

Frequenzstabilisierung eines hochstabilen Lasersystems bis zum Thermischen-Rausch-Limit und Berechnungen eines Laser-Synergie-Konzeptes

Der QUEST-Leibniz-Forschungsschule der
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.

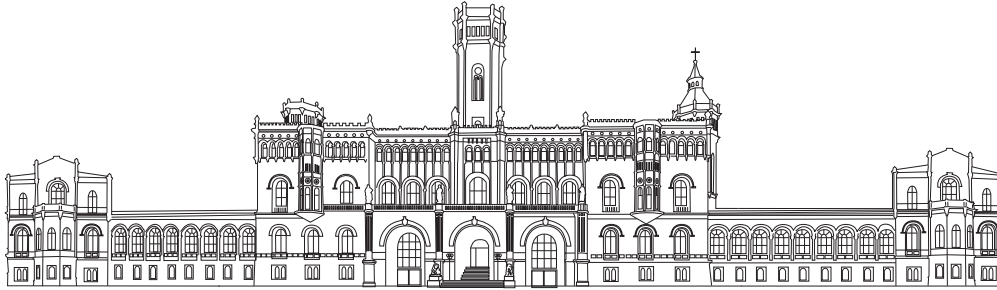
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Steffen Rühmann

geboren am 10.08.1984 in Großburgwedel

2018



Frequenzstabilisierung eines hochstabilen Lasersystems bis zum Thermischen-Rausch-Limit und Berechnungen eines Laser-Synergie-Konzeptes

Dissertation

Referent: Prof. Dr. rer. nat. Ernst M. Rasel
IQ Hannover

Koreferent: Apl. Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. Karl Ulrich Schreiber
Technische Universität München

Koreferent: Dr. rer. nat. Dennis Schlippert
IQ Hannover

Datum der Disputation: 16. November 2018

Zusammenfassung

Frequenzen sind die am präzisesten messbaren physikalischen Größen. Viele Messprinzipien und Geräte basieren daher primär auf der Bestimmung der Phase und Frequenz eines genauen und stabilen Oszillators. Die präzise Bestimmung der Zeitintervalle verbessert sich mit der Erhöhung der Frequenz des periodischen Signals des Frequenzstandards. Optische Frequenzen sind gegenüber den Mikrowellen-Atomuhren, die aktuell noch die SI-Sekunde definieren, um etwa vier bis fünf Größenordnungen höher und können potentiell um diesen Faktor genauer sein. Die Entwicklung des optischen Frequenzkammgenerators im Jahr 1998 von der Gruppe um Theodor W. Hänsch [1, 2], welche 2005 mit dem Physik-Nobelpreis gewürdigt wurde, hat dabei den Fortschritt der Atomuhren im optischen Bereich stark beschleunigt. Die derzeit präzisesten optischen Atomuhren erreichen inzwischen Instabilitäten und Ungenauigkeiten in der Größenordnung von 10^{-18} [3], was einem Gangunterschied von weniger als einer Sekunde in einem Zeitraum entsprechend dem Alter des Universums entspricht.

Um die bestmögliche Präzision bereits in kurzen Zeitskalen zu erreichen wird ein hochstabiler Lokaloszillator benötigt, welcher die atomare Referenzfrequenz anregen und mit einer entsprechenden Stabilität zwischen den jeweiligen Messzyklen halten kann. Inzwischen liegt die erreichbare Genauigkeit atomarer Referenzen deutlich über der Stabilität der Oszillatoren. Eine Verbesserung der Stabilität von Lokaloszillatoren ist daher ein wichtiger Forschungsschwerpunkt innerhalb des Bereichs der optischen Atomuhren [4].

In dieser Arbeit zeige ich die Methode einer Stabilisierung eines Lokaloszillators, wie er für die Abfrage des in Entwicklung befindlichen Frequenzstandards basierend auf atomarem neutralem Magnesium-24 eingesetzt wird, bis zum Limit des berechneten thermischen Rauschens. Es werden Instabilitäten von $4 \cdot 10^{-16}$ in 1 Sekunde erreicht mit Spitzenwerten von $2 \cdot 10^{-16}$ für längere Mittelungszeiten, was unter dem berechneten thermischen Rauschen liegt, allerdings im Rahmen der statistischen Unsicherheit. Ebenso konnte die Langzeitstabilität verbessert werden. Auf eine einheitliche Resonatorlänge skaliert erreicht dieses Lasersystem im weltweiten Vergleich hypothetisch nach publizierten Resultaten meines Wissens nach unter den bei Raumtemperatur stabilisierten Lasersystemen sogar die geringste Instabilität im Zeitbereich von 4-40 Sekunden. Die aktuell beste Instabilität (etwa einer Größenordnung besser) wird allerdings von einem Lasersystem erreicht, welches auf einen bei kryogenen Temperaturen stabilisierten Siliziumresonator referenziert ist [5].

Ein weiterer Forschungsschwerpunkt in meiner Arbeit ist die theoretische Evaluierung eines Laser-Synergie-Konzeptes und der Einfluss auf die Instabilität für eine Kurzzeitreferenz: Ich erläutere ein Konzept, wie Lasersysteme, die abseits des Forschungsbereichs von Atomuhren entwickelt wurden, ebenfalls zur Verbesserung eines Frequenzstandards genutzt werden könnten. In meinen Berechnungen zeige ich die potentiell erreichbaren Instabilitäten, die deutlich unter denen aktueller Uhrenlasersysteme liegen.

Ebenso habe ich im Rahmen dieser Arbeit den aktuellen Faserlinkaufbau zwischen der PTB und dem IQ charakterisiert. So konnte ich bereits erste Laservergleiche realisieren und frühere Limitierungen für einen Frequenzvergleich der Mg-Gitteruhr, der inzwischen durchgeführt wurde, ausgeschlossen werden.

Schlagwörter: Optische Resonatoren, Laserstabilisierung, Frequenzstandards

Summary

Frequencies are the physical values which can be measured most precisely. Many measurement principles and devices are therefore based on the determination of the phase and frequency of an accurate and stable oscillator. The precise determination of time intervals improves with increasing frequency of the periodic signal explicated as frequency standard. Optical frequencies are about four to five orders of magnitudes larger compared to current microwave frequency standards, which still define the SI-second, and have therefore a larger potential. The development of the frequency comb in the year 1998 increased the advance in optical clock technologies. Due to their importance in frequency measurements its development was awarded with the Nobel Prize in 2005.

An atomic reference defines the accuracy of such a frequency. For that purpose it needs to be well isolated from environmental disturbances. Current most precise optical clocks achieve instabilities and accuracies in the order of 10^{-18} [3]. This would correspond to an accuracy of one second compared to the age of the universe.

To achieve such a precision in short time scales an ultrastable local oscillator is necessary, which is capable of addressing the ultranarrow atomic transition and stays that stable in between the measurement cycle time. The achievable accuracy of these atomic references exceed the instabilities of the oscillators and therefore those became a limiting factor. So currently the improvement in the stability of these local oscillators is an important field of research [4].

In this work I show how to stabilize a laser to its fundamental limit, which is the brownian thermal noise and therefore to push the limits for future setups. Instabilities in the order of $4 \cdot 10^{-16}$ in 1 second are achieved with best values of $2 \cdot 10^{-16}$ for integration times of a few ten seconds, which is even below the calculated thermal noise floor, but still as part of the statistical error. Additionally the long term performance could be improved. Compared to other room temperature based systems scaled to the same resonator length it achieves the lowest instability in the time scale of 4-40 seconds. The best published instability of a lasersystem is the cryogenic silicon resonator based lasersystem which is almost one order of magnitude better [5].

Another part of this work is the theoretical evaluation of a laser-synergy-concept to improve the short term stability of clock laser systems. I explain this concept taking laser systems into account, which originally were not ment for use in atomic clock systems. Specifically I looked into the potential of gravitational wave detector systems. I show calculations, which indicate an improvement of clock laser systems.

Additionally in this work I completed the current implementation of the fiber link between PTB and IQ and characterized its performance. I realized first laser comparisons and I could exclude former limits for frequency measurements, which where already succesful in the meantime.

keywords: Optical resonators, laser stabilization, frequency standards

INHALTSVERZEICHNIS

1	Einleitung	1
2	Movitation: Der Magnesium-Frequenzstandard	11
2.1	Der Magnesium-Frequenzstandard am IQ	11
2.1.1	Methoden optischer Frequenzstandards	14
2.1.2	Systematik optischer Frequenzstandards	15
3	Grundlagen der Frequenzanalyse	19
3.1	Frequenzanalyse	19
3.1.1	Spektrale Rauschleistungsdichte	19
3.1.2	Laserlinienbreite	22
3.1.3	Theoretisches Linienprofil eines Diodenlasers	23
3.1.4	Beziehung zwischen Frequenzrauschen und Laserlinienbreite	25
3.2	Allan-Standardabweichung	26
3.2.1	Herleitung der Allan-Standardabweichung	27
3.2.2	Modifizierte Allan-Standardabweichung	28
3.2.3	Umrechnung der Allan-Standardabweichung in eine Linien- breite	29
3.2.4	Konversion zwischen Zeit- und Frequenzdomäne	30
3.2.5	Fehleranalyse	32
4	Das hochstabile Lasersystem am IQ	35
4.1	Das aktuelle Lasersystem	36
4.1.1	Laserstabilisierung	37
4.1.2	Der hochstabile optische Resonator	38
4.1.3	Pound-Drever-Hall-Verfahren	40
4.2	Charakterisierung des Lasersystems	44
4.2.1	Vibrationsanalyse	44
4.2.2	Druckabhängigkeiten	46

4.2.3	Thermische Stabilisierung	50
4.2.4	Weiterentwicklung der Elektronik	56
4.2.5	Reduzierung von residueller Amplitudenmodulation	59
4.2.6	Frequenzgeneratoren	63
4.2.7	Spannungsversorgung	64
4.2.8	RF-Distribution	64
4.2.9	Anbindung an den Magnesium-Frequenzstandard	67
4.2.10	Detektionsrauschen des Schwebungsmessungsaufbaus	68
4.3	Gesamtpformance	72
4.3.1	Vergleich der Leistungsfähigkeit mit anderen Systemen	73
5	Laservergleiche mit Hilfe des Faserlinks IQ-PTB	79
5.0.1	Der Frequenzkamm	79
5.0.2	Bestimmung einer Laserfrequenz mit dem Frequenzkamm	82
5.1	Laservergleiche mit dem Frequenzkamm am IQ	83
5.1.1	Virtuelle Schwebungsmessung	83
5.1.2	Untersuchung der virtuellen Schwebungsmessung	87
5.1.3	Laservergleich gegen das transportable Lasersystem der PTB am IQ	88
5.2	Laservergleiche über den Faserlink zwischen der PTB und dem IQ	89
5.3	Dreiecksvergleiche	92
5.3.1	Realisierung eines Dreiecksvergleichs am IQ	93
6	Konzeptdarstellung und Berechnungen zur Synergie zweier hoch- stabiler Lasersysteme	95
6.1	Motivation: Gravitationswellendetektoren	95
6.2	Frequenzstabilisierung durch Gravitationswellendetektor	97
6.2.1	Transformation von der Frequenz- in die Zeitdomäne	99
6.2.2	Ergebnisse und Diskussion der Berechnungen	99
6.2.3	Die Wiener Filterung	101
6.2.4	Einfluss der Anbindung	102
6.3	Fazit	104
7	Ausblick	107
7.1	Magnesium-Frequenzstandard: Frequenzmessung mit der PTB	107
7.2	Weitere Verbesserungen am bestehenden Lasersystem	108
7.3	Zukünftiges Lasersystem	108
7.3.1	Transferstabilisierung	110
7.4	Ausblick auf dem Gebiet der Metrologie	111
	Literaturverzeichnis	xi

Glossar

Symbole und Formeln

Symbol	Wert	Einheit	Bedeutung
c	299792458	m/s	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
δf		Hz	Linienbreite eines Resonators
Δf		Hz	Freier Spektralbereich eines Resonators
λ		nm	Wellenlänge
ω		Hz	Kreisfrequenz
E		V/m	Elektrische Feldstärke
ϵ	0 bis 1		Emissionsgrad
ϵ_0	$8,85418781762 \cdot 10^{-12}$	As/Vm	Elektrische Feldkonstante
\mathcal{F}	$\Delta f / \delta f$		Finesse eines Resonators
γ		Hz	natürliche Linienbreite
h	$6,6260693 \cdot 10^{-34}$	Js	Plancksches Wirkungsquantum
\hbar	$h/(2\pi)$	Js	Reduziertes Plancksches Wirkungsquantum
I		W/m ²	Lichtintensität
\mathbf{k}	$ \mathbf{k} = 2\pi/\lambda$	1/m	Wellenzahlvektor
P		W	Lichtleistung
τ	$1/(2\pi\delta)$	ms	Lebensdauer eines angeregten Zustandes
w_0		μm	Strahlradius
σ_B	$5,67 \cdot 10^{-8}$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$	Stefan-Boltzmann-Konstante

Tabelle 0.1: *Symbole und Einheiten*

Die wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten Symbole, sowie die zugehörigen Einheiten und Bedeutungen.

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Bedeutung
ADEV	Allan-Varianz (engl. Allan Deviation)
AOM	Akusto-optischer Modulator
BS	Strahlteiler (engl. beam splitter)
CCD	CCD-Sensor (engl. charge-coupled device)
CTE	Thermischer Ausdehnungskoeffizient (engl. coefficient of thermal expansion)
EOM	Elektro-optischer Modulator
ET	Einstein-Teleskop (gepl. Gravitationswellendetektor)
FFT	Schnelle Fourier-Transformation (engl. fast Fourier transform)
FS	Quarzglas (engl. Fused Silica)
FWHM	Halbwertslinienbreite (engl. full width at half maximum)
GPS	Globales Positionierungssystem
GWD	Gravitationswellendetektor
IGP	Ionen-Getter-Pumpe
MOT	Magneto-optische Falle (engl. Magneto optical trap)
OCXO	Thermisch stabilisierter Quarzoszillator (engl. oven-controlled crystal oscillator)
OI	Optischer Isolator
PBS	Polarisierender Strahlteiler
PID	Regelelektronik (Proportional-Integral-Differential-Regler)
PD	Photodetektor
PDH	Pound-Drever-Hall(-Methode)
PSD	Spektrale Rauschleistungsdichte (engl. power spectral density)
RAM	Residuale Amplitudenmodulation
R1, R2	Bezeichnung der beiden Resonatorsysteme
SHG	Frequenzverdopplung (engl. second harmonic generation)
TA	Trapezverstärker (engl. tapered amplifier)
ULE	Titanium-Silikatglas mit Nullausdehnung (Ultra Low Expansion Glass, Markenname der Firma CORNING)
VCO	Spannungsgesteuerter Oszillator (engl. voltage-controlled oscillator)

Tabelle 0.2: *Abkürzungen*

Die wichtigsten in dieser Arbeit verwendeten Abkürzungen und ihre Bedeutung, alphabetisch sortiert.

EINLEITUNG

Einleitung

Aktuell erleben wir im Forschungsfeld der Metrologie, wie die optischen Atomuhren die bestehenden Zeitstandards, die Mikrowellen-Atomuhren, in der Performance, jeweils hinsichtlich der Stabilität und der Genauigkeit, um etwa ein bis zwei Größenordnungen übertreffen. Seit der Erfindung des optischen Frequenzkammgenerators (oder kurz: Frequenzkamm) im Jahr 1998 [1, 2] hat sich die Entwicklung von Atomuhren im Bereich optischer Frequenzen stark beschleunigt. Eine Frequenzdifferenz von typischerweise mehreren hundert THz lässt sich elektronisch nicht direkt messen. Vor der Erfindung des Frequenzkamms wurde mit Frequenzketten versucht, optische Frequenzen gegen Mikrowellenreferenzen zu vergleichen. Dies sind komplexe Systeme mit Lasern, Frequenzschiebern, Mikrowellen, Frequenzvervielfachungen, Phasenanbindungen und weiteren technischen Verfahren, wie beispielsweise in der Arbeitsgruppe um H. Schnatz geschehen und beschrieben [6]. Nur wenige Institutionen konnten sich den Aufbau und Betrieb solcher Gebäudefüllender Systeme leisten. Daher bedient man sich heutzutage der relativ jungen Entwicklung (um die Jahre 1998 - 2000 herum) des optischen Frequenzkammgenerators [2], welcher den Vergleich zweier optischer Frequenzen auf sehr hohem Niveau bei moderatem Aufwand erlaubt. Bereits kurz nach der Entwicklung von den Arbeitsgruppen um Theodor W. Hänsch und J. Hall dieser Erfindung wegen der direkten Anwendbarkeit im Bereich optischer Atomuhren und der daraus erfolgten beschleunigten Entwicklung dieses großen Forschungsgebiets wurde im Jahr 2005 der Physik-Nobelpreis verliehen.

Der Durchbruch zur Anwendung gelang mit der Idee, die Offsetfrequenz, die sich durch die Modenkopplung ergibt, mit einem sogenannten f-2f-Interferometer zu

messen [7]. Damit können alle notwendigen Frequenzen gemessen werden, aus denen sich der Frequenzkamm zusammensetzt. Es werden dafür häufig modengekoppelte dotierte Faserlaser genutzt. Exemplarisch bieten sich Titan-Saphir-Laser aufgrund des breiten Wellenlängenspektrums des Mediums an und ebenfalls der Möglichkeit einer Modenkopplung.

Stabilität und *Genauigkeit* sind dabei die wichtigsten Kenngrößen eines Frequenzstandards. In Abbildung 1.1 möchte ich die Begriffe grafisch für ein besseres Verständnis verdeutlichen.

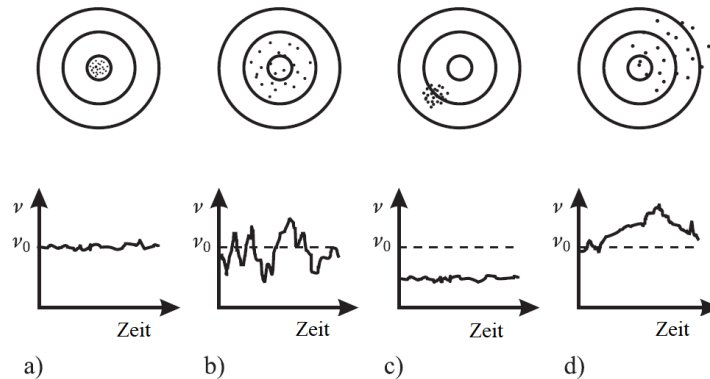


Abbildung 1.1: Schematische Verdeutlichung des Unterschieds zwischen Stabilität und Genauigkeit einer Frequenz. Man kann es sich in etwa so vorstellen, als ob ein Schütze versucht, die Mitte einer Zielscheibe zu treffen, nach [8]. Figur a) beschreibt einen idealen Oszillator, so wie man sich einen guten Frequenzstandard vorstellt: Die Soll-Frequenz wird genau getroffen und die Streuung um diesen genauen Wert ist klein. Figur b) zeigt einen genauen Oszillator, welcher aber instabil ist, also eine hohe Streuung besitzt. Figur c) beschreibt einen stabilen Oszillator, der Soll-Wert wird nicht erreicht, aber die Streuung ist gering. Figur d) zeigt den unerwünschten Fall eines ungenauen und instabilen Oszillators. Im Prinzip trifft das auf jeden nicht optimierten Frequenzstandard zu.

Aufgrund der höheren Frequenzen wird in der Metrologie-Gemeinschaft diskutiert, die Definition der SI-Sekunde auf eine optische Frequenz zu referenzieren bzw. zu erweitern [9, 10]. Aktuell ist die Sekunde auf den Hyperfeinstrukturniveau-Übergang des Grundzustands des Nuklids ^{133}Cs mit einer Frequenz von 9,192 631 770 GHz definiert, entsprechend gerade der Zeitspanne, in der ein ^{133}Cs -Atom 9 192 631 770 mal auf dem Uhrenübergang (bei definierten Umgebungsparametern) schwingt [11]. Aktuelle optische Atomuhren hingegen nutzen gemäß ihres Namens Übergangsfrequenzen von einigen 100 THz, deren Übergänge entsprechend im optischen Spektrum liegen. In Abbildung 1.2 ist das elektromagnetische Spektrum abgebildet zur Einordnung dieser Frequenzen. Die um mehr als vier Größenordnungen höheren Taktfrequenzen ermöglichen aufgrund der kleineren Zeitintervalle eine feinere Bestimmung der Frequenz und daher fundamental höhere Stabilitäten und Genauigkeiten. Es gibt weiterhin Bestrebungen, noch größere Taktfrequenzen zu nutzen, wie sie in nuklearen Prozessen auftreten. Der für Frequenzstandards

nutzbare Kernübergang im isomeren Thorium-229m, welcher aktuell der einzige bekannte Kern-Übergang ist, der hinreichend niederenergetisch ist, dass es Ansätze gibt, den Übergang zu induzieren und steht daher im Mittelpunkt entsprechender Untersuchungen [12]. Vermutungen aktueller Untersuchungen gehen von Übergangsenergien zwischen 6,3 und 18,3 eV aus. Aufgrund der geringen Sensitivität des Atomkerns gegenüber äußeren Einflüssen hätte eine solche "Kern-Uhr" offensichtliche Vorteile gegenüber den optischen Atomuhren, die prinzipbedingt anfällig auf externe Einflüsse sind. Allerdings gibt es noch viele technische und physikalische Fragen hinsichtlich der Kernübergänge zu klären. So existieren beispielsweise bisher keine kontinuierlichen Laser oder gar Frequenzkämme im entsprechenden VUV-Wellenlängenbereich (etwa 165 nm für den Thorium-229m-Übergang), noch konnte dieser Übergang bisher direkt beobachtet werden. So ist noch nicht vollkommen klar, welche Störeffekte und physikalischen Phänomene in dem potentiell erreichbaren Genauigkeitsbereich der intranuklearen Übergänge auftreten (für den Thorium-229m-Übergang ist dies etwa eine Größenordnung besser als die optischen Übergänge).

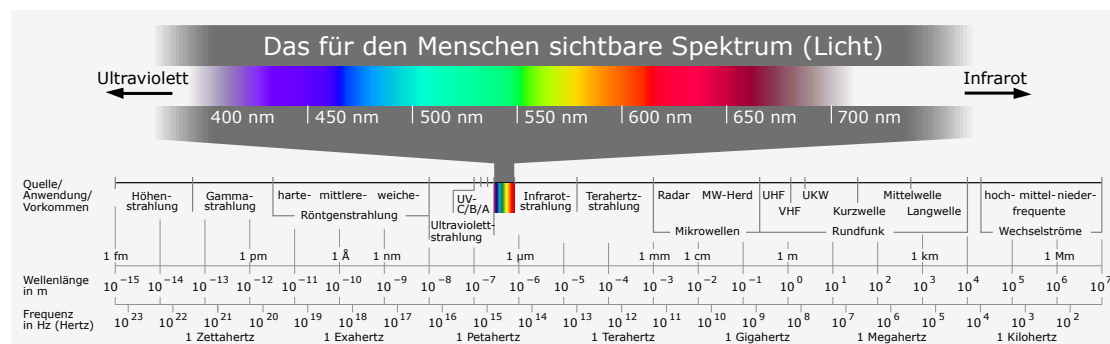


Abbildung 1.2: Das elektromagnetische Spektrum, aus [13]. Die aktuell in Entwicklung befindlichen Atomuhren nutzen Übergänge im optischen Bereich (mehrere 100 THz), hingegen nutzen die Cs-Fontänen-Uhren, die bisher die SI-Sekunde definieren, Übergänge im Mikrowellenbereich von einigen GHz. Im Bild wird der Unterschied der Größenordnung deutlich. Kernuhren oder anderweitige zukünftige Entwicklungen könnten gar auf Oszillatoren noch höherer Frequenz zurückgreifen.

Die aktuell in Entwicklung befindlichen optischen Atomuhren übertreffen bereits die Mikrowellenuhren hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit. Eine Neu-Definition der SI-Sekunde wird daher in der wissenschaftlichen Gemeinschaft diskutiert. Für die Neu-Definition der SI-Sekunde ist es relevant, dass genügend zuverlässige Frequenzstandards zur Verfügung stehen, aus deren Mittelung eine (Welt-)Zeit generiert werden kann. Zusätzlich zu den jeweiligen Unsicherheiten in der Genauigkeit ist die Notwendigkeit multipler Uhren bedingt durch eine endliche Ausfallwahrscheinlichkeit, die jedes technische Gerät mit sich bringt. Da Atomuhren hochkomplexe Systeme darstellen, ist diese Vorgabe tatsächlich nicht trivial.

Daher könnte zur Maximierung der Leistungsfähigkeit eine Kombination aus verschiedenen Uhren in Betracht gezogen werden. Auf dem angestrebten Niveau ist es zudem wichtig, dass der genaue Standort einer jeden Uhr charakterisiert werden kann, da selbst Abweichungen im Gravitationspotential der Erde aufgrund der Zeitdilatation eine messbare Abweichung in der "Tickrate" der Uhr darstellt. Es muss ein beachtlicher Aufwand betrieben werden, die genaue Position von Atomuhren zu bestimmen. Eine räumliche Vermessung des Gravitationspotentials kann wiederum eine Anwendung hoch-präziser Atomuhren sein, sofern man gleichfalls "fix" installierte Uhren als Referenz zur Verfügung hat. Ebenfalls können auch andere Instrumente zur Lokalisierungsbestimmung verwendet werden.

Eine Atomuhr misst konzeptbedingt lediglich punktuell am Ort der atomaren Referenz. Um Anwendungsgebiete für Uhren wie die oben genannte flächendeckende Gravitationspotentialmessung effizient zu ermöglichen, zum Beispiel die Ortung von Bodenschätzen, ist es notwendig, dass die Uhr bereits bei kurzen Mittelungszeiten stabil und genau arbeitet. Eine mobil eingesetzte Uhr, beispielsweise in einem Fahrzeug, Flugzeug oder Satellit, soll damit ein Gebiet effizient mit einer hohen Auflösung abrastern können. Eine solche transportable optische Atomuhr ist beispielsweise an der Physikalisch Technischen Bundesanstalt in Braunschweig (PTB) in Entwicklung und erreicht bereits Unsicherheiten im 10^{-17} Bereich [14] und kann in einem Standard-ISO-Container transportiert werden. Bisher ist jedoch nur ein stationärer Betrieb demonstriert worden mit einer Inbetriebnahmezeit von einigen Wochen. Rein physikalisch dürfte jedoch auch ein mobiler Betrieb möglich sein und sollte prinzipiell ein technisch lösbares Problem darstellen.

Ein zusätzliches Problem bei der Durchführung einer Gravitationspotentialmessung mit einer mobilen optischen Atomuhr ist der notwendige Echtzeit-Vergleich gegen eine weitere (stationäre) Referenz. Dies müsste über die Mitführung einer Glasfaserverbindung realisiert werden oder über einen Vergleich über eine Freiluftstrecke, was für einen Vergleich mit der bewegten Uhr problematisch sein könnte und mangels mobiler optischer Atomuhren noch nicht auf hohem Genauigkeitsniveau demonstriert wurde.

Die aktuell besten Atomuhren im Bereich der Frequenzstabilität und Genauigkeit basieren auf optischen Übergängen und sind daher weiterhin ein großer Forschungsschwerpunkt [15]. Die gegenwärtig wohl fortschrittlichste Atomuhr ist eine auf zwei atomare Ytterbium-Ensembles basierende optische Gitteruhr [3]. Außerdem seien auf einem ähnlichen Level die Sr-Gitter-Uhr der PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, Deutschland) [16], sowie die Sr-Gitter-Uhr und Yb-Gitter-Uhr des JILA am NIST (National Institute for Standards and

Technologies, Boulder, USA) zu erwähnen [17, 18].

Ein Frequenzstandard muss einen elektromagnetischen Übergang hoher Güte bereitstellen können, welcher gut von äußeren Einflüssen abgeschirmt ist, so dass dieser möglichst ungestört abgefragt werden kann. Das sogenannte Quantenprojektionsrauschen (1.1) ist dabei das fundamentale Limit einer Anbindung eines Lasers an eine atomare Referenz [19].

$$\sigma_{\text{QPN}}(\tau) \simeq \frac{\Delta f}{\pi f} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \sqrt{\frac{1}{N}} \quad (1.1)$$

mit der Messzykluszeit T_c , der Abfragezeit der Atome τ und der Anzahl an angeregten Atomen N . Das Verhältnis von $f/\Delta f = Q$ wird auch Linienqualitätsfaktor genannt und ist der Grund, warum die Nutzung einer möglichst hohen Übergangsfrequenz f sinnvoll ist. Je höher die Übergangsfrequenz ist, umso geringer ist das Quantenprojektionsrauschen bzw. umso geringer sind die Anforderungen an das Experiment, eine hohe Leistungsfähigkeit zu erreichen. Die erreichbare Auflösung Δf ist beispielsweise bereits bei kurzen Abfragezeiten durch das Fourier-Limit begrenzt.

Als atomare Referenz werden bestimmte Isotope eines Elements genutzt, welche mit einer inneren quantenmechanischen Energieniveau-Struktur einen schmalbandigen Übergang bereitstellen können. Auch Moleküle oder Kernübergänge können theoretisch hierfür in Betracht kommen. Es bieten sich verbotene Übergänge an und damit unter anderem Elemente mit zwei Valenzelektronen. Hier ergeben sich je nach Spin-Ausrichtung der Valenzelektronen zwei getrennte Elektronenkonfigurationen (Spin-Systeme), sogenannten Singulett-Systeme bei anti-paralleler Stellung der Elektronenspins sowie Triplett-Systeme bei paralleler Ausrichtung. Der Übergang zwischen diesen Systemen ist laut den quantenmechanischen Auswahlregeln in erster Näherung verboten. Der Gesamtdrehimpuls \mathbf{j} im System ändert sich nicht, ein Photon, welches zur energetischen Anregung notwendig ist, trägt jedoch einen Spin \mathbf{s} vom Betrag 1, welcher nicht auf ein Elektron übertragen werden kann, allerdings auf den Bahndrehimpuls \mathbf{l} . In der Praxis wird dieser Übergang durch eine Spin-Bahn-Kopplung $\mathbf{j} = \mathbf{s} + \mathbf{l}$ [20] oder ein benachbartes gekoppeltes Energieniveau schwach erlaubt, so dass sich der Spin-Zustand ändern kann. Aufgrund der geringen Übergangswahrscheinlichkeit resultiert daraus wegen der Zeit-Energie-Unschärfe

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1.2)$$

ein sehr schmalbandiger Übergang.

Für optische Atomuhren liegt diese Übergangsfrequenz im Bereich von 10^{14} bis

10^{15} Hz, entsprechend einer Lebensdauer in der Größenordnung von Sekunden und sub-Hz-Linienbreiten. Die Photonenenergie liegt wegen

$$E_{\text{Photon}} = \hbar\omega, \quad (1.3)$$

im Bereich einiger Elektronenvolt. Solche Übergänge findet man beispielsweise in neutral geladenen Erdalkalielelementen wie Magnesium, Calcium, Strontium und Quecksilber, sowie bei Erdalkali-ähnlichen Elementen wie Ytterbium. Außerdem bieten bestimmte Ionen wie Al^+ , Yb^+ , Hg^+ oder H^+ geeignete Übergänge. Ionen haben dabei gegenüber Neutralatomen den Vorteil, dass sie sich aufgrund ihrer Ladung sehr gut in einer elektromagnetischen Falle (z.B. lineare Paul-Falle) fangen lassen können [21]. Aufgrund der Ladung und der einhergehenden Coulomb-Wechselwirkung von Ionen untereinander lassen sich allerdings nicht beliebig viele Ionen in einer Falle fangen. Für aktuelle Systeme wird zumeist auch immer nur ein einzelnes Ion für eine Interrogation genutzt. Nach (1.1) ist die Stabilität eines solchen Systems aufgrund der geringeren Teilchenzahl N geringer als für Neutralatomsysteme, welche bereits mehrere 1000 Atome für eine Abfrage nutzen können. Es wird daher an sequentiellen Paul-Fallen geforscht, in denen mehrere Ionen bei gleichzeitig unterdrückter Mikro-Bewegung gefangen werden können, um dieses Limit aufzuweichen [22]. Eine Ionenuhr kann mit der Genauigkeit der besten Neutralatomuhren konkurrieren, es ist allerdings eine längere Mittelungszeit notwendig, um diese Genauigkeit zu erreichen [23].

Die generelle Funktionsweise einer Atomuhr ist in Abbildung 1.3 dargestellt. Der sogenannte Uhrenlaser regt einen ultraschmalen Übergang in einem lasergekühlten atomaren Gas an, welches entkoppelt von der Umgebung in einer Vakuumkammer präpariert wird. Das auf die atomare Referenz stabilisierte Licht erreicht so eine absolute Genauigkeit. Da die optischen Frequenzen nicht direkt elektronisch messbar sind, wird mit der Hilfe von Schwebungsmessungen mit dem optischen Frequenzkamm die absolute Frequenz in den Mikrowellenbereich transferiert und ein Zeitsignal generiert.

Die Kurzzeitstabilität einer Atomuhr wird vornehmlich durch den Lokaloszillator bestimmt und somit geringere Integrationsdauern ermöglicht. Es handelt sich hierbei um ein hochstabiles Lasersystem, welches einen optischen Resonator als externe Referenz zur Stabilisierung nutzt. Neben der Abfrage des Uhrenübergangs selbst ist ein solches hochstabiles Lasersystem für die Überbrückung der Zeit zwischen mehreren Messzyklen des atomaren Standards notwendig und ermöglicht so erst einen kontinuierlichen Betrieb einer Atomuhr. Ferner erlaubt dies eine schnellere Mittelung bis hin zum Genauigkeitslimit, welche durch fundamentale Effekte und Messunsicherheiten beider Anbindung der atomaren Referenz gegeben ist [4]. Die derzeit besten Laboraufbauten einer Atomuhr (publiziert) basierend auf Neu-

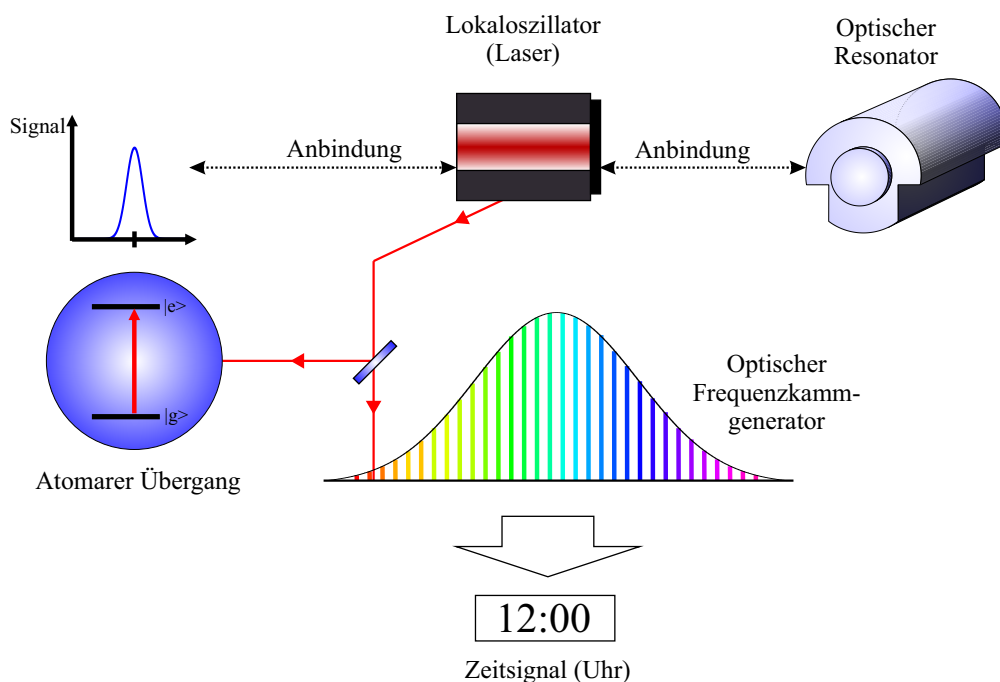


Abbildung 1.3: Prinzipieller Aufbau eines optischen Frequenzstandards mit den wichtigsten Komponenten:

Ein Laser wird zunächst auf einen hochstabilen Resonator stabilisiert und erhält dadurch eine geringe Linienbreite und gute Kurzzeitstabilität. Eine Anbindung an eine atomare Referenz sorgt für absolute Genauigkeit, in der Kombination mit der Kurzzeitstabilität des Lasers gilt dies als Frequenzstandard. Wenn die Laserfrequenz kontinuierlich mit einem Frequenzkamm gemessen und gezählt wird, kann daraus eine Zeiteinheit definiert bzw. Uhrzeit generiert werden und definiert sich dann als optische Atomuhr.

tralatome am NIST^a bzw. JILA^b erreichen Instabilitäten von $1,5 \cdot 10^{-18}$ [3] (nach 4000 Sekunden) und hervorragende Reproduzierbarkeit bzw. systematische Unsicherheiten im Bereich von $2 \cdot 10^{-18}$ [24]. Die aktuell beste Ionen-Atomuhr erreicht sogar eine leicht bessere Genauigkeit [23], aber eine geringere Stabilität. Aktuelle Untersuchungen zeigen, dass eine Ungenauigkeit im Bereich von 10^{-19} technisch realisierbar sein sollten [25]. Auch abseits von Atomuhren kommen hochstabile Lasersysteme für verschiedene Anwendungen zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit in Betracht, sofern keine absolute Genauigkeit notwendig ist, wie beispielsweise in der Interferometrie, Spektroskopie, Intertialsensorik, Datenübertragung und Astronomie.

Ein aktueller Forschungsschwerpunkt im Gebiet der Frequenzstandards und auch in meiner Arbeit ist die weitere Verbesserung der Stabilität und damit die Verbesserung der Frequenzstabilisierung von Lasern mit Hilfe von optischen Resonatoren hoher Finesse und aufwändiger Längenzstabilisierung für die Anwendung an einer

^a National Institute of Standards and Technologies, Boulder, Colorado, USA

^b Joint Institute for Laboratory Astrophysics, Boulder, Colorado, USA

optischen Atomuhr.

Ein solcher hochstabiler Lokaloszillator ist üblicherweise wie folgt aufgebaut: Ein intrinsisch bereits relativ frequenzstabiler und regelbarer Laser (wie zum Beispiel ein vorstabilisiertes ECDL^a-Diodenlasersystem) wird auf einen externen ultrastabilen Resonator referenziert, welcher aufwändig von Umwelteinflüssen entkoppelt ist. Die Stabilität wird über die Längenstabilität des Resonators erreicht. Er besteht aus hoch-reflektierenden Spiegeln und einem Abstandhalter aus einem Material hoher Güte um eine hohe Finesse zu erreichen. Das Material besitzt im Idealfall einen sehr geringen Wärmeausdehnungskoeffizienten, um temperaturabhängige Längenänderungen zu minimieren. Die Isolierung des Resonators von der Umgebung geschieht in einer Vakuumkammer, welche aufwändig thermisch und akustisch isoliert ist. Ein Hochvakuum ist für die Unterdrückung von Druckschwankungen notwendig und sorgt für eine höhere Finesse.

Limitierende Faktoren eines hochstabilen Lasersystems stellen im Instabilitätsbereich von 10^{-16} dennoch einige Punkte dar, die ich auch in meiner Arbeit behandle. Längenänderungen am Resonator werden hervorgerufen durch:

- Akustische und seismische Vibrationen
- Druckschwankungen
- Thermische Ausdehnung
- Schwankungen der Laserleistung
- Brownsches thermisches Rauschen

Folgende Effekte können die Laserstabilität auf diesem Niveau ebenfalls beeinträchtigen:

- Elektronische Störsignale in der Stabilisierungselektronik
- Residuale Amplitudenmodulation
- Weglängenfluktuationen des Strahlpfades

Ein Ansatz zur Verbesserung von Lokaloszillatoren ist die Optimierung oben genannter Punkte. Sofern keine gänzlich neuartigen Ansätze verfolgt werden, um die fundamentalen Limitierungen einer Resonator-basierten Laserstabilisierung zu umgehen, wie beispielsweise durch Anwendungen sogenannter "aktiver Laser" wie in [26], so ist das naheliegende Ziel das technische und physikalische Limit dieser "konventionellen" Systeme zu erreichen.

^a engl. External Cavity Diode Laser

Das Ziel in meiner Arbeit war daher die Untersuchung der Limitierungen und Weiterentwicklung des bestehenden Lasersystems, welches von A. Pape im Rahmen seiner Dissertation realisiert wurde, um die Spektroskopie des Uhrenübergangs von Magnesium-24 [27] zu betreiben. Im Rahmen meiner Arbeit habe ich außerdem ein Nachfolgesystem geplant, um einen zukunftsfähigen Frequenzstandard zu ermöglichen, welcher eine schnellere Integration der Messzeit der atomaren Referenz ermöglicht, als es bisher mit dem aktuellen Lasersystem möglich war.

Weitere Arbeitsschwerpunkte waren theoretische Untersuchungen der Kombination mehrerer hochstabiler Lasersysteme, die Implementierung einer verbesserten Faserstabilisierung der Glasfaserverbindung von 73 km Länge zwischen dem Institut für Quantenoptik in Hannover (IQ) und der PTB. Dies geschah in Kooperation mit der PTB nach einem Schema der Arbeitsgruppe von G. Grosche [28]. Die Glasfaserverbindung zwischen dem IQ und der PTB stellt die für Universitäten außergewöhnliche Möglichkeit dar, eine Frequenzmessung in einem großen Faser-Netzwerk zu realisieren, da die PTB wiederum Glasfaserverbindungen zu weiteren Institutionen unterhält und weiterhin vorantreibt. Ebenso ermöglicht dieser Faserlink Charakterisierungen von hochstabilen Lasersystemen und die Untersuchungen der Leistungsfähigkeit des Frequenzkamms am IQ zur Eignung einer Transferstabilisierung.

Meine Arbeit ist nun wie folgt gegliedert:

- In Kapitel 2 stelle ich den derzeitigen Stand des Magnesium-Frequenzstandards am IQ vor.
- In Kapitel 3 gebe ich eine Einführung in die Frequenzanalyse hochstabiler Oszillatoren.
- In Kapitel 4 erläutere ich die experimentellen Arbeiten zur Verbesserung der Frequenzstabilisierung des bestehenden hochstabilen Lasersystems.
- In Kapitel 5 berichte ich über Laservergleiche und die Charakterisierung der Frequenzstabilität des verbesserten Lasersystems mit Hilfe unabhängiger hochstabiler Laser der PTB, die ich mit Hilfe der Glasfaserverbindung IQ-PTB und dem Einsatz von Frequenzkämmen durchgeführt habe.
- In Kapitel 6 fasse ich die Ergebnisse über alternative Ansätze zur Frequenzstabilisierung zusammen, die die Längenstabilisierung optischer Wege von Gravitationswellendetektoren nutzt.
- In Kapitel 7 gebe ich einen Ausblick über die Fortführung der Forschung aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse aus meiner Arbeit.

MOVITATION: DER MAGNESIUM-FREQUENZSTANDARD

2.1 Der Magnesium-Frequenzstandard am IQ

Am Institut für Quantenoptik wird ein optischer Frequenzstandard basierend auf neutralem Magnesium-24 entwickelt. Weltweit ist dies der einzige mit Magnesium operierende Frequenzstandard auf dem ultraschmalen Interkombinationsübergang $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$. Ein weiterer auf Magnesium basierender Frequenzstandard ist in der Gruppe von A. Taichenachev (Institute of Laser Physics & Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russland) in der Entwicklung, in welchem ebenso langfristig der $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergang genutzt werden soll. Aktuell wird in dieser Gruppe Spektroskopie auf dem $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Übergang betrieben [29].

Magnesium-24 hat gegenüber den anderen Uhrelementen zwei entscheidende Vorteile:

Zum einen ist Magnesium mit 24 Nukleonen im Atomkern (12 Protonen und 12 Neutronen) eines der leichtesten der momentan verwendeten Uhrelemente. Aufgrund der relativ geringen Anzahl an Nukleonen lässt es sich theoretisch sehr gut berechnen. Es lassen sich mit Magnesium besonders gut fundamentale Theorien testen und Simulationen durchführen. Dies erkennt man zum Beispiel am Vergleich des von M. Safranova berechneten Wertes für die magische Wellenlänge, der mit dem experimentell bestimmten Wert erstaunlich gut übereinstimmt [30].

Zum Anderen sind die relevanten Übergänge für den Betrieb des Frequenzstandards im blauen und ultravioletten Spektralbereich. Daher ist die Sensitivität auf Schwarzkörperstrahlung aufgrund der Wärmestrahlung aus der Umgebung gering, die ihr Maximum im infraroten Spektralbereich hat. Die Schwarzkörperstrahlung

ist einer der größten limitierenden Faktoren aktueller optischer Frequenzstandards. Das relevante Termschema von Magnesium-24 ist in Abbildung 2.1 gezeigt. Lediglich Quecksilber, dessen sämtliche relevanten Übergänge gar im ultravioletten Bereich liegen, besitzt eine geringere Sensitivität auf Schwarzkörperstrahlung. Allerdings macht es der deutliche komplexere Kernaufbau schwierig, eine geringe theoretische Unsicherheit für diesen Effekt zu bestimmen. Ein großer Nachteil von Magnesium-24 ist die hohe technische Komplexität aufgrund der Notwendigkeit vieler Lasersysteme, um eine effiziente Kühlmethode zu realisieren.

Aufgrund der spezifischen Eigenschaften von Magnesium-24 können die bekannten erfolgreichen Kühlverfahren der anderen Uhrenelemente nicht direkt adaptiert werden. Unter anderem ist die Anregungswahrscheinlichkeit des Interkombinationsübergangs $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ sehr klein und daher zum Kühlen und Halten gegenüber der Gravitation sehr ineffizient. Das zur Zeit genutzte optische Kühlverfahren für Magnesium-24 wurde in [31] entwickelt.

Das Termschema mit den aktuell relevanten Übergängen des Frequenzstandards ist in Abbildung 2.1 gezeigt:

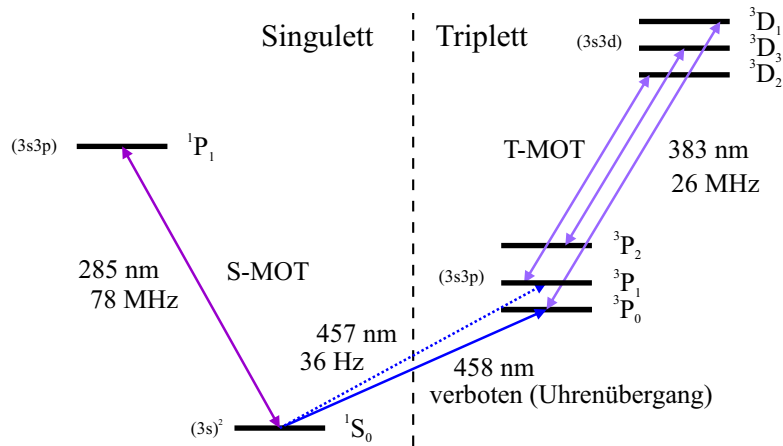


Abbildung 2.1: Das für einen Frequenzstandard relevante Termschema von Magnesium-24, nach [32]. Angegeben sind Anregungswellenlängen und die natürlichen Linienbreiten γ . Der $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergang zwischen den beiden Spin-Systemen ist der in dieser Arbeit genutzte Uhrenübergang, für den der Uhrenlaser entwickelt und verbessert wurde, wie ich es in Abschnitt 4 beschreibe.

Der experimentelle Zyklus des Magnesium-Frequenzstandards ist in erster Linie wie folgt aufgebaut:

Magnesium wird in einem Ofen erhitzt, woraufhin Atome aus dem Feststoff ausgasen und schließlich aus einer Apertur in die eigentliche Experimentierkammer diffundieren. Aufgrund des geringen Atomgewichts reicht zum optischen Fangen von etwa 10^9 Atomen eine Magneto-optische Falle (MOT) auf dem Übergang $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ aus, die MOT-Spulen erzeugen dafür das nötige Zeeman-Magnetfeld. Hingegen ist für andere Elemente zumeist ein zusätzliches Magnetfeld eines dedizierten Zeeman-

Abbremsers notwendig, um die Atome effektiv abzubremesen und hohe Teilchenzahlen in der optischen Falle zu erreichen. Die so erzielbare Temperatur liegt im Bereich weniger mK und damit knapp über dem Doppler-Limit. Zur weiteren Reduzierung der Bewegungsgeschwindigkeit der Atome werden diese nun über den $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ -Übergang in das Triplett-System transferiert und können dort in einer weiteren MOT unter Ausnutzung der $^3P \rightarrow ^3D$ -Übergänge gekühlt werden, welche eine geringere Übergangswahrscheinlichkeit besitzen, das Dopplerlimit reduziert und daher eine geringere erzielbare Temperatur möglich ist. Ein zusätzlich eingestrahelter Dipollaser akkumuliert dabei kontinuierlich die kältesten Atome im "dunklen" 3P_0 -Zustand. Danach wird die MOT deaktiviert und nur der Rückpumpplaser für den $^3P_0 \rightarrow ^3D_1$ -Übergang aktiviert. Die Atome zerfallen dadurch in den 3P_1 -Zustand und von diesem in den 1S_0 -Zustand. Anschließend wird auch der Rückpumpplaser deaktiviert und die 1S_0 Atome werden aus der Dipolfalle in das optische Gitter umgeladen, welches räumlich mit dem Dipollaser überlagert ist. Hiernach wird die Dipolfalle deaktiviert und die eigentliche Abfrage des Uhrenübergangs bei 458 nm findet statt, indem der Uhrenlaser mit einem zusätzlichen homogenen Magnetfeld für die Anregung des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergangs eingestrahlt wird. Die Detektion des so erfolgten Übergangs auf den 3P_0 -Zustand wird über die Fluoreszenzdetektion einer erneuten Triplett-MOT realisiert. Das Verhältnis der angeregten Atome ist dabei proportional zur Übereinstimmung der Frequenzen des Uhrenlasers mit der Übergangsfrequenz der Atome. Der Laser kann so entsprechend des Signals nachgeregelt werden. Die Laserfrequenz wird schlussendlich mit unserem Frequenzkamm^a bestimmt. Im kontinuierlichen Betrieb dieser Frequenzmessung kann nun von einer Atomuhr gesprochen werden, da Zeiteinheiten durch die Zählung der periodischen Zeitintervalle der Übergangsfrequenz bestimmt werden können.

Zur weiteren Effizienzsteigerung der Kühl- und Fang-Methoden werden auch noch weitere mögliche Kühlmethoden für Magnesium-24 untersucht. Dazu gehört das "Quenchen" (eine künstliche Verbreiterung) des Interkombinationsübergangs $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ [33] oder Sub-Doppler-Kühlmethoden wie in [34]. Diese könnten möglicherweise zu einem effizienteren Ladeverfahren für das optische Gitter führen, die zu einer erheblich höheren Anzahl an Atomen und einer geringeren mittleren Bewegungsgeschwindigkeit der Atome führen könnten und damit zu einem effizienteren Betrieb als Frequenzstandard aufgrund geringerer Ladezeiten und besserer Detektion.

^a FC-1500, Menlo Systems GmbH

2.1.1 Methoden optischer Neutralatomuhren

Im Folgenden seien die Methoden der Kühlung und des Fangens von Atomen kompakt erläutert, welche für einen optischen Frequenzstandard basierend auf Neutral-Atomen notwendig sind und so auch am Magnesium-Experiment realisiert wird.

Magneto-optische Falle

Mit einem System aus Magnetfeldern und Lasern werden Atome, welche aus einem Ofen oder andersartigen Teilchenquelle (z.B. Dispenser) gasförmig in die Vakuumkammer injiziert werden, gefangen und gekühlt. In erster Linie wird dazu eine sogenannte Magneto-optische Falle (MOT) genutzt [35]. Dabei werden aus allen Raumrichtungen die Atome mit Lasern innerhalb der Vakuumkammer angeregt. Mithilfe von Spulen liegt an einer zentralen Stelle der Vakuumkammer ein Magnetfeldminimum an. Dieses erlaubt mit Hilfe des Zeeman-Effekts einen räumlichen Einschluss und eine Reduzierung der mittleren Bewegungsgeschwindigkeit. Dies geschieht über den Impulsübertrag $p_\gamma = \hbar k = \hbar\omega/c = h/\lambda$ bei Absorption von Photonen, deren Frequenz ω der Übergangsfrequenz zwischen den zwei beteiligten Zuständen des Teilchens entspricht. Der Impulsübertrag geschieht dabei in der Richtung des Wellenvektors der Photonen. Mit Hilfe eines angelegten Magnetfelds kann erreicht werden, dass lediglich Atome resonant zur Photonenfrequenz sind, die sich relativ in Richtung des eingehenden Laserstrahls bewegen. Nur diese Atome absorbieren Photonen und werden abgebremst. Die spontane Emission hingegen erfolgt in eine zufällige Richtung und summiert sich im Mittel zu Null. Die so erreichbare Bewegungsgeschwindigkeit bzw. Temperatur der gefangenen Teilchen ist aufgrund der Eigenschaften der spontanen Emission allerdings begrenzt und abhängig vom sogenannten Doppler-Limit. Das Doppler-Limit ist antiproportional zur Übergangswahrscheinlichkeit nach $T_D \propto \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$, mit dem Inversen der Lebensdauer des angeregten Zustands (dies entspricht der Übergangswahrscheinlichkeit) γ . Mit dieser Methode werden bereits Temperaturen im mK und sogar μ K-Bereich erreicht, was einigen cm/s bis m/s entspricht.

Optisches Gitter

Zur weiteren Begrenzung der Bewegungsfreiheitsgrade der Atome können diese in einem optischen Gitter gefangen werden. Für die aktuellen optischen Frequenzstandards basierend auf neutrale Atome ist diese Methode das Mittel der Wahl. Ein optisches Gitter ist eine Stehwelle, die sich bei Überlagerung aus mindestens zwei gegenläufigen Laserstrahlen gleicher Frequenz (bzw. einem retro-reflektierten Laserstrahl) bildet. In den jeweiligen Knotenpunkten bilden sich Potential-Minima bzw. Maxima, in denen die Atome je nach Verstimmung gegenüber dem

Lichtfeld über die Dipolkraft gefangen werden können [36]. Der Abstand dieser "Potentialtöpfe" entspricht dabei der halben Wellenlänge des Lasers. In einem zweidimensionalen Aufbau führt dies zu einem Eierkarton-artigen Potential wie in Abbildung 2.2. Teilchen können in diesen Potentialtöpfen räumlich gefangen

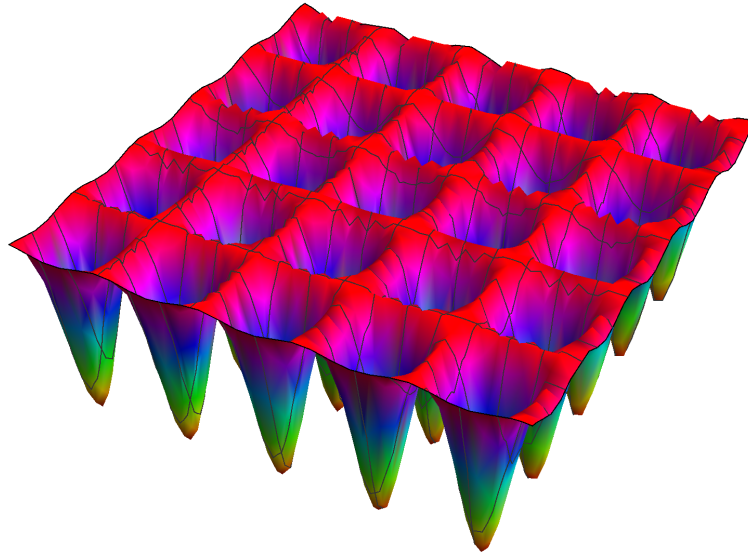


Abbildung 2.2: Schema eines "Eierkarton-artigen" zwei-dimensionalen optischen Gitters, in deren Potentialtöpfen Teilchen gefangen werden können. Erzeugt werden kann dieses beispielsweise durch Überlagerung zweier optischer Gitter in einem rechten Winkel zueinander.

werden. Die Bewegungsfreiheitsgrade sind dadurch deart beschränkt, dass lediglich eine Oszillation innerhalb des Potentials mit der Fallenfrequenz erlaubt ist. Sofern die Fallenfrequenz größer als der Photonenimpulsübertrag eines anregenden Photons ist, koppeln diese Bewegungszustände nicht untereinander. Effektiv ist die Bewegung unterdrückt und das Verhalten kann als dopplerfrei und rückstoßfrei beschrieben werden. Diesen Bereich nennt man Lamb-Dicke-Regime nach [37, 38]. Um eine ansprechende Menge von Atomen in einem Gitter fangen zu können, müssen diese bereits vorgekühlt sein, da die Potentialhöhe vergleichsweise (z.B. im Vergleich zu einer Ionenfalle/Paul-Falle) gering ist.

2.1.2 Systematik optischer Frequenzstandards

Die minimal erreichbare Linienbreite einer atomaren Referenz ist die natürliche Linienbreite. Für eine hoch-präzise Abfrage des schmalen Uhrenübergangs müssen alle Störeffekte minimiert werden, welche den Uhrenübergang im Frequenzraum verbreitern und verschieben. Verbreiterungsmechanismen werden unterschieden in

homogenen (wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz ω für die beteiligten Teilchen gleich groß ist) und inhomogenen (wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz ω für die beteiligten Teilchen **nicht** gleich groß ist) Mechanismen. Die größten Störeffekte sind im Folgenden aufgelistet, nach [8]:

- **Dopplerverbreiterung** Aufgrund der endlichen Temperatur des atomaren Ensembles sind die Teilchen in Bewegung. Jede Bewegung der einzelnen Teilchen mit einer Geschwindigkeit v gegenüber des experimentellen Aufbaus führt zu einer Dopplerverschiebung $f(v) = f_0(1 + \frac{v}{c})$, wobei f_0 die unverschobene Emissionsfrequenz ist. Bei endlicher Temperatur sind die Bewegungsvektoren der Atome ungeordnet. Im Mittel ergibt das eine Gaußsche Frequenzverbreiterung, die Dopplerverbreiterung, von $\sigma_{\text{Doppler}} = \frac{f_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$, mit der Boltzmannkonstanten k_B , der Temperatur T und der Teilchenmasse m . Diese Verbreiterung liegt im Allgemeinen deutlich über der natürlichen Linienbreite.
- **Zeeman-Effekt** Der Zeeman-Effekt ist die Aufspaltung atomarer Energieniveaus mit einem externen Magnetfeld auf das magnetische Moment der Atomhülle, welche durch den Bahndrehimpuls des Spins und der Elektronen zustande kommt. Variierende (nicht stabilisierte) Magnetfelder führen dabei zu einer Frequenzverbreiterung.
- **Stark-Effekt** Der Stark-Effekt ist analog zum Zeeman-Effekt die Aufspaltung atomarer Energieniveaus bei einem externen elektrischen Feld. In der Praxis kann dies ein eingestrahktes Lichtfeld sein. So führen auch die eingestrahkten Laser, die zur Abfrage und zum Fangen der Atome genutzt werden, zu einer Stark-Verschiebung nach $\hat{H} = \mathbf{p}\mathbf{E}$ mit dem elektrischen Dipolmoment \mathbf{p} und der elektrischen Feldstärke \mathbf{E} . Hierzu zählt auch die sogenannte *Schwarzkörperstrahlung*, welche eine Wechselwirkung des Dipolmoments des Atoms mit der Wärmestrahlung der Umgebung darstellt. Dies ist bei den aktuell besten Uhren einer der dominierenden Faktoren im Unsicherheitsbudget [24]. Variierende Strahlungsleistung am Ort der Atome führt dabei zu Frequenzverbreiterungen.
- **Tunnel-Effekt** Der Tunneleffekt ist der quantenmechanische Effekt, dass ein Teilchen ein energetisches Potential immer mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit überwinden kann, auch wenn dies bei klassischer Betrachtung nicht möglich ist. Dieser Effekt tritt bei modernen optischen Atomuhren auf, bei denen die Teilchen in einem sogenannten optischen Gitter gefangen sind und zwischen den einzelnen Gitterplätzen tunneln können. Da diese Potentiale sich leicht unterscheiden ergibt sich im Mittel eine Verbreiterung des

Energiebands. Ein Nebeneffekt ist hierbei der **Line-Pulling-Effekt**, der zu einer Frequenzverschiebung des Energieniveaus eines Teilchens in Richtung eines benachbarten Energieniveaus führt.

- **Druckverbreiterung** Die auch Dichte- oder Stoßverbreiterung genannte Linienverbreiterung resultiert aus der Wechselwirkung der Atome des zu untersuchenden Ensembles. Gerade für die schmalen Uhrenübergänge ist dies ein sehr relevanter Effekt. Die Ursache besteht in einer Veränderung der Schwingungsphase des Teilchens, die während eines Stoßes stattfindet. Eng verwandt sind hier Frequenzverschiebungen aufgrund des *Hintergrundgases*. Stöße mit Atomen aus dem Hintergrundgas führen zusätzlich zu einer Aufheizung des Ensembles bzw. zu Verlusten und einer Dopplerverschiebung aufgrund der übertragenen Impulse.
- **Rückstoßverbreiterung** Einen Rückstoß erhalten die Teilchen ebenso aus der Interaktion mit den Photonen des anregenden Lichtfelds und die spontane Emission. Aufgrund der zufälligen Richtung der spontanen Emission bleibt stets ein nicht-verschwindender Impuls im System. Die Größe ist abhängig von der Frequenz des Photons: $p_{\text{rec}} = M \cdot \mu_{\text{rec}} = p_{\text{ph}} = h\nu_0/c$. M ist hier die Masse des Atoms.

Um diese Effekte zu charakterisieren und zu minimieren muss ein enormer Aufwand betrieben werden. Daher existieren optische Atomuhren bisher nur in den größeren Metrologie-Instituten.

Derartige Systeme bestehen meist aus mehreren Telexperimenten: der Experimentierkammer, dem Uhrenlaser und dem Frequenzkamm.

Das Herzstück einer Atomuhr ist eine Apparatur zur Kühlung und Speicherung von atomaren Ensembles. Dies geschieht in aktuellen Systemen in einer Vakuumkammer mit einem Ultrahochvakuum. Das Ultrahochvakuum ist unter anderem notwendig, um das Hintergrundgas und damit verbundene Heizeffekte, Stoßverbreiterung und Verluste zu minimieren.

Der aktuelle Aufbau des Magnesium-Frequenzstandards sowie Systematik-Untersuchungen und Frequenzvergleiche mit optischen Atomuhren der PTB sind Themen der Doktorarbeiten von Dominika Fim und Klaus Zipfel.

GRUNDLAGEN DER FREQUENZANALYSE

In den folgenden Kapiteln werden die Frequenzeigenschaften von Oszillatoren untersucht. Im Vorfeld erläutere ich in diesem Kapitel die theoretischen Grundlagen.

3.1 Frequenzanalyse

Grundsätzlich gibt es verschiedene Ansätze die Stabilität eines Oszillators bzw. Lasersystems zu charakterisieren. So lässt sich das Laserspektrum einerseits aus einer Zeitreihe einer Schwebung ermitteln, andererseits kann man über eine Fourier-Transform-Analyse (FFT, engl.: Fast Fourier Transformation) eines entsprechenden Analysators eine spektrale Rauschleistungsdichte (PSD, engl.: Power Spectral Density) der Frequenz $f(t)$ oder Phase $\Phi(t)$ erhalten [39]. Die möglichen Umrechnungsarten zwischen den einzelnen Mess- und Analyseverfahren sind in der Übersicht in Abbildung 3.1 dargestellt. Die PSD stellt dabei das zentrale Element dar.

3.1.1 Spektrale Rauschleistungsdichte

Bei der Konversion eines Zeitsignals in ein frequenzabhängiges Signal (wie eine PSD) geht ein Teil der Information des ursprünglichen Datensatzes verloren. Eine Rücktransformation ist aus diesen Datensätzen nicht (vollständig) möglich, jedoch bietet die Analyse mit einer PSD Vorteile in der Übersichtlichkeit der Darstellung, da hier die Amplitude der Störung, aufgetragen auf der y-Koordinate der Grafik, bereits relativ zur Störfrequenz betrachtet wird und damit die Störfrequenz selbst

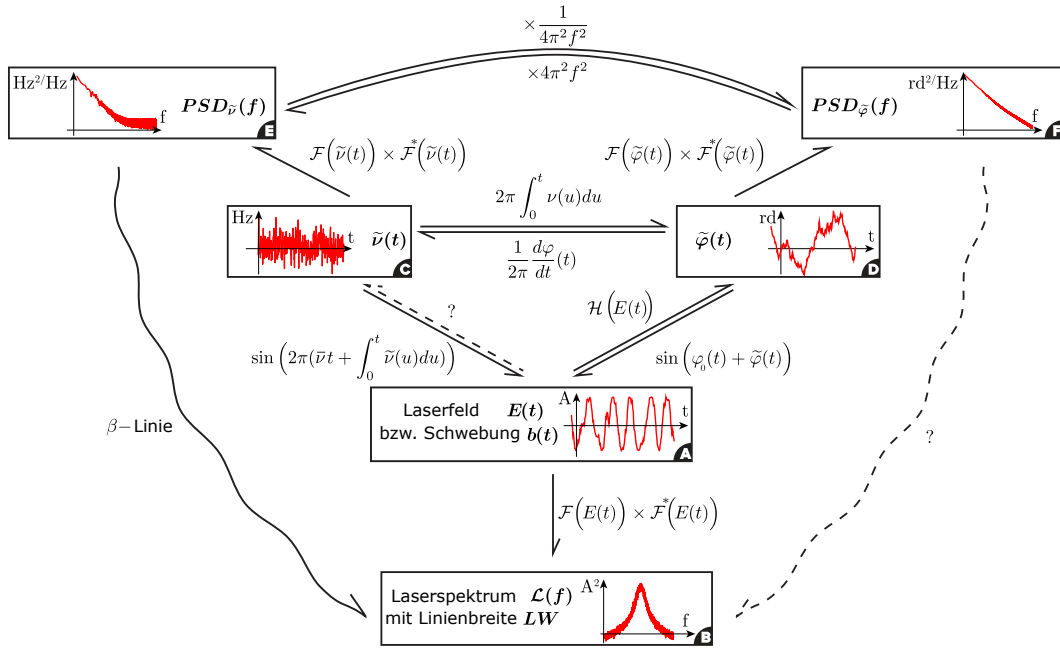


Abbildung 3.1: Übersicht zu den möglichen Umrechnungen zwischen den jeweiligen Mess- und Analyseverfahren, nach [40]. Direkte Pfeile zeigen eine analytische Umrechnungsmöglichkeit an. Geschwungene Pfeile zeigen die Möglichkeit einer Näherungsberechnung. Gestrichelte Pfeile bedeuten, dass eine Berechnung prinzipiell möglich sein dürfte, aber in der Literatur keine Umsetzung bekannt ist.

direkt abgelesen werden kann.

Aus einer PSD und einer Zeitreihe lässt sich das Laserspektrum und eine Linienbreite bestimmen nach [40]. Hier wird u.a. gezeigt, dass die resultierende Linienbreite abhängig von der Art der Analyse ist.

In der spektralen Rauschleistungsdichte sind sämtliche Informationen zur Oszillatorstabilität enthalten [41]. Die PSD stellt in einem Spektrum die Abweichung des zu untersuchenden Oszillators vom Idealfall der "reinen" Frequenz, einer Delta-Spitze, dar. Diese Delta-Spitze ist ein rein theoretischer Wert, der in der Praxis nie erreicht werden kann aufgrund fundamentaler Limitierung der Heisenbergschen Energie-Zeit-Unschärferelation:

$$\begin{aligned} \Delta E \cdot \Delta t &\geq \hbar/2, \\ &\text{bzw.} \\ \Delta \omega \cdot \Delta t &\geq 1/2. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Für einen beliebig genauen Wert müsste prinzipiell unendlich lange gemessen werden.

Unabhängig von den Limitierungen der Messung (gilt für alle Messprinzipien) gibt

die spektrale Rauschleistungsdichte an, welche Störungen mit Fourier-Frequenzen f um die zu untersuchende Träger- bzw. Grundfrequenz f_0 auftreten. Die Amplitude der Störfrequenzen wird dabei auf die Amplitude der Grundfrequenz normiert und Signalpegeldifferenz dBc (dB Carrier) genannt.

Die spektrale Rauschleistungsdichte $S_x(f)$ eines zeitabhängigen Signals $x(t)$ ist definiert durch:

$$S_x(f) := \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{i2\pi ft} dt, \quad (3.2)$$

T ist die Messdauer. Die PSD ist die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion (3.19) mit $\Gamma_E(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt \Delta_x(t + \tau) \Delta_x(t)$ und $\Delta_x = x(t) - \bar{x}$.

Das kann man unter bestimmten Umständen umschreiben in

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T dt e^{i2\pi ft} x(t) \right|^2. \quad (3.3)$$

In diesem Fall kann die PSD durch das Betragsquadrat einer FFT angenähert werden.

Die Frequenz f selbst ist als zeitliche Ableitung der Phase definiert: $f(t) = \Phi'(t)$. Zwischen der spektralen Rauschleistungsdichte der Frequenz $f(t)$ und der Phase $\Phi(t)$ gilt daher der Zusammenhang

$$S_x(f) = f^2 S_\Phi(f). \quad (3.4)$$

Oszillatorspektren sind ziemlich gut durch Rauschprozesse modellierbar, die nach den Gesetzen der spektralen Leistungsdichte [42–44] geschrieben werden können als:

$$S_y(f) = h_\alpha f^\alpha, \quad (3.5)$$

wobei $S_y(f)$ die spektrale Rauschleistungsdichte über die normierte Frequenz $y(f) = \frac{f}{f_0}$ definiert ist, h_α ist der berechnete Koeffizient für einen definierten Bereich im Fourier-Spektrum, siehe Tabelle 3.1. Der Koeffizient h_α kann dabei als die Intensität des jeweiligen Rauschprozesses mit dem Rauschprozessexponenten α betrachtet werden. Aus einer PSD lässt sich h_α als Achsenabschnitt der jeweiligen Steigung ermitteln.

α nimmt im Allgemeinen Werte von -2 bis +2 an und beschreibt damit folgende Rauschprozesse:

Tabelle 3.1: Rauschprozesse eines Oszillators

Wert von α	Rauschprozess
+2	Weisses Phasenrauschen
+1	Flicker Phasenrauschen
0	Weisses Frequenzrauschen
-1	Flicker Frequenzrauschen
-2	Zufälliges Frequenzrauschen

Exponent α des Rauschprozesses in (3.5) und zugehörige Bezeichnung des Rauschprozesses.

3.1.2 Laserlinienbreite

Die Linienbreite eines Lasers stellt die spektrale Reinheit und Kohärenz dar und ist im Bereich der Metrologie die wichtigste Eigenschaft eines Lasers.

Eine Betrachtung der Laserlinienbreite wurde erstmal theoretisch eingehend von Schawlow und Townes entwickelt [45]. Die Schawlow-Townes-Linienbreite ist die minimal erreichbare spektrale Linienbreite eines Oszillators. Neben den quantenmechanischen Gesetzen, die ich im Folgenden erläutere, können auch optische Effekte und Störungen eine Limitierung verursachen. Die Heisenbergsche Unschärferelation für Energie und Zeit (1.2) kann geschrieben werden als

$$\Delta E \cdot \Delta t \equiv \Delta f \cdot \tau = 1 \quad \rightarrow \quad \Delta f = 1/\tau, \quad (3.6)$$

daraus folgt ein erster Ansatz für die Linienbreite Δf . Dabei ist $\Delta f = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{\text{eff}}}$, sie ergibt sich aus der effektiven Zerfallszeit $\tau_{\text{eff}} = \frac{S \cdot \tau_{\text{ph}}}{n_{\text{sp}}}$ aus dem energetisch höheren Niveau, mit der Photonenanzahl S , der Zerfallszeit des höheren Niveaus und der Ladungsträgerdichte n_{sp} .

Die spontane Emission führt zu Amplituden- und Phasenschwankungen, wobei die Amplitudenschwankungen aufgrund der Wechselwirkungen der hohen Anzahl von Photonen unterdrückt werden. Eine Umformung ergibt

$$\Delta f = \frac{n_{\text{sp}}}{4\pi \cdot \tau_{\text{ph}} \cdot S}. \quad (3.7)$$

Dies ist eine gebräuchliche Schreibweise der Schawlow-Townes-Linienbreite.

Aus der Linienbreite ergibt sich wiederum die Kohärenzzeit $\tau_c = \frac{1}{2\pi \Delta f}$, sowie die Kohärenzlänge $l_c = c \cdot \tau_c$, welche praxisrelevante Informationen kohärenter Lichtfelder darstellen. Sie geben die maximale Zeit bzw. Wegstrecke an, bei der die Phasenbeziehung der Photonen aufgrund von Phasensprüngen und damit die Kohärenz (Fähigkeit zur Bildung eines räumlichen und zeitlichen stabilen Interferenzmusters) noch bestehen. Selbst ein perfekt stabilisierter Laser hat wegen (3.1) noch

immer eine endliche Kohärenz (Kohärenzlänge von vielen Kilometern möglich). Es ist zu beachten, dass in der Literatur zumeist die *intrinsische Linienbreite* eines Oszillators angegeben wird. Dies ist die Linienbreite, die minimal bei kleinen Messintervallen erreicht werden kann. Generell ist es sinnvoller, die Linienbreite für ein bestimmtes Zeitintervall (z.B. bei einer Mittelung von 1 Sekunde) zu definieren, das im Experiment realistischerweise genutzt wird (bei einer Interrogation von einigen ms).

Eine kleine Anmerkung zum Schawlow-Townes-Limit: Auch bei Diodenlasern lässt sich dies prinzipiell nicht unterbieten. Lediglich in kombinierten Systemen wurde eine geringere Linienbreite beobachtet, z.B. in [46]. Hier wurden zwei Laser auf benachbarte Moden eines Resonators stabilisiert und gegeneinander verglichen, gemeinsame Rauschprozesse fielen dabei heraus. Damit sind die Laser allerdings auch nicht mehr unabhängig voneinander und es kann keine realistische Aussage über die Linienbreite getroffen werden.

3.1.3 Theoretisches Linienprofil eines Diodenlasers

Im Gegensatz zu den anderen Lasertypen, welche einen fest definierten elektronischen Übergang zweier atomarer Energieniveaus als Grundlage besitzen, wird bei Halbleiterlasern der grundlegende Übergang durch die energetische Bandlücke definiert, die durch den makroskopischen Aufbau der Halbleiterschichten gegeben ist, dem Halbleiterübergang einer p-n-Bandlücke. Unter Spannung und hohem Stromfluss wird eine Rekombination von Ladungsträgern forciert und damit Photonen erzeugt, welche bei geschicktem Design des Halbleitermaterials kohärent anschwingen können. Die polierten Endflächen des Laserkörpers bilden aufgrund des Brechungsindexunterschieds bei den meisten Typen bereits einen Laserresonator. Für Halbleiterlaser ohne atomare Referenz, der eine definierte Übergangsfrequenz und eine fixe natürliche Linienbreite zu Grunde liegt, ist die Definition einer allgemein gültigen Theorie schwierig, welche exakt das Spektrum des Diodenlasers beschreibt. Am ehesten lässt sich die Linienbreite mit einer modifizierten Schawlow-Townes-Beziehung beschreiben, der Schawlow-Townes-Henry-Linienbreite [47, 48]. In dieser von C. Henry vorgeschlagenen Theorie sollen die spezifischen Eigenschaften dieser Lasertypen berücksichtigt werden. Er stellt zunächst fest, dass die Linienbreite eines Diodenlasers um etwa einen Faktor 30 breiter ist als in den gängigen Theorien zu Laserlinienbreiten. Fleming und Mooradian stellten sogar eine Verbreiterung um einen Faktor 50 in eigenen Messungen fest, bei denen sie die Leistungsabhängigkeit der Linienbreite von Diodenlasern untersucht haben. Dies ist auf spontane Emission zurück zu führen [47], die aufgrund der zufälligen Phase

das Lichtfeld entsprechend beeinflusst. Die Schalow-Townes-Beziehung (3.7) wird daher mit einem Parameter $\alpha_{\text{mod}} = \frac{dn'/dn}{dn''/dn}$ modifiziert:

$$\Delta f_{\text{mod}} = \frac{n_{sp}}{4\pi \cdot \tau_{ph} \cdot S} (1 + \alpha_{\text{mod}}^2), \quad (3.8)$$

welcher die Fluktuationen der Ladungsträgerdichte n widerspiegelt und verknüpft ist mit den Schwankungen des Realteils n' und des Imaginärteils n'' der Brechzahl. Henry erhält typische Werte um 5,2 für α_{mod} . Spätere Untersuchungen zeigten Werte zwischen 2,5 und 7 - abhängig von der Art des Halbleiters und der Strukturierung [49].

Kohärenzzeit

Die Kohärenzzeit ist eng mit der Linienbreite eines Lasers verbunden. Sie ist diejenige Zeit, in der ein kohärentes EM-Feld mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit seine Phasenbeziehung verliert. Sie kann über die Autokorrelationsfunktion angegeben werden und ist in der Literatur definiert als die Zeit, in der die Autokorrelationsfunktion auf einen Faktor $1/2$ oder $1/e$ abgefallen ist gegenüber einem gegebenen Startwert zur Zeit $T = 0$. Die Beziehung zwischen der Kohärenzzeit und der Linienbreite (FWHM) ist für eine Gaußlinienbreite gegeben mit $T_{\text{co}} = 0,66/\Delta f$ nach [50].

Für Rabi-Abfragen muss die Laserfrequenz nicht zwangsweise vorher bekannt sein, da sie durch die Abfrage selbst erst absolut bestimmt wird. Sie muss allerdings in der Nähe der Übergangsfrequenz liegen, damit eine Anregung stattfinden kann und über den Zeitraum zwischen zwei Abfragen stabil bleiben.

Für Ramsey-Abfragen hingegen, wozu auch die Hyper-Ramsey-Methode gehört, welche möglicherweise mit bei zukünftigen Frequenzstandards implementiert wird, muss die Laserfrequenz bereits im voraus bestimmt und eingestellt werden, da hier kein Abrastern des atomaren Übergangs stattfindet. Ramsey ist im Gegensatz zur Rabi-Abfrage eine phasensensitive Messung, daher ist hier eine längere Kohärenzzeit notwendig.

Für eine Rabi-Abfrage, die für die Messung des Uhrenübergangs optischer Atomuhren üblich ist, ist zudem eine vorherige Kenntnis über die genaue Frequenz des Abfragelasers nicht zwingend erforderlich. Erst die Anbindung des Lasers an den atomaren Übergang legt die Laserfrequenz schlussendlich genau fest. Die Kohärenzzeit lässt sich in diesem Fall im Nachhinein über die Abweichungen im Phasenverlauf bestimmen.

3.1.4 Beziehung zwischen Frequenzrauschen und Laserlinienbreite

Am ehesten lässt sich die Linienbreite eines Diodenlasers behandeln, indem zunächst ein weisses Phasenrauschen $\Phi(t)$ auf einer sinusförmigen Trägerfrequenz $s(t)$ angenommen wird:

$$s(t) = A \cdot \cos[\omega t + \Phi(t)] + w(t), \quad (3.9)$$

mit einem Grundrauschen $w(t)$.

Analytisch lässt sich daraus eine Lorentz-Linienform berechnen nach Di Domenico et al. [51]. So führt ein weisses Rauschen mit einem zusätzlichen Gaußschen $1/f$ -Rauschen zu einem Voigt-Profil [52, 53]. Für ein niederfrequentes Flickerrauschen ist allerdings meist schon kein genauer Ausdruck mehr möglich. Im Fall von weissem Rauschen erhält Di Domenico für beliebige Grenzfrequenzen f_c die folgende Näherungsformel für die Linienbreite:

$$\Delta_{\text{FWHM}} = h_0 \frac{[8 \ln(2) \frac{f_c}{h_0}]^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{8 \ln(2) f_c}{\pi^2 h_0}\right)^2\right]^{1/4}}. \quad (3.10)$$

Frequenzbereiche $f > f_c$ können vernachlässigt werden, da diese nur noch zu den Flanken beitragen und nicht mehr zu einer Gauß-förmigen Linienbreite.

Mercer et al zeigen, dass eine Linienbreite aus der spektralen Rauschleistungsdichte berechnet werden kann, indem das Rauschleistungsspektrum in zwei Teile unterteilt wird. Diese zwei Areale unterscheiden sich in der Größe des Modulationsindizes β , so dass eine Unterteilung stattfindet für einen Bereich eines kleinen Modulationsindizes $\beta < 1$ und eines hohen Modulationsindizes $\beta > 1$. Mit der hieraus abgeleiteten β -Separationslinie wird das Rauschspektrum unterteilt. Es ist lediglich notwendig, den Beitrag des Bereichs für $\beta > 1$ zu bestimmen, der zur Linienbreite beiträgt. Der Bereich $\beta < 1$ führt hingegen zur Bildung von Seitenbändern, die praktisch nicht zur Linienverbreiterung beitragen. Formel (3.10) kann angenähert werden durch:

$$\Delta_{\text{FWHM}} = \sqrt{(8 \ln(2) A_\beta)}. \quad (3.11)$$

A_β ist im Prinzip die Fläche, die von der sogenannten β -Separationslinie überspannt wird. Für A_β erhält man:

$$A_\beta = \int_{1/T_0}^{\infty} H(S_y(f) - 8 \ln(2) f / \pi^2) S_y(f) df, \quad (3.12)$$

mit der Stufenfunktion $H(x)$, $H(x) = 1$ für $x \geq 0$ und $H(x) = 0$ sonst.

Das bedeutet, dass eine relativ geringe Regelbandbreite der Laserstabilisierung, welche die Frequenzbandbreite des Trägers abdeckt, ausreichen kann, um die minimal mögliche Linienbreite zu erreichen.

Das in der Praxis realistisch vorhandene Frequenzrauschen ist allerdings noch deutlich komplexer, es folgt üblicherweise gerade nicht einem Leistungsgesetz ($\propto f^x$), sondern entsteht aus einer Kombination unterschiedlicher Rauschprozesse, deren Rauschverhalten teilweise zufälliger Natur sind. Prinzipiell lässt sich daraus stets numerisch eine Linienbreite berechnen. Di Domenico et al. haben damit eine Methode entwickelt, um eine Laserlinienbreite mit einer Näherungsformel aus einem beliebigen Frequenzrauschen zu bestimmen [51], die einer Fensterfunktion entspricht.

Der Hintergrund zur Schwierigkeit der Berechnung einer Linienbreite ist folgender Sachverhalt: Bei der experimentellen Bestimmung der Linienbreite wird immer auf ein Gerät (z.B. Spektrumanalysator) zurück gegriffen, welches ein vorgegebenes Frequenzspektrum abrastert. Diese Rasterung geschieht auf endlichen Zeitskalen. Die zu untersuchende Trägerfrequenz steht allerdings nie absolut stabil. Je mehr sich ein Signal in einem Zeitintervall verändert, umso breiter erscheint die Linie, wenn die Rasterzeit dieses Zeitintervall einschließt. Daher erscheint die Linie am Ende verbreitert. Je kürzer das Rasterintervall gewählt wird, umso eher kann die intrinsische Linienbreite - die Linienbreite, die rein physikalisch möglich wäre - aufgelöst werden. Dem gegenüber steht das *Fourier-Limit*. Das Fourier-Limit beschreibt, dass ein beliebig scharfer Energieeigenwert bzw. Frequenz nur mit antiproportional hohem Zeitaufwand realisierbar und messbar ist, für eine exakt definierte Frequenz unendlich lange gemessen werden müsste. Aus diesem Limit resultiert die Zeit-Energie-Unschärfe-Relation. Bei der Bestimmung der Linienbreite muss daher ein Kompromiss eingegangen werden und letztendlich ist das Ergebnis eine Abschätzung. Wiederholte Messungen verringern den Fehler dieser Abschätzung durch die Bildung eines statistischen Mittelwerts.

3.2 Allan-Standardabweichung

Um eine Aussage über die Stabilität eines Lasersystems (oder allgemein eines Frequenzstandards) und einen Vergleich mit anderen Systemen treffen zu können, möchte man einen spezifischen Zahlenwert für eine definierte Messzeit erhalten. In der Frequenzmetrologie hat sich für einen solchen Vergleich die sogenannte Allan-Standardabweichung als Maßsystem etabliert.

Mit ihr lässt sich anhand eines einzelnen Graphen, das sogenannte "Sigma-Tau-Diagramm", übersichtlich die Stabilität eines System ablesen [41]. Im Sigma-Tau-

Diagramm wird auf einer doppelt-logarithmischen Skala die Allan-Standardabweichung σ_y gegen die Beobachtungszeit τ aufgetragen. Trotz der Kompaktheit dieses Graphen sind Details eines großen Zeitbereichs ablesbar, so dass eine gute Vergleichbarkeit erreicht wird. Bangert gibt hier einen guten Überblick über die verschiedenen Analyse-Verfahren [54].

3.2.1 Herleitung der Allan-Standardabweichung

Die Allan-Varianz ist definiert als "die Hälfte des Durchschnitts der Differenzquadrate jeweils zweier aufeinanderfolgender Messwerte der normierten Frequenzabweichung", aus [55]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} [(y_{n+1} - y_n)^2], \quad (3.13)$$

mit der Dauer der ausgewählten Periode τ zwischen zwei Messwerten und der normierten Frequenzabweichung y_n , gemittelt über die n -te Periode. Aus einer Zeitserie mit N Messungen von Werten $y_n, n \in 1, \dots, N$ ergibt sich der Mittelwert

$$m = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \bar{y}_n, \quad (3.14)$$

\bar{y}_n ist dabei der Mittelwert über das n -te Messintervall $t_n - t_{n-1}$ der Zeitpunkte t_n . Es ergibt sich die Standardabweichung:

$$\sigma_y^2(N, T, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\bar{y}_n - m)^2. \quad (3.15)$$

τ ist das Messintervall einzelner Messpunkte und T ist die Dauer der gesamten Messreihe. Angenommen es gibt keine Totzeit $T - N\tau$, so lässt sich die Allan-Varianz (3.15) schreiben als

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} (y_{n+1} - y_n)^2. \quad (3.16)$$

Dabei ist y_n der Messwert des n -ten Messintervalls von τ . Die Allan-Standardabweichung, kurz ADEV (Allan Deviation) ist analog zu Varianz und Standardabweichung die Quadratwurzel der Allan-Varianz.

In der Praxis wird häufig die *Überlappende Allan-Standardabweichung* genutzt, die alle überlappenden Wertepaare mit einem zeitlichen Abstand von τ einbindet, anstatt nur die Werte zwischen den Zeiten $n \cdot \tau, n \in \mathbb{N}$ herauszustreichen. So ergibt sich in der Berechnung eine höhere statistische Genauigkeit und einhergehend damit kleinere Fehlerbalken.

Es ist zu beachten, dass eine geringe Instabilität in der Allan-Standardabweichung keineswegs bedeutet, dass der zu untersuchende Oszillator genau ist, auf einer bestimmten Frequenz schwingt, sondern lediglich stabil um eine gewisse Frequenz schwingt. Um einen genauen Oszillator zu realisieren, muss dieser zusätzlich auf eine absolute Referenz stabilisiert werden. Dessen Frequenz muss sehr genau bekannt sein und auch unter verschiedenen äußeren Bedingungen abgeschätzt werden können.

Im Allgemeinen wird zur besseren Vergleichbarkeit unterschiedlicher Oszillator-Typen die Allan-Standardabweichung auf die zugrunde liegende Frequenz normiert, sie wird relative Allan-Standardabweichung genannt:

$$\sigma_y(\tau) := \frac{1}{f_0} \sigma_f(\tau). \quad (3.17)$$

3.2.2 Modifizierte Allan-Standardabweichung

Häufig wird auch die modifizierte Allan-Standardabweichung genutzt, um die Frequenzstabilität eines Oszillators zu beschreiben. Der Vorteil liegt in der erhöhten Sensitivität auf hochfrequentes Rauschen.

Die "normale" Allan-Varianz kann zwischen den beiden Phasenrauschprozessen nicht unterscheiden, weil die τ -Abhängigkeit in beiden Fällen $\approx \tau^{-2}$ ist. Diese Rauschprozesse treten bei Präzisionsoszillatoren im Bereich von 1 Sekunde oder kürzer auf und sind daher aufgrund der Interrogationszeiten in optischen Uhren von einigen 10-100 ms relevant. Daher ist es wünschenswert, dass auch diese Rauschprozesse verifiziert und charakterisiert werden können. Die modifizierte Allan-Varianz hängt unterschiedlich von diesen Rauschprozessen ab mit τ^{-2} für einen Rauschprozessexponenten $\alpha = +1$ und τ^{-3} für $\alpha = +2$.

Es wurde gezeigt [56], dass die Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ mit τ^μ skaliert und dass gilt $\mu = -\alpha - 1$ für $-3 \leq \alpha \leq +1$. Für $\alpha \geq +1$ gilt damit $\mu \cong -2$. Zu erwähnen ist, dass für Regionen mit $\alpha \geq +1$ die Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ von der Bandbreite des Messsystems f_h abhängig ist, welche technisch bedingt stets limitierend vorhanden ist.

Die Angabe einer Standardabweichung ergibt damit nur noch Sinn für Messintervalle von $\leq \tau_h = \frac{1}{2\pi f_h}$. Die modifizierte Allan-Varianz wird aufgenommen, indem praktisch n hintereinander liegende Messpunkte x_i triangulär (in Dreiecksform) gemittelt werden, mit einem sogenannten Λ -Zähler. Dabei entsteht ein kombiniertes Messintervall $\tau_S = n\tau_h$, wobei $\tau_S = 1/f_S$. $f_S = f_h/n$ wird dabei die Software-Bandbreite genannt. Man erhält damit die Beziehung für die modifizierte Allan-Varianz:

$$\text{Mod } \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2} \left[\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i+2n} - 2x_{i+n} + x_i) \right]^2 \right], \quad (3.18)$$

mit $\tau = n\tau_0$.

3.2.3 Umrechnung der Allan-Standardabweichung in eine Linienbreite

Da die Allan-Standardabweichung die Instabilität eines Oszillators für ein bestimmtes Messintervall beschreibt, lässt sich aus dieser direkt eine Linienbreite abschätzen. Die relative Instabilität wird dabei auf die Trägerfrequenz übertragen. Die Linienbreite gilt damit entsprechend nur für ein bestimmtes Messintervall und gibt eine Abschätzung für einen maximalen Wert an (die kurzzeitige Linienbreite kann schmaler sein, durch Störeffekte ist diese effektiv verbreitert).

Laserfrequenzfluktuationen $S_y(f)$ führen zu einer Verbreiterung der idealen Laserlinie. Wenn diese bekannt sind, lässt sich daraus die effektive (schmalere) Linienbreite des Lasers abschätzen.

Sei das Laserlichtfeld gegeben durch $E(t) = E_0 \exp[i(2\pi f_0 t + \varphi(t))]$, so lässt sich die Autokorrelationsfunktion $\Gamma_E(\tau) = E^*(t)E(t + \tau)$ berechnen und es folgt:

$$\Gamma_E(\tau) = E_0^2 \exp \left[-2 \int_0^\infty S_y(f) \frac{\sin^2(\pi f \tau)}{f^2} df \right]. \quad (3.19)$$

Nach dem Wiener-Khintchine-Theorem [57] ist die Laserlinienform gegeben durch die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion (3.19):

$$S_E(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi f \tau} \Gamma_E(\tau) d\tau. \quad (3.20)$$

Unglücklicherweise lässt sich diese Formel nicht analytisch lösen, außer für reines weisses Frequenzrauschen $S_y(f) = h_0$, welches zur Lorentz-Linienform mit einer Halbwertsbreite von πh_0 führt [53, 58].

Für eine Tiefpass gefilterte Grenzfrequenz von $f_h = 1/\tau$, was in der Praxis für reale Messungen anwendbar ist, gilt für das Flickerrauschen $S_x = h_{-1} f^{-1}$. Es führt mit (3.21) zu einem Gauss-Linienprofil und einer effektiven Linienbreite von $\Delta f_{\text{FWHM}} \cong 0,3537 f_0 \sqrt{h_{-1}}$ [53].

Bishop et al. [59] führen eine Grenzfrequenz von $f_h = 1/T_0$ ein, mit der Gesamtmesszeit T_0 und damit einer potentiell höheren Grenzfrequenz. Die effektive Linienbreite ist in diesem Fall das Minimum bei verschiedenen T_0 . Da hier die Linienbreite von der Fourier-Breite abhängt muss zur Berücksichtigung eine Fensterfunktion

Rauschprozess	α	$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$
Weisses Phasenrauschen	+2	$h_2 \frac{3f_h}{(2\pi)^2 n \tau^2}$
Flicker Phasenrauschen	+1	$h_1 \frac{1,038 + 3 \ln(\omega_h \tau)}{(2\pi)^2 \tau^2}$
Weisses Frequenzrauschen	0	$h_0 \frac{R(n)}{2\tau}$
Flicker Frequenzrauschen	-1	$h_{-1} 2 \ln(2) R(n)$
Zufälliges Frequenzrauschen	-2	$h_{-2} \frac{(2\pi)^2 \tau}{6} R(n)$

$w(t)$ eingesetzt werden. Damit modifiziert sich das Spektrum der Autokorrelationsfunktion zu:

$$S_E(f) = \int_0^{\infty} W(\tau) R_E(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau, \quad (3.21)$$

mit der Gewichtungsfunktion $W(\tau)$, die sich aus der Faltung der ursprünglichen Fensterfunktion ergibt über $W(\tau) = (w \cdot w^\dagger)(\tau)$. Zum Beispiel werden für eine FFT-Analyse häufig (meist im Messgerät einprogrammiert) eine Rechteckfunktion (Konstante über ein definiertes Intervall) oder das sogenannte Hanning-Fenster $w(t) = 1 - \cos(2\pi/T_0)$ genutzt [60], welche das Spektrum bzw. die Linienbreite entsprechend modifiziert.

Mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion (3.21) lässt sich die Kohärenzzeit definieren [50] als Zeit, in der der Wert der Autokorrelationsfunktion bis auf einen bestimmten Wert abgenommen hat. Üblicherweise wird in solchen Fällen (wenn keine scharfe Grenze der Amplitude existiert) ein Abfall auf das 1/e-fache (oder auf die Hälfte) des Ausgangswertes (bei $\tau = 0$) angegeben.

Nach [50] wird zwischen Kohärenzzeit T_{K_0} und Linienbreite (FWHM) die folgende Relation gezogen: $T_{K_0} = 1/\Delta f$ für Rechtecksignale, $T_{K_0} = 0,32/\Delta f$ für Lorentz-Spektren und $T_{K_0} = 0,66/\Delta f$ für Gauss-Spektren.

3.2.4 Konversion zwischen Zeit- und Frequenzdomäne

Wie oben gezeigt, setzt sich das Frequenzrauschen eines Oszillators zumeist aus fünf Rauschprozessen zusammen. Der Zusammenhang zwischen der Modifizierten Allan-Varianz und der Phasenrauschdichte ist wie folgt, nach [41, 61]:

Die Allan-Varianz (3.16) kann so auch umgeformt werden zu:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} y(t') dt' - \int_{t-\tau}^t y(t') dt' \right)^2 \right] = \left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} y(t') h_\tau(t-t') dt' \right)^2 \right], \quad (3.22)$$

mit der zusätzlich eingeführten Filterfunktion $h_\tau(t)$:

$$h_\tau(t) = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2\tau}} & \text{für } -\tau < t < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\tau}} & \text{für } 0 < t < \tau \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}. \quad (3.23)$$

Hieraus lässt sich mittels Fourier-Transformation die Transferfunktion für eine Zeit \rightarrow Frequenz-Konversion herleiten:

$$|H(f)|^2 = 2 \frac{\sin^4(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2}. \quad (3.24)$$

Es ergibt sich mit (3.23) und (3.24) für die Allan-Varianz:

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^{\infty} S_y(f) \frac{\sin^4(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2} df. \quad (3.25)$$

Mit (3.25) lässt sich die Allan-Varianz direkt aus der spektralen Rauschleistungsdichte ($S_y(f)$) berechnen.

In der Praxis ist die Berechnung wiederum abhängig von einer Grenzfrequenz f_h , die als obere Grenze aufgrund eines wirkenden Tiefpassfilters gilt. Damit wird (3.25) zu, nach [44]:

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^{f_h} S_y(f) \frac{\sin^4(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2} df. \quad (3.26)$$

$S_y(f)$ wird durch zwei Parameter eines Leistungs-Gesetz-Prozesses vollständig charakterisiert: Die Steigung dieses Prozesses auf einem log-log-Graphen für einen bestimmten Fourier-Frequenz-Bereich sowie dessen Amplitude. Die Steigung ist hier genau der Faktor α , der als Exponent der Fourier-Frequenz f^α der Rauschleistungsdichte $S_y(f)$ wirkt. Die Amplitude ist gerade der Vorfaktor h_α , so dass gilt:

$$S_y(f) = \begin{cases} \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_\alpha f^\alpha & \text{für } 0 < f < f_h \\ 0 & \text{für } f > f_h \end{cases}. \quad (3.27)$$

Aus (3.26) und (3.27) hat Cutler die folgende analytische Gleichung hergeleitet [43]:

$$\sigma_y^2(\tau) = h_{-2} \frac{(2\pi)^2}{6} h_{-1} 2 \ln 2 + \frac{h_0}{2\tau} + h_1 \frac{1,038 + 3 \ln(2\pi f_h \tau)}{(2\pi)^2 \tau^2} + h_2 \frac{3 f_h}{(2\pi)^2 \tau^2}. \quad (3.28)$$

Für diese analytische Lösung und Angabe einer Allan-Varianz müssen die entsprechenden Koeffizienten h_α aus den spektralen Rauschleistungsdichten wie in Abbildung 3.2 bestimmt werden, was beispielsweise durch Regressionsmethoden geschehen kann.

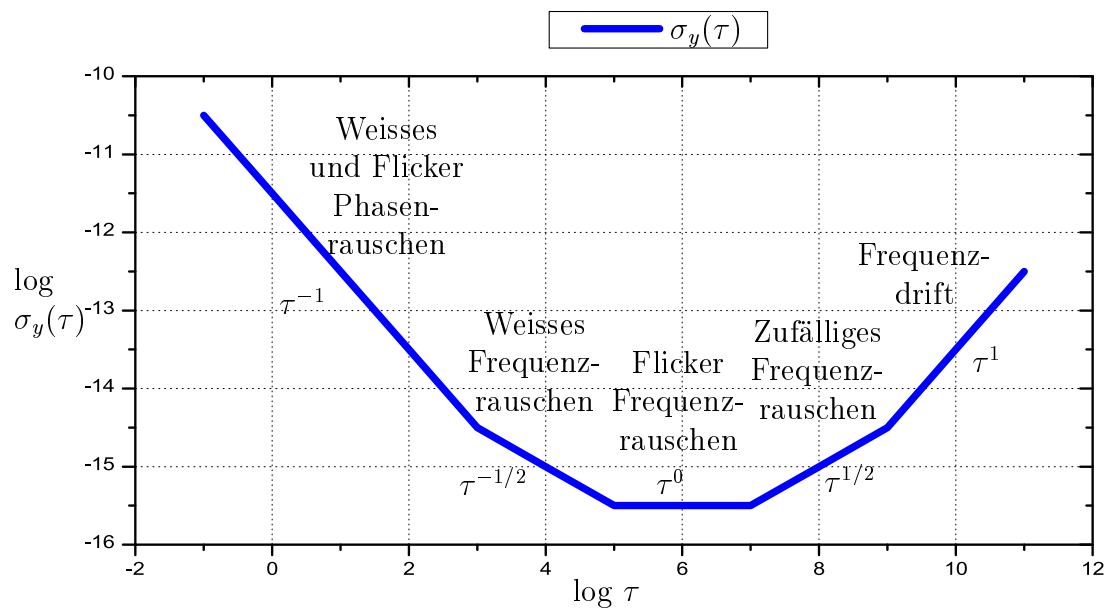


Abbildung 3.2: Die häufigsten Rauschprozesse von Oszillatoren, aufgetragen als Allan-Varianz in einem Sigma-Tau-Diagramm, nach [41].

3.2.5 Fehleranalyse

Historisch gesehen wurden zur Charakterisierung der Frequenzstabilität die Unsicherheiten bzw. Fehlerbalken durch die statistische Unsicherheit aufgrund der Anzahl der Messwerte angegeben. Es gibt generell keinen übergreifenden wissenschaftlichen Konsens darüber, wie die Fehlerbalken in einer Allan-Varianz zu berechnen sind. Da die Allan-Standardabweichung sich aus Konfidenzintervallen zusammensetzt und nicht direkt durch einzelne Messwerte in einer Zeitreihe, so kann hieraus schlussgefolgert werden, dass sich Fehlerbalken ergeben, die sich aus dem entsprechenden Konfidenzbereich ergeben. So sieht es auch [62, 63], in welchem

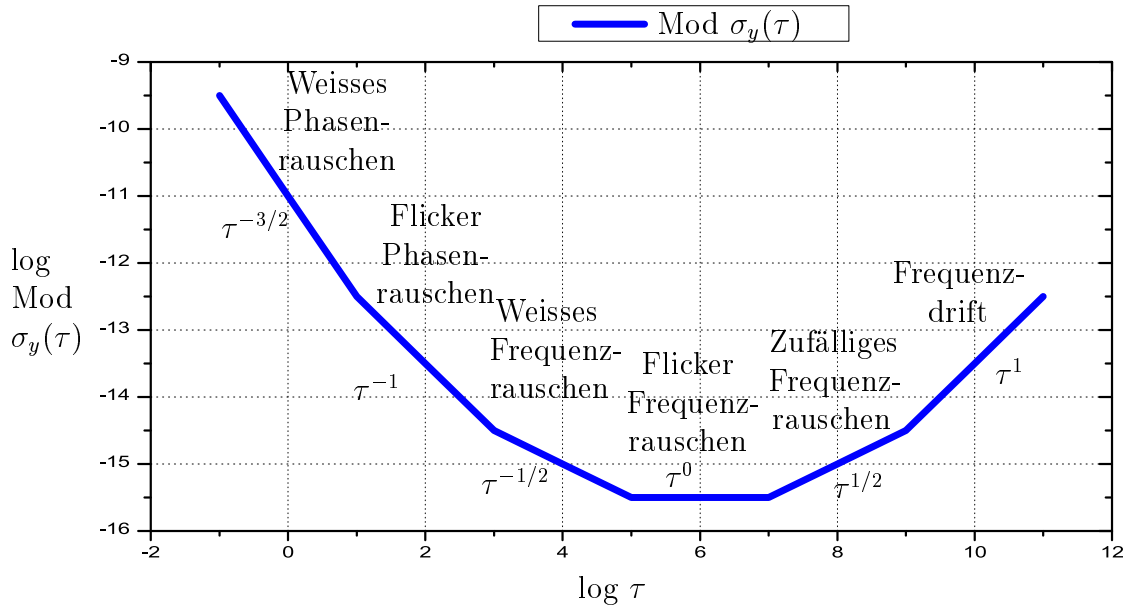


Abbildung 3.3: Wie Abbildung 3.2, die häufigsten Rauschprozesse von Oszillatoren, hier jedoch für die modifizierte Allan-Varianz. Dadurch können weisses Phasenrauschen und Flicker Phasenrauschen voneinander getrennt identifiziert werden, nach [41].

sich eine detailliertere Analyse finden lässt. Die statistischen Fehler werden mit einem Faktor ϵ multipliziert, der sich aus der Verzerrung des berechneten Wertes zum potentiellen Wert einer kontinuierlichen Messung der Allan-Varianz ergibt. Nach [62] ergibt sich ein Unterschied E im $1\text{-}\sigma$ -Konfidenzintervall von:

$$E(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{f}} \left(\frac{\Gamma \frac{f+1}{2}}{\Gamma(f/2)} \right) \vartheta_0, \quad (3.29)$$

mit der Anzahl der Messintervalle $f(\tau)$ und dem Abschätzfaktor ϑ_0 für eine kontinuierliche Messung. Der Grund für diese Diskrepanz ist Ungleichheit zwischen dem Erwartungswert der Wurzel eines Parameters und der Wurzel des Erwartungswertes eines Parameters: $\sqrt{\langle X \rangle} \neq \langle \sqrt{X} \rangle$. Die sich so ergebenden Fehlerbalken sind auf den ersten Blick unintuitiv zu höheren Werten hin größer als die Fehlerbalken hin zu einer höheren Stabilität.

Generell gilt sowieso für alle statistischen Messreihen der Grundsatz, dass für längere Integrationszeiten die statistische Unsicherheit insgesamt größer wird, da immer weniger Werte zur Berechnung der Fehler zur Verfügung stehen und die zugrunde liegende Zeitreihe stets endlich ist. Daher sind eine gute Stabilität für eine schnelle Integration sowie lange kontinuierliche Messreihen für eine möglichst vollständige Frequenzanalyse notwendig.

DAS HOCHSTABILE LASERSYSTEM AM IQ

In diesem Kapitel beschreibe ich den experimentellen Teil meiner Arbeit zur Verbesserung des hochstabilen Lasersystems am Institut für Quantenoptik, welches entwickelt wurde, um den schmalbandigen Uhrenübergang des Magnesium-24-Atoms zu treiben und gehe auf die zugrundeliegenden theoretischen Grundlagen ein. Die Begründung der Entwicklung hochstabiler Lokaloszillatoren liegt in der Verbesserung der Stabilität von Frequenzstandards und daher in schnelleren Integrationszeiten, wie ich es in Kapitel 1 motiviert habe.

Generell gilt für Frequenzstandards, dass die Kurzzeitstabilität (im Folgenden sind hiermit Zeiten < 10 Sekunden gemeint) durch den Abfrageoszillator vorgegeben wird. Es ist daher erstrebenswert die für die atomare Referenz bedingte bestmögliche statistische Stabilität sowie Genauigkeit des Frequenzstandards in möglichst kurzer Zeit zu realisieren. Das primäre Ziel dieser Arbeit war daher die Verbesserung des Lasersystems für den Magnesium-Frequenzstandard und die Planung eines zukünftigen Lasersystems aufgrund der in dieser Arbeit gewonnenen Erfahrungen.

Ausgangslage zu dieser Arbeit

Für einen detaillierten Einblick in den Aufbau und die Ausgangslage dieses Lasersystems sei auf die Dissertation meines Vorgängers André Pape verwiesen [27].

Im Folgenden fasse ich die Leistungsfähigkeit des Systems zu Beginn meiner Arbeit kurz zusammen und erläutere Probleme, die es zu untersuchen galt. Beim Design des Systems durch meinen Kollegen und Vorgängers André Pape wurde bereits sehr viel Wert auf eine außerordentliche Frequenzstabilität gelegt. Das System ist als

Abfragelaser des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergangs von Magnesium-24 konzipiert, als Uhrenlaser des Magnesium-Frequenzstandards am Institut für Quantenoptik in Hannover. Entsprechend der Anforderung eines Uhrenlasersystems für eine optische Neutralatomuhr bedeutet das, dass das System für die Zykluszeiten, die bei optischen Atomuhren typischerweise im Sekundenbereich liegen, möglichst stabil sein soll. Die Gesamtperformance des Systems, welche durch die Allan-Varianz angegeben wird, lag im Bereich von $5 \cdot 10^{-16}$ für integrale Messzeiten zwischen 1 Sekunde und 30 Sekunden. Damit liegt dieses Lasersystem leicht über dem berechneten fundamentalen Limit des thermischen Rauschens, verursacht durch die Brownsche Molekularbewegung, von etwa $3 \cdot 10^{-16}$.

Das System zeigte eine starke Abhängigkeit von thermischen Störeinflüssen, was zu erheblichen nicht-linearen Frequenzdrifts auf Zeitskalen ab etwa 100 Sekunden führte.

4.1 Das aktuelle Lasersystem

Um die Frequenzstabilität eines Lasersystems charakterisieren zu können, muss man es gegen ein weiteres stabiles System vergleichen. Laservergleiche werden realisiert, indem die Differenzfrequenz gemessen wird, die für das Interferenzlicht der zwei Lichtstrahlen in einer sogenannten Schwebungsmessung auftritt. Die Schwebungssignale werden mit einer schnellen Photodiode in elektrische Signale umgewandelt. Die Schwebungsfrequenzen werden dabei im Radiofrequenzbereich gewählt, so dass diese mit digitaler Elektronik verarbeitet werden können. Diese Frequenzen werden mit einem Frequenzzähler gemessen, in einer Zeitreihe gespeichert und können daraufhin analysiert werden. In dieser Arbeit stehen deshalb zwei ähnliche Systeme, im Folgenden als R_1 und R_2 bezeichnet, zur Charakterisierung zur Verfügung.

Der schematische Aufbau des Lasersystems ist in Abbildung 4.1 zu sehen:

Ein Littmann-Laser-System dient als treibendes Element. Ein Intra-Resonator-EOM innerhalb des Littmann-Aufbaus wird zur schnellen Regelung genutzt, ein Piezoelement am Rückkoppelspiegel dient als langsames Stellelement. Ein optischer Isolator (OI) hinter dem Ausgang schützt den Laser vor Rückreflexen. Das Laserlicht wird mit einem optischen Verstärker (TA: engl. Tapered Amplifier) verstärkt, so dass genügend Licht für die folgenden Elemente zur Verfügung steht. Ein weiterer OI schützt den TA vor Rückreflexen.

Das Licht wird hier aufgeteilt zur Frequenzanalyse, wahlweise mit dem im Resonatorlabor zur Verfügung stehenden Frequenzkamm^a, mit einem Modenanalyse-

^a FC-1500, Menlo Systems GmbH

Resonator^a oder einem Wellenlängenmessgerät^b.

Das Licht wird auf 327,5293 THz eingestellt, was etwa der halben Frequenz des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergangs von Magnesium-24 entspricht. Ein Teil des Lichts wird über eine 30 m lange polarisationserhaltene Faser für die Spektroskopie transferiert, die in einem zweiten Labor durchgeführt wird. Um die Frequenzstabilität zu erhalten wird die Faser zum Transport in das Spektroskopielabor längenstabilisiert. Das geschieht mit Hilfe eines Interferometers. Ein Teil des Lichts wird zur Stabilisierung zurück gesandt und in der Nähe des Lasers mit dessen Licht zur Interferenz gebracht. Im Spektroskopielabor wird das Licht mit einem TA verstärkt, in einer resonanten Frequenzverdopplung (SHG: engl. second harmonic generation) frequenzverdoppelt, mit einem AOM frequenzverschoben, über eine Faser zum Mg-Experiment transferiert und dort als Spektroskopielicht genutzt.

Ebenso wird das verstärkte Licht im Resonatorlabor auf die beiden Resonatorsysteme R_1 und R_2 aufgeteilt. Auf dem Strahlweg für R_1 wird das Licht mit einem Doppelpass-AOM (AOM R1) frequenzverschoben. Dieser dient der Verschiebung der Laserfrequenz gegenüber der Resonator-Resonanzfrequenz und der atomaren Mg-Referenz und außerdem zur Leistungsstabilisierung. Eine Glasfaser dient der Modenbereinigung und transportiert das Laserlicht zum Pound-Drever-Hall(PDH)-Aufbau und zur Einkoppeloptik des Resonators R_1 . Der Pound-Drever-Hall-Aufbau wird im Einzelnen in Abschnitt 4.1.3 beschrieben.

Ein weiterer Strahlpfad hinter dem ersten Verstärker führt zu einer Glasfaserverbindung, die Licht zur optischen Plattform des Resonatorsystems R_2 führt. Hier dient ebenfalls ein Doppelpass-AOM (AOM R2) der Anbindung des Laserlichts an den Resonator und zur Leistungsstabilisierung. Eine Glasfaser transportiert das Licht zum Pound-Drever-Hall-Aufbau und der Einkoppeloptik des Resonators R_2 , welches prinzipiell identisch mit dem Systems R_1 ist.

Das Resonatorsystem ist in den folgenden Abschnitten erläutert.

4.1.1 Laserstabilisierung

Die Frequenzstabilisierung des Lasers auf Zeitintervallen einiger Sekunden erfolgt über die Spektroskopie eines längenstabilisierten Resonators.

Hierfür wird der längenstabilisierte Resonator als zusätzliches passives Element genutzt, um eine Verringerung der Linienbreite und Stabilisierung der Frequenz des Lasers zu erreichen. Damit werden Laserlinienbreiten erreicht, die um Größenordnungen kleiner als die Linienbreite des Resonators sind.

^a SA200-9A, Thorlabs, Inc.

^b WS6, HighFinesse GmbH

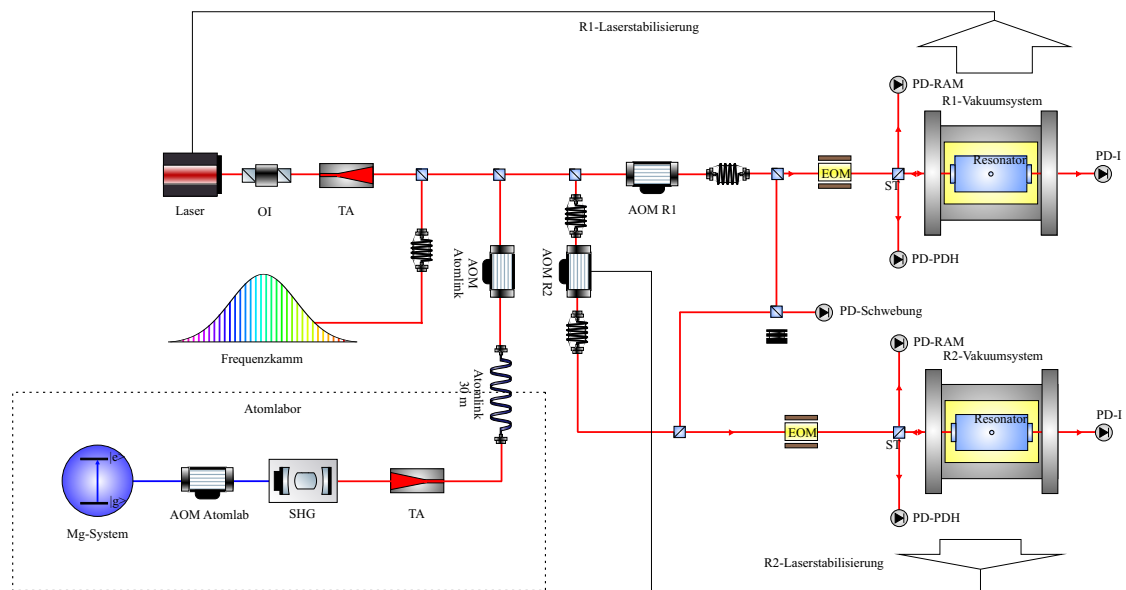


Abbildung 4.1: Skizze des optischen Aufbaus des Lasersystems dieser Arbeit. Die Beschreibung findet sich im Text. Bezeichnungen: AOM: Akusto-optischer Modulator, EOM: Elektro-optischer Modulator, OI: Optischer Isolator, PD: Photodiode (Zusätze: I: Intensität, PDH: Pound-Drever-Hall, RAM: Residuale Amplitudenmodulation), SHG: Frequenzverdopplung, TA: Optischer Verstärker.

4.1.2 Der hochstabile optische Resonator

Da die Eigenfrequenzen des Resonators nach (4.1) von der Länge abhängen, überträgt sich eine Längenstabilität direkt auf die erzielbare Frequenzstabilität. Daher ist es die oberste Prämisse bei der Realisierung eines Referenzresonators die Einflüsse auf Abstandsänderungen der Spiegel zu minimieren. Hergeleitet wird diese Abhängigkeit des freien Spektralbereichs von der Resonatorlänge:

$$\frac{d\nu}{dL} = \frac{c}{2nL} \cdot (-) \frac{1}{dL} = \frac{-\nu}{L}, \quad (4.1)$$

oder

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta L}{L}. \quad (4.2)$$

Unerwünschte Störeffekte erster Ordnung, die eine Änderung der Resonatorlänge verursachen, sind im Folgenden aufgelistet:

- **Temperatur** Aufgrund der thermischen Ausdehnung des Materials ist die Länge des Resonators abhängig von der Temperaturstabilität. Dies gilt selbst für das gewählte Material ULE des Abstandshalters, welches bei Raumtemperatur einen sehr geringen Temperatursdehnungskoeffizienten besitzt. Daher muss eine aktive und passive Temperaturstabilisierung gewährleistet werden.

- **Vibrationen** Auf den Resonator wirkende Beschleunigungen verursachen Veränderungen der Spiegelabstände einerseits durch Kompressions- und Expansionskräfte aufgrund der Massenträgheit sowie durch Verkippen der Spiegeloberflächen zueinander.
- **Zirkulierende Lichtleistung** Da ein Teil der zirkulierenden Lichtleistung aufgrund stets vorhandener Absorptionseffekte in Wärmeleistung umgewandelt wird, führt dies zu einer thermischen Expansion der Spiegelbeschichtungen und des Spiegelsubstrats. Eine Fluktuation der Lichtleistung muss daher unterdrückt werden.
- **Brechungsindexschwankungen** In einem Hochfinesse-Resonator ist die effektive Weglänge, die das Lichtfeld durchläuft, um einen Faktor proportional zur Finesse mit $\frac{F}{\pi}$ verlängert. Dieser Faktor wird mit dem Brechungsindex des Mediums n zwischen den Spiegeln hochskaliert. Der effektive Brechungsindex beträgt $n_{eff} = \frac{p}{p_0} n_0$, wobei p_0 der mittlere Druck ist. Daher führen Schwankungen im Druck p zu Frequenzänderungen.
- **Brownsche Molekularbewegung** Aufgrund der endlichen Temperatur des Resonators ist das enthaltene Material ständig in Bewegung, die einzelnen Atome "zittern", ändern die Resonatorlänge und sorgen so für ein fundamentales Grundrauschen.

Einflüsse obiger Effekte lassen sich durch technische Maßnahmen, wie beispielsweise geschickte Wahl von Materialien, Temperatur oder Geometrie des Aufbaus reduzieren, dazu mehr im Abschnitt 4.1.2.

Andere bekannte (und mögliche unbekannt) Effekte liegen bisher noch Größenordnungen von der beabsichtigten Stabilität entfernt, so werden gravitative Wechselwirkungen auf die Resonatorgeometrie beispielsweise im Projekt "Cavity-EBB" von C. Braxmeier am ZARM^a diskutiert [64]. In diesem Projekt sollen in einem Kennedy-Thorndike-Experiment mit Hilfe eines hochstabilen Lasersystems relativistische Effekte gemessen werden [65]. Zusammengefasst wird nach einem Unterschied zwischen der gravitativen Rotverschiebung eines atomaren Übergangs und eines makroskopischen Objekts (dem Resonator) gesucht. Die relative Frequenzveränderung aufgrund einer Veränderung der Position im Erdorbit kann nach Gleichung (4.3) zu $< 10^{-22}/\text{m}$ für einen vertikal gelagerten 10 cm langen Resonator abgeschätzt werden [66]:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1 - 2\nu}{12(1 - \nu)\mu} \rho \frac{GM_E}{r_{COM}^2} L^2, \quad (4.3)$$

^a Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation, Bremen

G ist die Gravitationskonstante, M_E die Masse der Erde und r_{COM} der Massenschwerpunkt der Erde.

Weitere Effekte, die nicht direkt in einer Längenänderung des Resonators resultieren, sondern auf die elektro-optische Anbindung des anregenden Lasers zum Resonator wirken, werden in Abschnitt 4.1.3 erläutert.

Die in dieser Arbeit verwendeten Resonatoren stellen geometrisch eine pilzförmige Abwandlung der Zylinderform dar nach einem Design von S. Webster und T. Rosenband [67], siehe Abbildung 4.2. Es handelt sich um ein System aus einem 10 cm langen Abstandshalter mit einem Durchmesser von 5 cm und einer Durchgangsbohrung entlang der optischen Achse, auf deren Endflächen die hochreflektierenden Spiegel optisch kontaktiert sind. Der Abstandshalter besteht aus ULE-Glas^a [68], welches in der Nähe der Raumtemperatur einen Nulldurchgang des Wärmeausdehnungskoeffizienten (CTE^b) besitzt. Auf diesem sind an den Endflächen jeweils ein plan-paralleler und ein leicht gekrümmter Spiegel (Krümmungsradius $r = 50$ cm) angebracht. Die Spiegelsubstrate sind aus Quarzglas gefertigt und besitzen damit gegenüber ULE-Glas eine höhere mechanische Güte. Die Spiegelbeschichtung besteht aus einer hochreflektierenden TaO₅-Schicht, welche eine sehr hohe Reflektivität von über 99,9995 % in einem Wellenlängenbereich von 910-920 nm ermöglicht. Das Design ermöglicht eine horizontale Halterung, wie sie auch in dieser Arbeit genutzt wird und bietet Vorteile in der optischen Zugänglichkeit. Der Resonator ist über eine 4-Punkte-Lagerung mit dem Halter verbunden. Die Anbindung des Lasersystems an den Resonator ist im Folgenden erläutert.

4.1.3 Pound-Drever-Hall-Verfahren

Im Folgenden ist die elektronische Stabilisierung anhand der Pound-Drever-Hall-Methode näher erläutert, welche auch in dieser Arbeit zur Verwendung kommt. Das Pound-Drever-Hall-Verfahren [69–71] ist das wohl am meisten verbreitete und bekannteste Verfahren zur Stabilisierung der Laserfrequenz auf die Resonatorlänge.

Das PDH-Verfahren beruht auf der Messung der Phasenverschiebung zwischen dem einkoppelnden Laserlicht und der sich im Resonator ausgebildeten Welle. Im Vergleich zu anderen Methoden, welche über eine Variation der eingekoppelten Leistung eine Anbindung erlauben, bietet das PDH-Verfahren eine hohe und asymmetrische Sensitivität auf Frequenzverschiebungen und ist damit richtungsabhängig. Grund hierfür ist das dispersive Verhalten der Lichtfeldphase, so dass der Nulldurchgang im Maximum liegt und die Phasenlage das Vorzeichen beeinflusst. Je kleiner entsprechend die Phasendifferenz des Lichtfelds zur Resonanzbe-

^a Ultra Low Expansion Glas, Corning Incorporated

^b engl.: coefficient of thermal expansion

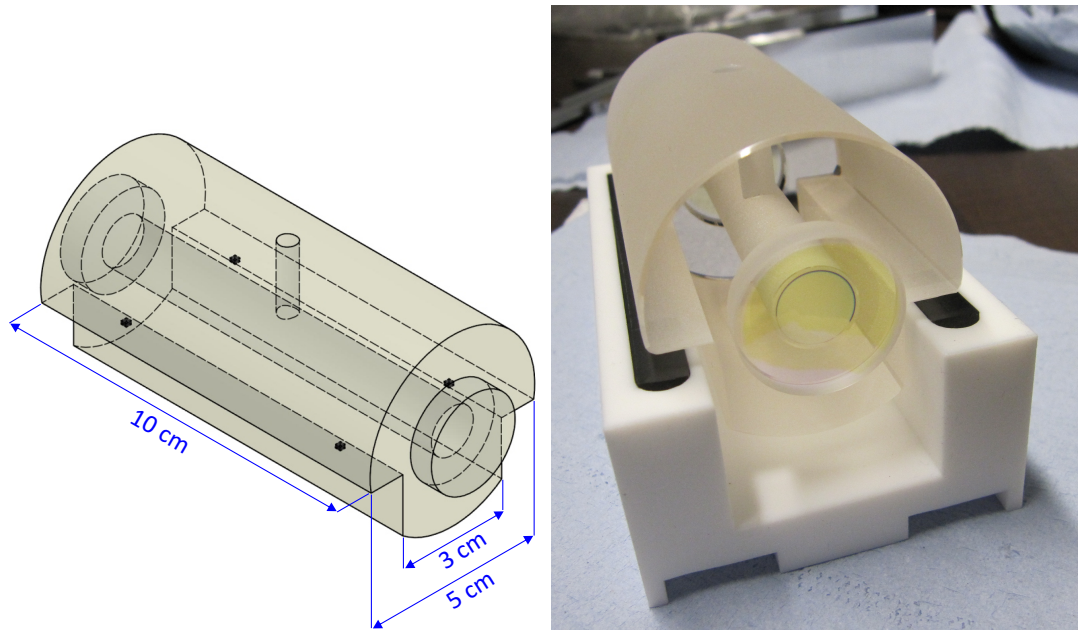


Abbildung 4.2: Schema und Foto des in dieser Arbeit genutzten Resonators aus [27], nach [67]. Es handelt sich um einen 10 cm langen ULE-Abstandshalter mit einer Durchgangsbohrung entlang der optischen Achse und zwei Spiegeln, die optisch an den Endflächen des Abstandshalters kontaktiert sind. Die Spiegel sind hochreflektierend, ein Spiegel ist gekrümmt mit $r=50$ cm und ein Spiegel ist plan.

dingung des Resonators ist, umso mehr Leistung des Trägers kann eingekoppelt und transmittiert werden. Das Verfahren ist schematisch in Abbildung 4.3 gezeigt und funktioniert wie folgt:

Der Laserstrahl mit der Feldamplitude $E(t) = E_0 e^{-\omega t}$ wird mit Hilfe des Pockels-effekts während der Transmission durch einen elektro-optischen Kristall modifiziert [72]. In diesem elektro-optischen Modulator (EOM) liegt ein Wechselfeld am Kristall an, welches hierbei Frequenz-Seitenbänder der Frequenz Ω erzeugt. Die Feldamplitude des Lichtfelds modifiziert sich zu

$$E_{\text{mod}}(x,y,t) = E_0(x,y) e^{-\omega t + \beta \sin(\Omega t)}, \quad (4.4)$$

mit dem Modulationsindex β . Eine Entwicklung der spektralen Anteile dieses modifizierten Lichtfelds führt zu folgender Gleichung:

$$E_{\text{mod}}(x,y,t) = E_0(x,y) [J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}], \quad (4.5)$$

mit den Besselfunktionen

$$J_i(\beta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(m+n)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{2m+n}, \quad (4.6)$$

bzw. genähert

$$J_i(\beta) \approx \frac{1}{n!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^n - \frac{1}{(n+1)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{n+2}. \quad (4.7)$$

Der Frequenzabstand der Seitenbänder wird nun so gewählt, dass diese resultierenden Frequenzen nicht mit den Resonanzfrequenzen des Resonators überlappen, um störende Einflüsse wie beispielsweise Interferenzeffekte oder das sogenannte "Frequency Pulling" zu vermeiden. Der Frequenzabstand muss dabei deutlich größer als die Linienbreite des Resonators gewählt sein. Dieses aus Träger und Seitenbändern bestehende Lichtfeld wird nun in den Resonator eingekoppelt. Sofern der Träger die Resonanzfrequenz des Resonators trifft, setzt sich der reflektierte Anteil entsprechend zusammen aus den unmodifizierten Seitenbändern (da diese nicht resonant sind) sowie einen Anteil der sich im Resonator ausbildenden Mode. Mit einer schnellen Photodiode wird nun die Schwebung zwischen dem modifizierten Träger und den Seitenbändern gemessen. Diese wird mit dem ursprünglichen Modulationssignal Ω des Frequenzgenerators gemischt und tiefpassgefiltert, wodurch man ein Fehlersignal erhält, welches sensitiv zur Phasendifferenz zwischen dem Schwebungssignal und dem Modulationssignal ist. Das Regelsignal besitzt ei-

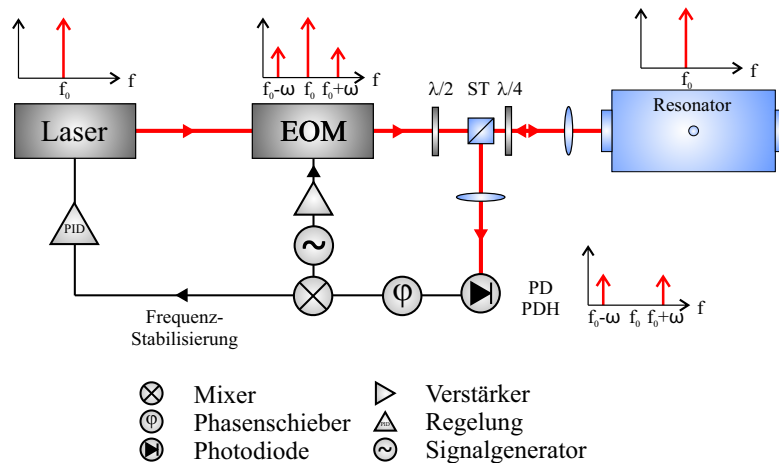


Abbildung 4.3: Schema des PDH-Verfahrens. Dem Laser wird eine Modulation aufgeprägt (hier durch den EOM) und in einen Resonator eingekoppelt. Die Phasenverschiebung des Trägers gegenüber der Resonanzfrequenz des Resonators wird im Schwebungssignal mit den Seitenbändern über den Rückreflex nach einem Strahlteiler (ST) mit einer Photodiode (PD-PDH) gemessen. Im Vergleich mit der Modulationsfrequenz des EOMs resultiert das Fehlersignal, um den Laser auf die Resonanzfrequenz des Resonators zu stabilisieren. Ein Phasenschieber ist zur Anpassung der Phasenlage des reflektierten Lichts gegenüber dem Signalgenerator notwendig.

ne hohe Sensitivität auf Frequenzänderungen, so dass eine Stabilisierung auf den Bruchteil der Linienbreite des Resonators möglich wird. Mit dem PDH-Verfahren werden Verringerungen der Linienbreite um einen Faktor von > 1000 gegenüber der intrinsischen Linienbreite des Resonators erreicht [73]. Dies ist prinzipiell abhängig von der Flankensteigung des Fehlersignals $\delta f / \delta U$. Diese ist unter anderem

abhängig von der Finesse sowie der elektronischen Schaltung in der Signalverarbeitung.

Elektronische Störsignale können zu Offsetspannungen innerhalb der Schaltung führen, die fälschlicherweise als Frequenzänderung interpretiert werden können und müssen daher gering gehalten werden. In jeder elektronischen Schaltung tritt Rauschen auf, dies kann bereits fundamental durch die Wärmeentwicklung der bewegten Ladungsträger entstehen. Im Alltag ist dies meist vernachlässigbar, in der Hochpräzisionsmetrologie hingegen ist potentiell jedwedes Rauschen limitierend. So treten auch bei jeder Laserstabilisierung Rauschprozesse in der Regelungselektronik auf. Da diese die Stellsignale modifizieren, führen sie zu einer Frequenzmodulation. Daher führen diese Rauschprozesse ebenfalls zu einer Limitierung der Laserstabilität. Die Nutzung optimierter und rauscharmer Elektronik ist damit eine Voraussetzung für eine gute Anbindung. Auch in dieser Arbeit habe ich die elektronischen Schaltungen der Regelelektronik untersucht und optimiert.

Die Laserstabilisierung in dieser Arbeit basiert im Wesentlichen auf dem Pound-

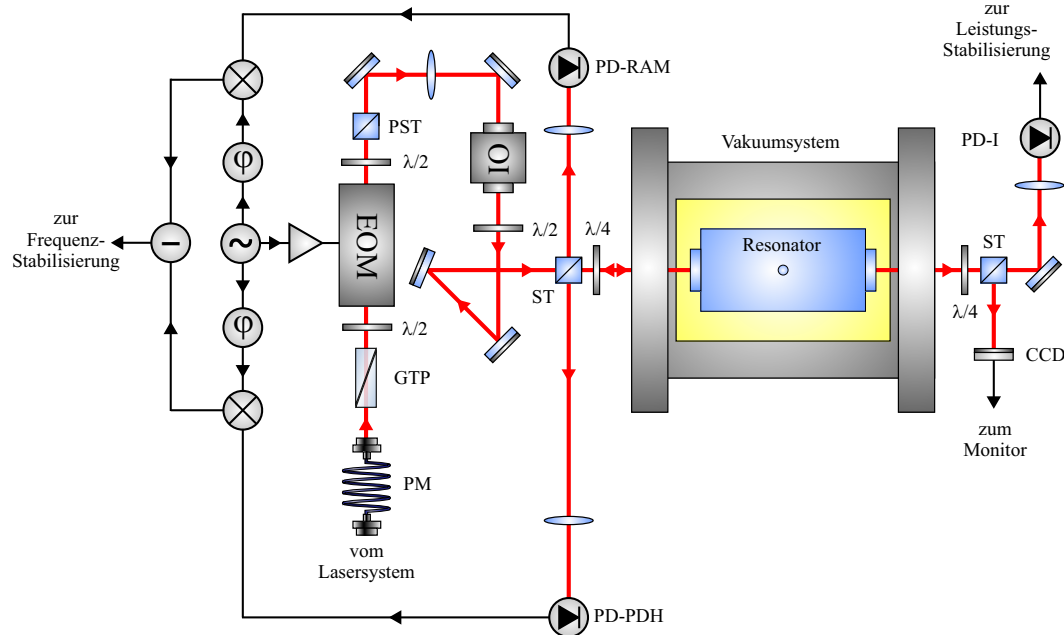


Abbildung 4.4: Schematischer Aufbau der aktuellen Laserstabilisierung der beiden Resonatorsysteme R_1 und R_2 basierend auf der PDH-Methode inklusive Leistungsstabilisierung und RAM-Kompensation.

Bezeichnungen: PD: Photodiode (Zusätze: PDH: Pound-Drever-Hall, RAM: Residuale Amplitudenmodulation, I: Intensität/Leistungsstabilisierung), EOM: Elektro-optischer Modulator, GTP: Glan-Thompson Polarisator, (P)ST: (Polarisationsabhängiger) Strahlteiler, CCD: CCD-Kamera, PM: Polarisationserhaltende Faser.

Drever-Hall-Verfahren (PDH) [71], bei dem ein Lasersystem auf wahlweise einen zweier identischer externen Resonatoren, im Folgenden als R_1 und R_2 bezeich-

net, stabilisiert wird. Diese gewährleisten eine deutlich bessere Performance als das freilaufende Lasersystem. Diese hohe Performance wird durch einen speziell für diesen Einsatzzweck entworfenen Resonator ermöglicht, welcher mit einigem Aufwand von externen Umgebungseinflüssen entkoppelt wird. Der experimentelle Aufbau für die Laserstabilisierung ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Zusätzlich zu den für PDH notwendigen Komponenten ist hier auch der Aufbau für die Leistungsstabilisierung und für die RAM-Kompensation gezeigt. Im Folgenden stelle ich die in meiner Arbeit durchgeführten Analysen mit diesem System vor.

4.2 Charakterisierung des Lasersystems

Hier stelle ich meine Analysen der Teilelemente des Lasersystems vor, in denen ich Verbesserungen vorgenommen habe.

4.2.1 Vibrationsanalyse

Dominierende Effekte der Längenänderung eines makroskopischen Körpers stellen anliegende beschleunigende Kräfte dar. Diese mechanischen Kräfte führen zu einer Stauchung und Streckung eines kompakten Körpers. Resonatoren müssen daher von externen Beschleunigungskräften entkoppelt werden, um Längenänderungen durch Vibrationen und Spiegelverkippen zu unterdrücken. Spiegelverkippen können dazu führen, dass die Intensitätsverteilung der umlaufenden Welle asymmetrisch wird und sich daher die Resonanzbedingungen verändern. Eine asymmetrische Verkippen führt dabei effektiv zu einer Linienverbreiterung. Die Lage des Resonators gegenüber der Gravitationsachse sollte dabei möglichst fixiert sein. Die Vibrationssensitivität gegenüber anliegenden beschleunigenden Kräften lässt sich anhand der Schemazeichnung 4.5 veranschaulichen.

An diesem (stark überzeichneten) Schema erkennt man, wie angreifende beschleunigende Kräfte den Abstand der Spiegel (bzw. die Resonatorlänge) verändern. Außerdem verursachen Verkippen der Spiegel zueinander Weglängendifferenzen und somit Veränderung von Wellenfronten und der Phase des Lichtfelds. Gegenüber der Ruhelage ändert sich die Resonatorlänge abhängig von der Position des Strahls auf der Spiegeloberfläche. Aufgrund der endlichen Ausdehnung eines Lichtfelds auf der Spiegeloberfläche ändert sich damit auch die Modenanpassung des internen Lichtfelds des Resonators.

Daher ist es entscheidend, wie man die Lagerung des Resonators mechanisch realisiert. Anhand von FEM^a-Simulationen lässt sich näherungsweise berechnen, wie eine ideale Halterung aufgebaut sein sollte. In Arbeiten wie [73, 74] wurde dieses

^a Finite-Elemente-Methode

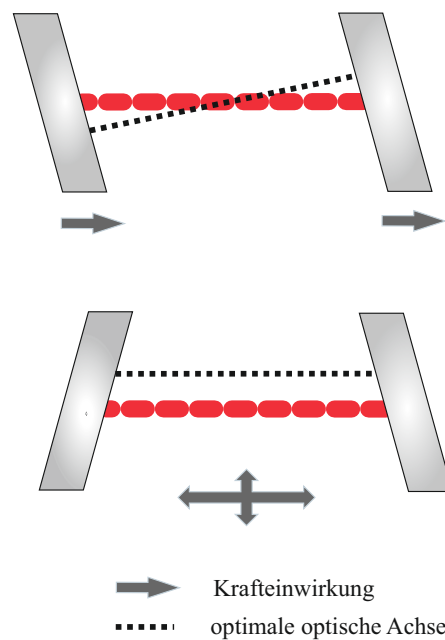


Abbildung 4.5: Verdeutlichung der Verformung eines Resonators durch äußere Kräfte. Sie führen zu Verformungen des Resonators und damit zu Strahllageschwankungen und Längenänderungen. Das wirkt sich damit auch auf die Wellenfronten und Phase des Lichtfelds aus.

Thema ausführlich behandelt.

Der Resonator selbst wird üblicherweise über Auflagepunkte mit einer Halterung verbunden, auf welchen er durch die Gravitation aufliegt. Zusätzliche Fixierungen sind möglich, beispielsweise für transportable Systeme, erhöhen aber signifikant den Aufwand. Die durchgeführten FEM-Simulationen unterstützten bei der geeigneten Wahl der Größe und Position dieser Auflagepunkte. Experimentell gibt es erfahrungsgemäß geringfügige Abweichungen von den simulierten Werten, daher findet meistens um die berechneten Werte herum eine praktische Verifizierung statt.

An Resonator R_2 habe ich eine erneute Analyse der Vibrations sensitivität durchgeführt, da ich diesen mit den neuen Wärmeschilden neu implementiert habe. Die Vibrationsanalyse habe ich nun in allen drei Raumrichtungen durchgeführt. Die Auflagepunktpositionen des Resonators entsprechen der in [27] ermittelten Positionen, an deren Analyse ich ebenfalls beteiligt war.

Den Block für die Lagerung des Resonators in der Vakuumkammer habe ich ausgetauscht gegen einen Teflonblock (vorher Aluminium) zur Reduzierung der thermischen Leitfähigkeit. Die erweiterte Analyse der Vibrationspektren in den drei Raumrichtungen auf der optischen Plattform der Vibrationsisolation habe ich je-

weils mit aktivierter und deaktivierter Vibrationsisolierung (AVI) durchgeführt, die Ergebnisse sind in den Abbildungen 4.6, 4.7 und 4.8 dargestellt.

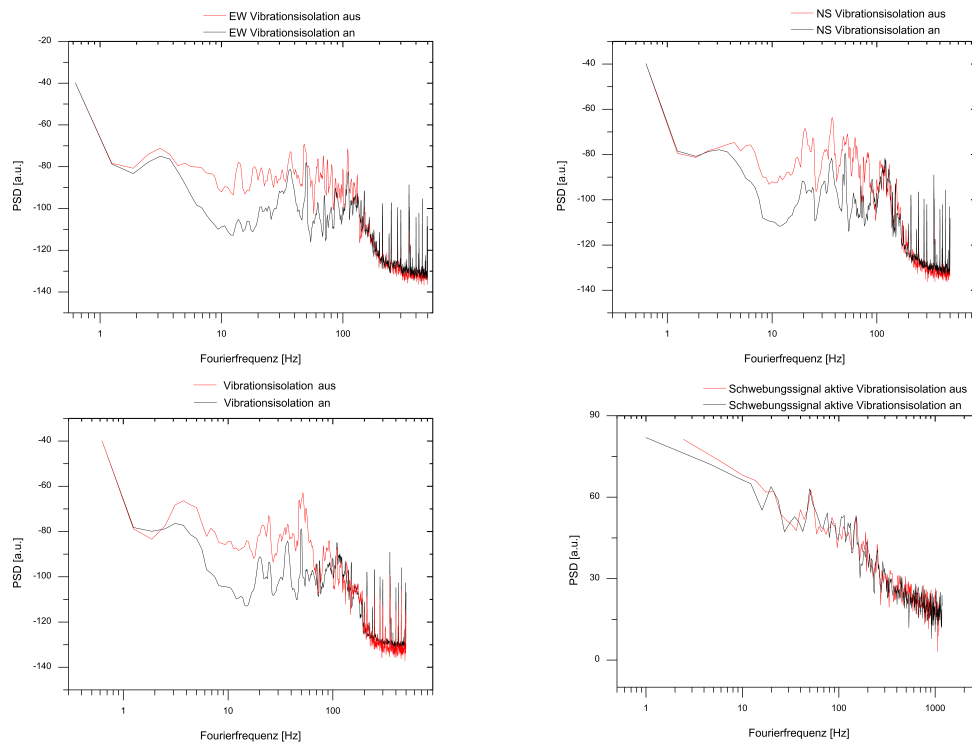


Abbildung 4.10: Aufgezeichnete Vibrationspektren auf der optischen Plattform der Einkoppeloptik in den drei Raumrichtungen, (a) entlang der Ost-West-Achse der Plattform, (b) entlang der Nord-Süd-Achse der Plattform und (c) entlang der Gravitationsachse, mit jeweils eingeschalteter aktiver Vibrationsisolierung und fixierter Plattform (der optische Tisch selbst war passiv vibrationsisoliert), sowie Analyse des Schwebungssignals (d). Hier konnte kein signifikanter Effekt aufgrund der aktiven Stabilisierung festgestellt werden.

In Abbildung 4.9 ist das Ergebnis der Frequenzanalyse mit jeweils ein- und ausgeschalteter aktiver Vibrationsisolierung zu sehen. Die Unterdrückung der Vibrationen aufgrund der Lagerung des Resonators ist so gut, dass prinzipiell keine aktive Vibrationsisolierung notwendig ist. Die Differenzen in der Magnitude im Fourierspektrum liegen im Bereich des statistischen Fehlers. Dieses Ergebnis bestätigte sich auch in weiteren unabhängigen Messreihen, bei denen keine Degradierung der Frequenzstabilität bei deaktivierter AVI festgestellt werden konnte.

4.2.2 Druckabhängigkeiten

Der Druck innerhalb der Vakuumkammer wird anhand der Pumpströme und den Angaben des Datenblatts auf etwa $1 \cdot 10^{-6}$ mbar geschätzt. Stromschwankungen

der Ionen-Getter-Pumpe (IGP)^a zeigen eine Instabilität und deuten auf Druckschwankungen hin. Es hat sich im Laufe der Vergleichsmessungen der beiden Resonatorsysteme R_1 und R_2 untereinander gezeigt, dass residuale Schwankungen im Druck innerhalb der Vakuumkammer zu Frequenzfluktuationen geführt haben. Die gemessenen Stromfluktuationen entsprechen dabei laut Datenblatt Druckschwankungen typischerweise von etwa $10^{-8} - 10^{-7}$ mbar.

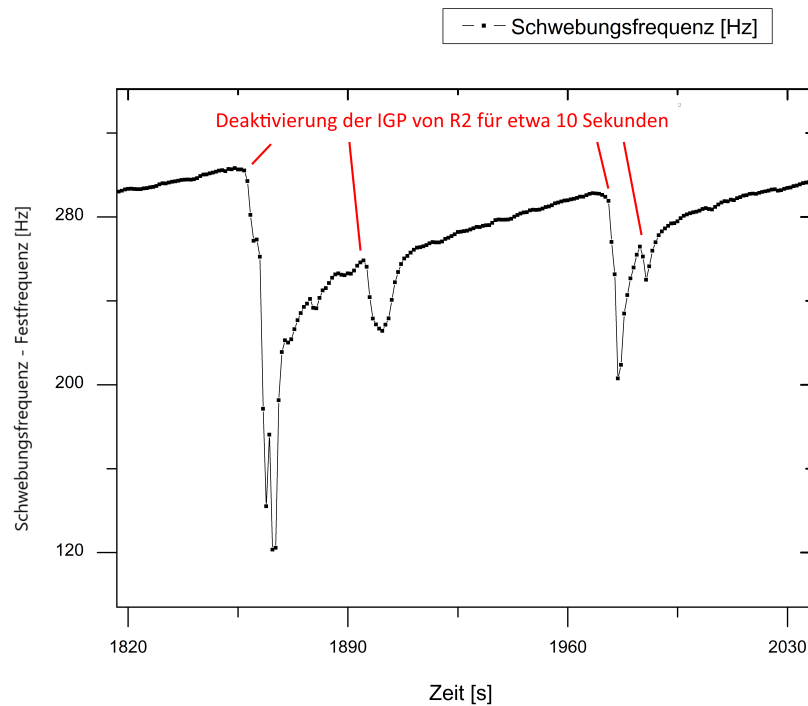


Abbildung 4.11: Bei jeder Deaktivierung der IGP (R_2) von wenigen Sekunden fand ein Einbruch in der Schwebungsfrequenz statt. Es ist eine deutliche Frequenzveränderung zu erkennen. Nach der jeweiligen Reaktivierung ist außerdem festzustellen, dass sich die Schwebungsfrequenz nicht exakt auf den ursprünglichen Wert einpendelt, sondern einen Offset erhält.

In den Abbildungen 4.11, 4.12 und 4.13 ist zu erkennen, wie die Laserfrequenz vom Druck abhängig ist. Dies lässt sich auf Änderungen des Brechungsindex des residualen Gases innerhalb der Resonatorbohrung zurückführen. Für die Messung 4.11 habe ich zeitweise die Vakuumpumpe des Systems R_2 für einige Sekunden deaktiviert, so dass sich der Druck innerhalb der Vakuumkammer aufgrund stets vorhandener geringfügiger Lecks und Ausgasung aus den einzelnen Komponenten erhöht. Die relative Änderung der Laserfrequenz wurde über die Schwebungsmessung zwischen dem System R_1 und R_2 detektiert. Eine Erhöhung des Drucks führt zu einer Verlängerung der optischen Wegstrecke und damit zu einer Verringerung

^a Agilent StarCell VacIon Plus 20

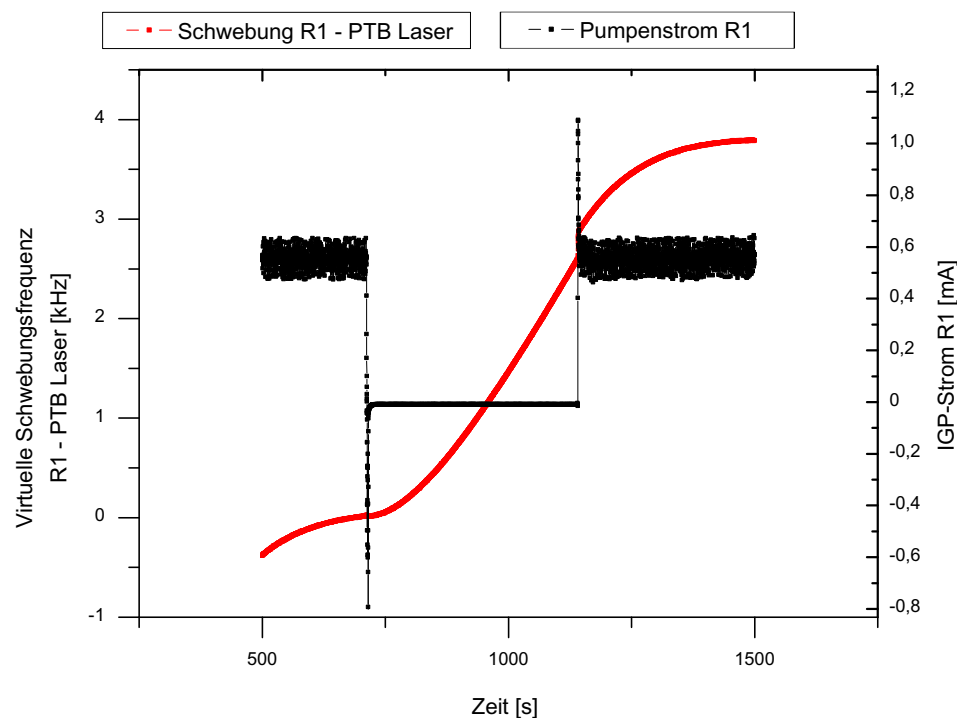


Abbildung 4.12: Mangels Drucksensor habe ich die Auswirkung des Drucks auf die Laserfrequenz mit der Steuerung der IGP untersucht. Eine Abschaltung der IGP resultiert im Verlauf von etwa 500 Sekunden in einer deutliche Änderung der Laserfrequenz um 4 kHz. Der IGP-Strom hat sich nach dem Einschalten von 553 auf 555 μA erhöht.

der Resonanzfrequenz. Es ist ersichtlich, dass die Schwebungsfrequenz einen leichten Offset erfährt nach jeder Reaktivierung, als Ursache kann dafür eine Differenz des Druckes in Betracht gezogen werden.

In den Abbildungen 4.12 und 4.13 habe ich die Pumpe für das System R_1 jeweils für einige Minuten deaktiviert. Die Messung der Laserfrequenz von R_1 habe ich hier über eine Schwebungsfrequenz gegen den stabilen Link-Laser der PTB durchgeführt, was ich näher im Kapitel 5.3.1 erläutere. Die Zeitkonstanten sind hier deutlich länger als für das System R_2 , was auf erhöhte Ausgasungen des Systems R_2 zurückzuführen ist. Ein Leck konnte nicht festgestellt werden. Die Schwebungsfrequenz hatte zum Zeitpunkt dieser Messung ein negatives Vorzeichen, so dass die gemessene Frequenzänderung positiv ausfällt. Die Druckschwankung im System kann hier mangels Drucksensor mit dem Pumpenstrom lediglich abgeschätzt werden. Der Pumpenstrom hat sich bei der Messung von Abbildung 4.12 in der langfristig genäherten Berechnung von 553 auf 555 μA erhöht, was einer Druckänderung von etwa $1 \cdot 10^{-8}$ mbar entspricht. Der Basisdruck beträgt dabei etwa $1 \cdot 10^{-6}$ mbar, der Anstieg auf 1,2 mA nach dem Einschalten entspricht einem

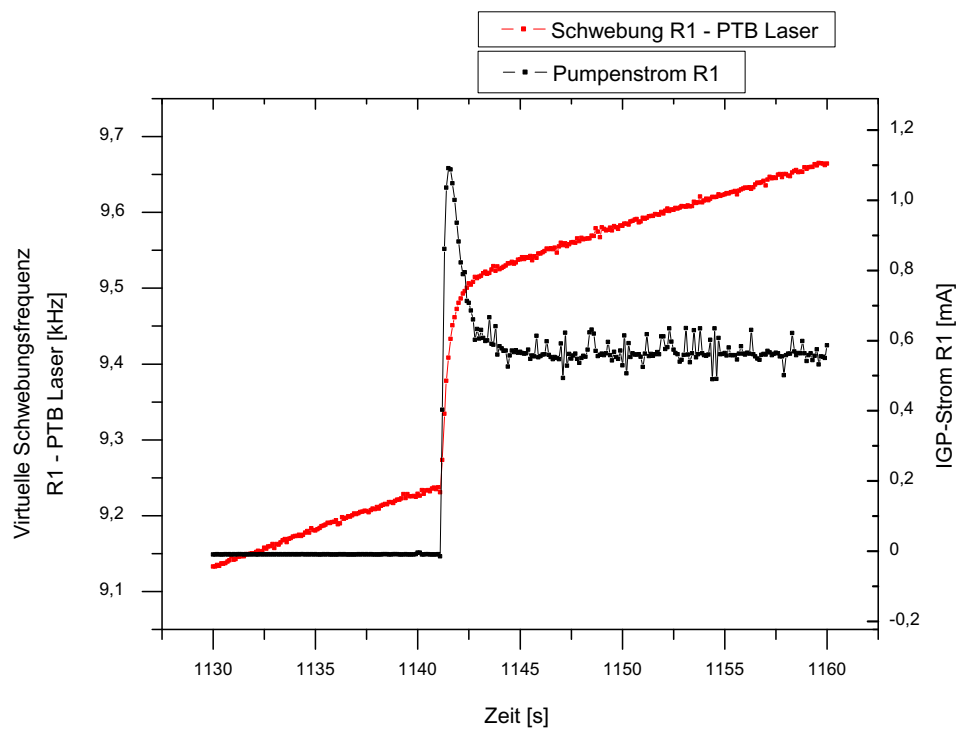


Abbildung 4.13: Vergrößerung des Zeitpunkts des Einschaltens der IGP nach etwa 400 Sekunden Deaktivierung. Ein Sprung der Laserfrequenz von 300 Hz ist erkennbar.

Druck von $3 \cdot 10^{-6}$ mbar. Im Verlauf von 1 Sekunde direkt nach dem Einschalten erhöht sich die Frequenz um 300 Hz, siehe dazu die Vergrößerung in Abbildung 4.13, was sich auf die Änderung des Drucks zurückführen lässt. Aus früheren Messungen mit angeschlossenem Pumpstand und zusätzlichem Drucksensor konnte festgestellt werden, dass sich beim Einschalten von IGP's der Druck kurzzeitig (um wenige Sekunden) erhöht, was sich vermutlich auf angesammeltem Material an den IGP-Elektroden zurückführen lässt, welches sich beim Einschalten zunächst in der Vakuumkammer verteilt. Eine abrupte Frequenzänderung beim Ausschalten der Pumpe ist nicht zu erkennen, daher können elektronische Ursachen, wie Änderungen des Massenpotentials, ausgeschlossen werden. Die gemessenen Frequenzabhängigkeiten entsprechen $\frac{100\text{Hz}}{10^{-6}\text{mbar}}$ und dürften in diesem Bereich linear verlaufen. Die langfristige Frequenzänderung beträgt etwa 4 kHz nach 500 Sekunden und normalisiert sich nach Wieder-Einschalten der Pumpe langsam. Zusätzliche thermische Drifts und Differenzen im Druck führen zu einem Offset. Für zukünftige Systeme wird empfohlen, einen empfindlichen Drucksensor an der Vakuumkammer zu implementieren, so dass der Druck und Frequenzabhängigkeiten vom Druck qualitativ ermittelt werden können.

4.2.3 Thermische Stabilisierung

Eine der größten Herausforderungen hochstabiler Lasersysteme liegt in der thermischen Stabilisierung des Resonators. Die Ausdehnung des Abstandshalters ist vom (stets endlichen) Wärmeausdehnungskoeffizienten abhängig:

$$\alpha \propto \frac{\Delta L}{L \cdot \Delta T}, \quad (4.8)$$

α ist ein materialspezifischer Parameter und von der Temperatur abhängig. Daher ist er immer nur bei einer spezifischen Temperatur definiert. In der Literatur wird der Wert üblicherweise bei Raumtemperatur (20° C) angegeben [75].

Für ULE liegt die Größe von α bei etwa $10^{-8}/K$ zwischen 5° C und 35° C und ist damit etwa um drei Größenordnungen geringer als bei Metallen (Stahl) oder normalem Glas [68]. ULE bietet sich außerdem wegen seines relativ hohen Gütefaktors und seiner sehr guten Beständigkeit gegen Witterung und Chemikalien als Basismaterial für hochstabile Resonatoren an.

Ein Wärmeausdehnungskoeffizient in dieser Größenordnung bedeutet allerdings immer noch, dass für eine angestrebte Frequenzinstabilität von 10^{-16} wegen (4.2) eine Temperaturinstabilität von 10^{-8} K bzw. 10 nK realisiert werden muss. Eine typische Labor-Temperaturstabilität liegt im Bereich von 1 K innerhalb eines Tages, dementsprechend muss eine Unterdrückung um einen Faktor 10^8 stattfinden.

Dabei ist eine zusätzliche Herausforderung, dass kommerziell erhältliche Temperatursensoren, z.B. NTC^a-, PTC^b- bzw. Pt100^c-Widerständen, lediglich Temperaturänderungen im mK-Bereich auflösen können. Eine Temperaturstabilisierung muss demnach so erfolgen, dass am Ort des Resonators die aktiv regelbare Temperatur passiv weiter tiefpassgefiltert wird. Das geschieht durch die Implementierung von Wärmeschildern mit einer hohen Wärmekapazität und einer geringen direkten Wärmeleitfähigkeit zwischen den Wärmeschildern.

Eines der Hauptprobleme des bestehenden Lasersystems stellt die Längenstabilität auf Zeitskalen von > 10 Sekunden dar, eine grundlegende Arbeitsstellung dieser Arbeit war daher, diese Ursachen zu erforschen und Lösungsansätze zu erarbeiten. Der schematische Aufbau der thermischen Stabilisierung ist in Abbildung 4.14 zu sehen.

Als Ausgangssituation war eine Instabilität im Langzeitbereich vorhanden, die in der Regel in einer schwankenden nicht-linearen Drift in der Größenordnung von einigen $\frac{\text{Hz}}{\text{s}}$ mit Bestwerten von etwa $150 \frac{\text{mHz}}{\text{s}}$ resultierte. Die mittlere Frequenz ist daher nicht auf langen Zeitskalen vorhersagbar, wie es für einen Resonator unter konstanten Bedingungen zu erwarten wäre.

Da ich hohe nicht-lineare Drifts beobachtet habe, die im Zusammenhang mit der Temperaturstabilisierung standen, habe ich im Rahmen dieser Arbeit sowohl die passive und aktive thermische Stabilisierung überarbeitet.

Das Prinzip der thermischen Stabilisierung dieses Resonatorsystems funktioniert wie folgt:

Der Resonator ist auf einer Halterung innerhalb einer Vakuumkammer aufgebracht. Um den Resonator herum ist zunächst ein System aus passiven Schildern implementiert. Zwischen den beiden unabhängigen Resonatoraufbauten R_1 und R_2 liegt der Unterschied in der Art der passiven Isolierung innerhalb der Vakuumkammer: Um den Resonator R_1 herum ist ein Schild aus Aluminium mit einer Goldbeschichtung zur Reflektion von Wärmestrahlung eingebaut. Um den Referenzresonator R_2 habe ich ein erweitertes System aus drei Schildern implementiert, welche außerdem keinen direkten mechanischen Kontakt zur Halterung des Resonators haben. Dies dämpft die Wärmeleitung und entkoppelt den Resonator von den potentiellen Vibrationen der Wärmeschilde. Die fertigen eingesetzten Wärmeschilde sind auf den Fotos in Abbildung 4.16 zu sehen. Messungen des Pumpenstroms gegen die Laserfrequenz wie in Abbildung 4.12 zeigen, dass die IGP eine nicht zu vernachlässigbare Wärmequelle des Systems ist. Auch geringe, nicht messbare Pumpleistungsunterschiede können so zu geringfügigen thermischen Fluktuationen führen, welche über direkte Wärmestrahlung oder Wärmeübertrag durch Restgas in die Experimentierkammer eingekoppelt werden. Ein Anhaltspunkt hierfür sind ebenso Verfärbungen am obe-

^a Negative Temperature Coefficient

^b Positive Temperature Coefficient

^c Platin Widerstand mit 100Ω bei 0°C

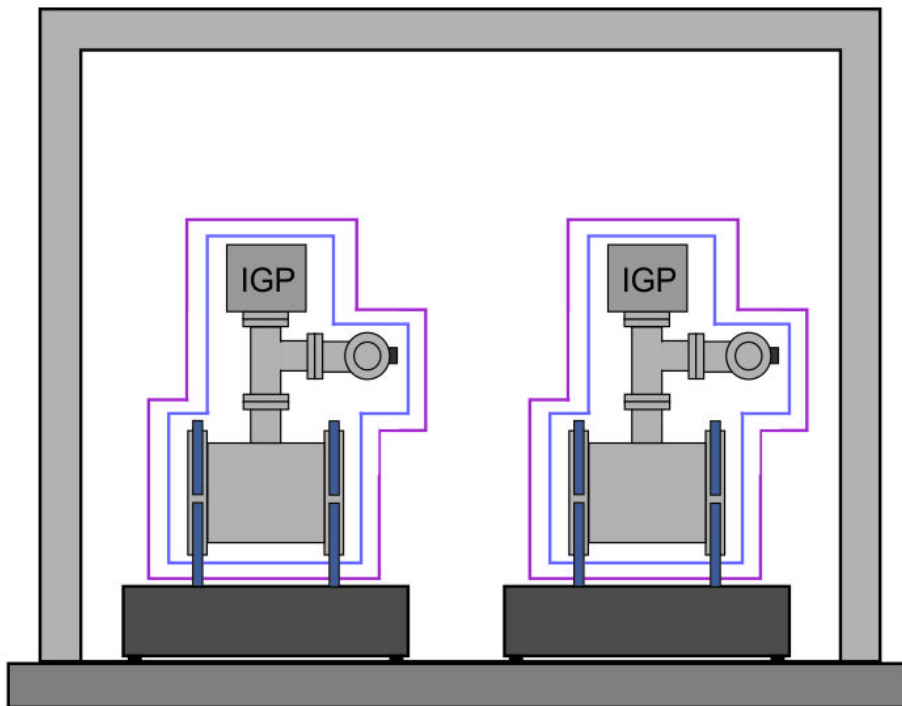


Abbildung 4.14: Schematische Darstellung des Aufbaus der thermischen Stabilisierung der hochstabilen Resonatoren R_1 und R_2 , Zeichnung zur Verfügung gestellt von Steffen Sauer.

ren Wärmeschild innerhalb der Vakuummotte. Dies kann ein Ionisationseffekt sein, welcher im Endeffekt ebenfalls einen Anstieg der Temperatur zur Folge haben kann.

Eine Abschätzung der zu erwartenden Wärmeentwicklung geschieht wie folgt: Zunächst gilt die konservative Annahme, dass die gesamte Leistung zum Betrieb der IGP in Wärmestrahlung umgewandelt wird:

Die Spannung zum Betrieb der IGP beträgt 5 kV, während der Strom im Bereich von 1 mA liegt. Die vorliegende Wärmeentwicklung liegt entsprechend bei 5 W. Die Schwankungen dieser Wärmeleistung sind entsprechend kleiner und sind in etwa proportional zur Schwankung des Stromflusses. Die Schwankungen betragen weniger als 0,2 mA, so dass weniger als 0,5 W an fluktuierender Wärmeleistung des Wärmeschildes aufgrund der IGP entsteht. Die Temperaturänderung über den Wärmestrom lässt sich über das Stefan-Boltzmann-Gesetz berechnen:

$$\dot{Q} = \frac{\partial Q}{\partial t} = \epsilon \sigma_B A T^4, \quad (4.9)$$



Abbildung 4.15: Eine Langzeitmessung, an der erkennbar ist, dass zwischen der Temperaturregelung, genauer dem implizierten Regelstrom der Heizelemente, und der Laserfrequenz eine Korrelation mit einer relativ großen Zeitkonstanten von einigen 100 Sekunden besteht.

mit dem Wärmestrom \dot{Q} , der Stefan-Boltzmann-Konstanten σ_B sowie dem Emissionsgrad ϵ , der Oberfläche A und der Temperatur T des strahlenden Körpers. Mit der konservativen Abschätzung, dass die Hälfte dieser resultierenden Schwankung in der Wärmeentwicklung auf die Resonatorvakuumkammer und Schilde koppelt, sei es über direkte Wärmestrahlung oder über Wärmeleitung des Aufbaus, berechnen sich diese Temperaturfluktuationen zu < 1 mK. Sie sind nicht direkt über die vorhandenen Thermistoren messbar. Als naheliegende Maßnahme muss die Pumpe zunächst möglichst gut passiv abgeschirmt werden. Um Wärmeleitungs-transport zu reduzieren habe ich daher die Isolation der Vakuumkammer und damit das aktiv Temperatur-stabilisierte Wärmeschild unterhalb der IGP abgeschlossen, sowie zusätzliches Isolationsmaterial zwischen der IGP und der Vakuumkammer eingefügt. Für eine vollständige Entkopplung muss allerdings ein neues Vakuumkammersystem entworfen werden, beispielsweise mit einer dedizierten und einem Winkel angeschlossenen Vakuumpumpenstufe, wie es auch im zukünftigen System wie im Ausblick 7.3 realisiert wird. Außerdem empfehle ich den Umstieg auf eine passive Vakuumpumpe, wie einer Titan-Sublimations-Pumpe oder zumindest einer teilweise passiv arbeitenden Pumpe, beispielsweise einer *SAES Getters NEXTorr*, welche aufgrund ihrer überwiegend passiven Funktionsweise geringere Temperaturentwicklung und Fluktuationen erwarten lassen. Diese hält auch im spannungslosen Zustand, entsprechend ohne externe Wärmezufuhr einer Spannungsversorgung,

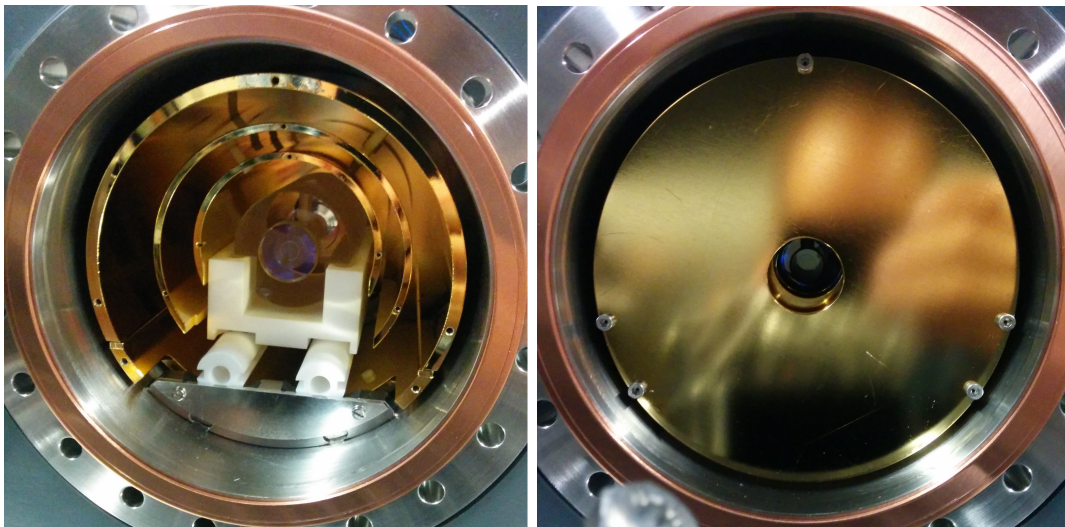


Abbildung 4.16: Hier sind die Wärmeschilde innerhalb der Vakuumkammer im kompletten Zustand zu sehen. Zu erkennen sind auch die Öffnungen für den Laserstrahl. Um direkten Wärmestrahlungstransport von außen zusätzlich zu verhindern, ist an der Außenseite der Vakuumkammer eine Blende angebracht, die auf die Größe und Position des Laserstrahls eingestellt ist. Der Einfluss fluktuierender Hintergrundstrahlung ist damit tiefpassgefiltert.

den UHV-Zustand für eine längere Zeit aufrecht^a

Die Steuerungselektronik der aktiven Vibrationsplattformen habe ich ebenfalls als Wärmequelle identifiziert. In Kooperation mit dem Hersteller wurde die Steuerungselektronik aus den Plattformen ausgebaut und in einer externen Regeleinheit integriert.

Zur thermischen Stabilisierung des Gesamtsystems habe ich ein Gehäuse mit Isolationsmaterial designt und gebaut, in der sich der Resonatoraufbau, der Laser, die gesamte Einkoppeloptik, wie auch einige Faserverbindungen und die aktiven Vibrationsisoliationsplattformen befinden.

Aktive Temperaturstabilisierung

Die bisher eingesetzte aktiven Temperaturregler *PID-Peltier* zeigten Probleme in der Stabilisierung. So zeigten sich teilweise Überschwinger, welche die Regelbandbreite übertrafen und daher nicht mehr gegengeregelt werden konnten. Der Offset der Regelung hat sich zudem zeitlich verändert, was sich auf ungeeignete Referenzwiderstände zurückführen ließ, die eine hohe Temperaturabhängigkeit gezeigt haben. Diese Referenzwiderstände habe ich entsprechend ausgetauscht. Zur Anpassung der PID-Parameter dieser Eigenbauten musste die Hardware in Form von SMD-Bauteilen auf der Steuerungsplatine aufwändig ausgetauscht werden, so dass

^a Laut NEXTorr-Informationsblatt [76].

die Regelung nicht mit akzeptablem Zeitaufwand optimal angepasst werden konnte.

Die aktive Stabilisierung, welche die Resonatorvakuumkammer und den umhüllenden Aufbau stabilisiert, ist deshalb durch kommerzielle digitale Temperaturcontroller^a ersetzt worden. Sie bieten eine Stabilisierung auf einem mK-Level und lassen sich im Gegensatz zu den zuvor eingesetzten Eigenbauten an einem PC umprogrammieren. Die neuen Temperaturcontroller bieten zudem die Möglichkeit des direkten Auslesens der Temperaturdaten sowie weiterer Parameter und eine automatische Kalibrierung der PID-Parameter. Letzteres musste jedoch in der Praxis händisch weiter optimiert werden, da die automatische Anpassung lediglich für eine schnelle Regulierung optimiert ist. Dies lässt sich nun unkompliziert in einer grafischen Benutzeroberfläche realisieren.

Thermische Stabilität

Die Langzeitstabilität des aktuellen Systems R_1 habe ich zunächst gegen die vorhandene GPS-Referenz^b vermessen, welche Instabilitäten auf langen Zeitskalen (> 1000 Sekunden) im 10^{-13} -Bereich zeigt. Eine lange Mittelungszeit war aufgrund der geringen Stabilität der GPS-Referenz auf kurzen Zeitskalen notwendig. Lineare Drifts aufgrund residueller thermischer Instabilitäten in der Größenordnung $< 100 \frac{\text{mHz}}{\text{s}}$ scheinen im System möglich zu sein, wie die Messung in Abbildung 4.17 zeigt.

Der einzige Effekt, welcher ebenfalls auf der Zeitskala der thermischen Drift auftritt ist eine kontinuierliche lineare Alterungsdrift. Diese wird durch Fließen des Glases verursacht, ein Effekt der bei allen Arten amorpher Festkörper auftritt. Makroskopisch fällt der Effekt kaum auf (bei alten Fenstern lässt sich beispielsweise eine Zunahme der Dicke am unteren Bereich feststellen), auf dem Hochpräzisionslevel, wie er für optische Resonatoren gefordert wird, ist der Effekt jedoch auch auf kurzen Zeitskalen messbar. Die Alterungsdriftrate bei unserem System liegt bei wenigen $\frac{\text{mHz}}{\text{s}}$. Aufgrund der stets vorhandenen hohen thermischen Instabilität im Bereich von Tagen lässt sie sich nicht genau bestimmen, sondern lediglich mit Messreihen von mehreren Monaten auf eine obere Grenze abschätzen.

Obwohl die nichtlinearen Drifts deutlich reduziert werden konnten, stellt die thermische Stabilität weiterhin einen limitierenden Faktor dieses Lasersystems dar. Da eine aktive Stabilisierung die Temperatur lediglich im mK-Bereich genau halten kann, muss das Tiefpassverhalten durch die passiven Schilde entsprechend groß sein. Um die notwendige Temperaturstabilität am Ort des Resonators zu erreichen, sollte eine aktive Temperaturstabilisierung innerhalb der Vakuumkammer und eine

^a Meerstetter TEC-1122-SV

^b Geo++ TRE-G3T

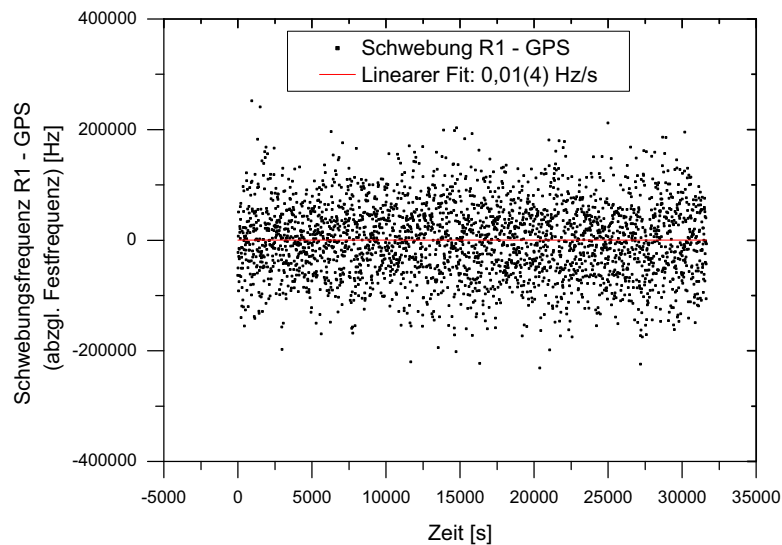


Abbildung 4.17: Messung der Langzeitstabilität mit dem aktuellen System R_1 gegen die GPS-Referenz. Kurzzeitige Schwankungen sind hier allerdings mangels Auflösung der GPS-Referenz nicht erkennbar.

verbesserte passive Isolierung für zukünftige Resonatorkonzepte dementsprechend in jedem Fall implementiert werden, so wie es für das in Planung befindliche System bereits geschieht, siehe Abschnitt 7.4.

4.2.4 Weiterentwicklung der Elektronik

Um hochstabile Lasersysteme zu realisieren, sollte selbstverständlich keines der einzelnen Teilsysteme die gesamte Performance limitieren. Optische Frequenzstandards gehen vielfach an die technischen Grenzen. Speziell in dieser Betrachtung müssen die kompakteren und thermisch bei Raumtemperatur arbeitenden Lasersysteme, wie es auch für dieses System gilt, akribisch optimiert werden. Für das bestehende Lasersystem habe ich beispielsweise die Instabilität der Regelschleife auf einen Bereich von etwa $1 \cdot 10^{-16}$ bestimmt. Da zukünftige Lasersysteme im 10^{-17} -Bereich realisiert werden sollen, sind daher auch weitere Verbesserungen und Optimierungen der Regelelektronik notwendig. Im Rahmen meiner Arbeit habe ich entsprechend die einzelnen Teilsysteme der Regelungselektronik analysiert und optimiert.

Photodioden

Um die Signalverarbeitung zu optimieren und das Signal mit hohem Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu detektieren ist eine rauscharme Verstärkung essentiell. Dazu gehört eine geeignete Wahl von Photodioden, Operationsverstärkern, Filterschalt-

kreisen, rauscharme Spannungsversorgung sowie ein effizienter optischer Aufbau. So habe ich in meiner Arbeit Photodioden mit kleinen aktiven Flächen gewählt^a und eine zusätzliche Fokussierung des Laserlichtfelds auf die Photodiodenfläche implementiert. Diese Methode reduziert zusätzlich zu passiven Maßnahmen den Einfluss von Störeffekten wie Umgebungslicht und Wärmestrahlung, da die Intensität der Strahlung des Laserlichtfelds maximiert wird und Umgebungslicht verhältnismäßig geringeren Einfluss verursacht. Effektiv wird somit das stets vorhandene Hintergrundrauschen der Photodiodenschaltung minimiert.

Die Wahl geeigneter und rauscharmer Operationsverstärker innerhalb der Verstärkerschaltungen ist dafür ebenso essentiell. Da in der Schaltung mehrere Operationsverstärker unterschiedlicher Bauart notwendig sind, sollten diese entsprechend ihres Zweckes rauscharm gewählt werden, da intrinsisches elektronisches Rauschen ebenfalls verstärkt wird. Es gibt diverse Typen, die für ihren jeweiligen Einsatzzweck optimiert sind. Entscheidend war hier die Wahl des ersten Operationsverstärkers^b.

Leistungsstabilisierung

Temperaturänderungen resultieren nun nicht ausschließlich nur über äußere Einflüsse, sondern tatsächlich auch durch die optische Leistung, die in den Resonator eingekoppelt wird und an den Spiegelbeschichtungen und Spiegelsubstraten absorbiert wird. Typischerweise liegt die eingekoppelte Leistung bei Hochfinesse-Resonatoren im Bereich einiger μW und ist daher im thermischen Gesamtbudget vergleichsweise klein, da Heizleistungen eher im Bereich von Watt liegen. In dieser Größenordnung liegen auch die Heizleistungen in meiner Arbeit zur thermischen Stabilisierung der Vakuumkammer. Da die Erwärmung durch die optische Leistung allerdings lokal im Bereich des Lichtfelds am Spiegelsubstrat und in der Spiegelbeschichtung geschieht führt sie dort zu einer Ausdehnung entsprechend der Gleichung (4.8). Die Schwankungen der Leistung liegen für diesen vorstabilisierten Laser im nW-Bereich. Das führt für Hochfinesse-Resonatoren bereits auf dem Hz-Level zu Instabilitäten, was für hochstabile Laser nicht mehr vernachlässigbar ist. Der Effekt hat im Vergleich zu externen thermischen Einflüssen aufgrund der optischen Ursache eine sehr kleine Abklingzeit von Millisekunden bis wenigen Sekunden und ist daher nur im Kurzzeitbereich ein relevanter Effekt.

Es hat sich gezeigt, dass Spiegelsubstrate aus Quarzglas aufgrund ihrer hohen Absorption (im Vergleich zu ULE) zu einer erhöhten Anfälligkeit an Frequenzfluktuationen durch Leistungsschwankungen des Laserlichts führen. Da die mechanische Güte von Quarzglas jedoch höher ist als die von ULE und damit andere

^a Hamamatsu S5972

^b OPA2227

Effekte wie das Brownsche thermische Rauschen reduziert werden, ist der Einsatz von Quarzglas dennoch sinnvoll, da Leistungsfluktuationen einfacher kompensiert werden können. Es ist daher notwendig, eine entsprechende Leistungsstabilisierung bereit zu stellen, um eine Degradierung der Frequenzinstabilität durch Leistungsfluktuationen zu minimieren bzw. auszuschließen, da die intrinsische Amplitudenstabilität eines Lasers in der Praxis zu hoch ist (im Bereich von einigen Promille) und zu Längenänderungen des Resonators aufgrund von lichtleistungsabhängiger thermischer Ausdehnung der Spiegelsubstrate und Beschichtungen führt. Die Photodiodenverstärkerschaltungen sind nun entsprechend soweit angepasst, dass sie auch für zukünftige Systeme geeignet sind.

Eine Änderung der eingekoppelten Leistung führt nach [27] zu Frequenzschwankungen von $1,9 \frac{\text{kHz}}{\text{W}}$. Mit den auf geringe optische Leistung und rauscharmer Verstärkerschaltungen optimierten Photodioden konnte die Leistungsstabilisierung signifikant verbessert werden, wie in Abbildung 4.19 zu sehen ist. Zur Charakterisierung habe ich eine weitere Photodiode gleicher Bauart in einen weiteren Abzweig des Strahlweges eingesetzt. Die Umrechnung der Leistung erfolgt durch die vorherige Ermittlung des Konversionsfaktor von Frequenz und transmittierter Leistung, wie in Abbildung 4.18 zu sehen ist.

Die Laserleistung wird bei beiden Systemen über die Amplitude der AOM-Frequenzen von AOM R1 bzw. AOM R2 mit Hilfe von spannungsgesteuerten Abschwächern^a geregelt.

PID-Regelung

Die PID-Regler der Regelschleifen der Laserstabilisierung habe ich ebenfalls überarbeitet und besser an ihren jeweiligen Einsatzzweck angepasst. Die Signalverarbeitungskette habe ich angepasst, um ein höheres Signal-zu-Rausch-Verhältnis des PDH-Fehlersignals zu generieren. So habe ich die Last des Eingangsverstärkers auf den verwendeten Phasendetektor auf 500Ω angepasst, um eine um den Faktor 10 höhere Signalverstärkung zu erhalten. Die Ausgangsverstärker der PID-Regelung sind *Analog Devices AD829*, die sich durch geringes elektronisches Grundrauschen gegenüber dem vorherigen *Analog Devices OP27* auszeichnen. Die Verstärkungsbandbreite habe ich angepasst, was nach [77] aufgrund des Johnson-Nyquist-Verhaltens zu einem geringeren Grundrauschen führt [78, 79], da dies gerade proportional zur Verstärkungsbandbreite mit $\sigma \propto 1/f$ ist. Die resultierende PID-Bandbreite der PDH-Regelungselektronik ist mit über 1 MHz allerdings weiterhin ausreichend für ihren Einsatzzweck und daher nicht limitierend. Da besonders akustische Frequenzen herausgeregelt werden müssen, wurde die Verstärkung des Proportionalteils bis 40 kHz um einen Faktor 10 erhöht. Die Reduzierung der Phasenrauschdichte des PDH-Signals aufgrund der Resonatorstabilisierung ist für das

^a Minicircuits ZX73-2500+

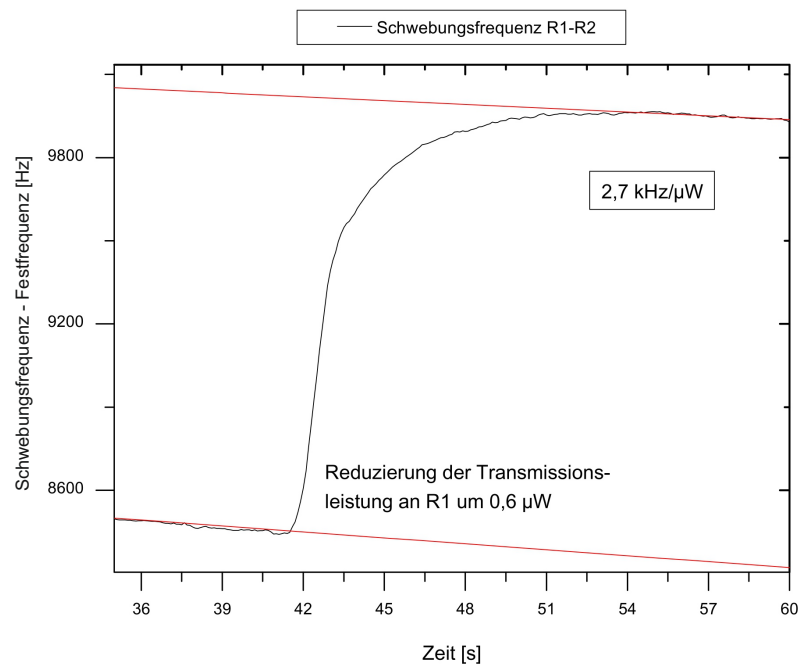


Abbildung 4.18: Ermittlung der aktuellen Frequenzabhängigkeit des Resonators gegenüber der Lichtleistung mit Hilfe des Konversionsfaktors zwischen der transmittierten Leistung und der Resonanzfrequenz des Resonators R_1 .

Lasersystem R_2 anschaulich in Abbildung 4.20 gezeigt. Der PID-Regler für das andere Lasersystem ist baugleich und verhält sich entsprechend analog.

4.2.5 Reduzierung von residualer Amplitudenmodulation

Residuale Amplitudenmodulation (RAM) trägt ebenso zur Frequenzinstabilität bei. Sie tritt als Nebeneffekt der PDH-Stabilisierung auf. Die RAM gibt die relative Leistungsschwankung der im Elektro-optischen Modulator (EOM) erzeugten Seitenbänder zueinander und zum Träger an. Hauptgrund für diese Amplitudenmodulation ist die Doppelbrechung innerhalb des EOM-Kristalls. Fehlpolarisationen im Bezug auf die Kristallachse führen zu einer zusätzlichen Polarisationsmodulation, welche aufgrund der folgenden polarisierenden Elemente zu einer Amplitudenmodulation führt. Abgesehen von Spannungs- und Temperaturschwankungen innerhalb des EOM-Kristalls führen auch Luftdruckänderungen (Veränderung des Brechungsindex), ungünstig positionierte optische Elemente und Strahllage-schwankungen zu Bildungen von unerwünschten Etalons im Strahlweg und damit zu frequenzabhängigen Interferenzeffekten, welche die Amplitude der modulierten

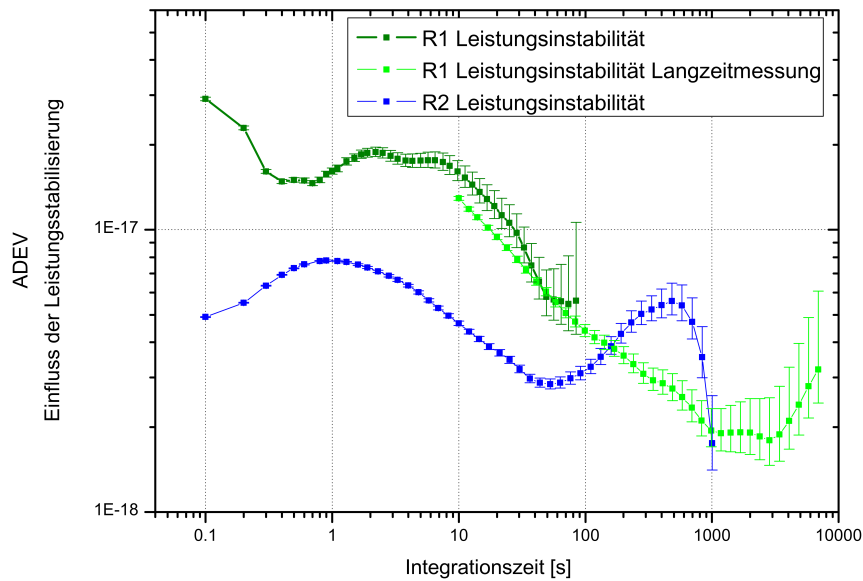


Abbildung 4.19: Ergebnis der Leistungsstabilisierung bezogen auf die verursachte Frequenzinstabilität des Lasers. Die Leistungsfluktuationen habe ich mit einer unabhängigen Photodiode gemessen und damit die Frequenzfluktuationen bestimmt. Die Beiträge der Leistungsfluktuationen zur Frequenzinstabilität konnte ich so auf einen niedrigen 10^{-17} -Wert reduzieren.

Frequenzen verändern können.

Offsetspannungen des Nulldurchgangs vom Regelpunkt des PDH-Fehlersignals aus und führen zu Frequenzverschiebungen entsprechend der Abhängigkeit von der Flankensteigung. Verursacht werden kann das durch unterschiedliche Amplituden der Seitenbänder. Mehrere Effekte können eine residuale Amplitudenmodulation zur Folge haben:

- Offset-Spannungen und Phasenmodulation am EOM
- Temperaturänderungen des EOM-Kristalls
- Residuelle Etalons im Strahlweg und Rückreflexe zwischen EOM und dem Resonator
- Polarisationsdrehungen an den Einkoppelspiegeln, verursacht durch Temperatur- und Luftdruckschwankungen

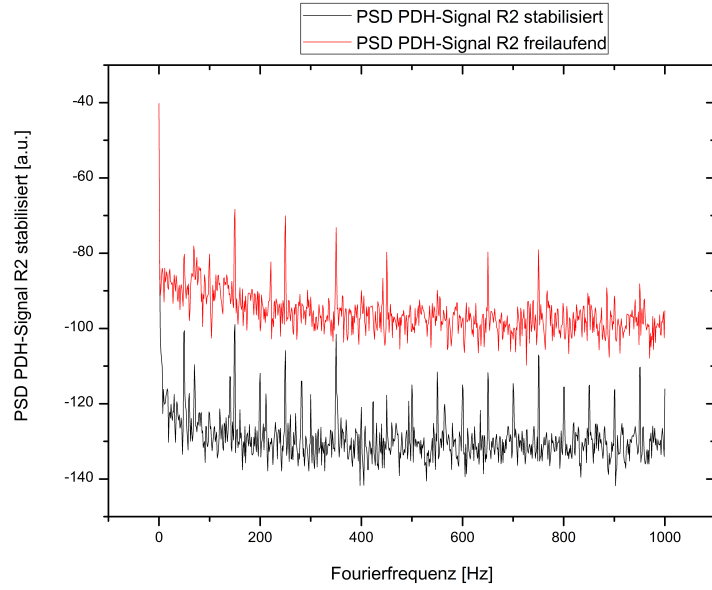


Abbildung 4.20: Vergleich der PSD des PDH-Signals von Resonator R_2 im stabilisierten und unstabilisierten Fall. Rauschprozesse werden im gezeigten Band um etwa 3 Größenordnungen unterdrückt.

Mathematisch beschreiben lassen sich RAM über eine Modifizierung der Gleichungen (4.1.3) und (4.7). So modifiziert sich das Lichtfeld mit unabhängigen Amplituden der Seitenbänder zu:

$$E_{\text{RAM}}(x,y,t) = E_0(x,y)e^{i\omega t} [a e^{i(\Phi_a + \beta_a \sin(\Omega t))} + b e^{i(\Phi_b + \beta_b \sin(\Omega t))}], \quad (4.10)$$

mit den Polarisationsvorfaktoren a und b und den Modulationsindizes $\beta_{a,b}$. Mit einem hohen Extinktionsverhältnis, wie es für die Anwendung üblicherweise der Fall ist, kann jeweils einer der Parameter a oder b Null und Eins gesetzt werden, nehme im Folgenden nun $a \approx 1$ und $b \approx 0$ an. Mit den Besselfunktionen lässt sich (4.2.5) schreiben:

$$E_{\text{RAM}}(x,y,t) = E_0(x,y) e^{i\omega t} e^{i\Phi_a} [J_0(\beta_a) + e^{i\epsilon} J_1(\beta_a) e^{i\Omega t} - e^{i\epsilon} J_1(\beta_a) e^{-i\Omega t}], \quad (4.11)$$

mit $e^{i\epsilon} = \frac{aJ_1(\beta_a) + b e^{i(\Phi_b - \Phi_a)} J_1(\beta_b)}{J_1(\beta_a)}$.
Das Signal des Lichtfeldes, welches vom Photodetektor gemessen wird, ist:

$$\begin{aligned} V(t) &= \int \int |E_{\text{RAM}}(x,y,t)|^2 dx dy \\ &= \dot{R}P_{\text{in}} [1 - 4\Re(\epsilon) J_0(\beta_a) J_1(\beta_a) \sin(\Omega t)] + [2\Omega\text{-Terme}], \end{aligned} \quad (4.12)$$

mit der Reaktionsfähigkeit R des Photodetektors. Die RAM wird am Demodulationsport der PDH-Detektion gemessen, also bevor der Strahl in den Resonator eingekoppelt wird. Die Spannung des RAM-Signals ist:

$$V_{\text{RAM}} = 4\kappa R P_{\text{in}} \Re(\epsilon) J_0(\beta_a) J_1(\beta_a). \quad (4.13)$$

κ ist der Konversionsfaktor des elektronischen Mischers.

Im Folgenden erläutere ich Möglichkeiten zur Reduzierung bzw. Kompensation der Residuellen Amplitudenmodulation. Ich habe untersucht, wie sich die Einstellung der Polarisierung des Lichts und die Stabilität des EOM-Kristalls auf die RAM auswirkt. Die vorherigen EOMs^a bestanden aus jeweils vier Kristallen, an deren Endflächen zusätzliche Interferenzen und Polarisierungseffekte auftreten konnten. Die Amplitudenmodulation und Phasenmodulation im EOM ließ sich nicht so effizient trennen, was zu einer erhöhten Amplitudenmodulation geführt hat. Das Extinktionsverhältnis der Polarisierung betrug bei diesen EOMs deutlich weniger hinter dem polarisationsabhängigen Strahlteiler (PBS) am Zugang, laut Datenblatt etwa 250:1. Die Modulationsfrequenz wurde über einen Bananenstecker eingespeist, was aufgrund der Antennenwirkung im Radiofrequenzbereich zu einem Übersprechen auf die Detektionselektronik führte.

Aktuell kommen nun zum Einsatz auf Phasenmodulation optimierte EOMs^b mit einem resonanten Schwingkreis zur Einstellung der Modulationsfrequenz. Diese EOMs bestehen aus zwei in einem Winkel zusammengesetzten Kristallen und verursachen daher geringere intrinsische Polarisierungseffekte. Zur Entkopplung von Radiofrequenzen und zur besseren thermischen Stabilität haben wir die EOMs in einem zusätzlichen Gehäuse eingefasst und nur kleine optische Zugänge offen gelassen. Der resonante Schwingkreis ist wiederum räumlich getrennt davon in einem weiteren Gehäuse eingebaut. Elektrisch sind diese Gehäuse mit SMA-Verbindungen verbunden, welche für die Modulationsfrequenzen von einigen MHz eine geringe Antennenwirkung besitzen.

Für ein besseres Extinktionsverhältnis der Polarisierungen habe ich vor den EOMs Glan-Thompson Polarisatoren^c implementiert, welche ein Extinktionsverhältnis von 100.000:1 bieten und damit um fast drei Größenordnungen stärker unerwünschte Polarisierungen unterdrücken. Die Einstellung des Winkels des Polarisators gegenüber der Polarisationsachse des EOM muss hierbei sorgfältig eingestellt werden. Dies geschah mit Hilfe einer Rechteckspannung, die ich als Offset auf den EOM gegeben habe und somit zu einer künstlich erhöhten RAM geführt hat. So konnte ein anfänglich mehrere Volt großes RAM-Signal auf sub-mV (Oszilloskop-

^a LINOS LM 0202

^b Thorlabs EO-PM-NR-C2

^c Thorlabs EO-GTH5M

limitiert) reduziert werden, entsprechend wenigen Hz bis sub-Hz Frequenzfluktuation verursacht durch Schwankungen im PDH-Fehlersignal. Das entspricht einer Unterdrückung um mehr als drei Größenordnungen. In der Praxis auftretende RAM-Schwankungen liegen im Bereich von wenigen Prozent. Für Frequenzen von mehreren 100 THz entspricht dies relativen Frequenzfluktuationen von 10^{-15} . Mit dem so modifizierten Aufbau konnte ich die passive RAM-Instabilität deutlich verbessern, im aktuellen Aufbau liegt sie bereits in einem Bereich von 10^{-16} und ist damit etwa eine Größenordnung besser als zuvor, siehe Abbildung 4.21, welche durch eine nicht-resonante Messung erkennbar wird. Die aktive RAM-Kompensation reduziert die RAM-Instabilität zusätzlich um einen weiteren Faktor 10^3 , so dass keine Limitierung durch RAM zu erwarten ist.

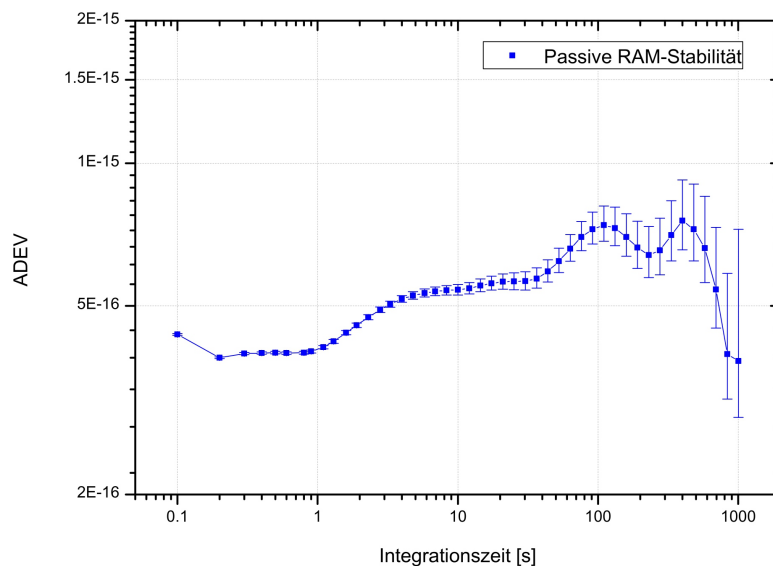


Abbildung 4.21: Die wie im Abschnitt 4.2.5 ermittelte relative Instabilität ohne aktive Kompensation durch residuale Amplitudenmodulation des Lasers am Resonatoraufbau R_1 .

4.2.6 Frequenzgeneratoren

Während der Untersuchungen am Lasersystem R_2 zeigte sich, dass die verwendeten Frequenzgeneratoren zur Erzeugung der AOM-Radiofrequenz (AOM R_2 , siehe Abbildung 4.1) ein limitierender Faktor sind, sofern diese nicht auf die hochstabile Radiofrequenz wie in Abschnitt 4.2.8 stabilisiert sind. Im freilaufenden Betrieb lag die intrinsische Frequenzstabilität in einem Bereich von einigen kHz in 1 Sekunde - und bei unstabiler Amplitude sogar um mehrere MHz bei wenigen Prozent Amplitudenschwankung: Der Grund hierfür ist die Bauweise der Frequenzgenera-

toren, die aus einem Eigenbau aus Spannungsversorgung, Regelung und kommerziellen VCO-Oszillatoren^a zusammensetzten. Die Stabilität des VCO ist dabei stark von der Stabilität der Versorgungsspannung abhängig, welche bereits mit Filtern bestückt wurde. Die Ausgangsfrequenz des spannungsgesteuerten Abschwächers ist abhängig von der Amplitude der Spannung. Da dies Teil der Regelschleife ist, wird dies intern bereits herausgeregelt, jedoch stellt dies zusätzliche Anforderungen an die Regelschleife. Es kann dabei nicht vollständig sichergestellt werden, dass sämtliche Störungen herausgeregelt werden können, speziell wenn optische Störfrequenzen mit elektronischen Regelsignalen übereinstimmen und daher nicht herausgeregelt werden können. Daher habe ich die Frequenzgeneratoren ausgetauscht, so dass bereits intrinsisch (unstabilisiert) eine höhere Frequenzstabilität gewährleistet wird.

4.2.7 Spannungsversorgung

Auf diversen Regelschleifen im Experiment habe ich unerwünschte Störfrequenzen im Bereich der Netzspannung von 50 Hz sowie bei einigen kHz bis etwa 500 kHz beobachtet. Diese Störfrequenzen wurden teilweise durch die aktiven Regelschleifen auf das Laserlicht moduliert und haben es daher degradiert. Aus diesem Grund habe ich großes Augenmerk auf die Auswahl neuer gefilterter Netzteile gelegt sowie die bestehenden Netzteile analysiert. Es stellte sich heraus, dass einige Schaltnetzteile für Störfrequenzen im hohen kHz-Bereich verantwortlich waren. Diese habe ich vom Regelkreis entkoppelt, um eine rauscharme Spannungsversorgung gewährleisten zu können. Die 50 Hz-Modulation der Netzspannung lässt sich hingegen nicht vollständig aus dem System eliminieren und trägt zum Rauschen der Fehlersignale bei. Soweit es möglich war, habe ich elektronische Verbindungen zur Schutzerde reduziert. So habe ich zum Beispiel zusätzliche Netzteile implementiert, um die kritischen Regelschleifen unabhängig von anderen Geräten mit einer eigener Masse zu betreiben. Zusätzlich habe ich bei den kritischen Regelschleifen Filter eingebaut, um den Einfluss der 50 Hz-Modulation zu minimieren, so zum Beispiel bei der Leistungsstabilisierung und der RAM-Stabilisierung geschehen, bei welcher generell eine Regelbandbreite von wenigen Hz ausreichend ist und ich daher einen Tiefpass implementieren konnte.

4.2.8 Untersuchungen zur Distribution der hochstabilen Radiofrequenz am Institut für Quantenoptik

Im Resonatorlabor wird eine hochstabile 10 MHz-Radiofrequenz generiert und von dort ausgehend im Institut als hochstabile RF-Referenz für verschiedene Anwen-

^a Minicircuits PSO 100

dungen verteilt. Das generelle Schema ist in Abbildung 4.22 zu sehen.

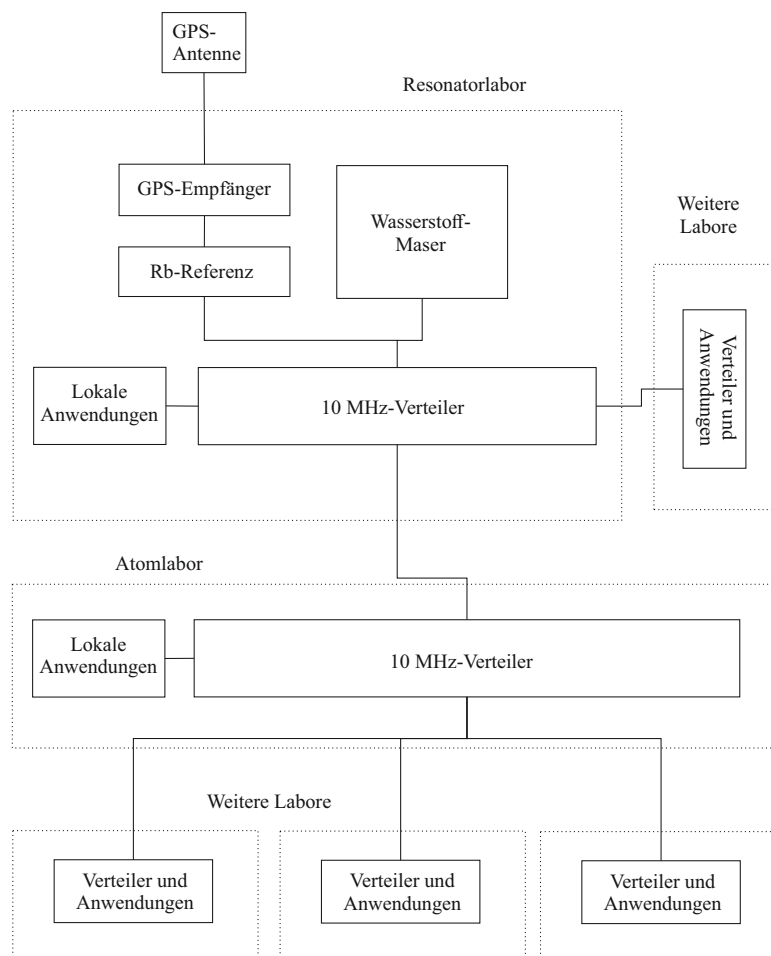


Abbildung 4.22: Schematische Darstellung der Distribution der im Resonatorlabor gebündelten hochstabilen 10 MHz-Referenz. Im Resonatorlabor kommt ein aktiver Verteiler zum Einsatz, im Atomlabor kommt aktuell ein passiver Verteiler zum Einsatz und soll zukünftig ausgetauscht werden gegen ein aktives Modell.

Im Rahmen meiner Arbeit habe ich verschiedene Radiofrequenzgeneratoren auf ihre Eignung untersucht:

- Ein OCXO^a
- Ein GPS-Empfänger^b

^a Oscilloquartz OCXO 8607

^b Geo++ TRE-G3T

- Eine Rb-Referenz^a
- Ein Wasserstoffmaser^b

Ebenfalls habe ich in Zusammenarbeit mit meinen Kollegen die Distribution der hochstabilen 10 MHz-Referenz am Institut selbst untersucht. Die Annahme zur Notwendigkeit einer solchen Untersuchung resultierte aus der Beobachtung, dass die gemessene Laserstabilität im Resonator-Labor (dem Labor, in dem der Uhrenlaser aufgebaut ist), mutmaßlich nicht mit der erwarteten Stabilität am Ort der Interrogation mit den Atomen übereinstimmte. Dies konnte vielfältige Ursachen haben. So führt dies zu Instabilitäten mit der Laserstabilitätsmessung, mit den Radiofrequenzen, welche über AOMs auf die Laserstabilität wirken, mit der Faserstabilisierung bzw. dem Transport des Lichts zwischen den Laboraufbauten, mit der Frequenzverdopplung und hauptsächlich mit der Frequenzmessung selbst. Mit einem sehr empfindlichen Phasenrauschmessgerät^c (-115 dBc @ 1 Hz, -160 dBc @ 1 kHz, -170 dBc ab 10 kHz) habe ich die hochstabile Radiofrequenz sowohl im Resonatorlabor und im Mg-Labor detailliert untersucht. Dabei ließ sich feststellen, dass bereits die Wahl der Verbindungsglieder wie Verteiler, Verstärker, Abschwächer, Adapterstücke und Kabel kritisch ist. Luftzirkulation, Temperaturänderungen erhöhen das Phasenrauschen im akustischen Frequenzbereich, wie auf dem Messgerät in Echtzeit zu sehen ist. Beispielhaft seien hier im Vergleich zwei Messungen in Abbildung 4.23 gezeigt, bei welchen der Unterschied in der Phasenrauschkurve durch eine induzierte mechanische Störung am Kabel (leichtes Wackeln) deutlich wird.

Besser verlegte und fixierte Kabelstränge, Verbindungsstücke und eine verbesserte Isolierung konnten hier Abhilfe schaffen. Komponenten, die das Phasenrauschen deutlich verschlechtern haben, habe ich aufgrund dieser Untersuchungen ausgetauscht. Insbesondere habe ich Verbindungsstücke und Kabel durch besser isolierte Pendants ausgetauscht.

Für eine verbesserte Verteilung der 10 MHz-Referenz sollen nun zusätzlich kommerzielle Verteiler gekauft werden, die eine höhere Isolation zwischen den einzelnen Ausgängen bereit stellen und so potentielle Störungen durch Rückkopplung minimieren und ein geringeres Phasenrauschen aufweisen. Ebenso könnte zukünftig für besonders kritische Anwendungen eine optische Verteilung der Referenzfrequenz in Betracht gezogen werden. Mein Kollege Steffen Sauer hat hierfür die Planung übernommen.

^a Stanford Research Systems FS275

^b Vremya-CH VCH-1006

^c FSWP, Rohde und Schwarz

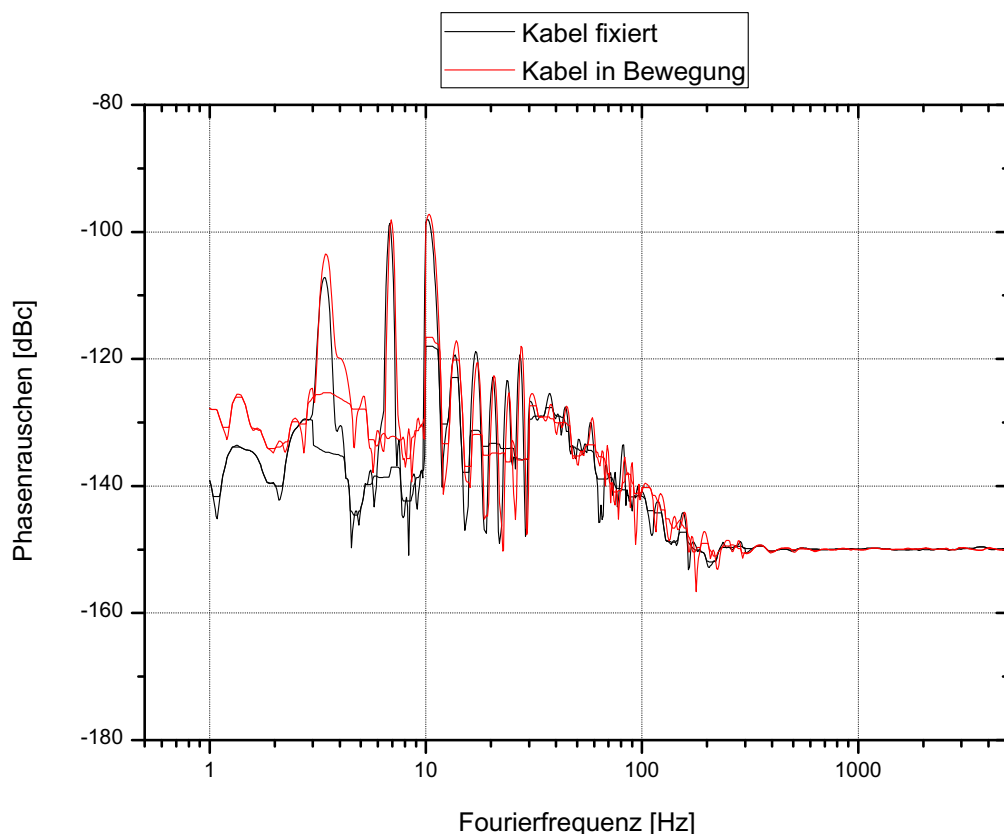


Abbildung 4.23: Zur Demonstration, dass die Distribution der hochstabilen 10 MHz-Referenz sehr fragil ist, habe ich das Phasenrauschen des Oszillators zwischen einem ruhigen Umfeld und einer simulierten regsamen Arbeitsumgebung verglichen. Es ist deutlich eine Abnahme der Phasenstabilität im Bereich zwischen 1 und 10 Hz zu erkennen, welche auf eine Kabelbewegung zurückzuführen ist.

4.2.9 Anbindung an den Magnesium-Frequenzstandard

Die Anbindung an den Magnesium-Frequenzstandard habe ich in Zusammenarbeit mit meinen Kollegen im Rahmen meiner Arbeit verbessert. So habe ich eine Faserstabilisierung implementiert und im Vergleich zur bereits früher vorhandenen Stabilisierung eine verbesserte Steuerungselektronik basierend auf einer Idee von Klaus Zipfel eingebaut, die eine automatische Stabilisierung nach einem Stabilisierungsverlust ermöglicht.

Absorption durch Wasser in der Freistrahlstrecke

In der Freistrahlstrecke der fundamentalen Wellenlänge (und auch im sichtbaren Bereich) findet eine leichte Absorption aufgrund von Wassermolekülen statt, wie

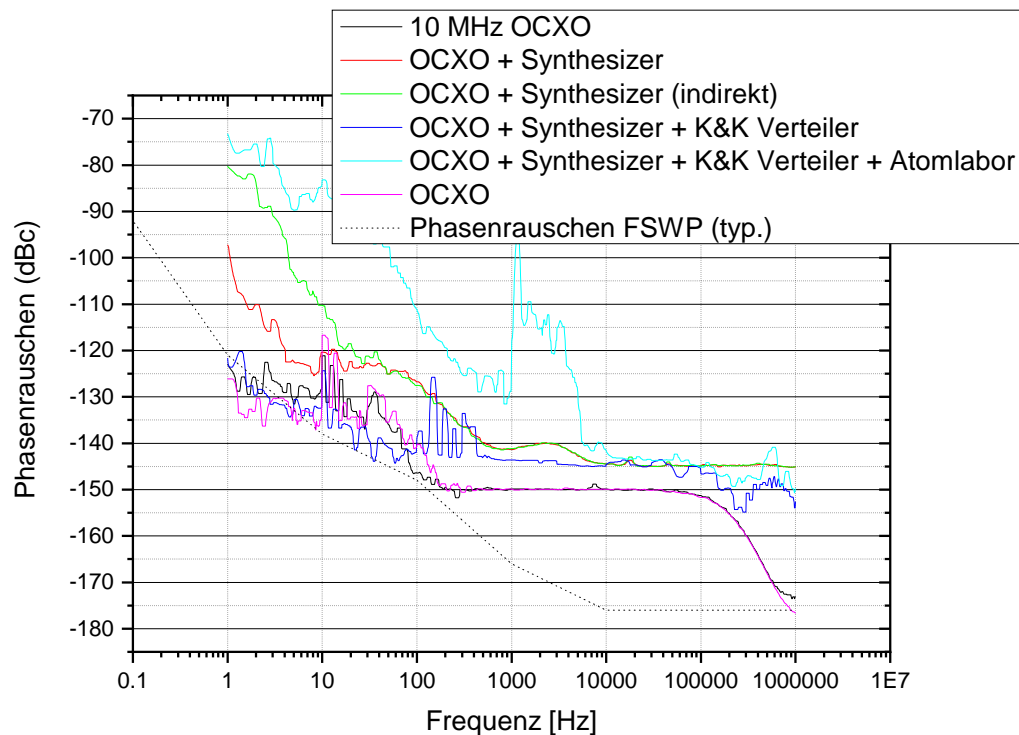


Abbildung 4.24: Vermessung der Phasenstabilität der 10 MHz-Distribution am IQ. Es ist zu erkennen, dass bei höherer Entfernung und zusätzlichen Elementen im Verteilungsweg die Phasenstabilität abnimmt. Der K&K-Verteiler hingegen verbessert aufgrund des implementierten RF-Filters die Rauschleistungsdichte für niedrige Fourierfrequenzen.

in Abbildung 4.25 zu sehen ist. Entsprechend muss diese aufgrund veränderlicher Luftfeuchtigkeit kompensiert werden.

4.2.10 Detektionsrauschen des Schwebungsmessungsaufbaus

Die Gesamtperformance des Lasersystems wird durch einen Selbstvergleich der Einzelsysteme R_1 und R_2 ermittelt. Dazu werden die jeweils unabhängig voneinander stabilisierten Lichtfelder überlagert und mit einer schnellen Photodiode detektiert, wie in Abbildung 4.26 gezeigt. Das Detektionsrauschen dieses Aufbaus ist in Abbildung 4.27 zu erkennen. Mit diesem Aufbau wurde ebenso eine Linienbreitenmessung durchgeführt 4.28, zum Zeitpunkt der Messung lag jedoch unkompenziertes Driftverhalten vor.

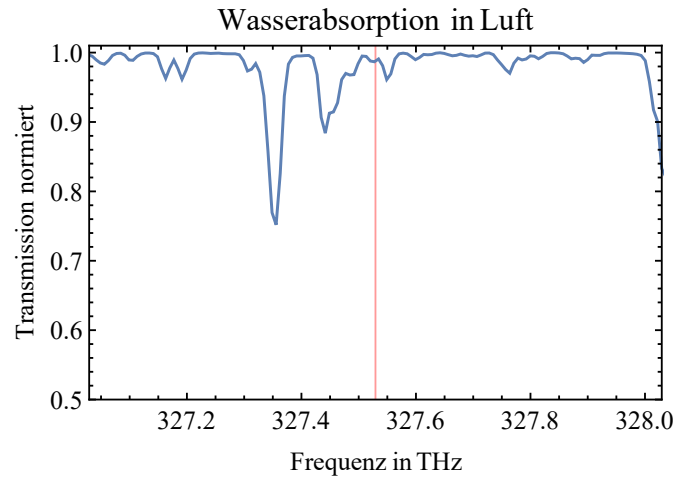


Abbildung 4.25: Absorption von Licht durch Wasserdampf in der Nähe des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Uhrenübergangs von Magnesium-24. In blau ist die Wasserabsorption aus der Datenbank des NIST [80] eingezeichnet, die rote Markierung gibt die Fundamentalfrequenz des Uhrenlasers zum $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergang von ^{24}Mg an.

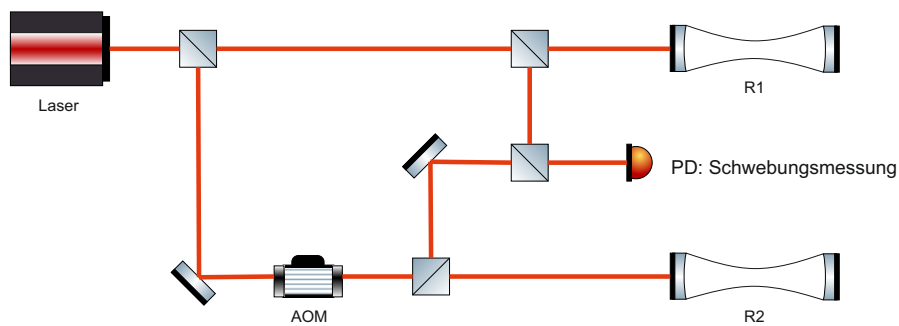


Abbildung 4.26: Schematischer Aufbau der Schwebungsmessung zur Verifizierung der Performance der einzelnen Resonatoren. Eine schnelle und rauscharme Photodiode^a kommt hier zur Detektion zum Einsatz.

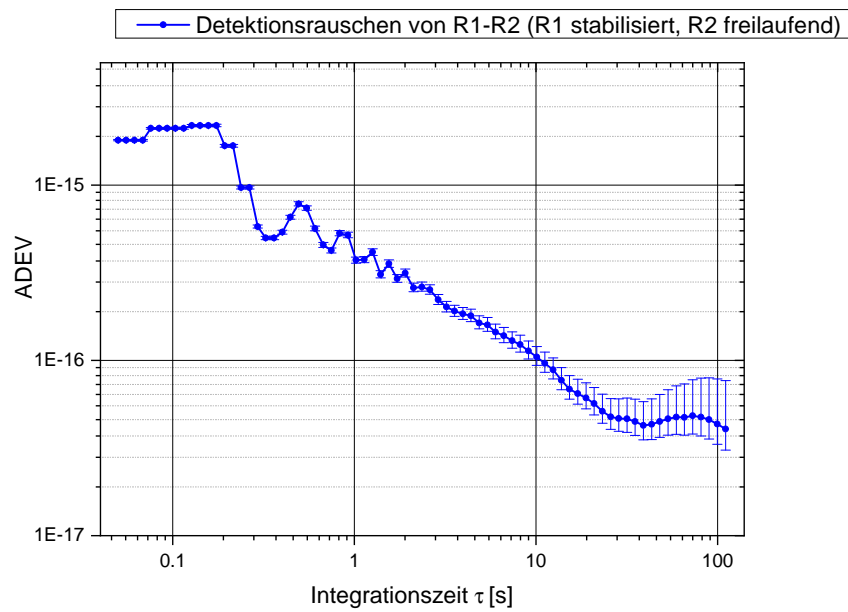


Abbildung 4.27: Einfluss des Detektionsaufbaus auf die gemessene Instabilität zwischen den Systemen R_1 und R_2 . Dazu habe ich den Laser auf das System R_1 stabilisiert und der Strahlpfad für das System R_2 freilaufend vermessen. Daher gehen in die Messung Instabilitäten durch un-kompensierte Strahlwege des R_2 -Pfades in die Messung sowie elektronische Rauschprozesse ein. Im geregelten Betrieb von R_2 fallen aufgrund des in der Schleife liegenden Strahlpfades weitere Rauschbeiträge heraus, so dass die hier ermittelten Werte als oberes Limit angegeben werden können.

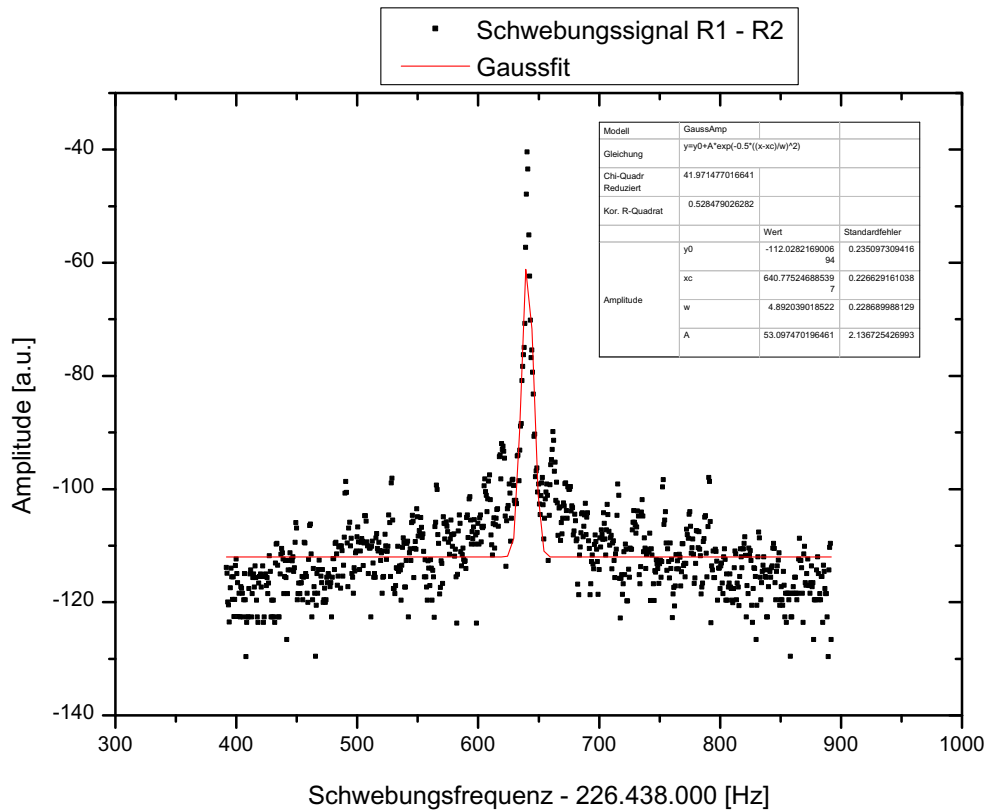


Abbildung 4.28: Mit diesem Aufbau habe ich die Linienbreite des Systems versuchsweise vermessen. Unkompensierte Drifts führten zu einer relativ großen Gauss-Linienbreite von etwa 5 Hz. Es ist stark zu vermuten, dass die zugrundeliegende Linienbreite deutlich geringer ausfällt.

4.3 Gesamtperformance

Bei einem Vergleich zwischen zwei unterschiedlichen Systemen lässt sich zunächst nicht genau identifizieren, welches Lasersystem das limitierende Element ist. So kann ein Laservergleich zwischen zwei Lasern lediglich Aufschluss für ein oberes Limit der Frequenzstabilität beider Lasersysteme geben. Das Differenzsignal gibt nur Aufschluss über die relative Frequenzstabilität. Korrelierte Frequenzinstabilitäten sind nicht auflösbar. Sofern die Performance eines der Systeme bekannt und deutlich besser ist, etwa mehr als ein Faktor $\sqrt{2}$ im gesamten gemessenen (Fourier-)Frequenzbereich, so kann das Resultat des Vergleichs dem schlechteren System zugeordnet werden. Sind die Systeme jedoch baugleich und unterliegen ähnlichen Umwelteinflüssen, kann die Instabilität der beiden Systeme gemittelt werden, die erhaltene Instabilität kann in diesem Fall durch einen Faktor $\sqrt{2}$ geteilt werden. Eine Analyse durch unabhängige Systeme habe ich im Abschnitt 5.3.1 durchgeführt.

Die in diesem Kapitel erlangten Ergebnisse ergeben das in Tabelle 4.1 zusammengefasste Gesamtfehlerbudget.

Die Allan-Standardabweichung eines der besseren Teilabschnitte meiner Messung und der Vergleich zum Vorgängersystem ist in Abbildung 4.29 zu sehen.

Um eine verbesserte Aussagekraft über die Stabilität zu erhalten, habe ich die längere Messreihe in Einzelmessungen unterteilt, die Stabilitäten ermittelt und die Ergebnisse statistisch gemittelt. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.30 zu sehen.

In Abbildung 4.30 ist zu erkennen, dass die Instabilität in Zeitbereichen > 100 Sekunden zunimmt. Dies ist ein Anzeichen, dass es weiterhin Probleme mit einer thermischen Drift gibt, die sich voraussichtlich nur mit einem komplett neu designten System lösen lassen. So ist eine bessere Entkopplung der Vakuumpumpe vom Resonator notwendig, so dass diese keine direkte Wärmebrücke zur abgetrennten Resonator-Kammer bildet. Eine aktive innerhalb der Vakuumkammer implementierte Temperaturstabilisierung kann durch die kürzere Zeitkonstante der Regelung für eine bessere Unterdrückung von thermischen Schwankungen hoher Frequenz sorgen. Für das bereits im Aufbau befindliche Nachfolgesystem meines Kollegen Steffen Sauer ist eine solche aktive Temperaturstabilisierung sowie weitere Verbesserungen basierend auf den Erfahrungen mit dem aktuellen System bereits eingeplant, siehe Abschnitt 7.3.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass sich die Stabilität des Lasers, gerade wenn man sich das Verhalten des Lasers auf längeren Zeitskalen anschaut, dennoch bereits deutlich verbessert hat. Die Instabilität ist in kürzeren Zeitskalen teilweise in einem Bereich des berechneten thermischen Rauschens. Der Laser zeigt außerdem ein geringeres nicht-lineares Driftverhalten bei mittleren Zeitskalen von einigen

	Ursache der Instabilität	Berechnete Instabilität
1	Detektionsrauschen Schwebung	$< 5 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{1}{\tau}$
2	Thermisches Brownsches Rauschen (berechnet)	$3 \cdot 10^{-16}$
3	Leistungsfuktuationen	$< 2 \cdot 10^{-17}$
4	Residuale Amplitudenmodulation (passiv)	$< 8 \cdot 10^{-16}$
5	Residuale Amplitudenmodulation (aktiv)	$< 1 \cdot 10^{-16}$
6	Residuale Vakuum-Druck-Schwankungen	$1 \cdot 10^{-16}$
7	Thermische Instabilität	$1 - 10 \cdot 10^{-17} \cdot \tau$
8	Gesamt-Instabilität	$< 6 \cdot 10^{-16}$ @ $\tau = 1$ s $< 4 \cdot 10^{-16}$ @ $\tau = 4$ s $< 1 \cdot 10^{-15}$ @ $\tau = 10$ s

Tabelle 4.1: Gesamtfehlerbudget des Lasersystems

Dutzend Sekunden, was auf eine Verbesserung der elektronischen und thermischen Stabilisierung hindeutet.

4.3.1 Vergleich der Leistungsfähigkeit mit anderen Systemen

Im Vergleich mit anderen Resonator-stabilisierten Lasersystemen hoher Stabilität erreicht das System Instabilitäten in der Größenordnung der aktuell besten (publizierte) Lasersysteme weltweit, wie in Abbildung 4.31 zusammengefasst. Dies gilt für Zeitbereiche von 100 ms - einige 10 Sekunden, welche für eine Abfrage einer atomaren Referenz der entscheidende Zeitbereich ist. Eine typische Zykluszeit liegt im Bereich weniger Sekunden und die Abfrage des Uhrenübergangs von Neutralatomuhren in einer Rabi-Anregung zwischen um etwa 100 ms (typischerweise zwischen 10 ms und 1 Sekunde).

Um eine bessere Vergleichbarkeit zwischen den unterschiedlichen bestehenden Systemen zu erzielen, müssten im Prinzip von jedem Lasersystem sämtliche Parameter, die entscheidend für die relative Frequenzinstabilität sind, verglichen werden. In erster Linie skaliert die Instabilität wegen (4.2) mit der Länge L des Resonators, welche direkt antiproportional in die Frequenzinstabilität eingeht. Je länger der Resonator, umso besser ist die Performance, sofern die mit der Länge skalierenden Störeffekte noch nicht limitierend werden. Im Hinblick auf diese Tatsache habe ich hier die Instabilitäten der existierenden Lasersysteme hinsichtlich ihrer Länge skaliert. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.32 zu erkennen. In dieser Darstellung ist das Lasersystem aus dieser Arbeit vergleichbar mit den besten Systemen

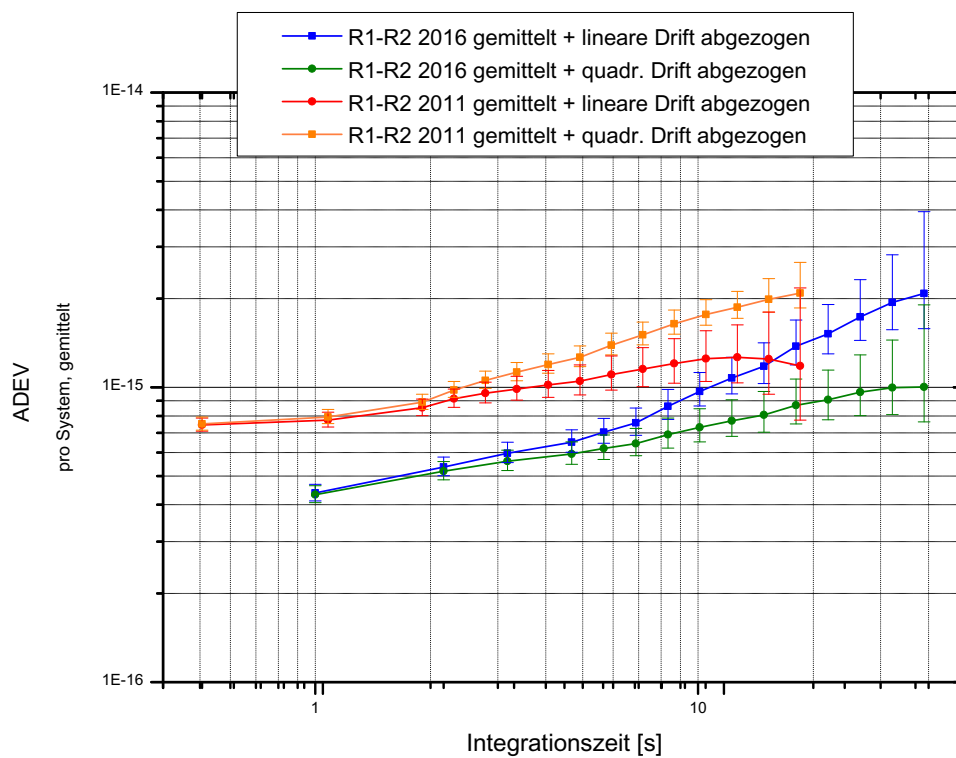


Abbildung 4.29: Vergleich einer der besten Messreihen des verbesserten Lasersystems mit der besten Messung des Vorgängersystems aus [27].

weltweit, lediglich das aufwändige kryogene System des Siliziumresonators [5] ist deutlich besser.

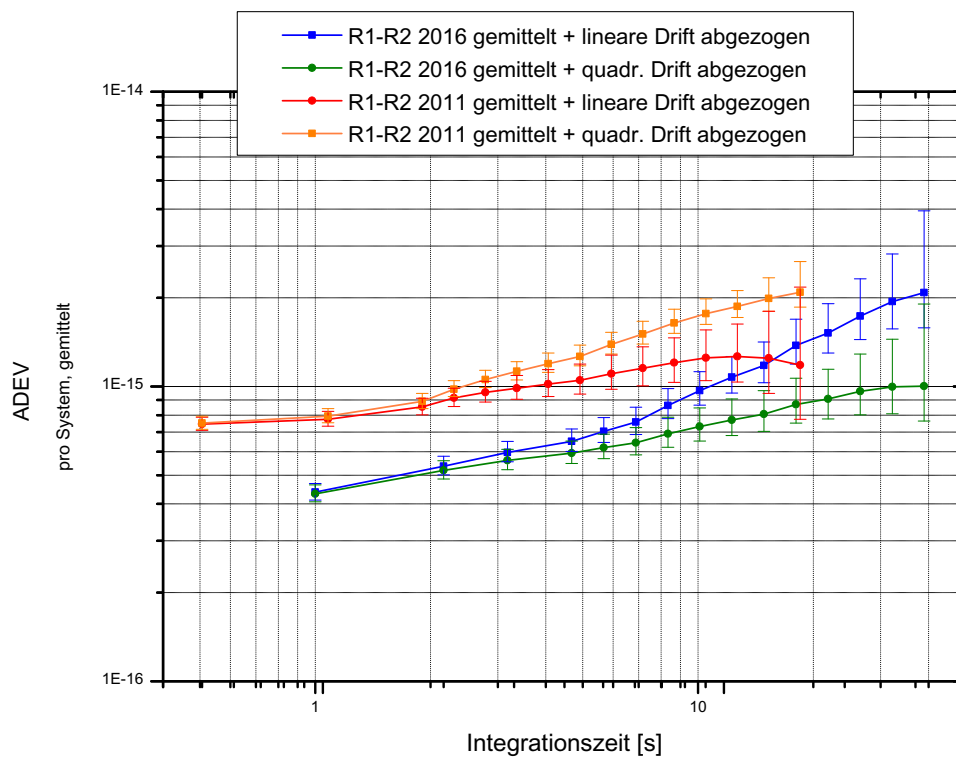


Abbildung 4.30: Vergleich von zwei längeren Messreihen des aktuellen Systems gegen das Vorgängersystem, bei denen ich die Zeitreihen in Abschnitte zu jeweils 80 Sekunden unterteilt habe. Die Daten der Messungen aus Abbildung 4.29 sind in diesem Messreihen enthalten.

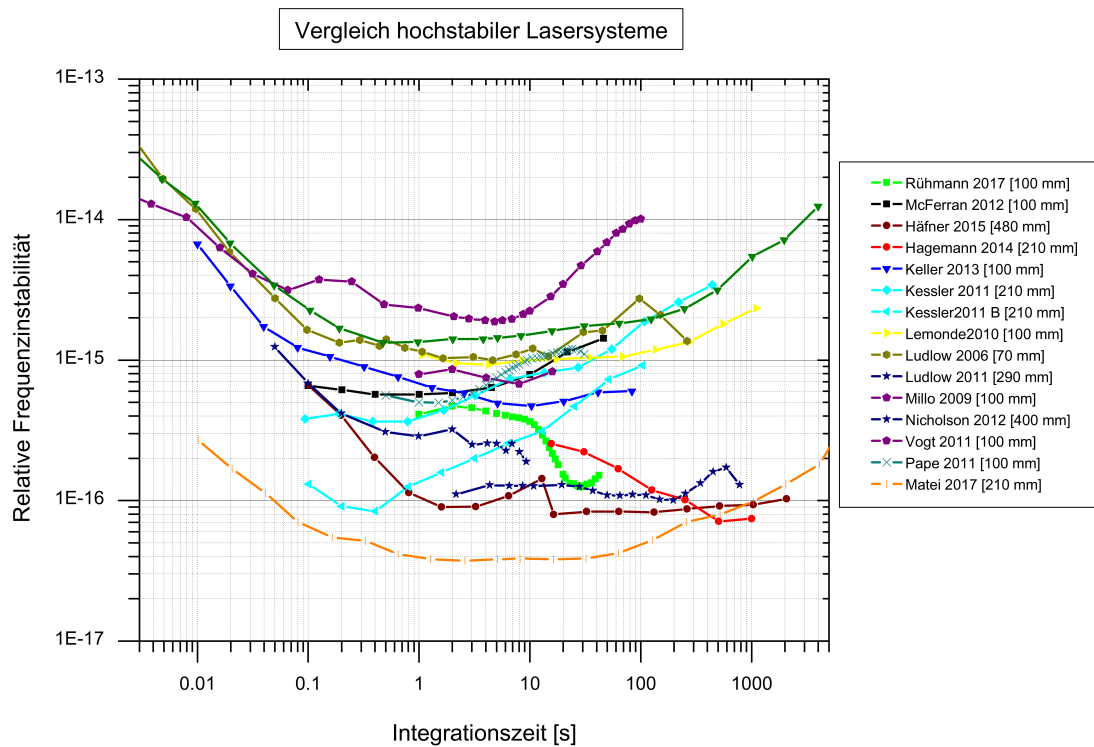


Abbildung 4.31: Vergleich der relativen Instabilitäten verschiedener Lasersysteme mit der besten Performance weltweit nach [5, 27, 67, 81–90] und Ergebnisse meiner Arbeit (Rühmann 2017).

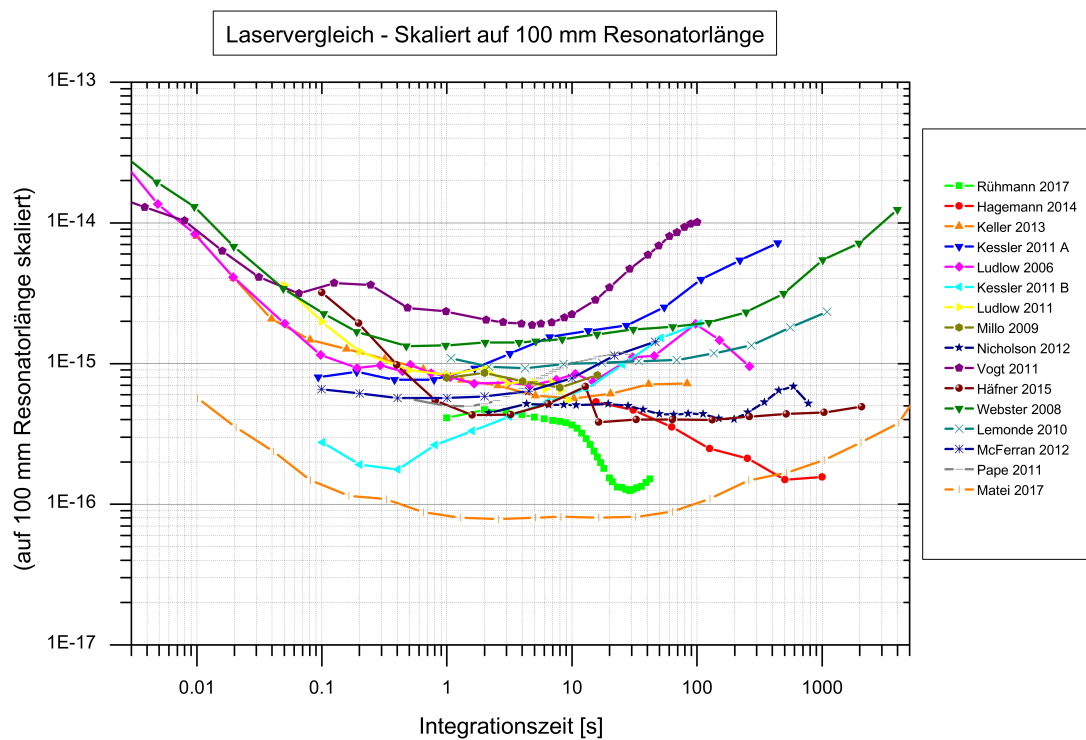


Abbildung 4.32: Hier sind die selben Ergebnisse aufgetragen wie in Abbildung 4.31, jedoch habe ich hier die Performance jedes Systems auf eine einheitliche Resonatorlänge von 100 mm abgeschätzt.

LASERVERGLEICHE MIT HILFE DES FASERLINKS IQ-PTB

Der in dieser Arbeit in Abschnitt 4 beschriebene weiterentwickelte hochstabile Laser habe ich nun mit weiteren Lasersystemen verglichen, um einerseits die Laserperformance dieses Systems zu bestätigen und andererseits die unabhängige Charakterisierung durch andere Lasersysteme zu gewährleisten.

5.0.1 Der Frequenzkamm

Der Frequenzkamm erlaubt die absolute Bestimmung einer Laserfrequenz und einen Vergleich gegen eine unabhängige Referenz. Die Bestimmung der Frequenz einer Zinke des Frequenzkamms im Spektrum wie in Abbildung 5.2 geschieht nach folgender Gleichung:

$$f_n = f_{\text{CEO}} + n \cdot f_{\text{Rep}}, \quad (5.1)$$

wobei die Modennummer m eine natürliche Zahl der Größenordnung 10^6 ist, f_{CEO} die Offset-Frequenz (engl. CEO: Carrier Envelope Offset) und f_{Rep} die Repetitionsrate. f_{CEO} und f_{Rep} liegen dabei im Radiofrequenzbereich bei einigen 10 bzw. 100 MHz und lassen sich daher mit konventionellen elektronischen Mitteln zählen. Die Repetitionsrate f_{Rep} ergibt sich aus der Resonatorlänge L über $f_{\text{Rep}} = c/(nL)$, n ist der Brechungsindex des Lasermediums. In der Praxis wird die Resonatorlänge aktiv stabilisiert und gegen eine Radiofrequenz f_{Referenz} verglichen. Im Resonator läuft ein Puls um, von dem pro Umlauf ein Teil zur Anwendung ausgekoppelt wird. Der zeitliche Abstand der Pulse ergibt sich aus der Resonatorlänge: $\Delta t = nL/c$.

Wird aus dem zeitlichen Verlauf der Pulse die Fourier-Transformierte gebildet, so ergibt sich im Frequenzraum das resultierende Spektrum, siehe Abbildung 5.1.

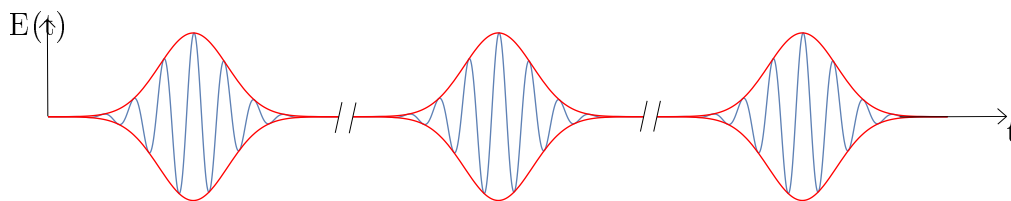


Abbildung 5.1: Zeitliche Abfolge der Pulse eines modengekoppelten Lasers. In rot die Einhüllende der Pulse, in blau die Phasenlage des modengekoppelten Lichtfelds.

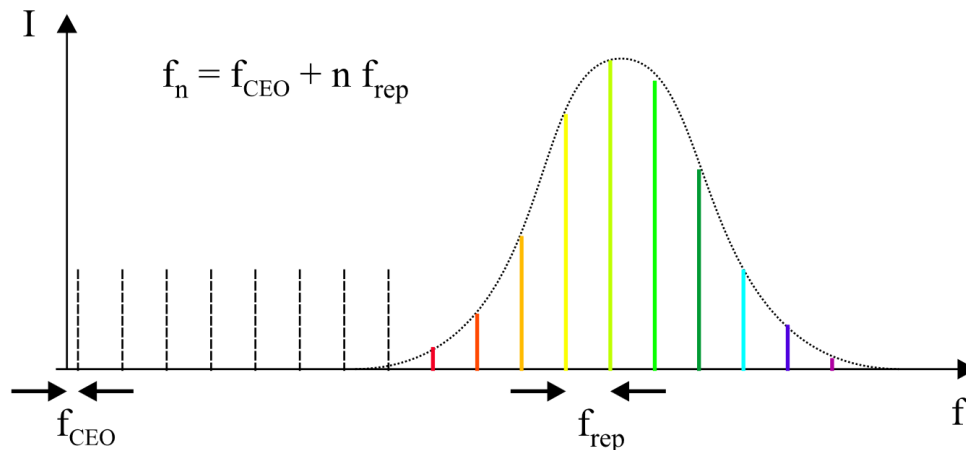


Abbildung 5.2: Die Fouriertransformierte im Frequenzraum mit dem typischen Frequenzkammpektrum, aus [94]. Die Frequenz eines Kammzinkens f_n berechnet sich nach der Kammgleichung (5.1).

Die Repetitionsrate kann mit einer schnellen Photodiode vermessen werden, die in den Strahlengang des Frequenzkamms eingesetzt wird. Die äquidistanten Kammzinken überlagern sich, so dass mit einer Photodiode direkt im Strahlengang die Repetitionsrate gemessen werden kann.

Offset-Bestimmung

Für eine genaue Bestimmung der Laserfrequenz f_{Laser} mit einem “klassischen Frequenzkamm”, wie es für unser Modell der Fall ist, ist die Ermittlung der Offsetfrequenz f_{CEO} notwendig. Es existieren auch Methoden zur Realisierung eines Offsetfreien Frequenzkamms [95, 96].

Für die Bestimmung des Offsets des Frequenzkamms ist es notwendig, dass sich das Spektrum über mindestens eine Oktave erstreckt. Eine Oktave ist (analog wie in der Akustik) ein Frequenzintervall, bei dem von einer Ausgangsfrequenz eine Frequenz im Verhältnis 1:2 verfügbar ist.

Die Bestimmung der Offsetfrequenz geschieht mit dieser Voraussetzung nach folgender Idee:

Die Frequenz jeder Kammzinke setzt sich nach (5.1) zusammen. Nutzt man nun einen frequenzverdoppelnden Prozess und wendet ihn auf die Kammzinken im niederfrequenten Teil des Kammspektrums an, so ergibt sich die Frequenz: $2 \cdot f_m = 2 \cdot (f_{\text{CEO}} + m \cdot f_{\text{Rep}}) = 2 \cdot f_{\text{CEO}} + 2 \cdot m \cdot f_{\text{Rep}}$. Überlagert man diese Kammzinke mit der um eine Oktave erhöhten fundamentalen Kammzinke f_{2m} mit der Modennummer $2 \cdot m$, so ergibt sich eine Schwebungsfrequenz mit der Differenz $2 \cdot f_m - f_{2m} = 2 \cdot f_{\text{CEO}} + 2 \cdot m \cdot f_{\text{Rep}} - f_{\text{CEO}} + 2 \cdot m \cdot f_{\text{Rep}} = f_{\text{CEO}}$.

In diesem sogenannten f-2f-Interferometer wird ein nichtlineares Medium genutzt,

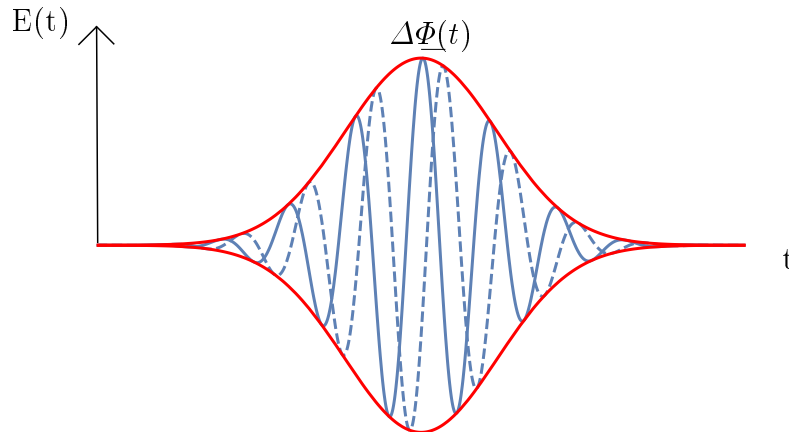


Abbildung 5.3: Der Ursprung der Offset-Phase von f_{CEO} liegt in der Phasenlage des modengekoppelten Spektrums gegenüber der Einhüllenden des Pulses.

beispielsweise ein BBO-Kristall ^a, welcher direkt in den Strahlengang des oktavenbreiten Kammspektrums eingebracht wird. Im Kristall findet durch den \mathcal{X}^2 -Prozess eine Frequenzverdopplung statt. Häufig muss dafür das Licht zunächst verstärkt werden, da die Effizienz dieses Prozesses quadratisch von der Leistung abhängt. Die räumliche Überlagerung der Spektren ist bei dieser Methode direkt gegeben, da das fundamentale und das frequenzverdoppelte Licht den selben Strahlengang durchlaufen. Lediglich die korrekte Phasenbeziehung und Polarisation müssen sichergestellt werden, damit ein nutzbares Signal entstehen kann. Bei alternativen Methoden muss möglicherweise zusätzlich mit einer Verzögerungsstrecke die longitudinale Überlagerung der Pulse sichergestellt werden. Generell gilt, dass nicht nur zwei Kammzinken miteinander eine Schwebung erzeugen, sondern ein breites Kammzinkenensemble, entsprechend der Breite des Spektrums, die über eine Oktave hinaus geht. Für präzise Langzeitmessungen ist eine zusätzliche Stabilisierung von f_{CEO} notwendig, wie wir es in unserem Labor realisiert haben mit einer Phasenbindung durch eine Modulation des optischen Verstärkers für das f-2f-Interferometer.

^a Bariumborat

5.0.2 Bestimmung einer Laserfrequenz mit dem Frequenzkamm

Folgende Gleichung beschreibt, wie eine beliebige (spektral mit dem Frequenzkamm überlappende) Laserfrequenz f_{Laser} mit einem Frequenzkamm bestimmt wird:

$$f_{\text{Laser}} = f_{\text{CEO}} + m \cdot f_{\text{Rep}} + f_B \quad (5.2)$$

bzw. mit Gleichung (5.1):

$$f_{\text{Laser}} = f_n + f_B. \quad (5.3)$$

Dabei ist f_B die Schwebungsfrequenz des zu untersuchenden Lasers mit der in der Frequenz nächstliegenden Frequenzkammlinie f_m . Damit gilt: $f_B = |f_{\text{Laser}} - f_m|$, wobei $f_{\text{Laser}} \cong f_m$. Die Schwebung f_B ist in der Größenordnung von wenigen MHz (zumindest kleiner als f_{Rep}), so dass diese Frequenz mit konventionellen elektronischen Mitteln zählbar ist.

Da die Modennummer einer Kammzinke zunächst unbekannt ist wird die unbekannte Laserfrequenz f_{Laser} zunächst mit einem Wellenlängenmessgerät grob bestimmt, so dass die Modennummer m der folgend genutzten Kammzinke bestimmt werden kann. Erforderlich hierfür ist eine Unsicherheit des Wellenlängenmessgeräts besser als die Repratenfrequenz f_{Rep} , die für die meisten Frequenzkammmodelle im Bereich von 80 - 400 MHz liegt.

Die einzelnen Frequenzen f_{CEO} , f_{Rep} und f_B lassen sich mit Frequenzzählern in digitale Signale umwandeln. Daraus lässt sich die Laserfrequenz f_{Laser} mit Gleichung (5.2) berechnen.

Stabilitätsanalyse eines Lasers mit einem optischen Frequenzkammgenerator

Eine mit einem Frequenzkamm erzeugte optische Schwebung kann dazu benutzt werden, die Stabilität eines Lasers zu bestimmen. Da der Kamm auf eine externe Referenz phasenstabilisiert wird, können auch die einzelnen Kammzinken prinzipiell so stabil sein wie die externe Referenz und können daher als Frequenzreferenz genutzt werden. Aktuell werden häufig Wasserstoffmaser, oft kurz H-Maser^a genannt als Frequenzreferenz genutzt, da diese Radiofrequenzen liefern, welche sich direkt mit elektronischen Standardkomponenten messen und für eine elektronische Stabilisierung nutzen lassen. Über die phasenkohärente Anbindung dieser RF-Referenz an den Frequenzkamm, wird die Stabilität der RF-Referenz in den optischen Bereich übertragen. Die aktuell besten Maser haben Stabilitäten im Bereich von 10^{-14} in 1 Sekunde^b und ermöglichen so Linienbreitenmessungen von

^a aus dem Englischen: Hydrogen Maser

^b Vremya-Ch VCH-103

wenigen Hz bei optischen Frequenzen.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den Frequenzkamm direkt im optischen Bereich zu stabilisieren mit einer hochstabilen optischen Referenz. Hierfür bieten sich Laser im Bereich von $1,55\ \mu\text{m}$ an, da dies auch die fundamentale Wellenlänge vieler Frequenzkämme darstellt aufgrund der Verfügbarkeit entsprechender modengekoppelter Faserlaser. Beispielhaft sei hier der Erbium-dotierte Faserlaser genannt. Außerdem sind für diese Wellenlänge viele optische Bauteile, speziell auch faseroptische Bauteile, kommerziell relativ kostengünstig verfügbar, da dies die Telekommunikationswellenlänge ist, bei der optische Glasfasern sehr geringe Verluste besitzen. Eine optische Referenz kann wegen (1.1) prinzipiell eine höhere Frequenzstabilität als eine Mikrowellenreferenz bieten und ist daher auch als Referenz für Laservergleiche vorzuziehen. Mikrowellenreferenzen lassen sich relativ einfach atomar referenzieren, bieten eine intrinsische Genauigkeit und sind daher für Langzeitmessungen besser geeignet.

5.1 Laservergleiche mit dem Frequenzkamm am IQ

Um den Mg-Uhrenlaser mit Lasern bei der Telekomwellenlänge zu vergleichen ist es notwendig, das fundamentale Spektrum des Frequenzkamms, welches für unseren Kamm etwa 70 nm breit ist, zu erweitern. Dies geschieht in der Praxis mit einer Frequenzverdopplung des fundamentalen Spektrums und einer zusätzlichen Verbreiterung durch eine Photonische Kristallfaser (PCF^a).

Da für eine Vergleichsmessung des Mg-Uhrenlasers das frequenzverdoppelte Kammspektrum und für den Referenzlaser bei der Telekomwellenlänge das fundamentale Kammspektrum genutzt wird, muss die Gleichung (5.5) zur Bestimmung der virtuellen Schwebungsmessung leicht modifiziert werden. Die Laserfrequenz des Uhrenlasers muss entsprechend mit der doppelten Frequenz f_{CEO} berechnet werden:

$$f_{\text{L}} = 2 \cdot f_{\text{CEO}} + m \cdot f_{\text{Rep}} + f_{\text{B}}. \quad (5.4)$$

Das entsprechende Schema eines solchen Vergleichs ist in Abbildung 5.4 zu sehen.

5.1.1 Virtuelle Schwebungsmessung

Mit einem Frequenzkamm lassen sich mehrere Laser L_i , $i \in \mathbb{N}$, miteinander vergleichen, auch wenn deren Frequenzdifferenz nicht direkt durch optische Methoden in einer Schwebungsmessung messbar ist. Im Folgenden werden der Übersichtlichkeit halber zwei Laser L_i , $i \in \{1,2\}$ betrachtet, ein Vergleich mit weiteren Lasern berechnet sich analog. Für einen Laservergleich mit einem Frequenzkamm werden

^a engl. photonic crystal fiber

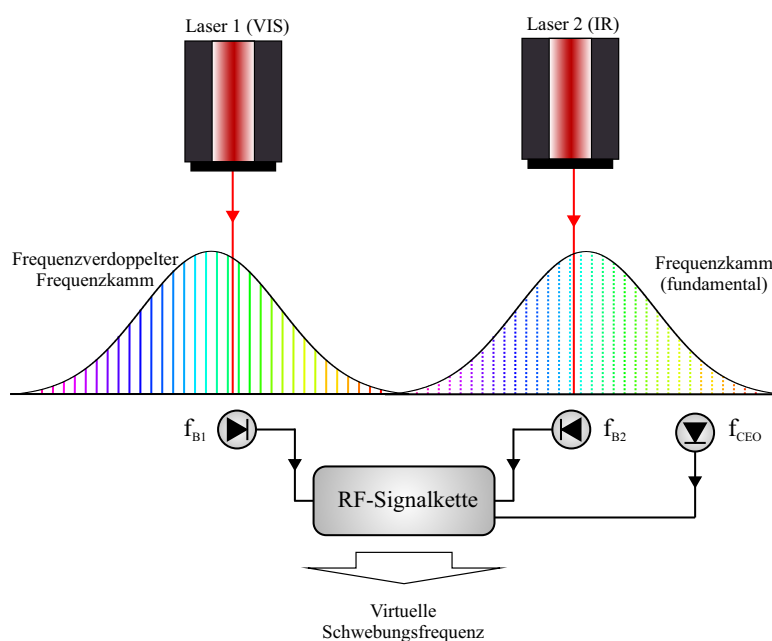


Abbildung 5.4: Schematischer Aufbau eines Frequenzvergleichs mit einem Laser bei sichtbarer Wellenlänge mit einem Laser bei der Telekomwellenlänge.

zunächst die Laser-Frequenzen f_{L_1} und f_{L_2} mit dem Frequenzkamm bestimmt. Es lässt sich ein Aufbau ähnlich wie in Abbildung 5.5 realisieren, dessen Ausgabe die relative Schwebungsfrequenz $f_{VB} = f_{L_2} - f_{L_1}$ im Radiofrequenzbereich generiert, die mit einem Zähler gezählt werden kann.

f_{B_1} und f_{B_2} sind die jeweiligen Schwebungsfrequenzen der beiden Laser mit dem Frequenzkamm.

Außerdem lässt sich durch die Aufzeichnung der relevanten Frequenzen f_{CEO} , f_{B_1} und f_{B_2} die virtuelle Schwebungsfrequenz berechnen, die Repratenfrequenz f_{Rep} fällt im Resultat heraus.

Sie ergibt sich aus der Differenz der Laserfrequenzen $f_{L_1} - f_{L_2}$ und den zugehörigen Kammgleichungen (5.2) nach folgender Rechnung:

$$\begin{aligned}
 f_{VB} &= f_{L_1} - f_{L_2} \\
 &= [f_{CEO} + m_1 \cdot f_{Rep} + f_{B_1}] \\
 &\quad - [f_{CEO} + m_2 \cdot f_{Rep} + f_{B_2}].
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Die Frequenz f_{CEO} wird kontinuierlich gemessen und kann entsprechend von den jeweiligen Laserfrequenzen f_{L_i} abgezogen werden. Das kann nach Belieben entweder Hardware-basiert durch einen geeigneten elektronischen Aufbau oder Software-basiert durch eine nachträgliche Berechnung geschehen. Für eine Hardware-seitige

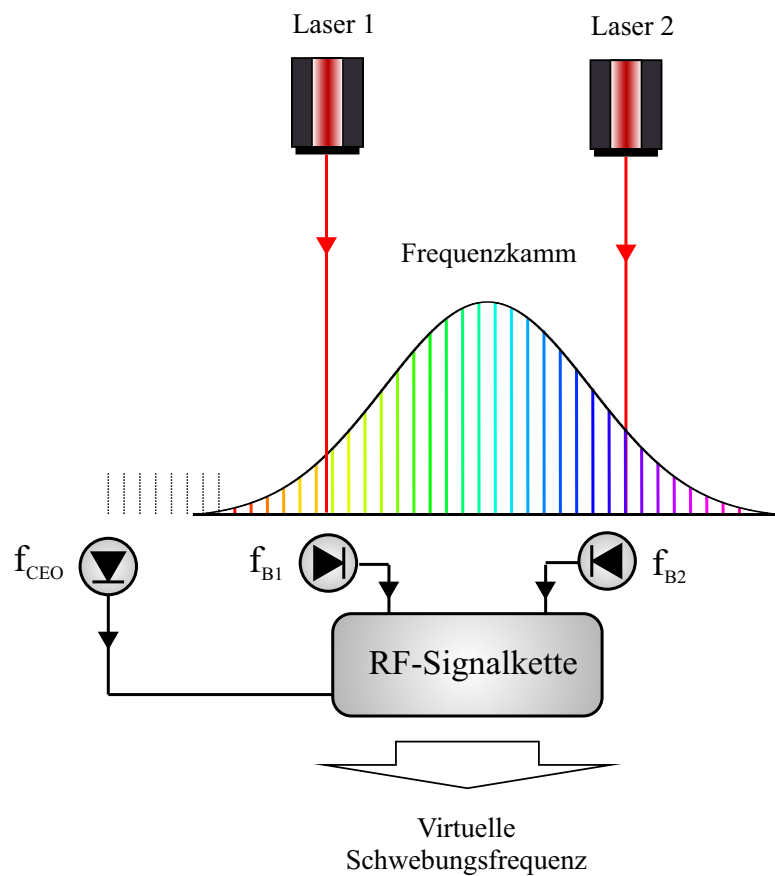


Abbildung 5.5: Schematischer Versuchsaufbau für einen Laservergleich mit Hilfe eines optischen Frequenzkamms. Jeder Laser wird dazu mit einer in der Frequenz naheliegenden Kammzinke verglichen. Mit Hilfe einer RF-Signalkette können die beiden Laser in einer virtuellen Schwebungsmessung miteinander verglichen werden.

Reduzierung von f_{CEO} benötigt man einen Frequenzmischer und bei Bedarf Radiofrequenzverstärker, welches handelsübliches Laborequipment einer Metrologieeinrichtung darstellt und daher leicht implementiert werden kann. Ein elektronischer Radiofrequenzmischer generiert dabei die Summen- und Differenzfrequenzen aus zwei Radiofrequenzen, so dass aus der Differenzbildung die Frequenz f_{CEO} abgezogen werden kann.

Nun möchte man auch den Einfluss der Repetitionsratenfrequenz f_{Rep} herausrechnen, um so ein Schwebungssignal zu erhalten, das ausschließlich von den beteiligten zu untersuchenden Lasern abhängt.

Dazu folgender Grundgedanke:

Da die einzelnen Kammzinken phasenkohärent zueinander sind, wird entsprechend auch das Phasen- bzw. Frequenzrauschen mit der Anzahl der Modenummern m hochskaliert, da das Rauschen proportional zur Trägerfrequenz ist. Bis auf das

Rauschen der Offsetfrequenz f_{CEO} , welches für alle Kammzinken gleich ist, sind in der Regel zusätzliche Rauschprozesse vernachlässigbar, die auf einzelne Kammzinken wirken. Das Verhältnis des Frequenzrauschens einer n -ten Kammmode zu einer m -ten Kammmode ist aufgrund der Frequenzproportionalität entsprechend n/m . Die virtuelle Schwebung setzt sich nach Gleichung (5.5) wie folgt zusammen:

$$f_{\text{VB}} = f_{L_1} - f_{L_2} = (m_1 - m_2) \cdot f_{\text{Rep}} + f_{B_1} - f_{B_2}. \quad (5.6)$$

Das Frequenzrauschen S_x der Schwebungsfrequenzen f_{B_i} setzt sich dabei entsprechend des obigen Sachverhalts aus dem Frequenzrauschen des jeweiligen Lasers f_{L_i} und des Rauschens der beteiligten Kammzinken f_{m_i} zusammen, welche wiederum vom Rauschen der Frequenzreferenz abhängen. Die Instabilität der Frequenzreferenz überträgt sich entsprechend in den optischen Bereich durch Hochskalierung der Repetitionsrate, theoretisch in vernachlässigbarer Weise auch durch die Stabilisierung der Offset-Frequenz.

Im Rahmen meiner Arbeit habe ich einen entsprechenden Hardware-basierten Aufbau einer virtuellen Schwebungsmessung entwickelt und aufgebaut. In Zusammenarbeit mit meinem Kollegen Steffen Sauer haben wir diesen weiter optimiert und als eigenständiges Projekt in einem Gehäuse eingebaut. Eine Skizze des vollständigen Aufbaus findet sich im Anhang 5.6.

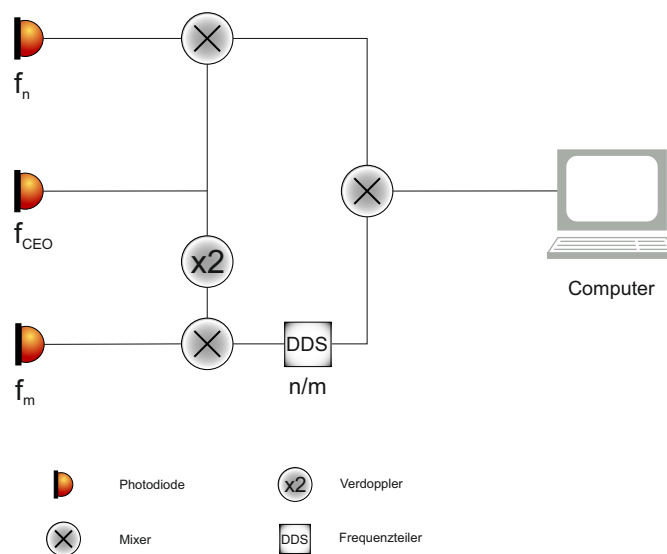


Abbildung 5.6: Schematischer Aufbau der elektronischen Verarbeitung der jeweiligen Schwebungssignale zu einem virtuellen Schwebungssignal zwischen zwei Lasern.

Im Ergebnis bedeutet das, dass sich bei der Erzeugung und Berechnung des virtuellen Schwebungssignals die Repetitionsratenfrequenz und die Offsetfrequenz

$$f_{L_1} = m_1 f_{\text{Rep}} + f_{\text{CEO}} + f_{B_1} ,$$

$$f_{L_2} = m_2 f_{\text{Rep}} + f_{\text{CEO}} + f_{B_2} ,$$

$$f_1 = f_{\text{CEO}} + f_{B_1} ,$$

$$f_2 = \frac{m_1}{m_2} (f_{\text{CEO}} + f_{B_2}) ,$$

$$f_{\text{VB}} = f_1 - f_2 = f_{L_1} - \frac{m_1}{m_2} f_{L_2} .$$

aufheben und daher deren Einfluss auf die Stabilität vernachlässigbar wird und so prinzipiell der Frequenzkamm die Vergleichsmessung nicht limitiert. In der Praxis existieren selbstverständlich dennoch Limitierungen, wie zum Beispiel aufgrund von Rauschprozessen der Elektronik oder Phasenfluktuationen im Lichtfeld. Für aktuelle Atomuhren ist dies prinzipiell noch nicht relevant und lässt sich teilweise mit weiteren Maßnahmen weiter unterdrücken. Auf jeden Fall ist ein optischer Frequenzkamm aufgrund seiner hervorragenden Eigenschaften ein unverzichtbares und vielseitig einsetzbares Werkzeug in einer Metrologieeinrichtung.

5.1.2 Virtuelle Schwebungsmessung: Vergleich zwischen der Hardware-basierten Schwebung und der Software-basierten berechneten Schwebung

Ich habe im Folgenden den Einfluss unseres Hardware-basierten Aufbaus mit dem Software-basierten Vergleich mit einer nachträglichen Berechnung (Post-Processing) auf Basis der direkten Schwebungsfrequenzen der Laser gegen den Frequenzkamm verglichen. Aufgrund diverser elektronischer Komponenten, welche zusätzlich im Hardware-basierten Aufbau integriert sind, kann die Hardware-basierte Methode prinzipiell ein höheres elektronisches Rauschen beinhalten. Die Vorteile sind hingegen ein nach einmaliger Implementierung geringerer Aufwand aufgrund der einfacheren Berechnung und der Notwendigkeit lediglich eines Frequenzzählers. Die virtuelle Schwebung lässt sich so außerdem in Echtzeit beobachten und das Schwebungssignal kann direkt mit einem Spektrumanalysator untersucht werden. Die Phase des Schwebungssignals ist direkt messbar und eine Transferstabilisierung eines weiteren Lasers über eine Phasenanbindung ist damit möglich. Hingegen lässt sich die berechnete virtuelle Schwebung nur nachträglich an einem Computer realisieren. Da hier sämtliche Schwebungssignale aufgezeichnet werden müssen, ist der technische und rechnerische Aufwand erhöht, jedoch lassen sich aus den aufgezeichneten Signalen ebenso eine Charakterisierung der einzelnen Schwe-

bungssignale realisieren. In Abbildung 5.7 ist das Zeitsignal der Schwebungsmessung aufgetragen.

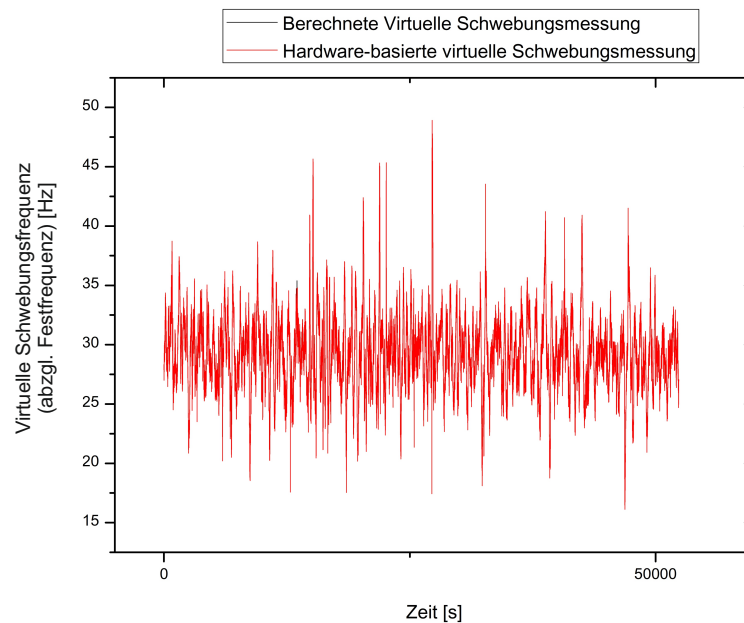


Abbildung 5.7: Hier sind die Hardware-basierte Schwebungsmessung und die berechnete virtuelle Schwebung aus den direkten Schwebungsmessungen der jeweiligen Laser mit dem Frequenzkamm aufgetragen. Die Hardware-basierte Schwebungsmessung verschwindet hier komplett hinter der berechneten virtuellen Schwebung, da auf dieser Auflösung die beiden genau überlagert sind. In Abbildung 5.8 ist die Differenz aus beiden Signalen gebildet worden, um die Unterschiede sichtbar zu machen.

In Abbildung 5.8 ist gut zu erkennen, dass der Unterschied zwischen den beiden Methoden geringer als 10 mHz ist und daher in einem Instabilitätsbereich von $5 \cdot 10^{-17}$ in 1 Sekunde bezogen auf die Telekomwellenlänge nicht limitierend ist. Prinzipiell ermöglicht die nachträgliche Berechnung der virtuellen Schwebung eine bessere Instabilität aufgrund der reduzierten Anzahl elektronischer Komponenten, ist dafür keine Echtzeitmessung und es lässt sich kein hochaufgelöstes Spektrum daraus erstellen, da zumindest die hier genutzten Zähler lediglich Intervalle von > 1 ms zulassen.

5.1.3 Laservergleich gegen das transportable Lasersystem der PTB am IQ

Zur Charakterisierung der neu implementierten Faserverbindung zwischen der PTB und dem IQ wurde am IQ ein transportables Lasersystem im Resonatorlabor aufgestellt. Dieses System basiert auf dem Konzept [87, 97], bietet eine Kurzzeitstabilität im Bereich von $< 2 \cdot 10^{-15}$ im Bereich von 1 - 100 Sekunden und ist als mobile

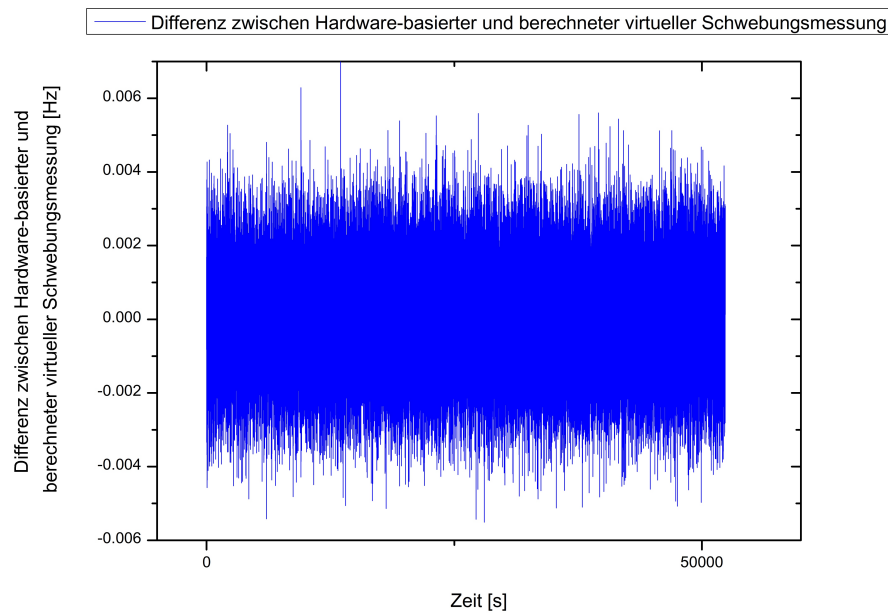


Abbildung 5.8: Vergleich im Zeitsignal der Hardware-basierten virtuellen Schwebungsmessung gegen die berechnete virtuelle Schwebungsmessung. Die Differenzen betragen weniger als 10 mHz und sind daher vernachlässigbar. Beide Methoden eignen sich daher für eine Frequenzmessung.

Plattform außerdem optimiert auf eine geringe Drift von wenigen $\frac{\text{mHz}}{\text{s}}$.

Der Vergleich des Mg-Uhrenlasers mit dem transportablen Lasersystem ergibt eine Instabilität beider Laser auf einem niedrigen 10^{-15} -Level im Bereich weniger Sekunden. Die Kurzzeitinstabilität des transportablen Lasersystems wirkt hier limitierend, hingegen ist die Langzeitstabilität (ab einigen Dutzend Sekunden) des Mg-Uhrenlasers limitierend. Der Vergleich des Mg-Uhrenlasersystems mit dem transportablen Lasersystem der PTB bestätigt eine obere Grenze der Performance des Mg-Uhrenlasersystems.

5.2 Laservergleiche über den Faserlink zwischen der PTB und dem IQ

Im Laufe dieser Arbeit wurde der Faserlink zwischen der PTB und dem IQ reaktiviert und verbessert. An beiden Standorten wurden gegenüber der letzten Frequenzmessung mit dem Know-How der PTB diverse Optimierungen implementiert, welche die Stabilisierung der Faser verbessern gegenüber der zuvor installierten Faserstabilisierung [98, 99]. Eine Stabilisierung der Faserstrecke bzw. des Lichtfeldes

ist notwendig, da dem Lichtfeld Störmodulationen aufgeprägt werden, da es auf dem Weg den Rauschprozessen der Faserverbindung ausgesetzt ist.

Eine technische Grenze einer bisher üblichen Methode ist hierbei die Faserlänge, die über das Inverse der Lichtlaufzeit die Regelbandbreite begrenzt. Eine gute passive Stabilität der verlegten Glasfaser oder zusätzliche Zwischenstationen können diese Limits teilweise reduzieren.

Die hier genutzte Faserstabilisierungsmethode wurde in der Gruppe von Gesine Grosche in der PTB entwickelt und umgeht diese Laufzeitlimitierung größtenteils [28]. Dazu wird moduliertes Licht von der PTB über die Glasfaserverbindung zwischen PTB und IQ gesandt, welches am IQ aufgeteilt wird, moduliert, detektiert, für die Anwendung ausgekoppelt und teilweise zurück reflektiert wird. Dies geschieht in der sogenannten "Many-Point-Box". Das zurück reflektierte Licht dient dabei als Träger des Fehlersignals für die aktive Faserstabilisierung, so dass ein stabiles Lichtfeld generiert wird. Dies kann prinzipiell an einem beliebigen Punkt einer bestehenden stabilisierten Faserverbindung implementiert werden.

Die aktuelle Stabilität der Faserverbindung beträgt etwa $4 \cdot 10^{-17} 1/\sqrt{\tau}$ und ist daher für Vergleiche aktueller Lasersysteme bei 10^{-16} in 1 s nicht limitierend. Für einen Langzeitvergleich (> 1000 s) noch besserer Lasersysteme und Frequenzstandards ist dies in der näheren Zukunft ausreichend.

Die in diesem Aufbau resultierende Stabilität legt nahe, dass ein Einfluss des

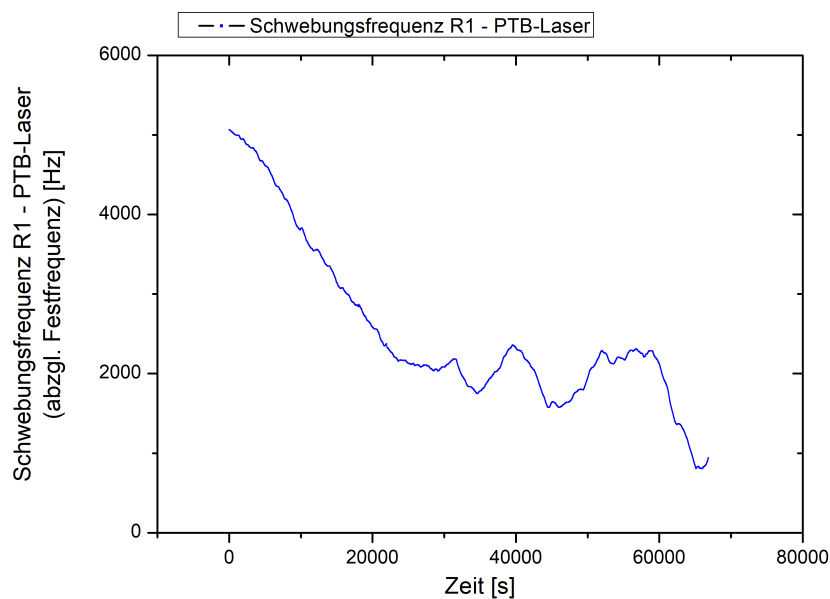


Abbildung 5.9: Eine Langzeitmessung des verbesserten Uhrenlasers am IQ gegen die Cs-Fontänen-Atomuhr stabilisierte Referenz an der PTB. Die maximale Driftrate liegt hier bei etwa 150 mHz/s und die durchschnittliche Driftrate bei etwa 90 mHz/s.

Faserlinks bei einer Frequenzmessung eines aktuellen Frequenzstandards keinen nennenswerten Einfluss besitzt und auch für einen zukünftigen verbesserten Frequenzstandard ausreichend ist. Selbst ein direkter Laservergleich hochpräziser Systeme im Kurzzeitbereich von einigen Millisekunden ist damit möglich. Solch ein Laservergleich wie in Abbildung 5.9 dient unter anderem den Vorbereitungen für die Frequenzmessung des Magnesium-Frequenzstandards und kann als solcher bereits als ein Prototyp der angestrebten Frequenzmessung angesehen werden. Für eine qualitative Frequenzmessung ist im Weiteren eine schmale Linienbreite der atomaren Referenz des Mg-Frequenzstandards sowie eine hochstabile Uhr wie [16] auf Seiten der PTB als Referenz notwendig, um eine schnelle Mittelung für eine aussagekräftige statistische Auswertung zu gewährleisten.

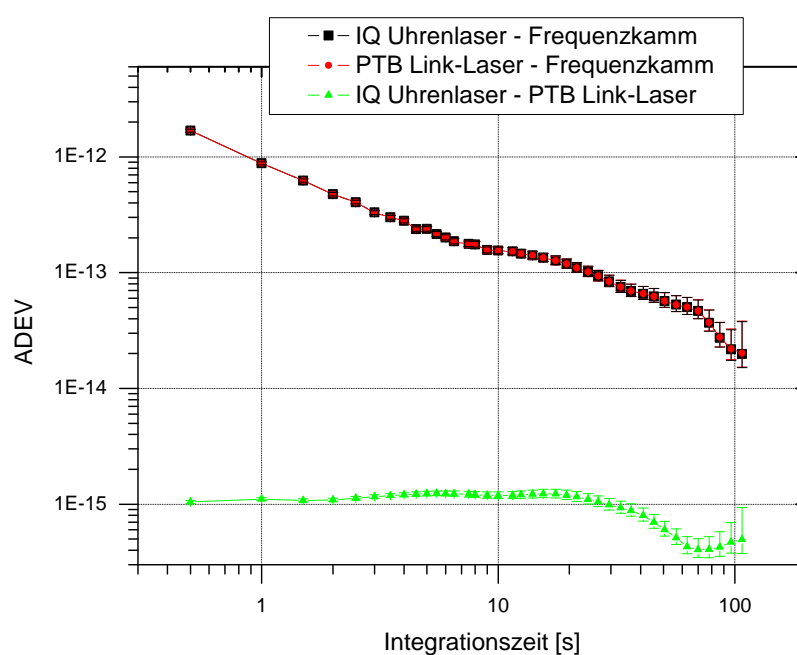


Abbildung 5.10: Direkter Vergleich der oberen Grenze der Stabilität der beiden Laser IQ Uhrenlaser und PTB Link Laser sowie die Stabilität der einzelnen Schwebungen gegen den Frequenzkamm. Die Datenpunkte der Messungen *IQ Uhrenlaser gegen Kamm* und *PTB Link Laser gegen Kamm* liegen übereinander, da hier die Stabilität des Frequenzkamms die Schwebung limitiert. Die Limitierung des Frequenzkamms für den virtuellen Vergleich liegt im Bereich von 10^{-17} .

5.3 Dreiecksvergleiche

Um zweifelsfrei die Herkunft eines Rauschbeitrags zu identifizieren und einem System zuordnen zu können muss zur Abhilfe der Ununterscheidbarkeit der Leistungsfähigkeit die Methode des Dreiecksvergleichs^a angewandt werden, bei welchem die nötigen Daten für eine vollständige Charakterisierung aus drei Vergleichsmessungen ermittelt werden [91–93]. Voraussetzung hierfür ist, dass die Systeme ähnlich stabil sind. Bei dem Verfahren des Dreiecksvergleichs werden die drei Systeme (das Prinzip funktioniert analog auch für beliebig viele Systeme) so miteinander verglichen, dass jedes System S_i mit $i = 1, 2, 3$ mit den jeweils anderen Systemen verglichen wird, siehe Schema 5.11. Falls mehr als drei Systeme vermessen werden, werden lediglich nur zwei weitere Vergleiche pro System benötigt. Aufgrund des zusätzlichen Aufwands für Hardware-basierte direkte Vergleiche ist alternativ eine Software-basierte Berechnung im Nachhinein (Post-Processing) sinnvoll. Wir nutzen beide Möglichkeiten und in meiner Arbeit habe ich die beiden Methoden miteinander verglichen.

Die Instabilität eines Lasersystems $\sigma_i(y)$, im Folgenden der Übersichtlichkeit halber abgekürzt als σ_i , ist gegeben durch die beteiligten Rauschprozesse $S_y(f)$, siehe Abschnitt 3.2.

Die jeweiligen Varianzen der Schwebungsmessungen σ_{ij} ergeben sich aus den Va-

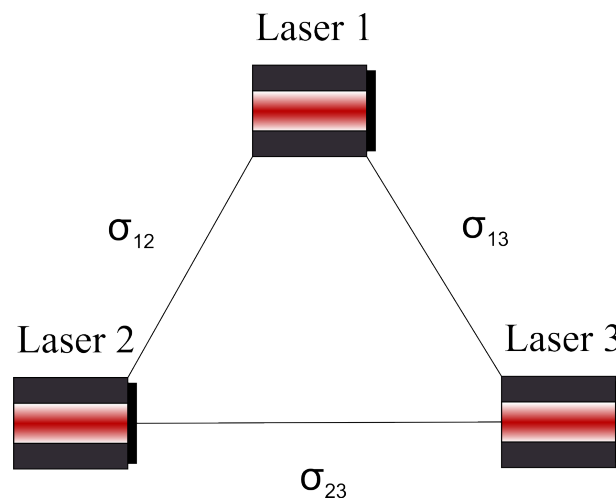


Abbildung 5.11: Schematischer Aufbau eines Dreiecksvergleichs, Beschreibung siehe Text.
 rianzen der Einzelsysteme σ_i über

$$\sigma_{ij}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2. \quad (5.7)$$

^a besser bekannt auch aus dem Englischen als "three-cornered-hat"-Methode

Die Instabilität eines individuellen Systems σ_i ergibt sich aus einer Kombination der Gleichungssysteme über einen Vergleich der anderen Systeme zu:

$$\sigma_i^2 = 1/2[\sigma_{ij}^2 + \sigma_{ik}^2 - \sigma_{jk}^2]. \quad (5.8)$$

Für drei Einzelsysteme gilt somit:

$$\begin{aligned} \sigma_{12}^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2, \\ \sigma_{13}^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_3^2, \\ \sigma_{23}^2 &= \sigma_2^2 + \sigma_3^2. \end{aligned}$$

Die Varianzen der drei einzelnen Systeme können aus den Varianzen der Schwungsmessungen entsprechend wie folgt hergeleitet werden:

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \frac{1}{2}[\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2], \\ \sigma_2^2 &= \frac{1}{2}[\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{13}^2], \\ \sigma_3^2 &= \frac{1}{2}[\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 - \sigma_{12}^2]. \end{aligned}$$

5.3.1 Realisierung eines Dreiecksvergleichs am IQ

Eine Implementierung der Faser Verbindung zwischen dem IQ und der PTB ermöglicht eine Charakterisierung zwischen zahlreichen Systemen der beteiligten Institutionen. So lassen sich gleichsam Dreiecksvergleiche realisieren, welche eine eindeutige Charakterisierung der zu untersuchenden Systeme erlauben. Für eine eindeutige Charakterisierung des Mg-Uhrenlasersystems wurde solch ein Dreiecksvergleich über die Glasfaser Verbindung zwischen dem Mg-Uhrenlaser am IQ, dem transportablen Lasersystem der PTB am IQ und dem Transferlaser auf Seiten der PTB (MNPQ-Laser) realisiert.

An den Transferlaser der PTB sind gleichermaßen über einen Frequenzkamm diverse weitere Systeme angebunden, so dass im Prinzip ein Vergleich gegen diesen Laser indirekt einen Vergleich mit weiteren Systemen an der PTB ermöglicht, wie beispielsweise dem System mit dem kryogenen Silizium-Resonator, der Cs-Fontäne, den aktiven Wasserstoffmasern oder den an der PTB vorhandenen optischen Frequenzstandards. Auf diese Weise sind Frequenzvergleiche der Mg-Atomuhr vorgesehen. Mit der bereits vorhandenen Stabilität der Faser Verbindung lassen sich zukünftige Vergleichsmessungen durchführen bis in den Bereich von mindestens 10^{-19} .

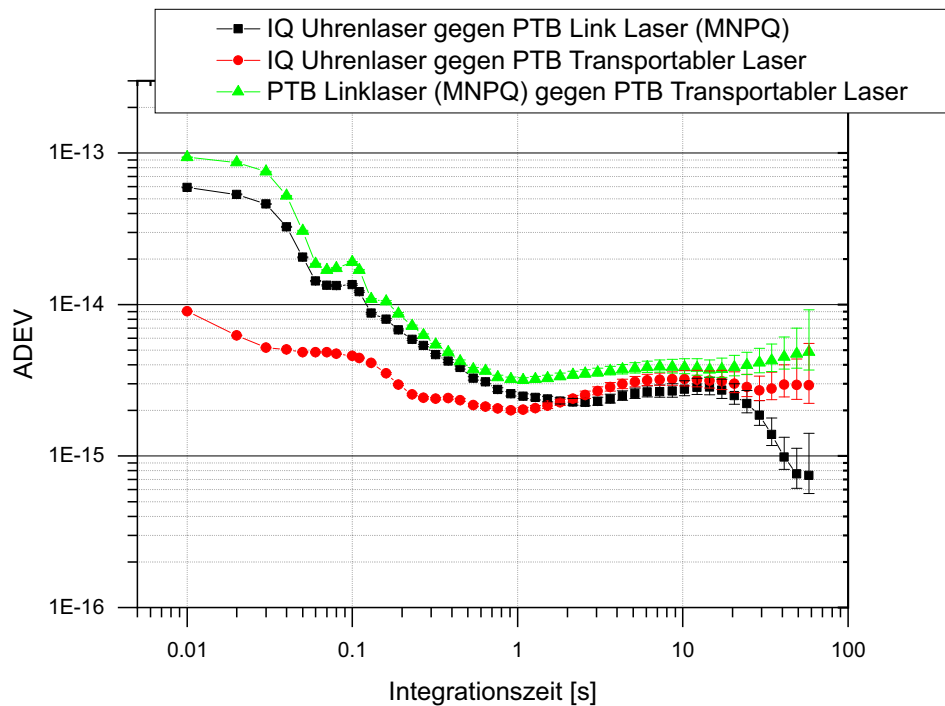


Abbildung 5.12: Dreiecksvergleich der drei Laser Mg-Uhrenlaser am IQ, Transportabler Laser der PTB am IQ, PTB-Transferlaser (MNPQ).

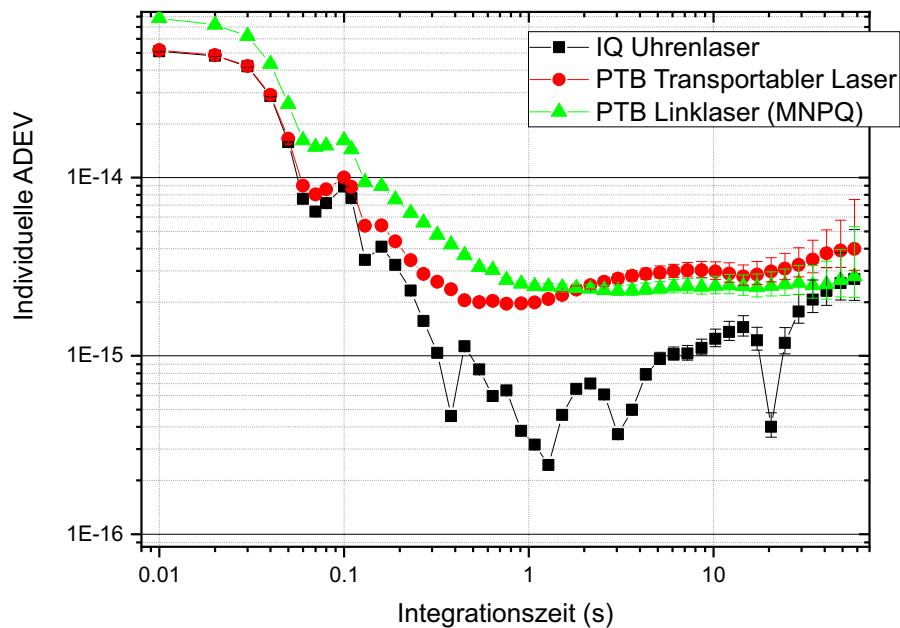


Abbildung 5.13: Individuelle ADEVs der jeweiligen Laser, berechnet aus den Daten des Dreiecksvergleichs, Abbildung 5.12, zwischen den drei Lasern Mg-Uhrenlaser am IQ, Transportabler Laser der PTB am IQ, PTB-Transferlaser (MNPQ). Unkompensierte Strahlwege und Zählerasynchronität könnten im Kurzzeitbereich die Auswertung beeinträchtigen.

KONZEPTDARSTELLUNG UND BERECHNUNGEN ZUR SYNERGIE ZWEIER HOCHSTABILER LASERSYSTEME

In diesem Kapitel zeige ich mit Berechnungen, dass eine Kombination von Lasersystemen die Performance der jeweiligen Einzelsysteme verbessern kann. Diese Annahme beruht auf der Beobachtung, dass bestimmte Rauschprozesse jeweils mit verschiedenen Systemen unterschiedlich sensitiv wechselwirken. Dies ist im Übrigen auch der Grund, warum ein optischer Frequenzstandard immer mindestens aus zwei wichtigen Bestandteilen besteht: Dem Uhrenlaser und der atomaren Referenz. Ersterer hat aufgrund seiner außerordentlichen Kohärenz, welche durch die Längstabilität und das Tiefpassverhalten eines Hochfinesse-Resonators gegeben ist, ein geringes Rauschverhalten bei hohen Fourier-Frequenzen. Der ultra-schmale atomare Übergang des Uhrenelementes zeigt hingegen ein zeitlich unabhängiges sehr gut reproduzierbares Verhalten der Übergangsfrequenz und ist damit für niedrige Fourier-Frequenzen eine hervorragende Referenz. Im Speziellen möchte ich darauf eingehen, dass ein Gravitationswellendetektor wie das Einstein-Teleskop (ET) die Kurzzeitstabilität eines “herkömmlichen” Uhrenlasersystems zusätzlich verbessern kann.

6.1 Motivation: Gravitationswellendetektoren

Ein Gravitationswellendetektor basiert im Wesentlichen auf der Vermessung einer Wegstrecke, deren Länge durch eine Gravitationswelle beeinflusst wird. Na-

türlicherweise bieten sich hierfür optische Resonatoren als Referenzobjekte an. Weiterhin gibt es Ansätze, die Phasenverschiebung atomarer Ensembles als Referenzobjekt zu nutzen [100]. Ich will mich im Weiteren jedoch auf laserbasierte Gravitationswellendetektoren fokussieren.

Sofern die Wellenlänge der Gravitationswelle größer ist als die Resonatorlänge, was für viele Quellen der Fall ist, erfahren die in ihm propagierenden Laserstrahlen eine Phasenverschiebung proportional zur Phase der Gravitationswelle aufgrund der Kontraktion und Streckung der Resonatorlänge. Kleinere Wellenlängen ändern die Resonatorlänge hingegen nicht signifikant, da der Effekt herausgemittelt wird. Über einen interferometrischen Aufbau, üblicherweise einem Michelson-Morley-Interferometer [101], lässt sich diese durch die Gravitationswelle verursachte Phasenverschiebung nachweisen. Dafür ist wegen (4.2) eine möglichst große Länge von Vorteil, da die relative Phasenverschiebung direkt proportional zur Länge des Resonators ist. Für Gravitationswellen mit einer langen Wellenlänge von mehreren km kommen diverse Quellen in Betracht, wie beispielsweise sich umkreisende Schwarze Löcher und andere massereiche Objekte. Die (aufgrund von Seismik und weiterer Störeffekte) durch erdgebundene Detektoren potentiell sichtbaren Quellen oszillieren mit einer Frequenz im Hz bis kHz-Bereich, daher kann man eine Wellenlänge von einigen Kilometern annehmen [102]. Üblicherweise liegen die Resonatorlängen daher im Bereich von Kilometern.

Beispiele für solche Aufbauten sind die bereits bestehenden Gravitationswellendetektoren GEO600 in der Nähe von Hannover [103], VIRGO in Italien [104], KAGRA in Japan [105], sowie den beiden LIGO Detektoren in den USA [106]. Die LIGO-Kollaboration konnte erstmals direkt Gravitationswellen am 14. September 2015 nachweisen [107].

Durch den Erfolg des direkten Nachweises von Gravitationswellen erfährt der Forschungsbereich der Gravitationswellen weiteren Zuspruch und Entwicklung in der Politik und der wissenschaftlichen Gemeinschaft. In der Diskussion steht dabei unter anderem der Aufbau eines weiteren fortgeschrittlicheren erdgebundenen Gravitationswellendetektors, dem Einstein-Teleskop (ET) [108]. Dieses soll laut aktuellen Studien eine Basislänge von etwa 10 km besitzen. Auch hier basiert das Grundprinzip auf einem Michelson-Morley-Interferometer mit zwei Referenzarmen (oder mehr, je nach Konzeptstudie), die als Laserresonator aufgebaut sind, um das Signal zu verstärken. Auch Indien plant einen Gravitationswellendetektor innerhalb der LIGO-Kollaboration (LIGO-India).

Durch diese außergewöhnlich große Resonatorlänge und die speziell aufgehängten Spiegel wird in diesen Systemen eine herausragende Kurzzeitstabilität erwartet. Die Idee ist nun, diese Kurzzeitstabilität zu nutzen, um eine Interrogation mit einer atomaren Referenz zu realisieren und die bestehenden hochstabilen Laser der Atomuhren zu verbessern. Man profitiert dabei vom geringen Frequenzrauschen bei

hohen Fourierfrequenzen. Da der Abstand der Spiegel durch das Vakuumsystem vorgegeben wird (es werden in der Regel keine speziellen driftarmen Abstandshalter verwendet) ist die Langzeitstabilität jedoch vergleichsweise gering gegenüber beispielsweise eines hochstabilen Uhrenlasersystems. Für den Anwendungsfall der erdgebundenen Gravitationswellendetektion von hochfrequenten Gravitationswellen (> 10 Hz) ist dies allerdings auch keine Anforderung, da eine Detektion in einem kürzeren Zeitraum stattfindet bzw. eine Langzeitstabilität hier keinen Mehrwert hat. Anders sieht das für Weltraum-gestützte Gravitationswellendetektoren wie LISA aus [109], die zumindest im Bereich einiger weniger bis tausende Sekunden sehr stabil sein müssen, da die Laufzeit einiger Gravitationswellen im Bereich von Sekunden bis Stunden liegen können. Für die Interrogation eines Uhrenlasers mit der atomaren Referenz ist dies aufgrund der vergleichsweise langen Abfragezeiten hingegen relevant. Daher entstand die Überlegung, ob eine Kombination zweier Lasersysteme sinnvoll ist, um ein Lasersystem zu generieren, welches im Kurzzeitbereich (0 - 100 ms) auf einen Gravitationswellendetektor und auf einer "mittleren" Zeitskala (hier etwa 100 ms - 100 Sekunden) auf einen externen "kurzen" Resonator (10 cm - 1 m) stabilisiert ist. Der kurze Resonator kann im Rahmen der optischen Atomuhr wiederum auf eine atomare Referenz mit einer absoluten Genauigkeit und einer hohen Stabilität im Bereich > 10 Sekunden referenziert sein.

6.2 Berechnungen zur Frequenzstabilisierung durch einen Gravitationswellendetektor

Um eine Aussage über die potentielle Frequenzstabilität eines idealen kombinierten Lasersystems, der Synergie aus den besten Eigenschaften beider Systeme, zu erhalten, habe ich die zu erwartenden Ausgangsbedingungen für die zukünftige Generation von Gravitationswellendetektoren untersucht und als Grundlage für die folgenden Berechnungen gesetzt.

Für diese zu erwartenden Leistungen wurden bereits diverse Berechnungen angestellt. Die zu erwartende Performance im relevanten Frequenzbereich für die erdgebundene Gravitationswellendetektion für verschiedene Geometrien sind in Publikationen zu finden, bezeichnet als ET-B [110], ET-C [111] und ET-D [112]. Aus öffentlich verfügbaren Daten der seismischen Aktivitäten der Umgebung und der zu erwartenden Dämpfungsfaktoren der Spiegelaufhängungen nach [112] habe ich die zu erwartete Phasenrauschdichte wie in Abbildung 6.1 berechnet.

Aus diesen Daten habe ich eine erweiterte Phasenrauschdichte ermittelt sowie ein Modell nach [43] angepasst. Die Daten aus der PSD wie in Abbildung 6.3 konnten so angepasst werden, dass eine Allan-Varianz bestimmt werden kann. Dies

kann analytisch nach Cutler (3.28) abgeschätzt werden oder numerisch berechnet werden. Beide Methoden habe ich im folgenden Abschnitt angewendet und die Ergebnisse gegenübergestellt. Die erwartete Sensitivität von ET zeigt eine f^{-4} -Abhängigkeit für Fourier-Frequenzen < 2 Hz, die in der Literatur nicht diskutiert wird. In meinen Berechnungen habe ich diesen Term gesondert betrachtet.

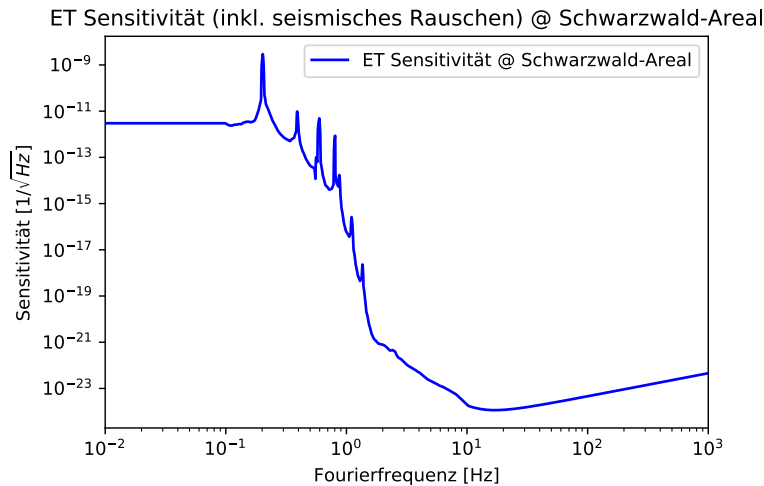


Abbildung 6.1: Abschätzung der PSD der seismischen Störungen am möglichen Standort des Schwarzwalds anhand von Daten zur Spiegeldämpfung und seismischen Aktivität aus [112].

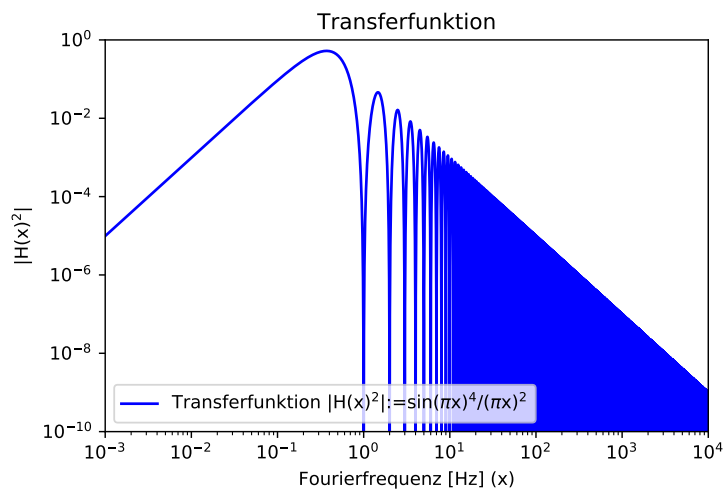


Abbildung 6.2: Transferfunktion der Konversion von der Zeitdomäne in die Frequenzdomäne.

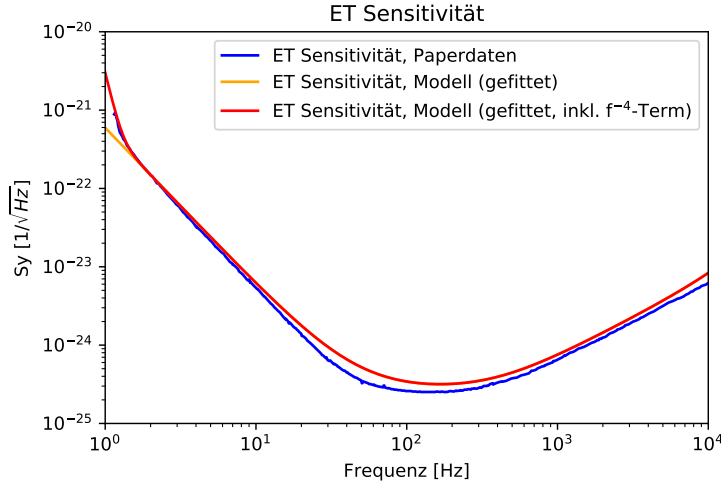


Abbildung 6.3: Blau: Erwartete PSD von ET-D, aus [112]. Orange: Angepasste Kurve mit den berechneten h_α -Koeffizienten, Rot: Angepasste Kurve mit den berechneten h_α -Koeffizienten inkl. des f^{-4} -Terms.

6.2.1 Transformation von der Frequenz- in die Zeitdomäne

Wie bereits in Abschnitt 3.2.4 behandelt, lässt sich die Allan-Varianz aus einer bekannten Frequenzrauschdichte über eine Art der Fouriertransformation berechnen.

Eine analytische Lösung ist über die Cutler-Gleichung möglich. Sie ist eine Näherungsrechnung, falls sich das Frequenzrauschen hauptsächlich aus fünf unabhängigen Rauschprozessen zusammensetzt, die bei der Betrachtung von Oszillatoren typischerweise berücksichtigt werden. In beiden Fällen wird eine obere Grenzfrequenz der Fourierfrequenz angesetzt. Für die numerische Berechnung wird zusätzlich eine untere Grenzfrequenz eingeführt.

Ein Vergleich zwischen der numerischen Berechnung und der Cutler-Gleichung findet sich auch in der Literatur, z.B. hier [113]. Für die Berechnungen mussten zunächst die h_α -Koeffizienten bestimmt werden, so dass ein Modell an die PSD angepasst werden konnte. Das Modell habe ich dabei konservativ abgeschätzt. Der für meine Berechnungen genutzte in Python geschriebene Programm-Code befindet sich im Anhang 7.4.

6.2.2 Ergebnisse und Diskussion der Berechnungen

Die Ergebnisse meiner Berechnungen sind im Graphen 6.2.2 dargestellt. Die Ergebnisse der numerischen Berechnung sind erwartbar abhängig von der Wahl der Grenzfrequenzen f_l (untere Grenzfrequenz) und f_h (obere Grenzfrequenz) und der

Berechnung der h_α -Koeffizienten. Die Wahl der unteren Grenzfrequenz ist im Fall des Hinzuziehens des f^{-4} -Terms besonders entscheidend und Diskrepanzen zwischen den Umrechnungsmethoden ersichtlich, da die Cutler-Gleichung unabhängig von einer unteren Grenzfrequenz ist. Die Wahl der unteren Grenzfrequenz f_l um 1 Hz resultiert aus der Entscheidung heraus, dass für die Idee der Lasersynergie zur Verbesserung von Uhrenlasersystemen lediglich die Frequenzstabilität für Integrationszeiten bis etwa 1 Sekunde notwendig ist. In den Ergebnissen der Allan-Varianz habe ich die Integrationszeiten wiederum entsprechend der Grenzfrequenzen angepasst. Das Tiefpassverhalten der Umrechnung führt dazu, dass die Ergebnisse nur für Integrationszeiten $\tau < \frac{1}{f_h}$ sinnvoll sind.

Die größten Übereinstimmungen in den zwei Berechnungsmethoden erhalte ich für die Wahl der Grenzfrequenzen von $f_l=1$ Hz und $f_h=10$ kHz. Es ist anzunehmen, dass der analytischen Methode mit Hilfe der Cutler-Gleichung mehr zu trauen ist, da diese in der Literatur häufig zur Anwendung kommt und die numerische Berechnung von vielen Faktoren abhängt.

Bei Verringerung der unteren Grenzfrequenz der Berechnung verschlechtert sich die Stabilität der numerischen Umrechnung für große Integrationszeiten, ersichtlich in der Allan-Varianz, hingegen bei Erhöhung der oberen Grenzfrequenz verringert sich die Stabilität entsprechend für beide Methoden für kleine Integrationszeiten.

Abweichungen bei den in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen, wie Abbildung 6.2.2 zu erkennen, lassen sich unter anderem auch darauf zurückführen, dass sich die Frequenzrauschdichte eines Gravitationswellendetektors nicht mehr nur aus den fünf aus der Literatur bekannten Rauschprozessen zusammensetzt, sondern aufgrund des komplexen Zusammenspiels der Rauschunterdrückung und der hohen Sensitivität auf seismische Bewegungen weitere Effekte einwirken, speziell im niedrigen Fourier-Frequenzbereich.

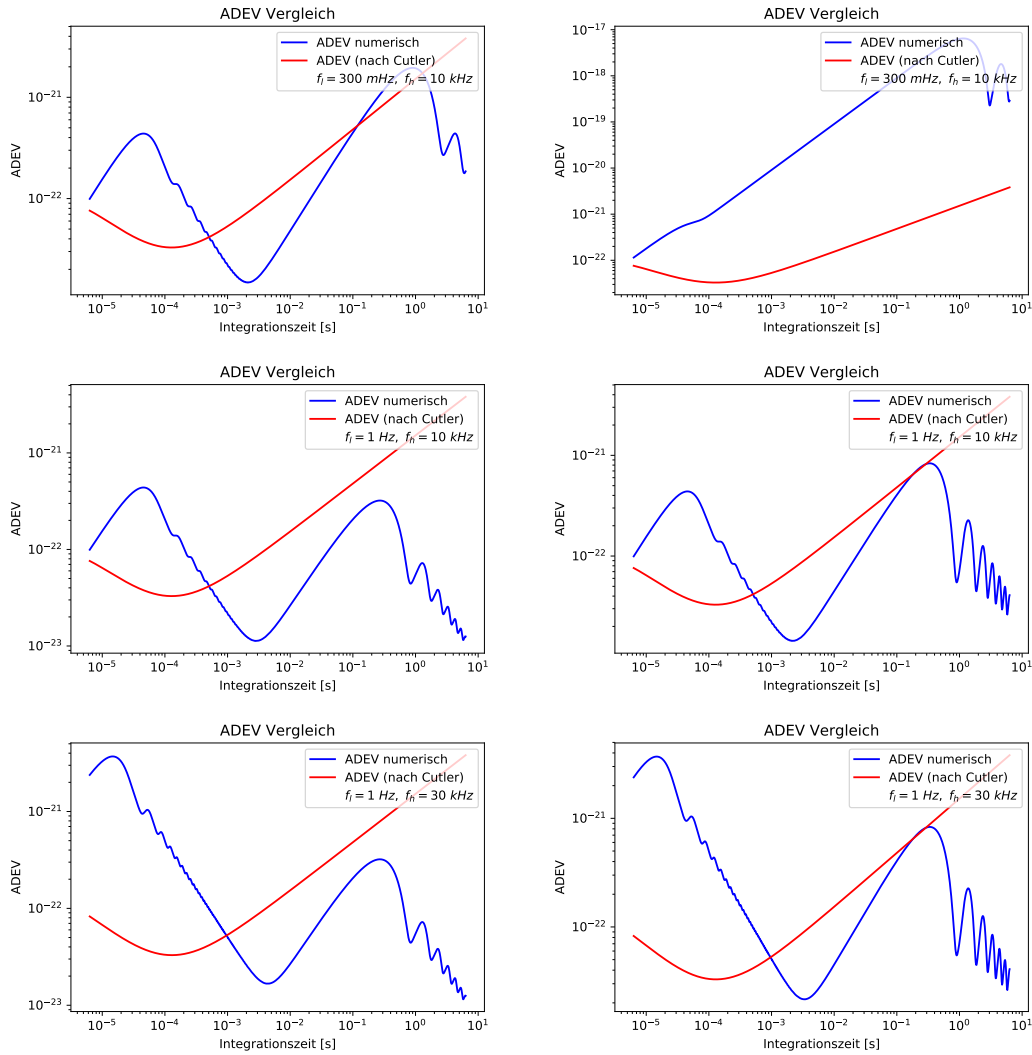


Abbildung 6.4: Gegenüberstellung von ADEVs mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen in der Berechnung. Auf der linken Seite wurde der f^{-4} -Term im Gegensatz zur rechten Seite nicht berücksichtigt (siehe Abbildung 6.3). Von oben nach unten wurden die Grenzfrequenzen verändert. Eine Diskussion der Ergebnisse stelle ich im Text dar 6.2.2.

6.2.3 Die Wiener Filterung

Eine optimierte Kombination aus zwei Frequenzreferenzen, deren beste Instabilitäten in verschiedenen Frequenzbereichen im Fourierspektrum liegen lässt sich über die Methode der Wiener Filterung realisieren (das ist in den obigen Berechnungen noch nicht berücksichtigt), wie Peca et al zeigen [114].

Die Wiener Filterung beschreibt die Kombination von verschiedenen Uhrenensembles mit der Prämisse eine bessere Gesamtperformance zu erreichen, siehe dazu

Schema 6.5. Man kann diese Idee analog auf Lasersysteme ausweiten, da sie im gewissen Grad ebenfalls eine Frequenzreferenz oder sogar Teil einer Uhr darstellen. In der Berechnung zeigt sich dies lediglich in einem Unterschied des Ausschnitts der Fourier-Frequenzen. Bei Lasersystemen ist der Bereich der rauscharmen Fourier-Frequenzen im Vergleich zu atomaren Referenzen in der Regel höher aufgrund der bereits oben genannten Gründe.

Peca zeigt, dass im Fall bekannter Rauschprozesse die kombinierte Performance

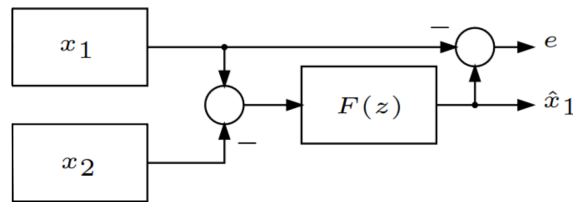


Abbildung 6.5: Schematischer Aufbau einer Wiener Filterung, nach [114]. Die Systeme x_1 und x_2 können mit einem Filter $F(z)$ derart kombiniert werden, dass ein hochstabiles System \hat{x} entsteht.

sogar besser sein kann als die Summe ihrer Einzelstabilitäten. Dies ist einfach gesagt darauf zurückzuführen, dass mit optimierter Vorhersage des Rauschuntergrunds Störungen der Stabilität reduziert werden. Wie sich das Prinzip durch die Auswahl der PSD (Abbildung 6.6) in der Allan-Varianz auswirkt, ist in Abbildung 6.7 zu erkennen.

Das Verfahren beruht prinzipiell auf einer Fehlerabschätzung, die in Echtzeit auf beide Oszillatoren angewandt wird. Dies steht im Kontrast zu einer Phasenanbindung, bei welcher auf elektronischem Weg die Anbindung erfolgt. Im Rahmen der Wiener Filterung kann über eine entsprechende Programmierung eine deutlich bessere Anpassung der Anbindung erfolgen, da eine elektronische Filterung der Signale sehr aufwändig ist und eine Anpassung an die Rauschspektrum kaum zu realisieren ist. Zusätzlich zu einer möglichen besseren Gesamtperformance könnte die Wiener Filterung tatsächlich auch den technischen Aufbau vereinfachen, da eine aufwändige elektronische Filterung entfällt.

Da die Frequenzrauschdichten beider Systeme gut bekannt sein können und sie sich im Zweifel sogar in Echtzeit messen lassen können, dürfte dieses Verfahren durchaus in der Praxis umsetzbar sein.

6.2.4 Einfluss der Anbindung

Die Anbindung eines solchen hochstabilen Lasers an einen weiteren Laser wie einem Uhrenlasersystem lässt sich nun nie ideal realisieren. Zum Einen wird für eine Phasenanbindung diverse Elektronik benötigt, welche stets ein Eigenrauschen besitzt.

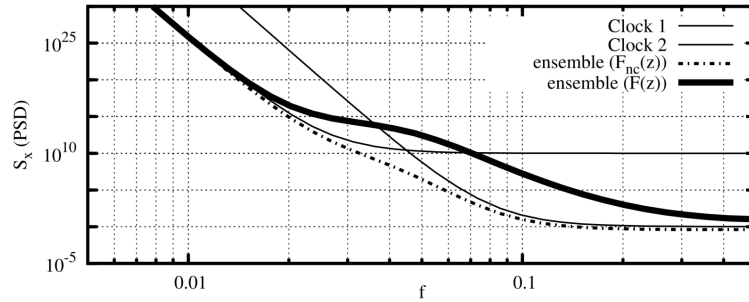


Abbildung 6.6: Ein Beispiel der Methode des Wiener Filters in der spektralen Rauschleistungsdichte, aus [114]. Die gemeinsame PSD kann mit Hilfe der Wiener Filterung so kombiniert werden, dass sie ein geringeres Rauschspektrum aufweist als die jeweiligen Einzelsysteme.

Zum Anderen können die Systeme an unterschiedlichen Orten betrieben werden. So sind Gravitationswellendetektoren in der Regel an entlegenen Positionen aufgebaut, um einen möglichst geringen seismischen Einfluss zu erhalten. Lasersysteme für optische Atomuhren hingegen können prinzipiell wegen ihrer geringen Sensitivität auf seismische Vibrationen und ihrer Kompaktheit auch in urbanen Regionen bzw. ohne aufwändige seismische Isolierung realisiert werden.

Für eine Anbindung beider Systeme bieten sich Glasfaserverbindungen an, da diese durch ihre optische Übertragung gute passive Stabilität und die Möglichkeit zur aktiven Kompensation von Störeinflüssen ein Höchstmaß an Übertragungsstabilität bieten.

Nun ist die Regelbandbreite einer Faser Verbindung allerdings auch aufgrund ihrer Länge begrenzt, was die mögliche Entfernung für die Synergie-Anwendung beschränkt. Die Regelbandbreite ist limitiert durch die Laufzeit in der Faser. Eine sehr gute Instabilität von etwa $2 \cdot 10^{-16}$ in 1 s und 10^{-20} für Mittelungszeiten > 36.000 Sekunden für einen 1400 km langen Faserlink wurden in [115] erreicht.

Eine Steigerung der Stabilität lässt sich noch im gewissen Maß durch Erweiterung von Zwischenstationen und eine bessere passive Stabilität der Glasfaser erreichen, beispielsweise durch den Einsatz von hochwertigen polarisationserhaltenen Glasfasern, sowie eine gute akustische und thermische Isolation der Faser von der Umgebung.

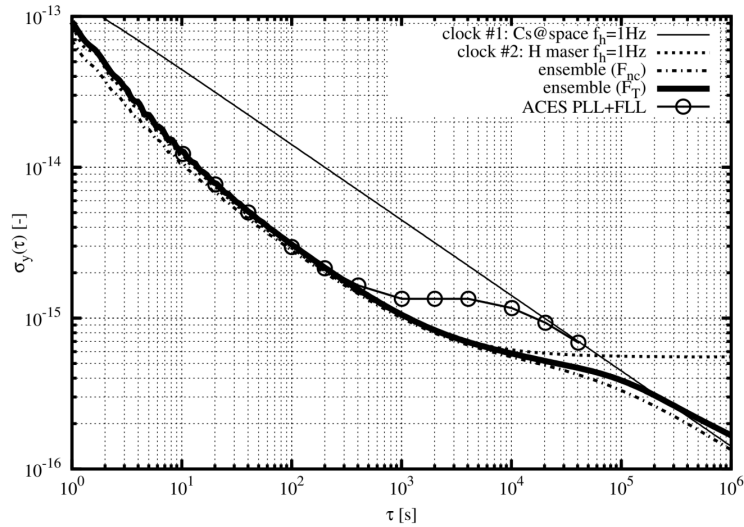


Abbildung 6.7: Ein Beispiel der Methode des Wiener Filters in der Allan-Varianz. Erkennbar ist die kombinierte Stabilität besser als die jeweiligen Einzelstabilitäten, aus [114].

6.3 Fazit

Ich habe gezeigt, dass diese von mir vorgeschlagene Methode einer Lasersynergie durchaus für neue Rekorde an Instabilitäten von Lasersystemen sorgen könnte.

Nach Cutler habe ich im Fourier-Bereich bis 1 Sekunde für ein von ET stabilisiertes Lasersystem stets Instabilitäten $< 3 \cdot 10^{-21}$ berechnen können, nach der numerischen Berechnung ohne Berücksichtigung des f^{-4} -Terms stets $< 2 \cdot 10^{-21}$. Damit wäre ein solches System bei Integrationszeiten von $\tau < 1$ s nach Cutler um mindestens einen Faktor 10.000 stabiler als das aktuell beste Lasersystem.

Eine Uhr, die mit einem solchen Laser betrieben werden würde, hätte entsprechend eine geringere Instabilität aufgrund des Dick-Effekts und damit eine geringere Integrationszeit. Idealerweise würde man eine Uhr am Ort des Gravitationswellendetektors aufbauen, um eine Degradierung durch die Anbindung zu verhindern.

Prinzipiell lässt sich die Methode der Lasersynergien auf beliebige Lasersysteme erweitern. So könnten beispielsweise auch bereits existierende Gravitationswellendetektoren wie VIRGO, LIGO, KARGA oder sogar GEO600 als Grundlage dienen und bereits für Verbesserungen von Uhrenlasersystemen sorgen oder andere hochstabile Lasersysteme wie beispielsweise der “Großringlaser G” am Geodätischen Observationszentrum in Wettzell, welcher mit seinem sehr gut abgeschirmten 16 m langen Ringresonator als Referenz ebenfalls eine außerordentliche Kurzzeitstabilität erreicht [116].

Eine ausführlichere Analyse der Ergebnisse und weitere Diskussionen der Diskrepanzen zwischen den Umrechnungsmethoden sollten zukünftig in Betracht gezogen

werden. Um die Berechnungen dieser Arbeit zu verifizieren ist gleichsam eine experimentelle Untersuchung notwendig, die im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich war.

AUSBLICK

In dieser Arbeit habe ich gezeigt, wie ich ein hochstabiles Lasersystem bis zum fundamentalen Limit des Brownschen thermischen Rauschens stabilisiert habe, inwieweit Charakterisierungen über die bestehende Glasfaserverbindung möglich sind und erläutere ein interessantes Konzept zur Verbesserung einer Laserstabilisierung in Kombination mit einem Gravitationswellendetektor. Im Folgenden gebe ich einen Ausblick, inwieweit mit diesen Erkenntnissen zukünftige Lasersysteme realisiert werden können und zeige alternative Konzepte auf, die ebenfalls ein großes Potential haben.

7.1 Magnesium-Frequenzstandard: Frequenzmessung mit der PTB

In dieser Arbeit habe ich notwendige experimentelle Vorarbeiten getätigt, um eine Frequenzmessung des Magnesium-Frequenz-Standards durchzuführen, insbesondere habe ich einen Hardware- und Software-seitiger Aufbau einer virtuellen Schwebungsmessung realisiert, um die durch den IQ-PTB-Faserlink gesandte hochstabile Laserfrequenz am IQ mit dem Magnesium-Frequenzstandard zu vergleichen. Erste Messungen zwischen dem Lasersystem am IQ und an der PTB habe ich bereits durchgeführt und zeigen, dass die Performance des Faserlinks und der virtuellen Schwebungsmessung keine Limitierung bei der zu erwartenden Performance des Magnesium-Frequenz-Standards zeigen.

Während diese Arbeit geschrieben wird, wurde bereits ein Frequenzvergleich der Magnesium-Gitteruhr mit einem Frequenzstandard an der PTB durchgeführt.

Eine Charakterisierung der Unsicherheiten des Magnesium-Frequenz-Standards sowie Ergebnisse der Frequenzmessungen gegen eine optische Uhr der PTB sind dabei Themen der zukünftigen Dissertationen von Dominika Fim und Klaus Zipfel.

Am Magnesium-Frequenzstandard können zukünftig weitere Verbesserungen in der Leistungsfähigkeit durch Optimierungen oder Implementierung neuer Fang- und Kühlmethoden und der aktiven Unterdrückung von Störeffekten erreicht werden.

7.2 Weitere Verbesserungen am bestehenden Lasersystem

Für ein wie in dieser Arbeit beschriebenes Lasersystem ist das Performancelimit nahezu erreicht. Wie sich gezeigt hat, ist dennoch die thermische Stabilisierung trotz der eingebrachten Verbesserungen einer der kritischsten Elemente der Resonatorstabilisierung. Daher wird momentan in Zusammenarbeit mit meinem Kollegen Steffen Sauer das Resonatorsystem R_2 grundlegend verändert. Zum Einen haben wir in Zusammenarbeit mit Thomas Legero von der PTB ULE-Kompensationsringe am Resonator R_2 angebracht, um die CTE-Nulldurchgangstemperatur zu erhöhen. Um näher an der CTE-Nulldurchgangstemperatur stabilisieren zu können, welche nahe 10°C vermutet wird, soll das System mit Peltier-Elementen gekühlt werden.

Zur Kühlung der Vakuumkammer wird zukünftig zusätzlich eine Kühlplatte implementiert, um so Peltierelemente anbringen zu können. Die Vakuumkammer soll damit auf die CTE-Nulldurchgangstemperatur stabilisiert werden können. Um die entstehende Wärme abzuführen ist angedacht, über weitere Kühlelemente die Wärme aus dem Innenraum der Akustikbox abzuführen. Eine mögliche Kühllösung ist bereits in der Fertigung.

7.3 Entwicklung des zukünftigen hochstabilen Lasersystems für das IQ in Kooperation mit der PTB

Sämtliche in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse fließen ebenso aktuell in die Entwicklung und den Aufbau eines neuen und fortschrittlicheren Lasersystems, dessen Aufbau mein Kollege Steffen Sauer bereits durchführt. Signifikante Verbesserungen bestehen unter anderem in der Nutzung eines längeren Resonators von 48 cm Länge, dem Einsatz von kristallinen Spiegelschichten, einer sorgfältig implementierten thermischen Stabilisierung mit der Möglichkeit einer Kühlung unter

Raumtemperatur und einer Kompaktifizierung der Einkoppeloptik.

Da der Einfluss der Spiegel- und Spiegelschichten auf die Stabilität invers zur Länge eines Resonators ist, ist es sinnvoll, längere Resonatoren zu nutzen. Hier muss man einen Kompromiss eingehen, da die Komplexität der Aufhängung zunimmt und die mechanische Stabilität im selben Zug abnimmt.

Ausgehend von dieser Arbeit und in der Kooperation mit der PTB haben wir mit dem Aufbau eines neuen Lasersystems begonnen, welches einen deutlich längeren Resonator von 48 cm Länge (gegenüber aktuell 10 cm) und Spiegel mit kristallinen Spiegelschichten nutzen wird. Speziell seien hier die Arbeiten von Sebastian Häfner erwähnt, auf deren Erkenntnisse ein weiterer Großteil der Entwicklung basiert [117]. Abbildung 7.1 zeigt dazu Berechnungen, die ich in Zusammenarbeit mit Lennart Wissel für das vorhandene Lasersystem durchgeführt habe und ein um den Faktor 1,7 geringeres thermisches Rauschen erwarten lässt für den 10 cm langen Resonator.

In Kombination mit dem längeren Resonator wird eine Instabilität durch das fundamentale Limit des Brownschen thermischen Rauschens zu $3 \cdot 10^{-17}$ erwartet, was auf dem Niveau des aktuell besten Lasersystems liegt, dem kryogenen Silizium-Resonator-System.

Ebenso haben wir einen großen Aufwand betrieben, um eine noch bessere thermische Stabilität zu gewährleisten, da dies im aktuellen System weiterhin ein großer Unsicherheitsfaktor ist. Daher werden zur Temperaturstabilisierung in Zukunft Peltier-Elemente eingesetzt, um neben dem Heizen auch eine Kühlmöglichkeit bereitstellen zu können. Dazu gehören Thermo-Elemente innerhalb der Vakuumkammer sowie ein optimiertes Vakuumkammerdesign, indem beispielsweise die Vakuumpumpe keine direkte Sichtverbindung mit dem Resonatoraufbau besteht und damit der Einfluss variierender Wärmestrahlung der Vakuumpumpe deutlich reduziert wird. So kann einerseits eine bessere Einstellung der Regelparameter erfolgen, sowie der Regelpunkt auch unterhalb der Raumtemperatur eingestellt werden.

Ebenso geschieht die aktive Regelung im neuen System auch innerhalb der Vakuumkammer. Das ist insbesondere notwendig, um Effekte durch Konvektion zu minimieren und damit geringere Temperaturen zu ermöglichen.

Die Finesse des Resonators wurde bereits bei Normaldruck zu etwa 100.000 bestimmt, was für eine Stabilisierung ausreichend ist. In der Vakuumkammer wird zudem eine höhere Finesse aufgrund geringerer Absorption durch Luftmoleküle erwartet.

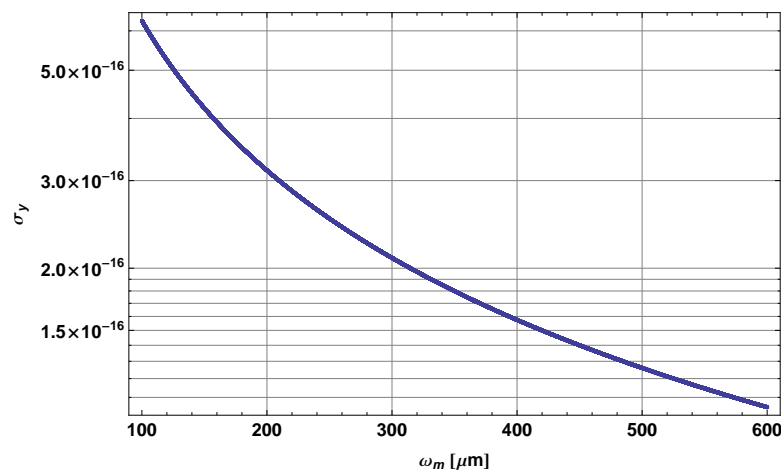


Abbildung 7.1: Berechnetes Brownsches thermisches Rauschen kristalliner Spiegelschichten basierend auf AlGaAs für das bestehende Lasersystem am IQ in Abhängigkeit des Modendurchmessers. Bei gleichen Parametern ergibt sich ein um einen Faktor 1,7 reduziertes thermisches Rauschen in der Berechnung. Ein längerer Resonator, ein vergrößerter Modendurchmesser und eine geringere Temperatur reduzieren das thermische Rauschen zusätzlich.

7.3.1 Transferstabilisierung

In dieser Arbeit habe ich den Frequenzkamm auf die Eignung eines Frequenzvergleichs mit einem Frequenzstandard der PTB untersucht. Gleichermäßen bedeutet dies, dass eine Transferstabilisierung prinzipiell auf etwa dem selben Niveau möglich ist. Das zeigt, dass für eine gute Kurzzeitstabilität (für $\tau < 100$ ms) Nachbesserungen notwendig werden könnten, so dass für einen zukünftig besseren Laser der Frequenzkamm nicht limitierend wird. Untersuchungen an der PTB haben gezeigt, dass ein zusätzlicher EOM im Strahlengang des modengekoppelten Lasers die Phasenstabilität erheblich erhöhen kann, so dass eine Transferstabilisierung mit hoher Bandbreite möglich wird [118]. Das Schema einer Transferstabilisierung, wie sie am IQ mit dem im Aufbau befindlichen Laser durchgeführt werden könnte, ist in Abbildung 7.2 dargestellt.

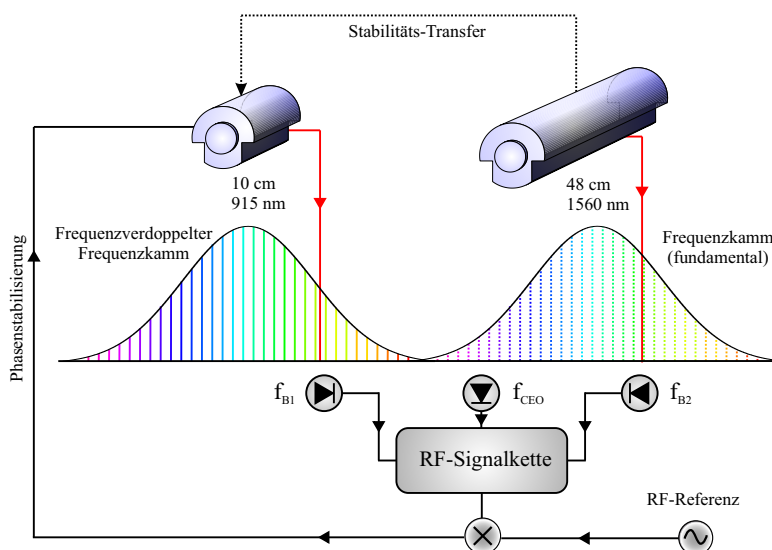


Abbildung 7.2: Schema des Stabilitätstransfers des neuen Lasers bei 1560 nm auf den Mg-Uhrenlaser bei 915 nm.

7.4 Ausblick auf dem Gebiet der Metrologie

Um die Genauigkeit einer Atomuhr fundamental zu erhöhen und schnellere Mittelungen erreichen zu können müssen wiederum höhere Taktfrequenzen genutzt werden. Unter den optischen Uhren haben Quecksilber bzw. Wasserstoff ultraschmale atomare Übergänge mit den höchsten Taktfrequenzen. Ein anderer Ansatz wäre die Nutzung internuklearer Übergänge im Röntgenbereich. Dazu werden bereits Atomuhren auf Thorium-Basis erforscht [12]. Diese Uhr nutzt den isomeren Kernübergang von Thorium-229m. Soweit bekannt ist dies allerdings der einzige Übergang im nahen Röntgenbereich und aktuell ist eine Anregung dieses Übergangs technisch noch nicht präzise zu realisieren.

Um die Limits aktueller optischer Neutralatomuhren zu erreichen müssen die hochstabilen Lasersysteme weiter verbessert werden. Um gleichermaßen Stabilität und Genauigkeit eines hochstabilen Lasersystems zu erhöhen und die fundamentalen Limitierungen des thermischen Rauschens der Spiegelschichten zu umgehen, müssen gänzlich neuartige Ansätze entwickelt werden. Ich möchte hier die zwei meiner Meinung nach erfolversprechendsten alternativen Methoden nennen neben dem Synergiekonzept, welches ich in 6.3 erarbeitet und vorgestellt habe:

- So wird unter anderem mit der sogenannten *Spectral-Hole-Burning-Methode* untersucht, ob ein hochstabiler Laser zu realisieren ist [119]. Hier wird theoretisch lediglich ein vor-stabilisierter Laser benötigt, welcher definierte

atomare Übergänge anregen kann. Eine Stabilität im Bereich von $1 \cdot 10^{-14}$ für $\tau = 1$ s ist dabei ausreichend.

- Ein anderer Ansatz ist die sogenannte *Aktive optische Atomuhr*, in welcher der ultraschmale Übergang des atomaren Ensembles selbst kohärente Strahlung emittiert, die zur Laserstabilisierung genutzt werden kann [120]. Das bietet den Vorteil, dass kein aufwändig stabilisierter externer Resonator weiterhin zur Stabilisierung benötigt wird.

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

1.1	Schematische Verdeutlichung des Unterschieds zwischen Stabilität und Genauigkeit einer Frequenz. Man kann es sich in etwa so vorstellen, als ob ein Schütze versucht, die Mitte einer Zielscheibe zu treffen, nach [8]. Figur a) beschreibt einen idealen Oszillator, so wie man sich einen guten Frequenzstandard vorstellt: Die Soll-Frequenz wird genau getroffen und die Streuung um diesen genauen Wert ist klein. Figur b) zeigt einen genauen Oszillator, welcher aber instabil ist, also eine hohe Streuung besitzt. Figur c) beschreibt einen stabilen Oszillator, der Soll-Wert wird nicht erreicht, aber die Streuung ist gering. Figur d) zeigt den unerwünschten Fall eines ungenauen und instabilen Oszillators. Im Prinzip trifft das auf jeden nicht optimierten Frequenzstandard zu.	2
1.2	Das elektromagnetische Spektrum, aus [13]. Die aktuell in Entwicklung befindlichen Atomuhren nutzen Übergänge im optischen Bereich (mehrere 100 THz), hingegen nutzen die Cs-Fontänen-Uhren, die bisher die SI-Sekunde definieren, Übergänge im Mikrowellenbereich von einigen GHz. Im Bild wird der Unterschied der Größenordnung deutlich. Kernuhren oder anderweitige zukünftige Entwicklungen könnten gar auf Oszillatoren noch höherer Frequenz zurückgreifen.	3
1.3	Prinzipieller Aufbau eines optischen Frequenzstandards mit den wichtigsten Komponenten: Ein Laser wird zunächst auf einen hochstabilen Resonator stabilisiert und erhält dadurch eine geringe Linienbreite und gute Kurzzeitstabilität. Eine Anbindung an eine atomare Referenz sorgt für absolute Genauigkeit, in der Kombination mit der Kurzzeitstabilität des Lasers gilt dies als Frequenzstandard. Wenn die Laserfrequenz kontinuierlich mit einem Frequenzkamm gemessen und gezählt wird, kann daraus eine Zeiteinheit definiert bzw. Uhrzeit generiert werden und definiert sich dann als optische Atomuhr.	7

2.1	Das für einen Frequenzstandard relevante Termschema von Magnesium-24, nach [32]. Angegeben sind Anregungswellenlängen und die natürlichen Linienbreiten γ . Der $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergang zwischen den beiden Spin-Systemen ist der in dieser Arbeit genutzte Uhrenübergang, für den der Uhrenlaser entwickelt und verbessert wurde, wie ich es in Abschnitt 4 beschreibe.	12
2.2	Schema eines "Eierkarton-artigen" zwei-dimensionalen optischen Gitters, in deren Potentialtöpfen Teilchen gefangen werden können. Erzeugt werden kann dieses beispielsweise durch Überlagerung zweier optischer Gitter in einem rechten Winkel zueinander.	15
3.1	Übersicht zu den möglichen Umrechnungen zwischen den jeweiligen Mess- und Analyseverfahren, nach [40]. Direkte Pfeile zeigen eine analytische Umrechnungsmöglichkeit an. Geschwungene Pfeile zeigen die Möglichkeit einer Näherungsberechnung. Gestrichelte Pfeile bedeuten, dass eine Berechnung prinzipiell möglich sein dürfte, aber in der Literatur keine Umsetzung bekannt ist.	20
3.2	Die häufigsten Rauschprozesse von Oszillatoren, aufgetragen als Allan-Varianz in einem Sigma-Tau-Diagramm, nach [41].	32
3.3	Wie Abbildung 3.2, die häufigsten Rauschprozesse von Oszillatoren, hier jedoch für die modifizierte Allan-Varianz. Dadurch können weisses Phasenrauschen und Flicker Phasenrauschen voneinander getrennt identifiziert werden, nach [41].	33
4.1	Skizze des optischen Aufbaus des Lasersystems dieser Arbeit. Die Beschreibung findet sich im Text. Bezeichnungen: AOM: Akustooptischer Modulator, EOM: Elektro-optischer Modulator, OI: Optischer Isolator, PD: Photodiode (Zusätze: I: Intensität, PDH: Pound-Drever-Hall, RAM: Residuale Amplitudenmodulation), SHG: Frequenzverdopplung, TA: Optischer Verstärker.	38
4.2	Schema und Foto des in dieser Arbeit genutzten Resonators aus [27], nach [67]. Es handelt sich um einen 10 cm langen ULE-Abstandshalter mit einer Durchgangsbohrung entlang der optischen Achse und zwei Spiegeln, die optisch an den Endflächen des Abstandshalters kontaktiert sind. Die Spiegel sind hochreflektierend, ein Spiegel ist gekrümmt mit $r=50$ cm und ein Spiegel ist plan.	41

4.3	Schema des PDH-Verfahrens. Dem Laser wird eine Modulation aufgeprägt (hier durch den EOM) und in einen Resonator eingekoppelt. Die Phasenverschiebung des Trägers gegenüber der Resonanzfrequenz des Resonators wird im Schwebungssignal mit den Seitenbändern über den Rückreflex nach einem Strahlteiler (ST) mit einer Photodiode (PD-PDH) gemessen. Im Vergleich mit der Modulationsfrequenz des EOMs resultiert das Fehlersignal, um den Laser auf die Resonanzfrequenz des Resonators zu stabilisieren. Ein Phasenschieber ist zur Anpassung der Phasenlage des reflektierten Lichts gegenüber dem Signalgenerator notwendig.	42
4.4	Schematischer Aufbau der aktuellen Laserstabilisierung der beiden Resonatorsysteme R_1 und R_2 basierend auf der PDH-Methode inklusive Leistungsstabilisierung und RAM-Kompensation. Bezeichnungen: PD: Photodiode (Zusätze: PDH: Pound-Drever-Hall, RAM: Residuale Amplitudenmodulation, I: Intensität/Leistungsstabilisierung), EOM: Elektro-optischer Modulator, GTP: Glan-Thompson Polarisator, (P)ST: (Polarisationsabhängiger) Strahlteiler, CCD: CCD-Kamera, PM: Polarisationserhaltende Faser.	43
4.5	Verdeutlichung der Verformung eines Resonators durch äußere Kräfte. Sie führen zu Verformungen des Resonators und damit zu Strahlageschwankungen und Längenänderungen. Das wirkt sich damit auch auf die Wellenfronten und Phase des Lichtfelds aus.	45
4.6	(a)	46
4.7	(b)	46
4.8	(c)	46
4.9	(d)	46
4.10	Aufgezeichnete Vibrationsspektren auf der optischen Plattform der Einkoppeloptik in den drei Raumrichtungen, (a) entlang der Ost-West-Achse der Plattform, (b) entlang der Nord-Süd-Achse der Plattform und (c) entlang der Gravitationsachse, mit jeweils eingeschalteter aktiver Vibrationsisolierung und fixierte Plattform (der optische Tisch selbst war passiv vibrationsisoliert), sowie Analyse des Schwebungssignals (d). Hier konnte kein signifikanter Effekt aufgrund der aktiven Stabilisierung festgestellt werden.	46
4.11	Bei jeder Deaktivierung der IGP (R_2) von wenigen Sekunden fand ein Einbruch in der Schwebungsfrequenz statt. Es ist eine deutliche Frequenzveränderung zu erkennen. Nach der jeweiligen Reaktivierung ist außerdem festzustellen, dass sich die Schwebungsfrequenz nicht exakt auf den ursprünglichen Wert einpendelt, sondern einen Offset erhält.	47

4.12	Mangels Drucksensor habe ich die Auswirkung des Drucks auf die Laserfrequenz mit der Steuerung der IGP untersucht. Eine Abschaltung der IGP resultiert im Verlauf von etwa 500 Sekunden in einer deutliche Änderung der Laserfrequenz um 4 kHz. Der IGP-Strom hat sich nach dem Einschalten von 553 auf 555 μ A erhöht.	48
4.13	Vergrößerung des Zeitpunkts des Einschaltens der IGP nach etwa 400 Sekunden Deaktivierung. Ein Sprung der Laserfrequenz von 300 Hz ist erkennbar.	49
4.14	Schematische Darstellung des Aufbaus der thermischen Stabilisierung der hochstabilen Resonatoren R_1 und R_2 , Zeichnung zur Verfügung gestellt von Steffen Sauer.	52
4.15	Eine Langzeitmessung, an der erkennbar ist, dass zwischen der Temperaturregelung, genauer dem implizierten Regelstrom der Heizelemente, und der Laserfrequenz eine Korrelation mit einer relativ großen Zeitkonstanten von einigen 100 Sekunden besteht.	53
4.16	Hier sind die Wärmeschilde innerhalb der Vakuumkammer im kompletten Zustand zu sehen. Zu erkennen sind auch die Öffnungen für den Laserstrahl. Um direkten Wärmestrahlungstransport von außen zusätzlich zu verhindern, ist an der Außenseite der Vakuumkammer eine Blende angebracht, die auf die Größe und Position des Laserstrahls eingestellt ist. Der Einfluss fluktuierender Hintergrundstrahlung ist damit tiefpassgefiltert.	54
4.17	Messung der Langzeitstabilität mit dem aktuellen System R_1 gegen die GPS-Referenz. Kurzzeitige Schwankungen sind hier allerdings mangels Auflösung der GPS-Referenz nicht erkennbar.	56
4.18	Ermittlung der aktuellen Frequenzabhängigkeit des Resonators gegenüber der Lichtleistung mit Hilfe des Konversionsfaktors zwischen der transmittierten Leistung und der Resonanzfrequenz des Resonators R_1	59
4.19	Ergebnis der Leistungsstabilisierung bezogen auf die verursachte Frequenzinstabilität des Lasers. Die Leistungsfluktuationen habe ich mit einer unabhängigen Photodiode gemessen und damit die Frequenzfluktuationen bestimmt. Die Beiträge der Leistungsfluktuationen zur Frequenzinstabilität konnte ich so auf einen niedrigen 10^{-17} -Wert reduzieren.	60
4.20	Vergleich der PSD des PDH-Signals von Resonator R_2 im stabilisierten und unstabilisierten Fall. Rauschprozesse werden im gezeigten Band um etwa 3 Größenordnungen unterdrückt.	61

4.21	Die wie im Abschnitt 4.2.5 ermittelte relative Instabilität ohne aktive Kompensation durch residuale Amplitudenmodulation des Lasers am Resonatoraufbau R_1	63
4.22	Schematische Darstellung der Distribution der im Resonatorlabor gebündelten hochstabilen 10 MHz-Referenz. Im Resonatorlabor kommt ein aktiver Verteiler zum Einsatz, im Atomlabor kommt aktuell ein passiver Verteiler zum Einsatz und soll zukünftig ausgetauscht werden gegen ein aktives Modell.	65
4.23	Zur Demonstration, dass die Distribution der hochstabilen 10 MHz-Referenz sehr fragil ist, habe ich das Phasenrauschen des Oszillators zwischen einem ruhigen Umfeld und einer simulierten regsamen Arbeitsumgebung verglichen. Es ist deutlich eine Abnahme der Phasenstabilität im Bereich zwischen 1 und 10 Hz zu erkennen, welche auf eine Kabelbewegung zurückzuführen ist.	67
4.24	Vermessung der Phasenstabilität der 10 MHz-Distribution am IQ. Es ist zu erkennen, dass bei höherer Entfernung und zusätzlichen Elementen im Verteilungsweg die Phasenstabilität abnimmt. Der K&K-Verteiler hingegen verbessert aufgrund des implementierten RF-Filters die Rauschleistungsdichte für niedrige Fourierfrequenzen.	68
4.25	Absorption von Licht durch Wasserdampf in der Nähe des $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Uhrenübergangs von Magnesium-24. In blau ist die Wasserabsorption aus der Datenbank des NIST [80] eingezeichnet, die rote Markierung gibt die Fundamentalfrequenz des Uhrenlasers zum $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ -Übergang von ^{24}Mg an.	69
4.26	Schematischer Aufbau der Schwebungsmessung zur Verifizierung der Performance der einzelnen Resonatoren. Eine schnelle und rauscharme Photodiode kommt hier zur Detektion zum Einsatz.	69
4.27	Einfluss des Detektionsaufbaus auf die gemessene Instabilität zwischen den Systemen R_1 und R_2 . Dazu habe ich den Laser auf das System R_1 stabilisiert und der Strahlpfad für das System R_2 freilaufend vermessen. Daher gehen in die Messung Instabilitäten durch unkompenzierte Strahlwege des R_2 -Pfades in die Messung sowie elektronische Rauschprozesse ein. Im geregelten Betrieb von R_2 fallen aufgrund des in der Schleife liegenden Strahlpfades weitere Rauschbeiträge heraus, so dass die hier ermittelten Werte als oberes Limit angegeben werden können.	70
4.28	Mit diesem Aufbau habe ich die Linienbreite des Systems versuchsweise vermessen. Unkompenzierte Drifts führten zu einer relativ großen Gauss-Linienbreite von etwa 5 Hz. Es ist stark zu vermuten, dass die zugrundeliegende Linienbreite deutlich geringer ausfällt.	71

4.29	Vergleich einer der besten Messreihen des verbesserten Lasersystems mit der besten Messung des Vorgängersystems aus [27].	74
4.30	Vergleich von zwei längeren Messreihen des aktuellen Systems gegen das Vorgängersystem, bei denen ich die Zeitreihen in Abschnitte zu jeweils 80 Sekunden unterteilt habe. Die Daten der Messungen aus Abbildung 4.29 sind in diesem Messreihen enthalten.	75
4.31	Vergleich der relativen Instabilitäten verschiedener Lasersysteme mit der besten Performance weltweit nach [5, 27, 67, 81–90] und Ergebnisse meiner Arbeit (Rühmann 2017).	76
4.32	Hier sind die selben Ergebnisse aufgetragen wie in Abbildung 4.31, jedoch habe ich hier die Performance jedes Systems auf eine einheitliche Resonatorlänge von 100 mm abgeschätzt.	77
5.1	Zeitliche Abfolge der Pulse eines modengekoppelten Lasers. In rot die Einhüllende der Pulse, in blau die Phasenlage des modengekoppelten Lichtfelds.	80
5.2	Die Fouriertransformierte im Frequenzraum mit dem typischen Frequenzkammspektrum, aus [94]. Die Frequenz eines Kammzinkens f_n berechnet sich nach der Kammgleichung (5.1).	80
5.3	Der Ursprung der Offset-Phase von f_{CEO} liegt in der Phasenlage des modengekoppelten Spektrums gegenüber der Einhüllenden des Pulses.	81
5.4	Schematischer Aufbau eines Frequenzvergleichs mit einem Laser bei sichtbarer Wellenlänge mit einem Laser bei der Telekomwellenlänge.	84
5.5	Schematischer Versuchsaufbau für einen Laservergleich mit Hilfe eines optischen Frequenzkamms. Jeder Laser wird dazu mit einer in der Frequenz naheliegenden Kammzinke verglichen. Mit Hilfe einer RF-Signalkette können die beiden Laser in einer virtuellen Schwebungsmessung miteinander verglichen werden.	85
5.6	Schematischer Aufbau der elektronischen Verarbeitung der jeweiligen Schwebungssignale zu einem virtuellen Schwebungssignal zwischen zwei Lasern.	86
5.7	Hier sind die Hardware-basierte Schwebungsmessung und die berechnete virtuelle Schwebung aus den direkten Schwebungsmessungen der jeweiligen Laser mit dem Frequenzkamm aufgetragen. Die Hardware-basierte Schwebungsmessung verschwindet hier komplett hinter der berechneten virtuellen Schwebung, da auf dieser Auflösung die beiden genau überlagert sind. In Abbildung 5.8 ist die Differenz aus beiden Signalen gebildet worden, um die Unterschiede sichtbar zu machen.	88

5.8	Vergleich im Zeitsignal der Hardware-basierten virtuellen Schwebungsmessung gegen die berechnete virtuelle Schwebungsmessung. Die Differenzen betragen weniger als 10 mHz und sind daher vernachlässigbar. Beide Methoden eignen sich daher für eine Frequenzmessung.	89
5.9	Eine Langzeitmessung des verbesserten Uhrenlasers am IQ gegen die Cs-Fontänen-Atomuhr stabilisierte Referenz an der PTB. Die maximale Driftrate liegt hier bei etwa 150 mHz/s und die durchschnittliche Driftrate bei etwa 90 mHz/s.	90
5.10	Direkter Vergleich der oberen Grenze der Stabilität der beiden Laser IQ Uhrenlaser und PTB Link Laser sowie die Stabilität der einzelnen Schwebungen gegen den Frequenzkamm. Die Datenpunkte der Messungen <i>IQ Uhrenlaser gegen Kamm</i> und <i>PTB Link Laser gegen Kamm</i> liegen übereinander, da hier die Stabilität des Frequenzkamms die Schwebung limitiert. Die Limitierung des Frequenzkamms für den virtuellen Vergleich liegt im Bereich von 10^{-17}	91
5.11	Schematischer Aufbau eines Dreiecksvergleichs, Beschreibung siehe Text.	92
5.12	Dreiecksvergleich der drei Laser Mg-Uhrenlaser am IQ, Transportabler Laser der PTB am IQ, PTB-Transferlaser (MNPQ).	94
5.13	Individuelle ADEVs der jeweiligen Laser, berechnet aus den Daten des Dreiecksvergleichs, Abbildung 5.12, zwischen den drei Lasern Mg-Uhrenlaser am IQ, Transportabler Laser der PTB am IQ, PTB-Transferlaser (MNPQ). Unkompensierte Strahlwege und Zählerasynchronität könnten im Kurzzeitbereich die Auswertung beeinträchtigt haben.	94
6.1	Abschätzung der PSD der seismischen Störungen am möglichen Standort des Schwarzwalds anhand von Daten zur Spiegeldämpfung und seismischen Aktivität aus [112].	98
6.2	Transferfunktion der Konversion von der Zeitdomäne in die Frequenzdomäne.	98
6.3	Blau: Erwartete PSD von ET-D, aus [112]. Orange: Angepasste Kurve mit den berechneten h_α -Koeffizienten, Rot: Angepasste Kurve mit den berechneten h_α -Koeffizienten inkl. des f^{-4} -Terms.	99
6.4	Gegenüberstellung von ADEVs mit unterschiedlichen Grenzfrequenzen in der Berechnung. Auf der linken Seite wurde der f^{-4} -Term im Gegensatz zur rechten Seite nicht berücksichtigt (siehe Abbildung 6.3). Von oben nach unten wurden die Grenzfrequenzen verändert. Eine Diskussion der Ergebnisse stelle ich im Text dar 6.2.2.	101

6.5	Schematischer Aufbau einer Wiener Filterung, nach [114]. Die Systeme x_1 und x_2 können mit einem Filter $F(z)$ derart kombiniert werden, dass ein hochstabiles System \hat{x} entsteht.	102
6.6	Ein Beispiel der Methode des Wiener Filters in der spektralen Rauschleistungsdichte, aus [114]. Die gemeinsame PSD kann mit Hilfe der Wiener Filterung so kombiniert werden, dass sie ein geringeres Rauschspektrum aufweist als die jeweiligen Einzelsysteme.	103
6.7	Ein Beispiel der Methode des Wiener Filters in der Allan-Varianz. Erkennbar ist die kombinierte Stabilität besser als die jeweiligen Einzelstabilitäten, aus [114].	104
7.1	Berechnetes Brownsches thermisches Rauschen kristalliner Spiegelschichten basierend auf AlGaAs für das bestehende Lasersystem am IQ in Abhängigkeit des Modendurchmessers. Bei gleichen Parametern ergibt sich ein um einen Faktor 1,7 reduziertes thermisches Rauschen in der Berechnung. Ein längerer Resonator, ein vergrößerter Modendurchmesser und eine geringere Temperatur reduzieren das thermische Rauschen zusätzlich.	110
7.2	Schema des Stabilitätstransfers des neuen Lasers bei 1560 nm auf den Mg-Uhrenlaser bei 915 nm.	111

TABELLENVERZEICHNIS

0.1	Symbole und Einheiten	i
0.2	Abkürzungen	iii
3.1	Rauschprozesse eines Oszillators	22
4.1	Gesamtfehlerbudget des Lasersystems	73

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] T. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, “Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser,” *Optics Letters*, vol. 24, p. 881, jul 1999.
- [2] T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, “Optical frequency metrology,” *Nature*, vol. 416, pp. 233–237, mar 2002.
- [3] M. Schioppo, R. C. Brown, W. F. McGrew, N. Hinkley, R. J. Fasano, K. Bely, T. H. Yoon, G. Milani, D. Nicolodi, J. A. Sherman, N. B. Phillips, C. W. Oates, and A. D. Ludlow, “Ultrastable optical clock with two cold-atom ensembles,” *Nature Photonics*, vol. 11, pp. 48–52, nov 2016.
- [4] Y. Y. Jiang, A. D. Ludlow, N. D. Lemke, R. W. Fox, J. A. Sherman, L.-S. Ma, and C. W. Oates, “Making optical atomic clocks more stable with 10-16-level laser stabilization,” *Nature Photonics*, vol. 5, pp. 158–161, jan 2011.
- [5] D. Matei, T. Legero, S. Häfner, C. Grebing, R. Weyrich, W. Zhang, L. Sonderhouse, J. Robinson, J. Ye, F. Riehle, and U. Sterr, “1.5 μm lasers with sub-10 mHz linewidth,” *Physical Review Letters*, vol. 118, jun 2017.
- [6] H. Schnatz, S. Ohshima, H. Telle, and F. Riehle, “Extension of the PTB frequency chain towards the ca intercombination line at 657 nm,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 42, pp. 273–275, apr 1993.
- [7] F. Helbing, G. Steinmeyer, J. Stenger, H. Telle, and U. Keller, “Carrier-envelope-offset dynamics and stabilization of femtosecond pulses,” *Applied Physics B*, vol. 74, pp. s35–s42, jun 2002.
- [8] F. Riehle, *Frequency Standards*.
WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, sep 2004.

-
- [9] F. Riehle, “Towards a redefinition of the second based on optical atomic clocks,” *Comptes Rendus Physique*, vol. 16, pp. 506–515, jun 2015.
- [10] P. Gill, “Is the time right for a redefinition of the second by optical atomic clocks?,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 723, p. 012053, jun 2016.
- [11] L. ESSEN and J. V. L. PARRY, “An atomic standard of frequency and time interval: A caesium resonator,” *Nature*, vol. 176, pp. 280–282, aug 1955.
- [12] L. von der Wense, B. Seiferle, M. Laatiaoui, J. B. Neumayr, H.-J. Maier, H.-F. Wirth, C. Mokry, J. Runke, K. Eberhardt, C. E. Düllmann, N. G. Trautmann, and P. G. Thirolf, “Direct detection of the 229th nuclear clock transition,” *Nature*, vol. 533, pp. 47–51, may 2016.
- [13] Wikipedia, “Elektromagnetisches spektrum — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2018.
[Online; Stand 5. Juni 2018].
- [14] S. Koller, J. Grotti, S. Vogt, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, U. Sterr, and C. Lisdat, “Transportable optical lattice clock with 7×10^{-17} uncertainty,” *Physical Review Letters*, vol. 118, feb 2017.
- [15] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, and P. Schmidt, “Optical atomic clocks,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 87, pp. 637–701, jun 2015.
- [16] S. Falke, N. Lemke, C. Grebing, B. Lipphardt, S. Weyers, V. Gerginov, N. Huntemann, C. Hagemann, A. Al-Masoudi, S. Häfner, S. Vogt, U. Sterr, and C. Lisdat, “A strontium lattice clock with 3×10^{-17} inaccuracy and its frequency,” *New Journal of Physics*, vol. 16, p. 073023, jul 2014.
- [17] B. J. Bloom, T. L. Nicholson, J. R. Williams, S. L. Campbell, M. Bishof, X. Zhang, W. Zhang, S. L. Bromley, and J. Ye, “An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level,” *Nature*, vol. 506, pp. 71–75, jan 2014.
- [18] N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Be-loy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, and A. D. Ludlow, “An atomic clock with 10^{-18} instability,” *Science*, vol. 341, pp. 1215–1218, aug 2013.
- [19] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, “Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems,” *Physical Review A*, vol. 47, pp. 3554–3570, may 1993.

-
- [20] Wikipedia, “Spin-bahn-kopplung — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2018. [Online; Stand 5. Juni 2018].
- [21] H. Dehmelt, “Radiofrequency spectroscopy of stored ions i: Storage,” in *Advances in Atomic and Molecular Physics Volume 3*, pp. 53–72, Elsevier, 1968.
- [22] K. Pyka, N. Herschbach, J. Keller, and T. E. Mehlstäubler, “A high-precision segmented paul trap with minimized micromotion for an optical multiple-ion clock,” *Applied Physics B*, vol. 114, pp. 231–241, jul 2013.
- [23] N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, and E. Peik, “Single-ion atomic clock with 3×10^{-18} systematic uncertainty,” *Physical Review Letters*, vol. 116, feb 2016.
- [24] T. Nicholson, S. Campbell, R. Hutson, G. Marti, B. Bloom, R. McNally, W. Zhang, M. Barrett, M. Safronova, G. Strouse, W. Tew, and J. Ye, “Systematic evaluation of an atomic clock at 2×10^{-18} total uncertainty,” *Nature Communications*, vol. 6, p. 6896, apr 2015.
- [25] S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, A. Goban, N. D. O’pong, R. L. McNally, L. Sonderhouse, J. M. Robinson, W. Zhang, B. J. Bloom, and J. Ye, “A fermi-degenerate three-dimensional optical lattice clock,” *Science*, vol. 358, pp. 90–94, oct 2017.
- [26] T. Maier, S. Kraemer, L. Ostermann, and H. Ritsch, “A superradiant clock laser on a magic wavelength optical lattice,” *Optics Express*, vol. 22, p. 13269, may 2014.
- [27] A. Pape, *Hochstabiler Lokalszillator für einen optischen Magnesium-Frequenzstandard*. PhD thesis, Leibniz Universität Hannover, 2012.
- [28] G. Grosche, “Eavesdropping time and frequency: phase noise cancellation along a time-varying path, such as an optical fiber,” *Optics Letters*, vol. 39, p. 2545, apr 2014.
- [29] A. N. Goncharov, A. E. Bonert, D. V. Brazhnikov, O. N. Prudnikov, M. A. Tropnikov, S. A. Kuznetsov, A. V. Taichenachev, and S. N. Bagayev, “An optical frequency standard based on ultracold magnesium atoms,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 793, p. 012008, jan 2017.
- [30] A. Kulosa, D. Fim, K. Zipfel, S. Rühmann, S. Sauer, N. Jha, K. Gibble, W. Ertmer, E. Rasel, M. Safronova, U. Safronova, and S. Porsev,

-
- “Towards a mg lattice clock: Observation of the S_{01} - p_{03} transition and determination of the magic wavelength,” *Physical Review Letters*, vol. 115, dec 2015.
- [31] J. Friebe, *Ein optischer Frequenzstandard mit lasergekühlten Magnesiumatomen*.
Doktorarbeit, Leibniz Universität Hannover, 2010.
- [32] A. Kulosa, *Lamb-Dicke Spectroscopy of the $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ Transition in ^{24}Mg and Precise Determination of the Magic Wavelength*.
PhD thesis, Universität Hannover, 2015.
- [33] S. G. Porsev and A. Derevianko, “Hyperfine quenching of the metastable $^3p_{0,2}$ states in divalent atoms,” *Phys. Rev. A*, vol. 69, p. 042506, Apr 2004.
- [34] O. N. Prudnikov, D. V. Brazhnikov, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, A. E. Bonert, R. Y. Il'enkov, and A. N. Goncharov, “Quantum treatment of two-stage sub-doppler laser cooling of magnesium atoms,” *Physical Review A*, vol. 92, dec 2015.
- [35] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure,” *Physical Review Letters*, vol. 59, pp. 2631–2634, dec 1987.
- [36] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, “Optical dipole traps for neutral atoms,” in *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, pp. 95–170, Elsevier, 2000.
- [37] B. E. King, C. S. Wood, C. J. Myatt, Q. A. Turchette, D. Leibfried, W. M. Itano, C. Monroe, and D. J. Wineland, “Cooling the collective motion of trapped ions to initialize a quantum register,” *Physical Review Letters*, vol. 81, pp. 1525–1528, aug 1998.
- [38] T. Ido and H. Katori, “Recoil-free spectroscopy of neutral sr atoms in the lamb-dicke regime,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 91, p. 053001, Jul 2003.
- [39] M. Ahmed, M. Yamada, and M. Saito, “Numerical modeling of intensity and phase noise in semiconductor lasers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 37, no. 12, pp. 1600–1610, 2001.
- [40] N. V. Bandel, M. Myara, M. Sellahi, T. Souici, R. Dardaillon, and P. Signoret, “Time-dependent laser linewidth: beat-note digital acquisition and numerical analysis,” *Optics Express*, vol. 24, p. 27961, nov 2016.

-
- [41] W. Riley, *Handbook of Frequency Stability Analysis*. NIST, 2008.
- [42] D. Allan, “tycho.usno.navy.mil/ptti/2004papers/paper14.pdf.”
- [43] L. Cutler and C. Searle, “Some aspects of the theory and measurement of frequency fluctuations in frequency standards,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 2, pp. 136–154, 1966.
- [44] P. C. Chang, H. M. Peng, and S. Y. Lin, “Allan variance estimated by phase noise measurements,” in *36th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting*, 2004.
- [45] A. L. Schawlow and C. H. Townes, “Infrared and optical masers,” *Physical Review*, vol. 112, pp. 1940–1949, dec 1958.
- [46] N. Uehara and K. ichi Ueda, “193-mHz beat linewidth of frequency-stabilized laser-diode-pumped nd:YAG ring lasers,” *Optics Letters*, vol. 18, p. 505, apr 1993.
- [47] C. Henry, “Theory of the linewidth of semiconductor lasers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 18, pp. 259–264, feb 1982.
- [48] B. Spivak and S. Luryi, “Is there a linewidth theory for semiconductor lasers?,” *To appear in “Future Trends in Microelectronics: Up the Nano Creek”*, S. Luryi, J.M. Xu, A. Zaslavsky, Eds., Wiley Interscience, 2007, 2007.
- [49] M. Osinski and J. Buus, “Linewidth broadening factor in semiconductor lasers—an overview,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 23, pp. 9–29, jan 1987.
- [50] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Lasers*. John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [51] G. D. Domenico, S. Schilt, and P. Thomann, “Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape,” *Applied Optics*, vol. 49, p. 4801, aug 2010.
- [52] G. M. Stéphan, T. T. Tam, S. Blin, P. Besnard, and M. Têtu, “Laser line shape and spectral density of frequency noise,” *Physical Review A*, vol. 71, apr 2005.
- [53] L. B. Mercer, “1/f frequency noise effects of self-heterodyne linewidth measurements,” *J. Lightwave Technol.* 9 (4), 485 (1991), 1991.

-
- [54] U. Bangert, “über die stabilität von oszillatoren und frequenznormalen.”
- [55] Wikipedia, “Allan-varianz — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2017. [Online; Stand 5. Juni 2018].
- [56] P. Lesage and T. Ayi, “Characterization of frequency stability: Analysis of the modified allan variance and properties of its estimate,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 33, no. 4, pp. 332–336, 1984.
- [57] L. Cohen, “Generalization of the wiener-khinchin theorem,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 5, pp. 292–294, nov 1998.
- [58] D. S. Elliott, R. Roy, and S. J. Smith, “Extracavity laser band shape and bandwidth modification,” *Phys. Rev. A* 26, 12?18 (1982), 1982.
- [59] M. Bishof, X. Zhang, M. J. Martin, and J. Ye, “Optical spectrum analyzer with quantum-limited noise floor,” *Physical Review Letters*, vol. 111, aug 2013.
- [60] F. J. Harris, “On the use of windows for harmonic analysis with the discrete fourier transform,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, pp. 51–83, Jan 1978.
- [61] D. W. Allan, “Should the classical variance be used as a basic measure in standards metrology?,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-36, pp. 646–654, jun 1987.
- [62] E. L. F. Vernotte, “Confidence intervals and time stability analysis.” Presentation, 2010.
- [63] A. Makdissi, F. Vernotte, and E. Clercq, “Stability variances: a filter approach,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 57, pp. 1011–1028, may 2010.
- [64] A. Milke, N. Gürlebeck, J. Sanjuan, M. Gohlke, T. Schuldt, S. Rühmann, E. Rasel, and C. Braxmaier, “Cavity-ebb: Long-term stable optical resonator for future space missions,” in *DPG-Frühjahrstagung der Sektion AMOP, 23. - 27. März 2015, Heidelberg, Germany*, 2015.
- [65] R. J. Kennedy and E. M. Thorndike, “Experimental establishment of the relativity of time,” *Physical Review*, vol. 42, pp. 400–418, nov 1932.
- [66] C. Lämmerzahl, I. Ciufolini, H. Dittus, L. Iorio, H. Müller, A. Peters, E. Samain, S. Scheithauer, and S. Schiller, “OPTIS—an einstein mission for improved tests of special and general relativity,” *General Relativity and Gravitation*, vol. 36, pp. 2373–2416, oct 2004.

-
- [67] S. A. Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill, “Thermal-noise-limited optical cavity,” *Physical Review A*, vol. 77, mar 2008.
- [68] Wikipedia contributors, “Ultra low expansion glass — Wikipedia, the free encyclopedia,” 2016.
[Online; accessed 5-June-2018].
- [69] R. V. Pound, “Electronic frequency stabilization of microwave oscillators,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 17, pp. 490–505, nov 1946.
- [70] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Applied Physics B: Lasers and Optics*, vol. 31, pp. 97–105, jun 1983.
- [71] E. D. Black, “An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization,” *American Journal of Physics*, vol. 69, pp. 79–87, jan 2001.
- [72] Wikipedia, “Pockels-zelle — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2018.
[Online; Stand 5. Juni 2018].
- [73] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, T. Udem, and T. W. Hänsch, “Sub-hertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass fabry-pérot cavities,” *Physical Review A*, vol. 77, may 2008.
- [74] S. A. Webster, M. Oxborrow, and P. Gill, “Vibration insensitive optical cavity,” *Physical Review A*, vol. 75, jan 2007.
- [75] Wikipedia, “Ausdehnungskoeffizient — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2018.
[Online; Stand 5. Juni 2018].
- [76] “Nextorr: The ideal pump for your portable vacuum case.”
https://www.saesgetters.com/sites/default/files/NEXTORR_datasheets_2017_web.pdf.
Eingesehen am 03.08.2018.
- [77] W. Jung, W. Kester, J. Bryant, J. Buxton, and W. Freeman, *Op Amp Protection*.
Elsevier, 2005.
- [78] J. B. Johnson, “Thermal agitation of electricity in conductors,” *Physical Review*, vol. 32, pp. 97–109, jul 1928.

-
- [79] H. Nyquist, “Thermal agitation of electric charge in conductors,” *Physical Review*, vol. 32, pp. 110–113, jul 1928.
- [80] P. M. Chu, F. R. Guenther, G. C. Rhoderick, and W. J. Lafferty, “The NIST quantitative infrared database,” *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, vol. 104, p. 59, jan 1999.
- [81] C. Hagemann, C. Grebing, C. Lisdat, S. Falke, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, and J. Ye, “Ultrastable laser with average fractional frequency drift rate below $5 \times 10^{-19}/s$,” *Optics Letters*, vol. 39, p. 5102, aug 2014.
- [82] J. Keller, S. Ignatovich, S. A. Webster, and T. E. Mehlstäubler, “Simple vibration-insensitive cavity for laser stabilization at the 10^{-16} level,” *Applied Physics B*, vol. 116, pp. 203–210, oct 2013.
- [83] T. Kessler, C. Hagemann, C. Grebing, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, M. J. Martin, L. Chen, and J. Ye, “A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity,” *Nature Photonics*, vol. 6, pp. 687–692, sep 2012.
- [84] A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt, and J. Ye, “Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} ,” *Optics Letters*, vol. 32, p. 641, feb 2007.
- [85] J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. L. Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli, “Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities,” *Physical Review A*, vol. 79, may 2009.
- [86] T. L. Nicholson, M. J. Martin, J. R. Williams, B. J. Bloom, M. Bishof, M. D. Swallows, S. L. Campbell, and J. Ye, “Comparison of two independent sr optical clocks with 1×10^{-17} stability at 10^3 s,” *Physical Review Letters*, vol. 109, dec 2012.
- [87] S. Vogt, C. Lisdat, T. Legero, U. Sterr, I. Ernsting, A. Nevsky, and S. Schiller, “Demonstration of a transportable 1 hz-linewidth laser,” *Applied Physics B*, vol. 104, pp. 741–745, jul 2011.
- [88] S. Häfner, S. Falke, C. Grebing, S. Vogt, T. Legero, M. Merimaa, C. Lisdat, and U. Sterr, “ 8×10^{-17} fractional laser frequency instability with a long room-temperature cavity,” *Optics Letters*, vol. 40, p. 2112, may 2015.

-
- [89] J. Lodewyck, P. G. Westergaard, A. Lecallier, L. Lorini, and P. Lemonde, “Frequency stability of optical lattice clocks,” *New Journal of Physics*, vol. 12, p. 065026, jun 2010.
- [90] J. J. McFerran, D. V. M. aes, C. Mandache, J. Millo, W. Zhang, Y. L. Coq, G. Santarelli, and S. Bize, “Laser locking to the $^{199}\text{Hg } 1s_0 - 3p_0$ clock transition with $54 \times 10^{-15} \tau$ fractional frequency instability,” *Optics Letters*, vol. 37, p. 3477, aug 2012.
- [91] D. A. J.E. Gray, “A method for estimating the frequency stability of an individual oscillator,” *Proceedings of the 28th Annual Symposium on Frequency Control*, 243-246, 1974, 1974.
- [92] X. Xie, R. Bouchand, D. Nicolodi, M. Lours, C. Alexandre, and Y. L. Coq, “Phase noise characterization of sub-hertz linewidth lasers via digital cross correlation,” *Optics Letters*, vol. 42, p. 1217, mar 2017.
- [93] B. Sprenger, H. G. Schwefel, Z. H. Lu, S. Svitlov, and L. J. Wang, “Three-cornered-hat measurement of a whispering gallery mode stabilized laser,” in *Frontiers in Optics 2010/Laser Science XXVI*, OSA, 2010.
- [94] Wikipedia, “Frequenzkamm — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2017. [Online; Stand 6. Juni 2018].
- [95] H. Telle, “Verfahren zum erzeugen eines offsetfreien optischen frequenzkamms und lasereinrichtung hierfür,” Nov. 9 2005.
EP Patent App. EP 20,050,009,406.
- [96] S. Okubo, A. Onae, K. Nakamura, T. Udem, and H. Inaba, “Offset-free optical frequency comb self-referencing with an f-2f interferometer,” *Optica*, vol. 5, p. 188, feb 2018.
- [97] D. Świerad, S. Häfner, S. Vogt, B. Venon, D. Holleville, S. Bize, A. Kulosa, S. Bode, Y. Singh, K. Bongs, E. M. Rasel, J. Lodewyck, R. L. Targat, C. Lisdat, and U. Sterr, “Ultra-stable clock laser system development towards space applications,” *Scientific Reports*, vol. 6, sep 2016.
- [98] A. Pape, O. Terra, J. Friebe, M. Riedmann, T. Wübbena, E. M. Rasel, K. Predehl, T. Legero, B. Lipphardt, H. Schnatz, and G. Grosche, “Long-distance remote comparison of ultrastable optical frequencies with 10-15 instability in fractions of a second,” *Optics Express*, vol. 18, p. 21477, sep 2010.

-
- [99] G. Grosche, O. Terra, K. Predehl, R. Holzwarth, B. Lipphardt, F. Vogt, U. Sterr, and H. Schnatz, “Optical frequency transfer via 146 km fiber link with 10-19 relative accuracy,” *Optics Letters*, vol. 34, p. 2270, jul 2009.
- [100] J. M. Hogan and M. A. Kasevich, “Atom-interferometric gravitational-wave detection using heterodyne laser links,” *Physical Review A*, vol. 94, sep 2016.
- [101] A. A. Michelson and E. W. Morley, “Feasibility of establishing a light-wave as the ultimate standard of length,” *American Journal of Science*, vol. s3-38, pp. 181–185, sep 1889.
- [102] Wikipedia, “Gravitationswelle — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2018. [Online; Stand 5. Juni 2018].
- [103] Wikipedia, “Geo600 — wikipedia, die freie enzyklopädie,” 2017. [Online; Stand 5. Juni 2018].
- [104] T. A. et al., “Virgo: a laser interferometer to detect gravitational waves,” *Journal of Instrumentation*, vol. 7, pp. P03012–P03012, mar 2012.
- [105] T. Akutsu and K. collaboration, “Large-scale cryogenic gravitational-wave telescope in japan: Kagra,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 610, no. 1, p. 012016, 2015.
- [106] F. A. et al., “Advanced virgo: a second-generation interferometric gravitational wave detector,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 32, p. 024001, dec 2014.
- [107] B. P. A. et al., “Observation of gravitational waves from a binary black hole merger,” *Physical Review Letters*, vol. 116, feb 2016.
- [108] S. Kroker and R. Nawrodt, “The einstein telescope,” in *2014 IEEE Metrology for Aerospace (MetroAeroSpace)*, IEEE, may 2014.
- [109] J. Hough, D. Robertson, H. Ward, and P. McNamara, “LISA — the interferometer,” *Advances in Space Research*, vol. 32, pp. 1247–1250, oct 2003.
- [110] S. Hild, S. Chelkowski, and A. Freise, “Pushing towards the et sensitivity using ‘conventional’ technology,” *arxiv.org*, 2008.
- [111] S. Hild, S. Chelkowski, A. Freise, J. Franc, N. Morgado, R. Flaminio, and R. DeSalvo, “A xylophone configuration for a third-generation gravitational wave detector,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 27, p. 015003, dec 2009.

-
- [112] S. Hild, M. Abernathy, F. Acernese, P. Amaro-Seoane, N. Andersson, K. Arun, F. Barone, B. Barr, M. Barsuglia, M. Beker, N. Beveridge, S. Birindelli, S. Bose, L. Bosi, S. Braccini, C. Bradaschia, T. Bulik, E. Calloni, G. Cella, E. C. Mottin, S. Chelkowski, A. Chincarini, J. Clark, E. Coccia, C. Colacino, J. Colas, A. Cumming, L. Cunningham, E. Cuoco, S. Danilishin, K. Danzmann, R. D. Salvo, T. Dent, R. D. Rosa, L. D. Fiore, A. D. Virgilio, M. Doets, V. Fafone, P. Falferi, R. Flaminio, J. Franc, F. Frasconi, A. Freise, D. Friedrich, P. Fulda, J. Gair, G. Gemme, E. Genin, A. Gennai, A. Giazotto, K. Glampedakis, C. Gräf, M. Granata, H. Grote, G. Guidi, A. Gurkovsky, G. Hammond, M. Hannam, J. Harms, D. Heinert, M. Hendry, I. Heng, E. Hennes, J. Hough, S. Husa, S. Huttner, G. Jones, F. Khalili, K. Kokeyama, K. Kokkotas, B. Krishnan, T. G. F. Li, M. Lorenzini, H. Lück, E. Majorana, I. Mandel, V. Mandic, M. Mantovani, I. Martin, C. Michel, Y. Minenkov, N. Morgado, S. Mosca, B. Mours, H. Müller-Ebhardt, P. Murray, R. Nawrodt, J. Nelson, R. Oshaughnessy, C. D. Ott, C. Palomba, A. Paoli, G. Parguez, A. Pasqualetti, R. Passaquieti, D. Passuello, L. Pinard, W. Plastino, R. Poggiani, P. Popolizio, M. Prato, M. Punturo, P. Puppo, D. Rabeling, P. Rapagnani, J. Read, T. Regimbau, H. Rehbein, S. Reid, F. Ricci, F. Richard, A. Rocchi, S. Rowan, A. Rüdiger, L. Santamaría, B. Sassolas, B. Sathyaprakash, R. Schnabel, C. Schwarz, P. Seidel, A. Sintes, K. Somiya, F. Speirits, K. Strain, S. Strigin, P. Sutton, S. Tarabrin, A. Thüring, J. van den Brand, M. van Veggel, C. van den Broeck, A. Vecchio, J. Veitch, F. Vetrano, A. Vicere, S. Vyatchanin, B. Willke, G. Woan, and K. Yamamoto, “Sensitivity studies for third-generation gravitational wave observatories,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 28, p. 094013, apr 2011.
- [113] S. Stein, “The allan variance - challenges and opportunities,” *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 57, pp. 540–547, mar 2010.
- [114] M. Peca, V. Michalek, and M. Vacek, “Clock composition by wiener filtering illustrated on two atomic clocks,” in *2013 Joint European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium (EFTF/IFC)*, IEEE, jul 2013.
- [115] S. M. F. Raupach, A. Koczwara, and G. Grosche, “Brillouin amplification supports 1×10^{-20} uncertainty in optical frequency transfer over 1400 km of underground fiber,” *Physical Review A*, vol. 92, aug 2015.

-
- [116] T. Klügel and M. Schneider, “Grossringlaser zur kontinuierlichen beobachtung der erdrotation,” *Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*, vol. 2, Feb. 2005.
- [117] S. Häfner, *Ultrastabile Lasersysteme für Weltraum und Bodenanwendungen*. PhD thesis, Leibniz Universität Hannover, 2015.
- [118] N. Scharnhorst, J. B. Wübbena, S. Hannig, K. Jakobsen, J. Kramer, I. D. Leroux, and P. O. Schmidt, “High-bandwidth transfer of phase stability through a fiber frequency comb,” *Optics Express*, vol. 23, p. 19771, jul 2015.
- [119] B. Julsgaard, A. Walther, S. Kröll, and L. Rippe, “Understanding laser stabilization using spectral hole burning,” *Optics Express*, vol. 15, no. 18, p. 11444, 2007.
- [120] M. A. Norcia, M. N. Winchester, J. R. K. Cline, and J. K. Thompson, “Super-radiance on the millihertz linewidth strontium clock transition,” *Science Advances*, vol. 2, pp. e1601231–e1601231, oct 2016.
- [121] H. Knöckel, S. Rühmann, and E. Tiemann, “The $a^1\sigma_u^+$ system of mg_2 ,” *The European Physical Journal D*, vol. 68, Oct. 2014. Springer Berlin Heidelberg.
- [122] H. Knöckel, S. Rühmann, and E. Tiemann, “Erratum: “the $x^1\sigma_g^+$ ground state of mg_2 studied by fourier-transform spectroscopy” [j. chem. phys. 138, 094303 (2013)],” *The Journal of Chemical Physics*, vol. 138, Apr. 2013.
- [123] H. Knöckel, S. Rühmann, and E. Tiemann, “The $x^1\sigma_g^+$ ground state of mg_2 studied by fourier-transform spectroscopy,” *The Journal of Chemical Physics*, vol. 138, Feb. 2013.
- [124] A. P. Kulosa, J. Friebe, M. P. Riedmann, A. Pape, T. W. Wübbena, D. B. Fim, S. Rühmann, K. H. Zipfel, H. Kelkar, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “An ultraviolet laser system for laser cooling and trapping of metastable magnesium,” *ArXiv e-prints*, Jan. 2012.
- [125] M. Riedmann, H. Kelkar, T. Wübbena, A. Pape, A. Kulosa, K. Zipfel, D. Fim, S. Rühmann, J. Friebe, W. Ertmer, and E. Rasel, “Beating the density limit by continuously loading a dipole trap from millikelvin-hot magnesium atoms,” *Physical Review A*, vol. 86, oct 2012.

- [126] S. Rühmann, "Diodenlasersystem schmaler linienbreite durch "self-injection locking"," diplomarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2010.

Eigene Veröffentlichungen

1. A. Kulosa, D. Fim, K. Zipfel, S. Rühmann, S. Sauer, N. Jha, K. Gibble, W. Ertmer, E. Rasel, M. Safronova, U. Safronova, and S. Porsev, "Towards a mg lattice clock: Observation of the $S_{01}-P_{03}$ transition and determination of the magic wavelength," *Physical Review Letters*, vol. 115, dec 2015
2. A. Milke, N. Gürlebeck, J. Sanjuan, M. Gohlke, T. Schuldt, S. Rühmann, E. Rasel, and C. Braxmaier, "Cavity-ebb: Long-term stable optical resonator for future space missions," in *DPG-Frühjahrstagung der Sektion AMOP, 23. - 27. März 2015, Heidelberg, Germany, 2015*
3. H. Knöckel, S. Rühmann, and E. Tiemann, "The $a^1\sigma_u^+$ system of mg_2 ," *The European Physical Journal D*, vol. 68, Oct. 2014.
Springer Berlin Heidelberg
4. H. Knöckel, S. Rühmann, and E. Tiemann, "Erratum: "the $x^1\sigma_g^+$ ground state of mg_2 studied by fourier-transform spectroscopy" [j. chem. phys. 138, 094303 (2013)]," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 138, Apr. 2013
5. H. Knöckel, S. Rühmann, and E. Tiemann, "The $x^1\sigma_g^+$ ground state of mg_2 studied by fourier-transform spectroscopy," *The Journal of Chemical Physics*, vol. 138, Feb. 2013
6. A. P. Kulosa, J. Friebe, M. P. Riedmann, A. Pape, T. W. Wübbena, D. B. Fim, S. Rühmann, K. H. Zipfel, H. Kelkar, W. Ertmer, and E. M. Rasel, "An ultraviolet laser system for laser cooling and trapping of metastable magnesium," *ArXiv e-prints*, Jan. 2012
7. M. Riedmann, H. Kelkar, T. Wübbena, A. Pape, A. Kulosa, K. Zipfel, D. Fim, S. Rühmann, J. Friebe, W. Ertmer, and E. Rasel, "Beating the

density limit by continuously loading a dipole trap from millikelvin-hot magnesium atoms,” *Physical Review A*, vol. 86, oct 2012

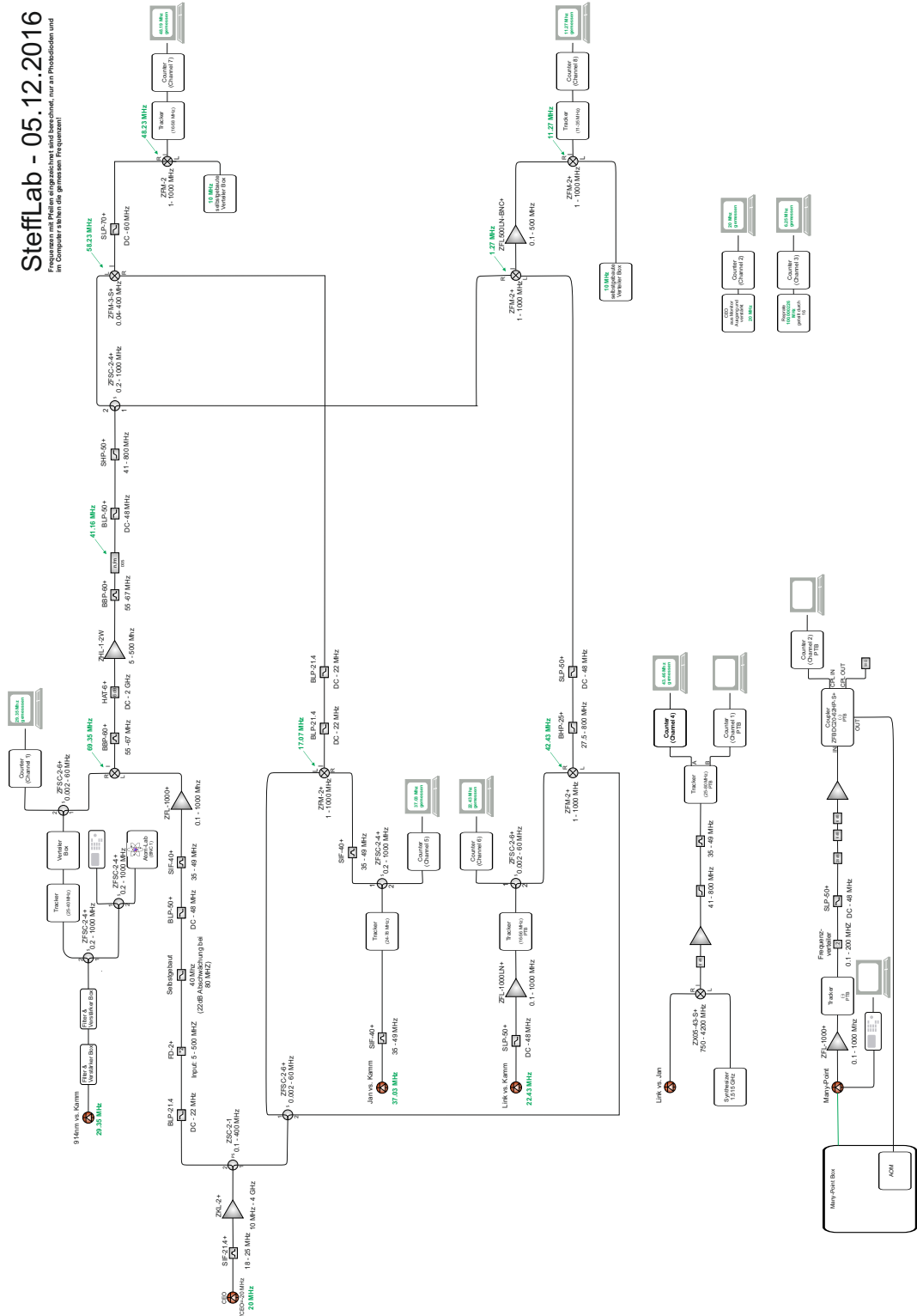
8. S. Rühmann, “Diodenlasersystem schmaler linienbreite durch ”self-injection locking“,” diplomarbeit, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2010

Aufbau der virtuellen Schwebungsmessung des Dreiecksvergleichs mittels der Faserverbindung IQ-PTB

Kompletter elektronischer Aufbau der hardware-basierten virtuellen Schwebungsmessung aus Abschnitt 5.1.3.

SteffLab - 05.12.2016

Die Messung der Frequenzabweichung der Oszillatoren, nur an Phasolosen und im Computer haben die gemessenen Frequenzen



Programm-Code zur Berechnung für das Laser-Synergie-Konzept

Der in Kapitel 6.3 genutzte Python-Code zur Berechnung der Instabilität eines Lasersystems aus der spektralen Rauschleistungsdichte.

```

from numpy import *
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import sys, os
import math
from scipy.integrate import quad
from scipy.integrate import simps
from scipy.constants import *
from scipy.constants import k as kb, atomic_mass as u
from numpy import inf

Hz = np.loadtxt('ET_Hz.dat')
sqrtHz = np.loadtxt('ET_strainsdata incl 1mHz 1000hz.dat') #Low frequency data estimated
sqrtHz2 = np.loadtxt('ET_sqrtHz.dat')#

plt.figure('ET_Sensitivität_@Schwarzwald')
plt.clf()
plt.title('ET Sensitivität (inkl. seismisches Rauschen) @ Schwarzwald-Areal')
plt.xlabel('Fourierfrequenz [Hz]')
plt.ylabel('Sensitivität [1/√{Hz}]')
plt.xlim([5e-2,1e3])
plt.loglog(sqrtHz[:,0],sqrtHz[:,1], 'blue', label='ET Sensitivität @ Schwarzwald-Areal')
plt.legend(loc=1)
plt.savefig('ET_Sensitivität_@Schwarzwald.pdf', format='pdf')

# Ab hier Berechnung der h-alpha Koeffizienten zur Frequenz-Zeit Umrechnung
h1array = Hz[:,1]/(Hz[:,0]**2)
h0array = Hz[:,1]/(Hz[:,0]**0)
hm1array = Hz[:,1]/(Hz[:,0]**(-2))
hm2array = Hz[:,1]/(Hz[:,0]**(-4))
hm3array = Hz[:,1]/(Hz[:,0]**(-16))

h2int = (Hz[:,0] >= 1000) & (Hz[:,0] < 10000)
h1int = (Hz[:,0] >= 397.8) & (Hz[:,0] < 1000)
h0int = (Hz[:,0] >= 79.4) & (Hz[:,0] < 397.79)
hm1int = (Hz[:,0] >= 29.9) & (Hz[:,0] < 79.39)
hm2int = (Hz[:,0] >= 1.18) & (Hz[:,0] < 29.8)
hm3int = (Hz[:,0] >= 1.01) & (Hz[:,0] < 1.17)
#
h2 = 2e-63 # Manuell gefittet
h1 = sum(h1array[h1int])/len(h1array[h1int])
h0 = sum(h0array[h0int])/len(h0array[h0int])
hm1 = sum(hm1array[hm1int])/len(hm1array[hm1int])
hm2 = sum(hm2array[hm2int])/len(hm2array[hm2int])
hm3 = sum(hm3array[hm3int])/len(hm3array[hm3int])

print(hm3)
print(hm2)
print(hm1)
print(h0)
print(h1)
print(h2)

# Cutler-Gleichung: Gilt, wenn 2*Pi*fh*tau >> 1; also wenn fh fix => tau >> 1/fh; -> tau ~ > 10^..
#def sigmasquare(tau):
#
#
#
def f0(f):

```

```

    f0=hm3*f**(-16)

    return f0
def f1(f):
    f1=hm2*f**(-4)

    return f1
def f2(f):
    f2=hm1*f**(-2)

    return f2
def f3(f):
    f3=h0*f**(0)

    return f3
def f4(f):
    f4=h1*f**(2)

    return f4
def f5(f):
    f5=h2*f**(4)

    return f5
def ffull(f,a,b):
    x=a*f0(f)
    x+=f1(f)
    x+=f2(f)
    x+=f3(f)
    x+=f4(f)
    x+=b*f5(f)

    return x
def sqrtffull(f,a,b):
    sqrtffull=sqrt(ffull(f,a,b))

    return sqrtffull

frequency = np.logspace(-3, 4, num=1000)

plt.figure('ET_Sensitivität')
plt.clf()
plt.title('ET Sensitivität')
plt.xlabel('Frequenz [Hz]')
plt.ylabel('Sy [1/$\sqrt{Hz}$]')
plt.xlim([1,1e4])
plt.ylim(1e-25,1e-20)
plt.loglog(sqrtHz2[:,0],sqrtHz2[:,1], 'blue', label="ET Sensitivität, Paperdaten")

```

```

plt.loglog(frequency, sqrtffull(frequency,0,1), 'orange', label="ET Sensitivität, Modell (gefittet)
plt.loglog(frequency, sqrtffull(frequency,1,1), 'red', label="ET Sensitivität, Modell (gefittet,
plt.legend(loc=1)
plt.savefig('ET_Sensitivität.pdf', format='pdf')

```

```

def transf(x):
    transf=(sin(pi*x))**4/((pi*x)**2)

    return transf

```

```

x = np.logspace(-3, 4, num=100000)

```

```

plt.figure('Transferfunktion')
plt.clf()
plt.title('Transferfunktion')
plt.xlabel('Fourierfrequenz [Hz] (x)')
plt.ylabel('|H(x)$^2$|')
plt.xlim(1e-3,1e4)
plt.ylim(1e-10,1)
plt.loglog(x,transf(x), 'blue', label='Transferfunktion |H(x)$^2$|:=\sin$(\pi*x)$^4$/(\pi*x)$^2$')
plt.legend(loc=1)
plt.savefig('Transferfunktion.pdf', format='pdf')

```

```

#neuer Plot

```

```

f1=(1e0)

```

```

fh=(1e4)

```

```

def sigmasquarecutler(tau):

```

```

    sigmasquarecutler=hm2*(2*pi)**2/6*tau+hm1*2*log(2)+h0/(2*tau)+h1*(1.038+3*log(2*pi*fh*tau)),

```

```

    return sqrt(sigmasquarecutler)

```

```

@np.vectorize

```

```

def sigmasquarenum(tau):

```

```

    a = np.logspace(log(f1)/log(10), log(fh)/log(10), num=10000)

```

```

    sigmasquarenum =2*simps(ffull(a,1,1)*(sin(pi*tau*a))**4/(pi*tau*a)**2,a)

```

```

    return np.sqrt(sigmasquarenum)

```

```

times = np.logspace(-5.2, 0.8, num=1000)

```

```

plt.figure("ADEV_Vergleich_1_Hz_10_kHz")
plt.clf()
plt.title("ADEV Vergleich")
plt.xlabel('Integrationszeit [s]')
plt.ylabel('ADEV')
plt.loglog(times,sigmasquarenum(times), 'blue', label="ADEV numerisch")
plt.loglog(times,sigmasquarecutler(times), 'red', label="ADEV (nach Cutler)")
plt.plot([],[], ' ', label=r'$f_l=1$ Hz, $f_h=10$ kHz')
plt.legend(loc=1)
plt.savefig('ADEV_Vergleich_1_Hz_10_kHz.pdf', format='pdf')

```

```

#neuer Plot

```

```

f1=(3e-1)

```

```

fh=(1e4)

```



```

def sigmasquarecutler(tau):
    sigmasquarecutler=hm2*(2*pi)**2/6*tau+hm1*2*log(2)+h0/(2*tau)+h1*(1.038+3*log(2*pi*fh*tau)),
    return sqrt(sigmasquarecutler)

@np.vectorize
def sigmasquarenum(tau):
    a = np.logspace(log(f1)/log(10), log(fh)/log(10), num=10000)
    sigmasquarenum =2*simps(ffull(a,1,1)*(sin(pi*tau*a))**4/(pi*tau*a)**2,a)
    return np.sqrt(sigmasquarenum)

times = np.logspace(-5.2, 0.8, num=1000)

plt.figure("ADEV_Vergleich_300_mHz_10_kHz")
plt.clf()
plt.title("ADEV Vergleich") #
plt.xlabel('Integrationszeit [s]')
plt.ylabel('ADEV')
plt.loglog(times,sigmasquarenum(times), 'blue', label="ADEV numerisch")
plt.loglog(times,sigmasquarecutler(times), 'red', label="ADEV (nach Cutler)")
plt.plot([],[], ' ', label=r'$f_l=300\ mHz,\ f_h=10\ kHz$')
plt.legend(loc=1)
plt.savefig('ADEV_Vergleich_300_mHz_10_kHz.pdf', format='pdf')

#neuer Plot

f1=(1e0)
fh=(3e4)
def sigmasquarecutler(tau):
    sigmasquarecutler=hm2*(2*pi)**2/6*tau+hm1*2*log(2)+h0/(2*tau)+h1*(1.038+3*log(2*pi*fh*tau)),
    return sqrt(sigmasquarecutler)

@np.vectorize
def sigmasquarenum(tau):
    a = np.logspace(log(f1)/log(10), log(fh)/log(10), num=10000)
    sigmasquarenum =2*simps(ffull(a,1,1)*(sin(pi*tau*a))**4/(pi*tau*a)**2,a)
    return np.sqrt(sigmasquarenum)

times = np.logspace(-5.2, 0.8, num=1000)

plt.figure("ADEV_Vergleich_1_Hz_30_kHz")
plt.clf()
plt.title("ADEV Vergleich") #
plt.xlabel('Integrationszeit [s]')
plt.ylabel('ADEV')
plt.loglog(times,sigmasquarenum(times), 'blue', label="ADEV numerisch")
plt.loglog(times,sigmasquarecutler(times), 'red', label="ADEV (nach Cutler)")
plt.plot([],[], ' ', label=r'$f_l=1\ Hz,\ f_h=30\ kHz$')
plt.legend(loc=1)
plt.savefig('ADEV_Vergleich_1_Hz_30_kHz.pdf', format='pdf')

```


Steffen Rühmann

Dr. rer. nat.

Trift 2
31275 Lehrte
☎ +49 163 / 639 1984
✉ steffen.ruehmann@gmail.com



Angaben zur Person

Geburtsdatum 10. August 1984
Geburtsort Großburgwedel, Deutschland
Familienstand Verheiratet, 2 Kinder (1 und 2 Jahre)

Promotion

11/2018 **Abschluss: Dr. rer. nat. (Physik)**, *Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover*, Titel der Dissertation: "Frequenzstabilisierung eines hochstabilen Lasersystems bis zum Thermischen-Rausch-Limit und Berechnungen eines Laser-Synergie-Konzeptes".

01/2011 - 11/2018 **Promotion im Fachbereich Physik am Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover.**

2011 – 2018 **Konferenzen**, *Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft (DPG); European Frequency and Time Forum (EFTF); Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO).*

2011 – 2018 **Seminare und Workshops**, *NEAT-FS Workshop, Noordwijk; Dänemark-Seminar des Institut für Quantenoptik; International Max Planck Research School (IMPRS) on Gravitational Wave Astronomy, Fundamentals and applications of ultra-cold matter (RTG-1729).*

Elternzeit

2016 – 2018 **Elternzeit**, *Insgesamt vier Monate Elternzeit während der Promotion, 01/2017, 03/2017, 03 – 04/2018.*

Studium

10/2005 – 01/2011 **Grundstudium "Allgemeine Physik"**, Abschluss: Diplom (Dipl.-Phys.), Leibniz Universität Hannover.

11/2009 – 10/2010 **Diplomarbeit mit dem Titel:** *Diodenlasersystem schmaler Linienbreite durch "Self-Injection Locking"*, Betreuer: Prof. Dr. E. M. Rasel.

2010 **Seminar- und Konferenzteilnahmen im Rahmen der Diplomarbeit**, *Greenhorn-Meeting; DPG-Frühjahrstagung; Young Atom Opticians (YAO); Dänemark-Seminar des Institut für Quantenoptik.*

Studentische Nebentätigkeiten

08/2008 – 08/2010 **Hilfswissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Quantenoptik**, Leibniz Universität Hannover.

Grundwehrdienst

07/2004 – 03/2005 **Grundwehrdienst**, Fliegerhorst Goslar & Fliegerhorst Wunstorf.

Schulbildung

08/1997 – 07/2004 **Abitur**, Gymnasium Burgdorf.

Sprachkenntnisse

Deutsch	Muttersprache	
Englisch	Sehr gute, fließende Englisch-Kenntnisse	<i>Berufspraxis, Schule (9 Jahre), FSZ-Kurs</i>
Französisch	Grundkenntnisse	<i>Schule (5 Jahre)</i>
Chinesisch	Grundkenntnisse Sprachkurs	<i>FSZ-Kurs: "Chinesisch für Anfänger"</i>

Qualifikationen

Promotion Plus ⁺ qualifiziert:	Managementkompetenzen Unternehmerische Strategien, Karriereplanung und Berufseinstieg, berufsrelevante Schlüsselkompetenzen
Fachkunde Strahlenschutz:	Erweiterter Kurs im Rahmen des Wahlpflichtfaches "Strahlenschutz"

Zusätzliche Kenntnisse

EDV-Kenntnisse	Fortgeschrittene Kenntnisse in Autodesk Inventor (3D-CAD), Mathematica, Python, Corel Draw, Origin, LaTeX, Inkscape, GIMP, Microsoft Windows, Microsoft Office
Hardware	Computer-Hardware, PCB-Platinen, Allgemeine Elektrotechnikkenntnisse
Führerschein	Klasse B
Hobbies	Computer, Schwimmen, Fahrrad fahren, Karnivoren(-zucht), Backen

DANKSAGUNG

Ich möchte hiermit allen danken, die mich bei der Fertigstellung meiner Arbeit und in meinem Leben unterstützt haben.

Insbesondere möchte ich natürlich meiner Frau Annika und meinen Kindern Niklas und Johanna danken, dass sie mein Leben auf die schönste erdenkliche Art und Weise bereichert haben.

Ich danke meiner Mutter Beate und meinem Vater Ernst für die tolle Unterstützung auf meinem Lebensweg und mir stets Vertrauen in meinen Entscheidungen gegeben haben, ebenso meinen Schwiegereltern Fritz und Angelika und meiner Schwester Aileen.

Ich danke meinem Doktorvater Prof. Ernst Rasel für die großartige Möglichkeit, Teil der wissenschaftlichen Forschungsgemeinschaft zu werden, für die Betreuung und die Gelegenheiten des wissenschaftlichen Austauschs bei diversen Konferenzen und Seminaren.

Prof. Michèle Heurs danke ich für die Übernahme der Prüfungsleitung des Promotionsverfahrens.

Bei Dennis Schlippert möchte ich mich insbesondere für seine Diskussionen und Programmierunterstützung im Bereich der Lasersynergien bedanken sowie zur Begutachtung und Prüfung meiner Arbeit.

Bei apl. Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. Karl Ulrich Schreiber bedanke ich mich für die Begutachtung meiner Arbeit.

Bei meinen Kollegen im Institut, aus der PTB, vom ZARM und anderen Institutionen bedanke ich mich für die wertvollen Diskussionen und tatkräftiger Unterstützung bei meiner Arbeit. Hierbei möchte ich vor allem meine direkten Kollegen aus meiner Arbeitsgruppe erwähnen: Klaus Zipfel, Dominika Fim, Steffen Sauer, Nandan Jha, Waldemar Friesen, sowie meine ehemaligen Kollegen André Pape, André Kulosa, Temmo Wübbena, wie auch Sebastian Bode, Felix Kösel und Torben Schulze und viele Weitere, mit denen ich eine lange Zeit zusammen am Institut gearbeitet und sich so viele Freundschaften entwickelt haben. Den Kollegen Sebastian Häfner, Alexander Kuhl, Thomas Waterholter und Prof. Grosche von der PTB

danke ich für die maßgebliche Bereitstellung und Hilfe bei der Installation der aktuellen Glasfaserverbindung und hilfreichen Diskussionen. Andreas Bauch danke ich für die Bereitstellung und die Wartung des Wasserstoffmasers H7 an unserem Institut.

Ferner möchte ich dem Organisationsstab am Institut, dem Sekretariat und der Verwaltung für ihre hervorragende Arbeit und Hilfe danken.

Ich möchte natürlich auch allen weiteren Freunden, Verwandten und Bekannten danken, die mich moralisch oder auf andere Weise unterstützt haben.

Vielen vielen Dank!!!