

Bemerkungen zum Rauschen von Vierpolen

Comments on Noisy Fourpoles

Von Karl-Heinz Löcherer

Mitteilung aus dem Institut für Hochfrequenztechnik
der UNIVERSITÄT HANNOVER (vorm. TH)

Herrn Prof. Dr.-Ing. F. W. Gundlach und Herrn Prof. Dr. phil. Dr.-Ing. habil K. Fränz zum
75. Geburtstag gewidmet

Übersicht:

Es wird auf ein Problem bei der Anwendung der Friis'schen Formel für die Kettenschaltung rauschender Vierpole sowie auf den Einfluß des Last-Rauschens bei der Bestimmung der Rauschtemperatur eines Vierpols hingewiesen.

Abstract:

Emphasis is drawn to a problem with the application of the Friis formula for cascaded noisy fourpoles as well as to the effect of load noise in determining the noise temperature of a fourpole.

Für die Dokumentation:

Vierpol-Rauschen / Friis-Formel / Last-Rauschen / Rauschmeßtechnik

1. Kettenschaltung zweier Vierpole

Die Rauschzahl F eines Vierpols wird üblicherweise als Quotient der Signal-Rausch-Verhältnisse am Vierpol-Eingang und -Ausgang definiert (z. B. [1, Gl. (4)]; s. hierzu auch die früheren Arbeiten über Empfängerempfindlichkeit [2]). Die Anwendung dieser Definition auf die Kettenschaltung zweier rauschender Vierpole führt auf die Friis'sche Formel

$$F_{\text{Kette}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{L_{v1}}. \quad (1)$$

Hierin ist F_1 bzw. F_2 die Rauschzahl des ersten bzw. zweiten Vierpols und L_{v1} der verfügbare Leistungsgewinn des ersten Vierpols. Gl. (1) soll im folgenden anhand von Bild 1 abgeleitet werden.

Nach der o.g. Definition ist

$$F_{\text{Kette}} = \frac{S_1/N_1}{S_3/N_3},$$

d. h. auch

$$= \frac{S_1/N_1}{S_2/N_2} \cdot \frac{S_2/N_2}{S_3/N_3}.$$

Hierin beschreibt der erste (zweite) Bruch den Quotienten der Signal-Rausch-Verhältnisse am Eingang und Ausgang des Vierpols 1 (2). Es müßte also

$$F_{\text{Kette}} = F'_1 \cdot F'_2 \quad (2)$$

sein; dieses Ergebnis stimmt offenbar nicht mit (1) überein. Der scheinbare Widerspruch erklärt sich dadurch, daß mit den Symbolen F_i in (1) und F'_i in (2) verschiedene Größen bezeichnet werden. Die Rauschzahl eines Vierpols hängt

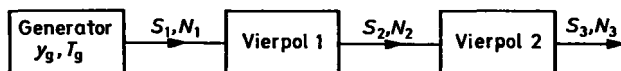


Bild 1: Kettenschaltung rauschender Vierpole

nämlich u. a. vom Generatorleitwert y_g und von dessen Rauschtemperatur T_g ab (s. z. B. [3a]):

$$F = F(y_g, T_g) = 1 + \frac{T_v(y_g)}{T_g}; \quad (3)$$

hierin ist $T_v(y_g)$ die Rauschtemperatur des Vierpols. Für die Größen F_1 und F_2 in (1) gilt nun, ausführlich geschrieben,

$$F_1 = 1 + \frac{T_{v1}(y_g)}{T_g} = F'_1, \quad F_2 = 1 + \frac{T_{v2}(y_{\text{aus}}^{(1)})}{T_g}. \quad (4)$$

Der „Generatorleitwert“ am Eingang des Vierpols 2 ist also (sinnvollerweise) der Ausgangsleitwert $y_{\text{aus}}^{(1)}$ des ersten Vierpols; als seine Rauschtemperatur wird jedoch der Wert T_g für den Generator y_g am Eingang der Kette benutzt. Dagegen ist

$$F'_2 = 1 + \frac{T'_{v2}(y_{\text{aus}}^{(1)})}{T'_g}, \quad (5)$$

wobei T'_g die tatsächliche Rauschtemperatur in der Eingangsebene des Vierpols ist, nämlich

$$T'_g = [T_g + T_{v1}(y_g)] \cdot L_{v1} = T_g \cdot L_{v1} \cdot \left[1 + \frac{T_{v1}(y_g)}{T_g} \right],$$

d. h. in Verbindung mit (3)

$$T'_g = T_g \cdot L_{v1} \cdot F_1(y_g, T_g).$$

Damit folgt aus (2), (4) und (5)

$$F_{\text{Kette}} = F'_1 \cdot F'_2 = F_1 \cdot \left[1 + \frac{T_{v2}(y_{\text{aus}}^{(1)})}{T_g \cdot L_{v1} \cdot F_1} \right] = F_1 + \frac{F_2 - 1}{L_{v1}}$$

in Übereinstimmung mit der vertrauten Gl. (1).

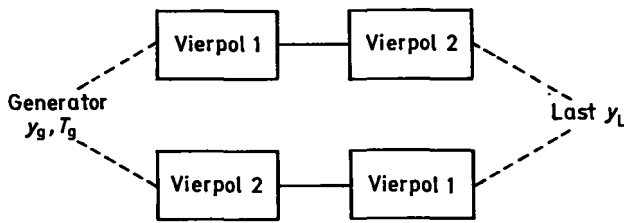


Bild 2: Zur Erläuterung der Rausch-Gütezahl (Rauschmaß) eines Vierpols

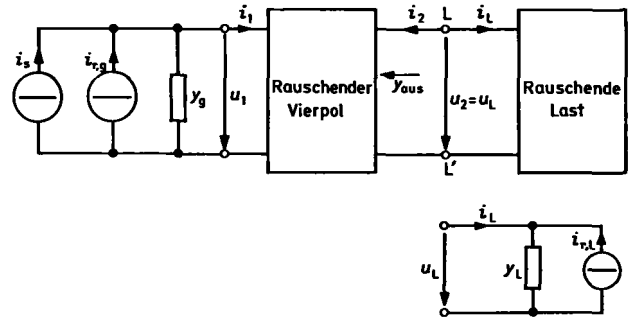


Bild 3: Rauschender Vierpol mit rauschendem Generator und rauschender Last

Der vorstehend erläuterte Unterschied ist auch zu beachten, wenn die von Rothe und Dahlke definierte Rausch-Gütezahl eines Vierpols [4]

$$M = \frac{F-1}{1-L_v} \quad (6)$$

(= Rauschmaß nach Haus und Adler [5]) auf dem Weg über die Friis'sche Formel eingeführt wird, nämlich als Antwort auf die Frage: Welche der beiden Anordnungen in Bild 2 besitzt die kleinere Kettenrauschzahl? Die übliche Argumentation verläuft so:

Anordnung 1-2: $F_{1-2} = F_1 + \frac{F_2-1}{L_{v1}}$;

Anordnung 2-1: $F_{2-1} = F_2 + \frac{F_1-1}{L_{v2}}$.

Die Forderung $F_{1-2} < F_{2-1}$ führt nach (6) auf

$$M_1 < M_2.$$

Ausführlich geschrieben ist aber

$$F_{1-2} = F_1(y_g, T_g) + \frac{F_2(y_{aus}^{(1)}, T_g) - 1}{L_{v1}(y_g)}$$

mit

$$y_{aus}^{(1)} = y_{22}^{(1)} - \frac{y_{12}^{(1)} \cdot y_{21}^{(1)}}{y_{11}^{(1)} + y_g}$$

und

$$F_{2-1} = F_2(y_g, T_g) + \frac{F_1(y_{aus}^{(2)}, T_g) - 1}{L_{v2}(y_g)}$$

mit

$$y_{aus}^{(2)} = y_{22}^{(2)} - \frac{y_{12}^{(2)} \cdot y_{21}^{(2)}}{y_{11}^{(2)} + y_g}.$$

Die übliche Argumentation gilt also nur für den Sonderfall

$$F_1(y_g, T_g) = F_1(y_{aus}^{(2)}, T_g), \quad F_2(y_g, T_g) = F_2(y_{aus}^{(1)}, T_g)$$

bzw.

$$T_{v1}(y_g) = T_{v1}(y_{aus}^{(2)}), \quad T_{v2}(y_g) = T_{v2}(y_{aus}^{(1)});$$

s. hierzu auch [5b, S. 1518] und [6a].

2. Einfluß des Lastrauschens auf die Rauschzahl

Bei der Berechnung der Rauschzahl eines Vierpols gemäß der eingangs gegebenen Definition wird das Rauschen der Last vernachlässigt oder in die Folgestufe eingerechnet, also ebenfalls formal eliminiert. Auf diese Inkonsequenz ist in der Literatur natürlich schon seit langem hingewiesen worden (s. z. B. [7]): Sie verfälscht die wirklichen Verhältnisse insbesondere bei Reflexionsverstärkern mit einem negativen Realteil des Ausgangsleitwertes, denn dort wird das von der Last zum Verstärkerausgang transportierte Rauschen sogar verstärkt zur Last reflektiert, von der es wie ein Rauschleistungsanteil des Vierpols gewertet wird. – In [7] wird natürlich auch auf die Möglichkeit hingewiesen, diesen Anteil durch einen vor die Last geschalteten gekühlten Isolator zu reduzieren. –

Im folgenden wollen wir daher einen rauschenden Vierpol in Verbindung mit einer rauschenden Last betrachten und die Leistungsbilanz am Ausgang des Vierpols aufstellen (Bild 3).

Durch die Ebene L–L' wird netto die Wirkleistung

$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(u_L \cdot i_L^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(u_L \cdot [y_L \cdot u_L - i_{r,L}]^*) \\ = \frac{|u_L|^2}{2} \operatorname{Re} y_L - \frac{1}{2} \operatorname{Re}(u_L \cdot i_{r,L}^*)$$

transportiert. Unter Benutzung der Generatorgleichung

$$i_g = i_s + i_{r,g} = y_g \cdot u_1 + i_1$$

mit i_s = Signal- } Einströmung des Generators
 $i_{r,g}$ = Rausch- } in Bild 3

sowie der Gleichungen des rauschenden Vierpols (s. z. B. [4], [3b])

$$i_1 = y_{11} \cdot u_1 + y_{12} \cdot u_2 + i_{K1}$$

$$i_2 = y_{21} \cdot u_1 + y_{22} \cdot u_2 + i_{K2}$$

(i_{K1} , i_{K2} : Ersatz-Rauschstromquellen des Vierpols) folgt zunächst

$$u_L = - \frac{y_{21}}{[(y_{11} + y_g)(y_{22} + y_L) - y_{12} \cdot y_{21}]} \cdot \left[i_s + i_{r,g} - \left(i_{K1} - i_{K2} \cdot \frac{y_{11} + y_g}{y_{21}} \right) - i_{r,L} \cdot \frac{y_{11} + y_g}{y_{21}} \right] \quad (7)$$

und hieraus mit

$$\begin{aligned} |(i_{r,g})_{\text{eff}}|^2 &= 4k \operatorname{Re} y_g \cdot T_g \Delta f, \\ |(i_{r,L})_{\text{eff}}|^2 &= 4k \operatorname{Re} y_L \cdot T_L \cdot \Delta f, \\ \left| \left(i_{K1} - i_{K2} \cdot \frac{y_{11} + y_g}{y_{21}} \right)_{\text{eff}} \right|^2 &= |(i_{r,g})_{\text{eff}}|^2 \cdot T_v(y_g) \end{aligned} \quad (8)$$

(k : Boltzmann-Konstante)

sowie mit dem ausgangsseitigen Reflexionsfaktor

$$\varrho = \frac{y_{\text{aus}} - y_L^*}{y_{\text{aus}} + y_L} \quad \text{mit} \quad y_{\text{aus}} = y_{22} - \frac{y_{12} \cdot y_{21}}{y_{11} + y_g}$$

und dem Übertragungsgewinn des Vierpols

$$L_{\bar{u}} = \frac{4 \operatorname{Re} y_g \cdot \operatorname{Re} y_L \cdot |y_{21}|^2}{|(y_{11} + y_g) \cdot (y_{22} + y_L) - y_{12} \cdot y_{21}|^2}$$

schließlich

$$P_L = \frac{L_{\bar{u}}}{4 \operatorname{Re} y_g} \cdot \left[\frac{|i_s|^2}{2} + 4k \operatorname{Re} y_g \cdot (T_g + T_v) \Delta f \right] - k T_L \cdot (1 - |\varrho|^2) \cdot \Delta f.$$

$$|u_{L,\text{eff}}|^2 = \frac{\operatorname{Re} y_{\text{aus}}^{(2)}}{\operatorname{Re} y_g} \cdot \frac{L_{v,\text{Eich}} \cdot L_{v,\text{VP}}}{|y_L + y_{\text{aus}}^{(2)}|^2} \cdot \left[\frac{|i_s|^2}{2} + 4k \cdot \operatorname{Re} y_g \cdot (T_g + T_v + \frac{T_{\text{Eich}}(y_{\text{aus}}^{(1)})}{L_{v,\text{VP}}}) \Delta f \right] + 4k \frac{\operatorname{Re} y_L}{|y_L + y_{\text{aus}}^{(2)}|^2} \cdot T_L \cdot \Delta f. \quad (11)$$

Für Vierpole mit $\operatorname{Re} y_{\text{aus}} < 0$ (zumindest in der Umgebung der Resonanz) $|\varrho| > 1$, so daß P_L durch das Lastrauschen erhöht wird [7]. Für Vierpole mit $|\varrho| < 1$ wird dagegen P_L entsprechend vermindert. Daraus darf man aber nicht den Schluß ziehen, daß in diesem Fall durch Erhöhung von i_L bzw. T_L die Empfindlichkeit des Systems gesteigert werden kann (nämlich solange, bis der Rauschteil in P_L ganz verschwunden ist). Für die Empfindlichkeit ist vielmehr $|u_{L,\text{eff}}|^2$ bzw. die gesamte in y_L umgesetzte Wirkleistung

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} u_L (i_L + i_{r,L})^* = \operatorname{Re} y_L \cdot |u_{L,\text{eff}}|^2$$

verantwortlich [2]. Aus (7) und (8) folgt nun

$$|u_{L,\text{eff}}|^2 = \frac{L_{\bar{u}}}{4 \operatorname{Re} y_g \cdot \operatorname{Re} y_L} \cdot \left[\frac{|i_s|^2}{2} + 4k \operatorname{Re} y_g \cdot (T_g + T_v) \Delta f \right] + 4k \frac{\operatorname{Re} y_L}{|y_L + y_{\text{aus}}|^2} \cdot T_L \cdot \Delta f. \quad (9)$$

Das Rauschen der Last erhöht also das Schwankungsquadrat $|u_{L,\text{eff}}|^2$ und verschlechtert damit die Empfindlichkeit des Systems, was auch anschaulich einleuchtet.

Zur Messung der Rauschzahl eines Vierpols bzw. seiner Rauschtemperatur T_v wird bei der sog. y -Methode [6b] zwischen Vierpol und Meßinstrument (= Last) eine Eichleitung geschaltet (Bild 4).

Für die erweiterte Schaltung gilt dann (vgl. (9))

$$|u_{L,\text{eff}}|^2 = \frac{L_{\bar{u},\text{Eich}} \cdot L_{v,\text{VP}}}{4 \operatorname{Re} y_g \cdot \operatorname{Re} y_L} \cdot \left[\frac{|i_s|^2}{2} + 4k \cdot \operatorname{Re} y_g \cdot \left(T_g + T_v + \frac{T_{\text{Eich}}(y_{\text{aus}}^{(1)})}{L_{v,\text{VP}}} \right) \Delta f \right] + 4k \frac{\operatorname{Re} y_L}{|y_L + y_{\text{aus}}^{(2)}|^2} \cdot T_L \Delta f \quad (10)$$

mit

$$y_{\text{aus}}^{(2)} = y_{22}^{(2)} - \frac{y_{12}^{(2)} \cdot y_{21}^{(2)}}{y_{11}^{(2)} + y_{\text{aus}}^{(1)}}$$

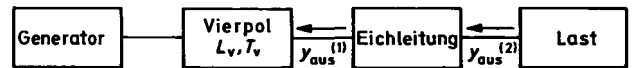


Bild 4: Zur Messung der Vierpol-Rauschzahl nach der y -Methode

Außerdem ist (s. z. B. [6b])

$$T_{\text{Eich}}(y_{\text{aus}}) = \left(\frac{1}{L_{v,\text{Eich}}(y_{\text{aus}})} - 1 \right) \cdot T,$$

wobei T die Temperatur der (thermisch rauschenden) Eichleitung ist. Zwischen $L_{v,\text{Eich}}$ und $L_{\bar{u},\text{Eich}}$ besteht der Zusammenhang

$$L_{\bar{u},\text{Eich}} = L_{v,\text{Eich}} \cdot \frac{4 \operatorname{Re} y_L \cdot \operatorname{Re} y_{\text{aus}}^{(2)}}{|y_L + y_{\text{aus}}^{(2)}|^2},$$

damit folgt aus (10)

Die Eichleitung ist nun so aufgebaut, daß in ihrem Betriebsbereich die Ein- und Ausgangsleitwerte praktisch unabhängig von der eingestellten Dämpfung sind. Wenn man also bei abgeschalteter Signalquelle ($|i_s|^2 = 0$) für zwei verschiedene Rauschtemperaturen T_{g1}, T_{g2} des Generators die Dämpfung $D = 1/L_{v,\text{Eich}}$ der Eichleitung jeweils so einstellt, daß in beiden Fällen $|u_{L,\text{eff}}|^2$ denselben Wert hat, kann man daraus die Rauschtemperatur T_v des Vierpols ermitteln:

$$T_v = \frac{T_{g1} - y \cdot T_{g2}}{y - 1} - \frac{T}{L_v} \quad \text{mit} \quad y = \frac{L_{v,\text{Eich}}^{(2)}}{L_{v,\text{Eich}}^{(1)}} = \frac{D_1}{D_2}.$$

Dieses (bekannte) Ergebnis ist unabhängig vom Lastrauschen.

Wenn dagegen die Messung von T_v ohne Eichleitung durchgeführt wird (d. h. formal $L_{v,\text{Eich}} = 1$, $y_{\text{aus}}^{(2)} = y_{\text{aus}}^{(1)}$), so folgt aus (11) mit den bei den Generator-Rauschtemperaturen T_{g1}, T_{g2} gemessenen Werten $|u_{L,\text{eff}}^{(1)}|^2, |u_{L,\text{eff}}^{(2)}|^2$ – jeweils bei abgeschalteter Signalquelle –

$$T_v = \frac{T_{g1} - \frac{|u_{L,\text{eff}}^{(1)}|^2}{|u_{L,\text{eff}}^{(2)}|^2} \cdot T_{g2}}{\frac{|u_{L,\text{eff}}^{(1)}|^2}{|u_{L,\text{eff}}^{(2)}|^2} - 1} - \frac{\operatorname{Re} y_L}{\operatorname{Re} y_g} \cdot \frac{|y_{11} + y_g|^2}{|y_{21}|^2} \cdot T_L.$$

Dieses Ergebnis ist vom Lastrauschen abhängig.

Für wertvolle Diskussionsbemerkungen bedanke ich mich bei Herrn Dr.-Ing. W. Mohr.

Literatur:

- [1] Friis, H. T.: Noise Figure of Radio Receivers. Proc. IRE 32 (1944), S. 419—422; Discussion: Proc. IRE 33 (1945), S. 125—127.
 [2] Fränz, K.: a) Über die Empfindlichkeitsgrenze beim Empfang elektrischer Wellen und ihre Erreichbarkeit. Elektr. Nachr. Tech. 16 (1939), S. 92—96. b) Messung der Empfängerempfindlichkeit bei kurzen elektrischen Wellen. Hochfrequenz u. Elektroakustik 59 (1942), S. 105—112, S. 143—144. c) Empfängerempfindlichkeit, in Fortschr. Hochfrequenztechnik 2 (1943) S. 685—712, Leipzig: Akad. Verlagsgesellschaft.

- [3] Meinke, H.; Gundlach, F. W.: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik, 4. Aufl. 1986, a) S. D. 24, Gl. (76), b) S. D. 21, Gl. (55).
 [4] Rothe, H.; Dahlke, W.: a) Theorie rauschender Vierpole. Arch. elektr. Übertragung 9 (1955), S. 117—121. b) Theory of Noisy Fourpoles. Proc. IRE 44 (1956) S. 811—818.
 [5] Hays, H. A.; Adler, R. B.: a) Invariants of linear networks. 1956, IRE Convention Record pt. 2, S. 53—67. b) Optimum noise performance of linear amplifiers. Proc. IRE 46 (1958) S. 1517—1533. c) Circuit theory of linear noisy networks. New York; Wiley 1959.
 [6] Landstorfer, F.; Graf, H.: Rauschprobleme der Nachrichtentechnik R. Oldenbourg Verlag: München 1981, a) S. 116, b) S. 121—123, c) S. 117.
 [7] Siegman, A. E.: Microwave Solid-State Masers. McGraw-Hill 1964, S. 384—386, S. 396—397.

Prof. Dr.-Ing. Karl-Heinz Löcherer, Am Zollkrug 4, 3012 Langenhagen 1

(Eingegangen am 28.8.1986)

Dielektrische Wellenleiter in der Integrierten Optik

Dielectric Guides in Integrated Optics

Von Hans-Peter Nolting*

Übersicht:

Die unterschiedlichen Anforderungen an dielektrische Wellenleiter der monolithisch integrierten Optik (je nach Einsatz als Bestandteil verschiedener optischer Einzelkomponenten oder als optische Verbindung zwischen Bauelementen) werden insbesondere am Beispiel eines Wellenlängen-Multiplexers/Demultiplexers mit Mäander-Struktur und eines TE-TM-Modenkonverters diskutiert. Die Integration unterschiedlicher optischer Bauelemente erzwingt eine Vereinheitlichung der Wellenleiterauslegung. Als Kompromiß gegensätzlicher Forderungen wird die Kombination eines schwach- und eines starkführenden (Ribben-)Wellenleiters zur Abdeckung der wichtigsten Leistungsmerkmale vorgeschlagen.

Abstract:

Dielectric guides in integrated optics may have different specifications as parts of optical components or as links between such components. As examples for waveguide design wavelength multiplexer/demultiplexer with a meander-structure and a TE-TM-mode converter are discussed. Integration requires standardization. As a trade-off between contradicting demands we propose to combine weakly and strongly guiding (rib)-waveguides to fulfil most of the differing requirements.

Für die Dokumentation:

Dielektrischer Wellenleiter / monolithisch integrierte Optik / Multiplexer/Demultiplexer / TE-TM-Konverter

Dieser Aufsatz wurde aus Anlaß des 75. Geburtstages von Herrn Prof. F. W. Gundlach verfaßt. Die traditionellen Ansätze der Mikrowellentechnik finden auch in der Integrierten Optik ihre Anwendung. Die Wellenausbreitung entlang dielektrischer Strukturen steht hier im Mittelpunkt der Betrachtung. Ich gratuliere Herrn Prof. F. W. Gundlach herzlich zum Geburtstag.

1. Einleitung

Die Integrierte Optik wird eine der Schlüsseltechnologien [1] zur Realisierung des Integrierten Breitbandfern-meldenetzes (IBFN) der Deutschen Bundespost sein. Ihr obliegt die kostengünstige Massenproduktion der optoelektronischen Wandler (OEW). Weltweit wird eine Mehrfachnutzung der Glasfaser angestrebt, wie sie z.B. ein Wellenlängenmultiplexsystem oder die kohärente optische Übertragungstechnik bieten.

Bei der Integration derartiger Sende- und Empfangsmodule [1] werden elektronische und optische Verbindungen benötigt. Hier werden einige Probleme der optischen Verbindung diskutiert. Im Mittelpunkt der Betrachtung steht der dielektrische Wellenleiter. Seine Bedeutung wird zunächst allgemein und dann am Beispiel der optischen Komponenten Wellenlängen-Multiplexer/Demultiplexer (λ -Muldex) und TE-TM-Konverter erläutert. Nach einer kurzen Beschreibung der Technologie-Anforderungen wird die Problematik eines Standardwellenleiters diskutiert.

2. Anwendung dielektrischer Wellenleiter in der Integrierten Optik

Der Begriff *Integrierte Optik* kann mit „planare Optik geführter Wellen“ umschrieben werden. Das Wort „planar“ deutet dabei auf die Verwendung moderner Dünnschicht-Technologien und Lithographie-Verfahren hin, die eine kostengünstige Massenfertigung zulassen. Verglichen mit diskret aufgebauten Modulen wird ein geringerer Justieraufwand, geringere Reflexion optischer Wellen beim Über-

* Heinrich-Hertz-Institut für Nachrichtentechnik Berlin GmbH