

Breitbandiges Netzwerkmodell für inhomogene Leitungen unter Berücksichtigung der Abstrahlung

M. Sc. Sebastian Südekum, Prof. Dr.-Ing. Marco Leone

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg - Lehrstuhl Theoretische Elektrotechnik

1 Einleitung

Angesichts der stetig steigenden Signal- und Schaltfrequenzen und der zunehmenden Komplexität elektronischer Systeme ist das Hochfrequenzverhalten von elektrischen Leitungen weiterhin eine wichtige Fragestellung für die EMV. Geeignete Leitungsmodelle werden benötigt, um beispielsweise die Signal- und Versorgungsintegrität in elektrischen Systemen effizient zu analysieren. In den vergangenen Jahrzehnten wurden bereits zahlreiche Modelle und analytische Formeln, die auf der Leitungstheorie basieren, entwickelt. Die grundlegenden Ergebnisse sind in [1] zusammengefasst. Die meisten bekannten Ansätze setzen jedoch eine homogene Leitungsgeometrie voraus. Betrachtet man aber praktisch relevante inhomogene Geometrien, wie Bonddrähte in integrierten Schaltkreisen (Abb. 1), Leiterbahnen auf Leiterplatten oder Freileitungen, ist diese Annahme nicht immer zutreffend.

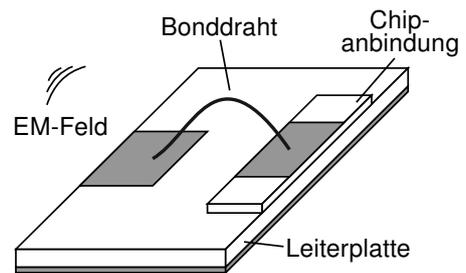


Abb. 1: Abstrahlung eines Bonddrahtes auf einer Leiterplatte

Die Anzahl der Modelle für inhomogene Leitungen ist weitaus geringer und viele beschränken sich auf den Frequenzbereich (z. B. [2]). Ein transientes Systemverhalten kann dabei durch eine IFFT bestimmt werden, was aber die Verwendung nichtlinearer Abschlüsse ausschließt. Ein wirklich leistungsfähiger Ansatz wird in [3] hergeleitet. Dieser berücksichtigt neben der Ortsabhängigkeit auch die Frequenzabhängigkeit der Leitungsparameter und erlaubt Simulationen im Zeit- und Frequenzbereich. Nichtsdestotrotz verlieren all diese Modelle mit zunehmender Inhomogenität ihre Gültigkeit, da die Abstrahlung der Leitung zunimmt (Abb. 1). Dies wird jedoch im Rahmen der Leitungstheorie nicht berücksichtigt.

In unserem Beitrag präsentieren wir ein neuartiges inhärent passives, stabiles und konvergenzbeschleunigtes Foster-Ersatzschaltbild, das auch die Abstrahlungsverluste berücksichtigt. Basierend auf der modalen Lösung der diskretisierten Leitungsgleichungen wird zunächst das verlustlose Ersatzschaltbild aufgestellt. Die Konvergenzbeschleunigung ergibt sich dabei direkt durch ein Netzwerk gekoppelter Induktivitäten. Die Abstrahlungsverluste werden anschließend aus den modalen Fernfeldern durch entsprechende modale Leitwerte eingearbeitet. Um das gesamte Netzwerkmodell zu implementieren, müssen im Vorfeld die längenbezogene Induktivität und Kapazität der entsprechenden Leitungsgeometrie bekannt sein. Nach einer umfassenden Recherche ergab sich jedoch, dass die Definition dieser Parameter in der Literatur nicht behandelt wird. Aus diesem Grund werden die Leitungsparameter für den Fall inhomogener Leitungen untersucht und ein allgemeiner Ausdruck entwickelt, der für praktische Simulationen ausreichend genaue Ergebnisse liefert. Das vorgestellte Ersatzschaltbild kann in jede SPICE-kompatible Simulationsumgebung eingebettet, dort beliebig beschaltet (aktiv/passiv, linear/nichtlinear) und für Simulationen im Zeit- und Frequenzbereich genutzt werden. Dies wird anhand eines Beispiels demonstriert und die Ergebnisse werden mit einer weitaus aufwendigeren kommerziellen Vollwellensimulation verglichen.

2 Leitungparameter inhomogener Leitungen

Wir betrachten eine beliebig inhomogene Leitung in einem homogenen Medium. Bezogen auf eine frei wählbare globale Koordinate x ist die Leitungsgeometrie eindeutig durch ihre Länge l und die Trajektorie $h(x)$ gegeben (siehe Abb. 2). Durch die Einspeisung des Stromes I_j in x_j resultiert eine Strom- und Spannungsverteilung $I(x)$ und $U(x)$ entlang der Leitung. Die eindeutige Definition der Spannung impliziert, dass sich nur der Quasi-TEM-Mode ausbreitet [4]. Im Rahmen dieser Annahme werden zunächst sämtliche Abstrahlungseffekte vernachlässigt und das Leitungsverhalten wird eindeutig durch den ortsabhängigen Induktivitäts- und Kapazitätsbelag $L'(x)$ und $C'(x)$ charakterisiert. Zusätzlich wird hierbei angenommen, dass auch die Leitungsverluste und dielektrischen Verluste vernachlässigbar sind. Demzufolge wird die Strom- und Spannungsverteilung im Frequenzbereich durch die Gleichungen der Leitungstheorie bestimmt [4]

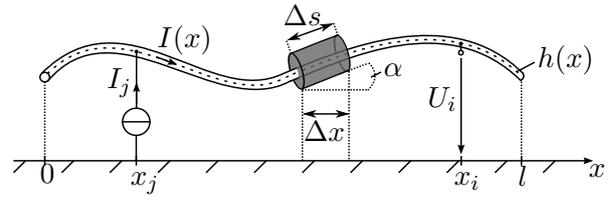


Abb. 2: Inhomogene Leitung der Länge l mit Einspeisung in x_j und Beobachtungspunkt in x_i

$$\frac{dU(x)}{dx} + j\omega L'(x)I(x) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dI(x)}{dx} + j\omega C'(x)U(x) = I_j\delta(x - x_j), \quad (2)$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ (Frequenz f) und der Deltafunktion $\delta(x)$. Die Leitungsgleichungen (1) und (2) und somit auch die Leitungparameter bilden die Grundlage zahlreicher Modelle, wie z. B. [3] und [5]. Wie jedoch $L'(x)$ und $C'(x)$ für den allgemeinen Fall inhomogener Leitungen zu wählen sind, wird in der Literatur recht oberflächlich behandelt. Naheliegender würde man die Leitungparameter L'_h und C'_h des homogenen Falls wählen und den ortsabhängigen Parameter, wie den veränderlichen Abstand der Drähte $h(x)$ aus Abb. 2, berücksichtigen. Somit würde der Übergang $L'_h \rightarrow L'_h(x)$ und $C'_h \rightarrow C'_h(x)$ resultieren. Wie später gezeigt wird, ist dieser Ansatz ungenau und liefert lediglich für schwache Inhomogenitäten befriedigende Ergebnisse.

Um exemplarisch den Kapazitätsbelag $C'(x)$ zu betrachten, wird für den elektrostatischen Fall die Ladung ΔQ innerhalb des Zylinders mit der Länge Δs ausgewertet. Dieser umschließt einen Leiter zwischen den Punkten x und $x + \Delta x$ (siehe Abb. 2). Für den Grenzfall $\Delta s \rightarrow 0$ kann die Gesamtladung näherungsweise durch die Linienladung $q_L(x)$ ausgedrückt werden. Diese wiederum ergibt sich aus der Spannung $U(x)$ und dem Kapazitätsbelag $C'_h(x)$ in der globalen Koordinate x :

$$\Delta Q \approx q_L(x)\Delta s = C'_h(x)U(x)\Delta s = \frac{C'_h(x)}{\cos(\alpha(x))}U(x)\Delta x. \quad (3)$$

Somit resultiert der äquivalente Kapazitätsbelag

$$C'(x) = \frac{C'_h(x)}{\cos(\alpha(x))}. \quad (4)$$

Durch den ortsveränderlichen Neigungswinkel

$$\alpha(x) = \arctan\left(\frac{dh(x)}{dx}\right) \quad (5)$$

wird ersichtlich, dass $C'_h(x)$ und $C'(x)$ nur für schwache Inhomogenitäten näherungsweise gleich sind. Für den Grenzfall $\alpha = \pm\pi/2$ wird $C'(x)$ singulär. Hierbei kann die Trajektorie nicht durch die Koordinate x eindeutig beschrieben werden. Eine Koordinatentransformation vermeidet dieses Problem. Ganz analog erhalten wir einen Ausdruck für den Induktivitätsbelag $L'(x)$, indem der magnetische Fluss zwischen den Leitern für einen Abschnitt Δs ausgewertet wird:

$$L'(x) = \frac{L'_h(x)}{\cos(\alpha(x))}. \quad (6)$$

3 Äquivalentes Foster-Ersatzschaltbild

Nachdem die Leitungsparameter näher untersucht worden sind, soll im Folgenden das äquivalente Ersatzschaltbild einer inhomogenen Leitung hergeleitet werden. Entkoppelt man dazu die Leitungsgleichungen (1) und (2), resultiert das Randwertproblem der Spannung entlang der Leitung [5]

$$-\frac{1}{j\omega} \left(\frac{d}{dx} \frac{1}{L'(x)} \frac{d}{dx} \right) U(x) + j\omega C'(x)U(x) = I_j \delta(x - x_j) \quad , \text{ mit } \left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x=0,l} = 0. \quad (7)$$

Durch die Anwendung der Finiten-Differenzen-Methode (FD-Methode) und die Einführung einer äquidistanten Diskretisierung mit N Punkten nach [6] kann das Randwertproblem (7) in ein lineares Gleichungssystem überführt werden

$$\left(j\omega[\mathbf{C}] + \frac{1}{j\omega}[\mathbf{S}_L] \right) (\mathbf{U}) = I_j(\boldsymbol{\delta}_j). \quad (8)$$

Hierbei bezeichnen $[\mathbf{C}]$ and $[\mathbf{S}_L]$ die $N \times N$ Matrizen der Kapazitäten und der reziproken Induktivitäten. (\mathbf{U}) repräsentiert den gesuchten Spannungsvektor und

$$(\boldsymbol{\delta}_j) = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T \quad (9)$$

ist das diskrete Analogon der Deltafunktion. Setzt man die Anregung der Leitung zu Null ($I_j = 0$), resultiert aus der Matrixgleichung (8) direkt das Eigenwertproblem

$$[\mathbf{S}_L](\mathbf{v}_n) = \omega_n^2[\mathbf{C}](\mathbf{v}_n) \quad \text{für } n \in \{0, \dots, N-1\}. \quad (10)$$

Angenommen es treten N verschiedene Eigenwerte ω_n^2 auf, somit sind die Eigenvektoren (\mathbf{v}_n) linear unabhängig und erfüllen folgende Orthogonalitätsrelation [7]

$$(\mathbf{v}_m)^T[\mathbf{C}](\mathbf{v}_n) = C_n \delta_{nm} \quad (11)$$

mit dem Normierungsfaktor C_n , der die Dimension einer Kapazität besitzt. Betrachtet man die physikalische Bedeutung des Eigenwertproblems (10), stellen die Eigenwerte ω_n^2 die Quadrate der Resonanzfrequenzen der Leitung und die Eigenvektoren (\mathbf{v}_n) die entsprechenden Spannungsverteilungen bei Resonanz dar, im Rahmen der Genauigkeit des FD-Ansatzes.

Um schließlich die Matrixgleichung (8) zu lösen, kann der Spannungsvektor (\mathbf{U}) als Linearkombination der N Eigenvektoren dargestellt werden. Wendet man die Gl. (9)-(11) an, resultiert die Impedanz Z_{ij} zwischen dem Beobachtungspunkt i an der Stelle x_i und dem Anregungspunkt j bei x_j als Lösung der Gl. (8):

$$Z_{ij} = \frac{U_i}{I_j} = \frac{(v_0)^2}{j\omega C_0} + j\omega \sum_{n=1}^{N-1} \frac{v_n^j v_n^i}{C_n (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (12)$$

mit dem i . Element v_n^i des Eigenvektors (\mathbf{v}_n) . Für $\omega \rightarrow 0$ ist die leerlaufende Leitung (siehe Abb. 2) kapazitiv. Daher gilt für die erste Resonanzfrequenz $\omega_0 = 0$ und der Eigenvektor (\mathbf{v}_0) , der die statische Spannungsverteilung repräsentiert, besitzt konstante Einträge v_0 . Führt man die Größen C_n , L_n , v_n^i als modale Kapazität, Induktivität und Kopplungsfaktor und C_{DC} als statische Kapazität ein, kann Gl. (12) als Impedanz eines äquivalenten modalen Netzwerkes interpretiert werden

$$Z_{ij} = \frac{1}{j\omega C_{DC}} + \sum_{n=1}^{N-1} \frac{v_n^j v_n^i}{j\omega C_n + \frac{1}{j\omega L_n}} \quad (13)$$

Durch das einmalige Lösen des Eigenwertproblems (10) für eine gegebene Leitungsgeometrie resultieren direkt die Netzwerkparameter

$$C_n = (\mathbf{v}_n)^T [\mathbf{C}] (\mathbf{v}_n) \quad , \quad C_{DC} = \frac{C_0}{v_0^2} \quad , \quad L_n = \frac{1}{\omega_n^2 C_n} \quad (14)$$

und der modale Kopplungsfaktor v_n^i , der als Windungszahlverhältnis eines idealen Transformators interpretiert werden kann. Gl. (13) entspricht somit einem äquivalenten Foster-Ersatzschaltbild mit $N - 1$ Moden (Abb. 3) [8]. Für den praktisch relevanten Fall, dass sich die Ports an den Leitungsenden befinden, besitzt das Netzwerk 2 Ports ($i, j = 1, 2$).

3.1 Konvergenzbeschleunigung

Die Komplexität (Anzahl der Moden) des modalen Netzwerkes skaliert mit der Diskretisierung N . Um schließlich hinreichend genaue Ergebnisse zu erhalten, sollte die höchste Resonanzfrequenz ω_{N-1} viel höher gewählt werden als die benötigte Bandbreite ω_{max} . Betrachtet man die Summe (13) nur bis zu einem Mode N_0 , der noch mindestens innerhalb der Bandbreite resonant ist, würde dies aufgrund der schlechten Konvergenz von Gl. (13) große Abweichungen hervorrufen. Um dieses Problem zu vermeiden, werden alle subresonanten Moden mit

$\omega_n \gg \omega_{max}$ durch ihr induktives Verhalten berücksichtigt:

$$Z_{ij} \approx \frac{1}{j\omega C_{DC}} + \sum_{n=1}^{N_0} \frac{v_n^j v_n^i}{j\omega C_n + \frac{1}{j\omega L_n}} + j\omega \sum_{N_0+1}^{N-1} v_n^j v_n^i L_n \quad (15)$$

Dabei kann die Summe der modalen Induktivitäten durch konzentrierte gekoppelte Induktivitäten an den Ports i und j ersetzt werden:

$$L_{ij} = \sum_{N_0+1}^{N-1} v_n^j v_n^i L_n \quad (16)$$

Somit erhalten wir einen konvergenzbeschleunigten Ausdruck für die Impedanz des äquivalenten modalen Netzwerkes (siehe Abb. 3)

$$Z_{ij} \approx \frac{1}{j\omega C_{DC}} + j\omega L_{ij} + \sum_{n=1}^{N_0} \frac{v_n^j v_n^i}{j\omega C_n + \frac{1}{j\omega L_n}} \quad (17)$$

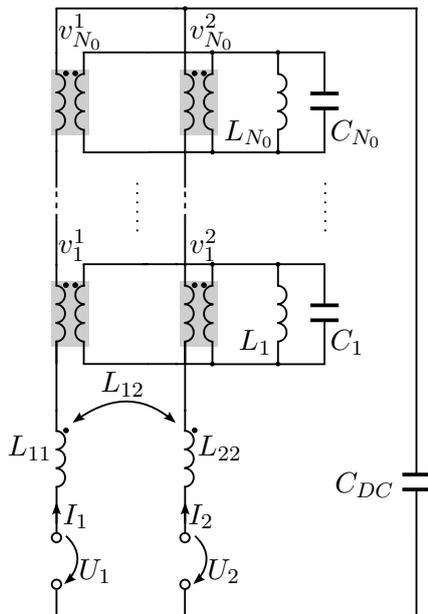


Abb. 3: Foster-Ersatzschaltbild einer verlustlosen, inhomogenen Leitung mit dem Induktivitätsnetzwerk zur Konvergenzbeschleunigung

Dieses Foster-Ersatzschaltbild kann in jede Netzwerksimulationsumgebung eingebettet und für Zeit- und Frequenzbereichsimulationen bei beliebiger Beschaltung (ak-

tiv/passiv, linear/nichtlinear) genutzt werden. Die maximale Anzahl an Moden N_0 sollte mindestens alle innerhalb der Bandbreite ω_{max} resonanten Moden berücksichtigen. Eine gute Abschätzung der Modellordnung bezüglich der Bandbreite ist in [5] angegeben:

$$N_0 > \frac{l\omega_{max}}{\pi} \max_{x \in [0, l]} \left\{ \sqrt{L'(x)C'(x)} \right\}. \quad (18)$$

3.2 Berücksichtigung der Abstrahlung

Das in Abb. 3 präsentierte Netzwerkmodell ist innerhalb der Modellgrenzen der Leitungstheorie gültig [4]. Bezogen auf die Bandbreite reduziert sich aber mit zunehmender Inhomogenität der Leitung der Gültigkeitsbereich aufgrund zunehmender Abstrahlung. Um auch die Abstrahlung im Modell zu berücksichtigen, wird unter der Annahme geringer bis hin zu moderaten Strahlungsverlusten das abgestrahlte Feld des dominierenden Modes n bei Resonanz ($\omega = \omega_n$) im Fernfeld berechnet. Die entsprechende abgestrahlte modale Leistung $P_{rad,n}$ bestimmt den modalen Gütefaktor

$$Q_n = \frac{\omega_n W_{e,n}}{P_{rad,n}}. \quad (19)$$

$W_{e,n}$ ist hierbei die elektrische Energie in der modalen Kapazität C_n . Schließlich können durch das Hinzufügen des modalen Leitwertes (siehe Abb. 4)

$$G_n = \frac{\omega_n C_n}{Q_n} \quad (20)$$

in jedem Resonanzkreis die Strahlungsverluste eingearbeitet werden [4]. Die abgestrahlte modale Leistung ergibt sich nach [9] durch die Integration des modalen elektrischen Feldes \mathbf{E}_n über eine Kugel $S_F(R)$ im Fernfeld mit dem Radius R

$$P_{rad,n} = \frac{1}{2Z_w} \iint_{S_F(R)} |\mathbf{E}_n \cdot \mathbf{e}_\theta|^2 + |\mathbf{E}_n \cdot \mathbf{e}_\phi|^2 dS_F. \quad (21)$$

$Z_w = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ ist hierbei der Feldwellenwiderstand. Das elektrische Feld des n . Modes bestimmt sich wiederum durch [9]

$$\mathbf{E}_n(\mathbf{r}) \approx -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_s I_n(\mathbf{r}') \mathbf{e}_s e^{jk(\mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r)} ds, \quad (22)$$

mit der Wellenzahl $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$, dem Aufpunkt \mathbf{r} , dem entsprechenden Einheitsvektor \mathbf{e}_r und dem Quellpunkt \mathbf{r}' . Der Einheitsvektor des Stromes entlang des Pfades s ist gegeben durch \mathbf{e}_s . Um schließlich die modale Stromverteilung $I_n(x)$ zu bestimmen, wendet man auf die Spannungsverteilung aus Gl. (12) im Rahmen des FD-Ansatzes die Leitungsgleichung (1) an. Der resultierende Stromvektor

$$(\mathbf{I}) = \sum_{n=1}^{N-1} (\mathbf{I}_n) = \sum_{n=1}^{N-1} I_j \frac{v_n^j}{C_n(\omega_n^2 - \omega^2)} [\tilde{\mathbf{S}}_L](\mathbf{v}_n) \quad (23)$$

ergibt sich aus der Summe der modalen Ströme (\mathbf{I}_n) . $[\tilde{\mathbf{S}}_L]$ bezeichnet eine weitere Matrix von reziproken Induktivitäten. Da im statischen Fall der Strom verschwindet, wird der Term für $n = 0$ in Gl. (23) vernachlässigt. Entnimmt man aus der Stromsumme (23) den n . Term und berücksichtigt die Trajektorie der Leitung im Koordinatensystem gemäß Abb. 2, kann das

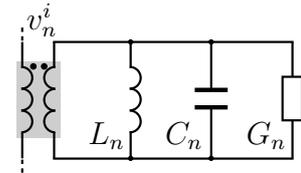


Abb. 4: Erweiterung eines modalen Resonanzkreises (Abb. 3) durch G_n zur Berücksichtigung der Strahlungsverluste

Integral (22) ausgewertet werden. Außerdem kann durch Superposition der modalen Felder das gesamte abgestrahlte elektrische Feld der Leitung berechnet werden:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N-1} \mathbf{E}_n = \sum_{n=1}^{N-1} \frac{j\omega I_j v_n^j}{C_n(\omega_n^2 - \omega^2)} [\mathbf{A}][\tilde{\mathbf{S}}_L](\mathbf{v}_n). \quad (24)$$

$[\mathbf{A}]$ bezeichnet die Transformationsmatrix von der Stromverteilung zum Fernfeld. Diese Matrix muss lediglich für eine gegebene Leitungsgeometrie einmalig aufgestellt werden. Setzt man schließlich \mathbf{E}_n aus (24) in Gl. (21) ein und approximiert das Integral durch eine Doppelsumme, erhalten wir den modalen Gütefaktor

$$Q_n = \frac{\omega_n C_n Z_w}{R^2 \tilde{P}_n}, \quad (25)$$

mit

$$\tilde{P}_n = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \left(\left| ([\mathbf{A}(\theta_q, \phi_p)][\tilde{\mathbf{S}}_L](\mathbf{v}_n)) \cdot \mathbf{e}_\theta \right|^2 + \left| ([\mathbf{A}(\theta_q, \phi_p)][\tilde{\mathbf{S}}_L](\mathbf{v}_n)) \cdot \mathbf{e}_\phi \right|^2 \right) \sin \theta_q \Delta\theta \Delta\phi. \quad (26)$$

P bezeichnet hierbei die Anzahl der Stützstellen des Feldes in ϕ -Richtung mit dem Abstand $\Delta\phi$ und Q repräsentiert das Gleiche für θ .

4 Validierungsbeispiel

Zur Validierung unseres modalen Netzwerkmodells betrachten wir einen asymmetrischen Bondraht mit dem Radius $r = 1 \mu\text{m}$ und der Länge $l = 1 \text{ cm}$, der sich über einer ideal leitfähigen Massefläche befindet (Abb. 5). Die Leitungsgeometrie lässt sich mit einer entsprechenden Splinefunktion

$$h(x) = h_{min} + a(x-l) + b(x-l)^2 + c(x-l)^3 \quad (27)$$

mit $h_{min} = 30 \mu\text{m}$ modellieren. Wenn bei $x_{max} = 0,325l$ die maximale Höhe $h_{max} = 1,75 \text{ mm}$ ist, sind die Parameter gegeben durch $a = 0,06 \text{ m}^{-1}$, $b = 131,312 \text{ m}^{-2}$ und $c = 12509 \text{ m}^{-3}$. Mit [4] und unseren Definitionen aus (4) und (6) sind die Leitungsparameter

$$C'(x) = \frac{C'_h(x)}{\cos(\alpha(x))} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\text{arcosh}\left(\frac{h(x)}{r}\right) \cos(\alpha(x))} \quad (28)$$

$$L'(x) = \frac{L'_h(x)}{\cos(\alpha(x))} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\text{arcosh}\left(\frac{h(x)}{r}\right)}{\cos(\alpha(x))}.$$

Eine kommerzielle Vollwellensimulation, die zusätzlich noch eine Reduktion der Modellordnung beinhaltet, dient als Referenz [10]. Bei der Implementierung des 3D Modells werden die Ports an den Leitungsenden durch vertikale, elektrisch kurze Drähte modelliert. Um diese Vertikalsegmente auch in unserem Modell einzubeziehen, können sie nach [11] durch ein äquivalentes Leitungsmodell berücksichtigt werden, das als π -Ersatzschaltbild dargestellt werden kann.

Zunächst betrachten wir die Eingangsimpedanz Z_{11} der Leitung. Die Bandbreite beträgt $f_{max} = 100 \text{ GHz}$ und somit ergeben sich mit Gl. (18) für das Foster-Ersatzschaltbild $N_0 = 15$

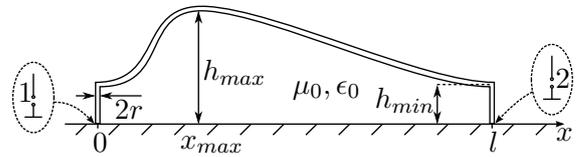


Abb. 5: Bondraht über einer ideal leitfähigen Masseebene

Moden. Anhand der Abb. 6(a) stellt man fest, dass die herkömmliche Definition der Leitungsparameter zu falschen Ergebnissen führt. Dahingegen werden mit der überarbeiteten Definition der Leitungsparameter (4) und (6) für inhomogene Leitungen sehr gute Ergebnisse erzielt (Abb. 6(b)). Weiterhin zeigen die Ergebnisse in Abb. 6(b), dass auch die Strahlungsverluste nicht vernachlässigbar sind, da beim Netzwerk ohne Abstrahlung große Abweichungen im Bereich der Maxima und Minima auftreten. Durch die Erweiterung des Netzwerkes durch die modalen Leitwerte wird die Abstrahlung berücksichtigt und die Übereinstimmung mit der Vollwellensimulation kann als sehr gut bezeichnet werden.

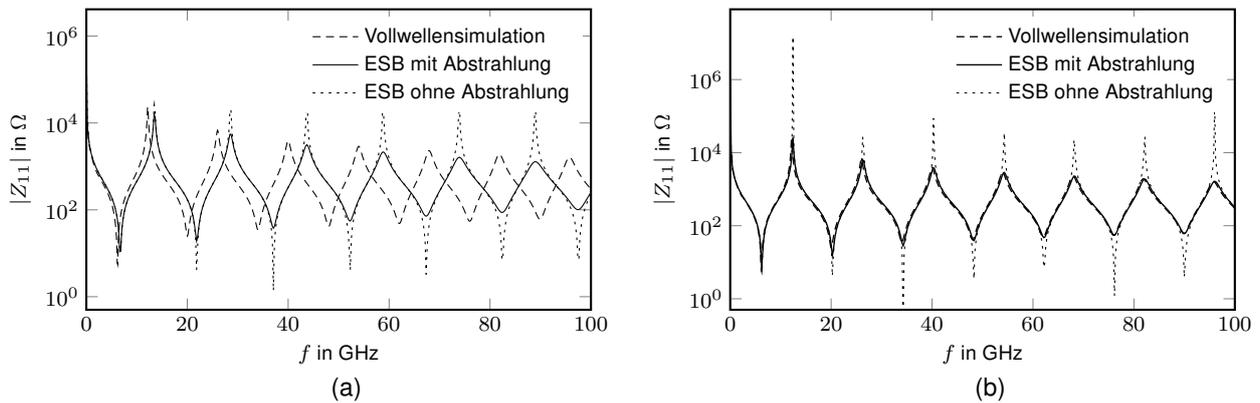


Abb. 6: Betrag der Eingangsimpedanz **(a)** Modales Netzwerk ($N_0 = 15$) mit den herkömmlichen Leitungsparametern, **(b)** Modales Netzwerk ($N_0 = 15$) mit der neuen Definition der Parameter aus (4) und (6)

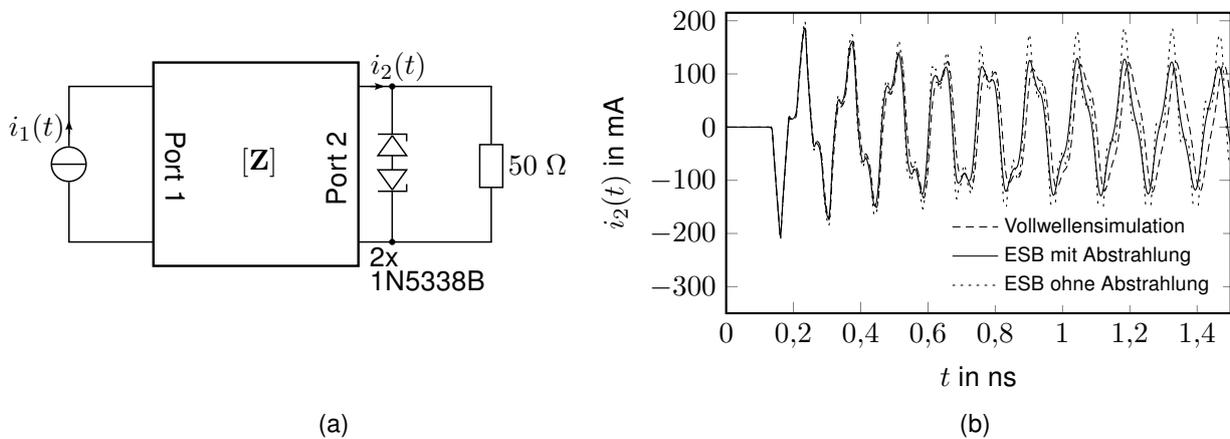


Abb. 7: **(a)** Leitungsmodell mit Anregung an Port 1 und nichtlinearer Beschaltung an Port 2 für die Zeitbereichssimulation und **(b)** Stromantwort $i_2(t)$ an Port 2

Um schließlich die Einsetzbarkeit unseres modalen Ersatzschaltbildes für inhomogene und abstrahlende Leitungen auch im Zeitbereich zu demonstrieren, wird Port 2 durch eine Parallelschaltung eines ohmschen Widerstandes mit zwei antiserial verschalteten Zener-Dioden nichtlinear abgeschlossen (Abb. 7(a)). Port 1 wird dabei durch einen Dreieckstimpuls mit einer Anstiegs- und Fallzeit von $\tau_r = 0,025$ ns und einer Amplitude von 0,1 A angeregt. Die Bandbreite des Pulses kann mit $f_{max} \approx 1/\tau_r = 40$ GHz abgeschätzt werden, sodass eine Modenanzahl von $N_0 = 7$ für unser modales Ersatzschaltbild resultiert (Gl. (18)). Anhand der Abb. 7(b) stellt man fest, dass die Stromantwort des verlustbehafteten Netzwerkmodells (mit Abstrahlung) sehr gut mit der Referenzsimulation übereinstimmt. Aufgrund der Abstrah-

lung muss das transiente Verhalten zusätzlich gedämpft sein. Das verlustlose Modell (ohne Abstrahlung) spiegelt dieses Verhalten nicht wider.

5 Zusammenfassung

In unserem Beitrag wurde eine inhärent passive und stabile Foster-Ersatzschaltbildarstellung für inhomogene und abstrahlende Leitungen präsentiert und erfolgreich validiert. Hierbei wurde im Vorfeld erstmalig ein allgemeiner Ausdruck für die Leitungsparameter inhomogener Leitungen entwickelt. Das zunächst verlustlose modale Ersatzschaltbild geht dabei direkt aus der Eigenvektorentwicklung der Portimpedanz hervor. Es basiert auf ein entsprechendes Eigenwertproblem, welches einmalig für eine gegebene Geometrie gelöst werden muss. Eine Konvergenzbeschleunigung des Modells wird durch ein Netzwerk gekoppelter Induktivitäten erzielt. Die Strahlungsverluste werden nachträglich durch modale Leitwerte in dem Netzwerk eingearbeitet, indem die modalen Fernfelder berechnet werden. Somit wird der Gültigkeitsbereich des Modells über die Modellgrenzen der Leitungstheorie hinaus erweitert. Unser Ersatzschaltbild lässt sich als Netzliste in jede SPICE-ähnliche Simulationsumgebung einbetten. Dort kann es als Teilsystem beliebig beschaltet (aktiv/passiv, linear/nichtlinear) und für Simulationen im Zeit- und Frequenzbereich verwendet werden. Die Modellordnung (Anzahl der Moden) kann dabei bezogen auf die notwendige Bandbreite sicher abgeschätzt werden. Der Vergleich zu einer weitaus aufwendigeren Vollwellensimulation und anschließender Reduktion der Modellordnung, die von einem kommerziellen Simulationsprogramm durchgeführt wird, demonstriert die hohe Effizienz und Genauigkeit, sowie die Vielseitigkeit unseres modalen Netzwerkmodells.

Literatur

- [1] Paul, C.R. ; Sons, John Wiley (Hrsg.): *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. 2. Hoboken, NJ, 2008
- [2] Gad, E.: Circuit-Based Analysis of Electromagnetic Field Coupling With Nonuniform Transmission Lines. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 50 (2008), February, Nr. 1
- [3] Antonini, G.: Spectral Models of Lossy Non-Uniform Multiconductor Transmission Lines. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 54 (2012), April, Nr. 2, S. 474–481
- [4] Ramo, S. ; Whinnery, J.R. ; Duzer, T. van: *Fields and Waves in Communication Electronics*. 3. John Wiley & Sons, Inc., 1993
- [5] Südekum, S. ; Mantzke, A. ; Leone, M.: Efficient Modal Network Model for Nonuniform Transmission Lines Including Field Coupling. In: *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility* 58 (2016), August, Nr. 4, S. 1359–1366
- [6] Taflove, A.: *Computational Electrodynamics - The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, Inc., 1995
- [7] Parlett, B. N. ; O'Malley, R. E. (Hrsg.): *The Symmetric Eigenvalue Problem*. SIAM, 1998
- [8] Foster, R. M.: A Reactance Theorem. In: *Bell System Technical Journal* 3 (1924), S. 259–267
- [9] Balanis, C. A.: *Antenna Design - Analysis and Design*. John Wiley & Sons, Inc., 2005
- [10] Computer Simulation Technology (CST): *CST Microwave Studio*. Online, 2017. – www.cst.com
- [11] Jordan, E. C. ; Balmain, K. G.: *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*. Prentice-Hall, Inc., 1968