

# Analytisch-numerischer Ansatz zur Berechnung des magnetischen Feldes hochfrequenter Störungen in der Umgebung langer ausgedehnter Leiter im Frequenzbereich von 9 kHz bis 10 MHz

Markus Franke, M.Sc., Universität Duisburg-Essen, Bismarckstr. 81, 47057 Duisburg, Deutschland, Markus.Franke@uni-due.de

Prof. Dr.-Ing Holger Hirsch, Universität Duisburg-Essen, Bismarckstr. 81, 47057 Duisburg, Deutschland, Holger.Hirsch@ets.uni-duisburg-essen.de

## 1 Einleitung

Im Kontext der elektromagnetischen Verträglichkeit müssen auch energietechnische Anlagen normative Vorgaben erfüllen. Diese Schriftwerke existieren bereits und sind für spezifischen Anwendungsbereiche gültig [1, 2, 3].

Von besonderem Interesse ist mitunter die Ausbreitung hochfrequenter elektromagnetischer Felder im Umfeld zur entsprechenden Anlage. In [1], [3] und [4] finden sich Formeln, mit Hilfe welcher sich eine gemessene Feldstärke auf beliebige Entfernungen – orthogonal zur betrachteten Anlage – zu einem Referenzort extrapolieren lässt. Eine Gemeinsamkeit der Formeln in jedem der Schriftstücke ist eine empirische Basis, aus der diese Formeln jeweils hervorgehen. [3] und [4] betrachten als Störquelle auf der Leitung verteilte Teilentladungen als Quelle der elektromagnetischen Störungen. Im Zuge der Energiewende gewinnen Hochspannungsgleichstromübertragungen (kurz: HGÜ) zunehmend an Bedeutung. Speziell die Technologie der Modularen-Multilevel-Konverter stellt derzeit den Stand der Technik dar [5]. Diese Technologie nutzt schnell schaltende Halbleitermodule, wodurch systembedingt Frequenzkomponenten bis in den MHz-Bereich auftreten können. Da mit dem Konverter im Gegensatz zu Teilentladungen eine konzentrierte Störquelle vorliegt, ist die Anwendung der Modelle in [1], [3] und [4] unklar. Im Folgenden wird daher ein Modell präsentiert, welches lange, ausgedehnte Leiter mittels Hertz'scher Dipole mit verteilten oder an den Enden konzentrierten Störquellen nachbildet. Auf Basis dessen wird die Ausbreitung des magnetischen Feldes, welches im betrachteten Frequenzbereich in [1, 3] maßgeblich ist, analysiert. Es wird zwischen einer Quelle (Konverter) und mehreren lokal verteilten Quellen (Koronaentladungen) unterschieden.

## 2 Grundlegendes mathematisches Modell zur Nachbildung des geraden Leiters

Die Basis des Modells bildet der Hertz'sche Dipol in kartesischen Koordinaten [6]:

$$\vec{H} = \frac{j\omega}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{|\vec{r}|^2} + \frac{j\omega}{c \cdot |\vec{r}|} \right) \cdot \left[ \frac{I \cdot \vec{l}}{j\omega} \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \right] \cdot e^{j\omega \cdot \left( t - \frac{|\vec{r}|}{c} \right)}$$

- $\vec{H}$ : magnetische Feldstärke in einem betrachteten Aufpunkt
- $\omega$ : Kreisfrequenz
- $\vec{r}$ : Vektor zwischen dem Dipol und dem betrachteten Aufpunkt

- $c$ : Lichtgeschwindigkeit
- $I$ : Den Dipol durchfließender Strom
- $\vec{l}$ : Länge und Richtung des Dipols

Durch Umformung und unter Zuhilfenahme der Wellenzahl  $k = \omega/c$  ergibt sich aus obiger Gleichung:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{|\vec{r}|^2} + \frac{jk}{|\vec{r}|} \right) \cdot \left[ I \cdot \vec{l} \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \right] \cdot e^{j \cdot (\omega t - k|\vec{r}|)}$$

Der nachzubildende Leiter wird durch  $N$  aneinandergereihte Hertz'sche Dipole dargestellt. Entscheidend hierbei ist, dass die Länge des Dipols klein genug sein muss, sodass der Strom als konstant über die Dipollänge angenommen werden kann. Die im Modell angenommene Länge ist auf 10 cm festgelegt und entspricht demnach bei der höchsten ausgewerteten Frequenz von 10 MHz einem Längenverhältnis von  $\lambda/300$ , wodurch die vorgenannte Bedingung erfüllt ist.

Die Anregung durch die Stromstärke  $I$  ist von der Lokalisation der Dipole abhängig, da die Stromverteilung über die Dipole makroperspektivisch die Wellenausbreitung entlang des nachgebildeten Leiters beschreibt. Diese Information lässt sich im Allgemeinen aus der klassischen Lösung der Leitungsgleichung

$$I(y, t) = I_0 \cdot e^{j\omega t - \gamma y}$$

ableiten, wobei der rücklaufende Anteil vernachlässigt wird. Mit  $\gamma = \alpha + j\beta$  und  $\beta = k - k$  ist erneut die Wellenzahl – ergibt sich:

$$I(x, t) = I_0 \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{j(\omega t - \beta x)} = I_0 \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{j(\omega t - kx)}$$

Die magnetische Feldstärke in einem Aufpunkt berechnet sich durch die Summation der magnetischen Feldstärken aller  $N$  Hertz'schen Dipole gemäß:

$$\vec{H} = \sum_i^N \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{|\vec{r}_i|^2} + \frac{jk}{|\vec{r}_i|} \right) \cdot \left[ \vec{l} \times \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|} \right] \cdot I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d_i} \cdot e^{j \cdot (\omega t - k|\vec{r}_i| - k \cdot d_i)}$$

wobei  $d_i$  die betragsmäßige Distanz zur jeweiligen Quelle des Stroms ist.

Zur vollständigen Berechnung des magnetischen Feldes muss der Einfluss des Erdbodens mit einbezogen werden. Dies wird in der elektromagnetischen Feldtheorie durch entsprechende Spiegelladungen bzw. Spiegelströme ermöglicht [6]. Befindet sich ein Leiter in einer Höhe  $h$  über dem Erdboden, wird der entsprechende Spiegelleiter in einer Tiefe von

$$h_{SL} = h + \zeta_{\text{Eindring}}$$

angeordnet. Die Tiefe  $\zeta_{\text{Eindring}}$  ist komplexwertig und kann mit

$$\zeta_{\text{Eindring}} = (1 - j) \cdot \delta$$

angegeben werden [7], wobei  $\delta$  die Eindringtiefe des Erdbodens beschreibt:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0}}$$

- $\mu_0$ : magnetische Feldkonstante
- $\rho$ : Spezifischer Widerstand des Erdbodens

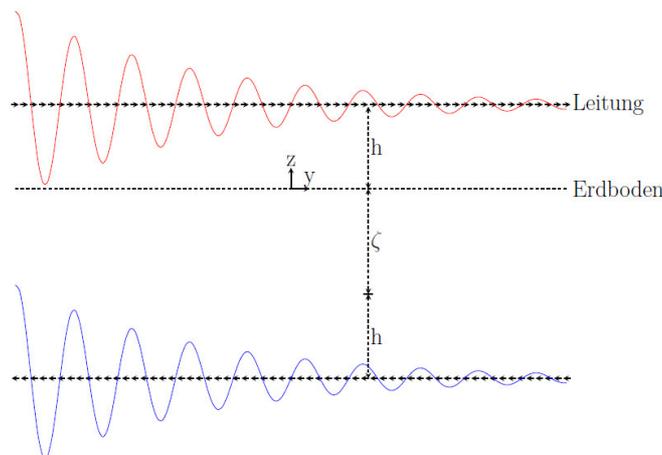
Demnach muss die berechnete magnetische Feldstärke um die Beiträge der Spiegelleiter erweitert werden und es resultiert:

$$\vec{H} = \sum_i^N \left( \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{|\vec{r}_i|^2} + \frac{jk}{|\vec{r}_i|} \right) \cdot \left[ \vec{l} \times \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|} \right] \cdot I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d_i} \cdot e^{j \cdot (\omega t - k|\vec{r}_i| - k \cdot d_i)} \right. \\ \left. + \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{1}{|\vec{r}'_i|^2} + \frac{jk}{|\vec{r}'_i|} \right) \cdot \left[ (-\vec{l}) \times \frac{\vec{r}'_i}{|\vec{r}'_i|} \right] \cdot I_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d_i} \cdot e^{j \cdot (\omega t - k|\vec{r}'_i| - k \cdot d_i)} \right)$$

mit

$$\vec{r}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ y_i \\ h \end{pmatrix}, \vec{r}'_i = \begin{pmatrix} 0 \\ y_i \\ -h_{SL} \end{pmatrix}$$

Die Vektoren  $\vec{r}_i$  und  $\vec{r}'_i$  repräsentieren den Weg von entsprechenden Dipolen zum betrachteten Aufpunkt. In Bild 1 ist die Vorgehensweise schematisch dargestellt.



**Bild 1:** Schematische Darstellung zur Berechnungsmethode des magnetischen Feldes um den nachzubildenden Leiter mittels Draufsicht auf die y-z-Ebene, für den Fall dass der Konverter als Störquelle betrachtet wird

Die so erhaltene magnetische Feldstärke besitzt für jede der drei Raumrichtungen eine komplexwertige Amplitude. Um eine Vergleichbarkeit zu realen Messergebnissen herstellen zu können, muss eine geeignete Berechnungsmethode gefunden werden, welche die errechnete, vektorielle magnetische Feldstärke auf einen einzelnen Wert überführt. Gemäß [8] wird die magnetische Feldstärke an einem Messpunkt durch geometrische Summenbildung der Einzelmessungen, wobei die einzelnen Ausrichtungen der Antenne jeweils orthogonal aufeinander stehen, errechnet:

$$|\vec{H}_{\text{Messung}}| = \sqrt{|H_{x,M}|^2 + |H_{y,M}|^2 + |H_{z,M}|^2}$$

Der Betrag der errechneten magnetischen Feldstärke ergibt sich schließlich aus:

$$|\vec{H}| = \sqrt{\operatorname{Re}\{H_x\}^2 + \operatorname{Im}\{H_x\}^2 + \operatorname{Re}\{H_y\}^2 + \operatorname{Im}\{H_y\}^2 + \operatorname{Re}\{H_z\}^2 + \operatorname{Im}\{H_z\}^2}$$

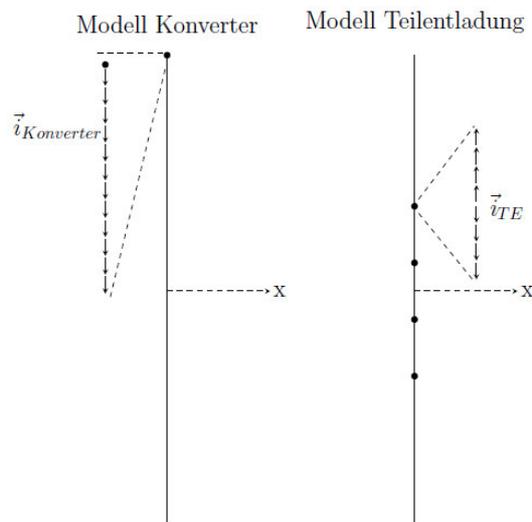
Zur Berechnung der magnetischen Feldstärke, für welche eine Teilentladung ursächlich ist, wird die oben beschriebene Berechnungsmethode angewandt. Die Berechnung des gesamten Betrags aller in die Berechnung einfließenden  $M$  Teilentladungen wird jedoch erweitert. Aufgrund der Tatsache, dass Teilentladungen ein statistisches Phänomen darstellen, wird davon ausgegangen, dass die einzelnen Teilentladungen zueinander unkorreliert sind, wodurch sich die einzelnen Beiträge nicht linear, sondern geometrisch im Sinne von

$$|\vec{H}| = \sqrt{\sum_i^M |\vec{H}_{TE,i}|^2}$$

addieren.

### 3 Modellbeschreibung

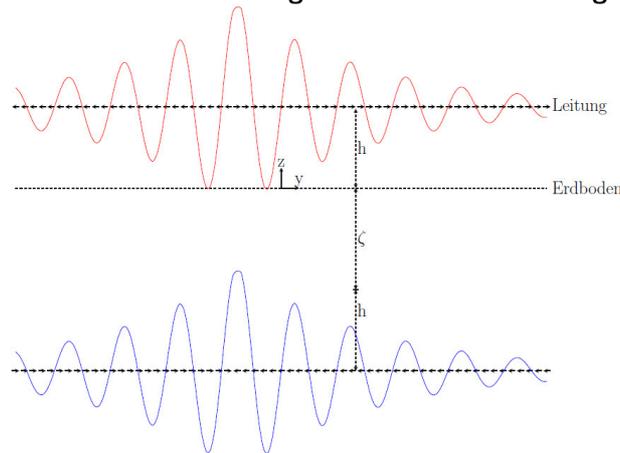
Im betrachteten Modell ist der Leiter in einer Höhe von  $z=29$  m, parallel zur  $y$ -Achse und orthogonal, sowie achsensymmetrisch zur  $x$ -Achse platziert (vgl: Bild 1 und Bild 2). Die Länge des Leiters beträgt 3000 m. Die Dämpfung ist frequenzunabhängig mit 2 dB/km angenommen. Dieser Wert liegt im mittleren Bereich, welcher in [3] angegeben wird. Auf Basis dieser Annahme ergibt sich ein Dämpfungsmaß von  $\alpha=0,23$  Np/km. Der Strom  $I_0$  ist auf 10 A festgelegt, sodass das Produkt aus  $|\vec{l}| \cdot I_0 = 1$  ergibt. Der Quellpunkt des Stroms ist für den Fall, dass der Konverter als Quelle gilt, an den Anfang des Leiters gelegt (vgl. Bild 2).



**Bild 2:** Schematische Darstellung zur Verteilung der einzelnen Quellen auf dem Leiter. Links: Eine Quelle des Konvertermodells. Rechts: Mehrere, auf dem Leiter verteilte, Quellen des Teilentladungsmodells

Bei der Betrachtung der Teilentladungen sind die Quellpunkte auf dem Leiter verteilt (vgl: Bild 2). Es wird eine Freileitung mit einer Spannfeldlänge von 300 m angenommen. Die Teilentladungsquellen werden auf drei Spannfelder verteilt, welche sich achsensymmetrisch zur  $x$ -Achse befinden. Um fehlerhafte Simulationsergebnisse durch

Überlagerung gleichmäßig verteilter Störquellen zu vermeiden, sind die Teilentladungsquellen in einem Abstand von 10 m um die Übergänge der Spannungsfelder normalverteilt. Es fließen 200 Teilentladungen in die Berechnung ein.

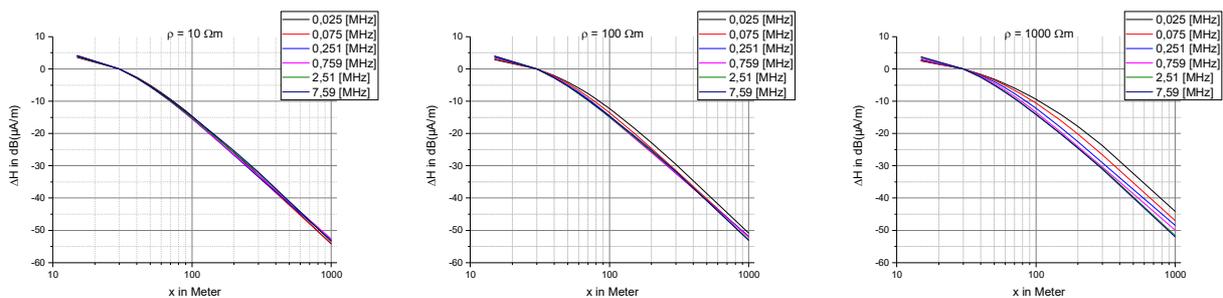


**Bild 3:** Schematische Darstellung zur Berechnungsmethode des magnetischen Feldes um den nachzubildenden Leiter mittels Draufsicht auf die y-z-Ebene, für den Fall dass eine Teilentladung als Störquelle betrachtet wird

Die Aufpunkte zur Berechnung der magnetischen Feldstärke sind entlang der x-Achse in den Entfernungen von  $x=15, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200, 300$  und  $1000$  m in einer Höhe von  $z=2$  m lokalisiert. Als Berechnungsprogramm ist MATLAB genutzt worden.

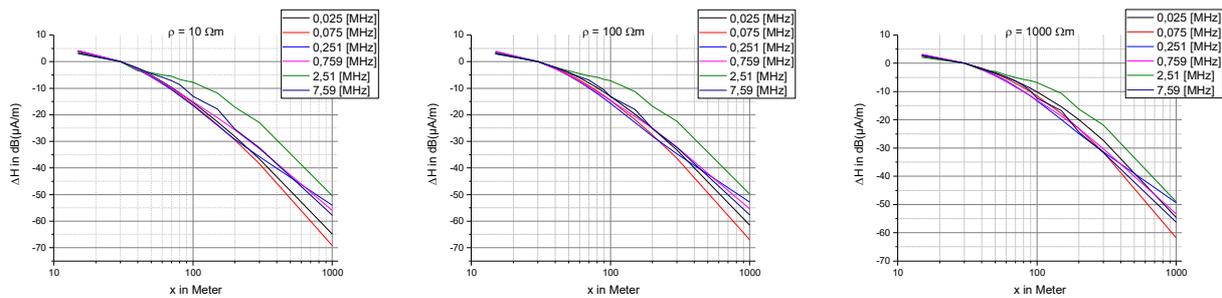
#### 4 Simulationsergebnisse

Im Folgenden sind die Simulationsergebnisse für ausgewählte Frequenzen dargestellt. Zur Auswertung sind die ermittelten Feldstärken auf die Entfernung von 30 m normiert. Die Angabe der Kurvenschar ist in MHz zu verstehen. Die Simulationen sind für verschiedene Werte des spezifischen Bodenwiderstands [7] durchgeführt worden.



**Bild 4:** Simulationsergebnisse des Konvertermodells bei drei verschiedenen spezifischen Bodenwiderständen.

Bei Betrachtung von Bild 4 fällt auf, dass speziell für niedrige Widerstandswerte des Bodens die Dämpfung des magnetischen Feldes für alle dargestellten Frequenzen ähnlich, beinahe deckungsgleich, bei ca. 15 dB in einem Abstand von 100 m ist. Bei höheren Widerstandswerten streuen die Werte in einem Abstand von 100 m in einem Bereich zwischen ca. 9 dB und 14 dB, wohingegen die Abnahme in der zweiten Dekade zwischen 100 m und 1000 m ähnlich konstant verläuft, insgesamt aber geringer ausfällt. Ungeachtet der unterschiedlichen Widerstandswerte nimmt die Dämpfung des magnetischen Feldes bei höheren Frequenzen zu.



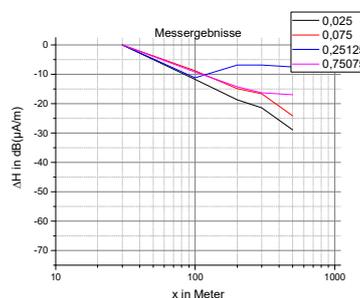
**Bild 5:** Simulationsergebnisse des Teilentladungsmodells bei drei verschiedenen spezifischen Bodenwiderständen

Im Vergleich mit Bild 5 lassen sich obige Beobachtungen nicht erkennen. Zwar liegt die Dämpfung für einen spezifischen Bodenwiderstand von  $\rho=10 \Omega\text{m}$  beim Großteil der betrachteten Frequenzen erneut bei ca. 15 dB, jedoch beträgt die Dämpfung für 2,51 MHz lediglich 7 dB, was auf die teilweise gleichmäßige Verteilung der Teilentladungen auf die einzelnen Spannungsfelder zurückzuführen ist. Mit zunehmenden Widerstandswerten lässt sich ebenso wie in Bild 4 eine insgesamt Reduzierung der Abnahme des magnetischen Feldes feststellen.

Ein Vergleich der beiden Modelle ergibt, dass die Dämpfung im Abstand von 100 m im Mittel bei ca. 12-15 dB liegt, wenn die Werte auf einen Abstand von 30 m normiert sind. Ebenso ähnlich verhält sich die Dämpfung in 1000 m Entfernung zum Leiter. Hier liegt das Mittel für beide Simulationsmodelle bei ca. 52-55 dB.

## 5 Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen

Zu Vergleichszwecken sind an einer bestehenden Freileitung, welche an einen Konverter angeschlossen ist, Messungen gemäß [8] durchgeführt worden. Die Entfernungen der einzelnen Messpunkte orthogonal zur Freileitung betragen: 30 m, 100 m, 200 m, 300 m und 500 m. Bedingt durch den Auf- und Abbau der Messeinrichtung sind die Messungen nicht zeitgleich durchgeführt worden. Daher ist es möglich, dass sich zwischen oder während der Messungen der Betriebszustand der Freileitung geändert haben könnte. Die Messwerte sind auf die Entfernung von 30 m normiert und in Bild 6 dargestellt. Da bei den Messungen in 500 m Entfernung bei höheren Frequenzen keine merklich über dem Rauschen des Messsystems liegenden Werte gemessen wurden, sind diese in Bild 6 nicht mit aufgeführt.



**Bild 6:** Messergebnisse zur Abnahme des magnetischen Feldes an einer bestehenden Freileitung

Im Bereich bis 100 m ist die Abnahme des magnetischen Feldes mit 9 dB bis 12dB vergleichbar mit den Simulationsergebnissen. Eine Tendenz im Sinne, dass niedrige Frequenzen stärker oder geringer als höhere Frequenzen gedämpft werden, ist nicht erkennbar. Über diese Entfernung hinaus stimmt der Verlauf der magnetischen Feldstärke

aus Simulation und Messung nicht überein. Für die Frequenz von 251 kHz ist sogar ein Anstieg der magnetischen Feldstärke zu verzeichnen. Mögliche Ursachen hierfür können ein geänderter Betriebszustand oder unterschiedliche Umwelteinflüsse sein.

## 6 Fazit und Ausblick

In den durchgeführten Simulationen wurde das magnetische Feld im Umfeld eines langen Leiters für zwei verschiedene Szenarien auf der Basis aneinandergereihter Hertz'scher Dipole modelliert. Im ersten Fall wird eine einzelne Quelle am Anfang der Leitung berücksichtigt, was eine Störausbreitung von einem Konverter ausgehend darstellt. Im zweiten Fall sind auf dem Leiter an verschiedenen Punkten mehrere Quellen verteilt, was die Charakteristik von verteilten Teilentladungen widerspiegelt. Die Simulationsergebnisse sind auf eine Entfernung von 30 m zum Leiter normiert. Diese beiden Modelle wurden mit einer Messung an einer bestehenden Freileitung verglichen. Im ersten Simulationsmodell lag die Dämpfung des magnetischen Feldes in einer Entfernung von 100 m zum Leiter zwischen 9 dB und 14 dB. Ab dieser Entfernung ist das Verhalten der Abnahme der magnetischen Feldstärke beinahe frequenzunabhängig linear und ähnelt dem Verhalten des Biot-Savart-Gesetzes. Letztlich liegt die Dämpfung des magnetischen Feldes in 1000 m Entfernung zum Leiter im Mittel bei ca. 50 dB bis 53 dB. Die Ergebnisse des zweiten Simulationsmodells unterscheiden sich nicht wesentlich von denen des ersten Simulationsmodells. In 100 m Entfernung zum Leiter liegt auch hier die Dämpfung zwischen ca. 9 dB und 14 dB. Das Mittel in 1000 m Entfernung liegt auch hier im Bereich zwischen ca. 50 dB bis 53 dB. Im Vergleich mit einer realen Messung konnte der Feldverlauf in beiden Modellen nur teilweise nachgebildet werden. Im Bereich bis 100 m ist die Abnahme des magnetischen Feldes mit 9 dB bis 12dB vergleichbar. Ab dieser Entfernung stimmt der Verlauf der magnetischen Feldstärke aus Simulation und Messung nicht überein. Ein entscheidender Grund hierfür wird im zeitlichen Versatz der einzelnen Messungen an der bestehenden Freileitung gesehen, wodurch geänderte Umgebungs- oder Betriebszustände aufgetreten sein könnten.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Ergebnisse aus Simulation und Messung für den Bereich bis 100 m Entfernung zum Leiter bzw. zur Freileitung vergleichbar sind. Vor diesem Hintergrund sind die Erkenntnisse und Modelle aus [3] und [4] auf das Gebiet moderner Modularer-Multilevel-Konverter anwendbar.

In Zukunft werden mehrere Messungen an bestehenden Freileitungen vorgenommen, um für die entwickelten Modelle mehrere Vergleichswerte zu haben. In diesem Kontext wird mitunter eine Messung an einer bestehenden Freileitung unter Zuhilfenahme einer synthetischen Quelle angestrebt. Zusätzlich wird versucht die Messmethodik dahingehend zu optimieren, dass zwischen den einzelnen Messungen weit weniger Zeit vergeht, als es bei den bisherigen Messungen der Fall war, sodass von annähernd konstanten Parametern für den Betriebszustand der Freileitung und der Umwelteinflüsse ausgegangen werden kann. In der Weiterentwicklung der Modelle wird zum einen die Verteilung der Teilentladungen entlang des Leiters genauer betrachtet. Zum anderen wird ein Modell entwickelt, welches sowohl den Konverter, als auch Teilentladungen gemeinsam als zueinander gewichtete Quellen berücksichtigt.

## 7 Literaturverzeichnis

- [1] DIN EN 50121-2:2017-11, Bahnanwendungen – Elektromagnetische Verträglichkeit – Teil 2: Störaussendungen des gesamten Bahnsystems in die Außenwelt
- [2] DIN EN 55011:2016, Industrielle, wissenschaftliche und medizinische Geräte – Funkstörungen – Grenzwerte und Messverfahren
- [3] CISPR TR 18-1, Radio interference characteristics of overhead power lines and high-voltage equipment, 2016
- [4] CIGRÉ 391, Guide for measurement of radio frequency interference from HV and MV substations, 08-2009
- [5] Ram Adapa, „High-Wire Act: HVdc Technology: The State of the Art“, IEEE Power and Energy Magazine, vol. 10, (Nov.-Dec. 2012), pp. 18-29
- [6] K. Simonyi, „Theoretische Elektrotechnik“, 8. Auflage, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1980
- [7] A.Z. El Dein, “Magnetic-Field Calculation under EHV Transmission Lines for More Realistic Cases”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 24, no. 4, (October 2009), pp. 2214-2222
- [8] DIN EN 55016-2-3:2010 + A1:2010 + AC:2013 + A2:2014, Anforderungen an Geräte und Einrichtungen sowie Festlegung der Verfahren zur Messung der hochfrequenten Störaussendung (Funkstörungen) und Störfestigkeit – Teil 2-3: Verfahren zur Messung der hochfrequenten Störaussendung (Funkstörungen) und Störfestigkeit – Messung der gestrahlten Störaussendung