr

Zu Beginn des Frequenzvergleiches im März und April sind erste Messungen gegen die stationäre Strontium-Gitteruhr aus der Arbeitsgruppe von C. LISDAT durchgeführt worden. Genau wie Magnesium ist Strontium ein Erdalkalielelement mit zwei Valenzelektronen, sodass schmale Übergänge zwischen dem Singulett- und dem Triplett-System für die Spektroskopie in Frage kommen. Allerdings wird hier fermionisches ^{87}Sr verwendet, sodass der Uhrenübergang $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$ bei 698 nm über den Kernspin von $|\mathbf{I}| = \frac{9}{2}$ intrinsisch ermöglicht wird. Durch den nicht verschwindenden Kernspin besitzt ^{87}Sr eine komplexere Elektronenkonfiguration mit Hyperfeinstruktur, welche unter anderem nun linear sensitiv auf Magnetfelder und Polarisation des Gitterlichtes ist. Allerdings erlaubt dieser Umstand ebenfalls eine präzise Evaluation sowie die in situ Kompensation der darüber verursachten systematischen Effekte [100]. Die Spektroskopie der Atome findet vergleichbar zu Magnesium in einem optischen Gitter statt, welches hier allerdings bereits bei der *operativen magischen* Wellenlänge von etwa 813 nm betrieben wird [101]. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, weisen die optischen PTB-Frequenzstandards im Vergleich zu Magnesium eine deutlich bessere Güte auf. Bei der Strontium-Gitteruhr liegt das Detektionsrauschen sogar noch unterhalb des Dick-Limits, womit bereits in früheren Arbeiten ein integrales Stabilitätsverhalten von nur $1,6 \times 10^{-16}(\tau/\text{s})^{-1/2}$ [99] demonstriert werden konnte. Auf der anderen Seite weist der Magnesium-Frequenzstandard für die hier vorgestellten Messungen ein Detektionsrauschlimit von $2,6 \times 10^{-14}(\tau/\text{s})^{-1/2}$ auf, welches damit sogar zwei Größenordnung über dem Instabilitätsverlauf von Strontium liegt. Im Frequenzvergleich zwischen beiden Gitteruhren wird die gemeinsame Instabilität (5.21) somit vollständig durch Magnesium limitiert und kann damit auch ausgedrückt werden als

$$\sigma_{\text{Mg,Sr}}(\tau) \simeq \sigma_{\text{Mg}}(\tau) \quad . \quad (5.22)$$

In Abb. 5.8 ist die ADEV für verschiedene Regelparameter aufgetragen und stellt eine komplementäre Analyse zu den Vorarbeiten aus Abschnitt 5.3.1 über Selbstvergleich dar. Für die erste Kampagne vom 23. und 24. März wurde die Magnesium-

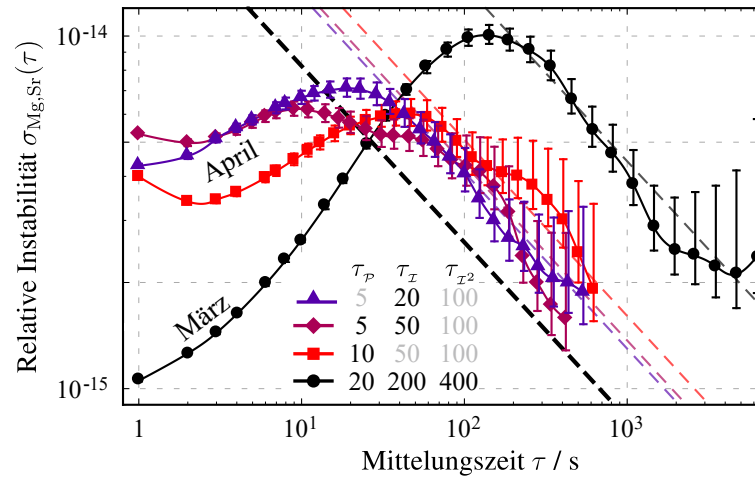


Abbildung 5.8: Stabilität des Frequenzvergleiches gegen Strontium unter Variation der Regelparameter. Man erkennt, dass die erste Frequenzmessung im März (schwarz) deutlich über dem Detektionsrauschen liegt (schwarz gestrichelt). Durch Verkürzung der Anbindungszeit sowie der Integrationskonstanten steigt zunächst die Instabilität auf kurzen Zeitskalen. Allerdings nähert sich das Langzeitstabilitätsverhalten dem theoretischen Detektionsrauschlimit.

Gitteruhr dazu kontinuierlich über 25,9 h mit einer Verfügbarkeit von 83 % betrieben. Auf Grund technischer Schwierigkeiten²⁰ auf Seiten der PTB konnte nach Datenabgleich jedoch nur eine zeitliche Überlappung von etwa 5,2 h zwischen beider Uhren gewonnen werden. Die Regelparameter des Magnesium-Frequenzstandards sind hier vergleichsweise langsam gewählt worden, sodass das Detektionsrauschlimit nicht erreicht werden konnte (schwarze Kurve in Abb. 5.8). Die stark schwankende Drift des Uhrenlasers wurde hier also nur ungenügend kompensiert. Deshalb ist ein weiterer Frequenzvergleich am 26. April für kürzere Regelparameter wiederholt worden. Hier erstreckte sich die gesamte Messzeit über nur 7,2 h mit einer Verfügbarkeit der Magnesium-Uhr von nahezu 95 %. Nach Datenabgleich konnte insgesamt eine simultane Messzeit beider Uhren von insgesamt 4,7 h ausgewertet werden. Das Instabilitätsverhalten (farbige Kurven in Abb. 5.8) zeigt eine vergleichbare Abhängigkeit von den eingestellten Regelparametern, wie sie schon beim Selbstvergleich beobachtet wurde.

Instabilitätslimit durch Uhrenlaser-AC-Stark Unsicherheit

In der Messung vom März erkennt man, dass die Instabilität ab einigen tausend Sekunden nicht weiter abnimmt und auf etwa 2×10^{-15} begrenzt ist. Als mögliche Ursache kommen systematische Effekte in Frage, die hier, anders als im Selbstvergleich, nicht mehr unterdrückt werden. Entsprechend der bereits in Abschnitt 4.5.3 beobachteten Leistungsschwankungen von rund 10 % scheint es am wahrscheinlichsten, dass die sich zeitlich ändernde AC-Stark-Verschiebung durch den Uhrenlaser

²⁰ Als Ursache seien zum einen der Regel-Verlust während des nächtlich unbemannten Betriebs sowie Wartung der Uhr und des Links erwähnt.

für das beobachteten Verhalten verantwortlich ist. Neben den reinen Leistungsfluktuationen können aber auch Strahllageschwankungen eine Auswirkung auf die Instabilität haben. Ändert sich etwa der Winkel zwischen Uhrenlaser und optischem Gitter, kommt es zu einem lateralen Versatz, worüber die Atome ebenfalls einer zeitlichen Intensitätsänderung ausgesetzt sind. Der Uhrenlaser wird in einem Abstand von $d \simeq 53$ cm aus einer optischen Faser ausgekoppelt und in Richtung Atome gelenkt. Über diese Wegstrecke ergibt sich ein transversaler Versatz zum Gitter von

$$\Delta r = d \tan(\delta\varphi) \quad . \quad (5.23)$$

Unter Verwendung des nach Abschnitt 4.5.2 bestimmten Winkels $\varphi = 0,5$ mrad, kann der laterale Versatz mit Annahme einer 10 % Schwankung auf $\Delta r = 32$ μm abgeschätzt werden. Mit der im März eingestellten Strahltaile des Uhrenlasers $w_0 = 168(3)$ μm nimmt die Intensität in diesem Abstand zum Maximum um 7 % ab. Verbindet man nun die Beiträge durch Leistungs- und Strahlage-Schwankungen, erhält man eine kombinierte Unsicherheit von $\sigma_I = 12$ %. Mit der am Experiment eingestellten Leistung von $P_0 = 3$ mW bestimmt sich die Einzelstrahl-Intensität zu $I_0 = 6,77$ W/cm². Da sich im Gitterresonator allerdings nach Abschnitt 4.5.4 eine stehende Welle des Uhrenlasers ausbildet, erfahren die Atome im Mittel eine effektiv doppelt so große Intensität $I' = 2I_0$ (siehe (4.13)). Mit der berechneten AC-Stark-Sensitivität $\kappa = -0,59$ Hz/W/cm² lässt sich nun die zu erwartenden Frequenzinstabilität

$$\sigma_{\text{AC}} = \frac{|\kappa| \sigma_I I'}{\nu_{\text{Mg}}} \simeq 1,5 \times 10^{-15} \quad (5.24)$$

abschätzen, welche im experimentell beobachteten Bereich liegt. Um dieser Limitierung entgegen zu wirken ist zunächst die Strahltaile des Abfragestrahls auf 210(2) μm vergrößert worden. Zum einen wird hierüber bei gleichbleibender Kopplungsleistung die Intensität herabgesetzt, als auch der Einfluss durch Strahllageschwankungen reduziert. Damit sollte eine Verbesserung auf $\sigma_{\text{AC}} = 8,5 \times 10^{-16}$ möglich sein, was immer noch vergleichsweise hoch ist. Basierend auf dieser Erkenntnis ist daher eine Methode zur Kompensation der AC-Stark-Unsicherheit in einer Nachkorrektur implementiert worden, welche im nächsten Abschnitt näher erläutert wird.

5.4.2 AC-Stark-Nachkorrektur im Frequenzvergleich gegen eine Ytterbium-Ionenuhr

Im vorangegangenen Abschnitt ist nach einigen tausend Sekunden Integrationszeit ein Instabilitäts-Plateau bei 2×10^{-15} beobachtet worden. Als primäre Ursache wurden Intensitätsfluktuationen des Uhrenlasers und die damit einhergehende AC-Stark-Verschiebung identifiziert, welche trotz intensiver Anstrengungen nicht in angemessener Zeit zufriedenstellend gelöst werden konnten (siehe auch Abschnitt 4.5.3). Die stetige Abnahme der Gittertiefe und damit einhergehende

Tunnelverbreiterung von über 500 Hz forcierte im Rahmen weiterer geplanter Frequenzmessungen daher eine schnelle Alternativlösung. Als aussichtsreichste Methode erwies sich die während des Uhrenbetrieb gleichzeitig durchgeführte Messung der schwankenden AC-Stark-Verschiebung, anstatt auf eine rein passive Stabilität des Systems zu vertrauen. Hierbei werden die Atome selbst als Absolutsensor verwendet. Durch Anwendung einer Nachkorrektur kann so eine bereinigte Datenspur erhalten werden, welche hochgradig frei von AC-Stark-Schwankungen ist. Wie in Abschnitt 5.1 beschrieben werden dazu zwei quasi-simultane Regelungen verwendet, dessen einziger Unterschied eine möglichst große Differenz der über die Experimentsteuerung festgesetzten Uhrenlaserleistung P_i ist. Die atomare Anbindung wird nun ausschließlich über die primäre Regelschleife gewährleistet, welche die Frequenzkorrekturen y_1 anhand AOM0 direkt auf den Uhrenlaser appliziert. Der zweite Regelpfad wendet die Korrekturen y_2 jedoch über AOM1 an und beeinflusst somit nicht die atomare Anbindung des Uhrenlasers. Aus den beiden Datenspuren kann nun eine zeitlich variierende AC-Stark-Verschiebung für den primären Regelkreis extrahiert werden

$$\delta\nu_{\text{AC}}(\tau) = \xi [y_2(\tau) - y_1(\tau)] \quad \text{mit } \xi = \frac{P_1}{P_2 - P_1} \quad . \quad (5.25)$$

Dieser Ausdruck ist in erster Ordnung frei von Uhrenlaserdrift und beinhaltet neben der langsamen AC-Stark-Drift auch statistische Schwankungen bedingt durch die Anbindung. Um letztere auf kurzen Zeitskalen zu unterdrücken, wird das Signal (5.25) in dieser Arbeit deshalb mit Hilfe eines Fourier-Filters

$$\langle f(\tau) \rangle_{\text{FFT}} = \mathfrak{F}^{-1} [\mathfrak{F} [f(\tau)] \mathcal{K}(\omega)] \quad (5.26)$$

gemittelt. Durch geeignete Wahl des Kerns $\mathcal{K}(\omega)$ können so diejenigen schnellen Frequenzanteile oberhalb der deutlich langsameren AC-Stark-Drift unterdrückt werden. Das gefilterte Korrektursignal

$$c(\tau) = \langle \delta\nu_{\text{AC}}(\tau) \rangle_{\text{FFT}} \quad (5.27)$$

kann nun im Anschluss einer Frequenzmessung auf die aufgezeichneten Daten angewendet werden.

In der Juni-Woche vom 23.06. bis 31.06. sowie am 07.07. ist mit dieser Kompensationsmethode eine erneute Messkampagne über insgesamt 66,8 h mit einer Verfügbarkeit der Magnesium-Uhr von 87 % durchgeführt worden. Die eingestellten Laserleistungen betragen hier $P_1 = 3 \text{ mW}$ und $P_2 = 20 \text{ mW}$. Auf Grund von Wartungsarbeiten an der stationären Strontium-Gitteruhr, ist der Frequenzvergleich diesmal allerdings gegen die Ytterbium-Ionenuhr aus der Arbeitsgruppe von E. PEIK durchgeführt worden. Hier wird ein einzelnes $^{171}\text{Yb}^+$ Ion in einer linearen Paul-Falle gespeichert und der $^2\text{S}_{1/2}(F=0) \rightarrow ^2\text{F}_{7/2}(F=3)$ Oktupolübergang spektroskopiert. Aufgrund der begrenzten Teilchenzahl dominiert hauptsächlich das Quantenprojektionsrauschen (QPN) die Instabilität der Ytterbium-

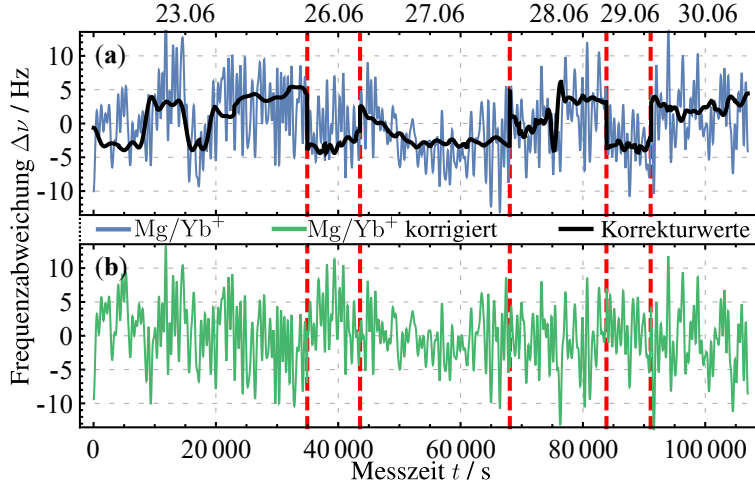


Abbildung 5.9: Gemittelte Frequenzabweichungen der Magnesium-Gitteruhr gegenüber der Ytterbium-Ionenuhr an der PTB. Man erkennt, dass in (a) die in situ bestimmten Frequenzkorrekturwerte (schwarz) mit der gemessenen Spur (blau) korreliert sind. Durch Subtraktion der Abweichungen kann eine bereinigte Zeitreihe (b) gewonnen werden. Die roten Markierungen entsprechen dem Beginn eines neuen Messtages.

Ionenuhr, welche mit $5 \times 10^{-15} (\tau/s)^{-1/2}$ [21] angegeben wird. Anlässlich der hohen Tunnelverbreiterung liegt das Integrationsverhalten der Magnesium-Gitteruhr von $8,4 \times 10^{-14} (\tau/s)^{-1/2}$ allerdings immer noch mehr als eine Größenordnung darüber. Im Frequenzvergleich spiegelt die ADEV also, genau wie bei der Messung gegen Strontium, hauptsächlich das Instabilitätsverhalten der Magnesium-Gitteruhr wieder. In Abb. 5.9 (a) ist der zeitliche Verlauf der Magnesium-Frequenz ν_{Mg} gegenüber Ytterbium sowie die AC-Stark-Korrektur nach (5.27) aufgetragen. Von den jeweiligen Datenspur wurde Zwecks einer besseren Darstellung der Mittelwert subtrahiert und anschließend eine Fourier-Filterung durchgeführt. Man erkennt hier eine starke Korrelation zwischen der bestimmten Magnesium-Frequenzabweichungen (blau) sowie der AC-Stark-Korrekturen (schwarz). Nach Subtraktion beider Zeitreihen kann ein korrigierter Datensatz

$$\nu'_{\text{Mg}} = \nu_{\text{Mg}} - c(\tau) \quad (5.28)$$

erhalten werden, welcher in Abb. 5.9 (b) dargestellt ist. Dieser weist deutlich weniger Langzeitschwankungen auf, was sich auch in der ADEV in Abb. 5.10 widerspiegelt. Wie bei der Messung gegenüber Strontium zeichnet sich in den unkorrigierten Daten (blau) ein Instabilitätsplateau bei etwa 2×10^{-15} ab, während die korrigierten Daten (grün) weiter herunter mitteln. Allerdings erreicht der korrigierte Instabilitätsverlauf nun nicht mehr das ursprünglichen Detektionsrauschen (schwarz gestrichelt). Als Ursache ist zunächst die Nachkorrektur selber anzuführen. Unkorrelierte Schwankungen der jeweiligen Stellsignale y_i übertragen sich in abgeschwächter Form auf das Korrektursignal (5.27). Gemäß Abschnitt C.4 erhöht sich die Instabilität dadurch um einen Faktor $\sqrt{1 + 2\xi + 2\xi^2}$, weshalb es ratsam ist, ξ (siehe (5.25)) über eine größtmögliche Differenz zwischen beiden Leistungen P_i

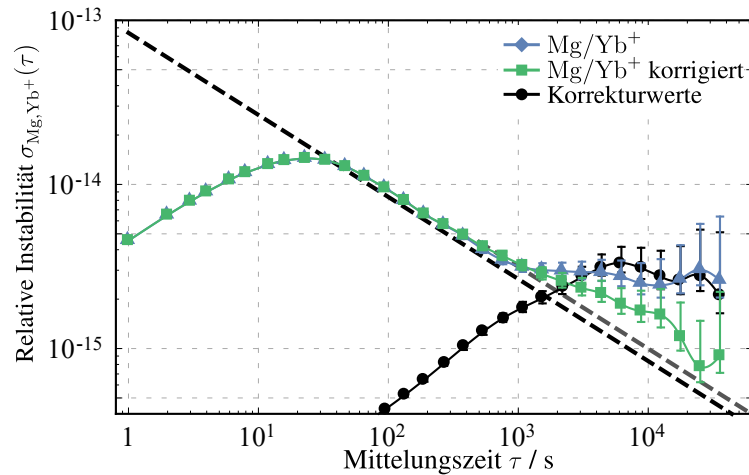


Abbildung 5.10: Dargestellt ist die Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards gegenüber der Yb^+ Ionenuhr an der PTB. Die blaue (grüne) Kurve zeigt den Verlauf ohne (mit) Anwendung einer Nachkorrektur. Die schwarz (grau) gestrichelte Linie stellt das Detektionsrauschlimit für den Fall ohne (mit) Korrektur dar. Ebenfalls sind die gemittelten Korrekturwerte (schwarz) aufgetragen. Die Mittelungszeit wurde so gewählt, dass die Korrekturen zu Beginn des Instabilität-Plateaus wirksam werden.

zu minimieren. Das um diesen Faktor erhöhte Detektionsrauschen ist in Abb. 5.10 gräulich gestrichelt mit aufgetragen. Allerdings wird das erwartete Detektionsrauschlimit im korrigierten Fall immer noch nicht erreicht. Dies kann an einer nicht ausreichenden Kompensation der AC-Stark-Schwankungen liegen oder aber auch an bisher nicht betrachteten systematischen Unsicherheiten und muss in Zukunft weiter untersucht werden. Trotzdem konnte so im Frequenzvergleich gegen die Yb^+ Ionenuhr eine minimale Instabilität von $7,7_{-1,3}^{+5,0} \times 10^{-16}$ nach 25 000 s Mittelungszeit demonstriert werden. Diese liegt nahe der im Selbstvergleich bestimmten Instabilität von $5,1_{-1,1}^{+2,9} \times 10^{-16}$ und stellt die weltweit kleinste unabhängig bestimmte Instabilität einer Magnesium-Gitteruhr dar.

5.4.3 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Abschnitten ist die Instabilität der Magnesium-Gitteruhr gegen unabhängige (optische) Frequenzstandards der PTB bestimmt worden. Dazu wurde eine 73 km lange dedizierte Faserverbindung zwischen der LUH in Hannover und der PTB in Braunschweig verwendet, über die in ferner Zukunft auch der Anschluss an ein wachsendes, internationales Frequenznetzwerk möglich wird. Die ersten Messungen wurden im Bezug zur stationären Strontium-Gitteruhr der Arbeitsgruppe von C. LISDAT durchgeführt. Dabei stellte sich heraus, dass die Instabilität des Magnesium-Frequenzstandard bei etwa 2×10^{-15} limitiert ist. Als Ursache sind zeitlich variable AC-Stark-Verschiebungen durch den Uhrenlaser identifiziert worden, wie sie schon in Abschnitt 4.5.3 beobachtet wurden. Auch wenn die AC-Stark-Schwankungen rein technischer Natur sind, konnte dieses Problem nicht rechtzeitig bis zum Ende der geplanten Messkampagnen gelöst wer-

den. Stattdessen ist eine in situ Messung der AC-Stark-Verschiebung während des Uhrenbetriebs entwickelt worden, womit eine Nachkorrektur der aufgezeichneten Daten möglich ist. Da die Strontium-Gitteruhr während der zweiten Kampagne allerdings gewartet wurde, ist die Messung diesmal gegenüber der Ytterbium-Ionenuhr aus der Arbeitsgruppe von E. PEIK durchgeführt worden. Mit Korrektur der über in situ bestimmten AC-Stark-Schwankungen konnte so weiterhin eine mit $\tau^{-1/2}$ mittelnde Instabilität beobachtet werden. Nach 25 000 s Mittelungszeit wurde über dieser Technik eine Instabilität von $7,7_{-1,3}^{+5,0} \times 10^{-16}$ erreicht, welche den weltweit besten für Magnesium demonstrierten Wert darstellt.

AUSBLICK

Im Rahmen dieser Arbeit konnte die spektrale Auflösung der Magnesium-Gitteruhr um mehr als eine Größenordnung verbessert werden. Dabei offenbarte sich vor allem die Tunnelverbreiterung über das optische Gitter als limitierendster Faktor. Wie in Abschnitt 4.2 gezeigt, konnte durch Steigerung der Gittertiefe auf bis zu $42 E_R$ der Einfluss durch Tunneln im Grundzustandsband zu etwa 24 Hz verringert werden. In diesem Regime treten schwächere Verbreiterungsmechanismen über die Zustandsbesetzung im Gitter sowie durch die Kopplungsfelder in den Vordergrund. Wenn etwa höhere Gitterbänder nicht ausreichend entvölkert werden, kann es weiterhin zu einer Tunnelverbreiterung kommen, wie es in Abschnitt 4.3 beobachtet wurde. Ferner erfordert die vorliegende Linienbreite auch ausreichend hohe Anregungsfeldstärken, damit der Übergang getrieben werden kann. Dies wiederum induziert eine Sättigungsverbreiterung auf Größenordnungen der Rabi-Frequenz, wie es in Abschnitt 4.6 beobachtet wurde. Ferner kommt es durch den Uhrenlaser zu einer zusätzlichen AC-Stark-Verbreiterung, welche auf Mehrfachreflexion im optischen Gitter zurückzuführen ist. Die sich formende stehende Welle induziert Intensitätsgradienten, welche so eine theoretische AC-Stark-Verbreiterung von 8,5 Hz verursacht. Deshalb wurde die Uhrenlaserintensität sowie Magnetfeldstärke hinreichend reduziert, damit die Anregungsverbreiterung nur noch 23(3) Hz beträgt. Insgesamt ist eine minimale Linienbreite von 51(3) Hz beobachtet worden, womit der bisher beste Gütefaktor von $Q \simeq 1,3 \times 10^{13}$ an einem Magnesium-Frequenzstandard demonstriert werden konnte. Darauf basierend ist eine präzise Anbindung des Uhrenlasers an den atomaren Übergang ermöglicht worden. In einem Selbstvergleich ist eine minimale Instabilität von $5,1_{-1,1}^{+2,9} \times 10^{-16}$ demonstriert worden. Dies ermöglichte den ersten Frequenzvergleich auf dem $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ Übergang in bosonischem ^{24}Mg gegen unabhängige optische Frequenzstandards an der Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig mittels einer 73 km langen Glasfaserverbindung. Hier wurde allerdings nach einigen tausend Sekunden ein Instabilitätsplateau von

		^{171}Yb [102, 103]	^{87}Sr [102, 104]	^{199}Hg [105]	^{24}Mg [32]	
(a)	E_{R}/h	kHz	2	3,5	7,6	38
	U_0	$\frac{E_{\text{R}}}{\mu\text{K}}$	42,3	47	52,1	67,3
	I_0	kW/cm^2	8,2	15,7	38,2	245,3
(b)	$\Delta U_{\text{g}}/h$	Hz	1595,4	869,4	886,8	138
	U_0	$\frac{E_{\text{R}}}{\mu\text{K}}$	3,6	7,9	10,4	29,5
	I_0	kW/cm^2	0,7	2,6	7,6	107,5
			0,8	2,1	52,6	214,2

Tabelle 6.1: Berechnete Gittertiefen und Intensitäten für ausgewählte Elemente, die für eine Tunnelverbreiterung von 1 Hz nach (4.2) notwendig sind (a) sowie für ein durch Gravitation beschleunigtes, vertikales Gitter, dessen Energiedifferenz ΔU_{g} benachbarter Gitterplätzen der Tunnellinienbreite eines unbeschleunigten Gitters entspricht (b). Die zur Berechnung verwendeten Parameter wurden aus den zitierten Werken entnommen.

2×10^{-15} beobachtet. Als Ursache ist eine unzureichende Kontrolle der Uhrenlaserintensität am Ort der Atome identifiziert worden. Deshalb wurde eine dynamische Nachkorrektur angewendet, mit der eine minimale Instabilität von $7,7^{+5,0}_{-1,3} \times 10^{-16}$ erreicht werden konnte. Unglücklicherweise trat bei dieser Messung erneut die Tunnelverbreiterung stark in den Vordergrund, weshalb dieser Wert erst nach 25 000 s Mittelungszeit erreicht wurde.

6.1 Verbesserung des Gitteraufbaus

Um der immer noch starken Tunnelverbreiterung entgegen zu wirken, kann die Falltiefe des optischen Gitters weiter erhöht werden. Bei einer durchaus realisierbaren Gittertiefe von $67 E_{\text{R}}$ würde die Tunnelverbreiterung nur noch 1 Hz betragen. Während der Fertigstellung dieser Arbeit ist das Gitter-Lasersystem deshalb weiter verbessert worden. Die Pumplaserleistung wurde dazu von 12 W auf 18 W aufgerüstet und der Titan-Saphir-Laser durch den Hersteller an die neue Eingangsleistung angepasst. Damit erreicht das System gegenwärtig bis zu 570 mW bei der *magischen* Wellenlänge, von denen nach Transfer über die Glasfaser etwa 370 mW zur Einkopplung in den Resonator zur Verfügung stehen. Eine Optimierung der Frequenzverdopplung sowie des Fasertransfers steht allerdings noch aus, sodass zukünftig Einkoppelleistungen von 430 mW¹ und mehr zu erwarten sind.

Neben der verbesserten Eingangsleistung müssen auch Absorptionsverluste im Gitter-Resonator weiter minimiert werden, weshalb neue Vakuumfenster bestellt wurden. Damit wird ein Überhöhungsfaktor von mindestens 25 erwartet, wie es bereits in früheren Arbeiten [80] demonstriert wurde. Somit wären 460 mW bei der *magischen* Wellenlänge ausreichend, um eine Gittertiefe² von $67 E_{\text{R}}$ zu gewährleisten. Dabei ist anzumerken, dass die Gitterintensität bei dieser Falltiefe im

¹ Dieser Wert kann bei einer bereits demonstrierten Fasertransfereffizienz von 75 % mit der momentanen Ausgangsleistung erreicht werden.

² Als Strahltaile wurde ein typischer Wert von 78 μm angenommen.

Vergleich zu anderen Uhren-Elementen um mehr als eine Größenordnung höher ist (siehe Tab. 6.1 (a)). In diesem Regime können nichtlineare Effekte durch Hyperpolarisierbarkeit oder Multipolübergänge in den Vordergrund treten. Mit einem tieferen Gitter lassen sich diese Effekte allerdings auch präzise charakterisiert, sodass auf die operative *magische* Wellenlänge (siehe Abschnitt 2.2.3) geschlossen werden kann. Allerdings können die Nichtlinearitäten beim Betrieb auf der operativen *magischen* Wellenlänge nur für einen gewissen Intensitätsbereich minimiert werden. In diesem Regime kann jedoch noch eine signifikante Tunnelverbreiterung vorhanden sein. Deshalb ist es ratsam, die Tunnelrate nicht nur allein über die Gittertiefe zu minimieren.

6.1.1 Tunnelunterdrückung in einem beschleunigten Gitter

Die Tunnelverbreiterung ist eine direkte Konsequenz aus der periodischen Anordnung energetisch identischer Gitterplätze. Verhindert man allerdings die Entartung, kann eine hochgradige Tunnelunterdrückung erzielt werden. Dies erkannten auch P. LEMONDE und P. WOLF, die dazu ein linear beschleunigtes optisches Gitter vorschlugen [55]. Anstelle von delokalisierten Bloch-Wellen nehmen die Atome nun Wannier-Stark-Zustände ein. Diese sind stark lokalisiert, sobald die Energiedifferenz ΔU benachbarter Gitterplätze größer wird, als die Band-Breite eines unbeschleunigten aber identisch tiefen Gitters. Richtet man das Gitter etwa vertikal aus, erfahren die Atome ein modifiziertes Fallenpotential gemäß

$$U'(\hat{z}) = -U_0 \cos^2(2\tilde{k}\hat{z}) - mg\hat{z} \quad . \quad (6.1)$$

Hier bezeichnet m die atomare Masse von Magnesium, \tilde{k} den Gitterwellenvektor und g die lokale Gravitationsbeschleunigung. Letztere bewirkt eine Energieverschiebung zwischen den Gitterplätzen von $\Delta U_g = mg\frac{\lambda}{2}$ und ist in Tab. 6.1 (b) für eine Auswahl an Uhren-Elementen aufgetragen. Man erkennt, dass bereits bei geringen Gittertiefen und damit Intensitäten eine Tunnelunterdrückung möglich wird. Allerdings ist für den aktuellen Experimentaufbau des Magnesium-Frequenzstandards solch ein vertikales Gitter derzeit nicht realisierbar, da hierzu eine

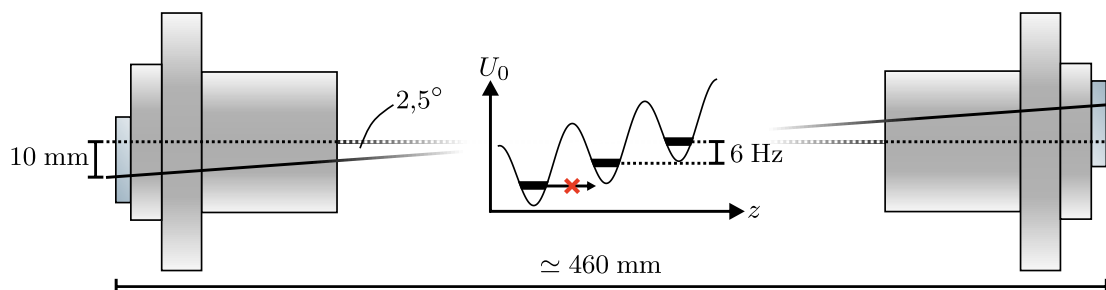


Abbildung 6.1: Mit exzentrisch angebrachten Vakuumpfenstern kann eine Verkipfung von mindestens $2,5^\circ$ erzielt werden, wodurch die energetische Entartung zwischen den Gitterplätzen um $\Delta U_g = 6$ Hz aufgehoben wird.

Neukonzipierung der Vakuumanlage notwendig ist. Mit exzentrisch montierten Vakuumfenstern ist es dennoch möglich, das Gitter unter einem Verkippungswinkel von mindestens $2,5^\circ$ auszurichten (siehe Abb. 6.1). Die damit einhergehende Energieverschiebung von $\Delta U_g \simeq 6 \text{ Hz}$ würde ab $U_0 = 51,6 E_R$ eine Tunnelreduktion erwarten lassen und liegt damit innerhalb realisierbarer Parameter.

Bloch-Band-Unterdrückung in einem periodisch beschleunigten Gitter

Alternativ zu einer linearen Beschleunigung kann Tunneln auch über eine periodisch applizierte Kraft unterdrückt werden. Die theoretische Grundlage wurde 1986 durch DUNLAP und KENKRE [106] zunächst für Elektronen beschrieben und konnte 1998 das erste mal von MADISON et al. [107] an thermischen Atomen in einem optischen Gitter demonstriert werden. Dazu modulierten MADISON et al. die relative Phase zweier gegenläufiger Laserstrahlen, welche das optische Gitter bilden. Im Vergleich zu einem statischen Fallenpotential erfahren die Atome nun eine zeitabhängige Energieverschiebung

$$U''(\hat{z}) = -\frac{U_0}{2} \cos \left[2\tilde{k}\hat{z} - \zeta \sin(\omega_m t) \right] \quad . \quad (6.2)$$

Hier beschreibt ω_m die Modulationsfrequenz, $\zeta = 2\tilde{k}\Delta z$ die Modulationstärke und \tilde{k} den Gitter-Wellenvektor. Im Bezugssystem des Gitters kann die kinetische Energie der Atome über den Hamilton-Operator

$$\mathcal{H}_{\text{kin}} = \frac{\hbar^2 \hat{k}^2}{2m} + U(\hat{z}) - \hat{z}F \sin(\omega_m t) \quad (6.3)$$

ausgedrückt werden [107]. Hier ist $U(\hat{z})$ das statische Gitterpotential (2.42), m die atomare Masse und $F = \zeta \frac{m\omega_m^2}{2\tilde{k}}$ die Kraftamplitude. Nach [106, 107] skaliert die Tunnelrate und damit auch die Tunnelverbreiterung gewichtet mit einer Bessel-Funktion erster Gattung \mathcal{J}_n und verschwindet vollständig für

$$\mathcal{J}_0 \left(\frac{Fa}{\hbar\omega_m} \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad . \quad (6.4)$$

Hier bezeichnet $a = \pi/\tilde{k}$ die Gitter-Periode. Bei einer Modulation von $\omega_m/2\pi = 5,5 \text{ kHz}$ mit Stärke $\zeta = 20$ verschwindet Tunneln im Falle von Magnesium bereits vollständig. Übertragen auf eine Auslenkung im Gitter entspräche dies einer Modulationsamplitude von $\Delta z = \pm 0,8 \mu\text{m}$.

Für den experimentellen Aufbau müsste das optische Gitter um einen weiteren Piezo-Aktuator erweitert werden (PZT2 in Abb. 6.2). Damit wäre eine gleichphasige Bewegung beider Endspiegel und damit eine Gittermodulation möglich. Bereits mit einer angelegten Wechselspannung von $\pm 10 \text{ V}$ bei $5,5 \text{ kHz}$ könnte man Tunneln so effektiv unterdrücken³. Für die Spektroskopie muss allerdings auch untersucht werden, inwiefern die Wechselwirkung zwischen dem Uhrenlaser und den

³ Als Aktuator ist hierzu der Röhrenpiezo HPSt 150/14-10-10/12 der Fa. Piezomechanik angenommen worden, der eine Ausdehnungskoeffizienten von etwa 80 nm/V hat.

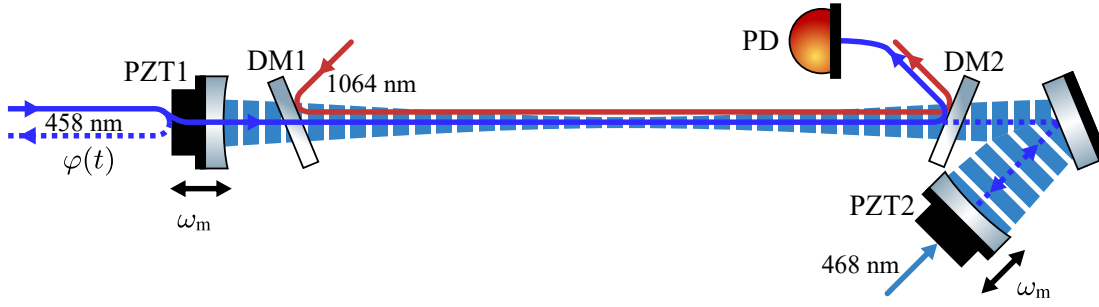


Abbildung 6.2: Schematischer Gitter-Resonator-Aufbau, der eine Längenmodulation zur Tunnelunterdrückung über zwei Piezo-Aktuatoren PZT erlaubt. Das zurückreflektierte Uhrenlaserlicht unterliegt dadurch einer Phasenmodulation $\varphi(t)$ und kann weiterhin zur Referenzierung auf den Gitterspiegel verwendet werden. Ebenfalls eingezeichnet ist der neue dichromatische Spiegel (DM2), welcher den Uhrenlaser aus dem Aufbau entfernt und damit die Ausbildung einer stehenden Welle (gestrichelt) verhindert. Die ausgekoppelte Leistung kann nun über einen Photodetektor (PD) detektiert und stabilisiert werden.

periodisch beschleunigten Atomen beeinflusst wird. Im hier betrachteten adiabatischen Regime $\omega_m \ll \omega_z$ mit Fallenfrequenz ω_z , sind die Atome in den jeweiligen Gitterplätze stark lokalisiert und bewegen sich somit periodisch im Bezug zum ruhenden Laborsystem. Relativ zum eingestrahlenen Abfragelaser existiert nun eine variable Phasenbeziehung

$$\varphi(t) = k\Delta z \sin(\omega_m t) \quad , \quad (6.5)$$

sodass die Atome einem Frequenzspektrum aus Seitenbändern im Abstand $\omega_m/2\pi$ ausgesetzt werden. Hier bezeichnet k den Wellenvektor des Uhrenlasers. Die relative Stärke des Trägers und der n -ten Seitenbänder ist direkt mit der Modulationsstärke des Gitters verknüpft und proportional zu

$$\left[\mathcal{J}_n \left(\zeta \frac{k}{2k} \right) \right]^2 \quad . \quad (6.6)$$

Entsprechend führt eine harte Modulation $\zeta \gg 1$ zu einer starken Aufteilung der Spektrallinien, bei welcher der Träger sogar verschwinden kann. Dies lässt sich verhindern, indem die Modulationsamplitude herabgesetzt und gleichzeitig ω_m um den selben Faktor vergrößert wird. Allerdings verlässt man damit zunehmend das adiabatische Regime und kann bei $\omega_m \simeq \omega_z$ sogar Übergänge zwischen den Bändern induzieren, wie es durch MADISON et al. auch zur Analyse der Bänder verwendet wurde. Alternativ bietet sich die aktive Phasen Anpassung des Uhrenlasers im Bezug zum beschleunigten Gitter an. Mit der Weglängenkompensation aus Abschnitt 4.5.1 ist dies bereits möglich, da die Phasenmodulation $\varphi(t)$ dem zurück reflektierten Licht aufgeprägt wird und somit in Relation zum Gitter kompensiert werden kann. Die dynamische Tunnelunterdrückung bietet daher eine interessante Alternative zu einem vertikal ausgerichteten Gitter und könnte selbst unter Schwerelosigkeit angewendet werden.

6.2 Optimierung der atomaren Anbindung

Neben der dominanten Verbreiterung durch Tunneln im Gitter begrenzt der Anregungsprozess bzw. die dabei involvierten Felder die Frequenzauflösung. War für die Anregung aufgrund der dominierenden inhomogenen Tunnel-Verbreiterung zunächst eine hohe Kopplungsstärke im sättigungsverbreitertem Regime erforderlich, sollte es zukünftig möglich sein, bei deutlich geringeren Feldstärken zu operieren. Dazu muss allerdings auch gewährleistet werden, dass der Anregungsprozess selbst homogen erfolgt. In Abschnitt 4.5.1 und 4.5.4 wurde beobachtet, dass der Uhrenlaser eine stehende Welle im Gitter-Resonator bildet, dessen Gradienten eine inhomogene Verbreiterung verursachen. Während der Fertigstellung dieser Dissertation sind deshalb neue dichroitische Optiken bestellt worden, die ein Auskoppeln aus dem Gitter-Aufbau erlauben. Die neue Optik soll dazu ein bereits vorhandenes Substrat ersetzen, welches bisher ausschließlich den Dipolfallenstrahl bei 1064 nm aus dem Resonator entfernt (DM2 in Abb. 6.2). Das Substrat befindet sich dabei innerhalb des Resonators, weshalb Streuverluste bei der Gitter-Wellenlänge 468 nm möglichst klein gehalten werden müssen. Da die Uhrenlaser-Wellenlänge bei 458 nm sehr nahe zu der des Gitters liegt, konnte der Hersteller⁴ dafür allerdings keine Garantie geben. Ferner kann es Abweichungen zwischen den einzelnen Substraten geben. Erste Tests ergaben allerdings vielversprechende Resultate, bei denen das Gitterlicht unter einem Winkel von $19,5^\circ$ mit mehr als 99,5 % maximal transmittiert wird, während der Uhrenlaser nur zu 0,4 % durchgelassen wird.

Neben der stehenden Welle haben auch radiale Intensitätsgradienten einen Einfluss auf die auflösbare Linienbreite. Mit einer zusätzlichen Strahlaufweitung ließe sich dieser Beitrag weiter reduzieren. Vergrößert man den derzeitigen Strahlradius um einen Faktor zwei auf $w_0 = 420 \mu\text{m}$, beträgt die relative Intensitätsänderung auf Skalen des radialen Gitterdurchmessers nur noch 3,9 %. Verbleibt dabei die eingestellte Intensität wie in dieser Arbeit bei $4,3 \text{ W/cm}^2$, kann eine maximale Verbreiterung auf 98 mHz abgeschätzt⁵ werden. Generell sollte dieser Beitrag bei den zukünftig möglichen geringen Intensitäten allerdings noch kleiner sein.

6.2.1 Reduktion der AC-Stark induzierten Instabilität

Bereits in Abschnitt 4.5.3 wurde beobachtet, dass sich die Uhrenlaser-Intensität am Ort der Atome im Laufe einer Messung zeitlich langsam ändert. Die damit verursachte AC-Stark-Verschiebung limitierte hierüber die minimale Instabilität auf 2×10^{-15} (Abschnitt 5.4.1) und konnte in Abschnitt 5.4.2 erst mit einer Nachkorrektur unterschritten werden. Über diese Methode wird allerdings nicht die Ursache der Schwankungen behoben, sondern nur deren Auswirkung größtenteils unterdrückt. Verringert man zukünftig die applizierte Intensität, können absolute Fluktuationen auch darüber gemindert werden. Bei verschwindender inhomoge-

⁴ Laseroptik Garbsen.

⁵ Hier wurde die Verbreiterung über die maximal zu erwartenden Frequenzverschiebung abgeschätzt.

nen Verbreiterung ist die minimal mögliche Intensität allerdings durch die Abfragemethode fundamental begrenzt. Um daher eine stabilere Uhrenlaser-Intensität zu gewährleisten, muss der Aufbau weiter verbessert werden. Bisher wurde die eingestrahlte Leistung über einen Fresnel-Reflex vor der Einkopplung in den Gitter-Aufbau detektiert und stabilisiert (siehe Abschnitt 4.5.3). Thermisch sowie mechanisch hervorgerufene Fehlpolarisation sowie dessen Schwankungen können unter anderem zu einer variierenden Leistungsdetektion führen. In Zukunft sollte stattdessen die durch das Gitter transmittierte Leistung stabilisiert werden. Mit der neuen dichroitischen Optik (DM2 in Abb. 6.2) wird dies nun ermöglicht. Auch potentielle Strahllageschwankungen können damit detektiert und, wenn erforderlich, aktiv stabilisiert werden. Vergrößert man außerdem, wie bereits vorgeschlagen, den Durchmesser des Uhrenlasers, kommen Winkelinstabilitäten ebenfalls weniger zum Tragen. Unter der Annahme einer vierfach⁶ geringeren Intensität mit relativen Schwankungen von nur noch 1% wird das AC-Stark induzierte Instabilitätslimit bei $2,8 \times 10^{-17}$ erwartet und wäre damit etwa zwei Größenordnungen kleiner als in dieser Arbeit beobachtet.

AC-Stark insensitive Spektroskopie mittels Hyper-Ramsey Methode

Neben rein technischen Aspekten zur Minimierung der AC-Stark-Instabilität kann die Empfindlichkeit auf Leistungsschwankungen auch über alternative Spektroskopiemethoden reduziert werden. Bei dem Verfahren nach N. RAMSEY [13] wird die sich zwischen zwei $\pi/2$ -Anregungspulsen entwickelte atomare Phase mit der des Uhrenlasers verglichen. Die Atome sind dabei idealerweise feldfrei, sodass Frequenzverschiebungen $\delta\nu_S$ nur während der kurzen Pulse zum Tragen kommen. Verstimmt man den Laser zusätzlich während der Wechselwirkung um $\delta \simeq \delta\nu_S$, zeigt das zentrale Interferenz-Extremum eine reduzierte lineare Abhängigkeit⁷

$$\delta\nu'_S \simeq \frac{4\tau}{\pi(T + 2\tau)}\Delta \text{ mit } \Delta = \delta\nu_S - \delta \quad (6.7)$$

auf $\delta\nu_S$ und kann über Maximierung der Separationszeit T sowie Minimierung der Pulsdauern τ weiter verringert werden. Allerdings lässt sich (6.7) nicht beliebig minimieren. Zum einen kann der Idealfall $\delta = \delta\nu_S$ nicht immer vollständig gewährleistet werden und zum anderen wird die maximale Länge von T über die Kohärenzzeit der Anbindung sowie τ über die maximal mögliche Rabi-Frequenz limitiert. Diese Einschränkung wird durch das Hyper-Ramsey Verfahren [87, 108, 109] gelockert, da $\delta\nu'_S$ nun nicht mehr linear, sondern kubisch von Δ abhängt (siehe Abb. 6.4). Erreicht wird dies über einen zusätzlichen π -Echo-Puls⁸, welcher das Vorzeichen der Sensitivitätsfunktion $g(t)$ zur Zeit der Wechselwirkung symmetrisch verteilt (siehe Abb. 6.3). Im Falle von

$$2\pi\Delta \ll \Omega_0 \quad (6.8)$$

⁶ Nach Verdoppelung des Strahldurchmessers auf 420 μm .

⁷ Für identische, rechteckige $\pi/2$ -Anregungspulse bei konstanter Rabi-Frequenz mit $T \gg \tau$.

⁸ Dazu wird die Uhrenlaserphase während des Pulses um $\pm\pi$ variiert.

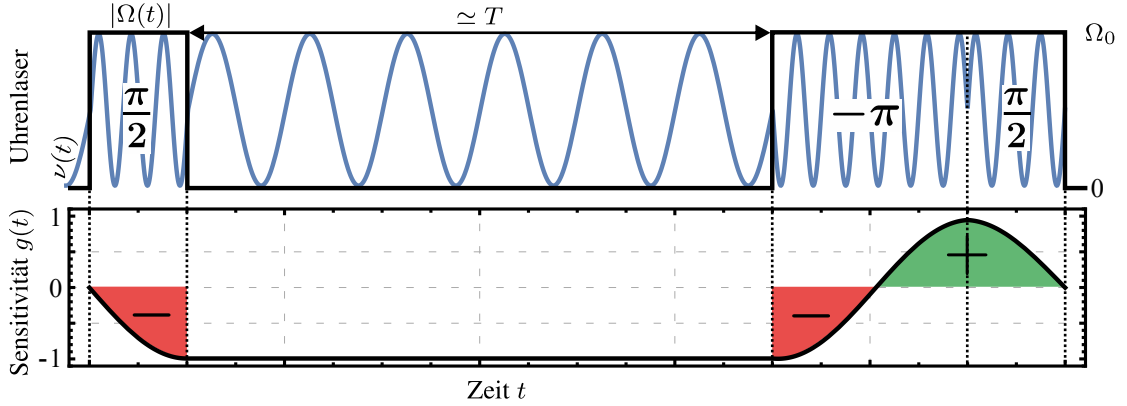


Abbildung 6.3: Zeitlicher Verlauf des Hyper-Ramsey-Verfahrens in vereinfachter Darstellung. Die Uhrenlaserfrequenz $\nu(t)$ wird während der Pulse um $\delta \simeq \delta\nu_S$ verstimmt, worüber Δ minimiert wird. Ferner erfährt $\nu(\tau)$ während der ersten zwei Drittel des letzten Pulses einen Phasensprung von $\pm\pi$, wodurch dieser Part wie ein π -Echo-Puls mit Rabi-Frequenz $-\Omega_0$ wirkt. Anhand der Sensitivitätsfunktion $g(t)$ erkennt man, dass sich etwaige (konstante) Frequenzverschiebungen während der Pulse so gegenseitig kompensieren.

wird das zentrale Interferenz-Extremum hochgradig immun gegenüber Schwankungen in $\delta\nu_S$, wie sie etwa von einer ungenügenden Kontrolle der Uhrenlaser-AC-Stark-Verschiebung herrühren können. In [110] ist auf diese Weise eine Unterdrückung der AC-Stark-Empfindlichkeit um vier Größenordnungen demonstriert worden. Der Frequenzversatz $\Delta\nu_S$ wurde dabei durch Alternieren zwischen Rabi- und Hyper-Ramsey-Spektroskopie bestimmt. Zeitliche Schwankungen von $\delta\nu_S$ können so kompensiert und $\Delta \simeq 0$ Hz gewährleistet werden.

Für bosonische Gitteruhren wie der in dieser Arbeit vorgestellte Magnesium-Frequenzstandard wird bei der Anregung ein externes Magnetfeld für die Kopplung benötigt. Technisch bedingt lässt sich dieses jedoch nicht hinreichend schnell ein oder ausschalten, sodass sich eine klassische (Hyper-)Ramsey-Sequenz mit rechteckigen Pulsen schwierig gestaltet. Die Pulsform an sich ist zum Erhalt eines Interferenzmusters jedoch unerheblich, sofern die über $\Omega(t)$ integrierte Pulsfläche der des idealen rechteckigen Pulses mit $\Omega_0\tau$ entspricht⁹. Lediglich die Einhüllende des Interferenzsignals wird durch die Pulsform beeinflusst. Nach TAICHENACHEV et al. [48] ist die Rabi-Frequenz bei der magnetfeldinduzierten Spektroskopie proportional zu

$$\Omega(t) = \alpha |\mathbf{B}(t)| \sqrt{I(t)} \quad (6.9)$$

und Frequenzverschiebung verursacht durch die Anregungsfelder zu

$$\delta\nu_S(t) = \beta |\mathbf{B}(t)|^2 + \kappa I(t) \quad (6.10)$$

⁹ Damit ist die Definition der *Pulslänge* τ sowie Separationszeit T nicht mehr eindeutig gegeben. In dieser Arbeit wird τ über die Halbwertslinienbreite (FWHM) der Pulse definiert. T bezieht sich wiederum auf die Differenz zwischen den Schwerpunkten der Pulse.

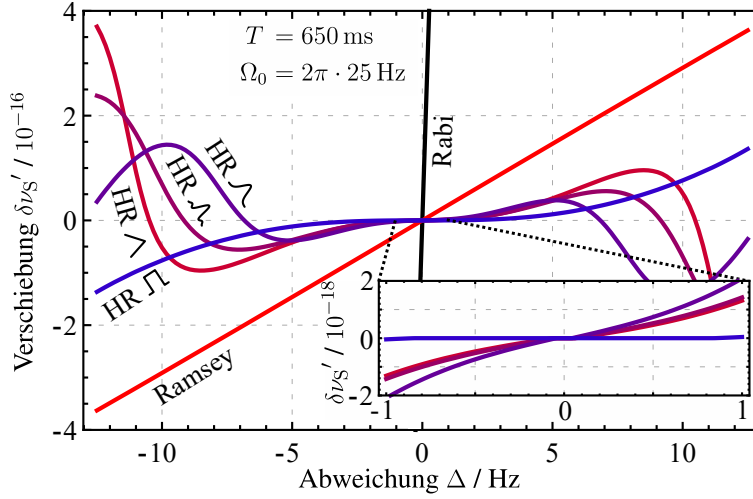


Abbildung 6.4: Dargestellt ist die numerisch berechnete Abhängigkeit auf Frequenzabweichungen Δ während der applizierten Pulse für eine Auswahl an Spektroskopiemethoden. Es lässt sich klar der lineare Zusammenhang bei der Rabi- und Ramsey-Methode erkennen, wobei letztere gemäß (6.7) schwächer beeinflusst wird. Beim Hyper-Ramsey-Verfahren (HR) verschwindet die Abhängigkeit um $\Delta = 0$ Hz und ist hochgradig nichtlinear. Der Bereich geringster Empfindlichkeit hängt hier von der jeweiligen Pulsform (Rechteck Π , Sägezahn \wedge , sinc \sphericalangle , Gauß \sim) ab und ist im Ausschnitt vergrößert dargestellt.

Hier sind $\mathbf{B}(t)$ und $I(t)$ jeweils das zeitabhängige Magnetfeld bzw. die Uhrenlaser-Intensität und α, β sowie κ elementspezifische Kopplungskonstanten¹⁰. Über die explizite Wahl von $\mathbf{B}(t)$ und $I(t)$ können so beliebige Pulsformen erzeugt werden. Aufgrund der Trägheit des magnetischen Feldes, sollte $\mathbf{B}(t)$ dabei langsam und möglichst stetig variiert werden, während mit $I(t)$ schnelle Intensitätsmodulationen möglich sind. Um die über (6.10) verursachten zeitabhängigen Frequenzverschiebungen für $\Delta \simeq 0$ dynamisch zu kompensieren, kann dazu etwa ein DDS verwendet werden.

In Abb. 6.4 ist die numerisch bestimmte Frequenzverschiebung $\delta\nu'_S$ in Abhängigkeit von Δ für verschiedene Spektroskopie-Methoden aufgetragen. Als experimentelle Parameter wurde $T = 650$ ms und $\Omega_0 = 2\pi \times 25$ Hz gewählt, was durchaus realisierbaren Werten am hier vorgestellten Magnesium Frequenzstandard entspricht. Klar zu erkennen ist die herabgesetzte lineare Empfindlichkeit auf Frequenzverschiebungen bei der Ramsey-Spektroskopie im Vergleich zur gegenwärtigen Rabi-Methode. Im Falle der Hyper-Ramsey-Spektroskopie wurde der π -Echo-Anteil als individueller Puls simuliert. Für eine rechteckige Anregung verbleibt um $\Delta = 0$ eine rein kubische Abhängigkeit mit verschwindender Steigung. Bei komplexeren Pulsformen (Gauß, sinc, Sägezahn) kommen Anteile höherer Ordnung hinzu, sodass sich der Empfindlichkeitsbereich verkleinert. Bestimmt man $\delta\nu_S$ nun wie bei [110] über eine alternierende Messung zwischen Hyper-Ramsey- und Rabi-Spektroskopie, ist eine Abweichung von beispielsweise $\Delta \simeq \pm 1$ Hz durchaus realisierbar.

¹⁰Für ^{24}Mg ist $\beta = -206,6(20)$ MHz/T² [32], $\alpha = 2\pi \times 69$ Hz/(T $\sqrt{\text{mW}/\text{cm}^2}$) und $\kappa = 0,59 \frac{\text{Hz}}{\text{W}/\text{cm}^2}$ (s. Abschnitt B.3 und Abschnitt B.2).

In diesem Regime tragen Frequenzverschiebungen während der Pulse laut Simulation mit $\pm 2 \times 10^{-18}$ bei (siehe vergrößerten Ausschnitt in Abb. 6.4). Zeitabhängige Feldinstabilitäten können somit dynamisch unterdrückt und die Instabilität des Magnesium-Frequenzstandards darüber verbessert werden.

6.3 Reduktion der durch den Dick-Effekt induzierten Instabilität

Während der Dick-Effekt in dieser Arbeit auf Grund der hohen Linienbreite keine große Rolle spielt, wird das Integrationsverhalten zukünftig darüber limitiert sein. Für Linienbreiten von nur noch einem Hertz wird der Instabilitätsbeitrag des Detektionsrauschens bei $1 \times 10^{-16} (\tau/s)^{-1/2}$ erwartet und liegt somit eine Größenordnung unter dem Dick-Limit. Als Lösung bietet sich zum einen die Reduktion des Uhrenlaser-Frequenzrauschens an oder aber die Maximierung der Wechselwirkungszeit zwischen Laser und Atomen. Mit dem gegenwärtigen Uhrenlaser ist eine weitere Reduktion der Frequenzrauschbeiträge allerdings nicht zu erwarten, da dieses System bereits fundamental durch thermisches Rauschen begrenzt ist [83]. Deshalb wird gegenwärtig im Rahmen der Doktorarbeit von S. SAUER in Kooperation mit der PTB ein neuer Resonator aufgebaut. Über dessen Länge von 48 cm sowie der Verwendung von kristallinen Spiegelschichten wird ein reduziertes thermisches Rauschen erwartet, was sich positiv auf das Dick-Limit auswirkt. Komplementär lässt sich die Wechselwirkungszeit zwischen Laser und Atomen maximieren, indem der Experimentzyklus optimiert wird. Momentan hat die gesamte Sequenz eine Länge von $T_C = 2,2$ s, in welcher es nur für $\tau = 650$ ms zu einer Wechselwirkung zwischen Laser und Atomen kommt. Die verbleibende Zeit wird primär durch Detektion und Präparation beansprucht, zu denen im Folgenden Verbesserungsvorschläge vorgestellt werden.

6.3.1 Optimierung der Zustandspräparation

Die Zykluszeit kann durch Optimierung des Präparationsprozesses weiter minimiert werden. Nach Abschnitt 3.2 werden die Atome zunächst für 600 ms in einer Dipolfalle bei 1064 nm akkumuliert und anschließend für etwa 300 ms aus dem 3P_1 Zustand in den 1S_0 Grundzustand gepumpt. Der Transfer und die Zustandsselektion im Gitter benötigt weitere 195 ms. Diese ersten beiden Schritte nehmen somit fast die Hälfte der gesamten Zykluszeit ein und stellen somit den vielversprechendsten Punkt für eine Optimierung dar. Das kontinuierliche Beladen der Dipolfalle wird hauptsächlich durch deren Laderate von etwa 10^5 /s [74] begrenzt. Erhöht man die Temperatur der atomaren Quelle, sollte eine Vergrößerung der Laderate zu erwarten sein. Damit konnte bereits in der Vergangenheit eine Steigerung des atomaren Flusses von über einer Größenordnung erzielt werden [111]. Die Ofentemperatur wurde dabei von 400 °C auf gegenwärtig 440 °C erhöht. Theoretisch sind bis

zu 490 °C [72] möglich. Allerdings leidet darunter die Qualität des Vakuums, da sich nun mehr Magnesium Atome im Hintergrundgas der Hauptkammer befinden. Über Stöße mit dem Hintergrundgas wird vor allem die Lebenszeit in der Dipolfalle bzw. im Gitter verringert, womit ebenfalls die maximal mögliche Spektroskopiedauer sinkt.

Dies kann durch eine längere differentielle Pumpstufe relativiert werden, welche die Druckdifferenz zwischen Quellen- und Hauptkammer besser aufrecht erhält. Alternativ könnte ein dedizierter Zeeman-Abbremsler oder sogar eine 2D+ MOT [112] in den Aufbau integriert werden. Damit wäre ebenfalls ein hoher atomarer Fluss kombiniert mit einem niedrigen Druck in der Hauptvakuumkammer realisierbar. Allerdings vergrößert sich damit besonders im Falle der 2D+ MOT die bereits schon sehr hohe Komplexität des Experiments. Nimmt man stattdessen ein kleines Detektionssignal in Kauf, kann alternativ mit weniger

Atomen im Gitter gearbeitet werden. Bereits 200 ms bis 300 ms Ladezeit sind genug, um eine ausreichende Signalstärke zu erhalten. Um für diese Ladezeiten die Anzahl der gefangenen Atome trotzdem zu erhöhen, kann der atomare Fluss über die eingestellte S-MOT-Leistung vergrößert werden (siehe Abb. 6.5). Im Regelfall ist eine nominelle Leistung zwischen 80 mW bis 100 mW eingestellt, die theoretisch auf bis zu 350 mW [76] gesteigert werden kann.

Anders als das kontinuierliche Beladen der Dipolfalle, kann der 300 ms lange Pumpprozess aus dem 3P_0 in den 1S_0 Grundzustand ohne großen Aufwand beschleunigt werden. Momentan wird dies über einen auf etwa 1 cm aufgeweiteten Strahl bei 383 nm durchgeführt, der unter 60° zur Dipolfalle steht. Der Prozess überführt die Atome kaskadiert via $^3P_0 \rightarrow ^3D_1 \rightsquigarrow ^3P_1 \rightsquigarrow ^1S_0$ in den Grundzustand und ist fundamental durch die 3P_1 Lebenszeit von 4,4(2) ms [113] in seiner Geschwindigkeit begrenzt. Aufgrund der inhomogenen AC-Stark-Verschiebung durch die Dipolfalle und der geringen räumlichen Überlappung zwischen beiden Strahlen werden allerdings hohe Intensitäten zum Treiben des $^3P_0 \rightarrow ^3D_1$ benötigt, welche gegenwärtig nicht erreicht werden. Richtet man den Pumpstrahl stattdessen entlang der Dipolfallenachse aus, kann gleichzeitig ein exzellenter räumlicher Überlapp mit einer hohen Intensität durch Verkleinerung des Strahldurchmesser kombiniert werden. Zur Überlagerung kann der dichroitische Spiegel DM2 (siehe Abb. 6.2) verwendet werden, welcher den Uhrenlaser zukünftig aus dem Gitteraufbau auskoppeln soll.

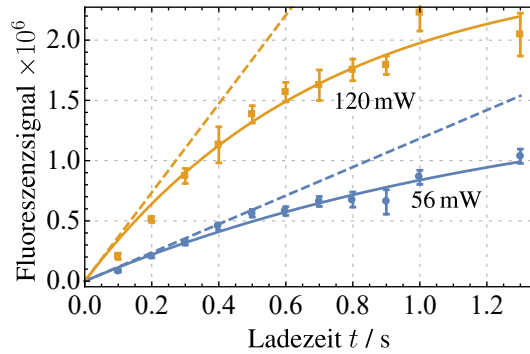


Abbildung 6.5: Aufgetragen ist das integrierte Fluoreszenzsignal der im Gitter gespeicherten Atome in Abhängigkeit von Dipolfallen-Ladezeit für zwei verschiedenen S-MOT-Leistungen. Während die maximale Teilchenzahl durch die Lebenszeit im Gitter schnell sättigt, ist die Laderate bei 120 mW etwa drei mal so hoch als bei 56 mW.

Unter dem für das Gitter idealen¹¹ Winkeln von etwa $19,5^\circ$, wird mehr als 50 % bei 383 nm reflektiert. Verkleinert man den Strahldurchmesser auf etwa 1 mm wäre die Intensität am Ort der Atome über 50 mal höher. Damit lässt sich eine Verkürzung der Umpumpzeit auf nur wenige zehn Millisekunden erwarten.

Alternativ zum kaskadierten Transfer in den Grundzustand kann auch eine π -Anregung über den Uhrenübergang mit anschließender Bereinigung der im Gitter verbliebenen 3P_0 Atome erfolgen. Der Vorteil dieser Technik besteht darin, dass nur diejenigen Atome in den Grundzustand transferiert werden, welche auch durch den Uhrenlaser adressierbar sind. Über die Anregung verursachte inhomogene Frequenzverbreiterungen werden somit ebenfalls minimiert.

Die Zustandspräparation im Gitter selbst bietet nur wenig Spielraum für Verbesserungen. Während die historisch bedingte Haltephase von 30 ms womöglich ohne Auswirkung auf das Spektroskopiesignal entfernt werden kann, vermögen die Umladephase und die Entvölkerungsrampe sehr wohl die auflösbare Linienbreite zu beeinflussen (siehe Abschnitt 4.3). Dennoch sollte eine Reduktion um 30 ms bis 50 ms möglich sein. Zusammenfassend ist es zu erwarten, dass die Präparation der Atome auf etwa 350 ms bis 400 ms reduziert werden kann.

6.3.2 Minimierung der Detektionszeit

Die Bestimmung der relativen Besetzungswahrscheinlichkeit wird in dieser Arbeit nach Abschnitt 5.2.3 über eine normierte Detektion durchgeführt. Dazu wird in drei Phasen die Fluoreszenz der beiden atomaren Zustände sowie des umgebenen Streulichtes für jeweils 80 ms detektiert. Die vergleichsweise hohe Dauer liegt an der geringen Anzahl in Richtung des Detektors gestreuten Photonen. Allein die Detektion benötigt somit bereits 240 ms zuzüglich weiterer Bereinigungs- und Transferprozesse von 150 ms. Durch Vergrößerung des Raumwinkels wäre eine effizientere Detektion und darüber eine Minimierung der Detektionsdauer denkbar. Historisch bedingt geschieht die Detektion über einen optischen Zugang mit einem Raumwinkel von 0,016. Tauscht man stattdessen den Detektionspfad mit demjenigen, entlang dem momentan das optische Gitter aufgebaut ist, könnte der Raumwinkel auf 0,077 vergrößert werden. Damit würden bereits etwa 60 ms ausreichen, um alle Zustände sowie das umgebenen Streulicht zu detektieren. Erhöht man zusätzlich die Laserleistung der zur Detektion verwendeten Triplet-MOT (T-MOT), könnte das Signal weiter verstärkt und somit die Detektionsdauer verringert werden. Dies würde auch die Bereinigungsphase beschleunigen, welche zwischen den drei Detektionsschritten die zuvor im Triplet-System gemessenen Atome momentan innerhalb von 40 ms entfernt. Insgesamt könnte die normierte Detektion so von 390 ms auf weniger als 210 ms reduziert werden.

¹¹ Damit ist der Winkel gemeint, unter dem Licht bei der *magischen* Wellenlänge die höchste Transmission erzielt.

	Rabi	Ramsey	Hyper-Ramsey
τ_P	650 ms	10 ms	10 ms
T	-	650 ms	650 ms
$\sigma_y^{(\text{Dick})}$	$5,5 \times 10^{-16} / \sqrt{\tau}$	$4,7 \times 10^{-16} / \sqrt{\tau}$	$5,4 \times 10^{-16} / \sqrt{\tau}$

Tabelle 6.2: Aufgetragen ist das Dick-Limit für den optimierten Experimentzyklus bei verschiedenen Spektroskopiemethoden. Die Zykluszeit wurde als 1,21 s angenommen.

6.3.3 Dick-Limit des optimierten Experimentzyklus

Die vorgeschlagenen Optimierungen sollten die Zykluszeit von 2,2s auf mindestens 1,21s reduzieren können. Berechnet man gemäß Abschnitt 5.2.1 das Dick-Limit unter Verwendung des gegenwärtigen Uhrenlaser-Frequenzrausches [36], ist eine Verbesserung um etwa einen Faktor zwei zu erwarten (siehe Tab. 6.2). Damit kann bis zu vier mal so schnell gemittelt werden als bei $T_C = 2,2$ s. Eine weitere Verbesserung lässt sich mit einem rauschärmeren Uhrenlasersystem erwarten, wie es gegenwärtig im Rahmen der Doktorarbeit von S. SAUER konzipiert und aufgebaut wird.

ANHANG: GRUNDLAGEN

A.1 Fehlerbalken der Allan-Standardabweichung

In diesem Abschnitt soll kurz die in dieser Arbeit verwendete Methode zur Bestimmung der Fehlerbalken für die Allan-Standardabweichung nach [114] vorgestellt werden. Die Allan-Varianz ist in ihrer ursprünglichen Definition

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{n+1} - \bar{y}_n)^2 \rangle \quad (\text{A.1})$$

nur für unendlich viele Datenpunkte ein genaues Maß für die Instabilität. Realistisch betrachtet kann allerdings nur ein endlicher Datensatz mit N Teilintervallen \bar{y}_n analysiert werden, sodass die Allan-Varianz im Allgemeinen abgeschätzt wird über

$$\hat{\sigma}^2(\tau) = \frac{1}{2N} \sum_{i=0}^{N-1} (\bar{y}_{n+1} - \bar{y}_n)^2 \quad . \quad (\text{A.2})$$

Für eine steigende Integrationszeit τ und somit fallendem N wächst der Fehler. Der aus einem endlichen Datensatz bestimmte Wert $\xi_0 = \hat{\sigma}(\tau)$ weicht damit vom wahren Wert $\vartheta = \sigma(\tau)$ innerhalb definierter Intervallgrenzen ab, die im Folgenden bestimmt werden sollen.

Die Differenz aufeinanderfolgender, gemittelter Intervalle ist normalverteilt, sodass deren quadratische Abweichung $(\bar{y}_{n+1} - \bar{y}_n)^2$ statistisch betrachtet einer χ_1^2 -Verteilung mit nur einem Freiheitsgrad entspricht. Daraus folgt, dass sich die Allan-Standardabweichung $\sqrt{\hat{\sigma}^2(\tau)}$ wie eine χ_N -Verteilung mit N Freiheitsgraden verhält. Über die kumulative Wahrscheinlichkeitsdichte für χ_N -Verteilungen

$$\text{CDF}_N(\vartheta, \xi_0) = \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \frac{\vartheta^2}{\xi_0^2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)} \quad (\text{A.3})$$

kann nun auf ein Konfidenzintervall um ξ_0 geschlossen werden, in dem der wahre Wert ϑ liegt. Hier ist $\Gamma(z)$ (bzw. $\Gamma(z,a)$) die (unvollständige) Eulersche Gamma-Funktion.

In dieser Arbeit werden alle Unsicherheiten innerhalb einer gaußschen σ -Breite

$$p_\sigma = \text{Erf} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad (\text{A.4})$$

angegeben¹. Die maximale und minimale Abweichung für diese Wahrscheinlichkeitsbreite bestimmt sich nun über (numerisches) Lösen von

$$\text{CDF}_N(\vartheta_{\max}, \xi_0) = 1 - \frac{p_\sigma}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{CDF}_N(\vartheta_{\min}, \xi_0) = \frac{p_\sigma}{2} \quad (\text{A.6})$$

nach ϑ und kann als oberer sowie unterer Fehler in der Allan-Standardabweichung mit angegeben werden. Dabei ist anzumerken, dass der obere Fehler stets Größer als der untere ist, was an einer systematischen Verschiebung hin zu kleineren Werten bei der abgeschätzten Allan-Varianz liegt.

¹ Andere Konventionen beziehen sich häufig auf eine Breite von $2\sigma \simeq 0,95$.

ANHANG: AUFLÖSUNG

B.1 Herleitung der Tunnellinienbreite

Im Folgenden sei der Betrag der Gittertiefe U_0 größer als die Energie des niedrigsten Bandes. Dann kann die Dispersionsrelation der untersten Bänder des Grund- sowie angeregtem Zustandes trigonometrisch genähert [115] werden über

$$E_0^{(g,e)}(q) \simeq -\frac{\Delta E_0^{(g,e)}}{2} \cos(aq) + \epsilon^{(g,e)} \text{ mit } a = \frac{\pi}{\tilde{k}} \quad , \quad (\text{B.1})$$

wobei $\Delta E_0^{(g,e)}$ die Breite des jeweiligen Bandes ist und $\epsilon^{(g,e)}$ ein beliebiger konstanter Energieversatz. Für ein *magisches* Gitters gilt $E_0^{(g)}(q) = E_0^{(e)}(q) \equiv E_0(q)$, welches hier nun unter Betracht sei.

Bei Anregung durch den Uhrenlasers erfahren die Atome einen Impulsübertrag $\hbar k$ und somit eine Translation im q -Raum. Die damit verbundene Energiedifferenz zwischen Grund- und angeregtem Zustand

$$\Delta E_0(q) = E_0(q) - E_0(q + k) \quad (\text{B.2})$$

ist periodisch in q , variiert zwischen $\pm \Delta E_0/2$ und hängt vom initialen Quasiimpuls q_0 des jeweiligen Atoms ab. Um eine Aussage über die mittlere Energieverschiebung zu erhalten, kann man sich statistischer Hilfsmittel bedienen

$$\mu(\Delta E_0) = \int_{-\tilde{k}}^{\tilde{k}} dq \rho(q) \Delta E_0(q) \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Var}(\Delta E_0) = \int_{-\tilde{k}}^{\tilde{k}} dq \rho(q) [\mu(\Delta E_0) - \Delta E_0(q)]^2 \quad . \quad (\text{B.4})$$

Hier bezeichnet $\mu(\Delta E_0)$ den Mittelwert von $\Delta E_0(q)$ und $\text{Var}(\Delta E_0)$ dessen Varianz. Nimmt man eine homogene q -Dichte $\rho(q) = 1/(2k)$ innerhalb der Brillouin-Zone an, vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$\mu(\Delta E_0) = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\Delta E_0) &= \frac{1}{2\tilde{k}} \int_{-\tilde{k}}^{\tilde{k}} dq [\Delta E_0(q)]^2 \\ &= \frac{(\Delta E_0)^2}{8\tilde{k}} \int_{-\tilde{k}}^{\tilde{k}} dq [\cos(aq) - \cos(a[q+k])]^2 \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Demnach kommt es bei Gleichbesetzung im Mittel zu keiner Energieverschiebung, jedoch aber zu einer Verbreiterung. Betrachtet man jetzt weiterhin die Varianz der Energie, so kann über Verschieben der Integralgrenzen um $k/2$ der Integrand symmetrisiert mit den Eigenschaften trigonometrischer Funktionen vereinfacht werden

$$\begin{aligned} \text{Var}(\Delta E_0) &= \frac{(\Delta E_0)^2}{8\tilde{k}} \int_{\frac{k}{2}-\tilde{k}}^{\frac{k}{2}+\tilde{k}} dq \left[\cos\left(a\left[q - \frac{k}{2}\right]\right) - \cos\left(a\left[q + \frac{k}{2}\right]\right) \right]^2 \\ &= \frac{(\Delta E_0)^2}{2\tilde{k}} \sin^2\left(a\frac{k}{2}\right) \int_{\frac{k}{2}-\tilde{k}}^{\frac{k}{2}+\tilde{k}} dq \sin^2(aq) \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Da der verbleibende Integrand über die Brillouin-Zone periodisch ist, wird das Integral invariant unter Verschiebung der Grenzen. (B.7) kann also auch geschrieben werden als

$$\text{Var}(\Delta E_0) = \frac{(\Delta E_0)^2}{2\tilde{k}} \sin^2\left(a\frac{k}{2}\right) \underbrace{\int_{-\tilde{k}}^{\tilde{k}} dq \sin^2(aq)}_{\tilde{k}} \quad (\text{B.8})$$

$$\Rightarrow \sigma(\Delta E_0) = \sqrt{\text{Var}(\Delta E_0)} = \frac{|\Delta E_0|}{\sqrt{2}} \left| \sin\left(\frac{\pi k}{2\tilde{k}}\right) \right| \quad , \quad (\text{B.9})$$

wobei σ nun die gaußsche-Standardabweichung der Energie darstellt. Über die Relation der Tunnel-Energie mit der energetischen Band-Breite [64] $\Delta E_0 = 4J_0$ sowie der Approximation nach BLOCH et al.

$$J_0 \simeq \frac{4E_R}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{U_0}{E_R}\right)^{3/4} e^{-2\sqrt{\frac{U_0}{E_R}}} \quad (\text{B.10})$$

lässt sich aus (B.9) und (B.10) eine durch Tunneln induzierte Halbwertslinienbreite (FWHM) erhalten

$$\begin{aligned} \Delta\nu_T &= 2\sqrt{2\ln(2)} \frac{\sigma(\Delta E_0)}{h} \simeq \frac{8\sqrt{\ln(2)}J_0}{h} \left| \sin\left(\frac{\pi k}{2\tilde{k}}\right) \right| \\ &\simeq \frac{32\sqrt{\ln(2)}E_R}{h\sqrt{\pi}} \left| \sin\left(\frac{\pi k}{2\tilde{k}}\right) \right| \left(\frac{U_0}{E_R}\right)^{3/4} e^{-2\sqrt{\frac{U_0}{E_R}}} \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

B.2 Herleitung der differentiellen AC-Stark-Sensitivität κ

In dieser Arbeit wird an mehreren Stellen die durch den Uhrenlaser induzierte differentielle AC-Stark Sensitivität κ des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ Uhrenübergangs verwendet. Die Energieverschiebung eines Zustandes $|k\rangle$ durch den AC-Stark Effekt kann in erster Ordnung über

$$U_k = -\alpha_{|k\rangle}^{(E1)} \frac{I}{2c_0\epsilon_0} \quad (\text{B.12})$$

ausgedrückt werden. Hier beschreibt I die Lichtfeldintensität, c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit, ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante und

$$\alpha_{|k\rangle}^{(E1)} = 3\pi c_0^3 \epsilon_0 \sum_{i \neq k} \frac{1}{\omega_{ki}^3} \left[\frac{A_{ki}}{\omega_{ki} + \omega_0} + \frac{A_{ki}}{\omega_{ki} - \omega_0} \right] \langle j_k, m_k; 1, \sigma | j_i, m_i \rangle^2 \quad (\text{B.13})$$

die dynamische Dipolpolarisierbarkeit [116]. Diese wiederum stellt eine Summe über alle an den Zustand $|k\rangle$ koppelnden Übergänge $|k\rangle \leftrightarrow |i\rangle$ mit (Kreis-)Frequenz ω_{ki} und Einstein-Koeffizient¹ A_{ki} der spontanen Emission dar. Das AC-Stark induzierende Lichtfeld habe hier die (Kreis-)Frequenz ω_0 . Der Clebsch-Gordan-Koeffizient auf der rechten Hälfte berücksichtigt gemäß der Auswahlregeln die Kopplungsstärke in Abhängigkeit von der Lichtfeldpolarisation $\sigma = 0, \pm 1$ (linear, zirkular), Drehimpulse j und magnetischen Unterzustände m . Für ein linear polarisiertes Lichtfeld mit einer Frequenz von etwa $\omega_0 = 2\pi \times 655,058$ THz bestimmt sich die dynamische Dipolpolarisierbarkeit beider Uhrenzustände zu $\alpha_{|^1S_0\rangle}^{(E1)} = 1,96 \times 10^{-39} \frac{\text{Cm}^2}{\text{V}}$ und $\alpha_{|^3P_0\rangle}^{(E1)} = 2,17 \times 10^{-39} \frac{\text{Cm}^2}{\text{V}}$. Darüber lässt sich die differentielle AC-Stark Sensitivität berechnen zu

$$\kappa = \frac{U_{|^3P_0\rangle} - U_{|^1S_0\rangle}}{hI} = 0,59 \frac{\text{Hz}}{\text{W/cm}^2} \quad (\text{B.14})$$

B.3 Herleitung der magnetfeldinduzierten Kopplungsstärke α

Gemäß der magnetfeldinduzierten Spektroskopie nach TAICHENACHEV et al. beträgt die Rabi-Frequenz bei der Anregung

$$\Omega = \frac{|\hat{d}| |\hat{\mu}| (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})}{\hbar^2 \Delta} = \alpha \sqrt{I} |\mathbf{B}| \cos(\vartheta) \quad (\text{B.15})$$

¹ Der Einstein-Koeffizient ist hier als positiv (negativ) zu wählen, wenn der Zustand i energetisch überhalb (unterhalb) des Niveaus k liegt.

Hier beschreibt \mathbf{B} das angelegte homogene Magnetfeld, \mathbf{E} das elektrische Feld des Uhrenlasers mit Intensität $I = \mathbf{E}^2 c_0 \epsilon_0 / 2$, $|\hat{d}|$ ($|\hat{\mu}|$) das reduzierte elektrische (magnetische) Dipolmatrixelement, Δ den Frequenzabstand zwischen 3P_0 und 3P_1 , \hbar das reduzierte planksche Wirkungsquantum sowie ϑ der Winkel zwischen der Magnetfeldrichtung und der Uhrenlaserpolarisation. Der zusammengefasste Faktor

$$\alpha = \frac{|\hat{d}| |\hat{\mu}|}{\hbar^2 \Delta} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_0 c_0}} \quad (\text{B.16})$$

gibt dabei die Kopplungsstärke an. In der Veröffentlichung von TAICHENACHEV et al. [48] wird dieser für Magnesium mit $\alpha = 2\pi \times 98 \text{ Hz}/(\text{T} \sqrt{\text{mW}/\text{cm}^2})$ angegeben. Bei der Berechnung wurde für den Interkombinationsübergang ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ allerdings eine falsche Linienbreite von $\gamma = 70 \text{ Hz}$ angenommen, weshalb α in dieser Arbeit neu bestimmt wurde. Mit der Darstellung des reduzierten elektrischen Dipolmatrixelementes [117]

$$|\hat{d}| = \sqrt{(2\pi\gamma) \frac{3}{4} \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar c_0^3}{(2\pi\nu_0)^3}} \quad (\text{B.17})$$

sowie des entsprechenden magnetischen Dipolmatrixelementes [48]

$$|\hat{\mu}| = \sqrt{\frac{2}{3}} \mu_B \quad (\text{B.18})$$

folgt für Magnesium-24 ein Wert von

$$\alpha = 2\pi \times 69 \text{ Hz}/(\text{T} \sqrt{\text{mW}/\text{cm}^2}) \quad . \quad (\text{B.19})$$

Die verwendeten Symbole sind hier die Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 , die elektrische Feldkonstante ϵ_0 und das bohrsche Magneton μ_B . Als elementspezifische Daten wurde die Uhrenübergangsfrequenz von etwa $\nu_0 = 655,058 \text{ THz}$ [32] sowie die energetische Separation $\Delta = 0,6 \text{ THz}$ [118] zwischen 3P_0 und 3P_1 sowie die korrekte Linienbreite des ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$ Übergangs von $\gamma = 36 \text{ Hz}$ [113] verwendet.

ANHANG: STABILITÄTSANALYSE

C.1 Herleitung der Sensitivitätsfunktion

Dieser Abschnitt soll die generalisierte Methode nach LEMONDE et al. [93] zur Herleitung der Sensitivitätsfunktion kurz beschreiben und die Lösung für den Fall eines Rabi-Pulses explizit angeben. Unter Betrachtung sei ein atomares Zwei-Niveau-System mit Übergangsfrequenz ω_0 , welches mit einem Laser der Frequenz ω unter der Kopplungsstärke Ω_0 wechselwirken kann. Zerfälle bzw. Dekohärenz seien dabei vernachlässigbar klein. In der Drehwellennäherung (RWA) kann die Zeitentwicklung des wechselwirkenden Systems anhand der optischen Bloch-Gleichungen [67] beschrieben werden

$$\frac{d}{dt}\mathbf{a} = \mathbf{M}\mathbf{a} \text{ mit } \mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & \delta & 0 \\ -\delta & 0 & \Omega_0 \\ 0 & -\Omega_0 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } \delta = \omega_0 - \omega \quad , \quad (\text{C.1})$$

wobei der Bloch-Vektor $\mathbf{a} = (u, v, w)^T$ wie gehabt über die Komponenten der Dichtematrix ρ des Systems definiert ist

$$\rho_{2,1} = \rho_{1,2}^\dagger = \frac{1}{2}(u + iv)e^{-i\omega t} \text{ und } \rho_{2,2} - \rho_{1,1} = w \quad . \quad (\text{C.2})$$

Unter Einführung einer infinitesimal kleinen Störung ϵ bezüglich der Laserfrequenz bzw. Phase transformiert die Bewegungsgleichung (C.1) zu

$$\frac{d}{dt}\mathbf{a} = (\mathbf{M} + \epsilon\mathbf{M}_\epsilon)\mathbf{a} \text{ mit } \mathbf{M}_\epsilon = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad . \quad (\text{C.3})$$

LEMONDE et al. haben nun gezeigt, dass die Sensitivitätsfunktion für $t \in [t_0, t_1]$ unter dieser Darstellung gewonnen werden kann gemäß

$$g(t) = -\mathbf{a}^\dagger(t_0)\mathbf{U}(t_1, t)\mathbf{M}_\epsilon\mathbf{U}(t, t_0)\mathbf{a}(t_0) \quad . \quad (\text{C.4})$$

Der Zeitentwicklungsoperator \mathbf{U} des ungestörten Systems (C.1) kann im Falle konstanter Rabi-Frequenz und Verstimmung analytisch angegeben werden

$$\mathbf{U}(\tau) = e^{M\tau} = \frac{1}{\Omega^2} \begin{pmatrix} \Omega_0^2 + \delta^2 \cos(\Omega\tau) & \delta\Omega \sin(\Omega\tau) & 2\delta\Omega_0 \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}\tau\right) \\ -\delta\Omega \sin(\Omega\tau) & \Omega^2 \cos(\Omega\tau) & \Omega\Omega_0 \sin(\Omega\tau) \\ 2\delta\Omega_0 \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}\tau\right) & -\Omega\Omega_0 \sin(\Omega\tau) & \delta^2 + \Omega_0^2 \cos(\Omega\tau) \end{pmatrix}. \quad (\text{C.5})$$

Dabei ist $\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$ die effektive Rabi-Frequenz und $\mathbf{U}(t_1, t_0) = \mathbf{U}(\tau)$ über $\tau = t_1 - t_0$ definiert. Unter der Annahme, dass sich das System zu Beginn der Wechselwirkung im Grundzustand befindet ($\mathbf{a}(t_0 = 0) = (0, 0, -1)$), folgt für die Sensitivitätsfunktion eines Rabi-Pulses der Länge τ nach (C.4) der Ausdruck

$$g(t) = 4\delta \frac{\Omega_0^2}{\Omega^3} \sin\left(\frac{\Omega}{2}\tau\right) \sin\left(\frac{\Omega}{2}(\tau - t)\right) \sin\left(\frac{\Omega}{2}t\right). \quad (\text{C.6})$$

Mit Hilfe des Zeitentwicklungsoperators nach (C.5) lässt sich der Formalismus auch auf beliebige Anregungsmethoden übertragen, indem $g(t)$ stückweise auf n Intervallen $(t_i, t_{i-1}]$ über \mathbf{U}_i mit konstanter Rabi-Frequenz Ω_0 und Verstimmung δ entwickelt wird

$$g(t) = -\mathbf{a}^\dagger(t_0) \mathbf{U}_n(t_n, t_{n-1}) \cdot \dots \cdot \mathbf{U}_i(t_i, t) \mathbf{M}_\epsilon \mathbf{U}_i(t, t_{i-1}) \cdot \dots \cdot \mathbf{U}_0(t_1, t_0) \mathbf{a}(t_0). \quad (\text{C.7})$$

C.2 Unsicherheit der normierten Detektion

Nach Abschnitt 5.2.3 besitzt das normierte Anregungssignal

$$n = \frac{N_e}{N_e + N_g} \quad (\text{C.8})$$

gemäß allgemeiner gaußscher Fehlerfortpflanzung eine Gesamtunsicherheit von

$$\sigma_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial N_g} \sigma_g\right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial N_e} \sigma_e\right)^2 + 2 \frac{\partial n}{\partial N_g} \frac{\partial n}{\partial N_e} \text{Cov}(N_g, N_e)}. \quad (\text{C.9})$$

Dabei beschreibt

$$\sigma_{g,e} = P_{g,e} N \sqrt{\sigma_a^2 + \tilde{\sigma}_a^2} \quad (\text{C.10})$$

die absoluten Unsicherheiten der jeweiligen detektierten Teilchenzahl

$$N_{g,e} = P_{g,e} N (1 + \mathcal{N}_0 + \mathcal{N}_{g,e}) \quad (\text{C.11})$$

und \mathcal{N}_0 sowie $\mathcal{N}_{g,e}$ die zeitabhängigen korrelierten bzw. unkorrelierten Fluktuationen¹ mit jeweiliger relativer Standardabweichung σ_a bzw. $\tilde{\sigma}_a$. Man kann zeigen, dass die Kovarianz in (C.9) umgeformt werden kann über

$$\begin{aligned} \text{Cov}(N_g, N_e) &\stackrel{!}{=} \langle (N_g - \langle N_g \rangle)(N_e - \langle N_e \rangle) \rangle \\ &= P_g P_e N^2 \langle \mathcal{N}_0^2 + \mathcal{N}_0 \mathcal{N}_g + \mathcal{N}_0 \mathcal{N}_e + \mathcal{N}_g \mathcal{N}_e \rangle \\ &= P_g P_e N^2 \sigma_a^2 \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Dabei wurde die Tatsache ausgenutzt, dass zueinander unkorrelierte Schwankungen im Mittel verschwinden und ausschließlich $\langle \mathcal{N}_0^2 \rangle = \sigma_a^2$ verbleibt. Damit kann (C.9) umgeformt werden in

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= \left(\frac{\partial n}{\partial N_g} \sigma_g \right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial N_e} \sigma_e \right)^2 + 2 \frac{\partial n}{\partial N_g} \frac{\partial n}{\partial N_e} P_g P_e N^2 \sigma_a^2 \\ &= \left(\frac{\partial n}{\partial N_g} P_g N \sqrt{\sigma_a^2 + \tilde{\sigma}_a^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial N_e} P_e N \sqrt{\sigma_a^2 + \tilde{\sigma}_a^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial n}{\partial N_g} \frac{\partial n}{\partial N_e} P_g P_e N^2 \sigma_a^2 \\ &= N^2 \left[\left(\frac{\partial n}{\partial N_g} P_g \tilde{\sigma}_a \right)^2 + \left(\frac{\partial n}{\partial N_e} P_e \tilde{\sigma}_a \right)^2 + \sigma_a^2 \left(\frac{\partial n}{\partial N_g} P_g + \frac{\partial n}{\partial N_e} P_e \right)^2 \right] \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

Mit den partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial n}{\partial N_g} = -\frac{N_e}{(N_g + N_e)^2} = -\frac{N P_e}{(N P_g + N P_e)^2} = -\frac{P_e}{N} \quad (\text{C.14})$$

$$\frac{\partial n}{\partial N_e} = \dots = \frac{P_g}{N} \quad (\text{C.15})$$

kann (C.13) weiter vereinfacht werden zu

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= N^2 \left[\left(-\frac{P_e}{N} P_g \tilde{\sigma}_a \right)^2 + \left(\frac{P_g}{N} P_e \tilde{\sigma}_a \right)^2 + \sigma_a^2 \left(-\frac{P_e}{N} P_g + \frac{P_g}{N} P_e \right)^2 \right] \\ &= 2 P_g^2 P_e^2 \tilde{\sigma}_a^2 \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

C.3 Bestimmung der unkorrelierten Atomzahlfluktuationen

Zur Bestimmung der unkorrelierten Atomzahlfluktuationen $\tilde{\sigma}_a$, wie sie in (C.11) eingehen, ist eine Zeitreihe der jeweiligen Zustandspopulation bei gleichbleibender Anregungswahrscheinlichkeit $P_{g,e}$ aufgenommen worden. Der Uhrenlaser wurde dazu zwischen den einzelnen Abfragen wiederholt auf die atomare Resonanz

¹ Diese werden als normalverteilt angenommen.

stabilisiert um etwaige Fehler durch Frequenzdrift zu kompensieren. Wählt man nun ein neues Wertepaar

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{N_g}{NP_g} \\ n_e &= \frac{N_e}{NP_e} \quad , \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

kann die unkorrelierte Unsicherheit aus der Standardabweichung des Differenzsignals gewonnen werden

$$\tilde{\sigma}_a = \sqrt{\frac{\text{Var}(n_g - n_e)}{2}} \quad . \quad (\text{C.18})$$

Es ist dabei anzumerken, dass für die Messung als optimaler Anregungspunkt eine gleiche Anregungswahrscheinlichkeit $P_{g,e} = 0,5$ für den Grund- sowie angeregten Zustand gewählt werden sollte. In Abb. C.1 ist die Messung zur Atomzahlfluktuation aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die jeweiligen Signale $n_{g,e}$ neben einer stetigen Abnahme in ihrer Stärke auch zwei Ausreißer von über 50% aufweisen. Diese konnten auf Probleme mit der Gitterstabilisierung zurückgeführt werden. Im Differenzsignal wiederum sind nur die unkorrelierten Schwankungen enthalten, die sich hier zu 6,5% bestimmen.

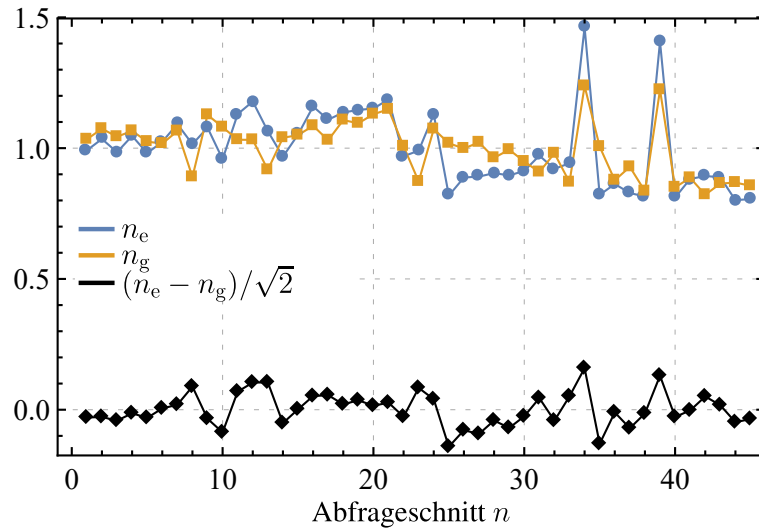


Abbildung C.1: Aufgetragen ist das nach (C.17) definierte Wertepaar $n_{g,e}$ sowie deren Differenzsignal für nacheinander durchgeführte Abfrageschritte. Während die individuelle Zustandsbesetzung (Blau, Orange) von Abfrage zu Abfrage bis zu 50% schwanken kann, verbleibt das unkorrelierte Rauschen (schwarz) davon weitestgehend unberührt.

C.4 Unsicherheitsbeitrag durch die Nachkorrektur

Schwankungen von auf die Atome wirkenden Feldern führen im Allgemeinen zu einer Frequenzverschiebung. In dem hier betrachteten Fall sei die Frequenzverschiebung

$$\delta\nu_s = a\kappa \quad (\text{C.19})$$

über einen Skalierungsfaktor κ linear von der Feldstärke a abhängig. Amplitudenschwankungen führen somit zu einer zeitlichen Frequenzabweichung

$$\delta\nu_s(\tau) = a(\tau)\kappa = \bar{a}\mathcal{N}_s(\tau)\kappa \quad . \quad (\text{C.20})$$

Hier ist $\mathcal{N}_s(\tau)$ die relative Schwankung um die gemittelte Feldamplitude \bar{a} . Auch wenn zeitlich variierende Frequenzschwankungen $\delta\nu_s$ mit Hilfe der in Abschnitt 5.4.2 vorgestellten Nachkorrektur erfolgreich unterdrückt werden, kann über dieser Methode nie das ideale Detektionsrauschlimit erreicht werden. Der Grund liegt am unkorrelierten Detektorrauschen \mathcal{N}_i auf den Stellsignalen

$$y_i(\tau) = \mathcal{N}_i(\tau) + \delta\nu_s^{(i)}(\tau) \quad , \quad (\text{C.21})$$

welches sich später auch auf dem Korrektursignal² der Nachregelung wiederfindet

$$c(\tau) = -\xi [y_2(\tau) - y_1(\tau)] = -\delta\nu_s^{(1)}(\tau) + \xi (\mathcal{N}_1 - \mathcal{N}_2) \quad \text{mit} \quad \xi = \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_2 - \bar{a}_1} \quad . \quad (\text{C.22})$$

Führt man die Nachkorrektur aus, erhält man ein hochgradig von \mathcal{N}_s bereinigtes Signal

$$y(\tau) = y_1(\tau) + c(\tau) \quad . \quad (\text{C.23})$$

Die Unsicherheit dieses Signals lässt sich über allgemeine gaußsche Fehlerfortpflanzung gewinnen

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial y_1}\sigma_{y_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial y_2}\sigma_{y_2}\right)^2 + 2\frac{\partial y}{\partial y_1}\frac{\partial y}{\partial y_2}\text{Cov}(y_1, y_2)} \quad . \quad (\text{C.24})$$

Analog wie in (C.12) kann hier die Kovarianz ausgedrückt werden über

$$\text{Cov}(y_1, y_2) = \bar{a}_1\bar{a}_2\kappa^2\sigma_s^2 \quad , \quad (\text{C.25})$$

wobei σ_s die Standardabweichung von \mathcal{N}_s ist. Damit erhält man nach Einsetzen in (C.24) einen Ausdruck

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial y_1}\right)^2 (\sigma_0^2 + (\bar{a}_1\kappa\sigma_s)^2) + \left(\frac{\partial y}{\partial y_2}\right)^2 (\sigma_0^2 + (\bar{a}_2\kappa\sigma_s)^2) + 2\frac{\partial y}{\partial y_1}\frac{\partial y}{\partial y_2}\bar{a}_1\bar{a}_2\kappa^2\sigma_s^2 \quad , \quad (\text{C.26})$$

² In diesem Falle für das Stellsignal y_1 .

wobei die σ_0 die jeweilige Standardabweichung von \mathcal{N}_i ist. Mit den partiellen Ableitungen

$$\left(\frac{\partial y}{\partial y_1}\right) = 1 + \xi \text{ und } \left(\frac{\partial y}{\partial y_2}\right) = -\xi \quad (\text{C.27})$$

transformiert (C.26) weiter zu

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= (1 + \xi)^2 (\sigma_0^2 + (\bar{a}_1 \kappa \sigma_s)^2) + \xi^2 (\sigma_0^2 + (\bar{a}_2 \kappa \sigma_s)^2) - 2(1 + \xi)\xi \bar{a}_1 \bar{a}_2 \kappa^2 \sigma_s^2 \\ &= [(1 + \xi)^2 + \xi^2] \sigma_0^2 + \kappa^2 \sigma_s^2 [(1 + \xi)^2 \bar{a}_1^2 - 2\bar{a}_1 \bar{a}_2 (1 + \xi)\xi + \xi^2 \bar{a}_2^2] \\ &= (2\xi^2 + 2\xi + 1) \sigma_0^2 + \kappa^2 \sigma_s^2 [\bar{a}_1(1 + \xi) - \bar{a}_2 \xi]^2 \\ &= (2\xi^2 + 2\xi + 1) \sigma_0^2 \quad . \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

Die Unsicherheit σ_y des korrigierten Signals ist somit im Vergleich zu derjenigen in Abwesenheit von systematische Schwankungen um den Faktor $\sqrt{2\xi^2 + 2\xi + 1}$ erhöht. Dies überträgt sich auch direkt auf den Instabilitätsverlauf, womit ein um den selben Faktor erhöhtes Detektionsrauschlimit zu erwarten ist.

PUBLIKATIONEN

An den folgenden Publikationen (●) und Beiträgen (○) wurde mitgewirkt bzw. sind entstanden und sind chronologisch nach ihrer Veröffentlichung aufgelistet.

- K. ZIPFEL, *Untersuchungen zur Realisierung des optischen Speicherns von Magnesium*, Bachelorarbeit (2009)
- K. ZIPFEL, M. RIEDMANN, J. FRIEBE, H. KELKAR, T. WÜBBENA, A. KULOSA, A. PAPE, D. FIM, W. ERTMER UND E. RASEL, Towards an optical lattice-based magnesium frequency standard, *DPG Frühjahrstagung* (2011)
- K. ZIPFEL, *Realisierung eines Überhöhungsresonators für die optische Speicherung von Magnesium*, Masterarbeit (2011)
- M. RIEDMANN, H. KELKAR, T. WÜBBENA, A. PAPE, A. KULOSA, K. ZIPFEL, D. FIM, S. RÜHMANN, J. FRIEBE, W. ERTMER UND E. RASEL, Beating the density limit by continuously loading a dipole trap from millikelvin-hot magnesium atoms, *Phys. Rev. A* **86**, 043416 (2012)
- K. ZIPFEL, Tunneling in optical lattice clocks, *RTG Workshop 2013* (2013)
- K. ZIPFEL, M. RIEDMANN, J. FRIEBE, H. KELKAR, T. WÜBBENA, A. KULOSA, A. PAPE, D. FIM, B. LAMPMANN, W. ERTMER UND E. RASEL, Optical traps for a magnesium frequency standard, *DPG Frühjahrstagung* (2013)
- K. ZIPFEL, A. KULOSA, S. RÜHMANN, D. FIM, W. ERTMER UND E. RASEL, Optically trapping of magnesium for a lattice based frequency standard, *IFCS-EFTF* (2013)
- K. ZIPFEL, Properties of fermionic and bosonic optical lattice clocks, *RTG Workshop 2014* (2014)
- K. ZIPFEL, Lattice based optical blochband spectroscopy, *RTG Workshop 2015* (2015)
- K. ZIPFEL, A. KULOSA, S. RÜHMANN, D. FIM, N. JHA, S. SAUER, W. ERTMER UND E. RASEL, Optical bloch band spectroscopy using the $^1S_0 - ^3P_0$ transition in laser cooled magnesium, *DPG Frühjahrstagung* (2015)
- K. ZIPFEL, A. KULOSA, S. RÜHMANN, D. FIM, N. JHA, S. SAUER, W. ERTMER UND E. RASEL, Optical bloch band spectroscopy using the $^1S_0 - ^3P_0$ transition in laser cooled magnesium, *8FSM* (2015)
- A. P. KULOSA, D. FIM, K. H. ZIPFEL, S. RÜHMANN, S. SAUER, N. JHA, K. GIBBLE, W. ERTMER, E. M. RASEL, M. S. SAFRONOVA, U. I. SAFRONOVA UND S. G. PORSEV, Towards a Mg Lattice Clock: Observation of the $^1S_0 - ^3P_0$ Transition and Determination of the Magic Wavelength, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 240801 (2015)
- K. ZIPFEL, D. FIM, N. JHA, S. RÜHMANN, S. SAUER, W. FRIESEN, P. KOOPMANN, W. ERTMER UND E. RASEL, Evaluation of a magnesium frequency standard and progress towards a frequency measurement, *DPG Frühjahrstagung* (2017)

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] MOHR, NEWELL und TAYLOR. CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014 (2015). DOI: 10.5281/zenodo.22826 (siehe S. -1)
- [2] GODUN et al. Frequency Ratio of Two Optical Clock Transitions in $^{171}\text{Yb}^+$ and Constraints on the Time Variation of Fundamental Constants. *Phys. Rev. Lett.* **113**, (2014), 210801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.210801 (siehe S. 1)
- [3] NEMITZ et al. Frequency ratio of Yb and Sr clocks with 5×10^{-17} uncertainty at 150 seconds averaging time. *Nature Photonics* **10**, (2016), 258–261. DOI: 10.1038/nphoton.2016.20 (siehe S. 1)
- [4] RIEHLE. *Frequency Standards: Basics and Applications*. Wiley-VCH, (2004). ISBN: 3-527-40230-6 (siehe S. 2, 11–13, 16)
- [5] WIKIPEDIA. Geschichte der Zeitmessgeräte. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Geschichte_der_Zeitmessger%C3%A4te (besucht am 10.07.2018) (siehe S. 2)
- [6] BIPM, Hrsg. *Comptes Rendus de la 11e CGPM*. (1960) (siehe S. 2)
- [7] WENDORFF. *Zeit und Kultur*. VS Verlag für Sozialwissenschaften, (1980). 724 S. ISBN: 3531115154 (siehe S. 2)
- [8] SOFFEL und LANGHANS. *Space-Time Reference Systems*. Springer, (2013) (siehe S. 2)
- [9] ERBRICH. *Präzisionspendeluhren*. Callwey, (1978). ISBN: 376670429X (siehe S. 2)
- [10] DICK. *Sky and Ocean Joined: The US Naval Observatory 1830 2000*. CAMBRIDGE UNIV PR, (2002). 624 S. ISBN: 0521815991 (siehe S. 2)
- [11] OSCILLOQUARZ. Oven Controlled Crystal Oscillator 8607. (o. J.) URL: http://www.oscilloquartz.com/files/1363164953-Br_%20CX0%208607.pdf (besucht am 03.04.2017) (siehe S. 3)
- [12] BIPM, Hrsg. *Comptes Rendus de la 13e CGPM*. (1968) (siehe S. 3)
- [13] RAMSEY. A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields. *Phys. Rev.* **78**, (1950), 695–699. DOI: 10.1103/PhysRev.78.695 (siehe S. 3, 27, 99)
- [14] JEFFERTS et al. NIST Cesium Fountains - Current Status and Future Prospects. *Time and Frequency Metrology - Proceedings of SPIE*. (2007). DOI: 10.1117/12.734965 (siehe S. 4)
- [15] LI, GIBBLE und SZYMANIEC. Improved accuracy of the NPL-CsF2 primary frequency standard: evaluation of distributed cavity phase and microwave lensing frequency shifts. *Metrologia* **48**, (2011), 283. DOI: 10.1088/0026-1394/48/5/007 (siehe S. 4)
- [16] HINKLEY et al. An Atomic Clock with 10^{-18} Instability. *Science* **341**, (2013), 1215–1218. ISSN: 0036-8075. DOI: 10.1126/science.1240420 (siehe S. 4, 5)
- [17] SCHNATZ et al. First Phase-Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation. *Physical Review Letters* **76**, (1996), 18–21. DOI: 10.1103/PhysRevLett.76.18 (siehe S. 4)
- [18] DIDDAMS et al. Direct Link between Microwave and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb. *Physical Review Letters* **84**, (2000), 5102–5105. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.5102 (siehe S. 4)
- [19] DIDDAMS et al. An Optical Clock Based on a Single Trapped $^{199}\text{Hg}^+$ Ion. *Science* **293**, (2001), 825–828. DOI: 10.1126/science.1061171 (siehe S. 5)
- [20] DICKE. The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines. *Physical Review* **89**, (1953), 472–473. DOI: 10.1103/PhysRev.89.472 (siehe S. 5, 14, 16)

- [21] HUNTEMANN et al. Single-Ion Atomic Clock with 3×10^{-18} Systematic Uncertainty. *Phys. Rev. Lett.* **116**, (2016), 063001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.063001 (siehe S. 5, 89)
- [22] SANTARELLI et al. Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain: A High Stability Cesium Frequency Standard. *Phys. Rev. Lett.* **82**, (1999), 4619–4622. DOI: 10.1103/PhysRevLett.82.4619 (siehe S. 5, 30, 76)
- [23] HUNTEMANN et al. High-Accuracy Optical Clock Based on the Octupole Transition in $^{171}\text{Yb}^+$. *Phys. Rev. Lett.* **108**, (2012), 090801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.090801 (siehe S. 5)
- [24] TAKAMOTO et al. An optical lattice clock. *Nature* **435**, (2005), 321–324. DOI: 10.1038/nature03541 (siehe S. 5, 21)
- [25] DICK. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. *Proceedings of the 19th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting.* (1987) (siehe S. 6, 31, 74)
- [26] SCHIOPPO et al. Ultrastable optical clock with two cold-atom ensembles. *Nature Photonics* **11**, (2016), 48–52. DOI: 10.1038/nphoton.2016.231 (siehe S. 6, 31)
- [27] BLOOM et al. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level. *Nature* **506**, (2014), 71–75. DOI: 10.1038/nature12941 (siehe S. 6)
- [28] MIDDELMANN et al. High Accuracy Correction of Blackbody Radiation Shift in an Optical Lattice Clock. *Physical Review Letters* **109**, (2012). DOI: 10.1103/physrevlett.109.263004 (siehe S. 6)
- [29] USHIJIMA et al. Cryogenic optical lattice clocks. *Nature Photonics* **9**, (2015), 185–189. DOI: 10.1038/nphoton.2015.5 (siehe S. 6)
- [30] NICHOLSON et al. Systematic evaluation of an atomic clock at 2×10^{-18} total uncertainty. *Nature Communications* **6**, (2015). DOI: 10.1038/ncomms7896 (siehe S. 6)
- [31] GROTTI et al. Geodesy and metrology with a transportable optical clock. *Nature Physics* (2018). DOI: 10.1038/s41567-017-0042-3 (siehe S. 6)
- [32] KULOSA et al. Towards a Mg Lattice Clock: Observation of the $^1S_0 - ^3P_0$ Transition and Determination of the Magic Wavelength. *Phys. Rev. Lett.* **115**, (2015), 240801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.240801 (siehe S. 6, 50, 94, 101, 112)
- [33] KESSLER et al. A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity. *Nature Photonics* **6**, (2012), 687–692. DOI: 10.1038/nphoton.2012.217 (siehe S. 9, 13, 31)
- [34] THORPE et al. Frequency stabilization to 6×10^{-16} via spectral-hole burning. *Nature Photonics* **5**, (2011), 688–693. DOI: 10.1038/nphoton.2011.215 (siehe S. 9)
- [35] ALLAN. Statistics of atomic frequency standards. *Proceedings of the IEEE* **54**, (1966), 221–230. DOI: 10.1109/proc.1966.4634 (siehe S. 11)
- [36] PAPE. *Hochstabiler Lokaloszillator für einen optischen Magnesium-Frequenzstandard.* Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2012) (siehe S. 13, 39, 55, 57, 75, 105)
- [37] BLACK. An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics* **69**, (2001), 79–87. DOI: 10.1119/1.1286663 (siehe S. 13)
- [38] WEBSTER et al. Thermal-noise-limited optical cavity. *Phys. Rev. A* **77**, (2008), 033847. DOI: 10.1103/PhysRevA.77.033847 (siehe S. 13)
- [39] STERR et al. Thermal noise in optical reference resonators. *2014 IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace)*. (2014), 521–522. DOI: 10.1109/MetroAeroSpace.2014.6865980 (siehe S. 13)
- [40] NAZAROVA, RIEHLE und STERR. Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser. *Applied Physics B* **83**, (2006), 531. ISSN: 1432-0649. DOI: 10.1007/s00340-006-2225-y (siehe S. 14)
- [41] WEBSTER, OXBORROW und GILL. Vibration insensitive optical cavity. *Phys. Rev. A* **75**, (2007), 011801. DOI: 10.1103/PhysRevA.75.011801 (siehe S. 14)
- [42] WEBSTER und GILL. Force-insensitive optical cavity. *Opt. Lett.* **36**, (2011), 3572–3574. DOI: 10.1364/OL.36.003572 (siehe S. 14)

- [43] LUDLOW et al. Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} . *Opt. Lett.* **32**, (2007), 641–643. DOI: 10.1364/OL.32.000641 (siehe S. 14)
- [44] NOTCUTT et al. Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity. *Opt. Lett.* **30**, (2005), 1815–1817. DOI: 10.1364/OL.30.001815 (siehe S. 14)
- [45] HÄFNER et al. 8×10^{-17} fractional laser frequency instability with a long room-temperature cavity. *Optics Letters* **40**, (2015), 2112–2115. DOI: 10.1364/OL.40.002112 (siehe S. 14, 31)
- [46] HAGEMANN et al. Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below 5×10^{-19} /s. *Optics Letters* **39**, (2014), 5102. DOI: 10.1364/OL.39.005102 (siehe S. 14)
- [47] HAKEN und WOLF. *Atom- und Quantenphysik*. Springer, (2004). 556 S. ISBN: 978-3-642-62142-0. DOI: 10.1007/978-3-642-18519-9 (siehe S. 14, 16)
- [48] TAICHENACHEV et al. Magnetic Field-Induced Spectroscopy of Forbidden Optical Transitions with Application to Lattice-Based Optical Atomic Clocks. *Phys. Rev. Lett.* **96**, (2006), 083001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.083001 (siehe S. 14, 38, 65, 100, 112)
- [49] HÄNSCH und SCHAWLOW. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications* **13**, (1975), 68–69. DOI: 10.1016/0030-4018(75)90159-5 (siehe S. 14)
- [50] METCALF und STRATEN. *Laser cooling and Trapping*. Springer, (1999). ISBN: 9780387987286 (siehe S. 14)
- [51] GERRY und KNIGHT. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, (2005). ISBN: 9780511229497 (siehe S. 17)
- [52] WINELAND und DEHMELT. Proposed $10^{14} \Delta\nu < \nu$ Laser Fluorescence Spectroscopy on Ti^+ Mono-Ion Oscillator. *Bulletin of the American Physical Society* **20**, (1975), 637 (siehe S. 19)
- [53] SCHWABL. *Statistical Mechanics*. Springer-Verlag GmbH, (2006). ISBN: 3540323430 (siehe S. 20)
- [54] KATORI et al. Ultrastable Optical Clock with Neutral Atoms in an Engineered Light Shift Trap. *Physical Review Letters* **91**, (2003). DOI: 10.1103/physrevlett.91.173005 (siehe S. 21)
- [55] LEMONDE und WOLF. Minimizing the required trap depth in optical lattice clocks. *Proceedings of the 2005 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition, 2005*. IEEE, (2005), 947–955. DOI: 10.1109/FREQ.2005.1574062 (siehe S. 21, 25, 42, 95)
- [56] BLATT et al. Rabi spectroscopy and excitation inhomogeneity in a one-dimensional optical lattice clock. *Phys. Rev. A* **80**, (2009), 052703. DOI: 10.1103/PhysRevA.80.052703 (siehe S. 21, 23, 24, 58)
- [57] GRIMM, WEIDEMÜLLER und OVCHINNIKOV. Optical Dipole Traps for Neutral Atoms. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*. Bd. 9902072v1. Elsevier, 2000, 95–170. DOI: 10.1016/S1049-250X(08)60186-X (siehe S. 21)
- [58] BRUSCH et al. Hyperpolarizability Effects in a Sr Optical Lattice Clock. *Phys. Rev. Lett.* **96**, (2006), 103003. DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.103003 (siehe S. 21)
- [59] WESTERGAARD et al. Lattice-Induced Frequency Shifts in Sr Optical Lattice Clocks at the 10^{-17} Level. *Phys. Rev. Lett.* **106**, (2011), 210801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.210801 (siehe S. 22)
- [60] KATORI et al. Strategies for reducing the light shift in atomic clocks. *Phys. Rev. A* **91**, (2015), 052503. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.052503 (siehe S. 22)
- [61] WIKIPEDIA. Gauß-Strahl. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Gau%C3%9F-Strahl> (besucht am 03.05.2017) (siehe S. 22, 62)
- [62] BOYD. *High Precision Spectroscopy of Strontium in an Optical Lattice: Towards a New Standard for Frequency and Time*. Dissertation. University of Colorado, (2007) (siehe S. 24)
- [63] IBACH und LÜTH. *Festkörperphysik*. Springer, (2008). 532 S. ISBN: 354085794X. DOI: 10.1007/978-3-540-85795-2 (siehe S. 25)

- [64] BLOCH, DALIBARD und ZWERGER. Many-body physics with ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* **80**, (2008), 885–964. DOI: 10.1103/RevModPhys.80.885 (siehe S. 25, 42, 110)
- [65] MESCHEDE. *Optik, Licht und Laser*. Vieweg+Teubner Verlag, (2009). ISBN: 978-3-8348-9288-1. DOI: 10.1007/978-3-8348-9288-1 (siehe S. 27)
- [66] SANTRA et al. High-Accuracy Optical Clock via Three-Level Coherence in Neutral Bosonic ^{88}Sr . *Phys. Rev. Lett.* **94**, (2005), 173002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.173002 (siehe S. 27)
- [67] FOOT. *Atom Physics*. Oxford University Press, (2005). 346 S. ISBN: 9780198506959 (siehe S. 28, 30, 113)
- [68] ITANO et al. Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A* **47**, (1993), 3554–3570. DOI: 10.1103/PhysRevA.47.3554 (siehe S. 31, 76)
- [69] JIAN, DUBÉ und MADEJ. Quantum projection noise limited stability of a $^{88}\text{Sr}^+$ atomic clock. *Journal of Physics: Conference Series* **723**, (2016), 012023. DOI: 10.1088/1742-6596/723/1/012023 (siehe S. 31)
- [70] COLE et al. Tenfold reduction of Brownian noise in high-reflectivity optical coatings. *Nature Photonics* **7**, (2013), 644–650. DOI: 10.1038/nphoton.2013.174 (siehe S. 31)
- [71] HOLZWARTH und MEI. Interferometer, insbesondere für die Bestimmung und Stabilisierung der relativen Phase kurzer Pulse. *DE Patent 102,005,035,173*. (2005). URL: <https://patents.google.com/patent/DE102005035173B4/de> (besucht am 14. 05. 2018) (siehe S. 33)
- [72] MEHLSTÄUBLER. *Neuartige Kühlmethode für einen optischen Magnesium-Frequenzstandard*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2005) (siehe S. 35, 36, 103)
- [73] REHBEIN. *Realisierung neuer Laserkühlverfahren und Spektroskopielaser für einen optischen Magnesium-Frequenzstandard*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2006) (siehe S. 35)
- [74] RIEDMANN. *Optisches Speichern von Magnesium*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2010) (siehe S. 35–37, 79, 102)
- [75] WÜBBENA. *Spektroskopie des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ Uhrenübergangs von ^{24}Mg in einem optischen Gitter bei der vorhergesagten magischen Wellenlänge*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2012) (siehe S. 35, 36, 38, 50)
- [76] KULOSA. *Lamb-Dicke spectroscopy of the $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ transition in ^{24}Mg and precise determination of the magic wavelength*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2015) (siehe S. 35, 38–42, 48, 50, 77, 103)
- [77] FRIEBE. *Ein optischer Frequenzstandard mit lasergekühlten Magnesiumatomen*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2010) (siehe S. 36, 82)
- [78] FIM. *First Optical Lattice Frequency Standard Based on ^{24}Mg Atoms*. Dissertation (in Arbeit). Leibniz Universität Hannover, (2019) (siehe S. 41, 72)
- [79] HEINZE. *Frequenzstabilisierung basierend auf einem Transferresonator*. Bachelorarbeit. Leibniz Universität Hannover, (2015) (siehe S. 42)
- [80] ZIPFEL. *Realisierung eines Überhöhungsresonators für die optische Speicherung von Magnesium*. Masterarbeit. Leibniz Universität Hannover, (2011) (siehe S. 43, 58, 94)
- [81] KILLIAN et al. Cold Collision Frequency Shift of the 1S-2S Transition in Hydrogen. *Physical Review Letters* **81**, (1998), 3807–3810. DOI: 10.1103/physrevlett.81.3807 (siehe S. 44, 47)
- [82] AKATSUKA, TAKAMOTO und KATORI. Optical lattice clocks with non-interacting bosons and fermions. *Nature Physics* **4**, (2008), 954–959. DOI: 10.1038/nphys1108 (siehe S. 47)
- [83] RÜHMANN. *Frequenzstabilisierung eines hochstabilen Lasersystems bis zum Thermischen-Rausch-Limit und Berechnung eines Laser-Synergie-Konzeptes*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2018) (siehe S. 55, 102)
- [84] MALOBABIC. *Phasenstabiler Transfer hochstabiler optischer Frequenzen*. Diplomarbeit. Leibniz Universität Hannover, (2010) (siehe S. 55)

-
- [85] MA et al. Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Optics Letters* **19**, (1994), 1777–1779. DOI: 10.1364/OL.19.001777 (siehe S. 56)
- [86] FALKE et al. Delivering pulsed and phase stable light to atoms of an optical clock. *Applied Physics B* **107**, (2012), 301–311. DOI: 10.1007/s00340-012-4952-6 (siehe S. 57)
- [87] YUDIN et al. Hyper-Ramsey spectroscopy of optical clock transitions. *Physical Review A* **82**, (2010). DOI: 10.1103/physreva.82.011804 (siehe S. 58, 99)
- [88] OLIVERO und LONGBOTHUM. Empirical fits to the Voigt line width: A brief review. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **17**, (1977), 233–236. DOI: 10.1016/0022-4073(77)90161-3 (siehe S. 65)
- [89] AUDOIN et al. Properties of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **45**, (1998), 877–886. ISSN: 0885-3010. DOI: 10.1109/58.710546 (siehe S. 74)
- [90] SANTARELLI et al. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **45**, (1998), 887–894. ISSN: 0885-3010. DOI: 10.1109/58.710548 (siehe S. 74)
- [91] GREENHALL. A derivation of the long-term degradation of a pulsed atomic frequency standard from a control-loop model. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **45**, (1998), 895–898. ISSN: 0885-3010. DOI: 10.1109/58.710550 (siehe S. 74)
- [92] QUESSADA et al. The Dick effect for an optical frequency standard. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics* **5**, (2003), 150. DOI: 10.1088/1464-4266/5/2/373 (siehe S. 74)
- [93] LEMONDE et al. The sensitivity function: a new tool for the evaluation of frequency shifts in atomic spectroscopy. *Proceedings of the 1998 IEEE International Frequency Control Symposium (Cat. No.98CH36165)*. (1998), 110–115. DOI: 10.1109/FREQ.1998.717890 (siehe S. 75, 113)
- [94] DROSTE et al. Characterization of a 450 km baseline GPS carrier-phase link using an optical fiber link. *New Journal of Physics* **17**, (2015), 083044. DOI: 10.1088/1367-2630/17/8/083044 (siehe S. 82)
- [95] LISDAT et al. A clock network for geodesy and fundamental science. *Nature Communications* **7**, (2016), 12443. DOI: 10.1038/ncomms12443 (siehe S. 82)
- [96] KRONJÄGER et al. Towards an international optical clock comparison between NPL and SYRTE using an optical fibre network. *8th Symposium on Frequency Standards and Metrology 2015*. (2015). URL: https://www.ptb.de/8fsm2015/fileadmin/public/documents/8th_FSM_Book-of-Abstracts_view.pdf (besucht am 14.05.2018) (siehe S. 82)
- [97] TERRA, GROSCHE und SCHNATZ. Brillouin amplification in phase coherent transfer of optical frequencies over 480 km fiber. *Optics Express* **18**, (2010), 16102–16111. DOI: 10.1364/OE.18.016102 (siehe S. 83)
- [98] GROSCHE. Eavesdropping time and frequency: phase noise cancellation along a time-varying path, such as an optical fiber. *Optics Letters* **39**, (2014), 2545. DOI: 10.1364/ol.39.002545 (siehe S. 83)
- [99] AL-MASOUDI. *A strontium lattice clock with reduced blackbody radiation shift*. Dissertation. Leibniz Universität Hannover, (2016) (siehe S. 84, 85)
- [100] FALKE et al. The ^{87}Sr optical frequency standard at PTB. *Metrologia* **48**, (2011), 399–407. DOI: 10.1088/0026-1394/48/5/022 (siehe S. 85)
- [101] FALKE et al. A strontium lattice clock with 3×10^{-17} inaccuracy and its frequency. *New Journal of Physics* **16**, (2014), 073023. DOI: 10.1088/1367-2630/16/7/073023 (siehe S. 85)
- [102] NEMITZ et al. Frequency ratio of Yb and Sr clocks with 5×10^{-17} uncertainty at 150 seconds averaging time. *Nature Photonics* **10**, (2016), 258–261. DOI: 10.1038/NPHOTON.2016.20 (siehe S. 94)

-
- [103] DZUBA und DEREVIANKO. Dynamic polarizabilities and related properties of clock states of the ytterbium atom. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **43**, (2010), 074011. DOI: 10.1088/0953-4075/43/7/074011 (siehe S. 94)
- [104] GUO, WANG und YE. Dipole polarizabilities and magic wavelengths for a Sr and Yb atomic optical lattice clock. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **43**, (2010), 135004 (siehe S. 94)
- [105] MEJRI et al. Ultraviolet laser spectroscopy of neutral mercury in a one-dimensional optical lattice. *Phys. Rev. A* **84**, (2011), 032507. DOI: 10.1103/PhysRevA.84.032507 (siehe S. 94)
- [106] DUNLAP und KENKRE. Dynamic localization of a charged particle moving under the influence of an electric field. *Physical Review B* **34**, (1986), 3625–3633. DOI: 10.1103/physrevb.34.3625 (siehe S. 96)
- [107] MADISON et al. Dynamical Bloch Band Suppression in an Optical Lattice. *Physical Review Letters* **81**, (1998), 5093–5096. DOI: 10.1103/physrevlett.81.5093 (siehe S. 96)
- [108] ZANON-WILLETTE, YUDIN und TAICHENACHEV. Generalized hyper-Ramsey resonance with separated oscillating fields. *Physical Review A* **92**, (2015). DOI: 10.1103/physreva.92.023416 (siehe S. 99)
- [109] HOBSON et al. Modified hyper-Ramsey methods for the elimination of probe shifts in optical clocks. *Physical Review A* **93**, (2016). DOI: 10.1103/physreva.93.010501 (siehe S. 99)
- [110] HUNTEMANN et al. Generalized Ramsey Excitation Scheme with Suppressed Light Shift. *Physical Review Letters* **109**, (2012). DOI: 10.1103/physrevlett.109.213002 (siehe S. 100, 101)
- [111] RIEDMANN et al. Beating the density limit by continuously loading a dipole trap from millikelvin-hot magnesium atoms. *Physical Review A* **86**, (2012). DOI: 10.1103/physreva.86.043416 (siehe S. 102)
- [112] DIECKMANN et al. Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms. *Physical Review A* **58**, (1998), 3891–3895. DOI: 10.1103/physreva.58.3891 (siehe S. 103)
- [113] HANSEN et al. Measurement of the 3s3pP₃₁ lifetime in magnesium using a magneto-optical trap. *Physical Review A* **77**, (2008). DOI: 10.1103/physreva.77.062502 (siehe S. 103, 112)
- [114] VERNOTTE und LANTZ. Confidence Intervals and Time Stability Analysis: Why the errorbars are longer upward than downward. (2015). URL: http://perso.utinam.cnrs.fr/~vernotte/confidence_interval_2010.pdf (besucht am 20.03.2018) (siehe S. 107)
- [115] CZYCHOLL. *Theoretische Festkörperphysik*. Springer Berlin Heidelberg, (2007). ISBN: 978-3-540-74790-1 (siehe S. 109)
- [116] ZIPFEL. *Untersuchungen zur Realisierung des optischen Speicherns von Magnesium*. Bachelorarbeit. Leibniz Universität Hannover, (2009) (siehe S. 111)
- [117] WIKIPEDIA. Übergangsdipolmoment. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/%C3%9Cbergangsdipolmoment> (besucht am 04.09.2018) (siehe S. 112)
- [118] GODONE und NOVERO. The Magnesium Frequency Standard. *Metrologia* **30**, (1993), 163–181. DOI: 10.1088/0026-1394/30/3/005 (siehe S. 112)

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

2.1	Prinzip einer optischen Atomuhr	10
2.2	Stabilität eines Oszillators	12
2.3	Spektroskopie im Lamb-Dicke Regime	20
2.4	Gitterpotential	24
2.5	Dispersionsrelation und Band-Breiten im Gitter	26
2.6	Fourierlimitierter Puls	27
2.7	Rabioszillation	29
2.8	Sättigungsverbreiterung	29
2.9	Prinzip eines Frequenzkamms	33
3.1	Skizze des experimentellen Aufbaus	36
3.2	Zustandspräparation kalter Magnesium Atome für die Spektroskopie	37
3.3	Linienbreiten- und Kontrast-Limit der bisherigen Spektroskopie	39
4.1	Durch Tunneln induzierte Linienbreite	44
4.2	Linienverbreiterung durch Umladeprozess in das optische Gitter	45
4.3	Linienverbreiterung nach Evaporation	46
4.4	Räumliche Ausdehnung der Atome im Gitter	47
4.5	Linienbreite nach Beladen aus einer gekreuzten Dipolfalle	49
4.6	Vergleich beider Spulenpaare	51
4.7	Kalibration des neuen Helmholtz-Spulenpaares	52
4.8	Aufbau der Stromstabilisierung	53
4.9	Rauschleistungsspektrum der Magnetfeldstabilisierung	54
4.10	Optischer Aufbau der Faserstabilisierung zwischen den Laboren	55
4.11	Einfluss der Labor-Faserstabilisierung auf die Spektroskopie	56
4.12	Optischer Aufbau der Faserstabilisierung zur Kammer	57
4.13	Einfluss der Kammer-Faserstabilisierung auf die Spektroskopie	58
4.14	Aufbau der Uhrenlaser-Leistungsstabilisierung	59
4.15	Rauschleistungsspektrum der Uhrenlaserleistung	60
4.16	Linienverbreiterung durch die Anregungsfelder	65
4.17	Frequenzauflösung des Magnesium-Frequenzstandards	67
5.1	Anbindung des Uhrenlasers auf die Atome	70

5.2	Quasi-simultane Frequenzstabilisierung	73
5.3	Sensitivitätsfunktion und dessen Fourierkoeffizienten	75
5.4	Sequenz für normierte Detektion	78
5.5	Regelparameter-Untersuchung mittels Selbstvergleich	80
5.6	Beste erzielte Instabilität aus einem Selbstvergleich	81
5.7	Schematischer Aufbau der Frequenzmessung	83
5.8	Regelparameter-Untersuchung gegen Sr an der PTB	86
5.9	Frequenzabweichung von Mg gegenüber Yb ⁺	89
5.10	Stabilität von Mg gegenüber Yb ⁺	90
6.1	Verkipptes Gitter	95
6.2	Erweiterter Gitteraufbau	97
6.3	Hyper-Ramsey Verfahren	100
6.4	Frequenzverschiebung verschiedener Spektroskopieverfahren	101
6.5	Atomzahlen im Gitter	103
C.1	Atomzahlrauschen	116

TABELLENVERZEICHNIS

2.1	Potenzverhalten für typische Rauschprozesse	11
5.1	Flankensteigung für typische Anregungssignale	71
6.1	Berechnete Gittertiefen für verschwindende Tunnelverbreiterung . .	94
6.2	Dick-Limit für optimierten Experimentzyklus	105

DANKSAGUNG

An dieser Stelle möchte ich all denen danken, die mich auf dem Weg zum Gelingen dieser Arbeit begleitet und nachhaltig unterstützt haben.

Allem voran danke ich meinem Doktorvater Prof. Dr. Ernst Rasel für die bereitwillige Betreuung meiner Arbeit. Die lebhaften wissenschaftlichen Diskussionen brachten diese Dissertation maßgeblich voran und förderten mein tieferes Verständnis von der Physik. Ferner wusste er es stets, einen auch in schwierigen Zeiten unterstützend zur Seite zu stehen und wieder in die richtige Richtung zu lenken.

Dann danke ich Prof. Dr. Wolfgang Ertmer für die bereitwillige Übernahme des Koreferats meiner Doktorarbeit. Mitunter durch seine Bemühungen spielt der Standort Hannover mit seiner exzellenten physikalischen Ausbildung und Expertise weltweit eine bedeutende Rolle.

Genauso möchte ich Prof. Dr. Jan Arlt von der Aarhus Univeristy für die freundliche Übernahme des externen Koreferats danken.

Ebenfalls danke ich Prof. Dr. Michèle Heurs für die Leitung des Prüfungsvorsitzes.

Aber auch meinem Team am Magnesium-Experiment gebührt ein überragender Dank. In guten sowie schwierigen Zeiten haben wir stets zusammen gehalten und das Experiment voran gebracht. Ohne den vollen Einsatz zu den Zeiten von Messkampagnen wäre diese Arbeit nicht erfolgreich gewesen. Ich erinnere mich gerne an die langen Nächte und Wochenenden zurück, die unser Durchhaltevermögen doch durchaus strapaziert, aber gleichzeitig auch gestärkt haben. Der Dank gilt vor allem Dominika Fim, Steffen Rühmann, Nandan Jha, Steffen Sauer und Waldemar Friesen-Piepenbrink, die immer tatkräftig unterstützend zur Seite standen. Aber auch meinen ehemaligen Kollegen Dr. André Kulosa, Dr. Temmo Wübbena, Dr. Andre Pape, Dr. Matthias Riedmann und Dr. Jan Friebe möchte ich einen herzlichen Dank für die Einführung und Betreuung in das Experiment aussprechen.

Ein besonderer Dank gilt den weiteren Kollegen am Institut. Das angenehme Arbeitsklima und die außergewöhnliche Hilfsbereitschaft förderten so bedeutsam die Effizienz sowie den wissenschaftlichen Austausch. Ein spezieller Dank gilt dabei Dr. Torben Schulze, Dr. Mirco Siercke und Robin Corgier, die mir im Rahmen der theoretischen Ausarbeitung dieser Arbeit wiederholt von großer Hilfe waren. Dann danke ich bösonders Dr. Dennis Schlippert, Dr. Christian Schubert und Holger

Ahlers, die mir beim Zusammenschreiben im bösten Büro stets vorzüglichen Rat gaben. Genauso danke ich Dr. Sven Abend, der mir kurz vor der Finalisierung meiner Arbeit dabei half, Unklarheiten aus dem Weg zu räumen. Ebenfalls danke ich Christian Meiners, mit dessen Zusammenarbeit die in dieser Arbeit verwendete Stromstabilisierung entstand.

Dann möchte ich vor allem den einzelnen Mitarbeitern an der PTB danken, ohne die diese Arbeit in ihrer jetzigen Fassung nicht möglich gewesen wäre. Allem voran steht die Arbeitsgruppe von Dr. Gesine Grosche, welche den stabilen Frequenztransfer nach Hannover maßgeblich vorangetrieben hat. Meinen persönlichen Dank spreche ich dabei für Dr. Alexander Kuhl und Dr. Thomas Waterholter aus, welche für die Inbetriebnahme und Instandhaltung des Faserlinks hervorragende Arbeit geleistet haben. Ebenfalls danke ich Dr. Sebastian Koke für die unabhängige Auswertung der Messkampagnen von Seiten der PTB aus. Ein weiterer Dank gilt der Arbeitsgruppe von PD Dr. Christian Lisdat, ohne die eine Messung gegen die stationäre Strontium-Gitteruhr undenkbar gewesen wäre. Ich danke dabei Dr. Ali Al-Masoudi für den Betrieb sowie die Überwachung des Strontium-Experimentes. Ebenso möchte ich der Gruppe von PD Dr. Ekkehard Peik danken, welche es uns ebenfalls erlaubte, einen Frequenzvergleich gegen eine Ytterbium-Ionenuhr zu ermöglichen. Zu guter Letzt danke ich Dr. Stefan Weyers für den Abgleich gegen die Cäsium Frequenzstandards an der PTB sowie Dr. Andreas Bauch, der uns bereitwillig einen passiven Wasserstoff-Maser für die Messkampagne zur Verfügung gestellt hat.

I also would like to thank Prof. Dr. Kurt Gibble from PennState University for his encouraging visit in Hanover. His open minded thinking helped me a lot to think about new ways to further improve the experiment. Then I also want to thank Prof. Dr. Marianna Safronova from the University of Delaware for her theoretical work. She helped us finding the magic wavelength with very high precision and she had plenty of interesting ideas to test with magnesium.

Dann möchte ich ebenfalls meinen großen Dank an Dr. Kai-Martin Knaak aussprechen. Seine geduldige Lehrweise verhalf es mir über die Jahre, elektronische Schaltungen immer besser zu verstehen. Erst damit konnte ich die Kompetenz entwickeln, eigene Entwürfe durchzuplanen und zu entwerfen.

Auch der Feinmechanik Werkstatt möchte ich meinen großen Dank ausdrücken. Ohne deren präzise Ausarbeitung diverser Bauteile würde unser Experiment nicht da stehen, wo es heute ist.

Einen besonderen Dank möchte ich dem Sekretariat gegenüber aussprechen. Ohne Frau Göldner-Pauer, Frau Hünitzsch, Frau Faber und Frau Pfennig würde das Institut nicht so reibungslos funktionieren. Ebenfalls möchte ich dem QUEST-Büro danken, voran mit Frau Thiele-Bode und Herrn Wanner, aber im speziellen Frau Ohlendorf, die mich im Rahmen meiner Doktorarbeit bezüglich der Formalitäten tatkräftig unterstützt hat.

Dann danke ich Prof. Dr. Luis Santos und das durch ihn ermöglichte Graduierten Kolleg (RTG) 1729 in Hannover. Das RTG erlaubte es mir, mein Wissen über

ultra-kalte Materie weiter zu vertiefen und unterstützte mich finanziell zu Beginn meiner Promotion.

Für das Korrekturlesen danke ich Dominika Fim, Steffen Rühmann, Nandan Jha, Steffen Sauer, Waldemar Friesen-Piepenbrink, Prof. Ernst Rasel, Konrad von der Lancken und meinen Eltern.

Ganz von Herzen möchte ich im besonderen Maße meinen Eltern, Gabriela Zipfel und Dr. Lothar Zipfel, danken. Ihr habt mich motiviert, ein Studium anzustreben und standet dabei immer unterstützend hinter mir. In schönen Momenten habt ihr euch fortwährend für mich gefreut und in schwierigen Zeiten jedes mal aufgebaut. Ich liebe euch!

Lebenslauf

Angaben zur Person

Name	Klaus Hendrik Zipfel
Geburtsdatum und -ort	24.08.1986, Heilbronn-Neckargartach
Familienstand	Ledig
Staatsangehörigkeit	Deutsch
Eltern	Dipl. Chemiker Dr. Lothar Zipfel, Zahntechnikerin Gabriela Zipfel

Ausbildung

1993 - 1997	Grundschule Rethen
1997 - 1999	Albert-Einstein-Schule Laatzen
1999 - 2003	Erich-Kästner-Gymnasium Laatzen Abschluss: Erweiterter Sekundarabschluss I
2003 - 2006	Albert-Einstein-Schule Laatzen Abschluss: Abitur. Erworben am 07.07.2006
2006 - 2011	Studium der Physik an der Leibniz Universität Hannover Abschluss: Bachelor of Science. Erworben am 29.10.2009 Abschluss: Master of Science. Erworben am 20.10.2011
2012 - 2019	Promotion in Physik am Institut für Quantenoptik Abschluss: Dr. rer. nat. Erworben am 08.03.2019

Beruflicher Werdegang

2006	Geringfügige Beschäftigung bei McDonalds vom 25.06.2006 bis 19.11.2006
2009	Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Quanten- optik (IQ)
2011 - 2012	Wissenschaftliche Hilfskraft am IQ
seit 2012	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am IQ

Sonstiges

Fremdsprachen	Englisch (Verhandlungssicher), Französisch (Grund- kenntnisse)
Führerschein	Klasse B seit 2004
Computerfähigkeiten	Fortgeschrittene Erfahrungen der Bedienung diverse Windows und Linux Betriebssysteme sowie mit deren Anwendungen (Office, CorelDraw, Photoshop,...). Erfah- rene Kenntnisse in den Script- und Programmierspra- chen PHP, HTML, CSS, JavaScript, Lua, Mathematica, LabView, Java, C und C++ sind vorhanden.

