

# Effizientes Netzwerkmodell zur breitbandigen Modellierung gleichförmiger Mehrfachleitungen

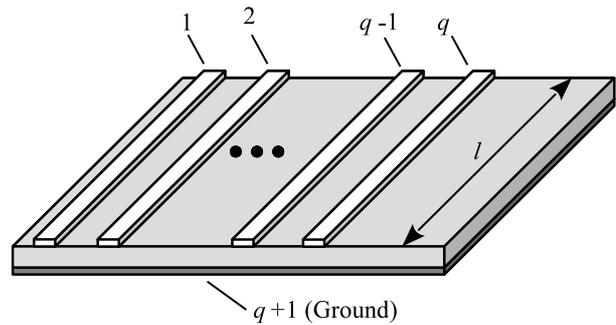
Dipl.-Ing. Andreas Mantzke, M. Sc. Sebastian Südekum, Prof. Dr.-Ing. Marco Leone  
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg - Lehrstuhl Theoretische Elektrotechnik

## 1 Einleitung

Seit jeher ist die Modellierung von Mehrfachleitungen (MTLs), wie bspw. Mikrostreifenleitungen auf PCBs (Abb. 1), ein Forschungsschwerpunkt der EMV, da die gegenseitige Kopplung (Übersprechen) auf einer MTL die Signalintegrität signifikant beeinträchtigen kann. Viele Modelle wurden entwickelt und speziell für den Fall homogener MTLs mit linearen und passiven Lasten existieren geschlossene Lösungen [1]. Um hinsichtlich der Beschaltung flexibler zu sein, werden Makromodelle verwendet, die jedoch generell den Nachteil haben, dass sie mathematisch sehr komplex sind und nur indirekt für Zeitbereichsbetrachtungen genutzt werden können. Darüber hinaus sind viele Makromodelle, obwohl sie grundsätzlich eine gute Modellierung des Problems darstellen [2], für den praktischen Einsatz ungeeignet, da sie sich auf einer rein mathematischen Ebene definieren, während ein äquivalentes Ersatzschaltbild oftmals von EMV-Ingenieuren bevorzugt wird, um beispielsweise komplexe Systemsimulationen betreiben zu können. Auch die unzähligen numerischen Lösungsansätze, wie z.B. [3], können nur auf Umwegen für komplexe Problemstellungen genutzt werden und sind daher eher ungeeignet.

Im vorgestellten Beitrag wird ein neuartiger Modellierungsansatz für gleichförmige MTLs präsentiert, der eine Erweiterung eines bereits bestehenden Modells für Einfachleitungen darstellt [4]. Das Modell basiert auf einer Eigenfunktionsentwicklung, wobei die Eigenfunktionen und -werte wegen der Einschränkung auf gleichförmige Leitungen analytisch gegeben sind. Die aus der Eigenfunktionsentwicklung abgeleiteten Impedanzparameter entsprechen einem äquivalenten Netzwerk, das dem Foster-Theorem genügt und somit effizient, inhärent stabil und mit beliebigen Lasten (linear, nicht-linear, aktiv und passiv) im Zeit- und Frequenzbereich nutzbar ist. Das Modell erlaubt außerdem die Betrachtung frequenzabhängiger Verluste, solange die korrespondierenden Güten hinreichend hoch sind. Zudem wird das Modell durch ein induktives Netzwerk hinsichtlich seiner Konvergenz beschleunigt, wenn nur eine definierte Frequenzbandbreite betrachtet werden muss.

Die Netzwerkdarstellung ermöglicht einen einfachen Zugang zum Modell, sodass es mit wenig Aufwand in jedem Netzwerksimulator, wie z.B. SPICE, implementiert werden kann. Das Modell wird anhand einer kommerziellen Feldberechnungssoftware im Zeitbereich validiert, wobei auch nichtlineare Lasten betrachtet werden und eine gute Übereinstimmung mit der Referenz festgestellt wird. Der einfachere Fall einer Betrachtung im Frequenzbereich wird nicht näher beleuchtet, liefert aber erfahrungsgemäß eine sehr gute bis perfekte Übereinstimmung mit gängigen Modellen der Leitungstheorie [1].



**Abbildung 1:** Mikrostreifenleitung bestehend aus  $q$  verkoppelten Einfachleitungen

## 2 Netzwerkdarstellung für Einfachleitungen

Um das äquivalente Fosternetzwerk für eine Mehrfachleitung abzuleiten, wird die Idee des Mode-Matching-Verfahrens genutzt [5]. Dafür muss das äquivalente Netzwerk für eine Einfachleitung (TL), die durch ihre Länge  $l$  und die primären Leitungsparameter  $L'$ ,  $C'$ ,  $G'$  und  $R'$  definiert wird, bekannt sein. Das allgemeine Multiport-Netzwerk wird in [4] detailliert vorgestellt und exemplarisch in Abb. 2 gezeigt. Das Ersatzschaltbild (ESB) besteht aus  $N$  modalen Schwingkreisen, einem statischen Anteil ( $n = 0$ ), der die verlustbehaftete Kapazität der TL enthält, und einem Induktivitätsnetzwerk zur Beschleunigung der Konvergenz. Die Verkopplung des Ports  $a$  auf den  $n$ . Schwingkreis wird durch einen idealen Übertrager mit dem Übersetzungsverhältnis  $1 : \nu_{n,a}$  realisiert, das mit der  $n$ . Eigenfunktion  $\phi_n(x)$  der modalen Spannungsverteilung korreliert und aus der Analyse der korrespondierenden Helmholtz-Gleichung resultiert [4]. Die Eigenfunktionsentwicklung der Green'schen Funktion, die die Helmholtz-Gleichung im inhomogenen Fall löst, ergibt die verlustlosen Impedanzparameter in Form einer unendlichen Reihe von Parallelschwingkreisen, wobei die Systemverluste über eine effektive Güte  $Q$  nachträglich berücksichtigt werden können:

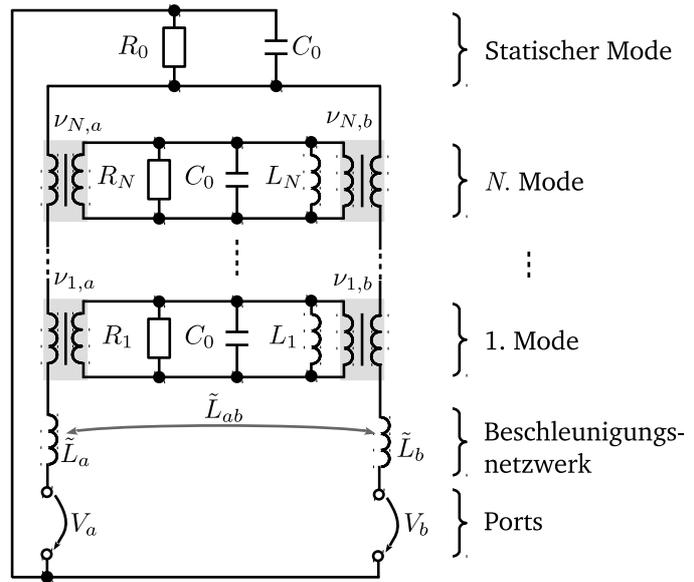


Abbildung 2: Foster-ESB für eine Einfachleitung [4]

Dieser Ansatz ist nur gültig, wenn die Systemverluste hinreichend klein sind bzw. die Güte hinreichend groß ist ( $Q \gg 1$ ). Abschließend können die modalen Netzwerkelemente wie folgt berechnet werden, wobei  $R_0$  sich wie  $R_n$  für die Mittenfrequenz  $\omega_1/2$  berechnet [4]:

$$Q = \omega \frac{L'C'}{G'L' + R'C'} \quad (1)$$

Dieser Ansatz ist nur gültig, wenn die Systemverluste hinreichend klein sind bzw. die Güte hinreichend groß ist ( $Q \gg 1$ ). Abschließend können die modalen Netzwerkelemente wie folgt berechnet werden, wobei  $R_0$  sich wie  $R_n$  für die Mittenfrequenz  $\omega_1/2$  berechnet [4]:

$$C_0 = C'l; \quad L_n = \frac{lL'}{\pi^2 n^2}; \quad G_n = 1/R_n = l \left( \frac{R'C'}{L} + G' \right) \Big|_{\omega=\omega_n}, \quad (2)$$

$$\nu_{n,a} = \phi_n(x_a) \sqrt{l} = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ \sqrt{2} \cos(k_n x) & n > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Hierbei ist  $\omega_n$  die Kreisresonanzfrequenz des  $n$ . Modes und  $k_n$  der zum  $n$ . Mode korrespondierende Eigenwert:

$$\omega_n = \frac{k_n}{\sqrt{C'L'}}; \quad k_n = \frac{n\pi}{l}. \quad (4)$$

Im Allgemeinen müssen unendlich viele modale Schwingkreise betrachtet werden, um die Impedanzparameter korrekt zu beschreiben. Limitiert man jedoch die Bandbreite durch eine Maximalfrequenz  $f_{max}$ , können die subresonanten Moden durch ein induktives Netzwerk ersetzt werden [4]:

$$\tilde{L}_{ab} = L_{ab} - \sum_{n=1}^N L_{ab,n} \nu_{n,a} \nu_{n,b}, \quad (5)$$

Hierbei ist  $L_{ab}$  die statische Koppelinduktivität zwischen den Ports  $a$  und  $b$ , die sich aus der allgemeinen Impedanzdarstellung geschlossen ableiten lässt [4]:

$$L_{ab} = \sum_{n=1}^{\infty} L_n \nu_{n,a} \nu_{n,b} = L' \left( \frac{l}{3} + \frac{x_a^2 + x_b^2}{2l} - x_a \right); \text{ mit } x_a \geq x_b. \quad (6)$$

Durch die reduzierten Induktivitäten wird eine Konvergenzbeschleunigung des verbleibenden Netzwerkes erreicht und die Anzahl  $N$  der vollständig betrachteten Moden kann durch folgende Formel sicher abgeschätzt werden [4]:

$$N > 4l\sqrt{\varepsilon\mu}f_{max}. \quad (7)$$

Hier sind  $\varepsilon$  und  $\mu$  die Permittivität bzw. Permeabilität des umgebenden Mediums, die bei inhomogenen Leitungen, wie z.B. Mikrostreifenleitungen, durch effektive Größen ersetzt werden [1].

### 3 Erweiterung der Netzwerkdarstellung auf Mehrfachleitungen

Um das Netzwerk für den MTL-Fall abzuleiten, wird das Mode-Matching Verfahren sinngemäß auf das Problem einer MTL bestehend aus  $q = 2$  Einfachleitungen angewendet. Beim Mode-Matching Verfahren werden zwei Systeme, die über gemeinsame Randbedingungen gekoppelt sind, durch die Summe aller Eigenfunktionen des jeweils ungestörten Systems beschrieben. In einem zweiten Schritt werden diese Eigenfunktionen über die Randbedingung so skaliert, dass sie das gegebene Randwertproblem erfüllen. Das Randwertproblem wird gemäß Abb. 3 gestellt und durch die korrespondierenden Leitungsgleichungen beschrieben [1]:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dx} = -j\omega [L'] \mathbf{I} \quad (8)$$

$$\frac{d\mathbf{I}}{dx} = -j\omega [C'] \mathbf{V} + \begin{pmatrix} I_a \delta(x - x_a) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Hierbei sind  $[C']$  und  $[L']$  die Matrizen mit den Kapazitäts- und Induktivitätsbelägen der MTL und  $\mathbf{V}$  bzw.  $\mathbf{I}$  die Vektoren mit den Leitungsspannungen bzw. -strömen. Die MTL wird durch einen diskreten Strom  $I_a$  an der Stelle  $x_a$  angeregt und durch Entkopplung der Gleichungen (8) und (9) erhält man die entsprechende inhomogene Wellengleichung der resultierenden Spannungsverteilung entlang der Leitung:

$$\frac{d^2\mathbf{V}}{dx^2} + [k^2] \mathbf{V} = -j\omega [L'] \begin{pmatrix} I_a \delta(x - x_a) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Laut Mode-Matching kann (10) durch die Eigenfunktionen  $\phi_n$  der Einfachleitungen gelöst werden, da die gleichen Randbedingungen  $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} \Big|_{x=0,l} = 0$  wie im Fall der Einfachleitung gelten. Außerdem wird hier der Übersicht halber eine Wellenzahlmatrix  $[k^2] = \omega^2 [L'] [C']$  eingeführt. Um eine Eigenfunktionsentwicklung von (10) durchzuführen, wird der Spannungsvektor als Kombination gewichteter Eigenfunktionen  $\phi_n$  gemäß (3) angesetzt

$$\mathbf{V}(x_b) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{A}_n(x_a) \phi_n(x_b). \quad (11)$$

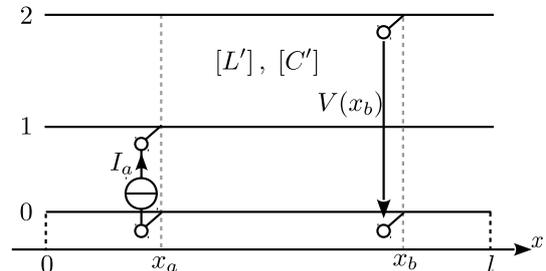


Abbildung 3: MTL mit Quell- und Aufpunkt bei  $x_a$  bzw.  $x_b$

Der Vektor  $\mathbf{A}_n$  enthält Konstanten, die von der jeweiligen Anregung abhängig sind. Setzt man (11) in (10) an, so erhält man folgende Darstellung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{d^2 \phi_n(x_i)}{dx_i^2} \mathbf{A}_n(x_j) + [k^2] \mathbf{A}_n(x_j) \phi_n(x_i) \right) = -j\omega [L'] \begin{bmatrix} I_a \delta(x - x_a) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Nach einigen algebraischen Schritten können die Konstanten  $\mathbf{A}_n$  bestimmt werden:

$$\mathbf{A}_n(x_a) = (k_n^2 [1]_2 - [k^2])^{-1} I_a \phi_n(x_a) j\omega \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Wird (13) zusammen mit (11) genutzt um die Green'sche Funktion via (10) zu bestimmen, erhält man nach diversen Umrechnungsschritten und Normierung auf den anregenden Strom  $I_a$  die Transferimpedanz bei Anregung der ersten Leitung:

$$\begin{bmatrix} Z_{ab}^1 \\ Z_{ab}^2 \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} (k_n^2 [1]_2 - [k^2])^{-1} \phi_n(x_a) \phi_n(x_b) j\omega \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Hierbei ist  $[1]_2$  die  $2 \times 2$  Einheitsmatrix und  $Z_{ab}^{1/2} = Z_{ba}^{1/2}$  die reziproke Transferimpedanz für den Aufpunkt an der Stelle  $x_b$  auf der 1. bzw. 2. Leitung. Um entsprechende Darstellungen für eine Anregung der  $q$ . Leitung zu erhalten, muss der Vektor mit den Induktivitätsbelägen in (14) der  $q$ . Zeile von  $[L']$  entsprechen. Wie man sieht, ist (14) zu komplex, als das ein äquivalentes ESB direkt daraus abgeleitet werden könnte, daher wird nachfolgend die magnetische und elektrische Kopplung separat von einander betrachtet und mit physikalisch plausiblen Netzwerkstrukturen zur Realisierung der Kopplung abgeglichen.

### 3.1 Magnetische Kopplung

Betrachtet man ausschließlich die magnetische Verkopplung zweier Leitungen, vereinfachen sich die Matrizen der Leitungsbeläge entsprechend:

$$[C'] = \begin{bmatrix} c'_{11} + \underbrace{c'_{12}}_{=0} & -\underbrace{c'_{12}}_{=0} \\ -\underbrace{c'_{21}}_{=0} & c'_{22} + \underbrace{c'_{21}}_{=0} \end{bmatrix}; \quad [L'] = \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} \\ L'_{21} & L'_{22} \end{bmatrix}.$$

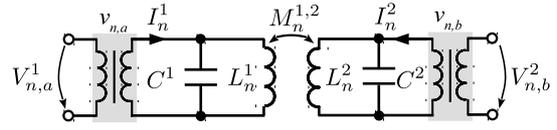
Hierbei ist  $c'_{12} = c'_{21}$  der Kapazitätsbelag zwischen den beiden Leitern und  $c'_{11/22}$  der Kapazitätsbelag des ersten bzw. zweiten Leiters gegen Masse [1]. Da  $[k^2]$  trotzdem eine voll besetzte Matrix ist, ändert sich die Struktur von (14) nicht, kann aber für den Fall von  $q = 2$  Leitungen umgeschrieben werden, indem die inverse Matrix explizit ausgedrückt wird [6]:

$$\begin{bmatrix} Z_{ab}^1 \\ Z_{ab}^2 \end{bmatrix} = j\omega \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\phi_n(x_a) \phi_n(x_b)}{(k_n^2 - k_{11}^2)(k_n^2 - k_{22}^2) - k_{12}^2 k_{21}^2} \begin{bmatrix} k_n^2 - k_{22}^2 & k_{12}^2 \\ k_{21}^2 & k_n^2 - k_{11}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Dieser Lösung wird ein physikalisch plausibles Netzwerk (Abb. 4) gegenübergestellt, das die modalen Schwingkreise über je eine Koppelinduktivität  $M_n^{1,2}$  verknüpft. Dabei wird ausgenutzt, dass die Spannungsverteilung durch den orthonormalen Funktionssatz  $\phi_n$  beschrieben wird, sodass nur Moden gleicher Ordnung miteinander verknüpft sein können.

Die Äquivalenz des physikalischen Netzwerks in Abb. 4 und (15) kann durch die Methoden der Netzwerkberechnung gezeigt werden, indem bspw. die Transferimpedanz  $Z_{ab}^2$  abgeglichen wird. Aus dem Vergleich ergibt sich, dass die modale Koppelinduktivität  $M_n^{1,2}$  zwischen  $L_n^1$  and  $L_n^2$  wie folgt berechnet wird:

$$M_n^{1,2} = \frac{L'_{12} l}{n^2 \pi^2}, \quad (16)$$



**Abbildung 4:** Physikalisches Netzwerk zur induktiven Kopplung modaler Schwingkreise

### 3.2 Elektrische Kopplung

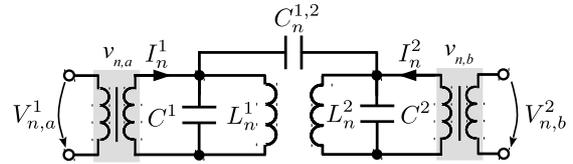
Unter ausschließlicher Betrachtung der elektrischen Verkopplung zweier Leitungen vereinfachen sich die Matrizen der Leitungsbeläge zu:

$$[C'] = \begin{bmatrix} c'_{11} + c'_{12} & -c'_{12} \\ -c'_{21} & c'_{22} + c'_{21} \end{bmatrix}; \quad [L'] = \begin{bmatrix} L'_{11} & 0 \\ 0 & L'_{22} \end{bmatrix}.$$

Die Wellenzahlmatrix  $[k^2]$  ist nach wie vor voll besetzt, jedoch vereinfacht sich (14), da der Koppelinduktivitätsbelag  $L'_{12} = L'_{21} = 0$  entfällt und somit folgende vereinfachte Darstellung resultiert:

$$\begin{bmatrix} Z_{ab}^1 \\ Z_{ab}^2 \end{bmatrix} = j\omega L'_{11} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\phi_n(x_a)\phi_n(x_b)}{(k_n^2 - k_{11}^2)(k_n^2 - k_{22}^2) - k_{12}^2 k_{21}^2} \begin{bmatrix} k_n^2 - k_{22}^2 \\ k_{21}^2 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Dieser Lösung wird wieder ein physikalisch plausibles Netzwerk (Abb. 5) gegenübergestellt, das die modalen Schwingkreise über je eine Koppelkapazität  $C_n^{1,2}$  verknüpft. Dabei wird erneut ausgenutzt, dass die Spannungsverteilung durch den orthonormalen Funktionssatz  $\phi_n$  beschrieben wird, sodass nur Moden gleicher Ordnung miteinander verkoppelt sind. Die Äquivalenz des physikalischen Netzwerks in Abb. 5 und (17) kann allgemein durch die Methoden der Netzwerkberechnung gezeigt werden, indem bspw. die Transferimpedanz  $Z_{ab}^2$  überprüft wird. Aus dem Vergleich ergibt sich, dass die modale Koppelkapazität  $C_n^{1,2}$  zwischen dem  $n$ . Moden der 1. und 2. Leitung wie folgt berechnet wird:



**Abbildung 5:** Physikalisches Netzwerk zur kapazitiven Kopplung modaler Schwingkreise

$$C_n^{1,2} = C^{1,2} = c'_{12} l. \quad (18)$$

### 3.3 Konvergenzbeschleunigung

Durch die zusätzliche Einführung modaler Koppelinduktivitäten  $M_n^{1,2}$  zwischen den Leitungen, muss das Netzwerk mit konvergenzbeschleunigenden Induktivitäten um die entsprechenden subresonanten Anteile  $\tilde{M}_{ab}$  für die magnetische Kopplung von Ports  $a$  und  $b$  auf unterschiedlichen Leitungen ergänzt werden. Bildet man die quasi-statische Näherung von (15) ( $[k^2] \rightarrow [0]$ ), so erhält man einen identischen Ausdruck wie im Fall der Konvergenzbeschleunigung bei Einfachleitungen [4], sodass sich die Berechnung analog zu (5) ergibt:

$$\tilde{M}_{ab} = M_{ab} - \sum_{n=1}^N M_n^{1,2} \nu_{n,a} \nu_{n,b}. \quad (19)$$

Setzt man außerdem voraus, dass MTLs nur Ports am Anfang und Ende der Leitung besitzen, können die statischen Koppelinduktivitäten  $M_{ab}$  ebenfalls analog zu den Einfachleitungen berechnet werden [4]:

$$M_{ab} = \begin{cases} \frac{L'_{12}l}{3} & x_a = x_b \\ -\frac{L'_{12}l}{6} & x_a \neq x_b \end{cases} \quad (20)$$

### 3.4 Äquivalentes Ersatzschaltbild

Das vollständige äquivalente Foster-ESB für MTLs erhält man durch Superposition der bisherigen Ergebnisse, d.h. eine MTL mit  $q$  Leitungen wird durch  $q$  Foster-ESBs für die entsprechende Einfachleitung modelliert, deren modale Schwingkreise durch entsprechende Koppelkapazitäten und -induktivitäten verknüpft sind. Zusätzlich werden die Koppelverluste, analog zu den Verlusten der modalen Schwingkreise, durch eine effektive Güte  $Q_{12}$  berücksichtigt:

$$\frac{1}{Q_{12}(\omega)} = \frac{R'_0}{\omega L'_{12}} + \frac{G'_{12}}{\omega c'_{12}}, \quad (21)$$

die zur Berechnung eines effektiven Widerstands  $R_n^{1,2}$  parallel zur Koppelkapazität genutzt wird:

$$1/R_n^{1,2} = l \left( \frac{R'_0 c'_{12}}{L'_{12}} + G'_{12} \right) \Big|_{\omega=\omega_n}. \quad (22)$$

Hierbei ist  $R'_0$  der Widerstandsbelag des Rückleiters. Wie bei den Einfachleitungen, werden die effektiven Widerstände auf die Resonanzfrequenzen  $\omega_n$  der verkoppelten Leitungen ausgelegt. Im Fall inhomogener Leitungen kann diese Frequenz jedoch bei den enthaltenen Leitungen variieren. Trotzdem ist eine Abschätzung möglich, indem man erst eine Matrix  $[v]$  mit Ausbreitungsgeschwindigkeiten berechnet:

$$[v] = \sqrt{([L'] [C'])^{-1}}. \quad (23)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_i$  auf der  $i$ . Leitung entspricht dem  $i$ . Eintrag der Hauptdiagonalen und kann zur Abschätzung der Resonanzfrequenzen genutzt werden:

$$f_{n,i} \approx n \frac{2l}{v_i} \quad (24)$$

Das resultierende Foster-ESB ist exemplarisch für eine Zweifachleitung mit Ports an den Leitungsenden in Abb. 6 dargestellt.

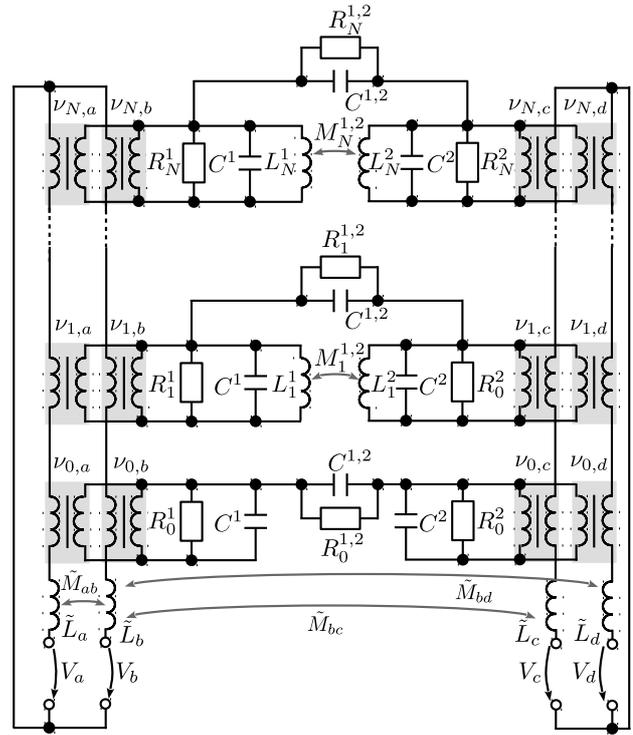


Abbildung 6: Foster-ESB für eine verlustbehaftete Zweifachleitung mit vier Ports

## 4 Validierungsbeispiel Mikrostreifenleitung

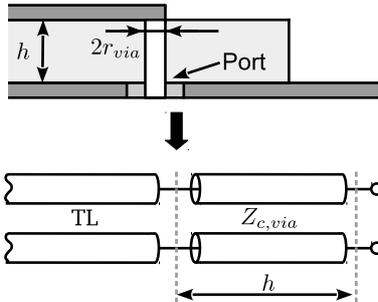
Abschließend soll eine realitätsnahe Mikrostreifen-MTL inklusive vertikaler Verbindungsstücke (Vias) hinsichtlich des Übersprechens in einer Zeitbereichssimulation untersucht und mit einer kommerziellen Referenz verglichen werden [7]. Die Abmessungen und Materialparameter der Platine sind  $w_1 = 2.8$  mm,  $w_2 = 8$  mm,  $h = 1.55$  mm,  $t = 35$   $\mu$ m,  $l = 0.2325$  m,  $\epsilon_r = 4.5$ ,  $\kappa = 5.6 \cdot 10^7$  S/m und  $\tan \delta_{el} = 0.015$ .

Zuerst werden die Matrizen der Leitungsbeläge mittels einer numerischen Analyse der Querschnittsgeometrie bestimmt [7]. Für das betrachtete Beispiel (Abb. 7) ergeben sich die folgenden Matrizen für die kapazitiven bzw. induktiven Leitungsbeläge:

$$[C'] \approx \begin{bmatrix} 121.4 & -2.911 & -0.172 \\ -2.911 & 259.7 & -2.911 \\ -0.172 & -2.911 & 121.4 \end{bmatrix} \text{ [pF/m]} ; [L'] \approx \begin{bmatrix} 308.8 & 13.68 & 3.198 \\ 13.68 & 159.6 & 13.68 \\ 3.198 & 13.68 & 308.8 \end{bmatrix} \text{ [nH/m]}$$

Die Leitwertmatrix  $[G']$  wird üblicherweise über den Verlustwinkel des Dielektrikums  $\tan \delta_{el}$  berechnet:  $[G'] = \omega \tan \delta_{el} [C']$ . Zur Bestimmung der Widerstandsbeläge wird der Widerstandsbelag  $R'_{Strip}$  eines Streifens der Breite  $w_1$  und Dicke  $t$  bei starkem Skin-Effekt mit (25) abgeschätzt. Der Widerstandsbelag der Masseebene wurde numerisch bestimmt [7] und auf  $R'_{Strip}$  normiert, sodass sich folgende Widerstandsbelagsmatrix ergibt:

$$[R'] \approx R'_{Strip} \begin{bmatrix} 1.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & \left(\frac{w_1}{w_2} + 0.25\right) & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 1.25 \end{bmatrix} ; \text{ mit } R'_{Strip} \approx \sqrt{\frac{\pi \omega \mu_0}{\kappa 8}} \frac{1}{w_1 + t}. \quad (25)$$



**Abbildung 8:** Modellierung des Vias mit einer kurzen Leitung

Bei dieser Beschreibung der Widerstandsbeläge wird ausschließlich der Skin-Effekt berücksichtigt, während der Proximity-Effekt nicht betrachtet wird, was eine mögliche Fehlerquelle hinsichtlich der Verlustmodellierung darstellt. Danach werden die Vias durch kurze Leitungen der Länge  $h$  approximiert, wobei der Wellenwiderstand  $Z_{c,via}$  wie folgt genähert wird [8]:

$$Z_{c,via} \approx \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \left( \ln \left( \frac{2h}{r_{via}} \right) - 1 \right). \quad (26)$$

Im betrachteten Beispiel ist  $r_{via} = 0.5$  mm. Die Leitung wird mit einer Dreiecksspannung der Amplitude  $V_q = 2$  kV und Fall-/Anstiegszeit  $\tau_{f/r} = 1$  ns angeregt, sodass die Maximalfrequenz mit  $f_{max} \approx \frac{1}{\tau_{f/r}} = 1$  GHz abgeschätzt werden kann. Daraus resultieren für das Foster-ESB nach (7)  $N = 7$  Schwingkreise. Die nichtlineare Last (Abb. 9), über die die Far-End Crosstalkspannung  $V_{FE}$  abfällt, beinhaltet eine Zener-Diodenschaltung, die die Spannung auf ca. 7.8V begrenzt, wobei das SPICE Modell der Dioden vom Hersteller stammt [9]. Wie man in Abb. 10 erkennt, ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Foster-ESB und Referenz [7] und auch der spannungsbegrenzende Einfluss der Dioden ist gut zu erkennen. Die Fehlanpassung durch die Lasten sorgt für Mehrfachreflexionen, die nur langsam infolge der geringen Leitungsverluste abklingen, was aber in Abb. 10 aus Gründen der Übersicht nicht dargestellt wird.

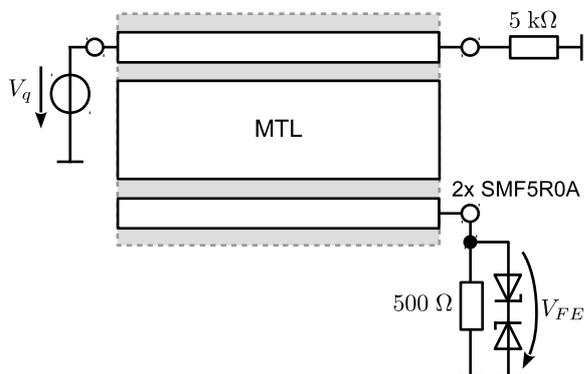


Abbildung 9: Setup für transiente Simulation

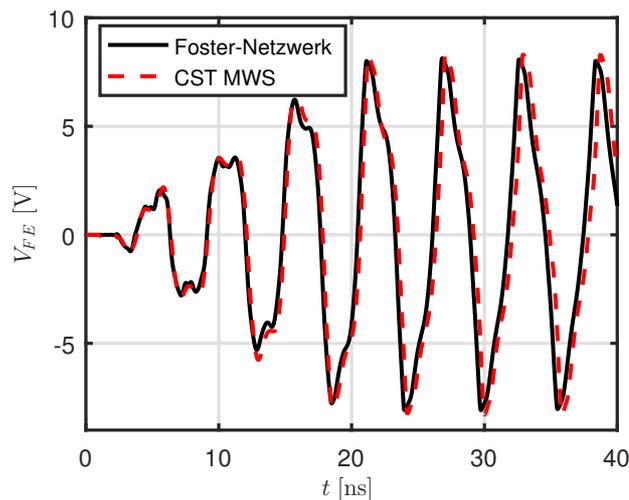


Abbildung 10: Far-End Crosstalk Spannung  $V_{FE}$  über nichtlinearer Last

## 5 Zusammenfassung

Ein neuartiges äquivalentes Netzwerkmodell für MTLs wurde vorgestellt und validiert. Es basiert auf der kanonischen Foster-Netzwerkdarstellung in Kombination mit einem gekoppelten Induktivitätsnetzwerk, das die Konvergenz beschleunigt. Die äquivalenten Netzwerkelemente werden durch eine modale und quasi-statische Analyse bestimmt, die nur einmalig auszuführen ist. Die Ordnung des Foster-ESBs kann durch eine einfache Beziehung, basierend auf der erforderlichen Frequenzbandbreite, sicher abgeschätzt werden. Im Gegensatz zu einigen anderen Ansätzen, ist das Modell inhärent stabil und kann mit linearen und nichtlinearen Abschlüssen verwendet werden. Die Vielseitigkeit und Effizienz des vorgeschlagenen Modells wird durch den Vergleich mit einer kommerziellen 3D-Software bei einem nichtlinearen Simulationsbeispiel im Zeitbereich demonstriert.

## Literatur

- [1] C. Paul, *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*, ser. Wiley-Interscience. Wiley, 2008.
- [2] G. Antonini, "Spectral models of lossy nonuniform multiconductor transmission lines," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 54, no. 2, pp. 474–481, Apr. 2012.
- [3] O. Gebele and H. D. Bruns, "An efficient numerical method to solve the non-uniform mtl equation including field coupling," in *Electromagnetic Compatibility, 2003 IEEE International Symposium on*, vol. 2, Aug. 2003, pp. 648–652 vol.2.
- [4] M. Leone and A. Mantzke, "A foster-type field-to-transmission line coupling model for broadband simulation," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 56, no. 6, pp. 1630–1637, Dec. 2014.
- [5] A. Jostingmeier, C. Rieckmann, and A. Omar, "Computation of the irrotational magnetic eigenfunctions belonging to complex cavities," *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 1994.
- [6] K. Burg, H. Haf, and F. Wille, *Höhere Mathematik für Ingenieure*, 6th ed., A. Meister, Ed. Wiesbaden: Teubner, 2008, vol. Bd. 2, no. Lineare Algebra.
- [7] [Online] [www.CST.com](http://www.CST.com) ; Stand: Juni 2017.
- [8] M. Leone, *Berechnung des Ein- und Abstrahlungsverhaltens von Leiterplatten mit der Momentenmethode*, als ms. gedr ed., ser. Fortschritt-Berichte VDI. Düsseldorf: VDI-Verl., 2000, literaturverzeichnis S. 169 - 175.
- [9] [Online] [www.Onsemi.com](http://www.Onsemi.com) ; Stand: Juni 2017.